



**HAL**  
open science

# Développement de méthodes des frontières immergées pour l'étude de problèmes couplés fluide-structure

Lucas Ménez

► **To cite this version:**

Lucas Ménez. Développement de méthodes des frontières immergées pour l'étude de problèmes couplés fluide-structure. Autre. ISAE-ENSMA Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique - Poitiers, 2024. Français. NNT : 2024ESMA0025 . tel-04888512

**HAL Id: tel-04888512**

**<https://theses.hal.science/tel-04888512v1>**

Submitted on 15 Jan 2025

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

Pour l'obtention du grade de

## DOCTEUR DE L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE MÉCANIQUE ET D'AÉROTECHNIQUE

(Diplôme National - Arrêté du 25 Mai 2016 modifié par l'arrêté du 26 août 2022)

*École Doctorale* : Mathématiques, Informatique,  
Matériaux, Mécanique, Énergétique (MIMME)

Secteur de Recherche : MÉCANIQUE DES MILIEUX FLUIDES

Présentée par

**Lucas MÉNEZ**

---

### Développement de méthodes des frontières immergées pour l'étude de problèmes couplés fluide-structure

---

Directeur de thèse : **M. Éric GONCALVES**

Co-directrice de thèse : **Mme Marianne BERINGHIER**

Co-encadrant : **M. Philippe PARNAUDEAU**

Soutenue le 13 décembre 2024 devant la Commission d'Examen

### JURY

---

Y. HOARAU	Professeur, Université de Strasbourg	Président
H. BEAUGENDRE	Professeure, INP Bordeaux	Rapportrice
E. LIBERGE	Maître de conférences (HDR), Université de La Rochelle	Rapporteur
F. DE VUYST	Professeur, Université Technologique de Compiègne	Examineur
A. LEROYER	Maître de conférences, École Centrale de Nantes	Examineur
E. GONCALVES	Professeur, ENSMA	Examineur
M. BERINGHIER	Maître de conférences (HDR), Arts et Métiers	Examinatrice
P. PARNAUDEAU	Ingénieur de recherche, CNRS	Examineur
F. HERVY	Docteur-ingénieur, AID	Invité



# Remerciements

*Puisqu'on ne peut échapper au Présent, pourquoi ne pas l'accueillir, s'en faire un ami ?*

Eckhart Tolle

Je tiens tout d'abord à remercier Héloïse Beaugendre et Erwan Liberge pour avoir rapporté ce manuscrit de thèse. De manière plus générale, je remercie l'ensemble du jury pour leurs remarques pertinentes et les discussions très intéressantes que nous avons pu avoir à l'issue de ma présentation.

Un immense merci, à la hauteur de leur investissement, à mes encadrants Éric, Philippe et Marianne. Nos nombreuses discussions, parfois quotidiennes, m'ont été d'une aide précieuse tout au long de ces trois ans, notamment lors des prises de décision importantes dans les phases difficiles. Je vous suis également très reconnaissant pour tout ce que vous m'avez appris dans vos domaines de spécialité respectifs : écoulements diphasiques compressibles et méthodes numériques associées, méthodes des frontières immergées et calcul haute performance, dynamique des structures et méthodes numériques associées.

Une thèse, c'est aussi l'occasion de découvrir le monde de la recherche au sens large. Éric, tu as énormément oeuvré en ce sens et je t'en remercie infiniment. Merci de m'avoir donné l'opportunité de présenter mes travaux dans des congrès nationaux et internationaux et d'échanger avec de nombreux chercheurs extérieurs. En plus de contribuer à la qualité de la thèse et de développer des capacités de communication, cela m'a permis de vivre des expériences que je n'oublierais jamais.

Philippe, je te remercie infiniment pour l'énorme travail que tu réalises avec SCB, me permettant de travailler avec un code propre et performant tout au long de cette thèse. Je suis aussi très reconnaissant pour toute l'aide que tu m'as apportée concernant l'installation de logiciels, la parallélisation, l'utilisation des supercalculateurs, etc.

Marianne, merci beaucoup pour ton aide considérable sur toute la partie dynamique des structures. Je pense notamment aux simulations Abaqus, qui ont joué un rôle décisif dans un moment crucial de la fin de thèse. Je te remercie aussi de m'avoir permis de découvrir la communauté du calcul des structures que je ne connaissais pas, lors du CSMA à Giens.

Je pense sincèrement que je n'aurais pas pu rêver d'une meilleure équipe d'encadrement.

Je tiens à remercier Jean Decaix, chercheur à l'HES-SO Valais-Wallis en Suisse, avec qui j'ai eu le plaisir d'échanger et de collaborer. J'aimerais aussi remercier Luc Mieussens pour m'avoir donné envie de me lancer dans le domaine de la simulation numérique, au moment où j'étais encore étudiant à l'ENSEIRB-MATMECA. Je remercie également Mathieu Coquerelle de l'ENSEIRB-MATMECA, qui m'a permis de réaliser mon stage de fin d'études avec Éric à l'ENSMA, avant que je poursuive en thèse.

Un grand merci à tous mes amis du laboratoire qui ont rendu cette expérience encore plus enrichissante. Malheureusement, je ne peux pas citer tout le monde mais je sais que vous vous reconnaîtrez. Un immense merci à mon collègue de bureau et ami Nicolas, avec qui j'ai sûrement eu le plus de fous rires pendant ces trois ans. C'était un plaisir de partager le bureau B281 et de discuter longuement de simulation numérique avec toi, mais aussi de profiter des moments passés aux open airs de Blossac, au Zinc et au Rémi's, ou encore aux soirées Stellar, Nickel Chrome, etc. J'ai eu la chance de terminer ma thèse en même temps que deux de mes amis, Lucas et Aurélien. C'était un plaisir de pouvoir échanger avec vous

sur les difficultés de fin de thèse, et je vous en remercie. Un grand merci à Antoine, Mickael et Agostino, avec qui j'ai également passé d'excellents moments. Antoine et Mickael, vous me direz où vous voulez regarder la finale de la prochaine Coupe du Monde.

Au cours d'une thèse, chacun trouve sa petite astuce pour se vider la tête. Pour moi, c'était principalement le trail, qui est peu à peu devenu une passion et un véritable mode de vie. C'est beaucoup grâce à toi, Lou, et je t'en suis infiniment reconnaissant. Ta détermination dans le sport et ta capacité à relever les défis les plus insurmontables m'inspirent énormément. Cela m'a beaucoup apporté tout au long de ma thèse, et je suis déjà impatient de relever avec toi les prochains défis que nous nous sommes fixés.

Un immense merci à toi, Nia, même si tu sais déjà tout. Merci pour ton soutien, tes encouragements, tes petits mots, nos voyages, nos couchers de soleil et tous ces moments magiques qui ont rendu cette dernière année de thèse encore plus inoubliable. Merci de m'avoir fait voir tant de choses sous un oeil nouveau, qui m'ont été d'une aide précieuse dans les moments difficiles de la thèse, et qui rendent aussi la vie bien plus agréable.

Enfin, je tiens à remercier chaleureusement les membres de ma famille pour leur soutien et l'intérêt qu'ils ont porté à ma thèse. C'était toujours un réel plaisir de discuter de mon travail avec vous. Les loongues discussions avec ma mère et mes grands-parents m'ont grandement aidé à vulgariser mon travail et à prendre du recul sur ce que je faisais. Je tiens à accentuer particulièrement mes remerciements envers ma mère, qui suit de très près mon activité dans le domaine de la simulation numérique depuis six ans.

Lucas

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Cavitation	1
1.2	Érosion de cavitation	4
1.2.1	Origines de l'érosion	4
1.2.2	Cycle de vie du matériau	8
1.3	Simulation numérique de l'érosion de cavitation	9
1.3.1	Enjeux et défis de la simulation numérique	9
1.3.2	Simulation du collapse de bulle	10
1.3.3	Couplage fluide-structure	12
1.4	Aperçu général de la thèse	16
1.4.1	Objectifs et motivations	16
1.4.2	Organisation du manuscrit	17
<b>2</b>	<b>Modélisation et simulation d'écoulements compressibles</b>	<b>19</b>
2.1	Écoulements monophasiques	19
2.2	Écoulements diphasiques	20
2.2.1	Sans transfert de masse	21
2.2.2	Avec transfert de masse	22
2.3	Méthodes numériques	23
2.3.1	Discretisation spatiale	23
2.3.1.1	Schéma HLLC-Hancock	23
2.3.1.2	Schéma de Jameson-Schmidt-Turkel	25
2.3.2	Intégration temporelle	26
2.3.3	Conditions aux limites	26
<b>3</b>	<b>Méthodes des frontières immergées</b>	<b>27</b>
3.1	État de l'art	27
3.1.1	Naissance et évolution des IBM	27
3.1.2	Classification des IBM	29
3.1.2.1	Méthodes à interface diffuse	30
3.1.2.2	Méthodes à interface non diffuse	32
3.2	Le choix d'une IBM adaptée au problème	34
3.3	Méthode de <i>feedback forcing</i>	35
3.3.1	Les fonctions $\delta$	35
3.3.2	Condition d'adhérence	38
3.3.3	Condition isotherme	41
3.3.4	Condition adiabatique	42
3.3.5	Condition thermiquement neutre	43
3.3.6	Intégration temporelle	43
3.4	Méthode de pénalisation	44
3.4.1	Condition d'adhérence	45
3.4.2	Condition isotherme	46
3.4.3	Condition adiabatique	48
3.4.4	Condition thermiquement neutre	50

3.4.5	Condition d'impédance	50
3.4.6	Intégration temporelle	51
3.4.7	Extension aux écoulements diphasiques	52
<b>4</b>	<b>Écoulements monophasiques : étude et validation</b>	<b>55</b>
4.1	Description générale	55
4.2	Écoulements incompressibles	57
4.2.1	Cas 1 : écoulement stationnaire autour d'un cylindre	58
4.2.2	Cas 2 : écoulement instationnaire autour d'un cylindre	61
4.3	Écoulements compressibles	64
4.3.1	Écoulements supersoniques stationnaires	64
4.3.1.1	Cas 3 : écoulement supersonique autour d'un cylindre	64
4.3.1.2	Cas 4 : écoulement supersonique autour d'un profil triangulaire	67
4.3.1.3	Cas 5 : écoulement supersonique 3D autour d'une sphère	71
4.3.2	Interaction choc-obstacle	72
4.3.2.1	Cas 6 : interaction choc-cylindre	72
4.3.2.2	Cas 7 : réflexion d'un choc sur une paroi plane	74
4.4	Synthèse	77
<b>5</b>	<b>Écoulements diphasiques compressibles : étude et validation</b>	<b>79</b>
5.1	Écoulements cavitants autour d'un cylindre circulaire	79
5.1.1	Écoulements laminaires 2D	80
5.1.1.1	Écoulement stationnaire	81
5.1.1.2	Écoulement instationnaire	83
5.1.2	Écoulement turbulent 3D	88
5.2	Collapse d'une bulle au voisinage d'une paroi rigide	93
5.2.1	Paroi plane	93
5.2.2	Paroi déformée	98
5.3	Synthèse	102
<b>6</b>	<b>Interaction fluide-structure</b>	<b>103</b>
6.1	Dynamique des structures	103
6.1.1	Élasticité linéaire	104
6.1.1.1	Loi de comportement	104
6.1.1.2	Résolution numérique	104
6.1.2	Élastoplasticité	105
6.1.2.1	Loi de comportement	105
6.1.2.2	Résolution numérique	107
6.2	Couplage fluide-structure	110
6.2.1	SCB-FEniCS-preCICE : présentation générale	111
6.2.2	Couplage en espace	113
6.2.3	Couplage en temps	115
6.2.4	Méthode de pénalisation avec structure déformable	118
6.2.5	Résumé du couplage	122
6.3	Validation	123
6.3.1	Interaction écoulement incompressible-panneau élastique	123
6.3.2	Interaction onde de choc-panneau élastique	126
6.4	Synthèse	129

<b>7</b>	<b>Application à l'étude de la formation d'un <i>pit</i> de cavitation</b>	<b>131</b>
7.1	Présentation du problème	131
7.2	Couplage faible ( <i>1-way</i> )	134
7.2.1	Collapse de la bulle	134
7.2.2	Convergence spatiale (structure)	135
7.2.3	Validation du solveur structure	138
7.2.4	Fenêtre de temps	138
7.2.5	Méthode de pénalisation	140
7.3	Couplage fort ( <i>2-way</i> )	142
7.4	Distance bulle-paroi	145
7.5	Limite d'élasticité	151
7.6	Synthèse	156
<b>8</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>159</b>
8.1	Développement et analyse des IBM	159
8.2	Origines de l'érosion de cavitation	160
8.3	Développement d'une stratégie de couplage fluide-structure	161
8.4	Application à l'érosion de cavitation	162
8.5	Perspectives	162
<b>A</b>	<b>Exemples de codes</b>	<b>165</b>
A.1	Interpolation directe avec <code>CouplingExpression</code>	165
A.2	Interpolation conservative avec <code>PointSource</code>	165
A.3	Fichier de configuration <code>preCICE</code>	166
<b>B</b>	<b>Contributions scientifiques</b>	<b>167</b>
	<b>Références</b>	<b>169</b>



# Liste des abréviations

1D	Unidimensionnel
2D	Bidimensionnel
3D	Tridimensionnel
ALE	<i>Arbitrary Lagrangian-Eulerian</i>
API	<i>Application Programming Interface</i>
AUSM	<i>Advection Upstream Splitting Method</i>
BEM	<i>Boundary Element Method</i>
BiCGSTAB	<i>BiConjugate Gradient Stabilized method</i>
CBVP	<i>Characteristic Based Volume Penalization</i>
CFL	Courant–Friedrichs–Lewy
DF	Différences Finies
EBM	<i>Embedded Boundary Method</i>
EDO	Équation Différentielle Ordinaire
EDP	Équation aux Dérivées Partielles
EF	Éléments Finis
FL	<i>Free-Lagrange</i>
GD	Galerkine Discontinue
HIFU	<i>High-Intensity Focused Ultrasound</i>
HLL	Harten-Lax-van Leer
HLLC	Harten-Lax-van Leer-Contact
IBM	<i>Immersed Boundary Method</i>
ILES	<i>Implicit Large Eddy Simulation</i>
IQN-ILS	<i>Interface Quasi-Newton Inverse Least Squares</i>
IQN-IMVJ	<i>Interface Quasi-Newton Inverse Multi-Vector Jacobian</i>
JST	Jameson-Schmidt-Turkel
LBM	<i>Lattice Boltzmann Method</i>
LES	<i>Large Eddy Simulation</i>
LS	<i>Level Set</i>
MAC	<i>Marker-And-Cell</i>
MUSCL	<i>Monotonic Upstream-centered Scheme for Conservation Laws</i>
preCICE	<i>Precise Code Interaction Coupling Environment</i>
RBF	<i>Radial Basis Function</i>
RK3	Runge-Kutta d'ordre 3
SPH	<i>Smoothed Particle Hydrodynamics</i>

TVD	<i>Total Variation Diminishing</i>
UFL	<i>Unified Form Language</i>
VF	Volumes Finis
VOF	<i>Volume Of Fluid</i>
WENO	<i>Weighted Essentially Non-Oscillatory</i>

## Chapitre 1

# Introduction

1.1	Cavitation . . . . .	1
1.2	Érosion de cavitation . . . . .	4
1.2.1	Origines de l'érosion . . . . .	4
1.2.2	Cycle de vie du matériau . . . . .	8
1.3	Simulation numérique de l'érosion de cavitation . . . . .	9
1.3.1	Enjeux et défis de la simulation numérique . . . . .	9
1.3.2	Simulation du collapse de bulle . . . . .	10
1.3.3	Couplage fluide-structure . . . . .	12
1.4	Aperçu général de la thèse . . . . .	16
1.4.1	Objectifs et motivations . . . . .	16
1.4.2	Organisation du manuscrit . . . . .	17

### *Avant-propos*

L'interaction fluide-structure désigne l'ensemble des phénomènes physiques qui résultent de l'interaction multiphysique entre un écoulement fluide et une structure solide. Son étude est un point crucial dans de nombreux domaines de l'ingénierie allant de l'aérospatial au biomédical, en passant par la construction navale, le génie civil, le nucléaire, etc. Par ailleurs, la simulation numérique joue un rôle important dans la compréhension de ces phénomènes complexes et dans la conception des structures. Dans cette optique, on vise à développer une stratégie de couplage précise, souple et efficace entre le fluide et la structure en considérant l'influence mutuelle entre les deux physiques (couplage fort). Notre stratégie de couplage est basée sur une approche partitionnée, dans laquelle la résolution des deux physiques est réalisée dans des solveurs distincts. La représentation de l'interface déformable entre le fluide et le solide repose sur une méthode des frontières immergées (*Immersed Boundary Method*, IBM). Même si cette stratégie de couplage fluide-structure se veut générale et adaptable, l'application principale de ce travail est l'étude de l'érosion de cavitation à l'échelle d'une bulle. L'introduction de ce manuscrit aborde le contexte de l'étude, les phénomènes physiques mis en jeu et les stratégies proposées jusqu'ici pour traiter ce problème numériquement.

## 1.1 Cavitation

**Formation de cavités.** La cavitation est le développement de structures de vapeur dans un écoulement liquide, suite à une chute de pression isotherme en dessous d'une valeur critique, appelée pression de vapeur saturante (KNAPP et al., 1970). Ce changement d'état est illustré par le diagramme de phase de l'eau sur la Figure 1.1a. De manière analogue, le changement de l'état liquide à vapeur par augmentation isobare de la température au-dessus d'une température critique est appelé ébullition. La chute de pression responsable du changement d'état du liquide peut être provoquée par une accélération du fluide, par la

géométrie ou la rugosité de la paroi solide, ou par les contraintes de cisaillement. Les structures cavitantes naissent de bulles microscopiques ou d'impuretés contenues dans le liquide, appelées noyaux ou germes de cavitation (FRANC et al., 2006). Le volume des noyaux augmente rapidement lorsque la pression tombe en dessous de la pression de vapeur saturante et ces derniers grandissent pour devenir des bulles de cavitation. L'apparition de cavitation dépend de la pression du liquide, mais aussi de la qualité du liquide et de la fraction de vapeur qu'il contient. Par exemple, il est extrêmement difficile d'initier de la cavitation au sein d'un liquide pur dépourvu de germes, même lorsque la pression est inférieure à la pression de vapeur saturante.

**Régimes de cavitation.** Les écoulements cavitants sont souvent classés en fonction du nombre de cavitation  $\sigma_v$ , défini par :

$$\sigma_v = \frac{p_\infty - p_v}{\frac{1}{2}\rho_\infty u_\infty^2}. \quad (1.1)$$

avec  $p_\infty, \rho_\infty, u_\infty$  des pression, densité, vitesse de référence de l'écoulement (respectivement) et  $p_v$  la pression de vapeur saturante.

La cavitation peut être observée sous plusieurs régimes selon la géométrie de la paroi solide et les conditions de l'écoulement. Par exemple, le transport d'une bulle isolée est observé lorsqu'une bulle de vapeur naît suite à l'expansion rapide d'un germe de cavitation, puis est convectée vers une zone de plus forte pression où elle recondense et collapse (voir Figure 1.1b). La cavitation de vortex apparaît dans les zones de dépression au coeur de tourbillons ou de sillages turbulents (voir Figure 1.2a). Des poches de cavitation peuvent être observées dans les zones d'aspiration au contact de corps solides (voir Figure 1.2a). Ces poches peuvent se détacher pour former des nuages de bulles qui sont ensuite transportés dans le sillage de l'obstacle (voir Figure 1.1b). On parle alors de *cloud cavitation*. Lorsque l'objet est totalement enveloppé de vapeur, il s'agit de supercavitation. Ce régime de cavitation est notamment utilisé en propulsion marine (torpilles) pour réduire les frottements du liquide à la paroi (CECCIO, 2010).

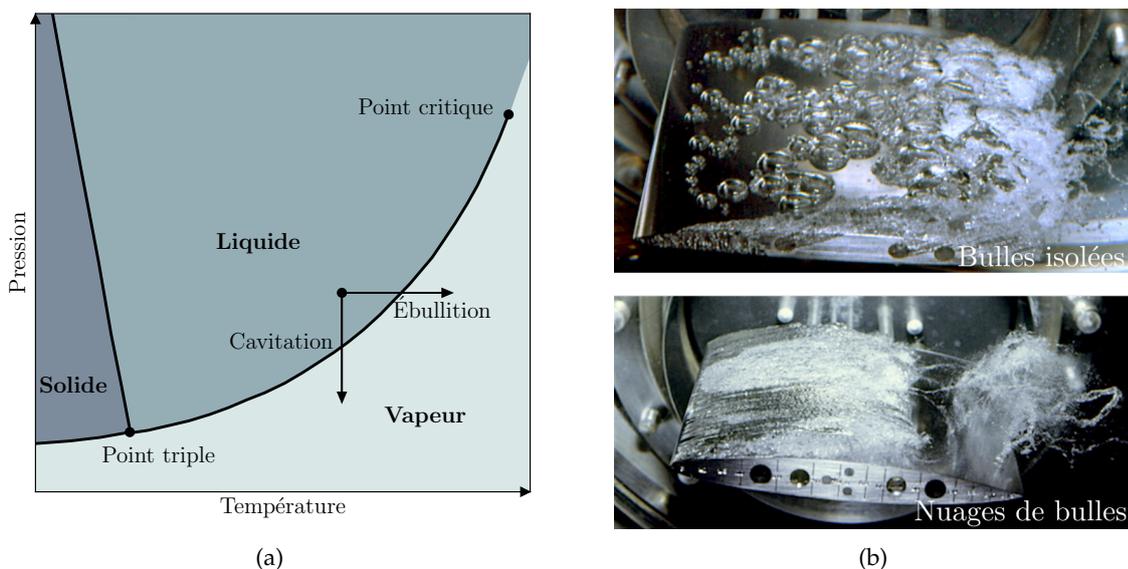


FIGURE 1.1 – (a) Diagramme de phase de l'eau. (b) Deux régimes de cavitation sur la face supérieure d'un hydrofoile : transport de bulles isolées (en haut) et nuages de bulles (en bas). Photographies adaptées de <http://www.legi.grenoble-inp.fr/people/Jean-Pierre.Franc/>.

**Conséquences néfastes.** Malheureusement, la cavitation mène souvent à des effets indésirables : vibrations, perte de performance, bruit, érosion, etc. Tout particulièrement, l'érosion de cavitation a des effets néfastes sur les éléments de systèmes hydrauliques et propulsifs, les surfaces portantes, les injecteurs de carburant ou les turbines hydrauliques intervenants dans de nombreux domaines d'ingénierie tels que la production d'énergie, l'industrie (pétrolière, gazière, agroalimentaire, chimique) et la propulsion (marine, terrestre, aérospatiale). L'érosion de cavitation est illustrée sur la Figure 1.2b par l'endommagement d'une hélice de jet-ski. On peut observer que les dégâts sont concentrés sur le bord extérieur de l'hélice où la vitesse de la pale est la plus importante.

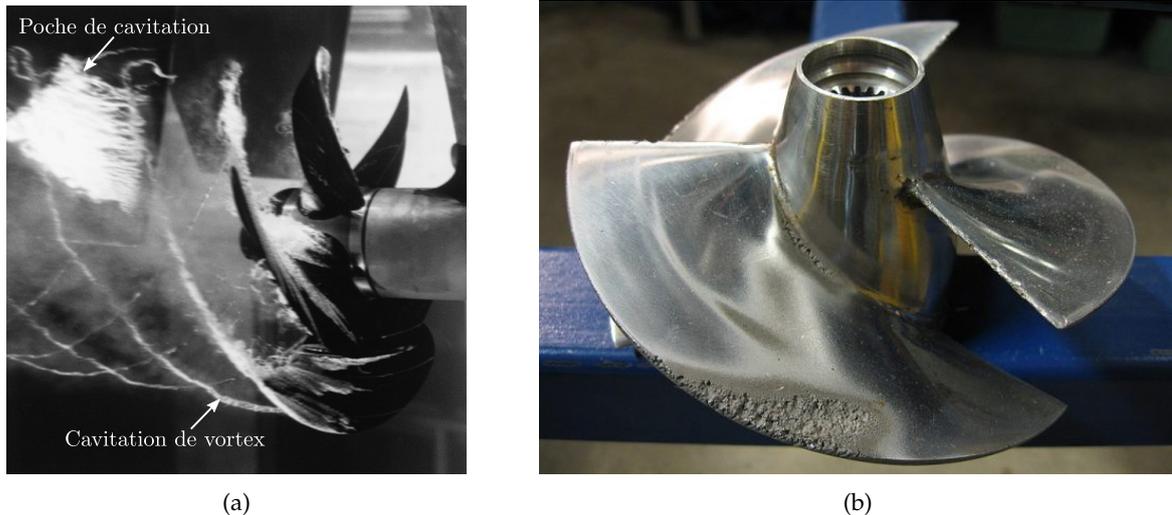


FIGURE 1.2 – (a) Hélice et cavitation lors d'une expérience dans le bassin expérimental David Taylor. Adapté de U.S. Navy. (b) Hélice d'un jet-ski endommagée par la cavitation. Photographie prise par Erik Ax Dahl, 2006.

La réduction de l'érosion de cavitation peut passer par la modification de la géométrie d'un composant, le choix d'un matériau plus résistant, le traitement de surface et le contrôle des conditions de fonctionnement (FIVEL et al., 2018). Comme évoqué plus haut, la cavitation est initiée dans des régions de basse pression, mais les structures de vapeur sont ensuite transportées dans des régions de plus haute pression. La pression au sein des cavités est très basse car proche de la pression de vapeur saturante. Les structures de vapeur sont donc amenées à imploser sur elles-mêmes de manière très violente. À la fin de l'implosion (ou collapse), une onde de pression de forte amplitude est générée. Lorsqu'il se produit au voisinage d'une paroi solide, le collapse est non sphérique et la bulle adopte plutôt une forme toroïdale. Un jet rentrant se forme et traverse la bulle en direction de la paroi, pouvant impacter cette dernière. Ces deux mécanismes, onde de choc et jet rentrant, sont responsables de l'endommagement des corps solides à proximité. Ils seront présentés plus en détail dans la sous-section 1.2.1.

**Applications.** Lorsqu'il est maîtrisé, le collapse de bulle possède des applications intéressantes dans plusieurs domaines. Dans le médical, il permet de détruire les calculs rénaux par lithotripsie, les tumeurs par ultrasons focalisés de haute intensité (*High-Intensity Focused Ultrasound*, HIFU) et d'optimiser l'administration de médicaments dans l'organisme. Une revue détaillée des applications médicales de la cavitation est présentée par BRENNEN, 2015. Par exemple, la lithotripsie extracorporelle utilise des ondes de choc ultrasonores pour créer des bulles de cavitation au voisinage des calculs rénaux ou vésicaux afin de les réduire à plusieurs fragments, qui sont ensuite évacués avec les urines. Dans l'industrie agroalimentaire, la cavitation hydrodynamique est une technique prometteuse de traitement non thermique pour l'optimisation des réactions chimiques et de l'homogénéisation des aliments (SUN et

al., 2022). Par ailleurs, les capacités de forage et de nettoyage de surfaces sont améliorées par les jets cavitants auto-résonnants (SOYAMA, 2020) par rapport à des jets classiques. Du côté du vivant, la crevette-pistolet tire profit de la cavitation pour chasser de petits poissons ou des crevettes. Elle claque son énorme pince, mesurant la moitié de son corps, afin de générer une bulle de cavitation qui implose pour former une violente détonation ( $\sim 220$  dB) et tuer sa proie (KOUKOUVINIS et al., 2017). Les ondes générées peuvent atteindre des amplitudes de 80 kPa et la température au centre de la bulle peut atteindre 5000 K, soit la température à la surface du soleil. Les colonies de crevettes pistolets peuvent même dominer complètement le bruit ambiant des océans. Au début de la seconde guerre mondiale, il a été observé que ce bruit limitait la portée des sonars dans les zones chaudes et peu profondes du Pacifique (URICK, 1984). Dans les cas les plus extrêmes, le collapse d'une bulle de cavitation peut générer un flash lumineux : c'est la sonoluminescence (BARBER et al., 1991). Cette forte focalisation d'énergie pourrait trouver des applications dans la sonochimie (SUSLICK, 1990), qui étudie les effets des ondes ultrasonores sur les réactions chimiques. Son application à la fusion nucléaire au sein d'une bulle, aussi appelée sonofusion (TALEYARKHAN et al., 2002), reste très controversée.

## 1.2 Érosion de cavitation

L'étude de l'érosion de cavitation débute avec SILBERRAD, 1912 suite à l'usure prématurée des hélices des grands paquebots *Mauretania* et *Lusitania*. La nécessité de prolonger la durée de vie des composants hydrauliques sans porter atteinte aux performances a ensuite mené à de nombreuses études permettant une meilleure connaissance de l'érosion de cavitation. En pratique, il n'est pas possible d'éliminer totalement ce phénomène. Il devient alors primordial de pouvoir prédire l'érosion de cavitation afin d'estimer la durée de vie d'un composant ou d'optimiser le choix d'un matériau pour une application donnée.

### 1.2.1 Origines de l'érosion

Le processus d'érosion de cavitation peut se décomposer en plusieurs étapes :

1. Formation d'une bulle de cavitation dans une zone de basse pression.
2. Transport de la bulle vers une zone de plus haute pression.
3. Collapse de la bulle : formation du jet rentrant et d'ondes de choc.
4. Impact du jet rentrant et des ondes de choc sur la paroi.
5. Répétition des étapes 1, 2, 3 et 4.

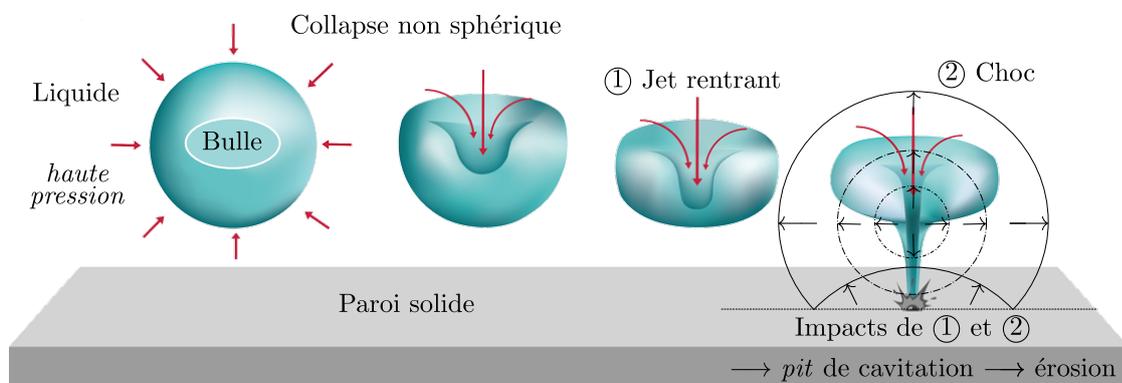


FIGURE 1.3 – Vue schématique du collapse non sphérique d'une bulle au voisinage d'une paroi solide. Adapté de [www.slurryflo.com](http://www.slurryflo.com).

Suite à sa formation et à son transport dans une région de pression plus élevée, la bulle recondense et implode violemment. Lorsque le collapse se produit proche de la paroi solide, il se forme un jet liquide à haute vitesse et des ondes de choc qui impactent cette dernière pour former un cratère microscopique en surface du matériau, appelé *pit* de cavitation (voir Figure 1.3). Les *pits* de cavitation, en forme de calotte sphérique ou d’anneau, ont une faible profondeur pouvant même être de l’ordre de grandeur de la rugosité du matériau. Un *pit* de cavitation en forme de calotte sphérique est illustré sur la Figure 1.4. Cette déformation irréversible du matériau est due à la forte amplitude des impacts qui dépasse facilement la limite d’élasticité du matériau. La formation répétée et le chevauchement de *pits* mènent ensuite à un dommage macroscopique du matériau.

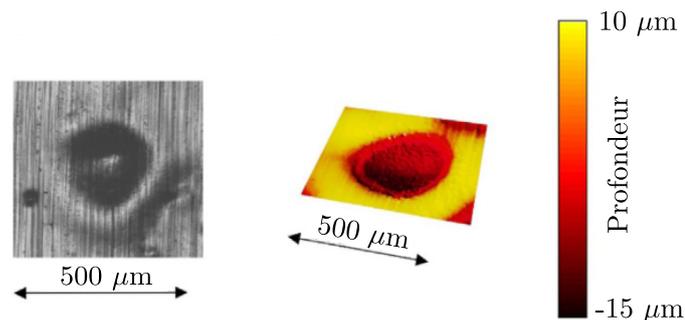


FIGURE 1.4 – Image réelle d’un *pit* de cavitation (à gauche) et sa représentation 3D obtenue à partir d’un microscope interférométrique (à droite). Adapté de DULAR et al., 2019.

**Collapse de bulle.** Afin d’étudier en détail les mécanismes responsables de l’érosion de cavitation, le problème est souvent réduit à l’implosion d’une bulle isolée au voisinage d’une paroi solide (NAUDÉ et al., 1961; PLESSET et al., 1971). Il s’agit en fait de la dernière étape de la cascade d’événements qui conduisent à l’endommagement d’une paroi exposée à un écoulement cavitant. Le collapse d’une bulle de vapeur dans un liquide est un événement violent et très bref ( $\sim 100$  ns) qui fait intervenir des pressions intenses ( $\sim 1$  GPa). La violence du collapse provient de la différence de pression importante entre l’intérieur de la bulle et l’extérieur de la bulle. Par exemple, la pression de la vapeur d’eau à température ambiante vaut environ 2300 Pa tandis que la pression extérieure, dans l’eau liquide, est égale à  $10^5$  Pa si on se place à pression atmosphérique.

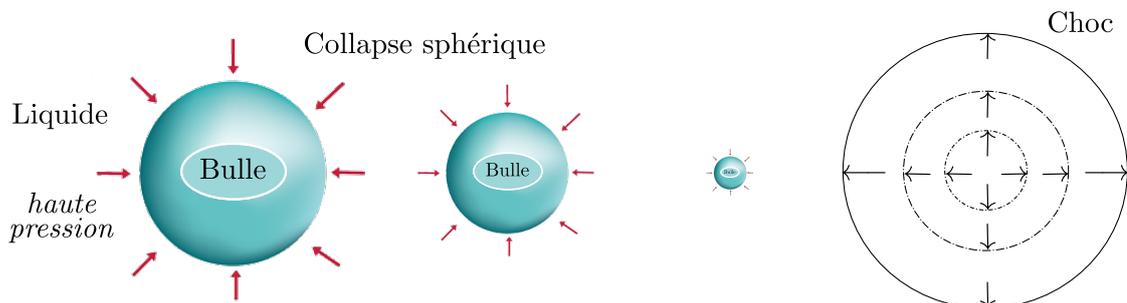


FIGURE 1.5 – Vue schématique du collapse sphérique d’une bulle dans un milieu liquide infini. Adapté de [www.slurryflo.com](http://www.slurryflo.com).

Lorsque le champ de pression est uniforme à l’extérieur de la bulle, le collapse se produit de manière sphérique et aucun jet rentrant n’est observé (voir Figure 1.5). Les premiers travaux sur le sujet sont menés par RAYLEIGH, 1917, avec l’étude théorique du collapse d’une bulle plongée dans un liquide incompressible infini. Ces travaux sont ensuite étendus par PLESSET, 1954 avec la prise en compte de la tension superficielle et de la viscosité du liquide. L’évolution temporelle du rayon d’une bulle sphérique contenant un gaz non condensable,

plongée dans un liquide incompressible, est prédite par l'équation de Rayleigh–Plesset :

$$\rho_l \left( R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 \right) = p_v - p_\infty + p_{g0} \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma_g} - \frac{2S}{R} - 4\mu_l \frac{\dot{R}}{R}. \quad (1.2)$$

avec  $\rho_l$  la densité et  $\mu_l$  la viscosité du liquide,  $R$  le rayon de la bulle et  $R_0$  son rayon initial,  $\dot{R}$  la vitesse et  $\ddot{R}$  l'accélération de l'interface gaz-liquide,  $p_v$  la pression de vapeur saturante,  $p_\infty$  la pression du liquide à l'infini,  $p_{g0}$  la pression initiale et  $\gamma_g$  l'indice adiabatique du gaz non condensable et  $S$  la tension de surface. Par la suite, d'autres modèles furent développés afin de prendre en considération les effets de compressibilité (GILMORE, 1952; HICKLING et al., 1964; KELLER et al., 1980). Au terme d'un collapse sphérique, une onde de choc sphérique est générée. En effet, la bulle contient de la vapeur d'eau mais aussi du gaz non condensable. La compression du gaz non condensable induit une forte pression dans un faible volume à la fin du collapse. Les forces de pression poussent au rebond de la bulle, générant une onde de choc qui se propage ensuite radialement vers l'extérieur (FIVEL et al., 2018). L'origine de l'érosion de cavitation a pendant longtemps été attribuée à cette onde de choc générée en fin de collapse (RAYLEIGH, 1917; HICKLING et al., 1964). On sait aujourd'hui que le jet rentrant joue aussi un rôle majeur dans le processus d'érosion (PLESSET et al., 1971).

**Jet rentrant.** Lorsque le champ de pression n'est pas uniforme à l'extérieur de la bulle, il se forme un jet rentrant qui perfore la bulle. Par conséquent, la bulle perd sa forme sphérique et adopte une forme toroïdale (voir Figure 1.6). Le gradient de pression responsable de ce mécanisme peut être lié à la présence d'une paroi solide ou d'une surface libre au voisinage de la bulle (BENJAMIN et al., 1966). L'interaction entre une onde de choc et une bulle de vapeur peut aussi mener à la formation d'un jet rentrant (HAAS et al., 1987; BOURNE et al., 1992). Bien que le mécanisme déclencheur soit différent, la dynamique du jet est relativement similaire (MADER, 1965). Dans le cas d'un collapse au voisinage d'une paroi solide, une surpression apparaît au niveau du bord le plus éloigné et le jet rentrant se dirige vers la paroi solide. Dans le cas d'une surface libre, la surpression se produit au niveau du bord le plus proche et le jet s'éloigne de la surface libre. La portion d'interface affectée par la surpression se déforme rapidement vers l'intérieur de la bulle où la pression est plus faible, donnant naissance à un jet rentrant à grande vitesse pouvant atteindre plusieurs centaines de mètres par seconde. Un historique de la formation du jet et de sa pénétration au sein de la bulle est présenté sur la Figure 1.6. Le mécanisme de jet rentrant fut observé expérimentalement pour la première fois par NAUDÉ et al., 1961 mais il était déjà suggéré bien avant par KORNFELD et al., 1944. La première explication théorique du phénomène est apportée par BENJAMIN et al., 1966. La dynamique du jet induit également une translation du centre de la bulle dans la même direction. Lorsque la bulle est attachée à la paroi ou se trouve suffisamment proche, le jet impacte directement la paroi après avoir traversé la bulle (voir Figure 1.3). L'impact du jet sur une surface, qu'il s'agisse d'une interface fluide-solide ou liquide-vapeur, est appelé *water-hammer* ou coup de bélier. L'impact du jet rentrant sur la paroi solide est une des causes de la formation d'un *pit* en surface du matériau.

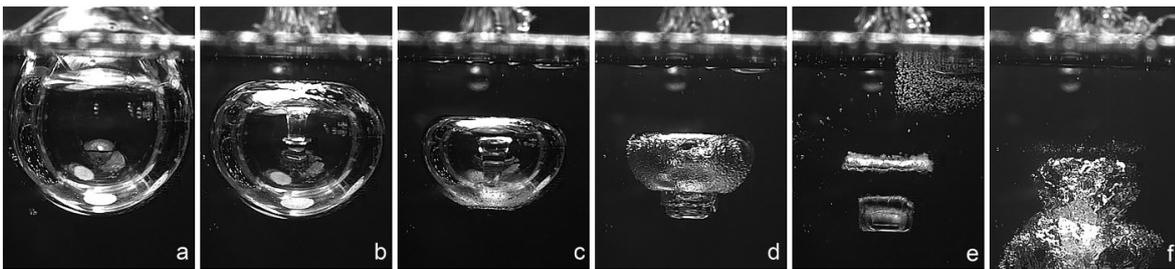


FIGURE 1.6 – Formation du jet rentrant lors du collapse non sphérique d'une bulle au voisinage d'une surface libre. Extrait de SUPPONEN et al., 2015.

Sous certaines hypothèses, il est possible d'estimer différentes quantités relatives à cet événement. Une estimation de la vitesse du jet peut être obtenue analytiquement en fonction de la distance bulle-paroi, dans l'hypothèse d'un écoulement non visqueux et incompressible (PLESSET et al., 1971). Ensuite, la contrainte exercée par le jet sur la paroi (effet *water-hammer*) peut être estimée à partir de la vitesse du jet  $u_{jet}$ , de la masse volumique du liquide  $\rho_l$  et de la vitesse du son dans le liquide  $c_l$ , dans le cas d'une paroi rigide d'impédance acoustique infinie ( $p_{wh} = \rho_l c_l u_{jet}$ ). Si l'on considère de l'eau ( $\rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_l = 1500 \text{ m/s}$ ) et une vitesse de jet  $u_{jet} = 250 \text{ m/s}$ , alors la pression d'impact est estimée à environ 400 MPa. Ceci correspond à l'ordre de grandeur de la limite d'élasticité de la plupart des métaux. Enfin, une estimation de la durée de l'impulsion de pression peut être obtenue à partir du diamètre du jet  $d_{jet}$  ( $t_{wh} = d_{jet}/2c_l$ ), avec  $d_{jet}$  étant de l'ordre d'un dixième du diamètre de la bulle (PLESSET et al., 1971).

**Ondes de choc.** Lors du collapse d'une bulle au voisinage d'une paroi, des ondes de choc sont générées. Une première onde de choc se forme lorsque le jet rentrant traverse la bulle et impacte le bord opposé de l'interface liquide-vapeur (PLESSET et al., 1971). La formation et la propagation de cette onde de choc peuvent être observées sur les quatre premières images de la Figure 1.7 (partie haute). L'anneau de vapeur continue de se rétracter après l'impact jusqu'à générer d'autres ondes de choc, sur le même principe que pour un collapse sphérique. La formation de ces ondes de choc secondaires est illustrée sur la partie basse de la Figure 1.7. En fonction de la distance bulle-paroi, les ondes de choc générées par le collapse de l'anneau de vapeur peuvent former un *pit* de forme circulaire ou annulaire (JOSHI et al., 2019). Suite à l'impact du jet sur la paroi puis à la déviation de l'écoulement le long de cette dernière, une seconde évaporation ou *splashing* se produit (TONG et al., 1999). Il se forme alors un nuage de bulles microscopiques. Elles implosent ensuite de manière sphérique et génèrent de nouvelles ondes de choc qui impactent directement la paroi. DULAR et al., 2019 observent que ce mécanisme est plus violent et qu'il induit des dommages plus importants que l'impact du jet sur la paroi. Ceci pourrait notamment expliquer les *pits* annulaires observés par PHILIPP et al., 1998.



FIGURE 1.7 – Émission d'ondes de choc lors du collapse non sphérique d'une bulle au voisinage d'une surface libre. Extrait de SUPPONEN et al., 2015.

De nombreux travaux expérimentaux et numériques ont apporté une meilleure compréhension de l'influence des différents paramètres qui contrôlent le collapse d'une bulle au voisinage d'une paroi. Le signal de pression à la paroi est souvent étudié car il permet d'avoir une première approche de la capacité érosive du collapse. Le gradient de pression déclencheur du collapse et la distance bulle-paroi sont les paramètres qui contrôlent l'amplitude du chargement (TOMITA et al., 1986; PHILIPP et al., 1998; JOHNSEN et al., 2009). Le rayon initial de la bulle, en revanche, n'a que peu d'influence sur l'intensité de l'impact (PÖHL et al., 2015). Par exemple, SHIMA et al., 1983 identifient trois régimes basés sur la pression d'impact maximale en fonction de la distance bulle-paroi. L'effet de l'onde de choc est dominant pour  $H_0/R_0 \leq 0.3$  et  $H_0/R_0 \geq 1.5$  tandis que celui du jet rentrant prédomine

pour  $0.6 \leq H_0/R_0 \leq 0.8$ . Lorsque la distance est trop importante, le jet est freiné par le liquide avant d'atteindre la paroi. À l'inverse, le jet n'a pas le temps d'atteindre sa vitesse maximale lorsque la distance est trop faible. Pour  $H_0/R_0 > 2$ , aucun dommage n'est observé sur le matériau (PHILIPP et al., 1998; DULAR et al., 2019).

En pratique, un écoulement cavitant contient un grand nombre de bulles qui peuvent interagir entre elles. Par conséquent, le collapse d'une bulle peut être différent selon si la bulle est isolée ou si elle se trouve dans un écoulement réel. Une amplification de la pression d'impact est observée dans certaines configurations de réseaux de bulles (DEAR et al., 1988).

L'origine de l'érosion de cavitation, si elle est due au jet ou à l'onde de choc (ou aux deux), ne fait pas encore consensus dans la communauté scientifique, principalement parce que la plupart des techniques expérimentales ne permettent de détecter et d'évaluer les dommages qu'après plusieurs collapses successifs (DULAR et al., 2019).

### 1.2.2 Cycle de vie du matériau

On a vu que le collapse de bulle au voisinage d'une paroi entraîne un endommagement du matériau sous la forme d'un cratère microscopique, aussi appelé *pit* de cavitation. En raison du grand nombre de bulles au sein d'un écoulement cavitant, la superposition et la répétition de ces collapses individuels entraîne un dommage macroscopique croissant au cours du temps d'exposition à la cavitation.

**Phases de l'érosion.** Il existe différentes phases d'évolution de l'érosion de cavitation au cours de la durée de vie d'un composant : incubation, accélération, décélération et régime stationnaire (FRANC et al., 2014). Les différentes phases de l'érosion sont généralement représentées à l'aide d'une courbe de perte de masse (érosion) en fonction du temps d'exposition (voir Figure 1.8). Le taux de perte de masse est aussi représenté sur la Figure 1.8 et correspond à la variation de la perte de masse par rapport au temps d'exposition. La transition entre ces différentes phases se produit avec un endommagement croissant de la paroi, engendré par une durée d'exposition croissante ou par l'intensité croissante de l'écoulement cavitant.

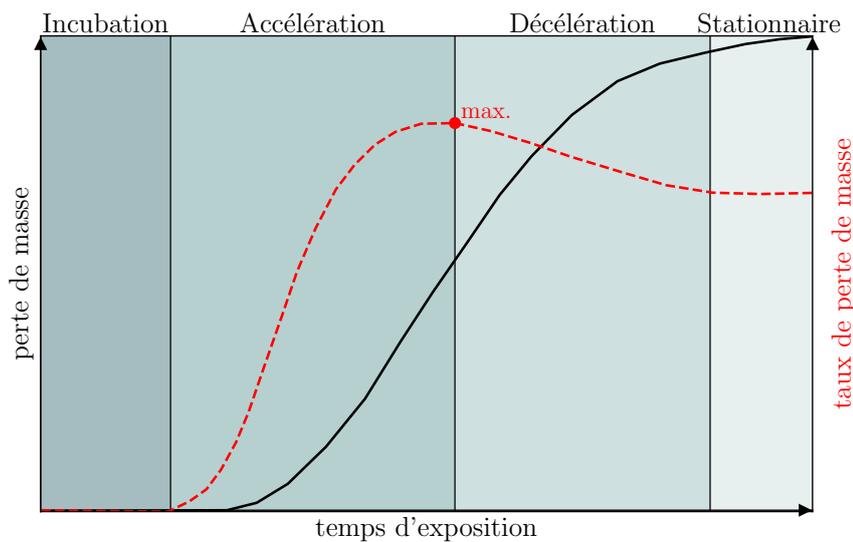


FIGURE 1.8 – Vue schématique des différentes phases de l'érosion de cavitation au cours du temps d'exposition.

La période d'incubation correspond au stade initial de l'érosion. Elle est caractérisée par des micro-indentations (*pits*) isolées, issues de déformations plastiques à la surface du matériau. Contrairement aux déformations élastiques, les déformations plastiques sont permanentes. Elles apparaissent lorsque la contrainte d'écoulement dépasse la limite d'élasticité du matériau. Ce comportement macroscopique est le résultat d'un mouvement irréversible des dislocations à l'échelle microscopique, provoqué par un glissement dans les plans cristallographiques. Lors de la période d'incubation, le matériau ne subit aucune perte de masse. Chaque *pit* est la conséquence d'un chargement impulsif dépassant la limite d'élasticité du matériau, généré par le collapse d'une bulle. La période d'incubation se termine lorsque la perte de masse n'est plus négligeable, suite à la multiplication puis au chevauchement de *pits* de cavitation en surface du matériau.

Au cours de la phase d'accélération, le taux d'érosion augmente jusqu'à atteindre son maximum (voir Figure 1.8). Le matériau subit alors une perte de masse accrue suite à l'amorçage puis à la propagation de fissures.

La phase de décélération débute ensuite lorsque le taux d'érosion commence à décroître. La dynamique des structures cavitantes est modifiée par la nouvelle rugosité de la paroi. Des bulles de vapeur peuvent se retrouver piégées dans les cratères d'érosion, menant à l'amortissement des ondes de pression issues des collapses.

Au bout d'un certain temps d'exposition, l'intensité de l'écoulement et la réponse du matériau tendent vers un équilibre : c'est le régime stationnaire. Le taux d'érosion devient constant et la perte de masse adopte un comportement linéaire au cours du temps.

**Prédiction de l'érosion.** La connaissance des mécanismes liés à l'érosion de cavitation a grandement évolué au cours des dernières décennies. Cependant, le développement d'une méthode précise permettant de prédire l'érosion d'un matériau soumis à un écoulement cavitant reste encore un défi majeur. Une revue des méthodes de prédiction actuelles, essentiellement basées sur des corrélations, est présentée par KARIMI et al., 2014. Ces corrélations, obtenues empiriquement, permettent de prédire l'évolution de l'érosion à l'échelle macroscopique et sur le long terme. En revanche, elles ne permettent pas de décrire avec précision les mécanismes impliqués à l'échelle d'une bulle de cavitation.

## 1.3 Simulation numérique de l'érosion de cavitation

### 1.3.1 Enjeux et défis de la simulation numérique

D'un point de vue expérimental, une bulle de cavitation isolée peut être produite par vaporisation d'un liquide à l'aide d'une décharge à étincelle (KLING et al., 1972; TOMITA et al., 1986) ou de la focalisation d'une impulsion laser (PHILIPP et al., 1998). En revanche, il est très difficile de réaliser avec précision des mesures d'impacts issus du collapse d'une bulle, compte tenu du caractère extrême des échelles spatio-temporelles et de l'amplitude des pics de pression. En effet, les pics de pression sont très brefs ( $\sim 100$  ns) et très intenses ( $\sim 1$  GPa). Les zones solides affectées (*pits*) sont de l'ordre du dixième de diamètre de la bulle (de  $1 \mu\text{m}$  à  $100 \mu\text{m}$ ). S'ils sont directement exposés à l'écoulement, les capteurs de pression doivent être capables de résister à des contraintes extrêmes sans induire de déformations plastiques ou de rupture du matériau. Une alternative aux capteurs de pression permet d'utiliser le matériau lui-même comme un senseur capable de détecter les charges d'impact. À l'aide de cette méthode indirecte, il est possible d'estimer la pression des impacts de cavitation par association de tests de *pitting* et de nanoindentation (CARNELLI et al., 2012). Cependant, les différentes techniques donnent généralement des résultats différents, confirmant la grande difficulté à mesurer précisément les impacts. Aussi, les méthodes de prédiction basées sur des corrélations empiriques ne permettent pas une compréhension fine des mécanismes fondamentaux impliqués dans l'érosion de cavitation. Enfin, l'étude théorique du collapse non

sphérique est très limitée par la complexité de l'écoulement. Tous ces éléments font de la simulation numérique un outil incontournable dans la compréhension du phénomène d'érosion de cavitation. Elle est notamment un excellent outil pour prédire l'endommagement d'un matériau au cours de la période d'incubation car elle permet une analyse fine des mécanismes impliqués à l'échelle de la bulle.

Malheureusement, la résolution numérique du problème est loin d'être triviale. Les obstacles qui la rendent extrêmement délicate sont résumés ci-dessous :

- Effets inertiels
- Ondes de choc de forte intensité
- Changement de phase
- Interfaces liquide-vapeur en mouvement
- Variations rapides des propriétés thermodynamiques et de la vitesse du son
- Caractère multi-échelle, très petites échelles spatiale et temporelle
- Interaction fluide-structure
- Plasticité

Ces difficultés impliquent de devoir trouver des méthodes numériques précises, robustes et efficaces. Les échelles spatiale et temporelle extrêmes, ainsi que la résolution des discontinuités, demandent de faibles pas de discrétisation qui entraînent un coût de calcul important. De ce fait, les maillages peuvent facilement dépasser le milliard de cellules en 3D (WERMELINGER et al., 2018; DUBOIS et al., 2021). En raison du défi que représente ce problème, le collapse de bulle est même devenu un cas de validation pour les méthodes numériques innovantes de simulation des écoulements compressibles. Enfin, l'étude de l'interaction fluide-structure pour une caractérisation fidèle de l'endommagement du matériau passe par la mise en place d'une stratégie de couplage entre les deux physiques. Pour les cas les plus sévères, le matériau entre en plasticité et son comportement devient local et non linéaire. Il devient alors nécessaire de résoudre la dynamique de la structure par une approche incrémentale.

### 1.3.2 Simulation du collapse de bulle

De manière générale, les écoulements diphasiques compressibles peuvent être modélisés par des modèles à un fluide ou à deux fluides. Avec l'approche à deux fluides, les phases sont considérées comme des fluides distincts régis par leurs propres lois de conservations. Il s'agit de l'approche la plus complète, mais aussi de la plus coûteuse à cause du nombre important d'équations à résoudre. Par exemple, BAER et al., 1986 proposent un modèle à sept équations composé de trois équations de conservation pour chaque phase et d'une équation supplémentaire liée aux fractions volumiques des phases.

**Modèles 1-fluide.** Des hypothèses de non-glissement entre les phases et d'équilibre thermodynamique permettent d'obtenir des modèles 1-fluide afin de réduire le nombre de variables et donc le nombre d'équations à résoudre. En émettant des hypothèses d'équilibre sur la vitesse et sur la pression entre les phases, KAPILA et al., 2001 proposent un modèle réduit composé de cinq équations pour l'étude de la transition déflagration-détonation dans les explosifs granulaires. En ajoutant une hypothèse d'équilibre thermique entre les phases, on obtient un modèle à quatre équations, composé de trois équations de conservations et d'une équation non conservative. Cette dernière équation permet de décrire la topologie de l'écoulement, à partir du transport du taux de vide (KUNZ et al., 2000; GONCALVES et al., 2014) ou de la fraction massique (SAUREL et al., 2016). Dans le cas d'un équilibre thermodynamique complet entre les phases (température, pression et enthalpie libre), le modèle

d'équilibre homogène est uniquement composé de trois équations de conservation (XIE et al., 2006; GONCALVES et al., 2009). Le système se résume alors aux équations d'Euler ou aux équations de Navier-Stokes. Les systèmes d'équations associés aux différents modèles sont fermés par des lois d'état pour le liquide, la vapeur et le mélange. La loi d'état des gaz raides (LE METAYER et al., 2004) est largement utilisée car elle permet de modéliser à la fois des gaz, des liquides et des solides. Le collapse d'une bulle fait intervenir des changements de phase rapides, une dynamique complexe de l'interface liquide-vapeur avec de forts gradients ainsi que de la fragmentation et de la coalescence. C'est pourquoi les modèles 1-fluide sont une voie privilégiée pour la simulation du collapse de bulle, par rapport à des modèles à deux fluides.

**Représentation de l'interface.** Dans le cas d'un modèle 1-fluide, la description de l'interface liquide-vapeur est diffuse. Différentes méthodes ont été imaginées afin de contrer cette difficulté et résoudre correctement la dynamique de la bulle. Elles peuvent être classées en deux catégories : suivi d'interface et capture d'interface.

D'une part, les méthodes de suivi d'interface permettent de représenter l'évolution de la frontière liquide-vapeur de manière explicite comme une interface discontinue. La frontière possède une description lagrangienne et est transportée à la vitesse locale. Par exemple, les méthodes *Marker-And-Cell* (MAC) (HARLOW et al., 1965), *front-tracking* (GLIMM et al., 1985) et *Arbitrary Lagrangian-Eulerian* (ALE) (HIRT, 1971) font partie de cette première catégorie.

D'autre part, les méthodes de capture d'interface sont basées sur une représentation implicite de la frontière liquide-vapeur. L'interface n'est pas discontinue, mais plutôt diffuse sur une fine épaisseur. Elle est représentée à l'aide d'une description eulérienne par un champ scalaire, transporté par le champ de vitesse via la résolution d'une équation de transport. Dans la méthode *Volume Of Fluid* (VOF) (HIRT et al., 1981), ce champ scalaire correspond à la fraction volumique de l'une des deux phases. La géométrie de l'interface est ensuite reconstruite à partir du champ de la fraction volumique. Par ailleurs, la méthode *level set* (OSHER et al., 1988) est basée sur le transport d'une fonction appelée *level set*, calculée à partir d'une distance signée. Le niveau zéro de la fonction *level set* définit la position de l'interface. Les caractéristiques géométriques de l'interface telles que sa courbure et sa normale sont calculées à partir de cette fonction.

De nombreuses simulations basées sur des modèles 1-fluide ont permis d'étudier le collapse d'une bulle au voisinage d'une paroi rigide. Dans un écoulement réel, une structure cavitante implose lorsqu'elle est transportée dans une zone de pression plus élevée ou lorsqu'elle est traversée par une onde issue du collapse d'une cavité voisine. En simulation numérique, le collapse de la bulle est induit par une différence de pression à l'interface liquide-vapeur ou par une onde incidente. Initialement, il était commun de résoudre le problème par la résolution d'un écoulement incompressible et irrotationnel (écoulement potentiel) à l'aide de la méthode des éléments de frontière (*Boundary Element Method*, BEM) (BLAKE et al., 1986). Cependant, l'hypothèse d'incompressibilité du fluide n'est vraie que dans les premières phases du collapse lors de la formation du jet. Cet aspect peut être corrigé avec un couplage entre la résolution d'un écoulement potentiel par BEM pour la phase initiale du collapse et la résolution des équations d'Euler pour la phase *water-hammer*. Cette approche permet de tirer parti du faible coût et de la haute précision de l'approche BEM sans négliger les effets de compressibilité (HSIAO et al., 2014). Néanmoins, la grande partie des études menées sur la simulation du collapse de bulle sont basées sur une formulation compressible de l'écoulement. DING et al., 1996 analysent le collapse d'une bulle induit par onde de choc au voisinage d'une paroi en considérant un modèle homogène axisymétrique, la loi d'état des gaz parfaits pour les deux phases et une méthode ALE pour décrire l'interface liquide-vapeur. BALL et al., 2000 et TURANGAN et al., 2008 s'intéressent à la résolution des équations d'Euler en 2D et en axisymétrique (respectivement) dans un formalisme lagrangien à l'aide de la méthode *free-Lagrange*. Les propriétés du liquide suivent la loi d'état de

Tait et celles du gaz sont obtenues par la loi d'état des gaz parfaits. NOURGALIEV et al., 2006 et HU et al., 2006 adoptent un modèle homogène 2D couplé à la loi d'état des gaz raides pour décrire l'écoulement diphasique et une méthode *level set* pour capturer l'interface liquide-vapeur. L'approche de NOURGALIEV et al., 2006 permet une représentation fine de la frontière liquide-vapeur grâce à un raffinement adaptatif du maillage autour de l'interface. JOHNSEN et al., 2009 résolvent un modèle multicomposant axisymétrique fermé par la loi d'état des gaz raides, afin d'étudier le collapse d'une bulle au voisinage d'une paroi. Les discontinuités associées aux chocs et à l'interface liquide-vapeur sont capturées avec une grande précision à l'aide d'un schéma d'ordre élevé de type WENO. NAGRATH et al., 2006 étendent le problème à la résolution des équations de Navier-Stokes en 3D par la méthode des éléments finis. La position de l'interface est obtenue par la méthode *level set* et les variables sont ensuite reconstruites à l'aide de la méthode *ghost-fluid*. HAWKER et al., 2012 font aussi partie des pionniers en terme de simulation 3D du phénomène, avec la résolution d'un modèle homogène couplé à une méthode de *front-tracking* pour une représentation rigoureuse de l'interface. Les résultats montrent une très forte augmentation du pic de pression engendré par le collapse de la bulle par rapport à des configurations 2D. Les mêmes observations concernant la dimension du problème sont soulignées par GONCALVES et al., 2021. Une étude comparative de différents modèles 1-fluide à interface diffuse (KAPILA et al., 2001 ; GONCALVES et al., 2014 ; JOHNSEN et al., 2009) est présentée par GONCALVES et al., 2020 pour des configurations 2D et 3D.

Les différents développements présentés dans ce manuscrit sont intégrés dans le code SCB (DUBOIS et al., 2021), un solveur multiphasique compressible basé sur une formulation 1-fluide à interface diffuse. En misant sur une parallélisation efficace, une méthode à interface diffuse avec maillage fin a été privilégiée par rapport à une méthode de suivi d'interface beaucoup plus coûteuse.

### 1.3.3 Couplage fluide-structure

**Intérêt du couplage.** La section précédente était axée sur la simulation du collapse de bulle au voisinage d'une paroi rigide. Afin de caractériser fidèlement la réponse de la structure soumise au collapse d'une bulle, il est nécessaire de prendre en compte la déformation de la paroi ainsi que son influence sur l'écoulement. Bien avant de pouvoir simuler numériquement le collapse d'une bulle proche d'une paroi déformable, il était observé expérimentalement que la dynamique de la bulle est grandement affectée par la dynamique de la structure (GIBSON et al., 1982 ; SHIMA et al., 1989). Dans le cas d'une paroi flexible, le jet peut même se diriger dans le sens opposé, de manière analogue au collapse d'une bulle proche d'une surface libre. Par la suite, BRUJAN et al., 2001 observent expérimentalement que le module d'élasticité du matériau a une influence sur le comportement du jet et sur sa vitesse, sur la migration de la bulle et sur son temps d'oscillation et potentiellement sur l'érosion de cavitation. Motivées par ces observations, les premières études numériques sur le collapse de bulle avec interaction fluide-structure sont réalisées en considérant un écoulement potentiel et une paroi élastique flexible (DUNCAN et al., 1996 ; MIAO et al., 2008). Cette modélisation est adaptée au biomédical mais est plus difficilement applicable à l'endommagement d'un métal soumis à un écoulement cavitant. C'est seulement au début de la dernière décennie que l'étude de l'érosion de cavitation s'est étendue à des simulations couplées fluide-structure en considérant un matériau élastoplastique (HSIAO et al., 2014) dont le comportement est local et non linéaire. Avec l'extension du problème à une structure déformable et en choisissant une loi de comportement adaptée, il devient possible d'étudier plus fidèlement les mécanismes physiques responsables de la formation de *pits* en surface d'un matériau.

**Revue bibliographique.** Le type de couplage entre deux physiques peut être qualifié de fort ou faible. Dans le cas d'un couplage fort appliqué à l'interaction fluide-structure, il existe une influence mutuelle entre le fluide et la structure. Dans le cas d'un couplage faible, seul le fluide influence de façon significative la structure. Malgré le fort impact de l'interaction fluide-structure sur l'endommagement d'une paroi induit par le collapse d'une bulle, peu de simulations avec couplage fort ont été réalisées à ce jour. Les études numériques précédemment réalisées avec couplage fort entre le collapse d'une bulle et un matériau élastoplastique sont présentées dans la Table 1.1. On y retrouve à la fois des approches partitionnées et monolithiques. Un couplage partitionné consiste à résoudre les différentes physiques dans des solveurs distincts, tandis qu'un couplage monolithique repose sur un unique solveur pour la résolution du problème couplé. On s'intéresse aussi aux méthodes numériques utilisées dans la modélisation de l'interface fluide-structure déformable.

Auteurs	Fluide	Solide	Couplage
HSIAO et al., 2014	BEM + DF	EF	partitionné
TURANGAN et al., 2017	FL	FL	monolithique
PAQUETTE et al., 2018	VF + ALE	EF	partitionné
JOSHI et al., 2019	SPH	SPH	monolithique
SARKAR et al., 2021	VF + ALE	EF	partitionné
CAO et al., 2021	VF + EBM	EF	partitionné
FIRLY et al., 2023	EF + ALE	EF	monolithique

TABLE 1.1 – Stratégies adoptées lors des précédentes études numériques sur l'interaction fluide-structure entre le collapse d'une bulle et un matériau élastoplastique avec couplage fort. **DF** : Différences Finies; **VF** : Volumes Finis; **EF** : Éléments Finis; **BEM** : *Boundary Element Method*; **FL** : *Free-Lagrange*; **ALE** : *Arbitrary Lagrangian-Eulerian*; **SPH** : *Smoothed Particle Hydrodynamics*; **EBM** : *Embedded Boundary Method*.

HSIAO et al., 2014 suivent l'évolution de la bulle à l'aide de l'approche BEM. Elle est adoptée pour son efficacité car elle permet de résoudre seulement l'interface de la bulle et réduit par conséquent la dimension du problème de un. Il devient possible de discrétiser très finement la frontière liquide-gaz avec un coût de calcul raisonnable. Lorsque les effets de compressibilité deviennent importants, la résolution de l'écoulement bascule sur une discrétisation des équations d'Euler par la méthode des différences finies (DF). La réponse de la structure est calculée par la méthode des éléments finis (EF). Une étude paramétrique est menée sur le gradient de pression servant à déclencher le collapse, la distance bulle-paroi et le rayon maximal de la bulle. Les auteurs observent que le rayon et la profondeur du *pit* augmentent avec le gradient de pression. Lorsque la distance bulle-paroi diminue, le chargement est plus concentré et le *pit* qui en résulte est plus profond mais moins large. Naturellement, le rayon et la profondeur du *pit* augmentent avec le rayon de la bulle. L'influence de l'interaction fluide-structure est observée à travers différents matériaux plus ou moins déformables. Par rapport à un matériau rigide, un matériau souple absorbe plus d'énergie. L'amplitude de la pression d'impact est donc diminuée.

Dans le contexte de la lithotripsie par ondes de choc, TURANGAN et al., 2017 étudient l'endommagement d'une paroi induit par le collapse d'une bulle à l'aide d'une stratégie de couplage monolithique basée sur une méthode *free-Lagrange* (FL) pour la discrétisation du fluide et du solide. Toutefois, la méthode est limitée à un matériau élastique parfaitement plastique, caractérisé par une contrainte constante dans le domaine plastique. Il est observé qu'une bulle attachée à la paroi produit des déformations plus importantes qu'une bulle détachée.

PAQUETTE et al., 2018 étudient le mécanisme de *pitting* à l'aide d'un couplage partitionné entre un solveur volumes finis (VF) pour le fluide et un solveur éléments finis pour le solide. La déformation de la paroi est prise en compte dans le solveur fluide à l'aide d'une formulation ALE. Les auteurs démontrent l'importance du couplage fort pour la simulation de ce problème en observant de larges écarts dans les résultats obtenus entre couplage faible et couplage fort. La forte influence du couplage fort s'explique par un amortissement de la pression d'impact suite à la déformation de la paroi.

JOSHI et al., 2019 adoptent un couplage monolithique permis par la capacité de la méthode *Smoothed-Particle Hydrodynamics* (SPH) à modéliser simultanément des états gazeux, liquide et solide. Les auteurs mettent en évidence un mécanisme surprenant. Dans le cas d'une bulle détachée (effet dominant de l'onde de choc), le chargement est tellement bref que le matériau ne réagit pas instantanément à l'impact. C'est seulement lorsque la vitesse de propagation de l'onde diminue le long de la paroi que des déformations plastiques apparaissent. Il en résulte que la zone endommagée est décalée par rapport à la zone d'impact, où le chargement est pourtant maximum. Ceci démontre qu'il ne suffit pas de connaître la distribution et l'amplitude du chargement pour évaluer l'endommagement du matériau, mais qu'il est nécessaire de prendre en compte le couplage entre le fluide et la structure. Dans leur étude expérimentale, PHILIPP et al., 1998 observaient une zone endommagée en forme d'anneau à la surface du matériau, dans le cas d'une bulle détachée. JOSHI et al., 2019 expliquent ce motif par la relation entre temps de réponse du matériau et temps caractéristique du chargement. Par ailleurs, ils observent que la capacité érosive d'une bulle détachée est plus importante que celle d'une bulle attachée, malgré le fait que la déformation plastique maximale soit supérieure pour une bulle attachée. En effet, le volume de la zone déformée par le jet rentrant est minuscule par rapport à celui généré par l'onde de choc (800 fois plus petit).

SARKAR et al., 2021 étudient le problème d'endommagement d'une paroi induit par le collapse d'une bulle avec une stratégie similaire à celle adoptée par PAQUETTE et al., 2018. Ils tirent les mêmes conclusions quant à l'importance cruciale d'adopter un couplage fort pour une description fidèle du phénomène.

CAO et al., 2021 explorent l'influence des propriétés mécaniques du matériau sur l'interaction entre la dynamique de la bulle et celle de la structure. Des lois de comportement élastique et viscoélastique sont considérées. La paroi solide est modélisée par une approche *Embedded Boundary Method* (EBM). Différents matériaux sont étudiés tels que des métaux (aluminium), des polymères (polyuréthane), des minéraux (gypse), du verre et des mousses. Les vitesses du collapse et du jet, ainsi que l'émission et l'amplitude de l'onde de choc sont fortement impactées par l'impédance acoustique du matériau. Il est intéressant de remarquer qu'un matériau souple, dont l'impédance acoustique est inférieure à celle du liquide, peut annuler l'émission de l'onde de choc lors du collapse. Les auteurs observent aussi que la pression maximale du choc émis par le collapse croît de manière logarithmique avec l'impédance acoustique du matériau.

FIRLY et al., 2023 étudient l'interaction fluide-structure entre le collapse d'une bulle et différentes métaux et polymères modélisés par une loi élastique-parfaitement plastique au sein du solveur commercial Ansys Autodyn. Une formulation ALE de l'écoulement permet de traiter l'interface déformable entre le fluide et la structure. Les auteurs observent que dans le cas des métaux, il existe une relation de proportionnalité entre le chargement maximal et l'impédance acoustique du matériau. Dans le cas des polymères, il y a une corrélation entre la géométrie du *pit* et la limite d'élasticité du matériau.

Des études plus récentes se sont intéressées à des configurations légèrement différentes, que ce soit du côté du fluide ou du solide. Les stratégies de résolution du problème couplé sont résumées dans la Table 1.2.

ZHAO et al., 2021 étudient l'interaction fluide-structure entre le collapse d'une bulle 3D et une plaque élastique 2D. Les équations du fluide sont résolues sur un repère eulérien

Auteurs	Fluide	Solide	Couplage
ZHAO et al., 2021	VF + IBM	plaque	monolithique
WU et al., 2021	BEM	EF	partitionné
JIN et al., 2024	GD + LS	EF	partitionné

TABLE 1.2 – Stratégies adoptées lors d'études numériques plus récentes sur l'interaction fluide-structure entre le collapse d'une bulle et une paroi déformable avec couplage fort. **VF** : Volumes Finis; **EF** : Éléments Finis; **IBM** : *Immersed Boundary Method*; **BEM** : *Boundary Element Method*; **GD** : Galerkin Discontinuu; **LS** : *Level Set*.

mais la plaque est représentée dans un formalisme lagrangien à l'aide d'une IBM proposée par UHLMANN, 2005.

WU et al., 2021 simulent les phases d'expansion de la bulle et de formation du jet au voisinage d'une plaque mince élastoplastique d'épaisseur non nulle. L'impact du jet n'est pas simulé car il s'agit d'un solveur BEM incompressible. Il est observé que pour une plaque très fine (2 mm), la déformation de la paroi peut avoir un effet répulsif sur la bulle avec un jet liquide qui s'éloigne de la paroi.

JIN et al., 2024 abordent un problème légèrement différent de celui du collapse de bulle que l'on a observé jusqu'ici. L'étude est appliquée à l'interaction entre une explosion sous-marine et le revêtement sacrificiel d'une coque de navire, constitué d'une structure en sandwich avec une mousse en polyurethane. L'écoulement fait intervenir la propagation de l'onde de choc émise par l'explosion, l'apparition de cavités puis leur expansion et leur collapse, ainsi que l'expansion et la contraction de la bulle d'explosion. La résolution du problème est réalisée par la méthode de Galerkin discontinue (GD). L'interface fluide-solide est capturée par la méthode *Level Set* (LS) et les variables sont reconstruites à l'interface par la résolution d'un problème de Riemann.

À travers cette étude bibliographique, on remarque deux choses. D'une part, peu de simulations avec couplage fort ont été réalisées par rapport au grand nombre d'études dans le cas d'une paroi rigide. Pour autant, ces travaux révèlent aussi une forte influence de l'interaction fluide-structure sur la dynamique de l'écoulement et de la structure. PAQUETTE et al., 2018 et SARKAR et al., 2021 démontrent l'influence du couplage sur le comportement du matériau en comparant des simulations avec couplage fort et couplage faible. JOSHI et al., 2019 observent que le matériau réagit à l'impact seulement si le temps caractéristique du chargement est proche (ou supérieur) de celui du matériau. CAO et al., 2021 et FIRLY et al., 2023 mettent en évidence une forte dépendance de l'impédance acoustique du matériau sur la dynamique du collapse et sur l'amplitude du chargement. La direction du jet peut même s'inverser dans le cas d'un matériau de faible impédance acoustique (CAO et al., 2021) ou de faible épaisseur (WU et al., 2021). D'autre part, on distingue deux types d'approches : couplage partitionné et couplage monolithique. L'implémentation d'une stratégie monolithique est spécifique au problème et demande d'importants développements pour pouvoir être appliquée à d'autres cas d'étude. Au contraire, une stratégie partitionnée est plus facilement adaptable à d'autres problématiques en modifiant uniquement le solveur fluide ou solide. Une grande partie des stratégies présentées dans la Table 1.1 sont basées sur l'approche ALE, dans laquelle le maillage du domaine fluide est modifié au cours du calcul et peut mener à une hausse significative du coût de calcul. On remarque également qu'à ce jour, aucune méthode des frontières immergées, connues pour leur souplesse, n'a permis de simuler le problème avec un matériau réel. La seule étude sur le sujet prend en compte une plaque élastique d'épaisseur nulle dont la résolution est intégrée de manière monolithique dans le solveur fluide (ZHAO et al., 2021). L'ensemble de ces considérations ont orienté nos choix dans le développement de notre stratégie de couplage fort.

## 1.4 Aperçu général de la thèse

### 1.4.1 Objectifs et motivations

Ce travail de thèse vise à développer une stratégie de couplage fort pour la simulation de problèmes d'interaction fluide-structure. Bien qu'elle soit très générale et facilement adaptable, la présente méthodologie est appliquée à l'étude de l'érosion de cavitation à l'échelle de la bulle pour une meilleure compréhension des phénomènes physiques impliqués. Autrement dit, on cherche à simuler numériquement le *pitting* d'un matériau élastoplastique qui se produit au cours de la période d'incubation suite aux impacts du jet rentrant et des ondes de choc induits par le collapse de la bulle. L'intérêt du couplage fort est motivé par les précédents travaux présentés dans la sous-section 1.3.3 à propos du fort impact de l'interaction fluide-structure sur la dynamique du collapse et sur le comportement du matériau.

Le développement de la méthode de couplage fluide-structure est basé sur trois critères : précision, efficacité et souplesse. Elle doit être adaptable car l'étude n'est pas limitée à la simulation du collapse d'une bulle au voisinage d'un matériau élastoplastique. Afin de pouvoir traiter différents écoulements et différents matériaux, une approche partitionnée a été adoptée (voir Figure 1.9). Elle rend aussi possible l'utilisation de méthodes de résolution adaptées à chaque sous-problème. De plus, les dynamiques propres à chaque physique opèrent sur des échelles spatio-temporelles différentes. Une approche partitionnée permet de réduire considérablement le coût de calcul car le maillage et le pas de temps adoptés dans chaque solveur ne sont pas nécessairement identiques.

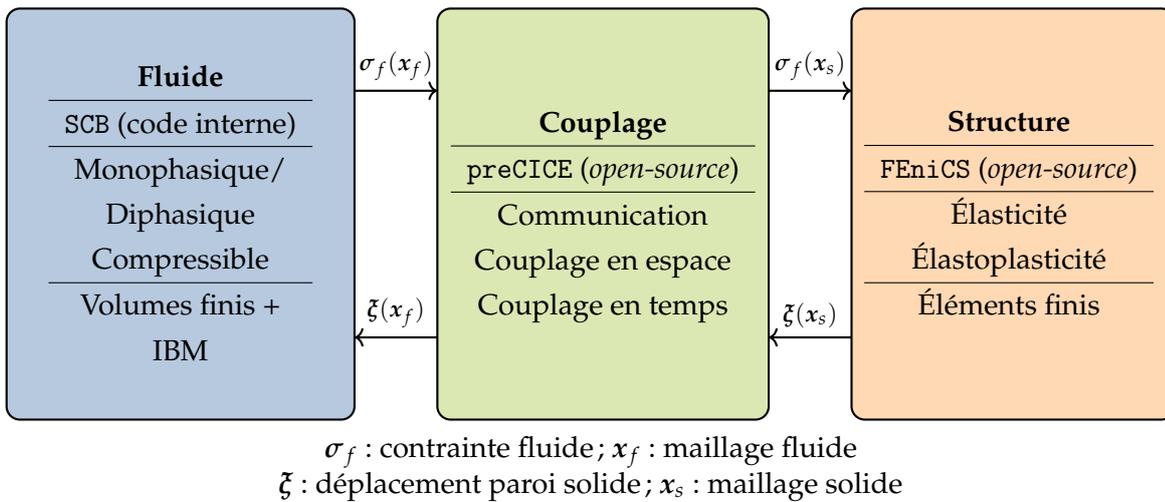


FIGURE 1.9 – Schéma de principe du couplage partitionné SCB-FEniCS-preCICE.

Le code SCB (DUBOIS et al., 2021) est utilisé pour la résolution de l'écoulement du fluide. Il est basé sur une discrétisation aux volumes finis sur grille cartésienne et peut traiter différents systèmes d'équations aux dérivées partielles (EDP) monophasiques et diphasiques liquide-gaz formulées dans un cadre 1-fluide (modèles de GONCALVES et al., 2014, KAPILA et al., 2001 et JOHNSEN et al., 2009). Différents schémas à capture de chocs et d'interfaces sont aussi implémentés. Afin de pouvoir traiter des géométries quelconques, mobiles et déformables, deux IBM ont été intégrées dans SCB au cours de cette thèse. Elles permettent de modéliser des conditions aux limites sur un maillage non conforme à la géométrie, par l'introduction de termes sources dans les équations. Ainsi, elles peuvent s'adapter à différents modèles physiques sans trop d'efforts. La souplesse de ces IBM est notamment démontrée ici avec l'étude de nombreux problèmes non couplés : écoulements monophasiques incompressibles et compressibles et diphasiques compressibles avec ou sans transfert de masse. La première méthode à laquelle on s'est intéressé a été proposée par WANG et al., 2017. Elle

combine la représentation lagrangienne de l'interface de PESKIN, 1972b et le terme source de type *feedback forcing* de GOLDSTEIN et al., 1993. Par simplicité, elle sera appelée méthode de *feedback forcing* par la suite. La seconde est une méthode de pénalisation volumique, qui consiste à modéliser le solide par un milieu poreux de très faible perméabilité (ARQUIS et al., 1984; ANGOT et al., 1999). Une description détaillée de ces méthodes est présentée dans le chapitre 3. Dans le cas de simulations couplées fluide-structure, aucun remaillage n'est nécessaire avec les IBM, contrairement à une formulation ALE de type maillage conforme. Elles permettent ainsi une forte réduction du coût de calcul.

La dynamique de la structure est résolue au sein de FENiCS (LOGG et al., 2010), un solveur libre éléments finis dans lequel des lois de comportement élastique et élastoplastique ont été implémentées. Une résolution de type incrémentale et la méthode du retour radial ont été envisagées pour traiter le problème élastoplastique.

La librairie de couplage preCICE (CHOURDAKIS et al., 2022) fait le pont entre les solveurs SCB et FENiCS. En plus d'une communication efficace des données, elle fournit différentes méthodes d'interpolation spatiale à l'interface couplée et différents schémas de couplage temporel (explicite et implicite).

Bien qu'elle repose sur le développement d'une stratégie de couplage souple et efficace, cette thèse porte aussi sur l'exploration de la méthode de pénalisation vers de nouvelles configurations. À notre connaissance, la méthode de pénalisation n'a pas encore été appliquée à un écoulement diphasique compressible modélisé par une formulation 1-fluide. Par ailleurs, la méthode de pénalisation est souvent limitée à une approche monolithique, où soit le mouvement d'un solide rigide est imposé (NOUVEAU et al., 2016; SPECKLIN et al., 2018), soit la déformation de la structure est imposée (BERGMANN et al., 2011) ou décrite par un modèle de poutre (ENGELS et al., 2015). Dans ce travail, la méthode de pénalisation est étendue à une approche partitionnée beaucoup plus générale où la déformation de la structure est obtenue par la méthode des éléments finis en considérant différentes lois de comportement.

Du point de vue de la physique, une analyse approfondie des événements à l'origine de l'érosion de cavitation est réalisée, c'est-à-dire le développement et l'évolution d'écoulements cavitants, le collapse d'une bulle au voisinage d'une paroi et la formation du *pit* qui en résulte. À notre connaissance, très peu d'études ont été menées sur le collapse d'une bulle proche d'une paroi non plane (TRUMMLER et al., 2020; ANDREWS et al., 2020). Le cadre de notre étude est étendu à une paroi comportant une alvéole afin d'apporter une meilleure compréhension de la dynamique de l'écoulement dans le cas d'un matériau préalablement endommagé. Différentes configurations géométriques sont explorées grâce à l'utilisation de la méthode de pénalisation. Par ailleurs, l'étude de la formation d'un *pit* met en évidence des phénomènes d'interaction fluide-structure dépendants de la distance initiale entre la bulle et la paroi, ainsi que de la limite d'élasticité du matériau. Le couplage fort permet une description plus fidèle du problème et une interprétation plus réaliste du comportement du matériau. On s'intéressera notamment aux mécanismes qui contrôlent les écarts observés entre couplage faible et couplage fort.

## 1.4.2 Organisation du manuscrit

Ce manuscrit retrace le cheminement du développement des outils numériques nécessaires à l'étude numérique de l'endommagement d'une paroi induit par le collapse d'une bulle. Il inclut aussi la validation de ces outils et fournit une analyse approfondie de leur précision et de leur performance, tout en démontrant les nombreuses applications possibles.

- Le chapitre 1 était dédié au contexte et aux problématiques qui ont motivé cette thèse.
- Le chapitre 2 décrit la modélisation des écoulements que l'on souhaite aborder, ainsi que leur résolution numérique au sein du solveur SCB.

- Le chapitre 3 présente les IBM de manière générale, avec une attention particulière sur les deux méthodes retenues pour cette étude : une méthode de *feedback forcing* (WANG et al., 2017) et une méthode de pénalisation (ARQUIS et al., 1984 ; ANGOT et al., 1999). Plusieurs conditions aux limites sont abordées.
- Le chapitre 4 est dédié à la validation et à l'étude de ces IBM, appliquées à la simulation numérique d'écoulements monophasiques incompressibles et compressibles en présence d'un obstacle fixe et rigide. À l'issue de cette étape préliminaire, la méthode de pénalisation est conservée pour des raisons de précision et de coût de calcul.
- Le chapitre 5 est une extension de la méthode de pénalisation à la simulation d'écoulements diphasiques compressibles en présence d'un obstacle fixe et rigide. On cherche à simuler la formation et la dynamique d'un écoulement cavitant, ainsi que le collapse d'une bulle au voisinage d'une paroi. Une paroi plane est d'abord considérée, avant d'explorer une paroi comportant un *pit* plus ou moins profond.
- Le chapitre 6 est consacré au développement de la stratégie de couplage fluide-structure et à sa validation. On aborde aussi la présentation des problèmes d'élastodynamique et d'élastoplasticité dynamique, ainsi que leur résolution numérique à l'aide de la méthode des éléments finis.
- Le chapitre 7 est finalement focalisé sur l'application de notre stratégie de couplage fort à la formation d'un *pit* de cavitation, induit par le collapse d'une bulle. L'influence de la distance bulle-paroi et de la limite d'élasticité du matériau sont analysées afin d'apporter une meilleure compréhension des mécanismes impliqués dans l'érosion de cavitation. L'importance du couplage fort est démontrée à partir de comparaisons *1-way/2-way*.
- Le chapitre 8 présente les conclusions et perspectives de ce travail de thèse.

## Chapitre 2

# Modélisation et simulation d'écoulements compressibles

2.1	Écoulements monophasiques	19
2.2	Écoulements diphasiques	20
2.2.1	Sans transfert de masse	21
2.2.2	Avec transfert de masse	22
2.3	Méthodes numériques	23
2.3.1	Discrétisation spatiale	23
2.3.1.1	Schéma HLLC-Hancock	23
2.3.1.2	Schéma de Jameson-Schmidt-Turkel	25
2.3.2	Intégration temporelle	26
2.3.3	Conditions aux limites	26

Bien que ce travail soit orienté vers la simulation numérique du collapse de bulle au voisinage d'une paroi déformable, il porte aussi sur l'étude des IBM appliquées à de nombreuses configurations d'écoulements. On s'intéresse notamment à des écoulements monophasiques (incompressibles ou compressibles) et diphasiques compressibles (avec ou sans transfert de masse). La modélisation adoptée ici pour décrire de tels problèmes, ainsi que les méthodes numériques utilisées dans leur résolution, sont présentées dans ce chapitre. Notons que les formulations suivantes sont uniquement exprimées dans le cadre compressible. Toutefois, elles permettent aussi de décrire des écoulements incompressibles lorsque le nombre de Mach est bas ( $M_\infty < 0.3$ ).

### 2.1 Écoulements monophasiques

On considère un obstacle solide  $\Omega_s$  immergé dans un fluide  $\Omega_f$ . Les équations de Navier-Stokes qui régissent l'évolution d'un écoulement monophasique compressible visqueux sont exprimées sur le domaine  $\Omega_f$  telles que :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) + \nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = \mathbf{0}, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot ((\rho E + p) \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{u}) + \nabla \cdot \mathbf{Q} = 0, \quad (2.3)$$

avec  $\rho$  la masse volumique,  $\mathbf{u}$  la vitesse,  $p$  la pression et  $E$  l'énergie totale du fluide. Le tenseur des contraintes visqueuses pour un fluide Newtonien s'écrit :

$$\boldsymbol{\tau} = -\mu \left( \nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I}_d \right), \quad (2.4)$$

avec  $\mathbf{I}_d$  la matrice identité et  $\mu$  la viscosité dynamique du fluide. Le flux de chaleur  $\mathbf{Q}$  est défini par la loi de Fourier tel que :

$$\mathbf{Q} = -\lambda \nabla T, \quad (2.5)$$

avec  $\lambda$  la conductivité thermique et  $T$  la température du fluide. La viscosité dynamique dépend de la température et suit la loi de Sutherland si le fluide est un gaz, ou une loi exponentielle si le fluide est un liquide :

$$\mu(T) = \mu_{ref} \left( \frac{T}{T_{ref}} \right)^{3/2} \frac{T_{ref} + T_S}{T + T_S}, \quad (\text{gaz}) \quad (2.6)$$

$$\mu(T) = A_\mu \exp \left( \frac{B_\mu}{T} \right), \quad (\text{liquide}) \quad (2.7)$$

avec  $\mu_{ref} = 1.715 \times 10^{-5}$  Pa.s une viscosité de référence,  $T_{ref} = 273.15$  K une température de référence et  $T_S = 110.4$  K la température de Sutherland pour l'air.  $A_\mu = 1.214 \times 10^{-6}$  Pa.s et  $B_\mu = 1968$  K sont les coefficients de la loi exponentielle pour de l'eau liquide. La pression et la température du fluide, qu'il s'agisse d'un gaz ou d'un liquide, sont calculées à partir de la loi d'état des gaz parfaits (LE METAYER et al., 2004) :

$$p(\rho, e) = (\gamma - 1)\rho e - \gamma P_\infty, \quad T(\rho, H_m) = \frac{H_m}{c_p}. \quad (2.8)$$

avec  $e$  l'énergie interne,  $\gamma = c_p/c_v$  le rapport des capacités thermiques,  $H_m$  l'enthalpie massique et  $P_\infty$  une pression de référence.  $P_\infty$  est égal à zéro pour un gaz et l'équation (2.8) devient alors la loi d'état des gaz parfaits. La vitesse du son  $c$  est donnée par  $c^2 = \gamma(p + P_\infty)/\rho$ .

## 2.2 Écoulements diphasiques

On a vu dans la sous-section 1.3.2 du chapitre 1 qu'il existe de nombreux modèles pour décrire un écoulement diphasique compressible. En émettant certaines hypothèses d'équilibre thermodynamique entre les phases, des modèles 1-fluide à interface diffuse permettent de réduire le nombre d'équations à résoudre dans le but de diminuer la complexité algorithmique. Dans leur étude comparative, GONCALVES et al., 2020 démontrent une forte réduction du coût de calcul pour le modèle à quatre équations de GONCALVES et al., 2014 par rapport au modèle à cinq équations de KAPILA et al., 2001 et au modèle multicomposant de JOHNSEN et al., 2009. De plus, les solutions obtenues avec les modèles de GONCALVES et al., 2014 et de KAPILA et al., 2001 sont relativement proches. On choisit donc de considérer ce modèle à quatre équations pour décrire des écoulements diphasiques compressibles tout au long de ce travail. Aucune méthode de suivi d'interface n'est adoptée ici. On privilégie plutôt l'utilisation d'un maillage fin et d'une parallélisation efficace. Le modèle à quatre équations de GONCALVES et al., 2014 est d'abord présenté dans le cadre d'écoulements sans transfert de masse, puis il est étendu aux cas qui font intervenir du transfert de masse tels que les écoulements cavitants.

### 2.2.1 Sans transfert de masse

Le collapse d'une bulle isolée au voisinage d'une paroi induit peu de condensation. Pour ce type d'applications, on introduit une formulation du modèle à quatre équations dans laquelle le transfert de masse est négligé. En effet, cette formulation a montré d'excellents résultats dans l'étude du collapse de bulle proche d'une paroi rigide (GONCALVES et al., 2020; DUBOIS et al., 2021; GONCALVES et al., 2021). On suppose ici que les phases évoluent à la même vitesse (sans glissement). De plus, elles sont en équilibre mécanique et thermique. Ces hypothèses conduisent à un modèle à une vitesse, une pression et une température. Dans le contexte du collapse d'une bulle isolée induit par un choc incident, les effets de tension de surface sont dominés par les effets inertiels et sont donc négligés. Les termes visqueux sont pris en compte dans les équations. Le modèle à quatre équations est composé de trois équations de conservation pour les variables conservatives du mélange (masse, quantité de mouvement, énergie totale) et d'une équation de transport pour le taux de vide :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) + \nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = \mathbf{0}, \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot ((\rho E + p)\mathbf{u}) + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{u}) + \nabla \cdot \mathbf{Q} = 0, \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \alpha = K \nabla \cdot \mathbf{u}, \quad \text{avec } K = \left( \frac{\rho_l c_l^2 - \rho_g c_g^2}{\frac{\rho_l c_l^2}{1-\alpha} + \frac{\rho_g c_g^2}{\alpha}} \right), \quad (2.12)$$

avec  $(\rho, \rho \mathbf{u}, \rho E)^T$  le vecteur des variables conservatives et  $\alpha \in [0, 1]$  le taux de vide qui permet de capturer la topologie des phases. Les variables munies des indices  $l$  et  $g$  correspondent respectivement aux variables des phases liquide et gazeuse. Le second membre  $K \nabla \cdot \mathbf{u}$  permet de modéliser la réduction ou l'augmentation du taux de vide dans le mélange lors du passage d'une onde de compression ou de détente. Dans le contexte d'un modèle à cinq équations, WERMELINGER et al., 2018 et SCHMIDMAYER et al., 2020 ont montré l'importance de ce terme pour décrire correctement le comportement thermodynamique du mélange. DUBOIS et al., 2021 tirent la même conclusion concernant le modèle à quatre équations considéré ici. En revanche, l'équation (2.12) est non conservative et la raideur du terme source peut engendrer des instabilités numériques.

De manière analogue à la section 2.1, le système est fermé par la loi d'état des gaz raides pour les phases pures (LE METAYER et al., 2004). La pression et la température du mélange sont ensuite obtenues à partir des hypothèses d'équilibre mécanique et thermique :

$$p(\rho, e, \alpha) = (\gamma(\alpha) - 1)\rho(e - q(\alpha)) - \gamma(\alpha)P_\infty(\alpha), \quad (2.13)$$

$$T(\rho, H_m, \alpha) = \frac{H_m - q(\alpha)}{c_p(\alpha)}, \quad (2.14)$$

avec :

$$\frac{1}{\gamma(\alpha) - 1} = \frac{\alpha}{\gamma_g - 1} + \frac{1 - \alpha}{\gamma_l - 1}, \quad (2.15)$$

$$\rho c_p(\alpha) = \alpha \rho_g c_{p_g} + (1 - \alpha) \rho_l c_{p_l}, \quad (2.16)$$

$$P_\infty(\alpha) = \frac{\gamma(\alpha) - 1}{\gamma(\alpha)} \left( \alpha \frac{\gamma_g}{\gamma_g - 1} P_{\infty_g} + (1 - \alpha) \frac{\gamma_l}{\gamma_l - 1} P_{\infty_l} \right), \quad (2.17)$$

avec  $q$  l'énergie du fluide à un état de référence donné. Notons que la masse volumique de chaque phase est prise à saturation en l'absence de transfert de masse. De plus, la vitesse du son dans le mélange suit la formulation de WALLIS, 1967 lorsque les transferts de masse et de chaleur sont négligés. Elle s'écrit comme la moyenne harmonique pondérée par  $\alpha$  des vitesses du son dans chaque phase :

$$\frac{1}{\rho c_{Wallis}^2} = \frac{\alpha}{\rho_g c_g^2} + \frac{1-\alpha}{\rho_l c_l^2}. \quad (2.18)$$

avec  $c_{Wallis}$  la vitesse du son dans le mélange en l'absence de transfert de masse et de chaleur. Les viscosités dynamiques du liquide et du gaz sont calculées à l'aide des équations (2.6) et (2.7). La viscosité dynamique du mélange  $\mu(\alpha, T)$  est ensuite calculée comme la moyenne arithmétique pondérée par  $\alpha$  de la viscosité de chaque phase. De même pour la conductivité thermique du mélange, notée  $\lambda(\alpha, T)$ .

