



HAL
open science

Développement d'un traitement robuste des couches limites turbulentes combinant ZDES et LBM : application à la simulation du bruit d'extrémité de volet.

Julien Husson

► To cite this version:

Julien Husson. Développement d'un traitement robuste des couches limites turbulentes combinant ZDES et LBM : application à la simulation du bruit d'extrémité de volet.. Physique [physics]. Institut Polytechnique de Paris, 2024. Français. NNT : 2024IPPAX099 . tel-04952454

HAL Id: tel-04952454

<https://theses.hal.science/tel-04952454v1>

Submitted on 17 Feb 2025

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



INSTITUT
POLYTECHNIQUE
DE PARIS

NNT : 2024IPPAX099

Thèse de doctorat



Développement d'un traitement robuste des couches limites turbulentes combinant ZDES et LBM : application à la simulation du bruit d'extrémité de volet.

Thèse de doctorat de l'Institut Polytechnique de Paris
préparée à École Polytechnique

École doctorale n°626 École doctorale de l'Institut Polytechnique de Paris (EDIPP)
Spécialité de doctorat : Mécanique des fluides et des solides, acoustique

Thèse présentée et soutenue à Meudon, le 03/12/2024, par

JULIEN HUSSON

Composition du Jury :

Mr. Éric Lamballais Professeur, Université de Poitiers	Rapporteur
Mr. Simon Marié Maître de conférences HDR, CNAM	Rapporteur
Mme. Bérengère Podvin Directrice de recherche CNRS, EM2C CentraleSupélec	Présidente
Mr. Alois Sengissen Ingénieur aéroacoustique, Airbus Operations	Examineur
Mr. Sébastien Deck Directeur de recherche, ONERA (DAAA/MSAT)	Directeur de thèse
Mr. Marc Terracol Ingénieur de recherche, ONERA (DAAA/MSAT)	Encadrant
Mr. Thomas Le Garrec Ingénieur de recherche, ONERA (DAAA/AKOU)	Invité

Ce travail de thèse a pu être réalisé grâce au cofinancement de l'Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales (ONERA) et de la Direction Générale de l'Aviation Civile (DGAC), notamment sous l'impulsion des plans de relance français et européen suite à la pandémie de Covid-19. En particulier, ce travail s'inscrit dans le cadre du projet DGAC BALBUZARD (2021-2024) et a été mené au sein du centre ONERA de Meudon.



Financé par
l'Union européenne
NextGenerationEU



Table des matières

Table des figures	15
Liste des tableaux	18
Remerciements	19
Introduction	21
1 Position du sujet	21
2 Démarche	25
1 La méthode de Boltzmann sur réseau	29
1 Les fondements de la LBM : la théorie cinétique des gaz	30
1.1 Modéliser un fluide : les différentes échelles	30
1.2 Éléments généraux de la théorie cinétique des gaz	32
1.3 Le développement de Chapman-Enskog	36
2 Les fondements de la LBM : les gaz sur réseaux	40
2.1 Introduction aux gaz sur réseaux	40
2.2 Limitations et évolution vers la LBM	43
3 Formulation théorique de la LBM	45
3.1 Discrétisation de l'espace des vitesses	45
3.2 Construction d'un réseau en LBM	49
3.3 Discrétisation en temps et en espace	54
3.4 Conditions aux limites	55
3.5 Mise en œuvre numérique	60
4 Propriétés de la LBM	69
4.1 Une méthode numérique peu dispersive/dissipative	70
4.2 Une méthode à faible coût par points	71
5 Présentation du solveur ProLB en tant que solveur LBM	73
2 Modélisation de la turbulence	75
1 Concepts généraux de modélisation de la turbulence	76
1.1 Séparation des échelles	77
1.2 Opérateur à moyenne d'ensemble : les simulations RANS	78
1.3 Opérateur à filtre spatial : les simulations LES	86
2 Approche hybride : simulation RANS/LES	95
2.1 Principe général des approches hybride RANS/LES	95
2.2 De la DES (1997) à la ZDES mode 2 (2020)	96
2.3 Les approches hybrides RANS/LES en LBM dans la littérature	104
3 La couche limite turbulente	105
3.1 Description analytique de la région proche paroi	105
3.2 Les lois de paroi	110
4 Présentation du solveur ProLB en tant que solveur d'écoulements turbulents	120
4.1 Implantation numérique du modèle de turbulence	120

4.2	Implantation numérique du traitement de paroi	121
3	Amélioration du traitement de paroi	125
1	Définition de l'algorithme de traitement de paroi	126
1.1	Détails de l'algorithme de traitement de paroi	126
1.2	Éléments et conclusions du projet ALBATROS (2018-2020)	127
2	Influence de la phase d'interpolation	127
2.1	Comparaison théorique <i>a priori</i> de diverses méthodes d'interpolation	128
2.2	Influence du nombre de noeuds donneurs du stencil	129
2.3	Évolution de l'erreur d'interpolation en fonction de la distance à la paroi	131
2.4	Influence de l'erreur d'interpolation sur la simulation d'une couche limite turbulente	132
2.5	Influence de l'erreur d'interpolation sur la simulation d'un écoulement autour d'une bosse en canal	134
3	Implantation numérique de la loi de paroi	136
3.1	Problématique	136
3.2	La méthode de linéarisation de Tamaki <i>et al.</i>	138
3.3	Validation du traitement de paroi combinant interpolation trilineaire et méthode de linéarisation	140
4	Synthèse du chapitre	146
4	Mise en oeuvre de la ZDES-LBM	147
1	La ZDES-LBM : problématiques et objectifs de validation	148
1.1	Problématiques des modèles hybride RANS/LES en LBM	148
1.2	Objectifs de validation de la ZDES-LBM	150
2	Validation de la protection RANS-LBM d'une couche limite turbulente sur plaque plane	151
3	Étude et comparaison du développement des instabilités le long d'une marche descendante	154
3.1	Comparaisons <i>a priori</i> des simulations ZDES-LBM et ZDES-NS	155
3.2	Comparaison du contenu instationnaire des simulations ZDES-LBM et ZDES-NS	158
4	Évaluation du potentiel applicatif de la ZDES-LBM par analyse de l'écoulement autour d'un profil hyper-sustenté.	162
4.1	Présentation du projet LEISA2 et des études antérieures	162
4.2	Comportement global de la ZDES-LBM appliquée à l'écoulement autour du profil F16	166
4.3	Comparaison entre la ZDES-LBM et les données de référence	169
4.4	Comparaison entre la ZDES-LBM et deux ZDES-NS (avec et sans traitement de paroi)	176
5	Synthèse du chapitre	185
5	Étude de configurations d'extrémité de volet	187
1	Perspective historique du bruit d'extrémité de volet	188
1.1	Identification de l'extrémité de volet en tant que source majeure de bruit aérodynamique (1970-1980)	188
1.2	Caractérisation aéroacoustique de l'extrémité de volet - premiers dispositifs expérimentaux de réduction du bruit d'extrémité de volet (1990-2000)	189
1.3	Les présumés mécanismes générateurs du bruit d'extrémité de volet	195
2	Le projet SWAHILI	197
3	Mise en place de la simulation ZDES-LBM pour la configuration FSA	200
3.1	Nécessité d'un compromis entre précision et coût de calcul : recours à la ZDES	200
3.2	Grille et paramètres de calcul	202
4	Résultats et discussions	203
4.1	Topologie de l'écoulement simulé par ZDES-LBM pour la configuration FSA	204
4.2	Comparaison des champs moyens avec les essais	208

4.3	Acoustique en champ lointain : comparaison avec les essais	214
4.4	Analyse spectrale phase par phase	216
4.5	Analyse du mécanisme générateur du bruit identifié	219
4.6	Quelques mots à propos de la configuration FSD	225
5	Synthèse du chapitre	229
6	Conclusion	231
1	Synthèse	231
2	Perspectives	234
Annexe A : Calculs associés à la théorie cinétique des gaz		235
1	Formulation de la distribution à l'équilibre f^{eq} par Maxwell	236
2	Calcul des moments de f^{eq}	237
2.1	Calcul des moments d'une Gaussienne unidimensionnelle	237
2.2	Calcul des moments d'une Gaussienne multidimensionnelle	237
2.3	Calcul des moments de la Maxwellienne f^{eq}	238
3	Les polynômes d'Hermite	238
3.1	Définition et propriétés des polynômes d'Hermite 1D	238
3.2	Propriétés des polynômes d'Hermite multi-dimensionnels	239
4	Les moments dans la méthode de Chapman-Enskog	240
4.1	Des moments d'ordre 0 aux équations d'Euler	241
4.2	Des moments d'ordre 1 aux équations de Navier-Stokes	242
Annexe B : À propos de certaines méthodes d'interpolation		247
1	L'interpolation linéaire	248
2	L'interpolation par les moindres carrés pondérés	249

Table des figures

0.1	Évolution du nombre de passagers transporté à l'international (en milliards) suivant les années depuis 1945. Certaines dates clefs sont représentées sur le graphique. Tiré de [146].	21
0.2	Extrait du Plan d'Exposition au Bruit (PEB) de l'aéroport d'Orly faisant figurer les zones A et B non constructibles conditionnées en Lden (niveaux de bruit pondérés suivant la période de la journée). Tiré du site de la préfecture de l'Essonne.	22
0.3	Carte de bruit obtenue par formation de faisceaux sur un MD82 et faisant figurer les principales sources de bruit sur un avion. Adapté de [328].	23
0.4	Décomposition du bruit émis par un avion en phase de décollage (gauche) et d'atterrissage (droite) selon le rapport de l'OACI 2019 [146].	23
0.5	Évolution du bruit moteur avec les années et selon les différents niveaux de certification acoustique imposés par l'OACI. Adapté de [11] et [375]. TdD : taux de dilution du moteur double-flux	24
0.6	(gauche) : Évolution du nombre de publications associées aux mots-clefs <code>lattice Boltzmann method</code> et <code>acoustic</code> dans la base de données Google Scholar en fonction des années. (droite) : Quatre exemples d'utilisation de la LBM pour des études aéroacoustiques avec quatre solveurs LBM différents : train d'atterrissage (solveur LAVA de la NASA) [22] , automobile (PowerFLOW de Dassault Système) [204], turbomachine (ProLB de CSGroup) [78] et réfrigération d'un camion (OpenLB) [132].	26
0.7	(gauche) : Évolution du coefficient de pression le long d'une section d'une aile ONERA M6 obtenu avec le solveur ProLB [73]. (droite) : Profil de vitesse en unité de paroi dans une couche limite turbulente de canal [46].	27
0.8	Plan schématique de l'organisation de ce manuscrit de thèse.	30
1.1	Représentation des trois échelles principales de description d'un fluide. Les grandeurs ainsi que les équations qui les gouvernent sont indiquées.	30
1.2	Schéma de principe représentant une portion d'un réseau à quatre vitesses discrètes. Chaque point de calcul est caractérisé par quatre tableaux de booléens.	40
1.3	Illustration des étapes de propagation et de collision d'une itération temporelle de gaz sur réseau de type HPP [158].	41
1.4	Évolution temporelle d'une onde acoustique pour un modèle HPP (haut) et un modèle FHP (bas). Le modèle HPP montre clairement un défaut d'isotropie. Adapté de [64] et [65].	42
1.5	Illustration des étapes de propagation et de collision d'une itération temporelle de gaz sur réseau de type FHP [129].	42
1.6	Isocontour de quantité de mouvement longitudinale pour un cas de marche descendante à $Re = 150$ avec un modèle FHP. Adapté de [103].	43
1.7	Exemple qualitatif d'un profil de vitesse en amont d'une marche descendante obtenu marche avec une méthode FHP. Adapté de [103].	44
1.8	Résumé chronologique des différentes avancées en matière de théorie cinétique des gaz et de gaz sur réseaux afin d'aboutir à la formulation actuelle de la LBM	45
1.9	Schéma d'illustration de la relation de récurrence liant les $\mathbf{a}_n^{(k)}$. Les termes en couleur sont correctement obtenus malgré le fait que $f^{(k)}$ soit tronqué à l'ordre n	48

1.10	Représentation des vitesses discrètes des réseaux D2Q9 (gauche), D3Q19 (centre) et D3Q27 (droite). Ces trois réseaux ont un degré de quadrature $d = 5$ et comptent, à ce jour, parmi les réseaux les plus utilisés.	53
1.11	Schéma de principe de l'algorithme LBM-BGK standard.	55
1.12	Visualisation d'un maillage conforme à la paroi (gauche) et non-conforme à la paroi (droite). Le maillage non-conforme à la paroi correspond à un maillage cartésien isotrope à trois niveaux de raffinement typique de ce qui se rencontre dans le cadre de la LBM.	56
1.13	Représentation schématique d'une condition de rebond standard. La ligne en pointillée indique la géométrie solide vue par la condition limite.	57
1.14	Représentation schématique de la mise en place originelle d'une condition de rebond volumétrique en 2D, utilisée dans le solveur PowerFLOW. Dans cette configuration, les distributions sortantes sont portées par les vitesses ξ_1 , ξ_4 , ξ_5 et ξ_8 . Adapté de [59, 94].	57
1.15	Schéma de revue des principales conditions de frontières immergées dans la littérature. Les encadrés de couleur indiquent quel type d'interface est utilisé : interface diffuse (bleu) ou interface brute (orange).	59
1.16	Champ de norme de vorticité $ \Omega $ dans le cas de double couche de cisaillement périodique (DCCP) pour trois temps différents avec les opérateurs de collision BGK, BGK régularisé (R-BGK), BGK régularisé récursivement (RR-BGK) et le modèle BGK régularisé récursivement hybride (HRR-BGK).	65
1.17	Illustration du concept de raffinement de maillage pour un cas de couche limite turbulente.	66
1.18	Représentation schématique d'une interface entre deux réseaux LBM pour un solveur node-based en 2D. Les noeuds \bullet appartiennent au réseau fin tandis que les noeuds \circ constituent les noeuds du réseau grossier. Les flèches indiquent les communications possibles entre des noeuds colocalisés. Les noeuds fins sur lesquels l'algorithme LBM standard n'est pas applicable correspondent aux noeuds Interspace.	67
1.19	Exemple d'ondes acoustiques parasites engendrées par des raffinements de réseaux. Le Direct-Coupling (à droite) permet de réduire drastiquement les ondes parasites comparé à l'ancien couplage (à gauche). Les grilles sont identiques entre les deux calculs mais l'on peut voir que le sillage turbulent à gauche est fortement perturbé par le traitement des déraffinements. Tiré de [14].	69
1.20	Évolution des erreurs de dispersion (gauche) et de dissipation (droite) pour un écoulement à $Ma = 0,2$ pour la LBM-BGK, schéma NS d'ordre 2, schéma NS d'ordre 3 et schéma NS d'ordre 6. Adapté de [246].	71
1.21	Comparaison de la métrique de «temps à la solution» (en ms) entre la LBM pour trois opérateurs de collision et un schéma Navier-Stokes AUSM+(P) Sensor + Runge Kutta à trois pas dans le cadre d'une onde plane. Les valeurs encadrées correspondent au ratio avec le calcul Navier-Stokes. Tiré de [359].	72
1.22	Schéma de principe de l'algorithme LBM du solveur ProLB pour une itération temporelle. Les encadrés gris font référence à l'endroit du manuscrit où les éléments en question sont discutés. Les ajouts et modifications apportés au solveur lors de ces trois années de thèse sont indiqués en rouge.	74
2.1	Exemples de visualisation d'écoulement turbulent : écoulement en aval du mont Rishiri (gauche), la grande tâche rouge de Jupiter (centre) et tourbillon marginal d'une aile d'avion rendu visible par fumée colorée (droite).	76
2.2	Brève chronologie non exhaustive de l'évolution des modèles de turbulence RANS à équation(s) de transport.	81
2.3	Évolution des termes de production, diffusion et destruction du modèle de Spalart-Allmaras au sein d'une couche limite turbulente sur plaque plane, obtenue par simulation numérique dans deux solveurs distincts : ProLB (lignes continues) et FLU3M (symboles). Données FLU3M issues de [93].	83
2.4	Schéma d'adjonction d'un modèle de turbulence à l'algorithme LBM.	84

2.5	Profils de vitesse moyenne et d'intensité turbulente sur deux stations en aval d'une marche descendante pour différents modèles de turbulence. Adapté de [362].	85
2.6	Illustration schématique de la cascade d'énergie et des échelles mises en jeu.	87
2.7	Illustration schématique de l'utilisation d'une condition d'entrée turbulente pour un écoulement de couche limite. Des exemples de méthodes permettant la génération d'une telle condition d'entrée sont représentés. Adapté de [92] et [289].	90
2.8	Comparaison des PSD des fluctuations de pression pariétale en deux points de la roue avec les solveurs LBM-VLES PowerFLOW (détaillé en Section 2.3) et WMLES-LBM (ADM) ProLB. Adapté de [322, 52].	93
2.9	Visualisations d'iso-surfaces de critère Q colorées par la norme de vorticité pour le profil F16 (haut) et par le nombre de Mach pour le profil 30P30N(bas). Une comparaison de la PSD des fluctuations de pression près du point d'impact est présentée entre le calcul WMLES-LBM et les données expérimentales. Adapté de [279, 337]	93
2.10	(haut) : Visualisations d'iso-surfaces de critère Q et d'ondes acoustiques pour une configuration de turbofan. (bas) : Comparaison des PSD de fluctuations de pression en un microphone entre WMLES-LBM et les données expérimentales. Adapté de [78].	94
2.11	évolution de l'estimation du nombre de noeuds d'une simulation de couche limite turbulente suivant le nombre de Reynolds Re_θ basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement θ ou Re_τ basé sur. Tiré de [88].	95
2.12	Représentation schématique du comportement idéal d'un modèle de type DES. Adapté de [87].	97
2.13	Illustration des limitations possibles de la DDES (2006). Adaptée respectivement de [87], [180] et [377].	99
2.14	Illustration du traitement zonal de l'écoulement autour d'un profil hyper-sustenté avec la ZDES. Tiré de [85].	100
2.15	Comparaison de champs de viscosité tourbillonnaire dans le cas d'une marche descendante pour une simulation DDES (2006) et ZDES mode 2 (2020). Adapté de [87].	104
2.16	Evolution du coefficient de frottement autour d'un profil hyper-sustenté (30P30N) pour différentes modélisations de la turbulence en LBM. Adapté de [96].	105
2.17	Représentation schématique de développement d'une couche limite sur plaque plane. Adapté de [80].	106
2.18	(haut) : profil de vitesse moyenne au sein d'une couche limite turbulente de plaque plane sans gradient de pression. Les lois théoriques sont représentées. (bas) : profils de contraintes de cisaillement en unité de paroi d'une couche limite turbulente à $Re_\theta = 6500$ tracés à partir de la DNS de Sillero <i>et al.</i> [329]. Les contraintes s'écrivent $\tau_\nu^+ = \frac{\tau_\nu}{u_\tau^2} = \frac{\partial u^+}{\partial y^+}$, $\tau_{\text{turb}}^+ = -\frac{\overline{u'v'}}{u_\tau^2}$ et $\tau_{\text{tot}}^+ = \tau_\nu^+ + \tau_{\text{turb}}^+$. Adapté de [93] et [245].	107
2.19	Tracé de mesures expérimentales réalisées par différents auteurs sur des configurations de type conduite circulaire (Nikuradzé/Laufer), canal (Reichardt) ou de plaque plane (Klebanoff) mettant en évidence l'existence d'une zone logarithmique dont le profil est tracé en trait-plein noir. Adapté de [71].	109
2.20	Représentation schématique de maillages conformes et non-conformes à la paroi. Les niveaux de résolution pour chaque grille sont adaptés à l'utilisation ou non d'une loi de paroi. Les noeuds de condition limites sont représentés par un carré noir ■, et les noeuds de calcul par un rond blanc à.	111
2.21	Schéma d'utilisation classique d'une loi de paroi avec construction d'un point image.	112
2.22	Représentation schématique de l'usage d'une loi de paroi avec un maillage conforme et non conforme.	114
2.23	Représentation de la grille supplémentaire utilisée avec les lois de paroi TBLE. Les noeuds de la grille 1D sont représentés par des tirets noirs.	117
2.24	(gauche) : �volution du coefficient de frottement le long d'un profil d'aile NACA0012. (droite) : �volution des termes de l'équation de quantité de mouvement évalués aux noeuds IP près du bord d'attaque de l'aile. Tiré de [26].	118

2.25	Comparaison de la zone de recirculation en aval d'une marche descendante pour deux calculs avec lois de paroi et un calcul sans loi de paroi. Les deux calculs avec loi de paroi sont réalisés sur des maillages identiques. Tiré de [325]	118
2.26	Évolution du coefficient de frottement engendré par un écoulement de plaque plane (gauche) et profils de gradient de vitesse tangentielle adimensionné à mi-longueur de la plaque en appliquant le gradient fourni par la loi de paroi au noeud de forçage (WLG). Adapté de [45].	122
2.27	Évolution du coefficient de frottement engendré par un écoulement de plaque plane inclinée à $\theta = 30^\circ$ avec et sans l'interpolation des vitesses de frottement. Adapté de [45].	123
3.1	Représentation schématique du Stencil 1 (par défaut dans ProLB) et du Stencil 2 (nouveau)	128
3.2	Comparaison des champs interpolés pour différentes méthodes d'interpolation et stencil	129
3.3	Évolution du nombre de noeuds donneurs du Stencil 1 le long d'une courte portion de la plaque plane inclinée d'un angle $\theta = 30^\circ$ avec $\Delta = 5,4 \cdot 10^{-4} m$. La position exacte et interpolée par IDW du noeud IP est respectivement indiquée en vert et en rouge. L'écoulement est incliné également de sorte qu'il s'agisse du même écoulement que dans le cas aligné.	130
3.4	Évolution du nombre de noeuds donneurs du Stencil 1 le long d'une courte portion de la bosse en canal avec $\Delta = 9,85 \cdot 10^{-4} m$. La position exacte et interpolée par IDW du noeud IP est respectivement indiquée en vert et en rouge.	131
3.5	Comparaison de la position interpolée par IDW sur Stencil 1 du noeud de référence avec sa véritable position.	131
3.6	Évolution de l'erreur d'interpolation ϵ_r en pourcent suivant la distance à la paroi adimensionnelle d_w/Δ pour une interpolation trilinéaire et une interpolation IDW (Stencil 1).	132
3.7	Comparaison d'une portion des maillages de couche limite turbulente sur plaque plane dans le cas aligné (gauche) et incliné (droite).	133
3.8	Évolution du coefficient de frottement le long de plaque plane pour différentes phases d'interpolation du traitement de paroi et pour la grille 1 à $\Delta y^+ = 100$.	134
3.9	Évolution du coefficient de frottement le long de la bosse en canal pour différentes phases d'interpolation du traitement de paroi et pour la grille 1 à $\Delta y^+ = 100$.	135
3.10	Comparaison de l'évolution du coefficient de frottement le long de la bosse en canal pour une interpolation trilinéaire et PIDW et pour la grille 4 à $\Delta y^+ = 20$.	135
3.11	Profils de gradients de vitesse adimensionnés au sein d'une couche limite turbulente de plaque plane horizontale pour différents niveaux de résolution avec le traitement de paroi standard de ProLB : PIDW sur Stencil 1. La distance à la paroi des noeuds de forçage est choisie à $d_F = 0,9 \cdot \Delta y^+$.	136
3.12	(Haut) : Graphiques en ogive de la distance à la paroi des noeuds de forçage et de leur écart consécutif pour différentes géométries solides. (Bas) : Champs de distance à la paroi projetés sur différentes géométries . Ces champs mettent en valeur les écarts abrupts de distance à la paroi suivant les géométries, pour un niveau de raffinement donné.	137
3.13	Schéma de principe de la méthode de linéarisation de Tamaki <i>et al.</i> [360]	139
3.14	Comparaison des coefficients de frottement (gauche) et de profils de vitesse et viscosité turbulente en $x/L = 0,97$ (droite) pour le cas de plaque plane alignée et inclinée et pour la grille 3 à $\Delta y^+ = 20$.	140
3.15	Évolution des intégrandes de δ_{1i} et θ_i en fonction de la distance à la paroi en unité de paroi, dans le cadre de la plaque plane alignée et inclinée en $x/L = 0,97$, pour le nouveau traitement et le traitement PIDW. Les traits en pointillés indiquent la position de la linéarisation.	141

3.16	Comparaison des coefficients de frottement entre le traitement de paroi basé sur la PIDW (gauche), le nouveau traitement de paroi, et le nouveau traitement de paroi (droite) pour les quatre grilles.	142
3.17	Comparaison des champs de viscosité turbulente le long de la plaque plane entre les cas aligné (grille 4), incliné (grille 4) et la référence CFL3D pour le nouveau traitement de paroi.	142
3.18	Comparaison des coefficients de frottement entre le traitement de paroi basé sur la PIDW, le nouveau traitement de paroi, et le nouveau traitement de paroi avec linéarisation jusque 5Δ pour les grilles $\Delta y^+ = 10$ et $\Delta y^+ = 5$	143
3.19	Comparaison des coefficients de frottement le long de la bosse entre le traitement de paroi basé sur la PIDW et le nouveau traitement de paroi pour les grilles 1 à 4.	144
3.20	Comparaison des profils de vitesse tangentielle en deux stations de la bosse entre le traitement de paroi basé sur la PIDW et le nouveau traitement de paroi pour les grilles 1 à 4 ($\Delta y^+ = 100$ à $\Delta y^+ = 20$). La station 1 (haut) est en $x/L = 0,75$ et la station 2 (bas) est en $x/L = 1,20$. Les lignes pointillées en couleur délimitent la partie du profil linéarisée du nouveau traitement tandis que $y_0 = 0,05$ m correspond à l'ordonnée du sommet de la bosse.	144
3.21	Comparaison des champs de viscosité turbulente le long de la bosse pour le traitement standard PIDW et le nouveau traitement pour la grille 4 ainsi que la référence CFL3D.	145
4.1	Évolution du coefficient de frottement autour d'un profil hyper-sustenté (30P30N) pour différents modèles de turbulence en LBM. Adapté de [96].	150
4.2	Représentation d'une portion du maillage à mi-longueur de la plaque plane pour la grille 3 à $\Delta y^+ = 30$. Un ordre de grandeur du ratio de la résolution du maillage Δ sur l'épaisseur de couche limite δ est indiqué.	152
4.3	Évolution des valeurs des fonctions de protection f_d , f_{P2} et $f_{P_{ZDES}}$ ainsi que y/δ en fonction de u/u_∞ extrait du profil en $x/L = 1$	152
4.4	Champs de viscosité tourbillonnaire adimensionnée sur une portion de la plaque plane alignée pour les simulations RANS-LBM, ZDES-LBM et DDES-LBM dans sa version 2006.	153
4.5	(Gauche) : Évolution du coefficient de frottement le long de la plaque plane pour les simulations RANS-LBM et ZDES-LBM. (Droite) : Comparaison de profils de vitesse tangentielle et de viscosité tourbillonnaire adimensionnés entre les simulations RANS-LBM et ZDES-LBM en $x/L = 1$	153
4.6	Champs de viscosité tourbillonnaire adimensionnée sur une portion de la plaque plane inclinée pour les simulations RANS-LBM, ZDES-LBM.	154
4.7	Comparaison des topologies des grilles ZDES-LBM (gauche) et ZDES-NS (droite).	155
4.8	Comparaison de profils de vitesse longitudinale et de viscosité tourbillonnaire en aval de la marche descendante pour les simulations RANS-LBM et RANS-NS.	156
4.9	Comparaison des champs de vitesse longitudinale (haut) et de viscosité tourbillonnaire (bas) pour les simulations RANS-LBM et RANS-NS.	156
4.10	Comparaison des champs de protection f_d , f_{P2} , f_R et $f_{P_{ZDES}}$. Pour rappel, la protection RANS est effective lorsque la fonction de protection est nulle (bleu). Les champs de fonctions de protection issus de la LBM sont extraits directement du solveur.	157
4.11	Tracé de l'évolution de la composante verticale de la force en Newton appliquée sur le plancher du canal en aval de la marche. La moyenne cumulée décroissante est tracée en rouge.	158
4.12	Comparaison du champ de viscosité tourbillonnaire moyenne entre ZDES-LBM (gauche) et ZDES-NS (droite). Les lignes blanches correspondent à des iso-lignes de vitesse verticale.	159
4.13	Visualisation des structures turbulentes en aval de la marche pour les simulations ZDES-LBM (45 millions de noeuds) et ZDES-NS (3.9 millions de noeuds) par tracé d'iso-surfaces de critère Q adimensionné $Q^* = Q \cdot h^2/u_0^2 = 1$	159

4.14	Tracé de l'évolution de l'épaisseur de vorticité $\delta_\omega = u_2 - u_1 / \max\left(\frac{\partial u}{\partial n}\right)$ adimensionnée (par h ou Δy local) en fonction de x/h . Les vitesses u_2 et u_1 correspondent respectivement aux vitesses supérieures et inférieures le long de la couche de cisaillement.	160
4.15	Comparaison des profils de vitesse longitudinale moyenne u et des moyennes quadratiques de fluctuations de vitesse longitudinale u'_{RMS} pour les simulations ZDES-LBM et ZDES-NS.	161
4.16	Tracé du profil géométrique F16 de corde $c=0,3$ m.	162
4.17	Photos prises lors des campagnes d'essai : Mesures PIV dans la soufflerie F2 de l'ONERA (gauche) et disposition des microphones dans la soufflerie AWB du DLR (droite).	163
4.18	(gauche) : Carte de bruit en dB à une fréquence f_c donnée [241]. (droite) : Schéma de principe de la physique d'une cavité de bec. (bas) : Densité spectrale de puissance expérimentale (PSD) en dB/Hz pour une région centrale d'envergure 0,24 m (bas). Les pics tonaux observés sont des modes de Rossiter [308].	164
4.19	Aperçu de la comparaison entre la simulation WRLES de Terracol & Manoha [364] et les données expérimentales obtenues lors de la campagne d'essai du projet LEISA2 [241] : champ de norme de vitesse moyenne (haut), profils de moyenne quadratique de fluctuations de vitesse dans la cavité de bec (bas gauche) et densités spectrales de puissance des fluctuations de vitesse verticale en différents points le long de la couche de cisaillement du bec (bas droit). Adapté de [364].	166
4.20	Visualisations des différents niveaux de résolution du maillage ZDES-LBM.	167
4.21	Tracé de l'évolution du coefficient de portance intégré sur les trois éléments du profil F16. La moyenne cumulée décroissante est tracée en rouge.	167
4.22	Champs de viscosité tourbillonnaire adimensionnée obtenus pour le calcul ZDES-LBM. Des iso-lignes de vitesse transversale sont tracées en blanc.	168
4.23	Isosurfaces de critère $Q^* = Q \cdot c^2 / u_0^2 = 5000$ dans la cavité de bec (gauche) et $Q^* = 2000$ sur l'extrados du volet (droite) coloriées selon la norme de la vitesse.	168
4.24	Comparaison de champs de fluctuations de pression entre la ZDES-LBM (gauche) et la WFLES-LBM (droite) de Soni <i>et al.</i> [337].	168
4.25	Comparaison des cartographies de viscosité tourbillonnaire et de norme de vitesse adimensionnées pour le cas du profil LEISA2 entre ZDES-LBM et DDES-LBM. Le calcul RANS-LBM sert de référence pour les niveaux de viscosité tourbillonnaire tandis que le champ PIV sert de référence pour la norme de vitesse.	169
4.26	Comparaison entre les distributions de pression moyenne le long du profil LEISA2 prévues par la ZDES-LBM et les données de référence.	170
4.27	Comparaison entre les champs de norme de vitesse moyenne autour du profil LEISA2 prévus par la ZDES-LBM (centre) et les données de référence.	171
4.28	Comparaison de profils moyens de norme de vitesse (gauche), d'énergie cinétique turbulente bidimensionnelle (centre) et de fluctuations RMS de vitesse (droite) pour la ZDES-LBM et les données de référence (symboles).	172
4.29	Superposition des maillages ZDES-LBM et WRLES (gauche) le long de la couche de mélange dans la cavité de bec.	173
4.30	Densité spectrale de puissance (PSD) de fluctuations de vitesse longitudinale (gauche) et verticale (droite) en dB/Hz ($u_{\text{Ref}} = 1,0$ m.s ⁻¹) obtenue par simulation ZDES-LBM en comparaison avec les données expérimentales et la WRLES. La PSD au point S_k est augmentée de $5 \cdot k$ dB/Hz pour faciliter la visualisation.	174
4.31	Densité spectrale de puissance (PSD) de fluctuations de pression en champ lointain, en dB/Hz ($p_{\text{Ref}} = 2 \cdot 10^{-5}$ Pa), obtenue par analogie acoustique appliquée aux simulations ZDES-LBM et WRLES en comparaison avec les données expérimentales et la WRLES.	175
4.32	Visualisations des maillages des simulations la ZDES-NS (BF), ZDES-LBM et la ZDES-NS (IBC).	177
4.33	Comparaison de l'évolution du coefficient de pression le long du profil LEISA2 entre ZDES-NS (BF), ZDES-LBM, ZDES-NS (IBC) ainsi que les essais et la WRLES.	177

4.34	Comparaison d'iso-surfaces de critère $Q^* = 2000$ coloriées par la norme du vecteur vitesse pour la ZDES-LBM, la ZDES-NS (BF) et la ZDES-NS (IBC).	178
4.35	Tracé de contour d'énergie cinétique turbulente bidimensionnelle moyenne pour la ZDES-LBM, la ZDES-NS (BF), ZDES-NS (IBC) et la WRLES.	178
4.36	Tracé de contour de composante transversale du gradient de pression $\partial p/\partial z$ pour la ZDES-LBM, la ZDES-NS (BF) et la ZDES-NS (IBC). Des iso-surfaces de critère $Q^* = 2000$ sont également tracées et coloriées selon la composante transversale de vorticité.	179
4.37	Comparaison de profils moyens de norme de vitesse (gauche), d'énergie cinétique turbulente bidimensionnelle (centre) et de fluctuations RMS de vitesse (droite) pour la ZDES-LBM, la ZDES-NS (BF) et la ZDES-NS (IBC).	181
4.38	Comparaison des PSDs de variance de vitesse longitudinale u' et verticale v' (en dB/Hz) aux cinq points S_k (voir Figure 4.30) pour les simulations ZDES-NS (BF), ZDES-LBM et ZDES-NS (IBC). Les données de référence expérimentales et numériques (WRLES) sont représentées en symboles.	182
4.39	Comparaison des PSDs de fluctuation de pression pour quatre points M_1 , M_2 , M_3 et M_4 près du point d'impact de la couche de mélange pour les simulations ZDES-LBM, ZDES-NS (BF) et ZDES-NS (IBC). Les données de référence issues de la WRLES sont représentées en symbole. Il n'y a pas de données expérimentales pour ces stations.	183
5.1	(Gauche) : Photo prise lors des essais en vol rapportés par Gibson en 1972 [142]. (Droite) : Spectres de pression en dB mesurée lors des essais ($u_0 = 57 \text{ m.s}^{-1}$) rapportés par Kendall & Ahtye [189] mettant en évidence une intense source de bruit localisée au niveau de l'extrémité de volet.	188
5.2	(Gauche) : Carte expérimentale d'amplitude des sources sonores mesurée ($f = 10 \text{ kHz}$) lors d'essais menés en 1998 (NASA Ames) sur une maquette McDonnell Douglas MD-11 à échelle réduite à $Ma = 0.2$ [154]. Les spectres intégrés par zones associés au bruit mesuré en champ lointain sont également présentés. (Droite) : Visualisation par simulation numérique du processus de développement et d'appariement des tourbillons d'extrémité de volet tirée de [352].	189
5.3	Exemple de modèle de haie d'extrémité de volet inférieure et son influence sur l'aéroacoustique de l'écoulement. Adapté de [105] et [161].	191
5.4	Comparaison expérimentale du bruit rayonné par une extrémité de volet pour différences géométries de haies de volet : des haies inférieures/supérieures/doubles (gauche) ainsi que des haies de type «winglet» (droite). Adapté de Koop <i>et al.</i> [200].	191
5.5	(Gauche) : Exemple d'application d'un traitement poreux d'extrémité de volet. (Droite) : influence de la mise en place d'un extrémité de volet poreux sur les spectres de pression. Tirés de [7] et [307].	192
5.6	(Gauche) : Illustrations de micro-tabs positionnés sur l'intrados ou sur l'extrados d'un volet (Droite) : Influence de la mise en place de micro-tabs sur le bruit rayonné. Tirés de [68, 271, 272].	192
5.7	Illustrations de divers dispositifs de réduction du bruit d'extrémité de volet basés sur la modification de la géométrie du volet. Tirés de [68, 272, 202].	193
5.8	Visualisation de l'influence d'un dispositif de soufflage sur la dynamique moyenne de l'écoulement ainsi que sur la génération du bruit. Tiré de [201, 200].	194
5.9	Représentation schématique de la topologie de l'écoulement typique le long d'un extrémité de volet. Trois coupes représentant les différents stades d'appariement tourbillonnaire sont représentés (vorticité positive en rouge et négative en bleu). Un spectre simplifié de pression en champ lointain est tracé en bas à gauche. Tiré de [307].	196
5.10	Spectres en champ lointain (tier d'octave) intégrés selon les trois régions indiquées à gauche. Tiré de [18].	197
5.11	Comparaison des deux configurations de volet via des photos prises lors des essais (gauche) et par visualisation des fichiers CAO (droite).	198

5.12	Densités spectrales de puissance des signaux de fluctuations pressions pour un capteur localisé sur le bord latéral du volet. L'origine des oscillations observées pour la configuration FSD n'est pas clairement établie.	198
5.13	Comparaison des champs de norme de vitesse $\ \mathbf{u}\ $ obtenus par PIV sur un même plan pour les deux configurations d'extrémité de volet étudiées dans le projet SWAHILI. . .	199
5.14	Densités spectrales de puissance intégrées autour du volet des signaux de pressions enregistrés par le réseau de microphones pour les trois configurations étudiées. Tiré de [240].	200
5.15	Représentation schématique du domaine de calcul de la simulation de la configuration FSA correspondant à la veine d'essai de la soufflerie F2 à Le Fauga-Mauzac [240]. . . .	201
5.16	Visualisations du maillage de la simulation ZDES-LBM sur quatre coupes. L'aspect zonal de la simulation est également illustrée par une cartographie de viscosité turbulente adimensionnée.	202
5.17	Évolution de la portance de l'aile en flèche en fonction du nombre d'itérations. La surface de référence a été prise comme le produit de la corde et de l'envergure de l'aile.	203
5.18	Iso-surfaces de critère $Q^* = Q \cdot c^2/u_0^2 = 6000$ colorié par la norme du vecteur vitesse $\ \mathbf{u}\ $.	204
5.19	Carte commentée de contours surfaciques de fluctuations RMS de pression (dB) et des lignes de frottement pariétal. Quatre coupes sont présentées pour illustrer les diverses topologies de l'écoulement.	205
5.20	Séparation des trois phases de l'écoulement d'extrémité de volet identifiées dans la simulation de la configuration FSA. (Gauche) : Niveaux moyens de pression RMS pariétale adimensionnée $p_{RMS}/\frac{1}{2}\rho_\infty u_0^2$. (Droite) : Iso-surfaces de critère $Q^* = Q \cdot c^2/u_0^2 = 10^5$ mettant en évidence les trois phases de l'écoulement.	206
5.21	Exemples de phase d'écoulement inversé reportés dans la littérature.	207
5.22	Représentation schématique de la localisation des 14 plans PIV, du repère (O, LX, LY, LZ) ainsi que des trois volets de la configuration FSA. Les chiffres associés à chaque plan correspondent à la valeur de la coordonnée constante du plan en <i>mm</i>	208
5.23	Comparaison des champs de norme de vitesse obtenus par ZDES-LBM et mesurés aux plans $LX = -60$ et $LX = -51$ (voir Figure 5.22).	209
5.24	Comparaison des champs de norme de vitesse obtenus par ZDES-LBM et mesures PIV aux plans $LX = -32$ et $LY = 111$ (voir Figure 5.22). Même code couleur qu'en Figure 5.23.	210
5.25	Comparaison des champs de norme de vitesse obtenus par ZDES-LBM et mesurés aux plans $LX = -20$ (voir Figure 5.22). Même code couleur qu'en Figure 5.23.	211
5.26	Comparaison des champs de norme de vitesse obtenus par ZDES-LBM et mesurés aux plans $LX = -10$ (voir Figure 5.22). Même code couleur qu'en Figure 5.23. Des contours de vitesse axiale u_x sont également tracés dans la couche de mélange.	212
5.27	Photographies de la configuration FSA prises lors des essais du projet SWAHILI dans la soufflerie F2 à Le Fauga-Mauzac. L'aile a été recouverte au préalable d'un enduit visqueux coloré (vert à l'intrados, rose à l'extrados).	212
5.28	Comparaison des cartes de contour de la norme du vecteur vitesse et d'énergie cinétique turbulente entre la simulation ZDES-LBM et les mesures PIV pour le plan $LX = 22$ (voir Figure 5.22). Même code couleur qu'en Figure 5.23.	213
5.29	Comparaison des cartes de contour de la norme du vecteur vitesse entre la simulation ZDES-LBM et les mesures PIV pour les plans $LY = 147$ et $LX = 159$ (voir Figure 5.22). Même code couleur qu'en Figure 5.23.	214
5.30	Comparaison des cartes de bruit obtenues par méthode de déconvolution DAMAS à partir des microphones numériques (gauche) et expérimentaux (droite) pour la bande de tiers d'octave 6,3 kHz.	215
5.31	Comparaison entre le spectre de fluctuations de pression en champ lointain simulé et mesuré pour un microphone. Le spectre simulé est calculé en champ lointain via une analogie acoustique appliquée au calcul ZDES-LBM tandis que le spectre mesuré propage au microphone les sources localisées uniquement au niveau de l'extrémité de volet.	215

5.32	Cartographie de PSD de pression pariétale pour 7 points localisés aux alentours de l'enroulement des nappes de vorticité.	216
5.33	Cartographie de PSD de pression pariétale pour 7 points localisés dans la région d'appariement tourbillonnaire.	217
5.34	Cartographie de PSD de pression pariétale pour 7 points localisés dans la phase d'écoulement inversé.	218
5.35	Visualisation de la dynamique instationnaire du sillage se formant sur le bord latéral du volet pour trois coupes différentes. Les PSDs de pression correspondant aux points appartenant à la coupe sont également tracés.	219
5.36	Tracé des PSD de fluctuation de pression en fonction de la fréquence en Hz (gauche) et du nombre de Strouhal basé sur l'épaisseur local du volet $St_e = f \cdot e / u_0$ (droite) en cinq points localisés juste en amont du bord de fuite du volet. Les niveaux de PSD des points 19, 20 et 21 ont été translatés de -10, -20 et -30 dB/Hz respectivement pour permettre une meilleure visualisation.	220
5.37	Visualisation du phénomène d'éclatement tourbillonnaire pour plusieurs types d'application et à plusieurs nombres de Reynolds. (a) Tourbillons marginaux d'une aile Delta à faible nombre de Reynolds [212]. (b) Tourbillon de nez d'un F-18 [263]. (c) Champ PIV illustrant le déficit de vitesse d'un coeur tourbillonnaire d'extrémité de volet [118]. (d) Visualisation numérique d'un éclatement de type bulle dans le cadre d'un extrémité de volet [194].	221
5.38	Visualisation de lignes de courant moyennes coloriées par la vitesse axiale illustrant le soudain ralentissement du coeur tourbillonnaire.	222
5.39	Tracé de l'évolution des profils adimensionnés de u_x , u_θ , Γ et γ suivant un rayon du tourbillon apparié au plan LX=22 pour les données expérimentales et la ZDES-LBM.	223
5.40	évolution du nombre de Rossby en fonction du nombre de Reynolds du tourbillon reportée par divers auteurs pour des études de tourbillon de sillage (gauche) et de bord d'attaque (droite). Les symboles en fond noir indiquent un éclatement tourbillonnaire contrairement à ceux en fond blanc. Adapté de [345].	224
5.41	évolution du nombre de Rossby le long de l'extrémité de volet. Les surfaces de critère λ_2 sont coloriées par la composante axiale de vorticité.	225
5.42	Comparaison visuelle entre les géométries d'extrémité de volet de la configuration FSA (gauche) et FSD (droite). Des lignes de courant moyennes sont tracées à titre indicatif.	226
5.43	(Gauche) Visualisation de l'interstice de volet de la géométrie CAO de la maquette pour la configuration FSD. (Centre) : Champ de pression RMS pariétale. (Droite) : Lignes de courant associées.	226
5.44	(Gauche) : Carte de pression RMS pariétale le long de l'extrémité de volet. (Droite) : Visualisation de lignes de courant moyennes coloriées par la norme de vitesse.	227
5.45	Illustration de l'éclatement tourbillonnaire obtenu par simulation numérique pour la configuration FSD. (Gauche) : Visualisation de lignes de courant moyennes. (Droite) : Iso-surfaces de critère $Q^* = Q \cdot c^2 / u_0^2 = 5000$ coloriées par la norme de vitesse.	228
5.46	Comparaison de champs de norme de vitesse au plans LX = 22 entre la simulation ZDES-LBM (gauche) les mesures PIV (droite) pour la configuration FSD.	228
B1	Schéma de principe des interpolations linéaires. Le noeud IP est représenté en noir tandis que les noeuds de calcul qui sont donneurs sont notés \mathbf{x}_i .	248

Liste des tableaux

1.1	Exemples de réseaux 2D et 3D. Pour chaque réseau, la nomenclature ainsi que les équations macroscopiques associées qui sont retrouvées sont indiquées.	52
1.2	Tableau récapitulatif des vitesses discrètes ξ_i , des poids ω_i et de la vitesses du son du réseau c_s pour quatre réseaux couramment employés dans la littérature. Pour les vitesses discrètes, la notation regroupe l'ensemble des vitesses possédant le même nombre de 0, et pour coordonnées non nulles ± 1	53
2.1	Exemples d'application de la ZDES pour une large variété d'écoulements. Adapté de [83].	100
2.2	Exemples d'application du mode 2 (2020) de la ZDES pour diverses applications industrielles.	102
2.3	Formulations de diverses lois de paroi à l'équilibre couramment employées dans la littérature.	114
2.4	Formulations de diverses lois de paroi couramment employées dans la littérature (NS et LBM).	119
3.1	Détails de l'algorithme de traitement divisés en quatre étapes de ProLB pré-existant à la thèse.	126
3.2	Principaux paramètres de simulation de l'écoulement le long de la plaque plane. L'évaluation de Δy^+ est faite en $x/L = 1$	133
3.3	Principaux paramètres de simulation de l'écoulement le long de la bosse en canal. L'évaluation de Δy^+ est faite en $x/L = 1,2$	134
4.1	Revue bibliographique non exhaustive de l'utilisation d'un modèle de turbulence en LBM pour la simulation d'écoulements turbulents appliquée à des nombres de Reynolds de l'ordre du million.	148
4.2	Principaux paramètres des simulations ZDES de l'écoulement le long d'une marche descendante.	154
4.3	Valeurs de St_n pour la prévision des modes de Rossiter rapportés par divers auteurs pour des configurations de profils hyper-sustentés pour des conditions d'écoulement similaires.	164
4.4	Revue bibliographique des études numériques reproduisant les essais du projet LEISA2.	165
4.5	Paramètres de simulation et du maillage du calcul ZDES-LBM sur le profil F16 du projet LEISA2.	166
4.6	Table de comparaison des fréquences, en Hz ou adimensionnées via (4.2), associées aux n -ième mode de Rossiter obtenues par mesure expérimentale, simulation ZDES-LBM ou formule analytique (4.1) et pour différentes valeurs de n	174
4.7	Principaux paramètres des simulations ZDES de l'écoulement autour du profil LEISA2.	176
4.8	Paramètres de résolution des grilles LBM employées récemment par divers auteurs pour des écoulements de profils hyper-sustentés à un nombre de Reynolds similaire à cette étude. Le paramètre Δ_{CL} est la résolution la plus fine des couches limites tandis que Δ_{CM} représente la résolution la plus fine dans la couche de mélange.	180
4.9	Table récapitulative des fréquences des modes de Rossiter obtenus par simulation, par formule théorique (4.1) ou à partir des essais.	184

5.1	Principaux paramètres de la simulation ZDES-LBM de l'écoulement autour de la configuration FSA.	203
5.2	Revue bibliographique des auteurs mentionnant une région d'écoulement inversé observée par voie expérimentale ou numérique.	207

Remerciements

Ce travail de thèse a été une belle aventure, longue de trois années, durant lesquelles j'ai eu l'occasion de rencontrer de nombreuses personnes que je souhaiterais remercier.

Avant toute chose, j'adresse mes premiers remerciements à Mr. Eric Lamballais et Mr. Simon Marié pour avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse, d'avoir soigneusement lu mon travail et porté un regard critique que j'ai beaucoup apprécié. Je remercie également Mme Bérengère Podvin pour avoir présidé ce jury de thèse et Mr. Aloïs Sengissen qui a accepté d'être examinateur de mon travail. J'aimerais remercier l'Institut Polytechnique de Paris.

Je remercie vivement mon équipe encadrante composée de Sébastien Deck, Marc Terracol et Thomas Le Garrec. Thomas, je te remercie pour m'avoir initié aux plaisirs de la LBM et à la prise en main d'un solveur industriel. Marc, je te suis reconnaissant pour tous nos échanges au fil de ces trois années, tant sur le plan scientifique qu'humain. J'ai beaucoup apprécié ta disponibilité lors de mes (nombreuses) interrogations et je suis admiratif de la pédagogie et de la clarté avec laquelle tu as toujours su me répondre. Sébastien, je te remercie sincèrement d'avoir guidé mon travail durant ces trois ans. Au delà de ton apport technique (la formation par la recherche!), j'ai beaucoup aimé ta sincérité, ta rigueur scientifique, ta passion et ton souci du détail. J'ai énormément appris pendant cette thèse et je garderai toujours de ton enseignement dans la manière d'effectuer mes recherches.

Je remercie évidemment l'ensemble de mes collègues de l'unité MSAT : une équipe «à taille humaine» et polyvalente qui m'a accueilli durant ces trois ans, et apparemment plus! Merci à Fabien, Vincent, Nicolas, P-E, Marc, Sébastien, Jaime, Lucas, Simon, Laura, Stefan et Matthieu mais aussi aux stagiaires de l'équipe qui ont fait partie de cette aventure l'espace de quelques mois : Hugo, Émilie, Rebecca et Thomas. J'adresse aussi une pensée à notre jeune retraité Michel Costes, avec qui j'ai découvert l'ONERA, et qui profite désormais pleinement du beau ciel toulousain je l'espère. Je remercie également nos deux Philippes pour leur prandiale convivialité, et Tanya pour sa bonne humeur constante et son aide indispensable notamment lorsque l'on se rend à un congrès.

Au-delà des simples relations de travail, j'ai eu l'occasion de faire de très belles rencontres. A commencer par Simon, avec qui j'ai partagé le fameux «bureau de la flemme» pendant presque trois ans. Merci pour ton aide, ta bonne humeur et pour tous nos échanges notamment nos hauts et nos bas qui forment le quotidien d'un thésard. En réalité j'aurais dû écrire ex-bureau, puisque celui-ci a été larciné par Jaime et Lucas, un «couple de travail» qui a beaucoup marqué ma thèse. Jaime, merci pour tous nos échanges sportifs, politiques ou cinématographiques autour d'une bière (enfin, plus qu'une pour toi). Merci de m'avoir fait découvrir la beauté des trois points au basket, je suis sûr qu'à force les miens finiront par rentrer¹. Et surtout, merci pour la bienveillance que tu as toujours eu à mon égard. Lucas, on ne te l'a jamais dit mais tu as été notre "maman poule", je te remercie pour tes nombreux conseils mais aussi pour ton humour parfois caustique que l'on adore. Une autre personne qui m'a beaucoup fait rire est Ilyès, du moins entre deux pandiculations. Serait-ce dû à un manque d'exergie? En tout cas, merci pour ces trajets-retours mémorables de la ligne N. Par contre je ne te remercie pas pour tes 83 services au ping, j'ai encore du mal avec le 72ème *a.k.a* le service «reversed Héphaïstos».

Merci Laura, pour ta gaieté et ton enthousiasme de tous les jours. Je ne suis pas le seul à penser que tu es un véritable rayon de soleil dans ce ciel de Meudon particulièrement gris en ce moment. Mais non, le film Harry Potter et la Coupe de Feu n'est pas une bonne adaptation du livre.

1. TWSS

Merci Matthieu, mon nouveau partenaire de mon nouveau bureau. C'est pas facile tous les jours car tu es un peu plus grand que Simon mais le bureau lui est beaucoup plus petit. En tout cas je suis très content de partager cet espace avec toi!

Merci Camille, pour nos parties de ping-pong endiablées qui passent toujours par le fameux "7-7 mitrailleuse". Merci à toi aussi Maureen, même si dans nos matchs cela arrive nettement moins.

Je ne peux pas oublier la team ensmatique formée de Stefan et Diego et qui a rythmé mon quotidien. Stefan, il est grand temps que tu mettes à jour ta garde-robe pour passer des pulls ENSMA aux pulls ONERA comme ça je pourrais t'appeler Stefan Coronarama. Diego, tu es la seule personne que je connais à qui je peux répondre "Toi aussi" lorsque tu me dis "Joyeux anniversaire" (ou l'inverse), et ça c'est beau. Merci 正君 pour tous nos moments de partage, je te souhaite le meilleur pour cette année charnière. En tout cas, merci d'alimenter ma passion pour le japonais. お互いを知ることができて本当にうれしい。いつか一緒に日本に行こうね。

Il y a encore beaucoup de monde que je souhaite remercier, et qui ont chacun à leur façon contribué à cette thèse : Louis, Romain, Diego II, Vincent, Benjamin, Danny, Bartolomeo, Michele, Michael, Martin, Pierre, Ilias, Rémi, Emma, Quentin, Majd, Milena, Fatih. Cette longue liste n'est probablement pas exhaustive... Merci également à Alexandre, Gauthier, Félix, Thomas et Johan pour leur disponibilité et leurs explications sur la LBM lors de mes excès de curiosité. Merci à tous d'avoir fait de cette aventure une expérience riche et inoubliable.

Enfin, je remercie ma famille pour son soutien indéfectible. Merci à mes cousins/cousines pour nos sporadiques retrouvailles qui sont de véritables bouffées d'air frais à chaque fois. Merci à mes oncles et tantes, qui ont toujours suivi de loin mon parcours malgré la distance. Merci à mes parents, qui ont toujours respecté mes choix et m'ont toujours soutenu, et ce bien avant que je m'engage dans une thèse de doctorat. Merci d'avoir toujours cru en moi, et d'avoir toujours répondu présent face aux aléas de la vie. Je vous suis éternellement reconnaissant de m'avoir inculqué la valeur du travail, de l'honnêteté et de la persévérance qui m'ont permis de mener à bien des projets comme celui-ci. J'en profite également pour adresser une pensée manuscrite à mes grands-parents, qui je suis sûr, auraient exprimé leur fierté.

Enfin, j'aimerais remercier Léa qui a su supporter cette tribulation doctorale et trouver en son cœur la force de surmonter à la fois l'obstacle de la distance et les contraintes de nos quotidiens rythmés. Mention spéciale à Edgar aussi, ce beau météore.

1 Position du sujet

La prise de conscience environnementale face à l'essor du trafic aérien

Qu'il s'agisse de tourisme, de commerce ou d'activités militaires, l'aviation constitue une part essentielle de la croissance socio-économique mondiale. Elle a subi une évolution considérable depuis ses débuts, notamment sous l'impulsion de nombreuses innovations technologiques. A titre d'exemple, il fallait jusque 5 jours pour réaliser la traversée Londres-Sydney en 1957 contre 23 heures environ en 2023. S'ajoute à cela l'avènement des compagnies aériennes «low-cost» qui ont rendu l'avion encore plus accessible. Cet essor du trafic aérien est chiffré en [Figure 0.1](#), où l'évolution du nombre de passagers transportés est représentée en fonction des années. En 2003, l'aviation transportait l'équivalent d'environ un quart de la population mondiale en un an, soit environ 1,75 milliards de passagers. D'après les estimations de l'OACI pour 2024, ces chiffres ont quasiment triplé. En plus des vols touristiques, l'aviation représentait également environ 35 % du montant total des échanges commerciaux dans le monde en 2019 [146].

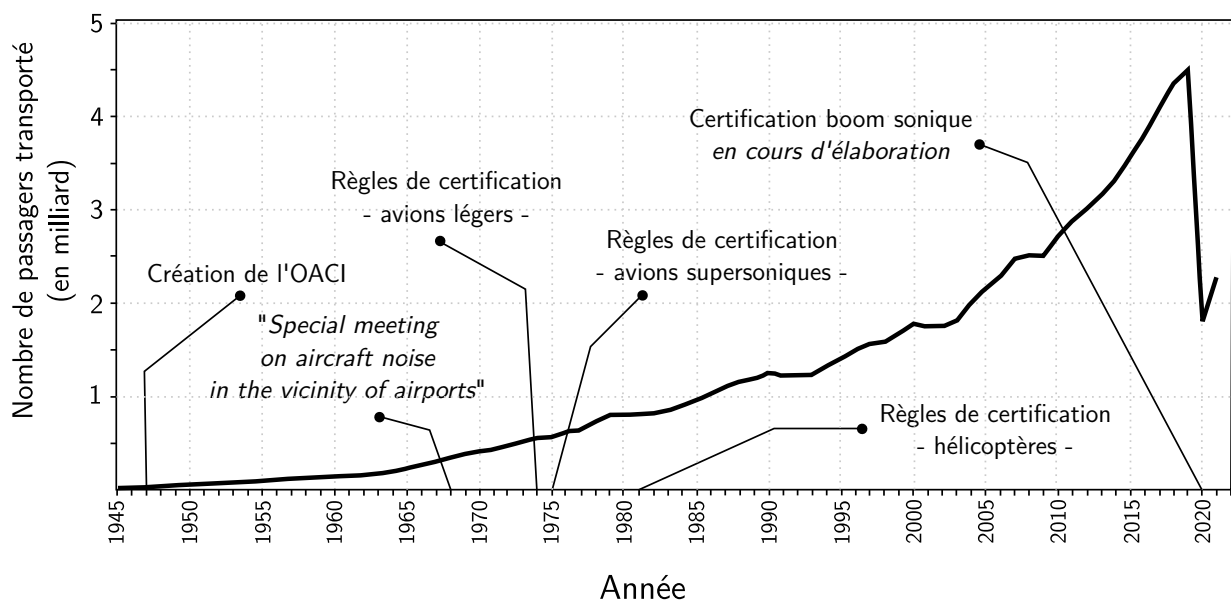


Figure 0.1 – Évolution du nombre de passagers transportés à l'international (en milliards) suivant les années depuis 1945. Certaines dates clés sont représentées sur le graphique. Tiré de [146].

Cette envolée du trafic aérien n'est pas sans conséquence pour l'environnement. Une première conséquence est écologique et directement en lien avec le réchauffement climatique. En effet, les émissions de CO₂ liées à l'aviation ont augmenté d'environ 5 % par an de 2010 jusqu'à la crise sanitaire du COVID19 en 2019, contribuant pour un total de 2 à 3 % des émissions de CO₂ à l'échelle de la planète [302].

Néanmoins une autre conséquence, moins relayée dans les médias, est l'augmentation des nuisances sonores à proximité des aéroports. Des études scientifiques récentes ont démontré que la pollution sonore générée par les aéroports actuels a des conséquences importantes sur la qualité de vie des riverains, qu'elle présente des risques graves pour la santé et qu'elle influence drastiquement la valeur des biens immobiliers environnants [304, 287]. Ces conséquences ont été rapidement identifiées et prises au sérieux, et des réglementations ont été fixées dès les années 60 par l'Organisation de l'Aviation Civile Internationale (OACI). De nos jours, le bruit aux alentours des aéroports est mesuré et régulé à l'aide d'un Plan d'Exposition au Bruit (PEB) afin d'adapter l'aménagement urbain alentour. Un exemple de PEB, celui de l'aéroport d'Orly, est donné en Figure 0.2. Pour réduire les niveaux de pollution sonore des avions civils, il est nécessaire de comprendre d'où provient ce bruit, et comment il est généré.

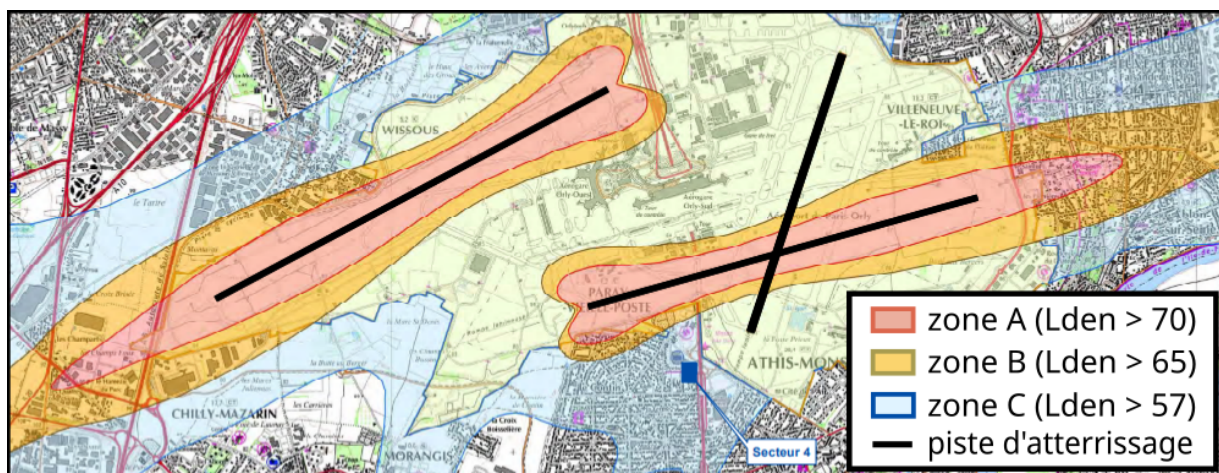


Figure 0.2 – Extrait du Plan d'Exposition au Bruit (PEB) de l'aéroport d'Orly faisant figurer les zones A et B non constructibles conditionnées en Lden (niveaux de bruit pondérés suivant la période de la journée). Tiré du site de la préfecture de l'Essonne : https://www.essonne.gouv.fr/contenu/telechargement/7932/51832/file/Orly_3.pdf.

Les principales sources de bruit d'un avion civil

Aux alentours des aéroports, on distingue essentiellement deux contributions au bruit total émis par un avion : *le bruit moteur* et *le bruit aérodynamique*. Le bruit moteur est émis par l'ensemble du groupe motopropulseur allant de l'entrée d'air jusqu'aux jets de sortie, en passant par les différents composants du moteur (compresseur, chambre de combustion, turbine, etc...). Le bruit aérodynamique, lui, est généré par l'interaction turbulente entre l'air et l'avion. L'intensité des différentes sources de bruit varie suivant l'aéronef et sa phase de vol. Un exemple de carte de bruit pour un avion de ligne est donné en Figure 0.3. Elle est obtenue à partir du traitement des données issues d'un réseau de microphones lors du passage d'un McDonnell Douglas MD-82. Les sources de bruit en entrée et sortie des moteurs, qui composent le bruit moteur, sont bien identifiables. Quant au bruit aérodynamique, ses principales sources détectées sont les trains d'atterrissage, les bords de fuite et les extrémités de volet. La localisation des sources dans cet exemple est assez représentative de celle obtenue pour d'autres avions de ligne.

Avant l'arrivée de techniques expérimentales ou numériques avancées, il était difficile de dissocier les sources de bruit d'un avion, que ce soit en phase de décollage ou d'atterrissage. L'avènement des miroirs elliptiques ainsi que du traitement numérique des réseaux de microphone ont permis de faire la part de chaque composante de bruit contribuant au bruit total de l'avion. Ces techniques permettent d'une part de dissocier le bruit aérodynamique du bruit moteur mais d'autre part d'estimer la part du bruit source par source (soufflante, jet, bec, volet, ...).

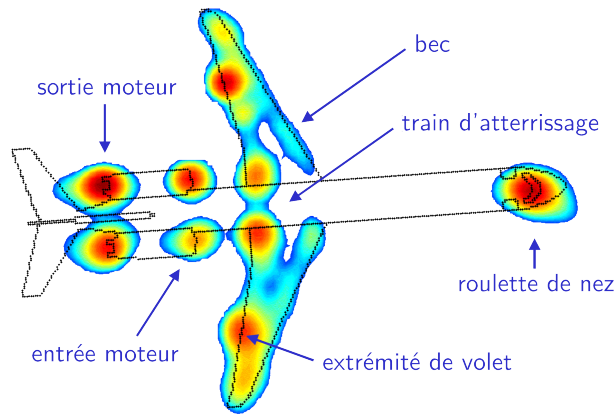


Figure 0.3 – Carte de bruit obtenue par formation de faisceaux sur un MD82 et faisant figurer les principales sources de bruit sur un avion. Adapté de [328].

Suivant si l’avion est en phase de décollage ou d’atterrissage, la proportion de ces bruits dans le bruit total de l’avion est différente. En se référant aux données fournies en 2019 par l’OACI, et présentées en Figure 0.4, le bruit aérodynamique est environ deux fois moins important que le bruit moteur en phase de décollage lorsque les moteurs fonctionnent à plein régime. En revanche, lors de la phase d’approche, environ 50 % du bruit total d’un avion de ligne est d’origine aérodynamique.

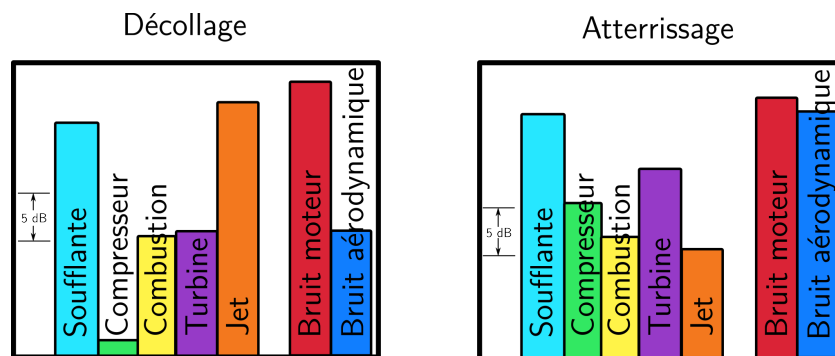


Figure 0.4 – Décomposition du bruit émis par un avion en phase de décollage (gauche) et d’atterrissage (droite) selon le rapport de l’OACI 2019 [146].

Il est important de prendre en compte que ces différentes sources de bruit ne couvrent pas la même gamme de fréquences. La réduction du bruit total d’un avion passe donc par la réduction de chacune de ses composantes. En témoignent les nombreux projets européens tels que INVENTOR (bruit de cellule), ENODISE (bruit de propulsion) ou encore DJINN (bruit de jet) dans lesquels l’ONERA a pris part durant le déroulement de cette thèse. Dans ces travaux, une attention particulière est portée au bruit de cellule, souvent appelé bruit aérodynamique, causé par les turbulences de l’air autour de l’avion. Trois principales sources ont été identifiées : les trains d’atterrissages, les becs ainsi que les volets. Cette étude se concentre principalement sur le bruit de volet, et de bec dans une moindre mesure. Le bruit de volet est généré par un écoulement complexe localisé au niveau des extrémités de volets et dont les mécanismes générateurs de bruit sont encore mal compris. Le bruit d’extrémité de volet sera étudié en détail dans le Chapitre 5.

La réglementation de l’OACI : un moteur indirect de l’innovation

Évoluant au fil des avancées technologiques depuis sa création en 1974, l’Annexe 16 de la convention sur l’aviation internationale (dite «de Chicago») fournit des normes et pratiques recommandées

concernant le bruit aux alentours des aéroports. En particulier, cette annexe fournit une méthode très précise d'évaluation des niveaux sonores en trois points représentatifs de l'impact acoustique aéroportuaire. Un avion ne peut obtenir un certificat acoustique que si ses niveaux sonores restent en dessous d'un certain seuil. Avec les années, ce seuil devient de plus en plus contraignant afin de stimuler les innovations technologiques, et en incitant implicitement les avionneurs à les utiliser.

L'OACI est également moteur de ces innovations : elle fixe des objectifs technologiques de réduction du bruit des avions destinés aux activités R&D de l'industrie et en coopération avec les états. Ces objectifs sont régulièrement évalués par des comités d'experts indépendants afin de maintenir un rythme dynamique et ambitieux dans la recherche de solutions technologiques de réduction du bruit des aéronefs.

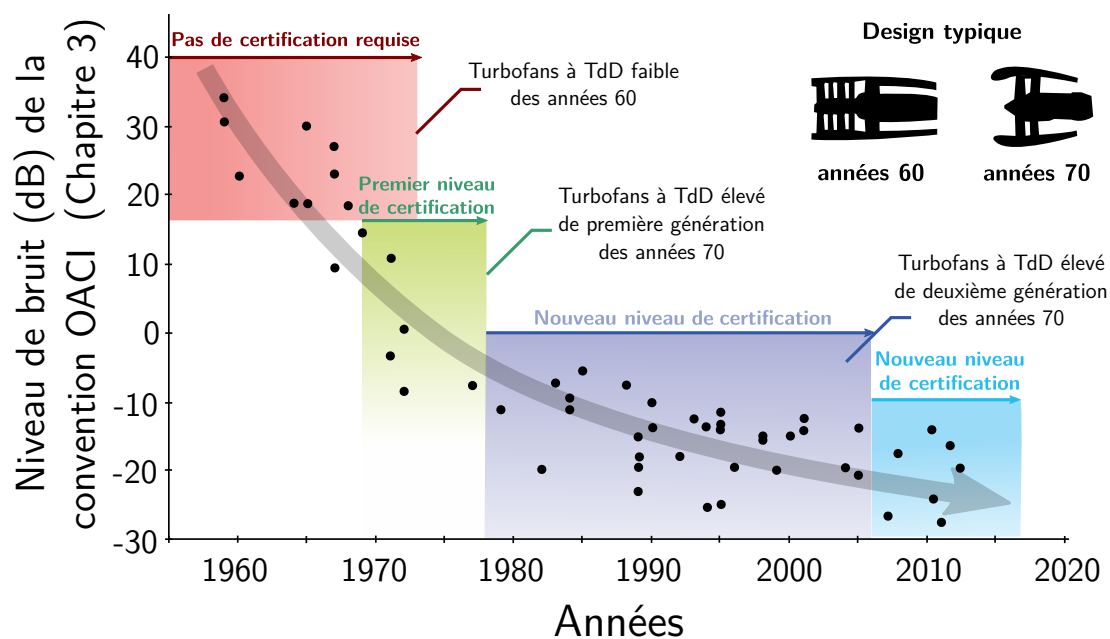


Figure 0.5 – Évolution du bruit moteur avec les années et selon les différents niveaux de certification acoustique imposés par l'OACI. Adapté de [11] et [375]. TdD : taux de dilution du moteur double-flux

Depuis les années 60, la réduction du bruit total des aéronefs est en très grande majorité due à la réduction du bruit moteur, très largement dominant pour les avions à cette époque. La Figure 0.5 présente l'évolution avec les années des niveaux de bruit des moteurs par rapport à un niveau de référence défini par l'OACI. Les niveaux de certification acoustique des moteurs fixés par l'OACI, de plus en plus stricts, sont représentés sur le graphique. On observe une très forte diminution du bruit des moteurs : en moyenne un moteur actuel émet environ 0.1 % du bruit d'un moteur des années 60. Cette diminution colossale est notamment due à l'augmentation du taux de dilution (TdD) des moteurs et illustre les immenses progrès qui ont été réalisés durant ces cinquante dernières années dans ce domaine. La réduction du bruit des moteurs demeure aujourd'hui un sujet de recherche très actif et d'importance capitale pour l'avenir de l'aviation civile.

On aimerait pouvoir représenter une tendance équivalente à la Figure 0.5 pour le bruit aérodynamique, mais celui-ci n'a pas connu d'avancées aussi importantes. En réalité, c'est la réduction du bruit des moteurs qui est à l'origine de la recrudescence d'études portant sur le bruit aérodynamique. En effet, cette réduction a été telle que le bruit aérodynamique est devenu une source tout aussi importante. D'autre part, la Figure 0.5 montre également qu'avec les années il est de plus en plus difficile de réduire le bruit des moteurs, et les ingénieurs ont élargi leur champ de travail en cherchant à réduire aussi le bruit d'origine aérodynamique.

Complémentarité entre simulations numériques et essais en soufflerie pour l'acoustique

Pour créer et valider un dispositif de réduction de bruit d'un aéronef, il est nécessaire de comprendre en détail les mécanismes qui génèrent chaque source de bruit. Il faut également être capable d'estimer le bruit rayonné par un objet donné dans des conditions données. Pour ce faire, il existe deux approches devenues indispensables de nos jours : *les simulations numériques* ainsi que *les mesures expérimentales* (en vol ou en soufflerie).

- ▀ **Les simulations numériques :** Elles consistent à résoudre à l'aide d'outils numériques les équations décrivant le mouvement du fluide. Cette résolution donne accès au champ de pression fluctuante et permet donc d'évaluer le bruit rayonné par l'objet étudié. Cette approche présente deux grands avantages : son coût relatif et l'accessibilité aux données. En effet, en règle générale les simulations numériques ont un faible coût (en temps et en argent) vis-à-vis des essais en soufflerie. De plus, l'utilisateur a un accès immédiat et non-biaisé à l'ensemble des données de l'écoulement, ce qui permet une analyse très précise de ses propriétés. Suivant le degré de précision souhaité, la mise en place d'une simulation numérique est généralement rapide, pouvant aller de quelques jours à quelques semaines. Mais cette approche ne présente pas que des avantages, et son défaut majeur reste sa précision relative, et donc de la confiance que l'on peut accorder aux résultats obtenus. En effet, pour des applications acoustiques à niveau industriel, on sait que les simulations numériques dépendent de paramètres très variés et notamment du niveau de discrétisation du domaine ainsi que du modèle de turbulence choisi. Il est donc nécessaire de vérifier au préalable que ces paramètres de simulation permettent de reproduire correctement la physique de l'écoulement, ce qui est généralement fait via des mesures expérimentales.
- ▀ **Les mesures expérimentales :** Les essais expérimentaux nécessitent une installation, des moyens de mesure très précis, la conception d'une maquette à échelle réduite (ou la mobilisation d'un véritable appareil), du personnel qualifié et ... beaucoup de temps. Mener une campagne d'essais requiert donc généralement plusieurs mois mais aussi beaucoup d'argent. Néanmoins, l'avantage de cette approche est sa grande précision puisqu'elle permet d'observer et de mesurer les phénomènes physiques d'intérêt, y compris ceux qui sont encore mal compris. De nos jours, cette approche est indispensable pour l'industriel puisqu'il n'est pas (encore) possible de se fier uniquement aux simulations numériques, sans validation préalable. Néanmoins, il n'est généralement pas possible de reproduire en soufflerie les véritables conditions de vol d'un avion. Il existe aussi des «effets d'installation» pourtant nécessaires à la faisabilité des mesures, comme un mât pour soutenir une maquette ou des effets de blocage. Qui plus est, les études acoustiques en soufflerie peuvent nécessiter des dispositions particulières pour réaliser des mesures qui ne soient pas polluées par le bruit de la soufflerie : veine ouverte ou chambre anéchoïque par exemple.

Pour des études aéroacoustiques, il existe un grand besoin de validation des simulations numériques. Ces dernières se perfectionnent progressivement, et les essais en soufflerie permettent de fournir des bases de données sur lesquelles calibrer les modèles numériques. D'un autre côté, les simulations numériques peuvent par exemple aider à estimer la position de capteurs, ou bien la valeur de certains paramètres expérimentaux. Il existe donc un lien étroit et réciproque entre approche numérique et expérimentale. Ce lien sera notamment constaté au cours de ces travaux de thèse, qui se focalisent sur une approche numérique récente : la *méthode de Boltzmann sur réseau* dite «LBM» pour **L**attice **B**oltzmann **M**ethod.

L'engouement pour la LBM et l'identification de ses premières limitations

La LBM est une méthode numérique principalement utilisée dans le cadre d'études aéroacoustiques. Elle est progressivement devenue une alternative sérieuse aux méthodes plus traditionnelles qui se basent sur la résolution numérique des équations de Navier-Stokes. Sa construction et son fonctionnement feront l'objet du Chapitre 1 de cette thèse. Depuis sa formalisation à la fin des années 90, elle a connu un véritable essor si bien qu'elle est couramment employée dans certains groupes industriels pour des études acoustiques de trains d'atterrissage. Outre son aspect novateur, la LBM a démontré qu'elle était capable de prévoir la signature sonore d'écoulements à faibles nombres de Mach avec précision et à coût de calcul concurrentiel [22]. Cet engouement rapide est illustré en Figure 0.6 où l'évolution du nombre de publications (revue, conférence, ...) associées aux mots-clés `lattice Boltzmann method` et `acoustic` dans la base de données Google Scholar sont tracées en fonction des années. On voit que la LBM continue d'être un sujet très actif de recherche, en témoignent également les 500 articles de revue sortis durant ces trois années de thèse. Cet engouement semble également être partagé par l'ONERA, qui s'investit davantage dans les travaux de recherche français portant sur la LBM, et dans des cadres très variés. On peut notamment citer les travaux de thèse d'Alexandre Suss [358] portant sur un couplage NS/LBM, les travaux de Majd Darouk [78], Martin Buszyk [43] sur l'acoustique des machines tournantes, ainsi que les présents développements portant sur l'acoustique des voilures fixes. Cette diversité d'application de la LBM est également soulignée en Figure 0.6 où quatre exemples d'application obtenus via quatre solveurs LBM différents sont rassemblés.

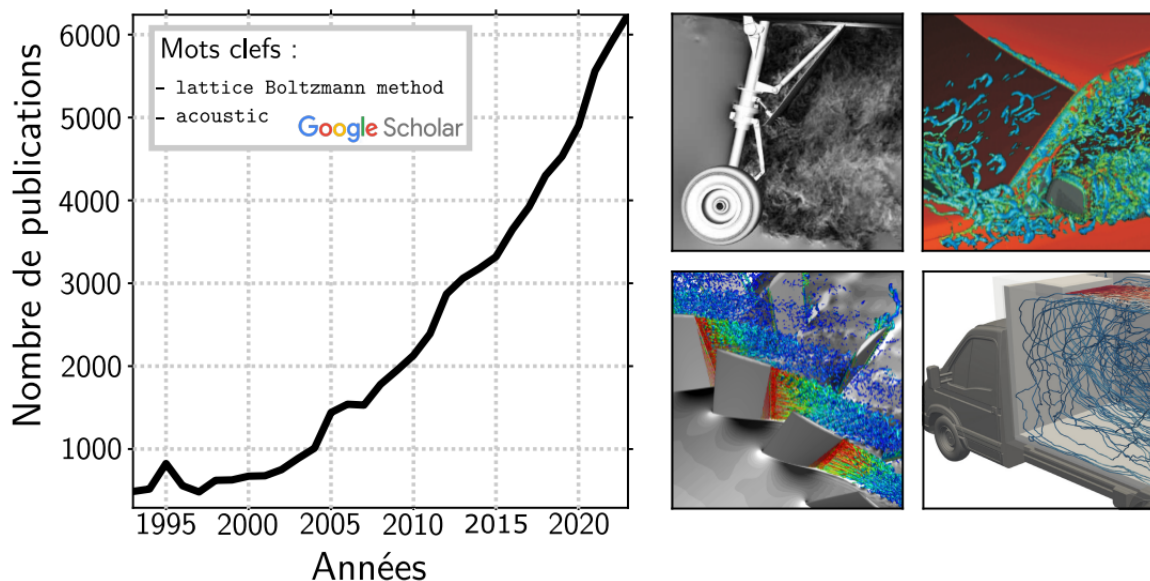


Figure 0.6 – (gauche) : Évolution du nombre de publications associées aux mots-clés `lattice Boltzmann method` et `acoustic` dans la base de données Google Scholar en fonction des années. (droite) : Quatre exemples d'utilisation de la LBM pour des études aéroacoustiques avec quatre solveurs LBM différents : train d'atterrissage (solveur LAVA de la NASA) [22], automobile (PowerFLOW de Dassault Système) [204], turbomachine (ProLB de CSGroup) [78] et réfrigération d'un camion (OpenLB) [132].

Néanmoins, dans le cadre d'études aéroacoustiques à grand nombre de Reynolds, la LBM est actuellement sujette à deux verrous techniques majeurs² : la gestion de la condition limite de paroi ainsi que le traitement des couches limites turbulentes.

- ▄ **La condition de limite de paroi solide** : Par construction, lorsque l'on fait de la LBM, la discrétisation en espace impose des mailles de forme cubique, qui n'est pas donc capable d'épouser exactement la forme d'un objet mais l'approche par un motif en escalier. Cette particularité,

2. la limitation de la LBM à des écoulements à faibles nombres de Mach n'est pas abordée ici

qui n'est pas propre à la LBM, représente à la fois une de ses plus grandes forces mais aussi une de ses plus grandes faiblesses. D'un côté, la génération du maillage s'en trouve largement facilitée. D'un autre côté, cette particularité impose aussi un coût de calcul très important des couches limites car raffiner dans une direction donnée revient à raffiner tout autant les deux autres directions. Ainsi, pour des raisons de coût de calcul, il est nécessaire de mettre en place *un traitement de paroi* qui permet de ne pas mailler finement une partie de la couche limite, qui est à la place modélisée à l'aide de relations supplémentaires. La définition de l'algorithme de traitement de paroi est délicate et repose généralement sur certaines hypothèses qui ne sont pas nécessairement valables dans tout l'écoulement. S'ajoute à cela d'éventuels problèmes de stabilité, de conservativité et d'oscillations parasites. Un exemple obtenu avec le solveur ProLB est présenté en [Figure 0.7](#) (gauche), où le coefficient de frottement le long d'une aile est tracé. De fortes oscillations engendrées par le traitement de paroi sont obtenues, notamment sur l'extrados de l'aile. Le traitement de paroi du solveur ProLB sera étudié en détail dans le **Chapitre 3**.

- Le traitement des couches limites turbulentes :** Comme mentionné juste avant, le coût de calcul des couches limites en LBM est très élevé à cause des mailles isotropes, et donc généralement bien supérieur à son homologue Navier-Stokes. La LBM étant généralement couplée avec une modélisation de la turbulence résolvant les grandes structures turbulentes de la couche limite (dite LES), la question de la gestion des couches limites se pose. D'un côté, on souhaiterait mailler finement les couches limites mais ce surcoût n'est souvent pas possible avec les moyens de calcul actuels. Une première solution peut être de traiter la partie «la plus coûteuse» avec une approche moyennée (dite RANS) mais cette solution n'apporte pas satisfaction pour le moment. Par exemple, un profil de vitesse pour un écoulement de canal obtenu avec le solveur ProLB [46] est tracé en [Figure 0.7](#) (droite).

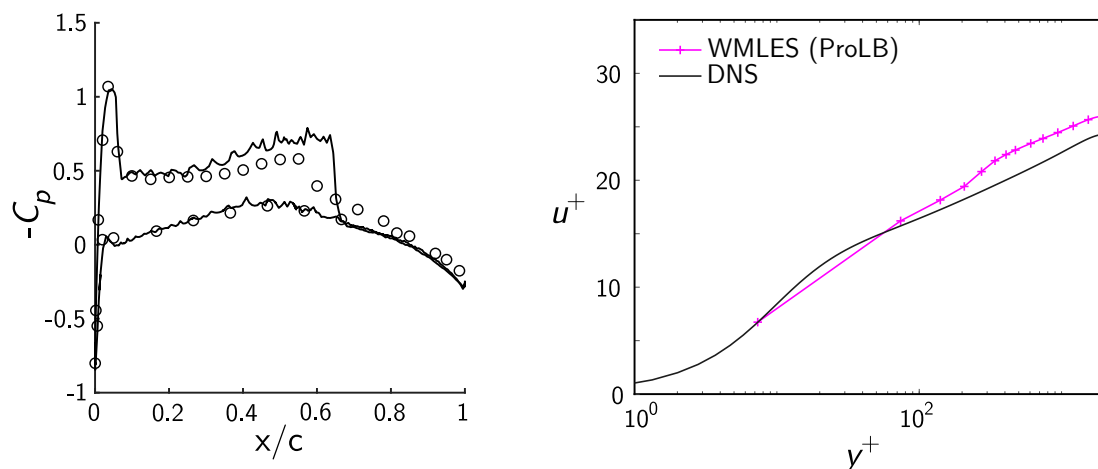


Figure 0.7 – (gauche) : Évolution du coefficient de pression le long d'une section d'une aile ONERA M6 obtenu avec le solveur ProLB [73]. (droite) : Profil de vitesse en unité de paroi dans une couche limite turbulente de canal [46].

Il est clair que, telle que présentée, cette stratégie n'est pas capable de reproduire avec précision une couche limite turbulente sur un cas académique. Une seconde solution consiste à s'appuyer sur une modélisation moyenne de l'ensemble de la couche limite (et non plus une partie) pour alléger le coût de calcul, pour se focaliser sur la résolution de la turbulence dans les champs décollés. Cependant, cette approche semble délicate à mettre en place dans un contexte LBM car elle est très peu utilisée dans la littérature. D'un côté, les travaux de Johan Degryny ont montré qu'il est absolument nécessaire d'assurer que la couche limite soit bien traitée via une approche RANS sans quoi la prévision du frottement est erronée. D'un autre côté, il s'agit probablement de la stratégie non-publique dite «LBM-VLES» mise en place dans le solveur PowerFLOW, et qui a fait ses preuves. En pratique, dans la version commerciale du solveur

ProLB, aucune de ces deux stratégies n'est utilisée. À la place, l'intégralité du domaine est traitée en LES et une loi de paroi est utilisée pour modéliser la zone interne de la couche limite

Structure du manuscrit

Le squelette de ces travaux de thèse découle des éléments de contexte qui viennent d'être présentés. Plus précisément, l'objectif à l'issue de ces travaux est d'être à même de simuler et analyser avec précision l'écoulement autour d'une extrémité de volet via une approche basée sur la méthode de Boltzmann sur réseau. En effet, l'extrémité de volet a été identifiée comme une source majeure de bruit d'un avion de ligne en phase de décollage/ d'atterrissage, mais les mécanismes qui génèrent ce bruit sont encore mal compris. Néanmoins, la simulation d'un écoulement d'extrémité de volet requiert d'une part une gestion des parois solides qui soit robuste et précise et d'autre part une modélisation des couches limites suffisante mais à coût raisonnable. Ces deux points sont notamment des facteurs limitants à l'usage de la LBM pour des écoulements à hauts nombres de Reynolds, et notamment au sein du solveur ProLB comme identifié par Johan Degryne dans ses travaux de thèse [94, 96].

Pour cette raison, le premier axe de travail de ces travaux de thèse est le traitement de paroi. Pour commencer, les limitations du traitement de paroi actuel sont analysées, d'une part via une étude de littérature et d'autre part via des cas-tests académiques. Une fois ces limitations clairement identifiées, deux améliorations sont alors proposées pour réduire ces limitations. Ces améliorations sont notamment basées sur les retours d'expérience l'unité MSAT (**M**odélisation et **S**imulation **A**vancée de la **T**urbulence) à l'ONERA sur les traitements de paroi dans un contexte Navier-Stokes.

Dans un second temps, l'axe de travail se focalise sur la faisabilité de méthodologies hybrides RANS/LES en LBM, notamment celles qui suivent la philosophie de la DES de 1997 [340]. La difficulté de mise en place d'une telle modélisation en LBM sera mise en évidence, et il sera vu que le meilleur choix possible à l'heure actuelle est la ZDES mode 2 (2020). Ce modèle de turbulence est alors implanté dans le solveur ProLB et validé sur des cas-tests de complexité croissante. Dans cette validation, l'accent est porté sur la démonstration du traitement RANS des couches limites attachées, notamment en comparant les quantités clés du modèle avec ses équivalents dans un contexte Navier-Stokes.

Après avoir proposé dans les deux parties précédentes, un cadre de travail robuste adapté à la prévision du bruit aérodynamique tel que celui d'extrémité de volet, une configuration étudiée expérimentalement à l'ONERA a été choisie comme cas d'application. Lors des essais en soufflerie, cette configuration d'extrémité de volet a présenté une signature sonore spécifique vers 6.5 kHz qui suggère la présence d'un mécanisme physique non identifié. Il s'agit donc d'un cas particulièrement adapté à éprouver les précédents développements.

Le corps de ce manuscrit s'articule autour de cinq chapitres. Les deux premiers chapitres sont bibliographiques tandis que les trois derniers chapitres restituent la démarche de recherche suivie au cours de ces travaux de thèse.

Dans le **Chapitre 1**, la méthode de Boltzmann sur réseau (LBM) est présentée en détail. L'objectif de ce chapitre est de détailler son originalité, mais également de dégager les limitations intrinsèques de la méthode, qui constituent des sujets très actifs de recherches dans la communauté LBM. Le choix qui est fait ici est de décrire la LBM selon un cheminement historique. L'idée est de comprendre comment la LBM s'est construite au fil des années pour essayer de mieux cerner les directions qu'elle semble emprunter aujourd'hui.

Le **Chapitre 2** est consacré à la turbulence, et notamment à sa modélisation, en vue de simuler par voie numérique des écoulements turbulents. Il sera vu que cette modélisation est indispensable pour l'ingénieur avec les moyens de calcul actuel, et que, l'enjeu principal aujourd'hui est de trouver le juste

compromis entre le niveau de fidélité du modèle et son coût. Ceci est particulièrement illustré lors de la description des principaux modèles hybrides d'une part, et des traitements de paroi d'autre part. Ces éléments sont présentés en gardant toujours en perspective leur utilisation dans un contexte LBM.

Le traitement de paroi en LBM au sein du solveur ProLB est analysé et amélioré dans le **Chapitre 3**. Dans un premier temps, son fonctionnement est détaillé à la lumière du Chapitre 2, en précisant où se situe le traitement de paroi du solveur en fonction de ce qui est fait dans la littérature. Dans un second temps, deux objectifs sont proposés et validés : la construction d'une phase d'interpolation plus précise ainsi que l'amélioration de la mise en oeuvre numérique d'une loi de paroi.

Le **Chapitre 4** présente la démarche d'implantation et de validation de la ZDES mode 2 (2020) dans un contexte LBM, qui sera notée ZDES-LBM. En particulier, son fonctionnement est validé pas à pas sur des cas-tests de complexité croissante en allant d'une couche limite turbulente de plaque plane à l'écoulement autour d'un profil hyper-sustenté. Enfin, une comparaison entre la ZDES-LBM et une ZDES-NS (NS désignant le contexte Navier-Stokes) permet de dégager les tendances communes ainsi que les éléments plus contrastés.

Dans le **Chapitre 5**, une analyse d'un écoulement d'extrémité de volet est proposée à l'aide du cadre de travail mis en place dans les Chapitres 3 et 4. L'objectif de ce chapitre est de montrer que la ZDES-LBM est suffisamment précise pour permettre l'étude de mécanismes de génération de bruit pour des écoulements industriels. Ceci est fait en deux temps : premièrement, une comparaison aux données expérimentales permet de montrer que la source acoustique propre à cette configuration est retrouvée par voie numérique. Deuxièmement, une analyse de l'écoulement permet de préciser la localisation de cette source, et de mettre en lumière le mécanisme physique qui en est responsable.

Enfin, les principaux résultats sont synthétisés dans la conclusion où des perspectives de ces travaux sont proposées.

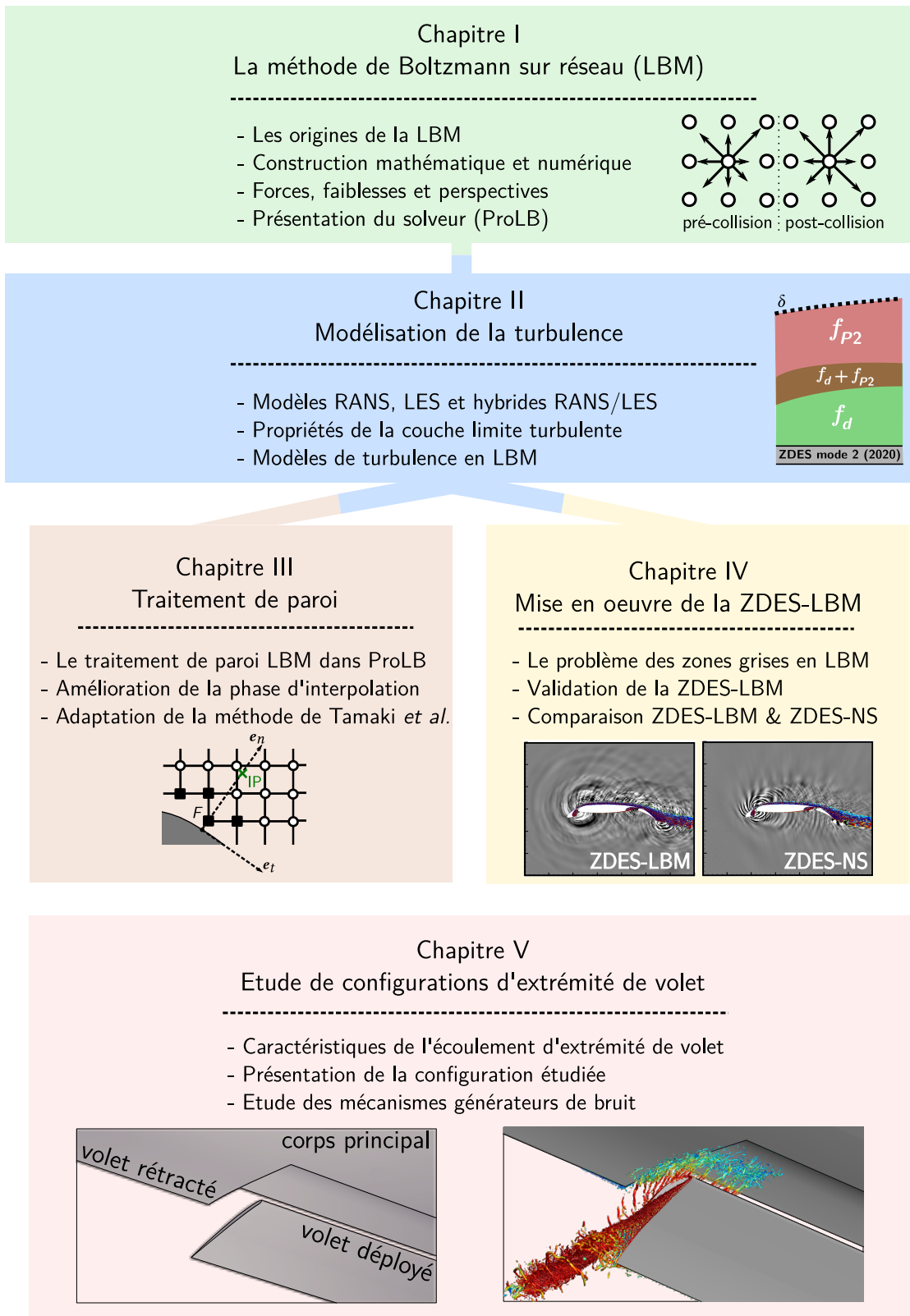


Figure 0.8 – Plan schématique de l'organisation de ce manuscrit de thèse.

La méthode de Boltzmann sur réseau

Peu importe le sujet, il est avantageux pour l'étudiant d'en lire les ouvrages d'origine car la science est toujours mieux assimilée lorsqu'elle est en train de naître.

– James Clerk Maxwell (1831-1879) –

1	Les fondements de la LBM : la théorie cinétique des gaz	30
1.1	Modéliser un fluide : les différentes échelles	30
1.2	Éléments généraux de la théorie cinétique des gaz	32
1.3	Le développement de Chapman-Enskog	36
2	Les fondements de la LBM : les gaz sur réseaux	40
2.1	Introduction aux gaz sur réseaux	40
2.2	Limitations et évolution vers la LBM	43
3	Formulation théorique de la LBM	45
3.1	Discrétisation de l'espace des vitesses	45
3.2	Construction d'un réseau en LBM	49
3.3	Discrétisation en temps et en espace	54
3.4	Conditions aux limites	55
3.5	Mise en œuvre numérique	60
4	Propriétés de la LBM	69
4.1	Une méthode numérique peu dispersive/dissipative	70
4.2	Une méthode à faible coût par points	71
5	Présentation du solveur ProLB en tant que solveur LBM	73

Ce chapitre est consacré à la présentation de la méthode de Boltzmann sur réseau, communément appelée LBM. Le choix fait ici est de retracer historiquement le développement de la LBM, qui résulte de la rencontre entre la théorie cinétique des gaz et les automates cellulaires. Une fois ces fondations décrites, le lien est ensuite fait avec la formulation de la LBM telle que décrite aujourd'hui dans la plupart des ouvrages de référence. Ensuite, la mise en œuvre numérique de la LBM dans un solveur est exposée, et illustrée à partir du solveur commercial utilisé dans ces travaux, à savoir ProLB.

1.1 Modéliser un fluide : les différentes échelles

La modélisation précise d'un fluide est essentielle, elle est utilisée dans divers domaines d'études en ingénierie : aéronautique, nucléaire, sciences des matériaux ou encore biologie. Suivant le type d'application recherché et le contexte d'étude, il existe plusieurs manières de modéliser un fluide qui se distingue fondamentalement par l'échelle physique employée. On distingue principalement trois échelles : microscopique, macroscopique et mésoscopique. Chaque échelle utilise des quantités différentes pour représenter un fluide et elles ne satisfont pas les mêmes équations d'évolution. Ces différences sont représentées en [Figure 1.1](#) et sont décrites plus en détail dans ce qui suit.

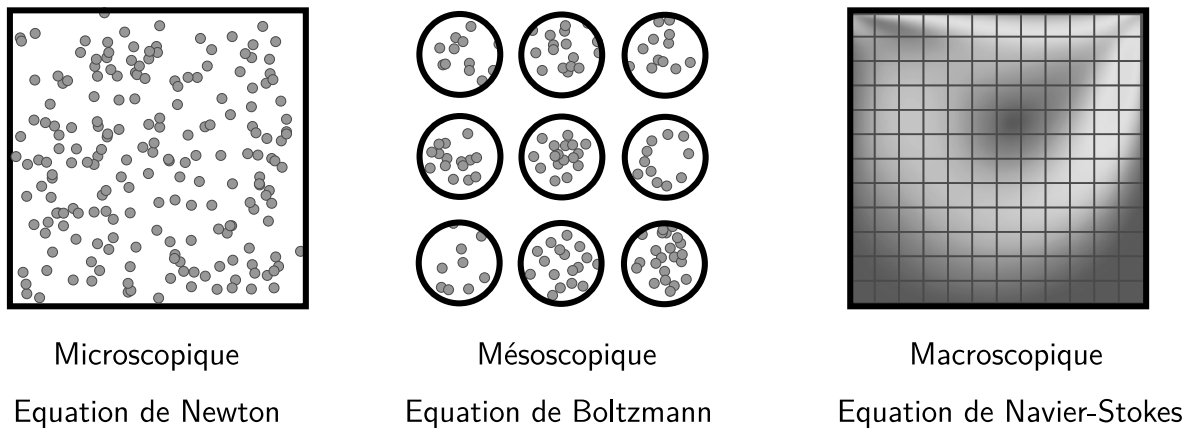


Figure 1.1 – Représentation des trois échelles principales de description d'un fluide. Les grandeurs ainsi que les équations qui les gouvernent sont indiquées.

1.1.1 Échelle individuelle - l'échelle microscopique

L'échelle microscopique de description d'un fluide se focalise sur l'ensemble des N molécules qui le compose. Chaque molécule de fluide possède une masse m_k , se situe dans l'espace à la position $\mathbf{x}_k = (x_k, y_k, z_k)$ à l'instant t et se déplace à la vitesse $\boldsymbol{\xi}_k$. D'autres variables peuvent être prises en compte si l'on souhaite obtenir un niveau de détail plus complet, comme les mouvements de rotation ou de vibration des molécules. La cinématique d'une particule de gaz est donnée par la *seconde loi de Newton* :

$$m\xi_i''(t) = \sum_{j \neq i} F_j(t) \quad (1.1)$$

où $F_j(t)$ représente la force exercée sur la i -ième molécule par la j -ième molécule à l'instant t , et décrite généralement au travers d'un potentiel intermoléculaire¹. Il est également possible de modéliser des forces supplémentaires issues d'une influence extérieure. Ces équations peuvent être résolues par une approche numérique afin d'obtenir l'évolution en temps de la position de chaque particule. En général, le nombre de calculs par itération temporelle croît comme N^2 , bien que ce coût puisse être diminué par diverses stratégies. Une telle complexité rend le coût d'une simulation prohibitif, notamment pour des applications aéronautiques puisqu'il y a environ $N = 2 \cdot 10^{19}$ molécules dans 1 cm^3 d'air. Pour ces raisons (et pour des raisons de conditions initiales), ce type de simulation est en

1. il s'agit d'un modèle d'énergie potentielle qui décrit les interactions entre les atomes, et donc entre les molécules. Le plus connu d'entre eux est celui de van der Waals.

général réservé à des études de phénomènes à l'échelle atomique, notamment en sciences des matériaux [44].

1.1.2 Échelle collective - l'échelle macroscopique

À notre échelle, un fluide est perçu comme un milieu continu dont on peut mesurer certains paramètres comme la vitesse \mathbf{u} , la masse par unité de volume ρ , la pression p , la température T ou encore l'énergie totale E que l'on peut regrouper sous l'appellation «quantités macroscopiques». Les molécules qui constituent un fluide immobile pour nos yeux sont pourtant animées d'un mouvement permanent et désordonné qui ne transparaît pas à notre échelle. C'est parce que ces grandeurs macroscopiques sont des quantités moyennes dans l'hypothèse où le fluide est constitué d'un très grand nombre de molécules.

En mécanique des fluides des milieux continus, la masse volumique ρ , la vitesse \mathbf{u} et l'énergie totale E obéissent à des lois de conservation formant un système de trois équations appelées *les équations de Navier-Stokes* :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u} &= 0, \\ \frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}^2) + \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} &= 0, \\ \frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot \rho E \mathbf{u} + \nabla \cdot \mathbf{q} + \nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{u}) &= 0 \end{aligned} \quad (1.2)$$

où $\mathbf{u}^2 = \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}$ désigne le carré tensoriel. Ces lois correspondent respectivement à la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie totale du fluide. Elles font intervenir le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ ainsi que le flux de chaleur \mathbf{q} . L'expression de ces deux quantités est généralement issue d'une loi de comportement. Une première hypothèse, dite *de fluide newtonien*, suppose une relation linéaire entre la partie visqueuse du tenseur des contraintes $\boldsymbol{\Sigma}$ et le taux de déformation de sorte que :

$$\boldsymbol{\sigma} = p\boldsymbol{\delta} - \boldsymbol{\Sigma} \text{ avec } \boldsymbol{\Sigma} = \mu \left(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T - \frac{2}{3} [\nabla \cdot \mathbf{u}] \boldsymbol{\delta} \right) + \gamma [\nabla \cdot \mathbf{u}] \boldsymbol{\delta} \quad (1.3)$$

où μ et γ désignent respectivement la viscosité dynamique et la viscosité de volume ($m^2.s^{-1}$). La notation $\boldsymbol{\delta}$ désigne la matrice identité. La viscosité de volume est en général choisie nulle, c'est l'*hypothèse de Stokes*. Finalement, le flux de chaleur \mathbf{q} est supposée suivre la *loi de Fourier* :

$$\mathbf{q} = -\lambda \nabla T \quad (1.4)$$

La résolution numérique de ces équations permet de décrire l'évolution en temps d'un champ de vitesse à partir de la donnée d'un champ initial.

1.1.3 Échelle statistique - l'échelle mésoscopique

L'échelle mésoscopique est intermédiaire aux échelles microscopiques et macroscopiques. Le fluide y est décrit par un ensemble de «paquets» de molécules. Ces paquets sont supposés occuper un petit volume contenant un grand nombre de molécules dans lequel il est possible de réaliser des moyennes statistiques. La quantité clef à cette échelle est la fonction de distribution $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t)$ définie comme la densité de masse de gaz par unité de volume à l'instant t dans l'espace position-vitesse (en $kg.m^{-3-D}$ où D désigne la dimension de l'espace d'étude, généralement 2 ou 3). Cette quantité est bien plus abstraite et délicate à manipuler que les quantités macroscopiques. La fonction de distribution f peut se voir comme une généralisation de la masse volumique ne prenant en compte que les molécules ayant

une vitesse bien précise. Par exemple, à partir de f , il est possible de calculer la masse des particules se déplaçant vers la droite uniquement. La quantité $\boldsymbol{\xi}$, décrivant la vitesse des particules fictives constituant le fluide, est une variable aléatoire continue de densité f/ρ dont la moyenne correspond à la vitesse macroscopique du fluide \mathbf{u} et la demi-trace de sa variance à son énergie totale E . L'étude de l'évolution de f et de son lien avec les grandeurs macroscopiques constitue la théorie cinétique des gaz.

1.2 Éléments généraux de la théorie cinétique des gaz

La théorie de la méthode de Boltzmann sur réseau prend sa source dans celle de la cinétique des gaz. Comme énoncé précédemment, cette dernière vise à décrire le comportement d'un gaz à partir du mouvement des particules dont il est composé. On fait les hypothèses suivantes :

- ▣ Le gaz est monoatomique, les modes de vibration et de rotation sont donc négligés ;
- ▣ Les particules sont des sphères dures de diamètre unique ;
- ▣ Le libre parcours moyen est grand devant le diamètre des particules ;
- ▣ Il n'y a pas d'interactions à longue distance ;
- ▣ Les chocs entre particules sont élastiques : ces derniers conservent la masse, la quantité de mouvement ainsi que l'énergie cinétique.

Les fondements de cette théorie remontent aux travaux de Daniel Bernoulli [29] en 1738 dans lesquels il postule le lien entre pression, énergie et mouvement des particules. Ces travaux ont servi de base pour le développement de la modélisation des gaz, notamment au travers de lois de comportement, comme celle des gaz parfaits dérivés des travaux de John James Waterston [165, 164] ou encore avec la notion de libre parcours moyen introduite par Rudolf Clausius [70]. C'est en 1859 que James Clerk Maxwell établit la loi de distribution qui porte son nom : elle quantifie la répartition des vitesses des particules dans un gaz homogène à l'équilibre thermodynamique local [252, 251]. Il s'agit de la première loi statistique utilisée en physique. Elle permet alors une description statistique du gaz à l'aide de la notion de fonction de distribution $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t)$, et introduit donc un des outils principaux de la physique mésoscopique.

Le traitement statistique de f est effectué au travers du calcul de ses moments. Le moment d'ordre n de f , noté $\boldsymbol{\Pi}_n$, est un tenseur d'ordre n donné par :

$$\boldsymbol{\Pi}_n = \int_{\mathbb{R}^D} f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t) \boldsymbol{\xi}^n d\boldsymbol{\xi} \quad (1.5)$$

avec $\boldsymbol{\xi}^n = \overbrace{\boldsymbol{\xi} \otimes \boldsymbol{\xi} \otimes \dots \otimes \boldsymbol{\xi}}^{n \text{ fois}}$ désigne le produit tensoriel appliqué $n-1$ fois à $\boldsymbol{\xi}$ et D la dimension spatiale, généralement 2 ou 3. En termes statistiques, $\boldsymbol{\Pi}_1$ est une moyenne et $\boldsymbol{\Pi}_2$ une variance. Par souci de clarté, dans ce qui suit, les variables de f ne seront plus explicitées.

Les moments de f permettent de remonter aux grandeurs macroscopiques du fluide. En effet, sa masse volumique ρ , sa vitesse moyenne \mathbf{u} et son énergie totale E s'obtiennent respectivement par le calcul des moments d'ordre 0 et 1 de la fonction de distribution f ainsi que par la demi-trace de celui d'ordre 2 :

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \boldsymbol{\Pi}_0 = \int_{\mathbb{R}^D} f d\boldsymbol{\xi} \quad (1.6)$$

$$\rho \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \boldsymbol{\Pi}_1 = \int_{\mathbb{R}^D} f \boldsymbol{\xi} d\boldsymbol{\xi} \quad (1.7)$$

$$\rho E(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2} \text{Tr}(\boldsymbol{\Pi}_2) = \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^D} f \boldsymbol{\xi}^2 d\boldsymbol{\xi} \quad (1.8)$$

où ξ^2 désigne le carré scalaire du vecteur ξ .

La description mésoscopique d'un gaz, caractérisée par la connaissance de f , est riche en information. Néanmoins, le traitement statistique appliqué à f via le calcul de ses trois premiers moments permet de ne conserver que le niveau de détail macroscopique.

Les travaux de Maxwell ont été par la suite confirmés par Ludwig Boltzmann qui, dans un article de 1872 [35], retrouve la même loi de distribution que Maxwell mais à partir de nouvelles considérations physiques qui fondèrent la physique statistique. Dans ces travaux, Boltzmann établit alors une équation d'évolution pour la variable f : *l'équation de Boltzmann*. Celle-ci à l'avantage de se présenter sous une forme bien plus simple que les équations macroscopiques de Navier-Stokes.

1.2.1 Les travaux de Boltzmann

L'équation de Boltzmann. Dans son article de 1872, Boltzmann explicite une équation d'advection pour la fonction de distribution f en l'absence de forces extérieures :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \xi \cdot \nabla f = \Omega(f) \quad (1.9)$$

Les termes du membre de gauche décrivent l'advection des particules tandis que le membre de droite, appelé opérateur de collision, modélise l'influence des collisions entre particules sur la distribution de vitesse dans le gaz. Il est possible de reformuler l'équation de Boltzmann sous une forme adimensionnelle. Pour ce faire, on fait le choix d'une échelle caractéristique de longueur ℓ , de masse volumique ρ_0 et de température θ_0 de l'écoulement. On peut alors en déduire deux échelles de référence : une échelle de vitesse caractérisant l'agitation thermique des particules $c = \sqrt{r\theta_0}$ ainsi qu'une échelle de temps de l'écoulement $T = \ell/c$. La constante $r = R/M$ désigne la constante spécifique du gaz, avec R la constante universelle des gaz parfait et M sa masse molaire. Les quantités adimensionnées de l'équation de Boltzmann sont alors données par :

$$\hat{x} = \frac{\mathbf{x}}{\ell}, \quad \hat{t} = \frac{t}{T}, \quad \hat{\xi} = \frac{\xi}{c} \quad \text{et} \quad \hat{f} = \frac{c^D}{\rho_0} f \quad (1.10)$$

et l'équation de Boltzmann adimensionnelle s'écrit alors :

$$\frac{\partial \hat{f}}{\partial \hat{t}} + \hat{\xi} \cdot \nabla \hat{f} = \underbrace{\frac{\ell}{c\tau}}_{=1/\text{Kn}} \Omega(\hat{f}) \quad (1.11)$$

où τ est un temps caractéristique associé aux collisions entre particules. Cette adimensionalisation fait apparaître $\ell/(c\tau)$, un nombre assimilable au nombre de Knudsen. Il est défini comme le quotient du libre parcours moyen λ_{ipm} et d'une longueur caractéristique de l'écoulement L , *ie* $\text{Kn} = \lambda_{\text{ipm}}/L$. Il fournit une mesure du régime de continuité de l'écoulement : lorsque $\text{Kn} \gg 1$, l'hypothèse d'un milieu continu n'est plus valide. Ainsi les équations de Navier-Stokes sont valides pour un nombre de Knudsen faible $\text{Kn} \ll 1$. En aérodynamique, on a en général $\lambda_{\text{ipm}} \approx 1$ nm. L'équation de Boltzmann (1.9) constitue le pilier théorique de la LBM ainsi qu'une des plus grandes avancées dans la physique du XIX^e siècle. Elle peut être vue comme une forme mésoscopique des équations de Navier-Stokes où les phénomènes non linéaires sont modélisés par un opérateur de collision.

L'opérateur de collision. L'opérateur de collision $\Omega(f)$ est un terme statistique représentant l'influence des collisions entre particules sur la distribution des vitesses. Les collisions sont supposées conserver la masse, la quantité de mouvement ainsi que l'énergie (voir équations (1.2)), ainsi l'opérateur

de collision doit vérifier les trois relations :

$$\begin{aligned}\int_{\mathbb{R}^D} \Omega(f) \, d\xi &= 0 \\ \int_{\mathbb{R}^D} \Omega(f) \xi \, d\xi &= \mathbf{0} \\ \int_{\mathbb{R}^D} \Omega(f) \xi^2 \, d\xi &= 0\end{aligned}\tag{1.12}$$

La forme générale de l'opérateur de collision est extrêmement complexe : Boltzmann lui-même n'utilisait qu'une forme simplifiée de cet opérateur. En faisant l'hypothèse de particules ponctuelles et non corrélées avant collision, le calcul de l'opérateur de collision peut être restreint aux cas de collisions entre deux particules. Sous cette hypothèse dite de «chaos moléculaire», l'opérateur de collision prend la forme :

$$\Omega(f) = \int_{\xi_B} \int_{S_e} \|\mathbf{g}\| (f(\xi_A^*) f(\xi_B^*) - f(\xi_A) f(\xi_B)) \, dS_e \, d\xi_B\tag{1.13}$$

Dans cette équation, ξ_A , ξ_B , ξ_A^* et ξ_B^* désignent respectivement les vitesses des particules A et B avant et après collision. La surface S_e désigne la section efficace différentielle et $\mathbf{g} = \xi_B - \xi_A = \xi_B^* - \xi_A^*$. Il sera vu par la suite que cet opérateur est en pratique peu utilisé car trop complexe, et que d'autres formes d'opérateurs de collision plus simples ont vu le jour.

Comportement à l'équilibre thermodynamique local. Boltzmann s'est également intéressé au comportement de la fonction de distribution f lorsque le gaz est laissé au repos. Toujours dans son article pionnier de 1872, il s'est intéressé à la quantité $\mathcal{H}(t)$ définie par :

$$\mathcal{H}(t) = \int_{\mathbb{R}^D} f \ln(f) \, d\xi\tag{1.14}$$

Cette grandeur est généralement appelée entropie cinétique, car elle possède plusieurs similarités avec l'entropie thermodynamique S . Pour un gaz parfait, on a même $H = -S/R$. Boltzmann a démontré que la quantité \mathcal{H} décroît avec le temps jusqu'à atteindre un minimum, ce résultat est connu sous le nom de théorème \mathcal{H} . Il justifie que lorsqu'un gaz est laissé au repos, son état d'équilibre thermodynamique local est progressivement caractérisé par une fonction de distribution à l'équilibre f^{eq} qui minimise la fonction \mathcal{H} . L'expression de cette distribution à l'équilibre local (dont l'appellation «local» est souvent omise) correspond justement à celle donnée par la loi statistique de Maxwell, formulée jusque-là sans preuves formelles [55]. Pour cette raison, la distribution f^{eq} est également appelée «distribution de Maxwell-Boltzmann» ou encore «Maxwellienne». Cette distribution à l'équilibre est donnée pour un gaz monoatomique à température T par :

$$f^{\text{eq}}(\mathbf{x}, \xi, t) = \frac{\rho}{(2\pi\theta)^{D/2}} \exp\left(-\frac{\|\xi - \mathbf{u}\|^2}{2\theta}\right)\tag{1.15}$$

où $\theta = rT$ est l'énergie d'agitation thermique du gaz par unité de masse. L'expression de f^{eq} correspond à une distribution Gaussienne de ξ de moyenne \mathbf{u} et de matrice de covariance $\sqrt{\theta}\delta$. En particulier, la distribution de Maxwell-Boltzmann annule l'opérateur de collision de l'équation (1.13) : elle modélise un gaz monoatomique dont les collisions n'ont plus d'influence sur la statistique des vitesses de ses particules, *ie* $\Omega(f^{\text{eq}}) = 0$. De plus, celle-ci est explicite et ses moments peuvent donc être calculés analytiquement à tout ordre. Les premiers moments de f^{eq} , en comparaison avec ceux de f , s'écrivent

$$\begin{aligned}\Pi_0 &= \int_{\mathbb{R}^D} f \, d\xi = \rho & \Pi_0^{\text{eq}} &= \int_{\mathbb{R}^D} f^{\text{eq}} \, d\xi = \rho \\ \Pi_1 &= \int_{\mathbb{R}^D} \xi f \, d\xi = \rho \mathbf{u} & \Pi_1^{\text{eq}} &= \int_{\mathbb{R}^D} \xi f^{\text{eq}} \, d\xi = \rho \mathbf{u} \\ \Pi_2 &= \int_{\mathbb{R}^D} \xi^2 f \, d\xi & \Pi_2^{\text{eq}} &= \int_{\mathbb{R}^D} \xi^2 f^{\text{eq}} \, d\xi = \rho \mathbf{u}^2 + \rho r T \delta \\ \Pi_3 &= \int_{\mathbb{R}^D} \xi^3 f \, d\xi & \Pi_3^{\text{eq}} &= \int_{\mathbb{R}^D} \xi^3 f^{\text{eq}} \, d\xi = \rho \mathbf{u}^3 + \rho r T \mathbf{u} \diamond \delta\end{aligned}\tag{1.16}$$

où l'opérateur \diamond désigne le produit des coefficients appliqués pour chaque permutation d'indices possibles. Par exemple, $(\mathbf{u} \diamond \boldsymbol{\delta})_{ijk} = u_i \delta_{jk} + u_j \delta_{ik} + u_k \delta_{ij}$. Les deux premiers moments des distributions f et f^{eq} coïncident puisqu'il y a conservation de la masse ainsi que de la quantité de mouvement. Cependant, les tenseurs des moments d'ordre 2 ne sont pas nécessairement égaux car la conservation de l'énergie leur impose seulement d'avoir la même trace.

