



HAL
open science

Dynamique temporelle dans la diffusion de la lumière par des ensembles désordonnés et ordonnés d'atomes froids

Stephan Asselie

► **To cite this version:**

Stephan Asselie. Dynamique temporelle dans la diffusion de la lumière par des ensembles désordonnés et ordonnés d'atomes froids. Physique Générale [physics.gen-ph]. Université Côte d'Azur, 2024. Français. NNT: 2024COAZ5063 . tel-04938907

HAL Id: tel-04938907

<https://theses.hal.science/tel-04938907v1>

Submitted on 10 Feb 2025

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT

DYNAMIQUE TEMPORELLE DANS LA DIFFUSION DE LA LUMIÈRE PAR DES ENSEMBLES DÉSORDONNÉS ET ORDONNÉS D'ATOMES FROIDS

Stephan ASSELIE

Laboratoire INPHYNI

Présentée en vue de l'obtention
du grade de docteur en Physique
d'Université Côte d'Azur

Dirigée par : William Guerin

Soutenue le : 21 novembre 2024

Devant le jury composé de :

Aurélie JULLIEN, Directrice de recherche,
Institut de Physique de Nice

Igor FERRIER-BARBUT, Chargé de
recherche, Laboratoire Charles Fabry

Philippe COURTEILLE, Professeur des
universités, Institut de physique de São Carlos

Tom BIENAIMÉ, Chargé de recherche,
Laboratoire de matière quantique exotique

Virginia d'AURIA, Professeure des
universités, Institut de Physique de Nice

William GUERIN, Chargé de recherche,
Institut de Physique de Nice



Dynamique temporelle dans la diffusion de la lumière par des ensembles désordonnés et ordonnés d'atomes froids

STEPHAN ASSELIE

Jury :

Présidente du Jury :

Aurélie JULLIEN, Directrice de recherche,
Institut de Physique de Nice (INPHYNI)

Rapporteurs :

Igor FERRIER-BARBUT, Chargé de recherche,
Laboratoire Charles Fabry

Tom BIENAIMÉ, Chargé de recherche,
Laboratoire de matière quantique exotique

Examineurs :

Philippe COURTEILLE, Professeur des universités,
Institut de physique de São Carlos

Virginia d'AURIA, Professeure des universités,
Institut de Physique de Nice (INPHYNI)

Directeur de Thèse :

William GUERIN, Chargé de recherche,
Institut de Physique de Nice (INPHYNI)

Résumé

Cette thèse explore expérimentalement et numériquement la dynamique temporelle de la lumière diffusée par des ensembles désordonnés et ordonnés (ou semi-ordonnés) d'atomes froids dilués, dans le régime de l'optique linéaire. La recherche s'inscrit dans un contexte où la diffusion multiple de la lumière dans ces milieux permet d'explorer des comportements collectifs de désexcitation rapide ou retardée, dont la compréhension a des implications importantes en physique mésoscopique et en optique quantique, particulièrement dans le domaine de la diffusion des ondes dans des milieux résonants.

La première motivation est de mieux comprendre les mécanismes qui gouvernent la super-radiance, phénomène où la désexcitation de la lumière se produit plus rapidement que pour un atome isolé, et la sous-radiance, où la désexcitation est ralentie. Ces comportements sont liés en partie à des processus de diffusion multiple, mais leurs liens physiques exacts restaient flous avant cette étude.

Une seconde motivation, dans la continuité de la première, est d'étudier la dynamique temporelle dans des ensembles ordonnés, où les atomes sont piégés dans un réseau périodique unidimensionnel, l'ordre faisant apparaître une réflexion de Bragg. La question était de savoir quel est l'effet de l'ajout de cet ordre sur la dynamique temporelle de la lumière réfléchie et transmise.

La méthodologie adoptée repose sur des simulations numériques basées sur le modèle des dipôles couplés ainsi que sur la théorie de la dispersion linéaire, comparées aux expériences menées sur des atomes de rubidium refroidis par laser. Des protocoles expérimentaux précis ont été développés pour contrôler les profils temporels de l'extinction de la sonde et observer la réponse des systèmes atomiques.

Les résultats les plus significatifs incluent la découverte que la super-radiance n'est pas toujours maximale pour les extinctions les plus rapides du champ incident, mais qu'il existe un temps d'extinction optimal permettant de maximiser ce phénomène. De plus, nous avons pu lier la super-radiance et la sous-radiance grâce à notre compréhension issue du modèle de la dispersion linéaire, en soulignant le rôle de l'élargissement spectral induit par la coupure rapide du laser de sonde. Enfin, avec la première observation de la dynamique temporelle dans un miroir de Bragg, nous avons révélé un effet inattendu de flash dans la réflexion, similaires à celui observés dans des milieux désordonnés.

En conclusion, ces résultats contribuent à la compréhension des processus collectifs de diffusion de la lumière dans des milieux dilués et ouvrent la voie à de nouvelles recherches sur la manipulation de la lumière dans des systèmes atomiques complexes et ordonnés. Ils offrent également des perspectives pour le développement de dispositifs optiques innovants basés sur ces phénomènes.

Mots-clés : optique, super-radiance, sous-radiance, atomes froids, réflexion de Bragg, diffusion multiple, physique mésoscopique.

Abstract

This thesis experimentally and numerically explores the temporal dynamics of light scattered by disordered and ordered (or semi-ordered) ensembles of cold diluted atoms, within the regime of linear optics. The research is set in a context where multiple light scattering in these media allows for the exploration of collective de-excitation behaviors, either accelerated or delayed, whose understanding has important implications in mesoscopic physics and quantum optics, particularly in the field of wave scattering in resonant media.

The primary motivation is to better understand the mechanisms governing super-radiance, a phenomenon where the de-excitation of light occurs more rapidly than in an isolated atom, and sub-radiance, where de-excitation is slowed. These behaviors are linked to multiple scattering processes, but their exact physical connections remained unclear before this study.

A secondary motivation, building on the first, is to study the temporal dynamics in ordered ensembles, where atoms are trapped in a one-dimensional periodic lattice, with the order giving rise to Bragg reflection. The question was to understand the effect of this ordering on the temporal dynamics of reflected and transmitted light.

The methodology adopted is based on numerical simulations using the coupled dipole model as well as linear dispersion theory, compared with experiments conducted on laser-cooled rubidium atoms. Precise experimental protocols were developed to control the temporal profiles of probe extinction and observe the response of the atomic systems.

The most significant results include the discovery that super-radiance is not always maximized with the fastest extinctions of the incident field, but that there is an optimal extinction time that maximizes this phenomenon. Moreover, we were able to link super-radiance and sub-radiance through our understanding derived from the linear dispersion model, highlighting the role of spectral broadening induced by the rapid switching off of the probe laser. Finally, with the first observation of temporal dynamics in a Bragg mirror, we revealed an unexpected flash effect in the reflection, similar to that observed in disordered media.

In conclusion, these results contribute to the understanding of collective light scattering processes in diluted media and pave the way for new research on light manipulation in complex and ordered atomic systems. They also offer perspectives for the development of innovative optical devices based on these phenomena.

Keywords : optic, super-radiance, sub-radiance, cold atoms, Bragg reflection, multiple scattering, mesoscopic physics.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde gratitude à William, mon directeur de thèse, pour son accompagnement précieux tout au long de cette aventure. Merci de m'avoir guidé dans l'expérience, aidé à la correction du manuscrit, et partagé ton expertise avec tant de générosité.

Je souhaite également remercier l'ensemble des permanents du laboratoire, en particulier Mathilde et Robin. Robin, chef du groupe, qui fait preuve de beaucoup de générosité et d'humanité dans ses échanges. Une pensée spéciale pour Ana, doctorante avant moi, qui, malgré son emploi du temps chargé avec la rédaction de sa thèse, a pris le temps de me transmettre les éléments clés du fonctionnement de l'expérience.

Je souhaite exprimer ma gratitude à Dominique, qui a effectué son stage au sein de notre équipe et a participé activement à la construction du dispositif pour la réflexion de Bragg. Son travail a été essentiel au succès de notre projet. Un grand merci également à Romain, le post-doctorant qui nous a rejoints au milieu de ma thèse après le départ de Dominique.

Je tiens à remercier l'ensemble des doctorants du groupe. Merci à Alvaro pour m'avoir montré le fonctionnement et l'alignement des lasers M2, ainsi qu'à Hector et Pierre. Un remerciement tout particulier au second Pierre, Pierre Lassègue, qui travaillait sur l'expérience dans la même salle que moi avant le déménagement. Il m'a enseigné de nombreuses techniques de base en optique expérimentale. Sans lui, et avec la pandémie de COVID-19 qui a contraint William au télétravail, les choses auraient progressé bien plus lentement. De plus, il nous a présenté ses colocataires, notamment Ana, qui est maintenant une amie chère.

Je souhaite exprimer ma profonde reconnaissance à Martial, mon binôme de thèse sur l'expérience voisine. Nous avons commencé ensemble le même jour, partagé la même salle d'expérience et le même bureau. Nous avons également partagé nos pauses café, nos déjeuners et parfois nos désillusions. Sans lui, ma thèse aurait été bien plus solitaire et moins enrichissante.

Enfin, je remercie tous les autres doctorants, post-doctorants ou stagiaires, ainsi que ceux qui sont venus nous rendre visite, avec qui j'ai partagé des moments mémorables lors de campings, de balades et de baignades : Giani, Mateus, Alexeï, Juan, Gioele, Hani, Clément et tous les autres.

Je tiens également à exprimer ma gratitude envers toutes celles et ceux qui travaillent dur, en particulier dans la production industrielle à travers le monde. Sans leur contribution, il ne serait pas possible de financer des personnes pour faire ce qu'elles aiment, avec des expériences scientifiques qui ne résoudront pas les problèmes auxquels l'humanité fait actuellement face.

Je souhaite enfin apporter tout mon soutien à Jean-Marcel, le doctorant qui poursuit le travail sur l'expérience. J'admire sa détermination et sa volonté, bon courage à toi.

Table des matières

Introduction	1
1 La physique de l'interaction lumière matière dans des milieux dilués résonants	7
1.1 Interaction de la lumière avec un atome	7
1.1.1 Le couplage lumière atome : Équations de Bloch optiques	8
1.1.2 Champ émis par un atome couplé à un champ exciteur : émission d'un dipôle oscillant	11
1.1.3 Puissance diffusée et théorème optique	13
1.1.4 Dynamique temporelle d'un atome couplé à un champ exciteur	15
1.2 Interaction de la lumière avec plusieurs atomes en régime dilué : Les principaux processus de diffusion de la lumière	19
1.2.1 Champ résultant après diffusion par plusieurs atomes . . .	20
1.2.2 Régime de diffusion simple	20
1.2.3 Régime de diffusion multiple	25
I Super-radiance dans un nuage désordonné	31
2 Super-radiance : théorie et état de l'art	33
2.1 Introduction historique sur la super-radiance	33
2.2 Théorie de la super-radiance dans les milieux dilués dans le régime de l'optique linéaire	34
2.2.1 Le modèle des dipôles couplés	35

2.2.2	Le modèle de la dispersion linéaire	37
2.3	Les avancées du groupe atomes froids de Nice sur la super et sous-radiance	41
2.3.1	La super-radiance	41
2.3.2	La sous-radiance	42
2.4	Les questions ouvertes avant la thèse	45
2.4.1	Lien entre sous et super-radiance et diffusion multiple . .	45
2.4.2	Effet de la modification du profil d'extinction de la sonde sur la super-radiance	45
3	Le dispositif expérimental	47
3.1	Production et caractérisation des atomes froids	47
3.1.1	L'expérience en général	47
3.1.2	L'atome de Rubidium	48
3.1.3	Le dispositif de contrôle et les cycles de mesures	48
3.1.4	Le dispositif et les cycles pour l'imagerie	54
3.2	Le dispositif pour la super-radiance	58
3.2.1	Le dispositif de détection	58
3.2.2	Le dispositif pour réaliser des coupures rapides et variables	59
4	Résultats et interprétations : Super-radiance en fonction du temps d'extinction de la sonde	63
4.1	La bosse super-radiante : les prédictions numériques préliminaires des modèles	63
4.1.1	Résultats numériques du modèle de la dispersion linéaire	64
4.1.2	Comparaison des modèles de la dispersion linéaire et des dipôles couplés	66
4.2	Protocoles expérimentaux	67
4.2.1	Protocole pour la prise de données	67
4.2.2	Protocole pour l'analyse des résultats	71
4.3	Les résultats expérimentaux	72

4.4	Interprétation de l'origine physique de la super et sous-radiance	74
4.4.1	Explication de la bosse super-radiante à un atome	75
4.4.2	Différence entre un et plusieurs atomes	77
4.4.3	Explication de la variation de la super-radiance avec l'épaisseur optique	79
4.4.4	Lien entre sous, super-radiance et diffusion multiple . . .	80
II Dynamique de la réflexion de Bragg dans un nuage ordonné		85
5	Un miroir de Bragg avec un gaz d'atomes	87
5.1	Introduction et présentation du système	87
5.1.1	Les motivations	87
5.1.2	Condition de Bragg	89
5.2	Modélisation du miroir de Bragg	89
5.2.1	Matrice de transfert d'un motif	91
5.2.2	Établissement de la matrice de transfert du miroir constitué de N motifs	93
5.2.3	Affinement du modèle	94
5.3	État de l'art	95
6	Le dispositif expérimental	99
6.1	Le piégeage d'atomes dans un réseau 1D	99
6.1.1	Une onde stationnaire pour piéger périodiquement les atomes	99
6.1.2	Grandeurs caractéristiques et densité du nuage d'atomes dans le piège	103
6.1.3	Les mécanismes de perte d'atomes dans le piège	106
6.2	Description du montage expérimental et caractérisations	109
6.2.1	Le piège dipolaire	109
6.2.2	La sonde	115

6.2.3	Le système de détection	121
6.3	Caractérisation du miroir de Bragg	126
6.3.1	Description d'un cycle de mesure pour la réflexion	128
6.3.2	Protocoles d'alignement	128
6.3.3	Caractérisation du nuage d'atomes dans le piège par imagerie	129
6.3.4	Caractérisation de la réflexion, de la transmission et de l'épaisseur optique longitudinale	135
6.3.5	Détermination de l'angle de Bragg géométrique	137
7	Résultats expérimentaux et interprétations : Dynamique temporelle dans le miroir de Bragg	141
7.1	Effet flash	142
7.1.1	Résultats expérimentaux	142
7.1.2	Interprétation : Origine du flash dans un ensemble désordonné	148
7.1.3	Interprétation : Origine du flash dans le miroir de Bragg	151
7.2	Super-radiance	154
7.2.1	Résultats expérimentaux	155
7.2.2	Interprétation	155
7.3	Exploration : Effet du changement de l'épaisseur optique	155
7.3.1	Effet flash en fonction de l'épaisseur optique	155
7.3.2	Dynamique temporelle en fonction de l'épaisseur optique	157
	Conclusion	161
	A Complément sur la relation de Bragg	163
	B Complément sur les matrices de transferts	167
	Bibliographie	175

Introduction

Contexte sur la diffusion de la lumière dans des milieux complexes

La diffusion de la lumière par des milieux complexes est un sujet important en physique et trouve des applications dans une multitude de domaines. Elle joue un rôle fondamental dans la compréhension des propriétés de la matière, pour sonder sa structure ou déduire sa composition. En astrophysique, par exemple, la diffusion de la lumière permet de sonder des nuages interstellaires et de comprendre la composition des objets célestes. En médecine, elle est à la base de technologies comme la tomographie optique diffuse, utilisant la diffusion de la lumière dans les tissus pour obtenir des informations sur leur structure. Par ailleurs, les nouvelles technologies exploitent également ces processus pour développer des matériaux photoniques ou améliorer les performances des lasers.

Dans cette quête de compréhension et d'applications, l'inversion du problème de diffusion devient une nécessité. Si l'on souhaite déduire des informations sur la structure d'un milieu en fonction de la lumière qu'il diffuse, il est impératif de bien comprendre les lois qui gouvernent ces processus. Cela justifie l'intérêt des études fondamentales que nous réalisons sur la diffusion de la lumière. Une maîtrise précise des mécanismes de diffusion est essentielle pour interpréter correctement les signaux et exploiter les propriétés de la lumière pour explorer la matière ou développer des applications.

Les objectifs du groupe Atomes froids de Nice

Au sein du groupe « Atomes Froids » de Nice créé en 1997, un des objectifs majeurs à long terme est de parvenir à l'observation de la localisation d'Anderson [1, 2] de la lumière en 3D. Ce phénomène résulte de la diffusion multiple cohérente d'ondes dans un milieu désordonné, conduisant à une transition de phase (en 3D) entre un transport diffusif et un régime non diffusif, où la lumière devient localisée. Cette localisation a été observée pour différents types d'ondes, par exemple pour les électrons dans des métaux [3], avec des ultrasons [4], ou avec des ondes de matière (dans des condensats de Bose Einstein) [5, 6].

Avec l'avènement des expériences en atomes froids, certains groupes de recherche, dans les années quatre-vingt-dix, ont suggéré que ces derniers pouvaient

représenter un support particulièrement adapté à la réalisation de milieu désordonné propice à l'observation de la localisation de la lumière [7] (section 5.5). En effet, grâce à des techniques de refroidissement et de piégeage laser, il est possible de contrôler et de manipuler des nuages d'atomes à des températures extrêmement basses, dans notre cas de l'ordre d'une centaine de micro Kelvin, gelant quasiment le mouvement des atomes et évitant tout élargissement Doppler lors de la diffusion. Ces milieux présentent plusieurs avantages : ils sont purs, ce qui élimine l'absorption ou la diffusion par des impuretés qui seraient indésirables ; ils offrent un contrôle précis des paramètres expérimentaux, permettant une grande flexibilité dans la manipulation des conditions, par exemple ils constituent un milieu résonant, où la section efficace d'interaction peut être finement ajustée avec la longueur d'onde de l'onde excitatrice. De plus les atomes, à nos longueurs d'ondes, peuvent être considérés comme des diffuseurs ponctuels, facilitant les modélisations théoriques et expérimentales. Cependant malgré ces avantages, il n'y a pas encore eu d'observations indiscutables de la localisation de la lumière en 3D. Une telle observation pourrait avoir des répercussions importantes dans le domaine, le lecteur intéressé pourra approfondir ces questions dans [7] (section 5.2).

Dans la perspective d'observer la localisation d'Anderson, il est nécessaire de s'intéresser aux phénomènes qui surviennent dans ces milieux désordonnés d'atomes froids, notamment en ce qui concerne la diffusion multiple de la lumière. Parmi ces phénomènes nous retrouvons le transport cohérent de la lumière, le piégeage radiatif, la rétrodiffusion cohérente ou le laser aléatoire [8, 9, 10]. Il y a aussi les effets de dynamique temporelle tels que la super et sous-radiance, des effets dans lequel une signature possible de la localisation d'Anderson s'inscrit. En effet, la lumière sous-radiante, mettant longtemps à sortir du milieu, pourrait être liée à la lumière localisée [11]. La sous-radiance allant de pair avec la super-radiance, on s'est donc intéressé à ces deux aspects [12].

Notons que les travaux du groupe se situent à l'interface entre la physique atomique et la physique mésoscopique. Les terminologies y sont parfois ambivalentes : des concepts comme la super-radiance, la super-fluorescence peuvent s'entremêler pour décrire les mêmes choses. Parfois c'est le contraire, un même mot peut avoir plusieurs significations, il est donc nécessaire d'être prudent sur le sens des mots que l'on peut connaître et utiliser dans une communauté et qui ont un autre sens dans une autre [10].

Les objectifs de notre expérience

Depuis 2014 nos expériences se sont concentrées sur la problématique principale tournant autour de la question : Quelle est la différence, après l'envoi d'une impulsion lumineuse, entre la diffusion de la lumière par un et plusieurs atomes ? L'ensemble des atomes étant responsables de phénomènes

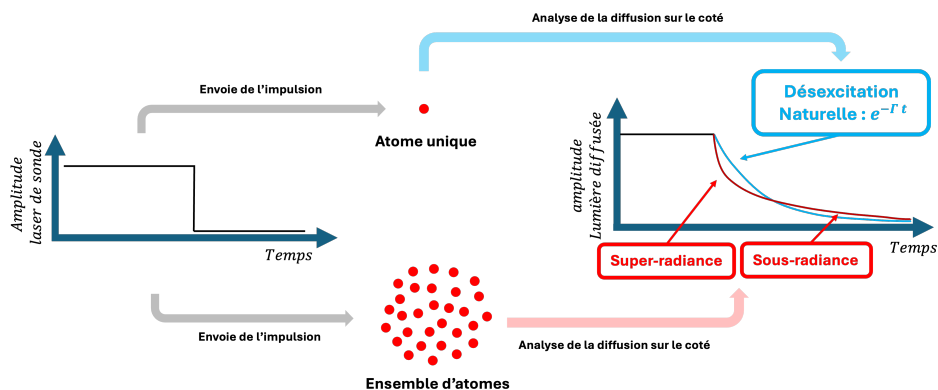


FIGURE 1 – Schéma montrant la super et sous-radiance comparée à la désexcitation naturelle de l'atome unique. Sur le graphe de gauche, nous avons représenté l'amplitude de l'intensité du signal incident (qu'on peut appeler la sonde). Au milieu nous avons représenté au-dessus le cas d'un atome unique et en dessous le cas de plusieurs atomes. Sur le graphe de droite, nous avons représenté les amplitudes des intensités de la lumière diffusée soit par l'atome unique en bleu, soit par l'ensemble des atomes en rouge. Nous montrons avec des flèches ce qu'est la super et sous-radiance comparée à la désexcitation naturelle. On remarque que la super-radiance représente le début de la désexcitation et la sous-radiance la fin, ces phénomènes allant souvent de paire.

collectifs, nos recherches se sont ainsi orientées autour de l'étude de la dynamique temporelle de cette lumière diffusée faisant apparaître des comportements de super et sous-radiance. Notons que nous considérons des nuages d'atomes dilués dans le régime de l'optique linéaire. Nous appelons super-radiance le phénomène de désexcitation rapide de la lumière, c'est-à-dire plus rapidement que la désexcitation naturelle de l'atome isolé. Inversement, la sous-radiance se caractérise par une émission ralentie (Figure 1). De nombreux résultats ont été établis depuis 2016 et la première expérience sur la sous-radiance, nous y reviendrons dans la suite du manuscrit.

À la suite de ces études, et avec la mise en place d'une nouvelle expérience spécifiquement conçue pour l'observation de la localisation d'Anderson [13, 14], nos recherches ont pris une direction de plus en plus indépendante de cet objectif. Désormais, nous nous orientons vers l'étude des effets de dynamiques de la lumière diffusés dans des ensembles semi-ordonnés d'atomes froids, donnant lieu à une réflexion de Bragg [15]. Ces ensembles nous font entrer dans d'autres domaines à l'interface avec les bandes photoniques interdites connues des cristaux photoniques [16] et des lasers à rétroaction répartie ou laser DFB (de l'anglais Distributed FeedBack laser) [17]. Cette évolution ouvre la voie à l'exploration de nouveaux phénomènes physiques liés à la dynamique temporelle de la lumière dans ces systèmes complexes. Notre première problématique tournera autour de la dynamique temporelle de la lumière réfléchiée par notre miroir de Bragg, la dynamique n'ayant encore jamais été observée. Nous nous

demanderons si cette dernière est similaire à celle observée en transmission dans un milieu désordonné.

Plan de la thèse

Cette thèse se présente en deux parties, une première sur la super-radiance en milieu désordonné et une seconde sur les effets de dynamique temporelle dans un ensemble semi-ordonné.

Le **chapitre 1** constituera un chapitre à part d'introduction où nous aborderons les bases théoriques de l'interaction entre la lumière et la matière, en nous concentrant d'abord sur le comportement d'un atome unique, pour aller vers les comportements collectifs dans des milieux dilués. Ces ensembles d'atomes feront apparaître des nouveaux phénomènes principalement dû à la diffusion multiple de la lumière.

Partie 1 Nous commencerons notre première partie, avec le **chapitre 2**, à présenter les modèles utilisés afin de simuler la super-radiance et une brève revue de l'état de l'art sur la super et sous-radiance sera présentée. Enfin nous présenterons les questions ouvertes et la problématique de cette première partie, liée à l'apparition d'un phénomène qu'on appellera la « bosse super-radiante », due aux effets de la modification du profil d'extinction de la sonde sur la super-radiance.

Dans le **chapitre 3**, nous détaillerons le dispositif expérimental utilisé pour étudier le phénomène de super-radiance.

Enfin, dans le **chapitre 4**, les résultats expérimentaux et les simulations numériques sur la « bosse super-radiante » seront présentés. On donnera également une interprétation physique au phénomène de la bosse.

Partie 2 Dans une seconde partie nous présenterons dans le **chapitre 5** l'évolution de notre dispositif expérimental vers la création d'un miroir de Bragg, résultat de l'arrangement spatial périodique de nos atomes. Ensuite, on présentera le modèle permettant de simuler cette réflexion de Bragg basé sur un formalisme issue de matrices de transfert dans notre milieu.

Dans le **chapitre 6** on présentera le dispositif expérimental ainsi que toutes les caractérisations que nous avons effectuées. On regardera également comment choisir optimalement nos paramètres afin de minimiser la réflexion.

Enfin dans l'ultime **chapitre 7**, on présentera nos premiers résultats sur la dynamique temporelle de la réflexion et de la transmission. On verra qu'il

apparaîtra un effet flash comme en transmission et nous tenterons de donner une explication au phénomène. De plus on étudiera la décroissance de la réflexion de Bragg, présentant une dynamique super-radiante.

Chapitre 1

La physique de l'interaction lumière matière dans des milieux dilués résonants

Le premier chapitre de cette thèse est consacré à l'étude de l'interaction entre la lumière et la matière dans des milieux dilués résonants. Cette interaction est au cœur des processus microscopiques de diffusion de la lumière. Dans ce chapitre, nous analysons en détail comment un champ électromagnétique interagit avec un atome unique et comment cette interaction évolue lorsque plusieurs atomes sont présents et que la diffusion multiple apparaît. A la fin de notre développement, on établira un pont entre les aspects microscopiques et macroscopiques, tel que la loi de l'atténuation vers l'avant de Beer-Lambert ou l'indice optique dans notre milieu. Cette introduction établira les bases nécessaires pour comprendre les phénomènes plus complexes de super-radiance et de réflexion de Bragg étudiés dans les parties qui suivront.

1.1 Interaction de la lumière avec un atome

Dans cette section, on s'intéresse à l'interaction de la lumière avec un atome. Dans un premier temps, on va regarder les équations qui régissent le couplage entre ces derniers et la lumière, avec les équations de Bloch optiques. Dans un second temps, nous établirons le champ électromagnétique résultant de ce couplage, nous déterminerons ainsi le champ diffusé par un atome. Historiquement, le couplage entre la lumière et les atomes a été étudié par Lorentz à la fin du 19^e siècle et Einstein au début du 20^e. Résumons rapidement ces deux points de vue, on pourra trouver plus de détails dans le cours de Claude Fabre sur l'interaction lumière matière [18].

Le point de vue de Lorentz considère l'atome comme un noyau fixe avec un électron élastiquement lié, soit un électron dans un puits harmonique. Il est également ajouté une force de freinage, due aux interactions avec l'environnement. En présence d'un champ électromagnétique, l'électron subit la force de Lorentz,

il aura donc tendance à s'éloigner ou à se rapprocher de sa position d'équilibre. Du fait de la différence de charge entre le noyau et l'électron, il existera un dipôle. Le champ n'étant pas constant, mais oscillant, le dipôle oscillera en conséquence. Le couplage entre le champ et le dipôle dépendra des fréquences de résonances du puits harmonique et de l'onde excitatrice. Ce point de vue est en parfaite analogie avec le problème de l'oscillateur harmonique forcé amorti. Enfin, du fait de l'oscillation du dipôle, une onde électromagnétique sera générée plus ou moins déphasée de l'onde excitatrice. L'amplitude de l'onde sera déterminée par la qualité du couplage.

Le modèle d'Einstein considère l'atome comme un noyau fixe avec un électron pouvant occuper deux niveaux d'énergies discrets. À chacun de ces niveaux est associé une probabilité d'occupation de l'électron. Le champ électromagnétique aura pour effet de peupler ou dépeupler avec un certain taux le niveau excité ou fondamental. Si le champ excitateur est trop intense, le niveau excité pourra saturer, sa probabilité d'occupation ne pouvant pas être supérieure à un. Il apparaîtra ainsi deux régimes pour la réponse de l'atome au champ, un linéaire et un autre non linéaire.

Précisons que le phénomène de saturation n'apparaît pas dans le modèle de Lorentz. En revanche, le modèle d'Einstein ne dit rien sur la phase de l'onde émise par l'atome, ce qui devient très important quand il y a plusieurs atomes et que les ondes interfèrent.

Ces deux modèles sont ainsi complémentaires, mais incomplet individuellement. Dans ce qui nous intéressera dans cette thèse, le modèle de Lorentz est suffisant puisque nous travaillons dans le régime de l'optique linéaire. Nous allons cependant utiliser l'approche semi-classique avec les équations de Bloch optiques qui est la synthèse des approches d'Einstein et de Lorentz. Nous pourrons ainsi, de manière plus synthétique et complète, définir le couplage entre l'atome et le champ et préciser ce que nous entendons quand nous parlons du régime de l'optique linéaire.

1.1.1 Le couplage lumière atome : Équations de Bloch optiques

Les équations de Bloch-optiques (EBO) considère l'atome comme un système à deux niveaux quantiques, couplés au vide et à un champ électromagnétique classique monochromatique $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \epsilon E_0 \cos(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}) = \epsilon \text{Re}[\tilde{E}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}]$ avec $\tilde{E}(\mathbf{r}) = E_0 e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}$ et $\|\mathbf{k}\| = \omega/c$ le vecteur d'onde. Dans le cas d'une onde polychromatique, $\tilde{E}(\mathbf{r})$ représente le spectre de l'onde et dépendra de ω . À partir de ce modèle, on cherche une solution pour l'évolution du dipôle $\mathbf{D}(t)$ (comme pour le modèle de Lorentz), dans le régime forcé. En passant les détails de la démonstration [18], en plaçant l'atome en $\mathbf{r} = \mathbf{0}$ (on pourra oublier la dépendance en \mathbf{r} de l'atome dans la suite), on obtient des

équations donnant l'évolution temporelle de l'enveloppe lentement variable $\tilde{D}(t)$ du dipôle vers son état stationnaire. Cette enveloppe $\tilde{D}(t)$, est définie telle que : $\mathbf{D}(t) = \text{Re}[\tilde{D}(t)e^{-i\omega t}\boldsymbol{\epsilon}]$. Les équations décrivent également l'évolution des populations du niveau excité et fondamental N_e et N_f , c'est-à-dire les probabilités d'occupations de ces niveaux (comme décrites dans le modèle d'Einstein). La démonstration effectue l'approximation séculaire, consistant à se placer dans le référentiel tournant forcé (sans les termes en $e^{-i\omega t}$) et à négliger les termes oscillants rapidement (à la fréquence 2ω). On aura pour les EBO les relations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{N}_e(t) = -\Gamma N_e(t) + \frac{1}{2\hbar} \text{Im}(\tilde{D}(t)\tilde{E}^*) \\ N_e(t) + N_f(t) = 1 \\ \dot{\tilde{D}}(t) = \left(i\Delta - \frac{\Gamma}{2}\right)\tilde{D}(t) - i\frac{d^2\tilde{E}}{\hbar}(N_e(t) - N_f(t)) \end{cases} \quad (1.1)$$

Avec $\Delta = \omega - \omega_0$ le désaccord, qui est la différence entre la pulsation du laser et celle de l'atome. On a également Γ une constante qui caractérise le temps de vie du niveau excité (le coefficient de freinage dans le modèle de Lorentz). Dans notre cas, nous travaillons sur la transition hyperfine de la raie D2 ($5S_{1/2}^2, F = 2 \rightarrow 5P_{3/2}^2, F' = 3$) du Rubidium 87 (sous-section 3.1.2). La constante Γ est reliée à la pulsation $\omega_0 = ck_0$ de l'atome, ainsi qu'à une constante d caractérisant le dipôle de la transition $S \rightarrow P$ (indépendante de la structure fine), par la relation suivante dans le cas vectoriel¹ (v) issue de la règle d'or de Fermi [19] :

$$\Gamma^v = \frac{k_0^3 d^2}{\hbar \epsilon_0 3\pi}$$

On peut trouver la valeur de d dans les références suivantes [20, 21], elle vaut $d = 2.53 \times 10^{-29}$ C.m. On obtient ainsi pour la raie D2 ($5S_{1/2}^2 \rightarrow 5P_{3/2}^2$) à $\lambda = 780.24$ nm : $1/\Gamma^v = 26.24$ ns. Les différences de longueur d'onde due aux niveaux hyperfins sont complètement négligeables par rapport au nombre de chiffres significatifs que nous conservons.

Dans la suite nous ferons une approximation dite scalaire où l'on oublie les degrés de polarisation de la lumière, cela change la constante Γ comme il suit :

$$\Gamma^s = \frac{k_0^3 d^2}{\hbar \epsilon_0 2\pi} \quad (1.2)$$

On a ainsi $\Gamma^v = 3/2\Gamma^s$. Dans toute la suite nous utiliserons la relation scalaire et nous oublierons les indices (s) ou (v). Il nous arrivera également d'exprimer certaines équations avec la pulsation de Rabi définie comme suit :

$$\Omega \equiv dE_0/\hbar \quad (1.3)$$

1. Il est important de noter que les expressions peuvent varier en fonction de la prise en compte ou non de la polarisation de la lumière. Nous y reviendrons dans ce qui suit.

Régime stationnaire

Dans le régime stationnaire, après quelques étapes de calculs, on peut écrire les EBO comme suit, avec les variables N_e et \tilde{D} ne dépendant plus que du désaccord :

$$\begin{cases} N_e = \frac{\Omega^2/\Gamma^2}{1 + \left(\frac{2\Delta}{\Gamma}\right)^2 + 2\frac{\Omega^2}{\Gamma^2}} \\ \tilde{D} = 2d\frac{\Omega}{\Gamma} \frac{-\frac{2\Delta}{\Gamma} + i}{1 + \left(\frac{2\Delta}{\Gamma}\right)^2 + 2\frac{\Omega^2}{\Gamma^2}} \end{cases} \quad (1.4)$$

Dans ce régime, on peut considérer \tilde{D} comme la composante spectrale à Δ (ou ω) du dipôle.

Paramètre de saturation : Régime linéaire et non-linéaire

Nous avons mentionné dans l'introduction sur le modèle d'Einstein, qu'il existait deux régimes en fonction de l'intensité du laser, dû à la saturation du niveau excité. Regardons cela plus en détail avec nos équations.

Premièrement, nous avons besoin de définir l'intensité lumineuse :

$$I = \frac{1}{2}\epsilon_0 c |\tilde{E}|^2 \quad (1.5)$$

Ensuite nous avons besoin de poser s , ce qu'on appellera le paramètre de saturation de la transition. On a :

$$s \equiv g \frac{I}{I_s} \frac{1}{1 + \left(\frac{2\Delta}{\Gamma}\right)^2} = \frac{s_0}{1 + \left(\frac{2\Delta}{\Gamma}\right)^2} \quad (1.6)$$

Avec $s_0 = s(\Delta = 0) = g \frac{I}{I_s} = g \frac{2\Omega^2}{\Gamma^2}$, le paramètre de saturation à résonance, $I_s = \frac{\epsilon_0 c \Gamma^2 \hbar^2}{4d^2} = \frac{c \Gamma \hbar k_0^3}{12\pi} = 1.67 \text{ mW/cm}^2$, l'intensité de saturation de la raie D_2 et g une constante dépendante du couplage lumière atomes, que l'on précisera dans la [sous-section 3.1.2](#).

En exprimant les équations précédentes ([Équation 1.4](#)) avec le paramètre de saturation, on obtient :

$$\begin{cases} N_e = \frac{1}{2} \frac{s}{1+s} \\ \tilde{D} = \frac{d\Omega}{\Delta - i\frac{\Gamma}{2}} \frac{1}{1+s} \end{cases} \quad (1.7)$$

Ainsi, quand $I \ll I_s$ et donc $s \ll 1$, on peut appliquer l'approximation $1+s \approx 1$:

$$\begin{cases} N_e = \frac{1}{2}s = \frac{1}{2} \frac{I}{I_s} \frac{1}{1 + \left(\frac{2\Delta}{\Gamma}\right)^2} \\ \tilde{D} = \frac{d\Omega}{\Delta - i\frac{\Gamma}{2}} = 2d \frac{\Omega}{\Gamma} \frac{-\frac{2\Delta}{\Gamma} + i}{1 + \left(\frac{2\Delta}{\Gamma}\right)^2} \end{cases} \quad (1.8)$$

On remarque que la population N_e est proportionnelle à s et donc à l'intensité, et que le dipôle est proportionnel à Ω et de ce fait au champ. Nous appelons ainsi ce régime celui de l'optique linéaire.

Notons que dans l'approximation de l'optique linéaire (pas nécessairement en régime stationnaire), on retrouve l'évolution du dipôle que l'on peut trouver avec le modèle de Lorentz. Ce modèle n'étant rien d'autre que l'Équation 1.1 (3ème) en considérant $N_e(t) = 0$ et $N_f(t) = 1$, puisque d'après l'Équation 1.8, dans le régime de l'optique linéaire quand $s \rightarrow 0$, $N_e(t) = 0$.

Polarisabilité de l'atome dans l'approximation de l'optique linéaire

On pose α la polarisabilité, qui représente le coefficient de proportionnalité entre le dipôle et le champ. En partant de l'Équation 1.8 (ou de l'Équation 1.4 si on n'est pas dans le régime de l'optique linéaire), en remplaçant la pulsation de Rabi par son expression (Équation 1.3), ainsi qu'en utilisant la relation de l'Équation 1.2 ($\frac{2d^2}{\epsilon_0 \hbar \Gamma} = \frac{4\pi}{k^3}$), on définit la polarisabilité scalaire² comme suit :

$$\tilde{D} = \frac{2d^2}{\hbar \Gamma} \frac{-\frac{2\Delta}{\Gamma} + i}{1 + \left(\frac{2\Delta}{\Gamma}\right)^2} \tilde{E} = \epsilon_0 \alpha(\Delta) \tilde{E} \quad (1.9)$$

$$\text{avec : } \alpha^s(\Delta) = \frac{4\pi}{k^3} \frac{-\frac{2\Delta}{\Gamma} + i}{1 + \left(\frac{2\Delta}{\Gamma}\right)^2} = \frac{4\pi}{k^3} \frac{-1}{i + \frac{2\Delta}{\Gamma}} \quad (1.10)$$

La polarisabilité contient ainsi toute la physique de l'interaction lumière atome en optique linéaire. On discutera davantage dans la suite du contenu physique de la polarisabilité. Notons qu'elle ne décrit pas que les effets stationnaires issus d'une excitation monochromatique, bien qu'on l'ait déduite de ce régime. En effet, en effectuant la transformée de Fourier du dipôle, nous pouvons déterminer son évolution temporelle en fonction des composantes spectrales du champ entrant. Il est ainsi possible de déterminer la dynamique temporelle du dipôle.

1.1.2 Champ émis par un atome couplé à un champ excitateur : émission d'un dipôle oscillant

Dans la section précédente, nous avons analysé le couplage entre un champ excitateur et un atome, démontrant que cette interaction permet de considérer

2. Dans le cas vectoriel la constante dans l'expression de la polarisabilité $\frac{4\pi}{k^3}$ devient $\frac{6\pi}{k^3}$

l'atome comme un dipôle oscillant. Dans cette section, notre objectif est de déterminer le champ émis par ce dipôle oscillant.

Les équations de Maxwell permettent de déterminer les champs à partir des densités de charges et de courants. Un dipôle oscillant va générer un courant \mathbf{j} appelé courant de polarisation, tel que $\mathbf{j} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$. En combinant les équations de Maxwell Faraday et de Maxwell Ampère, on arrive à l'équation suivante :

$$\Delta \mathbf{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial \mathbf{j}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (1.11)$$

On va maintenant effectuer l'approximation scalaire et considérer que l'on peut exprimer le champ \mathbf{E}_{diff} et \mathbf{j} , comme des scalaires. On oublie donc les dépendances vectorielles. Cette approximation a été étudiée dans la thèse de A. Cipris [22], on pourra retenir qu'elle est principalement valide en régime dilué. En passant dans l'espace de Fourier, on obtient une équation pour les spectres des champs $\tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}, \omega)$ et $\tilde{j}(\mathbf{r}, \omega)$. En omettant la dépendance en ω , on obtient :

$$\Delta \tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}) + k^2 \tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}) = -i\mu_0 \omega \tilde{j}(\mathbf{r})$$

Comme nous cherchons le champ émis par un seul dipôle à la position \mathbf{r}' , on a : $\tilde{j}(\mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \tilde{j}(\mathbf{r}')$. On peut ainsi poser la fonction de Green du problème $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, que l'on définit comme suit : $\tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}) = i\mu_0 \omega G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \tilde{j}(\mathbf{r}')$. En remplaçant cela dans l'équation précédente, on obtient :

$$\Delta G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + k^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$$

Pour la résolution de cette équation, nous passerons les détails que l'on peut retrouver dans le chapitre 2 de la référence [23]. On trouvera, dans l'approximation du champ lointain ($\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\| > \lambda$), la solution suivante pour la fonction de Green, soit la même forme qu'une onde circulaire :

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{e^{ik\|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\|}}{4\pi\|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\|} \quad (1.12)$$

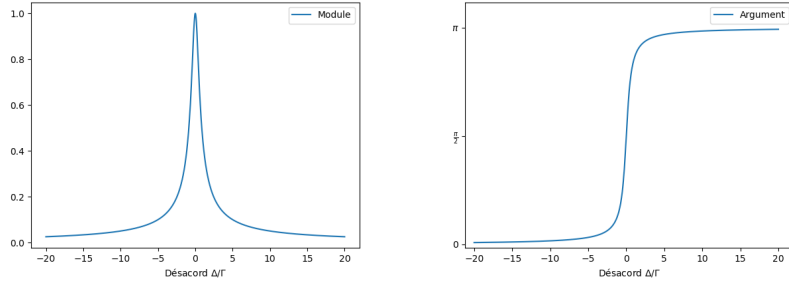
Comme nous l'avons précisé dans le premier paragraphe, nous avons une relation entre le courant de polarisation et le dipôle, qui est $\mathbf{j} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$. On a donc dans l'espace de Fourier $\tilde{j}(\mathbf{r}') = -i\omega \tilde{D}(\mathbf{r}')$. On peut donc maintenant exprimer le champ émis par le dipôle oscillant monochromatique $\tilde{D}(\mathbf{r}')$, comme suit :

$$\tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}) = \mu_0 \omega^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \tilde{D}(\mathbf{r}') = \mu_0 \omega^2 \frac{e^{ik\|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\|}}{4\pi\|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\|} \tilde{D}(\mathbf{r}') \quad (1.13)$$

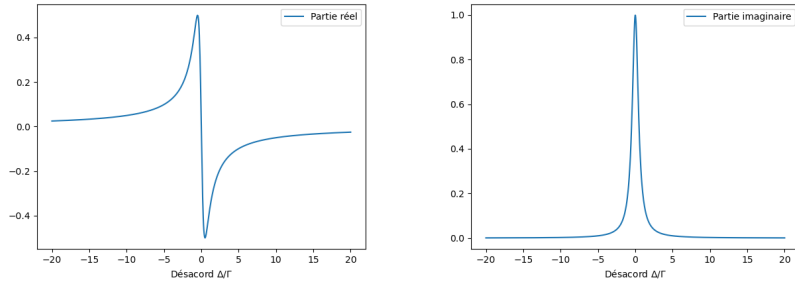
En remplaçant le dipôle par l'Équation 1.9, on obtient le champ émis par un atome excité par un champ monochromatique :

$$\tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}) = \epsilon_0 \mu_0 \omega^2 \frac{e^{ik\|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\|}}{4\pi\|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\|} \alpha(\omega) E_0 e^{ikr'} = k^2 \frac{e^{ik\|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\|}}{4\pi\|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\|} \alpha(\omega) E_0 e^{ikr'} \quad (1.14)$$

Avec \mathbf{k} dans la direction de propagation du champ électrique incident.



(a) *Module de la polarisabilité normalisée à un .* (b) *Argument de la polarisabilité. Vaut $\pi/2$ à résonance.*



(c) *Partie réelle de la polarisabilité pour un module normalisée à un .* (d) *Partie imaginaire de la polarisabilité pour un module normalisée à un .*

FIGURE 1.1 – *Module, argument, partie réelle et imaginaire de la polarisabilité en fonction du désaccord Δ .*

On voit dans cette expression que le champ émis par le dipôle oscillant est une onde sphérique. Proche de résonance (désaccord Δ autour de 0), les effets sur l'amplitude et la phase de l'onde émise sont caractérisées principalement par la polarisabilité α . Sur la Figure 1.1, on a tracé le module, l'argument, la partie réelle et imaginaire de la polarisabilité. Le tracé du module nous montre que le couplage est d'autant plus efficace que le désaccord est proche de zéro. Pour l'argument, on remarque que plus le désaccord est grand et positif, plus l'onde émise est déphasée, à désaccord nul l'onde émise et incidente sont en quadrature de phase.

Pour conclure, on a résumé sur la Figure 1.2 les résultats précédents sur l'interaction lumière matière. Regardons à présent les aspects énergétiques de la diffusion de la lumière avec le théorème optique.

1.1.3 Puissance diffusée et théorème optique

La puissance diffusée élémentaire dP_{diff} par un atome dans une section ds de l'espace peut être écrite sous la forme suivante :

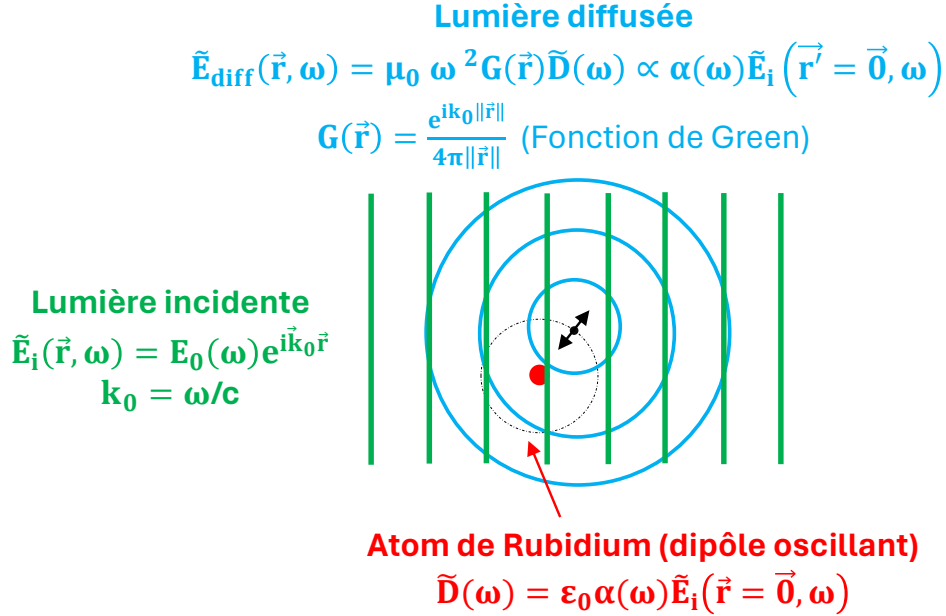


FIGURE 1.2 – Résumé du couplage lumière atome dans l’approximation scalaire, les champs sont exprimés dans l’espace de Fourier. En bleu, le champ électrique diffusé dans le champ lointain par l’atome considéré comme un dipôle oscillant (rouge), lui-même excité par une onde plane en vert.

$$dP_{\text{diff}} = I_{\text{diff}} ds$$

Avec $I_{\text{diff}} = 1/2\epsilon_0 c |\tilde{\mathbf{E}}_{\text{diff}}|^2$, l’intensité diffusée à travers la section ds . En remplaçant le champ par son expression précédente (Équation 1.14) et du fait de la géométrie sphérique du problème, en exprimant la surface en fonction d’un rayon et d’un angle solide $d\Omega$ tel que $ds = r^2 d\Omega$, on obtient la puissance diffusée par unité d’angle solide en fonction de l’intensité du champ incident I_0 :

$$\frac{dP_{\text{diff}}}{d\Omega} = I_0 \frac{k^4 |\alpha|^2}{(4\pi)^2} \quad (1.15)$$

Quand on intègre sur tout l’espace, on obtient $P_{\text{diff}} = I_0 \frac{k^4 |\alpha|^2}{4\pi}$, cela nous permet de définir la section efficace de diffusion d’un atome dans l’approximation scalaire³, $\sigma_{\text{diff}}^{(s)} \equiv \frac{k^4 |\alpha^s|^2}{4\pi}$.

Discutons à présent du théorème optique, on peut trouver sa démonstration pour des ondes vectorielles dans la référence [23] (pages 14 et 23). Cette

3. Dans le cas vectoriel, $\sigma_{\text{diff}}^{(v)} \equiv \frac{k^4 |\alpha^v|^2}{6\pi}$. On constate que non seulement la polarisabilité a été modifiée sous sa forme vectorielle, mais que l’expression globale change aussi en raison de la fonction de Green, qui varie également dans l’approximation scalaire.

démonstration consiste à faire un bilan d'énergie quand on envoie une onde électromagnétique sur un diffuseur afin de déterminer les transferts de puissance entre l'onde incidente et le diffuseur. Le résultat du théorème nous donne l'expression de la section efficace d'extinction $\sigma_{\text{ext}} \equiv k \text{Im}[\alpha]$. Celle-ci représente la « surface émergente » de l'atome cachant la lumière incidente. Elle peut donc se mesurer facilement en mesurant la différence de puissance vers l'avant, avant et après le diffuseur, soit ce qu'on appelle l'extinction de puissance $P_{\text{ext}} = I_0 \sigma_{\text{ext}}$.

En remplaçant la polarisabilité dans les expressions des sections efficaces de diffusion et d'extinction, on peut montrer que $\sigma_{\text{ext}} = \sigma_{\text{diff}}$, soit que la puissance perdue vers l'avant est égale à la puissance diffusée.

À partir de cela, on pourrait se poser une question : si vers l'avant, nous avons à la fois l'onde incidente et celle diffusée, comment pouvons-nous avoir une atténuation ? Il faut donc que la différence de phase entre les ondes donne des interférences destructives. Cela peut poser un certain problème de compréhension, sachant que la phase de l'onde diffusée n'est que de $\pi/2$ à résonance, ne donnant donc pas d'interférences destructives vers l'avant, alors que c'est là où l'atténuation est maximale. On verra dans la [section 1.2](#) suivante, comment comprendre cela au travers d'un exemple.

1.1.4 Dynamique temporelle d'un atome couplé à un champ excitateur

On s'intéresse à présent aux aspects temporels du champ, pour cela, nous allons simplement effectuer la transformée de Fourier (TF) inverse du champ diffusé pour avoir son évolution temporelle, comme ci-dessous. Dans l'expression, nous avons explicité la dépendance du vecteur d'onde par rapport à la pulsation, en l'indiquant (\mathbf{k}_ω) .

$$\tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}, t) = \int k_\omega^2 \frac{e^{ik_\omega \|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|}}{4\pi \|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} \alpha(\omega) E_0(\omega) e^{i\mathbf{k}_\omega \mathbf{r}'} e^{-i\omega t} d\omega$$

L'intégrale précédente peut se simplifier en considérant les termes en k_ω constants. En effet, le module de la polarisabilité est non négligeable sur un intervalle suffisamment petit pour considérer les effets de la variation du vecteur d'onde négligeable sur cet intervalle. On peut donc simplifier l'expression précédente comme suit :

$$\tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}, t) = k_\omega^2 \frac{e^{ik_\omega \|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|}}{4\pi \|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} e^{i\mathbf{k}_\omega \mathbf{r}'} \int \alpha(\omega) E_0(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \propto \int \alpha(\omega) E_0(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (1.16)$$

Ainsi, l'essentielle de la dynamique temporelle du champ diffusé se trouve dans le produit des composantes spectrales du champ incident avec la polarisabilité. Dans la suite, on re-écritra $k_\omega = k$.

Déterminons à présent une solution pour l'intensité diffusée $I_{\text{diff}} = \frac{1}{2}\epsilon_0 c |\tilde{E}_{\text{diff}}|^2$ par une impulsion carrée envoyée sur les atomes, en utilisant l'Équation 1.16 pour le champ diffusé. L'information sur la forme de l'impulsion est contenue dans les composantes spectrales du champ incident $E_0(\omega)$. Après une résolution numérique, nous obtenons les résultats de la Figure 1.3. Notons qu'ici nous n'observons pas les oscillations de Rabi pour différentes pulsations de Rabi Ω , comme usuellement représenté, vu que nous sommes dans le régime linéaire, nous les observons en fonction du désaccord. On remarque sur la figure qu'à l'allumage, pour des désaccords différents de zéro, l'intensité de la lumière diffusée va osciller et s'amortir vers un état stationnaire, la fréquence des oscillations dépendra du désaccord. A désaccord nul, l'intensité va simplement augmenter jusqu'à atteindre son état stationnaire. Après la coupure du champ incident, du fait de l'absence d'excitation, le dipôle va s'amortir petit à petit et l'intensité va suivre une décroissance exponentielle avec un taux Γ , qu'on appellera naturel. On remarque que l'intensité suit ce profil naturel de manière robuste malgré les changements de désaccord. On trouve le résultat que nous avons introduit dans l'introduction : à un atome, on s'attend à une désexcitation naturelle. Quand on parle de super ou sous-radiance, on fait référence à une décroissance plus rapide ou plus lente.

Discutons de l'origine de l'invariance, par rapport au désaccord, de la décroissance du champ diffusé après l'extinction du champ incident. De l'Équation 1.16, il est a priori difficile de deviner ce résultat. En effet, les composantes spectrales du champ incident, soit la fonction $E_0(\omega)$, dépendent du désaccord (de groupe). Pour une impulsion incidente d'intensité carrée, $E_0(\omega)$ sera un sinus cardinal centré en ω_{laser} . Changer ce désaccord change donc le centrage de cette fonction, alors que la polarisabilité ne change pas. Il est donc difficile de pouvoir deviner l'invariance par rapport au désaccord avec ce résultat.

Il est cependant possible de changer de point de vue pour la dynamique, en regardant les choses directement du point de vue temporel, c'est-à-dire en regardant l'évolution de l'enveloppe lentement variable du dipôle (Équation 1.1). Ce qui est différent de la précédente approche, puisqu'on se plaçait dans le cas stationnaire pour ensuite prendre la TF pour avoir les aspects temporels (Équation 1.16). Pour cela, on part donc de la troisième équation de Bloch-optique (Équation 1.1) et on se place dans le régime de l'optique linéaire ($N_e = 0$ et $N_f = 1$). On considérera le champ nul puisqu'on est juste après l'extinction de celui-ci, la prise en compte de la présence du champ avant l'extinction sera incluse dans la condition initiale du dipôle. On obtient ainsi :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{D}}(t) &= \left(i\Delta - \frac{\Gamma}{2} \right) \tilde{D}(t) \\ \Leftrightarrow \tilde{D}(t) &= \tilde{D}(0^-) e^{(i\Delta - \frac{\Gamma}{2})t} + cst \end{aligned}$$

Pour déterminer la condition initiale avant l'extinction, on résout la même équation, mais dans le cas stationnaire et pour un champ non nul, soit ce que

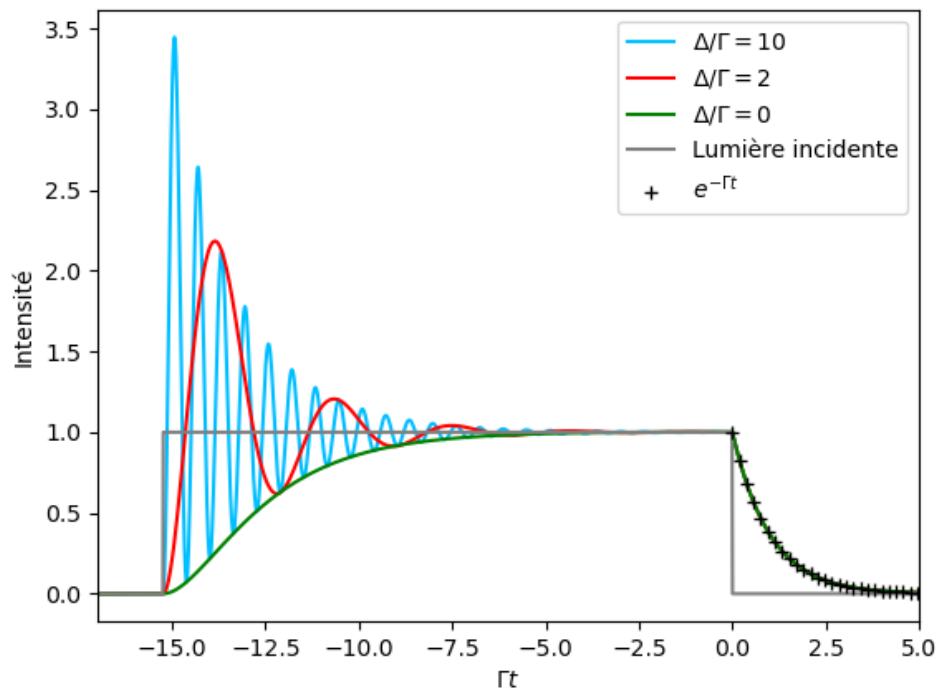


FIGURE 1.3 – *Dynamique temporelle de la lumière diffusée par un atome excité par une impulsion monochromatique, avec trois désaccords différents dans le régime de l'optique linéaire. La lumière diffusée est normalisée à un sur sa partie stationnaire. Sans la normalisation (qui n'a rien de physique), l'intensité de l'état stationnaire à désaccord nul est bien plus importante que celle à grand désaccord (différence d'environ 400 entre $\Delta = 10$ et 0). Avec les '+' est représentée la décroissance exponentielle avec un taux Γ .*

nous avons déjà fait précédemment et nous a donné le résultat de l'Équation 1.9 : $\tilde{D}(0^-) = \epsilon_0 \alpha(\Delta) \tilde{E}$. En compilant ces résultats, on obtient :

$$\tilde{D}(t) = \epsilon_0 \alpha(\Delta) \tilde{E} e^{(i\Delta - \frac{\Gamma}{2})t}$$

Enfin, pour avoir l'expression du champ diffusé, on utilise la transformée de Fourier de l'Équation 1.13 pour l'avoir en temporelle, ce qui donne pour un dipôle à la position \mathbf{r}' : $\tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}, t) = \mu_0 \omega^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \tilde{D}(t)$ ⁴. On obtient donc en remplaçant par l'expression du dipôle :

$$\tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}, t) = k^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \alpha(\Delta) \tilde{E} e^{(i\Delta - \frac{\Gamma}{2})t}$$

En prenant l'intensité, on obtient :

$$I_{\text{diff}}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \epsilon_0 c \left(\frac{k^2}{4\pi \|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} \right)^2 |\alpha(\Delta)|^2 E_0^2 e^{-\Gamma t} \quad (1.17)$$

Soit un taux de décroissance indépendant de Δ . Du point de vue physique cela a du sens, un oscillateur harmonique amorti forcé va s'amortir vers zéro une fois sont forçage éteint. La constante de freinage, dans notre cas Γ , déterminera la vitesse à laquelle il s'amortira. Ce n'est donc pas surprenant que la fréquence antérieure d'oscillation du forçage n'ait pas d'effet sur le taux d'amortissement.

À présent, on peut se poser la question de ce qui va faire dévier l'extinction de sa décroissance naturelle, faisant apparaître la super et sous radiance. Une première chose pourrait être la modification du profil d'extinction avec une extinction non instantanée, cela modifiera les composantes spectrales du champ incident et pourra faire perdre l'indépendance du taux d'extinction avec le désaccord. Cela sera le sujet de nos expériences qu'on présentera dans les prochains chapitres. Un deuxième aspect, lié au premier, est la présence d'autres atomes. En effet, cela fera apparaître un champ après la coupure du champ incident, puisque la dynamique d'extinction des champs diffusée n'est pas instantanée. De ce fait, le profil d'extinction émergent des nombreux événements de diffusion vu par les atomes, ne sera pas instantané, d'où comme précédemment, la possible perte de l'indépendance du taux d'extinction avec le désaccord. Nous allons ainsi nous intéresser à ces aspects dans les sections qui suivent. Tout d'abord, dans ce qui suit directement, nous allons voir comment modéliser le champ résultant en présence de plusieurs atomes.

4. Notons que comme dans le cas de l'Équation 1.16 avec le vecteur d'onde, on peut sortir la pulsation de l'intégrale

1.2 Interaction de la lumière avec plusieurs atomes en régime dilué : Les principaux processus de diffusion de la lumière

Dans cette section nous allons, dans un premier temps, mettre en équation le champ diffusé par un ensemble d'atomes excités par une onde incidente. On montrera l'importance de la multiple diffusion des ondes dans le processus. Ensuite, nous allons discuter de deux régimes de diffusion en fonction des paramètres du problème, celui de diffusion simple, où l'on néglige la diffusion multiple, et celui où l'on prend en compte cette dernière. On montrera, à partir d'un exemple, comment on peut retrouver l'indice de réfraction du milieu à partir de la description microscopique de ce dernier.