### 2.2.2 Avec transfert de masse

Les changements de phase présents dans les écoulements cavitants font intervenir du transfert de masse. Les hypothèses d'équilibre énoncées plus haut pour le modèle à quatre équations restent valides ici. Le transfert de masse est modélisé par un terme source supplémentaire dans l'équation du taux de vide (2.12), qui devient alors :

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \alpha = K \nabla \cdot \mathbf{u} + \rho_I^{-1} \dot{m}, \quad \text{avec } \rho_I^{-1} = \left( \frac{\frac{c_g^2}{\alpha} + \frac{c_l^2}{1-\alpha}}{\frac{\rho_l c_l^2}{1-\alpha} + \frac{\rho_g c_g^2}{\alpha}} \right), \quad (2.19)$$

avec  $\rho_I$  la masse volumique interfaciale et  $\dot{m}$  le transfert de masse.

Il existe différentes formulations pour exprimer le terme de transfert de masse  $\dot{m}$ . Certains modèles de cavitation sont basés sur un terme source empirique, composé d'un terme de vaporisation ( $\dot{m}^+$ ) et d'un terme de condensation ( $\dot{m}^-$ ). Ils font intervenir des paramètres empiriques, difficiles à calibrer dans certaines applications. UTTURKAR et al., 2005 et FOLDEN et al., 2023 soulèvent des questions de dépendance aux paramètres et de cohérence thermodynamique concernant les modèles de cavitation existants. Dans ce travail, on adopte une formulation dans laquelle le transfert de masse est proportionnel à la divergence de la vitesse (GONCALVES et al., 2014) :

$$\dot{m} = \frac{\rho_l \rho_g}{\rho_l - \rho_g} \left( 1 - \frac{c^2}{c_{Wallis}^2} \right) \nabla \cdot \mathbf{u}, \quad (2.20)$$

En présence de transfert de masse, la masse volumique des phases pures n'est plus prise à saturation et la loi d'état du mélange est légèrement modifiée :

$$T(\rho, H_m, Y_m) = \frac{H_m - q(Y_m)}{c_p(Y_m)}, \quad c_p(Y_m) = Y_m c_{p_g} + (1 - Y_m) c_{p_l}. \quad (2.21)$$

avec  $Y_m = \alpha \rho_g / \rho$  la fraction massique de gaz.

Enfin, les variations de température sont négligeables pour les écoulements cavitants que l'on souhaite aborder. Par conséquent, la pression de vapeur saturante  $p_v$  est constante.

## 2.3 Méthodes numériques

Cette section est consacrée à la résolution numérique des trois modèles présentés plus haut pour des écoulements monophasiques et diphasiques compressibles. Par simplicité, les méthodes numériques sont présentées dans le cadre 1D et les différents modèles sont généralisés sous la forme matricielle suivante :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{U})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{U})}{\partial x} = \mathbf{B}(\mathbf{U}) \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x}, \quad (2.22)$$

avec  $\mathbf{U}$  le vecteur des inconnues,  $\mathbf{F}$  le flux convectif,  $\mathbf{G}$  le flux visqueux et  $\mathbf{B}(\mathbf{U})\partial\mathbf{U}/\partial x$  le terme source associé au modèle à quatre équations. Dans cette configuration, le vecteur des inconnues est  $\mathbf{U} = (\rho, \rho u, \rho E)^T$  si l'écoulement est monophasique et  $\mathbf{U} = (\rho, \rho u, \rho E, \alpha)^T$  si l'écoulement est diphasique. Notons que  $\mathbf{B} = \mathbf{0}$  pour un écoulement monophasique.

### 2.3.1 Discrétisation spatiale

La discrétisation en espace est réalisée avec la méthode des volumes finis sur une grille cartésienne. Par simplicité, on considère ici que le domaine  $\Omega$  est discrétisé en cellules de taille constante  $\Delta x$  tel que  $x_i = i\Delta x$ , avec  $i \in \llbracket 1, i_{max} \rrbracket$ . L'équation (2.22) discrétisée en espace s'écrit de la manière suivante :

$$\frac{\partial \mathbf{U}_i}{\partial t} + \frac{\mathbf{F}_{i+1/2} - \mathbf{F}_{i-1/2}}{\Delta x} + \frac{\mathbf{G}_{i+1/2} - \mathbf{G}_{i-1/2}}{\Delta x} = \mathbf{B}_i \frac{\mathbf{U}_{i+1/2} - \mathbf{U}_{i-1/2}}{\Delta x}. \quad (2.23)$$

avec  $\mathbf{U}_i$  la valeur moyenne de  $\mathbf{U}$  au sein de la cellule  $[x_{i-1/2}, x_{i+1/2}]$  de centre  $x_i$  et  $\mathbf{B}_i = \mathbf{B}(\mathbf{U}_i)$ . La discrétisation du terme source est proposée par DAUDE et al., 2014.  $\mathbf{F}_{i+1/2}$  correspond au flux convectif numérique à travers l'interface  $x_{i+1/2}$ . Le flux visqueux  $\mathbf{G}_{i+1/2}$  est simplement calculé avec un schéma centré du second ordre. En revanche, le flux convectif est non linéaire et des schémas adaptés doivent être considérés, notamment en compressible afin de traiter correctement les discontinuités de l'écoulement. Pour cela, de nombreux schémas numériques à capture de chocs ont été développés par différents auteurs. On y retrouve par exemple le schéma centré avec dissipation artificielle de Jameson-Schmidt-Turkel (JAMESON et al., 1981), les solveurs de Riemann (schéma HLLC de TORO et al., 1994, schéma de ROE, 1981), les schémas de type AUSM (LIOU et al., 1993) et les schémas de type WENO (LIU et al., 1994). La majorité des résultats présentés dans ce manuscrit ont été obtenus avec un schéma Harten-Lax-van Leer-Contact (HLLC) couplé à une reconstruction MUSCL-Hancock (VAN LEER, 1984). Le schéma de JAMESON et al., 1981 a également été adopté pour la simulation d'écoulements cavitants. Ces deux schémas numériques sont présentés ci-dessous. Des schémas de type WENO sont également implémentés dans SCB (KOZHANOVA, 2022) mais ils ne font pas l'objet de ce travail.

#### 2.3.1.1 Schéma HLLC-Hancock

Dans un premier temps, la formulation de base du schéma HLLC est présentée. Son extension à des ordres supérieurs avec une reconstruction MUSCL-Hancock est ensuite brièvement exposée.

**Schéma HLLC.** Le schéma HLLC est basé sur la résolution d'un problème de Riemann approché aux interfaces des cellules du maillage. Le schéma HLLC tient compte des trois ondes du problème de Riemann complet (voir Figure 2.1), contrairement au schéma HLL original qui ne considère pas la discontinuité de contact (HARTEN et al., 1983).

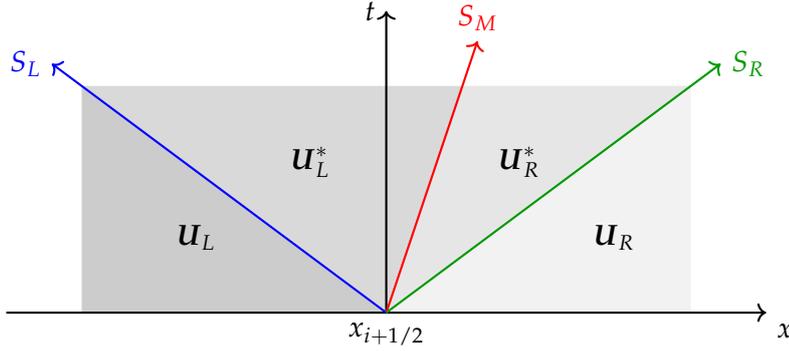


FIGURE 2.1 – Les trois ondes du problème de Riemann complet à l'interface  $x_{i+1/2}$  et états moyennés du schéma HLLC.

On considère quatre états constants  $\mathbf{U}_L$ ,  $\mathbf{U}_L^*$ ,  $\mathbf{U}_R^*$  et  $\mathbf{U}_R$  au sein des quatre zones séparées par les trois ondes de vitesses  $S_L$ ,  $S_M$  et  $S_R$ , avec  $S_L \leq S_M \leq S_R$ . Le calcul des états intermédiaires est basé sur l'exploitation des relations intégrales à travers les différentes ondes. Le flux numérique  $F_{i+1/2}$  est donné par :

$$F_{i+1/2} = \begin{cases} F(\mathbf{U}_L), & \text{si } S_L > 0, \\ F(\mathbf{U}_L^*), & \text{si } S_L \leq 0 < S_M, \\ F(\mathbf{U}_R^*), & \text{si } S_M \leq 0 \leq S_R, \\ F(\mathbf{U}_R), & \text{si } S_R < 0, \end{cases} \quad (2.24)$$

Les états gauche ( $k = L$ ) et droite ( $k = R$ ) de  $\mathbf{U}^*$  sont définis de manière générale pour le modèle à quatre équations mais leur réduction aux équations de Navier-Stokes est immédiate. Ces états sont donnés par :

$$\mathbf{U}_k^* = \begin{pmatrix} \rho_k^* \\ (\rho u)_k^* \\ (\rho E)_k^* \\ \alpha_k^* \end{pmatrix} = \frac{1}{S_k - S_M} \begin{pmatrix} \rho_k(S_k - u_k) \\ (\rho u)_k(S_k - u_k) + p^* - p_k \\ (\rho E)_k(S_k - u_k) + p^* S_M - p_k u_k \\ \alpha_k(S_k - u_k) \end{pmatrix}, \quad (2.25)$$

et le flux correspondant s'écrit :

$$F(\mathbf{U}_k^*) = \begin{pmatrix} \rho_k^* S_M \\ (\rho u)_k^* S_M + p^* \\ (\rho E)_k^* S_M + p^* S_M \\ \alpha_k^* S_M \end{pmatrix}, \quad (2.26)$$

avec la pression  $p^*$  calculée telle que :

$$p^* = p_L + \rho_L(u_L - S_L)(u_L - S_M) = p_R + \rho_R(u_R - S_R)(u_R - S_M), \quad (2.27)$$

La vitesse de la discontinuité de contact  $S_M$  est définie telle que :

$$S_M = \frac{p_R - p_L + \rho_L u_L (S_L - u_L) - \rho_R u_R (S_R - u_R)}{\rho_L (S_L - u_L) - \rho_R (S_R - u_R)}, \quad (2.28)$$

et une estimation des vitesses minimales et maximales  $S_L$  et  $S_R$  est donnée par :

$$S_L = \min(u_L - c_L, u_R - c_R) \quad \text{et} \quad S_R = \max(u_L + c_L, u_R + c_R). \quad (2.29)$$

**Reconstruction MUSCL-Hancock.** Initialement du premier ordre, le schéma HLLC est ensuite étendu au second ordre à l'aide d'une reconstruction MUSCL-Hancock (VAN LEER, 1984). Elle est adoptée pour sa robustesse, permettant ainsi de réaliser des simulations stables lorsque l'écoulement présente des discontinuités telles que des chocs ou des interfaces liquide-gaz. La monotonie de la solution est préservée grâce à l'utilisation de limiteurs TVD (Total Variation Diminishing). Le schéma HLLC-Hancock peut être résumé par les étapes suivantes :

1. Reconstruction linéaire des pentes pour les variables primitives  $(\rho, u, p, \alpha)$  dans chaque cellule. Il s'agit de la reconstruction MUSCL. Les variables primitives sont reconstruites au lieu des variables conservatives pour une meilleure robustesse. On choisit d'adopter le limiteur de pente *minmod* pour renforcer la robustesse de la méthode.
2. Résolution du problème linéarisé en variables primitives afin d'avancer la solution au temps  $t^{n+1/2}$ .
3. Mise à jour des variables primitives aux interfaces au temps  $t^{n+1/2}$  à l'aide des pentes obtenues lors de l'étape 1.
4. Calcul des flux aux interfaces au temps  $t^{n+1/2}$  à l'aide du schéma HLLC.
5. Avancement des variables conservatives au temps  $t^{n+1}$  dans chaque cellule.

### 2.3.1.2 Schéma de Jameson-Schmidt-Turkel

Le schéma de Jameson-Schmidt-Turkel (JST) est également considéré dans ce travail. Il s'agit d'un schéma centré stabilisé par une viscosité artificielle, incluse dans des termes de dissipation d'ordre deux et d'ordre quatre. La dissipation artificielle est pilotée par des paramètres  $k_2$  et  $k_4$  à ajuster selon l'écoulement. Le flux numérique à l'interface  $x_{i+1/2}$  est défini tel que :

$$F_{i+1/2} = \frac{1}{2}(F(\mathbf{U}_i) + F(\mathbf{U}_{i+1})) - D_{i+1/2}, \quad (2.30)$$

Le terme de dissipation artificielle  $D_{i+1/2}$  est donné par :

$$D_{i+1/2} = \epsilon_{i+1/2}^{(2)} \Delta \mathbf{U}_{i+1/2} - \epsilon_{i+1/2}^{(4)} (\Delta \mathbf{U}_{i+3/2} - 2\Delta \mathbf{U}_{i+1/2} + \Delta \mathbf{U}_{i-1/2}), \quad (2.31)$$

avec  $\Delta \mathbf{U}_{i+1/2} = \mathbf{U}_{i+1} - \mathbf{U}_i$ . Le coefficient  $\epsilon_{i+1/2}^{(2)}$  est activé uniquement au voisinage des discontinuités et il est défini par :

$$\epsilon_{i+1/2}^{(2)} = \lambda_{i+1/2}^{\max} \left( k_2 \max(s_{p_{i+1}}, s_{p_i}) + k_{2\rho} \max(s_{\rho_{i+1}}, s_{\rho_i}) \right), \quad (2.32)$$

avec  $\lambda_{i+1/2}^{\max} = \max(\lambda_i^{\max}, \lambda_{i+1}^{\max})$  le rayon spectral calculé à l'interface  $x_{i+1/2}$ . Le senseur de pression  $s_p$  et le senseur de masse volumique  $s_\rho$  ont pour but d'activer le coefficient  $\epsilon_{i+1/2}^{(2)}$  seulement lorsque cela est nécessaire. Ils sont définis tels que :

$$s_{p_i} = \left| \frac{p_{i+1} - 2p_i + p_{i-1}}{p_{i+1} + 2p_i + p_{i-1}} \right| \quad \text{et} \quad s_{\rho_i} = \left| \frac{\rho_{i+1} - 2\rho_i + \rho_{i-1}}{\rho_{i+1} + 2\rho_i + \rho_{i-1}} \right|, \quad (2.33)$$

Le senseur de pression permet de détecter les ondes de choc tandis que le senseur de masse volumique permet de détecter les interfaces liquide-gaz dans le cas d'un écoulement diphasique. Le paramètre  $k_2$  est compris entre 0 et 1. Il est fixé à 0 lorsque l'écoulement ne présente aucun choc. Notons que le paramètre  $k_{2\rho}$  et le senseur  $s_\rho$  ne sont pas présents dans

la version monophasique originale du schéma (JAMESON et al., 1981). Le paramètre  $k_{2\rho}$  est aussi compris entre 0 et 1. De manière analogue au paramètre  $k_2$ , il est fixé à 0 si l'écoulement est monophasique. Une formulation très similaire du schéma JST en diphasique est proposée par GONCALVES et al., 2018. Par ailleurs, le coefficient  $\epsilon_{i+1/2}^{(4)}$  est donné par :

$$\epsilon_{i+1/2}^{(4)} = \max(0, k_4 \lambda_{i+1/2}^{\max} - \epsilon_{i+1/2}^{(2)}). \quad (2.34)$$

Il a pour but d'amortir les oscillations de faibles amplitudes et le paramètre  $k_4$  est fixé entre 0.008 et 0.064. De manière générale, plus les paramètres  $k_2$ ,  $k_{2\rho}$  et  $k_4$  sont élevés, plus le schéma est diffusif.

### 2.3.2 Intégration temporelle

L'équation (2.22) est discrétisée en temps par une approche explicite avec une méthode d'Euler du premier ordre ou avec une méthode de Runge-Kutta TVD du troisième ordre (SHU et al., 1988), notée RK3 par la suite. Le choix du schéma d'intégration temporelle dépend essentiellement du schéma numérique utilisé pour l'approximation du flux convectif. En pratique, on choisira la méthode d'Euler avec le schéma HLLC-Hancock mais la méthode RK3 sera adoptée avec le schéma JST pour des raisons de stabilité. Notons qu'avec le schéma HLLC-Hancock, le terme convectif est approximé au second ordre en temps grâce à la méthode de prédiction-corrrection MUSCL-Hancock.

Étant donné qu'on ne considère que des écoulements à faible nombre de Reynolds, le pas de temps (fixe) est déterminé d'après la condition de stabilité convective :

$$\Delta t = \text{CFL} \frac{\Delta x}{|u + c|}, \quad (2.35)$$

avec CFL le nombre de Courant–Friedrichs–Lewy,  $u$  la vitesse du fluide et  $c$  la vitesse du son.

### 2.3.3 Conditions aux limites

Le traitement des conditions aux limites est basé sur l'utilisation des relations caractéristiques des équations d'Euler. Le nombre de variables à imposer aux bords est déterminé par le nombre de caractéristiques positives dirigées vers l'intérieur du domaine. Les relations caractéristiques obtenues pour le système à quatre équations en 1D sont les suivantes :

$$-c^2(\rho^c - \rho^s) + (p^c - p^s) = 0, \quad (2.36)$$

$$\rho(\alpha^c - \alpha^s) - K(\rho^c - \rho^s) = 0, \quad (2.37)$$

$$(p^c - p^s) + \rho c(u_n^c - u_n^s) = 0, \quad (2.38)$$

$$(p^c - p^s) - \rho c(u_n^c - u_n^s) = 0. \quad (2.39)$$

avec  $u_n$  la vitesse normale à la frontière du domaine. Les variables munies de l'exposant  $c$  désignent les variables à calculer à la frontière. Les variables munies de l'exposant  $s$  désignent les variables obtenues avec le schéma numérique. Dans le cas d'un écoulement monophasique, on considère seulement les conditions (2.36), (2.38) et (2.39). En 2D, une condition supplémentaire est ajoutée :  $u_t^c = u_t^s$ , avec  $u_t$  la vitesse tangentielle à la frontière.

Une description plus détaillée du domaine de calcul, des conditions aux limites et du maillage sera apportée pour chaque cas d'étude dans les chapitres dédiés.

## Chapitre 3

# Méthodes des frontières immergées

3.1	État de l'art . . . . .	27
3.1.1	Naissance et évolution des IBM . . . . .	27
3.1.2	Classification des IBM . . . . .	29
3.1.2.1	Méthodes à interface diffuse . . . . .	30
3.1.2.2	Méthodes à interface non diffuse . . . . .	32
3.2	Le choix d'une IBM adaptée au problème . . . . .	34
3.3	Méthode de <i>feedback forcing</i> . . . . .	35
3.3.1	Les fonctions $\delta$ . . . . .	35
3.3.2	Condition d'adhérence . . . . .	38
3.3.3	Condition isotherme . . . . .	41
3.3.4	Condition adiabatique . . . . .	42
3.3.5	Condition thermiquement neutre . . . . .	43
3.3.6	Intégration temporelle . . . . .	43
3.4	Méthode de pénalisation . . . . .	44
3.4.1	Condition d'adhérence . . . . .	45
3.4.2	Condition isotherme . . . . .	46
3.4.3	Condition adiabatique . . . . .	48
3.4.4	Condition thermiquement neutre . . . . .	50
3.4.5	Condition d'impédance . . . . .	50
3.4.6	Intégration temporelle . . . . .	51
3.4.7	Extension aux écoulements diphasiques . . . . .	52

Les méthodes des frontières immergées permettent de modéliser des conditions aux limites sur un maillage non conforme à la géométrie d'un obstacle solide. Cette famille de méthodes est tout d'abord présentée de manière générale. Les deux IBM retenues dans ce travail et les développements apportés sont ensuite exposés plus en détail.

### 3.1 État de l'art

#### 3.1.1 Naissance et évolution des IBM

**Années 1960-1970.** Stimulée par la croissance de la puissance de calcul, la simulation numérique de l'écoulement d'un fluide autour d'un obstacle solide connaît un grand essor dans les années 1960 avec la simulation de sillages d'une plaque plane (FROMM et al., 1963) et d'un cylindre rectangulaire (HARLOW et al., 1964). Malgré ces percées significatives, les configurations restent limitées à des géométries non incurvées. Afin de pallier ce problème, la méthode *marker-and-cell* (MAC) est développée par HARLOW et al., 1965 afin d'étudier un écoulement à surface libre sur une grille cartésienne à l'aide de points lagrangiens pour suivre l'interface liquide-gaz. Elle est ensuite étendue à une interface fluide-solide incurvée par VIECELLI, 1969 afin d'étudier un problème de ballonnement dans un réservoir circulaire,

puis à une paroi mobile avec mouvement imposé (VIECELLI, 1971). Dans le contexte des avancées réalisées avec la méthode MAC, la méthode des frontières immergées (IBM) voit le jour un peu plus tard avec les travaux de PESKIN, 1972b sur la simulation des interactions fluide-structure d'un écoulement cardiaque (voir Figure 3.1). Il s'agit à la fois d'un modèle mathématique et d'une méthode numérique. L'IBM développée par Peskin permet de simuler un écoulement incompressible et visqueux autour de géométries quelconques sur une grille cartésienne, en considérant un couplage fort entre le fluide et une structure élastique. C'est cette avancée majeure qui vaut à Peskin le titre de fondateur des IBM, même si certains concepts avaient été introduits quelques années plus tôt avec la méthode MAC. Les travaux de Peskin permettent pour la première fois de simuler des interactions fluide-structure avec de grandes déformations. C'est aussi une des premières analyses numériques d'écoulement visqueux bidimensionnel en présence d'une géométrie complexe et déformable. Plus de détails sur le contexte et sur l'origine des IBM sont disponibles dans la revue de VERZICCO, 2023.

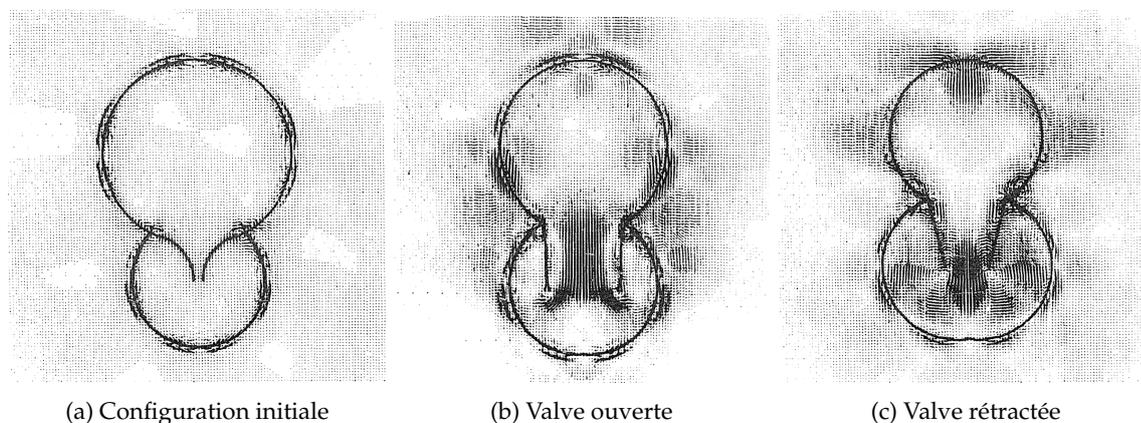


FIGURE 3.1 – Simulation numérique de l'interaction fluide-structure entre un écoulement sanguin et une valve cardiaque, réalisée par Peskin à l'aide de la méthode des frontières immergées. Le sang circule entre l'oreillette et le ventricule en déformant la valve mitrale.

Extrait de la thèse de PESKIN, 1972a.

**Années 1970-1990.** Malgré les nouvelles perspectives qu'elle offre, la méthode des frontières immergées ne connaît pas immédiatement un grand succès au sein de la communauté. En effet, les principales problématiques de l'époque sont liées aux domaines de l'aérospatial, du naval et de la météorologie. La méthode présentée par PESKIN, 1972b, qui permet de représenter un solide comme une paroi élastique flexible, est donc difficilement applicable à ce type de configurations. Jusqu'à la fin des années 1980, elle reste principalement utilisée par un petit cercle de scientifiques composé de Peskin et de ses collaborateurs, afin de traiter des problématiques biologiques : battement d'un coeur 3D (MCQUEEN et al., 1989), nage d'animaux aquatiques (FAUCI et al., 1988), particule en suspension dans un fluide (FOGELSON et al., 1988), etc. Une autre raison majeure quant à la faible diffusion de la méthode de Peskin réside dans la popularité de l'approche maillage conforme à partir du début des années 1970. Avec cette approche, le maillage fluide suit la géométrie de l'interface fluide-solide et les conditions aux limites peuvent être directement imposées aux cellules ou aux noeuds en contact avec l'interface. Les années 1970 sont marquées par l'émergence de nouvelles méthodes de type maillage conforme pour la simulation d'écoulements autour de géométries non académiques. Pour une paroi fixe, les maillages non structurés et les maillages curvilignes (THOMPSON et al., 1974) permettent une résolution fine de la couche limite, notamment pour l'étude d'écoulements à haut nombre de Reynolds. De plus, les approches ALE (HIRT, 1971) et maillage *overset* (STEGER et al., 1983) permettent de considérer des parois mobiles ou déformables.

**Années 1990-2020.** À partir des années 1990, les simulations deviennent de plus en plus réalistes et l'approche maillage conforme atteint ses limites. En effet, les applications industrielles font intervenir des géométries sophistiquées tridimensionnelles, avec mouvement ou déformation du solide et potentiellement des problèmes multiphysiques. La majeure partie du temps dédié à une étude peut alors être consacrée à la génération d'un maillage de qualité, notamment proche de la paroi. Le coût du maillage est encore plus marqué lorsque le corps solide est mobile ou déformable et qu'un remaillage est nécessaire au cours du calcul. De plus, l'ordre de précision des schémas numériques n'est plus forcément assuré sur un maillage non structuré. La recherche s'oriente alors vers d'autres approches et les méthodes de type frontières immergées gagnent en popularité dans les domaines de l'aérodynamique et de l'hydrodynamique. Certes, les erreurs d'interpolation et le surcoût du remaillage liés aux méthodes *overset* et ALE (respectivement) peuvent être partiellement réduits par une augmentation de la puissance de calcul. En revanche, les aspects de grandes déformations du solide, de collision entre deux corps et de fragmentation d'un corps posent un problème de taille avec l'approche maillage conforme. Les IBM deviennent alors très attractives pour deux raisons principales. D'une part, la génération du maillage est rapide car ce dernier est cartésien et il reste inchangé après déformation du solide. D'autre part, les aspects de collision et de fragmentation ne représentent pas une difficulté pour les IBM car les cellules du maillage ne sont pas déformées. Les IBM connaissent alors un grand essor vers le début des années 1990, avec de nouvelles méthodes qui voient le jour ainsi que de nombreux développements qui visent à améliorer les méthodes existantes en terme de précision, de stabilité, de conservation, de coût de calcul, d'adaptabilité, de simplicité, de parallélisation, etc. Parmi les méthodes les plus marquantes, on peut citer les méthodes de *feedback forcing* (GOLDSTEIN et al., 1993), de *direct-forcing* (MOHD-YUSOF, 1997), de pénalisation (ARQUIS et al., 1984) et les méthodes *cut-cell* (CLARKE et al., 1986) et *ghost-cell* (FEDKIW et al., 1999). Elles seront abordées plus en détail dans la sous-section 3.1.2. Concernant la méthode de PESKIN, 1972b, LAI et al., 2000 étendent sa précision du premier ordre au second ordre (formel), MAYO et al., 1993 s'intéressent à une intégration temporelle implicite pour de meilleures propriétés de stabilité, KIM et al., 2012 renforcent la conservation de la masse à l'intérieur du solide par l'ajout d'un terme de pénalisation et ROMA et al., 1999 adoptent un raffinement adaptatif au voisinage de l'interface pour améliorer la précision sans trop affecter le coût de calcul. Initialement développée pour une paroi élastique sans masse, elle est aussi étendue à une paroi élastique avec masse (KIM et al., 2007) et à une paroi rigide (KIM et al., 2016). Ces nombreuses avancées ont permis d'étendre le champ d'application des IBM : écoulements turbulents (DE TULLIO et al., 2007), écoulements supersoniques (BOIRON et al., 2009), écoulements multiphasiques (WANG et al., 2017), etc. Une revue sur les avancées et applications récentes des IBM, ainsi que sur les défis et questions qui restent en suspens, est présentée par HUANG et al., 2019. On décompte aujourd'hui plus de 2000 publications annuelles sur les IBM, et leur nombre ne fait qu'augmenter avec une tendance quadratique depuis le début du XXI<sup>e</sup> siècle (VERZICCO, 2023). Initialement concentrés autour de la mécanique des fluides, les domaines d'application de la méthode se sont désormais étendus à la thermique, la chimie, la mécanique du solide, la combustion, l'électromagnétisme, etc.

### 3.1.2 Classification des IBM

Les IBM peuvent être classées entre méthodes de forçage continu et discret (MITTAL et al., 2005; MITTAL et al., 2023). Une autre classification les regroupe entre méthodes à interface diffuse et non diffuse (SOTIROPOULOS et al., 2014). D'une part, les méthodes à interface diffuse permettent de modéliser les conditions aux limites par l'introduction d'un terme source volumique dans les équations. D'autre part, les méthodes à interface non diffuse permettent d'imposer directement les conditions aux limites à l'interface. Une méthode

est dite à interface non diffuse si elle impose les conditions aux limites avec la même précision qu'une méthode maillage conforme équivalente. Par ailleurs, une méthode de forçage continu fait intervenir le terme source dans les équations continues du problème tandis qu'une méthode discrète n'intervient qu'après discrétisation du problème.

Les grands principes des méthodes les plus notables sont présentés ci-dessous. Afin d'illustrer simplement le fonctionnement de ces méthodes, on considère un écoulement incompressible et visqueux en présence d'un corps rigide et immobile. Notons que la majorité des IBM ont tout d'abord été développées dans le cadre d'écoulements visqueux incompressibles avant d'être étendues à d'autres régimes d'écoulements. Le domaine fluide  $\Omega_f$  et le domaine solide  $\Omega_s$  sont séparés par une interface  $\Gamma = \Omega_f \cap \Omega_s$ . Il s'agit donc d'imposer une condition d'adhérence sur la vitesse à la frontière  $\Gamma$ . Dans le contexte des IBM, les équations du problème sont définies sur le domaine tout entier  $\Omega = \Omega_f \cup \Omega_s$ .

### 3.1.2.1 Méthodes à interface diffuse

Dans la catégorie des méthodes à interface diffuse, un terme source volumique est introduit dans les équations du problème. Compte tenu des hypothèses précédemment énoncées, l'équation de conservation des moments avec terme source volumique est définie sur l'ensemble du domaine  $\Omega$  telle que :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \frac{1}{\rho} \nabla p - \nu \nabla^2 \mathbf{u} = \mathbf{f}, \quad (3.1)$$

avec  $\rho$  la masse volumique,  $\nu$  la viscosité cinématique,  $\mathbf{u}$  la vitesse et  $p$  la pression du fluide. Le terme source volumique  $\mathbf{f}$  permet de modéliser la condition d'adhérence à la paroi avec les méthodes à interface diffuse. L'expression de ce terme de forçage est détaillée ci-dessous pour chaque méthode.

**Méthode des frontières immergées** (PESKIN, 1972b). La méthode est basée sur une représentation mixte eulérienne-lagrangienne : les équations sont résolues sur le repère eulérien (grille cartésienne) et l'interface est discrétisée à l'aide de points lagrangiens (voir Figure 3.2a). Ces derniers sont connectés par des fibres élastiques sans masse. Le terme de forçage est d'abord calculé aux points lagrangiens, puis il est diffusé sur la grille cartésienne. Afin d'effectuer le passage entre les repères lagrangien et eulérien, Peskin introduit les fonctions  $\delta$  calculées comme une régularisation d'un Dirac. Ainsi, l'étape de diffusion du terme de forçage eulérien s'écrit comme une convolution entre le terme de forçage lagrangien et la fonction  $\delta$  :

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = \int_{\Gamma} \mathbf{F}(\mathbf{X}, t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}) d\mathbf{X}, \quad (3.2)$$

avec  $\mathbf{f}$  le terme de forçage eulérien,  $\mathbf{F}$  le terme de forçage lagrangien,  $\mathbf{x}$  les coordonnées de la grille cartésienne,  $\mathbf{X}$  les coordonnées des points lagrangiens et  $\delta$  la distribution de Dirac régularisée. Le terme de forçage lagrangien  $\mathbf{F}$  correspond à la tension entre les fibres élastiques sans masse qui relient les points lagrangiens. En pratique, il est calculé à l'aide d'une loi de comportement (loi de Hooke par exemple). Le solide est porté par le fluide donc l'interface se déplace à la même vitesse que le fluide environnant. Par conséquent, la vitesse des points lagrangiens permettant de calculer la nouvelle position de la frontière, est calculée par convolution entre le champ de vitesse du fluide et la fonction  $\delta$  :

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} = \mathbf{u}(\mathbf{X}, t) = \int_{\Omega} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}) d\mathbf{x}, \quad (3.3)$$

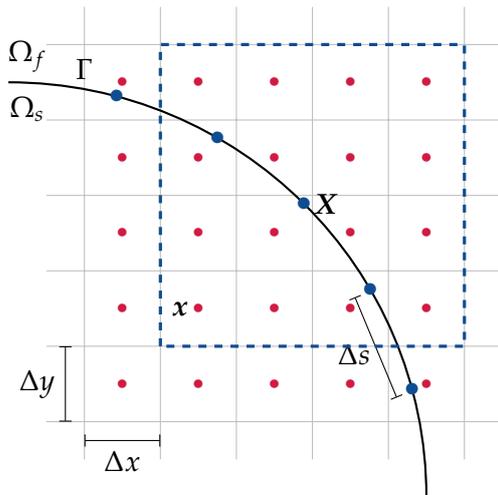
La représentation de l'interface par les fonctions  $\delta$  est diffuse. Ceci implique que les conditions aux limites ne soient pas imposées exactement à l'interface, mais plutôt sur une zone qui l'entoure dont l'épaisseur dépend des propriétés de la fonction  $\delta$ . Il y a alors une

forte dépendance entre le degré de précision des conditions aux limites et la résolution spatiale du maillage. Plus de détails sur la description mixte eulérienne-lagrangienne seront présentés dans la section 3.3.

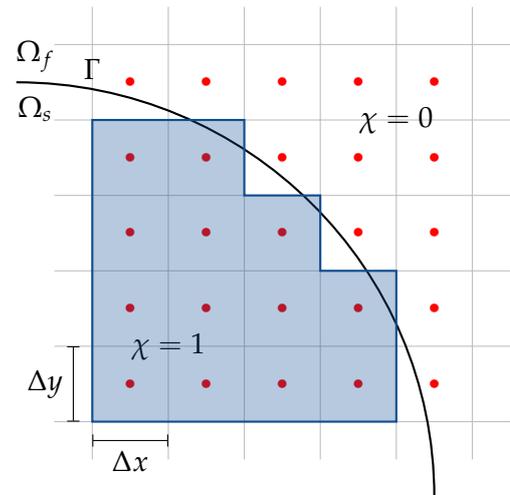
**Méthode de *feedback forcing*** (GOLDSTEIN et al., 1993). La méthode précédente peut poser problème dans la limite d'un corps rigide car la loi de comportement permettant de calculer le terme de forçage n'est pas adaptée à une structure non élastique. Afin de contourner ce problème pour la simulation d'un écoulement en présence d'un corps rigide, GOLDSTEIN et al., 1993 proposent un terme de contrôle par rétroaction sur la vitesse à l'interface :

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}, t) = \alpha_f \int_0^t \mathbf{u}(\mathbf{X}, t') dt' + \beta_f \mathbf{u}(\mathbf{X}, t), \quad (3.4)$$

avec  $\alpha_f$  et  $\beta_f$  des paramètres négatifs dont les valeurs doivent être suffisamment importantes pour correctement modéliser la condition d'adhérence. Le terme en  $\alpha_f$  correspond à une force de rappel tandis que le terme en  $\beta_f$  se traduit par une force d'amortissement. Les paramètres  $\alpha_f$  et  $\beta_f$  affectent la raideur du système et le pas de temps doit donc être fortement réduit pour garantir la stabilité numérique de la solution. De plus, ces paramètres sont difficiles à calibrer car ils sont dépendants du cas d'étude. Initialement développé dans un code spectral par GOLDSTEIN et al., 1993, le terme de forçage (3.4) a ensuite été appliqué par SAIKI et al., 1996 dans un solveur différences finies. Plus de détails sur le terme de *feedback forcing* seront présentés dans la section 3.3.



(a) Méthode des frontières immergées (PESKIN, 1972b)



(b) Méthode de pénalisation (ARQUIS et al., 1984)

FIGURE 3.2 – Schémas des configurations utilisées dans la méthode des frontières immergées et dans la méthode de pénalisation au voisinage d'une frontière  $\Gamma$  séparant un domaine fluide  $\Omega_f$  et un domaine solide  $\Omega_s$ . **Légende** : ● points lagrangiens  $\mathbf{X}$  ; ● points eulériens  $x$  ; □ Support de la fonction  $\delta$  discrète centrée en  $\mathbf{X}$  ; ■ cellules pénalisées.

**Méthode de *direct-forcing*** (MOHD-YUSOF, 1997; FADLUN et al., 2000). Afin d'éviter que le terme source ne dépende de paramètres non objectifs, MOHD-YUSOF, 1997 introduit un terme de forçage calculé à partir des opérateurs visqueux et convectif discrétisés. L'équation (3.1) discrétisée en temps (Euler explicite du premier ordre par simplicité) s'écrit :

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} = \mathbf{RHS}^{n+1/2} + f, \quad (3.5)$$

avec  $\Delta t$  le pas de temps et  $\mathbf{RHS} = -\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} - \nabla p / \rho + \nu \nabla^2 \mathbf{u}$  l'ensemble des efforts exercés par le fluide. L'équation (3.5) permet ensuite de calculer le terme de forçage  $\mathbf{f}$  en imposant  $\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{0}$  à l'interface. Le forçage est direct dans le sens où les conditions sont directement imposées comme une réponse de l'écoulement et qu'aucun processus dynamique n'est appliqué pour modéliser les conditions aux limites. Le terme de forçage à la frontière immergée peut être calculé de manière explicite (UHLMANN, 2005) ou de manière implicite (SU et al., 2007). Avec l'approche implicite, le terme de forçage et l'interpolation de la vitesse aux points lagrangiens sont couplés, alors qu'ils sont découplés dans l'approche explicite. La méthode implicite permet ainsi d'imposer les conditions aux limites avec une meilleure précision mais la résolution d'un système linéaire la rend aussi plus coûteuse. Toutefois, elle n'a pas été développée pour des raisons de stabilité numérique. En effet, l'introduction du terme source au niveau discret en temps fait déjà disparaître les fortes contraintes de stabilité des méthodes présentées plus haut (FADLUN et al., 2000).

**Méthode de pénalisation** (ARQUIS et al., 1984, ANGOT et al., 1999). Le principe de la méthode de pénalisation consiste à modéliser le corps solide par un milieu poreux de très faible perméabilité. Il est localisé par une fonction masque  $\chi$  égale à 0 dans le fluide et à 1 dans le solide. Elle est définie sur la grille cartésienne, il n'y a pas de description lagrangienne de l'interface ici (voir Figure 3.2b). Bien que la fonction masque soit discontinue, la méthode de pénalisation se classe parmi les méthodes à interfaces diffuses car les conditions aux limites ne sont pas imposées exactement à l'interface. L'expression du terme de pénalisation est inspirée de la physique des écoulements en milieu poreux. Il permet de transformer localement l'équation de conservation des moments de Navier-Stokes (3.1) en équation de Brinkman (BRINKMAN, 1949). Il s'agit d'une équation de Darcy modifiée par l'ajout d'un terme visqueux. Le terme de pénalisation pour un solide fixe est défini tel que :

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = -\frac{\chi(\mathbf{x})}{\eta} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t). \quad (3.6)$$

avec  $\eta$  le paramètre de perméabilité. Il doit être suffisamment faible pour annuler la pénétration du fluide au sein du milieu poreux. La fonction masque  $\chi(\mathbf{x})$  ne dépend pas du temps ici car l'obstacle est immobile. Notons que le terme de pénalisation est équivalent au terme de *feedback forcing* (3.4) lorsque  $\alpha_f = 0$  et  $\beta_f = -1/\eta$ . Une description plus approfondie de la méthode de pénalisation sera présentée dans la section 3.4.

Les méthodes à interface diffuse ont l'avantage d'être simples et facilement adaptables. Elles peuvent se greffer sur n'importe quelle méthode de résolution : différences finies, spectrale, volumes finis, éléments finis, Boltzmann sur réseau (*Lattice Boltzmann method*, LBM), etc. En revanche, elles sont non conservatives et limitées à de faibles ordres de précision. De plus, les méthodes de *feedback forcing* et de pénalisation introduisent des paramètres qui dépendent de l'écoulement et affectent la raideur du terme source. Par conséquent, la stabilité numérique de la solution et le coût de calcul peuvent être impactés par le choix de ces paramètres, menant à un compromis de l'utilisateur entre précision et coût de calcul. Notons que le terme de forçage de PESKIN, 1972b, calculé avec une loi de comportement, rend le système encore plus raide que pour les méthodes de *feedback forcing* et de pénalisation.

### 3.1.2.2 Méthodes à interface non diffuse

Dans un formalisme volumes finis, les méthodes à interface non diffuse présentées ci-dessous consistent à imposer directement des conditions aux limites dans les cellules adjacentes à l'interface.

**Méthode *cut-cell*** (CLARKE et al., 1986; YE et al., 1999). La géométrie des cellules du maillage et le calcul des flux sont modifiés localement lorsqu'une cellule est coupée par l'interface. Lorsqu'elles sont divisées, les cellules deviennent ensuite conformes à la géométrie du corps solide (voir Figure 3.3a). La méthode possède d'excellentes propriétés de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. En revanche, elle peut générer de toutes petites cellules qui réduisent le pas de temps via la condition de stabilité. Le nombre de topologies possibles pour les cellules coupées est important, ce qui rend la méthode difficilement exploitable en 3D. La méthode *cut-cell* est la méthode des frontières immergées qui s'apparente le plus à l'approche maillage conforme. Elle peut être vue comme une méthode maillage conforme en volumes finis pour laquelle les cellules du maillage sont cartésiennes partout, excepté lorsqu'elles sont traversées par l'interface. Par ailleurs, il est possible de coupler la méthode *cut-cell* à d'autres IBM afin d'assurer la conservation discrète de la solution au voisinage de l'interface.

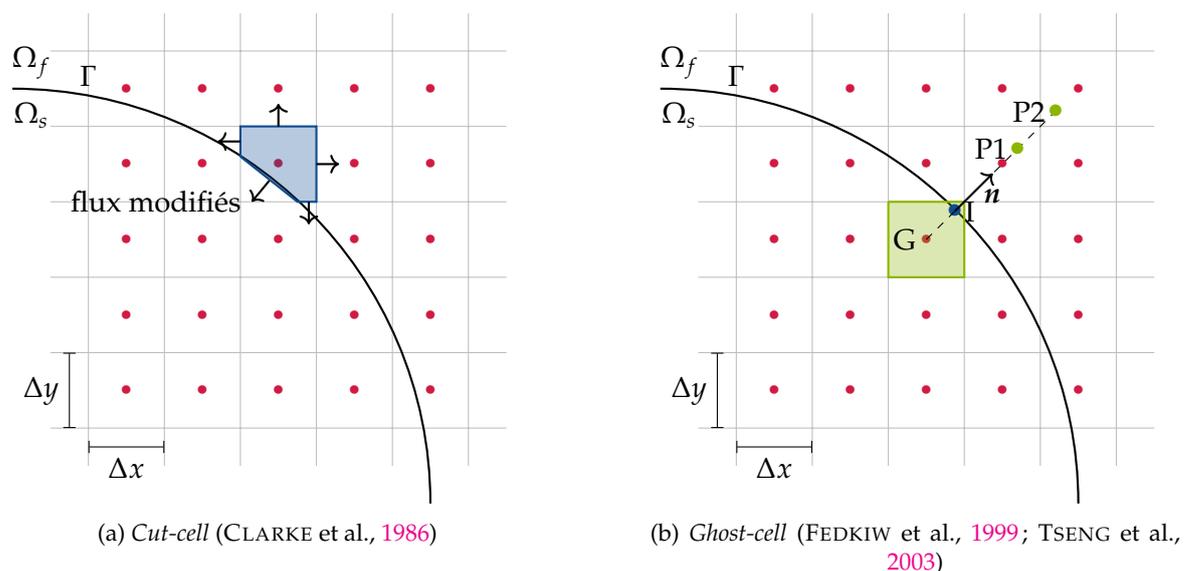


FIGURE 3.3 – Schémas des configurations utilisées dans les méthodes *cut-cell* et *ghost-cell* au voisinage d'une frontière  $\Gamma$  séparant un domaine fluide  $\Omega_f$  et un domaine solide  $\Omega_s$ .

**Légende :** • points eulériens; ■ cellule coupée par l'interface; ■ cellule fantôme; • point I de l'interface  $\Gamma$ ; • points P1 et P2 nécessaires à l'interpolation de la condition à imposer au point fantôme G.

**Méthode *ghost-cell*** (FEDKIW et al., 1999; TSENG et al., 2003). Les variables sont directement imposées dans les cellules solides ayant au moins une voisine fluide. Ces cellules sont appelées *ghost-cells* ou cellules fantômes (voir Figure 3.3b). Les variables imposées aux cellules fantômes (en G) sont calculées à partir des valeurs dans le fluide (en P1 et P2), de telle sorte que les conditions aux limites soient exactes à l'interface (en I). La Figure 3.3b illustre la reconstruction d'une variable en G suivant la normale à l'interface à l'aide de deux points images P1 et P2. Les valeurs en ces points sont généralement calculées par une interpolation bilinéaire à partir des valeurs aux cellules eulériennes voisines. En fonction de l'ordre de précision que l'on souhaite atteindre, le nombre de points images peut varier et d'autres méthodes d'interpolation peuvent être envisagées (MAJUMDAR et al., 2001). L'approche *ghost-cell* est largement utilisée pour l'étude des écoulements compressibles car elle facilite la modélisation de conditions de Neumann. Elle est également adaptée aux écoulements turbulents car l'incorporation de lois de paroi se fait naturellement. Les caractéristiques de la méthode sont abordées plus en détail dans la sous-section 3.4.3, concernant l'extension de la méthode de pénalisation à des conditions de Neumann.

## 3.2 Le choix d'une IBM adaptée au problème

On rappelle que l'objectif de ce travail vise à développer une stratégie de couplage fort pour l'étude de l'interaction fluide-structure entre un écoulement diphasique compressible et un matériau élastoplastique, dans le contexte de l'érosion de cavitation. La présente méthodologie de couplage se veut non intrusive et est basée sur une approche partitionnée, c'est-à-dire que les deux physiques sont résolues dans des solveurs distincts. Au sein du solveur SCB, les équations qui gouvernent l'évolution du fluide sont résolues sur une grille cartésienne. Si l'on souhaite considérer une paroi déformable tout en conservant le solveur existant, il est nécessaire de se tourner vers une approche de type maillage non conforme. C'est donc naturellement que nous nous sommes orientés vers les IBM pour modéliser la frontière fluide-structure, et notamment vers les méthodes à interface diffuse pour leur adaptabilité et leur efficacité.

D'une part, la description mixte eulérienne-lagrangienne de la méthode de PESKIN, 1972b est pertinente pour l'étude de l'interaction fluide-structure mais l'expression du terme de forçage la rend limitée à des parois élastiques. Certes, elle peut être étendue à d'autres lois de comportement mais elle n'est pas compatible avec une loi élastoplastique dont le comportement est local au sein du matériau. Aussi il est préférable que la forme générale du terme de forçage soit indépendante du comportement du matériau que l'on cherche à modéliser pour une meilleure capacité d'adaptation. On adopte donc une méthode qui combine la description lagrangienne de la méthode de PESKIN, 1972b et le terme de forçage utilisé dans la méthode de *feedback forcing* (GOLDSTEIN et al., 1993). On l'appellera simplement méthode de *feedback forcing* par la suite. Cette combinaison entre les approches de PESKIN, 1972b et de GOLDSTEIN et al., 1993 a déjà montré des résultats concluants dans l'étude de l'interaction fluide-structure entre un écoulement compressible et une poutre flexible (WANG et al., 2017). En revanche, l'approche de PESKIN, 1972b reste majoritairement utilisée pour des écoulements incompressibles.

D'autre part, la méthode de pénalisation n'est pas forcément destinée à des géométries mobiles ou déformables car l'interface n'est pas définie de manière explicite. Elle a tout de même montré de bons résultats dans la simulation de problèmes couplés fluide-structure tels que le vol d'un insecte (ENGELS et al., 2015), le mélange d'un liquide dans une cuve (SPECKLIN et al., 2018), un système d'extraction d'énergie composé d'une surface portante en translation et en rotation (LIBERGE et al., 2024), la rotation d'un ventilateur (EBRAHIMI POUR et al., 2021), la nage d'un poisson (BERGMANN et al., 2011; GHAFARI et al., 2015) ou le givrage d'un profil d'aile (BEAUGENDRE et al., 2011; LAVOIE et al., 2019). Toutefois, les applications sont généralement restreintes à un corps mobile rigide (avec mouvement imposé ou libre) ou à un corps déformable relativement simple (modèle de poutre ou déformation imposée). Par ailleurs, la méthode de pénalisation a montré d'excellents résultats concernant la simulation d'écoulements compressibles en présence d'un corps fixe et rigide (LIU et al., 2007; BOIRON et al., 2009; ABGRALL et al., 2014; PIQUET et al., 2016). C'est aussi une méthode facile à implémenter et qui permet une parallélisation efficace car toutes les opérations sont effectuées sur la grille cartésienne. Pour toutes ces raisons, la méthode de pénalisation est adoptée pour la suite de l'étude, bien qu'elle représente un défi pour la simulation numérique de l'interaction fluide-structure avec couplage fort.

Une présentation approfondie des méthodes de *feedback forcing* et de pénalisation est d'abord réalisée dans le contexte d'un écoulement monophasique compressible en présence

d'un corps rigide. La méthode de pénalisation est ensuite étendue aux écoulements diphasiques compressibles avec ou sans transfert de masse. Les deux méthodes seront étudiées et comparées en terme de précision et de coût de calcul dans le chapitre 4.

**Écoulement monophasique compressible.** Dans un premier temps, on considère un écoulement monophasique compressible et visqueux autour d'un obstacle solide  $\Omega_s$ . Dans le cadre des IBM, les équations de conservation (2.1), (2.2) et (2.3) sont maintenant définies sur l'ensemble du domaine  $\Omega = \Omega_f \cup \Omega_s$ . Un terme source  $\mathbf{f}$  est introduit comme second membre dans les équations de Navier-Stokes afin de modéliser les conditions aux limites :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = f_\rho, \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) + \nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = \mathbf{f}_u, \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot ((\rho E + p) \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{u}) + \nabla \cdot \mathbf{q} = f_E. \quad (3.9)$$

avec  $\mathbf{f} = (f_\rho, \mathbf{f}_u, f_E)^T$  le vecteur des forces volumiques fictives utilisées dans la modélisation des conditions aux limites. L'expression de ce terme source est détaillée ci-dessous pour la méthode de *feedback forcing* et la méthode de pénalisation.

### 3.3 Méthode de *feedback forcing*

La présente méthode de *feedback forcing* est une combinaison des IBM de PESKIN, 1972b et de GOLDSTEIN et al., 1993, précédemment adoptée par WANG et al., 2017 pour l'étude d'écoulements compressibles. Les deux méthodes étaient brièvement présentées dans la sous-section 3.1.2.1. En tant que méthode à interface diffuse, les conditions aux limites sont modélisées par l'introduction du terme de forçage  $\mathbf{f}$  dans le système d'équations (3.7), (3.8), (3.9). Comme pour l'IBM de PESKIN, 1972b, le terme de forçage est calculé par diffusion d'un terme de forçage lagrangien  $F$  sur la grille cartésienne. En revanche, le terme de forçage lagrangien n'est pas calculé avec une loi de comportement élastique, mais plutôt à partir d'un terme de contrôle par rétroaction à la manière de GOLDSTEIN et al., 1993.

La Figure 3.4 illustre le fonctionnement de la méthode de *feedback forcing* au voisinage d'une frontière  $\Gamma = \Omega_f \cap \Omega_s$ , séparant un domaine fluide  $\Omega_f$  et un domaine solide  $\Omega_s$ . Elle est basée sur une description lagrangienne de l'interface, combinée avec une description eulérienne de l'écoulement (PESKIN, 1972b). La grille cartésienne est fixe tandis que l'interface lagrangienne peut être mobile. Les points lagrangiens  $\mathbf{X}$  de l'interface  $\Gamma$  sont espacés d'un pas de discrétisation lagrangien  $\Delta s$  et les points  $x$  font référence aux centres des cellules cartésiennes. Le pas de discrétisation lagrangien  $\Delta s$  doit être proche du pas de discrétisation eulérien  $h$ , avec  $h = \Delta x = \Delta y$  par simplicité. Le pas lagrangien sera fixé à  $\Delta s = 2h$  par la suite. Il ne doit pas être trop grand pour éviter la pénétration du fluide à l'interface (voir support fonctions  $\delta$ ). À l'inverse, des oscillations parasites apparaissent lorsque  $\Delta s < \Delta x$ . Cet artéfact numérique est également observé par PINELLI et al., 2010.

#### 3.3.1 Les fonctions $\delta$

Les points lagrangiens ne coïncident pas avec les points eulériens. Le passage d'une quantité entre les repères eulérien et lagrangien est effectué par convolution avec des distributions de Dirac régularisées introduites par PESKIN, 1972b : les fonctions  $\delta$ . L'interaction entre le fluide et la frontière immergée peut être modélisée par une approximation discrète

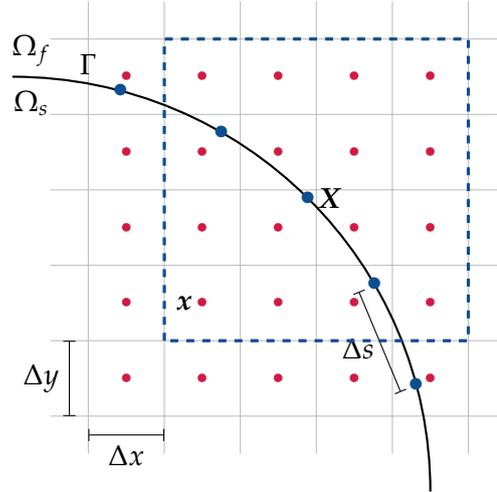


FIGURE 3.4 – Méthode de *feedback forcing* avec condition de Dirichlet : schéma de la configuration utilisée au voisinage d'une frontière  $\Gamma$  séparant un domaine fluide  $\Omega_f$  et un domaine solide  $\Omega_s$ . **Légende** : • points lagrangiens  $X$ ; • points eulériens  $x$ ;  $\square$  Support de la fonction  $\delta_h$  centrée en  $X$ .

bien choisie de la fonction  $\delta$  qui s'adapte à la résolution de la grille cartésienne. Elle est appelée fonction delta discrète, est notée  $\delta_h$  et vérifie  $\delta_h \rightarrow \delta$  lorsque  $h \rightarrow 0$ .

Dans une configuration bidimensionnelle, la fonction  $\delta_h$  appliquée à un point  $X = (X, Y)$  de l'interface est simplement calculée comme le produit de fonctions unidimensionnelles  $\varphi$  à une variable telle que :

$$\delta_h(X - x) = \frac{1}{h^2} \varphi\left(\frac{X - x}{h}\right) \varphi\left(\frac{Y - y}{h}\right), \quad (3.10)$$

L'analogie tridimensionnelle de la fonction  $\delta_h$  est obtenue exactement de la même manière. Les propriétés que doivent satisfaire les fonctions  $\delta_h$  peuvent donc être ramenées à celles de la fonction unidimensionnelle  $\varphi(r)$ , avec  $r = (X - x)/h$  ou  $r = (Y - y)/h$ . En effet, les fonctions  $\delta_h$  doivent être continues pour ne pas introduire de discontinuités dans la solution au voisinage de l'interface. Elles doivent aussi respecter la partition de l'unité et satisfaire aux conditions des moments d'ordre zéro et d'ordre un, dans le but de garantir la conservation des quantités lors du transfert (PESKIN, 1977). De plus, leur support doit être borné pour des raisons d'efficacité. Des fonctions à support non borné comme  $\exp(-r^2/2)$  ou  $\sin(r)/r$  entraîneraient un coût de calcul énorme car chaque point lagrangien devrait interagir avec chaque point eulérien. Plus de détails sur la construction mathématique des fonctions  $\delta_h$  sont présentés par PESKIN, 2002. La nature des fonctions  $\delta_h$  affecte la précision et la stabilité de la solution. Différentes fonctions avec des supports plus ou moins étendus ont été proposées dans la littérature.

BEYER et al., 1992 proposent une fonction chapeau à deux points :

$$\varphi(r) = \begin{cases} 1 - |r|, & |r| \leq 1, \\ 0, & \text{sinon,} \end{cases} \quad (3.11)$$

ROMA et al., 1999 utilisent une fonction régulière à trois points :

$$\varphi(r) = \begin{cases} \frac{1}{3}(1 + \sqrt{-3r^2 + 1}), & |r| \leq 0.5, \\ \frac{1}{6}(5 - 3|r| - \sqrt{-3(1 - |r|)^2 + 1}), & 0.5 \leq |r| < 1.5, \\ 0, & \text{sinon,} \end{cases} \quad (3.12)$$

LAI et al., 2000 présentent une fonction dont le support s'étend sur quatre points :

$$\varphi(r) = \begin{cases} \frac{1}{8}(3 - 2|r| + \sqrt{1 + 4|r| - 4r^2}), & |r| \leq 1, \\ \frac{1}{8}(5 - 2|r| - \sqrt{-7 + 12|r| - 4r^2}), & 1 \leq |r| \leq 2, \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.13)$$

Les différentes fonctions des équations (3.11), (3.12) et (3.13) sont tracées sur la Figure 3.5a. Elles ont toutes été implémentées puis testées et c'est la fonction quatre points de LAI et al., 2000 qui a été sélectionnée pour la suite de l'étude en raison de ses bonnes propriétés de régularisation. L'extension de la fonction de LAI et al., 2000 en 2D, obtenue en combinant les équations (3.13) et (3.10), est illustrée sur la Figure 3.5b.

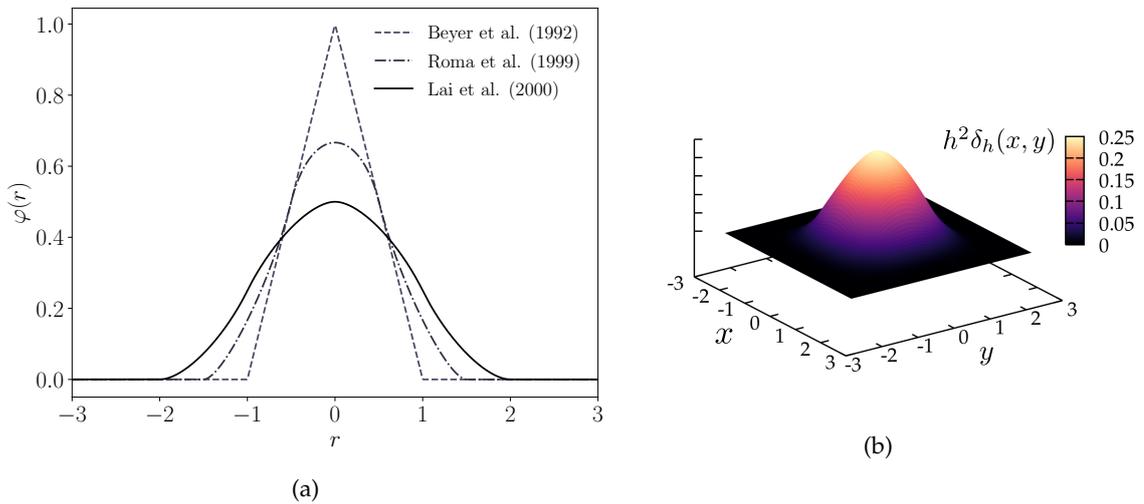


FIGURE 3.5 – (a) Différentes fonctions  $\varphi$  proposées par BEYER et al., 1992, ROMA et al., 1999 et LAI et al., 2000 pour la construction des fonctions  $\delta_h$ ; (b) Fonction  $\delta_h$  bidimensionnelle centrée en  $r = 0$ , obtenue avec la fonction quatre points de LAI et al., 2000.

Avec l'utilisation des fonctions  $\delta_h$ , la solution du problème n'est pas discontinue à l'interface, mais plutôt régularisée sur une épaisseur de l'ordre de  $h$ . Il en résulte que la précision de la méthode est limitée au premier ordre en espace. Les travaux de LAI et al., 2000 permettent d'étendre la méthode formellement au second ordre. Cela signifie que dans l'hypothèse de fonctions  $\delta$  indépendantes de  $h$ , la méthode est effectivement du second ordre. Néanmoins, elle reste limitée au premier ordre car la solution est régularisée à l'interface sur quelques cellules de la grille cartésienne, en raison des fonctions  $\delta_h$  qui s'adaptent à la résolution spatiale. Cette extension permet tout de même de réduire la viscosité numérique. Dans la suite de ce manuscrit, on se limite à la méthodologie initiale de PESKIN, 1972b sans considérer d'extension à des ordres supérieurs.

La modélisation des conditions aux limites sur la vitesse (condition d'adhérence) et sur la température (conditions isotherme et adiabatique) à la paroi sont maintenant abordées. Aucune condition n'est imposée sur la masse volumique donc  $f_\rho$  est nul dans l'équation (3.7).

### 3.3.2 Condition d'adhérence

Dans un premier temps, les différentes étapes de la méthode de *feedback forcing* sont présentées pour une condition d'adhérence à l'interface fluide-solide. Autrement dit, on cherche à imposer la condition de Dirichlet  $\mathbf{u}|_{\Gamma} = \mathbf{u}_w$  sur la vitesse. Par simplicité, on se place dans le cas d'un corps rigide fixe ou mobile mais l'extension de la méthode à un corps libre et déformable est immédiate. Il s'agit maintenant de calculer le terme de forçage  $\mathbf{f}_u$  sur les moments dans l'équation (3.8). Le calcul du terme de forçage est réalisé en trois étapes :

1. Interpolation de la vitesse  $\mathbf{u}$  aux points lagrangiens  $\mathbf{X}$ .
2. Calcul du terme de forçage lagrangien  $\mathbf{F}_u$ .
3. Calcul du terme de forçage eulérien  $\mathbf{f}_u$  par diffusion de  $\mathbf{F}_u$  sur la grille cartésienne.

**Étape d'interpolation.** À partir du champ de vitesse du fluide  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  défini sur le repère eulérien, la vitesse aux points lagrangiens est interpolée à l'aide de la fonction  $\delta_h$  :

$$\mathbf{u}(\mathbf{X}, t) = \int_{\Omega} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \delta_h(\mathbf{X} - \mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad (3.14)$$

On rappelle que la fonction  $\delta_h$  correspond désormais à la fonction quatre points (voir équation 3.13). En pratique, l'intégrale de l'équation (3.14) n'est pas calculée sur le domaine  $\Omega$  tout entier, mais uniquement sur le support de  $\delta_h$  afin de réduire le coût de calcul. Notons que les intégrales sont calculées numériquement à l'aide d'une simple somme de Riemann. Cette remarque s'applique aussi pour les étapes suivantes.

**Terme de forçage lagrangien.** Le terme de forçage lagrangien est calculé à partir de la vitesse précédemment interpolée via l'équation (3.14) :

$$\mathbf{F}_u(\mathbf{X}, t) = \alpha_f \int_0^t (\mathbf{u}(\mathbf{X}, t') - \mathbf{u}_w) dt' + \beta_f (\mathbf{u}(\mathbf{X}, t) - \mathbf{u}_w), \quad (3.15)$$

avec  $\mathbf{u}_w$  la vitesse de l'interface imposée au fluide par la condition d'adhérence.  $\alpha_f$  et  $\beta_f$  sont des paramètres négatifs à calibrer selon le cas d'étude. Le terme en  $\alpha_f$  correspond à une force de rappel tandis que le terme en  $\beta_f$  se traduit par une force d'amortissement. L'expression du terme de *feedback forcing* (3.15) a été proposée par GOLDSTEIN et al., 1993 pour une IBM dont le formalisme est légèrement différent de celui présenté par PESKIN, 1972b. Le forçage est inspiré de la théorie du contrôle des systèmes linéaires et correspond à un contrôleur à deux modes (DORF, 1983). Bien que l'écoulement d'un fluide soit un problème non linéaire, la méthode est justifiée par le fait que l'on cherche à contrôler des petites portions de l'écoulement dont la réponse est localement quasi-linéaire. Ceci est vrai seulement si le pas lagrangien  $\Delta s$  est assez proche de  $h$ . Afin de comprendre intuitivement l'effet du forçage sur l'écoulement, on simplifie le problème en prenant une masse volumique constante et en considérant que  $\mathbf{F}_u$  est prépondérant devant les autres termes de l'équation (3.8). L'équation des moments exprimée aux points lagrangiens est alors réduite à :

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{X}, t)}{\partial t} \simeq \tilde{\alpha}_f \int_0^t \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{X}, t') dt' + \tilde{\beta}_f \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{X}, t), \quad (3.16)$$

avec  $\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{u}(\mathbf{X}, t) - \mathbf{u}_w$ ,  $\tilde{\alpha}_f = \alpha_f / \rho$  et  $\tilde{\beta}_f = \beta_f / \rho$ . L'équation (3.16) correspond en fait à celle d'un oscillateur harmonique amorti de pulsation propre  $\omega_0 = \sqrt{-\tilde{\alpha}_f}$  et de taux d'amortissement  $\zeta = -\tilde{\beta}_f / (2\sqrt{-\tilde{\alpha}_f})$ . Par conséquent, les coefficients  $\alpha_f$  et  $\beta_f$  pilotent directement la fréquence d'oscillation et l'amortissement de la vitesse à l'interface par rapport à la vitesse imposée. Ils doivent être choisis de manière à avoir un coefficient d'amortissement élevé de telle sorte que  $\mathbf{u}(\mathbf{X}, t)$  converge rapidement vers  $\mathbf{u}_w$ . Afin de pouvoir traquer

toutes les variations de l'écoulement,  $\alpha_f$  doit être suffisamment important pour que la fréquence propre du terme de forçage soit supérieure à la fréquence maximale de l'écoulement. Lorsque  $\alpha_f$  et  $\beta_f$  sont suffisamment élevés, l'écoulement devient moins sensible au choix de ces paramètres. En revanche, le système devient raide et le pas de temps doit être réduit pour garantir la stabilité numérique de la solution car l'intégration temporelle du terme de forçage est explicite. Il faut donc trouver un compromis entre le coût de calcul et la précision de la condition d'adhérence. Pour illustrer l'importance de cette restriction, les simulations de GOLDSTEIN et al., 1993 sont réalisées avec un nombre de Courant–Friedrichs–Lewy (CFL) de l'ordre de  $10^{-3}$  ou  $10^{-2}$ , afin de satisfaire à la condition de stabilité obtenue pour l'équation (3.16). En revanche, cette condition de stabilité n'est qu'une estimation car elle n'est pas calculée sur le repère eulérien où sont discrétisées les équations du problème. Il est beaucoup plus complexe d'étendre cette condition de stabilité à la discrétisation finale sur le repère eulérien à cause des transferts via les fonctions  $\delta_h$ . STOCKIE et al., 1999 et HUA et al., 2022 ont proposé une analyse de stabilité de l'IBM de PESKIN, 1972b qui pourrait potentiellement être étendue à la méthode de *feedback forcing*.

**Étape de diffusion.** L'équation des moments (3.8) est résolue sur le domaine eulérien. Par conséquent, le terme de forçage final doit être défini sur le domaine eulérien. De manière analogue à l'étape d'interpolation, le terme de forçage lagrangien  $F_u$  est diffusé sur le repère eulérien à l'aide de la fonction  $\delta_h$  :

$$f_u(\mathbf{x}, t) = \rho(\mathbf{x}, t) \int_{\Gamma} F_u(\mathbf{X}, t) \delta_h(\mathbf{x} - \mathbf{X}) d\mathbf{X}, \quad (3.17)$$

On se place dans une configuration 2D pour la suite de l'analyse. Étant donné que la fonction  $\delta_h$  est de dimension  $L^{-2}$ , l'opération de convolution ne pose pas de problème lors de l'étape d'interpolation car l'intégration est effectuée sur une surface 2D. Ce n'est plus le cas lors de l'étape de diffusion où l'intégration est réalisée le long de l'interface lagrangienne, représentée par un contour 1D. De plus, il est essentiel que les étapes d'interpolation et de diffusion soient réalisées avec des fonctions  $\delta_h$  identiques afin de garantir l'identité d'une variable lors d'un aller-retour eulérien-lagrangien (PESKIN, 2002). Il se pose alors un problème de dimensions. En réalité, on peut considérer que les quantités définies à l'interface, sont en fait définies sur une surface de faible épaisseur au voisinage de la frontière au moment de leur diffusion. La question se pose alors de définir correctement cette surface de quadrature. WANG et al., 2009 intègrent le terme de forçage sur une surface  $h\Delta s$  tandis que HUANG et al., 2007 adoptent comme surface de quadrature  $(A_r/L_r)\Delta s$ , avec  $A_r$  une aire de référence et  $L_r$  une longueur de référence qui dépendent de la géométrie du solide. Des tests ont été réalisés en prenant en compte ces choix. On a observé une forte dépendance de  $\Delta s$  sur la solution, qui nous a ensuite menés à la découverte d'un autre problème : le chevauchement des fonctions  $\delta_h$  voisines. Ces interférences entre les fonctions  $\delta_h$  ont des conséquences néfastes sur le forçage et la partition de l'unité n'est plus assurée.

On s'est alors basé sur une définition de la surface de quadrature qui garantisse la partition de l'unité des fonctions  $\delta_h$  lors du recouvrement de fonctions voisines. En effet, les fonctions  $\delta_h$  sont construites à partir de plusieurs propriétés mentionnées plus haut, dont la partition de l'unité. En revanche, cette propriété n'est plus respectée lors du recouvrement d'une ou de plusieurs fonctions  $\delta_h$ . En pratique, ces recouvrements sont omniprésents pour éviter que le fluide ne pénètre le solide. Si l'on considère un pas lagrangien  $\Delta s = 2h$  et des fonctions quatre points (LAI et al., 2000) dont le support a un rayon  $2h$ , alors deux fonctions voisines se recouvrent sur une longueur égale à  $2h$  (voir Figure 3.6). Cela signifie qu'un point eulérien reçoit un forçage de la part de plusieurs points lagrangiens, dont les contributions interfèrent entre elles. FAVIER, 2016 s'intéresse aussi à ce problème dans le cadre d'une méthode de forçage direct pour la simulation d'écoulements au voisinage de parois biologiques ciliées et de revêtements aéronautiques bioinspirés. Afin de s'assurer que

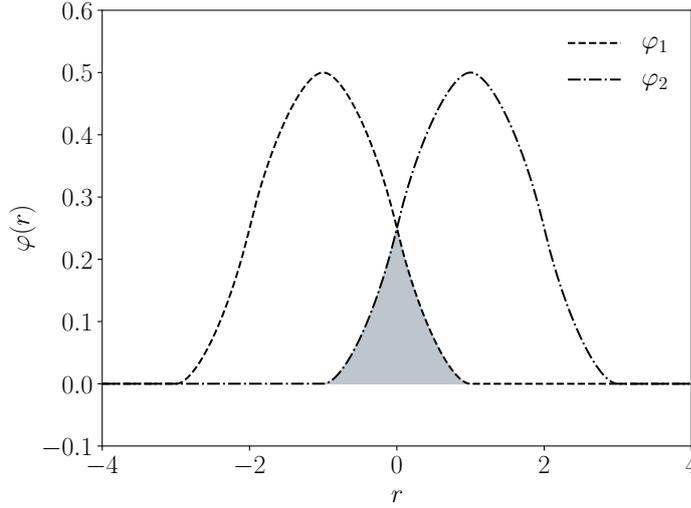


FIGURE 3.6 – Recouvrement de deux fonctions quatre points (LAI et al., 2000) voisines :  $\varphi_1$  centrée en  $r = -1$  et  $\varphi_2$  centrée en  $r = 1$ .

les grandeurs physiques soient conservées lors du passage d'un repère à un autre, le volume de quadrature de l'étape de diffusion est déterminé de telle sorte qu'il n'y ait ni destruction ni production des quantités lors des étapes d'interpolation et de diffusion. Cela signifie que si l'on applique à une certaine quantité physique une étape d'interpolation puis une étape de diffusion, alors on doit retrouver la quantité de départ. Cet *aller-retour* entre les espaces eulérien et lagrangien se traduit mathématiquement pour une quantité  $u$  en un point  $X_l$  de l'interface par :

$$u(X_l) = \int_{\Omega} u(x) \delta_h(x - X_l) dx, \quad (3.18)$$

$$= \int_{\Omega} \left( \int_{\Gamma} u(X) \delta_h(x - X) dX \right) \delta_h(x - X_l) dx, \quad (3.19)$$

$$\simeq \sum_{i,j \in D_l} \left( \sum_{k \in D_{ij}} u(X_k) \delta_h(x_{ij} - X_k) s_q(X_k) \right) \delta_h(x_{ij} - X_l) h^2, \quad (3.20)$$

avec  $s_q(X_k)$  la surface de quadrature de l'étape de diffusion au point  $X_k$ ,  $D_l$  le support de la fonction  $\delta_h$  centrée en  $X_l$  et  $D_{ij}$  le support de la fonction  $\delta_h$  centrée en  $x_{ij}$ . L'équation (3.20) peut aussi s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$u(X_l) = h^2 \sum_{k \in D_{ij}} a_{kl}^r s_q(X_k) u(X_k), \quad (3.21)$$

avec :

$$a_{kl}^r = \sum_{i,j \in D_l} \delta_h(x_{ij} - X_k) \delta_h(x_{ij} - X_l), \quad (3.22)$$

La matrice de recouvrement  $A^r$  de coefficients  $a_{kl}^r$  contient l'information du recouvrement de n'importe quel point lagrangien par rapport à tous les autres. Les coefficients  $a_{kl}^r$  sont non nuls uniquement lorsqu'il y a recouvrement, c'est-à-dire lorsque la distance entre deux points lagrangiens est inférieure à  $4h$ , dans le cas des fonctions quatre points.  $A^r$  est donc une matrice bande dont la largeur de bande dépend du support de la fonction  $\delta_h$ , du pas de discrétisation  $\Delta s$  et de la géométrie du solide. Elle est de dimension  $N_p \times N_p$ , avec  $N_p$  le nombre de points lagrangiens. Afin d'assurer la conservation des quantités lors de l'étape

de diffusion, la somme des fonctions  $\delta_h$  impliquées dans le recouvrement doit être égale à un afin que le principe de partition de l'unité ne soit pas transgressé. Indépendamment de la variable d'intégration, la surface de quadrature doit alors vérifier :

$$A^T \mathbf{s}_q = \mathbf{1}, \quad (3.23)$$

avec  $\mathbf{s}_q = \left( s_q(\mathbf{X}_1), \dots, s_q(\mathbf{X}_{N_p}) \right)^T$  le vecteur contenant la surface de quadrature associée à chaque point lagrangien. La matrice  $A^T$  est une matrice creuse dont les coefficients non nuls sont concentrés sur une bande diagonale et elle n'est pas forcément symétrique. Par conséquent, le système linéaire (3.23) est résolu de manière itérative à l'aide d'un algorithme BiCGstab (VORST, 1992). Dans le cas d'un corps immobile et rigide, la résolution du système n'est effectuée qu'au moment de l'initialisation car les points lagrangiens sont fixes par rapport aux points eulériens (corps immobile) et la distance entre les points lagrangiens reste inchangée (corps indéformable). En revanche, cette procédure peut vite devenir prohibitive dans le cas d'un solide mobile et/ou déformable car il faut alors résoudre un système de taille  $N_p \times N_p$  à chaque pas de temps.

En connaissant désormais la surface de quadrature de l'étape de diffusion, l'expression discrète de l'équation (3.17) au point  $\mathbf{x}_{ij}$  s'écrit :

$$f_u(\mathbf{x}_{ij}, t) \simeq \rho(\mathbf{x}_{ij}, t) \sum_{k \in D_{ij}} \mathbf{F}_u(\mathbf{X}_k, t) \delta_h(\mathbf{X}_k - \mathbf{x}_{ij}) s_q(\mathbf{X}_k), \quad (3.24)$$

On rappelle que la surface de quadrature précédemment calculée ne correspond pas à une surface d'intégration physique étant donné que les quantités lagrangiennes sont uniquement définies à l'interface. Il s'agit plutôt de pallier le problème dimensionnel engendré par l'utilisation des fonctions  $\delta_h$ , ainsi que le problème de recouvrement des fonctions  $\delta_h$  voisines qui viole le principe de partition de l'unité sur lequel elles ont été construites.

**Remarque.** La force totale exercée par le fluide sur l'obstacle solide peut être directement calculée par intégration de l'équation des moments (3.8) sur le domaine  $\Omega$ . Comme le terme de forçage prédomine devant les autres termes, la force exercée sur le solide peut être obtenue par :

$$\mathbf{F}_{f \rightarrow s}(t) = - \int_{\Omega} \mathbf{f}_u(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} = - \int_{\Omega} \left( \rho(\mathbf{x}, t) \int_{\Gamma} \mathbf{F}_u(\mathbf{X}, t) \delta_h(\mathbf{x} - \mathbf{X}) d\mathbf{X} \right) d\mathbf{x}. \quad (3.25)$$

avec  $\mathbf{F}_{f \rightarrow s}$  la force totale exercée par le fluide sur le solide. Cette approche se généralise à toutes les IBM qui font intervenir un terme source dans l'équation des moments (méthodes à interface diffuse). C'est une manière efficace de calculer les forces de portance et de traînée sans avoir besoin d'intégrer la contrainte normale à la paroi, qui nécessiterait une reconstruction particulière et serait plus coûteuse.

### 3.3.3 Condition isotherme

Dans la sous-section 3.3.2, les différentes étapes de la méthode de *feedback forcing* ont été présentées pour une condition d'adhérence. Autrement dit, il s'agissait d'imposer une condition de Dirichlet sur la vitesse en introduisant un terme de forçage dans l'équation des moments. Dans le cas d'une condition isotherme, la méthodologie est exactement la même. On cherche à imposer une condition de Dirichlet  $T|_{\Gamma} = T_w$  sur la température, mais cette fois-ci en introduisant un terme source dans l'équation de l'énergie (3.9). La température imposée est supposée uniforme mais une distribution variable (en temps et en espace) peut tout aussi bien être envisagée. On considère également une condition d'adhérence. Par conséquent, l'énergie totale correspondante est exprimée à l'aide de la loi d'état des gaz

raides :

$$E_w(\mathbf{X}, t) = \frac{1}{2} \mathbf{u}_w^2 + c_v T_w + \frac{P_\infty}{\rho(\mathbf{X}, t)}, \quad (3.26)$$

En complément de la condition isotherme, on remarque une contribution de la condition d'adhérence sur l'énergie cinétique par la présence de  $\mathbf{u}_w$  dans l'équation (3.26). De manière analogue à l'équation (3.14), la masse volumique aux points lagrangiens dans l'équation (3.26) est calculée telle que :

$$\rho(\mathbf{X}, t) = \int_{\Omega} \rho(\mathbf{x}, t) \delta_h(\mathbf{X} - \mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad (3.27)$$

Notons que l'interpolation de  $\rho(\mathbf{X}, t)$  n'est pas nécessaire si le fluide considéré est un gaz ( $P_\infty = 0$ ). Une fois que l'énergie à imposer  $E_w(\mathbf{X}, t)$  est connue, les étapes d'interpolation, de calcul du terme de forçage lagrangien et de diffusion permettent d'obtenir le terme source  $f_E$  de l'équation (3.9) :

$$E(\mathbf{X}, t) = \int_{\Omega} E(\mathbf{x}, t) \delta_h(\mathbf{X} - \mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad (3.28)$$

$$F_E(\mathbf{X}, t) = \alpha_f \int_0^t (E(\mathbf{X}, t') - E_w(\mathbf{X}, t')) dt' + \beta_f (E(\mathbf{X}, t) - E_w(\mathbf{X}, t)), \quad (3.29)$$

$$f_E(\mathbf{x}, t) = \rho(\mathbf{x}, t) \int_{\Gamma} F_E(\mathbf{X}, t) \delta_h(\mathbf{x} - \mathbf{X}) d\mathbf{X}. \quad (3.30)$$

Les valeurs des paramètres  $\alpha_f$  et  $\beta_f$  sont les mêmes que pour le forçage sur la vitesse. Les remarques énoncées dans la sous-section 3.3.2 concernant la précision et la stabilité du forçage, le calcul des intégrales et le choix de la surface de quadrature s'appliquent également ici.

### 3.3.4 Condition adiabatique

La méthode de *feedback forcing* est maintenant étendue à une condition adiabatique, c'est-à-dire que l'on cherche à imposer une condition de Neumann homogène sur la température à la paroi :  $\partial T / \partial \mathbf{n}|_{\Gamma} = 0$ , avec  $\mathbf{n}$  le vecteur normal à la paroi. Le principe de notre approche consiste à se ramener à une condition de Dirichlet après discrétisation de la condition de Neumann, puis à procéder de la même manière que pour la condition isotherme mais avec une température variable  $T_w(\mathbf{X}, t)$ . Pour cela, il est nécessaire d'introduire un second ensemble de points lagrangiens. Il s'agit des points couronne  $\mathbf{X}_c$ . Ainsi, chaque point lagrangien  $\mathbf{X}$  est associé à un point couronne  $\mathbf{X}_c$ , placé à une distance  $d$  suivant la direction normale à la paroi (voir Figure 3.7). Étant donné que la méthode est limitée au premier ordre, le gradient de température en  $\mathbf{X}$  est simplement discrétisé avec un schéma aux différences finies décentré du premier ordre suivant la normale. En appliquant la condition de flux nul, on obtient alors l'expression de la température à la paroi  $T_w(\mathbf{X}, t)$  :

$$T_w(\mathbf{X}, t) = T_w(\mathbf{X}_c, t) = \int_{\Omega} T(\mathbf{x}, t) \delta_h(\mathbf{X}_c - \mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (3.31)$$

Notons que la température en  $\mathbf{X}_c$  est interpolée de la même manière que pour les autres variables lagrangiennes. Les étapes suivantes sont identiques à celles présentées dans la sous-section 3.3.3 pour une condition isotherme. L'énergie totale imposée  $E_w(\mathbf{X}, t)$  est calculée à l'aide de l'équation (3.26) en remplaçant  $T_w$  par la température  $T_w(\mathbf{X}, t)$ , qui respecte la condition adiabatique en tout  $\mathbf{X}$ . Les équations (3.28), (3.29) et (3.30) permettent enfin d'obtenir le terme source  $f_E$  à introduire dans l'équation de conservation de l'énergie (3.9).

Le choix de la distance  $d$  joue un rôle important dans la modélisation de la condition adiabatique. Elle doit être suffisamment grande pour que l'interpolation soit calculée à partir

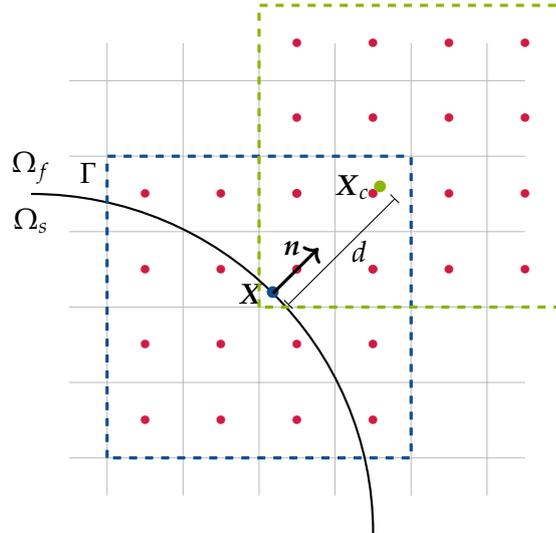


FIGURE 3.7 – Méthode de *feedback forcing* avec condition de Neumann : schéma de la configuration utilisée au voisinage d'une frontière  $\Gamma$  séparant un domaine fluide  $\Omega_f$  et un domaine solide  $\Omega_s$ . **Légende** : • point lagrangien  $X$ ; • points eulériens  $x$ ; • point couronne  $X_c$ ;  $\square$  support de la fonction  $\delta_h$  centrée en  $X$ ;  $\square$  support de la fonction  $\delta_h$  centrée en  $X_c$ .

de points situés uniquement dans le domaine fluide, ou du moins qu'ils soient affectés par des poids dominants de la fonction  $\delta_h$  discrète. La distance  $d$  ne doit pas non plus être trop importante car le gradient local à la paroi ne serait plus approximé correctement. Ainsi, on la fixe à  $d = \sqrt{2}h$  afin de la minimiser tout en garantissant que les quatre points eulériens qui entourent  $X_c$  soient contenus dans  $\Omega_f$ , y compris dans la pire situation où le vecteur  $\mathbf{n}$  est orienté suivant la diagonale d'une cellule cartésienne. Ce choix est communément adopté dans la littérature des méthodes *ghost-cell* qui font intervenir des points images semblables aux points couronne présentés ici (PAN, 2012; CHI et al., 2017).

### 3.3.5 Condition thermiquement neutre

Une dernière condition sur l'énergie est introduite ici. Il s'agit d'une condition thermiquement neutre, pour laquelle la température peut évoluer librement à l'interface fluide-solide. Elle sera appelée condition  $T$ -neutre par la suite. Le terme source  $f_E$  prend uniquement en compte l'énergie cinétique modifiée par la modélisation de la condition d'adhérence à la paroi :

$$f_E(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{f}_u(\mathbf{x}, t). \quad (3.32)$$

Bien qu'elle soit extrêmement simple, cette variante a montré de bons résultats dans l'étude d'écoulements compressibles lorsque les effets thermiques ne sont pas importants (WANG et al., 2017). La dynamique des écoulements est généralement très similaire entre une condition adiabatique et une condition  $T$ -neutre. Par conséquent, la condition  $T$ -neutre peut être une très bonne approximation pour simuler la dynamique d'un écoulement tout en réduisant le coût de calcul par rapport à une condition adiabatique, qui nécessite un second ensemble de points lagrangiens et des interpolations supplémentaires.

### 3.3.6 Intégration temporelle

L'intégration temporelle des termes sources de la méthode de *feedback forcing* est simplement réalisée à l'aide d'un schéma d'Euler explicite du premier ordre. Compte tenu de la

raideur des termes sources, une intégration implicite permettrait de réduire la forte restriction sur le pas de temps. Cependant, l'utilisation d'un schéma implicite est limitée par la formulation mixte eulérienne-lagrangienne. La méthode de *feedback forcing* sera uniquement appliquée à des cas pour lesquels le flux convectif est calculé avec le schéma HLLC-Hancock. C'est pourquoi elle n'est pas présentée avec la méthode RK3.

### 3.4 Méthode de pénalisation

On rappelle tout d'abord les grands principes de la méthode de pénalisation. Elle sera ensuite détaillée dans le cas d'un écoulement monophasique compressible autour d'un corps rigide fixe ou mobile avec différentes conditions aux limites.

La méthode de pénalisation permet de modéliser un corps solide par un milieu poreux de très faible perméabilité. C'est une méthode efficace, adaptable et facile à implémenter, dont le formalisme mathématique est rigoureusement défini (ANGOT et al., 1999). Contrairement à la méthode de *feedback forcing* de la section 3.3, l'interface n'est pas discrétisée avec la méthode de pénalisation. Le terme source volumique, appelé terme de pénalisation, est directement calculé sur le repère eulérien. Il n'est pas appliqué aux points de l'interface, mais plutôt au solide tout entier, localisé par une fonction masque  $\chi$  égale à un dans le solide et à zéro dans le fluide (voir Figure 3.8). La fonction masque est définie telle que :

$$\chi(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} 1, & \text{si } \mathbf{x} \in \Omega_s, \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.33)$$

Notons que la fonction masque (3.33) dépend du temps uniquement si le solide est mobile. Dans le cas d'un corps fixe, elle n'est calculée qu'une seule fois au temps initial.

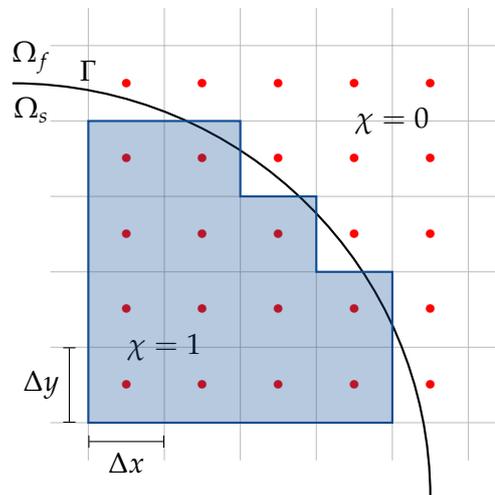


FIGURE 3.8 – Méthode de pénalisation avec condition de Dirichlet : schéma de la configuration utilisée au voisinage d'une frontière  $\Gamma$  séparant un domaine fluide  $\Omega_f$  et un domaine solide  $\Omega_s$ . **Légende** : ● points eulériens; ■ cellules pénalisées.

Par ailleurs, le caractère discontinu de la fonction masque (3.33) peut introduire des oscillations parasites (phénomène de Gibbs). Cet artéfact numérique est accentué lorsque le solide est mobile. Il peut être envisagé de réduire ces oscillations en régularisant la fonction masque. Lorsque le solide est fixe, ceci peut être réalisé à l'aide d'une fonction de Heaviside régularisée (HESTER et al., 2021 ; SHALLCROSS et al., 2022). Lorsqu'il est mobile, la méthode de pénalisation peut être couplée à une méthode *level set* pour mettre à jour la

fonction masque et la distance signée, nécessaire à la diffusion de la fonction masque. Une autre approche consiste à résoudre quelques itérations d'une équation de diffusion appliquée à la fonction masque discontinue (KOLOMENSKIY et al., 2009; KADOCH et al., 2012) ou à appliquer un filtre à la fonction masque (GHAFFARI et al., 2015). Cette dernière approche demande seulement de connaître  $\chi$  à l'instant initial. Par la suite, on considère la fonction masque discontinue de l'équation (3.33).

Avec la méthode de pénalisation, les conditions aux limites sont imposées sur un domaine fictif au lieu d'être imposées à l'interface exacte. Cette approximation introduit une erreur numérique de discrétisation de l'ordre de  $h$ . L'ordre de précision de la méthode de pénalisation est donc limitée au premier ordre en espace. Il existe cependant des extensions de la méthode qui permettent d'atteindre des ordres supérieurs (KOU et al., 2022).

Comme pour la méthode de *feedback forcing* (voir section 3.3), on s'intéresse à différentes conditions aux limites sur la masse volumique, sur la vitesse et sur la température qui impliquent différentes formes du terme de pénalisation.

### 3.4.1 Condition d'adhérence

On présente tout d'abord la modélisation d'une condition d'adhérence et l'expression du terme de pénalisation correspondant. Elle sera ensuite utilisée pour toutes les autres conditions aux limites associées à la masse volumique et à la température. De manière analogue à l'équation (3.6) pour un écoulement incompressible, le terme de pénalisation des moments pour un écoulement compressible s'écrit :

$$f_u = \frac{\chi}{\eta} (\rho \mathbf{u}_w - \rho \mathbf{u}), \quad (3.34)$$

avec  $\mathbf{u}_w$  la vitesse du solide et  $\eta \ll 1$  le paramètre de perméabilité. On remarque que le terme de pénalisation de l'équation (3.34) est activé seulement dans  $\Omega_s$  car la fonction masque  $\chi$  est nulle dans  $\Omega_f$ . Afin de correctement modéliser le solide, le paramètre de perméabilité  $\eta$  doit tendre vers zéro mais le terme source devient extrêmement raide lorsque  $1/\eta \gg 1$ . Si l'intégration temporelle est explicite, le pas de temps doit satisfaire à la condition de stabilité  $\Delta t \leq \eta$ . Cette condition est impossible à respecter en pratique pour modéliser correctement l'obstacle solide car  $\eta \ll 1$ . Heureusement, les termes en  $1/\eta$  de l'équation (3.34) ne font pas intervenir de dérivées spatiales. Ils peuvent donc être intégrés avec des schémas implicites sans avoir recours à la résolution d'un système linéaire. Il devient alors possible de choisir des valeurs très faibles de  $\eta$  sans affecter le pas de temps  $\Delta t$ . Dans ce travail, l'intégration implicite des termes en  $1/\eta$  permet de fixer le paramètre de perméabilité à  $\eta = 10^{-10}$  afin de modéliser les conditions aux limites avec une grande précision.

Pour un écoulement incompressible, ANGOT et al., 1999 démontrent que la vitesse pénalisée converge vers la vitesse imposée lorsque  $\eta \rightarrow 0$ , avec un taux de convergence en  $\mathcal{O}(\eta^{3/4})$ . Numériquement, un taux de convergence en  $\mathcal{O}(\eta)$  est observé. L'erreur de la solution continue toujours de décroître lorsque  $\eta$  diminue, mais elle est dominée par l'erreur de discrétisation de la fonction masque à partir d'un certain seuil.

*Remarque.* Comme pour la méthode de *feedback forcing*, la force exercée par le fluide sur l'obstacle solide peut être directement calculée par intégration de l'équation des moments (3.8) sur le domaine  $\Omega_s$ . En considérant que le terme de pénalisation prédomine devant les autres termes, on obtient :

$$\mathbf{F}_{f \rightarrow s}(t) = -\frac{1}{\eta} \int_{\Omega_s} (\rho \mathbf{u}_w - \rho \mathbf{u}) dx. \quad (3.35)$$

avec  $F_{f \rightarrow s}$  la force exercée par le fluide sur le solide. C'est une manière efficace de calculer les forces de portance et de traînée sans avoir besoin d'intégrer la contrainte normale à la paroi, qui nécessiterait une reconstruction particulière dans le cadre de la méthode de pénalisation. Notons que l'interface n'est pas définie explicitement, ce qui rendrait la tâche encore plus complexe.