L'ensemble de ces résultats constituent les fondements théoriques de la LBM. Les avancées successives de la théorie cinétique des gaz ont permis la formulation rigoureuse d'outils mathématiques permettant la modélisation de leur comportement. Cependant, l'équation de Boltzmann s'avère être fondamentalement différente des équations macroscopiques (Euler et Navier-Stokes) tout juste établies et consolidées au cours du siècle qui précède. La quantité f est moins intuitive à manipuler que les grandeurs macroscopiques et une question essentielle se pose : lorsque f évolue suivant l'équation de Boltzmann, comment évoluent les quantités macroscopiques obtenues via les moments ? Jusque là, aucun lien n'avait été établi entre l'évolution des grandeurs macroscopiques issues indirectement de l'équation de Boltzmann et celle bien connue donnée par les équations de Navier-Stokes. Au début du XX^e siècle, plusieurs scientifiques se sont penchés sur la question, à commencer par le célèbre mathématicien David Hilbert en 1912.

1.2.2 Lien avec les équations de conservation macroscopiques

Dès 1900, Hilbert présente une série de problèmes mathématiques lors d'un congrès. Le sixième d'entre eux s'intéresse tout particulièrement au lien mathématique qui lie la «vision atomiste» aux «lois du mouvement continu». Consacrant lui-même une partie de ses recherches sur ce problème, Hilbert étudie les travaux de Boltzmann. Il remarque notamment qu'une manière d'obtenir des équations d'évolution faisant intervenir des grandeurs macroscopiques consiste à calculer les moments de l'équation de Boltzmann. Par analogie avec les moments de f , on peut définir le moment d'ordre n de l'équation de Boltzmann (1.9) comme l'équation qui s'obtient en multipliant chaque membre de l'équation par $\boldsymbol{\xi}^n$ puis en intégrant sur \mathbb{R}^D . Après permutation intégrale-dérivée, et en utilisant l'équation (1.5), le moment d'ordre n de l'équation de Boltzmann prend la forme :

$$\frac{\partial \boldsymbol{\Pi}_n}{\partial t} + \nabla \cdot \boldsymbol{\Pi}_{n+1} = \int_{\mathbb{R}^D} \Omega(f) \boldsymbol{\xi}^n d\boldsymbol{\xi} \quad (1.17)$$

En utilisant les relations (1.16) dans (1.17), les moments d'ordre 0 et 1 de l'équation de Boltzmann ainsi que la demi-trace de son moment d'ordre 2² s'écrivent :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1.18)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \boldsymbol{\Pi}_2 = 0 \quad (1.19)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot \text{Tr}(\boldsymbol{\Pi}_3) = 0 \quad (1.20)$$

On remarque que la forme de ces équations s'apparente déjà à la forme globale des équations de Navier-Stokes (1.2). L'équation de continuité est d'ailleurs retrouvée exactement. En introduisant la vitesse relative $\mathbf{v} = \boldsymbol{\xi} - \mathbf{u}$ et en exploitant la relation $\boldsymbol{\xi}^2 = \mathbf{u}^2 + \mathbf{v}^2 + 2\mathbf{u} \otimes (\boldsymbol{\xi} - \mathbf{u})$, on obtient finalement :

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}^2) + \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = 0 \quad (1.21)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho E \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{u}) + \nabla \cdot \mathbf{q} = 0 \quad (1.22)$$

2. La trace du moment d'ordre 2 de l'équation de Boltzmann fait intervenir la trace de $\boldsymbol{\Pi}_3$ dont la définition est ambiguë pour un tenseur d'ordre 3, mais ici $(\boldsymbol{\Pi}_3)_{ijj} = (\boldsymbol{\Pi}_3)_{jii} = (\boldsymbol{\Pi}_3)_{iji} = \text{Tr}(\boldsymbol{\Pi}_3)$

où les quantités σ et \mathbf{q} sont données respectivement par

$$\sigma = \int_{\mathbb{R}^D} f v^2 d\xi \text{ et } \mathbf{q} = \int_{\mathbb{R}^D} v^2 f \mathbf{v} d\xi \quad (1.23)$$

Au premier abord, on pourrait penser que les équations de Navier-Stokes sont retrouvées : par analogie, la matrice σ correspondrait au tenseur des contraintes et le vecteur \mathbf{q} au flux de chaleur. Cependant, le système obtenu n'est en réalité pas fermé : les variables σ et \mathbf{q} sont encore toutes deux dépendantes de f . De plus, on peut remarquer qu'en calculant le moment de l'équation de Boltzmann à un ordre donné via (1.17), le moment à l'ordre supérieur apparaît dans l'équation obtenue. Ainsi, le calcul de moments d'ordre supérieur dans le but de fermer le système constitue une fuite vers l'avant qui ne pourra pas aboutir.

La fermeture de ce système a été un sujet de recherche très actif dans les années 1910, initié par Hilbert lui-même [166]. Ce dernier, soudainement attiré par la physique théorique et notamment par les récents développements de la théorie cinétique des gaz, fut le premier à proposer une méthode mathématique pour fermer ce système d'équation. Cette méthode, qui repose sur la théorie des perturbations, sera généralisée quelques années plus tard par la célèbre méthode de Chapman-Enskog [55] trouvée indépendamment par l'astronome Sydney Chapman et le mathématicien David Enskog entre 1916 et 1917. Cette méthode sera présentée en Section 1.3 mais pour des raisons pratiques, l'opérateur de collision utilisé par Chapman et Enskog dans leur démonstration (qui est le même que celui utilisé par Boltzmann et donné dans l'équation (1.13)) va être remplacé par un opérateur équivalent mais plus simple : l'opérateur BGK.

L'opérateur de collision BGK. Pour des raisons de simplicité, une légère entorse à la construction chronologique de la théorie cinétique des gaz va être commise. Comme présentée dans l'équation (1.13), l'opérateur de collision utilisé par Boltzmann peut s'avérer fastidieux à utiliser malgré le fait qu'il soit déjà issu d'hypothèses simplificatrices. Un opérateur bien plus simple est établi en 1954 sous le nom de BGK [30] du nom de ses inventeurs Prabhu Lal Bhatnagar, Eugene Gross et Max Krook. Sa simplicité lui vaut de grandement alléger les développements théoriques à suivre, et simplifie drastiquement son traitement numérique, ainsi cet opérateur sera substitué à celui de Boltzmann. L'opérateur BGK modélise l'effet statistique des collisions comme la relaxation des particules en un temps τ vers un état d'équilibre thermodynamique local caractérisé par la fonction de distribution à l'équilibre f^{eq} . Il a pour expression :

$$\Omega(f) = -\frac{1}{\tau} (f - f^{\text{eq}}) \quad (1.24)$$

Cet opérateur de collision respecte bien la conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et le théorème \mathcal{H} . En pratique, l'opérateur de collision BGK (et ses dérivés qui seront présentés en Section 3.5.2) sont le plus souvent préférés à l'opérateur original de Boltzmann. L'équation de Boltzmann munie de cet opérateur est communément appelée équation de Boltzmann-BGK.

1.3 Le développement de Chapman-Enskog

Le développement de Chapman-Enskog, tout comme la méthode d'Hilbert, repose sur la théorie des perturbations. Cette théorie consiste à déterminer de manière approchée les solutions d'une équation différentielle en partant d'une solution d'un problème plus simple sur laquelle on applique une perturbation. Dans notre cas, ce problème simple correspond à l'équation de Boltzmann adimensionnelle où $\Omega = 0$ dont la solution est $\hat{f}^{(0)} = \hat{f}^{\text{eq}}$. On s'intéresse alors à l'équation de Boltzmann-BGK adimensionnelle :

$$\frac{\partial \hat{f}}{\partial t} + \nabla \cdot \hat{f} = -\frac{1}{\epsilon} (\hat{f} - \hat{f}^{\text{eq}}) \quad (1.25)$$

où l'on a posé $\epsilon = \text{Kn}$ qui est un petit paramètre en régime fluide. Par soucis de simplicité, le superscript \wedge est désormais omis. On cherche alors des solutions de cette équation sous la forme perturbée :

$$f = f^{\text{eq}} + f^{(1)}\epsilon + f^{(2)}\epsilon^2 + \dots = \sum_{k=0}^{+\infty} f^{(k)}\epsilon^k \quad (1.26)$$

Ici, chaque coefficient $f^{(k)}$ du développement représente la contribution à la distribution f d'une échelle hydrodynamique différente. Elle doit vérifier pour tout $k \geq 1$ les conditions :

$$\int_{\mathbb{R}^D} f^{(k)} d\xi = 0, \quad \int_{\mathbb{R}^D} f^{(k)} \xi d\xi = \mathbf{0} \quad \text{et} \quad \int_{\mathbb{R}^D} f^{(k)} \xi^2 d\xi = 0 \quad (1.27)$$

qui traduisent le fait que ces composantes n'influencent pas les quantités macroscopiques résultantes. Enskog a également introduit un développement similaire sur l'opérateur de dérivée temporelle :

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t^{(0)}} + \epsilon \frac{\partial}{\partial t^{(1)}} + \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial t^{(2)}} + \dots = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial t^{(k)}} \epsilon^k \quad (1.28)$$

On parle alors de développement multi-échelles : le gaz est modélisé comme un ensemble de systèmes à l'équilibre thermodynamique local, mais ces systèmes ne sont pas à l'équilibre entre eux. En injectant les développements (1.26) et (1.28) dans l'équation (1.25), on obtient :

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \left(\sum_{p=0}^{+\infty} \frac{\partial f^{(k)}}{\partial t^{(p)}} \epsilon^p + \xi \cdot \nabla f^{(k)} \right) \epsilon^k = - \sum_{k=0}^{+\infty} f^{(k+1)} \epsilon^k \quad (1.29)$$

En identifiant les coefficients en ϵ^k , on remarque que chaque ordre en ϵ obéit à une équation différentielle permettant de déterminer $f^{(k+1)}$ à partir des dérivées de $f^{(k)}$:

$$- f^{(k+1)} = \sum_{i+j=k} \frac{\partial f^{(i)}}{\partial t^{(j)}} + \xi \cdot \nabla f^{(k)} \quad (1.30)$$

Ainsi, chaque système évolue vers son état d'équilibre qui est influencé par la dynamique du système d'ordre supérieur. La méthode de Chapman-Enskog consiste alors à tronquer le développement (1.26) à un certain ordre N choisi et ainsi permettre d'obtenir une expression approchée de f en fonction des $f^{(k)}$ pour $0 \leq k \leq N$. En effet, chaque $f^{(k)}$ est lui-même relié à l'évolution de $f^{(k-1)}$ par (1.30) qui est lui-même relié à l'évolution de $f^{(k-2)}$ et ainsi de suite jusque $f^{(0)} = f^{\text{eq}}$. Finalement, une contribution d'ordre k en ϵ dépend donc uniquement des dérivées de f^{eq} .

Par extension, les moments de f peuvent également se décomposer suivant leur ordre en nombre de Knudsen ϵ :

$$\begin{aligned} \Pi_n &= \sum_{k=0}^{+\infty} \Pi_n^{(k)} \epsilon^k \quad \text{avec} \quad \Pi_n^{(k)} = \int_{\mathbb{R}^D} f^{(k)} \xi^n d\xi \\ \sigma &= \sum_{k=0}^{+\infty} \sigma^{(k)} \epsilon^k \quad \text{avec} \quad \sigma^{(k)} = \int_{\mathbb{R}^D} f^{(k)} \mathbf{v}^2 d\xi \\ \mathbf{q} &= \sum_{k=0}^{+\infty} \mathbf{q}^{(k)} \epsilon^k \quad \text{avec} \quad \mathbf{q}^{(k)} = \int_{\mathbb{R}^D} v^2 f^{(k)} \mathbf{v} d\xi \end{aligned} \quad (1.31)$$

Finalement, tronquer f à l'ordre N permet de déterminer les composantes $\sigma^{(k)}$ et $\mathbf{q}^{(k)}$ pour $1 \leq k \leq N$ à partir des évolutions de σ^{eq} et \mathbf{q}^{eq} et donc de remonter aux expressions de σ et \mathbf{q} pour fermer les équations (1.21) et (1.22).

Un calcul analytique de σ^{eq} et \mathbf{q}^{eq} disponible en Annexe A fournit :

$$\sigma^{\text{eq}} = \int_{\mathbb{R}^D} f^{\text{eq}} v^2 d\xi = \rho r T \delta \quad \text{et} \quad \mathbf{q}^{\text{eq}} = \int_{\mathbb{R}^D} v^2 f^{\text{eq}} \mathbf{v} d\xi = \mathbf{0} \quad (1.32)$$

1.3.1 Troncation du développement à l'ordre 0

En tronquant le développement à l'ordre 0, on suppose que $f = f^{\text{eq}}$ et $\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t^{(0)}}$. Une telle hypothèse impose en particulier $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^{\text{eq}}$ et $\mathbf{q} = \mathbf{q}^{\text{eq}}$ donnés par l'équation (1.32), qui une fois remplacés dans les équations d'évolution (1.18), (1.21) et (1.22) permettent d'obtenir

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1.33)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}^2 + p \boldsymbol{\delta}) = 0 \quad (1.34)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho E \mathbf{u}) + \nabla \cdot p \mathbf{u} = 0 \quad (1.35)$$

où l'on a posé $p = \rho r T$. On reconnaît les équations d'Euler compressibles où $\boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{q} = \mathbf{0}$. Ainsi, si un gaz est modélisé par la distribution de vitesse à l'équilibre thermodynamique local f^{eq} , alors son comportement macroscopique correspond à celui d'un fluide non visqueux. La viscosité du fluide peut alors être interprétée comme une conséquence de l'écart entre la distribution réelle du fluide et celle à l'équilibre thermodynamique local. Il s'agit là d'un premier résultat issu de la théorie de Chapman-Enskog, qui formule alors une forme mésoscopique de l'hypothèse de fluide parfait.

1.3.2 Troncation du développement à l'ordre 1

On suppose ici que $f = f^{\text{eq}} + \epsilon f^{(1)}$ et $\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t^{(0)}} + \frac{\partial}{\partial t^{(1)}} \epsilon$. Cette hypothèse permet également d'écrire $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^{\text{eq}} + \epsilon \boldsymbol{\sigma}^{(1)}$ et $\mathbf{q} = \mathbf{q}^{\text{eq}} + \epsilon \mathbf{q}^{(1)}$. On rappelle que l'on cherche à déterminer une expression de $\boldsymbol{\sigma}$ et \mathbf{q} à partir de cette troncation. On cherche donc à déterminer les composantes hors équilibre du tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}^{(1)}$ et du flux de chaleur $\mathbf{q}^{(1)}$. L'équation (1.30) pour $k = 0$ fournit une équation pour $f^{(1)}$ de la forme :

$$f^{(1)} = - \left(\frac{\partial f^{\text{eq}}}{\partial t} + \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla f^{\text{eq}} \right) \quad (1.36)$$

En calculant le moment de cette équation, il vient immédiatement que les moments d'ordre 2 et 3 de f s'obtiennent à partir des évolutions des moments d'ordre 3 et 4 de f^{eq} :

$$\boldsymbol{\Pi}_2 = \int_{\mathbb{R}^D} [f^{\text{eq}} + \epsilon f^{(1)}] \boldsymbol{\xi}^2 d\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\Pi}_2^{\text{eq}} + \epsilon \underbrace{\left(\frac{\partial \boldsymbol{\Pi}_2^{\text{eq}}}{\partial t^{(0)}} + \nabla \cdot \boldsymbol{\Pi}_3^{\text{eq}} \right)}_{=\boldsymbol{\Pi}_2^{(1)}} \quad (1.37)$$

$$\boldsymbol{\Pi}_3 = \int_{\mathbb{R}^D} [f^{\text{eq}} + \epsilon f^{(1)}] \boldsymbol{\xi}^3 d\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\Pi}_3^{\text{eq}} + \epsilon \underbrace{\left(\frac{\partial \boldsymbol{\Pi}_3^{\text{eq}}}{\partial t^{(0)}} + \nabla \cdot \boldsymbol{\Pi}_4^{\text{eq}} \right)}_{=\boldsymbol{\Pi}_3^{(1)}} \quad (1.38)$$

En utilisant la relation (1.27), on peut relier les composantes hors-équilibre $\boldsymbol{\Pi}_2^{(1)}$ et $\boldsymbol{\Pi}_3^{(1)}$ aux quantités $\boldsymbol{\sigma}^{(1)}$ et $\mathbf{q}^{(1)}$ que l'on cherche à déterminer :

$$\boldsymbol{\sigma}^{(1)} = \int_{\mathbb{R}^D} f^{(1)} \mathbf{v}^2 d\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\Pi}_2^{(1)} \quad \text{et} \quad \mathbf{q}^{(1)} = \int_{\mathbb{R}^D} v^2 f^{(1)} \mathbf{v} d\boldsymbol{\xi} = \frac{1}{2} \text{Tr} \left(\boldsymbol{\Pi}_3^{(1)} \right) - 2 \boldsymbol{\Pi}_2^{(1)} \mathbf{u} \quad (1.39)$$

À partir des équations d'Euler obtenues à l'ordre 0, et après quelques manipulations mathématiques disponible en Annexe A, les dérivées temporelles et spatiales de $\boldsymbol{\Pi}_2^{\text{eq}}$ et $\boldsymbol{\Pi}_3^{\text{eq}}$ peuvent être calculées pour obtenir :

$$\boldsymbol{\sigma}^{(1)} = -\tau p \left(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \right) + \frac{2}{D} \tau p (\nabla \cdot \mathbf{u}) \boldsymbol{\delta} \quad (1.40)$$

$$\mathbf{q}^{(1)} = -\tau p R \frac{D+2}{D} \nabla T \quad (1.41)$$

On constate que la composante hors équilibre du tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}^{(1)}$ fait apparaître une expression assimilable au tenseur des contraintes visqueuses $\boldsymbol{\Sigma}$ d'un fluide newtonien tandis que la composante hors équilibre du flux de chaleur $\mathbf{q}^{(1)}$ fait apparaître une expression assimilable à la loi de Fourier. En injectant ces résultats dans les équations d'évolution, on obtient finalement le système :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1.42)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}^2) + \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = 0 \quad (1.43)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho E \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{u}) + \nabla \cdot \mathbf{q} = 0 \quad (1.44)$$

avec $\boldsymbol{\sigma} = p\boldsymbol{\delta} - \boldsymbol{\Sigma}$, où l'on a $\boldsymbol{\Sigma} = \mu (\nabla \cdot \mathbf{u} + (\nabla \cdot \mathbf{u})^T) - \frac{2}{D} \tau p (\nabla \cdot \mathbf{u}) \boldsymbol{\delta}$ ainsi que $\mathbf{q} = -\lambda \nabla T$. Ce système correspond aux équations de Navier-Stokes où l'on a fait les identifications suivantes :

- $p = \rho r T$ où l'on reconnaît la loi des gaz parfaits ;
- $\mu = \tau p$ et $\mu' = \frac{2}{D} \tau p = \frac{2}{D} \mu$;
- $\lambda = \mu c_p$ où $c_p = R \frac{D+2}{2}$ correspond à la capacité thermique molaire d'un gaz monoatomique.

Ce résultat est absolument remarquable et amène à plusieurs commentaires :

- ▣ D'une part, l'expression des quantités $\boldsymbol{\sigma}$ et \mathbf{q} dont on avait supposé *a priori* le sens physique s'avèrent correspondre parfaitement à leur homologue traditionnel, obtenu en faisant l'hypothèse de fluide newtonien pour $\boldsymbol{\sigma}$ et de Fourier pour \mathbf{q} . On remarque d'ailleurs que la viscosité de volume obtenue est nulle, ce qui correspond à celle donnée par l'hypothèse de Stokes et constitue une première justification théorique de cette hypothèse. D'autre part, l'identification des termes des équations issues de la théorie de Chapman-Enskog avec les équations de Navier-Stokes conduit à l'équation d'état des gaz parfaits ;
- ▣ Dans ces conditions, le nombre de Prandtl vérifie $\text{Pr} = \frac{\mu c_p}{\lambda} = 1$. Ces constatations sont dépendantes de l'opérateur de collision utilisé lors du développement. En effet, il faut garder en mémoire que le développement théorique précédent correspond à la méthode Chapman-Enskog associée à l'opérateur de collision BGK. Il sera vu plus tard qu'il est possible de modifier l'opérateur de collision pour modifier ces résultats, comme par exemple pouvoir simuler un fluide à nombre de Prandtl différent de l'unité. Au passage, le développement proposé par Chapman et Enskog reposant sur l'opérateur de collision de Boltzmann permet d'obtenir $\text{Pr} \approx 2/3$ ce qui est plus proche des mesures expérimentales sur des gaz monoatomiques ;
- ▣ Le développement de Chapman-Enskog tronqué à l'ordre 1 permet de retrouver les équations de Navier-Stokes à la limite hydrodynamique. En faisant l'approximation $f^{\text{neq}} = f - f^{\text{eq}} \approx f^{(1)}$, les termes $\boldsymbol{\sigma}^{(1)}$ et $\mathbf{q}^{(1)}$ apparaissent comme une correction apportée aux équations d'Euler et permettent de prendre en compte les effets de viscosité et liés aux transferts de chaleur. Ce développement établit un lien simple entre le temps de relaxation τ du modèle BGK et les propriétés macroscopiques du fluide modélisé de sorte que :

$$\tau = \frac{\mu}{p} = \frac{\nu}{rT} \quad (1.45)$$

- ▣ Un autre résultat essentiel de ce développement est que l'obtention des équations d'évolution macroscopique à partir de l'équation de Boltzmann-BGK se fait uniquement à partir des moments de f^{eq} , c'est-à-dire des $\mathbf{\Pi}_n^{\text{eq}}$. Ce constat est au coeur de la méthodologie de discrétisation de l'équation de Boltzmann, pilotée par la formulation discrète de f^{eq} , qui sera abordée en section 3 ;

- Il existe d'autres manières d'établir ce lien entre l'équation de Boltzmann et les équations de Navier-Stokes qui ne reposent pas sur un développement multi-échelles mais uniquement sur des développements de Taylor [108].

Ainsi, en 1954, les connaissances progressivement acquises en théorie cinétique des gaz permettaient déjà de démontrer que, dans la limite hydrodynamique, l'équation de Boltzmann-BGK fait décrire aux variables macroscopiques les mêmes évolutions que celles soumises aux équations de Navier-Stokes. La LBM avait d'ores et déjà tous les ingrédients de la physique théorique pour exister. Il lui manquait néanmoins de nombreux aspects numériques, notamment en ce qui concerne la discrétisation de l'équation de Boltzmann-BGK, puisqu'à cette époque les machines de calcul électroniques n'étaient qu'à leur balbutiement : IBM sera fondé en 1953 et le FORTRAN créé en 1957. Un premier modèle discret de l'équation de Boltzmann (avec 8 vitesses) a été proposé par James E. Broadwell en 1963. La première avancée majeure qui donnera par la suite son cœur structurel à la LBM a vu le jour en 1973 avec l'arrivée des gaz sur réseaux.

2 Les fondements de la LBM : les gaz sur réseaux

2.1 Introduction aux gaz sur réseaux

Le traitement numérique de l'équation de Boltzmann en LBM est dérivé des gaz sur réseau abrégé en LGCA pour *Lattice Gas Cellular Automata* en anglais. Les gaz sur réseau sont un cas particulier d'automate cellulaire : il s'agit d'une grille régulière de cellules contenant un état (parmi un nombre fini) et qui est soumis à une évolution au cours du temps régie par une ou plusieurs règles spécifiques. L'état d'une cellule à un temps donné est déterminé à l'aide de l'état au temps précédent d'un voisinage de cellules. Les automates cellulaires ont été découverts et étudiés dans les années 1940 sous l'impulsion des mathématiciens John Von Neumann et Stanislas Ulam. Un exemple célèbre d'automate cellulaire est le « jeu de la vie » imaginé par John Conway en 1970. Mais en pratique, un automate cellulaire peut également être utilisé pour simuler le comportement d'un gaz. Pour cela :

- La grille régulière est appelée réseau et chaque cellule du réseau est appelée site. Une particule se situe uniquement sur un site et possède une vitesse v prise parmi un ensemble fini de vitesses possibles. Un schéma de principe d'une portion d'un réseau à quatre vitesses discrètes est présenté en Figure 1.2 ;

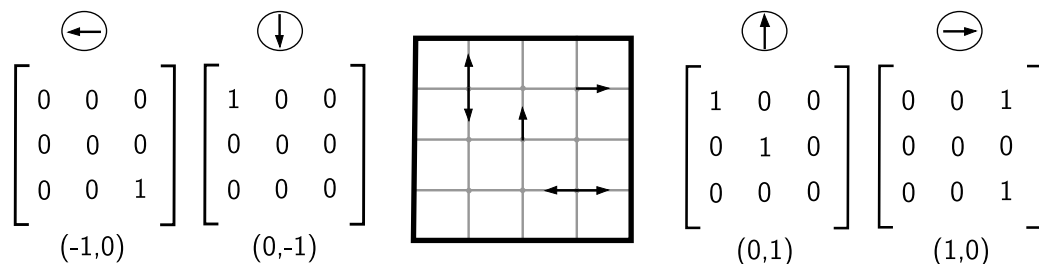


Figure 1.2 – Schéma de principe représentant une portion d'un réseau à quatre vitesses discrètes. Chaque point de calcul est caractérisé par quatre tableaux de booléens.

- L'état d'un site est purement booléen (0 ou 1). Pour chaque site, il y a ou il n'y a pas une particule se déplaçant avec la vitesse v .
- Les règles spécifiques régissant l'évolution du réseau contiennent deux étapes : la propagation et la collision. L'étape de propagation consiste simplement à faire évoluer chaque particule de son site vers le site directement voisin selon sa vitesse tandis que l'étape de collision ne modifie

pas la position d'une particule mais seulement sa vitesse si des particules entrent en collision. Ces étapes sont construites afin de conserver la masse et la quantité de mouvement.

À une itération donnée t et pour un modèle à q vitesses, les grandeurs macroscopiques sur le site \mathbf{x} peuvent être déterminées par :

$$n_i(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathbf{v}_i \text{ est occupé} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.46)$$

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \rho_0 \sum_{i=1}^q n_i \text{ et } \rho \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \rho_0 \sum_{i=1}^q n_i \mathbf{v}_i \quad (1.47)$$

où ρ_0 est une masse volumique dont le calcul dépend de la géométrie des cellules, du nombre total de vitesse du réseau et de la masse d'une particule. Il est possible d'imaginer un grand nombre de réseaux en faisant varier sa géométrie, ses règles de collision, ses vitesses discrètes... Parmi ce vaste champ de possibilités, quelques réseaux se sont historiquement illustrés. Ils représentent des tentatives de simuler le comportement macroscopique d'un fluide à l'aide de règles microscopiques simples itérées au sein d'un algorithme. Ces règles ont été établies pour respecter la conservation de la masse et de la quantité de mouvement, mais il sera vu que cela n'est pas une condition suffisante afin de reproduire la physique macroscopique d'un fluide.

2.1.1 Le modèle HPP

L'utilisation d'un automate cellulaire pour simuler le comportement d'un gaz remonte aux travaux des français Jean Hardy, Yves Pomeau et Olivier De Pazzis en 1973 [158, 157] avec le modèle de gaz sur réseau HPP. Dans leur travaux, une particule à un site donné possède une vitesse $\mathbf{v}_i \in \{(1, 0), (0, 1), (-1, 0), (0, -1)\}$. Chaque site ne peut posséder au maximum que 4 particules et ne peut pas posséder deux particules de même vitesse. Un exemple d'un pas de temps est illustré en Figure 1.3. Malgré sa grande simplicité, ce modèle a pu démontrer un phénomène de relaxation vers un état d'équilibre caractérisé par une distribution de Fermi-Dirac. Cependant, le manque de symétrie du réseau le rend fortement anisotropique d'une part et peut produire des résultats non physiques comme des tourbillons de formes carrées [355] d'autre part. Cet aspect est illustré en Figure 1.4 où l'évolution temporelle d'une onde acoustique est représentée. Cette onde originellement circulaire se déforme lors de son advection. Ces résultats non-physiques ont amené à la construction de modèles de réseaux plus sophistiqués, notamment le modèle FHP.

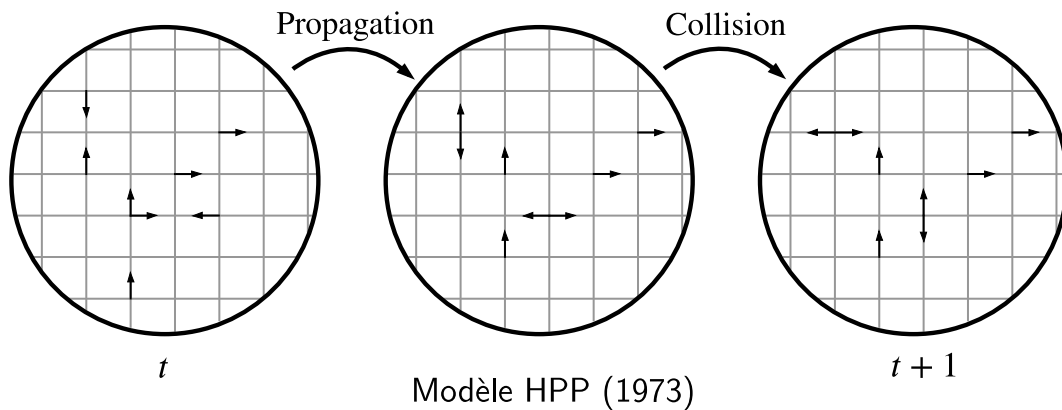


Figure 1.3 – Illustration des étapes de propagation et de collision d'une itération temporelle de gaz sur réseau de type HPP [158].

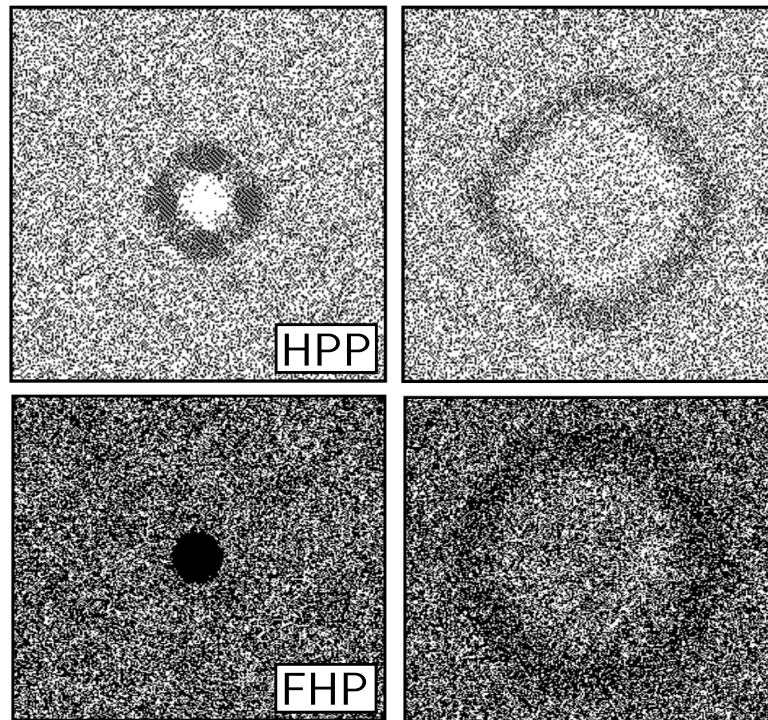


Figure 1.4 – Évolution temporelle d'une onde acoustique pour un modèle HPP (haut) et un modèle FHP (bas). Le modèle HPP montre clairement un défaut d'isotropie. Adapté de [64] et [65].

2.1.2 Le modèle FHP

Il faudra attendre 1986 avec le modèle FHP à 6 vitesses proposé par Uriel Frisch, Brosl Hasslacher et Yves Pomeau [129] ayant le niveau de symétrie requis pour obtenir un modèle permettant de retrouver des structures tourbillonnaires physiques. La Figure 1.4 illustre bien l'isotropie du réseau et donc sa capacité à propager une onde acoustique. Les vitesses qui constituent le réseau lui confère une structure hexaédrale, ce qui complexifie les règles de collision mais permet plus de richesse dans les écoulements que le réseau est capable de reproduire [326]. Une représentation schématique d'une itération temporelle d'un modèle FHP est présentée en Figure 1.5.

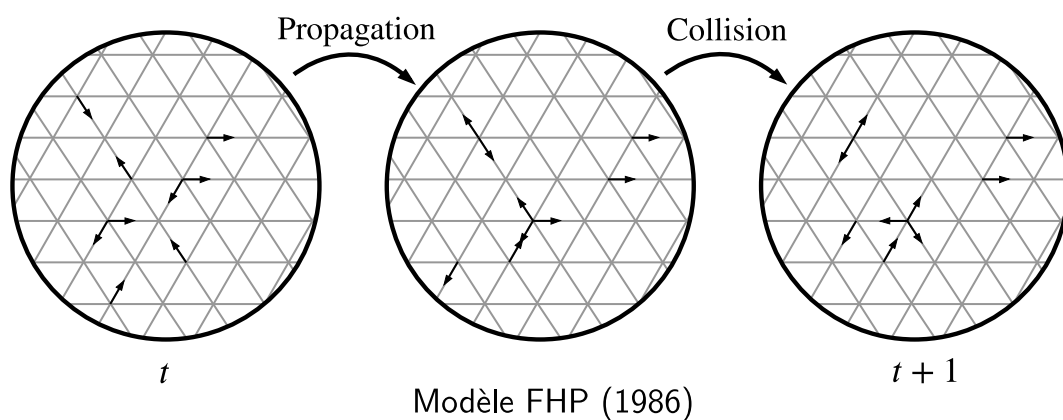


Figure 1.5 – Illustration des étapes de propagation et de collision d'une itération temporelle de gaz sur réseau de type FHP [129].

A partir du modèle FHP, il est (presque) possible de dériver les équations de Navier-Stokes. En effet,

une anomalie persiste et s'avère pathologique pour des écoulements compressibles comme il sera vu en Section 2.2.

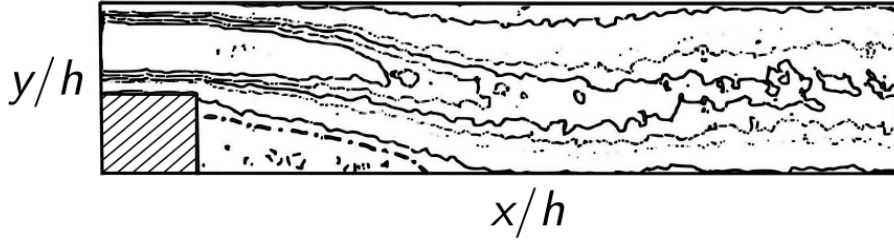


Figure 1.6 – Isocontour de quantité de mouvement longitudinale pour un cas de marche descendante à $Re = 150$ avec un modèle FHP. Adapté de [103].

Ce modèle est capable de modéliser des écoulements plus complexes que le modèle HPP. Par exemple en Figure 1.6, un champ de quantité de mouvement longitudinale obtenu à l'aide d'une méthode FHP pour un cas de marche descendante est reporté. La simulation par réseau FHP finit par atteindre un état stationnaire incompressible et une zone de recirculation est clairement visible. Le point de recollement est en très bon accord avec l'expérience [103] et souligne donc la capacité du modèle FHP à retrouver des résultats pertinents à l'échelle macroscopique.

2.2 Limitations et évolution vers la LBM

Cependant, les gaz sur réseaux sont confrontés à plusieurs limitations qui entravent leur utilisation pour des écoulements industriels. Trois d'entre eux sont détaillés ci-après :

- ▣ **Problème d'invariance Galiléenne.** Bien que le réseau FHP représente une amélioration significative au réseau HPP, ce dernier ne résout pas tout à fait les équations de Navier-Stokes. On peut montrer, pour des écoulements à faible vitesse, que l'équation de quantité de mouvement résolue par le réseau s'écrit [58] :

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho g \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) \mathbf{u}^2 \right) + \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = 0 \quad (1.48)$$

où l'on a bien $\boldsymbol{\sigma} = p\boldsymbol{\delta} - \boldsymbol{\Sigma}$ mais avec l'équation d'état :

$$p = \rho \frac{c^2}{D} \left(1 - g \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) \frac{u^2}{c^2} \right) \quad (1.49)$$

avec D la dimension du problème et $c = \Delta x / \Delta t$. L'apparition du terme $g(\rho/\rho_0)$, qui dépend du type de réseau, est non-physique et transgresse la propriété d'invariance Galiléenne. Dans le cadre des réseaux FHP, un changement de variable permet néanmoins de retrouver les équations de Navier-Stokes faiblement compressibles [355] ;

- ▣ **La complexité associée aux réseaux tridimensionnels.** Les modèles HPP et FHP mentionnés précédemment sont des réseaux bidimensionnels. D'une part, l'extension de l'opérateur de collision à un modèle tridimensionnel est délicate. D'autre part, il n'existe pas de réseaux FHP tridimensionnels capables de retrouver l'isotropie des équations de Navier-Stokes. Pour contourner ce problème, d'Humières *et al.* [104] ont mis au point un réseau en 4D (hypercube) possédant les bonnes propriétés de symétrie, mais au prix d'un coût de calcul très élevé pour traiter les collisions booléennes ;

➡ **Le bruit statistique.** De par la nature booléenne des états de chaque site, les résultats obtenus sont souvent entachés de bruit même après moyennage, comme en témoigne le profil de quantité de mouvement longitudinale présenté en Figure 1.7. L'allure globale du profil de quantité de mouvement est en accord avec celui d'une section d'une moitié de canal, mais le bruit statistique laisse une incertitude sur le véritable profil moyen.

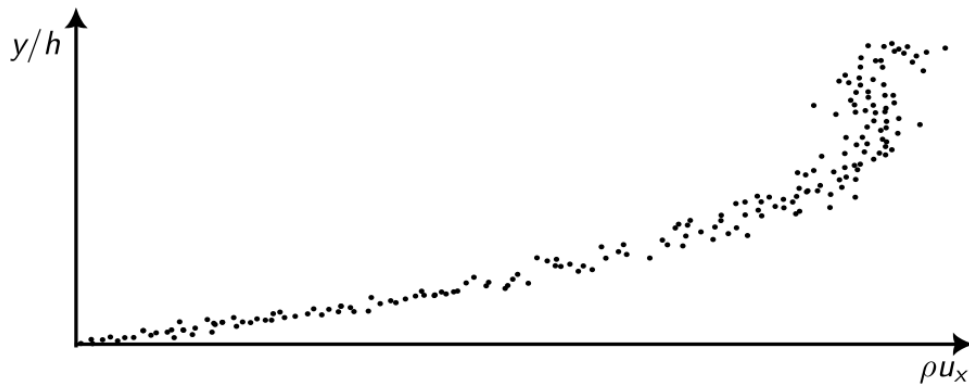


Figure 1.7 – Exemple qualitatif d'un profil de vitesse en amont d'une marche descendante obtenu avec une méthode FHP. Adapté de [103].

Dans une tentative de supprimer le bruit statistique, Guy R. McNamara et Gianluigi Zanetti [254] ont, en 1988, remplacé les booléens du réseau par des distributions f : la méthode de Boltzmann sur réseau est née. En effet, les étapes de propagation et de collision appliquées aux distributions f lui font décrire de manière discrète l'équation de Boltzmann (1.9). La méthode des gaz sur réseaux s'éloigne alors du concept d'automate cellulaire et apparaît plutôt comme une méthode numérique pour discrétiser l'équation de Boltzmann. Néanmoins, malgré l'utilisation des distributions, les auteurs conservent des règles de collision booléennes microscopiques, ce qui n'est pas consistant. Plusieurs interrogations sur l'utilisation d'une telle méthode demeure, parmi lesquelles :

- ➡ Quel terme de collision utiliser avec des distributions ?
- ➡ Combien de vitesses discrètes retenir ? Et comment les choisir ?

Pour la première question, c'est en 1992 que Yuehong Qian, Dominique d'Humières et Pierre Lallemand ont l'idée d'utiliser l'opérateur BGK (1.24) sous forme discrète où la Maxwellienne f^{eq} est elle-même discrétisée. Au travers de cet opérateur, les collisions sont donc modélisées comme une relaxation des distributions vers un équilibre. Elles ne sont plus traitées une par une par des règles de collision microscopiques. Ce changement d'opérateur de collision est donc consistant avec l'usage de distributions. Une conséquence implicite de ceci est que, désormais, la distribution à l'équilibre est imposée dans le calcul tandis qu'avant, elle était plutôt une conséquence du réseau et des règles de collision.

En ce qui concerne la seconde question, elle sera traitée en détail par Xiaoyi He et Li-Shi Luo en 1997 [163] ainsi que par Xiaowen Shan, Xue-Feng Yuan et Hudong Chen [323]. Ces travaux donneront lieu à la formulation théorique de la LBM telle qu'on la connaît aujourd'hui. Leur travaux ont permis de construire une théorie sous-jacente à la création d'un réseau suivant la précision macroscopique souhaitée. Elle est basée sur la décomposition des distributions dans la base des polynômes d'Hermite multidimensionnels, afin de permettre d'appliquer une méthode de quadrature.

Un récapitulatif chronologique du développement progressif de la théorie cinétique des gaz en parallèle de l'évolution des gaz sur réseaux est présenté en Figure 1.8. Il rassemble les noms de différents scientifiques ayant contribué significativement, le plus souvent indirectement, à la construction de la LBM

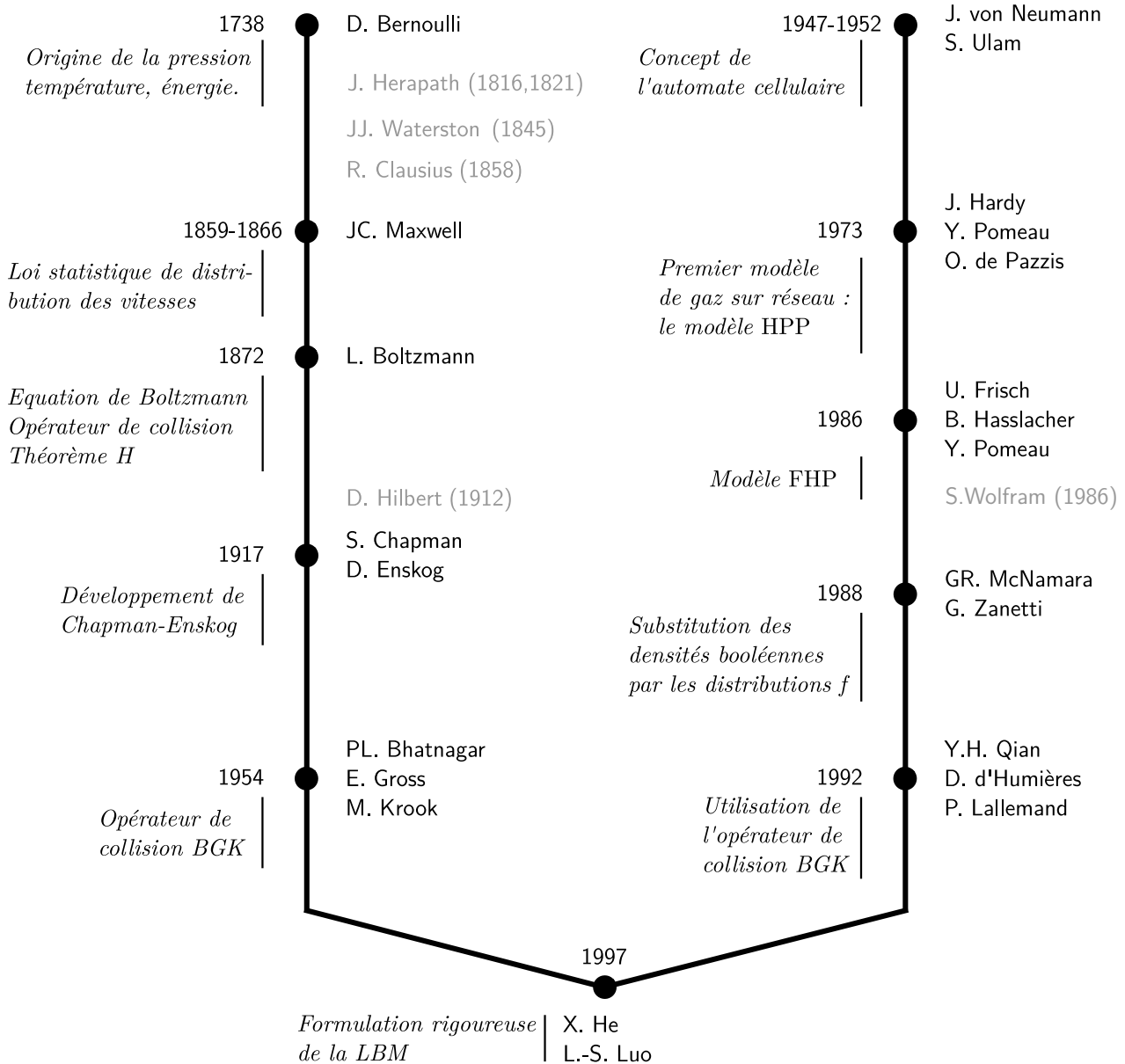


Figure 1.8 – Résumé chronologique des différentes avancées en matière de théorie cinétique des gaz et de gaz sur réseaux afin d’aboutir à la formulation actuelle de la LBM

3 Formulation théorique de la LBM

3.1 Discrétisation de l’espace des vitesses

Dans cette partie, la méthodologie permettant de construire un réseau (lattice) est détaillée. On considère l’équation de Boltzmann (1.9). La discrétisation de cette équation est tout à fait particulière : en plus de dépendre de la position $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^D$ et du temps $t \in \mathbb{R}$, la fonction de distribution du fluide est

également fonction de $\boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^D$. Par conséquent, une résolution numérique de l'équation de Boltzmann implique de restreindre l'espace des vitesses \mathbb{R}^D à un ensemble fini $\widehat{\boldsymbol{\xi}} = \{\boldsymbol{\xi}_1, \boldsymbol{\xi}_2, \dots, \boldsymbol{\xi}_q\}$ composé de q vitesses de sorte qu'un point du domaine de calcul soit caractérisé par q distributions discrètes $f_i = f(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}_i, t)$, une pour chaque direction. Les étapes successives permettant cette discrétisation sont assez mathématiques. Il s'agit principalement d'un problème de quadrature.

Un problème de quadrature. Sur l'ensemble des vitesses discrétisées, la méthode numérique doit être capable de restituer les mêmes quantités macroscopiques ρ , \mathbf{u} et E que son homologue continu. Ceci se traduit par une égalité «*moments continus = moments discrets*» pouvant être mise sous la forme :

$$\mathbf{\Pi}_n = \int_{\mathbb{R}^D} f \boldsymbol{\xi}^n d\boldsymbol{\xi} = \sum_{i=1}^q p_i \boldsymbol{\xi}_i^n = \widehat{\mathbf{\Pi}}_n \quad (1.50)$$

où $\widehat{\mathbf{\Pi}}_n$ désigne le moment discret d'ordre n et p_i le poids discret associé à $\boldsymbol{\xi}_i$. La méthode de Chapman-Enskog, présentée en Section 1.3, montre que garantir l'équation (1.50) jusque $n = 4$ est suffisant pour simuler les équations de Navier-Stokes. Or cette équation consiste à évaluer une intégrale continue à l'aide d'une somme pondérée, discrète, composée de q points du domaine d'intégration. En mathématiques, ce concept est abordé dans les méthodes de quadrature de Gauss à q points, et dans un cadre unidimensionnel (ie $\boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}$). En général, ces méthodes sont utilisées pour obtenir une estimation de la valeur d'une intégrale, à l'aide des q racines d'un polynôme \mathcal{P}_q issu d'une famille de polynômes orthogonaux³ générée par une fonction poids ω . Ici, dans le contexte de la LBM, on recherche une évaluation exacte de $\mathbf{\Pi}_n$ (ie $\mathbf{\Pi}_n = \widehat{\mathbf{\Pi}}_n$). Ceci est possible via une quadrature, mais uniquement si l'intégrande P est un polynôme de degré inférieur ou égal à $d = 2q - 1$, cet entier étant appelé *degré de quadrature*. Dans ce cas, on a alors l'égalité :

$$\int_{\mathbb{R}} \omega(\boldsymbol{\xi}) P(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} = \sum_{i=1}^q p_i P(\boldsymbol{\xi}_i) \quad (1.51)$$

où $\boldsymbol{\xi}_i$ est la i -ème racine du polynôme \mathcal{P}_q , tandis que le poids associé p_i est donné par la formule :

$$p_i = \int_{\mathbb{R}} \mathcal{L}_i(\boldsymbol{\xi}) \omega(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} \quad (1.52)$$

avec \mathcal{L}_i le polynôme de Lagrange de degré $q - 1$ valant 1 en $\boldsymbol{\xi}_i$ et 0 pour les autres $\boldsymbol{\xi}_k$. Dans le cas présent, l'inconvénient est que f/ω n'est pas une fonction polynomiale donc il n'est pas possible d'appliquer l'égalité (1.51) à $P = \boldsymbol{\xi}^n f/\omega$. Une astuce consiste alors à développer f/ω dans la base orthonormale $(\mathcal{P}_0, \mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2, \dots)$ et à tronquer ce développement à un certain ordre N afin d'approcher f/ω par un polynôme. Un tel développement, noté f^N , s'écrit en D -dimension (voir Annexe A) :

$$f^N = \omega \left(a_0 \mathcal{P}_0 + \mathbf{a}_1 \cdot \mathcal{P}_1 + \frac{1}{2} \text{Tr}(\mathbf{a}_2^T \mathcal{P}_2) + \dots \right) = \omega \sum_{n=0}^N \frac{1}{n!} \mathbf{a}_n : \mathcal{P}_n(\boldsymbol{\xi}) \quad (1.53)$$

où \mathbf{a}_n correspond au n -ième coefficient de ce développement, il est donné par :

$$\mathbf{a}_n = \int_{\mathbb{R}^D} f \mathcal{P}_n d\boldsymbol{\xi} \quad (1.54)$$

Ainsi, la fonction $\boldsymbol{\xi}^n f^N/\omega$ est un polynôme de degré $n + N$. En ce qui concerne la famille de polynômes (\mathcal{P}_n) la plus appropriée, il convient de remarquer que la distribution à l'équilibre (1.15) est une Gaussienne normalisée :

$$f^{\text{eq}} = \frac{\rho}{\theta^{D/2}} \omega \left(\frac{\boldsymbol{\xi} - \mathbf{u}}{\sqrt{\theta}} \right) \quad (1.55)$$

où l'on a défini ici $\omega(\boldsymbol{\xi}) = (2\pi)^{-D/2} \exp(-\boldsymbol{\xi}^2/2)$. Il se trouve que des polynômes orthogonaux sont générés par la fonction gaussienne normalisée : ce sont les polynômes d'Hermite (\mathcal{H}_n) . Cette famille

3. on peut citer les polynômes de Legendre, Chebyshev, Laguerre, Hermite ...

de polynômes apparaît donc comme un choix naturel pour (\mathcal{P}_n) puisqu'il permet une écriture simple de f^{eq} dans cette base. La définition des polynômes d'Hermite et certaines de leurs propriétés sont détaillées en Annexe A. En terme de méthode de quadrature, on parlera alors d'une quadrature de Gauss-Hermite. Dans ce cas, l'équation (1.52) peut être simplifiée pour obtenir :

$$p_i = \frac{q!}{(q\mathcal{H}_q(\xi_i))^2} \quad (1.56)$$

Synthèse

Jusqu'ici, il a été vu que l'équation (1.50) est vérifiée (en 1D) grâce à une méthode de quadrature de Gauss-Hermite jusqu'à un certain ordre maximal M si :

- ➡ La distribution f est approchée par la suite formée des polynômes d'Hermite f^N . Plus précisément,

$$f \approx f^N = \omega \sum_{n=0}^N \frac{1}{n!} \mathbf{a}_n : \mathcal{H}_n(\xi) \quad (1.57)$$

où, par exemple, les quatre premiers coefficients du développement s'expriment analytiquement par $\mathbf{a}_0 = \rho$, $\mathbf{a}_1 = \rho\mathbf{u}$, $\mathbf{a}_2 = \mathbf{\Pi}_2 + \rho(\mathbf{u}^2 - \delta)$ et $\mathbf{a}_3 = \mathbf{\Pi}_3 + \mathbf{u} \diamond \mathbf{a}_2 - (D-1)\rho\mathbf{u}^3$.

- ➡ Les familles discrètes $\hat{\xi} = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_q\}$ et (p_1, p_2, \dots, p_q) sont imposées par une quadrature de Gauss-Hermite à q points appliquée à la fonction $\xi^n f^N / \omega$ pour tout $0 \leq n \leq M$. Ceci impose que ξ_i soit la i -ème racine de \mathcal{H}_q et que p_i soit obtenu via l'équation (1.56) à condition que $N + M \leq d$.

Sous ces deux conditions, et en posant $f_i = \frac{p_i f_i^N}{\omega(\xi_i)}$ l'équation (1.51) pour $P = \xi^n P$ devient pour $n = 0$, $n = 1$ et $n = 2$ respectivement :

$$\rho = \sum_{i=1}^q f_i, \quad \rho\mathbf{u} = \sum_{i=1}^q f_i \xi_i, \quad \rho\mathbf{u}^2 + \sigma = \sum_{i=1}^q f_i \xi_i^2 \quad (1.58)$$

Les vitesses discrètes ainsi que les valeurs des poids p_i sont donc fixés par le choix de q lui-même fixé par le choix de d . Ce raisonnement permettant la création d'un réseau dépend donc de trois paramètres clefs :

- ➡ le degré de quadrature d ;
- ➡ l'ordre de troncature de f , à savoir N ;
- ➡ l'ordre M du moment le plus élevé que l'on souhaite conserver.

Une question majeure subsiste : comment choisir ces paramètres en fonction des équations macroscopiques que l'on cherche à résoudre ? Pour répondre à cette question, il est nécessaire de considérer à nouveau le développement de Chapman-Enskog abordé en Section 1.3 appliqué cette fois à l'équation de Boltzmann-BGK à vitesses discrètes, communément abrégée en DVBE pour Discrete Velocities (BGK) Boltzmann Equation.

L'équation de Boltzmann à vitesses discrètes. En évaluant l'équation (1.24) en ξ_i avec $1 \leq i \leq q$ et après multiplication par $p_i / \omega(\xi_i)$, on obtient l'équation de Boltzmann-BGK à vitesses discrètes, notée DVBE-BGK :

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \xi_i \cdot \nabla f_i = -\frac{1}{\tau} (f_i - f_i^{\text{eq}}) \quad (1.59)$$

Dans cette équation, la distribution à l'équilibre discrète, tout comme f , peut être développée dans la base des polynômes d'Hermite. Ses coefficients sont notés \mathbf{a}_n^{eq} de sorte que :

$$f_i^{\text{eq}} = \sum_{n=0}^N \frac{1}{n!} \mathbf{a}_n^{\text{eq}} : \mathcal{H}_n(\boldsymbol{\xi}_i) \quad (1.60)$$

Le calcul analytique des premiers coefficients de ce développement amène à $\mathbf{a}_0^{\text{eq}} = \rho$, $\mathbf{a}_1^{\text{eq}} = \rho \mathbf{u}$, $\mathbf{a}_2^{\text{eq}} = \rho(\mathbf{u}^2 + (\theta - 1)\boldsymbol{\delta})$ et $\mathbf{a}_3^{\text{eq}} = \rho(\mathbf{u}^3 + (\theta - 1)\boldsymbol{\delta} \diamond \mathbf{u})$. Pour rappel, le produit \diamond somme toutes les occurrences de permutation d'indices, *ie* $\boldsymbol{\delta} \diamond \mathbf{u} = \delta_{ij}u_k + \delta_{iku_j} + \delta_{jku_i}$.

De la même manière que pour l'équation de Boltzmann continue, il est possible de réaliser un développement multi-échelle $f_i = f_i^{\text{eq}} + \epsilon f_i^{(1)} + \dots$ afin d'obtenir un système d'équations macroscopiques à partir de la DVBE-BGK dans la limite hydrodynamique. En particulier, on décompose chacun des $f_i^{(k)}$ dans la base des polynômes d'Hermite :

$$f_i^{(k)} = \sum_{n=0}^N \frac{1}{n!} \mathbf{a}_n^{(k)} : \mathcal{H}_n(\boldsymbol{\xi}_i) \quad (1.61)$$

où $f_i^{\text{eq}} = f_i^{(0)}$ et $\mathbf{a}_n^{\text{eq}} = \mathbf{a}_n^{(0)}$. Après quelques manipulations mathématiques [323], on peut montrer que le n -ième coefficient d'Hermite de $f^{(k+1)}$ vérifie une équation qui le relie aux coefficients d'Hermite d'ordre inférieur :

$$\mathbf{a}_n^{(k+1)} = -\tau \left[\sum_{p=0}^k \frac{\partial \mathbf{a}_n^{(k-p)}}{\partial t^{(k)}} + n \nabla \cdot \mathbf{a}_{n-1}^{(k)} + \nabla \cdot \mathbf{a}_{n+1}^{(k)} \right] \quad (1.62)$$

En particulier, le n -ième coefficient du développement de $f^{(k+1)}$ ne dépend que des dérivées spatiales et temporelles des coefficients d'ordres inférieurs à k et d'indices inférieurs à $n + 1$. Ainsi, tronquer $f^{(k)}$ à l'ordre n ne change pas les $n - 1$ premiers coefficients de $f^{(k+1)}$. Ceci revient à dire que tronquer $f^{(0)}$ à l'ordre n ne change pas les $n - 1$ premiers coefficients de $f^{(1)}$, qui à son tour ne change pas les $n - 2$ premiers coefficients de $f^{(2)}$ et ainsi de suite. Ce raisonnement est illustré schématiquement en Figure 1.9. Par extension, tronquer $f^{\text{eq}} = f^{(0)}$ à l'ordre n ne change pas les $n - k$ premiers coefficients de $f^{(k)}$. En appliquant ce résultat en $n + k$, il vient finalement que tronquer f^{eq} à l'ordre $n + k$ laisse inchangés les n premiers coefficients de $f^{(k)}$, et conserve donc le moment d'ordre n de $f^{(k)}$.

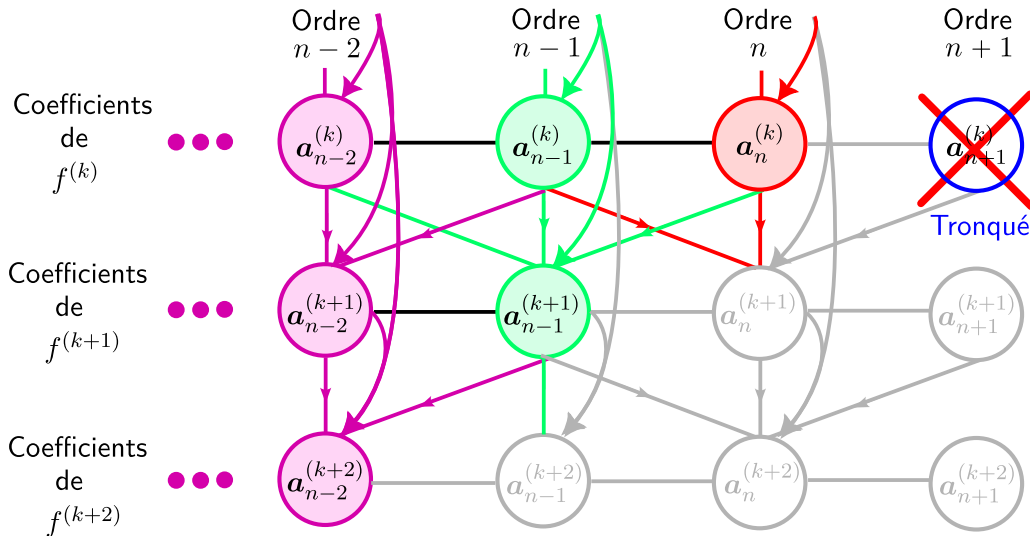


Figure 1.9 – Schéma d'illustration de la relation de récurrence liant les $\mathbf{a}_n^{(k)}$. Les termes en couleur sont correctement obtenus malgré le fait que $f^{(k)}$ soit tronqué à l'ordre n .

La conclusion à retenir de ceci est qu'il est possible de faire un choix systématique sur l'ordre de troncature de f^{eq} pour retrouver les équations macroscopiques au niveau désiré :

- ▣ Le choix de N , ordre de troncation dans le développement de Hermite, influe sur le calcul exact des coefficients \mathbf{a}_n pour $0 \leq n \leq N$;
- ▣ Le choix de k , ordre de troncation dans le développement de Chapman-Enskog, influe sur les équations macroscopiques obtenues dans la limite hydrodynamique.

Par exemple, si l'on souhaite calculer exactement $\mathbf{\Pi}_n$, il suffit de savoir calculer exactement le moment d'ordre $N = n + k$ de f^{eq} . Cela permet d'en déduire le degré de quadrature minimal $d \geq 2N$ du réseau pour retrouver exactement ce moment. Par exemple, si l'on souhaite résoudre les équations de Navier-Stokes dans la limite hydrodynamique ($k = 1$) alors ⁴

- ▣ $N = 1$ est un cas particulier (inutilisé) qui devrait impliquer $n = 0$, c'est-à-dire que même $\mathbf{\Pi}_1$ ne serait pas retrouvé exactement. En réalité, cette condition est équivalente à $n = 1$ avec $k = 0$ (équations d'Euler dans la limite hydrodynamique). L'équation de conservation de la masse est donc en fait retrouvée, mais pas l'équation de quantité de mouvement ;
- ▣ $N = 2$ entraîne $n = 1$ et $d \geq 4$, c'est-à-dire que l'équation de la masse est retrouvée mais une erreur subsiste dans l'équation de quantité de mouvement car $\mathbf{\Pi}_2$ n'est pas retrouvé exactement ;
- ▣ $N = 3$ correspond à $n = 2$ et $d \geq 6$. Dans ce cas, les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement sont retrouvées exactement mais ce n'est pas le cas de l'équation de conservation de l'énergie ;
- ▣ $N = 4$ correspond à $n = 3$ et $d \geq 8$. Dans ce cas, les équations de Navier-Stokes sont retrouvées dans la limite hydrodynamique.

Un réseau sera donc défini de manière unique par son degré de quadrature d , sa dimension D et son nombre de vitesses q et sera noté $E_{D,d}^q$. La hiérarchie précédemment présentée montre que les équations de Navier-Stokes sont résolues dans la limite hydrodynamique si l'on se permet une méthode de quadrature de degré $d = 8$. La question qui se pose naturellement est : À quoi ressemble un tel réseau et combien de vitesses discrètes q possède-t-il ? La prochaine partie s'attache à répondre à cette question en détaillant comment se construit un réseau LBM et en présentant les principaux réseaux utilisés.

3.2 Construction d'un réseau en LBM

3.2.1 Construction via la formule de production ou à partir d'abscisses pré-définies

Dans ce qui suit, le choix des équations macroscopiques que l'on souhaite résoudre est fait, c'est-à-dire que le degré de quadrature d est fixé. En Section 3.1, il a été vu que chaque noeud qui compose le réseau ξ_i est obtenu via une formule de quadrature de Gauss-Hermite. En réalité, cette formule de quadrature est valide pour un réseau unidimensionnel où $\xi_i \in \mathbb{R}$, et il n'existe pas d'extension de ce type de quadrature pour des dimensions supérieures $\xi_i \in \mathbb{R}^D$. Néanmoins, cette formule peut être adaptée pour permettre la construction de réseau de dimension 2 ou 3. Il existe deux manières de faire :

- ▣ **Via la «formule de production»**. Cette formule est une extension directe de la quadrature de Gauss-Hermite unidimensionnelle détaillée en Section 3.1. On construit tout d'abord le réseau 1D associé $E_{1,d}^q$. On a nécessairement d impair vérifiant la relation ⁵ $q = (d + 1)/2$. Pour rappel, ce réseau est formé des vitesses $(\xi_i)_{i=1}^q$ correspondant aux q racines du polynôme \mathcal{H}_q avec le i -ème poids p_i donné par l'équation (1.56). On applique alors le produit tensoriel D fois sur chacune des vitesses pour obtenir q^D vitesses discrètes. Le poids associé à cette nouvelle vitesse

4. On rappelle que conserver les moments jusqu'à l'ordre $n = 1$, $n = 2$ et $n = 3$ permet respectivement de retrouver l'équation de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie.

5. uniquement valable en 1D

est le produit des poids des deux vitesses d'origine. Autrement dit, un réseau tridimensionnel peut être obtenu via :

$$\left(\xi_i^{3D}\right)_{i=1}^{q^3} = \left(\xi_i^{1D}\right)_{i=1}^q \otimes \left(\xi_j^{1D}\right)_{j=1}^q \otimes \left(\xi_k^{1D}\right)_{k=1}^q \quad \text{et} \quad \left(p_i^{3D}\right)_{i=1}^{q^3} = \left(p_i^{1D}\right)_{i=1}^q \cdot \left(p_j^{1D}\right)_{j=1}^q \cdot \left(p_k^{1D}\right)_{k=1}^q \quad (1.63)$$

Exemple : on se donne $d = 9$, ce qui est suffisant pour résoudre les équations de Navier-Stokes dans la limite hydrodynamique. En appliquant la formule de production, on obtient tout d'abord le réseau $E_{1,9}^5$ appelé aussi D1Q5. Ses vitesses sont les cinq racines de \mathcal{H}_5 :

$$\xi_1 = 0, \quad \xi_2 = \sqrt{5 - \sqrt{10}}, \quad \xi_3 = -\sqrt{5 - \sqrt{10}}, \quad \xi_4 = \sqrt{5 + \sqrt{10}}, \quad \xi_5 = -\sqrt{5 + \sqrt{10}} \quad (1.64)$$

A partir de ces 5 vitesses du réseau 1D, on peut construire les 25 vitesses du réseau 2D associé à l'aide des vitesses $\xi_1 \otimes \xi_1$, $\xi_1 \otimes \xi_2$, $\xi_1 \otimes \xi_3$ et ainsi de suite. Ainsi, le réseau 1D permet de construire par produit tensoriel le réseau bidimensionnel $E_{2,9}^{25}$ mais aussi tridimensionnel $E_{3,9}^{125}$ communément appelés D2Q25 et D3Q125 respectivement. Ainsi, un réseau tridimensionnel capable de résoudre les équations de Navier-Stokes dans la limite hydrodynamique nécessite un nombre de vitesse très important, et donc un coût mémoire prohibitif pour des applications industrielles [216].

► **En imposant les vitesses discrètes.** Soient $(\xi_i)_{i=1}^q$ fixés *a priori*, il est possible de vérifier «à la main» si l'ensemble formé par ces vitesses décrit un réseau. En effet, le réseau $\hat{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_q)$ correspond à $E_{D,d}^q$ si et seulement s'il existe un vecteur poids $\mathbf{p} = (p_i)_{i=1}^q$ tel que pour tout $n \leq d$, on ait [324] :

$$\sum_{i=1}^q p_i \mathcal{H}_n(\xi_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ 0 & \text{si } n \neq 0 \text{ et } n \text{ pair} \end{cases} \quad (1.65)$$

Ainsi, en se fixant un ensemble de vitesses pré-défini, il est possible de vérifier si l'on a bien construit un réseau. Pour cela, il suffit de vérifier si l'équation (1.65) possède oui ou non une solution. Il reste alors à essayer au cas par cas des ensembles de vitesse, et à vérifier s'ils permettent de construire un réseau. Pour un algorithme LBM traditionnel, on cherche en général à ce que les vitesses aient des coordonnées entières afin de permettre l'étape de propagation de noeuds en noeuds. On utilise donc des vitesses discrètes de la forme $\xi_i = (\pm c, \pm c, \pm c)$ où c est une constante et en limitant la recherche à une valeur maximale de $\|\xi_i\|$. Cette restriction permet d'écrire le système (1.65) sous forme matricielle pour en déduire la valeur de c , puis du vecteur poids \mathbf{p} . L'idée étant que l'on cherche en une seule fois tous les réseaux compatibles avec la LBM contenus dans un cube de coté $2c$ centré à l'origine.

Exemple : On se fixe par exemple $d = 5$ et $\|\xi_i\| \leq 1$. Alors le système (1.65) impose $c = \sqrt{3}$ et peut se réécrire [324] :

$$\begin{cases} p_1 + 6p_2 + 12p_3 + 8p_4 = 1 \\ p_2 + 4p_3 + 4p_4 = 1/6 \\ p_3 + 2p_4 = 1/36 \end{cases} \quad (1.66)$$

ce qui fournit les relations $p_1 = 1/3 - 8p_4$, $p_2 = 1/18 + 4p_4$ et $p_3 = 1/36 - 2p_4$. En fixant respectivement $p_4 = 0$, $p_4 = 2/3$ ou $p_4 = 1$, on obtient les réseaux D3Q15, D3Q19 et D3Q27.

La formule de production permet la construction facile d'un réseau de degré de quadrature impair fixé. Elle correspond également à un réseau optimal 1D dans le sens où elle minimise le nombre de

vitesse discrètes du réseau pour un degré de quadrature fixé. En revanche ce résultat n'est plus garanti pour les dimensions supérieures. Cette formule souffre cependant d'une particularité : elle peut générer des réseaux dont les points ne se situent pas sur une grille cartésienne, c'est le cas du réseau D1Q5 pris en exemple et donc des réseaux D2Q25 et D3Q125. Ces réseaux sont en pratique incompatibles avec l'étape de propagation. Il est possible de les modifier en imposant une contrainte supplémentaire (pas de vitesses sur le cube d'ordre 2) afin de construire des réseaux D2Q25-ZOT et D3Q125-ZOT⁶ [61]. Une autre possibilité consiste à résoudre les équations DVBE (1.59) autrement que par l'algorithme LBM de Propagation-Collision, par exemple à l'aide d'une approche volumes finis ou éléments finis [381, 387]. Ces méthodes diffèrent significativement de l'algorithme LBM standard, bien que certains auteurs continuent d'utiliser la dénomination LBM.

La seconde manière d'obtenir un réseau, qui se fait finalement au cas par cas, est notamment un moyen assuré d'obtenir les réseaux adaptés aux maillages cartésiens. Elle permet non seulement de retrouver les réseaux obtenus via la formule de production, mais elle permet également de trouver des réseaux intermédiaires tels que le D3Q19, un des réseaux les plus employés.

3.2.2 À propos des erreurs de discrétisation spatiale

Bien que le cas $N = 2$ ne permette pas en théorie de retrouver correctement ni l'équation d'énergie ni l'équation de quantité de mouvement, les réseaux issus d'une quadrature de degré $d = 5$ comptent pourtant parmi les plus utilisés. En effet, comme vu avec les exemples ci-dessus, un degré de quadrature $d \geq 8$ impose l'utilisation de réseaux contenant un grand nombre de vitesses, ce qui rend l'utilisation de ce type de réseau trop coûteuse. En trois dimensions, un tel réseau nécessiterait au moins 103 vitesses ! Cette augmentation exponentielle du coût associé à la dimension est parfois appelée « le fléau de la dimension ». Par conséquent, les simulations LBM utilisent plutôt un réseau basé sur une quadrature de degré plus faible quitte à ne simuler que la version faiblement compressible des équations de Navier-Stokes.

Erreur sur l'équation d'énergie : Athermalité. Cette erreur existe dès lors que $d < 8$. L'équation de conservation de l'énergie étant incorrecte, celle-ci n'est pas résolue ce qui se traduit par une hypothèse d'écoulement athermal. La température n'a plus de sens physique et ne représente qu'une contrainte mathématique. Par conséquent, $T = T_0$ et l'équation des gaz parfaits devient :

$$p = \rho c_s^2 \tag{1.67}$$

où $c_s = \sqrt{rT_0}$ est une constante. Le fluide est donc supposé barotrope. Cette hypothèse implique que la viscosité dynamique $\mu = \tau \rho c_s^2$ est constante également. Et de plus, une erreur apparaît dans le tenseur des contraintes visqueuses Σ . En effet, ce terme dépend des gradients temporels et spatiaux de Π_2^{eq} , lui-même dépendant de T . Ces termes sont donc manquants lorsque l'on fait l'hypothèse d'un fluide athermal [99], ce qui implique :

$$\Sigma_{\text{athermal}} = 2\mu S = \Sigma + \frac{2\mu}{D} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \delta \tag{1.68}$$

Ce terme supplémentaire dissipe les ondes acoustiques, bien que cette dissipation additionnelle soit négligeable pour des écoulements à faible nombre de Knudsen. Il est important de noter que, même sous hypothèse d'athermalité, il est possible d'avoir la même vitesse du son que dans un écoulement compressible isotherme.

Erreur sur l'équation de quantité de mouvement : Défaut d'invariance Galiléenne. Cette erreur apparaît dès lors que $d < 6$. En s'intéressant à l'erreur de troncation commise sur Π_2 (et donc sur le tenseur des contraintes) dans l'équation (1.37), on observe qu'avec $d = 5$ une erreur est commise

6. ZOT signifie «Zero-One-Three».

dans le terme $\nabla \cdot \Pi_3^{\text{eq}}$. La quantité Π_3^{eq} donnée en (1.16) est amputée de sa composante en $\rho \mathbf{u}^3$, ce qui introduit une erreur de la forme :

$$\Pi_{2,d=5}^{(1)} = \Pi_2^{(1)} + \underbrace{\nabla \cdot \Pi_3^{\text{eq}}}_{=O(\text{Ma}^3)} \quad (1.69)$$

Cette erreur apparaît comme un $O(\text{Ma}^3)$ qui limite donc son utilisation à des nombres de Mach faibles, d'où le terme «faiblement compressible». Cette erreur est intrinsèque à la discrétisation de l'espace des vitesses induite par une quadrature d'ordre faible, même si des corrections peuvent être apportées pour repousser ces erreurs à des ordres supérieurs [119].

3.2.3 Exemples de réseau en LBM

Il a été vu précédemment qu'un réseau est entièrement défini par trois paramètres : sa dimension D , son nombre de vitesses discrètes q ainsi que le degré de quadrature d dont il est issu. Les expressions de ses vitesses discrètes $(\xi_i)_{i=1}^q$, les poids associés ω_i ainsi que la vitesse du son en unité de réseaux sont alors des données fixes fournies par la méthode de quadrature. Une liste de la plupart des réseaux utilisés et leur paramètre est donnée dans [323] sous la forme $E_{D,d}^q$. Cette partie s'attache à détailler quelques réseaux courants en LBM, regroupés dans la Table 1.1 suivant leur dimension et les équations macroscopiques qu'ils permettent de résoudre. Une représentation schématique d'une maille des réseaux D2Q9, D3Q19 et D3Q27 est présentée en Figure 1.10.

Réseau	Compatible LBM	Qtité de mvt	Énergie	Nomenclature
Bidimensionnel				
D2Q9	✓	✗	✗	$E_{2,5}^9$
D2Q25	✗	✓	✓	$E_{2,9}^{25}$
D2Q37	✓	✓	✓	$E_{2,9}^{37}$
Tridimensionnel				
D3Q19	✓	✗	✗	$E_{2,5}^{19}$
D3Q27	✓	✗	✗	$E_{2,5}^{27}$
D3Q39	✓	✓	✗	$E_{2,7}^{39}$
D3Q103	✓	✓	✓	$E_{2,9}^{103}$
D3Q125	✗	✓	✓	$E_{2,9}^{125}$

Table 1.1 – Exemples de réseaux 2D et 3D. Pour chaque réseau, la nomenclature ainsi que les équations macroscopiques associées qui sont retrouvées sont indiquées.

Les réseaux D2Q9 et D3Q27. Ces deux réseaux sont obtenus via la formule de production pour un degré de quadrature $d = 5$. Ils possèdent de bonnes propriétés de symétrie qui en font les réseaux les plus robustes et précis pour ce degré de quadrature. En pratique, le réseau D2Q9 est le réseau de référence bidimensionnel, tandis que le réseau D3Q19 est souvent préféré au réseau D3Q27 car il est moins gourmand en mémoire. Néanmoins, l'augmentation des moyens de calcul semble progressivement promouvoir le réseau D3Q27. Certaines branches de développement de ProLB ont d'ailleurs basculés du réseau D3Q19 au D3Q27 [79]. Les vitesses discrètes de ces réseaux, ainsi que les poids associés à chacune d'entre elles sont synthétisés dans la Table 1.2.

Le réseau D3Q19. Ce réseau est une version dégénérée du D3Q27. En effet, ce dernier correspond exactement au modèle D3Q27 auquel on a enlevé les 8 vitesses discrètes de norme $\sqrt{3}$. Ce réseau est souvent utilisé parce qu'il représente un compromis coût/précision acceptable entre le réseau D3Q27

et le réseau D3Q15. Des termes correctifs peuvent être appliqués pour atténuer l'erreur en $O(\text{Ma}^3)$ et augmenter la stabilité de la LBM sur ce réseau [119]. C'est ce réseau qui, historiquement, est utilisé pour des calculs industriels comme dans les solveurs PowerFLOW [197] ou ProLB [121]. C'est ce réseau qui sera utilisé dans l'ensemble des simulations LBM tridimensionnelles de cette thèse.

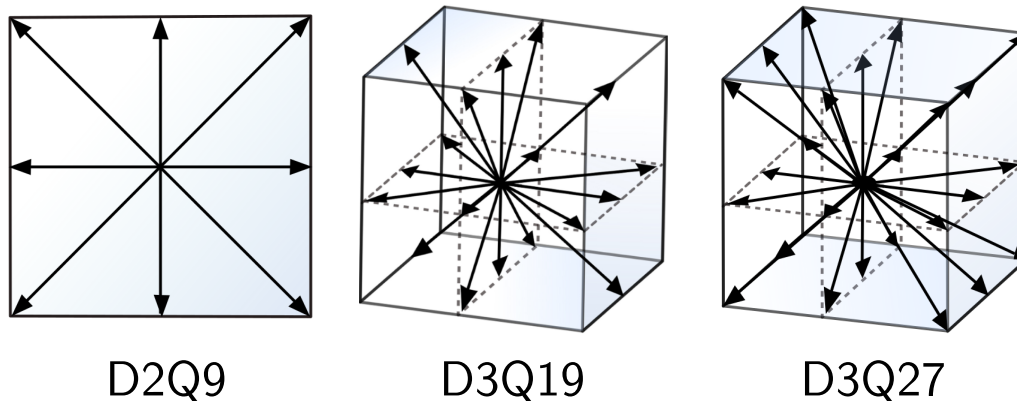


Figure 1.10 – Représentation des vitesses discrètes des réseaux D2Q9 (gauche), D3Q19 (centre) et D3Q27 (droite). Ces trois réseaux ont un degré de quadrature $d = 5$ et comptent, à ce jour, parmi les réseaux les plus utilisés.

Réseau	Vitesses	Nb. vitesses	Poids ω_i	Vitesse c_s
D2Q9	(0, 0)	4/9	1	$1/\sqrt{3}$
	(1, 0)	1/9	4	
	(1, 1)	1/36	4	
D3Q19	(0, 0, 0)	1/3	1	$1/\sqrt{3}$
	(1, 0, 0)	1/18	6	
	(1, 1, 0)	1/36	12	
D3Q27	(0, 0, 0)	8/27	1	$1/\sqrt{3}$
	(1, 0, 0)	2/27	6	
	(1, 1, 0)	1/54	12	
	(1, 1, 1)	1/216	8	
D3Q39	(0, 0, 0)	1/12	1	$\sqrt{2/3}$
	(1, 0, 0)	1/12	6	
	(1, 1, 1)	1/27	8	
	(2, 0, 0)	2/135	6	
	(2, 2, 0)	1/432	12	
	(3, 0, 0)	1/1620	6	

Table 1.2 – Tableau récapitulatif des vitesses discrètes ξ_i , des poids ω_i et de la vitesses du son du réseau c_s pour quatre réseaux couramment employés dans la littérature. Pour les vitesses discrètes, la notation regroupe l'ensemble des vitesses possédant le même nombre de 0, et pour coordonnées non nulles ± 1 . Par exemple (1, 0) désigne l'ensemble $\{(1, 0), (-1, 0), (0, 1), (0, -1)\}$.

Le réseau D3Q39 pour la LBM compressible. Un défaut majeur des réseaux dits «standards» issus de quadrature de degré 5 (D3Q19 et D3Q27) est qu'ils ne peuvent, en théorie, pas être utilisés pour des écoulements compressibles en raison de l'erreur de discrétisation qui croît avec le cube du

nombre de Mach. De nombreux travaux de recherche se sont concentrés sur le développement de modèles dits «LBM compressible» [149, 114, 296, 73]. Pour supprimer cette erreur et permettre la simulation d'écoulement supersonique en LBM, il est nécessaire de mettre en place des opérateurs de collision avancés sur des réseaux standards comme le D3Q19 [296] ou bien employer un réseau de degré supérieur comme le D3Q39, de degré 7 [373]. Ce réseau n'étant toutefois pas suffisant pour correctement prévoir l'équation d'énergie, l'approche la plus mature à ce jour consiste à la résoudre via une approche différences finies (FD) ou volumes finis (FV). Ce couplage D3Q39 + équation d'énergie (FD ou FV) est une stratégie employée par le solveur PowerFLOW, qui a démontré le potentiel de cette approche [117]. Le réseau D3Q39 pourrait donc devenir populaire avec l'avènement de la LBM compressible.

3.3 Discrétisation en temps et en espace

Jusqu'ici, seule la discrétisation de l'espace des vitesses a été décrite. L'équation DVBE-BGK (1.59) contient toujours des dérivées temporelles qu'il reste à discrétiser. Cette discrétisation en temps repose sur la méthode des caractéristiques. En effet, le membre de gauche de l'équation DVBE est une équation d'advection qui se prête très bien à ce genre de méthode. On choisit alors la ligne caractéristique $(\mathbf{x}^*(s), t^*(s)) = (\mathbf{x} + \boldsymbol{\xi}_i s, t + s)$ paramétrée par s . En intégrant f le long de cette ligne caractéristique, on obtient :

$$\frac{\partial f_i}{\partial s}(s) = \frac{\partial f_i}{\partial t}(\mathbf{x} + \boldsymbol{\xi}_i s, t + s) + \boldsymbol{\xi}_i \cdot \nabla f_i(\mathbf{x} + \boldsymbol{\xi}_i s, t + s) \quad (1.70)$$

ce qui correspond au membre de gauche de l'équation (1.59) que l'on peut alors intégrer sur cette ligne caractéristique sur l'intervalle $[0; \Delta t]$, on obtient la relation :

$$f_i(\mathbf{x} + \boldsymbol{\xi}_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}_i, t) = -\frac{1}{\tau} \int_0^{\Delta t} f_i(\mathbf{x} + \boldsymbol{\xi}_i s, t + s) - f_i^{\text{eq}}(\mathbf{x} + \boldsymbol{\xi}_i s, t + s) ds \quad (1.71)$$

Le membre de droite peut être évalué à partir de la méthode des trapèzes. On obtient finalement la relation :

$$f_i(\mathbf{x} + \boldsymbol{\xi}_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}_i, t) = -\frac{\Delta t}{2\tau} [f(\mathbf{x} + \boldsymbol{\xi}_i \Delta t, t + \Delta t) - f^{\text{eq}}(\mathbf{x} + \boldsymbol{\xi}_i \Delta t, t + \Delta t) + f(\mathbf{x}, t) - f^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t)] \quad (1.72)$$

où l'erreur en Δt^3 est négligée. Ce schéma est implicite. Il peut être rendu explicite en effectuant le changement de variable :

$$g_i = f_i + \frac{\Delta t}{2\tau} (f_i - f_i^{\text{eq}}) \quad (1.73)$$

Ce changement de variable consiste simplement à regrouper sous une nouvelle fonction de distribution les termes évalués en $(\mathbf{x} + \boldsymbol{\xi}_i \Delta t, t + \Delta t)$. Le schéma explicite de la méthode de Boltzmann sur réseau s'écrit alors :

$$g_i(\mathbf{x} + \boldsymbol{\xi}_i \Delta, t + \Delta t) = g_i(\boldsymbol{\xi}_i \Delta t, t + \Delta t) - \frac{\Delta t}{\tau + \Delta t/2} (g_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t)) \quad (1.74)$$

Ainsi, la fonction de distribution qui est manipulée dans la méthode de Boltzmann sur réseaux n'est pas directement f_i mais g_i . Le temps de relaxation associée à g_i est décalé d'un demi pas de temps, soit $\tau_g = \tau + \Delta t/2$. Ce changement de variable n'a aucune influence sur le calcul des grandeurs macroscopiques : les moments de g_i à l'ordre 0, 1 et 2 correspondent exactement à ceux de f_i . Ce schéma est à la fois une discrétisation spatiale et temporelle. L'emploi d'une intégration selon une ligne caractéristique conditionne la position des noeuds de calcul aux positions $\mathbf{x} + \boldsymbol{\xi}_i \Delta t$. De ce fait, le pas de temps et le pas d'espace sont liés de sorte que la propagation des fonctions de distribution g_i se fasse exactement de noeuds en noeuds. Cette relation s'écrit :

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{c_0}{c_s} \quad (1.75)$$

où c_0 est la vitesse du son en mètre par seconde et c_s correspond à la vitesse du son du réseau. Ce schéma peut se décomposer en deux étapes : la collision et la propagation. Ces étapes ne sont pas sans rappeler l'algorithme caractéristique des gaz sur réseaux.

- ➡ **1. - Collision** - L'étape de collision transforme la fonction de distribution g_i en une fonction g_i^* donnée par :

$$g_i^*(\mathbf{x}, t) = g_i(\mathbf{x}, t) \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau + \Delta t/2} \right) + \frac{\Delta t}{\tau + \Delta t/2} f_i^{\text{eq}} \quad (1.76)$$

- ➡ **2. - Propagation** - L'étape de propagation régie par l'équation :

$$g_i(\mathbf{x} + \boldsymbol{\xi}_i \Delta t, t + \Delta t) = g_i^*(\mathbf{x}, t) \quad (1.77)$$

Il est intéressant de remarquer que l'étape de collision est entièrement locale. Elle ne nécessite que le calcul préalable de la fonction d'équilibre au noeud \mathbf{x} à partir des quantités macroscopiques. L'étape de propagation n'est quant à elle pas locale mais elle constitue une simple translation de tableaux. Un schéma de principe de l'algorithme LBM-BGK est présenté en [Figure 1.11](#).

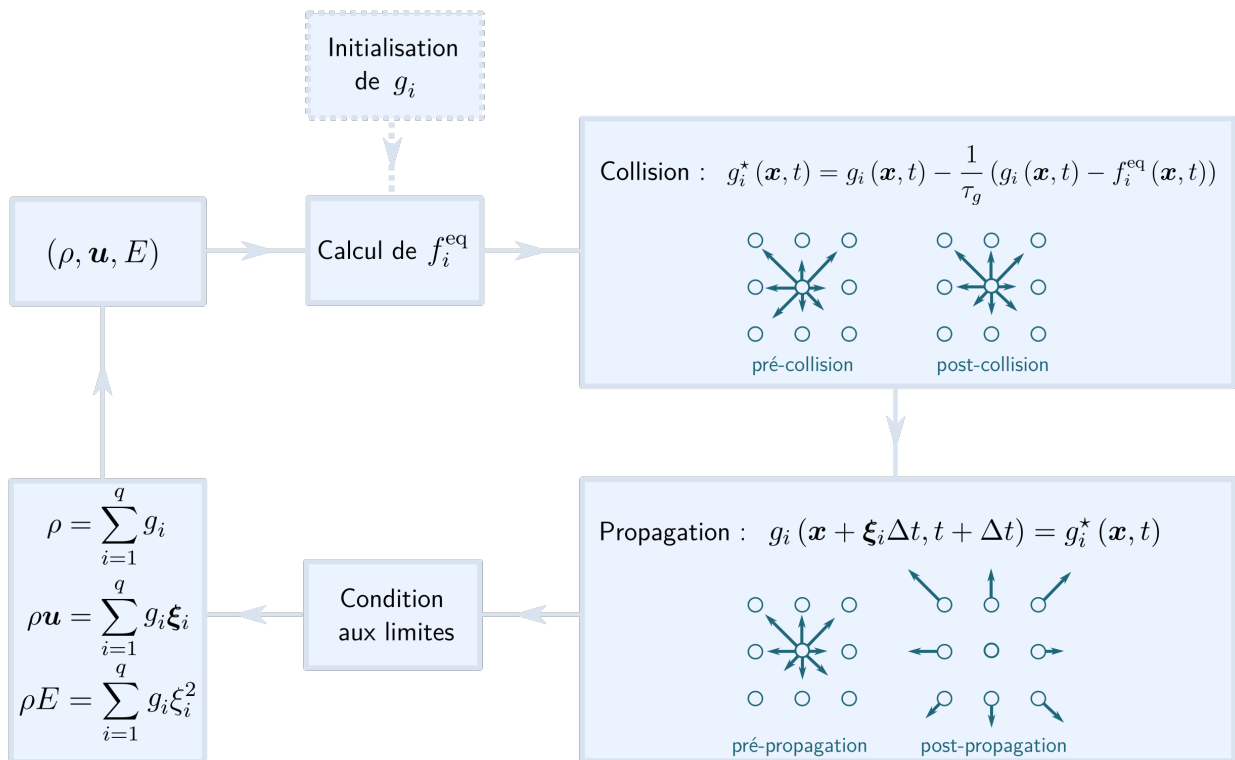


Figure 1.11 – Schéma de principe de l'algorithme LBM-BGK standard.

3.4 Conditions aux limites

Pour tous les noeuds situés aux frontières du domaine de calcul, l'étape de propagation fait sortir une partie des distributions hors de la simulation. À l'inverse, aucune distribution n'entre dans le domaine pour ces noeuds. Ils sont appelés noeuds de condition limite. Il est nécessaire de modifier l'algorithme LBM spécifiquement pour ces noeuds afin de construire les distributions entrantes dans le domaine de calcul en fonction de la physique de la condition limite (entrée, sortie, paroi solide, glissement, ...). Il est plus facile d'appréhender les conditions limites dans le contexte des simulations des équations de Navier-Stokes, où ces dernières portent sur des quantités macroscopiques comme la vitesse ou la pression. Dans le cadre de la LBM, ce sont néanmoins des distributions qui doivent être spécifiées.

3.4.1 Conditions de paroi solide

Les réseaux LBM reposent sur des grilles cartésiennes isotropes. Par conséquent, la discrétisation spatiale forme des carrés (2D) ou des cubes (3D) qui ne peuvent généralement pas épouser la forme d'une paroi solide. On parle de maillage non conforme à la paroi, contrairement aux grilles dont les noeuds sont positionnés à la paroi. Cette différence est illustrée en [Figure 1.12](#) où pour une même géométrie, un maillage conforme (gauche) et non-conforme (droite) est représenté. En pratique, la grille du réseau LBM approche donc la géométrie de la paroi avec un motif dit «en escalier» et *la condition limite de paroi est spécifiée aux noeuds les plus proches de la paroi*.

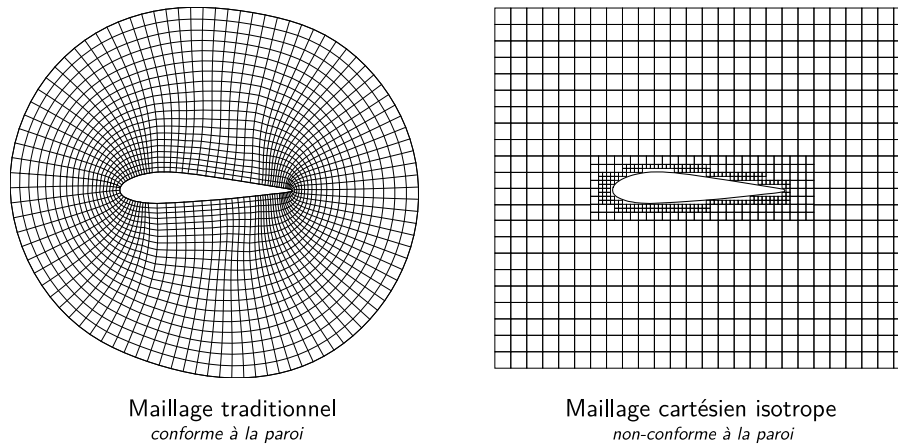


Figure 1.12 – Visualisation d'un maillage conforme à la paroi (gauche) et non-conforme à la paroi (droite). Le maillage non-conforme à la paroi correspond à un maillage cartésien isotrope à trois niveaux de raffinement typique de ce qui se rencontre dans le cadre de la LBM.

Dans un contexte LBM, il est nécessaire de spécifier aux noeuds de condition limite les distributions entrantes dans le domaine en accord avec la présence d'une paroi solide. Il existe essentiellement deux méthodes pour générer cette condition limite : les conditions de rebond (BBC pour **B**ounce-**B**ack **C**ondition) ainsi que les conditions de frontières immergées (IBC pour **I**mmersed **B**oundary **C**ondition). Ces deux types de condition sont très utilisés en LBM et elles sont brièvement détaillées ci-après.

Les conditions de rebond. Les conditions de rebond, comme son nom l'indique, vont construire les distributions rentrantes dans le domaine de calcul à partir des distributions sortantes en effectuant un rebond sur la paroi. Il existe différents types de rebonds et trois d'entre eux sont brièvement détaillés ci-après. Le premier est le rebond simple, c'est-à-dire que la distribution sortante dans une direction ξ_i est copiée pour spécifier la distribution suivant la vitesse $\xi_i = -\xi_i$ dans la direction opposée. Cette condition est illustrée schématiquement en [Figure 1.13](#). Elle est simple d'implantation puisqu'il s'agit d'une simple modification de l'étape de propagation, et elle conserve la masse. Néanmoins, elle modifie implicitement la géométrie puisqu'elle suppose que le rebond a lieu à mi-chemin des noeuds. La paroi est donc supposée être toujours située à une distance de $\Delta/2$ des noeuds de condition limite, ce qui est généralement faux.

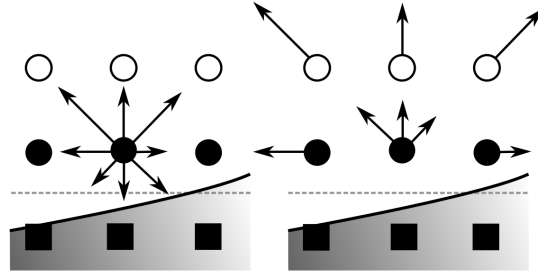


Figure 1.13 – Représentation schématique d’une condition de rebond standard. La ligne en pointillée indique la géométrie solide vue par la condition limite.

Une version plus élaborée de cette condition, appelée «rebond interpolée», a été introduite par Bouzidi *et al.* [37] pour corriger ce problème. Elle emploie une interpolation des distributions lors de la condition de rebond qui dépend de la distance à la paroi. Cette condition simple est couramment employée dans la littérature, que ce soit dans le solveur LBM de l’université de Tokyo [232] ou le solveur LAVA de la NASA [196]. Néanmoins, l’utilisation d’une interpolation a pour conséquence la non-conservation de la masse. Enfin, un dernier type de rebond brièvement décrit ici est le rebond volumétrique [115, 224]. Il s’agit de la condition de paroi utilisée dans PowerFLOW, bien que sa version actuelle ne semble pas décrite dans la littérature. Elle a été introduite en 1998 par Chen, Teixeira et Molvig⁷[59]. Le solveur PowerFLOW étant un des éléments importants de l’état de l’art actuel en LBM, quelques éléments de cette condition limite sont détaillés dans les grandes lignes. Considérons les cellules de la grille de calcul, et non plus les noeuds, *ie* \mathbf{x} désigne désormais une cellule. Près d’une paroi solide, les cellules \mathbf{x} (qui sont des cubes) sont «coupées» par la paroi, et leur volume $\mathcal{V}(\mathbf{x})$ s’en trouve inférieur au volume d’une cellule complète qui est simplement donné par Δ^3 . L’idée générale du rebond volumétrique consiste à adapter l’étape de propagation pour les noeuds de condition limite en ajoutant deux corrections : une pondération par la fraction volumique de particules qui vont impacter la paroi P_i et un autre terme Q_i prenant en compte les particules réfléchies, et donc en provenance de la paroi. Les quantités P_i et Q_i sont différentes pour chaque vitesse ξ_i du réseau. Pour détailler le calcul de ces termes, on s’intéresse à la Figure 1.14 tirée de la thèse de Johan Degriygn [94].

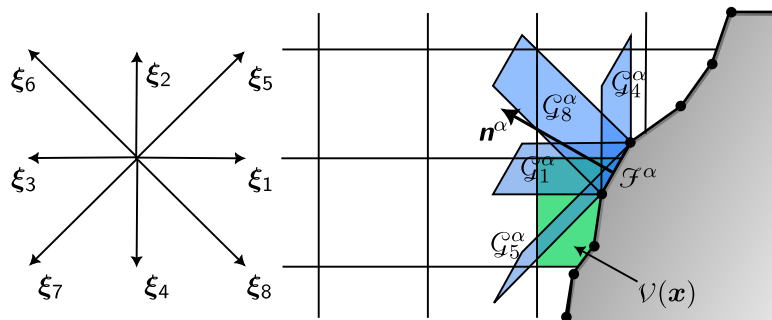


Figure 1.14 – Représentation schématique de la mise en place originelle d’une condition de rebond volumétrique en 2D, utilisée dans le solveur PowerFLOW. Dans cette configuration, les distributions sortantes sont portées par les vitesses ξ_1 , ξ_4 , ξ_5 et ξ_8 . Adapté de [59, 94].

La paroi est tout d’abord décomposée en un certain nombre de facettes linéaires \mathcal{F}^α . Chaque facette possède sa normale à la paroi \mathbf{n}^α . Pour une vitesse donnée ξ_i , la fraction volumique de particules qui vont impacter la facette \mathcal{F}^α est obtenue en extrudant \mathcal{F}^α dans la direction opposée à ξ_i , notée $\xi_{\bar{i}}$. Le parallélépipède résultant est noté \mathcal{G}_i^α , et deux de ses caractéristiques sont importantes : son volume $\mathcal{V}(\mathcal{G}_i^\alpha)$ et son volume intersecté avec la cellule $\mathcal{V}(\mathcal{G}_i^\alpha \cap \mathbf{x})$. Les quantités P_i et Q_i sont alors données

7. Kim Molvig est le fondateur de *Exa Corporation* qui distribuait PowerFLOW jusqu’en 2017.

par :

$$P_i(\mathbf{x}) = \sum_{\alpha} \frac{\mathcal{V}(\mathcal{G}_i^{\alpha} \cap \mathbf{x})}{\mathcal{V}(\mathbf{x})} \text{ et } Q_i(\mathbf{x}, t) = \sum_{\alpha} \frac{\mathcal{V}(\mathcal{G}_i^{\alpha} \cap \mathbf{x})}{\mathcal{V}(\mathcal{G}_i^{\alpha})} \left[\sum_{\mathbf{x}} \frac{\mathcal{V}(\mathcal{G}_i^{\alpha} \cap \mathbf{x})}{\mathcal{V}(\mathbf{x})} \frac{f_i(\mathbf{x}, t)}{\mathcal{V}(\mathbf{x})} \right] \quad (1.78)$$

L'étape de propagation de l'équation (1.77) devient finalement :

$$g_i(\mathbf{x} + \boldsymbol{\xi}_i \Delta t, t + \Delta t) = (1 - P_i(\mathbf{x})) g_i^*(\mathbf{x}, t) + Q_i(\mathbf{x} + \boldsymbol{\xi}_i \Delta t, t + \Delta t) \quad (1.79)$$

Les auteurs proposent également de modifier l'expression de $Q_i(\mathbf{x}, t)$ pour pouvoir reconstruire les distributions à partir d'une valeur de cisaillement à la paroi. Ainsi, cette condition de rebond se combine très bien avec l'utilisation d'une loi de paroi (voir Section 3.2.2) : le frottement prescrit à la paroi peut être directement utilisé pour adapter l'étape de propagation. Cette condition est précise au premier ordre, mais des termes correctifs ont été ajoutés par la suite [222, 224].

Les conditions de frontières immergées. Les conditions de frontières immergées (IBC) regroupent un vaste ensemble de méthodologies visant à spécifier des conditions limites lorsque les noeuds de calculs ne coïncident pas avec la paroi solide. Elles ont été initialement développées dans les années 70 par Peskin [285] pour des simulations d'interaction fluide/structure, et dans le cadre des équations de Navier-Stokes. L'idée est de se construire un terme de forçage qui sera introduit dans l'équation de quantité de mouvement aux noeuds de condition limite. Il y a trois grands paramètres qui permettent de différencier les IBC entre elles :

- ▣ Où sont positionnés les noeuds condition limite. Ils sont soit positionnés dans le solide ou dans le fluide. On parle respectivement de forçage fluide ou de forçage solide ;
- ▣ Où est calculé le terme de forçage. Le terme de forçage est calculé à la paroi ou bien directement aux noeuds, c'est ce que l'on appelle *l'interface*. Dans le premier cas, on parle d'interface *diffuse* car il est nécessaire de mettre en place une stratégie pour «diffuser» le terme de forçage de la paroi aux noeuds de condition limite environnants, souvent par le biais de distributions de Dirac discrètes. Dans le second cas, on parle d'interface *brute*. Une visualisation est proposée en Figure 1.15 ;
- ▣ Comment est calculé le terme de forçage. Il existe une très grande variété de stratégies pour calculer le terme de forçage, et il serait très ambitieux d'être exhaustif. Seules les principales stratégies sont brièvement mentionnées dans ce manuscrit et le lecteur intéressé pourra se tourner vers les revues de Mittal & Iaccarino [264], Kang & Hassan [184] et plus récemment de Roberto Verzicco [378]. Un schéma de revue est tracé en Figure 1.15. Une première possibilité consiste à calculer le terme de forçage comme un terme rétro-actif [147, 314, 211] ou bien à partir d'une loi phénoménologique comme la loi de Hooke [286] ou la loi de Darcy [8]. Ces méthodes souffrent généralement d'un problème d'universalité car elles dépendent d'une ou plusieurs constantes, dont les valeurs peuvent altérer la stabilité du calcul. De nos jours, la méthode la plus employée est *le forçage direct* introduit par Mohd-Yusof [266], combinée à une interface brute⁸. Comme son nom l'indique, la méthode de forçage direct consiste à évaluer directement le terme de forçage à partir des noeuds fluides environnants [112], le plus souvent par une interpolation du champ de vitesse. Avec cette approche, et pour un schéma temporel explicite, le terme de forçage n'a pas besoin d'être calculé explicitement car la vitesse obtenue par interpolation est directement assignée au noeud de condition limite [184]. De nombreux auteurs ont proposé et validé leur algorithme de frontières immergées pour la combinaison forçage direct / interface brute [19, 143, 175, 233, 174, 370].

8. Certains auteurs ont également étudié la combinaison d'un forçage direct et d'une interface diffuse [330, 371]. Mais cette combinaison reste très rare pour des applications industrielles.

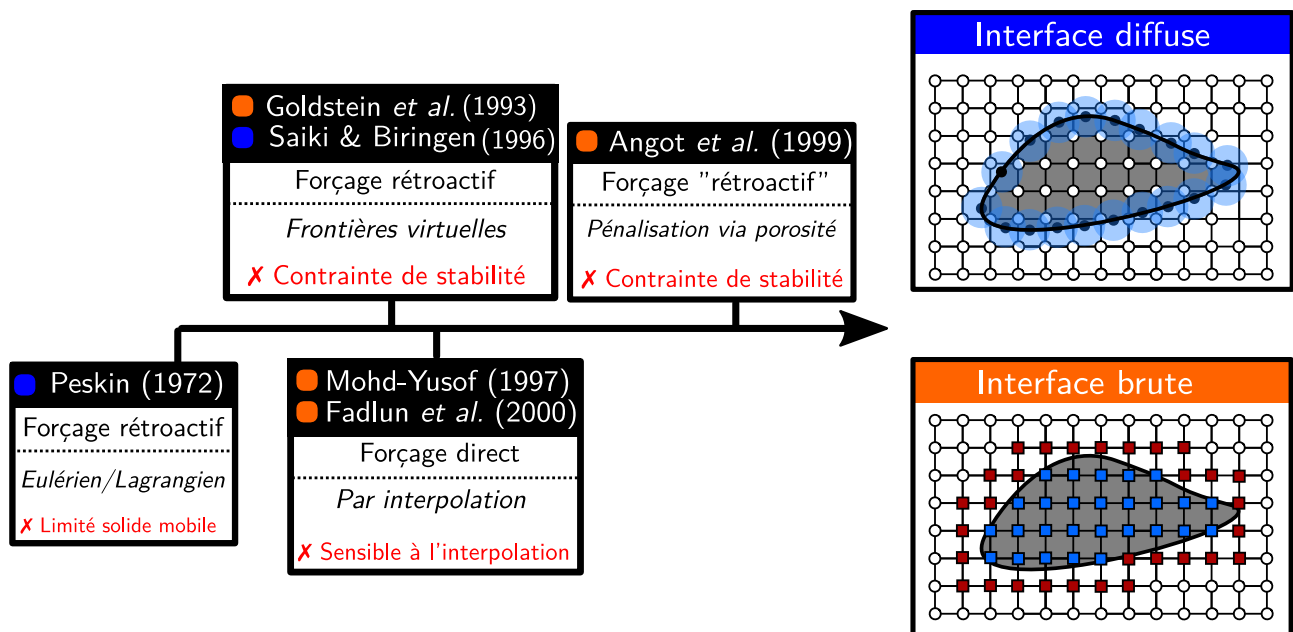


Figure 1.15 – Schéma de revue des principales conditions de frontières immergées dans la littérature. Les encadrés de couleur indiquent quel type d'interface est utilisé : interface diffuse (bleu) ou interface brute (orange).

Telles que décrites jusqu'ici, les conditions de frontières immergées ont été développées dans le contexte de simulations basées sur les équations de Navier-Stokes. À la connaissance de l'auteur, elles ont été adaptées pour la première fois dans un contexte LBM en 2004 par Feng & Michaelides [122], en transposant l'approche originelle de Peskin. C'est-à-dire que le terme de forçage est ajouté à l'équation de Boltzmann en modifiant l'étape de collision. Depuis, les principales stratégies de forçage ont été transposées au formalisme LBM : forçage rétroactif [401], forçage par loi de Darcy [77] et par forçage direct pour les deux types d'interface [368, 110]. Comme dans un contexte Navier-Stokes, la tendance actuelle qui ressort de la littérature est la combinaison forçage direct / interface brute. La LBM étant explicite par nature, le terme de forçage n'est pas calculé explicitement, et aucune modification de l'étape de collision n'est nécessaire. Néanmoins, il faut convertir la vitesse macroscopique obtenue par interpolation en un jeu de distributions comme discuté dans [334, 237]. Latt *et al.* [215] ont montré que ces approches, qui reconstruisent toutes les distributions au noeud de condition limite, sont plus stables à haut nombre de Reynolds que celles basées sur un rebond. C'est donc cette approche qui est utilisée dans ProLB, couplée avec une loi de paroi afin de modéliser la zone interne des couches limites. L'algorithme de frontières immergées dans ProLB constitue donc une manière de traiter la condition limite de paroi solide parmi une large variété. Il est notamment détaillé en Section 4.2.

3.4.2 Conditions d'entrée/sortie de type Dirichlet

Les conditions d'entrée et de sortie en LBM les plus courantes sont des conditions de vitesse à l'entrée et de masse volumique à la sortie, la pression n'étant pas une variable en LBM. Les conditions les plus populaires sont celles introduites par Zou & He [403]. L'idée étant d'appliquer, en plus des conditions de conservation de la masse et de la quantité de mouvement, une condition de rebond à la partie hors-équilibre f^{neq} des distributions sortantes afin d'adjoindre des équations au système. Connaissant le vecteur vitesse en entrée du domaine \mathbf{u} et les vitesses associées aux distributions sortantes du domaine, cette stratégie permet d'en déduire les distributions entrantes. Il en est de même pour la pression en sortie, qui impose la masse volumique.

Une autre manière de procéder est d'utiliser un polynôme de Lagrange \mathcal{L} pour imposer la condition limite de Dirichlet. Pour chaque noeud de conditions de Dirichlet, la vitesse en plusieurs points

(généralement 2) est interpolée puis un polynôme de Lagrange est utilisé afin de prescrire la vitesse au noeud.

3.5 Mise en œuvre numérique

3.5.1 L'adimensionnement dans les codes LBM

Il est courant, dans l'implantation de la méthode de Boltzmann sur réseau, que les grandeurs manipulées soient adimensionnées en «unités de réseau». Cet adimensionnement n'a rien à voir avec celui effectué dans l'équation de Boltzmann (1.11). Le but est de simplifier la mise en place numérique de l'algorithme de collision-propagation. Les grandeurs physiques sont généralement adimensionnées en fonction des paramètres du réseau : les unités de longueur sont adimensionnées par le pas d'espace Δx tandis que les unités de temps sont adimensionnées par le pas de temps Δt . Dans la suite, on utilisera le symbole * en exposant pour désigner les grandeurs physiques en unité de réseau, c'est-à-dire telles que le code les manipule. Par exemple :

$$\Delta t^* = \frac{\Delta t}{\Delta t} = 1, \quad \Delta x^* = \frac{\Delta x}{\Delta x} = 1, \quad x^* = \frac{x}{\Delta x}, \quad t^* = \frac{t}{\Delta t}, \quad u^* = u \frac{\Delta t}{\Delta x}, \quad \nu^* = \nu \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \quad (1.80)$$

Une remarque importante est que, dans le cadre d'un réseau raffiné localement (par exemple en Figure 1.12), les gradients de vitesse ou la viscosité adimensionnelle ν^* entre autres ne sont pas continus au travers de la zone de raffinement. C'est pourtant le cas de la vitesse u car le rapport $\Delta t/\Delta x$ reste constant lors du passage d'un niveau de raffinement à un autre.

Pour ce qui est de la pression, celle-ci n'est pas une variable de calcul en LBM. On ne peut donc pas réellement parler d'adimensionnement de la pression car celle-ci n'est utile qu'en post-traitement. En revanche, sous hypothèse d'athermalité, la pression recalculée à partir de la masse volumique ne correspond pas à celle formulée traditionnellement dans un contexte Navier-Stokes. Avec le réseau D3Q19 par exemple, on a la relation $p = \rho r T_0 = \rho c_s^2$ alors qu'en réalité pour un gaz parfait, on devrait avoir $p = \rho r T_0 = \rho c_s^2 / \gamma$ avec γ le coefficient de Laplace. En effet, pour de l'air à $T = 293,15 \text{ K}$, on a classiquement $\gamma = 1,4$, $\rho_0 \approx 1,2 \text{ kg.m}^{-3}$, $c_0 \approx 340 \text{ m.s}^{-1}$ et $p_0 = \rho (c_0^2 / \gamma) \approx 101\,325 \text{ Pa}$ alors qu'en LBM on a $p \approx \rho c_0^2 = 138720 \text{ Pa}$. Par conséquent, les paramètres physiques de l'air ne permettent pas de simuler réellement un écoulement d'air. Ceci n'a pas d'influence sur le calcul car seules les variations de pression sont importantes, et elles sont correctement calculées en LBM. Ainsi, la pression en sortie est réajustée selon :

$$p_{\text{sortie}} = p_{0,\text{ref}} + (p_{\text{LBM}} - p_{0,\text{LBM}}) \quad (1.81)$$

où p_{sortie} est la pression fournie par le solveur et $p_{0,\text{ref}}$ est la pression de référence spécifiée par l'utilisateur. Cette modification ne modifie pas la physique de l'écoulement, elle recalibre simplement la pression pour correspondre aux véritables propriétés du fluide.

3.5.2 Stabilité et opérateurs de collision avancés

Une force majeure de la LBM est sa faible dispersion et sa très faible dissipation comparée aux schémas numériques Navier-Stokes les plus utilisés⁹. En contrepartie, cette faible dissipation entraîne également que toute erreur numérique n'est que faiblement atténuée et risque donc de se propager, pouvant conduire à la divergence du calcul. De par sa nature mésoscopique, la LBM est justement sujette à des instabilités numériques dont les causes exactes font encore débat [222, 390]. Plusieurs études ont néanmoins montré que ces instabilités sont la conséquence de modes non physiques appelés

9. Pour préciser ce propos, une revue de comparaison des propriétés numériques de schémas Navier-Stokes et LBM est effectuée en Section 4.1

«modes non-hydrodynamiques». L'existence de ces modes provient du fait que la LBM résout plus de distributions que d'équations de conservation souhaitées. Il s'agit également d'un problème sous-contraint : le réseau D2Q9 impose par exemple 6 contraintes pour 9 distributions via la conservation de la masse et de la quantité de mouvement $(\rho, u_x, u_y, \sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{yy})$. Il reste donc trois degrés de liberté pouvant affecter la stabilité de la méthode [100, 2]¹⁰.

En pratique, la LBM munie de l'opérateur BGK est fortement instable et ce manque de robustesse ne permet pas son utilisation au sein d'un solveur industriel. Néanmoins, comme les modes non-hydrodynamiques se sont avérés être des sources d'instabilité numériques, de nombreux auteurs ont cherché à construire des opérateurs de collision capables d'atténuer ces modes. Deux familles d'opérateur de collision sont présentées ci-après : les modèles à temps de relaxation multiple (MRT) ainsi que les modèles régularisés.

3.5.3 Modèles de collision à multiple temps de relaxation

Le premier modèle MRT remonte aux travaux de d'Humières en 1992 [102]. L'idée est de conserver la collision comme un processus de relaxation, mais s'appliquant sur les moments des distributions, et non plus sur les distributions elle-mêmes. En partant de l'opérateur BGK standard, une matrice de passage \mathbf{M} orthogonale de taille $q \times q$ est appliquée pour transformer l'espace des distributions en l'espace des moments. Les moments étant définis comme des combinaisons linéaires des distributions, il existe bien une application linéaire permettant de passer du vecteur $(g_1, g_2, \dots, g_q)^T$ au vecteur $(\widehat{\Pi}_0, \widehat{\Pi}_1, \widehat{\Pi}_2, \dots)^T$. En pratique, cet opérateur peut être obtenu à partir de l'algorithme de Gram-Schmidt. L'opérateur MRT s'écrit :

$$\Omega(g_i) = -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{S} \mathbf{M} (g_i - f_i^{\text{eq}}) \quad (1.82)$$

La matrice de collision \mathbf{S} est diagonale de taille $q \times q$ et contient les fréquences de relaxation associées à chaque moment. Les temps de relaxation associées aux moments conservés $(\widehat{\Pi}_0, \widehat{\Pi}_1, \text{Tr}(\widehat{\Pi}_2))$ et non-conservés (*ie* non-hydrodynamiques) peuvent être ajustés séparément pour diminuer la contribution des modes non-hydrodynamiques. Ceci permet d'augmenter significativement la stabilité de la LBM. Le problème de cette stratégie est son manque d'universalité. En effet, ces modèles possèdent beaucoup de paramètres ajustables ($q - D - 1$ pour les réseaux standards de degré 5), et ces derniers sont souvent paramétrés pour un type d'écoulement. Pour pallier ce problème, le modèle TRT à deux temps de relaxation (un pour les moments pairs et l'autre pour les moments impairs) a été introduit par Ginzburg *et al.* [144]. Néanmoins, ces modèles sont déconseillés car ils induisent une forte dissipation des modes acoustiques [246]. Suivant l'idée d'effectuer l'étape de collision dans un autre espace, d'autres opérateurs de collision ont été proposés, ils effectuent la collision dans l'espace des moments centrés (*ie* $\int_{\mathbb{R}^D} (\boldsymbol{\xi} - \mathbf{u})^n f d\boldsymbol{\xi}$) [138] ou celui des cumulants¹¹ [139] par exemple.

