



HAL
open science

Résolution du problème de découpe avec revalorisation des matériaux

Victor Senergues

► **To cite this version:**

Victor Senergues. Résolution du problème de découpe avec revalorisation des matériaux. Recherche opérationnelle [math.OA]. Ecole nationale supérieure Mines-Télécom Atlantique, 2025. Français. NNT : 2025IMTA0455 . tel-04947347

HAL Id: tel-04947347

<https://theses.hal.science/tel-04947347v1>

Submitted on 14 Feb 2025

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT DE

L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
MINES-TÉLÉCOM ATLANTIQUE BRETAGNE
PAYS DE LA LOIRE – IMT ATLANTIQUE

ÉCOLE DOCTORALE N° 648
Sciences pour l'Ingénieur et le Numérique
Spécialité : *Génie industriel, productive, automatique et robotique*

Par

Victor SENERGUES

**Résolution du problème de découpe
avec revalorisation des matériaux**

Thèse présentée et soutenue à IMT Atlantique, Nantes, le 15/01/2025

Unité de recherche : Laboratoire des sciences et du numérique de Nantes (LS2N, UMR CNRS 6004)

Thèse N° : 2025IMTA0455

Rapporteurs avant soutenance :

François CLAUTIAUX Professeur, Université de Bordeaux
Jean-Philippe GAYON Professeur, Université Clermont Auvergne

Composition du Jury :

Président :	Nathalie BOSTEL	Professeur, Nantes Université
Examineurs :	Célia PAQUAY	Associate professor, Université de Liège
	François CLAUTIAUX	Professeur, Université de Bordeaux
	Jean-Philippe GAYON	Professeur, Université Clermont Auvergne
Dir. de thèse :	Olivier PETON	Professeur, IMT Atlantique
Co-encadrant de thèse :	Nadjib BRAHIMI	Professeur, Rennes School of Business

Invité(s) :

François KLEIN Responsable data et algorithmes, REEVERSE SYSTEMS

REMERCIEMENT

Tout d'abord, je tiens à remercier Olivier PETON et Nadjib BRAHIMI pour leur encadrement, leurs précieux conseils et leurs encouragements constants. Leur expertise et leur bienveillance ont été essentielles à l'avancement et à l'amélioration de ce travail.

Un immense merci également à François KLEIN pour son accompagnement, sa disponibilité et nos échanges constructifs, qui ont grandement enrichi cette recherche. Son regard critique et ses conseils avisés ont été d'une aide précieuse tout au long de ces années.

Je suis reconnaissant envers Sandrine et Jérémy pour leur confiance et pour m'avoir offert l'opportunité de réaliser ces trois années de thèse au sein de Reverse Systems.

J'adresse également toute ma gratitude aux membres du jury, et en particulier à mes rapporteurs François CLAUTIAUX et Jean-Philippe GAYON, qui me font l'honneur d'évaluer mon travail. Merci à toutes celles et ceux qui ont pris le temps de lire, d'échanger et de me faire bénéficier de leur regard critique et bienveillant sur mes recherches.

Je souhaite aussi remercier chaleureusement mes collègues de l'IMT Atlantique et de Reverse Systems. Les échanges, les coups de main, les pauses café et les discussions, parfois très sérieuses et parfois beaucoup moins, ont fait de ces années de recherche une expérience aussi enrichissante qu'agréable.

Enfin, un merci du fond du cœur à ma famille, mes ami(e)s et particulièrement à Candice, qui a accepté de quitter ses montagnes pour me soutenir dans cette aventure. Vous avez supporté mes phases de stress, mes moments de doute, toujours avec patience, bienveillance et encouragements. Votre présence et votre soutien inébranlable ont été des piliers tout au long de ce parcours, et sans vous, cette thèse aurait été bien plus difficile.

TABLE DES MATIÈRES

Liste des abréviations	11
1 Introduction	13
1.1 Problématique industrielle : Gestion des ressources et durabilité	15
1.1.1 Définitions	15
1.1.2 Impact environnemental et problématiques des chutes industrielles	16
1.1.3 Enjeux économiques du réemploi	17
1.1.4 Enjeux écologiques	18
1.1.5 Enjeux législatifs et réglementaires	20
1.2 Principaux obstacles à surmonter	22
1.2.1 Obstacles liés aux processus industriels	22
1.2.2 Obstacles liés à la gestion de la matière	24
1.2.3 Obstacles liés à la donnée et à l’urbanisation des systèmes d’information .	25
1.3 REEVERSE Systems	26
1.3.1 Le logiciel REEVERSE	26
1.3.2 Segments de marché	26
1.3.3 Recherche et développement	27
1.4 Objectifs de la thèse	28
1.4.1 Contributions scientifiques et techniques	28
2 Préliminaires	31
2.1 Cutting Stock Problem (CSP)	32
2.1.1 Définitions de base	32
2.1.2 Historique	33
2.1.3 Type de coupe	34
2.1.4 Modélisation mathématique du CSP unidimensionnel	36
2.1.5 Principales méthodes de résolution du CSP	36
2.1.6 Limites de la formulation du CSP et problématique globale	37
2.2 Une méthode classique de résolution du CSP : la génération de colonnes	38
2.2.1 Rappels de Programmation linéaire	38
2.2.2 Génération de colonnes	42
2.2.3 Illustration de la génération de colonnes sur une instance du CSP	44

2.3	Cutting stock problem with usable leftovers (CSPUL)	48
2.3.1	Modélisations mathématiques du CSPUL	49
2.3.2	1D-CSPUL	49
2.4	Point de vue industriel	55
2.4.1	Processus de Production en Menuiserie Industrielle	55
2.4.2	Vocabulaire	58
2.4.3	Le CSP dans l'industrie	59
2.4.4	Diversité des objets	61
3	État de l'art sur le CSPUL	63
3.1	Introduction	64
3.1.1	Méthodologie et bibliométrie	64
3.1.2	Positionnement dans la littérature	65
3.2	Principales caractéristiques des modélisations du CSPUL	66
3.2.1	Modèles basés sur les patterns vs. modèles basés sur les pièces	66
3.2.2	Fonctions objectif	67
3.2.3	Modèles mono-période et multi-périodes	69
3.2.4	Type de découpe	72
3.3	Méthodes de résolution	74
3.3.1	Méthodes exactes	74
3.3.2	Méthodes heuristiques	75
3.4	Applications dans l'industrie	80
3.4.1	Secteur d'activités	81
3.5	Discussion	84
3.5.1	Définition des chutes réutilisables dans la littérature	84
3.5.2	Gestion du nombre de chutes	85
3.6	Conclusions et perspectives de recherche	86
4	Problème de découpe avec chutes réutilisables (CSPUL)	87
4.1	Introduction	88
4.1.1	Gestion des chutes	88
4.1.2	Objectifs du chapitre	90
4.2	Description du problème et formulation	90
4.2.1	Description	90
4.2.2	Notations	92
4.2.3	Modélisation	93
4.3	Extension avec réutilisation forcée des chutes non-standards	96
4.3.1	Motivation	96

4.3.2	Mise à jour du modèle	97
4.3.3	Utilisation forcée des chutes standards	98
4.4	Méthode de résolution	98
4.4.1	Génération de colonnes	98
4.5	Gestion des arrondis	102
4.5.1	Tri de la solution continue	103
4.5.2	Méthode gloutonne d'arrondi	105
4.5.3	Heuristiques de <i>diving</i>	107
4.6	Génération d'instances et paramétrages	110
4.6.1	Instances aléatoires	110
4.6.2	Instances industrielles	112
4.6.3	Matériel, logiciel et paramétrages des méthodes de résolution	113
4.7	Résultats expérimentaux	115
4.7.1	Résultat sur des instances aléatoires	115
4.7.2	Résultats sur des instances industrielles	125
4.8	Conclusion	136
5	Réalisations et applications industrielles	139
5.1	Lecture de données	140
5.1.1	Difficultés générales rencontrées	141
5.1.2	Étude de cas : format 1D	142
5.1.3	Problématiques des formats 2D	144
5.2	Analyse et Diagnostic	146
5.2.1	Analyse	146
5.2.2	Bilan matière	147
5.2.3	Premiers constats sur la gestion des chutes	149
5.3	Réalisations	154
5.3.1	Projet 2D	154
5.3.2	Imbricateur industriel	158
5.3.3	Simulateur de longueur de profilé	163
5.3.4	Détermination du seuil optimal de réemploi	167
6	Conclusion	173
	Conclusion	173
6.1	Résumé et résultats des travaux	173
6.2	Limitations	174
6.3	Perspectives	175

TABLE DES MATIÈRES

6.3.1	Détermination des chutes standard	175
6.3.2	Intégration avec la planification de la production	175
6.3.3	Considération des aléas	175
6.3.4	Symbiose industrielle	176
6.3.5	Stratégie de différenciation retardée	176
6.4	...Pour conclure	177
Bibliographie		179

TABLE DES FIGURES

1.1	La hiérarchie zéro déchets 8.0 ZWIA, Zero Waste International Alliance. Source : https://zwia.org . Licensed under CC BY-SA 4.0	20
2.1	Exemples d'imbrication 1D et 2D	33
2.2	Exemples de découpes guillotine et non guillotine	35
2.3	Algorithme du simplexe	41
2.4	Exemple avec deux objets, l'un générant une chute réutilisable ($\delta_1 > N$) et l'autre générant un rebut ($\delta_2 < N$)	52
2.5	Parcours d'une commande de sa réception jusqu'à l'allotissement	56
2.6	Exemple d'imbrications avec des chutes techniques et générant ou non des chutes réutilisables	58
2.7	Type de découpe	60
2.8	Schéma pinces et zone utilisable	60
2.9	Schéma en coupe du montage d'une fenêtre en double vitrage	61
3.1	Distribution temporelle des articles pertinents discutés dans la revue de littérature.	65
3.2	Exemple de l'influence de la position des pièces avec des découpes en biseau	72
3.3	Exemple de pré-chutes guillotine	73
3.4	Diagramme en couloirs pour présenter le processus de découpe avec utilisation des chutes.	80
4.1	Imbrication générant une chute standard (orange) et un rebut supplémentaire (rouge)	89
4.2	Exemple d'une résolution d'instance utilisant les variables X_{jo} et Y_{jou}	93
4.3	Exemple d'une solution avec et sans réutilisation forcée où la réutilisation forcée n'est pas optimale	97
4.4	Histogramme des longueurs de pièces produites par deux industriels	111
4.5	Comparaison des méthodes en fonction du temps de calcul (secondes) et du gap (%) : analyse de compromis	119
4.6	Impact du réemploi des chutes sur le rendement industriel (%) selon différentes configurations de δ et ω	127

TABLE DES FIGURES

4.7	Évolution du stock de chutes standards (bleu) et non standards (orange) au cours du temps	131
4.8	Évolution du stock de chutes standards (bleu), non standards (orange) et total (rouge) au cours du temps	132
4.9	Comparaison de notre méthode avec l'imbricateur industriel n°1 selon le rendement matière (%) sur les 10 profilés les plus découpés	134
4.10	Comparaison de notre méthode avec l'imbricateur industriel n°2 selon le rendement matière (%) sur les 10 profilés les plus découpés	135
5.1	Extrait d'un fichier .LOT	143
5.2	Exemple d'instruction machine et les pièces réellement produites	145
5.3	Répartition des longueur de chutes (réelles) tirée du logiciel REEVERSE	150
5.4	Histogramme de longueurs de chutes avec des chutes réutilisables	151
5.5	Exemple d'histogramme "idéal" de chutes générées	153
5.6	Fonctionnement projet 2D	156
5.7	Exemple de résultat du projet 2D	157
5.8	Taux de chutes avec et sans réutilisation	160
5.9	Exemple de faible amélioration du taux de chutes par réutilisation	161
5.10	Non compatibilité entre les chutes réutilisables (en rouge) et les pièces à produire (en bleu)	161
5.11	Exemple d'un seuil de réemploi mal choisi	162
5.12	Comparaison des taux de chutes selon l'ancienne longueur ou la nouvelle longueur	164
5.13	Exemple d'un cas où la modification des longueurs cumulée au réemploi dégrade la solution sans modification de longueur avec réemploi	165
5.14	Taux de chutes en générant les instances par jour (bleu) ou par lot (rouge)	166
5.15	Taux de chutes en générant les instances par jour (bleu) ou par lot (rouge) sans réemployer de chutes ou par lot avec réutilisaiton des chutes (vert)	167
5.16	Evolution du potentiel de réutilisation en fonction du seuil de réemploi.	168
5.17	Évolution du seuil optimal de réemploi en fonction des périodes de production	171

LISTE DES ABRÉVIATIONS

ADEME : Agence de l'Environnement et de la Maîtrise de l'Énergie
AGEC : Loi Anti-Gaspillage pour une Économie Circulaire
ASTM : American Society for Testing and Materials
CAO : Conception Assistée par Ordinateur
CEA : Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives
CIFRE : Convention Industrielle de Formation par la Recherche
CNC : Commande Numérique par Calculateur
CNRS : Centre National de la Recherche Scientifique
CPLEX : Logiciel d'optimisation
CSP : Cutting Stock Problem
CSPUL : Cutting Stock Problem with Usable Leftovers
DXF : Drawing Exchange Format
ETI : Entreprise de Taille Intermédiaire
FAO : Fabrication Assistée par Ordinateur
GAMS : General Algebraic Modeling System
GCVP : Gestion du Cycle de Vie des Produits
GES : Gaz à Effet de Serre
GPAO : Gestion de la Production Assistée par Ordinateur
MILP : Mixed-Integer Linear Programming
MIP : Mixed-Integer Programming
PGI : Progiciel de Gestion Intégré
PLNE : Programmation Linéaire en Nombres Entiers
PME : Petite et Moyenne Entreprise
RAL : Référentiel de couleurs standardisé
RE : Réglementation Environnementale 2020
REACH : Registration, Evaluation, Authorisation and Restriction of Chemicals
REP : Responsabilité Élargie des Producteurs

INTRODUCTION

Table des matières

1.1	Problématique industrielle : Gestion des ressources et durabilité	15
1.1.1	Définitions	15
1.1.2	Impact environnemental et problématiques des chutes industrielles	16
1.1.3	Enjeux économiques du réemploi	17
1.1.4	Enjeux écologiques	18
1.1.5	Enjeux législatifs et réglementaires	20
1.2	Principaux obstacles à surmonter	22
1.2.1	Obstacles liés aux processus industriels	22
1.2.2	Obstacles liés à la gestion de la matière	24
1.2.3	Obstacles liés à la donnée et à l'urbanisation des systèmes d'information .	25
1.3	REEVERSE Systems	26
1.3.1	Le logiciel REEVERSE	26
1.3.2	Segments de marché	26
1.3.3	Recherche et développement	27
1.4	Objectifs de la thèse	28
1.4.1	Contributions scientifiques et techniques	28

Dans un contexte de ressources limitées et de réchauffement climatique, l'intégration de pratiques durables et responsables sur le plan environnemental devient une priorité pour l'industrie manufacturière. Les entreprises sont de plus en plus poussées à réduire leur empreinte carbone et à minimiser leurs déchets, ce qui exige des transformations significatives dans leurs processus de production et le recours à des matériaux plus écologiques.

En parallèle, elles doivent faire face à une série de défis opérationnels majeurs : la gestion de la chaîne d'approvisionnement, où les perturbations peuvent entraîner des retards et des pénuries, et la hausse continue des coûts de production, influencée par les prix des matières premières, de l'énergie et de la main-d'œuvre. De plus, le respect de normes de qualité et de conformité toujours plus strictes impose de maintenir une constance et une fiabilité élevées des produits.

Ces défis combinés expliquent pourquoi l'industrie doit adopter de nouveaux outils et techniques pour répondre à ces exigences changeantes et s'adapter à cette transformation profonde. L'optimisation de l'utilisation des ressources et la mise en place de pratiques plus durables sont désormais des impératifs pour rester compétitif tout en répondant aux attentes croissantes en matière de responsabilité environnementale.

Dans cette perspective, la gestion efficace des matières premières, véritable levier sur les coûts et la production, s'impose comme un facteur clé de performance pour les entreprises.

L'innovation technologique est indispensable pour rester compétitif, mais l'intégration de nouvelles technologies requiert des investissements onéreux et une formation continue. La durabilité et la responsabilité environnementale deviennent également essentielles, avec une pression croissante pour réduire les déchets et les émissions de CO₂.

Toutes les entreprises impliquées dans la découpe de matières premières sont potentiellement confrontées à ces problématiques. Les industries manufacturières du secteur des transports, telles que l'aéronautique, le naval, le maritime, et le ferroviaire, ainsi que les secteurs du bâtiment, de la menuiserie, et de la structure métallique, sont particulièrement concernées en raison de leur forte consommation de matériaux. Elles utilisent massivement des matières comme l'acier, l'aluminium, l'inox, le titane et les composites à base de carbone.

Au-delà de ces secteurs, d'autres industries comme celles du bois, du papier, du marbre et du verre sont également concernées. Les entreprises de transformation du bois, par exemple, doivent optimiser leurs processus de découpe pour minimiser les chutes et maximiser l'utilisation de chaque pièce de bois. De même, l'industrie du papier et du carton s'efforcent de réduire les déchets générés lors de la découpe de rouleaux en formats standards et de la transformation de ces matériaux. Les industries travaillant avec des plastiques, divers composites, et des matériaux comme le marbre, que ce soit pour des applications de haute performance, des productions de masse, ou lorsque le coût de la matière première est très élevé, cherchent également à accroître l'efficacité de l'utilisation des matériaux.

Ces défis d'optimisation et de réduction des déchets sont communs à toutes ces industries,

qui visent à améliorer leur rentabilité tout en répondant aux exigences croissantes de durabilité et de réduction de leur empreinte environnementale. Dans cette thèse, nous nous concentrerons principalement sur le secteur de la menuiserie industrielle.

1.1 Problématique industrielle : Gestion des ressources et durabilité

Cette section analyse les défis majeurs de la gestion des ressources industrielles, en mettant en lumière les problématiques des chutes de production et les opportunités de leur valorisation à travers les dimensions économique, écologique et législative.

1.1.1 Définitions

Dans le cadre de cette étude, il est essentiel de clarifier certains termes fondamentaux pour mieux comprendre les enjeux liés à la gestion des matières premières et des chutes industrielles.

Définition 1 (Économie circulaire) *L'économie circulaire est un modèle économique qui vise à optimiser l'utilisation des ressources naturelles en limitant les déchets et les impacts environnementaux. Elle repose sur des principes tels que la réutilisation, la réparation, le réemploi et le recyclage, afin de maintenir les matériaux et produits en circulation le plus longtemps possible. Contrairement au modèle linéaire traditionnel, qui se limite à produire, consommer, puis jeter, l'économie circulaire adopte une approche cyclique et durable.*

Définition 2 (Green Pact) *Le Green Pact, ou Pacte Vert Européen, est une stratégie phare de l'Union européenne visant à atteindre la neutralité climatique d'ici 2050. Ce pacte encourage des mesures ambitieuses pour réduire les émissions de gaz à effet de serre, préserver les ressources naturelles et promouvoir une économie circulaire durable, en alignant les pratiques industrielles sur des objectifs environnementaux stricts.*

Définition 3 (Déchets) *Dans le contexte industriel, un déchet désigne une chute de production ou un matériau usé que son propriétaire rejette ou destine à l'abandon. Ces éléments, ne pouvant être valorisés dans leur état actuel, sont généralement dirigés vers des filières de gestion telles que le recyclage, l'incinération ou d'autres traitements spécifiques.*

Définition 4 (Recyclage) *Le recyclage est un processus de traitement des déchets consistant à transformer des matériaux usagés en matières premières secondaires. Ces matières peuvent ensuite être réintégrées dans des cycles de production pour fabriquer de nouveaux produits ou matériaux. Ce procédé permet de réduire l'extraction de ressources naturelles et de limiter les impacts environnementaux associés à la production de matières premières vierges.*

Définition 5 (Réemploi) *Le réemploi consiste à utiliser un matériau ou un produit en l'état, ou après une préparation minimale, pour une fonction identique ou différente de celle pour laquelle il a été conçu. Contrairement au recyclage, le réemploi préserve l'intégrité matérielle du produit ou de la matière, ce qui réduit les besoins en énergie et en transformation.*

Définition 6 (Chute Réutilisable) *Un matériau ou une chute est qualifié de réutilisable s'il conserve une qualité suffisante pour être intégré directement dans un processus de production sans nécessiter de transformation majeure. Ces éléments peuvent être valorisés pour produire de nouvelles pièces ou produits, participant ainsi à la réduction des déchets.*

1.1.2 Impact environnemental et problématiques des chutes industrielles

L'extraction, la production et la transformation des matières premières dans une chaîne d'approvisionnement sont de grandes sources d'émissions de gaz à effet de serre (GES). Par exemple, la production d'un kilogramme d'acier génère environ 2 kg de CO₂, celle d'un kilogramme d'aluminium produit 17 kg de CO₂, celle du titane atteint 30 kg de CO₂, et les composites carbone peuvent émettre jusqu'à 150 kg de CO₂ par kilogramme.¹ De plus, des difficultés notables sur les approvisionnements de ces matières sont rencontrées depuis la crise sanitaire de 2020 avec des pénuries, des augmentations de délais d'approvisionnement (jusqu'à 18 mois pour le titane dans le secteur aéronautique) et des hausses des coûts (le prix de l'aluminium est passé de 1000€/tonne en 2020 à plus de 3000€/tonne en 2022).

Une étude menée depuis 2021 sur une cinquantaine de cas industriels, incluant des acteurs internationaux tels que BENETEAU et AIRBUS, a révélé que dans les industries manufacturières du transport et du bâtiment, jusqu'à 33 % des matières premières approvisionnées finissent en chutes de production. Ces chutes, bien que souvent perçues comme des déchets, ont en réalité une valeur intrinsèque puisqu'elles représentent des matériaux achetés mais non valorisés à travers la vente finale. Autrement dit, ce sont des ressources déjà financées par l'entreprise mais qui n'ont pas été utilisées dans la production de produits finis. Plus préoccupant encore, cette perte de valeur contraint les entreprises à engager des dépenses pour éliminer ces matériaux, transformant ce qui pourrait être un actif en un double handicap, à la fois économique et environnemental.

Bien que certaines chutes de production soient techniquement incompressibles — comme celles dues à l'épaisseur de la lame de découpe, aux copeaux, aux traits d'amorce, ou aux zones de saisie — elles ne représentent qu'une petite portion de la matière totale gaspillée. En réalité, ce sont les chutes réutilisables, souvent de grande taille, qui constituent la majeure partie des pertes matérielles. Bien que moins nombreuses, ces grandes chutes ont un potentiel significatif de réutilisation, contrairement aux petites pertes techniques qui sont inévitables dans le processus

1. strategie.gouv.fr

de découpe.

Actuellement, ces chutes sont généralement éliminées, avec une priorité donnée au recyclage lorsque cela est possible. Elles sont triées par type de matière et collectées par des entreprises spécialisées pour être refondues ou broyées. Cependant, lorsque le recyclage n'est pas envisageable, elles sont incinérées ou enfouies. Ce traitement a lieu quelle que soit la valeur de la matière première ou son importance stratégique. Ce processus, loin d'apporter une valeur ajoutée à l'entreprise, engendre au contraire des coûts supplémentaires. Par ailleurs, même dans le cas de la refonte, souvent perçue comme un véritable recyclage, les matériaux subissent une dégradation qui réduit leur qualité et limite leur réutilisation dans des applications futures.

Aujourd'hui, le réemploi des matières avant recyclage reste difficile, ce qui limite les opportunités de valorisation et d'optimisation des ressources pour les entreprises. Ceci est dû à deux facteurs :

- **Une matière non caractérisée** : Actuellement, il n'existe pas de solution numérique efficace permettant de suivre, de gérer et de réemployer la matière tout au long de sa chaîne de valeur. Les informations sur les chutes de production, telles que leurs dimensions, leur qualité, et leur localisation, ne sont pas systématiquement collectées ni partagées, ce qui empêche une gestion proactive et optimale de ces ressources.
- **Un processus linéaire** : Les chutes de matières sont souvent identifiées seulement après leur création, lorsqu'elles sont déjà considérées comme des déchets. En adoptant une approche plus proactive et en anticipant leur création dès la phase de planification de la production, ces chutes pourraient être reclassées comme une "**matière première de seconde vie**", prêtes à être réutilisées et réintégrées dans le processus de production, réduisant ainsi le besoin en matière première neuve et transformant le processus linéaire en processus circulaire.

1.1.3 Enjeux économiques du réemploi

Plusieurs études internes de l'entreprise REEVERSE ont montré que la matière peut représenter jusqu'à 70 % de la valeur totale d'une chaîne d'approvisionnement. Cette proportion significative fait de la gestion des matériaux un enjeu économique clé pour les entreprises manufacturières. Plusieurs aspects ressortent de cette problématique :

Maîtriser les approvisionnements en matériaux et optimiser la consommation matière La maîtrise des coûts de production est essentielle pour la compétitivité des entreprises. Le coût des matières premières, directement répercuté sur les clients, inclut souvent, à leur insu, la part imputable aux chutes de production envoyées au recyclage. En optimisant l'achat et l'utilisation des matières premières, les entreprises peuvent réaliser des économies considérables. Cela peut inclure la négociation de meilleurs prix avec les fournisseurs, l'achat en gros pour ob-

tenir des réductions, ainsi que la réduction des déchets par le réemploi des chutes de production. Ces économies pourraient alors être répercutées sous forme de prix plus bas pour les clients, ou permettre aux entreprises d'augmenter leurs marges, offrant ainsi un avantage compétitif sur le marché.

Limiter les ruptures de matières premières Il est essentiel de réduire les ruptures d'approvisionnement en matières premières dans l'industrie manufacturière et le secteur du bâtiment. Les délais et les tensions sur les matériaux ont été exacerbés par la crise sanitaire du COVID et les conflits internationaux, tels que le conflit russo-ukrainien depuis 2022. En réduisant les chutes de production et en favorisant leur réemploi, les entreprises peuvent créer des filières locales d'approvisionnement, limitant ainsi leur dépendance à des ressources lointaines de plus en plus amoindries, et réduisant le risque de ruptures. De plus, une gestion efficace des approvisionnements et la diversification des sources de matières premières restent cruciales pour atténuer ces risques et assurer une continuité de la production.

Réduire les factures de recyclage Réduire les factures de recyclage constitue un autre enjeu économique non négligeable. Selon les matériaux, les industriels payent parfois très cher l'enlèvement de leurs déchets, mais ne peuvent refacturer leurs chutes qu'à un prix dérisoire comparé au prix d'achat de la matière première. En optimisant l'utilisation des matériaux, la réutilisation des matériaux de seconde vie et en réduisant les déchets, les entreprises peuvent diminuer leurs coûts de recyclage.

1.1.4 Enjeux écologiques

Avec jusqu'à 80 % de l'empreinte carbone des industriels provenant de la production et de la gestion des matières premières², une gestion durable de ces matériaux devient indispensable pour atténuer l'impact environnemental global. L'Union européenne, à travers des initiatives ambitieuses comme le Green Pact, encourage également les entreprises à adopter des pratiques plus durables et innovantes pour atteindre la neutralité carbone d'ici 2050, tout en promouvant une économie circulaire et résiliente.

Réduction des Émissions de Gaz à Effet de Serre L'un des principaux enjeux écologiques du réemploi de la matière première réside dans la réduction des émissions de gaz à effet de serre (GES). En minimisant le besoin d'extraction de nouvelles matières premières, le réemploi réduit les émissions associées à la production initiale de ces matériaux. Par exemple, la réutilisation de matériaux métalliques ou composites dans l'industrie manufacturière nécessite moins d'énergie que leur production à partir de matières premières vierges, contribuant ainsi à une diminution

2. ADEME.fr

directe des émissions de CO₂. Cette démarche est alignée avec les objectifs du Green Pact qui promeut une réduction substantielle des émissions de GES d'ici 2030 et une transition vers une économie neutre en carbone d'ici 2050.

Préservation des Ressources Naturelles et Promotion de l'Économie Circulaire Le réemploi de la matière première joue un rôle important dans la préservation des ressources naturelles, un autre pilier central du Green Pact. En favorisant la réutilisation des matériaux, les entreprises réduisent leur dépendance aux ressources vierges, souvent limitées et coûteuses à extraire. Ce principe est essentiel dans le cadre d'une économie circulaire, qui vise à maintenir les produits, matériaux et ressources en circulation le plus longtemps possible. Le Green Pact soutient activement ce modèle économique, réduisant les déchets et allégeant la pression sur les ressources naturelles, tout en contribuant à une durabilité à long terme.

Réduction des Déchets et Pollution Le réemploi des matières premières permet de réduire significativement la quantité de déchets générés par les industries. En récupérant et en réutilisant des matériaux qui seraient autrement gaspillés, les entreprises peuvent réduire le volume de déchets envoyés dans les décharges ou incinérés. Cette réduction des déchets diminue également la pollution de l'air, de l'eau et des sols, qui constituent des enjeux environnementaux majeurs abordés par le Green Pact. Par ailleurs, une diminution des déchets industriels réduit les risques de contamination environnementale et de dégradation des écosystèmes, alignant ainsi les pratiques industrielles avec les objectifs de protection de la biodiversité et des écosystèmes soutenus par l'Union européenne.

Une idée fondamentale derrière cette réduction des déchets est incarnée dans le principe de la Zero Waste Hierarchy (Figure 1.1), proposée par la Zero Waste International Alliance³.

Cette hiérarchie établit un ordre de priorité des actions à entreprendre pour minimiser la production de déchets, en mettant l'accent sur la prévention, la réduction à la source, la réutilisation et le recyclage, tout en minimisant le recours à l'élimination des déchets par des méthodes telles que l'incinération, qui sont considérées comme des options de dernier recours. En suivant ces principes, les entreprises peuvent diminuer leurs déchets, contribuer à un environnement plus sain, tout en générant des économies significatives et en renforçant leur résilience face aux changements économiques et réglementaires.

3. zwia.org



FIGURE 1.1 – La hiérarchie zéro déchets 8.0 ZWIA, Zero Waste International Alliance. Source : <https://zwia.org>. Licensed under CC BY-SA 4.0

Contribution à l’Innovation Durable L’intégration du réemploi des matières premières dans les processus de production stimule également l’innovation en matière de durabilité. Elle pousse les entreprises à concevoir de nouvelles technologies et méthodes visant à optimiser l’utilisation des matériaux et à limiter les déchets. Ce processus favorise non seulement l’innovation technologique, mais aussi la croissance économique verte. De plus, le soutien à la recherche et au développement de pratiques industrielles plus durables contribue à la création d’emplois "verts" et renforce la compétitivité des entreprises européennes sur la scène internationale

1.1.5 Enjeux législatifs et réglementaires

Outre les considérations écologiques, la gestion des matières premières est également soumise à une pression croissante de la part des réglementations en vigueur. Les objectifs de durabilité ne sont plus seulement motivés par des préoccupations environnementales, mais aussi par un cadre législatif de plus en plus contraignant. L’évolution du modèle européen encourage ainsi les industriels à repenser leur gestion de la matière. Plusieurs aspects principaux émergent de cette problématique :

Green Pact pour l'Europe

En 2019, la Commission Européenne a présenté le Green Pact pour l'Europe, contenant un engagement en faveur de la neutralité climatique d'ici à 2050. Ce pacte donne les grands axes de travail pour atteindre cet objectif, signé par les 27 États membres de l'UE.⁴

Loi AGECE

Promulguée le 10 février 2020, la Loi Anti-Gaspillage pour une Économie Circulaire (AGECE) apporte une transformation profonde au système d'organisation des filières à Responsabilité Élargie des Producteurs (REP). Son objectif principal est de prévenir la production de déchets en encourageant des pratiques de réemploi et de réutilisation des matériaux. La loi renforce l'usage de la modulation des écocontributions pour inciter les entreprises à adopter des solutions plus durables, tout en évitant que des matériaux valorisables n'acquière le statut de déchet. Ces mesures orientent ainsi les matériaux vers les meilleures filières de valorisation.⁵

RE 2020

Mise en vigueur le 1er janvier 2022, la Réglementation Environnementale 2020 (RE 2020) impose que 70 % des déchets issus des activités de construction et de déconstruction soient valorisés. Cette réglementation s'inscrit dans l'objectif ambitieux d'atteindre la neutralité carbone d'ici 2050. Le réemploi des matériaux constitue une réponse clé pour réduire la quantité de déchets tout en diminuant l'empreinte environnementale des bâtiments. Par ailleurs, depuis 2020, la RE 2020 stipule que les composants réemployés soient considérés comme n'ayant aucun impact carbone, les valeurs des impacts étant nulles pour tous les modules du cycle de vie. En ce sens, le réemploi représente un levier stratégique pour abaisser le niveau carbone des bâtiments et répondre aux exigences de la RE 2020.⁶

Principe du «pollueur-payeur»

Le principe du «pollueur-payeur» et la monétisation de l'équivalent de tonne de CO₂ émis, mis en œuvre par la Directive sur la Responsabilité Environnementale, visent à prévenir ou à corriger les dommages environnementaux causés notamment par la production de matériaux issus d'extractions minières. La valorisation de la tonne de CO₂ est en augmentation, passant de 37.45€/t en février 2021 à 90€/t en mars 2023, avec une projection à plus de 100€/t en 2030.

4. commission.europa.eu/strategy-and-policy/priorities-2019-2024/european-green-deal_fr

5. www.ecologie.gouv.fr/loi-anti-gaspillage-economie-circulaire

6. www.ecologie.gouv.fr/politiques-publiques/reglementation-environnementale-re2020

Règlement européen sur l'écoconception

Le règlement européen sur l'écoconception est applicable à presque toutes les catégories de produits depuis juillet 2024. Il établit un cadre harmonisé pour fixer des exigences envers des groupes de produits spécifiques afin de les rendre économes en énergie et en ressources, plus durables, fiables, réutilisables, améliorables, réparables, recyclables et plus faciles à entretenir. Un nouveau passeport numérique de produit fournira des informations sur la durabilité environnementale des produits.⁷

Projet de réglementation européenne sur les matériaux critiques

Le 20 juin 2023, le CEA a émis une réponse au projet de règlement européen sur les matériaux critiques. Cette réponse présente cinq axes prioritaires, dont «la conception d'approches innovantes pour l'énergie et l'économie circulaire» et «la conception de systèmes dont l'architecture favoriserait la récupération des matériaux critiques».⁸

En conclusion, la gestion des matériaux doit nécessairement évoluer pour s'adapter aux nombreuses réglementations législatives et réglementaires. Afin d'améliorer leur durabilité tout en restant compétitives, les entreprises doivent non seulement se conformer à ces nouvelles réglementations, mais aussi anticiper leur impact sur l'ensemble de leurs processus. Cependant, cette transition vers une gestion plus durable et conforme aux normes législatives n'est pas sans défis.

1.2 Principaux obstacles à surmonter

L'expérience acquise au sein de l'entreprise REEVERSE Systems et les nombreuses études de cas industriels menées au cours des deux dernières années ont permis d'identifier divers obstacles à surmonter. Bien que les spécificités varient d'un marché à l'autre, ces défis présentent des similitudes notables, révélant des problématiques transversales dans la gestion et l'optimisation des matières.

1.2.1 Obstacles liés aux processus industriels

Dans un modèle industriel traditionnel, l'approche est largement linéaire, se concentrant sur la conception de produits en fonction de cahiers des charges précis et de l'achat de matières premières neuves sur le marché. Ce modèle suit un schéma unidirectionnel d'extraction, de production, d'utilisation et de mise au rebut. Les matériaux utilisés finissent souvent par être éliminés ou, dans le meilleur des cas, recyclés, ce qui entraîne une perte significative de valeur

7. www.economie.gouv.fr/daj/publication-reglement-europeen-ecoconception

8. commission.europa.eu/strategy-and-policy/priorities-2019-2024/european-green-deal/green-deal-industrial-plan/european-critical-raw-materials-act_fr

et d'énergie. Cette approche ne tient pas compte des matériaux disponibles pour le réemploi et limite ainsi l'efficacité des ressources et la durabilité environnementale.

À l'opposé, un modèle circulaire propose une révision fondamentale de cette approche. Dans ce cadre, la conception des produits intègre dès le départ la réutilisation des matériaux existants. Il ne s'agit plus de partir d'une feuille blanche en ignorant l'origine des matériaux, mais plutôt d'optimiser les gisements de matières déjà disponibles. Cela exige de repenser non seulement la conception, mais aussi la fabrication, l'utilisation et la fin de vie des produits. Par exemple, les produits peuvent être conçus pour faciliter le démontage et le réemploi des pièces, ou pour être fabriqués à partir de matériaux recyclés, recyclables ou dans notre cas réutilisables. Cette approche à respecter les cahiers des charges, mais également à optimiser l'utilisation des ressources, réduire les déchets et minimiser l'empreinte carbone.

Cependant, la transition d'un modèle linéaire à un modèle circulaire implique une transformation profonde des processus industriels. La priorité n'est plus uniquement d'améliorer l'efficacité de la production, mais de repenser celle-ci pour qu'elle soit à la fois intelligente et durable. Cela nécessite l'intégration des principes de réutilisation et de réduction des déchets à chaque étape de la chaîne de valeur. Pour réussir cette transition, il est crucial d'assurer une adéquation entre les besoins en matière première et la disponibilité de celle-ci. Les industriels utilisant des matériaux réemployés doivent obtenir des garanties en termes de quantité, de qualité, de coûts et de disponibilité. Cela impose une traçabilité irréprochable sur l'ensemble du processus, afin de sécuriser les approvisionnements et de garantir la qualité des matériaux.

En outre, les processus industriels doivent maintenir des performances élevées pour les lignes de production et les machines. Trouver l'équilibre entre la performance industrielle et l'optimisation des matières ajoute une couche de complexité supplémentaire, car ces paramètres sont spécifiques à chaque industriel. Il devient alors essentiel de concevoir des systèmes flexibles qui peuvent s'adapter aux variations de la qualité et de la disponibilité des matériaux réutilisés tout en maintenant une productivité élevée.

La transition vers des processus circulaires nécessite également une coordination efficace de l'information au sein de l'entreprise. Les décisions prises au niveau de la direction, des bureaux d'études ou des services d'industrialisation doivent être communiquées et mises en œuvre de manière cohérente par tous les acteurs de la chaîne de production, y compris les techniciens, les programmeurs de machines, les opérateurs de découpe, les logisticiens et les manutentionnaires. Une communication claire et une compréhension partagée du processus circulaire sont essentielles pour surmonter les défis de cette transformation et pour assurer son succès.

Passer d'un modèle linéaire à un modèle circulaire nécessite bien plus qu'une simple modification des pratiques industrielles. C'est une refonte complète de la façon dont les entreprises perçoivent et utilisent les ressources. Cela exige une nouvelle façon de penser la conception, la production, l'utilisation et la gestion des matériaux, tout en assurant la qualité, la performance

et la rentabilité. Ce changement, bien qu’ambitieux, représente une opportunité de créer des systèmes industriels plus durables, innovants et résilients.

1.2.2 Obstacles liés à la gestion de la matière

Connaître et anticiper la demande en matière première, c’est-à-dire comprendre les besoins précis en termes de quantité, qualité et spécifications des matériaux, ainsi que prévoir leur consommation future, constitue un défi majeur pour les industries. Bien que les matières premières puissent représenter jusqu’à 70 % de la valeur ajoutée d’une chaîne d’approvisionnement⁹, les informations concernant leur utilisation sont souvent fragmentées et ne sont pas disponibles de manière centralisée. Cela rend difficile pour les industriels d’évaluer précisément la consommation réelle de matières. Bien qu’il soit possible de calculer cette consommation en combinant les données d’achats avec les variations de stock, la caractérisation des chutes et des pertes reste particulièrement complexe. Souvent, la prise de conscience de l’ampleur des matières gaspillées n’intervient que tardivement, notamment lorsque leur accumulation dans les bennes de déchets devient visible.

La traçabilité des matières premières se perd souvent dès qu’un coproduit — c’est-à-dire un produit secondaire généré lors du processus de fabrication — est créé. Actuellement, seuls les produits finaux bénéficient d’une traçabilité rigoureuse, car celle-ci implique des coûts et les coproduits, dont font partie les chutes, sont souvent perçus comme ayant peu ou pas de valeur industrielle. Pour réemployer efficacement la matière et maximiser la valorisation des ressources, il est essentiel d’assurer une traçabilité continue des matériaux tout au long de la chaîne d’approvisionnement, depuis leur origine jusqu’à leur utilisation finale ou réintégration dans le cycle de production. Ce suivi de la traçabilité est une des plus-values apportées par REEVERSE.

Pour favoriser le réemploi, il est aussi nécessaire de repenser l’approche traditionnelle de l’imbrication et de l’optimisation de la matière, qui repose sur des paramètres temporels fixes, définis par les industriels en fonction de la planification de production et des quantités de pièces à produire. Les imbrications sont généralement effectuées pour chaque type de matière en se basant sur une liste de pièces et une quantité déterminée sur une période donnée, conformément aux ordres de fabrication. À partir de ces données, les logiciels d’imbrication et d’optimisation existants minimisent la consommation de matière et obtiennent d’excellents résultats. Cependant, ces solutions sont limitées par leur incapacité à intégrer des variations dans la planification de production ou à ajuster cette planification pour optimiser davantage l’utilisation de la matière. En raison de cette approche statique, les performances opérationnelles peuvent être compromises : un logiciel d’imbrication fournira une solution minimisant la matière consommée, mais générera inévitablement des chutes, dont la réutilisation future n’est pas anticipée au moment

9. Source : étude interne à REEVERSE Systems

de leur création. Pour aller plus loin dans l'optimisation de la consommation de matière, il serait avantageux de pouvoir influencer la planification de production et ajuster les quantités de pièces avant même l'imbrication. Une approche d'imbrication dynamique, qui tiendrait compte de ces variables en plus des solutions actuelles, permettrait d'optimiser davantage la matière. L'objectif serait d'éviter la production de chutes inutiles ou de créer des chutes qui soient facilement réutilisables par la suite, car la meilleure chute est celle que l'on ne produit pas.

1.2.3 Obstacles liés à la donnée et à l'urbanisation des systèmes d'information

Les données relatives aux matières premières sont souvent fragmentées entre différentes solutions technologiques numériques telles que la CAO (Conception Assistée par Ordinateur), la FAO (Fabrication Assistée par Ordinateur), la GCVP (Gestion du Cycle de Vie des Produits), le PGI (Progiciel de Gestion Intégré), la GPAO (Gestion de la Production Assistée par Ordinateur), la PAP (Planification Avancée de la Production), le SÉF (Système d'Exécution de la Fabrication) et les logiciels de supervision des machines. Les informations sur la matière se retrouvent alors stockées dans différents logiciels, chacun utilisant ses propres formats et méthodes. Cette fragmentation, ou "silotage" des données, complique la gestion globale de la matière tout au long de la chaîne de production.

Pour obtenir une vue d'ensemble cohérente des données relatives aux matières, y compris la gestion des chutes et leur réutilisation possible, il est donc nécessaire d'agréger et de consolider ces informations à travers tous les systèmes d'information. Cette consolidation nécessite une harmonisation et une intégration des systèmes d'information industriels autour des données matière, afin de faciliter une prise de décision éclairée et d'optimiser l'utilisation des ressources.

Les machines de découpe, où s'opère la transformation de la matière, contiennent des données numériques réelles. Cependant, ces données sont actuellement inexploitées, car elles sont utilisées uniquement pour la découpe. Il est nécessaire de traiter et transformer ces données pour obtenir des informations pertinentes pour la gestion de la matière, car les industriels ne maîtrisent ni les formats, ni leur contenu, ni leur structure. De plus, les logiciels qui opèrent ces machines ne sont pas nécessairement adaptés à un réemploi de matière.

En surmontant ces obstacles, les entreprises peuvent améliorer leur gestion de la matière, augmenter leur efficacité et réduire les coûts, tout en répondant aux exigences écologiques et législatives.

Face à ces différents constats, l'entreprise REEVERSE Systems, dans laquelle la thèse a été effectuée, a été créée pour apporter une solution aux enjeux économiques, environnementaux et législatifs que représentent la réduction, le réemploi et l'écoconception des matériaux dans l'industrie.

1.3 REEVERSE Systems

REEVERSE Systems est une jeune entreprise nantaise, créée en mars 2021 sous la forme d’une SAS, qui se distingue par son expertise en processus industriels, en développement informatique et en recherche/data science. Composée d’une quinzaine d’employés aux compétences variées, l’entreprise se spécialise dans l’édition de logiciels destinés aux grands groupes et aux entreprises de taille intermédiaire (ETI) des secteurs du transport et du bâtiment. REEVERSE Systems développe une solution innovante en mode *Software as a Service* (SaaS), dédiée à la gestion, à l’optimisation et au réemploi des matériaux.

1.3.1 Le logiciel REEVERSE

Le logiciel REEVERSE, développé par REEVERSE Systems, est conçu pour s’intégrer de manière simple et efficace au processus industriel de ses clients. Il offre une vue globale de la chaîne d’approvisionnement des matières, couvrant toutes les étapes, depuis l’approvisionnement initial jusqu’à la gestion et la réintégration des chutes de production.

Polyvalent et accessible à tous les niveaux de l’entreprise, il fournit des outils adaptés aux besoins spécifiques de chaque utilisateur : l’opérateur de production reçoit des indications sur les chutes à conserver, le responsable supply chain optimise ses commandes de matières, et le service méthodes planifie les plans de production de manière plus efficace. En parallèle, la direction bénéficie d’une vision consolidée, intégrant des critères financiers et environnementaux, pour piloter l’activité de façon stratégique et durable.

REEVERSE récupère l’ensemble des données liées à la matière, aux matériaux découpés, aux pièces à produire, aux chutes de production, et aux stocks de matériaux, et permet de générer des indicateurs précis tels que la quantité de matière utilisée, les taux de chutes, et le nombre de chutes réutilisables générées. Le logiciel permet également de réaliser des imbrications unidimensionnelles optimisées pour la production des pièces. Ce système permet d’établir un prévisionnel des chutes, de suivre le stock réel de matériaux de seconde vie, et de simuler l’optimisation des imbrications. Grâce à ces fonctionnalités, il devient possible de maximiser l’efficacité des processus de production et de minimiser les déchets.

1.3.2 Segments de marché

Il existe deux segments de marchés principaux visés pour déployer la solution de caractérisation des matériaux de REEVERSE Systems.

Industrie du bâtiment Ce secteur, représenté ici principalement par la menuiserie industrielle, couvre un large éventail d’applications, incluant les profilés 1D, les structures telles que les échelles et les façades de bâtiments (fenêtres), ainsi que les constructions de hangars utilisant

des charpentes métalliques ou en bois. Il existe un enjeu critique de traçabilité des matériaux, notamment du point de vue réglementaire, pour la conception et la construction neuve (RE 2020, normes ASTM, réglementation REACH). En France, ce secteur compte plus de 100 ETI et 800 PME, produisant annuellement plus de 12 millions de fenêtres, 1.2 million de portes, 800 000 portails et 60 000 vérandas. Cette activité consomme plus de 780 000 tonnes de matériaux (principalement acier et aluminium) par an, avec des chutes de production estimées à plus de 1 milliard d'euros par an. Ce segment se distingue par sa standardisation stricte, régie par de nombreuses normes et réglementations.

Industrie manufacturière du transport Ce marché englobe les industries du transport maritime, de l'aéronautique, du ferroviaire, de l'automobile, ainsi que d'autres secteurs tels que les véhicules utilitaires, agricoles, et les poids lourds. Dans ces industries, les objets découpés ne sont pas uniquement unidimensionnels (profilés, tubes, câbles) mais également bidimensionnels (tôles, plaques). Cette industrie, fortement consommatrice de matériaux variés (acier, aluminium et composite carbone) représente, annuellement, plus de 12 millions de tonnes de matière première consommée rien qu'en France (1.2 millions pour l'aluminium, 62 000 pour le titane, 11 millions pour l'acier et 3500 pour les composites carbonés)

1.3.3 Recherche et développement

La R&D est au cœur de la stratégie de REEVERSE Systems. Dès sa création, l'entreprise a investi dans la recherche et collabore étroitement avec des partenaires académiques, notamment IMT Atlantique. REEVERSE Systems cherche à se distinguer sur son marché en développant une forte expertise en optimisation, en particulier en élaborant des algorithmes basés sur les dernières avancées de la recherche académique. Dans ce cadre, deux thèses CIFRE ont été financées, la présente thèse depuis décembre 2021 et une nouvelle depuis mai 2024. De plus, l'entreprise a remporté plusieurs concours d'innovation, ce qui a permis de renforcer son équipe de R&D et de consolider sa position de leader dans son domaine. Parmi ces distinctions figurent le grand prix du concours d'innovation i-Lab 2024 France 2030, le prix de l'appel à projets Économie Circulaire Pays de la Loire en 2021, ainsi que le concours européen THE ARCH. Depuis 2021, son projet est également reconnu comme Deeptech par Bpifrance.

REEVERSE Systems, avec son produit et sa stratégie axée sur la recherche et développement, cherche à se placer en tant qu'acteur clé dans le domaine de la gestion des matériaux et l'optimisation de l'utilisation de la matière. C'est dans ce cadre que la thèse CIFRE prend place.

1.4 Objectifs de la thèse

Dans cette thèse, nous nous concentrons sur la résolution des problématiques liées à la découpe dans l'industrie manufacturière de la menuiserie, avec pour objectif principal d'optimiser les découpes et l'utilisation de la matière première à l'aide du réemploi des chutes. Les matières premières utilisées se présentent sous la forme d'objets unidimensionnels.

Les algorithmes développés au cours de cette thèse ont pour objectif de faciliter l'analyse et la prise de décision afin d'améliorer les processus industriels, avec un focus constant sur l'optimisation de la matière consommée. Ces algorithmes sont utilisés par REEVERSE Systems lors des phases de diagnostic avec les entreprises clientes afin d'identifier les opportunités de réduction des pertes de matière. Ils sont progressivement intégrés au logiciel d'optimisation de REEVERSE Systems, permettant ainsi aux clients de les exploiter directement pour des applications tactiques et opérationnelles. Ils doivent être à la fois robustes et performants, tout en offrant la flexibilité nécessaire pour permettre une réintégration simplifiée des chutes de production dans les processus industriels des clients.

L'un des principaux objectifs de cette thèse est de permettre aux industriels de remettre en cause leurs processus de production et de les améliorer. Pour ce faire, nous présenterons plusieurs modèles de problème de *Cutting Stock* et différentes façons de les utiliser pour répondre à des problématiques industrielles. Ces modèles devront intégrer la réutilisation des chutes de production, actuellement très peu utilisées dans l'industrie, afin de réduire la consommation de matière.

1.4.1 Contributions scientifiques et techniques

Les travaux réalisés dans cette thèse s'inscrivent dans une démarche d'optimisation des procédés industriels, avec pour objectif central l'amélioration du rendement matière. À travers plusieurs axes de recherche, nous avons exploré des solutions pour mieux gérer les ressources, minimiser les déchets, et optimiser les opérations de découpe des matériaux.

Une première contributions de cette thèse est de proposer un état de l'art sur le *Cutting Stock Problem with Usable Leftovers* (CSPUL). Ce problème est une extension du problème de découpe traditionnel (*Cutting Stock Problem*), qui soulève la question essentielle de la réutilisation des chutes générées lors de la découpe. Nous passons en revue les approches actuelles qui proposent des solutions à ce défi, et décrivons les applications dans de nombreux secteurs industriels.

Ensuite, nous introduisons un modèle de CSPUL développé dans le cadre de cette thèse. Ce modèle est conçu pour répondre à un large éventail de cas d'utilisation, en prenant en compte la diversité des matériaux et des processus de découpe propres aux industriels avec lesquels nous collaborons. Il intègre des contraintes spécifiques à ces environnements, tout en offrant une flexibilité permettant de gérer plusieurs types de chutes réutilisables. En s'adaptant à différents

formats de chutes et de leurs conditions de réutilisations, ce modèle propose des solutions visant à maximiser l'utilisation des matières premières et à réduire les pertes, tout en garantissant la faisabilité industrielle des solutions proposées.

Une composante essentielle de mon travail a été la lecture et l'analyse des données clients. Bien qu'il ne s'agisse pas directement d'un travail de recherche, cette étape préalable est indispensable au développement du logiciel et à l'implémentation des algorithmes proposés. Étudier leurs processus et contraintes spécifiques a révélé des opportunités d'optimisation concrètes, permettant d'adapter les solutions aux réalités industrielles et de maximiser leur impact.

Enfin, le dernier chapitre se concentre sur le développement d'une bibliothèque d'algorithmes conçue pour enrichir le logiciel REEVERSE. Ce dernier, utilisé par nos partenaires industriels, a été renforcé grâce à l'intégration d'outils dédiés à l'optimisation de l'utilisation des matières premières. Dans le cadre de cette thèse, nous avons non seulement adapté des algorithmes existants pour les aligner avec les spécificités des processus industriels, mais également conçu de nouveaux algorithmes répondant à des besoins particuliers. Ces avancées ont permis d'améliorer de manière significative la gestion et l'efficacité des matières premières.

MODÈLES ET ALGORITHMES DE RÉSOLUTION POUR LES PROBLÈMES DE DÉCOUPE

Table des matières

2.1	Cutting Stock Problem (CSP)	32
2.1.1	Définitions de base	32
2.1.2	Historique	33
2.1.3	Type de coupe	34
2.1.4	Modélisation mathématique du CSP unidimensionnel	36
2.1.5	Principales méthodes de résolution du CSP	36
2.1.6	Limites de la formulation du CSP et problématique globale	37
2.2	Une méthode classique de résolution du CSP : la génération de colonnes	38
2.2.1	Rappels de Programmation linéaire	38
2.2.2	Génération de colonnes	42
2.2.3	Illustration de la génération de colonnes sur une instance du CSP	44
2.3	Cutting stock problem with usable leftovers (CSPUL)	48
2.3.1	Modélisations mathématiques du CSPUL	49
2.3.2	1D-CSPUL	49
2.4	Point de vue industriel	55
2.4.1	Processus de Production en Menuiserie Industrielle	55
2.4.2	Vocabulaire	58
2.4.3	Le CSP dans l'industrie	59
2.4.4	Diversité des objets	61

Ce chapitre présente les informations nécessaires à la compréhension des concepts théoriques et méthodes abordés dans la suite du manuscrit. Nous commencerons par définir les termes clés et les concepts importants de notre étude, comme les spécifications des matériaux, les contraintes de production et les critères d'optimisation. Cette introduction vise à fournir un cadre de référence clair pour le lecteur, afin qu'il puisse suivre facilement les discussions et les développements à venir.

2.1 Cutting Stock Problem (CSP)

Dans cette section, nous nous concentrons sur quelques éléments clés permettant de modéliser et résoudre le problème de découpe (Cutting Stock Problem, CSP). Nous commencerons par définir les concepts de base nécessaires à la compréhension de celui-ci avant de présenter une modélisation mathématique classique pour sa version unidimensionnelle. Nous explorerons ensuite une partie des approches algorithmiques utilisées pour résoudre ce type de problème, allant des méthodes exactes aux méthodes heuristiques, ainsi que leurs principales limites. Enfin, nous aborderons l'une des extensions modernes du CSP, notamment la gestion des chutes réutilisables, une variante essentielle dans un contexte de production durable.

2.1.1 Définitions de base

Le *Cutting Stock Problem* (CSP) est un problème d'optimisation combinatoire dont l'objectif est de déterminer la meilleure façon de découper un matériau en pièces de dimensions inférieures, tout en minimisant le gaspillage de matière. Les définitions suivantes seront utilisées tout au long de ce manuscrit.

Définition 7 (Objet) *Un objet désigne la matière première ou le matériau de base à partir duquel des pièces plus petites sont découpées. Les objets peuvent être des rouleaux de papier, des feuilles de métal, des panneaux de bois, ou toute autre forme de matériau de dimensions prédéfinies.*

Définition 8 (Pièce) *Une pièce, ou item en anglais, est une unité découpée à partir des objets, avec des dimensions spécifiques. Chaque pièce doit être produite en quantités définies pour satisfaire une demande précise.*

Dans l'industrie, les objets utilisés comme matière première pour la production peuvent être classés en fonction de leur géométrie. On distingue les objets unidimensionnels (1D) des objets bidimensionnels (2D), voire tridimensionnels (3D).

Les objets en 1D concernent des éléments tels que des barres, des tuyaux, des câbles, ou des rouleaux de papier ou de tissu. Ces objets sont uniquement définis par leur longueur, tandis que

leur largeur et leur épaisseur sont négligeables ou constantes. Par exemple, dans la découpe de barres métalliques, la longueur est la dimension principale à considérer, et l'objectif est souvent de couper ces barres en segments plus petits tout en minimisant les déchets.

Les objets en 2D se réfèrent à des matériaux qui sont découpés selon deux dimensions. Cela concerne des éléments tels que des feuilles de métal, des panneaux de bois, des plaques de verre ou des tissus.

La décision centrale du CSP consiste à répartir les pièces dans les objets de manière à minimiser les pertes de matière et le nombre d'objets utilisés. Cela implique de déterminer quelles pièces découper dans chaque objet. Lorsque le CSP comporte plus d'une dimension, une décision supplémentaire consiste à positionner les pièces sur les objets à découper, et ce sur chacune des dimensions. Maximiser l'utilisation de la surface disponible et minimiser les pertes de matériau nécessite de trouver le meilleur agencement des pièces sur une surface plane.