Plusieurs variantes de la méthode de pénalisation sont présentées ci-dessous. Elles ont toutes un point en commun : une condition d'adhérence est imposée à la paroi. L'expression des termes  $f_\rho$  et  $f_E$  des équations (3.7) et (3.9) est détaillée pour chaque condition aux limites que l'on cherche à modéliser.

### 3.4.2 Condition isotherme

La toute première extension de la méthode de pénalisation pour des écoulements compressibles a été proposée par LIU et al., 2007 dans le cas d'une paroi isotherme ( $T|_\Gamma = T_w$ ). L'extension naïve de la méthode originale consiste à rajouter un terme source dépendant de  $T_w$  dans l'équation de conservation de l'énergie, de manière analogue au terme de pénalisation sur les moments (3.34). En procédant ainsi, la réflexion et la transmission des ondes à la frontière fluide-solide n'est pas correctement modélisée et les ondes réfléchies subissent de fortes pertes de masse et d'énergie (LIU et al., 2006). C'est une conséquence de l'impédance acoustique du milieu poreux qui évolue librement au lieu d'être pilotée par ses propriétés. Afin de pallier ce problème, LIU et al., 2007 proposent de pénaliser l'équation de conservation de la masse afin qu'elle respecte l'équation de continuité des écoulements compressibles en milieu poreux au sein de la zone pénalisée. Cette équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (3.36)$$

avec  $\phi \in [0, 1]$  la porosité du milieu poreux, définie comme le rapport entre le volume des pores et le volume total du milieu poreux. Le terme de pénalisation pour un écoulement compressible en présence d'un corps solide à température constante  $T_w$  avec condition d'adhérence à la paroi s'écrit alors :

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{1}{\phi} - 1\right)\chi \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) \\ \frac{\chi}{\eta} (\rho \mathbf{u}_w - \rho \mathbf{u}) \\ \frac{\chi}{\eta} (\rho E_w - \rho E) \end{pmatrix}, \quad (3.37)$$

avec  $E_w$  l'énergie totale imposée par la condition isotherme, calculée à partir de la loi d'état des gaz raides :

$$E_w = \frac{1}{2} \mathbf{u}_w^2 + c_v T_w + \frac{P_\infty}{\rho}, \quad (3.38)$$

Tout comme la condition d'adhérence, la condition isotherme est une condition de Dirichlet. Les remarques énoncées dans la sous-section 3.4.1 concernant la facilité à impliciter le terme source s'appliquent aussi pour la modélisation de la condition isotherme.

Lorsque  $\chi$  passe de 0 à 1, l'équation de continuité classique (3.7) bascule vers l'équation de continuité des écoulements compressibles en milieu poreux (3.36). L'impédance acoustique du milieu passe alors de  $Z = \rho c$  à  $Z = \rho c / \phi$ . Il devient donc possible d'augmenter l'impédance acoustique de la zone pénalisée en diminuant la valeur de  $\phi$ . Comme pour les termes en  $1/\eta$ , le terme de pénalisation en  $1/\phi$  affecte la raideur du système en modifiant ses valeurs propres. Il fait intervenir un opérateur de divergence, contrairement aux termes de pénalisation sur les moments et sur l'énergie. Une intégration implicite du terme source

doit alors passer par la résolution d'un système linéaire et devient plus coûteuse. Notons que le schéma numérique utilisé dans la discrétisation du terme source doit être consistant avec celui adopté dans le calcul des flux convectifs principaux, afin de préserver la précision et la stabilité du schéma global. L'intégration implicite est alors complexifiée par l'utilisation du schéma HLLC-Hancock pour le calcul du flux convectif dans le solveur existant, qui nécessite de connaître toutes les variables au même instant. Par ailleurs, il n'est pas nécessaire que la valeur de  $\phi$  atteigne l'ordre de grandeur de  $\eta$ . Dans le cas de la réflexion d'une onde de choc sur une paroi solide, PIQUET et al., 2016 montrent que l'amplitude de l'onde réfléchie tend vers la solution exacte lorsque  $\phi$  diminue, et que la solution exacte est atteinte pour  $\phi = 10^{-3}$ . Il est alors possible d'adopter une intégration explicite du terme de pénalisation sur l'équation de continuité car le pas de temps reste acceptable, bien qu'il soit fortement diminué pour garantir la stabilité numérique de la solution.

Une analyse de stabilité numérique a été menée par LIU et al., 2007 dans le cas d'un écoulement subsonique. Ils se basent sur une étude de convergence afin d'émettre l'hypothèse que  $u = \mathcal{O}(\eta)$  au sein de la zone pénalisée. En pratique, des vitesses parasites peuvent persister sur les bords de la zone pénalisée, notamment pour des écoulements supersoniques. Afin de mieux comprendre l'impact de  $\phi$  sur la stabilité de la solution dans le but d'optimiser le choix de ce paramètre, l'analyse de stabilité est étendue ici sans faire d'hypothèse sur la vitesse de l'écoulement dans la zone pénalisée. Par simplicité, on considère les équations d'Euler 1D pour un gaz parfait. La matrice jacobienne du système hyperbolique correspondant s'écrit :

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 1/\phi & 0 \\ \frac{\gamma-3}{2}u^2 & (3-\gamma)u & \gamma-1 \\ -\gamma uE + (\gamma-1)u^3 & \gamma E - \frac{3}{2}(\gamma-1)u^2 & \gamma u \end{bmatrix}, \quad (3.39)$$

On remarque que  $\phi$  intervient dans la matrice jacobienne, dont les valeurs propres  $\lambda$  sont solutions de l'équation cubique suivante :

$$(\lambda - u)^3 + q_1(\lambda - u) + q_2 = 0, \quad (3.40)$$

avec :

$$\begin{aligned} q_1 &= -c^2 - \frac{u^2}{2} \left( \frac{1}{\phi} - 1 \right) (\gamma - 3), \\ q_2 &= c^2 u \left( \frac{1}{\phi} - 1 \right) - \frac{u^3}{2} \left( \frac{1}{\phi} - 1 \right) (\gamma - 1), \end{aligned} \quad (3.41)$$

L'équation (3.40) peut être résolue par la méthode de Cardan afin d'obtenir les valeurs propres de la matrice jacobienne (3.39) :

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= u + \sqrt[3]{R_q} + \sqrt[3]{\overline{R_q}}, \\ \lambda_2 &= u + \omega \sqrt[3]{R_q} + \overline{\omega} \sqrt[3]{\overline{R_q}}, \\ \lambda_3 &= u + \overline{\omega} \sqrt[3]{R_q} + \omega \sqrt[3]{\overline{R_q}}, \end{aligned} \quad (3.42)$$

avec  $R_q = -\frac{q_2}{2} + \sqrt{\frac{q_2^2}{4} + \frac{q_1^3}{27}}$  et  $\omega = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ .  $\overline{R_q}$  et  $\overline{\omega}$  correspondent aux conjugués de  $R_q$  et de  $\omega$ . Dans le cas d'une intégration temporelle avec le schéma d'Euler explicite, la condition de CFL modifiée par le paramètre de porosité  $\phi$  s'écrit :

$$\text{CFL} = \frac{\lambda_{\max} \Delta t}{\Delta x} \leq 1. \quad (3.43)$$

avec  $\lambda_{\max} = \max\{|\lambda_1|, |\lambda_2|, |\lambda_3|\}$  le rayon spectral de la matrice jacobienne  $J$ . On peut noter que pour  $\phi = 1$ , les valeurs propres sont  $u$ ,  $u - c$  et  $u + c$ . Elles ne sont pas modifiées par rapport à un écoulement non pénalisé. Le nombre de CFL reste donc inchangé par rapport

à un écoulement classique :  $CFL = |u + c|\Delta t/\Delta x$ . Lorsque  $\phi$  diminue, le rayon spectral augmente et le pas de temps  $\Delta t$  doit être réduit conformément à la condition de stabilité (3.43). L'évolution de  $\lambda_{max}$  en fonction de  $\phi$  est illustrée sur la Figure 3.9 pour des nombres de Mach  $M_\infty = 0.1$  et  $M_\infty = 2$ , dans le cas extrême où  $u = u_\infty$ . On remarque que le rayon spectral augmente rapidement lorsque  $\phi$  diminue. Dans le cas le plus sévère ( $M_\infty = 2$ ,  $\phi = 10^{-4}$ ), on observe une très forte augmentation (d'un facteur cinquante) du rayon spectral  $\lambda_{max}$  par rapport au cas  $\phi = 1$ , ce qui mènerait à un temps de calcul multiplié par cinquante. Afin d'éviter des coûts de calcul trop importants et en prenant en compte les résultats de PIQUET et al., 2016 concernant l'amplitude des ondes réfléchies en fonction de  $\phi$ , le paramètre de porosité sera fixé dans l'intervalle  $[10^{-2}, 1]$  tout au long de ce travail.

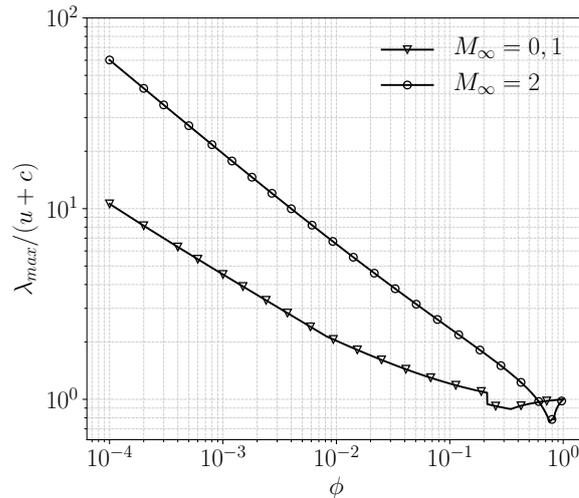


FIGURE 3.9 – Influence du paramètre de porosité  $\phi$  sur le rayon spectral  $\lambda_{max}$  pour deux nombres de Mach différents.

### 3.4.3 Condition adiabatique

Différentes approches ont précédemment été proposées pour modéliser une condition de Neumann avec la méthode de pénalisation. KADOCH et al., 2012 pénalisent le terme de diffusion d'une équation de convection-diffusion d'un scalaire passif couplée aux équations de Navier-Stokes afin d'imposer un flux nul à la paroi dans le cas d'un écoulement incompressible. Concernant les écoulements compressibles, BROWN-DYMKOSKI et al., 2014 introduisent des termes de pénalisation hyperboliques dont les caractéristiques pointent vers l'intérieur de l'obstacle solide. Cette méthode de pénalisation, basée sur les caractéristiques (*Characteristic Based Volume Penalization*, CBVP), permet de modéliser une condition de Neumann homogène ou inhomogène. Elle est communément appliquée à une condition adiabatique dans le contexte d'écoulements compressibles visqueux (BROWN-DYMKOSKI et al., 2014; ABALAKIN et al., 2021; SHALLCROSS et al., 2022) ou non visqueux (KASIMOV et al., 2021; LAVOIE et al., 2021). Bien qu'elle permette une modélisation précise des flux à la paroi, la méthode CBVP fait intervenir des termes sources raides avec des opérateurs différentiels difficiles à intégrer de manière implicite. On perd alors toute la simplicité, la souplesse et l'efficacité de la méthode de pénalisation.

Afin de conserver tous ces avantages, notre approche repose sur un couplage entre la méthode de pénalisation et une méthode *ghost-cell* (CHI et al., 2017) pour modéliser une condition adiabatique à la paroi. En suivant la stratégie utilisée pour modéliser une condition adiabatique avec la méthode de *feedback forcing* dans la section 3.3.4, la température est imposée dans les cellules solides au contact de l'interface (cellules fantômes) à l'aide d'un

terme de pénalisation en se ramenant à une condition de Dirichlet. La température imposée dans ces cellules doit satisfaire à la condition de flux nul à la paroi. On précise qu'il est toujours possible de pénaliser l'équation de continuité à l'aide d'un paramètre de porosité :

$$f_\rho = -\left(\frac{1}{\phi} - 1\right)\chi\nabla\cdot(\rho\mathbf{u}), \quad (3.44)$$

La méthode *ghost-cell* permet de localiser les cellules dites fantômes et de calculer la température à imposer dans ces cellules. La méthodologie est détaillée ci-dessous et la configuration utilisée est illustrée sur la Figure 3.10.

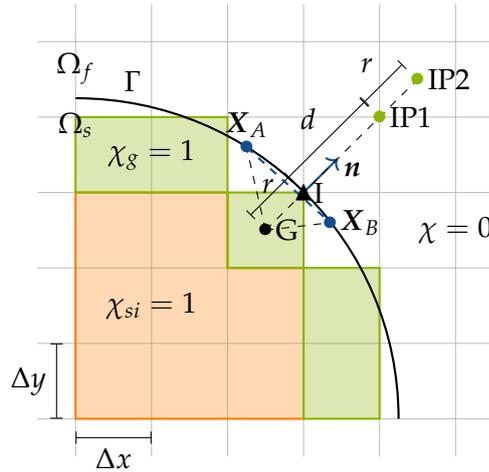


FIGURE 3.10 – Méthode de pénalisation avec condition de Neumann : schéma de la configuration utilisée au voisinage d'une frontière  $\Gamma$  séparant un domaine fluide  $\Omega_f$  et un domaine solide  $\Omega_s$ . **Légende** : ■ cellules solides intérieures ; ■ cellules fantômes ; ● point fantôme G ; ▲ point interface I ; ● points images IP1 et IP2 ; ● points lagrangiens  $X_A$  et  $X_B$ .

Une cellule est dite fantôme s'il s'agit d'une cellule solide ayant au moins une voisine fluide et son centre est appelé point fantôme G. Les autres cellules solides sont appelées cellules solides intérieures. Pour chaque point fantôme G, un point interface I est construit comme la projection orthogonale de G sur l'interface discrète. En effet, l'interface doit être préalablement discrétisée à l'aide d'un ensemble de point lagrangiens. Sur la Figure 3.10, seuls les deux points lagrangiens  $X_A$  et  $X_B$  les plus proches de G sont représentés et I est obtenu par projection de G sur le segment  $[X_A X_B]$ . Le vecteur normal à la paroi  $\mathbf{n}$  est également calculé à partir des coordonnées de  $X_A$  et  $X_B$ . Les points images IP1 et IP2 sont ensuite placés à une distance  $d$  et  $d + r$  (respectivement) de I suivant la normale à la paroi. Notons que la distance  $d$  est un paramètre à fixer mais que la distance  $r$  est contrainte par la distance GI, qui dépend de la position relative de l'interface par rapport à la grille cartésienne. La condition adiabatique doit être satisfaite en tout point I de l'interface discrète. Après discrétisation de la condition de flux nul à l'aide d'un schéma aux différences finies du second ordre et en imposant  $\partial T / \partial \mathbf{n}|_I = 0$ , la température en G s'écrit :

$$T_G = T_{IP1} - \frac{d-r}{d}(T_{IP2} - T_{IP1}), \quad (3.45)$$

avec  $T_{IP1}$  et  $T_{IP2}$  les températures aux points IP1 et IP2, obtenues par interpolation bilinéaire en 2D (trilinéaire en 3D) à partir des valeurs connues aux quatre cellules eulériennes voisines. Le paramètre  $d$  est fixé à  $d = \sqrt{2}h$  en 2D ( $d = \sqrt{3}h$  en 3D) pour les mêmes raisons que celles énoncées dans la sous-section 3.3.4 concernant la méthode de *feedback forcing* pour une paroi adiabatique.

Par ailleurs, la fonction masque  $\chi$  est décomposée en deux fonctions masques distinctes  $\chi_g$  et  $\chi_{si}$ , associées aux cellules fantômes et aux cellules solides intérieures (respectivement). Elles sont définies telles que :

$$\chi_g(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \text{si } \mathbf{x} \in \Omega_g, \\ 0, & \text{sinon,} \end{cases} \quad \chi_{si}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \text{si } \mathbf{x} \in \Omega_{si}, \\ 0, & \text{sinon,} \end{cases} \quad (3.46)$$

avec  $\Omega_g$  et  $\Omega_{si}$  les domaines occupés par les cellules fantômes et par les cellules solides intérieures (respectivement). Notons que  $\chi_g + \chi_{si} = \chi$ . La distinction de ces deux fonctions masques permet d'appliquer des conditions différentes dans les cellules fantômes et dans les cellules solides intérieures, tout en introduisant un seul terme source. La température  $T_G$  est imposée dans les cellules fantômes comme pour une condition isotherme (voir sous-section 3.4.2) mais elle reste libre dans les cellules solides intérieures. Par conséquent, la condition adiabatique est modélisée par l'introduction du terme suivant dans l'équation de conservation de l'énergie :

$$f_E = \frac{\chi_g}{\eta} \left( \rho(c_v T_G + \frac{\mathbf{u}_w^2}{2}) + P_\infty - \rho E \right) + \frac{\chi_{si}}{\eta} \mathbf{u} \cdot (\rho \mathbf{u}_w - \rho \mathbf{u}). \quad (3.47)$$

L'énergie totale dans le domaine  $\Omega_{si}$  est seulement affectée par l'énergie cinétique imposée par le mouvement du solide.

### 3.4.4 Condition thermiquement neutre

Une condition thermiquement neutre ( $T$ -neutre) est également introduite pour la méthode de pénalisation. L'équation de continuité peut être pénalisée lorsque  $\phi < 1$  mais aucune condition spécifique n'est imposée sur la température. Par conséquent, le terme de pénalisation est défini tel que :

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} -(\frac{1}{\phi} - 1)\chi \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) \\ \frac{\chi}{\eta} (\rho \mathbf{u}_w - \rho \mathbf{u}) \\ \frac{\chi}{\eta} \mathbf{u} \cdot (\rho \mathbf{u}_w - \rho \mathbf{u}) \end{pmatrix}. \quad (3.48)$$

Le terme sur l'énergie reflète seulement l'impact de la condition d'adhérence sur l'énergie cinétique du système au sein de la zone pénalisée. Cette approche est parfois désignée comme une condition adiabatique (ABGRALL et al., 2014). On l'appelle ici condition thermiquement neutre afin de la distinguer de la condition adiabatique présentée dans la sous-section 3.4.3. Bien qu'elle soit très simple, la condition  $T$ -neutre peut être une très bonne approximation lorsque l'on s'intéresse seulement à la dynamique de l'écoulement. Elle permet de réduire le coût de calcul par rapport à la condition adiabatique, basée sur une méthode *ghost-cell*.

### 3.4.5 Condition d'impédance

La modélisation de la réflexion et de la transmission des ondes à la frontière fluide-solide est cruciale dans l'étude des écoulements compressibles. Afin de réduire l'erreur sur l'amplitude d'une onde réfléchie, LIU et al., 2007 ont introduit un terme de pénalisation sur l'équation de continuité. Il permet ainsi de contrôler l'impédance acoustique du milieu poreux à l'aide d'un paramètre de porosité  $\phi \in [0, 1]$ . Malheureusement, ce dernier modifie les valeurs propres du système hyperbolique car la pénalisation agit directement sur le terme convectif. Par conséquent, la condition de stabilité devient très restrictive lorsque  $\phi$  diminue et le pas de temps doit être fortement diminué (voir sous-section 3.4.2). Afin de se libérer de

cette contrainte et de réduire considérablement le temps de calcul, on cherche ici à contrôler l'impédance acoustique de la zone pénalisée sans agir directement sur le terme convectif.

L'impédance acoustique est contrôlée en imposant la masse volumique au sein de la zone pénalisée, au lieu d'introduire un paramètre de porosité. Étant donné que la vitesse du son suit  $c^2 \propto 1/\rho$ , alors l'impédance acoustique augmente en  $\rho^{1/2}$ . La masse volumique de la zone pénalisée est imposée par une condition de Dirichlet et le terme de pénalisation devient donc :

$$\mathbf{f} = \frac{\chi}{\eta} \begin{pmatrix} \rho_w - \rho \\ (\rho \mathbf{u})_w - \rho \mathbf{u} \\ \mathbf{u} \cdot ((\rho \mathbf{u})_w - \rho \mathbf{u}) \end{pmatrix}. \quad (3.49)$$

avec  $\rho_w$  la masse volumique imposée au solide. Le terme de pénalisation (3.49) n'agit plus sur le terme convectif mais le système demeure raide car  $1/\eta \gg 1$ . Heureusement, il est facile de traiter un terme de pénalisation issu d'une condition de Dirichlet à l'aide d'un schéma d'intégration implicite sans avoir à résoudre un système linéaire, comme évoqué dans la section 3.4.2. Par conséquent, il n'y a aucun surcoût lié au contrôle de l'impédance acoustique contrairement à l'approche avec porosité.

### 3.4.6 Intégration temporelle

L'intégration temporelle du terme source est un point crucial de la méthode de pénalisation car les termes en  $1/\eta$  sont extrêmement raides. Il est presque indispensable de les intégrer par une méthode implicite afin de s'affranchir d'une condition trop restrictive sur le pas de temps ( $\Delta t \leq \eta$ ). L'intégration temporelle des équations pénalisées est illustrée en prenant pour exemple l'équation des moments (3.8), réécrite sous la forme :

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} = \mathbf{RHS} + \frac{\chi}{\eta} ((\rho \mathbf{u})_w - \rho \mathbf{u}), \quad (3.50)$$

avec **RHS** regroupant les termes convectifs et visqueux, traités de manière explicite. Il en découle que l'intégration globale des équations est réalisée par une approche semi-implicite. La méthode d'Euler semi-implicite du premier ordre et la méthode RK3 semi-implicite sont présentées ci-dessous pour l'équation pénalisée (3.50).

**Euler semi-implicite.** La solution à l'instant  $t^{n+1}$  obtenue par la méthode d'Euler semi-implicite du premier ordre s'écrit :

$$\left(1 + \frac{\Delta t \chi^{n+1}}{\eta}\right) (\rho \mathbf{u})^{n+1} = (\rho \mathbf{u})^n + \Delta t \mathbf{RHS}^n + \frac{\Delta t \chi^{n+1}}{\eta} (\rho \mathbf{u}_w)^{n+1}, \quad (3.51)$$

Notons que le terme **RHS** est évalué à l'instant  $t^n$  tandis que le terme de pénalisation est calculé à l'instant  $t^{n+1}$ . Comme le terme source ne fait apparaître aucune dérivée spatiale, la matrice du système liée au caractère implicite est diagonale. Par conséquent, la solution à l'instant  $t^{n+1}$  est obtenue directement sans passer par la résolution d'un système linéaire.

**RK3 semi-implicite.** La solution à l'instant  $t^{n+1}$  est obtenue en trois étapes avec le schéma RK3 semi-implicite. L'intégration temporelle de la solution entre les instants  $t^n$  et  $t^{n+1}$  passe par des prédictions intermédiaires  $(\rho \mathbf{u})^*$  et  $(\rho \mathbf{u})^{**}$ . Les trois étapes sont données par :

$$\left(1 + \frac{\Delta t \chi^*}{\eta}\right) (\rho \mathbf{u})^* = (\rho \mathbf{u})^n + \Delta t \mathbf{RHS}^n + \frac{\Delta t \chi^*}{\eta} (\rho \mathbf{u}_w)^*, \quad (3.52)$$

$$\left(1 + \frac{\Delta t \chi^{**}}{4\eta}\right) (\rho u)^{**} = \frac{3}{4}(\rho u)^n + \frac{1}{4}(\rho u)^* + \frac{\Delta t}{4} \left( \mathbf{RHS}^* + \frac{\chi^{**}}{\eta} (\rho u_w)^{**} \right), \quad (3.53)$$

$$\left(1 + \frac{2\Delta t \chi^{n+1}}{3\eta}\right) (\rho u)^{n+1} = \frac{1}{3}(\rho u)^n + \frac{2}{3}(\rho u)^{**} + \frac{2\Delta t}{3} \left( \mathbf{RHS}^{**} + \frac{\chi^{n+1}}{\eta} (\rho u_w)^{n+1} \right). \quad (3.54)$$

Comme pour la méthode d'Euler, il n'est pas nécessaire de résoudre un système linéaire pour calculer la solution à  $t^{n+1}$  avec la méthode RK3 semi-implicite. Bien qu'elle permette de considérer des pas de temps plus élevés que la méthode d'Euler du premier ordre, la méthode RK3 reste tout de même plus coûteuse.

*Remarque.* Une autre approche, non considérée ici, consiste à intégrer analytiquement le terme de pénalisation par la résolution d'une équation différentielle ordinaire (EDO) suite à une opération de *splitting* (PIQUET et al., 2016; WANG et al., 2021).

Par ailleurs, les termes en  $1/\phi$  font apparaître un terme convectif en  $\nabla \cdot (\rho u)$ . L'intégration implicite est moins triviale et la résolution d'un système linéaire peut entraîner un surcoût de calcul important. Étant donné que  $\phi \gg \eta$ , la contrainte sur le pas de temps reste acceptable et on choisit d'intégrer ce terme de pénalisation par une approche explicite. Certains auteurs préfèrent annuler ce terme en fixant  $\phi = 1$  afin de réduire la contrainte sur le pas de temps au détriment d'une légère baisse de précision (BOIRON et al., 2009; EBRAHIMI POUR et al., 2021). Dans ce travail, l'influence de la valeur de  $\phi$  sur la précision et sur le coût de calcul sera étudiée pour  $\phi \in [10^{-2}, 1]$ .

### 3.4.7 Extension aux écoulements diphasiques

La méthode de pénalisation est étendue aux écoulements diphasiques compressibles décrits par le modèle à quatre équations présenté dans la section 2.2. Le système d'équations correspondant, qui est une extension directe des équations de Navier-Stokes, ne demande pas d'efforts particuliers pour l'extension de la méthode de pénalisation. En revanche, des ajustements peuvent être nécessaires selon le schéma numérique utilisé dans la discrétisation du terme convectif. Les équations pénalisées sont d'abord présentées pour le modèle sans transfert de masse, avant d'être exposées dans le cas d'un écoulement diphasique avec transfert de masse.

**Sans transfert de masse.** On rappelle que le modèle à quatre équations sans transfert de masse sera utilisé dans la simulation du collapse de bulle au voisinage d'une paroi. Ce problème fait intervenir des impacts d'ondes de choc sur la paroi. Il est donc primordial de modéliser fidèlement la transmission et la réflexion des ondes à l'interface fluide-solide. Cela nécessite de pénaliser l'équation de continuité par un terme de porosité ou par une condition d'impédance. De manière générale, le modèle à quatre équations sans transfert de masse pénalisé s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) = f_\rho, \quad (3.55)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \otimes u) + \nabla p + \nabla \cdot \tau = f_u, \quad (3.56)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot ((\rho E + p)u) + \nabla \cdot (\tau \cdot u) + \nabla \cdot q = f_E, \quad (3.57)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \alpha = K \nabla \cdot \mathbf{u}. \quad (3.58)$$

Les termes  $f_\rho$  et  $f_E$  permettent de modéliser différentes conditions aux limites présentées plus haut, notamment pour contrôler l'impédance acoustique du milieu poreux. En revanche, aucun terme de pénalisation n'est appliqué sur l'équation du taux de vide. En effet, il n'y a ni transport ni formation de  $\alpha$  dans le domaine pénalisé d'après l'hypothèse  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_w$  lorsque  $\chi = 1$ . Notons que cette hypothèse reste valide numériquement seulement si le schéma adopté dans la discrétisation du terme convectif est non dissipatif. C'est pourquoi le schéma HLLC-Hancock est utilisé ici.

**Avec transfert de masse.** Le modèle à quatre équations avec transfert de masse nous permet de simuler des écoulements cavitants. Dans ce contexte, on ne cherche plus à contrôler l'impédance acoustique du milieu poreux. On se limite alors à la condition  $T$ -neutre et les équations pénalisées deviennent :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (3.59)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) + \nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = \mathbf{f}_u, \quad (3.60)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot ((\rho E + p) \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{u}) + \nabla \cdot \mathbf{q} = f_E, \quad (3.61)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \alpha = K \nabla \cdot \mathbf{u} + \rho_l^{-1} \dot{m}, \quad \text{avec } \dot{m} = \frac{\rho_l \rho_g}{\rho_l - \rho_g} \left( 1 - \frac{c^2}{c_{Wallis}^2} \right) \nabla \cdot \mathbf{u}, \quad (3.62)$$

Les schémas HLLC-Hancock et JST seront tous deux utilisés lors de la simulation d'écoulements cavitants. Contrairement au schéma HLLC-Hancock, le schéma de JAMESON et al., 1981 introduit une dissipation artificielle au voisinage des discontinuités pour des raisons de stabilité. Habituellement, la contribution dissipative ne s'active qu'en présence de chocs ou de frontières liquide-gaz. Avec la méthode de pénalisation, la frontière fluide-solide représente aussi une zone à fort gradient. Par conséquent, le terme dissipatif du schéma JST s'active aussi dans cette région. Il en résulte que l'hypothèse  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_w$  lorsque  $\chi = 1$  n'est plus vraie partout numériquement. Par conséquent, la divergence de la vitesse est non nulle dans une partie de la zone pénalisée au voisinage de l'interface fluide-solide. De ce fait, il peut y avoir formation de vapeur au sein de la zone pénalisée. De plus, le transport de  $\alpha$  à la vitesse  $\mathbf{u}_w$  dans la zone pénalisée n'est plus assuré à cause de la dissipation artificielle introduite sur la vitesse au voisinage de l'interface. La vapeur formée de manière artificielle dans le milieu poreux peut alors être transportée en dehors de ce dernier et interagir avec l'écoulement extérieur. Afin d'éviter ce problème, l'équation 3.62 est pénalisée uniquement lorsque le schéma JST est adopté. L'équation modifiée s'écrit :

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + ((1 - \chi) \mathbf{u} + \chi \mathbf{u}_w) \cdot \nabla \alpha = (1 - \chi) \left( K \nabla \cdot \mathbf{u} + \rho_l^{-1} \dot{m} \right). \quad (3.63)$$

Ceci permet de désactiver la formation de vapeur au sein de la zone pénalisée et de s'assurer que le taux de vide ne traverse pas la frontière fluide-solide.



## Chapitre 4

# Écoulements monophasiques : étude et validation

4.1	Description générale	55
4.2	Écoulements incompressibles	57
4.2.1	Cas 1 : écoulement stationnaire autour d'un cylindre	58
4.2.2	Cas 2 : écoulement instationnaire autour d'un cylindre	61
4.3	Écoulements compressibles	64
4.3.1	Écoulements supersoniques stationnaires	64
4.3.1.1	Cas 3 : écoulement supersonique autour d'un cylindre	64
4.3.1.2	Cas 4 : écoulement supersonique autour d'un profil triangulaire	67
4.3.1.3	Cas 5 : écoulement supersonique 3D autour d'une sphère	71
4.3.2	Interaction choc-obstacle	72
4.3.2.1	Cas 6 : interaction choc-cylindre	72
4.3.2.2	Cas 7 : réflexion d'un choc sur une paroi plane	74
4.4	Synthèse	77

Ce chapitre est dédié à la validation et à l'étude des méthodes de *feedback forcing* et de pénalisation présentées dans le chapitre 3. On se limite à l'étude d'écoulements monophasiques en présence d'un corps fixe rigide ( $\mathbf{u}_w = \mathbf{0}$ ). Les différents cas étudiés prennent en compte des écoulements incompressibles et compressibles, avec paroi isotherme ou adiabatique. Différentes géométries d'obstacles sont explorées : cylindre circulaire, profil triangulaire, paroi plane et sphère. On a choisi ici de s'intéresser à un grand nombre de cas tests afin de mieux comprendre les avantages, les inconvénients et les limites de chaque méthode pour une variété d'applications aussi large que possible. Nos résultats sont comparés à des résultats de référence, obtenus avec une simulation sur maillage conforme ou tirés de la littérature. La méthode de *feedback forcing* et la méthode de pénalisation sont comparées en termes de précision et de coût de calcul.

### 4.1 Description générale

Plusieurs cas tests sont soigneusement sélectionnés afin d'évaluer rigoureusement le comportement des deux méthodes sur une large gamme d'écoulements. Pour tous les cas, la géométrie de l'obstacle, les conditions d'écoulement et les conditions aux limites à la paroi sont résumées dans la Table 4.1. Toutes les configurations sont 2D, excepté le cas 5 qui est 3D. Les cas 1 et 2 sont des problèmes standards pour les écoulements incompressibles et sont très largement référencés dans la littérature. Ils sont étudiés afin d'évaluer les conditions adiabatique et isotherme, modélisées par la méthode de *feedback forcing* et par la méthode de pénalisation. Ils constituent un ensemble de résultats nécessaires pour la suite de l'étude. Le

cas 3 démontre la capacité des méthodes à traiter un écoulement compressible autour d'un obstacle adiabatique ou isotherme avec un choc détaché. Les géométries qui comportent des angles aigus représentent un défi pour les IBM. Cet aspect est étudié avec le cas 4 à travers l'écoulement supersonique autour d'un profil triangulaire avec formation de chocs attachés à chaque coin du solide. Le cas 5 est une extension de la méthode de pénalisation à des configurations 3D, en considérant un corps sphérique chauffé ou non chauffé. Le cas 6 est un exemple d'interaction entre une onde de choc normale incidente et un corps cylindrique. Enfin, la réflexion d'un choc sur une paroi plane dans de l'eau liquide est étudiée avec le cas 7. Il s'agit d'un cas préliminaire en vue d'étudier par la suite le collapse d'une bulle au voisinage d'une paroi. Une attention particulière sera portée sur la modélisation de la réflexion et de la transmission des ondes à l'interface fluide-solide avec la méthode de pénalisation. Une alternative plus précise et moins coûteuse que l'approche par porosité sera étudiée avec ce dernier cas test : la condition d'impédance présentée dans la section 3.4.5.

Cas	Géométrie	Mach	Reynolds	Condition à la paroi
1	Cylindre	0.1	40	adiabatique, isotherme ( $T_w = 1.5T_\infty$ )
2	Cylindre	0.1	100	adiabatique, isotherme ( $T_w = 1.5T_\infty$ )
3	Cylindre	2	300	adiabatique, isotherme ( $T_w = 2T_i$ )
4	Profil triangulaire	2	$5 \times 10^4$	$T$ -neutre
5	Sphère	2	300	$T$ -neutre, isotherme ( $T_w = 2T_\infty$ )
6	Cylindre	2.81	$3 \times 10^3$	$T$ -neutre, adiabatique
7	Paroi plane	1.04	$6.6 \times 10^4$	$T$ -neutre, adiabatique, isotherme, impédance

TABLE 4.1 – Résumé des différents cas tests monophasiques.

Pour l'ensemble des cas tests, on considère un domaine de calcul rectangulaire discrétisé à l'aide d'une grille cartésienne (voir Figure 4.1). Un corps cylindrique est pris comme exemple sur la Figure 4.1. Le maillage est raffiné autour de la zone d'intérêt où le pas d'espace  $\Delta x_{min} = \Delta y_{min}$  est uniforme, puis il est étiré avec une progression hyperbolique dans chaque direction jusqu'aux bords du domaine. Le flux convectif est calculé à l'aide du schéma HLLC-Hancock et l'intégration temporelle est réalisée par la méthode d'Euler, explicite ou semi-implicite selon l'IBM utilisée.

Les conditions aux bords du domaine de calcul sont également représentées sur la Figure 4.1. Pour des écoulements subsoniques ( $M_\infty < 1$ ), la vitesse en entrée et la pression en sortie sont imposées. Pour des écoulements supersoniques ( $M_\infty \geq 1$ ), toutes les variables conservatives sont imposées en entrée et des conditions de Neumann homogènes sont appliquées sur les variables conservatives en sortie car toutes les caractéristiques sont sortantes. Les cas 6 et 7 font intervenir des réflexions de chocs incidents. Par conséquent, une condition de non-réflexion est imposée en entrée du domaine afin que l'onde réfléchie puisse être évacuée. Pour l'ensemble des cas, des conditions de non-réflexion sont appliquées sur les bords haut et bas du domaine. À l'interface entre le fluide et le solide, les conditions aux limites sont modélisées par la méthode de *feedback forcing* ou par la méthode de pénalisation. On cherche notamment à modéliser une condition d'adhérence et des conditions isotherme, adiabatique et  $T$ -neutre à l'aide de ces méthodes.

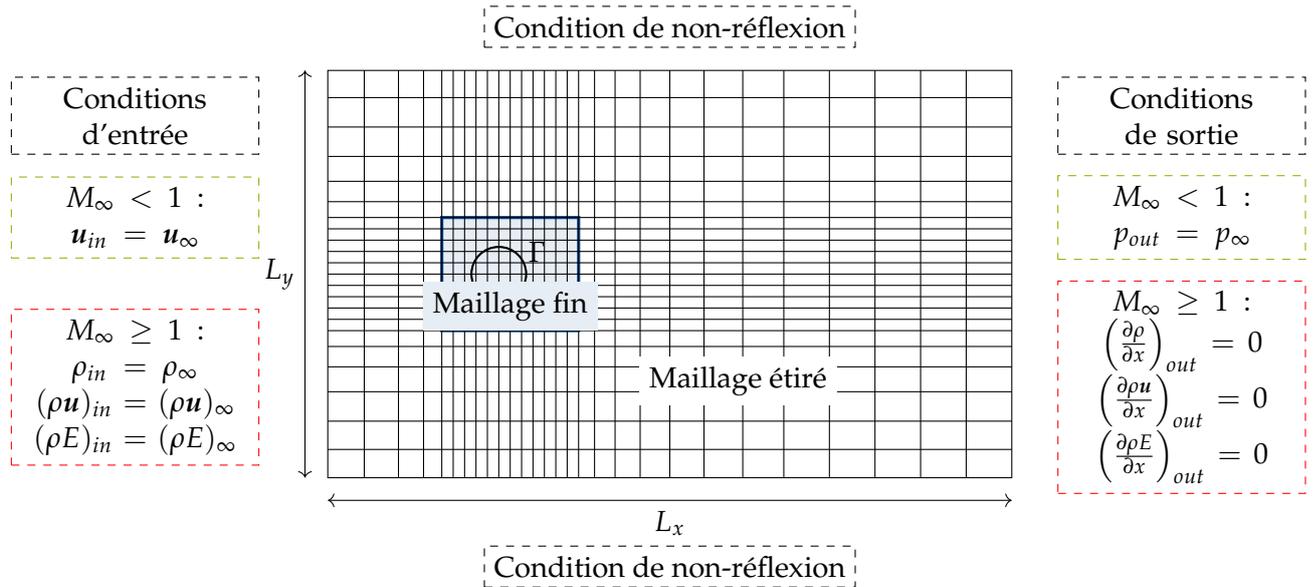


FIGURE 4.1 – Vue schématique du maillage et des conditions aux limites utilisées pour les différents cas tests.

## 4.2 Écoulements incompressibles

Une première étape de validation a été réalisée pour évaluer la précision des méthodes de *feedback forcing* et de pénalisation dans le cas d'écoulements d'air ( $P_\infty = 0$ ) incompressibles autour d'un cylindre circulaire. On considère une condition d'adhérence à l'interface fluide-solide et les conditions de Dirichlet et de Neumann modélisées par chaque méthode sont validées en considérant une paroi isotherme ou adiabatique. Le cylindre de diamètre  $D$  est centré en  $(0,0)$  dans un domaine rectangulaire de dimensions  $[-12.5D, 37.5D] \times [-15D, 15D]$ . Le nombre de Mach est donné par  $M_\infty = u_\infty / c_\infty$ , avec  $u_\infty$  la vitesse du fluide amont et  $c_\infty$  la vitesse du son dans le fluide. Il est fixé à  $M_\infty = 0.1$  afin de négliger la compressibilité du fluide. La pression et la température amont sont  $p_\infty = 1$  bar et  $T_\infty = 292.42$  K.

Dans le cas d'une paroi adiabatique, le pas de discrétisation dans la zone raffinée est fixé à  $\Delta x_{min} = \Delta y_{min} = D/80$ . En revanche, le calcul du transfert thermique à la frontière du cylindre est extrêmement sensible à la résolution spatiale. Par conséquent, le pas d'espace vaut  $\Delta x_{min} = \Delta y_{min} = D/160$  pour une paroi isotherme. Les paramètres de la méthode de *feedback forcing* sont fixés à  $\alpha_f = 20000$  et  $\beta_f = 300$ . Ce jeu de paramètres permet une précision optimale, au détriment d'une restriction sur le pas de temps telle que  $CFL = 0.1$ . Le pas de discrétisation lagrangien vaut  $\Delta s = 2\Delta x_{min}$ . Concernant la méthode de pénalisation, les paramètres de perméabilité et de porosité sont fixés à  $\eta = 10^{-10}$  et  $\phi = 1$ . Le paramètre de porosité n'a pas d'influence sur la solution dans le cas d'un écoulement incompressible. Étant donné que l'intégration temporelle du terme de pénalisation est totalement implicite, le choix de  $\eta$  n'a pas d'impact sur le pas de temps. Toutefois, on fixe le nombre de CFL à 0.2 avec la méthode de pénalisation de telle sorte que le pas de temps soit assez proche de celui retenu avec la méthode de *feedback forcing*, dans l'optique d'une comparaison cohérente des résultats.

### 4.2.1 Cas 1 : écoulement stationnaire autour d'un cylindre

**Paroi adiabatique.** On considère tout d'abord un écoulement stationnaire autour d'un cylindre dont la paroi est adiabatique. Le nombre de Reynolds est calculé à partir des propriétés de l'écoulement amont et du diamètre du cylindre. Il est fixé à  $Re_\infty = 40$ . L'écoulement est composé de deux tourbillons symétriques et stationnaires attachés au cylindre, formant une zone de recirculation. Les lignes de courant et les longueurs caractéristiques de l'écoulement sont illustrées sur la figure 4.2.

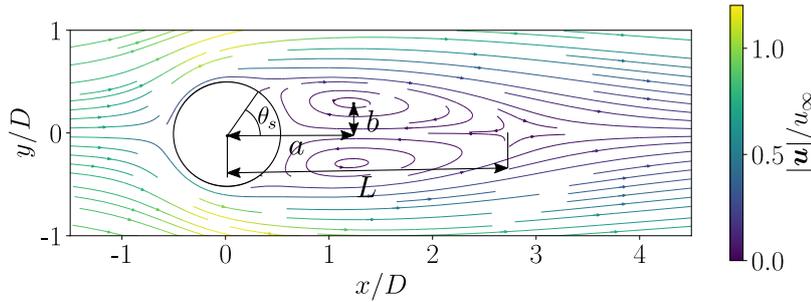


FIGURE 4.2 – Cylindre adiabatique,  $M_\infty = 0.1$  et  $Re_\infty = 40$  : lignes de courant et longueurs caractéristiques de l'écoulement (le domaine de calcul n'est pas représenté en entier).

Il existe de nombreux résultats de référence dans la littérature concernant la longueur de recirculation  $L$ , la position du centre des tourbillons  $(a, b)$ , l'angle de séparation  $\theta_s$  et le coefficient de traînée  $C_d$ . Comme énoncé dans le chapitre 3, on calcule les coefficients aérodynamiques à partir du terme source sur la quantité de mouvement  $f_u$ . Les longueurs caractéristiques  $L$ ,  $a$  et  $2b$  sont normalisées par le diamètre du cylindre  $D$ . Les résultats obtenus avec les méthodes de *feedback forcing* et de pénalisation sont présentés et comparés dans la Table 4.2. Ils montrent un excellent accord avec les résultats de référence. Cependant, la longueur de recirculation obtenue avec la méthode de pénalisation est légèrement sous-estimée.

	$C_d$	$L$	$\theta_s$	$a$	$2b$
RIAHI et al., 2018	1.58	2.35	53.7	0.7	0.60
WANG et al., 2017	1.65	2.29	52.1	0.75	0.60
GAUTIER et al., 2013	1.49	2.24	53.6	0.71	0.59
<i>feedback forcing</i>	1.61	2.33	51.8	0.75	0.60
pénalisation	1.58	2.21	51.3	0.71	0.59

TABLE 4.2 – Cylindre adiabatique,  $M_\infty = 0.1$  et  $Re_\infty = 40$  : grandeurs caractéristiques de l'écoulement.

Par ailleurs, le coefficient de pression est calculé tel que  $C_p = 2(p_w - p_\infty)/\rho_\infty u_\infty^2$ , avec  $p_w$  la pression reconstruite à la paroi. La procédure de reconstruction de  $p_w$  sur le maillage non conforme est identique pour les deux méthodes. Elle est composée des trois étapes suivantes :

1. À partir d'un ensemble de points lagrangiens  $X$  qui décrivent l'interface discrète, deux ensembles de points d'échantillonnage  $X_1$  et  $X_2$  sont placés dans le fluide suivant la normale à la paroi.
2. Ces points ne coïncident pas avec la grille cartésienne. Par conséquent, la pression en ces points est calculée à l'aide d'une interpolation bilinéaire. Il n'est pas nécessaire

d'opter pour une méthode d'interpolation d'ordre plus élevé car les IBM considérées sont du premier ordre.

3. À partir des valeurs en  $X_1$  et  $X_2$ , la pression à la paroi est ensuite reconstruite à l'aide de polynômes de Lagrange.

Le coefficient de pression le long de l'interface est représenté sur la figure 4.3 pour la partie supérieure du cylindre. L'angle  $\theta = 0$  correspond au bord d'attaque. On observe un très bon accord entre les coefficients de pression obtenus et ceux présentés par AL-MAROUF et al., 2017 et RIAHI et al., 2018.

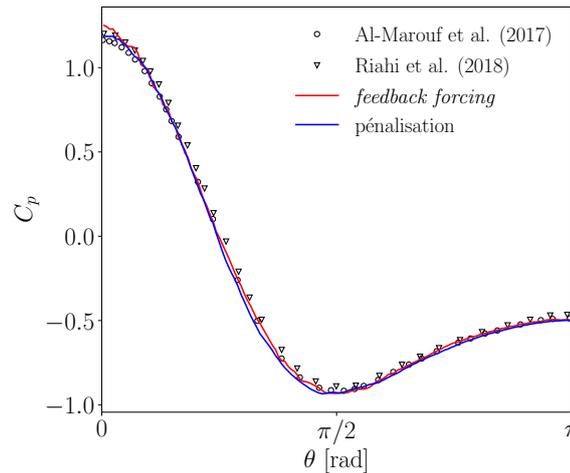


FIGURE 4.3 – Cylindre adiabatique,  $M_\infty = 0.1$  et  $Re_\infty = 40$  : coefficient de pression ( $\theta = 0$  au bord d'attaque et  $\theta = \pi$  au bord de fuite).

Une étude de convergence spatiale a été réalisée pour les méthodes de *feedback forcing* et de pénalisation. L'erreur numérique est calculée par rapport à une solution de référence de haute précision fournie par GAUTIER et al., 2013, obtenue à l'aide d'un code pseudo-spectral. Étant donné que GAUTIER et al., 2013 utilisent un solveur incompressible et ne résolvent pas d'équation sur l'énergie, aucune solution de référence n'est disponible pour le champ de température. Afin d'évaluer l'erreur sur la température, on considère comme solution de référence notre solution obtenue avec la méthode de pénalisation sur un maillage très fin ( $\Delta x_{min} = D/160$ ). L'erreur entre notre solution et la solution de référence est calculée avec la norme  $L^2$ . Les résultats de convergence spatiale sont présentés sur la Figure 4.4. Ils montrent que l'erreur de la solution décroît linéairement avec  $\Delta x_{min}$  pour les deux méthodes, malgré l'utilisation de schémas du second ordre pour les termes convectif et visqueux. Ceci montre que la méthode de *feedback forcing* et la méthode de pénalisation sont du premier ordre en espace. Ce résultat était déjà observé par différents auteurs (PESKIN, 1972b; SHALLCROSS et al., 2022). En effet, la méthode de *feedback forcing* est limitée au premier ordre car les conditions aux limites ne sont pas imposées à l'interface exacte. Elles sont plutôt diffusées sur une fine épaisseur en  $\mathcal{O}(\Delta x_{min})$ , correspondant au support de la fonction  $\delta_h$ . Cette zone de diffusion tend vers l'interface exacte lorsque  $\Delta x_{min}$  tend vers zéro. La même conclusion s'applique à la méthode de pénalisation, pour laquelle les conditions aux limites ne sont pas imposées à l'interface exacte. Elles sont plutôt modélisées au sein de la zone pénalisée, dont la frontière délimitée par la fonction masque tend vers l'interface exacte lorsque  $\Delta x_{min}$  tend vers zéro.

**Paroi isotherme.** On considère maintenant un écoulement stationnaire autour d'un cylindre chauffé en imposant une condition isotherme  $T_w^* = T_w/T_\infty = 1.5$ , avec  $T_w$  la température du cylindre. Étant donné que la viscosité du fluide dépend de la température, la

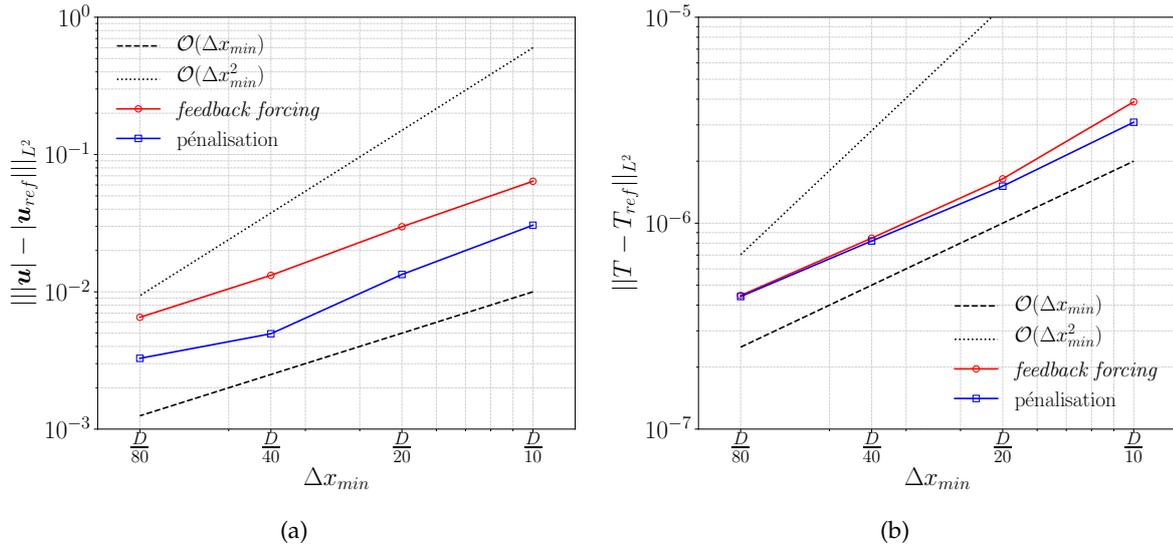


FIGURE 4.4 – Cylindre adiabatique,  $M_\infty = 0.1$  et  $Re_\infty = 40$  : (a) convergence numérique de l'erreur sur le module de la vitesse; (b) convergence numérique de l'erreur sur la température.

viscosité dynamique est plus élevée à proximité du cylindre chauffé, par rapport au cylindre adiabatique. La définition du nombre de Reynolds est modifiée en conséquence. Pour un cylindre chauffé, on considère un nombre de Reynolds de film (WANG et al., 2000). Il est défini par  $Re_f = u_\infty D / \nu(T_f)$ , avec  $\nu(T_f)$  la viscosité cinématique du fluide calculée à la température de film  $T_f = (T_w + T_\infty)/2$ . Dans le cas étudié, le nombre de Reynolds de film est égal à  $Re_f = 20$ . Il correspond à un nombre de Reynolds  $Re_\infty = 29.6$ . Afin de caractériser le transfert de chaleur à la paroi du cylindre, le nombre de Nusselt local est défini tel que :

$$Nu = \frac{h_c D}{\lambda} = \frac{D}{T_w - T_\infty} \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_\Gamma, \quad (4.1)$$

avec  $h_c$  le coefficient de transfert thermique et  $\lambda$  la conductivité thermique du fluide. Le coefficient de pression et le nombre de Nusselt à la paroi sont présentés sur la Figure 4.5 et sont comparés aux résultats de SHI et al., 2004.

Les résultats obtenus avec la méthode de pénalisation montrent un excellent accord avec les résultats de référence. En revanche, le nombre de Nusselt obtenu avec la méthode de *feedback forcing* fait apparaître des différences par rapport à la méthode de pénalisation et aux résultats de SHI et al., 2004. En effet, le flux de chaleur à la paroi n'est pas correctement reproduit avec la méthode de *feedback forcing* car la condition isotherme elle-même est imposée avec une précision plus faible. Il y a deux raisons à cela :

- D'une part, la précision des conditions imposées aux points lagrangiens dépend des paramètres  $\alpha_f$  et  $\beta_f$ . Ils induisent aussi de fortes restrictions sur le pas de temps. Dans le cas étudié, les paramètres de *feedback forcing* sont déjà très élevés ( $\alpha_f = 20000$ ,  $\beta_f = 300$ ) et le choix de valeurs supérieures n'a pas d'influence sur les résultats. Il semble donc que la précision des résultats concernant les échanges thermiques à la paroi du cylindre soit limitée par la méthode. De plus, le pas de temps est déjà très bas (CFL = 0.1) afin d'assurer la stabilité numérique de la solution.
- D'autre part, la précision de la solution diminue au voisinage des points lagrangiens en raison de la description diffuse de l'interface.

Les différences mentionnées ci-dessus ne sont observées que pour le nombre de Nusselt et non pour le coefficient de pression. En effet, les gradients de pression sont faibles en

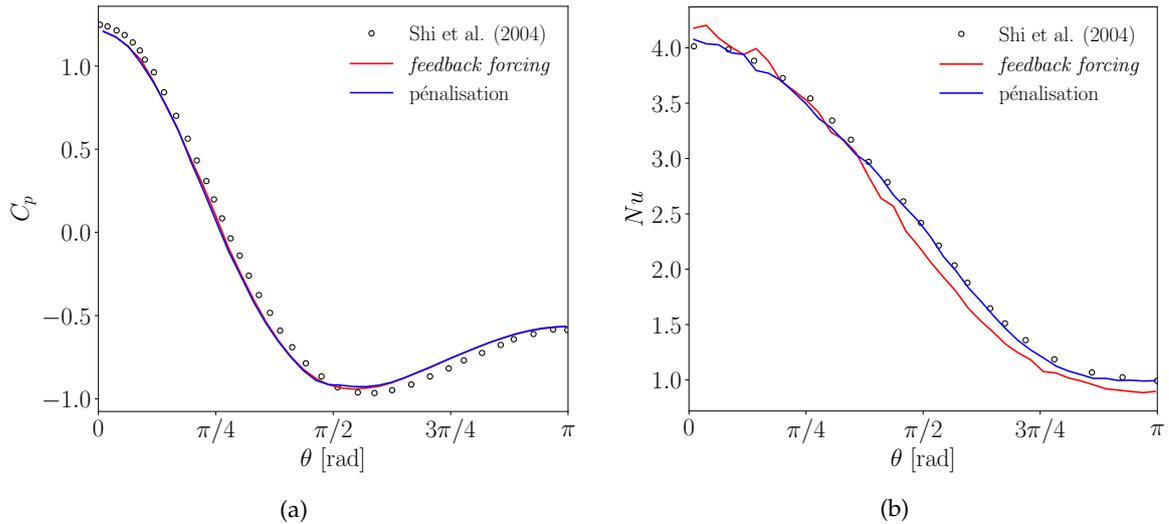


FIGURE 4.5 – Cylindre isotherme,  $M_\infty = 0.1$  et  $Re_f = 20$  : (a) coefficient de pression; (b) nombre de Nusselt local ( $\theta = 0$  au bord d'attaque et  $\theta = \pi$  au bord de fuite).

régime bas Mach, par rapport aux gradients de température induits par le cylindre chauffé ( $T_w = 1.5T_\infty$ ).

#### 4.2.2 Cas 2 : écoulement instationnaire autour d'un cylindre

On cherche maintenant à étudier un écoulement instationnaire avec un nombre de Reynolds supérieur au nombre de Reynolds critique. Le nombre de Reynolds est modifié en augmentant le diamètre du cylindre.

**Paroi adiabatique.** Dans un premier temps, la paroi du cylindre est adiabatique et le nombre de Reynolds est fixé à  $Re_\infty = 100$ . L'écoulement est caractérisé par des lâchers tourbillonnaires dans le sillage du cylindre (voir Figure 4.6).

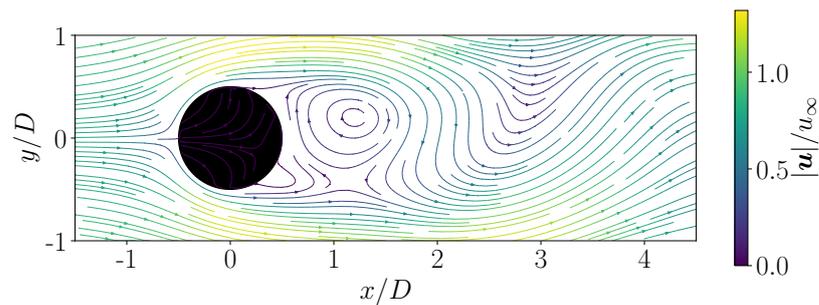


FIGURE 4.6 – Cylindre adiabatique,  $M_\infty = 0.1$  et  $Re_\infty = 100$  : lignes de courant instantanées (le domaine de calcul n'est pas représenté en entier).

Le nombre de Strouhal correspond à la fréquence adimensionnée de décollement des vortex. Il est donné par :

$$St = \frac{fD}{u_\infty}, \quad (4.2)$$

avec  $u_\infty$  la vitesse en amont et  $f$  la fréquence de décollement des vortex. Cette fréquence correspond aussi à la fréquence d'oscillation du coefficient de portance et à la moitié de la fréquence d'oscillation du coefficient de traînée. Les coefficients de traînée  $C_d$ , de portance  $C_l$  et le nombre de Strouhal  $St$  sont présentés dans la Table 4.3. Ils montrent un bon accord

avec les résultats de référence (LIU et al., 1998; DING et al., 2004; REN et al., 2013).

	$C_d$	$C_l$	$St$
LIU et al., 1998	$1.350 \pm 0.012$	$\pm 0.339$	0.164
DING et al., 2004	$1.325 \pm 0.008$	$\pm 0.28$	0.164
REN et al., 2013	$1.335 \pm 0.011$	$\pm 0.351$	0.160
<i>feedback forcing</i>	$1.362 \pm 0.012$	$\pm 0.297$	0.161
pénalisation	$1.353 \pm 0.011$	$\pm 0.314$	0.161

TABLE 4.3 – Cylindre adiabatique,  $M_\infty = 0.1$  et  $Re_\infty = 100$  : coefficients aérodynamiques et nombre de Strouhal.

**Paroi isotherme.** On considère maintenant un écoulement instationnaire autour d'un cylindre chauffé à  $T_w^* = 1.5$ . Le nombre de Reynolds de film est fixé à  $Re_f = 100$ , correspondant à un nombre de Reynolds  $Re_\infty = 148$ . Le coefficient de traînée moyen  $\overline{C_d}$  et le nombre de Strouhal, obtenus avec les méthodes de *feedback forcing* et de pénalisation, sont présentés dans la Table 4.4. SHI et al., 2004 ont montré que pour un nombre de Reynolds donné, le chauffage du cylindre n'a aucune influence sur le coefficient de traînée moyen. Ils observent aussi que ce dernier varie très peu pour  $Re_\infty \in [100, 200]$ . Par conséquent, les résultats de HOMSI et al., 2021, obtenus pour un cylindre chauffé à  $T_w^* = 1.66$  et  $Re_\infty = 150$ , ainsi que ceux de LIMA E SILVA et al., 2003 pour un cylindre non chauffé à  $Re_\infty = 150$ , peuvent être considérés ici pour des comparaisons de  $\overline{C_d}$ . La Table 4.4 montre un bon accord entre les coefficients de traînée obtenus et les résultats de référence (HOMSI et al., 2021; LIMA E SILVA et al., 2003). On observe aussi que le nombre de Strouhal obtenu avec les deux méthodes est en excellent accord avec les résultats de SHI et al., 2004.

	$Re_\infty$	$Re_f$	$\overline{C_d}$	$St$
SHI et al., 2004	148	100	1.31	0.172
HOMSI et al., 2021 ( $T_w^* = 1.66$ )	150	90	1.34	0.171
LIMA E SILVA et al., 2003 (non chauffé)	150	-	1.37	0.180
<i>feedback forcing</i>	148	100	1.38	0.172
pénalisation	148	100	1.34	0.172

TABLE 4.4 – Cylindre isotherme,  $M_\infty = 0.1$  et  $Re_f = 100$  : coefficient de traînée moyen et nombre de Strouhal.

Afin d'étudier l'effet de la température sur la fréquence des lâchers tourbillonnaires, il est classique de définir un nombre de Reynolds effectif (LECORDIER et al., 1991). Ce dernier est défini par  $Re_{eff} = u_\infty D / \nu(T_{eff})$ , avec  $T_{eff} = T_\infty + 0.28(T_w - T_\infty)$  la température effective. Il est basé sur la similitude que le nombre de Reynolds critique effectif (seuil de la transition stationnaire-instationnaire) est le même pour le cylindre chauffé que pour le cylindre non chauffé. À partir de résultats expérimentaux, WANG et al., 2000 obtiennent la corrélation suivante entre le nombre de Strouhal et le nombre de Reynolds effectif :

$$St = 0.2660 - \frac{1.0160}{\sqrt{Re_{eff}}}. \quad (4.3)$$

Dans la configuration actuelle, l'équation (4.3) mène à  $St = 0.172$ . Cette valeur est en parfait accord avec nos résultats présentés dans la Table 4.4.

WANG et al., 2000 ont montré que, d'une part, la fréquence des lâchers tourbillonnaires diminue lorsque  $T_w^*$  augmente mais que, d'autre part, elle augmente avec  $Re_\infty$ . Dans le cas présent, on augmente simultanément  $T_w^*$  et  $Re_\infty$ . Les résultats expérimentaux de WANG et al., 2000 nous indiquent que la fréquence des lâchers tourbillonnaires est censée augmenter légèrement dans cette configuration, par rapport au cylindre adiabatique. En comparant les résultats des Tables 4.3 et 4.4, on observe que cet aspect thermodynamique est bien reproduit avec les méthodes de *feedback forcing* et de pénalisation.

Le coefficient de pression et le nombre de Nusselt local sont présentés sur la Figure 4.7. L'écoulement étant instationnaire, ces quantités sont données à l'instant correspondant à  $C_l = 0$  afin de les comparer à celles issues des travaux de SHI et al., 2004. Un bon accord est observé pour le coefficient de pression obtenu avec les deux méthodes. Concernant le nombre de Nusselt, des différences notables apparaissent au bord d'attaque ( $\theta = 0$  et  $\theta = 2\pi$ ) entre nos résultats et ceux de SHI et al., 2004. Étant donné que le problème est observé avec les deux méthodes, il est possible que les différences au bord d'attaque soient liées à la procédure d'interpolation du post-traitement. La méthode de reconstruction est similaire à celle évoquée dans la section 4.2.1. Afin de calculer le flux de chaleur à la paroi sur un maillage non conforme, la température est d'abord interpolée aux points d'échantillonnage dans le fluide, qui ne coïncident pas nécessairement avec les points de la grille cartésienne. Le gradient de température à l'interface est ensuite discrétisé avec un schéma aux différences finies décentré du second ordre en utilisant les valeurs aux points d'échantillonnage. Le pas de discrétisation entre ces points d'échantillonnage est un paramètre crucial dans l'obtention du nombre de Nusselt à la paroi. Dans notre cas, il est fixé à  $2\sqrt{2}\Delta x_{min}$ . Il est possible que cette valeur soit trop élevée au bord d'attaque, où le flux de chaleur est maximal. Malheureusement, des oscillations parasites apparaissent sur le nombre de Nusselt lorsque la distance entre les points d'échantillonnage est inférieure, malgré le fait qu'elle reste supérieure à la taille des cellules de la grille cartésienne.

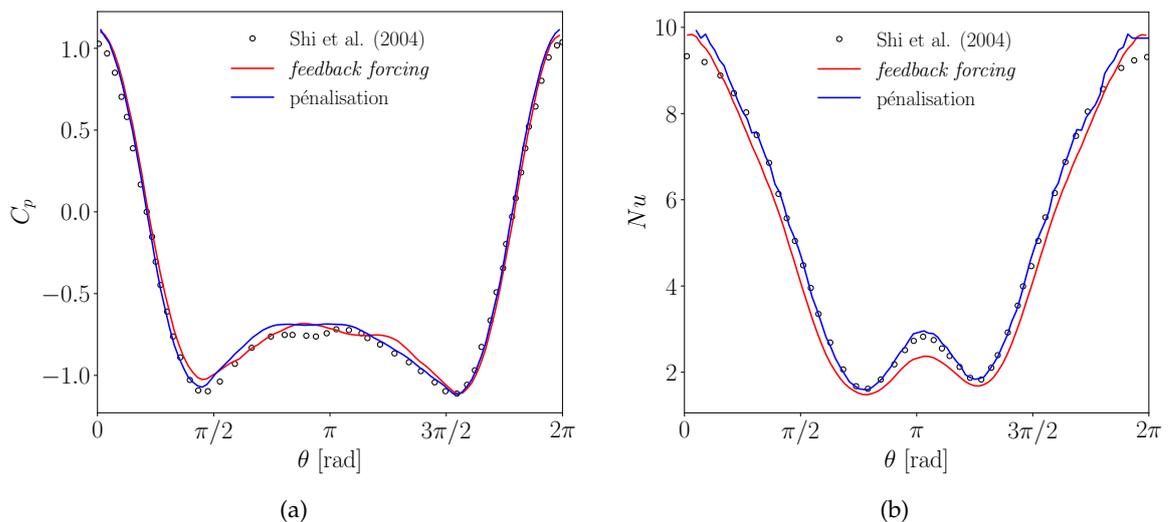


FIGURE 4.7 – Cylindre isotherme,  $M_\infty = 0.1$  et  $Re_f = 100$  : (a) coefficient de pression instantané à l'instant de portance nulle ; (b) nombre de Nusselt local instantané à l'instant de portance nulle ( $\theta = 0$  au bord d'attaque et  $\theta = \pi$  au bord de fuite).

Les nombres de Nusselt moyens, basés sur la température de la paroi (noté  $\overline{Nu_w}$ ) et sur la température de film (noté  $\overline{Nu_f}$ ), sont présentés dans la Table 4.5. Il s'agit de moyennes spatio-temporelles. Ils sont comparés avec les résultats de SHI et al., 2004, de WANG et al.,

2001 et de SABANCA et al., 2003. Les résultats obtenus avec les méthodes de *feedback forcing* et de pénalisation montrent un bon accord avec ceux de référence. Les nombres de Nusselt calculés avec la température de film sont plus élevés que ceux calculés avec la température de la paroi. En effet,  $T_w > T_f$  donc  $\lambda(T_w) > \lambda(T_f)$  et par conséquent  $\overline{Nu}_w < \overline{Nu}_f$ . SABANCA et al., 2003 montrent que l'influence du nombre de Mach sur le nombre de Nusselt est négligeable dans le cas d'un cylindre chauffé à  $T_w^* = 1.5$ , en choisissant  $M_\infty < 0.2$  et  $Re_\infty \in [100, 150]$ . Cela confirme la légitimité d'un solveur compressible pour simuler ce type de problème en fixant le nombre de Mach à 0.1.

	$\overline{Nu}_w$	$\overline{Nu}_f$
SHI et al., 2004	4.63	-
WANG et al., 2001	-	5.38
SABANCA et al., 2003	-	5.49
<i>feedback forcing</i>	4.72	5.40
pénalisation	4.71	5.41

TABLE 4.5 – Cylindre isotherme,  $M_\infty = 0.1$  et  $Re_f = 100$  : nombres de Nusselt moyens.

## 4.3 Écoulements compressibles

### 4.3.1 Écoulements supersoniques stationnaires

On s'intéresse tout d'abord à des écoulements supersoniques stationnaires. Le nombre de Mach est fixé à  $M_\infty = 2$  pour les cas 3, 4 et 5. Plusieurs géométries d'obstacles sont étudiées : cylindre circulaire, profil triangulaire et sphère.

#### 4.3.1.1 Cas 3 : écoulement supersonique autour d'un cylindre

Dans un premier temps, on considère un écoulement supersonique compressible autour d'un cylindre circulaire. Le nombre de Reynolds est fixé à  $Re_\infty = 300$ . La pression et la température de l'écoulement sont  $p_\infty = 1$  bar et  $T_\infty = 162.8$  K, de telle sorte que la température génératrice au bord d'attaque soit égale à  $T_i = 293$  K. Le domaine de calcul est le même que dans la section 4.2. Le pas de discrétisation est égal à  $\Delta x_{min} = \Delta y_{min} = D/80$  dans la zone raffinée. Les paramètres de la méthode de *feedback forcing* sont  $\alpha_f = 60000$  et  $\beta_f = 1000$ . Concernant la méthode de pénalisation, le paramètre de porosité est fixé à  $\phi = 0.1$ . En ce qui concerne la topologie de l'écoulement, un choc détaché se forme en amont du cylindre et le sillage est stationnaire (voir Figure 4.8). La distance entre le choc et le bord d'attaque suivant la ligne de stagnation est notée  $\Delta_s$ . Elle est appelée distance de détachement ici.

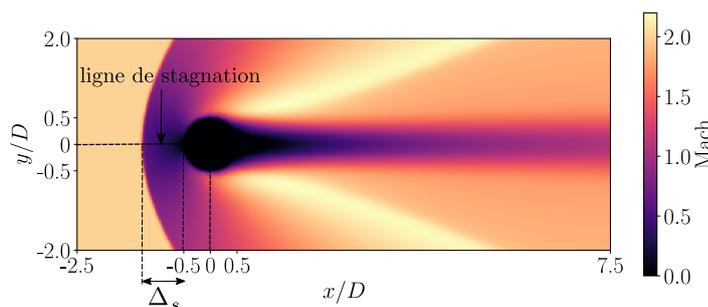


FIGURE 4.8 – Cylindre adiabatique,  $M_\infty = 2$  et  $Re_\infty = 300$  : nombre de Mach.

**Paroi adiabatique.** On considère d’abord un cylindre dont la paroi est adiabatique. Le coefficient de traînée  $C_d$  et la distance de détachement du choc  $\Delta_s$  (normalisée par  $D$ ) sont présentés et comparés dans la Table 4.6. Une simulation sur maillage conforme est également réalisée à l’aide d’un code interne validé (BAKULU et al., 2021). Nos résultats obtenus avec les IBM montrent un bon accord avec ceux de TAKAHASHI et al., 2014, de KUMAR et al., 2020 et de RIAHI et al., 2018. Un excellent accord avec nos résultats obtenus sur maillage conforme est observé, ce qui témoigne de la bonne précision des IBM pour cette configuration d’écoulement.

	$C_d$	$\Delta_s$
TAKAHASHI et al., 2014	1.55	-
KUMAR et al., 2020	1.56	-
RIAHI et al., 2018	1.51	0.69
maillage conforme	1.62	0.73
<i>feedback forcing</i>	1.60	0.72
pénalisation	1.59	0.73

TABLE 4.6 – Cylindre adiabatique,  $M_\infty = 2$  et  $Re_\infty = 300$  : coefficient de traînée et distance de détachement.

Le coefficient de pression à la paroi du cylindre, obtenu avec chaque méthode, est présenté sur la Figure 4.9a. On observe que les résultats obtenus avec la méthode de *feedback forcing* sont plus proches de ceux de RIAHI et al., 2018, tandis que le coefficient de pression obtenu avec la méthode de pénalisation est plus proche de celui obtenu par TAKAHASHI et al., 2014. En effet, RIAHI et al., 2018 utilisent une IBM basée sur des fonctions  $\delta_h$  qui s’apparente à la méthode de *feedback forcing*. TAKAHASHI et al., 2014 adoptent une méthode *ghost-cell* qui s’apparente plutôt à la méthode de pénalisation.

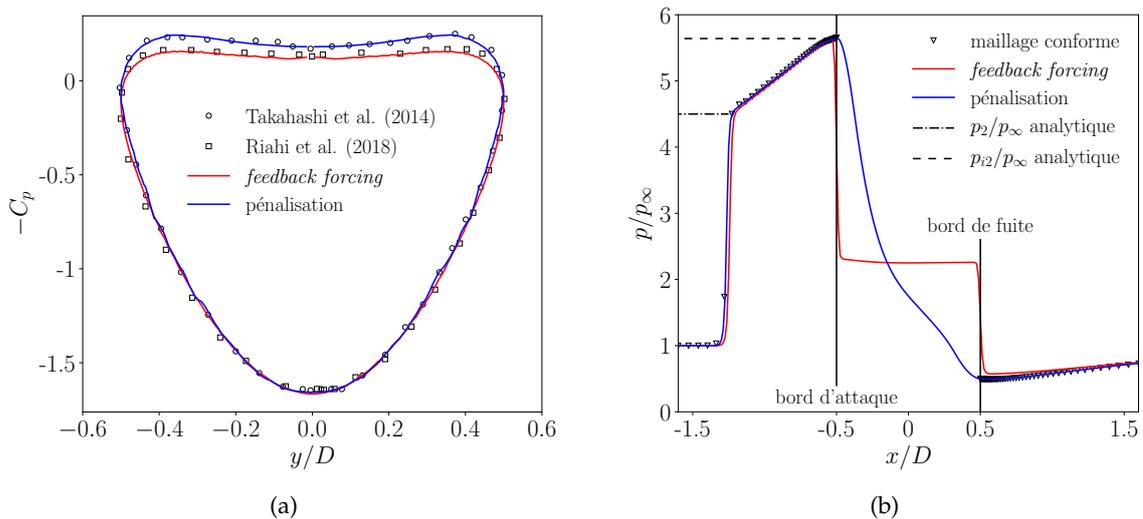


FIGURE 4.9 – Cylindre adiabatique,  $M_\infty = 2$  et  $Re_\infty = 300$  : (a) coefficient de pression à la paroi; (b) profil de pression sur la ligne de stagnation (le bord d’attaque se trouve en  $x/D = -0.5$ ).

Le profil de pression sur la ligne de stagnation est illustré sur la Figure 4.9b. Nos solutions obtenues avec IBM sont comparées à la solution sur maillage conforme. Les pressions analytiques juste après le choc ( $p_2$ ) et au bord d’attaque ( $p_{i2}$ ) sont également représentées.

Le profil de pression au bord de fuite permet d'affirmer que les écarts de  $C_p$  observés sur la Figure 4.9a sont liés à une surestimation de la pression dans le sillage proche du cylindre avec la méthode de *feedback forcing*. Comme le  $C_p$  obtenu avec la méthode de *feedback forcing* correspond à celui de RIAHI et al., 2018, on en déduit que la surestimation de la pression dans le sillage proche est une conséquence du caractère diffusif de l'interface via l'utilisation des fonctions  $\delta_h$ . De plus, la méthode de *feedback forcing* génère une chute de pression artificielle au bord d'attaque. Cet artéfact numérique est aussi une conséquence de la diffusion numérique de la solution au voisinage de l'interface. En revanche, les deux méthodes permettent de modéliser correctement le saut de pression à travers le choc. Ce dernier est décalé avec la méthode de *feedback forcing*, sûrement à cause de la chute de pression artificielle au bord d'attaque.

**Paroi isotherme.** Dans les mêmes conditions d'écoulement, on considère maintenant un cylindre chauffé à la température  $T_w = 2T_i$ , avec  $T_i$  la température génératrice au bord d'attaque. À notre connaissance, il n'existe pas de cas de validation d'un écoulement supersonique autour d'un cylindre chauffé dans la littérature. Les résultats sont donc uniquement comparés à une simulation sur maillage conforme. Les profils de pression et de température sur la ligne de stagnation sont illustrés sur les Figures 4.10a et 4.10b. La position du choc ainsi que les sauts de pression et de température à travers le choc sont en excellent accord avec les résultats obtenus sur maillage conforme. Le coefficient de pression et le nombre de Nusselt à la paroi sont représentés sur les Figures 4.11a et 4.11b. La distribution de pression le long de la paroi du cylindre est très bien reproduite avec la méthode de pénalisation. Elle l'est un peu moins avec la méthode de *feedback forcing* sur la partie aval ( $\theta \in [\pi/2, \pi]$ ). Il s'agit du problème de l'interface diffuse que l'on a déjà rencontré avec la condition adiabatique sur la Figure 4.9a. Comme pour les écoulements incompressibles avec paroi isotherme (voir section 4.2), le nombre de Nusselt obtenu avec la méthode de pénalisation est mieux prédit que celui obtenu avec la méthode de *feedback forcing*.

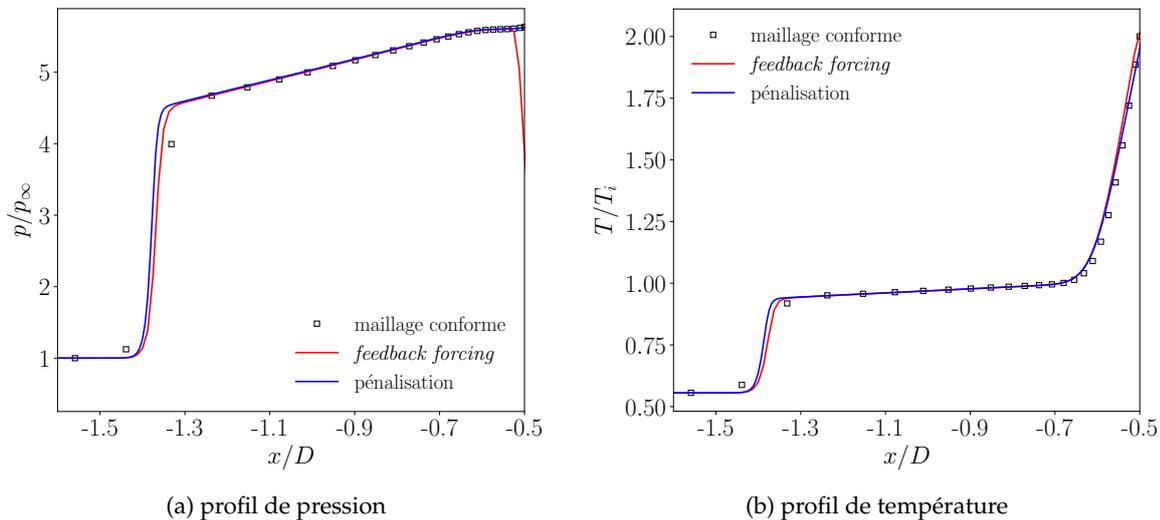


FIGURE 4.10 – Cylindre isotherme,  $M_\infty = 2$  et  $Re_\infty = 300$  : profils de pression et de température sur la ligne de stagnation (le bord d'attaque se trouve en  $x/D = -0.5$ ).

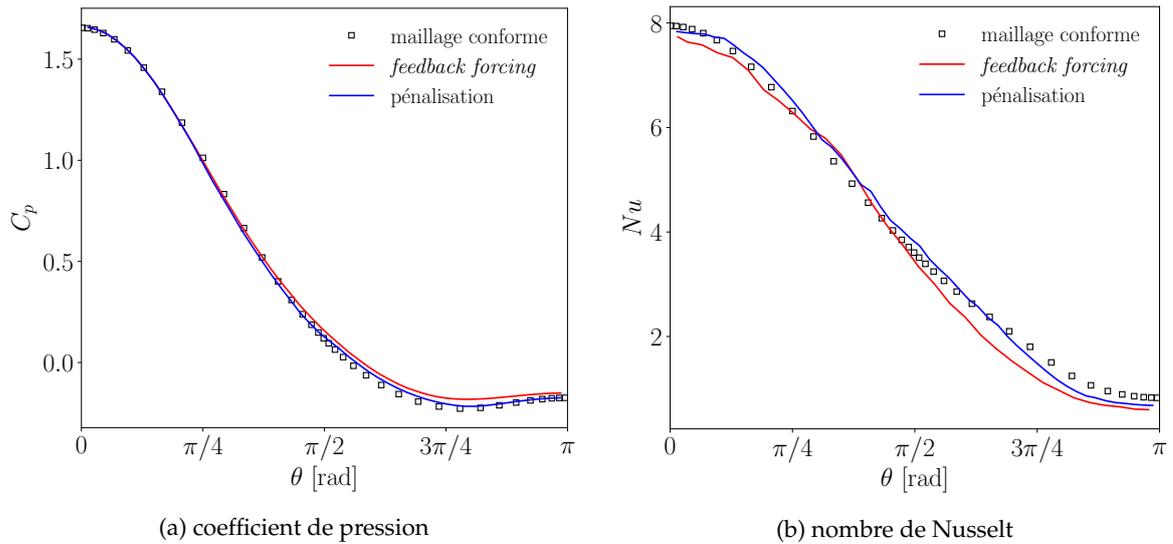


FIGURE 4.11 – Cylindre isotherme,  $M_\infty = 2$  et  $Re_\infty = 300$  : coefficient de pression et nombre de Nusselt à la paroi ( $\theta = 0$  au bord d'attaque et  $\theta = \pi$  au bord de fuite).

#### 4.3.1.2 Cas 4 : écoulement supersonique autour d'un profil triangulaire

Un écoulement supersonique autour d'un profil triangulaire de corde  $D$  et de demi-angle  $\theta = 20^\circ$  est étudié afin d'analyser le comportement des méthodes de *feedback forcing* et de pénalisation en présence de géométries anguleuses et de chocs attachés. Le nombre de Reynolds est fixé à  $Re_\infty = 5 \times 10^4$ . Il est calculé à partir de la corde  $D$  et des propriétés de l'écoulement amont. Étant donné qu'on ne s'intéresse pas aux aspects thermiques ici, la condition  $T$ -neutre est adoptée pour les deux méthodes. Le nez du profil triangulaire est centré en  $(0,0)$  dans un domaine rectangulaire de dimensions  $[-5D, 15D] \times [-5D, 5D]$ . Une résolution élevée est nécessaire au voisinage des angles aigus. Le pas de discrétisation dans la zone d'intérêt est donc fixé à  $\Delta x_{min} = \Delta y_{min} = D/250$ . La topologie de l'écoulement et les paramètres géométriques du profil triangulaire sont illustrés sur la Figure 4.12. L'écoulement est stationnaire et un choc oblique attaché est généré au niveau du nez du profil triangulaire. Une zone de recirculation subsonique se forme dans le sillage de l'obstacle.

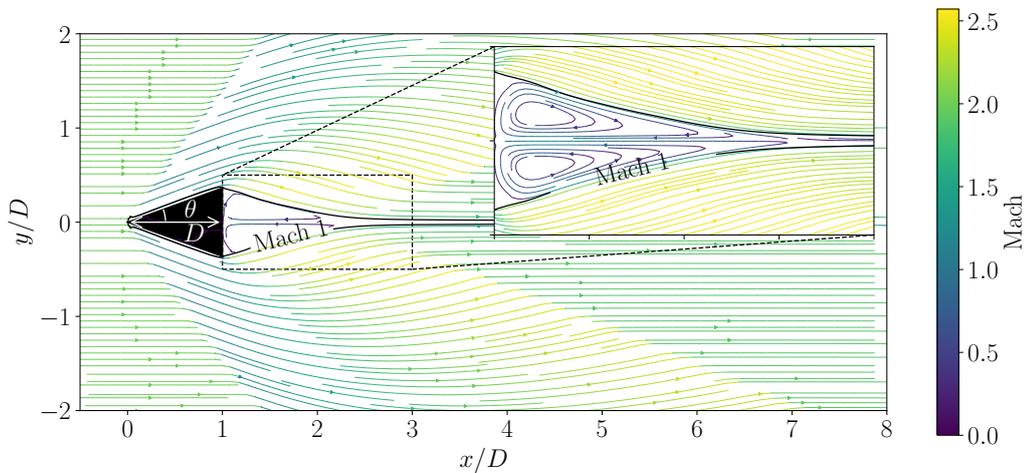


FIGURE 4.12 – Profil triangulaire,  $M_\infty = 2$  et  $Re_\infty = 5 \times 10^4$  : lignes de courant colorées par le nombre de Mach. La ligne sonique (isocontour Mach 1) et les paramètres géométriques du profil triangulaire sont aussi représentés.

Des visualisations Schlieren instantanées, obtenues à partir du gradient de la masse volumique, sont représentées sur la Figure 4.13 pour chaque méthode. L'angle du choc par rapport à l'axe horizontal est noté  $\beta_s$ . Concernant la méthode de *feedback forcing*, on observe que l'état stationnaire n'est jamais atteint et que la zone de recirculation n'est pas correctement reproduite. En effet, les conditions à la paroi sont modélisées avec une faible précision dans les zones critiques telles que les coins anguleux, malgré des paramètres très élevés  $\alpha_f = 10^6$  et  $\beta_f = 500$ . Le même problème est observé par CHAUDHURI et al., 2011 concernant la simulation d'un écoulement supersonique autour d'un profil triangulaire avec  $M_\infty = 3.5$  en utilisant une méthode *ghost-cell*. Comme pour la méthode de *feedback forcing*, les chocs en aval ne convergent pas rapidement vers la ligne centrale et l'écoulement n'atteint pas l'état stationnaire. Ceci montre qu'il est difficile de simuler le sillage d'un écoulement supersonique autour d'une géométrie anguleuse avec des IBM dont le forçage est imposé uniquement à la paroi. La méthode de pénalisation est plus robuste pour traiter ce type de problème.

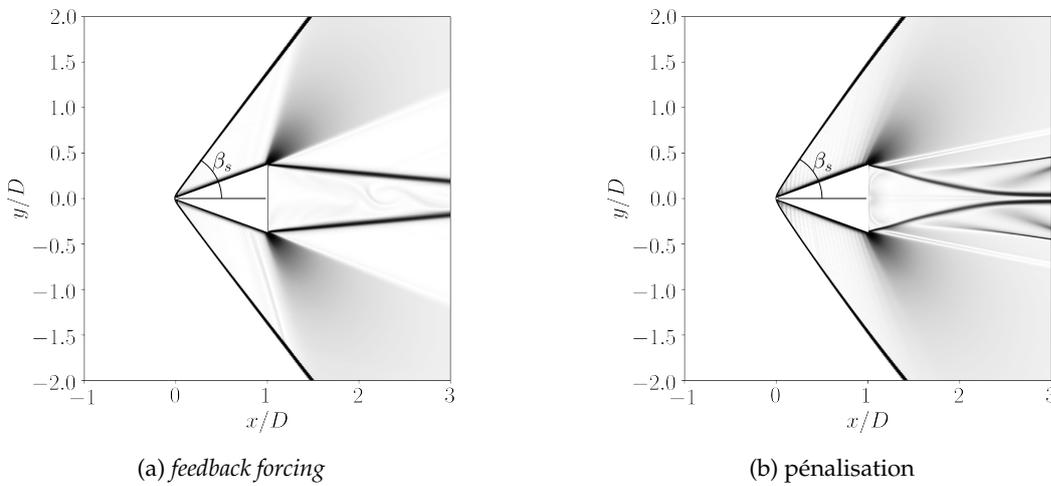


FIGURE 4.13 – Profil triangulaire,  $M_\infty = 2$  et  $Re_\infty = 5 \times 10^4$  : visualisations Schlieren instantanées, obtenues à partir du gradient de la masse volumique pour chaque méthode.

Néanmoins, le choc oblique est correctement modélisé avec la méthode de *feedback forcing* car il se produit en amont de la frontière immergée. Pour un choc attaché, l'angle du choc par rapport à l'axe horizontal peut être obtenu analytiquement pour un écoulement non visqueux à l'aide la relation suivante :

$$\tan\theta = 2\cot\beta_s \left( \frac{M_\infty^2 \sin^2\beta_s - 1}{M_\infty^2 (\gamma + \cos 2\beta_s) + 2} \right), \quad (4.4)$$

avec  $\theta$  le demi-angle du profil triangulaire et  $\beta_s$  l'angle du choc par rapport à l'axe horizontal. Pour  $M_\infty = 2$  et  $\theta = 20^\circ$ , l'équation (4.4) donne  $\beta_s = 53.5^\circ$ . Les angles des chocs obliques obtenus avec les méthodes de *feedback forcing* et de pénalisation sont rassemblés dans la Table 4.7. Ils sont comparés à la valeur analytique et aux résultats de BOIRON et al., 2009 et ABGRALL et al., 2014. On observe un bon accord avec les résultats de référence pour chaque méthode. Ceci confirme quantitativement que l'écoulement amont est correctement reproduit avec la méthode de *feedback forcing*, à l'inverse de l'écoulement aval.

La composante horizontale de la vitesse, obtenue avec la méthode de pénalisation, est comparée à la solution de ABGRALL et al., 2014 sur la Figure 4.14. On constate que la topologie de l'écoulement est très bien reproduite avec la méthode de pénalisation.

	Éq. (4.4)	BOIRON et al., 2009	ABGRALL et al., 2014	<i>feedback forcing</i>	pénal.
$\beta_s$ [°]	53.5	54.1	53.8	54.8	54.5

TABLE 4.7 – Profil triangulaire,  $M_\infty = 2$  et  $Re_\infty = 5 \times 10^4$  : angle du choc oblique par rapport à l’axe horizontal.

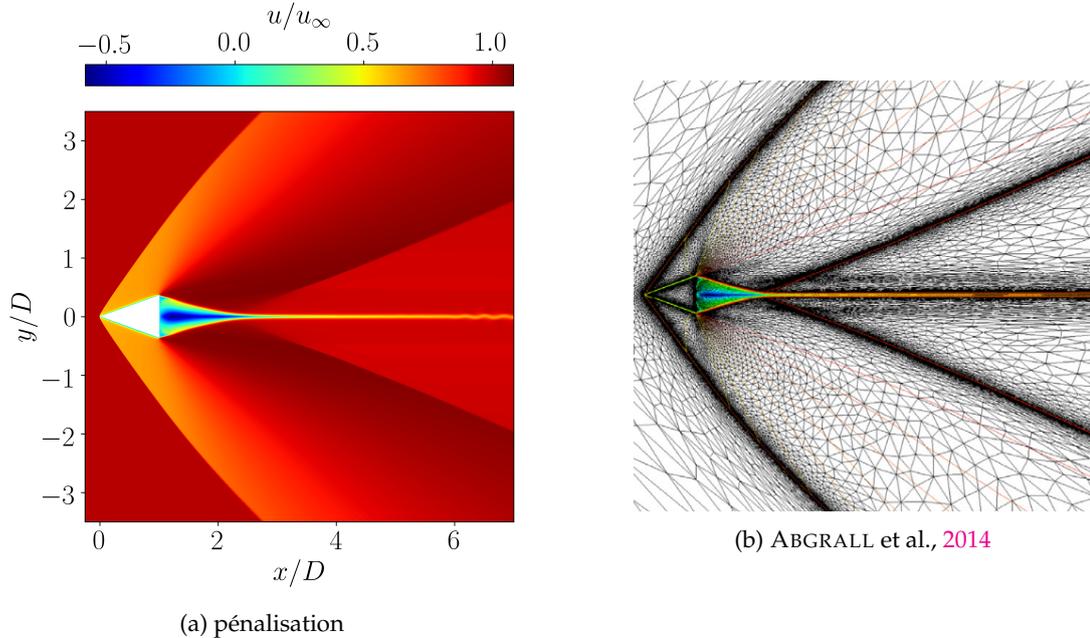


FIGURE 4.14 – Profil triangulaire,  $M_\infty = 2$  et  $Re_\infty = 5 \times 10^4$  : composante horizontale de la vitesse.

La pression juste après le choc peut être calculée analytiquement pour un écoulement non visqueux telle que :

$$\frac{p_2}{p_\infty} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1} (M_\infty^2 \sin^2 \beta_s - 1), \quad (4.5)$$

avec  $p_2$  la pression juste après le choc oblique. Un profil horizontal de pression est présenté sur la Figure 4.15. Il est tracé en  $y/D = 0.88$  afin d’être suffisamment éloigné de l’obstacle pour pouvoir considérer l’écoulement comme non visqueux à cet endroit. De cette manière, la pression  $p_2$  obtenue avec l’équation (4.5) est aussi représentée pour être comparée aux solutions numériques. Nos résultats sont comparés à ceux de ABGRALL et al., 2014 et de BOIRON et al., 2009. On retrouve que la méthode de *feedback forcing* ne parvient pas à reproduire correctement la pression en aval de l’obstacle. Les résultats obtenus avec la méthode de pénalisation montrent un bon accord avec ceux de référence et le pic de pression est relativement proche de la valeur analytique. L’écart relatif moyen entre les valeurs de pression obtenues pour  $\phi = 1$  et  $\phi = 0.1$  est d’environ 0.0038 %. On en conclut que l’influence du paramètre de porosité est négligeable lorsque la condition  $T$ -neutre est adoptée.