3.5.4 Les opérateurs de collision régularisés

Les modèles de collision régularisés ont été popularisés par Latt & Chopard [214]. L'idée est de garder un opérateur similaire à l'opérateur BGK, mais qui filtrerait les contributions des modes non-hydrodynamiques jusqu'à un certain ordre. Clarifions comment un tel opérateur peut être construit. La famille $\mathbf{g} = (g_1, g_2, \dots, g_q)$ étant un vecteur de \mathbb{R}^q , il peut se décomposer dans une base de \mathbb{R}^q construite judicieusement. L'idéal serait d'utiliser une base orthogonale de polynômes d'Hermite discrets ($[\mathcal{H}_n]_i$)

10. Ces trois degrés de liberté peuvent être étudiés théoriquement pour ce réseau. Ils font apparaître au niveau macroscopique une masse volumique ρ_F et un vecteur quantité de mouvement $(\rho \mathbf{u})_F$ non-physiques qui sont régies par des équations proches des équations de Navier-Stokes. Ces trois quantités dites «fantômes» sont couplées aux variables hydrodynamiques.

11. Il s'agit de coefficients statistiques au même titre que les moments centrés (ils coïncident même jusqu'à l'ordre 3)

puisque les coordonnées de \mathbf{g} (ie les $\omega_i \mathbf{a}_i / n!$) permettent de séparer les quantités hydrodynamiques et non-hydrodynamiques. Néanmoins, la version discrète des polynômes d’Hermite ne possède pas les mêmes propriétés d’orthogonalité que leur version continue, celle-ci n’est préservée que jusqu’à l’ordre $(d-1)/2$ où d est l’ordre de quadrature du réseau [74]. Faute de mieux, on considère alors la famille $\mathcal{B}^{\mathcal{H}} = ([\mathcal{H}_0]_i, [\mathcal{H}_1]_i, \dots, [\mathcal{H}_{(d-1)/2}]_i)$ complétée en une base \mathcal{B} de \mathbb{R}^q à l’aide de vecteurs *a priori* arbitraires, ie qui ne sont pas nécessairement des polynômes d’Hermite. Dans cette base, les coordonnées de $g^{(1)}$ dépendent de l’ensemble :

$$\underbrace{\left(a_0^{(1)}, \mathbf{a}_1^{(1)}, \mathbf{a}_2^{(1)}, \dots, \mathbf{a}_{\frac{d-1}{2}}^{(1)} \right)}_{\text{venant de } \mathcal{B}^{\mathcal{H}}} \cup \left(\mathbf{b}_{\frac{d+1}{2}}^{(1)}, \dots \right) \quad (1.83)$$

où les contributions non-hydrodynamiques sont *a priori* liées aux coefficients $\mathbf{b}_i^{(1)}$. L’étape de régularisation correspond à une suppression de ces termes en altérant le moins possible les coefficients $\mathbf{a}_i^{(1)}$. Pour ce faire, avant l’étape de collision, les fonctions de distributions g_i sont remplacées par une distribution régularisée $f_i^{\text{reg}} = f_i^{\text{eq}} + g_i^{(1)}$ où $g_i^{(1)}$ est reconstruit et n’est plus donné par $g_i - f_i^{\text{eq}}$. De cette manière, les contributions $g_i^{(2)}, g_i^{(3)}, \dots$ sont supprimées, sachant qu’elles ne contribuent pas à l’obtention des équations de Navier-Stokes. D’une manière générale, un opérateur de collision régularisé s’écrira donc :

$$\Omega_i = -\frac{1}{\tau} g_i^{(1)} \quad (1.84)$$

où la distribution hors-équilibre $g_i^{(1)}$ est reconstruite à partir de son développement :

$$g_i^{(1)} = \omega_i \sum_{n=2}^R \frac{1}{n!} \mathbf{a}_n^{(1)} : [\mathcal{H}_n]_i \quad (1.85)$$

où R désigne l’ordre de reconstruction de la régularisation. La différence principale entre les opérateurs de collision régularisés réside dans la manière de calculer $\mathbf{a}_n^{(1)}$.

La régularisation de Latt & Chopard (R-BGK)

Le premier opérateur régularisé a été introduit par Skordos [334] et Ladd & Verberg [208] puis popularisé par Latt & Chopard (R-BGK) en 2006 [214]. Cet opérateur reconstruit la distribution hors-équilibre en ne prenant en compte que le premier coefficient hors-équilibre $\mathbf{a}_2^{(1)}$ (c’est-à-dire $R = 2$ dans (1.85)). Ce terme est reconstruit en faisant l’approximation :

$$\mathbf{a}_2^{(1)} \approx \mathbf{a}_2^{\text{neq}} = \sum_i [\mathcal{H}_2]_i \left(g_i - f_i^{\text{eq}, N} \right) \quad (1.86)$$

Cette approximation peut être vue comme la projection orthogonale des fonctions de distribution hors-équilibres sur une partie de $\mathcal{B}^{\mathcal{H}}$. Pour cette raison, cet opérateur est parfois appelé régularisation projetée (PR-BGK). Après projection, les coefficients restant sont :

$$\left(a_0^{(1)}, \mathbf{a}_1^{(1)}, \mathbf{a}_2^{(1)}, \times, \times, \mathbf{a}_{\frac{d-1}{2}}^{(1)} \right) \cup \left(\mathbf{b}_{\frac{d+1}{2}}^{(1)}, \times, \times \right) \quad (1.87)$$

et la distribution $g_i^{(1)}$ a donc été filtrée des composantes susceptibles de générer des instabilités. Ainsi, la régularisation augmente sensiblement la robustesse de la LBM comparé au simple opérateur BGK, dont il reste néanmoins très proche. Cette augmentation de la robustesse est un constat *a posteriori* et des études récentes ont pu montrer pourquoi cet opérateur n’est pas assez robuste [13, 113, 389]. En particulier, toutes les contributions non-hydrodynamiques ne sont pas filtrées, car il en reste dans $\mathbf{a}_2^{\text{neq}}$. Des variantes de cet opérateur ont donc été développés par la suite pour essayer d’augmenter encore la robustesse de la LBM.

La régularisation récursive de Malaspinas (RR-BGK)

En 2015, Malaspinas [234] propose une modification de l’opérateur R-BGK. Il propose de reconstruire

autant de coefficients hors-équilibre que souhaité à l'aide d'une formule de récurrence reliant $\mathbf{a}_n^{(1)}$, $\mathbf{a}_{n-1}^{(1)}$, \mathbf{u} et $\mathbf{a}_2^{(1)}$, d'où le nom de RR-BGK (Recursive R-BGK). La formule de récurrence, valable pour un écoulement athermal, est assez lourde et n'est pas écrite ici. En pratique, pour les réseaux standards, seul le coefficient de $\mathbf{a}_3^{(1)}$ est reconstruit via cette relation de récurrence, qui pour $n = 3$ donne :

$$\mathbf{a}_3^{(1)} = \mathbf{u} \diamond \mathbf{a}_2^{(1)} \quad (1.88)$$

et où $\mathbf{a}_2^{(1)}$ est reconstruit via l'équation (1.86) comme pour l'opérateur R-BGK. Cette relation de récurrence exploite les propriétés d'orthogonalité des polynômes d'Hermite. Néanmoins, il a été vu que la famille $([\mathcal{H}_n]_i)$ ne forme une famille orthogonale que jusqu'à l'ordre $(d-1)/2 = 2$ pour des réseaux comme le D2Q9, le D3Q19 ou le D3Q27 [234, 324]. Ceci est un problème, car il n'est pas souhaitable de reconstruire des coefficients d'un ordre donné si des polynômes d'Hermite de cet ordre ne sont pas présents dans $\mathcal{B}^{\mathcal{H}}$. En réalité, les réseaux D2Q9 et D3Q27 possèdent des propriétés de symétries telles que la base $\mathbf{b}_i^{(1)}$ peut s'écrire à l'aide de polynômes d'Hermite discrets, dont certains d'ordre 3 et 4. Ainsi, il est possible pour ces réseaux de reconstruire en partie des coefficients d'ordres plus élevés, comme $\mathbf{a}_3^{(1)}$, en développant f^{eq} et $f^{(1)}$ dans la base \mathcal{B} . Ceci n'est pas vrai pour le réseau D3Q19, mais il est quand même possible de construire des bases composées de polynôme d'Hermite d'ordre 3 conservant les propriétés d'orthogonalité [177]. Dans cette base, la fonction de f^{eq} s'écrit :

$$\begin{aligned} f_i^{\text{eq}}(\rho, \mathbf{u}) = \omega_i \left(\rho + \boldsymbol{\xi}_i \cdot (\rho \mathbf{u}) + \frac{1}{2} [\mathcal{H}_2]_i : \mathbf{a}_2^{\text{eq}} + \frac{1}{6} \left[\right. \right. \\ \left. \left. 3 \left([\mathcal{H}_3]_{i,xxxy} + [\mathcal{H}_3]_{i,yzzz} \right) \left(a_{i,xxxy}^{\text{eq}} + a_{i,yzzz}^{\text{eq}} \right) + \left([\mathcal{H}_3]_{i,xxxy} - [\mathcal{H}_3]_{i,yzzz} \right) \left(a_{i,xxxy}^{\text{eq}} - a_{i,yzzz}^{\text{eq}} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. 3 \left([\mathcal{H}_3]_{i,xzzz} + [\mathcal{H}_3]_{i,xyyy} \right) \left(a_{i,xzzz}^{\text{eq}} + a_{i,xyyy}^{\text{eq}} \right) + \left([\mathcal{H}_3]_{i,xzzz} - [\mathcal{H}_3]_{i,xyyy} \right) \left(a_{i,xzzz}^{\text{eq}} - a_{i,xyyy}^{\text{eq}} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. 3 \left([\mathcal{H}_3]_{i,yyyz} + [\mathcal{H}_3]_{i,xxzx} \right) \left(a_{i,yyyz}^{\text{eq}} + a_{i,xxzx}^{\text{eq}} \right) + \left. \left. \left([\mathcal{H}_3]_{i,yyyz} - [\mathcal{H}_3]_{i,xxzx} \right) \left(a_{i,yyyz}^{\text{eq}} - a_{i,xxzx}^{\text{eq}} \right) \right] \right) \right) \end{aligned} \quad (1.89)$$

De même, la fonction $g_i^{(1)}$ régularisée à l'ordre $R = 3$ est donnée par :

$$\begin{aligned} g_i^{(1)} = \omega_i \left(\frac{1}{2} [\mathcal{H}_2]_i : \mathbf{a}_2^{(1)} + \frac{1}{6} \left[\right. \right. \\ \left. \left. 3 \left([\mathcal{H}_3]_{i,xxxy} + [\mathcal{H}_3]_{i,yzzz} \right) \left([a_3^{(1)}]_{i,xxxy} + [a_3^{(1)}]_{i,yzzz} \right) + \left([\mathcal{H}_3]_{i,xxxy} - [\mathcal{H}_3]_{i,yzzz} \right) \left([a_3^{(1)}]_{i,xxxy} - [a_3^{(1)}]_{i,yzzz} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. 3 \left([\mathcal{H}_3]_{i,xzzz} + [\mathcal{H}_3]_{i,xyyy} \right) \left([a_3^{(1)}]_{i,xzzz} + [a_3^{(1)}]_{i,xyyy} \right) + \left([\mathcal{H}_3]_{i,xzzz} - [\mathcal{H}_3]_{i,xyyy} \right) \left([a_3^{(1)}]_{i,xzzz} - [a_3^{(1)}]_{i,xyyy} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. 3 \left([\mathcal{H}_3]_{i,yyyz} + [\mathcal{H}_3]_{i,xxzx} \right) \left([a_3^{(1)}]_{i,yyyz} + [a_3^{(1)}]_{i,xxzx} \right) + \left. \left. \left([\mathcal{H}_3]_{i,yyyz} - [\mathcal{H}_3]_{i,xxzx} \right) \left([a_3^{(1)}]_{i,yyyz} - [a_3^{(1)}]_{i,xxzx} \right) \right] \right) \end{aligned} \quad (1.91)$$

$$\left. \left. 3 \left([\mathcal{H}_3]_{i,yyyz} + [\mathcal{H}_3]_{i,xxzx} \right) \left([a_3^{(1)}]_{i,yyyz} + [a_3^{(1)}]_{i,xxzx} \right) + \left([\mathcal{H}_3]_{i,yyyz} - [\mathcal{H}_3]_{i,xxzx} \right) \left([a_3^{(1)}]_{i,yyyz} - [a_3^{(1)}]_{i,xxzx} \right) \right] \right) \quad (1.92)$$

La stabilité de l'opérateur RR-BGK dépend fortement de la base employée pour développer f_i^{eq} et $g_i^{(1)}$ [13]. De même, l'amélioration de la robustesse de l'opérateur RR-BGK est un constat *a posteriori*, justifié ensuite par des études théoriques [13, 113, 389]. L'étude de Wissocq *et al.* montre notamment, au travers d'analyse d'erreurs, que les opérateurs régularisés peuvent être instables à cause de l'apparition d'une *hyperviscosité numérique* lorsque $\tau/\Delta t$ est faible. On observe alors trois tendances :

- ▀ **Opérateur R-BGK** : cette hyperviscosité entraîne toujours des instabilités numériques ;
- ▀ **Opérateur RR-BGK** : cette hyperviscosité peut parfois stabiliser le schéma numérique ;
- ▀ **Via différences finies** : Si, lors de la régularisation, on reconstruit $\mathbf{a}_2^{(1)} = -2\rho\tau\mathcal{S}$ à l'aide d'une approximation par différences finies plutôt qu'avec l'équation (1.86) alors les modes non-hydrodynamiques sont filtrés, mais la méthode est d'ordre 1 sauf si l'on applique un terme correctif ψ_i (ce terme sera donné en équation (1.96)).

Ces conclusions montrent l'intérêt d'utiliser un opérateur de collision hybride entre un opérateur RR-BGK et une stabilisation par l'introduction de différences finies. Cet opérateur, de loin le plus stable, est décrit ci-après.

La régularisation récursive hybride de Jacob (HRR-BGK)

Que ce soit pour l'opérateur R-BGK ou RR-BGK, il a été vu que la reconstruction du coefficient hors-équilibre d'ordre 2 est définie par :

$$\mathbf{a}_2^{(1)} = \sum_i [\mathcal{H}_2]_i (g_i - f_i^{\text{eq}, N}) = -2\rho\tau \mathbf{S} \quad (1.93)$$

Au travers de cette équation, il y a deux choix possibles pour le calcul de $\mathbf{a}_2^{(1)}$: soit il est calculé par projection à partir des g_i (comme dans le R-BGK ou le RR-BGK) soit à partir du tenseur du taux de déformation \mathbf{S} estimé par exemple via une approche aux différences finies. Ces deux possibilités sont combinées au sein de l'opérateur de collision HRR-BGK [177] (Hybrid RR-BGK). Cet opérateur est identique au RR-BGK excepté que le calcul de $\mathbf{a}_2^{(1)}$ qui initialise la formule de récurrence repose sur un coefficient $\sigma \in [0; 1]$ contrôlant le pourcentage de reconstruction par différences finies :

$$\mathbf{a}_2^{(1, \text{HRR})} = \sigma \mathbf{a}_2^{(1, \text{RR})} + (1 - \sigma) \underbrace{\left[-2\rho\tau \mathbf{S}^{(\text{FD})} \right]}_{\mathbf{a}_2^{(1, \text{FD})}} \quad (1.94)$$

où $\mathbf{S}^{(\text{FD})}$ désigne le calcul du tenseur du taux de déformation par la méthode des différences finies, par un schéma centré d'ordre 2 là où cela est possible, et décentré d'ordre 1 sinon. La dissipation introduite par les différences finies est donc contrôlée par le paramètre σ . En particulier, l'opérateur RR-BGK est retrouvé pour $\sigma = 1$. Tel que présenté pour le moment, cet opérateur n'est que d'ordre 1 en temps [389] et instable. En effet, il a été vu que le coefficient $\mathbf{a}_2^{(1, \text{RR})}$ est associé à une erreur qui croît avec le cube du nombre de Mach, mais cette erreur n'est pas présente dans la partie différences finies. Cette incompatibilité rend la LBM instable et il est nécessaire d'ajouter un terme correctif ψ_i [119]. Initialement construit pour supprimer l'erreur en Ma^3 sur le tenseur des contraintes, ce terme correctif s'avère également stabiliser l'opérateur HRR-BGK si bien qu'il est indispensable à son utilisation. La distribution régularisée avec l'opérateur HRR-BGK s'écrit :

$$g_i = f_i^{\text{eq}, N} + g_i^{(1)} + \frac{1}{2}\psi_i \quad (1.95)$$

où ψ_i est donné par

$$\psi_i = -\omega_i [\mathcal{H}_2]_i : \nabla \cdot \Psi \quad (1.96)$$

où la fonction Ψ est donnée par $\Psi = \mathbf{\Pi}_3^{\text{eq}} - \widehat{\mathbf{\Pi}}_3^{\text{eq}}$. En pratique, $\mathbf{\Pi}_3^{\text{eq}} = \rho \mathbf{u}^3$ est approximé à partir des différences finies. Avec ce terme de correction, l'erreur en Ma^3 de l'équation (1.86) est supprimée, ce qui rend $\mathbf{a}_2^{(1, \text{RR})}$ et $\mathbf{a}_2^{(1, \text{FD})}$ compatibles. Cet opérateur de collision avec $\sigma = 0.98$ constitue le modèle de collision par défaut du solveur ProLB et sera utilisé dans l'ensemble de ces travaux. Bien que cette valeur de σ soit arbitraire, l'étude de Suss *et al.* [359] a montré qu'une valeur supérieure à 0.8 permet de conserver des niveaux de dispersion/dissipation avantageux comparés à des schémas Navier-Stokes d'ordre 2.

Cas-test illustratif

Afin d'illustrer les différences de stabilité qu'il peut y avoir entre différents opérateurs de collision, un cas-test d'exemple est choisi. Le cas présenté ici est celui de la **Double Couche de Cisaillement Périodique (DCCP)**. Il s'agit d'un cas de référence académique permettant d'évaluer la stabilité d'un schéma numérique, et souvent appliqué à la LBM [74, 140, 300]. Les simulations ont été menées à l'aide d'un script python développé pendant cette thèse. Le cas-test DCCP consiste en un domaine carré périodique de côté $L = 1 \text{ m}$ discrétisé ici tel que $\Delta x = 1/128 \text{ m}$.

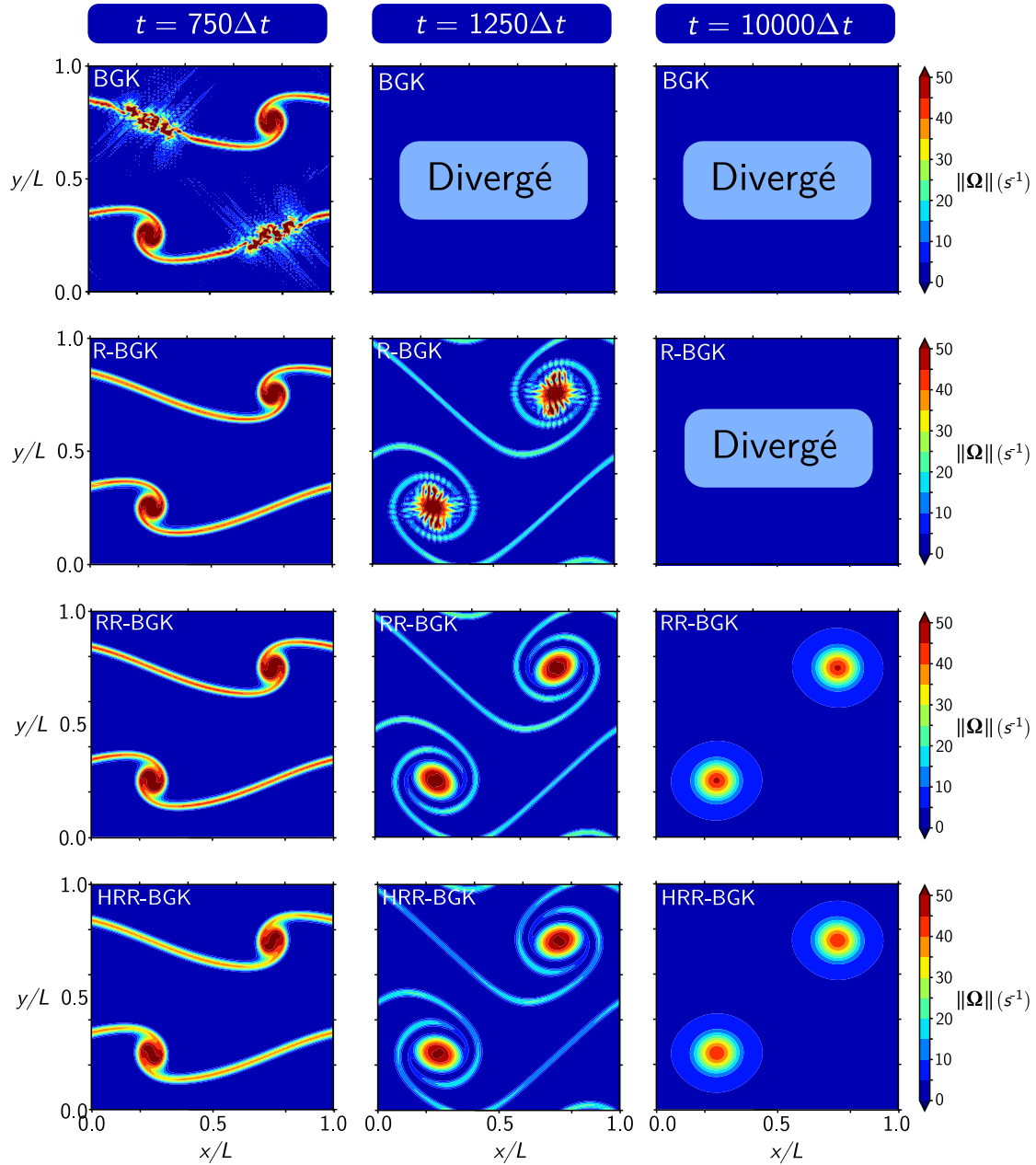


Figure 1.16 – Champ de norme de vorticité $|\Omega|$ dans le cas de double couche de cisaillement périodique (DCCP) pour trois temps différents avec les opérateurs de collision BGK, BGK régularisé (R-BGK), BGK régularisé récursivement (RR-BGK) et le modèle BGK régularisé récursivement hybride (HRR-BGK).

Le champ de vitesse initial \mathbf{u}_0 de ce cas-test est :

$$\mathbf{u}_0 = \begin{pmatrix} u_{\text{ref}} \cdot \tanh\left(\frac{\kappa}{4} - \kappa \left|\frac{y}{L} - \frac{1}{2}\right|\right) \\ u_{\text{ref}} \cdot \delta \sin\left(2\pi \left(\frac{x}{L} + \frac{1}{4}\right)\right) \end{pmatrix} \quad (1.97)$$

Ce champ va créer deux couches de cisaillement en $y = L/4$ et $y = 3L/4$ dont l'épaisseur est contrôlée par le paramètre $\kappa = 80$ et qui sont soumises à une perturbation contrôlée par $\delta = 0.05$. Sous l'effet de cette perturbation, les couches de cisaillement vont s'enrouler et générer deux tourbillons contra-rotatifs. La moindre perturbation numérique peut faire apparaître des tourbillons parasites venant polluer la solution, voire la faire diverger. Les paramètres de la simulation sont choisis de sorte que la vitesse du son soit de $c_0 = 5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, le nombre de Mach $\text{Ma} = 0.2$ et le

nombre de Reynolds basé sur la longueur du domaine $Re_L = 20.000$. Ces paramètres imposent un temps de relaxation $\tau_g \approx 0.50222 s$ pour un pas de temps $\Delta t \approx 0.000902 s$. Le temps de relaxation est volontairement proche de 0.5. Sous cette condition, la LBM-BGK est fortement instable comme le montre la [Figure 1.16](#). Des perturbations numériques apparaissent lors de l'enroulement des couches de cisaillement autour de l'itération 750. La méthode numérique étant très peu dissipative, ces erreurs se propagent dans le calcul. A cette itération, la simulation utilisant l'opérateur R-BGK est encore stable, et illustre le gain en robustesse apportée par la régularisation. Néanmoins, le calcul finit par diverger vers l'itération 1250. Les opérateurs RR-BGK et HRR-BGK semblent inconditionnellement stables, du moins aucune divergence n'a été observée jusqu'à l'itération 200000.

3.5.5 Raffinement de réseaux en LBM

Jusqu'ici, l'algorithme LBM a été décrit pour un réseau donné de pas d'espace et de temps fixes. Cependant, dans bon nombre de configurations, il devient nécessaire de pouvoir raffiner ou déraffiner localement le réseau d'une part pour optimiser le coût de calcul et d'autre part pour rendre possible la simulation d'écoulement à haut nombre de Reynolds. En effet, pour donner un ordre d'idée, supposons que l'on souhaite simuler un écoulement turbulent bidimensionnel sur une plaque plane de longueur $L = 1 m$ à $Re_L = 5.0 \cdot 10^6$. Le domaine de simulation serait un carré de côté L . Un réseau d'unique pas d'espace $\Delta x \approx 5,0 \cdot 10^{-6} m$ imposerait le nombre illusoire de 40 milliards de noeuds. De plus, un maillage fin n'est nécessaire que localement, précisément là où l'on souhaite capturer des phénomènes physiques à fort gradient. Par conséquent, plusieurs algorithmes de raffinement de réseaux ont été développés : l'idée est de pouvoir raffiner localement les régions d'intérêt et de pouvoir augmenter la taille des mailles dans des régions de faibles gradients afin d'alléger le coût de calcul. Cet aspect est illustré en [Figure 1.17](#). Supposons qu'un raffinement soit généré tous les 10 noeuds de calcul comme sur la partie droite de la figure, le nombre total de noeuds est ramené à 2 millions de noeuds, soit 20 000 fois moins.

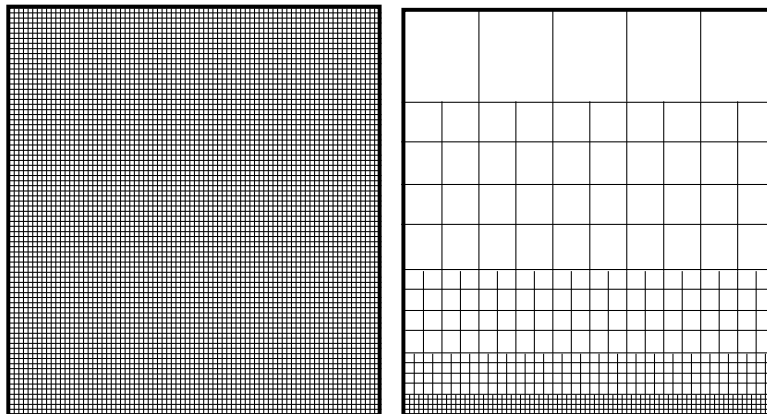


Figure 1.17 – Illustration du concept de raffinement de maillage pour un cas de couche limite turbulente.

Les différences majeures entre ces algorithmes résident surtout dans leur adaptation à la structure de données du solveur : données stockées aux coins des cellules dans [\[125\]](#) ou au centre des cellules dans [\[305\]](#). Dans le solveur PowerFLOW par exemple, les données sont stockées au centre des cellules tandis que dans des solveurs comme Palabos ou ProLB, les données sont stockées au coin des cellules. Une autre différence possible porte sur l'existence d'une zone de recouvrement entre les deux réseaux. Cette partie s'attache à brièvement détailler dans les grandes lignes une stratégie générale employée dans le cadre d'une structure de données au coin des cellules, dite *node-based*. Pour le lecteur intéressé, des revues complètes des algorithmes de transitions de grilles en LBM peuvent être trouvées dans les

travaux de thèse de Daniel Lagrava [209], Félix Gendre [140] et Thomas Astoul [13].

3.5.6 Problématiques du raffinement de réseaux

Un algorithme de raffinement de réseau doit prendre en compte certains aspects propres à la manipulation de grilles cartésiennes isotropes hiérarchiques en LBM. En particulier les aspects suivant :

- ▣ Le pas d'espace Δx et le pas de temps Δt sont liés. Ainsi, deux réseaux de pas d'espace différent n'avanceront pas en temps à la même vitesse. L'algorithme doit donc être en mesure d'assurer une **communication entre les réseaux** ;
- ▣ Le schéma numérique associé à la LBM utilise la distribution modifiée g_i de l'équation (1.73) pour être rendu explicite. De ce fait, bien qu'une distribution f_i soit indépendante du pas de temps (et donc aussi d'espace), ce n'est pas le cas de g_i . Les distributions g_i subissent un saut d'un niveau de raffinement à un autre. Ce saut est imputé au changement de variable qui rend le temps de relaxation du schéma dépendant du pas de temps. Il en est de même pour des variables comme la viscosité ou les gradients de vitesse. Lorsque les réseaux communiquent entre eux, il est nécessaire que l'algorithme réalise **une remise à l'échelle** ;
- ▣ Bien que l'algorithme LBM puisse être appliqué sur chacun des réseaux de manière indépendante, il existe à l'interface des deux réseaux des noeuds fins sur lesquels l'étape de propagation est impossible. Ces noeuds sont appelés interspace (voir Figure 1.18). L'algorithme doit être capable d'assurer la **gestion des noeuds interspace** ;
- ▣ Enfin, le raffinement local d'un réseau se fait par un facteur 2. Ce type de raffinement est brutal et il est impossible de raffiner progressivement le réseau. Ainsi, la gestion de ce type de raffinement doit être particulièrement soignée pour minimiser la génération d'ondes parasites et la destruction de structures turbulentes. L'algorithme doit disposer d'une stratégie de **couplage avancé entre les réseaux** afin de maximiser sa stabilité et de limiter sa perte de précision.

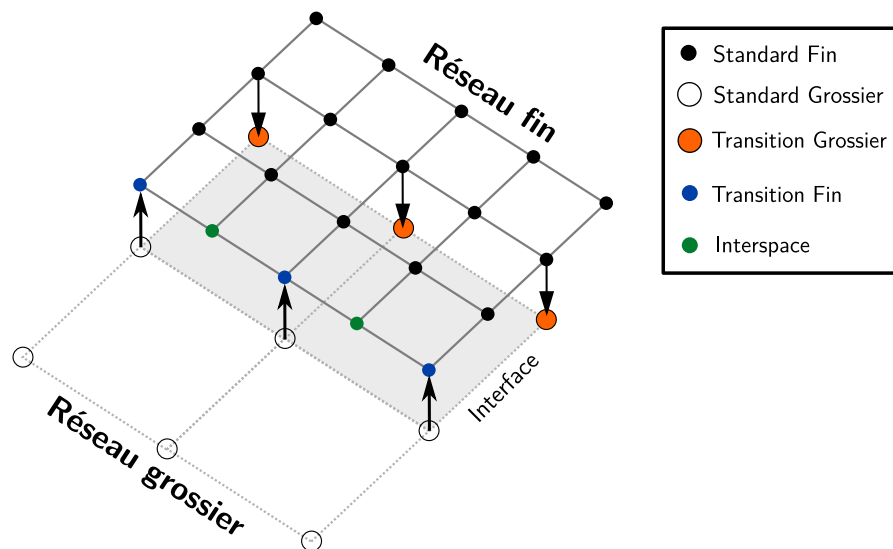


Figure 1.18 – Représentation schématique d'une interface entre deux réseaux LBM pour un solveur node-based en 2D. Les noeuds \bullet appartiennent au réseau fin tandis que les noeuds \circ constituent les noeuds du réseau grossier. Les flèches indiquent les communications possibles entre des noeuds colocalisés. Les noeuds fins sur lesquels l'algorithme LBM standard n'est pas applicable correspondent aux noeuds Interspace.

La topologie générale d'une interface pour un réseau 2D est représentée en [Figure 1.18](#). Les noeuds de transition se situent aux frontières des deux réseaux. Il y a d'un côté les noeuds de transition grossiers et les noeuds de transition fins. Les noeuds de transition grossier ne posent pas de problème car ils sont colocalisés avec des noeuds fins. Ces noeuds ne sont pas spatialement mal posés lorsque l'on considère la réunion des deux réseaux. En revanche, les noeuds de transition fins ne sont pas tous colocalisés avec des noeuds grossiers. Ceux qui le sont sont bien posés, mais les autres sont appelés Interspace. En 3D, il y aura deux types de noeuds Interspace : ceux situés aux coins d'une cellule et ceux au centre des faces composant une cellule. La gestion des différentes problématiques est décrite en plus amples détails dans ce qui suit, en essayant de rester le plus générique possible.

Communication entre les réseaux : recours à l'interpolation temporelle. Si on suppose que l'algorithme LBM du réseau fin est appliqué à tous les pas de temps $t, t + 1, t + 2, t + 3, \dots$ alors celui du réseau est grossier sera appliqué à tous les pas de temps pairs $t, t + 2, t + 4, \dots$ puisque son pas de temps est doublé par rapport au réseau fin. Pour un pas de temps pair, toutes les quantités obtenues peuvent être transmises d'un réseau à un autre, en l'occurrence elles sont transmises dans le sens des flèches sur la [Figure 1.18](#). Pour un pas de temps impair, le transfert d'une quantité quelconque d'un réseau à l'autre nécessite une interpolation temporelle [120, 14].

Remise à l'échelle. Les fonctions de distribution discrètes g_i ainsi que certaines quantités macroscopiques (typiquement des gradients de vitesse) ne sont pas continues lors du passage d'un réseau à un autre. Ainsi, lors des communications entre deux niveaux de raffinement, il est nécessaire de «traduire» les fonctions de distributions dans le langage du réseau auquel le noeud traité appartient. Sans cette étape, le nombre de Reynolds entre les deux réseaux serait différent. Elle est appelée «remise à l'échelle» ou «rescaling» en Anglais. Par exemple, pour le gradient de vitesse, il vient :

$$\nabla \mathbf{u}_f = 2 \nabla \mathbf{u}_g \quad (1.98)$$

où les indices f et g indiquent des quantités prises en un noeud colocalisé fin et grossier respectivement.

Gestion des noeuds interspace. Les noeuds interspace sont des noeuds fins, non-colocalisés avec un noeud du réseau grossier. Il n'y a donc aucune communication évidente possible avec des noeuds du réseau grossier. Le plus souvent, une quantité quelconque désirée en un noeud Interspace est obtenue à l'aide d'une interpolation spatiale à partir des noeuds fins environnants.

Couplage avancé. Comme mentionné précédemment, le raffinement d'un réseau en LBM se fait par un facteur 2. Ce saut de taille de mailles est important, et il faut minimiser les conséquences numériques sur la solution aussi bien pour des raisons de stabilité que de précision. Pour ce faire, certains auteurs ont introduit un filtrage des fonctions au niveau des transitions [210] pour pallier au fait que les échelles de l'écoulement capturées par le réseau fin ne sont pas les mêmes que le réseau grossier. Une solution récente proposée au sein de ProLB par Astoul *et al.* [14], appelée ici le *Direct-Coupling*, consiste à résoudre un système d'équations basées sur les distributions hors-équilibres afin d'en déduire ρ et \mathbf{u} , et donc f_i^{eq} . Cette algorithmes permet de réduire drastiquement l'apparition de perturbations numériques dans les sillages, et donc la génération d'ondes acoustiques parasites [14]. Un exemple parlant est présenté en [Figure 1.19](#), où une comparaison entre deux algorithmes de raffinement de réseaux est présentée. Des ondes acoustiques parasites qui émanent des transitions de maillage sont clairement visibles. L'algorithme de transition ainsi que la dissipation supplémentaire apportée par le HRR-BGK (droite) permet de significativement atténuer ces ondes parasites par rapport à l'ancien couplage. Le Direct-Coupling étant un développement récent, ce dernier n'est pas disponible dans la version de développement de ProLB utilisée dans ces travaux.

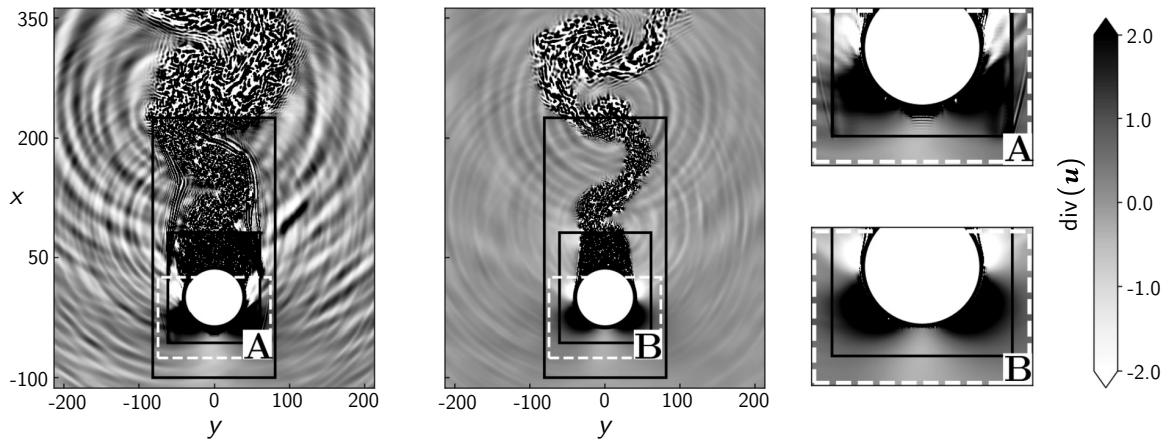


Figure 1.19 – Exemple d’ondes acoustiques parasites engendrées par des raffinements de réseaux. Le Direct-Coupling (à droite) permet de réduire drastiquement les ondes parasites comparé à l’ancien couplage (à gauche). Les grilles sont identiques entre les deux calculs mais l’on peut voir que le sillage turbulent à gauche est fortement perturbé par le traitement des déraffinements. Tiré de [14].

Finalement, l’algorithme générique de transition se décompose en deux étapes :

1. - Itérations asynchrones : L’étape de propagation est appliquée sur tous les noeuds des deux réseaux qui sont compatibles avec la propagation. Ensuite, le réseau grossier communique avec le réseau fin aux noeuds co-localisés via une interpolation temporelle. Ensuite, les distributions aux noeuds fins co-localisés sont obtenues via un certain algorithme de couplage tandis que celles aux noeuds Interspace sont obtenues via interpolation spatiale. Si besoin, les quantités nécessaires à l’étape de collision (\mathcal{S} pour le HRR-BGK par exemple) sont obtenues via différences finies ou interpolation. L’étape de collision peut enfin être appliquée sur tous les noeuds. À ce stade, le réseau grossier est à $t + 2$ et le réseau fin à $t + 1$.

2. - Synchronisation : Dans cette étape, c’est le réseau fin qui va effectuer une itération supplémentaire pour se synchroniser avec le réseau grossier. L’étape de propagation est réalisée sur tous les noeuds non-problématiques. Ensuite, l’algorithme de couplage est utilisé sur le réseau fins pour obtenir les distributions aux noeuds fins co-localisés, et les distributions aux noeuds Interspace sont interpolées. Durant ces étapes, des quantités aux noeuds co-localisés du réseau grossier peuvent être utilisés. Enfin, l’étape de collision est appliquée uniquement sur le réseau fin qui progresse à l’instant $t + 2$.

4 Propriétés de la LBM

Dans un premier temps, la théorie sous-jacente à la LBM a été présentée. Dans un second temps, des aspects liés à l’utilisation de la LBM dans un objectif plus « industriel » ont été développés, notamment liés à la stabilité de la LBM qui est l’un de ses points faibles. Mais jusqu’ici, ses propriétés n’ont pas été discutées. En particulier celles qui font de la LBM une alternative sérieuse aux méthodes Navier-Stokes : sa faible dispersion/dissipation ainsi que son faible coût de calcul. En effet, ses très bonnes propriétés numériques sont systématiquement soulignées dans les articles de revues ou dans les communications de congrès, sans préciser dans quelles mesures elles le sont. Pourtant, il est important de savoir quantifier à quel point la LBM peut être intéressante comparé aux simulations basées sur la résolution des équations de Navier-Stokes. Les deux sous-parties qui suivent vont dans ce sens, et reportent plus de détails sur ce sujet.

4.1 Une méthode numérique peu dispersive/dissipative

Depuis sa formalisation, la LBM a rapidement été reconnue et largement décrite comme une méthode «faiblement dissipative». Cette description, vague, sous-entend que la LBM se positionne comme une méthode numérique moins dissipative que les schémas numériques de type volumes finis pour la résolution des équations de Navier-Stokes. Une question essentielle est donc : Comment se compare la dissipation de la LBM avec celles associées aux simulations Navier-Stokes? La première étude rigoureuse sur ce sujet est celle de Marié *et al.* [246] en 2009, se basant sur une analyse de Von Neumann. L'idée est d'étudier la réponse d'un système d'équations différentielles non-linéaires (schéma numérique NS ou LBM) à une perturbation linéaire, caractérisée par une amplitude, un nombre d'onde et une pulsation. La vitesse de propagation de la perturbation permet d'étudier la dispersion d'un schéma tandis que son taux de croissance quantifie sa dissipation. Les auteurs comparent la LBM munie de l'opérateur BGK et MRT à trois schémas numériques d'ordre 2, 3, et 6 où la discrétisation temporelle est assurée par un schéma de Runge-Kutta explicite à 3 ou 6 pas. Le modèle MRT introduit une dissipation supplémentaire des modes acoustiques qui rend le modèle inadapté pour des études aéroacoustiques. L'analyse théorique est confirmée par des simulations numériques d'un pulse acoustique en LBM (uniquement muni de l'opérateur BGK) avec les trois schémas numériques NS précédents. Les auteurs montrent rigoureusement que la LBM est moins dispersive et moins dissipative qu'un schéma NS centré d'ordre 2. Plus précisément, une des comparaisons effectuées par les auteurs est reportée en Figure 1.20 et les conclusions sont les suivantes :

- ➡ **Erreur de dispersion** : la LBM se situe entre un schéma NS centré d'ordre 2 combiné à un schéma d'avancement temporel de type Runge-Kutta à 3 sous-étapes et un schéma NS d'ordre 3 optimisé¹² ;
- ➡ **Erreur de dissipation** : la LBM est bien moins dissipative que le schéma d'ordre 6 pour les modes acoustiques, mais légèrement plus dissipatif pour le mode de cisaillement.

La LBM munie de l'opérateur BGK possède donc de très bonnes propriétés numériques pour une méthode d'ordre 2 en temps et en espace. Cette étude a permis de mettre des chiffres sur cette notion de «faible dissipation» de la LBM. Elle a également permis d'établir une base de comparaison avec des schémas Navier-Stokes.

Néanmoins, une limitation de cette étude est sa restriction à la LBM munie du simple opérateur BGK qui s'avère être instable (voir Section 3.5.2) et inutilisable en pratique pour des écoulements industriels. Les opérateurs de collision utilisés actuellement dans les codes commerciaux reposent généralement sur des modifications de l'algorithme BGK visant à rendre la LBM plus stable, en essayant au mieux de conserver sa faible dissipation. Dans ce sens, l'étude de Suss *et al.* [359] s'inscrit dans la continuité de l'étude de Marié *et al.*, et compare l'erreur de dissipation et de dispersion de la LBM munie de l'opérateur RR-BGK et HRR-BGK. Via une analyse de Von Neumann, les auteurs montrent que l'erreur de dispersion n'est pas influencée par ces opérateurs de collision mais l'erreur de dissipation du mode de cisaillement, elle, devient plus élevée qu'un schéma NS centré d'ordre 2. Pour les modes acoustiques, l'erreur de dissipation reste généralement plus faible que pour un schéma NS d'ordre 6 dès lors que l'on a moins de 8 points par longueur d'onde ($k\Delta x \geq \pi/4$), excepté pour le HRR-BGK dont le niveau de dissipation est plus élevé via l'introduction du paramètre σ . Plus précisément, les auteurs recommandent d'utiliser une valeur de $\sigma \geq 0.8$ pour conserver les bonnes propriétés numériques de la LBM.

12. dans le sens optimisé pour minimiser l'erreur de dispersion

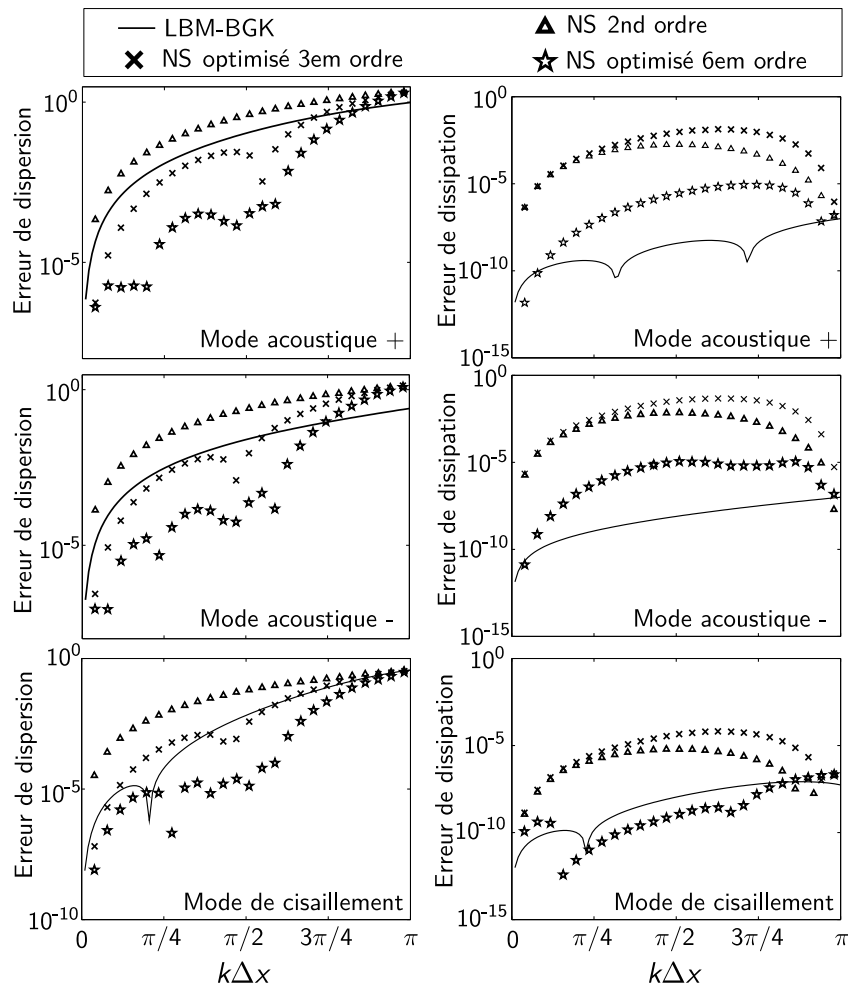


Figure 1.20 – Évolution des erreurs de dispersion (gauche) et de dissipation (droite) pour un écoulement à $Ma = 0,2$ pour la LBM-BGK, schéma NS d'ordre 2, schéma NS d'ordre 3 et schéma NS d'ordre 6. Adapté de [246].

4.2 Une méthode à faible coût par points

En plus de présenter une faible dispersion et une faible dissipation, la LBM est généralement associée à un délai d'exécution (réalisation du maillage + temps de calcul) très court. Si l'on s'en réfère aux comparaisons présentées dans différents benchmarks sur diverses configurations industrielles, la LBM est clairement présentée comme une méthode extrêmement compétitive :

- ▣ **Véhicule automobile [15] (2022)** : Calcul LBM instationnaire de 4 à 10 fois le coût d'un calcul RANS stationnaire. Un calcul DDES en Navier-Stokes coûte quant à lui 80 à 280 fois plus ;
- ▣ **Profil hyper-sustenté [67] (2015)** : Calcul PowerFLOW environ 15 fois plus rapide que le calcul CFL3D pour un nombre de processeurs du même ordre de grandeur. Il est difficile de comparer la précision des résultats obtenus ;
- ▣ **Train d'atterrissage [239, 23] (2015)** : Dans le benchmark résumé dans [239], le temps CPU *par élément* reporté pour les solveurs PowerFLOW et ProLB est respectivement de 0.86 *ms* et 5.85 *ms* pour simuler 1 *ms* de temps physique. Ceci correspond respectivement à 12 et 83 fois le temps rapporté pour CFL3D, le solveur structuré multi-blocs de la NASA. Dans la comparaison de [23] pour une même géométrie de train d'atterrissage, et des maillages cartésiens identiques, les auteurs rapportent un facteur 15 en coût CPU en faveur de la LBM.

En pratique, ces comparaisons ne sont pas représentatives des performances des méthodes Navier-Stokes ou LBM. Les modèles, les grilles et les architectures employés ne sont pas comparables et créent irrémédiablement un biais dans la comparaison. Ces comparaisons ont un intérêt du point de vue de l'utilisateur car elle reflète un certain état de l'art, et constituent un indicateur de ce que différentes équipes de recherche sont capables de faire, et avec quels moyens. En revanche, elles ne sont d'aucune utilité pour comparer les méthodes entre elles.

Dans les travaux de Marié *et al.* [246], le coût de calcul en terme de nombre d'opérations entre les méthodes Navier-Stokes et LBM a été étudié en se fixant au préalable un niveau d'erreur. Pour leur configuration, les auteurs ont montré que pour une erreur supérieure à 0.01 %, la LBM présente un réel avantage comparé aux schémas numériques basés sur les volumes finis. Néanmoins, il est important de considérer la bande passante mémoire qui est un facteur limitant en LBM étant donné que chaque noeud de calcul est en fait représenté par un très grand nombre de distribution en 3D. Dans cette optique, une métrique de «temps à la solution» est introduite dans les travaux de Suss *et al.* [359] pour comparer sans biais les deux méthodes. Cette métrique permet de prendre en compte simultanément la physique de l'écoulement, la performance numérique de l'algorithme et les paramètres de discrétisation. Trois comparaisons via des simulations numériques sont analysées : la propagation d'une onde acoustique plane, la convection d'un tourbillon et la décroissance d'un tourbillon de Taylor-Green. Pour les simulations Navier-Stokes, le schéma AUSM+(P) Sensor [248] est utilisé avec un schéma temporel de Runge-Kutta à trois sous-étapes, représentatif d'un schéma au second ordre peu dissipatif. En Figure 1.21, quelques résultats de ces comparaisons sont présentés. Pour le cas de l'onde plane, en se fixant une erreur de dispersion, la LBM est environ deux fois plus rapide que le schéma NS excepté pour une erreur de 0.01 %. Pour une erreur de dissipation donnée, la LBM est largement plus rapide peu importe l'opérateur de collision utilisé. Par exemple, pour une erreur de 0.1 %, la LBM munie de l'opérateur HRR-BGK est 15 fois plus rapide tandis que la LBM munie de l'opérateur BGK l'est 32 fois. Pour les deux autres cas, le constat est plus mitigé. Lorsque le niveau d'erreur désiré est supérieur à 1 %, la LBM est avantageuse en temps de calcul tandis que pour des erreurs inférieures à 0.1 %, les méthodes Navier-Stokes sont plus rapides. Pour des erreurs de l'ordre du pourcent, aucune méthode ne prévaut. Les auteurs concluent donc que pour des études aéroacoustiques, la LBM est la méthode numérique la plus précise et la plus efficace. Néanmoins, pour des écoulements fortement cisailés comme au sein d'une couche limite, la méthode recommandée dépend du niveau de résolution souhaité. La LBM est plus intéressante pour des études d'écoulements massivement décollés où les structures tourbillonnaires sont résolues avec peu de points.

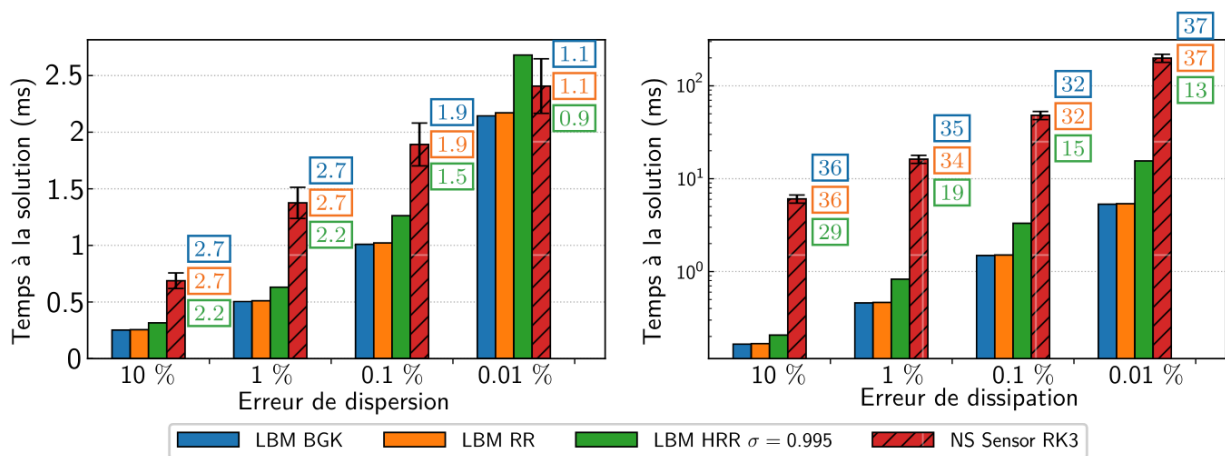


Figure 1.21 – Comparaison de la métrique de «temps à la solution» (en ms) entre la LBM pour trois opérateurs de collision et un schéma Navier-Stokes AUSM+(P) Sensor + Runge Kutta à trois pas dans le cadre d'une onde plane. Les valeurs encadrées correspondent au ratio avec le calcul Navier-Stokes. Tiré de [359].

Dans cette dernière partie, le solveur ProLB utilisé dans l'ensemble de ces travaux de thèse est présenté. Ce chapitre ayant maintenu un niveau de description assez général, cette section a pour but de clarifier où se situe exactement le solveur parmi les diverses options présentées durant ce chapitre. Ceci inclut des éléments tels que les conditions limites de paroi, la gestion des transitions ou l'opérateur de collision. Cette partie s'articule autour de la [Figure 1.22](#) qui dresse le squelette de l'algorithme ProLB. Les modifications apportées durant ces trois années de thèse sont indiquées en rouge et la partie consacrée à leur étude est indiquée dans l'encadré gris associé.

En pratique, les distributions sont stockées dans deux tableaux de taille 19 nommés `fdist` et `fcoll` contenant les distributions pré-collision et post-collision tandis que les quantités macroscopiques `macro` de taille 4 sont regroupées dans le tableau :

$$\text{macro} = [\rho, u_x, u_y, u_z] \quad (1.99)$$

Les gradients de vitesse, nécessaire aux calculs de \mathbf{S} ou de $\nabla\Psi$ par exemple, sont stockés dans le tableau `grad` de taille 27¹³ :

$$\text{grad} = \left[\frac{du_x}{dx}, \frac{du_y}{dx}, \frac{du_z}{dx}, \frac{du_x}{dy}, \frac{du_y}{dy}, \frac{du_z}{dy}, \frac{du_x}{dz}, \frac{du_y}{dz}, \frac{du_z}{dz} \right] \quad (1.100)$$

Dans ces travaux, les ingrédients du solveur sont les suivant :

- ▣ **Réseau** : Le réseau utilisé est le D3Q19 ;
- ▣ **Opérateur de collision** : L'opérateur utilisé est le HRR-BGK (voir Section 3.5.4) avec le paramètre $\sigma = 0.98$;
- ▣ **Conditions limites** : La condition limite de paroi repose sur une formulation de forçage direct avec une interface brute (voir Section 3.4.1). Les distributions aux noeuds de condition limite de paroi sont reconstruites à partir d'une interpolation sur le champ de vitesse environnant combinée à l'utilisation d'une loi de paroi pour la modélisation des couches limites turbulentes, on parle de *traitement de paroi*. Comme il s'agit d'un aspect qui a été étudié en détail dans ces travaux, l'algorithme du traitement de paroi est présenté dans le Chapitre II dédié aux écoulements turbulents (voir Section 4.2) et il est analysé dans le Chapitre III ;
- ▣ **Modèle de turbulence** : Jusqu'ici, la modélisation de la turbulence au sein d'un solveur LBM n'a pas été commentée. Il s'agit également d'un des points clefs de cette thèse, ainsi donc les modèles de turbulence sont détaillés d'une manière générale dans le Chapitre II. Pour le cas spécifique de ProLB, l'implantation numérique du modèle de turbulence au sein du solveur est discutée en Section 4.1 ;
- ▣ **Algorithme de transition** : La version de développement employée dans ces travaux repose sur les grandes lignes décrites en Section 3.5.5. L'interpolation temporelle utilisée est d'ordre 3 centré tandis que l'interpolation spatiale pour les noeuds Interspace est centrée d'ordre 4.

13. les 9 premiers termes seulement sont présentés ici, mais il y en a 18 autres nécessaires pour le calcul de $\nabla\Psi$ dans l'équation (1.96)

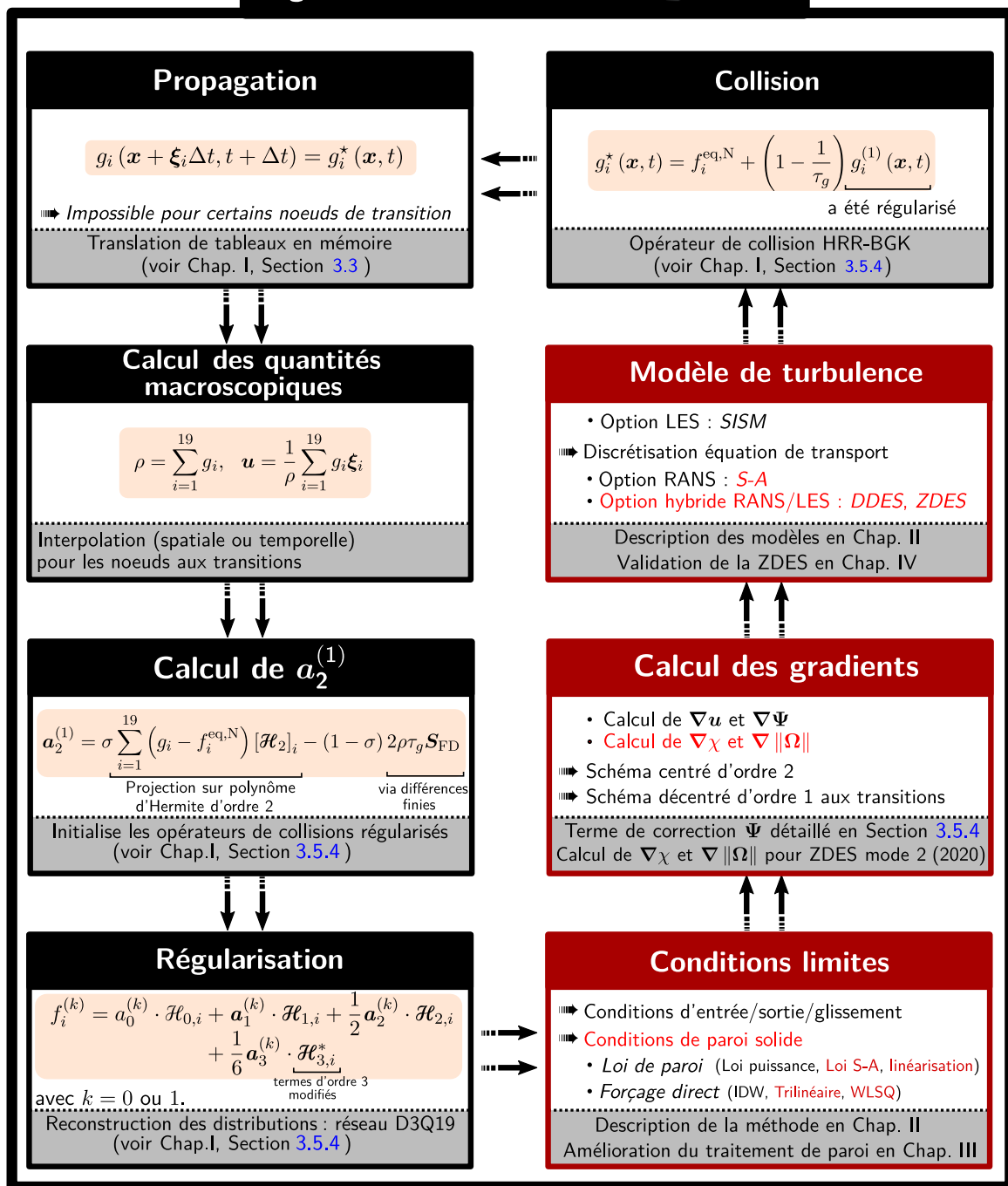


Figure 1.22 – Schéma de principe de l’algorithme LBM du solveur ProLB pour une itération temporelle. Les encadrés gris font référence à l’endroit du manuscrit où les éléments en question sont discutés. Les ajouts et modifications apportés au solveur lors de ces trois années de thèse sont indiqués en rouge.

Modélisation de la turbulence

*Lorsque je rencontrerai Dieu, je lui poserai deux questions :
Pourquoi la relativité ? Et pourquoi la turbulence ? Je suis sûr
qu'il aura une réponse à ma première question.*

– Werner Heisenberg (1901-1976) –

1	Concepts généraux de modélisation de la turbulence	76
1.1	Séparation des échelles	77
1.2	Opérateur à moyenne d'ensemble : les simulations RANS	78
1.3	Opérateur à filtre spatial : les simulations LES	86
2	Approche hybride : simulation RANS/LES	95
2.1	Principe général des approches hybride RANS/LES	95
2.2	De la DES (1997) à la ZDES mode 2 (2020)	96
2.3	Les approches hybrides RANS/LES en LBM dans la littérature	104
3	La couche limite turbulente	105
3.1	Description analytique de la région proche paroi	105
3.2	Les lois de paroi	110
4	Présentation du solveur ProLB en tant que solveur d'écoulements turbulents	120
4.1	Implantation numérique du modèle de turbulence	120
4.2	Implantation numérique du traitement de paroi	121

Dans ce chapitre, les principaux aspects liés à la modélisation de la turbulence sont discutés. Après avoir rappelé pourquoi il est nécessaire d'avoir recours à sa modélisation, différentes approches RANS, LES et hybrides RANS/LES sont détaillées en gardant en perspective leur utilisation dans un contexte LBM. Dans un second temps, la modélisation de la couche limite turbulente au travers d'une loi de paroi est décrite. La description étant générale, les paramètres de modélisation de la turbulence au sein du solveur sont précisés.

La turbulence est un phénomène observé dans une large variété d'écoulements naturels allant du sang dans les veines à la sortie du cœur à la formation des galaxies en passant par les courants marins ou les ouragans. Elle est caractérisée par un mouvement d'apparence désordonnée, tridimensionnel et rotationnel comme illustré sur trois exemples en [Figure 2.1](#). Sa présence dans les écoulements du quotidien est telle que l'ingénieur y est pratiquement systématiquement confronté dans des domaines comme l'aéronautique ou l'hydraulique.

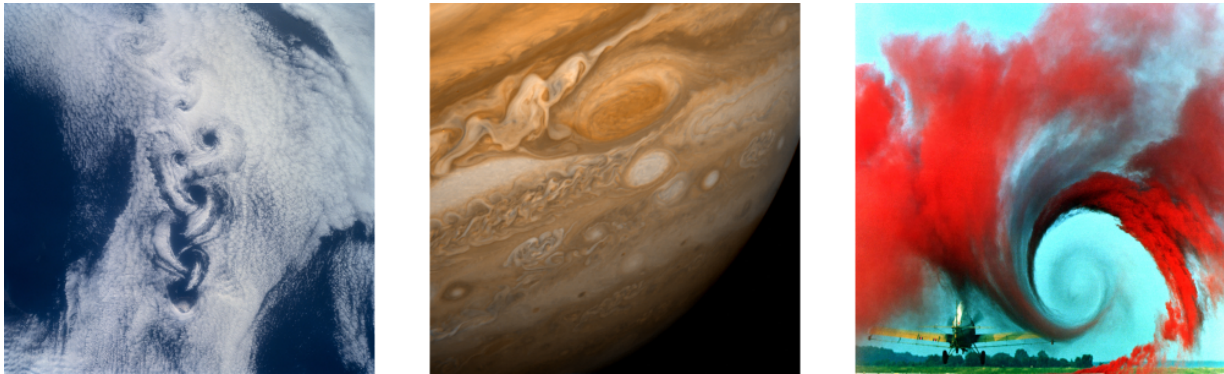


Figure 2.1 – Exemples de visualisation d'écoulement turbulent : écoulement en aval du mont Rishiri (gauche), la grande tache rouge de Jupiter (centre) et tourbillon marginal d'une aile d'avion rendu visible par fumée colorée (droite).

Patrick Chassaing donne dans son livre [56] une possible définition de la turbulence :

La turbulence est un mode naturel d'écoulement d'un fluide visqueux où des mécanismes internes d'échange d'énergie assurent la création et le maintien de toute une hiérarchie de mouvements chaotiques répartis continûment sur une large gamme d'échelles macroscopiques.

Ces «mécanismes» de la turbulence sont régis par les équations de la mécanique des fluides, à savoir les équations de Navier-Stokes. La résolution numérique directe de ces équations (abrégée sous le nom de DNS pour **D**irect **N**umerical **S**imulation) permet de réaliser une étude statistique de l'agitation turbulente pour un écoulement donné. Néanmoins, la discrétisation en espace et en temps associée doit être suffisante pour résoudre l'ensemble de la «gamme d'échelles» du mouvement turbulent, ce qui nécessite un temps de calcul long et un espace mémoire colossal. Avec les capacités informatiques actuelles, les DNS restent généralement cantonnées au domaine de la recherche, pour des écoulements académiques à nombre de Reynolds modéré afin d'aider à la compréhension du phénomène en vue de sa modélisation. Elles restent aujourd'hui largement hors d'atteinte pour des études d'écoulements industriels en particulier en présence de parois [62, 88]. En conséquence, il est nécessaire de modéliser au moins une partie du contenu turbulent afin d'alléger le coût de calcul, tout en maintenant un niveau de précision suffisant pour le type d'application recherché. Il existe un grand nombre de modèles de turbulence, dont le choix résulte généralement d'un compromis entre le degré de précision souhaité et coût de calcul associé. Définir ces modèles nécessite de dissocier les échelles de la turbulence qui vont être résolues de celles qui vont être modélisées : on parle de séparation des échelles.

1.1 Séparation des échelles

En théorie, la séparation des échelles de la turbulence est réalisée en appliquant un opérateur, noté $\overline{\square}$, aux équations de Navier-Stokes compressibles (1.2). Pour une quantité de l'écoulement ϕ donnée, un opérateur de séparation des échelles est défini de sorte que :

$$\phi = \overline{\phi} + \phi' \quad (2.1)$$

où $\overline{\phi}$ est la partie résolue de ϕ et ϕ' la partie non résolue qu'il sera nécessaire de modéliser. Idéalement, cet opérateur doit vérifier certaines propriétés mathématiques [313] :

$$\overline{a\phi + b\varphi} = a\overline{\phi} + b\overline{\varphi}, \quad \overline{\nabla \cdot \phi} = \nabla \cdot \overline{\phi} \quad \text{et} \quad \overline{\frac{\partial \phi}{\partial t}} = \frac{\partial \overline{\phi}}{\partial t} \quad (2.2)$$

où $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ sont des constantes. Afin d'obtenir des équations d'évolution en régime compressible pour des grandeurs calculables, il est courant de réaliser le changement de variable :

$$\overline{\rho\phi} = \overline{\rho}\tilde{\phi} \quad (2.3)$$

de sorte que la quantité ϕ se décompose en $\phi = \tilde{\phi} + \phi''$. Ce changement de variable permet d'écrire des équations pour les variables résolues qui sont très proches des équations de Navier-Stokes compressibles. En effet, en appliquant l'opérateur $\overline{\square}$ aux équations (1.2), on obtient un système de la forme [294] :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot \overline{\rho\tilde{\mathbf{u}}} &= 0, \\ \frac{\partial \overline{\rho\tilde{\mathbf{u}}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\rho\tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{u}}}) + \nabla \cdot \overline{\mathbf{p}} - \nabla \cdot \widehat{\Sigma} &= -\nabla \cdot (\alpha_1 + \alpha_2), \\ \frac{\partial (\overline{\rho\widehat{E}})}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\rho\widehat{E}} + \overline{\mathbf{p}})\tilde{\mathbf{u}} + \nabla \cdot (\widehat{\Sigma}\tilde{\mathbf{u}}) + \nabla \cdot \widehat{\mathbf{q}} &= -\nabla \cdot (\beta_1 + \beta_2 - \beta_3 - \beta_4) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Le système d'équations (2.4) est décrit ci-après. Les équations sont présentées telles que les membres de gauche sont des variables calculables¹ tandis que les membres de droite regroupent les termes non calculables. Les termes non-calculables qui dérivent de l'équation de quantité de mouvement sont notés α_i tandis que ceux qui découlent de l'équation d'énergie sont notés β_i . Ces termes seront détaillés dans la suite de ce paragraphe.

Grâce au changement de variable de Favre, l'équation de continuité pour les grandeurs calculables possède exactement la même forme que son homologue non-filtrée. En ce qui concerne l'équation de quantité de mouvement, elle fait apparaître deux nouvelles quantités calculables $\overline{\mathbf{p}}$ et $\widehat{\Sigma}$ ainsi que deux termes non-calculables α_1 et α_2 . Ils sont donnés par :

$$\begin{array}{l} \overline{\mathbf{p}} = \overline{\rho R\tilde{T}} \\ \widehat{\Sigma} = \mu (\widehat{T}) \left(\nabla \tilde{\mathbf{u}} + (\nabla \tilde{\mathbf{u}})^T - \frac{2}{3} [\nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}}] \delta \right) \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Calculables} \\ \text{Non-calculables} \end{array} \quad \begin{array}{l} \alpha_1 = \overline{\rho(\tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{u}} - \tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{u}})} \\ \alpha_2 = \nabla \cdot (\widehat{\Sigma} - \Sigma) \end{array} \quad (2.5)$$

Les quantités $\overline{\mathbf{p}}$ et $\widehat{\Sigma}$ désignent respectivement la pression et le tenseur des contraintes visqueuses calculables. Le terme α_1 issu de la non-linéarité de l'équation de quantité de mouvement, traduit les interactions qui existent entre les échelles résolues et les échelles modélisées. Il est appelé tenseur des contraintes turbulentes et sera noté Σ_T . Il peut se décomposer en :

$$\Sigma_T = \alpha_1 = \overline{\rho(\tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{u}} - \tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{u}})} = \underbrace{\overline{\rho(\tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{u}} - \tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{u}})}}_{\text{résolues-résolues}} + \underbrace{\overline{\rho(\tilde{\mathbf{u}}\tilde{\mathbf{u}}'' + \tilde{\mathbf{u}}''\tilde{\mathbf{u}})}}_{\text{résolues-modélisées}} + \underbrace{\overline{\rho\tilde{\mathbf{u}}''\tilde{\mathbf{u}}''}}_{\text{modélisées-modélisées}} \quad (2.6)$$

1. à l'exception de $k = \frac{1}{2}\text{Tr}(\alpha_1)$ qui apparaît dans la définition de \widehat{E}

L'équation d'énergie fait également apparaître deux quantités calculables \widehat{E} et \widehat{q} ainsi que quatre termes non-calculables β_i pour $1 \leq i \leq 4$. Ils sont définis par :

$$\begin{array}{ccc}
 & \text{Calculables} & \text{Non-calculables} \\
 & \left. \begin{array}{l} \widehat{E} \\ \widehat{q} \end{array} \right\} & \left. \begin{array}{l} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{array} \right\} \\
 \begin{array}{l} \bar{\rho} \widehat{E} = \frac{\bar{p}}{\gamma - 1} + \frac{\bar{\rho}}{2} \tilde{\mathbf{u}} \cdot \tilde{\mathbf{u}} + k \\ \widehat{q} = -\lambda (\tilde{T}) \nabla \tilde{T} \end{array} & & \begin{array}{l} \beta_1 = \overline{\rho \mathbf{u} E} - \bar{\rho} \tilde{\mathbf{u}} \widehat{E} \\ \beta_2 = (\overline{\mathbf{u} p} - \tilde{\mathbf{u}} \bar{p}) \\ \beta_3 = \overline{\Sigma \mathbf{u}} - \widehat{\Sigma} \tilde{\mathbf{u}} \\ \beta_4 = \bar{q} - \tilde{q} \end{array}
 \end{array} \tag{2.7}$$

Les quantités \widehat{E} et \widehat{q} désignent respectivement l'énergie totale et le flux de chaleur calculables. Parmi les quatre termes non-calculables, β_1 et β_2 traduisent respectivement une corrélation énergie-vitesse et une corrélation pression-vitesse. Quant aux termes β_3 et β_4 , ils traduisent respectivement les effets de diffusion visqueuse et thermique.

En résumé, après application d'un opérateur de séparation d'échelles, les quantités calculables $\bar{\rho}$, $\tilde{\mathbf{u}}$ et \widehat{E} satisfont des équations analogues aux équations de Navier-Stokes. La modélisation des interactions entre les échelles résolues et non-résolues nécessite d'exprimer, en théorie, six inconnues. Cependant, les travaux de Vreman *et al.* [379] se sont intéressés aux ordres de grandeurs des différents termes α_i et β_i . Chacun des termes a été évalué à partir du filtrage de simulation DNS de couches de mélange pour différentes valeurs du nombre de Mach. Les conclusions de cette étude sont que les termes α_2 , β_3 et β_4 sont d'un ordre de grandeur plus faible que les autres et sont donc généralement négligés. Trois termes sont finalement à modéliser : le tenseur des contraintes turbulentes Σ_T ainsi que les termes β_1 et β_2 . L'expression de ces termes peut varier suivant l'opérateur de séparation d'échelle choisi. Pour cette raison, les deux opérateurs les plus utilisés sont présentés, ils sont respectivement à l'origine des simulations dites RANS et LES.

1.2 Opérateur à moyenne d'ensemble : les simulations RANS

1.2.1 L'opérateur RANS : la moyenne de Reynolds

L'opérateur de séparation d'échelle le plus employé consiste à dissocier le mouvement moyen du mouvement fluctuant. Cette approche résout donc l'écoulement moyen et modélise l'ensemble des échelles de la turbulence. Il reste néanmoins à définir cette notion de moyenne : du point de vue de l'observation, une quantité d'un écoulement peut être mesurée plusieurs fois à une position donnée \mathbf{x} et à un instant donné t pour obtenir une succession de n mesures $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$. La moyenne de cette quantité $\langle \phi \rangle$ peut alors être définie comme la moyenne obtenue pour une infinité d'observations :

$$\langle \phi \rangle (\mathbf{x}, t) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \phi_k (\mathbf{x}, t) \tag{2.8}$$

Un tel opérateur, noté $\langle \cdot \rangle$, est appelé moyenne de Reynolds. Sous hypothèse d'ergodicité, elle peut également être obtenue en moyennant en temps la donnée d'une mesure quelconque. Si l'on choisit cet opérateur comme opérateur de séparation d'échelles (*ie* $\bar{\square} = \langle \square \rangle$), il possède une propriété supplémentaire à celles définies en (2.2), qui est $\overline{\phi \bar{\phi}} = \bar{\phi} \bar{\phi}$, ce qui simplifie grandement les expressions des

trois inconnues Σ_T , β_1 et β_2 [137] de sorte que :

$$\Sigma_T = \Sigma_R = -\overline{\rho \mathbf{u}'' \mathbf{u}''} \quad \text{et} \quad \beta_1 + \beta_2 = \overline{\rho c_p \mathbf{u}'' T''} + \frac{\overline{\rho}}{2} [\overline{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}}] \mathbf{u} + \overline{\rho \tilde{\mathbf{u}}} \Sigma_T \quad (2.9)$$

où c_p est la capacité calorifique du gaz. Sous cet opérateur, le tenseur des contraintes turbulentes est plutôt appelé tenseur de Reynolds et sera noté Σ_R . La modélisation de ces trois termes fournit ce que l'on appelle un *modèle de turbulence RANS*, acronyme pour **R**eynolds-**A**veraged **N**avier-**S**tokes. Il existe une large diversité de modèles de turbulence RANS qui peuvent être regroupés par famille. Quelques uns d'entre eux sont présentées ci-après.

1.2.2 Modèles de turbulence RANS

Les composantes du tenseur de Reynolds Σ_R et du flux de chaleur turbulent \mathbf{q}_T doivent être calculées ou modélisées afin de fermer les équations de Navier-Stokes moyennées via l'opérateur de Reynolds. Il est possible de résoudre une équation de transport pour chacune des six composantes $(\Sigma_R)_{ij}$ du tenseur de Reynolds auxquelles s'ajoute une septième équation de transport d'une échelle de longueur. Ces modèles RANS, dits DRSM (pour **D**ifferential **R**eynolds **S**tress **M**odels) sont les plus complets mais également les plus coûteux. Ils ne sont pas détaillés dans ce manuscrit mais plus de détails à leur sujet peuvent être trouvés dans [386].

La plupart des autres modèles de turbulence reposent sur une hypothèse largement utilisée qui est celle de Boussinesq : elle consiste à modéliser les contraintes turbulentes sur le mouvement moyen comme une dissipation additionnelle au frottement visqueux en introduisant une viscosité tourbillonnaire ν_t . Cette viscosité représente une propriété de l'écoulement et non du fluide. Sous cette hypothèse, le tenseur de Reynolds s'écrit par analogie avec la dissipation visqueuse :

$$\Sigma_R = \overline{\rho \tilde{\nu}_t} \left(\nabla \tilde{\mathbf{u}} + (\nabla \tilde{\mathbf{u}})^T \right) - \frac{2}{3} \overline{\rho} k \delta \quad (2.10)$$

Le transfert d'énergie entre échelles résolues et échelles modélisées est supposé proportionnel au gradient de température résolue via une conductivité turbulente λ_t telle que :

$$\mathbf{q}_t = \overline{\rho c_p \mathbf{u}'' T''} \approx - \frac{c_p \overline{\rho \tilde{\nu}_t}}{\text{Pr}_t} \nabla \tilde{T} \quad (2.11)$$

où Pr_t désigne le nombre de Prandtl turbulent généralement choisi constant. En utilisant cette approximation, le calcul de Σ_R et \mathbf{q}_t de se ramène donc finalement au calcul de ν_t et k . Les différents modèles de turbulence se distinguent dans la manière d'obtenir ν_t et k . Certains d'entre eux sont présentés dans ce qui suit.

Les modèles algébriques

Les modèles algébriques regroupent l'ensemble des modèles de turbulence qui donnent une expression de la viscosité tourbillonnaire ν_t sous forme algébrique, *ie* obtenue à partir d'une unique équation faisant intervenir les données de l'écoulement. Ils s'inspirent de l'expression microscopique de la viscosité cinématique, issue de la théorie cinétique des gaz, pour formuler une expression de ν_t sous la forme :

$$\nu_t \propto \ell \times U \quad (2.12)$$

où ℓ et U sont respectivement des échelles de longueur et de vitesse qui caractérisent l'agitation turbulente. Pour déterminer ces deux échelles, la théorie de Prandtl [39] se base sur une longueur ℓ_m appelée *longueur de mélange* définie par :

$$\nu_t = (\kappa \ell_m) \times (\kappa \ell_m \|\boldsymbol{\omega}\|) \quad (2.13)$$

où $\|\boldsymbol{\omega}\|$ est la norme de la vortacité et $\kappa = 0,41$ la constante de von Kármán.

Selon le type d'écoulement (jet, écoulement en conduite, couche limite, ...), la valeur de ℓ_m peut être estimée à partir de formules théoriques ou empiriques. Par exemple, pour un écoulement de couche limite :

▣ Région telle que $y^+ < 40$ - Longueur de Van Driest [374] :

$$\ell_m = \kappa y \left(1 - e^{-y^+/26}\right) \quad (2.14)$$

▣ Zone logarithmique :

$$\ell_m = \kappa y \quad (2.15)$$

▣ Zone externe - Longueur de Michel-Quémard-Durant [261] :

$$\ell_m = 0,085 \cdot \delta \cdot \tanh\left(\frac{0,41}{0,085} \frac{y}{\delta}\right) \quad (2.16)$$

où δ désigne l'épaisseur de couche limite.

Certains modèles multi-couches peuvent utiliser plusieurs expressions de ℓ_m au sein d'un même écoulement, comme le modèle de Baldwin-Lomax [21]. D'une manière générale, les modèles algébriques reposent sur une formulation explicite. Ils fournissent des résultats corrects sur les écoulements pour lesquels ils sont calibrés. En revanche, ce type de fermeture manque de flexibilité et a amené à l'élaboration de modèles plus complexes et plus universels. Néanmoins, certaines constructions de modèle algébrique ont pu inspirer d'autres familles de modèles comme ceux à équation(s) de transport.

Les modèles à équations de transport pour la viscosité tourbillonnaire

Les modèles à équations de transport adjoignent au système initial une ou plusieurs équations de transport qui seront également résolues numériquement afin de calculer la valeur de ν_t en chaque point et à chaque itération. La grandeur transportée peut tout aussi bien être la viscosité tourbillonnaire elle-même que d'autres quantités permettant de l'obtenir. Ce sont les modèles RANS les plus utilisés dans l'industrie car ils permettent une description assez précise d'une vaste variété d'écoulements pour un coût et un temps de calcul assez faibles.

Un des tout premier modèle à équation de transport est le modèle de Prandtl-Kolmogorov [188]. Dans ce modèle, la viscosité tourbillonnaire est calculée à partir d'une l'échelle de longueur algébrique ℓ et d'une échelle de vitesse $U = \sqrt{k}$ où k est l'énergie cinétique turbulente. La valeur de l'énergie cinétique turbulente est obtenue par une équation de transport tandis que la valeur de ℓ reste toujours algébrique. De nombreuses recherches se sont alors tournées vers l'élaboration d'un modèle adjoignant une seconde équation de transport permettant d'obtenir dynamiquement une échelle de longueur ℓ .

Kolmogorov, en 1942, fut le premier à proposer une équation de transport pour une fréquence $\omega \propto \sqrt{k}/\ell$. Ce choix n'a pas été approfondi à cette époque et des modèles transportant directement une échelle de longueur ℓ (modèles $k - k\ell$) ont été proposés dès 1950 [309], puis pour le taux de dissipation turbulente $\epsilon \propto k^{3/2}/\ell$ entre 1960 et 1970 [182] (modèles $k - \epsilon$). C'est en 1988 que Wilcox, dans la continuité de Kolmogorov, propose une équation de transport pour ω [385] ($k - \omega$). En 1992, Spalart & Allmaras construisent un modèle éponyme à une seule équation de transport [338] (modèle S-A) ne faisant pas intervenir k , ce qui le démarque des modèles mentionnés jusqu'ici. En effet, ce modèle transporte directement la viscosité tourbillonnaire. Cette équation de transport est construite heuristiquement et calibrée sur des cas-tests canoniques de complexité croissante.

Les différents modèles de turbulence RANS mentionnés ici ont connu différentes versions, notamment motivées par l'objectif d'atténuer ou de corriger des défauts des modèles originaux. Ces défauts sont souvent liés à des problèmes de condition limite ou à des mécanismes physiques mal reproduits. Par exemple, pour le modèle $k - \omega$, la version la plus populaire est sans doute la version de Menter [259] avec correction SST [258].

Pour plus de détails sur l'évolution de ces modèles, le lecteur est invité à s'intéresser au livre de Launder & Spalding [217]. Un condensé non exhaustif des différents modèles de turbulence couramment employés dans l'industrie est également présenté en Figure 2.2. Dans l'ensemble de nos travaux, les modélisations RANS adoptées reposent exclusivement sur le modèle de Spalart-Allmaras, qui sera par conséquent plus amplement détaillé ci-après.

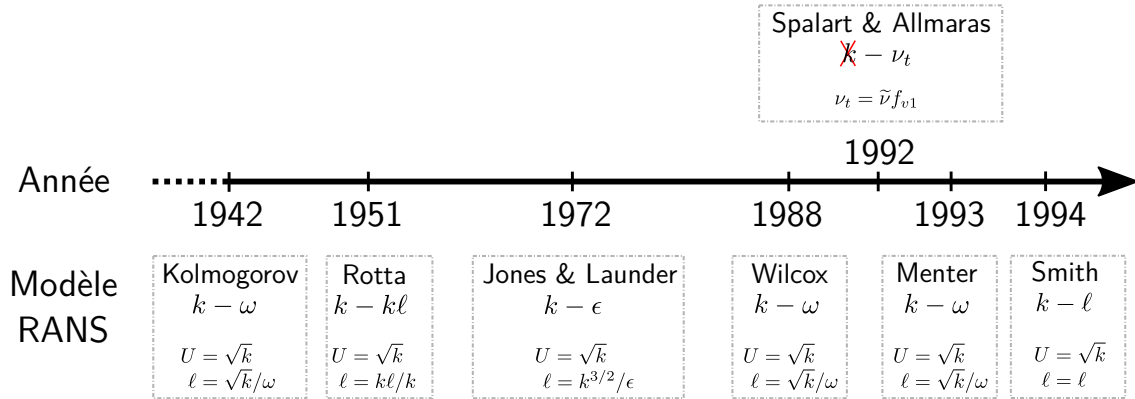


Figure 2.2 – Brève chronologie non exhaustive de l'évolution des modèles de turbulence RANS à équation(s) de transport.

Le modèle de Spalart-Allmaras (1992)

Le modèle de Spalart-Allmaras a été introduit en 1992 [338]. Il s'agit d'un modèle à viscosité tourbillonnaire construit pas à pas à partir de considérations physiques retracées brièvement ci-après. L'équation de transport porte sur la viscosité tourbillonnaire elle-même. Le point de départ de sa construction est une équation-bilan de la forme "*convection* (C) = *production* (P) + *diffusion* (D)", ce qui s'écrit :

$$\frac{\partial \nu_t}{\partial t} + \nabla \cdot \nu_t = P + D \quad (2.17)$$

Le terme de production est construit en considérant des écoulements cisailés libres et s'écrit $P \propto \|\boldsymbol{\omega}\| \nu_t$ où $\|\boldsymbol{\omega}\|$ est la norme du vecteur vorticité. La constante de proportionnalité est appelée c_{b1} . La construction du terme de diffusion s'inspire des opérateurs classiques du type $\nabla \cdot ([\nu_t/\sigma] \nabla \nu_t)$. Spalart et Allmaras, par analogie avec les termes de diffusion des modèles $k - \epsilon$ qui font apparaître un terme non conservatif, ont proposé un terme de diffusion de la forme $D = D_c + D_{nc}$ où $D_c \propto \nabla \cdot (\nu_t \nabla \nu_t)$ et $D_{nc} \propto (\nabla \nu_t)^2$. Les constantes de proportionnalité sont respectivement σ et c_{b2}/σ . Elles forment les trois constantes «de base» (d'où la notation b sauf pour σ , choisie pour conserver la notation initiale de Prandtl). Elles sont calibrées sur un ensemble de cas-test canoniques. Les auteurs proposent alors d'ajouter un terme de destruction W tel que $W \propto -(\nu_t/d_w)^2$ où d_w est la distance à la paroi la plus proche. La structure globale de ce terme se retrouve dans certains modèles algébriques. La constante de proportionnalité est notée c_w . Afin d'obtenir un modèle capable de restituer une zone logarithmique, la constante doit être choisie de sorte qu'il y ait équilibre entre les termes de production/diffusion et le terme de destruction, ce qui impose $c_{w1} = c_{b1}/\kappa^2 + (1 + c_{b2})/\sigma$. Cependant, tel que formulé, le terme de destruction ne décroît pas suffisamment vite dans la zone externe de la couche limite. L'idée des auteurs est donc de construire une fonction f_w qui vaudrait 1 dans la zone logarithmique et qui aurait la décroissance souhaitée. Cette fonction serait basée sur un senseur, noté r , capable de détecter la zone logarithmique d'une couche limite. En s'inspirant des modèles algébriques (*ie* des équations (2.13) et (2.15)), les auteurs proposent d'utiliser une expression de la forme :

$$r = \frac{\nu_t}{\|\boldsymbol{\omega}\| \kappa^2 d_w^2} \quad (2.18)$$

Ils proposent alors la fonction f_w suivante :

$$f_w = g \left[\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right]^{1/6} \quad \text{avec } g = r + c_{w2} (r^6 - r) \quad (2.19)$$

Cette formulation fait apparaître deux constantes c_{w2} et c_{w3} .

Jusqu'ici, le modèle est capable de reproduire une zone logarithmique là où ν_t se comporte comme $\kappa y u_\tau$ mais n'est pas capable de modéliser la sous-couche visqueuse où ce comportement n'est plus correct. Spalart & Allmaras propose de suivre le choix de Baldwin & Barth [20] d'introduire une pseudo-viscosité $\tilde{\nu}$ qui conserverait le comportement $\kappa y u_\tau$ de la zone logarithmique jusqu'à la paroi. L'intérêt est de pouvoir modéliser le terme de diffusion visqueuse D_ν sous la forme $D_\nu \propto \nabla \cdot (\nu \nabla \tilde{\nu})$. De plus, la linéarité de $\tilde{\nu}$ entraîne un gradient d'ordre 2 nul, ce qui assure une certaine robustesse numérique. Un tel comportement de la pseudo-viscosité peut être obtenue à l'aide de fonctions d'amortissement :

$$\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1} \text{ avec } f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3} \quad (2.20)$$

où $\chi = \tilde{\nu}/\nu$. La première fonction d'amortissement f_{v1} , empruntée à Mellor et Herring [256], permet de conserver le comportement de $\tilde{\nu}$ en $\kappa y u_\tau$ de la pseudo-viscosité au sein de la sous-couche visqueuse. La norme de vorticité, choisie initialement comme mesure scalaire associée au tenseur de déformations, est remplacée par :

$$\tilde{S} = \|\boldsymbol{\omega}\| + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d_w^2} f_{v2} \text{ avec } f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}} \quad (2.21)$$

La seconde fonction d'amortissement permet à la variable \tilde{S} de prolonger le comportement de la norme de vorticité au sein de la zone logarithmique, à savoir $u_\tau/(\kappa y)$, jusqu'à la paroi. En plus de ces modifications, les quantités qui dépendaient de ν_t sont remplacées par $\tilde{\nu}$. L'unique équation de transport du modèle de Spalart-Allmaras s'écrit finalement :

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \nabla \cdot \tilde{\nu} = \underbrace{c_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu}}_{=P} + \underbrace{\frac{1}{\sigma} \left[\nabla \cdot ((\nu + \tilde{\nu}) \nabla \tilde{\nu}) + c_{b2} (\nabla \tilde{\nu})^2 \right]}_{=D} - \underbrace{c_{w1} f_w \left[\frac{\tilde{\nu}}{d_w} \right]^2}_{=W} \quad (2.22)$$

Dans la région proche paroi, on doit avoir :

$$\frac{P}{c_{b1} \tau_p} \approx 1, \quad \frac{D}{c_{b1} \tau_p} \approx 3 \text{ et } \frac{W}{c_{b1} \tau_p} \approx -4 \quad (2.23)$$

où τ_p désigne la contrainte de cisaillement pariétale. La [Figure 2.3](#) illustre l'évolution de chacun des termes du modèle dans une couche limite turbulente sur plaque plane comme présenté en [338]. Ces évolutions ont été obtenues par simulation numérique dans deux solveurs différents : FLU3M dans un contexte Navier-Stokes (voir [93]) et ProLB dans un contexte LBM.

1.2.3 Adaptation de modèles RANS en LBM

Analogie avec Navier-Stokes

La dénomination RANS de la turbulence dans un contexte de Boltzmann sur réseaux peut paraître déconcertante. En effet, la partie «NS» de cette modélisation n'est pas claire dans un contexte LBM puisqu'elle ne résout pas directement les équations de Navier-Stokes : ce sont des distributions qui sont manipulées.

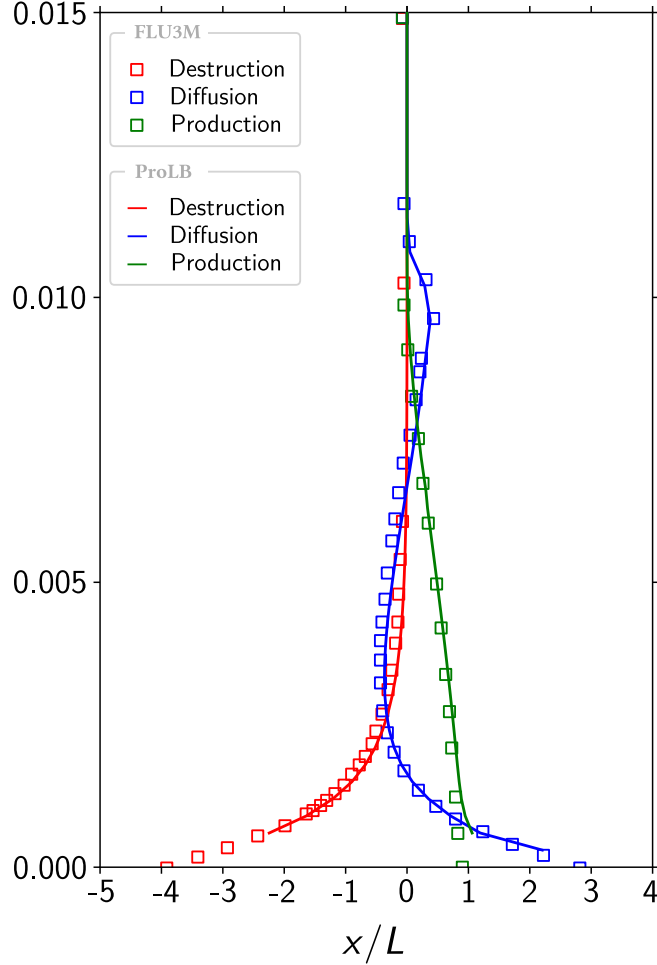


Figure 2.3 – Évolution des termes de production, diffusion et destruction du modèle de Spalart-Allmaras au sein d’une couche limite turbulente sur plaque plane, obtenue par simulation numérique dans deux solveurs distincts : ProLB (lignes continues) et FLU3M (symboles). Données FLU3M issues de [93].

Dans la quasi-totalité des simulations RANS en LBM, la turbulence est modélisée via une extrapolation heuristique des modèles à viscosité tourbillonnaire RANS dans un contexte Navier-Stokes. Les équations de transport sont résolues par une approche aux différences finies appliquée sur le maillage cartésien indépendamment de l’algorithme LBM. La valeur de ν_t obtenue est utilisée pour réévaluer le temps de relaxation du modèle de collision en accord avec la méthode de Chapman-Enskog (voir équation (1.45)) :

$$\tau = \frac{\nu + \nu_t}{c_0^2} + \frac{\Delta t}{2} \quad (2.24)$$

Cette extrapolation reste valable pour des écoulements faiblement compressibles. Un schéma représentatif de l’adjonction d’un modèle de turbulence RANS en LBM est présenté en Figure 2.4. Il est à noter toutefois que lorsque le tenseur de taux de déformation apparaît dans une équation de transport, celui-ci peut être calculé par différences finies sur le champ de vitesse comme dans [362] ou bien à l’aide du moment d’ordre 2 des fonctions de distribution comme dans [126].

Autre proposition

En théorie, on pourrait imaginer appliquer un opérateur de Reynolds à l’équation de Boltzmann et modéliser les termes non-résolus qui apparaissent. À la connaissance de l’auteur, cette voie n’a pas été explorée, probablement dû au fait que les distributions sont des grandeurs abstraites moins intuitives à manipuler tout comme la turbulence à l’échelle mésoscopique. Néanmoins, Succi *et al.* [356] ont montré que la construction d’un modèle de turbulence de type $k - \epsilon$ purement LBM est possible. Pour

ce faire, il est nécessaire d'introduire deux nouvelles distributions g_i et h_i de sorte que :

$$k = \sum_{i \geq 1} g_i \text{ et } \epsilon = \sum_{i \geq 1} h_i \quad (2.25)$$

Ces deux distributions sont obtenues via le même algorithme LBM mais où des termes supplémentaires apparaissent lors de l'étape de collision. Ces termes sont construits afin de retrouver les équations de transport d'un modèle $k - \epsilon$ à l'aide d'un développement de Chapman-Enskog. Ce modèle reste très peu utilisé [317] puisqu'en pratique, pour des écoulements faiblement compressibles, ce modèle applique trois fois l'algorithme LBM par itération. Il a cependant le mérite de montrer qu'il est possible de construire des modèles de turbulence uniquement à partir des distributions, *ie* qui ne résolvent pas d'équations de transport par une approche aux différences finies.

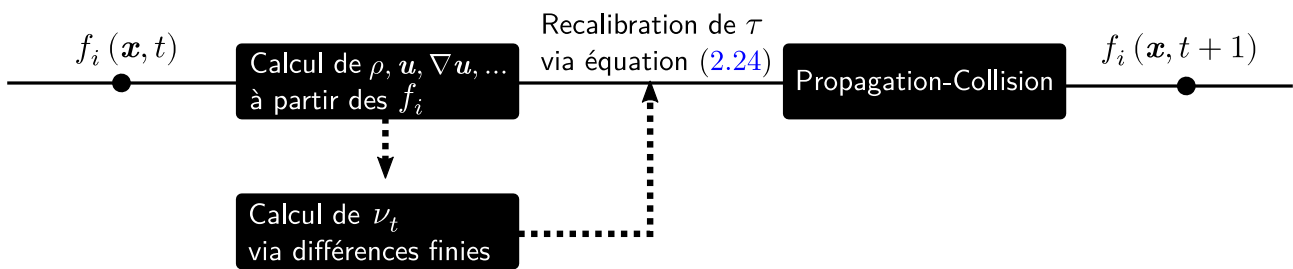


Figure 2.4 – Schéma d'adjonction d'un modèle de turbulence à l'algorithme LBM.

1.2.4 État de l'art des simulations RANS en LBM dans la littérature

Les simulations RANS dans un contexte de Boltzmann sur réseaux sont rares [179]. En effet, la LBM est une méthode numérique explicite, intrinsèquement instationnaire et qui utilise des grilles cartésiennes isotropes. Elle n'est donc naturellement pas très efficace pour la simulation d'écoulements stationnaires, notamment pour des simulations tridimensionnelles où le coût associé à l'envergure du domaine de calcul peut être prohibitif. De plus, les simulations RANS ne permettent pas d'analyser le contenu instationnaire de l'écoulement, et n'exploitent donc pas la force majeure de la LBM pour les études aéroacoustiques. En conséquence, les solveurs LBM ne sont généralement pas optimaux pour des simulations RANS.

Cependant, historiquement, la question de la modélisations RANS dans un contexte LBM s'est posée rapidement afin d'évaluer la faisabilité de l'approche RANS-LBM. Dès 1995, des modèles algébriques [362, 176] ainsi que des modèles $k - \epsilon$ [356, 362, 357] ont été transposés en LBM. Ces premières simulations ont également permis de valider l'extrapolation « naïve » basée sur l'équation (2.24) pour coupler LBM et modèles RANS. En particulier :

- sur un cas de marche descendante dont le nombre de Reynolds basé sur la hauteur de la marche h vaut $Re_h = 44.000$ et présenté dans les travaux de Teixeira [362]. Cette étude est l'une des premières qui comparent des données LBM et NS pour des écoulements turbulents. Un aperçu des résultats obtenus est illustré en Figure 2.5, où l'on constate que les champs de vitesse en aval de la marche sont correctement prévus par la simulation RANS-LBM. L'auteur (travaillant pour Exa Corporation) présente également une version RNG du $k - \epsilon$ qui deviendra par la suite la base du modèle LBM-VLES du solveur commercial PowerFLOW. Ce même cas-test fut traité plus tard avec des modèles S-A et $k - \omega$ par Shu *et al.* [327].
- sur des profils NACA simulés à l'aide des modèles S-A, $k - \epsilon$ [126, 176, 60] à des nombres de Reynolds modérés. Des comparaisons entre des simulations Navier-Stokes et LBM sont présentées. En particulier, les calculs LBM offrent une précision équivalente à leur homologue

Navier-Stokes, voire supérieure à niveau de résolution équivalent [60]. Parmi ces exemples, les travaux de Imamura *et al.* [176] sont originaux car ils utilisent un algorithme LBM adapté pour être utilisé sur un maillage type volume-fini comme introduit dans [162].

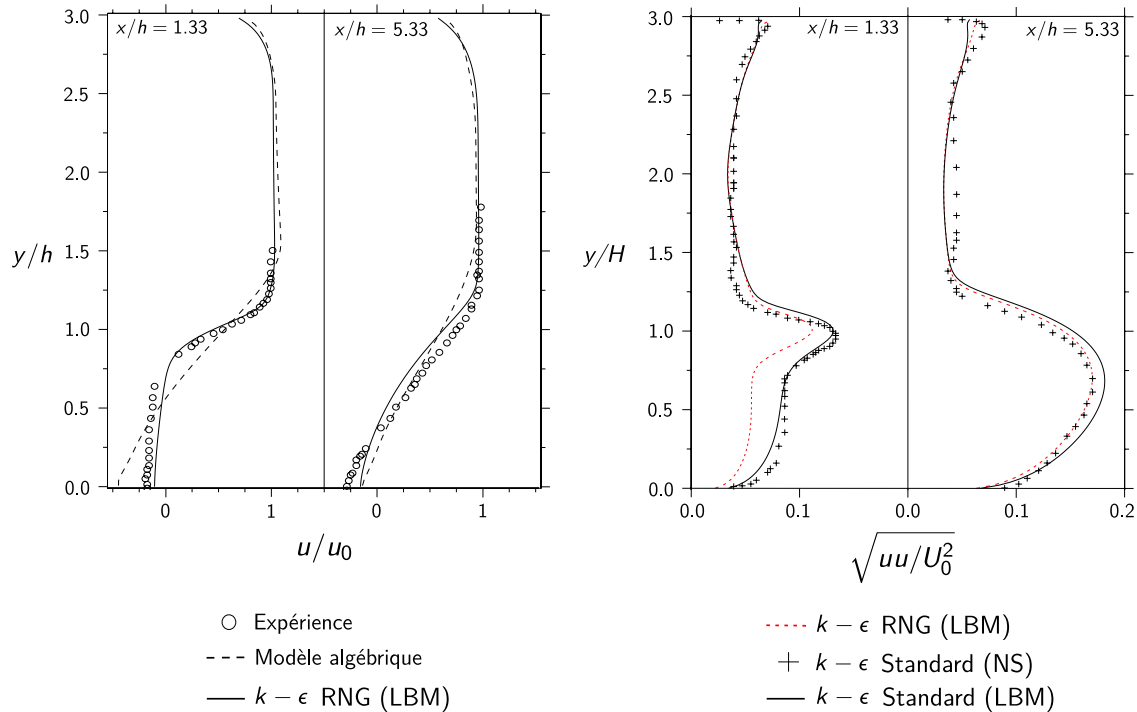


Figure 2.5 – Profils de vitesse moyenne et d’intensité turbulente sur deux stations en aval d’une marche descendante pour différents modèles de turbulence. Adapté de [362].

Il est à noter que les résultats précédemment mentionnés utilisent souvent des formalismes LBM qui diffèrent (modèle de collision, couplage avec des volumes finis ou gestion des parois solides par exemple) si bien qu’il est difficile d’en tirer de réelles conclusions, mais seulement des éléments généraux. En particulier, ces calculs montrent que les simulations RANS-LBM ont un comportement équivalent à leur homologue RANS-NS du moins pour les gammes de Reynolds considérés.

Dans un contexte RANS, il n’existe que très peu de comparaisons publiées entre des calculs «traditionnels» issus d’un formalisme Navier-Stokes et ceux issus de la LBM. De plus, un certain nombre d’entre elles se comparent à des solveurs commerciaux «boîte noire» [316]. Plus récemment, des travaux se focalisant sur l’utilisation de loi de paroi en LBM ont suscités un regain d’intérêt pour les simulations RANS en LBM [388, 45, 95, 47]. Ces différentes contributions soulignent indirectement la validité des approches RANS dans un contexte LBM (avec loi de paroi) sur un nombre varié de cas-test, montrant également la sensibilité sous-jacente à la loi de paroi et à son implantation numérique qui influe drastiquement sur la précision du frottement. Cet aspect sera abordé plus en détail dans le Chapitre 3 de ce manuscrit.

1.2.5 Limitation des fermetures de type RANS

Les modèles de type RANS offrent une représentation moyenne de la turbulence. Ils sont très utilisés dans l’industrie car ils sont peu coûteux, et fournissent de très bonnes prévisions des quantités utiles pour l’ingénieur : efforts, pression, frottement pariétal, ..., et ce pour une large gamme d’écoulements. Néanmoins, comme illustré avec la construction du modèle de Spalart-Allmaras (voir Section

1.2.2), un modèle de turbulence RANS est construit afin de reproduire des processus physiques connus en conservant un formalisme mathématique qui ferme les équations de Navier-Stokes. Ce dernier reste limité pour l'analyse de certains types d'écoulements. On peut notamment citer les couches limites tridimensionnelles, les écoulements de coin [133] ou à taux de turbulence extérieure élevé, les impacts de jet ou encore les interactions choc/couche limite. En fait, la limitation de Boussinesq vient principalement du fait que les axes principaux de Σ_R sont alignés avec la direction principale de \mathcal{S} , ce qui n'est pas vrai dans les exemples mentionnés ci-dessus. Pour traiter ce genre d'écoulement, il faut avoir recours à des modèles RANS transportant directement les composantes du tenseur de Reynolds $(\Sigma_R)_{ij}$ comme les modèles DRSM tel que le modèle SSG-LRR- ω [111]. Ces modèles de turbulence sont plus complexes et moins robustes, mais élargissent la gamme de mécanismes physiques de la turbulence qu'ils sont capables de reproduire (effet de courbure, ...).

Une autre limitation intrinsèque aux approches RANS vient du fait qu'elles ne permettent pas d'étudier le comportement instationnaire de l'écoulement. Ainsi, cette approche ne permet pas de remonter aux évolutions des fluctuations turbulentes qui peuvent être dimensionnantes pour certains domaines d'étude comme la conception de lanceurs spatiaux ou l'acoustique d'un moteur d'avion par exemple. Pour réaliser de telles études, il est généralement nécessaire de résoudre une majeure partie des structures turbulentes, on parle de simulations des grandes échelles dites LES.

1.3 Opérateur à filtre spatial : les simulations LES

Il a été vu que d'une part, les moyens de calculs actuels ne permettent pas de simuler numériquement l'ensemble de la gamme d'échelles du mouvement turbulent. Mais d'autre part, les approches RANS, qui fournissent une description moyenne de l'écoulement, ne permettent pas d'étudier son contenu instationnaire. Une stratégie offrant à la fois un gain de coût vis-à-vis de la DNS, et un gain de précision vis-à-vis des approches RANS, consiste à séparer les échelles énergétiques dites «grandes échelles» des échelles dissipatives dites «petites échelles». Les grandes échelles seront résolues et seules les petites échelles seront modélisées. Une telle stratégie revient en fait à appliquer un filtre passe-bas en fréquence aux équations de Navier-Stokes afin de filtrer les petites échelles du calcul. La définition d'un filtre appliquée à une quantité f de l'écoulement s'écrit généralement sous la forme d'un produit de convolution :

$$\bar{\phi} = G_{\Delta} \star \phi = \int_{\Omega} G_{\Delta}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}) f(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} \quad (2.26)$$

où G_{Δ} désigne le noyau de convolution associé à une échelle de coupure. La définition de G_{Δ} caractérise le filtre utilisé, ici il sera supposé homogène. Lorsque la séparation des échelles est effectuée avec un filtre tel que défini par l'équation (2.26), on parle alors de simulation des grandes échelles, généralement abrégée en LES pour **L**arge **E**ddy **S**imulation en Anglais. Le concept de LES a d'abord été formulé dans le cadre d'études de phénomènes météorologiques dans les années 1960 [336, 227, 81] et connaît un fort gain d'intérêt avec l'augmentation rapide des moyens de calcul et le développement de modèles de paroi.

Dans le contexte de la LES, les inconnues Σ_T , β_1 et β_2 des équations (2.4) sont appelées quantités sous-maillages. Elles représentent les interactions entre les petites et grandes échelles. La fermeture des équations de Navier-Stokes filtrées via la modélisation de Σ_T , β_1 et β_2 est appelée modèle sous-maille. En pratique la notion de filtre n'est pas nécessairement explicite, et dépend généralement de la résolution du maillage qui contrôle la taille des échelles résolues. Le filtre effectif est donc défini implicitement par la combinaison d'un filtre explicite, du schéma numérique, du maillage et du modèle sous-maille.

1.3.1 Les modèles sous-maille

Le principe d'un modèle sous-maille est de représenter les petites échelles de la turbulence puisque celles-ci ont été filtrées du calcul. La plupart des modèles sous-maille ont été conçus dans le cadre de turbulence homogène isotrope et ils reposent généralement sur le concept de la cascade turbulente : les grandes échelles extraient l'énergie cinétique de l'écoulement moyen qui se transfère sous l'effet de mécanismes non-linéaires d'échange d'énergie jusqu'à ce qu'elles soient dissipées sous forme d'énergie interne par les petites échelles. Le spectre d'énergie cinétique fluctuante $E(\kappa)$, fonction du nombre d'onde κ , revêt une forme similaire (représentée en Figure 2.6) pour une grande variété d'écoulements (couche limite, canaux, turbulence de grille, ...) pour des nombres de Reynolds suffisamment grands. On y distingue notamment trois zones principales : une zone de production, une zone de transfert ainsi qu'une zone de dissipation. En général, un modèle sous-maille est construit en partant du principe que l'échelle de coupure du filtre se situe dans la zone de transfert et que les petites échelles ont un comportement isotrope et donc quasi-universel.

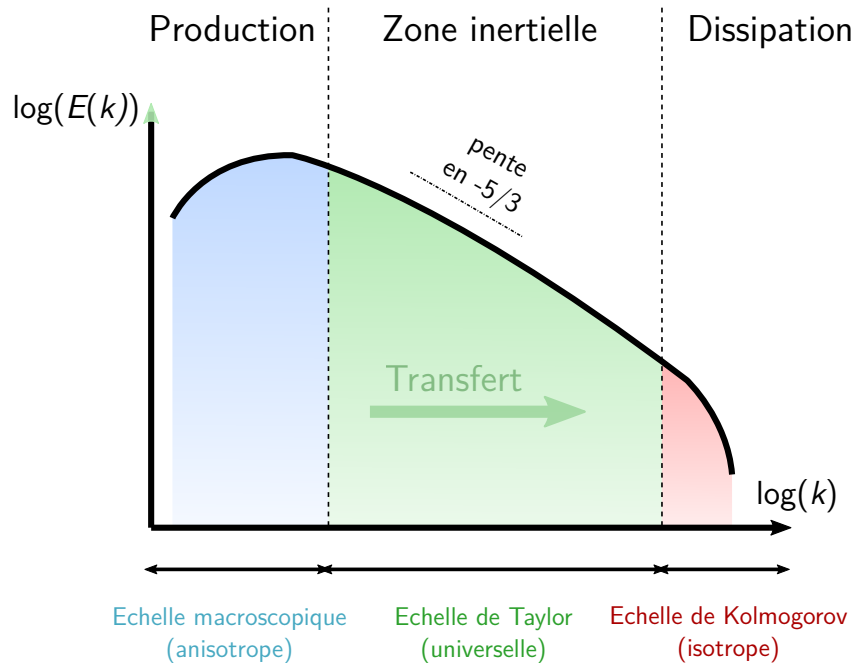


Figure 2.6 – Illustration schématique de la cascade d'énergie et des échelles mises en jeu.

Selon le formalisme proposé par Pierre Sagaut [311], on distingue deux catégories de modèles sous-maille : les modèles structurels et les modèles fonctionnels. L'idée générale étant que les modèles structurels reconstruisent une approximation du tenseur sous-maille Σ_T (ou du champ filtré \mathbf{u}') à partir du champ résolu, tandis que les modèles fonctionnels cherchent uniquement à reproduire son action sur l'écoulement sans le déterminer (*ie* modéliser $\nabla \cdot \Sigma_T$). Dans la suite, un exemple pour chaque famille de modèle est brièvement présenté.

1.3.2 Les modèles structurels

Les modèles structurels fournissent une approximation du tenseur sous-maille Σ_T , qui est reconstruit à partir du champ filtré. Dans ce qui suit, l'Approximate Deconvolution Method [349] est succinctement détaillée car il s'agit d'un modèle structurel transposable au formalisme lattice Boltzmann [235].

L'Approximate Deconvolution Method (ADM)

Le tenseur sous-maille Σ_T est fonction du champ de vitesse non filtré \mathbf{u} , qui n'est pas connu lors du calcul. La méthode de déconvolution approchée (ADM) reconstruit donc ce tenseur sous-maille à partir d'une estimation \mathbf{u}^* du champ de vitesse non filtré. L'opération de filtrage se traduisant par un produit de convolution, remonter à la valeur de \mathbf{u} consiste à réaliser une déconvolution :

$$\mathbf{u} = G_{\Delta}^{-1} * \bar{\mathbf{u}} \quad (2.27)$$

où G_{Δ}^{-1} représente l'opérateur inverse de G_{Δ} , s'il existe. Dans ce cas, il peut être calculé comme $G_{\Delta}^{-1} = \sum_{n=0}^{+\infty} (\text{Id} - G)^n$ où Id est l'opérateur identité. Une quantité non-filtrée telle que \mathbf{u} peut donc être obtenue comme :

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + (\bar{\mathbf{u}} - \overline{\bar{\mathbf{u}}}) + (\bar{\mathbf{u}} - 2\overline{\bar{\mathbf{u}}} + \overline{\overline{\bar{\mathbf{u}}}}) + \dots \quad (2.28)$$

En pratique, l'obtention exacte de l'opérateur inverse n'est pas possible et seulement une approximation à un certain ordre peut être obtenue (*ie* \mathbf{u}^*) en tronquant le développement de l'équation (2.28) à un certain ordre N généralement de l'ordre de 5 [348]. Il existe également d'autres procédures pour obtenir une approximation de l'opérateur G_{Δ}^{-1} [312]. De nos jours, l'ADM est peu utilisée car ce modèle sous-maille est trop peu dissipatif et ne prend pas en compte le filtre implicite défini par le maillage. Par conséquent, lorsque l'on utilise l'ADM, il est généralement nécessaire d'adjoindre un second modèle sous-maille.

1.3.3 Les modèles fonctionnels

Les modèles fonctionnels cherchent à modéliser *l'effet* des petites échelles sur l'écoulement. Du point de vue des grandes échelles, cet effet est essentiellement dissipatif. L'idée générale de cette famille de modèles est de reproduire cet effet au travers d'une viscosité effective. Soit cette viscosité est introduite explicitement, auquel cas elle est définie à partir d'une formule dérivées d'hypothèses appliquées au fluide (forme du spectre d'énergie par exemple), soit elle est définie implicitement via l'erreur de troncation du schéma numérique, qui est contrôlée afin de produire le taux de dissipation désiré. Parmi les modèles à viscosité effective, les modèles les plus populaires introduisent une viscosité de sous-maille en faisant l'hypothèse de Boussinesq. Ainsi, la partie déviatoire du tenseur sous-maille Σ_T^d s'écrit :

$$\Sigma_T^d = \Sigma_T - \frac{1}{3} \text{Tr}(\Sigma_T) \delta = -2\nu_t \tilde{\mathbf{S}}^d \quad (2.29)$$

où $\tilde{\mathbf{S}}^d$ correspond à la partie déviatoire du tenseur de taux de déformation du champ résolu. La partie isotrope du tenseur sous-maille $\frac{1}{3} \text{Tr}(\Sigma_T)$ peut être négligée devant la pression, ou bien prise en compte dans le terme de pression statique. La viscosité tourbillonnaire ν_t peut être obtenue à partir d'une analyse dimensionnelle ou estimée à partir de l'énergie des échelles résolues. Dans ce qui suit, seul le modèle de Smagorinsky standard est décrit.