Au travers de la démonstration, on discutera également de l'origine physique de l'atténuation des ondes vers l'avant au passage d'un milieu d'atomes que nous avons discuté dans la section précédente avec le théorème optique. En effet, cette atténuation peut paraître paradoxale au vu de l'argument de la polarisabilité qui détermine le déphasage entre une onde incidente et diffusée. Quand le milieu est le plus absorbant, donc à résonance, $\arg[\alpha(0)] = \pi/2$ (Figure 6.5b). Par conséquent, vers l'avant, l'onde incidente et diffusée sont en quadrature de phase, donc a priori, il n'est pas possible d'obtenir une atténuation de l'onde résultante. En effet, la somme de deux ondes déphasés de ϕ avec une première d'amplitude 1 jouant le rôle de l'onde incidente et une seconde d'amplitude B jouant le rôle de l'onde diffusée, peut être résumée par le terme $1 + Be^{i\phi}$. Ainsi le module de ce terme vaut : $\sqrt{1 + 2B\cos(\phi) + B^2}$, par conséquent quand $\phi = \pi/2$, le cosinus est nul est donc le module est nécessairement supérieur à 1, il n'y a donc pas d'atténuation.

Précisons à présent les hypothèses concernant notre milieu. On se placera une nouvelle fois dans le régime de l'optique linéaire. Dans le cas de nos expériences, la densité des gaz est faible, $\rho \approx 10^{11} \text{ atomes.cm}^{-3} \approx 0.05 \text{ atomes.}\lambda^{-3}$. On est donc dans le régime dilué où $\rho\lambda^3 \ll 1$. En d'autres termes, cela veut dire que la distance interatomique est grande comparée à la longueur d'onde de l'onde lumineuse dans le milieu. Il n'y aura donc pas d'effets quantiques entre les atomes nécessitant de symétriser entre eux leurs états et encore moins d'interactions chimiques ou entre molécules (l'eau a une densité de $10^{10} \text{ atomes.}\lambda^{-3}$). On sera également hors de portée des interactions de Van der Waals ainsi que des effets de champ proches quand $\rho\lambda^3 \approx 1$, ceux-ci apparaissant quand il n'est plus possible de faire l'approximation des champs lointains ($\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\| > \lambda$) pour déterminer la fonction de Green (Équation 1.12) [24].

1.2.1 Champ résultant après diffusion par plusieurs atomes

Le champ résultant de l'interaction entre la lumière et un ensemble d'atomes n'a pas de solution toute simple. En effet, le problème est très grandement couplé, vu que le champ émis par un atome excitera ses voisins qui eux-mêmes exciteront leurs voisins et leurs mêmes voisins qui les auront excités avant, cela devient vite compliqué. Nous allons résumer cela mathématiquement dans ce qui suit par un développement en série de diffusions multiples.

Le champ total $\tilde{E}(\mathbf{r})$ au point \mathbf{r} est la somme entre le champ incident $\tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r})$ et le champ total diffusé par les atomes $\tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r})$:

$$\tilde{E}(\mathbf{r}) = \tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}) + \tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}) \quad (1.18)$$

Exprimons le champ diffusé total; celui-ci est la somme des champs diffusés par chacun des atomes indicés i que nous notons $\tilde{E}_{\text{diff}}^{(i)}$:

$$\tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}) = \sum_i \tilde{E}_{\text{diff}}^{(i)}(\mathbf{r}) \quad (1.19)$$

En remplaçant le champ diffusé par un atome (i) par son expression (Équation 1.14), on obtient :

$$\tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}) = \sum_i k^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) \alpha(\omega) \tilde{E}(\mathbf{r}_i)$$

Avec $\tilde{E}(\mathbf{r}_i)$ le champ résultant total de l'Équation 1.18 au point \mathbf{r}_i . En le remplaçant, on arrive à une équation auto-consistante ou en série récursive pour le champ diffusé :

$$\tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}) = \sum_i k^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) \alpha(\omega) \left(\tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}_i) + \tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}_i) \right) \quad (1.20)$$

On pourrait ainsi remplacer \tilde{E}_{diff} une infinité de fois dans l'équation précédente, ce qui la rend compliquée. Dans la suite, nous distinguerons deux régimes de diffusion qui dépendront des hypothèses faites sur le milieu. Le premier sera celui de la diffusion simple, le second celui de la diffusion multiple.

1.2.2 Régime de diffusion simple

Dans ce régime, nous ne considérons que les événements de première diffusion, c'est-à-dire que les atomes de notre milieu sont seulement excités par le champ incident. Les champs diffusés par les autres atomes n'excitent donc pas notre atome. Cela revient à négliger dans la somme de l'équation en série de diffusions multiple (Équation 1.20), le terme $\tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}_i)$, comme montré ci-dessous. Pour qu'une telle hypothèse soit valide, le milieu doit être suffisamment fin.

$$\tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}) = \sum_i k^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) \alpha(\omega) \tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}_i) \quad (1.21)$$

Champ diffusé par une fine couche d'atomes

Afin de résoudre le paradoxe que nous avons posé dans l'introduction de cette section sur l'atténuation des ondes vers l'avant, déterminons, dans le régime de diffusion simple, une solution pour le champ diffusé par une fine couche d'atomes d'épaisseur l , répartie sur un plan en $z = 0$ colinéaire à (x, y) et de longueur et largeur infinie (Figure 1.4). Ces atomes sont excités par une onde plane de surface d'onde collinaire à la couche d'atomes $\tilde{E}_{\text{inc}}(z) = E_0 e^{ikz}$.

Dans un premier temps, nous allons effectuer l'approximation des milieux continus. Dans cette approximation, on ne décrit plus nos atomes un à un microscopiquement, mais par une moyenne de leurs effets sur un volume mésoscopique. Concrètement, cela consistera à décrire notre milieu avec une densité ρ et à remplacer les sommes sur les atomes (\sum_i) par des intégrales ($\iiint \rho dv$).

Cette approximation est usuellement utilisée dans des milieux denses $\rho \gg \lambda^3$, elle est cependant également utilisée pour décrire nos gaz dilués et permet de montrer avec succès des effets expérimentaux impliquant la diffusion de la lumière vers l'avant [10].

En appliquant cette approximation, on obtient pour l'expression précédente du champ diffusé dans le régime de la diffusion simple, en posant $dv = dx'dy'dz'$ et en remplaçant $\mathbf{r}_i \rightarrow \mathbf{r}'(x', y', z')$:

$$\tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^l \rho dx'dy'dz' k^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \alpha(\omega) \tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}')$$

En remplaçant la fonction de Green par son expression (Équation 1.12) et comme le terme $\tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}')$ est indépendant de (x', y') du fait que c'est une onde plane, on obtient :

$$\tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}) = \frac{\rho k^2 \alpha(\omega)}{4\pi} \int_0^l dz' \tilde{E}_{\text{inc}}(z') \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx'dy' \frac{e^{ik\|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\|}}{\|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\|}$$

On peut noter que du fait de l'approximation continue et de la géométrie du problème, qui est indépendante par translations suivant les axes x' et y' , l'onde diffusée le sera également. On aura donc une onde diffusée plane. Évaluons le terme constitué de la double intégrale sur dx', dy' . Ce terme est une somme continue d'onde sphérique sur un plan à la position z' . Par le principe d'Huygens-Fresnel [25, 26]), on comprend que cela donnera une onde plane et de même harmonicité que les ondes sphériques (même vecteur d'onde k). Déterminons par le calcul la phase globale et l'amplitude de cette onde. On s'inspirera de l'approche de Van De Hulst [27] (approche utilisée dans la thèse de M.Chalony [28]), sauf que l'on n'effectuera pas d'approximation paraxiale, qui dans notre exemple nécessiterait de considérer la distance d'observation z grande, alors que ça ne sera pas possible dans ce qui suivra. Commençons par développer le terme $\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|$:

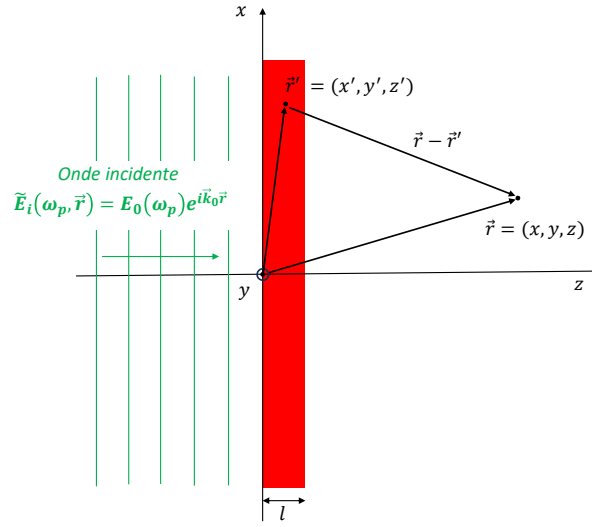


FIGURE 1.4 – Schéma représentant une fine couche d’atomes en rouge étendue à l’infinie suivant x et y et de largeur l suivant z . En vert est représenté le front d’onde du champ électrique incident. On a localisé deux points \vec{r}' et \vec{r} , représentant respectivement un point dans la couche d’atome et un point d’observation après les atomes.

$$\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$$

Dans la mesure où le problème est invariant par translation, on se placera dans la suite à une position d’observation centrale telle que $x = 0$ et $y = 0$. Cela ne changera rien au résultat. Pour simplifier la résolution, on va se placer en coordonnées cylindriques tel que :

$$\begin{cases} x' = r \cos(\phi) \\ y' = r \sin(\phi) \end{cases}, \quad dx' dy' = r dr d\phi \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \phi \in [0, 2\pi] \\ r \in [0, R \rightarrow \infty] \end{cases}$$

En effectuant ce changement de variable et en intégrant sur la variable ϕ , on obtient :

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}) &= \frac{\rho k^2 \alpha(\omega)}{4\pi} 2\pi \int_0^l dz' \tilde{E}_{\text{inc}}(z') \int_0^R r dr \frac{e^{ik\sqrt{r^2 + (z-z')^2}}}{\sqrt{r^2 + (z-z')^2}} \\ &= \frac{\rho k^2 \alpha(\omega)}{2} \frac{1}{ik} \int_0^l dz' \tilde{E}_{\text{inc}}(z') \left(e^{ik\sqrt{R^2 + (z-z')^2}} - e^{ik|z-z'|} \right) \end{aligned}$$

On considère que l’on regarde le champ à une position $z - l > 0$, on a donc pour tout z' , $|z - z'| = z - z'$. En remplaçant le champ incident par son expression $\tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}') = E_0 e^{ikz'}$, on obtient :

$$\begin{aligned}\tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}) &= \frac{\rho k^2 \alpha(\omega)}{2} \frac{1}{ik} \left[\int_0^l dz' E_0 e^{ik(\sqrt{R^2+(z-z')^2+z'})} - \int_0^l dz' E_0 e^{ikz} \right] \\ &= \frac{\rho k^2 \alpha(\omega)}{2} \frac{1}{ik} l E_0 e^{ikz} \left[\frac{1}{l} \int_0^l dz' e^{ik(\sqrt{R^2+(z'-z)^2+z'-z})} - 1 \right]\end{aligned}\quad (1.22)$$

Malheureusement nous ne trouvons pas de manières pour calculer analytiquement l'intégrale restante, nous allons donc devoir effectuer des approximations. En considérant que la distance d'observation z est bien plus petite que R et que l'épaisseur d'atomes $l \ll R$, on peut considérer $z - z' \ll R$. En effectuant un développement limité au premier ordre du terme dans l'exponentiel de l'intégrale, on obtient : $\sqrt{R^2 + (z' - z)^2} + z' - z \approx R + z' - z$. On cherche maintenant à montrer que le module de ce terme est plus petit que 1 :

$$\left| \frac{1}{l} \int_0^l dz' e^{ik(R+z'-z)} \right| = \left| \frac{1}{l} \int_0^l dz' e^{ikz'} \right| = \frac{1}{kl} |e^{ikl} - 1| < \frac{1}{kl}$$

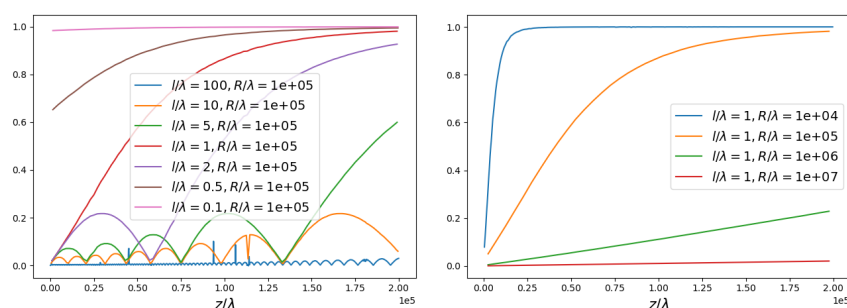
Ainsi, quand $z - z' \ll R$ et quand $kl \gg 1$, soit quand l'épaisseur l est beaucoup plus grande que la longueur d'onde, on peut négliger le second terme non calculable dans l'intégrale de l'Équation 1.22. Après des simulations (Figure 1.5), on peut également montrer que la condition $z - z' \ll R$ et $kl \geq 1$ est suffisante pour négliger ce second terme. On obtient ainsi pour Équation 1.22 après nos approximations :

$$\tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}) \simeq \frac{i\rho k l \alpha(\omega)}{2} \tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}) \quad (1.23)$$

Premièrement, on doit noter qu'un facteur i apparaît, soit une phase de $\pi/2$. Cette phase apparaît lors de la sommation des ondes sphériques. Dans le principe de Huygens-Fresnel, il est nécessaire de prendre en compte cette phase pour obtenir une équivalence avec le champ incident lorsqu'on somme des ondes sphériques. Cette phase est ainsi indépendante de la nature des atomes et donc du couplage de la lumière avec eux (soit du paramètre $\alpha(\omega)$). Elle apparaît seulement à cause de la géométrie qui fait que les ondes circulaires interfèrent constructivement à une position qui n'est pas en phase avec l'onde incidente. Deuxièmement, on peut noter que l'onde diffusée est indépendante de la position de la couche d'atome, seule l'épaisseur l compte. Troisièmement, quand on observe derrière la couche d'atome, à une position $z - l < 0$, nous avons aussi le champ réfléchi :

$$\tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}) = \frac{i\rho k l \alpha(\omega)}{2} \tilde{E}_{\text{inc}}(-\mathbf{r}) \quad (1.24)$$

Nous pouvons noter qu'à résonance d'après l'Équation 1.10, $\alpha(\omega_0) = \frac{6\pi}{k^3} e^{i\pi/2} = \frac{6\pi}{k^3} i$, par conséquent, le champ diffusé est en opposition de phase avec le champ incident. Le champ résultant, somme du champ incident et diffusé (Équation 1.18), sera donc atténué et égale à :



(a) $\frac{l}{\lambda}$ variable de 0.1 à 100 et $R \approx 10$ cm (b) $\frac{l}{\lambda} = 1$ et R variable de 10 cm à 10 m

FIGURE 1.5 – *Enveloppes de la partie réelle du terme* $\left[\frac{1}{l} \int_0^l dz' e^{ik(\sqrt{R^2+(z'-z)^2}+z'-z)} \right]$ *en fonction de la distance d'observation* z *comprise entre 0 et 10 mm, pour différentes épaisseurs d'atomes* l *et rayons* R . *Nous désignons par enveloppe l'amplitude maximale atteinte par l'onde en fonction de la distance* z , *les oscillations internes ne sont donc pas représentées.* *Graphe (a) Effet de variation de* l : *On remarque que pour* $l \geq \lambda$, *plus* l *est grand, plus l'enveloppe du champ reste négligeable pour de grande distance d'observation* z . *Pour* $l < \lambda$, *le champ a une amplitude initiale non nul.* *Notons que sur la courbe bleue, nous pouvons observer des pics qui sont en fait des erreurs d'approximations numériques.* *Graphe (b) Effet de variation de* R : *On remarque que plus* R *est grand, plus l'enveloppe du champ reste négligeable pour de grande distance d'observation* z .

$$\tilde{E}(\mathbf{r}) = \tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}) + \tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}) = \tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}) \left(1 - \frac{3\pi\rho l}{k} \right) \quad (1.25)$$

On comprend à présent l'origine de l'atténuation, due à la phase additionnelle de $\pi/2$ venant de la condition d'interférence constructive des ondes diffusées.

Diffusion cohérente et incohérente

Dans le précédent exemple, où nous avons considéré la diffusion simple par une fine couche d'atomes d'extension infinie, nous avons fait l'approximation des milieux continue et considéré la couche d'atome comme un milieu homogène. Quand on reconsidère le milieu réel, donc comme discontinu, nous perdons tout axe de symétrie, il sera donc possible qu'un champ soit diffusé sur les côtés. Nous appellerons ce champ « incohérent » par opposition au champ diffusé vers l'avant (ou l'arrière) qu'on appellera champ « cohérent ». Notons que dans les deux cas les champs sont cohérents, dans le sens où les différents champs diffusés par les atomes pourront interférer entre eux. Ce qui les distingue, c'est la caractéristique que vers l'avant les ondes diffusées par les atomes excités par le champ incident, auront tous la même phase sur le plan parallèle au front d'onde du champ incident. Alors que sur les côtés, quel que soit le plan choisi, les phases des champs diffusés dépendront de la position aléatoire des atomes, les phases seront donc aléatoires (Figure 1.6), on verra apparaître des tavelures (speckel). Ainsi, si l'on moyenne les champs diffusés cohérent et incohérent sur plusieurs configurations des atomes, seul le champ cohérent ne sera pas nul.

Ce qui nous intéressera, dans la première partie de cette thèse, concernera les aspects dynamiques de la lumière incohérente. La dynamique de celle-ci est profondément impactée par la diffusion multiple de la lumière, faisant apparaître la super et sous-radiance. Regardons comment formuler la diffusion multiple dans la section suivante.

1.2.3 Régime de diffusion multiple

Dans le régime de diffusion multiple, nous devons prendre en compte les autres événements de diffusion, c'est-à-dire le fait qu'un atome pourra être excité par un autre atome et non plus seulement par le champ incident. On peut par exemple développer la formule en série de diffusions multiples (Équation 1.20) au second ordre, on obtient :

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}) &= \sum_i k^2 \alpha(\omega) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) \tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}_i) \\ &+ \sum_i \sum_{j \neq i} k^4 \alpha(\omega)^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \left(\tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}_j) + \tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}_j) \right) \end{aligned} \quad (1.26)$$

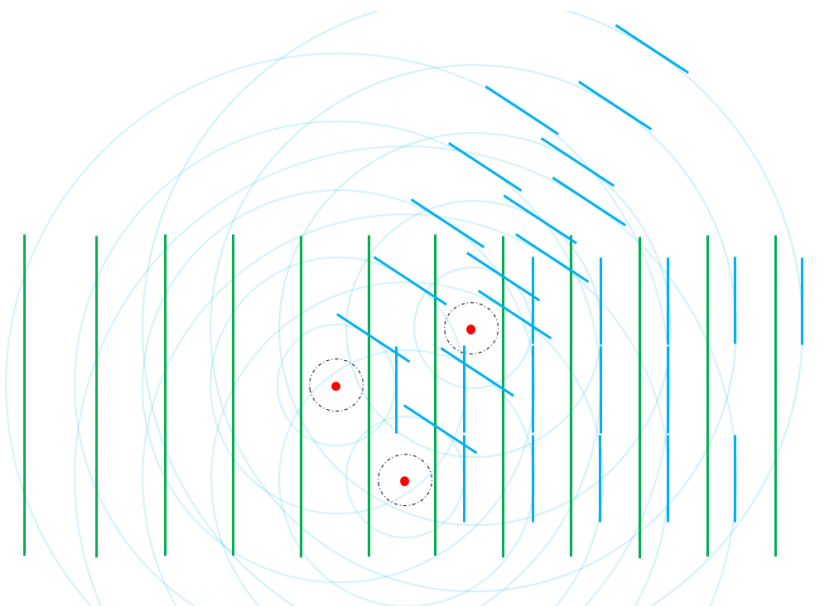


FIGURE 1.6 – Schéma représentant la diffusion des ondes circulaires (bleu transparent) par trois atomes (rouge) excités par le champ incident (vert). Nous avons représenté en bleu plus foncé les fronts des ondes diffusées vers l'avant et sur le côté pour rendre compte des déphasages relatifs. On remarque que vers l'avant, les champs diffusés ont la même phase (indépendamment de la position des atomes), tandis que sur les côtés les phases ne sont pas les mêmes.

On peut voir apparaître le terme de diffusion du second ordre que nous avons négligé précédemment, avec $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i)G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j)$ qui représente l'onde diffusée de \mathbf{r}_j vers \mathbf{r}_i puis de \mathbf{r}_i vers le point d'observation \mathbf{r} . On peut ainsi développer cette équation en remplaçant le champ diffusé à l'infini.

Nous nous intéresserons plus en détail à ce régime et aux méthodes de résolution numérique de ces équations dans la première partie du chapitre suivant (section 2.2). Nous allons cependant développer un cas particulier dans ce qui suit, correspondant à la diffusion cohérente de la lumière vers l'avant pour un milieu épais.

La diffusion cohérente vers l'avant

Dans la section 1.2.2, nous avons déduit une forme pour le champ diffusé vers l'avant pour une fine couche d'atomes d'extension infinie, regardons ce qui se passe pour une couche plus épaisse, faisant par conséquent intervenir la diffusion multiple de la lumière.

Formellement il est possible de trouver une solution analytique au champ cohérent vers l'avant à partir de l'équation en série de diffusions multiple (Équation 1.20), avec les équations de Dyson. Nous n'irons pas dans les détails de ces équations que l'on peut retrouver dans les références suivantes : [29],

également dans l'annexe A de l'article [30] où I. M. Sokolov propose une approche que l'on peut retrouver dans [31] et [32]. Nous développerons cependant une approche plus physique, à partir de l'exemple précédent sur la diffusion simple, pour trouver une expression approximé du champ diffusé vers l'avant.

Dans ce qui suit, on va donc considérer un milieu homogène, de longueur et largeur infinie et avec une épaisseur L qui n'est plus négligeable (comparé à l'épaisseur l précédente). A priori, le problème n'est pas évident, puisqu'il faut prendre en compte l'ensemble des événements de diffusion. Cependant le résultat précédent (Équation 1.23) indépendant de la position sur l'axe z de la couche d'atomes, va nous permettre de simplifier les choses. On se placera dans le même régime d'hypothèses que dans ce cas.

Pour modéliser l'onde au travers de notre milieu d'épaisseur L , on va considérer que celui-ci est constitué d'une succession de N couches d'épaisseurs $l = L/N$. D'après les calculs précédents, le champ résultant après une couche s'écrit ainsi (Équation 1.18 et Équation 1.23) : $\tilde{E}(\mathbf{r}) = \tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}) \left(1 + \frac{i\rho k l \alpha(\omega)}{2}\right)$. Par conséquent, après N couche, le champ est :

$$\begin{aligned}\tilde{E}(\mathbf{r}) &= \tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}) \left(1 + \frac{i\rho k l \alpha(\omega)}{2}\right)^N \\ &= \tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}) e^{N \ln\left(1 + \frac{i\rho k l \alpha(\omega)}{2}\right)}\end{aligned}$$

On cherche maintenant à se débarrasser du logarithme en effectuant un développement limité au premier ordre tel que $\ln\left(1 + \frac{i\rho k l \alpha(\omega)}{2}\right) \simeq \frac{i\rho k l \alpha(\omega)}{2}$, valide dans la mesure où $\frac{i\rho k l \alpha(\omega)}{2} \ll 1$. D'après nos précédentes hypothèses, on a vu que l'on pouvait utiliser l'Équation 1.23 quand $z - l \ll R$ et $kl \geq 1$. La polarisabilité étant proportionnelle à $6\pi/k^3$, on a besoin d'avoir le terme $\rho/k^3 \ll 1$. Cela est bien valide car nous sommes en régime dilué. En remplaçant cela et avec la relation $N = L/l$, on obtient :

$$\tilde{E}(\mathbf{r}) = \tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}) e^{\frac{i\rho\alpha(\omega)}{2} kL} \quad (1.27)$$

On a ainsi une expression du champ cohérent vers l'avant communément utilisée pour le modéliser. Il est à noter que dans notre modèle, nous n'avons pas pris en compte la réflexion du champ vers l'arrière (Équation 1.24) qui apporte après réflexion des corrections vers l'avant.

On peut montrer que notre expression du champ cohérent vers l'avant est équivalente à ce qu'on pourrait trouver avec la formulation des équations de Maxwell macroscopiques dans un diélectrique (Debut de l'Appendice B) [33]. On aurait après la traversée du milieu le champ $\tilde{E}(\mathbf{r}) = E_0 e^{ik(z-L)} e^{ik_a L}$, avec k_a le vecteur d'onde dans les atomes tel que $k_a = n_a k$ avec n_a l'indice optique du milieu. En remplaçant cela et en simplifiant la forme avec l'expression du champ incident, on obtiendrait :

$$\tilde{E}(\mathbf{r}) = E_0 e^{ik(z-L)} e^{ik_a L} = \tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}) e^{ikL(n_a-1)} \quad (1.28)$$

Par identification avec l'Équation 1.27, on peut définir l'indice optique du milieu comme suit :

$$n_a \equiv 1 + \frac{\rho\alpha}{2} \quad (1.29)$$

C'est le même indice optique qu'on trouverait avec les équations de Maxwell dans l'approximation des milieux continu. En effet, cette approche définit un vecteur de polarisation du milieu $\tilde{\mathbf{P}} = \rho\tilde{\mathbf{D}} = \rho\epsilon_0\alpha\tilde{\mathbf{E}}$. De cela, puisque $\tilde{\mathbf{P}} = \epsilon_0\chi\tilde{\mathbf{E}}$, on a une expression pour la susceptibilité $\chi \equiv \rho\alpha$. Comme l'indice optique peut se définir à partir de la susceptibilité, on a dans le régime dilué : $n_a = \sqrt{1+\chi} = \sqrt{1+\rho\alpha} \simeq 1 + \frac{\rho\alpha}{2}$.

Définition de l'épaisseur optique

De la formule précédente (Équation 1.27), on peut retrouver la loi de Beer-Lambert sur l'atténuation exponentielle de l'intensité d'un faisceau lumineux au passage d'un milieu. En prenant la formule de l'intensité, on retrouve cette loi :

$$I \propto |\tilde{E}|^2 = \tilde{E}^* \tilde{E} = E_0^2 e^{-\rho \text{Im}(\alpha) k L}$$

De cela, on peut définir l'épaisseur optique b du milieu par la formule $I_{\text{out}} = I_{\text{inc}} e^{-b}$, avec respectivement I_{out} et I_{inc} l'intensité incidente et en sortie d'un échantillon. Par identification avec la loi de Beer-Lambert, on obtient :

$$b = \rho \text{Im}(\alpha) k L = \frac{b_0}{1 + 4 \frac{\Delta^2}{\Gamma^2}} \quad (1.30)$$

Avec $b_0 = b(\Delta = 0) = 6\pi\rho L/k^2$, qu'on définit comme l'épaisseur optique à résonance. On peut également définir la section efficace d'absorption comme $b_0 \equiv \rho L \sigma_{\text{abs}}$. On trouve $\sigma_{\text{abs}} = k \text{Im}(\alpha)$, soit la même expression que précédemment avec le théorème optique sous-section 1.1.3 .

L'épaisseur optique va ainsi représenter la capacité du milieu à absorber, vers l'avant, la lumière incidente. Cette grandeur ne dépendra pas seulement de la densité et de la nature du milieu (polarisabilité), mais aussi de la dimension de ce dernier. C'est important d'avoir ça en tête, puisque les phénomènes de super et sous-radiance dépendront principalement de l'épaisseur optique et pas de la densité ou du nombre d'atomes ([10] figure 3).

On peut maintenant se poser une question : si la lumière est en partie atténuée par le milieu, ou va cette lumière atténuée ? Dans le cas de l'approximation des milieux continue, cette lumière est en fait la lumière réfléchi. Dans

le cas des milieux non continus, une certaine partie de cette lumière atténué se retrouvera sur les côtés (?? figure 4).

Conclusion

Pour conclure, nous avons présenté dans ce chapitre transversal d'introduction à l'interaction lumière matière, dans le cas d'un gaz d'atomes dilué dans le régime de l'optique linéaire :

- Comment un champ électromagnétique peut se coupler avec un atome et comment cet atome pourra réémettre un champ à son tour dû à ce couplage.
- Les régimes de diffusion simple et multiple.
- Comment comprendre microscopiquement, dans le régime dilué, l'indice optique d'un milieu et l'atténuation de la lumière au travers de ce milieu.

Toute la compréhension et ces développements nous seront utiles dans les deux parties qui suivent pour comprendre nos travaux. Dans le chapitre qui suit, nous verrons comment modéliser la dynamique de la lumière super-radiante.

Première partie

Super-radiance dans un nuage désordonné

Chapitre 2

Super-radiance : théorie et état de l'art

2.1 Introduction historique sur la super-radiance

On peut définir la super-radiance comme : l'émission « accélérée » de la lumière par un ensemble d'atomes, « accélérée » par rapport à l'émission « naturelle » que l'on trouverait pour un atome isolé. La super-radiance apparaît dans différents types de systèmes tels que par exemple le laser super-radiant [34] ou le trou noir super-radiant [35]. Nous n'allons absolument pas discuter de ça ici, nous allons seulement nous intéresser de manière synthétique à l'évolution des grandes idées dans le domaine, menant à notre cas d'étude de la super-radiance dans des ensembles dilués d'atomes froids.

Le concept a été introduit par Dicke en 1954 [36], pour décrire un ensemble d'atomes à deux niveaux, tous dans leur état excité, situés dans une région de taille inférieure à la longueur d'onde du laser excitateur (ce qui n'est pas notre cas). La super-radiance est interprétée à partir des états quantiques émergents de la symétrisation des états individuels des atomes. Il a été montré que la désexcitation du système se fait par une cascade de désexcitation cohérente des états symétriques, engendrant une accélération de l'émission et donc la super-radiance. Les états non-symétriques ne sont pas couplés à la cascade, ils sont ainsi plus lents, ce sont donc les états sous-radiants.

En 2006, le sujet est remis sur la table par M. Scully [37] avec la super-radiance à un photon. Contrairement à précédemment où les atomes devaient être proches (inférieur à la longueur d'onde du laser) et tous initialement excités, dans le cas de M. Scully, tous les atomes sont initialement dans leur état fondamental et on envoie un seul photon sur l'ensemble. On ne saura pas quel atome a été excité. L'état du système peut être décrit par ce qui est appelé l'état Tamed-Dicke (TD), représentant l'état collectif intriqué des atomes partageant une excitation :

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_j e^{ik_0 r_j} |g_1, g_2, \dots, e_j, \dots, g_N\rangle \quad (2.1)$$

Où r_j représentent les positions aléatoires des atomes et $|g_i\rangle, |e_i\rangle$ respectivement, les états fondamentaux (ground) et excités. Après un certain développement, il a été montré que l'émission du photon se fait vers l'avant et non pas dans une direction aléatoire comme quand on a un atome. On peut également montrer que le taux de désexcitation, donné ci-dessous Γ_{diff} [38], est plus grand que le taux naturel, ce qui veut dire qu'il est super-radiant :

$$\Gamma_{\text{diff}} \simeq C \frac{N}{(kR)^2} \Gamma$$

Avec N le nombre d'atomes, C une constante dépendant de la géométrie du nuage et R la taille typique du nuage. Ce taux a été calculé en prenant une solution asymptotique d'un modèle (dipôles couplés), développé à partir de l'état TD. Il a également été montré que l'on peut traiter le problème de manière classique, en utilisant un champ faible (optique linéaire) continue et que les atomes peuvent être traités comme des dipôles classiques sans faire intervenir l'état TD (Équation 2.1) [39, 40]. C'est pour cela que tout ce que nous avons développé dans le chapitre 1 et qui nous servira à montrer certains résultats, n'a pas fait intervenir d'arguments quantiques.

C'est dans ce contexte et celui évoqué dans l'introduction générale, que le groupe atomes froids de Nice a commencé à étudier en 2011 la sous et super-radiance dans des grands ensembles dilués d'atomes froids.

2.2 Théorie de la super-radiance dans les milieux dilués dans le régime de l'optique linéaire

Dans cette section, nous allons discuter des modèles permettant de décrire la super-radiance. Il existe plusieurs approches avec leurs avantages et inconvénients, prenant des points de vue différents et effectuant différentes approximations éliminant certains phénomènes.

Une première approche consiste à prendre la TF de l'Équation 1.20 en série de diffusions multiples développée à un certain ordre de diffusion. Une seconde est le modèle des dipôles couplés, c'est la forme plus complexe pour plusieurs particules, des équations de Bloch optiques. La première approche est moins gourmande en calcul et est valide à la condition que la série converge, ce qui arrive quand l'épaisseur optique est plus petite qu'un. La seconde, n'effectuant aucune approximations majeure, est valide dans tous les cas, elle est cependant gourmande en calcul, ce qui limite son emploi à un nombre d'atomes limités.

Dans la thèse de M.T. Rouabah [41], on retrouve une comparaison plus détaillée des avantages et des inconvénients de ces modèles. Dans la suite nous retiendrons et développerons la méthode des dipôles couplés, puisque nos expériences seront avec des épaisseurs optiques supérieures à un.

Il existe une troisième approche utilisant le point de vue particulière de la lumière, consistant à effectuer une marche aléatoire pour modéliser la diffusion des photons dans le milieu. Cette approche néglige les effets d'interférences entre photons. Nous ne la présenterons pas ici, elle peut également être retrouvée dans la thèse de M.T. Rouabah ou dans les articles suivants [42, 43, 12].

Après avoir présenté le modèle des dipôles couplés, nous parlerons d'une quatrième et dernière approche : la théorie de la dispersion linéaire. Cette dernière effectue un certain nombre d'approximations tout en nous permettant de garder l'essentielle du phénomène de super-radiance. Contrairement aux autres modèles, dû aux approximations, elle ne décrira pas la sous-radiance. Ce modèle nous permet d'interpréter les phénomènes d'un point de vue spectral pour la lumière, nous donnant certaines intuitions qu'il n'est pas possible de voir à partir des équations des dipôles couplés.

2.2.1 Le modèle des dipôles couplés

Développons à présent le modèle des dipôles couplés semi-classique, utilisé pour la première fois pour décrire la sous-radiance dans l'article [44]. Notons que nous resterons dans l'approximation scalaire, consistant à négliger la polarisation de la lumière. Cette approximation a été confirmée par les différentes observations expérimentales du groupe sur la super et sous-radiance ([10, 45, 46]), ainsi que par une étude théorique dans l'article [22].

Dans la [section 1.1](#) nous avons énoncé les équations de Bloch-optiques (EBO [Équation 1.1](#)) dans le cas d'une onde excitatrice plane et monochromatique. Cependant, ces équations peuvent être facilement étendues au cas d'une onde plane avec une enveloppe lentement variable $\tilde{E}(\mathbf{r}, t)$ tel que $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \epsilon Re[\tilde{E}(\mathbf{r}, t)e^{-i\omega t}]$. En indiquant chaque dipôle, on obtient pour le dipôle i à la position \mathbf{r}_i , d'après la troisième équation des équations de Bloch-optique :

$$\dot{\tilde{D}}^{(i)}(t) = \left(i\Delta - \frac{\Gamma}{2} \right) \tilde{D}^{(i)}(t) - i \frac{d^2 \tilde{E}(\mathbf{r}_i, t)}{\hbar} \left(N_e^{(i)}(t) - N_f^{(i)}(t) \right)$$

Dans le régime de l'optique linéaire, donc à faible paramètre de saturation, on a d'après l'[Équation 1.8](#), $N_e^{(i)}(t) \simeq 0$ et donc $N_f^{(i)}(t) \simeq 1$, l'équation précédente devient :

$$\dot{\tilde{D}}^{(i)}(t) = \left(i\Delta - \frac{\Gamma}{2} \right) \tilde{D}^{(i)}(t) + i \frac{d^2 \tilde{E}(\mathbf{r}_i, t)}{\hbar} \quad (2.2)$$

On cherche maintenant à exprimer le champ $\tilde{E}(\mathbf{r}_i, t)$, qui est la somme entre un champ incident monochromatique plan et le champ résultant à la position \mathbf{r}_i diffusée par les autres dipôles. Soit comme précédemment avec l'Équation 1.18 et l'Équation 1.19, mais en ajoutant les aspects temporels :

$$\tilde{E}(\mathbf{r}_i, t) = \tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}_i, t) + \tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}_i, t) = \tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}_i, t) + \sum_j \tilde{E}_{\text{diff}}^{(j)}(\mathbf{r}_i, t)$$

Exprimons à présent le champ diffusé par chaque atome $\tilde{E}_{\text{diff}}^{(j)}(\mathbf{r}_i, t)$, en fonction des dipôles. D'après l'Équation 1.13, on avait pour le champ diffusé en \mathbf{r} par un dipôle en \mathbf{r}' : $\tilde{E}_{\text{diff}}(\mathbf{r}, \omega) = \mu_0 \omega^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \tilde{D}(\omega)$. En prenant la transformée de fourrier pour avoir l'évolution temporelle du champ, on obtient :

$$\tilde{E}_{\text{diff}}^{(j)}(\mathbf{r}_i, t) = \mu_0 \omega^2 G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \tilde{D}^{(j)}(t) \quad \text{avec} : \quad \tilde{D}^{(j)}(t) = \int d\omega e^{-i\omega t} \tilde{D}^{(j)}(\omega)$$

En remplaçant tout cela dans l'équation de Bloch optique dans le régime linéaire (Équation 2.2), on obtient :

$$\dot{\tilde{D}}^{(i)}(t) = \left(i\Delta - \frac{\Gamma}{2} \right) \tilde{D}^{(i)}(t) + i \frac{d^2}{\hbar} \left(\tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}_i, t) + \sum_j \mu_0 \omega^2 G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \tilde{D}^{(j)}(t) \right) \quad (2.3)$$

En utilisant la relation scalaire $\Gamma^s = \frac{k^3 d^2}{\hbar \epsilon_0 2\pi}$ (Équation 1.2), ainsi que la relation pour la pulsation de Rabi $\Omega = dE_0/\hbar$ (Équation 1.3), on remplace également la fonction de Green $G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = \frac{e^{ik\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j\|}}{4\pi\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j\|}$ (Équation 1.12). On obtient les équations des dipôles couplées où l'on a posé l'amplitude du dipôle $\tilde{\beta} \equiv 2d\tilde{D}$, qui est usuellement utilisé :

$$\dot{\tilde{\beta}}^{(i)}(t) = i \frac{\Omega}{2} e^{ik\mathbf{r}_i} + \left(i\Delta - \frac{\Gamma}{2} \right) \tilde{\beta}^{(i)}(t) + i \frac{\Gamma}{2} \sum_j \frac{e^{ik\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j\|}}{k\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j\|} \tilde{\beta}^{(j)}(t) \quad (2.4)$$

Pour la résolution de ces N équations couplées, on pourra se référer à la thèse de A. Cipris [47]. On peut remarquer que ces équations ressemblent aux EBO, mis appart le troisième terme à droite représentant le couplage des atomes entre eux. Ce terme est donc responsable de tous les effets collectifs et en particulier de l'apparition de la super et sous-radiance. À partir de cette forme, du fait de la complexité des équations, il est difficile d'avoir une intuition physique sur l'intensité des phénomènes de super et sous-radiance en fonction des paramètres expérimentaux tels que l'épaisseur optique ou le désaccord du laser. Il est donc nécessaire de faire la simulation pour avoir un résultat.

Il est à noter qu'à cause de la lourdeur des équations, il est possible d'obtenir des résultats dans un temps raisonnable que pour un maximum de 10 000 atomes, c'est bien loin des 10^9 atomes de nos expériences, cela limite les épaisseurs optiques à $b_0 = 15$. Il est cependant possible d'extrapoler certain comportement au-delà de cette limite.

2.2.2 Le modèle de la dispersion linéaire

Le modèle de la dispersion linéaire est un modèle semi-classique comme celui des dipôles couplés. Ce modèle prend le point de vue spectral de la lumière. Dans son développement, consistant à calculer la dynamique temporelle de l'intensité diffusée par les atomes sur le côté juste après l'extinction du champ incident, on ne garde que les termes diffusés une fois. On néglige donc tous les termes diffusés une seconde fois. Ce modèle ne décrit que la dynamique temporelle juste après l'extinction, soit la super-radiance, la sous-radiance est donc laissée de côté.

Description des équations du modèle Nous ne développerons pas la démonstration du modèle, on pourra en trouver une simplifiée faite par I.M. Sokolov dans l'appendice A de l'article [30]. On retiendra le résultat principal nous donnant l'intensité de la lumière diffusée dans la direction \mathbf{k}' pour une lumière incidente dans la direction \mathbf{k} :

$$I_{\mathbf{k}'}(t) \propto \int d^3\mathbf{r} \rho(\mathbf{r}) \left| \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \tilde{E}_0(\omega) e^{-i\omega t} e^{i\frac{b_0(\mathbf{r}, \mathbf{k}')}{2}\bar{\alpha}(\omega)} \bar{\alpha}(\omega) e^{i\frac{b_0(\mathbf{r}, \mathbf{k})}{2}\bar{\alpha}(\omega)} \right|^2 \quad (2.5)$$

Avec $\rho(\mathbf{r})$ la densité d'atomes, $E_0(\omega)$ les composantes spectrales du champ incident, $\bar{\alpha}(\omega)$ la polarisabilité adimensionnée (sans le facteur $6\pi/k^3$) et $b_0(\mathbf{r}, \mathbf{k})$ l'épaisseur optique de la direction incidente \mathbf{k} vers la position du diffuseur \mathbf{r} et $b_0(\mathbf{r}, \mathbf{k}')$ du diffuseur vers la direction d'émission \mathbf{k}' . Pour un nuage Gaussien centré en $z = 0$, avec une taille caractéristique (RMS) R , en choisissant le champ incident suivant l'axe z (Figure 2.1), on a :

$$b_0(\mathbf{r}, \mathbf{k}') = \frac{b_0}{2} e^{-\frac{r^2 + (\mathbf{r} \cdot \mathbf{k}')^2}{2R^2}} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{k}'}{\sqrt{2}R} \right) \right],$$

$$b_0(\mathbf{r}, \mathbf{k}) = \frac{b_0}{2} e^{-\frac{x^2 + y^2}{2R^2}} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{z}{\sqrt{2}R} \right) \right]$$

Avec b_0 l'épaisseur optique à résonance au centre du nuage.

Détaillons l'expression de l'intensité super-radiante (Équation 2.5). Cette dernière est sous la forme d'une double intégrale. La première, spatiale, consiste à intégrer le module carré de la seconde intégrale en fonction de la densité d'atomes à chaque position. La seconde contient la transformée de Fourier du champ incident, ainsi que tous les éléments du milieu qui modifieront ce champ. Détaillons ces éléments en ce référent à la Figure 2.1.

En jaune, on a la transformée de Fourier du champ incident $\tilde{E}_0(\omega)$, ce terme est multiplié par un autre en rouge qui représente l'atténuation du champ due au milieu jusqu'au diffuseur en vert. En effet, en ce référent à la section sur la diffusion cohérente vers l'avant section 1.2.3, nous pouvons montrer que le terme

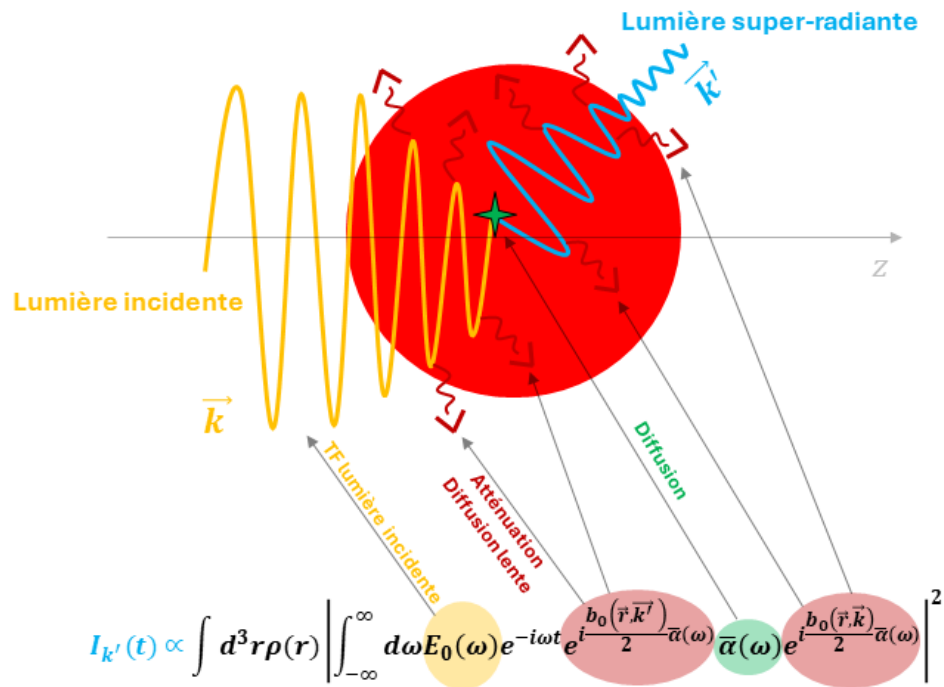


FIGURE 2.1 – Schéma illustrant la formule tirée du modèle des dipôles couplés. En jaune, nous avons représenté une composante spectrale du champ incident, nous avons également montré son atténuation à travers le nuage due au terme en rouge. Le champ atténué vers l'avant, qu'on peut appeler champ absorbé, se retrouve dans la diffusion sur les côtés (cf discussion sur le théorème optique). Dans le calcul, ce champ diffusé est négligé dans l'intensité super-radiante. Il est négligé car considéré comme lent, car subissant de la diffusion multiple. Seule la diffusion simple est prise en compte au moyen du terme en vert.

en rouge représente bien l'atténuation. Dans cette section nous avons déduit pour des ondes monochromatiques le champ à une position \mathbf{r} , après l'atténuation qu'induit le milieu de longueur L : $\tilde{E}(\mathbf{r}) = \tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r})e^{\frac{i\rho\alpha(\omega)}{2}kL}$ (Équation 1.27). Dans la section suivante sur l'épaisseur optique, nous posons à partir de l'Équation 1.30, la relation : $b_0 = \rho L 6\pi/k^2$. En alliant ces deux relations et en remplaçant la polarisabilité adimensionnée, on obtient : $\tilde{E}(\mathbf{r}) = \tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r})e^{i\frac{b_0}{2}\bar{\alpha}(\omega)}$. Soit dans le cas où le milieu est homogène, la même expression que le terme en rouge qui est donc bien le champ cohérent vers l'avant atténué. La partie réelle du terme dans l'exponentiel représentera la proportion du champ atténué jusqu'à la diffusion. La partie imaginaire peut être associée au retard de phase accumulé par l'onde. Le terme en vert représente la diffusion simple « incohérente » par une particule, on retrouve ce type de diffusion dans l'Équation 1.16. Le module de la polarisabilité représentera la proportion de l'onde qui sera diffusée, son argument sera lié au retard de phase qu'induit la diffusion. Enfin, le second terme en rouge représente l'atténuation du champ après sa diffusion, jusqu'à la sortie du milieu.

Résultat analytique À partir du modèle, il est possible de déterminer une solution analytique du taux de décroissance juste après la coupure ($t \rightarrow 0$), pour une coupure instantanée à grand désaccord, respectant la condition $b_0\gamma/\Delta \ll 1$. On obtient [30] :

$$\Gamma_{\text{sup}}^0 = \left(1 + \frac{b_0}{4}\right) \Gamma \quad (2.6)$$

Quel est le sens physique du modèle de la dispersion linéaire ?

Sans avoir étudié la démonstration du modèle, on pourrait se poser la question de pourquoi ce dernier n'est seulement valide qu'après l'extinction.

Comme nous l'avons vu, le modèle mélange diffusion cohérente vers l'avant (terme rouge) et diffusion incohérente (terme vert) et seulement un événement de diffusion incohérent est pris en compte. Chaque événement de diffusion coûte un certain retard de phase qui induit un retard temporel appelé délai temporel de Wigner [48], ce retard est de $2/\Gamma$ à résonance [49]. Par conséquent, plus la lumière est diffusée, plus elle sortira tard du milieu [42, 43, 50]. En ne considérant qu'un événement de diffusion incohérent, le modèle ne décrit donc que la lumière juste après l'extinction, car la lumière subissant plusieurs événements de diffusion incohérents mettra plus de temps à sortir du milieu et arrivera donc après.

Soulignons à présent le rôle du terme en rouge responsable de l'atténuation. A ce stade il peut exister une certaine ambiguïté entre : le modèle LD ne considérant qu'un événement de diffusion incohérent et, la diffusion simple

(Équation 1.21) permettant de calculer la diffusion par une particule. La différence, en regardant les équations, est évidemment lié au terme en rouge lié à l'atténuation, mais comment comprendre le rôle ce terme ?

Ce terme est en fait celui qui va nous permettre, dans le modèle LD, de négliger la lumière pouvant effectuer plusieurs événements de diffusion, c'est-à-dire les composantes spectrales proches de résonance. Si cette lumière n'était pas négligée, elle pourrait alors contribuer à la lumière diffusée par l'événement de diffusion incohérent. Dans ce cas notre modèle n'aurait pas de sens puisqu'on considérerait de la lumière devant effectuer plusieurs événements de diffusion incohérents comme faisant finalement qu'un seul événement de diffusion incohérent. Ça n'aurait donc aucun sens physique. Par conséquent, ce terme d'atténuation en rouge va modifier ou filtrer le spectre vu par l'atome diffuseur, ce qui change la dynamique temporelle une fois l'intégrale effectuée sur toutes les fréquences. Ce qui est différent de la diffusion simple, où le spectre vu par l'atome possède l'ensemble de ses composantes.

Plus généralement on pourra garder en tête que dans le cas de la diffusion simple, nous sommes à l'échelle microscopique, parler de diffusion cohérente ou non cohérente n'a pas de sens. Dans le second cas, celui du modèle LD, on parle de diffusion ou de champ cohérent et de diffusion incohérente, nous sommes dans une vision macroscopique. La simplicité de l'équation du modèle LD cache en réalité des aspects complexes, notamment en ce qui concerne la diffusion cohérente vers l'avant (ou l'atténuation) que nous avons développé dans la section 1.2. Il n'est donc pas possible de calquer une vision microscopique pour comprendre physiquement le modèle LD qui fait en fait intervenir des aspects ou des concepts émergents macroscopiquement.

Sur la forme globale de l'Équation 2.5, nous pouvons noter que le module carré permettant de faire le lien entre le champ et l'intensité est effectué à l'intérieur de l'intégrale spatiale. Les interférences entre la diffusion des différents atomes ne sont donc pas un ingrédient du modèle. Cela est contrintuitif vis-à-vis de l'interprétation commune de la super-radiance dans les milieux denses, où elle est vue comme un effet d'interférences constructives faisant intervenir plusieurs atomes. Néanmoins, notons que nous n'avons pas négligé toutes les interférences. En effet, comme nous l'avons montré dans la section 1.2.3, l'atténuation du champ représenté par les termes en rouges, ne peut s'expliquer qu'avec l'interférence des différents champs émis par les différentes particules.

Conclusion sur le modèle de la dispersion lineaire Pour conclure, le modèle LD met l'accent sur les interférences entre les différentes composantes spectrales du champ, chacune d'elles étant modifiée par le milieu qui va opérer une distorsion du spectre incident. Les composantes spectrales $\tilde{E}_0(\omega)$ étant influencées par la forme de la coupure du champ, une modification de la forme

de l'extinction n'est donc pas sans conséquences. De tout cela, on comprend qu'il est nécessaire de mettre de côté la vision du champ comme monochromatique pour comprendre ce qu'il se passe. On le verra dans le chapitre sur les résultats, mais cela est important pour comprendre nos phénomènes de super et sous radiance.

Deuxièmement, tandis que le modèle des dipôles couplés suggère que la super-radiance serait un phénomène due aux multiples couplages des atomes entre eux, le modèle de la dispersion linéaire prend le point de vue spectral et suggère que ça serait la distorsion du spectre incident qui serait importante au phénomène de super-radiance, ce qui minimise l'importance des couplages entre atomes. Ce point de vue a l'avantage de nous permettre d'avoir certaines intuitions physiques sur ce qu'il pourrait se passer quand on change certains paramètres expérimentaux, ce qui n'est pas le cas dans le modèle des dipôles couplés. On verra cela plus en détail dans la suite quand il s'agira d'interpréter nos résultats.

2.3 Les avancées du groupe atomes froids de Nice sur la super et sous-radiance

2.3.1 La super-radiance

Notre équipe a publié deux articles sur la super-radiance en 2016 [45] et 2021 [30].

Le premier s'est tout d'abord intéressé aux aspects angulaires de manière théorique avec le modèle des dipôles couplés. Il a été montré qu'à résonance ; la super-radiance disparaît sur les cotés (donc à 45°) et est maximale vers l'avant (0°). Ensuite, les effets de b_0 et du detuning ont été étudiés sur la super-radiance. Les résultats montrent une augmentation de la super-radiance avec le désaccord ainsi qu'une certaine dépendance avec l'épaisseur optique.

Le second s'est intéressé à la comparaison des modèles CD et LD (dipôles couplés et dispersion linéaire) ainsi qu'à la comparaison du modèle LD avec les données expérimentales du premier article [45]. Les résultats montrent un très bon accord entre les théories (Figure 2.2a) lorsque est comparé le taux de super-radiance en fonction de l'épaisseur optique. La comparaison à l'expérience, qui est une comparaison directe sans paramètres ajustables, montre un bon accord (Figure 2.2b). On peut cependant voir qu'à petit désaccord (pour $\Delta = -4\Gamma_0$), la comparaison est moins bonne quand l'épaisseur optique augmente. Cela vient du fait que par construction du modèle, tous les événements de diffusion multiple sont négligés. Or, à désaccord faible et à grande épaisseur optique, ils sont dominants devant la diffusion simple, même dans le début de la décroissance. Par conséquent, la lumière plus lente sera sous-estimée par le modèle, d'où

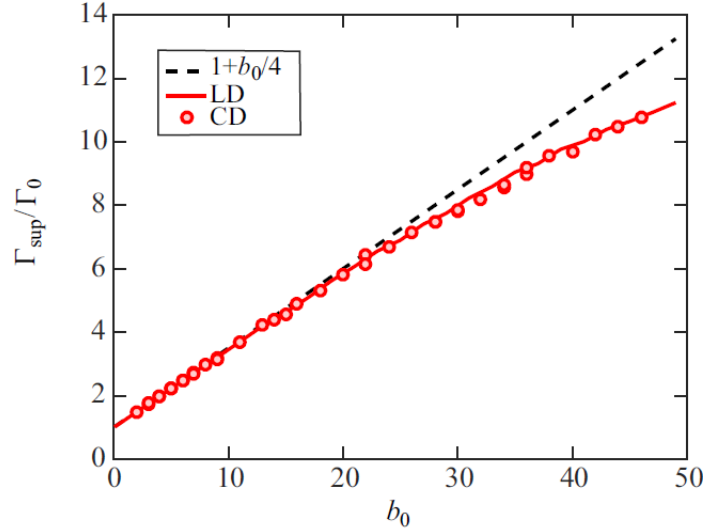
la surestimation de la super-radiance à petit désaccord et grandes épaisseurs optiques. Pour la déviation à petit b_0 pour $\Delta = 7$ cela reste inexpliqué. Enfin, dans la suite de l'article, il a été étudié théoriquement les effets thermiques sur la super-radiance, montrant que cette dernière disparaît à haute température.

2.3.2 La sous-radiance

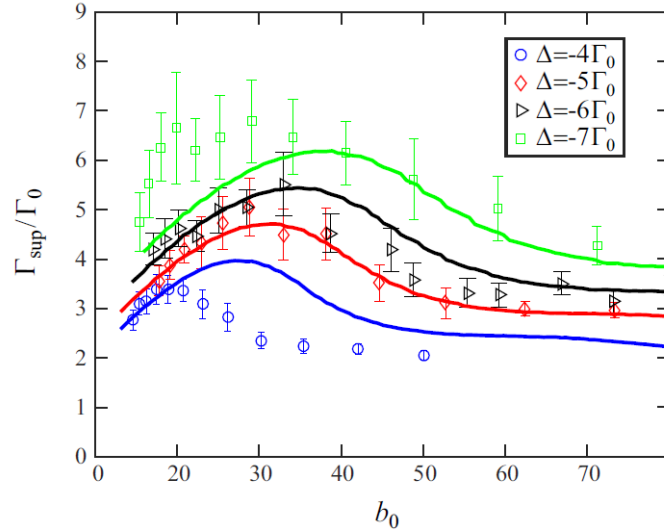
La sous-radiance a été observée pour la première fois en 2016 [46], elle a été étudiée en fonction de l'épaisseur optique et du désaccord. Une étude numérique, publiée en 2018 [51], est venue compléter les précédents résultats expérimentaux. Également en 2018 [50], une étude a été faite pour comparer la sous-radiance au piégeage radiatif par diffusion multiple. Par la suite, en 2019 [52], l'équipe s'est intéressée expérimentalement aux effets de la température sur la sous-radiance. Enfin, en 2021 [22], une dernière étude comparant les résultats du modèle des dipôles couplés avec et sans l'approximation scalaire a été faite. Il a également été étudié la sous-radiance au-delà du régime de l'optique linéaire [22]. Nous ne commenterons seulement qu'une partie de ces articles en s'intéressant aux résultats les plus significatifs en lien avec les questions qui se poseront dans la suite.

L'article de 2016 [46] a principalement montré que le taux de sous-radiance était linéairement dépendante de l'épaisseur optique à résonance et indépendante du désaccord. En revanche, l'amplitude relative de la sous-radiance représentant, à un temps long, la quantité de lumière diffusée par rapport à l'état stationnaire, est plus importante à résonance. On peut voir cela sur les courbes expérimentales de l'article que nous avons reporté sur la [Figure 2.3](#), montrant l'intensité diffusée juste après l'extinction du laser de sonde.

L'article de 2018 [50] s'est intéressé à la comparaison entre la sous-radiance et le piégeage radiatif de la lumière afin de comprendre si les deux phénomènes sont de la même nature ou pas. En 2003 et 2005 [42, 43], l'équipe a étudié ce qu'on a appelé le piégeage radiatif de la lumière, c'est-à-dire le fait que la lumière diffuse lentement dans le milieu à cause de la diffusion multiple de la lumière. Le modèle consiste à considérer que chaque événement de diffusion coûte un certain temps (Wigner time-delay) et qu'entre chacun d'eux, la lumière se déplace sur un certain libre parcours moyen dépendant des caractéristiques du milieu avec une vitesse de groupe dépendante de ce dernier. En considérant que le milieu a une certaine taille, on est en mesure d'établir le nombre moyen d'événements de diffusion et le temps typique que met la lumière pour sortir du milieu. On peut montrer avec des simulations de marche aléatoire (RW : random walk), que les grandeurs caractérisant la diffusion sont proportionnelles au carré de l'épaisseur optique $b(\Delta)$ (dépendant de b_0 et de Δ). Les expériences ont bien vérifié ce comportement. Les mesures de ces grandeurs (notamment les taux d'extinctions) étant prises juste après la super-radiance, donc sur des



(a) Comparaison entre le modèle des dipôles couplés (ronds rouges) et celui de la dispersion linéaire (trait plein rouge) du taux de super-radiance $\Gamma_{\text{sup}}/\Gamma_0$ en fonction de b_0 . En pointillé noir est tracé le résultat asymptotique pour $\Delta \rightarrow \infty$ Équation 2.6. Le désaccord est $\Delta = -10\Gamma_0$; la direction d'observation de 45° et les régressions en exponentiels pour déterminer les taux de super-radiance sur les données brutes sont réalisées sur l'intervalle temporel $0 < t < 0.02\Gamma_0^{-1}$.



(b) Comparaison du taux de super-radiance mesuré expérimentalement en 2016 [45] au modèle de la dispersion linéaire sans paramètres ajustables. Le taux de super-radiance est tracé en fonction de l'épaisseur optique b_0 pour différents désaccords Δ . les régressions en exponentiels pour déterminer les taux de super-radiance sur les données brutes sont réalisées sur l'intervalle $t > 0.1\Gamma_0^{-1}$ jusqu'à ce que la courbe atteigne 20% de sa valeur à l'état stationnaire (avant l'extinction).

FIGURE 2.2 – Figures extraites de l'article [30]. Dans les deux cas, Γ_0 correspond à Γ ici.