Définition 9 (Imbrication) *L'imbrication désigne l'agencement des pièces sur un objet.*

Une bonne imbrication vise à maximiser l'utilisation de la matière et à minimiser les pertes, en tenant compte des dimensions des pièces et des contraintes du processus de découpe, telles que la largeur de lame, l'espacement minimal entre les pièces, et les zones de manipulation.

La Figure 2.1 représente des imbrications pour des problèmes de découpe en 1D et 2D. Les parties colorées en bleu représentent les pièces, les surfaces grisées représentent les chutes de découpe.

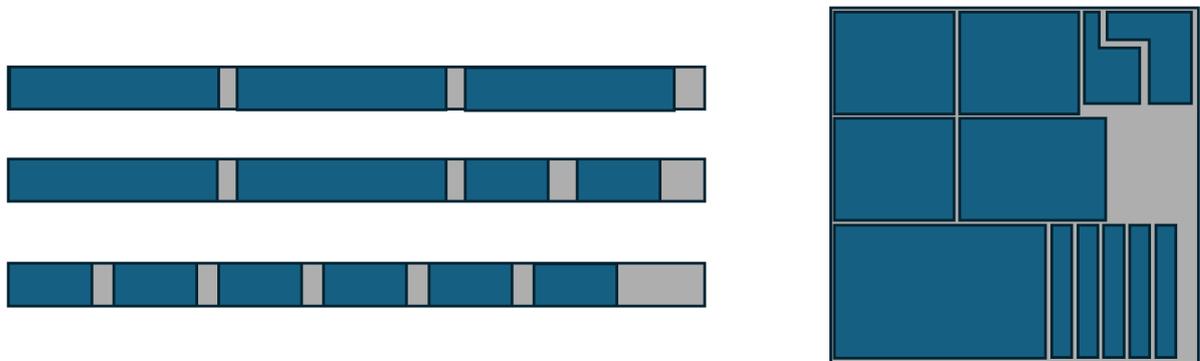


FIGURE 2.1 – Exemples d'imbrication 1D et 2D

2.1.2 Historique

Le problème de découpe est particulièrement présent dans les industries manufacturières, où l'utilisation des matériaux est surveillée de près dans un contexte d'augmentation des prix des matières premières. Il est essentiel de minimiser les pertes pour éviter des coûts inutiles et améliorer l'efficacité opérationnelle.

En 1939, KANTOROVICH, 1939 a défini le *Cutting Stock Problem* en posant les bases de l'optimisation dans le domaine de la découpe de matériaux et de l'utilisation des ressources. GILMORE et GOMORY, 1961 et GILMORE et GOMORY, 1963 ont été parmi les premiers à proposer des approches de résolution basées sur la programmation linéaire et la génération de colonnes. Leurs contributions font office de références incontournables dans la littérature. Depuis ces premières publications, des centaines d'articles ont été publiés sur le CSP, ses extensions et ses applications (par exemple les états de l'art de CHENG et al., 1994 et DELORME et al., 2016).

Une première classification des différents types de problèmes de découpe et de *Bin Packing* a été introduite par DYCKHOFF, 1990, permettant ainsi de différencier les variantes du CSP. WÄSCHER et al., 2007 ont ensuite étendu et amélioré cette classification. On retrouve de nouveaux critères tels que la dimension des objets (1D, 2D, 3D), le type de ressources (limitées ou illimitées), et les objectifs (minimisation des chutes, maximisation du rendement). Cette classification est encore aujourd'hui largement utilisée pour analyser et classifier les différentes variantes du CSP.

2.1.3 Type de coupe

On distingue principalement deux types de coupe, selon la dimensionnalité des objets. Dans le cas unidimensionnel (noté 1D-CSP), les coupes sont linéaires, souvent de façon perpendiculaire à la longueur de l'objet. Il existe certains cas où les coupes peuvent être en biseau, comme dans la menuiserie industrielle.

Dans le cas bidimensionnel (noté 2D-CSP), les découpes peuvent se faire selon les deux dimensions. Ces découpes peuvent être de type *guillotine* ou *non-guillotine*.

Une découpe *guillotine* est une découpe bord à bord dans un objet, perpendiculairement au bord. Cela génère un ensemble de bandes de la même hauteur (découpe guillotine exacte) ou de hauteurs différentes (découpe guillotine non exacte). Les bandes sont ensuite découpées en morceaux plus petits en une ou plusieurs *étapes* ultérieures, (ou *stages*). Le positionnement des pièces doit donc prendre en compte cette particularité lors de la création de l'imbrication.

Les découpes *non-guillotine*, permettant des découpes internes plus flexibles qui suivent des formes spécifiques. Il n'y a donc pas de contraintes sur le positionnement des pièces à l'intérieur des objets, tant que les contraintes d'espacement sont respectées. La Figure 2.2(a) illustre une découpe *non guillotine* tandis que les Figures 2.2(b), 2.2(c), et 2.2(d) illustrent les différents types de découpes guillottes.

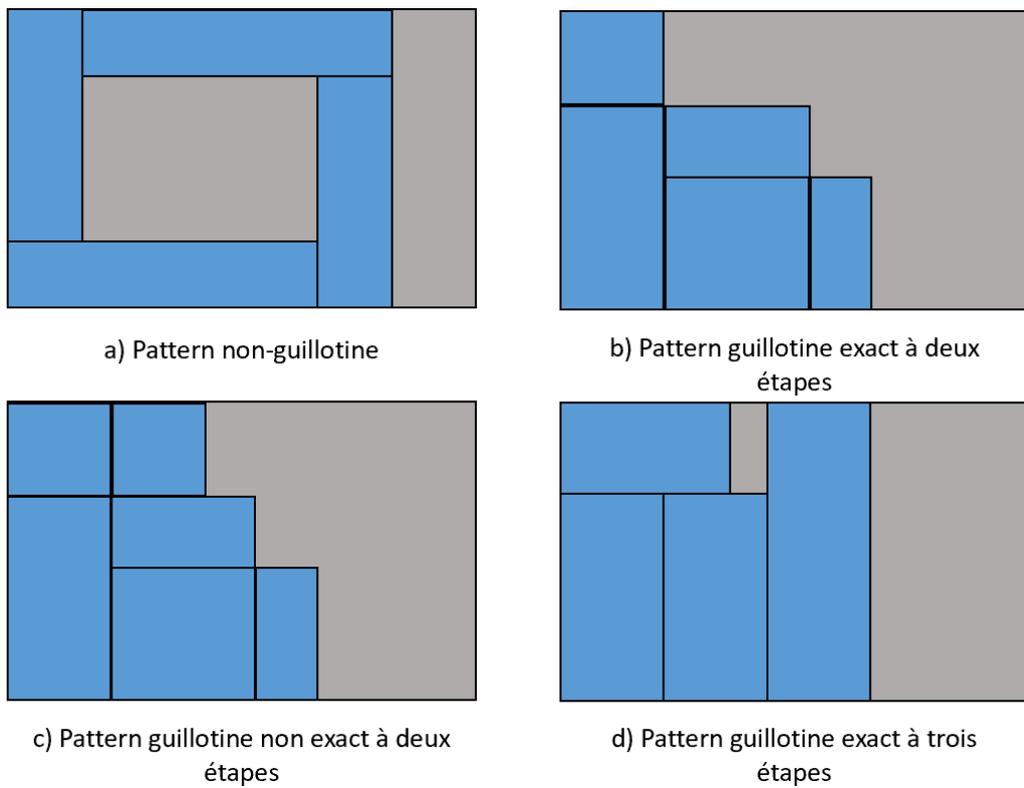


FIGURE 2.2 – Exemples de découpes guillotine et non guillotine

2.1.4 Modélisation mathématique du CSP unidimensionnel

Comme montré par GILMORE et GOMORY, 1963, le CSP peut être modélisé mathématiquement par le biais de la programmation linéaire. Supposons que nous ayons m types d'articles à produire, et que chaque article i nécessite d_i unités de longueur l_i , découpés à partir d'objets de longueur fixe L .

Nous définissons un *Pattern*, comme résultant d'une imbrication. Pour une imbrication donnée, le pattern indique le nombre de chaque type de pièce présent dans l'imbrication, la longueur totale utilisée par ces pièces et également la longueur des chutes réutilisables générées par la découpe de ces pièces.

Les variables de décision x_j définissent le nombre de fois où le pattern de découpe $j \in J$, l'ensemble des patterns de découpe, est utilisé dans la solution. a_{ij} représente le nombre de pièces de type i produites par le pattern de découpe j .

Le CSP se modélise de la manière suivante :

$$\text{Min } f(x) = \sum_{j \in J} x_j \quad (2.1)$$

s.c.

$$\sum_{j \in J} a_{ij} x_j = d_i \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (2.2)$$

$$x_j \in \mathbb{N} \quad \forall j \in J \quad (2.3)$$

La fonction objectif (2.1) cherche à minimiser le nombre total d'objets utilisés. La contrainte (2.2) garantit que la demande pour chaque type de pièce soit satisfaite, tandis que la contrainte (2.3) assure la non-négativité des variables x_j .

2.1.5 Principales méthodes de résolution du CSP

Le CSP a fait l'objet de nombreuses études et plusieurs approches ont été développées pour le résoudre. Ces méthodes varient en complexité et en efficacité selon les spécificités du problème, notamment la taille et les contraintes. Dans cette section, nous présentons les principales familles d'algorithmes utilisées pour aborder le CSP, en s'appuyant sur des travaux de référence dans le domaine.

Les approches courantes pour résoudre le CSP incluent :

- **méthodes exactes ou basées sur une méthode exacte** : Les méthodes exactes ou basées sur une méthode exacte sont largement utilisées pour résoudre les problèmes de découpe. Parmi les approches les plus connues, la génération de colonnes, introduite par GILMORE et GOMORY, 1961 et GILMORE et GOMORY, 1963, repose sur l'optimisation linéaire pour identifier les meilleurs patterns de découpe tout en minimisant les chutes. Cette technique a été perfectionnée avec des extensions comme le Branch-and-Price, qui combine génération de colonnes et méthodes de partitionnement pour les problèmes en nombres entiers, comme détaillé dans BARNHART et al., 1998 et appliqué à des modèles 1D et 2D par BELOV et SCHEITHAUER, 2006. Une alternative notable est la formulation Arc-Flow proposé par VALÉRIO DE CARVALHO, 1999 et qui l'utilise dans une méthode de Branch-and-Price pour des solutions exactes.
- **Heuristiques** : Les heuristiques sont largement employées pour résoudre des instances de grande taille où les méthodes exactes sont trop coûteuses en temps de calcul. Des algorithmes tels que *First-Fit*, *Best-Fit*, ou *Decreasing Length* sont des méthodes populaires qui génèrent rapidement des solutions faisables, même si elles ne garantissent pas une solution optimale. En particulier, l'heuristique *First Fit Decreasing* (FFD) a été largement étudiée et testée pour des problèmes de *Cutting* et de *Packing*, comme le décrivent COFFMAN JR et al., 1984 dans leur étude comparative des algorithmes d'approximation. FFD reste l'une des approches les plus utilisées en raison de sa simplicité, son efficacité reste cependant relative.
- **Métaheuristiques** : Les métaheuristiques offrent une approche plus sophistiquée pour améliorer les solutions fournies par les heuristiques simples. Des méthodes comme les algorithmes génétiques, la recherche tabou, ou le recuit simulé permettent d'explorer un espace de solutions plus vaste, ce qui aide à éviter les optima locaux. Ces méthodes sont particulièrement utiles pour les grandes instances du CSP, où les approches exactes sont impraticables. Par exemple, ALVAREZ-VALDÉS, PARAJÓN et al., 2002 ont proposé un algorithme de recherche tabou pour résoudre des problèmes de découpe guillotine. LEVINE et DUCATELLE, 2004 ont appliqué une optimisation par colonie de fourmis combinée à une recherche locale pour les problèmes de *bin-packing* et de *cutting stock*.

DELORME et al., 2016 reprennent et comparent la plupart de ces travaux, offrant une analyse approfondie des différentes méthodes et leurs performances dans la résolution des problèmes de *Cutting* et de *Packing*.

2.1.6 Limites de la formulation du CSP et problématique globale

Bien que le CSP cherche dans un sens à minimiser l'utilisation des objets, il présente certaines limitations dans sa forme classique et n'optimise pas vraiment la matière d'un point de vue macroscopique. Les modèles standards ne tiennent souvent pas compte des contraintes de

production, des délais, ou des spécificités liées aux propriétés des matériaux, telles que les défauts ou les restrictions sur les coupes possibles. Mais surtout, la gestion des chutes est souvent simplifiée ou négligée, alors qu'elle joue un rôle crucial dans certaines industries.

Notre problématique requiert une nouvelle approche qui combine l'optimisation de la découpe de matière, qu'elle soit neuve ou de seconde vie, et qui va gérer les stocks de cette même matière pour produire des plans de production réalisables. Cette approche cherche également à se rapprocher le plus possible des contraintes industrielles telles que les spécificités matérielles et opérationnelles. Des modèles plus complexes et de nouvelles méthodes de résolutions sont donc à développer pour s'adapter au mieux au monde industriel.

Pour aborder la problématique de l'optimisation matière dans son ensemble, nous introduisons une variante du CSP, qui considère le réemploi des matériaux, appelée le *Cutting Stock Problem with Usable Leftovers* (CSPUL).

2.2 Une méthode classique de résolution du CSP : la génération de colonnes

La génération de colonnes est une méthode d'optimisation mathématique, souvent utilisée pour résoudre des problèmes de programmation linéaire comportant un nombre très élevé de variables (colonnes). Cette approche est particulièrement efficace lorsque l'énumération explicite de toutes les variables est impraticable. Après avoir rappelé les concepts essentiels de la programmation linéaire, nous décrivons les principes généraux de la génération de colonnes, puis donnons un exemple détaillé du fonctionnement de la génération de colonnes pour une instance jouet de CSP.

2.2.1 Rappels de Programmation linéaire

La programmation linéaire (PL) est une méthode d'optimisation visant à maximiser ou minimiser une fonction linéaire appelée **fonction objectif**, tout en respectant un ensemble de **contraintes linéaires**. Ces contraintes sont généralement exprimées comme des égalités ou des inégalités impliquant des variables de décision.

Dans cette section, nous nous concentrons sur le cas de la minimisation pour illustrer notre propos. Toutefois, les principes et résultats présentés sont directement transposables au cas de la minimisation.

Un problème de programmation linéaire standard contient donc :

Un ensemble de **variables de décision** défini par :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \quad \mathbf{x} \geq 0.$$

Un ensemble de **contraintes** définies par un système d'équations linéaires :

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b},$$

où :

— $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ est une matrice contenant les coefficients des contraintes ;

— $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^m$ est un vecteur contenant les constantes associées aux contraintes.

Une **fonction objectif linéaire**, à minimiser (ou maximiser), écrit sous la forme :

$$\min \mathbf{c}^T \mathbf{x},$$

où :

— $\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n$ est un vecteur contenant les coefficients associés aux variables de décision.

Ainsi avec x , c , b et A comme définit précédemment, la formulation d'un problème de programmation linéaire standard minimisant le coût total des variables x sous contraintes de ressources linéaires s'écrit :

$$\begin{aligned} \min \quad & \mathbf{c}^T \mathbf{x}, \\ \text{s.c.} \quad & A\mathbf{x} = \mathbf{b}, \\ & \mathbf{x} \geq 0. \end{aligned}$$

Il peut exister des contraintes supplémentaires portant sur les variables, telles que l'intégralité dans le cas de la programmation linéaire en nombres entiers (Integer Linear Programming, ILP), la binarité dans le cas de la programmation en nombres entiers binaires (Binary Integer Programming, BIP) ou un mélange de variables entières et continues pour la programmation mixte (Mixed Integer Linear Programming, MILP).

Le problème à résoudre est initialement un problème en nombres entiers $x \in \mathbb{N}$. Afin d'utiliser la méthode de génération de colonnes, nous relaxons donc les contraintes d'intégralité des variables x pour obtenir un problème de programmation linéaire.

Algorithme du simplexe

L'ensemble des solutions réalisables d'un problème linéaire forme un polytope convexe, c'est-à-dire une forme géométrique fermée délimitée par des faces planes.

Une propriété fondamentale des polytopes convexes est que toute fonction affine atteint ses valeurs minimale sur l'un des points extrêmes de ce polytope. Ces points, que l'on peut imaginer comme les "coins" du polytope, correspondent aux sommets où plusieurs contraintes se rencontrent. Ainsi, dans le cadre d'un problème d'optimisation linéaire, où la fonction objectif est par définition affine, sa valeur minimale se trouve nécessairement en un de ces points extrêmes.

Le principe du simplexe est de se déplacer d'un sommet extrême à un autre somme, adjacent, en suivant les arêtes du polytope. Si un sommet donné n'est pas le point de minimum de la fonction objectif, il existe une arête partant de ce sommet le long de laquelle la fonction objectif augmente strictement.

Comme illustré dans la Figure 2.3, où l'on cherche à minimiser la valeur de X_1 , l'algorithme suit ces arête jusqu'à atteindre un nouveau sommet extrême. Si toutefois aucune borne supérieure n'existe (par exemple, lorsque l'arête sélectionnée a une longueur infinie), le problème sera non borné, et la valeur minimale de la fonction objectif tendra vers $+\infty$.

Le nombre de sommets du polytope étant fini, l'algorithme du simplexe garantit une convergence après l'exploration d'un nombre fini de points extrêmes. Cependant, bien que théoriquement sa complexité dans le pire des cas soit exponentielle (KLEE et MINTY, 1972), cet algorithme est largement utilisé en pratique en raison de ses performances souvent très efficaces sur les problèmes réels. Cette efficacité repose notamment sur sa capacité à exploiter la structure géométrique du polytope sous-jacent.

Dualité

Tout problème de programmation linéaire (LP), appelé primal, possède un problème dual associé, où les contraintes du problème primal deviennent les variables du problème dual, et vice-versa.

$\begin{array}{ll} \min & c^T x \\ \text{s.t.} & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{array}$	$\begin{array}{ll} \max & b^T \pi \\ \text{s.t.} & A^T \pi \geq c \\ & \pi \geq 0 \end{array}$
<i>primal</i>	<i>dual</i>

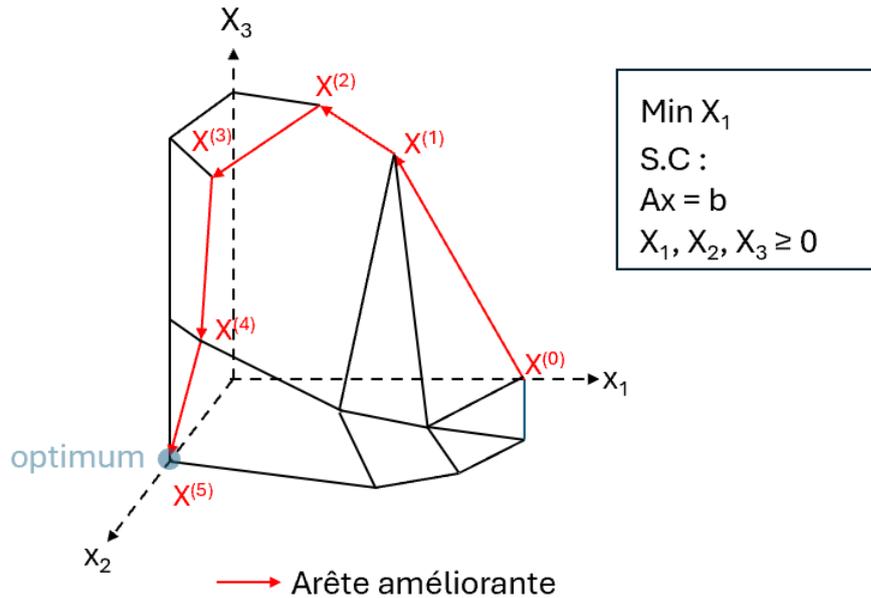


FIGURE 2.3 – Algorithme du simplexe

Deux théorèmes sont particulièrement utiles pour tous les algorithmes reposant sur la dualité :

- Le théorème de la **dualité faible** stipule que, pour toute solution réalisable, la valeur de la fonction objectif du dual est toujours supérieure ou égale (ou inférieure ou égale dans le cas d’une maximisation) à celle du primal. Cela offre un critère de vérification de l’optimalité : tant que la différence entre les valeurs des fonctions objectif du primal et du dual n’est pas nulle, il reste possible d’améliorer la solution.
- Le théorème de la **dualité forte** affirme que si le problème primal possède une solution optimale, alors la valeur de la solution optimale du dual est égale à celle du primal, garantissant que la solution optimale est atteinte dans les deux cas.

De plus, en utilisant l’algorithme du simplexe pour résoudre le problème primal, on obtient simultanément la valeur optimale de la fonction objectif du dual, mais pas les valeurs de chaque variable duale. Cette propriété permet d’évaluer la performance de la solution actuelle et de déterminer si d’autres colonnes doivent être générées, tout en réduisant le coût global du calcul.

Coût réduit

La notion de coût réduit indique de combien un coefficient de la fonction objectif doit augmenter avant que la variable associée ne prenne une valeur positive dans une solution optimale. Autrement dit, pour une variable dont la valeur est nulle dans la solution courante, le coût réduit évalue l’intérêt d’augmenter la valeur de cette variable. Cette notion est au cœur de l’algorithme

du simplexe et de la génération de colonnes.

Le vecteur de coût réduit $\sigma = c - A^T\pi$, où c est le vecteur des coefficients de la fonction objectif, A^T est la matrice transposée des contraintes et π représente le vecteur des valeurs duales, permet d'estimer à quel point la fonction objectif changera si l'on rend positive une variable actuellement nulle.

Si le coût réduit d'une variable est négatif (en minimisation), il peut être avantageux d'augmenter la valeur de cette variable dans la solution, car cela diminuerait la valeur totale de la fonction objectif.

Le coût réduit permet également de vérifier si une solution courante est optimale : dans ce cas, toutes les variables nulles ont un coût réduit positif ou nul.

2.2.2 Génération de colonnes

La génération de colonnes a été introduite par DANTZIG et WOLFE, 1960 à travers leur principe de décomposition des problèmes d'optimisation linéaire à grande échelle. Par la suite, GILMORE et GOMORY, 1961 ont appliqué cette méthode au Cutting Stock Problem (CSP), démontrant ainsi son efficacité pour résoudre la relaxation continue de ces problèmes dans des contextes industriels, comme celui de la découpe.

Cependant, pour obtenir une solution entière au CSP, qui est un problème à variables mixtes, la génération de colonnes doit être intégrée dans une méthode combinatoire. L'article de LÜBBECKE et DESROSIERS, 2005 propose une synthèse complète des extensions modernes de cette approche, notamment son intégration dans la méthode Branch-and-Price. Cette dernière combine la génération de colonnes pour résoudre la relaxation continue et le Branch-and-Bound pour gérer les contraintes d'intégralité, permettant ainsi de résoudre des programmes linéaires à variables mixtes.

L'article de BARNHART et al., 1998 approfondit l'application de la méthode Branch-and-Price dans des problèmes d'optimisation de grande taille, tandis que VANDERBECK, 2000 traite spécifiquement de la décomposition de Dantzig-Wolfe en programmation entière et des stratégies de partitionnement pour rendre l'algorithme plus efficace. Enfin, l'ouvrage collectif de DESAULNIERS et al., 2006 constitue une ressource complète pour explorer la génération de colonnes dans des domaines comme le transport et la logistique, offrant des études de cas concrètes et des approches diversifiées. Ces références forment un corpus essentiel pour comprendre en profondeur la génération de colonnes et ses applications dans l'optimisation.

Problème Maître Restreint La génération de colonnes repose sur l'idée que dans de nombreux cas, seule une petite partie des variables (appelée ici colonnes) d'un programme linéaire est non nulle à l'optimum. Ainsi, il serait inutile de considérer explicitement toutes les variables. En se concentrant sur un sous-ensemble de colonnes potentiellement utiles, la génération de

colonnes permet de trouver une solution optimale de manière efficace.

Soit MP un problème linéaire, dit problème maître, formulé comme suit :

$$z_{MP}^* = \min \quad c^T x \tag{2.4}$$

$$\text{s.c.} \tag{2.5}$$

$$Ax \geq b, \tag{2.6}$$

$$x \geq 0. \tag{2.7}$$

Supposons que l'ensemble de définition des variables, noté X soit trop vaste pour être représenté explicitement. Pour pallier ce problème, nous introduisons un **problème maître restreint** (Restricted Master Problem, RMP) défini sur un sous-ensemble $\lambda \subseteq X$ de variables. Ce sous-ensemble peut être de taille variable, mais il doit contenir une base initiale valide, garantissant ainsi que le RMP possède au moins une solution. La résolution de ce problème restreint produit une solution réalisable pour le problème maître global (MP), mais cette solution peut ne pas être optimale à l'échelle de l'ensemble X .

Le principe général de la génération de colonnes consiste à enrichir itérativement le RMP, de manière à y intégrer les colonnes pertinentes, c'est-à-dire celles qui améliorent la solution courante.

Chaque itération comporte deux phases principales : la résolution du RMP, puis la détermination de la colonne qui entrera dans le RMP à l'itération suivante. Cette deuxième phase revient à trouver une colonne ayant un coût réduit négatif.

La dualité permet d'identifier quelles colonnes (ou variables) doivent être ajoutées au modèle pour améliorer la solution courante. Rechercher la colonne dont l'ajout présente le potentiel de provoquer la plus forte décroissance de la fonction objectif du RMP revient à minimiser le coût réduit, ce qui se traduit par la résolution du sous-problème suivant :

$$\bar{c} := \min\{c(a) - \pi^t a \mid a \in A\} \tag{2.8}$$

où π est le vecteur des variables duales associées aux contraintes obtenues lors de la résolution du RMP, et a une colonne de A pour laquelle on cherche à calculer le coût réduit.

Si $\bar{c} < 0$, ajouter la colonne associée contribue à améliorer la solution du RMP. Sinon, il n'y a pas d'amélioration possible et la solution courante du RMP est déjà optimale.

A noter que, dans le cas d'un ensemble X fini, ce qui est pratiquement toujours le cas dans les problèmes industriels, l'algorithme de génération de colonnes a un nombre fini d'itérations et est donc exact. En pratique, l'optimum est le plus souvent atteint après avoir généré un nombre très limité de colonnes.

Sous-problème

Résoudre le problème (2.8) revient à résoudre un nouveau problème d'optimisation, appelé sous-problème, généralement bien plus facile à résoudre que le problème maître.

Par exemple, pour un problème de tournées de véhicules, le sous-problème revient souvent à résoudre une extension du problème de plus court chemin. Pour un problème de type CSP, le sous-problème est souvent un problème de type sac à dos : l'objectif est de maximiser la valeur d'un ensemble d'éléments (pièces, objets) tout en respectant certaines contraintes de capacité. Dans ce contexte, la solution du sous-problème vise à identifier la combinaison optimale de pièces ou d'éléments à inclure dans un pattern, tout en minimisant le coût réduit.

Résolution du sous-problème Il existe plusieurs manières de "résoudre" le sous-problème. Cela peut consister à rechercher une colonne minimisant le coût réduit. Dans ce cas, la colonne ajoutée a un impact maximal sur la résolution du RMP, mais la résolution du sous-problème peut être plus longue.

Une autre approche consiste à accepter la première colonne trouvée ayant un coût réduit négatif. Dans ce cas, la résolution du sous-problème est plus rapide. En contrepartie, la colonne ajoutée peut n'avoir qu'un impact limité sur la fonction objectif du RMP.

Il est également possible de rechercher plusieurs colonnes de coût réduit négatif, peut souvent être réalisé rapidement et permet une bonne amélioration de la résolution du RMP à chaque itération. Mais plus on ajoute de colonnes, plus le RMP grandit rapidement et plus le temps de résolution de celui-ci augmente, ralentissant ainsi l'ensemble de la méthode.

On voit donc que derrière le principe général de la génération de colonnes se cachent de nombreuses implémentations possibles. L'algorithme 1 présente un pseudo-code très général de la génération de colonnes, où l'on ajoute une seule colonne notée c_j à chaque itération. Cet algorithme doit être instancié (trouver les colonnes initiales, déterminer le sous-problème, préciser l'algorithme de résolution du sous-problème) pour résoudre un problème d'optimisation particulier.

A noter qu'une fois que l'algorithme a convergé, la solution optimale du RMP est également la solution optimale du problème maître relâché. Cependant, ce n'est pas nécessairement la solution optimale du problème maître non relâché.

2.2.3 Illustration de la génération de colonnes sur une instance du CSP

L'exemple 1 déroule pas à pas l'algorithme de génération de colonnes pour une instance jouet du problème de découpe.

Exemple 1 *Dans cet exemple, nous déroulons pas à pas un algorithme de génération de colonnes pour résoudre un problème de CSP. Considérons des objets d'une longueur fixe L . La*

Algorithme 1 Génération de colonnes

Entrées: Un sous-ensemble initial de colonnes C_0 pour initialiser le Problème Maître Restreint (RMP)

Sorties: Solution optimale du RMP

- 1: Initialiser le RMP avec l'ensemble de colonnes $C \leftarrow C_0$
- 2: **répéter**
- 3: Résoudre le RMP pour obtenir une solution optimale \mathbf{x} et les valeurs duales associées π^*
- 4: Générer un sous-problème à partir des valeurs duales π^*
- 5: Résoudre le sous-problème pour obtenir une nouvelle colonne k_j et calculer son coût réduit \bar{c}_j
- 6: **si** $\bar{c}_j < 0$ **alors**
- 7: Mettre à jour l'ensemble des colonnes : $C \leftarrow C \cup \{k_j\}$
- 8: **fin**
- 9: **jusqu'à** $\bar{c}_j \geq 0$

tâche consiste à déterminer la meilleure façon de couper ces objets pour produire des pièces de différentes longueurs $l_i \leq L$ en quantités spécifiées d_i (pour $i = 1, \dots, m$). L'objectif est de minimiser le nombre total de objets utilisées.

Supposons que nous disposions d'objets de 7500 mm de long (soit $L = 7500$), et nous devons produire :

- 80 pièces de 2000 mm,
- 50 pièces de 3000 mm,
- 100 pièces de 3500 mm.

Avant de procéder, il est nécessaire de définir les **patterns**. Un pattern est toute combinaison de longueurs de pièces de 2000 mm, 3000 mm et 3500 mm dont la somme totale peut être contenue dans un objet de 7500 mm. Par exemple, deux pièces de 2000 mm et une pièce de 3500 mm forment un pattern. De même, une pièce de 3000 mm et une autre de 3500 mm constituent un autre pattern, avec une chute de 1000 mm.

Dans un contexte industriel, le nombre de patterns possibles peut être très élevé, bien qu'il reste toujours fini. Dans notre exemple, il existe 12 patterns, représentés dans le Tableau 2.1 :

1 : [1, 0, 0]	2 : [2, 0, 0]	3 : [3, 0, 0]	4 : [1, 1, 0]
5 : [2, 1, 0]	6 : [1, 0, 1]	7 : [2, 0, 1]	8 : [0, 1, 0]
9 : [0, 2, 0]	10 : [0, 1, 1]	11 : [0, 0, 1]	12 : [0, 0, 2]

TABLEAU 2.1 – Liste des patterns. Chaque triplet représente le nombre de pièces de 2 m, 3 m et 3.5 m dans le pattern.

L'objectif est de trouver un plan de coupe qui utilise le moins d'objets possible, tout en produisant le nombre requis de chaque type de pièces. Ce type de problème est idéal pour être résolu par la méthode de génération de colonnes, où chaque colonne représente un pattern de découpe

possible. Le sous-problème de génération consiste à trouver de nouveaux patterns rentables à ajouter à la solution.

Première étape : Définition du problème maître restreint

Reprenons la modélisation décrite en section 2.1.1. Soit J le sous-ensemble des patterns de découpe considérés dans le RMP. Chaque pattern j correspond à une variable dans le problème maître restreint. Les variables x_j représentent le nombre de fois que le pattern de découpe $j \in J$ est utilisé.

Le Problème Maître Restreint (RMP) pour le problème de découpe de stock est formulé comme suit :

$$\text{Min } f(x) = \sum_{j \in J} x_j \tag{2.9}$$

s.c.

$$\sum_{j \in J} a_{ij}x_j = d_i \quad \forall i = 1, \dots, m \tag{2.10}$$

$$x_j \geq 0 \quad \forall j \in J \tag{2.11}$$

On rappelle que a_{ij} représente le nombre de pièces de type i produites par le pattern j , et d_i est la demande pour les pièces de type i .

Deuxième étape : définition des patterns initiaux

Pour obtenir une première solution réalisable avec le RMP, il est important que chaque type de planchette soit représenté dans au moins un pattern initial. Les patterns initiaux sont donc choisis de manière à ne contenir qu'un seul type de planchette, en maximisant l'utilisation de l'objet. On obtient ainsi les patterns suivants :

Patterns initiaux : C_0			
	pattern 3	pattern 9	pattern 12
a_4	3	0	0
a_6	0	2	0
a_7	0	0	2
Waste	3	3	1

TABLEAU 2.2 – Ensemble C_0 des colonnes initiales : la première colonne (ou premier pattern), contient 3 pièces de longueur 4, le deuxième 2 pièces de longueurs 6 et la troisième 2 pièces de longueur 7.

Troisième étape : recherche de nouvelles colonnes

La solution optimale du problème maître restreint avec les 3 patterns définis précédemment est triviale : $x_1 = 80/3$, $x_2 = 25$ et $x_3 = 50$. soit une valeur d'objectif qui vaut $80/3 + 25 + 50 = 101.66$.

Il est possible de faire mieux en trouvant des patterns qui mélangent plusieurs types de pièces sur un même objet. Pour les trouver, on définit le sous-problème permettant de trouver ces patterns.

Soit π_i la variable duale associée à la contrainte i dans le RMP. le coût réduit associé au pattern j est :

$$c_j = 1 - \sum_{i=1}^m a_{ij} \pi_i.$$

On cherche des nouveaux patterns j dont le coût réduit c_j soit négatif. Pour un pattern donné j , il faut donc maximiser l'expression $\sum_{i=1}^m a_i \pi_i$, tout en veillant à ce que la longueur totale des pièces n'excède pas la longueur d'un objet. Le sous problème est donc modélisé par :

$$\text{Max } g(x) = \sum_{i=1}^m \pi_i \times a_i \quad (2.12)$$

s. c.

$$\sum_{i=1}^m l_i \times a_i \leq L \quad (2.13)$$

$$a_i \geq 0 \quad \forall i \in M \quad (2.14)$$

La fonction objectif (2.12) cherche à maximiser la valeur négative du coût réduit. La contrainte (2.2), où a_i est le nombre de pièces de type i produites par le pattern de découpe, s'assure que la longueur totale des pièces dans le pattern de découpe ne dépasse pas celle de l'objet. La contrainte (2.3), s'assure de la non négativité de la variable a_i . On reconnaît l'expression d'un problème bien connu de recherche opérationnelle : le problème du sac-à-dos. Le sac-à-dos est un problème pseudo-polynomial, cependant au vue de la taille raisonnable des instances, sa résolution pratique ne pose pas de problème.

Itération 1 :

Le vecteur des valeurs duales vaut $\pi = [1/3; 1/2; 1/2]$. Le pattern optimal du problème de sac à dos avec ces valeurs est $x_4 = [2, 0, 1]$, avec comme valeur d'objectif $7/6$. Comme $c_4 = 1 - 7/6 < 0$, le nouveau pattern permettra d'améliorer la solution. On l'intègre donc à la liste des patterns qui seront pris en compte à l'itération 2.

Itération 2 :

En résolvant le problème maître restreint avec cette nouvelle base de patterns, on obtient la

	Pattern			
	pattern 3	pattern 9	pattern 12	pattern 7
a_4	3	0	0	2
a_6	0	2	0	0
a_7	0	0	2	1
Waste	3	3	1	0

TABLEAU 2.3 – Mise à jour de C avec l'ajout du pattern 7

solution optimale suivante pour la RMP : $[x_1 = 0, x_2 = 25, x_3 = 30, x_4 = 40]$, soit 95 objets. Le nouveau vecteur des valeurs duales vaut maintenant $p_i = [1/4; 1/2; 1/2]$. Avec ces valeurs, la résolution sac à dos peut renvoyer plusieurs solutions (colonnes) équivalentes. Certaines sont déjà dans la base ($[0, 2, 0]$ ou $[0, 0, 2]$ ou $[2, 0, 1]$), ce qui n'apporterait rien de nouveau. D'autres ne sont pas encore dans la base tel que $[0, 1, 1]$ ou $[2, 1, 0]$. Cependant, pour l'ensemble de ces colonnes, on observe que $\sum_{i=1}^m a_i \pi_i = 1$. Elles ont donc un coût réduit nul et ne permettront plus d'améliorer la solution. Nous avons ainsi trouvé la solution optimale $Z^* = [x_1 = 0, x_2 = 25, x_3 = 30, x_4 = 40]$. Cela revient à découper 25 objets selon la pattern $[0, 2, 0]$, 30 objets selon le pattern $[0, 0, 2]$ et 40 objets selon le pattern $[2, 0, 1]$.

2.3 Cutting stock problem with usable leftovers (CSPUL)

Le CSPUL est une extension du CSP conçue pour optimiser la gestion des chutes de matériaux réutilisables. Le CSPUL reflète une prise de conscience croissante dans l'industrie quant à l'importance d'utiliser les grandes chutes comme source de matière première pour des productions futures. Cette réutilisation des matériaux de seconde vie contribue à réduire les coûts et les déchets en prolongeant le cycle de vie des ressources. Cette section présente le CSPUL en le comparant au CSP et présente différentes modélisations de ce problème.

Comparaison avec le CSP

Définition 10 (Chutes réutilisables) *Les chutes réutilisables sont les morceaux de matériau restant après la découpe, suffisamment grands pour être réutilisés dans des productions futures. Dans l'approche du CSP avec chutes réutilisables, elles jouent un rôle important dans l'optimisation du processus.*

Contrairement aux déchets inutilisables, les chutes réutilisables représentent une ressource stratégique, permettant de maximiser l'utilisation de la matière première et de réduire les coûts de production. Leur gestion efficace implique de les stocker, de suivre leurs dimensions et quantités, et de les intégrer aux futurs processus de découpe. Dans cette approche, les chutes ne sont

plus de simples résidus mais une ressource clé pour une production plus durable et économique.

La principale différence entre le CSP et le CSPUL réside dans la valorisation des chutes réutilisables. Le CSP cherche à minimiser le nombre d'objets utilisés, sans considération pour la valeur potentielle des chutes produites. En intégrant les chutes réutilisables, le CSPUL adopte une approche qui valorise ces éléments pour une utilisation ultérieure. Cette approche encourage une vision à long terme qui privilégie la création de chutes de plus grande taille et donc plus faciles à réemployer, plutôt que de générer des chutes multiples mais de petites dimensions et moins exploitables. Par exemple, une chute de 1600 mm peut offrir plus de flexibilité et de potentiel de réemploi que deux chutes de 800 mm, car elle peut être plus facilement adaptée à des besoins futurs.

Les chutes réutilisables sont considérées comme des ressources précieuses dans l'industrie ; elles sont malheureusement peu valorisées. Le but du CSPUL est donc non seulement de minimiser le nombre total d'objets utilisés, mais aussi de maximiser l'utilisation des chutes disponibles, réduisant ainsi le gaspillage et optimisant les coûts de production. Cette approche offre une solution plus complète et efficace aux défis posés par le CSP , en permettant une meilleure gestion des matériaux résiduels.

Le CSP se base généralement sur un seul type d'objet standard disponible en quantités illimitées. En revanche, le CSPUL intègre plusieurs types d'objets : un objet standard, disponible en quantités illimitées, et des chutes réutilisables, en quantités limitées. La gestion de ces quantités limitées introduit des contraintes supplémentaires, visant à ne pas dépasser la disponibilité réelle de ces chutes lors de la résolution du problème.

Dans le chapitre 3, nous présenterons plus en détail le CSPUL et proposerons un état de l'art sur ce problème.

2.3.1 Modélisations mathématiques du CSPUL

Cette section présente deux approches de modélisation du CSPUL, issues de la littérature, appliquées aux contextes unidimensionnel (1D) et bidimensionnel (2D). Nous aborderons les principales caractéristiques des modèles pour le 1D-CSPUL et le 2D-CSPUL, en fournissant un exemple pour chaque cas. L'accent est mis sur les éléments essentiels des modèles afin de donner une vue d'ensemble sans entrer dans une revue exhaustive des diverses modélisations existantes, qui dépasse le cadre de cette section.

2.3.2 1D-CSPUL

Une discussion détaillée sur plusieurs formulations du 1D-CSPUL peut être trouvée dans [CHERRI et al., 2014](#). Cette section se concentre sur deux modélisations récentes à travers laquelle nous présentons les éléments clés d'un modèle de 1D-CSPUL. Nous présentons deux

modélisations différentes pour le 1D-CSPUL, une basé sur les pièces adaptée de ABUABARA et MORABITO, 2009 et l'autre une basé sur les *patterns*, adaptée de COELHO et al., 2017.

Modélisations basée sur les pièces

Nous définissons dans le Tableau 2.3.2 les notations pour la modélisation basée sur les pièces proposé par ABUABARA et MORABITO, 2009 ;

pièces	
m	Nombre de types différents (tailles) de pièces.
l_i	Longueur de la pièce de type i , avec $i = 1, \dots, m$.
d_i	Quantité requise (demande) pour la pièce de type i , avec $i = 1, \dots, m$.
<hr/>	
Objets	
n	Nombre d'objets en stock.
b_o	Longueur de l'objet en stock o , avec $o = 1, \dots, n$.
N	Longueur minimale acceptée pour une chute réutilisable.
<hr/>	
Variables	
x_{io}	Nombre de pièces de type i découpés dans l'objet o .
δ_o	Variable de surplus pour l'objet o , représentant une perte ou une chute réutilisable.
t_o	Perte de matière pour un objet utilisé o .
z_o	Variable binaire indiquant si l'objet o est utilisé (1 s'il est utilisé, 0 sinon).
u_o	Variable binaire indiquant si δ_o est une chute réutilisable pour l'objet o .

La formulation de programmation linéaire en nombres entiers (MILP) de ce 1D-CSPUL est la suivante :

$$\text{Min } \sum_{o=1}^n t_o \quad (2.15)$$

$$\text{s.c. } \sum_{i=1}^m l_i x_{io} \leq b_o \quad \forall o = 1, \dots, n \quad (2.16)$$

$$\sum_{o=1}^n x_{io} = d_i \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (2.17)$$

$$Nu_o \leq b_o z_o - \sum_{i=1}^m l_i x_{io} \quad \forall o = 1, \dots, n \quad (2.18)$$

$$b_o z_o - \sum_{i=1}^m l_i x_{io} \leq t_o + u_o M \quad \forall o = 1, \dots, n \quad (2.19)$$

$$\sum_{o=1}^n u_o \leq 1 \quad (2.20)$$

$$x_{io} \in \mathbb{N} \quad \forall i = 1, \dots, m, o = 1, \dots, n \quad (2.21)$$

$$t_o \geq 0 \quad \forall o = 1, \dots, n \quad (2.22)$$

$$z_o \in \{0, 1\}, \quad u_o \in \{0, 1\} \quad \forall o = 1, \dots, n \quad (2.23)$$

L'objectif (2.15) est de minimiser la longueur total des chutes non réutilisables (déchets). Les contraintes (2.16) s'assurent que la somme des longueurs de pièces positionnées dans un objet soit inférieur à la longueur de cet objet, garantissant que la longueur de l'objet est utilisée sans excéder sa capacité. Les contraintes (2.17) s'assurent que la quantité de chaque pièce produite est bien égale à sa demande. Les contraintes (2.18) vérifie si les chutes générées par un objet o sont considérées comme réutilisable. Les contraintes (2.19) définissent la valeur du déchet t_o . La contrainte (2.20) limite le nombre de chutes générées.

Pour apporter plus de précisions, dans cet modélisation chaque chute, générée par la découpe d'un objet o , possède une longueur notée δ_o . La longueur du déchet associé à l'objet o noté t_o peut prendre deux valeurs. Si la chute de longueur $\delta_o \geq N$, c'est-à-dire plus longue que la longueur minimale de réutilisation, alors on considère que c'est une chute réutilisable, il n'y a donc aucun déchet généré et $t_o = 0$. En revanche si $\delta_o < N$, alors la chute n'est pas réutilisable, c'est donc un déchet et $t_o = \delta_o$. Un schéma explicatif est proposé dans la Figure 2.4.

Sur cette base, ABUABARA et MORABITO, 2009 proposent deux modélisations. La première formulation est une adaptation du modèle proposé par GRADIŠAR et al., 1997. La seconde formulation, présentée dans cette section, améliore la première en ayant moins de contraintes et de variables de décision, améliorant ainsi les performances lors de la résolution.



FIGURE 2.4 – Exemple avec deux objets, l’un générant une chute réutilisable ($\delta_1 > N$) et l’autre générant un rebut ($\delta_2 < N$)

Modélisations basée sur les patterns

Dans le modèle basé sur les *patterns* présenté dans cette section, les chutes réutilisables peuvent être de plusieurs longueurs fixées, prédéfinies à l’avance. Ces chutes peuvent être réutilisées pour des productions futures ou vendues à des tiers si cette option est plus rentable. Ce modèle repose sur une seule période de production où l’on cherche à déterminer le nombre de fois que chaque pattern doit être découpé pour satisfaire la demande tout en minimisant les pertes et en maximisant le profit total. La demande de chaque pièce et le stock de chaque objet et chutes réutilisables sont connus. Seuls les chutes réutilisables de longueur prédéfinie sont générées et stockées en quantités limitées. Ces chutes réutilisables sont considérées comme matières premières secondaires dans laquelle on peut produire des pièces. Dans cette approche, toutes les chutes n’étant pas des chutes réutilisables, sont considérés comme des déchets sans valeur économique. Ils n’ont pas de potentiel de réutilisation ni valeur de revente.

Les notations introduites dans la Section 2.1 sont étendues comme suit.

Ensembles :

J	ensemble des objets standards.
U	ensemble des chutes réutilisables.
I	ensemble des pièces avec une demande positive.
P_j	ensemble des patterns de découpe pour le type d'objet standard $j \in J$ (aucune chute réutilisable ne peut être générée à partir de ces objets).
P'_u	ensemble des patterns de découpe pour le type de chute réutilisable $u \in U$.
$P_j(u)$	ensemble des patterns de découpe pour les objets standards de type $j \in J$, générant une chute réutilisable de type $u \in U$.

Données :

L_j	longueur de l'objet standard $j \in J$.
e_j	nombre d'objets standard $j \in J$ disponibles en stock.
L'_u	longueur de la chute réutilisable $u \in U$.
e'_u	quantité de chutes réutilisables de type $u \in U$ en stock.
l_i	longueur de l'article $i \in I$.
d_i	demande pour l'article $i \in I$.
a_{ipj}	nombre de pièces de type $i \in I$ dans le pattern de découpe $p \in P_j$ pour l'objet de type $j \in J$.
a_{ipju}	nombre de pièces de type $i \in I$ dans le pattern de découpe $p \in P_j(u)$ pour l'objet de type $j \in J$ et générant une chute réutilisable de type $u \in U$.
a'_{ipu}	nombre de pièces de type $i \in I$ dans le pattern de découpe $p \in P'_u$ pour le type de chute réutilisable $u \in U$.
Π_{pj}	profit généré si le pattern $p \in P_j$ est découpé dans l'objet $j \in J$.
π_{pju}	profit généré par la découpe du pattern $p \in P_j(u)$ dans l'objet $j \in J$ et générant une chute réutilisable de type $u \in U$.
π'_{pu}	profit généré par la découpe d'une chute réutilisable de type $u \in U$ en utilisant le pattern $p \in P'_u$.
v_u	prix de vente pour la chute réutilisable de type $u \in U$.
UB_u	limite supérieure sur le nombre de chutes réutilisables de type $u \in U$ à la fin du processus de découpe.

Variables :

x_{pj}	nombre de fois où le pattern $p \in P_j$ est découpé dans un objet de type $j \in J$.
----------	---

x_{pju}	nombre de fois où le pattern $p \in P_j(u)$, générant une chute réutilisable $u \in U$, est découpé dans un objet de type $j \in J$.
x'_{pu}	nombre de fois où le pattern $p \in P'_u$ est découpé dans une chute réutilisable de type $u \in U$.
y_u	nombre de chutes réutilisables de type $u \in U$ vendues.

La formulation de programmation linéaire en nombres entiers (MILP) de ce 1D-CSPUL est la suivante :

$$\text{Max } f(x) = \sum_{j \in J} \sum_{p \in P_j} \Pi_{pj} x_{pj} + \sum_{j \in J} \sum_{u \in U} \sum_{p \in P_j(u)} \pi_{pju} x_{pju} + \sum_{u \in U} \sum_{p \in P'_u} \pi'_{pu} x'_{pu} + \sum_{u \in U} v_u y_u \quad (2.24)$$

s.c.

$$\sum_{j \in J} \sum_{p \in P_j} a_{ipj} x_{pj} + \sum_{j \in J} \sum_{u \in U} \sum_{p \in P_j(u)} a_{ipju} x_{pju} + \sum_{u \in U} \sum_{p \in P'_u} a'_{ipu} x'_{pu} = d_i \quad \forall i \in I \quad (2.25)$$

$$\sum_{p \in P_j} x_{pj} + \sum_{u \in U} \sum_{p \in P_j(u)} x_{pju} \leq e_j \quad \forall j \in J \quad (2.26)$$

$$\sum_{p \in P'_u} x'_{pu} + y_u \leq e'_u \quad \forall u \in U \quad (2.27)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{p \in P_j(u)} x_{pju} - \sum_{p \in P'_u} x'_{pu} - y_u \leq UB_u - e'_u \quad \forall u \in U \quad (2.28)$$

$$x_{pj} \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall j \in J; p \in P_j \quad (2.29)$$

$$x_{pju} \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall j \in J; u \in U; p \in P_j(u) \quad (2.30)$$

$$x'_{pu} \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall u \in U; p \in P'_u \quad (2.31)$$

$$y_u \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall u \in U \quad (2.32)$$

L'objectif (2.24) est de maximiser le profit total, composé du profit généré par la découpe des objets avec ou sans génération de chutes réutilisables, du profit de la découpe d'une chute réutilisable existante, et du profit de la vente des chutes. Les contraintes (2.25) garantissent la satisfaction de la demande. Les contraintes (2.26) et (2.27) sont les contraintes de capacité sur la quantité disponible d'objets standards et de chutes réutilisables, respectivement. La restriction sur la quantité de chaque type de chute générée est représentée par les contraintes (2.28). Enfin, les contraintes (2.29)–(2.32) sont les contraintes d'intégrité et de non-négativité.

Le profit unitaire est calculé comme la différence entre le revenu généré par la vente des

pièces et leur coût de fabrication. Ce dernier coût inclut :

1. La valeur des objets, qui est une fonction non décroissante de leur taille.
2. Le coût de découpe des pièces (coût de la main-d'œuvre, énergie, etc.).
3. Les valeurs des chutes et des déchets.

Se référer à COELHO et al., 2017 pour plus de détails sur les calculs des profits individuels.

Cette modélisation *basée sur les patterns* est, à notre connaissance, le seul modèle de 1D-CSPUL considérant la maximisation du profit, et la première à considérer des chutes réutilisables standards de longueur fixe. Elle repose sur des idées similaires à celles de GILMORE et GOMORY, 1961 pour le CSP, et de SCHEITHAUER, 1991 et CHERRI et al., 2013 pour le 1D-CSPUL. Nous proposons cette modélisation car c'est celle qui se rapproche le plus de celle que nous utiliserons dans le chapitre 4.

La réutilisation des chutes de découpe dans le cadre du CSPUL offre des avantages significatifs en matière de réduction des déchets et d'optimisation de l'utilisation de la matière première. En limitant la quantité de matière nécessaire pour une même production, le CSPUL contribue non seulement à diminuer l'impact environnemental — en réduisant l'énergie nécessaire pour l'extraction, le transport, et le recyclage des matériaux — mais également à accroître les profits. Le CSPUL introduit des bénéfices économiques et écologiques mais pose aussi des défis de planification et de gestion des chutes, qu'elles soient réutilisées, recyclées ou éliminées. La mise en place de solutions pratiques au CSPUL implique donc de trouver un équilibre entre les avantages du réemploi et les coûts de manutention et de gestion des stocks de chutes.

2.4 Point de vue industriel

Les industriels que nous examinons opèrent dans le domaine de la menuiserie industrielle, qui produit principalement des fenêtres et des baies vitrées, l'étape principale de cette fabrication consiste à créer le *cadre* des fenêtres en assemblant des morceaux de barre appelés *profilés*. La découpe du verre, réalisée par des entreprises tierces, ne fait pas partie de notre champ d'étude. Nous nous concentrons donc exclusivement sur le 1D-CSP. Les processus de découpe et la gestion des données sont dirigés par des contraintes physiques et d'organisation de l'entreprise. Pour rester au plus proche d'une application pratique de nos algorithmes, nous intégrons le vocabulaire propre à ces industriels lorsque c'est pertinent.

2.4.1 Processus de Production en Menuiserie Industrielle

Pour comprendre les différentes problématiques rencontrées par les industriels, il est essentiel de bien saisir le fonctionnement du processus industriel.

Le processus industriel débute dès la réception d'une commande. Chaque commande est composée d'un ensemble de menuiserie (porte, fenêtre, ...) à produire dans une certaine quantité et avant une certaine date. Chaque menuiserie est ensuite déclinée en un ensemble de pièces qui la composent, chacune associée à une quantité. Les pièces des différentes commandes sont ensuite regroupées par lots, selon les contraintes d'usinage - par exemple selon la similarité de la matière première utilisée (grade, profilé, couleur, etc.) - les dates de livraison et d'autres contraintes industrielles. Ce regroupement est appelé "allotissement". Une telle procédure est illustrée dans la Figure 2.5.

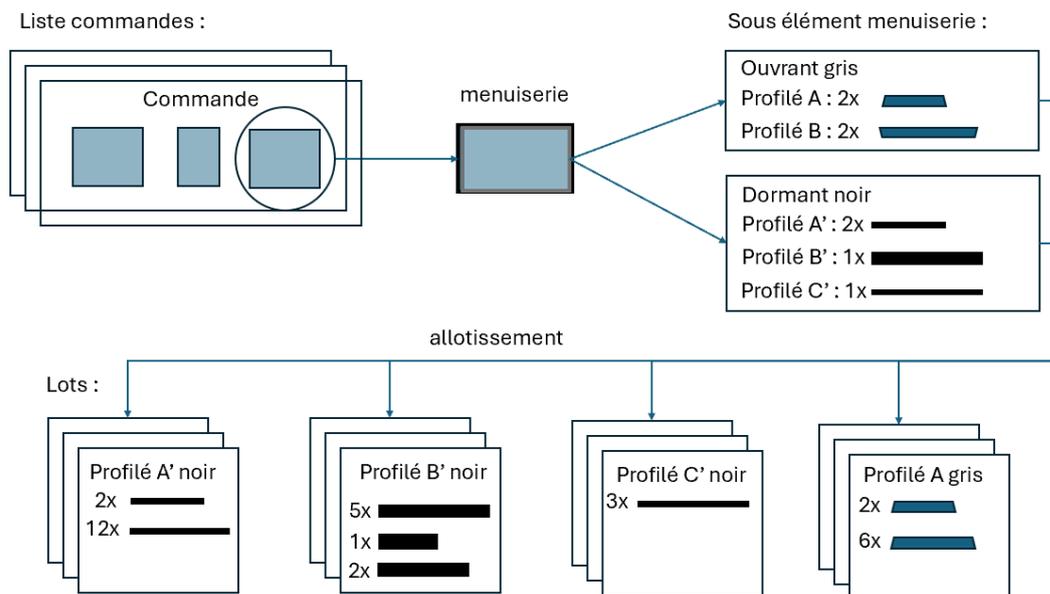


FIGURE 2.5 – Parcours d'une commande de sa réception jusqu'à l'allotissement

Pour chaque lot, un plan de production doit être établi selon des contraintes logistiques. Chaque lot est découpé en sous-lots respectant ces contraintes. Par exemple, un sous-lot peut être créé pour satisfaire une contrainte de capacité de transport ou de découpe machine. Le plan de production est donc composé d'un ensemble de sous-lots, eux même composés d'un ensemble de pièces ayant chacune une quantité définie, une date de production et une liste de matières premières utilisées. Ce plan de production (ou production) est fixe et ne sera plus modifié. Une première optimisation matière basique, effectuée très en amont de la date de découpe, permet à l'entreprise de vérifier si elle dispose de suffisamment de matériaux **neufs** en stock pour produire l'ensemble des pièces définies dans le plan de production. Si nécessaire, elle peut passer une commande auprès de ses fournisseurs pour les matières premières et les différents

composants nécessaires à l'assemblage des menuiseries.