En plus de la précision, le coût de calcul est un point important dans une étude comparative de méthodes numériques. Les coûts de calcul associés à chaque méthode sont rassemblés dans la Table 4.8. Ils sont normalisés par le temps de calcul de la méthode de pénalisation ( $\phi = 1$ ). D’une part, on remarque que le coût de calcul est multiplié par quatre lorsque le paramètre de porosité passe de  $\phi = 1$  à  $\phi = 0.1$ . Ce comportement est lié à la restriction sur le pas de temps, induite par l’augmentation du rayon spectral du système pénalisé lorsque

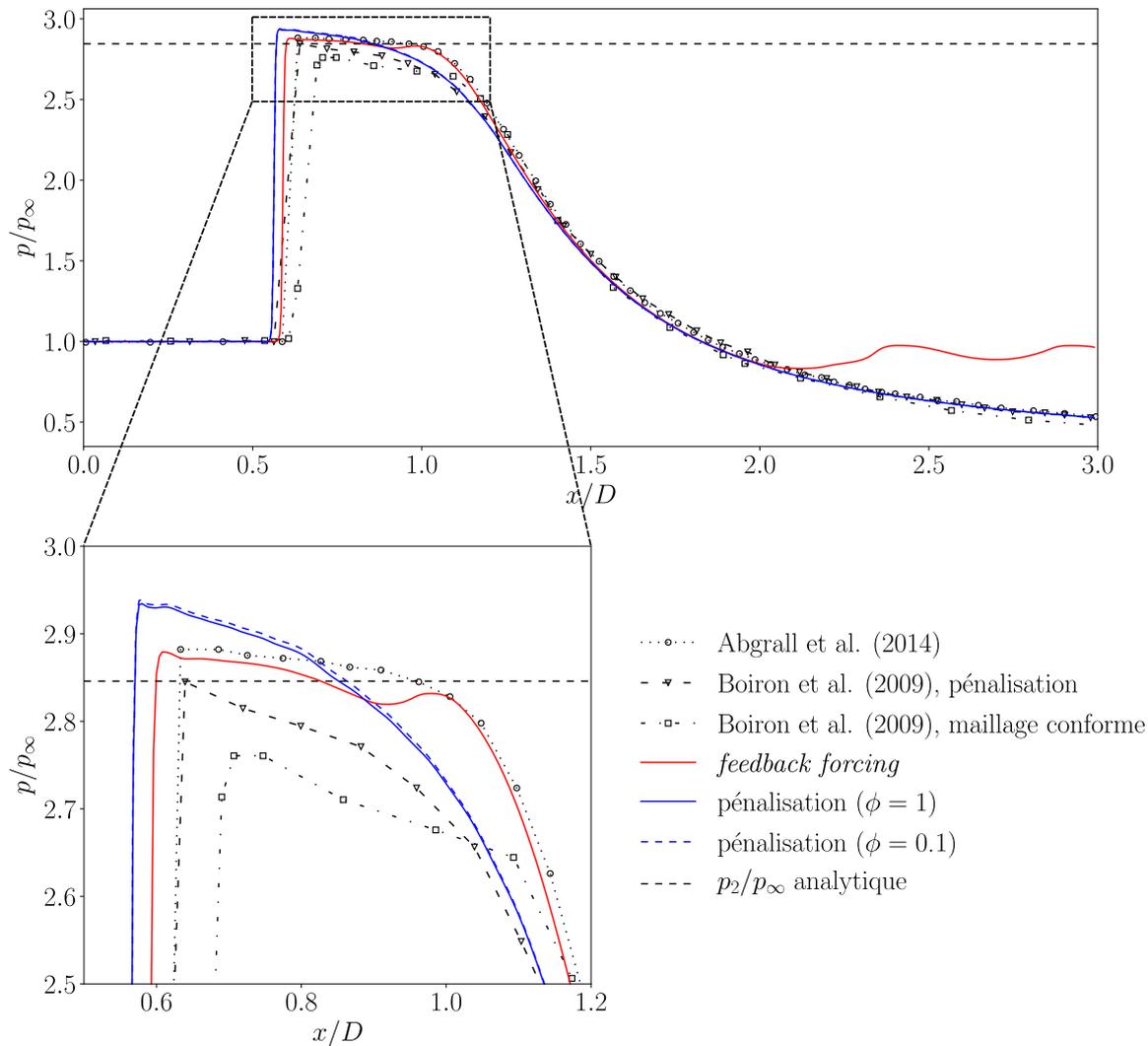


FIGURE 4.15 – Profil triangulaire,  $M_\infty = 2$  et  $Re_\infty = 5 \times 10^4$  : profil de pression suivant la droite  $y/D = 0.88$ .

$\phi$  diminue. Cet aspect de stabilité numérique est détaillé dans la section 3.4.2 du chapitre 3. D'autre part, le coût de calcul de la méthode de *feedback forcing* est multiplié par dix-sept par rapport à la méthode de pénalisation ( $\phi = 1$ ). Cet écart significatif est principalement dû à la description mixte eulérienne-lagrangienne, ajoutant une dimension supplémentaire dans la résolution du problème. Le coût de la méthode de *feedback forcing* est aussi augmenté par la restriction sur le pas de temps, induite par l'intégration explicite du terme de forçage et par les valeurs élevées des paramètres  $\alpha_f$  et  $\beta_f$ .

Méthode	pénal. ( $\phi = 1$ )	pénal. ( $\phi = 0.1$ )	<i>feedback forcing</i>
Coût de calcul [-]	1	4	17

TABLE 4.8 – Profil triangulaire,  $M_\infty = 2$  et  $Re_\infty = 5 \times 10^4$  : temps de calcul de chaque méthode, normalisé par le temps de calcul de la méthode de pénalisation ( $\phi = 1$ ).

### 4.3.1.3 Cas 5 : écoulement supersonique 3D autour d'une sphère

Pour des raisons de précision et de coût de calcul, seule la méthode de pénalisation est étendue à une configuration 3D. La simulation d'un écoulement supersonique autour d'une sphère de diamètre  $D$  est réalisée avec la méthode de pénalisation en considérant les conditions  $T$ -neutre et isotherme. Les conditions de l'écoulement sont les mêmes que dans la section 4.3.1.1 concernant l'écoulement supersonique 2D autour d'un cylindre. La sphère est centrée dans un domaine rectangulaire de dimensions  $[-10D, 30D] \times [-10D, 10D] \times [-10D, 10D]$ . La grille est raffinée dans la zone d'intérêt  $[-D, 3D] \times [-D, D] \times [-D, D]$ , où le pas de discrétisation vaut  $\Delta x_{min} = \Delta y_{min} = \Delta z_{min} = D/40$ . Le front du choc et la zone de recirculation sont inclus dans cette zone raffinée. Le maillage est composé de  $212 \times 108 \times 108$  cellules au total. La distance de détachement du choc  $\Delta_s$  est toujours définie comme la distance entre le choc et le bord d'attaque. La longueur de recirculation  $L$  est définie comme la distance entre le bord de fuite et la fin de la zone de recirculation, où la vitesse horizontale redevient positive.  $L$  et  $\Delta_s$  sont normalisées par le diamètre de la sphère  $D$ .

**Condition  $T$ -neutre.** Le coefficient de traînée  $C_d$ , la longueur de recirculation  $L$ , l'angle de séparation  $\theta_s$  et la distance de détachement du choc  $\Delta_s$ , obtenus avec la condition  $T$ -neutre, sont comparés aux résultats de référence dans la Table 4.9. Notons que les solutions de NAGATA et al., 2016 et de RIAHI et al., 2018 sont obtenues sur un maillage beaucoup plus fin que le nôtre (d'un facteur trois). Sur l'ensemble des quantités comparées, nos résultats montrent un très bon accord avec ceux de NAGATA et al., 2016. Le nombre de Mach dans le plan  $x$ - $z$  et le champ de pression dans le plan  $x$ - $y$  sont représentés sur la Figure 4.16a. Les lignes de courant montrent que la topologie de la recirculation est axisymétrique autour de l'axe  $x$ .

	$C_d$	$L$	$\theta_s$ [°]	$\Delta_s$
NAGATA et al., 2016	1.39	0.38	151	0.21
SHALLCROSS et al., 2022	1.27	-	-	0.21
BORKER et al., 2019	-	-	144	0.20
HEINRICH et al., 1969	1.48	-	-	-
RIAHI et al., 2018	1.39	-	-	0.20
pénalisation	1.45	0.38	150	0.20

TABLE 4.9 – Sphère non chauffée,  $M_\infty = 2$  et  $Re_\infty = 300$  : coefficient de traînée, longueur de recirculation, angle de séparation et distance de détachement du choc.

**Condition isotherme.** La sphère est maintenant chauffée à la température  $T_w = 2T_\infty$ . Elle est modélisée par la condition isotherme de la méthode de pénalisation. Le nombre de Nusselt moyenné sur la surface est défini tel que :

$$\overline{Nu} = -\frac{D}{A(T_w - T_\infty)} \int_\Gamma \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}}(\mathbf{s}) ds. \quad (4.6)$$

avec  $A = \pi D^2$  l'aire de la sphère,  $\Gamma$  la surface de la sphère et  $\mathbf{n}$  le vecteur normal à la paroi. Le gradient de température à l'interface dans l'équation (4.6) est calculé à partir du terme de pénalisation sur l'équation de l'énergie. De manière analogue au calcul des coefficients aérodynamiques, l'intégrale volumique du terme source  $f_E$  permet de calculer efficacement le flux de chaleur appliqué au solide (CHERN et al., 2015). Le nombre de Mach dans le plan

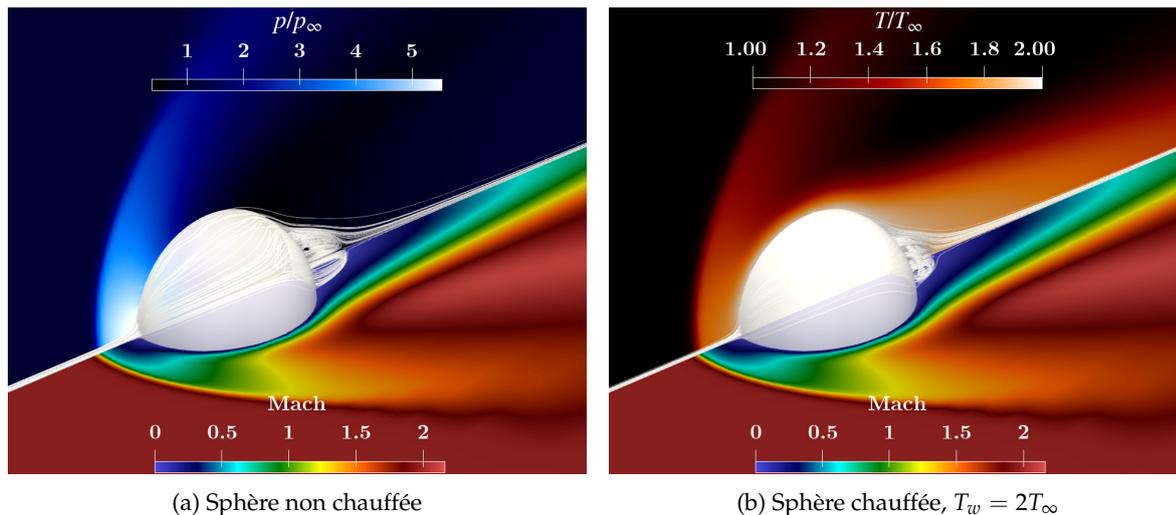


FIGURE 4.16 – Sphère,  $M_\infty = 2$  et  $Re_\infty = 300$  : lignes de courant, nombre de Mach dans le plan  $x$ - $z$ , champ de pression dans le plan  $x$ - $y$  (sphère non chauffée) et champ de température dans le plan  $x$ - $y$  (sphère chauffée).

$x$ - $z$  et le champ de température dans le plan  $x$ - $y$  sont représentés sur la Figure 4.16b. Le coefficient de traînée  $C_d$ , la longueur de recirculation  $L$ , l'angle de séparation  $\theta_s$  et la distance de détachement du choc  $\Delta_s$  sont rassemblés dans la Table 4.10. Ils montrent un bon accord avec les résultats de NAGATA et al., 2018 et RIAHI et al., 2023. Étant donné que le nombre de Nusselt dépend fortement de la résolution spatiale, une réduction des écarts entre notre valeur et celle de NAGATA et al., 2018 peut être attendue en utilisant une grille plus fine. On remarque que le chauffage de la sphère a pour effet d'augmenter le coefficient de traînée et de diminuer la longueur de recirculation. C'est une conséquence de l'élévation de la viscosité du fluide avec la température.

	$C_d$	$L$	$\theta_s$ [°]	$\Delta_s$	$\overline{Nu}$
NAGATA et al., 2018	1.44	0.29	154	0.22	3.5
RIAHI et al., 2023	1.48	-	-	0.23	-
pénalisation	1.48	0.28	156	0.23	4.0

TABLE 4.10 – Sphère chauffée,  $M_\infty = 2$  et  $Re_\infty = 300$  : coefficient de traînée, longueur de recirculation, angle de séparation, distance de détachement du choc et nombre de Nusselt moyen.

## 4.3.2 Interaction choc-obstacle

### 4.3.2.1 Cas 6 : interaction choc-cylindre

L'interaction entre une onde de choc normale incidente et un cylindre circulaire est étudiée afin d'évaluer la précision des méthodes de *feedback forcing* et de pénalisation en présence d'ondes de choc instationnaires. Les dimensions du domaine sont  $[-3.75D, 11.25D] \times [-7.5D, 7.5D]$  et le cylindre de diamètre  $D$  est centré en  $(0, 0)$ . Une haute résolution spatiale est requise afin de capturer correctement les ondes de choc. Le pas de discrétisation est donc fixé à  $\Delta x_{min} = \Delta y_{min} = D/160$ . La condition  $T$ -neutre est d'abord adoptée avec les méthodes de *feedback forcing* et de pénalisation. L'onde de choc incidente est générée par une

discontinuité des états gauche et droite du fluide dans le domaine de calcul. Initialement, l'état 1 (gaz au repos) et l'état 2 (gaz en mouvement) sont donnés par :

$$\begin{pmatrix} p \\ \rho \\ u \end{pmatrix}_1 = \begin{pmatrix} 10^5 \text{ Pa} \\ 1 \text{ kg/m}^3 \\ 0 \text{ m/s} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} p \\ \rho \\ u \end{pmatrix}_2 = \begin{pmatrix} 9.5 \times 10^5 \text{ Pa} \\ 4.5 \text{ kg/m}^3 \\ 695.9 \text{ m/s} \end{pmatrix}. \quad (4.7)$$

L'onde de choc normale se déplace de la gauche vers la droite avec un nombre de Mach égal à  $M_c = 2.81$ . Une fois qu'elle atteint la position du cylindre, l'onde de choc incidente interagit avec ce dernier. Le temps final de la simulation est fixé à  $t_f = 3 \times 10^{-7}$  s, ce qui correspond au temps nécessaire pour que l'onde de choc parcoure une distance égale à  $6D$ . L'écoulement est composé de chocs réfléchis (CR), de pieds de Mach<sup>1</sup> (PM), de points triples (PT), de lignes de glissement (LG) et de tourbillons. Les caractéristiques de l'écoulement sont illustrées en haut à gauche de la Figure 4.17. Les trajectoires des points triples PT1 et PT2 sont tracées sur la partie droite de la Figure 4.17. Les résultats obtenus avec les méthodes de *feedback forcing* et de pénalisation montrent un très bon accord avec les résultats issus de BRYSON et al., 1961, GLASS et al., 1989 et PIQUET et al., 2016. On s'intéresse aussi à l'influence du paramètre de porosité  $\phi$  en fonction de la condition imposée sur la température avec la méthode de pénalisation. Pour une condition  $T$ -neutre, la Figure 4.17 montre que la propagation de l'onde est presque indépendante de la valeur de  $\phi$ . Pour une condition adiabatique, la réduction du paramètre de porosité améliore la précision des résultats.

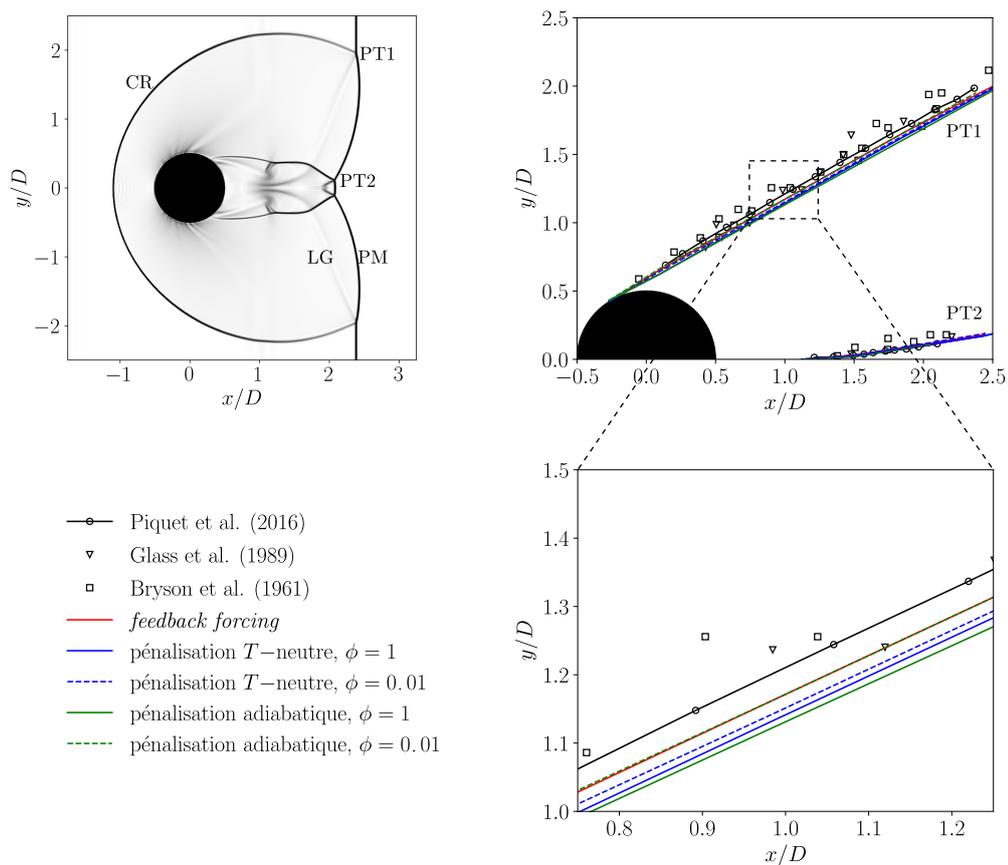


FIGURE 4.17 – Interaction choc-cylindre : visualisation Schlieren instantanée et trajectoire des points triples PT1 et PT2.

1. Lors de l'apparition d'une réflexion de Mach, une troisième onde se forme. Elle est appelée pied de Mach.

Les temps de calcul normalisés de chaque méthode sont rassemblés dans la Table 4.11. Le coût de calcul de la méthode de *feedback forcing* est presque trente fois supérieur à celui de la méthode de pénalisation ( $\phi = 1$ ). Concernant la méthode de pénalisation, la diminution du paramètre de porosité d'un facteur cent augmente le coût de calcul d'un facteur sept, en raison de la restriction sur le pas de temps. La tendance est similaire à celle observée sur la Figure 3.9 du chapitre 3 (voir  $M_\infty = 2$ ).

Méthode	pénal. ( $\phi = 1$ )	pénal. ( $\phi = 0.01$ )	<i>feedback forcing</i>
Coût de calcul [-]	1	7	29

TABLE 4.11 – Interaction choc-cylindre : temps de calcul de chaque méthode, normalisé par le temps de calcul de la méthode de pénalisation ( $\phi = 1$ ).

#### 4.3.2.2 Cas 7 : réflexion d'un choc sur une paroi plane

Compte tenu de la précision des résultats et du coût de calcul de chaque IBM, la méthode de pénalisation est sélectionnée et étudiée plus en détail à travers ce dernier cas test. C'est également cette méthode qui sera retenue dans la suite du manuscrit. Ce cas test constitue une étape préliminaire dans l'étude du collapse de bulle induit par un choc au voisinage d'une paroi solide, que l'on cherchera à simuler dans le chapitre 5. On s'intéresse à une onde de choc normale, qui se déplace dans de l'eau liquide à un nombre de Mach  $M_c = 1.04$  et impacte une paroi plane. Le domaine de calcul est un rectangle de dimensions  $L_x \times L_y$ , avec  $L_x/L_y = 0.6$  (voir Figure 4.18).

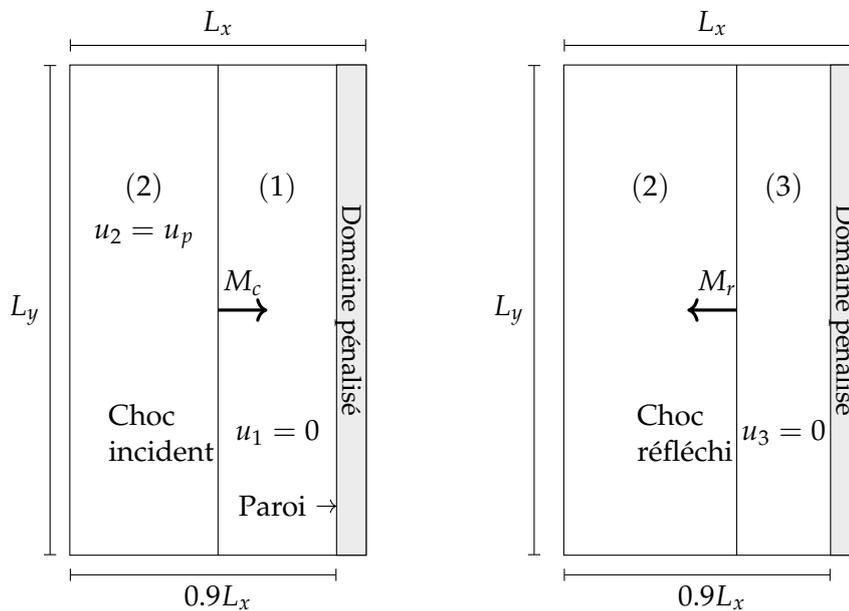


FIGURE 4.18 – Réflexion d'un choc sur une paroi plane : vue schématique du domaine de calcul avec la méthode de pénalisation. Le choc incident, le choc réfléchi et les états 1, 2 et 3 sont représentés.

Pour de l'eau liquide à température ambiante, la pression de référence de la loi d'état des gaz raides (voir équation (2.8)) vaut  $P_\infty = 10^9$  Pa et le rapport des capacités thermiques est égal à  $\gamma = 2.35$ . La configuration de l'écoulement est présentée sur la Figure 4.18. On y retrouve le liquide au repos à droite du choc incident (état 1), le liquide en mouvement à

gauche du choc incident (état 2) et l'état du liquide après réflexion du choc (état 3). Initialement, les états 1 et 2 sont donnés par :

$$\begin{pmatrix} p \\ \rho \\ u \end{pmatrix}_1 = \begin{pmatrix} 10^5 \text{ Pa} \\ 1000 \text{ kg/m}^3 \\ 0 \text{ m/s} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} p \\ \rho \\ u \end{pmatrix}_2 = \begin{pmatrix} 1.2 \times 10^8 \text{ Pa} \\ 1049.3 \text{ kg/m}^3 \\ 75.1 \text{ m/s} \end{pmatrix}, \quad (4.8)$$

Ce cas test est sévère car le saut de pression à travers le choc incident s'élève à  $p_2/p_1 = 1200$ . La paroi solide est située en  $x/L_x = 0.9$  et le domaine est pénalisé ensuite. En effet, le domaine solide ne peut pas être d'épaisseur nulle car il est modélisé par la méthode de pénalisation (volumique). Ainsi, le domaine  $[0.9L_x, L_x] \times [0, L_y]$  est entièrement pénalisé. Son épaisseur doit être suffisante pour amortir les ondes transmises mais il n'est pas souhaité qu'elle soit trop épaisse afin d'éviter les calculs inutiles. Une résolution spatiale importante est nécessaire sur la totalité du domaine afin de correctement représenter la propagation du choc incident. On adopte donc une grille cartésienne uniforme composée de  $1501 \times 1251$  cellules. Les trois conditions thermiques (isotherme, adiabatique et  $T$ -neutre) sont étudiées ici.

Dans le cas d'une condition isotherme, la température de la paroi est fixée à  $T_w = T_1$ , avec  $T_1 = 297.87 \text{ K}$  la température de l'état 1. L'influence de  $\phi$  sur la solution est étudiée pour chaque condition thermique. Les profils de vitesse et de pression sont présentés sur la Figure 4.19 pour différentes conditions thermiques et différentes valeurs de  $\phi$ . Les résultats obtenus avec les trois conditions sont comparés à ceux obtenus sur maillage conforme pour une paroi adiabatique ou isotherme, ainsi qu'à la solution analytique. En effet, la vitesse du liquide induite par la propagation du choc et la pression du liquide dans l'état 3 peuvent être calculées analytiquement à l'aide des relations de saut suivantes :

$$u_p = W \left( 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right), \quad \frac{p_3}{p_2} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \left( 1 + \frac{P_\infty}{p_2} \right) (M_r^2 - 1), \quad (4.9)$$

avec  $u_p$  la vitesse du liquide induite par la propagation du choc,  $W$  la vitesse de propagation du choc et  $M_r$  le nombre de Mach du choc réfléchi. Ce dernier est calculé à partir du nombre de Mach du choc incident comme la solution physique de l'équation suivante :

$$\frac{M_r}{M_r^2 - 1} = \frac{M_c}{M_c^2 - 1} \sqrt{1 + \frac{2(\gamma - 1)}{(\gamma + 1)^2} (M_c^2 - 1) \left( \gamma + \frac{1}{M_c^2} \right)}. \quad (4.10)$$

Avec un maillage conforme, la condition thermique n'a aucun effet sur les profils de vitesse et de pression. Dans la suite, on appelle solution de référence la solution obtenue sur maillage conforme. La Figure 4.19 montre que la solution pénalisée tend vers la solution de référence lorsque  $\phi$  diminue, uniquement pour les conditions isotherme et adiabatique. Pour  $\phi = 0.01$ , les solutions obtenues avec la méthode de pénalisation pour une paroi isotherme ou adiabatique sont très proches de la solution de référence. On en déduit la même conclusion que dans les sections 4.3.1.2 et 4.3.2.1 :  $\phi$  n'a pas d'influence sur la solution lorsque la condition  $T$ -neutre est appliquée. De plus, on observe que la condition  $T$ -neutre produit une solution inexacte car le liquide dans l'état 3 n'est pas au repos et l'amplitude de l'onde réfléchie est fortement amortie. Par conséquent, une solution acceptable ne peut être obtenue qu'en appliquant la condition adiabatique ou la condition isotherme et en contrôlant l'impédance acoustique du milieu pénalisé via le paramètre de porosité  $\phi$ . En effet, LIU et al., 2007 soulignent l'importance de  $\phi$  pour décrire fidèlement la réflexion et la transmission des ondes à la paroi solide, en modélisant le solide par un milieu à haute impédance acoustique. Cet aspect est détaillé dans la section 3.4.2 du chapitre 3. Notons que LIU et al., 2007

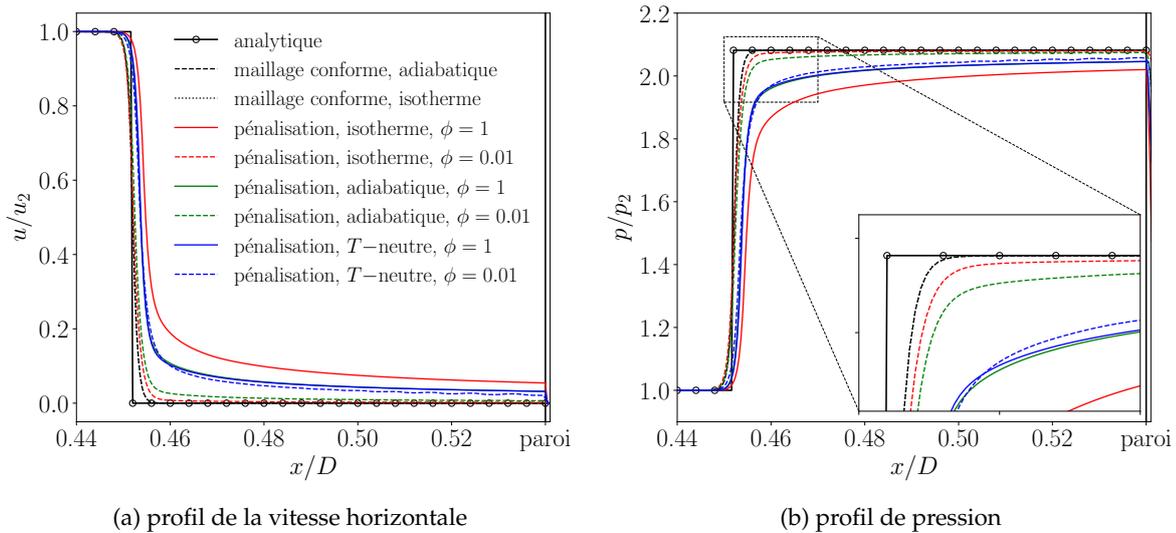


FIGURE 4.19 – Réflexion d'un choc sur une paroi plane : influence de la condition thermique et de la valeur de  $\phi$  sur l'onde réfléchie.

ont introduit le paramètre de porosité dans le contexte d'une condition isotherme.

**Condition d'impédance.** Malheureusement, on a vu que le paramètre de porosité affecte fortement le choix du pas de temps. Une étude de stabilité du système pénalisé a été menée dans la section 3.4.2 du chapitre 3 afin de comprendre l'impact de  $\phi$  sur le pas de temps. Cet aspect a ensuite été observé numériquement à travers une étude comparative du coût de calcul dans les sections 4.3.1.2 et 4.3.2.1. C'est la raison pour laquelle la condition d'impédance a été développée dans ce travail (voir section 3.4.5). On rappelle qu'elle consiste à imposer la masse volumique du milieu poreux afin de contrôler son impédance acoustique. Le terme de pénalisation associé est intégré par une méthode implicite de manière triviale, sans affecter le coût de la méthode de pénalisation. On note  $\rho_w$  la masse volumique imposée au corps solide et  $\rho_w^* = \rho_w / \rho_1$  désigne la masse volumique imposée normalisée par la masse volumique du liquide au repos. Les résultats calculés par cette nouvelle approche avec  $\rho_w^* = \{10, 100, 1000\}$  sont présentés sur la Figure 4.20. Ils sont comparés à la pire et à la meilleure solution de la Figure 4.19. On observe que la solution pénalisée tend vers la solution de référence lorsque  $\rho_w^*$  augmente, c'est-à-dire lorsque l'impédance acoustique du milieu poreux augmente. Pour  $\rho_w^* = 1000$ , la solution pénalisée est quasiment identique à celle de référence. Il est important de noter que la condition d'impédance ( $\rho_w^* = 1000, \phi = 1$ ) permet d'obtenir une solution plus précise que la condition isotherme ( $\phi = 0.01$ ), tout en réduisant le coût de calcul d'un facteur trente-six (voir Table 4.12). Cette nouvelle approche est donc un excellent moyen de simuler précisément et efficacement des écoulements compressibles impliquant des réflexions d'ondes de choc sur un corps solide.

Méthode	maillage conforme	pénal. $T$ -neutre ( $\phi = 1$ )	pénal. impédance ( $\phi = 1$ )	pénal. isotherme ( $\phi = 0.01$ )
Coût de calcul [-]	1	1	1	36

TABLE 4.12 – Réflexion d'un choc sur une paroi plane : temps de calcul de chaque méthode, normalisé par le temps de calcul de la méthode maillage conforme.

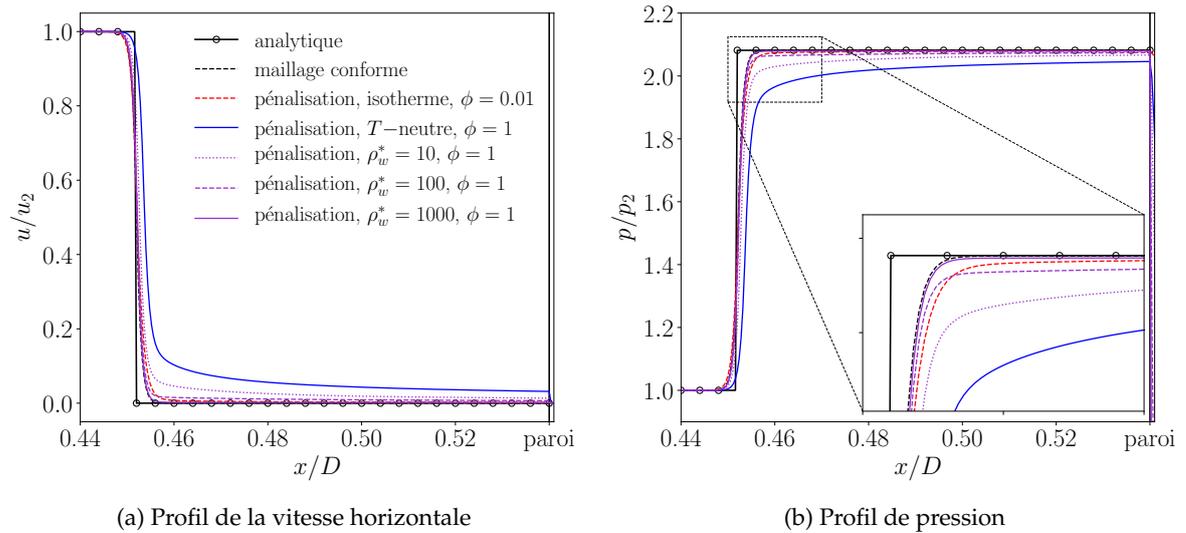


FIGURE 4.20 – Réflexion d'un choc sur une paroi plane : influence de la condition d'impédance sur l'onde réfléchie.

## 4.4 Synthèse

Une méthode de *feedback forcing* et une méthode de pénalisation ont été étudiées à travers la simulation d'écoulements visqueux monophasiques en présence d'un corps fixe et rigide. Les différentes conditions aux limites présentées dans le chapitre 3 ont été considérées : adhérence, isotherme, adiabatique et  $T$ -neutre. Elles ont été validées sur de nombreux cas tests, soigneusement sélectionnés afin d'évaluer la capacité de chaque méthode à traiter une large gamme de problèmes : écoulements incompressibles et compressibles, stationnaires et instationnaires, avec paroi adiabatique ou isotherme. Une étude de convergence numérique a montré que chaque méthode est du premier ordre en espace, conformément à ce qui était attendu. Afin d'être validés, nos résultats ont été comparés à des solutions sur maillage conforme et à des solutions proposées par d'autres auteurs dans la littérature. Les résultats obtenus avec la méthode de pénalisation montrent un meilleur accord avec les résultats de référence, par rapport à la méthode de *feedback forcing*. De plus, la méthode de *feedback forcing* n'est pas capable de reproduire correctement un écoulement supersonique autour d'un profil anguleux (voir section 4.3.1.2). L'état stationnaire n'est pas atteint en raison de la faible précision du forçage des conditions aux limites et de l'écoulement artificiel au sein de l'obstacle qui contaminent l'écoulement externe. Le coût de calcul de la méthode de *feedback forcing* est nettement plus élevé que celui de la méthode de pénalisation. Elle est seize à vingt-neuf fois plus coûteuse selon le cas. C'est la principale raison pour laquelle elle n'a pas été étendue en 3D. Le surcoût de la méthode est dû à la description mixte eulérienne-lagrangienne et à l'intégration explicite du terme de forçage. Le premier facteur ajoute une dimension supplémentaire au problème tandis que le second impose une restriction sur le pas de temps. Ces aspects ne concernent pas la méthode de pénalisation, dont le coût de calcul est comparable à celui d'une méthode maillage conforme. Elle a été étendue en 3D et validée à travers l'écoulement supersonique autour d'une sphère (voir section 4.3.1.3).

Cette étude s'est aussi concentrée sur la modélisation de la transmission et de la réflexion des ondes de choc à l'interface fluide-solide. Avec la méthode de pénalisation, ceci est effectué en contrôlant l'impédance acoustique du milieu poreux. L'approche classique consiste à pénaliser l'équation de continuité à l'aide d'un paramètre de porosité  $\phi$  (LIU et al., 2007). Le choix de  $\phi$  est un compromis entre précision et coût de calcul. Cet aspect a été investigué à travers une étude de stabilité puis vérifié par le calcul. Pour des écoulements

incompressibles, l'influence de  $\phi$  sur la solution est négligeable et il peut donc être fixé à 1. Pour des écoulements compressibles, la précision de la solution numérique est meilleure lorsque  $\phi$  diminue mais le coût de calcul est fortement impacté. Des valeurs inférieures à  $\phi = 0.01$  n'ont pas été considérées dans cette étude et ne sont pas recommandées pour des raisons d'efficacité. Ces considérations ne sont à prendre en compte que dans le cas d'une condition isotherme ou adiabatique, c'est-à-dire lorsqu'un traitement spécifique est appliqué sur la température. Pour la condition  $T$ -neutre, l'influence de  $\phi$  sur la solution n'est pas significative et sa valeur peut donc être fixée à 1. Une nouvelle condition a été imaginée afin d'améliorer la précision de la solution tout en conservant le faible coût de calcul de la méthode de pénalisation. L'impédance acoustique de l'obstacle n'est plus contrôlée par la porosité de la zone pénalisée, mais plutôt par sa masse volumique. Avec cette approche, le temps de calcul nécessaire pour simuler la réflexion d'un choc sur une paroi plane a été réduit d'un facteur trente-six par rapport à l'approche par porosité, tout en fournissant des résultats plus précis. Cette nouvelle condition ouvre de grandes perspectives pour la suite de ce travail, pour les raisons suivantes :

- Le collapse d'une bulle au voisinage d'une paroi génère des ondes de choc de forte amplitude qui impactent la paroi. Il est donc primordial de modéliser correctement le comportement des ondes à la frontière afin de simuler fidèlement le phénomène et de calculer avec précision le chargement à la paroi induit par l'impact.
- On cherche à développer une stratégie de couplage fort pour l'étude de l'interaction fluide-structure. Chaque matériau possède sa propre impédance acoustique. La condition d'impédance permet d'imposer une certaine masse volumique au milieu poreux, de telle sorte que l'impédance acoustique de la zone pénalisée corresponde à celle du matériau réel. La méthode de pénalisation avec condition d'impédance permet alors une modélisation plus réaliste du comportement des ondes à la frontière fluide-structure.
- La simulation de problèmes couplés fluide-structure est un processus très coûteux. Notre méthodologie de couplage doit donc se baser sur des méthodes efficaces. C'est le cas de la méthode de pénalisation avec la condition d'impédance, contrairement à l'approche par porosité.

À ce stade du manuscrit, la méthode de *feedback forcing* est écartée pour des raisons de précision et de coût de calcul. La suite de ce travail est donc réalisée avec la méthode de pénalisation.

## Chapitre 5

# Écoulements diphasiques compressibles : étude et validation

5.1	Écoulements cavitants autour d'un cylindre circulaire . . . . .	79
5.1.1	Écoulements laminaires 2D . . . . .	80
5.1.1.1	Écoulement stationnaire . . . . .	81
5.1.1.2	Écoulement instationnaire . . . . .	83
5.1.2	Écoulement turbulent 3D . . . . .	88
5.2	Collapse d'une bulle au voisinage d'une paroi rigide . . . . .	93
5.2.1	Paroi plane . . . . .	93
5.2.2	Paroi déformée . . . . .	98
5.3	Synthèse . . . . .	102

Ce chapitre est dédié à la validation et à l'application de la méthode de pénalisation pour des écoulements diphasiques compressibles en présence d'un corps fixe rigide ( $\mathbf{u}_w = \mathbf{0}$ ). Dans un premier temps, on s'intéresse à la cavitation d'un point de vue macroscopique. L'étude est portée sur des écoulements cavitants autour d'un cylindre circulaire. Il s'agit d'un cas canonique permettant de reproduire les caractéristiques des écoulements cavitants que l'on retrouve en présence de systèmes hydrauliques tels que les turbines, les pompes et les hélices. Ces écoulements sont marqués par la formation de poches de vapeur au contact de l'obstacle, puis par leur détachement sous la forme de nuages de bulles (*cloud cavitation*). Ces derniers sont ensuite entraînés dans le sillage, où ils recondensent et collapsent violemment. Les ondes de pression générées par les collapsés se propagent ensuite et impactent l'obstacle. En pratique, cela peut entraîner l'usure prématurée des composants hydrauliques. Différents régimes d'écoulements sont envisagés : laminaire stationnaire, laminaire instationnaire et turbulent. Dans un second temps, le collapse d'une bulle isolée induit par un choc incident au voisinage d'une paroi rigide est étudié à l'échelle microscopique. Une attention particulière est portée sur la pression d'impact à la paroi, engendrée par l'impact de l'onde de choc générée lors du collapse. Les différentes conditions de la méthode de pénalisation sont validées et analysées en considérant une paroi plane. Une étude paramétrique est ensuite menée sur différentes géométries de parois déformées. Il s'agit de prédire une possible accélération de l'érosion de cavitation lorsque la paroi est déjà endommagée.

## 5.1 Écoulements cavitants autour d'un cylindre circulaire

La cavitation a des effets néfastes sur les composants hydrauliques : perte de performance, vibrations, bruit, érosion, etc. Plus d'informations sur le phénomène de cavitation sont disponibles en introduction du manuscrit (voir section 1.1). Parmi les composants hydrauliques, on retrouve les pompes, les aubes de turbines, les hélices de navire, etc. L'accélération d'un fluide au contact d'un corps solide entraîne une chute de pression. Si elle

baisse suffisamment et atteint la pression de vapeur saturante, de la cavitation se produit. Des poches de vapeur se forment à la surface de l'obstacle au niveau de la zone d'aspiration. La cavitation est dite partielle car elle n'occupe pas entièrement la surface du corps solide. Entraînées par l'écoulement, les poches se détachent périodiquement pour former des nuages de bulles qui sont ensuite transportés dans le sillage de l'obstacle (*cloud cavitation*). Lorsqu'ils sont transportés dans des régions de pression plus élevée, les nuages de vapeur recondensent et s'effondrent violemment. Les ondes de pression générées par le effondrement des structures de vapeur impactent ensuite le corps solide, pouvant mener à l'endommagement et à l'usure prématurée des composants hydrauliques. Afin de mieux comprendre les mécanismes impliqués, de nombreux auteurs ont étudié des écoulements cavitants en présence de surfaces portantes (FRANC et al., 1988 ; SCHNERR et al., 2008 ; BHATT et al., 2023). Par exemple, BHATT et al., 2023 ont montré expérimentalement que le détachement des poches de cavitation peut être provoqué par deux mécanismes : la formation d'un jet rentrant ou le effondrement des nuages de vapeur dans le sillage de l'obstacle.

L'écoulement cavitant autour d'un cylindre circulaire est une configuration canonique permettant de reproduire les phénomènes observés sur les composants hydrauliques, c'est-à-dire le régime de *cloud cavitation* et la cavitation de vortex. De plus, le cylindre circulaire fait partie des géométries les plus simples à étudier et les écoulements autour de cet obstacle sont relativement bien compris en monophasique. Il permet aussi d'étudier numériquement des écoulements cavitants laminaires afin d'éviter les interactions entre cavitation et turbulence, qui rendent l'analyse beaucoup plus complexe. Différentes études ont été menées sur des écoulements cavitants en présence d'un corps cylindrique (GNANASKANDAN et al., 2016 ; LE et al., 2023). Dans cette configuration, le liquide accélère au passage du cylindre. Ceci entraîne une chute de pression dans les couches de cisaillement. Si la pression atteint la pression de vapeur saturante, des poches de cavitation se forment dans la zone de dépression. Les couches de cisaillement s'enroulent ensuite pour former des tourbillons. Selon les conditions de l'écoulement, la cavitation peut aussi apparaître au coeur des vortex. On distingue alors trois régimes de cavitation : fixe, cyclique ou transitoire (FRY, 1984). En régime fixe, la cavité reste attachée au cylindre. En régime cyclique, des cavités se forment au contact de l'obstacle et se détachent périodiquement. La cavitation transitoire fait intervenir les deux premiers régimes. Dans le but d'observer les mécanismes mentionnés dans ce paragraphe, on s'intéresse à différents régimes d'écoulements cavitants autour d'un cylindre circulaire :

1. Laminaire stationnaire 2D ( $Re_\infty = 40$ ).
2. Laminaire instationnaire 2D ( $Re_\infty = 200$ ).
3. Turbulent 3D ( $Re_\infty = 3900$ ).

Le fluide considéré est de l'eau et le nombre de cavitation, défini d'après l'équation (1.1), vaut  $\sigma_v \simeq 1$ . La vitesse horizontale, la pression et la température du fluide au repos sont respectivement  $u_\infty = 10$  m/s,  $p_\infty = 5 \times 10^4$  Pa et  $T_\infty = 293$  K. Entre chaque configuration d'écoulement, le nombre de Reynolds est modifié en adaptant le diamètre du cylindre  $D$ . Le taux de vapeur initial vaut  $\alpha_0 = 10^{-10}$ . Afin de prendre en compte la cavitation, les simulations sont réalisées à l'aide du modèle à quatre équations avec transfert de masse (voir section 2.2.2). La méthode de pénalisation est utilisée pour modéliser le corps cylindrique et la condition  $T$ -neutre est adoptée. Le paramètre de perméabilité est fixé à  $\eta = 10^{-10}$  et le paramètre de porosité vaut  $\phi = 1$ .

### 5.1.1 Écoulements laminaires 2D

On s'intéresse tout d'abord à des écoulements laminaires 2D. Le cylindre de diamètre  $D$  est centré en  $(0, 0)$  dans un domaine rectangulaire de dimensions  $57.5D \times 40D$ . Le maillage est raffiné dans la zone d'intérêt autour de l'obstacle, puis il est étiré jusqu'aux bords du

domaine avec une progression hyperbolique. Le domaine de calcul, le maillage et les conditions aux limites sont illustrés sur la Figure 5.1. Des conditions de non-réflexion sont appliquées sur les bords haut et bas afin que les ondes générées par le collapse des poches de vapeur puissent être évacuées. La condition d'entrée est calculée à partir d'une équation de compatibilité discrétisée et la pression est imposée en sortie. Le flux convectif est calculé à l'aide du schéma HLLC-Hancock et l'intégration temporelle est effectuée avec la méthode d'Euler semi-implicite.

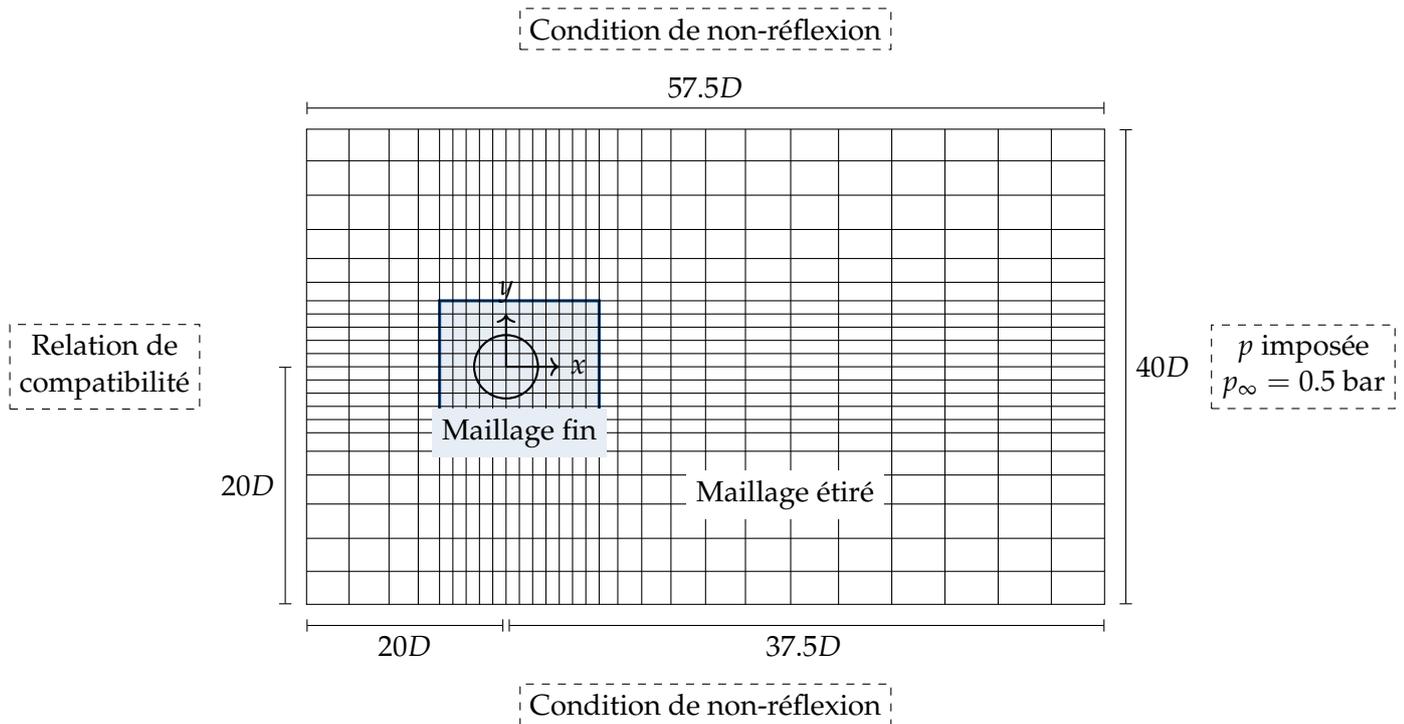


FIGURE 5.1 – Cylindre cavitant 2D,  $\sigma_v \simeq 1$  : vue schématique du domaine de calcul, du maillage et des conditions aux limites.

### 5.1.1.1 Écoulement stationnaire

Ce premier cas est purement dédié à la validation de la méthode de pénalisation. Le nombre de Reynolds est fixé à  $Re_\infty = 40$  et l'écoulement est stationnaire. La solution pénalisée est comparée à une solution obtenue sur maillage conforme. Afin de se concentrer sur la précision de la méthode de pénalisation, cette solution de référence est calculée à partir du même système d'équations et du même modèle de cavitation.

Comme en monophasique (voir section 4.2.1), l'écoulement est composé de deux tourbillons symétriques et stationnaires attachés au cylindre, formant une zone de recirculation. Cette dernière est contenue dans la zone raffinée du maillage, où le pas de discrétisation est égal à  $\Delta x_{min} = \Delta y_{min} = D/80$ . Les lignes de courant, le champ de pression et le champ du taux de vapeur sont présentés sur la Figure 5.2. La pression chute au niveau des bords haut et bas du cylindre, où le fluide accélère. Dans ce cas de validation, la pression de vapeur saturante vaut  $p_v = 12500 \text{ Pa}$  afin de générer suffisamment de vapeur. Le phénomène de cavitation est illustré en confrontant les champs de pression et du taux de vapeur sur la Figure 5.2. Une poche de cavitation attachée se forme dans la zone de dépression lorsque  $p = p_v$ . La Figure 5.3 montre que la forme de la poche et la distribution de vapeur sont correctement

reproduites avec la méthode de pénalisation, en comparaison avec la solution obtenue sur maillage conforme.

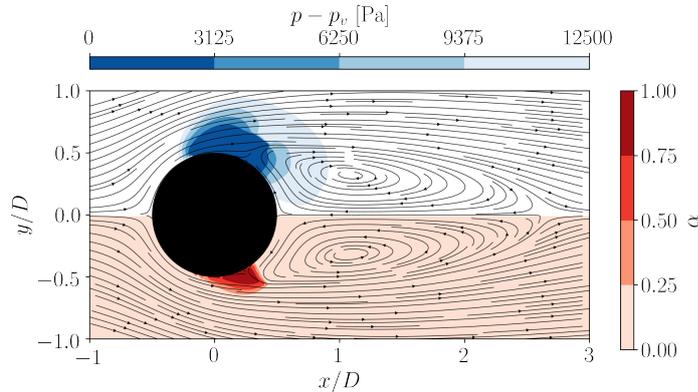


FIGURE 5.2 – Cylindre cavitant,  $Re_\infty = 40$  et  $\sigma_v \simeq 1$  : lignes de courant, champ de pression et champ du taux de vapeur.

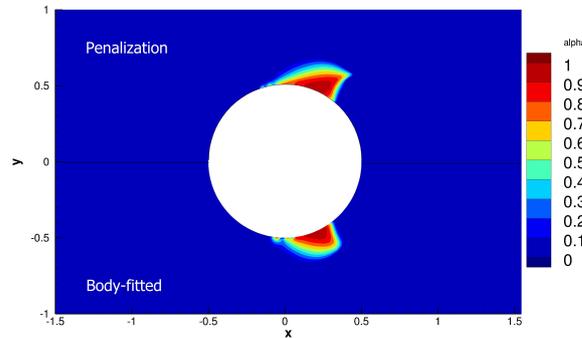


FIGURE 5.3 – Cylindre cavitant,  $Re_\infty = 40$  et  $\sigma_v \simeq 1$  : taux de vapeur obtenu avec la méthode de pénalisation (en haut) et avec la méthode maillage conforme (en bas).

Le coefficient de pression et le taux de vapeur à la paroi sont représentés sur la Figure 5.4. Ils sont correctement prédits avec la méthode de pénalisation. On peut noter que l'extension de la poche de cavitation le long de la paroi est légèrement surestimée avec la méthode de pénalisation. Cet aspect est prédit par le coefficient de pression et vérifié par le taux de vapeur à la paroi. Le coefficient de pression en régime non cavitant est également représenté sur la Figure 5.4a. Étant donné que l'écoulement est monophasique au niveau du bord d'attaque, il semble que le coefficient de pression obtenu sur maillage conforme soit sous-estimé à cet endroit<sup>1</sup>. Lorsque de la vapeur se forme, la pression du fluide est maintenue à la pression de vapeur saturante ( $p = p_v$ ). C'est la raison pour laquelle le plateau  $C_p = C_{p_v}$  est observé sur la Figure 5.4a. Suite à la formation de vapeur, la dépression se propage légèrement vers le bord de fuite, d'où le décalage entre les courbes des régimes cavitant et non cavitant juste avant  $\theta = 3\pi/4$ . Des oscillations apparaissent sur la Figure 5.4b avec la méthode maillage conforme car les valeurs de  $\alpha_w$  sont directement extraites dans les cellules adjacentes à la paroi. Avec la méthode de pénalisation, une reconstruction est nécessaire. Il s'agit de la même procédure que celle présentée dans le chapitre 4 pour l'évaluation des différentes grandeurs pariétales.

1. Voir Figure 4.3 pour la validation du  $C_p$  en monophasique au même nombre de Reynolds.

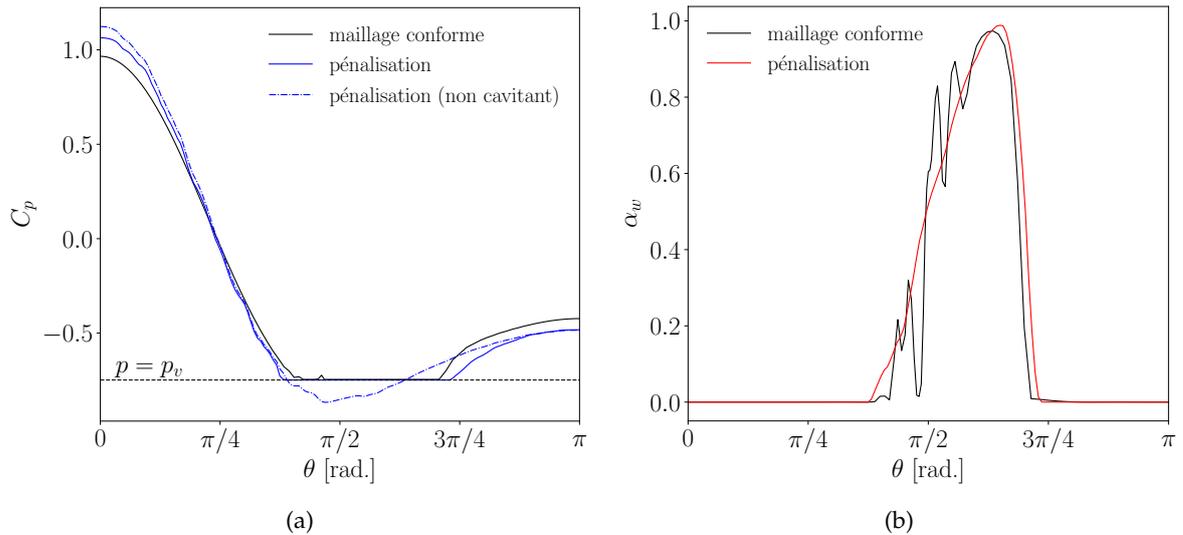


FIGURE 5.4 – Cylindre cavitant,  $Re_\infty = 40$  et  $\sigma_v \simeq 1$  : (a) coefficient de pression à la paroi ; (b) taux de vapeur à la paroi.

### 5.1.1.2 Écoulement instationnaire

Le nombre de Reynolds vaut maintenant  $Re_\infty = 200$  et l'écoulement devient instationnaire. La pression de vapeur saturante est égale à  $p_v = 2340$  Pa. Nos résultats sont comparés avec ceux issus de la littérature (GNANASKANDAN et al., 2016; LE et al., 2023) et avec une solution que l'on a calculée à l'aide du solveur cavitatingFoam de la librairie OpenFOAM (WELLER et al., 1998). Les trois solutions de comparaison sont obtenues sur un maillage conforme, mais avec des modèles de cavitation différents :

- GNANASKANDAN et al., 2016 considèrent un solveur 1-fluide compressible avec le modèle de cavitation de SAITO et al., 2007. Cette formulation est basée sur des termes sources pour modéliser les processus de condensation et d'évaporation. Il est important de souligner qu'une fraction de gaz non condensable égale à  $\alpha_0 = 0.005$  est considérée dans leurs calculs tandis qu'elle vaut  $\alpha_0 = 10^{-10}$  dans notre cas.
- LE et al., 2023 adoptent un modèle d'équilibre homogène compressible basé sur une relation thermodynamique algébrique pour calculer la fraction massique de vapeur.
- Le solveur cavitatingFoam repose sur un modèle de cavitation à l'équilibre. Il s'agit d'un solveur barotrope qui emploie l'algorithme SIMPLE compressible pour résoudre les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. L'équation de l'énergie est ignorée en considérant que l'écoulement est isotherme. La correction de pression requise par l'algorithme SIMPLE est calculée à l'aide de la compressibilité isentropique, inversement proportionnelle au carré de la vitesse du son. La vitesse du son du mélange liquide-vapeur suit la relation de Wallis. L'intégration en temps est réalisée à l'aide d'un schéma décentré du second ordre et les flux convectifs sont discrétisés à l'aide d'un schéma du second ordre avec le limiteur *minmod*.

**Description de l'écoulement.** L'écoulement est caractérisé par la formation puis le détachement de poches de vapeur à la paroi du cylindre. Ce régime cyclique se produit à la fréquence des lâchers tourbillonnaires. La zone raffinée du maillage s'étend sur  $8D$  dans le sillage afin de correctement capturer la dynamique des lâchers tourbillonnaires et le collapse des poches de vapeur. Au sein de la zone raffinée, le pas de discrétisation est fixé à  $\Delta x_{min} = \Delta y_{min} = D/80$ . La succession entre la formation et le détachement des poches de vapeur au cours d'une période est illustrée sur la Figure 5.5. Une poche de cavitation se forme sur la face supérieure du cylindre, puis se détache. Au même moment, une seconde

poche est créée sur la face opposée, puis elle croît et se détache également. Le taux de vapeur peut dépasser 90 % au cours d'un cycle. Le champ du taux de vapeur moyen, obtenu avec OpenFOAM et SCB, est présenté sur la Figure 5.6. Un excellent accord est observé entre les deux solveurs.

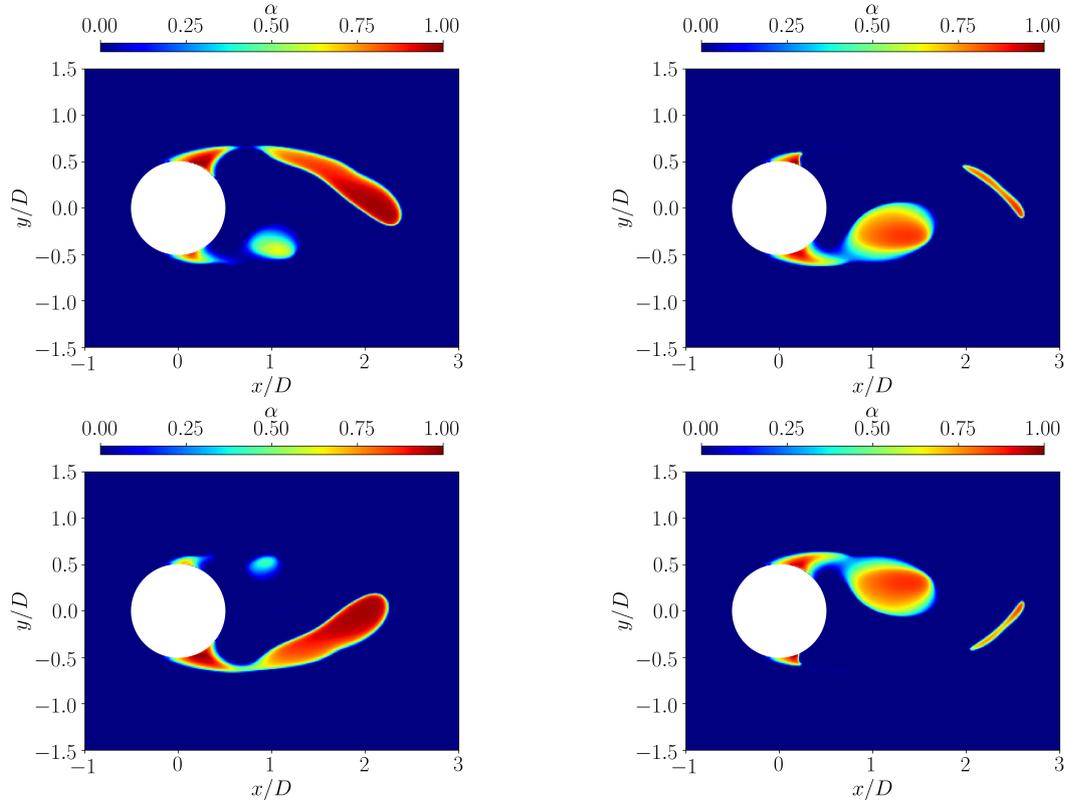


FIGURE 5.5 – Cylindre cavitant,  $Re_\infty = 200$  et  $\sigma_v \simeq 1$  : taux de vapeur instantané à quatre instants d'une période.

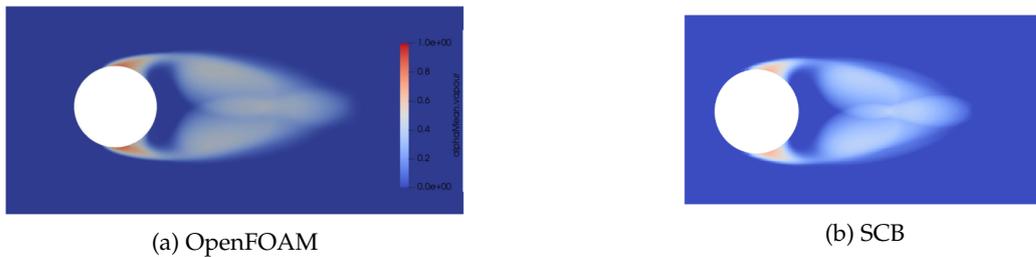


FIGURE 5.6 – Cylindre cavitant,  $Re_\infty = 200$  et  $\sigma_v \simeq 1$  : taux de vapeur moyen.

Une fois qu'elles sont transportées dans le sillage par les lâchers tourbillonnaires, les structures de vapeur rencontrent des zones de pression plus élevée, où elles recondensent violemment. Le collapse d'une poche de cavitation est illustré à l'aide du champ de pression instantané sur la Figure 5.7. Les quatre champs de pression sont présentés à des instants très proches car la dynamique du collapse est beaucoup plus rapide que celle des lâchers tourbillonnaires. Les structures de vapeur sont reconnaissables par les zones de basse pression. Le collapse se produit à une distance d'environ  $2D$  de la paroi du cylindre, au niveau de la ligne centrale  $y = 0$ . Les ondes circulaires générées par le collapse se propagent ensuite puis impactent le cylindre. Elles sont fortement amorties par la cavité attachée au cylindre. Cet aspect dépend de la résolution spatiale et sera discuté par la suite.

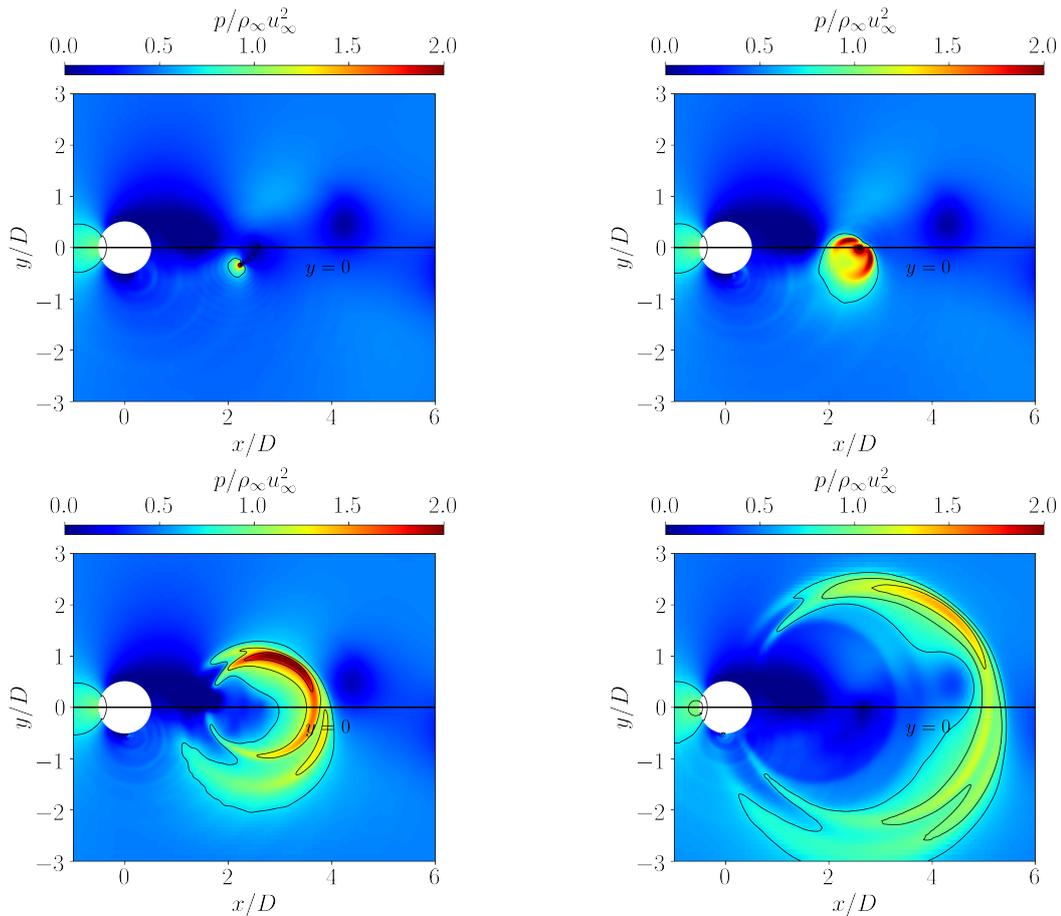


FIGURE 5.7 – Cylindre cavitant,  $Re_\infty = 200$  et  $\sigma_v \simeq 1$  : ondes de pression générées par le effondrement d'une poche de cavitation dans le sillage du cylindre.

**Efforts instationnaires.** Les coefficients aérodynamiques  $C_l$  et  $C_d$  sont présentés sur la Figure 5.8a pour les régimes cavitant et non cavitant. Les résultats obtenus avec la méthode de pénalisation (solveur SCB) sont comparés à ceux obtenus avec OpenFOAM et par GNANASKANDAN et al., 2016. Les courbes de portance et de traînée sont périodiques mais non sinusoïdales, contrairement au régime non cavitant. En effet, la formation et la condensation rapides des poches de vapeur à la paroi du cylindre crée des dissymétries brutales des contraintes pariétales. La solution de GNANASKANDAN et al., 2016 révèle deux pics successifs sur le signal de portance. Le premier correspond à la variation de pression due au décollement du vortex. Le second est dû aux ondes de pression qui impactent la surface du cylindre. Les coefficients aérodynamiques obtenus avec OpenFOAM et SCB sont très proches et on observe un seul pic dans les deux cas. On verra dans le paragraphe suivant que cet aspect est lié à la résolution spatiale et à la quantité de vapeur générée au niveau du cylindre. L'amplitude du pic de portance est largement supérieure avec OpenFOAM, par rapport aux deux autres solutions. Concernant le coefficient de traînée  $C_d$ , on remarque un léger écart entre les valeurs moyennes des différents signaux. Les nôtres sont légèrement plus élevées par rapport à celle de GNANASKANDAN et al., 2016. Le nombre de Strouhal, calculé à partir de la fréquence du coefficient de portance, est présenté dans la Table 5.1. Le nombre de Strouhal du régime non cavitant est plus élevé que celui du régime cavitant car la cavitation entraîne une atténuation des lâchers tourbillonnaires. En effet, la présence de vapeur dans le sillage provoque une dilatation de la vorticité, menant à une réduction de la fréquence des lâchers tourbillonnaires. Les nombres de Strouhal obtenus ici sont comparés à ceux de GNANASKANDAN et al., 2016 et de LE et al., 2023. En l'absence de cavitation, toutes

les solutions numériques fournissent un nombre de Strouhal similaire, à l'exception du résultat de LE et al., 2023. Pour l'écoulement cavitant, un excellent accord est obtenu entre les solveurs SCB et cavitatingFoam en utilisant deux modèles de cavitation différents. Le nombre de Strouhal est proche de 0.183 dans les deux cas. En revanche, GNANASKANDAN et al., 2016 obtiennent un nombre de Strouhal beaucoup plus faible ( $St = 0.165$ ). La valeur obtenue par LE et al., 2023 atteint presque  $St = 0.180$ , ce qui se rapproche de nos résultats. La variation (absolue) du nombre de Strouhal, liée à la cavitation, est beaucoup plus importante dans le cas de GNANASKANDAN et al., 2016 par rapport aux autres valeurs présentées dans la Table 5.1. Cette baisse importante n'est pas une conséquence de la forte présence de gaz non condensable ( $\alpha_0 = 0.005$ ) car LE et al., 2023 imposent une valeur encore plus élevée ( $\alpha_0 = 0.01$ ). Ceci peut alors s'expliquer par le modèle de cavitation (SAITO et al., 2007) ou par un maillage trop grossier dans le sillage, où se produit le collapse.

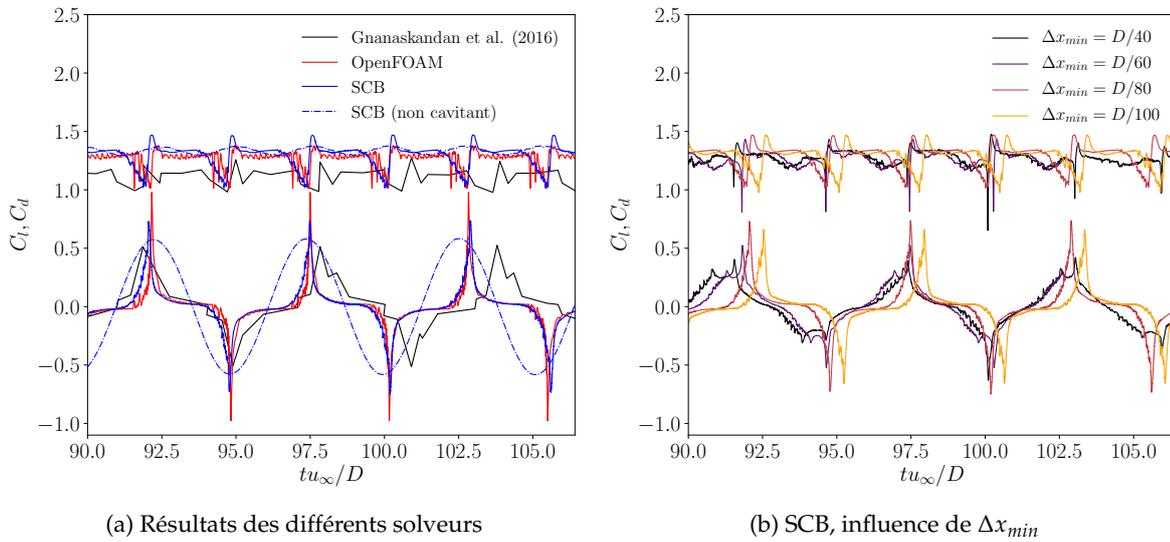


FIGURE 5.8 – Cylindre cavitant,  $Re_\infty = 200$  et  $\sigma_v \simeq 1$  : coefficients aérodynamiques.

	GNANASKANDAN et al., 2016	LE et al., 2023	OpenFOAM	SCB
Non cavitant	0.198	0.185	0.198	0.196
Cavitant	0.165	0.179	0.182	0.184
Variation	-17 %	-3 %	-8 %	-6 %

TABLE 5.1 – Cylindre cavitant,  $Re_\infty = 200$  et  $\sigma_v \simeq 1$  : nombre de Strouhal.

**Influence du maillage.** L'influence de la résolution spatiale dans la zone d'intérêt a été étudiée avec SCB. Cette analyse visait initialement à mieux comprendre les écarts observés avec GNANASKANDAN et al., 2016. Elle a finalement permis de mettre en évidence un changement fondamental dans le comportement de l'écoulement lorsque la résolution spatiale devient suffisamment importante. Tout d'abord, le nombre de Strouhal augmente lorsque le maillage devient de plus en plus fin. On obtient respectivement  $St = \{0.174, 0.177, 0.184, 0.185\}$  pour les maillages  $\Delta x_{min} = \{D/40, D/60, D/80, D/100\}$ . Les valeurs obtenues avec  $\Delta x_{min} = D/40$  et  $\Delta x_{min} = D/60$  sont très proches, de même pour  $\Delta x_{min} = D/80$  et  $\Delta x_{min} = D/100$ . Cette différence de comportement en fonction de  $\Delta x_{min}$  est également observée sur la Figure 5.8b avec la présence d'un seul pic ou de deux pics successifs sur le signal du coefficient de portance. Il est important de noter que ces aspects concernent la résolution du sillage, et non pas la résolution à la paroi du cylindre. Un test a été mené avec

$\Delta x_{min} = D/80$  en choisissant une zone raffinée plus courte, qui s'étend seulement sur  $1D$  en aval du cylindre. Dans cette configuration, on observe le même comportement qu'avec les maillages  $\Delta x_{min} = \{D/40, D/60\}$ .

Afin d'apporter une meilleure compréhension du phénomène, les diagrammes spatio-temporels de la pression et du taux de vapeur sur la ligne centrale sont représentés sur la Figure 5.9. Ils concernent seulement la portion du sillage  $x/D \in [0.5, 3]$ . Les diagrammes sont obtenus avec les maillages  $\Delta x_{min} = D/60$  et  $\Delta x_{min} = D/80$ , sur une durée  $tu_{\infty}/D \simeq 2.6$ , correspondant approximativement à la demi-période d'un cycle. Sur les Figures 5.9a et 5.9b, les zones de basse pression sont liées au passage d'une poche de vapeur et les franges de haute pression sont associées à l'onde générée par le collapse. On rappelle que la paroi du cylindre est située en  $x/D = 0.5$ .

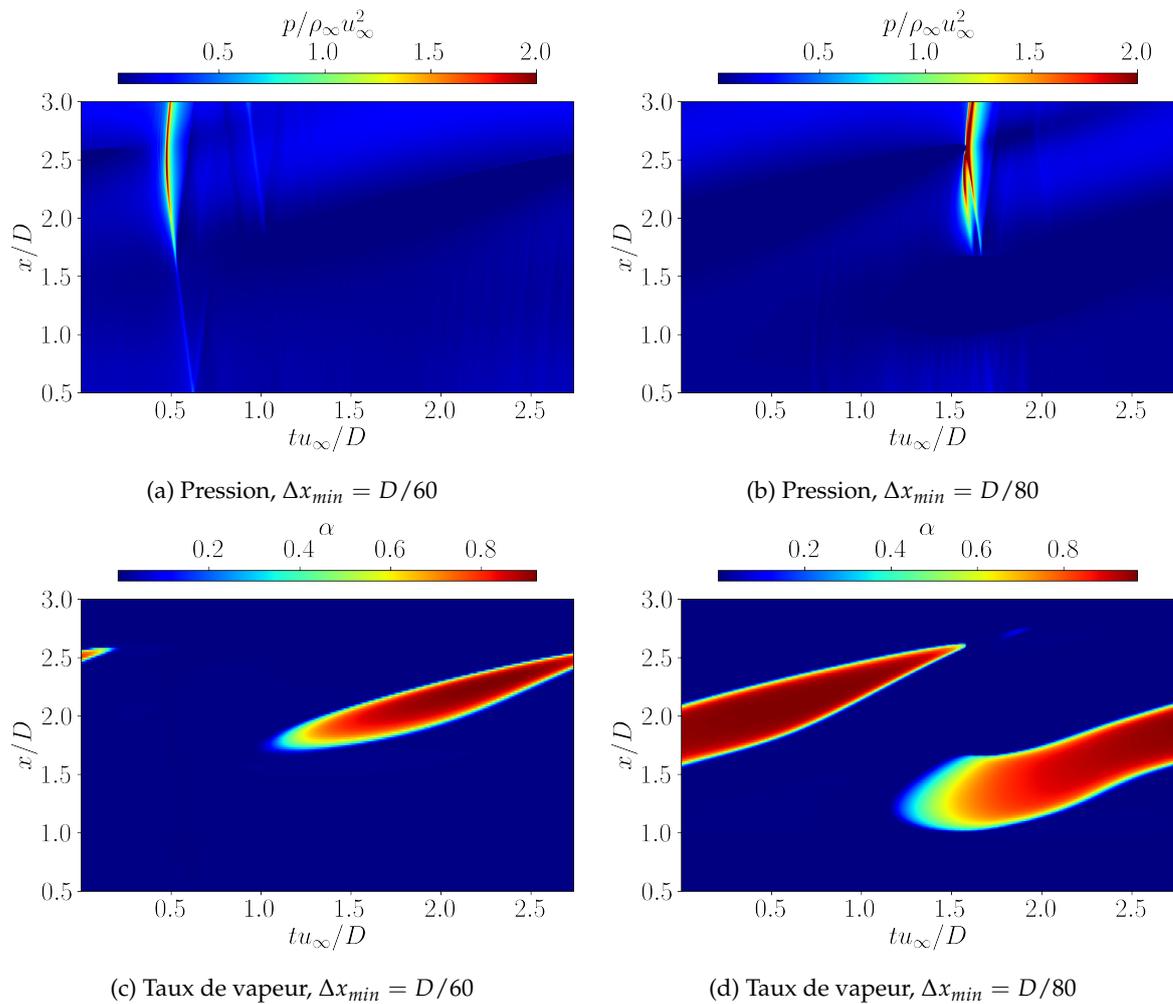


FIGURE 5.9 – Cylindre cavitant,  $Re_{\infty} = 200$  et  $\sigma_v \simeq 1$  : diagrammes spatio-temporels de la pression et du taux de vapeur suivant l'axe  $y = 0$  dans le sillage du cylindre ( $x/D \in [0.5, 3]$ ).

Pour  $\Delta x_{min} = D/60$ , l'onde impacte directement le cylindre vers  $tu_{\infty}/D = 0.6$ . Pour  $\Delta x_{min} = D/80$ , l'onde est bloquée par la poche de vapeur et elle ne parvient pas jusqu'à la paroi du cylindre. C'est la raison pour laquelle on observe un seul pic sur le signal du  $C_l$  pour  $\Delta x_{min} = \{D/80, D/100\}$  (voir Figure 5.8b). Par ailleurs, les signaux obtenus avec  $\Delta x_{min} = \{D/80, D/100\}$  sont formés d'une succession de pics très brefs et de plateaux, à l'inverse de ceux obtenus avec  $\Delta x_{min} = \{D/40, D/60\}$ , pour lesquels ce motif n'est pas aussi marqué. En effet, les Figures 5.9c et 5.9d montrent que la production de vapeur est plus importante avec un maillage fin. Il en résulte que les bords inférieur et supérieur du cylindre sont presque constamment au contact d'une poche de cavitation. Ceci a pour effet

d'équilibrer la distribution des contraintes pariétales de part et d'autre du cylindre, formant ainsi des plateaux sur le signal du coefficient de portance. À notre connaissance, tous ces aspects fondamentaux sur la dépendance entre la résolution spatiale du sillage, la quantité de vapeur générée et le comportement de l'écoulement n'ont jamais été mentionnés dans la littérature.

### 5.1.2 Écoulement turbulent 3D

On s'intéresse maintenant à un écoulement turbulent 3D. Le nombre de Reynolds vaut  $Re_\infty = 3900$ . Une approche similaire à une LES implicite (ILES) est adoptée ici. Les petites échelles de la turbulence ne sont pas décrites par un modèle de sous-maille explicite. Elles sont traitées de manière implicite par les propriétés dissipatives des schémas numériques. La pression de vapeur saturante vaut  $p_v = 2340$  Pa. Le cylindre et le domaine de calcul des sections précédentes sont extrudés sur une épaisseur  $\pi D$  dans la direction  $z$  (voir Figure 5.10).

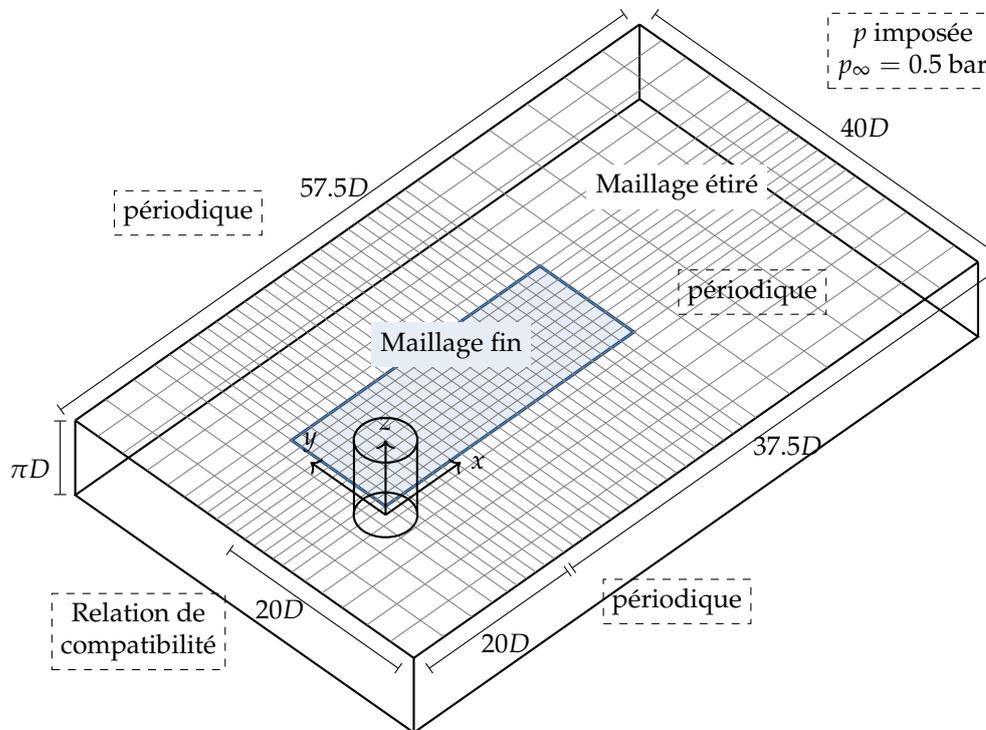


FIGURE 5.10 – Cylindre cavitant 3D,  $Re_\infty = 3900$  et  $\sigma_v \simeq 1$  : vue schématique du domaine de calcul, du maillage et des conditions aux limites.

Au sein de la zone raffinée, les pas de discrétisation sont fixés à  $\Delta x_{min} = \Delta y_{min} = D/80$  et  $\Delta z_{min} = D/40$ . Pour  $Re_\infty = 3900$ , la couche limite est laminaire. Une estimation grossière de l'épaisseur de la couche limite, notée  $\delta_{99}$ , peut être réalisée à partir de la loi de Blasius. On obtient  $\delta_{99} \sim D/10 = 8\Delta x_{min}$ . Cela signifie que la couche limite est discrétisée par environ huit cellules avec cette résolution spatiale. Par conséquent, aucune modélisation particulière n'est adoptée pour décrire la couche limite. La zone raffinée s'étend sur une distance de  $10D$  dans le sillage du cylindre. Le maillage est uniforme dans la direction  $z$ . Il est composé de  $1336 \times 540 \times 128$  cellules au total. Les conditions aux limites restent inchangées en entrée et en sortie du domaine mais des conditions périodiques sont imposées sur les quatre bords latéraux. Des tests effectués sur un écoulement non cavitant avec  $Re_\infty = 3900$  ont montré que le schéma HLLC-Hancock ne permet pas de reproduire correctement la dynamique de l'écoulement. Les lâchers tourbillonnaires sont fortement amortis par le limiteur de pente. Aucune amélioration n'est observée avec le limiteur de *van Albada* et la solution numérique

diverge avec le limiteur *superbee*. Par conséquent, le schéma JST est adopté ici pour la discrétisation du terme convectif. Les coefficients du schéma sont fixés à  $k_2 = 0$ ,  $k_{2p} = 1$  et  $k_4 = 0.02$ . Pour des raisons de stabilité numérique, l'intégration temporelle est réalisée à l'aide de la méthode RK3 semi-implicite. Le pas de temps est choisi de telle manière à ce que  $CFL = 0.2$ .

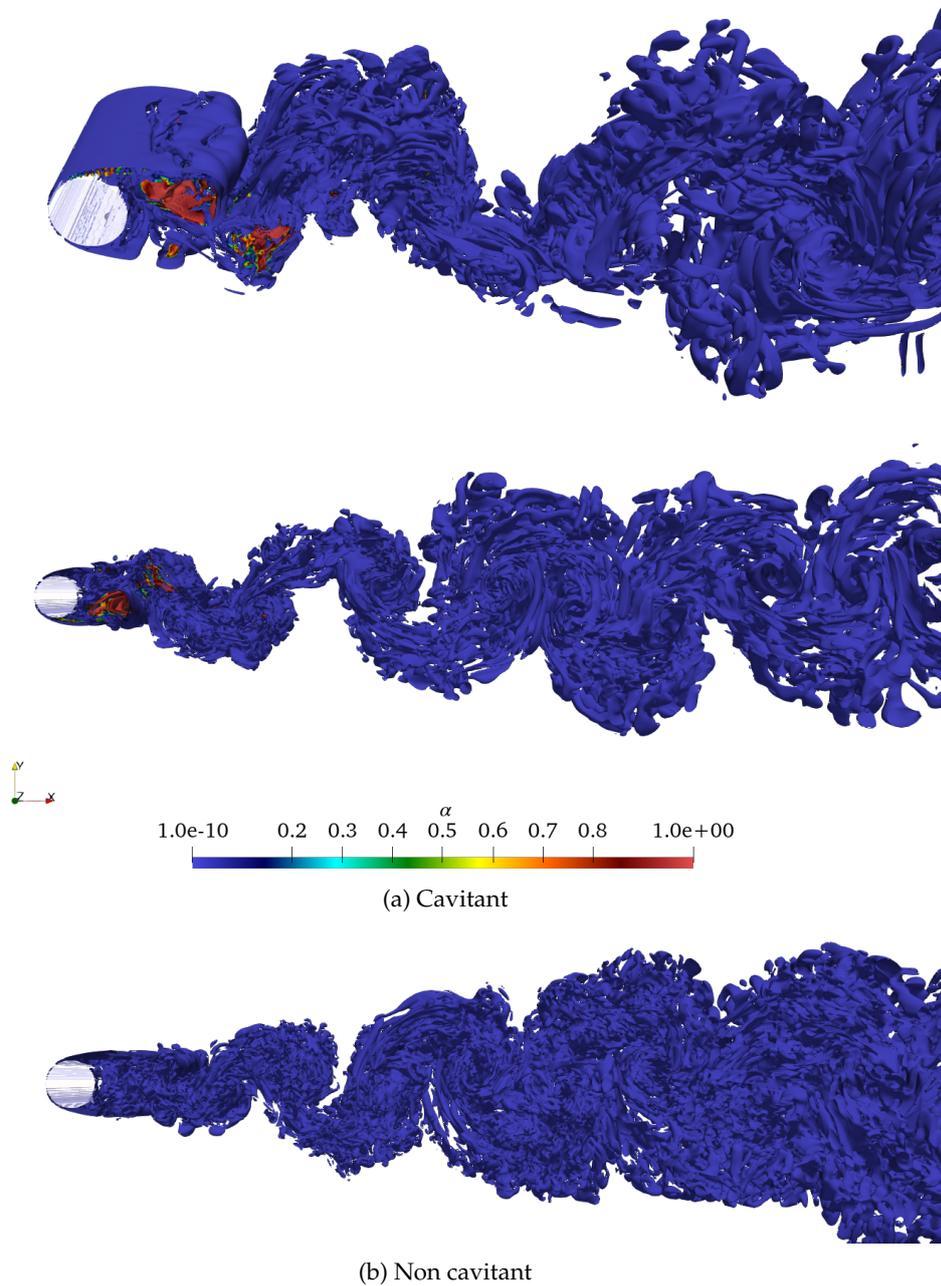


FIGURE 5.11 – Cylindre cavitant et non cavitant,  $Re_\infty = 3900$  et  $\sigma_v \simeq 1$  : isocontour  $Q = 2$  instantané, coloré par le taux de vapeur.

**Cavitation de vortex.** Les structures tourbillonnaires de l'écoulement sont illustrées sur les Figures 5.11a et 5.11b pour les régimes cavitant et non cavitant. L'isocontour du critère  $Q$  instantané ( $Q = 2$ ), coloré par le taux de vapeur  $\alpha$ , est représenté. Le critère  $Q$  est défini comme le second invariant du tenseur gradient de vitesse. Lorsqu'il est positif, la dynamique locale de l'écoulement est dominée par des structures tourbillonnaires. On observe que la couche de cisaillement se divise en structures plus petites et que de la cavitation apparaît au coeur des tourbillons dans le sillage proche du cylindre. La présence de vapeur

réduit le nombre de Reynolds effectif. Par conséquent, les plus petites structures tourbillonnaires se forment seulement en sortie de la poche de cavitation. La réduction du nombre de Reynolds effectif se traduit aussi par des structures tourbillonnaires plus larges en régime cavitant, par rapport au régime non cavitant. En d'autres termes, la formation de vapeur réduit le nombre de Reynolds effectif et atténue la turbulence. GNANASKANDAN et al., 2016 observent le même comportement.

Les statistiques moyennes de l'écoulement cavitant sont calculées sur une durée  $tu_\infty/D \simeq 230$ , correspondant à environ 41 cycles de lâchers tourbillonnaires. Pour une meilleure convergence des statistiques, l'écoulement 3D est ensuite moyenné en espace dans la direction  $z$ . PARNAUDEAU et al., 2008 mettent en évidence l'importance du temps d'intégration afin de capter avec précision les basses fréquences de l'écoulement. Ils observent que la longueur de recirculation peut être considérée comme convergée à partir de 250 périodes. En pratique, très peu d'auteurs atteignent de telles durées de simulations pour des raisons de coût de calcul. Néanmoins, notre durée de simulation est bien supérieure à celle atteinte par GNANASKANDAN et al., 2016, qui est seulement égale à 10 cycles de lâchers tourbillonnaires. Le champ du taux de vapeur moyen est représenté sur la Figure 5.12b. Il est comparé à celui obtenu précédemment avec  $Re_\infty = 200$  (voir Figure 5.12a). D'une part, la longueur de la poche de cavitation augmente avec le nombre de Reynolds. D'autre part, il y a plus de vapeur dans le sillage du cylindre pour  $Re_\infty = 3900$ , tandis qu'elle est concentrée à la paroi du cylindre pour  $Re_\infty = 200$ . Ces résultats sont en accord avec ceux de GNANASKANDAN et al., 2016 (voir Figure 32 dans leur article).

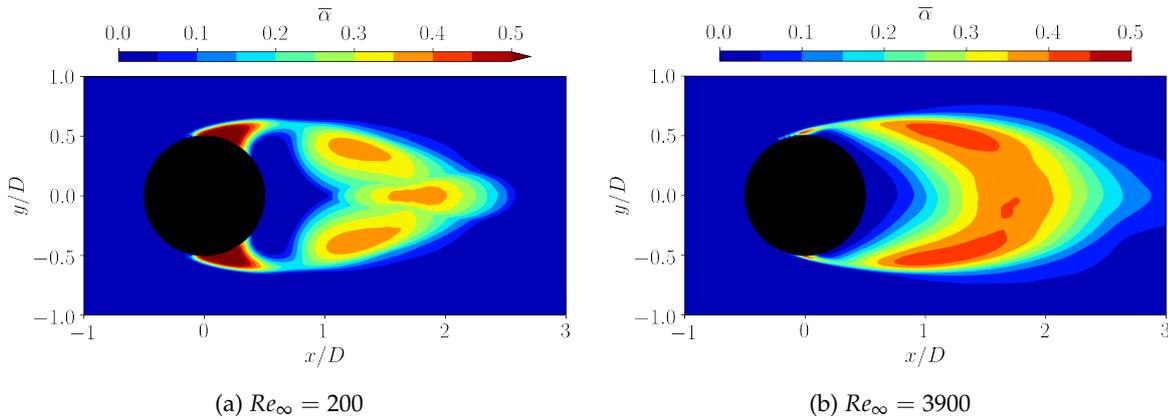


FIGURE 5.12 – Cylindre cavitant,  $\sigma_v \simeq 1$  : champ du taux de vapeur moyen.

**Effets de la cavitation.** La longueur de recirculation  $L_r/D$  et le nombre de Strouhal  $St$  sont présentés dans la Table 5.2 et sur les Figures 5.13a et 5.13b. Nos résultats obtenus avec la méthode de pénalisation sont présentés pour les régimes cavitant et non cavitant. Concernant le régime non cavitant, ils sont comparés à ceux proposés par PARNAUDEAU, 2004, MAHESH et al., 2004 et VERMA et al., 2012. Tous les résultats issus de la thèse de PARNAUDEAU, 2004 se rapportent à la simulation appelée LESII. Pour le régime cavitant, nos résultats sont comparés à ceux de GNANASKANDAN et al., 2016. Ces auteurs étudient également l'influence de la cavitation sur la dynamique de l'écoulement en comparant leurs résultats (cavitant) avec ceux de VERMA et al., 2012 (non cavitant). En vue d'une comparaison cohérente, la résolution spatiale et l'envergure du domaine sont identiques entre ces deux simulations. Nos résultats obtenus en régime non cavitant montrent un bon accord avec ceux de la littérature. Les observations sont similaires à celles constatées pour  $Re_\infty = 200$  : la présence de vapeur dans le sillage entraîne une dilatation de la vorticité, menant à une réduction du nombre de Strouhal. Comme souligné dans la section 5.1.1.2 avec  $Re_\infty = 200$ , on obtient un nombre de Strouhal supérieur à celui présenté par

GNANASKANDAN et al., 2016. Par ailleurs, la Figure 5.13a montre que la cavitation réduit la longueur et la vitesse de recirculation. Elle montre aussi que nos résultats sont en excellent accord avec ceux de PARNAUDEAU, 2004 en régime non cavitant.

		$L_r/D$	$St$
Non cavitant	PARNAUDEAU, 2004 (LESII)	1.76	0.205
	MAHESH et al., 2004	1.35	0.218
	VERMA et al., 2012	1.63	0.208
	pénalisation	1.65	0.214
Cavitant	GNANASKANDAN et al., 2016	-	0.167
	pénalisation	1.40	0.178

TABLE 5.2 – Cylindre cavitant et non cavitant,  $Re_\infty = 3900$  et  $\sigma_v \simeq 1$  : longueur de recirculation et nombre de Strouhal.