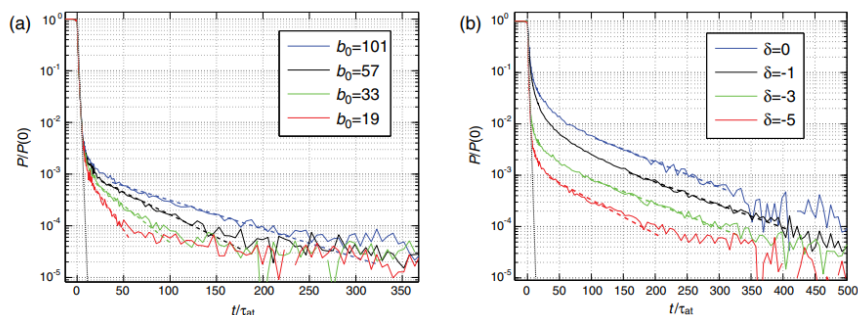


FIGURE 2.3 – Figure extraite de l'article [46] montrant la décroissance lente de la fluorescence après l'extinction du laser de sonde. L'échelle verticale est normalisée par la puissance détectée à l'état stationnaire $P(0)$, et l'échelle de temps est normalisée par la durée de vie atomique de l'état excité τ_{at} . Sans aucun effet collectif (physique à un seul atome), la décroissance serait donnée par $P(t) = P(0) \exp(-t/\tau_{at})$ (ligne pointillée noire). (a) Plusieurs données sont présentées pour différentes épaisseurs optiques à résonance b_0 et le même désaccord $\Delta = -6$ (en unités de Γ). La constante de temps augmente avec b_0 . (b) Plusieurs données sont présentées pour différents désaccords et pour un fixe $b_0 = 108 \pm 5$. La constante de temps reste inchangée, mais l'amplitude relative de la décroissance sous-radiante diminue à mesure que le désaccord augmente.

plages temporelles intermédiaires entre la super-radiance et la sous-radiance. Au regard de cela et des nouveaux résultats sur la sous-radiance, l'article de 2018 a donc conclu que : du fait que le taux de sous-radiance est indépendante du désaccord et que c'est le contraire pour le piégeage radiatif, la sous-radiance ne peut pas être expliquée par la diffusion multiple de la lumière.

L'article de 2019 [52], a montré expérimentalement que le taux de sous-radiance est assez robuste à l'augmentation de la température. Augmenter la température fera néanmoins diminuer le taux de sous-radiance, mais que légèrement. L'article est accompagné d'une étude numérique faite avec le modèle CD, suggérant qu'il existerait toujours de la sous-radiance à températures ambiante.

Enfin, l'article de 2021 [22] a montré, par une comparaison du modèle des dipôles couplés avec et sans l'approximation scalaire, que cette dernière était valide pour la description de la super et sous-radiance à faible paramètre de saturation et pour des densités telles que $\rho\lambda^3 < 5$.

2.4 Les questions ouvertes avant la thèse

2.4.1 Lien entre sous et super-radiance et diffusion multiple

Comme nous l'avons vu précédemment, la sous-radiance ne semble pas pouvoir être expliqué par la diffusion multiple de la lumière. Quel est donc le phénomène amenant à la sous-radiance ? Une première interprétation par l'analyse des modes sous-radiant par le biais du modèle des dipôles couplés a été faite dans [10]. Cependant, cette analyse ne nous permet pas de comprendre, « physiquement » ou avec des arguments « optiques », ce qui se passe. Nous verrons dans la suite, avec le modèle de la dispersion linéaire, que l'on peut comprendre la super-radiance « optiquement », et on montrera, qu'en fait, le phénomène de sous-radiance est bien lié à celui de la diffusion multiple.

2.4.2 Effet de la modification du profil d'extinction de la sonde sur la super-radiance

L'équipe s'est intéressé aux effets, sur la super-radiance, de la modification de l'épaisseur optique et du désaccord, étant les principaux paramètres jouant un rôle d'après le modèle LD. Cependant, la super-radiance est aussi sensible au spectre incident, qui est directement déterminé par le profil temporel de l'extinction du laser. C'est ce que nous allons étudier dans les prochaines sections de cette thèse. Comment la modification du profil d'extinction affectera-t-elle la super-radiance ?

Après que cette problématique eut été posée, des premières simulations ont été effectuées. Ces dernières ont révélé un comportement non intuitif. En effet, la super-radiance n'est pas maximale pour le profil d'extinction le plus rapide, il existerait un temps d'extinction intermédiaire permettant de maximiser la super-radiance. L'objectif, dans ce qui suit, sera de vérifier cela expérimentalement et de donner une explication au phénomène. Notons que ça sera à travers l'interprétation de ce phénomène avec le modèle de la dispersion linéaire, que nous avons pu résoudre le problème du lien entre sous et super-radiance et diffusion multiple énoncé dans la sous-section précédente.

Chapitre 3

Le dispositif expérimental

Dans ce chapitre, nous allons décrire le dispositif expérimental nous permettant de réaliser des mesures de la super-radiance des atomes en fonction du profil temporel de l'extinction de la sonde. Dans un premier temps, nous allons présenter l'expérience et regarder succinctement comment nous produisons, caractérisons nos atomes et comment nous contrôlons l'expérience. Ensuite, nous nous intéresserons au dispositif pour la super-radiance. Nous discuterons du détecteur utilisé pour mesurer la super-radiance, ainsi que du dispositif pour réaliser des coupures rapides et variables.

3.1 Production et caractérisation des atomes froids

3.1.1 L'expérience en général

L'expérience consiste en une chambre sous vide à 10^{-9} *mbar*, contenant de la vapeur de Rubidium. Dans cette chambre, nous allons refroidir les atomes par refroidissement laser au sein d'un piège magnéto-optique (MOT). Nous atteignons des températures de l'ordre de $100 \mu K$, avec un nuage d'une taille typique (RMS) de 1 mm et une densité de l'ordre de $10^{11} \text{ atomes.cm}^{-3}$.

Sur la [Figure 3.1](#), nous avons fait un schéma décrivant les éléments principaux de l'expérience. Les détails pourront être retrouvés dans les thèses précédentes [[47](#), [53](#), [54](#)]. Sur le schéma, nous avons deux lasers, le premier sert pour le refroidissement et le piégeage des atomes, il sert également pour la sonde. Le piège et le refroidissement étant éteints pendant les prises de mesures, il nous est ainsi possible de détourner le faisceau, à l'aide d'un modulateur acousto-optique (AOM), afin de s'en servir pour sonder les atomes et réaliser nos mesures. Le second laser sert à repomper les atomes tombant dans un état atomique non voulu ($F = 1$ [Figure 3.3b](#)). Le reste du schéma montre les différents éléments, notamment les AOM, permettant de contrôler la fréquence et l'amplitude des faisceaux. Ce que nous avons modifié concerne la partie avec l'EOM (modulateur électro-optique), ce dernier nous permet de réaliser des coupures très rapides

nécessaires à la mesure de la super-radiance. Nous décrirons plus en détails cet élément dans la suite.

Sur la [Figure 3.2](#), nous avons représenté le cœur de l'expérience, c'est-à-dire là où se trouvent les atomes et le système de mesure. Nous détaillerons également dans les sections suivantes certains éléments du montage.

3.1.2 L'atome de Rubidium

Dans notre expérience, nous piégeons les atomes de Rubidium 87. Nous utilisons la raie D2 sur la transition $F = 2 \rightarrow F' = 3$, afin de réaliser le refroidissement et les mesures, comme schématisé sur la figure [Figure 3.3b](#). Une description plus détaillée du Rubidium pourra être retrouvée dans les précédentes thèses de l'équipe ou dans [\[20\]](#) et dans le premier chapitre de la thèse de J.-F Riou [\[21\]](#).

Sur la [Figure 3.4](#), nous avons représenté les sous niveaux Zeeman (ou états magnétiques) qu'il est nécessaire de prendre en compte quand on utilise des champs polarisés, ce qui est le cas de notre sonde qui est polarisé linéairement (π). Chacun d'eux sont couplés aux états du niveau $F' = 3$ avec une certaine constante de couplage $\mathcal{C}(m_F, \pi)$, dépendante des niveaux m_F et de la polarisation. Après la phase de MOT, l'ensemble des sous niveaux de l'état $F = 2$ sont peuplés équiprobablement. Pour nos mesures de super-radiance ou d'imagerie des atomes, il est nécessaire d'envoyer une impulsion de sonde. Dans le premier chapitre, nous avons développé la théorie de l'interaction lumière matière pour un système idéal à deux niveaux. Nous avons déterminé le paramètre Γ , dépendant de l'élément de matrice d pour la raie D2. Maintenant que nous avons l'ensemble des sous niveaux, nous allons devoir adapter le problème. On peut considérer notre système comme un ensemble de sous-systèmes à deux niveaux équiprobablement répartie et ayant chacun un même taux d'émission spontanée Γ (Γ est indépendant des niveaux hyperfins). Par conséquent, on peut considérer une constante de couplage g moyenne entre le niveau $F = 2$ et $F' = 3$, tel que :

$$g = \frac{1}{2F + 1} \sum_{m_F} \mathcal{C}^2(m_F, \pi) = \frac{7}{15}$$

Cette constante devant être multipliée à la polarisabilité ([Équation 1.10](#)) et au paramètre de saturation [Équation 1.6](#).

3.1.3 Le dispositif de contrôle et les cycles de mesures

L'expérience est contrôlée via un programme Matlab maison qui pilote une carte National Instrument, jouant l'interface entre le logiciel et les commandes vers les différents instruments. Le logiciel nous permet de réaliser des enchainements de cycles constitués de différentes phases (ou événements), nous l'avons

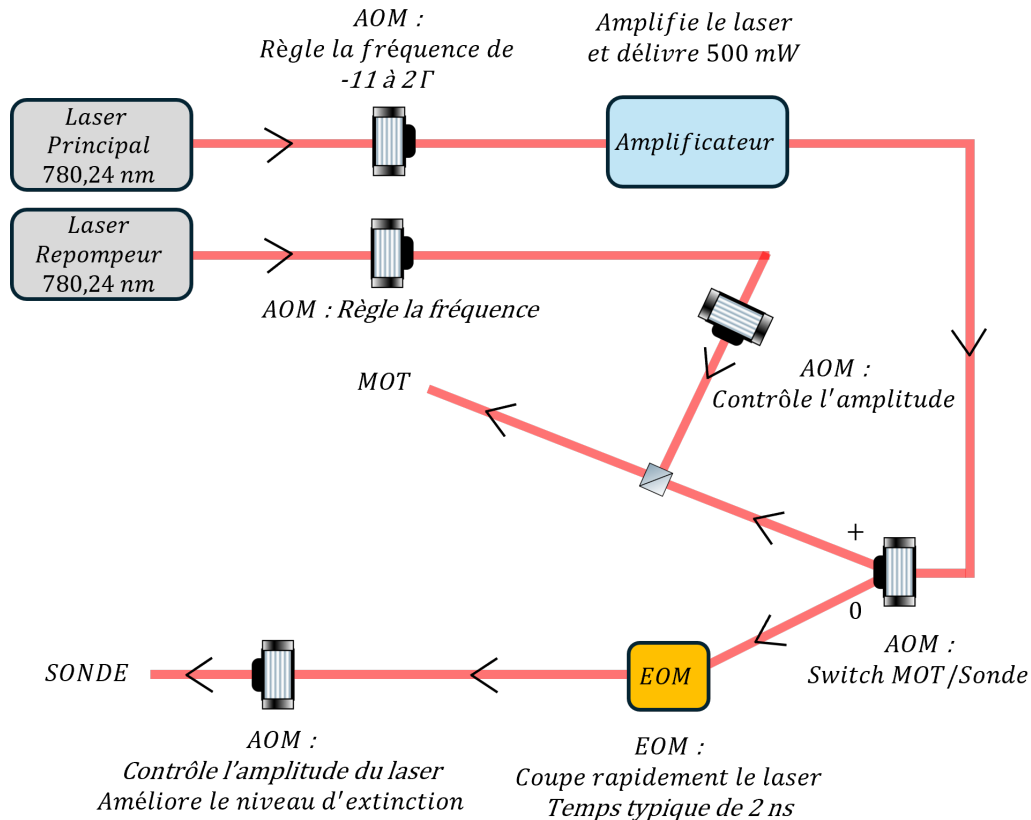


FIGURE 3.1 – Représentation générale abrégée de l'expérience. Nous avons représenté les deux lasers, le premier de marque Toptica, le second une diode DFB (Distributed FeedBack laser) dans un montage maison. La fréquence des deux lasers est contrôlée par des AOM en doubles passages. La puissance du laser principal est amplifiée dans un amplificateur Toptica. Le laser principal passe par un second AOM permettant de commuter le faisceau entre la sonde (ordre 0) et ceux pour le MOT (ordre +1). Les faisceaux du MOT seront ensuite combinés avec celui du repompeur. Enfin, le faisceau de sonde passera par un EOM et un AOM permettant de réaliser des coupures rapides et de contrôler l'amplitude des impulsions.

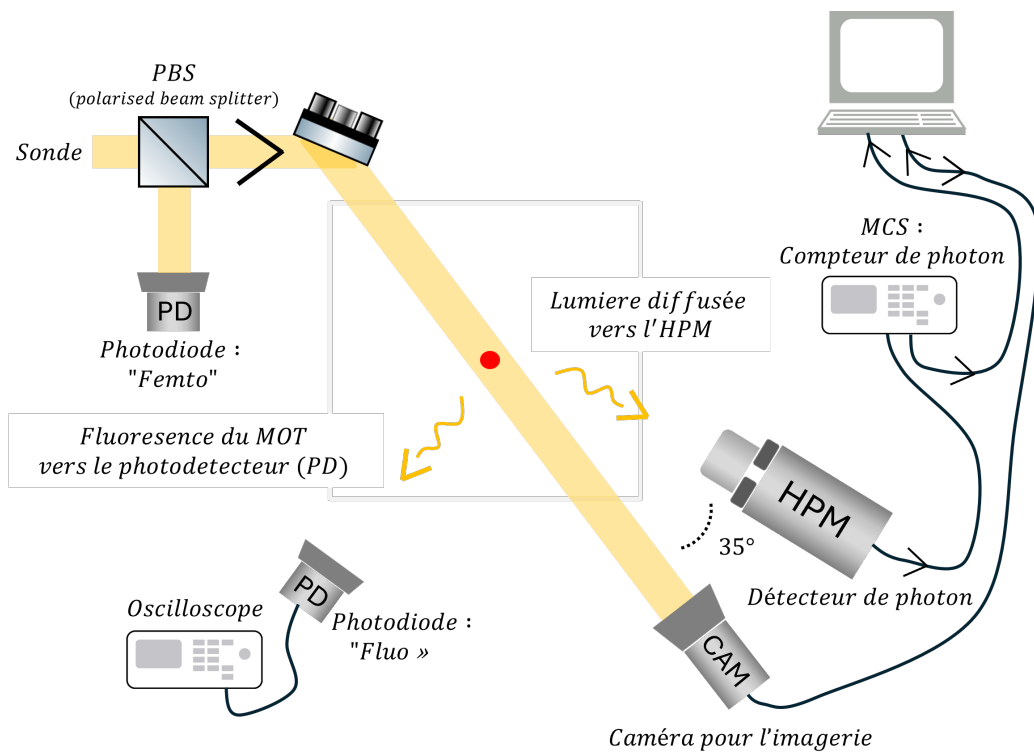


FIGURE 3.2 – Représentation du cœur de l'expérience, avec la cellule sous vide (carré gris), contenant les atomes refroidis. Nous avons représenté le passage du faisceau de sonde dans la cellule en jaune polarisé linéairement, ainsi que l'ensemble des détecteurs : Le compteur de photon (HPM) avec son convertisseur digital (MCS), la caméra pour l'imagerie (CAM), la photodiode (PD) de mesure de la fluorescence ("fluo") et la photodiode "femto" qui permet de mesurer la puissance envoyée sur les atomes.

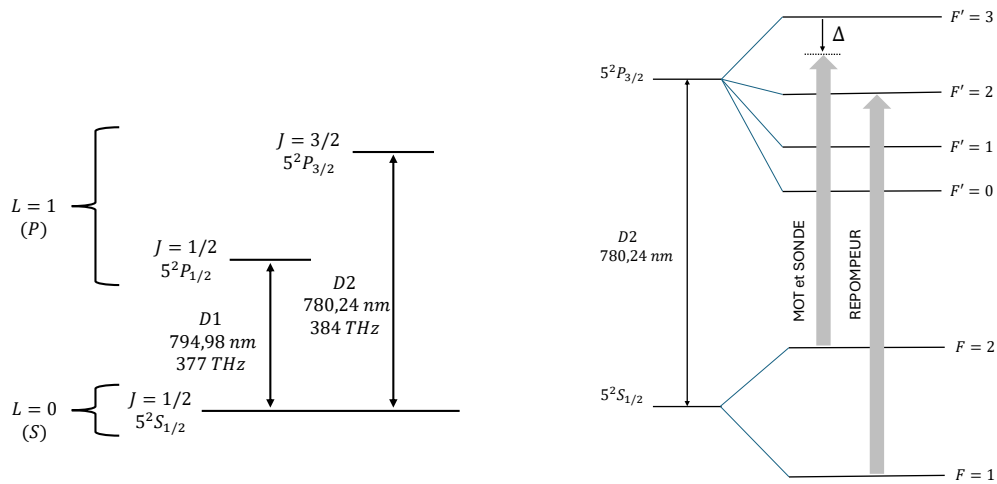


FIGURE 3.3 – Sur le schéma (b), nous avons représenté avec une flèche la transition utilisée pour le refroidissement et les mesures avec la sonde ($F = 2 \rightarrow F' = 3$). La flèche pointe le niveau $F' = 3$ moins le désaccord Δ . Il existe une probabilité non nulle d'exciter le niveau $F' = 2$ qui peut se désexciter vers le niveau $F = 1$, il est donc nécessaire de repomper les atomes sur une transition leur permettant de pouvoir retomber dans l'état $F = 2$. La seconde flèche représente cette transition de repompage ($F = 1 \rightarrow F' = 2$).

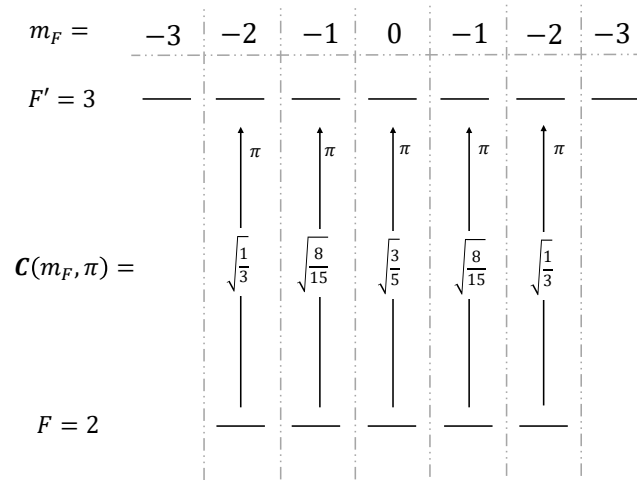


FIGURE 3.4 – Schéma montrant les niveaux hyperfins $F = 2$ et $F' = 3$, décomposés en leur sous-niveau Zeeman m_F . Nous avons représenté les coefficients de couplages \mathcal{C} entre ces sous-niveaux pour une onde polarisée linéairement (π) : $\mathcal{C}(m_F, \pi) = \langle L' = 1, J' = 3/2, F' = 2, m_{F'} | \hat{d}_\pi | L = 0, J = 1/2, F = 1, m_F \rangle / d$, [21] (Annexe A : A.1.2 Les coefficients de branchement). Ces coefficients représentent les éléments de matrice du dipôle calculés sur une transition entre sous-niveaux Zeeman, divisé par l'élément de matrice du dipôle réduit sur la transition $S \rightarrow P$ ou $L \rightarrow L'$: $d = -\langle L' || \hat{d} || L \rangle = 2.53 \times 10^{-29}$ C.m (utilisé dans l'Équation 1.2).



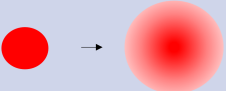


EVENEMENTS	TEMPS	EOM lock	b_0 /NOMBRE D'ATOMES	ETAT VISUEL DES ATOMES
MOT	60 ms	on	...	 T = 100μK
DARK MOT	20 ms	off	100/10 ⁹	 T = 80μK
Ext B	1 ms	off		...
REPUMPER	0.5 ms	off		...
TOF	5 ms	off	100 → 5 / 10 ⁹	
Probe	1 ms	off		10 x  

FIGURE 3.5 – Cycle de mesure pour la super-radiance. Nous avons représenté les différents évènements lors d'un cycle avec leur état visuel sur l'expérience, ainsi que le temps de chacun de ces événements. Nous avons également précisé l'état de l'asservissement (lock) de l'EOM et l'épaisseur optique du nuage.

résumé sur la [Figure 3.5](#), représentant un cycle typique de mesure. Il y a tout d'abord une phase que l'on appelle le MOT, où l'on piège et refroidit les atomes. Ensuite une phase de Dark MOT [55], où l'on densifie et refroidit le gaz. Après cela, il y a une phase où l'on éteint les bobines du champ magnétique (Ext B) et où l'on repompe les atomes. Toutes ses phases sont décrites plus en détail dans la thèse de M. Olivera De Araújo [53]. Ensuite, il y a une phase de temps de vol (TOF pour time of flight), qui en fonction du temps de vol nous permet de faire varier l'épaisseur optique voulue. Enfin, nous avons les impulsions, il en est réalisé un total de 12. Chaque impulsion est espacée de 1 ms, permettant de sonder différentes épaisseurs optiques grâce à la dilatation du nuage au cours du temps. Les impulsions sont réalisées avec un générateur de fonctions arbitraires.

Notons que le temps de chargement du MOT est d'environ trois secondes, on peut cependant voir qu'il n'est que de 60 ms dans les cycles. Cela vient du fait que l'enchaînement rapide des cycles permet une re-capture des atomes. Notons également que l'asservissement de l'EOM est effectué seulement pendant la phase de MOT, qui est la plus longue. En effet, il est nécessaire de le couper le reste du temps, du fait que l'intensité dans l'EOM, et donc sur la photodiode d'asservissement, n'est pas la même en fonction des différentes phases (MOT, DMot, ...), ce qui fait saturer la photodiode pour certaine d'entre elle et donc rend impossible l'asservissement. De plus, pendant les phases d'impulsions, il n'est évidemment pas possible d'asservir sur un minimum et en même temps effectuer les impulsions.

3.1.4 Le dispositif et les cycles pour l'imagerie

Le dispositif d'imagerie par absorption permet de mesurer les caractéristiques du nuage d'atomes, tels que la taille du nuage, l'épaisseur optique, la densité ou le nombre d'atomes. L'imagerie consiste à la prise de trois images. La première mesure l'absorption du nuage, une impulsion est envoyée sur les atomes et la caméra mesure l'ombre induite par l'absorption des atomes. La seconde image mesure le profil de la sonde, on envoie ainsi une impulsion directement sur la caméra sans le nuage. Il est donc nécessaire d'avoir un temps de pause d'au moins 70 ms , permettant au nuage de partir. Enfin, la dernière image mesure la lumière parasite et le bruit du capteur, on prend ainsi une image sans impulsions et sans atomes. Cette image sera soustraite aux deux premières images. De tout cela, en divisant la première image corrigée, par la seconde corrigée également, nous obtenons l'épaisseur optique et les dimensions du nuage. De cela et en faisant quelques suppositions, nous parvenons à déduire l'ensemble des paramètres tels que la densité ou le nombre d'atomes. Plus de détails pourront être retrouvés dans les thèses précédentes [53, 47].

Sur la [Figure 3.6](#) nous avons représenté les cycles d'imageries. Ces cycles commencent par les mêmes étapes que les cycles de mesures, sauf que nous réalisons les images non pas après les douze impulsions, mais après un certain nombre d'entre elles, en fonction de l'épaisseur optique que nous voulons sonder.

La température du nuage est mesurée en effectuant des cycles d'imageries avec différents temps de vol (TOF). Cela nous permet de mesurer l'évolution de la taille caractéristique du nuage en fonction du temps, qui peut être reliée à la température du nuage.

Caractérisation du nuage d'atomes

Dans cette section, nous allons présenter les grandeurs typiques caractérisant nos nuages d'atomes froids. Sur la [Figure 3.7](#), nous avons représenté un exemple d'une image tirée du programme d'imagerie sur lequel on peut lire les différentes grandeurs. On a typiquement après le DMot sans temps de vol :

- Nombre d'atomes : 3×10^9
- Rayon caractéristique du nuage gaussien (σ) après le DMot (TOF = 0) : $700\ \mu\text{m}$
- Épaisseur optique max (après le DMot) à résonance, au centre du nuage (b_0) : 150
- Densité max au centre du nuage (n_0 ou ρ_0) : $5 \times 10^{11}\text{ cm}^{-3}$

Sur la figure [Figure 3.8](#), nous avons représenté l'évolution de la taille transverse du nuage en fonction du temps de vol, nous permettant de mesurer la température du nuage qui est d'environ $80 \pm 10\ \mu\text{K}$.



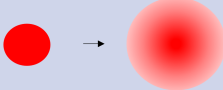

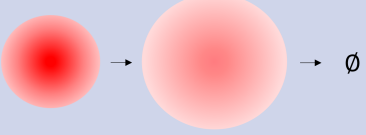

EVENEMENTS	TEMPS	EOM lock	b_0 /NOMBRE D'ATOMES	ETAT VISUEL DES ATOMES
MOT	60 ms	on	...	 $T = 100\mu K$
DARK MOT	20 ms	off	$100/10^9$	 $T = 80\mu K$
Ext B	1 ms	off
REPUMPER	0.5 ms	off
TOF	5 ms	$100 \rightarrow 5 / 10^9$		
PULSE 1	1 ms	off	...	
Pause	70 ms	off	...	
PULSE 2	1 ms	off	0	
Pause	70 ms	off	0	\emptyset
Background	1 ms	off	0	\emptyset

FIGURE 3.6 – Cycle pour l'imagerie. Nous avons représenté les différents évènements lors d'un cycle avec leur état visuel sur l'expérience, ainsi que le temps de chacun de ces événements. Nous avons également précisé l'état du lock de l'EOM et l'épaisseur optique du nuage. Le symbole \emptyset signifie qu'il n'y a pas d'atomes froids.

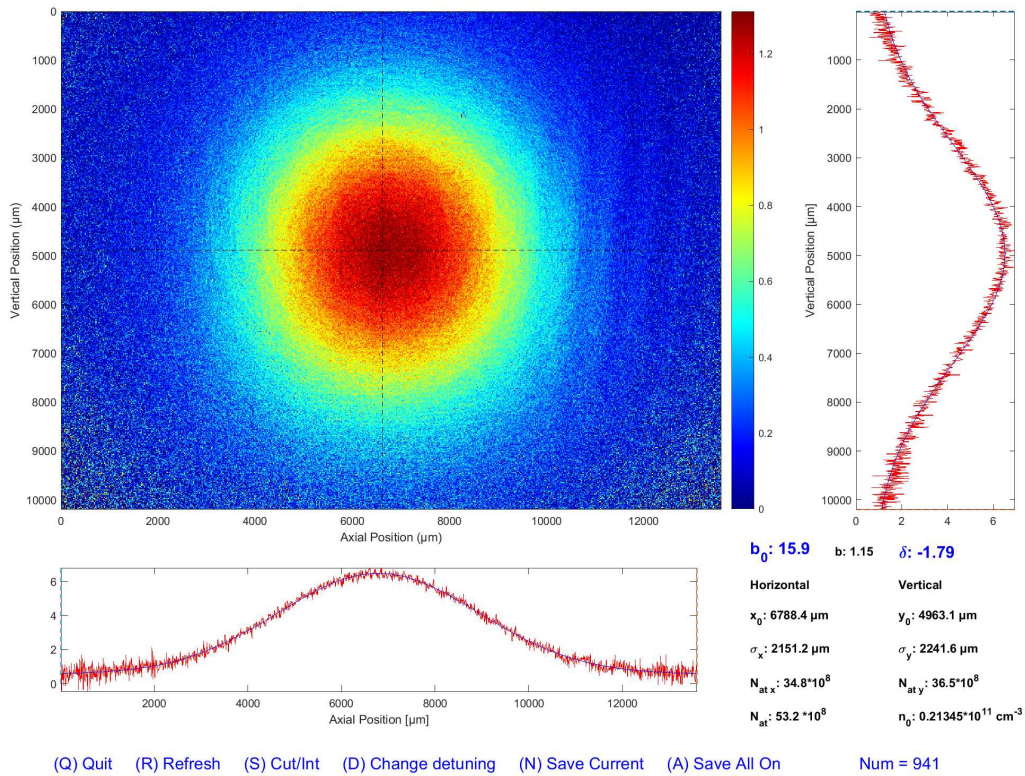


FIGURE 3.7 – Impression d'écran issue du programme d'imagerie Matlab. L'image centrale montre l'épaisseur optique du nuage d'atome en échelle de couleur. L'épaisseur optique est déduite en tout point par la formule de Beer-Lambert $b = -\ln\left(\frac{I_{in}}{I_{out}}\right)$. La croix en pointillés noire cible le centre du nuage et les axes sur lequel les sous figures horizontales et verticales sont tracées. Sur ces sous figures sont réalisées des fits Gaussiens permettant de déduire les grandeurs du nuage. Ces grandeurs peuvent être lues dans le coin droit. Pour cette image, nous avons réalisé un cycle tel que sur la Figure 3.6 avec un TOF=13 ms, sans impulsion de sonde (Probe = 0).

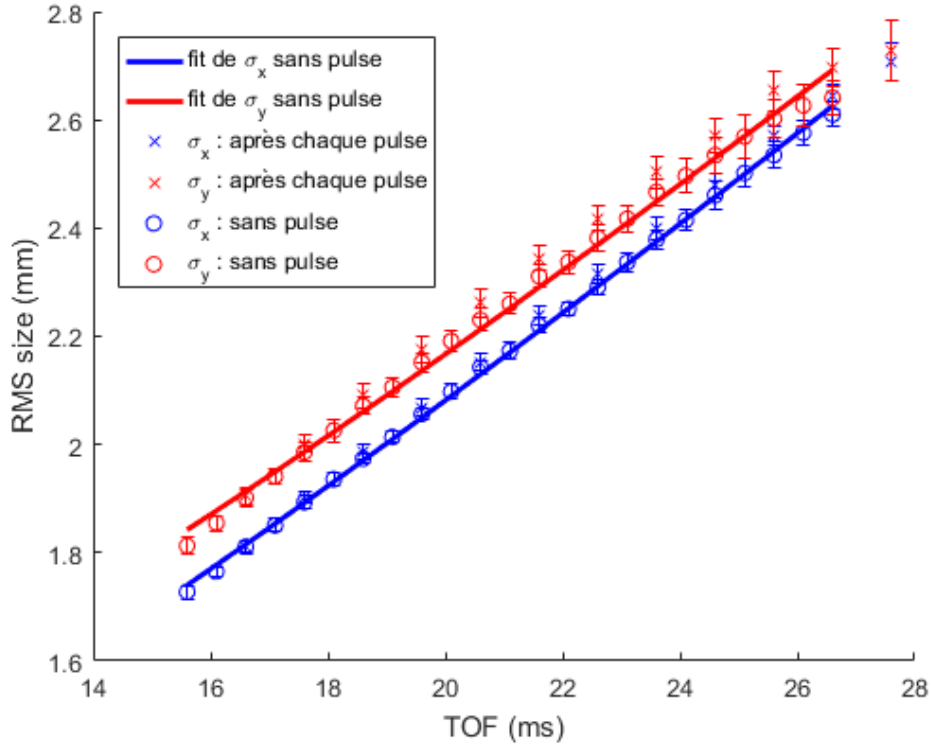


FIGURE 3.8 – Taille caractéristique σ_x et σ_y suivant les deux axes (x,y), en fonction du temps de vol des atomes (TOF). Les points en « \times » représentent les tailles caractéristiques sans qu'il y ait eu d'impulsions de mesures. Les points en « o » représentent les tailles caractéristiques prises après chaque impulsion (de 1 à 12, cf *sous-section 4.2.1*). On observe qu'il n'y a pas de différences significatives entre les différents points avec ou sans les impulsions, par conséquent, les impulsions n'affectent pas la température des atomes. Il existe un décalage entre les deux axes, cela est dû à l'asymétrie du nuage, cela n'affecte cependant pas les températures suivant les axes qui sont, aux incertitudes près, les mêmes. En trait plein, ce sont les courbes d'ajustement selon la formule $\sigma_{x/y}(t) = \sqrt{\sigma_{x/y}^2(0) + (v_{x/y}t)^2}$, avec $v_{x/y}$ la vitesse d'expansion de la taille caractéristique du nuage sur un des axes transverses. Cette vitesse est liée à la température par la formule $\frac{1}{2}k_B T = \frac{1}{2}mv^2$. On trouve des températures $T_x = 85.5 \mu K$ et $T_y = 85.2 \mu K$.

3.2 Le dispositif pour la super-radiance

3.2.1 Le dispositif de détection

Pour mesurer la lumière diffusée et donc la super et sous-radiance, il a été choisi par mes prédécesseurs un détecteur à photon unique, HPM (hybride photo-multiplier) de marque Hamamatsu R10467U-50. Son efficacité quantique est de 15 % à notre longueur d'onde, sa résolution temporelle est d'environ 60 ps. Celui-ci a l'avantage de combiner deux technologies de détection, permettant d'éviter « l'afterpulsing » particulièrement embêtant pour les mesures de sous-radiance. On pourra retrouver la comparaison de différents détecteurs dans la thèse de M. Oliveira De Araujo [53] sur la figure 2.10, justifiant le choix du HPM.

Le détecteur est placé à 35 degrés de la sonde, un filtre spectral à 780 nm et de bande passante de 10 nm a été ajouté afin de limiter la lumière parasite. L'ensemble des photons détectés sont convertis numériquement par le MCS (convertisseur analogique numérique), pour ensuite être traité informatiquement. On pourra, par la suite, réaliser un histogramme d'arrivée des photons, que l'on transformera en une courbe proportionnelle à l'intensité qui arrive sur le capteur en fonction du temps. La résolution temporelle de l'ensemble du dispositif HPM + MCS est de 0.4 ns.

Il est nécessaire d'utiliser un tel détecteur à photon unique, puisque dans le régime linéaire et pour notre nombre d'atomes, le nombre de photons diffusés est faible, montrons cela. D'après les résultats du premier chapitre ([sous-section 1.1.3](#)), il nous est possible de déterminer le nombre n de photons que le détecteur reçoit pendant un temps dt , à partir de la puissance de la lumière diffusée dans l'angle solide correspondant à ce que le capteur peut voir. En effet, pour cela il nous suffit de diviser l'énergie totale reçue par le détecteur pendant le temps de résolution de ce dernier de $dt = 0.4 \text{ ns}$: $P_{\text{diff}}(\Delta) \times dt$, par le quantum d'énergie élémentaire du photon : $\hbar\omega$. On obtient ainsi :

$$n(\Delta) = \frac{P_{\text{diff}}(\Delta) \times dt}{\hbar\omega}$$

Avec d'après l'[Équation 1.15](#), $P_{\text{diff}}(\Delta) = NI_0 \frac{k^4 |\alpha(\Delta)|^2}{4\pi} S/r^2$, où S est l'ouverture optique du détecteur et r la distance entre les atomes et le détecteur (S/r^2 est l'angle solide). On peut noter que la puissance diffusée totale est multipliée par le nombre d'atomes N comparé à la formule de l'[Équation 1.15](#) qui est valide pour un atome. Multiplier simplement la puissance diffusée par le nombre d'atomes, c'est négliger les effets d'atténuation, cela surestimera donc le nombre de photons diffusés dans le résultat final.

En considérant que notre détecteur est à 50 cm des 10^9 atomes, avec une ouverture optique de 2.5 cm, pour un paramètre de saturation de 10^{-3} , on obtient sur 0.4 ns, un nombre de photons sur le détecteur de :

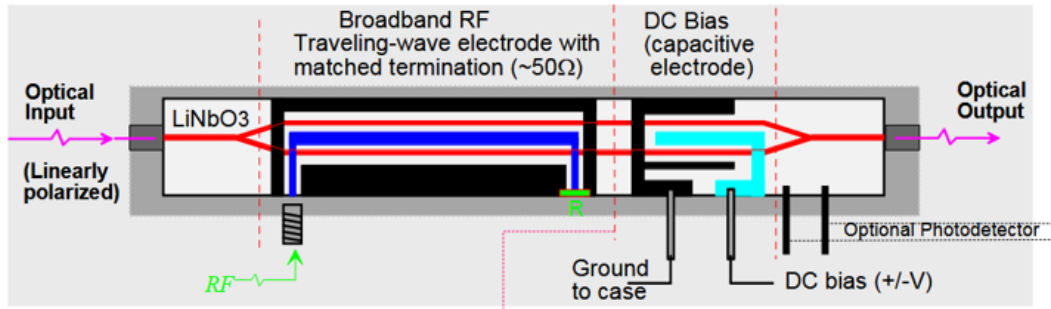


FIGURE 3.9 – Schéma illustrant l'intérieur de l'EOM issue de la documentation technique de la marque EOspace et de référence AZ-0K5-10-PFU-SFU-780, avec une bande passante de 40 GHz. L'entrée RF pilote le signal optique de sortie du dispositif, nous permettant de réaliser les impulsions rapides. L'entre DC bias, permet un contrôle lent servant à l'asservissement du dispositif.

$$n(\Delta = 0) \approx 26 \text{ photons}$$

$$n(\Delta = -10) \approx 0.07 \text{ photons}$$

On voit donc que le nombre de photons est faible, ce qui justifie l'utilisation d'un détecteur à photons uniques. Pour avoir le nombre de photons vu par le détecteur, il faudrait ajouter l'efficacité quantique de ce dernier.

3.2.2 Le dispositif pour réaliser des coupures rapides et variables

Notre objectif étant d'observer la super-radiance, il nous est nécessaire de réaliser des coupures rapides plus petites que le temps typique de décroissance des atomes, qui est de 26 ns. Pour cela, l'utilisation d'un AOM n'est pas suffisant, même en travaillant sur la focalisation du faisceau dans l'AOM, il n'est pas possible d'avoir des extinctions inférieures à 15 ns. Nous utilisons ainsi ce que nous appelons un EOM (electro-optic modulator) d'intensité, qui est un modulateur de phase placé dans un interféromètre fibré de Mach-Zehnder (Figure 3.9). La bande passante du dispositif est de 40 GHz. La différence de phase entre les chemins optiques étant sensible aux écarts de température, le dispositif inclus un second modulateur de phase plus lent (capacitive electrode), nous permettant de réaliser un asservissement sur une phase constructive ou destructive du signal sortant.

Il est ensuite nécessaire de piloter le signal RF avec un dispositif suffisamment rapide et nous permettant de faire varier le temps d'extinction. Nous avons testé trois solutions. Premièrement, à l'aide d'un générateur d'impulsion ayant des extinctions fixe de 2 ns, nous avons réalisé un circuit RC avec des condensateurs réglables, afin de réaliser un filtre passe bas et dégrader le temps d'extinction. Cette solution s'est réalisée infructueuse et déformait complètement l'extinction

des impulsions avec un rebond. Cela vient du fait que nous sommes dans le domaine des radios fréquences, nécessitant une approche différente par rapport à l'électronique classique que nous avons utilisé. Nous nous sommes donc tournés, dans un second temps, vers une solution commerciale de filtre passe bas pour la radio fréquence, cela a réalisé ce que nous souhaitons. Nous avons cependant fini par opter pour un générateur de fonctions arbitraires (AFG) avec une bande passante de 250 MHz , nous permettant de réaliser n'importe quelle forme jusqu'à 2 ns d'extinction.

Caractérisation de l'extinction

Pour réaliser nos coupures rapides, nous sommes a priori limités par la bande passante du dispositif électronique de 250 MHz , plus que par l'EOM à 40 GHz . Le signal optique ne devrait donc pas être très différent de celui électronique, à la différence près induite par l'impédance des câbles. Il est cependant nécessaire de caractériser le signal optique avec notre instrument de mesure (HPM) afin de détecter toute anomalie. Il est également nécessaire de calibrer l'origine des temps, afin de pouvoir superposer correctement les signaux sans et avec atomes et pour différentes épaisseurs optiques. Pour réaliser la caractérisation, nous utilisons un papier blanc que nous plaçons sur le chemin de la sonde, de sorte que la lumière soit diffusée vers le détecteur. Sur la [Figure 3.10](#), nous avons tracé trois courbes d'extinction pour différents temps de coupures avec une extinction linéaire.

Il a également été testé la linéarité du détecteur, en utilisant différentes puissances de la sonde, afin de vérifier que dans nos régimes nous ne saturons pas le HPM.

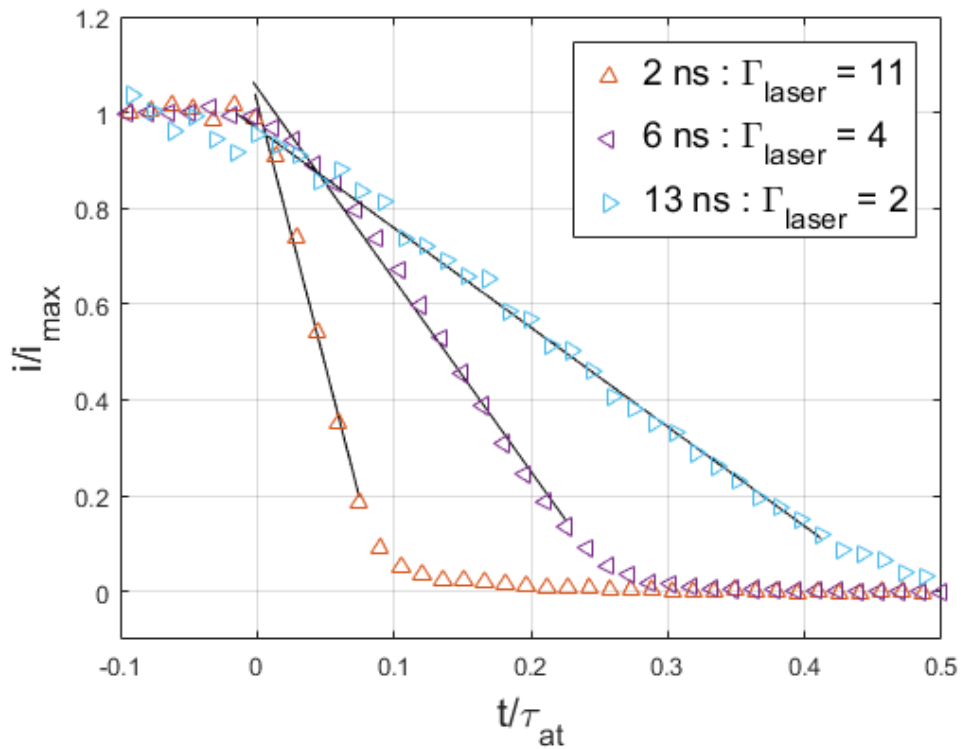


FIGURE 3.10 – Courbes d’extinction représentant l’intensité de la sonde normalisée en fonction du temps en unité de $\Gamma = 1/\tau_{at}$, pour trois paramètres d’extinctions fixés sur le générateur de fonctions arbitraires (2 ns, 6 ns et 13 ns), les fonctions d’extinctions ont été choisies linéaires. Des régressions linéaires d’équation : $i/i_{\max}(t) = 1 - \Gamma_{\text{laser}}t$ ont été réalisées sur l’intervalle $[0.1; 1]$, nous avons reporté les résultats des coefficients directeurs Γ_{laser} sur la courbe. On trouve pour 2 ns : $\Gamma_{\text{laser}} = 11$, pour 6 ns : $\Gamma_{\text{laser}} = 4$ et pour 13 ns : $\Gamma_{\text{laser}} = 2$.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le dispositif expérimental qui nous permet de réaliser des mesures de super-radiance en fonction du profil temporel de l'extinction de la sonde. Nous avons détaillé comment nous produisons et caractérisons nos atomes froids, ainsi que comment nous contrôlons l'expérience. Nous avons également décrit le dispositif de détection utilisé avec l'HPM pour mesurer la super-radiance et le dispositif permettant de réaliser des coupures rapides et variables de la sonde avec l'EOM et le générateur de fonction arbitraire. Enfin, nous avons caractérisé l'extinction du signal optique, ce qui sera nécessaire pour l'interprétation des résultats expérimentaux présentés dans le chapitre suivant.

Chapitre 4

Résultats et interprétations : Super-radiance en fonction du temps d’extinction de la sonde

Ce chapitre présente les résultats expérimentaux et l’interprétation théorique de la super-radiance en fonction du temps d’extinction de l’impulsion du laser de sonde. On va notamment se concentrer sur l’observation d’un phénomène que l’on a appelé la « bosse super-radiante », où le taux de super-radiance augmente puis diminue avec le temps d’extinction de la sonde. Pour commencer ce chapitre nous présenterons d’abord les prédictions théoriques du modèle de dispersion linéaire. Ensuite, nous détaillerons le protocole expérimental, notamment la procédure de prise de données et l’analyse des résultats. Après cela nous présenterons les résultats expérimentaux. Enfin, on comparera ces résultats avec les prédictions théoriques. On explorera également l’origine physique de la super-radiance et de la sous-radiance, en mettant en évidence le rôle de la diffusion multiple de la lumière et de l’élargissement spectral dû à l’extinction rapide de l’impulsion du laser incident.

4.1 La bosse super-radiante : les prédictions numériques préliminaires des modèles

Dans la [section 2.4](#) sur les questions ouvertes, nous avons évoqué l’effet non intuitif de la bosse super-radiante, c’est-à-dire le fait que le taux de super-radiance augmente puis diminue avec le temps d’extinction de l’impulsion laser de sonde. Nous allons dans cette section présenter les résultats numériques que nous évoquons (dans la [section 2.4](#)), montrant le phénomène. Ces résultats nous donneront des indications afin d’orienter les paramètres expérimentaux afin d’amplifier le phénomène.

4.1.1 Résultats numériques du modèle de la dispersion linéaire

À partir du modèle de la dispersion linéaire, nous avons réalisé une série de simulations pour différentes épaisseurs optiques et désaccords, nous avons représenté les résultats sur la [Figure 4.1](#). Le taux de super-radiance est déduit à partir d'une régression exponentielle effectuée sur les points entre 50% et 90% de l'intensité relative (cf la [Figure 4.7](#) où la régression est effectuée entre 20% et 90%).

Décrivons la tendance générale des courbes en fonction du taux d'extinction du laser de sonde. Pour des extinctions lentes, le taux de décroissance de la lumière diffusé est égal au taux d'extinction du laser. La courbe de diffusion d'intensité suit en fait celle de l'extinction du laser. Quand la vitesse d'extinction augmente, le taux de super-radiance est majoritairement supérieur à celui du laser. Quand il augmente encore, on arrive à un maximum pour la super-radiance, où l'augmentation du taux d'extinction n'améliorera pas la super-radiance et la dégradera. On voit donc ce qu'on appelle la « bosse super-radiante ». On ne s'attendait pas nécessairement à ce résultat, puisque cela veut dire que la super-radiance n'est en fait pas maximale pour l'extinction la plus rapide.

Les résultats des simulations nous montrent également que la bosse est plus importante pour des grands désaccords et des petites épaisseurs optiques, pour des désaccords trop faibles, nous ne voyons pas la bosse. Réaliser ces mesures expérimentalement représente un défi comparé aux précédentes mesures ([\[45\]](#)) qui ne nécessitaient pas de petites épaisseurs optiques et de grands désaccords, en effet :

- Un **grand désaccord** signifie peu d'interactions avec les atomes, cependant cela peut être compensé en augmentant l'intensité de la sonde tout en restant dans le régime de l'optique linéaire. Le désavantage de cela est que nous augmentons aussi la proportion de lumière diffusée par les vitres et celle par les atomes chauds, ce qui augmente le bruit.
- Une **faible épaisseur optique** réduit la quantité de lumière diffusée, car il y a moins d'interactions avec les atomes. La seule solution pour améliorer le signal est d'augmenter le nombre de séquences et donc le temps d'intégration. Cela a le désavantage d'augmenter le bruit induit par la dérive lente des plateaux des impulsions et de rendre les mesures très longues, augmentant la chance d'un potentiel problème technique (perte d'un lock laser ou EOM, variations de température ou d'humidité).

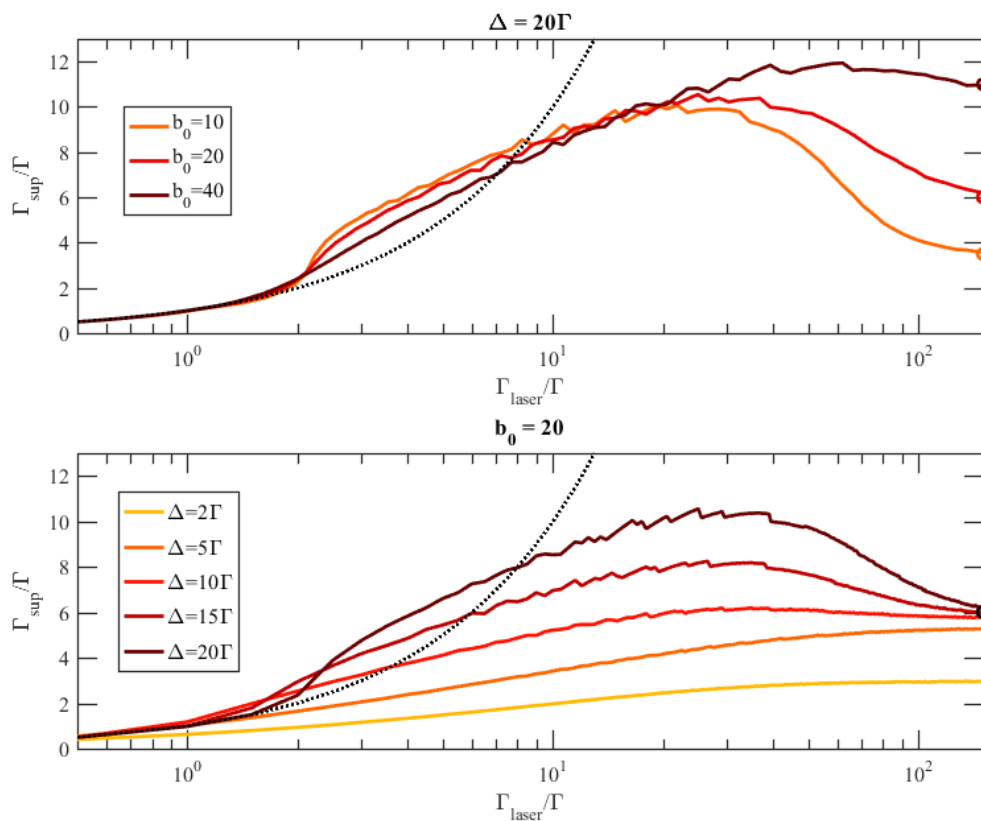


FIGURE 4.1 – Comparaisons des taux de super-radiance Γ_{sup} , en fonction du taux d'extinction du laser incident Γ_{laser} en échelle semi-log. Sur la figure du bas, nous sommes à $b_0 = 20$ fixé et on fait varier le désaccord. Sur la figure du haut, nous sommes à désaccord $\Delta = 20\Gamma$ fixé et on fait varier l'épaisseur optique. Les ronds placés à grand Γ_{laser} représentent les valeurs asymptotiques analytiques calculées à partir de l'Équation 2.6. La ligne en pointillé noire représente la limite lente d'équation $\Gamma_{\text{sup}} = \Gamma_{\text{laser}}$.

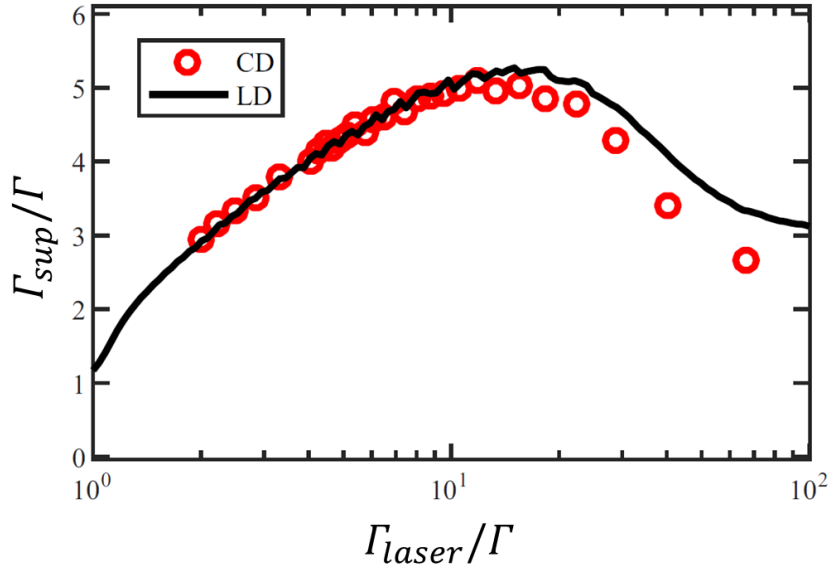


FIGURE 4.2 – Comparaison entre le modèle CD (ronds rouges) et LD (trait plein noir) du taux de super-radiance $\Gamma_{\text{sup}}/\Gamma$ en fonction du taux d’extinction de la sonde $\Gamma_{\text{laser}}/\Gamma$ en échelle semi-log. Le désaccord est $\Delta = -8\Gamma_0$; l’épaisseur optique à résonance $b_0 = 8.4$; la direction d’observation de 45° et les régressions en exponentiels pour déterminer les taux de super-radiance sur les données brutes sont réalisées sur l’intervalle temporel $0.5 < i(t)/i_{\text{max}} < 0.9$. Avec $i(t)$ l’intensité diffusée simulée pas les modèles.

4.1.2 Comparaison des modèles de la dispersion linéaire et des dipôles couplés

Précédemment avec la [Figure 2.2a](#) (tiré de l’article [30]), nous avons vu une comparaison des taux de super-radiance entre les modèles LD et CD en fonction de l’épaisseur optique à résonance. Afin de vérifier, dans le cas de la bosse, la validité du modèle LD par rapport au modèle CD, nous avons effectué une comparaison des taux de super-radiance en fonction du temps d’extinction du laser. Nous avons reporté les résultats sur la [Figure 4.2](#). On peut déjà dire que la bosse est toujours présente avec le modèle CD, on remarque que les modèles sont en accord pour des extinctions lentes de la sonde et divergent à mesure que les extinctions s’accélèrent. Cela n’invalidé pas le modèle LD, cette divergence peut être minimisée en réduisant la zone dans laquelle on effectue la régression pour obtenir les taux de super-radiance, car cette divergence est due aux approximations intrinsèques au modèle LD. En effet, du fait que ce dernier néglige tous les événements de seconde diffusion, donc les événements qui vont ralentir la sortie de la lumière, il va surestimer la super-radiance. Dans les cas où l’extinction est rapide, on le verra dans la suite, il y aura une plus grande partie du spectre de la lumière incidente proche de résonance, donc plus de lumière absorbée et négligée par le modèle LD et donc une surestimation plus importante de la super-radiance.

4.2 Protocoles expérimentaux

4.2.1 Protocole pour la prise de données

Notre objectif est de mesurer la super-radiance, soit la pente, ou le taux de décroissance Γ_{sup} de la courbe juste après l'extinction de la sonde, pour différents temps d'extinction Γ_{laser} , désaccords Δ et épaisseurs optiques à résonance b_0 . Dans ce qui suivra, nous appellerons un point, une mesure de super-radiance Γ_{sup} pour un trio $(\Gamma_{\text{laser}}, \Delta, b_0)$ fixé. Détaillons comment nous procédons à la réalisation de la mesure d'un tel point.

La prise de mesure d'un point nécessite d'enchaîner des cycles de mesure de super-radiance comme décrit sur la [Figure 3.5](#) à un désaccord et à un temps d'extinction fixé. En effet, ayant des capteurs à photons uniques, il nous est nécessaire d'intégrer nos mesures sur plusieurs cycles, environs huit-cents-mille, pour avoir un signal exploitable nous permettant d'évaluer le taux de super-radiance. Nous nommerons l'ensemble de l'enchaînement de ces cycles une séquence. Rappelons-nous dans le précédent chapitre ([sous-section 3.1.3](#)), que la mesure en fonction de l'épaisseur optique est directement intégrée dans le cycle de mesure, puisque dans la phase de sonde, nous réalisons un total de douze impulsions, chacune d'elles espacées d'une milliseconde, soit des impulsions réalisées à différentes valeurs de b_0 dû à l'expansion du nuage.

En ce qui concerne la caractérisation du nuage, nous permettant de déterminer l'épaisseur optique, nous l'incluons dans les séquences décrites précédemment. Pour cela, tous les deux cents cycles de mesures ([Figure 3.5](#)), nous intercalons un cycle d'imagerie ([Figure 3.6](#)), avec un nombre d'impulsions variable. Cela nous permet de sonder le nuage et en particulier l'épaisseur optique, après chaque impulsions (de 1 à 12). Ces mesures nous permettent de relever également la température du nuage. Une description plus détaillée de l'entrelacement des cycles de mesures (pour la sous-radiance) et d'imagerie peut être trouvée dans la thèse d'Ana Cipris [\[47\]](#).

Pour résumer, la mesure d'un point $\Gamma_{\text{sup}}(\Gamma_{\text{laser}}, \Delta, b_0)$, est réalisé en effectuant un enchaînement de séquences composées de différents cycles. Pour deux cents cycles de mesure de super-radiance, un cycle d'imagerie sera lancé. Chaque cycle d'imagerie aura un événement (probe) avec un nombre d'impulsions qui évoluera de 1 à 12. Une séquence est donc composée de $12 \times (200 + 1) = 2412$ cycles. Nous avons résumé cela sur la [Figure 4.3](#). A la fin d'une série d'environ 350 séquences, soit environs 800 000 cycles, nous pouvons extraire 12 points $\Gamma_{\text{sup}}(\Gamma_{\text{laser}}, \Delta, b_0)$ (avec 12 b_0 différents) en évaluant la pente de la courbe juste après l'extinction. Sur la [Figure 4.4](#), nous avons représenté la superposition de l'intensité diffusée à l'extinction de l'impulsion incidente, que nous obtenons à la suite d'une série de séquences de mesures.

Notons que sur la [Figure 4.4](#), les temps utilisés pour permettre la superposition

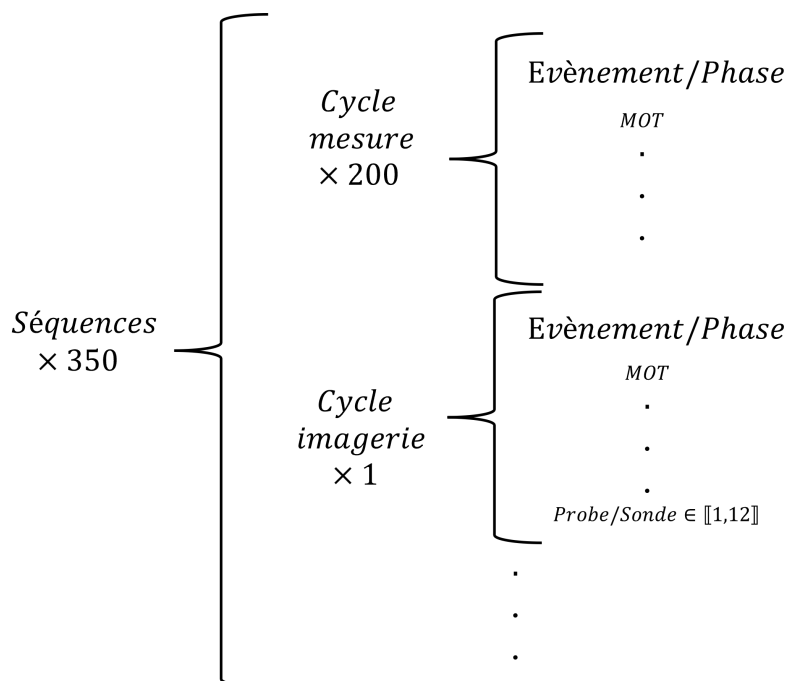


FIGURE 4.3 – Schéma montrant l’enchaînement des séquences composées de 200×12 cycles de mesures (Figure 3.5) et de 12 cycles d’imagerie (Figure 3.6).

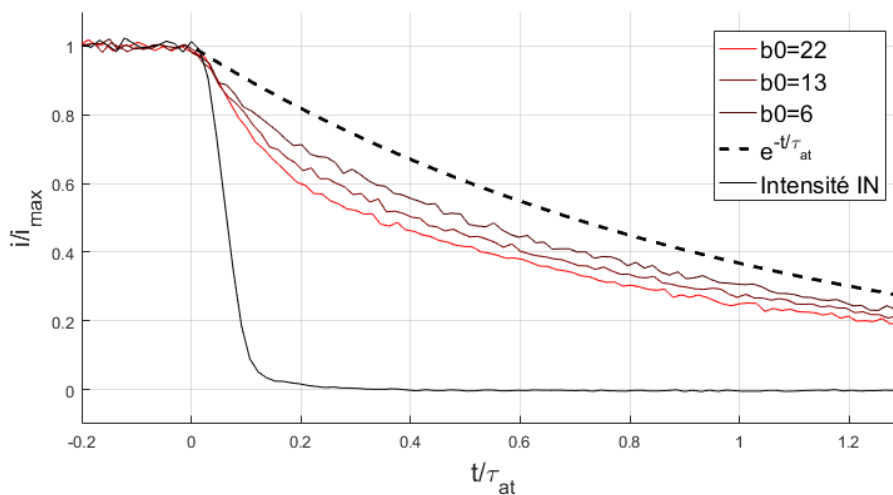


FIGURE 4.4 – Graphique montrant l’intensité de la lumière diffusée à 35° dans l’HPM en fonction du temps en unité de $\tau_{at} = 1/\Gamma$, pour les impulsions superposée 1, 6 et 12, associées aux épaisseurs optiques à résonance $b_0 = [6, 13, 22] \pm 2$. Est également superposé l’intensité du signal entrant ainsi que la décroissance naturelle de l’atome unique. L’ensemble des courbes sont normalisée de sorte que les plateaux des impulsions valent 1. De plus, le zéro de l’intensité a été fixé en supprimant les décalages possibles (offset) évalués à des grands temps.

des différentes courbes ont été ajustés à partir de la mesure de l'intensité diffusée sur un papier blanc (sans atomes). Un décalage supplémentaire a été ajouté entre la mesure sur papier blanc et la mesure réel, afin de prendre en compte le fait que les chemins optiques ne sont pas les mêmes entre les deux mesures. Cette différence est de l'ordre de 20 *cm*, soit 0.65 *ns*.