Le jour où le plan de production doit être exécuté, une nouvelle optimisation matière plus poussée est réalisée. Cette nouvelle optimisation permet notamment d'intégrer les chutes de production comme matière première, afin d'économiser de la matière neuve. Ce plan de découpe final est transmis aux machines de découpe afin d'obtenir les pièces désirées, qui seront ensuite assemblées pour fabriquer les éléments de menuiserie de la commande initiale.

Lors de ce processus de fabrication en menuiserie industrielle, de nombreuses étapes intègrent des concepts de recherche opérationnelle et de génie industriel. Par exemple, le Lot-Sizing intervient lors du dimensionnement des sous-lots, optimisant la quantité de production pour minimiser les coûts de stockage et de mise en production. De même, le CSP est déterminant pour l'optimisation des matériaux, visant à réduire les pertes et maximiser l'utilisation des matières premières.

Cette thèse se concentre spécifiquement sur l'aspect CSP du processus, qui est essentiel pour l'optimisation de l'utilisation des matériaux. Cependant, l'optimisation des processus de production en menuiserie industrielle va bien au-delà de la gestion des découpes de matériaux. Elle inclut des problématiques plus larges telles que la gestion des approvisionnements et des stocks, la planification de la production, et l'ordonnancement des tâches.

La gestion des approvisionnements et des stocks est primordiale pour assurer un flux continu de production sans interruption, tout en minimisant les coûts associés au stockage et à la gestion des ressources. Cette gestion doit équilibrer la disponibilité des matières premières et la capacité de production, ce qui est fondamental pour répondre aux demandes du marché de manière efficace.

La planification de la production englobe des techniques de prévision de la demande et des stratégies de planification capacitaire pour garantir que les ressources (matérielles, humaines, et temporelles) sont utilisées de manière optimale. Elle comprend également la gestion des flux de travail pour éviter les goulots d'étranglement et maximiser la productivité.

Enfin, l'ordonnancement est une autre composante clé qui détermine la séquence optimale des opérations sur les lignes de production. En prenant en compte les contraintes liées aux machines, aux opérateurs, et aux délais de livraison, l'ordonnancement vise à réduire les temps d'arrêt et à améliorer l'efficacité globale du processus de fabrication.

En intégrant des méthodes de recherche opérationnelle et de génie industriel, telles que l'optimisation linéaire, les heuristiques, et les algorithmes de programmation, cette thèse vise à fournir des solutions concrètes et applicables pour améliorer la gestion de la production en menuiserie industrielle, avec un accent particulier sur l'optimisation de l'utilisation de la matière première à travers le CSP.

2.4.2 Vocabulaire

Dans le cadre du CSP dans l'industrie, plusieurs éléments sont clés pour comprendre et optimiser le processus de découpe de matériaux. Ce vocabulaire spécifique aide à structurer les concepts fondamentaux qui guident la résolution du problème.

Dans la menuiserie industrielle, un objet est souvent appelé un profilé, une pièce une section, et une imbrication une 'mise en barre'

Pour obtenir une imbrication de qualité industriellement réalisable, il est nécessaire d'intégrer les contraintes techniques, ainsi que les spécifications des matériaux à découper. Une gestion efficace des chutes est également essentielle. Certaines petites chutes sont inévitables, comme les *chutes techniques*, qui résultent des contraintes spécifiques du processus (largeur de la lame, copeaux, etc.). La figure 2.6 propose une définition visuel des éléments utilisés dans le CSPUL.

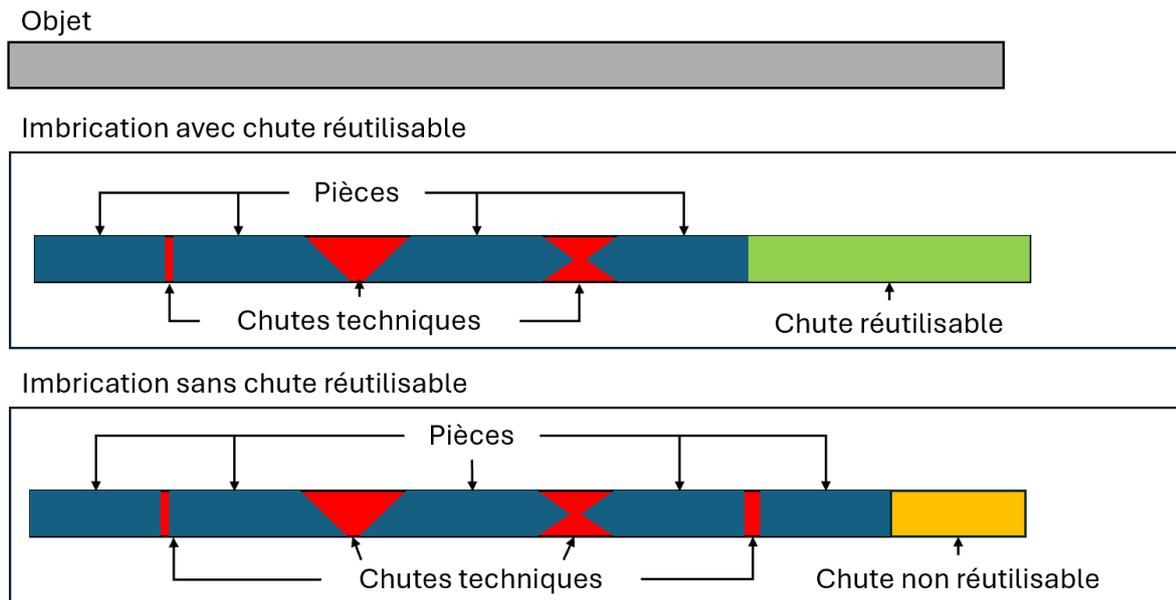


FIGURE 2.6 – Exemple d'imbrications avec des chutes techniques et générant ou non des chutes réutilisables

Définition 11 (Production) *Dans le contexte du problème de découpe, une production désigne l'ensemble des spécifications des pièces ou items à découper à partir des objets disponibles un jour donné. La production représente les données d'entrée du problème, en définissant les exigences de découpe auxquelles on ajout les contraintes opérationnelles.*

La production inclut une liste des pièces à découper, avec une description détaillée de leurs dimensions (longueur, largeur, épaisseur, etc.) et des quantités requises. Elle décrit également les caractéristiques des matériaux disponibles, incluant les dimensions des objets (feuilles, rouleaux,

barres) et leur nombre en stock. Les contraintes de découpe, telles que les tolérances, les types de machines disponibles et les restrictions sur l'orientation des pièces, sont aussi précisées. Les critères d'optimisation peuvent inclure la minimisation des chutes, la réduction des coûts ou l'efficacité du temps de coupe.

La production prend également en compte les chutes réutilisables disponibles, c'est-à-dire les chutes réutilisables en stock, avec leurs dimensions et quantités. Ces chutes réutilisables peuvent être réutilisées pour répondre à la demande, évitant ainsi d'utiliser des objets neufs.

Définition 12 (Sous-lots) *Les sous-lots correspondent à des sous-ensembles de la production totale, souvent organisés pour faciliter la gestion et la planification. Ils regroupent des pièces similaires ou des étapes spécifiques du processus de découpe.*

Définition 13 (Plan de découpe) *Le Plan de découpe constitue la solution finale du CSP. Il se compose d'un ensemble de couples représentant chaque objet à découper et son imbrication spécifique, ainsi que la fréquence à laquelle cette imbrication doit être réalisée.*

Le plan de découpe fournit toutes les informations nécessaires à l'exécution des opérations sur les machines de découpe. Il détaille quels objets sont utilisés pour produire chaque pièce, combien de fois chaque imbrication doit être réalisée, et comment les matériaux sont agencés pour minimiser les pertes.

2.4.3 Le CSP dans l'industrie

Dans cette thèse, le problème que nous allons résoudre est un problème en une dimension pour la menuiserie industrielle. Cette industrie possède des contraintes opérationnelles à prendre en compte lors de la réalisation des imbrications. Ces contraintes, qui sont principalement liées aux caractéristiques des machines ou aux techniques d'assemblage des menuiseries, ne se traduisent pas nécessairement par des contraintes supplémentaires dans le modèle mathématique. Cependant il est nécessaire de les prendre en compte pour générer des solutions réalisables sur le plan industriel. Parmi ces contraintes opérationnelles figurent l'épaisseur de la lame de découpe, l'angle de découpe et la manière de saisir les objets.

En menuiserie industrielle, les découpes ne sont pas systématiquement découpé à angle droit (voir 2.7). Des découpes en biseau avec un angle de 45° et 135° (ou coupe en "v") existent. Les angles de découpes sont uniques - hors cas très rare - à chaque profilé car ils dépendent de la technique d'assemblage - poinçonnage ou soudure - utilisée pour celui-ci.

L'épaisseur de la lame, combinée à l'angle de découpe, impose une distance minimale à respecter entre les pièces pour garantir qu'elles soient découpées correctement. Cet écart est constant pour l'ensemble d'une production. Cette constance permet de prendre en compte facilement cette contrainte opérationnelle sans modifier le modèle mathématique. Pour cela, les

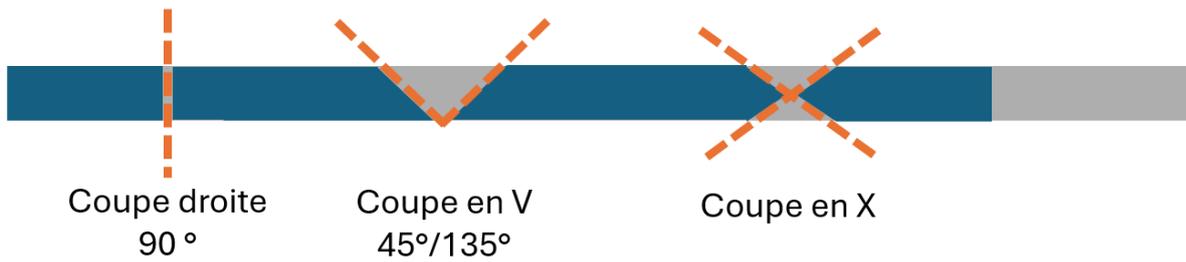


FIGURE 2.7 – Type de découpe

données d'entrée, c'est-à-dire les longueurs des pièces, sont ajustées en ajoutant la longueur de l'écart requis. Si jamais plusieurs écarts différents devaient être pris en compte, il suffirait d'ajouter la valeur du plus grand de ces écarts pour obtenir une solution viable.

D'autres problématiques apparaissent lors de l'utilisation des machines de découpe. Pendant l'opération, les machines doivent saisir, à l'aide de pinces, les objets à découper par leurs extrémités pour éviter tout mouvement indésirable. Par conséquent, il existe une zone aux extrémités où la découpe est impossible, ce qui empêche de positionner des pièces dans ces zones. Cela réduit la longueur totale utilisable de l'objet pour la découpe effective. La longueur de cette zone varie en fonction du matériau coupé. Par exemple, un matériau rigide comme l'aluminium nécessite un maintien sur une distance plus courte qu'un matériau plus flexible comme le PVC. La longueur occupée par les pinces peut varier de quelques dizaines à plusieurs centaines de millimètres. Il est donc essentiel de prendre en compte ces zones pour éviter des configurations de coupe irréalisables. Étant donné que les pinces peuvent endommager la matière, les pièces ne peuvent être positionnées qu'entre ces zones. Pour déterminer la longueur effective de l'objet, on ajuste sa longueur en soustrayant la dimension des zones de saisie situées aux extrémités de l'objet. (voir figure 2.8)

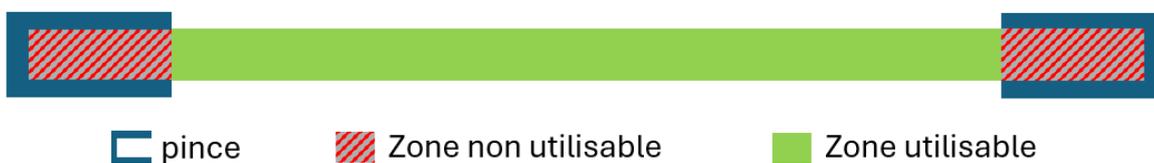


FIGURE 2.8 – Schéma pinces et zone utilisable

La question des tailles minimales des chutes réutilisables se pose également. Certaines machines imposent une longueur minimale pour les objets qu'elles peuvent traiter. Par conséquent, pour qu'une chute soit considérée comme réutilisable, elle doit non seulement être suffisamment grande pour permettre de fabriquer au moins une pièce, mais aussi dépasser cette longueur minimale acceptée par la machine. Sans cela, la chute ne pourra pas être utilisée pour de nouvelles

découpes.

2.4.4 Diversité des objets

Dans cette section, nous mettons en lumière la complexité du stockage des chutes issues de la fabrication des menuiseries, en réalisant une analyse quantitative des multiples combinaisons possibles entre les couleurs et les typologies d'éléments. La Figure 2.9 illustre schématiquement le montage d'une fenêtre, mettant en évidence les deux principaux types de profilés : les **dormants**, qui sont les éléments fixes attachés aux murs, et les **ouvrants**, qui sont les éléments mobiles.

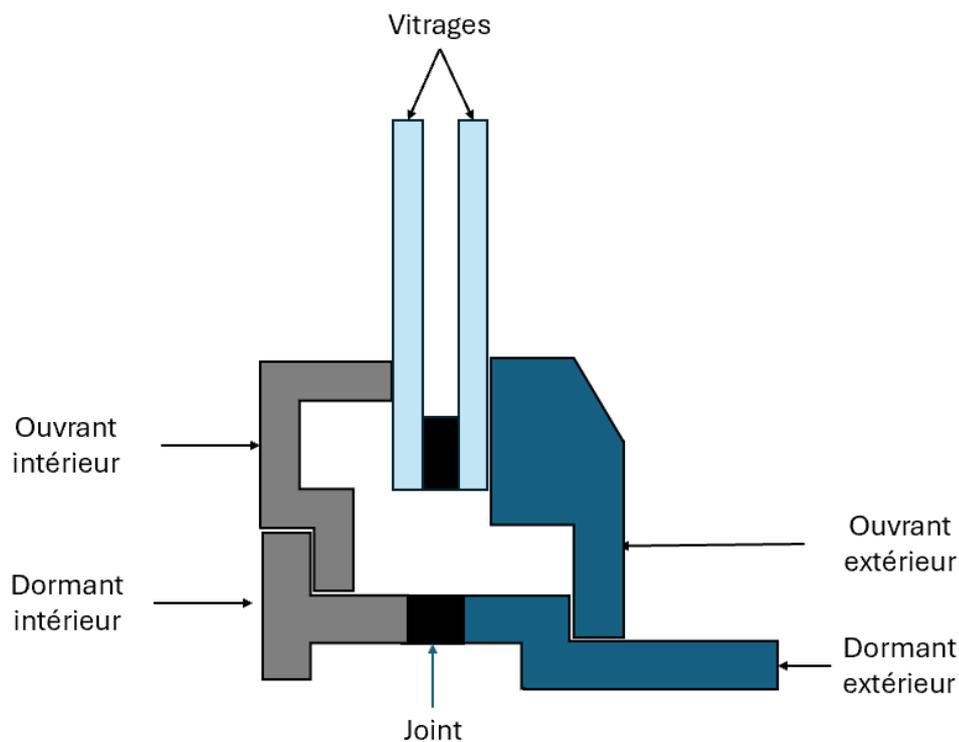


FIGURE 2.9 – Schéma en coupe du montage d'une fenêtre en double vitrage

Les données varient d'un industriel à l'autre, mais en moyenne, on dénombre environ une centaine de profilés différents pour les dormants et autant pour les ouvrants. Chaque profilé peut être décliné en une couleur issue d'une gamme qui, bien que théoriquement infinie, se limite généralement à une centaine de teintes standardisées (RAL). Ces teintes peuvent ensuite être proposées en plusieurs finitions : satinée, brillante, mate ou encore texturée. Il existerait ainsi plusieurs centaines de milliers de combinaisons différentes.

Cependant, une analyse des données issues de nos clients révèle que 75 % des profilés utilisés en production se limitent à une dizaine de couleurs principales et une vingtaine de modèles standardisés. Cette forte concentration autour de ces teintes et typologies facilite grandement le

réemploi des chutes, qui s'opère naturellement sur ces références les plus courantes. En revanche, pour les 25 % restants, constitués de profilés et de teintes qualifiés d'exotiques, la réutilisation des chutes devient pratiquement impossible. Cela s'explique par l'extrême diversité des combinaisons possibles et par les faibles volumes disponibles pour chaque déclinaison, rendant leur stockage et leur valorisation économiquement peu viables.

ÉTAT DE L'ART SUR LE CSPUL

Table des matières

3.1	Introduction	64
3.1.1	Méthodologie et bibliométrie	64
3.1.2	Positionnement dans la littérature	65
3.2	Principales caractéristiques des modélisations du CSPUL	66
3.2.1	Modèles basés sur les patterns vs. modèles basés sur les pièces	66
3.2.2	Fonctions objectif	67
3.2.3	Modèles mono-période et multi-périodes	69
3.2.4	Type de découpe	72
3.3	Méthodes de résolution	74
3.3.1	Méthodes exactes	74
3.3.2	Méthodes heuristiques	75
3.4	Applications dans l'industrie	80
3.4.1	Secteur d'activités	81
3.5	Discussion	84
3.5.1	Définition des chutes réutilisables dans la littérature	84
3.5.2	Gestion du nombre de chutes	85
3.6	Conclusions et perspectives de recherche	86

Ce chapitre propose une revue de la littérature sur le problème de découpe avec chutes réutilisables (CSPUL). Nous analysons les différentes variantes du problème selon la dimension (1D, 2D, et 3D), les caractéristiques de la période de planification (mono-période et multi-période), la caractérisation des chutes et les méthodes de résolutions employées. Nous proposons également une vision sur les différentes applications industrielles du CSPUL. Ce chapitre permet de mieux comprendre les différentes variantes du problème et leurs défis associés.

Dans un premier temps, une introduction rapide du sujet est effectuée, en Section 3.1. La section 3.2 détaille les principales caractéristiques des modélisations du CSPUL. La Section 3.3 aborde les méthodes de résolution employées pour traiter ce problème, en discutant de leurs avantages et inconvénients respectifs. La Section 3.4 est dédiée aux applications industrielles du CSPUL, montrant la grande variété de secteurs industriels et d’applications pratiques de ce problème. La Section 3.5 conclut ce chapitre en offrant une perspective sur les défis actuels et les opportunités de recherche dans ce domaine.

3.1 Introduction

ROBERTS, 1984 et ROODMAN, 1986 ont probablement été les premiers à souligner l’intérêt de considérer les chutes dans les processus industriels. Mais c’est seulement avec CHERRI et al., 2009 que le terme CSPUL est apparu. Les applications industrielles se sont largement diversifiées, (par exemple découpe de métaux GRACIA et al., 2013, de bois PARREÑO et ALVAREZ-VALDES, 2021, de vêtements GRADIŠAR et al., 1997, et d’autres matériaux), donnant lieu à de nombreuses variantes du problème ou de nouvelles contraintes opérationnelles. Notre revue de la littérature contribue donc à une meilleure compréhension de ces variantes du CSPUL.

3.1.1 Méthodologie et bibliométrie

La recherche de publications sur le sujet est basée sur l’utilisation de bases de données bibliographiques, telles que Google Scholar et Scopus. Nous avons principalement considéré des articles évalués par des pairs et publiés dans des revues internationales. Nous avons également sélectionné quelques prépublications et articles de conférences que nous avons jugés pertinents.

Nous avons recherché une combinaison des mots-clés comportant *cutting stock* et des mots supplémentaires tels que *leftovers (left-overs)*, *usable leftovers*, *residual lengths*, *surplus material* ou *sustainable (and sustainability)*.

Les règles suivantes ont également été appliquées dans la sélection des articles :

1. Ils sont écrits en anglais.
2. Ils traitent du CSP avec la possibilité de réutiliser les chutes.
3. Ils proposent une formulation mathématique et/ou une méthode de résolution.

Sur la base de ces critères, 52 articles pertinents sur le CSPUL ont été identifiés. La Figure 3.1 présente le nombre de publications sur le CSPUL depuis 1984. Près de 80 % des articles ont été publiés après 2008. La moitié de ces articles sont apparus après la publication de la revue de littérature de *CHERRI et al.*, 2014. Cela montre la notoriété croissante du CSPUL.

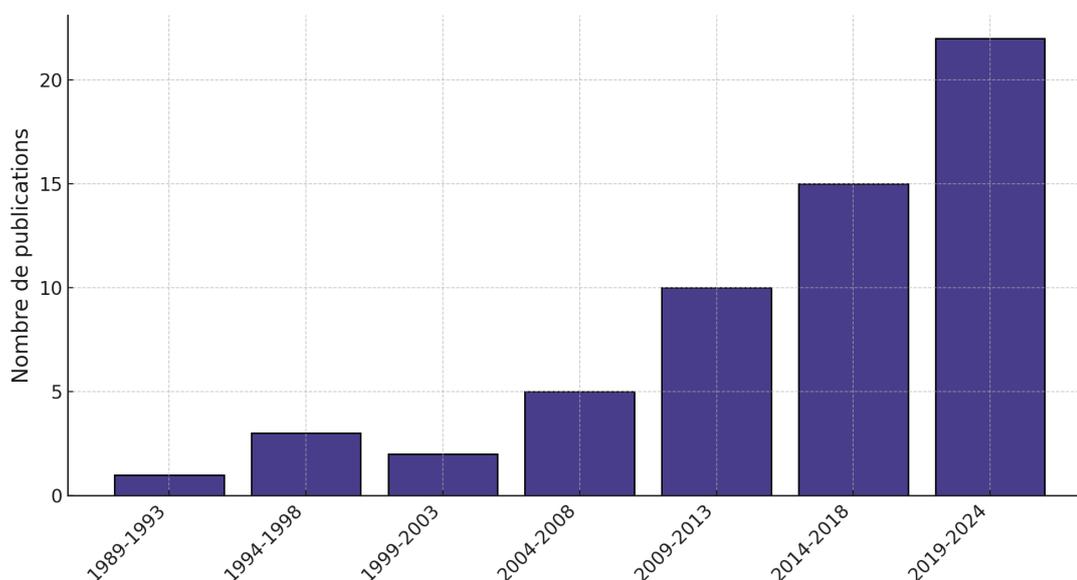


FIGURE 3.1 – Distribution temporelle des articles pertinents discutés dans la revue de littérature.

Les 52 articles de référence ont été publiés dans 24 revues. La plupart des articles ont été publiés dans des revues de recherche opérationnelle telles que *European Journal of Operational Research* (7), *Journal of the Operational Research Society* (5), *International Transactions in Operational Research* (5), et *Computers and Operations Research* (4). On observe une grande dispersion des articles : aucune autre revue que les 4 citées n'a publié plus de deux articles sur le CSPUL.

Les articles se répartissent de la façon suivante : nous avons étudié 33 articles en 1D, 17 articles en 2D et 2 articles en 3D.

3.1.2 Positionnement dans la littérature

Plusieurs revues de littérature ont été publiées sur le CSP et ses extensions. Par exemple, *CHENG et al.*, 1994 ont discuté des CSP en 1D et 2D. Leur attention s'est portée sur le lien entre les problèmes en 2D et d'autres problèmes, tels que les problèmes d'emballage et de chargement de palettes. *MELEGA et al.*, 2018 ont proposé une revue de littérature et une classification des études sur l'intégration des problèmes de CSP et de dimensionnement de lots (*Lot-Sizing Problem*, LSP). L'article cite brièvement des publications sur le CSPUL pour souligner l'intérêt d'exploiter les chutes réutilisables dans les modèles intégrés LSP/CSP dans les recherches futures.

Les CSP avec incertitude ont été récemment étudiés par HADJ SALEM et al., 2023. Les auteurs ont classé l’incertitude dans les CSPs en fonction de leur source (défauts, disponibilité, etc.) et de leur représentation (discrète, continue). Dans leur revue de littérature sur la planification des opérations pour minimiser les déchets, LE HESRAN et al., 2019 ont brièvement mentionné les chutes réutilisables.

À notre connaissance, l’unique revue de littérature sur le CSPUL est celle de CHERRI et al., 2014, qui se concentre exclusivement sur les publications traitant du 1D-CSPUL jusqu’en 2013. À cette époque, les travaux sur le CSPUL étaient peu nombreux. Comme indiqué dans la Section 3.1.1, la majorité des publications, notamment celles concernant le 2D-CSPUL, sont apparues au cours des dix dernières années, et depuis 2013, le nombre de publications a plus que doublé. Contrairement à CHERRI et al., 2014, nous élargissons notre revue en incluant les recherches sur les CSPUL en une, deux et trois dimensions.

3.2 Principales caractéristiques des modélisations du CSPUL

Cette section classe les études en fonction de quatre critères principaux : la modélisation du problème (basée sur les patterns ou sur les pièces), le type d’objectif, l’horizon temporel (une ou plusieurs périodes), et le type de découpe (guillotine, non-guillotine). D’autres caractéristiques particulières sont discutées dans la Section 3.5.

3.2.1 Modèles basés sur les patterns vs. modèles basés sur les pièces

Dans les problèmes de découpe en 1D, un pattern est défini comme une combinaison indiquant le nombre de pièces de chaque taille sans spécifier leur emplacement. La position de chaque pièce dans l’objet standard n’a aucun effet sur la quantité de chutes obtenue, rendant très efficace les modèles utilisant des approches par pattern.

Dans leur article, GRADIŠAR et al., 1997 suggèrent qu’une approche basée sur les patterns n’est possible que si les objets sont de même longueur ou de quelques longueurs différentes. Les problèmes de CSPUL restent dans cette définition car malgré le fait que la plupart des objets dans la résolution du 1D-CSPUL ne sont pas standardisés et présentent des longueurs variables, ils restent en nombre réduit. Permettant l’utilisation de modèle basé sur les patterns. C’est une observation qui se confirme avec la littérature scientifique. En effet la littérature sur le 1D-CSPUL est dominée par les modèles basés sur les patterns (25 articles), comme indiqué dans le Tableau 3.1. Seulement neuf articles ont été publiés sur les modèles basés sur les pièces pour le 1D-CSPUL.

Pour les problèmes où un grand nombre d’objet n’existe qu’en un seul exemplaire, les modèles basés sur les patterns nécessitent la génération d’un grand nombre de patterns pour chaque objet également en grande nombre ce qui peut faire exploser la combinatoire et motiver le choix de

modèles basés sur les pièces. Un choix similaire est souvent observé lorsque la demande associée à chaque pièce est très faible, comme le montre ABUABARA et MORABITO, 2009.

Les modèles basés sur les patterns dominent également la littérature sur le 2D-CSPUL. Il est généralement plus difficile de justifier leur utilisation, car le nombre de types d'objets peut être très élevé et il y a peu de pièces de tailles identiques ANDRADE et al., 2016.

Les deux études en 3D (VIEGAS et al., 2016 et ROTHE et al., 2017) proposent des modèles basés sur les pièces. Cela est justifié par le niveau élevé d'hétérogénéité dans les types d'objets utilisés et les pièces à découper, entraînant de grosse difficulté à la génération de patterns.

Modélisation	Dimension	Références
Pattern	1D	ARBIB et al., 2023, ARENALES et al., 2015
		BERTOLINI et al., 2024, BRESSAN et al., 2023
		CHERRI et al., 2009, CHERRI et al., 2013
		CHERRI et al., 2023, CHU et ANTONIO, 1999
		COELHO et al., 2017, CUI et YANG, 2010
		CUI et al., 2017, DO NASCIMENTO et al., 2020
		GARRAFFA et al., 2016, GRACIA et al., 2013
		HUO et al., 2009, KOCH et al., 2009
		KHAN et al., 2020, MAHER et al., 2019
		MELHEM et al., 2021, MORILLO-TORRES et al., 2021
		RAVELO et al., 2020, ROODMAN, 1986
		SCHEITHAUER, 1991, SINUANY-STERN et WEINER, 1994
		SALLAUME et al., 2008
		2D
DO NASCIMENTO et al., 2022, DO NASCIMENTO et al., 2023		
HUO et al., 2009, KARELAHTI et al., 2011		
LI et al., 2022, OLIVEIRA et al., 2016		
PARREÑO et ALVAREZ-VALDES, 2021, ROBERTS, 1984		
SILVA et al., 2010, SILVA et al., 2014		
SUMETTHAPIWAT et al., 2020		
Item	1D	ABUABARA et MORABITO, 2009, BAYKASOĞLU et ÖZBEL, 2021
		de ARAUJO-MACHADO et al., 2020, GRADIŠAR et al., 1997
		GRADIŠAR et TRKMAN, 2005, GRADIŠAR et al., 2018
	2D	TOMAT et GRADIŠAR, 2017, TRKMAN et GRADIŠAR, 2007
		YANG et al., 2006
		ANDRADE et al., 2014, ANDRADE et al., 2016
3D	3D	BIRGIN et al., 2020, BIRGIN et al., 2023
		ROTHE et al., 2017, VIEGAS et al., 2016

TABLEAU 3.1 – Modèles basés sur les patterns et sur les pièces

3.2.2 Fonctions objectif

Le Tableau 3.2 recense les différents types de fonction objectif utilisées dans les modèles de CSPUL. Nous avons observé une grande variété de fonctions objectif dans les modèles de

1D-CSPUL. La majorité des articles se concentre sur la minimisation de certaines fonctions (coûts, déchets, matières premières ou surface utilisée, nombre de coupes), tandis que seulement trois articles (COELHO et al., 2017, KARELAHTI et al., 2011, ROTHE et al., 2017) tentent de maximiser le profit et quatre articles tentent de maximiser la valeur des chutes. Parmi ces articles ANDRADE et al., 2014 et ANDRADE et al., 2016 proposent une formulation bi-niveau cherchant d’abord à minimiser le coût total des objets, puis à maximiser la valeur des chutes réutilisables. Des objectifs similaires ont été choisis par BIRGIN et al., 2020 et BIRGIN et al., 2023, mais dans un contexte multi-période.

Similairement au CSP, de nombreuses études ont proposé de minimiser les rebuts. À la différence du CSP, des conditions supplémentaires sont imposées au modèle pour considérer les chutes réutilisables. TOMAT et GRADIŠAR, 2017 minimisent les rebuts et la différence entre les chutes réutilisables produites et utilisées. GRADIŠAR et TRKMAN, 2005 et ABUABARA et MORABITO, 2009 minimisent la perte de découpe et se limitant à la génération d’une seule chute réutilisable. SINUANY-STERN et WEINER, 1994 maximisent la chute dans la dernière barre.

Les articles se concentrant sur la minimisation des coûts représentent le coût comme la valeur totale des objets nécessaires pour produire les commandes CUI et al., 2017 ; GRACIA et al., 2013, le coût des déchets, le coût de stockage et de manutention des matériaux KOCH et al., 2009, le coût des opérations de découpe et de stockage DO NASCIMENTO et al., 2020, et les coûts de transport BAYKASOĞLU et ÖZBEL, 2021.

D’autres objectifs peuvent inclure la minimisation du nombre d’objets ou de matières premières utilisées BRESSAN et al., 2023 ; de ARAUJO-MACHADO et al., 2020. CHERRI et al., 2009 cherchent à de minimiser le nombre de chutes réutilisables ; des chutes réutilisables plus grandes offrant toujours un meilleur potentiel de réutilisation.

Très peu de modèles d’optimisation multi-objectifs ont été proposés pour les CSPUL. GRADIŠAR et al., 1997 propose une approche lexicographique qui minimise le nombre de pièces non découpées, puis les déchets, définis comme la perte de coupe inférieure à un certain seuil. Dans GRADIŠAR et al., 2018, le nombre de chutes réutilisables est minimisé en premier, suivi par la perte de découpe.

SINUANY-STERN et WEINER, 1994 considèrent deux objectifs : minimiser la perte de découpe et maximiser la quantité de chutes réutilisables dans la (les) dernière(s) barre(s).

GARRAFFA et al., 2016 minimisent le nombre d’objets standards utilisés et maximisent la somme des longueurs de chutes au carré comme objectif secondaire. Les deux objectifs sont exprimés comme une seule expression mathématique. MAHER et al., 2019 minimisent les rebuts et les matériaux recyclés et maximisent l’utilisation des chutes d’acier. RAVELO et al., 2020 proposent plusieurs heuristiques pour minimiser les déchets et le stock final des chutes réutilisables.

Enfin, l’article de de ARAUJO-MACHADO et al., 2020 ne présente pas un modèle multi-objectifs mais analyse séparément trois objectifs différents : minimisation des chutes réutilisables,

minimisation des matières premières et minimisation de la longueur totale découpée de l'objet.

Les principales fonctions objectifs utilisées dans les modèles de 2D-CSPUL sont basées sur la minimisation des coûts (SILVA et al., 2014) ou de la surface totale utilisée CLAUTIAUX et al., 2019 ; DO NASCIMENTO et al., 2022 ; PARREÑO et ALVAREZ-VALDES, 2021. KARELAHTI et al., 2011 ont considéré la maximisation du profit. Le profit est calculé comme la différence entre le prix de vente des pièces et plusieurs autres coûts, y compris ceux des matières premières, des machines et des changement de lames de découpe. Dans SILVA et al., 2010, l'objectif principal est de minimiser le nombre de coupes. Des objectifs supplémentaires, tels que la longueur totale des coupes et la minimisation des déchets, sont également explorés.

Dans les problèmes 3D, le nombre de types de chutes réutilisables générées augmente rapidement lorsque le nombre de pièces augmente. Par conséquent, l'objectif choisi par VIEGAS et al., 2016 est de minimiser la croissance des chutes générées au fil du temps.

3.2.3 Modèles mono-période et multi-périodes

Le Tableau 3.3 décrit le nombre de période dans les modèles des publications sur le CSPUL. La plupart des modèles se concentrent sur des modèles *mono période*. Les modèles *mono période* peuvent être séparés en deux catégories, les modèles purement mono-période et les modèles mono-période dynamique.

- Les *modèles mono période purs* n'incluent pas de considération temporelle dans leur modélisation mathématique. Le CSPUL produit alors des pièces en les découpant à partir du stock actuel, qui contient à la fois des objets standards et des chutes réutilisables.
- Les *modèles dynamiques mono-période* résolvent de manière itérative plusieurs problèmes mono-période, chacun ayant ses propres demandes et stocks d'objets. Les chutes générées lors d'une période se retrouve dans le stock de matière première de la période suivante.

Les *modèles multi-périodes explicites* considèrent les demandes futures et permettent de découper et de stocker des pièces pendant plusieurs périodes avant leur date de livraison effective. ABUABARA et MORABITO, 2009 proposent une formulation programmation linéaire en nombres entiers mixtes (PLNE) pour un cas multi-périodes, résolue avec un solveur PLNE commercial. Des modèles multi-périodes plus complets incluent l'intégration du *lot-sizing problem* (LSP) et du CSP, comme dans DO NASCIMENTO et al., 2020. Contrairement à ABUABARA et MORABITO, 2009, le modèle de DO NASCIMENTO et al., 2020 considère les coûts de stockage pour les pièces et les chutes réutilisables. Dans tous les cas, la demande est supposée déterministe, sauf dans CHERRI et al., 2023 et DO NASCIMENTO et al., 2023, qui proposent des modèles d'optimisation stochastique en deux étapes pour résoudre un problème avec une incertitude de la demande dans le 1D-CSPUL et le 2D-CSPUL, respectivement. L'incertitude concernant les défauts dans les objets de production est introduite par ARBIB et al., 2023.

Parmi les modèles multi-périodes, TRKMAN et GRADIŠAR, 2007 souligne la pertinence de

Objectif(s)	Dimension	Références
Minimiser les déchets	1D	ABUABARA et MORABITO, 2009, ARENALES et al., 2015 BERTOLINI et al., 2024, CHERRI et al., 2009 GRADIŠAR et TRKMAN, 2005, KHAN et al., 2020 MELHEM et al., 2021, MORILLO-TORRES et al., 2021 SALLAUME et al., 2008, TOMAT et GRADIŠAR, 2017 TRKMAN et GRADIŠAR, 2007, YANG et al., 2006
Minimiser les coûts	2D 1D	SUMETTHAPIWAT et al., 2020 BAYKASOĞLU et ÖZBEL, 2021, Q. L. CHEN et al., 2015 CHERRI et al., 2023, CHU et ANTONIO, 1999 CUI et YANG, 2010, CUI et al., 2017 DO NASCIMENTO et al., 2020, GRACIA et al., 2013 KOCH et al., 2009, LI et al., 2022 SCHEITHAUER, 1991
Minimiser les matières premières	2D 1D	SILVA et al., 2014 ARBIB et al., 2023, BRESSAN et al., 2023
Minimiser la surface utilisée	2D	HUO et al., 2009 CLAUTIAUX et al., 2019, DO NASCIMENTO et al., 2022
Minimiser les chutes	1D	DO NASCIMENTO et al., 2023 PARREÑO et ALVAREZ-VALDES, 2021 CHERRI et al., 2013
Minimiser le nombre de coupes	2D	SILVA et al., 2010
Maximiser le profit	1D 2D 3D	COELHO et al., 2017 KARELAHTI et al., 2011 ROTHER et al., 2017
Maximiser la valeur des chutes réutilisables	2D	ANDRADE et al., 2014, ANDRADE et al., 2016
Minimiser la croissance des stocks de chutes réutilisables	3D	BIRGIN et al., 2020, BIRGIN et al., 2023 VIEGAS et al., 2016
Modèles multi-objectifs	1D 2D	de ARAUJO-MACHADO et al., 2020, GARRAFFA et al., 2016 GRADIŠAR et al., 1997, GRADIŠAR et al., 2018 MAHER et al., 2019, SINUANY-STERN et WEINER, 1994 RAVELO et al., 2020, ROODMAN, 1986 OLIVEIRA et al., 2016, ROBERTS, 1984

TABLEAU 3.2 – Fonctions objectifs des modèles de CSPUL

Période(s)	Dimension	Références
Modèles à période unique pure	1D	ARBIB et al., 2023, BERTOLINI et al., 2024 BRESSAN et al., 2023, CHERRI et al., 2009 CHU et ANTONIO, 1999, CUI et YANG, 2010, de ARAUJO-MACHADO et al., 2020, GARRAFFA et al., 2016, GRACIA et al., 2013, GRADIŠAR et al., 2018, GRADIŠAR et al., 1997, GRADIŠAR et TRKMAN, 2005, KHAN et al., 2020, KOCH et al., 2009, MAHER et al., 2019, MELHEM et al., 2021, MORILLO-TORRES et al., 2021, ROODMAN, 1986, SALLAUME et al., 2008, SCHEITHAUER, 1991, SINUANY-STERM et WEINER, 1994, YANG et al., 2006
	2D	ANDRADE et al., 2014, ANDRADE et al., 2016, Q. L. CHEN et al., 2015, CLAUTIAUX et al., 2019, DO NASCIMENTO et al., 2022, HUO et al., 2009, KARELAHTI et al., 2011, OLIVEIRA et al., 2016, PARREÑO et ALVAREZ-VALDES, 2021, ROBERTS, 1984, SILVA et al., 2010, SUMETTHAPIWAT et al., 2020
	3D	ROTHE et al., 2017
Modèles dynamiques à période unique	1D	ARENALES et al., 2015, BAYKASOĞLU et ÖZBEL, 2021, CHERRI et al., 2013, CHERRI et al., 2023, COELHO et al., 2017, CUI et al., 2017, RAVELO et al., 2020, TOMAT et GRADIŠAR, 2017
	3D	VIEGAS et al., 2016
Modèles multi-périodes	1D	ABUABARA et MORABITO, 2009, DO NASCIMENTO et al., 2020, HUO et al., 2009, TRKMAN et GRADIŠAR, 2007
	2D	BIRGIN et al., 2020, BIRGIN et al., 2023, LI et al., 2022, SILVA et al., 2014

TABLEAU 3.3 – Horizon temporel dans les modèles de CSPUL

passer de problèmes à période unique à des problèmes multi-périodes, ce qui implique la réintégration des chutes réutilisables d’une période à l’autre. Pour de tels problèmes, la demande est systématiquement considérée comme dynamique (dépendante du temps), et les décisions de planification de la production sont prises en compte, telles que le calendrier de production, les tailles de lots et les heures supplémentaires.

DO NASCIMENTO et al., 2020 vont dans cette direction en proposant un problème intégré de découpe dynamique et de dimensionnement de lots (LSP) avec chutes réutilisables. Cela permet de stocker les pièces et de les livrer plus tard pour répondre aux demandes futures. Ils considèrent également le stockage de chutes réutilisables qui seront découpés dans le futur. Une caractéristique spécifique de ce modèle est la distinction entre les coûts de stockage des objets standards et ceux des chutes réutilisables.

Dans deux études différentes sur le 2D-CSPUL, BIRGIN et al., 2023 et SILVA et al., 2014 ont considéré les coûts de stockage et coûts de réglages respectivement.

3.2.4 Type de découpe

Dans le 1D-CSP, les matériaux sont découpés suivant une seule direction, généralement de façon orthogonale par rapport à la longueur de la pièce initiale. Une exception notable est celle explorée par GARRAFFA et al., 2016, qui examine les cas de découpe en menuiserie incluant des coupes en biseau. Ces coupes, à la fois orthogonales et obliques, rendent la taille des chutes dépendante de la séquence et de la direction de découpe, comme illustré à la Figure 3.2. Ces orientations de découpe complexifient le processus de minimisation des déchets, car une mauvaise séquence de découpe des pièces peut augmenter la quantité de déchets nécessitant ainsi d’avoir un ordre des pièces optimisés dans les patterns.



FIGURE 3.2 – Exemple de l’influence de la position des pièces avec des découpes en biseau

Dans le contexte du 2D-CSPUL, une stratégie consiste à appliquer des découpes guillotine en amont de la découpe des pièces pour extraire des chutes de longueurs et/ou largeur spécifique. Cette notion, connue sous le nom de pré-chutes guillotine, a été introduite par ANDRADE et al., 2014. La Figure 3.3 présente une illustration des ces pré-chutes guillotine.

Le Tableau 3.4 résume les types de découpe utilisés dans chaque article de 2D-CSPUL ou

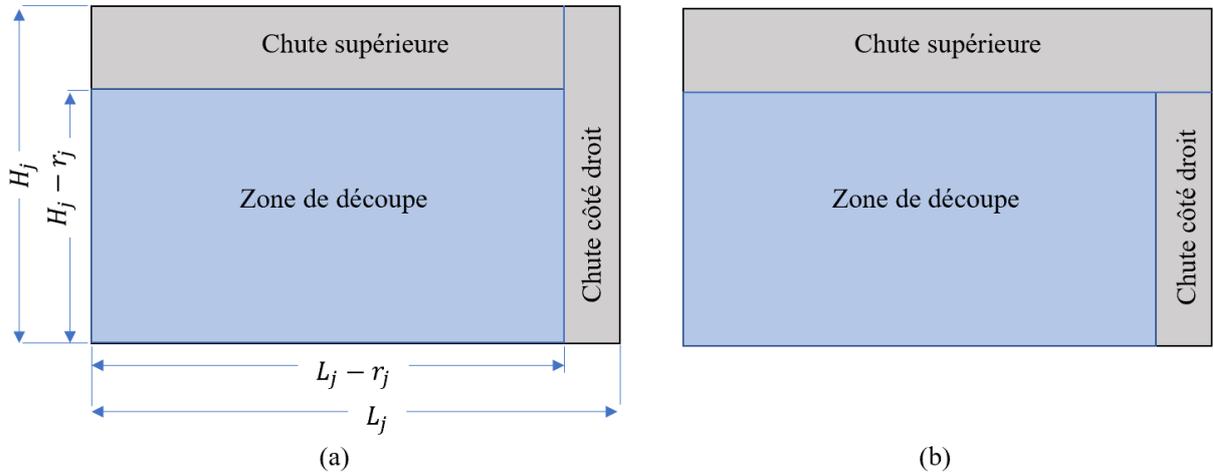


FIGURE 3.3 – Exemple de pré-chutes guillotine

3D-CSPUL. On observe que tous les modèles 2D-CSPUL basés sur les patterns adoptent principalement des découpes guillotine, tandis que ceux basés sur les pièces préfèrent les découpes non guillotine, adaptées aux problématiques nécessitant plus de flexibilité.

Les découpes guillotine facilitent la prédéfinition des patterns et le calcul optimal de la disposition des pièces dans le matériau. La découpe en lignes droites simplifie la modélisation et permet des calculs d'optimisation plus rapides, car chaque découpe est linéaire et ne nécessite pas de configurations complexes, contrairement aux découpes obliques ou courbes. En revanche, les découpes non guillotine permettent de s'adapter à des configurations de pièces plus complexes ou irrégulières, ce qui est souvent requis dans les modèles basés sur les pièces pour optimiser l'utilisation du matériau.

Type de découpe	Dimension	Références
Non-guillotine	2D	ANDRADE et al., 2014, BIRGIN et al., 2020, BIRGIN et al., 2023, ROBERTS, 1984
	3D	ROTHE et al., 2017
Guillotine	2D	ANDRADE et al., 2016, Q. L. CHEN et al., 2015, CLAUTIAUX et al., 2019, DO NASCIMENTO et al., 2022, DO NASCIMENTO et al., 2023, HUO et al., 2009, KARELAHTI et al., 2011, LI et al., 2022, OLIVEIRA et al., 2016, PARREÑO et ALVAREZ-VALDES, 2021, SILVA et al., 2010, SILVA et al., 2014, SUMETTHAPIWAT et al., 2020
	3D	VIEGAS et al., 2016

TABLEAU 3.4 – Type de découpes dans les articles de 2D-CSPUL et 3D-CSPUL

3.3 Méthodes de résolution

Dans cette section, nous passons en revue les méthodes de résolution utilisées dans la littérature pour résoudre le CSPUL. Ces approches sont classées en deux catégories, les méthodes exactes (Section 3.3.1) et les méthodes heuristiques (Section 3.3.2).

3.3.1 Méthodes exactes

Bien que le CSPUL soit NP-difficile, des instances de taille modérée peuvent être résolues de manière optimale en un temps raisonnable. Similairement au CSP, les solveurs de programmation mathématique et la génération de colonnes sont les méthodes les plus populaires. La génération de colonnes a été utilisée pour résoudre plusieurs variantes du 1D-CSPUL. La plupart de ces études ont étendu les approches pionnières de génération de colonnes de GILMORE et GOMORY, 1961 et GILMORE et GOMORY, 1963 pour gérer les chutes. Une exception est l’algorithme de programmation dynamique proposé par ARBIB et al., 2023 pour un 1D-CSPUL où les objets peuvent présenter des zones de défauts non utilisables. Le Tableau 3.5 présente les publications dans lesquelles des méthodes exactes ont été utilisées pour résoudre le CSPUL.

Méthode de résolution	Dimension	References
Solveur (programmation mathématique)	1D	ABUABARA et MORABITO, 2009, ARBIB et al., 2023, ARENALES et al., 2015, de ARAUJO-MACHADO et al., 2020, GARRAFFA et al., 2016, KHAN et al., 2020, KOCH et al., 2009, MELHEM et al., 2021, MORILLO-TORRES et al., 2021, SALLAUME et al., 2008, SINUANY-STERN et WEINER, 1994, TRKMAN et GRADIŠAR, 2007,
	2D	ANDRADE et al., 2014, ANDRADE et al., 2016, BIRGIN et al., 2020, DO NASCIMENTO et al., 2022, KARELAHTI et al., 2011, PARREÑO et ALVAREZ-VALDES, 2021, SILVA et al., 2010, SILVA et al., 2014
	3D	ROTHE et al., 2017
Génération de colonne	1D	CHERRI et al., 2023, MAHER et al., 2019, MELHEM et al., 2021, SCHEITHAUER, 1991,

TABLEAU 3.5 – Méthodes de résolution exacte pour le CSPUL

Seuls des solveurs MILP commerciaux ont été utilisés pour résoudre les modèles de programmation linéaire proposées. Le solveur le plus couramment utilisé est CPLEX, combiné avec le langage C/C++ ou des outils de modélisation tels que GAMS. Le 1D-CSPUL et la plupart des 2D-CSPUL sont modélisés directement en tant que MILP (par exemple ABUABARA et MORABITO, 2009 ; SILVA et al., 2010). Quelques modèles de 2D-CSPUL ont d’abord été formulés en tant que modèles non linéaires, qui ont été linéarisés et résolus avec un solveur MILP (par exemple, DO NASCIMENTO et al., 2022). Étant donné que la méthode *branch-and-cut* des

solveurs MILP fournit des solutions en améliorant progressivement les solutions heuristiques initiales jusqu'à atteindre une solution optimale (si possible dans le délai imparti), certains auteurs comme PARREÑO et ALVAREZ-VALDES, 2021 l'utilisent comme méthode exacte pour de petites instances, où une solution optimale est souvent atteinte. Pour les grandes instances, cette méthode devient une heuristique performante : elle fournit rapidement une solution de bonne qualité en s'arrêtant avant l'optimum, compte tenu de la complexité accrue des instances volumineuses ROTHE et al., 2017 présentent des solutions optimales obtenues à l'aide d'un solveur pour de petites instances du 3D-CSPUL.

Récemment, CHERRI et al., 2023 ont proposé une approche de génération de colonnes pour résoudre un modèle stochastique à deux étapes avec recours. Dans cette étude, les scénarios représentent différents profils de demande, et les sous-problèmes résultants sont des problèmes de sac à dos.

3.3.2 Méthodes heuristiques

Cette section passe en revue les algorithmes heuristiques utilisés pour résoudre le CSPUL. Les méthodes heuristiques sont classées en six catégories : heuristiques simples et de recherche locale, heuristiques basées sur la programmation linéaire (PL), heuristiques ad hoc, heuristiques basées sur des sous-ensembles de pièces et de patterns, métaheuristiques, heuristiques basées sur la génération de colonnes. Le Tableau 3.6 résume les références pertinentes.

i) Heuristiques simples et recherche locale

CHERRI et al., 2009 adaptent au 1D-CSPUL des heuristiques de découpe bien connues (*First-fit decreasing*, *withdrawal*, algorithme glouton, etc.). Dans CHERRI et al., 2013, ces heuristiques sont adaptées au cas où les chutes en stock doivent être utilisées en priorité pendant le processus de découpe. BRESSAN et al., 2023 proposent deux heuristiques de recherche locale. La première consiste à sélectionner une pièce à découper en deux éléments plus petits, en privilégiant ceux qui minimisent la taille de la chute générée. La deuxième supprime une pièce, puis remplit l'espace restant sur la barre avec des pièces plus grandes, en cas d'espace disponible, ou avec des pièces plus petites si nécessaire. DO NASCIMENTO et al., 2022 présentent un nouveau modèle de 2D-CSPUL qui inclut des bandes et des macro-pièces c'est à dire un assortiment de pièces rassembler en une seule plus grosse. Ils proposent une heuristique itérative dont la stratégie est de permettre la génération d'un seul nouveau pattern de découpe à chaque itération. Q. L. CHEN et al., 2015 combinent une technique récursive avec *beam search*. L'approche génère d'abord des bandes homogènes, les combine pour former des segments normaux, puis utilise la *beam search* pour créer des modèles de découpe optimisés. Le processus se répète jusqu'à ce que toutes les demandes soient satisfaites, en minimisant les pertes et en maximisant l'utilisation des chutes.

Méthodes de résolution	Dimension	Référence
Heuristiques simples et recherche locale	1D	BRESSAN et al., 2023, CHERRI et al., 2009, CHERRI et al., 2013
	2D	Q. L. CHEN et al., 2015, DO NASCIMENTO et al., 2022
	3D	VIEGAS et al., 2016
Heuristiques basées sur la programmation linéaire	1D	CHERRI et al., 2009, COELHO et al., 2017, CUI et YANG, 2010, CUI et al., 2017, DO NASCIMENTO et al., 2020, KHAN et al., 2020, SINUANY-STERN et WEINER, 1994
	2D	BIRGIN et al., 2023
Heuristiques ad hoc	1D	CHU et ANTONIO, 1999, GRADIŠAR et al., 1997, GRADIŠAR et al., 2018, HUO et al., 2009, TOMAT et GRADIŠAR, 2017
	2D	HUO et al., 2009, LI et al., 2022, ROBERTS, 1984, SILVA et al., 2014
Sous-ensembles de pièces ou de patterns	1D	GARRAFFA et al., 2016, GRADIŠAR et TRKMAN, 2005, SALLAUME et al., 2008
	1D	BERTOLINI et al., 2024, BAYKASOĞLU et ÖZBEL, 2021, GRACIA et al., 2013, RAVELO et al., 2020, YANG et al., 2006
Métaheuristiques	2D	OLIVEIRA et al., 2016
	1D	ARENALES et al., 2015
Heuristiques basées sur la génération de colonnes	2D	CLAUTIAUX et al., 2019, SUMETTHAPIWAT et al., 2020

TABLEAU 3.6 – Méthodes de résolution heuristique pour le CSPUL

Les heuristiques *first-fit decreasing* et *best-fit decreasing* ont été proposées par VIEGAS et al., 2016 pour un problème de 3D-CSPUL. Une fonction d'ajustement permet d'améliorer l'approche *best-fit-decreasing*. En conséquence, la croissance des stocks est significativement réduite (-52 %) tandis que le poids (kg) moyen des stocks est augmenté de 17 %.

ii) Heuristiques basées sur la programmation linéaire (PL)

De nombreux auteurs proposent des heuristiques basées sur la relaxation linéaire du CSPUL. Ils utilisent des *heuristiques résiduelles* ou des procédures d'arrondi pour trouver des solutions entières à partir de la solution de la relaxation linéaire. CHERRI et al., 2009 utilisent la génération de colonnes pour résoudre le problème relaxé puis utilisent plusieurs heuristiques résiduelles (voir POLDI et ARENALES, 2009 pour plus de détails sur les heuristiques résiduelles pour le 1D-CSP). COELHO et al., 2017 résolvent d'abord une relaxation linéaire avec CPLEX, puis proposent deux heuristiques résiduelles. KHAN et al., 2020 proposent également une procédure de post-optimisation reposant sur une technique d'arrondi. Dans CUI et al., 2017, la génération de colonnes et la programmation dynamique sont utilisées pour résoudre une relaxation linéaire du problème original. Cela aboutit à des solutions où la solution optimale contient des fractions de patterns. Par conséquent, les auteurs utilisent une heuristique d'arrondi. Le processus se répète jusqu'à obtenir une solution réalisable.

La méthode *relax-and-fix* est un autre exemple d'heuristiques basées sur la programmation linéaire. DO NASCIMENTO et al., 2020 résolvent la relaxation linéaire du 1D-CSPUL en utilisant la génération de colonnes, puis utilisent une procédure *relax-and-fix* pour obtenir des solutions entières. CUI et YANG, 2010 proposent une procédure en deux phases. Premièrement, une procédure PL (sac à dos non borné puis arrondi à l'entier inférieur le plus proche) satisfait la majorité de la demande de pièces. Ensuite, une heuristique séquentielle satisfait la partie restante de la demande. La procédure PL utilisée est une extension de celle de SCHEITHAUER, 1991. SINUANY-STERN et WEINER, 1994 proposent une approche heuristique basée sur la PL pour les grandes instances, en décomposant l'ensemble des instances en plus petites instances indépendantes. BIRGIN et al., 2023 proposent une approche dite *look-ahead* qui permet d'anticiper les effets futurs des décisions prises à chaque période. Contrairement à une approche myope qui minimise uniquement le coût immédiat, cette méthode prend en compte l'utilisation potentielle des chutes réutilisables pour des périodes futures. Cette approche est une extension pour le 2D-CSPUL non guillotine multi-périodes introduit dans BIRGIN et al., 2020. Les sous-problèmes à période unique sont résolus séquentiellement en utilisant un solveur de programmation linéaire. Contrairement à l'approche myope, la méthode considère l'impact des décisions prises en amont dans les étapes futures du système.

iii) Heuristiques ad hoc

CHU et ANTONIO, 1999 proposent une heuristique basée sur une approche de programmation dynamique. Ils résolvent 12 des 20 petites instances de test de manière optimale, avec un gap moyen de 0.19 %. Pour les instances plus grandes, leur algorithme améliore la solution réelle de 8 % en moyenne. HUO et al., 2009 proposent une heuristique efficace pour résoudre le problème de découpe de stock unidimensionnel et bidimensionnel avec contrainte de temps. Cette approche, appelée MHA (Mixed Heuristic Algorithm), combine plusieurs techniques, une heuristique, un lemme d'élimination des patterns dominés et une gestion de la dimension temporelle. TOMAT et GRADIŠAR, 2017 minimisent les déchets et la différence entre la quantité de chutes réutilisables produites et utilisées. Les auteurs discutent d'un compromis lié au seuil t utilisé pour considérer les chutes comme réutilisables. De faibles valeurs de t entraînent de grandes quantités de petites chutes réutilisables, tandis que des valeurs trop élevées de t entraînent de grandes pertes de découpe. Le paramètre t est optimisé en utilisant une heuristique itérative. GRADIŠAR et al., 1997 étudient un problème de découpe unidimensionnelle formulé comme un problème multicritère de sac à dos multidimensionnel avec des contraintes additionnelles. Les auteurs proposent une heuristique séquentielle consistant à résoudre une série de problèmes de sac à dos. Cet algorithme obtient des résultats quasi-optimaux sur un ensemble de 200 instances avec 50 objets et 1000 commandes. Ce travail a donné naissance au programme informatique COLA, qui a été ensuite amélioré et généralisé dans l'algorithme CUT GRADIŠAR et al., 1999. Dans GRADIŠAR et al., 2018, un nouveau programme baptisé S-CUT est utilisée pour résoudre des problèmes de découpe de grandes commandes qui, pour des raisons technologiques ou logistiques, ne peuvent pas être traitées en une seule opération. Le logiciel divise ces grandes commandes en sous-commandes plus petites, qui seront traitées indépendamment. Le solveur CPLEX est utilisé pour résoudre de manière optimale les petites sous-commandes et l'application LCUT est utilisée pour les longueurs de commande plus grandes. Enfin, LI et al., 2022 proposent un algorithme avec une *sequential leftovers utilization correction* qui privilégie l'utilisation des chutes avant de satisfaire la demande restante en générant de nouveaux patterns.

iv) Heuristiques considérant des sous-ensembles de pièces et de patterns

Les algorithmes de SALLAUME et al., 2008 et GARRAFFA et al., 2016 sont tous deux basés sur la réduction du nombre potentiellement énorme de patterns, avant d'utiliser un solveur MILP sur un ensemble restreint de patterns. SALLAUME et al., 2008 utilisent d'abord des heuristiques simples pour générer une borne supérieure de la solution optimale, ce qui permet d'extraire une petite fraction des patterns possibles. Étant donné que la quantité de déchets générée dépend de la séquence de découpe, le problème peut être modélisé comme une variation du problème du voyageur de commerce multiple (multi-TSP).