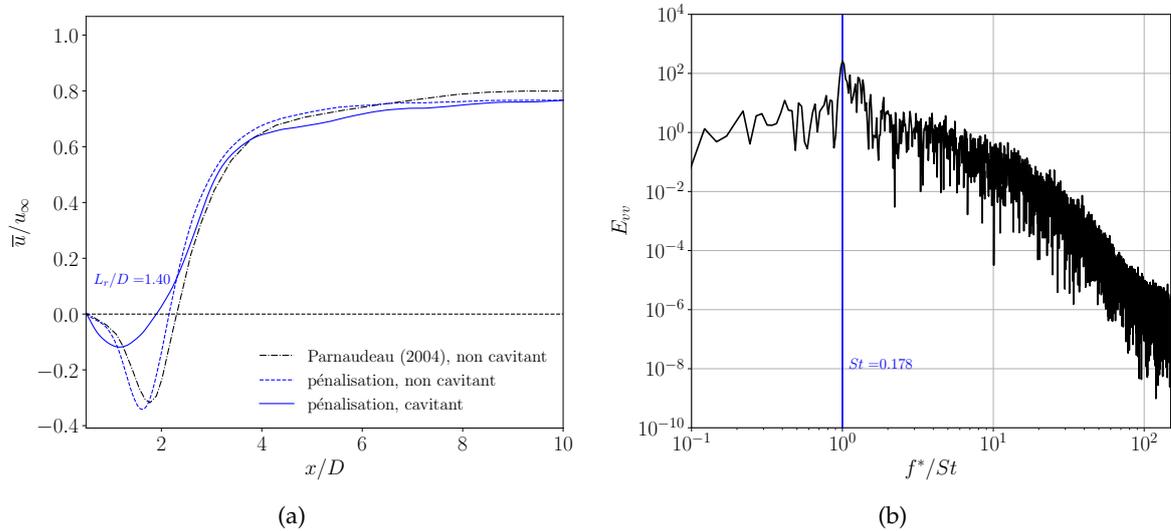


FIGURE 5.13 – Cylindre cavitant,  $Re_\infty = 3900$  et  $\sigma_v \simeq 1$  : (a) profil de vitesse dans le sillage du cylindre sur la ligne centrale  $y/D = 0$ ; (b) spectre de la composante verticale de la vitesse sur la ligne centrale  $y/D = 0$  en régime cavitant.

Les Figures 5.14, 5.15 et 5.16 sont consacrées aux profils verticaux des vitesses moyennes et des fluctuations de vitesse dans le sillage du cylindre. Il est important de noter que les courbes sont décalées sur l'axe des ordonnées pour une meilleure lisibilité. La Figure 5.14 porte sur la dynamique du sillage au sein de la poche de cavitation, avec des profils verticaux en  $x/D = \{1.06, 1.54, 2.02\}$ . Les Figures 5.15 et 5.16 s'intéressent à la dynamique du sillage en aval de la poche de cavitation, avec des profils verticaux en  $x/D = \{3, 4, 5\}$ . L'effet de la cavitation sur la dynamique du sillage est étudié en comparant les résultats obtenus en régimes cavitant et non cavitant. Nos résultats sont comparés à ceux de PARNAUDEAU, 2004 et VERMA et al., 2012 en régime non cavitant, et à ceux de GNANASKANDAN et al., 2016 en régime cavitant. En l'absence de cavitation, nos profils de  $\bar{u}$  sont en excellent accord avec ceux de VERMA et al., 2012. Cela s'explique par le fait que nos longueurs de recirculation sont très proches (voir Table 5.2). Nos résultats montrent aussi un bon accord avec ceux proposés par PARNAUDEAU, 2004. Les profils de  $\bar{u}$  au sein de la poche montrent que la cavitation a pour effet d'élargir la zone de recirculation. De plus, la cavitation entraîne une forte réduction de la fluctuation  $\overline{v'v'}$  en fin de poche ( $x/D = 2.02$ ). L'effet le plus notable de

la cavitation sur la dynamique du sillage se produit en sortie de poche. En effet, les profils des fluctuations  $\overline{u'u'}$  et  $\overline{v'v'}$  en  $x/D = 3$  montrent que la fermeture de la poche est fortement instationnaire. Un comportement similaire à celui observé par GNANASKANDAN et al., 2016 est constaté en  $x/D = 3$ , mais avec une amplitude plus faible. Cette différence d'intensité est simplement due au fait que notre poche de cavitation est légèrement plus courte que celle obtenue par GNANASKANDAN et al., 2016. En effet, on retrouve des amplitudes similaires lorsqu'on trace des profils verticaux en  $x/D = 2.8$ .

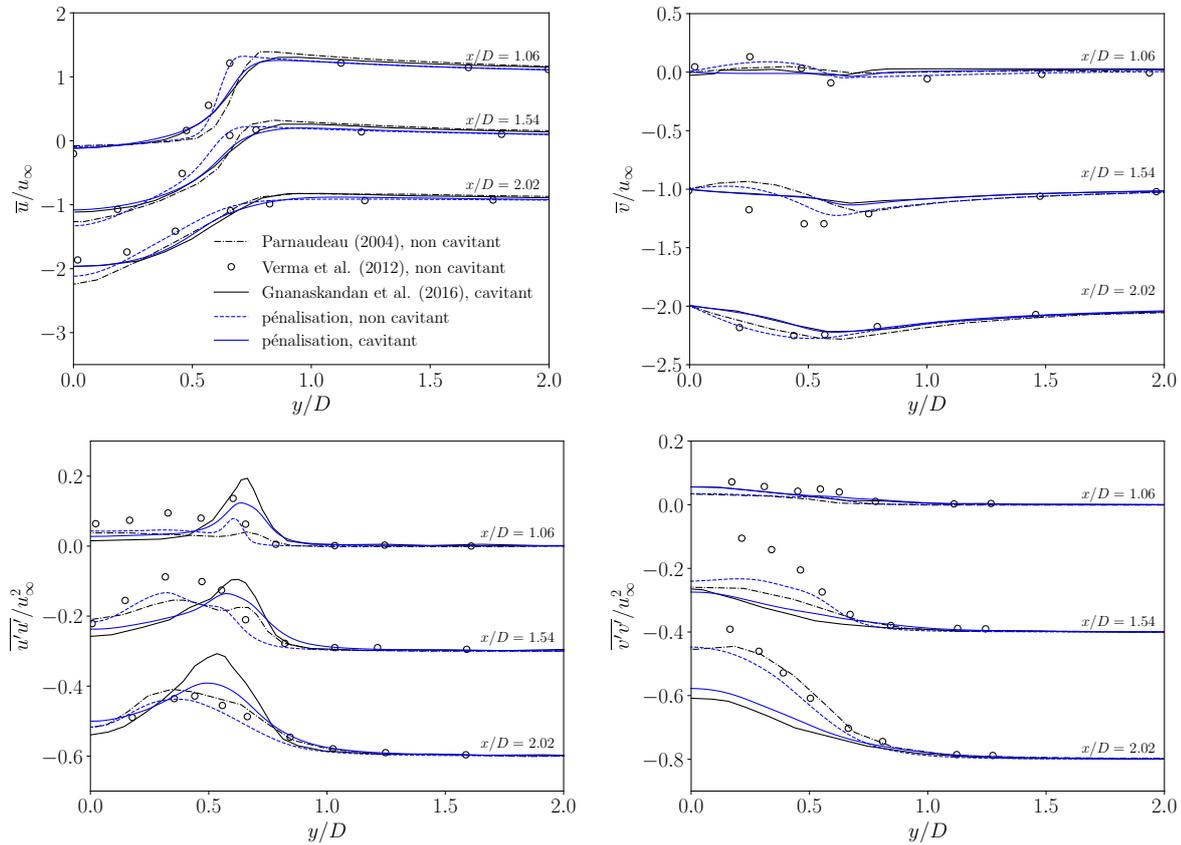


FIGURE 5.14 – Cylindre cavitant et non cavitant,  $Re_\infty = 3900$  et  $\sigma_v \simeq 1$  : profils verticaux des vitesses moyennes et des fluctuations de vitesse dans le sillage du cylindre en  $x/D = \{1.06, 1.54, 2.02\}$ .

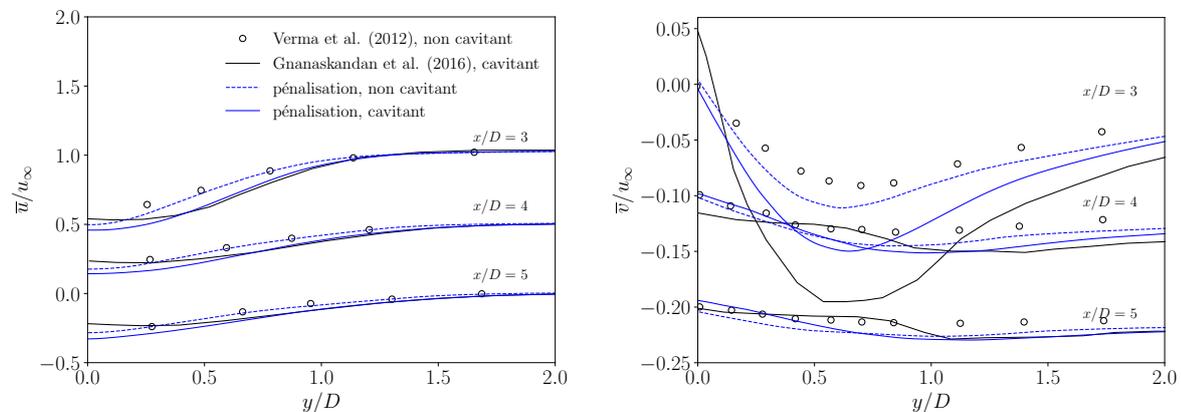


FIGURE 5.15 – Cylindre cavitant et non cavitant,  $Re_\infty = 3900$  et  $\sigma_v \simeq 1$  : profils verticaux des vitesses moyennes dans le sillage du cylindre en  $x/D = \{3, 4, 5\}$ .

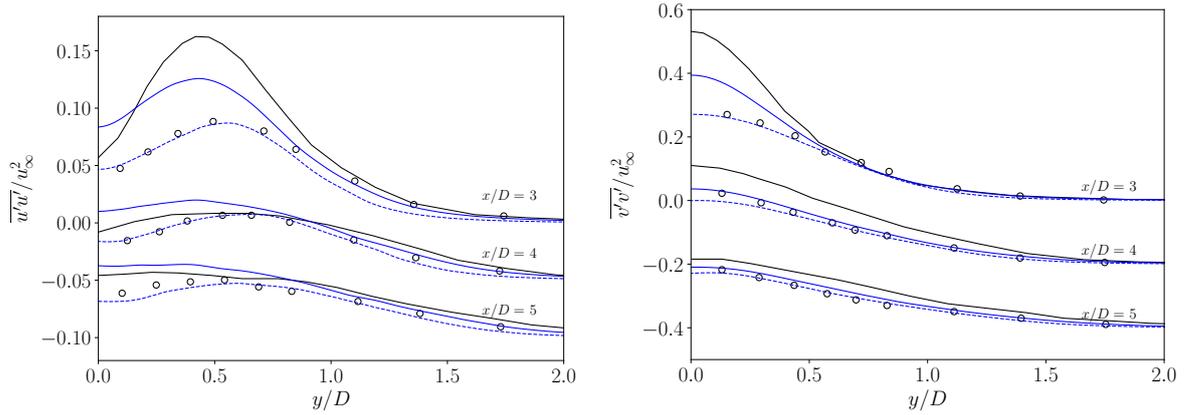


FIGURE 5.16 – Cylindre cavitant et non cavitant,  $Re_\infty = 3900$  et  $\sigma_v \simeq 1$  : profils verticaux des fluctuations de vitesse dans le sillage du cylindre en  $x/D = \{3, 4, 5\}$ . Les courbes sont décalées sur l'axe des ordonnées pour une meilleure lisibilité.

## 5.2 Collapse d'une bulle au voisinage d'une paroi rigide

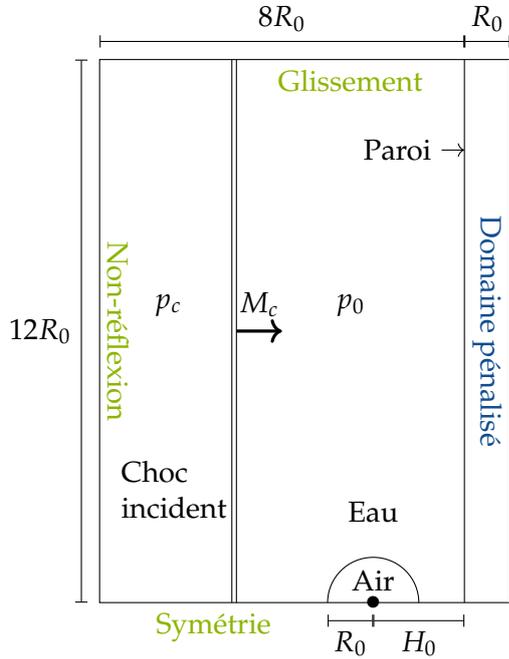
On se place maintenant à l'échelle microscopique afin d'étudier en détail les mécanismes impliqués dans le collapse d'une bulle isolée au voisinage d'une paroi rigide. Le phénomène de collapse d'une bulle au voisinage d'une paroi solide est détaillé en introduction du manuscrit (voir section 1.2.1). D'une part, cette étude a pour but de valider la méthode de pénalisation sur ce type de problème en considérant une paroi plane. En procédant ainsi, la solution pénalisée peut être comparée à la solution maillage conforme. D'autre part, elle vise à étudier la possible accélération de l'érosion d'un matériau lorsque le collapse d'une bulle se produit au voisinage d'une paroi déjà endommagée. Bien que le comportement du collapse d'une bulle dépende fortement des propriétés géométriques de la paroi, très peu d'études ont été réalisées sur le sujet. Par exemple, TOMITA et al., 2002 et TAGAWA et al., 2012 observent une accélération du jet dans le cas d'une paroi convexe. Pour une paroi comportant une fente orthogonale, TRUMMLER et al., 2020 constatent une hausse de 50 % de l'impulsion de pression à la paroi et ANDREWS et al., 2020 observent que la direction du jet est modifiée par la position de la bulle par rapport à la fente. Notre étude est consacrée à une paroi déformée, modélisée par une paroi plane contenant une alvéole hyperbolique concave, pouvant s'apparenter à un *pit* de cavitation. La représentation de cette géométrie sur une grille cartésienne est possible grâce à la méthode de pénalisation. La capacité érosive du collapse est analysée à travers une étude paramétrique, en comparant les signaux de pression à la paroi pour différentes profondeurs et différents rapports d'aspect de l'alvéole.

### 5.2.1 Paroi plane

Dans un premier temps, on s'intéresse au collapse d'une bulle au voisinage d'une paroi plane. Le collapse est déclenché par une onde de choc normale incidente d'intensité  $p_c/p_0 = 353$ , avec  $p_0 = 1$  bar la pression du fluide au repos et  $p_c$  la pression du fluide en amont du choc. Ce problème a été étudié en 2D par JOHNSEN et al., 2009 et en 3D par WERMELINGER et al., 2018 et DUBOIS et al., 2021. Le domaine de calcul et la configuration initiale de l'écoulement sont présentés sur la Figure 5.17.

Le choc se déplace de la gauche vers la droite à un nombre de Mach  $M_c = 1.024$ . Une bulle de gaz de rayon initial  $R_0 = 100 \mu\text{m}$  est immergée dans de l'eau liquide à la température  $T_0 = 293$  K. Les conditions initiales et les paramètres de la loi d'état des gaz raides sont présentés dans la Table 5.3 pour chaque phase. Le centre de la bulle est situé à une distance  $H_0 = 2R_0$  de la paroi solide. Le domaine de calcul est un rectangle de dimensions

$L_x \times L_y = 9R_0 \times 12R_0$ . Le fluide occupe le domaine  $[0, 8R_0] \times [0, 12R_0]$  et la région  $x \geq 8R_0$  est entièrement pénalisée.



	liquide	gaz
$p$ [Pa]	$10^5$	$10^5$
$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	998	1
$u$ [m/s]	0	0
$\gamma$ [-]	6.68	1.4
$P_\infty$ [Pa]	$4.103 \times 10^8$	0
$c_p$ [J/kg.K]	1650	1487

TABLE 5.3 – Paroi plane : conditions initiales et paramètres de la loi d'état des gaz raides pour chaque phase.

FIGURE 5.17 – Paroi plane : domaine de calcul et configuration initiale.

Le collapse d'une bulle isolée au voisinage d'une paroi induit peu de condensation. Les simulations sont donc réalisées avec le modèle à quatre équations sans transfert de masse (voir section 2.2.1). La méthode de pénalisation est utilisée pour modéliser la paroi solide. Le paramètre de perméabilité est fixé à  $\eta = 10^{-10}$ . Le flux convectif est calculé à l'aide du schéma HLLC-Hancock et l'intégration temporelle est effectuée avec la méthode d'Euler semi-implicite. Le nombre de CFL est fixé à 0.2. Le domaine de calcul est discrétisé à l'aide d'une grille cartésienne uniforme et isotrope ( $\Delta x = \Delta y$ ). Les conditions aux bords du domaine sont présentées sur la Figure 5.17. Compte tenu de la symétrie de l'écoulement, on considère seulement la partie supérieure du domaine physique et une condition de symétrie est appliquée sur le bord inférieur. Une condition de non-réflexion est imposée sur le bord gauche de manière à permettre l'évacuation des ondes. Une condition de glissement est appliquée sur le bord supérieur afin de conserver les propriétés du choc incident lors de sa propagation. Une condition d'adhérence est modélisée à la paroi avec la méthode de pénalisation. Les conditions  $T$ -neutre, isotherme et impédance sont étudiées.

**Description de l'écoulement.** Les principaux événements du collapse sont rappelés sur la Figure 5.18. Les résultats sont adimensionnés par le rayon initial de la bulle  $R_0$ , la masse volumique du liquide  $\rho_l$  et la vitesse du son dans le liquide  $c_l$ . La paroi est située en  $x/R_0 = 8$ . Le temps adimensionné est défini tel que  $t^* = t/(R_0/c_l)$ . À  $t^* = 1.09$ , le choc incident traverse la bulle. La différence de pression induite par le choc incident a pour effet de générer un jet liquide au niveau du bord gauche de la bulle en direction de la paroi. Aux instants  $t^* = 11.30$  et  $t^* = 13.49$ , la bulle perd sa forme cylindrique pour adopter une forme toroïdale, suite à la pénétration du jet rentrant. À  $t^* = 13.86$ , le jet liquide vient d'impacter le bord droit de la bulle, générant une onde de choc. Il s'agit du coup de bélier ou *water-hammer*. Le choc du coup de bélier se propage ensuite radialement et l'anneau de gaz continue de se

rétracter. L'interaction entre le choc et l'anneau de gaz accélère le collapsse de ce dernier, générant une onde de choc secondaire de plus forte amplitude que la première (à  $t^* = 14.22$ ). Enfin, les chocs primaire et secondaire impactent la paroi et sont réfléchis à  $t^* = 15.31$ .

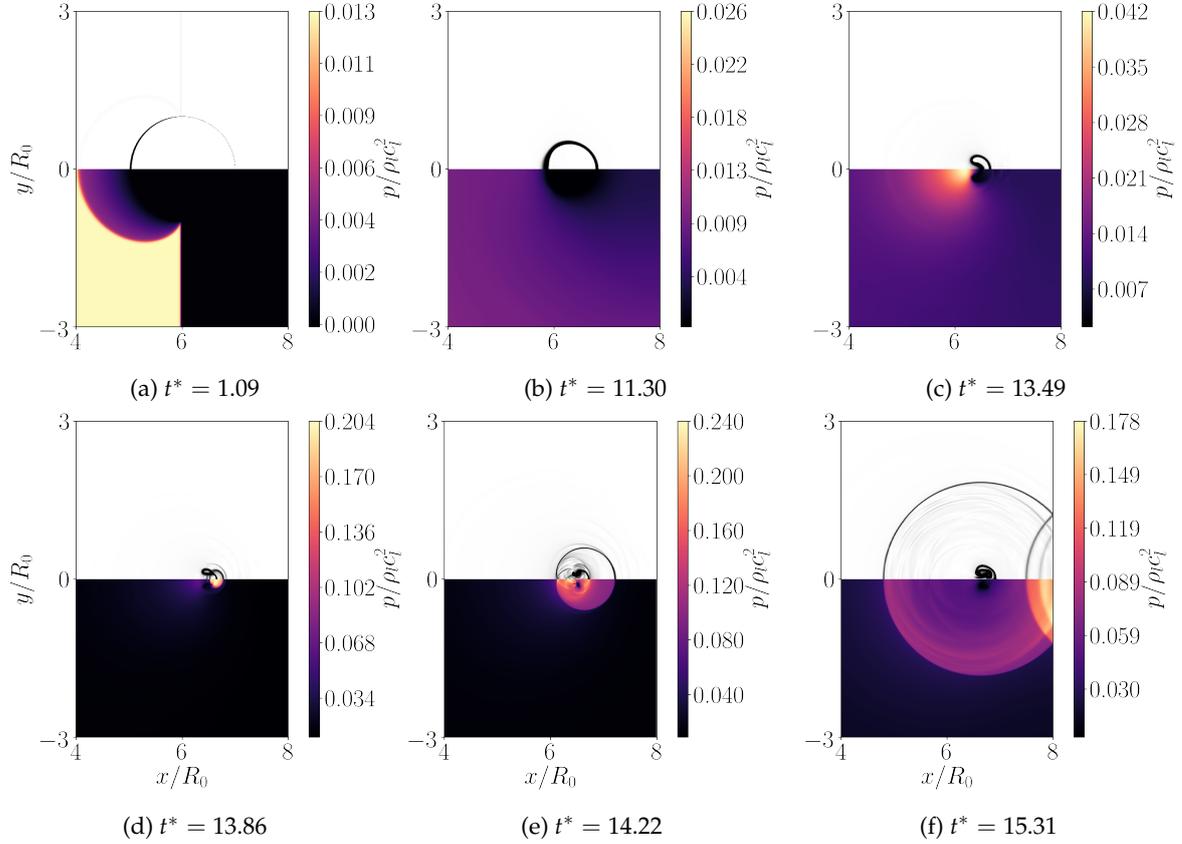


FIGURE 5.18 – Paroi plane : visualisations Schlieren et champs de pression instantanés à différents instants du collapsse. La paroi est située en  $x/R_0 = 8$ .

**Influence du maillage.** On sait que l'amplitude des chocs générés par le coup de bélier dépend fortement de la résolution spatiale (DUBOIS et al., 2021 ; GONCALVES et al., 2021). Une étude de convergence spatiale est réalisée afin de déterminer le maillage à adopter dans la suite de l'étude. Dans le contexte d'une future analyse de l'interaction fluide-structure (voir chapitre 7), la pression à la paroi est choisie comme quantité d'intérêt. La condition d'impédance est adoptée avec  $\rho_w = 10^3 \rho_l$ . Différents maillages sont testés avec un raffinement croissant. La taille des cellules est calculée en fonction du rayon initial de la bulle. Les quatre maillages sont définis tels que  $\Delta x = \{R_0/50, R_0/80, R_0/110, R_0/140\}$ . L'évolution temporelle de la pression à la paroi est représentée sur la Figure 5.19 pour chaque maillage. La pression à la paroi en  $y/R_0 = 0$  au cours du temps est illustrée sur la Figure 5.19a. Le premier saut de pression aux alentours de  $t/(R_0/c_l) = 5$  est causé par la réflexion du choc normal incident sur la paroi. Le saut de pression est plus faible en  $y/R_0 = 0$  que sur le reste de la paroi car la bulle agit comme une barrière protectrice au niveau de l'axe de symétrie. Vers  $t/(R_0/c_l) = 15$ , les chocs primaire et secondaire impactent la paroi. La vue agrandie des pics de pression met en évidence deux pics distincts. Le premier est associé au choc primaire et le second, plus intense, est associé au choc secondaire. On observe des différences importantes entre les résultats obtenus avec  $\Delta x = R_0/50$ ,  $\Delta x = R_0/80$  et  $\Delta x = R_0/110$ . En revanche, l'écart relatif entre les pics de pression obtenus avec les maillages  $\Delta x = R_0/110$  et  $\Delta x = R_0/140$  est seulement de  $2.7 \times 10^{-3} \%$ . Toute la suite de l'étude est donc réalisée avec le maillage  $\Delta x = R_0/110$ .

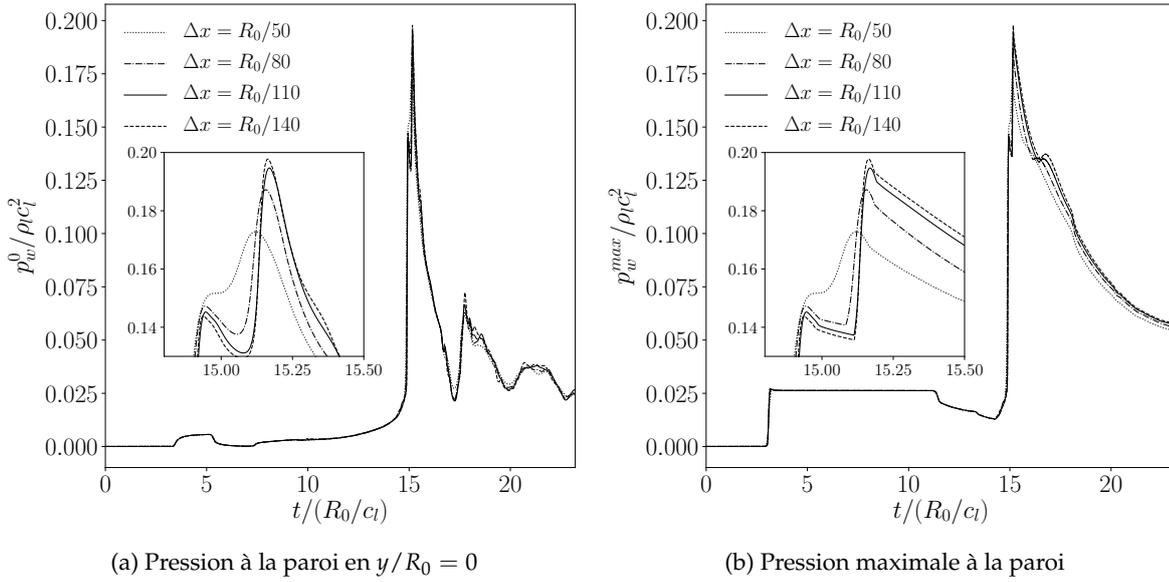


FIGURE 5.19 – Paroi plane, influence du maillage : évolution temporelle de la pression à la paroi. Les pics de pression sont agrandis pour une meilleure visibilité.

**Influence de la pénalisation.** On s'intéresse maintenant aux différentes conditions de la méthode de pénalisation :  $T$ -neutre, isotherme et impédance. Pour la condition isotherme, la température imposée à la paroi est égale à  $T_w = T_0$ . Pour la condition d'impédance, la masse volumique imposée vaut  $\rho_w = 10^3 \rho_l$ . En effet, on cherche à modéliser un milieu à haute impédance acoustique car une paroi parfaitement rigide possède une impédance acoustique infinie. Avec la condition isotherme, le paramètre de porosité est fixé à  $\phi = 0.01$  pour la même raison. Il est fixé à  $\phi = 1$  pour la condition  $T$ -neutre et pour la condition d'impédance. Les solutions obtenues avec les trois conditions sont comparées à la solution sur maillage conforme. Cette dernière a précédemment été validée par GONCALVES et al., 2021 et DUBOIS et al., 2021. Elle est donc prise comme solution de référence ici. Comme observé dans la section 4.3.2.2, le choix d'une condition isotherme ou d'une condition adiabatique n'a pas d'influence sur la solution avec la méthode maillage conforme.

Le signal de pression à la paroi en  $y/R_0 = 0$  et le signal de pression maximale à la paroi sont représentés sur les Figures 5.20a et 5.20b. On observe que le pic de pression est fortement amorti avec la condition  $T$ -neutre car l'impédance acoustique de la région pénalisée n'est pas contrôlée. La paroi rigide n'est donc pas correctement modélisée. Autrement dit, une partie des ondes est transmise au corps solide au lieu d'être réfléchi. Avec la condition isotherme ( $\phi = 0.01$ ), le pic de pression est légèrement amorti mais les résultats sont meilleurs qu'avec la condition  $T$ -neutre. En effet, l'impédance acoustique de la zone pénalisée est augmentée avec  $\phi = 0.01$  par rapport à la condition  $T$ -neutre. Enfin, la solution obtenue avec la condition d'impédance ( $\rho_w = 10^3 \rho_l$ ) est en excellent accord avec la solution de référence. L'amplitude des pics de pression à la paroi est correctement reproduite car l'impédance acoustique de la région pénalisée est suffisamment élevée pour pouvoir modéliser une paroi rigide.

Les coûts de calcul associés à chaque méthode sont rassemblés dans la Table 5.4. Le temps de calcul est normalisé par celui de la méthode maillage conforme. On observe que le coût de calcul de la méthode de pénalisation avec la condition  $T$ -neutre ou avec la condition d'impédance est similaire à celui de la méthode maillage conforme car  $\phi = 1$ . En revanche, le coût de calcul est multiplié par quinze avec la condition isotherme lorsque  $\phi = 0.01$ . En effet, le pas de temps est réduit lorsque  $\phi$  diminue pour des raisons de stabilité numérique.

Compte tenu de la précision des résultats et du coût de calcul, la condition d'impédance est conservée dans la suite de l'étude sur le collapse d'une bulle.

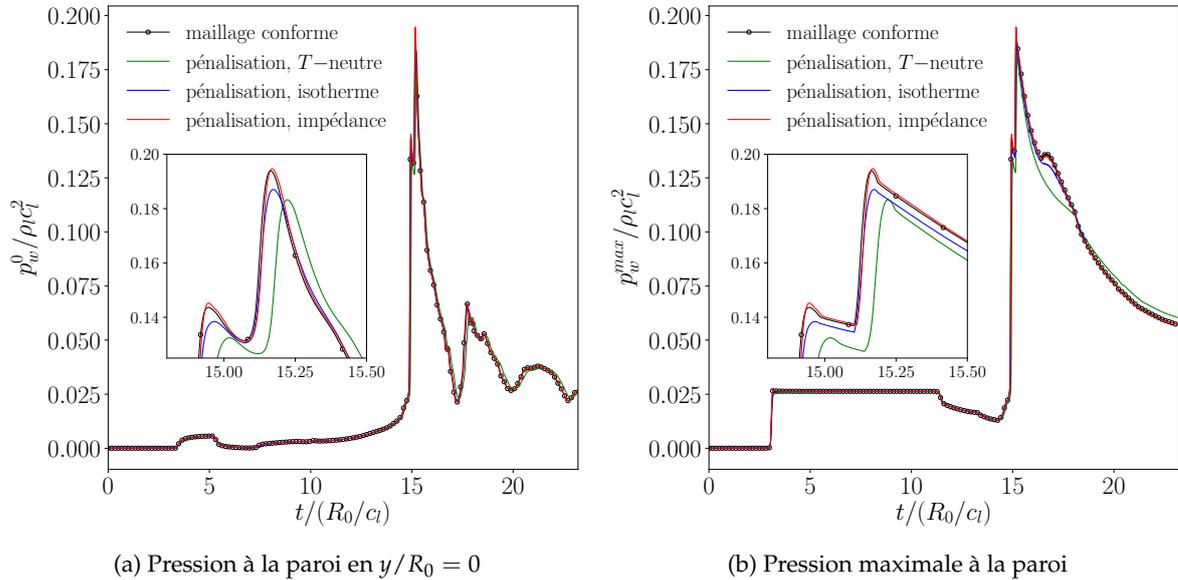


FIGURE 5.20 – Paroi plane, influence de la pénalisation : évolution temporelle de la pression à la paroi. Les pics de pression sont agrandis pour une meilleure visibilité.

Méthode	maillage conforme	pénal. $T$ -neutre ( $\phi = 1$ )	pénal. isotherme ( $\phi = 0.01$ )	pénal. impédance
Coût de calcul [-]	1	1	15	1

TABLE 5.4 – Paroi plane : temps de calcul de chaque méthode, normalisé par celui de la méthode maillage conforme.

**Influence de  $\rho_w$ .** On s'intéresse maintenant à l'influence de  $\rho_w$  sur la précision de la solution pénalisée. Pour cela, quatre simulations sont réalisées avec  $\rho_w/\rho_l = \{1, 10, 100, 1000\}$ . Les signaux de pression à la paroi en  $y/R_0 = 0$ , obtenus pour chaque valeur de  $\rho_w$ , sont représentés sur la Figure 5.21a.

On observe que la solution pénalisée tend vers la solution de référence lorsque  $\rho_w$  augmente, c'est-à-dire lorsque l'impédance acoustique de la zone pénalisée augmente. En revanche, l'amplitude du pic de pression dépasse celle obtenue avec le maillage conforme pour  $\rho_w = 10^3\rho_l$ . Cela signifie qu'au-delà d'un certain seuil, l'impédance acoustique du milieu pénalisé devient supérieure à celle modélisée de manière implicite par la méthode maillage conforme. L'impédance acoustique de la zone pénalisée peut être estimée en supposant que le taux de vide  $y$  est nul. D'après l'équation (2.18), la vitesse du son pénalisée devient  $c_w = \sqrt{\rho_l/\rho_w}c_l$  et l'impédance acoustique correspondante est donnée par :

$$Z_w = \sqrt{\rho_w\rho_l}c_l. \quad (5.1)$$

La norme  $L^2$  de l'erreur relative entre la solution pénalisée et la solution de référence est présentée sur la Figure 5.21b en fonction de  $\rho_w/\rho_l$ . L'inverse de  $Z_w$ , obtenue avec l'équation (5.1), est représentée sur l'axe de droite.  $Z_w$  est adimensionnée par l'impédance acoustique du liquide au repos, notée  $Z_l$ . On observe que l'erreur de la solution numérique décroît avec l'inverse de l'impédance acoustique du milieu pénalisé. Au vu de ces résultats, la condition d'impédance est conservée dans la suite du chapitre avec  $\rho_w = 10^3\rho_l$ .

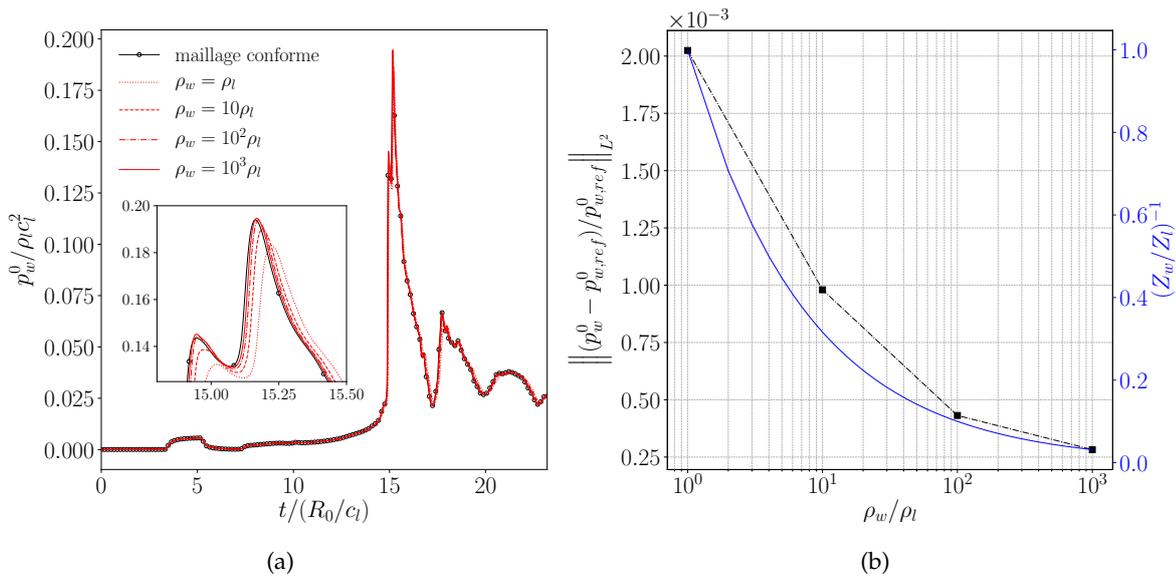
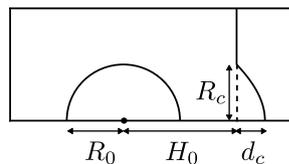


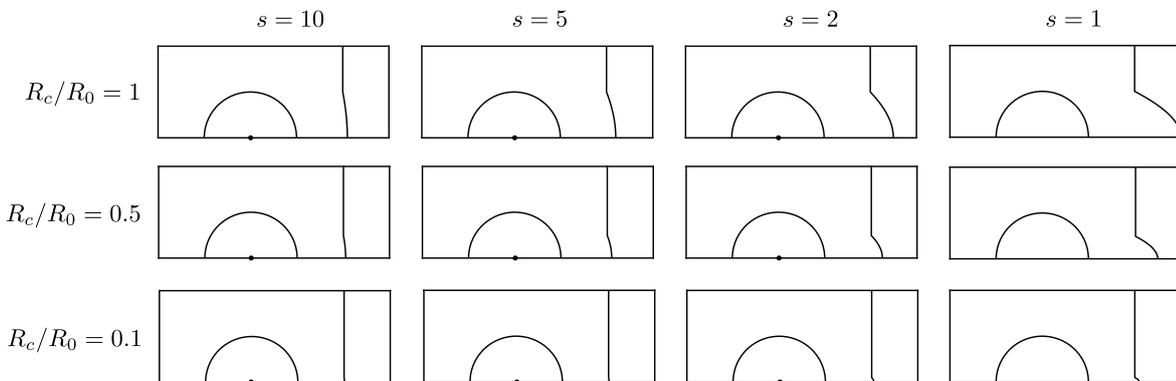
FIGURE 5.21 – Paroi plane, influence de  $\rho_w$  : (a) évolution temporelle de la pression à la paroi en  $y/R_0 = 0$ ; (b) erreur de la solution pénalisée.

### 5.2.2 Paroi déformée

On considère maintenant une paroi plane comportant une région endommagée au niveau de la bulle. Cette étude vise à analyser la possible accélération de l'érosion dans le cas d'une paroi déjà déformée, par rapport à une paroi parfaitement plane. Les dimensions du domaine de calcul et les conditions de l'écoulement sont identiques à celles présentées dans la section précédente. La paroi déformée est caractérisée par une paroi plane comportant une alvéole au niveau de la bulle. L'alvéole est modélisée par une géométrie hyperbolique concave. Elle est paramétrée par sa hauteur  $R_c$  et par son rapport d'aspect  $s = R_c / d_c$ , avec  $d_c$  sa profondeur (voir Figure 5.22a).



(a) Configuration initiale de la bulle et définition géométrique de l'alvéole



(b) Quelques géométries de parois étudiées

FIGURE 5.22 – Paroi déformée : définition géométrique de la paroi.

Une étude paramétrique est menée afin d'analyser l'influence de la topologie de l'alvéole sur la capacité érosive du collapse. Elle est basée sur l'analyse de la pression pariétale. Au total, vingt géométries différentes sont étudiées avec  $R_c/R_0 = \{0.1, 0.25, 0.5, 0.75, 1\}$  et  $s = \{1, 2, 5, 10\}$ . Quelques configurations sont illustrées sur la Figure 5.22b. Lorsque  $R_c/R_0 \geq 0.5$ , le domaine de calcul est discrétisé à l'aide d'une grille cartésienne uniforme telle que  $\Delta x = R_0/110$ . Lorsque  $R_c/R_0 < 0.5$ , le maillage est raffiné localement au niveau de l'alvéole tel que  $\Delta x_{min} = R_c/55$ . Il est ensuite étiré afin que la résolution spatiale au niveau de la bulle soit équivalente aux cas  $R_c/R_0 \geq 0.5$ . Ainsi, l'amplitude du choc généré par le coup de bélier n'est pas affectée par le raffinement local de l'alvéole.

**Description de l'écoulement.** La réflexion du choc au sein de l'alvéole est illustrée sur la Figure 5.23 à différents instants du collapse. Pour chaque instant, une visualisation Schlieren est représentée sur la partie supérieure et le champ de pression est représenté sur la partie inférieure. L'exemple est donné pour le cas  $R_c/R_0 = 0.5$  et  $s = 1$ . À  $t^* = 15.08$ , le collapse a déjà eu lieu et les chocs primaire ( $I_1$ ) et secondaire ( $I_2$ ) qui en résultent atteignent l'alvéole. Le choc primaire est réfléchi en entrée de l'alvéole, formant les ondes réfléchies  $R_1^+$  et  $R_1^-$  de part et d'autre de l'axe de symétrie. De même,  $R_2^+$  et  $R_2^-$  naissent de la réflexion de  $I_2$  en entrée de l'alvéole à  $t^* = 15.43$ . En raison de la nature concave de la paroi, les chocs réfléchis convergent ensuite vers l'axe de symétrie. L'énergie transportée par les ondes est concentrée dans un volume décroissant. La densité d'énergie devient donc de plus en plus importante et cela se traduit par une forte surpression. Ce phénomène est aussi connu sous le nom de focalisation de chocs (APAZIDIS et al., 2019). L'onde qui résulte de ces interactions au niveau de l'axe de symétrie est notée  $S_1$ . À  $t^* = 15.53$ ,  $S_1$  impacte la paroi et se propage le long de cette dernière. On observe que la pression à la paroi, induite par la focalisation de chocs, est plus forte que dans le cas d'une paroi plane (voir Figure 5.18). Il est important de noter que la géométrie de l'alvéole influence la chronologie des interactions entre les différentes ondes ( $I_1$ ,  $I_2$ ,  $R_1^+$ ,  $R_1^-$ ,  $R_2^+$  et  $R_2^-$ ). Dans la suite, on se concentre sur la pression maximale générée à la paroi. Les résultats obtenus pour chaque configuration géométrique sont comparés au cas de la paroi plane.

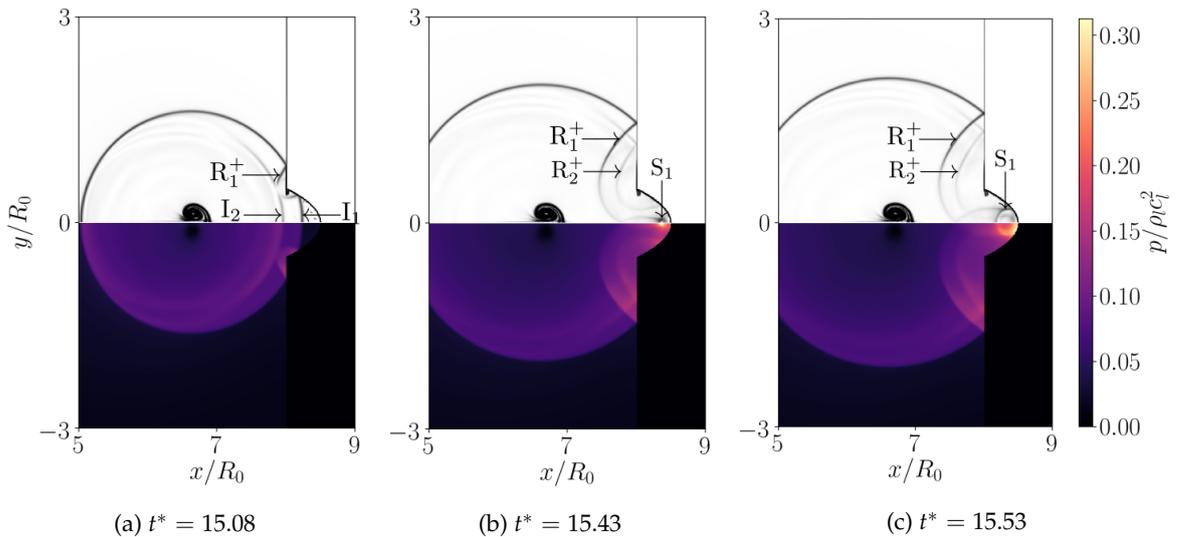


FIGURE 5.23 – Paroi déformée,  $R_c/R_0 = 0.5$  et  $s = 1$  : visualisations Schlieren et champs de pression instantanés à différents instants du collapse.

**Influence de  $R_c/R_0$ .** Le signal de pression pariétale maximale est représenté sur la Figure 5.24a pour chaque valeur de  $R_c/R_0$ , avec  $s = 1$ . La pression maximale à la paroi n'est pas

forcement localisée sur l'axe de symétrie, contrairement au cas d'une paroi plane. On observe un retard croissant du pic de pression lorsque  $R_c/R_0$  augmente. Ce phénomène n'est pas une conséquence directe de la hausse de  $R_c/R_0$ . Il découle plutôt de l'augmentation de la profondeur  $d_c$ , qui croît avec  $R_c/R_0$  car le rapport d'aspect est fixe. Toutefois, il n'existe pas non plus de corrélation entre  $p_w^{max}$  et  $R_c/R_0$  pour une valeur de  $d_c$  fixée. Par ailleurs, l'amplitude du pic de pression n'est pas monotone en fonction de  $R_c/R_0$ . Elle augmente de  $R_c/R_0 = 0.1$  à  $R_c/R_0 = 0.25$  puis décroît ensuite. La présence d'un ou de plusieurs pics dépend de la chronologie des interactions complexes entre les ondes au sein de l'alvéole (voir Figure 5.23). Ces phénomènes sont propres à chaque couple  $(R_c/R_0, s)$  et sont difficiles à prévoir à l'avance. On ne s'attarde pas sur ces aspects ici, étant donné que vingt configurations différentes sont étudiées. Pour les petites alvéoles ( $R_c/R_0 \leq 0.25$ ), les différents événements sont dissociés en raison des petites échelles spatio-temporelles. En effet, les ondes passent un temps très limité dans ces alvéoles, leurs interactions se déroulent donc en dehors de celles-ci. C'est la raison pour laquelle on observe des pics de pression brefs et distincts. Pour les grandes alvéoles ( $R_c/R_0 \geq 0.5$ ), les différents événements se produisent au sein de l'alvéole et sont combinés, d'où la présence d'un seul pic plus étendu dans le temps.

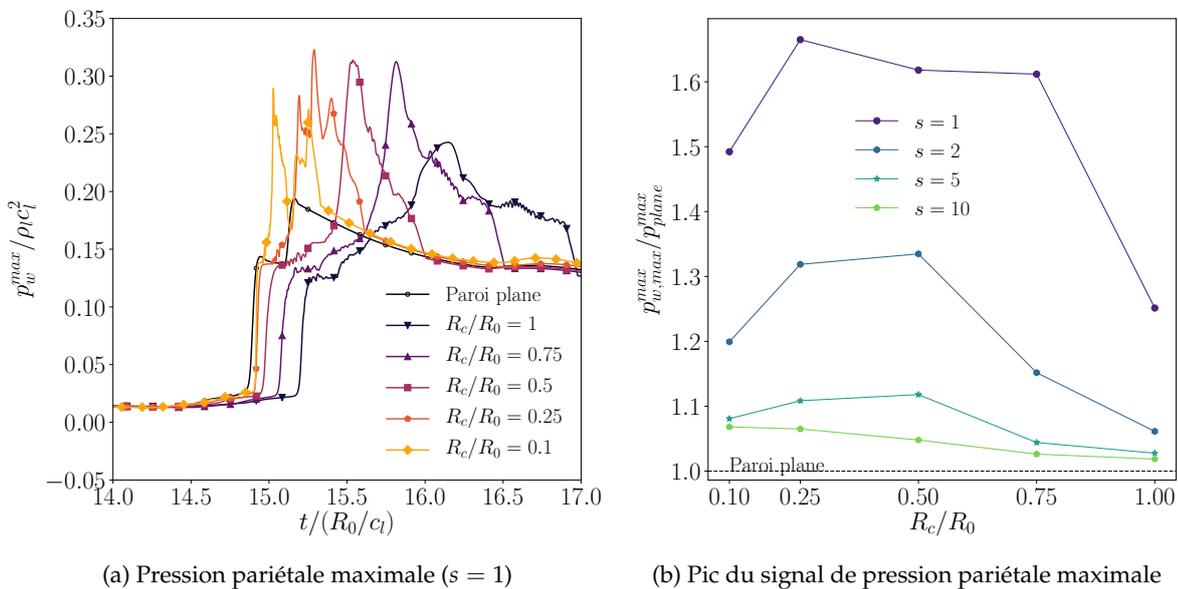


FIGURE 5.24 – Paroi déformée : influence de  $R_c/R_0$  sur la pression pariétale maximale.

La valeur maximale de  $p_w^{max}$  au cours du temps est représentée en fonction de  $R_c/R_0$  pour chaque valeur de  $s$  sur la Figure 5.24b. Elle est notée  $p_{w,max}^{max}$  et est normalisée par l'amplitude du pic obtenue dans le cas d'une paroi plane, notée  $p_{plane}^{max}$ . D'une part, on observe que le pic de pression est plus intense dans le cas d'une paroi déformée par rapport à une paroi plane. Ceci est vrai pour n'importe quel jeu de paramètres géométriques. D'autre part, l'influence de  $R_c/R_0$  est très faible pour les grands rapports d'aspect. Pour  $s = 10$ , les résultats sont très proches de ceux d'une paroi plane et sont quasiment indépendants de  $R_c/R_0$ . Ce résultat était attendu car la géométrie de la paroi déformée tend rapidement vers celle de la paroi plane lorsque le rapport d'aspect augmente (voir Figure 5.22). Lorsque  $s$  diminue, les variations sont plus importantes. Cependant, elles ne sont pas directement liées à  $R_c/R_0$ , mais plutôt à la profondeur  $d_c$  qui varie aussi. Comme évoqué précédemment, on ne constate pas non plus de corrélation entre  $p_{w,max}^{max}$  et  $d_c$ . On en conclut que la hauteur de l'alvéole  $R_c$  n'est pas un paramètre décisif dans l'évolution de l'amplitude du pic de pression à la paroi.

**Influence de  $s$ .** La Figure 5.25 permet de visualiser l'évolution de la pression le long de la paroi à différents instants pour  $s = 2$  et  $s = 1$ . La hauteur est fixée à  $R_c/R_0 = 0.5$ .

L'abscisse  $y/R_c = 1$  correspond à l'entrée de l'alvéole. La trajectoire de la pression maximale est représentée par des points noirs (●). D'une part, le temps de résidence des ondes dans l'alvéole est plus court pour  $s = 2$ , par rapport à  $s = 1$ . En effet, la profondeur de l'alvéole augmente lorsque le rapport d'aspect diminue. D'autre part, l'amplitude de la pression à la paroi est beaucoup plus importante pour  $s = 1$ . Cette élévation de pression est brutale et se produit à partir de  $t^* = 15.48$  au niveau de l'axe de symétrie. C'est la signature de l'impact de l'onde  $S_1$ , formée suite à l'interaction entre les ondes  $R_1^+$ ,  $R_1^-$  et  $I_2$  sur l'axe de symétrie (voir Figure 5.23).

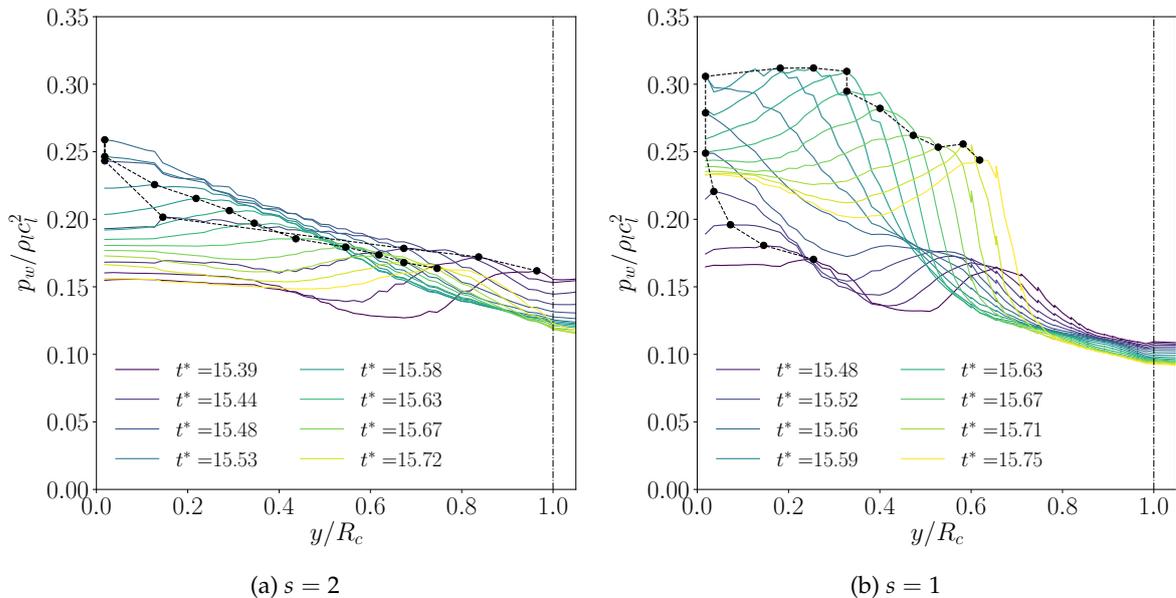
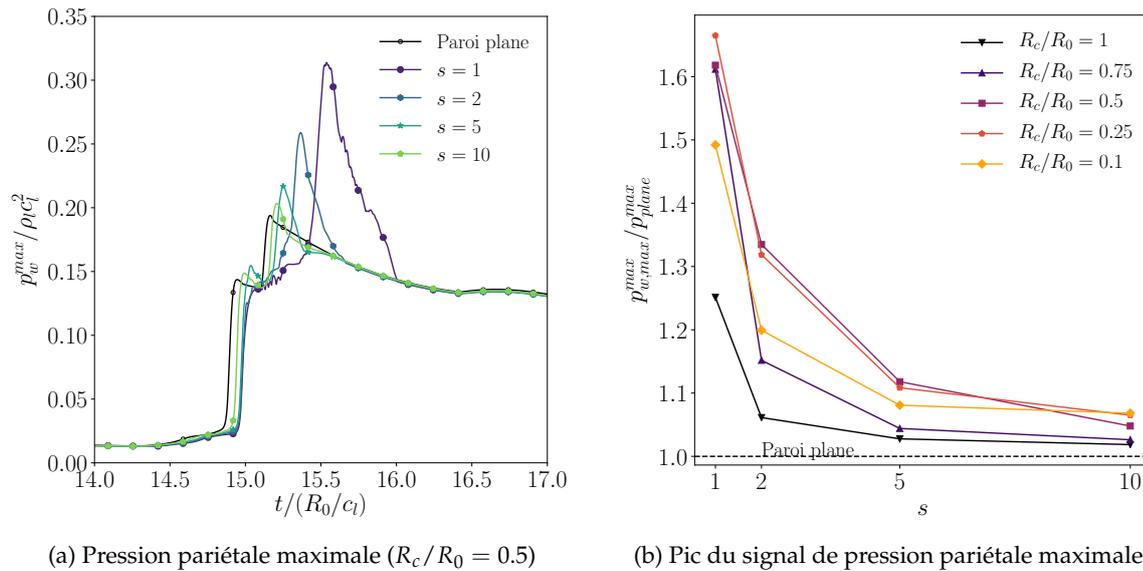


FIGURE 5.25 – Paroi déformée : profil de la pression pariétale à différents instants au sein de l'alvéole de hauteur  $R_c/R_0 = 0.5$ . L'amplitude du pic de pression est marquée du symbole (●) à chaque instant.

L'évolution temporelle de la pression pariétale maximale est représentée pour chaque valeur de  $s$  sur la Figure 5.26a, avec  $R_c/R_0 = 0.5$ . On observe que le pic de pression est fortement amplifié lorsque le rapport d'aspect décroît. L'étendue du pic est également plus importante car la profondeur de l'alvéole augmente lorsque le rapport d'aspect diminue. On retrouve les mêmes comportements pour les autres valeurs de  $R_c/R_0$ . À la différence de la partie précédente sur l'influence de la hauteur de l'alvéole, une tendance nette se dégage ici concernant l'évolution de  $p_w^{max}$  en fonction du rapport d'aspect  $s$ .

La valeur maximale de  $p_w^{max}$  est représentée en fonction de  $s$  sur la Figure 5.26b, pour chaque valeur de  $R_c/R_0$ . L'intensité du pic de pression augmente de manière exponentielle lorsque le rapport d'aspect diminue, notamment lorsqu'il est compris entre 1 et 2. Ceci est vrai pour n'importe quelle valeur de  $R_c/R_0$ . Dans les cas les plus sévères, le pic de pression à la paroi est amplifié de 60 % par rapport au cas d'une paroi plane. La présence d'une alvéole suffisamment profonde peut donc accélérer significativement l'érosion du matériau. Dans le contexte de seringues d'auto-injection, VEILLEUX et al., 2018 observent le même comportement lorsqu'une onde de choc pénètre au sein d'un rétrécissement conique. Le pic de pression croît de manière exponentielle lorsque le demi-angle du cône diminue. Le demi-angle du cône est directement relié à son rapport d'aspect par la relation  $s = \tan \beta_{1/2}$ , avec  $\beta_{1/2}$  le demi-angle de l'alvéole.

FIGURE 5.26 – Paroi déformée : influence de  $s$  sur la pression pariétale maximale.

### 5.3 Synthèse

Dans ce chapitre, des écoulements diphasiques ont été étudiés à l'aide d'une formulation 1-fluide à quatre équations et d'une méthode de pénalisation. Les résultats ont montré que la méthode de pénalisation permet de reproduire fidèlement des écoulements cavitants autour d'un cylindre, ainsi que le collapse d'une bulle en présence d'une paroi rigide.

La méthode de pénalisation a d'abord été appliquée à l'analyse d'écoulements cavitants autour d'un corps cylindrique, visant à reproduire des écoulements cavitants que l'on retrouve en présence de systèmes hydrauliques. La méthode de pénalisation permet de reproduire fidèlement la formation des poches de vapeur, ainsi que leurs collapses lorsqu'elles rencontrent des zones de pression plus élevée. La résolution spatiale du sillage peut modifier fondamentalement la dynamique des lâchers tourbillonnaires et du collapse des poches de vapeur. Cette étude a montré que la cavitation atténue la dynamique des lâchers tourbillonnaires et la turbulence car le nombre de Reynolds effectif est réduit par la présence de vapeur. Enfin, le nombre de Reynolds a un effet significatif sur la cavitation. À  $Re_\infty = 3900$ , la cavitation se produit au coeur des vortex dans le sillage du cylindre, tandis qu'elle apparaît sous forme de poches attachées à  $Re_\infty = 200$ . L'intensité de la cavitation dans le sillage augmente avec le nombre de Reynolds.

Les différentes conditions de la méthode de pénalisation ont ensuite été étudiées sur le problème du collapse d'une bulle au voisinage d'une paroi plane. La condition d'impédance permet de modéliser une paroi rigide avec la même précision et avec un coût de calcul similaire à la méthode maillage conforme. L'erreur de la méthode de pénalisation diminue lorsque l'impédance de la zone pénalisée augmente. La méthode de pénalisation a ensuite été appliquée à l'étude du collapse d'une bulle au voisinage d'une paroi comportant une alvéole, pouvant modéliser un *pit* de cavitation. Une étude paramétrique de la géométrie de l'alvéole a mis en évidence une accélération de l'érosion dans le cas d'une paroi déjà endommagée. L'amplitude du pic de pression à la paroi croît de manière exponentielle lorsque le rapport d'aspect de l'alvéole diminue. Dans les cas les plus critiques, elle est amplifiée de 60 % par rapport au cas d'une paroi plane. Cette amplification de la pression pariétale résulte de la focalisation de chocs au sein de l'alvéole, entraînant une forte concentration d'énergie qui se traduit par une surpression importante.

## Chapitre 6

# Interaction fluide-structure

6.1	Dynamique des structures	103
6.1.1	Élasticité linéaire	104
6.1.1.1	Loi de comportement	104
6.1.1.2	Résolution numérique	104
6.1.2	Élastoplasticité	105
6.1.2.1	Loi de comportement	105
6.1.2.2	Résolution numérique	107
6.2	Couplage fluide-structure	110
6.2.1	SCB-FEniCS-preCICE : présentation générale	111
6.2.2	Couplage en espace	113
6.2.3	Couplage en temps	115
6.2.4	Méthode de pénalisation avec structure déformable	118
6.2.5	Résumé du couplage	122
6.3	Validation	123
6.3.1	Interaction écoulement incompressible-panneau élastique	123
6.3.2	Interaction onde de choc-panneau élastique	126
6.4	Synthèse	129

Ce chapitre est dédié à la mise en place d'une stratégie de couplage fluide-structure et à sa validation pour des configurations 2D. Les applications visées par ce travail font intervenir de l'élasticité et de la plasticité. La modélisation et la résolution numérique de tels problèmes sont tout d'abord présentées. Leurs résolutions par la méthode des éléments finis sont implémentées dans l'environnement FEniCS (LOGG et al., 2010). Il s'agit d'une plateforme logicielle libre avec une interface en Python. La stratégie de couplage fluide-structure est ensuite présentée. Elle est basée sur une approche partitionnée : les deux physiques sont résolues dans des solveurs distincts, SCB et FEniCS. La communication des données entre les deux solveurs, le couplage en espace et le couplage en temps sont réalisés à l'aide de la librairie de couplage preCICE (CHOURDAKIS et al., 2022). L'originalité de notre approche réside dans l'utilisation d'une méthode de pénalisation pour représenter l'interface fluide-structure déformable. Enfin, le couplage SCB-FEniCS-preCICE est validé en étudiant la déformation d'un panneau élastique immergé dans un écoulement incompressible ou impacté par une onde de choc.

## 6.1 Dynamique des structures

Au cours de ce travail, on s'intéresse à des problèmes dynamiques d'élasticité linéaire et d'élastoplasticité. Les modèles associés à ces problèmes, ainsi que leur résolution numérique par la méthode des éléments finis, sont présentés ci-dessous.

Indépendamment de la loi de comportement adoptée, la loi de conservation de la quantité de mouvement de la structure est donnée par :

$$\rho_s \ddot{\xi} - \nabla \cdot \sigma = F. \quad (6.1)$$

avec  $\rho_s$  la masse volumique du matériau,  $\xi$  le vecteur des déplacements,  $\ddot{\xi}$  le vecteur accélération,  $\sigma$  le tenseur des contraintes et  $F$  le vecteur des forces volumiques extérieures. Elle est ensuite associée à une loi de comportement pour pouvoir modéliser complètement l'évolution du matériau.

## 6.1.1 Élasticité linéaire

### 6.1.1.1 Loi de comportement

On suppose que le matériau se déforme de manière réversible sous l'effet d'un chargement extérieur et que les déformations du matériau sont proportionnelles aux contraintes appliquées. En ajoutant l'hypothèse que le matériau est isotrope, on obtient le problème d'élasticité linéaire isotrope. Les contraintes et les déformations sont reliées par la loi de comportement suivante, aussi connue sous le nom de loi de Hooke :

$$\sigma = \lambda_s \text{tr}(\varepsilon) \mathbf{I}_d + 2\mu_s \varepsilon, \quad (6.2)$$

avec  $\lambda_s$  et  $\mu_s$  les coefficients de Lamé et  $\mathbf{I}_d$  la matrice identité. L'indice  $s$  fait référence au milieu solide. Sous l'hypothèse des petites déformations, le tenseur des déformations  $\varepsilon$  s'écrit sous la forme suivante :

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (\nabla \xi + \nabla \xi^T), \quad (6.3)$$

Les coefficients de Lamé sont reliés au module d'Young et au coefficient de Poisson par :

$$\lambda_s = \frac{E\nu_s}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \quad \text{et} \quad \mu_s = \frac{E}{2(1+\nu_s)}. \quad (6.4)$$

avec  $E$  le module d'Young et  $\nu_s$  le coefficient de Poisson du matériau.

### 6.1.1.2 Résolution numérique

Le problème formé par les équations (6.1), (6.2) et (6.3) est résolu par la méthode des éléments finis. Elle consiste à approcher dans un sous-espace de dimension finie le problème continu écrit sous forme variationnelle. La formulation faible (ou forme variationnelle) est obtenue en intégrant par parties l'équation (6.1) sur le domaine solide  $\Omega_s$ . Cette étape est réalisée à l'aide de la fonction test  $v \in V$ , avec  $V$  un espace de fonctions approprié aux conditions aux limites du problème. La formulation variationnelle du problème s'écrit :

$$\int_{\Omega_s} \rho_s \ddot{\xi} \cdot v \, dx + \int_{\Omega_s} \sigma(\xi) : \varepsilon(v) \, dx = \int_{\Omega_s} F \cdot v \, dx + \int_{\partial\Omega_s} (\sigma \cdot n) \cdot v \, ds, \quad (6.5)$$

avec  $\partial\Omega_s$  le bord du domaine solide et  $n$  le vecteur normal au bord du domaine.

Le problème continu est ensuite discrétisé aux noeuds du maillage. Pour cela, on définit un sous-espace vectoriel de  $V$  de dimension finie, noté  $\{V\}$ . Le problème discret aux noeuds des éléments peut alors s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\text{Trouver } \{\xi\} \in \{V\} \text{ tel que } M\{\ddot{\xi}\} + K\{\xi\} = F_{ext}, \quad \forall \{v\} \in \{V\}, \quad (6.6)$$

avec  $\{\xi\}$  la solution du problème discret et  $\{v\}$  la fonction de forme exprimée aux noeuds du maillage.  $F_{ext}$  correspond à l'ensemble des forces nodales extérieures, qu'elles soient volumiques ou surfaciques. La matrice de masse globale  $M$  est assemblée à partir de la matrice de masse locale  $M_e$ . De même, la matrice de raideur globale  $K$  est assemblée à partir de la matrice de raideur locale  $K_e$ . Les matrices locales dépendent du type d'éléments choisis, elles sont calculées pour chaque élément telles que :

$$M_e = \int_{\Omega_e} N^T \rho_s N dx, \quad K_e = \int_{\Omega_e} B^T C B dx, \quad (6.7)$$

avec  $\Omega_e$  le domaine associé à un élément  $e$ ,  $N$  la matrice des fonctions de forme et  $B$  la matrice du gradient des fonctions de forme. Le tenseur de rigidité  $C$  relie  $\sigma$  et  $\varepsilon$  par la loi de comportement. Pour une meilleure lisibilité, on omet la notation  $\{\cdot\}$  désignant les variables nodales.

L'équation (6.6) est ensuite discrétisée en temps à l'aide d'une méthode  $\alpha$ -généralisée (CHUNG et al., 1993). Le principe de la méthode consiste à résoudre l'équation (6.6) à un temps intermédiaire compris entre  $t^n$  et  $t^{n+1}$  :

$$M \ddot{\xi}^{n+1-\alpha_m} + K \xi^{n+1-\alpha_f} = F_{ext}^{n+1-\alpha_f}, \quad (6.8)$$

avec  $\alpha_m$  et  $\alpha_f$  des paramètres fixés par l'utilisateur. Le choix de ces paramètres définit la nature du schéma d'intégration. Le déplacement, la vitesse et l'accélération à l'instant  $t^{n+1}$  sont approximés de la manière suivante :

$$\xi^{n+1} = \xi^n + \Delta t \dot{\xi}^n + \frac{\Delta t^2}{2} \left( (1 - 2\tilde{\beta}) \ddot{\xi}^n + 2\tilde{\beta} \ddot{\xi}^{n+1} \right), \quad (6.9)$$

$$\dot{\xi}^{n+1} = \dot{\xi}^n + \Delta t \left( (1 - \tilde{\gamma}) \ddot{\xi}^n + \tilde{\gamma} \ddot{\xi}^{n+1} \right), \quad (6.10)$$

$$\ddot{\xi}^{n+1} = \frac{1}{\tilde{\beta} \Delta t^2} \left( \xi^{n+1} - \xi^n - \Delta t \dot{\xi}^n \right) - \frac{1 - 2\tilde{\beta}}{2\tilde{\beta}} \ddot{\xi}^n, \quad (6.11)$$

avec  $\Delta t$  le pas de temps et  $(\tilde{\beta}, \tilde{\gamma})$  des paramètres à fixer. Le point crucial de la méthode réside dans la détermination des relations entre  $\alpha_m$ ,  $\alpha_f$ ,  $\tilde{\beta}$  et  $\tilde{\gamma}$ . Pour  $\alpha_m = \alpha_f = 1$  et  $\tilde{\gamma} = 1$ , on retrouve le schéma d'Euler implicite du premier ordre. La méthode est du second ordre et inconditionnellement stable, avec une dissipation numérique optimale, sous la condition suivante :

$$\tilde{\beta} = \frac{1}{4} \left( \tilde{\gamma} + \frac{1}{2} \right)^2, \quad \tilde{\gamma} = \frac{1}{2} + \alpha_m - \alpha_f. \quad (6.12)$$

Pour  $\alpha_m = \alpha_f = 1/2$ , on retrouve le schéma de Crank-Nicolson. Dans ce travail, la méthode de Newmark classique est adoptée en fixant  $\alpha_m = \alpha_f = 0$ .

## 6.1.2 Élastoplasticité

### 6.1.2.1 Loi de comportement

Lorsqu'un certain seuil de charge est dépassé, les déformations deviennent irréversibles : c'est la plasticité. Ce seuil de charge est appelé limite d'élasticité du matériau. On considère uniquement des matériaux métalliques. La déformation plastique à l'échelle macroscopique est le résultat d'un mouvement irréversible des dislocations à l'échelle microscopique, provoqué par un glissement dans les plans cristallographiques. En élasticité linéaire, la relation contrainte-déformation est linéaire. En plasticité, elle devient non linéaire. La non-linéarité

provient ici du comportement du matériau, contrairement à un problème de grandes déformations où la non-linéarité est géométrique. Ce changement de comportement du matériau est illustré sur la Figure 6.1 avec un essai de traction sur une éprouvette de section  $S_0$  et de longueur  $l_0$ . La limite d'élasticité du matériau est notée  $\sigma_0$ . Lorsque  $\sigma < \sigma_0$ , la courbe  $\sigma - \varepsilon$  est une droite dont la pente correspond au module d'Young  $E$ . Il s'agit du domaine élastique, les déformations sont réversibles et la décharge de l'éprouvette repassera par la courbe de charge. Lorsque  $\sigma \geq \sigma_0$ , la relation  $\sigma - \varepsilon$  n'est plus linéaire. L'irréversibilité du comportement plastique peut être observée lors de la décharge de l'éprouvette. En effet, la décharge d'une contrainte  $\sigma_1 > \sigma_0$  ne se fait pas suivant la courbe de charge, mais plutôt suivant la droite de pente  $E$ . Notons que c'est à nouveau un comportement élastique. On observe donc que la déformation de l'éprouvette est la somme de contributions élastique ( $\varepsilon^e$ ) et plastique ( $\varepsilon^p$ ). La première est réversible tandis que la seconde est irréversible. Par conséquent, il n'existe plus de loi biunivoque entre  $\sigma$  et  $\varepsilon$ , la loi de comportement est désormais incrémentale.

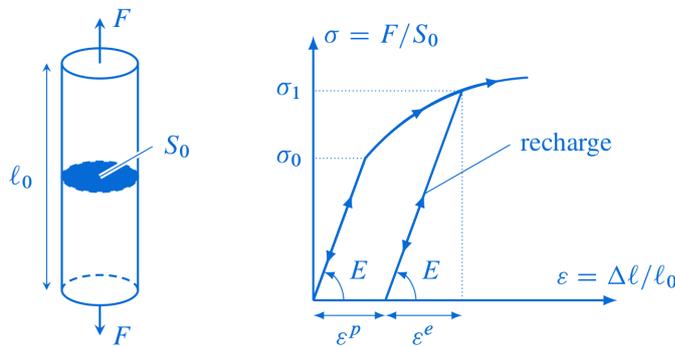


FIGURE 6.1 – Essai de traction et courbe de charge-décharge associée. Extrait de HEUZÉ, 2015.

La notion de critère de plasticité est introduite afin de définir le seuil d'activation des mécanismes de la plasticité. Dans le cas 1D, il s'agit tout simplement du moment où la contrainte dépasse la limite d'élasticité  $\sigma_0$ . Dans les cas 2D et 3D, il faut introduire une fonction de charge  $f(\sigma)$  scalaire afin de pouvoir la comparer à la limite d'élasticité en traction. Par convention, la fonction de charge est négative et la plasticité apparaît lorsque  $f(\sigma) = 0$ , définissant alors la surface de charge. Les deux critères de plasticité les plus connus sont le critère de von Mises et le critère de Tresca. Le premier est basé sur l'énergie de déformation tandis que le second repose sur la contrainte maximale de cisaillement. Le critère de von Mises est utilisé ici car il prend en compte l'effet de chaque contrainte principale. Il est donné par :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{s} : \mathbf{s}} \leq \sigma_0, \quad \mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - \frac{\text{tr}(\boldsymbol{\sigma})}{3} \mathbf{I}_d, \quad (6.13)$$

avec  $\sigma_{eq}$  la contrainte équivalente et  $\mathbf{s}$  le déviateur du tenseur des contraintes.

Lorsque le chargement du matériau se poursuit dans le domaine plastique, la surface de charge peut être modifiée : c'est l'écrouissage. La surface de charge peut subir une expansion isotrope, une translation par rapport au centre du domaine d'élasticité ou une distorsion. On se limite ici à un écrouissage isotrope, qui se traduit par une homothétie du domaine d'élasticité en fonction de la déformation plastique (voir Figure 6.2a). L'effet Bauschinger est ignoré ici, de telle sorte que la surface de charge reste centrée en  $\mathbf{s} = \mathbf{0}$ .

Dans le cas d'un écrouissage isotrope, la fonction de charge peut s'écrire sous la forme suivante :

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \varepsilon_{eq}^p) = \sigma_{eq} - \sigma(\varepsilon_{eq}^p), \quad (6.14)$$

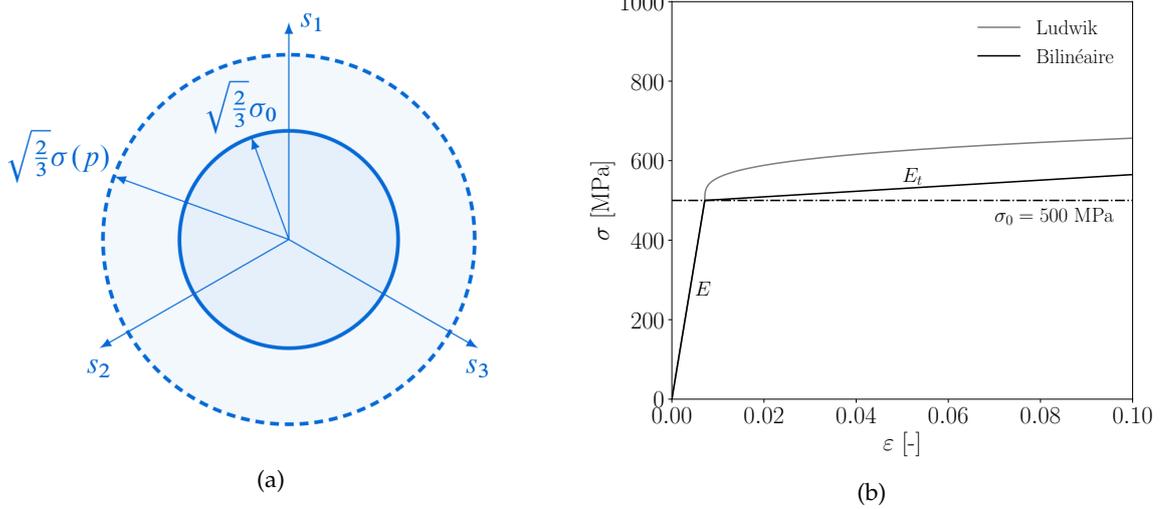


FIGURE 6.2 – Écrouissage isotrope : (a) expansion du domaine d'élasticité de von Mises. Extrait de HEUZÉ, 2015; (b) relations contrainte-déformation obtenues avec la loi de Ludwik et la loi bilinéaire pour de l'aluminium Al7075.

avec  $\varepsilon_{eq}^p$  la déformation plastique équivalente cumulée et  $\sigma(\varepsilon_{eq}^p)$  une fonction croissante de  $\varepsilon_{eq}^p$ . Cette fonction doit respecter la condition  $\sigma(0) = \sigma_0$ . La déformation plastique équivalente cumulée est donnée par :

$$\varepsilon_{eq}^p = \int_0^t \dot{\varepsilon}_{eq}^p(\tau) d\tau, \quad \dot{\varepsilon}_{eq}^p = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}^p : \dot{\varepsilon}^p}, \quad (6.15)$$

avec  $\dot{\varepsilon}^p$  le taux de déformation plastique. Il existe différentes lois d'écrouissage selon les propriétés du matériau étudié. Ces lois permettent de déterminer une expression pour la fonction  $\sigma(\varepsilon_{eq}^p)$ . Les plus connues sont la loi bilinéaire, la loi de Ludwik, la loi puissance d'Hollomon et la loi de Voce. La loi de Ludwik ( $\sigma = \sigma_0 + K_L \varepsilon^{n_L}$ ) et la loi bilinéaire ( $\sigma = \sigma_0 + E_t \varepsilon$ ) sont représentées sur la Figure 6.2b. Elles sont illustrées dans le cas de l'aluminium Al7075, de module d'Young  $E = 70$  GPa, de limite d'élasticité  $\sigma_0 = 500$  MPa, de coefficients d'écrouissage  $K_L = 312$  MPa et  $n_L = 0.29$  et de module tangent  $E_t = E/100$ . Étant donné que l'on s'intéresse à des petites déformations plastiques ( $\varepsilon^p < 0.1$ ), la loi bilinéaire est une bonne approximation ici. Elle est adoptée dans la suite de ce travail et le domaine d'élasticité est donc défini par :

$$f(\sigma, \varepsilon_{eq}^p) = \sigma_{eq} - \sigma_0 - H \varepsilon_{eq}^p \leq 0. \quad (6.16)$$

avec  $H = E_t E / (E - E_t)$  le module d'écrouissage et  $E_t$  le module tangent, correspondant à la pente de la courbe  $\sigma - \varepsilon$  dans le domaine plastique. Le module tangent est beaucoup plus faible que le module d'Young. On rappelle qu'il vaut  $E_t \simeq E/100$  dans le cas de l'aluminium Al7075.

### 6.1.2.2 Résolution numérique

Étant donné que le comportement élastoplastique est en partie irréversible, le problème élastoplastique est énoncé comme un problème d'évolution non linéaire résolu de manière incrémentale. La résolution numérique du problème non linéaire est effectuée de manière itérative et la discrétisation spatiale est réalisée par la méthode des éléments finis. La procédure de résolution est composée d'une étape globale et d'une étape locale. La première consiste à calculer les déplacements nodaux en résolvant l'équation de conservation de la

quantité de mouvement linéarisée. La seconde repose sur l'intégration de la loi de comportement aux points de Gauss de la structure, en utilisant les équations de la plasticité. Elle permet de calculer l'incrément de déformation plastique et d'actualiser la contrainte correspondante. Plus précisément, ces deux étapes sont basées sur les méthodes numériques suivantes :

- Linéarisation du problème non linéaire avec la méthode de Newton-Raphson.
- Intégration de la loi de comportement avec la méthode du retour radial.

**Newton-Raphson.** Il s'agit toujours de résoudre le problème (6.6), mais ce dernier est maintenant non linéaire. Pour chaque pas de temps, on cherche à linéariser le problème et à résoudre le système linéarisé dans le but d'atteindre l'équilibre global. Cette étape est globale. Pour une meilleure lisibilité, on omet la notation  $\{.\}$  désignant les variables nodales. Le résidu  $\mathbf{R}$  du système (6.6) est donné par :

$$\mathbf{R}(\xi) = \mathbf{F}_{ext} - \mathbf{M}\ddot{\xi} - \mathbf{K}\xi, \quad (6.17)$$

Soit  $\xi^k$  une solution approchée du problème à l'itération  $k$ . Une meilleure approximation  $\xi^{k+1}$  est obtenue après linéarisation du résidu à l'aide de la méthode de Newton-Raphson :

$$\mathbf{R}^{k+1} \simeq \mathbf{R}^k + \frac{\partial \mathbf{R}^k}{\partial \xi} \delta \xi^k, \quad (6.18)$$

avec  $\delta \xi^k = \xi^{k+1} - \xi^k$  l'incrément de déplacement entre les itérations  $k$  et  $k+1$ . On cherche ensuite à annuler le résidu à l'itération  $k+1$  afin de trouver une meilleure approximation de la solution à l'itération suivante. En imposant  $\mathbf{R}^{k+1} = \mathbf{0}$  dans l'équation (6.18) et en exprimant la dérivée du résidu, on obtient le système linéarisé suivant :

$$\left( \frac{\partial \ddot{\xi}^k}{\partial \xi} \mathbf{M} + \sigma_{tang}^k \right) \delta \xi^k = \mathbf{R}^k, \quad (6.19)$$

L'équation (6.19) est résolue de manière itérative jusqu'à convergence du résidu (équilibre global). La matrice tangente  $\sigma_{tang}$  définit la direction de recherche de la solution dans le cas du problème statique. Elle est construite à partir des matrices tangentes élémentaires, données par :

$$\sigma_{tang,e} = \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \mathbf{C}_{ep} \mathbf{B} dx, \quad (6.20)$$

avec  $\mathbf{C}_{ep}$  le tenseur de rigidité élastoplastique. La matrice  $\sigma_{tang,e}$  correspond à la matrice de raideur élastoplastique élémentaire et l'expression de  $\mathbf{C}_{ep}$  dépend de la loi d'érouissage. Dans le cas d'une loi d'érouissage linéaire, il est donné par :

$$\mathbf{C}_{ep} = \mathbf{C} - 3\mu_s \left( \frac{3\mu_s}{3\mu_s + H} - \frac{3\mu_s}{\sigma_{eq}} \delta \varepsilon_{eq}^p \right) \mathbf{n}_{el} \otimes \mathbf{n}_{el} - \frac{6\mu_s^2}{\sigma_{eq}} \delta \varepsilon_{eq}^p \mathbf{DEV}, \quad (6.21)$$

avec  $\delta \varepsilon_{eq}^p$  l'incrément de déformation plastique,  $\mathbf{n}_{el} = \mathbf{s}/\sigma_{eq}$  le vecteur normal à la surface de charge et  $\mathbf{DEV}$  l'opérateur déviateur. En l'absence de plasticité, on retrouve  $\mathbf{C}_{ep} = \mathbf{C}$ . En dynamique, la direction de recherche de la solution est affectée par un terme supplémentaire lié à la matrice de masse et à l'accélération (voir équation (6.19)). La dérivée de l'accélération est approximée au temps  $t^{n+1}$  à l'aide du schéma d'intégration temporelle. Avec la méthode de Newmark, l'équation (6.11) permet d'obtenir :

$$\frac{\partial \ddot{\xi}^k}{\partial \xi} = \frac{1}{\tilde{\beta} \Delta t^2}, \quad (6.22)$$

**Retour radial.** La loi de comportement élastoplastique est ensuite intégrée à l'aide de la méthode du retour radial (KRIEG et al., 1977). Elle fait partie des méthodes de type *return mapping*. Ces méthodes sont basées sur deux étapes : une prédiction élastique et une correction plastique (voir Figure 6.3). La première consiste à faire une prédiction de la contrainte hors du domaine d'élasticité. La seconde vise à projeter la contrainte prédite sur la surface de charge.

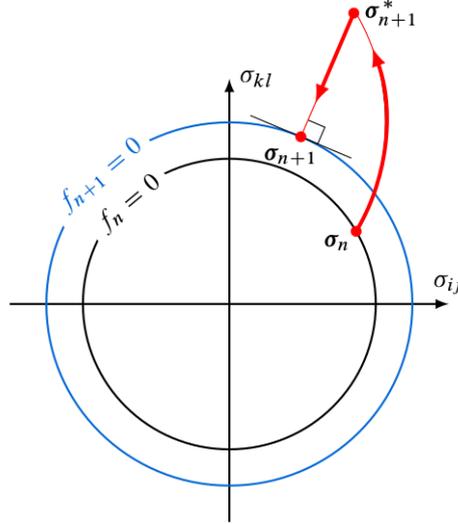


FIGURE 6.3 – Retour radial : étapes de prédiction élastique ( $\sigma^n \rightarrow \sigma^{n+1,*}$ ) et de correction plastique ( $\sigma^{n+1,*} \rightarrow \sigma^{n+1}$ ). Extrait de HEUZÉ, 2015.

La méthode du retour radial correspond à une méthode de *return mapping* pour laquelle les équations de la plasticité sont intégrées à l'aide d'un schéma d'Euler implicite. Les équations de la plasticité discrétisées en temps, dans le cas d'un modèle de plasticité avec le critère de von Mises et un écrouissage isotrope linéaire, sont données par :

$$\delta \boldsymbol{\varepsilon} = \delta \boldsymbol{\varepsilon}^e + \delta \boldsymbol{\varepsilon}^p, \quad (6.23)$$

$$\delta \boldsymbol{\sigma} = \lambda_s \text{tr}(\delta \boldsymbol{\varepsilon}^e) \mathbf{I}_d + 2\mu_s \delta \boldsymbol{\varepsilon}^e, \quad (6.24)$$

$$f^{n+1} = \sigma_{eq}^{n+1} - \sigma_0 - H \varepsilon_{eq}^{p,n+1} \leq 0, \quad (6.25)$$

$$\varepsilon_{eq}^{p,n+1} = \varepsilon_{eq}^{p,n} + \delta \varepsilon_{eq}^p, \quad \delta \varepsilon_{eq}^p = \sqrt{\frac{2}{3}} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^p : \delta \boldsymbol{\varepsilon}^p, \quad (6.26)$$

$$\delta \boldsymbol{\varepsilon}^p = \delta \varepsilon_{eq}^p \left( \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right)^{n+1} = \frac{3}{2} \frac{\delta \varepsilon_{eq}^p}{\sigma_{eq}^{n+1}} \mathbf{s}^{n+1}. \quad (6.27)$$

L'équation (6.27) correspond à la loi d'écoulement plastique dans le cas d'un écrouissage isotrope avec le critère de von Mises.

Les différentes étapes de la méthode de retour radial peuvent être résumées de la manière suivante :

1. Calcul de l'incrément de déplacement  $\delta \boldsymbol{\zeta}$  suite à la résolution du système linéarisé (6.19).
2. Prédiction élastique du tenseur des contraintes  $\sigma^{n+1,*}$  à partir de l'incrément de déformation  $\delta \boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}(\delta \boldsymbol{\zeta})$ . Les grandeurs affectées du symbole "\*" sont associées à l'état de prédiction.

3. Prédiction élastique de la contrainte équivalente  $\sigma_{eq}^{n+1,*} = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{s}^{n+1,*} : \mathbf{s}^{n+1,*}}$  (von Mises).
4. Si  $f^{n+1,*} = \sigma_{eq}^{n+1,*} - \sigma_0 - H \left( \varepsilon_{eq}^{p,n+1} \right)^* > 0$ , le matériau entre en plasticité. Cette étape est locale, tout comme les suivantes.
5. Calcul de l'incrément de déformation plastique cumulée. Dans le cas d'une loi d'écroutissage isotrope linéaire, il est donné par  $\delta \varepsilon_{eq}^p = f^{n+1,*} / (3\mu_s + H)$ .  
**Remarque.** Dans le cas d'une loi d'écroutissage non linéaire, il n'existe pas d'expression analytique pour l'incrément de déformation plastique cumulée. Dans cette situation, il faut alors passer par la résolution numérique d'une équation non linéaire.
6. Calcul de l'incrément de déformation plastique  $\delta \varepsilon^p = \frac{3}{2} \frac{\delta \varepsilon_{eq}^p}{\sigma_{eq}^{n+1,*}} \mathbf{s}^{n+1,*}$ .
7. Calcul de la correction plastique  $\sigma^{n+1} = \sigma^{n+1,*} - 2\mu_s \delta \varepsilon^p$ .
8. Calcul de la matrice tangente  $\sigma_{tang}$ , nécessaire à la convergence de la procédure de Newton-Raphson.

Les étapes 1 à 3 (globales) correspondent à la prédiction élastique tandis que les étapes 4 à 7 (locales) sont liées à la correction plastique.

## 6.2 Couplage fluide-structure

Lorsqu'un fluide et une structure solide sont en contact, des interactions plus ou moins fortes apparaissent entre les deux milieux. Les forces exercées par le fluide induisent des contraintes et des déformations au sein de la structure. Le mouvement de la structure affecte ensuite l'écoulement du fluide, et ainsi de suite. Les deux physiques sont couplées à l'interface fluide-structure par les conditions cinématique et dynamique suivantes :

$$\mathbf{u} = \dot{\boldsymbol{\xi}}, \quad (6.28)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_f \cdot \mathbf{n} = \boldsymbol{\sigma}_s \cdot \mathbf{n}. \quad (6.29)$$

avec  $\mathbf{u}$  le vecteur vitesse du fluide,  $\dot{\boldsymbol{\xi}}$  le vecteur vitesse de la structure,  $\boldsymbol{\sigma}$  le tenseur des contraintes et  $\mathbf{n}$  le vecteur normal à l'interface. Les indices  $f$  et  $s$  font référence au fluide et au solide, respectivement. Par abus de notation, la contrainte fluide normale à la paroi  $\boldsymbol{\sigma}_f \cdot \mathbf{n}$  sera simplement notée  $\boldsymbol{\sigma}_f$  lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté avec le tenseur des contraintes. Selon le degré de couplage entre les deux physiques, la modélisation des mécanismes impliqués peut être réalisée à l'aide d'un couplage faible ou d'un couplage fort. Ils sont aussi appelés couplages *1-way* et *2-way*. Avec la première approche, le fluide influence la structure mais la rétroaction de la structure sur le fluide est négligée. Avec la seconde approche, l'interaction entre le fluide et la structure est prise en compte dans les deux sens. On distingue principalement deux approches concernant la résolution numérique de problèmes couplés fluide-structure : monolithique ou partitionnée. De manière plus générale, ceci est vrai pour tout couplage multiphysique. Avec l'approche monolithique, un système d'équations et de conditions aux limites couplées est construit puis résolu au sein d'un solveur unique. Avec l'approche partitionnée, les sous-problèmes fluide et structure sont résolus séparément dans des solveurs distincts, puis leurs solutions respectives sont couplées à l'interface couplée. Il n'est pas nécessaire de reformuler d'équations pour le problème couplé, contrairement à l'approche monolithique. Cette seconde approche est donc plus facile à mettre en oeuvre et plus flexible. Elle permet aussi l'utilisation de méthodes numériques adaptées à chaque physique et elle peut s'appuyer sur des solveurs spécifiques. Ces solveurs dédiés ont l'avantage d'être précis et performants pour une application donnée.

### 6.2.1 SCB-FEniCS-preCICE : présentation générale

Pour les raisons mentionnées précédemment, une approche partitionnée est adoptée dans ce travail. Notre stratégie de couplage fluide-structure est illustrée sur la Figure 6.4. Il s'agit d'un couplage partitionné de type Dirichlet-Neumann. Le participant fluide transfère la contrainte exercée par le fluide, notée  $\sigma_f$ , au participant structure. En retour, il renvoie le déplacement de la paroi solide, noté  $\zeta$ , au participant fluide afin de mettre à jour la position de l'interface. En d'autres termes, le chargement du fluide est appliqué à la structure comme une condition de Neumann (voir équation (6.29)) tandis que la vitesse de la structure est imposée au fluide comme une condition de Dirichlet (voir équation (6.28)). Imposer la vitesse de l'interface revient aussi à imposer son déplacement  $\zeta$ . Le passage des variables couplées du maillage fluide  $x_f$  vers le maillage solide  $x_s$  (et inversement) est assuré par une étape d'interpolation. Cet aspect sera détaillé dans la section 6.2.2. Notre couplage partitionné repose sur trois éléments essentiels : SCB (DUBOIS et al., 2021), FEniCS (LOGG et al., 2010) et preCICE (CHOURDAKIS et al., 2022). Ils sont brièvement présentés ci-dessous.

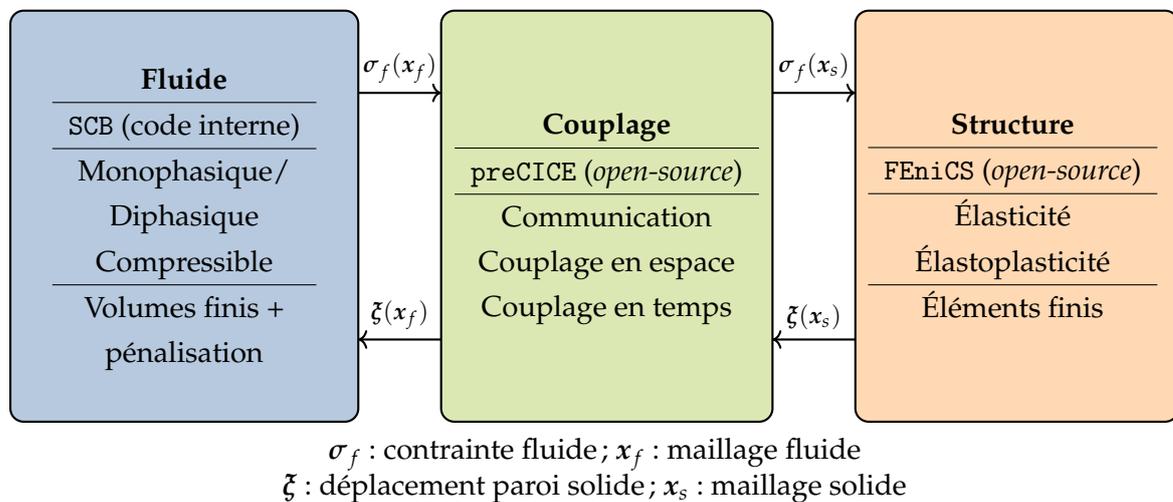


FIGURE 6.4 – Schéma de principe du couplage partitionné SCB-FEniCS-preCICE.

**SCB.** Le code interne SCB, écrit en Fortran, permet de simuler un écoulement fluide compressible, monophasique ou diphasique à l'aide de la méthode des volumes finis. Les modèles physiques et les méthodes numériques implémentés dans SCB ont été présentés dans le chapitre 2. Au sein de SCB, le corps solide est modélisé à l'aide de la méthode de pénalisation. Elle est présentée en détail dans le chapitre 3, puis validée et étudiée dans le contexte d'écoulements monophasiques dans le chapitre 4 et d'écoulements diphasiques compressibles dans le chapitre 5. Jusqu'ici, seules des parois rigides ont été considérées. L'extension de la méthode de pénalisation à une paroi déformable dans le contexte d'un couplage partitionné sera présentée dans la section 6.2.4.

**FEniCS**<sup>1</sup>. Il s'agit d'une plateforme logicielle libre avec une interface en Python. FEniCS permet de résoudre des équations aux dérivées partielles (EDP) par la méthode des éléments finis. Elle permet de traduire rapidement des modèles physiques en un code éléments finis grâce à deux composants clés :

- UFL (*Unified Form Language*) : un langage qui permet d'exprimer des formulations variationnelles de manière lisible ([https://fenics.readthedocs.io/projects/ufl/en/latest/manual/form\\_language.html](https://fenics.readthedocs.io/projects/ufl/en/latest/manual/form_language.html)).