Le modèle de Smagorinsky (1963)

Un des modèles les plus utilisés est le modèle de Smagorinsky [336]. Dans ce modèle, la viscosité tourbillonnaire sous-maille est donnée par la formule :

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 \sqrt{2\tilde{\mathbf{S}} \cdot \tilde{\mathbf{S}}} \quad (2.30)$$

où Δ est une estimation de la taille de maille et $C_s = 0,18$ est la constante de Smagorinsky. Ce modèle est simple, robuste et calibré dans le cadre de la turbulence homogène isotrope. Néanmoins, pour des écoulements impliquant des parois solides, ce dernier a tendance à être trop dissipatif à proximité de la paroi à cause de sa sensibilité au cisaillement moyen. De plus, la valeur de ν_t fournie par le modèle est non nulle pour un écoulement laminaire, ce qui a tendance à altérer la transition vers la turbulence. Ces considérations ont notamment amené à l'élaboration de modèles de Smagorinsky

dynamique [141] où un algorithme évalue le coefficient C_s à partir du champ résolu pour adapter le niveau de dissipation. Cette procédure améliore la précision du modèle mais est aussi plus coûteuse et moins robuste. Afin de corriger les défauts du modèle de Smagorinsky proche des parois, Nicoud & Ducros [277] ont proposé le modèle WALE (**W**all-**A**daptative **L**ocal **E**ddy-**V**iscosity) qui prend également en compte le taux de rotation $\tilde{\Omega} = \frac{1}{2} (\nabla \tilde{\mathbf{u}} - (\nabla \tilde{\mathbf{u}})^T)$ en plus du tenseur de déformation $\tilde{\mathbf{S}}$. Dans le solveur ProLB, le modèle sous-maille par défaut est le **S**hear-**I**mproved **S**magorinsky **M**odel (SISM) introduit par Lévêque *et al.* [220]. Il s'agit d'une autre variante du modèle de Smagorinsky telle que :

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 \left[\sqrt{2\tilde{\mathbf{S}} \cdot \tilde{\mathbf{S}}} - \sqrt{2\langle \tilde{\mathbf{S}} \rangle \cdot \langle \tilde{\mathbf{S}} \rangle} \right] \quad (2.31)$$

et plus tard utilisé dans un contexte LBM [178].

1.3.4 Génération de fluctuations turbulentes

Lorsque l'on utilise une modélisation de type LES, les structures turbulentes de la couche limite sont résolues sur l'intégralité de son épaisseur. Suivant la configuration étudiée, pour rester consistant avec la modélisation LES, il peut être nécessaire de spécifier une condition d'entrée contenant de l'information sur la turbulence amont. D'une manière générale, cette condition d'entrée est nécessaire pour deux raisons étroitement liées :

- ➡ **1. - Pour réduire la taille du domaine de calcul.** Supposons que l'on souhaite simuler une couche limite turbulente autour d'un nombre de Reynolds donné, par exemple $Re_\theta \approx 5000$. Simuler un tel écoulement impliquerait de représenter l'évolution spatio-temporelle de l'écoulement du bord d'attaque de la plaque jusqu'à l'épaisseur souhaitée. Ceci impose de correctement capturer le mécanisme de transition de la couche limite et son développement spatial. Le coût de calcul d'une telle simulation, aussi bien spatial que temporel, est colossal et généralement inaccessible pour des valeurs de Re_θ typiques d'applications industrielles. Une solution peut donc être de simuler un domaine bien plus petit, à condition que la condition d'entrée fournisse des structures turbulentes possédant les bonnes propriétés. Ceci est illustré en [Figure 2.7](#) ;
- ➡ **2. - Pour représenter la physique de l'écoulement amont.** La simulation de certains écoulements requiert de spécifier une condition d'entrée qui soit en accord avec la configuration étudiée. C'est le cas par exemple lorsque l'on doit prendre en compte le taux de turbulence d'une soufflerie ou bien lorsque l'on simule un écoulement en milieu urbain ²[42]. Un autre exemple fréquent dans la littérature est le couplage RANS/LES au sein d'une couche limite. Un tel couplage peut être nécessaire lorsque la physique de l'écoulement dépend de la dynamique de la couche limite amont, comme au bord de fuite d'un profil [88]. Pour ce faire, il est nécessaire d'ajouter une condition d'entrée à l'interface RANS/LES.

Ces remarques sont également valables pour une simulation DNS. Il existe trois grandes familles de méthodes permettant la génération de fluctuations turbulentes en entrée d'un domaine [92]. Trois méthodes appartenant à ces familles sont illustrées en [Figure 2.7](#).

2. dans ce cas, la condition d'entrée permet de générer des structures turbulentes de couche limite atmosphérique

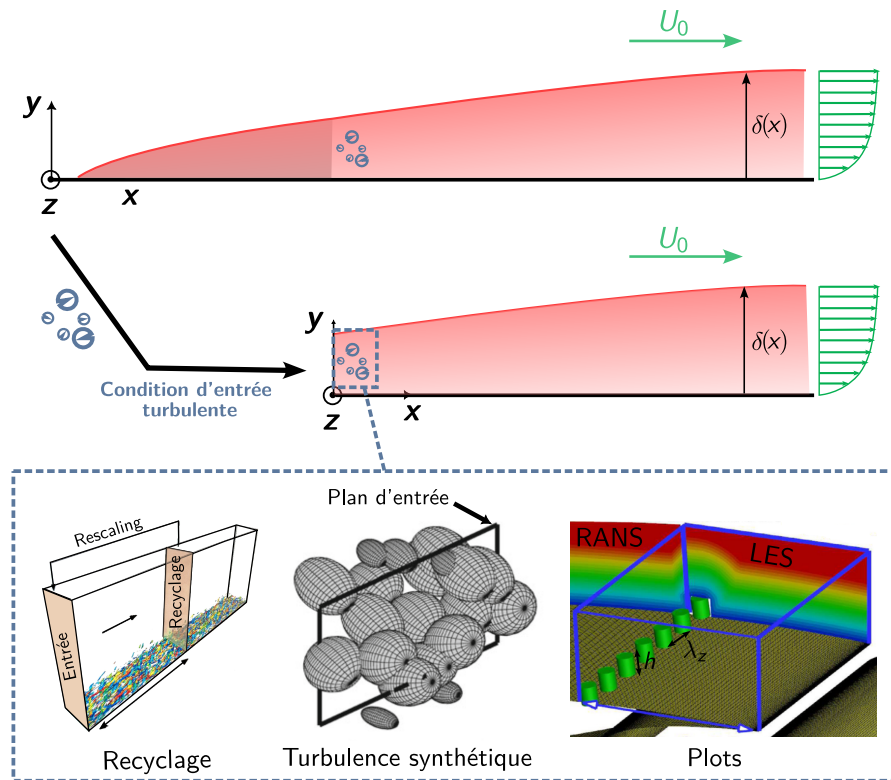


Figure 2.7 – Illustration schématique de l'utilisation d'une condition d'entrée turbulente pour un écoulement de couche limite. Des exemples de méthodes permettant la génération d'une telle condition d'entrée sont représentés. Adapté de [92] et [289].

Ces familles sont décrites brièvement ci-après :

- **1. - Mapping/Recyclage.** L'idée générale de ces méthodes consiste à générer les fluctuations turbulentes à partir d'une autre simulation ou en ré-utilisant les caractéristiques turbulentes d'une zone de l'écoulement. Pour ce faire, il est généralement nécessaire de remettre à l'échelle les quantités proche-paroi entre la zone où l'on prélève les données et la zone où on les injecte [229]. Cette méthode est utilisable pour des écoulements de plaque plane à l'équilibre comme dans la DNS de Sillero [329], mais elle ne peut pas être facilement adaptée pour d'autres types d'écoulement, ce qui représente un gros point faible des méthodes de cette famille ;
- **2. - Turbulence synthétique.** Ces méthodes consistent à générer de la turbulence en ajoutant des fluctuations analytiques à un profil de vitesse moyen, ces fluctuations sont composées de bruit aléatoire. Les structures qui résultent de ces fluctuations aléatoires ne sont cependant pas exactement consistantes avec les équations de Navier-Stokes, *ie* elles ne possèdent pas les propriétés de corrélation (en temps et en espace) qui caractérisent la turbulence. Par conséquent, elles ont besoin d'être advectées sur une certaine distance L_R pour progressivement s'adapter et retrouver les propriétés d'un écoulement turbulent (coefficient de frottement, profil de vitesse et tenseur de Reynolds). Parmi ces méthodes figure la SEM (pour **S**ynthetic **E**ddy **M**ethod) [181, 281, 91] qui est couramment employée. Cette méthode vise à injecter des tourbillons dont la forme et la taille sont contrôlées, et qui satisfont à un tenseur de Reynolds pré-défini ;
- **3. - Transition contrôlée.** Cette famille de méthodes a pour point commun de générer de la turbulence en introduisant des rugosités, par exemple en ajoutant de petits «plots». Ces méthodes sont simples à mettre en place, mais la paramétrisation des plots (diamètre, hauteur, distances entre deux plots consécutifs) doit être soigneusement définie, en fonction des caractéristiques locales de la couche limite [92].

En pratique, l'utilisation de ce type de condition d'entrée est complexe et reste un sujet de recherche actif. En effet, générer des structures turbulentes qui soient représentatives de l'écoulement étudié est

très difficile, d'autant plus que ces méthodes peuvent être sujettes à deux défauts : une distance d'adaptation L_R élevée et un bruit généré important. Pour une condition d'entrée idéale, ces deux facteurs doivent être les plus faibles possibles. Ils sont généralement les paramètres représentatifs de la qualité de la méthode. Par exemple, une méthode qui génère beaucoup de bruit parasite ne sera pas envisageable pour des études aéroacoustiques. Afin de réduire la distance d'adaptation L_R , qui existe donc pour toutes les méthodes mentionnées, il est possible d'ajouter un terme de *forçage volumique*. Ce terme a pour but de booster la variance de vitesse v' (composante selon la normale à la paroi) afin que $-\overline{u'v'}$ atteigne un niveau pré-défini, obtenu à l'aide de données expérimentales ou d'une simulation RANS [346, 213].

Finalement, la génération de fluctuations turbulentes, nécessaire dans le cadre de simulation LES, est un élément délicat à mettre en place aussi bien dans un contexte Navier-Stokes que LBM [92, 393]. Bien que cet aspect ne soit pas étudié durant cette thèse, sa présence dans ce manuscrit est nécessaire afin de souligner le niveau d'expertise requis pour correctement mettre en place une simulation LES (WMLES ou WRLES comme il sera vu plus tard). Cet aspect ajoute encore à la simplicité (relative) associée au traitement RANS de l'entière des couches limites puisqu'il n'y a pas à mettre en place de telles conditions d'entrée.

1.3.5 Adaptation de modèle LES en LBM

Analogie avec Navier-Stokes

Comme souligné par Malaspinas & Sagaut [236] en 2012, la très vaste majorité des modèles sous-maille usités en LBM reposent sur un modèle à viscosité tourbillonnaire (souvent de type Smagorinsky), où par analogie avec le formalisme Navier-Stokes, on utilise la relation (2.24) dérivée de la méthode de Chapman-Enskog. Cette relation reste néanmoins une extrapolation heuristique des modèles à viscosité tourbillonnaire généralement employés dans un contexte de résolution des équations de Navier-Stokes. De plus, cette extrapolation n'est valable que dans la limite d'un écoulement faiblement compressible. Ainsi, le constat de Malaspinas & Sagaut qui reste d'actualité à l'écriture de ce manuscrit en 2024 [207, 42, 393], pourrait être reconsidéré suite au développement de schémas LBM compressibles [114, 296, 73]. C'est cette stratégie qui est utilisée dans ProLB.

Autres propositions

Dès la fin des années 90, la LBM présentait déjà des prédispositions pour les approches LES, notamment par son caractère intrinsèquement instationnaire. Divers auteurs ont suivi l'approche de filtrer l'équation de Boltzmann [9, 145, 236, 332] afin de pouvoir analyser les termes sous-mailles résultants. L'idée étant de pouvoir construire des modèles sous-mailles consistants avec les équations de la LBM. Le filtrage de l'équation Boltzmann s'écrit :

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial t} + \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla \bar{f} = \Omega(\bar{f}) + \mathcal{R} \quad (2.32)$$

où le terme $\mathcal{R} = \overline{\Omega(f)} - \Omega(\bar{f})$ résulte du caractère non-linéaire de l'opérateur de collision. Selon Girimaji [145], le terme sous-maille $\overline{\Omega(f)}$ est différent de son homologue Navier-Stokes pour plusieurs raisons : ce terme représente à la fois l'effet dissipatif des collisions et l'effet d'advection de la turbulence non résolue. Ainsi, une modélisation du type BGK ne pourra pas rendre compte du phénomène de transfert d'énergies des petites échelles vers les grandes (phénomène de *backscatter*). Il mentionne également la difficulté de définir une distribution à l'équilibre pour la distribution filtrée \bar{f} et propose un changement de variable pour essayer de séparer les effets de collision des effets induits par la turbulence de la vitesse non-résolue \mathbf{u} . Malaspinas & Sagaut ont suivi une autre voie en adoptant un modèle de type BGK ($\mathcal{R} = (\overline{f^{\text{eq}}(\rho, \mathbf{u})} - f^{\text{eq}}(\bar{\rho}, \bar{\mathbf{u}}))/\tau$) en remplaçant f^{eq} par son développement en polynômes d'Hermite [236]. Suivant l'ordre de troncation N de ce développement, différents termes

sous-maillages similaires à leurs homologues Navier-Stokes apparaissent. Les auteurs en déduisent une formule plus générale d'évaluation du temps de relaxation τ .

D'autres modélisations sous-maille ont été transposées d'un formalisme Navier-Stokes à un formalisme LBM à partir de l'équation de Boltzmann filtrée. C'est le cas, par exemple, de l'ADM [249, 235, 322] appliquée à l'équation de Boltzmann :

$$G_{\Delta} * \left[\frac{\partial f^*}{\partial t} - \Omega(f^*) \right] = 0 \quad (2.33)$$

avec f^* une estimation de f obtenue à partir d'une inversion approchée du filtre G_{Δ} . Une comparaison entre un modèle de type Smagorinsky et l'ADM pour une configuration de train d'atterrissage en LBM est présentée dans [322]. Les auteurs ont trouvé que les deux modélisations sous-maillages fournissent des prévisions acoustiques équivalentes. D'autres modèles sous-maille ont été validés pour des écoulements à des nombres de Reynolds faibles à modérés comme le modèle WALE [380] ou Vreman [73, 42]. De plus, un certain nombre d'auteurs n'utilisent pas de modèle sous-maille, la dissipation induite par le schéma numérique se comportant comme un modèle fonctionnel [177, 279], on parle alors d'ILES (Implicit LES). Dans le cadre du modèle de collision HRR, la dissipation du schéma numérique peut par exemple être contrôlée à l'aide du paramètre σ .

1.3.6 État de l'art des simulations (WM)LES en LBM à haut nombre de Reynolds

Premièrement, il est à nuancer que dans le cadre d'un écoulement turbulent à haut nombre de Reynolds, qui est d'intérêt ici, les simulations LES sont pratiquement toujours utilisées avec une loi de paroi [45]. En effet, l'isotropie des grilles en LBM impose rapidement un nombre conséquent de nœuds de calculs afin de raffiner les régions proche paroi, et l'utilisation d'une loi de paroi est quasi-indispensable. Ainsi, pour des écoulements turbulents à haut nombre de Reynolds en LBM, on parlera exclusivement de Wall-Modeled LES (WMLES). Deuxièmement, les simulations LBM à haut nombre de Reynolds sont plutôt rares. Parmi elles, on retrouve principalement des études acoustiques sur des trains d'atterrissages, profils hypersustentés, turbofans ou configurations complètes notamment issues des problèmes BANC³. Parmi les principales simulations WMLES-LBM dans la littérature, on retrouve notamment des :

► *Études de trains d'atterrissage* : La WMLES-LBM est très intéressante pour simuler l'écoulement autour d'un train d'atterrissage. La configuration étant massivement décollée, le rapport précision / coût de calcul de la LBM est avantageux en comparaison avec les méthodes Navier-Stokes. Cet aspect a été illustré lors des BANC-II et BANC-III dont un cas retenu est le train d'atterrissage simplifié LAGOON [238]. L'écoulement autour du LAGOON a été simulé par différentes approches lors de ces ateliers et une comparaison entre les solveurs WMLES-LBM (ProLB [322]) et LBM-VLES (PowerFLOW [52]) ainsi que d'autres solveurs Navier-Stokes (elsA, CFL3D par exemple) est présentée dans [239]. Pour ce cas-test, le solveur WMLES-LBM a un coût par point environ *dix fois inférieur* aux solveurs Navier-Stokes (hybride RANS/LES ou LES) pour une précision légèrement supérieure. Une comparaison entre les deux solveurs LBM et les données expérimentales pour deux stations situées près d'une roue est présentée en Figure 2.8. Les PSD de pression pariétale présentent les mêmes niveaux et capturent correctement la physique responsable du bruit sur ces stations. Néanmoins, les chiffres de performance énoncés plus hauts datent de 2015 et comparent des solveurs et des grilles très différents. Selon l'étude plus récente de Suss *et al.* [359], basée sur une comparaison Navier-Stokes / lattice Boltzmann non-biaisée avec une métrique commune, la WMLES-LBM reste très intéressante

3. Les BANC sont des ateliers de travail sur la prévision numérique du bruit d'origine aérodynamique organisés par la NASA et sponsorisés par l'AIAA

pour ce type d'écoulement massivement décollé, mais avec un gain de performance plutôt de l'ordre de 7 par rapport à un calcul Navier-Stokes sur une grille identique.

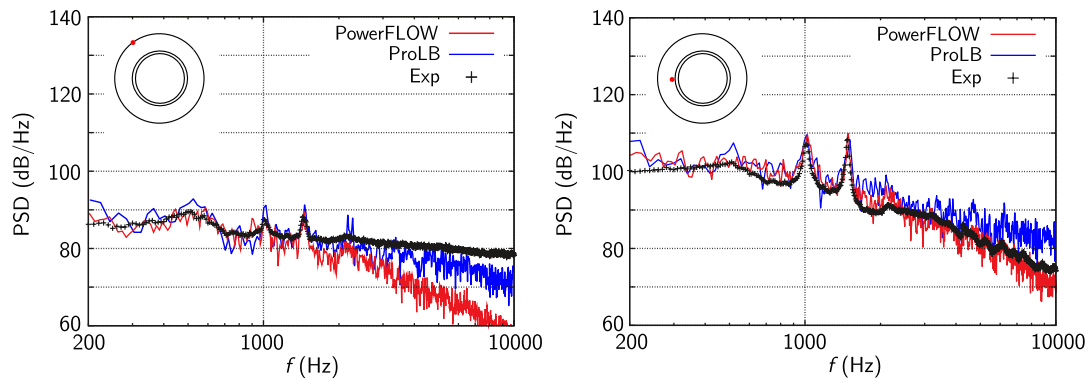


Figure 2.8 – Comparaison des PSD des fluctuations de pression pariétale en deux points de la roue avec les solveurs LBM-VLES PowerFLOW (détaillé en Section 2.3) et WMLES-LBM (ADM) ProLB. Adapté de [322, 52].

➡ *Études de profils hyper-sustentés* : Parmi les simulations WMLES-LBM appliquées à des profils hyper-sustentés, deux géométries ont été largement étudiées : le profil 30P30N [67] et le F16 [241] (voir Figure 2.9).

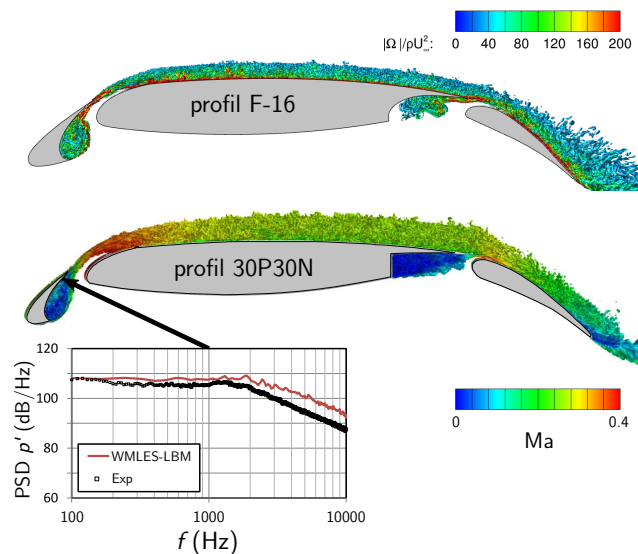


Figure 2.9 – Visualisations d'iso-surfaces de critère Q coloriées par la norme de vorticité pour le profil F16 (haut) et par le nombre de Mach pour le profil 30P30N(bas). Une comparaison de la PSD des fluctuations de pression près du point d'impact est présentée entre le calcul WMLES-LBM et les données expérimentales. Adapté de [279, 337]

L'écoulement autour de ces deux profils a été étudié aussi bien en LBM qu'en Navier-Stokes. Dans le cas du 30P30N, il existe trois études réalisées par Degryny *et al.* [96] (65 millions de points), Maeyama *et al.* [232] (140 millions de points) ainsi que Nishimura *et al.* [279] (500 millions de points). Dans la première étude, la WMLES-LBM est incapable de correctement prévoir l'évolution du champ de pression sur l'aile. La seconde étude fournit de très bonnes prévisions des fluctuations de pression pariétale au niveau du bec, en revanche le coefficient de pression sur l'aile est largement sous-estimé. La troisième étude, possédant un nombre de points bien supérieur aux deux autres, fournit de bons

résultats acoustiques en comparaison avec les essais mais ne présente pas de données aérodynamiques. L'écoulement autour du profil F16 (avec un intérêt particulier porté sur le bec) a également été simulé en WMLES-LBM avec le code ProLB [337] (100 millions de noeuds). Pour ce profil, des résultats aérodynamiques et acoustiques corrects ont été obtenus. En revanche, un retard à la formation des instabilités dans la cavité de bec a été reporté, se traduisant par une surestimation des niveaux d'énergie cinétique turbulente dans la couche de cisaillement de la cavité de bec.

► *Études de turbofan* : Les prévisions numériques des champs aéroacoustiques des moteurs d'avion nécessitent généralement d'utiliser deux ou trois codes différents (un code de calcul CFD et un code de propagation acoustique par exemple). Dans l'étude de Daroukh *et al.* [78], la WMLES-LBM est utilisée pour réaliser une simulation acoustique directe d'une configuration de turbofan (ANCF), en exploitant la capacité de la LBM à propager les ondes acoustiques à faible coût. En Figure 2.10, la PSD des fluctuations de pression obtenue par simulation acoustique directe (WMLES-LBM) en un microphone est comparée aux données expérimentales. Des visualisations de l'écoulement sont également présentées. Des niveaux corrects ont été obtenus et démontrent l'intérêt de la LBM pour ce type de configuration à faible nombre de Mach. Des simulations aéroacoustiques WMLES-LBM de dispositif technologique de réduction de bruit d'un turbofan ont également été étudiées par Buszyk *et al.* [43].

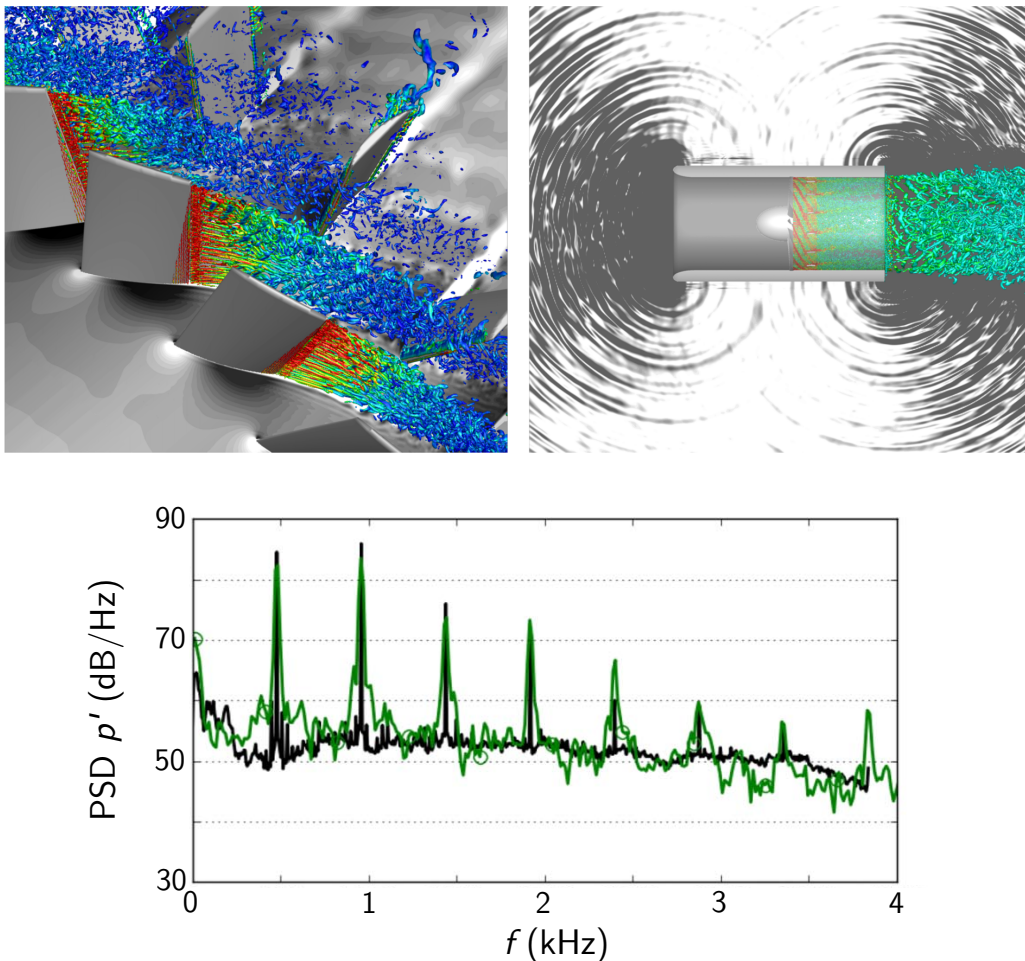


Figure 2.10 – (haut) : Visualisations d'iso-surfaces de critère Q et d'ondes acoustiques pour une configuration de turbofan. (bas) : Comparaison des PSD de fluctuations de pression en un microphone entre WMLES-LBM et les données expérimentales. Adapté de [78].

2.1 Principe général des approches hybride RANS/LES

Comme son nom le suggère, les méthodes hybrides RANS/LES associent une modélisation RANS et une modélisation LES dans le but d'allier précision et coût de calcul. En effet, les simulations RANS sont grandement reconnues comme rapides et relativement précises pour de nombreux types d'écoulement. Cependant, celles-ci ne sont généralement pas capables de prévoir des écoulements massivement décollés ou certains phénomènes instationnaires utiles pour l'industriel (voir Section 1.2.5). Le formalisme LES, quant à lui, est très largement reconnu comme une représentation fidèle des écoulements instationnaires. Cependant, la résolution des grandes échelles dans des régions proche-paroi représente un coût de calcul considérable proche d'une DNS et qui n'est pas envisageable pour des configurations industrielles. Pour illustrer cet aspect, en se basant sur l'estimation de Deck *et al.* [88], le nombre de points N associé à la modélisation d'une couche limite turbulente à un nombre de Reynolds donné est :

$$N_{\text{DNS}} \sim \text{Re}_\theta^{2,40}, \quad N_{\text{LES}} \sim \text{Re}_\theta^{2,17}, \quad N_{\text{WMLES}} \sim \text{Re}_\theta^{1,17} \quad (2.34)$$

où le nombre de Reynolds donné Re_θ est basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement θ . Ces courbes sont représentées en Figure 2.11 avec quelques points issus de simulations disponibles dans la littérature. On peut voir notamment que plus le nombre de Reynolds augmente, plus l'intérêt des approches alternatives comme la WMLES est important.

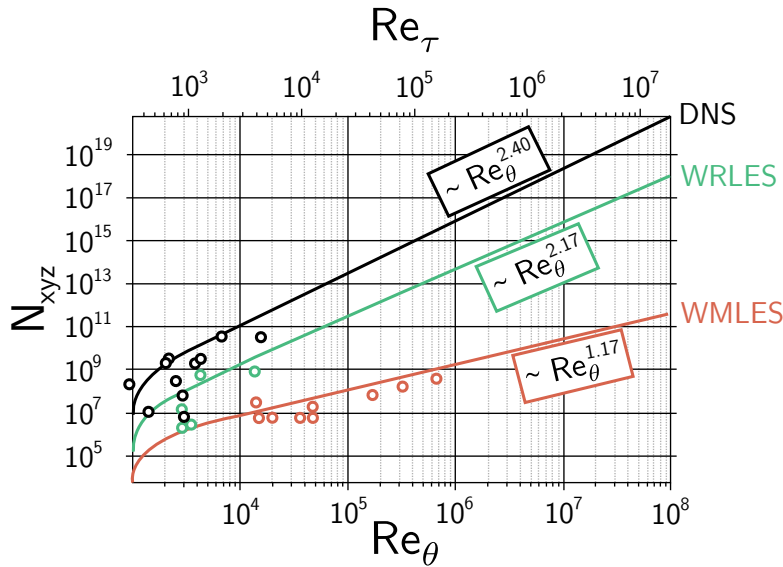


Figure 2.11 – Évolution de l'estimation du nombre de noeuds d'une simulation de couche limite turbulente suivant le nombre de Reynolds Re_θ basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement θ ou Re_τ basé sur. Tiré de [88].

Pour un avion en croisière, on a généralement $\text{Re}_\theta \sim 10^5$. Pour donner un ordre d'idée, la DNS de couche limite turbulente à nombre de Reynolds le plus élevé à ce jour vérifie $\text{Re}_\theta \approx 6500$ [329]. Ainsi, une DNS de couche limite se développant sur l'aile d'un avion en croisière est largement hors d'atteinte en 2024. Il en va de même pour une LES résolue à la paroi. D'après une estimation de Philippe Spalart [341] réalisée en 2000 pour un avion en croisière ($\text{Re}_L \approx 10^8$), le nombre de points de maillage suivant le niveau de modélisation de la turbulence est estimé à :

$$N_{\text{DNS}} \sim 10^{16}, \quad N_{\text{LES}} \sim 10^{11,5}, \quad N_{\text{hybride}} \sim 10^8, \quad N_{\text{RANS}} \sim 10^7 \quad (2.35)$$

Pour une seconde de calcul, le coût CPU d'une DNS est tel qu'il prendrait plusieurs milliers d'années [267], et quelques centaines d'années de moins pour une LES. En revanche, une simulation RANS stationnaire est réalisable avec les moyens de calcul actuels. Ce contraste entre approche RANS et LES a donné naissance à une famille de méthodes intermédiaire combinant les avantages des deux méthodologies : les simulations hybrides RANS/LES. L'objectif de ces méthodes est d'allier une modélisation RANS des couches limites avec une modélisation LES des champs libres ou décollés. Cette forme hybride permet de réduire drastiquement le coût de calcul vis-à-vis des simulations DNS, LES et WMLES car l'entière des couches limites est traitée en RANS, il n'y a pas de turbulence résolue dans la couche limite. Cette réduction de coût est également indiquée dans l'équation (2.35).

Il existe une grande variété de méthodologies hybrides RANS/LES caractérisée par une large diversité de terminologies. La différence majeure entre ces modèles réside dans la manière de définir les zones RANS et LES, ainsi que leur raccord. Dans ce qui suit, la famille de modèles hybrides RANS/LES la plus populaire est présentée : les modèles dérivant de la philosophie de la DES97.

2.2 De la DES (1997) à la ZDES mode 2 (2020)

2.2.1 Philosophie de la DES97

La famille des modèles dérivés de la DES97 est, parmi les méthodes hybrides RANS/LES, celle qui a le plus attiré les regards, tant par la facilité de son concept d'hybridation que par le potentiel applicatif qu'elle a démontré dès le début de son existence. Le concept général qui unit les membres de cette famille part d'un simple constat : si l'on considère l'équation de transport pour la variable $\tilde{\nu}$ du modèle de Spalart-Allmaras⁴ (voir équation (2.22)), le terme de destruction fait apparaître une échelle de longueur. Cette échelle est naturellement prise comme la distance à la paroi la plus proche $\ell = d_w$ dans le modèle RANS. Cependant, lorsque le terme de destruction s'équilibre avec le terme de production, la pseudo-viscosité est altérée de sorte que $\tilde{\nu} \sim \tilde{S}\ell^2$. Ce comportement est commensurable avec celui d'un modèle sous-maille à viscosité tourbillonnaire de type Smagorinsky, comme présenté en 1.3.3. Suivant ce constat, Spalart *et al.* [340] ont proposé de modifier l'échelle de longueur associée au modèle RANS de Spalart-Allmaras, et de la remplacer par :

$$\ell = \min(d_w, C_{\text{DES}}\Delta) \quad (2.36)$$

avec $\Delta = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ une échelle de longueur du maillage et $C_{\text{DES}} = 0,65$, une constante calibrée pour de la turbulence homogène isotrope. Une telle échelle de longueur se comportera «idéalement» comme d_w (modèle RANS) proche des parois et se comportera comme $C_{\text{DES}}\Delta$ (modèle LES) loin de la paroi. Ainsi, les zones RANS et LES sont fixées automatiquement par le maillage. Ce concept d'hybridation RANS/LES est remarquable car il permet de résoudre de la turbulence loin des parois à partir d'un modèle conceptuellement identique à un modèle RANS (à une seule équation de transport).

Ce modèle, appelé Detached Eddy Simulation (DES97), a vu le jour en 1997, soit seulement 5 ans après la publication du modèle RANS de Spalart-Allmaras. Il est le premier modèle de cette famille et caractérise l'esprit adopté lorsque l'on réalise une simulation avec un modèle de cette famille. Quelques remarques peuvent être faites sur ce modèle :

- ▀ Il existe plusieurs choix d'échelles de longueur Δ , basées sur d'autres critères comme le volume d'une cellule ou bien sur la vorticité qui la traverse [57] ;
- ▀ Une telle hybridation RANS/LES génère une interface entre les zones RANS et les zones LES où la modélisation adoptée ne correspond ni à un modèle RANS ni à un modèle sous-maille LES. Cette interface est appelée zone grise ;

4. Un constat équivalent peut être fait pour d'autres équations de transport afin de construire un modèle DES basé sur d'autres modèles de turbulence RANS ($k - \omega$ par exemple [354]). Seules les méthodes basées sur le modèle RANS de Spalart-Allmaras sont détaillées ici.

- ➡ Dans la DES97, la topologie des zones grises est uniquement dictée par le maillage (via l'échelle de longueur Δ) et est fixe dans le temps.

Les premiers résultats de la DES ont montré le potentiel d'une telle approche sur des écoulements massivement décollés et ont suscité beaucoup d'intérêt dans la communauté de la CFD [354, 347]. Son utilisation massive a aussi permis de mettre en évidence les sévères limitations de cette approche dans sa version d'origine. Ces limitations sont généralement une conséquence d'une mauvaise localisation de l'interface RANS/LES, *ie* des zones grises.

2.2.2 Les zones grises

L'interface RANS/LES, inhérente aux modèles hybrides RANS/LES, s'est rapidement révélée être l'élément clef à contrôler dans le cadre de la DES. En effet, ce dernier est à l'origine de plusieurs phénomènes non physiques qui ont été observés dans des simulations DES et qui sont à éviter afin que le modèle se comporte correctement :

- ➡ Le premier phénomène observé est l'épuisement de contraintes modélisées appelé **Modeled-Stress Depletion (MSD)** en Anglais. Ce phénomène apparaît lorsqu'une zone grise se situe à l'intérieur d'une couche limite attachée. Le modèle adopte une échelle de longueur LES à l'intérieur d'une couche limite, où le maillage n'est pas assez fin pour y résoudre la turbulence. Ce problème entraîne une sous-estimation des niveaux de viscosité tourbillonnaire ν_t , ce qui diminue donc les tensions de Reynolds ainsi que le frottement pariétal. Ce phénomène peut engendrer un décollement non physique communément appelé GIS pour **Grid-Induced Separation** dont les conséquences applicatives peuvent s'avérer catastrophiques ;
- ➡ Un second phénomène observé consiste en un retard à la formation des instabilités dans une couche de mélange. Ce retard est causé en partie par l'advection de la viscosité tourbillonnaire RANS d'une couche limite située en amont d'un décollement, qui n'est pas détruite assez rapidement et par l'absence de fluctuations turbulentes dans la couche limite incidente.

Idéalement, les zones grises doivent être les plus petites possibles et situées en dehors des couches limites attachées. Une illustration du comportement attendu par un modèle DES est présenté en [Figure 2.12](#).

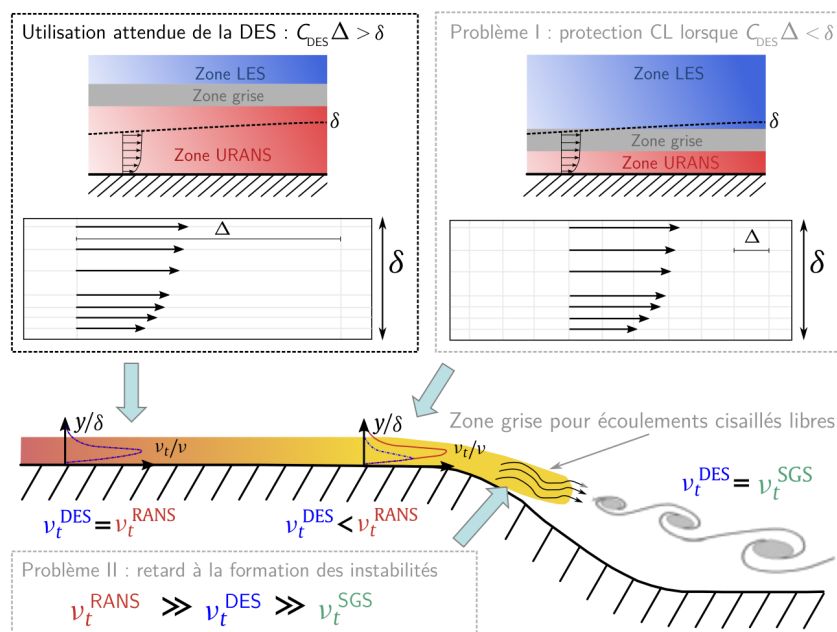


Figure 2.12 – Représentation schématique du comportement idéal d'un modèle de type DES. Adapté de [87].

2.2.3 Formulation générale

Afin d'apporter un certain contrôle des zones grises dans des simulations de type DES, une fonction de protection f_P est introduite dans l'échelle de longueur DES de l'équation (2.36), réécrite de sorte que :

$$\ell = d_w - f_P \cdot \max(0, d_w - C_{DES}\Delta) \quad (2.37)$$

La fonction f_P a son image incluse dans $[0; 1]$ et dépend des grandeurs de l'écoulement afin que les zones grises «s'adaptent» au type d'écoulement. Il est à noter que la valeur $f_P = 1$ correspond au modèle DES97.

Une formulation idéale de la fonction f_P assurerait une protection RANS des couches limites attachées tout en permettant un basculement rapide vers un modèle sous-maille en champ décollé. Il sera vu dans ce qui suit que la formulation d'une telle fonction n'est pas chose aisée.

Delayed Detached Eddy Simulation (DDES) de 2006

L'introduction d'une fonction de protection remonte aux travaux de Spalart *et al.* [343] en 2006. La fonction de protection f_P est alors notée f_d , et elle est définie par

$$f_d = 1 - \tanh \left[(8r_d)^3 \right] \quad (2.38)$$

où r_d est inspiré du senseur r (voir équations (2.18)) du modèle de Spalart-Allmaras de sorte que :

$$r_d = \frac{\nu_t + \nu}{\|\nabla \mathbf{u}\| \kappa^2 d_w^2} \quad (2.39)$$

Le rôle de ce senseur est de détecter la zone logarithmique d'une couche limite. En effet, celui-ci vaut 1 dans la zone logarithmique car $\nu_t = \kappa y u_\tau$ et il tend vers 0 dans la partie supérieure de la couche limite. La fonction f_d est alors construite pour assurer un basculement continu et rapide entre les deux échelles de longueur. Elle vaut 0 lorsque la zone logarithmique est détectée et bascule progressivement vers 1 dans la zone externe de la couche limite. L'utilisation de cette seule fonction de protection ($f_P = f_d$) est appelée **Delayed DES (DDES)** dans sa version de 2006. Cette méthode a montré un fort potentiel pour la simulation, à coût abordable, d'écoulements massivement décollés autour de formes géométriques complexes [342]. Elle apporte une robustesse significative à la DES de 1997, mais qui n'est pas suffisante pour des maillages très fins.

Bien que le traitement RANS de la couche limite soit facilité par la fonction f_d , il apparaît que la protection est insuffisante dans le cas de mailles trop fines dans la direction de l'écoulement. Elle n'empêche plus l'apparition de phénomènes tels que la MSD, la GIS ou le retard à la formation des instabilités [131]. Un exemple d'apparition de ces trois phénomènes en DDES est présenté en [Figure 2.13](#). La [Figure 2.13](#) (a) montre que lorsque la résolution en espace dans la direction de l'écoulement Δx est assez grande (supérieure à 0.3δ environ [87]), le frottement sur la plaque plane est celui d'une modélisation RANS, comme désiré. En revanche, le coefficient de frottement devient sévèrement sous-estimé pour des niveaux de raffinement plus élevés. Cette sous-estimation est la conséquence d'une MSD car f_d est mise en défaut par la finesse du maillage. Cette situation apparaît fréquemment (voire systématiquement) dans le cadre de raffinement de maillages cartésiens isotropes en LBM [96]. La [Figure 2.13](#) (b) compare le développement de couches de mélange en sortie de tuyère entre une DDES et une ZDES mode 1 (qui sera détaillée dans le paragraphe suivant). Elle met en avant le retard à la formation des instabilités en DDES, avec notamment des instabilités de Kelvin-Helmholtz qui transitionnent très lentement vers une turbulence tridimensionnelle. Enfin, la [Figure 2.13](#) (c) montre la possible apparition d'un décollement non physique au bord de fuite d'un profil, engendré par une sévère MSD en DDES.

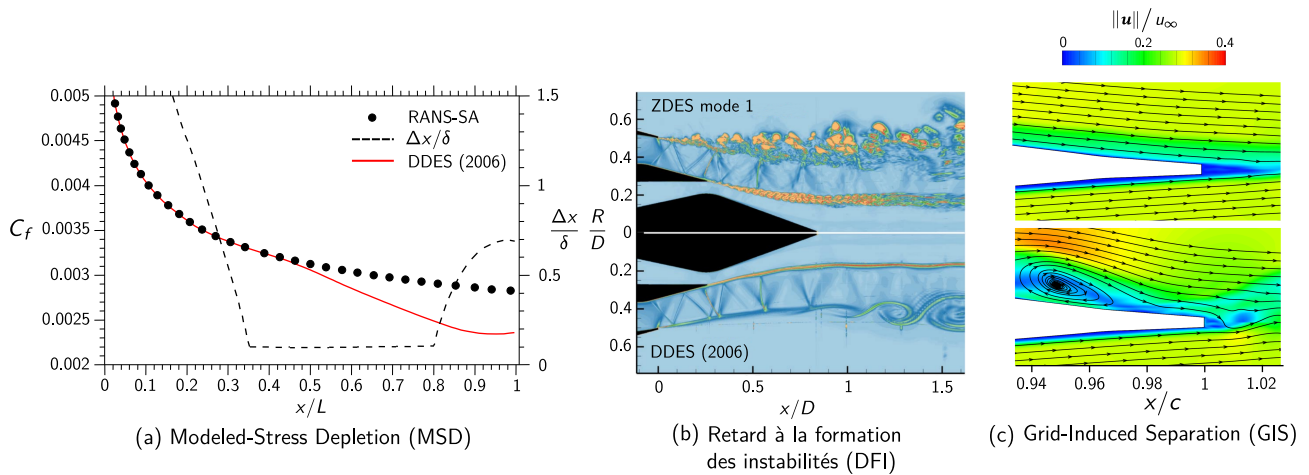


Figure 2.13 – Illustration des limitations possibles de la DDES (2006). Adaptée respectivement de [87], [180] et [377].

Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES)

La manière la plus sûre de contrôler *a priori* la topologie des zones grises consiste à la spécifier explicitement. Afin d’assurer un traitement RANS des couches limites attachées, une possibilité consiste donc à dissocier en amont du calcul des zones fixes de l’écoulement dans lesquelles un traitement spécifique (appelé mode) sera prescrit. On parle alors de traitement zonal. Cette philosophie est l’essence même de la **Zonal DES (ZDES)** introduite par Deck en 2005 [82], et qui confère une grande flexibilité dans son utilisation pour une charge utilisateur plus importante. Suivant la physique locale de la configuration étudiée (couche limite, décollement induit par la géométrie, décollement mince, ...), l’utilisateur pourra spécifier le mode le plus adéquat. Plus précisément, la ZDES se décline en 4 modes inter-compatibles numérotés de 0 à 3 [83]. Chaque mode est optimisé pour traiter un type d’écoulement en particulier comme illustré en Table 2.1.

(A) Description des quatre modes de la ZDES

- **MODE 0** : Ce mode correspond au mode RANS, traité avec le modèle S-A. C’est le modèle par défaut ;
- **MODE I** : Le mode I est adapté aux décollements induits par la géométrie comme des écoulements de culots comme autour d’arrière-corps de lanceurs spatiaux [280] ou de projectiles [331]. Ce mode possède une protection identique à la DES de 1997 ($f_P = 1$) ;
- **MODE II** : Le mode II est adapté aux décollements induits par un gradient de pression sur une surface courbe [82, 41]. Ce mode est «automatique» dans le sens où les zones RANS et LES sont spécifiées par le modèle lui-même. Ce mode est notamment utilisé lorsque le point de décollement n’est pas connu ou évolue dans le temps. Dans sa version 2012, il utilise la même fonction de protection que celle de la DDES de 2006 ($f_P = f_d$) tandis que sa version 2020 utilise une fonction de protection $f_P = f_{P_{ZDES}}$, qui sera détaillée en sous-partie **(D)**. Si l’on souhaite utiliser la ZDES comme un modèle automatique, il suffit d’utiliser le mode 2 dans tout l’écoulement [86] ;
- **MODE III** : Le mode III est particulièrement adapté aux décollements minces fortement influencés par la couche limite amont, comme par exemple au bord de fuite d’un profil ou d’un décollement mince [85, 376]. Ce mode est différent des trois autres dans le sens où il correspond essentiellement à un traitement WMLES⁵ : la turbulence dans la zone externe de la couche limite est résolue. Son utilisation s’accompagne donc d’une injection de turbulence en amont (voir Section 1.3.4). Concrètement, l’utilisateur spécifie une distance de référence d_u de sorte qu’un traitement RANS s’applique en tout point de la paroi jusque d_u , le reste de l’écoulement

5. Le modèle peut également être utilisé en tant que LES résolue à la paroi (WRLES) [89]

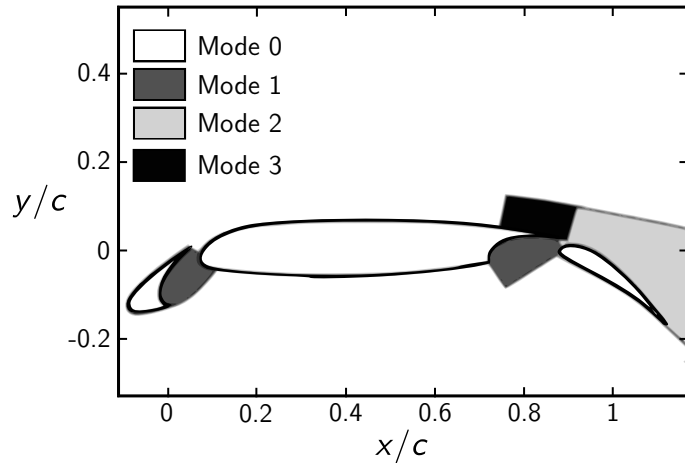


Figure 2.14 – Illustration du traitement zonal de l'écoulement autour d'un profil hyper-sustenté avec la ZDES. Tiré de [85].

est traité en mode I.

Pour les modes I et III, l'utilisateur doit spécifier la topologie des zones ainsi que la valeur de certains paramètres là où le mode II, tout comme la DDES (2006), est automatique. Les différents modes de la ZDES sont compatibles entre eux. Une force majeure de ce modèle est donc sa flexibilité : un écoulement complexe mettant en jeu plusieurs types de décollements pourra être modélisé de manière optimale en appliquant localement le mode correspondant au type de décollement attendu. Cet aspect est concrètement illustré en Figure 2.14 pour un écoulement autour d'un profil hyper-sustenté, qui réunit différents phénomènes physiques instationnaires complexes [82, 85, 92]. Les couches limites attachées sur l'extrados du bec, du corps principal et du volet sont forcées en RANS, sauf en approche du bord de fuite du corps principal, traité en mode III. En revanche, les écoulements de cavité (bec et volet) sont traités en mode I puisque la localisation du décollement est induite par la géométrie. Dans ce qui suit, quelques spécificités associées à la ZDES sont présentées.

ZDES (zonal)	Mode I	Mode II	Mode III
Type d'écoulement	culot, marche, cavité, aérofrein, jet	tremblement, conduit, nacelle, entrée d'air, jet	décollement mince, couche limite turbulente
Echelle hybride ℓ	$\min(d_w, C_{DES}\Delta)$	$d_w - f_d \max(0, d_w - C_{DES}\Delta)$	$\begin{cases} d_w & \text{si } d_w < d_u \\ \min(d_w, C_{DES}\Delta) & \text{sinon} \end{cases}$
Exemples	Lanceur [90, 265, 280] Jets [57, 84] Aérofrein [134]	profil hyper-sustenté [82, 85, 92] Jets [377, 135] Turbofan [128, 288]	couche limite turbulente WMLES [213, 297, 92, 376] WRLES [89, 298]

Table 2.1 – Exemples d'application de la ZDES pour une large variété d'écoulements. Adapté de [83].

B Les échelles de longueur ZDES

La formulation ZDES utilise trois échelles de longueur parmi les suivantes :

$$\Delta_{\max} = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z), \quad \Delta_{\text{vol}} = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3} \quad \text{et} \quad \Delta_{\omega} = \sqrt{N_x^2 \Delta y \Delta z + N_y^2 \Delta z \Delta x + N_z^2 \Delta x \Delta y} \quad (2.40)$$

où $\mathbf{N} = \boldsymbol{\omega} / \|\boldsymbol{\omega}\|$ est le vecteur unitaire dont les composantes (N_x, N_y, N_z) fournissent l'orientation du vecteur vorticité $\boldsymbol{\omega}$. L'échelle de longueur Δ_{\max} correspond à celle utilisée dans la formation originelle de la DES, Δ_{vol} correspond à une échelle de longueur classiquement utilisée en LES tandis que Δ_{ω} a été introduit dans [57] afin de pallier le retard à la formation des instabilités. En général, l'utilisation des échelles Δ_{vol} et Δ_{ω} est conseillée dans les zones LES, tandis que Δ_{\max} est utilisée en zone modélisée en RANS. Dans le cadre de la LBM, la grille cartésienne isotrope impose $\Delta_{\max} = \Delta_{\text{vol}} \approx \Delta_{\omega}$, ce qui fait que le choix d'échelle de taille de maille n'est pas significatif.

C Désactivation des fonctions originelles de Spalart-Allmaras

Dans le mode I, les fonctions originelles du modèle RANS définies respectivement dans les équations (2.20), (2.21) et (2.19) sont désactivées dans les zones traitées avec un formalisme LES, c'est-à-dire que :

$$f_{v1} = 1, \quad f_{v2} = 0 \quad \text{et} \quad f_w = 1 \quad (2.41)$$

Un premier intérêt de cette désactivation est de s'assurer que les faibles niveaux de viscosité tourbillonnaire associés à une modélisation LES ne soient pas interprétés comme une région très proche paroi. De plus, ces modifications accélèrent la formation de contenu instationnaire.

D La nouvelle version du mode 2 automatique (2020)

Une nouvelle formulation du mode 2 de la ZDES a été récemment proposée par Deck & Renard [87], elle est communément appelée ZDES mode 2 (2020). Elle repose sur l'élaboration d'une nouvelle fonction de protection ($f_P = f_{P_{\text{ZDES}}}$) dont la construction est pleinement détaillée ci-après, car son implantation ainsi que sa validation dans un contexte LBM est une étape principale de cette thèse. Cette nouvelle formulation conserve l'esprit de l'ancienne version du mode 2 (2012) mais apporte deux éléments majeurs afin de réduire drastiquement les phénomènes de MSD et DFI :

- ▣ Une protection RANS des couches limites attachées sur l'ensemble de leur épaisseur δ ne dépendant ni du niveau de résolution du maillage ni du gradient de pression ;
- ▣ Une destruction accrue de la viscosité tourbillonnaire lors de la transition vers une modélisation LES.

Les auteurs ont notamment démontré la capacité de la nouvelle protection à assurer un traitement RANS de l'entière de la couche limite, là où la fonction de protection précédente ne protégeait pas toute la zone externe. De plus, cette protection est efficace pour tout niveau de résolution et quel que soit le niveau du gradient de pression. Ce modèle constitue donc une avancée majeure puisqu'il permet un traitement automatique et robuste de configurations avancées. Cet aspect est illustré en Table 2.1 pour une large variété d'écoulements, allant de géométries de lanceurs de nouvelle génération à l'avion complet. Il est désormais le modèle hybride RANS/LES mis en avant par la NASA [12, 195, 123, 109] et ouvre la perspective d'une modélisation de type DES suffisamment robuste pour être appliquée dans un contexte LBM. Dans ce qui suit, le détail de la construction de la fonction de protection $f_P = f_{P_{\text{ZDES}}}$ est présenté.

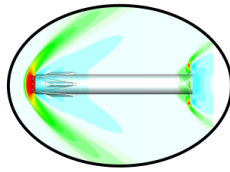
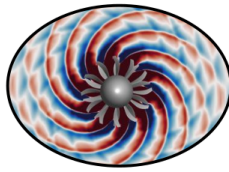
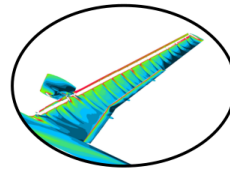
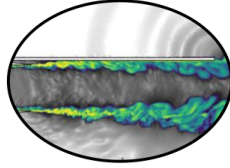
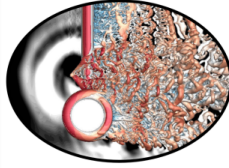
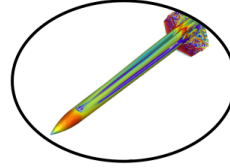
ZDES (automatique)			
Exemples			
	Lanceur [243, 382, 299, 218]	Open-rotor [109]	Avion complet [12]
			
	Jet [136]	Trains [365]	Missile [244]

Table 2.2 – Exemples d’application du mode 2 (2020) de la ZDES pour diverses applications industrielles.

Obtention d’une protection renforcée :

La protection renforcée du mode 2 (2020) est obtenue à l’aide de trois senseurs numériques construits afin de détecter trois phénomènes physiques différents :

- Le senseur r_d de la DDES (voir équation (2.39)) est réutilisé afin de détecter la zone interne d’une couche limite attachée. En réalité, il est très légèrement modifié puisque la viscosité tourbillonnaire ν_t est remplacée par la pseudo-viscosité $\tilde{\nu}$ de sorte que :

$$r_d = \frac{\tilde{\nu} + \nu}{\|\nabla \mathbf{u}\| \kappa^2 d_w^2} \quad (2.42)$$

- Un nouveau senseur $\mathcal{G}_{\tilde{\nu}}$ est introduit. Ce dernier est construit afin de détecter la zone de sillage d’une couche limite. Il vient donc en complément de r_d afin d’assurer que l’entièreté de la couche limite soit détectée par le modèle. Ce nouveau senseur est basé sur la décroissance de la pseudo-viscosité suivant la normale à la paroi :

$$\mathcal{G}_{\tilde{\nu}} = \frac{25}{\|\nabla \mathbf{u}\| \kappa d_w} \max\left(0, -\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial n}\right) \quad (2.43)$$

où la dérivée selon la normale est calculée comme $\partial \blacksquare / \partial n = \nabla \blacksquare \cdot \mathbf{n}$ avec \mathbf{n} le vecteur unitaire normal à la paroi.

- Un troisième et dernier senseur est introduit par les auteurs. Celui-ci doit détecter un décollement, il est basé sur le gradient de vorticité suivant la normale à la paroi :

$$\mathcal{G}_{\Omega} = \frac{\partial \|\Omega\|}{\partial n} \sqrt{\frac{\tilde{\nu}}{\|\nabla \mathbf{u}\|^3}} \quad (2.44)$$

où $\|\Omega\|$ désigne la norme du vecteur vorticité.

Comme dans l’esprit de la DDES, chaque senseur est utilisé afin de construire une fonction destinée à assurer le passage rapide et continue entre échelle RANS et échelle LES. Plus précisément :

- Le senseur r_d permet de construire la fonction f_d au travers de l’équation (2.38). Son rôle est identique : protéger la zone interne de la couche limite en RANS ;
- Le senseur $\mathcal{G}_{\tilde{\nu}}$ permet la construction d’une fonction f_{P2} similaire à f_d permettant de protéger la zone de sillage d’une couche limite :

$$f_{P2} = \frac{f_d(2,5 \cdot r_d)}{f_d(r_d)} f_d(\mathcal{G}_{\tilde{\nu}}) \quad (2.45)$$

Enfin, le senseur \mathcal{G}_Ω est utilisé pour créer la fonction f_R , appelée fonction d'inhibition, son rôle est de tempérer la protection apportée par f_{P2} en ayant la possibilité d'inhiber sa protection. En effet, le senseur \mathcal{G}_ν n'est pas à même de faire la distinction entre une zone de sillage de couche limite et le début d'une couche de mélange. Sans contrôle, la fonction f_{P2} va procurer une protection RANS des couches de mélange, ce qui est le comportement contraire à celui désiré. C'est là que f_R entre en jeu : elle s'active lorsqu'un décollement est détecté afin d'empêcher f_{P2} de protéger en RANS une zone que l'on souhaiterait traiter en LES. La fonction d'inhibition est définie par :

$$f_R(\mathcal{G}_\Omega) = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathcal{G}_\Omega \leq 0,03 \\ \frac{1}{1+\exp\left(\frac{6\alpha}{\alpha^2-1}\right)} & \text{si } 0,03 < \mathcal{G}_\Omega < 0,04 \\ 0 & \text{si } \mathcal{G}_\Omega \geq 0,04 \end{cases} \quad (2.46)$$

avec $\alpha = 7 - 200 \cdot \mathcal{G}_\Omega$. Afin de réduire le bruit numérique, les auteurs suggèrent d'imposer $f_R = 1$ lorsque $\|\boldsymbol{\Omega}\| < 0,8 \|\nabla \mathbf{u}\|$.

La fonction de protection finale $f_{P_{ZDES}}$ de la ZDES mode 2 (2020), qui est injectée dans l'équation (2.37), est :

$$f_{P_{ZDES}} = f_d [1 - (1 - f_{P2}) f_R] \quad (2.47)$$

Destruction accrue de la viscosité tourbillonnaire en zone grise

Les auteurs proposent également de modifier les fonctions du modèle de Spalart-Allmaras ainsi que l'échelle de taille de maille en construisant des fonctions hybrides entre les fonctions RANS (équations (2.20), (2.19) et (2.21)) et celles du mode 1 (2.41) à l'aide de deux tests booléens :

$$\text{test}_\Delta = \begin{cases} 0 & \text{si } f_d \leq 0,8 \text{ ou } 1 - (1 - f_{P2}) f_R \leq 0,8 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.48)$$

$$\text{test}_w = \begin{cases} 0 & \text{si } f_d \leq 0,2 \text{ ou } 1 - (1 - f_{P2}) f_R \leq 0,2 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.49)$$

Les expressions des fonctions modifiées sont les suivantes :

$$\Delta = (1 - \text{test}_\Delta) \Delta_{\max} + \text{test}_\Delta (\Delta_{\text{vol}} \text{ ou } \Delta_\omega) \quad (2.50)$$

$$f_{v1} = (1 - \text{test}_\Delta) f_{v1,\text{RANS}} + \text{test}_\Delta f_{v1, \text{mode 1}} \quad (2.51)$$

$$f_{v2} = (1 - \text{test}_\Delta) f_{v2,\text{RANS}} + \text{test}_\Delta f_{v2, \text{mode 1}} \quad (2.52)$$

et

$$f_w = (1 - \text{test}_w) f_{w,\text{RANS}} + \text{test}_w [100 \cdot (1 - \text{test}_\Delta) + \text{test}_\Delta f_{w, \text{mode 1}}] \quad (2.53)$$

La fonction associée au terme de destruction f_w de la ZDES est de ce fait «boostée» et permet une destruction plus rapide de la viscosité tourbillonnaire lors de son advection vers la couche de mélange.

La Figure 2.15 présente une comparaison entre un champ de viscosité tourbillonnaire DDES (2006) et ZDES mode 2 (2020) dans le sillage d'une marche descendante. En aval de la marche et pour la ZDES mode 2 (2020), les niveaux de viscosité tourbillonnaire sont très faibles, ce qui indique que la turbulence y est majoritairement résolue. En revanche, les niveaux associés à la DDES sont bien plus élevés et un «filet» de viscosité tourbillonnaire est visible au sein de la couche de mélange, ce qui rend compte d'un retard à la formation des instabilités puisque le modèle n'a pas basculé efficacement en une modélisation LES. De plus, une MSD est clairement visible dans la zone externe de la couche limite supérieure dans la simulation DDES et qui n'est pas présente dans la simulation ZDES. Ceci montre bien que la protection de la zone externe est insuffisante dans le cadre de la DDES ($f_P = f_d$), et que ce défaut est corrigé avec la nouvelle formulation du mode 2 de la ZDES ($f_P = f_{P_{ZDES}}$).

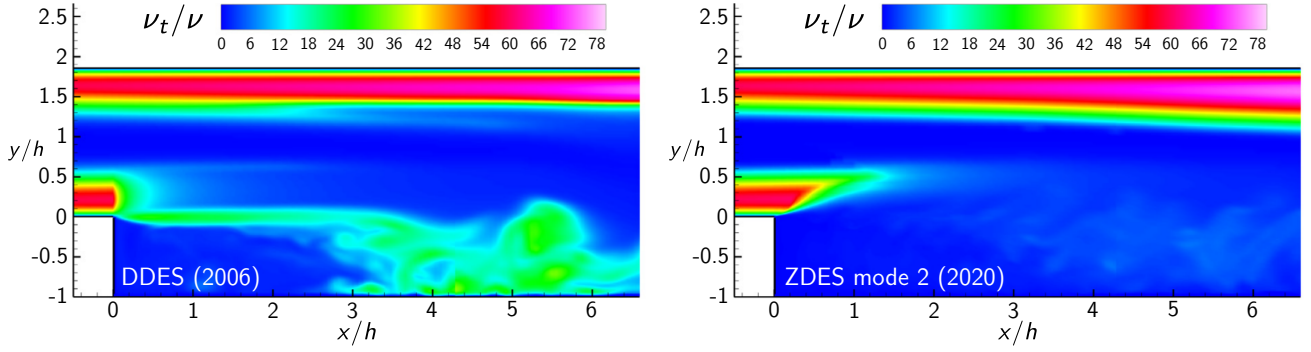


Figure 2.15 – Comparaison de champs de viscosité tourbillonnaire dans le cas d'une marche descendante pour une simulation DDES (2006) et ZDES mode 2 (2020). Adapté de [87].

2.3 Les approches hybrides RANS/LES en LBM dans la littérature

La LBM-VLES de PowerFLOW :

Le solveur commercial PowerFLOW fait usage d'une modélisation appelée LBM-VLES qui a été éprouvée et validée sur une base variée d'écoulements, mais celle-ci n'est pas publique et reproductible. Néanmoins, après analyse de la littérature, une idée générale de son principe peut être expliquée [319]. Il semble que la partie du temps de relaxation modélisant la turbulence (voir (2.24)) s'écrive :

$$\tau_t = \frac{1}{\sqrt{1 + \tilde{\eta}^2}} \frac{\nu_t}{c_0^2} \quad (2.54)$$

où $\tilde{\eta}$ est un paramètre sans dimension qui pilote l'influence de la turbulence sur le temps de relaxation. Par exemple, lorsque $\tilde{\eta} \rightarrow 0$, on retrouve une modélisation RANS tandis que lorsque $\tilde{\eta} \rightarrow +\infty$ on retrouve un comportement laminaire. Les grandeurs ν_t et $\tilde{\eta}$ sont exprimées à l'aide de l'énergie cinétique turbulente k et du taux moyen de dissipation turbulente ϵ qui sont obtenues à l'aide d'une variante du modèle $k - \epsilon$ RNG [394] de sorte que :

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad \text{et} \quad \tilde{\eta} = \Psi \left(\frac{k}{\epsilon} \|\mathbf{S}\|, \frac{k}{\epsilon} \|\boldsymbol{\omega}\|, \eta_h \right) \quad (2.55)$$

où Ψ est une fonction et η_h est un paramètre dépendant de d'hélicité ($\mathbf{u} \cdot (\nabla \times \mathbf{u})$) tout deux malheureusement non communiqués. L'idée évoquée dans la littérature est de ne pas utiliser les grandeurs fournies par le modèle $k - \epsilon$ RNG comme tel, mais de les utiliser afin de recalibrer le modèle LBM : la viscosité tourbillonnaire est réduite dans des zones de forte vorticit   o   le maillage est suffisamment fin pour r  soudre les structures turbulentes. Ce type de mod  le est donc    rapprocher des mod  les hybride RANS/LES automatiques puisque l'enti  ret   de la couche limite est trait  e en RANS. Dans l'  tude de couche de m  lange de Duda *et al.* [33], il appara  t clairement que l'essence de la LBM-VLES est diff  rente de celle de la ZDES mode 2. En effet, la ZDES mode 2 adopte un mod  le LES par d  faut et prot  ge en RANS la couche limite. La LBM-VLES semble adopter un mod  le RANS par d  faut, et bascule en LES l   o   de la turbulence doit   tre r  solv  e. Par comparaison, la fonction $1/\sqrt{1 + \tilde{\eta}^2}$ joue le r  le inverse de la fonction de protection f_P en indiquant o   le mod  le doit cesser la mod  lisation RANS.

Une comparaison int  ressante entre un   coulement de bosse en LBM [196] (VLES et WMLES) et en Navier-Stokes (ZDES mode 3) a montr  e que les trois m  thodologies fournissent d'excellents r  sultats en comparaison avec une WRLES et les donn  es exp  rimentales. En revanche, il est pr  cis   qu'en raison d'un pas de temps significativement plus faible, le co  t de calcul des simulations LBM est d'environ 2,5 fois plus   lev  e que celui de la ZDES mode 3 en maillage conforme    la paroi. N  anmoins, la g  n  ration du maillage cart  sien isotrope   tant grandement facilit  e, la NASA est en train de d  velopper un mod  le hybride RANS/LES au sein de son solveur LAVA.

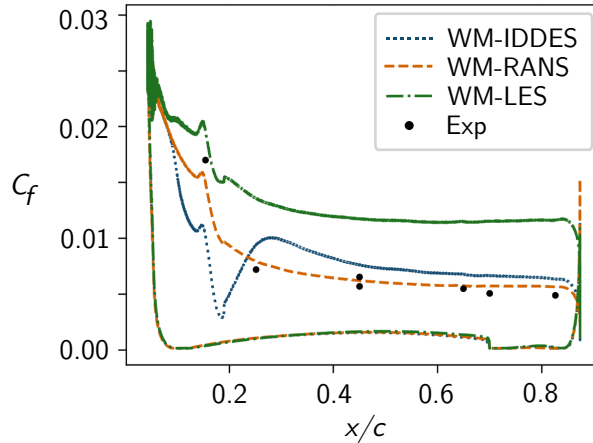


Figure 2.16 – Evolution du coefficient de frottement autour d'un profil hyper-sustenté (30P30N) pour différentes modélisations de la turbulence en LBM. Adapté de [96].

Les modèles dérivés de la DES97 en LBM :

À la connaissance de l'auteur, les travaux de Degriigny sont les seuls portant sur des modèles descendants de la DES97 dans un contexte LBM [96, 94]. Dans ces travaux, des comparaisons entre RANS, DDES, IDDES et WMLES sur le profil hypersustenté 30P30N ont montrées l'insuffisance de la protection apportée par la DDES de 2006, et souligne aussi la complexité de ce type d'application pour des modélisations WMLES. En effet, la [Figure 2.16](#) montre les coefficients de frottement le long du corps principal du profil. Le frottement le long de l'extrados subit une sévère chute en IDDES comparée au modèle RANS, ce qui est symptomatique d'une MSD.

Dans sa thèse [94], Degriigny présente également la première simulation ZDES mode 2 (2020) dans un contexte LBM, toujours sur le profil 30P30N. Ses résultats ont montré une nette amélioration de la qualité de la protection sur l'extrados du corps principal. Néanmoins, aucune validation complète de la protection RANS associée à la ZDES-LBM n'a été prouvée.

Pour conclure, les méthodologies hybrides RANS/LES en LBM dans la littérature reposent quasi-exclusivement sur l'application d'un modèle non-communicué appelé LBM-VLES, disponible dans le solveur commercial PowerFLOW. Cette stratégie hybride est donc viable à condition que les zones grises soient contrôlées pour traiter entièrement la couche limite en RANS (ce qui semble être le cas pour la VLES [33]). Les méthodes prévalentes dans un contexte Navier-Stokes, à savoir des méthodes telles que la DDES ont été testées et ont montré qu'elles ne sont pas capables de protéger une couche limite turbulente en RANS dans le cadre d'un maillage cartésien isotrope typique en LBM. Les travaux de Johan Degriigny ont bien mis en évidence la protection grandement renforcée de la ZDES mode 2 (2020) qui, en théorie, est capable de protéger une couche limite turbulente canonique peu importe la finesse du maillage. Cet aspect n'a cependant encore jamais été vérifié dans le cadre de la LBM.

3 La couche limite turbulente

3.1 Description analytique de la région proche paroi

Lorsqu'un fluide s'écoule avec une certaine vitesse u_{ext} en présence d'une paroi, il existe une fine région localisée très proche de celle-ci appelée *couche limite*. Cette région correspond à une zone de raccord entre le fluide qui passe continûment d'un état immobile ($u = 0$) à un mouvement dirigé par

la vitesse extérieure ($u = u_{\text{ext}}$). Ce raccord induit des effets de cisaillements et de viscosité restreints à une fine portion de l'écoulement. Dans le cadre de la couche limite turbulente, les expérimentations ont montré qu'il existe bon nombre de points communs entre la dynamique d'une couche limite de plaque plane, celle se formant le long d'un canal plan ou encore le long d'une conduite par exemple. Ces similarités ont amené les chercheurs à développer des théories visant à identifier ces caractéristiques universelles d'une couche limite turbulente à des fins de compréhension et de modélisation. Assurer un certain contrôle des couches limites est essentiel dans un contexte industriel, puisque par exemple, elle est responsable d'environ 50 % de la traînée d'un avion en vol.

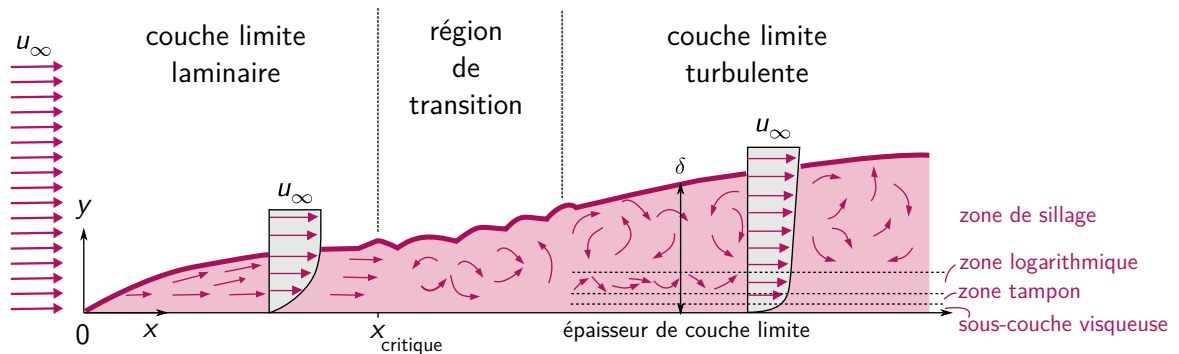


Figure 2.17 – Représentation schématique de développement d'une couche limite sur plaque plane. Adapté de [80].

D'un point de vue historique, le concept de couche limite a été introduit par Ludwig Prandtl lors d'un congrès en 1904, lorsqu'il travaillait au même endroit (et au même moment) que David Hilbert sur l'équation de Boltzmann [34]. Son idée est la suivante : il existe une fine couche d'épaisseur δ se formant le long des parois d'un corps solide et dans laquelle les effets de viscosité sont prépondérants, tandis qu'ils sont négligeables en dehors. Cette couche serait alors responsable de la majorité de la traînée de ce corps.

Par la suite, son travail (et celui de ses doctorants Theodore von Kàrmàn, Ivan Nikuradzé et Heinrich Blasius) ont permis de définir des outils essentiels à la théorie actuelle de la couche limite. En particulier, Nikuradzé fut le premier à introduire des échelles caractéristiques de longueur et de vitesse proche-paroi afin d'analyser ses données expérimentales [278]. Elles sont données respectivement par :

$$y^+ = \frac{yu_\tau}{\nu} \text{ et } u^+ = \frac{u}{u_\tau} \quad (2.56)$$

où la vitesse de frottement u_τ est donnée respectivement à partir de la contrainte de cisaillement pariétale τ_p et de la masse volumique à la paroi ρ_p de sorte que :

$$\tau_p = \rho_p \nu_p \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_p = \rho_p u_\tau^2 \quad (2.57)$$

Ceci a mis en évidence la coexistence de deux échelles spatiales au sein de la couche limite permettant de distinguer deux régions :

► **La région externe**, localisée «loin de paroi», et où les effets de la viscosité ont un rôle négligeable sur le profil de vitesse moyenne. Les échelles caractéristiques de longueur et de vitesse sont respectivement de l'ordre du champ moyen u_τ et de l'épaisseur de couche limite δ . Cette région est dominée par les effets de la turbulence ;

► **La région interne**, localisée «proche de la paroi», et où les échelles caractéristiques de longueur et de vitesse sont respectivement de l'ordre de $\ell_\tau = \nu/u_\tau$ et u_τ . Ce sont les effets visqueux qui sont prépondérants dans cette région.

Pour décrire plus précisément chacune de ces deux régions, on se place dans le cadre canonique d'un écoulement de plaque plane illustré en [Figure 2.17](#). Un écoulement longitudinal et incompressible de vitesse u_∞ rencontre une plaque plane horizontale et on s'intéresse au développement de la couche limite depuis son bord d'attaque. Cet écoulement est défini par son champ de vitesse $\mathbf{u} = (u, v, w)$ et on cherche à décrire les équations du mouvement moyen au sein de la couche limite. Pour cela, on fait un ensemble d'hypothèses de couche limite incompressible (rappelées dans [\[290\]](#)) qui réduisent les équations de Navier-Stokes au système suivant :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (2.58)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{u'v'} \right] \quad (2.59)$$

Cette équation est valable au sein de la couche limite. Dans l'équation [\(2.59\)](#), le membre de gauche correspond à l'advection du champ moyen, tandis que le membre de droite regroupe respectivement les effets du gradient de pression, de cisaillement visqueux et de cisaillement turbulent.

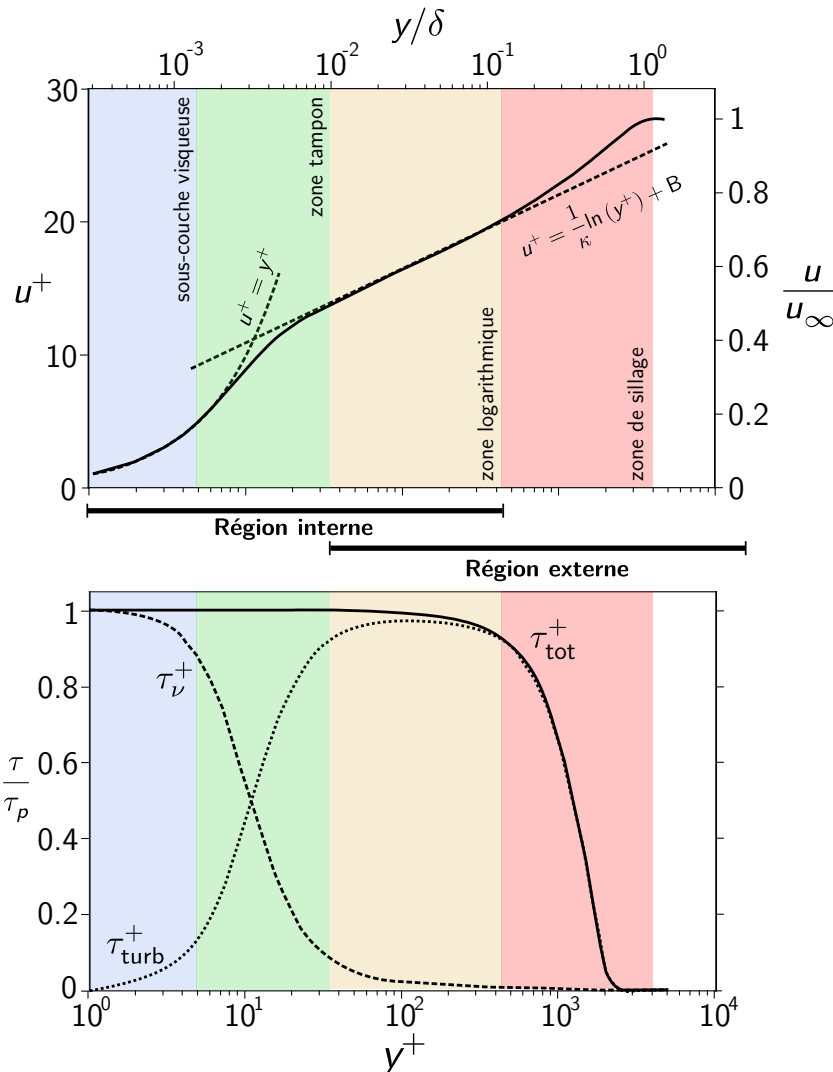


Figure 2.18 – (haut) : profil de vitesse moyenne au sein d'une couche limite turbulente de plaque plane sans gradient de pression. Les lois théoriques sont représentées. (bas) : profils de contraintes de cisaillement en unité de paroi d'une couche limite turbulente à $Re_\theta = 6500$ tracés à partir de la DNS de Sillero *et al.* [\[329\]](#). Les contraintes s'écrivent $\tau_\nu^+ = \frac{\tau_\nu}{u_\tau^2} = \frac{\partial u^+}{\partial y^+}$, $\tau_{\text{turb}}^+ = -\frac{\overline{u'v'}}{u_\tau^2}$ et $\tau_{\text{tot}}^+ = \tau_\nu^+ + \tau_{\text{turb}}^+$. Adapté de [\[93\]](#) et [\[245\]](#).

Dans ce qui suit, les régions internes et externes sont décrites un peu plus en détail. Pour ce faire, un exemple de profil de vitesse dans une couche limite est présenté en [Figure 2.18](#), accompagné de profils de contraintes de cisaillement. On y distingue bien les régions internes et externes, pilotées respectivement par les effets visqueux τ_ν (dans une sous-couche dite «visqueuse») puis par les effets turbulents τ_{turb} (dans une zone appelée *zone de sillage*) à l'exception d'une zone autour de $y^+ \approx 10$ où les deux effets coexistent avec la même intensité que l'on appelle généralement *zone tampon*. Il existe également une zone de recouvrement entre la région interne et externe, appartenant à la fois aux deux régions, communément appelée région logarithmique.

3.1.1 La région interne

La région interne de la couche limite turbulente présente un caractère quasi-universel. En effet, les profils observés expérimentalement présentent généralement des zones facilement identifiables. Plus précisément, on en distingue trois : la sous-couche visqueuse, la zone tampon et la zone logarithmique. Cette quasi-universalité est extrêmement utile puisqu'elle permet de comparer des couches limite entre elles. Cela permet d'une part de calibrer les modèles de turbulence en imposant de reproduire ces zones, et d'autre part de construire des formules théoriques valables pour une grande variété de couches limites.

La sous-couche visqueuse

La sous-couche visqueuse désigne la portion de la couche limite la plus proche de la paroi, où les effets visqueux sont largement dominants. Ainsi, le terme d'advection ainsi que les effets de l'agitation turbulente sont négligeables. Sans effets de gradient de pression, l'équation de quantité de mouvement longitudinale se simplifie de la manière suivante :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \cancel{\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x}} + \cancel{\bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}} = \underbrace{-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}}_{\nabla \bar{p} = 0} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) - \cancel{\frac{\partial}{\partial y} (\overline{u'v'})}_{\Sigma_R \text{ négligé}} \quad (2.60)$$

Cette équation fournit un profil de la forme :

$$u^+ = y^+ \quad (2.61)$$

Ainsi, dans la sous-couche visqueuse, la vitesse varie linéairement avec la distance à la paroi (en unité de paroi). Cette couche est fine, de sorte que la relation (2.61) reste valable pour $0 \leq y^+ \leq 3 - 5$. Lorsque l'on réalise des simulations numériques, il est important de positionner plusieurs points dans la sous-couche visqueuse. L'intérêt est d'obtenir une estimation numérique correcte du gradient de vitesse (ici constant) pour prévoir une valeur précise du frottement à la paroi.

La zone tampon

La zone tampon est caractérisée par la coexistence de contraintes visqueuses et turbulentes. Cette zone est le siège principal de production d'énergie cinétique turbulente. Les contraintes visqueuses et turbulentes ne sont pas négligeables dans cette zone et l'équation du bilan de quantité de mouvement longitudinale s'écrit :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \cancel{\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x}} + \cancel{\bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}} = \underbrace{-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}}_{\nabla \bar{p} = 0} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{u'v'} \right) \quad (2.62)$$

En intégrant une fois depuis la paroi en $y = 0$, il vient

$$\nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{u'v'} = u_\tau^2 \quad (2.63)$$

Sans hypothèse supplémentaire, cette équation ne s'intègre pas facilement et ne permet donc pas le développement d'une formule analytique pour cette zone. Elle s'étend environ de $3 - 5 \leq y^+ \leq 30 - 50$.

La zone logarithmique

La zone logarithmique est caractérisée par une forte domination des effets turbulents. Elle appartient à la fois à la zone interne et à la zone externe. On peut montrer qu'il s'agit d'une zone de recouvrement entre les deux régions. Son étendue peut varier, mais elle est généralement comprise entre $30 - 50 \leq y^+$ et $y \leq 0,1\delta$. Comme son nom le suggère, sa particularité est de présenter un profil logarithmique : ce résultat a été constaté expérimentalement par Nikuradzé et justifié par von Kàrmàn vers la fin des années 20. L'idée est de supposer que les effets visqueux et les effets de convection sont négligeables, et le bilan de quantité de mouvement longitudinal se réduit à :

$$\underbrace{\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}}_{\text{advection négligée}} = \underbrace{-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}}_{\nabla \bar{p} = 0} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)}_{\Sigma \text{ négligé}} - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u'v'}) \quad (2.64)$$

En considérant que la contrainte totale reste constante et égale à la contrainte pariétale, on a alors d'une part $\overline{u'v'} = u_\tau^2$. D'autre part, en utilisant l'hypothèse de Boussinesq, il existe une viscosité tourbillonnaire ν_t telle que $-\overline{u'v'} = \nu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$ que l'on peut estimer par analyse dimensionnelle, de sorte que ν_t soit proportionnelle à $u_\tau y$. La constante de proportionnalité est notée κ et est empirique. Sa valeur est souvent prise à $\kappa = 0,41$ mais elle fait l'objet de remise en questions⁶. On obtient finalement que :

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B \quad (2.65)$$

où $B \approx 5,1$ est une constante d'intégration également estimée à l'aide de données expérimentales. En [Figure 2.19](#), diverses mesures expérimentales sont regroupées, elles illustrent l'existence d'une zone logarithmique.

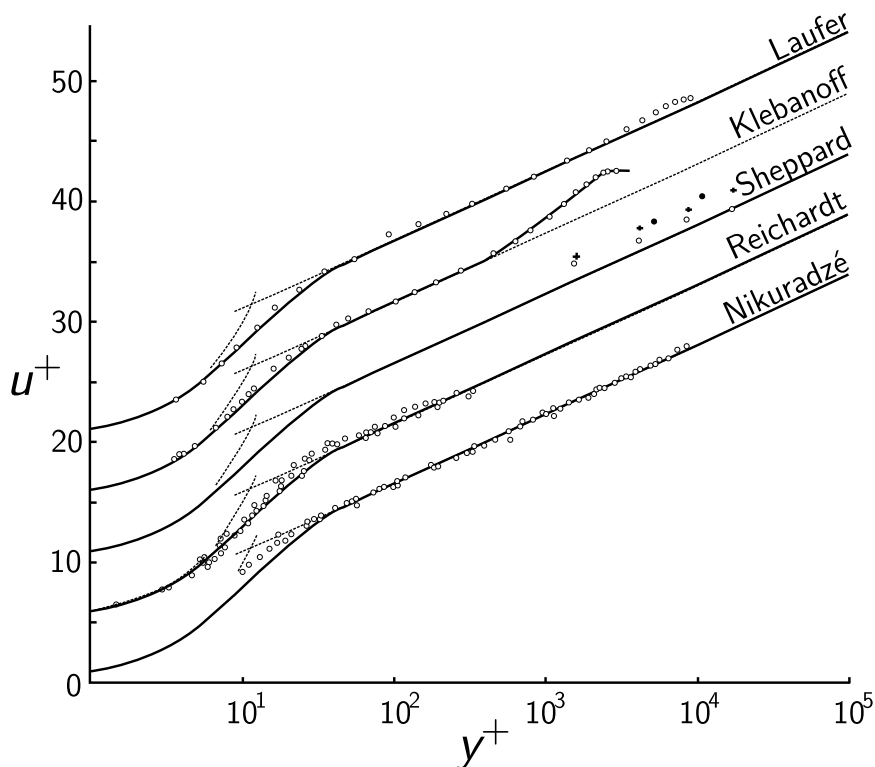


Figure 2.19 – Tracé de mesures expérimentales réalisées par différents auteurs sur des configurations de type conduite circulaire (Nikuradzé/Laufer), canal (Reichardt) ou de plaque plane (Klebanoff) mettant en évidence l'existence d'une zone logarithmique dont le profil est tracé en trait-plein noir. Adapté de [71].

6. L'universalité de κ fait débat (voir la discussion dans [247]).

3.1.2 La zone externe

La dynamique de la région externe est dominée par les effets turbulents tandis que les effets visqueux sur le profil de vitesse moyenne sont négligeables. L'échelle de longueur de la turbulence est donnée par l'épaisseur de couche limite δ et l'échelle de vitesse des structures énergétiques par la vitesse de frottement u_τ . Comme indiqué précédemment, la zone logarithmique fait également partie de la région externe. Ainsi, une partie de la zone externe peut être estimée à l'aide de la loi logarithmique (2.65) qui cesse généralement d'être valide pour $y > 0,1\delta$. Au delà de la zone logarithmique, on parle de zone de sillage.

La zone de sillage

Pour $y > 0,1\delta$, c'est-à-dire pour environ 90 % de l'épaisseur de couche limite turbulente, il existe une zone de sillage où domine l'agitation turbulente. Cette zone est fortement influencée par le gradient de pression. D'après l'analyse de nombreux jeux de données expérimentales (conduit, canal, plaque plane essentiellement), Donald Coles [71] a conclu que le profil de vitesse dans cette zone de l'écoulement pouvait s'exprimer à partir d'une loi logarithmique à laquelle on adjoint une seconde loi dite «loi de sillage», notée w et définie telle que :

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B + \frac{\Pi}{\kappa} w\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (2.66)$$

où Π est un paramètre de profil. Selon Pope [290], sans effet dû au gradient de pression, la fonction w peut s'écrire de manière approchée par :

$$w\left(\frac{y}{\delta}\right) = 1 - \cos\left(\pi \frac{y}{\delta}\right) \quad (2.67)$$

Finalement, depuis le concept introduit par Prandtl il y a 120 ans, les connaissances sur la couche limite ont beaucoup progressé. En moins de 60 ans de recherche, la théorie classique de la couche limite permettait de donner une estimation du profil de vitesse dans une couche limite turbulente, appuyée par la théorie. Durant ce temps, d'autres aspects de la couche limite non abordés ici ont également été étudiés. On peut citer notamment : le processus de transition de l'état laminaire à turbulente, les structures turbulentes caractéristiques de la couche limite, ou encore les effets d'un gradient de pression. Depuis une trentaine d'années environ, l'essor de la simulation numérique a également apporté un nouveau regard sur la couche limite turbulente. En effet, la résolution numérique directe (DNS) des équations de Navier-Stokes donne accès à n'importe quelle quantité turbulente dont la mesure expérimentale est très complexe, par exemple le taux de dissipation d'énergie turbulente. Un des exemples les plus parlants est le modèle de Spalart-Allmaras (1992) détaillé en Section 1.2.2, notamment construit suite à l'analyse approfondie des simulations DNS de couches limites sur plaque plane de Philippe Spalart [339] en 1988. La théorie de la couche limite permet également de mettre à profit des profils analytiques de vitesse ou des équations de couche limite pour réduire le coût des simulations impliquant des couches limites turbulentes. On parle alors de *loi de paroi*.

3.2 Les lois de paroi

3.2.1 Principe des lois de paroi

D'une manière générale, une loi de paroi est une relation (analytique ou non) qui décrit le profil de vitesse tangentielle u_t dans la zone interne d'une couche limite turbulente. Par exemple, la combinaison des équations (2.61) et (2.65) forment un exemple de loi de paroi :

$$u_t^+ = \begin{cases} y^+ & \text{si } y^+ < 11 \\ \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.68)$$

où $\kappa = 0,41$ et $B \approx 5$. Cette loi de paroi est représentée en traits pointillés en [Figure 2.18](#), elle décrit bien de manière approchée un profil de vitesse tangentielle au sein d'une couche limite turbulente à l'équilibre.

Afin d'illustrer comment une loi de paroi peut être utilisée dans une simulation numérique, on considère tout d'abord un maillage typique de couche limite. La grille de calcul doit contenir plusieurs noeuds dans la sous-couche visqueuse avec un premier point vérifiant $y^+ < 1$. Cette condition représente un coût significatif, mais elle est nécessaire afin de correctement estimer les forts gradients de vitesse qui pilotent les niveaux de frottement pariétal. Là où l'usage d'une loi de paroi devient intéressant, c'est lorsqu'elle se substitue au maillage très proche paroi. En effet, la loi de paroi peut être utilisée pour imposer le frottement $\tau_p = \rho u_\tau^2$. Pour cela, il suffit de connaître le champ de vitesse tangentielle u_t en un seul point, localisé le long de la normale à la paroi. Pour la loi de paroi (2.68), on aurait par exemple :

$$u_\tau = \begin{cases} \frac{u_t \nu}{y} & \text{si } y^+ < 11 \\ \frac{\kappa u_t}{W\left(\frac{e^{\kappa B} \kappa u_t y}{\nu}\right)} & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.69)$$

où W désigne la fonction de Lambert, fonction réciproque de $u_\tau \mapsto u_\tau e^{u_\tau}$. Ainsi, si la valeur de u_t est connue, une valeur approchée de u_τ (et donc de τ_p) l'est aussi au travers de cette loi. Utiliser une loi de paroi plutôt que de raffiner la zone interne de la couche limite entraîne plusieurs conséquences :

- ▣ *Un gain très significatif en nombre de noeuds.* Pour s'en convaincre, on peut comparer les résolutions du maillage de gauche en [Figure 2.20](#) avec les deux autres maillages utilisant une loi de paroi.
- ▣ *Un possible gain en pas de temps.* En effet, si l'utilisation de la loi de paroi réduit la taille de maille minimale du calcul, elle s'accompagne également d'un gain sur le pas de temps de la simulation.
- ▣ *Un possibilité de traitement des conditions de frontières immergées.* Les noeuds de conditions limites (■ en [Figure 2.20](#)) n'ont plus nécessairement à être positionnés sur la paroi. On parle de maillages *non-conformes à la paroi*. En effet, la loi de paroi permet de spécifier la condition de vitesse autre part qu'à la paroi, où la condition d'adhérence imposait $\mathbf{u} = \mathbf{0}$.

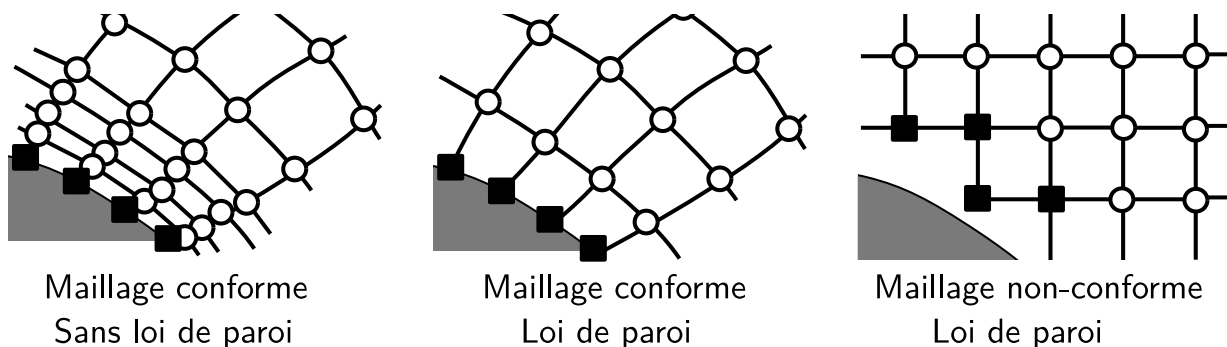


Figure 2.20 – Représentation schématique de maillages conformes et non-conformes à la paroi. Les niveaux de résolution pour chaque grille sont adaptés à l'utilisation ou non d'une loi de paroi. Les noeuds de condition limites sont représentés par un carré noir ■, et les noeuds de calcul par un rond blanc ○.

L'intérêt d'une loi de paroi a été illustré, néanmoins il reste à décrire comment elle se construit et s'utilise en pratique. D'une manière générale, on peut distinguer deux types de lois de paroi : les lois de paroi analytiques ainsi que les lois de paroi dites «TBLE »(**T**hin **B**oundary-**L**ayer **E**quations). La différence principale entre ces deux types de lois de paroi réside dans la nature de la relation décrivant le profil de vitesse u_t . Une loi de paroi analytique utilise une relation explicite entre la distance à la paroi y^+ et le profil de vitesse u_t^+ . Quant aux lois de paroi TBLE, elles sont définies

implicitement à l'aide d'un système d'équations différentielles. Le reste de cette partie se focalise sur une description brève de ces deux types de lois de paroi. L'accent est porté sur l'utilisation des lois de paroi analytiques car elles sont les plus répandues. D'autant plus que l'ensemble de ces travaux de thèse fait usage uniquement de lois de paroi analytiques.

3.2.2 Lois de paroi analytiques

Une loi de paroi analytique repose sur une formule reliant u_t , u_τ , d_w et ν . Autrement dit elle relie, en unité de paroi, le profil de vitesse tangentielle u_t^+ à la distance y^+ de sorte que :

$$u_t^+ = \mathcal{F}(y^+) \Leftrightarrow u_t = u_\tau \mathcal{F}\left(\frac{y u_\tau}{\nu}\right) \quad (2.70)$$

où \mathcal{F} est une fonction explicite caractéristique de la loi de paroi. Il est possible d'appliquer la relation (2.70) dans les deux sens :

- ➡ **Sens 1 : Frottement → Vitesse.** La connaissance de la viscosité ν et du frottement à la paroi τ_p à un instant donné permet de prescrire, au travers de la loi de paroi, une estimation de la vitesse tangentielle u_t en un noeud localisé le long de la normale à la paroi ;
- ➡ **Sens 2 : Vitesse → Frottement.** La connaissance de la viscosité ν et de la vitesse u_t à un instant donné permet de prescrire, au travers de la loi de paroi, une estimation du frottement τ_p à la paroi en ce noeud. Cette étape nécessite de connaître la fonction réciproque de $u_\tau \mapsto u_\tau \mathcal{F}(u_\tau)$. Soit cette fonction est connue explicitement, soit elle est estimée à l'aide d'une méthode de Newton-Raphson.

L'utilisation de cette relation est détaillée en considérant la [Figure 2.21](#). En pratique, on commence par définir un noeud IP, localisé à une distance d_{IP} de la paroi selon sa normale. Les coordonnées du vecteur vitesse \mathbf{u}_{IP} au noeud IP peuvent être obtenues par interpolation du champ environnant.

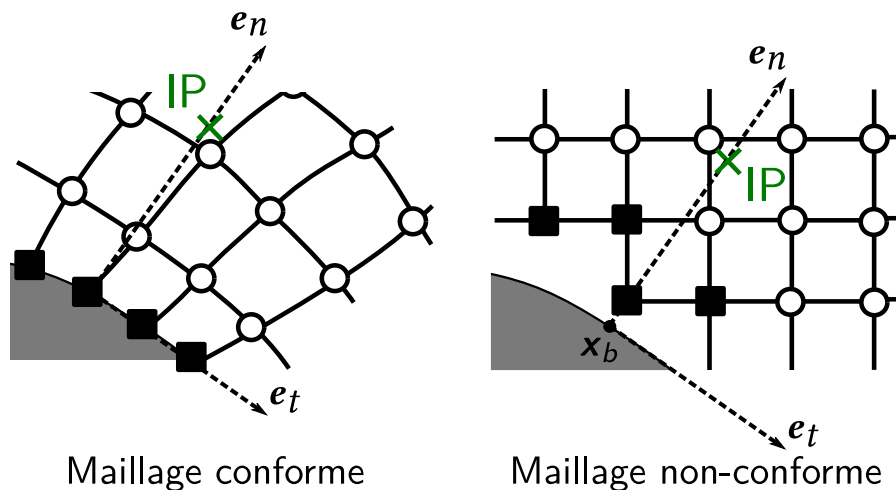


Figure 2.21 – Schéma d'utilisation classique d'une loi de paroi avec construction d'un point image.

Pour pouvoir appliquer la loi de paroi au noeud IP, il faut maintenant extraire la composante tangentielle u_t du vecteur \mathbf{u}_{IP} . Par conséquent, on se place dans le repère local $(x_b, \mathbf{e}_t, \mathbf{e}_n)$ centré à la paroi et donné par les axes \mathbf{e}_t et \mathbf{e}_n respectivement tangent et normal à la paroi. Les composantes normales $u_{n,IP}$ et tangentielles $u_{t,IP}$ de vitesse au noeud IP s'obtiennent par :

$$u_{n,IP} = \mathbf{u}_{IP} \cdot \mathbf{e}_n \text{ et } u_{t,IP} = \mathbf{u}_{IP} \cdot \mathbf{e}_t \quad (2.71)$$

avec $\mathbf{e}_t = (\mathbf{u}_{\text{IP}} - u_{n,\text{IP}}\mathbf{e}_n) / \|\mathbf{u}_{\text{IP}} - u_{n,\text{IP}}\mathbf{e}_n\|$ le vecteur unitaire tangent à la paroi. En pratique, pour calculer une composante tangentielle, on commence donc par calculer la composante normale $u_{n,\text{IP}}$ à l'aide du produit scalaire, puis on en déduit $u_{t,\text{IP}}$.

La valeur de u_t au noeud IP étant connue, il est désormais possible d'appliquer la relation (2.70) (sens 2) pour obtenir la valeur de u_τ et donc de τ_p . La valeur de τ_p a donc bien pu être obtenue sans mailler la zone interne. Lorsque l'on utilise un formalisme de frontières immergées (comme en Figure 2.21), il est nécessaire d'ajouter encore une étape.

Utilisation de lois de paroi en frontières immergées

L'utilisation d'une loi de paroi dans un contexte de frontières immergées nécessite de spécifier le champ de vitesse au noeud de condition limite (■), dit de «forçage» et indiqué par la lettre F . En effet, ce dernier n'est pas positionné sur la paroi et donc il ne vérifie pas la condition d'adhérence à la paroi. Ceci implique qu'en plus du frottement τ_p , la vitesse au noeud de forçage \mathbf{u}_F doit être estimée. Comme τ_p est connu, la valeur de y_F^+ peut être calculée. La loi de paroi est alors de nouveau utilisée, cette fois dans le sens 1, pour obtenir la vitesse tangentielle au noeud de forçage $u_{t,F}$. Jusqu'ici, seule la composante tangentielle de vitesse a pu être obtenue. Mais la reconstruction du vecteur vitesse \mathbf{u}_F nécessite également la prescription de la composante normale : $u_{n,F}$. Elle peut être fixée à zéro [95], mais cette valeur n'est pas recommandée car cela peut retarder l'apparition des décollements. La valeur de $u_{n,F}$ est généralement interpolée linéairement depuis le noeud IP :

$$u_{n,F} = \frac{d_{w,F}}{d_{w,\text{IP}}} u_{n,\text{IP}} \quad (2.72)$$

Dans le cadre des frontières immergées, le vecteur vitesse au noeud de forçage s'écrit finalement :

$$\mathbf{u}_F = u_{t,F}\mathbf{e}_t + u_{n,F}\mathbf{e}_n \quad (2.73)$$

La Figure 2.22 synthétise l'utilisation d'une loi de paroi sur maillage conforme et non-conforme. Finalement, l'algorithme d'implantation numérique d'une loi de paroi s'articule en quatre étapes :

Algorithmes génériques d'utilisation d'une loi de paroi

- ➡ **Étape 1 : Création du noeud IP.** Le noeud IP est créé à une certaine distance d_{IP} de la paroi suivant sa normale. Il s'agit d'un point utilisé pour «sonder» l'écoulement afin d'appliquer la loi de paroi ;
- ➡ **Étape 2 : Phase d'interpolation.** Le vecteur vitesse est estimé au noeud IP par interpolation sur le champ environnant. On dispose donc de la valeur de \mathbf{u}_{IP} après cette étape ;
- ➡ **Étape 3 : Utilisation de la loi de paroi.** La composante tangentielle $u_{t,\text{IP}}$ est extraite de \mathbf{u}_{IP} (voir équation (2.73)) et la loi de paroi est utilisée au noeud IP pour en déduire le frottement pariétal τ_p .
- ➡ **Étape 4 (propre aux frontières immergées) : Phase de reconstruction.** Comme $u_\tau = \sqrt{\tau_p/\rho_{\text{IP}}}$ est connue, la loi de paroi est de nouveau utilisée mais cette fois au noeud de condition limite pour obtenir $u_{t,F}$. La composante normale $u_{n,F}$ est estimée par extrapolation, par exemple via (2.72).

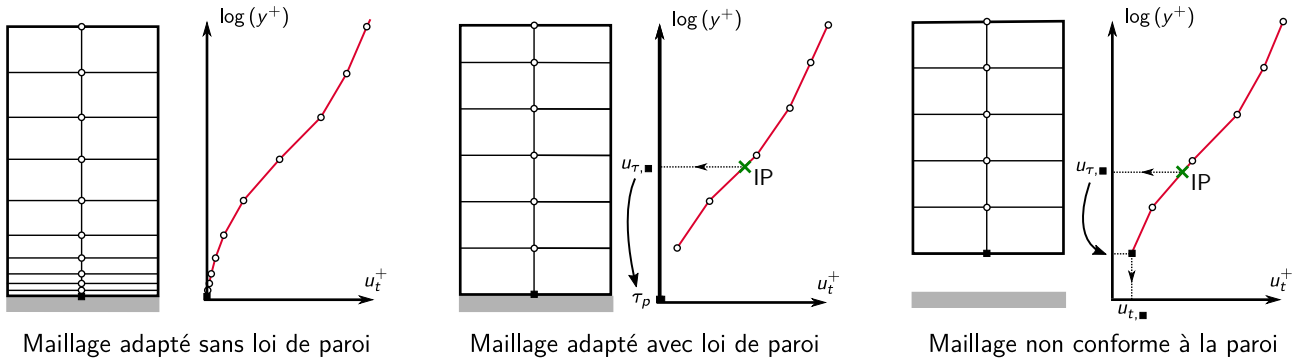


Figure 2.22 – Représentation schématique de l’usage d’une loi de paroi avec un maillage conforme et non conforme.

Formulation de quelques lois de paroi analytiques

Les lois de paroi analytiques offrent une formule explicite permettant de relier y^+ et u_t^+ dans la zone interne, elles s’écrivent le plus souvent sous la forme :

$$u^+ = f(y^+) \quad (2.74)$$

Si la fonction réciproque $u_\tau \mapsto u_\tau f(u_\tau)$ est explicite, le calcul du frottement l’est aussi. Ce n’est généralement pas le cas, et une procédure numérique comme la méthode de Newton-Raphson est classiquement utilisée pour estimer la vitesse de frottement u_τ . Les lois de paroi analytiques sont très répandues dans la littérature où il existe de nombreuses formules disponibles. La plus directe est la loi de paroi donnée en guise d’exemple dans l’équation (2.68). Cette loi de paroi utilise les arguments de quasi-universalité de la zone interne de la couche limite turbulente détaillés en Section 3.1. Néanmoins, cette formule n’est pas correcte pour la zone tampon, et n’est pas de classe \mathcal{C}^1 , ce qui n’est pas optimal d’un point de vue numérique. De nombreuses lois de paroi ont été proposées afin de donner une formulation continue de la sous-couche visqueuse à la zone logarithmique, incluant une estimation acceptable dans la zone tampon. Les lois de paroi les plus utilisées dans la littérature sont rassemblées dans le Tableau 2.3. Elles font l’hypothèse d’une couche limite à l’équilibre, mais il existe également des lois de paroi construites pour prendre en compte des effets tels que le gradient de pression comme la loi d’Afzal [3].

Loi	Formule	Explicite/Continue
Standard	$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B$ si $y^+ > 11$, $u^+ = y^+ \sin$	Oui/Non
Reichardt (1951) [295]	$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(1 + \kappa y^+) + 7,8 \left(1 - e^{-\frac{y^+}{11}} - \frac{y^+}{11} e^{-\frac{y^+}{3}} \right)$	Non/Oui
Spalding (1961) [344]	$y^+ = u^+ - e^{-\kappa B} \left(e^{\kappa u^+} - \sum_{p=0}^3 \alpha_p (\kappa u^+)^p \right)$	Non/Oui
Musker (1979) [274]	$u^+ = 5,4 \tan^{-1} \left(\frac{2y^+ - 8,1}{16,7} \right) + \log_{10} \left(\frac{(y^+ + 10,6)^{9,6}}{(y^+ - 8,2y^+ + 86)^2} \right) - 3,5$	Non/Oui
W & W (1993) [384]	$u^+ = A (y^+)^B$ si $y^+ > 11,81$, $u^+ = y^+ \sin$	Oui/Non
S-A (2011) [5]	Voir équation (2.77)	Non/Oui

Table 2.3 – Formulations de diverses lois de paroi à l’équilibre couramment employées dans la littérature.

Dans ces travaux, c’est la loi de paroi S-A qui a été retenue car elle est adaptée à une utilisation conjointe avec le modèle S-A. Sa construction est plus amplement détaillée dans ce qui suit.

La loi S-A

En 2012, Allmaras [5] propose une formule analytique afin de modéliser la zone interne d’une couche limite turbulente basée sur les équations du modèle de turbulence de Spalart-Allmaras. L’avantage de

cette construction est qu'elle modélise une zone tampon de manière identique à une simulation RANS avec ce modèle de turbulence. Elle est donc consistante avec l'usage du modèle de Spalart-Allmaras, ce qui peut être très pertinent pour des modélisations hybrides RANS/LES. Sa construction est simple : en faisant les hypothèses de couche limite mentionnées en Section 3.1, les termes d'advection et de gradient de pression sont négligeables dans la zone interne, de plus $\Sigma_R \approx \nu_t \partial u / \partial y$ et l'équation du bilan de quantité de mouvement longitudinal se réduit à :

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[(\nu + \nu_t) \frac{\partial u}{\partial y} \right] = 0 \Rightarrow (\nu + \nu_t) \frac{\partial u}{\partial y} = u_\tau^2 \quad (2.75)$$

où la contrainte de cisaillement pariétale est supposée constante dans la zone interne. En utilisant les définitions du modèle de Spalart-Allmaras données en (2.20), il vient en unité de paroi :

$$\frac{\partial u^+}{\partial y^+} = \frac{1}{1 + \chi f_{v1}} = \frac{c_{v1}^3 + (\kappa y^+)^3}{c_{v1}^3 + (\kappa y^+)^3 (1 + \kappa y^+)} \quad (2.76)$$

avec la relation $\chi = \kappa y^+$. Ce gradient de vitesse analytique peut être intégré pour obtenir la loi de paroi analytique :

$$u_{SA}^+(y^+) = B + c_1 \ln \left((y^+ + a_1)^2 + b_1^2 \right) - c_2 \ln \left((y^+ + a_2)^2 + b_2^2 \right) - c_3 \operatorname{atan2}(y^+ + a_1, b_1) - c_4 \operatorname{atan2}(y^+ + a_2, b_2) \quad (2.77)$$

où $\operatorname{atan2}(y, x)$ est la valeur principale, en radian, du nombre complexe $x + iy$ dans $]-\pi; \pi]$. Les constantes d'intégration sont données par :

$$\begin{aligned} B &= 5.0333908790505579, \\ a_1 &= 8.148221580024245, & a_2 &= -6.9287093849022945, \\ b_1 &= 7.4600876082527945, & b_2 &= 7.468145790401841, \\ c_1 &= 2.5496773539754747, & c_2 &= 1.3301651588535228, \\ c_3 &= 3.599459109332379, & c_4 &= 3.6397531868684494. \end{aligned}$$

Cette loi est utilisée dans l'ensemble des simulations réalisées avec ProLB dans ces travaux.

Loi de paroi analytique dans un contexte LBM

Jusqu'ici, les lois de paroi ont été décrites dans le cadre d'une simulation basée sur les équations de Navier-Stokes, où la vitesse est une inconnue du problème. En LBM, les quantités à spécifier au noeud de condition limite sont des distributions, il n'est pas possible d'y spécifier une vitesse. Ceci implique que l'utilisation de lois de paroi en LBM nécessite une adaptation de l'algorithme générique présenté précédemment. Assez généralement, on peut distinguer deux types de méthodes : la première est basée sur une condition de rebond (loi de paroi + rebond) et la seconde sur la reconstruction des distributions au noeud de forçage (loi de paroi + reconstruction). La première méthode utilise donc les distributions sortantes pour construire les distributions entrantes tandis que la seconde reconstruit toutes les distributions, entrantes et sortantes.

Méthode basée sur une condition de rebond. Ce type de méthode utilise une condition de rebond pour déterminer uniquement les distributions inconnues au noeud de forçage (voir Section 3.4.1 pour les différents types de condition limite en LBM). Cette condition ne prend pas en compte la loi de paroi, les distributions sont donc corrigées pour modéliser la couche limite. Pour cela, le frottement τ_p , la masse volumique ρ_F et la vitesse \mathbf{u}_F au noeud de forçage sont obtenus à l'aide d'une loi de paroi de la même manière qu'avec l'algorithme générique. La distribution à l'équilibre f^{eq} est estimée à partir de ρ_F et \mathbf{u}_F puis, suivant les auteurs, des stratégies différentes sont mises en place. Par exemple, Haussmann *et al.* [160] reconstruisent les distributions sortantes sous la forme $f_i = f_i^{eq} + f_i^{neq}$ où f_i^{neq}

est obtenu à partir de la condition de rebond. Le solveur commercial PowerFLOW repose également sur une méthode avec condition de rebond, se basant sur la condition de rebond volumétrique (voir Section 3.4.1 pour une description détaillée). Dans la formulation de Li *et al.* [224], les distributions sont reconstruites à partir du frottement pariétal τ_p . D'après Fares [115], une loi de paroi est utilisée pour prescrire le frottement dans PowerFLOW, prenant en compte des effets de gradient de pression et de rugosité. Ceci suggère que les distributions sont directement modifiées par la loi de paroi, via la prescription de u_τ . Comme l'utilisation de la loi de paroi propriétaire est également privée, il n'y a aucune certitude quant à son utilisation.

Méthode basée sur la reconstruction des distributions. Dans ces méthodes, les distributions au noeud de forçage sont systématiquement décomposées selon leur distribution à l'équilibre de sorte que :

$$f_i(\mathbf{x}_F, t) = f_i^{\text{eq}} + f_i^{\text{neq}} \quad (2.78)$$

Sans modifications, l'algorithme générique permet d'obtenir τ_p , ρ_F et \mathbf{u}_F ce qui permet d'une part de prescrire le frottement à la paroi, et d'autre part de calculer la distribution à l'équilibre $f^{\text{eq}} = f^{\text{eq}}(\rho_F, \mathbf{u}_F)$. C'est en général le calcul de f^{neq} qui est délicat. Certains auteurs extrapolent f^{neq} à partir de la cellule normale à la paroi [159, 232, 368]. Dans la formulation proposée par Malaspinas & Sagaut [237], la distribution hors équilibre est approchée par $f^{\text{neq}} \approx f^{(1)}$ de sorte que :

$$f_i^{\text{neq}} = -\frac{\rho_F \tau \omega_i}{c_s^2} [\mathcal{H}_2]_i : \mathbf{S}_F \quad (2.79)$$

où \mathbf{S}_F correspond au tenseur du taux de déformation. Avec cette formulation, l'algorithme de loi de paroi requiert en plus l'évaluation des gradient de vitesse au noeud de forçage, contrairement au contexte Navier-Stokes. Cette évaluation peut être faite par la méthode des différences finies. C'est cette formulation qui est utilisée dans le solveur ProLB. L'algorithme de traitement de paroi du solveur est présenté en Section 4.2.

3.2.3 Les lois de paroi TBLE

Les lois de paroi qui ne sont pas basées sur une formule analytique sont généralement associées à la résolution d'un système d'équations différentielles de couche limite. Ce système est résolu numériquement sur un maillage unidimensionnel allant de la paroi au noeud de forçage. Ce maillage est indépendant de la grille de calcul. On parle alors d'une approche à «deux couches» car une couche du calcul est gouvernée par les équations Navier-Stokes (grille principale) et l'autre via les équations de couche-limite (grille 1D supplémentaire). Cette idée a notamment été introduite par Craft *et al.* [75] et fut reprise plus tard par Bond & Blottner [36] et Capizzano [48]. Elle est illustrée en Figure 2.23 dans le cadre des frontières immergées, les noeuds de la grille 1D étant représentés par des tirets. Une idée tout à fait similaire a été développée dans le cadre de simulations LES en utilisant deux grilles chevauchantes : une grille LES et une grille RANS. La grille RANS couvre uniquement la région proche paroi et des points de connections sont créés pour que les deux grilles communiquent entre elles. Les équations RANS de couche limite sont résolues sur la grille RANS à partir des données LES à la frontière et les données obtenues permettent à leur tour de spécifier le frottement et le flux de chaleur à la paroi [187, 282]. La région RANS sert donc de loi de paroi pour la simulation LES : on parle de WMLES pour **W**all-**M**odelled LES.