Dans GRADIŠAR et TRKMAN, 2005, la solution obtenue avec l'algorithme CUT est améliorée

en exécutant un algorithme de branch-and-bound sur un sous-problème défini par un sous-ensemble d'objets standards et de pièces. La définition du sous-problème est légèrement différente selon qu'on se trouve dans une situation de surplus ou de pénurie de matériaux.

v) Métaheuristiques

Dans YANG et al., 2006, les commandes s_i , $i = 1..n$ (chaque commande contient des pièces de longueur l_i) sont découpées dans une séquence donnée $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$. Les auteurs utilisent ensuite une recherche Tabou avec une structure de voisinage simple consistant à déplacer une commande de sa position d'origine à une autre position dans la séquence de découpe. GRACIA et al., 2013 proposent un algorithme séquentiel qui génère d'abord un ensemble de patterns de découpe en utilisant un algorithme génétique. Ensuite, le 1D-CSPUL est résolu avec les patterns générés précédemment et l'utilisation d'un autre algorithme génétique. Enfin, quatre algorithmes sont utilisés pour améliorer les solutions obtenues à l'étape précédente.

RAVELO et al., 2020 obtiennent une solution initiale avec une heuristique *first fit*. Ensuite, ils comparent deux métaheuristiques pour un problème bi-objectif : une procédure GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure) avec quatre mouvements différents d'une solution à une nouvelle, et un algorithme évolutionnaire. L'algorithme évolutionnaire donne de meilleurs résultats pour les instances à période unique tandis que le GRASP donne de meilleurs résultats pour les instances multi-périodes. BAYKASOĞLU et ÖZBEL, 2021 proposent des approches de *stochastic diffusion search* dans l'industrie de la découpe du marbre. Le problème considère deux caractéristiques originales : les clients peuvent être surclassés, c'est-à-dire que des produits de meilleure qualité peuvent être proposés pour le même prix ; et deux blocs de marbre peuvent être découpés ensemble s'ils ont une hauteur similaire.

Pour le 2D-CSPUL, OLIVEIRA et al., 2016 propose un algorithme hybride de GRASP et de recherche Tabou.

vi) Heuristiques basées sur la génération de colonnes

ROODMAN, 1986 génèrent une solution initiale (potentiellement non-réalisable) en utilisant une adaptation de l'algorithme de génération de colonnes proposé par GILMORE et GOMORY, 1961. Ensuite, la réalisabilité est recherchée de manière heuristique, et la solution est améliorée en modifiant les patterns. CLAUTIAUX et al., 2019 proposent plusieurs variantes d'heuristiques évolutionnaires et de *diving* SADYKOV et al., 2019 basées sur une reformulation de Dantzig-Wolfe résolue par génération de colonnes. Ces heuristiques travaillent avec des patterns de découpe non adéquats, c'est-à-dire des patterns qui ne peuvent pas participer à une solution entière réalisable du problème. SUMETTHAPIWAT et al., 2020 utilisent la génération de colonnes pour résoudre la version relaxée du CSP bidimensionnel original avec des chutes réutilisables de taille fixe. Le sous-problème est un problème de sac à dos en deux étapes. Deux procédures d'arrondi sont

D'autres difficultés émergent avec les logiciels de découpe. Ceux-ci ne sont pas obligatoirement programmés pour accepter des objets aux dimensions non standards. Les chutes non rectangulaires doivent alors être redécoupées en rectangles pour être prises en compte par le système d'information, générant des déchets supplémentaires. Pour tirer le meilleur parti des chutes, une entreprise manufacturière doit disposer d'un système d'information efficace qui fournit une vue d'ensemble précise de tous les objets pouvant être utilisés comme matière première. De plus, l'entreprise doit avoir une bonne prévision des prochaines commandes de production, ou au moins une connaissance du potentiel d'utilisation de chaque type de chute pour éviter de stocker des chutes inutiles.

3.4.1 Secteur d'activités

Le CSPUL est utilisé dans de nombreuses applications industrielles telles que la découpe de produits organiques (bois, cuir, papier), de métaux (acier, cuivre, aluminium, titane), de fibres et matériaux composites, de céramique, etc. Une partie de la littérature est donc naturellement basée sur des applications spécifiques, ou du moins inspirée par un contexte industriel. Le but de cette section est d'identifier et de discuter la littérature relative aux applications réelles listées dans le Tableau 3.7.

Dimension	Industrie	Référence
1D	Vêtements	GRADIŠAR et al., 1997
	Marbre	BAYKASOĞLU et ÖZBEL, 2021
	Métal	ABUABARA et MORABITO, 2009, BERTOLINI et al., 2024, CHU et ANTONIO, 1999, de ARAUJO-MACHADO et al., 2020, GRACIA et al., 2013, MORILLO-TORRES et al., 2021, SINUANY-STERN et WEINER, 1994
	Papier	KHAN et al., 2020
	Bobines d'acier au silicium	LI et al., 2022
	Bois	KOCH et al., 2009
2D	Meubles	OLIVEIRA et al., 2016, ROBERTS, 1984
	Verre	PARREÑO et ALVAREZ-VALDES, 2021
	Métal	KARELAHTI et al., 2011, LI et al., 2022
	Circuits imprimés	SUMETTHAPIWAT et al., 2020
	Bois	SILVA et al., 2010
3D	Acier	VIEGAS et al., 2016

TABLEAU 3.7 – Applications du CSPUL dans l'industrie

i) Applications du 1D-CSPUL

Le principal domaine d'application du CSPUL unidimensionnel est la découpe de barres et de tubes métalliques. Des tubes carrés, ronds et triangulaires sont découpés dans CHU et

ANTONIO, 1999 tandis que des poutres métalliques structurelles sont découpées par une entreprise de métallurgie locale dans le cas de GRACIA et al., 2013. Dans ABUABARA et MORABITO, 2009, les tubes métalliques sont utilisés pour fabriquer des avions légers à usage agricole. Dans de ARAUJO-MACHADO et al., 2020, les profilés en aluminium sont des composants intermédiaires utilisés dans la production de portes et fenêtres. Les instances de CSPUL correspondant à ces applications réelles peuvent être de tailles différentes de celles de la littérature, mais elles restent très difficiles à résoudre. Dans ABUABARA et MORABITO, 2009, le nombre total de pièces demandées varie de 7 à 120, le nombre maximum de types de pièces est de 34 et le nombre maximum de types d’objets est de 16. Les auteurs soulignent que ces instances sont relativement petites par rapport à d’autres industries. Néanmoins, ces instances peuvent nécessiter entre quelques secondes et plus d’une heure de temps de résolution.

L’industrie du papier est une application traditionnelle du problème de découpe. Cependant, nous n’avons trouvé qu’une seule référence de CSPUL KHAN et al., 2020 dans ce domaine. GRADIŠAR et al., 1997 étudient un CSPUL dans l’industrie du textile. Les pièces de vêtements sont regroupées en formes de patterns rectangulaires dont la largeur est identique à la largeur du rouleau de tissu. Retombant ainsi sur un problème à une dimension. Comme dans l’industrie du papier, l’objectif est de minimiser les pertes de coupe.

L’article de KOCH et al., 2009 décrit un problème de découpe pour une entreprise produisant du bois lamellé-collé. La taille standard des objets est de 24 mètres, tandis que la demande des clients varie de 3 à 12 mètres. Par conséquent, les chutes peuvent être stockées pour une utilisation ultérieure. Enfin, BAYKASOĞLU et ÖZBEL, 2021 proposent une application dans l’industrie du marbre, avec la sélection des blocs de marbre et la séquence de découpe des plaques de marbre.

Ces exemples montrent la grande variété d’applications industrielles du 1D-CSPUL. Nous avons aussi identifié à travers des collaborations avec plusieurs entreprises, d’autres applications non publiées dans les domaines de l’industrie des transports (aéronautique, navale, automobile), de la menuiserie et de l’ébénisterie, de l’emballage en aluminium pour les canettes ou les produits en aérosol, des travaux textiles et en cuir, des câbles électriques et de communication.

Notez que plusieurs articles présentant de nombreuses similitudes avec le 1D-CSPUL n’ont pas été pris en compte dans cet état de l’art. Par exemple, dans le problème de découpe avec *skiving*, introduit par JOHNSON et al., 1997, plusieurs objets sont assemblés pour former des objets plus grands. Le *skiving* peut être considéré comme un moyen d’optimiser l’utilisation des chutes. Des exemples de CSP avec *skiving* peuvent être trouvés dans l’industrie du papier et du film plastique Y. CHEN et al., 2019, l’industrie sidérurgique TANIR et al., 2019, et la production des ceintures de sécurité ARBIB et al., 2002.

ii) Applications du 2D-CSPUL

L'article préliminaire de ROBERTS, 1984 aborde un problème de découpe dans la fabrication de meubles, et plus particulièrement de plans de travail. L'étude considère des plans de travail rectangulaires et en forme de L. Le modèle mathématique inclut une *contrainte de perte de coupe* qui anticipe la quantité de matière première restante après avoir retiré les plans de travail. Dans OLIVEIRA et al., 2016, l'industrie cible est un cluster d'entreprises de meubles dans le nord du Portugal. Cependant, les auteurs n'ont pas obtenu de données réelles et ont généré des instances. Le challenge ROADEF/EURO 2018 (ROADEF/EURO, 2018) a abordé un problème de découpe guillotine dans l'industrie du verre. PARREÑO et ALVAREZ-VALDES, 2021 ont proposé une méthode en trois étapes pour ce problème. Leur fonction objectif maximise la largeur réellement utilisée dans le dernier contenant, c'est-à-dire la chute.

Dans l'industrie sidérurgique, KARELAHTI et al., 2011 étudient un problème de découpe qui implique la transformation de bobines *mères* en plus petites bobines répondant à des spécifications de largeur et de longueur. Ce processus suit une séquence en deux étapes : une première coupe qui couvre toute la largeur de la bobine mère, et une seconde coupe effectuée parallèlement à un côté de celle-ci. Cette configuration permet de positionner des bobines de longueurs variables sur des bobines mères également variables. SUMETTHAPIWAT et al., 2020 étudient un problème de découpe dans une entreprise fabriquant des circuits imprimés. Les chutes ont une taille fixe correspondant à la taille de la carte. LI et al., 2022 ont montré que leur algorithme était capable de réduire le coût total dans une industrie de bobines en acier au silicium de près de 14 %.

Nous avons connaissance d'autres applications non publiées du CSPUL dans le domaine des fibres de carbone, du titane et des matériaux composites. Ces matériaux sont coûteux et leur recyclage pose encore de nombreux défis technologiques. C'est pourquoi ils se prêtent naturellement au CSPUL.

iii) Applications du 3D-CSPUL

VIEGAS et al., 2016 étudient la découpe quotidienne de *blocs d'acier* sur mesure commandés par les clients. Les demandes doivent d'abord être attribuées aux blocs d'acier en stock. Ensuite, des heuristiques de découpe 3D sont appliquées. L'objectif est de minimiser les coûts liés au stock d'acier. En raison du coût de l'acier, les blocs réutilisables sont stockés. Une préoccupation majeure est d'éviter la croissance des stocks.

En résumé de cette section, nous observons que la découpe de métal représente le principal domaine d'application du CSPUL, mais l'état de l'art couvre également une grande variété de domaines et d'applications spécifiques. Cependant, les chutes peuvent ne pas être générées si le matériau se détériore après la première découpe (rouille, choc) ou si la machine de découpe ne peut traiter que des objets de taille standard.

La majeure partie de la littérature étudie encore des problèmes génériques. Cependant, la plupart des articles basés sur des études de cas réels ont été publiés ces dernières années. Cela suggère que le CSPUL est maintenant suffisamment mature pour être appliqué dans l’industrie.

3.5 Discussion

La prise en compte des chutes réutilisables dans l’optimisation de la découpe a rendu les processus industriels plus complexes. La littérature soulève de nombreuses questions pratiques liées à la gestion des chutes : Qu’est-ce qui distingue une chute réutilisable d’une perte de coupe ? ou Comment caractériser une chute réutilisable ? Quelle est la valeur d’une chute réutilisable ? Comment gérer le stock de chutes réutilisables ? En plus des modèles proposés dans la littérature qui tentent de trouver des compromis entre la valeur de génération et de stockage des chutes réutilisables et leurs coûts encourus, il est essentiel de discuter de la manière dont ces valeurs et ces coûts sont estimés. Cette section vise à répondre à toutes ces questions.

3.5.1 Définition des chutes réutilisables dans la littérature

Une chute est généralement considérée comme réutilisable si elle est *assez grande* pour découper de nouvelles pièces à partir de celle-ci. Une question récurrente dans la littérature est de savoir quels critères permettant de déterminer si une chute est suffisamment grande. Le critère le plus simple dans le 1D-CSPUL est de définir un *seuil de réemploi* : une chute est considérée comme réutilisable si sa longueur est au moins égale au seuil donné. Ce seuil est souvent spécifique à l’entreprise en question. Il peut être défini comme la taille du plus petit article produit par l’entreprise GRADIŠAR et TRKMAN, 2005, ou d’un seuil variable basé sur les plus petites longueurs des ordres de fabrication à venir MELHEM et al., 2021. Comme le soulignent CHERRI et al., 2009, les seuils basés sur la taille du plus petit article sont insatisfaisants si celui-ci a une forme atypique ou est produit peu fréquemment.

Le seuil peut également être fixé à la longueur de la pièce la plus longue afin d’éviter l’accumulation excessive de stock GRADIŠAR et al., 1997, ou à une valeur fixe correspondant à une taille standard ou à une configuration de machine. Par exemple, de ARAUJO-MACHADO et al., 2020 ont utilisé un seuil de réemploi de 500 mm. TOMAT et GRADIŠAR, 2017 ont proposé un algorithme heuristique qui détermine dynamiquement le seuil de réemploi en fonction du niveau de stock et de la capacité de stockage.

La gestion des seuils dans le 2D-CSPUL est considérablement plus complexe car les deux dimensions doivent être prises en compte. Diverses conditions peuvent être imposées pour déterminer si une chute est considérée comme réutilisable. Ce qui suit est une tentative de classification de ces conditions.

Plus grand que certaines pièces : Dans de nombreuses études, les chutes sont réutilisable si elles sont suffisamment grandes dans les deux dimensions, c'est-à-dire qu'elles permettent la production d'au moins un article. SILVA et al., 2010 considèrent une chute comme réutilisable si sa longueur et sa largeur étaient supérieures à celles de certaines pièces à produire. Toutes les chutes se voient attribuer des valeurs : Zéro s'il est impossible de positionner un article ; sinon, la valeur est égale à la surface. Les chutes avec des valeurs supérieures à un seuil prédéfini sont autorisées. ANDRADE et al., 2016 considèrent un seuil similaire, basé sur la quantité de perte de coupe.

Chutes pré-découpées : Le pré-découpage des chutes réutilisables a été adopté dans plusieurs études. Cela est le cas dans ANDRADE et al., 2014, BIRGIN et al., 2020, et BIRGIN et al., 2023, où deux chutes réutilisables sont obtenues grâce à des pré-découpes guillotine avant de commencer le processus de découpe des pièces dans la zone restante de l'objet (voir Figure 3.3).

Dimensions du plus petit article : SUMETTHAPIWAT et al., 2020 considèrent que toutes les chutes doivent avoir les mêmes dimensions que le type d'article de plus petite hauteur. Cette politique évite la création de plus de déchets lors de l'utilisation des chutes et génère également moins de tailles de chutes. Elle est donc plus adaptée pour résoudre de grandes instances dans un délai acceptable.

Probabilité d'utilisation future : DO NASCIMENTO et al., 2022 proposent une approche au cas par cas pour évaluer les chutes, dans laquelle les dimensions réelles des chutes sont basées sur les commandes passées. Les chutes sont générées uniquement si elles sont susceptibles d'être utilisées à l'avenir.

3.5.2 Gestion du nombre de chutes

Un des principaux risques identifiés dans le CSPUL est la prolifération des chutes. Pour prévenir ce risque, certaines industries envisagent de limiter le nombre de chutes stockées ou de prioriser l'utilisation des chutes par rapport à l'utilisation de nouveaux objets standards. Selon CHERRI et al., 2013, l'utilisation des chutes est préférée à l'utilisation de nouvelles barres. Cette politique est un moyen efficace de limiter le stock de chutes mais peut ajouter de la manutention excessive dans certains cas (demande tenant sur un seul objet standard plutôt que la chute + un objet standard qui va lui-même régénérer une chute) CHU et ANTONIO, 1999 utilisent des pénalités associées aux chutes pour décourager leur prolifération.

Il est possible de produire plusieurs chutes à partir d'une seule découpe si ces chutes ont une grande valeur d'utilisation. Cependant, une règle empirique courante est de créer le moins de chutes possible car moins de chutes signifient moins d'effort de découpe et de manutention des matériaux. Cela signifie également des chutes plus grandes avec un potentiel d'utilisation plus élevé. Une approche originale a été adoptée par GARRAFFA et al., 2016, qui maximisent la

somme des carrés des chutes pour favoriser les solutions avec les plus longues chutes.

GRADIŠAR et al., 1997 limitent à une le nombre de chutes générées à partir d'un objet standard. Dans ANDRADE et al., 2016; Q. L. CHEN et al., 2015; CLAUTIAUX et al., 2019; PARREÑO et ALVAREZ-VALDES, 2021; SILVA et al., 2010, 2014, une seule chute peut être produite lors de la découpe du dernier article d'un lot de production ou à la fin d'un rouleau. Cette chute peut se trouver soit sur le dessus, soit sur le côté droit de l'objet. Les deux cas sont évalués, et la meilleure chute était retenue. Dans d'autres articles ANDRADE et al., 2014; Q. L. CHEN et al., 2015; PARREÑO et ALVAREZ-VALDES, 2021, une seule dimension (hauteur ou largeur) est vérifiée, car les autres dimensions étaient garanties suffisamment grandes.

3.6 Conclusions et perspectives de recherche

Ce chapitre met en évidence l'intérêt croissant des chercheurs en recherche opérationnelle pour le CSPUL. Les modèles mathématiques proposées et les méthodes de résolution s'inspirent largement de ceux employés pour résoudre le CSP."

La recherche sur le 1D-CSPUL et le 2D-CSPUL, en particulier avec des découpes guillotine, demeure très active. La littérature est largement dominée par des modèles basés sur les patterns, dont la fonction objectif vise à minimiser le coût ou la quantité de chutes générées. Les méthodes de résolution reposent majoritairement sur des heuristiques classiques, souvent combinées à des solveurs de programmation linéaire ou à de la génération de colonnes.

Plusieurs extensions naturelles des modèles classiques n'ont pas encore été pleinement explorées. À notre connaissance, seules les études de CHERRI et al., 2023 et DO NASCIMENTO et al., 2023, où la demande future est modélisée de façon stochastique, ainsi que celle de ARBIB et al., 2023, qui prend en compte l'incertitude liée aux défauts des objets, ont introduit l'*incertitude* dans le 1D-CSPUL. Considérer l'incertitude d'autres paramètres, tels que le rendement ou la disponibilité des matériaux, serait également pertinent dans le contexte actuel de raréfaction des matières premières et de fluctuation des marchés.

Par ailleurs, il existe encore peu de modèles multi-objectifs. Les fonctions objectif utilisées dans la littérature sont souvent spécifiques à chaque application. La détermination de fonctions objectifs pertinentes pour une application donnée serait une perspective de recherche originale.

En conclusion, aucun modèle actuel ne prend en compte plusieurs méthodes de sélection de chutes tout en intégrant les coûts associés; cet aspect sera exploré dans le chapitre suivant.

PROBLÈME DE DÉCOUPE AVEC CHUTES RÉUTILISABLES (CSPUL)

Table des matières

4.1	Introduction	88
4.1.1	Gestion des chutes	88
4.1.2	Objectifs du chapitre	90
4.2	Description du problème et formulation	90
4.2.1	Description	90
4.2.2	Notations	92
4.2.3	Modélisation	93
4.3	Extension avec réutilisation forcée des chutes non-standards	96
4.3.1	Motivation	96
4.3.2	Mise à jour du modèle	97
4.3.3	Utilisation forcée des chutes standards	98
4.4	Méthode de résolution	98
4.4.1	Génération de colonnes	98
4.5	Gestion des arrondis	102
4.5.1	Tri de la solution continue	103
4.5.2	Méthode gloutonne d'arrondi	105
4.5.3	Heuristiques de <i>diving</i>	107
4.6	Génération d'instances et paramétrages	110
4.6.1	Instances aléatoires	110
4.6.2	Instances industrielles	112
4.6.3	Matériel, logiciel et paramétrages des méthodes de résolution	113
4.7	Résultats expérimentaux	115
4.7.1	Résultat sur des instances aléatoires	115
4.7.2	Résultats sur des instances industrielles	125
4.8	Conclusion	136

Le présent chapitre s'intéresse à une étape clé du processus industriel abordée dans la Section 2.4 : le processus de découpe et la création des plans de découpe. Ce problème, connu sous le nom de Cutting Stock Problem (CSP), est un enjeu classique de la production industrielle. Nous nous concentrons ici sur une variante appelée Cutting Stock Problem with Usable Leftovers (CSPUL), qui intègre la réutilisation des chutes dans les plans futurs. Cette étude propose des approches innovantes pour répondre aux défis économiques et environnementaux, en optimisant l'utilisation des matériaux tout en respectant les contraintes spécifiques des environnements industriels.

4.1 Introduction

Comme vu dans le chapitre 1, l'augmentation du prix des matières premières, ainsi que la quantité des ressources disponibles ont fait prendre conscience aux industriels de l'importance de la gestion de leur matière première. Cette gestion passe notamment par la réutilisation des chutes de productions réutilisable qui peuvent, d'après nos observations au sein de l'entreprise REEVERSE Systems, représenter jusqu'à 30% de la matière neuve achetée. Ce chapitre vise à mettre en évidence le potentiel inexploité des chutes réutilisable et à démontrer l'intérêt de leurs réutilisation dans le cadre de la création de plan de découpe industriel. Nous nous limiterons dans cette étude au problèmes à une dimension, le 1D-CSPUL (voir le chapitre 3).

La génération du plan de découpe est une étape cruciale du processus industriel, un mauvais plan de découpe peu engendrer une consommation excessive de matière première ou un non respect des commandes. Ces problématiques peuvent engendrer des retards de production et ainsi coûter très cher à l'entreprise. L'optimisation de la consommation matière, plus précisément le rendement, est le critère principal de ce chapitre.

4.1.1 Gestion des chutes

Dans l'industrie, les zones de stockage de la matière sont limitées. Ce problème est encore plus marqué pour les chutes réutilisables qui disposent d'un espace de stockage très limité. De part cette contrainte d'espace, générer un grand volume de chutes réutilisables n'est pas souhaitable, sous peine de saturer rapidement les stocks. On cherche donc à générer peu de chutes réutilisable, mais ayant un fort potentiel de réemploi, i.e les plus grandes possibles, ou un stockage simplifié.

Nous proposons d'utiliser deux types de chutes réutilisables : les **chutes standards**, de longueurs prédéfinies, et les **chutes non-standards**, dont les longueurs sont variables.

chutes standards

Les chutes standards présentent l'avantage d'être faciles à stocker et à réutiliser. Elles se comportent comme des objets de plus petite taille, sont aisément gérables et stockables en grande quantité, et peuvent même être revendues, comme suggéré dans COELHO et al., 2017.

Cependant, leur principal inconvénient est la nécessité d'une découpe supplémentaire pour les conformer à une taille standard.

Le nombre de référence des chutes standards se doit d'être limité; un trop grand nombre de référence complexifie fortement leur gestion et accroît les coûts de manutention et de stockage. Des longueurs non pertinentes de chutes standards peuvent entraîner une perte significative du matériau sous forme de déchets, et ce même si une chute standard est générée, voir Figure 4.1.



FIGURE 4.1 – Imbrication générant une chute standard (orange) et un rebut supplémentaire (rouge)

Pour éviter ce phénomène, deux approches ont été examinées.

La première approche consiste à autoriser la fabrication de plusieurs chutes standards à partir d'une même imbrication. Si cette méthode permet théoriquement de réduire les déchets générés, elle engendre en pratique un grand nombre de sous-problèmes liés aux différentes combinaisons possibles de découpe. Cela conduit à une explosion combinatoire qui ralentit considérablement la résolution du problème. De plus, cette méthode complique la gestion des chutes, car chaque nouvelle chute standard nécessite des manutentions supplémentaires, augmentant ainsi le temps de traitement et les coûts. Cette approche, bien qu'elle réduise légèrement les pertes de matière, ne résout pas entièrement le problème et présente plus d'inconvénients que d'avantages.

Une seconde approche, proposée par *CHERRI et al., 2009*, consiste à permettre à l'atelier de conserver un stock restreint de chutes non-standards.

Chutes non-standards

Les chutes non-standards présentent l'avantage de ne pas nécessiter de découpe supplémentaire, elle correspondent à l'entièreté du matériau restant après la découpe. Cependant, elles sont plus difficiles à stocker et manipuler, ayant chacune une longueur différente, chaque emplacement de stockage ne peut contenir qu'une seule chute, ce qui en limite la quantité. Leur réutilisation efficace exige donc une gestion précise et une parfaite connaissance de l'état des stocks.

Dans cette approche une seule chute non standard est générée par production, à condition que celle-ci dépasse un seuil de longueur prédéfini par l'utilisateur. Ce seuil peut être défini selon différents critères, voir Section 3.5.1. Cette approche offre une plus grande flexibilité dans la gestion des chutes, tout en limitant leur génération, ce qui permet d'améliorer l'utilisation de la

matière sans surcharger le stock.

Cependant, il est souvent préférable de générer des chutes standards, car elles sont plus faciles à stocker. Ainsi, si une chute non-standard possède une longueur proche de celle d'une chute standard, la transformer en une chute standard légèrement plus courte facilite sa gestion.

En favorisant l'utilisation de chutes standards lorsque cela est possible, tout en gardant la flexibilité de produire des chutes non-standards dans certaines situations, cette approche permet d'améliorer l'efficacité du processus industriel et de minimiser les déchets. Cet équilibre contribue à une solution plus viable économiquement dans le cadre du problème de découpe.

4.1.2 Objectifs du chapitre

Ce chapitre poursuit plusieurs objectifs. Il vise à établir un plan de découpe qui :

- minimise les déchets générés par la découpe
- intègre efficacement les chutes de production existantes
- gère la création de nouvelles chutes de manière optimisée
- réduit le coût des matériaux utilisés pour sa réalisation.

En outre, la méthode de calcul doit être à la fois rapide, obtention de la solution en moins de 10 seconde pour une instance classique, et au moins aussi précis que le logiciel utilisé par les industriels, tout en étant capable de gérer aussi bien les chutes standards que non-standard.

4.2 Description du problème et formulation

Dans cette section, nous décrivons en détail le problème de découpe avec chutes réutilisables, en abordant les défis et les contraintes associées. Nous introduisons ensuite les notations qui formaliseront le problème, incluant les variables et paramètres clés. La modélisation est présentée dans la Section 4.2.3, avec une première partie consacrée aux variables de décision, et une seconde présentant un modèle mathématique formalisé intégrant les contraintes de découpe et les objectifs d'optimisation. Ce modèle servira de base aux techniques de résolution développées dans la Section 4.4.

4.2.1 Description

Le problème étudié dans ce chapitre est le 1D-CSPUL, que l'on retrouve dans de nombreuses industries telles que la métallurgie, le textile, et plus spécifiquement dans la menuiserie, qui est notre cas d'étude. Le problème est formulé dans un cadre mono-période, où un ensemble de pièces doit être découpé soit dans des objets standard, soit dans des chutes. L'objectif est de minimiser le coût de production des pièces. Nous considérons deux types de chutes réutilisables : les **chutes standards**, de longueurs prédéfinies, et les **chutes non-standards**, de longueurs variables. La quantité de ces chutes en stock doit être limitée et gérée de manière à éviter leur

prolifération, afin de ne pas saturer les stocks. Les objets standard, en revanche, sont disponibles en quantité illimitée car ils peuvent être facilement achetés auprès d'un fournisseur, garantissant ainsi toujours une solution réalisable. Une variante du problème, intégrant la limitation du nombre de chutes non-standards en stock, est présentée dans la Section 4.3.

Les longueurs des chutes standards sont calculées de manière statistique à partir de la distribution historique des pièces à produire, en identifiant les longueurs les plus susceptibles de répondre à de futures demandes. Cela permet d'anticiper les besoins en matière de production évitant de générer des chutes non réutilisables.

Dans certaines industries, la maximisation du nombre de pièces produites à partir d'un nombre donné de barres est un problème pertinent. Dans l'industrie de la menuiserie, l'objectif principal est de créer un plan de découpe réalisable, correspondant précisément aux commandes clients. Chaque pièce à découper a une longueur spécifique et une demande précise qui doivent être satisfaites exactement. Cela permet d'éviter l'accumulation de stocks de pièces non utilisées et répond directement aux exigences de nombreux industriels de la menuiserie, qui produisent principalement des pièces sur mesure. Étant donné que ces pièces ne sont pas standardisées, elles risquent de ne jamais être utilisées, rendant essentiel que toute production corresponde à une demande réelle.

Nous proposons un modèle mathématique basé sur des patterns de découpe optimaux, à l'instar de ARENALES et al., 2015 (voir Chapitres 3 et 3), ce qui permet d'intégrer directement les chutes standards dans les méthodes d'optimisation. Les chutes non-standards, quant à elles, sont générées a posteriori de manière heuristique, offrant ainsi une flexibilité supplémentaire quant au nombre et à la variété des chutes produites. Cette approche permet d'adapter le processus de production en fonction des besoins spécifiques sans fixer trop rigidelement la quantité de chutes à l'avance.

Afin de favoriser la réutilisation des chutes tout en différenciant leur coût par rapport aux objets standards, nous avons introduit un mécanisme de coût décroissant. Le coût linéaire d'un objet standard est fixé plus élevé que celui d'une chute standard, elle-même plus coûteuse qu'une chute non-standard. Ce système de coûts incite à réutiliser en priorité les chutes non-standards, puis les chutes standards, avant d'avoir recours à un nouvel objet standard. Cela permet d'optimiser l'utilisation des matériaux tout en réduisant les déchets et en minimisant les coûts de production

4.2.2 Notations

Cette section présente les notations utilisées lors de la modélisation et de la résolution du CSPUL. Les différentes notations sont décrites dans le Tableau 4.1.

TABLEAU 4.1 – Notations

O	L'ensemble des objets
O^S	L'ensemble des objets standard $O^S \subset O$
O^U	L'ensemble des chutes réutilisables standard, $O^U \subset O$, $O^U \cap O^S = \emptyset$
O^V	L'ensemble des chutes réutilisables non-standard, $O^V \subset O$, $O^V \cap O^S = \emptyset$, $O^V \cap O^U = \emptyset$
L_o	Longueur de l'objet o
S_o	Stock initial de l'objet o avant résolution
B_o	Coût d'achat ou prix de vente d'un objet o
I	L'ensemble des pièces
D_i	Demande pour la pièce i
L_i	Longueur de la pièce i
J_o	Ensemble des patterns de découpe pour un objet o
J_{ou}	Ensemble des patterns de découpe pour l'objet o générant une chute réutilisable u
a_{ijo}	Nombre de pièces i dans le pattern de découpe $j \in J_o$ pour l'objet o
a_{ijou}	Nombre de pièces i dans le pattern de découpe $j \in J_{ou}$ pour l'objet o générant une chute réutilisable u
Δ	Augmentation maximale du nombre de chutes réutilisables en stock

Ces notations forment la base de la modélisation du modèle.

4.2.3 Modélisation

Variables

Cette section présente les différentes variables de décision du CSPUL. Les variables décrites dans le Tableau 4.2 aideront à formaliser le modèle. La Figure 4.2 donne une représentation concrètes des variables.

TABLEAU 4.2 – Variables

X_{jo}	Nombre d'objets de type o découpés selon le pattern de découpe $j, \forall j \in J_o, \forall o \in O$
Y_{jou}	Nombre d'objets de type o découpés selon le pattern de découpe j et générant une chute réutilisable $u, \forall j \in J_{ou}, \forall o \in O, \forall u \in O^U$
E_o	Nombre d'objets de type o en stock après la découpe, $\forall o \in O$

Exemple 2 On cherche à produire deux pièces, I et II. Les objets disponibles en stock sont A, un objet standard, et B, une chute standard. La Figure 4.2 donne une représentation des variables X_{jo} et Y_{jou} .

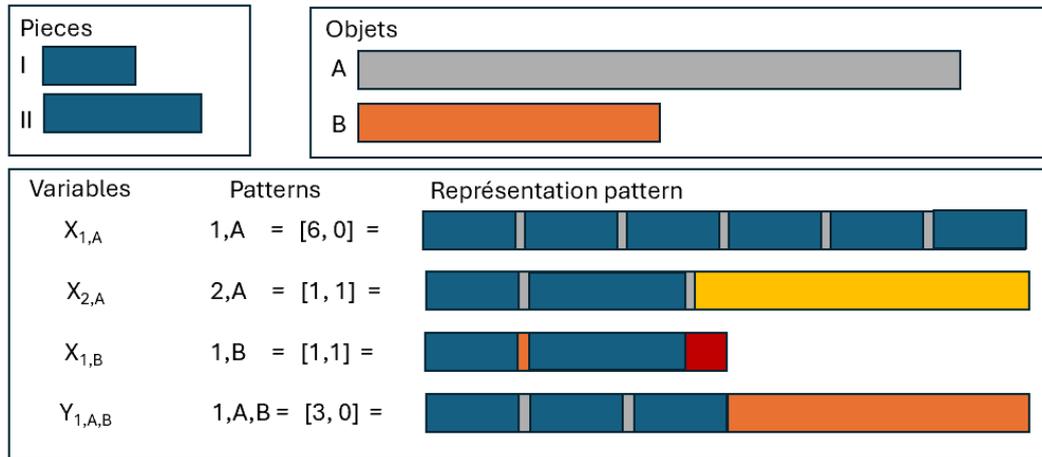


FIGURE 4.2 – Exemple d'une résolution d'instance utilisant les variables X_{jo} et Y_{jou}

La variable $X_{1,A}$ correspond au premier pattern de découpe pour l'objet A. Ce pattern permet de produire 6 pièces I sans générer de chutes. La variable $X_{2,A}$ correspond au second pattern de découpe pour l'objet A. Ce pattern produit une pièce I et une pièce II, tout en générant une chute réutilisable non-standard. La variable $X_{1,B}$ correspond au premier pattern de découpe de l'objet B. Ce pattern produit une pièce I et une pièce II et génère une chute qui n'est pas réutilisable

car trop petite. La variable $Y_{1,A,B}$ correspond au premier pattern de découpe pour l'objet A , où une chute standard de type B est générée, permettant de produire trois pièces I .

Les variables X_{jo} représentent l'utilisation des objets et/ou chutes dans les différents patterns de découpe qui génère ou non des chutes non-standards. Les variables Y_{jou} représentent uniquement l'utilisation des objets dans les patterns de découpe qui génère nécessairement une chute standard.

Ces variables, typiques d'une approche orientée pattern, permettent de modéliser efficacement la génération d'un plan de découpe optimisant l'utilisation des matériaux, minimisant les déchets et gérant la création de chutes réutilisables. Elles permettent de quantifier et suivre l'utilisation des objets et chutes dans les différents patterns de découpe ainsi que de gérer les chutes réutilisables générées au cours du processus.

Plus précisément, ces variables remplissent trois fonctions principales :

- Suivre l'utilisation des objets dans les patterns de découpe
- Quantifier et identifier les chutes générées
- Connaître l'état du stock après chaque découpe

En effet en sommant sur l'ensemble des patterns j pour chaque objet $o \in O$ les variables X_{jo} et Y_{jou} , il est possible de connaître combien de fois chaque objet o a été utilisé dans le plan de découpe. De même en sommant sur j et o pour chaque chutes standards, la variable Y_{jou} indique le nombre de chutes standards de type u générées. Enfin E_o fournit une vue d'ensemble de l'inventaire restant, permettant une meilleure gestion des stocks.

Modèle

Cette section présente le modèle mathématique utilisé pour résoudre le CSPUL. Le modèle a pour objectif de minimiser le coût total de production, en tenant compte à la fois du coût des objets standards et de celui des chutes réutilisables. Ce coût inclut les dépenses liées aux objets utilisés ainsi que les chutes générées.

$$\text{Min } \text{Cout} = \sum_{o \in O} B_o \left(\sum_{j \in J_o} X_{jo} \right) + \sum_{o \in O^S} \sum_{u \in O^U} \sum_{j \in J_{ou}} (B_o - B_u) Y_{jou} \quad (4.1)$$

s.c.

$$\sum_{o \in O} \sum_{j \in J_o} a_{ijo} X_{jo} + \sum_{o \in O^S} \sum_{u \in O^U} \sum_{j \in J_{ou}} a_{ijou} Y_{jou} = D_i \quad \forall i \in I \quad (\pi_i) \quad (4.2)$$

$$\sum_{j \in J_o} X_{jo} + \sum_{u \in O^U} \sum_{j \in J_{ou}} Y_{jou} \leq S_o \quad \forall o \in O \quad (\lambda_o) \quad (4.3)$$

$$E_o + \sum_{j \in J_o} X_{jo} + \sum_{u \in O^U} \sum_{j \in J_{ou}} Y_{jou} - \sum_{k \in O^S} \sum_{j \in J_{ko}} Y_{jko} = S_o \quad \forall o \in O \quad (\mu_o) \quad (4.4)$$

$$\sum_{u \in O^U} (E_u - S_u) \leq \Delta \quad (\beta) \quad (4.5)$$

$$X_{jo} \in \mathbb{N}, Y_{jou} \in \mathbb{N}, E_o \in \mathbb{N} \quad \forall o \in O, j \in J_o, u \in O^U \quad (4.6)$$

Le modèle, appelé *MCSPUL*, (4.1) - (4.6) cherche à déterminer combien de fois chaque pattern doit être utilisé pour répondre à la demande. La fonction objectif (4.1) minimise le coût total engendré par la découpe des objets standard ou des chutes ainsi que la génération de celles-ci dans les patterns de découpe. La fonction objectif se compose de trois termes :

- Le coût total des objets standard utilisés, représenté par X_{jo} .
- Le coût total des objets utilisés dans les patterns de découpe générant des chutes standards, représenté par Y_{jou} .
- La réduction des coûts liée à la valeur des chutes standards générées.

Les contraintes (4.2) garantissent que la demande pour chaque pièce i est satisfaite. Les contraintes (4.3) s'assurent que pour chaque objet de type o , le nombre d'objets de type o utilisés ne dépasse pas le stock disponible. Les contraintes (4.4) maintiennent l'équilibre des stocks après la découpe, en prenant en compte les objets utilisés, les chutes générées et réutilisées. La contrainte (4.5) limite à une certaine valeur Δ l'augmentation (chutes générées - chutes utilisées) de la quantité totale de chutes en stock. Les contraintes (4.6) imposent que toutes les variables de décision soient non négatives.

Variables duales

On retrouve dans la modélisation l'ensemble de variables duales π_i , λ_o , μ_o et β provenant respectivement des contraintes (4.2), (4.3), (4.4) et (4.5). Ces variables duales seront utilisées

lors de la génération de colonne Section 4.4.1.

Bien que ce modèle soit un problème linéaire, la génération de tous les patterns possibles est impraticable en raison de la très grande taille du problème. Cela entraînerait un nombre excessif de variables, rendant la résolution du modèle (4.1) - (4.6) impossible par des méthodes standards.

Pour ces raisons, nous utilisons une version légèrement modifiée de l'algorithme de GILMORE et GOMORY, 1963, pour prendre en compte la génération des chutes standards et la modification de la fonction objectif. Étant donné que les solutions obtenues par le modèle relaxé ne sont pas entières, deux méthodes d'arrondi provenant de POLDI et ARENALES, 2009 et SADYKOV et al., 2019 ont également été proposées et seront présentées dans la Section 4.5.

4.3 Extension avec réutilisation forcée des chutes non-standards

Dans cette section nous proposons une extension permettant de forcer la réutilisation des chutes non-standards. Cette extension a surtout un intérêt pour la gestion des stocks d'un point de vue industriel.

4.3.1 Motivation

Une des priorités constantes du CSPUL est de minimiser le nombre de chutes générées, afin de ne pas saturer les stocks. Certaines approches, comme celle proposée par COELHO et al., 2017, forcent directement la réutilisation des chutes dans la découpe suivante. Cependant, cette approche n'est pas optimale dans notre contexte pour plusieurs raisons. Premièrement, les découpes effectuées dans un centre d'usinage concernent souvent des profilés ou des couleurs différentes, ce qui rend la réutilisation immédiate des chutes impossible et impose leur passage par le stock. Deuxièmement, elle peut entraîner des découpes supplémentaires, et donc des manipulations supplémentaires réduisant l'efficacité du processus (voir Figure 4.3).

Exemple 3 *La Figure 4.3, illustre un exemple où l'on cherche à produire 6 pièces à partir d'un objet standard et d'une chute.*

Si l'on applique une réutilisation forcée, cela nécessiterait l'utilisation de la chute ainsi que d'un objet standard, ce qui générerait à nouveau une chute identique à celle réutilisée. En revanche, il est possible d'utiliser uniquement un objet standard, ce qui permettrait d'éviter des manipulations supplémentaires et inutiles, comme la gestion et la découpe de la chute.

Notre approche, plus flexible, permet de conserver les chutes pour les réutiliser ultérieurement, lorsque le moment opportun se présente. Cependant, ces moments peuvent tarder, ce qui entraîne une accumulation des chutes dans le stock. Lorsque les stocks atteignent leur capacité

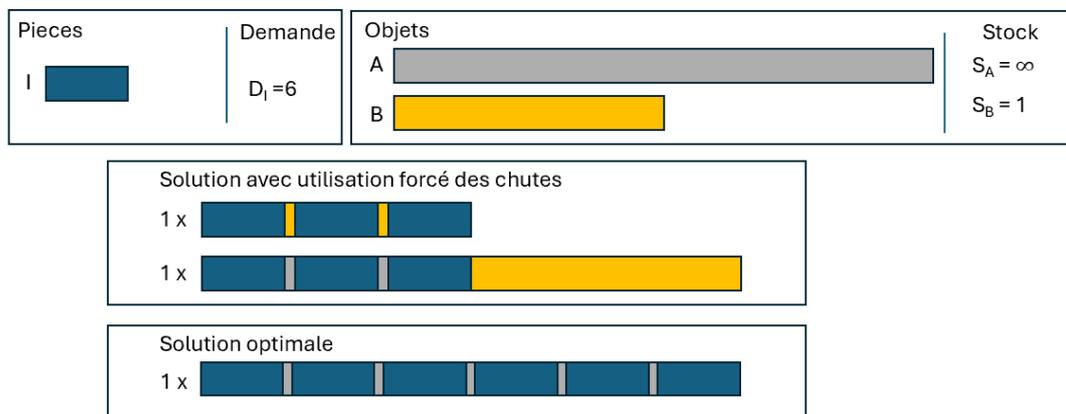


FIGURE 4.3 – Exemple d’une solution avec et sans réutilisation forcée où la réutilisation forcée n’est pas optimale

maximale, il devient nécessaire d’imposer la réutilisation des chutes réutilisables afin de libérer de l’espace pour de nouvelles chutes et d’éviter qu’une chute ne reste trop longtemps en stock. Cette gestion proactive permet de faire tourner le stock et d’éviter des surcoûts liés à l’accumulation de matériaux inutilisés.

Dans de tels cas, l’entreprise est parfois contrainte de réduire ses stocks en utilisant au moins une chute pour libérer de l’espace de stockage. Une autre possibilité consiste à remplacer une chute non-standard par une autre plus grande, permettant ainsi d’optimiser l’utilisation de l’espace disponible et d’éviter la prolifération des petites chutes inutilisables.

4.3.2 Mise à jour du modèle

Dans cette section, nous introduisons une contrainte permettant de forcer la réutilisation des chutes non-standards. La contrainte s’écrit comme suit :

$$\sum_{o \in OV} \sum_{j \in J_o} X_{jo} \geq Z \quad (4.7)$$

où Z représente le nombre minimal de chutes à réutiliser dans le modèle.

Lorsque les stocks de chutes atteignent leur capacité maximale, il devient nécessaire de réutiliser au moins une chute dans le plan de découpe suivant. Dans ce cas, on impose $Z \geq 1$, ce qui garantit qu’au moins Z chutes, issues de l’ensemble des chutes non-standards V , sont réutilisées dans le processus de découpe.

En revanche, si l’on souhaite ne pas contraindre la réutilisation des chutes, on peut fixer $Z = 0$. Avec cette valeur, la contrainte est toujours satisfaite, car elle devient triviale ($\sum_{o \in OV} \sum_{j \in J_o} X_{jo} \geq 0$). Cela n’empêche toutefois pas la réutilisation des chutes si cela s’avère bénéfique pour opti-

miser le modèle.

4.3.3 Utilisation forcée des chutes standards

Bien que la capacité de stockage des chutes standards soit potentiellement plus grande, il peut être judicieux d'en favoriser la réutilisation lorsque les stocks atteignent un niveau critique. Outre la gestion de la réutilisation forcée des chutes non-standards, la réutilisation forcée des chutes standards devient une stratégie essentielle pour éviter la prolifération des chutes inutilisées dans les stocks.

C'est ici que la contrainte (4.5), qui permet de limiter le nombre de chutes standards générées, rentre en jeu, en effet si la valeur de Δ est positive, on accepte une augmentation de Δ chute standard en stock. En revanche, si la valeur de Δ est négative, cette contrainte impose une réduction du stock, forçant ainsi la réutilisation de Δ chutes standards dans le plan de découpe. Cette contrainte est appliquée à l'ensemble des chutes standards indépendamment de la longueur.

Dans les deux cas de forçage de réutilisation des chutes, qu'elles soient standard ou non-standard, un pré-traitement du modèle est nécessaire. Ce pré-traitement évalue en amont les possibilités réelles de réutilisation afin d'éviter d'introduire des contraintes irréalisables, comme forcer l'usage de chutes lorsque aucune pièce à produire ne peut y être découpée. Ce mécanisme garantit que le modèle reste faisable tout en maximisant l'efficacité de l'utilisation des matériaux et en limitant la surcharge des stocks.

4.4 Méthode de résolution

En raison du nombre élevé de variables et des contraintes d'intégralité, résoudre le modèle (4.1) - (4.6) par une méthode exacte devient rapidement irréalisable en pratique. Pour pallier cette difficulté, les conditions d'intégralité (4.6) sont relâchées, et nous employons une méthode basée sur la technique de génération de colonnes décrite par GILMORE et GOMORY, 1963. Cette méthode adaptée à la génération de chute standard est détaillée dans la Section 4.4.1. Cette approche génère des solutions continues, nécessitant l'application d'heuristiques d'arrondies pour obtenir des variables entières, que nous présentons dans la Section 4.5.

4.4.1 Génération de colonnes

La génération de colonnes joue un rôle essentiel pour résoudre le problème du *Cutting stock problem with usable leftovers*. Cette méthode a été détaillée en Section 2.2. Cependant, des adaptations sont nécessaires pour répondre aux spécificités de notre contexte, en particulier concernant le traitement des chutes standards. Cette section détaille ces ajustements, en commençant par la modélisation du problème dual et le sous-problème de génération des nouveaux patterns enfin le calcul des coûts réduits associé à ces patterns.

Problème dual

La modélisation du problème dual associé au modèle primal (4.1) - (4.6) est nécessaire pour implémenter la génération de colonne. En effet, certaines contraintes duales jouent un rôle clé dans le sous-problème de génération des colonnes et dans le calcul des coûts réduits. Ces coûts réduits permettent la sélection des patterns à ajouter au modèle.

Pour modéliser le problème dual nous utilisons les variables duales définies dans la Section 4.2.3, à savoir π_i (de dimension I), λ_o (de dimension $|O|$), μ_o (de dimension $|O|$) et enfin β un entier.

Le problème dual se présente comme suit :

$$\text{Max } D_{\text{cout}} = \sum_{i \in I} D_i \pi_i + \sum_{o \in O} S_o \lambda_o + \sum_{o \in O} S_o \mu_o + \Delta \beta \quad (4.8)$$

s.c.

$$\sum_{i \in I} a_{ijo} \pi_i + \lambda_o + \mu_o \leq B_o \quad \forall j \in J_o, \forall o \in O \quad (4.9)$$

$$\sum_{i \in I} a_{ijou} \pi_i + \lambda_o + \mu_o - \sum_{k \in O} \mu_k \leq B_o - B_u \quad \forall j \in J_{ou}, \forall o \in O, \forall u \in U \quad (4.10)$$

$$\mu_o + \beta \leq 0 \quad \forall o \in O \quad (4.11)$$

$$\pi_i \geq 0, \lambda_o \geq 0, \mu_o \geq 0, \beta \in \mathbb{Z} \quad (4.12)$$

Dans modèle dual, appelé *DMCSPUL*, les contraintes (4.9) et (4.10) sont directement liées au sous problème de génération de nouveaux patterns et au calcul de leurs coûts réduits. Ces contraintes sont respectivement associées aux variables X_{jo} et Y_{jou} du primal.

Calcul des coûts réduits

Les contraintes (4.9) et (4.10) du modèle dual, présenté en Section 4.4.1, partagent une structure similaire. Dans les deux cas, le terme $\sum_{i \in I} a_{ijo} \pi_i$ représente la valeur du pattern j généré dans l'objet o et produisant un ensemble de pièces I . Les variables λ_o et μ_o sont respectivement associées à la disponibilité des objets, et à la génération des chutes. Dans les membres de droite ces équations, B_o correspond au prix d'un objet o et B_u à la valeur de la chute standard u générée.

Ces contraintes sont utilisées dans le calcul du coût réduit des nouveaux patterns générés. Elles permettent donc d'indiquer si l'ajout d'un pattern au modèle primal améliore ou non la solution existante. En effet, si une colonne avec un coût réduit négatif est introduite dans le problème maître, elle a le potentiel de remplacer ou de modifier la combinaison actuelle des variables pour atteindre une solution de coût total plus faible.

Pour la variable X_{jo} , associée aux patterns qui ne génèrent pas de chute standard, le coût réduit est noté *CRPS* et est directement lié à la contrainte (4.9). Chaque objet ayant un prix

différent, le coût réduit varie également en fonction de l'objet. Nous notons $CRPS_o(j)$ le coût réduit du pattern j généré à partir de l'objet o .

Il se calcule comme suit :

$$CRPS_o(j) = B_o - \left(\sum_{i \in I} a_{ijo} \pi_i + \lambda_o + \mu_o \right) \quad (4.13)$$

Pour la variable Y_{jou} , associée aux patterns générant une chute standard, le coût réduit est noté $CRPU$ et dépend de la contrainte (4.10). Étant donné que les objets et les chutes ont chacun des valeurs différentes, nous définissons $CRPU_{ou}(j)$ comme le coût réduit du pattern j généré à partir de l'objet o et produisant une chute u . Il se calcule ainsi :

$$CRPU_{ou}(j) = B_o - B_u - \left(\sum_{i \in I} a_{ijou} \pi_i + \lambda_o + \mu_o - \sum_{k \in O} \mu_k \right) \quad (4.14)$$

Ces formules permettent donc de déterminer le coût réduit associé à chaque pattern généré. Nous allons à présent examiner la manière de générer ces nouveaux patterns de manière optimale.

Sous-problèmes de génération de pattern

Dans le sous-problème, l'objectif est de générer un pattern ayant le coût réduit minimal. Les termes dépendant du pattern généré dans les équations 4.13 et 4.14 sont $\sum_{i \in I} a_{ijo} \pi_i$ et $\sum_{i \in I} a_{ijou} \pi_i$. Pour minimiser le coût réduit, il est donc nécessaire de maximiser cette somme, c'est-à-dire de trouver un ensemble de pièces formant un pattern avec la valeur la plus élevée possible. À cet effet, un algorithme de type "sac à dos" est utilisé.

Soit o un objet de longueur L_o sur lequel un nouveau pattern doit être généré. I représente l'ensemble des pièces $i \in I$, chaque pièce ayant une longueur L_i , une demande d_i , et une valeur π_i obtenue à partir de la résolution du primal. Chaque pièce est associée à une variable entière X_i , qui indique le nombre de pièces i dans le pattern généré.

Pour les patterns sans chute standard (variables X_{jo}), le sous-problème se modélise comme suit :

$$\text{Max } C'(x) = \sum_{i \in I} X_i \pi_i \quad (4.15)$$

s.c.

$$\sum_{i \in I} L_i X_i \leq L_o \quad (4.16)$$

$$X_i \leq d_i \quad \forall i \in I \quad (4.17)$$

$$X_i \in \mathbb{N} \quad (4.18)$$

Pour les patterns générant une chute standard (variables Y_{jou}), le sous-problème inclut également une chute u de longueur L_u produite lors de la découpe. Il se modélise alors comme suit :

$$\text{Max } C'(x) = \sum_{i \in I} X_i \pi_i \quad (4.19)$$

s.c.

$$\sum_{i \in I} L_i X_i \leq L_o - L_u \quad (4.20)$$

$$X_i \leq d_i \quad \forall i \in I \quad (4.21)$$

$$X_i \in \mathbb{N} \quad (4.22)$$

Dans les deux cas, les fonctions objectif (4.15) et (4.19) visent à maximiser la valeur du pattern généré.

La contrainte (4.16) pour les variables X_{jo} limite la longueur totale des pièces à celle de l'objet o , tandis que la contrainte (4.20) pour les variables Y_{jou} tient également compte de la longueur de la chute produite.

Les contraintes (4.17) et (4.21) garantissent que le nombre de pièces i dans le pattern ne dépasse pas la demande d_i . Ces contraintes sont implicitement liées à la contrainte (4.2) et à la méthode de résolution. Elles empêchent de générer un pattern produisant un surplus de pièces. Cette limitation est nécessaire pour la gestion des arrondis, car elle garantit que les patterns obtenus peuvent toujours être arrondis tout en respectant la contrainte (4.2). Sans ces restrictions, on risquerait de produire un excédent de pièces lors de l'arrondi ou, ne jamais parvenir à une solution faisable si l'on empêche l'utilisation de ce pattern lors de l'arrondi. L'importance de ces contraintes est illustrée par l'exemple suivant :

Exemple 4 *Considérons un objet de longueur 1000 mm et deux types de pièces à produire, de longueurs respectives 200 mm et 300 mm, avec une demande $d_i = 1$ pour chaque type. Sans les contraintes limitant la demande, un pattern (2, 2), produisant deux unités de chaque pièce, pourrait être généré. Ce pattern aurait une fréquence de 0.5 dans la solution continue obtenue après la génération de colonnes, respectant ainsi la demande totale. Cependant, il serait impossible d'arrondir ce résultat à des valeurs entières, non nulles, sans dépasser la demande, rendant la solution impraticable.*

4.5 Gestion des arrondis

La résolution du modèle relâché par génération de colonnes permet d'obtenir des solutions optimales continues. Cependant, pour qu'elles soient exploitables en pratique, ces solutions doivent être converties en solutions entières, tout en limitant l'écart avec les résultats obtenus dans la phase continue. Pour cela, nous avons implémenté deux familles d'heuristiques d'arrondi : les heuristiques résiduelles proposées par POLDI et ARENALES, 2009, décrites en Section 4.5.2, qui vont essayer d'arrondir le plus de variables en une fois, et les heuristiques de *diving* proposées par SADYKOV et al., 2019, décrites en Section 4.5.3, qui n'arrondissent qu'une seule variable à la fois.