1. La version FEniCS 2019.1.0 est utilisée ici.

- DOLFIN : une bibliothèque de calcul utilisée pour assembler et résoudre les problèmes discrétisés (<https://fenics.readthedocs.io/projects/dolfin/en/2017.2.0/>)

Le livre *The FEniCS Book* (LOGG et al., 2012) décrit en détail le contexte théorique et la conception de la plateforme FEniCS. Il présente aussi de nombreuses applications de FEniCS à des problèmes de mécanique des fluides, de mécanique des solides, d'électromagnétisme et de géophysique. La résolution de problèmes d'élastodynamique et d'élastoplasticité dynamique ont été implémentées dans FEniCS au cours de ce travail.

**preCICE**<sup>2</sup>. Il s'agit d'une librairie de couplage libre pour les simulations multi-physiques partitionnées, initialement développée pour des problèmes d'interaction fluide-structure. preCICE nous permet de faire le pont entre les solveurs SCB et FEniCS. Elle assure une communication précise et efficace des données entre les deux solveurs. Les couplages en espace et en temps sont également réalisés avec preCICE. La librairie est écrite en C++ et propose des API (*Application Programming Interface*) en C, Fortran, Python et Matlab, permettant d'adapter chaque solveur afin de prendre en compte le couplage. Basée sur une approche *black-box*, preCICE n'a pas connaissance de la physique relative à chaque solveur. Par conséquent, il est nécessaire de brancher un adaptateur entre preCICE et chaque solveur. L'adaptateur permet d'incorporer la physique dans le couplage des données. Il est chargé de reconstruire les variables à l'interface, de transformer certaines variables en conditions aux limites ou en termes de forçage, de reformuler les données dans un format lisible par preCICE, etc. Il existe de nombreux adaptateurs entre preCICE et des solveurs libres tels que FEniCS, OpenFOAM, SU2, code Aster, Nutils, etc. Afin de lier FEniCS et preCICE, l'adaptateur `fenicspreCICE` développé par RODENBERG et al., 2021 est adopté ici. Concernant SCB, l'adaptateur `scbpreCICE` a été entièrement implémenté au cours de ce travail. Pour une meilleure clarté, l'architecture logicielle du couplage partitionné SCB-FEniCS-preCICE est illustrée sur la Figure 6.5. Entre les deux participants, les propriétés du couplage sont définies dans un fichier de configuration principal (XML). Un exemple de ce fichier est donné en Annexe A. Il permet de paramétrer la communication des données, les variables couplées, le nom de chaque participant ainsi que leurs maillages respectifs à l'interface couplée et les méthodes de couplage spatial et temporel. Au niveau de chaque adaptateur, un fichier de configuration secondaire fournit le nom des variables couplées et les informations du participant associé, ainsi que le chemin vers le fichier de configuration principal. Ce fichier est au format F90 du côté de SCB et au format JSON du côté de FEniCS. Étant donné que preCICE est une librairie, elle reste peu intrusive. Cela signifie que chaque solveur appelle preCICE en utilisant les API dédiées, sans qu'il soit nécessaire de procéder à une restructuration importante du code.

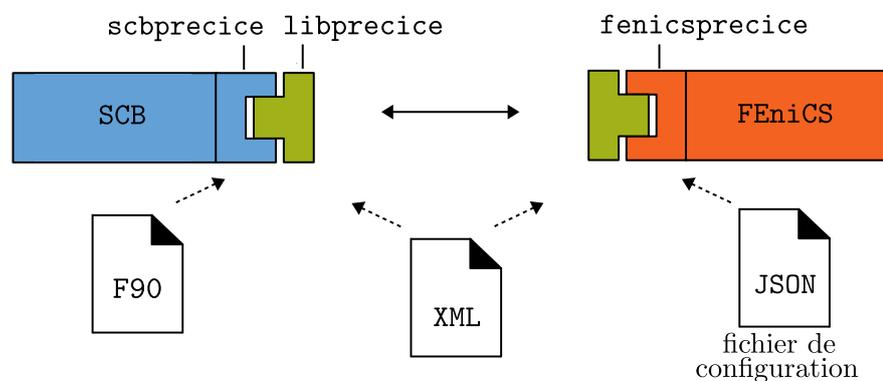


FIGURE 6.5 – Architecture logicielle du couplage partitionné SCB-FEniCS-preCICE.

2. La version preCICE 2.5.0 est utilisée ici.

### 6.2.2 Couplage en espace

Les solveurs SCB et FEniCS échangent des informations au niveau de l'interface fluide-structure, aussi appelée interface couplée. Les méthodes de discrétisation sont différentes au sein de chaque solveur. SCB est basé sur la méthode des volumes finis tandis que FEniCS repose sur la méthode des éléments finis. De plus, il n'y a aucune raison que la résolution spatiale soit identique entre deux physiques ayant des dynamiques opérant à des échelles spatio-temporelles différentes. Par exemple, la simulation d'un écoulement fluide nécessite souvent un maillage plus fin qu'un calcul de dynamique des structures. Il en résulte que les maillages de chaque participant ne coïncident pas au niveau de l'interface couplée. Une interpolation spatiale est donc nécessaire pour transférer les variables couplées entre chaque solveur.

**Contraintes d'interpolation.** Avant d'aborder le sujet des méthodes d'interpolation, il est important d'introduire les deux contraintes d'interpolation fournies par preCICE. Selon la nature de la grandeur physique que l'on cherche à coupler, l'interpolation peut être directe ou conservative.

**Interpolation directe.** Aussi appelée *consistent mapping*, elle permet de transférer les données de manière exacte entre deux maillages à l'interface couplée. Elle est utilisée dans le cas de variables intensives telles que des contraintes ou des déplacements. Considérons par exemple l'interpolation directe de la contrainte fluide  $\sigma_f$  du maillage fluide vers le maillage solide. L'interpolation directe implique que si un point  $\mathbf{x}_{f,i}$  du maillage fluide coïncide avec un point  $\mathbf{x}_{s,j}$  du maillage solide ( $\mathbf{x}_{f,i} = \mathbf{x}_{s,j}$ ), alors on a exactement :

$$\sigma_f(\mathbf{x}_{f,i}) = \sigma_f(\mathbf{x}_{s,j}), \quad (6.30)$$

Au sein de FEniCS, la contrainte exercée par le fluide à l'interface couplée  $\Gamma$  est ensuite intégrée dans la formulation variationnelle comme un travail extérieur. Ceci est effectué au niveau continu avant l'assemblage du système linéaire. Cette étape est réalisée à l'aide de l'objet `CouplingExpression` fourni par l'adaptateur `fenicspreCICE` (RODENBERG et al., 2021). Un exemple simple d'utilisation de cet objet est donné en Annexe A. Il permet de créer une représentation continue de la contrainte fluide à partir des valeurs aux noeuds de l'interface. Cette représentation continue est obtenue par une méthode des moindres carrés suivie d'une interpolation par fonction de base radiale (RBF, *Radial Basis Functions*). Dans le cas de l'élasticité linéaire, la formulation variationnelle du sous-problème structure (voir équation (6.5)) devient :

$$\int_{\Omega_s} \rho_s \ddot{\boldsymbol{\xi}} \cdot \mathbf{v} \, d\mathbf{x} + \int_{\Omega_s} \boldsymbol{\sigma}_s(\boldsymbol{\xi}) : \boldsymbol{\varepsilon}_s(\mathbf{v}) \, d\mathbf{x} = \int_{\Gamma} (\boldsymbol{\sigma}_f \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{v} \, ds, \quad (6.31)$$

**Interpolation conservative.** Aussi appelée *conservative mapping*, elle permet de préserver la somme des valeurs à l'interface couplée. Elle est utilisée pour des variables extensives telles que les forces. Considérons par exemple l'interpolation directe de la force exercée par le fluide  $\mathbf{F}_f$  du maillage fluide vers le maillage solide, composés respectivement de  $N_f$  et  $N_s$  points. L'interpolation conservative satisfait à la relation suivante :

$$\sum_{i=1}^{N_f} \mathbf{F}_f(\mathbf{x}_{f,i}) = \sum_{j=1}^{N_s} \mathbf{F}_f(\mathbf{x}_{s,j}), \quad (6.32)$$

Contrairement à l'interpolation directe, la force exercée par le fluide est imposée à la structure au niveau discret dans FEniCS. Un terme source est introduit dans le système linéaire après assemblage. Cette étape est réalisée à l'aide de l'objet `PointSource` fourni par l'adaptateur `fenicspreCICE`. Un exemple simple d'utilisation de cet objet est donné en Annexe

A. Dans le cas de l'élasticité linéaire, le système linéaire du sous-problème structure (voir équation (6.6)) devient :

$$M\ddot{\xi} + K\xi = F_f. \quad (6.33)$$

Il n'y a pas de reconstruction continue de  $F_f$  ici.

**Méthodes d'interpolation.** Elles sont présentées dans le contexte du passage d'une variable couplée du maillage solide vers le maillage fluide, avec une interpolation directe. Par exemple, cela peut s'appliquer à l'interpolation des déplacements du maillage solide vers le maillage fluide. En raison de sa nature non intrusive, preCICE a seulement accès aux coordonnées des noeuds de l'interface couplée. Les méthodes d'interpolation proposées par preCICE sont donc limitées à des méthodes de projection ou d'interpolation par RBF.

**Méthodes de projection.** On y retrouve les méthodes *nearest-neighbor* et *nearest-projection*. La méthode *nearest-neighbor* consiste simplement à attribuer à chaque point du maillage fluide la valeur de son plus proche voisin solide, au sens de la distance euclidienne (voir Figure 6.6a). Sa précision est du premier ordre (GATZHAMMER, 2015). La méthode *nearest-projection* est une extension de la méthode *nearest-neighbor*. Elle utilise les informations de connectivité entre les points du maillage solide pour interpoler la variable couplée sur le maillage fluide. Tout d'abord, les points  $x_f$  sont projetés sur l'interface formée par les points  $x_s$  (voir Figure 6.6b). Ces nouveaux points sont notés  $x_f^p$ . Les valeurs en ces points sont ensuite interpolées à partir de celles aux points  $x_s$ , à l'aide d'une interpolation linéaire. Les valeurs aux points  $x_f$  sont ensuite affectées de celles aux points  $x_f^p$ . La précision de la méthode est du second ordre (GATZHAMMER, 2015).

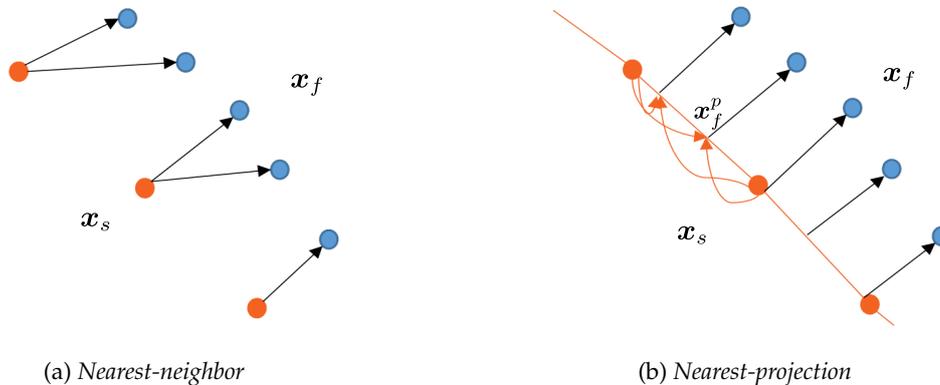


FIGURE 6.6 – Interpolation directe du maillage  $x_s$  vers le maillage  $x_f$  : méthodes de projection. Adapté de la thèse de UEKERMANN, 2016.

**Interpolation par RBF.** Cette classe de méthodes d'interpolation utilise une combinaison linéaire de RBF centrées aux points du maillage solide afin de construire une fonction d'interpolation globale. Cette dernière est ensuite échantillonnée aux points du maillage fluide. Différentes RBF à support local ou global sont implémentées dans preCICE : gaussienne, *splines*, polynomiale compacte de classe  $C^0$  à  $C^8$ , etc. On ne s'attarde pas plus sur cette méthode d'interpolation car elle n'a pas été utilisée dans ce travail. Dans notre cas, il n'est pas nécessaire d'opter pour une méthode d'interpolation d'ordre élevé car la méthode de pénalisation réduit la précision de la solution au premier ordre au voisinage de l'interface. L'interpolation par RBF et son intégration au sein de preCICE sont présentées en détail dans la thèse de LINDNER, 2019.

### 6.2.3 Couplage en temps

Parmi les méthodes de couplage en temps, on distingue les méthodes explicites et les méthodes implicites. Avec une approche explicite, chaque participant est exécuté une seule fois par pas de temps du couplage, aussi appelé fenêtre de temps  $\Delta T$ . Avec une approche implicite, chaque fenêtre de temps est réitérée jusqu'à convergence des variables couplées. Par ailleurs, le couplage est appelé séquentiel si les sous-problèmes fluide et structure sont résolus l'un après l'autre. Il est parallèle si les sous-problèmes sont résolus simultanément. Les méthodes explicite séquentielle et implicite parallèle ont été adoptées dans ce travail. Elles sont présentées ci-dessous en considérant une fenêtre de temps  $[t^n, t^{n+1}]$ , avec  $t^{n+1} = t^n + \Delta T$  (voir Figure 6.7). La fenêtre de temps est commune aux deux solveurs mais leurs pas de temps respectifs peuvent être différents et ne sont pas nécessairement égaux à  $\Delta T$ . Étant donné que SCB utilise un pas de temps fixe, la fenêtre de temps est déterminée telle que  $\Delta T = n_f \Delta t_f = n_s \Delta t_s$ , avec  $\Delta t_f$  le pas de temps du fluide et  $\Delta t_s$  le pas de temps du solide. Si  $n_f \neq 1$  et  $n_s \neq 1$ , il s'agit d'une méthode de *multirate time stepping*. Si  $n_f = 1$  et  $n_s \neq 1$  ou  $n_f \neq 1$  et  $n_s = 1$ , on parle alors de sous-cyclage. Par exemple, la Figure 6.7 représente une configuration de *multirate time stepping* avec  $n_f = 6$  et  $n_s = 2$ . Cette configuration est utilisée dans la suite pour illustrer les méthodes explicite séquentielle et implicite parallèle.

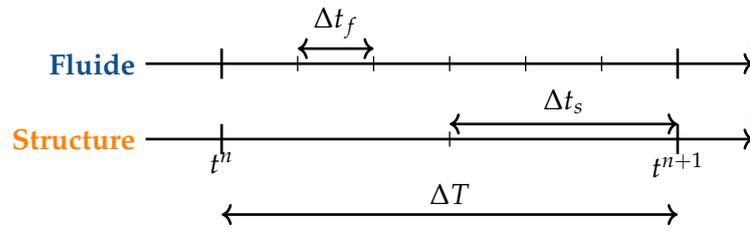


FIGURE 6.7 – Représentation schématique de la fenêtre de temps  $[t^n, t^{n+1}]$ .

**Méthode explicite séquentielle.** En connaissant la solution de chaque solveur et les variables couplées au temps  $t^n$ , on cherche à les avancer au temps  $t^{n+1}$ . Pour cela, les actions des solveurs fluide et structure peuvent être caractérisées par les opérateurs  $\mathcal{F}$  et  $\mathcal{S}$ , respectivement. Ces opérateurs dépendent des modèles physiques de chaque sous-problème et des méthodes de discrétisation adoptées dans leur résolution numérique. Au sein de chaque fenêtre de temps, l'intégration explicite séquentielle des solutions de chaque sous-problème avec *multirate time stepping* peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\mathbf{u}^{n+l/n_f} = \mathcal{F}(\tilde{\boldsymbol{\zeta}}^n, \mathbf{u}^{n+(l-1)/n_f}, \Delta t_f), \quad \forall l \in \llbracket 1; n_f \rrbracket, \quad (6.34)$$

$$\boldsymbol{\zeta}^{n+m/n_s} = \mathcal{S}(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_f^{n+1}, \boldsymbol{\zeta}^{n+(m-1)/n_s}, \Delta t_s), \quad \forall m \in \llbracket 1; n_s \rrbracket, \quad (6.35)$$

avec  $\mathbf{U}$  le vecteur des inconnues du fluide,  $\boldsymbol{\sigma}_f$  la contrainte du fluide et  $\boldsymbol{\zeta}$  le déplacement de la structure. D'une part,  $\mathbf{U}$  et  $\boldsymbol{\zeta}$  sont les inconnues de chaque solveur et sont donc définies sur l'ensemble de leur domaine respectif. D'autre part,  $\tilde{\boldsymbol{\zeta}}$  et  $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_f$  désignent les variables couplées après interpolation, elles sont définies uniquement à l'interface couplée.

Les différentes étapes de la méthode explicite séquentielle sont illustrées sur la Figure 6.8. La communication des données entre les deux solveurs est seulement effectuée au début et à la fin de chaque fenêtre de temps. Lors de l'étape ①, FEniCS transmet à SCB le déplacement de l'interface au temps  $t^n$  afin que sa position soit mise à jour dans SCB. Le sous-problème fluide est ensuite résolu  $n_f$  fois avant d'atteindre  $t^{n+1}$  (étape ②). Cette étape est formulée par l'équation (6.34). La contrainte du fluide est ensuite reconstruite à l'interface puis transmise à FEniCS lors de l'étape ③. Elle est appliquée comme une condition de Neumann dans la résolution du sous-problème structure. Ceci permet d'avancer sa solution

jusqu'à  $t^{n+1}$  au cours de l'étape ④, décrite par l'équation (6.35). De manière analogue au solveur fluide, la solution du problème structure est mise à jour  $n_s$  fois au cours de la fenêtre de temps. Ces étapes sont ensuite répétées pour la fenêtre de temps suivante, et ainsi de suite jusqu'au temps final de la simulation.

*Remarque.* La méthode de couplage explicite est efficace mais ne conserve pas l'énergie à l'interface et nécessite une très petite fenêtre de temps.

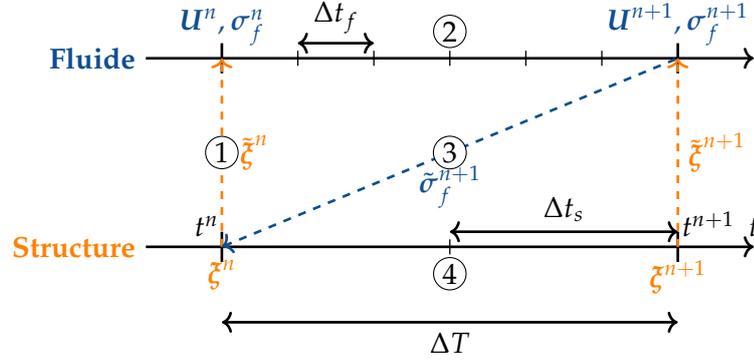


FIGURE 6.8 – Couplage explicite séquentiel au cours d'une fenêtre de temps  $[t^n, t^{n+1}]$ .

**Méthode implicite parallèle.** Avec la méthode de couplage implicite, chaque sous-problème est résolu au sein d'une boucle itérative jusqu'à convergence des variables couplées à l'interface. La méthode implicite permet donc un couplage numérique fort entre le fluide et la structure. Au sein de chaque fenêtre de temps, l'intégration implicite des solutions associées à chaque sous-problème peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\mathbf{u}^{n+l/n_f} = \mathcal{F}(\xi^{n+1}, \mathbf{u}^{n+(l-1)/n_f}, \Delta t_f), \quad \forall l \in \llbracket 1; n_f \rrbracket, \quad (6.36)$$

$$\xi^{n+m/n_s} = \mathcal{S}(\tilde{\sigma}_f^{n+1}, \xi^{n+(m-1)/n_s}, \Delta t_s), \quad \forall m \in \llbracket 1; n_s \rrbracket, \quad (6.37)$$

Contrairement à la méthode explicite séquentielle, les variables couplées sont exprimées au temps  $t^{n+1}$ . Les différentes étapes du couplage implicite parallèle sont illustrées sur la Figure 6.9 à l'itération  $k$  du processus itératif. La fenêtre de temps  $[t^n, t^{n+1}]$  est itérée jusqu'à convergence des variables couplées à l'interface. Comme pour la méthode précédente, la communication des données entre les deux solveurs est réalisée seulement au début et à la fin de chaque fenêtre de temps. Lors de l'étape ① ( $t = t^n$ ), les deux solveurs s'échangent une prédiction des variables couplées. Les deux sous-problèmes, formulés par les équations (6.36) et (6.37), sont ensuite résolus simultanément jusqu'à  $t^{n+1}$  au cours de l'étape ②. La résolution simultanée de chaque sous-problème est due au caractère parallèle du couplage. Lors de l'étape ③, les deux solveurs s'échangent à nouveau les variables couplées, reconstruites à partir des solutions de chaque sous-problème obtenues à  $t^{n+1}$ . Les variables couplées sont considérées comme convergées si les critères suivants sont satisfaits :

$$\frac{\|\tilde{\xi}^{n+1,k} - \xi^{n+1,k+1}\|_2}{\|\xi^{n+1,k}\|_2} \leq \epsilon_1, \quad \frac{\|\tilde{\sigma}_f^{n+1,k} - \tilde{\sigma}_f^{n+1,k+1}\|_2}{\|\tilde{\sigma}_f^{n+1,k}\|_2} \leq \epsilon_2, \quad (6.38)$$

avec  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  des tolérances à fixer selon le problème étudié.  $\tilde{\xi}^{n+1,k+1}$  et  $\tilde{\sigma}_f^{n+1,k+1}$  correspondent aux prédictions des variables couplées à l'itération suivante. Si la tolérance est atteinte, on passe à la fenêtre de temps suivante ( $t \leftarrow t^{n+1}$ ,  $k \leftarrow 0$ ). Dans le cas contraire, on revient au début de la fenêtre de temps courante et on passe à l'itération suivante ( $t \leftarrow t^n$ ,  $k \leftarrow k + 1$ ). Il s'agit de l'étape ④ présentée sur la Figure 6.9.

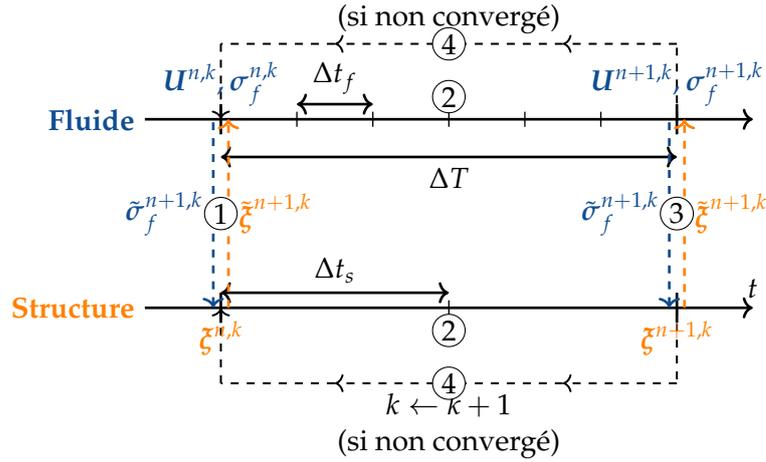


FIGURE 6.9 – Couplage implicite parallèle au cours d’une fenêtre de temps  $[t^n, t^{n+1}]$ , à l’itération  $k$  du processus itératif.

Toute la complexité de la méthode réside dans la prédiction des variables couplées  $\tilde{\xi}^{n+1,k+1}$  et  $\tilde{\sigma}_f^{n+1,k+1}$ . Tout d’abord, les équations (6.36) et (6.37) sont reformulées de  $t^n$  à  $t^{n+1}$  avec une approche implicite (MEHL et al., 2016). On obtient l’équation de point fixe suivante :

$$\begin{pmatrix} 0 & \mathcal{S} \\ \mathcal{F} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\xi}^{n+1} \\ \tilde{\sigma}_f^{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\xi}^{n+1} \\ \tilde{\sigma}_f^{n+1} \end{pmatrix}, \quad (6.39)$$

Cette approche est aussi appelée méthode de couplage de Jacobi. L’équation (6.39) peut simplement être résolue à l’aide d’une itération du point fixe classique telle que :

$$\begin{pmatrix} \tilde{\xi}^{n+1} \\ \tilde{\sigma}_f^{n+1} \end{pmatrix}^{k+1} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & \mathcal{S} \\ \mathcal{F} & 0 \end{pmatrix}}_{\mathcal{H}} \begin{pmatrix} \tilde{\xi}^{n+1} \\ \tilde{\sigma}_f^{n+1} \end{pmatrix}^k, \quad (6.40)$$

Cette méthode converge seulement si l’opérateur  $\mathcal{H}$  est une contraction ( $\|\mathcal{H}\| < 1$ ). Malheureusement, c’est rarement le cas pour des problèmes d’interaction fluide-structure. Il faut en général appliquer une méthode d’accélération à l’équation (6.40), de telle sorte que :

$$c^{k+1} = \mathcal{A} \circ \mathcal{H}(c^k), \quad (6.41)$$

avec  $c = (\tilde{\xi}^{n+1}, \tilde{\sigma}_f^{n+1})^T$  le vecteur des variables couplées et  $\mathcal{A}$  l’opérateur d’accélération. Si  $\mathcal{A}$  correspond à l’identité, on retrouve l’itération du point fixe de l’équation (6.40). Différentes méthodes d’accélération sont implémentées dans preCICE : sous-relaxation d’Aitken (KÜTTLER et al., 2008), *Interface Quasi-Newton Inverse Least Squares* (IQN-ILS) (DEGROOTE et al., 2009) et *Interface Quasi-Newton Inverse Multi-Vector Jacobian* (IQN-IMVJ) (BOGAERS et al., 2014). Dans ce travail, l’équation (6.39) est résolue à l’aide de la méthode IQN-ILS pour son efficacité et sa robustesse. Elle consiste à réutiliser les valeurs des itérations précédentes afin d’approximer la Jacobienne du résidu, ce dernier étant défini par  $R(c) = \mathcal{H}(c) - c$ . Ainsi, les variables couplées à l’itération  $k + 1$  sont prédites par l’équation suivante :

$$c^{k+1} = \hat{c}^k + \Delta \hat{c}^k. \quad (6.42)$$

avec  $\hat{c} = \mathcal{H}(c)$ ,  $\Delta \hat{c} = J_{\hat{R}}^{-1} \hat{R}$  le résidu modifié et  $J_{\hat{R}}^{-1} = J_{\hat{R}}^{-1}(\hat{c})$  une approximation de l’inverse

de la Jacobienne de  $\hat{\mathbf{R}} = \hat{\mathbf{R}}(\hat{\mathbf{c}})$ . Elle est calculée à partir des résidus modifiés des précédentes itérations. Plus d'informations sur la méthode IQN-ILS et sur son implémentation dans preCICE sont disponibles dans RÜTH et al., 2021. Une fenêtre de temps allant de  $t^n$  à  $t^{n+1}$  est donc répétée jusqu'à ce que la condition (6.38) soit satisfaite par les variables couplées à l'itération  $k + 1$ , prédites par l'équation (6.42) avec la méthode IQN-ILS.

Pour résumer, les différentes étapes de la méthode de couplage implicite parallèle pour chaque fenêtre de temps sont les suivantes :

1. Initialisation ( $t = t^n$ ) : sauvegarder les solutions initiales de la fenêtre courante ( $\mathbf{U}^{n,0}$  et  $\boldsymbol{\zeta}^{n,0}$ ).
2. Itération  $k = 0$  : initialiser les variables couplées  $\tilde{\boldsymbol{\zeta}}^{n+1,0}$  et  $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_f^{n+1,0}$  à partir des valeurs obtenues à la fin de la fenêtre précédente.
3. Résoudre simultanément les problèmes fluide et structure ( $t^n \rightarrow t^{n+1}$ ) :
  - (a) Réinitialiser la solution de chaque solveur :  $\mathbf{U}^{n,k} = \mathbf{U}^{n,0}$  et  $\boldsymbol{\zeta}^{n,k} = \boldsymbol{\zeta}^{n,0}$ .
  - (b) Avancer les solutions de  $t^n$  à  $t^{n+1}$  :
 
$$\mathbf{U}^{n+l/n_f,k} = \mathcal{F}(\tilde{\boldsymbol{\zeta}}^{n+1,k}, \mathbf{U}^{n+(l-1)/n_f,k}, \Delta t_f), \forall l \in \llbracket 1; n_f \rrbracket,$$

$$\boldsymbol{\zeta}^{n+m/n_s,k} = \mathcal{S}(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_f^{n+1,k}, \boldsymbol{\zeta}^{n+(m-1)/n_s,k}, \Delta t_s), \forall m \in \llbracket 1; n_s \rrbracket.$$
  - (c) Prédiction des variables couplées  $\tilde{\boldsymbol{\zeta}}^{n+1,k+1}$  et  $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_f^{n+1,k+1}$ . Cette étape est réalisée à l'aide de la méthode d'accélération IQN-ILS (voir équation (6.42)).
4. Si  $\frac{\|\tilde{\boldsymbol{\zeta}}^{n+1,k} - \tilde{\boldsymbol{\zeta}}^{n+1,k+1}\|_2}{\|\tilde{\boldsymbol{\zeta}}^{n+1,k}\|_2} \leq \epsilon_1$  et  $\frac{\|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_f^{n+1,k} - \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_f^{n+1,k+1}\|_2}{\|\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_f^{n+1,k}\|_2} \leq \epsilon_2$ , passer à la fenêtre de temps suivante ( $t \leftarrow t^{n+1}$ ,  $k \leftarrow 0$ ).
5. Sinon, retourner à l'étape 3 ( $t \leftarrow t^n$ ,  $k \leftarrow k + 1$ ).

*Remarque.* La méthode implicite est généralement plus précise et plus stable que la méthode explicite. Bien qu'elle permette l'utilisation de fenêtres de temps plus grandes, son coût de calcul reste cependant beaucoup plus important en raison du processus itératif.

## 6.2.4 Méthode de pénalisation avec structure déformable

À l'aide de la méthode de pénalisation, différents auteurs se sont intéressés à l'étude d'un écoulement fluide en présence d'un corps mobile (BEAUGENDRE et al., 2011; SPECKLIN et al., 2018; EBRAHIMI POUR et al., 2021; LIBERGE et al., 2024) ou d'un corps déformable (BERGMANN et al., 2011; GHAFARI et al., 2015; ENGELS et al., 2015). La méthode de pénalisation est souvent limitée à une approche monolithique, dans laquelle la déformation de la structure est imposée ou est décrite par un modèle de poutre. À notre connaissance, LAVOIE et al., 2019 font partie des rares auteurs à avoir appliqué la méthode de pénalisation à une déformation quelconque de la structure avec une approche partitionnée, dans le contexte du givrage d'un profil d'aile. Dans ce travail, la méthode de pénalisation est également étendue à une approche partitionnée en considérant une déformation quelconque de la structure, calculée par la méthode des éléments finis. Cette section est dédiée à l'extension de la méthode de pénalisation pour une paroi déformable.

**Initialisation.** Étant donné que le maillage fluide est non conforme à la géométrie de la structure, il est nécessaire de définir le maillage de l'interface couplée du côté de SCB. C'est en ces points que la contrainte exercée par le fluide sera reconstruite puis communiquée à la structure via preCICE. Tout d'abord, l'interface est discrétisée par un ensemble de  $N_p + 1$  points lagrangiens. Ces derniers ne coïncident pas forcément avec le maillage cartésien. Les

noeuds de l'interface couplée correspondent aux centres des faces du contour lagrangien. L'interface couplée est donc composée de  $N_p$  noeuds. Ceci permet de définir correctement le vecteur normal à la paroi en chaque noeud de l'interface couplée à partir des deux points lagrangiens voisins. Il est indispensable au calcul de la contrainte normale à la paroi. La fonction masque  $\chi$  est initialisée en connaissant la position de l'interface couplée. L'interface couplée du côté du fluide, notée  $\Gamma_f$ , et la fonction masque associée sont représentées sur la Figure 6.10. Les noeuds de l'interface couplée sont notés  $x_f$ . Les points échantillons  $X_1$  et  $X_2$  sont construits pour tout  $x_f$  suivant la normale à une distance  $d$  et  $2d$  de l'interface, respectivement. Cette distance vaut  $d = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ , ce choix sera justifié dans le paragraphe sur la reconstruction de la contrainte normale à la paroi. Les points échantillons sont utilisés dans la reconstruction de la contrainte aux noeuds de l'interface couplée.

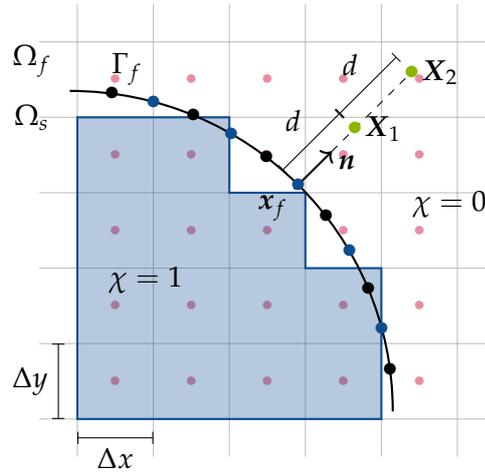


FIGURE 6.10 – Extension de la méthode de pénalisation : schéma de la configuration utilisée au voisinage d'une frontière  $\Gamma_f$  séparant un domaine fluide  $\Omega_f$  et un domaine solide  $\Omega_s$ .

**Légende :** ■ cellules pénalisées; ● noeuds de l'interface couplée  $x_f$ ; ● points lagrangiens; ● points eulériens; ● points échantillons  $X_1$  et  $X_2$ .

Les étapes suivantes sont effectuées une fois pour chaque fenêtre de temps. Elles sont présentées pour une fenêtre de temps  $[t^n, t^{n+1}]$  de taille  $\Delta T$ .

**Déformation de l'interface.** Le déplacement de l'interface est envoyé par FEniCS puis interpolé de  $x_s$  vers  $x_f$  via preCICE. La position de l'interface couplée est mise à jour à partir du déplacement en chaque noeud de l'interface couplée. La position des noeuds de la nouvelle configuration d'interface est donnée par :

$$\mathbf{x}_f^n = \mathbf{x}_f^0 + \tilde{\boldsymbol{\zeta}}^n, \quad (6.43)$$

avec  $\mathbf{x}_f^0$  la configuration initiale de l'interface couplée et  $\tilde{\boldsymbol{\zeta}}$  le déplacement de la paroi solide interpolé en  $x_f$ . Les vecteurs normaux sont calculés dans cette nouvelle configuration d'interface et la position de  $X_1$  et  $X_2$  est également mise à jour.

**Mise à jour de la fonction masque.** Quelle que soit la géométrie initiale de l'interface, il n'est pas possible de déterminer la fonction masque de manière analytique car l'interface peut adopter une géométrie quelconque au cours de sa déformation. Il s'agit donc de redéfinir la fonction masque  $\chi$  en connaissant la nouvelle position de l'interface couplée séparant les domaines  $\Omega_f$  et  $\Omega_s$ . On rappelle que si un point eulérien se trouve dans  $\Omega_s$ , la fonction masque dans la cellule associée est égale à 1. Dans le cas contraire, elle est égale à 0. Chaque cellule est identifiée comme une cellule fluide ou solide à l'aide d'un algorithme de *ray casting* (ROTH, 1982). Le principe est le suivant. Le contour lagrangien est décrit par  $N_p + 1$

points lagrangiens, formant un polygone à  $N_p$  faces. On cherche à déterminer si chaque point eulérien  $x$  se trouve à l'intérieur ou à l'extérieur du polygone  $\Gamma_f$ . Pour cela, on trace une demi-droite horizontale partant de  $x$  et on compte le nombre d'intersections avec  $\Gamma_f$ . Si le nombre d'intersections est pair, alors  $x \in \Omega_f$ ; s'il est impair,  $x \in \Omega_s$ . L'algorithme de *ray casting* est illustré sur la Figure 6.11a pour un polygone  $\Gamma_f$  quelconque avec  $N_p$  très grand. L'exemple est donné pour deux points  $x_1$  et  $x_2$  sur la Figure 6.11a. La demi-droite partant de  $x_1$  croise l'interface à quatre reprises, le point  $x_1$  se trouve donc dans le fluide. La demi-droite partant de  $x_2$  croise une seule fois l'interface, le point  $x_2$  se trouve donc dans le solide.

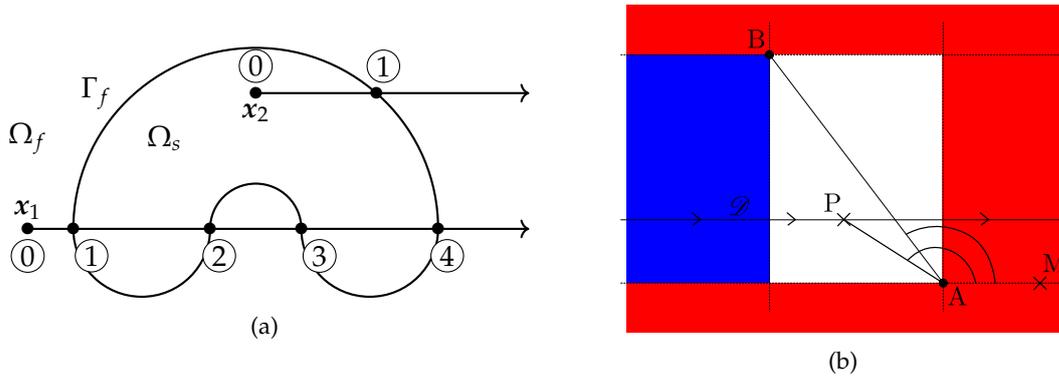


FIGURE 6.11 – (a) Représentation schématique de l'algorithme de *ray casting*; (b) Représentation schématique de l'algorithme de détection d'intersection entre une demi-droite  $\mathcal{D}$  et un segment  $[AB]$ .

Un aspect délicat de l'algorithme réside dans la détection d'une intersection entre la demi-droite et une face du polygone. Cette opération doit être effectuée pour les  $N_p$  faces du polygone. L'algorithme de *ray casting* fait donc appel à un autre algorithme permettant de détecter si une demi-droite  $\mathcal{D}$ , passant par un point  $P$  quelconque, intercepte ou non un segment  $[AB]$ . Le principe de cet algorithme est illustré sur la Figure 6.11b. Aucune intersection n'est possible dans la zone rouge, définie par  $y_P > y_B$ ,  $y_P < y_A$  ou  $x_P > \max(x_A, x_B)$ . Il y a toujours une intersection si le point  $P$  se trouve dans la zone bleue, définie par  $y_P \in [y_A, y_B]$  et  $x_P < \min(x_A, x_B)$ . Dans la zone blanche, il y a intersection uniquement si  $\widehat{PAM} > \widehat{BAM}$ .

**Extrapolation de la vitesse pénalisée.** Dans le cas d'un solide mobile rigide, la vitesse imposée par le terme de pénalisation, notée  $\mathbf{u}_w$ , est uniforme. Ce n'est pas le cas pour une structure déformable. Par ailleurs, la vitesse de la structure est connue uniquement à l'interface couplée. La vitesse imposée dans la zone pénalisée au temps  $t^n = n\Delta T$ , notée  $\mathbf{u}_w^n(\mathbf{x})$ , est donc obtenue par extrapolation de la vitesse de l'interface couplée. La vitesse de l'interface est d'abord approximée à l'aide d'un schéma d'Euler explicite du premier ordre telle que  $\dot{\mathbf{x}}_f^n = (\mathbf{x}_f^n - \mathbf{x}_f^{n-1})/\Delta T$ . La vitesse de la zone pénalisée est ensuite extrapolée en chaque point  $\mathbf{x}$  de la zone pénalisée à l'aide d'une pondération inverse à la distance :

$$\mathbf{u}_w^n(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{k=1}^{N_p} \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{f,k}^n\|_2^{-1} \dot{\mathbf{x}}_{f,k}^n}{\sum_{k=1}^{N_p} \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{f,k}^n\|_2^{-1}}, \quad (6.44)$$

Lorsqu'un noeud de l'interface couplée est superposé à un point eulérien ( $\mathbf{x} = \mathbf{x}_{f,k}^n$ ), on impose  $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{f,k}^n\|_2 = 10^{-14}$  afin d'éviter une division par zéro.

**Correction de la solution.** Lorsque l'interface se déforme, des cellules pénalisées deviennent subitement des cellules fluides, et inversement. La fonction masque passe soudainement de 1 à 0 dans ces cellules, et vice-versa. La vitesse de cette transition est de l'ordre de  $\Delta x / \Delta t_f = (u + c) / \text{CFL}$ . Elle est beaucoup plus élevée que la vitesse réelle de l'interface et l'état du fluide n'est donc pas correctement convecté au voisinage de la frontière. Par conséquent, une correction est appliquée à la solution lorsque cela se produit. L'avancement de la solution au temps  $t^{n+1}$  est d'abord utilisée comme une prédiction. Elle est notée  $\mathbf{U}_{i,j}^*$  au point eulérien  $x_{ij}$ . Si une cellule fluide devient subitement une cellule pénalisée,  $\chi$  passe de 0 à 1. La correction est calculée à partir des valeurs pénalisées, elle est donc pondérée par  $\chi$  :

$$\mathbf{U}_{i,j}^{n+1} = \frac{\mathbf{U}_{i-1,j}^* \chi_{i-1,j}^{n-1} + \mathbf{U}_{i+1,j}^* \chi_{i+1,j}^{n-1} + \mathbf{U}_{i,j-1}^* \chi_{i,j-1}^{n-1} + \mathbf{U}_{i,j+1}^* \chi_{i,j+1}^{n-1}}{\chi_{i-1,j}^{n-1} + \chi_{i+1,j}^{n-1} + \chi_{i,j-1}^{n-1} + \chi_{i,j+1}^{n-1}}, \quad (6.45)$$

Si une cellule pénalisée devient subitement une cellule fluide,  $\chi$  passe de 1 à 0. La correction est calculée à partir des valeurs fluides, elle est donc pondérée par  $\bar{\chi} = 1 - \chi$  :

$$\mathbf{U}_{i,j}^{n+1} = \frac{\mathbf{U}_{i-1,j}^* \bar{\chi}_{i-1,j}^{n-1} + \mathbf{U}_{i+1,j}^* \bar{\chi}_{i+1,j}^{n-1} + \mathbf{U}_{i,j-1}^* \bar{\chi}_{i,j-1}^{n-1} + \mathbf{U}_{i,j+1}^* \bar{\chi}_{i,j+1}^{n-1}}{\bar{\chi}_{i-1,j}^{n-1} + \bar{\chi}_{i+1,j}^{n-1} + \bar{\chi}_{i,j-1}^{n-1} + \bar{\chi}_{i,j+1}^{n-1}}, \quad (6.46)$$

La pondération est évaluée avec la fonction masque de la fenêtre de temps précédente. Si elle est évaluée avec la nouvelle fonction masque, la correction est faussée par les prédictions aux cellules voisines qui sont impactées par une transition de  $\chi$  entre  $t^n$  et  $t^{n+1}$ . La taille des cellules n'est pas prise en compte dans l'étape de correction car la grille cartésienne est toujours uniforme dans la zone d'intérêt, au voisinage de l'interface. Par ailleurs, des schémas numériques du second ordre sont adoptés dans la discrétisation des flux convectif et visqueux (voir section 2.3.1). Néanmoins, la méthode de pénalisation réduit la précision de la solution au premier ordre au voisinage de l'interface. Il est donc inutile d'opter pour une méthode de correction plus élaborée.

**Reconstruction de la contrainte normale.** Les applications auxquelles on s'intéresse par la suite font intervenir peu de cisaillement. Par conséquent, la contrainte normale est réduite à la pression totale normale à la paroi. On cherche à reconstruire la pression à la paroi en chaque noeud de l'interface couplée. Pour cela, elle est tout d'abord reconstruite aux points échantillons  $\mathbf{X}_1 = (X_1, Y_1)$  et  $\mathbf{X}_2 = (X_2, Y_2)$  à l'aide d'une interpolation bilinéaire. Elle est calculée à partir des valeurs aux quatre points eulériens voisins, définis comme le centre des cellules de la grille cartésienne (voir Figure 6.10). L'interpolation bilinéaire de la pression est donnée par :

$$p_{tot}(\mathbf{X}_k) = a_{1,k} X_k + a_{2,k} Y_k + a_{3,k} X_k Y_k + a_{4,k}, \quad k = \{1, 2\}, \quad (6.47)$$

avec  $p_{tot} = p + \rho_f |\mathbf{u}|^2 / 2$  la pression totale du fluide et  $a_{1,k}$ ,  $a_{2,k}$ ,  $a_{3,k}$  et  $a_{4,k}$  les coefficients de l'interpolation bilinéaire. Ils dépendent de la distance entre  $\mathbf{X}_k$  et les points voisins  $\mathbf{x}_l = (x_l, y_l)$  avec  $l \in \llbracket 1; 4 \rrbracket$ , ainsi que de la pression en ces points. Le choix  $d = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$  est optimal car les points  $\mathbf{X}_1$  et  $\mathbf{X}_2$  sont relativement proches de  $\mathbf{x}_f$ , tout en s'assurant que l'interpolation bilinéaire ne prend pas en entrée des points eulériens appartenants à  $\Omega_s$ . Les coefficients sont obtenus analytiquement en résolvant le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} p_{tot}(\mathbf{x}_1) = a_{1,k} x_1 + a_{2,k} y_1 + a_{3,k} x_1 y_1 + a_{4,k} \\ p_{tot}(\mathbf{x}_2) = a_{1,k} x_2 + a_{2,k} y_2 + a_{3,k} x_2 y_2 + a_{4,k} \\ p_{tot}(\mathbf{x}_3) = a_{1,k} x_3 + a_{2,k} y_3 + a_{3,k} x_3 y_3 + a_{4,k} \\ p_{tot}(\mathbf{x}_4) = a_{1,k} x_4 + a_{2,k} y_4 + a_{3,k} x_4 y_4 + a_{4,k} \end{cases}, \quad k = \{1, 2\}, \quad (6.48)$$

La pression aux noeuds de l'interface couplée est ensuite obtenue à l'aide d'une interpolation de Lagrange, à partir des valeurs aux points  $\mathbf{X}_1$  et  $\mathbf{X}_2$  :

$$p_{tot}(\mathbf{x}_f) = L_1(\mathbf{x}_f)p_{tot}(\mathbf{X}_1) + L_2(\mathbf{x}_f)p_{tot}(\mathbf{X}_2), \quad (6.49)$$

avec  $L_1$  et  $L_2$  les polynômes de Lagrange associés aux points  $\mathbf{X}_1$  et  $\mathbf{X}_2$ . Une fois que la pression est connue aux noeuds de l'interface couplée, la contrainte normale à la paroi est obtenue telle que :

$$\boldsymbol{\sigma}_f \cdot \mathbf{n} = -p_{tot} \mathbf{I}_d \cdot \mathbf{n}. \quad (6.50)$$

avec  $\mathbf{I}_d$  la matrice identité et  $\mathbf{n}$  le vecteur normal à la paroi. La contrainte normale est ensuite interpolée du maillage fluide vers le maillage structure via preCICE (voir section 6.2.2).

### 6.2.5 Résumé du couplage

La stratégie de couplage partitionné SCB-FEniCS-preCICE est résumée sur la Figure 6.12 pour un couplage fort sur une fenêtre de temps  $[t^n, t^{n+1}]$ . Les différentes étapes de la méthode de pénalisation sont détaillées dans la partie SCB à gauche. Un couplage faible peut être considéré en effectuant uniquement les étapes ⑤, ⑦, ⑧ et ⑨. Par simplicité, le couplage est présenté avec une méthode explicite séquentielle et  $\Delta T = \Delta t_f = \Delta t_s$ . Bien entendu, une méthode de couplage implicite parallèle et/ou une configuration de *multirate time stepping* peuvent également être adoptées. Dans le cas général où  $\Delta T = n_f \Delta t_f = n_s \Delta t_s$ , il n'y a pas de modifications majeures car SCB et FEniCS échangent des informations seulement au début et à la fin de chaque fenêtre de temps. Seules les étapes ⑤ et ⑨ sont légèrement modifiées. Elles sont respectivement décomposées en  $n_f$  et  $n_s$  sous-itérations comme énoncé dans les équations (6.34) et (6.35). Le couplage en espace est systématiquement réalisé par une méthode de projection. Les méthodes *nearest-neighbor* et *nearest-projection* peuvent être adoptées selon le cas d'étude. D'une part, l'interpolation de FEniCS vers SCB est toujours directe car la structure impose son déplacement au fluide (grandeur intensive). D'autre part, l'interpolation de SCB vers FEniCS peut être directe ou conservative. Le schéma de principe est illustré dans le cas d'une interpolation directe car la contrainte du fluide est imposée à la structure ici. Dans le cas d'une interpolation conservative, la contrainte  $\boldsymbol{\sigma}_f$  est remplacée par la force  $\mathbf{F}_f$ .

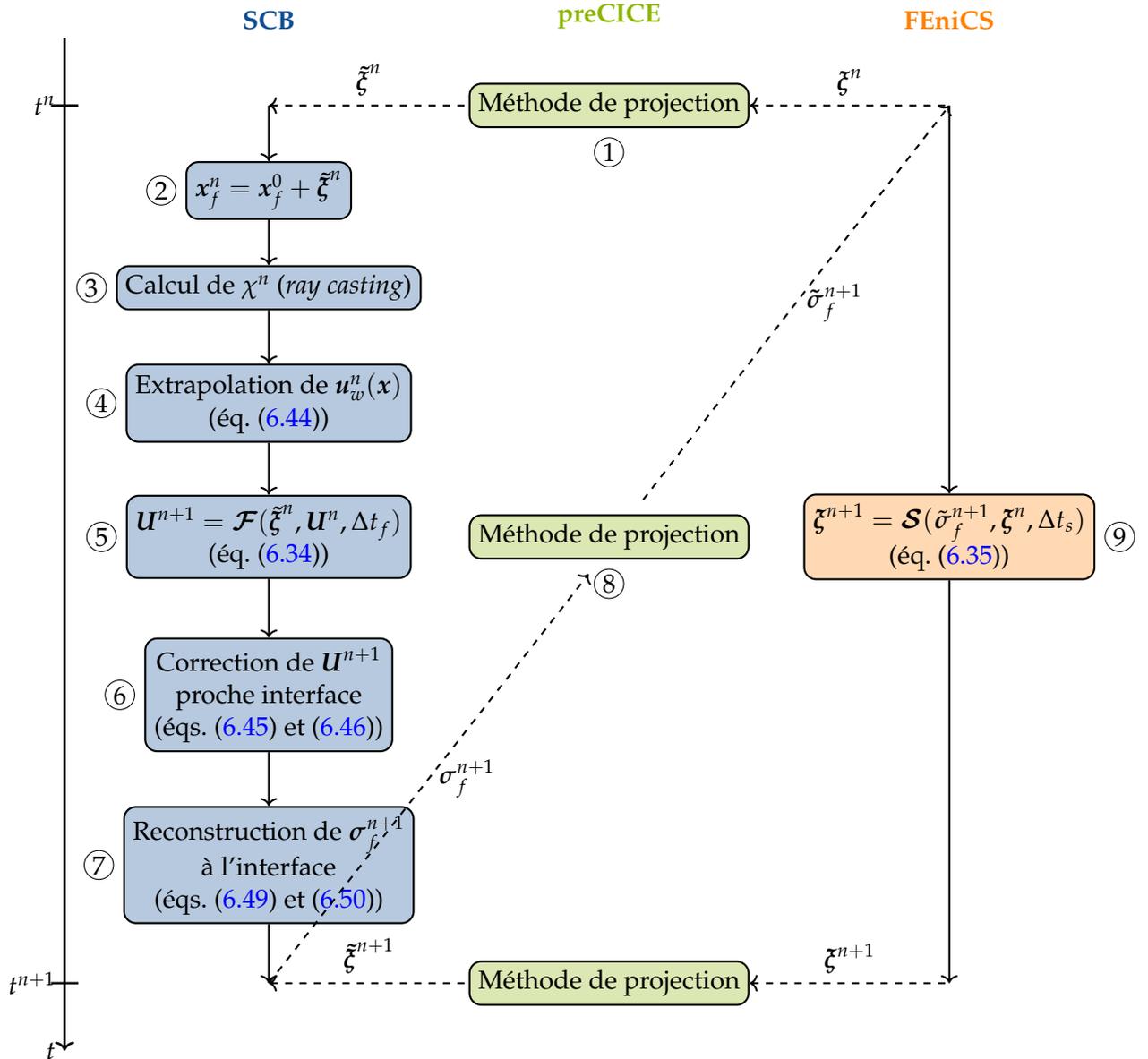


FIGURE 6.12 – Schéma de principe détaillé du couplage partitionné SCB-FEniCS-preCICE.

## 6.3 Validation

Notre stratégie de couplage fluide-structure est validée en étudiant le mouvement d'un panneau vertical induit par un écoulement incompressible laminaire ou par une onde de choc. Les propriétés de l'écoulement, les dimensions du panneau et du domaine de calcul, ainsi que les propriétés mécaniques du matériau diffèrent entre les deux exemples. Le comportement mécanique du panneau est modélisé par une loi d'élasticité linéaire dans les deux cas. La condition  $T$ -neutre de la méthode de pénalisation est adoptée ici.

### 6.3.1 Interaction écoulement incompressible-panneau élastique

Ce premier cas test fait partie des tutoriels proposés par preCICE. Les résultats de cet exemple sont présentés par CHOURDAKIS et al., 2022 en considérant un couplage fort entre différents solveurs à l'aide de preCICE. On cherche à étudier le mouvement d'un panneau

élastique induit par un écoulement incompressible dans un canal. La configuration initiale du problème est présentée sur la Figure 6.13. Le panneau de dimensions  $w \times h$  est encastré en  $y = 0$  m et immergé dans un fluide occupant un domaine de dimensions  $L \times H$ .

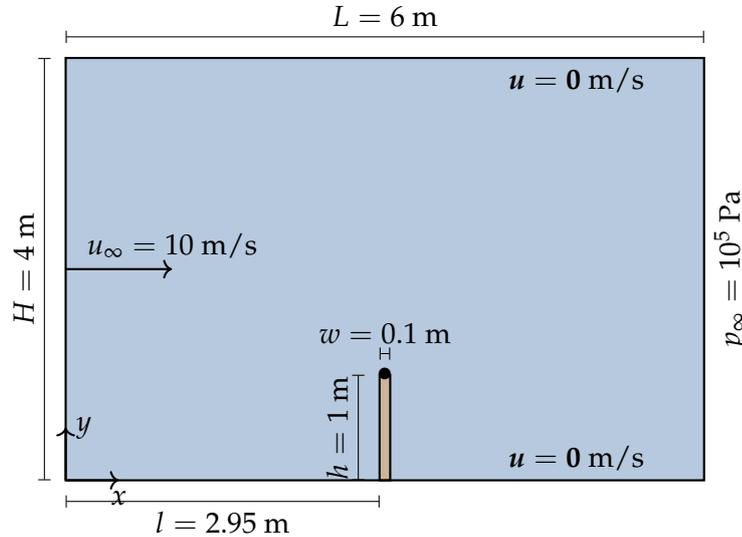


FIGURE 6.13 – Panneau élastique, écoulement incompressible : configuration initiale du problème.

Le nombre de Reynolds vaut  $Re_\infty = 10$ . Afin d'assurer un faible nombre de Reynolds tout en considérant un panneau de hauteur  $h = 1$  m pour observer des déplacements suffisants, la viscosité cinématique du fluide est artificiellement fixée à  $\nu_f = 1$  m<sup>2</sup>/s. Sa masse volumique vaut  $\rho_f = 1.2$  kg/m<sup>3</sup>. La vitesse horizontale, la pression et la température de l'écoulement loin de l'obstacle sont  $u_\infty = 10$  m/s,  $p_\infty = 10^5$  Pa et  $T_\infty = 293$  K. La vitesse est imposée en entrée du domaine de calcul et la pression est imposée en sortie. Des conditions d'adhérence sont imposées sur les bords haut et bas. La grille cartésienne est raffinée au niveau du panneau avec  $\Delta x_{min} = \Delta y_{min} = h/40 = w/4$ . Le maillage est ensuite étiré jusqu'aux bords du domaine de calcul avec une progression hyperbolique. Il est composé de  $127 \times 83$  cellules au total. Le nombre de CFL est fixé à  $CFL=0.4$ . Par conséquent, le pas de temps du fluide vaut  $\Delta t_f = 2.83 \times 10^{-5}$  s.

Le module d'Young, la masse volumique et le coefficient de Poisson du matériau sont  $E = 4$  MPa,  $\rho_s = 3000$  kg/m<sup>3</sup> et  $\nu_s = 0.3$ . Le panneau élastique, de dimensions  $w \times h$ , est discrétisé en 320 éléments triangulaires avec interpolation quadratique (éléments P2). Le pas de temps du solide est égal à la fenêtre de temps,  $\Delta t_s = \Delta T$ . Il s'agit donc d'une configuration de sous-cyclage fluide.

Le fenêtre de temps est égale à  $\Delta T = 10^{-2}$  s soit environ  $T_s/160$ , avec  $T_s$  la période d'oscillation de la structure. Elle est 353 fois supérieure à  $\Delta t_f$ . La méthode d'interpolation *nearest-projection* est adoptée ici avec une contrainte d'interpolation directe. Pour des raisons de stabilité, le couplage en temps est réalisé avec une méthode implicite parallèle. Les critères de convergence sont fixés à  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 10^{-4}$  (voir équation (6.38)).

Le champ de la composante horizontale de la vitesse du fluide et les lignes de courant instantanés sont illustrés sur la Figure 6.14. L'interface fluide-structure est représentée par une ligne noire épaisse. En présence d'un panneau rigide, une zone de recirculation stationnaire se forme en aval de l'obstacle. Lorsque le panneau est déformable, ce dernier oscille sous l'effet de l'écoulement et la zone de recirculation devient instationnaire.

Une sonde est placée au sommet du panneau, elle est mise en évidence par le symbole (•) sur la Figure 6.13. Elle permet d'analyser le mouvement oscillatoire du panneau induit par l'écoulement du fluide. L'évolution temporelle du déplacement horizontal au sommet

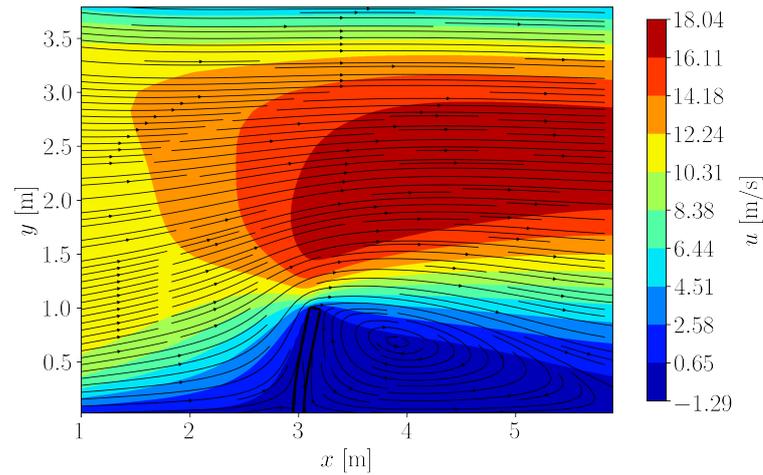


FIGURE 6.14 – Panneau élastique, écoulement incompressible : champ de la composante horizontale de la vitesse du fluide, lignes de courant et panneau déformé.

du panneau est présentée sur la Figure 6.15. Les solutions obtenues avec un couplage faible (*1-way*) et un couplage fort (*2-way*) sont comparées. Pour un couplage faible, l'amplitude des oscillations est constante. Pour un couplage fort, elle est amortie au cours du temps. De plus, la fréquence augmente progressivement en *2-way* tandis qu'elle est constante en *1-way*. Nos résultats sont comparés à ceux de CHOURDAKIS et al., 2022, obtenus avec un couplage fort en considérant un solveur incompressible visqueux et un solveur compressible non visqueux. Au cours de la première période, la fréquence et l'amplitude de nos résultats sont proches de celles de leur solution compressible. La nature compressible du solveur a une influence sur la réactivité du chargement en début de simulation. À la fin de la première période, notre déplacement est amorti par les effets visqueux tandis que celui obtenu par CHOURDAKIS et al., 2022 en non visqueux devient négatif. Il en résulte que la fréquence de notre solution devient similaire à celle de leur solution visqueuse sur les deux dernières périodes. Bien que l'amplitude du déplacement obtenue avec SCB-FEniCS-preCICE soit légèrement plus faible, notre solution montre toutefois un bon accord avec celle de CHOURDAKIS et al., 2022.

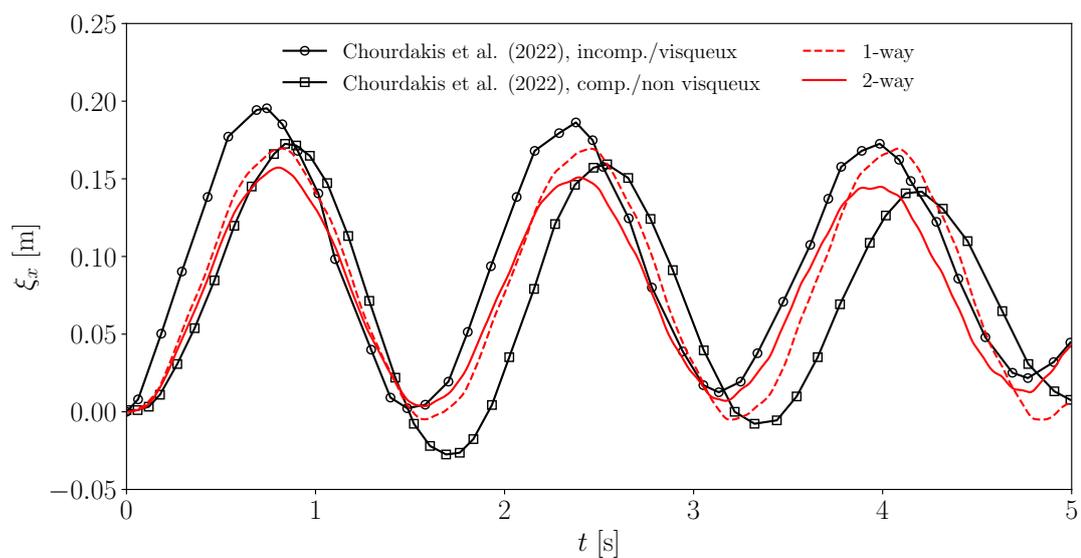


FIGURE 6.15 – Panneau élastique, écoulement incompressible : déplacement horizontal au sommet du panneau.

L'influence du couplage en temps est étudiée sur la Figure 6.16 en considérant un couplage *2-way*. Aucune différence n'est observée entre les méthodes explicite séquentielle et implicite parallèle lorsque  $\Delta T = 10^{-2} \text{ s} = T_s/160$ . Par conséquent, la fenêtre de temps est multipliée par dix ( $\Delta T = T_s/16$ ) afin de mettre en évidence les différences entre chaque méthode. Avec la méthode implicite, l'amortissement des oscillations n'est pas correctement capturé pour une telle fenêtre de temps. Toutefois, l'amplitude n'augmente pas au cours de la simulation. Avec la méthode explicite, l'amplitude des oscillations augmente : la méthode est instable. Ainsi, le choix d'une méthode implicite devient intéressante pour de grandes fenêtres de temps car elle assure une solution stable, contrairement à la méthode explicite. Par ailleurs, la réduction des critères de convergence à  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 10^{-8}$  n'améliore pas la précision de la solution obtenue avec la méthode implicite. Les valeurs initiales  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 10^{-4}$  sont conservées par la suite.

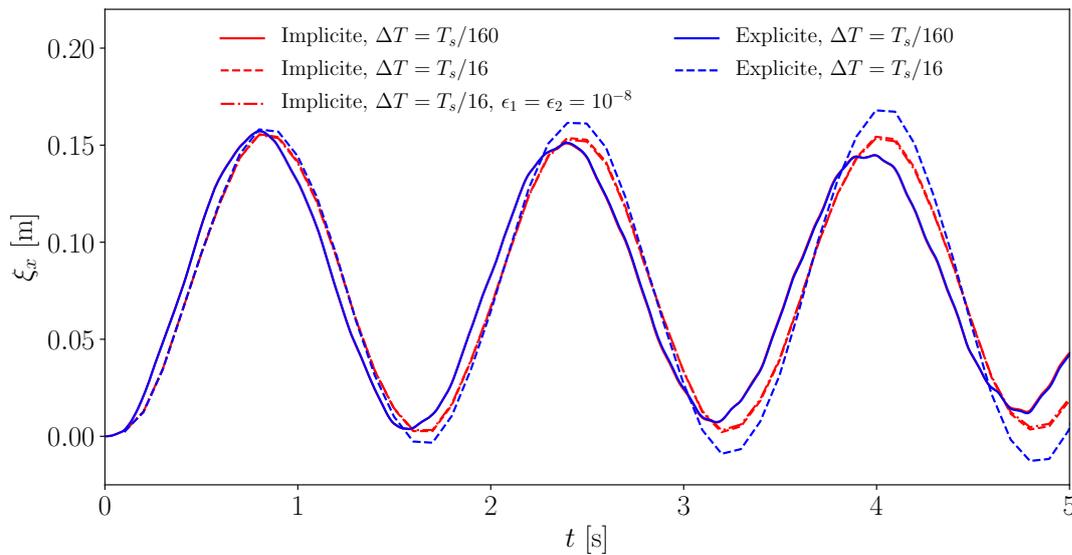


FIGURE 6.16 – Panneau élastique, écoulement incompressible : influence de la méthode de couplage en temps.

### 6.3.2 Interaction onde de choc-panneau élastique

Ce second cas test concerne l'interaction entre un choc normal incident et un panneau vertical élastique. Ce dernier se déforme suite à l'impact de l'onde de choc. Le mouvement du panneau modifie ensuite l'écoulement du fluide. Le panneau vertical est monté sur une marche montante rigide au sein d'un tube à choc. La configuration du problème est présentée sur la Figure 6.17. L'introduction de ce cas test par GIORDANO et al., 2005 était motivée par le manque de cas de validation en IFS à ce moment, notamment pour des écoulements compressibles instationnaires. Les auteurs étudient le problème expérimentalement et numériquement, en considérant deux panneaux en acier de hauteur  $h = 40 \text{ mm}$  et  $h = 50 \text{ mm}$ . Leur épaisseur est identique et vaut  $w = 1 \text{ mm}$ . Les dimensions du panneau et le matériau qui le compose sont prédimensionnés de telle sorte à avoir une interaction forte entre le fluide et la structure sans endommager le matériau (GIORDANO et al., 2005). Cette initiative a ensuite permis à différents auteurs d'évaluer la précision de leur stratégie de couplage fluide-structure (PASQUARIELLO et al., 2016; VANHAREN et al., 2018; BAILOOR et al., 2017). Dans cette étude, la hauteur du panneau vaut  $h = 50 \text{ mm}$  car la déformation de la structure est plus importante que dans le cas  $h = 40 \text{ mm}$ . Il constitue ainsi un cas plus sévère et permet une validation plus large de notre stratégie de couplage.

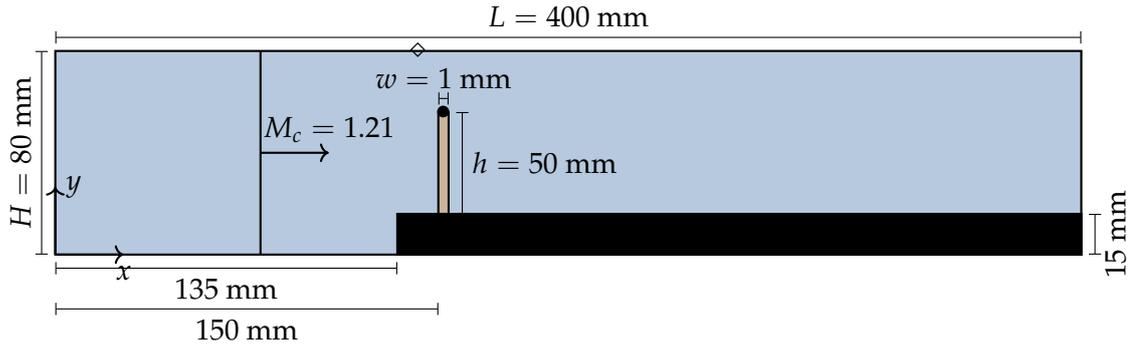


FIGURE 6.17 – Interaction choc-panneau élastique : configuration initiale du problème.

L'onde de choc incidente se déplace dans de l'air au repos avec un nombre de Mach  $M_c = 1.21$ . Les conditions du fluide au repos sont  $p_\infty = 10^5$  Pa et  $T_\infty = 293$  K. Des conditions de glissement sont imposées sur chaque bord du domaine de calcul, excepté en entrée où une condition de non-réflexion est appliquée. L'onde est donc réfléchiée sur le bord droit du tube à choc puis impacte une seconde fois le panneau élastique dans l'autre sens. La grille cartésienne est raffinée au niveau du panneau, avec  $\Delta x_{min} = w/16$  et  $\Delta y_{min} = w/8$ . Un tel raffinement est nécessaire pour représenter fidèlement la structure déformée à l'aide de la fonction masque. Le maillage est ensuite étiré dans chaque direction avec une progression hyperbolique. Il est composé de  $1407 \times 500$  cellules au total. Le pas de temps du fluide,  $\Delta t_f = 5.75 \times 10^{-8}$  s, est déterminé à partir du nombre de CFL, égal à 0.3 ici.

Le panneau est composé d'acier, de masse volumique  $\rho_s = 7600$  kg/m<sup>3</sup>, de module d'Young  $E = 220$  GPa et de coefficient de Poisson  $\nu_s = 0.33$ . La structure est discrétisée en 800 éléments triangulaires avec interpolation quadratique (éléments P2). Comme dans le cas précédent, une configuration de sous-cyclage fluide est considérée ( $\Delta t_s = \Delta T$ ).

La fenêtre de temps vaut  $\Delta T = 1.15 \times 10^{-5}$  s, soit environ  $T_s/250$ , avec  $T_s$  la période d'oscillation de la structure. La fenêtre de temps est 200 fois supérieure au pas de temps du fluide car la vitesse de propagation des ondes dans le fluide est très supérieure à la vitesse d'oscillation de la structure. D'où l'importance d'adopter une configuration de sous-cyclage fluide afin de gagner en efficacité. Les variables couplées sont échangées à l'aide d'une interpolation de type *nearest-projection*. Plusieurs approches de couplage sont comparées : *1-way* et *2-way*, interpolation directe et conservative, couplage explicite et implicite.

L'écoulement du fluide est tout d'abord étudié en considérant un couplage *2-way*, une interpolation conservative et une méthode de couplage explicite. L'influence de ces choix sera ensuite analysée en étudiant le mouvement oscillatoire du panneau élastique. L'impact du choc sur le panneau élastique est illustré sur la Figure 6.18 à l'aide de visualisations Schlieren instantanées. Nos résultats sont comparés aux résultats numériques de PASQUARIELLO et al., 2016 et aux résultats expérimentaux de GIORDANO et al., 2005. L'interface fluide-structure est représentée en rouge sur la Figure 6.18a. L'instant de l'impact entre l'onde de choc et le panneau élastique est noté  $\tau = 0$   $\mu$ s. Deux ondes de choc réfléchies se forment en amont de l'obstacle. La première naît de la réflexion du choc incident contre la marche rigide, la seconde de la réflexion du choc incident contre le panneau déformable. Au passage de l'obstacle, l'onde de choc devient cylindrique ( $\tau = 140$   $\mu$ s). Un tourbillon principal est généré au sommet du panneau, suivi par plusieurs tourbillons de plus petite taille à partir de  $\tau = 280$   $\mu$ s. Les chocs interagissent avec ces tourbillons. La déformation du panneau est visible dès  $\tau = 420$   $\mu$ s. On remarque que le mouvement de la fonction masque crée des oscillations parasites au sommet du panneau élastique. Par ailleurs, il se forme une réflexion de Mach au niveau de la marche montante en aval du panneau. Qualitativement, la dynamique des chocs est très bien reproduite par SCB-FEniCS-preCICE, en comparaison avec les

résultats de GIORDANO et al., 2005 et de PASQUARIELLO et al., 2016.

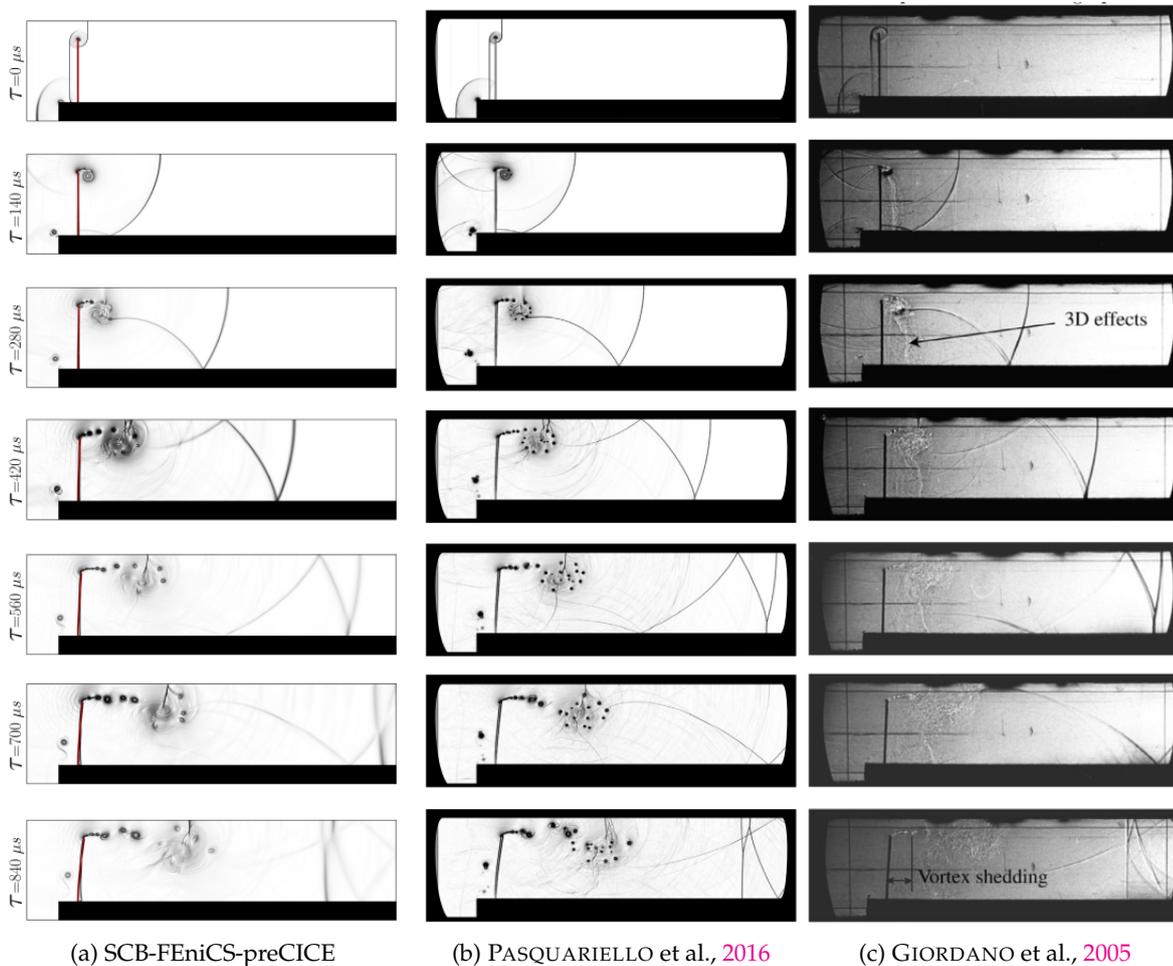


FIGURE 6.18 – Interaction choc-panneau élastique : visualisations Schlieren instantanées.

Une sonde de pression est placée au plafond du tube à choc, au point de coordonnées (140, 80) mm. Elle est repérée par le symbole ( $\diamond$ ) sur la Figure 6.17. Le signal de pression obtenu en ce point est présenté sur la Figure 6.19a. Il est comparé aux solutions numériques de GIORDANO et al., 2005 et de PASQUARIELLO et al., 2016. Le premier plateau est lié au passage du choc incident. Il précède de peu le premier pic de pression associé à la réflexion du choc incident sur la marche et sur le panneau. D'autres réflexions se produisent plus tard et sont marquées par deux autres pics. Un excellent accord est observé entre notre solution et celle de PASQUARIELLO et al., 2016. L'amplitude des pics et l'instant où ils se produisent sont parfaitement reproduits par SCB-FEniCS-preCICE. Un bon accord avec la solution numérique de GIORDANO et al., 2005 est également constaté.

Le déplacement horizontal au sommet du panneau élastique est représenté sur la Figure 6.19b. La sonde de déplacement est repérée par le symbole ( $\bullet$ ) sur la Figure 6.17. Les résultats obtenus avec SCB-FEniCS-preCICE sont présentés pour les approches *1-way* et *2-way*. L'amplitude du déplacement est légèrement amortie lorsqu'un couplage fort est considéré, par rapport à un couplage faible. La solution obtenue avec SCB-FEniCS-preCICE est en excellent accord avec la solution numérique de GIORDANO et al., 2005.

L'influence des méthodes de couplage spatial et temporel est étudiée dans le cas d'un couplage *2-way*. La Figure 6.20a montre que la contrainte d'interpolation spatiale n'a pas d'influence sur le déplacement du panneau élastique. Les interpolations conservatrice et directe fournissent les mêmes solutions. Par ailleurs, la Figure 6.20b montre que la méthode

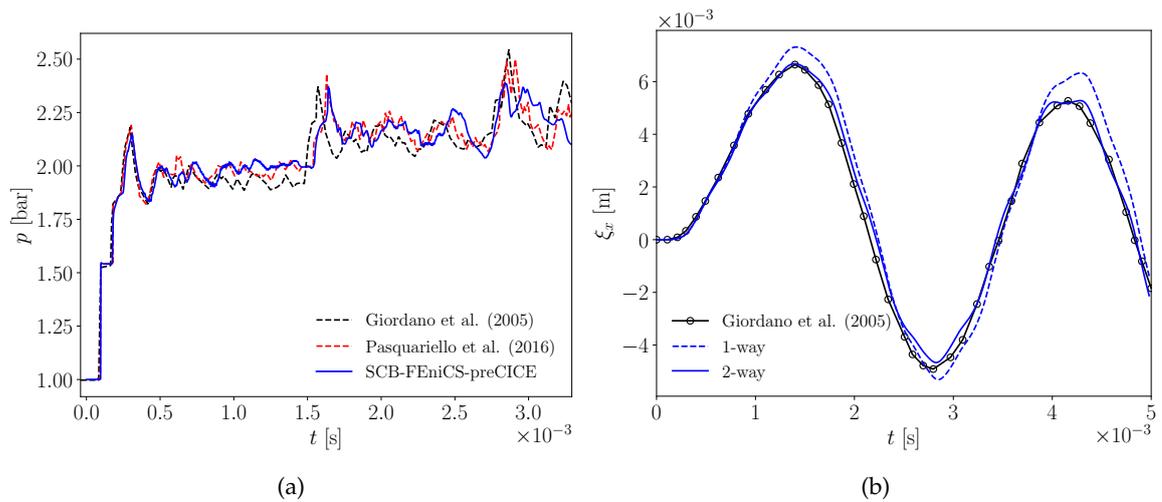


FIGURE 6.19 – Interaction choc-panneau élastique : (a) Signal de pression en (140, 80) mm ; (b) Déplacement horizontal au sommet du panneau élastique.

de couplage temporel, explicite séquentielle ou implicite parallèle, n'a pas d'influence sur la solution. Comme évoqué dans la section 6.3.1, c'est la conséquence d'une fenêtre de temps très faible. Cependant, le coût de calcul est multiplié par trois avec la méthode implicite, par rapport à la méthode explicite.

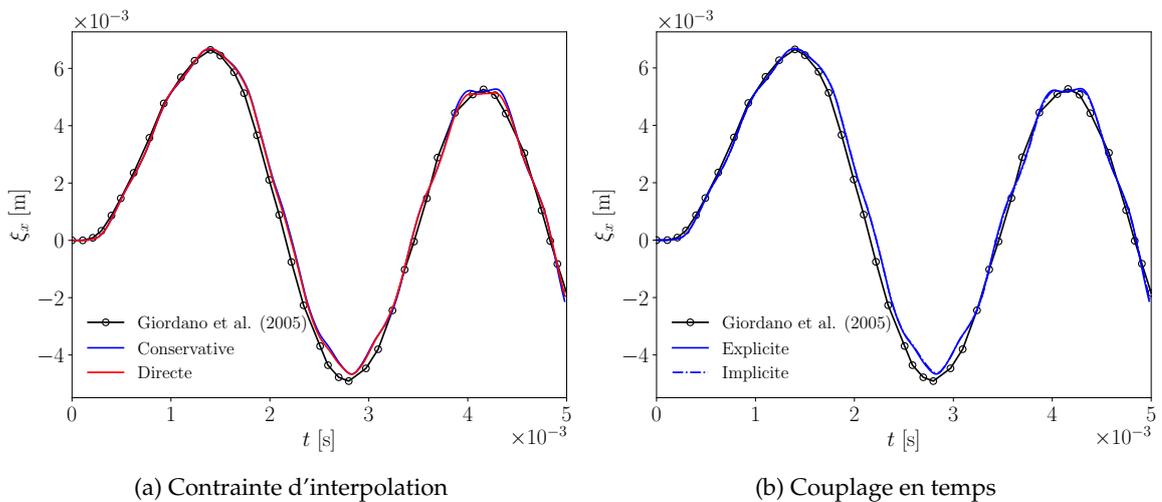


FIGURE 6.20 – Interaction choc-panneau élastique : déplacement horizontal au sommet du panneau élastique.

## 6.4 Synthèse

Ce chapitre introduit la prise en compte des interactions fluide-structure dans ce travail. Tout d'abord, deux problèmes de dynamique des structures sont présentés : élasticité linéaire et élastoplasticité. Les lois de comportement associées et la résolution numérique de ces problèmes par la méthode des éléments finis sont détaillées. Ces ingrédients sont indispensables pour la suite de l'étude qui vise à analyser l'endommagement d'une paroi induit par le collapse d'une bulle. La résolution de ces problèmes est implémentée dans FEniCS,

une plateforme libre avec interface en Python permettant de résoudre des EDP par la méthode des éléments finis.

La mise en place d'une stratégie de couplage fluide-structure est ensuite abordée. Il s'agit d'un couplage fort basé sur une approche partitionnée entre les solveurs SCB et FEniCS avec l'aide de la librairie de couplage preCICE. La particularité de notre démarche réside dans l'utilisation d'une méthode de pénalisation pour modéliser l'interface fluide-structure sur une grille cartésienne non conforme à la géométrie du solide. Les méthodes de couplage en espace et en temps retenues dans ce travail sont exposées, suivies par une présentation de l'extension de la méthode de pénalisation aux structures déformables.

Enfin, la stratégie de couplage SCB-FEniCS-preCICE est validée sur deux problèmes d'élasticité linéaire. Ils concernent le mouvement d'un panneau vertical induit par un écoulement incompressible ou par une onde de choc. Les résultats obtenus ont montré un bon accord avec ceux de la littérature. Pour chaque cas, le couplage fort entraîne un amortissement du mouvement oscillatoire du panneau par rapport à un couplage faible. Différentes méthodes de couplage en espace et en temps ont été testées. Elles ont peu d'influence sur les résultats lorsque les résolutions spatiale et temporelle sont importantes. En revanche, le coût de calcul est multiplié par trois avec une méthode de couplage implicite par rapport à une méthode explicite.

## Chapitre 7

# Application à l'étude de la formation d'un *pit* de cavitation

7.1	Présentation du problème	131
7.2	Couplage faible ( <i>1-way</i> )	134
7.2.1	Collapse de la bulle	134
7.2.2	Convergence spatiale (structure)	135
7.2.3	Validation du solveur structure	138
7.2.4	Fenêtre de temps	138
7.2.5	Méthode de pénalisation	140
7.3	Couplage fort ( <i>2-way</i> )	142
7.4	Distance bulle-paroi	145
7.5	Limite d'élasticité	151
7.6	Synthèse	156

La stratégie de couplage SCB-FEniCS-preCICE est finalement appliquée à l'étude de l'endommagement d'une paroi induit par le collapse d'une bulle. Il s'agit du mécanisme fondamental responsable de l'érosion de cavitation. Ce dernier chapitre rassemble tous les outils abordés jusqu'ici : résolution numérique d'un écoulement diphasique compressible et d'un problème d'élastoplasticité dynamique, méthode de pénalisation et couplage fluide-structure. Le collapse d'une bulle génère des ondes de choc de forte amplitude. Lorsqu'elles impactent une paroi solide, elles sont à l'origine de contraintes importantes dans le matériau. Lorsque la contrainte équivalente dépasse la limite d'élasticité, un *pit* de cavitation se forme en surface du matériau (voir chapitre 1). Des simulations couplées *1-way* et *2-way* sont comparées afin de démontrer l'importance de considérer un couplage fort dans l'étude de ce type de problème. L'influence de la distance initiale entre la bulle et la paroi sur l'endommagement du matériau est analysée. L'effet de la limite d'élasticité du matériau est également étudiée. Les propriétés géométriques du *pit* formé par le collapse de la bulle se révèlent être fortement dépendantes de ces deux paramètres.

### 7.1 Présentation du problème

L'érosion de cavitation représente un problème majeur dans les applications hydrauliques et marines. Le collapse de bulles au voisinage d'un solide est identifié comme étant le mécanisme responsable de son endommagement. Bien que le problème du collapse ait largement été étudié dans le cas d'une paroi rigide, son comportement peut être significativement influencé par la déformation de la paroi. En comparaison, peu d'études ont été réalisées sur le sujet en considérant une paroi déformable (voir Table 1.1). En particulier, PAQUETTE et al., 2018 et SARKAR et al., 2021 observent un amortissement de l'impact et de l'endommagement du matériau dans le cas d'une paroi déformable, par rapport à une paroi

rigide.

Le collapse d'une bulle au voisinage d'une paroi rigide a été étudié dans la section 5.2. Il était déclenché par un choc incident d'amplitude  $p_c/p_0 = 353$ . Afin d'observer un endommagement significatif du matériau, on considère ici un collapse plus intense. Il s'agit du cas proposé par PAQUETTE et al., 2018, où l'amplitude du choc incident vaut  $p_c/p_0 = 1200$ . Une bulle de gaz de rayon initial  $R_0 = 50 \mu\text{m}$  est immergée dans de l'eau liquide au repos. Les conditions initiales sont  $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$  et  $T_0 = 298 \text{ K}$ . Le choc incident d'amplitude  $p_c/p_0 = 1200$  se déplace de la gauche vers la droite avec un nombre de Mach  $M_c = 1.04$ . Les conditions initiales et les paramètres de la loi d'état des gaz raides (voir section 2.2.1) sont présentés dans la Table 7.1 pour les phases liquide et gazeuse.

	$p$ [Pa]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$u$ [m/s]	$\gamma$ [-]	$P_\infty$ [Pa]	$c_p$ [J/kg.K]
liquide	$10^5$	1000	<b>0</b>	2.35	$10^9$	5844.5
gaz	$10^5$	1.2	<b>0</b>	1.4	0	1009.4

TABLE 7.1 – Conditions initiales et paramètres de la loi d'état des gaz raides pour chaque phase (liquide-gaz).

Le matériau considéré est de l'aluminium Al7075, de module d'Young  $E = 70 \text{ GPa}$ , de masse volumique  $\rho_s = 2700 \text{ kg/m}^3$ , de coefficient de Poisson  $\nu_s = 0.36$  et de limite d'élasticité  $\sigma_0 = 500 \text{ MPa}$ . L'indice  $s$  fait référence au solide. Étant donné qu'une loi d'écrouissage isotrope bilinéaire est adoptée (voir équation (6.16)), la contrainte et la déformation sont reliées linéairement par le module tangent  $E_t = E/100$  dans le domaine plastique. La relation contrainte-déformation adoptée ici est illustrée sur la Figure 6.2b. HSIAO et al., 2014 adoptent également une loi bilinéaire afin d'étudier le problème de l'endommagement d'une paroi induit par le collapse d'une bulle. Les simulations 2D sont menées sous l'hypothèse des déformations planes car les forces agissant dans la direction normale au plan de coupe sont négligeables. La configuration initiale du problème couplé est illustrée sur la Figure 7.1.

Le problème étant symétrique par rapport à l'axe horizontal, on considère seulement la partie supérieure du domaine et une condition de symétrie est appliquée en  $y/R_0 = 0$ . Dans un premier temps, la distance entre le centre de la bulle et la paroi est fixée à  $H_0 = 2R_0$ . Le paramètre  $\gamma_0$  est défini comme la distance bulle-paroi adimensionnée par le rayon de la bulle, tel que  $\gamma_0 = H_0/R_0$ . L'influence de ce paramètre sur l'endommagement du matériau sera analysée dans la section 7.4. Les dimensions des domaines de calcul fluide et solide sont  $L_{x,f} \times L_{y,f} = 6R_0 \times 20R_0$  et  $L_{x,s} \times L_{y,s} = 40R_0 \times 20R_0$ , respectivement. Les échelles ne sont pas respectées sur la Figure 7.1 car le domaine solide est beaucoup plus long que le domaine fluide. En effet, il doit être suffisamment étendu afin d'éviter que les réflexions d'ondes en sortie n'influencent la solution au niveau de l'interface couplée. Des sondes de déplacement et de pression sont positionnées à la paroi aux points P0 ( $\diamond$ ), P1 ( $\diamond$ ) et P2 ( $\diamond$ ), en  $y/R_0 = \{0, 2.5, 5\}$  (respectivement).

Des conditions de symétrie et de glissement sont imposées sur les bords inférieur et supérieur (respectivement) des domaines fluide et solide. Une condition de non-réflexion est imposée en entrée du domaine fluide et une condition d'adhérence est modélisée à la paroi solide avec la méthode de pénalisation. Le bord droit du domaine solide est encastré afin que ce dernier ne se déplace pas indéfiniment.

La méthode de pénalisation exige d'étendre légèrement le domaine de calcul afin de prendre en compte la zone pénalisée. Dans ce cas, le domaine de calcul fluide est élargi jusqu'à  $L_{x,f} = 7R_0$ . La position de l'interface fluide-structure n'est pas modifiée. Le domaine

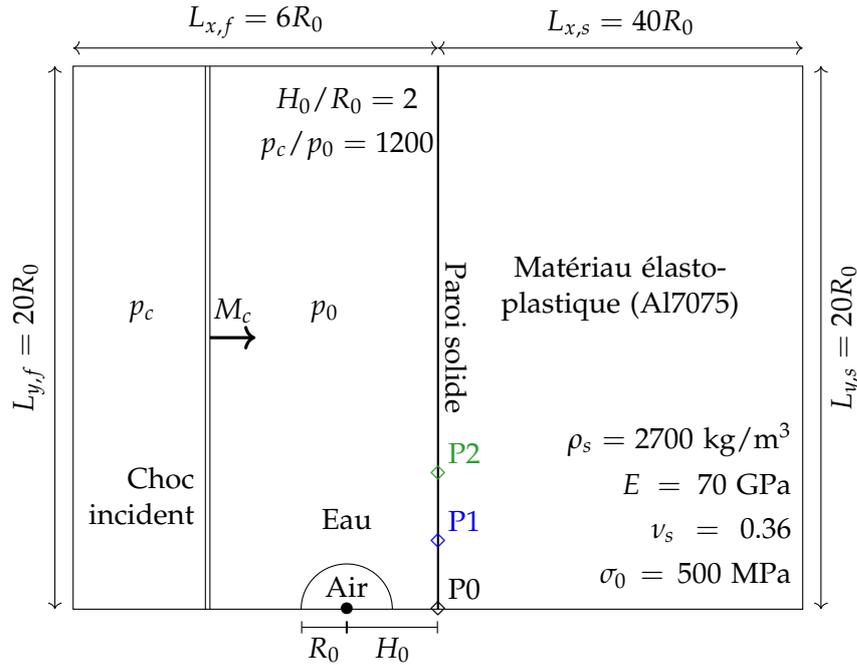


FIGURE 7.1 – Vue schématique de la configuration initiale du problème couplé.

fluide est discrétisé à l'aide d'une grille cartésienne, raffinée dans le domaine  $[0, 7R_0] \times [0, 10R_0]$ . Elle est ensuite étirée avec une progression hyperbolique jusqu'au bord supérieur du domaine. Le maillage est uniforme et isotrope dans la zone d'intérêt, avec  $\Delta x_{min,f} = \Delta y_{min,f} = R_0/100$ . Cette résolution est basée sur l'étude de convergence préalablement réalisée dans la section 5.2. Le maillage fluide est composé de  $700 \times 1053$  cellules au total. Le nombre de CFL est égal à 0.2 en fixant le pas de temps fluide à  $\Delta t_f = 7.5 \times 10^{-11}$  s.

Le domaine solide est discrétisé à l'aide d'un maillage structuré d'éléments triangulaires avec interpolation quadratique. Il est important de noter que l'origine du domaine solide se trouve en  $(6R_0, 0)$ . Comme pour le maillage fluide, la densité des noeuds est plus importante dans la zone d'intérêt, délimitée par le domaine  $[6R_0, 11R_0] \times [0, 10R_0]$ . Au sein de cette région, la distribution des sommets des éléments est uniforme et isotrope avec  $\Delta x_{min,s} = \Delta y_{min,s}$ . L'influence de la résolution spatiale sur la solution est analysée dans la section suivante. Le maillage solide est généré à l'aide de Gmsh. Il est ensuite converti au format XML à l'aide de la commande `dolfin-convert` afin de pouvoir être lu par FEniCS. On considère un sous-cyclage fluide de telle sorte que  $\Delta t_s = \Delta T$ , avec  $\Delta T$  la fenêtre de temps du couplage.

La fenêtre de temps est prise égale à  $\Delta T = 5\Delta t_f$ . Son influence sur la solution est étudiée par la suite. Étant donné que la fenêtre de temps est très petite, une méthode de couplage explicite séquentielle est adoptée. Les variables couplées sont interpolées entre les maillages fluide et solide à l'aide d'une méthode *nearest-projection*, avec une contrainte d'interpolation directe. L'interpolation conservative ne permet pas de calculer correctement la solution de la structure dans le domaine plastique. `preCICE` n'a pas connaissance des degrés de liberté des éléments, mais seulement des sommets qui composent le maillage. Par conséquent, l'interpolation conservative est correcte uniquement pour des éléments de degré un, pour lesquels les degrés de liberté coïncident avec les sommets des éléments que l'on fournit à `preCICE`. Pour des éléments de degré supérieur, le chargement est nul aux degrés de liberté qui ne coïncident pas avec les sommets. La distribution du chargement devient discontinue et peut générer des instabilités, voire fausser les résultats. Ceci ne posait pas de problème

en élasticité linéaire (voir section 6.3). Ce n'est plus le cas en élastoplasticité en raison du caractère local de la loi de comportement. Le fichier de configuration du couplage est donné en Annexe A. Par ailleurs, la reconstruction de la pression à l'interface couplée dans SCB (voir section 6.2.4) est réalisée avec des polynômes de Lagrange de degré un. En effet, une interpolation du second ordre peut générer des pressions négatives à la paroi à cause des discontinuités de l'écoulement au contact de la paroi. En effet, le choc généré par le collapse se propage le long de cette dernière.