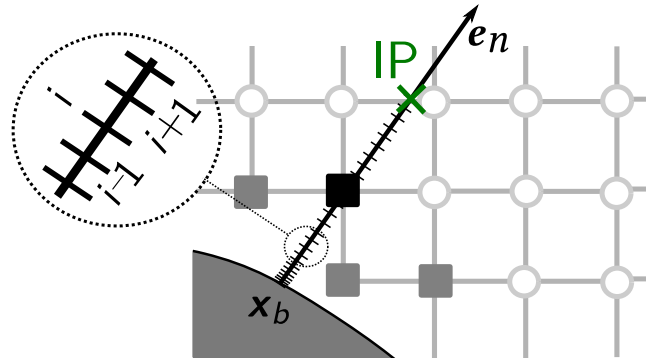


Figure 2.23 – Représentation de la grille supplémentaire utilisée avec les lois de paroi TBLE. Les noeuds de la grille 1D sont représentés par des tirets noirs.

L'intérêt d'une telle approche est notamment de pouvoir prendre en compte des effets hors-équilibres tels que le gradient de pression, en incluant ce terme dans les équations de couche limite. Par exemple, Capizzano [48] néglige uniquement les effets instationnaires et de convection pour obtenir l'équation :

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[(\rho\nu + \rho\nu_t) \frac{\partial u}{\partial y} \right] = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.80)$$

où les conditions initiales sont $u(0) = 0$ et $u(y_F) = u_F$ et le gradient de pression est supposé constant dans la région interne. L'auteur fait le choix de calculer ν_t à l'aide d'un modèle à longueur de mélange. Ce modèle TBLE a démontré qu'il améliore sensiblement la capacité de la loi de paroi à prendre en compte l'effet du gradient de pression. L'auteur nuance cependant que sa prise en compte est numériquement délicate. En 2016, Capizzano [49] propose un second modèle prenant non seulement en compte les effets instationnaires, mais également les équations de transport du modèle de turbulence permettant de reconstruire la valeur de ν_t . Ce modèle a permis de retrouver le développement d'une couche limite en aval d'un choc avec une précision équivalente à celle d'un calcul sur maillage conforme.

Le terme de convection est généralement négligé car sa prise en compte dans un modèle TBLE est très complexe : elle nécessite de calculer en plus des gradients de vitesse longitudinaux. Berger & Aftosmis [26] ont pris en compte ce terme en adoptant une stratégie particulière : les termes convectifs sont évalués aux noeuds de forçage (via la grille principale) et sont pondérés par une fonction de d'amortissement $\psi = u_{SA}^+(y) / u_{SA}^+(y_F)$ où u_{SA} est la vitesse tangentielle donnée par (2.77).

En Figure 2.24, le coefficient de frottement le long d'un profil d'aile est présenté pour une loi de paroi analytique, une loi de paroi TBLE avec gradient de pression (GdP) et TBLE avec gradient de pression et effets de convection (GdP + Cv). On remarque une surestimation du frottement sur l'extrados de l'aile jusque $x/c \approx 0,2$ avec la loi de paroi analytique. La raison à cela est que le point d'interpolation n'est pas située dans une région où la loi de paroi analytique est valide ($y^+ > 500$). La loi de paroi TBLE (GdP) corrige plutôt bien ce problème, mais il y a surestimation du frottement à l'intrados. En revanche, la loi de paroi TBLE (GdP + Cv) permet de correctement estimer le frottement partout sur le profil. L'analyse de l'évolution des termes de gradient de pression et de convection montre que près du point d'arrêt, il y a de forts effets de gradient de pression, contrebalancées par des effets de convection. Ainsi, la couche limite est quasi à l'équilibre, et le recours à une loi de paroi analytique est donc adéquat. En revanche, ne prendre en compte que l'effet du gradient de pression comme le fait la loi TBLE (GdP) est faux, et fournit des résultats moins bons qu'une loi analytique.

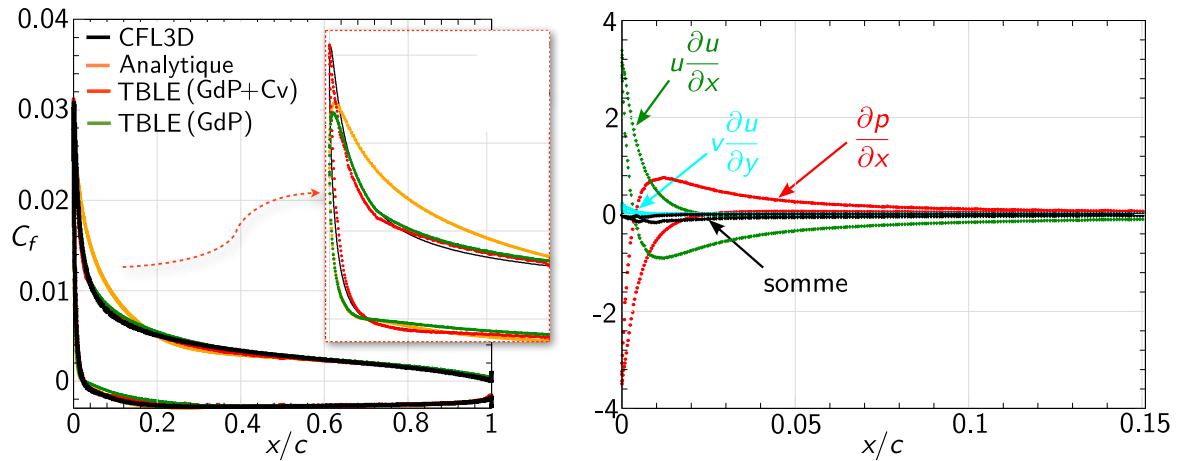


Figure 2.24 – (gauche) : Évolution du coefficient de frottement le long d'un profil d'aile NACA0012. (droite) : Évolution des termes de l'équation de quantité de mouvement évalués aux noeuds IP près du bord d'attaque de l'aile. Tiré de [26].

En général, l'usage de loi de paroi TBLE permet de prendre en compte plus de phénomènes physiques pour modéliser la couche limite turbulente. Néanmoins, son utilisation est généralement plus coûteuse et moins robuste que les lois de paroi analytiques. Plus précisément, les travaux de Manueco *et al.*[244] rapportent un surcoût d'au moins 12 %. Les auteurs détaillent et comparent l'implantation numérique des lois de paroi TBLE. Suivant l'implantation numérique choisie, le coût de calcul peut par exemple varier d'un facteur 10 et la convergence du système itératif est différente.

3.2.4 Commentaires associés à l'usage de lois de paroi analytiques

Limitations physiques

Les lois de paroi analytiques sont généralement basées sur les propriétés d'une couche limite turbulente à l'équilibre. Cela signifie que la loi de paroi devient erronée lorsque les hypothèses sur lesquelles elle est construite ne sont plus vraies, comme par exemple sous l'influence d'un gradient de pression ou d'effets de convection. Par exemple, la loi de paroi n'est pas valide en zone décollée et joue notamment sur les distances de recollement où sur les tailles de zone de recirculation. Il existe des lois de paroi analytiques qui prennent en compte l'effet d'un gradient de pression [325, 3], mais aucune loi générale n'est encore satisfaisante dans la littérature. Les lois de paroi TBLE sont généralement plus aptes à reproduire les effets hors-équilibre, mais elles sont moins robustes et plus complexes à mettre en place.

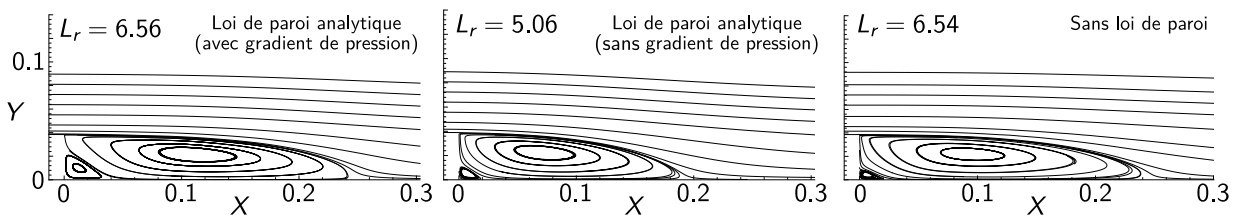


Figure 2.25 – Comparaison de la zone de recirculation en aval d'une marche descendante pour deux calculs avec lois de paroi et un calcul sans loi de paroi. Les deux calculs avec loi de paroi sont réalisés sur des maillages identiques. Tiré de [325]

Implantation numérique

Outre les limitations physiques, l'implantation numérique d'une loi de paroi dans un solveur est primordiale pour s'assurer de sa bonne fonctionnalité. Celle-ci est différente suivant les schémas numériques

utilisés (LBM, Navier-Stokes) et suivant le nombre de noeuds de condition limite nécessaire pour résoudre les équations de Navier-Stokes. Les schémas présentés tout au long de cette partie sont réalisés pour une unique couche de noeuds de condition limite, mais suivant le schéma numérique, il est parfois nécessaire d'en utiliser deux. On retrouve cependant certains paramètres numériques communs à l'implantation numérique des lois de paroi :

(a) *Définition de la distance d_{IP} :*

La définition de la distance d_{IP} varie suivant les auteurs et est rarement spécifiée dans les articles. Elle est généralement définie proportionnellement à la taille de maille locale Δ_{local} . Ces différences sont regroupées dans le tableau 2.4 pour quelques auteurs.

Loi	d_{IP}/Δ_{local}
Tamaki <i>et al.</i> (2017) [360]	3
Berger & Aftosmis (2017) [360]	1,6
Hausmann <i>et al.</i> (2019) [159]	1,5
Maeyama <i>et al.</i> (2021) [231]	3,5
Actuel (ProLB)(2024)	2,5

Table 2.4 – Formulations de diverses lois de paroi couramment employées dans la littérature (NS et LBM).

Néanmoins, la valeur de d_{IP} est importante et on cherche généralement à ce que le point IP soit le plus proche possible de la paroi [48]. En effet, le noeud IP est situé à une distance fixe de la paroi et est indépendante du développement spatial de la couche limite. Par exemple, pour une couche limite turbulente naissante et donc de très faible épaisseur, le noeud IP se situe tout d'abord en dehors de la couche limite puis dans la zone de sillage et enfin dans la zone logarithmique. L'utilisation d'une loi de paroi n'est donc pas valide sur une portion de la couche limite, ce qui aura tendance à épaissir artificiellement la couche limite [244]. Lorsque la couche limite aura atteint une épaisseur suffisante pour que le noeud IP soit dans la zone interne, le frottement sera mieux prévu. Des travaux récents ont été proposés pour s'affranchir de l'utilisation du noeud IP, aussi bien en formalisme Navier-Stokes [372] qu'en LBM [160].

(b) *L'ordre ainsi que la configuration du stencil d'interpolation :*

La phase d'interpolation estime les données d'entrée de la loi de paroi. La précision de l'interpolation est donc primordiale pour l'estimation du frottement à la paroi. L'influence de la phase d'interpolation sur l'estimation du frottement est étudiée en détail dans le Chapitre 3, en Section 2 et à fait l'objet de l'article [172] publié dans cette thèse.

(c) *La gestion numérique des gradients proche-paroi :*

En effet, le solveur utilise une approximation numérique du gradient de vitesse dont la précision dépend de la résolution du maillage. L'usage d'une loi de paroi est, par essence, associé avec une résolution volontairement trop grossière du maillage pour correctement capturer les forts gradients de la zone interne de la couche limite. En conséquence, le schéma numérique va fournir des valeurs de gradients qui sont mal estimées tant que la résolution du maillage ne peut pas supporter le gradient de vitesse local. Certains auteurs ont mis en place des modifications de l'implantation numérique de la loi de paroi pour réduire l'erreur numérique commise sur les gradients de vitesse. Certaines méthodes sont analysées en détail dans le Chapitre 3, en Section 3.

(d) *Oscillations associées aux frontières immergées :*

L'aspect principal associé aux frontières immergées est que les noeuds de frontières du domaine sont immergés dans le fluide. Par conséquent, chaque noeud de condition limite est un noeud fluide. Il possède une distance à la paroi non nulle pouvant varier de quasi-nulle jusqu'à 1,4 fois la taille de maille locale. Ces oscillations, parfois importantes, de distance à la paroi peuvent engendrer des

oscillations des quantités pariétales. Cet aspect est également analysé plus en détail dans le Chapitre 3, en Sections 2 et 3.

Les différentes problématiques associées aux lois de paroi qui viennent d'être mentionnées ne sont pas indépendantes. En effet, des oscillations numériques peuvent apparaître à cause d'un stencil d'interpolation trop étendu ((b)) ou à cause d'une géométrie trop complexe ((d)). L'étendue de ces oscillations est d'autant plus forte que les gradients proches paroi sont mal capturés ((c)).

4 Présentation du solveur ProLB en tant que solveur d'écoulements turbulents

Cette partie a pour but de détailler les aspects liés à la modélisation de la turbulence au sein du solveur ProLB, puisqu'il s'agit du solveur employé dans cette thèse. Ces détails se focalisent sur la gestion du modèle de turbulence RANS (Spalart-Allmaras) ainsi que sur le traitement de paroi.

Dans sa version commerciale, le solveur ProLB se base sur une modélisation de type WMLES. Le modèle sous-maille est le modèle SISIM (voir Section 1.3.3). La loi de paroi du solveur commercial est une loi analytique, prenant en compte les effets de gradients de pression et de courbure et est détaillée dans [94]. En revanche, la version de développement servant de point de départ aux travaux réalisés dans cette thèse repose sur une approche WMRANS. Cette partie permet d'une part de faire un «état des lieux» du solveur au début de ces travaux. D'autre part, elle permet aussi de donner une idée précise du positionnement du solveur ProLB parmi les différentes options disponibles dans la littérature.

Le modèle de turbulence de Spalart-Allmaras (voir Section 1.2.2) est utilisé dans ces travaux. S'agissant de l'ingrédient clef de la plupart des modèles hybrides RANS/LES (décrits en Section 2.2), l'implantation numérique du modèle S-A est détaillée.

4.1 Implantation numérique du modèle de turbulence

L'implantation numérique de l'équation (2.22) utilise un schéma aux différences finies sur le réseau. L'équation du modèle S-A est réécrite sous la forme d'une équation de transport pour la variable $\chi = \tilde{\nu}/\nu$:

$$\underbrace{\frac{\partial \chi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \chi}_{\text{Advection}} = \underbrace{c_{b1} \tilde{S} \chi}_{\text{Production}} - \underbrace{c_{w1} f_w \nu \left(\frac{\chi}{\ell}\right)^2}_{\text{Destruction}} + \underbrace{\frac{\nu}{\sigma} \left((1 + \chi) \Delta \chi + (1 + c_{b2}) (\nabla \chi)^2 \right)}_{\text{Diffusion}} \quad (2.81)$$

L'intérêt est de manipuler une variable sans dimension, comme il est coutume de faire dans les codes LBM (voir Section 3.5.1). Cette implantation nécessite donc l'introduction de la variable $\chi = \tilde{\nu}/\nu$ ainsi que ses gradients dans les tableaux définis en (1.99) et (1.100) :

$$\text{macro} = [\rho, u_x, u_y, u_z, \chi] \quad (2.82)$$

$$\text{grad} = \left[\frac{du_x}{dx}, \frac{du_y}{dx}, \frac{du_z}{dx}, \frac{du_x}{dy}, \frac{du_y}{dy}, \frac{du_z}{dy}, \frac{du_x}{dz}, \frac{du_y}{dz}, \frac{du_z}{dz}, \frac{d\chi}{dx}, \frac{d\chi}{dy}, \frac{d\chi}{dz}, \Delta \chi, \mathbf{u} \cdot \nabla \chi \right] \quad (2.83)$$

Les modifications liées à l'implantation du modèle S-A sont indiquées en bleu. Les schémas numériques adoptés sont :

- ▣ centré d'ordre 2 pour les gradients de vitesse. Ces gradients sont utilisés dans le calcul de \tilde{S} ;

⇒ centré d'ordre 2 pour les gradients de χ . Ceci entraîne :

$$\frac{d\chi}{dx}(\mathbf{x}_i) = \frac{1}{2} \frac{\chi(\mathbf{x}_{i+1}) - \chi(\mathbf{x}_{i-1})}{\mathbf{x}_{i+1} - \mathbf{x}_i} \text{ et } \frac{d^2\chi}{dx^2}(\mathbf{x}_i) = \frac{\chi(\mathbf{x}_{i+1}) - 2\chi(\mathbf{x}_i) + \chi(\mathbf{x}_{i-1}))}{(\mathbf{x}_{i+1} - \mathbf{x}_i)^2} \quad (2.84)$$

⇒ hybride centré/décentré pour le terme d'advection :

$$\left[\mathbf{u} \cdot \frac{d\chi}{dx} \right] (\mathbf{x}_i) = \alpha (\mathbf{u}^*(\mathbf{x}_i) \chi^-(\mathbf{x}_i) + \mathbf{u}^*(\mathbf{x}_{i-1}) \chi^+(\mathbf{x}_i)) + (1 - \alpha) (\mathbf{u}^*(\mathbf{x}_i) \chi^*(\mathbf{x}_i) - \mathbf{u}^*(\mathbf{x}_{i-1}) \chi^*(\mathbf{x}_{i-1})) \quad (2.85)$$

où le coefficient de pondération α est pris à 0.2. Encore une fois, les schémas centrés d'ordre 2 dégénèrent en un schéma décentré d'ordre 1 au niveau des frontières du domaine de calcul.

4.2 Implantation numérique du traitement de paroi

Après avoir détaillé d'une manière assez générale la mise en place d'un traitement de paroi dans le cadre de la LBM, celui implanté au sein du solveur ProLB est précisé dans ce qui suit. Cette description se focalise sur le fonctionnement du traitement de paroi au début de cette thèse, et qui par la suite a été significativement modifié (voir Chapitre 3). Le traitement de paroi dans ProLB repose sur les méthodes de frontières immergées dont le principe a été détaillé en Section 3.2. En partie 3.2.2, les spécificités liées à l'utilisation d'une loi de paroi en LBM ont été décrites. Il a été vu que l'implantation numérique d'une loi de paroi nécessite généralement quatre étapes. L'algorithme de traitement de paroi dans ProLB est donc décrit en détaillant chacune de ces étapes. Dans le solveur, le traitement de paroi remplit le tableau :

$$\text{macroWall} = [\mathbf{u}_\tau] \quad (2.86)$$

Ce tableau est à part des tableaux `macro` et `grad` car il ne contient que les noeuds de condition limite.

Traitement de paroi dans ProLB (antérieur à la thèse)

- ⇒ **Étape 1 : Création du noeud IP.** Le noeud IP est créé à une distance $d_{IP} = 2,5\Delta$ de la paroi suivant sa normale où Δ désigne la taille de maille locale ;
- ⇒ **Étape 2 : Phase d'interpolation.** La masse volumique ρ_{IP} ainsi que le vecteur vitesse \mathbf{u}_{IP} sont estimées au noeud IP via une interpolation pondérée par l'inverse distance dite IDW pour **I**nverse **D**istance **W**eighing. On dispose donc de la valeur de ρ_{IP} et \mathbf{u}_{IP} après cette étape ;
- ⇒ **Étape 3 : Utilisation de la loi de paroi.** La composante tangentielle $u_{t,IP}$ est extraite de \mathbf{u}_{IP} (voir équation (2.73)) et la loi de paroi de Werner & Wengle [384] (voir aussi le tableau 2.3) est utilisée au noeud IP pour en déduire le frottement pariétal $\tau_p = \rho_{IP} u_\tau^2$ via la formule :

$$u_\tau = \begin{cases} \sqrt{\frac{u_t \nu}{y}} & \text{si } y^+ \leq 11,81 \text{ ou } yu/\nu \leq 139,4761 \\ \left(\frac{u_t}{8,3}\right)^{7/8} \left(\frac{\nu}{y}\right)^{1/8} & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.87)$$

A ce stade, le tableau `macroWall` peut être rempli avec la valeur de \mathbf{u}_τ obtenue ;

- ⇒ **Étape 4 : Phase de reconstruction.** Comme u_τ est connue, la loi de paroi est de nouveau

utilisée mais cette fois au noeud de condition limite pour obtenir $u_{t,F}$ via la formule :

$$u_t^+ = \begin{cases} y^+ & \text{si } y^+ \leq 11,81 \text{ ou } yu/\nu \leq 139,4761 \\ 8,3 (y^+)^{1/7} & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.88)$$

La composante normale $u_{n,F}$ est choisie nulle. Il est alors possible de remplir le tableau **macro** avec les formules :

$$\rho = \rho_{IP}, \mathbf{u} = u_{t,F} \cdot \mathbf{e}_t + u_{n,F} \cdot \mathbf{e}_n, \chi = \kappa y_F^+ \quad (2.89)$$

La fonction de distribution discrète dans la direction ξ_i s'écrit alors :

$$f_i(\mathbf{x}_F, t) = f_i^{\text{eq}}(\rho_F, \mathbf{u}_F) + g_i^{(1)}(\rho_F, \mathbf{u}_F, \mathbf{a}_{2,F}^{(1)}) \quad (2.90)$$

où l'on rappelle que l'indice F désigne la quantité évaluée au noeud de forçage. Les définitions de f_i^{eq} et $g_i^{(1)}$ sont données respectivement par les équations (1.90) et (1.92). La quantité $\mathbf{a}_{2,F}^{(1)}$ désigne le second coefficient d'Hermite hors-équilibre calculé au noeud \mathbf{x}_F . La spécificité de ce terme est qu'il requiert le calcul de \mathbf{S}_F , et donc des gradients de vitesse au noeud de condition limite (par lecture du tableau **grad**). En revanche, le tableau des distributions n'est pas mis à jour lors du traitement de paroi.

4.2.1 Ingrédients de paroi supplémentaires dans ProLB

Obtention du gradient à partir de la loi de paroi (WLG)

Une proposition récente de Degriigny *et al.* [95] pour améliorer le comportement numérique des gradients proche-paroi dans le solveur est d'utiliser le gradient fourni par la loi de paroi plutôt qu'une approximation par différences finies. Pour la loi S-A, le gradient théorique est explicite et donné par l'équation (2.76). Bien qu'une formule explicite existe, Degriigny *et al.* recommandent d'approcher le gradient analytique par différences finies afin d'être consistant avec les autres gradients calculés dans le fluide. Cette méthodologie est désignée par **W**all **L**aw **G**radient (WLG).

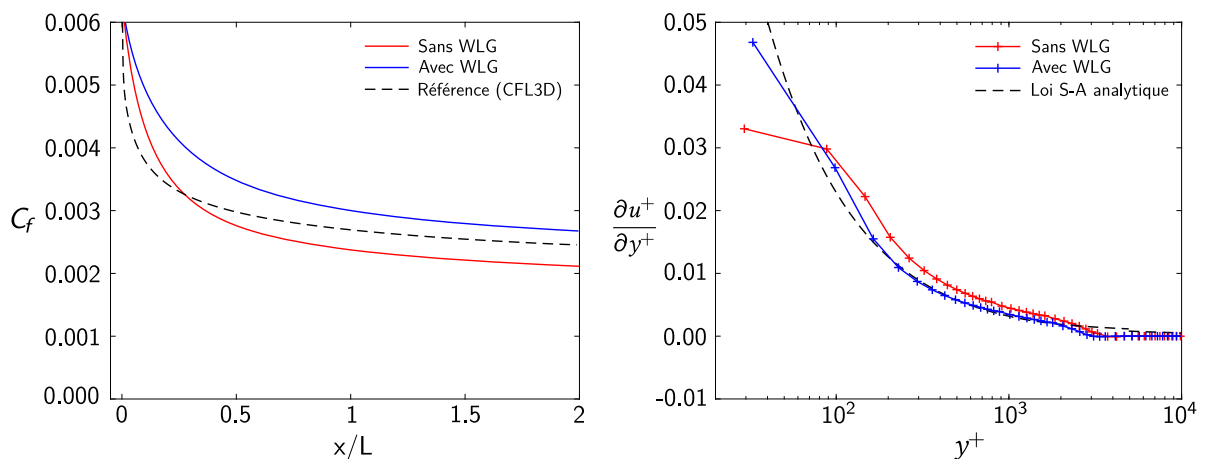


Figure 2.26 – Évolution du coefficient de frottement engendré par un écoulement de plaque plane (gauche) et profils de gradient de vitesse tangentielle adimensionné à mi-longueur de la plaque en appliquant le gradient fourni par la loi de paroi au noeud de forçage (WLG). Adapté de [45].

La Figure 2.26 compare cette nouvelle méthodologie avec l'ancienne, à savoir l'estimation par différences finies. Le cas présenté est un cas de plaque plane. L'amélioration du coefficient de frottement

est nette, et il y a un meilleur accord des gradients de vitesse en utilisant la WLG. Cet exemple illustre bien la sensibilité liée à l'implantation numérique d'une loi de paroi, d'autant plus en LBM où les gradients proche-paroi ne sont pas utilisés que pour le modèle de turbulence mais aussi pour reconstruire les fonctions de distribution.

Interpolation des vitesses de frottement (PIDW)

Les travaux de Cai *et al.* [45], au sein du solveur ProLB, ont mis en évidence la nécessité de maîtriser la phase d'interpolation. Les auteurs ont travaillé sur des cas-tests de plaque plane inclinées. L'évolution du coefficient de frottement que ces auteurs ont obtenu dans le cas d'un angle $\theta = 30^\circ$, représenté en Figure 2.27, illustre de manière flagrante comment la prévision du frottement peut être dégradée par des oscillations de grandes amplitudes et souligne, encore une fois, la sensibilité de la mise en oeuvre numérique sous-jacente. Les auteurs ont proposé de ne plus estimer le frottement à partir de \mathbf{u}_{IP} mais plutôt d'interpoler directement u_τ en inversant la loi de paroi pour tous les noeuds interpolants. Les auteurs modifient également la distance de pondération de la méthode IDW en utilisant une projection sur la normale à la paroi. Cette modification s'inspire de celle utilisée par Choi *et al.* [63] : la pondération inverse à la distance ne repose plus sur la distance entre le noeud du stencil courant et le noeud IP, mais sur la projection de la distance entre le noeud de forçage et le noeud courant sur la normale à la paroi. L'idée sous-jacente est d'interpoler des quantités qui varient peu. Le détail de cette modification est présenté en Section 1.2. Comme en témoigne la Figure 2.27, cette modification réduit drastiquement les oscillations numériques mais nécessite l'inversion de la loi de paroi en chaque noeud du stencil, ce qui se couple bien avec la loi de paroi en puissance qui est explicite.

Les auteurs affirment que cette nouvelle interpolation dispense de l'utilisation du noeud IP. Ceci n'est vrai que si la composante normale de vitesse u_n est choisie nulle.

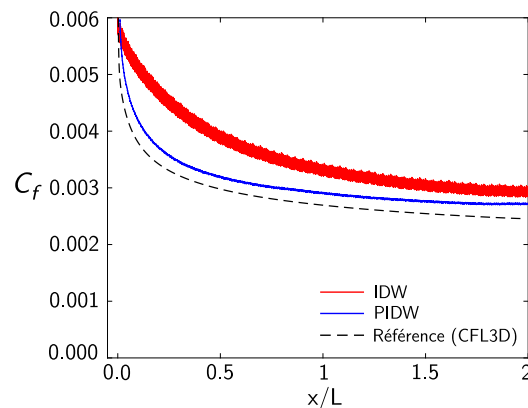


Figure 2.27 – Évolution du coefficient de frottement engendré par un écoulement de plaque plane inclinée à $\theta = 30^\circ$ avec et sans l'interpolation des vitesses de frottement. Adapté de [45].

L'algorithme décrit en Section 4.2 ainsi que les deux ingrédients numériques qui viennent d'être présentés (WLG et interpolation PIDW) constituent le traitement de paroi le plus avancé du solveur. Ces deux nouveaux ingrédients améliorent significativement la robustesse et la précision du traitement de paroi. Néanmoins, certains travaux récents ont montré les limites de ce traitement de paroi, notamment sur la qualité de la phase d'interpolation [94] ainsi que sur la perte de précision avec le raffinement du maillage. Ce sont ces deux aspects qui ont d'abord été analysés, puis améliorés dans le cadre de ces travaux de thèse.

Amélioration du traitement de paroi

*Quelle que soit la branche que vous avez choisie, dans votre vie future,
appliquez-vous à développer un progrès aussi minime soit-il.
Vous en ferez un bien général.*

– Gustave Eiffel (1832-1923) –

1	Définition de l'algorithme de traitement de paroi	126
1.1	Détails de l'algorithme de traitement de paroi	126
1.2	Éléments et conclusions du projet ALBATROS (2018-2020)	127
2	Influence de la phase d'interpolation	127
2.1	Comparaison théorique <i>a priori</i> de diverses méthodes d'interpolation	128
2.2	Influence du nombre de noeuds donneurs du stencil	129
2.3	Évolution de l'erreur d'interpolation en fonction de la distance à la paroi	131
2.4	Influence de l'erreur d'interpolation sur la simulation d'une couche limite turbulente	132
2.5	Influence de l'erreur d'interpolation sur la simulation d'un écoulement autour d'une bosse en canal	134
3	Implantation numérique de la loi de paroi	136
3.1	Problématique	136
3.2	La méthode de linéarisation de Tamaki <i>et al.</i>	138
3.3	Validation du traitement de paroi combinant interpolation trilinéaire et méthode de linéarisation	140
4	Synthèse du chapitre	146

*Ce chapitre se focalise sur l'implantation numérique de la condition limite de paroi dans le solveur ProLB, et notamment sa capacité à modéliser avec précision les couches limites au travers d'une loi de paroi. Il s'agit d'un aspect essentiel en vue de simuler des écoulements industriels où les couches limites jouent un rôle important dans le bruit rayonné. Dans un premier temps, le traitement de paroi du solveur est analysé, notamment sur les points faibles reportés lors de précédents projets tels que l'apparition d'oscillations parasites ou la convergence en maillage. Après analyse de la littérature, deux ingrédients sont notamment implantés et validés afin de pallier ce problème : l'interpolation trilinéaire ainsi que la méthode de linéarisation de Tamaki *et al.**

Article associé



Husson, J. and Terracol, M. and Deck, S. and Le Garrec, T. Critical assessment of wall model numerical implementation in LBM. *Computers & Fluids, Elsevier, 2023, 257, 105857*
<https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2023.105857>

1.1 Détails de l'algorithme de traitement de paroi

L'algorithme de traitement de paroi de ProLB est basé sur la reconstruction des distributions aux noeuds de forçage dans toutes les directions. Elles sont reconstruites à partir des données macroscopiques du champ environnant, plus particulièrement ρ , \mathbf{u} et $\nabla \mathbf{u}$ comme spécifié dans [45] et détaillé en Section 4.2. L'algorithme de traitement de paroi est appliqué en chacun des noeuds de forçage (■ dans les schémas du Tableau 3.1). Il peut être divisé en quatre étapes :

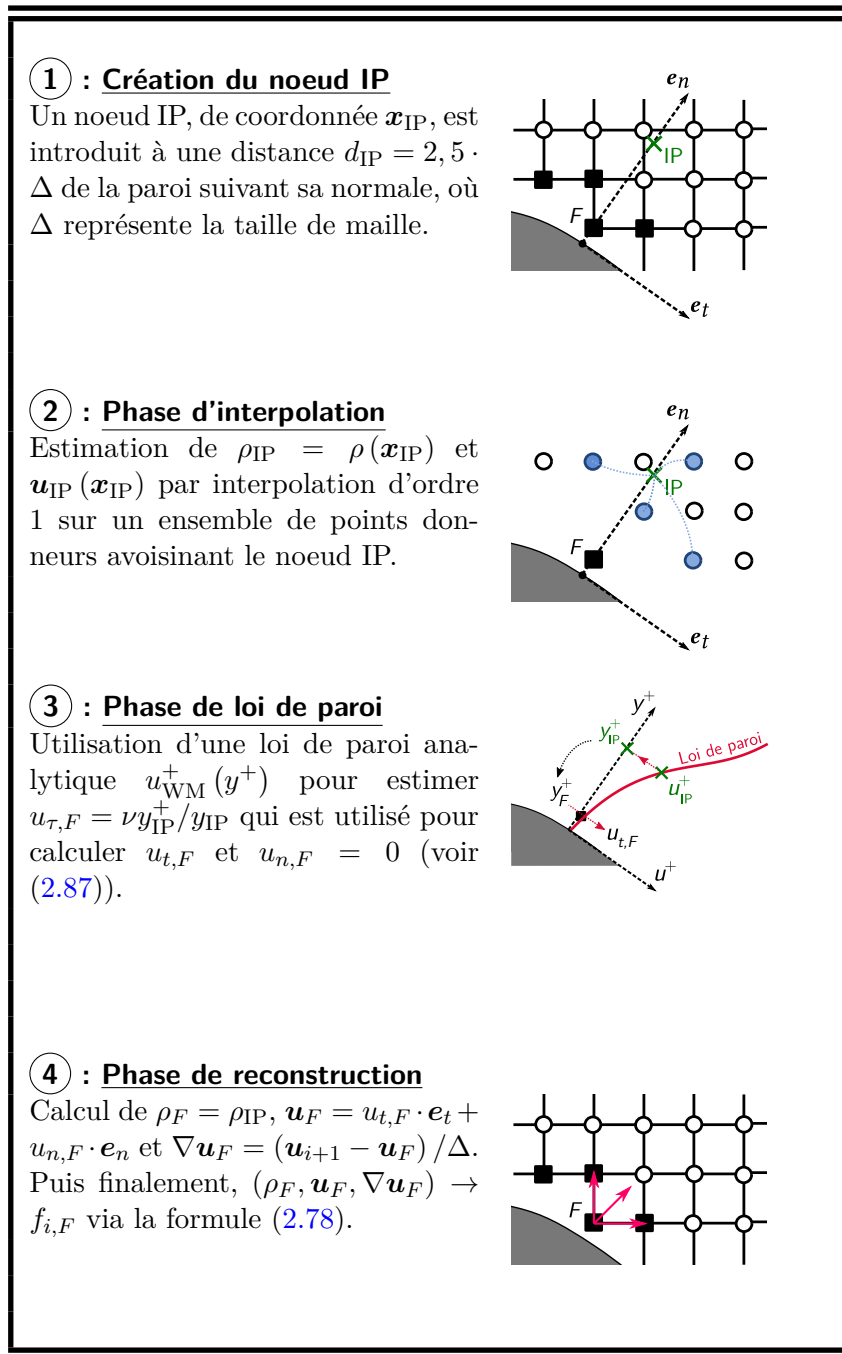


Table 3.1 – Détails de l'algorithme de traitement divisés en quatre étapes de ProLB pré-existant à la thèse.

Le squelette présenté en Tableau 3.1 correspond à l'algorithme de traitement de paroi standard dans le solveur ProLB. Il sera conservé tout au long de ces travaux, néanmoins des modifications conséquentes seront apportées aux phases (2), (3) et (4). Plusieurs choix sont critiquables : la distance d_{IP} est arbitraire, la phase d'interpolation est au mieux d'ordre 1, la valeur de $u_{n,F}$ est choisie nulle et la formule de reconstruction (2.79) est un choix possible parmi d'autres [334, 237]. Ces choix résultent généralement d'un compromis entre précision, coût et stabilité numérique [215].

1.2 Éléments et conclusions du projet ALBATROS (2018-2020)

Le traitement de paroi au sein du solveur ProLB a été analysé et amélioré lors du précédent projet OMEGA3/ALBATROS. Les différentes études de ce projet ont permis de sensiblement augmenter la précision et la robustesse du traitement de paroi dans le solveur. Les ingrédients clefs de ces améliorations sont détaillés [94, 45] :

- L'estimation de la valeur de $\nabla \mathbf{u}_F$ à partir d'une approximation par différences finies d'ordre 3 appliquée à la loi de paroi plutôt que d'utiliser une formule d'ordre 1 sur le champ de vitesse du calcul (modification de la phase (4)) :

$$\nabla \mathbf{u}_F = \frac{\mathbf{u}_{i+1} - \mathbf{u}_F}{\Delta} \longrightarrow \nabla \mathbf{u}_F = \frac{u_{\tau,F}}{\Delta} \sum_{k=0}^3 \alpha_k \cdot u_{SA}^+(y_F + k\Delta) \quad (3.1)$$

avec $\alpha_0 = -11/6$, $\alpha_1 = 3$, $\alpha_2 = -3/2$ et $\alpha_3 = 1/3$ les coefficients associés.

- Une modification de l'interpolation par inverse distance en utilisant une distance au noeud IP projetée suivant la normale unitaire à la paroi \mathbf{n} (modification de la phase (2)) :

$$d_{IDW}(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{IP}\| \longrightarrow d_{PIDW}(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_b - ([\mathbf{x} - \mathbf{x}_b] \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}\| \quad (3.2)$$

où \mathbf{x}_b correspond au noeud fictif localisé sur la paroi solide. Cette interpolation n'est appliquée que sur la vitesse de frottement u_τ , qui est estimée en chaque noeud donneur en inversant la loi de paroi. La valeur de $u_{\tau,F}$ étant connue dès la phase (2), la phase (3) est donc raccourcie.

- La mise en place d'une routine de pré-traitement éliminant les noeuds «trop» proches de la paroi (ajout d'une phase (0)) ;
- L'amélioration de la gestion des coins en modifiant la normale à la paroi suivant la vitesse \mathbf{u}_{IP} .

Les conclusions de ce projet soulignent néanmoins certaines limitations du traitement actuel. En particulier, la régularité des champs pariétaux de pression et de frottement pour des géométries complexes (comme celle de la plaque plane inclinée) ne sont pas pleinement satisfaisantes. Ces conclusions fournissent une piste de réflexion quant aux origines de ces limitations, en particulier concernant la phase d'interpolation pointée du doigt comme «seulement d'ordre 1» par Johan Degryny [94]. Les premiers travaux de cette thèse se sont donc naturellement concentrés sur la phase d'interpolation du traitement de paroi.

2 Influence de la phase d'interpolation

La phase d'interpolation constitue l'étape d'estimation des données d'entrée de la loi de paroi (phase (2)). Aussi précise qu'une loi de paroi analytique puisse être, une mauvaise gestion de la phase d'interpolation engendrera des irrégularités des champs pariétaux voire une estimation erronée du frottement pariétal. La qualité de l'interpolation dépend du stencil de noeuds donneurs et de l'ordre d'interpolation de la méthode employée. Notons \mathbf{x}_F et \mathbf{x}_{IP} la position d'un noeud de forçage et de

son noeud IP associé. Une quantité ϕ , ici égale à ρ ou \mathbf{u} , est estimée au noeud de forçage par une pondération des noeuds avoisinants :

$$\phi(\mathbf{x}_F) = \sum_{i=1}^N w_i \phi(\mathbf{x}_i) \quad (3.3)$$

où N désigne le nombre de noeuds donneurs du stencil, $\phi(\mathbf{x}_i)$ la valeur de la quantité ϕ prise au i -ème noeud donneur et w_i le poids associé à ce noeud. La méthode d'interpolation fournit un algorithme de calcul des poids $\mathbf{w} = (w_i)_{i=1}^N$, elle peut parfois également imposer le stencil des noeuds donneurs. Dans ProLB, la méthode d'interpolation par défaut est la pondération par inverse distance, pour **In**verse **D**istance **W**eighing. Les poids sont donnés par la formule :

$$w_i = \frac{1/d_i^p}{\sum_{k=1}^N 1/d_k^p} \quad (3.4)$$

Ici, le réel p est une constante fixée à $p = 2$ et d_i désigne la distance entre le i -ème noeud donneur et le noeud IP. Elle est appliquée sur un stencil composé de 43 noeuds formant une sorte d'étoile tri-dimensionnelle de taille 2, ce stencil sera appelé Stencil 1 et est représenté en jaune en Figure 3.1. Il correspond au stencil par défaut dans ProLB. Cette combinaison IDW et Stencil 1 est robuste et permet d'obtenir un nombre important de noeuds donneurs peu importe la complexité de la configuration. Néanmoins, cette méthode d'interpolation est au plus d'ordre 1. Durant ses travaux de thèse, Degriigny [94] avait déjà relevé la faible qualité d'interpolation de cette méthode par défaut, préférant simplement copier les propriétés du noeud le plus proche du noeud IP dans ses calculs. Ces considérations amènent à regarder d'un peu plus près l'influence de cette stratégie d'interpolation sur la précision des quantités pariétales, notamment en la comparant à d'autres combinaisons méthodes/stencils.

2.1 Comparaison théorique *a priori* de diverses méthodes d'interpolation

Après analyse de la littérature [172], la stratégie que l'on retrouve le plus fréquemment est la combinaison d'une méthode d'ordre 2 avec un stencil compact. Parmi elles, on retrouve notamment les méthodes trilineaires (bilinéaires en 2D) et des moindres carrés pondérés (WLSQ) qui semblent donc être deux bons candidats de comparaison (voir Annexe B pour plus de détails sur ces deux méthodes). L'interpolation trilineaire nécessite un stencil à 8 noeuds (cube en 3D) ou 4 noeuds (carré en 2D) disposé sur une grille régulière. Cette méthode impose donc le stencil des noeuds donneurs.

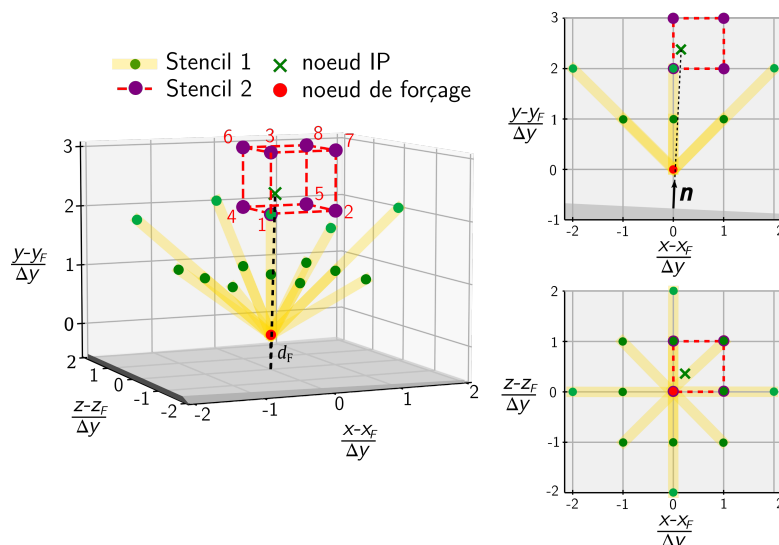


Figure 3.1 – Représentation schématique du Stencil 1 (par défaut dans ProLB) et du Stencil 2 (nouveau)

Ce dernier est représenté en trait pointillé rouge en [Figure 3.1](#) et sera appelé Stencil 2. En revanche, l'interpolation via les moindres carrés s'appliquent à tout type de stencil mais nécessite l'inversion d'une matrice. Le détail de la procédure de calcul des poids \mathbf{w} pour les deux méthodes d'interpolation est décrit en Annexe B. Ces deux interpolations ont été appliquées sur un cas théorique d'un champ donné par la fonction $f(x, y) = \exp(-x^2 - y^2)$ pour $(x, y) \in [-2, 2]^2$. Les champs interpolés sont présentés en [Figure 3.2](#). Ils sont obtenus en ne fournissant les valeurs de f qu'en certains points répartis sur une grille cartésienne de pas $\Delta_{\text{ref}} = 0,25$. Ce champ est interpolé sur une seconde grille cartésienne, de pas d'espace $\Delta_{\text{interp}} = 0,1$.

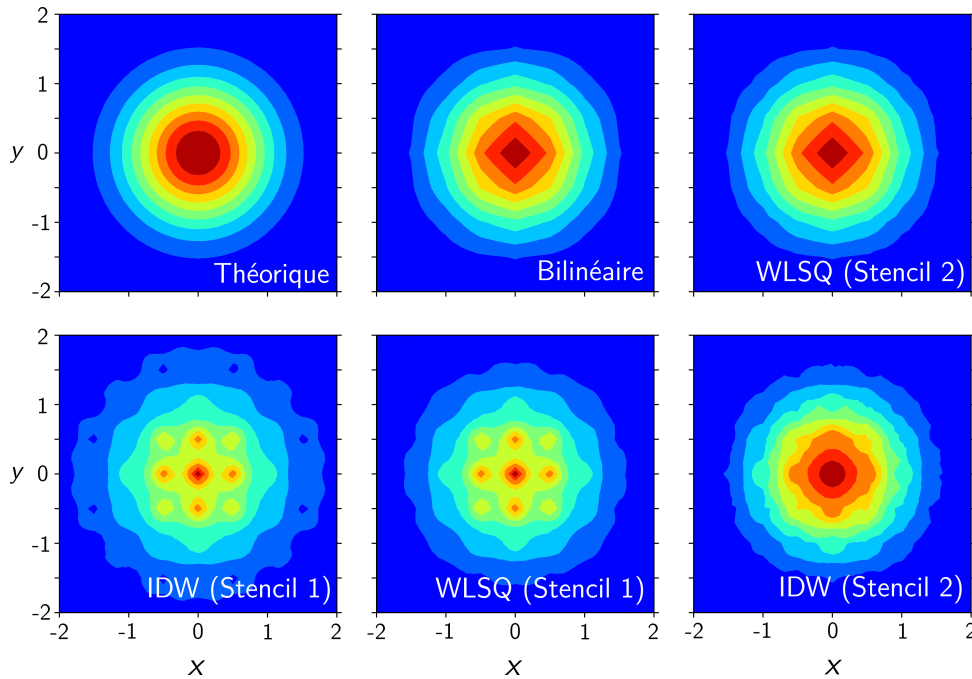


Figure 3.2 – Comparaison des champs interpolés pour différentes méthodes d'interpolation et stencil

On observe, sans surprise, que les champs interpolés par méthode bilinéaire et WLSQ sur Stencil 2 offrent la meilleure qualité d'interpolation parmi les différentes combinaisons, et sont quasiment identiques. En revanche, l'emploi du Stencil 1 sur cette configuration fournit de mauvais résultats, même avec les WLSQ qui sont d'ordre 2. L'emploi de l'IDW sur le Stencil 2 permet d'obtenir un champ correct quoique irrégulier. Ceci montre que le choix du stencil d'interpolation n'est pas à prendre à la légère, et qu'un stencil compact est plus judicieux. Cette conclusion est en accord avec les méthodes d'interpolation majoritairement employées dans la littérature.

2.2 Influence du nombre de noeuds donneurs du stencil

Ayant constaté l'importance du stencil dans la phase d'interpolation du traitement de paroi, il paraît approprié d'estimer l'influence du stencil employé sur la précision de l'interpolation. En effet, une différence majeure entre le Stencil 1 et le Stencil 2 est que le nombre effectif de donneurs varie fortement. Pour le Stencil 1, tous les noeuds parmi les 43 noeuds parcourus sont potentiellement donneurs. Le Stencil 2, quant à lui, n'est employé qu'avec un nombre fixe de 4 ou 8 noeuds donneurs suivant la dimension du problème. On peut imaginer qu'une variation subite du nombre de noeuds donneurs puisse altérer la qualité de l'interpolation. Une manière de visualiser cela consiste à interpoler les coordonnées du noeud IP (*ie* en estimant \mathbf{x}_F comme ρ et \mathbf{u}) et à les comparer avec la véritable position du noeud IP. Pour cela, on considère deux géométries tirées des cas de validation mis à disposition par la NASA, à savoir une plaque plane et une bosse bidimensionnelle en canal.

Cas de la plaque plane : Le cas de la plaque plane alignée avec l'axe horizontal n'est pas pertinent pour notre étude. En effet, les Stencil 1 et Stencil 2 contiendront un nombre constant de noeuds donneurs, respectivement de 13 et de 8. En revanche, en inclinant la géométrie d'un angle de $\theta = 30^\circ$, le nombre de noeuds donneurs du Stencil 1 va varier avec la position du noeud de forçage comme illustré en Figure 3.3. Le Stencil 2 possédera toujours un nombre fixe de 8 noeuds donneurs. On peut alors interpoler les coordonnées du noeud IP et les comparer à sa véritable position, à savoir à $2,5 \cdot \Delta$ de la paroi dans sa direction normale.

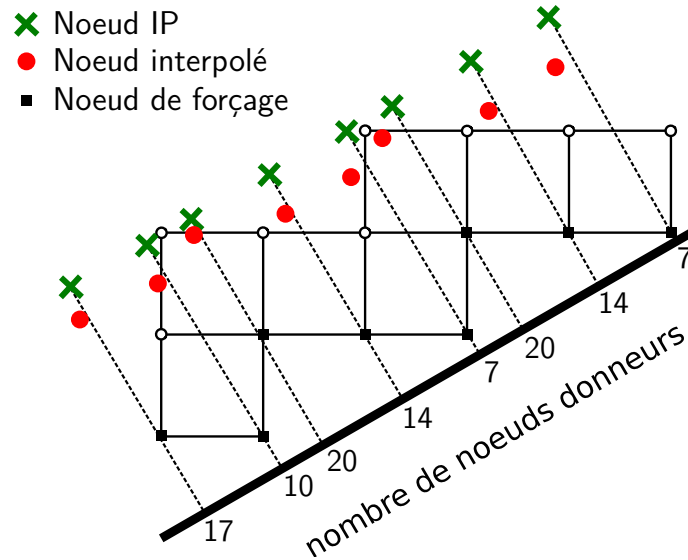


Figure 3.3 – Évolution du nombre de noeuds donneurs du Stencil 1 le long d'une courte portion de la plaque plane inclinée d'un angle $\theta = 30^\circ$ avec $\Delta = 5,4 \cdot 10^{-4} m$. La position exacte et interpolée par IDW du noeud IP est respectivement indiquée en vert et en rouge. L'écoulement est incliné également de sorte qu'il s'agisse du même écoulement que dans le cas aligné.

On remarque que le noeud IP interpolé par IDW sur Stencil 1 ne coïncide pas avec la position du véritable noeud IP, et que l'erreur commise varie suivant la position du noeud de forçage. On voit également que le nombre de noeuds donneurs semble évoluer avec un motif qui ne varie que très peu : 20, 14 et 7 représentent à eux trois 70 % des nombre de noeuds donneurs sur cette grille. Ce résultat *a priori* montre que des erreurs d'interpolation, potentiellement importantes, vont être introduites par la méthode d'interpolation appliquée au Stencil 1 tandis que sur un tel champ, les interpolations trilineaires et WLSQ sont exactes. Il apparaît surtout que ces erreurs sont d'autant plus importantes que la distance à la paroi du noeud de forçage est faible, ce qui pourrait générer un comportement fortement oscillatoire de la solution proche paroi qui laisserait transparaître l'approximation en escalier de la géométrie, conséquence de l'approche par frontières immergées sur grille cartésienne.

Cas de la bosse : Le cas de la bosse est intéressant car la variation de courbure de la géométrie va créer un schéma périodique, similaire au cas de plaque plane inclinée, mais beaucoup plus marqué comme présenté en Figure 3.4. Son équation est $y = \frac{1}{20} \sin^4\left(\frac{\pi}{9}x - \frac{\pi}{3}\right)$ pour $x \in [0, 3; 1, 2]$. Plus précisément, on observe que ce motif entraîne une variation très localisée du nombre de donneurs, passant de 8 à 20 dans la grande majorité des cas.

Ce motif est potentiellement problématique puisqu'il peut introduire abruptement une sérieuse erreur d'interpolation. C'est justement ce qui est observé en Figure 3.5 où la position du noeud IP interpolé par IDW sur Stencil 1 est comparée à la véritable position du noeud IP sur une portion plus représentative de la bosse. On peut voir que cette combinaison interpolation/stencil induit quasi-systématiquement une erreur d'interpolation. Elle est d'autant plus marquée lorsqu'elle est proche du motif décrit plus haut. La Figure 3.5 suggère fortement qu'un traitement de paroi basé sur de l'interpolation IDW sur Stencil 1 va générer des oscillations des quantités pariétales. Ces constats sont présentés pour une taille de maille de $\Delta = 9,85 \cdot 10^{-4} m$, mais la fréquence des oscillations augmente

lorsque Δ diminue. En effet, plus la taille de maille est petite, plus le motif problématique se répète fréquemment.

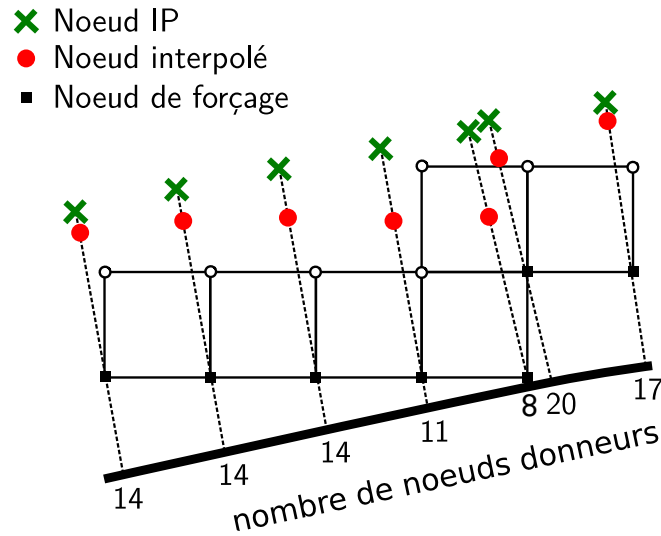


Figure 3.4 – Évolution du nombre de noeuds donneurs du Stencil 1 le long d'une courte portion de la bosse en canal avec $\Delta = 9,85 \cdot 10^{-4} m$. La position exacte et interpolée par IDW du noeud IP est respectivement indiquée en vert et en rouge.

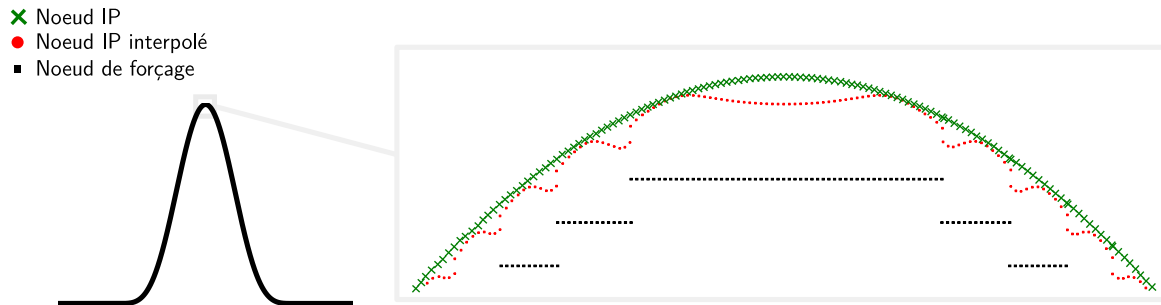


Figure 3.5 – Comparaison de la position interpolée par IDW sur Stencil 1 du noeud de référence avec sa véritable position.

Dans la suite, l'influence de la distance à la paroi du noeud de forçage sur l'erreur d'interpolation commise est étudiée.

2.3 Évolution de l'erreur d'interpolation en fonction de la distance à la paroi

Afin d'étudier l'influence de la distance à la paroi sur la précision de l'interpolation, celle-ci est étudiée paramétriquement sur un cas-test *a priori*. Ce cas-test reprend dans un script python une portion d'une dizaine de noeuds de forçage le long de la plaque inclinée, et où d_w est un paramètre d'entrée. La valeur de u_{IP} est estimée à partir d'une interpolation IDW sur le Stencil 1 comme par défaut dans ProLB. Cette valeur est comparée à la valeur théorique $u_{SA}(y^+)$ donnée par la loi de paroi où l'on a fixé ici $u_\tau = 2,5 m \cdot s^{-1}$ et $\nu = 1,389 \cdot 10^{-5} m^2 \cdot s^{-1}$ (valeurs tirées d'un cas de plaque plane à mi-longueur de plaque). L'erreur obtenue, en %, est alors calculée de la manière suivante :

$$\epsilon_r = 100 \cdot \frac{u_{SA}(y^+) - u_{IP}}{u_{SA}(y^+)} \quad (3.5)$$

L'évolution de l'erreur obtenue en fonction de la distance d_w/Δ est tracée en [Figure 3.6](#). Globalement, on retrouve la hiérarchie obtenue théoriquement à partir de la [Figure 3.2](#) à l'exception des WLSQ

sur Stencil 1, qui possède ici une erreur d'interpolation faible. Les méthodes d'ordre 2 fournissent des erreurs d'interpolation quasi-nulles sur cette géométrie. Ceci montre que même pour un champ théorique non-linéaire, les méthodes d'ordre 2 permettent une estimation correcte de la vitesse au noeud IP. On constate également qu'une valeur faible de distance à la paroi n'entraîne pas nécessairement une augmentation de l'erreur d'interpolation. Dans le cadre de l'interpolation IDW, celle-ci est influencée principalement par le stencil de noeuds donneurs.

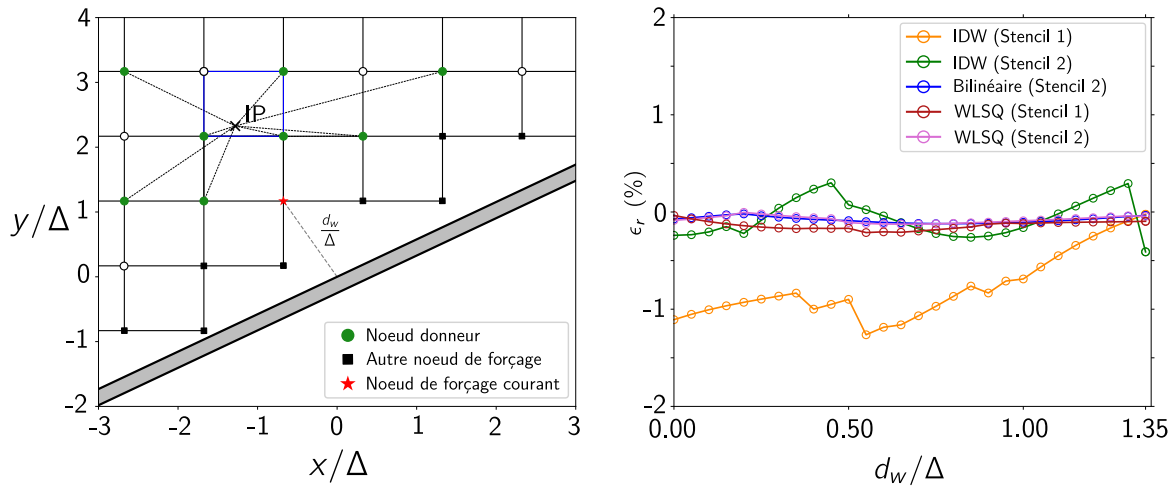


Figure 3.6 – Évolution de l'erreur d'interpolation ϵ_r en pourcent suivant la distance à la paroi adimensionnelle d_w/Δ pour une interpolation trilineaire et une interpolation IDW (Stencil 1).

D'une manière générale sur les implantations présentées *a priori*, la méthode la plus rapide est l'IDW sur Stencil 2. En comparaison, l'interpolation bilinéaire est moins rapide de 11%, suivi des WLSQ sur Stencil 2 (55 %), de l'IDW sur Stencil 1 (189 %) et enfin des WLSQ sur Stencil 1 (900 %). Ainsi, les méthodes moins efficaces sont également les moins rapides sur cette configuration.

On peut donc conclure que la combinaison de l'IDW et du Stencil 1 n'est pas adaptée pour un traitement de paroi. Celle-ci est très sensible aux variations abruptes de configuration de stencil générées par l'approximation de la géométrie par un motif en escalier. Cette étude a mis en évidence que le stencil de noeuds donneurs est très important, une amélioration non négligeable (aussi bien en terme de précision qu'en temps de calcul) est obtenue en conservant l'IDW, mais appliquée au Stencil 2. Jusqu'ici, les conclusions émises résultent d'une étude *a priori*. Elle a permis d'étudier l'influence de divers paramètres d'interpolation indépendamment des couplages avec le solveur et le reste du traitement de paroi. Il convient désormais de confirmer ces conclusions en comparant différentes phases d'interpolation dans le solveur.

2.4 Influence de l'erreur d'interpolation sur la simulation d'une couche limite turbulente

Le premier cas d'application correspond à un écoulement le long d'une plaque plane de 2 m de longueur dont les paramètres et les données de référence sont issus du Turbulence Modeling Resource (TMR) [310]. Cette géométrie simple correspond exactement à la géométrie utilisée lors de l'étude *a priori*. Les principaux paramètres de l'écoulement sont résumés dans le tableau 3.2.

Paramètres de l'écoulement		
$L = 1 \text{ m}$	$u_\infty = 69,44 \text{ m.s}^{-1}$	$\rho = 1,177 \text{ kg.m}^{-3}$
$p = 101325 \text{ Pa}$	$Re_L = 5,0 \cdot 10^6$	$Ma = 0,2$
Paramètres des maillages	Δy_{\min}	Δy^+
Grille 1	$5,40 \cdot 10^{-4} \text{ m}$	100
Grille 2	$2,70 \cdot 10^{-4} \text{ m}$	50
Grille 3	$1,62 \cdot 10^{-4} \text{ m}$	30
Grille 4	$1,08 \cdot 10^{-4} \text{ m}$	20
Grille 5	$5,40 \cdot 10^{-5} \text{ m}$	10
Grille 6	$2,70 \cdot 10^{-5} \text{ m}$	5

Table 3.2 – Principaux paramètres de simulation de l'écoulement le long de la plaque plane. L'évaluation de Δy^+ est faite en $x/L = 1$.

En ce qui concerne l'élaboration du maillage, celui-ci est composé d'une succession de couches de taille fixe contenant une vingtaine de noeuds. Pour les mêmes raisons qu'invoquées précédemment, le cas de plaque plane alignée avec l'axe horizontal ne permet pas d'éprouver le traitement de paroi. En conséquence, le cas de plaque plane inclinée d'un angle $\theta = 30^\circ$ est utilisé pour réaliser les comparaisons. Il s'agit bien du même écoulement simulé que dans le cas aligné, simplement le repère est tourné dans le but de générer un motif en escalier autour de la géométrie. Cet aspect est bien visible en [Figure 3.7](#) où un aperçu de la topologie des maillages dans le cas aligné et incliné est présenté.

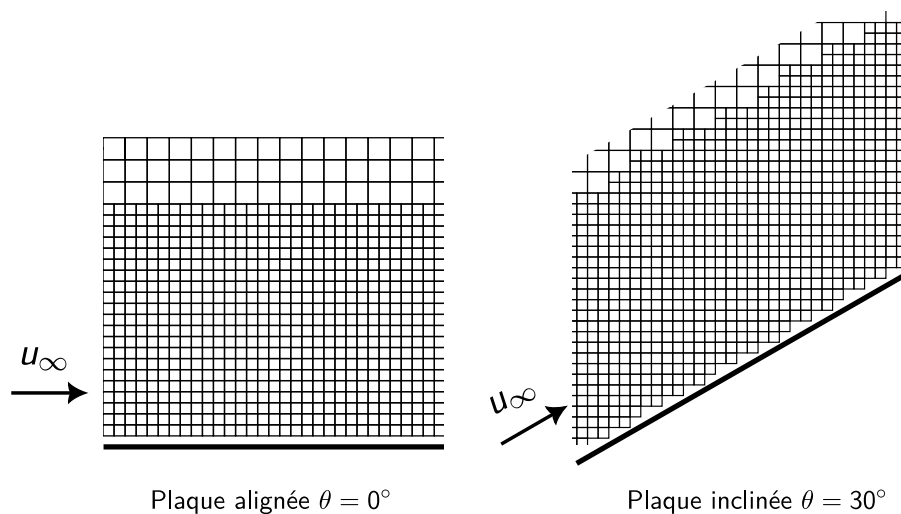


Figure 3.7 – Comparaison d'une portion des maillages de couche limite turbulente sur plaque plane dans le cas aligné (gauche) et incliné (droite).

Six combinaisons Interpolation/Stencil ont été appliquées sur le cas incliné : IDW sur Stencil 1, IDW sur Stencil 2, Trilinéaire sur Stencil 2, WLSQ sur Stencil 1, WLSQ sur Stencil 2 et PIDW sur Stencil 1. La combinaison IDW sur Stencil 1 correspond à la phase d'interpolation standard de ProLB avant le projet ALBATROS tandis que la combinaison PIDW sur Stencil 1 correspond à celle d'après, c'est-à-dire au traitement de paroi le plus précis obtenu à l'issue du projet. La paire WLSQ sur Stencil 1 n'a pas pu aboutir car la matrice construite à partir des noeuds donneurs est mal conditionnée et son inversion engendre la divergence du calcul.

Dans l'analyse des résultats, une des grandeurs d'intérêt pour ce cas-test est le coefficient de frottement C_f le long de la plaque puisque celui-ci est directement lié au traitement de paroi via l'estimation de la vitesse de frottement u_τ . L'évolution du coefficient de frottement suivant x/L est présentée en [Figure 3.8](#) pour les cinq combinaisons Interpolation/Stencil. Elle est comparée à la solution RANS de référence issue du solveur CFL3D de la NASA [310].

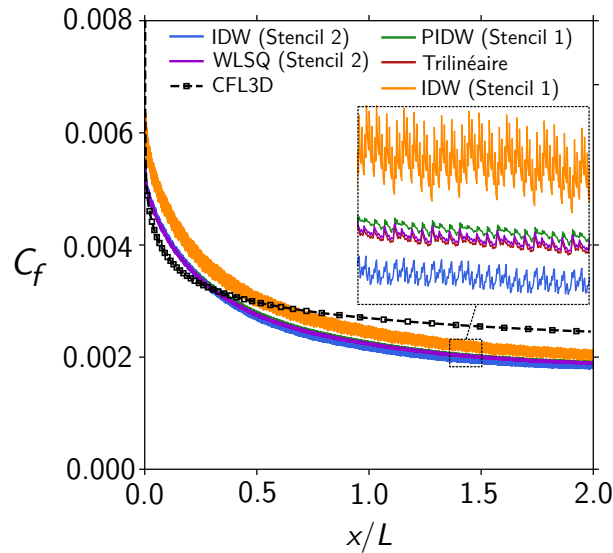


Figure 3.8 – Évolution du coefficient de frottement le long de plaque plane pour différentes phases d’interpolation du traitement de paroi et pour la grille 1 à $\Delta y^+ = 100$.

Premièrement, le comportement du coefficient de frottement issu de la paire IDW sur Stencil 1 est très oscillatoire. À la lumière des conclusions de l’étude *a priori*, ce comportement suggère qu’une partie de ces oscillations est due à des erreurs d’interpolation, qui varient sensiblement suivant la distance à la paroi du noeud de forçage. Néanmoins, les coefficients de frottement des autres méthodes d’interpolation présentent également des oscillations, mais de moindres amplitudes. Deuxièmement, l’évolution du coefficient de frottement entre une phase d’interpolation d’ordre 2 (Trilinéaire et WLSQ) et une phase d’interpolation d’ordre 1 type PIDW sur Stencil 1 sont étonnamment similaires, ce qui souligne l’amélioration apportée au traitement de paroi lors du projet ALBATROS. Ces constatations restent vraies pour les maillages plus fins, les résultats pour les autres grilles ne sont donc pas présentés dans cette section. Néanmoins, il est à noter que pour la grille 1, le coefficient de frottement n’est pas très bien prévu. Une analyse plus détaillée du comportement du solveur pour des grilles de plus en plus fine sera présentée en Section 3.

2.5 Influence de l’erreur d’interpolation sur la simulation d’un écoulement autour d’une bosse en canal

Le second cas d’application correspond à un écoulement autour d’une bosse dont les paramètres et les données de référence sont également issus du Turbulence Modeling Resource (TMR) [310].

Paramètres de l’écoulement		
$L = 1 \text{ m}$	$u_\infty = 69,44 \text{ m.s}^{-1}$	$\rho = 0,795 \text{ kg.m}^{-3}$
$p = 68468 \text{ Pa}$	$Re_L = 3,0 \cdot 10^6$	$Ma = 0,2$
Paramètres des maillages		Δy^+
Grille 1	$9,85 \cdot 10^{-4} \text{ m}$	100
Grille 2	$4,93 \cdot 10^{-4} \text{ m}$	50
Grille 3	$2,96 \cdot 10^{-4} \text{ m}$	30
Grille 4	$1,97 \cdot 10^{-4} \text{ m}$	20

Table 3.3 – Principaux paramètres de simulation de l’écoulement le long de la bosse en canal. L’évaluation de Δy^+ est faite en $x/L = 1,2$.

Cette géométrie simple correspond elle aussi à la géométrie utilisée lors de l'étude *a priori*. Les principaux paramètres de l'écoulement sont résumés dans le tableau 3.3. Similairement au cas de couche limite turbulente présenté précédemment, l'évolution du coefficient de frottement le long de la bosse en canal est tracée en Figure 3.9 pour différentes phases d'interpolation.

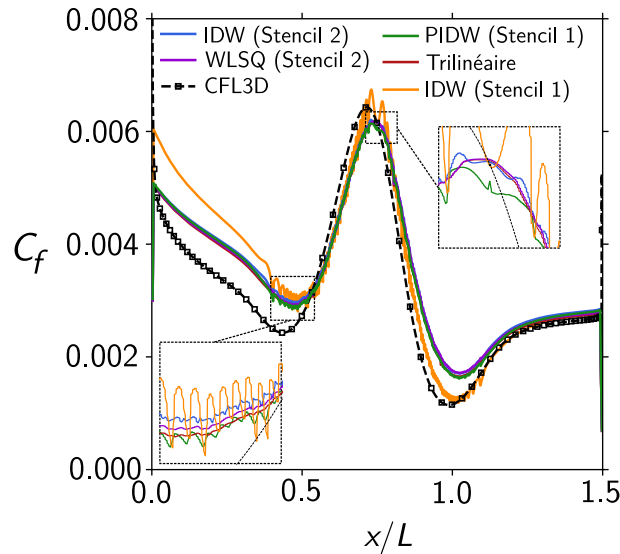


Figure 3.9 – Évolution du coefficient de frottement le long de la bosse en canal pour différentes phases d'interpolation du traitement de paroi et pour la grille 1 à $\Delta y^+ = 100$.

On observe toujours que l'interpolation IDW sur Stencil 1 génère de fortes oscillations qui parasitent les résultats. Néanmoins, cette fois, le comportement global de la combinaison PIDW/Stencil 1 ne correspond plus à celui des méthodes d'ordre 2. En effet, on observe des oscillations du coefficient de frottement assez marquées notamment aux environs de $x/L = 0,5$ et $x/L = 0,75$. Ces oscillations augmentent d'amplitude avec le raffinement de maillage comme illustré en Figure 3.10 pour la grille 4. Ces oscillations dégradent drastiquement les coefficients pariétaux. On peut ainsi voir une nette amélioration apportée par l'utilisation de l'interpolation trilinéaire, ce qui justifie bien que les erreurs d'interpolation sont fortement atténuées.

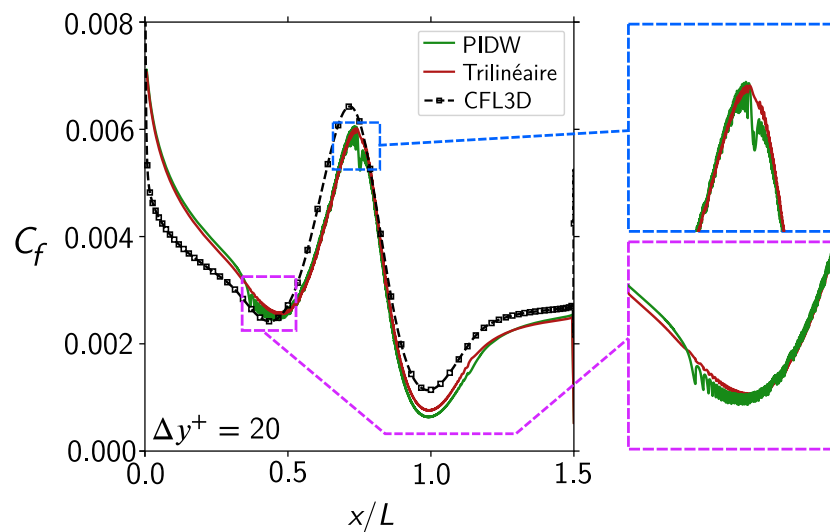


Figure 3.10 – Comparaison de l'évolution du coefficient de frottement le long de la bosse en canal pour une interpolation trilinéaire et PIDW et pour la grille 4 à $\Delta y^+ = 20$.

Cependant, il apparaît clairement deux limitation du traitement de paroi actuel, même avec la phase d'interpolation trilinéaire :

- ▣ Il subsiste des oscillations qui ne sont pas dûes aux erreurs d'interpolation ;
- ▣ La précision de l'estimation du frottement se dégrade pour les grilles plus fines (on peut s'en convaincre en comparant les [Figures 3.9 et 3.10](#)).

Ces limitations sont liées à la mauvaise estimation numérique des gradients de vitesse pour les noeuds localisés «près» de la paroi. Il s'agit d'une conséquence de la résolution trop grossière du maillage dans la région proche paroi. Ces limitations peuvent être atténuées en adaptant l'implantation numérique de la loi de paroi pour réduire l'erreur numérique commise sur le gradient de vitesse, comme discuté dans la partie suivante.

3 Implantation numérique de la loi de paroi

3.1 Problématique

Bien que la phase d'interpolation du traitement de paroi soit importante, l'étude menée précédemment a illustré un problème essentiel et inhérent aux traitements de paroi : les points proche-paroi sont délicats à traiter. En effet, l'usage d'une loi de paroi est associé à une résolution du maillage volontairement de 10 à 100 fois trop grossière environ au sein de la zone interne de la couche limite. Une telle résolution ne permet pas une estimation numérique correcte des gradients de vitesse pour des noeuds «trop» proches de la paroi. Un exemple sur la configuration de plaque plane est présenté en [Figure 3.11](#). On constate bien que les gradients numériques des noeuds proche-paroi sont faux.

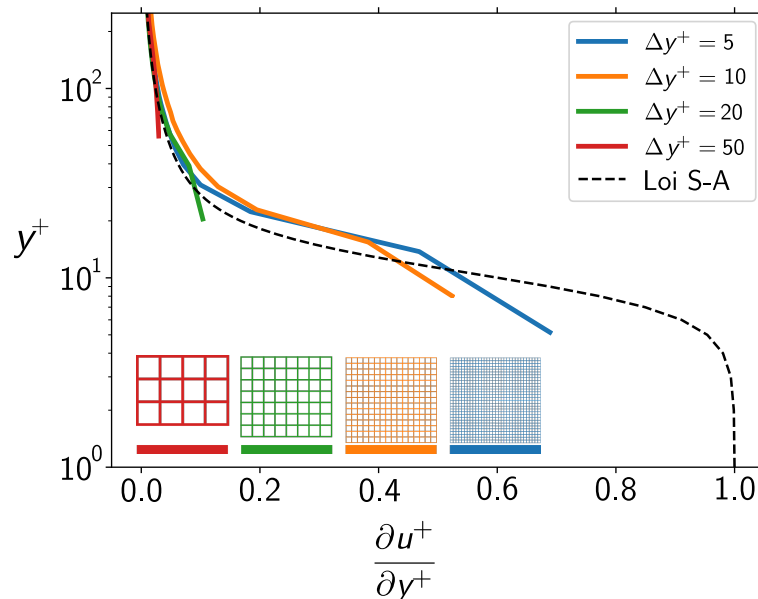


Figure 3.11 – Profils de gradients de vitesse adimensionnés au sein d'une couche limite turbulente de plaque plane horizontale pour différents niveaux de résolution avec le traitement de paroi standard de ProLB : PIDW sur Stencil 1. La distance à la paroi des noeuds de forçage est choisie à $d_F = 0,9 \cdot \Delta y^+$.

On peut également remarquer que plus la grille est fine, plus l'erreur commise sur l'évaluation du gradient est élevée, ce qui peut paraître contre-intuitif. En fait, l'estimation du gradient de vitesse est d'autant plus mauvaise que le noeud de forçage est proche de la paroi car ce dernier est situé dans une zone où les gradients sont plus intenses. Ceci explique notamment les deux limitations qui viennent d'être mentionnées, à savoir :

- ▣ **L'apparition d'oscillations numériques non liées à la phase d'interpolation.** L'approximation de la paroi par un motif en escalier va générer des noeuds dont l'estimation des

gradients numériques est plus ou moins correcte suivant leur distance à la paroi. Ceci va générer des oscillations numériques qui ne sont pas liées à la phase d'interpolation. Par exemple, ces oscillations sont bien visibles sur le coefficient de frottement par interpolation trilineaire présenté en [Figure 3.10](#) ;

- La dégradation de la prévision des quantités pariétales avec le raffinement du maillage.** *A priori*, le fait de raffiner une grille donnée va permettre de capturer des gradients de vitesse plus forts. On s'attendrait donc à améliorer la prévision des gradients de vitesse, et donc du frottement. Mais il ne faut pas oublier que dans le cadre des frontières immergées, raffiner le maillage oblige à positionner des noeuds encore plus proches de la paroi. Paradoxalement, l'estimation du gradient s'en trouve dégradé. Cet aspect est illustré en [Figure 3.11](#) : raffiner une simulation numérique basée sur les frontières immergées avec loi de paroi va entraîner une moins bonne estimation des gradients de vitesse. Autrement dit, le gain en précision octroyé par le raffinement ne compense pas la nouvelle localisation des noeuds de forçage. Ainsi, à partir d'un certain niveau de raffinement, la solution se dégrade. Il n'y a donc pas de convergence en maillage lorsque l'on utilise une loi de paroi standard.

Ces deux conséquences sont critiques, car elles suggèrent que raffiner le maillage va avoir tendance à dégrader la solution, aussi bien en terme de précision que de régularité. Finalement, plus une configuration possède une géométrie générant des motifs de noeuds de faible distance à la paroi, plus il sera délicat d'obtenir une solution précise et régulière, même en raffinant le maillage. Une manière de visualiser la complexité d'une géométrie consiste à tracer un graphique en ogive de la distance à la paroi.

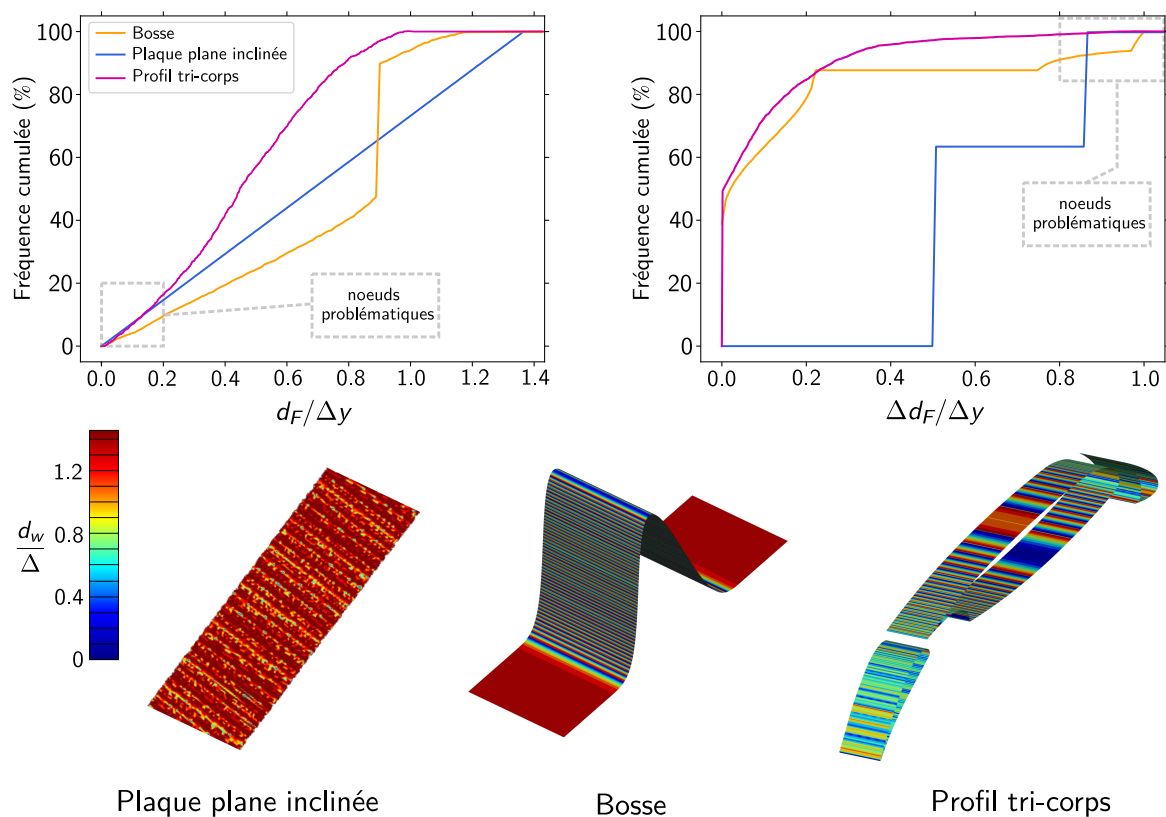


Figure 3.12 – (Haut) : Graphiques en ogive de la distance à la paroi des noeuds de forçage et de leur écart consécutif pour différentes géométries solides. (Bas) : Champs de distance à la paroi projetés sur différentes géométries. Ces champs mettent en valeur les écarts abrupts de distance à la paroi suivant les géométries, pour un niveau de raffinement donné.

Il s'agit simplement du diagramme des fréquences cumulées de d_F , la distance à la paroi des noeuds de forçage. L'aire sous la courbe obtenue fournit une bonne estimation de la proportion de noeuds de forçage problématiques et permet de comparer des géométries entre elles. Il est également possible d'estimer si la configuration va engendrer de fortes oscillations numériques en étudiant le graphique en ogive des écarts de distance à la paroi entre deux noeuds consécutifs. Des exemples de tels graphiques pour plusieurs géométries sont donnés en [Figure 3.12](#). Pour les géométries décrites précédemment, à savoir la plaque plane inclinée et la bosse, on peut voir deux tendances se dessiner. Pour le cas de la plaque plane, il existe un nombre élevé de noeuds de forçage localisés très proches de la paroi. En effet, 20 % des noeuds de forçage sont situés à moins d'un cinquième de maille de la paroi. La précision du frottement est donc difficile à obtenir sur ce cas. On observe cependant que la quasi-totalité des écarts de distance successifs valent 0,5 ou $\sqrt{3}/2$, ce qui permet de supposer que le traitement de paroi engendrera *a priori* des oscillations d'amplitudes faibles à modérées. En ce qui concerne la bosse, on compte environ deux fois moins de noeuds de forçage problématique, ce qui laisse penser que le traitement de paroi va commettre moins d'erreur de précision. Néanmoins, les écarts successifs importants de distance à la paroi sont plus nombreux : environ 7 % des noeuds de forçage ont un écart de distance à la paroi de l'ordre d'une taille de maille. Ainsi, cette géométrie va avoir tendance à générer de fortes oscillations des quantités pariétales.

Une géométrie supplémentaire est proposée en [Figure 3.12](#) : un profil tri-corps. Cette géométrie ressemble davantage à une configuration étudiée dans un contexte industriel. Ses diagrammes en ogive suggèrent que ce cas est encore plus exigeant que la plaque plane à 30° en terme de précision. En terme d'oscillations à la paroi, ce cas n'est pas aussi complexe que celui de la bosse, mais reste tout de même non négligeable avec 2% de noeuds problématiques environ.

Dans la littérature, plusieurs choix ont été faits quant à la gestion des noeuds de forçage pour atténuer ces deux points limitants. Cette thématique de gestion des noeuds de forçage reste un sujet ouvert et actif dans la communauté scientifique. Dans les travaux de Xu & Liu [392], les noeuds situés en dessous d'une certaine valeur de y^+ sont supprimés du maillage. Dans ProLB, il est possible de spécifier un seuil sur la distance à la paroi en dessous duquel un noeud est supprimé [95]. Un inconvénient de ces méthodes est le choix arbitraire du paramètre en question, qui contrôle les noeuds retirés ou non du calcul. En effet, ce paramètre doit identifier les noeuds «trop» proches de la paroi, mais à partir de quelle distance considère-t-on que ce seuil est franchi ?

Une autre stratégie consiste à modifier l'implantation numérique de la loi de paroi afin de rendre l'estimation des gradients numériques compatible avec la résolution du maillage [360, 372]. Ces méthodes ne modifient pas la topologie des noeuds de forçage, mais s'attachent à adapter le comportement de la loi de paroi pour contourner la mauvaise estimation du gradient. En particulier, la méthode de linéarisation de Tamaki *et al.* [360] apparaît comme un moyen efficace et simple à mettre en place pour atténuer voire corriger des défauts existants du solveur ProLB. Par conséquent, une description détaillée de cette méthode est présentée dans ce qui suit.

3.2 La méthode de linéarisation de Tamaki *et al.*

La méthode de linéarisation de Tamaki *et al.* [360] s'appuie sur le bilan de quantité de mouvement longitudinale. Les hypothèses sont les suivantes : on considère un écoulement dans la direction x où l'axe vertical y est dans la direction de la normale à la paroi. La vitesse tangentielle est supposée ne dépendre que de y et la vitesse normale est supposée négligeable. Le gradient de pression est considéré faible comparé aux efforts visqueux et les fluctuations de densité sont négligées. Le bilan de quantité de mouvement selon x se simplifie alors en :

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[(\nu + \nu_t) \frac{\partial u}{\partial y} \right] = 0 \quad (3.6)$$

ce qui fournit par intégration :

$$(\nu + \nu_t) \frac{\partial u}{\partial y} = u_\tau^2 \quad (3.7)$$

- La première astuce de la méthode consiste à linéariser la loi de paroi. Son expression est modifiée afin de d'imposer un profil de vitesse linéaire de la paroi jusqu'au noeud IP. Pour $y < y_{IP}$, le profil analytique de la loi de paroi est remplacé par :

$$u^+(y^+) = u^+(y_{IP}^+) - (y_{IP}^+ - y^+) \frac{\partial u^+}{\partial y^+}(y_{IP}^+) \quad (3.8)$$

L'idée derrière cette modification, qui remonte aux travaux de Capizzano [48], est de rendre le gradient de vitesse $\frac{\partial u}{\partial y}$ constant pour $y < y_{IP}$. Ainsi, peu importe la résolution du maillage, ce gradient sera correctement estimé. Néanmoins, la loi de paroi ne fournit plus un profil physiquement correct très proche de la paroi, ce qui fausse l'équation-bilan de quantité de mouvement.

- La seconde astuce de la méthode vise à modifier la valeur de la viscosité turbulente ν_t afin de conserver la relation (3.7). La valeur du gradient de vitesse étant déjà constante, et ν étant supposé constant, il suffit de faire en sorte que ν_t reste également constant en dessous du noeud IP. Dans la publication originale, la viscosité turbulente est maintenue constante à l'aide d'une modification appliquée à la fonction d'amortissement f_{v1} du modèle de Spalart-Allmaras.

$$f_{v1,tam} = r_{tam} \frac{(\chi r_{tam})^3}{c_{v1}^3 + (\chi r_{tam})^3} \quad (3.9)$$

avec $r_{tam} = y_{IP}/y$. A partir du moment où l'on a bien le comportement canonique $\chi = \kappa y^+$ alors cette modification assure une viscosité turbulente constante, égale à sa valeur au point IP.

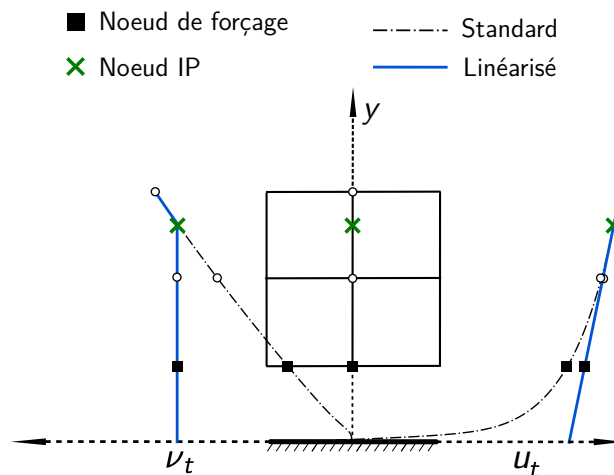


Figure 3.13 – Schéma de principe de la méthode de linéarisation de Tamaki *et al.* [360]

Une illustration schématique du principe de la méthode est donnée en Figure 3.13. En résumé, elle altère donc la vitesse et la viscosité turbulente sur quelques noeuds proche-paroi pour rendre la discrétisation spatiale davantage compatible avec l'estimation du frottement. Dans l'idée, l'estimation de la contrainte de cisaillement pariétal est repoussée au noeud IP où les gradients de vitesse sont plus faibles, et où l'erreur numérique commise est réduite.

La méthode de linéarisation de Tamaki *et al.* est une méthode récente (2017). Dans la publication originale, les auteurs illustrent la capacité de la méthode à améliorer significativement la prévision de l'écoulement autour de divers cas-tests (dont la plaque plane inclinée et la bosse bidimensionnelle

en canal étudiées précédemment) notamment pour des maillages fins. Cette méthode a également été appliquée avec succès sur des configurations plus industrielles [361, 283, 369]. Dans un contexte LBM, cette méthode de linéarisation a déjà été testée : Wilhelm *et al.* [388] ont appliqué la linéarisation sans la modification sur la viscosité turbulente, Cai *et al.* ont estimé que la méthode était « inutile » tant que les gradients sont bien traités et Maeyama *et al.* ont appliqué la méthode de linéarisation avec une approche hybride RANS/LES sur diverses configurations [231, 232]. Néanmoins, il convient de souligner que cette méthode de linéarisation repose sur les hypothèses de couche limite à l'équilibre. Les effets de convection ou causés par un gradient de pression ne sont pas pris en compte. Pour des écoulements de couches limites hors équilibres, la méthode n'est pas censée être valide. À la connaissance de l'auteur, il n'existe pas d'évaluation de l'influence de la méthode linéarisation de Tamaki *et al.* sur les propriétés d'une zone de recirculation ou sur la position d'un décollement mince. Une autre limitation de la méthode est sa dépendance au modèle S-A, car sa transposition à un autre modèle de turbulence n'est pas évidente.

3.3 Validation du traitement de paroi combinant interpolation trilineaire et méthode de linéarisation

La méthode de linéarisation de Tamaki *et al.* [360] a été implantée dans le solveur ProLB (version 2.6.2). Pour conserver l'estimation via la loi de paroi des gradients de vitesse au noeud de forçage, l'expression analytique du gradient au noeud IP, donnée par l'équation (2.76) est utilisée à la place de (3.1). L'idée du nouveau traitement de paroi est de combiner la phase d'interpolation trilineaire, plus précise, avec la méthode de linéarisation afin d'assurer une plus grande robustesse du traitement de paroi, mieux adapté aux maillages fins.

3.3.1 Validation du traitement de paroi sur une couche limite turbulente de plaque plane

Pour commencer, le cas de la couche limite turbulente se développant le long d'une plaque plane est traité. Il s'agit toujours du cas présenté en Section 2.4 pour la grille 3. Pour le cas incliné, le traitement de paroi standard de ProLB n'est pas capable de retrouver un niveau de précision proche du cas aligné alors qu'il s'agit bien du même écoulement. Plus précisément, la Figure 3.14 compare l'évolution du coefficient de frottement entre cas aligné et incliné. Des profils de vitesse et de viscosité turbulente à mi-longueur de plaque sont également présentés.

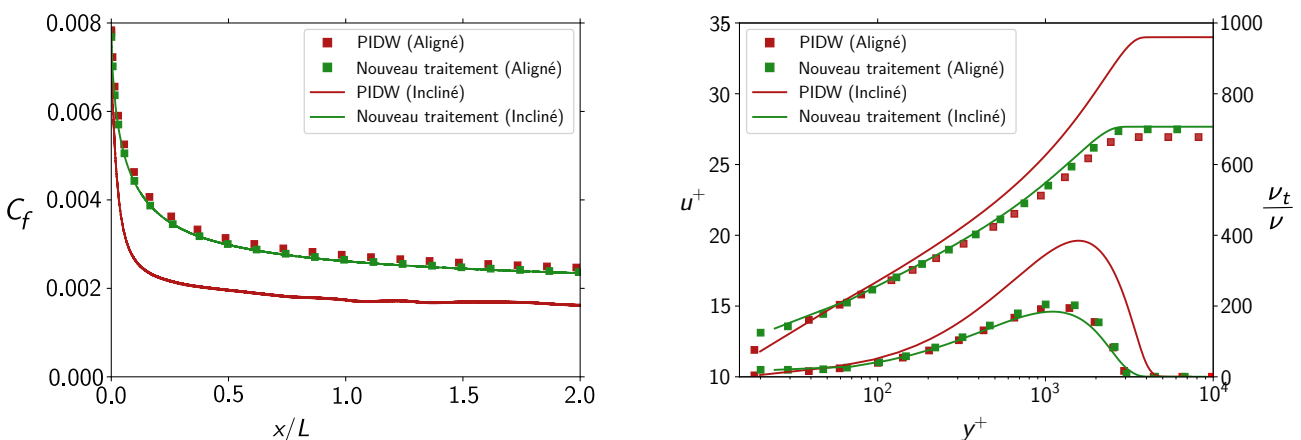


Figure 3.14 – Comparaison des coefficients de frottement (gauche) et de profils de vitesse et viscosité turbulente en $x/L = 0,97$ (droite) pour le cas de plaque plane alignée et inclinée et pour la grille 3 à $\Delta y^+ = 20$.

On remarque qu'avec le traitement de paroi standard de ProLB (PIDW), le coefficient de frottement de la plaque inclinée est fortement sous-estimé. La couche limite est plus épaisse que dans le cas aligné. En revanche, pour ce cas, le nouveau traitement de paroi (interpolation trilineaire et méthode de linéarisation) présente une évolution du coefficient de frottement similaire au cas aligné. L'évolution du profil de vitesse tangentielle et de viscosité turbulente est également proche du cas aligné. Pour aller plus loin dans l'analyse de la couche limite sur ce cas, on s'intéresse au facteur de forme incompressible H_i défini tel que :

$$H_i = \frac{\delta_{1i}}{\theta_i} = \frac{\int_0^\infty \left(1 - \frac{u(y)}{u_\infty}\right) dy}{\int_0^\infty \frac{u(y)}{u_\infty} \cdot \left(1 - \frac{u(y)}{u_\infty}\right) dy} \quad (3.10)$$

où δ_{1i} est l'épaisseur de déplacement incompressible et θ_i l'épaisseur de quantité de mouvement incompressible. Les intégrandes de δ_{1i} et θ_i sont tracées en fonction de y^+ en Figure 3.15. Ils sont comparés à ceux obtenus à partir des données de référence issues du solveur CFL3D. On peut voir que dans le cas de la plaque alignée, l'évolution du profil de vitesse est correctement prévue et le facteur de forme obtenu a pour valeur $H_{i,0^\circ} = 1,33$ alors que la valeur de référence vaut $H_i^{\text{CFL3D}} = 1,32$, soit 0,7 % d'erreur.

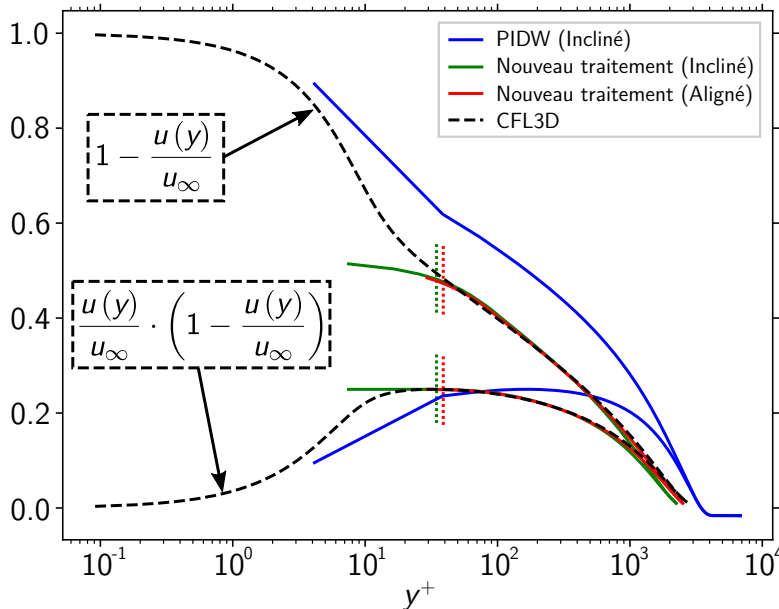


Figure 3.15 – Évolution des intégrandes de δ_{1i} et θ_i en fonction de la distance à la paroi en unité de paroi, dans le cadre de la plaque plane alignée et inclinée en $x/L = 0.97$, pour le nouveau traitement et le traitement PIDW. Les traits en pointillés indiquent la position de la linéarisation.

On peut voir que le traitement PIDW, à savoir le traitement le plus précis dans ProLB avant ces travaux de thèse, épaissit sévèrement la couche limite lorsque la plaque est inclinée à 30° . La valeur du facteur de forme obtenue via le traitement PIDW vaut $H_{i,30^\circ}^{\text{PIDW}} = 1,54$, soit 17 % d'erreur. En revanche, le facteur de forme calculé avec le nouveau traitement de paroi a pour valeur $H_{i,30^\circ}^{\text{Nv TdP}} = 1,35$ correspondant à 2 % d'erreur. Ainsi, le profil de vitesse dans la couche limite est très proche du cas aligné, contrairement au traitement PIDW. Il subsiste néanmoins une légère différence entre les profils, dont une partie au moins est engendrée par la différence d'épaisseur de la couche limite. Cette différence est une conséquence des écarts de distance à la paroi proche du point d'arrêt de la plaque en $x/L = 0$. Dans cette zone, l'épaisseur initiale de la couche limite est plus faible qu'une taille de maille. Comme expliqué dans [244], le noeud IP n'est pas situé dans la couche limite, et tant que ce dernier n'est pas localisé dans la zone interne de la couche limite, le traitement de paroi aura tendance à surestimer l'épaisseur de la couche limite. Le nouveau traitement de paroi est donc capable de modéliser correctement le développement d'une couche limite malgré l'inclinaison de la géométrie.

Un autre aspect important à regarder est le comportement du nouveau traitement de paroi avec le raffinement du maillage. Pour ce faire, l'évolution du coefficient de frottement pour les grilles 1 à 4 est tracée en [Figure 3.16](#).

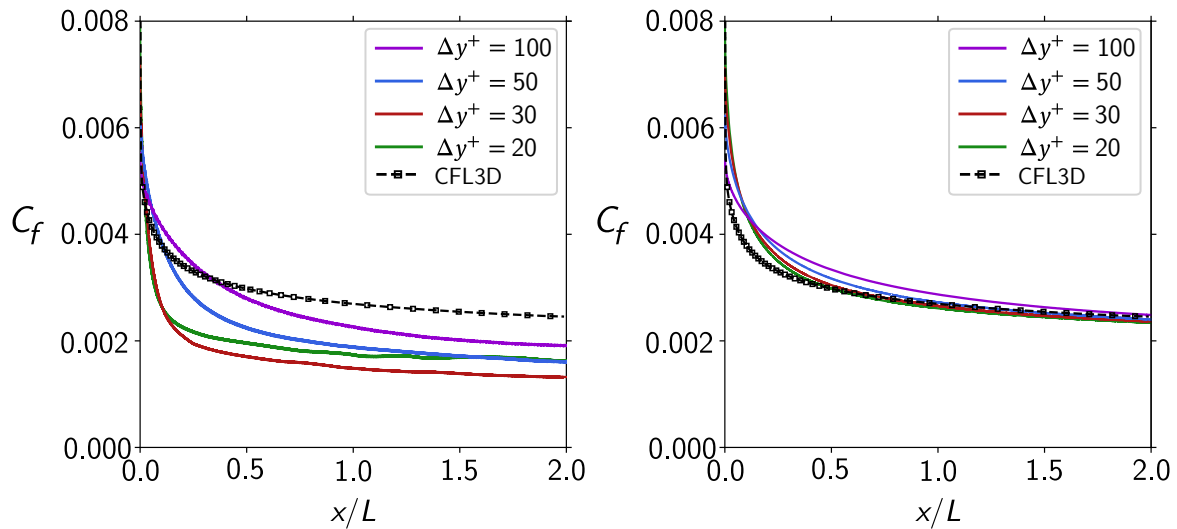


Figure 3.16 – Comparaison des coefficients de frottement entre le traitement de paroi basé sur la PIDW (gauche), le nouveau traitement de paroi, et le nouveau traitement de paroi (droite) pour les quatre grilles.

Il apparaît que la précision du nouveau traitement de paroi vis-à-vis de la référence dans l'estimation du coefficient de frottement augmente au fur et à mesure que la résolution du maillage diminue. Ainsi, la méthode de linéarisation apporte bien une allure de convergence en maillage, tandis qu'avec le traitement standard dans ProLB, le coefficient de frottement a une évolution non physique pour les grilles les plus fines. Une visualisation du champ de viscosité turbulente est représentée en [Figure 3.17](#) pour la grille 4.

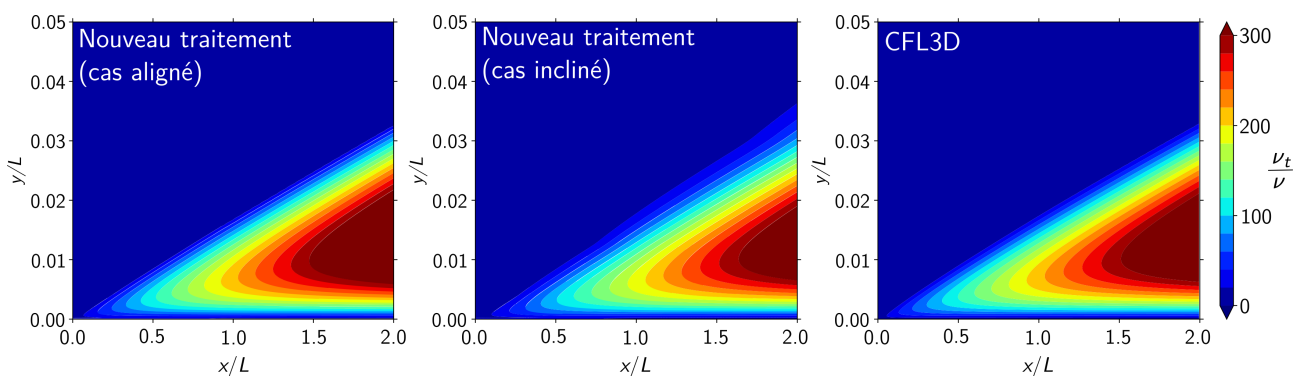


Figure 3.17 – Comparaison des champs de viscosité turbulente le long de la plaque plane entre les cas aligné (grille 4), incliné (grille 4) et la référence CFL3D pour le nouveau traitement de paroi.

Il convient cependant de nuancer cette notion de convergence en maillage. En effet, en éprouvant le nouveau traitement de paroi sur un cas de plaque alignée avec des résolutions de $\Delta y^+ = 10$ puis $\Delta y^+ = 5$, la prévision du frottement devient fautive. Il semble que pour ces résolutions, repousser l'estimation de la vitesse de frottement au noeud IP ne suffise plus car il est lui-même situé dans une zone de forts gradients, à savoir la zone tampon. Cette supposition est appuyée par la [Figure 3.18](#) qui présente l'évolution du coefficient de frottement pour ces deux grilles. En plus des deux méthodes présentées précédemment, une version légèrement modifiée du nouveau traitement de paroi est appliquée. Elle utilise une linéarisation jusqu'à une distance de $5 \cdot \Delta$ au lieu des $2,5 \cdot \Delta$ choisis jusqu'à présent. De ce fait, l'estimation du gradient est de nouveau repoussée dans une zone de plus faibles gradients.

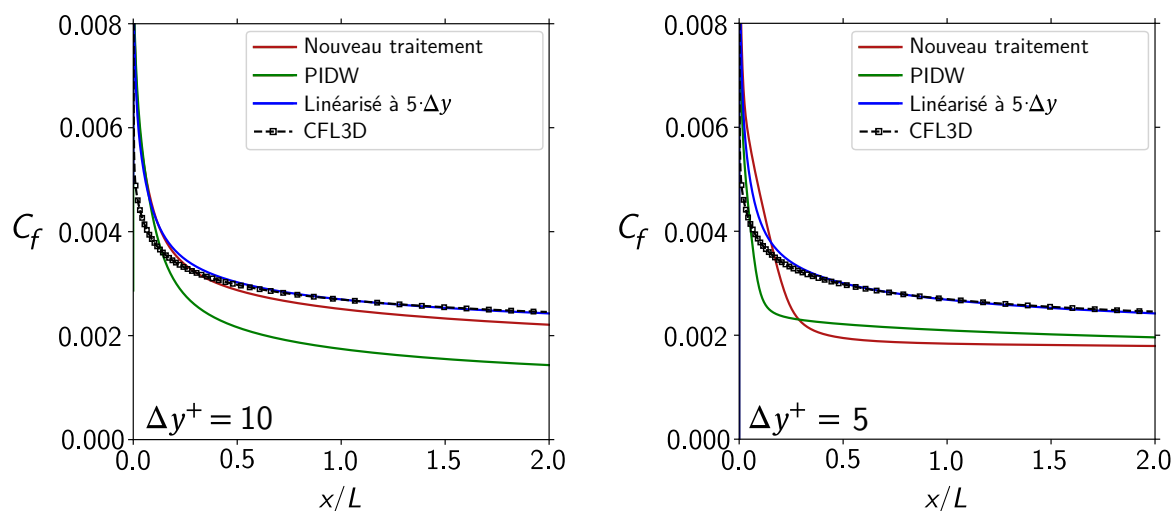


Figure 3.18 – Comparaison des coefficients de frottement entre le traitement de paroi basé sur la PIDW, le nouveau traitement de paroi, et le nouveau traitement de paroi avec linéarisation jusque 5Δ pour les grilles $\Delta y^+ = 10$ et $\Delta y^+ = 5$.

On observe que la prévision du frottement dans le traitement standard de ProLB est très perfectible. Ceci dit, le nouveau traitement de paroi commence à montrer ses limites de gestion des gradients numériques pour la grille 5 à $\Delta y^+ = 10$ et prévoit un coefficient de frottement incorrect pour la grille 6 à $\Delta y^+ = 5$. Cependant, lorsque la linéarisation est effectuée jusqu'à une distance de $5 \cdot \Delta y$, la prévision du coefficient de frottement est indiscernable de la référence CFL3D pour $x/L \geq 0,4$. Ces observations justifient qu'il est possible de repousser les limites de la méthode de linéarisation en modifiant sa distance d'application au delà du noeud IP. Le choix de cette nouvelle distance reste pour le moment arbitraire, mais il pourrait permettre d'obtenir une véritable convergence en maillage.

3.3.2 Validation du traitement de paroi sur l'écoulement le long de la bosse en canal

Le second cas de validation est la bosse bidimensionnelle en canal. En effet, il a été vu en Section 2.5 que le traitement de paroi standard échoue à prévoir une évolution précise et régulière du coefficient de frottement. La phase d'interpolation trilineaire permet une évolution plus régulière de ce coefficient mais qui reste perfectible. De plus, elle n'apporte pas un gain de précision significatif. Il s'agit donc d'un cas adapté pour éprouver le nouveau traitement de paroi.

En Figure 3.19 est représentée l'évolution du coefficient de frottement le long de la bosse pour les différentes grilles et ce, pour le traitement standard PIDW ainsi que le nouveau traitement de paroi. Un constat flagrant est que le comportement oscillatoire de la solution issue du nouveau traitement de paroi est fortement atténué, si bien que les oscillations sont devenues indiscernables. De plus, la précision des coefficients obtenus comparé à la référence CFL3D est nettement améliorée. On retrouve à nouveau une allure de convergence en maillage sur ce cas.

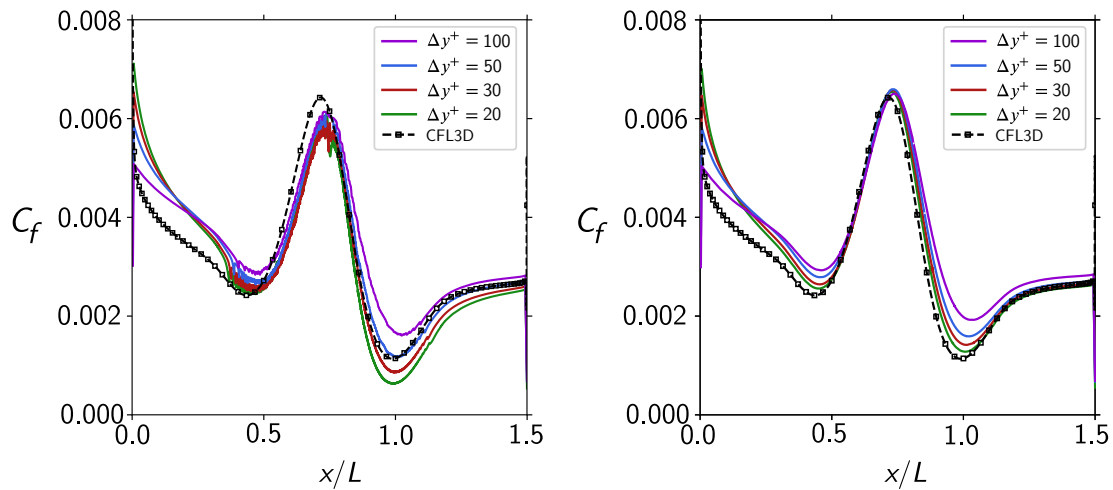


Figure 3.19 – Comparaison des coefficients de frottement le long de la bosse entre le traitement de paroi basé sur la PIDW et le nouveau traitement de paroi pour les grilles 1 à 4.

La précision du profil de vitesse est également sensiblement améliorée comme illustré en [Figure 3.20](#) pour deux stations. On remarque notamment que les profils de vitesse dans le cadre du traitement standard PIDW sont sous-estimés par rapport à la référence CFL3D.

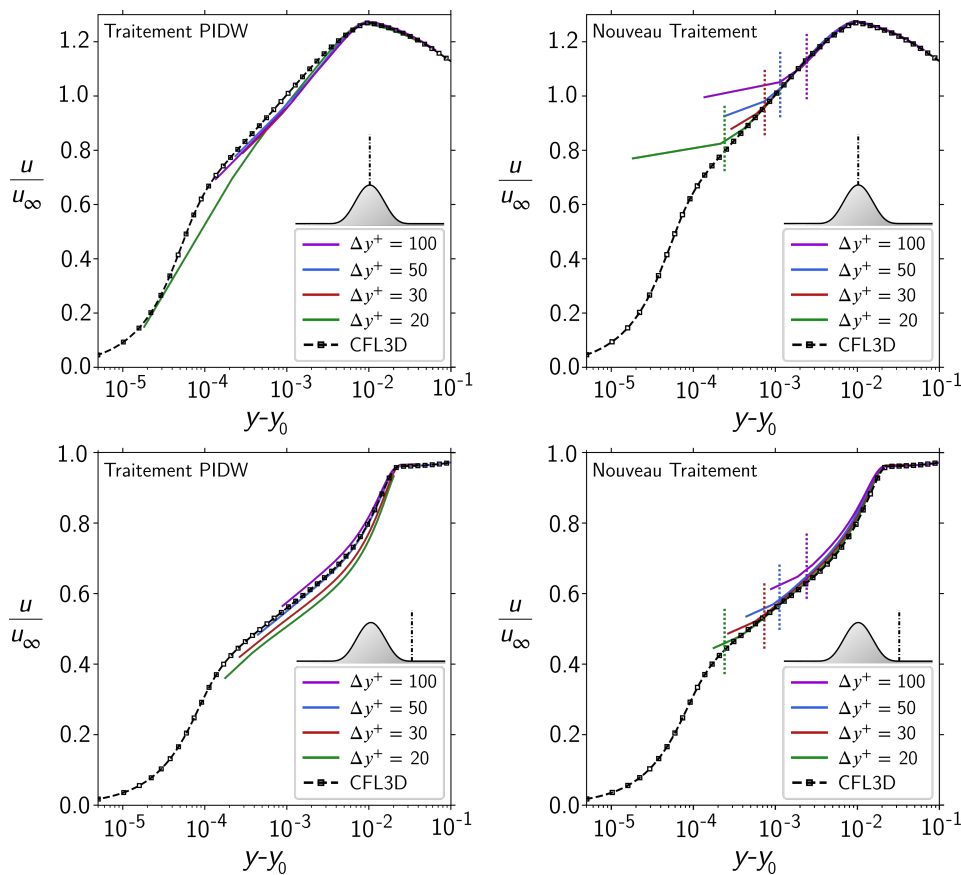


Figure 3.20 – Comparaison des profils de vitesse tangentielle en deux stations de la bosse entre le traitement de paroi basé sur la PIDW et le nouveau traitement de paroi pour les grilles 1 à 4 ($\Delta y^+ = 100$ à $\Delta y^+ = 20$). La station 1 (haut) est en $x/L = 0,75$ et la station 2 (bas) est en $x/L = 1,20$. Les lignes pointillées en couleur délimitent la partie du profil linéarisée du nouveau traitement tandis que $y_0 = 0,05 \text{ m}$ correspond à l'ordonnée du sommet de la bosse.

Comme attendu à la vue du coefficient de frottement, les profils de vitesse perdent en précision pour les grilles les plus fines. En revanche, on remarque bien la linéarisation du profil de vitesse du nouveau traitement, caractéristique de la méthode de Tamaki *et al.*. Au dessus de la portion linéaire forcée, les profils de vitesse sont très proches de la référence, ce qui montre que les gradients de vitesse correctement capturés. La méthode de linéarisation s'avère donc efficace, malgré la présence d'un léger gradient de pression. On peut noter en [Figure 3.21](#) un assez bon accord entre les champs de viscosité turbulente issu du nouveau traitement de paroi en comparaison avec la référence CFL3D pour la grille 4. La prévision du traitement standard PIDW est relativement correcte, mais il y a une surproduction de viscosité turbulente en aval de la bosse. Le champ obtenu avec le nouveau traitement de paroi est légèrement sous-estimé en moyenne, mais est bien plus en accord avec le champ de référence. Une telle visualisation des champs de viscosité turbulente souligne également l'influence que peut avoir le traitement de paroi sur la solution globale.

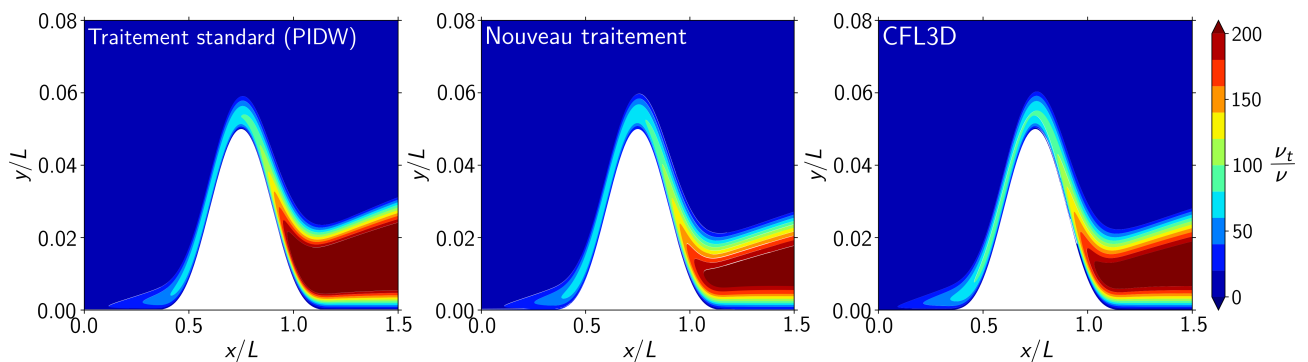


Figure 3.21 – Comparaison des champs de viscosité turbulente le long de la bosse pour le traitement standard PIDW et le nouveau traitement pour la grille 4 ainsi que la référence CFL3D.

Dans ce chapitre consacré au traitement de paroi au sein du solveur ProLB, **une nouvelle formulation du traitement de paroi a été proposée**. Celle-ci est basée sur **deux points essentiels observés** durant des études *a priori* :

- La phase d'**interpolation** du traitement standard de ProLB (PIDW) est d'**ordre faible et sensible au stencil de noeuds donneurs** ;
- **Les noeuds de forçage localisés très proche de la paroi ne sont pas bien gérés par le traitement standard de ProLB.**

Ces deux défauts constatés *a priori* ont également été observés dès lors que les géométries considérées sont complexes à traiter via une approche par frontières immergées. En particulier, **la précision du frottement prévu sur un cas d'écoulement de couche limite turbulente sur plaque plane inclinée est insuffisante**. De plus, il a également été constaté que **l'évolution du coefficient de frottement le long d'une bosse en canal est détériorée par de fortes oscillations numériques**.