Corrections : Fluorescence du gaz chaud environnant et réflexions des vitres de la cellule

La mesure d'un point, comme nous l'avons décrite précédemment, n'est en réalité pas correcte pour la détermination du vrai taux de décroissance super-radiant Γ_{sup} . En effet, la diffusion des atomes chauds présents dans la cellule n'est pas négligeable. Bien que leur densité soit inférieure à celle des atomes froids, leur volume visible par le détecteur (HPM) est plus important. Il est donc nécessaire d'effectuer une seconde mesure (série de séquences), sans les atomes froids. Cela nous permet d'évaluer le signal venant des atomes chauds afin de le soustraire à la première mesure, avec une normalisation adaptée.

Il existe un second biais, venant de la réflexion et de la diffusion de la sonde sur les vitres de la cellule. On peut évaluer cette contribution en comparant le signal reçu par le HPM pour une sonde très loin de résonance. On obtient environ 4% du signal total (chaud + froid) provenant des vitres. Il faudra donc soustraire cette contribution du signal entrant au signal mesuré pour supprimer cet effet. Regardons dans ce qui suit comment nous nous y prenons pour prendre en compte tous ces aspects.

Il est possible de réaliser une mesure complète, prenant en compte tous les biais énoncés, en effectuant la mesure de deux courbes d'intensités. Une première I_1 , avec les atomes froids et une seconde I_2 , sans les atomes froids, donc avec seulement la vapeur chaude. Si l'on décompose ces signaux avec les différentes contributions des atomes chauds I^c , froids I^f et des réflexions des vitres I^r , on peut écrire :

$$\begin{cases} I_1 = I_1^f + I_1^c + I_1^r \\ I_2 = I_2^c + I_2^r \end{cases}$$

Détermination des coefficients de normalisation L'objectif est donc maintenant de trouver la bonne normalisation, afin de pouvoir soustraire ces signaux et n'avoir plus que le signal froid des atomes. Notons qu'on ne peut pas les soustraire directement, car $I_1^c \neq I_2^c$ et $I_1^r \neq I_2^r$. En effet, entre les deux mesures (1 et 2), le nombre de séquences n'est pas rigoureusement le même, de plus, la puissance envoyée par la sonde peut également varier, dû à certaines instabilités expérimentales. Nous devons donc corriger cela avant de pouvoir effectuer les soustractions.

Soit :

- $N_{\text{cycl},1}$: Le nombre de cycles de mesures pendant la mesure numéro 1. Ce nombre de cycles est compté par le programme réalisant le comptage des photons.
- $N_{\text{cycl},2}$: Le nombre de cycles de mesures pendant la mesure numéro 2.
- A_1 : L'amplitude moyenne de l'intensité sonde pour la mesure 1. Cette amplitude est obtenue à partir de la courbe enregistrée par la photodiode « femto » (cf [Figure 3.2](#)).
- A_2 : L'amplitude moyenne de l'intensité sonde pour la mesure 2.

En normalisant les intensités par le nombre de cycles et par les intensités de la sonde, nous sommes en mesure d'établir des relations entre les intensités des deux mesures, telles que : $\frac{1}{N_{\text{cycl},1}A_1}I_1^c = \frac{1}{N_{\text{cycl},2}A_2}I_2^c$ et $\frac{1}{N_{\text{cycl},1}A_1}I_1^r = \frac{1}{N_{\text{cycl},2}A_2}I_2^r$. De cela, nous pouvons soustraire les intensités entre elles de manière cohérente. On obtient ainsi :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{N_{\text{cycl},1}A_1}I_1 - \frac{1}{N_{\text{cycl},2}A_2}I_2 \\ &= \frac{1}{N_{\text{cycl},1}A_1} \left(I_1^f + I_1^c + I_1^r \right) - \frac{1}{N_{\text{cycl},2}A_2} (I_2^c + I_2^r) \\ &= \frac{1}{N_{\text{cycl},1}A_1} I_1^f \end{aligned}$$

En multipliant par $N_{\text{cycl},1}A_1$ et en posant, $R' = \frac{N_{\text{cycl},1}A_1}{N_{\text{cycl},2}A_2}$, on obtient :

$$I_1^f = I_1 - R'I_2$$

Par conséquent, en effectuant les deux mesures donnant I_1 et I_2 et en évaluant R' à partir de ces mesures, nous sommes capables de déterminer la fluorescence des atomes froids, sans même avoir besoin d'évaluer la contribution des vitres qui s'annule dans notre calcul.

Il est possible d'écrire la dernière expression sous une forme différente, en considérant un facteur $R = \frac{N_{\text{cycl},1}A_1I_{2,\text{max}}}{N_{\text{cycl},2}A_2I_{1,\text{max}}}$, représentant la proportion de fluorescence des atomes chauds dans la première mesure. Avec $I_{1,\text{max}}$ et $I_{2,\text{max}}$, les amplitudes maximales des intensités des mesures 1 et 2, permettant de les normaliser à un sur leurs plateaux. En posant I l'intensité normalisée à un (sur son plateau) de la fluorescence des atomes froids détectés par le HPM, on obtient :

$$I \equiv \frac{I_1^f}{(1-R)I_{1,\text{max}}} = \frac{1}{1-R} \left(\frac{I_1}{I_{1,\text{max}}} - R \frac{I_2}{I_{2,\text{max}}} \right)$$

Avec cette expression, on voit bien que l'intensité est normalisée à un et que R représente la proportion de fluorescence chaude dans le signal. Sur la [Figure 4.5](#), nous avons représenté $\frac{I_1}{I_{1,\text{max}}}$, $R\frac{I_2}{I_{2,\text{max}}}$, ainsi que $\frac{I_1^f}{I_{1,\text{max}}}$. On peut voir que $R \approx 60\%$,

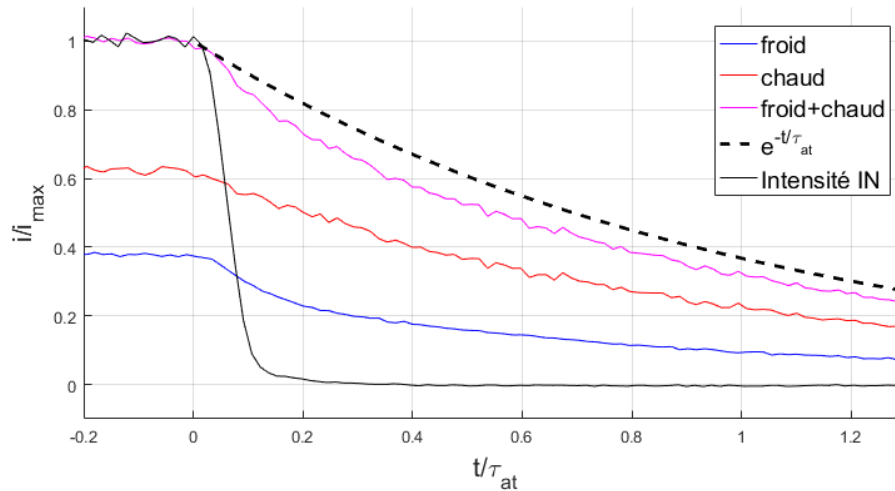


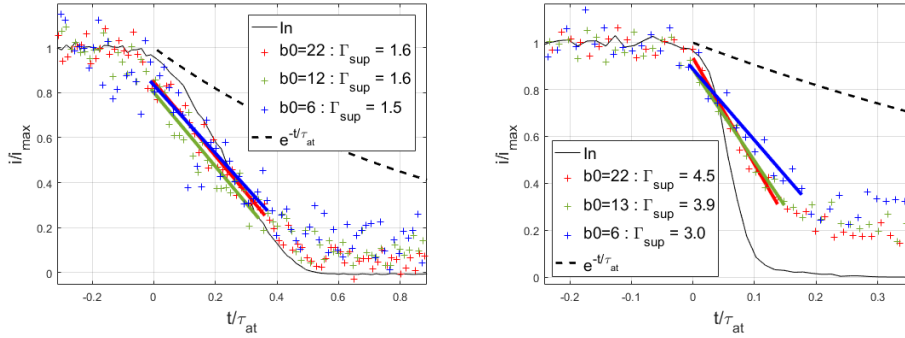
FIGURE 4.5 – *Superposition de courbes d'intensités en fonction du temps en unité de $\tau_{\text{at}} = 1/\Gamma$, pour un $b_0 = 22 \pm 2$. On a le signal chaud $R \frac{I_2}{I_{2,\text{max}}}$ en rouge, le signal froid $\frac{I_1^f}{I_{1,\text{max}}}$ en bleu, la somme des deux $\frac{I_1}{I_{1,\text{max}}}$ en violet, le signal incident de la sonde en noir et la décroissance naturel de l'atome unique en pointillé.*

ce qui n'est absolument pas négligeable.

4.2.2 Protocole pour l'analyse des résultats

Une fois les mesures effectuées, on cherche à analyser les résultats. La principale difficulté que nous avons rencontrée dans cette analyse s'est située sur la manière de réaliser les ajustements pour rendre compte du phénomène de super-radiance. Est-il meilleur d'utiliser une régression linéaire ou exponentiel ? Sur quel intervalle réaliser la régression pour ne pas prendre en compte la sous-radiance ?

De nombreux tests ont été faits, ce qui a été choisi afin de comparer au mieux les résultats entre eux, est de réaliser une régression linéaire sur les points expérimentaux situés entre 20% et 90% du plateau de l'impulsion. Les régressions en exponentiel sont a priori plus naturelles à utiliser. En effet, les précédentes expériences de sous-radiance étaient bien ajustées avec des expressions en exponentielles, de même pour les précédentes expérience de super-radiance. Cependant, du fait que nous utilisons un profil d'extinction de la sonde linéaire afin d'obtenir des temps d'extinction les plus rapides possibles, il s'avère que pour les extinctions les plus lentes, la dynamique de la lumière diffusée est linéaire également. On a donc choisi une régression linéaire pour analyser nos résultats. Ce choix n'est pas contradictoire à la comparaison des précédents résultats ajustés en exponentielles, pour des coupures rapides. En effet, au



(a) Coupure à 12 ns ($\Gamma_{\text{laser}} = 2\Gamma$) (b) Coupure à 2 ns ($\Gamma_{\text{laser}} = 11\Gamma$)

FIGURE 4.6 – Mesure de l’intensité de la fluorescence des atomes à 35° , à l’extinction du laser de sonde désaccordé à $\Delta = -10$. Pour chacune des courbes, nous avons représenté trois différentes épaisseurs optiques à résonance avec les valeurs des taux de super-radiance. Ces taux sont extraits de la régression linéaire ayant pour équation : $I = \frac{i}{i_{\text{max}}} = -\Gamma_{\text{sup}}t/\Gamma + \text{cst}$, effectuée sur les points expérimentaux entre 20% et 90%. La régression linéaire nous donne une erreur typique maximale à σ : $\Delta\Gamma_{\text{sup}} = \pm 0.5$ pour les extinctions les plus rapides.

premier ordre pour des petits temps, une exponentielle se développe en une expression linéaire. Or la super-radiance s’analyse sur un petit intervalle de temps comparé à la sous-radiance, il n’est donc pas absurde de pouvoir comparer les précédents et nouveaux résultats même si les régressions sont différentes.

Nous pouvons à présent présenter un exemple de courbes de fluorescence des atomes froids normalisées à un, avec leurs ajustements linéaires nous permettant d’extraire les taux de super-radiance pour différentes épaisseurs optiques à résonance b_0 . Nous avons choisi de représenter les courbes pour l’extinction la plus lente Figure 4.6a et la plus rapide Figure 4.6b. Nous pouvons voir que les points semblent beaucoup plus bruités que sur la Figure 4.5. Cela est dû au fait que le bruit dépend de l’épaisseur optique choisie, plus elle est petite, plus le bruit sera grand. Ainsi, les courbes à $b_0 = 6$ sont très bruitées.

4.3 Les résultats expérimentaux

Sur la Figure 4.7, nous avons représenté l’ensemble des résultats de nos mesures, nous avons comparé les taux super-radiant pour trois jeux de données à un b_0 fixé pour deux désaccords différents. Ces résultats cumulent un temps efficace de 30 jours de mesures. On peut observer, même si les résultats ne sont pas très significatifs, que plus l’épaisseur optique est faible et plus la bosse est prononcée. Cela semble également se confirmer avec le désaccord, plus il est grand, plus la bosse semble prononcée.

Afin de comprendre pourquoi la bosse est beaucoup moins prononcée

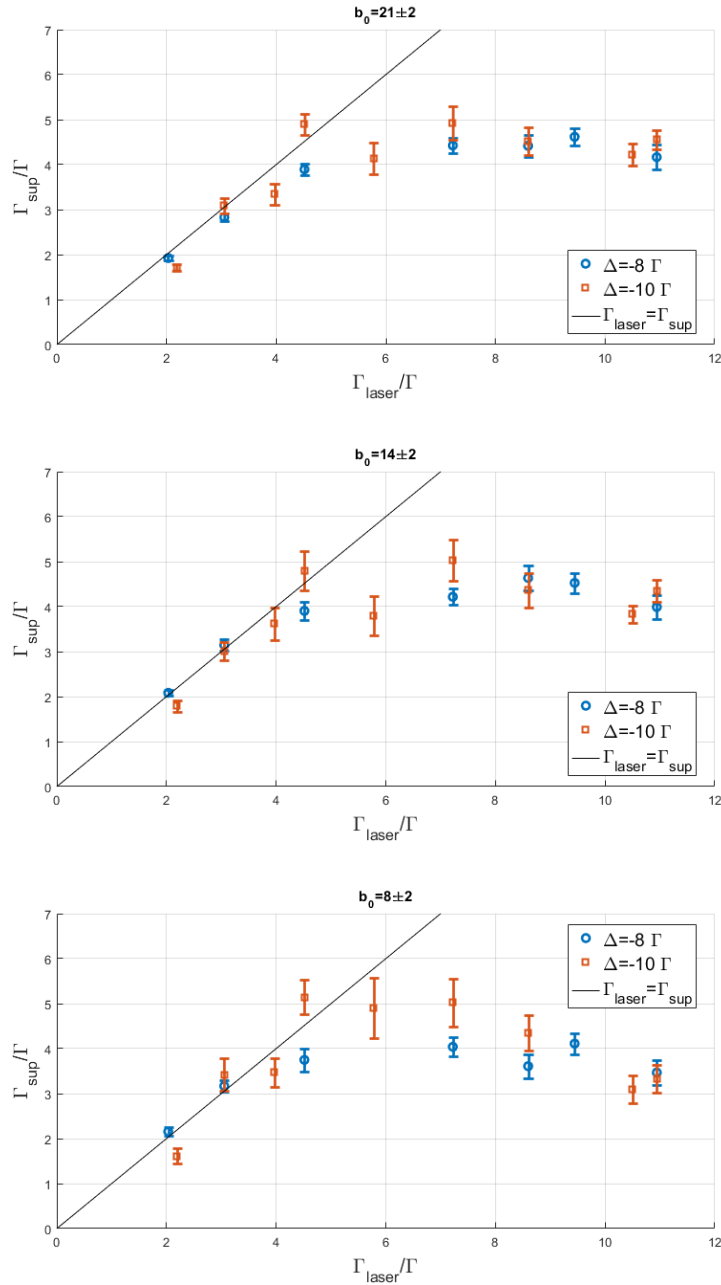


FIGURE 4.7 – Taux super-radiant Γ_{sup} , en fonction du taux d'extinction du laser Γ_{laser} . Sur la première courbe, $b_0 = 21 \pm 2$; sur la deuxième, $b_0 = 14 \pm 2$; et sur la troisième, $b_0 = 8 \pm 2$. Pour chaque courbe, des données ont été prises pour deux désaccords : en rouge $\Delta = -10\Gamma$ et en bleu $\Delta = -8\Gamma$. Les barres d'erreurs représentent une déviation standard (1σ). La saturation de la sonde est $s \approx 5 \times 10^{-4}$, la température des atomes est $T \approx 90 \mu\text{K}$.

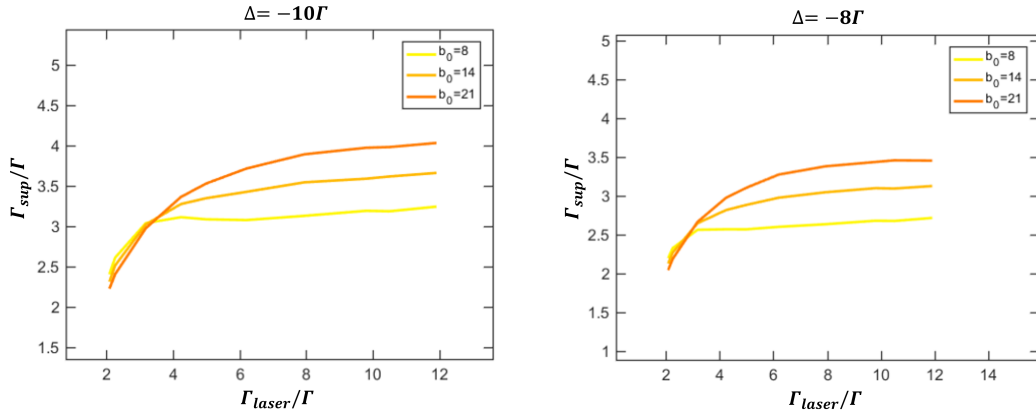


FIGURE 4.8 – Taux super-radiant Γ_{sup} en fonction du taux d’extinction du laser Γ_{laser} calculé à partir du modèle de la dispersion linéaire avec les profils réel d’extinctions. Le graphe de gauche est donné pour un désaccord $\Delta = -10\Gamma$, celui de droite pour $\Delta = -8\Gamma$. Sur chacun des graphes on a tracé 3 courbes pour différentes épaisseurs optiques à résonance (8, 14 et 21) comme pour les courbes expérimentales.

qu’attendu, nous avons effectué une étude théorique avec les paramètres expérimentaux et notamment le profil réel d’extinction. Cela a montré que la bosse super-radiante est quasi inexistante avec le profil d’extinction réel (Figure 4.8). De plus, les résultats numériques sous-estiment la super-radiance, alors qu’on s’attendrait au contraire du fait que le modèle LD la surestime. Notons que cette surestimation de la super-radiance se retrouve dans la Figure 2.2b pour des petits b_0 et de grands désaccords, nous espérons que cela puisse être corrigé par la prise en compte du profil réel d’extinction, ce n’est finalement pas le cas, la question reste donc toujours ouverte. Notons qu’il aurait aussi été intéressant de refaire les mesures avec un profil d’extinction exponentielle, cependant du fait de la bande passante limite du générateur de fonction arbitraire, il n’a pas été possible d’atteindre les taux d’extinctions souhaités afin de pouvoir observer la bosse.

4.4 Interprétation de l’origine physique de la super et sous-radiance

Dans la dernière section de ce chapitre nous allons tenter de répondre aux questions ouvertes que nous avons posées dans la section 2.4. On va donc s’intéresser à : l’explication de ce qu’est la super-radiance, d’où vient la bosse, ainsi qu’au lien entre super, sous-radiance et diffusion multiple.

À partir du modèle de la dispersion linéaire, nous avons mené une étude plus générale sur la bosse super-radiante en fonction de différents paramètres et

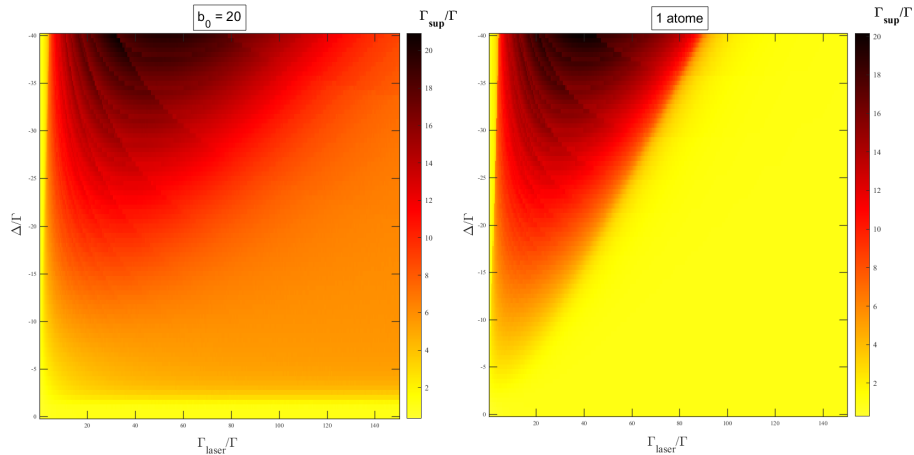


FIGURE 4.9 – Comparaisons des taux de super-radiance Γ_{sup} en échelle de couleurs (jaune vers rouge), en fonction du taux d'extinction du laser incident Γ_{laser} en abscisse et du désaccord Δ en ordonné. Sur la figure de gauche nous avons une épaisseur optique $b_0 = 20$. Sur celle de droite, nous avons représenté le cas pour un atome.

nous avons comparé la différence entre un atome et plusieurs. Les résultats sont représentés sur la Figure 4.9. La première chose qu'on peut remarquer, c'est que la bosse super-radiante n'a rien d'un effet collectif, puisque la bosse est toujours présente dans le cas à un atome. On peut noter que le maximum de la super-radiance est obtenu sur une droite d'équation $\Delta = \Gamma_{\text{laser}}$. Finalement la seule chose qui change quand l'épaisseur optique augmente, concerne le régime quand l'extinction est rapide, où l'on remarque que la super-radiance persiste.

Dans ce qui suit, nous allons regarder plus en détail comment comprendre l'évolution de la super-radiance en fonction de nos différents paramètres. Nous allons essayer de donner une interprétation nous permettant de deviner, sans calcul, quel devrait être le profil d'extinction de la lumière diffusé.

4.4.1 Explication de la bosse super-radiante à un atome

Comme nous l'avons vu, la bosse super-radiante n'est pas dû à un effet collectif, elle apparaît juste à cause du changement du profil de l'extinction. On peut néanmoins se poser la question de pourquoi cette bosse apparaît. À un atome, l'Équation 2.5 de la théorie de la dispersion linéaire se simplifie en supprimant les termes dépendant de b_0 en rouge sur la Figure 2.1, ce qui donne pour l'intensité en fonction du temps :

$$I_{\mathbf{k}'}(t) \propto \int d^3\mathbf{r} \rho(\mathbf{r}) \left| \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \tilde{E}_0(\omega) e^{-i\omega t} \bar{\alpha}(\omega) \right|^2 \quad (4.1)$$

Pour expliquer la bosse super-radiante à un atome, nous allons partir de cette forme qui utilise le point de vue spectral de la lumière. L'extinction rapide du

champ va causer un élargissement du spectre $\tilde{E}_0(\omega)$. L'atome modélisé avec la polarisabilité $\bar{\alpha}(\omega)$ n'étant pas sensible de la même manière aux différentes composantes spectrales, ce dernier va les redistribuer en fonction du désaccord et de la largeur initiale du spectre. C'est cette redistribution ou distorsion du spectre qui explique notre phénomène. Voyons cela plus en détail.

Sur le schéma de la [Figure 4.11](#), nous avons représenté différents cas de figures de l'extinction du laser incident du point de vue spectral, afin d'illustrer et d'expliquer le phénomène de la bosse super-radiante. Pour interpréter notre schéma, nous allons nous aider de la [Figure 4.10](#), qui est la même que la [Figure 4.9](#) de droite, où nous avons ajouté une ligne horizontale avec différents points A, B, C, D et E, relatifs aux différents cas de la [Figure 4.11](#). Ces points nous serviront à décrire l'état de la super-radiance à un désaccord fixé $\Delta = 31$, en fonction des différents taux d'extinction du laser Γ_{laser} . Détaillons point par point ce qui se passe, il sera nécessaire de lire la légende du schéma avant de poursuivre :

- **A** : La polarisabilité et le spectre incident ne se superposent pas, il s'ensuit que le spectre est simplement atténué plutôt homogènement. Le spectre sortant n'est donc pas déformé, le taux d'extinction est donc proche de celui incident. Dans ce cas, on dit que le signal sortant suit le profil du signal entrant. Le signal entrant s'éteignant lentement en suivant l'extinction naturelle, il en sera donc de même pour le signal sortant.
- **B** : C'est le même cas que pour le cas A, sauf que l'extinction est plus rapide que précédemment, donc le spectre du champ entrant est plus large. La largeur du spectre n'étant pas suffisante pour se superposer avec la polarisabilité, cette dernière n'aura donc qu'un effet d'atténuation comme dans le cas A. Le signal en sortie suivra le signal entrant, cependant, comme ce dernier est plus rapide que le taux naturel, la diffusion sera super-radiante.
- **C** : C'est le cas où la super-radiance est maximale, c'est-à-dire quand $\Gamma_{\text{laser}} = \Delta$. Comme précédemment, la polarisabilité ne joue toujours pas de rôle significatif, le spectre conserve donc plus ou moins sa forme originale et le profil d'extinction de la diffusion suit celui incident.
- **D** : On arrive dans le cas où $\Gamma_{\text{laser}} > \Delta$ et donc quand la polarisabilité va jouer un rôle de déformation du spectre incident. En effet, le spectre va être amplifié à résonance (à 0) et réduit autour de Δ . Il va s'ensuivre une réduction de la largeur du spectre, la super-radiance sera donc diminuée par rapport à précédemment. On peut remarquer qu'on aura le même taux de super-radiance que dans le cas B, sauf que le spectre incident n'est pas le même. En ce qui concerne le spectre en sortie, il aura certes

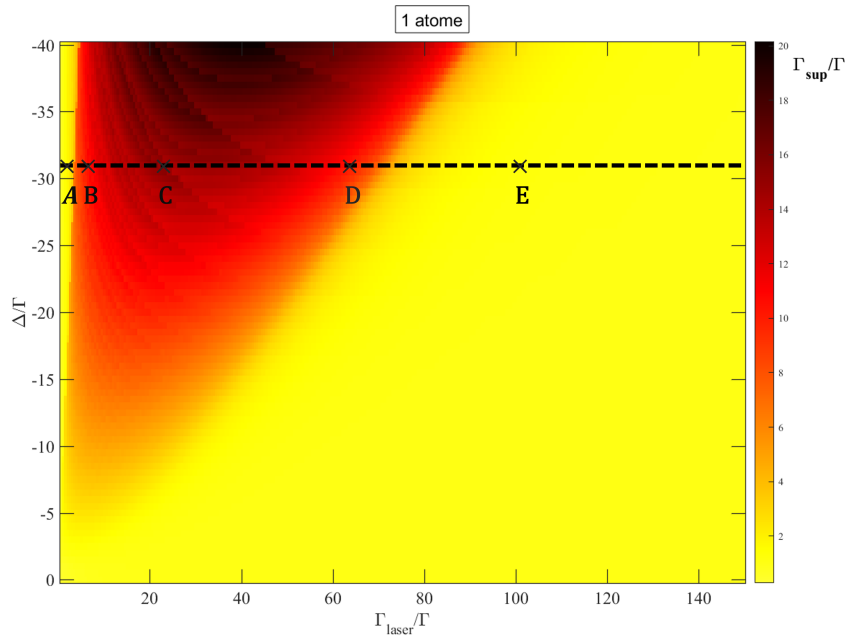


FIGURE 4.10 – Même graphique que celui de gauche dans la [Figure 4.9](#), pour lequel on a ajouté une ligne verticale à $\Delta = -31$ avec 5 points A, B, C, D et E pour décrire la [Figure 4.11](#).

la même largeur typique que celui en B, mais il ne sera pas centré au même endroit. Dans un cas, c'est autour de Δ , dans l'autre autour de la résonance à 0.

- **E** : Dans le cas extrême où $\Gamma_{\text{laser}} \gg \Delta$, correspondant à une extinction instantanée, le spectre sortant va prendre la même forme que la polarisabilité. La largeur sera donc la même que celle de la polarisabilité, l'extinction du champ diffusé suivra le profil naturel. Ce cas explique l'invariance de la super-radiance par rapport au désaccord, comme discuté dans la [sous-section 1.1.4](#) avec la [Figure 1.3](#). On voit maintenant que cette invariance est vraie que pour une coupure infiniment rapide.

4.4.2 Différence entre un et plusieurs atomes

On se pose maintenant la question de comment comprendre l'effet de la présence de plusieurs atomes. Nous avons vu que les effets de ces atomes, avec la [Figure 4.9](#), affectaient seulement les parties dans lesquelles la coupure est suffisamment rapide. Nous savons également que l'effet de leur présence sera de filtrer la lumière à résonance. Par conséquent, au moment de la diffusion, l'atome verra un spectre raboté autour de la résonance. On comprend déjà pourquoi les parties correspondantes à des excitations plus lentes (A, B, C et D), ne sont pas affectées par la présence de plusieurs atomes, puisque comme

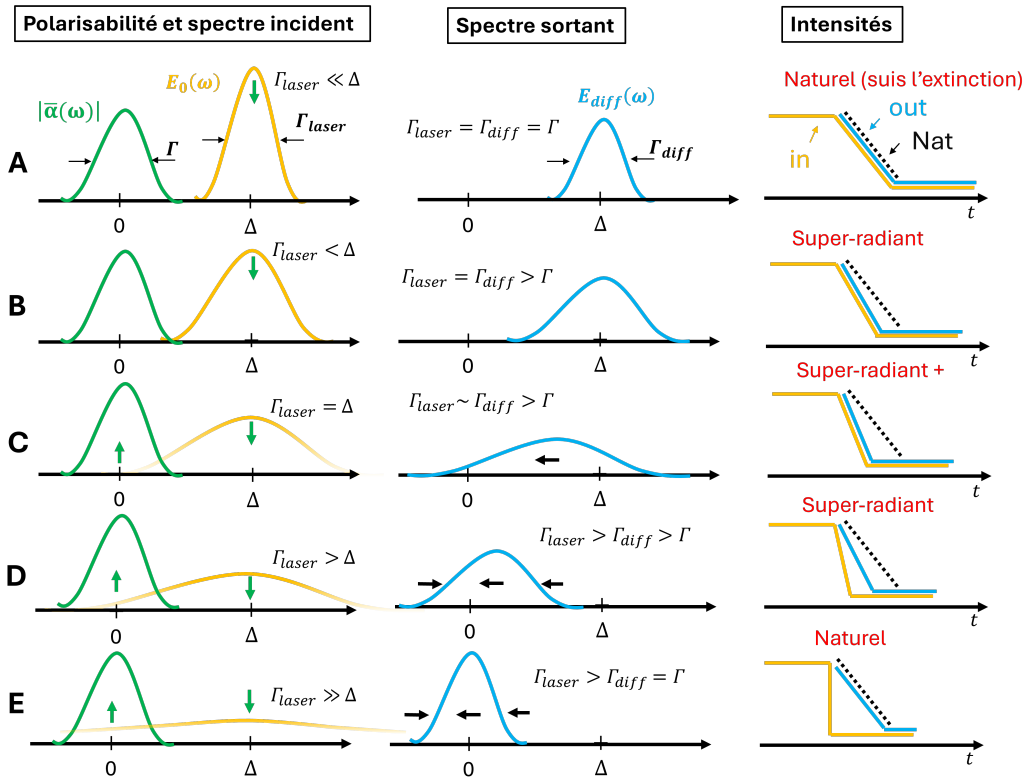


FIGURE 4.11 – Représentations de trois colonnes et cinq lignes pour décrire la bosse super-radiante à un atome en fonction du taux d’extinction Γ_{laser} du laser incident. La colonne de gauche « Polarisabilité et spectre incident », montre le module de la polarisabilité adimensionnés $\bar{\alpha}(\omega)$ en vert et le spectre du champ incident $E_0(\omega)$ en orange. L’axe des abscisses, exprimé en fonction de la pulsation, a été décalée de ω_0 , de sorte que la résonance apparaisse à 0. Sur les graphes, nous avons représenté les largeurs typiques des fonctions ; pour la polarisabilité, qui est une lorentzienne [Figure 1.1](#), nous avons Γ qui est la largeur à mi-hauteur ; pour le spectre, cela dépend du profil d’extinction, on désignera la largeur typique de ce profil Γ_{laser} . Plus cette largeur sera grande, plus dans le domaine temporel, l’extinction sera rapide. La colonne du milieu « Spectre sortant », représente le spectre diffusé, nous l’avons représenté en bleu. On le déduit grossièrement par le produit de la polarisabilité et du spectre entrant. Notons que nous renormalisons les spectres. Nous avons représenté par des flèches sur la première colonne, les effets de la polarisabilité sur le spectre incident, nous permettant de déduire le spectre diffusé/sortant. On désigne la largeur typique du profil de sortie par Γ_{diff} . Enfin, la troisième colonne, « intensité », représente l’intensité en fonction du temps à l’extinction : du signal entrant en jaune, sortant en bleu et la désexcitation naturelle en pointillés noirs. Cette colonne nous permet de résumer dans le domaine temporel les deux premières et préciser si la lumière diffusée est super-radiante ou suit le profil d’extinction naturel.

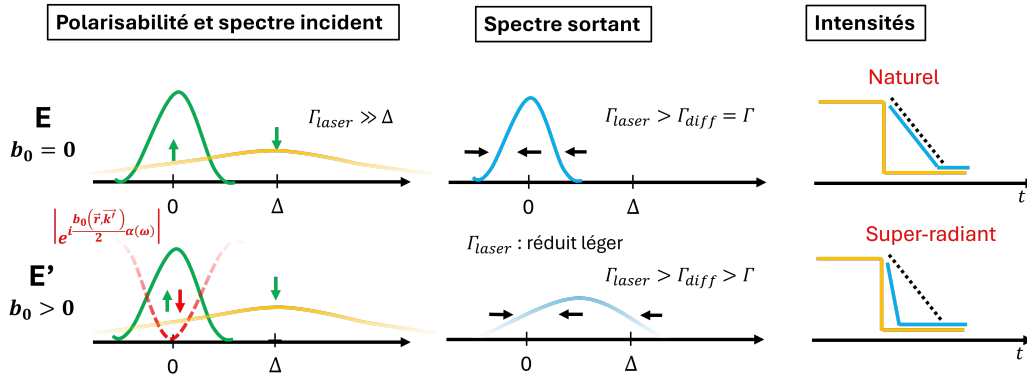


FIGURE 4.12 – Représentations de trois colonnes et deux lignes, pour comparer entre les lignes, la différence de super-radiance en fonction de la présence de plusieurs atomes ou pas. La première ligne (E), reprend le même cas que dans la Figure 4.11. Pour la seconde ligne (E'), nous avons ajouté en rouge l'effet de filtrage des atomes suivant la formule $\left| e^{i \frac{b_0(\vec{r}, \vec{k}')}{2}} \bar{\alpha}(\omega) \right|$ (terme en rouge dans la Figure 2.1). La largeur typique de l'atténuation ou du filtrage, dépendra de l'épaisseur optique b_0 . L'effet de cette atténuation sera de supprimer les fréquences quand la courbe est basse et de ne rien faire quand elle est haute.

nous le voyons sur la Figure 4.11, les distributions des spectres incidents restent suffisamment éloignés de la résonance. Ainsi, seulement le cas E verra un changement significatif. Sur la Figure 4.12, nous avons illustré le cas E', correspondant au cas E mais pour un b_0 non nul, afin d'expliquer pourquoi la super-radiance persiste pour des extinctions rapides quand il y a plusieurs atomes. Détaillons ce cas :

- **E'** : La présence du filtrage a pour conséquence de contrebalancer l'effet de la polarisabilité proche de résonance. Il s'ensuit que le spectre est moins modifié dans cette zone. Le seul effet restant est l'atténuation du spectre par la polarisabilité hors de résonance et donc l'affaissement du spectre pour les fréquences loin de résonance. Le spectre sortant est ainsi moins large que le spectre entrant, mais plus large que dans le cas E où la polarisabilité affecte également les fréquences à résonances. La diffusion est super-radiante.

4.4.3 Explication de la variation de la super-radiance avec l'épaisseur optique

Dans la sous-section 2.3.1, nous avons montré les résultats de précédentes mesures [30], faites sur la super-radiance en fonction de l'épaisseur optique Figure 2.2. On pouvait observer une croissance de la super-radiance avec b_0 puis une décroissance après un certain seuil. Dans l'article il n'est pas donné

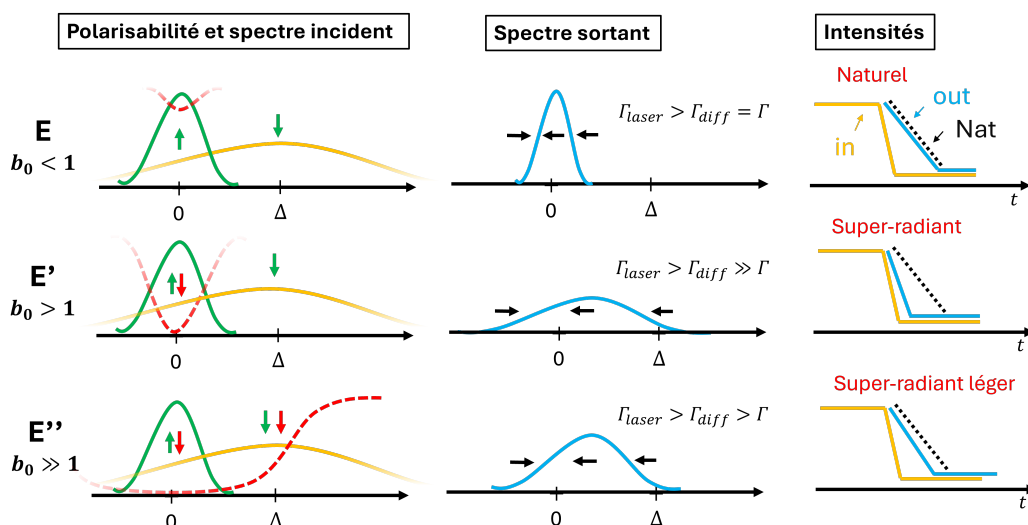


FIGURE 4.13 – Représentations de trois colonnes et trois lignes, pour comparer entre les lignes, la différence de super-radiance en fonction de l'épaisseur optique. Les deux premières lignes (E et E'), reprennent le même cas que dans la Figure 4.12. La dernière prend le cas d'une situation où l'épaisseur optique est très large.

d'explication physique à cela. De la même manière que précédemment, donnons-en une au travers de la Figure 4.13, en ajoutant un cas E'' correspondant à une épaisseur optique supérieure au cas E' :

- E'' : Pour ce cas, l'épaisseur optique étant tellement grande comparée aux cas E et E' , que l'atténuation va aussi toucher les fréquences proches de résonances. La largeur du spectre sera ainsi plus réduite que dans le cas E' et la super-radiance se rapprochera donc de la décroissance naturelle. On comprend également, pour le cas E' , que plus le désaccord est proche de résonance, moins large pourra être le spectre diffusé et donc la super-radiance. C'est ce qu'on observait sur la Figure 2.2.

4.4.4 Lien entre sous, super-radiance et diffusion multiple

Dans cette dernière sous-section, nous allons tenter de répondre à la problématique de la sous-section 2.4.1, sur la relation entre sous et super-radiance et également du lien entre sous-radiance et diffusion multiple.

Nous avons vu que le modèle de la dispersion linéaire permettait de simuler uniquement les phénomènes dans la plage temporelle juste après l'extinction, soit la super-radiance. Ce modèle a la particularité de négliger les événements de diffusion multiple et montre que le taux de super-radiance est sensible au désaccord contrairement à la sous-radiance. Dans la sous-section 2.3.2, nous disions que la sous-radiance ne pouvait pas être expliquée par la diffusion

multiple et que seul le piégeage radiatif, correspondant à des mesures sur des plages de temps intermédiaire, pouvait être expliqué par la diffusion multiple. La question reste donc entière de savoir ce qui pourrait expliquer optiquement la sous-radiance. Quelle pourrait être le phénomène physique additionnel à la diffusion multiple, pas pris en compte dans le modèle de la dispersion linéaire, nous permettant d'expliquer la sous-radiance ?

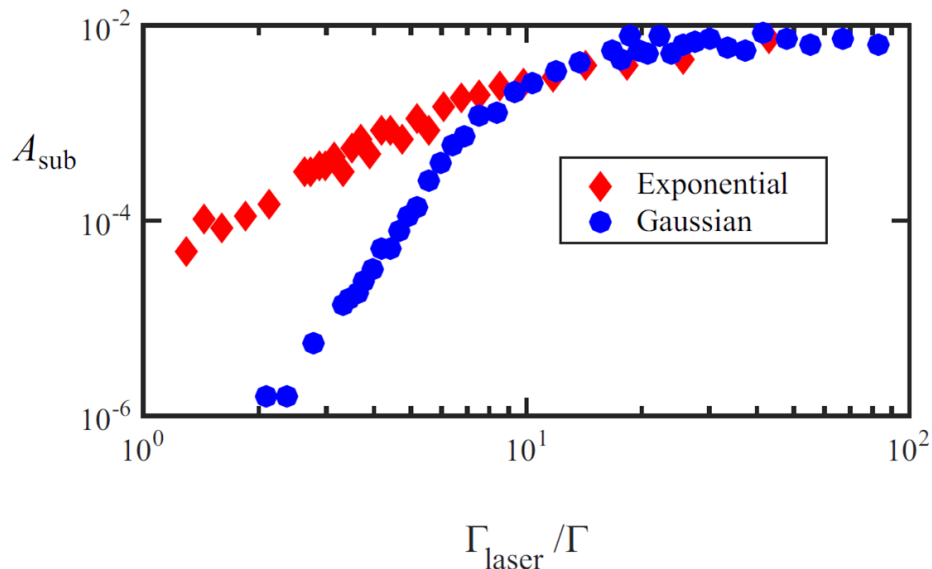
Il n'y en a en fait pas d'autres, en effet, au regard de notre nouvelle compréhension de l'importance de l'élargissement du spectre à l'extinction, cela nous a parmi de reconsidérer les choses. En effet, cet aspect n'était pas pris en compte dans les simulations RW permettant de décrire le piégeage radiatif. En ajoutant cet ingrédient, les simulations ont montré un bon accord avec la théorie des dipôles couplés pour des plages de temps longues [12] (sec 5.2). La sous-radiance est donc pleinement expliquée par la diffusion multiple.

Pour avoir une image claire permettant d'expliquer l'ensemble des phénomènes de super et sous-radiance et le fait que l'amplitude de la sous-radiance dépende du désaccord (Figure 2.3), raisonnons comme précédemment à partir de la Figure 4.13 en nous attardant sur le rôle de la lumière résonante :

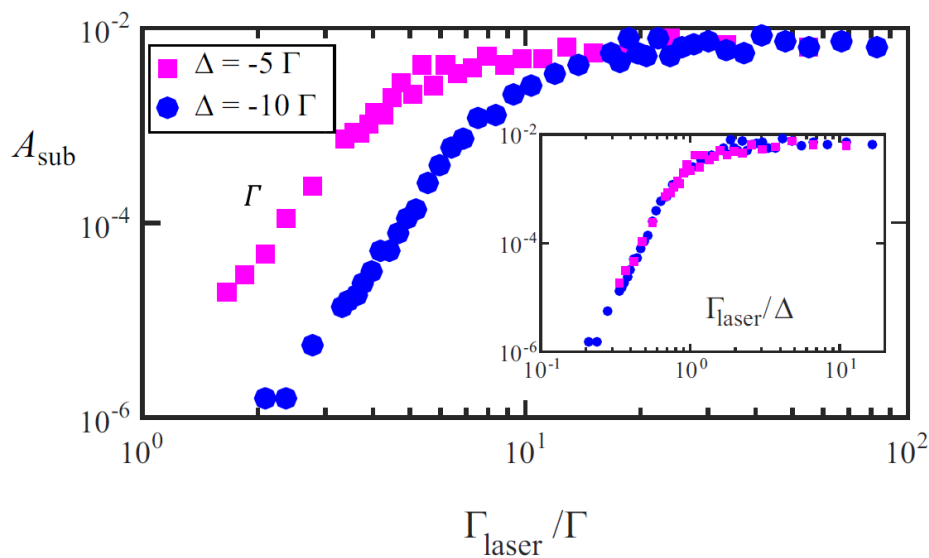
- **E'/E''** : Quand l'épaisseur optique est non nulle, la lumière résonante est absorbée par le milieu et va être réémise par diffusion multiple et donc être piégée un certain temps, causant la sous-radiance. Plus l'épaisseur optique est grande, plus il sera difficile pour la lumière de s'échapper, le taux de sous-radiance sera donc plus faible. Plus le désaccord est proche de résonance, plus grande sera la proportion de lumière absorbée, et donc subissant de la diffusion multiple, l'amplitude de la sous-radiance sera donc plus élevée.

Enfin, de cette compréhension on peut anticiper quels sont les effets de la modification du profil d'extinction sur la sous-radiance. Puisqu'une extinction rapide implique un spectre plus large, cela veut dire qu'il y aura plus de lumière proche de résonance. Plus de lumière proche de résonance implique une amplitude de la sous-radiance plus importante. Nous avons vérifié cela numériquement avec le modèle CD sur la Figure 4.14 où l'on voit sur le graphe (b) pour des extinctions pas trop rapides que l'amplitude est plus grande quand le désaccord est plus proche de la résonance. On le voit également en changeant le profil d'extinction sur le graphe (a), pour lequel le profil exponentiel est plus large que le profil gaussien, ce qui implique que l'amplitude relative de

1. Les profils d'extinction de l'intensité du champ d'excitation sont définis comme $\exp(-\Gamma_{\text{laser}} t)$ et $\exp(-\Gamma_{\text{laser}}^2 t^2)$ et les équations CD sont résolues à partir de l'état stationnaire à $t = 0$. Ensuite, nous avons défini Γ_{laser}^* comme la largeur à mi-hauteur (FWHM) du spectre correspondant aux impulsions lumineuses définies comme $\exp(-\Gamma_{\text{laser}} |t|)$ et $\exp(-\Gamma_{\text{laser}}^2 t^2)$, ce qui donne, respectivement, $\Gamma_{\text{laser}}^* = \sqrt{\sqrt{2} - 1} \Gamma_{\text{laser}}$ et $\Gamma_{\text{laser}}^* = 2\sqrt{\ln(2)} \Gamma_{\text{laser}}$.



(a)



(b)

FIGURE 4.14 – Simulations numériques réalisées avec le modèle des dipôles couplés montrant l'influence du profil d'extinction sur l'amplitude relative de la sous-radiance. (a) Comparaison entre une extinction exponentielle et gaussienne avec $b_0 = 8.4$ et $\Delta = -10\Gamma$. Γ_{laser}^* est la largeur de l'élargissement spectral correspondant à une impulsion exponentielle ou gaussienne¹. (b) Comparaison entre deux désaccords différents avec $b_0 = 8.4$ et un profil d'extinction gaussienne. Encart : Mêmes données tracées en fonction de $\Gamma_{laser}^* / \Delta$.

la sous-radiance pour le profil exponentiel est plus grand. Dans le cas des deux graphes, une fois que l'extinction est suffisamment rapide, les profils sont suffisamment larges pour qu'il n'y ai plus de différence en fonction du désaccord ou de la forme du profil.

Ces aspects n'ont pas été étudiés expérimentalement. Les mesures que nous avons prises pour la super-radiance ne nous permettent pas d'étudier la sous-radiance. En effet, du fait de la mauvaise qualité d'extinction de l'EOM, il aurait été nécessaire d'en ajouter deux en série afin d'obtenir des extinctions suffisamment propres et rapides. Nous n'en avons pas de deuxième et cela aurait réduit la puissance de la sonde de manière trop importante pour nos besoins du fait des grandes pertes dans l'EOM.

Conclusion

Pour conclure ce chapitre, nous avons présenté nos résultats sur la super-radiance en fonction du temps d'extinction de la sonde. Nos mesures ont permis de montrer que l'on pouvait voir qualitativement la bosse super-radiante. Notre compréhension théorique du phénomène, au moyen du modèle de la dispersion linéaire, nous a permis d'établir le lien entre super et sous-radiance et le rôle de la diffusion multiple pour expliquer cette dernière. Le rôle de la diffusion multiple n'était pas clairement identifié avant cela. Ces résultats ont donné lieu à une publication [56].

L'ensemble de cette compréhension nous a semblé suffisamment satisfaisante pour pouvoir faire évoluer notre dispositif. L'équipe a étudié la dynamique temporelle de la diffusion en fonction de l'épaisseur optique, du désaccord, de la saturation sur les atomes et en fonction du profil d'extinction de la sonde. Ce que l'on peut maintenant faire évoluer est l'arrangement spatial des atomes, en ajoutant de l'ordre. C'est ce que l'on va présenter dans la seconde partie de ce manuscrit, avec le miroir de Bragg.

Deuxième partie

Dynamique de la réflexion de Bragg dans un nuage ordonné

Chapitre 5

Un miroir de Bragg avec un gaz d'atomes

5.1 Introduction et présentation du système

Ayant le sentiment d'avoir acquis une bonne compréhension de la dynamique temporelle super et sous-radiante de nos gaz d'atomes froids, nous avons décidé de faire évoluer le dispositif expérimental en le complexifiant. Nous avons ainsi décidé d'orienter l'expérience vers l'étude de ces dynamiques temporelles, mais dans des gaz ordonnés. Nous avons donc piégé périodiquement nos atomes afin de réaliser un miroir optique grâce à la réflexion de Bragg.

Concrètement, le miroir sera réalisé grâce à un laser rétro-réfléchi, nous permettant, grâce à la force dipolaire, d'ordonner nos atomes au sein d'un maillage en une dimension. Nos gaz d'atomes seront ainsi organisés périodiquement en couches d'épaisseurs similaires, tel que représenté sur la [Figure 5.1](#).

5.1.1 Les motivations

Cette idée de miroir de Bragg avec des atomes froids n'est pas nouvelle. Elle a été proposée théoriquement pour la première fois en 1995 dans l'article de Deutch et al. [57]. En 2011, un groupe de l'université de Tübingen a été le premier à réaliser expérimentalement un miroir efficace avec 80% de réflexion [15]. Leurs études se sont cependant cantonnées aux aspects stationnaires. Nos motivations se portent donc sur l'étude de la dynamique temporelle de la lumière dans ces milieux ordonnés. Partant de nos connaissances acquises précédemment dans les milieux désordonnés, nous souhaitons ainsi les appliquer dans des environnements plus complexes, dans l'objectif d'approfondir notre compréhension de la diffusion de la lumière, découvrir d'autres phénomènes et effets nouveaux, ou de trouver de nouvelles applications.

Le premier objectif du dispositif va se porter sur les phénomènes de

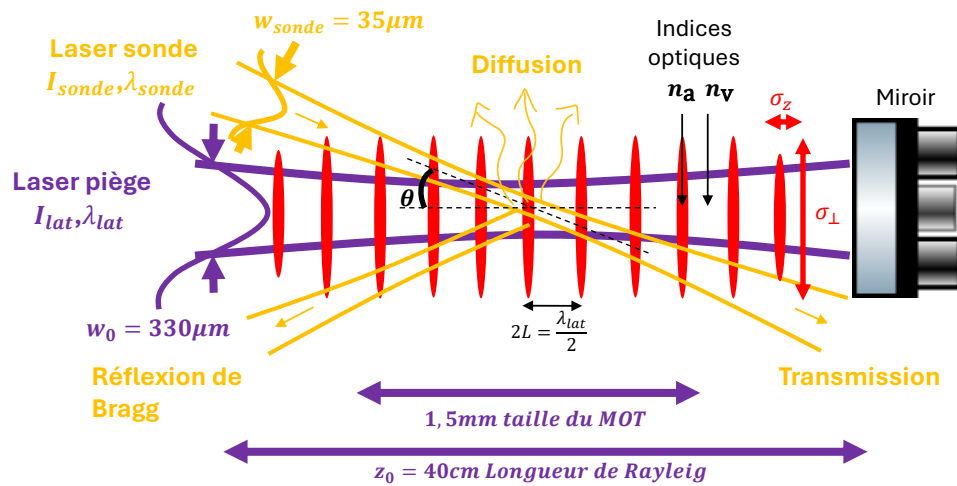


FIGURE 5.1 – Schéma montrant le cœur du dispositif nous permettant de réaliser un miroir de Bragg avec des gaz d'atomes. En violet, est représenté le laser réalisant le piégeage des atomes, il est rétro-réfléchi sur un miroir. Le waist du laser (au centre) vaut $w_0 = 330 \mu m$, la longueur de Rayleigh associée est de $z_0 = 40$ cm. En rouge, on représente les atomes qui sont piégés dans l'onde stationnaire du laser piège rétro-réfléchi, les atomes sont arrangés périodiquement sur une longueur $\lambda_{lat}/2$. En jaune, on représente le laser sonde avec un angle d'incidence $\theta = 2^\circ$, il a un waist (au centre) $w_{sonde} = 35 \mu m$.

dynamiques temporelles observées dans la direction de la réflexion. La question principale sera de comprendre comment l'arrangement périodique du gaz va affecter cette dynamique et la super-radiance. Cette seconde partie de thèse va donc s'atteler à répondre à cette problématique. Commençons, dans ce qui suit, à préciser ce que nous entendons quand nous parlons de réflexion de Bragg.

Notons que l'on retrouve usuellement ce vocabulaire de miroir de Bragg, ou de bande photonique interdite, dans le domaine des cristaux photoniques, un domaine alliant matière condensée et électromagnétisme. Nous utilisons ainsi les formidables plateformes des atomes froids, afin de réaliser des expériences usuellement faites avec des matériaux. Cela nous donne l'avantage d'avoir la malléabilité des paramètres, contrairement à la matière, comme le contrôle de la périodicité de notre arrangement ou la densité de nos atomes liée à l'épaisseur optique...

5.1.2 Condition de Bragg

Dans les cristaux éclairés par un faisceau laser, les atomes diffusant la lumière, il existe une condition et en particulier un angle, pour lequel les ondes diffusées pourront interférer constructivement. On appelle cette condition, celle de Bragg, celle-ci lie : la distance entre les atomes, la longueur d'onde du faisceau incident et son angle d'incidence sur le cristal. Cette condition résulte de l'ordre et de la périodicité de l'arrangement des atomes dans le cristal.

Notre cas est légèrement différent, car ce sont les interfaces de vide et d'atomes qui sont périodiquement ordonnés. Bien qu'à l'intérieur des couches de milieu nous ayons des atomes, contrairement au cas du cristal, ceux-ci sont désordonnés, il n'y aura donc pas de condition de Bragg à l'intérieur d'une couche. C'est donc sur l'arrangement de ces interfaces que nous allons établir notre condition de Bragg. Dans l'[Appendice A](#) nous avons redémontré cette condition, que l'on retrouve dans l'article [15], pour laquelle nous n'avons pas réussi à trouver de référence. On obtient ainsi pour la condition de Bragg :

$$\lambda_{\text{sonde}} = \cos(\theta_v) \tilde{n}(\Delta) \lambda_{\text{lat}} \quad (5.1)$$

Avec \tilde{n} l'indice optique moyen définit dans l'[Appendice A](#). On se servira de cette relation dans ce qui suivra. Regardons maintenant comment modéliser le miroir constitué de plusieurs couches.

5.2 Modélisation du miroir de Bragg

Dans cette section, nous proposons un modèle pour simuler les effets stationnaires puis dynamiques sur la réflexion de Bragg en suivant le formalisme des matrices de transfert [57]. Nous supposons notre milieu comme une succession de N couches de diélectriques et de vide de même épaisseur L , comme représenté

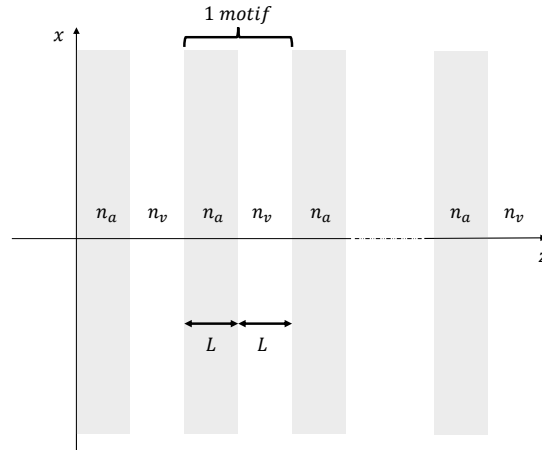


FIGURE 5.2 – Modèle représentant les couches d’atomes ordonnées dans notre piège dipolaire, on représente cela comme une succession de diélectriques d’épaisseurs L homogènes et d’indice n_v et n_a .

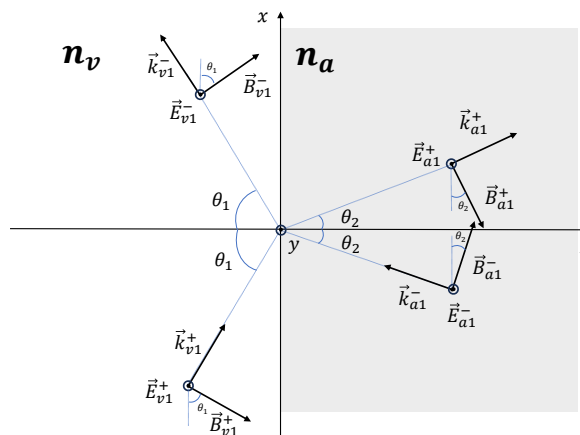


FIGURE 5.3 – Schéma d’un motif, où l’on représente le champ électromagnétique polarisé TE (transverse électrique) à l’interface entre le vide et le gaz d’atomes.

sur le schéma de la [Figure 5.2](#). Lorsqu'une onde électromagnétique entre dans le milieu, à chaque interface, celle-ci va se réfléchir et se propager. Les interfaces vont affecter l'amplitude de l'onde, tandis que la propagation dans le diélectrique, caractérisé par son indice de réfraction complexe n_a , va affecter la phase et l'atténuation de l'onde.

Pour modéliser cela, on considère que notre milieu est traversé par des ondes planes se propageant dans les deux sens (z croissant et décroissant), comme sur le schéma de la [Figure 5.3](#). À l'aide des équations de Maxwell qui permettent de déduire les relations de continuité aux interfaces et de déduire l'équation d'onde, nous pouvons caractériser complètement nos champs. De cela, nous pourrions extraire le coefficient de réflexion de notre milieu en fonction de l'angle d'incidence et des paramètres de l'onde entrante. Nous pourrions également prévoir les aspects dynamiques dans la réflexion en prenant la transformée de Fourier du champ sortant.

Pour résoudre le système, nous allons dans un premier temps le décomposer en sous-système équivalent de motifs élémentaires de longueur $2L$ constitués d'une tranche de diélectrique et de vide, comme sur le schéma de la [Figure 5.3](#). De cela, on pourra définir une matrice de transfert, permettant de lier les amplitudes des champs entrant et sortant sur un motif. Dans un second temps, pour résoudre le système complet constitué d'un ensemble de N motifs, il suffira de multiplier N fois la matrice de transfert à l'amplitude des champs entrant pour avoir l'amplitude des champs sortants.

5.2.1 Matrice de transfert d'un motif

Cette partie est un résumé des calculs que l'on peut retrouver dans l'[Appendice B](#).