À partir de Z , la solution optimale continue du problème relâché obtenue à la fin du processus de génération de colonnes, nous cherchons à obtenir \hat{Z} , une solution entière, par des opérations d'arrondi successives. Ces opérations consistent à fixer progressivement certaines variables, aboutissant à une solution partielle que nous appellerons Z_n^* où n correspond au nombre d'étapes d'arrondi effectuées jusqu'à ce stade.

Chaque solution partielle Z_n^* est ensuite utilisée pour mettre à jour le modèle, notamment en ajustant le nombre de pièces à produire et la quantité d'objets disponibles en stock. Ce modèle mis à jour est résolu à nouveau en relâchant les contraintes d'intégralité, permettant ainsi d'obtenir une nouvelle solution partielle, qui sert de base pour une nouvelle mise à jour du modèle.

Ce processus itératif est répété jusqu'à l'obtention d'une solution entière complète, c'est-à-dire lorsque la demande restante devient nulle. L'algorithme 2 décrit ce processus itératif.

Les méthodes d'arrondi présentées en Section 4.5.2 et 4.5.3 reposent sur l'utilisation d'heuristiques de tri pour la solution relâchée Z , avant l'étape d'arrondi. Ces heuristiques permettent de prioriser certaines variables pour garantir un arrondi efficace tout en minimisant l'impact sur la qualité de la solution. Trois heuristiques de tri fréquemment utilisées sont décrites en détail dans la Section 4.5.1.

Algorithme 2 Obtention d'une solution entière en utilisant des heuristiques d'arrondi

Entrées: M : Données du problème à résoudre (incluant la demande et les objets en stock)

Sorties: \hat{Z} : Solution entière optimale

- 1: **Initialisation** : Initialiser le modèle M avec les données du problème
 - 2: **tant que** demande restante > 0 **faire**
 - 3: Résoudre M à l'aide de la génération de colonnes pour obtenir Z , la solution continue optimale du problème relâché
 - 4: Appliquer la **méthode d'arrondi** sur Z pour obtenir Z^* , une solution partielle avec des variables entières
 - 5: Mettre à jour M en ajustant la demande et les objets en stock en fonction de Z^* (par exemple, le nombre de pièces restantes à produire)
 - 6: Ajouter Z^* à la solution finale \hat{Z}
 - 7: **fin tant que**
 - 8: **Retourner** \hat{Z} , la solution entière une fois que la demande restante est nulle
-

4.5.1 Tri de la solution continue

Cette section présente trois façon différentes de trier les variables X_{jo} et Y_{jou} de la solution continue Z .

Dans toutes ces heuristiques, les variables X_{jo} et Y_{jou} sont regroupées dans un seul ensemble V , qui sera trié afin de ne pas prioriser un type de pattern par rapport à un autre, mais de les classer uniquement selon le critère de tri. Si on effectue pas de tri c'est l'ordre de génération des patterns qui est pris en compte, ce qui n'offre aucune garantie de qualité.

Tri par fréquence de découpe (H1)

Cette heuristique repose sur le principe que certains patterns sont utilisés plus fréquemment que d'autres pour satisfaire la demande et optimiser la découpe. L'objectif est de prioriser les patterns les plus souvent utilisés dans la solution continue.

Concrètement, les variables $v \in V$ sont triées en fonction de la fréquence d'utilisation des patterns associés. Plus un pattern a été utilisé dans la solution continue, plus il est priorisé dans le tri. Si deux patterns ont la même fréquence d'utilisation, ils sont départagés en fonction de la longueur de chute générée. Le pattern générant la chute la plus petite est alors priorisé, suivant le même raisonnement que dans l'heuristique 4.5.1.

On obtient ainsi la solution triée optimale $Z' = (v'_1, v'_2, \dots, v'_n)$, où les patterns respectent l'ordre de fréquence décroissante $v'_1 > v'_2 > \dots > v'_n$, avec en second critère la longueur des chutes.

En privilégiant les patterns les plus utilisés, cette approche tend à stabiliser la solution et à limiter les réajustements nécessaires à chaque itération.

Tri par longueur de rebuts (H2)

L'objectif traditionnel des problèmes de découpe est de minimiser la longueur totale des chutes. Dans cette idée nous utilisons l'heuristique de *tri par longueur de rebuts* qui consiste à trier les variables $v \in V$ en ordre croissant selon w_j , qui représente la longueur de chute associée au pattern j . En cas d'égalité la variable v ayant la valeur (fréquence) la plus élevée est priorisé.

On obtient ainsi la solution triée optimale $Z' = \{v'_1, v'_2, \dots, v'_n\}$ tel que : $w'_1 < w'_2 < \dots < w'_n$.

Cette heuristique favorise donc les patterns générant le moins de chutes possibles. Ceux-ci sont sélectionnés et arrondis en priorité dans la solution \hat{Z} . Une observation que nous avons faite est que cette méthode, en sélectionnant toujours les plus petites chutes, tend à concentrer l'ensemble des rebuts sur un seul objet, plutôt que de les répartir sur plusieurs objets. Ce phénomène a pour intérêt de générer des chutes plus longues, augmentant ainsi la probabilité qu'elles soient réutilisées. Bien que la longueur totale des chutes puisse être plus élevée, leur concentration sur un seul objet n'est pas dommageable dans notre problème.

Tri par proximité à un entier positif non nul (H3)

Cette heuristique exploite la proximité des variables continues X_{jo} et Y_{jou} à un entier positif non nul. L'objectif est de favoriser les patterns dont les valeurs sont proches d'un entier, afin de minimiser l'écart avec la solution continue obtenue.

Concrètement, les variables $v \in V$ sont triées en fonction de leur distance à l'entier le plus proche, calculée à l'aide de la fonction $round(v)$, qui arrondit une valeur à l'entier le plus proche. Ces variables sont ensuite classées en deux groupes distincts :

1. Les variables pour lesquelles $round(v) = 0$ sont placées en fin de tri, car elles ont un impact négatif sur la solution finale.
2. Les variables pour lesquelles $round(v) \neq 0$ sont triées en fonction de leur distance à l'entier le plus proche, définie par $\delta(v) = |v - round(v)|$. Plus $\delta(v)$ est faible, plus la variable est priorisée dans le tri.

En cas d'égalité de la distance $\delta(v)$, les variables sont triées par ordre décroissant de leurs valeurs. Ainsi, les variables associées aux plus grandes valeurs sont traitées en priorité.

On obtient ainsi la solution triée optimale $Z' = v'_1, v'_2, \dots, v'_n$, où les valeurs respectent l'ordre $\delta(v'_1) < \delta(v'_2) < \dots < \delta(v'_n)$.

Cette heuristique favorise les patterns dont les variables sont faciles à arrondir sans introduire de grandes distorsions dans la solution. Elle permet d'obtenir rapidement des solutions entières tout en minimisant l'impact des arrondis successifs sur la qualité globale de la solution. Comme l'ont démontré dans SADYKOV et al., 2019, cette heuristique s'est avérée particulièrement efficace dans le contexte du problème de *cutting stock*.

4.5.2 Méthode gloutonne d'arrondi

La méthode d'arrondi glouton, ou Greedy Rounding Heuristic (GRH), a été proposée par POLDI et ARENALES, 2009. C'est une approche heuristique utilisée pour résoudre le problème de découpe unidimensionnelle (Cutting Stock Problem, CSP) dans des contextes où les objets ont des longueurs multiples et des quantités limitées.

Cette méthode prend en entrée une solution continue Z , généralement obtenue à partir d'un modèle relâché. La solution continue est triée selon l'une des heuristiques présentées en Section 4.5.1. L'objectif est de convertir cette solution continue en une solution entière \hat{Z} , en arrondissant progressivement les variables tout en minimisant l'impact sur la qualité de la solution finale.

L'heuristique fixe plusieurs colonnes à chaque étape d'arrondi, ce qui permet de rendre le processus très rapide en réduisant considérablement le temps de calcul. Cependant, cette approche peut parfois entraîner une dégradation de la solution, notamment en augmentant le nombre d'objets utilisés ou en générant une quantité plus élevée de chutes non réutilisables.

Pour mieux comprendre le fonctionnement de cette méthode, l'algorithme 3 résume le processus :

Algorithme 3 Greedy Rounding Heuristic (GRH)

Entrées: Solution continue Z' triée selon un critère choisi

Sorties: Solution partielle entière Z^*

```

1: pour tout  $v \in Z'$  faire
2:    $v = \lceil v \rceil$  {Arrondir  $v$  au supérieur}
3:   Calculer Demande partielle =  $v \times P_v$  { $P_v$ , représente le pattern associé à  $v$ }
4:   si Demande partielle  $\leq$  Demande alors
5:     Ajouter  $v$  à la solution partielle  $Z^*$ 
6:   sinon
7:     tant que Demande partielle  $>$  Demande and  $v > 0$  faire
8:        $v = v - 1$  {Diminuer  $v$  si la demande est dépassée}
9:       Recalculer Demande partielle =  $v \times P_v$ 
10:    fin tant que
11:    si  $v > 0$  alors
12:      Ajouter  $v$  à la solution partielle  $Z^*$ 
13:    finsi
14:  finsi
15: fin pour
16: retourne  $Z^*$ 

```

Exemple 5 Cet exemple illustre le fonctionnement de la Greedy Rounding Heuristic. On considère :

- Une liste de longueurs de matériaux disponibles, notée $L_o = [105, 130]$;
- Une liste de longueurs de pièces demandées, notée $L_i = [42, 37, 23]$;

— Une demande associée pour chaque pièce, notée $D_i = [35, 20, 50]$.

La méthode de tri utilisée pour les patterns de découpe est celle de la fréquence de découpe, en fonction des besoins de la demande.

1. Un vecteur initial de valeurs continues, Z' , est obtenu pour chaque pattern de découpe j en résolvant le modèle. Ce vecteur indique combien de fois chaque pattern j devrait être utilisé pour satisfaire la demande. Dans cet exemple, les valeurs initiales de Z' sont :

Z'	Longueur objet	Cutting pattern
16.250	105	(1, 1, 1)
9.375	130	(2, 0, 2)
3.750	130	(0, 1, 4)

2. Pour chaque valeur Z'_j , en suivant un ordre décroissant, on arrondit Z'_j à l'entier supérieur. Si cet arrondi entraîne une production excessive de pièces, on diminue Z'_j d'une unité et on vérifie de nouveau la satisfaction de la demande.

— Pour le premier pattern, on a $Z'_0 = 16.250 \rightarrow 17$. On vérifie si $17 \times (1, 1, 1) \leq (35, 20, 50)$. La condition est vérifiée, donc $Z_0^* = 17$ et la demande résiduelle devient $D_r = (35 - 17, 20 - 17, 50 - 17) = (18, 3, 33)$.

— Pour le second pattern, on obtient initialement $Z'_1 = 9.375 \rightarrow 10$. Cependant, $10 \times (2, 0, 2) = (20, 0, 20)$ dépasse la demande résiduelle $(18, 3, 33)$. On diminue donc à $Z'_1 = 9$, et on vérifie que $9 \times (2, 0, 2) \leq (18, 3, 33)$. La condition est vérifiée, donc $Z_1^* = 9$ et la nouvelle demande résiduelle devient $D_r = (0, 3, 15)$.

— Pour le troisième pattern, on obtient $Z'_2 = 3.750 \rightarrow 4$. Cette valeur dépasse encore la demande résiduelle, donc on diminue à $Z'_2 = 3$, et on vérifie que $3 \times (0, 1, 4) \leq (0, 3, 15)$. La condition est vérifiée, donc $Z_2^* = 3$ et la demande résiduelle devient $D_r = (0, 0, 3)$.

3. À la fin de ce processus, les valeurs pour chaque pattern de découpe sont :

$$Z_0^* = 17, \quad Z_1^* = 9, \quad Z_2^* = 3$$

Cependant, la demande résiduelle $D_r = (0, 0, 3)$ n'est pas complètement satisfaite, et aucun pattern supplémentaire n'est disponible pour cet arrondi. Le modèle est donc mis à jour avec cette demande résiduelle non satisfaite et résolu de nouveau pour obtenir un nouveau vecteur Z .

Dans notre cas, le vecteur mis à jour fournit un pattern additionnel $Z_3 = 1$ avec $j_3 = (0, 0, 3)$, permettant ainsi de satisfaire intégralement la demande.

4. Le tableau final des valeurs arrondies est le suivant :

Z^*	Longueur objet	Cutting pattern
17	105	(1, 1, 1)
9	130	(2, 0, 2)
3	130	(0, 1, 4)
1	105	(0, 0, 3)

Cette méthode permet d'arrondir les fréquences de découpe de chaque pattern tout en respectant les contraintes de demande, afin d'optimiser l'utilisation des matériaux disponibles.

Dans la méthode classique, plusieurs colonnes sont fixées simultanément à chaque étape. Cependant, dans certaines instances, fixer une seule colonne à chaque étape pourrait s'avérer plus efficace pour éviter une dégradation de la solution. Cette approche offre un meilleur contrôle sur l'impact de chaque décision, limitant ainsi les risques de sur-utilisation des objets ou d'accumulation excessive de chutes.

4.5.3 Heuristiques de *diving*

Les méthodes d'arrondi suivantes ont été présentées par SADYKOV et al., 2019, pour des problèmes de CSP. Dans cette section nous proposons une adaptation de ces méthodes dans le cadre du CSPUL.

Ces heuristiques visent à trouver rapidement de bonnes solutions réalisables en explorant un arbre grâce à une recherche en profondeur. La principale différence avec la méthode GRH, présentée dans la Section 4.5.2, est qu'à chaque étape, une seule colonne est fixée en arrondissant la variable qui lui est associée, puis une ré-optimisation du modèle relâché mis à jour est effectué. L'objectif est de tirer parti de la relaxation LP plus stricte fournie par la reformulation de Dantzig-Wolfe, améliorant ainsi les chances de trouver des solutions de haute qualité de manière efficace.

Nous avons implémenté deux de ces heuristiques de *diving*. L'heuristique *pure diving*, présentée en Section 4.5.3 et l'heuristique *diving with limited discrepancy search* (LDS), présentée en Section 4.5.3.

Pure diving

L'heuristique *Pure Diving* est une recherche heuristique en profondeur dans l'arbre de *branch-and-price*. Contrairement à la méthode gloutonne, qui fixe plusieurs colonnes simultanément, cette méthode ne fixe qu'une seule colonne à chaque nœud de l'arbre, en fonction d'un critère de tri choisi. Une fois cette colonne arrondie, le modèle est mis à jour et résolu à nouveau de manière récursive, ce qui permet une optimisation progressive à chaque étape.

Un exemple de fonction de résolution par *pure diving*, sous forme récursive, est présenté dans l'algorithme 4.

Algorithme 4 PUREDIVING($P^{t-1}, D^{t-1}, S^{t-1}, \hat{\lambda}, \tilde{\lambda}$)

- 1: **Étape 1** : Mettre à jour le modèle : $d^t \leftarrow d^{t-1} - v_{\tilde{\lambda}} p_{\tilde{\lambda}}$, $S_{o_{\tilde{\lambda}}}^t \leftarrow S_{o_{\tilde{\lambda}}}^{t-1} - v_{\tilde{\lambda}}$
Mettre à jour la solution partielle : $\hat{Z} \leftarrow \hat{Z} + \hat{\lambda}$
 - 2: **Étape 2** : Calculer P^t , l'ensemble des patterns qui reste propres après la mise à jour du modèle.
 - 3: **Étape 3** : Résoudre M par une génération de colonne et notons λ^t sa solution.
 - 4: **Étape 4** : Calculer F l'ensemble des patterns ayant une valeur non entière,
 $F = \{p \in P^t : \lfloor v_{\lambda_p^t} \rfloor < v_{\lambda_p^t} < \lceil v_{\lambda_p^t} \rceil\}$
Si $\hat{Z} + \lambda_{p \in P \setminus F}^t$ définit une solution entière du problème initial M^0
Sauvegarder $\hat{Z} + \lambda_{p \in P \setminus F}^t$
 - 5: **Étape 5** : $\tilde{\lambda} \leftarrow 0$. Si $F = \emptyset$, retourner.
Sélectionner heuristiquement une colonne $\lambda = (v_{\lambda}, p_{\lambda}, o_{\lambda}) \in F$.
arrondir sa valeur : $v_{\lambda} \leftarrow \lceil v_{\lambda} \rceil$ tel que $v_{\lambda} > 0$.
 $\tilde{\lambda} \leftarrow (v_{\lambda}, p_{\lambda}, o_{\lambda})$
Appeler récursivement PUREDIVING($P^t, D^t, S^t, \hat{\lambda}, \tilde{\lambda}$).
-

Les principaux paramètres de cette fonction sont :

- \mathcal{P}^{t-1} : l'ensemble des patterns de découpe issu de l'itération précédente.
- \mathcal{D}^{t-1} : la demande pour chaque pièce à produire à l'itération précédente.
- \mathcal{S}^{t-1} : le stock disponible pour chaque objet à l'itération précédente.

Les paramètres de la fonction sont basés sur le pas de temps précédent $t - 1$, c'est-à-dire le modèle M^{t-1} qui vient d'être résolu. En plus de cela, la fonction prend en compte des paramètres liés à la solution actuelle, comme \hat{Z} , la solution partielle courante, et $\tilde{\lambda}$, qui représente l'arrondi actuel, obtenu lors de la résolution de M^{t-1} . L'ensemble de ces paramètres permettent de définir et de mettre à jour le modèle courant M^t dans la première étape du processus.

$\tilde{\lambda}$ est un triplet $(v_{\lambda}, p_{\lambda}, o_{\lambda})$, où v_{λ} est la valeur arrondie de la variable fixée, p_{λ} est le pattern associé, et o_{λ} est l'objet sur lequel le pattern est appliqué.

Pour initialiser cette fonction, on appelle $PUREDIVING(P^0, D, S, \emptyset, \emptyset)$, où P^0 correspond aux colonnes générées lors de la génération de colonnes du problème maître initial M^0 .

Les patterns considérés à chaque itération sont ceux qui respectent la contrainte suivante :

$$P^t = \{p \in P : x_i^p \leq d_i \quad \forall i \in I\}.$$

Autrement dit, un pattern est valide s'il ne produit pas plus de pièces que nécessaire pour satisfaire la demande pour chaque pièce. Les patterns qui ne respectent pas cette contrainte sont retirés du modèle maître M .

S_0 (le stock initial des objets standards) étant considéré comme infini, nous sommes assurés qu'une solution entière \hat{Z} sera toujours trouvée.

Cette approche est censée offrir de meilleurs résultats que la méthode gloutonne, car elle fixe

une seule colonne à la fois et génère potentiellement de nouvelles colonnes à chaque itération, optimisant ainsi la solution finale.

Diving with Limited Discrepancies

L'heuristique de diving présentée dans cette section est basée sur le principe de *Diving with Limited Discrepancies Search* (LDS) introduit par HARVEY et GINSBERG, 1995. Il s'agit d'une extension du *pure diving* qui repose sur le constat que les heuristiques peuvent parfois proposer des choix sous-optimaux. Ainsi on autorise un certain nombre d'écarts (*discrepancies*) par rapport aux choix suggérés par l'heuristique initiale. Contrairement à l'heuristique *pure diving*, où la prochaine variable à arrondir est strictement choisie selon le tri heuristique, l'algorithme LDS explore plus de solutions en permettant des écarts contrôlés. En autorisant un nombre limité de décisions divergentes, l'algorithme est capable d'explorer des solutions qui seraient autrement ignorées dans une approche stricte, améliorant ainsi les chances d'obtenir une solution optimale.

L'algorithme récursif de *diving with limited discrepancies* est présenté dans l'algorithme 5.

Algorithme 5 DivingWithLDS($P^{t-1}, D^{t-1}, S^{t-1}, \hat{\lambda}, \tilde{\lambda}, T, d$)

- 1: Les étapes 1 à 4 sont les mêmes que dans PureDiving.
 - 2: **Étape 5 : Répéter les actions suivantes :**
 - 3: **tant que** $|T| \leq \text{maxDiscrepancy}$ **and** $d \leq \text{maxDepth}$ **faire**
 - 4: $\tilde{\lambda} \leftarrow 0$. Si $F \setminus T = \emptyset$ Retourne
 Sélectionner heuristiquement une colonne $\lambda = (v_\lambda, p_\lambda, o_\lambda) \in F \setminus T$.
 Arrondir sa valeur : $v_\lambda \leftarrow \lceil v_\lambda \rceil$ tel que $v_\lambda > 0$.
 $\tilde{\lambda} \leftarrow (v_\lambda, p_\lambda, o_\lambda)$
 Appeler récursivement DivingWithLDS($P^t, D^t, S^t, \hat{\lambda}, \tilde{\lambda}, T, d + 1$).
 $T \leftarrow T \cup \lambda$.
 - 5: **fin tant que**
-

Chaque itération explore un nombre croissant de *discrepancies*, en commençant par les solutions qui respectent entièrement l'heuristique initiale (aucune *discrepancy*), puis en autorisant progressivement des écarts. Le processus de *backtracking* est utilisé pour revenir à un nœud précédent lorsque la solution courante est obtenue. Lors de ce retour en arrière, les colonnes précédemment sélectionnées pour l'arrondi dans cette branche ne peuvent plus être choisies dans les autres branches. Cela est géré par une liste tabou (T), qui contient les colonnes interdites pour les prochaines itérations.

Le retour en arrière est effectué jusqu'à une profondeur maximale définie par *maxDepth*. Tant que le nombre de colonnes dans la liste tabou ne dépasse pas la limite fixée par *maxDiscrepancy*, l'algorithme continue à explorer les branches restantes. Ce mécanisme évite de refaire des choix sous-optimaux et favorise l'exploration systématique de l'espace des solutions.

La méthode *DivingWithLDS* repose sur des principes similaires à la méthode *PUREDIVING*,

tout en intégrant la flexibilité offerte par les *discrepancies* pour explorer l'arbre des solutions.

4.6 Génération d'instances et paramétrages

Dans cette section nous nous intéressons à la génération des instances aléatoires, au choix des instances industriels ainsi que les différents paramétrages des algorithmes utilisés pour la résolutions des instances générées.

Chaque instance, qu'elle soit industrielle ou générée aléatoirement, est structurée en plusieurs périodes, pouvant représenter soit un jour de production, soit un lot, c'est-à-dire un sous ensemble de la production journalière. Chaque période possède sa propre demande en termes de pièces, avec des longueurs et des quantités spécifiques.

4.6.1 Instances aléatoires

Dans cette section, nous créons des instances aléatoires en nous basant sur les travaux de CHERRI et al., 2013, ARENALES et al., 2015 et COELHO et al., 2017. De plus, nous nous appuyons sur une analyse de données industrielles afin de générer des instances aussi réalistes que possible. Cette approche, en lien étroit avec les données de l'industrie, nous permet de garantir une représentativité plus fidèle des cas réels et d'extrapoler certains résultats obtenus aux situations industrielles concrètes.

Afin de simuler le fonctionnement d'une entreprise sur une période d'un mois (environ 20 jours ouvrés), chaque instance comprend 20 périodes, représentant chacune un jour de production. Les résultats sont ensuite moyennés sur 12 instances (représentant une année) pour garantir une meilleure représentativité des données.

Lors de la génération des instances nous avons fait varier deux paramètres clés : la longueur des pièces et la demande associée, tandis que les autres paramètres restent constants pour maintenir une base de comparaison fiable entre les simulations.

Données d'entrées :

- 1 objet standard de longueur $L_1 = 6000$ mm
- 4 chutes standards avec des longueurs $L_k = 2000, 3000, 4000, 5000$ mm, pour $k = 2, \dots, 5$
- Seuil de réemploi d'une chute non-standard = 1200 mm
- Prix de l'objet standard : $B_1 = 50\text{€}$
- Prix des chutes réutilisables standards : $B_k = 20.83\text{€}, 16.67\text{€}, 12.50\text{€}, 8.33\text{€}$ ($k = 2, \dots, 5$)

Le prix d'une chute réutilisable est calculé à partir de la formule suivante :

$$B_k = (1 - \beta) \times \frac{L_k}{L} \times B_1$$

où β représente le facteur de dégradation (compris entre 0 et 1), fixé à 50 % pour une chute standard et à 70 % pour une chute non-standard.

Afin d'évaluer l'efficacité des solutions proposées, nous testons plusieurs tailles d'instances, avec un nombre de pièces (m) fixé à 15, 45 ou 90 par instance. Cette variation permet de simuler des échelles de production différentes et de tester la flexibilité de notre approche.

Longueurs des pièces : Nous avons défini trois catégories de longueurs pour refléter les données industrielles :

1. Petite pièce (S) : [300, 900] mm.
2. Pièce moyenne (M) : [900, 2100] mm.
3. Grande pièce (L) : [2100, 4800] mm.

Ces catégories sont basées sur les quartiles des longueurs des pièces produites dans des contextes industriels réels. Les petites pièces correspondent au premier quartile, les pièces intermédiaires se situent entre le deuxième et le troisième quartile, et les grandes pièces correspondent au quatrième quartile.

Exemple 6 La Figure 4.4 montre un exemple d'histogramme des quantités de pièces produites en fonction de leurs longueurs de deux industriels. Dans cet exemple, le premier quartile est à 974 mm et le troisième à 2121 mm.

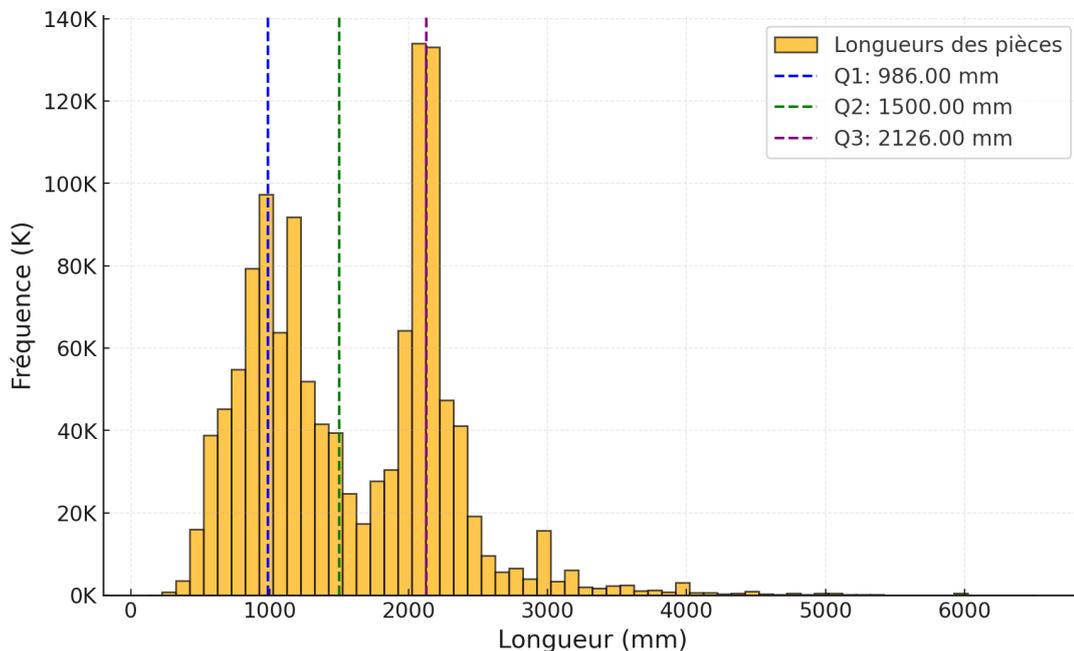


FIGURE 4.4 – Histogramme des longueurs de pièces produites par deux industriels

Demandes des pièces : Trois catégories de demande par période sont utilisées :

1. Demande faible (S) : [1, 5] pièces

2. Demande moyenne (M) : [5, 25] pièces

3. Demande élevée (L) : [25, 100] pièces

En combinant ces catégories de longueur et de demande, nous avons généré neuf types d’instances. Par exemple, les instances de type (S_M) sont composées de petites pièces (S) avec une demande intermédiaire (M). En plus de ces instances à longueur unique, nous avons généré cinq types d’instances mixtes :

- Mélange équitable (ME) : chaque catégorie de longueur est représentée à parts égales [1/3, 1/3, 1/3]
- Mélange petit dominant (MS) : les petites pièces sont surreprésentées [3/5, 1/5, 1/5].
- Mélange moyen dominant (MM) : les pièces moyennes sont surreprésentées [1/5, 3/5, 1/5].
- Mélange large dominant (ML) : les grandes pièces sont surreprésentées [1/5, 1/5, 3/5].
- Mélange aléatoire (MA) : les longueurs sont générées de manière uniforme sur l’intervalle [300, 4800] mm.

Chacune de ces instances mixtes est résolue avec des demandes faibles et moyennes de pièces. Par exemple, l’instance (15_ME_S) a 15 références avec un mélange équitable et une faible demande pour chaque pièce.

En combinant les différentes catégories de pièces, de demandes et de tailles d’instances, nous avons généré un total de 27 instances à longueur unique et 30 instances de longueurs mixtes.

Bien que les longueurs uniques soient moins représentatives des conditions industrielles réelles, elles sont incluses dans nos tests pour identifier d’éventuelles pistes d’amélioration spécifiques à certaines configurations de production. Ces instances permettent également d’analyser des comportements particuliers qui pourraient se produire dans des cas isolés ressemblant à des scénarios réels.

Les instances mixtes, quant à elles, reflètent plus fidèlement la production industrielle typique, car elles simulent des mélanges de pièces de différentes tailles et demandes. Par conséquent, nous accordons une attention particulière à ces instances pour analyser la robustesse et la flexibilité de notre approche dans des environnements plus représentatifs de la réalité industrielle.

4.6.2 Instances industrielles

Cette section présente le choix des instances industrielles. Les instances utilisées dans la Section 4.7.2 proviennent de véritables données issues de la menuiserie industrielle. Elles ont été fournies par les partenaires de l’entreprise REEVERSE Systems et ont été anonymisées. Ces instances représentent deux entreprises de tailles différentes, offrant ainsi une diversité dans les configurations de production. Les instances sont une retranscription directe des lots de production utilisés pour nos simulations et correspondent fidèlement aux productions réelles de ces

clients, garantissant ainsi la pertinence de nos résultats. Un lot devient une période dans nos instances.

Les instances couvrent entre un et trois mois de production et se concentrent sur les 10 profilés les plus couramment découpés par chaque industriel. Elles sont basées sur des données passées, issues de découpes réellement effectuées. Dans ces instances, il arrive régulièrement (environ 30 % du temps) qu'une seule pièce soit produite pour compenser un défaut issu d'une découpe précédente.

Les caractéristiques des objets utilisés dans ces instances sont similaires à celles des instances aléatoires, à l'exception du nombre de pièces produites et des longueurs spécifiques, qui demeurent confidentielles. Cependant d'après nos analyses, chaque période comporte en moyenne 17 références de pièces différentes avec un demande de 2.54 pièces.

Contraintes spécifiques à l'industrie

Pour comparer efficacement nos résultats avec ceux des professionnels de l'industrie, nous avons pris en compte les contraintes spécifiques suivantes :

- **Pertes de début et de fin de barre** : Ces pertes, liées au processus de découpe, varient entre 30 et 200 mm selon la machine et le type d'objet découpé. Dans nos simulations, les pertes de débuts et fin de barre sont celles définies par l'industriel pour le profilé découpé.
- **Espacement entre les pièces** : L'espacement entre les pièces, déterminé par la largeur de la lame de découpe, est constant pour chaque découpe. Cet espacement est ajouté à la longueur de chaque pièce pour être directement pris en compte. Cet écart varie entre 4 mm et 20 mm selon le type de découpe.
- **Seuil de réemploi des chutes non-standards** : Cette longueur dépend des capacités des machines de découpe. Nous avons fixé cette limite à 1200 mm, car il s'agit de la longueur minimale acceptable par les machines automatiques utilisées dans ces environnements.

Ces paramètres, comme les pertes de début et de fin de barre ainsi que l'espacement entre les pièces, jouent un rôle clé dans l'optimisation du processus de découpe. Un mauvais paramétrage pourrait entraîner une augmentation significative du taux de chutes, affectant ainsi la rentabilité et l'efficacité du processus de production. Prendre en compte ces paramétrages permet de se comparer aux résultats réels de nos clients.

4.6.3 Matériel, logiciel et paramétrages des méthodes de résolution

Dans cette section, nous présentons les différents paramétrages utilisés pour résoudre les sous-problèmes et les tests réalisés afin d'évaluer l'efficacité des méthodes proposées.

Matériel et logiciel

Les expérimentations ont été réalisées sur une machine équipée d'un processeur Intel i7-7600U CPU cadencé à 2.80 GHz avec 2 cœurs et 16 Go de mémoire RAM, fonctionnant sous le système d'exploitation Windows 10. Le modèle de génération de colonnes et d'optimisation a été implémenté en Python (version 3.12) et résolu à l'aide du solveur Gurobi (version 10.0.2). Les paramètres de Gurobi ont été laissés par défaut afin de garantir une configuration standard.

Résolution des sous-problèmes de sac à dos

Les sous-problèmes rencontrés dans la génération de colonnes sont résolus à l'aide de l'algorithme *Minknap*, une méthode efficace pour résoudre le problème de sac à dos. Cet algorithme, présenté par PISINGER, 1997, se distingue par sa rapidité, ce qui en fait un choix particulièrement adapté à la génération de colonne dans un contexte industrielle où la rapidité est un élément clé.

Paramètres de l'algorithme *LDS Diving*

Pour l'algorithme de *Diving with Limited Discrepancies Search* (LDS), nous utilisons les paramètres recommandés par SADYKOV et al., 2019, à savoir une limite de *maxDiscrepancy* fixée à 3 et une profondeur maximale *maxDepth* de 2. Ces paramètres permettent d'autoriser un certain nombre de divergences par rapport aux décisions heuristiques, tout en limitant l'exploration excessive de l'arbre de solutions.

Gestion des chutes et limites de génération

Conformément aux exigences des industriels, qui souhaitent limiter la génération des chutes, nous limitons la génération à une chute par période de production (lot). Nous introduisons deux paramètres de contrôle : Δ utilisé dans la contrainte (4.5) qui correspond au nombre de chutes standards autorisées, et ω qui correspond au nombre de chutes non standards autorisées :

- $\Delta = 0$ et $\omega = 0$: aucune chute n'est conservée.
- $\Delta = 1$: la génération d'une chute standard est autorisée.
- $\omega = 1$: la génération d'une chute non-standard est autorisée.

Ces restrictions permettent de simuler différents scénarios industriels, où les entreprises doivent gérer un compromis entre maximiser la réutilisation des matériaux et limiter la génération de chutes.

Les chutes réutilisables standard ont généralement un potentiel de revente plus élevé et sont plus facilement stockables que les chutes réutilisables non-standard, comme l'ont observé COELHO et al., 2017. Dans ce cadre, nous avons introduit un mécanisme permettant la transformation de chutes réutilisables non-standard en chutes réutilisables standard.

Une chute non-standard est transformée en chute standard si la transformation, découpe, génère un rebut plus petit que $\delta \times L_1$, où L_1 est la longueur de l'objet standard. δ dans nos expérimentations est fixé à 5 %. Cette transformation est cependant limitée pour éviter de générer plus de chutes standards que le stock maximum autorisé.

Pour tester ces différentes configurations, chaque instance est résolue sous plusieurs scénarios en variant les paramètres Δ et ω . Les tests visent à évaluer l'impact des chutes générées sur la performance globale de l'algorithme, et à analyser les avantages et inconvénients de permettre la génération de chutes réutilisables standard ou non-standard.

4.7 Résultats expérimentaux

Nous présentons et analysons les résultats obtenus à partir des expérimentations menées pour évaluer les performances de notre approche. Ces expériences sont organisées en fonction de deux types principaux d'instances : les instances aléatoires, qui permettent d'explorer la robustesse et la performance générale des algorithmes dans des situations non spécifiques, et les instances industrielles, qui reflètent les contraintes et particularités rencontrées dans des scénarios réels.

Les résultats issus des **instances aléatoires** permettent de tester la validité de l'algorithme dans un cadre généralisé, avec des données générées de manière pseudo-aléatoire. La Section 4.7.1 détaille les critères de performance appliqués et les observations tirées des tests aléatoires, en montrant comment l'algorithme se comporte sous différentes conditions de complexité.

En complément, les **instances industrielles** apportent un point de vue concret sur l'applicabilité de notre approche dans un environnement opérationnel réel. La Section 4.7.2 met en lumière la capacité de l'algorithme à répondre aux exigences pratiques et aux contraintes spécifiques d'un contexte industriel, avec des résultats comparatifs permettant d'apprécier la pertinence de notre solution dans un cadre appliqué avec des données réelles.

4.7.1 Résultat sur des instances aléatoires

Dans cette section, nous évaluons la pertinence de notre modèle ainsi que l'efficacité de notre méthode de résolution sur diverses instances générées de manière pseudo-aléatoire, présentées en Section 4.6.1. Cette évaluation vise à tester la robustesse du modèle dans différents contextes et à analyser ses performances face à des problématiques variées.

Les objectifs de cette section sont multiples :

- Comparer les performances des différentes méthodes d'arrondi ;
- Identifier la méthode de tri la plus efficace ;
- Étudier le comportement de l'algorithme selon plusieurs critères, notamment la taille des instances et les longueurs des pièces ;
- Mettre en évidence l'impact de la réutilisation des chutes sur l'efficacité globale.

Pour chaque type d'instance, nous comparons les trois méthodes d'arrondi exposées en Section 4.5. La première méthode est celle proposée par POLDI et ARENALES, 2009, largement adoptée dans la littérature pour le CSPUL. Les deux autres sont des variantes de l'approche de diving suggérées par SADYKOV et al., 2019, adaptées pour résoudre les problèmes de découpe intégrant des chutes réutilisables.

Chaque instance est résolue de manière pseudo-multipériode (voir Section 3.2.3), permettant ainsi de réutiliser les chutes générées au cours d'une période t dans la période suivante $t + 1$. À la première période de chaque instance, le stock de chutes réutilisables est initialement vide. Cependant, au fil des périodes, les chutes sont stockées et mises à jour à chaque itération, permettant leur réutilisation dans les périodes suivantes.

Ainsi, à chaque nouvelle période, les chutes disponibles sont actualisées en fonction des stocks restants de la période précédente et des nouvelles chutes générées. Ce mécanisme favorise une gestion continue et efficace des ressources matérielles à travers plusieurs périodes successives, réduisant ainsi les pertes globales et optimisant l'utilisation des matières premières.

a) Analyse de la performance des méthodes

La première série de tests a pour objectif de comparer les trois méthodes d'arrondi (*greedy rounding heuristic (GRH)*, *Pure diving (PURE)*, et *LDS diving (LDS)*) ainsi que les différents choix de tri appliqués aux instances générées, afin d'identifier l'approche la plus performante pour la résolution des instances industrielles. Pour ces comparaisons, nous considérons deux types d'instances : des instances avec des pièces de même catégorie de longueur et des instances mixtes, comportant des pièces de plusieurs catégories de longueurs. Le nombre de références de pièces est fixé à $m = 15$ et $m = 45$. Pour chaque ligne, les résultats présentés sont la moyenne des performances obtenues pour tous les types de demandes et toutes les configurations de réutilisation des chutes. Cela permet d'identifier l'algorithme le plus performant, indépendamment de ces paramètres.

Pour évaluer et comparer les trois méthodes d'arrondi, nous avons retenu deux critères principaux :

- Le **temps de calcul** : Dans un contexte industriel, la rapidité d'obtention d'une solution est déterminante, pour évaluer l'efficacité des différentes méthodes. Un temps de calcul excessif peut rendre une méthode inutilisable en pratique.
- Le **Gap** : Mesurant l'écart par rapport à la meilleure solution obtenue, le gap permet de juger la qualité des solutions obtenues. Ce gap est calculé en fonction du nombre d'objets neufs utilisés, ce qui est un indicateur pertinent de l'efficacité du modèle dans un contexte industriel. Le gap se calcule avec la formule suivante :

$$\text{Gap} = \left(\frac{\text{Solution actuelle} - \text{Meilleure solution}}{\text{Meilleure solution}} \right) \times 100$$

INSTANCE	LDS DIVING			PURE DIVING			GRH		
	H1	H2	H3	H1	H2	H3	H1	H2	H3
15_S	48.66	4968	51.40	9.58	9.86	10.03	5.94	5.91	5.92
15_M	56.16	32.36	30.71	5.96	4.66	4.55	3.16	3.23	3.17
15_L	9.38	8.69	13.04	1.18	1.14	1.37	0.86	0.86	0.86
15_MS	121.68	80.03	79.90	13.51	11.32	11.15	7.93	7.81	7.81
15_MM	41.91	26.71	27.00	4.60	3.80	3.84	2.71	2.66	2.65
15_ML	22.79	14.19	18.64	2.49	2.05	2.28	1.55	1.52	1.52
15_ME	35.96	23.18	24.93	3.99	3.36	3.44	2.46	2.44	2.45
15_MIX	21.60	14.69	18.21	2.49	2.13	2.35	1.60	1.58	1.59
45_S	496.76	543.56	576.56	95.24	100.95	100.65	49.82	50.11	49.86
45_M	615.76	404.60	293.76	66.17	54.38	47.66	33.59	33.90	33.22
45_L	74.01	48.42	91.15	8.75	7.34	9.13	5.61	5.55	5.58
45_MS	1 631.37	888.18	629.20	141.29	97.22	82.41	59.43	59.63	55.66
45_MM	318.63	198.13	141.26	33.25	25.60	21.69	16.49	16.32	16.03
45_ML	158.61	98.22	101.53	14.28	11.83	11.63	8.32	8.13	8.08
45_ME	295.93	175.37	129.89	28.97	22.15	19.31	15.32	14.87	15.24
45_MIX	147.18	92.38	96.94	13.67	11.42	11.52	8.19	8.02	8.03

TABLEAU 4.3 – Temps de calcul moyen (secondes) pour chaque type d’instance.

(Pour rappel, N_X représente une instance avec N références et une longueur de type X. Par exemple 15_MS définit une instance de 15 pièces avec des longueurs Mixtes à dominance petites.)

Le Tableau 4.3 présente le temps de résolution moyen (en secondes) pour une instance de 20 périodes, en fonction du type d’instance et de la combinaison entre méthode d’arrondi et choix de tri.

On observe que la méthode GRH est systématiquement la plus rapide, tandis que la méthode LDS diving est systématiquement la plus lente. En moyenne, GRH nécessite seulement 13.82 secondes pour obtenir une solution, contre 24.12 secondes pour la méthode pure diving. Si l’on exclut les instances 45_S, qui sont particulièrement longues à résoudre et peu représentatives dans le contexte de la menuiserie industrielle, le temps de résolution moyen de pure diving tombe à 19.13 secondes. De même, pour LDS, le temps moyen est de 189.98 secondes avec toutes les instances, et de 132.67 secondes sans les instances 45_MS (lesquelles constituent en cas extrême).

Le nombre de références de pièces a un impact direct sur le temps de résolution : plus il y a de types de pièces, plus le temps de calcul augmente, en raison du nombre élevé de patterns à explorer.

La longueur des pièces influence également le temps de calcul. Plus les pièces sont petites, plus la résolution des sous-problèmes devient complexe, entraînant ainsi un temps de calcul plus élevé. LDS et pure diving, nécessitant plus de résolutions de sous-problèmes, sont davantage affectés par cette combinatoire accrue.

En ce qui concerne les choix de tri, on constate que les temps de calcul pour H1, H2, et H3 sont relativement proches dans la méthode d'arrondi GRH. En revanche, pour les méthodes de diving, H3 s'avère être la plus rapide, tandis que H1 est la plus lente, avec un temps de calcul jusqu'à 2.5 fois plus long pour l'instance 45_MS dans le cas de LDS, et 1.8 fois plus long pour pure diving. En moyenne, H3 est 44 % plus rapide que H1 pour LDS, et 23 % plus rapide pour pure diving.

En conclusion, GRH avec n'importe quel choix de tri, ainsi que pure diving avec le tri H3, semblent être les options les plus pertinentes en raison de leur rapidité. Il reste à vérifier la qualité des solutions obtenues pour confirmer ces choix.

Le Tableau 4.4 présente le gap moyen (en %) par rapport à la meilleure solution obtenue en nombre d'objets neufs découpés, pour une instance de 20 périodes, en fonction du type d'instance et de la combinaison entre méthode d'arrondi et choix de tri. Nous avons choisi de calculer le gap en fonction du nombre d'objets neufs découpés plutôt que par rapport à la fonction objectif, car ce critère est plus représentatif de la performance industrielle.

INSTANCE	LDS DIVING			PURE DIVING			GRH		
	H1	H2	H3	H1	H2	H3	H1	H2	H3
15_S	0.05	0.00	0.01	0.40	0.06	0.11	0.10	0.06	0.10
15_M	0.54	0.03	0.02	2.00	0.23	0.20	0.27	0.31	0.29
15_L	0.05	0.02	0.03	0.19	0.02	0.04	0.09	0.07	0.09
15_MS	0.50	0.04	0.03	2.58	0.53	0.40	0.47	1.26	0.56
15_MM	0.57	0.06	0.02	2.10	0.50	0.32	0.40	0.77	0.40
15_ML	0.14	0.05	0.06	0.64	0.19	0.22	1.17	0.97	1.18
15_ME	0.43	0.04	0.04	2.21	0.47	0.38	0.70	1.19	0.77
15_MIX	0.16	0.04	0.03	0.82	0.23	0.22	0.79	0.87	0.79
45_S	0.01	0.00	0.00	0.10	0.00	0.02	0.02	0.01	0.02
45_M	0.21	0.02	0.00	0.69	0.10	0.06	0.08	0.12	0.08
45_L	0.03	0.01	0.02	0.15	0.00	0.03	0.06	0.05	0.06
45_MS	0.18	0.03	0.01	0.98	0.20	0.13	0.06	0.43	0.15
45_MM	0.22	0.05	0.01	0.84	0.26	0.09	0.11	0.30	0.11
45_ML	0.09	0.05	0.01	0.39	0.15	0.10	0.50	0.61	0.51
45_ME	0.21	0.06	0.01	0.89	0.31	0.07	0.14	0.61	0.18
45_MIX	0.13	0.03	0.00	0.47	0.17	0.09	0.34	0.58	0.38

TABLEAU 4.4 – Gap (%) par rapport à la meilleure solution en nombre d'objets neufs découpés

Les résultats confirment l'inadéquation de H1 aux méthodes de diving. Parmi les trois options de tri testées, H1 se distingue par des performances nettement inférieures, à la fois pour LDS et pure diving. Par conséquent, pour le reste de l'analyse, nous nous concentrerons uniquement sur les choix de tri H2 et H3 pour les méthodes de diving.

On observe également que LDS obtient toujours les meilleurs résultats en termes de gap,

GRH les moins bons, et pure diving se situe systématiquement entre les deux. Le gap moyen obtenu par LDS est de 0.03 %, celui de pure diving est de 0.19 %, et celui de GRH est de 0.40 %. Toutefois, pour certaines instances, comme 15_ML résolue avec GRH, le gap dépasse 1 %, ce qui est significatif et pourrait limiter l'efficacité de cette méthode dans des applications industrielles exigeantes.

Par ailleurs, on remarque que plus la demande est élevée, plus la différence de performance entre GRH et les méthodes de diving se réduit : le gap moyen de GRH passe de 0.70 % pour les instances à demande faible à 0.05 % pour les instances à forte demande. Cependant, dans un contexte industriel où les demandes sont souvent faibles, voire très faibles, cette méthode reste peu recommandée.

Pour finaliser notre choix de combinaison entre méthode et tri, nous avons réalisé une analyse comparative entre le gap moyen et le temps de calcul, présentée dans la Figure 4.5. La méthode pure diving avec le tri H3 (semble offrir le meilleur compromis entre rapidité et qualité des résultats. Cependant, LDS, bien que plus lente, peut offrir des solutions de meilleure qualité en termes de gap, ce qui constitue un atout dans des cas où la précision de la solution prime sur la rapidité.

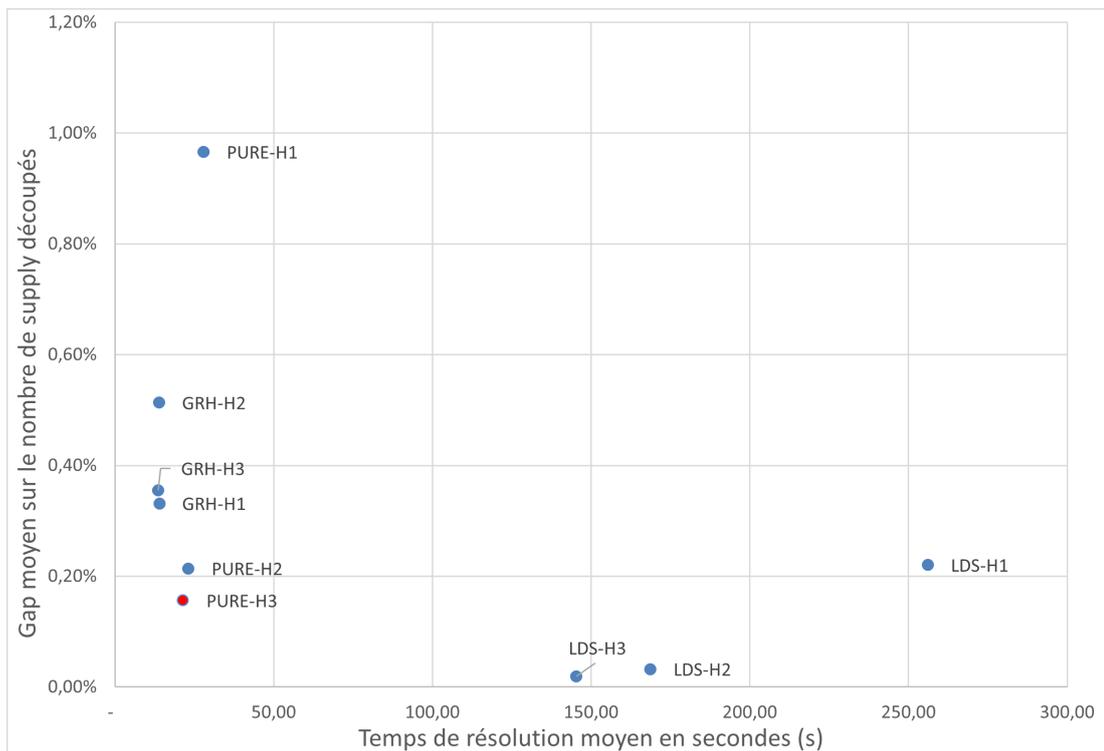


FIGURE 4.5 – Comparaison des méthodes en fonction du temps de calcul (secondes) et du gap (%): analyse de compromis

A partir de maintenant, nous utiliserons exclusivement la combinaison de pure diving avec le

tri H3, au plus proche entier non nul, dans l'ensemble des comparaisons des sections suivantes. Pour la suite des résultats nous nous concentrerons sur des instances composés de $m = 15$ pièces avec une demande faible ce qui se rapproche le plus des données industrielles.

b) Analyse de l'impact industriel

Dans cette section nous évaluons l'impact de plusieurs types d'instances et de méthodes de réemploi sur le fonctionnement de notre modèle.

i. Impact du réemploi des chutes Cette série de tests analyse l'impact, sur différents critères, de la réutilisation des chutes dans différents scénarios : sans réemploi ($\Delta = 0, \omega = 0$), avec réemploi des chutes standards uniquement ($\Delta = 1, \omega = 0$), avec réemploi des chutes non-standards uniquement ($\Delta = 0, \omega = 1$), et enfin avec réemploi des deux types de chutes ($\Delta = 1, \omega = 1$).

Les critères d'évaluation incluent :

- **Rendement** : la proportion de matière utilisée pour produire des pièces. Le rendement se calcul de la façon suivante :

$$\text{Rendement} = \left(\frac{\text{Longueur des pièces produites}}{\text{Longueur des objets neufs utilisés}} \right) \times 100.$$

- **Objets coupés** : le nombre total d'objets découpés.

Le Tableau 4.5 présente l'impact de plusieurs configurations de réemploi sur le rendement.

INSTANCE	Valeurs du couple (Δ, ω)			
	(0, 0)	(1, 0)	(0, 1)	(1, 1)
15_S_S	88.39	96.38	98.40	97.43
15_M_S	94.49	97.50	98.35	97.97
15_L_S	76.90	77.36	78.12	78.15
15_MS_S	93.75	96.02	97.97	97.88
15_MM_S	94.61	96.69	98.09	97.86
15_ML_S	87.18	88.67	89.29	89.79
15_ME_S	94.16	95.61	97.10	97.07
15_MIX_S	88.12	89.45	90.14	90.68

TABLEAU 4.5 – Impact du réemploi des chutes sur le rendement industriel (%) selon plusieurs configurations de réemploi. (Pour rappel : N_X_D représente une instance avec N références, des pièces de longueur de type X avec une demande de type D. Par exemple 15_L_S définit une instance de 15 pièces avec des grandes longueurs avec une demande faible).

On observe que le réemploi a toujours un impact positif sur le rendement, quelle que soit la configuration utilisée.

La configuration de réutilisation avec uniquement de chutes non standards, $\Delta = 0, \omega = 1$, donne une meilleure amélioration que la configuration avec uniquement de chutes standards $\Delta = 1, \omega = 0$. Cela s'explique par les pertes associées aux chutes standards, qui doivent être recoupées pour atteindre les dimensions standardisées, contrairement aux chutes non-standards, qui peuvent être réutilisées dans leur intégralité.

En moyenne, la réutilisation des chutes standards améliore le rendement de 2.5 points, tandis que celle des chutes non-standards améliore le rendement de 3.7 points.

La configuration avec les deux types de chutes ($\Delta = 1, \omega = 1$) est meilleure que celle avec seulement des chutes standards, mais légèrement moins efficace que celle avec uniquement des chutes non-standards. Cela résulte de l'hypothèse selon laquelle il est préférable de générer des chutes standards; ainsi, lorsqu'une chute non-standard est proche de la longueur d'une chute standard, elle est recoupée, ce qui entraîne une baisse de rendement.

L'impact du réemploi est particulièrement significatif pour les instances avec de petites pièces, avec un gain de rendement allant jusqu'à 10 points pour 15_S_S. Cela s'explique par le fait qu'il est plus facile de réutiliser les chutes lorsque celles-ci sont relativement grandes par rapport aux pièces à découper. En revanche, pour les instances avec de grandes pièces, comme 15_L_S, le gain n'est que de 1.2 points, car la plupart des chutes générées sont trop petites pour être réutilisées (seuil de réemploi des chutes de 1200 mm, contre 2100 mm pour la longueur minimale des grandes pièces).

Pour quantifier davantage l'augmentation du rendement en termes de réduction du nombre d'objets découpés, nous présentons le Tableau 4.6. Ce Tableau présente le nombre d'objets neufs découpés pour ces mêmes instances, en fonction des configurations de réemplois. Les résultats sont en accord avec ceux du Tableau 4.5 car le rendement est directement lié au nombre d'objets découpés.

On observe que la réutilisation des chutes permet de réduire jusqu'à 10 % le nombre d'objets neufs pour les instances avec de petites pièces (15_S_S), contre seulement 1.2 % pour les instances avec de grandes pièces (15_L_S). Sur l'ensemble des instances, cela correspond à une économie de 800 objets, soit 3.1 %.

Il convient de considérer à la fois le gain de rendement et la taille des instances à produire. En effet, l'augmentation de rendement de 10 points pour les petites pièces, où environ 1000 objets sont découpés, a autant d'impact sur le nombre total d'objets économisés qu'un gain de 1.2 point pour les grandes pièces, où environ 6700 objets sont découpés. Dans les deux cas, environ 100 objets neufs sont économisés. Ainsi, la configuration avec réutilisation des chutes non-standards uniquement ($\Delta = 0, \omega = 1$) est légèrement moins efficace en termes de réduction du nombre d'objets découpés que la configuration avec les deux types de chutes ($\Delta = 1, \omega = 1$), bien que son rendement global soit plus élevé.

INSTANCE	Valeurs du couple (Δ, ω)			
	(0, 0)	(1, 0)	(0, 1)	(1, 1)
15_S_S	1012	928	909	918
15_M_S	2400	2326	2306	2315
15_L_S	6730	6690	6625	6622
15_MS_S	2156	2105	2063	2065
15_MM_S	2658	2601	2564	2570
15_ML_S	4269	4198	4168	4145
15_ME_S	2964	2919	2874	2875
15_MIX_S	4281	4217	4185	4160
Total	26470	25984	25694	25670

TABLEAU 4.6 – Impact du réemploi sur le nombre d’objet neufs découpés

ii. Impact de la demande et de la longueur des pièces Cette série de tests explore l’effet de la variation des longueurs des pièces et de la demande sur le rendement en conservant un nombre de références fixe $m = 15$.

Le Tableau 4.7, montre l’impact des longueurs de pièces et de la demande sur le rendement.

ITEM	DEMANDE		
	SMALL	MEDIUM	LARGE
S	95.15	99.13	99.79
M	97.08	99.08	99.43
L	77.63	78.05	78.15
MS	96.40	99.14	99.57
MM	96.81	98.88	99.28
ML	88.73	89.19	88.18
ME	95.99	98.11	98.40
MIX	89.60	89.58	89.18

TABLEAU 4.7 – Impact des longueurs et demandes sur le rendement

On observe que plus la demande est élevée, plus le rendement augmente. Le gain est particulièrement notable lorsqu’on passe d’une demande faible à une demande moyenne, tandis que l’augmentation de rendement est moins marquée entre une demande moyenne et une demande élevée. Les instances comportant des grandes pièces (L et ML) font exception : dans ces cas, l’augmentation de la demande a peu d’impact, et peut même entraîner une légère baisse de rendement lorsque la demande devient trop élevée.