Un nouveau traitement de paroi a été proposé et implanté dans le solveur. Il est basé sur **l'utilisation d'une phase d'interpolation d'ordre 2 afin de réduire les erreurs d'interpolation** induites par l'interpolation PIDW. Il repose également sur **la technique de linéarisation de Tamaki *et al.* [360] qui corrige la précision de l'estimation du frottement pour les noeuds proche de la paroi**. Ce nouveau traitement de paroi a montré **une amélioration significative de la précision et de la régularité des coefficients de pression et de frottement**. En particulier, **la prévision du frottement entre la plaque alignée et inclinée est presque identique**. De plus, **les fortes oscillations numériques de frottement pariétal le long de la bosse ont été supprimées tout en améliorant la qualité des profils de vitesse obtenus** en comparaison avec la référence. **La convergence en maillage** obtenue est également **sensiblement améliorée**.

Ce nouveau traitement de paroi, plus robuste et plus précis, servira de base pour les développements de la ZDES mode 2 (2020) dans le solveur ProLB qui sont décrits dans le chapitre suivant.

Mise en oeuvre de la ZDES-LBM

*Tant qu'une branche de la science offre une abondance de problèmes, elle est vivante.
L'absence de problèmes annonce l'arrêt de son développement.*

– David Hilbert (1862-1943) –

1	La ZDES-LBM : problématiques et objectifs de validation	148
1.1	Problématiques des modèles hybride RANS/LES en LBM	148
1.2	Objectifs de validation de la ZDES-LBM	150
2	Validation de la protection RANS-LBM d'une couche limite turbulente sur plaque plane	151
3	Étude et comparaison du développement des instabilités le long d'une marche descendante	154
3.1	Comparaisons <i>a priori</i> des simulations ZDES-LBM et ZDES-NS	155
3.2	Comparaison du contenu instationnaire des simulations ZDES-LBM et ZDES-NS	158
4	Évaluation du potentiel applicatif de la ZDES-LBM par analyse de l'écoulement autour d'un profil hyper-sustenté.	162
4.1	Présentation du projet LEISA2 et des études antérieures	162
4.2	Comportement global de la ZDES-LBM appliquée à l'écoulement autour du profil F16	166
4.3	Comparaison entre la ZDES-LBM et les données de référence	169
4.4	Comparaison entre la ZDES-LBM et deux ZDES-NS (avec et sans traitement de paroi)	176
5	Synthèse du chapitre	185

Ce chapitre se concentre sur la mise en place de la Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) dans le contexte de la méthode de Boltzmann sur réseau, à savoir la ZDES-LBM. Après avoir rappelé les problématiques et les objectifs de validation de la ZDES-LBM, son implantation dans le solveur ProLB est validée sur des cas-tests de complexité croissante : le développement d'une couche limite turbulente sur plaque plane, le développement d'une couche de mélange en aval d'une marche descendante en canal et enfin un écoulement autour d'un profil hyper-sustenté. Pour ce dernier cas de validation, une analyse du potentiel de l'approche ZDES-LBM est effectuée via une comparaison avec des données de référence haute-fidélités ainsi que deux ZDES réalisés dans un contexte Navier-Stokes.

Articles associés



Husson, J. and Terracol, M and Deck, S and Le Garrec, T. A comprehensive framework for robust hybrid RANS/LES simulations of wall-bounded flows in LBM. *Journal of Computational Physics, Elsevier, 2024, 112814*
<https://doi.org/10.1016/j.jcp.2024.112814>



Husson, J. and Terracol, M and Deck, S. A critical assessment of Navier-Stokes and lattice Boltzmann frameworks applied to high-lift configuration through a multiresolution approach.

Physics Of Fluids, AIP Publishing, 2024, 085116

<https://doi.org/10.1063/5.0214409>

1 La ZDES-LBM : problématiques et objectifs de validation

1.1 Problématiques des modèles hybride RANS/LES en LBM

Lors de ces travaux, une étude de la littérature concernant l'usage des modèles de turbulence en LBM a été menée. Cette étude s'est focalisée sur des modèles éprouvés pour la modélisation d'écoulements turbulents à des nombres de Reynolds de l'ordre du million, ce qui correspond à l'ordre de grandeur du type d'application recherché ici, à savoir l'écoulement d'extrémité de volet. Cette condition limite sérieusement le nombre d'applications de la LBM disponible dans la littérature. Un inventaire non exhaustif est résumé en Table 4.1, regroupé suivant la stratégie de modélisation de la turbulence.

Auteurs	Année	Modèle	
RANS			
Filippova <i>et al.</i> [126]	2001	$k - \epsilon$	
Cai <i>et al.</i> [45]	2021	S-A	
Degrigny <i>et al.</i> [95]	2021	S-A	
WFLES			
Sengissen <i>et al.</i> [322]	2015	SI-SM / ADM	
Kiris <i>et al.</i> [196]	2018	SM	
Nishimura <i>et al.</i> [279]	2019	ILES	
Soni <i>et al.</i> [337]	2022	SI-SM	
Yoo <i>et al.</i> [398]	2023	Vreman	
WMLES			
Cai <i>et al.</i> [47]	2022	Blending longueur de mélange / Vreman	
Maeyama <i>et al.</i> [232]	2022	Blending longueur de mélange / SM	
Cai <i>et al.</i> [46]	2023	Blending longueur de mélange / SM	
hybride RANS/LES			
Casalino <i>et al.</i> [52]	2014	VLES	
Fares & Khorrami [116]	2016	VLES	
Khorrami <i>et al.</i> [192]	2016	VLES	
Degrigny <i>et al.</i> [96]	2020	IDDES	
Degrigny <i>et al.</i> [94]	2021	DDES/ZDES	
König & Duda [199]	2022	VLES	

Table 4.1 – Revue bibliographique non exhaustive de l'utilisation d'un modèle de turbulence en LBM pour la simulation d'écoulements turbulents appliquée à des nombres de Reynolds de l'ordre du million.

On remarque que la LBM appliquée aux écoulements turbulents à haut nombre de Reynolds reste rare dans la littérature. Pour le moment, celle-ci est davantage utilisée dans l'industrie pour des applications aéroacoustiques à nombre de Reynolds plus modérés telles que le bruit de train d'atterrissage ou le design de véhicules automobiles. Les simulations RANS-LBM pour des écoulements turbulents à haut

nombre de Reynolds ne se rencontrent généralement pas dans la littérature. La raison principale à cela est que la grille cartésienne isotrope impose un grand nombre de points pour une simulation RANS qui pourtant n'exploite pas le caractère instationnaire de la méthode [179, 185]. Ce qui ressort de la Table 4.1, c'est que le choix des modèles de turbulence se concentre sur trois stratégies :

- La Wall-Function LES (WFLES) qui repose sur l'utilisation d'un modèle sous-maille, souvent du type Smagorinsky (SM), et qui utilise une loi de paroi pour spécifier les conditions limites aux noeuds de forçage ;
- Le blending de viscosité qui fait partie de la famille des Wall-Modelled LES (WMLES) où la zone interne de la couche limite est traitée en RANS et sa zone externe en LES. Dans la littérature LBM, il apparaît que le choix du modèle RANS s'oriente vers des modèles à longueur de mélange, sans équation de transport ;
- La Very LES (VLES) qui est le modèle hybride RANS/LES propriétaire du logiciel PowerFLOW. Le détail du modèle n'est pas public. Néanmoins, les diverses bribes d'information trouvables dans la littérature (en particulier dans [319, 33]) suggèrent que le modèle se comporte comme un modèle RANS par défaut et bascule en modèle LES (probablement du type Smagorinsky) dans les zones décollées via une fonction de blending $\tilde{\eta}$. Ce comportement est très différent des modèles de type DES qui adoptent une modélisation proche de la LES par défaut, excepté dans les couches limites qui sont traitées entièrement en mode RANS.

Il est à noter que la WMLES et la VLES font généralement appel à des lois de paroi, en raison de l'isotropie du maillage imposée par la LBM. Chacune de ses stratégies présente ses défauts. Premièrement, la WMLES ainsi que la WFLES nécessitent la génération préalable de fluctuations turbulentes puisque les structures énergétiques de la zone externe de la couche limite sont résolues. La manière de générer ces fluctuations, d'autant plus en LBM, reste un sujet ouvert dans la littérature [92, 393]. Deuxièmement, la résolution du maillage doit être fine dans la zone externe de la couche limite pour y résoudre la turbulence, ce qui implique que ce type de calcul a un coût bien plus élevé que les modèles hybrides RANS/LES où cette zone est traitée en RANS. De plus, dans le cadre de la WMLES, la définition de l'interface RANS/LES au sein de la couche limite est délicate et peut dépendre du type d'écoulement simulé. Quant à la stratégie hybride RANS/LES de PowerFLOW, à savoir la VLES, elle a été validée sur un nombre varié d'applications : avion complet [116, 199], acoustique des rotors [53], écoulement de trains d'atterrissage [52] par exemple. Néanmoins un défaut majeur de la VLES reste qu'elle n'est pas disponible dans la littérature, ce qui rend difficile (et onéreux) toute comparaison avec ce modèle. Il n'est également pas possible d'évaluer sa résistance aux défauts liés aux zones grises comme la MSD ou le retard à la formation des instabilités.

Si l'on devait comparer la Table 4.1 avec un inventaire de littérature équivalent mais basé sur le formalisme NS, on pourrait remarquer que les méthodes de type DES en LBM sont absentes alors qu'elles sont monnaie courante dans le monde NS (voir par exemple les ateliers BANC [239, 67]). En effet, à la connaissance de l'auteur à la rédaction de ces lignes, il n'existe qu'un seul article scientifique s'intéressant à la combinaison de la LBM et des méthodes de type DES [96]. Il est consacré à la simulation de l'écoulement autour d'un profil hyper-sustenté. Dans cet article, les auteurs ont montré que l'IDDES-LBM souffrait d'une MSD sévère sur le corps principal ainsi que sur le volet. L'évolution du coefficient de frottement obtenu est représentée en Figure 4.1. On peut voir une chute abrupte du frottement pariétal prévu en $x/c \approx 0,2$ ainsi qu'en $x/c \approx 1,0$, symptomatique d'une MSD.

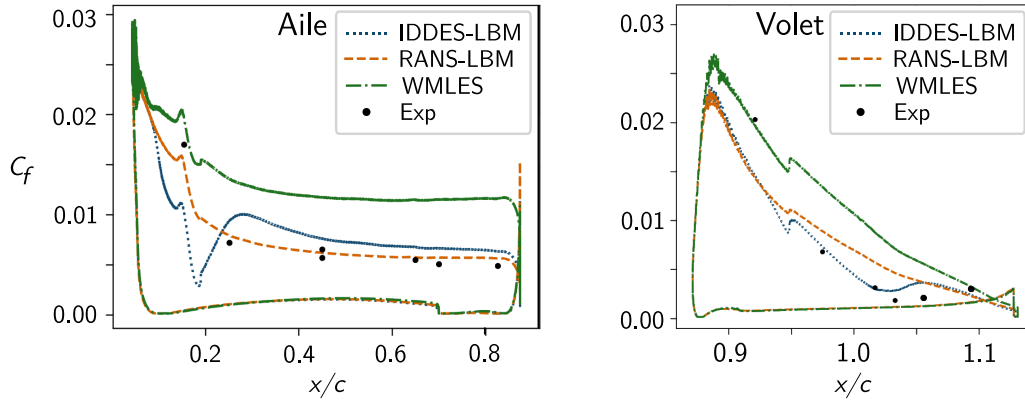


Figure 4.1 – Évolution du coefficient de frottement autour d'un profil hyper-sustenté (30P30N) pour différents modèles de turbulence en LBM. Adapté de [96].

A la lumière de ces constatations, il apparaît que les grilles cartésiennes isotropes des réseaux LBM exacerbent les problèmes des méthodes de type DES associés à la gestion des zones grises. Pour la DDES (2006), il a été vu qu'une MSD apparaît typiquement lorsque l'échelle de taille de maille locale $\Delta = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ vérifie $C_{DES} \cdot \Delta < 0,3 \cdot \delta \Leftrightarrow \Delta < 0,46 \cdot \delta$. Là où, par exemple, la résolution d'un maillage structuré traditionnel pour une ZDES-NS vérifierait $\Delta x \gg \delta$, $\Delta z \gg \delta$ et $\Delta y \ll \delta$, en ZDES-LBM on aurait nécessairement $\Delta x = \Delta y = \Delta z \ll \delta$. C'est-à-dire $\Delta_{NS} \gg \delta$ et $\Delta_{LBM} \ll \delta$. On comprend bien que l'apparition d'une MSD en DDES-LBM semble théoriquement inévitable dès lors qu'il y a plusieurs points localisés dans la couche limite. Cette apparition quasi-systématique d'une MSD est une explication possible à sa rareté dans la littérature, même pour des écoulements à nombre de Reynolds faibles ou modérés.

Pour rendre la combinaison possible entre la LBM et une méthode de type DES, il est nécessaire d'utiliser une fonction de protection capable d'assurer un traitement RANS des couches limites peu importe la résolution du maillage. Dans ce sens, la fonction de protection de la ZDES mode 2 (2020) présentée en Section 2.2.3 est la seule formulation disponible dans la littérature qui répond à cette condition *sine qua non*. Sous réserve que les propriétés de la ZDES mode 2 (2020) soient conservées dans un contexte LBM, la combinaison ZDES-LBM ouvre une perspective remarquable quant à la modélisation de la turbulence en LBM, et ce sur plusieurs aspects :

- ▄ Elle se positionne comme une méthode hybride RANS/LES publiée ;
- ▄ Elle est une alternative moins coûteuse aux modélisations WFLES et WMLES ;
- ▄ Elle est automatique et ne nécessite pas d'injection de turbulence.

L'objectif de cette partie est d'évaluer le potentiel de l'approche ZDES-LBM en s'assurant au préalable de sa validité : il s'agit de vérifier que la protection RANS des couches limites reste effective en LBM et que le développement des instabilités reste commensurable avec celui de son équivalent ZDES-NS. L'idée sous-jacente est également d'évaluer l'intérêt de l'approche pour la simulation d'extrémité de volet.

1.2 Objectifs de validation de la ZDES-LBM

Comme présenté en Section 2.2.3, le mode 2 (2020) de la ZDES est un modèle de turbulence hybride RANS/LES conçu pour des simulations basées sur la résolution des équations de Navier-Stokes. La robustesse et l'efficacité des fonctions de protection constituant le modèle ont été vérifiées dans ce cadre. Néanmoins, rien ne garantit que ces propriétés restent vraies avec un formalisme LBM puisque ce ne sont pas les équations de Navier-Stokes qui sont résolues numériquement. Concrètement, en

LBM, la viscosité tourbillonnaire ν_t est calculée par une approche aux volumes finis similairement à ce qui est fait en formalisme NS. En revanche, elle est utilisée pour recalibrer le temps de relaxation τ via l'équation (2.24). Même si l'on peut espérer que le comportement de la ZDES-LBM soit globalement proche de celui d'une ZDES-NS, il convient de prendre en compte des paramètres importants comme la rapidité de destruction de ν_t ou la faible dissipation de la LBM qui peuvent altérer la phase transitoire du calcul, voire le faire diverger. De plus, un aspect potentiellement délicat induit par le formalisme LBM est le comportement des senseurs de protection au niveau des transitions de maillage. Par conséquent, une attention particulière sera accordée à la comparaison entre les senseurs ZDES-LBM et ZDES-NS.

Les deux avantages de la ZDES mode 2 (2020) qu'il est nécessaire d'exiger de la ZDES-LBM sont :

- ▣ D'assurer une protection RANS de l'entièreté des couches limites attachées ;
- ▣ De permettre une transition rapide d'une modélisation RANS à une modélisation LES ;

Pour ce faire trois cas de validation ont été retenus en accord avec les objectifs de validation. Le premier cas de validation est un écoulement de couche limite turbulente sur plaque plane, identique à celui étudié en Section 2.4. Le deuxième cas de validation est celui d'un écoulement le long d'une marche descendante puisqu'il mélange couche limite attachée en amont de la marche et couche de cisaillement en aval. Enfin, le troisième cas retenu est celui d'un profil hyper-sustenté, qui rassemble de multiples types d'écoulements fréquemment rencontrés dans des écoulements industriels : large zones de recirculation, couches limites sous gradient de pression adverse, couches de cisaillement impactant une paroi entre autres. De plus, la géométrie du profil est à rapprocher de la configuration d'extrémité de volet qui sera étudiée en Chapitre 5. Il s'agit donc d'un cas d'étude judicieux afin d'évaluer le potentiel applicatif de la ZDES-LBM pour ce type d'écoulement. Les différents jeux de données disponibles offrent une base de comparaison fournie et variée pour la validation de la ZDES-LBM.

2 Validation de la protection RANS-LBM d'une couche limite turbulente sur plaque plane

Afin de s'assurer que la ZDES mode 2 (2020) apporte une protection RANS des couches limites turbulentes dans un contexte LBM, le cas d'une couche limite se développant sur une plaque plane sans gradient de pression est investigué. Les paramètres du calcul sont les mêmes que pour le cas de validation du traitement de paroi étudié en Section 2.4 et donné dans la Table 3.2. La grille utilisée est la grille 3 caractérisée par $\Delta y^+ = 30$ car il s'agit d'un niveau de résolution réaliste, abordable, et avec un nombre non négligeable de points dans la couche limite. Néanmoins, malgré une résolution qui n'est pas excessivement fine, la protection RANS de l'entièreté de la couche limite est difficile à obtenir. En effet, une portion du maillage est représentée en Figure 4.2, faisant apparaître les ordres de grandeur du ratio Δ/δ . Sur cette portion, les niveaux de résolution dans la couche limite varient de $\Delta \approx 0,04 \cdot \delta$ jusqu'à $\Delta \approx 0,01 \cdot \delta$. Ces valeurs sont largement en dessous du seuil d'apparition de MSD de $\Delta < 0,3 \cdot \delta$ reporté dans la littérature [87]. De plus, selon le guide d'utilisateur du logiciel propriétaire ANSYS Fluent [260], la valeur de $\Delta \approx 0,01 \cdot \delta$ correspond à la limite de la Shielded DES (SDS) : le modèle de type DES propriétaire de la société ANSYS. Il apparaît donc que l'utilisation d'un maillage cartésien isotrope, de résolution raisonnable, peut mettre en défaut les méthodes de type DES les plus utilisées sur un cas de plaque plane réaliste.

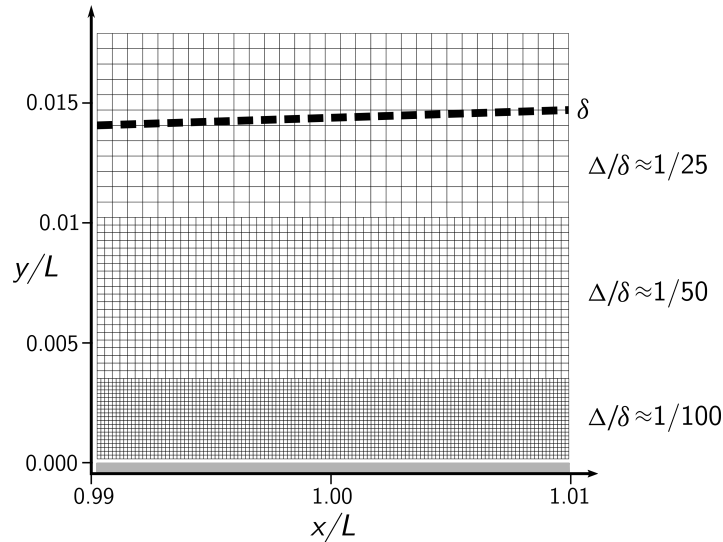


Figure 4.2 – Représentation d’une portion du maillage à mi-longueur de la plaque plane pour la grille 3 à $\Delta y^+ = 30$. Un ordre de grandeur du ratio de la résolution du maillage Δ sur l’épaisseur de couche limite δ est indiqué.

Afin de vérifier le comportement des fonctions de protection sur ce cas, un profil des fonctions de protection f_d , f_{P2} et $f_{P_{ZDES}}$ en $x/L = 1$ est présenté en [Figure 4.3](#). Ces profils sont extraits de la simulation RANS-LBM et ont bien été calculés par le solveur. On rappelle que lorsqu’une fonction de protection est nulle, elle assure une protection RANS tandis que lorsqu’elle vaut l’unité elle ne protège pas. Premièrement, on observe que la fonction de protection f_d à elle seule n’offre pas une protection RANS sur toute l’épaisseur de la couche limite (environ 60 % de son épaisseur seulement pour cette station). Ceci illustre bien que la DDES (2006) ne fournit pas une protection infaillible. Quant à la fonction de protection renforcée f_{P2} , elle offre une protection RANS uniquement dans la zone externe de la couche limite, plus précisément sur les derniers 60 % de son épaisseur. Ces deux fonctions fournissent donc des protections complémentaires. Comme détaillé dans [87], l’utilisation combinée de f_d et f_{P2} permet une protection RANS complète de la couche limite par $f_{P_{ZDES}}$, ce qui est observé ici et justifie un comportement sain de ces fonctions dans un contexte LBM.

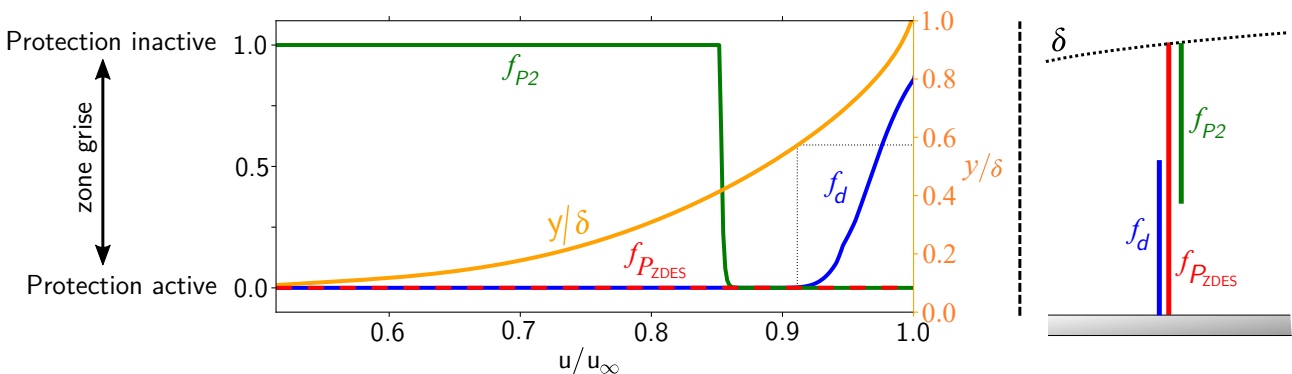


Figure 4.3 – Évolution des valeurs des fonctions de protection f_d , f_{P2} et $f_{P_{ZDES}}$ ainsi que y/δ en fonction de u/u_∞ extrait du profil en $x/L = 1$.

En partant de la simulation RANS-LBM convergée, un calcul ZDES-LBM a été mené sur un temps $t = 0, 1$ s. Une simulation basée sur la DDES-LBM (version 2006) similaire a été menée. En [Figure 4.4](#) sont reportés les champs de viscosité tourbillonnaire obtenus pour les trois simulations LBM. On observe bien que les champs RANS-LBM et ZDES-LBM sont identiques, ce qui confirme une protection RANS de la couche limite. En revanche, le champ de viscosité tourbillonnaire de la simulation DDES-LBM a été entièrement détruit. Ce phénomène est progressif : la protection insuffisante de f_d entraîne une surestimation du terme de destruction du modèle S-A, ce qui va engendrer une sous-estimation

de la valeur de la viscosité tourbillonnaire ν_t . Par suite, elle va corrompre le senseur r_d qui va à son tour augmenter la valeur de f_d , affaiblissant encore davantage la protection RANS. Ceci constitue un cercle auto-entretenu qui prend fin lorsqu'il y a épuisement de la viscosité tourbillonnaire, et donc des contraintes turbulentes modélisées, justifiant l'appellation Modelled-Stress Depletion (MSD). Pour ce cas de plaque plane, la MSD observée avec la DDES-LBM est si sévère qu'elle entraîne la relaminarisation totale de l'écoulement.

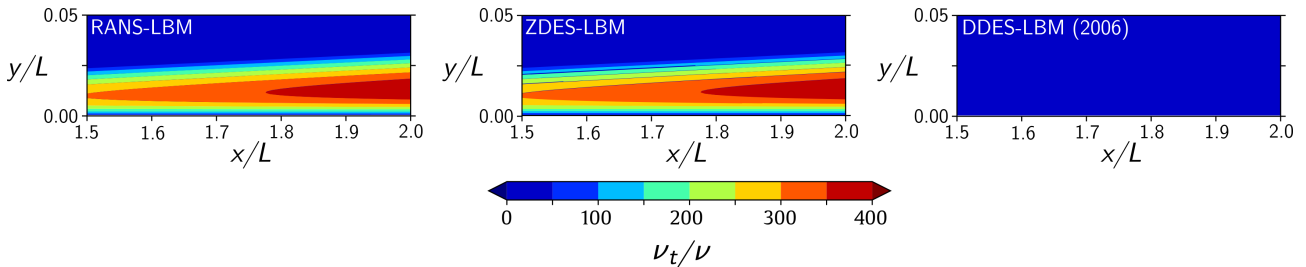


Figure 4.4 – Champs de viscosité tourbillonnaire adimensionnée sur une portion de la plaque plane alignée pour les simulations RANS-LBM, ZDES-LBM et DDES-LBM dans sa version 2006.

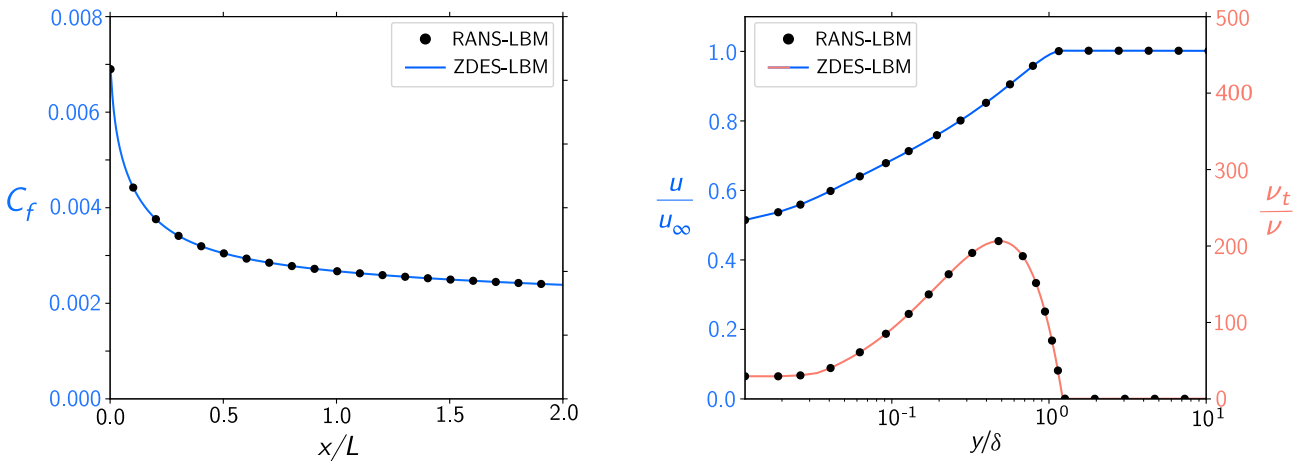


Figure 4.5 – (Gauche) : Évolution du coefficient de frottement le long de la plaque plane pour les simulations RANS-LBM et ZDES-LBM. (Droite) : Comparaison de profils de vitesse tangentielle et de viscosité tourbillonnaire adimensionnés entre les simulations RANS-LBM et ZDES-LBM en $x/L = 1$.

La [Figure 4.5](#), plus quantitative, montre une comparaison entre le coefficient de frottement obtenu par simulations RANS et ZDES-LBM, ainsi qu'un profil de vitesse et de viscosité tourbillonnaire. La prévision du frottement étant identique, tout comme le profil de vitesse, la couche limite est bien traitée en RANS pour des mailles alignées avec la paroi. Afin d'attester de la robustesse de la protection RANS du modèle ZDES-LBM dans le cadre de mailles non alignées avec la paroi, le cas de la plaque plane inclinée d'un angle de 30° a également été traité (voir [Section 2.4](#)). En effet, les senseurs de la ZDES dépendent de gradients suivant la normale à la paroi. Dans le contexte de grilles cartésiennes isotropes, il n'est pas possible de raffiner dans la direction normale à la paroi sauf si elle est confondue avec un axe du repère. Il convient donc de vérifier que la fonction de protection $f_{P_{ZDES}}$ reste efficace dans cette situation où la normale à la paroi n'est pas alignée avec le repère. Ceci est illustré en [Figure 4.6](#) où une comparaison des champs de viscosité tourbillonnaire entre RANS-LBM et ZDES-LBM est présentée pour le cas de plaque plane inclinée. La similarité entre les deux champs atteste bien de la protection RANS apportée par la ZDES-LBM.

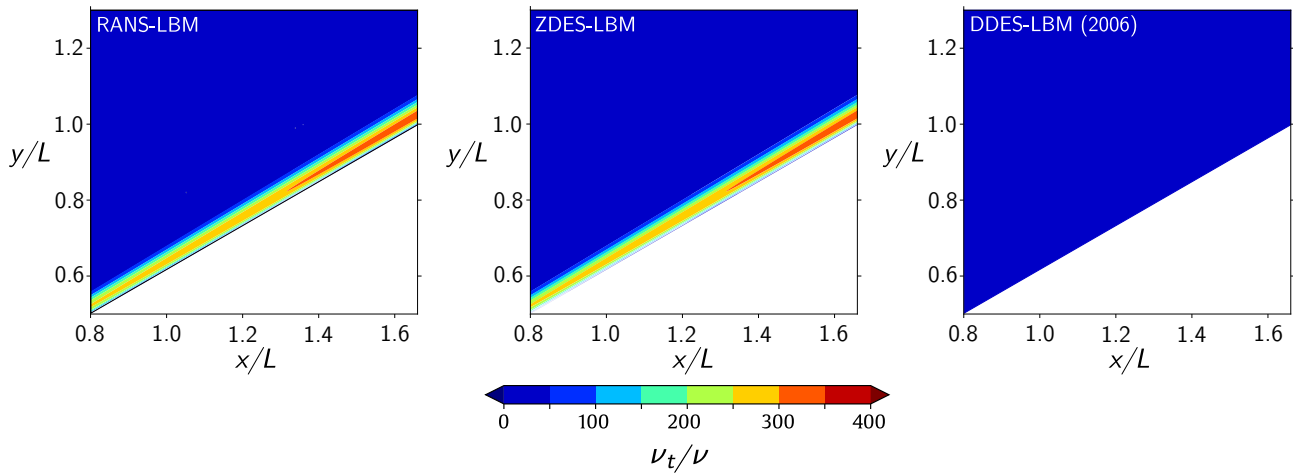


Figure 4.6 – Champs de viscosité tourbillonnaire adimensionnée sur une portion de la plaque plane inclinée pour les simulations RANS-LBM, ZDES-LBM.

Il a donc été vu que la fonction de protection de la ZDES mode 2 (2020) conserve son niveau de protection dans le cadre de la LBM. Celle-ci a été éprouvée dans le cadre de mailles alignées avec la paroi ou non. Le premier objectif de validation de la ZDES-LBM est donc atteint. Il reste à s’assurer d’un élément essentiel : la destruction rapide de la viscosité tourbillonnaire permettant une transition rapide vers une modélisation LES dans les zones décollées.

3 Étude et comparaison du développement des instabilités le long d’une marche descendante

L’écoulement le long d’une marche descendante est un cas-test canonique de validation, cependant peu traité en LBM dans la littérature [362]. Le cas choisi est identique à celui traité dans la publication originale de la ZDES mode 2 (2020) de Deck & Renard [87] afin de comparer ZDES-LBM et ZDES-NS. Il s’agit d’un cas-test d’aérodynamique interne représentatif d’une chambre de combustion. C’est-à-dire que la marche est confinée dans un canal bordée par deux couches limites turbulentes en amont de la marche de hauteur h et d’envergure $2 \cdot h$. Cet aspect n’est pas anodin lorsque l’on utilise les méthodes de frontières immergées car ces dernières ne sont pas conservatives. Cet écoulement a été étudié expérimentalement [269] puis numériquement dans les travaux de Sainte-Rose *et al.* [315]. Les différents paramètres de l’écoulement et des deux grilles utilisées sont présentés en Table 4.2

Paramètres de l’écoulement			
$h = 0,035 \text{ m}$	$u_0 = 50,0 \text{ m.s}^{-1}$	$\rho = 1,17 \text{ kg.m}^{-3}$	
$p = 100400 \text{ Pa}$	$Re_h = 4,0 \cdot 10^4$	$Ma = 0,11$	
Paramètres des maillages	Δy_{\min}	Δt	Nombre de noeuds
Grille ZDES-NS	$1,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$	10^{-6} s	$3,9 \cdot 10^6$
Grille ZDES-LBM	$2,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}$	$3,3 \cdot 10^{-7} \text{ s}$	$44,7 \cdot 10^6$

Table 4.2 – Principaux paramètres des simulations ZDES de l’écoulement le long d’une marche descendante.

La comparaison ZDES-LBM et ZDES-NS est ici très ambitieuse, et ce pour plusieurs raisons :

- Différences de modélisation : La ZDES-NS de Deck & Renard [87] est appliquée sur une grille structurée résolue à la paroi tandis qu’en ZDES-LBM, un couplage frontières immergées / loi

de paroi sur une grille cartésienne isotrope est utilisé. L'usage d'une loi de paroi, qui plus est linéarisée (voir Section 3), peut altérer la taille et la forme des zones de recirculation [325]. Ainsi, la position du recollement peut être modifiée en conséquence de la loi de paroi.

- ➡ *Différences de topologie de maillage* : Les différences de modélisation précédemment évoquées entraînent également des différences de conception des grilles. La ZDES-LBM modélise une partie de la zone interne des couches limites de sorte que la grille vérifie $\Delta y_{LBM}^+ = 15$ en $x/h = 0$ alors que la grille ZDES-NS y vérifie $\Delta y_{NS}^+ \approx 1$. Le constat inverse peut être fait quant à la résolution en envergure puisque la condition d'isotropie impose $\Delta z_{LBM}^+ = 15 \approx \Delta z_{NS}^+/10$. Une autre différence majeure mais inévitable est la résolution de la couche de mélange. En effet, une «bonne pratique» consiste à placer au moins une quinzaine de points dans l'épaisseur de vorticité, ce qui est bien le cas pour la simulation ZDES-NS. En revanche, pour satisfaire cette condition avec la ZDES-LBM, la condition d'isotropie imposerait d'une part un pas d'espace très faible dans toutes les directions sans même privilégier la direction normale à la couche de cisaillement. Toutes ces différences sont illustrées en Figure 4.7 et sont également discutées plus quantitativement sur ce cas en Section 3.2.

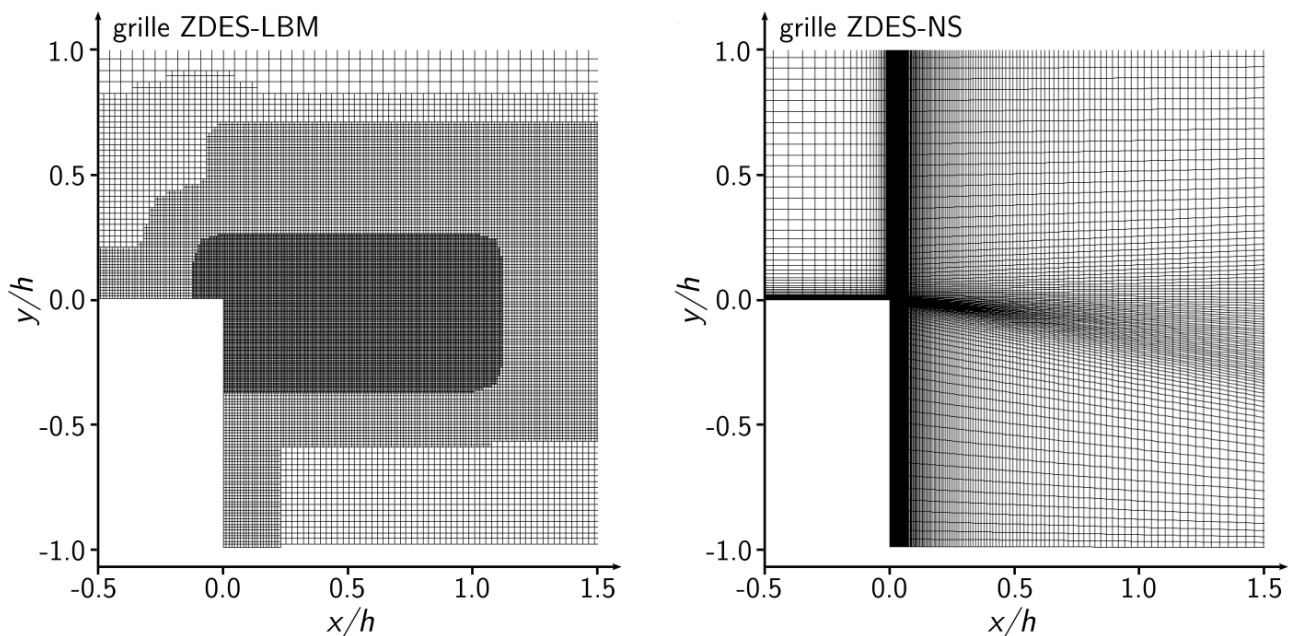


Figure 4.7 – Comparaison des topologies des grilles ZDES-LBM (gauche) et ZDES-NS (droite).

3.1 Comparaisons *a priori* des simulations ZDES-LBM et ZDES-NS

Une simulation ZDES est initialisée à l'aide d'une simulation RANS convergée. Ainsi, confronter les champs RANS-LBM et RANS-NS permet d'évaluer la comparabilité des simulations ZDES-LBM et ZDES-NS. En effet, si les simulations RANS sont très différentes, il ne serait pas envisageable de pouvoir comparer les deux simulations instationnaires qu'elles initialisent. Malgré les différences en terme de modélisation et de grilles, les profils de vitesse longitudinale et de viscosité tourbillonnaire des simulations RANS-LBM et RANS-NS, tracés en Figure 4.8, sont en très bon accord. Pour les profils présentés, seules quelques différences notables sont visibles dans la zone proche paroi de la bulle de recirculation.

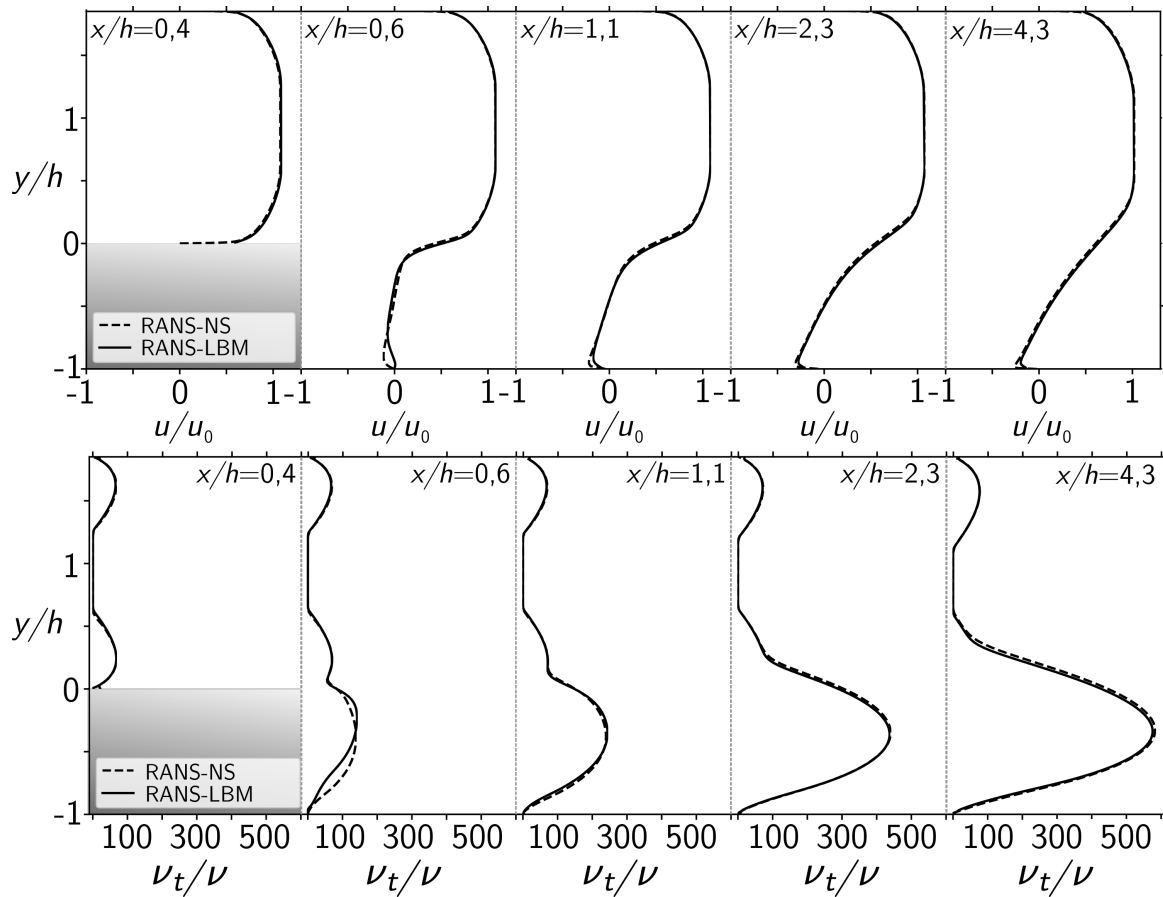


Figure 4.8 – Comparaison de profils de vitesse longitudinale et de viscosité tourbillonnaire en aval de la marche descendante pour les simulations RANS-LBM et RANS-NS.

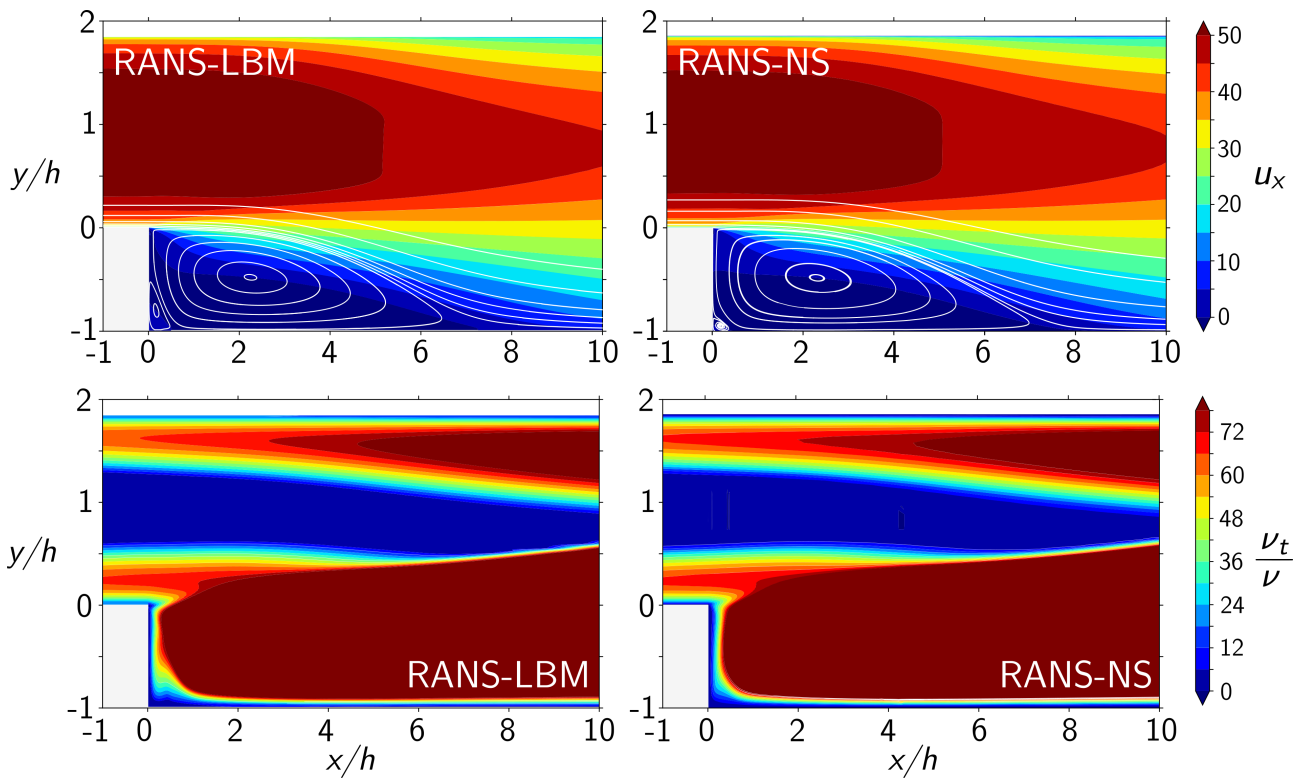


Figure 4.9 – Comparaison des champs de vitesse longitudinale (haut) et de viscosité tourbillonnaire (bas) pour les simulations RANS-LBM et RANS-NS.

Comme en témoigne la [Figure 4.9](#), la forme de la zone de recirculation est quelque peu différente tout comme les longueurs de recollement ($\approx 10\%$ d'écart). Il s'agit d'une conséquence très probablement liée à l'usage d'une loi de paroi. Toutefois, l'accord global entre RANS-LBM et RANS-NS est remarquable.

Il est donc possible de comparer *a priori* les champs des fonctions de protection de la ZDES-LBM avec ceux de la ZDES-NS, à savoir f_d , f_{P2} , f_R et leur combinaison définissant $f_{P_{ZDES}}$. Ces comparaisons, présentées en [Figure 4.10](#), illustrent la validation de l'implantation des senseurs réalisée pendant ces travaux de thèse dans le solveur ProLB.

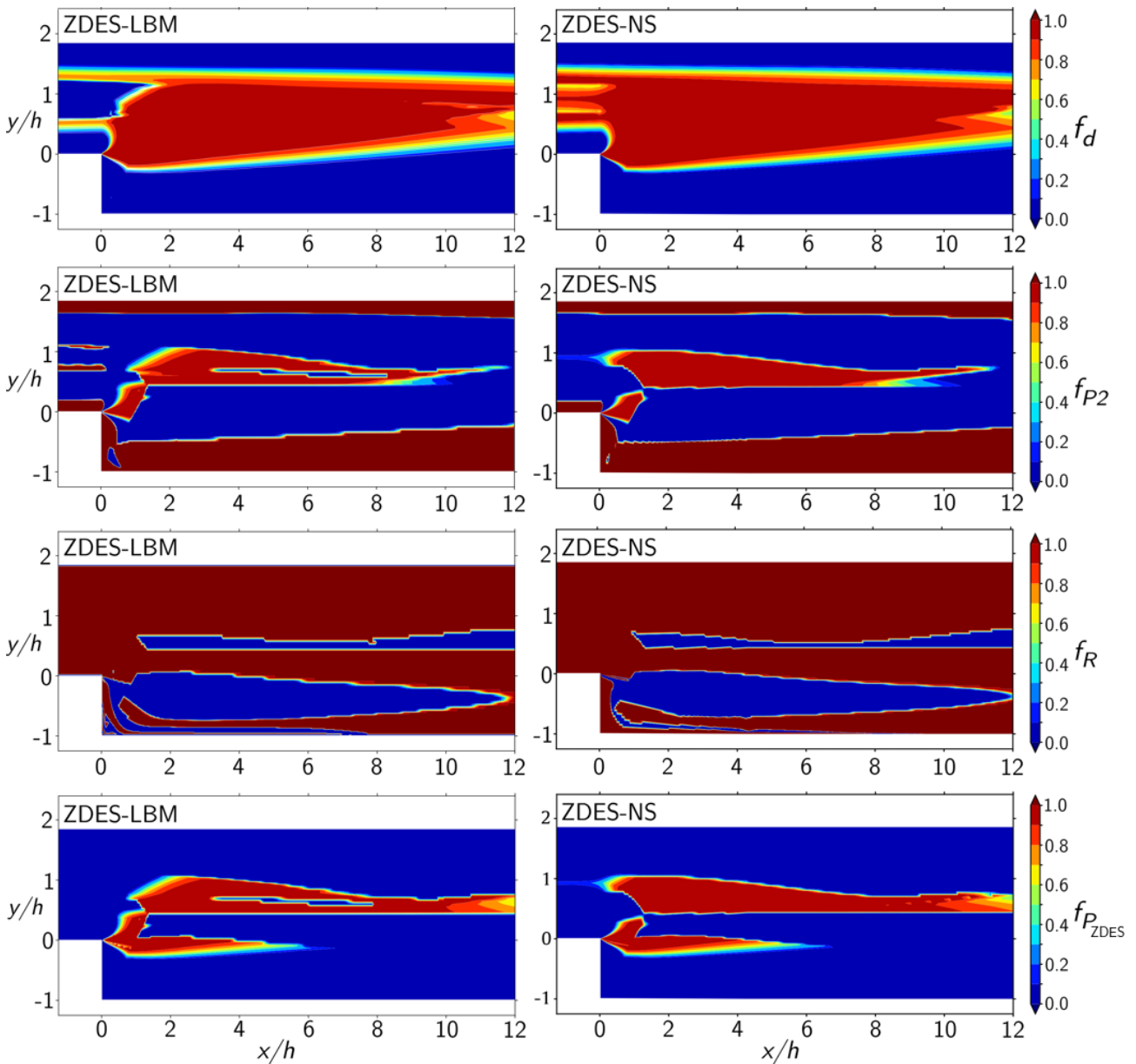


Figure 4.10 – Comparaison des champs de protection f_d , f_{P2} , f_R et $f_{P_{ZDES}}$. Pour rappel, la protection RANS est effective lorsque la fonction de protection est nulle (bleu). Les champs de fonctions de protection issus de la LBM sont extraits directement du solveur.

Les quatre champs de fonctions de protection ZDES-LBM, extraits directement du solveur, sont similaires à ceux obtenus avec la ZDES-NS [87]. On peut noter quelques petites différences notamment au centre du canal pour les fonctions f_d et f_{P2} . Elles sont dues à de faibles fluctuations numériques dans une zone de l'écoulement où le senseur r_d est de la forme $r_d \approx \frac{0}{0}$. Ces différences ne modifient en rien la protection RANS qui en résulte. En effet, la fonction f_d protège bien la zone interne des

couches limites en amont de la marche (zone bleue) tandis que f_{P2} protège bien la zone externe et même au delà. De plus, aucune activation problématique au voisinage des transitions de maillage n'est visible. Des comparaisons similaires ont été faites sur les senseurs r_d , \mathcal{G}_v et \mathcal{G}_Ω ainsi que les quantités qui les définissent mais elles ne sont pas présentées ici.

Finalement, la comparaison *a priori* de la ZDES-LBM avec une ZDES-NS montre d'une part que les champs de départ sont très proches. D'autre part, les fonctions de protection obtenues en ZDES-LBM, dont le calcul dépend à la fois de la topologie du maillage et de la régularité du champ de vitesse, sont en très bon accord avec la ZDES-NS. Ceci démontre que sur des grilles radicalement différentes en terme de résolution et de topologie, la protection RANS apportée par $f_{P_{ZDES}}$ est similaire. Elle est donc indépendante du maillage, ce qui constitue un atout majeur de la ZDES mode 2 (2020). Cette similarité entre les champs initiaux des simulations ZDES-LBM et ZDES-NS est propice à la comparaison des contenus instationnaires.

3.2 Comparaison du contenu instationnaire des simulations ZDES-LBM et ZDES-NS

La simulation ZDES-LBM a été menée pendant une durée totale de $t = 0,89 \text{ s}$, soit $3,0 \cdot 10^6$ itérations réparties en $0,27 \text{ s}$ de phase transitoire et $0,63 \text{ s}$ de stockage de données instationnaires. L'évolution de la composante verticale de la force appliquée sur le plancher du canal en aval de la marche est tracée en Figure 4.11. Le basculement de la simulation RANS-LBM convergée vers la ZDES-LBM est bien visible et typique d'un comportement instationnaire. La moyenne cumulée décroissante est tracée en rouge. Elle est un indicateur de convergence statistique. En chaque itération, elle est calculée comme la moyenne du signal de l'itération courante jusqu'à l'itération finale. Les zones où elle prend la forme d'un plateau indique que la convergence statistique est atteinte. Dans ce cas précis, l'écoulement moyen est obtenu en moyennant les dernières $0,63 \text{ s}$ de signal, soit environ des itérations 1 million à 3 millions.

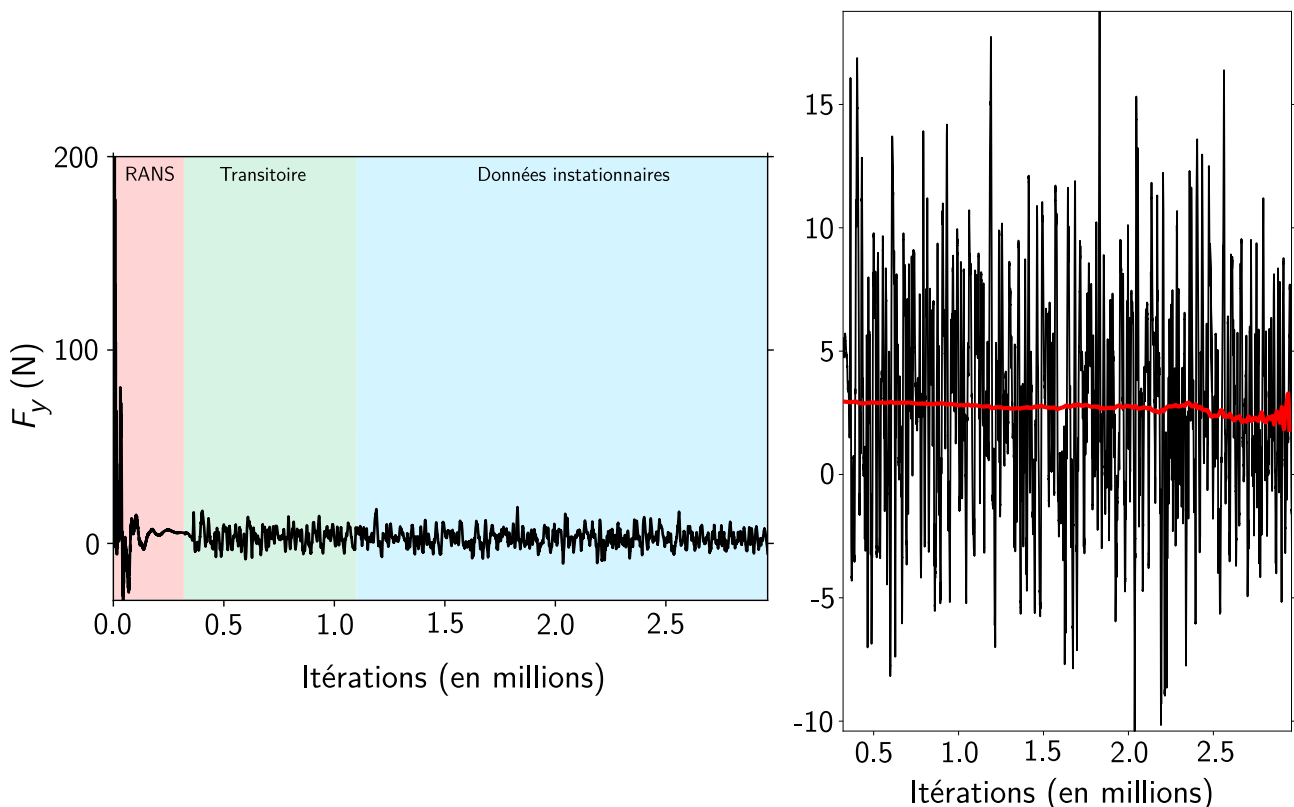


Figure 4.11 – Tracé de l'évolution de la composante verticale de la force en Newton appliquée sur le plancher du canal en aval de la marche. La moyenne cumulée décroissante est tracée en rouge.

Un premier aperçu du comportement de la ZDES-LBM est donné en [Figure 4.12](#) où une comparaison des champs de viscosité tourbillonnaire moyenne entre ZDES-LBM et ZDES-NS est présentée. Des iso-lignes de vitesse verticale sont également tracées. Il apparaît que la destruction de la viscosité tourbillonnaire est rapide et comparable entre les deux ZDES. Cette destruction nette de la viscosité tourbillonnaire RANS amont suivant la normale à la paroi démontre le bon comportement des fonctions de protection.

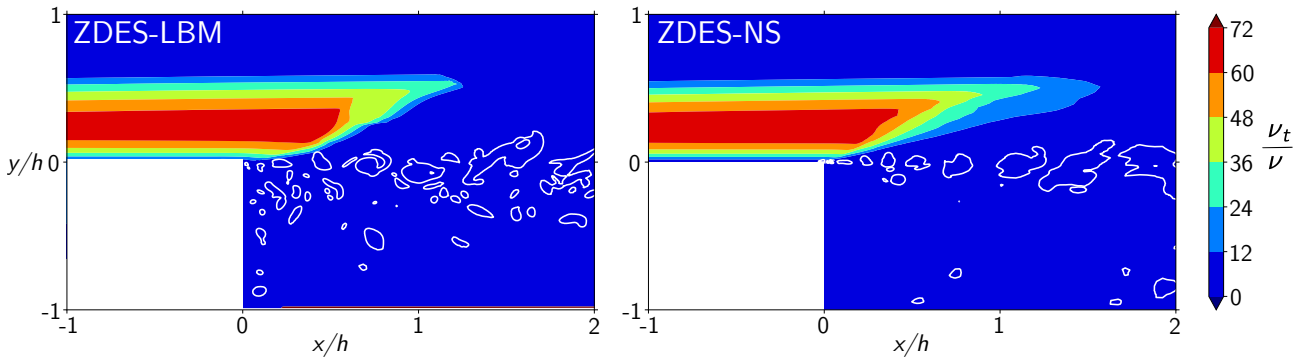


Figure 4.12 – Comparaison du champ de viscosité tourbillonnaire moyenne entre ZDES-LBM (gauche) et ZDES-NS (droite). Les lignes blanches correspondent à des iso-lignes de vitesse verticale.

En [Figure 4.13](#), des iso-surfaces de critère Q adimensionné $Q^* = Q \cdot h^2/u_0^2 = 1$ sont représentées. Elles sont tracées en comparaison avec la ZDES-NS. D’une manière globale, des structures de type tourbillons de Kelvin-Helmholtz se développent et transitionnent rapidement vers une turbulence pleinement développée.

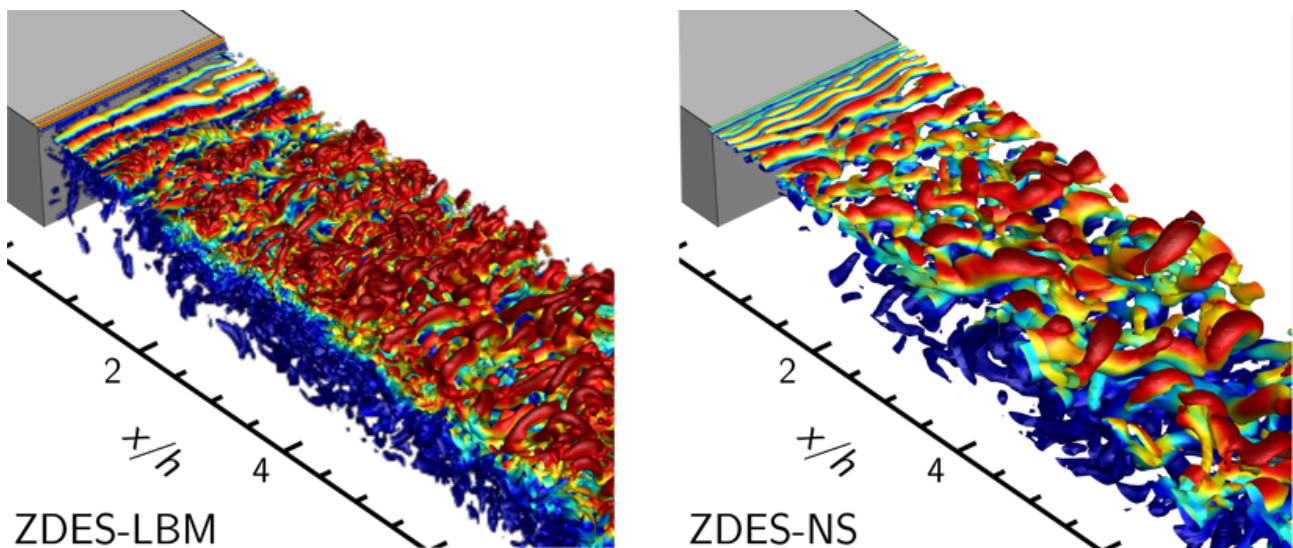


Figure 4.13 – Visualisation des structures turbulentes en aval de la marche pour les simulations ZDES-LBM (45 millions de noeuds) et ZDES-NS (3.9 millions de noeuds) par tracé d’iso-surfaces de critère Q adimensionné $Q^* = Q \cdot h^2/u_0^2 = 1$.

Ce comportement justifie bien d’un basculement sain en modèle sous-maille de la ZDES-LBM. Les structures traversent les sauts de transition de maillage en $x/h \approx 1$ et $x/h \approx 4$ sans subir de déformations apparentes. Toutefois, quelques différences visuelles amènent à discussion. Ces différences notables sont notamment causées par la différence de topologie entre les grilles ZDES-LBM et ZDES-NS évoquée en [Section 3.1](#) :

- D’une part, l’isotropie de la grille ZDES-LBM impose une résolution de 5 à 10 fois plus fine en envergure que la grille ZDES-NS. On constate bien que les structures turbulentes sont bien plus

résolues en envergure qu'en ZDES-NS. Ceci est une conséquence de la résolution du maillage et non du modèle de turbulence. Bien que coûteuse, la résolution fine dans l'envergure permet néanmoins une transition facilitée vers un écoulement pleinement turbulent. De plus, pour $x/h > 2$, la résolution de la grille ZDES-LBM dans la couche de mélange est plus fine que celle de la grille ZDES-NS dans toutes les directions;

- ▀ D'autre part, on voit bien que les instabilités bidimensionnelles se développant juste en aval de la marche sont mieux résolues en ZDES-NS qu'en ZDES-LBM. C'est parce que l'épaisseur de vorticité rapportée à la résolution locale du maillage $\delta_\omega/\Delta y$ est bien plus élevée en ZDES-NS dans cette région comme illustrée en Figure 4.14. On voit bien que l'épaisseur de vorticité de la ZDES-LBM a un comportement quasi-linéaire et s'accorde très bien avec celle de la ZDES-NS, mais avec une différence notable en $x/h \approx 0,1$. Cette différence est davantage visible lorsqu'elle est rapportée à la taille locale de maille, où il est clair que la grille ZDES-LBM n'est pas assez fine dans les premiers stades de développement de la couche de mélange puisqu'elle ne possède que 5 points dans la couche de mélange contre 14 pour la ZDES-NS. La ZDES-LBM présente donc un léger retard à la formation des instabilités.

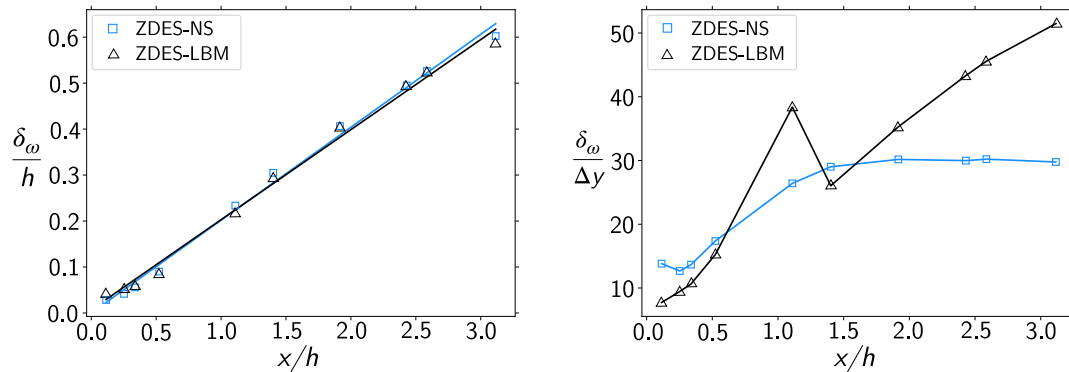


Figure 4.14 – Tracé de l'évolution de l'épaisseur de vorticité $\delta_\omega = |u_2 - u_1|/\max(\frac{\partial u}{\partial n})$ adimensionnée (par h ou Δy local) en fonction de x/h . Les vitesses u_2 et u_1 correspondent respectivement aux vitesses supérieures et inférieures le long de la couche de cisaillement.

D'un point de vue quantitatif, il semblerait nécessaire de diviser la résolution Δ de la grille ZDES-LBM d'un facteur au moins égal à 3 pour supprimer ce retard, soit $\Delta_1 \approx 6,7 \cdot 10^{-5} m$. Sur une portion de $0,1 \cdot h$ et une envergure de $L_z = 2 \cdot h$, cela donnerait un surcoût d'environ 3 millions de noeuds pour cette zone. Bien que cela puisse paraître abordable, il ne faut pas oublier que les niveaux de résolution de la grille ZDES-LBM évoluent par facteur 2, cela implique de définir des zones de résolution $\Delta_N = 13,35 \cdot 10^{-5} \cdot 2^N m$, bien plus fines que la résolution actuelle à niveau de résolution N  quivalent. De plus, le nouveau pas de temps de la simulation serait également divisé par trois, soit un coût total augmenté d'un facteur d'au moins 6. Un tel raffinement n'a pas été effectué dans cette étude. Cette discussion soulève l'une des problématiques rencontrée lors de cette thèse et associée à l'utilisation de grilles cartésiennes isotropes : il y a un compromis à trouver entre retard à la formation des instabilités et coût de calcul.   ce jour et à la connaissance de l'auteur, cette problématique n'est pas discutée dans la littérature bien que des retards à la formation des instabilités en LBM soient constatés [337].

On s'intéresse désormais au champ de vitesse longitudinale moyenne u et à la moyenne quadratique des fluctuations de vitesse longitudinale u'_{RMS} . Quatre profils de ces quantités aux stations où l'on dispose de données expérimentales sont tracés en Figure 4.15. Premièrement, les profils de vitesse moyenne des deux ZDES sont en très bon accord. L'influence des structures tourbillonnaires sur le champ de vitesse moyenne est similaire, ce qui montre que la ZDES-LBM se comporte comme attendu. Les profils de u'_{RMS} obtenus par ZDES-LBM et ZDES-NS s'accordent très bien, tout particulièrement aux stations 2 et 3. Pour la première station, située juste en aval de la marche, le pic de fluctuation

de vitesse longitudinale est capturé avec une bonne précision. Pour la quatrième station, les niveaux de fluctuation de la ZDES-LBM sont plus faibles, bien que la forme globale du profil soit maintenue. Cette différence s'explique probablement par la transition de maillage localisée en $x/h \approx 4$ qui entraîne une chute d'énergie cinétique turbulente résolue.

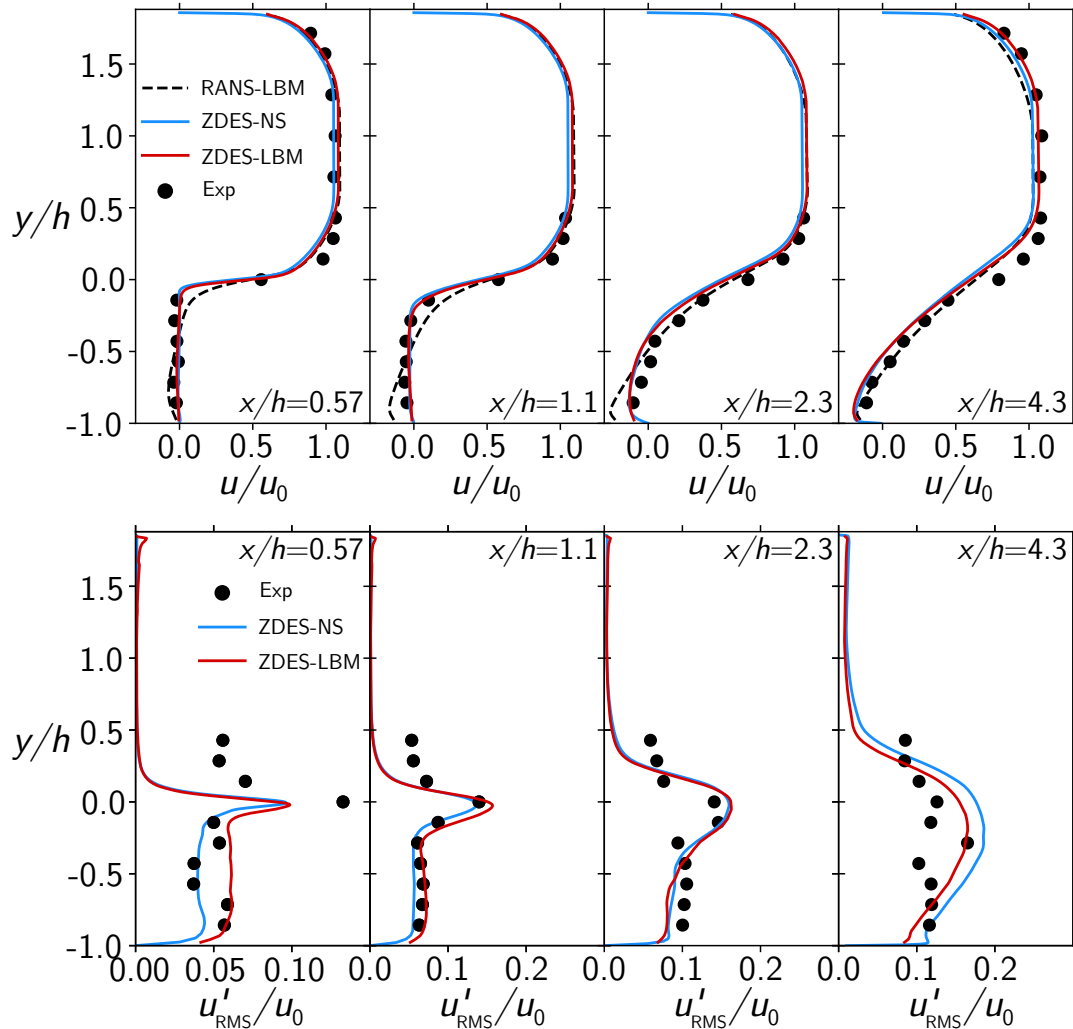


Figure 4.15 – Comparaison des profils de vitesse longitudinale moyenne u et des moyennes quadratiques de fluctuations de vitesse longitudinale u'_{RMS} pour les simulations ZDES-LBM et ZDES-NS.

L'accord entre la ZDES-NS et la ZDES-LBM sur ce cas d'application est néanmoins remarquable compte tenu de la différence de modélisation. Cela illustre le potentiel de la combinaison entre la ZDES mode 2 (2020) et la LBM. Un cas-test comme celui-ci serait complexe à traiter avec la WFLES par défaut du solveur ProLB. En effet, la dynamique de la turbulence en aval de la marche est pilotée par les paramètres moyens de couche limite amont et sa modélisation en RANS facilite grandement la mise en place du calcul.

La validation de la ZDES-LBM s'est effectuée progressivement sur des cas de difficulté croissante. Le cas de validation présenté ici correspond au dernier niveau de difficulté : l'écoulement autour d'un profil hyper-sustenté. Il s'agit d'un écoulement très complexe mais également très important pour l'industriel. En effet, les bords et volets sont responsables d'une part non négligeable du bruit aérodynamique d'un avion, notamment en phase d'atterrissage [328, 333]. Les mécanismes qui génèrent ce bruit sont complexes et les données expérimentales sur ce type d'application, combinant aérodynamique instationnaire et acoustique, sont rares. Dans ce sens, un projet collaboratif entre l'ONERA et le DLR a vu le jour en 2010 : le projet LEISA2 [241].

4.1 Présentation du projet LEISA2 et des études antérieures

Dans cette partie, les études liées au projet LEISA2 sont brièvement détaillées. A la lumière des données issues des essais en soufflerie, la physique de l'écoulement autour d'un profil hyper-sustenté est également décrite.

4.1.1 Mesures expérimentales du projet LEISA2

Un des objectifs du projet LEISA2 (2010 – 2013) a été de construire une base de données expérimentale pour la validation de codes de simulations aéroacoustiques. Le profil étudié est le profil bidimensionnel F16 du DLR. Ce profil 2D, présenté en Figure 4.16, est dérivé de la géométrie d'une aile d'un Airbus moyen-courrier. La corde de l'aile est de $c = 0,3 \text{ m}$ tandis que celle du bec est $c_{\text{bec}} = 0,186c = 0,056 \text{ m}$ et celle du volet vaut $c_{\text{volet}} = 0,28c = 0,084 \text{ m}$.

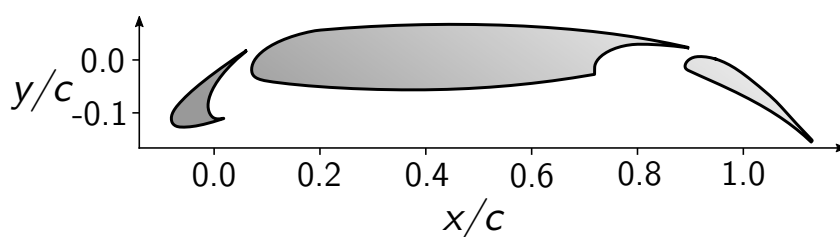


Figure 4.16 – Tracé du profil géométrique F16 de corde $c=0,3 \text{ m}$.

Deux campagnes d'essai ont eu lieu au cours du projet :

- ▣ Une première campagne dans la soufflerie ONERA du Fauga-Mauzac en veine fermée où des mesures de champs moyens ont été effectuées par Vélocimétrie par Image de Particules (PIV) et Vélocimétrie Laser (LDV). Des mesures instationnaires ont également été réalisées, basées sur la combinaison LDV/anémomètre à fil chaud. Enfin, des enregistrements par un réseau de microphones ont permis une analyse acoustique, mais il ne s'agit pas d'une soufflerie adaptée à ce type d'étude ;
- ▣ Une seconde campagne dans la soufflerie AWB anéchoïque à veine ouverte du DLR à Braunschweig. Les mesures se sont donc concentrées sur des enregistrements acoustiques.

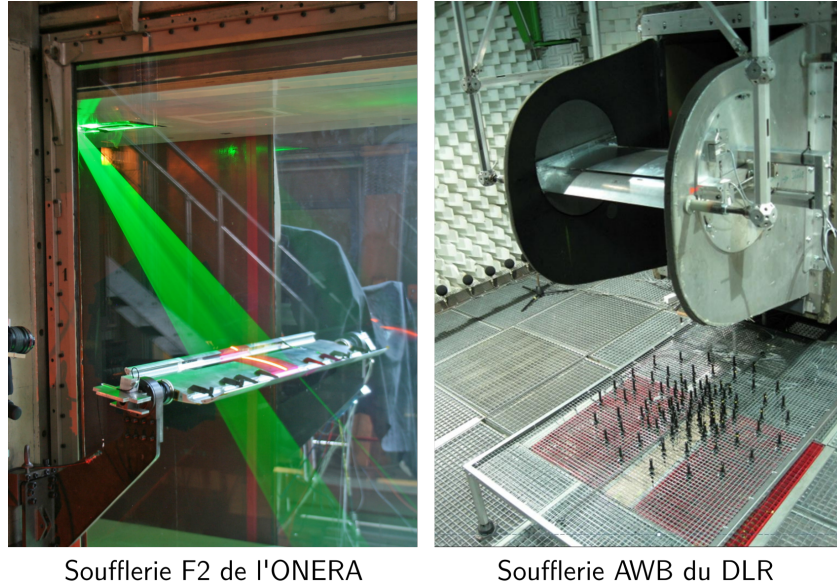


Figure 4.17 – Photos prises lors des campagnes d’essai : Mesures PIV dans la soufflerie F2 de l’ONERA (gauche) et disposition des microphones dans la soufflerie AWB du DLR (droite).

Des clichés effectués lors des campagnes d’essai sont reportés en [Figure 4.17](#). Les données expérimentales recueillies sont nombreuses et variées : champs moyens PIV sur tout le profil, mesures de profils de vitesse par LDV, mesures du champ d’énergie cinétique turbulente, mesures acoustiques, entre autres. Comme attendu, le bruit mesuré provient majoritairement du bec et du volet. Plus précisément, comme illustré en [Figure 4.18](#), le bruit rayonné à des fréquences faibles (inférieure à 2 kHz) est causé à la fois par le bec et le volet. Pour des fréquences supérieures à 3 kHz, le bruit est majoritairement dû au bec. Des composantes tonales provenant du bec à des fréquences audibles ont également été identifiées dans les deux souffleries. Ces composantes sont générées via un mécanisme de rétroaction auto-entretenu similaire aux observations de Rossiter [308, 167] pour des cavités rectangulaires : les instabilités de couche de mélange, en impactant le bec, vont générer des ondes acoustiques qui vont à leur tour générer des perturbations près de la corne de bec et ainsi de suite. Par analogie, ces modes seront appelés «modes de Rossiter». Le mécanisme de génération de ces modes et leur observation expérimentale sont également représentés en [Figure 4.18](#). Une première formule établie par Rossiter [308] permet une approximation analytique assez précise des fréquences de ces modes pour des cavités rectangulaires. Une limitation de ce modèle est l’existence de paramètres empiriques qui ne sont plus forcément adaptés pour des cavités de bec ou de volet. D’autres études ont permis d’adapter cette formule pour des cavités de bords [32, 89, 366]. On peut citer en particulier la formule de Terracol *et al.* [366] qui fournit une expression du n -ième mode de Rossiter sous la forme :

$$f_n = n \frac{u_\infty}{L_a} \frac{1}{M_\infty + \frac{\alpha_\ell}{\kappa_v}} \quad (4.1)$$

faisant apparaître quatre paramètres de l’écoulement M_∞ , L_a , α_ℓ et κ_v dont aucun n’est empirique. Le premier paramètre est le nombre de Mach à l’infini qui est déjà connu. Les trois paramètres du modèle qu’il reste à évaluer sont :

- ▀ la longueur acoustique L_a définie comme la distance de la corne de bec au point d’impact de la couche de mélange ;
- ▀ le ratio de courbure de la couche de mélange $\alpha_v = L_v/L_a$ défini comme le rapport entre la longueur de la couche de mélange moyenne L_v et la longueur acoustique L_a ;
- ▀ le ratio de convection $\kappa_v = u_v/u_\infty$ défini comme le rapport entre la vitesse moyenne de convection dans la couche de mélange et la vitesse de l’écoulement à l’infini.

En pratique, L_a et L_v peuvent être obtenus à l’aide du champ moyen pour construire α_v tandis que

u_v est obtenu à l'aide de corrélations deux points deux temps pour plusieurs points le long de la couche de mélange. Divers auteurs ont appliqué cette formule théorique sur leur champ (numérique ou expérimental) et ont montré le très bon accord avec les modes de Rossiter obtenus [88, 402, 183]. En particulier, après analyse des données disponibles dans la littérature pour des profils hyper-sustentés dans des conditions équivalentes, on observe que la fréquence adimensionnée du n -ième mode de Rossiter peut être approchée par $St_n \approx 0,8n$ où :

$$St_n = \frac{f_n \cdot L_a}{u_v} = \frac{n}{\kappa_v M_\infty + \alpha_\ell} \quad (4.2)$$

Les valeurs obtenues par divers auteurs sont reportées dans la Table 4.3 et illustrent la tendance observée pour les valeurs de St_n . Les différences les plus importantes sont constatées pour des valeurs d'incidence plus élevées, où les paramètres de couche de mélange varient beaucoup avec notamment $L_v \approx L_a$.

Auteurs	Incidence (°)	Profils	$Re_c (\times 10^6)$	St_n
Liang <i>et al.</i> [225]	5,5	30P30N	1,7	0,810 n
Deck & Laraufie [85]	NC	F15	2,1	0,800 n
Terracol [366]	4	F16 (modifié)	1,1	0,775 n
Xiao <i>et al.</i> [391]	20	30P30N	1,7	0,876 n
Zhang <i>et al.</i> [402]	5,5	30P30N	1,7	0,77 n
Kamliya <i>et al.</i> [183]	18	30P30N	0,7	0,9 n
Lu <i>et al.</i> [228]	8	NC	1,35	0,84 n
Li <i>et al.</i> [221]	8	30P30N	NC	0,874 n

Table 4.3 – Valeurs de St_n pour la prévision des modes de Rossiter rapportés par divers auteurs pour des configurations de profils hyper-sustentés pour des conditions d'écoulement similaires.

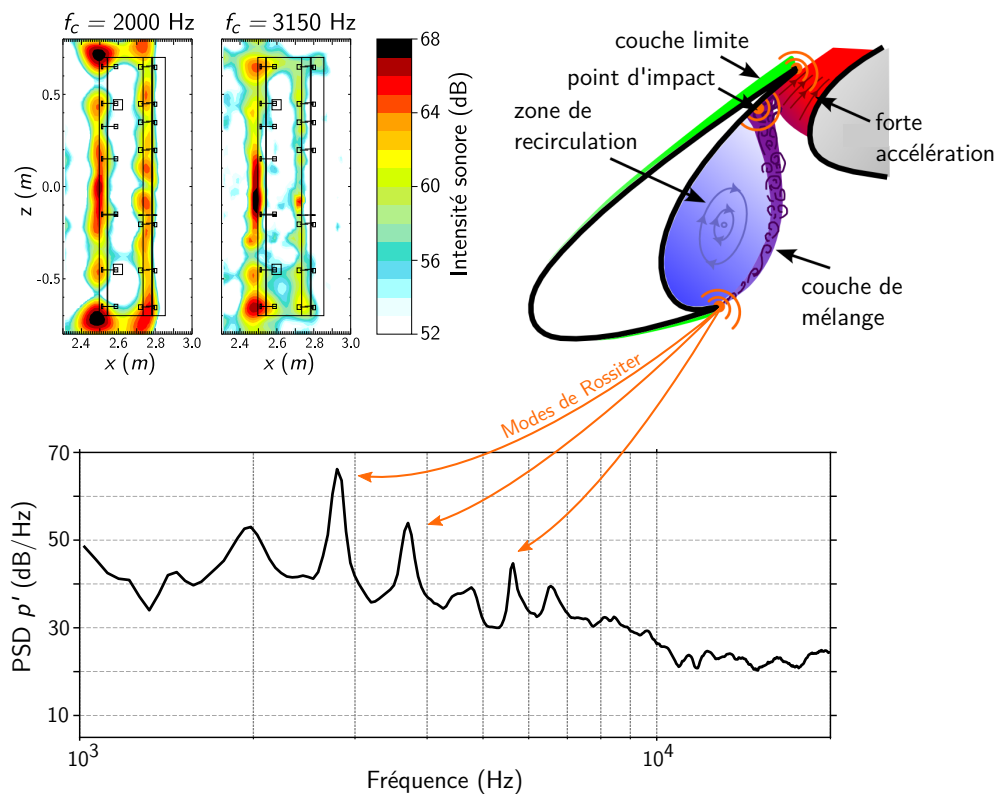


Figure 4.18 – (gauche) : Carte de bruit en dB à une fréquence f_c donnée [241]. (droite) : Schéma de principe de la physique d'une cavité de bec. (bas) : Densité spectrale de puissance expérimentale (PSD) en dB/Hz pour une région centrale d'envergure 0,24 m (bas). Les pics tonaux observés sont des modes de Rossiter [308].

Il faut néanmoins nuancer que ces modes de Rossiter identifiés en soufflerie ne sont généralement pas observés lors d’essais en vol. L’hypothèse la plus plausible serait qu’il s’agisse d’une conséquence d’un nombre de Reynolds en soufflerie trop faible, et que ce phénomène ne soit pas observé à un Reynolds de vol. En revanche, cette base de données a permis d’éprouver différents modèles aéroacoustiques via des simulations numériques pour divers niveaux de fidélité. Elle permet donc l’évaluation critique de la capacité de certaines modélisation à retrouver ces modes, c’est-à-dire à reproduire correctement la physique obtenue lors des essais en soufflerie. Elle a également permis la comparaison entre divers solveurs, car le profil F16 a intégré l’atelier BANC (Benchmark for Airframe Noise Computations) organisé par la NASA depuis 2010.

4.1.2 Données numériques disponibles dans la littérature

Plusieurs articles consacrés à la simulation numérique de l’écoulement étudié lors du projet LEISA2 sont disponibles dans la littérature. Ces études sont recensées dans la Table 4.4. Deux études DDES de cet écoulement se sont focalisées sur l’atténuation des zones grises fréquemment rencontrées sur ce type d’application traitée avec des méthodes de type DES [130, 318]. L’étude de Sakai *et al.* [318] montre notamment qu’imposer la transition laminaire/turbulent sur l’extrados du volet tend à réduire l’intensité du décollement. Des études davantage orientées vers la fidélité aérodynamique et acoustique [399, 337] ont notamment montré un bon accord global avec les données expérimentales, néanmoins un retard à la formation des instabilités au niveau de la corne de bec a été reporté. L’étude de Deck & Laraufie fait figure d’exception ici : elle n’étudie pas le profil F16, mais le profil F15 dont la forme est quasi-identique si ce n’est la longueur de sa corde qui est doublée et les angles de déflexion du bec et du volet qui sont légèrement différents. Cette étude est malgré tout mentionnée ici car elle s’attache à décrire avec précision l’écoulement dans les cavités de bec et de volet. À l’aide d’une analyse spectrale, les auteurs ont notamment mis en évidence pour la première fois l’existence d’un couplage rétro-actif entre le bec et le volet.

Auteurs	Année	Modèle
Formalisme Navier-Stokes		
Deck & Laraufie [85]	2013	ZDES
Terracol & Manoha [363, 364]	2014	WRLES
Yser & Bailly [400, 399]	2016	hybride DDES/VMS
Sakai <i>et al.</i> [318]	2018	DDES
Fuchs <i>et al.</i> [130]	2019	DDES
Péron <i>et al.</i> [284]	2020	WF-ILES
Bernicke & Akkermans [28]	2021	OLEs
Formalisme lattice-Boltzmann		
Soni <i>et al.</i> [337]	2022	WFLES

Table 4.4 – Revue bibliographique des études numériques reproduisant les essais du projet LEISA2.

Enfin, la simulation WRLES de Terracol & Manoha [364] à 2,7 milliards de points a permis une étude approfondie de l’écoulement, en particulier du mécanisme de transition sur le corps principal et le volet qui est délicat à étudier expérimentalement. Les auteurs mentionnent également que les conditions limites et le schéma numérique influent significativement sur l’intensité du décollement sur l’extrados du volet. Une comparaison complète des champs aérodynamiques avec les données expérimentales est menée sur l’ensemble du profil. L’accord entre la WRLES et les mesures PIV/LDV est très bon. Une analyse spectrale des fluctuations de vitesse dans les cavités de bec et de volet montre également un bon accord avec les données instationnaires mesurées. Un aperçu de ces comparaisons est présenté

en Figure 4.19. Dans ce qui suit, les données de ce calcul haute fidélité seront utilisées comme une référence additionnelle.

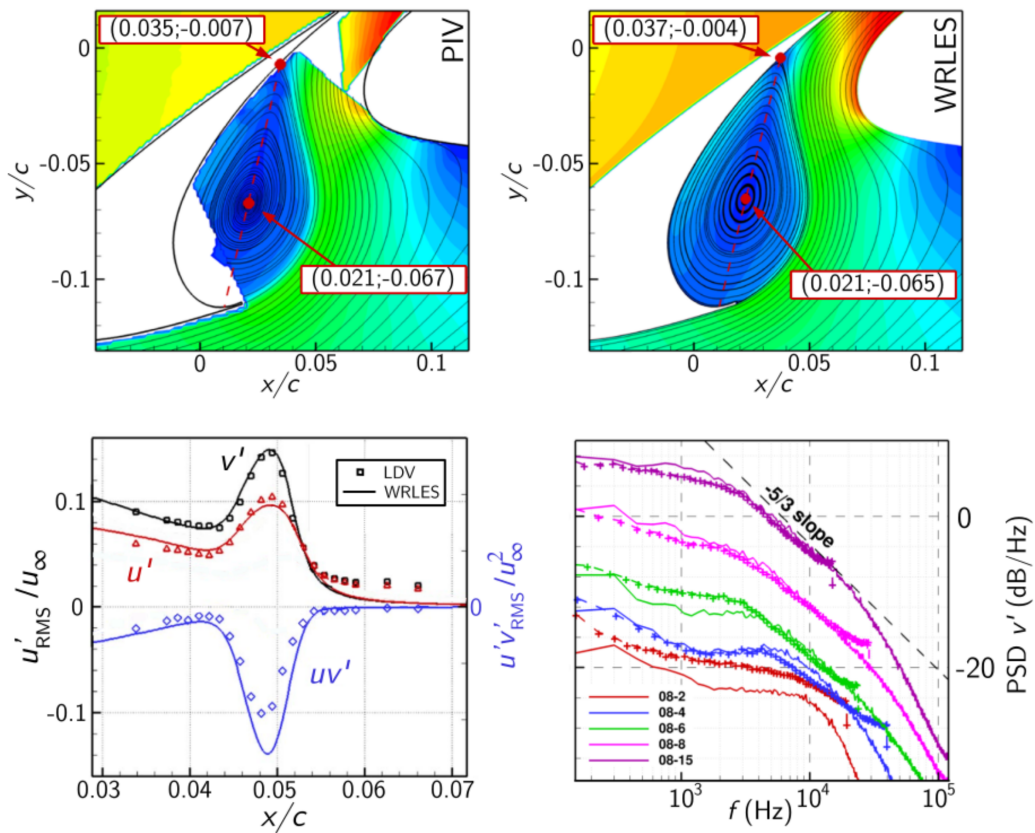


Figure 4.19 – Aperçu de la comparaison entre la simulation WRLES de Terracol & Manoha [364] et les données expérimentales obtenues lors de la campagne d’essai du projet LEISA2 [241] : champ de norme de vitesse moyenne (haut), profils de moyenne quadratique de fluctuations de vitesse dans la cavité de bec (bas gauche) et densités spectrales de puissance des fluctuations de vitesse verticale en différents points le long de la couche de cisaillement du bec (bas droit). Adapté de [364].

4.2 Comportement global de la ZDES-LBM appliquée à l’écoulement autour du profil F16

Cette sous-partie s’attache à étudier le comportement global de la simulation ZDES-LBM sur l’écoulement autour du profil F16. L’objectif est, dans un premier temps, de vérifier que les couches limites qui se développent sur le bec et le volet sont bien traitées en RANS. La précision du calcul sera analysée et comparée aux données de référence dans un second temps, en Section 4.3. Un autre intérêt de cette sous-partie est de décrire brièvement la physique de l’écoulement dans les cavités de bec et de volet. Les paramètres de calcul et du maillage sont donnés en Table 4.5.

Paramètres de l’écoulement			
$c = 0,3 \text{ m}$	$u_\infty = 61,5 \text{ m.s}^{-1}$	$\rho = 1,20 \text{ kg.m}^{-3}$	
$p = 101325 \text{ Pa}$	$Re_c = 1,24 \cdot 10^6$	$Ma = 0,18$	
Paramètres du maillage		Δt_{min}	Nombre de noeuds
Grille ZDES-LBM		$5,0 \cdot 10^{-5} \text{ m}$	$88 \cdot 10^6$

Table 4.5 – Paramètres de simulation et du maillage du calcul ZDES-LBM sur le profil F16 du projet LEISA2.

Seul le début de la couche de mélange est maillé avec la résolution la plus faible. Le maillage est construit pour capturer le développement de la couche de cisaillement générée par la corne de bec (avec la résolution $\Delta_1 = \Delta_{\min}$ puis $\Delta_2 = 2 \cdot \Delta_1$). La résolution dans les couches limites est de taille $\Delta_3 = 4 \cdot \Delta_1$, ce qui correspond à des valeurs de Δy^+ comprises entre 20 et 70 environ sur tout le profil. Il est à noter tout de même que l'effort de maillage se concentre dans la cavité de bec, et non dans celle du volet. Des visualisations du maillage sont présentées en [Figure 4.20](#).

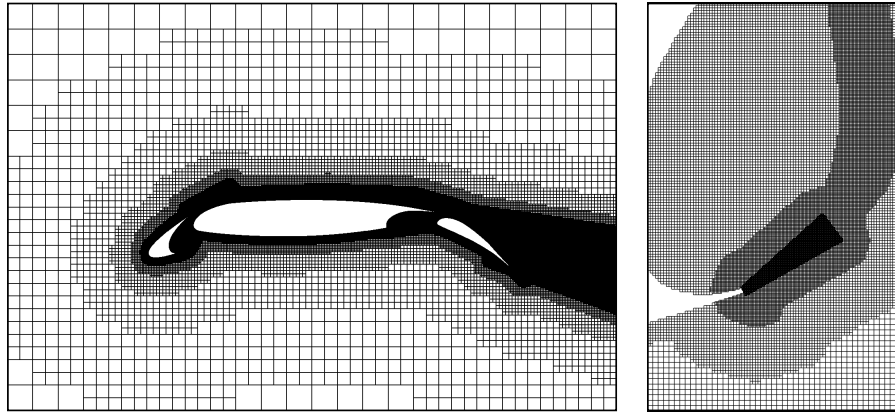


Figure 4.20 – Visualisations des différents niveaux de résolution du maillage ZDES-LBM.

La simulation ZDES-LBM a été menée sur une durée totale de $t = 0,34 \text{ s}$ qui correspond à $4,0 \cdot 10^6$ itérations. La phase transitoire est estimée à $0,11 \text{ s}$ et l'acquisition des données instationnaires s'est faite sur une durée de $0,13 \text{ s}$, soit les dernières 1,5 million d'itérations, comme illustré en [Figure 4.21](#)

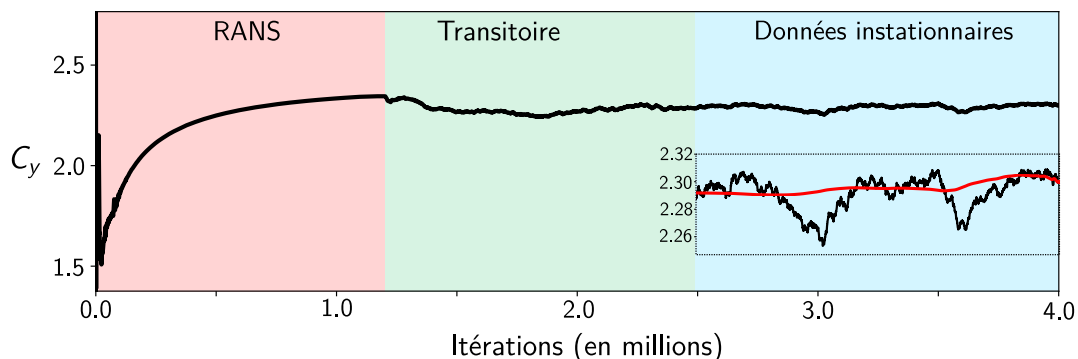


Figure 4.21 – Tracé de l'évolution du coefficient de portance intégré sur les trois éléments du profil F16. La moyenne cumulée décroissante est tracée en rouge.

Premièrement, des champs instantanés de viscosité tourbillonnaire sont présentés en [Figure 4.22](#). Il apparaît bien que les couches limites sur l'extrados et l'intrados du profil sont traitées en RANS. Lorsqu'un décollement se produit par le fait de la géométrie ou d'un gradient de pression, le modèle bascule rapidement vers une modélisation sous-maille où les niveaux de ν_t sont faibles. Des iso-lignes de vitesse transversale sont tracées qui soulignent la résolution rapide de structures tourbillonnaires dans la cavité de bec. Le développement de ces instabilités est mis en évidence par la visualisation d'iso-surfaces de critère Q en [Figure 4.23](#). En effet, dans la cavité de bec, des instabilités de type Kelvin-Helmholtz générées par la corne de bec se développent. Ces instabilités transitionnent rapidement vers une turbulence pleinement tridimensionnelle. Elles finissent par impacter le bord supérieur de la cavité. Une partie des structures turbulentes est piégée dans une large zone de recirculation tandis que l'autre partie est accélérée au travers de la fente de bec et vient se mélanger avec le sillage du bord de fuite du bec. Cette accélération déforme les structures turbulentes en les étirant, on parle de tourbillons en «épingle à cheveux». L'écoulement dans la cavité de volet est similaire. De plus, le sillage du

bec interagit avec la couche limite se développant à l'extrados de l'aile. On retrouve ainsi la même phénoménologie d'écoulement turbulent que dans la littérature [88, 364, 337].

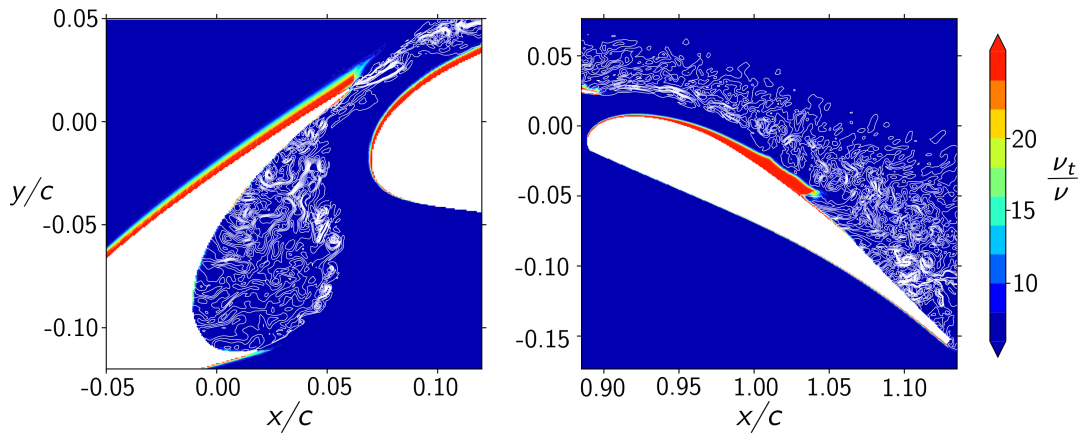


Figure 4.22 – Champs de viscosité tourbillonnaire adimensionnée obtenus pour le calcul ZDES-LBM. Des iso-lignes de vitesse transversale sont tracées en blanc.

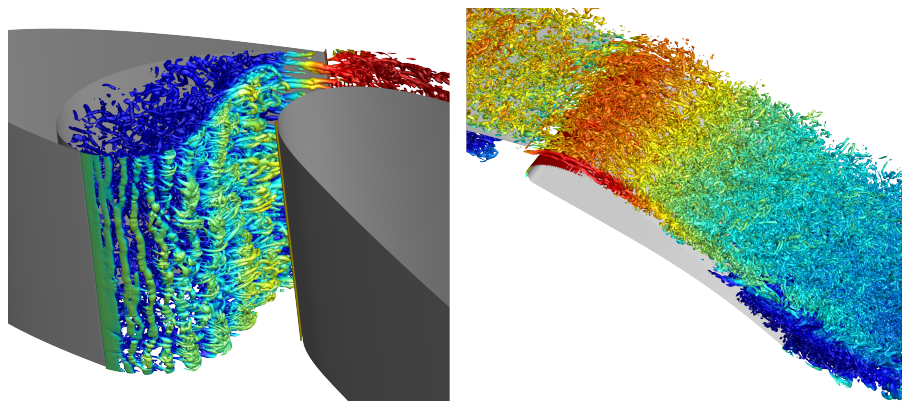


Figure 4.23 – Isosurfaces de critère $Q^* = Q \cdot c^2 / u_0^2 = 5000$ dans la cavité de bec (gauche) et $Q^* = 2000$ sur l'extrados du volet (droite) coloriées selon la norme de la vitesse.

En [Figure 4.24](#), une carte de fluctuations de pression du calcul ZDES-LBM est présentée. On y voit des ondes acoustiques se propager. Une comparaison avec une visualisation issue du calcul de [Soni et al. \[337\]](#) est faite.

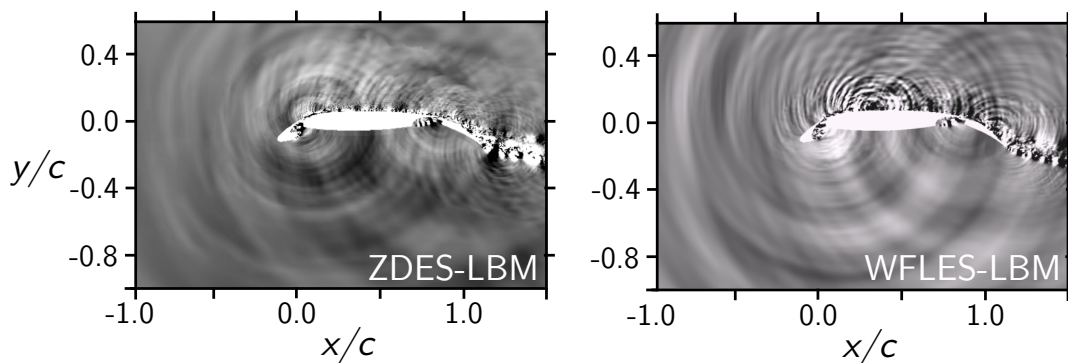


Figure 4.24 – Comparaison de champs de fluctuations de pression entre la ZDES-LBM (gauche) et la WFLES-LBM (droite) de [Soni et al. \[337\]](#).

Pour les deux simulations, une source visible de bruit émane de la cavité de bec. Ces observations sont en accord avec le fait que la cavité de bec est responsable d'une partie significative du bruit généré par l'aile dans cette configuration d'écoulement. D'une manière générale, on peut voir que les calculs LBM dissipent faiblement les ondes acoustiques. Le bruit de couche limite est également bien visible sur le calcul WFLES-LBM.

Finalement, il a été vu que le comportement de la ZDES-LBM, pour un écoulement autour d'un profil hyper-sustenté, correspond à celui attendu. Plus précisément, la ZDES-LBM bascule efficacement en modèle sous-maille dans les cavités de bec et de volet tandis que les couches limites se développant au niveau du bec et du volet sont bien traitées en RANS. Ceci représente une avancée significative comparée à la DDES qui n'est généralement pas en mesure de traiter les couches limites en RANS en LBM pour une telle configuration. Pour s'en convaincre, des cartographies de viscosité tourbillonnaire et de norme de vitesse sont présentées en Figure 4.25. Elles comparent la ZDES-LBM à une DDES-LBM appliquée sur le même maillage. Premièrement, on voit que la couche limite sur l'extrados du bec souffre d'une MSD près du bord de fuite, où les niveaux de viscosité tourbillonnaire sont fortement dégradés. Ceci altère l'épaisseur de couche limite, qui modifie à son tour le champ de vitesse dans le sillage en aval du bord de fuite. La viscosité tourbillonnaire est également détruite rapidement sur le corps principal de l'aile avec la DDES-LBM, à cause d'une MSD qui engendre un décollement. Sur le corps principal, ce décollement est non-physique (GIS) comme le montre le champ PIV, et montre bien que le gain en robustesse apportée par la ZDES-LBM.

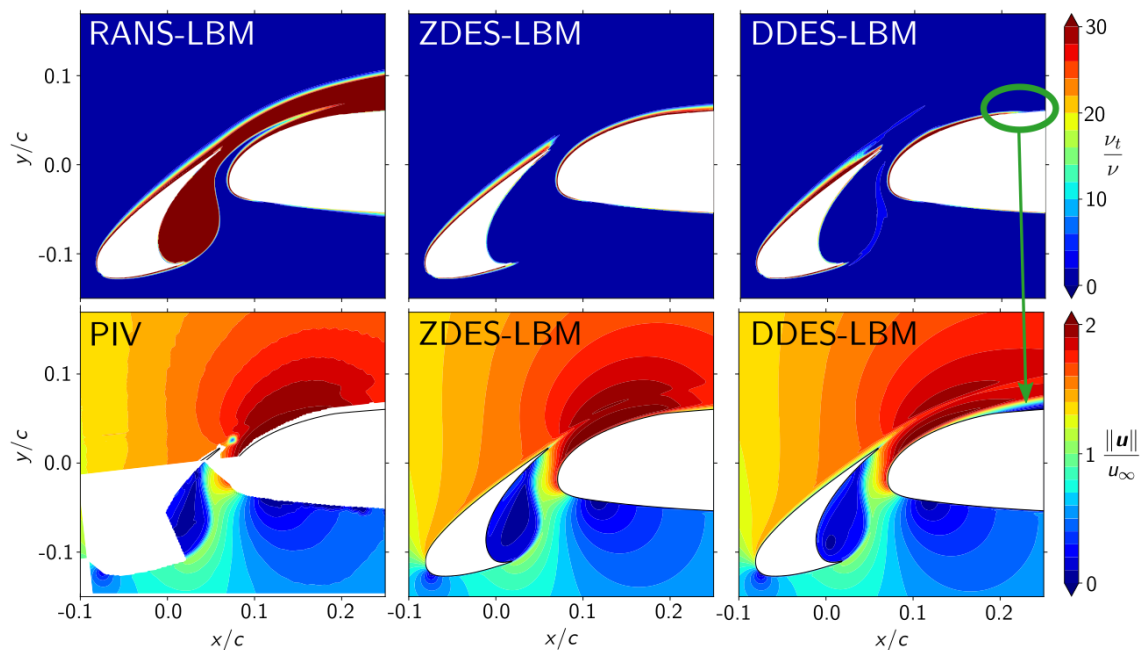


Figure 4.25 – Comparaison des cartographies de viscosité tourbillonnaire et de norme de vitesse adimensionnées pour le cas du profil LEISA2 entre ZDES-LBM et DDES-LBM. Le calcul RANS-LBM sert de référence pour les niveaux de viscosité tourbillonnaire tandis que le champ PIV sert de référence pour la norme de vitesse.

4.3 Comparaison entre la ZDES-LBM et les données de référence

Dans cette partie, une analyse de la précision de la ZDES-LBM est détaillée puisqu'il a été vu que le modèle de turbulence se comporte comme attendu. Deux jeux de données de référence sont utilisés : les données expérimentales issues du projet LEISA2 [241] ainsi que les données numériques de la LES résolue à la paroi (WRLES) de Terracol & Manoha [364].

4.3.1 Analyse du champ moyen

Premièrement, un aperçu de la distribution du coefficient de pression moyenne à la paroi est présenté en [Figure 4.26](#). Elle est superposée avec des lignes de courant. On remarque notamment que le champ de pression prévu par la ZDES-LBM est en excellent accord avec les données expérimentales. Sur les extradados du bec, du corps principal et du volet, la WRLES prévoit une vitesse plus importante. Cette différence est causée par la différence de topologie sur le volet. En effet, un décollement modéré est visible sur l'extrados du volet vers $x/c = 1.2$ alors que la WRLES ne prévoit qu'un léger décollement juste en amont du bord de fuite du volet. Cette différence modifie la circulation autour de l'aile, ce qui modifie la vitesse de l'écoulement sur le bec et le volet.

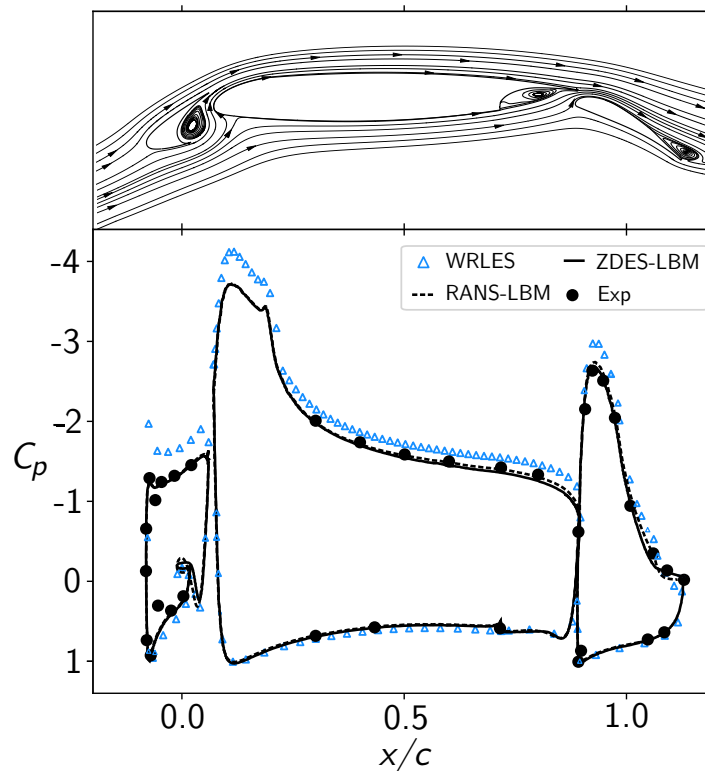


Figure 4.26 – Comparaison entre les distributions de pression moyenne le long du profil LEISA2 prévues par la ZDES-LBM et les données de référence.

En [Figure 4.27](#), les champs de norme de vitesse moyenne de la ZDES-LBM et des données de référence sont tracés. On note une similarité entre les trois champs présentés, en particulier dans la région de cavité de bec, mais également des différences significatives sur l'extrados du volet qui nécessitent d'être commentées. Premièrement, la PIV révèle un écoulement massivement décollé sur le volet. Ce champ de vitesse n'est pas consistant avec les coefficients de pression mesurés et présentés en [Figure 4.26](#). Ceci montre que durant les essais, plusieurs intensités de décollement sur le volet ont pu être observées. Ceci fait écho à d'autres relevés expérimentaux sur le profil RA16SC1 [10] menés dans le cadre du projet européen EUROPIV2, où un décollement sur le volet est mesuré à un instant $t + \frac{2}{3}$ s alors qu'à l'instant t , l'écoulement y était attaché. Les auteurs parlent d'un décollement intermittent. Deuxièmement, dans les travaux de Terracol & Manoha [364], les auteurs indiquent une forte dépendance de l'écoulement autour du volet au schéma numérique et aux conditions limites. Il en résulte que la comparaison des diverses simulations et expérimentations dans la région du volet est délicate. Dans ce qui suit, la comparaison sera donc menée en priorité dans la région du bec.

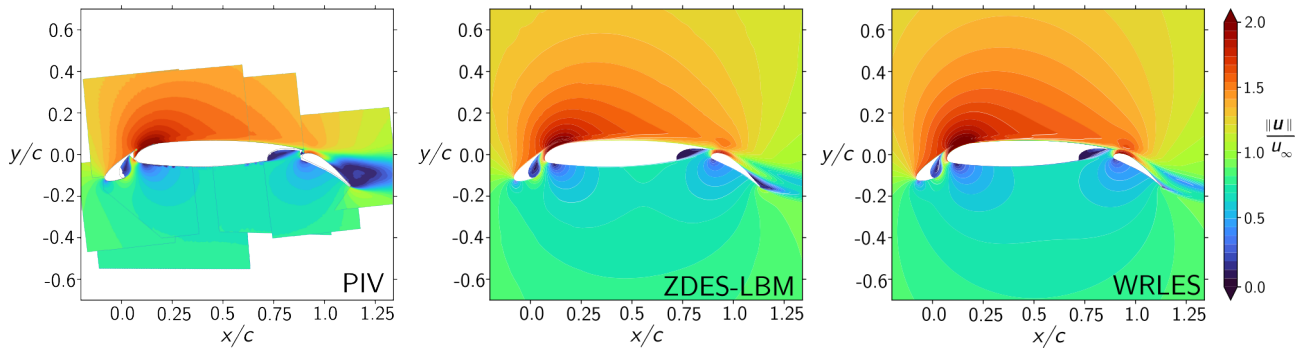


Figure 4.27 – Comparaison entre les champs de norme de vitesse moyenne autour du profil LEISA2 prévus par la ZDES-LBM (centre) et les données de référence.

Six stations numérotées de (a) à (f) dans la cavité de bec sont regroupées en [Figure 4.28](#). Les quantités adimensionnées tracées sont la norme de la vitesse moyenne $\|\mathbf{u}\|$, l'énergie cinétique turbulente bidimensionnelle¹ moyenne $k_{2D} = 0.5 (u'_{RMS}^2 + v'_{RMS}^2)$ ainsi que les fluctuations RMS de vitesses u'_{RMS} , v'_{RMS} et croisées $u'v'_{RMS}$. Des mesures expérimentales LDV ont été réalisées sur ces stations où l'on dispose également des données issues de la WRLES. La station (a) est localisée près de la corne de bec, juste en aval. Le profil de norme de vitesse est caractéristique d'une couche de mélange et est correctement capturé par la ZDES-LBM. Néanmoins, la vitesse à l'intérieur de la bulle de recirculation est légèrement sous-estimée. Un léger décalage du gradient de vitesse montre que la taille de la bulle de recirculation prévue par la ZDES-LBM est plus grande. Ceci est probablement dû à l'utilisation d'une loi de paroi à l'intérieur d'une zone de recirculation, qui a tendance à altérer sa forme et sa taille [325]. Ce même décalage se retrouve sur le pic d'énergie cinétique turbulente associé au développement des instabilités. L'épaisseur de la couche de mélange est correctement capturée avec un niveau proche de celui des données expérimentales. Les pics de fluctuations RMS de vitesses en ZDES-LBM sont en bon accord avec les mesures expérimentales mais surestimées par rapport à la WRLES tandis que les tensions croisées sont sous-estimées. En station (b) située un peu plus en aval dans la couche de mélange, les niveaux de tensions croisées sont en très bon accord avec la WRLES mais les niveaux d'énergie cinétique turbulente sont surestimés, ce qui est symptomatique d'un léger retard à la formation des instabilités. En station (c), outre le léger décalage induit par la différence de taille de bulle de recirculation, les profils moyens de norme de vitesse et d'énergie cinétique turbulente sont en très bon accord avec la WRLES et les relevés expérimentaux. Les stations (d), (e) et (f) sont situées dans la fente de bec. L'accélération de l'écoulement dans cette région prévue par la ZDES-LBM s'accorde très bien avec la WRLES. Les niveaux d'énergie cinétique turbulente sont légèrement surestimés en comparaison avec la WRLES. Quant aux variances de vitesse, la ZDES-LBM surestime légèrement leurs niveaux comparée à la WRLES, et plus nettement vis-à-vis des données expérimentales.