Pour obtenir la matrice de transfert du motif permettant d'exprimer le champ sortant en fonction du champ entrant et ainsi déterminer les coefficients de réflexion $r \equiv E_{v1}^-(z=0)/E_{v1}^+(z=0)$ et de transmission $t \equiv E_{v2}^+(z=2L)/E_{v1}^+(z=0)$ du motif. Nous allons exprimer les champs dans le milieu sous forme matricielle, on obtient en oubliant la dépendance temporelle et en x (symétrie) :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{v1}(z \leq 0) &= \begin{pmatrix} E_{v1}^+(z) \\ E_{v1}^-(z) \end{pmatrix} = \Phi_{\mathbf{v}}(z) \boldsymbol{\varepsilon}_{v1} \\ \mathbf{E}_{a1}(z \in [0^+, L]) &= \begin{pmatrix} E_{a1}^+(z) \\ E_{a1}^-(z) \end{pmatrix} = \Phi_{\mathbf{a}}(z) \boldsymbol{\varepsilon}_{a1} \\ \mathbf{E}_{v2}(z \in [L, 2L]) &= \begin{pmatrix} E_{v2}^+(z) \\ E_{v2}^-(z) \end{pmatrix} = \Phi_{\mathbf{v}}(z) \boldsymbol{\varepsilon}_{v2} \end{aligned}$$

Où l'on a défini les matrices des amplitudes $\boldsymbol{\varepsilon}_{v1}$, $\boldsymbol{\varepsilon}_{a1}$ et $\boldsymbol{\varepsilon}_{v2}$ comme suit :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{v1} \equiv \begin{pmatrix} \varepsilon_{v1}^+ \\ \varepsilon_{v1}^- \end{pmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon}_{a1} \equiv \begin{pmatrix} \varepsilon_{a1}^+ \\ \varepsilon_{a1}^- \end{pmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon}_{v2} \equiv \begin{pmatrix} \varepsilon_{v2}^+ \\ \varepsilon_{v2}^- \end{pmatrix}$$

On a également défini les matrices de phase $\boldsymbol{\Phi}_v$ et $\boldsymbol{\Phi}_a$, qui représentent les phases accumulées sur l'axe z par les ondes au cours de leur propagation sur une longueur z . Dans la suite, la phase accumulée sera toujours égale à la distance entre les interfaces de vide et d'atomes, soit une distance $z = L$. On définit ainsi $\phi_{v,z} = k_{v,z}L$ et $\phi_{a,z} = k_{a,z}L$, et on a :

$$\boldsymbol{\Phi}_v(L) \equiv \begin{pmatrix} e^{i\phi_{v,z}} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi_{v,z}} \end{pmatrix}, \boldsymbol{\Phi}_a(L) \equiv \begin{pmatrix} e^{i\phi_{a,z}} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi_{a,z}} \end{pmatrix}$$

En passant les détails, qu'on pourra retrouver dans l'annexe, on obtient une relation reliant les champs entrants aux champs sortants :

$$\mathbf{E}_{v2}(z = 2L) = \boldsymbol{\Phi}_v(L)\mathbf{R}^{-1}\boldsymbol{\Phi}_a(L)\mathbf{R}\mathbf{E}_{v1}(z = 0) \quad (5.2)$$

Cette équation fait intervenir la matrice de réflexion d'une interface air milieu \mathbf{R} :

$$\mathbf{R} \equiv \frac{1}{t_-} \begin{pmatrix} 1 & r_+ \\ r_+ & 1 \end{pmatrix}$$

Avec r_+ et t_- les coefficients de Fresnel de réflexion et transmission de l'interface définis comme suit :

$$\begin{cases} r_+ = \frac{n_a \cos(\theta_a) - n_v \cos(\theta_v)}{n_a \cos(\theta_a) + n_v \cos(\theta_v)} \\ t_- = \frac{2n_a \cos(\theta_a)}{n_a \cos(\theta_a) + n_v \cos(\theta_v)} \end{cases} \quad (5.3)$$

L'Équation 5.2 s'interprète facilement, chaque terme effectuera une transformation correspondant aux différents éléments sur le passage de l'onde, le champ en $z = 0$ sera ainsi transformé par les différents éléments suivants :

- \mathbf{R} représente la réflexion et transmission de la première interface en $z = 0$ (vide vers atomes)
- $\boldsymbol{\Phi}_a(L)$ représente le déphasage subit par l'onde dans le milieu entre $z = 0$ et $z = L$
- \mathbf{R}^{-1} représente la réflexion et transmission de la seconde interface en $z = L$ (atomes vers vide)
- $\boldsymbol{\Phi}_v(L)$ représente le déphasage subit par l'onde dans le vide entre $z = L$ et $z = 2L$

On peut maintenant poser \mathbf{M} , la matrice de transfert du motif, tel que :

$$\mathbf{E}_{v2}(z = 2L) \equiv \mathbf{M}\mathbf{E}_{v1}(z = 0), \text{ avec } \mathbf{M} = \boldsymbol{\Phi}_v(L)\mathbf{R}^{-1}\boldsymbol{\Phi}_a(L)\mathbf{R} \quad (5.4)$$

En explicitant \mathbf{M} , on obtient :

$$\mathbf{M} = \frac{e^{-i\Phi_{a,z}}}{r_-^2 - 1} \begin{pmatrix} (r_-^2 - e^{2i\Phi_{a,z}}) e^{i\Phi_{v,z}} & r_- (e^{2i\Phi_{a,z}} - 1) e^{i\Phi_{v,z}} \\ -r_- (e^{2i\Phi_{a,z}} - 1) e^{-i\Phi_{v,z}} & (r_-^2 e^{2i\Phi_{a,z}} - 1) e^{-i\Phi_{v,z}} \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

En ce qui concerne les coefficients de réflexion $r \equiv E_{v1}^-(z=0)/E_{v1}^+(z=0)$ et de transmission $t \equiv E_{v2}^+(z=2L)/E_{v1}^+(z=0)$, on trouve pour une onde venant de gauche :

$$\begin{aligned} t &= M_{11} - \frac{M_{21}M_{12}}{M_{22}} = \frac{(r_-^2 - 1)e^{i\Phi_{a,z} + i\Phi_{v,z}}}{r_-^2 e^{2i\Phi_{a,z}} - 1} \\ r &= -M_{21}/M_{22} = \frac{r_- (e^{2i\Phi_{a,z}} - 1)}{r_-^2 e^{2i\Phi_{a,z}} - 1} \end{aligned} \quad (5.6)$$

5.2.2 Établissement de la matrice de transfert du miroir constitué de N motifs

Il est à présent possible d'établir une relation permettant de lier les amplitudes du champ entrant au champ sortant après les N motifs. En effet, la relation (5.5) est valide pour chaque motif d'indice i ($i \in [1, N]$). On en déduit, par combinaison successive des N relations, la relation suivante :

$$\mathbf{E}_{v(N+1)}(z = (N+1)L) = \mathbf{M}^N \mathbf{E}_{v1}(z = 0) \quad (5.7)$$

On a pour les coefficients de réflexion et de transmission du miroir :

$$\begin{aligned} t_N &\equiv E_{vN}^+(z = 2L)/E_{v1}^+(z = 0) = M_{11}^N - \frac{M_{21}^N M_{12}^N}{M_{22}^N} \\ r_N &\equiv E_{v1}^-(z = 0)/E_{v1}^+(z = 0) = -M_{21}^N/M_{22}^N \end{aligned} \quad (5.8)$$

Dans la suite, pour retrouver les résultats des références [57, 58], on va utiliser la relation inverse de l'équation 5.7 en utilisant la matrice inverse $(\mathbf{M}^{-1})^N$. On aura pour les coefficients de réflexion et de transmission :

$$\begin{aligned} t_N &= 1/(M^{-1})_{11}^N \\ r_N &= \frac{(M^{-1})_{21}^N}{(M^{-1})_{11}^N} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Pour déterminer ces coefficients, il nous faut donc calculer la matrice $(\mathbf{M}^{-1})^N$. Pour cela, vu que le déterminant de la matrice \mathbf{M}^{-1} est égal à un, on va pouvoir utiliser les propriétés mathématiques du Groupe spécial linéaire que l'on résume ci-dessous [57] :

- Les valeurs propres de \mathbf{M}^{-1} peuvent s'exprimer sous la forme $e^{+i\Theta}$ et $e^{-i\Theta}$ avec $\cos(\Theta) = \text{Tr}(\mathbf{M}^{-1})/2$
- On peut exprimer \mathbf{M}^{-1} à partir d'une matrice \mathbf{A} comme suit : $\mathbf{M}^{-1} = e^{i\Theta \mathbf{A}} = \cos(\Theta)I + i\sin(\Theta)\mathbf{A}$. On a donc $\mathbf{A} = (\mathbf{M}^{-1} - \cos(\Theta)I)/(i\sin(\Theta))$

En utilisant ces propriétés, on a :

$$(\mathbf{M}^{-1})^N = e^{iN\Theta\mathbf{A}} = \cos(N\Theta)I + i\sin(N\Theta)\frac{\mathbf{M}^{-1} - \cos(\Theta)I}{i\sin(\Theta)}$$

Après développement, on obtient les expressions suivantes ([58]) :

$$r_N = \frac{r}{1 - t[\cos(\Theta) - \sin(\Theta) \cot(N\Theta)]}$$

$$t_N = \frac{t \sin(\Theta) / \sin(N\Theta)}{1 - t[\cos(\Theta) - \sin(\Theta) \cot(N\Theta)]}$$

En remplaçant par r et t définis dans l'Équation 5.6 et en explicitant Θ , on obtient des expressions en fonction du coefficient r_- défini dans l'Équation B.12 :

$$r_N = \frac{r_- (e^{2i\phi_{a,z}} - 1) \sin(N\Theta)}{(r_-^2 - 1) e^{i\phi_{a,z} + i\phi_{v,z}} \sin(\Theta - N\Theta) + (r_-^2 e^{2i\phi_{a,z}} - 1) \sin(N\Theta)}$$

$$t_N = \frac{1}{\sin(N\Theta) \left(\frac{(r_-^2 e^{2i\phi_{a,z}} - 1) e^{-i\phi_{a,z} - i\phi_{v,z}} \csc(\Theta)}{r_-^2 - 1} - \cot(\Theta) \right) + \cos(N\Theta)}$$

$$\Theta = \cos^{-1} \left(\frac{r_-^2 \cosh(\Phi_{a,z} - \Phi_{v,z}) - \cosh(\Phi_{a,z} + \Phi_{v,z})}{r_-^2 - 1} \right) \quad (5.10)$$

5.2.3 Affinement du modèle

Le modèle précédent ne représente pas la réalité, afin de faire coller les simulations aux résultats expérimentaux, il a été nécessaire de l'adapter. Pour cela, deux choses ont été affinées : la géométrie des couches d'atomes et la géométrie de la sonde.

En ce qui concerne les aspects géométriques longitudinaux des couches d'atomes, nous considérons une succession parfaite de couche de vide et d'atomes. Dans la réalité, les choses sont continues et la densité varie progressivement. La matrice de transfert d'un motif (Équation 5.5), sera modifiée afin d'ajouter une succession de couches d'indice optique progressif [59]. Par exemple, on obtient pour une couche d'atomes composée de trois parties de densité différentes ABA, comme sur la Figure 5.4, la matrice de transfert suivante :

$$\mathbf{M} = \Phi_v(L) \mathbf{R}_{v\mathbf{aA}}^{-1} \Phi_{\mathbf{aA}}(L/3) \mathbf{R}_{\mathbf{aAaB}}^{-1} \Phi_{\mathbf{aB}}(L/3) \mathbf{R}_{\mathbf{aAaB}} \Phi_{\mathbf{aA}}(L/3) \mathbf{R}_{v\mathbf{aA}}$$

Avec $\Phi_{\mathbf{aB}}$, $\Phi_{\mathbf{aA}}$, $\mathbf{R}_{v\mathbf{aA}}$ et $\mathbf{R}_{\mathbf{aAaB}}$, adaptés avec les indices optiques adéquats. Il est à noter que l'évolution de la densité due aux limites de la taille du piège est aussi prise en compte. Ainsi, les différents groupes de sous-couches, n'auront

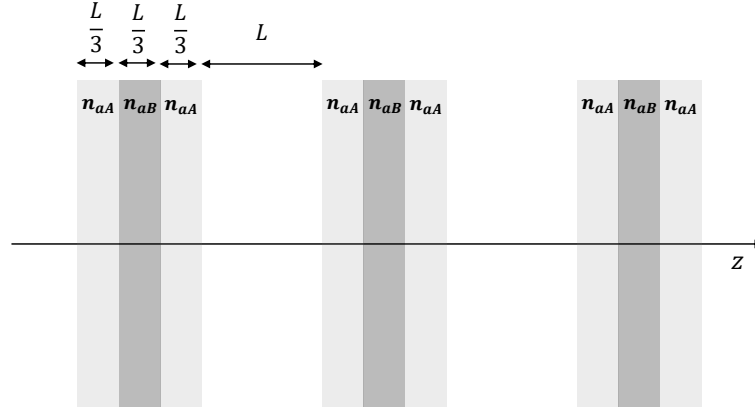


FIGURE 5.4 – Schéma montrant trois motifs dans lequel les couches d’atomes ne sont plus homogènes, mais distribuées en trois sous couches d’indices n_{aA} , n_{aB} , n_{aA} de longueurs respectives $L/3$, les longueurs auraient pu être choisies différentes entre elles.

pas les mêmes densités.

Pour les aspects transverses, qui doivent tenir compte de la diminution de la densité d’atomes à mesure que l’on s’éloigne du centre, nous effectuons une moyenne de plusieurs réalisations, chacune d’elles pondérant la densité transverse. L’angle de la sonde est également pris en compte afin de faire évoluer la densité longitudinalement pour prendre en compte les variations de densité transverse.

En ce qui concerne la sonde, nous avons considéré le faisceau dans l’optique géométrique. Dans la réalité, nous envoyons un faisceau gaussien sur les atomes, donc un faisceau avec une certaine divergence. Pour prendre en compte cela, nous modélisons la divergence du faisceau comme une somme de faisceau géométriques avec différents angles.

5.3 État de l’art

Dans cette section, nous allons résumer les résultats de l’expérience de Tübingen, où il a été étudié la réflexion en régime stationnaire en fonction du désaccord de la sonde expérimentalement et numériquement. Il a été publié deux articles. Le premier [15], porte principalement sur l’étude de la réflexion en fonction de l’angle de la sonde. Il a été montré que des réflexions de près

de 80% pouvaient être obtenues. Dans le second article [58], il a été ajouté de l'EIT (electromagnetic induced transparency), afin d'essayer de repousser certaines limites et de dépasser les 80% de réflexion. Dans la suite, nous nous concentrerons uniquement sur les résultats du premier article.

Dans ce premier article sur l'étude de la réflexion en fonction de l'angle de la sonde, dans la réalité, ce n'est pas l'angle qui a été changé, mais la longueur d'onde du piège, car c'est beaucoup plus simple expérimentalement à faire varier que l'angle. Énoncée correctement, l'étude s'est portée sur la réflexion en fonction du désaccord de la sonde et de la réalisation de la condition de Bragg : $\lambda_{\text{lat}} = \lambda_{\text{sonde}} / \cos(\theta_v) \tilde{n}(\Delta)$ (Équation A.2). Le paramètre choisi pour réaliser ou non cette condition a été la longueur d'onde du piège.

Définition de la condition de Bragg géométrique Pour quantifier les choses, il a été posé ce qu'on appelle la longueur d'onde du piège correspondant à la condition de Bragg géométrique $\lambda_{\text{lat}0}$. Cette dernière représente la longueur d'onde pour lequel la condition de Bragg est réalisée quand la sonde est à résonance, soit quand $\tilde{n}(\Delta_{\text{sonde}}) = 1$, soit la relation :

$$\lambda_{\text{lat}0} = \lambda_{\text{sonde}} / \cos(\theta_v) \quad (5.11)$$

Notons que les variations du désaccord de la sonde sont tellement faibles que cela n'a aucune impacte sur la longueur d'onde du piège $\lambda_{\text{lat}0}$. Cependant, cela a un impact sur l'indice de réfraction moyen, qui est très sensible au désaccord de la sonde.

En exprimant la condition de Bragg en fonction de $\lambda_{\text{lat}0}$, en posant $\Delta\lambda_{\text{lat}} = \lambda_{\text{lat}} - \lambda_{\text{lat}0}$, on obtient :

$$\tilde{n}(\Delta_{\text{sonde}}) - 1 = -\frac{\Delta\lambda_{\text{lat}}}{\lambda_{\text{lat}}} \quad (5.12)$$

Cette expression est pratique car on a, à droite, un terme qui ne dépend que de λ_{lat} (accordable) et, à gauche, un terme qui ne dépend que du désaccord et de la densité atomique.

La réflexion en fonction du désaccord de la sonde et du piège Sur la Figure 5.5 tirée de l'article [15], nous avons une comparaison entre les résultats expérimentaux et les simulations de la réflexion en fonction de $\Delta\lambda_{\text{lat}}$. Les simulations ont été effectuées à partir du modèle que l'on a décrit précédemment en incluant les corrections d'affinements. Regardons comment expliquer la forme d'une courbe (R vs Δ_{sonde}) et l'évolution de ces courbes en fonction de $\Delta\lambda_{\text{lat}}$.

Quand on regarde la courbe à $\Delta\lambda_{\text{lat}} \equiv \Delta\lambda_{\text{dip}} = 0 \text{ nm}$, correspondant à une condition de Bragg optimum pour une fréquence de la sonde à résonance. On remarque qu'à résonance la réflexion est réduite (la résonance n'est pas à zéro

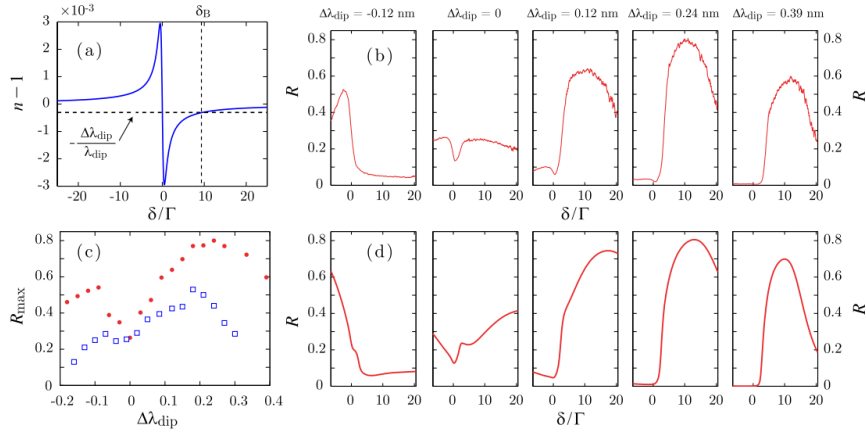


FIGURE 5.5 – Figure tirée de l'article Schilke et al [15]. Dans notre cas $\Delta\lambda_{lat} \equiv \Delta\lambda_{dip}$. (a) Indice de réfraction n en fonction du désaccord normalisé δ/Γ pour une densité moyenne $\rho = 7 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$. Les lignes pointillées représentent la condition de Bragg, avec $\Delta\lambda_{dip} = 0, 24 \text{ nm}$. (b) Spectres de réflexion expérimentaux pour différentes valeurs de $\Delta\lambda_{dip}$. (c) Réflexion maximale mesurée en fonction de $\Delta\lambda_{dip}$ pour deux nombres d'atomes différents, $N = 2 \times 10^7$ (carrés) et $N = 6 \times 10^7$ (points). Les spectres de (b) sont pris pour ce dernier cas. (d) Spectres de réflexion simulés en prenant en compte les affinements du modèle des matrices de transfert.

à cause du décalage de fréquence induit par le laser du piège). On pourrait s'attendre à un maximum de réflexion à résonance ou juste à côté, là où on retrouverait un contraste d'indice le plus grand entre les différentes couches (cf figure (a)), ce qui aurait tendance à améliorer la réflexion. Cependant ce n'est pas le cas et la raison vient du fait qu'à résonance l'absorption est aussi maximale. On peut cependant déjouer ce problème, en adaptant la condition de Bragg à côté de la résonance, en changeant le désaccord du piège. En effet, d'après la Figure 5.6, on remarque que l'absorption (proportionnelle à la partie imaginaire de l'indice de réfraction complexe) décroît plus rapidement que l'indice de réfraction réel. On peut donc trouver une position intermédiaire permettant d'avoir un contraste d'indice important avec une absorption pas trop grande. On remarque que dans les mesures de la figure, il est nécessaire de choisir $\Delta_{lat} \equiv \Delta_{dip} = 0.24 \text{ nm}$.

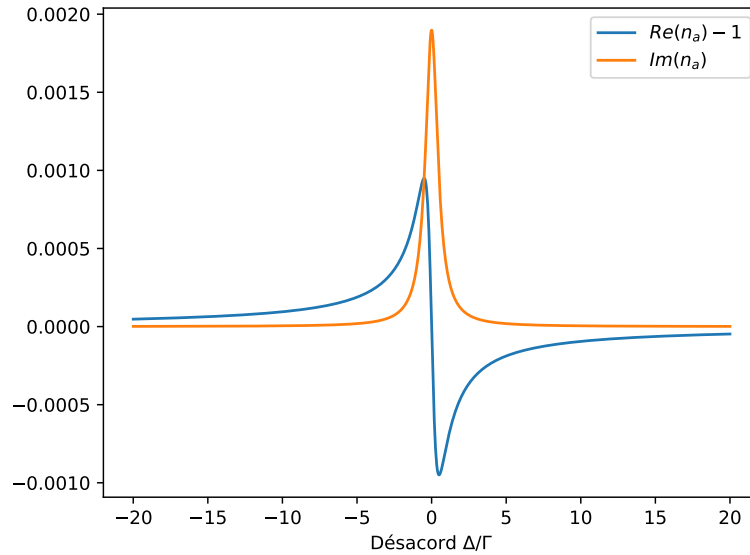


FIGURE 5.6 – *Superposition de la partie réelle et imaginaire de l'indice de réfraction du milieu n_a pour une densité $\rho = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Pour rappel, l'absorption est proportionnelle à la partie imaginaire de l'indice de réfraction (Chap 1).*

Conclusion

Pour conclure ce premier chapitre de cette seconde partie, nous avons présenté, dans un premier temps, ce qu'était le miroir de Bragg avec nos motivations, consistant en la mesure de la dynamique temporelle de la lumière réfléchie. Ensuite, nous avons présenté le modèle du miroir de Bragg et les affinements de ce modèle, afin de prendre en compte les aspects expérimentaux. Enfin, nous avons présenté l'état de l'art et les résultats de l'équipe de Tübingen en 2011 sur la réflexion dans le régime stationnaire. Dans la suite, pour atteindre le but que nous avons explicité dans nos motivations, nous allons commencer par présenter le dispositif expérimental afin de réaliser ce miroir de Bragg.

Chapitre 6

Le dispositif expérimental

Dans ce chapitre, nous allons présenter le dispositif expérimental pour la réalisation du miroir de Bragg. Dans un premier temps, il nous sera nécessaire de nous intéresser à la physique de ce miroir, c'est-à-dire à l'ensemble des grandeurs qui caractériseront notre dispositif, tel que par exemple la densité d'atomes ou la taille du miroir... Ensuite, dans l'idée d'optimiser le miroir au mieux, nous allons discuter et poser un certain nombre de contraintes sur les différents paramètres expérimentaux que nous aurons à choisir, tels que l'intensité du laser réalisant le miroir, ou l'angle de la sonde sur le miroir... Enfin, nous décrirons concrètement le montage expérimental avec les caractérisations de certains éléments techniques, tels que les photodiodes de mesures. Nous montrerons également certaines caractérisations de grandeurs liées au miroir de Bragg.

6.1 Le piégeage d'atomes dans un réseau 1D

6.1.1 Une onde stationnaire pour piéger périodiquement les atomes

Le potentiel dipolaire pour un atome à deux niveaux

La présence d'un laser aura pour conséquence, par le biais de la force dipolaire, d'attirer les atomes là où le champ est maximum ou minimum.

On peut comprendre physiquement cette force avec l'effet Stark. La présence d'un champ électrique va décaler les niveaux de l'atome en proportion de l'intensité du champ. En fonction du désaccord du laser, qu'on notera $\Delta_{D2} = \omega_{\text{laser}} - \omega_{D2}$ ($\lambda_{D2} = 780.24 \text{ nm}$), ceux-ci se rapprocheront ou s'éloigneront de leur position naturelle. Dans le cas d'un désaccord négatif où les niveaux s'éloignent, le niveau fondamental sera donc plus bas avec la présence du laser que sans. Si le niveau de saturation du niveau excité est bas ($s \ll 1$), alors l'atome sera la plupart du temps dans son niveau fondamental. Par conséquent, vu que tout système cherche à minimiser son potentiel, l'atome sera attiré dans les zones dans lesquelles son niveau énergétique est minimum, soit là où le décalage du

niveau fondamental est le plus important et donc là où le champ laser est le plus grand.

On peut ainsi trouver, dans un régime de faible saturation ($s \ll 1$) et à un désaccord suffisamment élevé devant la largeur naturelle Γ ($\Delta_{D2} \gg \Gamma$), mais pas trop pour respecter l'approximation des ondes tournantes ($\Delta_{D2} \ll \omega_{D2}$), une expression pour le potentiel dipolaire U_{dip} , qui sera égal au décalage du niveau fondamental ΔE_f ([60] chap 3.4, [61]) :

$$U_{\text{dip}} = \Delta E_f = \frac{I\hbar\Gamma^2}{8I_{\text{sat}}} \frac{1}{\Delta_2} \quad (6.1)$$

On peut voir qu'en fonction du désaccord, les atomes seront soit attiré dans les zones de hautes intensités, soit dans les zones de faible intensité. Dans la suite et dans les expériences, nous serons dans le cas où le désaccord est négatif et donc dans le cas où les atomes sont attirés dans les maximums d'intensités.

Le potentiel dipolaire pour un atome à plusieurs niveaux

Dans la réalité, l'approximation de l'atome à deux niveaux n'est pas correcte, puisqu'on n'est pas dans le cas de la lumière résonante. Il faut ainsi prendre en compte les couplages avec les autres niveaux et notamment la raie D1 à 795 nm (Figure 3.3), qui a pour désaccord par rapport au laser : $\Delta_{D1} = \omega_{\text{lat}} - \omega_{D1}$ (avec l'indice "lat" pour lattice). Les écarts entre les niveaux hyperfins étant négligeables devant les désaccords Δ_{D1} et Δ_{D2} , nous pourrions les considérer comme dégénérés.

Le décalage du niveau fondamental étant responsable du potentiel dipolaire, en se référant à l'article de Grimm et al [61] ou dans la thèse de Benoît Darquié [62], on trouve, pour une lumière polarisée rectilignement, un décalage du niveau fondamental comme suit :

$$\Delta E_f(5S_{1/2}, J = 1/2, m_J = \pm 1/2) = \frac{I\hbar\Gamma^2}{8I_{\text{sat}}} \left(\frac{1}{3\Delta_{D1}} + \frac{2}{3\Delta_{D2}} \right) \quad (6.2)$$

Il est à noter qu'expérimentalement on travaille avec un laser plus proche de la raie D2 que de la D1, ce sera donc le signe du désaccord Δ_{D2} qui influencera le signe du potentiel dipolaire.

Intensité laser du piège

Pour déterminer le potentiel dipolaire, il nous faut connaître l'intensité laser du piège. Le faisceau étant gaussien, nous allons déterminer une expression du champ résultant après réflexion, afin d'établir l'expression de l'intensité. Un champ électrique gaussien peut se mettre sous la forme ci-dessous [63]. La géométrie étant cylindrique, le champ sera décrit en fonction de la variable z , donnant la distance suivant l'axe de propagation du faisceau et suivant la variable r donnant la distance transverse :

$$E_+(r, z, t) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} e^{i\varphi(z)} e^{-\frac{r^2}{w^2(z)}} e^{i\frac{k_{\text{lat}} r^2}{2R(z)}} e^{i\omega t - ik_{\text{lat}} z}$$

avec :

- E_0 , l'amplitude réelle de l'onde
- w_0 , le waist, soit dans la direction traverse, le rayon entre le maximum du champ et la valeur à $1/e^2$ du max, en $z = 0$
- $w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{(z-z_0)^2}{z_R^2}}$, le rayon du faisceau en fonction de z
- $z_R = k_{\text{lat}} w_0^2 / 2$, la longueur de Rayleigh, représentant la longueur pour laquelle le rayon du faisceau est égale à $\sqrt{2} w_0$
- $R(z) = \frac{z_R^2}{z-z_0} + z - z_0$, le rayon de courbure du faisceau
- $\varphi(z)$ la phase de Gouy donnée par $\tan(\varphi(z)) = -\frac{z-z_0}{z_R}$

Pour la rétro-réflexion du champ, on prend en compte les pertes telles que la transmission des vitres de la cellule ou du miroir, on posera ainsi \tilde{t} le coefficient de transmission de tous ces éléments. On obtient :

$$E_-(r, z, t) = \tilde{t} E_0 \frac{w_0}{w(z)} e^{i\varphi(z)} e^{-\frac{r^2}{w^2(z)}} e^{i\frac{k_{\text{lat}} r^2}{2R(z)}} e^{i\omega t + ik_{\text{lat}} z}$$

On obtient ainsi pour l'intensité (Équation 1.5) :

$$\begin{aligned} I &= \frac{\varepsilon_0 c}{2} |E_+ + E_-|^2 \\ &= \frac{\varepsilon_0 c}{2} E_0^2 \frac{w_0^2}{w^2(z)} \left| e^{-ik_{\text{lat}} z} - \tilde{t} e^{ik_{\text{lat}} z} \right|^2 e^{-\frac{2r^2}{w^2(z)}} \end{aligned}$$

En développant et en posant $I_0 = \frac{\varepsilon_0 c}{2} E_0^2$, qui est l'intensité du faisceau laser incident au waist ($z = 0$), on obtient :

$$I(z, r) = I_0 \frac{w_0^2}{w^2(z)} \left(1 + \tilde{t}^2 - 2\tilde{t} \cos(2k_{\text{lat}} z) \right) e^{-\frac{2r^2}{w^2(z)}} \quad (6.3)$$

Sur la Figure 6.1, nous avons représenté l'intensité du piège, on peut pour l'instant faire abstractions des autres paramètres tracés.

Profondeur du piège

En injectant l'intensité dans l'Équation 6.2, on obtient l'expression du potentiel :

$$U_{\text{dip}}(z, r) = \frac{I_0 \hbar \Gamma^2}{8 I_{\text{sat}}} \left(\frac{1}{3\Delta_{D1}} + \frac{2}{3\Delta_{D2}} \right) \frac{w_0^2}{w^2(z)} \left(1 + \tilde{t}^2 - 2\tilde{t} \cos(2k_{\text{lat}} z) \right) e^{-\frac{2r^2}{w^2(z)}}$$

Sur la Figure 6.1, nous avons tracé le potentiel dipolaire en fonction de la position z , en $r = 0$.

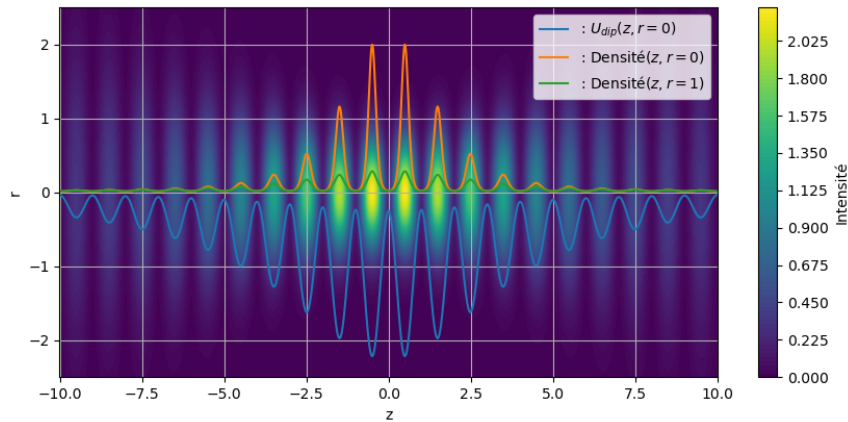


FIGURE 6.1 – Représentation de l'intensité, de la densité et du potentiel dipolaire pour $w_0 = 1$, $z_r = 4$, $\tilde{t} = 0.5$, $U_0/k_B T = 5$, $I_0 = 1$ et $I_{\text{sat}} = 16,7 \text{ W/m}$. Ces paramètres ne représentent pas les paramètres expérimentaux, ils ont été choisis pour représenter simplement les choses. L'intensité est représentée en échelle de couleur, du bleu vers le jaune. Le potentiel dipolaire en bleu, on peut voir que l'effet d'avoir un paramètre $\tilde{t} \neq 1$ a pour conséquence de diminuer la profondeur du piège (entre un max et un min d'une période). La densité en orange et vert a été tracée pour deux valeurs de r .

Expérimentalement nous avons des gaz qui s'étendent sur environ 1.5 mm , or pour le waist du laser de piégeage que nous utilisons, $w_0 = 330 \mu\text{m}$, nous avons une longueur de Rayleigh d'environ $z_R = 40 \text{ cm}$. Par conséquent, nous travaillons sur des distances bien plus petites que la longueur de Rayleigh du laser du piège, on approximera ainsi dans la suite $w(z)$ par w_0 .

Pour exprimer la profondeur maximale du piège U_0 , quand $\Delta_2 < 0$ (et $\Delta_1 > 0$), on soustrait le potentiel en un maximum et un minimum, par exemple respectivement en $(z = 0, r = 0)$ et $(z = \frac{\lambda_{\text{lat}}}{4}, r = 0)$. On obtient pour la profondeur du piège dans la zone de Rayleigh :

$$U_0 = -\frac{I_0 \hbar \Gamma^2}{2I_{\text{sat}}} \left(\frac{1}{3|\Delta_{D1}|} - \frac{2}{3|\Delta_{D2}|} \right) \tilde{t}$$

Expérimentalement, nous mesurons des puissances, nous allons donc exprimer cette expression en fonction de la puissance P du laser, qui est liée à l'intensité et au waist par l'expression suivante :

$$I_0 = \frac{2P}{\pi w_0^2} \quad (6.4)$$

On obtient typiquement, pour la profondeur du piège, avec $P = 1 \text{ W}$, $w_0 = 330 \mu\text{m}$, $\lambda_{\text{lat}} = \lambda_{\text{lat}0} = 780.83 \text{ nm}$ (on justifiera ces valeurs dans la suite) :

$$U_0 = -\frac{2P}{\pi w_0^2} \frac{\hbar \Gamma^2}{2I_{\text{sat}}} \left(\frac{1}{3|\Delta_{D1}|} - \frac{2}{3|\Delta_{D2}|} \right) \tilde{t} = 9.12 \times 10^{-27} \text{ J} \quad (6.5)$$

On obtient un rapport $U_0/k_B T = 11.00$, avec $T = 60 \mu K$ la température typique dans le dark MOT. En remplaçant U_0 dans l'expression du potentiel, cela donne l'expression suivante :

$$U_{\text{dip}}(r, z) = -U_0 \frac{1}{4\tilde{t}} \left(1 + \tilde{t}^2 - 2\tilde{t} \cos(2k_{\text{lat}} z) \right) e^{-\frac{2r^2}{w_0^2}} \quad (6.6)$$

6.1.2 Grandeurs caractéristiques et densité du nuage d'atomes dans le piège

Le potentiel dipolaire dans l'approximation harmonique

Il est possible d'approximer le potentiel harmoniquement au voisinage de ses minimums, dans la direction longitudinale ainsi que dans la direction transverse. En effectuant un développement limité du cosinus aux voisinages de $2k_{\text{lat}} z = \pi \text{ mod}[2\pi]$, ainsi que de l'exponentielle au voisinage de $r = 0$, on obtient au deuxième ordre (qui néglige les termes croisés) :

$$U_{\text{dipHarm}}(r, z) \simeq U_0 \frac{(1 + \tilde{t})^2}{4\tilde{t}} \left[-1 + \frac{\tilde{t}}{(1 + \tilde{t})^2} (2k_{\text{lat}} z)^2 + \frac{2r^2}{w_0^2} \right] \quad (6.7)$$

Échelle de temps et pulsations propres d'un puits de potentiel

On peut exprimer les échelles de temps dans un puits de potentiel dans l'approximation harmonique, au moyen des pulsations propres transverse ω_{\perp} et longitudinal ω_z . En effet, en identifiant l'Équation 6.7 précédente avec l'expression suivante :

$$U_{\text{dipHarm}}(z, r) \propto \frac{1}{2} m \omega_z^2 z^2 + \frac{1}{2} m \omega_{\perp}^2 r^2 \quad (6.8)$$

On obtient pour les pulsations propres :

$$\begin{cases} \omega_z^2 &= \frac{2U_0 k_{\text{lat}}^2}{m} \\ \omega_{\perp}^2 &= \frac{2U_0}{m w_0^2} \frac{(1 + \tilde{t})^2}{2\tilde{t}} \end{cases} \quad (6.9)$$

Le rapport des deux pulsations nous donne : $\frac{\omega_z}{\omega_{\perp}} = \frac{\sqrt{2\tilde{t}}}{1 + \tilde{t}} k_{\text{lat}} w_0 = \frac{2\pi\sqrt{2\tilde{t}}}{1 + \tilde{t}} \frac{w_0}{\lambda_{\text{lat}}}$.

En effectuant les applications numériques en $z = 0$, pour $T = 60 \mu K$, $\tilde{t} = 0.95$ et $U_0/k_B T = 11$, on obtient (avec T la période propre) :

$$\begin{cases} \frac{\omega_z}{2\pi} &= 450 \text{ kHz} \\ \frac{\omega_{\perp}}{2\pi} &= 240 \text{ Hz} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} T_z &= 2.2 \mu s \\ T_{\perp} &= 4.13 \text{ ms} \end{cases}$$

Les échelles de temps du mouvement des atomes dans le piège sont donc bien supérieures à celles des phénomènes que l'on veut observer, qui sont de l'ordre de $1/\Gamma = 26.4 \text{ ns}$.

Densité d'atomes dans l'ensemble du piège

Pour déterminer les grandeurs caractéristiques spatiales du nuage d'atomes dans le piège telles que la densité, ou la taille transverse et longitudinal des différentes couches, on va considérer que notre système constitué de N particules, est en contact avec un thermostat à la température T et est à l'équilibre macroscopique. On pourra donc utiliser les outils statistiques de l'ensemble canonique. Cela n'a pas de sens physiquement puisque la situation correspond à un ensemble de particules dans un puits harmonique, donc à un système isolé. Il faudrait donc utiliser l'ensemble micro-canonique, cependant à la limite thermodynamique (grand nombre de particules) les résultats des ensembles coïncident, cela justifie donc l'utilisation de l'ensemble canonique qui simplifie grandement les choses.

Soit $\{(z_j, r_j), \mathbf{v}_j\}$, représentant l'ensemble des positions et des vitesses des N particules de notre système. Soit $H(\{(z_j, r_j), \mathbf{v}_j\}) = 1/2m \sum_j (\mathbf{v}_j^2 + U_{\text{dip}}(z_j, r_j))$, l'hamiltonien de notre système. On obtient pour la densité d'état dans l'ensemble canonique ρ , avec $\beta = 1/k_B T$:

$$\rho(\{(z_j, r_j), \mathbf{v}_j\}) \propto e^{-\beta H(\{(z_j, r_j), \mathbf{v}_j\})} \quad (6.10)$$

En intégrant sur la vitesse et sur la position de $N - 1$ particule, les particules étant indiscernables, on obtient la densité marginale de particules à la position (z, r) :

$$\rho(z, r) \propto e^{-\beta U_{\text{dip}}(z, r)} \quad (6.11)$$

Taille caractéristique du gaz et densité d'atomes dans un puits de potentiel

Densité Dans l'approximation harmonique, on peut remplacer l'expression du potentiel par l'Équation 6.8, on obtient en posant ρ_0 la densité volumique au centre du piège, la densité d'atome :

$$\rho_{\text{harm}}(z, r) = \rho_0 e^{-\beta(\frac{1}{2}m\omega_z^2 z^2 + \frac{1}{2}m\omega_{\perp}^2 r^2)} \quad (6.12)$$

Taille caractéristiques De cette expression, on reconnaît des gaussiennes suivant les variables z et r , on en déduit la taille caractéristique transverse σ_{\perp} et longitudinale σ_z d'une couche du piège qui sont les écart-types des gaussiennes. Par identification et en remplaçant les pulsations propres par l'Équation 6.9, on obtient :

$$\begin{cases} \sigma_z &= \sqrt{\frac{k_B T}{\omega_z^2 m}} = \sqrt{\frac{1}{2k_{\text{lat}}^2} \frac{k_B T}{U_0}} \\ \sigma_{\perp} &= \frac{1}{\omega_{\perp} \sqrt{\beta m}} = \frac{\sqrt{2\tilde{t}}}{1+\tilde{t}} \sqrt{\frac{w_0^2}{2} \frac{k_B T}{U_0}} \end{cases} \quad (6.13)$$

En effectuant les applications numériques en $z = 0$ dans les mêmes conditions que précédemment, c'est-à-dire pour $T = 60\mu K$, $\tilde{t} = 0.95$ et $U_0/k_B T = 11$, on obtient :

$$\begin{cases} \sigma_z &= 27 \text{ nm} \\ \sigma_{\perp} &= 50 \mu m \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \frac{\sigma_z}{\frac{\lambda_{\text{lat}}}{2}} &= 6.8 \times 10^{-2} \\ \frac{\sigma_{\perp}}{\frac{\lambda_{\text{lat}}}{2}} &= 130 \end{cases} \quad (6.14)$$

Sur la deuxième application numérique, on a divisé la taille caractéristique par une période du piège : $\frac{\lambda_{\text{lat}}}{2}$. On remarque que la taille caractéristique sur la distance longitudinale σ_z est plus petite que le dixième de la période du piège.

Densité d'atomes au centre du piège Déterminons à présent la densité d'atomes au centre du piège, en fonction du nombre d'atomes dans une couche N_{puits} et des grandeurs caractéristiques du piège. En intégrant la densité (Équation 6.12) sur z et r , on peut l'égaliser avec le nombre total d'atomes dans une couche, on obtient ainsi :

$$N_{\text{puits}} = \rho_0 (\sqrt{2\pi})^3 \sigma_z \sigma_{\perp}^2$$

En isolant la densité, on obtient :

$$\rho_0 = \frac{N_{\text{puits}}}{(\sqrt{2\pi})^3 \sigma_z \sigma_{\perp}^2} \quad (6.15)$$

Notons que la valeur du nombre total d'atomes dans le puits N_{puits} , dépendra de la densité d'atomes dans le dark MOT.

Vitesse caractéristique des atomes

En reprenant l'Équation 6.10 sur la densité d'état dans le piège, en l'appliquant au cas harmonique et en intégrant sur les positions et les vitesses de $N - 1$ particules, on obtient la loi de distribution des vitesses de Maxwell sur une composante :

$$\rho(p_j) \propto e^{-\beta \frac{p_j^2}{2m}} \quad (6.16)$$

Par identification à une Gaussienne, on obtient l'impulsion caractéristique du nuage dans la direction j :

$$\sigma_{p_j} = \sqrt{mk_B T} \quad (6.17)$$

Notons que la distribution est identique quelle que soit la composante choisie, car les collisions entre particules assurent la répartition de l'énergie dans toutes les directions.

6.1.3 Les mécanismes de perte d'atomes dans le piège

Le temps de piégeage des atomes est a priori limité principalement par deux phénomènes. Les collisions avec les atomes chauds environnants et l'évaporation consécutive au chauffage par le laser du piège (due à l'émission spontanée). Dans ce qui suit, nous allons détailler analytiquement ces deux effets afin d'avoir une première estimation des paramètres limitant le temps de piégeage. Dans un premier temps, nous allons regarder le mécanisme de perte par collision avec les atomes chauds. Ensuite, nous allons regarder le mécanisme de chauffage dû à l'émission spontanée. Enfin, nous regarderons le mécanisme de perte d'atomes par thermalisation après le chauffage.

Pertes par collision avec le gaz chaud environnant

Les atomes chauds environnants ayant beaucoup d'énergie cinétique vont, par collision avec les atomes piégés, leur transmettre une partie de cette énergie, ce qui sera suffisant pour les expulser du piège.

Nous ne détaillerons pas les calculs nous donnant le taux de perte d'atome, ceux-ci sont bien décrits dans la référence [64]. Cette dernière montre qu'il est possible de déterminer la pression dans la cellule en évaluant le taux de chargement du MOT, en régime dilué, ce dernier est directement lié au taux de perte d'atomes par collision avec le gaz chaud. Par conséquent, une mesure du temps de chargement du MOT, en regardant la fluorescence des atomes, nous donne le taux de perte d'atomes induite par le gaz chaud. Une telle mesure nous donne des temps de chargement d'environ trois secondes.

De manière formelle, on peut déduire ce temps par la formule suivante nous donnant le taux de perte γ_{bkgd} (bkgd pour background) en fonction de la pression P :

$$\frac{\gamma_{\text{bkgd}}}{P} = 0,75 \times 4.4 \times 10^7 \text{ mbar}^{-1} \text{ s}^{-1} \quad (6.18)$$

Avec $P \approx 10^{-8} \text{ mbar}$, on obtient des temps de l'ordre de trois secondes.

Chauffage : La force de pression de radiation et l'émission spontanée

Le laser du piège, en plus de la force dipolaire, a un effet non conservatif sur les atomes amenant à un chauffage de ceux-ci, cette force est la pression de radiation. Cette force s'explique facilement du point de vue quantique de la lumière. En utilisant la conservation de la quantité de mouvement, quand un photon est absorbé par un atome, le photon transmet sa quantité de mouvement

$\hbar\mathbf{k}_{\text{lat}}$ à l'atome. Cela va donc pousser l'atome. En posant Γ_{sp} (on le détaillera plus tard), le taux moyen des cycles d'absorptions et d'émissions spontanées de l'atome, il est possible de montrer que la force est de la forme suivante ([60] chap 2.3.3, [65] chap 7.2.4) :

$$\mathbf{F}_{\text{PR}} = \hbar\mathbf{k}_{\text{lat}}\Gamma_{sp} \quad (6.19)$$

Dans le piège dipolaire, où l'atome est éclairé dans deux directions opposées, la quantité de mouvement moyenne s'annule, entraînant une force moyenne nulle. Cependant, ce n'est pas le cas des fluctuations, car les processus d'absorptions et d'émissions sont aléatoires, la variance de la force ne sera donc pas nulle. Or le chauffage du gaz résulte de l'augmentation de la variance de la quantité de mouvement des particules.

Il est possible de formaliser cela avec la physique statistique hors équilibre, on peut retrouver ces approches dans les références suivantes, on ne redémontrera pas les résultats que nous utiliserons dans la suite ([60] chap 3.3, [65] chap 7.2.4), [61] équation 4).

En négligeant le potentiel dipolaire et en considérant les particules libres, on peut montrer que si la quantité de mouvement d'un atome suit un processus stochastique d'une marche aléatoire avec des bonds de $\hbar\mathbf{k}_{\text{lat}}$ dans toutes les directions à un taux Γ_{sp} , alors la variance de la quantité de mouvement sur un axe j (z ou \perp), augmentera sur un temps t de :

$$(\Delta\sigma_{p_j}^2(t))_{\text{sp}} = \frac{1}{3}\hbar^2k_{\text{lat}}^2\Gamma_{sp}t$$

L'augmentation de l'énergie $E_j = 1/2k_B\Delta T_t$, due à l'émission spontanée sur l'axe j , après un temps t , est donné par :

$$E_j = \frac{1}{2}k_B\Delta T_t = \frac{(\Delta\sigma_{p_j}^2(t))_{\text{sp}}}{2m}$$

Dans notre cas où les atomes sont éclairés par une paire de faisceaux laser contra-propageant sur l'axe z , l'absorption des photons par l'atome venant des deux côtés induira une marche aléatoire supplémentaire sur cet axe. Ainsi, l'augmentation de la variance de la quantité de mouvement due à l'absorption sera telle que $(\Delta\sigma_{p_j}^2(t))_{\text{abs}} = \hbar^2k_{\text{lat}}^2\Gamma_{sp}t$. On a perdu le coefficient $1/3$ qu'il y avait dans le cas de l'émission spontanée, car la diffusion est anisotrope. Sur les axes \perp , l'augmentation de la variance de la quantité de mouvement est seulement due à la marche aléatoire venant de l'émission spontanée. On obtient ainsi pour les totaux de l'augmentation de la variance de la quantité de mouvement :

$$\begin{cases} (\Delta\sigma_{p_{\perp}}^2(t))_{\text{tot}} = (\Delta\sigma_{p_{\perp}}^2(t))_{\text{sp}} = \frac{1}{3}\hbar^2k_{\text{lat}}^2\Gamma_{sp}t \\ (\Delta\sigma_{p_z}^2(t))_{\text{tot}} = (\Delta\sigma_{p_z}^2(t))_{\text{abs}} + (\Delta\sigma_{p_z}^2(t))_{\text{sp}} = \frac{4}{3}\hbar^2k_{\text{lat}}^2\Gamma_{sp}t \end{cases}$$

L'augmentation de l'énergie totale sera la somme des énergies de chaque axe, ce qui donne en posant l'énergie de recul $E_r = \frac{\hbar^2k_{\text{lat}}^2}{2m}$:

$$E_{\text{tot}} = \frac{3}{2}k_B\Delta T_t = 2E_{\perp} + E_z = \frac{2}{3}E_r\Gamma_{sp}t + \frac{4}{3}E_r\Gamma_{sp}t = 2E_r\Gamma_{sp}t \quad (6.20)$$

Quand on prend en compte la présence du piège, d'après le théorème d'équipartition de l'énergie (chaque terme quadratique de l'hamiltonien ajoute une contribution $1/2k_B T$ à l'énergie), l'énergie totale devient donc $E_{\text{tot}} = 3k_B\Delta T_t$ (on a ajouté $\frac{3}{2}k_B\Delta T_t$ venant des trois termes quadratiques du potentiel au $\frac{3}{2}k_B\Delta T_t$ venant des trois termes quadratique de l'énergie cinétique). Par conséquent, on obtient le taux de chauffage $\gamma_{\text{chauf}} = \Delta T_t/t$:

$$\gamma_{\text{chauf}} = \frac{2}{3} \frac{E_r}{k_B} \Gamma_{sp}$$

Détaillons à présent le taux moyen des cycles d'absorption et d'émission spontanée Γ_{sp} . Dans la [sous-section 1.1.3](#) sur le théorème optique, nous avons montré que la quantité d'énergie absorbée ou diffusée par unité de temps, soit la puissance diffusée par un atome à deux niveaux, était $P_{\text{diff}} = k\text{Im}(\alpha)I$. Pour obtenir le taux de photon Γ_{sp} absorbé et diffusé, il nous faut diviser la puissance diffusée par le quantum d'énergie d'un photon $\hbar\omega$. On peut montrer, après quelques calculs, que ce taux est égal à la probabilité d'occupation du niveau excité dans l'état stationnaire multiplié par gamma : $\Gamma_{sp} = N_{e_{st}}\Gamma$.

Dans notre cas où l'atome a plusieurs niveaux, on doit prendre en compte la raie D_1 et D_2 . On peut ainsi substituer la polarisabilité dans l'expression précédente de la puissance diffusée, par l'expression suivante : $\alpha \rightarrow \frac{1}{3}\alpha(\Delta_{D_1}) + \frac{2}{3}\alpha(\Delta_{D_2})$. On obtient ainsi pour le taux de photons absorbés :

$$\Gamma_{sp} = \frac{P_{\text{diff}}}{\hbar\omega} = \frac{1}{\hbar c} \text{Im} \left[\frac{1}{3}\alpha(\Delta_{D_1}) + \frac{2}{3}\alpha(\Delta_{D_2}) \right] I$$

Dans la mesure où les désaccords sont très grands devant Γ , on peut faire l'approximation suivante dans l'expression de la polarisabilité ([Équation 1.10](#)) : $1 + \Delta/\Gamma \approx \Delta/\Gamma$. De cela, on retrouve l'expression (21) dans l'article [\[61\]](#) :

$$\Gamma_{sp} = \frac{\Gamma^2\pi}{2\hbar c k_{\text{lat}}^3} \left[\frac{1}{\Delta_{D_1}^2} + \frac{1}{\Delta_{D_2}^2} \right] I$$

Enfin, pour l'intensité, qui dépend de la position des atomes dans le piège, nous allons faire une approximation. Dans la mesure où la profondeur du piège est plus importante que l'énergie des atomes, on pourra considérer que les atomes restent la plupart du temps au centre du piège. On peut donc remplacer l'intensité par celle au centre du puits en ($z = \frac{\lambda_{\text{lat}}}{4}, r = 0$), soit par $I_0(1 + \tilde{t})^2$. On obtient pour le taux de chauffage avec $P = 1 \text{ W}$ et $\lambda_{\text{lat}} = 780.83 \text{ nm}$ et $w_0 = 330 \mu\text{m}$:

$$\gamma_{\text{chauf}} = \frac{2}{3} E_r \frac{2P}{\pi w_0^2} \frac{\Gamma^2 \pi}{2\hbar c k_{\text{lat}}^3} \left[\frac{1}{\Delta_{D_1}^2} + \frac{1}{\Delta_{D_2}^2} \right] (1 + \tilde{t})^2 = 220 \mu K \cdot s^{-1} \quad (6.21)$$

Nous avons ainsi, sur un temps de 100 *ms*, un chauffage de 22 μK .

Notons que $\gamma_{\text{chauf}} \propto \frac{P}{\Delta_{D_2}^2}$ et $U_0 \propto \frac{P}{\Delta_{D_2}}$. Avec suffisamment de puissance, il est donc possible d'augmenter le désaccord pour minimiser le taux de chauffage, sans nécessairement faire disparaître le piège.

Pertes par évaporation

Dans la section précédente, nous avons évalué le taux de chauffage des atomes piégés. Le piège ayant une profondeur finie, il existera un certain moment où les atomes les plus énergétiques pourront s'échapper. C'est ce qu'on appelle l'évaporation. D'après les références [60] (Ch 7.1 p77), [66] (ch 4.2.3.1), il est possible d'établir une formule permettant de relier le taux de chauffage du piège γ_{chauf} , à la durée de vie des atomes $1/\gamma_{\text{evap}}$, par la formule suivante où on a posé $\eta = U_0/k_B T$:

$$k_B \gamma_{\text{chauf}} = \frac{\eta - 2}{3\eta} U_0 \gamma_{\text{evap}} \quad (6.22)$$

On obtient ainsi avec les mêmes paramètres que précédemment : $k_B \gamma_{\text{chauf}} = 0.27 \times U_0 \gamma_{\text{evap}}$, ce qui donne $\frac{1}{\gamma_{\text{evap}}} = 810 \text{ ms}$.

6.2 Description du montage expérimental et caractérisations

6.2.1 Le piège dipolaire

Le montage

Sur la figure [Figure 6.2](#), nous avons représenté le montage du piège dipolaire. Le faisceau laser est généré par un laser accordable d'une puissance théorique de 4.5W, suite à un problème technique, nous n'obtenons que 1.8W, soit 1W sur les atomes. Le laser est injecté dans une fibre et ressort sur la table optique (où il y a écrit *Out M²* sur le schéma). Nous ne détaillerons pas tous les éléments, on peut cependant retenir que le faisceau passe par un AOM jouant le rôle d'un switch. Nous avons essayé avec un diaphragme mécanique, pour ne pas perdre de puissance dans l'AOM, néanmoins la fiabilité temporelle de ce dernier n'était pas suffisante, avec l'AOM, nous obtenons des extinctions inférieures à la micro seconde. Ensuite, le faisceau passe par un télescope (100/50) afin d'ajuster sa taille pour obtenir le waist voulu sur les atomes après la lentille de 400mm. La lentille de 100mm du télescope est positionnée sur une platine de translation permettant d'adapter le waist de 270 à 340 μm . Enfin, le faisceau

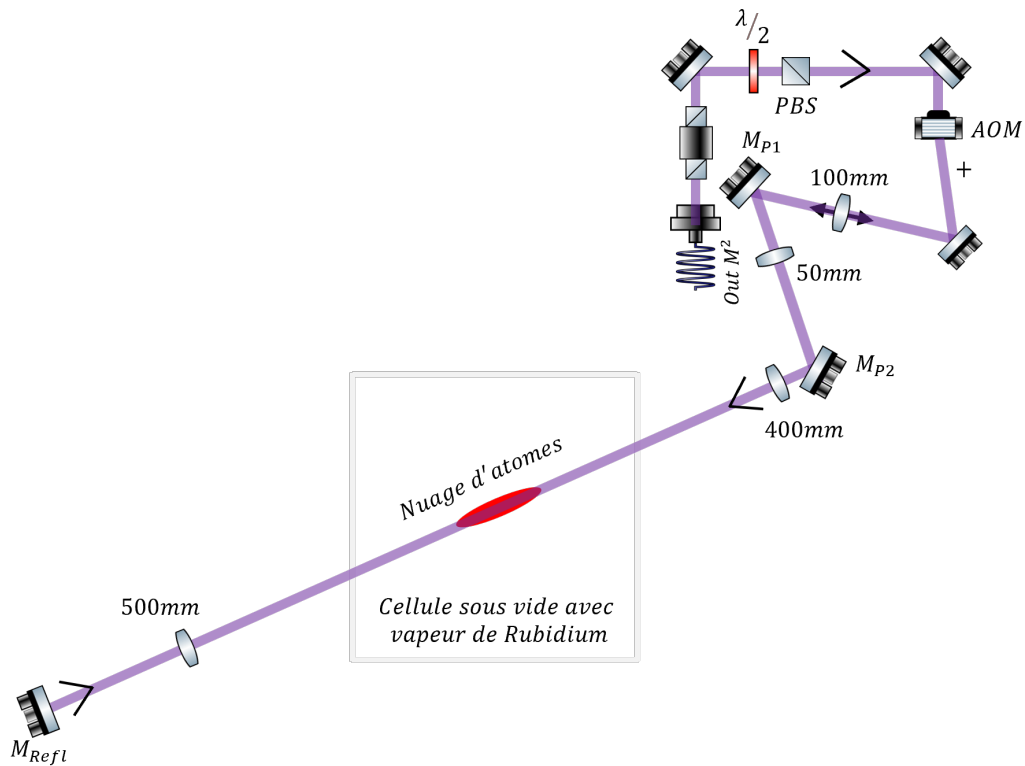


FIGURE 6.2 – Schéma du montage du laser du piège dipolaire. En gris, est représentée la cellule sous vide contenant la vapeur de rubidium. En violet, le faisceau laser du piège. En rouge, les atomes piégés.

est recollimaté avec la lentille de 500mm, rétro-réfléchi sur le miroir M_{Ref1} pour être renvoyé sur les atomes et créer une onde stationnaire.

Alignement Voici les étapes d'alignement du piège :

- Alignement du faisceau sans lentilles : Aligner le faisceau sur les atomes sans l'ensemble des lentilles, vérifier au viseur et à l'imagerie le bon alignement. Le faisceau doit perturber le nuage à résonance.
- Réglage du waist : Positionner l'ensemble des lentilles et mesurer le waist à la caméra, adapter la position de la lentille de 100mm pour avoir le waist voulu. Vérifier le centrage des faisceaux sur les lentilles.
- Alignement fin du faisceau sur les atomes à l'imagerie : Avec les miroirs M_{P1} et M_{P2} , optimiser la position faisceau sur les atomes afin de piéger le plus d'atomes possible. Régler la longueur d'onde du faisceau à côté de résonance (+0, 1nm), cela permet de piéger transversalement les atomes. Vérifier le centrage des faisceaux sur les lentilles, adapter si besoin et reprendre à l'étape de la mesure du waist.

- Réglage de la lentille de 500mm : Positionner la lentille afin de collimater le faisceau au mieux sur une cible éloignée.
- Réglage de la rétro-réflexion : Avec le miroir M_{Reff} , superposer à une position éloignée le faisceau incident et réfléchi. Optimiser à l'imagerie l'épaisseur optique.

Paramètres optimaux pour une grande réflexion

Dans cette section, nous cherchons à évaluer les paramètres optimaux pour la construction du piège afin de maximiser la réflexion. Deux paramètres favorisent la réflexion : le contraste d'indice de réfraction entre les couches et le nombre de couches traversées par la sonde.

L'indice de réfraction $n_a = 1 + \frac{\rho\alpha}{2}$ (Équation 1.29), dépend de la densité et de la polarisabilité. Nous avons déjà discuté de l'effet de la polarisabilité qui dépend du désaccord de la sonde. Il reste donc la densité qui dépend du montage. De l'Équation 6.13, on peut exprimer la densité au centre ρ_0 (Équation 6.15), en fonction du waist et du paramètre $\beta U_0 = U_o/k_B T$, on obtient :

$$\rho_0 = \frac{(1 + \tilde{t})^2 N_{\text{puits}} k_{\text{lat}} (2\beta U_0)^{\frac{3}{2}}}{2\tilde{t} (2\pi)^{\frac{3}{2}} w_0^2} \propto N_{\text{puits}} \frac{(U_o/k_B T)^{\frac{3}{2}}}{w_0^2} \propto N_{\text{puits}} \left(\frac{P}{k_B T |\Delta_{D_2}|} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{w_0^{\frac{7}{2}}} \quad (6.23)$$

Il est ainsi nécessaire d'avoir une température, un waist ou un désaccord les plus petits possibles, ou une puissance P et un nombre d'atomes N_{puits} le plus grands possible. Évidemment, il existera des contraintes limitant la minimisation ou maximisation de ces paramètres.

L'ensemble des variables étant couplées, il est difficile d'évaluer un paramètre optimalement par rapport à une contrainte sans que cela affecte les autres. On va donc partir de la situation de Tübingen [58] et ayant plus du double de puissance (avant le problème technique), nous nous sommes permis d'augmenter le waist du piège à 330 μm plutôt que 220 μm . La raison de cela sera expliquée dans la partie dédiée à la sonde. Dans ce qui suit, nous allons donc vérifier que ces paramètres respectent certaines contraintes limites d'optimisation que nous allons présenter.

La profondeur limite du piège pour maximiser le nombre d'atomes

À l'allumage du piège, l'objectif est d'emprisonner le plus possible d'atomes venant du Dark MOT. Ces derniers ont une température de 60 μK , il faut donc une hauteur de piégeage suffisante pour capturer le maximum d'atomes. Comment la déterminer ?

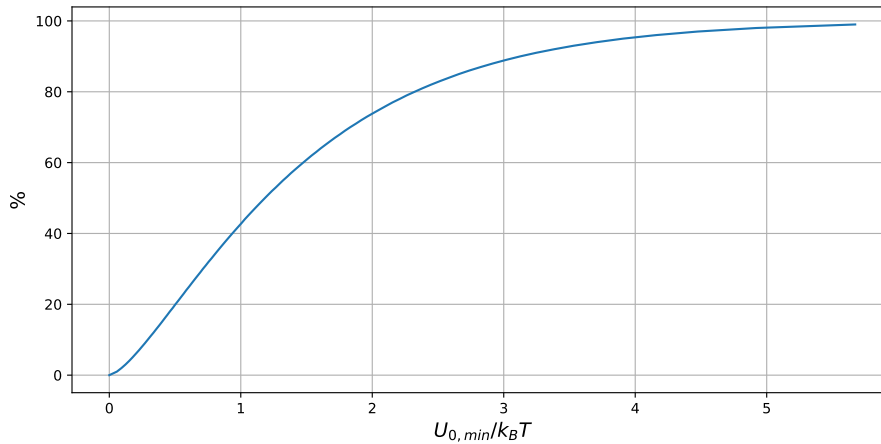


FIGURE 6.3 – Courbe représentant le pourcentage de particule ayant une énergie cinétique inférieur à $U_{0,\min}$ en fonction de $U_{0,\min}/k_B T$. Avec $U_{0,\min}$, que l'on détermine à partir de l'énergie cinétique limite d'une particule ayant une vitesse limite v_{lim} telle que le pourcentage de particule piégé soit égal à $100 \int_0^{v_{\text{lim}}} \rho(v) dv$. Avec ρ la distribution de Maxwell Boltzman [Équation 6.24](#).