Par ailleurs, on constate que plus les pièces sont grandes, plus le rendement est faible. Une exception apparaît cependant pour les petites pièces avec une demande faible, où le rendement est inférieur à celui des pièces moyennes avec une faible demande. Cela s’explique par le fait

que des petites pièces en petites quantités ne découpe que peu d'objets, ainsi une chute générée aura beaucoup plus d'impact sur le rendement. Ce phénomène disparaît dès que la demande augmente, car un plus grand nombre d'objets découpés atténue l'effet des chutes individuelles.

Le rendement des grandes pièces (L) reste pratiquement constant quel que soit le niveau de demande, avec des valeurs autour de 78 %. Cette stabilité indique une limitation dans l'optimisation du rendement pour ce type de pièces. De même les instances mixtes (MIX° affichent quant à elles un rendement relativement stable autour de 89 %, indépendamment du niveau de demande. Ce résultat étonnant au premier abord est dû à un biais statistique. Un pièce générée aléatoirement dans l'intervalle [300 mm, 4800 mm] aura 60 % de chance d'être de grande taille, dans l'intervalle [2100 mm, 4800 mm]. Contre seulement 13.3 % de chance d'être de petite taille et 26.6 % d'être de taille moyenne. Ainsi, la construction des instances mixtes (MIX) génère sensiblement plus de pièces de grande taille se rapprochant fortement des instances de types (ML) se qui se confirme avec les résultats.

Enfin, les instances mixtes avec une dominante se comportent de manière similaire aux instances correspondant à la dominante elle-même.

iii. Impact du nombre de références Cette série de tests explore l'effet de la variation du nombre de références m sur le rendement. Pour cette série de tests, la demande est fixée à faible pour l'ensemble des différentes catégories de longueurs de pièces.

Le Tableau 4.8, montre l'impact du nombre de références sur le rendement. Les résultats révèlent que l'augmentation du nombre de références améliore systématiquement le rendement, ce qui est cohérent avec les observations du Tableau 4.7. Un plus grand nombre de références permet de produire des patterns de meilleure qualité, qui utilisent plus efficacement la matière, génèrent moins de chutes, et augmentent ainsi le rendement.

ITEM	Nombre de références		
	15	45	90
S	95.15	98.23	99.50
M	97.08	99.17	99.75
L	77.63	80.65	81.68
MS	96.40	98.85	99.40
MM	96.81	99.05	99.52
ML	88.73	94.95	95.71
ME	95.99	99.12	99.49
MIX	89.60	94.14	97.50

TABLEAU 4.8 – Impact du nombre de références sur le rendement

Notons également que l'augmentation du nombre de références semble être une méthode plus

efficace que l'augmentation de la demande pour améliorer le rendement. En effet, des références supplémentaires offrent plus de flexibilité dans la création de patterns optimaux, ce qui maximise l'utilisation de la matière, même à des niveaux de demande faibles.

Pour les catégories de pièces S, M, et MS, le rendement atteint presque 100 % lorsque le nombre de références est élevé (90). Cela suggère que pour les pièces de taille moyenne ou petite, un nombre élevé de références permet de quasiment éliminer les pertes de matière.

Par ailleurs, pour certaines configurations, l'effet de l'augmentation du nombre de références semble atteindre un plafond. Par exemple, pour les catégories M et MS, le rendement atteint presque 99 % avec 45 références et n'augmente que très légèrement avec 90 références. Cela suggère un effet de saturation où, au-delà d'un certain nombre de références, les gains supplémentaires en rendement deviennent négligeables. D'un point de vue industriel, pour ces catégories il n'est peut-être pas nécessaire de multiplier les références au-delà d'un certain seuil.

Les configurations mixtes (MIX) bénéficient particulièrement de l'augmentation du nombre de références, avec un rendement qui passe de 89.60 % à 97.50 % en passant de 15 à 90 références. L'augmentation du nombre de références permet une meilleure combinaison de pièces de différentes tailles, augmentant ainsi les chances de créer des patterns optimaux.

En résumé, ces résultats suggèrent que, dans un contexte industriel, travailler avec un nombre élevé de références est une stratégie efficace pour maximiser le rendement, en particulier lorsque la demande est relativement faible. Pour certaines catégories de pièces, cependant, un nombre modéré de références peut suffire, ce qui peut simplifier la gestion des stocks et des configurations de production.

Discussion

L'analyse des résultats obtenus sur les instances aléatoires a permis de mieux comprendre l'influence de plusieurs paramètres – notamment le choix de la méthode d'arrondi, le tri, la réutilisation des chutes, la longueur des pièces, la demande et le nombre de références – sur le rendement et l'efficacité des découpes.

Dans un premier temps, l'étude des méthodes d'arrondi et des choix de tri a révélé que la méthode pure diving combinée au tri H3 constitue le meilleur compromis entre rapidité et qualité de solution. Bien que la méthode LDS fournisse des résultats légèrement meilleurs en termes de qualité (gap), son temps de calcul plus élevé limite son applicabilité dans des contextes où la rapidité est cruciale. La méthode GRH, quant à elle, offre des temps de calcul très rapides, mais au détriment de la qualité des solutions, ce qui en fait un choix moins pertinent pour des applications industrielles exigeant une optimisation fine des ressources.

Ensuite, l'étude de l'impact du réemploi des chutes a montré que la réutilisation, dans toutes ses configurations, contribue à améliorer le rendement. Cependant, les configurations utilisant uniquement des chutes non-standards se sont avérées les plus efficaces en termes de rendement,

bien qu'elles génèrent un nombre légèrement supérieur d'objets neufs découpés par rapport aux configurations combinant les chutes standards et non-standards. Les meilleurs gains ont été observés pour les petites pièces, où les chutes sont plus facilement réutilisables, tandis que les grandes pièces génèrent des chutes de taille insuffisante pour un réemploi optimal.

L'analyse de l'impact des longueurs de pièces et de la demande a révélé que le rendement augmente avec la demande, mais que cet effet atteint un plateau lorsque la demande devient élevée, en particulier pour les pièces petites et moyennes. Les grandes pièces montrent un rendement relativement faible et stable, indépendamment de la demande, en raison de la taille des chutes générées. Cette stabilité suggère une limite dans l'optimisation des grandes pièces, ce qui pourrait nécessiter des stratégies spécifiques de gestion des chutes dans des applications industrielles.

Enfin, l'impact du nombre de références a mis en évidence l'importance de la diversité des références pour optimiser le rendement. Un nombre plus élevé de références permet de générer des patterns de découpe plus efficaces et, par conséquent, de réduire les pertes de matière. Cet effet est particulièrement marqué pour les pièces petites et moyennes, qui atteignent presque 100 % de rendement lorsque le nombre de références est élevé. On observe néanmoins un effet de saturation pour certaines catégories de pièces, indiquant qu'il n'est pas nécessaire de multiplier les références au-delà d'un certain seuil pour maximiser le rendement.

En conclusion, l'étude des instances aléatoires a permis d'identifier des stratégies d'optimisation qui maximisent le rendement dans un cadre de découpe théorique. Ces observations constituent une base solide pour aborder les instances industrielles, où des contraintes supplémentaires et des configurations plus complexes viendront tester la robustesse et la flexibilité des approches optimales.

4.7.2 Résultats sur des instances industrielles

Dans cette section, nous présentons les résultats de l'application de notre modèle à des instances industrielles, en nous concentrant sur les aspects présentant un intérêt spécifique pour le secteur industriel. Nous analysons d'abord l'impact du réemploi des chutes sur le rendement, puis son effet sur le stock. Enfin, nous comparons notre méthode à deux solutions d'imbrication issues de l'industrie.

Pour l'ensemble des données industrielles, nous utiliserons la méthode *PURE DIVING* combiné au tri H3 (tri selon la proximité des variables à l'entier non nul le plus proche), qui a montré le meilleur compromis entre vitesse et qualité des résultats sur les instances aléatoires,

Les objectifs de cette section sont multiples :

- Mettre en évidence l'impact de la réutilisation des chutes sur l'efficacité globale avec des données réelles.
- Analyser la faisabilité du réemploi en évaluant le stockage des chutes.

- Comparer notre approche avec des solutions d'imbrication industrielles disponibles sur le marché.

Tout comme pour les instances aléatoires, chaque instance est résolue de manière pseudo-multipériode, permettant ainsi de réutiliser les chutes générées au cours d'une période t dans la période suivante $t + 1$. À la première période de chaque instance, le stock de chutes réutilisables est initialement vide. Cependant, au fil des périodes, les chutes sont stockées et mises à jour à chaque itération, permettant une réutilisation efficace dans les périodes suivantes.

a) Impact du réemploi des chutes sur le rendement

Pour évaluer l'impact du réemploi des chutes sur le rendement et la consommation de matière, nous avons analysé des instances industrielles en comparant des scénarios selon plusieurs configurations : sans réemploi ($\Delta = 0, \omega = 0$), avec réemploi d'une chute standards uniquement ($\Delta = 1, \omega = 0$), avec réemploi d'une chute non-standard uniquement ($\Delta = 0, \omega = 1$) et avec réemploi des deux types de chutes ($\Delta = 1, \omega = 1$). Nous introduisons également de nouveaux scénarios avec plusieurs chutes de même type ($\Delta = 5, \omega = 0$), ($\Delta = 0, \omega = 5$), ($\Delta = 5, \omega = 1$), ($\Delta = 1, \omega = 5$), ($\Delta = 5, \omega = 5$). Les instances étudiées reflètent les conditions de production réelles, incluant les séquences de lots successifs et les combinaisons spécifiques de profilés et de couleurs propres à chaque industriel. Les longueurs minimales de réemploi sont définies par les industriels eux-mêmes.

Le Tableau 4.9 présente l'impact du réemploi des chutes sur le rendement selon plusieurs configurations de réemploi. On observe que, quelle que soit la configuration de réemploi, la réutilisation des chutes a un impact positif sur le rendement. Pour un même type de chute, plus les chutes sont nombreuses, meilleur est le rendement. Cependant, l'augmentation du nombre de chutes n'entraîne pas systématiquement une amélioration du rendement, le nombre de chutes réellement réutilisables restant limité pour certaines imbrications. Ainsi, augmenter le nombre de chutes potentielles ne garantit pas une augmentation du rendement.

Certaines instances, comme l'instance 4, se démarquent avec un gain maximal de rendement, passant de 78.26 % sans réemploi à 95.20 % dans la configuration (0, 5), ce qui représente une augmentation de 16.94 points. Cette amélioration s'accompagne d'une réduction de 17.8 % du nombre d'objets neufs nécessaires, soulignant ainsi l'importance du réemploi pour optimiser la consommation de matière. En moyenne, la réutilisation des chutes améliore le rendement de 9.42 points, passant de 83.36 % sans réemploi à 92.78 % pour la moyenne des configurations testées.

La Figure 4.6 représente graphiquement les données du Tableau 4.9 sur l'impact du réemploi sur le rendement.

Pour confirmer ces observations, le Tableau 4.10 compare les gains de rendement entre les différentes configurations de réemploi. Chaque colonnes du tableau montre le gain de rendement obtenu en comparant deux à deux les colonnes du Tableau 4.9. Ainsi, la valeur 6.98 (pour

Instance	Rendement (%) selon la configuration du couple (Δ, ω)								
	(0, 0)	(1, 0)	(0, 1)	(5, 0)	(0, 5)	(1, 1)	(1, 5)	(5, 1)	(5, 5)
1	89.34	96.32	96.32	96.32	97.08	97.08	97.08	97.08	97.08
2	90.13	96.33	97.39	96.33	97.75	97.39	97.75	97.39	97.39
3	81.80	90.97	94.21	91.76	95.93	95.06	95.93	95.06	95.93
4	78.26	91.43	93.28	90.53	95.20	94.23	95.20	94.23	95.20
5	87.45	93.28	96.02	93.87	96.34	96.02	96.65	96.02	96.65
6	79.17	89.01	92.29	89.01	94.02	93.44	94.02	93.44	94.61
7	92.93	96.57	97.50	96.66	97.50	97.60	97.69	97.60	97.60
8	92.05	97.03	98.01	97.03	98.01	98.01	98.01	98.11	98.11
9	89.83	94.06	95.10	94.37	95.52	95.31	95.73	95.41	95.84
10	89.49	95.31	96.32	95.41	96.73	96.63	96.73	96.73	96.73
11	87.86	93.90	95.24	94.30	95.78	95.65	95.92	95.65	96.06
12	85.36	94.22	96.12	94.37	96.28	96.12	96.28	96.28	96.28
13	81.19	88.00	89.63	88.20	91.10	90.47	91.10	91.32	91.97
14	82.90	90.80	92.30	91.54	93.21	92.75	93.52	93.52	94.31
15	80.78	86.84	89.06	88.16	91.89	89.99	91.89	90.46	92.87
16	86.00	89.80	91.58	90.28	93.43	92.58	93.43	93.09	94.13
17	82.55	90.53	93.23	90.53	93.23	93.23	93.23	93.23	93.23
18	65.20	79.51	81.50	79.51	81.50	81.50	81.50	81.50	81.50
19	69.45	78.13	81.97	79.37	86.21	83.34	86.21	83.34	86.21
20	75.46	80.65	83.80	80.65	89.61	84.90	90.88	84.34	90.88
Moyenne	83.36	90.63	92.54	90.91	93.82	93.07	93.94	93.19	94.13

TABLEAU 4.9 – Impact du réemploi des chutes sur le rendement industriel (%) selon différentes configurations de Δ et ω

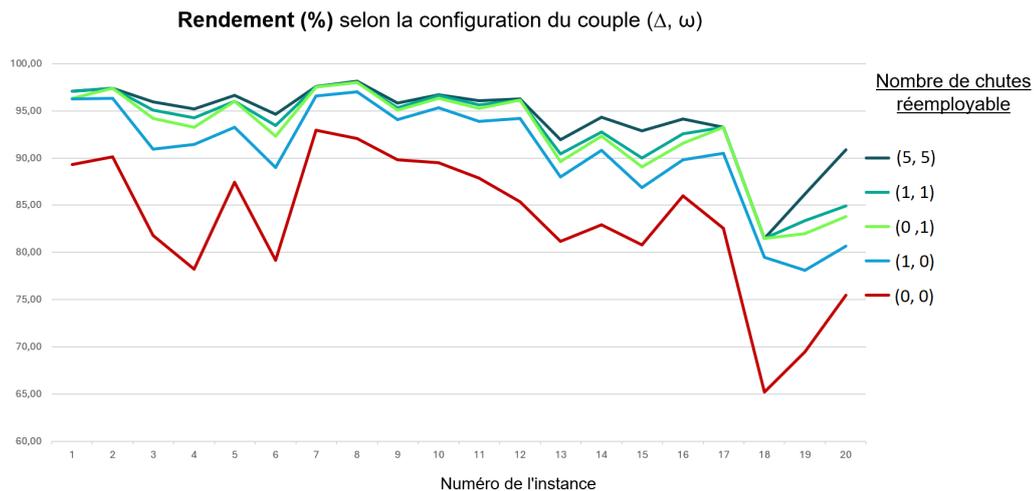


FIGURE 4.6 – Impact du réemploi des chutes sur le rendement industriel (%) selon différentes configurations de δ et ω

l'instance 1, colonne (0, 0) vs (1, 0)) est la différence entre les valeurs de rendement 89,34 et 96,32 dans la Tableau 4.10. Ces résultats montrent que la réutilisation des chutes améliore toujours le rendement, quelle que soit la configuration. Comme observé précédemment pour les instances aléatoires, les résultats montrent que les chutes non-standards augmentent le rendement plus efficacement que les chutes standards.

Instance	Gain de rendement selon la configuration du couple (Δ, ω)								
	(0, 0)	(0, 0)	(1, 0)	(1, 0)	(0, 1)	(0, 1)	(1, 1)	(1, 1)	(1, 1)
	vs (1, 0)	vs (0, 1)	vs (0, 1)	vs (5, 0)	vs (0, 5)	vs (1, 1)	vs (5, 1)	vs (1, 5)	vs (5, 5)
1	6.98	6.98	0.00	0.00	0.76	0.76	0.00	0.00	0.00
2	6.20	7.26	1.06	0.00	0.36	0.00	0.00	0.36	0.00
3	9.17	12.41	3.24	0.79	1.72	0.85	0.00	0.87	0.87
4	13.17	15.02	1.85	-0.90	1.92	0.95	0.00	0.97	0.97
5	5.83	8.57	2.74	0.59	0.32	0.00	0.00	0.63	0.63
6	9.84	13.12	3.28	0.00	1.73	1.15	0.00	0.58	1.17
7	3.64	4.57	0.93	0.09	0.00	0.10	0.00	0.09	0.00
8	4.98	5.96	0.98	0.00	0.00	0.00	0.10	0.00	0.10
9	4.23	5.27	1.04	0.31	0.42	0.21	0.10	0.42	0.53
10	5.82	6.83	1.01	0.10	0.41	0.31	0.10	0.10	0.10
11	6.04	7.38	1.34	0.40	0.54	0.41	0.00	0.27	0.41
12	8.86	10.76	1.90	0.15	0.16	0.00	0.16	0.16	0.16
13	6.81	8.44	1.63	0.20	1.47	0.84	0.85	0.63	1.50
14	7.90	9.40	1.50	0.74	0.91	0.45	0.77	0.77	1.56
15	6.06	8.28	2.22	1.32	2.83	0.93	0.47	1.90	2.88
16	3.80	5.58	1.78	0.48	1.85	1.00	0.51	0.85	1.55
17	7.98	10.68	2.70	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
18	14.31	16.30	1.99	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
19	8.68	12.52	3.84	1.24	4.24	1.37	0.00	2.87	2.87
20	5.19	8.34	3.15	0.00	5.81	1.10	-0.56	5.98	5.98
Moyenne	7.27	9.18	1.91	0.28	1.27	0.52	0.12	0.87	1.06

TABLEAU 4.10 – Comparaison des différentes configurations de réemploi des chutes selon leur impact sur le rendement matière. Une valeur positive indique une amélioration du rendement. Par exemple, dans la colonne (0,0) vs (1,0), la valeur 6,98 indique que la configuration (1, 0) améliore le rendement de 6,98 points par rapport à la configuration (0, 0), pour l'instance 1.

Comme observé précédemment pour les instances aléatoires, les résultats indiquent que les chutes non-standards augmentent le rendement plus efficacement que les chutes standards. En moyenne, la réutilisation d'une chute standard améliore le rendement de 7.27 points, tandis que celle d'une chute non-standard l'améliore de 9.18 points. Bien que les chutes standards soient plus simples à stocker, cet écart de rendement souligne l'intérêt d'intégrer des chutes non-standards

lorsque les capacités de stockage le permettent.

En revanche, l'amélioration obtenue en passant d'une à plusieurs chutes est relativement faible : un gain de seulement 1.27 points pour les chutes non-standards et de 0.28 points pour les chutes standards. Certains types d'instances montrent un effet de saturation : au-delà d'une certaine quantité de chutes, les gains de rendement sont minimes. Cela suggère qu'il n'est pas toujours nécessaire d'augmenter le nombre de chutes pour toutes les instances.

Les configurations combinant une chute non-standard avec une ou plusieurs chutes standards semblent allier rendement élevé et gestion logistique simplifiée. La configuration (5, 5) est celle ayant le rendement maximal, mais génère un nombre important de chutes réutilisables pour un gain de rendement limité (1.06 points par rapport à la configuration (1, 1)). Ce gain justifie-t-il le surcoût lié au stockage des chutes ? En l'absence de données sur les coûts de stockage dans un contexte industriel, cette question dépasse le cadre de notre étude, mais constitue une future piste de recherche.

En conclusion, l'analyse révèle que l'impact le plus significatif provient de la première chute réutilisée, qui contribue à environ 75 % du gain maximal de rendement. Cette observation s'explique par le fait que les premières chutes permettent de mieux gérer les aléas de production en réduisant le recours aux objets neufs.

Pour évaluer de manière plus tangible les gains réalisés grâce au réemploi des chutes, le Tableau 4.11 analyse l'impact du réemploi en terme d'objets neufs découpés. Les économies réalisées varient fortement d'une instance à l'autre. Par exemple, pour l'instance 8, la réduction maximale est de 76 objets économisés. Avec un coût de 54.84 € par objet, l'économie potentielle avoisine les 4500€. Dans l'instance 18, la configuration (5, 5) permet d'économiser jusqu'à 22 % des objets neufs. En moyenne, le réemploi des chutes permet d'économiser 37 objets par instance. La configuration (5, 5) génère le plus grand gain global, avec une économie totale de 828 objets sur l'ensemble des instances étudiées. En prenant un coût moyen de 40.23 € par objet neuf, le coût matière peut être réduit de plus de 33000 € sur un mois de production pour l'ensemble de ces instances. En se limitant à une seule chute non standard, cette réduction atteindrait 29 528€.

Ces résultats confirment que le réemploi des chutes, bien qu'il exige une gestion supplémentaire du stock, présente un impact financier significatif en réduisant le nombre d'objets neufs requis pour la découpe. Les économies réalisées dès la première chute réutilisée soulignent la simplicité de mise en oeuvre de cette stratégie.

En conclusion, la réutilisation des chutes constitue une approche rentable et adaptable pour les industriels, offrant des gains substantiels avec un minimum d'ajustements. La prochaine étape de notre analyse portera sur l'impact du réemploi sur le stock de chutes, afin d'en évaluer la faisabilité pratique et de mieux comprendre les implications logistiques de cette stratégie.

Instance	Nombre d'objets coupés selon la configuration du couple (Δ, ω)								
	(0, 0)	(1, 0)	(0, 1)	(5, 0)	(0, 5)	(1, 1)	(1, 5)	(5, 1)	(5, 5)
1	138	128	128	128	127	127	127	127	127
2	295	276	273	276	272	273	272	273	273
3	129	116	112	115	110	111	110	111	110
4	118	101	99	102	97	98	97	98	97
5	336	315	306	313	305	306	304	306	304
6	190	169	163	169	160	161	160	161	159
7	1088	1047	1037	1046	1037	1036	1035	1036	1036
8	1053	999	989	999	989	989	989	988	988
9	957	914	904	911	900	902	898	901	897
10	1015	953	943	952	939	940	939	939	939
11	762	712	702	709	698	700	698	699	696
12	670	607	595	606	594	595	594	594	594
13	478	441	433	440	426	429	426	425	422
14	678	619	609	614	603	606	601	601	596
15	215	200	195	197	189	193	189	192	187
16	591	566	555	563	544	549	544	546	540
17	227	207	201	207	201	201	201	201	201
18	50	40	40	40	40	39	39	39	39
19	72	64	61	63	58	60	58	60	58
20	171	160	154	160	144	152	142	153	142
Moyenne	461.65	431.7	424.95	430.5	421.65	423.35	421.15	422.5	420.25

TABLEAU 4.11 – Impact du réemploi sur le nombre d'objets découpés

b) Impact du réemploi des chutes sur le stock

Suivre l'évolution du nombre de chutes générées et stockées permet d'évaluer de manière concrète la faisabilité du réemploi des chutes. La Figure 4.7 illustre l'évolution du stock de chutes au fil des périodes sur un mois de production, dans une configuration (5, 5).

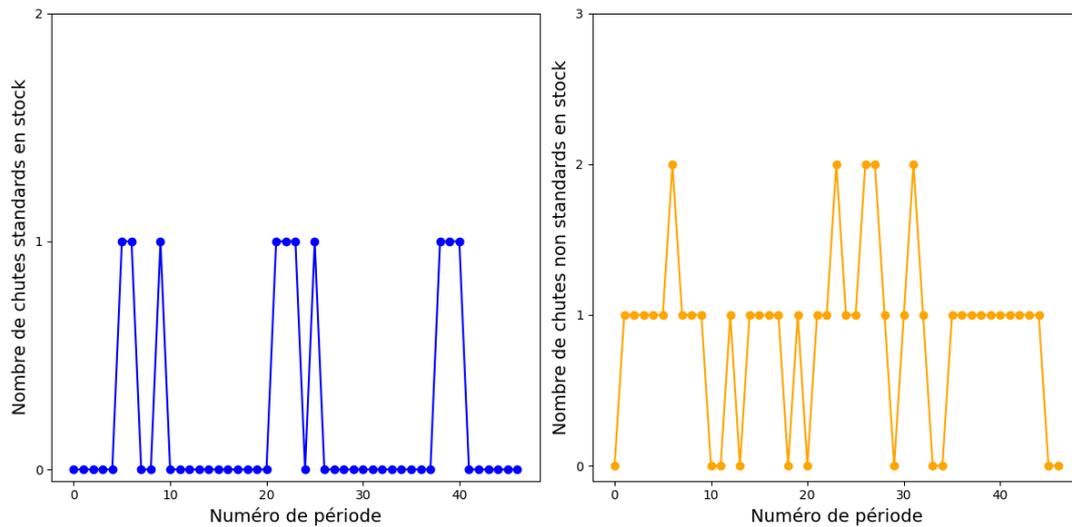


FIGURE 4.7 – Évolution du stock de chutes standards (bleu) et non standards (orange) au cours du temps

Dans la majorité des cas, le stock de chutes non standards oscille entre des valeurs de 0 à 2. Ce stock est dynamique, avec des chutes réutilisées rapidement, évitant toute accumulation excessive. Dans 90 % des cas une chute est réutilisée dans les deux périodes après sa création. En moyenne, chaque période génère une chute standard ou non standard à stocker, ce qui est tout à fait raisonnable pour une gestion efficace.

Toutefois, certaines configurations peuvent conduire à une accumulation indésirable. La Figure 4.8 en montre un exemple, avec un stock de chutes qui croît de façon incontrôlée. Ce phénomène se produit lorsque les chutes générées sont trop petites pour être réutilisées efficacement. Dans ces conditions, des chutes inutilisables s'accumulent, saturant progressivement le stock.

Ces observations montrent que la réutilisation des chutes est logiquement réalisable, à condition de bien calibrer le seuil de réemploi et la valorisation des chutes. Une stratégie de réemploi ajustée permettrait de réduire les coûts tout en étant logistique viable.

Comparaison avec processus industriel réel

Dans cette section, nous comparons notre méthode d'imbrication avec celles de deux industriels, en évaluant le rendement matière dans des scénarios avec et sans réemploi de chutes.

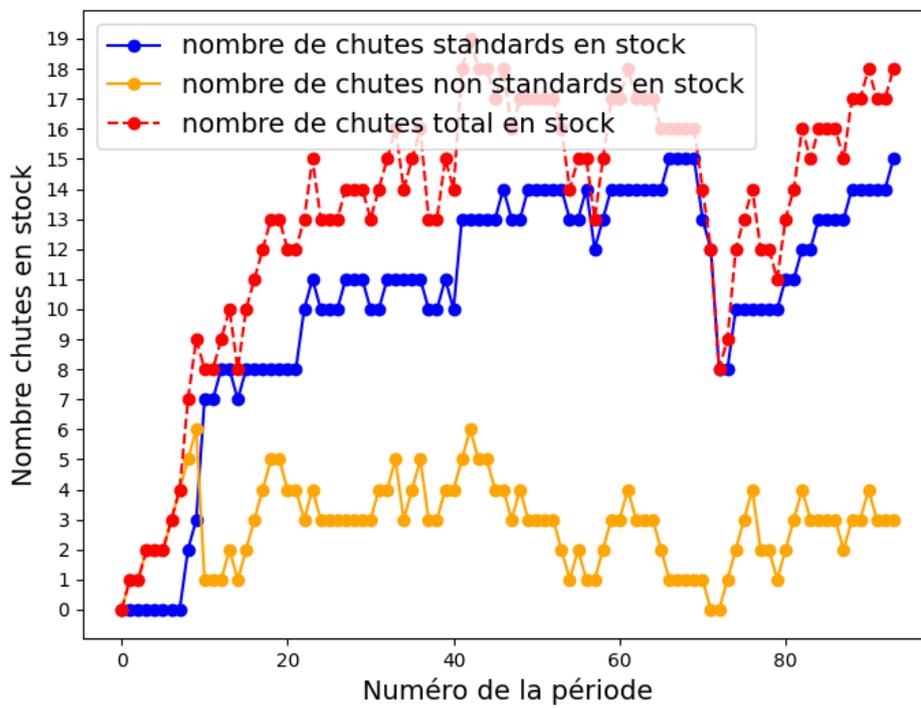


FIGURE 4.8 – Évolution du stock de chutes standards (bleu), non standards (orange) et total (rouge) au cours du temps

Pour chaque imbricateur, seules les chutes non standards sont réutilisées, conformément aux pratiques industrielles. Nous limitons le nombre de chutes générées à une par période, et considérons que les chutes peuvent être réutilisées d'une période à l'autre. Nous appliquons également cette hypothèse aux imbricateurs industriels.

Les comparaisons s'étendent sur une période de production de trois mois pour le premier industriel et de un mois pour le second. Contrairement aux imbricateurs industriels qui disposent d'un stock de chutes initial, notre modèle démarre avec un stock vide, ce qui peut influencer les résultats observés.

Dans les Figures 4.9 et 4.10, les courbes représentent une régression linéaire effectuée sur les 10 profilés les plus découpés. Les courbes bleues (clair et foncé) représentent les résultats de notre imbricateur, sans et avec réemploi des chutes. Les courbes rose et rouge correspondent aux résultats des imbricateurs industriels, sans et avec réemploi des chutes.

Ces deux industriels utilisent déjà le réemploi de chutes mais selon des approches différentes : le premier industriel réutilise les chutes de tous les profilés, tandis que le second privilégie les profilés les plus fréquemment découpés.

En l'absence d'accès direct aux imbricateurs industriels, nous avons dû adopter une méthode alternative pour effectuer la comparaison sans réemploi des chutes. Nous avons sélectionné uniquement les données issues des imbrications réalisées sur des barres neuves, en négligeant ainsi une partie des pièces. Cette approche permet de constituer la courbe représentative de l'imbricateur industriel sans réemploi (courbe rose) et la courbe représentative de notre imbricateur (courbe bleu ciel).

Dans la Figure 4.9, on observe que notre imbricateur sans réemploi obtient un rendement légèrement supérieur à celui de l'imbricateur industriel. Cet industriel ayant une production relativement faible, les différences sont minimales sur les instances simples. Pour les profilés peu découpés, les courbes se chevauchent. Plus le nombre de découpes augmente, plus l'écart de rendement tend à s'agrandir. Un nombre de découpes qui augmente se traduit premièrement par un nombre de références plus important, puis par une augmentation de la demande. Pour cet industriel, le réemploi des chutes apporte un gain notable de plus de 10 points de rendement, un écart qui semble constant quel que soit le nombre d'objets neufs découpés. Notre imbricateur avec réemploi surpasse celui de l'industriel de 5 points de rendement.

Dans la Figure 4.10, la tendance est inversée. L'industriel n°2 produisant sensiblement plus de pièces, notre imbricateur obtient de meilleurs résultats pour l'ensemble des profilés, y compris sur les profilés peu découpés. L'écart diminue sur les profilés les plus découpés, il est possible que l'imbricateur de l'industriel n°2 utilise une méthode similaire à GRH, qui tend à être plus performante lorsque le volume de pièces à découper augmente (voir Section 4.7.1). Avec le réemploi, notre imbricateur demeure globalement plus performant, bien que l'écart se réduise à mesure que l'industriel augmente la réutilisation des chutes sur les profilés les plus découpés.

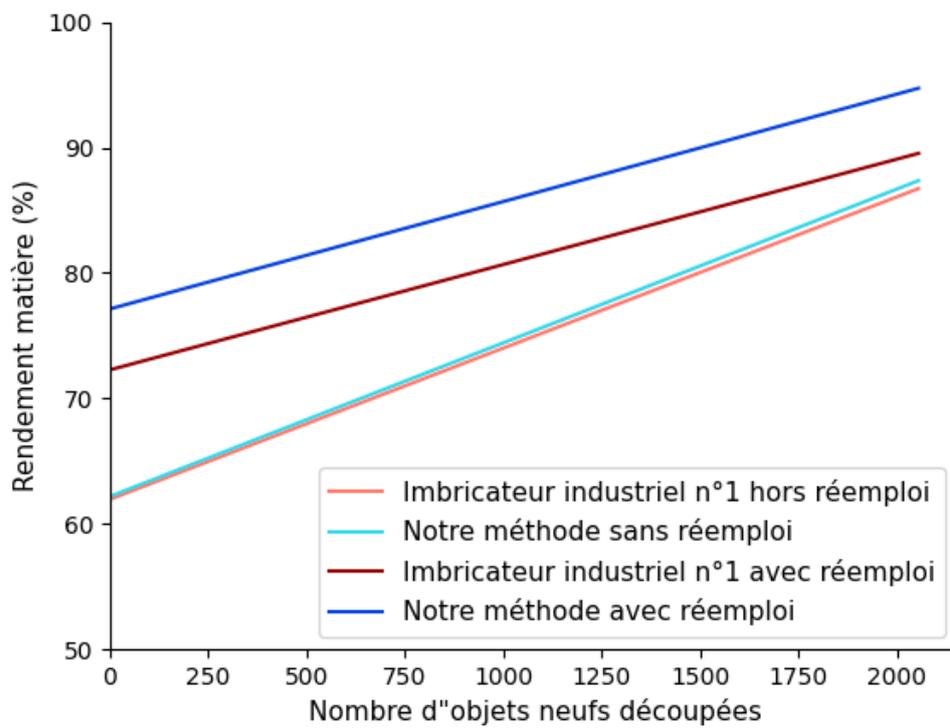


FIGURE 4.9 – Comparaison de notre méthode avec l'imbricateur industriel n°1 selon le rendement matière (%) sur les 10 profils les plus découpés

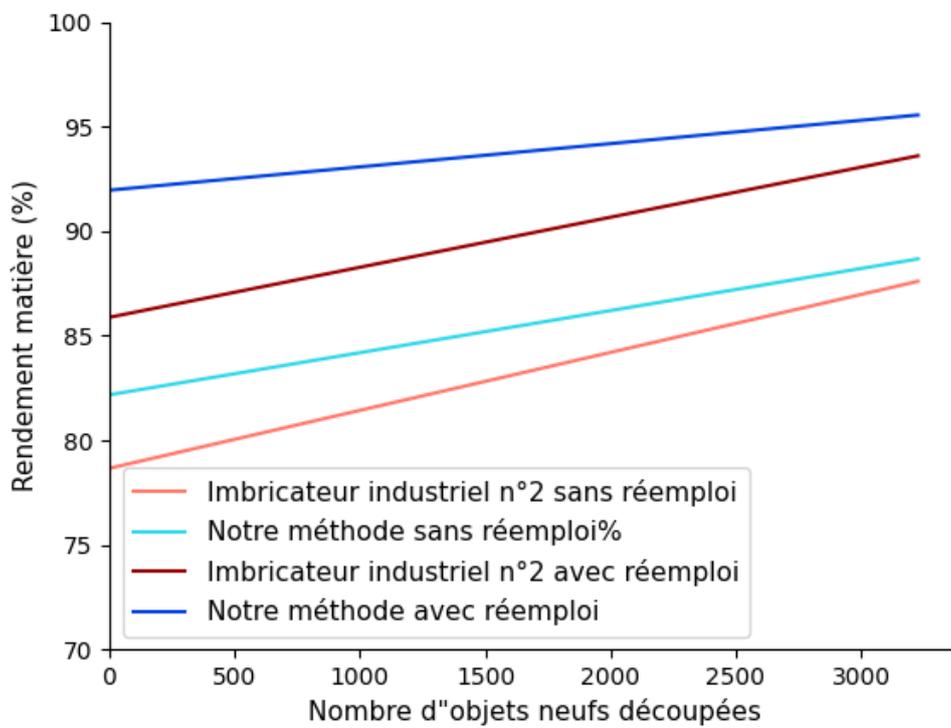


FIGURE 4.10 – Comparaison de notre méthode avec l'imbricateur industriel n°2 selon le rendement matière (%) sur les 10 profilés les plus découpés

Ces graphiques soulignent l'efficacité de notre imbricateur, en particulier lorsqu'il est associé au réemploi des chutes. Dans les deux cas, notre méthode surpasse celles des industriels, avec des rendements plus élevés et un avantage marqué dans les scénarios avec réemploi, confirmant l'intérêt d'une stratégie de réutilisation optimisée.

4.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé la génération et l'optimisation de solutions pour des problèmes de découpe dans un contexte industriel, avec un focus particulier sur la gestion et le réemploi des chutes. Une contribution majeure de ce travail réside dans la proposition d'un nouveau modèle mathématique, intégrant deux types de chutes – standards et non-standards – afin de maximiser la réutilisation des matériaux. Pour résoudre ce modèle, nous avons proposé de génération de colonnes intégrant plusieurs techniques d'arrondi et de tri. Cette synergie entre modélisation et optimisation permet d'obtenir des solutions entières de qualité, répondant à la fois aux contraintes théoriques et aux exigences industrielles.

Les performances de cette approche ont été évaluées sur des instances générées de manière pseudo-aléatoire ainsi que sur des cas issus de données industrielles réelles. Ces expérimentations confirment la pertinence de l'association entre un modèle novateur et les méthodes de résolution proposées.

Les résultats expérimentaux montrent une réduction significative de la consommation de matière grâce au réemploi des chutes non-standards. En comparaison avec les imbricateurs industriels de référence, notre modèle offre des gains de rendement de l'ordre de 5 à 10 % selon les configurations et les volumes de production, avec un impact particulièrement marqué sur les profilés les plus fréquemment découpés.

Notre modèle présente plusieurs limites qui pourraient influencer les résultats en conditions réelles. Tout d'abord, il ne prend pas en compte certains aléas de production, tels que les chutes endommagées (par exemple, rayées), qui deviennent ainsi inutilisables. En revanche, les pièces mal produites sont incluses dans les instances, ce qui peut créer des cas artificiels (par exemple, des instances avec une seule pièce à produire). Une solution pourrait être d'intégrer un facteur de rejet pour simuler ces défauts de production, afin de mieux refléter les conditions réelles et d'obtenir des résultats plus représentatifs.

Par ailleurs, notre modèle permet la réutilisation des chutes d'un lot à l'autre, une flexibilité qui n'est pas toujours réalisable en contexte industriel. En pratique, les contraintes de gestion des stocks et de logistique compliquent ce transfert entre périodes successives, ce qui peut limiter la faisabilité de cette approche.

Un autre aspect important est le réglage du coefficient de dégradation appliqué aux chutes. Si ce coefficient est mal ajusté, il peut être économiquement plus avantageux de découper une barre

neuve plutôt que de réutiliser une chute, ce qui compromettrait le rendement. Par exemple, un coefficient de dégradation trop faible pour les chutes standards peut engendrer une diminution de rendement en sous-évaluant la valeur de ces chutes par rapport aux barres neuves. Cela souligne l'importance d'un réglage précis de ce coefficient pour équilibrer les coûts et maximiser la réutilisation des chutes tout en maintenant la rentabilité. Il est donc nécessaire d'apporter des ajustements supplémentaires pour adapter notre modèle aux conditions réelles et aux contraintes de la production industrielle, notamment en intégrant une gestion des imprévus et en ajustant les paramètres économiques liés à la réutilisation des chutes.

Pour surmonter ces limitations, plusieurs améliorations sont envisageables. L'intégration de facteurs de rejet dans le modèle pour simuler les défauts de production permettrait d'obtenir des résultats plus proches de la réalité industrielle. Par ailleurs, un ajustement dynamique du coefficient de dégradation appliqué aux chutes pourrait encore améliorer le rendement en équilibrant de manière optimale les coûts de réemploi avec les bénéfices attendus. Enfin, des collaborations avec des industriels pourraient permettre de mieux adapter le modèle aux contraintes logistiques réelles, en testant notamment la faisabilité du réemploi de chutes entre périodes successives.

Il serait également pertinent d'explorer une modélisation multipériode, qui permettrait de prendre en compte le coût réel de stockage, actuellement absent de notre modèle. Une approche multipériode offrirait une vision plus réaliste des coûts et pourrait ainsi améliorer l'alignement de notre méthode avec les conditions opérationnelles du milieu industriel.

RÉALISATIONS ET APPLICATIONS INDUSTRIELLES

Table des matières

5.1	Lecture de données	140
5.1.1	Difficultés générales rencontrées	141
5.1.2	Étude de cas : format 1D	142
5.1.3	Problématiques des formats 2D	144
5.2	Analyse et Diagnostic	146
5.2.1	Analyse	146
5.2.2	Bilan matière	147
5.2.3	Premiers constats sur la gestion des chutes	149
5.3	Réalisations	154
5.3.1	Projet 2D	154
5.3.2	Imbricateur industriel	158
5.3.3	Simulateur de longueur de profilé	163
5.3.4	Détermination du seuil optimal de réemploi	167

Ce chapitre présente les travaux appliqués réalisés au cours de ma thèse ainsi que les applications concrètes du 1D-CSPUL. Intégré au sein de REEVERSE Systems, j’ai eu l’opportunité de travailler sur des projets d’optimisation industrielle en lien avec la gestion des chutes et l’amélioration du rendement matière. L’outil logiciel développé par REEVERSE Systems repose sur quatre grandes étapes : la récupération des données (lecture), leur traitement (analyse), leur utilisation (application des algorithmes) et la restitution des résultats.

Mes contributions se sont principalement concentrées sur les trois premières étapes, avec un accent particulier sur la récupération et l’utilisation des données issues des processus de production. Plusieurs simulateurs basés sur des modèles de 1DCSP ou 1DCSPUL ont été développés pour optimiser la découpe de matériaux en minimisant les pertes et en maximisant la réutilisation des chutes. L’application de ces algorithmes dans un cadre industriel réel, chez des menuisiers industriels clients de REEVERSE Systems, a permis de démontrer leur capacité à économiser de la matière grâce à des solutions concrètes adaptées aux besoins de l’industriel.

Ce chapitre s’articule autour de deux axes principaux : d’une part, la présentation des développements réalisés autour de la récupération et du traitement des données de production ; d’autre part, l’utilisation de ces données dans des algorithmes d’optimisation, ainsi que l’analyse des résultats obtenus et leur impact sur l’amélioration des processus industriels. Les différentes applications fonctionnelles mises en place illustrent la valeur ajoutée de ces travaux, tant sur le plan théorique que pratique.

La section 5.1 présente les méthodes de lectures des données clients. La section 5.2, présente l’analyse de ces données. Enfin la section 5.3 détaille l’ensemble des projets à impact industriel réalisés dans le cadre de ma thèse CIFRE.

5.1 Lecture de données

Les données jouent un rôle central dans la performance du logiciel REEVERSE : une lecture efficace des données clients est indispensable pour permettre une analyse pertinente et l’application des algorithmes. Concrètement, un lecteur de données est une composante logicielle qui permet d’interpréter, de structurer, et de transformer des informations brutes fournies par les clients (par exemple, des fichiers CSV ou Excel) en un format exploitable par le système. Sans un tel lecteur, les informations nécessaires aux processus de découpe et d’optimisation ne pourraient pas être intégrées correctement, compromettant ainsi l’efficacité et la fiabilité du logiciel.

L’objectif principal du lecteur de données est de pouvoir traiter différents formats de fichiers provenant de divers clients et d’extraire de manière précise toutes les informations relatives aux découpes. Pour atteindre cet objectif, il doit être à la fois précis, pour refléter fidèlement la réalité des processus industriels, et robuste, afin de gérer les incohérences ou erreurs éventuelles présentes dans les données brutes.

À mon arrivée dans l'entreprise, seul un lecteur de données basique était en place, capable de traiter un seul type de format. Aucun personnel technique n'était alors disponible pour développer des lecteurs adaptés aux nouveaux clients. J'ai donc rapidement assumé cette responsabilité, en développant des outils capables de gérer différents formats, jusqu'à l'arrivée d'un support technique dédié. Cette mission m'a permis de travailler directement sur des données industrielles et de valider mes hypothèses dans un contexte opérationnel dès le début de ma thèse.

5.1.1 Difficultés générales rencontrées

Bien qu'il existe des formats standards de données industrielles, chaque client utilise un ensemble de formats différent, selon ses machines, logiciels et contraintes industrielles (1D / 2D en premier lieu). Ces formats sont souvent mal documentés, ce qui complexifie leur interprétation.

Multiplicité des formats de données Dès la réception des données des premiers clients de REEVERSE Systems, il est apparu que chaque client utilise son propre format de données. À ce jour, nous avons identifié une vingtaine de formats différents, répartis entre les industries 1D et 2D. Cette diversité rend le processus de lecture plus complexe et augmente considérablement le temps nécessaire à l'intégration des données clients. Les formats, qu'il s'agisse de fichiers XML, LOT, BAK, GEO ou autres, présentent des structures et balisages spécifiques, souvent propriétaires, sans bibliothèques de lecture ou outils de conversion standardisés. Une même extension de fichier pouvant présenter des variantes de syntaxe d'un client à l'autre, Il est nécessaire de développer des solutions sur mesure pour harmoniser ces données et garantir leur cohérence au sein du logiciel.

Absence de documentation L'absence partielle ou totale de documentation pour chacun de ces formats complique encore la tâche. Pour interpréter le contenu des fichiers, nous avons procédé par essais-erreurs et déductions successives. Chaque format étant unique, il n'était pas rare de devoir repartir de zéro à chaque nouvelle tentative. Cependant, au fil du temps, nous avons acquis de l'expérience, ce qui nous a permis d'être de plus en plus efficaces dans cette démarche. Les fichiers, parfois très volumineux — certains atteignant jusqu'à 70 000 lignes — rendent l'analyse plus complexe. Il est difficile de repérer manuellement les informations pertinentes noyées dans un grand volume de données. De plus on ne peut pas vraiment vérifier à la main les résultats obtenus. Pour surmonter ces obstacles, nous avons combiné des techniques d'exploration manuelle avec des outils automatisés afin d'identifier les balises récurrentes et de comprendre les structures sous-jacentes. Une fois ces éléments identifiés, nous pouvions commencer à harmoniser et interpréter les données avec plus d'efficacité.

5.1.2 Étude de cas : format 1D

Pour illustrer les défis liés à la gestion des différents formats de données, prenons l'exemple d'un format 1D couramment utilisé dans l'industrie. Les formats unidimensionnels sont souvent considérés comme plus simples à gérer en raison de leur structure épurée : ils ne contiennent généralement pas d'informations superflues ou de "traits d'amorce" (éléments de découpe qui n'est pas présente dans la pièce réelle) et les pièces y sont clairement définies. Cependant, malgré cette apparente simplicité, ces formats présentent des défis spécifiques en matière d'intégration efficace, comme nous allons le découvrir dans cet exemple.

Analyse du format .LOT Le format .LOT est un fichier texte largement utilisé dans l'industrie de la menuiserie pour gérer divers aspects des opérations d'usinage, notamment les plans de découpe, les instructions pour les machines-outils et les informations relatives à l'impression d'étiquettes. Dans notre contexte, il permet principalement de lire les données nécessaires à la découpe des matériaux, intégrant les différentes étapes pour transformer des barres de matériau en pièces spécifiques dans des processus de production assistés par ordinateur.

Structure et balises Le fichier .LOT s'organise autour de quatre balises principales, chacune jouant un rôle précis dans la définition du processus de découpe :

- DB (Début de Barre) : Chaque balise DB introduit une nouvelle barre de matériau. Les champs associés à cette balise comprennent la section, la couleur, la longueur nominale de la barre, ainsi que d'éventuelles instructions pour l'opérateur. Cette balise permet d'identifier et gérer les matériaux utilisés.
- DP (Début de Pièce) : Cette balise marque le début d'une nouvelle pièce à découper à partir de la barre définie par la balise DB précédente. Les informations incluent la longueur de la pièce, les angles de découpe à gauche et à droite, ainsi qu'un identifiant unique pour la pièce.
- OP (OPération de machinage) : Les balises OP décrivent les opérations de machinage spécifiques à effectuer sur la pièce définie par la balise DP précédente. Cela peut inclure des opérations comme le perçage, le fraisage ou d'autres formes de traitement mécanique.
- ET (Étiquette) : Cette balise est utilisée pour définir les informations d'étiquetage de la pièce en cours, telles que les logos, les codes-barres, et des lignes de texte personnalisées pour le suivi ou la gestion des pièces.

Bien que les balises DB et DP soient celles qui nous intéressent le plus pour leur rôle dans la fourniture des informations sur la quantité de matière utilisée et les spécifications des pièces à découper, les balises ET peuvent aussi fournir des informations pour l'identification des pièces. De plus, la structure des lignes n'est pas figée, même au sein d'un même site industriel, et peut varier d'un fichier à l'autre. Il est aussi possible de rencontrer des erreurs logiques, comme

l'absence d'une balise DP ou des mises en barre impossibles.

La Figure 5.1 montre un exemple de fichier .LOT qui décrit la découpe de trois pièces identiques, chacune mesurant 1991.2 mm, à partir d'une barre de 6500 mm. Pour chaque pièce, deux opérations d'usinage sont spécifiées à des positions précises (1991.2 mm et 0 mm), et une étiquette est générée pour identifier et suivre chaque pièce.

```

DB      RC5031  6500      "RC5031/GRA1013"
DP      1991.2  90       90       "00285FB5"
OP      PER05CGA      1991.2
OP      PER05CDA      0
ET      "0"        "00285FB5"      " / 1991.2 mm"  ""      "D / #001-1-2 /"
DP      1991.2  90       90       "00285FB1"
OP      PER05CGA      1991.2
OP      PER05CDA      0
ET      "0"        "00285FB1"      " / 1991.2 mm"  ""      "G / #001-1-1 /"
DP      1991.2  90       90       "00285FBE"
OP      PER05CGA      1991.2
OP      PER05CDA      0
ET      "0"        "00285FBE"      " / 1991.2 mm"  ""      "D / #001-1-4 /"

```

FIGURE 5.1 – Extrait d'un fichier .LOT

Les défis d'intégration L'un des principaux défis liés à l'intégration des fichiers .LOT réside dans leur usage multiple, selon les besoins de production :

1. Liste de pièces à produire : Dans ce scénario, le fichier .LOT se compose uniquement des balises DP et ET, ce qui spécifie une liste de pièces à découper sans référence aux barres spécifiques. Cette méthode est utile pour préparer des séries de pièces à partir de matériaux non spécifiés.
2. Ensemble d'imbrication pour découpe : Ici, le fichier .LOT inclut des balises DB en plus des DP, permettant de détailler comment les pièces seront découpées à partir de barres spécifiques. Cette approche est nécessaire pour optimiser l'utilisation du matériau et planifier les découpes de manière efficace.

L'absence de standardisation au sein d'un même type de fichier, combiné à l'absence de documentation claire complique l'interprétation des fichiers. Sans connaissances préalables ou accès à des ressources documentaires, le processus de lectures des données peut s'avérer fastidieux et sujet à des erreurs. Ces défis soulignent la nécessité d'une approche rigoureuse et méthodique pour assurer une lecture correcte et une intégration efficace des fichiers de données.

5.1.3 Problématiques des formats 2D

La lecture des formats 2D pose des défis bien plus complexes que ceux rencontrés avec les formats 1D. Contrairement aux formats unidimensionnels, qui se concentrent principalement sur les longueurs et les découpes linéaires, les formats 2D doivent non seulement intégrer des informations géométriques plus riches, mais aussi des instructions techniques spécifiques aux machines-outils. Chaque fichier 2D devient ainsi un véritable guide pour le processus de fabrication, augmentant considérablement la complexité de leur lecture et de leur intégration dans le système.

Variété des informations fournies Chaque format 2D utilisé dans l'industrie tend à fournir un ensemble distinct d'informations, ce qui complique leur interprétation et leur intégration. Par exemple, certains formats se limitent à décrire des imbrications de pièces sur une plaque de matériau - c'est-à-dire leur positionnement optimal pour minimiser les pertes — ainsi que les formes exactes des pièces à découper, offrant une représentation simplifiée de la géométrie des pièces finies. D'autres formats, représentant des instructions pour la machine, vont beaucoup plus loin, en incluant des détails tels que les mouvements de la tête de découpe, l'allumage du laser, les traits d'amorce, nécessaires pour commencer une découpe, ou des pièces "non finies", où l'épaisseur de découpe du laser permet de d'obtenir une pièce uniquement lorsque la découpe sera réalisée. La Figure 5.2 donne un exemple d'instructions machines et de l'imbrication (pièces) réellement produite. Les traits verts représentent les déplacements de la tête de découpe lorsque le laser est éteint, ce qui signifie qu'aucune découpe n'est effectuée. En revanche, les traits rouges indiquent les déplacements du laser allumé, correspondant aux opérations de découpe ; on peut ainsi reconnaître les contours des pièces effectivement produites.

Cependant, une partie des traits rouges, comme ceux visibles dans les coins des pièces rectangulaires, correspondent à des traits d'amorce. Ces segments, bien qu'essentiels pour assurer une découpe propre, ne font pas partie des pièces finales. Il faut donc être capable de les ignorer pour déterminer correctement la forme réelle des pièces produites.

Cette diversité des informations techniques complique d'autant plus la lecture que certains formats peuvent être ambigus sur le plan géométrique.

Ambiguïtés géométriques et instructions machine Une source de complexité dans les formats 2D réside dans la manière dont les pièces à découper sont représentées graphiquement. Il peut arriver qu'un seul trait commun sépare deux pièces distinctes, et si cette distinction n'est pas correctement interprétée, cela peut entraîner des erreurs dans la découpe ou des omissions de certaines pièces, rendant les données inutilisables pour la production. De plus, les formats 2D intègrent souvent des instructions spécifiques pour les machines-outils, telles que la manière dont un laser ou une lame doit aborder une découpe particulière ou traiter une forme géométrique

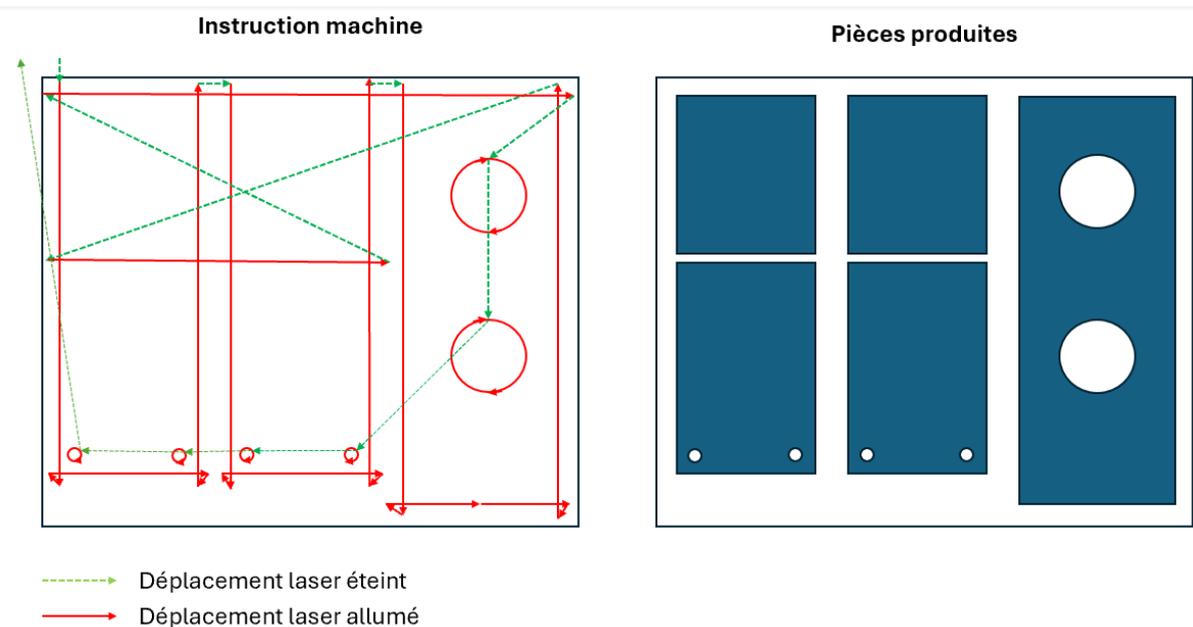


FIGURE 5.2 – Exemple d’instruction machine et les pièces réellement produites

complexe.

Par exemple, une instruction mal interprétée pourrait demander à la machine de commencer une découpe à un mauvais angle, entraînant une découpe incorrecte de la pièce ou un gaspillage de matériau. La lecture et la conversion de ces instructions sans une connaissance approfondie des spécificités du format peuvent conduire à des erreurs de lecture significatives.

Formes géométriques complexes Les formats 2D doivent également gérer la représentation de formes géométriques complexes, qui peuvent inclure des courbes, des arcs, ou des intersections précises entre différentes pièces. Ces formes doivent être interprétées avec une grande précision pour garantir que les pièces sont découpées conformément aux spécifications. Le moindre écart ou la moindre mauvaise interprétation peut entraîner des défauts dans l’interprétation des pièces ou fausser la quantité de matière utilisée.