1. les mesures qui ont été réalisées ont été faites pour les deux composantes u et v

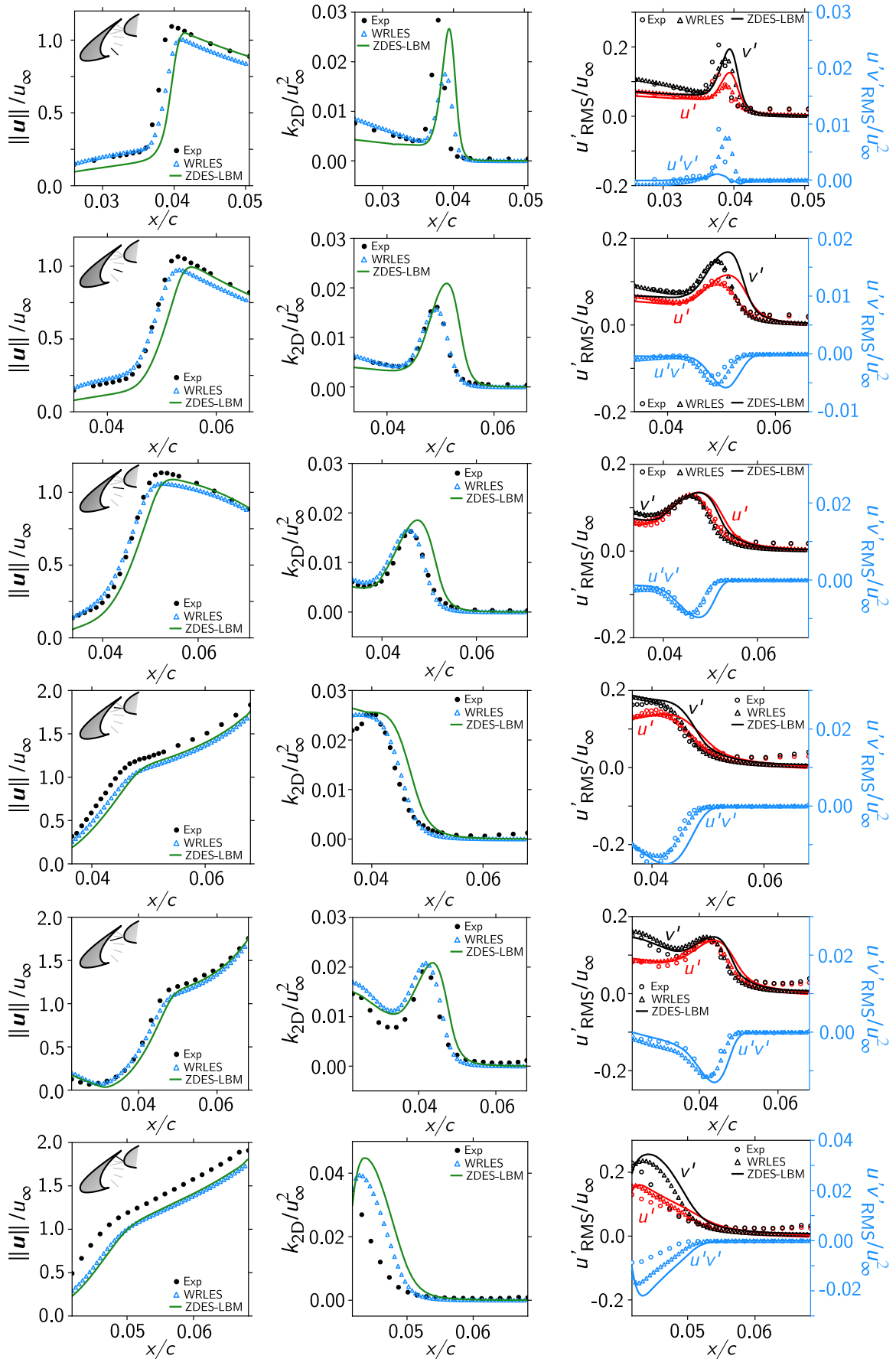


Figure 4.28 – Comparaison de profils moyens de norme de vitesse (gauche), d'énergie cinétique turbulente bidimensionnelle (centre) et de fluctuations RMS de vitesse (droite) pour la ZDES-LBM et les données de référence (symboles).

En conclusion, l'accord général est bon entre la ZDES-LBM et les données de référence, à savoir la WRLES et les mesures expérimentales. L'analyse du champ moyen montre deux différences :

- ▀ La couche de mélange est très légèrement décalée par rapport aux références (moins d'un millimètre) dû à l'usage d'une loi de paroi. De plus, la loi de paroi est active le long du culot de la corne de bec. Elle fournit donc en guise de condition limite un profil «de type couche-limite turbulente à l'équilibre» inadéquat. L'influence de ce paramètre sur le développement des instabilités n'a pas été étudiée dans ces travaux de thèse mais pourrait faire l'objet de travaux ultérieurs ;
- ▀ Une légère surproduction d'énergie cinétique turbulente bidimensionnelle moyenne est présente. Elle est associée à un faible retard à la formation des instabilités, principalement causé par une résolution trop grossière de la grille LBM dans la corne de bec.

Ce dernier point est important, et fait écho à la discussion tenue en Section 3.2 portant sur le développement des instabilités dans une couche de mélange en aval d'une marche descendante : un compromis entre retard à la formation des instabilités et coût de calcul est nécessaire. En effet, la grille associée à la simulation WRLES possède 38 points dans l'épaisseur du culot de corne de bec, soit une résolution de $\Delta y_{WRLES} = 7,41 \cdot 10^{-6} m$. La grille ZDES-LBM a une résolution de $\Delta y_{LBM} = 5,3 \cdot 10^{-5} m$, soit 6 points environ dans l'épaisseur de culot. Cette différence de résolution, qui se poursuit sur une certaine portion de la couche de mélange, entraîne nécessairement un retard à la formation des structures turbulentes. Une illustration est présentée en Figure 4.29, superposant les maillages ZDES-LBM et WRLES au niveau de la corne de bec. Visuellement, la différence de résolution dans cette région est évidente. Si l'on souhaite raffiner le maillage de la simulation ZDES-LBM pour réduire le retard à la formation des instabilités, il serait nécessaire de diviser par 5 la taille de maille minimale, amenant à un pas de temps extrêmement faible de $\Delta t = 1,7 \cdot 10^{-8} s$ dans cette zone.

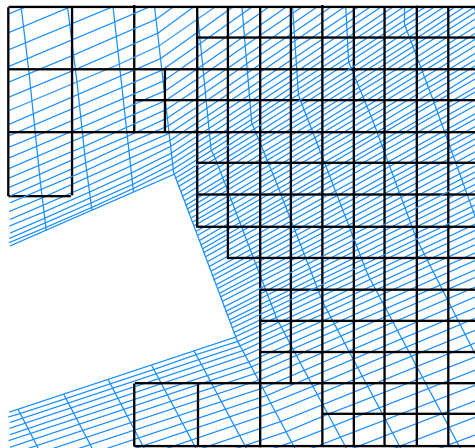


Figure 4.29 – Superposition des maillages ZDES-LBM et WRLES (gauche) le long de la couche de mélange dans la cavité de bec.

4.3.2 Analyse du champ fluctuant dans la cavité de bec

Afin d'analyser ce retard à la formation des instabilités, le champ fluctuant dans la couche de mélange issue de la corne de bec est analysé. Des densités spectrales de puissance (PSD en anglais pour **P**ower **S**pectral **D**ensity) des fluctuations de vitesse sont tracées en cinq points de la cavité de bec numérotés de S_1 à S_5 en Figure 4.30. Le point S_1 est localisé en aval de la corne de bec tandis que le point S_5 est situé près du point d'impact de la couche de mélange. Les niveaux de PSD obtenus sont comparés avec les données expérimentales ainsi que la WRLES de Terracol & Manoha [364].

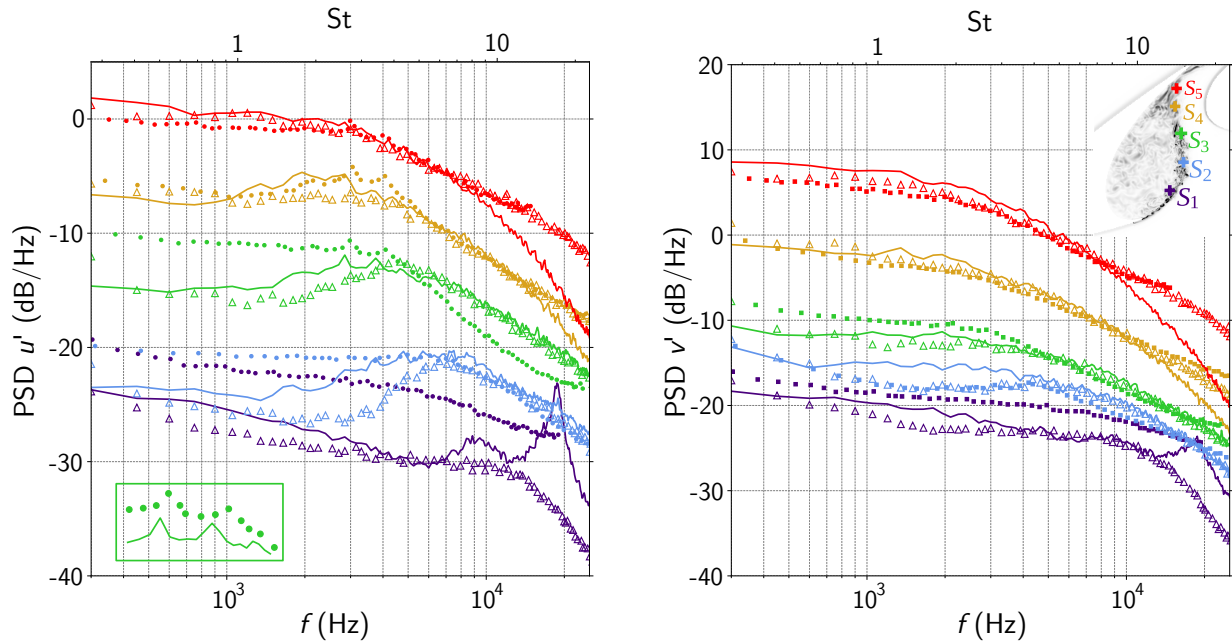


Figure 4.30 – Densité spectrale de puissance (PSD) de fluctuations de vitesse longitudinale (gauche) et verticale (droite) en dB/Hz ($u_{\text{Ref}} = 1,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$) obtenue par simulation ZDES-LBM en comparaison avec les données expérimentales et la WRLES. La PSD au point S_k est augmentée de $5 \cdot k$ dB/Hz pour faciliter la visualisation.

Pour le point S_1 , les niveaux en dB/Hz sont correctement prévus par la ZDES-LBM excepté pour des fréquences supérieures à 12 kHz où un pic est observé. Ce dernier correspond à la signature des instabilités de Kelvin-Helmholtz issues de la corne de bec qui est encore capturée en ce point de la couche de mélange, et qui ne l'est ni par la WRLES ni dans les données expérimentales. La présence de ce pic suggère que les instabilités résolues en ZDES-LBM sont encore majoritairement bidimensionnelles, ce qui illustre bien un retard à la formation des instabilités. Cette surprévision est bien en accord avec la surproduction de fluctuations de vitesse observée en Figure 4.28. Ce retard est progressivement atténué (il reste légèrement visible en S_3), si bien que l'accord entre les simulations et les mesures expérimentales est très bon pour les deux dernières stations S_4 et S_5 . Vers 3 kHz pour la station S_3 , la ZDES-LBM présente des pics. Ceux-ci sont également observés durant les essais et pour des fréquences similaires. Ces fréquences correspondent à la signature de modes de Rossiter (voir Section 4.1) et sont rassemblées dans la Table 4.6, et comparées avec la formule analytique de Terracol (voir (4.1)).

$f_n St_n$	Exp	ZDES-LBM	Analytique
$f_3 St_3$	2974 2.49	2850 2.47	2844 2.46
$f_4 St_4$	3756 3.14	3750 3.26	3793 3.24
$f_5 St_5$	4661 3.90	4721 4.10	4741 4.10

Table 4.6 – Table de comparaison des fréquences, en Hz ou adimensionnées via (4.2), associées aux n -ième mode de Rossiter obtenues par mesure expérimentale, simulation ZDES-LBM ou formule analytique (4.1) et pour différentes valeurs de n .

Les fréquences des modes obtenues via la ZDES-LBM sont en très bon accord avec les mesures expérimentales. De plus, on retrouve bien une évolution du Strouhal proche des $0,8n$ rapportés dans la littérature (voir Table 4.3) avec $St_n \approx 0,79n$ pour la ZDES-LBM et $St_n \approx 0,71n$ pour les essais.

La Figure 4.31 compare les PSDs de fluctuation de pression obtenues en champ lointain en ZDES-LBM et WRLES (via une analogie acoustique en formulation solide) avec celle obtenue par analyse des

données issues des réseaux de microphone des souffleries AWB et F2. Dans le cadre de la simulation LBM, la pression pariétale est stockée toutes les $2,69 \cdot 10^{-6}$ s sur une durée totale de 0,34 s.

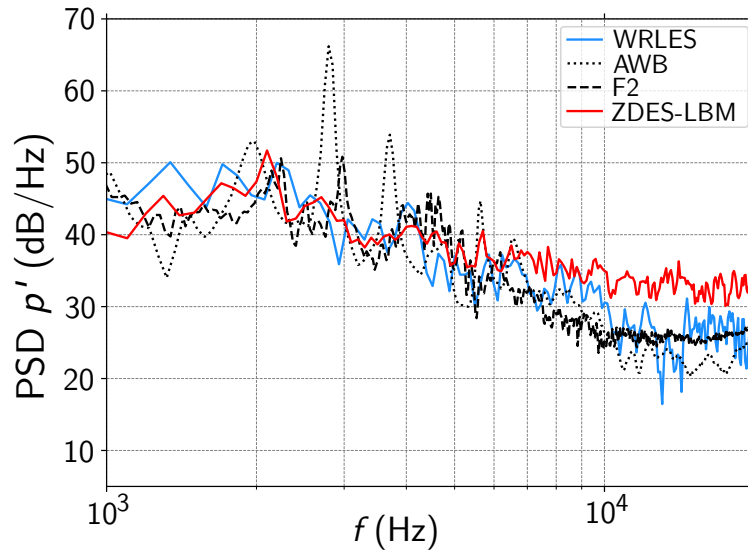


Figure 4.31 – Densité spectrale de puissance (PSD) de fluctuations de pression en champ lointain, en dB/Hz ($p_{\text{Ref}} = 2 \cdot 10^{-5}$ Pa), obtenue par analogie acoustique appliquée aux simulations ZDES-LBM et WRLES en comparaison avec les données expérimentales et la WRLES.

Comparaison Exp. AWB / Exp. F2. On peut voir que les données mesurées lors des deux campagnes d'essai diffèrent quelque peu. D'une part, un mode tonal supplémentaire vers $f \approx 3,7$ kHz est obtenu lors des mesures dans la soufflerie AWB mais ne l'est pas dans la soufflerie F2. Ces différences proviennent essentiellement du fait que la soufflerie AWB est à veine ouverte et anéchoïque, tandis que F2 est à veine fermée et plutôt destinée aux mesures aérodynamiques à cause des réflexions acoustiques sur les parois ou les interactions avec les couches limites de la veine. De plus, les conditions d'incidence et de vitesse n'étaient pas les mêmes entre les deux souffleries afin de prendre en compte les effets de déflexion de l'écoulement en veine ouverte [241]. Néanmoins, les niveaux large-bandes sont en très bon accord.

Comparaison simulations / Essais. En théorie, les présentes simulations utilisent des conditions latérales périodiques et correspondent aux mesures AWB. En effet, la soufflerie F2 étant fermée, il serait nécessaire de modéliser l'ensemble de la veine d'essai en prenant en compte les couches limites sur ses parois. Pour commencer, la PSD obtenue par simulation ZDES-LBM est en bon accord avec les données expérimentales de F2, mais l'est un peu moins en comparaison avec les mesures d'AWB. En effet, bien que le premier mode de Rossiter vers $f \approx 2$ kHz soit correctement capturé, le second pic vers $f \approx 2,7$ kHz a une intensité largement inférieure à celle obtenue lors des essais dans F2, elle-même bien inférieure à celle mesurée lors des essais AWB. Le bruit large bande obtenue en ZDES-LBM est en très bon accord avec les données expérimentales jusque $f \approx 6$ kHz. Au delà de cette fréquence, la densité spectrale est surestimée d'une dizaine de dB/Hz. La densité spectrale de puissance de la WRLES présente un bruit large bande en excellent accord avec les essais aussi bien en basses qu'en hautes-fréquences. Néanmoins, les modes de Rossiter ne sont pas présents en WRLES. Les auteurs suggèrent que, comme l'apparition de ces modes peut parfois être ou ne pas être obtenue avec des conditions expérimentales similaires², il en est de même pour des conditions numériques différentes telles que le schéma numérique ou le niveau de résolution.

2. des modes de Rossiter sont mesurés en [241] mais pas dans [240] alors qu'il s'agit du même profil dans des conditions d'écoulement similaires, la mise en flèche étant la seule réelle différence.

4.4 Comparaison entre la ZDES-LBM et deux ZDES-NS (avec et sans traitement de paroi)

4.4.1 Intérêt de la comparaison

Après avoir vu que la ZDES-LBM est en bon accord avec les données de référence, cette seconde comparaison s'attache à évaluer deux éléments :

- Où se situe la ZDES-LBM en terme de précision en comparaison avec une ZDES-NS traditionnelle, c'est-à-dire appliquée sur un maillage conforme à la paroi (dit «body-fitted») et sans loi de paroi. Ce calcul sera référé en tant que ZDES-NS (BF).
- L'influence liée à la résolution du maillage et à l'utilisation d'un traitement de paroi. Pour ce faire, la ZDES-LBM est comparée à un calcul ZDES-NS sur un maillage cartésien ayant la même résolution et construit «au plus proche» du réseau LBM. Cette simulation sera désignée par ZDES-NS (IBC). Néanmoins, le traitement de paroi de la simulation ZDES-NS ne peut pas correspondre exactement à celui de la simulation ZDES-LBM à cause du stencil de points du schéma numérique. Le traitement de paroi ZDES-NS (IBC) utilise deux couches de noeud de forçage alors que celui de la ZDES-LBM n'en utilise qu'une. En revanche, la loi de paroi ainsi que le processus de linéarisation de Tamaki *et al.* [360] sont identiques entre les deux traitements de paroi.

Les deux calculs ZDES-NS (BF) et ZDES-NS (IBC) ont été réalisés avec le solveur FUNk par Marc Terracol. Le schéma numérique utilisé est l'AUSM+(P) dit «Senseur» [248] dont la dissipation numérique est contrôlée via un senseur d'oscillations numériques qui sonde l'écoulement. Les paramètres principaux des trois simulations sont regroupés dans la Table 4.7.

Grille	Nombre de noeuds (en millions)	Δt (μs)	L_z/c
ZDES-NS (BF)	65	0.2	0.16
ZDES-NS (IBC)	129	0.2	0.17
ZDES-LBM	88	0.084	0.17
WRLES	2600	0.2	0.25

Table 4.7 – Principaux paramètres des simulations ZDES de l'écoulement autour du profil LEISA2.

Une première constatation est que le pas de temps associé à la simulation ZDES-LBM est bien plus faible que pour les trois simulations Navier-Stokes. Ceci est dû au fait que le pas de temps en LBM est imposé par le pas d'espace tandis que les simulations NS utilisent un schéma temporel implicite. Les maillages ZDES-LBM et ZDES-NS (IBC) sont (quasiment) identiques tandis que la grille ZDES-NS (BF) est très différente car elle ne repose pas sur l'utilisation d'une loi de paroi. C'est-à-dire que plusieurs points sont positionnés dans la zone interne des couches limites de l'aile, avec un premier point vérifiant $y^+ < 1$. De plus, la grille n'étant pas cartésienne, la résolution du maillage dans les couches de cisaillement est optimisée pour suivre le développement de l'épaisseur de vorticité. Ces aspects sont illustrés en Figure 4.32 où des visualisations des différents maillages dans la cavité de bec sont représentées.

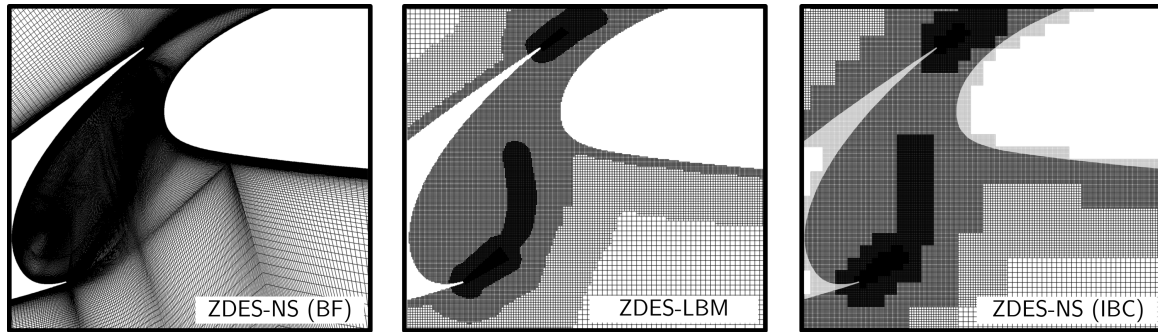


Figure 4.32 – Visualisations des maillages des simulations la ZDES-NS (BF), ZDES-LBM et la ZDES-NS (IBC).

4.4.2 Comparaison des champs aérodynamiques moyens

Pour commencer, l'évolution du coefficient de pression C_p le long du profil est tracée en [Figure 4.33](#). On constate que la ZDES-LBM est en très bon accord avec les essais tandis que la ZDES-NS (BF) s'accorde davantage avec la WRLES.

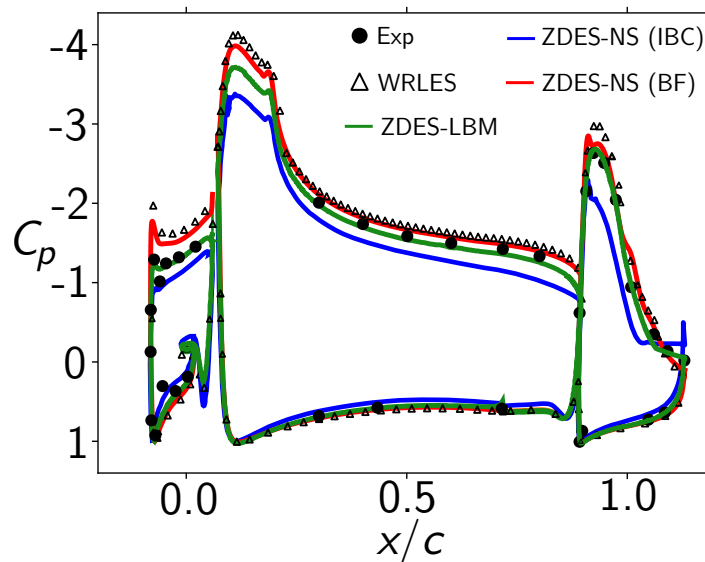


Figure 4.33 – Comparaison de l'évolution du coefficient de pression le long du profil LEISA2 entre ZDES-NS (BF), ZDES-LBM, ZDES-NS (IBC) ainsi que les essais et la WRLES.

Il semble que ce soit la topologie de l'écoulement sur l'extrados du volet qui influe drastiquement sur la répartition de pression. Plus le décollement est important, plus la pression à l'extrados est élevée. Ainsi, la WRLES et la ZDES-NS (BF) qui ne présentent qu'un très faible décollement s'accordent très bien, tandis qu'un décollement modéré est visible sur les données des essais et pour la ZDES-LBM. En revanche, un décollement massif est prévu en ZDES-NS (IBC), visible par le long plateau vers $x/c \approx 1, 0$. Ce décollement massif entraîne une surestimation des niveaux de pression à l'extrados. C'est le traitement de paroi sur deux couches, utilisé pour le calcul ZDES-NS (IBC), qui tend à générer un décollement massif sur l'extrados. Il s'agit d'une conséquence de l'épaississement des couches limites, notamment au début de leur formation. Il serait nécessaire de réaliser un calcul sur une grille plus fine pour réduire cet effet. Ce constat illustre à nouveau comment la physique d'un profil hyper-sustenté est complexe et sensible aux paramètres numériques de simulation.

La comparaison entre les calculs se focalise sur la région du bec. Des iso-surfaces de critère $Q^* = 2000$ coloriées par la norme du vecteur vitesse sont présentées en [Figure 4.34](#) pour les trois simulations.

Un premier constat est que la dynamique de la couche de cisailment est prévue de manière similaire entre les simulations. Les niveaux de vitesse dans la bulle de recirculation et au sein de la couche de mélange sont en bon accord. On peut voir deux différences : la première se situe au niveau de la corne de bec où la fréquence du lâcher tourbillonnaire semble plus élevée dans la simulation ZDES-NS (BF) que dans la simulation ZDES-LBM. La seconde différence notable se situe au niveau du point d'impact : bien que les simulations ZDES-LBM et ZDES-NS (BF) se comparent très bien, il semble que la turbulence en aval du point d'impact soit moins développée en ZDES-NS (IBC) où l'on voit moins de structures en épingle à cheveux.

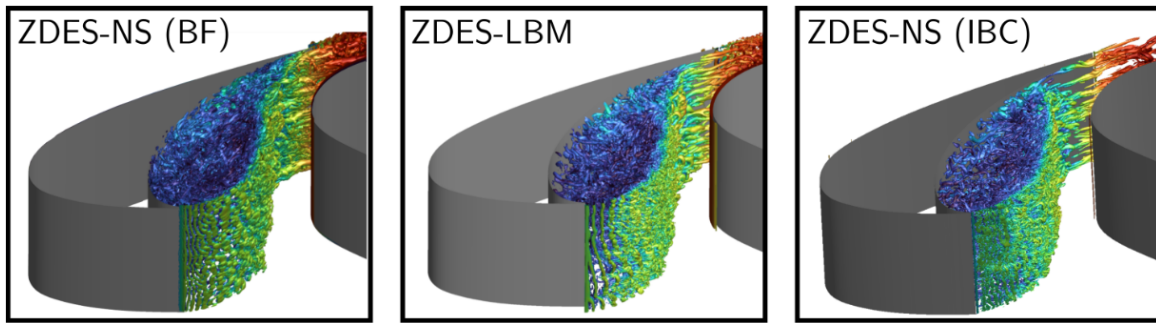


Figure 4.34 – Comparaison d’iso-surfaces de critère $Q^* = 2000$ coloriées par la norme du vecteur vitesse pour la ZDES-LBM, la ZDES-NS (BF) et la ZDES-NS (IBC).

Pour investiguer ces différences, des cartographies d’énergie cinétique turbulente bidimensionnelle moyenne k_{2D} sont tracées en Figure 4.35. Le calcul ZDES-NS (BF) montre un excellent accord avec la WRLES pour les niveaux de k_{2D} sur l’ensemble du bec.

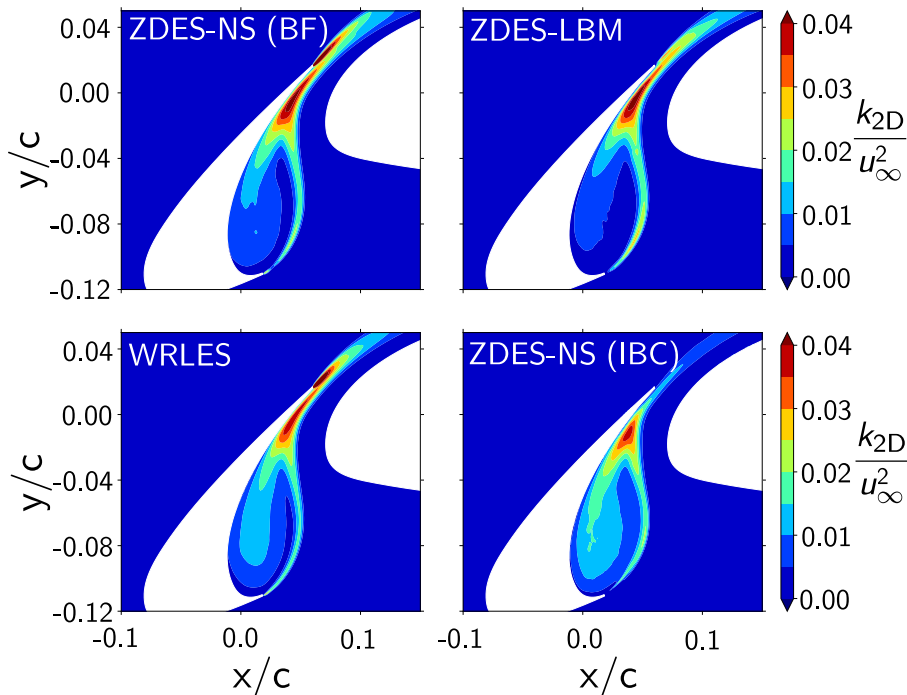


Figure 4.35 – Tracé de contour d’énergie cinétique turbulente bidimensionnelle moyenne pour la ZDES-LBM, la ZDES-NS (BF), ZDES-NS (IBC) et la WRLES.

En comparaison, comme vu précédemment, la simulation ZDES-LBM présente une légère surestimation d’énergie cinétique turbulente en aval de la corne de bec. Celle-ci est également visible en

ZDES-NS (IBC) mais un peu plus en aval. De plus, il est clair que la ZDES-NS (IBC) présente une forte sous-estimation des niveaux d'énergie cinétique turbulente du point d'impact jusqu'au bord de fuite du bec. Cette sous-estimation de k_{2D} montre bien que la turbulence en aval du point d'impact est moins résolue que dans les autres simulations. Le traitement de paroi en ZDES-NS (IBC) combiné à la résolution du maillage retarde la formation des instabilités. Néanmoins, il a été constaté que raffiner la grille ZDES-NS (IBC) dans cette zone permet de corriger le problème pour retrouver les niveaux obtenus en ZDES-LBM.

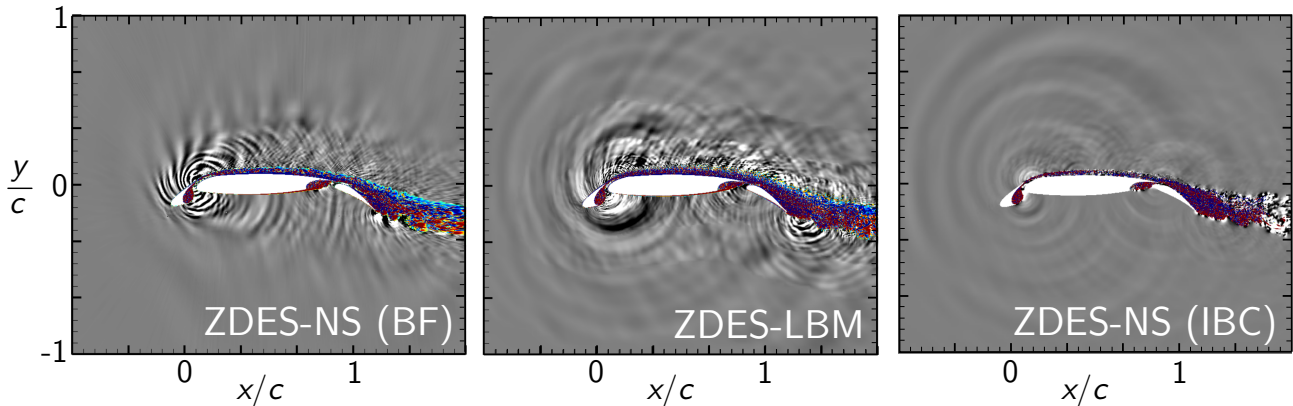


Figure 4.36 – Tracé de contour de composante transversale du gradient de pression $\partial p/\partial z$ pour la ZDES-LBM, la ZDES-NS (BF) et la ZDES-NS (IBC). Des iso-surfaces de critère $Q^* = 2000$ sont également tracées et coloriées selon la composante transversale de vorticité.

Des contours de composante transversale du gradient de pression sont tracés en [Figure 4.36](#) afin de visualiser et comparer les ondes acoustiques des trois simulations. La faible dissipation de la LBM est mise en évidence puisque l'on voit les ondes acoustiques se propager dans le domaine de calcul. La comparaison ZDES-NS (BF) et ZDES-NS (IBC) est également intéressante : les ondes acoustiques issues du calcul ZDES-NS (BF) sont très bien résolues proche de la paroi mais se dissipent rapidement dans le domaine tandis qu'en ZDES-NS (IBC), on peut voir ces ondes se propager. Pourtant, les deux simulations Navier-Stokes utilisent un même schéma numérique, ce qui montre bien que c'est la finesse du maillage autour du profil qui permet la propagation des ondes acoustiques dans le cadre de la ZDES-NS (IBC). Ceci illustre également la dissipation modérée du schéma AUSM+(P) Senseur. Une autre différence notable est qu'en ZDES-NS (BF), une onde acoustique émanant du bord de fuite du profil est bien visible, celle-ci est moins prononcée et se situe légèrement en aval pour les simulations ZDES-NS (IBC) et ZDES-LBM. Cette différence est une conséquence de la moins bonne résolution de la dynamique tourbillonnaire au niveau du bord de fuite du bec. Comme pour la corne de volet, les grilles des simulations ZDES-NS (IBC) et ZDES-LBM ne sont pas suffisamment raffinées dans le sillage du bec. De plus, une autre différence est l'épaisseur de couche limite au bord de fuite, qui est plus élevée lorsque l'on utilise une loi de paroi notamment lorsqu'elles sont fines comme c'est le cas ici. En effet, son utilisation les épaissit, notamment dans leur premier stade de développement, ce qui amène à sous-estimer la fréquence de battement des instabilités au bord de fuite du bec. Pour donner un ordre d'idée, la fréquence de battement à la corne de bec est de 20 kHz pour les calculs ZDES-LBM et ZDES-NS (IBC), et de 40 kHz pour le calcul ZDES-NS (BF). Pour réduire l'erreur commise, il serait nécessaire de raffiner les couches limites du bec à l'extrados et à l'intrados afin de minimiser l'épaississement causé par la loi de paroi. C'est par exemple ce qui a été fait en LBM dans les travaux de Degriigny *et al.* [96] où la résolution minimale employée pour les couches limites du bec est de l'ordre de $\Delta \approx 5,0 \cdot 10^{-5} m \approx 8,9 \cdot 10^{-5} c$, ce qui correspond au niveau de résolution minimal employé dans la simulation ZDES-LBM, mais uniquement pour les couches de cisaillement³. D'une manière générale pour les écoulements de profils hyper-sustentés, il ressort de la littérature que la construction des

3. Il est à noter que les sauts de transition de mailles sur la grille présentée dans [96] sont très rapprochés, notamment dans la couche de mélange qui est majoritairement traitée avec un niveau de raffinement de $\Delta_{CM} \approx 4,0 \cdot 10^{-4} m$

grilles de calcul résulte d'un compromis entre la résolution des couches limites du bec et la résolution de la dynamique instationnaire dans sa cavité. Dans la Table 4.8, divers niveaux de résolution sont regroupés pour plusieurs auteurs ayant traité en LBM un cas de profil hyper-sustenté à un nombre de Reynolds équivalent. En pratique, ces profils sont le F16 (comme ici) ou bien le 30P30N, son pendant américain.

Auteurs	Nombre de noeuds (en millions)	Δ_{CL} ($\times 10^{-4}$ m)	Δ_{CM} ($\times 10^{-4}$ m)
Nishimura <i>et al.</i> (2019) [279]	150	4,5	4,5
Degrigny <i>et al.</i> (2020) [96]	NC	0,5	0,5
Maeyama <i>et al.</i> (2022) [232]	137	1,0	1,0
Soni <i>et al.</i> (2022) [337]	95	1,25	1,25
Yamamoto <i>et al.</i> (2024) [396]	75	2,0	1,0
Présente étude (2024)	88	2,0	0,5

Table 4.8 – Paramètres de résolution des grilles LBM employées récemment par divers auteurs pour des écoulements de profils hyper-sustentés à un nombre de Reynolds similaire à cette étude. Le paramètre Δ_{CL} est la résolution la plus fine des couches limites tandis que Δ_{CM} représente la résolution la plus fine dans la couche de mélange.

L'analyse de la Table 4.8 montre que la plupart des auteurs privilégient une résolution similaire entre la couche de mélange et les couches limites du bec. Cependant, il convient de mentionner que la plupart de ces auteurs ne traitent pas les couches limites en RANS. L'emploi de la ZDES mode 2 (2020) assurant le traitement RANS des couches limites attachées, l'effort de maillage dans ces travaux s'est focalisé dans la région de la corne de bec afin d'étudier le développement des instabilités, tout en cherchant à maintenir un coût de calcul acceptable. Rappelons qu'avec la résolution actuelle, qui est la plus fine en comparaison avec les autres études, la corne de bec n'est discrétisée qu'avec 6 points. Ainsi, les autres études doivent souffrir d'un retard à la formation des instabilités au moins aussi important que celui du présent calcul, ce qui est effectivement mentionné dans les travaux de Soni *et al.* par exemple [337].

En Figure 4.37, des profils de vitesse moyenne, d'énergie cinétique turbulente résolue et de variance de vitesse sont représentés. Ces profils sont identiques à ceux représentés en Figure 4.28, excepté que la comparaison est maintenant axée sur les ZDES entre-elles.

- ▀ **Comparaison ZDES-LBM/ZDES-NS (BF)**. Pour les trois premières stations, les profils de vitesse sont globalement en bon accord mais le gradient de vitesse prévu en ZDES-LBM est décalé vers la droite (d'environ un millimètre), ce qui montre que la taille de la bulle de recirculation est plus importante en ZDES-LBM. Les essais montrent que c'est la taille de la bulle en ZDES-NS (BF) qui est bien prévue. Ce décalage se retrouve sur les pics d'énergie cinétique turbulente, signature de la trajectoire de la couche de cisaillement. Pour la première station, la quantité $\overline{u'v'}$ est largement sous-estimée en ZDES-LBM tandis que les niveaux d'énergie cinétique turbulente sont surestimés. Au fur et à mesure que les stations traversent la couche de mélange, les profils obtenus entre ZDES-LBM et ZDES-NS (BF) ont tendance à s'accorder. En particulier pour la dernière station, les profils de vitesse moyenne et d'énergie cinétique turbulente sont quasiment superposés ;

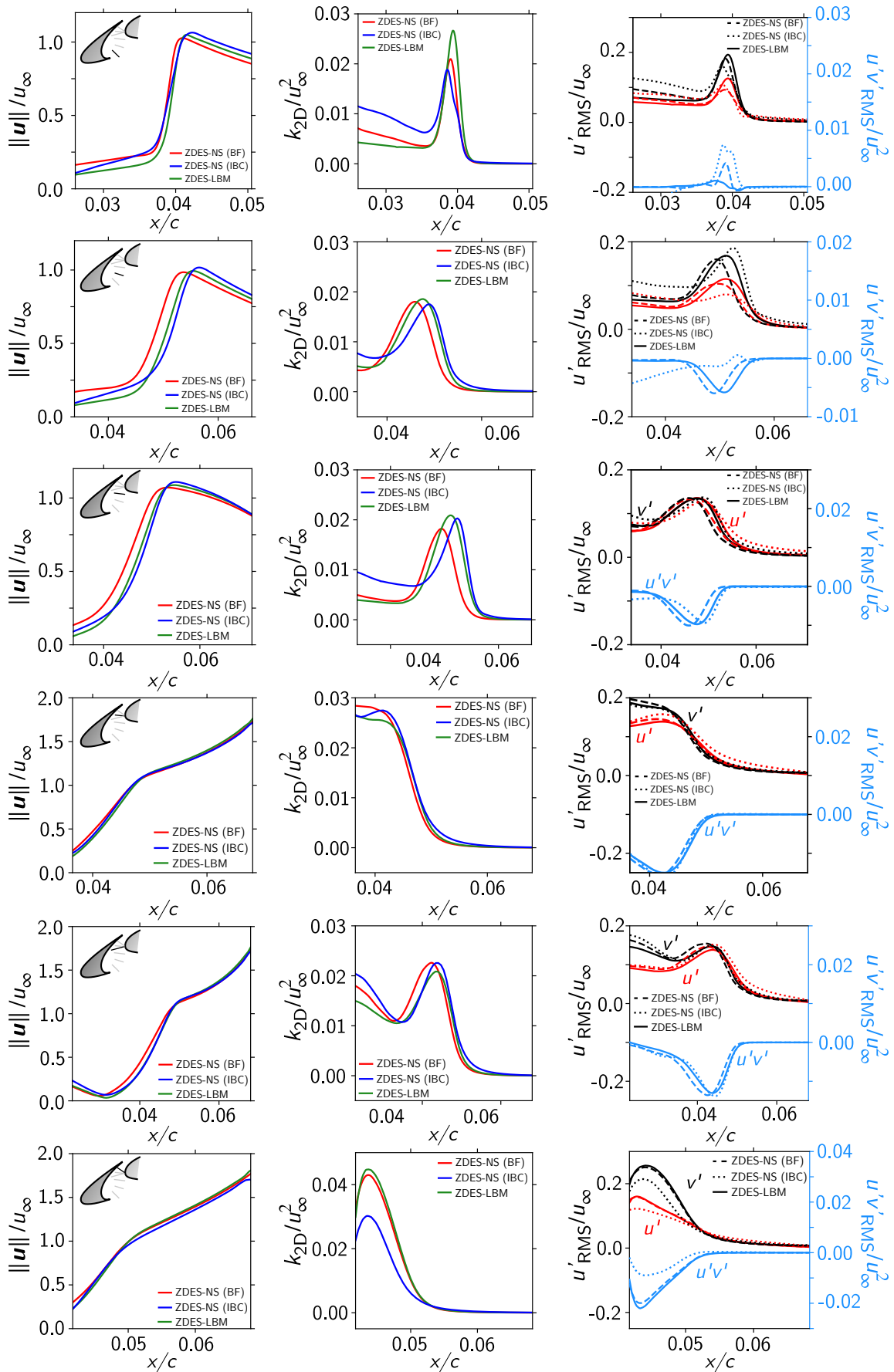


Figure 4.37 – Comparaison de profils moyens de norme de vitesse (gauche), d'énergie cinétique turbulente bidimensionnelle (centre) et de fluctuations RMS de vitesse (droite) pour la ZDES-LBM, la ZDES-NS (BF) et la ZDES-NS (IBC).

➡ **Comparaison ZDES-LBM/ZDES-NS (IBC)**. En ce qui concerne les premières stations, on peut voir que la taille de bulle est comparable entre les deux simulations. Celle-ci est légèrement plus importante avec la ZDES-NS (IBC). Les niveaux d'énergie cinétique turbulente et de variance de vitesse sont en très bon accord jusqu'à l'avant-dernière station. Pour la dernière station seulement, le profil de vitesse moyenne est correctement prévu mais les niveaux d'énergie cinétique turbulente sont largement sous-estimés. Comme énoncé précédemment, la résolution du maillage près du point d'impact de la couche de mélange est insuffisante en ZDES-NS (IBC). Il semble que la combinaison d'un schéma numérique plus dissipatif que la LBM et d'un traitement de paroi à deux couches de noeuds ne permette pas de correctement résoudre les structures turbulentes avec le niveau de résolution actuel.

Finalement, il a été vu que l'utilisation d'un traitement de paroi entraîne une modification de la taille moyenne de la bulle de recirculation dans le bec, mais aussi une modification de l'intensité du décollement sur l'extrados du volet. Ces différences peuvent entraîner des écarts notables sur l'évolution du coefficient de pression moyen le long de l'aile. Dans ce qui suit, la comparaison se poursuit avec l'étude de la dynamique instationnaire dans la cavité de bec.

4.4.3 Comparaison de la dynamique instationnaire dans la cavité de bec

La formation des instabilités au sein de la couche de cisaillement est comparée en étudiant les densités spectrales de puissance (PSD) des fluctuations RMS de vitesse u' et v' aux cinq points étudiés précédemment (voir Figure 4.30). Ces dernières sont tracées en Figure 4.38.

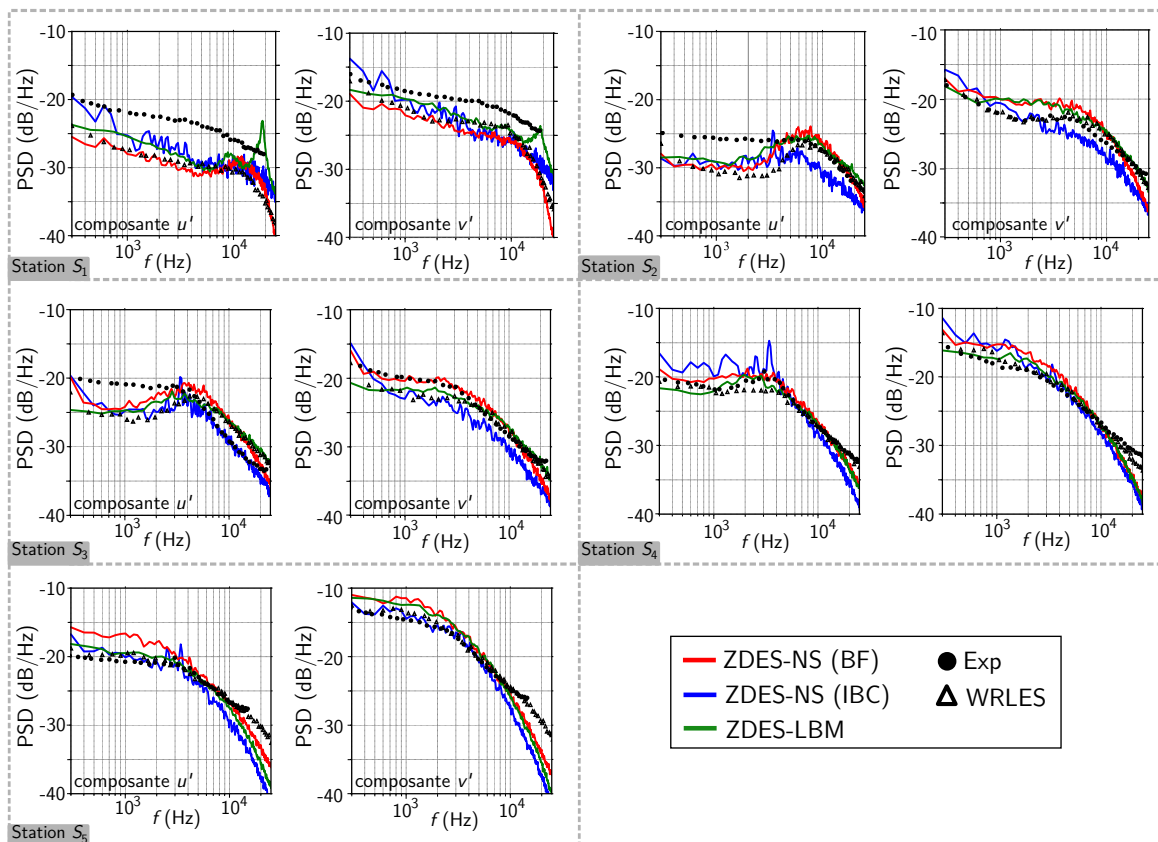


Figure 4.38 – Comparaison des PSDs de variance de vitesse longitudinale u' et verticale v' (en dB/Hz) aux cinq points S_k (voir Figure 4.30) pour les simulations ZDES-NS (BF), ZDES-LBM et ZDES-NS (IBC). Les données de référence expérimentales et numériques (WRLES) sont représentées en symboles.

Pour la première station S_1 , on remarque que les niveaux de PSD sont correctement prévus et que seule la ZDES-LBM présente un pic vers 20 kHz. Ce pic, signature du lâcher tourbillonnaire issu de la corne de bec, montre que les structures sont davantage cohérentes qu'avec les deux autres ZDES. Cette cohérence disparaît en station S_2 , ce qui suggère que la ZDES-LBM prévoit une transition vers un écoulement pleinement turbulent un peu plus en aval dans la couche de mélange. En station S_2 , il y a néanmoins une légère sous-estimation des niveaux de PSD à hautes-fréquences pour la ZDES-NS (IBC). Pour les stations S_3 à S_5 , il y a un bon accord entre les PSDs issues de la ZDES-LBM et celles de la ZDES-NS (BF), notamment pour la composante v' . Sur ces stations, les niveaux de PSD issus de la ZDES-NS (IBC) sont très bien prévus en comparaison avec les données de référence. On remarque également un très bon accord entre la ZDES-NS (BF) et la WRLES. Les modes de Rossiter entre 2 et 3 kHz sont identifiables pour les trois simulations, même s'ils sont plus marqués en ZDES-NS (IBC). Pour analyser plus en détail ces fréquences particulières, ce sont des PSDs de fluctuations de pression qui sont tracées en Figure 4.39. Les pics associés aux modes de Rossiter sont mis en évidence par des bandes de couleur. Premièrement, il y a un très bon accord entre les niveaux de fluctuations de pression entre les trois simulations ZDES, en particulier entre ZDES-LBM et ZDES-NS (BF) avec un écart moyen de l'ordre de 2 dB/Hz en moyenne sur toute la gamme de fréquences représentée pour la station M_1 et inférieur à 1,5 dB/Hz pour les stations M_2 à M_4 .

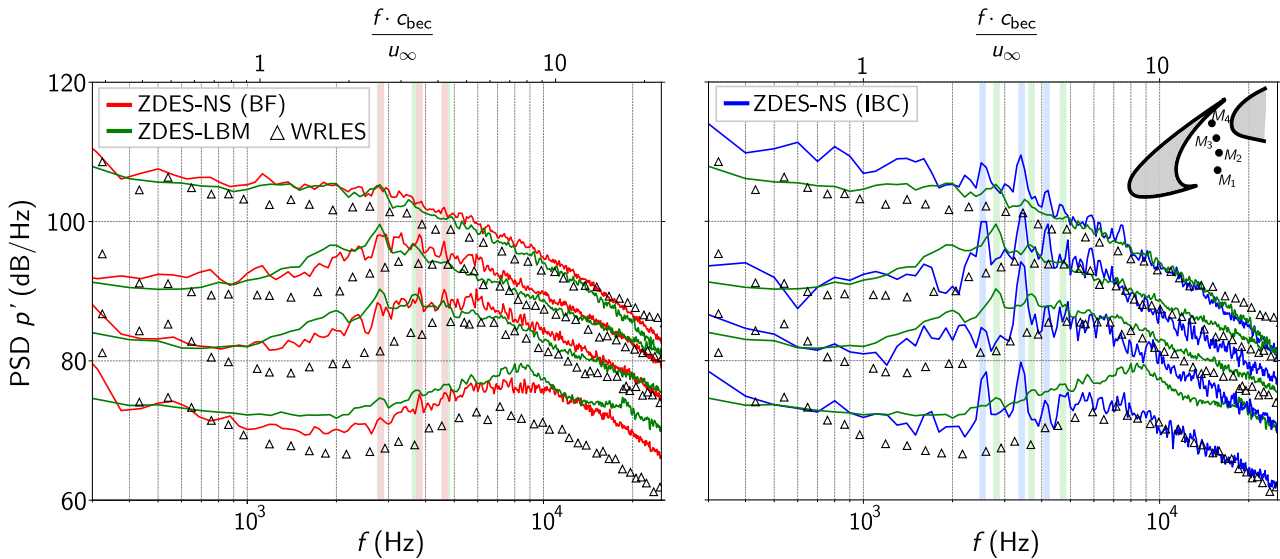


Figure 4.39 – Comparaison des PSDs de fluctuation de pression pour quatre points M_1 , M_2 , M_3 et M_4 près du point d'impact de la couche de mélange pour les simulations ZDES-LBM, ZDES-NS (BF) et ZDES-NS (IBC). Les données de référence issues de la WRLES sont représentées en symbole. Il n'y a pas de données expérimentales pour ces stations.

Les fréquences associées aux modes de Rossiter sont regroupées dans la Table 4.9, ils sont également associés au nombre de Strouhal St_n défini dans l'équation (4.2). La prévision des modes de Rossiter pour les simulations ZDES-LBM et ZDES-NS (BF) est similaire. En ce qui concerne la simulation ZDES-NS (IBC), ces modes sont très marqués mais prévus avec une fréquence plus faible. Ces différences peuvent s'expliquer par la courbure de mélange α_ℓ qui est plus élevée en ZDES-NS (IBC) et par la diminution d'énergie cinétique turbulente près du point d'impact. Il est à noter que la vitesse u_v devrait être obtenue à l'aide de corrélations deux points / deux temps pour plusieurs points situés le long de la couche de mélange. Comme détaillé dans [366], ce terme peut être approximé à partir du champ moyen, et c'est ce qui a été fait ici y compris pour les données expérimentales. Ceci peut induire des erreurs dans l'estimation des nombres St_n .

f_n (Hz) $St_n = f_n \cdot L_a / U_v$	$f_3 St_3$	$f_4 St_4$	$f_5 St_5$
ZDES-NS	2765 2.40	3813 3.31	4640 4.00
ZDES-NS (IBC)	2506 1.98	3438 2.72	4875 3.85
ZDES-LBM	2850 2.47	3750 3.26	4721 4.10
analytique (LBM)	2844 2.46	3793 3.24	4741 4.10
Exp	2974 2.49	3756 3.14	4661 3.90

Table 4.9 – Table récapitulative des fréquences des modes de Rossiter obtenus par simulation, par formule théorique (4.1) ou à partir des essais.

4.4.4 Conclusions de la comparaison ZDES-LBM / ZDES-NS (BF) / ZDES-NS (IBC)

Il a été vu que les trois simulations ZDES fournissent des champs aérodynamiques en bon accord. L'analyse des champs moyens et fluctuants a permis de mettre en évidence des tendances communes mais aussi quelques différences inhérentes à la modélisation choisie :

- ▣ Premièrement, le champ aérodynamique ainsi que la dynamique instationnaire de la simulation ZDES-NS (BF) sont en très bon accord avec les données de référence, dont une LES résolue à la paroi nécessitant 40 fois plus de points ;
- ▣ La comparaison ZDES-NS (BF) / ZDES-LBM est globalement très bonne, avec des PSDs de vitesse et de pression présentant moins d'1,5 dB/Hz d'écart sur presque toutes les stations. Il faut néanmoins souligner que la ZDES-LBM présente un léger retard à la formation des instabilités et ne permet pas de prévoir correctement la fréquence des instabilités de Kelvin-Helmholtz issue de la corne de bec et du bord de fuite du bec. Ceci est dû à la sous-résolution de l'épaisseur de vorticité dans les premiers stades de la couche de mélange ainsi qu'à la résolution trop grossière des couches limites, qui demeurent actuellement hors d'atteinte pour un c t de calcul abordable (voir Table 4.8) ;
- ▣ La comparaison ZDES-LBM et ZDES-NS (IBC) montre que pour le niveau de résolution choisi ici, la ZDES-NS (IBC) est moins précise que la ZDES-LBM notamment à cause de la dissipation du schéma numérique combiné au traitement de paroi à deux couches. Le niveau de résolution dans la couche de mélange est pourtant plus fin que la quasi-totalité des études similaires dans la littérature. Ceci confirme bien l'une des forces de la LBM, qui est de résoudre avec une bonne précision les couches de mélange malgré un faible nombre de points par longueur d'onde [359]. Un retard à la formation des instabilités est néanmoins inévitable pour maintenir un c t de calcul abordable. Les épaisseurs des couches limites sont généralement surestimées car elles ne sont pas assez résolues, conséquence du traitement de paroi d'autant plus dans un contexte de frontières immergées. L'avantage du traitement de paroi actuel est qu'il offre la possibilité de raffiner le maillage pour retrouver à la fois la bonne épaisseur de couche limite et les bons niveaux de frottement à la paroi.

Ce chapitre a permis de **valider le bon fonctionnement de la ZDES mode 2 (2020) dans un contexte LBM** au sein du solveur ProLB. **Sa mise en place dans un tel contexte n'était pas garantie**, notamment car le comportement des fonctions de protection pouvaient altérer la robustesse de la méthode aux transitions abruptes de maillage ou lors du développement des instabilités. Après une revue bibliographique **illustrant la pertinence actuelle d'une modélisation RANS des couches limites en LBM**, la ZDES-LBM est validée sur trois cas-tests de complexité croissante. Le premier est **la couche limite de plaque plane sans gradient de pression**, afin de valider **la protection RANS de la couche limite sur toute son épaisseur**. Cet exemple est également utilisé pour illustrer le comportement erroné de la DDES en LBM. Le second cas retenu est celui de **la marche descendante**, où l'objectif était principalement d'évaluer **le développement des instabilités**. Les comparaisons entre ZDES-LBM et ZDES-NS pour les profils de vitesse et de leurs fluctuations sont très bonnes. **Un léger retard à la formation des instabilités est néanmoins observé en ZDES-LBM, causé par la topologie cartésienne du maillage et semble a priori inévitable pour des coûts de calcul abordables**. Enfin, le dernier cas d'application est celui d'un écoulement autour d'un **profil hyper-sustenté**. En plus d'être un cas d'une grande richesse physique, il permet également représenter les phénomènes physiques mis en oeuvre en vue d'un écoulement d'extrémité de volet. En comparaison avec les données expérimentales, ainsi qu'une LES résolue à la paroi, **les champs moyens et l'analyse spectrale des fluctuations dans la cavité de bec montrent la bonne précision de l'approche ZDES-LBM, notamment par sa capacité à apporter une protection RANS robuste des couches limites et à basculer efficacement en un modèle sous-maille**.

Dans un second temps, **la ZDES-LBM est comparée à deux ZDES-NS** pour le cas du profil hyper-sustenté : la première sur **maillage curviligne conforme à la paroi** notée ZDES-NS (BF) et la seconde sur **une grille reproduisant la grille LBM, i.e. cartésienne isotrope** et notée ZDES-NS (IBC).

- ➡ La comparaison ZDES-LBM / ZDES-NS (BF) montre que **la ZDES-LBM permet un niveau de précision quasi-équivalent aussi bien pour la restitution des champs moyens que pour les spectres des fluctuations de vitesse ou de pression**. Les modes de Rossiter sont observés pour les deux simulations, et sont prévus à des fréquences de celles des essais. Néanmoins, **un épaissement des couches limites en amont des couches de mélange est observé**, ce qui est une conséquence d'utilisation de la **loi de paroi**, et amplifiée par **la grossièreté du maillage dans les couches limites**. Cet aspect n'est pas lié à la LBM et s'observe également avec la ZDES-NS (IBC) ;
- ➡ La comparaison ZDES-LBM / ZDES-NS (IBC) montre que pour la résolution fixée ici, **la faible dissipation de la LBM permet de maintenir le développement de la turbulence au sein de la couche de mélange jusqu'au point d'impact**, ce qui n'est pas le cas avec la ZDES-NS (IBC). De plus, **la différence intrinsèque de traitement de paroi** entre les deux simulations (restant malgré tout quasiment identiques) montre **la sensibilité de la solution au traitement de paroi**.

Étude de configurations d'extrémité de volet

*C'est avec la logique que nous prouvons
et avec l'intuition que nous trouvons.*

– Henri Poincaré (1854-1912) –

1	Perspective historique du bruit d'extrémité de volet	188
1.1	Identification de l'extrémité de volet en tant que source majeure de bruit aérodynamique (1970-1980)	188
1.2	Caractérisation aéroacoustique de l'extrémité de volet - premiers dispositifs expérimentaux de réduction du bruit d'extrémité de volet (1990-2000)	189
1.3	Les présumés mécanismes générateurs du bruit d'extrémité de volet	195
2	Le projet SWAHILI	197
3	Mise en place de la simulation ZDES-LBM pour la configuration FSA	200
3.1	Nécessité d'un compromis entre précision et coût de calcul : recours à la ZDES	200
3.2	Grille et paramètres de calcul	202
4	Résultats et discussions	203
4.1	Topologie de l'écoulement simulé par ZDES-LBM pour la configuration FSA	204
4.2	Comparaison des champs moyens avec les essais	208
4.3	Acoustique en champ lointain : comparaison avec les essais	214
4.4	Analyse spectrale phase par phase	216
4.5	Analyse du mécanisme générateur du bruit identifié	219
4.6	Quelques mots à propos de la configuration FSD	225
5	Synthèse du chapitre	229

Dans ce chapitre, la combinaison ZDES-LBM est appliquée à un écoulement d'extrémité de volet d'une aile en flèche. Après avoir retracé brièvement l'histoire du bruit d'extrémité de volet, la configuration étudiée est présentée. Elle présente une signature sonore non-identifiée lors des essais vers 6,6 kHz. Une analyse du tourbillon d'extrémité de volet, validée à l'aide des données expérimentales, permet de mettre en évidence la localisation de cette signature sonore. Une analyse physique du phénomène observé est proposée.

Article associé



Husson, J. and Terracol, M. and Deck, S. Study of flap side-edge noise mechanisms through numerical multiresolution approach.
Journal of Fluid Mechanics, 2024, en phase de soumission

1.1 Identification de l'extrémité de volet en tant que source majeure de bruit aérodynamique (1970-1980)

Durant le courant des années 70, l'identification des sources de bruit aérodynamique d'un avion est devenu un sujet de recherche actif. Comme indiqué par Crighton [101], cet intérêt provient d'abord d'études militaires américaines visant à concevoir des avions de surveillance silencieux dans le contexte de la Guerre Froide. De plus, des premières extrapolations de mesures sur des planeurs ou des avions légers ont suggéré qu'il était nécessaire d'étudier plus en détail ces sources de bruit car les niveaux de certifications acoustiques en vigueur à cette époque en matière de transport civil pourraient être largement franchis dès 1985. La réduction du bruit moteur seul n'était donc plus envisageable. Dès 1972, des premières mesures expérimentales sur un avion lourd (Lockheed C-5A) sont réalisées par Gibson [142] dont un cliché est présenté en Figure 5.1 (gauche). Elles seront complétées durant la décennie sur d'autres appareils [291, 124]. Les données mesurées ont permis de formuler des modèles visant à extrapoler des données d'avions légers pour des avions lourds, mais ces modèles ne rendent pas compte de la complexité des phénomènes physiques à l'origine des sources de bruit, et sont donc peu flexibles. C'est pour cette raison que vers la fin des années 70, les chercheurs se sont davantage concentrés sur l'identification et la modélisation des différentes sources de bruit aérodynamique d'un avion. Différentes campagnes de mesure comme celles reportées par Kendall & Ahtye [189] ou Fink & Schlinker [127] ont permis d'identifier l'extrémité de volet comme une importante source de bruit aérodynamique, étonnamment plus importante que dans la région du bord de fuite. Cet aspect est illustré en Figure 5.1 (droite), où les essais en soufflerie montrent que la configuration présentant une extrémité de volet est bien plus bruyante que les deux autres configurations qui n'en possèdent pas. Des premiers modèles théoriques visant à prévoir spécifiquement le bruit d'extrémité de volet ont alors été proposés durant cette période [155, 170].

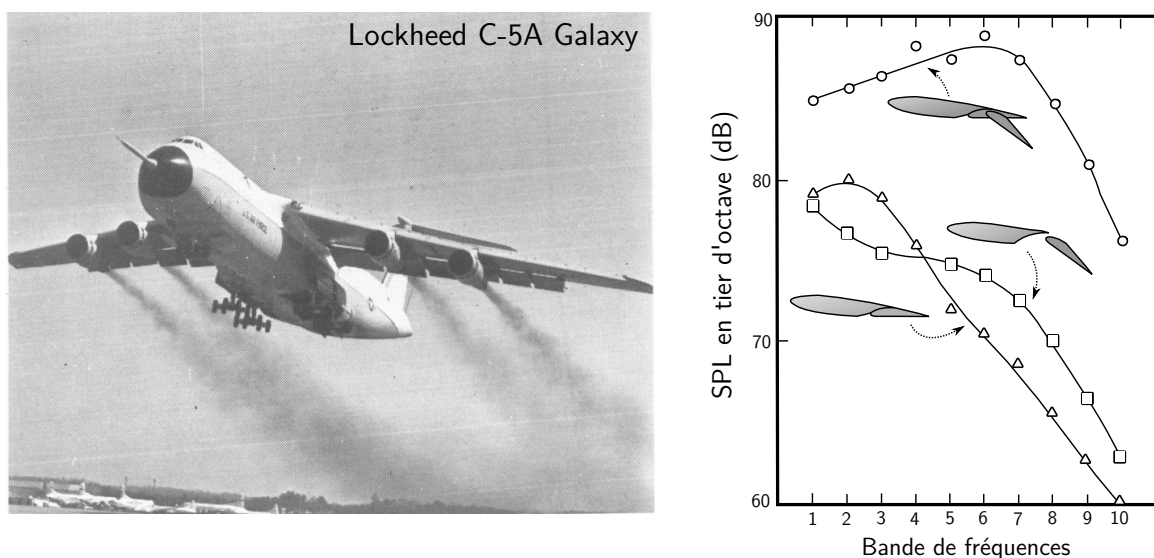


Figure 5.1 – (Gauche) : Photo prise lors des essais en vol rapportés par Gibson en 1972 [142]. (Droite) : Spectres de pression en dB mesurée lors des essais ($u_0 = 57 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$) rapportés par Kendall & Ahtye [189] mettant en évidence une intense source de bruit localisée au niveau de l'extrémité de volet.

1.2 Caractérisation aéroacoustique de l'extrémité de volet - premiers dispositifs expérimentaux de réduction du bruit d'extrémité de volet (1990-2000)

Au cours des années 80, un manque de financement a entraîné un net ralentissement des études consacrées au bruit aérodynamique. Il faudra attendre le début des années 90 pour qu'un fort regain d'intérêt se produise, notamment sous l'impulsion du programme AST (Advanced Subsonic Technologies) entre la NASA et Boeing. Ce programme visait à construire des outils de prévision du bruit aérodynamique tenant compte de la physique de l'écoulement [292]. L'idée sous-jacente est de comprendre les mécanismes physiques responsables du bruit aérodynamique afin de concevoir des dispositifs visant à le réduire. Des modèles ont alors été développés pour les trois principales sources de bruit : les becs, les volets et les trains d'atterrissage. Pour le bruit d'extrémité de volet, des modèles comme celui de Guo [150] ou de Sen [321] modélisent les tourbillons d'extrémité de volet via la théorie des écoulements potentiels. Ils reposent sur la donnée d'un différentiel de pression entre intrados et extrados ou d'une vitesse d'enroulement du tourbillon qui peut être estimée par la méthode des panneaux ou par un calcul CFD. En particulier, le modèle de Guo qui sépare les différentes composantes du bruit aérodynamique, a pu être calibré à partir de données expérimentales menées lors du programme.

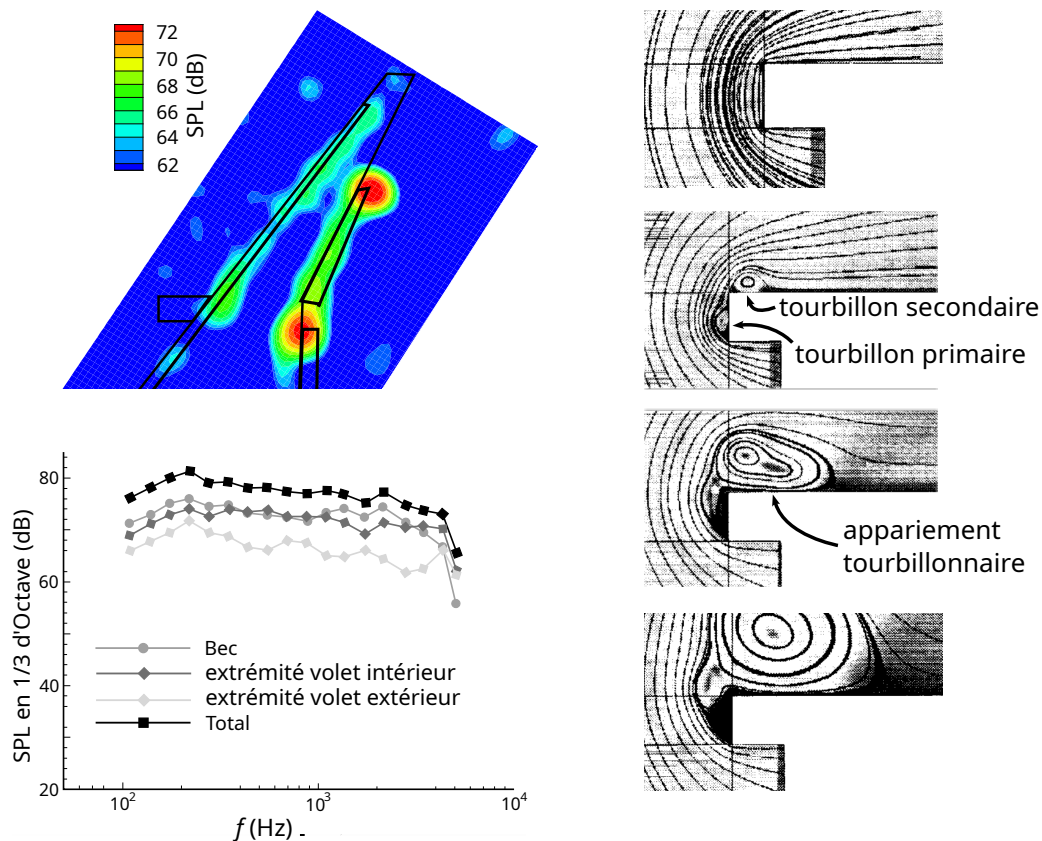


Figure 5.2 – (Gauche) : Carte expérimentale d'amplitude des sources sonores mesurée ($f = 10$ kHz) lors d'essais menés en 1998 (NASA Ames) sur une maquette McDonnell Douglas MD-11 à échelle réduite à $Ma = 0.2$ [154]. Les spectres intégrés par zones associés au bruit mesuré en champ lointain sont également présentés. (Droite) : Visualisation par simulation numérique du processus de développement et d'appariement des tourbillons d'extrémité de volet tirée de [352].

Ces récents essais bénéficiaient alors des dernières avancées technologiques, notamment celles du miroir elliptique ou du réseau de microphones à commande de phase, permettant de remonter aux sources du bruit mesuré [31, 270]. Un exemple de carte de bruit obtenue avec une telle technologie est présenté en Figure 5.2 (gauche) pour une fréquence donnée de 10 kHz. Sur cette carte, les extrémités de volet apparaissent bien comme des sources de bruits importantes à cette fréquence. Basés sur ces

nouvelles données, les modèles semi-empiriques/semi-analytiques ont l'avantage d'être construits à l'aide de grandeurs physiques locales de l'écoulement plutôt que sur la seule donnée des paramètres géométriques (corde, envergure, ...).

Pendant toute la durée du programme, la caractérisation ainsi que la modélisation du bruit d'extrémité de volet ont été un des fers de lance de la recherche en aéroacoustique. En effet, la dynamique de l'écoulement d'extrémité de volet a été étudiée en soufflerie (généralement au centre NASA Langley pour les études des composants isolés et NASA Ames pour les configurations complètes) [255, 168, 161, 293, 152, 40], via des analyses et modèles théoriques (écoulements potentiels) [321, 320, 156, 193] mais également par les premières simulations numériques appliquées à ce type d'écoulement [352, 250, 194]. Les données expérimentales et numériques ont clairement mis en évidence la formation d'un système de deux tourbillons («dual-vortex system») se développant sur la paroi latérale du volet. Ces deux tourbillons finissent par entrer en coalescence lors d'un processus complexe et fortement instationnaire qui est illustré en [Figure 5.2](#) (droite). Il a alors été constaté (par exemple dans [352]) que le bruit rayonné par cette région de l'écoulement est intense, large-bande et que le système tourbillonnaire possède un «coeur comparable à un jet» dont la vitesse peut dépasser le double de la vitesse de l'écoulement libre. Pour des appareils tels que le DC-10, MD-11 ou le B-757, le bruit d'extrémité de volet est généralement prépondérant face aux autres sources aérodynamiques, surtout lorsque le volet est déployé avec un angle de 50° [161, 154]. Ce constat a suggéré que les forts angles de déflexion ont tendance à modifier la dynamique tourbillonnaire dans la zone d'extrémité de volet, générant davantage de bruit. L'étude expérimentale de Radeztsky *et al.* [293] a justement montré, pour un angle de déflexion important de 40° , l'apparition d'un éclatement tourbillonnaire. Ce résultat a également été retrouvé par voie numérique via une approche RANS par Khorrami *et al.* [194].

La très grande majorité des dispositifs visant à réduire le bruit d'extrémité de volet a été proposée à cette période, c'est-à-dire entre la fin des années 90 et le début des années 2000. Ces dispositifs ont pour point commun de modifier la formation du système tourbillonnaire, que ce soit en le déplaçant à l'aide de haies, en utilisant un système de soufflage ou d'aspiration, en l'atténuant avec des matériaux poreux ou avec une brosse, en le perturbant via des générateurs de tourbillons ou bien encore en modifiant la géométrie globale du système aile/volet [223]. Plus particulièrement, on peut séparer ces dispositifs de contrôle acoustique en deux catégories : les contrôles actifs et les contrôles passifs. Les dispositifs de contrôle passif engendrent une modification *a priori* et permanente de la dynamique tourbillonnaire tandis que les dispositifs de contrôle actif vont assurer une action qui reste modulable, le plus souvent produite par un moteur électrique.

1.2.1 Dispositifs de contrôle passif

Dans ce qui suit, les principaux dispositifs de contrôle passif du bruit d'extrémité de volet sont décrits et leurs avantages et inconvénients respectifs sont discutés.

► *Haie (Fence) d'extrémité de volet* : Un dispositif souvent mentionné est celui des haies d'extrémité de volet [306, 351, 168, 161, 106, 335, 151, 107, 24] qui ont pour but d'empêcher l'appariement tourbillonnaire comme illustré en [Figure 5.3](#). La haie qui y est présentée ne couvre que la partie inférieure du volet, mais il est également possible d'installer des haies ne couvrant que la partie supérieure ou bien les deux à la fois. Il a été démontré que l'utilisation de haies de volet permet une réduction d'environ 5 dB (en soufflerie) en moyenne sur une large gamme de fréquences. Cette réduction peut néanmoins s'accompagner d'une augmentation de l'intensité sonore à très basse fréquence ($< 50\text{Hz}$) comme reportés par Guo & Joshi [152] ou plus récemment par Barbarino *et al.* [24]. Néanmoins, à la connaissance de l'auteur, aucune explication détaillée du mécanisme à l'oeuvre n'est disponible dans la littérature. Selon Guo & Joshi [152], une partie de la réduction du bruit associé à l'utilisation de

haies de volet provient d'un décalage vers les basses-fréquences induit par la haie. Les auteurs ont démontré que plus la haie est longue, plus ce décalage vers les basses fréquences est important, suivant une évolution non-linéaire. Différents auteurs mentionnent également que la mise en place de haies d'extrémité de volet ne modifient pas l'aérodynamique du bec, ni la portance globale de l'aile [335]. Les mesures de Storms & Ross [351] indiquent même une augmentation de la portance de l'aile équipée d'une haie d'extrémité de volet. Cependant, selon Choudhari & Khorrani [66], l'utilisation d'une haie d'extrémité de volet doit générer davantage de trainée en plus d'ajouter de la masse à l'appareil.

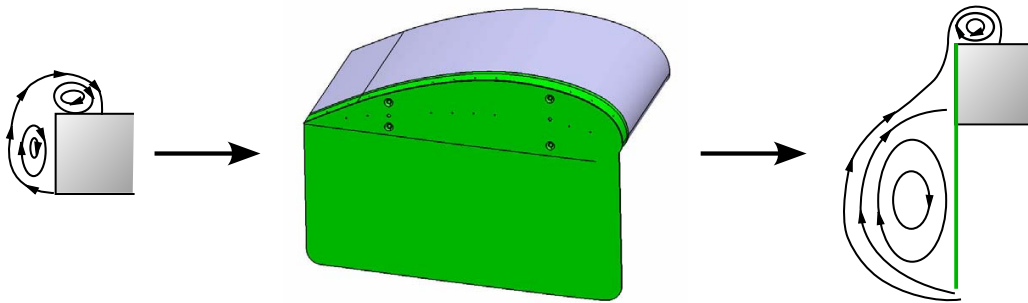


Figure 5.3 – Exemple de modèle de haie d'extrémité de volet inférieure et son influence sur l'aéroacoustique de l'écoulement. Adapté de [105] et [161].

Un aspect important consiste à optimiser la forme de la haie. Selon l'étude de Koop *et al.* [200], les haies de type «winglet» ont été parmi les formes procurant la réduction du bruit d'extrémité de volet la plus efficace, tout comme la haie supérieure. Comme illustré en Figure 5.4, certaines formes de haie apportent une nette diminution du bruit d'extrémité de volet.

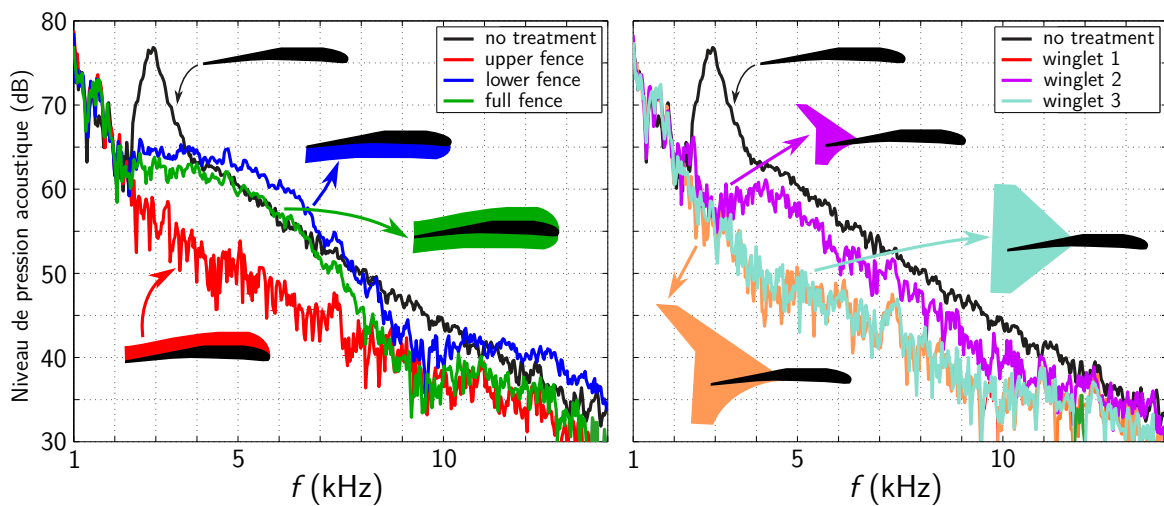


Figure 5.4 – Comparaison expérimentale du bruit rayonné par une extrémité de volet pour différences géométries de haies de volet : des haies inférieures/supérieures/doubles (gauche) ainsi que des haies de type «winglet» (droite). Adapté de Koop *et al.* [200].

► Extrémité de volet en matériau poreux : Un moyen de réduire la dynamique tourbillonnaire consiste à appliquer un matériau poreux sur l'extrémité de volet, généralement de la mousse métallique en aluminium [69, 66, 107, 7, 54, 307]. Celle-ci a pour effet de réduire l'intensité de l'enroulement des couches de cisaillement et modifie la dynamique d'appariement tourbillonnaire. Ces modifications sont dues à l'augmentation de l'impédance acoustique de la surface. Un avantage de ce type de traitement est qu'il n'influe que très peu sur la masse de l'aile et qu'il ne modifie pas ses performances aérodynamiques

[66, 7]. Par exemple, England *et al.* [7] rapportent une baisse de coefficient de trainée de 1 %, ce qui correspond à l'ordre de l'imprécision de mesure.

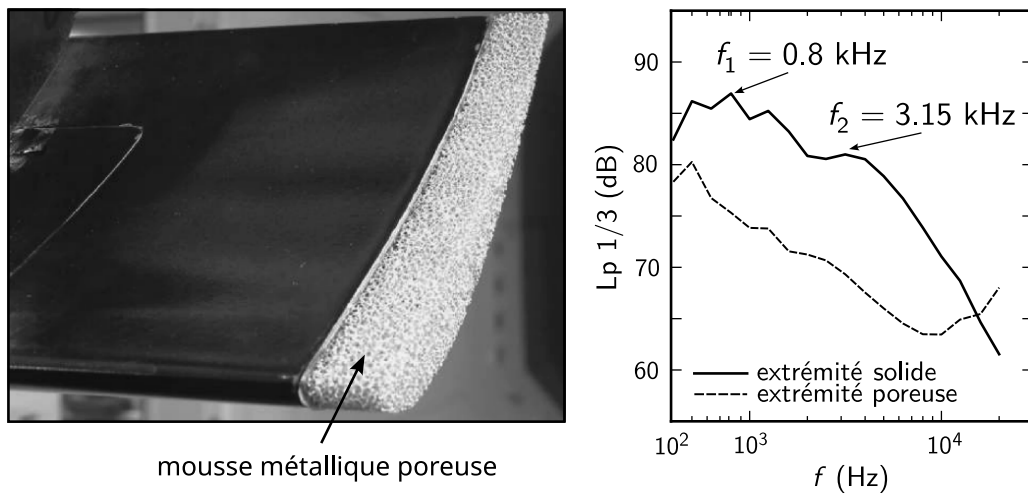


Figure 5.5 – (Gauche) : Exemple d'application d'un traitement poreux d'extrémité de volet. (Droite) : influence de la mise en place d'un extrémité de volet poreux sur les spectres de pression. Tirés de [7] et [307].

► *Utilisation de générateurs de tourbillons* : Un autre dispositif permettant de réduire le bruit d'extrémité de volet consiste à placer des générateurs de tourbillons (souvent appelés «micro-tabs») sur l'aile, près du bord latéral du volet [68, 200, 271]. Ces micro-tabs peuvent tout aussi bien être placés sur l'intrados de l'aile comme initialement conçus [68, 200], que sur l'extrados de l'aile [271]. Dans le premier cas, l'objectif est d'épaissir la couche de mélange afin de rendre la couche de cisaillement moins instable. Dans le second cas, l'objectif est plutôt de perturber la formation du tourbillon secondaire afin de réduire sa vorticité en la «diffusant». Des illustrations de l'utilisation de micro-tabs sont présentées en Figure 5.6.

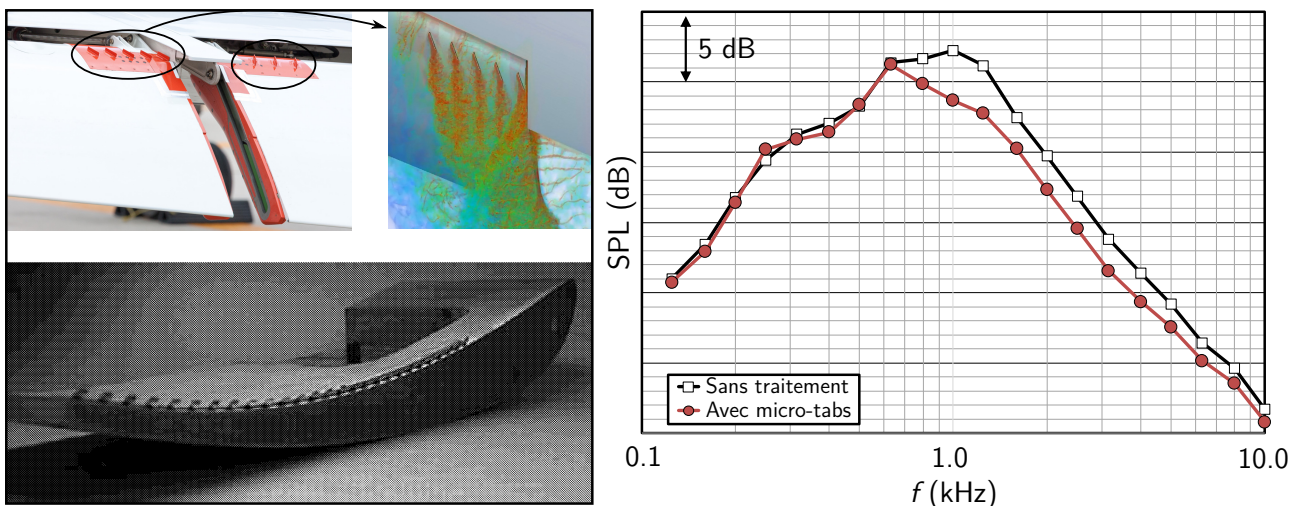


Figure 5.6 – (Gauche) : Illustrations de micro-tabs positionnés sur l'intrados ou sur l'extrados d'un volet (Droite) : Influence de la mise en place de micro-tabs sur le bruit rayonné. Tirés de [68, 271, 272].

Les premières études expérimentales de ces dispositifs placés sur l'intrados de l'aile ont montré une réduction pouvant atteindre 5 dB (en soufflerie), mais restant très sensibles à la taille et à l'espacement entre les micro-tabs. D'après l'étude expérimentale de Murayama *et al.*, l'utilisation seule de micro-tabs sur l'extrados de l'aile permet une réduction du bruit (1 à 3 dB (en soufflerie) en moyenne) pour

une gamme de fréquence supérieure à 1 kHz (voir [Figure 5.6](#)). Les micro-tabs sont souvent combinés à une modification de la géométrie du volet.

► *Modification de la géométrie d'extrémité de volet* : Une dernière large gamme de dispositifs visant à réduire passivement le bruit d'extrémité de volet consiste à modifier la géométrie du volet au voisinage de son extrémité. Des serrations de bord de fuite de volet [68] (voir [Figure 5.7](#)) ont montré une nette réduction du bruit généré par l'extrémité de volet sur une bande de fréquences allant jusqu'à 20 kHz, accompagné d'une augmentation du bruit pour des fréquences plus élevées. Différentes géométries d'extrémité de volet plus émoussées ou arrondies ont également été étudiées que ce soit par voie expérimentale ou numérique [68, 40, 273, 272]. D'après les études de la JAXA sur ce sujet, le design de l'arrondi doit être soigné puisque suivant sa définition, le bruit d'extrémité de volet peut être amplifié. En particulier, les études successives dans le cadre du projet FQUROH¹ de la JAXA, alliant simulations numériques, essais en soufflerie et essais en vol [273, 395, 272] ont permis le design optimisé d'une protubérance arrondie d'arête inférieure (PRLE en anglais) dont une photographie est présentée en [Figure 5.7](#). Sa forme, optimisée pour une configuration d'avion d'affaires Cessna, permet de maximiser la réduction du bruit d'extrémité de volet tout en réduisant son effet sur les performances aérodynamiques de l'aile.

D'autres études de la NASA à partir de la fin des années 90 [350, 353] ont permis l'élaboration du concept de «Continuous Mold-line Link» (CML) qui consiste à supprimer l'extrémité de volet à l'aide d'un carénage aérodynamique reliant l'extrémité de volet au bord de fuite du corps principal de l'aile. L'idée est donc d'éliminer l'interstice entre le volet déployé et le corps principal de l'aile. De ce fait, le tracé du profil de bord de fuite ne présente plus de discontinuité comme illustré en [Figure 5.7](#). Les premières données expérimentales ont montré que cette technologie permet une réduction significative du bruit d'extrémité de volet (de 5 à 17 dB en moyenne suivant l'angle de déflexion du volet reportée dans [173]) mais elle entraîne une chute de portance de l'ordre de 7 % en moyenne. De ce fait, des études ont cherché à optimiser la forme du CML pour maximiser les performances aérodynamiques [275]. Plus récemment, la société FlexSys a proposé une CML appelée FlexFoil [202] qui a pour particularité de pouvoir s'adapter à la géométrie de l'aile. Des essais en vol ainsi que des essais de vibration au sol ont été réalisés en 2015 et ont permis de valider la technologie en vue d'un usage sur un avion de ligne [262]. Comme rapporté par Kota & Martins [203], cette technologie pourrait permettre une réduction du bruit de 30 %, et permettrait d'économiser jusqu'à 3% de carburant en moyenne. Néanmoins, cette technologie réduit également les performances du volet qui procurent moins de portance à basse vitesse et nécessite encore d'être optimisée via des études numériques. Une solution pour pallier ce problème pourrait être d'avoir recours, en plus, à un dispositif de contrôle actif tel que le soufflage [203].

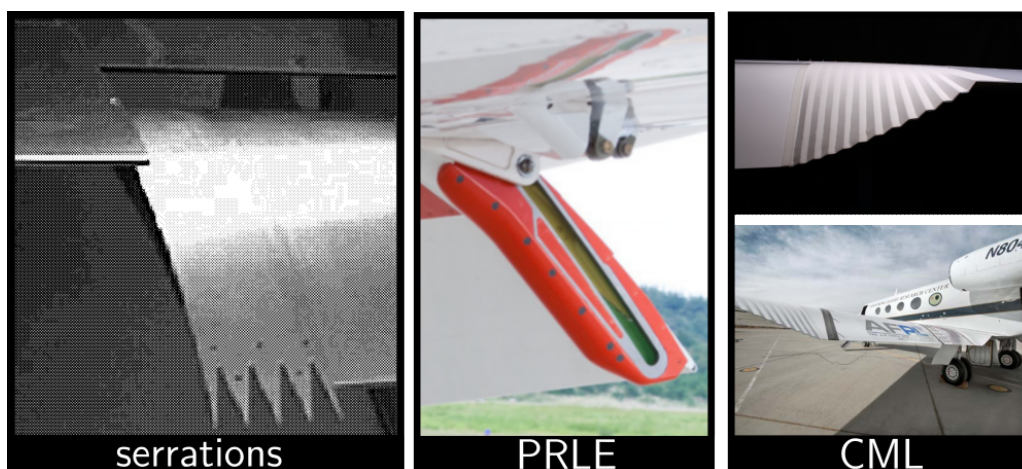


Figure 5.7 – Illustrations de divers dispositifs de réduction du bruit d'extrémité de volet basés sur la modification de la géométrie du volet. Tirés de [68, 272, 202].

1. fukurou, désignant la chouette en japonais, un des oiseaux les plus silencieux au monde [226]

1.2.2 Dispositifs de contrôle actif

► Soufflage du tourbillon d'extrémité de volet : Parmi les dispositifs de contrôle actif, le plus connu consiste à souffler le tourbillon d'extrémité de volet afin de minimiser l'interaction entre le tourbillon et la paroi. Différentes positions des orifices de soufflage sur le volet ont été étudiées numériquement par Boyd [38]. Lorsque le soufflage se fait selon la normale à la paroi, la réduction de bruit est plus importante lorsque les orifices sont placés sur le bord latéral du volet. L'étude de Kanjere *et al.* [186] recommande néanmoins un angle de soufflage de 135° dans ce cas de figure. Les campagnes expérimentales de Koop *et al.* [201, 200] menées au DLR se sont intéressées à l'effet du soufflage sur l'acoustique rayonnée par l'extrémité de volet d'une aile en flèche ainsi que sur son influence sur la dynamique tourbillonnaire de l'écoulement. Les auteurs rapportent une réduction du bruit jusqu'à 16 dB (en soufflerie) sur une gamme de fréquences comprises entre 2 et 5 kHz, ce qui est proche des conclusions de Kanjere *et al.* [186] obtenues via une approche numérique. La réduction du bruit est pilotée principalement par la quantité de mouvement apportée, et non par le débit d'air soufflé. En revanche, l'augmentation de la vitesse de soufflage tend à générer du bruit à hautes fréquences non-négligeables comme illustré en Figure 5.8. Les mesures PIV montrent que le soufflage permet de maintenir une vorticité confinée en petits tourbillons. Pour des vitesses de soufflage élevées, de l'ordre de 15 m.s^{-1} , le tourbillon d'extrémité de volet est repoussé loin de la paroi.

La hausse du bruit rayonné pour les hautes fréquences pourrait être réduite dans le cadre d'un soufflage réalisé via l'utilisation d'actionneurs de plasma. Ce concept de soufflage, introduit par l'Université Notre-Dame dans l'Indiana, se base sur l'ionisation de l'air ambiant induite par une électrode [223]. À la connaissance de l'auteur, aucuns travaux publiés sur ce dispositif ne sont disponibles dans la littérature pour le moment. De plus, l'aspect associé au coût énergétique de la mise en place de dispositifs de réduction du bruit par soufflage ne sont également pas discutés dans la littérature.

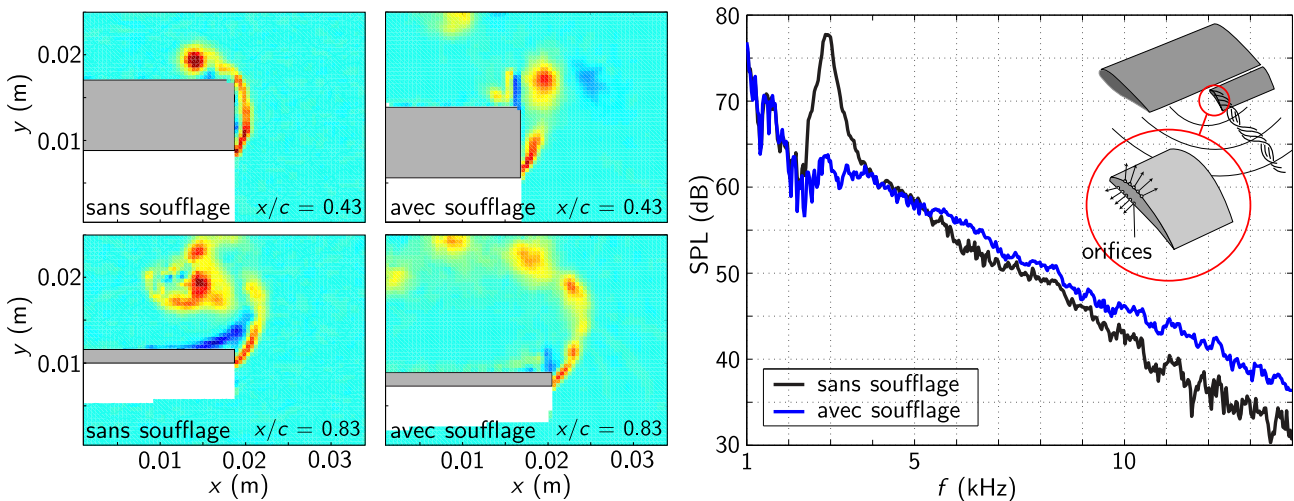


Figure 5.8 – Visualisation de l'influence d'un dispositif de soufflage sur la dynamique moyenne de l'écoulement ainsi que sur la génération du bruit. Tiré de [201, 200].

Finalement, il existe à ce jour un nombre important de dispositifs d'efficacité démontrée pour réduire le bruit d'extrémité de volet. La plupart de ces dispositifs sont accompagnés d'un certain niveau de limitation, que ce soit au niveau de la performance, du coût énergétique ou de la difficulté à paramétrer le design. Certains auteurs précisent néanmoins que les mécanismes physiques à l'origine de la réduction du bruit ne sont pas toujours compris [152].

1.3 Les présumés mécanismes générateurs du bruit d'extrémité de volet

Depuis le début des années 2000, la diversité des études consacrées à l'écoulement d'extrémité de volet a permis de dresser un portrait général de la topologie de l'écoulement dans cette région, ainsi que sur l'intensité et la directivité du bruit rayonné. Le «dual vortex-system» observé expérimentalement en 1997 par Radeztsky *et al.* [293] a depuis été rapporté par de nombreux auteurs [200, 307, 240, 1, 18] sur différentes configurations de volet. En parallèle, l'essor de la simulation numérique a également permis de retrouver un tel système tourbillonnaire par des approches RANS [191, 352, 194, 198] ou LES [51, 271]. Ainsi, la formation et l'appariement des deux tourbillons apparaissent comme des traits fréquemment rencontrés dans les écoulements d'extrémité de volet et leur lien avec les intenses niveaux de bruit rayonnés en champ lointain a été démontré. Divers auteurs s'accordent à dire que les principaux mécanismes générateurs du bruit d'extrémité de volet sont :

- **(I) Enroulement des couches de cisaillement** : les couches de cisaillement induites par les bords saillants de l'intrados et de l'extrados s'enroulent pour former respectivement un tourbillon primaire ainsi qu'un tourbillon secondaire. D'après l'étude de Khorrami & Singer [193], ces couches de cisaillement sont fortement instables et vont générer des structures tourbillonnaires siège d'intenses fluctuations de pression. Les auteurs distinguent deux scénari possibles qui amènent à la génération de bruit : le premier suggère que les fluctuations de pressions seraient convectées vers la partie extérieure du tourbillon où elles interagiraient avec la paroi (notamment les arêtes saillantes). Dans le second scénario, les fluctuations de pression sont prises dans le coeur tourbillonnaire et pourraient rendre le tourbillon instable. L'échelle de longueur associée à ce phénomène est de l'ordre de l'épaisseur du volet [154] et il est généralement associé à des bruits à moyennes et hautes fréquences ;
- **(II) Appariement tourbillonnaire** : celui-ci apparaît dès lors que le tourbillon primaire, constamment alimenté par l'enroulement de la couche de mélange, est d'une taille comparable à l'épaisseur de volet. Dans ce cas, le tourbillon primaire bascule sur l'extrados pour s'apparier avec le tourbillon secondaire. Durant ce processus, la distribution de vorticité au sein du tourbillon en cours d'appariement est hautement inhomogène et instable [200]. Plusieurs auteurs indiquent que l'appariement tourbillonnaire en soi n'est probablement pas une source majeure de bruit en tant que phénomène d'écoulement libre [268, 200] ;
- **(III) Advection du tourbillon apparié** : le tourbillon apparié et hautement instable est advecté le long du bord de l'extrados du volet. Ce dernier reste constamment alimenté par l'enroulement des couches de mélange de sorte que le tourbillon continue de se développer. Ses interactions avec l'extrados du volet ainsi que les arêtes saillantes sont généralement considérées comme d'intenses sources de bruit à moyennes et basses fréquences [154, 307, 18] ;
- **(IV) Éclatement tourbillonnaire** : L'éclatement tourbillonnaire, si ce dernier apparaît, est un phénomène de perturbation du coeur tourbillonnaire caractérisé par la formation d'un point de stagnation le long de l'axe du tourbillon, suivi d'une région de remontée de l'écoulement plus ou moins étendue le long de cette axe [219]. Ce phénomène est fréquemment rencontré dans les tourbillons marginaux d'ailes delta ayant un angle de d'incidence ou de flèche élevé [257, 205], et plus généralement dans le sillage des avions de transport [367]. Ce phénomène a été observé expérimentalement pour un écoulement d'extrémité de volet par Radeztsky *et al.* [293] et numériquement par Khorrami *et al.* [194] pour un angle de déflexion du volet de $\delta_F = 39^\circ$. En particulier, les auteurs soulignent l'existence d'une zone de remontée de l'écoulement recouvrant le dernier tiers de corde. Ils associent cette observation à l'éclatement du tourbillon apparié. Les auteurs notent toutefois un comportement légèrement différent de l'éclatement observé comparé à celui plus documenté de tourbillons confinés en tube. Selon Drobietz & Borchers [107], l'éclatement tourbillonnaire représente une source de bruit négligeable devant les autres mécanismes du bruit précédemment mentionnés. Cet aspect sera discuté plus en détails en Section 4.5.

Un schéma phénoménologique, tiré des travaux de Rossignol [307], est présenté en Figure 5.9. Il synthétise la topologie de l'écoulement d'extrémité de volet et présente les trois phases principales (I), (II) et (III) de la dynamique tourbillonnaire.

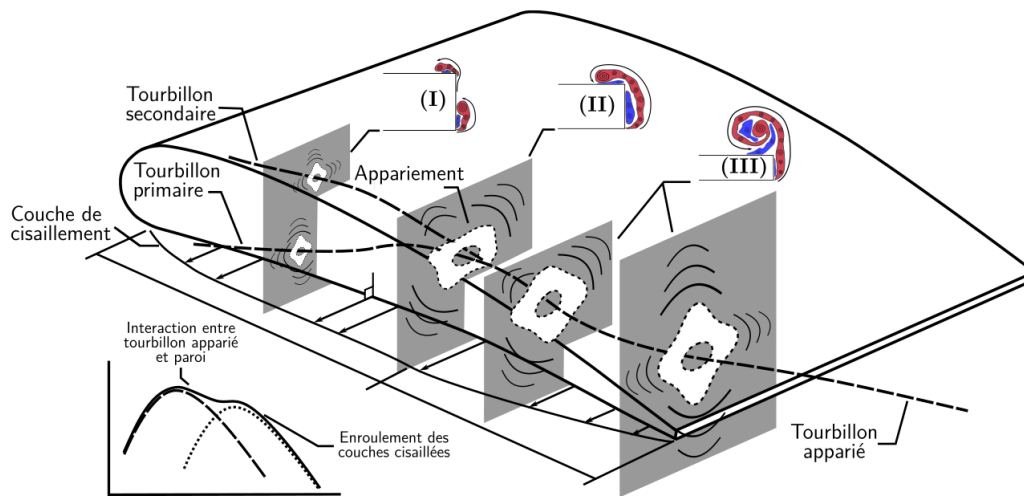


Figure 5.9 – Représentation schématique de la topologie de l'écoulement typique le long d'un extrémité de volet. Trois coupes représentant les différents stades d'appariement tourbillonnaire sont représentés (vorticité positive en rouge et négative en bleu). Un spectre simplifié de pression en champ lointain est tracé en bas à gauche. Tiré de [307].

L'étude du bruit en champ lointain généré spécifiquement par l'extrémité de volet a été étudié expérimentalement soit à l'aide d'un volet isolé, soit en intégrant dans la région du volet les spectres mesurés à partir d'une aile complète ou d'un demi-avion. Plusieurs auteurs rapportent des spectres en «double-bosses» [68, 152, 154, 307, 18] qui semblent indiquer la présence de deux phénomènes distincts. Cette forme de spectre a été observée sur plus de 200 configurations regroupant divers appareils et conditions d'écoulement, ces données ont notamment été analysées par Guo *et al.* [154] et a permis la calibration de l'intensité et de l'étendue des deux bosses à l'aide d'un modèle semi-théorique / semi-empirique. Les auteurs précisent que le jeu de données étudié ne semble pas répondre à une unique échelle en nombre de Strouhal, mais à au moins deux nombres de Strouhal pour chacune des deux bosses :

- ▄ La bosse basse-fréquences serait une conséquence d'interactions entre le tourbillon apparié et la paroi du volet (II, III et IV). Selon l'étude de Guo *et al.* [154], elle semble répondre à un nombre de Strouhal $St_{c_{volet}} = f \cdot c_{volet} / u_0$ basé sur la corde de volet c_{volet} et la vitesse en écoulement libre u_0 . D'autres auteurs ont également mis en évidence une augmentation de la fréquence fondamentale de cette bosse avec l'augmentation du nombre de Mach de l'écoulement [18]. Ceci est pris en compte dans le modèle de Guo *et al.* via un nombre d'Helmholtz $k_0 = M \cdot St_{c_{volet}}$;
- ▄ La bosse haute-fréquences serait issue du phénomène d'enroulement des couches de cisaillement (I), notamment caractérisée par une large interaction entre l'enroulement tourbillonnaire et la paroi latérale du volet. Elle semble répondre à un nombre de Strouhal $St_e = f \cdot e / u_0$ basé sur l'épaisseur de l'extrémité de volet e et la vitesse en écoulement libre u_0 .

Durant le déroulement de cette thèse, l'étude expérimentale de Bai, Lin & Li [18] réalisée au DLR a reporté une comparaison entre les spectres intégrés sur la région du volet et ceux obtenus en n'intégrant que sa première ou seconde moitié. La Figure 5.10 donne un aperçu des résultats obtenus. Les fluctuations à hautes fréquences (> 15 kHz) sont retrouvées via l'intégration de la première moitié du volet, ce qui confirme que le bruit à hautes-fréquences provient de cette zone. Le bruit à plus basses-fréquences étant bien rayonnés par la seconde moitié du volet. Il s'agit de la première mise en évidence de la séparation spatiale des phénomènes générant les deux bosses.

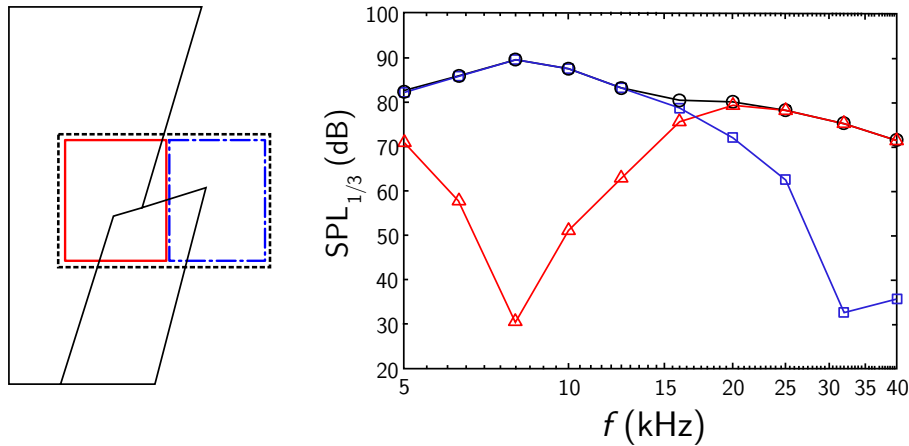


Figure 5.10 – Spectres en champ lointain (tier d’octave) intégrés selon les trois régions indiquées à gauche. Tiré de [18].

2 Le projet SWAHILI

Le projet SWAHILI (2014-2017) est une campagne expérimentale menée conjointement entre l’ONERA et le DLR [240]. Il fait suite au projet LEISA2 décrit en Section 4.1 et a pour premier objectif d’étudier l’effet de la mise en flèche d’une aile sur le champ aéroacoustique, et notamment sa possible influence sur le bruit émanant du bec et du volet. Ainsi, l’aile étudiée correspond toujours à la géométrie F16 (voir Figure 4.16) : en partant du profil sans incidence, on applique d’abord la mise en flèche (rotation d’axe z) puis ensuite la mise en incidence (rotation d’axe y)². Les paramètres de l’écoulement amont ont été choisis afin d’être comparables aux conditions de la campagne LEISA2 (sans mise en flèche), ce qui fournit $u_0 = 71 \text{ m.s}^{-1}$ pour un angle de flèche de 30° . L’incidence équivalente de l’aile en flèche de $5,3^\circ$ a également été calibrée afin de correspondre à l’incidence vue par l’écoulement sans mise en flèche, qui était de $6,15^\circ$. Au cours de ce projet, un partenariat avec Dassault Aviation a également permis une étude acoustique supplémentaire de deux configurations d’extrémité de volet : la configuration dite FSD où l’extrémité de volet est alignée avec la flèche ainsi que la configuration dite FSA où l’extrémité de volet est alignée avec l’écoulement. En pratique, une unique maquette possédant trois volets (numérotés A, B et C) amovibles permet de faire varier la géométrie d’extrémité de volet suivant la configuration étudiée. L’interstice entre volet déployé et volet rétracté est plus élevé dans la configuration FSA que dans la configuration FSD. Ces deux configurations sont présentées en Figure 5.11 avec deux clichés pris durant les essais chacun accompagné d’une visualisation du fichier CAO (Conception Assistée par Ordinateur).

2. les axes sont donnés plus loin en Figure 5.15

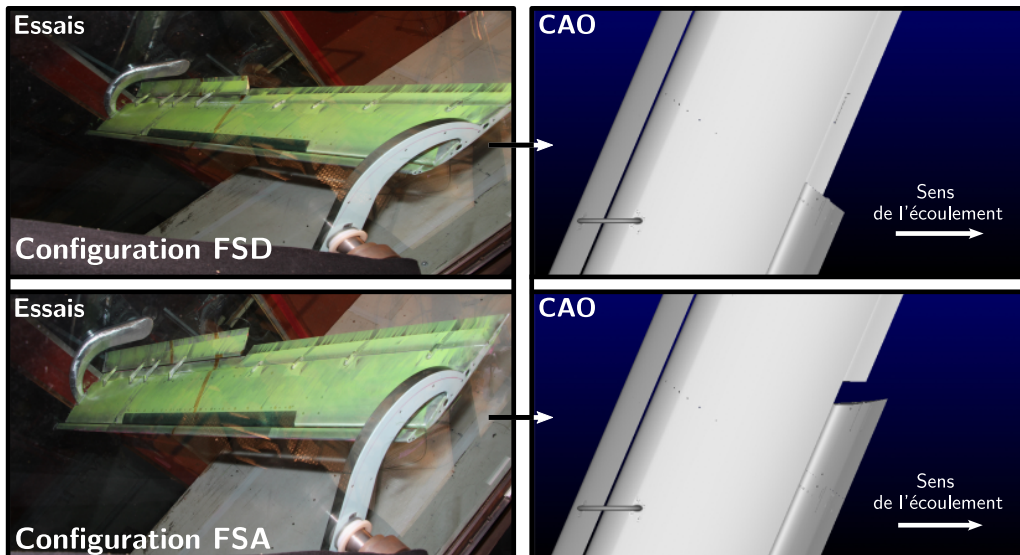


Figure 5.11 – Comparaison des deux configurations de volet via des photos prises lors des essais (gauche) et par visualisation des fichiers CAO (droite).

Lors des essais, des mesures instationnaires de pression pariétale ont été réalisées au voisinage de l'extrémité de volet. Pour les deux configurations, le placement des capteurs Kulites vis-à-vis du bord d'attaque du volet sont similaires afin de permettre une comparaison entre les deux géométries. Les spectres des signaux de pression (en dB/Hz) obtenus en un point situé sur le bord latéral du volet (un en configuration FSD, un en configuration FSA) sont tracés en [Figure 5.12](#). Ces spectres montrent des niveaux élevés de fluctuations de pression pariétale répartis sur une large gamme de fréquences. Néanmoins, les spectres issus de la configuration FSD présentent de fortes oscillations qui ne sont pas retrouvées avec la configuration FSA. Ces oscillations sont supposées être la signature d'instationnarités induites par la présence du tourbillon d'extrémité de volet, mais leur origine n'est pas clairement établie. La différence entre le contenu fréquentiel des deux signaux suggère une physique très différente.

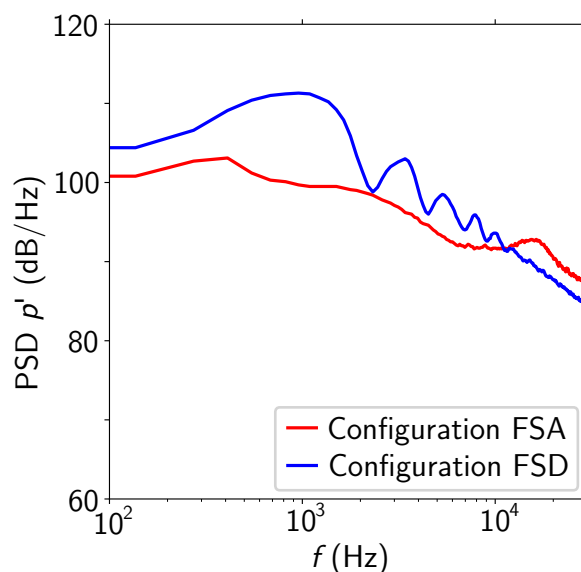


Figure 5.12 – Densités spectrales de puissance des signaux de fluctuations pressions pour un capteur localisé sur le bord latéral du volet. L'origine des oscillations observées pour la configuration FSD n'est pas clairement établie.

L'écoulement moyen a été mesuré sur 14 plans PIV à trois composantes qui traversent l'interstice entre les deux volets. Ces mesures permettent également une évaluation des moyennes quadratiques

(RMS) des fluctuations turbulentes de vitesse. Une comparaison des normes de vitesse mesurées en un même plan PIV entre les configurations FSD et FSA est également présentée en [Figure 5.13](#). Ce plan est localisé juste en aval du bord de fuite du volet. Ces champs de norme de vitesse confirment bien une physique très différente du tourbillon d'extrémité de volet suivant la géométrie. Pour la configuration FSA, le coeur tourbillonnaire est très rapide avec un vecteur vitesse $\mathbf{u} \approx (50, 95, 10)^T$ soit $\|\mathbf{u}\| \approx 110 \text{ m.s}^{-1} \approx 1.5u_0$ tandis que pour la configurations FSD, on a $\mathbf{u} \approx (30, 15, -5)^T$ soit $\|\mathbf{u}\| \approx 35 \text{ m.s}^{-1} \approx 0.5u_0$. Selon la description de Jean Délery [97], un tourbillon caractérisé par une faible vitesse axiale moyenne correspond à un tourbillon de sillage tandis qu'un tourbillon possédant un coeur tourbillonnaire similaire à un jet se rencontre plutôt dans les tourbillons intenses qui peuvent se former sur les extrémités d'une aile delta à forte incidence. Il semble donc que la différence de géométrie des extrémités de volet génère deux tourbillons à la physique différente.

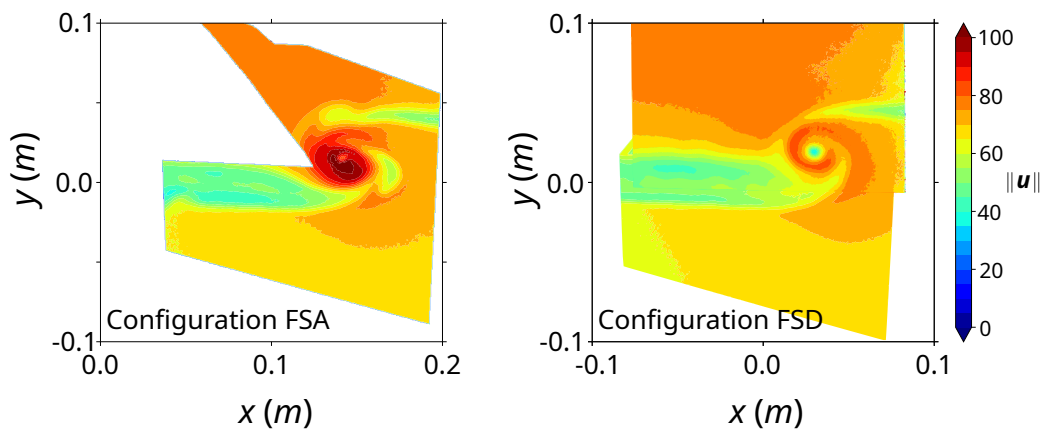


Figure 5.13 – Comparaison des champs de norme de vitesse $\|\mathbf{u}\|$ obtenus par PIV sur un même plan pour les deux configurations d'extrémité de volet étudiées dans le projet SWAHILI.

Pour la configuration FSD, des mesures de profils de vitesse LDV additionnelles ont été mises en place. L'accord entre les mesures PIV et LDV est acceptable en terme de tendance même si des écarts ont été observés sur les niveaux de vitesse moyenne. Combiné à un anémomètre fil chaud, des mesures LDV instationnaires de fluctuations de vitesse ont également été réalisées au niveau des plans PIV. Les spectres obtenus sont typiques d'une turbulence pleinement développée, mais ils ne présentent pas les fortes oscillations obtenues via les mesures instationnaires de pression pariétale.

Enfin, les niveaux d'intensité sonore ont été mesurés via un réseau d'une centaine de microphones. Des méthodes d'antennerie numérique appliquées aux signaux obtenus lors des essais permettent de remonter aux sources du bruit. Pour les trois configurations étudiées (NOM³, FSD et FSA), les auteurs ont alors isolé la contribution du volet en intégrant les spectres de pression sur une zone centrée autour de celui-ci. Ces spectres sont tracés en [Figure 5.14](#) et montrent trois tendances différentes. Premièrement, les spectres intégrés de la configuration NOM montrent peu de fluctuations de pression haute fréquence, et un niveau assez élevé de fluctuations basses-fréquences. Les spectres intégrés issues de la configuration FSD suggèrent un niveau élevé de fluctuations large-bande. La configuration FSA présente également un spectre intégré large-bande de plus faible amplitude, mais marqué par une forte augmentation de fluctuations entre 6 et 8 kHz formant un pic atteint autour de 6.65 kHz. Ce pic témoigne d'une intense source de bruit audible due à l'extrémité de volet et propre à la configuration FSA. Son origine est probablement associée à un phénomène physique, mais comme rapporté par les auteurs [240], ce dernier n'a pas encore été clairement identifié.

3. Il s'agit de la configuration nominale. Tous les volets de la maquette sont déployés et il n'y a pas d'extrémité de volet.

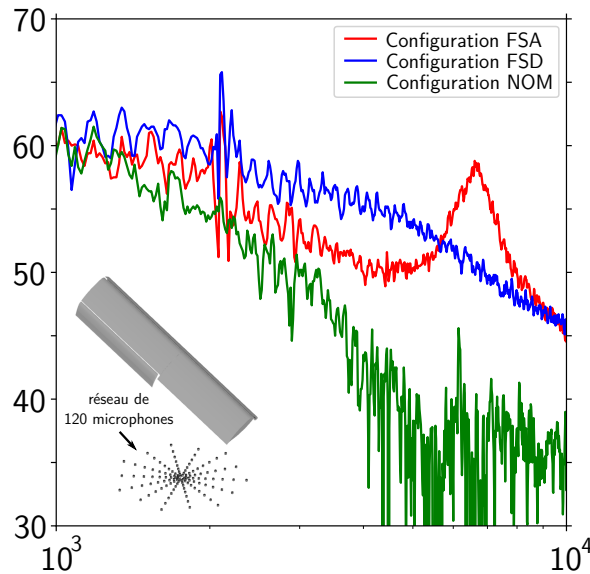


Figure 5.14 – Densités spectrales de puissance intégrées autour du volet des signaux de pressions enregistrés par le réseau de microphones pour les trois configurations étudiées. Tiré de [240].

Un objectif de ces travaux est de simuler l'écoulement autour de la configuration FSA via la ZDES-LBM afin d'une part de poursuivre la validation de la ZDES-LBM sur un cas complexe et d'autre part de comprendre le mécanisme responsable de la nette augmentation de fluctuations observée pour cette configuration. Les ingrédients de paroi développés dans le Chapitre 3 seront également utilisés pour constituer un cadre de travail robuste pour la gestion des interactions entre tourbillons et parois solides.