La distribution de Maxwell Boltzmann, que l'on peut déduire de l'[Équation 6.10](#), nous donne la distribution des vitesses des atomes du gaz à une température donnée :

$$\rho(v) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{m}{k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right) \quad (6.24)$$

De cette distribution, nous pouvons calculer l'énergie cinétique moyenne, qui est lié à la température : $|E_c| = 1/2 m \langle v^2 \rangle = 3/2 k_B T$.

Notre objectif est de déterminer quel doit être la valeur du puits de potentiel, que nous appellerons $U_{0,\min}$, afin que la majorité des particules ne puissent pas s'en enfuir. Sur la [Figure 6.3](#), nous avons tracé le pourcentage de particules que l'on pourrait piéger en fonction du rapport $U_{0,\min}/k_B T$. Pour tracer cette figure, nous avons déterminé les valeurs de vitesses limites, tel qu'un certain pourcentage X des particules aient une vitesse inférieure à cette limite, on détermine cela avec la distribution des vitesses des atomes. De cela, on pourra poser une énergie cinétique limite tel que $X\%$ des particules aient une énergie cinétique inférieur à cette limite, cette énergie nous donnera $U_{0,\min}$.

Pour garder environ 99% des particules, cela nous donne $U_{0,\min}/k_B T = 5.7$. En comparant cette valeur à la valeur calculée précédemment [Équation 6.5](#) avec les paramètres expérimentaux que l'on a choisis, on obtient $U_0/U_{0,\min} = 11/5.7 = 1.9$. Avec nos paramètres, on est donc bien en mesure de conserver la majorité des particules.

Le waist limite du laser piège Pour rappel, il était nécessaire de minimiser le waist afin de pouvoir maximiser la densité. Il existe cependant des limites à la réduction du waist. Premièrement, celui-ci ne peut pas être plus petit que celui de la sonde, autrement le coefficient de réflexion serait très mauvais. Deuxièmement, un waist trop petit implique une grande divergence et une petite distance de Rayleigh. Cela a pour conséquence de réduire la densité des couches au-delà de la distance de Rayleigh et donc de la réflexion. Cela élargit également la distribution de densité des couches croisées par la sonde, ce qui complique les simulations quand on ajoute les corrections géométriques. Troisièmement, la réduction du waist réduit le nombre de couches traversées par la sonde, regardons ce dernier point plus en détail.

Sur la [Figure 6.4](#), nous avons représenté le piège avec une taille transverse typique σ_{\perp} , traversé par la sonde. Le nombre de couches croisées par la sonde suit la formule suivante :

$$N = \frac{2(2\sigma_{\perp})}{\lambda_{\text{lat}} \tan(\theta)} \quad (6.25)$$

Par conséquent, une augmentation de la taille transverse impliquera une augmentation du nombre de couches croisées. A ce stade il est difficile de dire s'il est préférable de favoriser la densité au nombre de couches croisées, cependant nous ne pouvons pas maximiser indéfiniment ce nombre, car nous sommes limités par la taille du Dark MOT, qui limitera la longueur z_N et donc N . Fixons ce critère de la taille du Dark MOT à la limitation du waist du piège afin d'exploiter au mieux l'ensemble du nuage.

Pour une taille caractéristique du Dark MOT de $z_N = 3\text{mm}$ et un angle de deux degrés, on obtient une taille transverse limite du nuage $\sigma_{\perp, \text{min}} = z_N \tan(\theta)/2 = 52 \mu\text{m}$ ([Figure 6.4](#)).

Pour obtenir le waist limite pour le piège, nous devons utiliser l'[Équation 6.13](#), liant le waist à la taille caractéristique transverse. En appliquant cette formule, cela donne :

$$w_{0, \text{min}} = \sigma_{\perp, \text{min}} \frac{1 + \tilde{t}}{\sqrt{2\tilde{t}}} \sqrt{\frac{2U_0}{k_B T}} \approx 348 \mu\text{m}$$

Par conséquent, pour un waist du piège choisi au-dessus de cette valeur nous réduisons de manière inutile la densité, on gagne cependant en homogénéité des couches traversées. Pour une valeur inférieure, on gagne en densité, mais on perd en nombre de couches traversées. Il y a donc un certain compromis à choisir en dessous de cette valeur limite. Notons qu'expérimentalement nous avons un waist de $330 \mu\text{m}$, qui est légèrement inférieur à cette valeur. Cela nous donne un nombre de couches $N = 7300$.

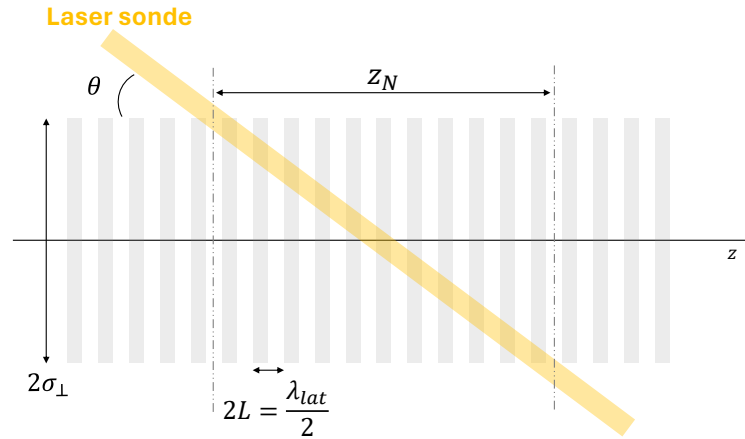


FIGURE 6.4 – Représentation du nombre de couches traversées par le laser de sonde en jaune. On considère que le piège a un diamètre caractéristique de $2\sigma_{\perp}$ (cela représente le diamètre à 68% de la densité Gaussienne transverse) et un espacement de ses couches de $2L$. Le nombre de couches traversées par le laser est $N = z_N/(2L)$, avec $z_N = 2\sigma_{\perp}/\tan(\theta)$ et $2L = \lambda_{\text{lat}}/2$.

Longueur d’onde du piège et taux de chauffage La longueur d’onde est liée à l’angle par la relation de Bragg. Déterminons la longueur d’onde associée à la condition de Bragg géométrique [Équation 5.12](#) :

$$\lambda_{\text{lat}0} = \frac{\lambda_{\text{sonde}}}{\cos(\theta_v)} = 780.716 \text{ nm}$$

Cette relation nous montre que plus l’angle est faible, plus le désaccord l’est aussi. En se référant à l’[Équation 6.5](#), on a : $U_0 \propto -\frac{P}{w_0^2} \left(\frac{1}{3|\Delta_{D1}|} - \frac{2}{3|\Delta_{D2}|} \right)$. Il est donc intéressant de minimiser le désaccord afin de maximiser la profondeur et donc la densité. Cependant, un faible désaccord implique un grand taux de chauffage, ce qui nous fera perdre des atomes. L’ordre de grandeur d’une mesure est de l’ordre de $200\mu s$, on cherche ainsi à voir si le chauffage est négligeable sur cette échelle de temps. De plus, à l’extinction du Dark MOT, tous les atomes n’auront pas été piégés, il faudra donc attendre 50 ms , le temps que tous les atomes non piégés aient le temps de partir. Cependant, cela affecte principalement les mesures par imagerie permettant la calibration du nombre d’atomes, de l’épaisseur optique (etc). En effet, on le verra dans la suite sur l’imagerie, mais les atomes non piégés vont apparaître autour du piège et donc rendre difficile l’identification et la caractérisation de ce dernier. Cela n’affecte cependant pas ce qui se passe dans la zone du piège dipolaire en réduisant le contraste d’indice, puisque dans cette zone tous les atomes subiront la force dipolaire. Les mesures de réflexion et de dynamique temporelle seront seulement affectées par l’absorption que subira la sonde due aux atomes non piégés autour

du nuage.

Sur un temps caractéristique $\Delta t = 200\mu s$, on obtient un chauffage ΔT de (Équation 6.21) :

$$\Delta T = \gamma_{\text{chauf}} \Delta t \approx 0.044 \mu K \quad (6.26)$$

Le chauffage est donc bien négligeable sur une mesure. À partir de $10\mu K$ les simulations font apparaitre des différences, nous sommes donc au moins deux ordres de grandeur en dessous de cette limite, ce qui est raisonnable sans l'être exagérément trop. L'angle de deux degrés est donc adapté, si nous avons quatre ordres de grandeurs, nous aurions pu nous permettre de réduire l'angle et gagner en profondeur du piège.

Sur le temps de $50\mu s$ nécessaire pour évacuer les atomes non piégés, le chauffage est de $11 \mu K$. Ce qui est proche de la limite. Respecter cette condition demanderait d'augmenter significativement l'angle, ce qui réduirait considérablement la profondeur du piège. On devra donc s'accommoder de ce biais qui, comme nous l'avons dit précédemment, a des conséquences limitées.

Caractérisation

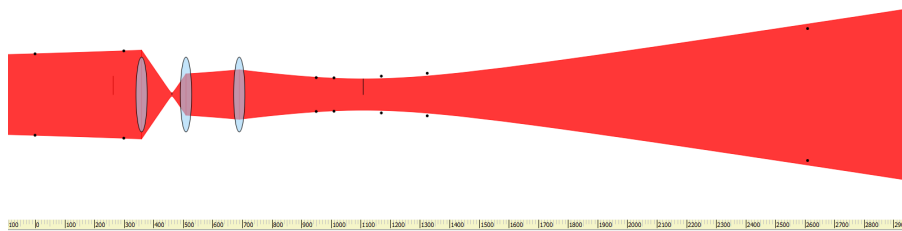
Nous avons caractérisé la taille du faisceau en prenant plusieurs mesures sur le chemin optique du faisceau et nous avons évalué son waist par une régression à l'aide du logiciel Gaussian Beam. Les résultats sont reportés sur la Figure 6.5.

6.2.2 La sonde

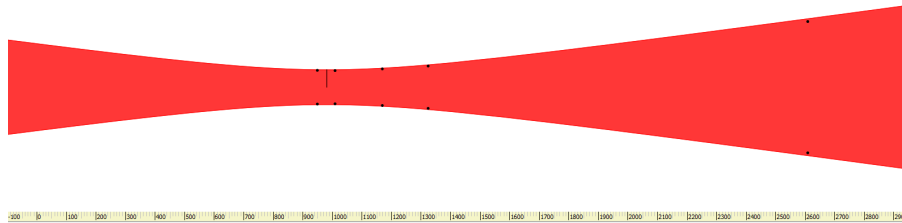
Le montage

Sur la figure Figure 6.6, nous avons représenté le chemin optique de la sonde. Dix pour cents de la puissance de celle-ci est collectée vers une photodiode de référence, afin de mesurer la forme temporelle et la puissance envoyée sur les atomes. Les quatre-vingt-dix pour cent restants sont utilisés pour sonder les atomes. Le faisceau est ensuite focalisé par une lentille placée sur une platine de translation, nous permettant de régler la position du waist. La focale a été choisie afin de correspondre au waist voulu.

La fréquence de la sonde peut varier sur une plage efficace de 20Γ allant de -2Γ à 18Γ . Pour réaliser cela, un second AOM en double passage a été ajouté sur le chemin de la sonde. Cela est résumé sur la Figure 6.7. De par la nature du montage, pour réaliser des rampes sur l'ensemble de la plage accessible des fréquences, il sera nécessaire de les faire en deux parties. Dans un premier temps, l'AOM A est fixé sur une première fréquence pendant que l'AOM C réalise une rampe sur l'ensemble de ses fréquences accessibles. Puis dans un second temps, l'AOM A est fixé sur une autre fréquence et l'AOM C réalise la



(a) *Chemin optique entre l'AOM et les atomes, les miroirs ne sont pas représentés. Dans l'ordre, en partant de la gauche, nous avons la lentille de 100 mm, 50 mm et 400 mm. En ajustant à partir des deux premiers points, on obtient un waist après les lentilles de 290 μm .*



(b) *Chemin optique après le miroir M_{p2} , ajusté directement avec les points autour du waist. On obtient un waist plus fiable de 330 μm .*

FIGURE 6.5 – *Représentation, tirée de Gaussian Beam, de la taille transverse du faisceau de piège en rouge, ajusté sur les mesures expérimentales (points noirs). Le diamètre représenté est à $1/e^2$ de la gaussienne, ce qui est la position standard pour la mesure de waist. Nous avons considéré les diamètres isotropes.*

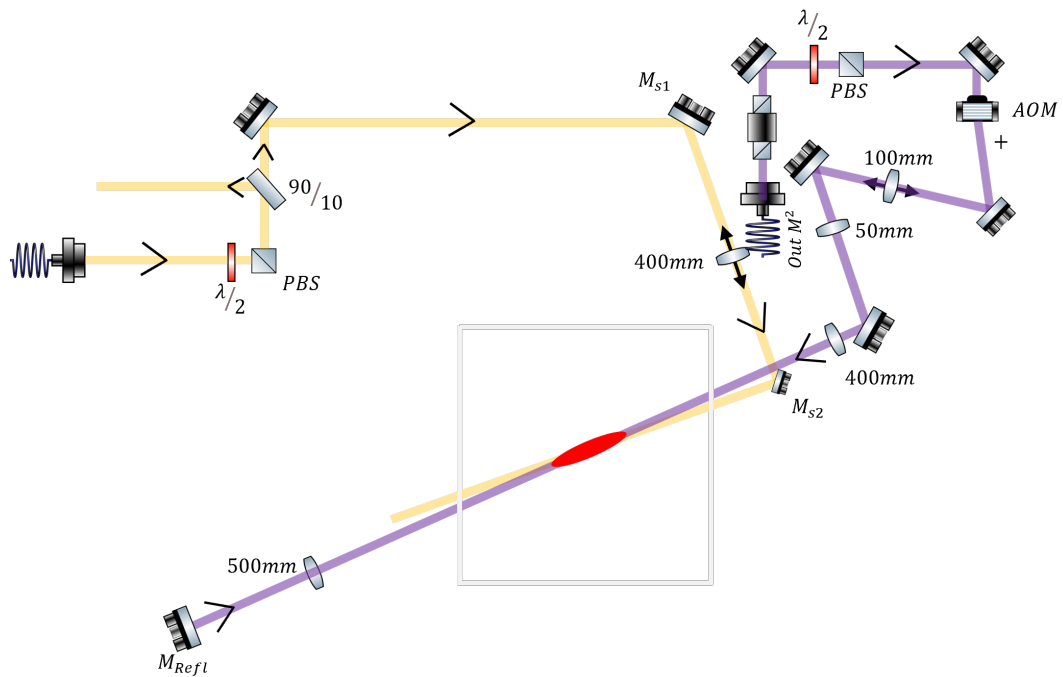


FIGURE 6.6 – Schéma du montage de la sonde et du laser du piège dipolaire. En gris, est représentée la cellule sous vide contenant la vapeur de rubidium ; en jaune, le faisceau de la sonde ; en violet, le faisceau laser du piège ; en rouge, les atomes piégés.

même rampe. Grâce à cela, on obtient une plage de fréquence plus étendue que si nous n'utilisons qu'un seul AOM.

Alignement Voici les principales étapes d'alignement de la sonde :

- Placer le miroir M_{s2} (sans la lentille de 400mm) le plus proche possible du faisceau du piège. Aligner le faisceau de la sonde pour que la distance entre le faisceau du piège et de la sonde corresponde à l'angle d'incidence désiré.
- Alignement du faisceau sans lentille : Aligner au mieux le faisceau sur les atomes.
- Positionnement de la lentille de focalisation : Placer la lentille de focalisation de 400mm et mesurer le waist ainsi que sa position. Déplacer la lentille (si besoin) pour qu'elle ait une distance aux atomes grossièrement (au cm près) égale à celle mesurée.
- Alignement du faisceau sur les atomes avec les miroirs M_{s1} et M_{s2} : Cette méthode peut être réalisée à l'imagerie ou avec la photodiode de transmission (nous présenterons le dispositif plus tard). Éteindre le piège et faire un gros nuage d'atomes après le Dark MOT (Mettre un TOF de 15ms). Placer la sonde à résonance et voir si le passage de la sonde apparaît dans le nuage d'atome à l'imagerie ou si de l'absorption est observée sur la photodiode. Centrer ou optimiser l'alignement de la sonde. Si rien n'apparaît, aligner au viseur avec un petit TOF, le faisceau devrait être visible dans la cellule grâce à la vapeur de Rubidium. Réduire la taille du nuage en baissant le TOF progressivement et améliorer le réglage. Remettre le piège et optimiser le passage du faisceau ou l'absorption avec le piège.
- Optimisation de la position du waist : Piège allumé, déplacer la lentille de 400 mm en avant et en arrière et optimiser l'absorption avec la photodiode de transmission comme dans l'étape précédente. De l'absorption on peut approximer l'épaisseur optique longitudinale qu'il faudra relever, cela nous permettra de déterminer quelle est la position optimale. Réaliser ce réglage nécessitera d'avoir calibré les photodiodes. Nous verrons comment les calibrer dans les prochaines sections.

Waist optimal pour la sonde

Certains effets, que nous allons discuter dans ce qui suit, vont rendre plus compliquer les modélisations, nous allons chercher des critères limites afin de les minimiser.

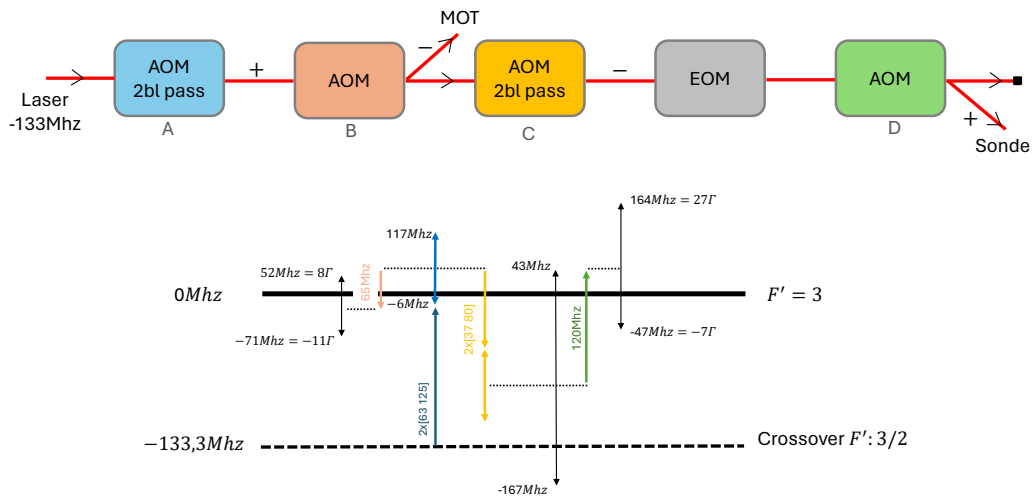


FIGURE 6.7 – Dans la partie supérieure est représenté le circuit du laser à travers les différents AOM (modulateur acousto-optique) et EOM (modulateur électro-optique). Dans la partie inférieure, est représenté le décalage en fréquence qu’induiront les différents AOM. Initialement le laser est locké sur la ligne intermédiaire entre les niveaux hyperfins $F'=3$ et $F'=2$, c’est ce qu’on appelle le crossover $F'=3/2$. En prenant le niveau $F'=3$ comme la référence des fréquences, le crossover correspond à une fréquence de -133.3 MHz de ce niveau. Pour commencer, le laser va passer par l’AOM A en double passage, où la fréquence sera décalée positivement. Après cela, il passera par l’AOM B qui servira de Switch entre le faisceau pour le MOT et la sonde, la sonde récupérera la partie non décalée en fréquence. Ensuite, le laser passera dans un second AOM en double passage C, où la fréquence sera décalée négativement. Après, il passera par l’EOM et enfin le dernier AOM D qui permettra de ramener la fréquence là où ça nous intéresse. Ce dernier AOM est également utile pour couper l’intégralité de la lumière puisque l’EOM en mode coupé laisse toujours passer 5% de lumière.

Premièrement, le waist doit être suffisamment petit par rapport au waist du piège, pour que la densité transverse d'atomes soit le plus homogène possible sur le chemin de la sonde. En revanche, un waist trop petit implique une longueur de Rayleigh plus courte, si elle est plus petite que la taille du piège, le faisceau va diverger de manière trop importante au travers des différentes couches. En considérant, comme précédemment, que le Dark MOT a une taille caractéristique de 3 mm , en utilisant cette valeur pour la longueur de Rayleigh du faisceau sonde, on obtient un waist minimum de $w_{\text{sonde,min,1}} \approx 27\mu\text{m}$.

Il existe une seconde contrainte liée à la détection. En effet, vu que nous travaillons dans le régime de l'optique linéaire, l'intensité de la sonde est limitée. A puissances équivalentes, un faisceau avec un waist plus petit implique une intensité plus grande. Les détecteurs ayant un seuil de détection dépendant de la puissance, si celle-ci est trop faible, nous ne mesurons rien ou le temps d'intégration devra être très long. Il existe ainsi un waist limite permettant de rendre les mesures efficaces, qui s'obtient avec la formule suivante :

$$w_{\text{sonde,min,2}} = \sqrt{\frac{2P}{\pi I}}$$

Avec P la puissance de la sonde et I l'intensité maximum pour rester dans le régime linéaire. Le niveau de bruit des détecteurs étant de $3nWRMS$, on cherche à avoir une puissance supérieure à ce seuil. Pour l'intensité, pour rester dans le régime linéaire, on doit être au moins 10 fois inférieur à l'intensité de saturation $I_{\text{sat}} = 16\text{ W.m}^{-2}$. On obtient ainsi $w_{\text{sonde,min,2}} = 33\mu\text{m}$.

Enfin, il existe une dernière contrainte due la géométrie de l'expérience qui limite l'angle ou la divergence de la sonde. En effet, il est nécessaire de pouvoir séparer le faisceau du piège et de la sonde au niveau du miroir M_s2 . Un faisceau Gaussien a pour divergence (angle entre le centre et le bord du faisceau loin de la distance de Rayleigh) [63] : $\theta_{\text{div}} = \lambda_{\text{lat}}/(\pi w_0)$. On doit donc avoir la divergence plus petite ou égale à l'angle de la sonde avec le piège, donc $\theta \geq \theta_{\text{div}}$. En remplaçant θ_{div} , cela nous donne :

$$w_{\text{sonde,min,3}} = \frac{\lambda_{\text{lat}}}{\pi\theta}$$

Pour $\lambda_{\text{lat}} = 780.83\text{ nm}$, on obtient $w_{\text{sonde,min,3}} \approx 7\mu\text{m}$. On est donc inférieur aux précédentes limites. Notons qu'il faudrait multiplier cette limite par environ 1.5 pour avoir 99% de l'intensité du faisceau non superposé avec le piège.

Caractérisation

Comme pour le piège, nous avons caractérisé la taille du faisceau en prenant plusieurs mesures sur le chemin optique du faisceau et nous avons évalué son waist ainsi que sa position par une régression à l'aide du logiciel Gaussian Beam [Figure 6.8](#). Nous mesurons un waist de $36\mu\text{m}$.

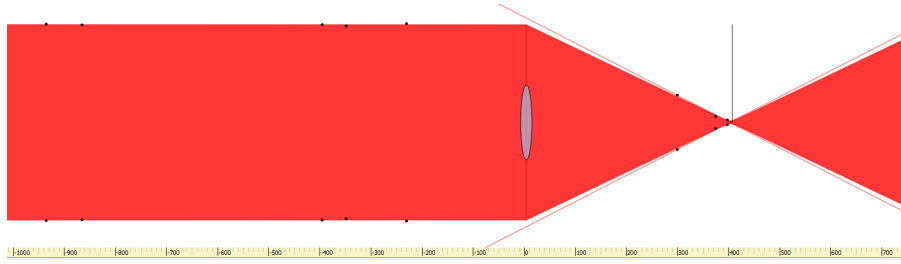


FIGURE 6.8 – Représentation tirée de *Gaussian Beam*, de la taille transverse du faisceau de sonde en rouge, obtenu par une régression sur les mesures expérimentales (points noirs) avant la lentille de 400mm. Nous avons considéré les diamètres isotropes. On obtient un waist de $39 \mu\text{m}$ (avec les points avant la lentille). La croix en rouge autour du waist représente le fit du waist fait avec les points après la lentille, on obtient un waist de $36 \mu\text{m}$.

Nous avons également caractérisé le pourcentage d’extinction et le temps de coupure avec l’HPM comme dans la première expérience sur la super-radiance, cela n’a pas changé et est toujours autour de 2 ns .

6.2.3 Le système de détection

Le montage

Le système de détection est constitué d’un ensemble de trois paires de photodiodes (Figure 6.9). Chaque paire est constituée de photodiodes avec des bandes passantes complémentaires, afin de pouvoir prendre des mesures lentes ou en stationnaires pour les spectres de réflexion et les calibrations ou alors pour les mesures de dynamique temporelle nécessitant une bande passante élevée.

Nous avons disposé une première paire avant les atomes, où l’on a placé une lame 90/10 permettant de récupérer une partie du faisceau de sonde. Cela nous permet de mesurer le signal incident afin de savoir ce que l’on envoie sur les atomes, ceci de manière simultanée à la prise de données, ce qui permet de s’affranchir d’éventuelles variations de l’intensité de la sonde. Une seconde paire est placée en transmission, cela nous permet de mesurer l’absorption par les atomes, ce qui peut nous donner des indications sur l’épaisseur optique. Enfin, une dernière paire est placée dans la direction de la réflexion de Bragg.

Pour la transmission et la réflexion, nous avons dû mettre un système de filtrage. Les vitres de la chambre à vide reflètent et diffusent le laser du piège, la distance entre la sonde et le piège étant faible, une partie de cette lumière diffusée passe par le circuit de détection, ce qui sature les photodiodes. Par conséquent, un premier filtre spatial a été installé. En faisant converger le faisceau, il est ainsi possible de couper, à l’aide d’une fente, une bonne partie du signal du piège. Cela n’étant pas suffisant, nous avons dû ajouter un filtre en polarisation. Pour

réaliser ce second filtrage, nous avons polarisé le piège et la sonde dans des directions orthogonales, afin de filtrer celui du piège. Avec ces deux filtres, le résultat est satisfaisant pour ne plus saturer les photodiodes.

Alignement de la réflexion avec le « papillon » Sur la partie de la transmission, nous pouvons observer sur la [Figure 6.9](#) un miroir flip-flop entre la lentille de 400 mm et celle de 300 mm. C'est ce que nous appelons le papillon. Cela nous sert à la calibration des pertes sur le chemin de la réflexion afin de déterminer correctement sont pourcentage ainsi qu'à l'alignement initial du montage. En effet, vu que le signal de réflexion est trop faible pour être mesurable à l'œil nu ou au viseur, nous simulons ce signal en renvoyant le signal transmis (qui est visible) symétriquement au signal incident par rapport au laser du piège. Avec cela, on est censé passer au même endroit que la réflexion. Ensuite, en comparant les puissances avant et après les éléments optiques sur le circuit de la réflexion, nous parvenons à estimer les pertes. Nous détaillerons dans la section suivante plus précisément ce protocole de calibration. On peut retenir que l'avantage d'utiliser le faisceau transmis plutôt que celui d'un autre laser, est que celui-ci aura les caractéristiques (taille, longueur d'onde, divergence...) les plus proches du signal réellement réfléchi, ce qui rendra les calibrations et les alignements plus précis.

Regardons les étapes d'alignement de la réflexion, notons que tout est réalisé avec la photodiode lente :

- Alignement du faisceau de réflexion simulée : Pour renvoyer le faisceau symétriquement à la sonde, il peut être utile de fabriquer une paire de cibles avec trois trous. Un au centre pour le passage du laser piège, un autre correspondant au passage de la sonde et enfin le dernier construit par symétrie pour le passage de la réflexion simulée. Il est nécessaire de mettre la sonde en continu pour la voir. Avec cela, il devrait être facile d'aligner visuellement le faisceau avec les deux miroirs du papillon.
- Alignement du montage pour la détection de la réflexion : Une fois le faisceau de réflexion simulée aligné, il faut aligner le reste du montage, de sorte que le faisceau passe bien au centre des éléments optiques. Il ne sera pas possible de passer au centre de la lentille de collection de 300mm, qui est gênée par le faisceau du piège. Il faudra ensuite allumer le piège avec des impulsions rampés en fréquence (nous verrons comment réaliser ces cycles plus tard) et régler le diaphragme pour filtrer les réflexions du piège ainsi que le filtre polariseur. Enfin, il faudra aligner le faisceau sur ce qu'on appelle le plateau de la photodiode. Pour vérifier cela, il faut bouger légèrement le dernier miroir devant le détecteur, si la puissance ne varie pas et atteint un plateau, c'est donc que le laser est focalisé sur une surface plus petite que celle du détecteur. Si ce n'est

pas le cas, il faut adapter la position de la lentille devant la photodiode.

- Alignement de la réflexion réel : A pleine puissance, il devrait être possible de voir apparaître la réflexion réelle avec les impulsions de sonde rampés en fréquence. Optimiser l'alignement sur la photodiode avec le dernier miroir en face d'elle et chercher le plateau. Si aucune réflexion n'apparaît, jouer avec la fente et voir si le faisceau n'était pas coupé, autrement, il faut refaire les étapes précédentes plus minutieusement.
- Vérification du passage de la réflexion : Une fois la réflexion obtenue, se remettre dans la configuration de la réflexion simulée. Notre objectif est de faire converger l'alignement de la réflexion réelle et simulée afin de vérifier visuellement s'il n'y aurait pas une partie du faisceau qui serait coupé par un élément optique sur son passage. Comme nous savons que le montage est aligné pour la réflexion réelle, nous allons chercher un signal optimal sur les photodiodes avec la réflexion simulée en touchant seulement au deux miroirs du papillon. Une fois ce signal obtenu, nous pouvons vérifier si le signal passe relativement bien au centre des éléments optiques. Si ce n'est pas le cas, il faudra compenser cela en touchant aux différents miroirs sur le passage de la réflexion tout en gardant du signal sur la photodiode et reprendre à l'étape précédente.

Caractérisation des photodiodes

Dans cette section, nous allons vérifier les données constructeur des photodiodes rapides, les lentes n'étant pas critiques pour les mesures de dynamique temporelle, nous ne les caractériserons pas.

Donnée constructeur des photodiodes lentes Nous utilisons des photodiodes à avalanche Hamamatsu C10508-01, qui ont pour caractéristiques constructeurs :

- Sensibilité : $1.5 \times 10^4 mV/\mu W$
- Minimum de détection : $0.063 nW RMS$
- Bande passante : $0 Hz - 10 MHz$

Données constructeur des photodiodes rapides Nous utilisons des photodiodes à avalanche Hamamatsu C12702, qui ont pour caractéristiques constructeurs :

- Sensibilité : $45 mV/\mu W$
- Minimum de détection : $3 nW RMS$
- Bande passante : $4 kHz - 100 MHz$

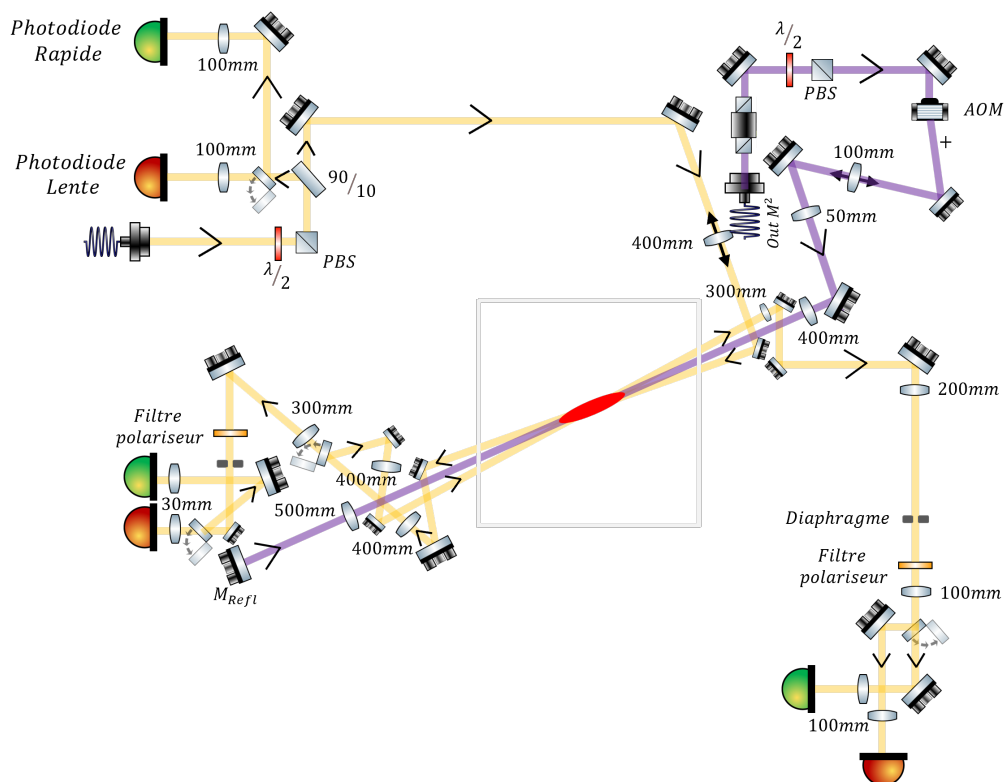


FIGURE 6.9 – Schéma complet du montage du piège dipolaire avec la sonde et le système de détection en vert et orange, constitué de photodiodes à avalanches rapides et lentes. En gris, est représentée la cellule sous vide contenant la vapeur de rubidium. En jaune, le faisceau de la sonde, en violet, le faisceau laser du piège. En rouge, les atomes piégés.

Dans ce qui suit, nous allons vérifier ces données.

Sensibilité Pour mesurer la valeur de sensibilité de nos photodiodes (APD), nous procédons comme suit : Tout d’abord, nous calibrons la sensibilité des APD lentes en mesurant la puissance lumineuse devant chacune d’elles. Les plages de sensibilités en puissance n’étant pas les mêmes entre le puissance-mètre et les APD lentes, nous devons, après mesure des puissances, placer un filtre ND (calibré) pour ne pas saturer les APD. Il est à noter que la mesure des puissances est assez imprécise due à la faible puissance de la sonde et de l’imprécision induite par le waist du faisceau sur le détecteur qui manque de linéarité à faible puissance.

Une fois les sensibilités des APD lentes obtenus, nous cherchons les sensibilités des APD rapides. Pour cela, nous effectuons des impulsions d’une microseconde que nous mesurons avec les APD lentes et rapides. Ensuite, à partir de la valeur mesurée sur les APD lentes, nous pouvons retrouver la puissance envoyée sur les APD rapides et ainsi déterminer les sensibilités. Il est à noter que nous choisissons des impulsions d’une microseconde de manière à être dans un régime pour lequel aucun des signaux n’est trop atténué dans sa partie stationnaire, soit un régime pour lequel les bandes passantes des photodiodes se recouvrent. Notons également que nous considérons que les différents chemins optiques entre les détecteurs rapides et lents voisins n’affectent que très peu les puissances.

Nous obtenons ainsi des sensibilités comprise entre 40 à 56 $mV/\mu W$ pour les trois APD.

Minimum de détection Pour vérifier le minimum de détection, nous mettons des caches devant les détecteurs et nous mesurons la largeur RMS du bruit sur l’oscilloscope. A partir de la valeur de la sensibilité ($mV/\mu W$) trouvé précédemment et de la largeur RMS en millivolt lu sur l’oscilloscope, on obtient la largeur RMS en nW. On obtient ainsi des largeurs de l’ordre de 7 à 12 nW . Cela est 2 à 4 fois supérieurs aux données constructeurs. Au regard des incertitudes de mesures, cela nous semble acceptable pour ne par renvoyer les APD.

Bande passante Pour mesurer la bande passante des détecteurs couplés à leurs câbles de 3 mètres que l’on caractérisera par leur fonction de transfert H , nous allons mesurer la réponse $S_{out}(t)$ (Figure 6.10) à l’envoi d’une impulsion laser picoseconde $S_{in}(t)$. D’après les données constructeur du laser, nous considérons cette impulsion comme une Gaussienne de largeur à mi-hauteur de 60 ps . L’ensemble de ces fonctions sont liés par le produit de convolution suivant : $S_{out}(t) = H(t) * S_{in}(t)$. En réalisant la transformée de Fourier de ce produit de convolution, nous obtenons : $S_{out}(\omega) = H(\omega) \times S_{in}(\omega)$. En isolant $H(\omega)$, nous sommes en mesure de tracer les diagrammes de Bode (Figure 6.11), nous donnant les fréquences de coupures hautes. On remarque que cela est en

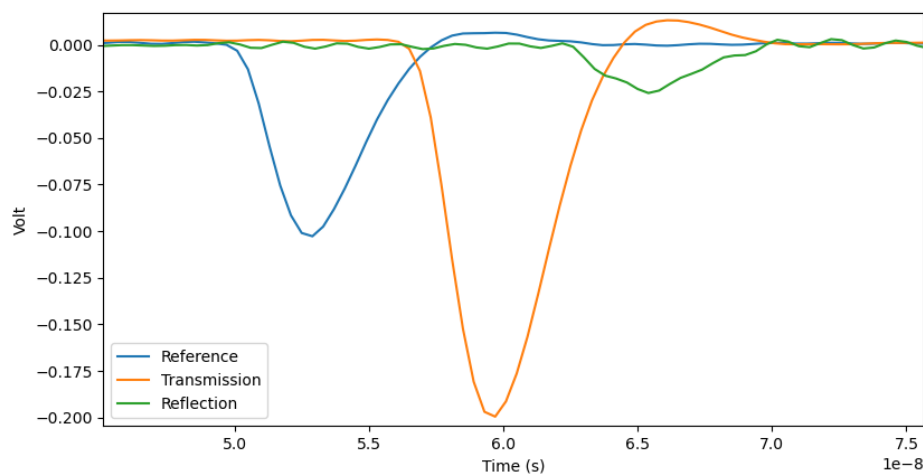


FIGURE 6.10 – Réponse à l'impulsion picoseconde des APD ; de référence en bleue, en transmission en orange et en réflexion en vert. Le signal vert est amplifié sept fois par rapport aux autres pour plus de visibilité. On remarque que les écarts entre les signaux correspondent à la différence de temps pour que la lumière se propage sur les différents chemins optiques entre les APD. En effet, entre l'impulsions bleue et orange, nous avons 6.8ns , soit 2.0 mètre, ce qui correspond approximativement à la distance que l'on mesure entre les APD.

accord avec les données du constructeur. En ce qui concerne les fréquences de coupures basses, nous n'avons pas fait la mesure du fait que cela n'a pas d'importance au vu de nos expériences.

6.3 Caractérisation du miroir de Bragg

Dans cette dernière section, nous allons caractériser le miroir de Bragg, c'est-à-dire principalement la réflexion. Mais nous allons également caractériser les grandeurs associées au nuage d'atomes constituant le miroir ainsi que l'angle précis de la sonde sur les atomes. Ces mesures sont indispensables avant une prise de mesure de dynamique temporelle que nous verrons dans le chapitre suivant. Regardons dans ce qui suit le résumé de ce qu'il est nécessaire de faire avant une prise de mesure, cela nous donnera le schéma de développement de cette section :

- Alignement fin de la sonde et du piège, pour l'optimisation de la réflexion.
- Calibration des photodiodes de réflexion et de transmission, afin de déterminer les pourcentages de réflexion, de transmission, et par combinaison de ces derniers, le pourcentage de lumière diffusée.
- Caractérisation des grandeurs du piège et du DMot par imagerie tels que la température, le nombre d'atomes, ou la taille.

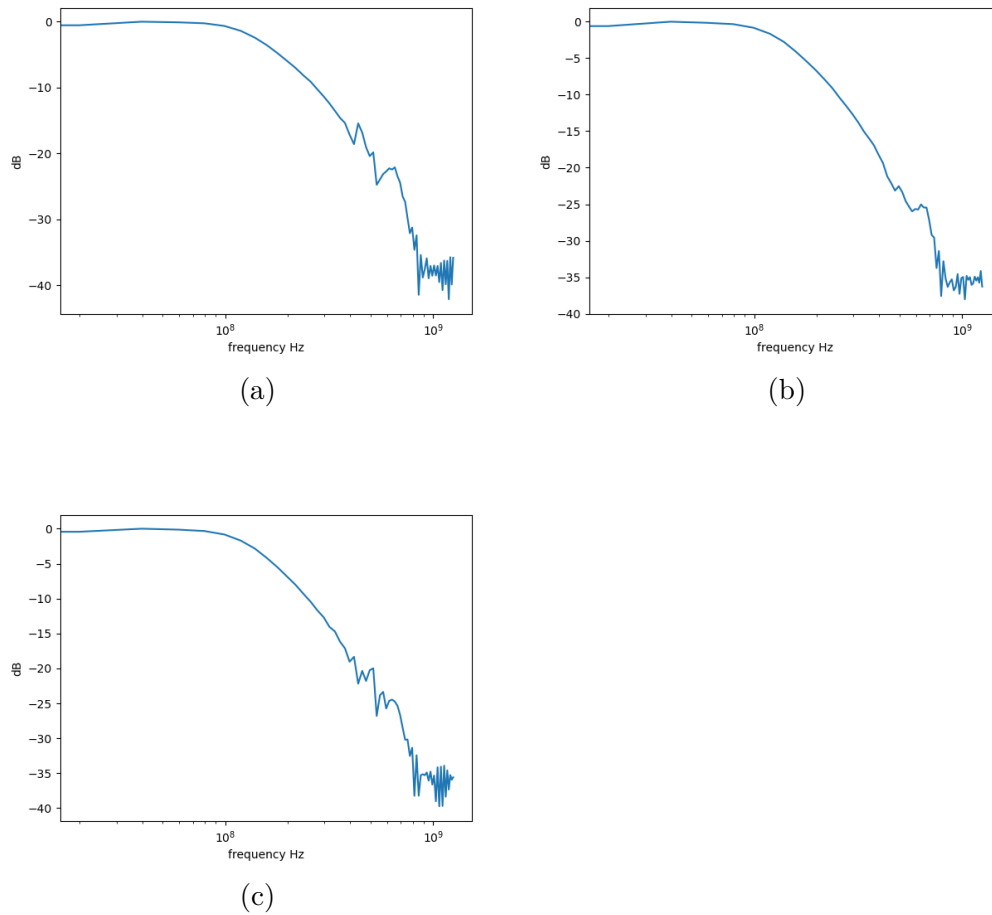


FIGURE 6.11 – *Diagramme de Bode des APD rapides, en (a) la APD de référence, en (b) la APD en transmission et en (c) la APD en réflexion. En ordonnée, l'atténuation est en décibel suivant la formule $dB(\omega) = 10\log(|S_{in}(\omega)|/|S_{out}(\omega)|)$.*









EVENEMENTS	TEMPS	PIEGE On/Off	NOMBRE D'ATOMES	ETAT VISUEL DES ATOMES
MOT	200 ms	off	...	 T = 100 μK
DARK MOT	15 ms	off	10 ⁹	 T = 40~160 μK
DELAY TRAP	30 ms	on	DT = 30 → 10 ⁸ atoms DT = 80 → 0,5.10 ⁸ atoms	
REPUMPER	1 ms	on	10 ⁸	
REP Ext	0,1 ms	on	...	
PULSE 1	0,1 ms	on	...	100 μs 
Break	0,1 ms	on	...	
PULSE 2	0,1 ms	on	...	100 μs 

FIGURE 6.12 – Cycle de spectre de réflexion. Nous avons représenté les différents événements lors d'un cycle avec leur état visuel sur l'expérience, ainsi que le temps de chacun de ses événements. Nous avons précisé l'état du piège, c'est-à-dire s'il est allumé (On) ou éteint (Off), ainsi que le nombre d'atomes en fonction des différents événements.

- Mesure de l'épaisseur optique longitudinale avec la transmission (piège éteint)
- Mesure des spectres de réflexion et de transmission

6.3.1 Description d'un cycle de mesure pour la réflexion

Sur la Figure 6.12, nous avons représenté les cycles afin de réaliser une mesure des spectres de réflexion et de transmission. Nous réalisons d'abord le chargement du Mot, puis une séquence de Dark Mot. Après cela, nous allumons le laser du piège pendant un certain temps que nous appelons le DT (pour Delay Trap). Pendant ce temps, à cause du chauffage, le piège va se réchauffer jusqu'à atteindre une limite dépendant de la profondeur du piège. Une fois cette limite atteinte, l'évaporation débutera et une partie des atomes disparaîtront. Ensuite, nous réalisons les impulsions qui seront rampées en fréquence avec l'AOM C (Figure 6.7). Entre eux, une pause de 100 μs sera effectuée pour laisser le temps à l'AOM A de changer de fréquence, ce qui permettra au second pulse de réaliser une rampe en fréquence sur une autre plage. La durée des impulsions, ainsi que le temps de pause entre elles, ne peut pas être trop grand, autrement on aurait une différence d'atomes entre les deux impulsions. De plus, l'EOM n'est plus stable à partir d'une certaine limite, car il n'est plus asservi après la phase de MOT. En mesurant la réflexion et la transmission en continu, on obtient un signal stationnaire sur un maximum de 300 μs.

6.3.2 Protocoles d'alignement

Regardons à présent nos protocoles d'alignement fins, de la sonde et du piège, les alignements grossiers ayant déjà été effectués. Nous entendons par

alignement fin, les alignements nécessaires de refaire avant une prise de mesure, due à l'extrême sensibilité de certains éléments. ils ne peuvent être effectués que si nous partons d'une situation globalement bien alignée où l'on obtient déjà une réflexion.

Alignement fin de la rétro-réflexion et de la sonde sur les atomes

Premièrement, notre objectif est que la sonde croise le plus d'atomes possible, nous cherchons donc à maximiser l'épaisseur optique sur le passage de la sonde. Pour réaliser cela, nous envoyons un cycle comme sur la [Figure 6.12](#), sauf qu'après avoir piégé les atomes dans le piège dipolaire, nous coupons le laser du piège et nous réalisons les impulsions de sonde. Il est nécessaire de couper le piège afin de casser le miroir et enlever la réflexion. Autrement, la transmission serait affectée par la réflexion. Une fois ces cycles en marche, nous regardons en direct sur l'oscilloscope le signal de transmission qui ressemble à une cloche inversée ([Figure 6.21](#)) et nous tentons, en réglant les miroirs d'alignement de la sonde, de maximiser l'absorption, donc de maximiser la largeur de la cloche. Il peut être utile d'ouvrir la fente à ce moment, puisque le faisceau du piège est éteint, cela évite de confondre un désalignement avec une transmission moindre. Il est également nécessaire de vérifier que le faisceau de sonde est bien sur le plateau de la photodiode.

Dans un second temps, nous allons réaliser l'alignement fin de la rétroflexion du piège. Celle-ci est très sensible aux moindres vibrations et au touché de la table optique sur lequel est fixé le miroir. Nous réalisons cette optimisation en regardant le signal de réflexion afin de l'optimiser.

6.3.3 Caractérisation du nuage d'atomes dans le piège par imagerie

Dans cette section, nous allons présenter comment nous caractérisons le nuage d'atomes par imagerie. Nous allons présenter dans un premier temps les cycles d'imagerie que nous paramétrons dans le programme de contrôle. Ensuite, nous présenterons les différents résultats que nous obtenons.

Description d'un cycle d'imagerie

Les cycles d'imagerie sont décrits sur la [Figure 6.13](#). Ils sont identiques aux cycles de réflexion jusqu'à l'étape du Delay Trap. Ensuite, les images sont réalisées comme pour la super-radiance, où il peut être ajouté un temps de vol avant le premier pulse. Sur la [Figure 6.14](#), nous avons montré une impression d'écran du logiciel d'imagerie, on peut voir le nuage d'atomes après un temps de vol de 2 *ms*.










EVENEMENTS	TEMPS	PIEGE On/Off	NOMBRE D'ATOMES	ETAT VISUEL DES ATOMES
MOT	200 ms	off	...	 T = 100μK
DARK MOT	15 ms	off	10 ⁹	 T = 40~160μK
DELAY TRAP	30 ms	on	DT = 30 → 10 ⁸ atoms DT = 80 → 0,5.10 ⁸ atoms	
REPUMPER	1 ms	on	...	
REP Ext Piège Ext	0,1 ms	off	...	
PULSE 1	1 ms	off	...	100μs  
Pause	70 ms	off	...	
PULSE 2	1 ms	off	0	100μs 
Pause	70 ms	off	0	
Background	1 ms	off	0	

FIGURE 6.13 – Cycle d'imagerie

La taille, le nombre d'atomes et l'épaisseur optique transverse du piège

Regardons à présent les résultats de l'imagerie.

Température en fonction du temps de piégeage Sur la [Figure 6.15](#), nous pouvons voir la variation de la température en fonction du temps de piégeage. Elle reste identique pour un délai de piégeage (DT) allant de 30 à 60 ms. Par conséquent, dès 30 ms, nous avons atteint le seuil d'évaporation.

Densité en fonction du temps de piégeage La mesure de la densité ou du nombre d'atomes en fonction du temps de piégeage, n'est évaluable correctement qu'après un certain temps DT. En effet, avant 30 à 40 ms, la présence des atomes non piégés vient biaiser la mesure. On le voit sur la [Figure 6.16](#), où l'on a tracé le nombre d'atomes en fonction du temps de vol pour différents temps de piégeages. Le nombre d'atomes est censé rester constant, c'est ce que nous observons pour $DT \geq 60$, il ne l'est cependant pas pour $DT = 30$.

Sur la [Figure 6.17](#), on a tracé le nombre d'atomes en fonction du temps de piégeage. On a tracé la courbe d'ajustement de la décroissance et extrait la durée de vie des atomes dans le piège $\tau_{\text{perte}} = 82$ ms, ce qui est 10 fois inférieur à l'évaluation basée sur le chauffage dû à l'émission spontanée ([Équation 6.21](#)). Il semble donc que d'autres effets soient présents, par exemple le bruit d'intensité du laser [[67](#), [68](#)]. Nous n'avons pas poussé l'investigation plus loin. Une première piste à explorer serait d'ajouter des supports aux plaques sur lequel sont fixées les optiques, afin de limiter les vibrations.

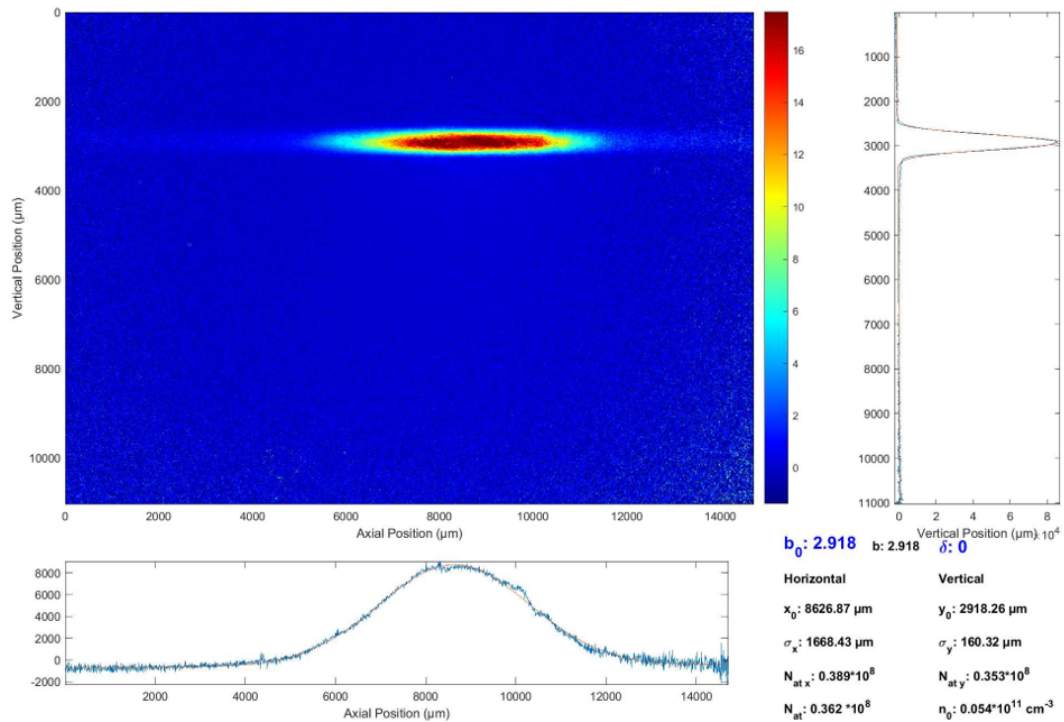


FIGURE 6.14 – Image montrant l'épaisseur optique du nuage d'atomes en échelle de couleur. Les atomes sont initialement capturés dans le piège dipolaire, l'image est prise après un temps de vol de 2 ms après extinction du piège. L'épaisseur optique est déduite en tout point par la formule de Beer-Lambert $b = -\ln\left(\frac{I_{\text{in}}}{I_{\text{out}}}\right)$. En mode "cut", un ajustement gaussien est réalisé dans les deux directions au centre du nuage (zone avec l'épaisseur optique la plus importante), nous donnant les tailles caractéristiques transverse σ_{\perp} et longitudinale σ_z . En mode "int" l'épaisseur optique est intégrée sur les deux axes et les régressions sont réalisés sur l'intégrale.

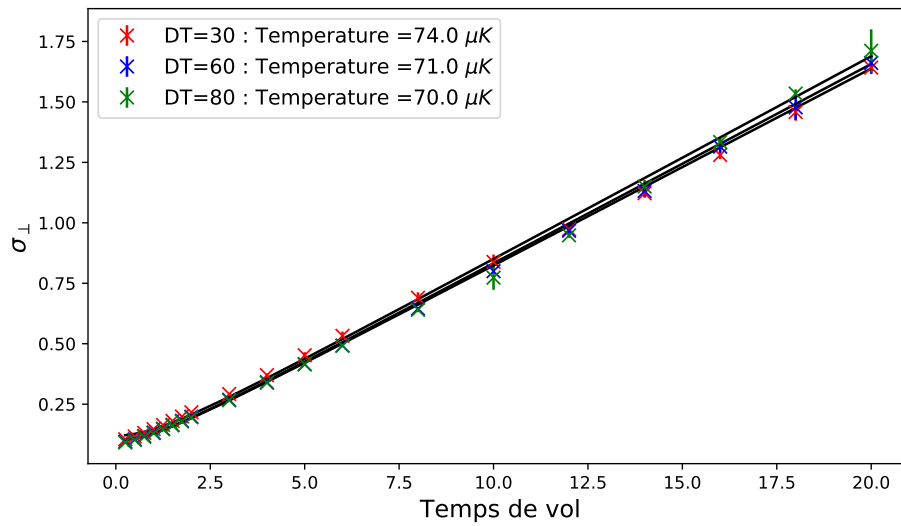


FIGURE 6.15 – Taille transverse σ_{\perp} en fonction du temps de vol des atomes hors du piège pour différentes valeurs de temps de piégeage (rouge $DT = 30$ ms, bleu $DT = 60$ ms, vert $DT = 80$ ms), pour $\lambda_{\text{lat}} = 780.83$. La température initiale du DMot est de $60 \mu\text{K}$. En noir ce sont les courbes d'ajustement selon la formule $\sigma_{\perp}(t) = \sqrt{\sigma_{\perp}^2(0) + (v_{\perp}t)^2}$, avec v_{\perp} la vitesse quadratique moyenne d'expansion du nuage sur un des axes transverse. Cette vitesse est liée à la température par la formule $\frac{1}{2}k_B T = \frac{1}{2}mv^2$. On peut noter qu'aux incertitudes près ($\pm 10 \mu\text{K}$), la température ne dépend pas du DT .

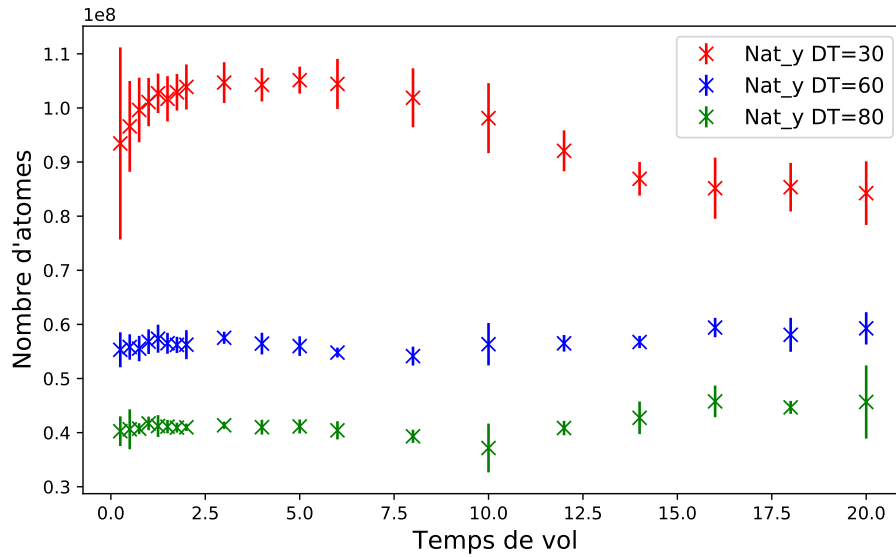


FIGURE 6.16 – Nombre d’atomes en fonction du temps de vol pour différents temps de piégeage DT pour $\lambda_{\text{lat}} = 780.83$. Le nombre d’atomes est déduit dans le mode de régression "int" à partir de b_0 et de σ_{\perp} , par la formule suivante $b_0 = \frac{7}{15} \frac{3N}{(k_0 \sigma_{\perp})^2}$, avec k_0 le vecteur d’onde de la sonde. La valeur $DT = 30$ ne donne pas un nombre d’atomes constant, cela est dû aux biais des atomes non piégés qui sont toujours présents à des temps inférieur à $30 \approx 40$ ms. Ces atomes ont pour effets de fausser les régressions d’imageries.

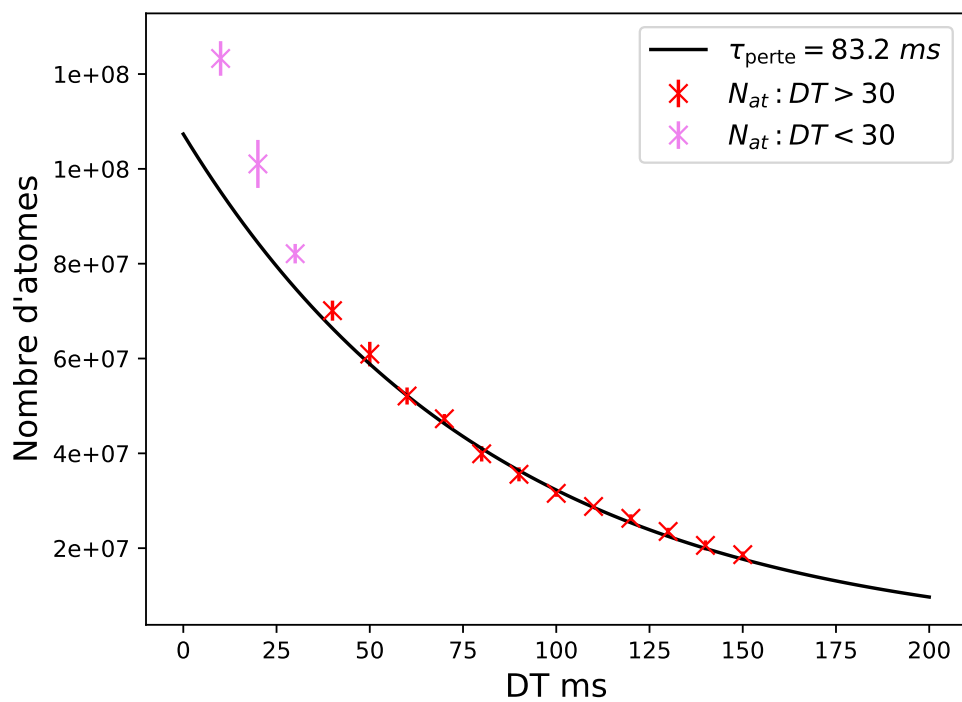


FIGURE 6.17 – Nombre d'atomes en fonction du temps de piégeage DT pour $\lambda_{\text{lat}} = 780.83 \text{ nm}$. En rouge, nous avons représenté les valeurs fiables, soit pour $DT > 30 \text{ ms}$. En rose, les valeurs biaisés, $DT < 30 \text{ ms}$, pour lequel les fits d'imagerie sont moins fiables, dû à la présence des atomes non piégés. En noir, nous avons représenté le fit exponentiel de coefficient τ , le fit est réalisé uniquement sur les données en rouges.