Difficultés d’intégration et absence de standardisation Comme pour les formats 1D, il n’existe pas de format 2D standard dans l’industrie. Certains formats, comme le DXF, sont plus fréquents, mais chaque format présente des spécificités qui nécessitent une approche unique pour être décodé et interprété correctement. Cela implique souvent de développer des outils sur mesure capables d’intégrer efficacement ces formats dans les processus de production. Cette tâche devient d’autant plus ardue en raison de l’absence de documentation, qui oblige à procéder par déductions et essais-erreurs.

Ces défis soulignent l'importance d'une approche rigoureuse, reposant sur des outils spécialisés et adaptés, pour garantir une lecture fiable des formats 2D. Une fois ces formats décodés et intégrés, l'étape suivante consiste à analyser ces données en profondeur afin de les transformer en informations exploitables, prêtes à optimiser le processus de fabrication.

5.2 Analyse et Diagnostic

La lecture des fichiers de découpe de nos clients représente une étape préliminaire indispensable, mais elle n'est que le point de départ de notre travail. Une fois ces données correctement interprétées, nous pouvons les analyser pour évaluer et optimiser les processus de production. Cette analyse vise à dégager des informations clés permettant d'améliorer l'efficacité et la rentabilité des opérations industrielles.

L'objectif de cette section est de diagnostiquer avec précision les pratiques actuelles de nos clients, afin de créer une *baseline* (une référence) qui servira à valider nos futurs efforts d'optimisation. Ce diagnostic repose principalement sur l'étude des données de production, notamment l'analyse des matières premières utilisées, du taux de chutes et du rendement matière.

Les industriels avec lesquels nous avons collaboré rencontrent plusieurs difficultés, notamment un manque de visibilité sur la gestion de la matière dans leur chaîne de production. Bien que les quantités de matières premières soient généralement bien suivies en amont, les informations sur la matière en sortie — en particulier les pertes et les chutes — sont souvent mal suivies et agrégées. Ainsi les industriels peinent à fournir des taux de chutes précis, rendant plus complexe l'optimisation de l'utilisation des matières premières.

5.2.1 Analyse

Après la collecte et la structuration des données de découpe, extraire des informations pertinentes permet de comprendre l'efficacité des processus de production et d'identifier les pertes matières à différents niveaux de la chaîne. Cette étape se concentre sur le traitement et la structuration des données brutes pour les rendre exploitables.

Données analysées Les informations récupérées concernent principalement les imbrications. Ces données sont enrichies par des informations complémentaires, telles que le type d'objet (matière neuve ou matière de seconde vie), ses dimensions, sa couleur et, dans le cas de la menuiserie, son profilé — c'est-à-dire la forme de l'objet vue de côté dans le sens de la longueur. Ces données ont été segmentées selon des paramètres clés, comme le type de profilé et la couleur, afin de permettre une analyse plus fine et pertinente.

En plus de ces informations, les paramètres spécifiques des machines utilisées pour les découpes sont également pris en compte. Chaque machine a des caractéristiques techniques propres

qui influencent directement la faisabilité d'une imbrication, la quantité de chutes techniques générées, ainsi que la longueur des fins de barre. Ces variables sont nécessaires pour une analyse précise des données. Deux imbrications réalisées sur des machines différentes peuvent produire des résultats sensiblement différents, en termes de précision, de rendement et de gestion des chutes.

Données extraites À partir de ces données, plusieurs éléments clés peuvent être déduits pour vérifier la validité des processus et préparer le bilan matière, notamment :

- **Quantité de pièces produites** : Le nombre total de pièces découpées à partir de la matière première ou de seconde vie.
- **Nombre d'objets utilisés (matière première)** : Quantité totale de profilés ou d'objets utilisés dans le processus de production.
- **Quantité de chutes générées** : Masse et longueur des chutes issues de la découpe.
- **Type de chutes** : Classification des chutes en réutilisables ou non réutilisables.

Cette phase d'analyse permet de préparer les données pour l'étape suivante : la constitution d'un bilan matière précis.

5.2.2 Bilan matière

Le bilan matière est un outil essentiel en gestion industrielle, offrant aux entreprises une vision claire et détaillée de leur consommation de matières premières tout au long du processus de production. En regroupant des indicateurs clés, il permet de suivre précisément les flux de matière, tant à l'entrée qu'à la sortie du processus de fabrication, et de repérer ainsi des axes d'optimisation qui favorisent la rentabilité et réduisent les pertes.

Cet outil repose sur une comparaison des matières premières entrantes, c'est-à-dire les matières neuves, avec les matières sortantes, notamment celles transformées en produits finis et celles perdues sous forme de chutes ou de déchets. En assurant une traçabilité rigoureuse des flux, le bilan matière permet d'évaluer avec précision l'efficacité de la production.

Son objectif principal est de fournir une représentation fidèle des matières utilisées, transformées et perdues au cours de la production. Par exemple, dans le domaine de la menuiserie, pour chaque combinaison de profilés et de couleurs, différents indicateurs sont analysés afin de déterminer les taux de perte, de repérer les inefficacités et d'identifier des pistes d'amélioration pour une gestion plus rationnelle des ressources.

1. Matière Première Neuve Découpée Cette première catégorie regroupe les indicateurs qui permettent d'évaluer l'utilisation initiale de la matière première dans le processus de production :

- **Quantité de matière découpée (en kg)** : Cet indicateur mesure la masse totale de matière première utilisée pour la découpe des pièces.
- **Coût matière première (en €)** : Cet indicateur permet d'associer la consommation de matière première à son coût, essentiel pour l'analyse de la rentabilité.
- **Longueur découpée (en m) en 1D** : Il s'agit de la mesure de la longueur de matière première découpée, fournissant une évaluation précise de la consommation matérielle en termes de dimension physique. Cette mesure est spécifique aux problématiques unidimensionnelles, où la longueur reflète directement le nombre d'objets neufs découpés.

2. Gestion des Chutes La deuxième catégorie regroupe les indicateurs relatifs à la gestion des chutes, permettant d'évaluer les pertes et les possibilités de réutilisation des matériaux non transformés en produits finis.

Comme décrit dans le chapitre 3, nous distinguons deux types de chutes : les **chutes techniques** et les **chutes de fin de barre**. Ces dernières se divisent à leur tour en deux catégories : les **chutes réutilisables** et les **rebuts** destinés au recyclage.

Les indicateurs liés aux chutes sont les suivants :

- **Nombre de chutes réemployables générées** : Il mesure le nombre total de chutes produites qui peuvent potentiellement être réutilisées dans la production.
- **Nombre de chutes réemployées** : Cet indicateur évalue l'efficacité de la réutilisation des chutes dans le processus de production.
- **Valeur des chutes générées** : Enfin, cet indicateur permet de quantifier l'impact économique des chutes en termes de valeur, contribuant à l'analyse de la rentabilité globale.

3. Efficacité de la Production La dernière catégorie d'indicateurs est dédiée à l'évaluation de l'efficacité des processus de production, en termes de rendement et d'utilisation des matières premières :

- **Quantité de pièces produites (en tonnes)** : Ce paramètre mesure la masse totale des pièces finales obtenues, offrant un aperçu direct de la productivité du processus.
- **Rendement matière** : Le rendement matière R évalue l'efficacité de la transformation de la matière première en produits finis. Il est défini comme le rapport entre la longueur totale des pièces produites et la longueur totale de la matière première utilisée, et se calcule comme suit :

$$R = \frac{\text{Longueur totale des pièces produites}}{\text{Longueur totale de matière première utilisée}}$$

- **Taux de chutes** : Le taux de chutes T représente la proportion de matière perdue au cours du processus de production, incluant les chutes techniques et les rebuts non réutilisables. Il est défini comme le rapport entre la longueur totale des chutes produites

et la longueur totale de matière première utilisée :

$$T = \frac{\text{Longueur totale des chutes produites}}{\text{Longueur totale de matière première utilisée}}$$

La longueur des chutes produites inclut les rebuts et les chutes techniques.

Le taux de chutes peut également être exprimé comme la complémentaire du rendement matière, soit $T = 1 - R$.

Chaque catégorie d'indicateurs joue un rôle dans l'analyse globale du bilan matière, en offrant une vision détaillée des différents aspects de la consommation de matière et de l'efficacité du processus de production.

La création du bilan matière et son analyse ont permis de révéler des possibilités d'amélioration parfois inattendues. Après plusieurs cycles d'analyse, notre compréhension s'est affinée, ce qui a permis d'identifier des améliorations que les industriels n'avaient pas envisagées. Ce travail nous a permis de proposer des solutions concrètes, dont certaines sont présentées en section 5.3. Ces solutions apportent des résultats mesurables et une réelle plus-value au projet.

Exemple 7 *Nous considérons le bilan matière cas d'une entreprise industrielle pendant un mois de production. Durant ce mois, l'entreprise a découpé 3094 mètres de matière première neuve, soit l'équivalent de 476 objets de 6.5 m, ainsi que 134 m de chutes réutilisables. Parmi cette matière, 2500 m ont été transformés en pièces, soit un rendement de 81 %. Au total, 381 m de chutes réutilisables ont été générées et 304 m de chutes ont été recyclés, pour un taux de chutes d'environ 14 %.*

Un total de 519 chutes (de fin de barre) ont été générées. La Figure 5.3 montre la répartition de ces chutes : 27 % d'entre elles mesurent plus de 2.5 m et 9 % sont supérieures à 4 m. La longueur moyenne des pièces produites sur la même période est de 1.91 m, ce qui suggère que ces chutes peuvent facilement être réutilisées dans la production.

Plus qu'un simple diagnostic, ce bilan matière sert désormais de base pour tous nos futurs travaux : il nous permet de comparer les performances actuelles avec celles que nous espérons atteindre à travers nos efforts d'amélioration. En utilisant ce bilan comme référence, nous pouvons ainsi vérifier l'efficacité des solutions développées et ajuster nos approches pour continuer à améliorer les processus industriels.

5.2.3 Premiers constats sur la gestion des chutes

Cohérence des données avec les observations terrain Dans un premier temps, il a fallu s'assurer que les données observées dans REEVERSE étaient cohérentes avec la réalité du terrain. Pour cela, nous nous sommes appuyés sur des analyses effectuées par certains de nos partenaires industriels. Ces analyses ont ensuite été comparées aux données collectées et traitées

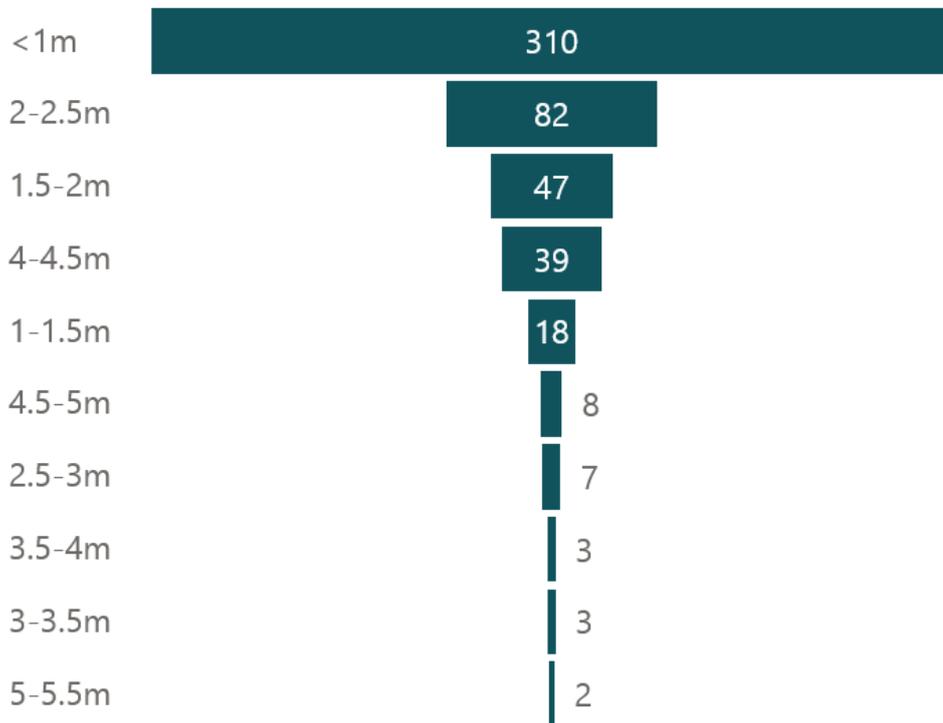


FIGURE 5.3 – Répartition des longueur de chutes (réelles) tirée du logiciel REEVERSE

via REEVERSE. Cette comparaison a permis de démontrer que nos données reflétaient bien la réalité du terrain, apportant ainsi une validation essentielle pour la suite.

Ces données validées peuvent alors servir de base solide pour identifier des axes d'amélioration dans les processus de production. Le premier aspect auquel nous nous sommes intéressés concerne les chutes de production et leur réutilisation.

Chutes Les premières observations réalisées sur les bilans matière de nos clients ont confirmé les hypothèses initiales de REEVERSE Systems. De 10 à 30 % (voire jusqu'à 50 % dans certains cas extrêmes) est perdue sous forme de chutes de production.

Les chutes techniques, inévitables par nature, représentent une grande partie du nombre total de chutes, mais leur poids est généralement faible et ces chutes sont difficiles à réduire. En revanche, les chutes réutilisables, bien qu'elles soient moins nombreuses, sont de grande taille et constituent la majeure partie des pertes en termes de poids. C'est sur ces chutes réutilisables que nous concentrons nos efforts, car elles offrent un fort potentiel d'optimisation du rendement.

Pour définir si une chute est considérée comme réutilisable, un seuil de réemploi est fixé en fonction de contraintes de machine ou de stockage, comme la longueur minimale de prise en charge. Toutes les chutes dont la longueur dépasse ce seuil sont alors conservées. La Figure 5.4 montre la distribution des longueurs de chutes générées pendant une semaine de production. La

ligne pointillée rouge représente le seuil de réemploi, et toutes les chutes situées à sa droite (en vert rayé) sont conservées et considérées comme réutilisables.

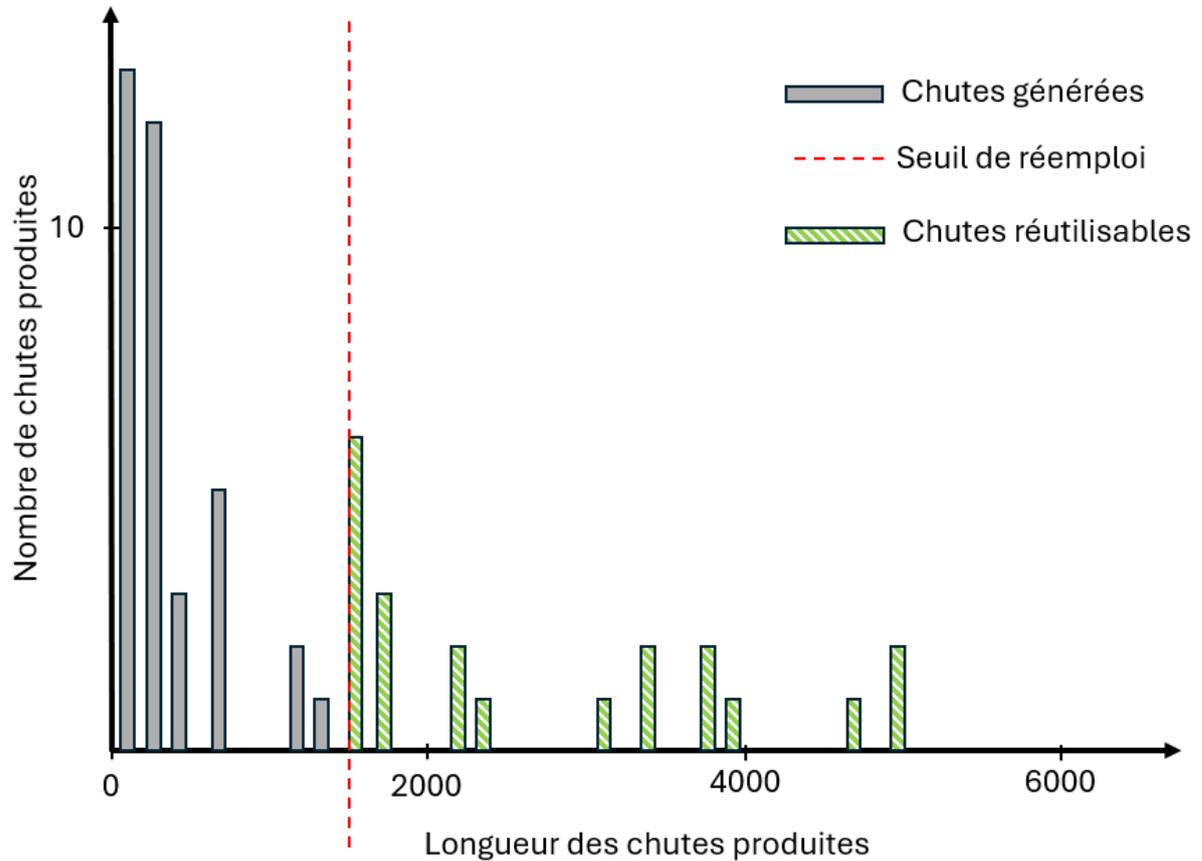


FIGURE 5.4 – Histogramme de longueurs de chutes avec des chutes réutilisables

Pour évaluer le potentiel de réutilisation des chutes, nous définissons les indicateurs suivants :

- MCR : la masse des chutes réutilisables.
- MC : la masse totale de toutes les chutes, incluant les rebuts, les chutes techniques et les chutes réutilisables.
- $NP_{<S}$: nombre de pièces produites de longueur inférieure au seuil de réemploi S .
- NP : nombre de pièces produites

Nous définissons ensuite un indicateur du potentiel de réemploi des chutes appelé P . Il est calculé de la manière suivante :

$$P = \frac{MCR}{MC} \times \frac{NP_{<S}}{NP} \quad (5.1)$$

Cet indicateur $P \in [0, 1[$ mesure le potentiel de réutilisation des chutes : plus sa valeur est élevée, plus le potentiel de réemploi est grand. Une valeur élevée de P signifie que les chutes

réutilisables constituent une proportion significative de la masse totale des chutes, et que ces chutes sont suffisamment longues pour permettre la production de nouvelles pièces. À l'inverse, une faible valeur de P peut indiquer deux scénarios : soit les chutes réutilisables représentent une faible part de la masse totale des chutes, soit leur longueur est insuffisante pour produire de nouvelles pièces, ce qui limite leur réemploi.

En pratique, l'optimisation du potentiel de réemploi repose sur le choix d'un seuil de réemploi S . Ce seuil est déterminé de manière à minimiser le nombre de chutes réutilisables à gérer, facilitant ainsi leur réintégration dans le processus de production. Cependant, il convient que ces chutes soient suffisamment longues pour être réutilisées efficacement.

Ces observations corroborent les résultats de *CHERRI et al.*, 2009, qui recommandent de privilégier la génération de rebuts très petits ou de chutes réutilisables de grande taille, tout en évitant la production de chutes non réutilisables de taille intermédiaire.

La Figure 5.5, montre un exemple d'histogramme idéal pour la distribution des chutes. Toutes les chutes générées sont soit très petites (principalement des chutes techniques), soit suffisamment longues pour dépasser le seuil de réemploi, sans chutes de taille intermédiaire.

Cette distribution est optimale dans un contexte industriel, car elle maximise le potentiel de réutilisation des chutes. Les petites chutes techniques sont inévitables, et les chutes réutilisables ont un fort potentiel de réemploi en raison de leurs grandes tailles. L'absence de chutes de taille intermédiaire indique une gestion efficace de la découpe, minimisant les pertes inutilisables et augmentant le rendement matière.

Nos analyses ont montré que certaines chutes peuvent représenter jusqu'à 80 % de la longueur de l'objet initial, illustrant ainsi leur fort potentiel de réemploi et d'optimisation matière.

Dans l'industrie, l'indicateur du potentiel de réutilisation se situe généralement entre 0.02 et 0.5. Les valeurs supérieures à 0.2 sont considérées comme élevées et témoignent d'un fort potentiel de réemploi. Malgré ce potentiel, seule une minorité d'industriels réutilise leurs chutes, et cela concerne souvent moins de 30 % des chutes identifiées comme réutilisables.

Ce faible ratio de réemploi s'explique par plusieurs facteurs : la difficulté à gérer les chutes, l'inadéquation des algorithmes actuels et un manque de visibilité sur la quantité et la qualité des chutes générées. Lors de nos visites sur les sites de production, nous avons observé des pratiques où des chutes potentiellement réutilisables étaient découpées en plus petits morceaux pour faciliter leur élimination dans les conteneurs de recyclage.

Face à ces problématiques, les premiers travaux entrepris au sein de l'entreprise se concentrent sur l'optimisation du processus industriel par la réutilisation de ces chutes, en les considérant comme un levier potentiel d'amélioration.

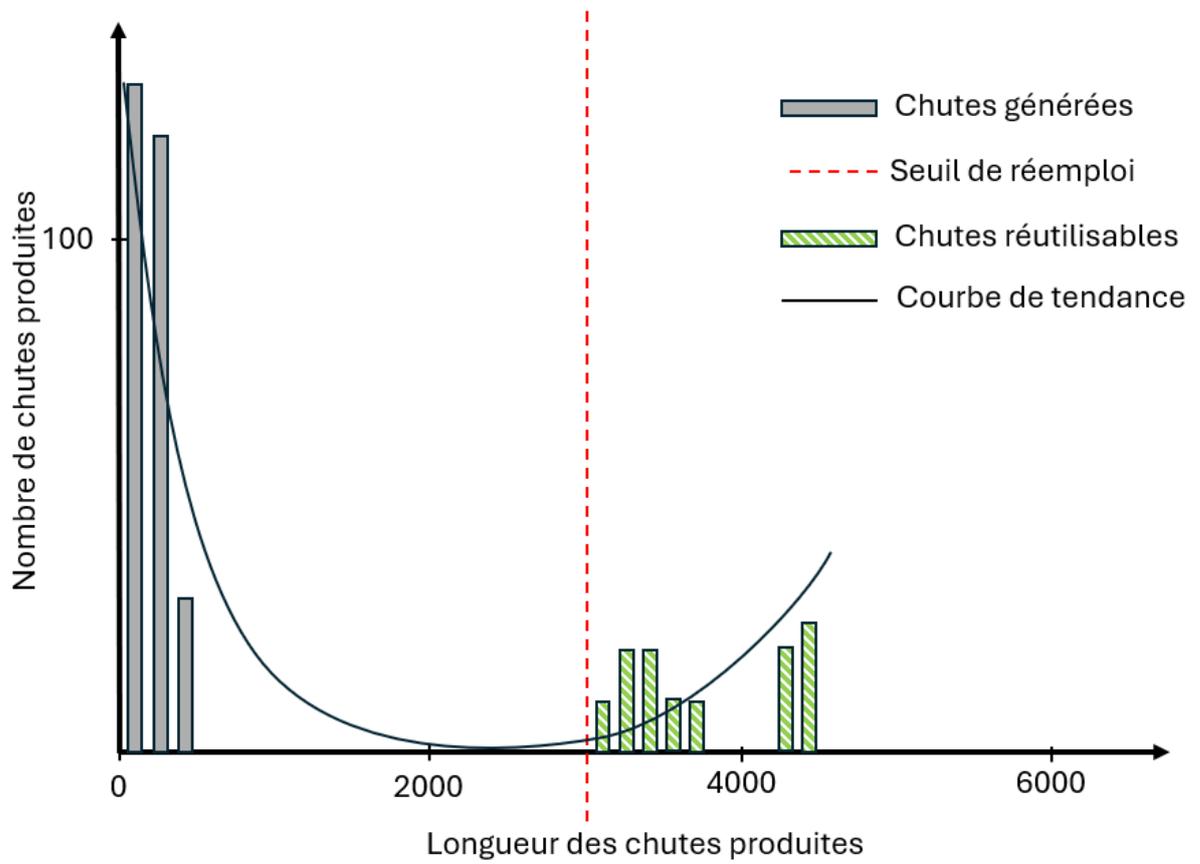


FIGURE 5.5 – Exemple d’histogramme "idéal" de chutes générées

5.3 Réalisations

REEVERSE Systems se concentre sur l'identification, le suivi des chutes de production et la réutilisation des chutes. Cette approche vise à faciliter la réintégration de certains de ces matériaux en tant que ressources de seconde vie dans le cycle de production. Cette démarche permet de concevoir diverses méthodes pour réemployer ces chutes dans un environnement industriel, réduisant ainsi les pertes de matières premières et améliorant le rendement des entreprises.

Cette section présente un ensemble de méthodes imaginées afin d'améliorer le rendement matière des industriels. Des méthodes permettant la réutilisation des matériaux de seconde vie ou encore la modification des méthodes d'imbrications sont abordés.

Deux projets principaux visent à réutiliser des matériaux de seconde vie : le premier consiste à générer le moins de chutes possible, le deuxième est une application un peu plus directe du CSPUL auquel ont été ajoutées des contraintes de production.

Ensuite, dans le cadre de l'amélioration continue des processus de production, deux simulateurs ont été développés dans le but d'optimiser le rendement matière : le simulateur de longueur de profilés et le comparateur de longueurs de chutes minimales. Ces outils, basés sur des algorithmes avancés de simulation, visent à minimiser les pertes de matière tout en maximisant la réutilisation des ressources disponibles.

La première contribution est en deux dimensions (2D), toutes les suivantes concernent des projets en une dimension (1D)

5.3.1 Projet 2D

Cette contribution est le premier projet de recherche réalisé au sein de l'entreprise et le seul à traiter un problème à deux dimensions. Parmi les premiers partenaires de REEVERSE Systems figuraient des industriels spécialisés dans les matériaux composites bidimensionnels, lesquels sont aujourd'hui particulièrement difficiles, voire impossibles, à recycler. Actuellement, l'une des rares solutions pour se débarrasser de ces matériaux consiste à les enfouir, ce qui engendre une pollution environnementale significative. Dans ce contexte, minimiser les chutes de production devient nécessaire pour réduire l'impact écologique de ces matériaux non recyclables.

De plus, les industriels sont confrontés à plusieurs obstacles lorsqu'il s'agit de réutiliser les chutes. Parmi les principales difficultés, notons les coûts de manutention liés à la manipulation des chutes, ainsi que l'inadéquation des machines de découpe pour traiter des plaques de formes non standard. La difficulté à tracer les chutes complique également leur gestion, générant des coûts supplémentaires de stockage et de déstockage. De plus, les systèmes logiciels actuels d'imbrication ne permettent pas toujours une réintégration automatique des chutes, limitant de ce fait leur réutilisation dans le processus de production.

A partir de l'ensemble de ces observations, une première constatation s'impose : "la meilleure

chute est celle qui n'existe pas". Nous proposons l'idée de *réemploi prévisionnel*, qui consiste à identifier les chutes avant qu'elles ne soient produites, et de les utiliser directement en y intégrant une liste de pièces, issues de futures demandes, qui utilisent au mieux ces chutes.

Lors de l'imbrication, si une chute potentiellement réutilisable est détectée, une recherche est effectuée pour identifier des pièces compatibles, tout en respectant les contraintes du planning et un seuil maximal d'avance sur la production. Ce seuil maximal évite d'encombrer le stock avec des pièces qui attendent leur date de livraison.

Cette idée génère peu de coûts supplémentaires, les machines sont adaptées car la découpe se fait sur un plaque entière, il n'y a plus de chutes à stocker et déstocker. Le coût des manipulations supplémentaires (stockage des pièces) est largement compensé par le fait de ne pas jeter la matière première. De plus les pièces produites et stockées, sont choisies de façon à ne pas rester longtemps en stock.

Principe L'une des principales contraintes liées à la matière est l'impossibilité de modifier l'orientation des pièces lors de la découpe. En effet, le matériau utilisé est un composite anisotrope, ce qui signifie que ses propriétés physiques et mécaniques varient en fonction de la direction de la coupe. Cette caractéristique impose des restrictions strictes sur l'orientation des pièces dans les imbrications, car une découpe dans la mauvaise direction pourrait altérer la résistance ou la performance du produit final. Il est donc nécessaire de respecter ces contraintes pour garantir la qualité et la durabilité des pièces produites.

La Figure 5.6 décrit le fonctionnement de l'algorithme utilisé. Premièrement, une imbrication est obtenue par un logiciel d'imbrication du commerce pour imbriquer les pièces de manière à maximiser l'utilisation de l'espace disponible. Une fois cette imbrication initiale réalisée, les chutes potentiellement réutilisables sont identifiées, puis rectangularisées, on calcule leur rectangle englobant afin de faciliter leur positionnement. Une fois les chutes réutilisables identifiées, nous récupérons les pièces compatibles avec celles-ci – même matériaux, même épaisseur et taille inférieure à la chute. Ces pièces sont sélectionnées dans des productions futures qui ne sont pas encore imbriquées.

Pour simplifier le problème, chaque pièce est définie par un rectangle englobant, un cadre virtuel qui facilite la réimbrication. Les pièces sont ensuite triées par taille, en fonction de la longueur de leur rectangle englobant. Cela permet de placer d'abord les pièces les plus grandes dans la chute disponible.

L'étape suivante consiste à trouver des solutions de placement pour les pièces candidates, en mesurant leur efficacité selon deux critères : la proportion de réutilisation de la chute et la prise d'avance sur la production.

Une première *pile* (ou *stack*) est constitué en plaçant la plus grande pièce compatible dans la chute. Ensuite, un algorithme de type "sac à dos" est utilisé pour compléter cette couche. Cet

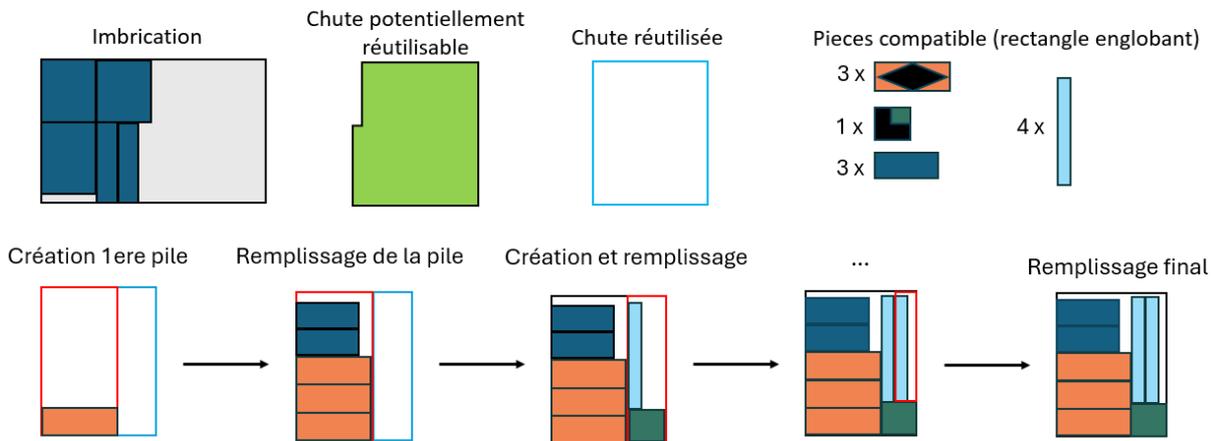


FIGURE 5.6 – Fonctionnement projet 2D

l'algorithme optimise le remplissage en tenant compte de la hauteur et de la surface des pièces, afin de maximiser la surface utilisée. Une fois cette couche remplie, le plus grand rectangle libre restant est identifié pour poursuivre l'optimisation.

Le processus se répète pour créer des *pile* supplémentaires, jusqu'à l'obtention du placement final des pièces.

Résultats La Figure 5.7, donne un exemple de résultat obtenu par l'algorithme du projet 2D. L'imbrication initiale est représentée par les pièces rouges et la chute par le rectangle bleu.

Nous pouvons voir qu'un ensemble de pièces, vertes, a été rajoutée à l'imbrication initiale, sur la chute, afin de maximiser son utilisation.

Limites L'approche utilisée dans ce projet n'est pas parfaite. Elle est malgré tout exploitable industriellement et apporte un gain réel, toujours préférable à la mise au rebut systématique de matériaux non recyclables. Cependant l'addition d'approximations et d'hypothèses simplificatrices limite la qualité des imbrications obtenues.

Un autre facteur limitant est l'absence de prise en compte des rotations des pièces, ce qui réduit la qualité des solutions, en particulier pour les matériaux autres que les composites, où ces rotations pourraient avoir un impact significatif.

En parallèle, la production anticipée des pièces, bien qu'elle permette de réduire les chutes, introduit des défis supplémentaires liés à la gestion des stocks. Produire des pièces à l'avance nécessite effectivement davantage d'espace de stockage, ce qui peut poser problème dans des environnements où l'espace est restreint ou coûteux. Toutefois, l'enjeu principal n'est pas tant lié aux coûts supplémentaires qu'à la modification du processus de production lui-même.

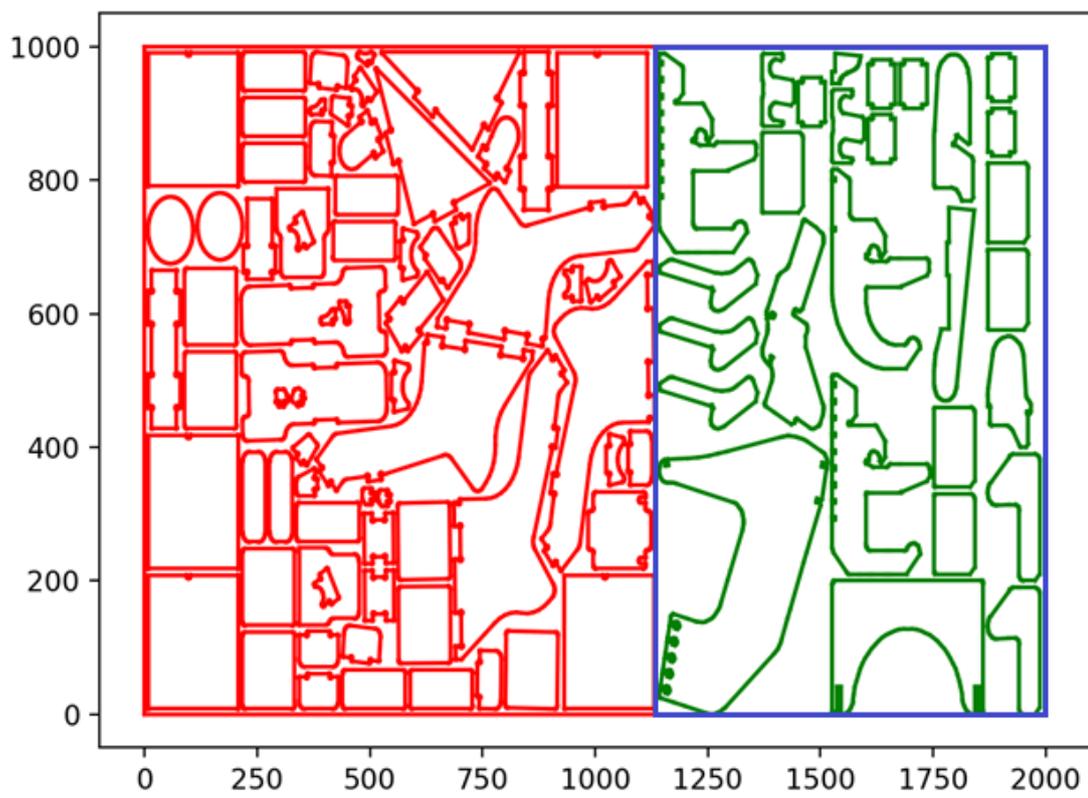


FIGURE 5.7 – Exemple de résultat du projet 2D

En effet, pour les industriels déjà équipés de capacités de stockage adaptées, l'impact financier de cette recommandation reste limité. Cependant, pour ceux dont le processus ne prévoit pas la gestion de stocks anticipés, cela implique une réorganisation des infrastructures et des flux de production.

Par ailleurs, l'apparition de nouveaux partenaires spécialisés dans la découpe 1D a marqué la fin de ce projet, car la réutilisation des chutes avant découpe en 1D s'est avérée moins pertinente. Toutefois, ce passage vers des problématiques 1D a ouvert de nouvelles perspectives : contrairement à la découpe 2D, la gestion des chutes en 1D et la génération des imbrications est plus simple.

Dans ce cadre, un nouveau projet a vu le jour, visant à valider l'intérêt de la réutilisation des chutes à travers un simulateur d'imbrications, pour optimiser cette approche unidimensionnelle.

5.3.2 Imbricateur industriel

Les solutions d'imbrication unidimensionnelle actuelles manquent de flexibilité dans la gestion des chutes : ces chutes sont souvent réintégrées de manière forcée dans le processus. Cette obligation de réutilisation limite les gains d'optimisation. Nous postulons qu'une gestion plus souple de ces chutes, au moment opportun plutôt que de manière forcée, permettrait d'améliorer l'utilisation des ressources, en adaptant l'utilisation des chutes aux besoins spécifiques de chaque production. L'objectif est donc de développer un imbricateur capable de maximiser l'utilisation des matériaux tout en intégrant les contraintes industrielles de manière flexible, afin de réduire significativement les pertes.

Principe L'objectif de notre imbricateur est de minimiser le coût des objets utilisés pour la fabrication des pièces. Il se distingue d'autres approches de la littérature, qui cherche le plus souvent à minimiser le nombre de chutes standards générées.

Il tient compte des principales contraintes métier, telles que l'écart entre les pièces, l'épaisseur de la lame, ainsi que les pertes en début et fin de barre. Toute chute de fin de barre dépassant le seuil de réemploi est considérée comme réutilisable.

Deux versions de l'imbricateur ont été développées. La première, inspirée des travaux de ABUABARA et MORABITO, 2009, est une méthode exacte et facilement implémentable, ce qui a permis de valider rapidement les hypothèses de réemploi. Cependant, son temps de calcul élevé en fait une option impraticable dans un contexte industriel où la vitesse est primordiale.

Pour pallier cette limitation, une seconde version a été conçue, basée sur les travaux du Chapitre 4 sans les chutes standards. Il s'agit d'une méthode utilisant la génération de colonnes et la méthode d'arrondi PURE diving, présentée en section 4.5.3. Les imbrications qui minimisent les déchets sont arrondies en priorité. L'objectif est de réduire la production de chutes non réutilisables de taille moyenne et de maximiser la taille des chutes finales, afin d'optimiser leur

potentiel de réutilisation.

Résultats Pour illustrer la différence de temps de calcul entre notre nouvel algorithme et celui proposé par ABUABARA et MORABITO, 2009, nous avons sélectionné une instance utilisée dans cet article. Nous comparons le temps de calcul, l'écart à la solution optimale (gap) et le taux de chute entre trois algorithmes : celui de ABUABARA et MORABITO, 2009, notre propre algorithme et une heuristique simple de type *first-fit decreasing*. Les résultats de cette comparaison sont présentés dans le Tableau 5.1.

TABLEAU 5.1 – Comparaison des algorithmes sur deux critères : temps de calcul et saut d'optimalité.

Algorithme	Temps de calcul (s)	taux de chutes (%)	Gap (%)
Abuabara (exact)	26.58	0.24	0
Simulateur (heuristique)	0.25	0.24	0
First-Fit-Decreasing (heuristique)	0.01	1.3	81.5

Les résultats présentés dans le tableau 5.1 montrent que notre simulateur obtient des résultats identiques à ceux de la méthode exacte proposée par ABUABARA et MORABITO, 2009, tout en étant beaucoup plus rapide.

La Figure 5.8 montre un cas où la réutilisation des chutes permet de réduire significativement le taux de chutes. La courbe rouge représente le taux de chutes, période par période, sans réutilisation des chutes, tandis que la courbe bleue montre le taux de chutes avec réutilisation.

Les valeurs de taux de chutes sont nettement plus élevées sans réutilisation (courbe rouge), avec des pics fréquents atteignant jusqu'à 70 %, lorsqu'une seule pièce doit être produite après un défaut. En revanche, avec réutilisation (courbe bleue), le taux de chutes reste le plus souvent sous la barre des 10 %, ce qui illustre l'efficacité de cette stratégie.

Les lignes en pointillés représentent les moyennes pondérées des taux de chutes pour chaque condition : la moyenne avec réutilisation (ligne bleue pointillée) est inférieure à celle sans réutilisation (ligne rouge pointillée) de 11 %, confirmant une réduction significative.

Dans ce cas, la réutilisation des chutes permet de stabiliser le taux de chutes à un niveau bien plus bas, entraînant ainsi une amélioration substantielle des performances et une réduction notable des pertes.

Cependant, Il arrive que certains profilés ne permettent pas ou peu la réutilisation de chutes. Ainsi cet algorithme n'apporte pas de gain significatif en rendement matière. Ces résultats suggèrent que des ajustements ou des optimisations supplémentaires pourraient être nécessaires pour maximiser l'efficacité de la réutilisation dans tous les cas de figure.

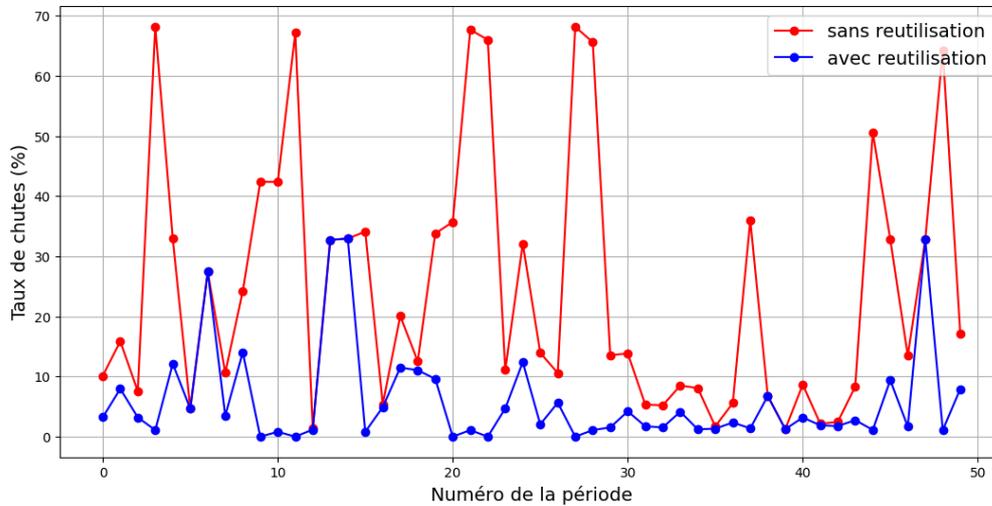


FIGURE 5.8 – Taux de chutes avec et sans réutilisation

Limites L’une des principales limites de l’algorithme est que les chutes générées ne sont pas toujours réutilisables. Cela s’explique par le fait que, dans certains cas, les chutes, même de grande taille, restent inutilisables car elles sont plus courtes que les pièces à produire.

Par exemple, en cherchant à produire des pièces de 2.1 m à partir d’objets de 6 m, deux pièces peuvent être découpées, générant une chute moyenne de 1.8 m (soit 30 % de l’objet initial). Cependant, cette chute reste trop courte pour être réutilisée, ce qui entraîne un taux de chute de 30 %.

Nous étudions un cas où il n’y a pas de limite sur le nombre maximum de chutes générées. Pourtant, la Figure 5.9 montre que la réutilisation des chutes semble avoir un effet limité sur la réduction des taux de chutes période par période. La courbe bleue représente le taux de chutes avec réemploi des chutes, tandis que la courbe rouge correspond au taux de chutes sans réemploi.

Les lignes pointillées indiquent les moyennes pondérées pour chaque condition, et montrent une légère réduction, de 1.3 %, du taux de chutes en cas de réutilisation. Cette diminution est marginale par rapport aux différences observées sur la Figure 5.8.

Le problème ici ne vient donc pas de la réutilisation ou non des chutes, mais des longueurs des objets qui ne sont pas adaptées à la production de l’industriel. L’histogramme de la Figure 5.10 illustre cette incompatibilité entre les pièces et les chutes.

De même, il est possible que les industriels définissent un seuil de réemploi peu efficace. Ce seuil de réemploi, souvent établi en fonction de contraintes logistiques internes ou après une analyse plus ou moins approfondie, peut conduire à une gestion inefficace des chutes et à une augmentation du taux de pertes.

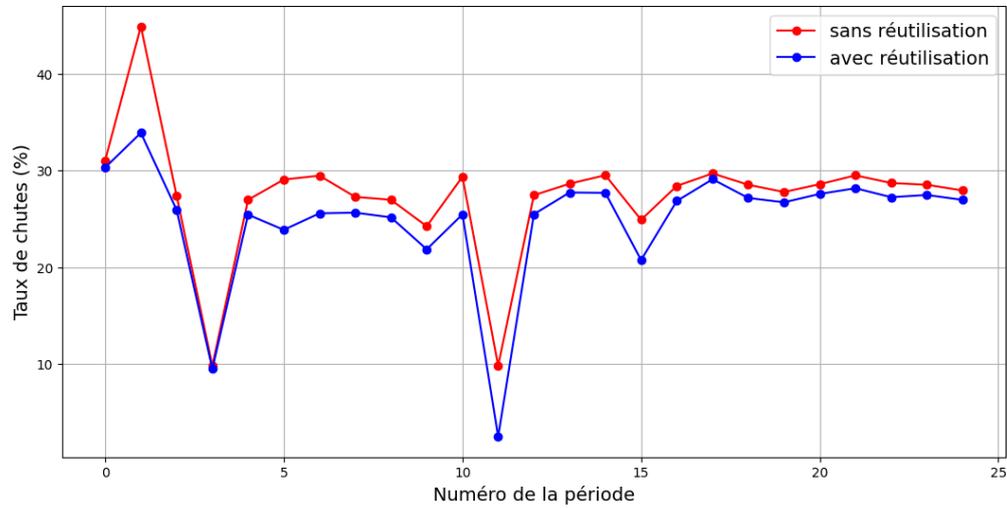


FIGURE 5.9 – Exemple de faible amélioration du taux de chutes par réutilisation

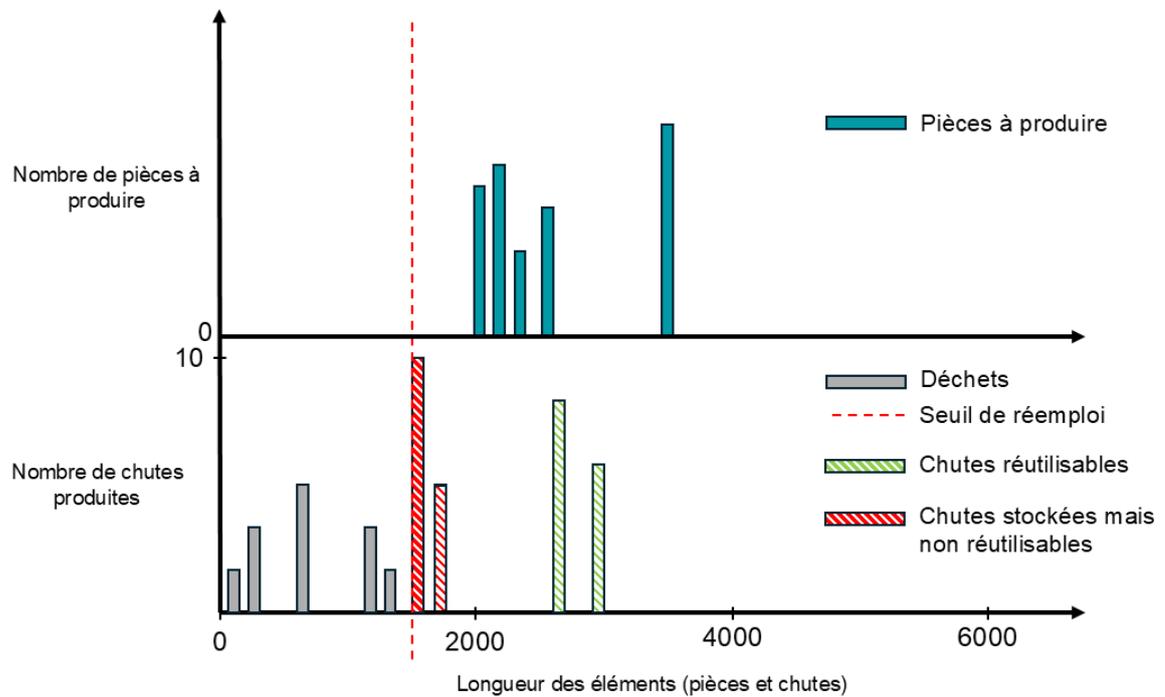


FIGURE 5.10 – Non compatibilité entre les chutes réutilisables (en rouge) et les pièces à produire (en bleu)

Il arrive que le seuil de réutilisation soit fixé trop haut, comme illustré dans le Figure 5.11. Pourtant, une quantité significative de pièces pourrait être produite à partir de chutes plus courtes, parfaitement adaptées aux capacités de stockage et aux machines. Dans ce cas, de nombreuses chutes exploitables, bien qu'inférieures au seuil, sont mises de côté, entraînant des pertes évitables.

Certains industriels ne peuvent également pas réutiliser leurs chutes en raison de contraintes spécifiques à leur processus de production. La mise en place d'un système de réemploi peut s'avérer complexe pour plusieurs raisons. D'une part, les contraintes physiques, comme le manque d'espace pour stocker et organiser les chutes, rendent difficile leur gestion. D'autre part, les caractéristiques techniques des matériaux peuvent ne pas permettre une réutilisation facile, en raison de variations de taille, de forme ou de qualité des chutes. De plus, l'intégration de nouvelles procédures de découpe ou de tri nécessite souvent des investissements lourds en équipements et en main-d'œuvre, ce qui constitue un obstacle supplémentaire pour ces entreprises.

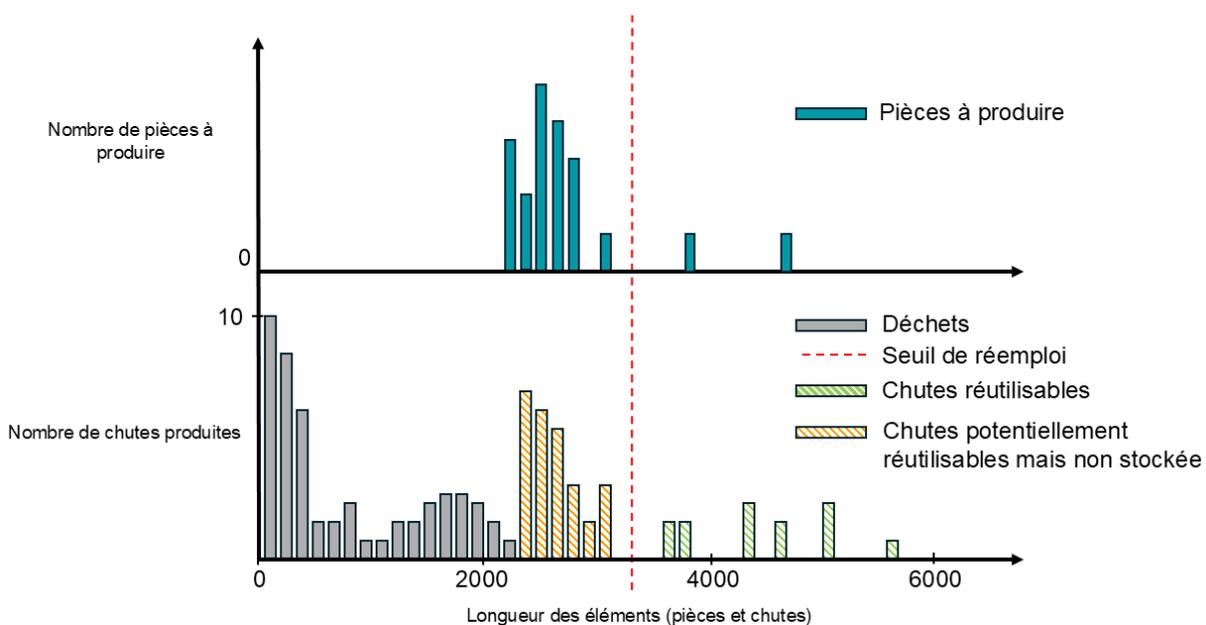


FIGURE 5.11 – Exemple d'un seuil de réemploi mal choisi

Pour essayer de répondre à ces limites, nous avons ajouté à REEVERSE deux nouvelles fonctionnalités. La première permet de calculer la longueur optimale des objets pour une production donnée, la deuxième de calculer la longueur optimale du seuil pour qualifier les chutes de réemployables.

5.3.3 Simulateur de longueur de profilé

Ce simulateur est conçu pour des industriels qui ne peuvent pas réutiliser leurs chutes, mais aussi pour ceux ayant besoin de produire en grande quantité les mêmes menuiseries, comme c'est le cas pour la façade d'un immeuble, ce qui les contraint à produire toujours les mêmes chutes, potentiellement inexploitable.

Principe L'algorithme de simulation vise à déterminer la longueur optimale des profilés afin de minimiser les rebuts de matière lors de la production. Basé sur un modèle de CSP, il simule différentes longueurs standards de profilés, sans intégrer les chutes réutilisables. Chaque simulation évalue des critères comme le taux de rebut, le nombre de profilés utilisés et le coût total de production.

En tenant compte de données d'entrée telles que les longueurs minimales et maximales des profilés, le type de machine. l'algorithme génère des simulations selon plusieurs longueurs d'objets différentes. L'objectif est de maximiser l'utilisation des matériaux.

Chaque longueur est analysée en fonction du taux et du coût des objets découpés. Les longueurs qui obtiennent les meilleurs résultats, c'est-à-dire celles qui minimisent le taux de chutes et maintiennent un coût de production acceptable, sont proposées aux utilisateurs du simulateur. Ceux-ci peuvent alors les comparer pour choisir la meilleure solution en fonction des contraintes industrielles telles que le nombre, les longueurs minimales ou maximales des pièces stockées.

Résultats Les résultats obtenus à partir des simulations de l'algorithme de découpe montrent une amélioration jusqu'à 20 % du taux de chutes, comme l'illustre la Figure 5.12. La courbe en rouge représente le taux de chutes sans réutilisation des chutes avant l'application de l'algorithme. Cela correspond à la méthode initiale de découpe utilisant des longueurs standards de profilés. La courbe bleue représente, le taux de chutes avec réutilisation des chutes avant l'utilisation de l'algorithme. Les courbes bleue et rouge sont issues de la figure 5.9.

La courbe en vert montre les résultats obtenus après l'optimisation des longueurs de profilés grâce à l'algorithme. L'application de ce dernier permet une réduction notable du taux de chutes, avec des valeurs globalement plus basses et une fluctuation moins marquée. Cela témoigne d'une meilleure utilisation du matériau et d'une diminution des pertes tout au long du processus de production.

Nous reprenons l'instance de la figure 5.9 et calculons l'indicateur du potentiel de réemploi, présenté en Section 5.2.2. Avant modification de la longueur, les objets mesure 6000 mm et l'indicateur du potentiel de réemploi est de 0.04 pour un seuil à 1500 mm. Après calcul de la longueur optimal (6600 mm) et un seuil à 2200 mm, l'indicateur monte à 0.45 ce qui est un excellent score. Ce qui démontre que les chutes générées ont un bon potentiel de réemploi.

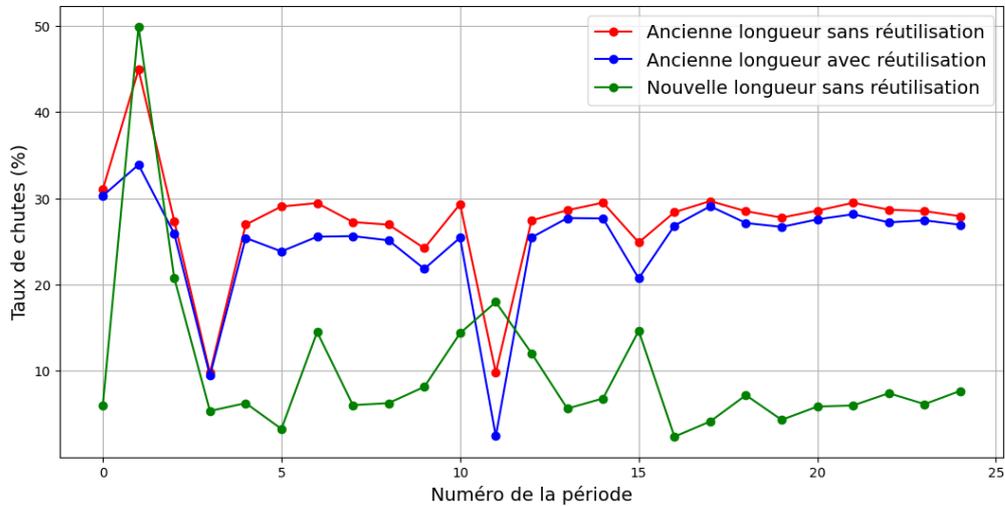


FIGURE 5.12 – Comparaison des taux de chutes selon l’ancienne longueur ou la nouvelle longueur

Cette optimisation des longueurs de profilés, fondée sur les simulations, permet donc non seulement de réduire les coûts associés aux pertes de matière, mais aussi d’améliorer l’efficacité globale du processus de production.

Limites Cette méthode n’est pertinente que si la réutilisation des chutes n’est pas envisagée. Sinon, elle risque de produire des résultats sous-optimaux, en générant des chutes avec un faible potentiel de réemploi. L’exemple 8 illustre un de ces cas de figure.