## 7.2 Couplage faible (1-way)

Dans un premier temps, les simulations sont réalisées en considérant un couplage 1-way. On rappelle d'abord les différents événements du collapse de la bulle, responsables de l'endommagement du matériau. La réponse du matériau est étudiée dans la situation hypothétique où l'interface est non déformable au sein du solveur fluide. On cherche également à déterminer certains éléments nécessaires dans la poursuite de l'étude : le maillage structure, la fenêtre de temps et la condition de la méthode de pénalisation.

### 7.2.1 Collapse de la bulle

Les événements majeurs du collapse sont illustrés sur la Figure 7.2 à travers des visualisations Schlieren instantanées (en haut) et des champs de pression (en bas), obtenus aux instants  $t = \{2.16, 2.46, 2.88\} \times 10^{-7}$  s. En raison de la différence de pression induite par le passage du choc incident, la bulle se contracte de manière asymétrique. Il se forme un jet liquide à haute vitesse qui pénètre la bulle horizontalement en direction de la paroi. Lorsque ce jet impacte le bord opposé de la bulle, une onde de choc intense est émise : c'est le coup de bélier (ou *water-hammer*). Le choc généré par le coup de bélier est appelé choc primaire ici. Pendant ce temps, l'anneau de vapeur continue de se rétracter. Au terme de son collapse, une onde de choc secondaire est générée. Les deux chocs se propagent en direction de la paroi, impactent cette dernière et sont réfléchis. Ils sont à l'origine d'une forte surpression au niveau de la paroi. L'amplitude de cette surpression atteint presque 900 MPa. Elle est bien supérieure à la limite d'élasticité de l'aluminium. Le matériau entre donc en plasticité et des déformations irréversibles apparaissent.

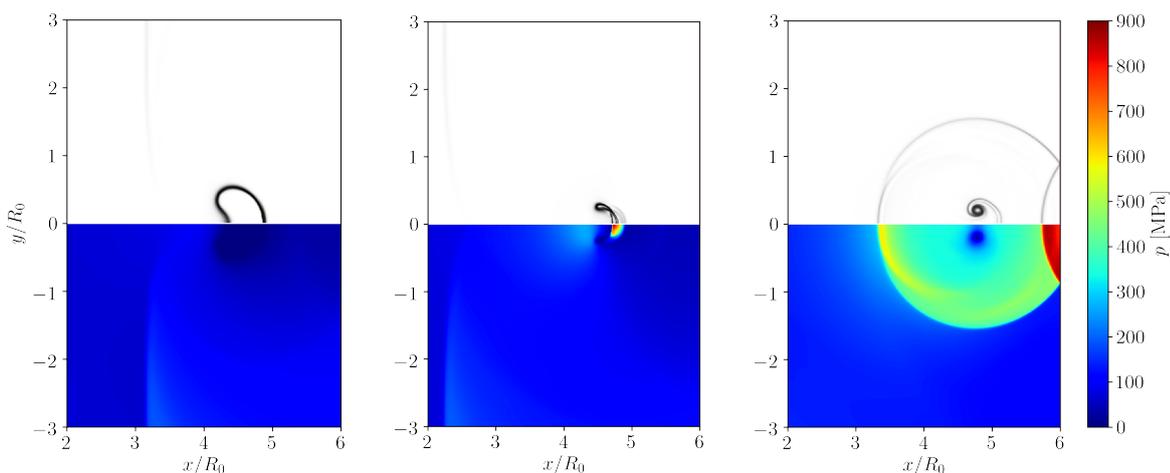


FIGURE 7.2 – Couplage faible : visualisations Schlieren (en haut) et champs de pression (en bas) aux instants  $t = \{2.16, 2.46, 2.88\} \times 10^{-7}$  s.

Le signal de pression à la paroi aux points P0, P1 et P2 est représenté sur la Figure 7.3. Il est comparé à celui proposé par PAQUETTE, 2017, également obtenu avec un couplage

faible. Les pics de pression en chaque point sont agrandis. Le choc incident impacte la paroi à  $t \sim 1.25 \times 10^{-7}$  s. Cet événement est marqué par un premier saut de pression d'environ 250 MPa. Il est plus faible en P0 car la bulle agit comme un écran protecteur. L'amplitude du choc incident est beaucoup plus faible que celle des chocs générés par le collapse. Le choc primaire impacte la paroi à  $t \sim 2.80 \times 10^{-7}$  s au niveau du point P0, générant un pic de pression d'environ 915 MPa. Il est vite suivi du choc secondaire, d'amplitude légèrement inférieure. Ils continuent ensuite de se propager le long de la paroi. Les chocs primaire et secondaire fusionnent pour ne former qu'un seul choc, d'où la présence d'un unique pic de pression aux points P1 et P2. Le choc atteint le point P1 à  $t \sim 3.25 \times 10^{-7}$  s, puis le point P2 à  $t \sim 3.95 \times 10^{-7}$  s. L'intensité et la vitesse du choc diminuent au cours de sa propagation le long de la paroi. Ces aspects sont marqués par une baisse d'amplitude des pics de pression et par un espacement temporel croissant des pics entre les points P0, P1 et P2. Les pics de pression en ces points dépassent la limite d'élasticité de l'aluminium  $\sigma_0 = 500$  MPa, tracée à l'aide d'une ligne grise horizontale sur la Figure 7.3. Cela signifie qu'il y a possiblement un endommagement du matériau en chacun de ces points.

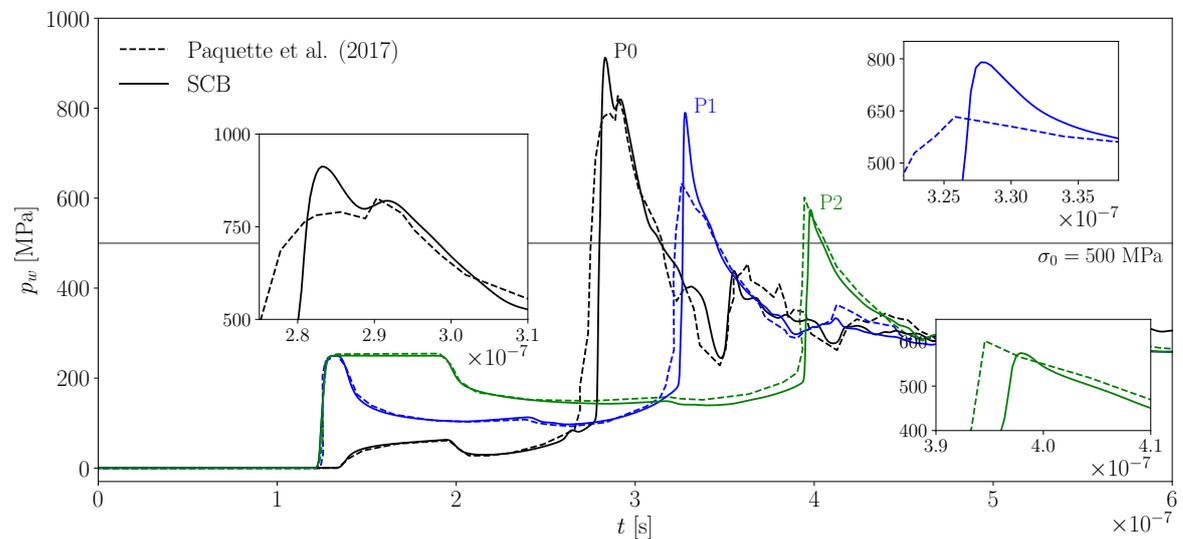


FIGURE 7.3 – Couplage faible : signal de pression à la paroi aux points P0, P1 et P2.

Par rapport aux résultats de PAQUETTE, 2017, l'amplitude des pics de pression est plus élevée ici. La résolution spatiale est similaire entre nos deux simulations mais la modélisation de l'écoulement diphasique est différente. On utilise un modèle à quatre équations tandis que PAQUETTE, 2017 adopte le modèle multicomposant de JOHNSEN et al., 2009. Dans leur étude comparative entre différents modèles 1-fluide à interface diffuse, GONCALVES et al., 2020 observent en effet que les pics de pression générés par le collapse sont sous-estimés avec le modèle multicomposant, par rapport au modèle à quatre équations de GONCALVES et al., 2014 et au modèle à cinq équations de KAPILA et al., 2001. Par ailleurs, on peut remarquer que l'amplitude du pic de pression en P2 obtenu par PAQUETTE, 2017 est anormalement élevée. L'onde n'est presque pas amortie entre les points P1 et P2. Il s'agit en fait d'un effet de bord. En effet, le domaine de calcul utilisé par PAQUETTE, 2017 s'arrête au point P2, où une condition de Neumann homogène est imposée. La condition au bord empêche l'amortissement de l'onde.

## 7.2.2 Convergence spatiale (structure)

Cette section vise à étudier l'influence de la résolution spatiale du maillage structure sur le comportement du matériau. Elle permet ainsi de déterminer le maillage de la structure à adopter pour la suite de l'étude. La déformation plastique du matériau induite par le

collapse de la bulle est analysée en considérant quatre maillages de plus en plus fins. Ils sont définis à partir du pas de discrétisation de la zone raffinée. Les différents maillages sont présentés dans la Table 7.2. Le choix du pas de discrétisation est basé sur le rayon initial de la bulle. Les quatre maillages possèdent respectivement  $N_{x,s} = \{25, 50, 100, 200\}$  et  $N_{y,s} = \{50, 100, 200, 400\}$  éléments dans chaque direction au sein de la zone raffinée.

Maillage	Grossier	Moyen	Fin	Très fin
$\Delta x_{min,s} = \Delta y_{min,s}$	$R_0/5$	$R_0/10$	$R_0/20$	$R_0/40$

TABLE 7.2 – Convergence spatiale (structure) : présentation des différents maillages.

Les contours de la déformation plastique cumulée, notée  $\varepsilon_{eq}^p$ , sont présentés sur la Figure 7.4 au temps final pour chacun des quatre maillages. Curieusement, la zone endommagée n'est pas localisée au niveau de l'axe de symétrie, où le chargement est pourtant maximal comme le montre la Figure 7.5a. La zone endommagée est plutôt décalée vers le haut. Cet aspect sera étudié en détail dans la section 7.4. Bien que la pression au point P2 soit supérieure à la limite d'élasticité du matériau (voir Figure 7.3), aucun endommagement n'est observé en  $y/R_0 = 5$  car la contrainte équivalente de von Mises n'atteint pas  $\sigma_0$ . Par ailleurs, on observe que l'amplitude de la déformation plastique cumulée augmente avec la résolution spatiale.

La déformation plastique cumulée maximale et l'aire de la surface endommagée sont présentées dans la Table 7.3 pour chaque maillage. On y retrouve aussi leur écart relatif par rapport à la valeur de référence, obtenue sur le maillage très fin. Ils sont notés  $\Delta\varepsilon_{eq}^{p,max}$  et  $\Delta A_p$ . Cette notation est utilisée tout au long de ce chapitre lorsqu'il s'agit de définir un écart relatif par rapport à une valeur quelconque. La valeur maximale de  $\varepsilon_{eq}^p$  augmente avec la résolution spatiale. Son erreur relative par rapport à la solution de référence décroît lorsque la résolution spatiale augmente. L'erreur vaut seulement  $-2.7\%$  pour le maillage fin. L'aire de la surface endommagée est calculée d'après le critère d'endommagement  $\varepsilon_{eq}^p \geq 10^{-3}$  afin de correspondre à l'étude de PAQUETTE, 2017. L'évolution de l'aire de la surface endommagée en fonction de la résolution spatiale n'est pas monotone mais elle converge vers  $A_p = 1.48 \times 10^{-2} \text{ mm}^2$ , obtenue avec le maillage très fin. L'erreur relative de  $A_p$  par rapport au maillage très fin, notée  $\Delta A_p$ , est égale à  $-0.7\%$  pour le maillage fin. D'après ces observations, on considère que la solution est convergée à partir du maillage fin ( $\Delta x_{min,s} = R_0/20$ ).

Maillage	Grossier	Moyen	Fin	Très fin
$\varepsilon_{eq}^{p,max}$ [-]	$0.74 \times 10^{-2}$	$0.99 \times 10^{-2}$	$1.08 \times 10^{-2}$	$1.11 \times 10^{-2}$
$A_p$ [mm <sup>2</sup> ]	$1.45 \times 10^{-2}$	$1.53 \times 10^{-2}$	$1.49 \times 10^{-2}$	$1.48 \times 10^{-2}$
$\Delta\varepsilon_{eq}^{p,max}$	$-33.3\%$	$-10.8\%$	$-2.7\%$	-
$\Delta A_p$	$-2.0\%$	$-3.4\%$	$-0.7\%$	-
Coût FEniCS	18 min	3 h 25 min	12 h 20 min	36 h 55 min

TABLE 7.3 – Convergence spatiale (structure) : déformation plastique cumulée maximale, aire de la surface endommagée et coût de calcul.

Le coût de calcul du solveur structure est également présenté dans la Table 7.3 pour chaque maillage. Il devient extrêmement important et même prohibitif à partir du maillage

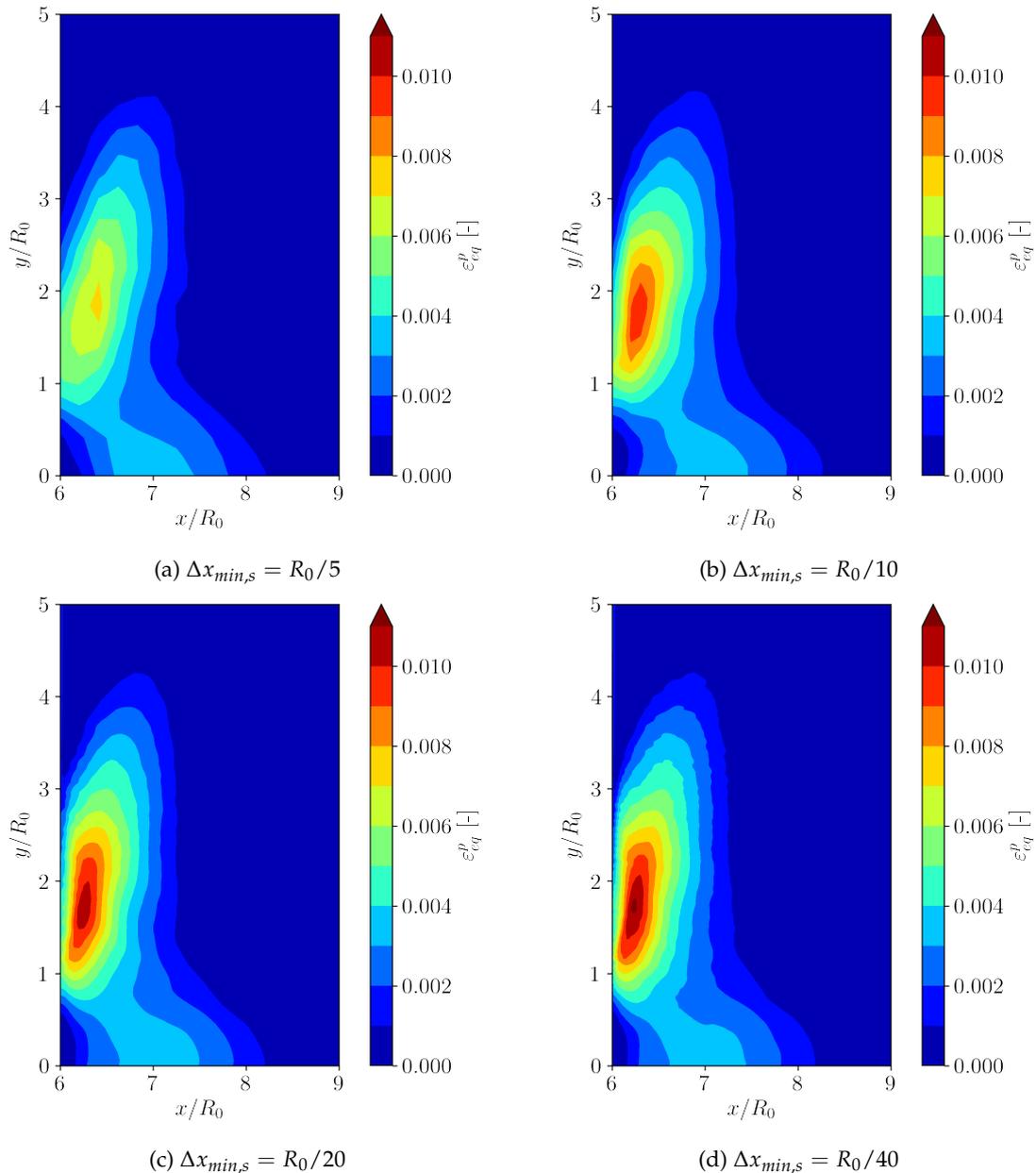


FIGURE 7.4 – Couplage faible, influence du maillage structure : contours de la déformation plastique cumulée au temps final.

très fin. Ce coût de calcul important est expliqué par une résolution séquentielle du sous-problème structure au sein de FEniCS. Sa parallélisation fait partie des perspectives de ce travail. À titre de comparaison, le temps de calcul nécessaire à SCB pour simuler le collapse de la bulle est seulement d'une dizaine de minutes sur huit *threads* OpenMP. La résolution spatiale du maillage fluide est pourtant beaucoup plus importante que celle du maillage structure. Néanmoins, le coût de calcul du solveur structure est légèrement inférieur à celui présenté par PAQUETTE, 2017. Compte tenu des aspects de précision et de coût de calcul, le maillage fin est conservé pour la suite de l'étude.

La Figure 7.5a montre que les valeurs maximales de la déformation plastique cumulée, calculées aux points de Gauss et moyennées dans les éléments, convergent vers une même valeur. Elles deviennent très proches à partir de  $\Delta x_{min,s} = R_0/20$ . C'est un point important pour la suite car les champs de déformation plastique peuvent être extraits uniquement aux

éléments avec FEniCS. C'est une conséquence des éléments de type Quadrature adoptés ici. Par ailleurs, une coupe verticale de la déformation plastique cumulée passant par le maximum est tracée sur la Figure 7.5b pour chaque résolution spatiale. Elle met en évidence la croissance de la déformation plastique avec la résolution spatiale.

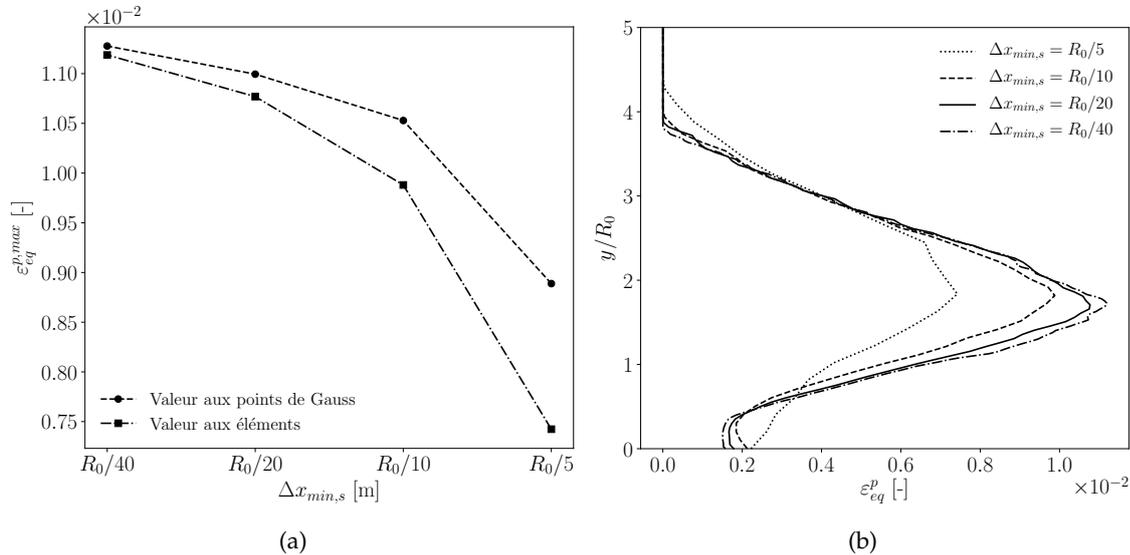


FIGURE 7.5 – Couplage faible, influence du maillage structure : (a) déformation plastique cumulée maximale; (b) coupe verticale de la déformation plastique cumulée passant par le maximum.

### 7.2.3 Validation du solveur structure

Une étape de validation du solveur structure est réalisée avec le maillage fin, adopté suite à l'étude de convergence. Il s'agit de valider notre implémentation de la résolution du problème d'élastoplasticité présenté dans la section 6.1.2. Nos résultats obtenus avec FEniCS sont comparés avec ceux issus du solveur commercial Abaqus. La solution de chaque solveur est calculée avec la même loi d'écrouissage bilinéaire, la même résolution spatiale ( $\Delta x_{min,s} = R_0/20$ ) et le même chargement. Les contours de la déformation plastique cumulée obtenus avec Abaqus sont présentés sur la Figure 7.6a. La topologie de la zone endommagée et l'amplitude de la déformation plastique cumulée sont en excellent accord avec les résultats issus de FEniCS (voir Figure 7.4c). Plus quantitativement, une coupe verticale de la déformation plastique cumulée passant par le maximum est tracée sur la Figure 7.6b pour chaque solveur. Un excellent accord est observé entre les deux solutions.

Afin d'évaluer la pertinence de la loi d'écrouissage bilinéaire pour cette application, la même configuration est étudiée en considérant la loi de Ludwik au sein du solveur Abaqus. Pour de l'aluminium Al7075, les coefficients d'écrouissage correspondants sont  $K_L = 312$  MPa et  $n_L = 0.29$ . La relation contrainte-déformation est illustrée sur la Figure 6.2b. Les résultats obtenus avec la loi de Ludwik montrent une réduction de la déformation plastique cumulée maximale d'environ 17 %. On s'attend donc à légèrement surestimer l'endommagement du matériau au cours de notre étude.

### 7.2.4 Fenêtre de temps

Le choix de la fenêtre de temps doit assurer que la distribution temporelle du chargement soit échantillonnée avec une précision suffisante et que le mouvement de l'interface

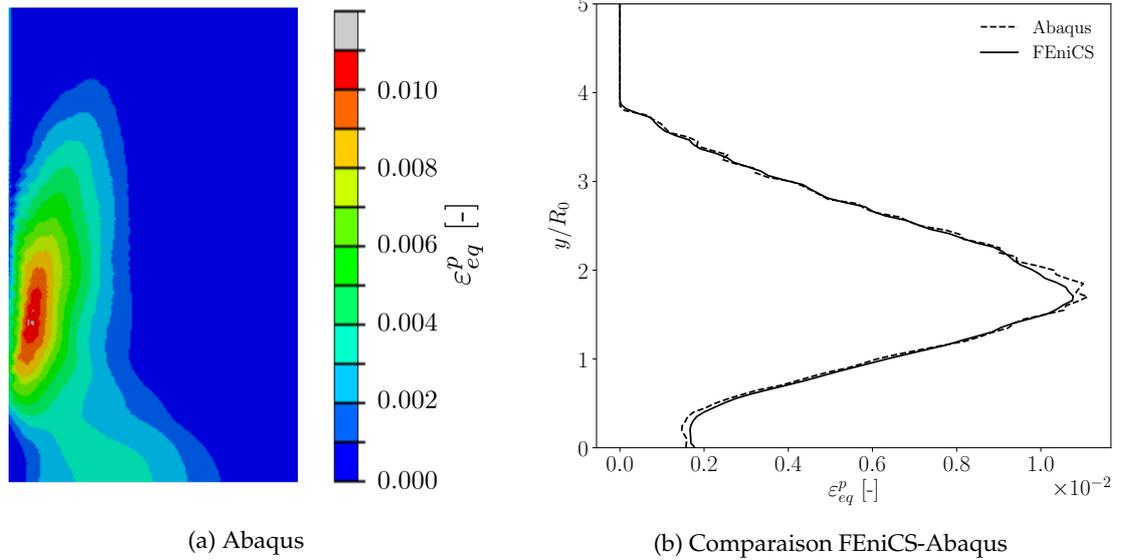


FIGURE 7.6 – Couplage faible, validation du solveur structure : (a) contours de la déformation plastique cumulée au temps final; (b) coupe verticale de la déformation plastique cumulée passant par le maximum.

soit correctement capturé au sein de SCB. La fenêtre de temps doit donc être suffisamment faible pour que l'endommagement du matériau soit indépendant de ce paramètre. Néanmoins, une fenêtre de temps trop petite augmente fortement le coût de calcul de la simulation couplée. D'une part, la vitesse maximale de l'interface fluide-structure, induite par le collapse de la bulle, est de l'ordre de  $\dot{\zeta}_x^{max} = 50$  m/s. Par ailleurs, le pas de discrétisation vaut  $\Delta x_{min,f} = R_0/100 = 5 \times 10^{-7}$  m au voisinage de la paroi. Afin de s'assurer que le mouvement de l'interface soit correctement capturé par la méthode de pénalisation, la fenêtre de temps doit donc être inférieure à  $\Delta T_{min} = \Delta x_{min,f} / \dot{\zeta}_x^{max} = 10^{-8}$  s. Cette condition est largement satisfaite ici avec  $\Delta T = 5\Delta t_f = 3.75 \times 10^{-10}$  s. D'autre part, l'étendue temporelle du pic de pression à la paroi est de l'ordre de  $3.5 \times 10^{-8}$  s, soit environ  $93\Delta T$ . On peut donc considérer que le chargement dynamique imposé à la structure est échantillonné avec une bonne précision.

$\Delta T$	$5\Delta t_f$	$2\Delta t_f$	$\Delta \varepsilon_{eq}^{p,max}, \Delta A_p$
$\varepsilon_{eq}^{p,max}$ [-]	$1.08 \times 10^{-2}$	$1.05 \times 10^{-2}$	2.9 %
$A_p$ [mm <sup>2</sup> ]	$1.49 \times 10^{-2}$	$1.48 \times 10^{-2}$	0.7 %

TABLE 7.4 – Couplage faible, influence de la fenêtre de temps : déformation plastique cumulée maximale, aire de la surface endommagée et erreur relative.

L'indépendance de la solution par rapport à la fenêtre de temps est maintenant vérifiée quantitativement. La réponse du matériau est analysée pour deux fenêtres de temps distinctes  $\Delta T = 5\Delta t_f$  et  $\Delta T = 2\Delta t_f$ . Le comportement du matériau est quasiment inchangé lorsque  $\Delta T$  varie. La déformation plastique cumulée maximale et l'aire de la surface endommagée sont présentées dans la Table 7.4. Leur erreur relative est seulement de 2.9 % et de 0.7 %, respectivement. En revanche, le coût de calcul passe de 12 h 45 min ( $\Delta T = 5\Delta t_f$ ) à 28 h ( $\Delta T = 2\Delta t_f$ ). Il est multiplié par environ 2.5 car le nombre d'itérations en temps passe de 1600 à 4000. En réalité, le facteur d'amplification du coût de calcul est légèrement inférieur à 2.5 car chaque itération est un peu plus rapide avec  $\Delta T = 2\Delta t_f$ . Cela s'explique par le fait que les sous-itérations de la méthode Newton-Raphson, liées à la résolution incrémentale

du problème d'élastoplasticité, convergent plus rapidement car l'incrément de chargement diminue lorsque la résolution temporelle augmente. Compte tenu de ces observations, la fenêtre de temps est prise égale à  $\Delta T = 5\Delta t_f$  dans la suite de ce travail.

### 7.2.5 Méthode de pénalisation

Les différentes conditions de la méthode de pénalisation sont étudiées et comparées à la méthode maillage conforme. Le couplage faible rend possible l'utilisation de la méthode maillage conforme ici car la paroi est plane. Ce ne sera plus le cas avec un couplage fort, où l'interface se déforme. Au vu du coût de calcul de la méthode de pénalisation par porosité, la condition isotherme avec  $\phi < 1$  n'est pas considérée ici. On s'intéresse seulement aux conditions  $T$ -neutre et impédance. Pour une paroi rigide, l'impédance acoustique du solide est supposée infinie. Pour une paroi déformable, elle est finie et dépend des propriétés du matériau. Dans l'hypothèse de déformations planes, elle est donnée par  $Z_s = \sqrt{\rho_s E / (1 - \nu_s^2)}$ , avec  $\rho_s$  la masse volumique,  $E$  le module d'Young et  $\nu_s$  le coefficient de Poisson du matériau. Dans le cas d'un problème d'interaction fluide-structure, on ne cherche plus à imposer une impédance infinie avec la méthode de pénalisation. Il s'agit plutôt de reproduire l'impédance acoustique réelle du matériau. On rappelle que l'impédance acoustique de la zone pénalisée est définie par  $Z_w = \sqrt{\rho_w \rho_l c_l}$ , avec  $\rho_w$  la masse volumique de la zone pénalisée,  $\rho_l$  la masse volumique du liquide et  $c_l$  la vitesse du son dans le liquide. La masse volumique de la zone pénalisée satisfaisant à l'égalité  $Z_w = Z_s$  est donc donnée par :

$$\rho_w = \frac{\rho_s E}{\rho_l c_l^2 (1 - \nu_s^2)}. \quad (7.1)$$

Ainsi, la réflexion et la transmission des ondes à la frontière de la zone pénalisée prend en compte les propriétés mécaniques du matériau réel. Dans la configuration étudiée ici, la masse volumique de la zone pénalisée est fixée à  $\rho_w = 96507 \text{ kg/m}^3$ .

Pour chacune des trois méthodes, le signal de pression à la paroi en  $y/R_0 = 0$  est représenté sur la Figure 7.7. La méthode maillage conforme et la méthode de pénalisation avec condition d'impédance fournissent des résultats très proches. Cela signifie que l'impédance acoustique modélisée implicitement par la méthode maillage conforme est proche de celle de l'aluminium Al7075. Par rapport à la méthode maillage conforme, le pic de pression obtenu avec la condition d'impédance est légèrement plus intense en P0. Cette tendance s'inverse ensuite aux points P1 et P2. Avec la condition  $T$ -neutre, le pic de pression est amorti en P0 et P1 et il est retardé en P2. En effet, l'impédance acoustique de la zone pénalisée n'est pas contrôlée avec cette condition. Une partie de l'onde de choc est donc transmise au milieu pénalisé au lieu d'être réfléchi.

Les contours de la déformation plastique cumulée au temps final, obtenus avec la condition  $T$ -neutre, sont illustrés sur la Figure 7.8a. L'amortissement de l'impact observé avec la condition  $T$ -neutre se traduit par une forte réduction de la déformation plastique par rapport à la méthode maillage conforme (voir Figure 7.4c). Les contours de la déformation plastique cumulée obtenus avec la condition d'impédance ne sont pas présentés ici car ils sont similaires à ceux obtenus avec la méthode maillage conforme. La coupe verticale de la déformation plastique cumulée passant par le maximum est présentée sur la Figure 7.8b. L'écart entre la condition  $T$ -neutre et les autres méthodes est accentué au coeur de la zone endommagée. C'est aussi au point P1, proche de la zone endommagée, que l'amortissement du pic de pression est le plus prononcé avec la condition  $T$ -neutre (voir Figure 7.7).

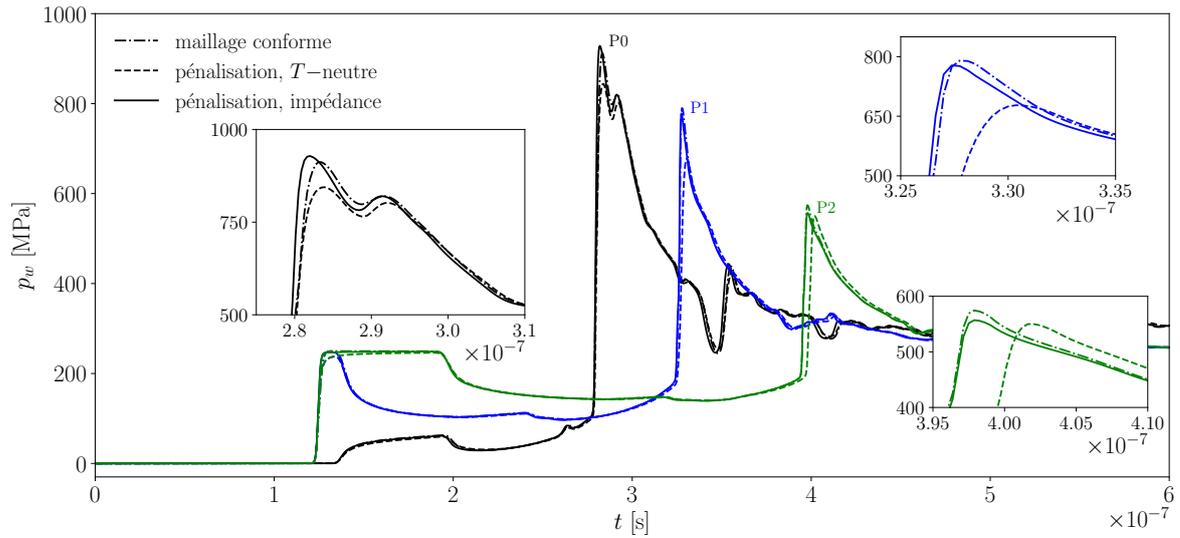


FIGURE 7.7 – Couplage faible, influence de la pénalisation : signal de pression à la paroi aux points P0, P1 et P2.

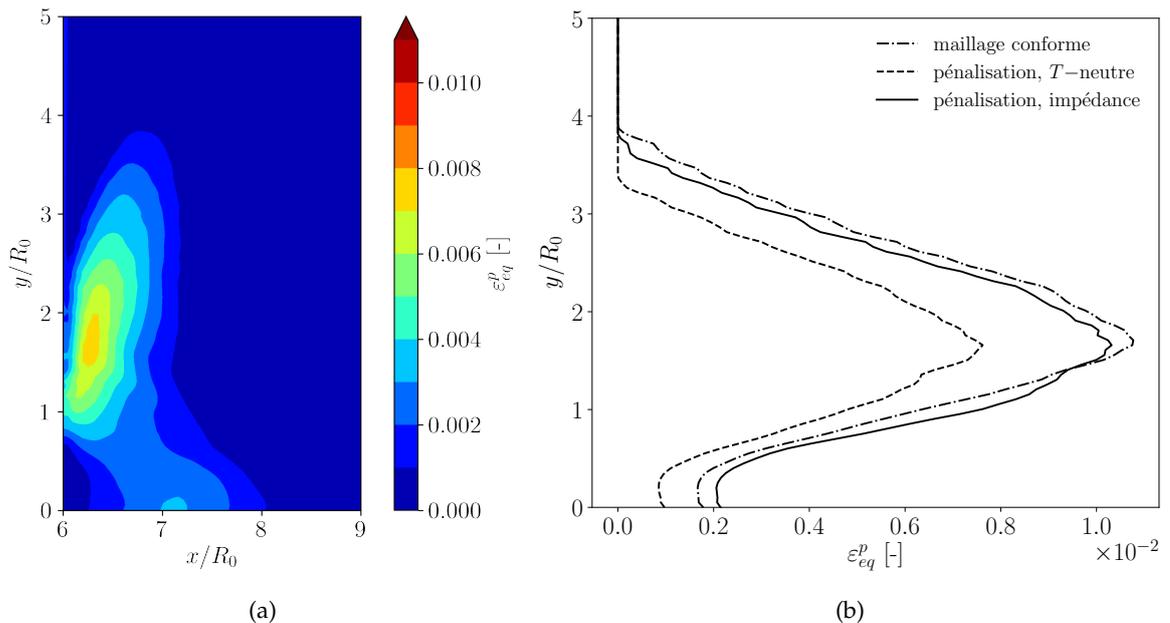


FIGURE 7.8 – Couplage faible, influence de la pénalisation : (a) contours de la déformation plastique cumulée au temps final, obtenue avec la condition  $T$ -neutre; (b) coupe verticale de la déformation plastique cumulée passant par le maximum.

La déformation plastique cumulée maximale et l'aire de la surface endommagée sont présentées dans la Table 7.5 pour chaque méthode. Les écarts relatifs par rapport à la méthode maillage conforme sont notés  $\Delta \varepsilon_{eq}^{p,max}$  et  $\Delta A_p$ . De très faibles variations sont observées entre la méthode maillage conforme et la méthode de pénalisation avec la condition d'impédance. En revanche, les écarts sont beaucoup plus importants avec la condition  $T$ -neutre. La déformation plastique maximale est réduite de presque 30 % par rapport à la méthode maillage conforme. La méthode de pénalisation avec condition d'impédance est donc conservée pour la suite de l'étude.

Méthode	Maillage conforme	Pénal. $T$ -neutre	Pénal. impédance
$\varepsilon_{eq}^{p,max}$ [-]	$1.08 \times 10^{-2}$	$0.76 \times 10^{-2}$	$1.03 \times 10^{-2}$
$A_p$ [mm <sup>2</sup> ]	$1.49 \times 10^{-2}$	$1.23 \times 10^{-2}$	$1.46 \times 10^{-2}$
$\Delta\varepsilon_{eq}^{p,max}$	-	-29.6 %	-4.6 %
$\Delta A_p$	-	-17.4 %	-2.0 %

TABLE 7.5 – Couplage faible, influence de la pénalisation : déformation plastique cumulée maximale et aire de la surface endommagée.

### 7.3 Couplage fort (2-way)

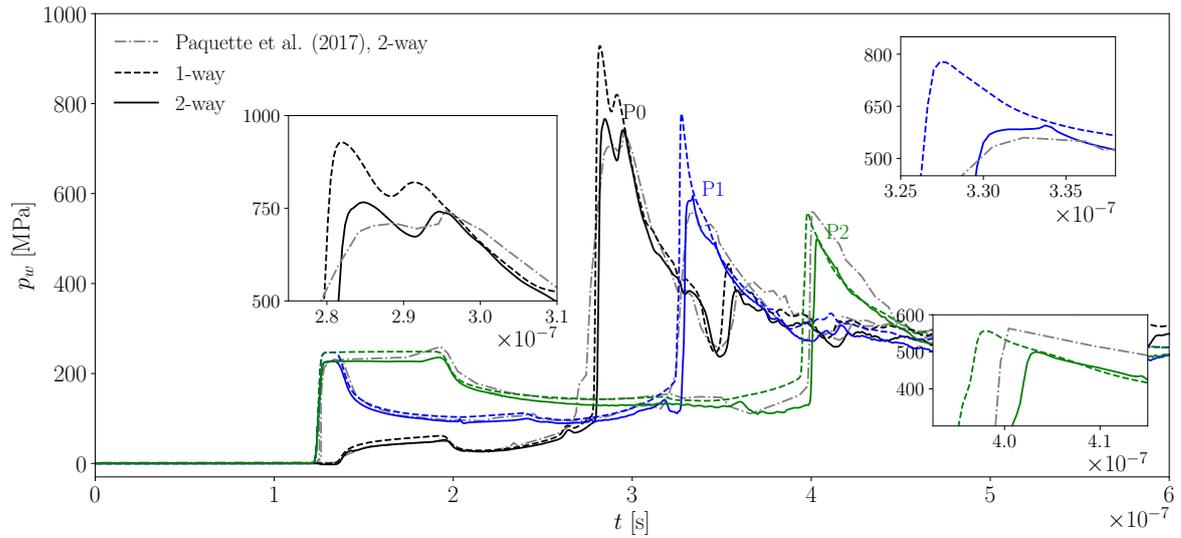
Un couplage fort est maintenant considéré entre le fluide et la structure. L'influence de la déformation de la paroi sur l'écoulement du fluide est prise en compte par la mise à jour de la position de l'interface couplée et de la fonction masque au sein de SCB (voir section 6.2.4). Jusqu'à la fin de ce chapitre, la notation suivante est utilisée pour exprimer l'écart relatif entre une quantité  $q$  obtenue en 2-way et en 1-way :

$$\Delta q = \frac{q_{2w} - q_{1w}}{q_{1w}}. \quad (7.2)$$

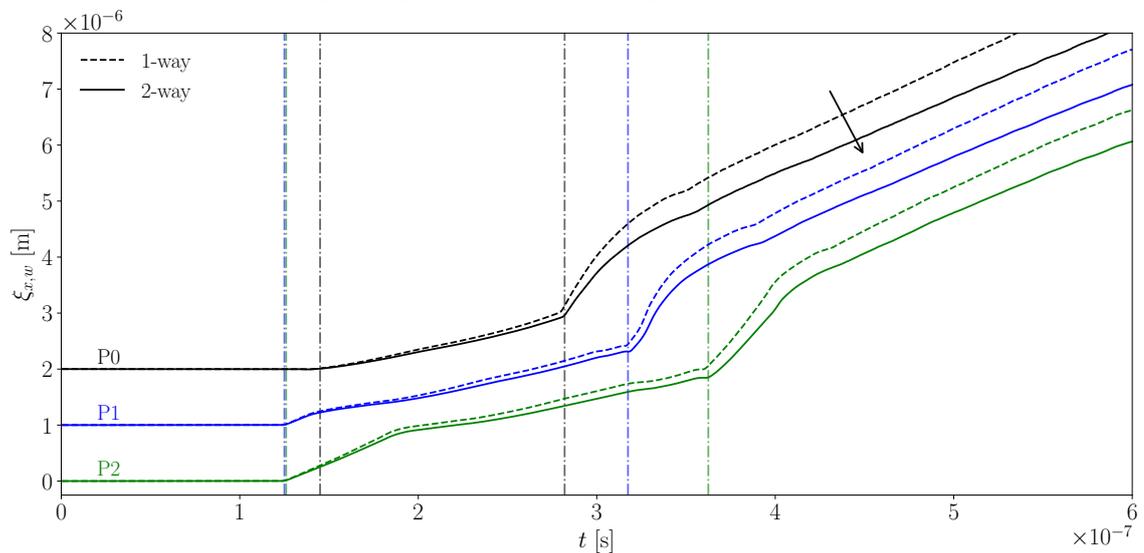
avec  $q_{1w}$  et  $q_{2w}$  issues d'un couplage 1-way et d'un couplage 2-way, respectivement.

L'évolution temporelle de la pression à la paroi aux points P0, P1 et P2 est représentée sur la figure 7.9a. Les résultats obtenus avec un couplage fort sont comparés à ceux issus d'un couplage faible. La solution de PAQUETTE, 2017, obtenue avec un couplage 2-way, est également représentée. Un amortissement de l'impact du choc est observé en chaque point de l'interface lorsque la rétroaction de la structure est prise en compte. L'impact du choc incident est lui aussi atténué. Les signaux de pression obtenus avec SCB-FEniCS-preCICE montrent un bon accord avec ceux obtenus par PAQUETTE, 2017. Cependant, on a vu dans la section 7.2.1 que les pics de pression obtenus en 1-way avec notre modèle à quatre équations sont plus forts que ceux atteints avec le modèle multicomposant adopté par PAQUETTE, 2017. Cela signifie que l'amortissement 1-way/2-way est plus important ici. L'amplitude du pic de pression aux points P0, P1 et P2, notée  $p_w^{max}$ , est présentée dans la Table 7.6 pour chaque approche. L'amortissement des pics de pression, noté  $\Delta p_w^{max}$ , est défini d'après l'équation (7.2). L'amplitude du pic de pression est atténuée en chaque point mais l'amortissement est plus important en P1 où il atteint 24 %. L'amortissement obtenu avec SCB-FEniCS-preCICE est plus important que celui obtenu par PAQUETTE, 2017. Dans le cas simplifié d'une onde de choc plane impactant un matériau élastique, le coefficient d'amortissement dépend uniquement du rapport des impédances acoustiques des milieux fluide et solide (FRANC et al., 2006). Au point d'impact, en P0, le coefficient d'amortissement est donc supposé dépendre uniquement des impédances acoustiques de chaque milieu. En sachant que notre modélisation de l'écoulement diphasique compressible est différente de celle de PAQUETTE, 2017, les écarts observés sont sûrement liés à l'état du fluide derrière le choc généré par le collapse. Celui-ci modifie ensuite l'impédance acoustique du milieu fluide et donc le coefficient d'amortissement au point d'impact (P0). Il est possible que notre amortissement soit ensuite amplifié en P1 par la loi d'écrouissage bilinéaire qui surestime la déformation plastique.

L'évolution temporelle du déplacement horizontal aux points P0, P1 et P2 est présentée sur la Figure 7.9b. Les courbes en P0 et P1 sont décalées verticalement de  $2 \times 10^{-6}$  m et de



(a) signal de pression à la paroi aux points P0, P1 et P2.



(b) déplacement horizontal de la paroi aux points P0, P1 et P2.

FIGURE 7.9 – Couplage fort, effet du couplage.

	SCB-FEniCS-preCICE			PAQUETTE, 2017		
	P0	P1	P2	P0	P1	P2
1-way, $p_w^{max}$ [MPa]	928	778	557	827	633	602
2-way, $p_w^{max}$ [MPa]	766	595	499	744	560	563
$\Delta p_w^{max}$	-18 %	-24 %	-10 %	-10 %	-12 %	-6 %

TABLE 7.6 – Couplage fort, effet du couplage : amplitude du pic de pression aux points P0, P1 et P2; écart relatif entre les approches 1-way et 2-way.

$1 \times 10^{-6}$  m (respectivement) pour une meilleure lisibilité. La paroi subit une légère accélération au moment de l'impact du choc incident. Cette accélération est plus importante en P1 et P2 car la paroi est protégée par la bulle au niveau du point P0. Le choc issu du collapse atteint ensuite la paroi vers  $t = 2.8 \times 10^{-7}$  s. Suite à l'impact, la paroi subit une forte

accélération en P0. Cet instant correspond exactement à celui du pic de pression en P0, présenté sur la Figure 7.9a. Une fois le pic passé, le point P0 se déplace de nouveau à vitesse constante. Le même phénomène se produit ensuite aux points P1 et P2. Cependant, la déformation de l'interface en ces points se produit en avance de phase par rapport à leurs pics de pression respectifs (voir Figure 7.9a). Ce phénomène est mis en évidence par des lignes verticales sur la Figure 7.9b. Le décalage augmente au fur et à mesure que l'on s'éloigne du point d'impact. En effet, la vitesse de propagation des ondes n'est pas la même dans les deux milieux. Elle est plus importante dans le solide que dans le fluide, d'où l'avance de phase du déplacement de la paroi par rapport à la propagation du choc dans le fluide le long de la paroi.

Par ailleurs, le déplacement de l'interface est amorti lorsqu'un couplage fort est adopté. Le déplacement horizontal maximal de l'interface, noté  $\bar{\zeta}_{x,w}^{max}$ , est présenté dans la Table 7.7 aux points P0, P1 et P2. Il correspond au déplacement obtenu en fin de calcul. Il est important de noter que le déplacement de l'interface décroît ensuite pour des temps de simulation plus longs. Seule une partie de ce déplacement, liée à la plasticité, est résiduelle. Des temps plus longs ne sont pas considérés ici pour des raisons de coût de calcul. L'amortissement du déplacement maximal de l'interface, noté  $\Delta\bar{\zeta}_{x,w}^{max}$ , est identique aux points P1 et P2. En revanche, il est légèrement plus important en P0. Par comparaison avec l'évolution de  $\Delta p_w^{max}$  le long de l'interface, on en conclut que l'atténuation du déplacement n'est pas directement reliée à celle des pics de pression. Nos résultats ne sont pas comparés à ceux de PAQUETTE, 2017 car la condition aux limites imposée sur le bord supérieur de la structure n'est pas la même entre les deux simulations. Cette condition a une forte influence sur le déplacement de l'interface. Ceci peut aussi contribuer aux différences observées entre nos résultats et ceux de PAQUETTE, 2017 concernant l'amortissement  $\Delta p_w^{max}$ .

	P0	P1	P2
1-way, $\bar{\zeta}_{x,w}^{max}$ [ $\mu\text{m}$ ]	6.92	6.71	6.63
2-way, $\bar{\zeta}_{x,w}^{max}$ [ $\mu\text{m}$ ]	6.16	6.08	6.06
$\Delta\bar{\zeta}_{x,w}^{max}$	-11 %	-9 %	-9 %

TABLE 7.7 – Couplage fort, effet du couplage : déplacement maximal aux points P0, P1 et P2; écart relatif entre les approches 1-way et 2-way.

Les contours de la déformation plastique au temps final, obtenus avec les approches 1-way et 2-way, sont comparés sur la Figure 7.10. On observe une diminution significative de la déformation plastique dans le matériau lorsqu'un couplage fort est considéré. Contrairement aux points P0 et P2, le voisinage du point P1 est affecté par la plasticité. C'est la raison pour laquelle l'amortissement du pic de pression au point P1 est plus important qu'en P0 et P2 (voir Table 7.6). L'amortissement 1-way/2-way est donc accentué par la déformation plastique. L'amplitude maximale de la déformation plastique, l'aire de la surface endommagée et leurs amortissements respectifs sont rassemblés dans la Table 7.8. Bien que l'amortissement des pics de pression soit compris entre 10 % et 24 %, ceux de  $\varepsilon_{eq}^{p,max}$  et de  $A_p$  atteignent respectivement 41 % et 54 %. Pour le même critère d'endommagement ( $\varepsilon_{eq}^p \geq 10^{-3}$ ), PAQUETTE et al., 2018 observent également une division par deux de l'aire endommagée lorsqu'un couplage fort est adopté, par rapport à un couplage faible. Ces différences significatives montrent l'importance de considérer un couplage fort lorsqu'il s'agit de caractériser l'endommagement d'une paroi induit par le collapse d'une bulle.

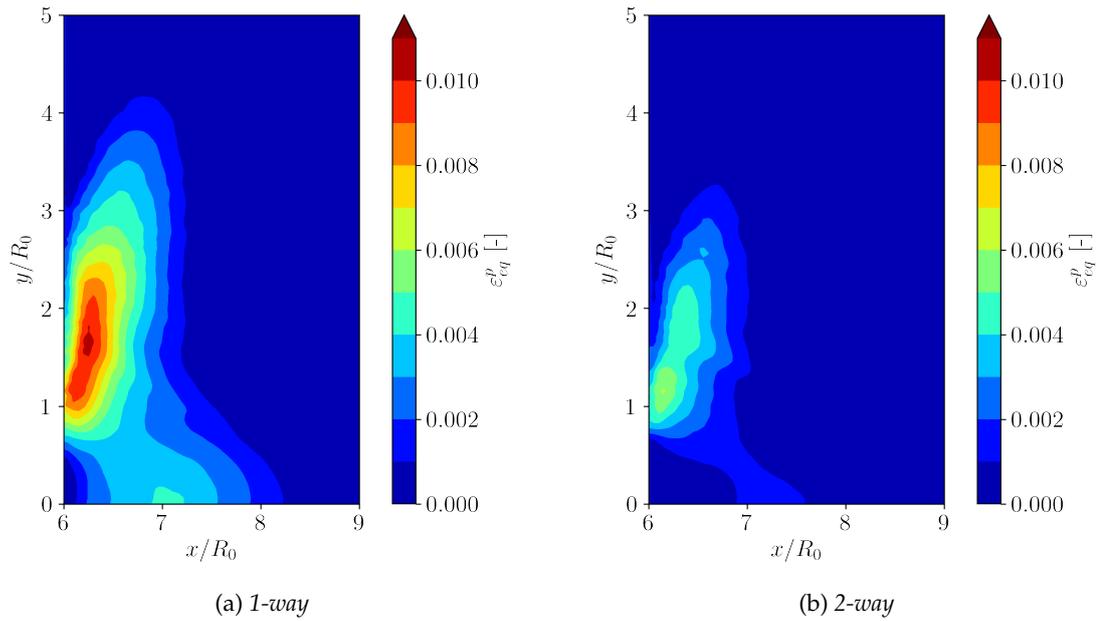


FIGURE 7.10 – Couplage fort, effet du couplage : contours de la déformation plastique cumulée au temps final.

	<i>1-way</i>	<i>2-way</i>	$\Delta\varepsilon_{eq}^{p,max}, \Delta A_p$
$\varepsilon_{eq}^{p,max}$ [-]	$1.03 \times 10^{-2}$	$0.61 \times 10^{-2}$	-41 %
$A_p$ [mm <sup>2</sup> ]	$1.46 \times 10^{-2}$	$0.67 \times 10^{-2}$	-54 %

TABLE 7.8 – Couplage fort, effet du couplage : déformation plastique cumulée maximale et aire de la surface endommagée.

## 7.4 Distance bulle-paroi

La distance initiale entre la bulle et la paroi joue un rôle clé dans l'intensité de l'impact (TOMITA et al., 1986; PHILIPP et al., 1998; JOHNSEN et al., 2009). Dans les sections précédentes, le centre de la bulle se trouvait initialement à une distance  $2R_0$  de la paroi solide, avec  $R_0$  le rayon initial de la bulle. Dans cette section, une étude paramétrique est réalisée par rapport à la distance bulle-paroi. On considère dix configurations initiales différentes telles que  $\gamma_0 = \{1.1, 1.2, \dots, 1.9, 2\}$ , avec  $\gamma_0 = H_0/R_0$  la distance bulle-paroi adimensionnée par le rayon initial de la bulle (voir Figure 7.1). Le collapse de la bulle est illustré pour  $\gamma_0 = 1.1$  sur la Figure 7.11 à travers des visualisations Schlieren instantanées (en haut) et des visualisations du champ de pression (en bas). La vue est agrandie d'un facteur deux autour de la bulle par rapport à la Figure 7.2 pour  $\gamma_0 = 2$ . En comparaison avec le collapse présenté sur la Figure 7.2, le coup de bélier se produit au voisinage de la paroi. Le choc généré est beaucoup plus intense et il impacte aussitôt l'interface fluide-structure.

Le signal de pression à la paroi aux points P0, P1 et P2 est présenté sur la Figure 7.12 pour  $\gamma_0 = \{1.1, 1.4, 1.7, 2\}$ . L'impact se produit plus tôt pour une bulle rapprochée car la distance à parcourir par le choc avant d'atteindre la paroi est moins importante. L'amplitude du pic de pression au point P0 augmente lorsque la bulle se rapproche de la paroi. Elle est quasiment multipliée par deux lorsque  $\gamma_0$  passe de 2 à 1.1. Un aspect extrêmement important concerne la durée du chargement. L'étendue temporelle du pic de pression est plus importante pour de faibles distances bulle-paroi. Autrement dit, le temps caractéristique du

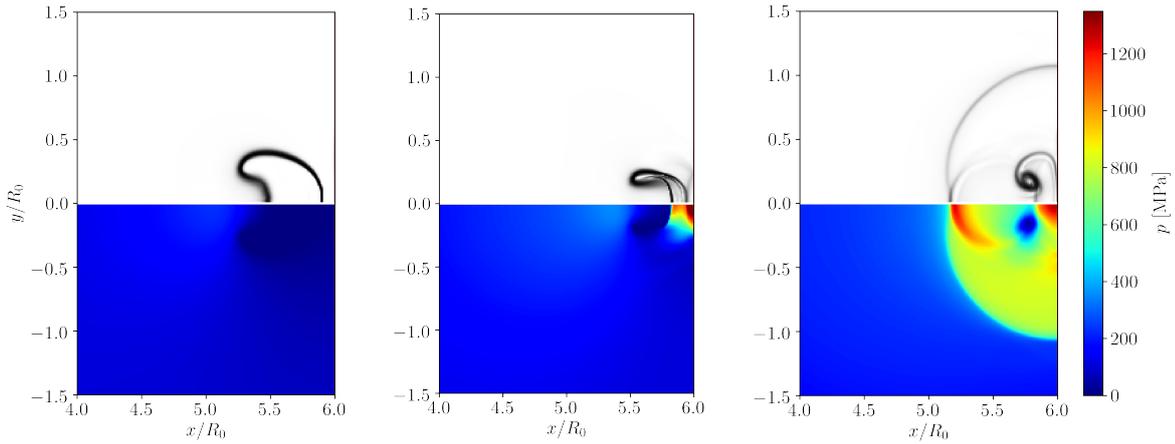


FIGURE 7.11 – Collapse de bulle,  $\gamma_0 = 1.1$  : visualisations Schlieren (en haut) et champ de pression (en bas) à  $t = \{2.28, 2.52, 2.76\} \times 10^{-7}$  s.

chargement augmente lorsque  $\gamma_0$  décroît. C'est un élément fondamental concernant la réaction du matériau face au chargement. Par ailleurs, les pics de pression en P1 et en P2 sont beaucoup moins affectés par la distance bulle-paroi.

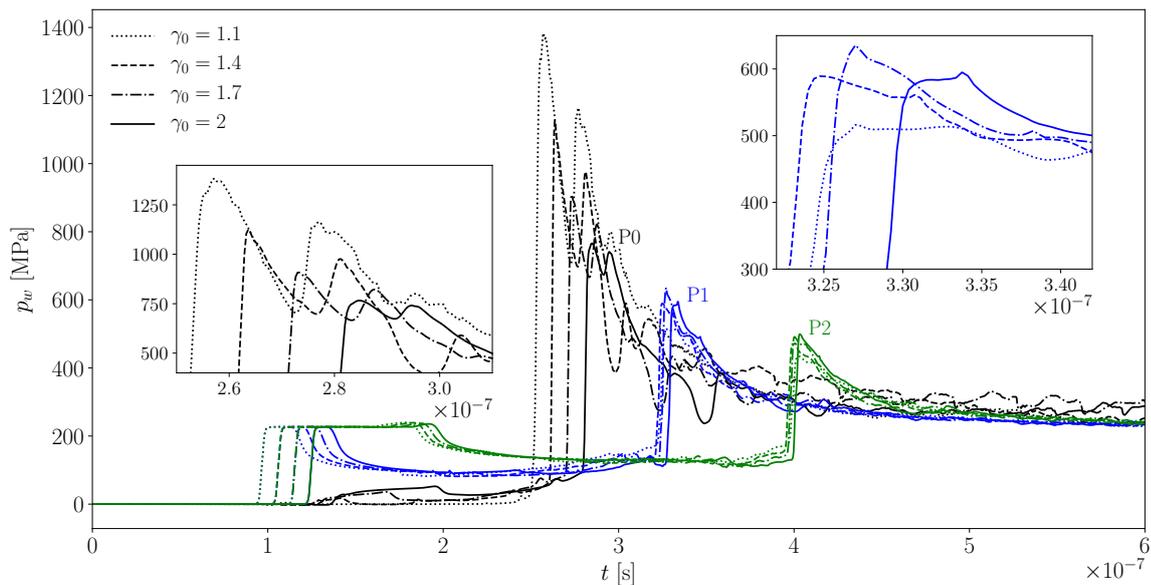


FIGURE 7.12 – Distance bulle-paroi, 2-way : signal de pression à la paroi aux points P0, P1 et P2.

Les amplitudes des pics de pression aux points P0 et P1, obtenues avec un couplage 2-way, sont comparées à celles issues d'un couplage 1-way sur la Figure 7.13. L'amortissement 1-way/2-way, noté  $\Delta p_w^{max}$ , est également représenté. Il est tracé en bleu et est associé à l'axe de droite. Pour une paroi rigide (1-way), l'amplitude du pic de pression décroît en P0 lorsque la distance augmente tandis que la tendance s'inverse en P1. Que la paroi soit rigide ou déformable, l'onde subit un amortissement lors de sa propagation le long de la paroi. Plus l'impact est violent, plus l'amortissement est important. Étant donné que l'intensité de l'impact augmente lorsque la bulle se rapproche, l'amortissement associé est aussi plus important. C'est la raison pour laquelle  $p_w^{max}$  augmente avec  $\gamma_0$  au point P1 (voir Figure 7.13b). Le comportement est légèrement différent en 2-way pour des bulles éloignées. C'est

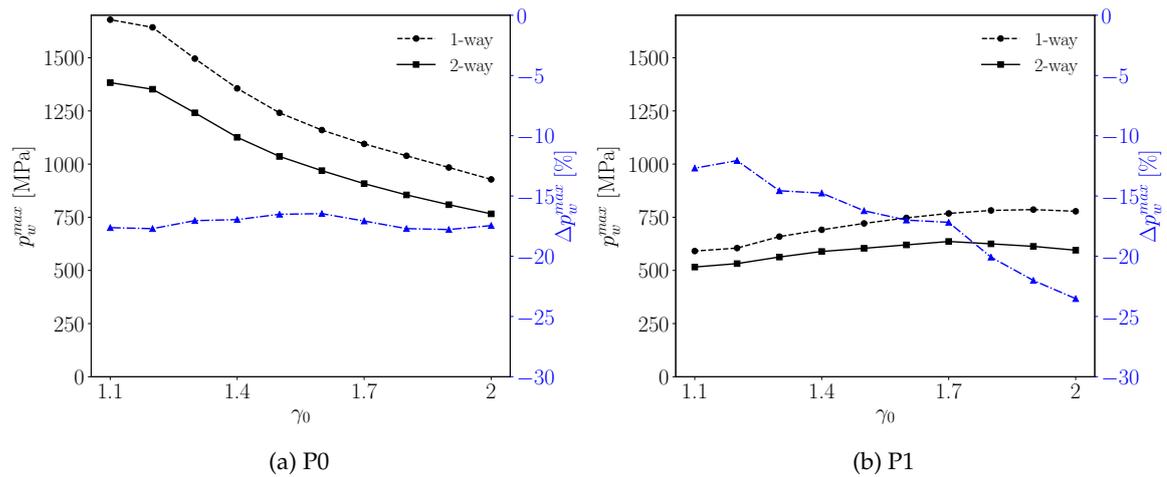


FIGURE 7.13 – Distance bulle-paroi : amplitude du pic de pression à la paroi.

la conséquence d'un amortissement du chargement induit par la déformation plastique du matériau. On verra par la suite que la surface endommagée se rapproche du point P1 lorsque la distance bulle-paroi augmente. Par conséquent, l'amortissement *1-way/2-way* est amplifié en P1 lorsque  $\gamma_0$  augmente. En revanche, il ne varie pas en P0 car l'amortissement au niveau de l'impact dépend uniquement du rapport des impédances des milieux fluide et solide.

Les contours de la déformation plastique cumulée au temps final sont illustrés sur la Figure 7.14 pour  $\gamma_0 = \{1.1, 1.4, 1.7, 2\}$ . L'échelle de couleur est différente pour  $\gamma_0 = 1.1$  car l'amplitude de la déformation plastique n'est pas du même ordre de grandeur que pour les autres valeurs de  $\gamma_0$ . La distance bulle-paroi affecte fortement l'amplitude maximale de la déformation plastique et la topologie de la surface endommagée. Le premier aspect est évident au vu de l'amplitude des pics de pression (voir Figure 7.12). Le second l'est un peu moins. La surface endommagée est localisée au niveau de l'impact pour une bulle rapprochée ( $\gamma_0 = 1.1$ ), puis elle s'éloigne progressivement de l'axe de symétrie lorsque la distance bulle-paroi augmente. Par conséquent, la zone endommagée ne se trouve plus au niveau de l'impact, où le chargement est pourtant maximal. Ce phénomène est également observé par PAQUETTE, 2017, JOSHI et al., 2019 et SARKAR, 2019. Une explication physique est apportée par JOSHI et al., 2019, ils attribuent ce mécanisme à des effets inertiels au sein du solide. Cette interprétation rejoint les observations de ROY et al., 2015, qui étudient l'influence de la durée du chargement sur la profondeur du *pit*. Ils constatent que lorsque la durée de l'impact est courte, la fréquence du chargement est très élevée et la déformation est alors contrôlée par l'inertie du matériau, au lieu de la rigidité. La majeure partie de l'énergie est donc convertie en énergie cinétique, conduisant à une faible déformation plastique. Dans le cas d'une bulle éloignée, le temps caractéristique du chargement est bien inférieur au temps caractéristique du matériau au niveau de l'impact. Ce dernier ne réagit donc pas à l'impact. ROY et al., 2015 définissent le temps caractéristique du matériau a posteriori comme le rapport entre la profondeur de la zone endommagée et la vitesse du son dans le solide. En pratique, il est difficile à estimer car la profondeur de la zone endommagée dépend du critère d'endommagement. Il n'y a aucun consensus sur le choix de ce critère dans la littérature. À mesure que le choc se propage le long de l'interface, sa vitesse de propagation diminue et le temps caractéristique du chargement augmente. Ce mécanisme est mis en évidence sur la Figure 7.12 par l'étendue temporelle du pic de pression en P0 en fonction de  $\gamma_0$ , ainsi que par la durée séparant les différents pics de pression. C'est seulement lorsque le temps caractéristique du chargement atteint le temps de réponse du matériau que ce dernier peut entrer en plasticité. On s'attend donc à ce qu'une bulle proche de la paroi forme un *pit* circulaire et profond, tandis qu'une bulle plus éloignée génère un *pit* annulaire et moins profond.

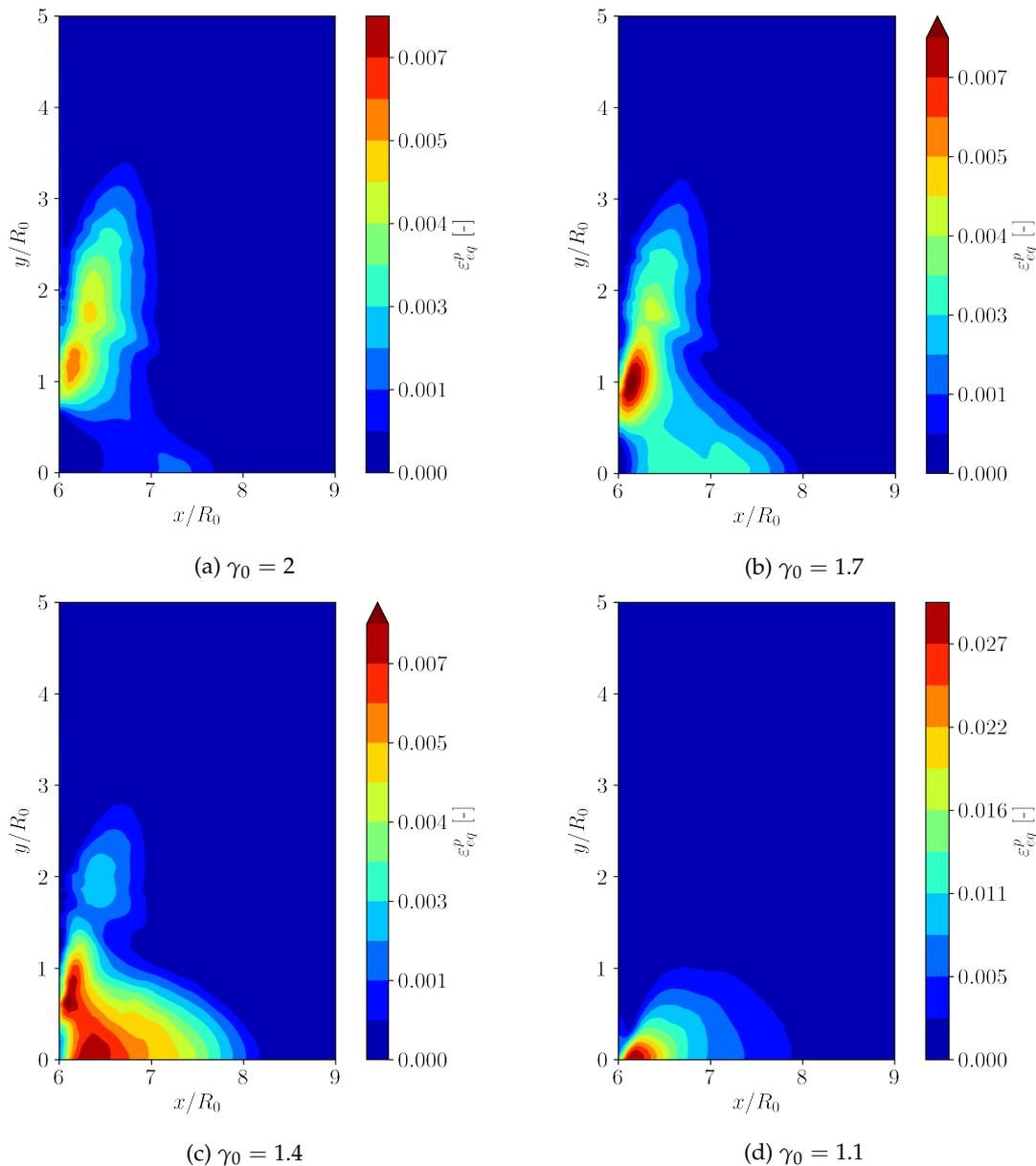


FIGURE 7.14 – Distance bulle-paroi, 2-way : contours de la déformation plastique cumulée au temps final.

La déformation plastique maximale est représentée sur la Figure 7.15a pour chaque valeur de  $\gamma_0$ . Dans le cas d'une bulle rapprochée ( $\gamma_0 \leq 1.4$ ), la durée du chargement est plus importante et le matériau entre immédiatement en plasticité au moment de l'impact. À cet instant, l'amplitude du chargement est maximale et la déformation plastique qui en résulte est donc très forte. C'est la raison pour laquelle  $\varepsilon_{eq}^{p,max}$  augmente extrêmement rapidement lorsque la distance diminue, uniquement pour  $\gamma_0 \leq 1.4$ . Dans le cas d'une bulle éloignée ( $\gamma_0 > 1.4$ ), le chargement est bref et le matériau entre en plasticité seulement plus tard, lorsque la vitesse de propagation du choc le long de l'interface décroît suffisamment. À cet instant, le chargement est déjà fortement amorti, comme le montrent les pics de pression en P1 (voir Figure 7.12). La déformation plastique qui en résulte est donc fortement réduite. De plus, la déformation plastique maximale est quasiment indépendante de  $\gamma_0$  dans le cas d'une bulle éloignée. En effet, l'amplitude du chargement varie peu en fonction de  $\gamma_0$  au

fur et à mesure que l'on s'éloigne du point d'impact (voir Figure 7.13b). Pour résumer, la déformation plastique est maximale lorsque  $\gamma_0 = 1.1$  pour les deux raisons suivantes :

- La durée du chargement est plus importante et la plasticité se produit immédiatement, lorsque le chargement n'est pas encore amorti.
- L'amplitude du chargement augmente lorsque la bulle se rapproche de la paroi.

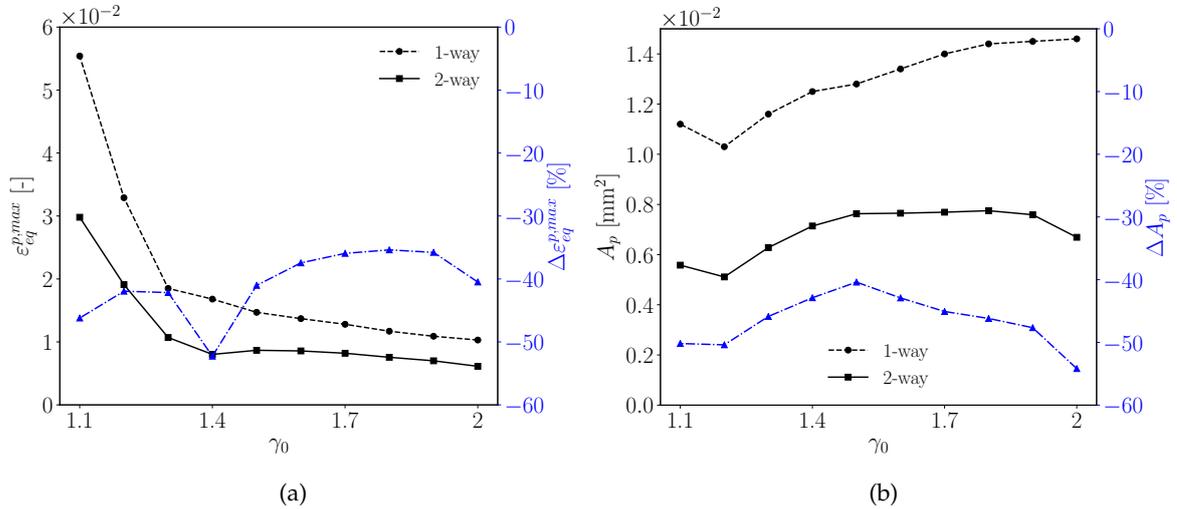


FIGURE 7.15 – Distance bulle-paroi : (a) déformation plastique cumulée maximale; (b) aire de la surface endommagée.

L'évolution de l'aire de la surface endommagée en fonction de  $\gamma_0$  est présentée sur la Figure 7.15b. Pour un couplage faible, l'aire augmente avec la distance bulle-paroi. Pour un couplage fort, elle varie peu. L'amortissement *1-way/2-way* est maximal en  $\gamma_0 = 2$  et atteint environ 55 %. Il est causé par la disparition soudaine de la partie inférieure de la zone endommagée ( $y/R_0 \leq 0.75$ ) lors du passage d'un couplage *1-way* à *2-way* pour  $\gamma_0 = 2$  (voir Figure 7.10). Ce phénomène n'est pas aussi brutal pour des valeurs de  $\gamma_0$  plus faibles. À partir de  $\gamma_0 \geq 1.5$ , les courbes obtenues avec les deux approches divergent. L'interprétation des résultats concernant l'endommagement du matériau peut donc être fondamentalement différente en fonction du couplage considéré.

L'évolution temporelle du déplacement horizontal de la paroi aux points P0, P1 et P2 est présentée sur la Figure 7.16. Tout comme les pics de pression, les deux phases d'accélération surviennent plus tôt lorsque  $\gamma_0$  diminue. L'accélération du déplacement est directement reliée à l'amplitude du chargement. Elle augmente en P0 lorsque la bulle se rapproche, c'est-à-dire lorsque le pic de pression gagne en intensité. Aux points P1 et P2, l'accélération de l'interface est indépendante de  $\gamma_0$  car l'amplitude des pics de pression varie peu par rapport à  $\gamma_0$  en ces points. L'accélération du déplacement en P0 est accentuée par la déformation plastique du matériau. Elle est affectée par le changement de pente de la courbe contrainte-déformation lorsque le matériau entre en plasticité. La déformation augmente plus rapidement dans le domaine plastique que dans le domaine élastique car le module tangent est largement inférieur au module d'Young ( $E_t = E/100$ ). Lorsque la distance bulle-paroi diminue, la déformation plastique augmente sur l'axe de symétrie (voir Figure 7.14). En conséquence, le déplacement de l'interface croît plus rapidement. Une partie du déplacement est résiduelle en P0, elle persistera après relâchement du chargement. Par ailleurs, le déplacement de la paroi augmente en P1 et en P2 lorsque la bulle se rapproche. Le pic de pression et l'accélération de la paroi sont pourtant indépendants de  $\gamma_0$  en chacun de ces points. Le déplacement de l'interface est donc amplifié par sa propre inertie, déterminée par l'intensité de l'impact.

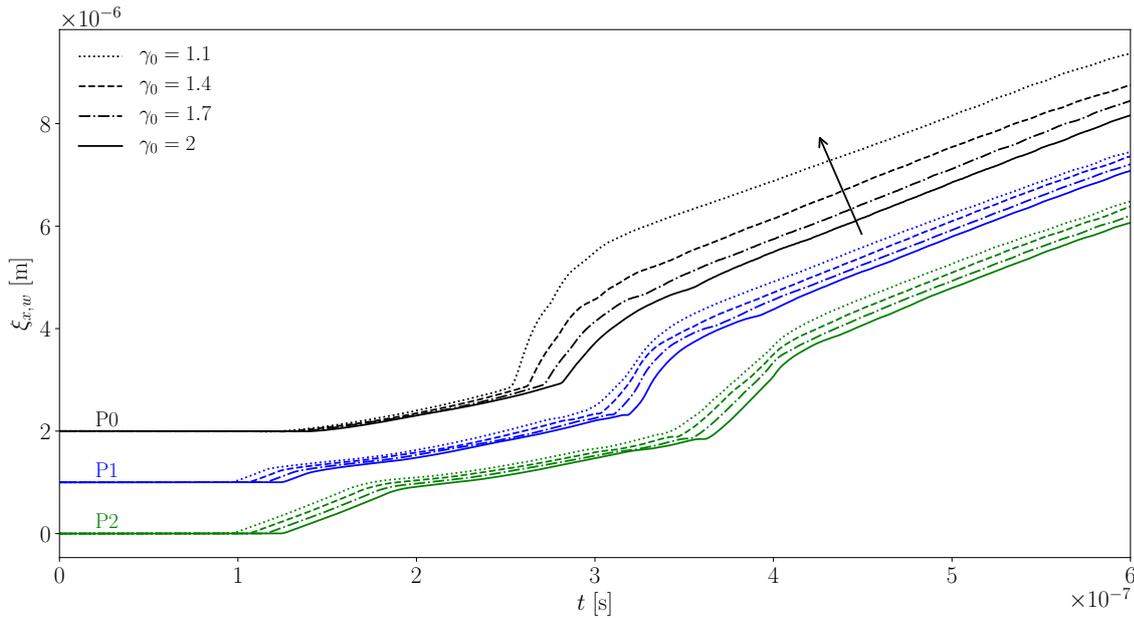


FIGURE 7.16 – Distance bulle-paroi, 2-way : déplacement horizontal de la paroi aux points P0, P1 et P2. Les courbes en P0 et P1 sont décalées verticalement de  $2 \times 10^{-6}$  m et de  $1 \times 10^{-6}$  m pour une meilleure lisibilité.

Le déplacement maximal de la paroi aux points P0 et P1 est représenté en fonction de  $\gamma_0$  sur la Figure 7.17. Il croît rapidement en P0 lorsque  $\gamma_0$  diminue, notamment pour des bulles rapprochées ( $\gamma_0 \leq 1.4$ ). La croissance du déplacement en fonction de  $\gamma_0$  est beaucoup moins prononcée en P1. Ainsi, la distance bulle-paroi affecte essentiellement le mouvement de l'interface au niveau de l'impact. Au point P0, l'amortissement  $1way/2way$ , noté  $\Delta \xi_{x,w}^{max}$ , augmente lorsque la bulle se rapproche. Cette amplification devient significative lorsque la distance bulle-paroi est inférieure à 1.4, c'est-à-dire lorsque la zone endommagée est concentrée au niveau de P0 (voir Figure 7.14). Au point P1, l'amortissement augmente lorsque la bulle s'éloigne, c'est-à-dire lorsque la zone endommagée se rapproche de P1. Cette croissance est moins marquée qu'en P0 car l'endommagement n'est pas directement localisé au niveau de P1. On retrouve que l'amortissement  $1way/2way$  du déplacement est amplifié par la déformation plastique du matériau.

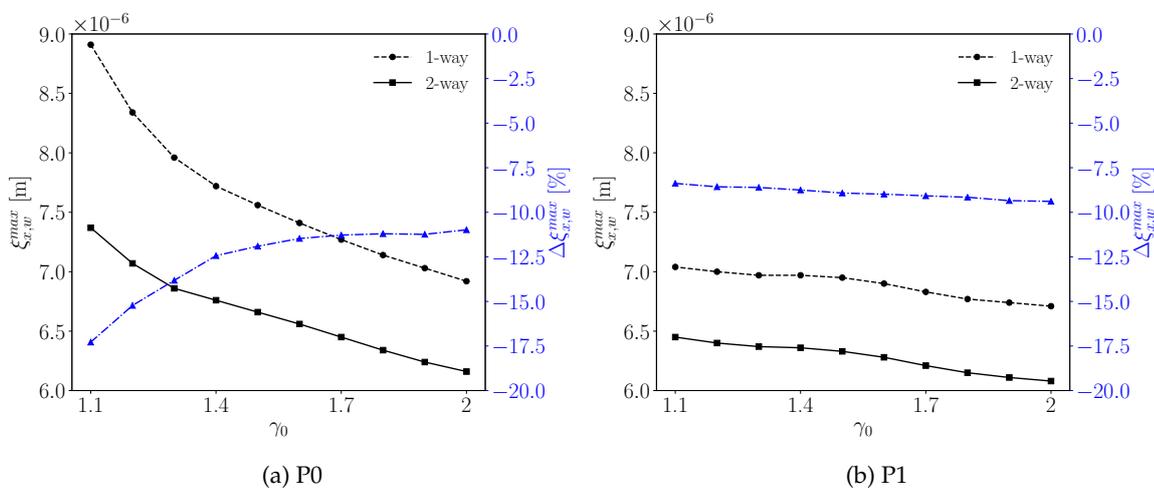


FIGURE 7.17 – Distance bulle-paroi : déplacement maximal de la paroi.

## 7.5 Limite d'élasticité

Les propriétés mécaniques du matériau jouent un rôle majeur dans l'endommagement de ce dernier. On s'intéresse à l'effet de la plasticité sur le problème couplé en faisant varier la limite d'élasticité du matériau. Les valeurs considérées ici sont  $\sigma_0 = \{400, 500, 750\}$  MPa. Les autres propriétés mécaniques restent inchangées. Il s'agit toujours d'un alliage d'aluminium 7075. En pratique, sa limite d'élasticité peut être modifiée à l'aide d'un traitement thermique. Les relations contrainte-déformation associées aux matériaux considérés sont illustrées sur la Figure 7.18.

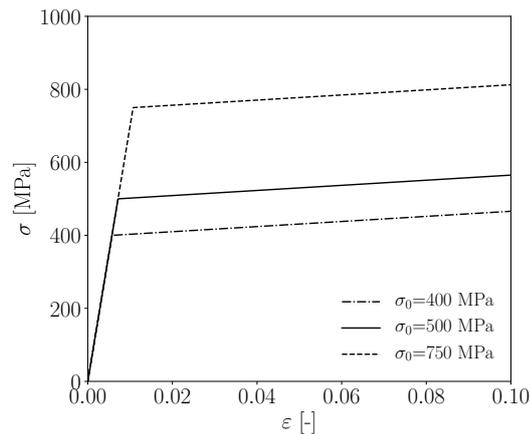


FIGURE 7.18 – Limite d'élasticité : relations contrainte-déformation.

L'évolution temporelle de la pression à la paroi aux points P0, P1 et P2 est présentée sur la Figure 7.19. L'exemple est donné pour  $\gamma_0 = 1.1$ . La limite d'élasticité a une influence négligeable sur la pression à la paroi. Seul un très léger amortissement de l'amplitude des pics de pression est observé lorsque  $\sigma_0$  diminue. La variation de la pression à la paroi est également négligeable pour d'autres valeurs de  $\gamma_0$ .

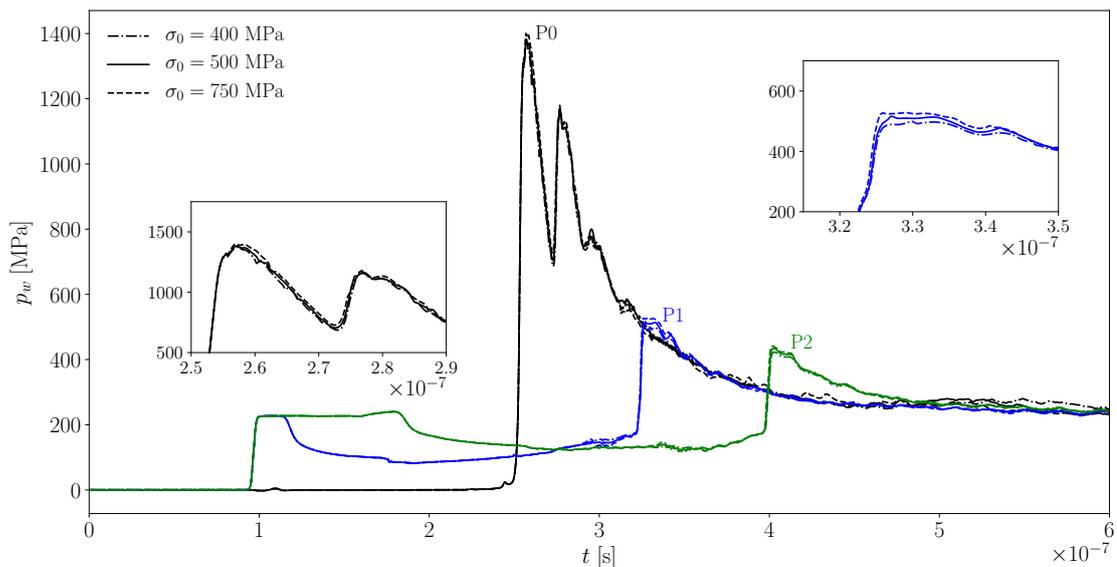


FIGURE 7.19 – Limite d'élasticité,  $\gamma_0 = 1.1$  : signal de pression à la paroi aux points P0, P1 et P2.

L'amortissement *1-way/2-way* du pic de pression est présenté sur la Figure 7.20a aux points P0 et P1. Comme évoqué précédemment, l'amortissement est constant en P0 car il est fixé par l'impédance acoustique des milieux fluide et solide lors de l'impact. En P1, il augmente lorsque la limite d'élasticité diminue, c'est-à-dire lorsque la déformation plastique est plus importante.

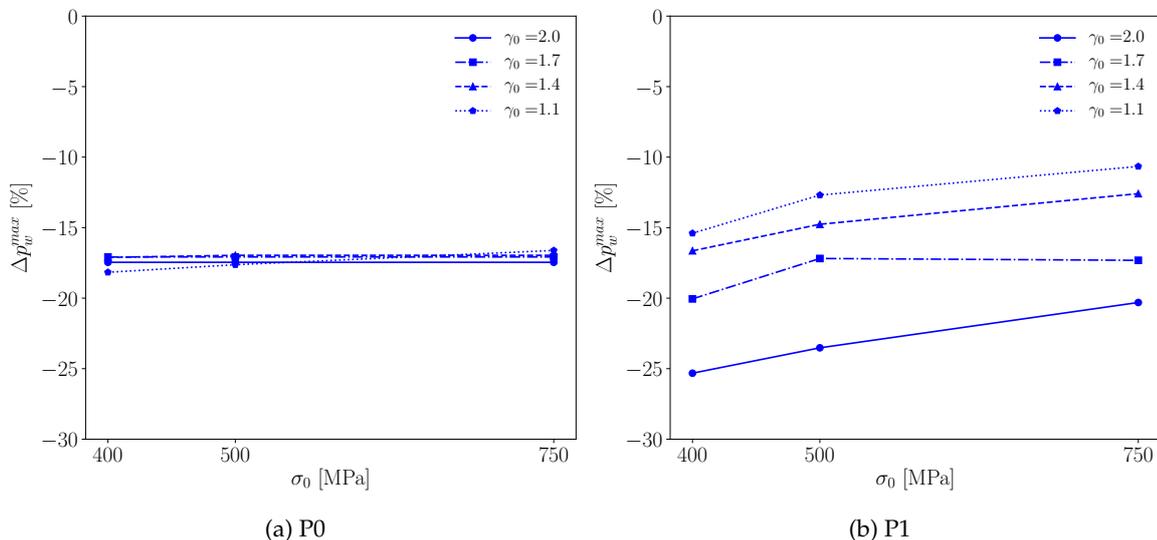


FIGURE 7.20 – Limite d'élasticité : amortissement *1-way/2-way* du pic de pression à la paroi.

L'endommagement du matériau est illustré sur la Figure 7.21 pour une bulle rapprochée ( $\gamma_0 = 1.1$ ), et sur la Figure 7.22 pour une bulle éloignée ( $\gamma_0 = 2$ ). L'endommagement est évidemment croissant lorsque la limite d'élasticité diminue, quelle que soit la distance bulle-paroi. Pour  $\gamma_0 = 2$  et  $\sigma_0 = 750$  MPa, la zone endommagée disparaît presque complètement.

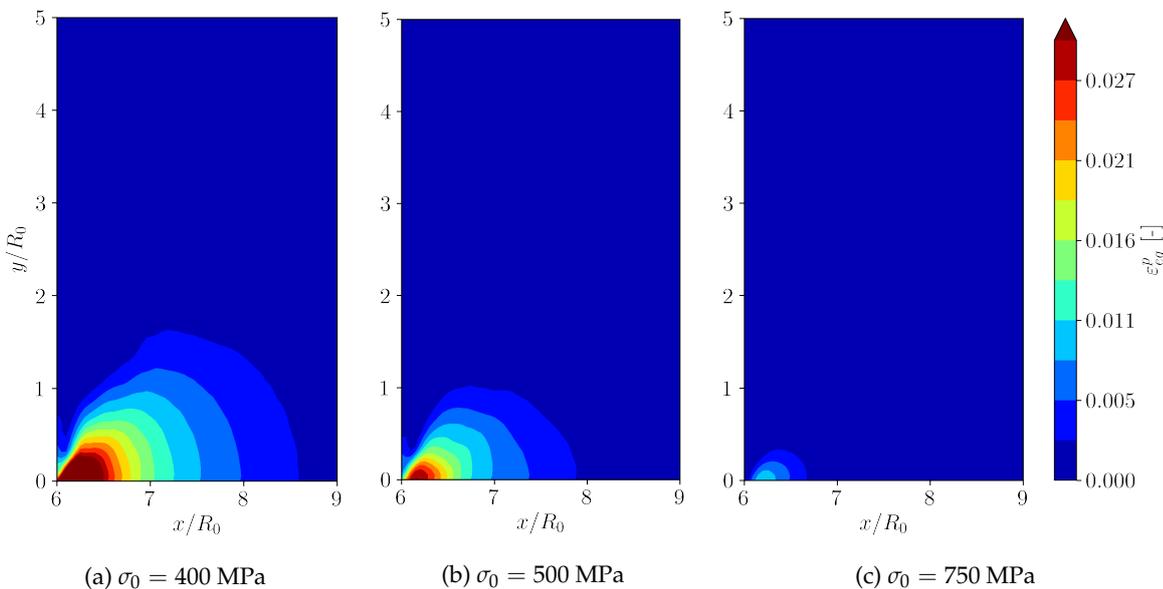


FIGURE 7.21 – Limite d'élasticité,  $\gamma_0 = 1.1$  : contours de la déformation plastique cumulée au temps final.

L'amplitude maximale de la déformation plastique est présentée en fonction de  $\sigma_0$  sur la Figure 7.23a. Dans le cas de bulles éloignées ( $\gamma_0 \geq 1.4$ ), elle est faiblement affectée par la limite d'élasticité. Dans le cas d'une bulle rapprochée ( $\gamma_0 = 1.1$ ), l'influence de  $\sigma_0$  est très forte : la croissance de la déformation plastique est extrêmement rapide lorsque la limite

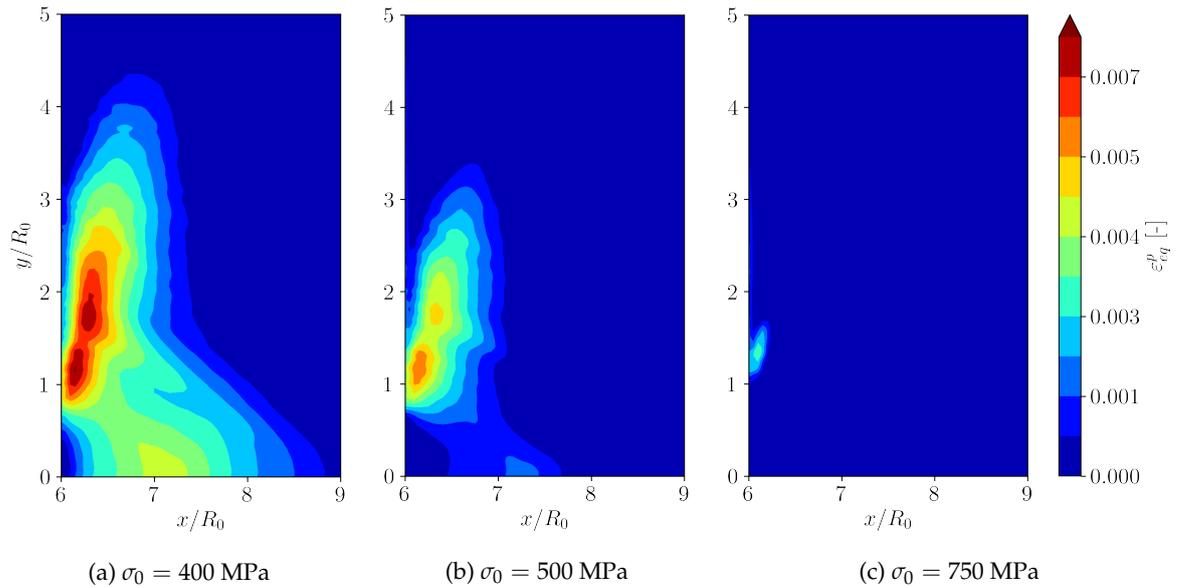


FIGURE 7.22 – Limite d'élasticité,  $\gamma_0 = 2$  : contours de la déformation plastique cumulée au temps final.

d'élasticité diminue. On sait que l'amplitude du chargement décroît rapidement au cours du temps. Lorsque le matériau entre tôt en plasticité, l'amplitude du chargement est aussi plus importante à cet instant. Par conséquent, la déformation plastique est plus forte lorsque le matériau entre tôt en plasticité. Cette situation se produit lorsque la limite d'élasticité est faible, pour une bulle rapprochée. Par ailleurs, l'évolution de l'aire de la zone endommagée est illustrée sur la Figure 7.23b en fonction de  $\sigma_0$ . L'aire de la surface endommagée augmente extrêmement rapidement lorsque  $\sigma_0$  diminue. Elle est multipliée par vingt lorsque la limite d'élasticité passe de 750 MPa à 400 MPa. Son évolution est quasiment indépendante de  $\gamma_0$  car l'effet de la limite d'élasticité sur la surface endommagée prédomine sur celui de la distance bulle-paroi.