6.3.4 Caractérisation de la réflexion, de la transmission et de l'épaisseur optique longitudinale

Calibration des photodiodes et normalisation des signaux

Pour réaliser les mesures des spectres de réflexion et de transmission et déterminer quel est le pourcentage de la lumière réfléchi et transmise, il est nécessaire de normaliser les signaux et de calibrer les photodiodes.

Tout d'abord on réalise la normalisation qui a pour objectif de rendre les signaux de réflexion et de transmission indépendant de la forme et de l'intensité des signaux qui sont envoyés sur les atomes. Cette normalisation consiste à diviser le signal d'intérêt par le signal incident, notons que nous veillons à bien supprimer les offsets présents avant et après les impulsions.

Une fois cette normalisation effectuée, il est nécessaire d'ajouter des coefficients de calibrations aux signaux normalisés, afin de déterminer les pourcentages de transmission et de réflexion. On réalise ces calibrations avec les cycles pour lesquels il n'y a pas d'atomes froids dans la cellule, donc pas de réflexion ni d'absorption. Celles-ci consistent à relever la valeur du plateau du pulse mesuré en réflexion ou en transmission et à diviser le signal par cette valeur pour le ramener à un.

Pour la transmission, la calibration n'a rien de particulier, pour la réflexion, nous devons donner plus de détails. En effet, vu qu'il n'y a pas de réflexion, nous n'avons pas de signal de référence pour réaliser cette calibration. On va donc devoir simuler une réflexion totale, on réalise cette dernière avec le papillon, nous permettant d'avoir un signal imitant au mieux la réflexion. Il y a cependant certaines corrections qui doivent être prises en compte, car la réflexion simulée effectue un chemin supplémentaire comparé à la vraie réflexion. En effet, la réflexion simulée passera par le papillon, ainsi que deux fois par les vitres de la cellule. Par conséquent, une fois la normalisation du signal de réflexion effectuée, il faudra prendre en compte dans le coefficient de calibration relevé les pertes induites par les éléments optiques traversés en plus par la réflexion simulée. Il s'ensuit que le signal normalisé et calibré du papillon ne sera pas ramené à un mais à un nombre légèrement supérieur.

Spectre de réflexion, de transmission et d'absorption

Sur la [Figure 6.18](#), nous avons tracé les spectres expérimentaux de réflexion, de transmission et d'absorption. On obtient une réflexion de 55 % pour une longueur d'onde du piège de 780.83nm, c'est la longueur d'onde nous donnant le plus grand maximum. La réflexion est inférieure aux expériences de Tübingen, cela est peut-être dû au fait que nous avons calibré les dimensions de notre piège pour une puissance de 2.8 W alors que nous n'avons que 1W. En effet, comparativement aux expériences en Allemagne, nous avons la même puissance,

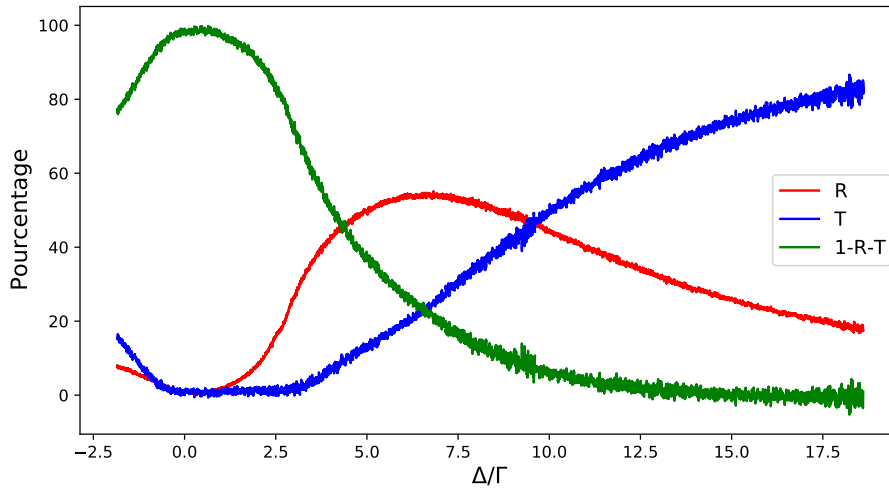


FIGURE 6.18 – *Spectre normalisé de réflexion (R) en rouge, de transmission (T) en bleu et de diffusion (1-R-T) en vert pour un délai de piégeage (DT) de 30 ms, pour $\lambda_{\text{lat}} = 780.83 \text{ nm}$. On a un maximum de réflexion de 55%.*

mais un waist plus large, cela réduit donc la profondeur et donc le contraste d'indice.

Sur la Figure 6.19, nous avons tracé la réflexion en fonction du temps de piégeage. On remarque que plus le DT est faible, donc quand il y a davantage d'atomes, meilleure est la réflexion. On remarque également que le maximum se décale. Au regard de la relation de Bragg (Équation 5.12) : $\tilde{n}(\Delta_{\text{sonde}}) - 1 = -\frac{\Delta\lambda_{\text{lat}}}{\lambda_{\text{lat}}}$, le membre de droite restant constant, quand on augmente le DT, le nombre d'atomes diminue. Or diminuer le nombre d'atomes à profondeur constante diminue la densité, ce qui augmente l'indice optique pour des désaccords positif. Pour conserver l'égalité, il est donc nécessaire de diminuer le désaccord de la sonde. Par conséquent, le maximum de réflexion se trouvera à un désaccord plus faible quand on augmente le DT.

L'épaisseur optique longitudinale

Sur la Figure 6.20, nous avons tracé les spectres de transmission juste après la coupure du piège afin de calibrer l'épaisseur optique longitudinale. Sur la Figure 6.21, nous avons représenté la transmission pour les deux valeurs extrêmes avec leurs ajustements et l'épaisseur optique résultante. Nous avons des épaisseurs optiques entre 1,5 et 95. Enfin, sur la dernière Figure 6.22, nous avons tracé l'ensemble des épaisseurs optiques correspondantes de la première figure (Figure 6.20). On peut noter que les spectres ne remontent pas complètement à 100% et ne redescendent pas également à 0%. Les normalisations n'étant pas la cause du problème, cela peut s'expliquer par la sonde qui ne serait pas bien monochromatique, due au piédestal du laser ou à l'AOM (D) en double

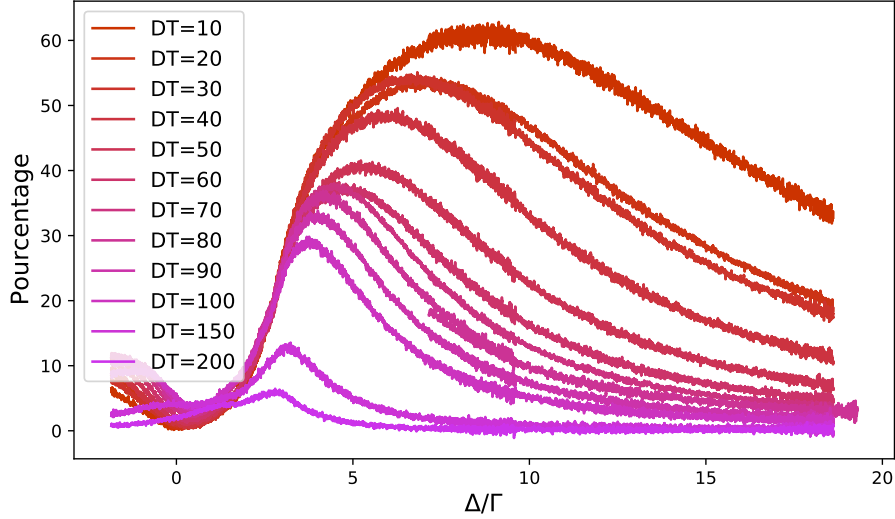


FIGURE 6.19 – Spectre de réflexion pour plusieurs délais de piégeage DT ($\lambda_{\text{lat}} = 780.83 \text{ nm}$).

passages pour lequel il est difficile de filtrer l'ensemble des ordres.

6.3.5 Détermination de l'angle de Bragg géométrique

Dans cette dernière section, nous cherchons à déterminer précisément quel est l'angle de la sonde sur le piège. Relativement à la discussion dans la [section 5.3](#) sur l'angle de Bragg géométrique ([Équation 5.12](#)), on sait que les spectres présentent une allure quasi-symétrique¹ par rapport à la résonance quand la longueur d'onde du piège est égale à la longueur d'onde de la condition de Bragg géométrique. On a donc mesuré plusieurs spectres pour différentes longueurs d'ondes à profondeur U_0 constante, pour garder le nombre d'atomes constant. Vu que la profondeur dépend de la longueur d'onde, pour garder U_0 constante, nous devons ajuster la puissance du piège. Ainsi, d'après la [Figure 6.23](#), on trouve une longueur d'onde géométrique $\lambda_{\text{geo}} = 780.70 \pm 0,05$, soit $2 \pm 0,1^\circ$. Notons qu'on voit une réflexion plus forte pour une longueur d'onde du piège supérieur à 780.83 nm , la longueur d'onde que nous avons choisie afin de maximiser la réflexion. Cela est normal, car vu que nous sommes à profondeur constante, à cette longueur d'onde nous n'utilisons pas l'intégralité de la puissance disponible. Dans le cas où l'on fait varier la longueur d'onde sans garder la profondeur constante, on trouve un maximum plus intense à cette longueur d'onde.

1. La symétrie n'est pas parfaite à cause du light shift induit par le piège

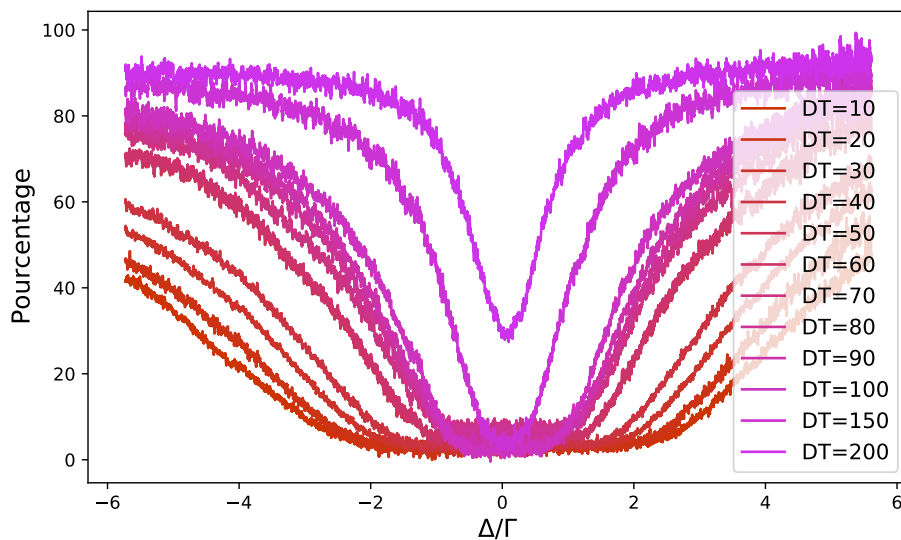


FIGURE 6.20 – Spectre de transmission piège éteint ($\lambda_{\text{lat}} = 780.83 \text{ nm}$), pour plusieurs délais de piégeage DT . Les spectres sont pris 1 ms après l’extinction du piège.

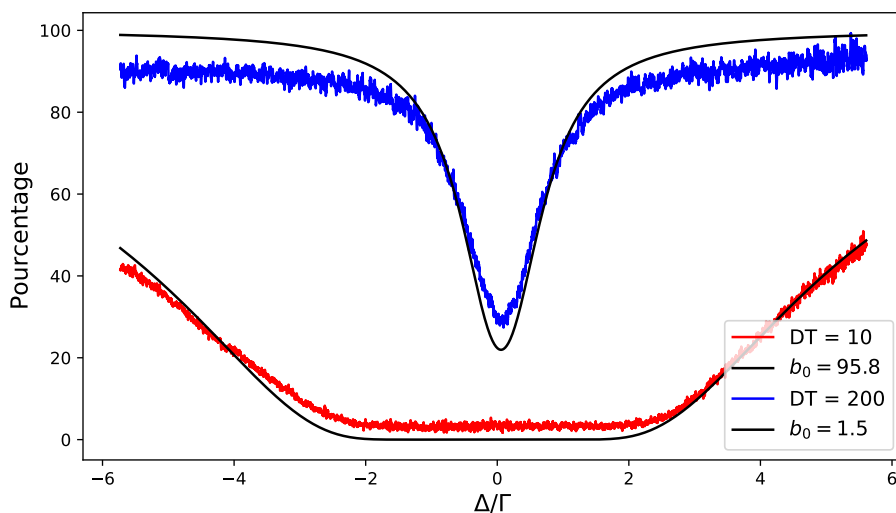


FIGURE 6.21 – Spectre de transmission piège éteint ($\lambda_{\text{lat}} = 780.83$), pour deux délais de piégeage DT . En rouge $DT = 10$ et en bleu $DT = 200$. Les données sont ajustées (courbes noires) avec une fonction du type $y = e^{\frac{-b_0}{1+4(\Delta/\Gamma)^2}}$, donnant la valeur de l’épaisseur optique à résonance b_0 .

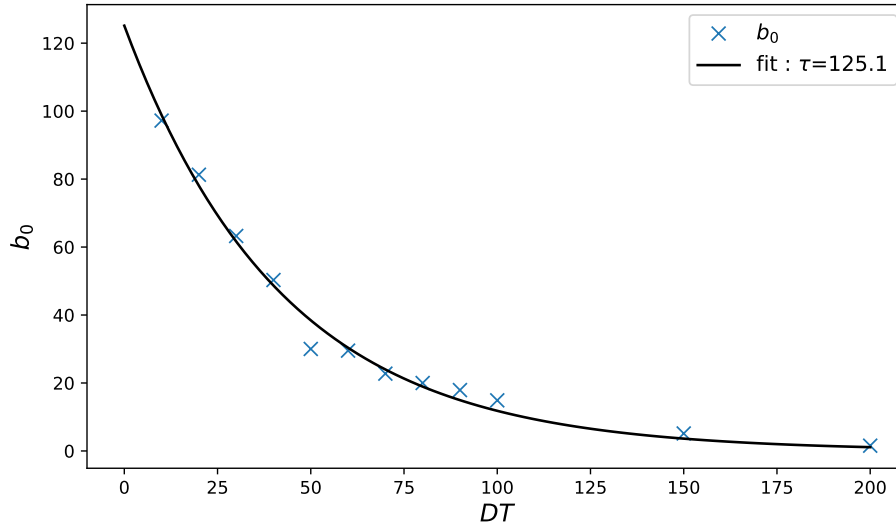


FIGURE 6.22 – Épaisseur optique b_0 longitudinale au centre à résonance en fonction du délai de piégeage (DT) avec son ajustement en noir par une fonction $y = b_0(DT = 0)e^{-\frac{t}{\tau}}$. Pour $\lambda_{\text{lat}} = 780.83 \text{ nm}$.

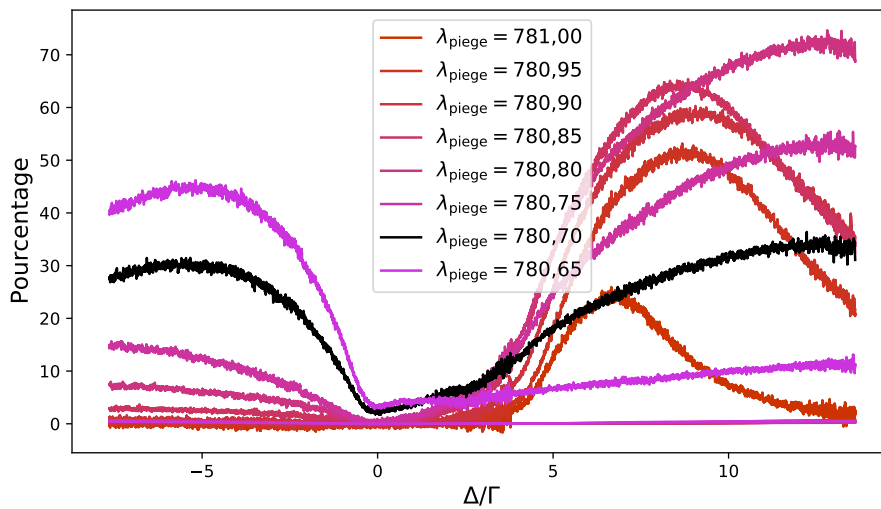


FIGURE 6.23 – Spectre de réflexion en fonction de la longueur d'onde du piège à U_0 constant. La courbe noire est celle pour lequel les maximums à gauche et à droite de la résonance sont égaux, c'est donc la courbe que nous appelons symétrique. (Date 030823)

Conclusion

Pour conclure ce chapitre de présentation du dispositif expérimentale, nous avons vu dans un premier temps les grandeurs physiques et nous avons regardé comment optimiser les paramètres du miroir afin de maximiser la réflexion. Ensuite, nous avons présenté le dispositif expérimental et certaines caractérisations. Enfin, nous avons montré comment normaliser et calibrer nos photodiodes, afin de déterminer le coefficient de réflexion du miroir. Nous avons réussi à atteindre, dans les meilleurs jours, jusqu'à 75% de réflexion. On peut néanmoins observer une variation des maximums de réflexion entre les différentes courbes. Cela vient de l'instabilité du laser du piège qui nous a posé beaucoup de problème ainsi qu'aux nombreux problèmes de climatisation après le déménagement de l'expérience, provoquant la dilatation thermique des éléments de l'expérience et donc à des désalignements et donc des pertes d'efficacité. Dans la suite, nous allons présenter les résultats sur la dynamique temporelle de la réflexion.

Chapitre 7

Résultats expérimentaux et interprétations : Dynamique temporelle dans le miroir de Bragg

Dans ce dernier chapitre, nous allons présenter les résultats expérimentaux sur la dynamique temporelle de la lumière en réflexion, transmission et transmission sans miroir. Nous allons principalement nous intéresser à la dynamique de l'extinction en fonction du désaccord de la sonde et de l'épaisseur optique à résonance. Plusieurs ensembles de données pris à différents jours seront présentés, nous y ferons référence dans les légendes des figures sans à chaque fois redonner l'ensemble des paramètres que nous allons exposer ci-dessous.

Dans chacun des cas nous avons gardé la même longueur d'onde du piège $\lambda_{\text{piège}} = 780,83 \text{ nm}$ ainsi que la même puissance $P_{\text{piège}} = 0.9 \text{ W}$:

- Mesure A : $T = 43 \mu\text{K}$, $b_{0\perp}(DT = [30; 80]) = [26; 9, 5]$, $b_{0//}(DT = [20; 30; 80]) = [102; 85; 47]$.
- Mesure B : $T = 78 \mu\text{K}$, $b_{0\perp}(DT = [30; 80]) = [14; 8]$, $b_{0//}(DT = [20; 30; 80]) = [87; 67; 20]$
- Mesure C : $T = 60 \mu\text{K}$, $b_{0\perp}(DT = [30; 80]) = [16; 13]$, $b_{0//}(DT = [20; 30; 80]) = [85; 69; 33]$

On peut voir que la température ainsi que l'épaisseur optique varient en fonction des mesures, sachant que nous avons choisi les mêmes paramètres expérimentaux. Il reste donc des fluctuations expérimentales incomprises, les données montrées au cours de ce chapitre constitueront donc un ensemble préliminaire de mesures.

7.1 Effet flash

Dans cette section nous allons présenter une partie des résultats expérimentaux sur la dynamique temporelle de la réflexion. Nous verrons qu'il apparaîtra ce qu'on appelle un flash, à l'extinction de la sonde, c'est ce qui nous intéressera en particulier. Dans un premier temps nous allons présenter le protocole de mesure puis les résultats expérimentaux. Ensuite, nous discuterons du cas connu du flash dans un ensemble désordonné d'atomes. Enfin, nous nous intéresserons aux interprétations et modélisations du flash dans le miroir de Bragg.

7.1.1 Résultats expérimentaux

Protocoles pour les mesures de dynamique temporelle

Étapes préliminaires de calibration et de caractérisation Pour effectuer une mesure de dynamique temporelle de la réflexion, nous avons un certain nombre d'étapes à respecter. Nous considérons que nous partons d'une situation pour laquelle nous connaissons déjà la longueur d'onde optimale afin de maximiser la réflexion et que le piège et la sonde sont déjà pré-alignés. Nous devons réaliser certaines des étapes ci-dessous, présentées dans la [section 6.3](#) afin de caractériser le miroir de Bragg :

- Optimisation b_0 : Réaliser le protocole d'alignement fin de la sonde et du piège pour optimiser l'épaisseur optique.
- Calibration : Réaliser la calibration des photodiodes lentes et rapides ([sous-section 6.2.3](#)).
- Caractérisation du nuage par imagerie : En fonction du temps de piégeage (DT) caractériser la taille, le nombre d'atomes, l'épaisseur optique transverse et la température.
- Mesure des spectres de réflexion et de transmission avec et sans le piège pour la mesure de l'épaisseur optique longitudinale en fonction du temps de piégeage.

Une fois ces étapes réalisées, nous pouvons passer à la mesure de la dynamique temporelle dans la réflexion. Il existe un certain nombre de paramètres qui peuvent être variés, la longueur d'onde du piège, le désaccord de la sonde, ou encore l'épaisseur optique du nuage (ajustée avec le temps de piégeage DT).

Les cycles de mesure pour la dynamique temporelle Dans le précédent chapitre nous avons présenté les cycles de mesures de réflexion et de transmission en stationnaire. Montrons quels sont les cycles que nous utilisons pour les mesures de la dynamique temporelle de la réflexion. Ces cycles sont présentés

















EVENEMENTS	TEMPS	PIEGE On/Off	NOMBRE D'ATOMES	ETAT VISUEL DES ATOMES
MOT	200 ms	off	...	 T = 100μK
DARK MOT	15 ms	on	10 ⁹	 T = 40~160μK
DELAY TRAP	30 ms	on	DT = 30 → 10 ⁸ atoms DT = 80 → 0,5.10 ⁸ atoms	
REPUMPER	1 ms	on	10 ⁸	
REP Ext	0,01 ms	on	...	
PULSE 1 (s ₀ = 0,1)	0,01 ms	on	...	10μs  
Break	0,01 ms	on	...	
PULSE 2 (s ₀ = 1/5, 0,1)	0,01 ms	on	...	10μs  
Break	0,01 ms	off	...	
PULSE 3 (s ₀ = 0,1)	0,01 ms	off	...	10μs  
Break	0,01 ms	off	...	
PULSE 4 (s ₀ = 1/5, 0,1)	0,01 ms	off	...	10μs  

FIGURE 7.1 – Cycle de mesure pour la dynamique temporelle en réflexion et transmission avec et sans le piège.

sur la [Figure 7.1](#). Ce qui change par rapport au cycle de dynamique temporelle pour la super-radiance sans miroir est principalement le nombre d'impulsions (pulse). Nous en effectuons un total de quatre, soit une paire d'impulsions avec le miroir de Bragg et une autre paire sans le miroir, pour comparer les mesures avec et sans ordre. Une paire est constituée d'une première impulsion de 10 μs ayant un paramètre de saturation $s_0 = 0.1$ et l'autre de $s_0 = 0.02$. Cela nous permet de vérifier que nous sommes bien dans le régime linéaire. Nous vérifions cela en comparant les mesures et en vérifiant que les résultats restent bien les mêmes.

Résultats expérimentaux sur la dynamique temporelle en fonction du désaccord de la sonde

Regardons à présent les résultats expérimentaux. Vu qu'il y a un certain nombre de paramètres variables, pour commencer, nous avons fixé la longueur d'onde du piège à celle maximisant la réflexion, afin d'avoir le plus de signal possible. Nous nous sommes également placés au DT maximisant la réflexion, puis on a réalisé une série de mesures pour différentes longueurs d'ondes de la sonde en suivant les points sur la [Figure 7.2](#). Pour chacun de ces points, nous avons dû ajuster la saturation de la sonde afin de rester dans le régime linéaire. Proche de résonance, cela nécessite d'utiliser une puissance très faible à la limite du bruit des détecteurs, ce qui nécessite d'augmenter en conséquence le temps d'intégration.

Sur la [Figure 7.3](#) nous avons représenté les résultats bruts en réflexion d'une prise de mesure de dynamique temporelle pour différents désaccords. On voit

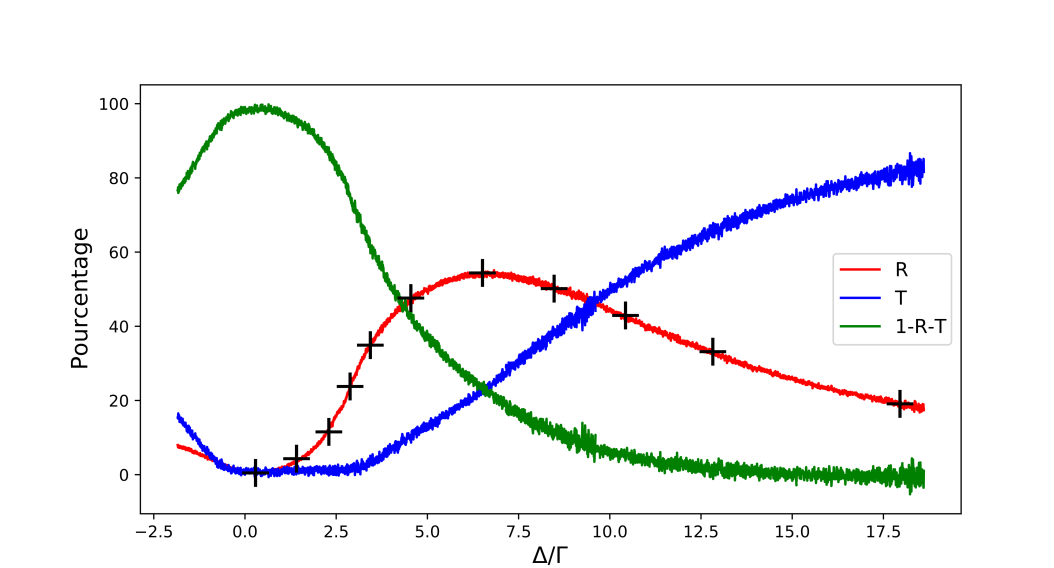


FIGURE 7.2 – Copie de la [Figure 6.18](#) en ajoutant les « + » noir, représentant les points de mesure pour la dynamique temporelle en réflexion.

un flash apparaitre à l’allumage et à l’extinction pour certains désaccords. On définit le flash comme la remontée de l’intensité après la partie stationnaire, puis sa baisse vers zéro, plutôt que directement la baisse de l’intensité comme on le voyait sur nos précédentes expériences (partie 1) pour la lumière diffusée à 35° . Sur les [Figure 7.4](#) et [Figure 7.5](#) nous avons comparé les amplitudes de la partie stationnaire à l’amplitude du flash en fonction du désaccord de la sonde en réflexion, transmission et sans le piège dans un ensemble désordonné, mesuré avec la première et la troisième impulsion, soit les plus intenses. Nous ne l’avons pas montré, mais nous obtenons bien les mêmes résultats avec les impulsions les moins intenses, les courbes sont cependant plus bruitées. Dans la suite nous n’y referont pas mention, mais dans chaque cas nous avons bien comparé et vérifié que les résultats restent bien les mêmes pour chacune des impulsions.

Commentaire sur les données expérimentales

- On remarque que les deux jeux de données ([Figure 7.4](#) et [Figure 7.5](#)) donnent des résultats similaires à l’exception d’une différence entre le niveau de l’amplitude du flash en réflexion pour les désaccords compris entre 0 et 2.5. En effet, dans un cas l’amplitude redescend proche de résonance, dans l’autre non. Les paramètres expérimentaux n’étant pas exactement les mêmes dans les deux cas, cette différence pourrait venir de cela. Il serait nécessaire de vérifier la répétabilité avec des paramètres mieux contrôlés et identiques.
- On remarque que dans le piège les flashes sont plutôt présents pour des petits désaccords. De plus les amplitudes du flash en réflexion et

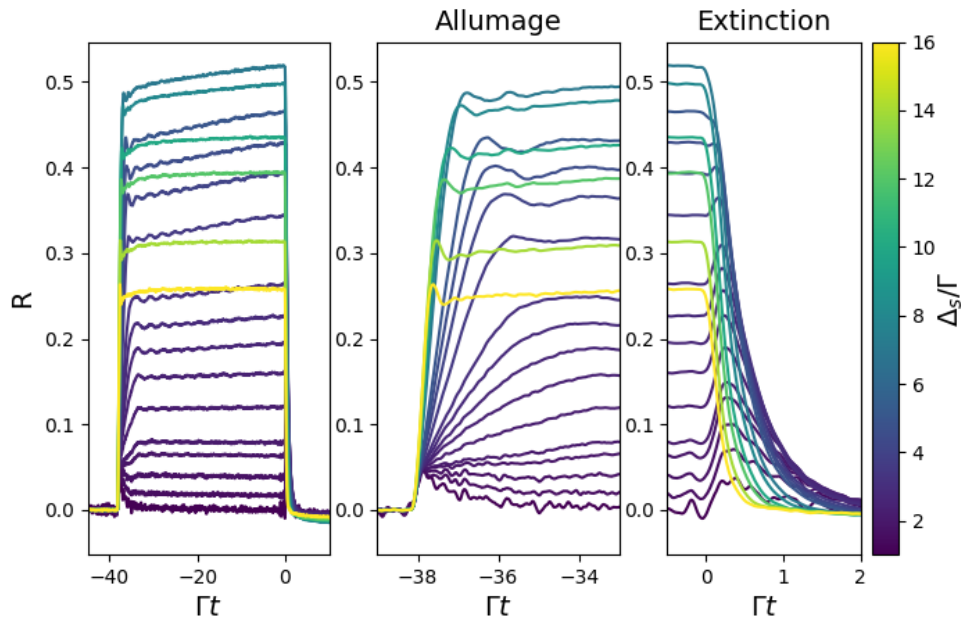


FIGURE 7.3 – Graphiques (Mesure A) représentant les données brutes, après normalisation, des impulsions mesurées à la réflexion. Nous avons représenté un ensemble de courbes prises pour différents désaccords (1 à 16) représentés en échelle de couleurs (bleue/jaune). Sur le graphe du milieu et de droite, nous avons effectué un zoom sur respectivement l’allumage et l’extinction de l’impulsion. On peut remarquer un flash à l’extinction et un plus léger à l’allumage pour les désaccords faibles. Sur le graphique de gauche on remarque que les parties stationnaires sont croissantes pour les plus fortes amplitudes, cela ne s’observe pas avec les impulsions à $s_0 = 0.02$. Nous avons à déterminer si c’est un effet des photodiodes ou un effet venant des atomes, dû au chauffage ou au pompage optique par exemple.

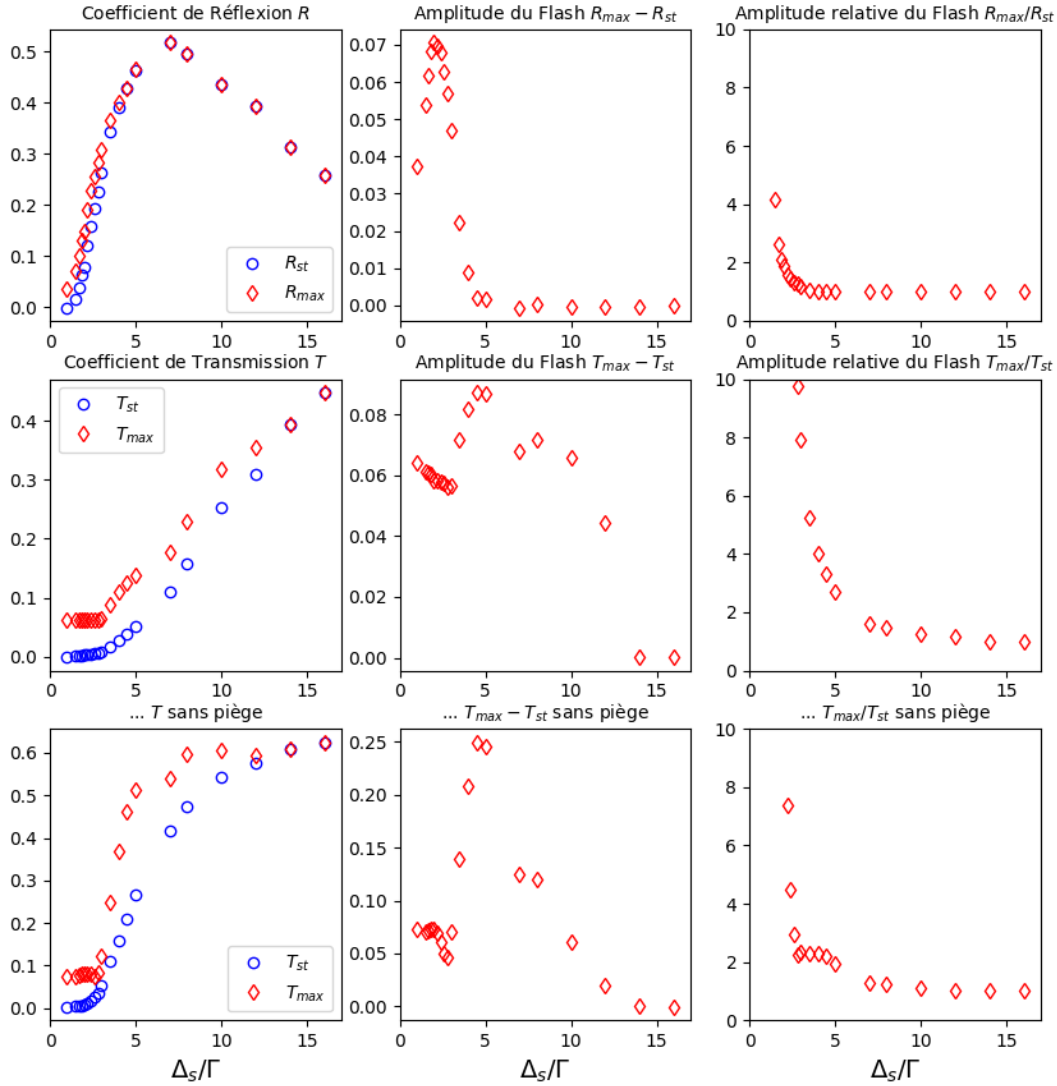


FIGURE 7.4 – Graphes (Mesure A) représentant l'effet flash sous différents aspects. La première ligne concerne la réflexion, la seconde la transmission et la dernière le cas sans piège pour la transmission, donc pour un ensemble désordonné. La première colonne illustre l'amplitude de la partie stationnaire de l'impulsion R_{st} et celle du flash R_{max} (pour la réflexion). L'échelle en ordonnée représente la proportion de lumière réfléchi(e), dans le cas de la réflexion nous avons un maximum de 50% de réflexion. La colonne du milieu représente le calcul $R_{max} - R_{st}$ (pour la réflexion), nous permettant de voir où l'amplitude du flash est la plus importante. Enfin la dernière colonne montre l'amplitude relative du flash R_{max}/R_{st} (pour la réflexion), cela montre où le contraste du flash par rapport à la partie stationnaire est le plus important.

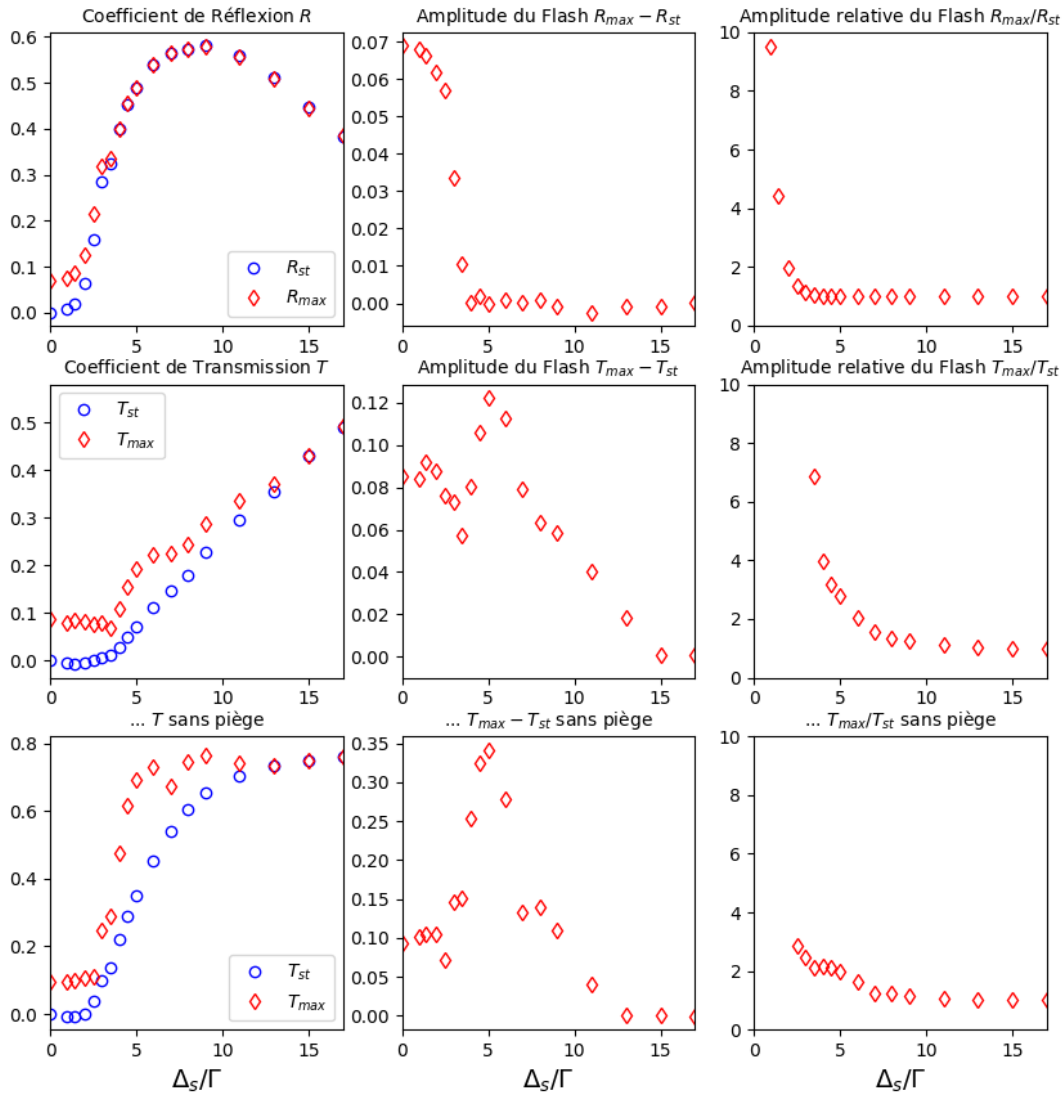


FIGURE 7.5 – Même légende que pour la Figure 7.4 pour un autre jeu de données (Mesure B)

transmission sont du même ordre de grandeur, tandis que sans le piège les amplitudes sont plus importantes.

- En comparant l’amplitude du flash en transmission avec et sans le piège, on remarque que la forme est globalement la même, sauf que le pic autour de $\Delta_s/\Gamma = 5$ est beaucoup plus atténué dans le cas où il y a le piège.
- On remarque qu’entre $\Delta_s/\Gamma = 0$ et 4 les amplitudes des flashes pour les trois cas sont du même ordre de grandeur. C’est une fois dépassé ce seuil qu’on observe une différence majeure entre la réflexion et la transmission, l’amplitude du flash de la réflexion rejoignant zéro.
- On remarque que pour la partie stationnaire de la courbe en transmission sans les atomes, on retrouve le même problème que pour la [Figure 6.20](#), où la saturation de la courbe à grand désaccord devrait aller à 1 et non 0.8.

7.1.2 Interprétation : Origine du flash dans un ensemble désordonné

Avant de discuter de l’origine du flash en réflexion, discutons du cas connu de l’effet flash en transmission dans un ensemble désordonné d’atomes froids. Il est nécessaire d’étudier ce cas, puisque c’est celui qui se rapproche le plus de notre expérience. En effet, l’ajout de l’ordre ajoute une réflexion, la question est de comprendre en quoi la dynamique temporelle de cette réflexion devrait-elle diverger du cas en transmission sans ordre ? Nous allons donc nous intéresser au cas désordonné pour ensuite essayer de comprendre ce qui pourrait se passer dans le cas ordonné.

D’après les précédentes expériences [69, 70], sur la dynamique temporelle de la lumière en transmission dans un ensemble désordonné, il est observé un effet flash, pour certains paramètres, à l’allumage et à l’extinction de l’impulsion. Il est également observé une dynamique super-radiante de la lumière transmise. Regardons dans ce qui suit comment expliquer le flash et quels sont les modèles expliquant la dynamique temporelle de la lumière en transmission.

Explication physique de l’effet flash en transmission

Dans la [section 1.2](#), nous avons discuté des formules donnant la résultante du champ vers l’avant après le passage dans le milieu, soit le champ en transmission. On a dit que ce champ pouvait être considéré comme la somme du champ incident et du champ diffusé par les atomes ([Équation 1.18](#)) :

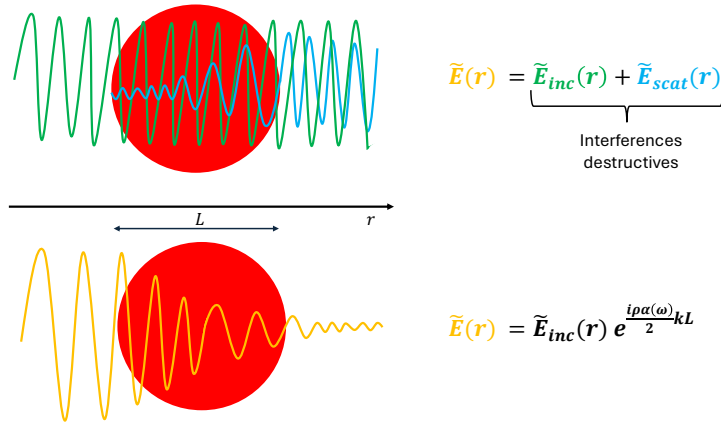


FIGURE 7.6 – Représentation de la traversée d’un champ monochromatique à travers notre milieu d’atomes. Dans la partie supérieure, nous avons représenté les champs du point de vue du champ incident (en vert) et du champ diffusé (en bleu). Nous avons écrit la formule de l’Équation 1.18 à côté. Dans la partie inférieure, nous avons représenté la résultante du champ (en orange) du dessus, avec à droite l’Équation 1.27 du champ résultant. Chacune des formules sont valides pour $r > L$

$$\tilde{E}(\mathbf{r}) = \tilde{E}_{inc}(\mathbf{r}) + \tilde{E}_{diff}(\mathbf{r})$$

On a également montré que l’atténuation était due aux interférences destructives entre le champ incident et les champs diffusés, ce qui nous a donné la formule du champ cohérent vers l’avant (Équation 1.27), en fonction des caractéristiques du milieu d’atomes :

$$\tilde{E}(\mathbf{r}) = \tilde{E}_{inc}(\mathbf{r}) e^{\frac{i\rho\alpha(\omega)}{2}kL}$$

De la première formule nous pouvons comprendre d’où vient l’effet flash en s’aidant de la figure Figure 7.6 où nous avons imagé les deux formules précédentes dans le cas stationnaire. En effet, dans le premier cas (figure supérieure) on peut facilement comprendre que si l’on coupe rapidement ou instantanément le champ incident (en vert), il ne restera plus que le champ diffusé (en bleu), qui a une extinction plus lente que le champ incident, donnée par la dynamique des dipôles. Par conséquent, vu qu’il n’y a plus d’interférences destructives entre le champ incident et le champ diffusé, l’amplitude du champ résultant (orange) sera celle du champ diffusé (en bleu), donc plus importante que le champ résultant avant l’extinction que l’on avait dans le schéma inférieur après le milieu, d’où l’apparition du flash.

Modèle de la dynamique temporelle en transmission

Pour modéliser formellement la dynamique temporelle à l’extinction, nous allons devoir prendre la TF de nos équations. Nous l’avons fait sans le dire, dans notre raisonnement avec la première équation, du fait que nous connaissons, en temporel, la forme du champ incident et que nous savons que l’extinction du champ diffusé n’est pas instantanée. Cependant, nous n’avons pas de formule pour le champ diffusé, on va donc prendre la TF de la seconde équation, pour laquelle on a une expression, pour avoir l’évolution temporelle du champ. On retrouve cette TF dans l’expression suivante où l’on a ajouté la dépendance en ω du champ incident :

$$\begin{aligned} E(\mathbf{r}, t) &= \int d\omega \tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}, \omega) e^{\frac{i\rho\alpha(\omega)}{2}kL} e^{-i\omega t} \\ &= \int d\omega \tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}, \omega) t(\omega) e^{-i\omega t} \end{aligned} \quad (7.1)$$

Où l’on a réécrit la seconde équation en fonction du coefficient de transmission complexe du milieu de la longueur L que l’on définit comme suit : $t(\omega) \equiv e^{\frac{i\rho\alpha(\omega)}{2}kL}$.

Dans le cas où l’on a une extinction infiniment rapide, nous pouvons remplacer le champ incident par $\tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{iE_0(\mathbf{r})/2\pi}{\omega - \omega_0 + i0^+}$ avec $E_0(\mathbf{r}) = E_0 e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ [69].

État de l’art : Un super flash

Les expériences faites dans l’article de M.Chalony et al. [69] avec des atomes de Strontium ont montré l’apparition du flash et de la dynamique d’extinction super-radiante après le flash. L’article de C.C.Kwong et al. [70], a montré l’apparition d’un super-flash, c’est-à-dire un flash avec une intensité ayant une amplitude jusqu’à 3,1 fois celle de l’intensité incidente. Avec un argument énergétique, il semble que le flash puisse monter jusqu’à quatre fois cette dernière. En effet, par conservation de l’énergie dans le régime stationnaire, l’intensité résultante I doit être inférieure à l’intensité incidente I_{inc} . Avec les champs cela donne : $|\tilde{E}|^2 \leq |\tilde{E}_{\text{inc}}|^2$. En remplaçant avec l’Équation 1.18 on obtient : $|\tilde{E}_{\text{inc}} + \tilde{E}_{\text{diff}}|^2 \leq |\tilde{E}_{\text{inc}}|^2$. Par conséquent, cette inégalité autorise d’avoir $\tilde{E}_{\text{diff}} = -2\tilde{E}_{\text{inc}}$, soit un champ diffusé en complète opposition de phase du champ incident et ayant une amplitude du double de ce dernier. En revenant aux intensités on obtient donc dans ce cas $I_{\text{diff}} = 4I_{\text{inc}}$. D’après [70], ils n’ont pas trouvé d’autres contraintes et principes physiques limitant la précédente inégalité, d’où la possibilité d’obtenir un super flash.

Regardons quelles sont les conditions sur le champ diffusé pour avoir un super flash. En injectant l’expression $\tilde{E}_{\text{diff}} = -2\tilde{E}_{\text{inc}}$ dans l’Équation 1.18 on obtient : $\tilde{E} = -\tilde{E}_{\text{inc}}$. Cela impose donc :

$$\frac{\rho\alpha(\omega)}{2}kL = \pi \text{ mod}[2\pi]$$

En ayant la [Figure 1.1](#) en tête, qui trace la polarisabilité en fonction du désaccord, on parvient à réaliser cette condition pour des désaccords suffisamment élevés afin que la partie imaginaire de la polarisabilité soit négligeable ainsi que pour des épaisseurs de nuage L et densités ρ suffisantes afin que la partie réelle de la polarisabilité puisse réaliser la condition d'égalité. On pourra retrouver dans l'article [\[70\]](#) sur la figure 2 un graphe montrant les zones où un super flash est possible en fonction des différents paramètres.

7.1.3 Interprétation : Origine du flash dans le miroir de Bragg

Tentons à présent de donner une interprétation au flash en réflexion. L'apparition de ce dernier en réflexion nous a surpris, puisque d'après l'interprétation intuitive que nous avons donné précédemment pour la transmission, le flash résulte de l'arrêt des interférences destructives entre le champ incident et le champ diffusé, suite à l'extinction du champ incident. Or pour la réflexion il n'y a pas de champ incident, tous les champs de la réflexion viennent nécessairement de la diffusion des atomes. Il est donc moins intuitif de comprendre l'apparition de ce flash. Regardons dans un premier temps le modèle nous permettant de simuler la dynamique temporelle de la réflexion, cela pourra nous aider à l'interprétation du flash.

Modélisation de la dynamique temporelle en réflexion et comparaison aux expériences

Le modèle Pour modéliser la dynamique temporelle il nous faut prendre la transformée de Fourier du champ réfléchi que nous avons déterminé dans la [section 5.2](#) sur la modélisation du miroir de Bragg avec les matrices de transferts. À partir de la relation liant le coefficient de réflexion du miroir aux champs : $r_N \equiv E_{v1}^-(z=0)/E_{v1}^+(z=0)$ ([5.8](#)), on peut exprimer le champ réfléchi E_{v1}^- en fonction de ce coefficient r_N défini dans l'[Équation 5.10](#) et du champ entrant E_{v1}^+ tel que :

$$E_{v1}^-(z=0) = r_N E_{v1}^+(z=0) = r_N \tilde{E}_0$$

Avec \tilde{E}_0 ¹ l'amplitude du champ incident.

En prenant la TF et en explicitant les fonctions en fonction du temps et de la pulsation, on obtient pour le champ réfléchi :

$$E_{v1}^-(z=0, t) = \int d\omega E_0(\omega) r_N(\omega) e^{-i\omega t} \quad (7.2)$$

1. On a choisi la notation \tilde{E}_0 utilisée partout ailleurs dans le manuscrit, plutôt que ε_0 utilisé dans la [section 5.2](#), pour représenter l'amplitude d'une des composantes spectrale du champ incident.

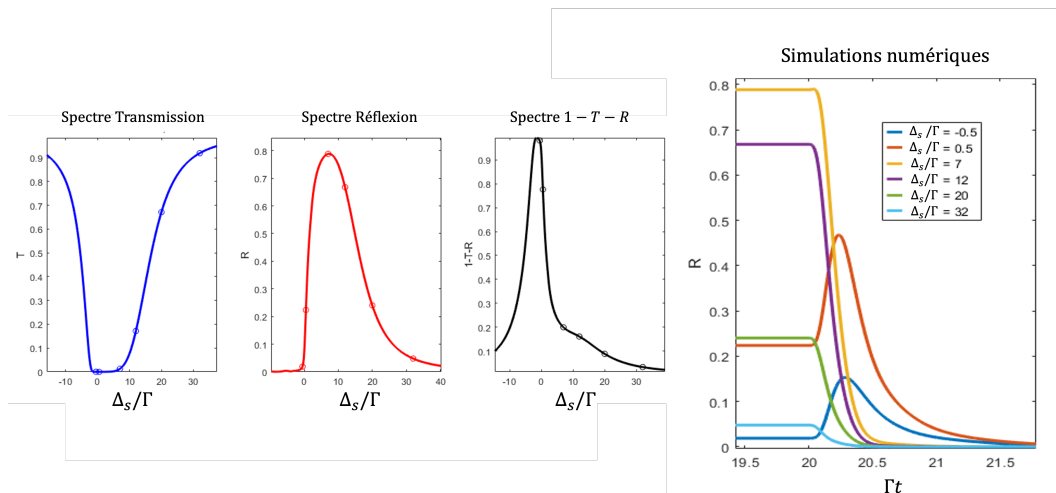


FIGURE 7.7 – Simulation effectuée avec les mêmes paramètres que sur la Figure 7.5 à partir de l'Équation 7.2 (donc sans prendre en compte les dimensions réelles du nuage d'atome et de la sonde), issue du modèle des matrices de transferts.

De cela, on pourra résoudre numériquement l'équation afin de modéliser le champ réfléchi. Pour plus de précision, on pourra utiliser la version du modèle avec les affinements présentés dans la sous-section 5.2.3.

Résultats numériques Regardons à présent les résultats numériques. Sur la Figure 7.7 nous avons représenté des simulations effectuées sans prendre en compte les affinements du modèle, ces dernières montrent néanmoins l'apparition du flash. Notre modèle inclut donc suffisamment d'ingrédients afin de rendre compte du phénomène. On peut également voir que les flashes sont présents pour des désaccords faibles et disparaissent pour des plus grands, comme pour les résultats expérimentaux.

Notons que nous ne sommes malheureusement pas encore en mesure de présenter une comparaison directe avec les résultats expérimentaux. Pour aller dans cette direction, la première étape est de mieux maîtriser l'expérience et résoudre certains problèmes (ceux mentionnés dans le premier point de la section 7.1.1). La seconde est d'arriver à une bonne comparaison expérience/simulation dans le régime stationnaire avec les affinements du modèle. Enfin il faudra prendre en compte la bande passante des photodiodes dans le modèle. De cela il pourra être possible d'effectuer une comparaison pour modéliser la dynamique temporelle.

Explication physique de l'effet flash en réflexion

Point de vue temporel Bien que nous ne puissions pas expliquer le flash en transmission (sans piège) et en réflexion de la même manière, car il n'y a pas de champ incident en réflexion, nous pouvons cependant avancer quelques arguments. Étant donné qu'un flash existe en transmission et qu'on a un

miroir, le flash en réflexion pourrait être simplement la réflexion de celui en transmission. Même si le miroir est dispersif avec un coefficient de réflexion complexe, modifiant ainsi la dynamique temporelle, l'absence de flash en réflexion soulèverait tout autant la question de sa non-réflexion.

On peut appuyer cet argument avec les simulations de la [Figure 7.8](#) montrant l'intensité transmise et réfléchi à l'intérieur du piège, effectuée pour un désaccord proche de résonance, soit dans un régime où il n'y a presque pas de réflexion ou de transmission et pour lequel il apparaît un flash. On peut voir qu'en transmission, à l'intérieur du piège, la partie stationnaire est entièrement absorbée. En réflexion il n'y a pas non plus de partie stationnaire (à l'intérieur ou à l'extérieur). En revanche, on peut voir qu'un flash est présent dans le piège en transmission et qu'il existe également un flash au début du piège et devant lui en réflexion. Cela va dans le sens de notre argument sur la réflexion du flash par le piège, en effet, du fait qu'il n'y a aucune position à l'intérieur du piège pour lequel la lumière transmise en stationnaire est présente, il n'est donc pas possible qu'elle existe en réflexion. En revanche pour le flash, vu qu'il est présent en transmission et que nous avons un miroir, nous voyons que celui-ci est bien réfléchi. D'après les résultats de la [Figure 7.4](#) et de la [Figure 7.5](#), il semble qu'un flash en transmission soit nécessaire pour apparaître en réflexion, la réciproque n'étant pas confirmée, puisque pour des désaccords supérieurs à 4, il y a un flash en transmission mais pas en réflexion.

On pourrait se poser la question de pourquoi la réflexion semble se situer qu'à l'interface et non pas de manière progressive dans le milieu. Cette question reste ouverte pour le moment. On peut également voir que la transmission possède un double flash. On s'intéressera à cet aspect dans les sections qui suivent.

Point de vue spectral Précédemment nous avons écrit des formules nous donnant le champ transmis sans le piège ([Équation 7.1](#)) et le champ réfléchi ([Équation 7.2](#)). On les a réécrits ci-dessous avec E_{trans} et E_{refl} respectivement le champ transmis et réfléchi à une position \mathbf{r} et au temps t :

$$\begin{aligned} E_{\text{trans}}(\mathbf{r}, t) &= \int d\omega \tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}, \omega) t(\omega) e^{-i\omega t} \\ E_{\text{refl}}(\mathbf{r}, t) &= \int d\omega \tilde{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}, \omega) r_N(\omega) e^{-i\omega t} \end{aligned} \tag{7.3}$$

On peut remarquer la similarité de ces formules entre elles et avec la partie intérieure de l'[Équation 4.1](#) du modèle de la dispersion linéaire à un atome, en substituant le coefficient r_N ou t à la polarisabilité. On peut donc faire des raisonnements similaires à ceux que nous avons utilisés pour la super-radiance, en termes de distorsion du spectre du champ incident. Sur les simulations ([Figure 7.7](#)) ou sur les courbes expérimentales ([Figure 7.4](#) point bleu T_{st} ou R_{st}), on peut en fait voir les fonctions r_N et t en fonction du désaccord (soit de ω). On remarque que ces courbes commencent toutes deux à 0 puis sont

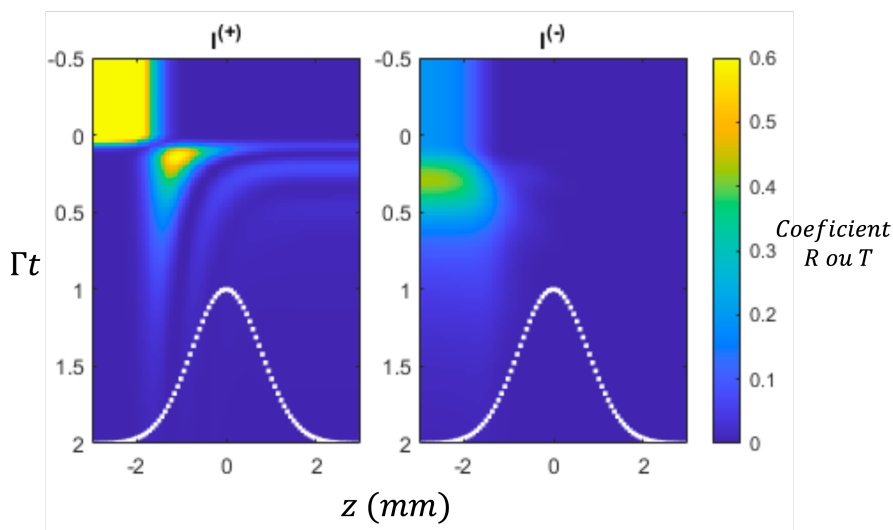


FIGURE 7.8 – Simulation de l'intensité de la lumière se propageant dans la direction arrière $I^{(+)}$ et avant $I^{(-)}$ calculée avec le modèle des matrices de transferts prenant en compte la distribution de densité atomique montrée en pointillés blancs. L'axe horizontal correspond à la position longitudinale dans le réseau. L'axe vertical représente le temps, l'impulsion du champ incident s'arrête à $t = 0$. Les intensités sont normalisées et représentées en échelle de couleur du bleu au jaune.

croissantes. La croissance pour la réflexion se fait plus tôt et de manière plus abrupte que celle pour la transmission (sans piège), cependant la forme globale des courbes reste la même. En première analyse, nous pouvons nous conforter dans le fait que la similarité des fonctions implique la similarité des réponses et donc un flash dans les deux cas. La réflexion due au miroir ne modifierait donc pas radicalement la dynamique comparée à la transmission (sans miroir).

On peut se donner un autre argument, du point de vue spectral. Tout d'abord, proche de résonance il n'y a pas de réflexion pour la partie stationnaire, du fait qu'il y a beaucoup de pertes dues à l'absorption. On le voit sur les courbes $1 - R - T$ (Figure 7.2 courbe verte) où proche de résonance il n'y a ni réflexion ni transmission. La coupure abrupte du champ incident va causer un élargissement du spectre, ainsi une partie des composantes spectrales se trouveront dans une zone où le coefficient de réflexion n'est plus négligeable, elles seront donc réfléchies, d'où l'apparition du flash à la coupure.

7.2 Super-radiance

En plus des résultats sur le flash, nous pouvons nous intéresser au taux d'extinction juste après le flash, c'est ce qui va nous préoccuper dans cette section.

7.2.1 Résultats expérimentaux

Comme précédemment, nous allons sur la [Figure 7.9](#) présenter les résultats en fonctions des trois cas de la réflexion, de la transmission et de la transmission sans le piège. Nous avons choisi d'ajuster exponentiellement nos données entre 0,8 et 0,2 de l'amplitude normalisée des parties stationnaires. Cela nous a semblé le plus cohérent afin de pouvoir rendre compte au mieux du taux d'extinction de la lumière en évitant les parties transitoires où l'on peut observer des rebonds. On peut observer que la dynamique est super-radiante. On observe pour chacun des cas (réflexion, transmission ...), que le taux d'extinction est croissant avec le désaccord de la sonde.

Notons que nous avons caractérisé l'extinction de la sonde comme dans la [section 3.2.2](#) avec le HPM en mesurant la diffusion de la sonde sur un papier blanc. On obtient des extinctions $\Gamma_{\text{laser}} = 11$. Nous ne mesurons pas directement cette extinction sur les APD du fait qu'elles ont une bande passante qui va adoucir le taux d'extinction donnant $\Gamma_{\text{laser-APD}} = 10$.

7.2.2 Interprétation

Le travail d'interprétation et de simulation étant toujours en cours, nous pouvons en première analyse, au regard des [Équation 7.3](#) donnant la dynamique temporelle des champs réfléchis et transmis, interpréter la croissance du taux d'extinction en fonction du désaccord de la sonde avec les mêmes résonnements que précédemment, c'est-à-dire en termes de distorsion du spectre incident. En effet, du fait qu'à grand désaccord la distorsion induite par les coefficients de réflexion $r_N(\omega)$, transmission $t_N(\omega)$ et $t(\omega)$, est moins importante du fait que ces coefficients varient moins, voire plus du tout pour les transmissions. Qui dit peu de distorsion dit dynamique inchangée, donc une lumière réfléchie ou transmise semblable à celle incidente, donc une extinction rapide super-radiante.

7.3 Exploration : Effet du changement de l'épaisseur optique

Dans cette dernière section nous allons présenter les résultats expérimentaux de la dynamique temporelle en fonction de l'épaisseur optique, qui est contrôlée grâce à la variation du temps de piégeage des atomes. Nous allons regarder dans un premier temps l'effet flash puis le taux de décroissance en fonction de l'épaisseur optique. Les analyses étant en cours, nous ne sommes pas en mesure de présenter des résultats numériques.