Exemple 8 On cherche à faire résoudre deux instances consécutives, sur deux objets de longueur différentes $L_1 = 6500 \text{ mm}$ et $L_2 = 5000 \text{ mm}$. Nous comparons la résolution selon deux scénarios : avec et sans réemploi des chutes.

Le tableau 5.13 présente le résultat des ces deux scénarios.

Sans réutilisation des chutes, le scénario 1 consomme deux objets de 6500 mm, à 65 € chacun, par instance, pour un coût total de 260 € et un taux de chutes de 26.92 %. En comparaison, le scénario 2 consomme deux objets de 5000 mm, à 50 € chacun, pour un coût total de 200 € et un taux de chutes moyen de 5 %. Le scénario 2 permet donc d’économiser 60 € et constitue le meilleur choix si la réutilisation des chutes n’est pas envisagée.

Toutefois, dans le cas où les chutes sont réutilisées, les chutes générées par le scénario 1 sont exploitables, ce qui réduit le nombre total d’objets nécessaires à 3, pour un coût de 195 €. Le scénario 2, ne générant pas de chutes réutilisables, donne des résultats identiques à ceux obtenus sans réemploi. Par conséquent, dans le cadre du réemploi des chutes, le scénario 1 devient le choix le plus avantageux.

Instance 1 :	Pièce	Longueur	Demande	Instance 2 :	Pièce	Longueur	Demande
	A	2m	3		A	2m	2
	B	1,5m	2		B	1,5m	4

Scénario 1 : sans réutilisation de chutes Lo = 6500 , Po = 65€			Scénario 2 : sans réutilisation de chutes Lo = 5000 , Po = 50€		
Solution	Coût (€)	Déchets (%)	Solution	Coût (€)	Déchets (%)
Instance 1	130	30,77	Instance 1	100	10
Instance 2	130	23,08	Instance 2	100	0
Total	260	26,92	Total	200	5

Scénario 1' : avec réutilisation de chutes Lo = 6500 , Po = 65€			Scénario 2' : avec réutilisation de chutes Lo = 5000 , Po = 50€		
Solution	Coût (€)	Déchets (%)	Solution	Coût (€)	Déchets (%)
Instance 1	130	3,85	Instance 1	100	10
Instance 2	65	0	Instance 2	100	0
Total	195	2,56	Total	200	5

FIGURE 5.13 – Exemple d'un cas où la modification des longueurs cumulée au réemploi dégrade la solution sans modification de longueur avec réemploi

Les lots de production constituent une autre limite. Constitués manuellement, ils introduisent une part d'arbitraire et réduisent l'efficacité globale du processus de découpe. Sur un échantillon représentatif de 6 mois, nous observons en moyenne 10 lots par jour pour un même profilé, certains profilés atteignant même 30 lots par jour.

Nous avons simulé l'imbrication d'une production quotidienne agrégée — où tous les lots sont regroupés en un seul — et d'une production fragmentée manuellement en plusieurs petits lots. Cette simulation révèle une différence notable en termes de taux de chutes et de rendement. Comme illustré sur la Figure 5.14, les imbrications basées sur une organisation journalière agrégée (en bleu) affichent un taux de chutes bien plus faible que celles basées sur une fragmentation manuelle (en rouge). Le taux de chutes pondérée est de 10.21 % pour la fragmentation manuelle contre 2.64 % pour l'agrégation quotidienne. La constitution manuelle de lots entraîne donc une augmentation significative des pertes de matière.

Ces résultats étaient prévisibles, car l'augmentation des références permet de meilleures imbrications, voir section 4.7.1. Cependant, cette comparaison entre un minimum théorique journalier et la production réelle met en évidence un potentiel d'amélioration dans la gestion des lots de production.

Une révision des méthodes de constitution des lots, en adoptant une approche plus proche de l'agrégation quotidienne, pourrait permettre de réduire les chutes en améliorant l'utilisation

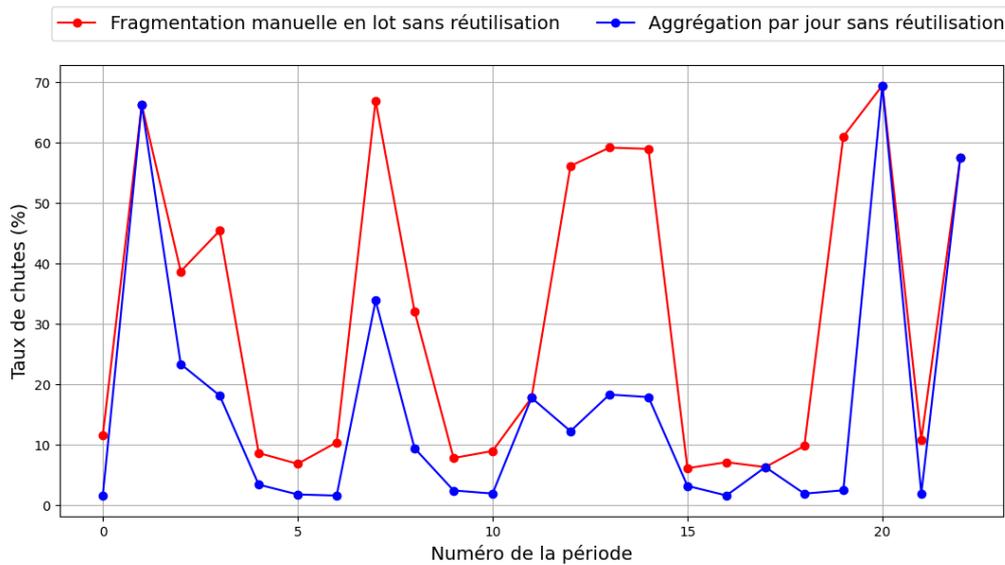


FIGURE 5.14 – Taux de chutes en générant les instances par jour (bleu) ou par lot (rouge)

des matériaux. Il ne s’agit pas simplement de regrouper l’ensemble des lots en un seul, mais plutôt de maintenir une taille de lots similaire à celle des pratiques actuelles, tout en respectant les contraintes industrielles telles que la flexibilité et les exigences opérationnelles spécifiques.

L’agrégation des lots devient véritablement avantageuse dans les situations où la réutilisation des chutes est difficile ou irréalisable. Dans le cas de profilés rarement utilisés (quelques lots par mois), l’agrégation des lots améliore significativement le rendement tout en évitant de garder des chutes trop longtemps en stock. À l’inverse, pour des profilés fréquemment utilisés (plusieurs lots par jour), la réutilisation des chutes peut atteindre, voire surpasser, les performances de l’agrégation seule, comme illustré par la Figure 5.15. Dans cette figure, les courbes bleues et rouge sont identique à celles de la Figure 5.14, la courbe verte montre le taux de chutes sur des fragmentations manuelles mais avec réemploi des chutes. Dans ce scénario le taux de chute pondéré obtenu est de 2.21 %. Ce résultat montre qu’il est souvent préférable d’essayer de réutiliser ses chutes.

Idéalement, une approche combinant agrégation et réutilisation des chutes permettrait d’atteindre les meilleurs résultats. Les chutes peuvent en effet se montrer très utiles pour refabriquer des pièces uniques suite à un défaut de production.

L’introduction d’une solution automatisée, basée sur des critères d’imbrication optimisée, permettrait d’améliorer l’organisation des lots (nombre et dimensionnement de ces lots), tout en prenant en compte les exigences de production. Elle garantirait une gestion plus efficace des matériaux, en réduisant significativement les pertes, sans compromettre la répartition actuelle de la production ni les contraintes de flexibilité propres à chaque secteur industriel.

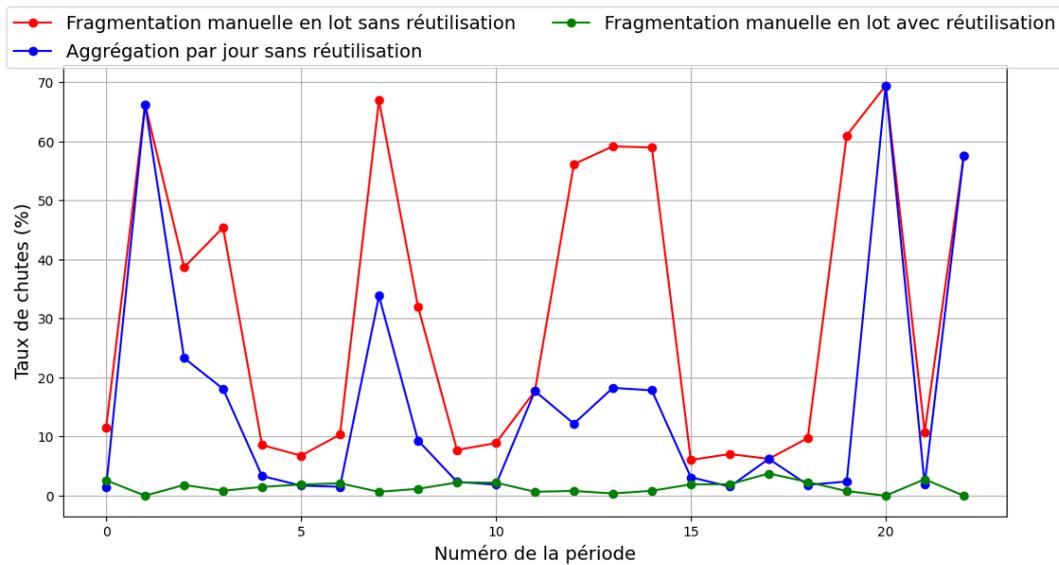


FIGURE 5.15 – Taux de chutes en générant les instances par jour (bleu) ou par lot (rouge) sans réemployer de chutes ou par lot avec réutilisation des chutes (vert)

Cette problématique d’optimisation conjointe du dimensionnement de lots et des découpes est connu dans la littérature sous le nom de *integrated lot-sizing and cutting stock problem*. MELEGA et al., 2018 propose une classification des différentes méthodes pour résoudre ce problème. Le problème combiné de lot-sizing et de CSPUL a été introduit par DO NASCIMENTO et al., 2020. Ce problème n’a fait l’objet que de très peu de recherches.

5.3.4 Détermination du seuil optimal de réemploi

Dans cette section, nous présentons des simulateurs conçus pour les industriels cherchant à optimiser la gestion de leurs chutes en identifiant le meilleur seuil de réemploi afin de maximiser le rendement matière et minimiser les coûts.

Principe Un seuil de réemploi trop bas entraîne le stockage d’un grand nombre de chutes avec un faible potentiel de réemploi. À l’inverse, un seuil trop élevé exclut des chutes potentiellement réutilisables, en recyclant prématurément des éléments qui auraient pu être valorisés. Autrement dit, un seuil inadéquat — trop bas ou trop élevé — entraîne des coûts supplémentaires et une baisse du rendement industriel. Les algorithmes proposés cherchent donc à ajuster ce seuil pour répondre aux besoins spécifiques de chaque industrie, en maximisant le réemploi des chutes. Nous proposons deux méthodes pour résoudre ce problème.

Méthode 1 basée sur le potentiel de réutilisation P Le potentiel de réutilisation P défini par l'équation (5.1) permet de quantifier le potentiel de réutilisation d'une chute. Sa valeur est comprise entre 0 et 1. L'idée de cette première méthode repose sur la relation étroite entre le potentiel de réemploi et le seuil de réemploi.

La méthode consiste à calculer la valeur P pour chaque valeur possible du seuil de réemploi, afin d'identifier la valeur optimale pour une instance donnée. Cette instance peut comporter une ou plusieurs périodes. La première étape est de réaliser une simulation d'imbrication sans réemploi sur l'ensemble des périodes de l'instance. Une fois cette simulation sans réemploi obtenue, on peut alors calculer la valeur de P à partir des pièces produites dans l'instance et des chutes générées par l'imbrication sans réemploi.

Cette méthode est très rapide et permet de calculer efficacement un seuil approximatif. Cependant, cette approche n'offre pas une précision parfaite, car les résultats peuvent varier entre la simulation sans réemploi et la situation réelle où le réemploi est pris en compte.

La Figure 5.16 présente deux courbes illustrant l'évolution du potentiel de réutilisation P (en ordonnée) en fonction du seuil de réemploi (en abscisse). Dans les deux cas, le potentiel de réutilisation augmente, atteint un pic, puis diminue. On peut facilement identifier la valeur de seuil qui maximise P .

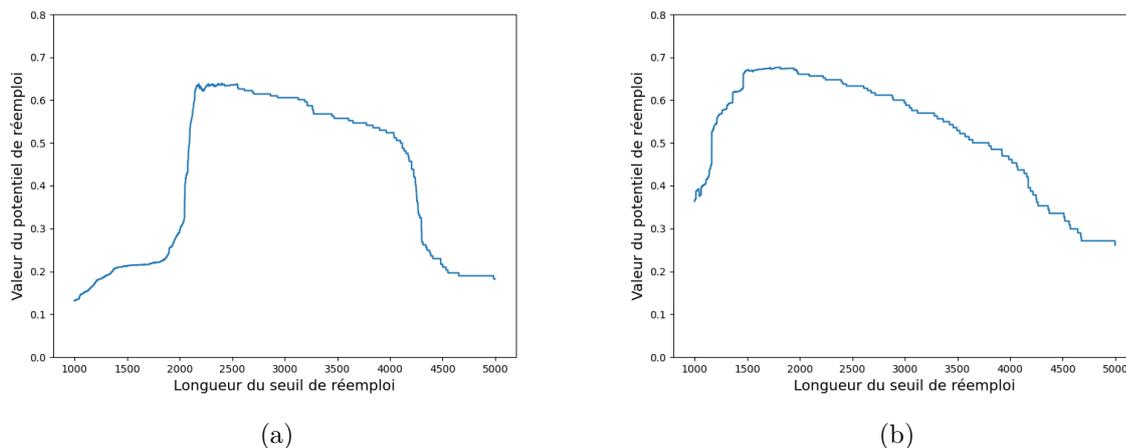


FIGURE 5.16 – Evolution du potentiel de réutilisation en fonction du seuil de réemploi.

La Figure 5.16a montre le cas étudié dans la section 5.3.3. Elle montre que conserver des chutes inférieures à 2000 mm est peu avantageux, car leur potentiel de réutilisation est faible. Au-delà de 2000 mm, l'indice du potentiel de réemployabilité augmente de manière significative, et le seuil optimal est calculé à 2067 mm.

La Figure 5.16b illustre également d'une instance réelle. Le seuil optimal pour cette instance est calculé à 1600 mm, tandis qu'à l'origine l'industriel avait fixé de manière arbitraire un seuil

de réemploi à 2000 mm. Cela entraîne la perte d'un grand nombre de chutes ayant un potentiel de réemploi élevé.

Ces graphiques permettent de visualiser directement le potentiel de réemploi des chutes selon le seuil choisi.

Méthode 2 : Simulation avec plusieurs seuils La **méthode 2** effectue une série de simulations avec un seuil de réemploi établi pour chaque simulation. Cette méthode est plus précise car elle simule exactement le processus industriel et permet de déterminer, parmi les seuils calculés, celui obtenant les meilleurs résultats. Cependant, cette méthode exige une puissance et un temps de calcul élevée en raison du nombre de simulations nécessaires.

Le Tableau 5.2 présente le nombre d'objets neufs découpés, le rendement matière, ainsi que le nombre de chutes générées et réutilisées pour différents seuils de réemploi. Les résultats concernent la même instance que celle représentée dans la Figure 5.16a.

Seuil de réemploi	# objets neufs découpés	Rendement (%)	# chutes réutilisables générées	# chutes réutilisables utilisées
1200	373	95.90	31	26
1300	373	95.90	31	26
1400	373	95.90	31	26
1500	373	95.90	30	26
1600	373	95.90	29	26
1700	373	95.90	29	26
1800	373	95.90	28	26
1900	373	95.90	26	25
2000	373	95.90	26	25
2100	373	95.90	26	25
2200	374	95.64	25	24
2300	376	95.14	21	20
2400	378	94.63	16	15
2500	378	94.63	16	15

TABLEAU 5.2 – Effet des Seuils de Réemploi sur le Rendement Matière et la Gestion des Chutes

On observe que le nombre d'objets découpés reste constant pour un seuil de 1200 mm à 2100 mm, mais le nombre de chutes générées diminue avec un seuil plus élevé. Par exemple, avec un seuil de 1200 mm, 31 chutes sont générées, dont 26 réutilisées, tandis qu'avec un seuil de 2100 mm, seulement 26 chutes sont générées, dont 25 réutilisées. D'un point de vue industriel, un seuil de 2100 mm est préférable car il assure un rendement matière similaire tout en réduisant le nombre de chutes à gérer. De plus, les chutes non utilisées avec un seuil de 1200 mm sont probablement trop courtes pour être réutilisées.

Limites La Méthode 1 adopte un point de vue macroscopique en calculant la valeur P et le seuil optimal pour l'ensemble d'une production. Cependant, ce seuil globalement optimal sur l'ensemble des périodes n'est pas nécessairement le seuil optimal période par période. En effet, si un petit nombre de pièces permette de réutiliser une longueur de chutes plus faible que le seuil, ces chutes ne seront pas conservées même si les pièces à produire se trouve juste après la génération de la chute.

Pour illustrer cette différence, nous avons testé l'instance présentée dans la Figure 5.16b avec la Méthode 2, plus précise pour une instance donnée. Ici, le seuil optimal ne se situe pas à 1600 mm comme déterminé par la Méthode 1, mais plutôt aux alentours de 1200 mm, offrant un meilleur rendement tout en évitant de générer des chutes réutilisables sans potentiel de réemploi.

Cette différence s'explique par l'absence de "production type" universelle : chaque période est unique, et un seuil optimal global (macro) ne reflète pas nécessairement les variations locales (micro) au sein de la production.

La Figure 5.17 illustre l'évolution du seuil optimal de réemploi lorsque l'on restreint le calcul du seuil aux périodes rapprochées. Cela permet d'observer uniquement les pièces qui seront produites immédiatement après la génération d'une chute et dans un délai rapproché (< 5 périodes) donnant un aspect plus dynamique au seuil. On constate que le seuil optimal fluctue considérablement : il y a de nombreuses périodes où le seuil optimal est de 1000 mm, ce qui justifie pourquoi le meilleur seuil calculé globalement est plus proche de 1200 mm que de 1600 mm calculé par la première méthode.

Dans la même idée, la deuxième méthode utilise un seuil fixe pour toute la période de simulation. Bien que cette approche soit simple à mettre en œuvre, elle manque de flexibilité face aux variations de la production. Par exemple, dans une période de forte demande de petites pièces, un seuil temporairement plus bas serait pertinent pour éviter le gaspillage, tandis qu'en période de production réduite avec de grandes pièces, un seuil plus élevé éviterait une accumulation excessive de chutes en stock.

Une extension possible de ces travaux serait d'intégrer des seuils dynamiques (TOMAT et GRADIŠAR, 2017), ce qui permettrait de mieux répondre aux variations de production, contribuant ainsi à une gestion plus efficace des stocks et à un rendement matière optimisé.

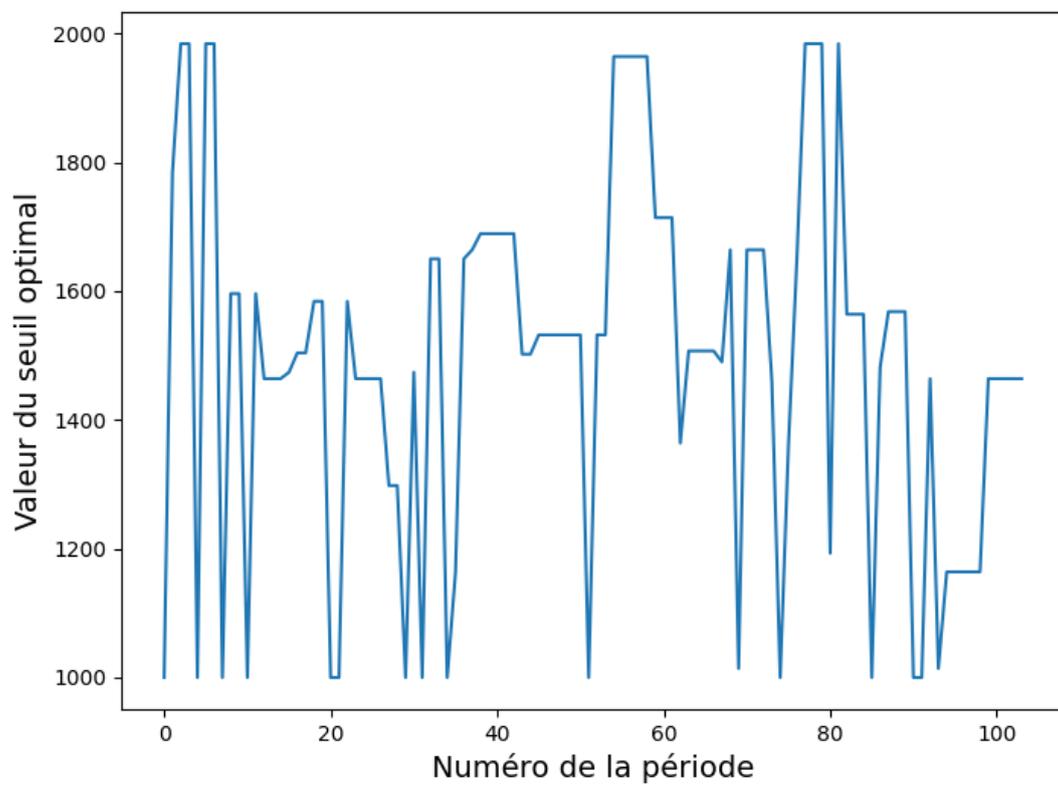


FIGURE 5.17 – Évolution du seuil optimal de réemploi en fonction des périodes de production

CONCLUSION

Cette thèse, réalisée en collaboration avec REEVERSE Systems dans le cadre d'un contrat CIFRE, s'est concentrée sur le problème de découpe avec réutilisation des chutes (*Cutting Stock Problem with Usable Leftovers*, CSPUL), en répondant à des enjeux industriels majeurs liés à l'optimisation des ressources. Les travaux sont ancrés dans le domaine de la menuiserie industrielle, où le réemploi des chutes constitue un levier stratégique pour réduire les coûts et répondre aux impératifs environnementaux actuels. À travers des contributions théoriques et appliquées, cette thèse cherche à proposer des solutions concrètes, performantes et adaptées aux contextes industriels.

6.1 Résumé et résultats des travaux

L'une des premières contributions réside dans la réalisation d'un état de l'art exhaustif sur le CSPUL, couvrant ses déclinaisons en une, deux et trois dimensions¹. Il nous a permis de mieux positionner notre travail par rapport à la littérature.

Nous proposons également un modèle mathématique qui intègre la distinction entre les chutes standards et non-standards et permet de maximiser l'utilisation des matières premières. Des algorithmes ont été développés pour résoudre ce problème, notamment l'approche par génération de colonnes combinée à des techniques d'arrondis et de tri. Ces algorithmes apportent des gains de rendement matière de l'ordre de 10 %. Ces résultats ont été validés à la fois sur des instances académiques et sur des études de cas industrielles. Par ailleurs, la mise en œuvre de ces solutions dans des environnements réalistes a confirmé leur impact positif, à la fois sur la réduction des coûts liés à la gestion des déchets et de la diminution de la consommation de matières premières. Elles présentent donc un potentiel d'amélioration de la compétitivité des entreprises et de leur empreinte écologique.

Nos résultats sont actuellement en cours d'intégration dans le logiciel REEVERSE. Par ailleurs, nous avons synthétisé nos activités réalisées au sein de l'entreprise, ce qui a permis d'approfondir la compréhension de la problématique tout en contribuant à l'enrichissement du logiciel REEVERSE.

1. Ce travail fait l'objet d'une collaboration avec Adriana Cherri sera bientôt soumis pour publication dans EJOR

6.2 Limitations

Comme tous travaux de recherche, les nôtres reposent sur des hypothèses. Ces hypothèses permettent une première modélisation du processus de découpe industriel, mais elles nécessitent des approfondissements pour mieux capturer la complexité des situations industrielles réelles.

La première hypothèse porte sur les règles de réutilisation des chutes d'une période à l'autre. Ces règles, simplifiées dans le modèle, ne reflètent pas nécessairement les pratiques industrielles. En réalité, la réutilisation des chutes peut être soumise à des contraintes, comme le passage obligatoire par le stock pour assurer le suivi et la gestion logistique. Une limitation importante de cette approche réside dans la possibilité pour le modèle de réutiliser des chutes qui, en réalité, ne sont pas immédiatement disponibles. Cette divergence peut engendrer des écarts significatifs entre les résultats théoriques et les processus réels.

La deuxième hypothèse concerne le choix arbitraire des longueurs et du nombre de chutes standards considérés dans le modèle. Ces longueurs, définies a priori, ne prennent pas en compte la variabilité des demandes d'un profilé à l'autre ni les contraintes opérationnelles des processus de découpe. De plus, le nombre de chutes disponibles dans le modèle ne reflète pas nécessairement les capacités réelles de stockage. Cette rigidité peut entraîner deux conséquences : une sous-utilisation des chutes disponibles et une accumulation de matière difficile à réemployer. Ces problèmes nuisent à la fois à l'efficacité des opérations et à la gestion des ressources.

Par ailleurs, l'intégration explicite des coûts de stockage et de lancement ou les contraintes logistiques, reste partielle. Ces éléments, même marginalement pris en compte, pourraient enrichir les modèles développés et ouvrir de nouvelles perspectives. Ceci pourrait se traduire par la présentation du problème sous forme d'un modèle multi-périodes qui tient compte des dynamiques temporelles de production et d'utilisation des chutes.

Actuellement, la création des lots de productions se fait souvent d'une manière manuelle, ce qui est chronophage et peu efficace. Cela suggère que l'intégration conjointe du dimensionnement des lots (LSP) et de l'optimisation des découpes permettrait de mieux aligner les décisions tactiques et opérationnelles, favorisant une optimisation globale des ressources. Ceci est aligné avec la proposition dans le paragraphe précédent où les décisions de lot-sizing nécessitent d'étudier le compromis entre les coûts fixes de l'installation des barres sur les machines et de la configuration de celles-ci d'une part, et les coûts variables de stockage et de découpe d'autre part.

Nous avons aussi observé lors de nos visites des clients REEVERSE, que certains industriels doivent faire face à plusieurs challenges liés à l'incertitude sur la qualité des objets (rayures) et des découpes, sur les demandes des clients ou encore sur les délais de livraison et la disponibilité des matériaux. Ainsi, il est indispensable pour ces clients REEVERSE d'avoir des solutions qui tiennent compte de l'incertitude, tels que des modèles de programmation stochastique.

6.3 Perspectives

Cette section examine les perspectives futures de nos travaux, en tenant compte des défis liés aux limitations évoquées précédemment. Elle propose des approches pour surmonter ces obstacles et ouvre des pistes de recherche et d'application qui permettront d'approfondir et d'élargir nos résultats.

6.3.1 Détermination des chutes standard

Une analyse approfondie des données de production et de stockage, couplée à l'utilisation de machine learning, pourrait ouvrir de nouvelles perspectives pour optimiser la gestion des chutes standards. Elle permettrait notamment de déterminer avec davantage de précision les longueurs de chutes standards les plus pertinentes, ainsi que leur nombre optimal en fonction des types de profilés. L'objectif serait de maximiser leur réutilisation tout en minimisant les pertes liées à des longueurs inadaptées ou sous-utilisées. Une telle analyse permettrait de modéliser le stock optimal de chutes nécessaires en fonction des différentes combinaisons profilé/couleur. Cela impliquerait de déterminer un équilibre entre un turnover rapide des chutes (pour éviter leur accumulation) et une disponibilité suffisante pour répondre aux besoins de production. Cette approche pourrait ainsi améliorer non seulement la flexibilité opérationnelle, mais aussi la rentabilité globale du système de production.

6.3.2 Intégration avec la planification de la production

Il existe plusieurs études qui intègrent les problèmes de planification de production avec d'autres décisions entreprise tels que l'intégration avec l'ordonnancement et les tournées de véhicules. Cependant, les modèles intégrant le lot-sizing avec les problèmes de découpe sont plus rares (MELEGA et al., 2018). Une poursuite naturelle de nos travaux serait de proposer des modèles efficaces qui intègrent les décisions de découpe avec réemploi des chutes. Ce modèles nécessiteront aussi le développement de méthodes adaptées pour les résoudre.

6.3.3 Considération des aléas

Afin d'aborder l'incertitude, on peut s'orienter vers différentes approches. Nous pensons que l'optimisation robuste offrirait des solutions capables de résister aux imprévus liés à la production, tels que les variations dans les lots ou la nécessité de refabriquer des pièces en cas de défaut. En effet, lorsqu'une pièce défectueuse doit être refabriquée, cela ne peut se faire que dans un lot ultérieur, ce qui rend obsolète l'optimisation initialement trouvée. Une approche robuste permettrait de pallier en partie ce problème en intégrant des marges dans la planification pour accueillir des refabrications éventuelles.

6.3.4 Symbiose industrielle

La symbiose industrielle, qui consiste à partager des ressources ou à revendre des matériaux inutilisés entre différents sites industriels ou entreprise, représente une approche prometteuse dans une logique d'économie circulaire. Toutefois, sa mise en œuvre repose sur plusieurs conditions :

- Les matériaux doivent être tracés depuis leur source afin de garantir leur qualité.
- Un système de logistique et de transport performant est nécessaire pour assurer le transfert efficace des matériaux entre sites industriels.
- Des informations fiables, disponibles et anticipées doivent être accessibles, afin d'avoir une vision claire des gisements de matières réutilisables.

De plus, la typologie des productions et des taille de pièces produites doivent présenter une certaine hétérogénéité, tout en maintenant une homogénéité des matériaux de base. Dans ce cadre, la symbiose industrielle est difficilement applicable au secteur de la menuiserie industrielle. En effet, chaque entreprise ou site industriel possède des profilés spécifiques, tout en produisant des pièces similaires, que ce soit en termes de dimensions ou de typologies de produits. Cette uniformité limite les possibilités de mutualisation des ressources, rendant préférable une réutilisation interne des chutes.

En revanche, certains secteurs, comme celui de la découpe de matériaux en deux dimensions (2D), offrent davantage de diversité dans leurs productions. Ces variations permettent d'explorer des opportunités de valorisation des chutes par d'autres industries ou pour des applications diversifiées. Par exemple, le titane issu de l'aviation peut être utilisé dans la fabrication de montures de lunettes ou de cadres de vélo.

En approfondissant ces modèles dans des secteurs spécifiques, la symbiose industrielle pourrait devenir un levier clé pour optimiser les flux de matériaux, réduire les déchets et favoriser une économie circulaire efficace.

6.3.5 Stratégie de différenciation retardée

Comme évoqué dans la Section 2.4.4, une des difficultés liées au réemploi des chutes dans la menuiserie réside dans la diversité des couleurs et des profilés. Elle multiplie les combinaisons possibles et complique le stockage et le réemploi des chutes. Une solution consiste à appliquer un principe de la gestion de la chaîne logistique qui est la différenciation retardée. Ce principe fait référence à la stratégie qui consiste à différer certaines étapes de la production et de la personnalisation jusqu'à ce qu'au moment où on a une meilleure estimation de la demande ou jusqu'à ce qu'une demande spécifique soit connue. Le relaquage pourrait apporter une solution pour la mise en place de la stratégie de la différenciation retardée. Le relaquage consiste à découper les profilés bruts avant de les colorer, ce qui élimine la contrainte de couleur initiale.

Une telle méthode permettrait d'augmenter le nombre de référence et la demande sur chaque profilé contribuant ainsi à une amélioration globale du rendement.

En outre, le relaquage simplifierait considérablement la gestion des chutes, des stocks et de l'approvisionnement en matières premières, puisqu'il suffirait d'acheter uniquement des profilés bruts. En éliminant la nécessité de stocker des profilés déjà colorés, notamment ceux des teintes "exotiques" rarement utilisées, cette méthode favoriserait une réutilisation des chutes à la fois plus simple et plus efficace. Enfin, elle offrirait une plus grande flexibilité dans la gestion des ressources et une meilleure adaptation aux besoins de production. Cependant, cette méthode présente certaines limitations. Sa mise en œuvre nécessiterait une modification des processus de fabrication et pourrait engendrer des coûts supplémentaires liés aux équipements ou à l'organisation. Une analyse économique approfondie est donc indispensable pour évaluer sa faisabilité et son impact sur les coûts globaux de production.

6.4 ...Pour conclure

Outre les menuiseries industrielles, qui ont constitué le cœur de la thèse, de nombreux autres milieux industriels ont besoin d'aide à la décision pour la planification des opérations de découpe. Ce sujet d'étude, qui inclut les découpes en deux dimensions, fait l'objet d'une autre thèse CIFRE au sein de REEVERSE Systems.

La présente thèse et les travaux en cours et à venir chez REEVERSE s'inscrivent dans une démarche d'optimisation globale des ressources industrielles, à la croisée des enjeux économiques et environnementaux. Ils apportent des solutions innovantes qui constituent une nouvelle génération d'algorithmes directement applicables à l'industrie. Ces solutions contribuent non seulement à la littérature scientifique, mais aussi à accélérer la transition vers des pratiques industrielles plus respectueuses de l'environnement.

“

*La meilleure chute est celle qu'on ne produit pas,
la deuxième meilleure est celle qui a un avenir.*

”

BIBLIOGRAPHIE

- ABUABARA, A., & MORABITO, R., (2009), Cutting optimization of structural tubes to build agricultural light aircrafts, *Annals of Operations Research*, 169, 149-165.
- ALFIERI, A., van de VELDE, S., & WOEGINGER, G. J., (2007), Roll cutting in the curtain industry, or : A well-solvable allocation problem, *European Journal of Operational Research*, 183 3, 1397-1404.
- ALI, R., MUHAMMAD, S., & TAKAHASHI, R. H., (2021), Decision making viva genetic algorithm for the utilization of leftovers, *International Journal of Intelligent Systems*, 36 4, 1746-1769.
- ALVAREZ-VALDÉS, R., PARAJÓN, A., et al., (2002), A tabu search algorithm for large-scale guillotine (un) constrained two-dimensional cutting problems, *Computers & Operations Research*, 29 7, 925-947.
- ANDRADE, R., BIRGIN, E. G., & MORABITO, R., (2016), Two-stage two-dimensional guillotine cutting stock problems with usable leftover, *International Transactions in Operational Research*, 23 1-2, 121-145.
- ANDRADE, R., BIRGIN, E. G., MORABITO, R., & RONCONI, D. P., (2014), MIP models for two-dimensional non-guillotine cutting problems with usable leftovers, *Journal of the Operational Research Society*, 65 11, 1649-1663.
- ARBIB, C., MARINELLI, F., PFERSCHY, U., & RANJBAR, F. K., (2023), One-dimensional stock cutting resilient against singular random defects, *Computers & Operations Research*, 157.
- ARBIB, C., MARINELLI, F., ROSSI, F., & DI IORIO, F., (2002), Cutting and Reuse : An Application from Automobile Component Manufacturing, *Operations Research*, 50 6, 923-934.
- ARENALES, M. N., CHERRI, A. C., DO NASCIMENTO, D. N., & VIANNA, A., (2015), A new mathematical model for the cutting stock/leftover problem, *Pesquisa Operacional*, 35, 509-522.
- ARIBOWO, W., ALI, I., et al., (2021), An optimization model of variable size two-dimensional nesting with stacked sheets and usable leftovers for the CNC routing process, *Journal of Physics : Conference Series*, 1858, 012043.
- BARNHART, C., JOHNSON, E. L., NEMHAUSER, G. L., SAVELSBERGH, M. W., & VANCE, P. H., (1998), Branch-and-price : Column generation for solving huge integer programs, *Operations research*, 46 3, 316-329.

-
- BAYKASOĞLU, A., & ÖZBEL, B. K., (2021), Modeling and solving a real-world cutting stock problem in the marble industry via mathematical programming and stochastic diffusion search approaches, *Computers & Operations Research*, 128, 105173.
- BELOV, G., & SCHEITHAUER, G., (2006), A branch-and-cut-and-price algorithm for one-dimensional stock cutting and two-dimensional two-stage cutting, *European journal of operational research*, 1711, 85-106.
- BERTOLINI, M., MEZZOGORI, D., & ZAMMORI, F., (2024), Hybrid heuristic for the one-dimensional cutting stock problem with usable leftovers and additional operating constraints, *International Journal of Industrial Engineering Computations*, 151, 149-170.
- BIRGIN, E. G., ROMÃO, O. C., & RONCONI, D. P., (2023), A forward-looking matheuristic approach for the multi-period two-dimensional non-guillotine cutting stock problem with usable leftovers, *Expert Systems with Applications*, 223, 119866.
- BIRGIN, E. G., ROMÃO, O. C., & RONCONI, D. P., (2020), The multiperiod two-dimensional non-guillotine cutting stock problem with usable leftovers, *International Transactions in Operational Research*, 273, 1392-1418.
- BRAHIMI, N., ABSI, N., DAUZÈRE-PÉRÈS, S., & KEDAD-SIDHOUM, S., (2015), Models and Lagrangian heuristics for a two-level lot-sizing problem with bounded inventory, *OR spilmoreectrum*, 374, 983-1006.
- BRAHIMI, N., ABSI, N., DAUZÈRE-PÉRÈS, S., & NORDLI, A., (2017), Single-item dynamic lot-sizing problems : An updated survey, *European Journal of Operational Research*, 2633, 838-863.
- BRANDAO, F., & PEDROSO, J. P., (2016), Bin packing and related problems : General arc-flow formulation with graph compression, *Computers & Operations Research*, 69, 56-67.
- BRESSAN, G. M., PIMENTA-ZANON, M. H., & SAKURAY, F., (2023), A Tree-Based Heuristic for the One-Dimensional Cutting Stock Problem Optimization Using Leftovers, *Materials*, 1622, 7133.
- CHEN, Q. L., CHEN, Y., CUI, Y., LU, X. Y., & LI, L. P., (2015), A heuristic for the 3-staged 2D cutting stock problem with usable leftover, *2015 International Conference on Electrical, Automation and Mechanical Engineering*, 770-773.
- CHEN, Q., & CHEN, Y., (2024), Heuristics for the two-dimensional cutting stock problem with usable leftover, *Intelligent Data Analysis, Preprint*, 1-21.
- CHEN, Y., SONG, X., OUELHADJ, D., & CUI, Y., (2019), A heuristic for the skiving and cutting stock problem in paper and plastic film industries, *International Transactions in Operational Research*, 261, 157-179.
- CHENG, C., FEIRING, B., & CHENG, T., (1994), The cutting stock problem—a survey, *International Journal of Production Economics*, 363, 291-305.

-
- CHERRI, A. C., ARENALES, M. N., & YANASSE, H. H., (2009), The one-dimensional cutting stock problem with usable leftover—A heuristic approach, *European Journal of Operational Research*, 196 3, 897-908.
- CHERRI, A. C., ARENALES, M. N., & YANASSE, H. H., (2013), The usable leftover one-dimensional cutting stock problem—a priority-in-use heuristic, *International Transactions in Operational Research*, 20 2, 189-199.
- CHERRI, A. C., ARENALES, M. N., YANASSE, H. H., POLDI, K. C., & VIANNA, A. C. G., (2014), The one-dimensional cutting stock problem with usable leftovers—A survey, *European Journal of Operational Research*, 236 2, 395-402.
- CHERRI, A. C., CHERRI, L. H., OLIVEIRA, B. B., OLIVEIRA, J. F., & CARRAVILLA, M. A., (2023), A stochastic programming approach to the cutting stock problem with usable leftovers, *European Journal of Operational Research*, 308 1, 38-53.
- CHU, C., & ANTONIO, J., (1999), Approximation algorithms to solve real-life multicriteria cutting stock problems, *Operations Research*, 47 4, 495-508.
- CLAUTIAUX, F., SADYKOV, R., VANDERBECK, F., & VIAUD, Q., (2019), Pattern-based diving heuristics for a two-dimensional guillotine cutting-stock problem with leftovers, *EURO Journal on Computational Optimization*, 7 3, 265-297.
- COELHO, K. R., CHERRI, A. C., BAPTISTA, E. C., JABBOUR, C. J. C., & SOLER, E. M., (2017), Sustainable operations : The cutting stock problem with usable leftovers from a sustainable perspective, *Journal of cleaner production*, 167, 545-552.
- COFFMAN JR, E. G., GAREY, M. R., & JOHNSON, D. S., (1984), Approximation algorithms for bin-packing—an updated survey. In *Algorithm design for computer system design* (p. 49-106), Springer.
- CUI, Y., SONG, X., CHEN, Y., & CUI, Y.-P., (2017), New model and heuristic solution approach for one-dimensional cutting stock problem with usable leftovers, *Journal of the Operational Research Society*, 68, 269-280.
- CUI, Y., & YANG, Y., (2010), A heuristic for the one-dimensional cutting stock problem with usable leftover, *European Journal of Operational Research*, 204 2, 245-250.
- DANTZIG, G. B., & WOLFE, P., (1960), Decomposition principle for linear programs, *Operations research*, 8 1, 101-111.
- DE CARVALHO, J. V., (2002), LP models for bin packing and cutting stock problems, *European Journal of Operational Research*, 141 2, 253-273.
- de ARAUJO-MACHADO, A., ZAYATZ, J. C., MELLUZZI NETO, G., da SILVA, M. M., LAPASINI LEAL, G. C., & PALMA LIMA, R. H., (2020), Aluminum bar cutting optimization for door and window manufacturing, *Dyna*, 87 212, 155-162.

-
- DELORME, M., IORI, M., & MARTELLO, S., (2016), Bin packing and cutting stock problems : Mathematical models and exact algorithms, *European Journal of Operational Research*, 255 1, 1-20.
- DEMPE, S., (2002), *Foundations of bilevel programming*, Springer Science & Business Media.
- DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., & SOLOMON, M. M., (2006), *Column generation* (T. 5), Springer Science & Business Media.
- DO NASCIMENTO, D. N., de ARAUJO, S. A., & CHERRI, A. C., (2020), Integrated lot-sizing and one-dimensional cutting stock problem with usable leftovers, *Annals of Operations Research*, 1-19.
- DO NASCIMENTO, D. N., CHERRI, A. C., OLIVEIRA, J. F., & BRITO OLIVEIRA, B., (2023), The two-dimensional cutting stock problem with usable leftovers and uncertainty in demand, *Computers & Industrial Engineering*, 186, 109705.
- DO NASCIMENTO, D. N., CHERRI, A. C., & OLIVEIRA, J. F., (2022), The two-dimensional cutting stock problem with usable leftovers : mathematical modelling and heuristic approaches, *Operational Research*, 22 5, 5363-5403.
- DYCKHOFF, H., (1981), A new linear programming approach to the cutting stock problem, *Operations Research*, 29 6, 1092-1104.
- DYCKHOFF, H., (1990), A typology of cutting and packing problems, *European Journal of Operational Research*, 44, 145-159.
- GAREY, M. R., & JOHNSON, D. S., (1979), *Computers and intractability* (T. 174), freeman San Francisco.
- GARRAFFA, M., SALASSA, F., VANCROONENBURG, W., VANDEN BERGHE, G., & WAUTERS, T., (2016), The one-dimensional cutting stock problem with sequence-dependent cut losses, *International Transactions in Operational Research*, 23 1-2, 5-24.
- GILMORE, P. C., & GOMORY, R. E., (1961), A linear programming approach to the cutting-stock problem, *Operations research*, 9 6, 849-859.
- GILMORE, P. C., & GOMORY, R. E., (1963), A linear programming approach to the cutting stock problem—Part II, *Operations research*, 11 6, 863-888.
- GILMORE, P. C., & GOMORY, R. E., (1965), Multistage cutting stock problems of two and more dimensions, *Operations research*, 13 1, 94-120.
- GRACIA, C., ANDRÉS, C., & GRACIA, L., (2013), A hybrid approach based on genetic algorithms to solve the problem of cutting structural beams in a metalwork company, *Journal of Heuristics*, 19, 253-273.
- GRADIŠAR, M., CESAR, M., & TOMAT, L., (2018), One-Dimensional Cutting Stock Optimisation by Suborders, *Tehnički vjesnik*, 25 Supplement 2, 474-480.
- GRADIŠAR, M., JESENKO, J., & RESINOVIČ, G., (1997), Optimization of roll cutting in clothing industry, *Computers & Operations Research*, 24 10, 945-953.

-
- GRADIŠAR, M., KLJAJIĆ, M., RESINOVIČ, G., & JESENKO, J., (1999), A sequential heuristic procedure for one-dimensional cutting, *European Journal of Operational Research*, 114 3, 557-568.
- GRADIŠAR, M., & TRKMAN, P., (2005), A combined approach to the solution to the general one-dimensional cutting stock problem, *Computers & Operations Research*, 32 7, 1793-1807.
- HADJ SALEM, K., SILVA, E., & OLIVEIRA, J. F., (2023), Cutting and packing problems under uncertainty : literature review and classification framework, *International Transactions in Operational Research*, 30, 3329-3360.
- HARVEY, W. D., & GINSBERG, M. L., (1995), Limited discrepancy search, *IJCAI (1)*, 607-615.
- HUO, Y., HE, K., ZHANG, R., & ZHONG, Y., (2009), MHA : A mixed heuristic algorithm for the cutting stock problem, *2009 International Conference on Information and Automation*, 460-465.
- JOHNSON, M. P., RENNICK, C., & ZAK, E., (1997), Skiving Addition to the Cutting Stock Problem in the Paper Industry, *SIAM Review*, 39 3, 472-483.
- KANTOROVICH, L., (1939), Mathematical Methods in the Organization and Planning of Production, *Management Science*, 6, 366-422.
- KARELAHTI, J., VAINIOMAKI, P., & WESTERLUND, T., (2011), Large scale production planning in the stainless steel industry, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 50 9, 4893-4906.
- KHAN, R., PRUNCU, C. I., KHAN, A. S., NAEEM, K., ABAS, M., KHALID, Q. S., & AZIZ, A., (2020), A mathematical model for reduction of trim loss in cutting reels at a make-to-order paper mill, *Applied Sciences*, 10 15, 5274.
- KLEE, V., & MINTY, G. J., (1972), How good is the simplex algorithm, *Inequalities*, 3 3, 159-175.
- KOCH, S., KÖNIG, S., & WÄSCHER, G., (2009), Integer linear programming for a cutting problem in the wood-processing industry : a case study, *International Transactions in Operational Research*, 16 6, 715-726.
- KRAJEWSKI, L. J., RITZMAN, L. P., & MALHOTRA, M. K., (2018), *Operations management : Processes and supply chains*, Pearson New Jersey.
- LE HESRAN, C., LADIER, A.-L., BOTTA-GENOULAZ, V., & LAFOREST, V., (2019), Operations scheduling for waste minimization : A review, *Journal of cleaner production*, 206, 211-226.
- LEMOES, F. K., CHERRI, A. C., & de ARAUJO, S. A., (2021), The cutting stock problem with multiple manufacturing modes applied to a construction industry, *International Journal of Production Research*, 59 4, 1088-1106.
- LEVINE, J., & DUCATELLE, F., (2004), Ant colony optimization and local search for bin packing and cutting stock problems, *Journal of the Operational Research society*, 55 7, 705-716.

-
- LEWIS, R., SONG, X., DOWSLAND, K., & THOMPSON, J., (2011), An investigation into two bin packing problems with ordering and orientation implications, *European Journal of Operational Research*, 2131, 52-65.
- LI, F., CHEN, Y., & HU, X., (2022), Manufacturing-oriented silicon steel coil lengthwise cutting stock problem with useable leftover, *Engineering Computations*, 392, 477-492.
- LODI, A., MARTELLO, S., & MONACI, M., (2002), Two-dimensional packing problems : A survey, *European journal of operational research*, 1412, 241-252.
- LÜBBECKE, M. E., & DESROSIERS, J., (2005), Selected topics in column generation, *Operations research*, 536, 1007-1023.
- MAHER, R. A., MELHEM, N. N., & ALMUTLAQ, M., (2019), Developing a control and management system for reinforcement steel-leftover in industrial factories, *IFAC-PapersOnLine*, 5213, 625-629.
- MARTELLO, S., MONACI, M., & VIGO, D., (2003), An exact approach to the strip-packing problem, *INFORMS journal on Computing*, 153, 310-319.
- MELEGA, G. M., de ARAUJO, S. A., & JANS, R., (2018), Classification and literature review of integrated lot-sizing and cutting stock problems, *European Journal of Operational Research*, 2711, 1-19.
- MELHEM, N. N., MAHER, R. A., & SUNDERMEIER, M., (2021), Waste-based management of steel reinforcement cutting in construction projects, *Journal of Construction Engineering and Management*, 1477, 04021056.
- MORILLO-TORRES, D., BAENA, M. T., ESCOBAR, J. W., ROMERO-CONRADO, A. R., CORONADO-HERNÁNDEZ, J. R., & GATICA, G., (2021), A mixed-integer linear programming model for the cutting stock problem in the steel industry, *Applied Computer Sciences in Engineering : 8th Workshop on Engineering Applications, WEA 2021, Medellín, Colombia, October 6-8, 2021, Proceedings 8*, 315-326.
- OLIVEIRA, O., GAMBOA, D., & FERNANDES, P., (2016), An information system for the furniture industry to optimize the cutting process and the waste generated, *Procedia Computer Science*, 100, 711-716.
- PARREÑO, F., & ALVAREZ-VALDES, R., (2021), Mathematical models for a cutting problem in the glass manufacturing industry, *Omega*, 103, 102432.
- PARREÑO, F., ALONSO, M. T., & ALVAREZ-VALDÉS, R., (2020), Solving a large cutting problem in the glass manufacturing industry, *European Journal of Operational Research*, 2871, 378-388.
- PISINGER, D., (1997), A minimal algorithm for the 0-1 knapsack problem, *Operations Research*, 455, 758-767.

-
- POLDI, K. C., & ARENALES, M. N., (2009), Heuristics for the one-dimensional cutting stock problem with limited multiple stock lengths, *Computers & Operations Research*, 36 6, 2074-2081.
- RAVELO, S. V., MENESES, C. N., & SANTOS, M. O., (2020), Meta-heuristics for the one-dimensional cutting stock problem with usable leftover, *Journal of Heuristics*, 26, 585-618.
- ROADEF/EURO, (2018), *ROADEF/EURO Challenge : Cutting Optimization Problem* [Available at <https://www.roadef.org/challenge/2018/en/>, urldate = 2023-06-23].
- ROBERTS, S., (1984), Application of heuristic techniques to the cutting-stock problem for work-tops, *Journal of the Operational Research Society*, 35 5, 369-377.
- ROODMAN, G. M., (1986), Near-optimal solutions to one-dimensional cutting stock problems, *Computers & operations research*, 13 6, 713-719.
- ROTHER, M., REYER, M., & MATHAR, R., (2017), Process Optimization for Cutting Steel-Plates., *Proceedings of the 6th International Conference on Operations Research and Enterprise Systems (ICORES 2017)*, 27-37.
- SADYKOV, R., VANDERBECK, F., PESSOA, A., TAHIRI, I., & UCHOA, E., (2019), Primal Heuristics for Branch and Price : The Assets of Diving Methods, *INFORMS Journal on Computing*, 31 2, 251-267.
- SALLAUME, S., MINE, M. T., SILVA, M. S., OCHI, L. S., & PLASTINO, A., (2008), One Dimensional Cutting Stock Problem with Redevelopment of the Surplus Material, *International Conference on Engineering Optimization*, 6.
- SCHEITHAUER, G., (1991), A note on handling residual lengths, *Optimization*, 22 3, 461-466.
- SILVA, E., ALVELOS, F., & VALÉRIO DE CARVALHO, J., (2014), Integrating two-dimensional cutting stock and lot-sizing problems, *Journal of the Operational Research Society*, 65 1, 108-123.
- SILVA, E., ALVELOS, F., & DE CARVALHO, J. V., (2010), An integer programming model for two-and three-stage two-dimensional cutting stock problems, *European Journal of Operational Research*, 205 3, 699-708.
- SINUANY-STERN, Z., & WEINER, I., (1994), The one dimensional cutting stock problem using two objectives, *Journal of the Operational Research Society*, 45 2, 231-236.
- SNUDDEN, J., WARD, C., & POTTER, K., (2014), Reusing automotive composites production waste, *Reinforced Plastics*, 58 6, 20-27.
- STEVENSON, W., (2017), *Operations Management*, 13th, Mc Graw Hill.
- SUMETTHAPIWAT, S., INTIYOT, B., & JEENANUNTA, C., (2020), A column generation on two-dimensional cutting stock problem with fixed-size usable leftover and multiple stock sizes, *International Journal of Logistics Systems and Management*, 35 2, 273-288.

-
- TANIR, D., UGURLU, O., GULER, A., & NURIYEV, U., (2019), One-dimensional cutting stock problem with divisible items : a case study in steel industry, *TWMS Journal of Applied and Engineering Mathematics*, 93, 473-484.
- TOMAT, L., & GRADIŠAR, M., (2017), One-dimensional stock cutting : optimization of usable leftovers in consecutive orders, *Central European Journal of Operations Research*, 252, 473-489.
- TRKMAN, P., & GRADIŠAR, M., (2007), One-dimensional cutting stock optimization in consecutive time periods, *European Journal of Operational Research*, 1792, 291-301.
- VALÉRIO DE CARVALHO, J., (1999), Exact solution of bin-packing problems using column generation and branch-and-bound, *Annals of Operations Research*, 860, 629-659.
- VANDERBECK, F., (2000), On Dantzig-Wolfe decomposition in integer programming and ways to perform branching in a branch-and-price algorithm, *Operations research*, 481, 111-128.
- VANDERBECK, F., (2001), A nested decomposition approach to a three-stage, two-dimensional cutting-stock problem, *Management Science*, 476, 864-879.
- VIEGAS, J. L., VIEIRA, S. M., HENRIQUES, E. M., & SOUSA, J. M., (2016), Heuristics for three-dimensional steel cutting with usable leftovers considering large time periods, *European Journal of Industrial Engineering*, 104, 431-454.
- WÄSCHER, G., HAUSSNER, H., & SCHUMANN, H., (2007), An improved typology of cutting and packing problems, *European journal of operational research*, 1833, 1109-1130.
- YAN, C., XIE, Q., CHEN, Q., ZHANG, L., CUI, Y., & MENG, Z., (2017), The Optimization Algorithm of Circle Stock Problem with Standard Usage Leftover, *Intelligence Science I : Second IFIP TC 12 International Conference, ICIS 2017, Shanghai, China, October 25-28, 2017, Proceedings 2*, 234-240.
- YANG, C.-T., SUNG, T.-C., & WENG, W.-C., (2006), An improved tabu search approach with mixed objective function for one-dimensional cutting stock problems, *Advances in Engineering Software*, 378, 502-513.

Titre : Résolution du problème de découpe avec revalorisation des matériaux

Mot clés : Recherche opérationnelle, Problème de découpe, Génération de colonnes, Réemploi des chutes,

Résumé : Cette thèse traite de l'optimisation des processus de découpe dans l'industrie manufacturière, en particulier la menuiserie industrielle. Elle vise à réduire les pertes de matière par le réemploi, principe de base de l'économie circulaire, répondant ainsi aux enjeux environnementaux, économiques et législatifs contemporains.

Cette thèse s'appuie sur un état de l'art approfondi du Cutting Stock Problem with Usable Leftovers (CSPUL), un problème centré sur la réutilisation des chutes. La méthode employée combine la génération de colonnes avec des heuristiques de type diving pour affiner les solutions et garantir leur faisabilité dans des contextes industriels.

Les modèles développés démontrent qu'une réutilisation même limitée des chutes peut générer des gains significatifs. Ces approches ont été intégrées au logiciel REEVERSE, qui fournit aux industriels des outils pour diagnostiquer les pertes, optimiser la production, et valoriser les matières de seconde vie.

Les résultats expérimentaux valident ces solutions, montrant qu'elles permettent d'améliorer substantiellement le rendement matière tout en répondant aux attentes croissantes en matière de durabilité et de compétitivité. Cette contribution représente une avancée majeure dans l'optimisation durable des ressources industrielles.

Title: Solving the Cutting Stock Problem with Usable Leftovers

Keywords: Operations research, Cutting Stock Problem, Column generation, Usable leftovers

Abstract: This thesis focuses on optimizing cutting processes in the manufacturing industry, with a particular emphasis on industrial joinery. It aims to reduce material waste through reuse, a fundamental principle of the circular economy, thereby addressing contemporary environmental, economic, and legislative challenges.

This research is based on a comprehensive state-of-the-art review of the Cutting Stock Problem with Usable Leftovers (CSPUL), which focuses on reusing industrial leftovers. The method employed combines column generation with diving heuristics to refine solutions and ensure their feasibility

in industrial settings.

The developed models demonstrate that even limited reuse of leftovers can generate significant benefits. These approaches have been integrated into the REEVERSE software, which provides industrial users with tools to diagnose losses, optimize production, and valorize secondary raw materials.

Experimental results validate these solutions, showing that they substantially improve material yield while meeting growing expectations for sustainability and competitiveness. This contribution represents a major step forward in the sustainable optimization of industrial resources.