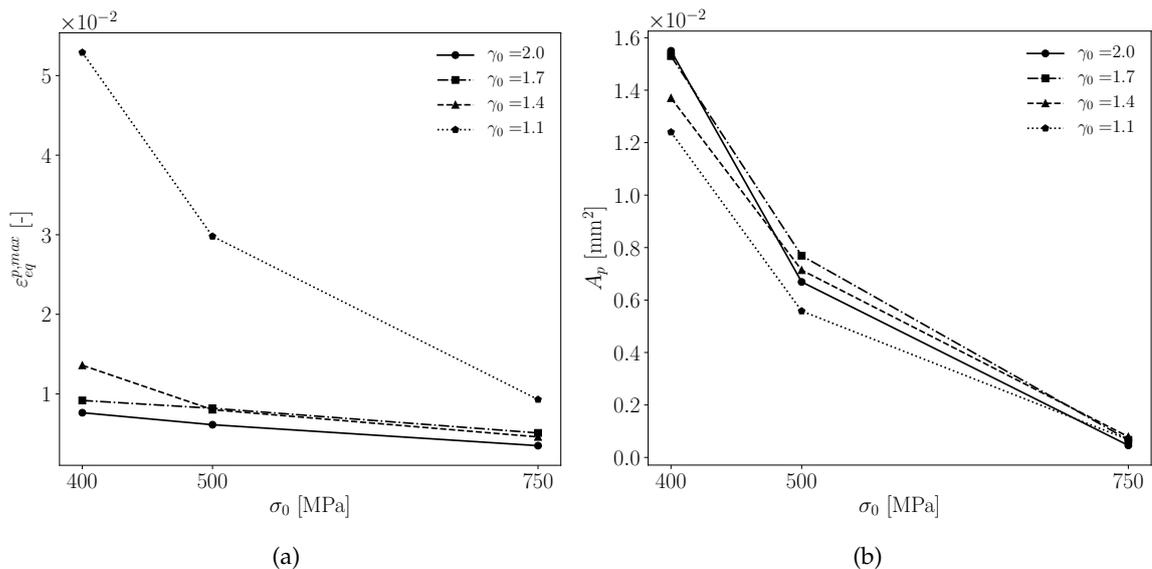


FIGURE 7.23 – Limite d'élasticité : (a) déformation plastique cumulée maximale ; (b) aire de la surface endommagée.

Le déplacement horizontal de la paroi est représenté sur la Figure 7.24 pour  $\gamma_0 = 1.1$ . D'après le signal de pression illustré sur la Figure 7.19, on peut considérer que le chargement est indépendant de la limite d'élasticité du matériau. Le déplacement de l'interface est très faiblement affecté par la limite d'élasticité aux points P1 et P2. En revanche, il croît fortement en P0 lorsque  $\sigma_0$  diminue. Le même comportement est observé pour les autres valeurs de  $\gamma_0$ . En effet, la plasticité est plus forte pour de faibles limites d'élasticité. Dans cette situation, la déformation est donc amplifiée car la pente de la relation  $\sigma - \varepsilon$  est bien plus faible dans le régime plastique que dans le régime élastique ( $E_t = E/100$  ici). Cela se traduit finalement par un déplacement plus important. Lorsque la limite d'élasticité augmente, le mouvement de la paroi tend vers celui observé en élasticité linéaire. En effet, le comportement du matériau est globalement élastique lorsque la limite d'élasticité est égale à  $\sigma_0 = 750$  MPa.

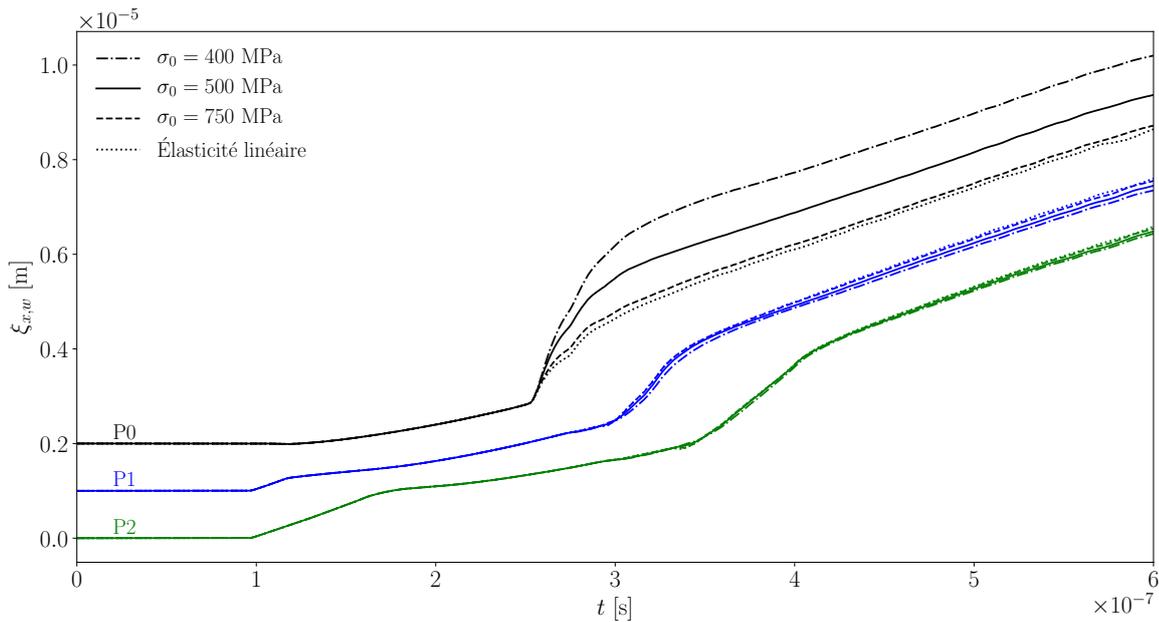


FIGURE 7.24 – Limite d'élasticité,  $\gamma_0 = 1.1$  : déplacement horizontal de la paroi aux points P0, P1 et P2.

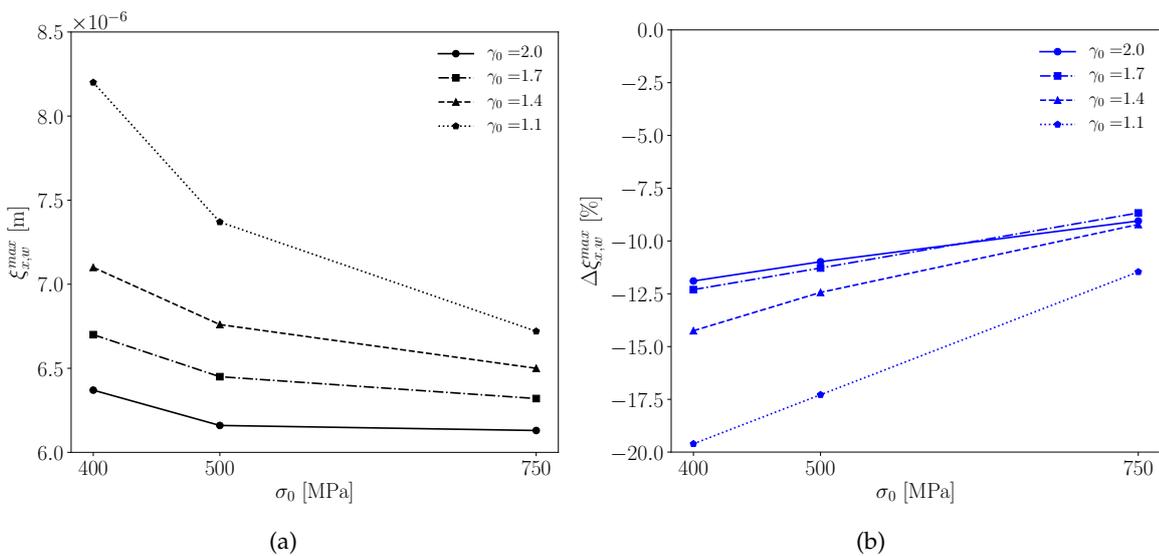


FIGURE 7.25 – Limite d'élasticité : (a) déplacement maximal de la paroi au point P0; (b) amortissement 1-way/2-way correspondant.

Le déplacement maximal de l'interface au point P0 est reporté sur la Figure 7.25a pour chaque couple  $(\sigma_0, \gamma_0)$ . Il peut atteindre une valeur maximale d'environ  $8.2 \mu\text{m}$ , soit 17 % du rayon initial de la bulle. Pour chaque distance bulle-paroi, le mouvement de l'interface gagne en amplitude lorsque  $\sigma_0$  diminue. Cette croissance est accentuée pour des bulles de plus en plus proches de la paroi car la déformation plastique  $y$  est plus importante sur l'axe de symétrie. Par ailleurs, l'effet du couplage augmente lorsque  $\sigma_0$  diminue. D'après la Figure 7.25b, l'amortissement du déplacement associé au couplage fort est beaucoup plus important lorsque la bulle est très proche de la paroi ( $\gamma_0 = 1.1$ ). On retrouve une nouvelle fois que l'amortissement *1-way/2-way* est maximal lorsque la déformation plastique est maximale.

Enfin, la déformation plastique de la structure mène à la formation d'un *pit* en surface du matériau. Ce dernier perdure après relâchement du chargement, il s'agit d'une déformation permanente. L'interface déformée est représentée sur la Figure 7.26 pour chaque configuration étudiée. La profondeur des *pits* est très faible par rapport à leur rayon. Dans le cas le plus sévère ( $\sigma_0 = 400 \text{ MPa}$ ,  $\gamma_0 = 1.1$ ), le *pit* atteint une profondeur d'environ  $R_0/33$  et son rayon est légèrement inférieur à  $R_0$ . Le déplacement total associé, prenant en compte les contributions élastique et plastique, est de l'ordre de  $R_0/6$  (5.5 fois supérieur). La profondeur du *pit* diminue lorsque la limite d'élasticité augmente. Pour  $\gamma_0 = 1.1$ , elle est divisée par deux lorsque la limite d'élasticité passe de 400 MPa à 500 MPa. Lorsque la bulle s'éloigne de la paroi, la profondeur du *pit* décroît rapidement et son rayon augmente. Le *pit* adopte même une forme annulaire lorsque la bulle se trouve initialement à une distance  $2R_0$  de la paroi. Cela confirme qu'une bulle proche de la paroi forme un *pit* circulaire et profond, tandis qu'une bulle plus éloignée génère un *pit* annulaire et moins profond. C'est la conséquence du temps de réaction du matériau face au chargement issu du collapse. Aucun *pit* n'est visible pour  $\sigma_0 = 750 \text{ MPa}$ .

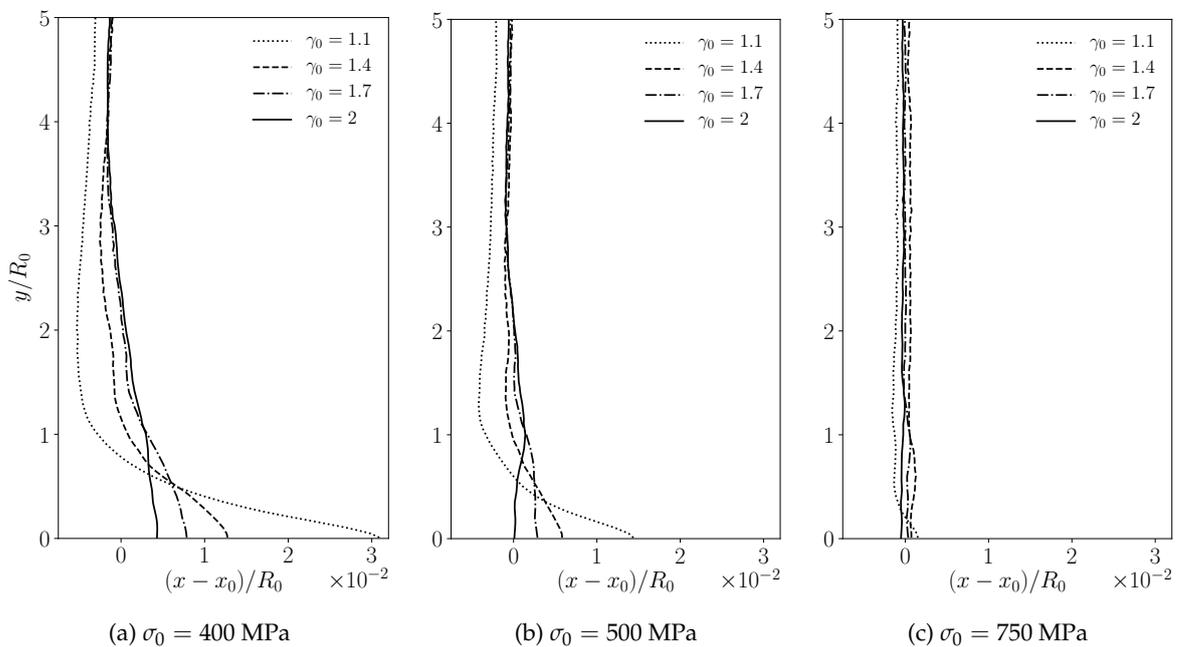


FIGURE 7.26 – Géométrie du *pit* formé par le collapse de la bulle.

## 7.6 Synthèse

Ce dernier chapitre est l'aboutissement des travaux réalisés jusqu'ici. Il rassemble tous les éléments abordés dans ce manuscrit : simulation numérique d'écoulements diphasiques compressibles, méthode de pénalisation, résolution numérique d'un problème d'élastoplasticité dynamique et couplage fluide-structure. Ce chapitre présente un double enjeu. D'une part, il démontre la capacité du couplage SCB-FEniCS-preCICE à traiter des problèmes couplés fluide-structure complexes. La méthode de pénalisation classique (condition  $T$  – neutre) ne permet pas de reproduire correctement l'endommagement d'une paroi induit par le collapse d'une bulle, son erreur est de l'ordre de 30 %. La condition d'impédance a donc joué un rôle décisif dans cette étude. D'autre part, ce chapitre apporte une connaissance plus approfondie des problématiques physiques et numériques liées à l'endommagement d'une paroi induit par le collapse d'une bulle. Trois principaux aspects ont été abordés : l'effet de la distance bulle-paroi, l'influence de la limite d'élasticité et l'importance du couplage fort.

La distance initiale entre la bulle et la paroi affecte fortement l'endommagement du matériau. L'amplitude et la durée du chargement augmentent pour des bulles de plus en plus proches. Dans le cas d'une bulle éloignée, le temps caractéristique du chargement lors de l'impact est bien inférieur au temps caractéristique du matériau. Le matériau ne réagit donc pas immédiatement à l'impact. C'est seulement lorsque le choc ralentit et que la durée du chargement augmente, que le matériau entre en plasticité. Une bulle rapprochée forme donc un *pit* circulaire et profond, tandis qu'une bulle éloignée génère un *pit* annulaire et moins profond. Les *pits* formés par une bulle rapprochée sont bien plus profonds et il y a deux raisons à cela. On sait que le choc subit une perte d'amplitude lorsqu'il se propage le long de l'interface. Le chargement est donc décroissant au cours du temps. Par conséquent, la déformation plastique induite par le chargement est bien plus importante lorsque le matériau entre tôt en plasticité. Cela se produit lorsque le chargement est suffisamment long lors de l'impact, c'est-à-dire lorsque la bulle est proche de la paroi. De plus, l'intensité du chargement est croissante lorsque la distance bulle-paroi diminue. La combinaison de ces deux mécanismes mène à la formation des *pits* les plus profonds. En revanche, l'aire de la surface endommagée est faiblement dépendante de la distance bulle-paroi. Par ailleurs, la déformation du solide augmente plus rapidement dans le domaine plastique que dans le domaine élastique, car le module tangent est bien plus faible que le module d'Young. Cela se traduit par un déplacement plus important de l'interface au voisinage de la surface endommagée.

La profondeur des *pits* croît fortement lorsque la limite d'élasticité diminue. Elle est multipliée par deux lors du passage de 500 MPa à 400 MPa. L'effet de la limite d'élasticité sur la déformation plastique est renforcé à mesure que la bulle se rapproche de la paroi. La diminution de la limite d'élasticité et de la distance bulle-paroi mènent au même mécanisme. Dans les deux cas, le matériau entre plus tôt en plasticité, lorsque le chargement est encore faiblement amorti. Pour une limite d'élasticité élevée ( $\sigma_0 = 750$  MPa), le comportement du matériau est principalement élastique et aucun *pit* significatif n'est observé.

Par rapport à un couplage faible, l'amplitude du chargement et l'endommagement du matériau sont réduits lorsqu'un couplage fort est considéré. Au moment de l'impact, l'amortissement du chargement est fixé par le rapport des impédances acoustiques des milieux fluide et solide. Après l'impact, il est aussi affecté par le comportement du matériau. L'amortissement *1-way/2-way* de l'impact est notamment accentué au voisinage de surfaces endommagées. Il peut atteindre 25 % dans le cas d'une faible limite d'élasticité ( $\sigma_0 = 400$  MPa). Le déplacement de l'interface est également réduit lorsqu'un couplage fort est considéré. Comme pour la pression d'impact, son amortissement est amplifié au voisinage des surfaces endommagées. Il varie entre 10 % et 20 % selon la distance bulle-paroi et la limite

d'élasticité du matériau. En moyenne, l'aire de la surface endommagée est divisée par deux et la déformation plastique maximale subit une réduction de l'ordre de 40 %.

Le couplage fort permet une description plus réaliste du chargement et de l'endommagement du matériau. Toutefois, le choix du couplage dépend essentiellement de l'objectif de l'étude. S'il s'agit de dimensionner un composant hydraulique, un couplage faible peut être suffisant. Étant donné qu'il surestime l'endommagement, un tel couplage introduit même une certaine marge de sécurité. Si l'on cherche à caractériser avec précision les phénomènes physiques impliqués, il est indispensable de considérer un couplage fort. C'est particulièrement vrai lorsque la déformation plastique est importante, dans le cas d'une bulle rapprochée et d'une faible limite d'élasticité par exemple.

Par ailleurs, le coût de calcul est relativement similaire entre les deux approches car une méthode de couplage explicite est adoptée ici. Le surcoût associé au couplage fort est seulement de 5 %, par rapport à un couplage faible. Le coût de calcul global de la simulation couplée est dominé par celui de la résolution du problème d'élastoplasticité. Par exemple, le surcoût lié au couplage fort serait plus important dans le cas d'un matériau purement élastique. Dans le cas présent, il est principalement dû à la mise à jour de la fonction masque au sein de SCB (voir section 6.2.4).



## Chapitre 8

# Conclusion et perspectives

Ce travail de thèse s'inscrit dans le contexte de la simulation de l'érosion de cavitation. Dans l'optique d'étudier ce problème avec fidélité, une stratégie de couplage fort a été développée. Pour une meilleure souplesse, on s'est orienté vers une approche partitionnée. Par ailleurs, différentes méthodes permettent de modéliser numériquement une structure déformable au sein d'un écoulement fluide. Parmi elles, les méthodes des frontières immergées rendent possible l'utilisation d'une grille cartésienne fixe, non conforme à la géométrie du solide. Deux d'entre elles, la méthode de *feedback forcing* (GOLDSTEIN et al., 1993) et la méthode de pénalisation (ARQUIS et al., 1984), ont été intégrées au sein du solveur diphasique compressible SCB. La première est basée sur une description lagrangienne de l'interface (PESKIN, 1972b), propice aux interfaces mobiles et déformables. La seconde est plus robuste concernant le forçage des conditions aux limites à la paroi, notamment dans le cas d'écoulements compressibles en présence de chocs. À l'issue d'analyses d'écoulements monophasiques à l'aide de ces deux méthodes, la méthode de pénalisation a été retenue pour des raisons de précision et de coût de calcul. Elle a ensuite été appliquée à des écoulements diphasiques compressibles, dans le but de reproduire le scénario responsable de l'érosion de cavitation, c'est-à-dire la formation de vapeur, le collapse de bulles au voisinage d'une paroi solide puis l'endommagement de la paroi. Les deux premiers stades de cette cascade d'événements ont d'abord été étudiés en se focalisant sur l'écoulement du fluide, sans prendre en considération l'interaction fluide-structure. Une stratégie de couplage fort, basée sur une approche partitionnée et sur la méthode de pénalisation, a ensuite été développée. Elle nous a enfin permis d'étudier la formation d'un *pit* de cavitation, induit par le collapse d'une bulle isolée au voisinage de la paroi. La version originale de la méthode de pénalisation engendre une erreur de l'ordre de 30 % concernant l'endommagement du matériau. Le développement d'une variante de la méthode de pénalisation, appelée condition d'impédance, a permis de surmonter ce problème et a ainsi joué un rôle déterminant dans l'étude de la formation d'un *pit* de cavitation.

### 8.1 Développement et analyse des IBM

La précision et le coût de calcul des méthodes de *feedback forcing* et de pénalisation ont été évaluées sur une large gamme d'écoulements visqueux monophasiques ; qu'ils soient incompressibles ou compressibles, stationnaires ou instationnaires, en 2D ou 3D, en présence d'une paroi adiabatique ou isotherme. Principalement utilisées pour des conditions de Dirichlet, les deux méthodes ont été étendues à des conditions de Neumann afin de modéliser une paroi adiabatique. L'extension de la méthode de pénalisation à une condition de Neumann est basée sur une méthode *ghost-cell* (CHI et al., 2017). La méthode de pénalisation a montré de très bons résultats sur l'ensemble des problèmes étudiés. De son côté, la méthode de *feedback forcing* a rencontré des difficultés pour traiter des écoulements supersoniques en présence d'ondes de choc, notamment lorsque la géométrie de l'obstacle solide n'est pas régulière. De plus, la description mixte eulérienne-lagrangienne et l'intégration explicite du

terme de forçage font de la méthode de *feedback forcing* une approche très coûteuse, par rapport à la méthode de pénalisation. Elle est seize à vingt-neuf fois plus coûteuse selon le cas étudié. En ce qui concerne la méthode de pénalisation, son coût de calcul est similaire à celui d'une méthode maillage conforme. Compte tenu de ces observations, la méthode de pénalisation a été retenue pour la suite de ce travail. Elle a notamment été appliquée à l'étude d'écoulements supersoniques 3D autour d'une sphère.

En contrôlant l'impédance acoustique du milieu pénalisé, la modélisation de la transmission et de la réflexion des ondes à l'interface est fortement améliorée. C'est un aspect essentiel dans l'étude d'écoulements compressibles en présence d'ondes de choc. Dans le contexte global de notre étude, l'endommagement d'une paroi induit par le collapse d'une bulle est directement relié à l'impact d'un choc sur cette dernière. Il est donc primordial de reproduire fidèlement le comportement des ondes à l'interface fluide-structure. Afin de contrôler l'impédance acoustique de la région pénalisée, l'approche classique consiste à pénaliser l'équation de continuité à l'aide d'un paramètre de porosité  $\phi \leq 1$  (LIU et al., 2007). Malheureusement, ce terme modifie les valeurs propres du système et entraîne une forte restriction sur le pas de temps. En effet, ce terme est traité de manière explicite car son intégration implicite n'est pas immédiate, contrairement aux termes de pénalisation sur les moments et sur l'énergie. Le coût de calcul de la méthode est donc fortement affecté. Afin de pallier ce problème, une nouvelle condition, appelée condition d'impédance, a été imaginée afin d'améliorer la précision de la solution tout en conservant le faible coût de calcul et la simplicité de la méthode de pénalisation. L'impédance acoustique de l'obstacle n'est plus contrôlée par sa porosité, mais plutôt par sa masse volumique. Cela permet d'intégrer le terme de pénalisation correspondant de manière implicite avec une grande simplicité. Grâce à cette approche, le temps de calcul nécessaire pour simuler la réflexion d'un choc sur une paroi plane a été réduit d'un facteur trente-six par rapport à l'approche par porosité, tout en fournissant des résultats plus précis. Elle a ainsi ouvert de nouvelles perspectives en terme de précision et de coût de calcul pour la suite de l'étude concernant la simulation du collapse de bulle au voisinage d'une paroi.

## 8.2 Origines de l'érosion de cavitation

On s'est ensuite intéressé aux deux premières phases de la cascade d'événements responsables de l'érosion de cavitation, c'est-à-dire la formation et l'évolution d'un écoulement cavitant, puis le collapse d'une bulle de cavitation au voisinage d'une paroi solide. Pour cela, la méthode de pénalisation a été étendue à des écoulements diphasiques compressibles en se basant sur la formulation 1-fluide à quatre équations de GONCALVES et al., 2014. À notre connaissance, c'est la première fois que la méthode de pénalisation est appliquée à ce type de modèle. L'extension de la méthode est directe dans le sens où il n'est pas nécessaire d'introduire de terme de pénalisation dans l'équation du taux de vide. Si la condition d'adhérence est imposée avec précision, alors il n'y a ni transport de vapeur à travers l'interface fluide-structure, ni formation de vapeur au sein de la zone pénalisée. Néanmoins, cela est assuré uniquement si le schéma numérique utilisé dans la discrétisation du flux convectif est faiblement dissipatif. Dans le cas contraire, l'équation du taux de vide est pénalisée afin d'éviter le transport et la formation de vapeur dans la zone pénalisée.

Le régime de *cloud cavitation* est caractéristique des écoulements cavitants que l'on retrouve dans les turbines, dans les pompes ou au contact des hélices de navires. Dans ce travail, on a abordé ce type d'écoulement à travers le problème canonique d'un écoulement cavitant autour d'un cylindre circulaire. Les interactions entre la dynamique de l'écoulement et la cavitation ont été analysées. Pour des écoulements laminaires, la cavitation apparaît principalement sous la forme de poches attachées. Lorsque le nombre de Reynolds

augmente, elle se forme plutôt au coeur des vortex et la présence de vapeur devient plus importante dans le sillage. Inversement, la cavitation a pour effet d'atténuer la dynamique de l'écoulement car le nombre de Reynolds effectif est réduit par la présence de vapeur. La dynamique des lâchers tourbillonnaires et les contraintes instationnaires exercées sur le cylindre sont affectées par des ondes de pression générées lors du collapse des structures de vapeur dans le sillage. On a observé que la résolution spatiale du sillage peut modifier fondamentalement les interactions entre ces ondes de pression et les structures de vapeur, ainsi que les contraintes instationnaires exercées sur le solide. La méthode de pénalisation est complètement capable de modéliser des écoulements cavitants en présence d'un obstacle solide. Cet aspect est démontré à travers la comparaison de nos résultats avec des solutions obtenues sur maillage conforme, issues du solveur `cavitatingFoam` et de la littérature.

Suite à la formation de vapeur, des bulles de cavitation sont transportées au voisinage de l'obstacle solide, où elles implosent violemment et de manière asymétrique. Lors du collapse, il se forme un jet rentrant qui pénètre la bulle jusqu'à impacter son bord opposé, il s'agit du coup de bélier ou *water-hammer*. Au moment de l'impact, un choc de forte amplitude est généré. L'érosion de cavitation est attribuée aux impacts successifs de ce choc et du jet sur la paroi. Afin d'en étudier les mécanismes fondamentaux, la méthode de pénalisation a été appliquée au collapse d'une bulle isolée au voisinage d'une paroi. Dans le cas d'une paroi plane, la méthode de pénalisation avec condition d'impédance a montré une précision et un coût de calcul similaires à ceux de la méthode maillage conforme. Pour une paroi rigide, l'erreur de la méthode de pénalisation décroît lorsque l'impédance acoustique de la zone pénalisée augmente. L'étude paramétrique d'une paroi comportant une alvéole a ensuite montré que l'intensité de l'impact augmente rapidement lorsque le rapport d'aspect de l'alvéole diminue. L'amplification de l'impact résulte de la focalisation de chocs au sein de l'orifice. Ce phénomène peut mener à une accélération de l'érosion de cavitation dans le cas d'une paroi déjà endommagée. À notre connaissance, très peu d'auteurs ont étudié le collapse d'une bulle au voisinage d'une paroi comportant un orifice (TRUMMLER et al., 2020; ANDREWS et al., 2020).

### 8.3 Développement d'une stratégie de couplage fluide-structure

Une stratégie de couplage fort a ensuite été développée dans l'objectif de répondre à la problématique posée initialement, c'est-à-dire étudier la formation d'un *pit* de cavitation induit par le collapse d'une bulle. Cette stratégie est basée sur une approche partitionnée pour une meilleure souplesse et pour tirer parti de solveurs performants, propres à chaque physique. Grâce à l'approche partitionnée, notre stratégie de couplage reste générale et n'est pas limitée à la problématique finale. Par rapport à une approche monolithique, le couplage partitionné permet également de réduire le coût de calcul en procédant à un sous-cyclage du solveur fluide. Le sous-problème fluide est résolu par la méthode des volumes finis dans SCB tandis que le sous-problème structure est traité par la méthode des éléments finis au sein du solveur libre FEniCS. La librairie de couplage `preCICE` a été adoptée pour faire le pont entre les deux solveurs. Elle est chargée de la communication des données, mais aussi du couplage en espace et en temps. Une extension de la méthode de pénalisation a été proposée afin de considérer une paroi déformable dont le mouvement est quelconque et indépendant de la loi de comportement du matériau. La méthode de pénalisation rend possible l'utilisation d'une grille cartésienne fixe. Cela permet de réduire le coût de calcul par rapport à une approche classique de type maillage conforme, nécessitant un remaillage lorsque l'interface se déforme. Le couplage SCB-FEniCS-`preCICE` a été validé à travers l'étude de la déformation d'un panneau élastique induit par un écoulement incompressible ou par une onde de choc.

## 8.4 Application à l'érosion de cavitation

On s'est finalement intéressé à l'endommagement d'une paroi induit par le collapse d'une bulle au voisinage d'un matériau élastoplastique, dans le contexte de l'érosion de cavitation. Suite à l'impact du choc généré par le collapse, un *pit* de cavitation se forme en surface du matériau. Il est caractérisé par une déformation permanente en forme de calotte sphérique ou d'anneau. L'étude de ce problème complexe a mobilisé l'ensemble des outils et connaissances développés au cours de cette thèse. Elle inclut la résolution d'un écoulement diphasique compressible, le traitement de l'interface déformable par la méthode de pénalisation, la résolution d'un problème d'élastoplasticité dynamique et le couplage fluide-structure. La résolution numérique du problème d'élastoplasticité dynamique est incrémentale et est basée sur les méthodes de Newton-Raphson et du retour radial. Cette étude a pour objectif de répondre à des problématiques physiques liées au problème couplé, tout en abordant des questions relatives à sa résolution numérique.

Deux études paramétriques croisées ont permis d'en apprendre davantage sur la sensibilité de l'endommagement en fonction de la distance bulle-paroi et de la limite d'élasticité du matériau. Les *pits* de cavitation les plus profonds se forment suite au collapse d'une bulle initialement très proche d'un matériau de faible limite d'élasticité. L'amplitude de la déformation plastique augmente extrêmement rapidement lorsque l'on tend vers cette configuration. Ce mécanisme est attribué à la vitesse d'entrée en plasticité du matériau. Lorsque le matériau entre tôt en plasticité, la déformation plastique est induite par le chargement maximal, lorsque ce dernier n'est pas encore amorti. Cela se produit lorsque la durée du chargement est importante, pour une bulle rapprochée, et lorsque la limite d'élasticité du matériau est faible. Dans le cas contraire, les *pits* sont moins profonds et ils peuvent même adopter une forme annulaire lorsque le matériau ne réagit pas immédiatement à l'impact. Ce phénomène se manifeste lorsque la bulle est initialement éloignée de la paroi.

Les différentes configurations ont été analysées à la fois pour un couplage faible et pour un couplage fort. L'amplitude du chargement est amortie par la déformation de la paroi. Le couplage fort offre donc une description plus fidèle de l'endommagement du matériau, qui est également réduit de manière non négligeable par rapport à un couplage faible. Les écarts entre couplage faible et couplage fort peuvent être locaux et sont d'autant plus marqués que la déformation plastique est importante. Néanmoins, les coûts de calcul associés aux deux approches sont similaires dans le cas d'un couplage explicite. Un tel couplage est rendu possible ici car la fenêtre de temps est très courte afin de capturer les variations extrêmement rapides du chargement. En définitive, le couplage fort est crucial si l'on souhaite caractériser avec précision les phénomènes physiques impliqués dans la formation de *pits* de cavitation. Cette étude apporte une meilleure compréhension de l'effet d'un couplage fort dans l'étude de la formation de *pits* de cavitation. L'approche partitionnée nous a permis d'adopter des méthodes de résolution adaptées à chaque sous-problème et de réduire considérablement le coût de calcul en procédant à un sous-cyclage fluide.

## 8.5 Perspectives

Les travaux présentés dans ce manuscrit ouvrent la voie à plusieurs pistes d'amélioration et de recherche. Elles permettraient de perfectionner l'efficacité et la fidélité des outils développés, dans l'optique d'apporter une meilleure compréhension des mécanismes physiques impliqués dans l'érosion de cavitation.

Le coût de calcul de la simulation couplée est dominé par celui du solveur structure. Cet aspect est vrai en élastodynamique, mais il est fortement accentué en élastoplasticité à cause

des sous-itérations de la méthode de Newton-Raphson. Il serait donc bénéfique de trouver un moyen d'accélérer la résolution du sous-problème structure afin de faciliter les futures études. Le solveur FEniCS étant parallélisé, des tests de scalabilité pourraient être effectués sur le problème de l'endommagement d'une paroi induit par le collapse d'une bulle. L'accélération du solveur structure pourrait permettre d'étendre le cadre de cette étude à des configurations 3D. En effet, GONCALVES et al., 2021 ont montré que l'amplitude du pic de pression à la paroi est fortement amplifiée par des effets tridimensionnels. L'influence des effets 3D sur le chargement est d'autant plus importante que la bulle est initialement proche de la paroi. L'endommagement du matériau qui en résulte devrait lui aussi être considérablement affecté. Par ailleurs, les mises à jour de la librairie FEniCS sont de plus en plus rares de la part des développeurs du FEniCS Project. Les nouveaux développements sont maintenant tournés vers son héritière, la librairie FEniCSx. Son architecture est conçue pour optimiser les performances, en particulier pour les simulations à grande échelle. Le support de l'adaptateur fenicsprecice suivra également cette tendance dans le futur. Il pourrait donc être intéressant de traduire nos implémentations des problèmes d'élastodynamique et d'élastoplasticité dynamique au sein de FEniCSx, notamment pour des simulations 3D.

Un autre point d'amélioration concerne la modélisation de la plasticité. Une loi d'écroutissage bilinéaire a été adoptée dans ce travail. Il s'agit d'une approximation de la loi de comportement réelle du matériau dans le domaine plastique. La loi de Ludwik (loi puissance) est une meilleure approximation et pourrait être implémentée dans FEniCS afin de décrire plus fidèlement le comportement du matériau. Ces lois ne prennent pas en compte le taux de déformation du matériau. Or, les chargements brefs et intenses induits par le collapse d'une bulle font intervenir des taux de déformation élevés (CHAHINE et al., 2014). La limite d'élasticité d'un matériau est globalement constante pour des taux de déformation inférieurs à  $10^3 \text{ s}^{-1}$ . Au delà, elle évolue rapidement en fonction du taux de déformation. Il y a alors une transition des mécanismes de durcissement et de plasticité. Dans le cas d'impacts de cavitation, le taux de déformation se trouve justement dans cette zone de transition. Cet aspect est également mis en évidence par ROY et al., 2015. En contrôlant la distribution spatio-temporelle de l'impact, ils montrent que le taux de déformation peut avoir une forte influence sur la profondeur du *pit* en fonction de la durée du chargement. Afin d'intégrer l'effet du taux de déformation sur l'endommagement du matériau, on pourrait étendre notre étude en considérant la loi de Johnson-Cook (JOHNSON et al., 1985).

Au cours de ce travail, on a cherché à prédire l'accélération de l'érosion de cavitation lorsque la paroi est déjà endommagée. Pour cela, on a étudié le collapse d'une bulle au voisinage d'une paroi rigide comportant une alvéole. Il serait intéressant de réitérer cette étude de manière plus réaliste à l'aide du couplage SCB-FEniCS-preCICE. Il s'agirait de répéter plusieurs collapses successifs. Chaque collapse entraînerait la formation d'un *pit* et cette nouvelle géométrie de paroi serait utilisée comme configuration initiale pour le collapse suivant. L'historique du matériau serait également conservé d'un cycle à l'autre afin de tenir compte de l'écroutissage.

En réalité, les bulles de vapeur sont rarement isolées et leur collapse est affecté par l'interaction avec les bulles voisines. Dans une étude préliminaire, GONCALVES et al., 2021 ont mis en évidence une amplification du pic de pression à la paroi d'environ 50 % dans une configuration de double bulle. Le collapse d'un cluster de bulles peut donc induire des dommages matériels bien plus importants que celui d'une bulle isolée. Il serait alors pertinent de poursuivre notre dernière étude vers des configurations multi-bulles avec différentes distributions spatiales.

Merci pour votre lecture.



## Annexe A

# Exemples de codes

### A.1 Interpolation directe avec CouplingExpression

```

1  import precice # python bindings of preCICE
2
3  coupling_expression = precice.create_coupling_expression()
4
5  # Work of external forces
6  def Wext(u_):
7      return dot(u_, coupling_expression)*dss(3)
8
9  # read data from preCICE and get a new coupling expression
10 read_data = precice.read_data()
11
12 # update the coupling expression from read_data
13 precice.update_coupling_expression(coupling_expression, read_data)
14
15 A, b = assemble_system(a_form, L_form, bcs)
16 solve(A, u.vector(), b)

```

### A.2 Interpolation conservative avec PointSource

```

1  import precice # python bindings of preCICE
2
3  # read data from preCICE and get a new coupling expression
4  read_data = precice.read_data()
5
6  # Update the point sources on the coupling boundary with the new read data
7  Forces_x, Forces_y = precice.get_point_sources(read_data)
8
9  A, b = assemble_system(a_form, L_form, bcs)
10 b_forces = b.copy() # b is the same for every iteration, only forces
    change
11
12 for ps in Forces_x:
13     ps.apply(b_forces)
14 for ps in Forces_y:
15     ps.apply(b_forces)
16
17 solver.solve(A, u.vector(), b_forces)

```

### A.3 Fichier de configuration preCICE

```

1 <?xml version="1.0" encoding="UTF-8" ?>
2 <precice-configuration>
3   <log>
4     <sink type="stream" output="stdout" filter= "%Severity%>_>_debug" format=
5       "preCICE:%ColorizedSeverity%>_>_Message%" enabled="true" />
6   </log>
7
8   <solver-interface dimensions="2">
9     <data:vector name="Pressure" />
10    <data:vector name="Displacement" />
11
12    <mesh name="Fluid-Mesh">
13      <use-data name="Pressure" />
14      <use-data name="Displacement" />
15    </mesh>
16
17    <mesh name="Solid-Mesh">
18      <use-data name="Displacement" />
19      <use-data name="Pressure" />
20    </mesh>
21
22    <participant name="Fluid">
23      <use-mesh name="Fluid-Mesh" provide="yes" />
24      <use-mesh name="Solid-Mesh" from="Solid" />
25      <read-data name="Displacement" mesh="Fluid-Mesh" />
26      <write-data name="Pressure" mesh="Fluid-Mesh" />
27      <mapping:linear-cell-interpolation
28        direction="read"
29        from="Solid-Mesh"
30        to="Fluid-Mesh"
31        constraint="consistent" />
32    </participant>
33
34    <participant name="Solid">
35      <use-mesh name="Solid-Mesh" provide="yes" />
36      <use-mesh name="Fluid-Mesh" from="Fluid" />
37      <read-data name="Pressure" mesh="Solid-Mesh" />
38      <write-data name="Displacement" mesh="Solid-Mesh" />
39      <watch-point mesh="Solid-Mesh" name="PH" coordinate="3e-4;0.0" />
40      <watch-point mesh="Solid-Mesh" name="PM" coordinate="3e-4;1.25e-4" />
41      <watch-point mesh="Solid-Mesh" name="PB" coordinate="3e-4;2.5e-4" />
42      <mapping:linear-cell-interpolation
43        direction="read"
44        from="Fluid-Mesh"
45        to="Solid-Mesh"
46        constraint="consistent" />
47    </participant>
48
49    <m2n:sockets from="Fluid" to="Solid" exchange-directory=".." />
50
51    <coupling-scheme:serial-explicit>
52      <time-window-size value="3.75e-10" valid-digits="11" />
53      <max-time value="6e-7" />
54      <participants first="Fluid" second="Solid" />
55      <exchange data="Pressure" mesh="Fluid-Mesh" from="Fluid" to="Solid" />
56      <exchange data="Displacement" mesh="Solid-Mesh" from="Solid" to="Fluid"
57        />
58    </coupling-scheme:serial-explicit>
59  </solver-interface>
60 </precice-configuration>

```

## Annexe B

# Contributions scientifiques

### Article

L. Ménez, P. Parnaudeau, M. Beringhier et E. Goncalves (2023). "Assessment of volume penalization and immersed boundary methods for compressible flows with various thermal boundary conditions". *Journal of Computational Physics* 493, p. 112465.

### Conférences internationales

L. Ménez, M. Beringhier, P. Parnaudeau et E. Goncalves (2024). "Numerical study of bubble collapse near a deformable wall using a partitioned coupling and a penalization method". *15th International Conference on Hydrodynamics (ICHHD)*. Rome, Italy.

L. Ménez, J. Decaix, P. Parnaudeau et E. Goncalves (2024). "Numerical investigation of unsteady cavitating flows in the wake of a cylinder". *15th International Conference on Hydrodynamics (ICHHD)*. Rome, Italy.

L. Ménez, J. Decaix, D. Apte, P. Parnaudeau, D. Zeidan et E. Goncalves (2023). "Simulation of cavitating flows around circular cylinder using a penalization method". *21st International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM)*. Heraklion, Greece.

L. Ménez, P. Parnaudeau, M. Beringhier et E. Goncalves (2023). "Simulation of bubble collapse near a curved wall using a penalization method". *11th International Conference on Multiphase Flow (ICMF)*. Kobe, Japan.

L. Ménez, E. Goncalves, P. Parnaudeau et D. Colombet (2022). "A comparison between IBM with feedback forcing and a volume penalization method for compressible flows". *8th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS)*. Oslo, Norway.

### Conférences nationales

L. Ménez, M. Beringhier, P. Parnaudeau et E. Goncalves (2024). "Simulation de l'endommagement d'une paroi induit par le collapse d'une bulle avec couplage partitionné et méthode de pénalisation". *16ème Colloque National en Calcul des Structures (CSMA)*. Presqu'île de Giens, France.

L. Ménez, M. Beringhier, P. Parnaudeau et E. Goncalves (2023). "Simulation du collapse de bulle proche d'une paroi courbe à l'aide d'une méthode de pénalisation". *Congrès des Jeunes Chercheurs en Mécanique (MECA-J)*. En ligne.

L. Ménez, E. Goncalves, P. Parnaudeau et M. Beringhier (2022). "Comparaison de méthodes des frontières immergées avec effets de compressibilité et thermiques". *25ème Congrès Français de Mécanique (CFM)*. Nantes, France.

## Références

- I.V. ABALAKIN et al. (2021). « Characteristic Based Volume Penalization Method for Numerical Simulation of Compressible Flows on Unstructured Meshes ». *Computational Mathematics and Mathematical Physics* 61, p. 1315–1329 (cf. p. 48).
- R. ABGRALL, H. BEAUGENDRE et C. DOBRZYNSKI (2014). « An immersed boundary method using unstructured anisotropic mesh adaptation combined with level-sets and penalization techniques ». *Journal of Computational Physics* 257, p. 83-101 (cf. p. 34, 50, 68, 69).
- M. AL-MAROUF et R. SAMTANEY (2017). « A versatile embedded boundary adaptive mesh method for compressible flow in complex geometry ». *Journal of Computational Physics* 337, p. 339-378 (cf. p. 59).
- E.D. ANDREWS, D.F. RIVAS et I.R. PETERS (2020). « Cavity collapse near slot geometries ». *Journal of Fluid Mechanics* 901, A29 (cf. p. 17, 93, 161).
- P. ANGOT, C.H. BRUNEAU et P. FABRIE (1999). « A penalization method to take into account obstacles in incompressible viscous flows ». *Numerische Mathematik* 81, p. 497–520 (cf. p. 17, 18, 32, 44, 45).
- N. APAZIDIS et V. ELIASSON (2019). *Shock Focusing Phenomena. Shock Wave and High Pressure Phenomena*. Springer Cham (cf. p. 99).
- E. ARQUIS et J.P. CALTAGIRONE (1984). « Sur les conditions hydrodynamiques au voisinage d'une interface milieu fluide-milieu poreux : Application à la convection naturelle ». *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris* 299, p. 1-4 (cf. p. 17, 18, 29, 31, 32, 159).
- M.R. BAER et J.W. NUNZIATO (1986). « A two-phase mixture theory for the deflagration-to-detonation transition (ddt) in reactive granular materials ». *International Journal of Multiphase Flow* 12.6, p. 861-889 (cf. p. 10).
- S. BAILOOR et al. (2017). « Fluid–structure interaction solver for compressible flows with applications to blast loading on thin elastic structures ». *Applied Mathematical Modelling* 52, p. 470-492 (cf. p. 126).
- F. BAKULU et al. (2021). « Jet resonance in truncated ideally contoured nozzle ». *Journal of Fluid Mechanics* 919, A32 (cf. p. 65).
- G. BALL et al. (2000). « Shock-induced collapse of a cylindrical air cavity in water : a Free-Lagrange simulation ». *Shock Waves* 10, p. 265–276 (cf. p. 11).
- B. BARBER et S. PUTTERMAN (1991). « Observation of synchronous picosecond sonoluminescence ». *Nature* 352, p. 318–320 (cf. p. 4).
- H. BEAUGENDRE et al. (2011). « Computation of Ice Shedding Trajectories Using Cartesian Grids, Penalization, and Level Sets ». *Modelling and Simulation in Engineering* 15, p. 274947 (cf. p. 34, 118).
- T. B. BENJAMIN et A. T. ELLIS (1966). « The Collapse of Cavitation Bubbles and the Pressures thereby Produced against Solid Boundaries ». *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* 260, p. 221-240 (cf. p. 6).
- M. BERGMANN et A. IOLLO (2011). « Modeling and simulation of fish-like swimming ». *Journal of Computational Physics* 230.2, p. 329-348 (cf. p. 17, 34, 118).
- R.P. BEYER et R.J. LEVEQUE (1992). « Analysis of a one-dimensional model for the immersed boundary method ». *Journal on Numerical Analysis* 29, p. 332-364 (cf. p. 36, 37).

- A. BHATT, H. GANESH et S.L. CECCIO (2023). « Partial cavity shedding on a hydrofoil resulting from re-entrant flow and bubbly shock waves ». *Journal of Fluid Mechanics* 957, A28 (cf. p. 80).
- J. R. BLAKE, B. B. TAIB et G. DOHERTY (1986). « Transient cavities near boundaries. Part 1. Rigid boundary ». *Journal of Fluid Mechanics* 170, p. 479–497 (cf. p. 11).
- A.E.J. BOGAERS et al. (2014). « Quasi-Newton methods for implicit black-box FSI coupling ». *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 279, p. 113-132 (cf. p. 117).
- O. BOIRON, G. CHIAVASSA et R. DONAT (2009). « A High-Resolution Penalization Method for large Mach number Flows in the presence of Obstacles ». *Computers & Fluids* 38, p. 703-714 (cf. p. 29, 34, 52, 68, 69).
- R. BORKER et al. (2019). « Mesh Adaptation Framework for Embedded Boundary Methods for CFD and Fluid-Structure Interaction ». *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 90, p. 389-424 (cf. p. 71).
- N.K. BOURNE et J.E. FIELD (1992). « Shock-induced collapse of single cavities in liquids ». *Journal of Fluid Mechanics* 244, p. 225–240 (cf. p. 6).
- C.E. BRENNEN (2015). « Cavitation in medicine ». *Interface Focus* 5(5), p. 20150022 (cf. p. 3).
- H.C BRINKMAN (1949). « A calculation of the viscous force exerted by a flowing fluid on a dense swarm of particles ». *Flow, Turbulence and Combustion* 1, p. 27-34 (cf. p. 32).
- E. BROWN-DYMKOSKI, N. KASIMOV et O.V. VASILYEV (2014). « A characteristic based volume penalization method for general evolution problems applied to compressible viscous flows ». *Journal of Computational Physics* 262, p. 344-357 (cf. p. 48).
- E.A. BRUJAN et al. (2001). « Dynamics of laser-induced cavitation bubbles near an elastic boundary ». *Journal of Fluid Mechanics* 433, p. 251–281 (cf. p. 12).
- A. BRYSON et R. GROSS (1961). « Diffraction of strong shocks by cones, cylinders, and spheres ». *Journal of Fluid Mechanics* 10(01), p. 1-16 (cf. p. 73).
- S. CAO et al. (2021). « Shock-induced bubble collapse near solid materials : effect of acoustic impedance ». *Journal of Fluid Mechanics* 907, A17 (cf. p. 13-15).
- D. CARNELLI, A. KARIMI et J.P. FRANC (2012). « Application of spherical nanoindentation to determine the pressure of cavitation impacts from pitting tests ». *Journal of Materials Research* 27, p. 91–99 (cf. p. 9).
- S.L. CECCIO (2010). « Friction Drag Reduction of External Flows with Bubble and Gas Injection ». *Annual Review of Fluid Mechanics* 42, p. 183-203 (cf. p. 2).
- G.L. CHAHINE, J.P. FRANC et A. KARIMI (2014). « Cavitation and Cavitation Erosion ». *Advanced Experimental and Numerical Techniques for Cavitation Erosion Prediction*, p. 3-20 (cf. p. 163).
- A. CHAUDHURI, A. HADJADJ et A. CHINNAYYA (2011). « On the use of immersed boundary methods for shock/obstacle interactions ». *Journal of Computational Physics* 230, p. 1731–1748 (cf. p. 68).
- M.J. CHERN et al. (2015). « Direct-Forcing Immersed Boundary Method for Mixed Heat Transfer ». *Communications in Computational Physics* 18.4, 1072–1094 (cf. p. 71).
- C. CHI, B.J. LEE et H.G. IM (2017). « An improved ghost-cell immersed boundary method for compressible flow simulations ». *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 83, p. 132-148 (cf. p. 43, 48, 159).
- G. CHOURDAKIS et al. (2022). « preCICE v2 : A sustainable and user-friendly coupling library [version 2; peer review : 2 approved] ». *Open Research Europe* 2.51 (cf. p. 17, 103, 111, 123, 125).
- J. CHUNG et G. M. HULBERT (1993). « A Time Integration Algorithm for Structural Dynamics With Improved Numerical Dissipation : The Generalized- $\alpha$  Method ». *Journal of Applied Mechanics* 60.2, p. 371-375 (cf. p. 105).
- D.K. CLARKE, M.D. SALAS et H.A. HASSAN (1986). « Euler calculations for multielement airfoils using Cartesian grids ». *AIAA Journal* 24.3, p. 353-358 (cf. p. 29, 33).

- F. DAUDE et al. (2014). « Numerical experiments using a HLLC-type scheme with ALE formulation for compressible two-phase flows five-equation models with phase transition ». *Computers & Fluids* 94, p. 112-138 (cf. p. 23).
- M.D. DE TULLIO et al. (2007). « An immersed boundary method for compressible flows using local grid refinement ». *Journal of Computational Physics* 225.2, p. 2098-2117 (cf. p. 29).
- J. P. DEAR et J. E. FIELD (1988). « A study of the collapse of arrays of cavities ». *Journal of Fluid Mechanics* 190, p. 409-425 (cf. p. 8).
- J. DEGROOTE, K.J. BATHE et J. VIERENDEELS (2009). « Performance of a new partitioned procedure versus a monolithic procedure in fluid-structure interaction ». *Computers & Structures* 87.11, p. 793-801 (cf. p. 117).
- H. DING et al. (2004). « Simulation of incompressible viscous flows past a circular cylinder by hybrid FD scheme and meshless least square-based finite difference method ». *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 193, p. 727-744 (cf. p. 62).
- Z. DING et S.M. GRACEWSKI (1996). « The behaviour of a gas cavity impacted by a weak or strong shock wave ». *Journal of Fluid Mechanics* 309, p. 183-209 (cf. p. 11).
- R.C. DORF (1983). « Modern Control Systems » (cf. p. 38).
- R. DUBOIS, E. GONCALVES et P. PARNAUDEAU (2021). « High performance computing of stiff bubble collapse on CPU-GPU heterogeneous platform ». *Computers & Mathematics with Applications* 99, p. 246-256 (cf. p. 10, 12, 16, 21, 93, 95, 96, 111).
- M. DULAR et al. (2019). « High speed observation of damage created by a collapse of a single cavitation bubble ». *Wear* 418-419, p. 13-23 (cf. p. 5, 7, 8).
- J.H. DUNCAN, C.D. MILLIGAN et S. ZHANG (1996). « On the interaction between a bubble and a submerged compliant structure ». *Journal of Sound and Vibration* 197.1, p. 17-44 (cf. p. 12).
- N. EBRAHIMI POUR et al. (2021). « Compressible flow simulation with moving geometries using the Brinkman penalization in high-order Discontinuous Galerkin ». *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences* 8.10, p. 10 (cf. p. 34, 52, 118).
- T. ENGELS et al. (2015). « Numerical simulation of fluid-structure interaction with the volume penalization method ». *Journal of Computational Physics* 281, p. 96-115 (cf. p. 17, 34, 118).
- E.A. FADLUN et al. (2000). « Combined Immersed-Boundary Finite-Difference Methods for Three-Dimensional Complex Flow Simulations ». *Journal of Computational Physics* 161.1, p. 35-60 (cf. p. 31, 32).
- L.J. FAUCI et C.S. PESKIN (1988). « A computational model of aquatic animal locomotion ». *Journal of Computational Physics* 77.1, p. 85-108 (cf. p. 28).
- J. FAVIER (2016). « Modélisation et simulation numérique d'écoulements au voisinage de parois biologiques ciliées et de revêtements aéronautiques bioinspirés ». *Mémoire présenté pour obtenir l'habilitation à diriger des recherches* (cf. p. 39).
- R.P. FEDKIW et al. (1999). « A Non-oscillatory Eulerian Approach to Interfaces in Multimaterial Flows (the Ghost Fluid Method) ». *Journal of Computational Physics* 152, p. 457-492 (cf. p. 29, 33).
- R. FIRLY et al. (2023). « Numerical study of impact phenomena due to cavitation bubble collapse on metals and polymers ». *European Journal of Mechanics - B/Fluids* 101, p. 257-272 (cf. p. 13-15).
- M.C. FIVEL et J.P. FRANC (2018). « Cavitation Erosion ». *ASM Handbook* 18 : Friction, Lubrication, and Wear Technology, p. 290-301 (cf. p. 3, 6).
- A.L. FOGELSON et C.S. PESKIN (1988). « A fast numerical method for solving the three-dimensional Stokes' equations in the presence of suspended particles ». *Journal of Computational Physics* 79.1, p. 50-69 (cf. p. 28).

- T.S. FOLDEN et F.J. ASCHMONEIT (2023). « A classification and review of cavitation models with an emphasis on physical aspects of cavitation ». *Physics of Fluids* 35.8, p. 081301 (cf. p. 22).
- J. P. FRANC et J. M. MICHEL (1988). « Unsteady attached cavitation on an oscillating hydrofoil ». *Journal of Fluid Mechanics* 193, p. 171–189 (cf. p. 80).
- J.P. FRANC, G.L. CHAHINE et A. KARIMI (2014). « Pitting and Incubation Period ». *Advanced Experimental and Numerical Techniques for Cavitation Erosion Prediction*, p. 37-69 (cf. p. 8).
- J.P. FRANC et J.M. MICHEL (2006). « Fundamentals of cavitation ». *Springer Science & Business Media* 76 (cf. p. 2, 142).
- J.E. FROMM et F.H. HARLOW (1963). « Numerical Solution of the Problem of Vortex Street Development ». *The Physics of Fluids* 6.7, p. 975-982 (cf. p. 27).
- S. A. FRY (1984). « Investigating cavity/wake dynamics for a circular cylinder by measuring noise spectra ». *Journal of Fluid Mechanics* 142, p. 187–200 (cf. p. 80).
- B. GATZHAMMER (2015). « Efficient and Flexible Partitioned Simulation of Fluid-Structure Interactions ». PhD thesis. Technische Universität München (cf. p. 114).
- R. GAUTIER, D. BIAU et E. LAMBALLAIS (2013). « A reference solution of the flow over a circular cylinder at  $Re=40$  ». *Computers & Fluids* 75, p. 103-111 (cf. p. 58, 59).
- S.A. GHAFARI et al. (2015). « Simulation of forced deformable bodies interacting with two-dimensional incompressible flows : Application to fish-like swimming ». *International Journal of Heat and Fluid Flow* 51, p. 88-109 (cf. p. 34, 45, 118).
- D.C. GIBSON et J.R. BLAKE (1982). « The growth and collapse of bubbles near deformable surfaces ». *Applied Scientific Research* 38, p. 215–224 (cf. p. 12).
- F.R. GILMORE (1952). *The growth or collapse of a spherical bubble in a viscous compressible liquid* (cf. p. 6).
- J. GIORDANO et al. (2005). « Shock wave impacts on deforming panel, an application of fluid-structure interaction ». *Shock Waves* 14, p. 103–110 (cf. p. 126-128).
- I. GLASS, J. KACA et D. ZHANG (1989). « Shock wave diffractions over semi-circular and half-diamond cylinders ». *Twelfth Canadian congress of applied mechanics* 1, p. 596-7 (cf. p. 73).
- J. GLIMM et O.A. MCBRYAN (1985). « A computational model for interfaces ». *Advances in Applied Mathematics* 6.4, p. 422-435 (cf. p. 11).
- A. GNANASKANDAN et K. MAHESH (2016). « Numerical investigation of near-wake characteristics of cavitating flow over a circular cylinder ». *Journal of Fluid Mechanics* 790, p. 453–491 (cf. p. 80, 83, 85, 86, 90-92).
- D. GOLDSTEIN, R. HANDLER et L. SIROVICH (1993). « Modeling a no-slip flow boundary with an external force field ». *Journal of Computational Physics* 105, p. 354–366 (cf. p. 17, 29, 31, 34, 35, 38, 39, 159).
- E. GONCALVES et B. CHARRIÈRE (2014). « Modelling for isothermal cavitation with a four-equation model ». *International Journal of Multiphase Flow* 59, p. 54-72 (cf. p. 10, 12, 16, 20, 22, 135, 160).
- E. GONCALVES et P. PARNAUDEAU (2020). « Comparison of multiphase models for computing shock-induced bubble collapse ». *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow* 30, p. 3845-3877 (cf. p. 12, 20, 21, 135).
- (2021). « Numerical study of pressure loads generated by a shock-induced bubble collapse ». *Physics of Fluids* 33, p. 113318 (cf. p. 12, 21, 95, 96, 163).
- E. GONCALVES et R.F. PATELLA (2009). « Numerical simulation of cavitating flows with homogeneous models ». *Computers & Fluids* 38.9, p. 1682-1696 (cf. p. 11).
- E. GONCALVES et D. ZEIDAN (2018). « Simulation of Compressible Two-Phase Flows Using a Void Ratio Transport Equation ». *Communications in Computational Physics* 24.1, p. 167-203 (cf. p. 26).

- J.F. HAAS et B. STURTEVANT (1987). « Interaction of weak shock waves with cylindrical and spherical gas inhomogeneities ». *Journal of Fluid Mechanics* 181, p. 41–76 (cf. p. 6).
- F.H. HARLOW et J.E. FROMM (1964). « Dynamics and Heat Transfer in the von Kármán Wake of a Rectangular Cylinder ». *The Physics of Fluids* 7.8, p. 1147-1156 (cf. p. 27).
- F.H. HARLOW et J.E. WELCH (1965). « Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface ». *The Physics of Fluids* 8.12, p. 2182-2189 (cf. p. 11, 27).
- A. HARTEN, P. LAX et B. VAN LEER (1983). « On Upstream Differencing and Godunov-Type Schemes for Hyperbolic Conservation Laws ». *SIAM Rev* 25, p. 35-61 (cf. p. 23).
- N. A. HAWKER et Y. VENTIKOS (2012). « Interaction of a strong shockwave with a gas bubble in a liquid medium : a numerical study ». *Journal of Fluid Mechanics* 701, p. 59–97 (cf. p. 12).
- H. G. HEINRICH et R. A. NOREEN (1969). « An assessment of sphere drag coefficient data ». *NASA, Washington status of passive inflatable falling-sphere technol. for atmospheric sensing to 100 km*, p. 93-100 (cf. p. 71).
- E.W. HESTER, G.M. VASIL et K.J. BURNS (2021). « Improving accuracy of volume penalised fluid-solid interactions ». *Journal of Computational Physics* 430, p. 110043 (cf. p. 44).
- T. HEUZÉ (2015). « Plasticité des structures ». *École d'ingénieur. École Centrale de Nantes, France* (cf. p. 106, 107, 109).
- R. HICKLING et M.S. PLESSET (1964). « Collapse and Rebound of a Spherical Bubble in Water ». *The Physics of Fluids* 7, p. 7-14 (cf. p. 6).
- C. W. HIRT (1971). « An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing technique ». *Proceedings of the Second International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics*. Berlin, Heidelberg, p. 350-355 (cf. p. 11, 28).
- C.W. HIRT et B.D. NICHOLS (1981). « Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries ». *Journal of Computational Physics* 39.1, p. 201-225 (cf. p. 11).
- R. HOMSI et al. (2021). « Flow dynamics over a heated cylinder subjected to high temperature ratios ». *Case Studies in Thermal Engineering* 27, p. 101357 (cf. p. 62).
- C.T. HSIAO et al. (2014). « Modelling of material pitting from cavitation bubble collapse ». *Journal of Fluid Mechanics* 755, p. 142–175 (cf. p. 11-13, 132).
- X.Y. HU et al. (2006). « A conservative interface method for compressible flows ». *Journal of Computational Physics* 219, p. 553-578 (cf. p. 12).
- M. HUA et C.S. PESKIN (2022). « An analysis of the numerical stability of the immersed boundary method ». *Journal of Computational Physics* 467, p. 111435 (cf. p. 39).
- W.X. HUANG, S.J. SHIN et H.J. SUNG (2007). « Simulation of flexible filaments in a uniform flow by the immersed boundary method ». *Journal of Computational Physics* 226, p. 2206-2228 (cf. p. 39).
- W.X. HUANG et F.B. TIAN (2019). « Recent trends and progress in the immersed boundary method ». *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science* 233.23-24, p. 7617-7636 (cf. p. 29).
- A. JAMESON, W. SCHMIDT et E. TURKEL (1981). « Numerical solutions of the Euler equations by finite volume methods using Runge Kutta time stepping schemes ». *14th Fluid and Plasma Dynamics Conference*, p. 1259 (cf. p. 23, 26, 53).
- Z. JIN et al. (2024). « Cavitation effects near a sacrificial coating subjected to underwater explosion ». *Applied Mathematical Modelling* 129, p. 137-168 (cf. p. 15).
- E. JOHNSEN et T. COLONIUS (2009). « Numerical simulations of non-spherical bubble collapse ». *Journal of Fluid Mechanics* 629, p. 231–262 (cf. p. 7, 12, 16, 20, 93, 135, 145).
- G.R. JOHNSON et W.H. COOK (1985). « Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures ». *Engineering Fracture Mechanics* 21.1, p. 31-48 (cf. p. 163).

- S. JOSHI et al. (2019). « SPH modelling of a cavitation bubble collapse near an elasto-viscoplastic material ». *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 125, p. 420-439 (cf. p. 7, 13-15, 147).
- B. KADOCH et al. (2012). « A volume penalization method for incompressible flows and scalar advection–diffusion with moving obstacles ». *Journal of Computational Physics* 231, p. 4365–4383 (cf. p. 45, 48).
- A.K. KAPILA et al. (2001). « Two-phase modeling of deflagration-to-detonation transition in granular materials : Reduced equations ». *Physics of Fluids* 13, p. 3002-3024 (cf. p. 10, 12, 16, 20, 135).
- A. KARIMI et J.P. FRANC (2014). « Modeling of Material Response ». *Advanced Experimental and Numerical Techniques for Cavitation Erosion Prediction*, p. 163-181 (cf. p. 9).
- N. KASIMOV et al. (2021). « Galilean-Invariant Characteristic-Based Volume Penalization Method for Supersonic Flows with Moving Boundaries ». *Fluids* 6 (cf. p. 48).
- J.B. KELLER et M. MIKSIS (1980). « Bubble oscillations of large amplitude ». *The Journal of the Acoustical Society of America* 68, p. 628-633 (cf. p. 6).
- B. KIM et al. (2012). « Flexible ring flapping in a uniform flow ». *Journal of Fluid Mechanics* 707, p. 129–149 (cf. p. 29).
- Y. KIM et C.S. PESKIN (2007). « Penalty immersed boundary method for an elastic boundary with mass ». *Physics of Fluids* 19.5, p. 053103 (cf. p. 29).
- (2016). « A penalty immersed boundary method for a rigid body in fluid ». *Physics of Fluids* 28.3, p. 033603 (cf. p. 29).
- C. L. KLING et F. G. HAMMITT (1972). « A Photographic Study of Spark-Induced Cavitation Bubble Collapse ». *Journal of Basic Engineering* 94.4, p. 825-832 (cf. p. 9).
- R.T. KNAPP, J.W. DAILY et F.G. HAMMITT (1970). *Cavitation*. Engineering societies monographs. McGraw-Hill (cf. p. 1).
- D. KOLOMENSKIY et K. SCHNEIDER (2009). « A Fourier spectral method for the Navier–Stokes equations with volume penalization for moving solid obstacles ». *Journal of Computational Physics* 228.16, p. 5687-5709 (cf. p. 45).
- M. KORNFELD et L. SUVOROV (1944). « On the Destructive Action of Cavitation ». *Journal of Applied Physics* 15.6, p. 495-506 (cf. p. 6).
- J. KOU et al. (2022). « Immersed boundary method for high-order flux reconstruction based on volume penalization ». *Journal of Computational Physics* 448, p. 110721 (cf. p. 45).
- P. KOUKOUVINIS, C. BRUECKER et M. GAVAISES (2017). « Unveiling the physical mechanism behind pistol shrimp cavitation ». *Scientific Reports* 7, p. 13994 (cf. p. 4).
- K. KOZHANOVA (2022). « High-Order Numerical Methods for Shock-Bubble Interaction Computations ». Thèse de doctorat. ISAE-ENSMA, École Nationale Supérieure de Mécanique et d’Aérotechnique, Poitiers (cf. p. 23).
- R. D. KRIEG et D. B. KRIEG (1977). « Accuracies of Numerical Solution Methods for the Elastic-Perfectly Plastic Model ». *Journal of Pressure Vessel Technology* 99.4, p. 510-515 (cf. p. 109).
- V. KUMAR, A. SHARMA et R.K. SINGH (2020). « Central upwind scheme based immersed boundary method for compressible flows around complex geometries ». *Computers & Fluids* 196, p. 104349 (cf. p. 65).
- R.F. KUNZ et al. (2000). « A preconditioned Navier–Stokes method for two-phase flows with application to cavitation prediction ». *Computers & Fluids* 29.8, p. 849-875 (cf. p. 10).
- U. KÜTTLER et W.A WALL (2008). « Fixed-point fluid–structure interaction solvers with dynamic relaxation ». *Computational Mechanics* 43, p. 61-72 (cf. p. 117).
- M.C. LAI et C.S. PESKIN (2000). « An immersed boundary method with formal second-order accuracy and reduced numerical viscosity ». *Journal of Computational Physics* 160, p. 705-719 (cf. p. 29, 37, 39, 40).

- P. LAVOIE et al. (2019). « A Penalization Method for 2D Ice Accretion Simulations ». *International Conference on Icing of Aircraft, Engines, and Structures*. Minneapolis, United States (cf. p. 34, 118).
- P. LAVOIE et al. (2021). « An improved characteristic based volume penalization method for the Euler equations towards icing applications ». *Computers & Fluids* 222, p. 104917 (cf. p. 48).
- A.D. LE, V.A. TRUONG et Y. IGA (2023). « Thermodynamic cavitation suppression on the laminar vortex flow over a circular cylinder in water ». *International Journal of Heat and Mass Transfer* 211, p. 124210 (cf. p. 80, 83, 85, 86).
- O. LE METAYER, J. MASSONI et R. SAUREL (2004). « Elaborating equations of state of a liquid and its vapor for two-phase flow models ». *International Journal of Thermal Sciences* 43, p. 265-276 (cf. p. 11, 20, 21).
- J.C. LECORDIER, L. HAMMA et P. PARANTHOEN (1991). « The control of vortex shedding behind heated circular cylinders at low Reynolds numbers ». *Experiments in Fluids* 10, p. 224-229 (cf. p. 62).
- E. LIBERGE et C. BÉGHEIN (2024). « A comparison of force computations for modeling fluid - structure interaction problems with the lattice Boltzmann volume penalisation method ». *Discrete and Continuous Dynamical Systems - S* 17.7, p. 2420-2435 (cf. p. 34, 118).
- A.L.F. LIMA E SILVA, A. SILVEIRA-NETO et J.J.R. DAMASCENO (2003). « Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method ». *Journal of Computational Physics* 189, p. 351-370 (cf. p. 62).
- F. LINDNER (2019). « Data transfer in partitioned multi-physics simulations : interpolation & communication ». PhD thesis. Universität Stuttgart (cf. p. 114).
- M.S. LIOU et C.J. STEFFEN (1993). « A New Flux Splitting Scheme ». *Journal of Computational Physics* 107, p. 23-39 (cf. p. 23).
- C. LIU, X. ZHENG et C. SUNG (1998). « Preconditioned multigrid methods for unsteady incompressible flows ». *Journal of Computational Physics* 139, p. 35-57 (cf. p. 62).
- Q. LIU et O. VASILYEV (2006). « Hybrid Adaptive Wavelet Collocation - Brinkman Penalization Method for Unsteady RANS Simulations of Compressible Flow around Bluff Bodies ». *36th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit* (cf. p. 46).
- Q. LIU et O.V. VASILYEV (2007). « A Brinkman penalization method for compressible flows in complex geometries ». *Journal of Computational Physics* 227, p. 946-966 (cf. p. 34, 46, 47, 50, 75, 77, 160).
- X.D. LIU, S. OSHER et T. CHAN (1994). « Weighted Essentially Non-oscillatory Schemes ». *Journal of Computational Physics* 115.1, p. 200-212 (cf. p. 23).
- A. LOGG, K.A. MARDAL et G. WELLS (2012). *Automated Solution of Differential Equations by the Finite Element Method*. The FEniCS Book. Springer (cf. p. 112).
- A. LOGG et G.N. WELLS (2010). « DOLFIN : Automated finite element computing ». *ACM Transactions on Mathematical Software* 37.2, p. 1-28 (cf. p. 17, 103, 111).
- C.L. MADER (1965). « Initiation of Detonation by the Interaction of Shocks with Density Discontinuities ». *Physics of Fluids* 8.10, p. 1811-1816 (cf. p. 6).
- K. MAHESH, G. CONSTANTINESCU et P. MOIN (2004). « A numerical method for large-eddy simulation in complex geometries ». *Journal of Computational Physics* 197.1, p. 215-240 (cf. p. 90, 91).
- S. MAJUMDAR, G. IACCARINO et P. DURBIN (jan. 2001). « RANS solvers with adaptive structured boundary non-conforming grids ». *Annual Research Briefs* (cf. p. 33).
- A.A. MAYO et C.S. PESKIN (1993). « An implicit numerical method for fluid dynamics problems with immersed elastic boundaries ». *Fluid dynamics in biology*. Contemporary Mathematics. Oxford University Press, p. 261-277 (cf. p. 29).

- D.M. MCQUEEN et C.S. PESKIN (1989). « A three-dimensional computational method for blood flow in the heart. II. contractile fibers ». *Journal of Computational Physics* 82.2, p. 289-297 (cf. p. 28).
- M. MEHL et al. (2016). « Parallel coupling numerics for partitioned fluid–structure interaction simulations ». *Computers & Mathematics with Applications* 71.4, p. 869-891 (cf. p. 117).
- H. MIAO et S.M. GRACEWSKI (2008). « Coupled FEM and BEM code for simulating acoustically excited bubbles near deformable structures ». *Computational Mechanics* 42, p. 95–106 (cf. p. 12).
- R. MITTAL et G. IACCARINO (2005). « Immersed boundary methods ». *Annu. Rev. Fluid Mech.* 37, p. 239-261 (cf. p. 29).
- R. MITTAL et J.H. SEO (2023). « Origin and evolution of immersed boundary methods in computational fluid dynamics ». *Phys. Rev. Fluids* 8 (10), p. 100501 (cf. p. 29).
- J. MOHD-YUSOF (1997). « Combined immersed-boundary / B-spline methods for simulations of flow in complex geometries ». *Annual Research Briefs*, p. 317-328 (cf. p. 29, 31).
- T. NAGATA et al. (2016). « Investigation on subsonic to supersonic flow around a sphere at low Reynolds number of between 50 and 300 by direct numerical simulation ». *Physics of Fluids* 28, p. 056101 (cf. p. 71).
- (2018). « Direct numerical simulation of flow around a heated/cooled isolated sphere up to a Reynolds number of 300 under subsonic to supersonic conditions ». *International Journal of Heat and Mass Transfer* 120, p. 284-299 (cf. p. 72).
- S. NAGRATH et al. (2006). « Hydrodynamic simulation of air bubble implosion using a level set approach ». *Journal of Computational Physics* 215.1, p. 98-132 (cf. p. 12).
- C.F. NAUDÉ et A.T. ELLIS (1961). « On the Mechanism of Cavitation Damage by Nonhemispherical Cavities Collapsing in Contact With a Solid Boundary ». *Journal of Basic Engineering* 83, p. 648-656 (cf. p. 5, 6).
- R.R. NOURGALIEV, T.N. DINH et T.G. THEOFANOUS (2006). « Adaptive characteristics-based matching for compressible multifluid dynamics ». *Journal of Computational Physics* 213.2, p. 500-529 (cf. p. 12).
- L. NOUVEAU et al. (2016). *An adaptive ALE residual based penalization approach for laminar flows with moving bodies*. Research Report RR-8936. INRIA Bordeaux, équipe CARDAMOM, p. 15 (cf. p. 17).
- S. OSHER et J.A. SETHIAN (1988). « Fronts propagating with curvature-dependent speed : Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations ». *Journal of Computational Physics* 79.1, p. 12-49 (cf. p. 11).
- D. PAN (2012). « A General Boundary Condition Treatment in Immersed Boundary Methods for Incompressible Navier-Stokes Equations with Heat Transfer ». *Numerical Heat Transfer, Part B : Fundamentals* 61.4, p. 279-297 (cf. p. 43).
- Y. PAQUETTE (2017). « Interaction Fluide-Structure et Érosion de Cavitation ». Thèse de doctorat. Université Grenoble Alpes (cf. p. 134-137, 142-144, 147).
- Y. PAQUETTE et al. (2018). « Fluid-structure interaction in cavitation erosion ». *Proceedings of the 10th Int. Symposium on Cavitation, CAV2018*. Baltimore, USA (cf. p. 13-15, 131, 132, 144).
- P. PARNAUDEAU (2004). « Étude numérique d'un écoulement cisailé turbulent complexe à basse vitesse : application à la protection rapprochée ». Thèse de doctorat. Université de Poitiers (cf. p. 90, 91).
- P. PARNAUDEAU et al. (2008). « Experimental and numerical studies of the flow over a circular cylinder at Reynolds number 3900 ». *Physics of Fluids* 20.8, p. 085101 (cf. p. 90).
- V. PASQUARIELLO et al. (2016). « A cut-cell finite volume – finite element coupling approach for fluid–structure interaction in compressible flow ». *Journal of Computational Physics* 307, p. 670-695 (cf. p. 126-128).

- C.S. PESKIN (1972a). « Flow patterns around heart valves : A digital computer method for solving the equations of motion ». PhD thesis. Albert Einstein College of Medicine of Yeshiva University (cf. p. 28).
- (1972b). « Flow patterns around heart valves : A numerical method ». *Journal of Computational Physics* 10(2), p. 252-271 (cf. p. 17, 28-32, 34, 35, 37-39, 59, 159).
- (1977). « Numerical Analysis of Blood Flow in the Heart ». *Journal of Computational Physics* 25, p. 220-252 (cf. p. 36).
- (2002). « The immersed boundary method ». *Acta Numerica* 11, p. 479–517 (cf. p. 36, 39).
- A. PHILIPP et W. LAUTERBORN (1998). « Cavitation erosion by single laser-produced bubbles ». *Journal of Fluid Mechanics* 361, p. 75–116 (cf. p. 7-9, 14, 145).
- A. PINELLI et al. (2010). « Immersed-boundary methods for general finite-difference and finite-volume Navier-Stokes solvers ». *Journal of Computational Physics* 229, p. 73-91 (cf. p. 35).
- A. PIQUET, O. ROUSSEL et A. HADJADJ (2016). « A comparative study of Brinkman penalization and direct-forcing immersed boundary methods for compressible viscous flows ». *Computers & Fluids* 136, p. 272–284 (cf. p. 34, 47, 48, 52, 73).
- M. S. PLESSET (1954). « On the Stability of Fluid Flows with Spherical Symmetry ». *Journal of Applied Physics* 25, p. 96-98 (cf. p. 5).
- M.S. PLESSET et R.B. CHAPMAN (1971). « Collapse of an initially spherical vapour cavity in the neighbourhood of a solid boundary ». *Journal of Fluid Mechanics* 47, p. 283–290 (cf. p. 5-7).
- F. PÖHL et al. (2015). « Evaluation of cavitation-induced pressure loads applied to material surfaces by finite-element-assisted pit analysis and numerical investigation of the elastoplastic deformation of metallic materials ». *Wear* 330-331. 20th International Conference on Wear of Materials, p. 618-628 (cf. p. 7).
- L. RAYLEIGH (1917). « VIII. On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity ». *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 34.200, p. 94-98 (cf. p. 5, 6).
- W. REN, C. SHU et W. YANG (2013). « An efficient immersed boundary method for thermal flow problems with heat flux boundary conditions ». *International Journal of Heat and Mass Transfer* 64, p. 694-705 (cf. p. 62).
- H. RIAHI, E. GONCALVES et M. MELDI (2023). « A Discrete Immersed Boundary Method for the numerical simulation of heat transfer in compressible flows ». DOI : [10.48550/arXiv.2301.09349](https://doi.org/10.48550/arXiv.2301.09349) (cf. p. 72).
- H. RIAHI et al. (2018). « A pressure-corrected Immersed Boundary Method for the numerical simulation of compressible flows ». *Journal of Computational Physics* 374, p. 361-383 (cf. p. 58, 59, 65, 66, 71).
- B. RODENBERG et al. (2021). « FEniCS–preCICE : Coupling FEniCS to other simulation software ». *SoftwareX* 16, p. 100807 (cf. p. 112, 113).
- P.L. ROE (1981). « Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes ». *Journal of Computational Physics* 43.2, p. 357-372 (cf. p. 23).
- A.M. ROMA, C.S. PESKIN et M.J. BERGER (1999). « An adaptive version of the immersed boundary method ». *Journal of Computational Physics* 153, p. 509-534 (cf. p. 29, 37).
- S.D. ROTH (1982). « Ray casting for modeling solids ». *Computer Graphics and Image Processing* 18.2, p. 109-144 (cf. p. 119).
- S.C. ROY et al. (2015). « Determination of cavitation load spectra—Part 2 : Dynamic finite element approach ». *Wear* 344-345, p. 120-129 (cf. p. 147, 163).
- B. RÜTH et al. (2021). « Quasi-Newton waveform iteration for partitioned surface-coupled multiphysics applications ». *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 122.19, p. 5236-5257 (cf. p. 118).

- M. SABANCA et F. DURST (2003). « Flows past a tiny circular cylinder at high temperature ratios and slight compressible effects on the vortex shedding ». *Physics of Fluids* 15.7, p. 1821-1829 (cf. p. 64).
- E.M. SAIKI et S. BIRINGEN (1996). « Numerical Simulation of a Cylinder in Uniform Flow : Application of a Virtual Boundary Method ». *Journal of Computational Physics* 123, p. 450-465 (cf. p. 31).
- Y. SAITO et al. (2007). « Numerical analysis of unsteady behavior of cloud cavitation around a NACA0015 foil ». *Computational Mechanics* 40, p. 85-96 (cf. p. 83, 86).
- P. SARKAR (2019). « Simulation de l'érosion de cavitation par une approche CFD-FEM couplée ». Thèse de doctorat. Université Grenoble Alpes (cf. p. 147).
- P. SARKAR et al. (2021). « Fluid-structure modelling for material deformation during cavitation bubble collapse ». *Journal of Fluids and Structures* 106, p. 103370 (cf. p. 13-15, 131).
- R. SAUREL, P. BOIVIN et O. LE MÉTAYER (2016). « A general formulation for cavitating, boiling and evaporating flows ». *Computers & Fluids* 128, p. 53-64 (cf. p. 10).
- K. SCHMIDMAYER, S.H. BRYNGELSON et T. COLONIUS (2020). « An assessment of multicomponent flow models and interface capturing schemes for spherical bubble dynamics ». *Journal of Computational Physics* 402, p. 109080 (cf. p. 21).
- G. SCHNERR, I. SEZAL et S. SCHMIDT (2008). « Numerical investigation of three-dimensional cloud cavitation with special emphasis on collapse induced shock dynamics ». *Physics of Fluids* 20, p. 040703 (cf. p. 80).
- G.S. SHALLCROSS et J. CAPECELATRO (2022). « An explicit characteristic-based immersed boundary method for compressible flows ». *Journal of Computational Physics* 449, p. 110804 (cf. p. 44, 48, 59, 71).
- J.M. SHI et al. (2004). « Heating effect on steady and unsteady horizontal laminar flow of air past a circular cylinder ». *Physics of Fluids* 16.12, p. 4331-4345 (cf. p. 60, 62-64).
- A. SHIMA et al. (1983). « Mechanism of impact pressure generation from spark-generated bubble collapse near a wall ». *AIAA Journal* 21.1, p. 55-59 (cf. p. 7).
- A. SHIMA et al. (1989). « The growth and collapse of cavitation bubbles near composite surfaces ». *Journal of Fluid Mechanics* 203, p. 199-214 (cf. p. 12).
- C.W. SHU et S. OSHER (1988). « Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock-capturing schemes ». *Journal of Computational Physics* 77.2, p. 439-471 (cf. p. 26).
- D. SILBERRAD (1912). « Propeller erosion ». *Engineering*, p. 33-35 (cf. p. 4).
- F. SOTIROPOULOS et X. YANG (2014). « Immersed boundary methods for simulating fluid-structure interaction ». *Progress in Aerospace Sciences* 65, p. 1-21 (cf. p. 29).
- H. SOYAMA (2020). « Cavitating Jet : A Review ». *Applied Sciences* 10.20 (cf. p. 4).
- M. SPECKLIN et Y. DELAURÉ (2018). « A sharp immersed boundary method based on penalization and its application to moving boundaries and turbulent rotating flows ». *European Journal of Mechanics - B/Fluids* 70, p. 130-147 (cf. p. 17, 34, 118).
- J. L. STEGER, F. C. DOUGHERTY et J. A. BENEK (1983). « A chimera grid scheme ». *Applied Mechanics, Bioengineering, and Fluids Engineering Conference*. Houston, Texas (cf. p. 28).
- J.M. STOCKIE et B.R. WETTON (1999). « Analysis of Stiffness in the Immersed Boundary Method and Implications for Time-Stepping Schemes ». *Journal of Computational Physics* 154.1, p. 41-64 (cf. p. 39).
- S.W. SU, M.C. LAI et C.A. LIN (2007). « An immersed boundary technique for simulating complex flows with rigid boundary ». *Computers & Fluids* 36.2, p. 313-324 (cf. p. 32).
- X. SUN et al. (2022). « Hydrodynamic Cavitation : A Novel Non-Thermal Liquid Food Processing Technology ». *Frontiers in Nutrition* 9 (cf. p. 3).
- O. SUPPONEN et al. (2015). « The inner world of a collapsing bubble ». *Physics of Fluids* 27.9, p. 091113 (cf. p. 6, 7).
- K.S. SUSLICK (1990). « Sonochemistry ». *Science* 247.4949, p. 1439-1445 (cf. p. 4).

- Y. TAGAWA et al. (2012). « Highly Focused Supersonic Microjets ». *Physical Review X* 2 (3), p. 031002 (cf. p. 93).
- S. TAKAHASHI, T. NONOMURA et K. FUKUDA (2014). « A Numerical Scheme Based on an Immersed Boundary Method for Compressible Turbulent Flows with Shocks : Application to Two-Dimensional Flows around Cylinders ». *Journal of Applied Mathematics* 2014, p. 1-21 (cf. p. 65).
- R. P. TALEYARKHAN et al. (2002). « Evidence for Nuclear Emissions During Acoustic Cavitation ». *Science* 295.5561, p. 1868-1873 (cf. p. 4).
- J.F. THOMPSON, F.C. THAMES et C.W. MASTIN (1974). « Automatic numerical generation of body-fitted curvilinear coordinate system for field containing any number of arbitrary two-dimensional bodies ». *Journal of Computational Physics* 15.3, p. 299-319 (cf. p. 28).
- Y. TOMITA et A. SHIMA (1986). « Mechanisms of impulsive pressure generation and damage pit formation by bubble collapse ». *Journal of Fluid Mechanics* 169, p. 535-564 (cf. p. 7, 9, 145).
- Y. TOMITA et al. (2002). « Growth and collapse of cavitation bubbles near a curved rigid boundary ». *Journal of Fluid Mechanics* 466, p. 259-283 (cf. p. 93).
- R. P. TONG et al. (1999). « The role of 'splashing' in the collapse of a laser-generated cavity near a rigid boundary ». *Journal of Fluid Mechanics* 380, p. 339-361 (cf. p. 7).
- E.F. TORO, M. SPRUCE et W. SPEARES (1994). « Restoration of the contact surface in the HLL-Riemann solver ». *Shock Waves* 4, p. 25-34 (cf. p. 23).
- T. TRUMMLER et al. (2020). « Near-surface dynamics of a gas bubble collapsing above a crevice ». *Journal of Fluid Mechanics* 899, A16 (cf. p. 17, 93, 161).
- Y.H. TSENG et J.H. FERZIGER (2003). « A ghost-cell immersed boundary method for flow in complex geometry ». *Journal of Computational Physics* 192.2, p. 593-623 (cf. p. 33).
- C. K. TURANGAN et al. (2008). « Free-Lagrange simulations of the expansion and jetting collapse of air bubbles in water ». *Journal of Fluid Mechanics* 598, p. 1-25 (cf. p. 11).
- C.K. TURANGAN et al. (2017). « Numerical studies of cavitation erosion on an elastic-plastic material caused by shock-induced bubble collapse ». *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 473, p. 20170315 (cf. p. 13).
- B. UEKERMANN (2016). « Partitioned Fluid-Structure Interaction on Massively Parallel Systems ». PhD thesis. Technischen Universität München (cf. p. 114).
- M. UHLMANN (2005). « An immersed boundary method with direct forcing for the simulation of particulate flows ». *Journal of Computational Physics* 209.2, p. 448-476 (cf. p. 15, 32).
- R.J. URICK (1984). *Ambient Noise in the Sea*. Undersea Warfare Technology Office, Naval Sea Systems Command, Department of the Navy (cf. p. 4).
- Y. UTTURKAR et al. (2005). « Recent progress in modeling of cryogenic cavitation for liquid rocket propulsion ». *Progress in Aerospace Sciences* 41.7, p. 558-608 (cf. p. 22).
- B. VAN LEER (1984). « On the Relation Between the Upwind-Differencing Schemes of Godunov, Engquist-Osher and Roe ». *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing* 5.1, p. 1-20 (cf. p. 23, 25).
- J. VANHAREN, R. FEUILLET et F. ALAUZET (2018). « Mesh adaptation for fluid-structure interaction problems ». *Fluid Dynamics Conference*. Atlanta, Georgia (cf. p. 126).
- J.C. VEILLEUX et J.E. SHEPHERD (2018). « Pressure and stress transients in autoinjector devices ». *Drug Delivery and Translational Research* 8, p. 1238-1253 (cf. p. 101).
- A. VERMA et K. MAHESH (2012). « A Lagrangian subgrid-scale model with dynamic estimation of Lagrangian time scale for large eddy simulation of complex flows ». *Physics of Fluids* 24.8, p. 085101 (cf. p. 90, 91).
- R. VERZICCO (2023). « Immersed Boundary Methods : Historical Perspective and Future Outlook ». *Annual Review of Fluid Mechanics* 55, p. 129-155 (cf. p. 28, 29).

- J.A. VIECELLI (1969). « A method for including arbitrary external boundaries in the MAC incompressible fluid computing technique ». *Journal of Computational Physics* 4.4, p. 543-551 (cf. p. 27).
- (1971). « A computing method for incompressible flows bounded by moving walls ». *Journal of Computational Physics* 8.1, p. 119-143 (cf. p. 28).
- H. A. van der VORST (1992). « Bi-CGSTAB : A Fast and Smoothly Converging Variant of Bi-CG for the Solution of Nonsymmetric Linear Systems ». *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing* 13.2, p. 631-644 (cf. p. 41).
- G. WALLIS (1967). « One-dimensional two-phase flow ». *New York : McGraw-Hill* (cf. p. 22).
- A.B. WANG et Z. TRAVNICEK (2001). « On the linear heat transfer correlation of a heated circular cylinder in laminar crossflow using a new representative temperature concept ». *International Journal of Heat and Mass Transfer* 44.24, p. 4635-4647 (cf. p. 63, 64).
- A.B. WANG, Z. TRAVNICEK et K.C. CHIA (2000). « On the relationship of effective Reynolds number and Strouhal number for the laminar vortex shedding of a heated circular cylinder ». *Physics of fluids* 12.6, p. 1401-1410 (cf. p. 60, 62, 63).
- J.H. WANG et C. ZHANG (2021). « The variable-extended immersed boundary method for compressible gaseous reactive flows past solid bodies ». *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 122.9, p. 2221-2238 (cf. p. 52).
- L. WANG et al. (2017). « An immersed boundary method for fluid–structure interaction with compressible multiphase flows ». *Journal of Computational Physics* 346, p. 131-151 (cf. p. 16, 18, 29, 34, 35, 43, 58).
- Z. WANG et al. (2009). « Immersed boundary method for the simulation of flows with heat transfer ». *International Journal of Heat and Mass Transfer* 52, p. 4510-4518 (cf. p. 39).
- H.G. WELLER et al. (1998). « A tensorial approach to computational continuum mechanics using object-oriented techniques ». *Computers in Physics* 12.6, p. 620–631 (cf. p. 83).
- F. WERMELINGER et al. (2018). « Petascale simulations of compressible flows with interfaces ». *Journal of Computational Science* 26, p. 217-225 (cf. p. 10, 21, 93).
- W. WU et al. (2021). « Fully coupled model for simulating highly nonlinear dynamic behaviors of a bubble near an elastic-plastic thin-walled plate ». *Physical Review Fluids* 6, p. 013605 (cf. p. 15).
- W.F. XIE, T.G. LIU et B.C. KHOO (2006). « Application of a one-fluid model for large scale homogeneous unsteady cavitation : The modified Schmidt model ». *Computers & Fluids* 35.10, p. 1177-1192 (cf. p. 11).
- T. YE et al. (1999). « An Accurate Cartesian Grid Method for Viscous Incompressible Flows with Complex Immersed Boundaries ». *Journal of Computational Physics* 156.2, p. 209-240 (cf. p. 33).
- T. ZHAO et al. (2021). « Numerical investigations of the bubble collapse near an elastic plate ». *Journal of Fluids and Structures* 106, p. 103372 (cf. p. 14, 15).

---

**Titre : Développement de méthodes des frontières immergées pour l'étude de problèmes couplés fluide-structure**

L'érosion de cavitation représente un problème majeur pour les applications hydrauliques et marines. Ce phénomène est la conséquence de la superposition de *pits* de cavitation en surface du matériau, formés par l'implosion (ou collapse) de bulles au voisinage de la paroi. Afin d'apporter une meilleure compréhension du phénomène et des problématiques liées à sa résolution numérique, une stratégie de couplage fort entre le fluide et la structure, basée sur une approche partitionnée, a été développée. Elle est basée sur le code interne SCB (volumes finis), le solveur libre FEniCS (éléments finis) et sur la librairie de couplage preCICE. L'originalité de notre approche réside dans l'utilisation d'une méthode des frontières immergées (IBM) pour modéliser l'interface déformable, dans le but de réduire le coût de calcul par rapport à une approche classique de type maillage conforme. À l'issue d'une étude comparative de deux IBM, la méthode de pénalisation a été retenue pour sa précision et son efficacité. Elle a ensuite été étendue à un modèle diphasique à interface diffuse dans le but d'étudier la formation et l'évolution d'un écoulement cavitant puis le collapse d'une bulle au voisinage d'une paroi rigide, révélant une possible accélération de l'érosion de cavitation lorsque la paroi est déjà endommagée. Notre stratégie SCB-FEniCS-preCICE a finalement été appliquée à l'étude de la formation d'un *pit* de cavitation. La version originale de la méthode de pénalisation engendre une erreur de l'ordre de 30 % concernant l'endommagement du matériau. Une variante de la méthode a été imaginée afin de surmonter ce problème en contrôlant l'impédance acoustique du milieu pénalisé. Deux études paramétriques croisées ont montré que les *pits* les plus profonds se forment suite au collapse d'une bulle initialement très proche d'un matériau de faible limite d'élasticité. Le couplage faible surestime l'impact (20 %) et l'endommagement (50 %). L'effet du couplage est accentué localement lorsque la plasticité est plus importante.

*Mots clés : Cavitation, Compressibilité, Déformations (mécanique), Écoulement diphasique, Élastoplasticité, Endommagement, Mécanique de l' (milieux continus), Interaction fluide-structure, Méthodes des frontières immergées, Pénalisation, optimisation mathématique, Érosion de cavitation, preCICE, Collapse de bulle*

---

**Titre : Development of Immersed Boundary Methods for the study of fluid-structure coupled problems**

Cavitation erosion is a major issue for hydraulic and marine applications. This phenomenon results from the accumulation of cavitation pits on the surface of the material, formed by the collapse of bubbles near the wall. To provide a better understanding of the phenomenon and the challenges related to its numerical resolution, a strong fluid-structure coupling strategy, based on a partitioned approach, has been developed. It is based on the in-house code SCB (Finite Volume Method), the open-source solver FEniCS (Finite Element Method), and the coupling library preCICE. The originality of our approach lies in the use of an Immersed Boundary Method (IBM) to model the deformable interface in order to reduce computational cost compared to a classical body-fitted approach. After a comparative study of two IBMs, the penalization method was chosen for its accuracy and efficiency. It was then extended to a diffuse interface two-phase flow model to study the formation and evolution of a cavitating flow, followed by the collapse of a bubble near a rigid wall, revealing a possible acceleration of cavitation erosion when the wall is already damaged. Finally, the SCB-FEniCS-preCICE strategy was applied to the study of cavitation pit formation. The original version of the penalization method generates an error of about 30 % regarding material damage. A variant of the method was developed to overcome this issue by controlling the acoustic impedance of the penalized region. Two parametric studies showed that the deepest pits form after the collapse of a bubble initially very close to a material with a low yield strength. Weak coupling overestimates impact pressure (20 %) and material damage (50 %). The effect of coupling is locally amplified when plasticity is more important.

*Keywords : Cavitation, Compressibility, Deformations (Mechanics), Two-phase flow, Elastoplasticity, Continuum damage mechanics, Fluid-structure interaction, Cavitation erosion, preCICE, bubble collapse*