7.3.1 Effet flash en fonction de l'épaisseur optique

Sur la [Figure 7.10](#) nous avons représenté, comme sur la colonne de gauche de la [Figure 7.4](#), les amplitudes des intensités stationnaires et les maximums,

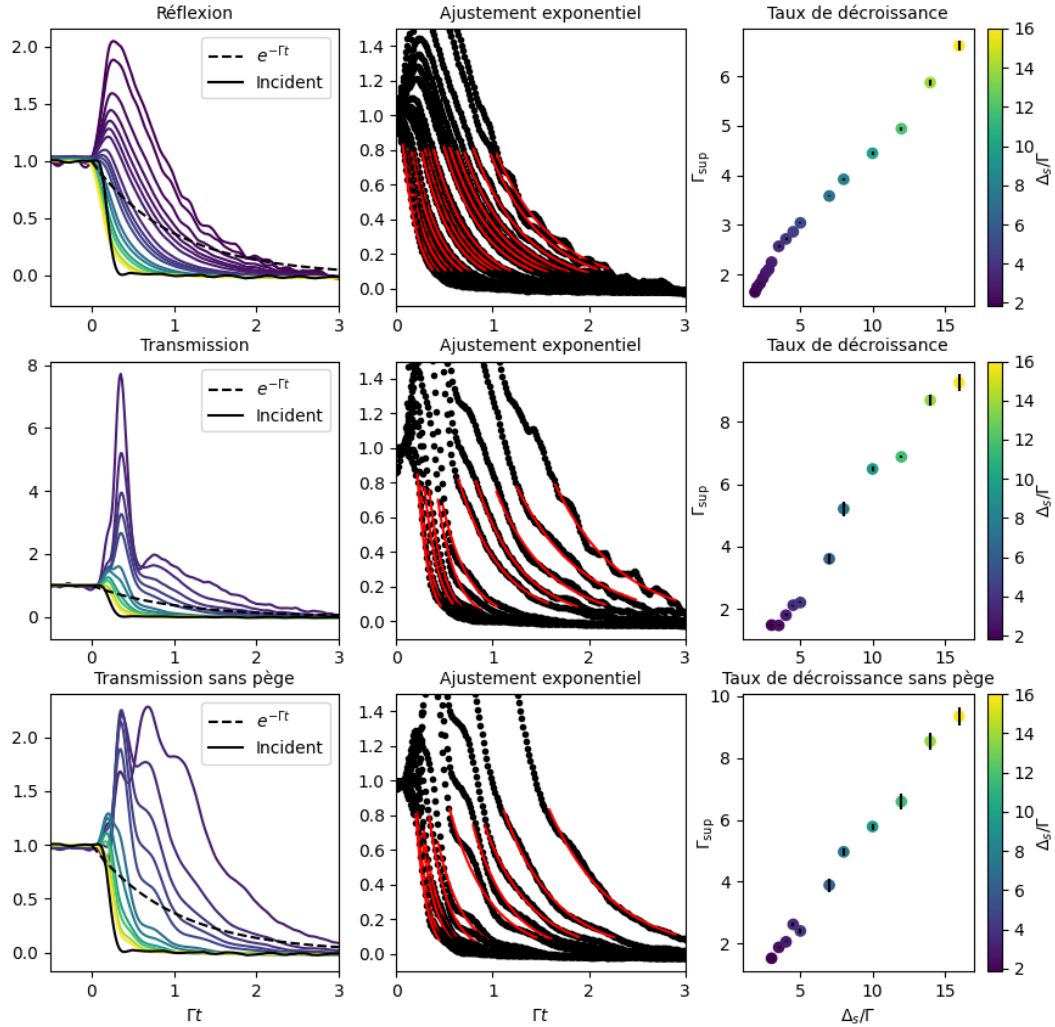


FIGURE 7.9 – Représentation issue des mêmes données que la Figure 7.4 (Mesure A), permettant de rendre compte du temps d’extinction de la lumière réfléchi et transmise avec et sans le piège. La première ligne traite le cas de la réflexion, la seconde de la transmission et la dernière du cas sans piège. La première colonne montre les intensités en fonction du temps pour différents désaccords de sonde, en normalisant les parties stationnaires à 1. Les couleurs des courbes, de bleu à jaune, représentent les différents désaccords de la sonde. L’échelle de couleur nous donnant les correspondances couleurs/désaccords est tracée à gauche des graphiques. La seconde colonne est un zoom de la première où l’on a montré en rouge les régressions en exponentielle $e^{-\Gamma_{\text{sup}}t}$ réalisée sur l’intervalle $[0.8; 0.2]$ nous permettant de déterminer les taux de décroissance super-radiant Γ_{sup} tracés sur la dernière colonne. Ces taux de décroissance sont tracés en fonction du désaccord de la sonde.

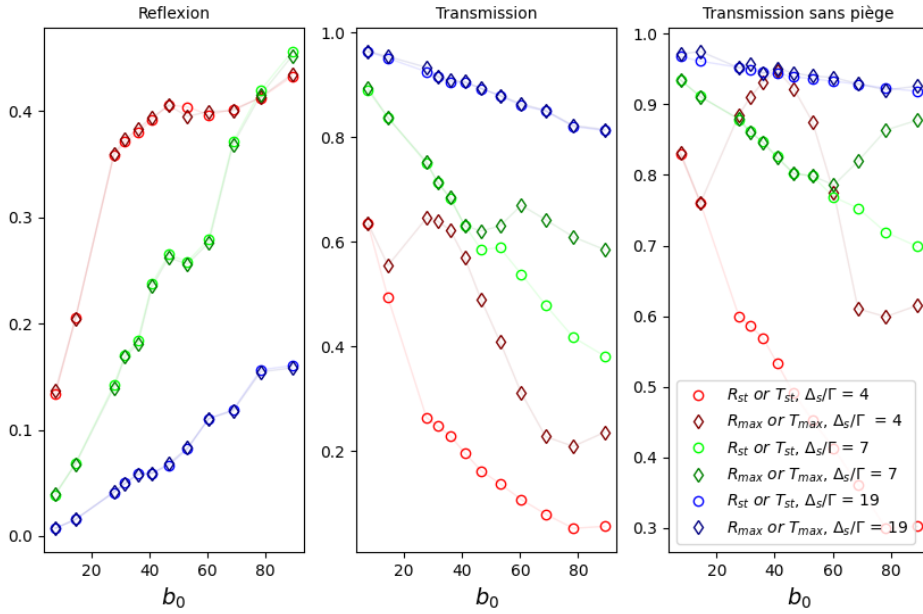


FIGURE 7.10 – Graphes (Mesure C) montrant les amplitudes des intensités en stationnaire et du maximum (flash) pour la réflexion, transmission et transmission sans le piège.

en fonction de l'épaisseur optique pour trois désaccords de la sonde (Δ_s/Γ). On remarque que pour les désaccords que nous avons choisis, il n'y a presque pas de flash en réflexion. Il y en a cependant en transmission, pour les désaccords $\Delta = 4\Gamma$ et $\Delta = 7\Gamma$, qui apparaissent quand l'épaisseur optique devient suffisante. Il sera intéressant d'effectuer de nouvelles mesures avec des désaccords inférieures à 4, là où les flashes en réflexion sont présents.

7.3.2 Dynamique temporelle en fonction de l'épaisseur optique

En ce qui concerne les taux d'extinctions, on peut voir sur la Figure 7.11 qu'il est difficile de les évaluer de la même manière que précédemment pour les transmissions. Nous ne l'avons donc pas fait du fait des allures plus complexes des courbes. On se contentera d'interprétations visuelles pour l'instant. On peut voir qu'à grand désaccord, la variation de la dynamique temporelle, en fonction du désaccord, reste quasiment inchangée. Dans un sens cela confirme le fait que ce qui importe c'est la forme des spectres en stationnaire. En effet, du fait que ces derniers varient peu en fonction du désaccord à grands désaccords (Figure 7.12), il en est ainsi de même pour la dynamique. En revanche, autour des désaccords de $\Delta = 4\Gamma$ et $\Delta = 7\Gamma$ la variation des spectres varie en fonction de l'épaisseur optique, les dynamiques sont donc affectées et diffèrent en fonction de b_0 .

On peut observer pour certaines épaisseurs optiques un double flash en trans-

mission, les expériences ne semblent donc pas en contradiction avec les résultats préliminaires de la [Figure 7.8](#) discuté précédemment. Nous ne sommes pas allés plus loin dans les interprétations.

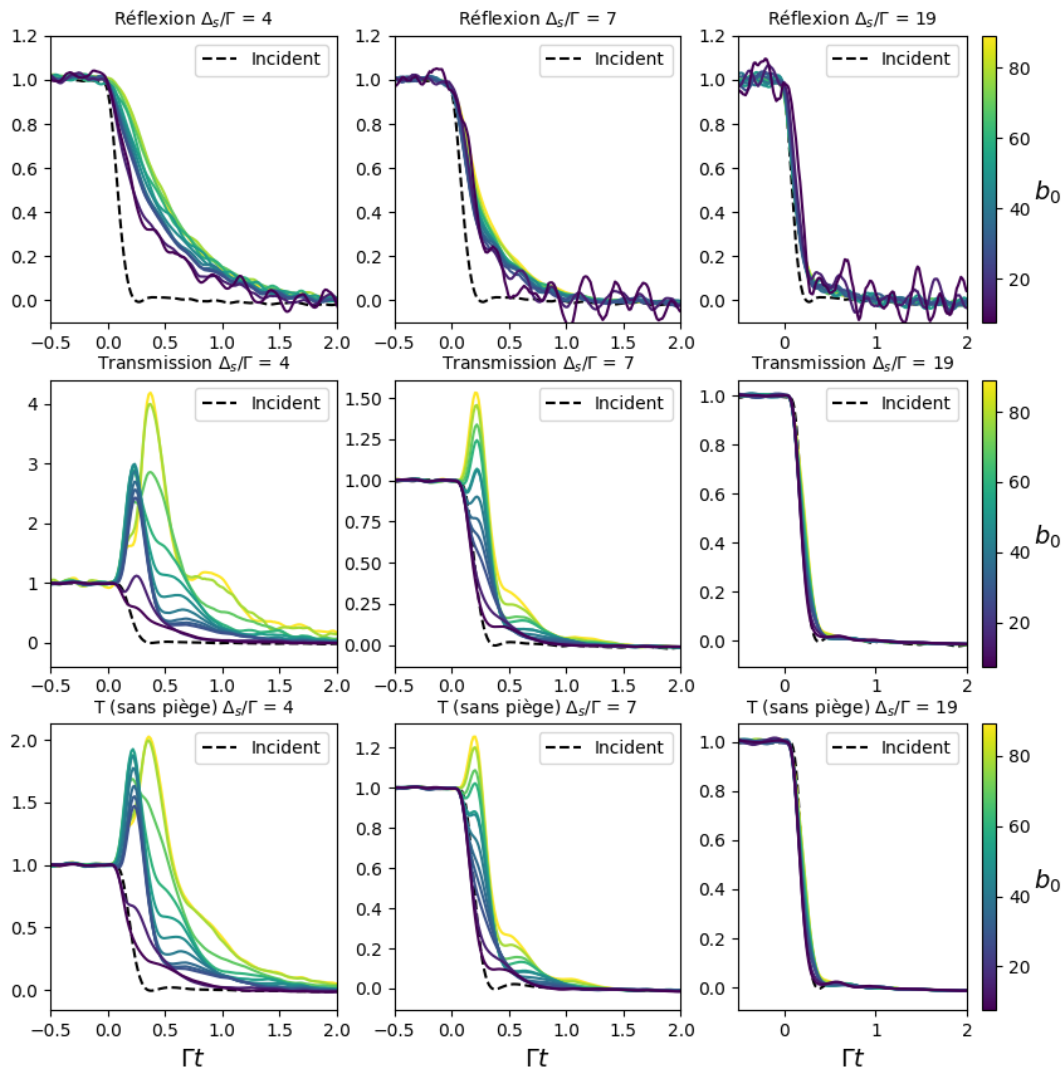


FIGURE 7.11 – Graphiques (Mesure C) montrant la dynamique temporelle en fonction de plusieurs épaisseurs optiques à résonance b_0 représentée en échelle de couleurs, pour la réflexion sur la première ligne, la transmission sur la seconde et pour la transmission sans piège pour la dernière. Sur les colonnes nous avons fait varier le désaccord de la sonde Δ_s/Γ pour trois valeurs 4, 7 et 19.

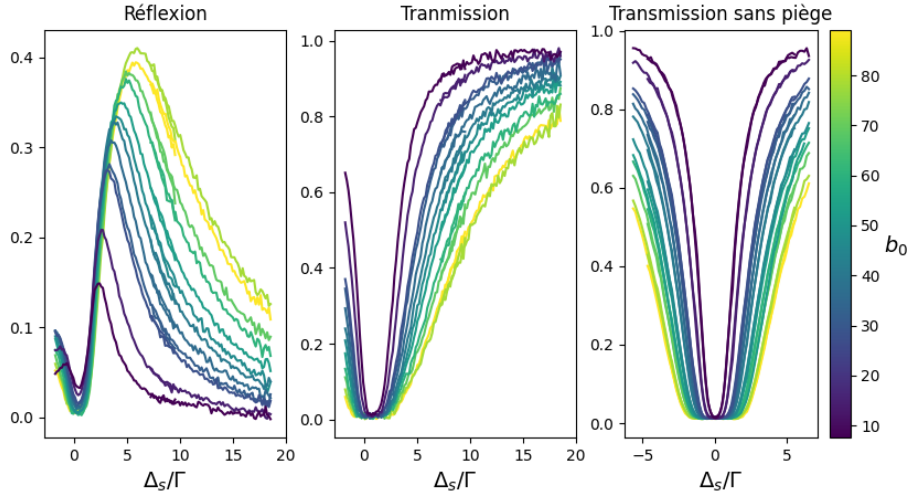


FIGURE 7.12 – Spectres (Mesure C) de réflexion, transmission et de transmission sans le piège, pour différentes épaisseurs optiques b_0 représentées en échelle de couleurs.

Conclusion

Pour conclure, nous avons vu dans ce chapitre les résultats expérimentaux sur la dynamique temporelle de lumière en réflexion, transmission et transmission sans miroir. On s'est intéressé dans un premier temps à l'effet flash apparaissant dans la réflexion, nous avons donné une interprétation à ce dernier d'un point de vue temporel comme la réflexion du flash transmis et d'un point de vue spectral, comme la conséquence de la distorsion du spectre incident. Nous avons vu que les simulations issues du modèle des matrices de transfert nous permettent de rendre compte du phénomène. Ensuite, nous avons étudié les taux de décroissance à l'extinction et avons constaté que ces derniers étaient super-radiants. Nous avons fourni une explication de l'évolution des tendances, basée, comme précédemment, sur la distorsion du spectre incident. Enfin, nous avons étudié le flash et la dynamique d'extinction en fonction de l'épaisseur optique pour certains désaccords fixés.

Les résultats que nous avons sont préliminaires. Il nous faut maintenant mieux maîtriser les paramètres expérimentaux, qui varient encore trop en fonction des différents jours où nous prenons des données. De même, certains problèmes de normalisation restent à résoudre, il semblerait que nous ayons une instabilité des coefficients de calibrations pour les photodiodes rapides nécessitant de réaliser plusieurs fois les calibrations dans une même journée. La répétabilité de nos expériences est par conséquent encore insuffisante. Une fois nos paramètres bien maîtrisés, il nous sera possible de réaliser des comparaisons avec les simulations en prenant en compte les paramètres réelles de l'expérience. À partir de cela, il nous sera possible de publier un article sur l'ensemble de ces résultats.

Conclusion

Dans cette thèse nous avons exploré la dynamique temporelle dans la diffusion de la lumière par des ensembles désordonnés et ordonnés d'atomes froids. À travers des expériences minutieuses et des modélisations théoriques, nous avons examiné des phénomènes tels que la super-radiance et la sous-radiance, la réflexion de Bragg, ainsi que les mécanismes de diffusion multiple qui leur sont associés.

L'un des résultats de ce travail est l'observation qualitative de la « bosse super-radiante », mise en évidence à travers le modèle de la dispersion linéaire (et des dipôles couplés). Cette étude a permis d'établir un lien important et mal compris avant cela, entre les phénomènes de super-radiance et de sous-radiance, en mettant en avant le rôle crucial de la diffusion multiple dans ces processus. À travers cette étude nous avons pu prendre conscience du rôle de l'élargissement spectral induit par la coupure du laser incident dans les phénomènes observés, cela nous a guidés vers des interprétations des phénomènes en termes de déformation du spectre incident dû au milieu agissant comme un filtre en fréquence. Ces résultats marquent une avancée dans la compréhension des effets de dynamiques temporelle dans des environnements désordonnés.

Par ailleurs, l'introduction d'un miroir de Bragg constitué d'atomes ordonnés a permis d'élargir cette étude en abordant la dynamique de la réflexion de la lumière dans un milieu semi-structuré. En modifiant l'arrangement spatial des atomes, nous avons pu explorer la réflexion de Bragg dans le cadre d'un système atomique. Nous avons pu observer et expliquer un effet flash contre-intuitif et une décroissance super-radiante de la réflexion.

Malgré des résultats prometteurs, certaines limitations subsistent notamment liées à la répétabilité des expériences et à la maîtrise des paramètres expérimentaux. Mes successeurs sur l'expérience ont récemment réussi à résoudre la majorité des problèmes que nous avons mentionnés au cours de ce manuscrit, un article est ainsi en préparation.

Pour la suite, l'objectif principal à moyen terme sera de mettre en œuvre de la transparence induite électromagnétiquement (EIT) afin de modifier judicieusement la forme des courbes des spectres de réflexion et de transmission, nous permettant de réaliser un système commutant optiquement entre la

transmission et la réflexion [58]. L'un des enjeux de l'expérience sera de mesurer la rapidité avec laquelle cette transition peut être effectuée, ce qui fait de notre étude sur le régime transitoire de la réflexion de Bragg une base précieuse. Le résultat de cette expérience pourrait déboucher sur la réalisation d'un commutateur à deux sorties contrôlables optiquement, avec des applications potentielles dans les réseaux optiques.

En somme, cette thèse a contribué à approfondir notre compréhension des dynamiques lumineuses dans des systèmes atomiques désordonnés et ordonnés, tout en ouvrant la voie à des investigations plus poussées dans le contrôle de la diffusion lumineuse dans des environnements complexes.

Annexe A

Complément sur la relation de Bragg

Démontrons la relation de Bragg (Équation A.2). Cette relation est présente dans l'article [15], nous n'avons pas trouvé de référence nous permettant une justification de cette formule. Sur la Figure A.1. Sur la Figure A.1, nous avons représenté un motif du miroir éclairé par un laser, on considère nos couches d'atomes comme parfaitement homogènes et délimitées. Notre objectif est de déterminer, en première approximation, la condition nous permettant d'avoir des interférences constructives, nous négligerons ainsi les réflexions du second ordre ainsi que la réflexion au passage de la seconde interface (milieu/vide) (pour l'instant nous ne trouvons pas de justification solide permettant cette seconde approximation). Nous considérons les indices optiques réels et oublions tous les effets d'absorptions.

Sur le schéma, nous avons les relations suivantes entre les différentes grandeurs :

$$\begin{aligned} & \text{— } \cos(\theta_a) = \frac{L_a}{a}, \sin(\theta_a) = \frac{x_a}{a} \\ & \text{— } \cos(\theta_v) = \frac{L_v}{b}, \sin(\theta_v) = \frac{x_b}{b} \\ & \text{— } \sin(\theta_v) = \frac{x_c}{c} \\ & \text{— } c = 2xa + 2xb = 2 \sin(\theta_x)a + 2 \sin(\theta_x)b \\ & \text{— } \Delta A = n_v x_c = n_v \sin(\theta_v)c \\ & \text{— } \Delta B = 2n_a a + 2n_v b \end{aligned}$$

La condition d'interférence constructive impose que la différence de marche entre les chemins optiques Δ_A et Δ_B , soit un multiple N de la longueur d'onde λ_{sonde} de l'onde incidente, on obtient pour le premier ordre de diffraction correspond à $N = 1$:

$$\begin{aligned}
\lambda_{\text{sonde}} &= \Delta_B - \Delta_A \\
&= (2n_a a + 2n_v) - n_v \sin(\theta_v) c \\
&= \left[2n_a \frac{L_a}{\cos(\theta_a)} + 2n_v \frac{L_v}{\cos(\theta_v)} \right] - n_v \sin(\theta_v) \left[\frac{2 \sin(\theta_a)}{\cos(\theta_a)} + \cos(\theta_a) L_a + 2 \frac{\sin(\theta_v)}{\cos(\theta_v)} L_v \right]
\end{aligned}$$

En utilisant la relation de Snell Descarte $n_a \sin(\theta_a) = n_v \sin(\theta_v)$, on obtient :

$$\begin{aligned}
\lambda_{\text{sonde}} &= 2n_a L_a \frac{1}{\cos(\theta_a)} + 2n_v L_v \frac{1}{\cos(\theta_v)} - 2n_a L_a \frac{\sin^2(\theta_a)}{\cos(\theta_a)} - 2n_v L_v \frac{\sin^2(\theta_v)}{\cos(\theta_v)} \\
&= 2n_a L_a \frac{1}{\cos(\theta_a)} + 2n_v L_v \frac{1}{\cos(\theta_v)} - 2n_a L_a \frac{(1 - \cos^2(\theta_a))}{\cos(\theta_a)} - 2n_v L_v \frac{(1 - \cos^2(\theta_v))}{\cos(\theta_v)} \\
&= 2n_a L_a \cos(\theta_a) + 2n_v L_v \cos(\theta_v)
\end{aligned}$$

Du fait que les angles sont petits, on peut considérer $\cos(\theta_a) \approx \cos(\theta_v)$, on obtient ainsi :

$$\begin{aligned}
\lambda_{\text{sonde}} &= 2 \cos(\theta_v) (n_a L_a + n_v L_v) \\
&= 2 \cos(\theta_v) \left(\frac{n_a L_a + n_v L_v}{2L} \right) 2L
\end{aligned}$$

On peut définir un indice optique moyen \tilde{n} tel que :

$$\tilde{n} = \frac{n_a L_a + n_v L_v}{2L} \tag{A.1}$$

En remplaçant $L = \lambda_{\text{lat}}/4$ et en ajoutant la dépendance au désaccord dans l'indice moyen, du fait que l'indice optique n_a y dépende, on obtient pour la relation de Bragg :

$$\lambda_{\text{sonde}} = \cos(\theta_v) \tilde{n}(\Delta) \lambda_{\text{lat}} \tag{A.2}$$

En toute logique, quand $L_a = 0$ on a $\tilde{n} = n_v$, on retrouve la condition de Bragg connue dans les cristaux.

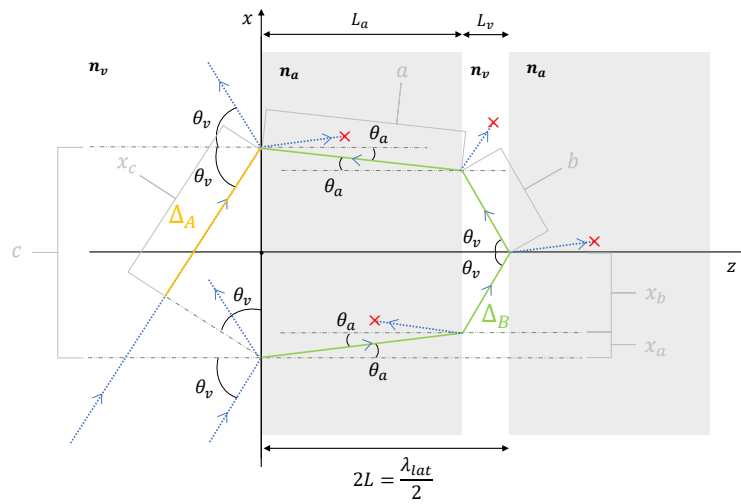


FIGURE A.1 – Schéma montrant les chemins optiques de deux rayons issus du champ incident en interaction avec le milieu d'atomes en gris. Le premier en jaune, qui est directement réfléchi par l'interface, a un chemin optique que nous avons appelé Δ_A . Le second en vert, qui est transmis deux fois, réfléchi, puis une nouvelle fois transmis deux fois, a un chemin optique que nous avons appelé Δ_B . Nous négligeons, en première approximation, les réflexions et transmissions des chemins avec une croix rouge.

Annexe B

Complément sur les matrices de transferts

Dans cette annexe, nous proposons de démontrer les formules que nous avons présentées dans la [section 5.2](#) en suivant le formalisme des matrices de transfert [57].

Établissement de la matrice de transfert d'un motif

Déterminons à présent les champs dans notre motif. Un motif est défini sur une longueur de $2L$, la première interface en $z = 0 \bmod 2L$ va du vide vers le diélectrique. La seconde en $z = L \bmod 2L$, du diélectrique vers le vide.

Nous pouvons considérer notre milieu d'atomes comme linéaire et isotrope, nous avons ainsi les relations constitutives suivantes liant le champ magnétique au champ d'excitation magnétique et le champ électrique au champ de déplacement électrique :

$$\begin{cases} \vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E} \\ \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

Avec ϵ et μ respectivement les perméabilités relatives électrique et magnétique du milieu. Dans un milieu non diélectrique et non magnétique $\epsilon = 1$ et $\mu = 1$. Dans nos atomes $\mu = 1$ et ϵ est complexe, l'indice de réfraction complexe est défini comme suit : $n^2 \equiv \epsilon\mu$. Notre milieu étant vide de charges et de courants, les équations de Maxwell peuvent s'exprimer comme suit :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 & (MG) \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 & (Mi\phi) \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\mu_0 \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} & (MF) \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \epsilon_0 \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} & (MA) \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

On considère que l'on envoie deux ondes électromagnétiques planes, progressives et harmoniques (OPPH) dans notre motif, une dans le sens des z croissant du vide vers le milieu et une autre dans le sens des z décroissants du milieu

vers le vide. Chacune de ces ondes devra vérifier l'équation de Helmholtz issue des équations de Maxwell. On suppose que les champs transmis et réfléchi par l'interface auront la même forme que leurs champs source, c'est-à-dire des OPPH. Nous avons représenté l'ensemble des ondes électromagnétiques dans un motif sur le schéma de la [Figure 5.3](#). Notons que nous considérons, comme sur le schéma, des ondes polarisées transverse électrique (TE). De cela, on peut définir les ondes électriques comme suit en fonction des différentes zones :

— Pour $z \leq 0$:

$$\begin{cases} \vec{E}_{v1}^+(x, z, t) &= \bar{\epsilon}_{v1}^+ e^{i(k_{x,v1}^+ x + k_{z,v1}^+ z - \omega_{v1}^+ t)} \\ \vec{E}_{v1}^-(x, z, t) &= \bar{\epsilon}_{v1}^- e^{i(k_{x,v1}^- x - k_{z,v1}^- z - \omega_{v1}^- t)} \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

— Pour $z \in [0, L]$:

$$\begin{cases} \vec{E}_{a1}^+(x, z, t) &= \bar{\epsilon}_{a1}^+ e^{i(k_{x,a1}^+ x + k_{z,a1}^+ z - \omega_{a1}^+ t)} \\ \vec{E}_{a1}^-(x, z, t) &= \bar{\epsilon}_{a1}^- e^{i(k_{x,a1}^- x - k_{z,a1}^- z - \omega_{a1}^- t)} \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

— Pour $z \in [L, 2L]$:

$$\begin{cases} \vec{E}_{v2}^+(x, z, t) &= \bar{\epsilon}_{v2}^+ e^{i(k_{x,v2}^+ x + k_{z,v2}^+ z - \omega_{v2}^+ t)} \\ \vec{E}_{v2}^-(x, z, t) &= \bar{\epsilon}_{v2}^- e^{i(k_{x,v2}^- x - k_{z,v2}^- z - \omega_{v2}^- t)} \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

Avec, en prenant la première onde \vec{E}_{v1}^+ : $k_{x,v1}^+$ et $k_{z,v1}^+$ les composantes selon x et z du vecteur d'onde \vec{k}_{v1}^+ . Les signes sont choisis en fonction du sens de propagation de l'onde. Le problème étant complètement invariant par translation selon y , nous avons ainsi allégé les expressions en omettant les variations suivant cet axe.

Les champs magnétiques pourront être déduits des équations de Maxwell où l'on peut montrer que : $\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$.

Pour résoudre le problème consistant à déterminer les amplitudes des différents champs en fonction des champs entrants, nous allons dans ce qui suit établir les relations de continuité aux deux interfaces dans notre motif. La première en $z = 0$, et la seconde en $z = L$.

Relation de continuité à la première interface :

À la première interface en $z = 0$, les relations de continuités imposent la conservation du champ magnétique total et la conservation du champ électrique transverse à l'interface (table 33-1 Feynmann lectures [71]). Cela donne les relations suivantes, avec $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ les vecteurs unitaires définis sur la [Figure 5.3](#) :

$$\begin{cases} \vec{E}_{v1}^+(x, 0, t) \cdot \vec{u}_y + \vec{E}_{v1}^-(x, 0, t) \cdot \vec{u}_y = \vec{E}_{a1}^+(x, 0, t) \cdot \vec{u}_y + \vec{E}_{a1}^-(x, 0, t) \cdot \vec{u}_y \\ \vec{B}_{v1}^+(x, 0, t) + \vec{B}_{v1}^-(x, 0, t) = \vec{B}_{a1}^+(0, 0, t) + \vec{B}_{a1}^-(x, 0, t) \end{cases} \quad (\text{B.6})$$

Cette équation est valable pour tous les temps t , cela implique que toutes les pulsations sont égales, on peut ainsi définir une unique pulsation ω tel que :

$$\omega \equiv \omega_{v1}^+ = \omega_{v1}^- = \omega_{a1}^+ = \omega_{a1}^- = \omega_{v2}^+ = \omega_{v2}^-$$

L'équation (B.6) est également valable pour toutes les positions x , cela implique que :

$$k_{x,v1}^+ = k_{x,v1}^- = k_{x,a1}^+ = k_{x,a1}^- = k_{x,v2}^+ = k_{x,v2}^- \quad (\text{B.7})$$

De ces relations, il est possible de montrer les lois de Snell Descarte que nous avons déjà admis sur la Figure 5.3.

En ce qui concerne les vecteurs d'ondes, chaque équation (B.3), (B.4) et (B.5), doit vérifier l'équation de Helmholtz, soit par exemple pour E_{a1}^+ :

$$\begin{aligned} \Delta E_{a1}^+ &= \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \\ \Rightarrow k_{a1}^{+2} &= \epsilon_a \mu_a \omega^2 / c^2 = n_a^2 k_0^2 \\ \Rightarrow k_{a1}^+ &= \pm n_a k_0 \end{aligned}$$

Où on a remplacé $\epsilon_0 \mu_0 = 1/c$ et $k_0 = \omega/c$. Cette relation est valide pour toutes les autres ondes, avec n_a qui doit être remplacé par n_v pour celles dans le vide. On peut ainsi définir des vecteurs d'ondes généraux $k_v \equiv n_v k_0$ et $k_a \equiv n_a k_0$. En ce qui concerne les signes (\pm), pour rester cohérent avec la définition que nous avons faite sur le schéma de la Figure 5.3, ceux-ci sont choisis comme il suit :

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k_v = k_{v1}^+ = k_{v1}^- = k_{v2}^+ = k_{v2}^- = n_v k_0 \\ k_a = k_{a1}^+ = k_{a1}^- = n_a k_0 \end{cases} \quad (\text{B.8})$$

Pour les projections suivant x et z , nous définissons les vecteurs suivant tels que :

$$\begin{cases} k_{v,z} \equiv k_v \cos(\theta_v) = k_{v1,z}^+ = -k_{v1,z}^- \\ k_{v,x} \equiv k_v \sin(\theta_v) = k_{v1,x}^+ = k_{v1,x}^- \\ k_{a,z} \equiv k_a \cos(\theta_a) = k_{a1,z}^+ = -k_{a1,z}^- \\ k_{a,x} \equiv k_a \sin(\theta_a) = k_{a1,x}^+ = k_{a1,x}^- \end{cases}$$

On peut à présent développer l'équation (B.6) en utilisant $\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$, avec $\varepsilon_{a/v}^{+/-}$ la norme des vecteurs correspondants, on obtient :

$$\begin{cases} \varepsilon_{v1}^+ + \varepsilon_{v1}^- = \varepsilon_{a1}^+ + \varepsilon_{a1}^- \\ -k_v \cos(\theta_v) \varepsilon_{v1}^+ + k_v \cos(\theta_v) \varepsilon_{v1}^- = -k_a \cos(\theta_a) \varepsilon_{a1}^+ + k_a \cos(\theta_a) \varepsilon_{a1}^- \\ k_v \sin(\theta_v) \varepsilon_{v1}^+ + k_v \sin(\theta_v) \varepsilon_{v1}^- = k_a \sin(\theta_a) \varepsilon_{a1}^+ + k_a \sin(\theta_a) \varepsilon_{a1}^- \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \varepsilon_{v1}^+ + \varepsilon_{v1}^- = \varepsilon_{a1}^+ + \varepsilon_{a1}^- \\ k_{v,z}(-\varepsilon_{v1}^+ + \varepsilon_{v1}^-) = k_{a,z}(-\varepsilon_{a1}^+ + \varepsilon_{a1}^-) \\ k_{v,x}(\varepsilon_{v1}^+ + \varepsilon_{v1}^-) = k_{a,x}(\varepsilon_{a1}^+ + \varepsilon_{a1}^-) \end{cases}$$

Grâce à l'égalité (B.7), la dernière équation est redondante avec la première. En composant la première et la seconde, on obtient :

$$\begin{cases} \varepsilon_{v1}^+ = \varepsilon_{a1}^+ \frac{1}{2} \left(1 + \frac{k_{a,z}}{k_{v,z}}\right) + \varepsilon_{a1}^- \frac{1}{2} \left(1 - \frac{k_{a,z}}{k_{v,z}}\right) \\ \varepsilon_{v1}^- = \varepsilon_{a1}^+ \frac{1}{2} \left(1 - \frac{k_{a,z}}{k_{v,z}}\right) + \varepsilon_{a1}^- \frac{1}{2} \left(1 + \frac{k_{a,z}}{k_{v,z}}\right) \end{cases} \quad (\text{B.9})$$

Coefficient de Fresnel De l'équation précédente on retrouve les coefficients de Fresnel de réflexion $r_- \equiv E_{v1}^-(z=0)/E_{v1}^+(z=0) = \varepsilon_{v1}^-/\varepsilon_{v1}^+$ et de transmission $t_+ \equiv E_{a1}^+(z=0)/E_{v1}^+(z=0) = \varepsilon_{a1}^+/\varepsilon_{v1}^+$, pour une onde incidente TE, venant du vide vers le milieu :

$$\begin{cases} r_- = \frac{\frac{1}{2}(1 - \frac{k_{a,z}}{k_{v,z}})}{\frac{1}{2}(1 + \frac{k_{a,z}}{k_{v,z}})} = \frac{k_{v,z} - k_{a,z}}{k_{v,z} + k_{a,z}} = \frac{n_v \cos(\theta_v) - n_a \cos(\theta_a)}{n_v \cos(\theta_v) + n_a \cos(\theta_a)} \\ t_+ = \frac{1}{\frac{1}{2}(1 + \frac{k_{a,z}}{k_{v,z}})} = \frac{2k_{v,z}}{k_{v,z} + k_{a,z}} = \frac{2n_v \cos(\theta_v)}{n_v \cos(\theta_v) + n_a \cos(\theta_a)} \end{cases} \quad (\text{B.10})$$

On a la relation $t_+ - r_- = 1$, le signe moins n'a rien d'aberrant, cela dépend de la convention choisie sur la Figure 5.3 pour le sens du champ \vec{E}_{v1}^- et \vec{E}_{a1}^- vers l'avant ou l'arrière.

Pour une onde TM on a [26] (chp 4.6 p 125) :

$$\begin{cases} r_- = \frac{n_a \cos(\theta_v) - n_v \cos(\theta_a)}{n_a \cos(\theta_v) + n_v \cos(\theta_a)} \\ t_+ = \frac{2n_v \cos(\theta_v)}{n_a \cos(\theta_v) + n_v \cos(\theta_a)} \end{cases} \quad (\text{B.11})$$

On a la relation $t_+ + r_- = 1$ seulement pour $\theta_v = 0$. Dans la suite on restera avec des ondes TE.

Notons que dans le cas d'une onde venant du milieu vers le vide, on peut définir les coefficients de Fresnel inverse $r_+ \equiv E_{a1}^+(z=0)/E_{a1}^-(z=0) = \varepsilon_{a1}^+/\varepsilon_{a1}^-$ et $t_- \equiv E_{v1}^-(z=0)/E_{a1}^-(z=0) = \varepsilon_{v1}^-/\varepsilon_{a1}^-$, tel que :

$$\begin{cases} r_+ = \frac{n_a \cos(\theta_a) - n_v \cos(\theta_v)}{n_a \cos(\theta_a) + n_v \cos(\theta_v)} = -r_- \\ t_- = \frac{2n_a \cos(\theta_a)}{n_a \cos(\theta_a) + n_v \cos(\theta_v)} = t_+ - 2r_- \end{cases} \quad (\text{B.12})$$

Forme matricielle On peut maintenant écrire sous forme de matrice les équations précédentes (Équation B.9), on définit :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{v1} \equiv \begin{pmatrix} \varepsilon_{v1}^+ \\ \varepsilon_{v1}^- \end{pmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon}_{a1} \equiv \begin{pmatrix} \varepsilon_{a1}^+ \\ \varepsilon_{a1}^- \end{pmatrix}, \mathbf{R}_{\text{av}} \equiv \frac{1}{t_+} \begin{pmatrix} 1 & r_- \\ r_- & 1 \end{pmatrix}$$

On obtient :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{v1} = \mathbf{R}_{av} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{a1} \quad (\text{B.13})$$

La matrice \mathbf{R}_{av} , permet d'exprimer les champs avant l'interface, en fonction des champs après l'interface, on l'appelle la matrice de transfert du champ à l'interface du milieu (a) vers le vide (v).

On peut également définir la matrice de transfert du vide vers les atomes \mathbf{R}_{va} , tel que :

$$\mathbf{R}_{va} \boldsymbol{\varepsilon}_{v1} = \boldsymbol{\varepsilon}_{a1} \quad (\text{B.14})$$

Avec :

$$\mathbf{R}_{va} \equiv \frac{1}{t_-} \begin{pmatrix} 1 & r_+ \\ r_+ & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{t_+ - 2r_-} \begin{pmatrix} 1 & -r_- \\ -r_- & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.15})$$

Des relations (B.13) et (B.14), on peut montrer que \mathbf{R}_{va} est l'inverse de \mathbf{R}_{av} . On posera dans la suite $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{va}$ et $\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}_{av}$.

Relation de continuité à la seconde interface :

Pour la traversée de l'onde à la seconde interface en $z = L$, une nouvelle fois, la relation de continuité des champs nous donne :

$$\begin{cases} \vec{E}_{a1}^+(x, L, t) \cdot \vec{u}_y + \vec{E}_{a1}^-(x, L, t) \cdot \vec{u}_y = \vec{E}_{v2}^+(x, L, t) \cdot \vec{u}_y + \vec{E}_{v2}^-(x, L, t) \cdot \vec{u}_y \\ \vec{B}_{a1}^+(x, L, t) + \vec{B}_{a1}^-(x, L, t) = \vec{B}_{v2}^+(x, L, t) + \vec{B}_{v2}^-(x, L, t) \end{cases} \quad (\text{B.16})$$

On remplace par les expressions (B.4) et (B.5), la relation (B.7) fait disparaître la dépendance en x . En posant pour les phases accumulées suivant z , $\phi_{v,z} = k_{v,z}L$ et $\phi_{a,z} = k_{a,z}L$. De manière similaire au cas précédent, on obtient :

$$\begin{cases} \varepsilon_{a1}^+ e^{i\phi_a} + \varepsilon_{a1}^- e^{-i\phi_a} = \varepsilon_{v2}^+ e^{i\phi_v} + \varepsilon_{v2}^- e^{-i\phi_v} \\ -k_a \cos(\theta_a) \varepsilon_{a1}^+ e^{i\phi_a} + k_a \cos(\theta_a) \varepsilon_{a1}^- e^{-i\phi_a} = -k_v \cos(\theta_v) \varepsilon_{v2}^+ e^{i\phi_v} + k_v \cos(\theta_v) \varepsilon_{v2}^- e^{-i\phi_v} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \varepsilon_{a1}^+ e^{i\phi_a} + \varepsilon_{a1}^- e^{-i\phi_a} = \varepsilon_{v2}^+ e^{i\phi_v} + \varepsilon_{v2}^- e^{-i\phi_v} \\ k_{a,z} (-\varepsilon_{a1}^+ e^{i\phi_a} + \varepsilon_{a1}^- e^{-i\phi_a}) = k_{v,z} (-\varepsilon_{v2}^+ e^{i\phi_v} + \varepsilon_{v2}^- e^{-i\phi_v}) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \varepsilon_{a1}^+ = \varepsilon_{v2}^+ \frac{1}{2} \left(1 + \frac{k_{v,z}}{k_{a,z}} \right) e^{i\phi_v - i\phi_a} + \varepsilon_{v2}^- \frac{1}{2} \left(1 - \frac{k_{v,z}}{k_{a,z}} \right) e^{-i\phi_v - i\phi_a} \\ \varepsilon_{a1}^- = \varepsilon_{v2}^+ \frac{1}{2} \left(1 - \frac{k_{v,z}}{k_{a,z}} \right) e^{i\phi_v + i\phi_a} + \varepsilon_{v2}^- \frac{1}{2} \left(1 + \frac{k_{v,z}}{k_{a,z}} \right) e^{-i\phi_v + i\phi_a} \end{cases} \quad (\text{B.17})$$

Forme matricielle On cherche à présent à exprimer cette équation sous forme matricielle comme précédemment. Pour cela, on va définir les matrices de phase $\phi_{\mathbf{v}}$ et $\phi_{\mathbf{a}}$, qui représentent les phases accumulées par les ondes au cours de leur propagation dans un demi motif sur une longueur (x, z) , pour $z = L$ on a :

$$\phi_{\mathbf{v}}(x, L) \equiv \begin{pmatrix} e^{i(k_{v,z}L + k_{v,x}x)} & 0 \\ 0 & e^{i(-k_{v,z}L + k_{v,x}x)} \end{pmatrix} = e^{ik_{v,x}x} \begin{pmatrix} e^{i\phi_{v,z}} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi_{v,z}} \end{pmatrix}$$

$$\phi_{\mathbf{a}}(x, L) \equiv \begin{pmatrix} e^{i(k_{a,z}L + k_{a,x}\Delta x)} & 0 \\ 0 & e^{i(-k_{a,z}L + k_{a,x}x)} \end{pmatrix} = e^{ik_{a,x}x} \begin{pmatrix} e^{i\phi_{a,z}} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi_{a,z}} \end{pmatrix}$$

Avec cela, on est à présent en mesure d'exprimer l'équation (B.17) sous forme matricielle afin de relier $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{a1}}$ à $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{v2}}$. En utilisant la matrice \mathbf{R} , on peut montrer que :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{a1}} = \phi_{\mathbf{a}}^{-1}(L)\mathbf{R}\phi_{\mathbf{v}}(L)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{v2}} \quad (\text{B.18})$$

Notons que comme $k_{v,x} = k_{a,x}$ (B.7), on a bien les dépendances en x qui se compensent entre les matrices de phases. Dans la suite, on les omettra également volontairement pour alléger les notations puisqu'elles se compenseront systématiquement. Cette propriété découle de l'invariance par translation suivant x (et y) du système.

Matrice de transfert du motif :

Pour obtenir la matrice de transfert du motif permettant d'exprimer le champ sortant en fonction du champ entrant et ainsi déterminer les coefficients de réflexion $r \equiv E_{v1}^-(z=0)/E_{v1}^+(z=0)$ et de transmission $t \equiv E_{v2}^+(z=2L)/E_{v1}^+(z=0)$ du motif, nous allons exprimer les champs des équations (B.3), (B.4) et (B.5), sous forme matricielle, on obtient en oubliant la dépendance temporelle :

$$\mathbf{E}_{\mathbf{v1}}(z \leq 0) = \begin{pmatrix} E_{v1}^+(z) \\ E_{v1}^-(z) \end{pmatrix} = \phi_{\mathbf{v}}(z)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{v1}}$$

$$\mathbf{E}_{\mathbf{a1}}(z \in [0^+, L]) = \begin{pmatrix} E_{a1}^+(z) \\ E_{a1}^-(z) \end{pmatrix} = \phi_{\mathbf{a}}(z)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{a1}}$$

$$\mathbf{E}_{\mathbf{v2}}(z \in [L, 2L]) = \begin{pmatrix} E_{v2}^+(z) \\ E_{v2}^-(z) \end{pmatrix} = \phi_{\mathbf{v}}(z)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{v2}}$$

Exprimons les champs à gauche et à droite du motif soit en $z = 0$ et en $z = 2L$:

$$\mathbf{E}_{\mathbf{v1}}(z = 0) = \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{v1}} \quad (\text{B.19})$$

$$\mathbf{E}_{v2}(z = 2L) = \phi_v(2L)\varepsilon_{v2} \quad (\text{B.20})$$

Les calculs précédents sur la continuité des champs aux interfaces (B.13) et (B.18), nous ont permis d'établir des relations liant ε_{v1} à ε_{a1} et ε_{a1} à ε_{v2} . En combinant ces résultats, on obtient une relation reliant ε_{v1} à ε_{v2} :

$$\mathbf{R}\varepsilon_{v1} = \phi_a^{-1}(L)\mathbf{R}\phi_v(L)\varepsilon_{v2}$$

En isolant ε_{v2} on obtient :

$$\varepsilon_{v2} = \phi_v^{-1}(L)\mathbf{R}^{-1}\phi_a(L)\mathbf{R}\varepsilon_{v1} \quad (\text{B.21})$$

En multipliant à gauche par $\phi_v(2L)$, on obtient une équation reliant le champ à gauche et à droite du motif, nous donnant la matrice de transfert (Équation 5.5) :

$$\begin{aligned} \phi_v(2L)\varepsilon_{v2} &= \phi_v(2L)\phi_v^{-1}(L)\mathbf{R}^{-1}\phi_a(L)\mathbf{R}\varepsilon_{v1}\varepsilon_{v1} \\ \Leftrightarrow \mathbf{E}_{v2}(z = 2L) &= \phi_v(2L)\phi_v^{-1}(L)\mathbf{R}^{-1}\phi_a(L)\mathbf{R}\mathbf{E}_{v1}(z = 0) \\ \Leftrightarrow \mathbf{E}_{v2}(z = 2L) &= \phi_v(L)\mathbf{R}^{-1}\phi_a(L)\mathbf{R}\mathbf{E}_{v1}(z = 0) \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

Bibliographie

- [1] P. W. ANDERSON. “Absence of Diffusion in Certain Random Lattices”. In : *Phys. Rev.* (1958). DOI : [10.1103/PhysRev.109.1492](https://doi.org/10.1103/PhysRev.109.1492).
- [2] David THOULESS. “Anderson localization in the seventies and beyond”. In : *International Journal of Modern Physics B* (2010). DOI : [10.1142/S0217979210064496](https://doi.org/10.1142/S0217979210064496).
- [3] Shingo KATSUMOTO et al. “Hall coefficient of a persistent photoconductor near the metal-insulator transition”. In : *Solid State Communications* (1989). DOI : [https://doi.org/10.1016/0038-1098\(89\)90088-4](https://doi.org/10.1016/0038-1098(89)90088-4).
- [4] Hefei HU et al. “Localization of ultrasound in a three-dimensional elastic network”. In : *Nature Physics* (2008). DOI : [10.1038/nphys1101](https://doi.org/10.1038/nphys1101).
- [5] S. S. KONDOV et al. “Three-Dimensional Anderson Localization of Ultracold Matter”. In : *Science* (2011). DOI : [10.1126/science.1209019](https://doi.org/10.1126/science.1209019).
- [6] F. JENDRZEJEWSKI et al. “Three-dimensional localization of ultracold atoms in an optical disordered potential”. In : *Nature Physics* 8 (2012), p. 398-403. DOI : [10.1038/nphys2256](https://doi.org/10.1038/nphys2256). URL : <https://doi.org/10.1038/nphys2256>.
- [7] R. KAISER, M. LEDUC et H. PERRIN. *Atomes, ions, molécules ultrafroids et les technologies quantiques*. EDP Sciences.
- [8] G. LABEYRIE. “Coherent transport of light in cold atoms”. In : *Modern Physics Letters B* (2008). DOI : [10.1142/S0217984908014699](https://doi.org/10.1142/S0217984908014699).
- [9] Q. BAUDOIN, W. GUERIN et R. KAISER. “Cold and hot atomic vapors : a testbed for astrophysics?” In : (2014). Sous la dir. de K. MADISON et al.
- [10] W. GUERIN, M.T. ROUABAH et R. KAISER. “Light interacting with atomic ensembles : collective, cooperative and mesoscopic effects”. In : *Journal of Modern Optics* (2017), p. 895-907.
- [11] S. E. SKIPETROV, I. M. SOKOLOV et M. D. HAVEY. “Control of light trapping in a large atomic system by a static magnetic field”. In : *Phys. Rev. A* (2016). DOI : [10.1103/PhysRevA.94.013825](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.94.013825).

-
- [12] William GUERIN. “Chapter Four - Super- and subradiance in dilute disordered cold atomic samples : observations and interpretations”. In : *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics* 72 (2023). Sous la dir. de Louis F. DIMAURO, Hélène PERRIN et Susanne F. YELIN, p. 253-296. DOI : <https://doi.org/10.1016/bs.aamop.2023.04.002>. URL : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1049250X23000022>.
- [13]  . Mitchell Galv ao de MELO. “Refroidissement laser de l’ytterbium sur la ligne d’intercombinaison pour des expériences sur la localisation de la lumière”. Thèse de doct. 2024.
- [14] H. LETELLIER. “Piégeage magnéto-optique de l’ytterbium sur la transition $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ ”. Thèse de doct. 2024.
- [15] A. SCHILKE et al. “Photonic Band Gaps in One-Dimensionally Ordered Cold Atomic Vapors”. In : *Phys. Rev. Lett.* (2011). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.106.223903>.
- [16] John D. JOANNOPOULOS et al. *Photonic Crystals : Molding the Flow of Light*. 2nd. Princeton University Press, 2008.
- [17] A. SCHILKE et al. “Optical parametric oscillation with distributed feedback in cold atoms”. In : *Nature Photonics* (2012). DOI : [10.1038/nphoton.2011.320](https://doi.org/10.1038/nphoton.2011.320).
- [18] C. FABRE. *Atomes et lumière interaction matière rayonnement*. 2017.
- [19] C. C. TANNODJI, J. DUPONT-ROC et G. GRYNBERG. *Processus d’interaction entre photons et atomes*.
- [20] D.A. STECK. *Rubidium 87 D Line Data*.
- [21] J-F. RIOU. “Etude des propriétés de propagation d’un laser à atomes”. Thèse de doct. 2007.
- [22] A. CIPRIS et al. “van der Waals dephasing for Dicke subradiance in cold atomic clouds”. In : *Phys. Rev. A* (2021). DOI : [10.1103/PhysRevA.103.033714](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.103.033714).
- [23] R. CARMINATI. *Ondes en Milieux Complexes*. Cours ESPCI 2015.
- [24] F. ANDREOLI et al. “Maximum Refractive Index of an Atomic Medium”. In : *Phys. Rev. X* (2021). DOI : [10.1103/PhysRevX.11.011026](https://doi.org/10.1103/PhysRevX.11.011026).
- [25] J. PEATROSS et M. WARE. *Physics of Light and Optics*. 2015. Chap. 10 Diffraction (page 260).
- [26] E. HECHT. *Optics*. Chap. 10 Diffraction (page 458).
- [27] H. C. van de HULST. “Light scattering by small particles”. In : 1957. Chap. 4 : Wave propagating in a medium containing scattereres.
- [28] M. CHALONY. “Transmission cohérente et interaction de type gravitationnel dans un nuage froid de Strontium”. Thèse de doct. 2011.

- [29] E. AKKERMANS et G. MONTAMBAUX. *Mesoscopic Physics of Electrons and Photons*. 2007.
- [30] P. WEISS et al. “Superradiance as single scattering embedded in an effective medium”. In : *Phys. Rev. A* (2021). DOI : [10.1103/PhysRevA.103.023702](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.103.023702).
- [31] V. M. DATSYUK et I. M. SOKOLOV. “Coherent backscattering under conditions of pulsed radiation trapping”. In : *JETP* (2006). DOI : [10.1134/S1063776106050049](https://doi.org/10.1134/S1063776106050049).
- [32] D. V. KUPRIYANOV, I. M. SOKOLOV et M. D. HAVEY. “Mesoscopic coherence in light scattering from cold, optically dense and disordered atomic systems”. In : *Phys. Rep.* (2017). DOI : [10.48550/arXiv.1701.02816](https://doi.org/10.48550/arXiv.1701.02816).
- [33] R. CARMINATI. *Ondes Electromagnétiques*. Cours ESPCI 2017.
- [34] J. BOHNET, Z. CHEN et J. WEINER. “A steady-state superradiant laser with less than one intracavity photon”. In : *Nature* (2012). DOI : <https://doi.org/10.1038/nature10920>.
- [35] Sam R. DOLAN et al. “Superradiant instability of a charged regular black hole”. In : *Phys. Rev. D* (juin 2024). DOI : [10.1103/PhysRevD.109.124037](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.109.124037).
- [36] R. H. DICKE. “Coherence in Spontaneous Radiation Processes”. In : *Phys. Rev.* (1954). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.93.99>.
- [37] Marlan O. SCULLY et al. “Directed Spontaneous Emission from an Extended Ensemble of N Atoms : Timing Is Everything”. In : *Phys. Rev. Lett.* (2006). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.96.010501>.
- [38] I E MAZETS et G KURIZKI. “Multiatom cooperative emission following single-photon absorption : Dicke-state dynamics”. In : *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics* (2007). URL : <https://dx.doi.org/10.1088/0953-4075/40/6/F01>.
- [39] P. COURTEILLE et al. “Modification of radiation pressure due to cooperative scattering of light”. In : *Eur. Phys. J.* (2010). URL : <https://doi.org/10.1140/epjd/e2010-00095-6>.
- [40] Anatoly A. SVIDZINSKY, Jun-Tao CHANG et Marlan O. SCULLY. “Cooperative spontaneous emission of N atoms : Many-body eigenstates, the effect of virtual Lamb shift processes, and analogy with radiation of N classical oscillators”. In : *Phys. Rev. A* (2010). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.81.053821>.
- [41] M.T. ROUABAH. “Effets de cohérence en diffusion multiple de la lumière et intrication des états cohérents”. Thèse de doct. 2015.

-
- [42] G. LABEYRIE et al. “Radiation trapping in a dense cold atomic gas”. In : *Optics Communications* (2003). DOI : [https://doi.org/10.1016/S0030-4018\(04\)00166-4](https://doi.org/10.1016/S0030-4018(04)00166-4).
- [43] G. LABEYRIE, R. KAISER et D. DELANDE. “Radiation trapping in a cold atomic gas”. In : *Appl. Phys.* (2005). DOI : [10.1007/s00340-005-2015-y](https://doi.org/10.1007/s00340-005-2015-y).
- [44] T. BIENAİMÉ, N. PIOVELLA et R. KAISER. “Controlled Dicke Subradiance from a Large Cloud of Two-Level Systems”. In : *Phys. Rev. Lett.* (2012). DOI : [10.1103/PhysRevLett.108.123602](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.108.123602).
- [45] M. O. ARAÚJO et al. “Superradiance in a Large and Dilute Cloud of Cold Atoms in the Linear-Optics Regime”. In : *Phys. Rev. Lett.* (2016). DOI : [10.1103/PhysRevLett.117.073002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.117.073002).
- [46] W. GUERIN, M.O. ARAÚJO et R. KAISER. “Subradiance in a Large Cloud of Cold Atoms”. In : *Phys. Rev. Lett.* (2016). DOI : [10.1103/PhysRevLett.116.083601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.083601).
- [47] A. CIPRIS. “Modes collectifs de longue durée de vie de la lumière dans des atomes froids : études expérimentales et numériques sur la sous-radiance et la localisation d’Anderson”. Thèse de doct. 2022.
- [48] Eugene P. WIGNER. “Lower Limit for the Energy Derivative of the Scattering Phase Shift”. In : *Phys. Rev.* (1955). DOI : [10.1103/PhysRev.98.145](https://doi.org/10.1103/PhysRev.98.145).
- [49] R. BOURGAIN et al. “Direct measurement of the Wigner time delay for the scattering of light by a single atom”. In : *Opt. Lett.* (2013). DOI : [10.1364/OL.38.001963](https://doi.org/10.1364/OL.38.001963).
- [50] Patrizia WEISS et al. “Subradiance and radiation trapping in cold atoms”. In : *New Journal of Physics* (2018). URL : <https://dx.doi.org/10.1088/1367-2630/aac5d0>.
- [51] M. O. ARAÚJO, W. GUERIN et R. KAISER. “Decay dynamics in the coupled-dipole model”. In : *Journal of Modern Optics* (2018). DOI : [10.1080/09500340.2017.1380856](https://doi.org/10.1080/09500340.2017.1380856).
- [52] P. WEISS et al. “Robustness of Dicke subradiance against thermal decoherence”. In : *Phys. Rev. A* (2019). DOI : [10.1103/PhysRevA.100.033833](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.100.033833).
- [53] M. Oliveira de ARAUJO. “Super- et sous-radiance dans un nuage dilué d’atomes froids”. Thèse de doct. 2018.
- [54] T. BIENAİMÉ. “Effets coopératifs dans les nuages d’atomes froids”. Thèse de doct. 2011.
- [55] Wolfgang KETTERLE et al. “High densities of cold atoms in a dark spontaneous-force optical trap”. In : *Phys. Rev. Lett.* (1993). DOI : [10.1103/PhysRevLett.70.2253](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.70.2253).

- [56] S. ASSELIE, A. CIPRIS et W. GUERIN. “Optical interpretation of linear-optics superradiance and subradiance”. In : *Phys. Rev. A* (2022). DOI : [10.1103/PhysRevA.106.063712](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.106.063712).
- [57] I. H. DEUTSCH et al. “Photonic band gaps in optical lattices”. In : *Phys. Rev. A* (1995).
- [58] Alexander SCHILKE, Claus ZIMMERMANN et William GUERIN. “Photonic properties of one-dimensionally-ordered cold atomic vapors under conditions of electromagnetically induced transparency”. In : *Phys. Rev. A* (2012). DOI : [10.1103/PhysRevA.86.023809](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.86.023809).
- [59] S. SLAMA et al. “Multiple reflections and diffuse scattering in Bragg scattering at optical lattices”. In : *Phys. Rev. A* (2006). DOI : [10.1103/PhysRevA.73.023424](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.73.023424).
- [60] J. DALIBARD. *Atomes ultra-froid*.
- [61] R. GRIMM, M. WEIDEMÜLLER et Y.B. OVCHINNIKOV. “Optical Dipole Traps for Neutral Atoms”. In : 42 (2000), p. 95-170. DOI : [https://doi.org/10.1016/S1049-250X\(08\)60186-X](https://doi.org/10.1016/S1049-250X(08)60186-X).
- [62] B. DARQUIÉ. “Manipulation d’atomes dans des pièges dipolaires microscopiques et émission contrôlée de photons par un atome unique”. Thèse de doct. 2006.
- [63] A. MAÎTRE. *Principes des lasers*. 2022. URL : <http://ressources.agreg.phys.ens.fr/static/Cours-TD/Maitre/CoursLasers2022.pdf>.
- [64] T. ARPORNTHIP, C. A. SACKETT et K. J. HUGHES. “Vacuum-pressure measurement using a magneto-optical trap”. In : *Phys. Rev. A* (2012). DOI : [10.1103/PhysRevA.85.033420](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.85.033420).
- [65] A. ASPECT. *Tome 2, Optique quantique 1 : Laser*.
- [66] W. GUERIN. “Source atomique cohérente dans des pièges optique et magnétique : réalisation d’un laser à atomes guidé”. Thèse de doct. 2008.
- [67] T. A. SAVARD, K. M. O’HARA et J. E. THOMAS. “Laser-noise-induced heating in far-off resonance optical traps”. In : *Phys. Rev. A* (1997). DOI : [10.1103/PhysRevA.56.R1095](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.56.R1095).
- [68] S. A. SAAKYAN et al. “Increasing the trapping lifetime of lithium-7 atoms in optical dipole trap”. In : *Journal of Physics : Conference Series* (2021). URL : <https://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/1787/1/012046>.
- [69] M. CHALONY et al. “Coherent flash of light emitted by a cold atomic cloud”. In : *Phys. Rev. A* (2011). DOI : [10.1103/PhysRevA.84.011401](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.84.011401).
- [70] C. C. KWONG et al. “Cooperative Emission of a Coherent Superflash of Light”. In : *Phys. Rev. Lett.* (2014). DOI : [10.1103/PhysRevLett.113.223601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.113.223601).
- [71] R. FEYNMAN, R. LEIGHTON et M. SANDS. *The Feynman lectures on physics*. 2015. Chap. 33 : Reflection from Surfaces.