3 Mise en place de la simulation ZDES-LBM pour la configuration FSA

3.1 Nécessité d'un compromis entre précision et coût de calcul : recours à la ZDES

La simulation de la configuration FSA requiert un domaine de calcul reproduisant la veine d'essai. Celle-ci a pour dimension $7\text{ m} \times 1.4\text{ m} \times 1.8\text{ m}$. Ainsi, pour des raisons associées au coût de calcul, l'influence du développement des couches limites des parois de la soufflerie sur la dynamique de l'extrémité de volet est négligée et les parois de la soufflerie seront traitées par une condition de glissement. Afin de donner un aperçu du coût de calcul motivant ce choix, supposons une taille de maille réaliste de $\Delta y = 5.4 \cdot 10^{-4}\text{ m}$ restant tout de même grossière [310]. Si l'on choisit six points pour la première couche de noeuds (ce qui est faible) et que pour commencer, on souhaite recouvrir un premier côté de la veine d'essai de $7\text{ m} \times 1.8\text{ m}$, on obtient déjà un nombre total de $260 \cdot 10^6$ noeuds. Ajouté à cela les autres côtés de la veine, on obtient un surcoût total d'environ 1 milliard de noeuds et ce, pour une résolution grossière des couches limites.

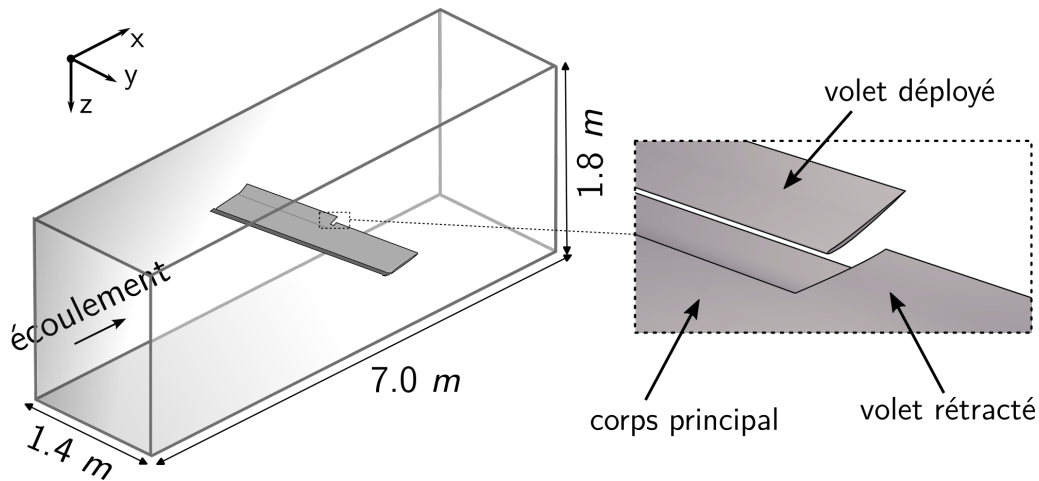


Figure 5.15 – Représentation schématique du domaine de calcul de la simulation de la configuration FSA correspondant à la veine d’essai de la soufflerie F2 à Le Fauga-Mauzac [240].

On s’intéresse désormais aux niveaux de résolution nécessaires le long des parois de l’aile (aussi bien pour les couches limites que pour les couches de mélanges). Pour cela, il est possible de se baser *a priori* sur la résolution utilisée pour le cas LEISA2 traité en Section 4.2. Pour une envergure de $L_z = 0.0512 \text{ m}$, la grille de calcul ZDES-LBM du cas LEISA2 (non raffinée suffisamment dans la cavité de volet) possède environ $90 \cdot 10^6$ noeuds. En faisant une grossière extrapolation à une envergure de $1.4 / \cos(30^\circ) \approx 1.62 \text{ m}$, on obtient un nombre de noeuds total d’environ 3 milliards. Cette estimation est une estimation basse, valable si l’on estime que la résolution entre le bec et le volet du cas LEISA2 sont «échangées», c’est-à-dire que l’effort de résolution serait concentré sur le développement de la couche de mélange dans la cavité de volet, et non celle du bec comme c’est le cas pour la grille LEISA2. L’estimation haute serait d’environ 4.5 milliards de points si l’on résout les couches de mélanges dans les deux cavités. Cette estimation grossière *a priori* ne prend pas en compte la résolution fine des bords de fuite, notamment ici celui du corps principal localisé juste en amont de l’extrémité de volet. Et surtout, cette estimation ne prend pas en compte la résolution fine des bords latéraux des volets, ainsi que des tourbillons d’extrémité de volet issus de l’enroulement des couches de mélanges. Ainsi, la résolution précise de tous les phénomènes physiques d’un écoulement autour d’une aile hyper-sustentée, même sans résoudre les couches limites turbulentes se développant sur les parois de la soufflerie, nécessite un haut niveau de résolution dont le coût, pouvant aller de 5 à 10 milliards de points suivant le raffinement des couches limites, n’est pas envisageable dans le cadre de ces travaux de thèse. De plus, la réduction du coût de calcul via un déraffinement du maillage en envergure loin de l’extrémité de volet est brutale et peut engendrer du bruit parasite, ce qui laisse moins de souplesse dans le traitement en envergure du maillage.

Afin de réduire drastiquement le coût de calcul de la simulation, l’option retenue ici est d’appliquer la philosophie de la ZDES, à savoir son aspect zonal [83]. L’idée est d’exploiter la compatibilité entre le mode 0 (*ie* le mode RANS) et le mode 2 (2020) afin de relaxer la taille de maille dans les zones RANS et de conserver un niveau de résolution fin dans les zones traitées avec le mode 2 (2020). Il est important de préciser que c’est l’utilisation zonale de la ZDES qui a rendu possible la mise en place du calcul dans le cadre de cette thèse. Tout autre modèle hybride RANS/LES ou LES à caractère non zonal ne pourrait convenir dans des temps de résolution compatibles avec les délais de cette thèse⁴. Ici, la motivation sous-jacente n’est pas d’utiliser le mode le plus approprié pour chaque type d’écoulement comme il est traditionnellement fait [82, 85, 92], mais bien d’exploiter la flexibilité de l’approche ZDES à des fins d’optimisation du coût de calcul, comme réalisé par la NASA [169]. Le choix retenu dans cette thèse est de traiter la cavité de volet et l’extrémité de volet en mode 2, le reste de l’aile étant

4. ou bien les simulations seraient réalisées sur une grille trop lâche pour résoudre les structures turbulentes, ce qui générerait du bruit parasite et nuirait à la qualité des prévisions des quantités aérodynamiques.

traité en RANS (bec, corps principal). En [Figure 5.16](#), l'aspect zonal de la simulation est présenté. Une cartographie de viscosité turbulente adimensionnée est également tracée. La couche limite RANS se développant sur l'extrados de l'aile est clairement visible, et la cavité de bec est bien traitée en RANS. En revanche les niveaux de viscosité turbulente dans la cavité de volet et en aval du volet sont faibles et illustrent le basculement rapide en un comportement de type LES. Un autre avantage de cette stratégie zonale est que seules les zones d'intérêt sont traitées en LES, les fluctuations de pression résolues proviennent donc de la zone d'extrémité de volet. Le bruit rayonné par le bec et le corps principal est naturellement filtré du calcul.

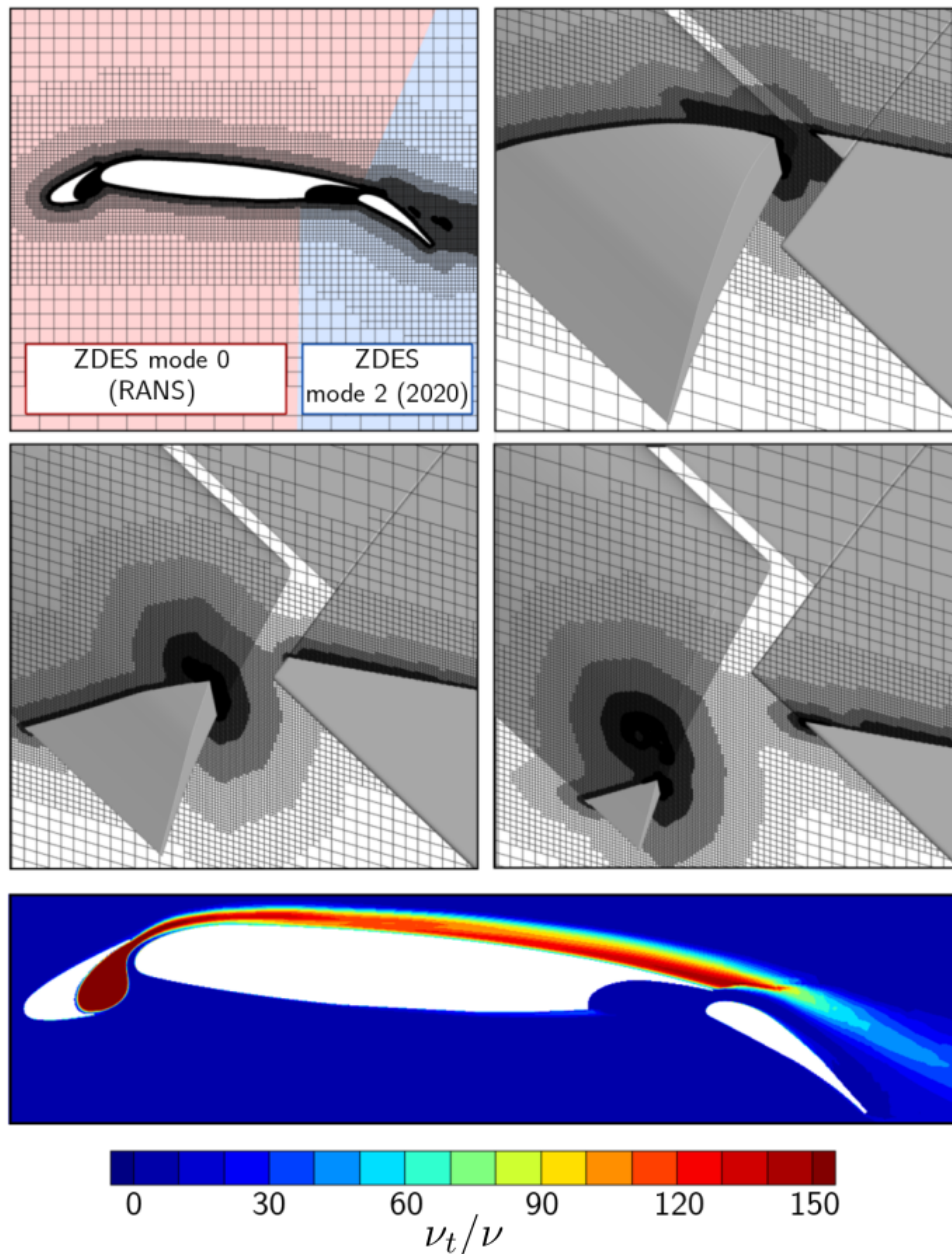


Figure 5.16 – Visualisations du maillage de la simulation ZDES-LBM sur quatre coupes. L'aspect zonal de la simulation est également illustrée par une cartographie de viscosité turbulente adimensionnée.

3.2 Grille et paramètres de calcul

La construction du maillage de la configuration FSA est présentée. Elle diffère suivant si les zones sont traitées en mode RANS ou en mode 2. Premièrement, une étude RANS sur maillage grossier a

permis de choisir une taille de maille à la paroi d'au moins $\Delta = 0,5 \text{ mm}$ afin de garantir un coefficient de pression correct en comparaison avec les essais. Ici, sur une portion couvrant deux cordes de volet, la résolution dans les zones RANS est plus fine, elle est prise égale à $\Delta = 0,25 \text{ mm}$ et est également utilisée pour toute la cavité de volet. En dehors de cette portion, les tailles de mailles sont doublées, ce déraffinement en envergure est bien moins critique qu'en WMLES car ces zones sont ici traitées en RANS : aucune turbulence résolue ne peut générer du bruit parasite aux transitions. Deuxièmement, le raffinement de l'extrémité de volet a été construit par itération. Un calcul grossier a permis d'obtenir un champ moyen sur lequel des iso-surfaces de critère Q ont été calculées. Cette surface est alors extraite puis injectée dans l'interface ProLB afin de servir de contour pour un nouveau maillage avec un niveau de résolution plus fin. Cette manière de procéder permet de conserver une résolution fine le long de la trajectoire des tourbillons tout en optimisant le coût de calcul. Les visualisations présentées en Figure 5.16 sont obtenues après quatre itérations. Le bord latéral de l'extrémité de volet est maillé avec une résolution de $6,25 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ tandis que les tourbillons sont traitées avec une résolution de $1,25 \cdot 10^{-4} \text{ m}$. Le maillage ZDES-LBM a ainsi pu être réduit à environ 120 millions de noeuds de calcul, soit 30 fois moins. Les divers paramètres de l'écoulement et du maillage sont résumés dans le Tableau 5.1.

Paramètres de l'écoulement			
$c = 0,3 \text{ m}$	$u_0 = 71 \text{ m.s}^{-1}$	$\rho = 1,20 \text{ kg.m}^{-3}$	
$p = 101325 \text{ Pa}$	$Re_c = 1,43 \cdot 10^6$	$Ma = 0,21$	
Paramètres des maillages	Δy_{\min}	Δt	Nombre de noeuds
Grille ZDES-LBM	$6,25 \cdot 10^{-5} \text{ m}$	$1,05 \cdot 10^{-7} \text{ s}$	$121,8 \cdot 10^6$

Table 5.1 – Principaux paramètres de la simulation ZDES-LBM de l'écoulement autour de la configuration FSA.

4 Résultats et discussions

La simulation ZDES-LBM a été menée sur une durée totale de $0,25 \text{ s}$ répartie en $0,07 \text{ s}$ de simulation RANS, de $0,05 \text{ s}$ de phase transitoire et $0,13 \text{ s}$ de récupération de données. L'évolution des efforts latéraux intégrés sur l'entièreté de l'aile en fonction du nombre d'itérations est tracée en Figure 5.17. Ces derniers évoluent peu car une grande majorité de l'aile est traitée en RANS.

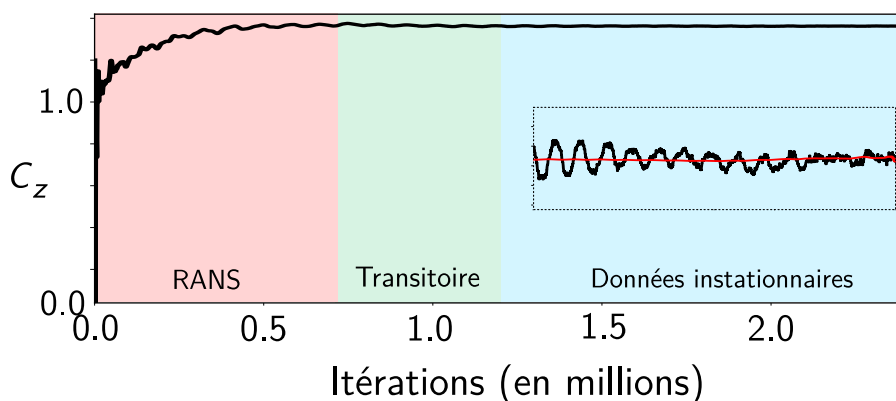


Figure 5.17 – Évolution de la portance de l'aile en flèche en fonction du nombre d'itérations. La surface de référence a été prise comme le produit de la corde et de l'envergure de l'aile.

4.1 Topologie de l'écoulement simulé par ZDES-LBM pour la configuration FSA

Premièrement, la topologie de l'écoulement obtenue par simulation ZDES-LBM est présentée. En [Figure 5.18](#), des iso-surfaces de critère Q adimensionné $Q^* = Q \cdot c^2 / u_0^2$ sont tracées dans la région de l'extrémité de volet. La visualisation présente les traits principaux généralement rencontrés dans les écoulements d'extrémité de volet décrits précédemment en [Section 1.3](#).

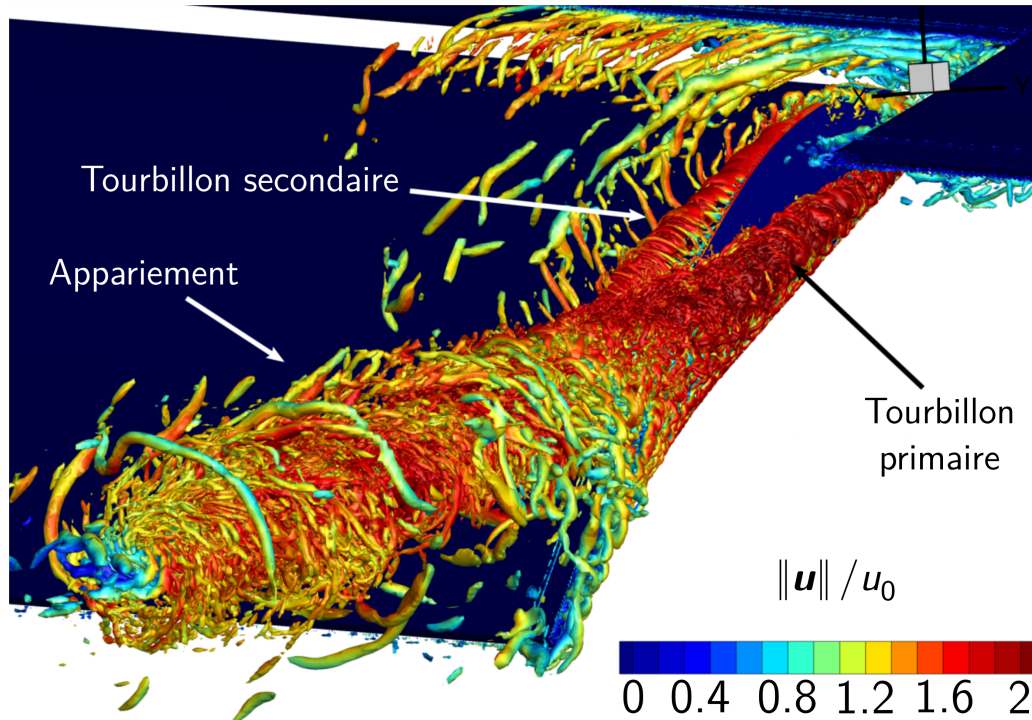


Figure 5.18 – Iso-surfaces de critère $Q^* = Q \cdot c^2 / u_0^2 = 6000$ colorié par la norme du vecteur vitesse $\|\mathbf{u}\|$.

En particulier, on distingue bien la formation des tourbillons primaire et secondaire. Le phénomène d'appariement tourbillonnaire est bien retrouvé, à environ mi-corde du volet. Les tourbillons formés sont convectés à haute vitesse, avec un coeur tourbillonnaire pouvant dépasser le double de la vitesse de l'écoulement libre. L'enroulement de la couche de mélange continue d'alimenter le tourbillon apparié jusqu'au bord de fuite du volet. Ce dernier est rapidement advecté loin de la paroi et son coeur tourbillonnaire subit un fort ralentissement, ce qui pourrait indiquer un éclatement tourbillonnaire. De plus, des structures turbulentes issues de la cavité de volet sont prises dans les tourbillons secondaire et apparié. Ainsi, la dynamique de l'écoulement amont pourrait avoir une influence sur l'enroulement des couches de cisaillement. Il s'agit d'un aspect important à prendre en compte car toutes les instationnarités issues du sillage du bec et du corps principal de l'aile sont ici majoritairement modélisées.

Finalement, la visualisation instantanée présentée en [Figure 5.18](#) montre que les traits caractéristiques d'un écoulement d'extrémité de volet sont bien simulés. Afin de donner une idée plus précise de la topologie de l'écoulement, une cartographie de la moyenne quadratique des fluctuations de pression pariétale est fournie en [Figure 5.19](#). Les niveaux sont représentés en dB pour souligner l'intensité acoustique liée au système tourbillonnaire. Des lignes de frottement sont également tracées afin de rendre compte du comportement de l'écoulement proche de la paroi. Enfin, des champs de norme de vitesse sont extraits sur quatre coupes, le but étant de dresser un portrait général des phénomènes mis en jeu le long de la corde de volet.

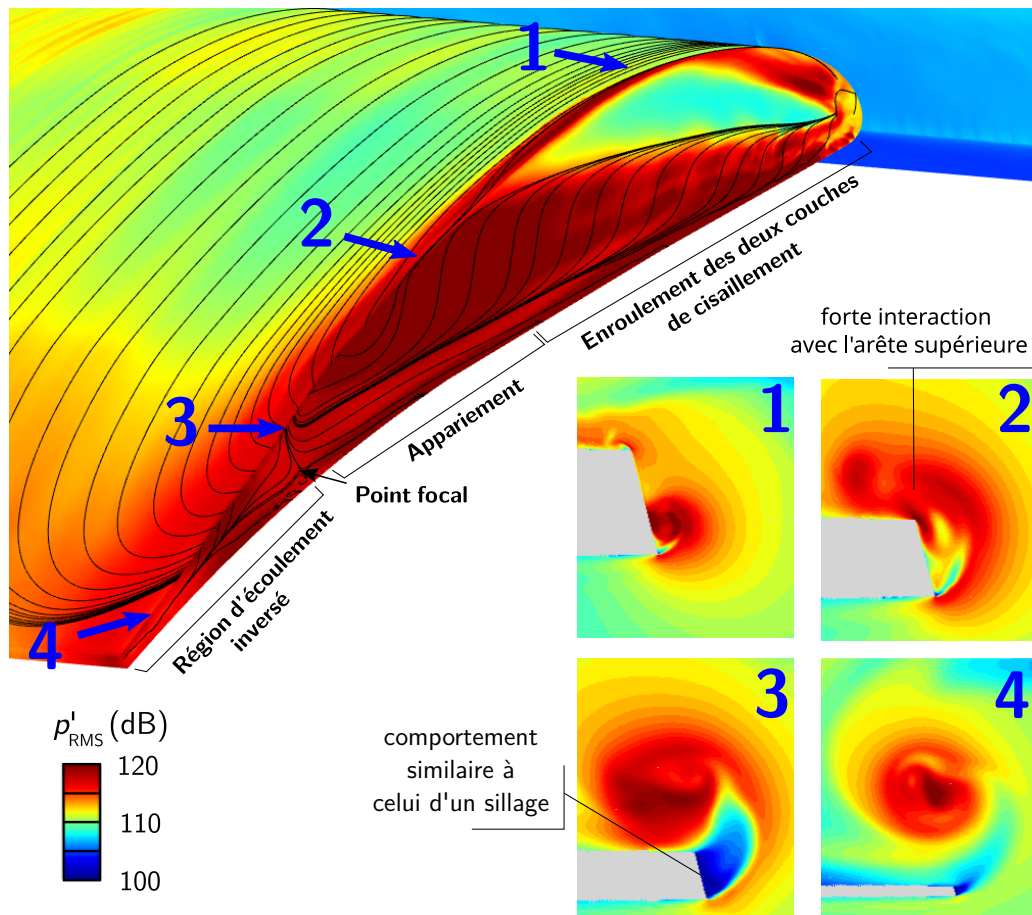


Figure 5.19 – Carte commentée de contours surfaciques de fluctuations RMS de pression (dB) et des lignes de frottement pariétal. Quatre coupes sont présentées pour illustrer les diverses topologies de l’écoulement.

Premièrement, la formation et l’enroulement moyens du tourbillon primaire sont le siège de hauts niveaux de fluctuations. Cet enroulement est identifiable sur la coupe 1, où l’on constate que le coeur tourbillonnaire est très rapide ($\|\mathbf{u}\| \approx 2u_0$) jusqu’en coupe 2, où le tourbillon primaire bascule vers l’extrados. Les fluctuations de pression pariétale sont alors très intenses et dépassent les 120 dB près de l’arête supérieure du volet. Cette région correspond au début de l’appariement tourbillonnaire. La coupe 2 montre également que le tourbillon primaire subit une forte déformation. Le tourbillon apparié reste tout d’abord près de l’extrados avec lequel il rentre en contact. En effet, les traces de la trajectoire moyenne du tourbillon apparié sont visibles sous forme de fluctuations de pression pariétale. Sur la coupe 3, on voit non seulement l’interaction entre le tourbillon apparié et la paroi, mais également une zone à basse vitesse qui se forme sur le bord latéral du volet. Ce comportement qui s’apparente à celui d’un sillage est drastiquement différent de celui présenté en coupe 2, mais reste similaire à celui présenté en coupe 4 juste en amont du bord de fuite du volet. L’origine de ce comportement peut être identifié à l’aide des lignes de frottement : dans cette zone, l’écoulement le long du bord latéral du volet remonte en sens inverse jusqu’à un certain point où les différentes lignes de frottement convergent, et qui sera appelé *point focal*. Il apparaît que le tourbillon, décollant de la paroi, entraîne avec lui l’écoulement de l’extrados qui voit alors le bord latéral du volet comme un culot.

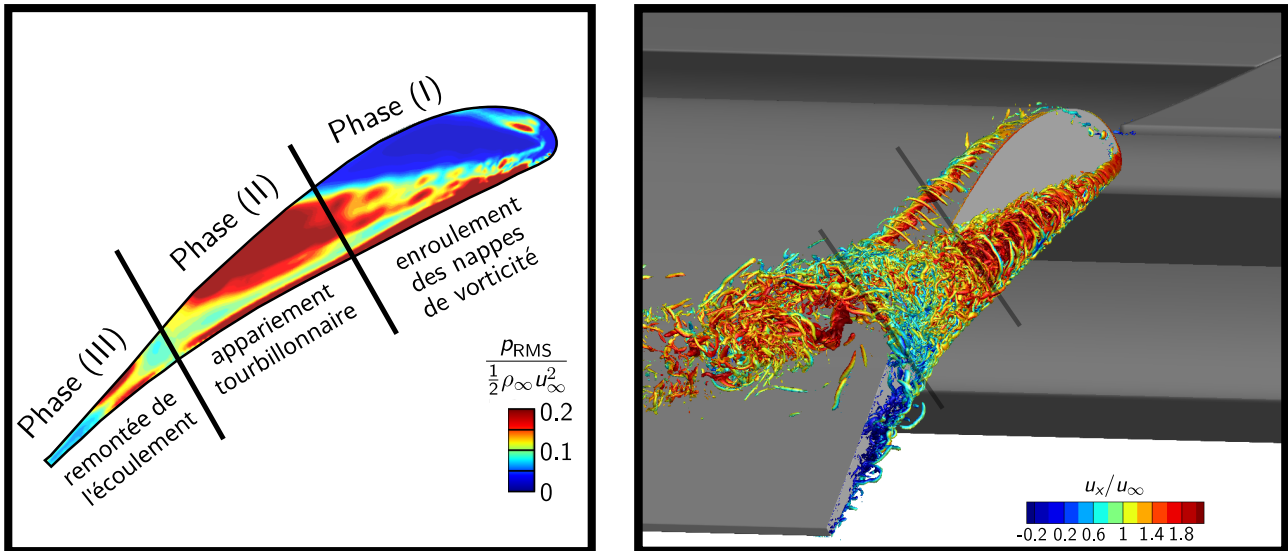


Figure 5.20 – Séparation des trois phases de l'écoulement d'extrémité de volet identifiées dans la simulation de la configuration FSA. (Gauche) : Niveaux moyens de pression RMS pariétale adimensionnée $p_{RMS}/\frac{1}{2}\rho_{\infty}u_{\infty}^2$. (Droite) : Iso-surfaces de critère $Q^* = Q \cdot c^2/u_0^2 = 10^5$ mettant en évidence les trois phases de l'écoulement.

L'analyse des cartes présentées en [Figure 5.19](#) permet de dresser un portrait général de l'écoulement d'extrémité de volet de la configuration FSA. Ce portrait se caractérise par trois phases distinctes qui sont présentées en [Figure 5.20](#). En particulier, on distingue une :

- **(I) - Phase d'enroulement des nappes de vorticité** : Cette première phase débute au niveau du bord d'attaque du volet déployé. Les couches de cisaillement à l'intrados et l'extrados s'enroulent comme typiquement rapporté dans les écoulements d'extrémité de volet. Ici, on peut également voir qu'une partie de l'enroulement à l'extrados du volet est alimentée par l'écoulement provenant de l'intrados (comme également montré dans [\[51\]](#)).
- **(II) - Phase d'appariement tourbillonnaire** : Cette deuxième phase débute dès lors que le tourbillon primaire atteint l'arête d'extrados du volet. Le tourbillon primaire subit une forte déformation en se heurtant contre l'arête saillante de l'extrados du volet. Les niveaux de fluctuations de pression pariétale sont intenses, notamment au niveau de l'arête où celles-ci dépassent les 120 dB ;
- **(III) - Phase de remontée de l'écoulement** : Cette troisième et dernière phase a lieu à partir du point focal jusqu'au bord de fuite du volet. Le point focal, reporté en [Figure 5.19](#), définit la limite de la remontée de l'écoulement. Dans cette zone, la composante longitudinale u de l'écoulement est donc négative. Les fluctuations de pression pariétale restent élevées, mais moins que durant la phase d'appariement tourbillonnaire. En revanche, certains niveaux intenses sont précisément localisés près des arêtes inférieures et supérieures de l'extrémité de volet, qui sont notamment mis en évidence par l'échelle linéaire de la [Figure 5.20](#).

Si l'on s'en réfère à la littérature, les deux premières phases correspondent à une physique largement identifiée et décrite [\[293, 107, 307\]](#). La troisième phase obtenue ici l'est nettement moins, mais elle a bien fait l'objet d'observations à la fois expérimentales et numériques. La première observation de cette phase a été reportée par Radeztsky *et al.* [\[293\]](#) lors d'une campagne expérimentale. Plus précisément, c'est la présence d'une accumulation d'huile inexplicée à environ 2/3 de corde de l'extrémité de volet qui a intrigué les auteurs. L'étude numérique de cette configuration par Khorrami *et al.* [\[194\]](#), basée sur une approche RANS, a permis de montrer que l'accumulation d'huile observée correspondait en fait à un point focal, signature d'une remontée de l'écoulement. Il s'agit de la première mention de ce phénomène pour un écoulement d'extrémité de volet. Les auteurs précisent que sans l'appui des données expérimentales, on aurait pu penser que la solution RANS était non physique car ce comportement de l'écoulement n'est pas intuitif. Il semble que cette troisième phase ait également été prévue dans les simulations numériques LBM de Casalino *et al.* [\[51\]](#) mais les auteurs ne le men-

tionnent pas explicitement. Néanmoins, cette troisième phase de l'écoulement est loin d'être observée systématiquement lors d'essais expérimentaux, par exemple elle ne l'est pas dans les essais rapportés dans [307, 76]. À la connaissance de l'auteur, les travaux mentionnant explicitement l'obtention d'une région d'écoulement inversé sont regroupés dans le Tableau 5.2 et certains sont reportés en Figure 5.21 en guise d'illustration. On remarque notamment des similitudes entre le comportement de l'écoulement à l'extrados du volet (Figure 5.19) et la visualisation expérimentale présentée en Figure 5.21. A la lumière du Tableau 5.2, l'existence d'une zone de remontée de l'écoulement est rarement mentionnée dans la littérature et n'a été étudiée qu'à deux reprises : lors d'une campagne extensive de la NASA vers la fin des années 90 pour deux profils d'aile hyper-sustentée ainsi que dans les travaux de thèse de David Angland qui reporte l'apparition d'un tel phénomène à la fois au travers d'essais en soufflerie et de simulations numériques DDES. Un point commun de la plupart de ces études est l'angle de déflexion du volet δ_f qui est élevé. Ainsi, l'apparition de ce phénomène de remontée de l'écoulement est probablement reliée à un phénomène physique particulier qui apparaît plus facilement avec une forte incidence. Dans ce sens, Radeztsky *et al.* [293] affirment que la remontée de l'écoulement est une conséquence d'un éclatement tourbillonnaire. Cet aspect sera abordé en plus amples détails en Section 4.5.

Auteurs	Année	Voie	$Re_c \times 10^6$	δ_f°	Géométrie
Radeztsky <i>et al.</i> [293]	1998	Expérimentale	1.7	39	NACA 63 ₂ -215 Mod B
Macaraeg [230]	1998	Expérimentale	3.6-19.2	39	NACA 63 ₂ -215 Mod B
Khorrami <i>et al.</i> [194]	1999	Numérique	1.7	39	NACA 63 ₂ -215 Mod B
Berkman <i>et al.</i> [27]	1999	Numérique	7.2	20, 30	EET
Angland [6]	2008	Numérique	0.6-2	39	NC
Angland <i>et al.</i> [7]	2009	Expérimentale	0.6-2	39	NC
Yokokawa <i>et al.</i> [397]	2009	Expérimentale	2	35	OTOMO
Husson <i>et al.</i> [171]	2024	Numérique	1.4	35	F16
Farvolden <i>et al.</i> [118]	2024	Expérimentale	1.4	30	30P30N

Table 5.2 – Revue bibliographique des auteurs mentionnant une région d'écoulement inversé observée par voie expérimentale ou numérique.

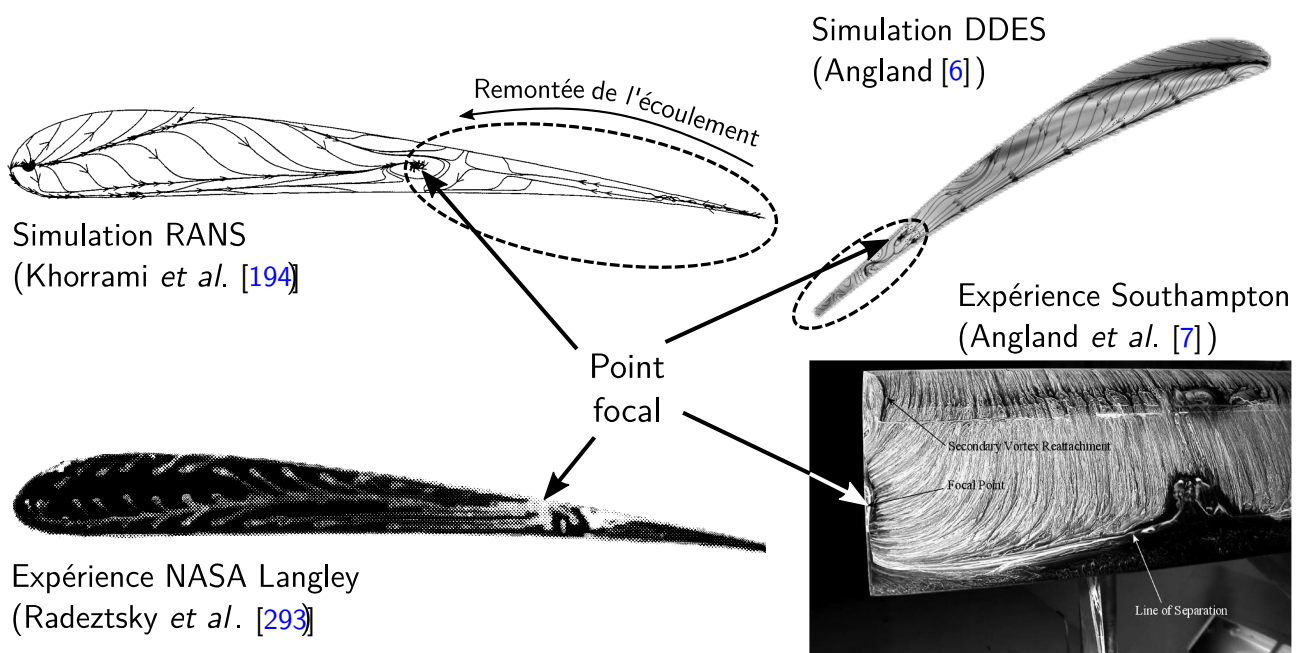


Figure 5.21 – Exemples de phase d'écoulement inversé reportés dans la littérature.

4.2 Comparaison des champs moyens avec les essais

Dans cette partie, le champ aérodynamique moyen est comparé aux mesures réalisées sur les différents plans PIV. L'objectif est de voir si le comportement de l'écoulement observé et décrit précédemment est en accord avec les données expérimentales.

Au total, 14 plans PIV ont été mis en place lors des essais et sont indiqués en [Figure 5.22](#). Ces mesures ont été faites dans un repère, noté (O, LX, LY, LZ) qui est également représenté en [Figure 5.22](#). Son origine est prise à la jonction des volets A et B lorsque ces derniers sont déployés, de sorte que dans le repère soufflerie O ait pour coordonnées $(0.3350, 0.0861, 0.0668)$. L'axe LZ correspond à l'axe Z du repère soufflerie tandis que les axes LX et LY sont obtenus par une rotation d'axe LZ , de centre O et d'angle 30° afin de «suivre» la flèche. Les mesures PIV présentent des zones masquées près des parois du volet : ces zones correspondent à des régions non accessibles par le laser ou à des mesures perturbées par la réflexion du laser sur la paroi, et qui ne sont donc pas exploitables.

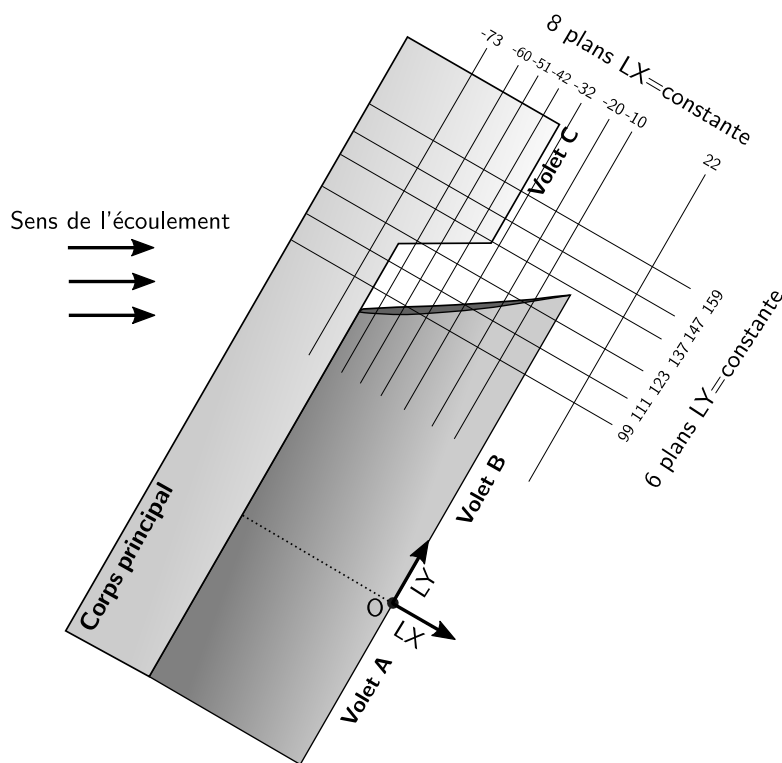


Figure 5.22 – Représentation schématique de la localisation des 14 plans PIV, du repère (O, LX, LY, LZ) ainsi que des trois volets de la configuration FSA. Les chiffres associés à chaque plan correspondent à la valeur de la coordonnée constante du plan en mm .

Pour comparer les résultats de la simulation ZDES-LBM pour la configuration FSA avec les données expérimentales, le choix fait ici consiste à comparer les jeux de données phase par phase (voir [Figure 5.20](#)). L'idée est de comparer chacune des phases pour constater si elles ont été obtenues ou non lors des mesures et mettre en évidence les contrastes et les similitudes pour chacune d'entre elles.

Comparaison de la phase I - Enroulement des nappes de vorticité

Dans un premier temps, on s'intéresse à la phase d'enroulement des couches de mélange qui forme deux tourbillons : le tourbillon primaire sur le bord latéral du volet (enroulement à l'intrados) et le tourbillon secondaire près de l'arête supérieure du volet (enroulement à l'extrados). Les tourbillons étant situés très près de la paroi, leur mise en évidence via les champs moyens expérimentaux est difficile. En se référant à la [Figure 5.22](#), cette zone de l'écoulement comprend les plans $LX = -60$,

-51, -42, -32 et $LY = 99, 111$. Les champs de norme de vitesse $\|\mathbf{u}\|$ obtenus via la ZDES-LBM et les mesures PIV sont tracés en [Figure 5.23](#) dans un premier temps pour les plans $LX = -60$ et $LX = -51$. Les données de ces deux plans montrent l'existence d'un tourbillon se développant le long du bord latéral du volet, il correspond au tourbillon primaire.

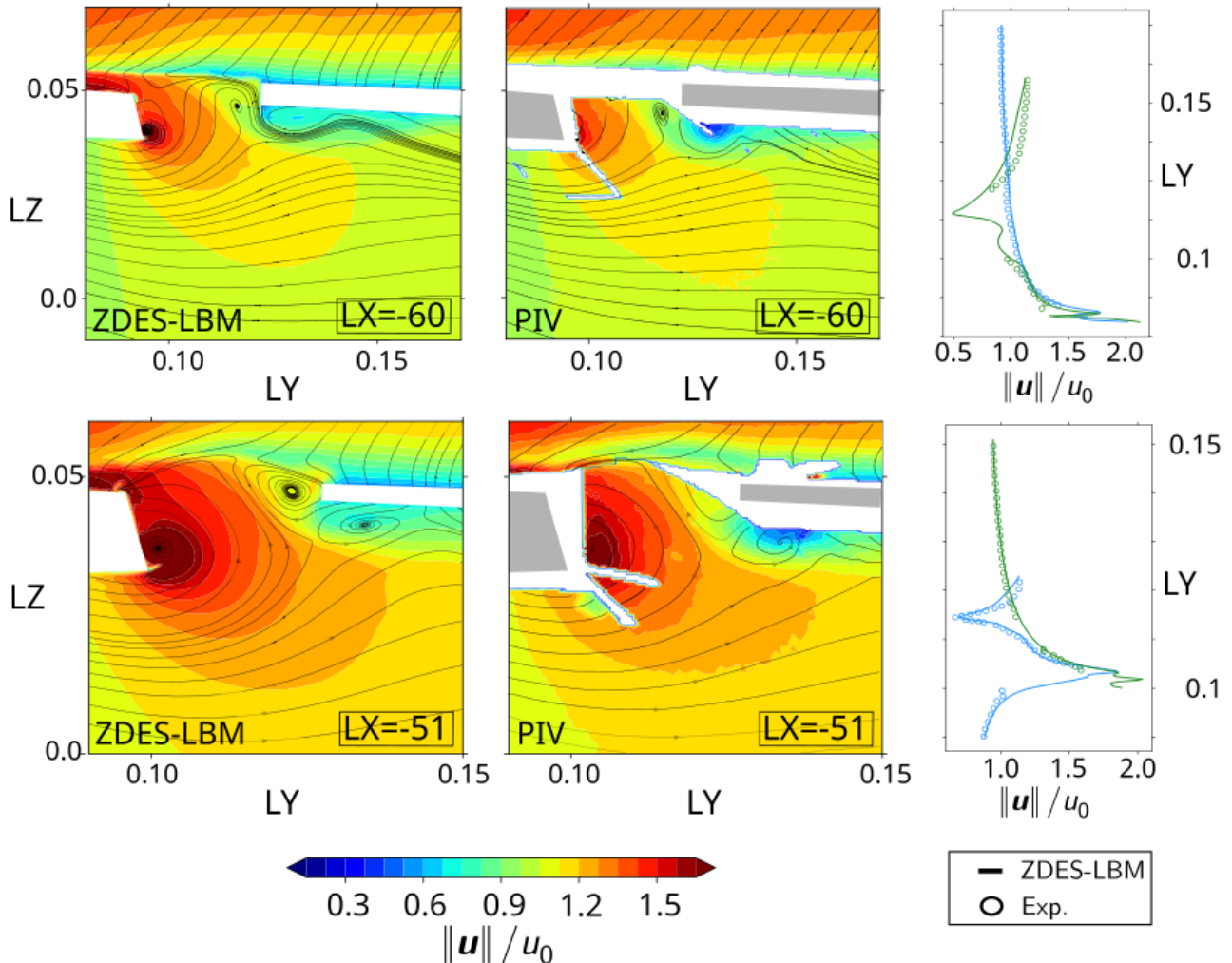


Figure 5.23 – Comparaison des champs de norme de vitesse obtenus par ZDES-LBM et mesurés aux plans $LX = -60$ et $LX = -51$ (voir [Figure 5.22](#)).

Le coeur du tourbillon primaire est clairement visible dans la simulation ZDES-LBM grâce aux lignes de courant mais est masqué par la mesure PIV. Cependant, les lignes de courant tracées sur le champ PIV montrent bien qu'un tourbillon a été mesuré lors des essais mais il est impossible d'en déduire la position de son centre. L'accord du champ de vitesse entre simulation et expérience est bon et atteste d'une physique similaire. En particulier, les deux jeux de données prévoient, en plus du tourbillon primaire, la présence de deux tourbillons se formant le long du volet rétracté (volet C) à des positions et tailles comparables. Sur les deux plans présentés, ainsi que sur les plans $LX = -42$ et $LY = 99$ non présentés ici, le masquage des mesures PIV ne permet pas d'authentifier l'enroulement d'un tourbillon secondaire. En revanche, ce dernier peut-être identifié sur les plans $LX = -32$ et $LY = 111$ présentés en [Figure 5.24](#). En effet, il est clair qu'un tourbillon est identifiable sur le champ PIV au plan $LY = 111$. En comparant la localisation de ce tourbillon au champ prévu par la ZDES-LBM, on remarque qu'il correspond bien à la position du tourbillon secondaire, le tourbillon primaire étant également visible plus à gauche sur le bord latéral du volet. Ceci dit, on pourrait penser que le tourbillon mesuré corresponde au tourbillon primaire, mais ceci serait incompatible avec la visualisation du champ PIV du plan $LX = -32$ où le tourbillon primaire est encore situé le long du

bord latéral du volet. C'est donc bien le tourbillon secondaire qui est visible sur le plan PIV à $LY = 111$.

Ainsi, à la lumière des Figures 5.23 et 5.24, il apparaît que la physique d'enroulement du système tourbillonnaire a bien été mesuré lors des essais. Les tourbillons primaire et secondaire simulés via la ZDES-LBM sont tout deux retrouvés, et ont une position et une taille comparables aux données expérimentales même si la vitesse du coeur tourbillonnaire prévue par la ZDES-LBM semble un peu supérieure aux essais. Il a également été vu qu'il y a formation de deux autres tourbillons sur le volet rétracté.

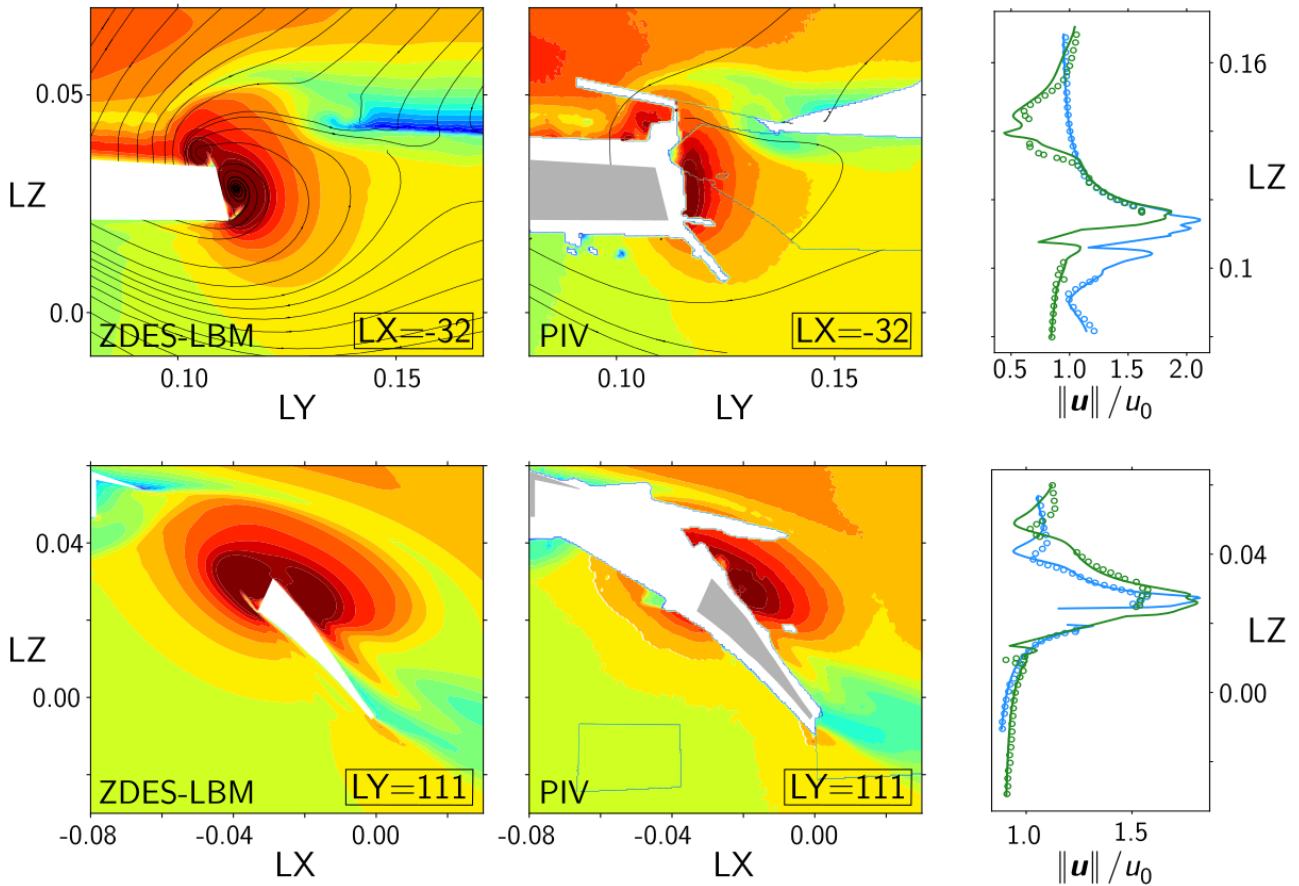


Figure 5.24 – Comparaison des champs de norme de vitesse obtenus par ZDES-LBM et mesures PIV aux plans $LX = -32$ et $LY = 111$ (voir Figure 5.22). Même code couleur qu'en Figure 5.23.

Comparaison de la phase II - Appariement tourbillonnaire :

On s'intéresse désormais à la phase d'appariement tourbillonnaire. Cette dernière est également délicate à étudier expérimentalement car elle a lieu près de la paroi. Dans la simulation ZDES-LBM, l'appariement tourbillonnaire a lieu vers le plan $LX = -20$. Une comparaison des champs de norme de vitesse est effectuée en Figure 5.25 pour ce plan.

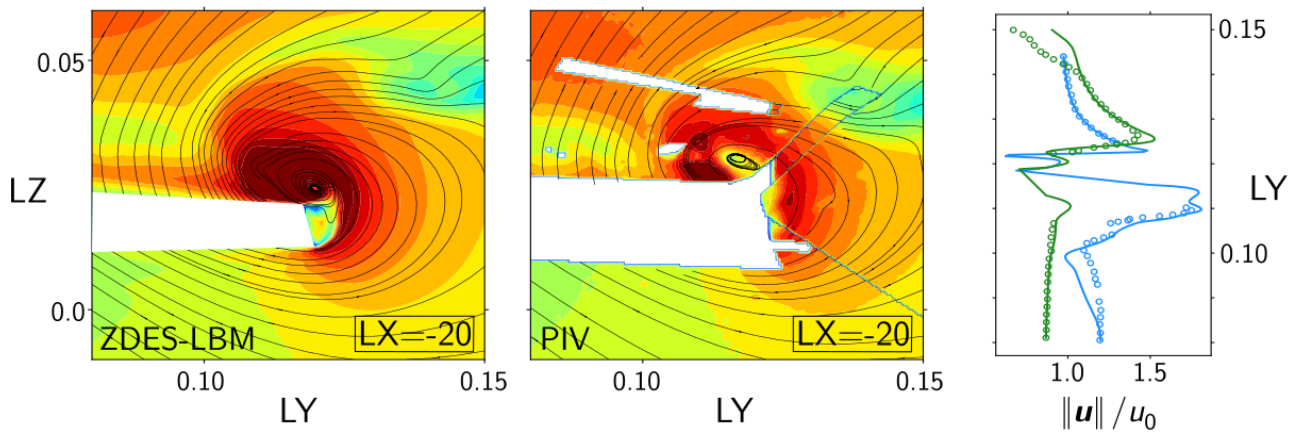


Figure 5.25 – Comparaison des champs de norme de vitesse obtenus par ZDES-LBM et mesurés aux plans $LX = -20$ (voir Figure 5.22). Même code couleur qu'en Figure 5.23.

Premièrement, on voit que le coeur tourbillonnaire du champ PIV est localisé un peu plus haut que dans la simulation bien que l'intensité du champ de vitesse soit globalement bien prévue. On peut voir également le début de la formation d'un sillage partant du bord latéral du volet. Ce sillage est plus prononcé dans les mesures que dans la simulation, ce qui suggère que la phase d'appariement tourbillonnaire simulée a débuté un peu plus tard que dans les essais. L'estimation de ce retard est difficile car l'épaisseur de ce sillage varie, et les données des plans $LY = 123$ et $LY = 137$ ne fournissent pas de données assez proches de la paroi. On sait donc que l'appariement des deux tourbillons se produit entre les plans $LX = -32$ et $LX = -20$ durant les essais, et débute vers $LX = -25$ pour la simulation numérique. Néanmoins, il convient de préciser que deux mesures PIV moyennées, prises en un même plan, fournissent deux positions différentes du tourbillon apparié pouvant dépasser 3 mm de distance. Ce constat suggère donc que l'étendue de la phase d'appariement tourbillonnaire a pu varier au cours de l'essai.

Comparaison de la phase III - Remontée de l'écoulement :

Enfin, les comparaisons visent désormais à identifier la phase de remontée de l'écoulement, où la couche de cisaillement près du bord latéral du volet se comporte comme un sillage. Cette zone de l'écoulement correspond aux plans $LX = -10$ et $LY = 123$. Le champ de norme de vitesse au plan $LX = -10$ est tracé en Figure 5.26 pour la ZDES-LBM et les mesures PIV. Malheureusement, le masquage des mesures PIV ne permet pas de clairement identifier une remontée de l'écoulement. On remarque néanmoins un très bon accord des champs de vitesse, notamment la taille et la position du tourbillon apparié. La couche de mélange mesurée lors des essais montre clairement un comportement similaire à celui d'un sillage, ce qui est bien retrouvé avec la simulation ZDES-LBM. On voit que pour ce plan PIV, la couche de mélange présente une zone de fluide à basse-vitesse, entraînée par la vitesse induite du tourbillon apparié. Ce phénomène se produit également dans la simulation numérique, mais environ 5 mm en aval. Le contour de vitesse axial u_x est tracé en gros-plan centré sur l'enroulement de la couche de mélange. La forme ainsi que les niveaux de vitesse mesurés dans la partie visible de la couche de mélange sont en très bon accord avec la simulation. Une petite portion d'écoulement inversé est bien visible avec la ZDES-LBM. Même si la remontée de l'écoulement lors des essais n'est pas identifiable, il est clair que la couche de cisaillement présente une très faible vitesse axiale.

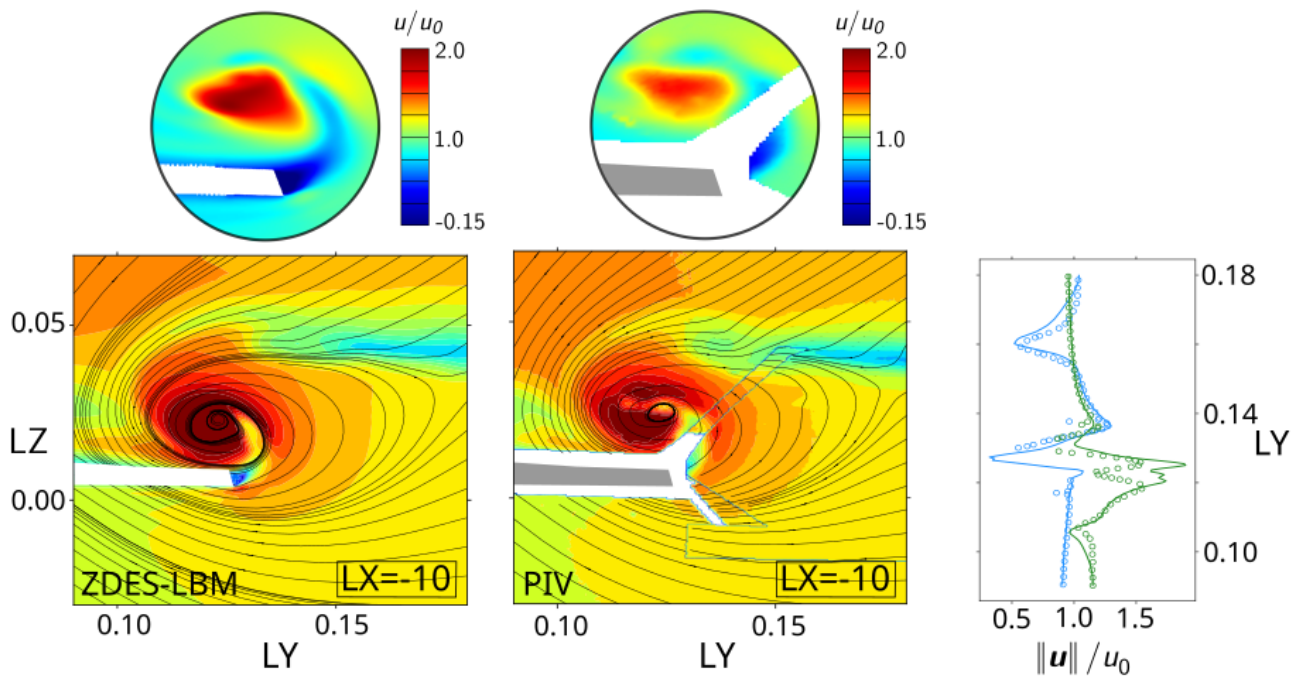


Figure 5.26 – Comparaison des champs de norme de vitesse obtenus par ZDES-LBM et mesurés aux plans $LX = -10$ (voir Figure 5.22). Même code couleur qu'en Figure 5.23. Des contours de vitesse axiale u_x sont également tracés dans la couche de mélange.

Pour vérifier s'il y a bien eu une remontée de l'écoulement, des photographies de l'aile recouverte d'un enduit visqueux ont été effectuées lors des essais. Deux de ces photos sont montrées en Figure 5.27 où l'on peut voir deux arguments en faveur d'une remontée de l'écoulement lors des essais :

- Sur le cliché de gauche, il y a une accumulation d'enduit visqueux sur le bord latéral du volet environ à $2/3$ de corde qui suggère l'existence d'un point focal, et donc d'une région d'écoulement inversé ;
- Sur le cliché de droite, l'écoulement semble décollé sur le volet déployé. Des lignes d'enduit visqueux suggèrent effectivement une remontée de l'écoulement jusqu'au point focal.

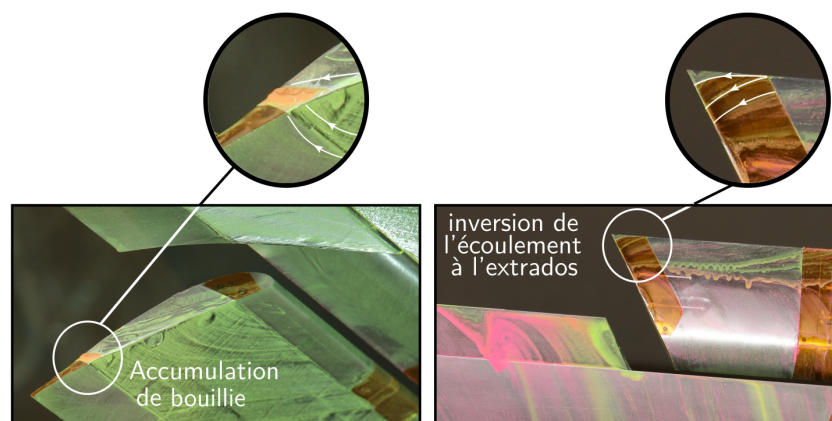


Figure 5.27 – Photographies de la configuration FSA prises lors des essais du projet SWAHILI dans la soufflerie F2 à Le Fauga-Mauzac. L'aile a été recouverte au préalable d'un enduit visqueux coloré (vert à l'intrados, rose à l'extrados).

Il apparaît donc que d'une part, il y a un très bon accord du champ aérodynamique entre ZDES-LBM et expérience pour une station où la simulation rapporte une région d'écoulement inversé, mais

où l'on ne dispose pas de données expérimentales suffisamment proches des parois. D'autre part, des clichés pris dans la soufflerie montrant des visualisations de ligne de frottement suggèrent une remontée de l'écoulement. Bien qu'il ne s'agisse pas de preuves irréfutables, il est possible d'affirmer avec un bon niveau de confiance qu'une phase de remontée de l'écoulement a bien eu lieu lors des essais.

Comparaison de l'advection du tourbillon apparié :

Enfin, les plans PIV correspondant à $LX = 22$ et $LY = 147, 159$ fournissent des mesures sur la taille, la position et la vitesse du tourbillon apparié lorsque celui-ci n'est plus en proximité directe avec l'extrémité de volet. Le coeur du tourbillon est ainsi clairement mesuré. Une comparaison du champ de norme de vitesse pour les plans $LX = 22$ et $LY = 159$ est présentée en [Figure 5.28](#).

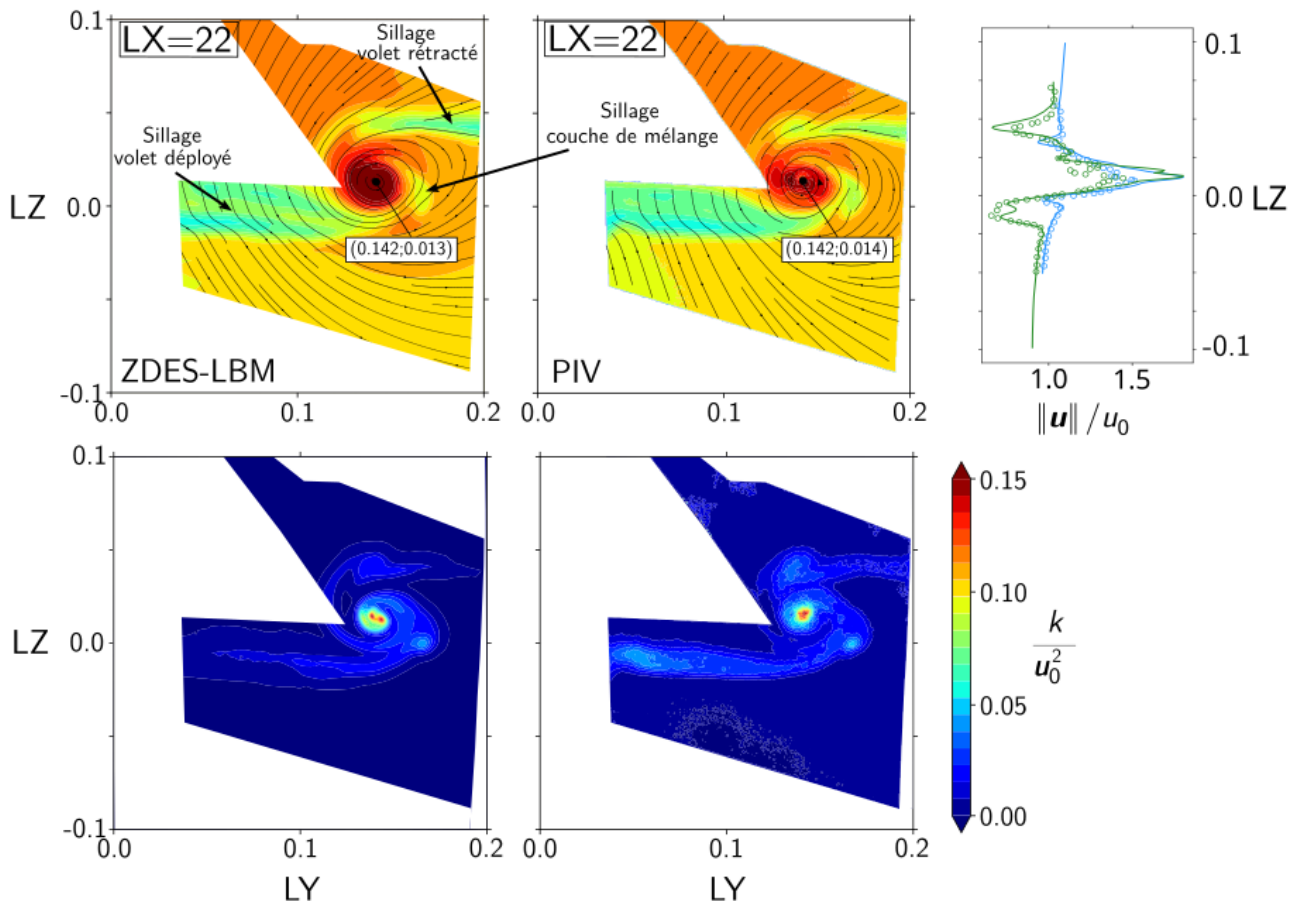


Figure 5.28 – Comparaison des cartes de contour de la norme du vecteur vitesse et d'énergie cinétique turbulente entre la simulation ZDES-LBM et les mesures PIV pour le plan $LX = 22$ (voir [Figure 5.22](#)). Même code couleur qu'en [Figure 5.23](#).

Premièrement, la comparaison du plan $LX = 22$ (voir profils de $\|\mathbf{u}\|/u_0$ montre que le tourbillon simulé à un coeur plus rapide que dans les essais, l'origine de cette survitesse n'a pas pu être investiguée dans cette thèse, mais il est probable que la modélisation des fluctuations turbulentes en amont du volet en soit principalement responsable. Malgré cette différence, l'écart entre les coeurs tourbillonnaires simulé et mesuré est de moins d'un millimètre. De plus, l'interaction entre le tourbillon apparié et les sillages (celui du volet déployé à gauche et rétracté à droite) est très bien reproduit numériquement. Il existe également un troisième sillage de petite taille visible à droite du tourbillon apparié. Ce sillage, visible aussi bien dans les données expérimentales que dans la simulation, provient de l'advection de la couche de mélange qui s'est formée le long du bord latéral du volet. Un constat équivalent peut être tiré des comparaisons des plans $LY = 147$ et 159 en [Figure 5.29](#). Pour le plan PIV $LY = 147$, les deux coeurs tourbillonnaires obtenus lors de deux mesures différentes sont représentés. Une différence

d'environ trois millimètres est reporté entre les mesures, ce qui montre bien que l'écoulement a subi des variations non-négligeables durant les essais.

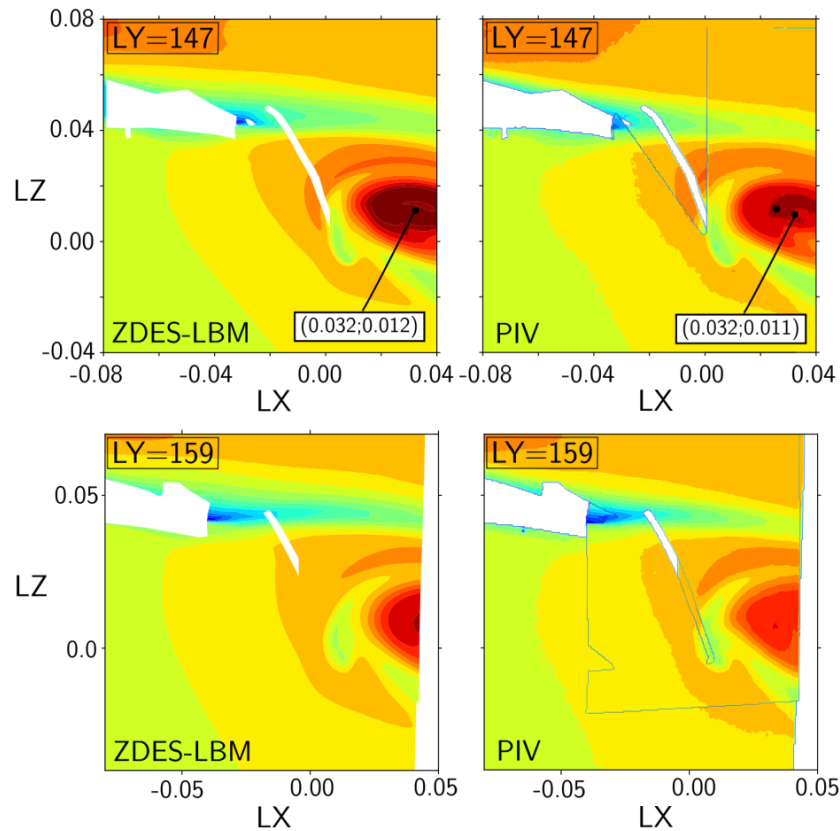


Figure 5.29 – Comparaison des cartes de contour de la norme du vecteur vitesse entre la simulation ZDES-LBM et les mesures PIV pour les plans $LY = 147$ et $LX = 159$ (voir [Figure 5.22](#)). Même code couleur qu'en [Figure 5.23](#).

En conclusion, les données de la simulation ZDES-LBM de la configuration FSA sont en bon accord avec les données expérimentales. La physique globale de l'écoulement caractérisé par trois phases entre les deux, notamment sur la position et le développement des deux tourbillons. Quelques différences sont néanmoins constatées : le tourbillon apparié simulé a un coeur tourbillonnaire plus intense que dans les mesures. Celui-ci est advecté plus rapidement, et a une vitesse de rotation un peu surestimée. De plus, les niveaux d'énergie cinétique turbulente dans les sillages sont légèrement sous-estimés. Ces constatations sont probablement une conséquence de la modélisation RANS en amont du volet combinée à la résolution trop grossière du maillage, mais il serait nécessaire de réaliser des simulations supplémentaires pour vérifier cette hypothèse et quantifier son influence sur la précision du calcul. Cela n'entache en rien la représentativité de l'écoulement prévu par la simulation, ni la pertinence de son analyse physique.

4.3 Acoustique en champ lointain : comparaison avec les essais

La partie précédente a montré que le champ aérodynamique de la ZDES-LBM est obtenu avec une bonne précision générale. L'enjeu désormais est de s'intéresser au champ acoustique de la simulation afin de voir si le mécanisme générant le bruit caractéristique observé vers 6.6 kHz est retrouvé numériquement. Lors des essais, les microphones du réseau captent les fluctuations de pression issues de l'entièreté de la maquette, comme le bec ou le corps principal de l'aile. Afin de pouvoir comparer données expérimentales et numériques concernant l'acoustique en champ lointain, il est nécessaire de

réaliser un traitement d'antennerie des données expérimentales afin d'isoler la contribution de l'extrémité de volet d'une part, mais aussi afin de construire une carte de bruit à partir des données de la simulation. Un tel traitement a pu être réalisé à l'ONERA par Sandrine Fauqueux. Premièrement, des cartes de bruit numérique et expérimentale sont représentées en [Figure 5.30](#) pour la bande de tiers d'octave à 6.3 kHz. Elles ont été obtenues à l'aide de l'algorithme DAMAS appliqué aux signaux des 120 microphones numériques et expérimentaux.

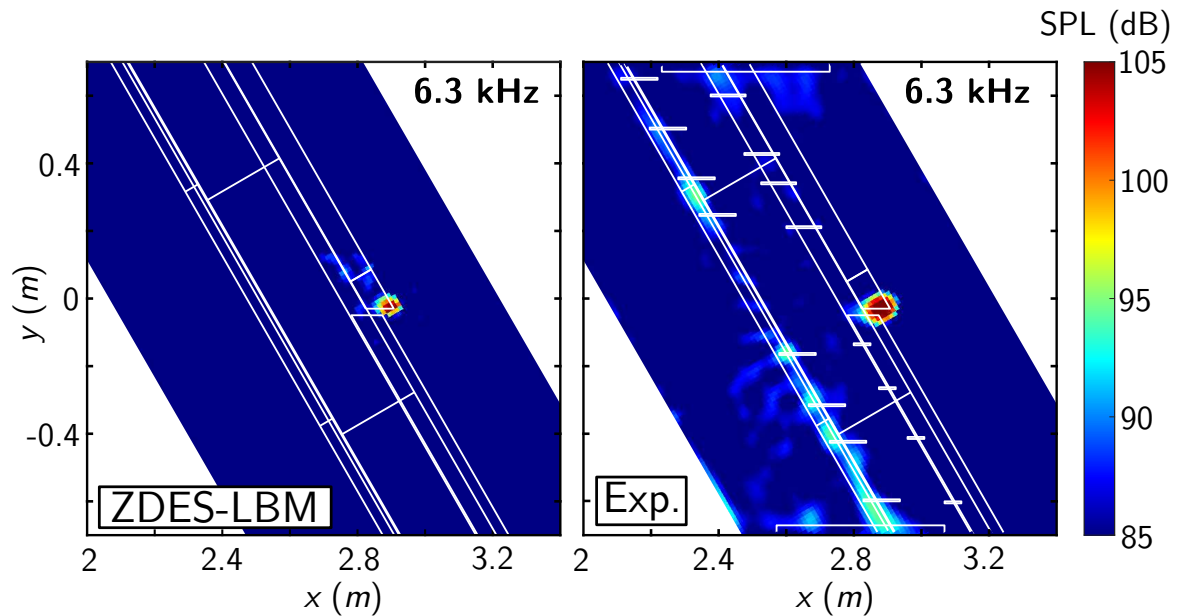


Figure 5.30 – Comparaison des cartes de bruit obtenues par méthode de déconvolution DAMAS à partir des microphones numériques (gauche) et expérimentaux (droite) pour la bande de tiers d'octave 6,3 kHz.

La source de bruit obtenue expérimentalement est bien retrouvée par voie numérique, bien que celle-ci soit un peu moins intense (1 à 2 dB de moins au centre), et donc moins étendue. Les sources à proximité de l'extrémité de volet ont été re-propagées aux microphones via des techniques d'antennerie afin d'obtenir des signaux de pression expérimentaux comparables à ceux simulés⁵. Des comparaisons des spectres obtenus sont présentés en [Figure 5.31](#), ils présentent une forme similaire avec des niveaux de fluctuations légèrement inférieurs sur l'ensemble des fréquences tracées.

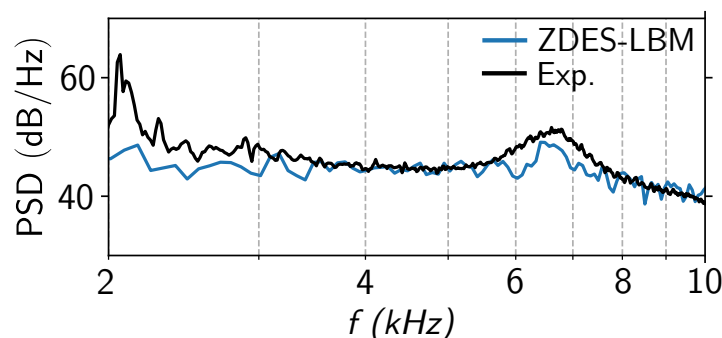


Figure 5.31 – Comparaison entre le spectre de fluctuations de pression en champ lointain simulé et mesuré pour un microphone. Le spectre simulé est calculé en champ lointain via une analogie acoustique appliquée au calcul ZDES-LBM tandis que le spectre mesuré propage au microphone les sources localisées uniquement au niveau de l'extrémité de volet.

5. En effet, les données expérimentales brutes contiennent aussi le bruit issu du bec et du corps principal de l'aile, mais sont absents de la simulation

Le pic de fluctuations de pression vers 6.6 kHz est bien retrouvé, mais la bosse semble moins large-bande que dans les essais. Ainsi, la simulation ZDES-LBM de l'écoulement reproduit bien le mécanisme à l'origine de cette source de bruit. La simulation numérique permettant un accès à l'entièreté du champ aérodynamique instationnaire, il est donc possible d'identifier d'où provient la source de bruit responsable du pic à 6.6 kHz. Pour ce faire, une analyse spectrale phase par phase est menée.

4.4 Analyse spectrale phase par phase

Cette partie s'intéresse aux signaux des fluctuations turbulentes obtenus via la simulation ZDES-LBM pour la configuration FSA. Un peu plus d'une centaine de signaux de pression et de vitesse au niveau de l'extrémité de volet ont été stockés. L'analyse de ces signaux est présentée phase par phase. En particulier, l'idéal serait de pouvoir localiser la source du bruit caractéristique obtenu aux alentours de 6,6 kHz et de comprendre son mécanisme de génération.

Étude spectrale de la phase I - Enroulement des nappes de vorticité

Une cartographie de PSD de pression pariétale est présentée en [Figure 5.32](#) pour 7 capteurs numérotés et localisés près de l'enroulement des nappes de vorticité. Premièrement, les capteurs 1 et 3 mettent en évidence les deux enroulements tourbillonnaires sous forme d'instabilités de Kelvin-Helmholtz, possédant chacune leur fréquence fondamentale. L'enroulement des nappes de vorticité à l'intrados possède une fréquence fondamentale de $f_{\text{int}} = 29,5$ kHz et celui à l'extrados une fréquence fondamentale de $f_{\text{ext}} = 18,5$ kHz.

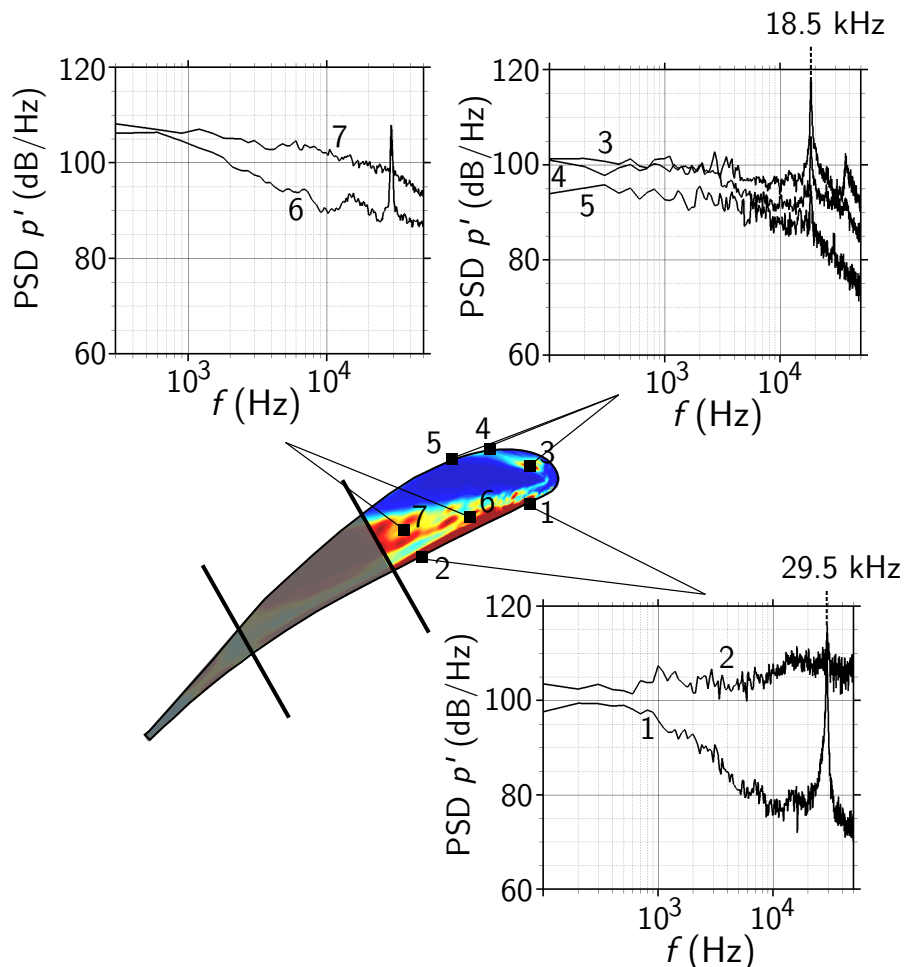


Figure 5.32 – Cartographie de PSD de pression pariétale pour 7 points localisés aux alentours de l'enroulement des nappes de vorticité.

Les fluctuations de pression conservent une certaine cohérence dans cette phase (capteur 2, 5, 6 par exemple), bien que celle-ci diminue au fur et à mesure que la turbulence de l'écoulement se développe. D'autre part, l'enroulement des nappes de vorticit   à l'intrados (capteur 2) finit par g  n  rer de tr  s hauts niveaux de fluctuations    hautes fr  quences. L'enroulement du tourbillon primaire le long du bord lat  ral du volet g  n  re un contenu fortement large-bande comme le montre le passage du capteur 6    7. La forme des PSDs obtenue durant cette phase est tr  s similaire    celle rapport  e dans les essais de Kuroda *et al.* [206].

  tude spectrale de la phase II - Appariement tourbillonnaire :

Les capteurs pr  sent  s pour cette phase sont r  partis en deux cat  gories : les capteurs localis  s pr  s de l'intrados qui rendent compte de la dynamique de l'enroulement de la couche de m  lange et les capteurs suivant la trajectoire du tourbillon primaire jusqu'   son appariement. Pour les capteurs 8, 9 et 10, on remarque un comportement vraiment similaire de l'enroulement    l'intrados ; son intensit   et sa dynamique ne sont pas influenc  es par l'appariement tourbillonnaire. En revanche, les capteurs 11 et 12 montrent notamment un lobe    basses-fr  quences, signature du passage du tourbillon primaire. En effet, plusieurs auteurs rapportent l'apparition d'une bosse    basses-fr  quences (souvent entre 1    2 kHz pour les maquettes consid  r  es de corde $c \approx 0,6 m$) d  s lors que le capteur exp  rimental est localis   sur le passage du tourbillon primaire [153, 206, 190, 16]. On distingue encore la coh  rence    la fr  quence $f = 18.5 kHz$ li  e    l'enroulement de la couche de m  lange    l'intrados. Cette coh  rence n'est plus observ  e pour les capteurs 13 et 14 localis  s pr  s de l'ar  te sup  rieur du volet, o   les fluctuations sont beaucoup plus intenses : 105 dB/Hz en moyenne pour le point 14 sur une gamme de fr  quences allant jusque 20 kHz.

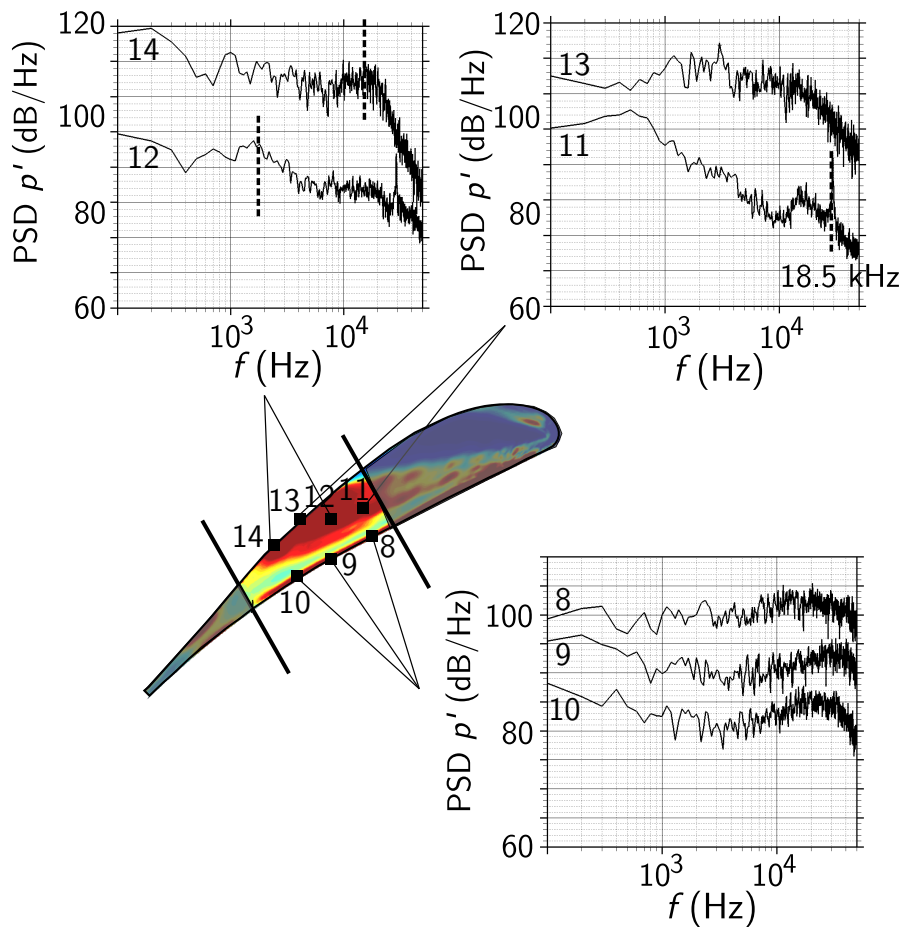


Figure 5.33 – Cartographie de PSD de pression pari  tale pour 7 points localis  s dans la r  gion d'appariement tourbillonnaire.

Les niveaux très intenses à très basses et très hautes fréquences suggèrent la coexistence de grosses structures comme le tourbillon apparié et de petites structures. Les petites structures peuvent tout aussi bien être transportées depuis la couche de cisaillement à l'intrados que générées via l'interaction tourbillon / arête supérieure du volet.

La région d'appariement est la zone où l'intensité des fluctuations de pression est la plus intense, notamment près de l'arête supérieure du volet. Néanmoins, la gamme de fréquences responsables de la signature sonore à 6,6 kHz et qui rayonne en champ lointain n'a pas été identifiée dans cette phase de l'écoulement.

Étude spectrale de la phase III - Écoulement inversé :

L'étude spectrale de cette dernière phase s'effectue pour 7 points localisés sur les arêtes inférieure et supérieure près du bord de fuite du volet. Les spectres de pression pariétale associés sont tracés en Figure 5.34. Cette phase fournit des spectres dont la forme est similaire pour les 7 points, elle est caractérisée par une bosse large-bande autour d'une fréquence fondamentale qui varie suivant la localisation du point. Cette bosse reflète l'augmentation des RMS de pression visible près des arêtes proches du bord de fuite notamment aux points 15 et 18. La fréquence de la bosse augmente au fur et à mesure que le point se situe près du bord de fuite. Les niveaux d'énergie cinétique turbulente diminuent également, mais en réalité moins qu'indiqué en Figure 5.34 car certains niveaux de PSD ont été translatés pour permettre une meilleure visibilité. Pour le point 18, l'intensité des fluctuations de pression est la plus élevée, et la fréquence fondamentale de la bosse avoisine 6,6 kHz. Cette fréquence fondamentale augmente jusqu'à 10,5 kHz environ pour le point 17. Cette forme caractéristique commune aux capteurs de cette région de l'écoulement s'apparente à la bosse observée sur les spectres de pression en champ lointain présentés en Section 2. Il apparaît donc que le mécanisme générateur du bruit identifié lors des essais provient de cette zone de l'écoulement.

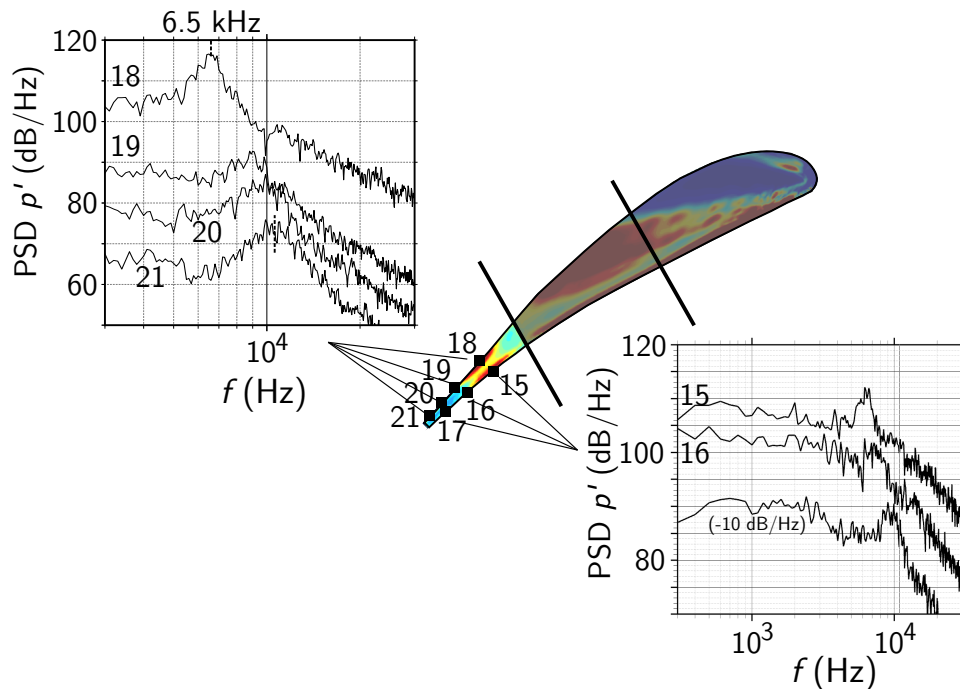


Figure 5.34 – Cartographie de PSD de pression pariétale pour 7 points localisés dans la phase d'écoulement inversé.

Finalement, l'étude spectrale phase par phase a permis de mettre en évidence des comportements spectraux distincts. La phase d'enroulement tourbillonnaire est marquée une augmentation progressive et large-bande des fluctuations de pressions, marquées initialement par deux instabilités de Kelvin-Helmholtz propres aux deux enroulements des nappes de vorticité. Dans la phase d'appariement tourbillonnaire, les spectres de pression pariétale obtenus sont typiques d'une turbulence

pleinement développée, et les maxima de fluctuations sont observés près de l'arête d'extrados lorsque le tourbillon primaire est basculé vers l'extrados du volet. Enfin, dans la phase de remontée de l'écoulement, la forme du spectre de pression pariétale est caractérisée par la présence d'une bosse dont la fréquence fondamentale augmente et l'intensité diminue au fur et à mesure que le point se rapproche du bord de fuite. Cette forme, et notamment les fréquences des bosses, semblent correspondre aux niveaux de fluctuations constatés en champ lointain, aussi bien numériquement que durant les essais en soufflerie. Ainsi, la composante quasi-tonale observée en champ lointain proviendrait de la région d'écoulement inversé. Ce qui est en accord avec la carte de bruit expérimentale présentée en [Figure 5.30](#). La prochaine section se focalise sur l'analyse de ce mécanisme générateur de bruit.

4.5 Analyse du mécanisme générateur du bruit identifié

L'analyse spectrale a montré que le mécanisme générateur du bruit de la configuration étudiée provient de la région d'écoulement inversé. Les spectres tracés en [Figure 5.34](#) montrent que la fréquence fondamentale du pic de fluctuations diminue lorsque l'on se rapproche du bord de fuite.

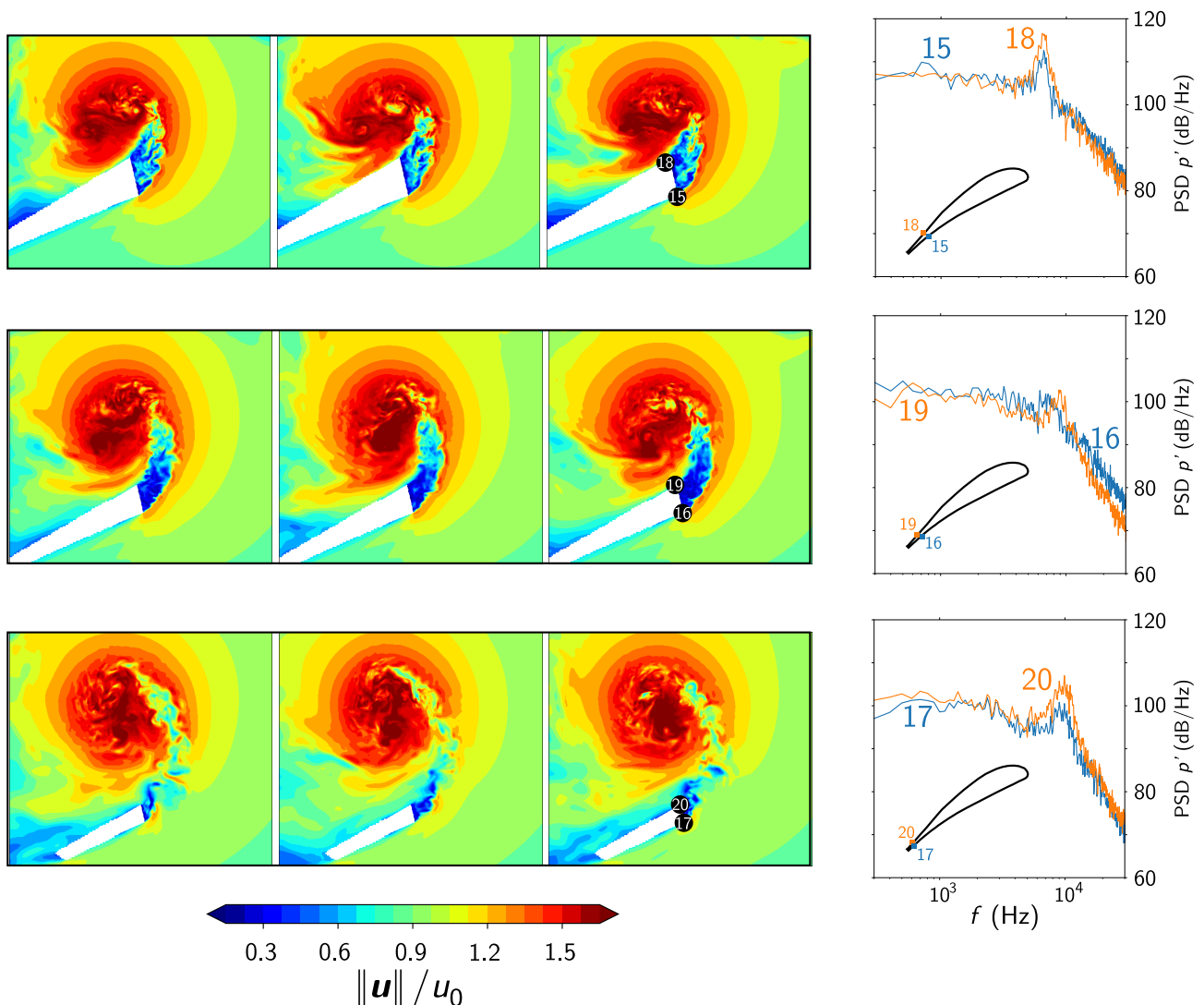


Figure 5.35 – Visualisation de la dynamique instationnaire du sillage se formant sur le bord latéral du volet pour trois coupes différentes. Les PSDs de pression correspondant aux points appartenant à la coupe sont également tracés.

Ces pics s'apparentent à ce que l'on rencontre dans le cadre de fluctuations pariétales de bord de

fuite épais [242, 17, 72, 4]. En revanche, il ne s'agirait pas de bruit rayonné par le bord de fuite du volet, mais plutôt par son extrémité. A la lumière de la Figure 5.19, il est clair qu'entre les coupes 3 et 4, l'écoulement «voit» le bord latéral du volet comme un bord de fuite. Ainsi, l'extrémité de volet ayant une épaisseur qui diminue lorsque l'on se rapproche du bord de fuite, la fréquence du lâché tourbillonnaire augmente. En effet, c'est ce que laissent à penser des visualisations instantanées de norme de vitesse tracées en Figure 5.35. On constate bien trois stades de développement du sillage différents suivant la coupe, pour trois épaisseurs de bord de fuite différentes.

Les PSDs de fluctuations de pression pariétales qui accompagnent ces visualisations montrent bien le décalage vers les hautes fréquences de la fréquence fondamentale. On remarque également que les niveaux de fluctuations sont plus élevés près de l'extrados du volet, ce qui peut s'expliquer par la déformation du sillage engendrée par le tourbillon. L'intensité des fluctuations turbulentes diminuent au fur et à mesure que l'épaisseur diminue également.

Plusieurs auteurs [17, 72, 4] ont identifié que la dynamique du lâché tourbillonnaire pour un bord de fuite épais pour des nombres de Reynolds faibles à modérés est caractérisée par un nombre de Strouhal $St_e = f \cdot e / u_\infty \approx 0.21$. Pour vérifier si cette dynamique apparaît dans la région d'écoulement inversé, les PSDs de fluctuations aux points 16, 18, 19, 20 et 21 sont tracées en Figure 5.35. L'échelle des abscisses est fonction du nombre de Strouhal St_e où e représente l'épaisseur locale de l'extrémité de volet au point considéré. Elles sont respectivement de 0,0028, 0,0023, 0,0020 et 0,0018 mètres. Il est clair qu'avec une telle échelle, les fréquences fondamentales sont de l'ordre de $St_e \approx 0.21$, ce qui corrobore bien que le bruit rayonné à la fréquence de 6,6 kHz serait du *bruit de bord de fuite*.

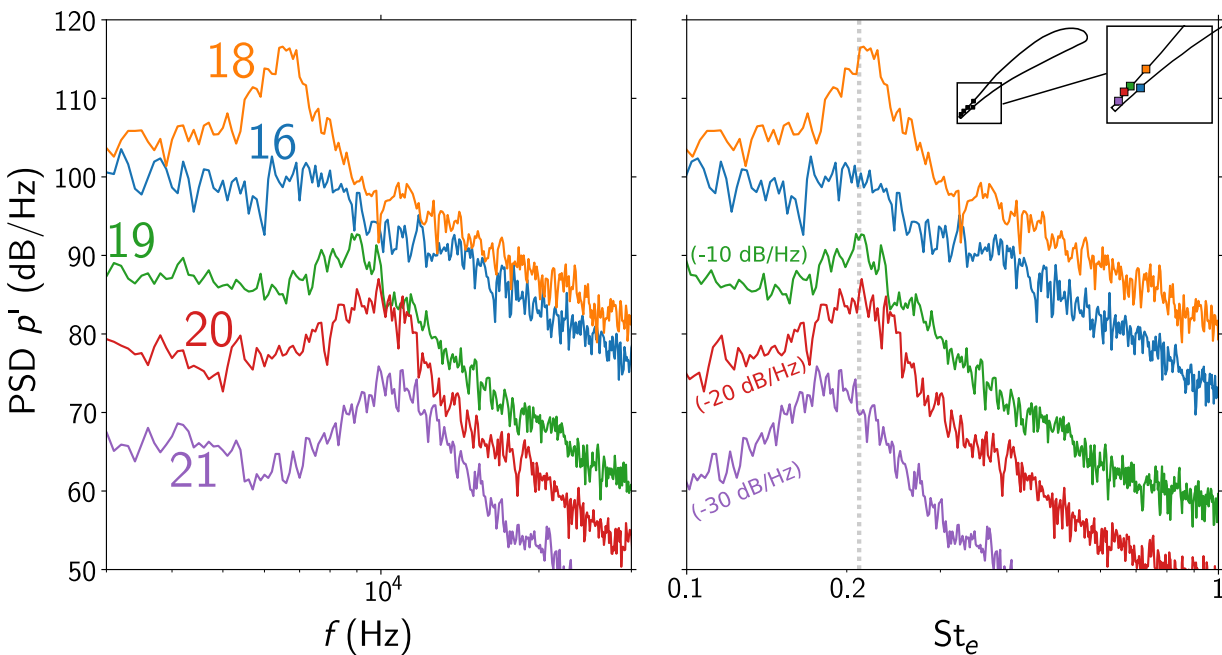


Figure 5.36 – Tracé des PSD de fluctuation de pression en fonction de la fréquence en Hz (gauche) et du nombre de Strouhal basé sur l'épaisseur local du volet $St_e = f \cdot e / u_0$ (droite) en cinq points localisés juste en amont du bord de fuite du volet. Les niveaux de PSD des points 19, 20 et 21 ont été translatés de -10, -20 et -30 dB/Hz respectivement pour permettre une meilleure visualisation.

A la lumière de cette analyse, le bruit rayonné en champ lointain propre à la configuration FSA correspond à un bruit de bord de fuite engendré par une zone où l'écoulement est inversé, c'est-à-dire où la composante de vitesse axiale u_x est négative. C'est la présence du tourbillon apparié qui induit une transformation progressive d'une couche de cisaillement vers un sillage. Cependant, deux questions restent encore en suspens :

- ▣ Ce phénomène est-il systématique pour un écoulement d'extrémité de volet ?
- ▣ Quel(s) mécanisme(s) physique(s) sont/est à l'origine de la remontée de l'écoulement ?

Pour ce qui est de la première question, ce phénomène ne semble pas systématique. En effet, ce dernier est caractérisé par l'apparition d'un point focal délimitant la frontière de remontée de l'écoulement. Certaines études, qu'elles soient expérimentales ou numériques, ont montré que l'apparition d'un point focal n'est pas certain [307, 76]. Il est donc nécessaire de comprendre pourquoi il se produit. Ce qui amène à la seconde question. Selon Khorrami *et al.* [194], l'apparition d'un point focal, et donc d'une zone de remontée de l'écoulement, est due à un *éclatement tourbillonnaire*.

L'éclatement tourbillonnaire à l'origine de la remontée de l'écoulement ?

L'éclatement tourbillonnaire désigne un phénomène entraînant un changement brusque dans la structure d'un tourbillon possédant une vitesse axiale, qui fut observé pour la première fois par Henri Werlé⁶ [383] en 1954. Ce changement peut prendre plusieurs formes, généralement celle d'une bulle de recirculation ou d'une spirale. En Figure 5.37 (a), une visualisation expérimentale d'un éclatement tourbillonnaire sur une aile Delta est présentée. On peut voir un éclatement tourbillonnaire de type bulle (bas) et de type spirale (haut) simultanément. Dans le cas d'une bulle, l'éclatement est caractérisé par une expansion soudaine du coeur tourbillonnaire qui prend alors un aspect désorganisé. Dans les deux cas de figure, le coeur tourbillonnaire subit un brusque ralentissement voire même une remontée de l'écoulement lorsqu'une bulle se forme. Ceci est illustré en Figure 5.37 (b) via des mesures PIV d'un champ de vitesse.

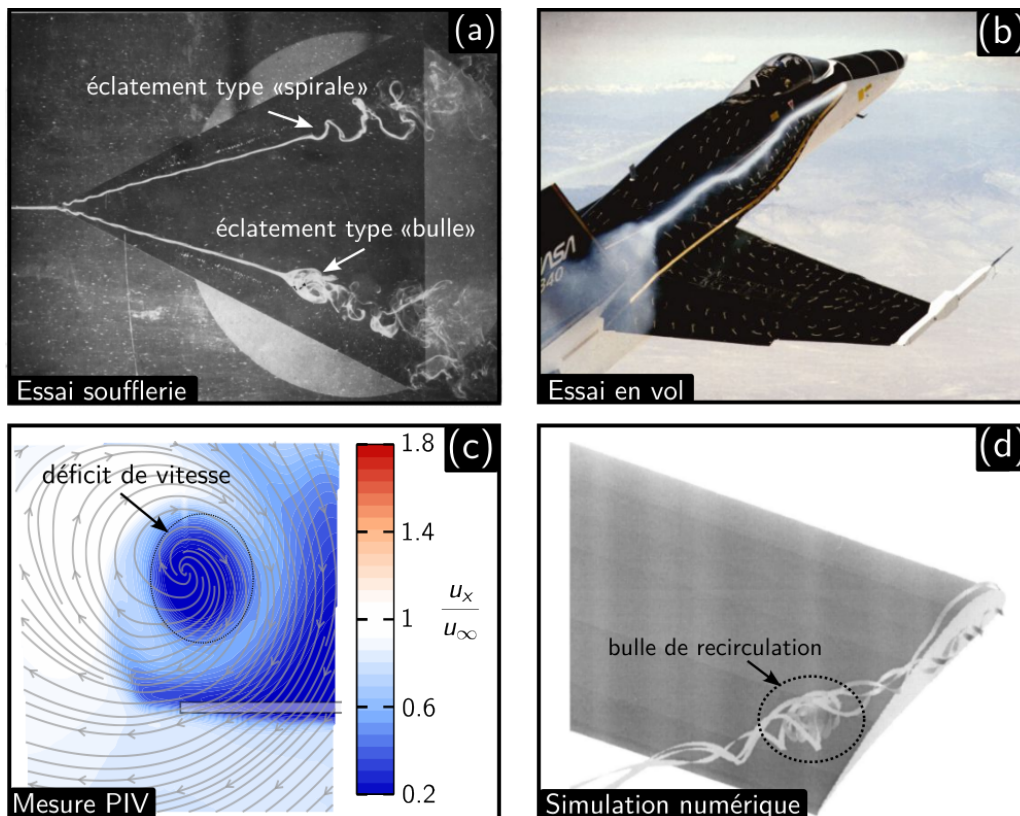


Figure 5.37 – Visualisation du phénomène d'éclatement tourbillonnaire pour plusieurs types d'application et à plusieurs nombres de Reynolds. (a) Tourbillons marginaux d'une aile Delta à faible nombre de Reynolds [212]. (b) Tourbillon de nez d'un F-18 [263]. (c) Champ PIV illustrant le déficit de vitesse d'un coeur tourbillonnaire d'extrémité de volet [118]. (d) Visualisation numérique d'un éclatement de type bulle dans le cadre d'un extrémité de volet [194].

6. Henri Werlé était un ingénieur-chercheur à l'ONERA de renommée internationale, connu notamment pour ses essais dans les tunnels hydrodynamiques de l'ONERA [253, 98].

Pour le tourbillon apparié obtenu via la ZDES-LBM, il semble en effet éclater en aval du volet déployé. La caractéristique la plus visible est une brusque décélération du coeur tourbillonnaire mise en évidence en [Figure 5.38](#). Des lignes de courant moyennes passant par le coeur tourbillonnaire sont tracées et montrent que la forte décélération (jusque $u_x \approx 8 \text{ m.s}^{-1} \approx 0,11u_0$) a lieu à une distance $d_{FT} \approx 0,9c_{\text{volet}}$ où d_{FT} désigne la distance avec le bord de fuite du volet. Une visualisation du maillage est également ajoutée afin de montrer que la résolution du coeur tourbillonnaire est encore de $\Delta = 5,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ et qu'il ne s'agit pas d'un artifice numérique. A droite de la figure, des profils de vitesse axiale u_x et d'énergie cinétique turbulente k sont tracés au coeur du tourbillon pour 14 plans localisés le long de l'extrémité de volet. On peut voir que la brusque décélération de l'écoulement s'accompagne d'une augmentation de l'énergie cinétique turbulente de 16%, ce qui est typique d'un éclatement tourbillonnaire [[301](#), [86](#)].

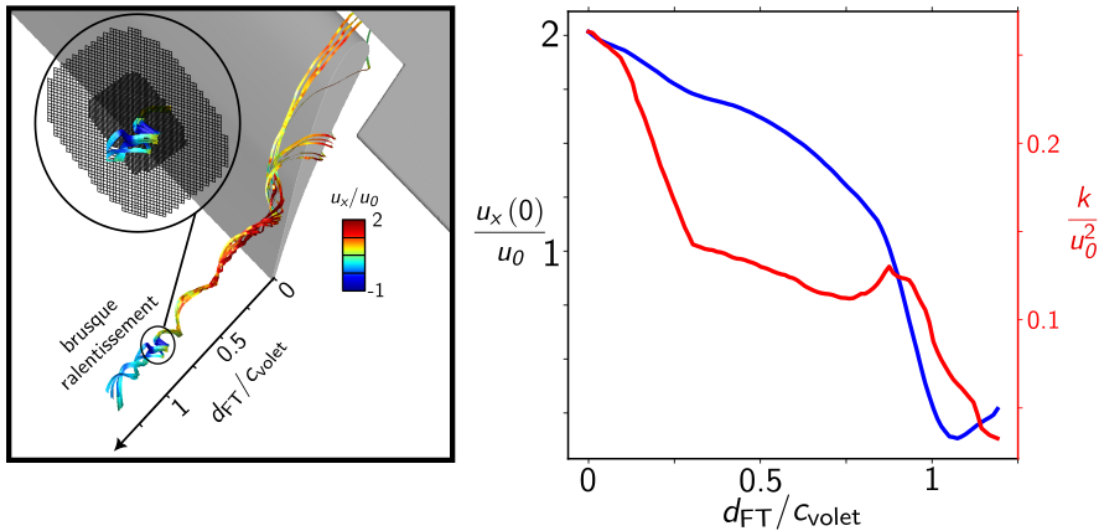


Figure 5.38 – Visualisation de lignes de courant moyennes colorées par la vitesse axiale illustrant le soudain ralentissement du coeur tourbillonnaire.

Dans ce qui suit, des critères d'éclatement tourbillonnaires sont investigués pour le tourbillon d'extrémité de volet. En effet, il convient de vérifier que l'éclatement tourbillonnaire obtenu numériquement est en accord avec les critères physiques d'instabilité reportés dans la littérature.

Les critères d'apparition d'un éclatement tourbillonnaire sont délicats à estimer vue la complexité du phénomène. Le plus souvent, on fait l'hypothèse d'un tourbillon axisymétrique caractérisé en coordonnée cylindrique par une vitesse axiale $u_x(r)$ et une vitesse tangentielle $u_\theta(r)$ où r représente la distance du point au centre du tourbillon. Si l'on s'en réfère à l'étude détaillée de Jean Délerly [[97](#)], une bonne représentation de la plupart des tourbillons est donné par la formule de Burgers :

$$u_\theta(r) = \frac{\Gamma_0}{r} \left(1 - e^{-1.256(r/r_c)^2}\right) \quad (5.1)$$

où Γ_0 est la circulation extérieure et r_c est le *rayon visqueux* du tourbillon défini comme la distance du centre du tourbillon jusqu'au maximum de vitesse tangentielle u_θ . Sous une telle hypothèse, la circulation du tourbillon peut être calculée par :

$$\Gamma = \oint_C \mathbf{u} \cdot \mathbf{t} \, dl = \iint_S \boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{n} \, dS = 2\pi r u_\theta(r) \quad (5.2)$$

où C est un contour fermé circulaire de rayon r centré au coeur du tourbillon, \mathbf{t} un vecteur en tout point tangent à C , $\boldsymbol{\Omega}$ le vecteur vorticité et S la surface définie par le contour C . Comme réalisé dans les travaux de Délerly [[97](#)], le facteur 2π sera omis dans la suite. L'apparition d'un éclatement tourbillonnaire est conditionnée par une vitesse de rotation du tourbillon u_θ bien plus forte que sa vitesse axiale $u_x(r)$. Deux des critères empiriques les plus communs sont le nombre de Rossby Ro

et l'angle d'hélice γ . Le premier est un paramètre sans dimension défini à partir d'une circulation de référence Γ_0 et le second est un angle représentatif du ratio entre vitesse tangentielle et axiale. Ils sont respectivement définis par :

$$\text{Ro} = \frac{r_c u_x(0)}{\Gamma_0} \quad \text{et} \quad \gamma = \arctan \left[\frac{u_\theta(r)}{u_x(r)} \right] \quad (5.3)$$

avec $u_x(0)$ la vitesse axiale du tourbillon. L'angle d'hélice γ indique un éclatement tourbillonnaire lorsque $\gamma \approx 50^\circ$. Pour donner une idée de l'allure de ces différents paramètres dans le cas présent, des profils de vitesse axiale u_x , de vitesse tangentielle u_θ , de circulation Γ et d'angle d'hélice γ sont tracés en [Figure 5.39](#) pour le plan LX=22 où des données expérimentales sont disponibles. Ces profils reproduisent les tracés théorique présentés dans [\[97\]](#) ([Figure 7](#)).

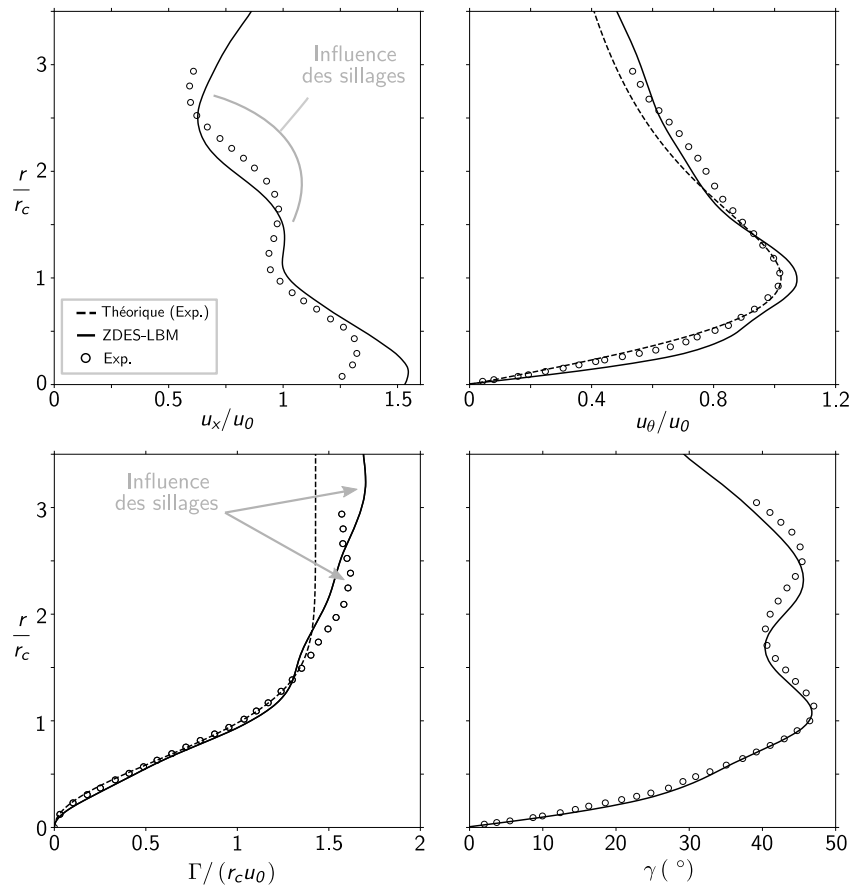


Figure 5.39 – Tracé de l'évolution des profils adimensionnés de u_x , u_θ , Γ et γ suivant un rayon du tourbillon apparié au plan LX=22 pour les données expérimentales et la ZDES-LBM.

Pour u_θ et Γ , une courbe théorique issue de l'équation (5.1) (avec $\Gamma_0 = 0.834 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) est tracée et souligne l'approximation correcte pour cette station. Premièrement, les profils de vitesse axiale u_x sont en bon accord mais ne correspondent pas à celui d'un tourbillon classique, et la différence de vitesse axiale au coeur tourbillonnaire de l'ordre de 15 % est bien mise en évidence. En revanche, la vitesse tangentielle u_θ est proche d'un tourbillon de Burgers, les différences pour des valeurs $r/r_c \geq 2$ étant causées par l'interaction avec les sillages des volets rétractés et déployés qui alimentent en vorticité le tourbillon : cet aspect est nettement visible sur le profil de circulation qui n'est pas constant à l'extérieur du coeur tourbillonnaire. L'évolution de la circulation Γ entre simulation et essais est malgré tout en très bon accord jusque $r/r_c \approx 1.25$. Enfin, l'angle d'hélice prévu par la simulation est en très bon accord avec celui fourni par les essais. Cet angle avoisine les 50° , valeur qui constitue la limite théorique d'apparition d'un éclatement tourbillonnaire. En station LX=22, le tourbillon est donc proche

de l'éclatement tourbillonnaire. Néanmoins, pour d'autres stations l'appariement tourbillonnaire et l'interaction tourbillon/sillage modifient largement les profils de vitesse en comparaison avec les profils théoriques⁷. Pour cette raison, dans ce qui suit, la circulation Γ est calculée en suivant [303, 25]. Elle est obtenue en intégrant la vorticité Ω sur la surface S définissant le coeur tourbillonnaire via le calcul d'un critère λ_2 , ceci permet de prendre en compte les fortes déformations du coeur tourbillonnaire lors de l'appariement. Il a déjà été vu qu'un premier critère est $\gamma \approx 50^\circ$ pour l'angle d'hélice. En ce qui concerne le nombre de Rossby, divers auteurs rapportent des valeurs critiques empiriques Ro^* comprises entre 0.7 et 1.0, qui peuvent varier suivant le type de tourbillon. En Figure 5.40, un critère basé sur le nombre de Rossby est présenté suivant le nombre de Reynolds du tourbillon pour deux configurations : des tourbillons marginaux de sillage (gauche) ainsi que des tourbillons de bord d'attaque (droite).

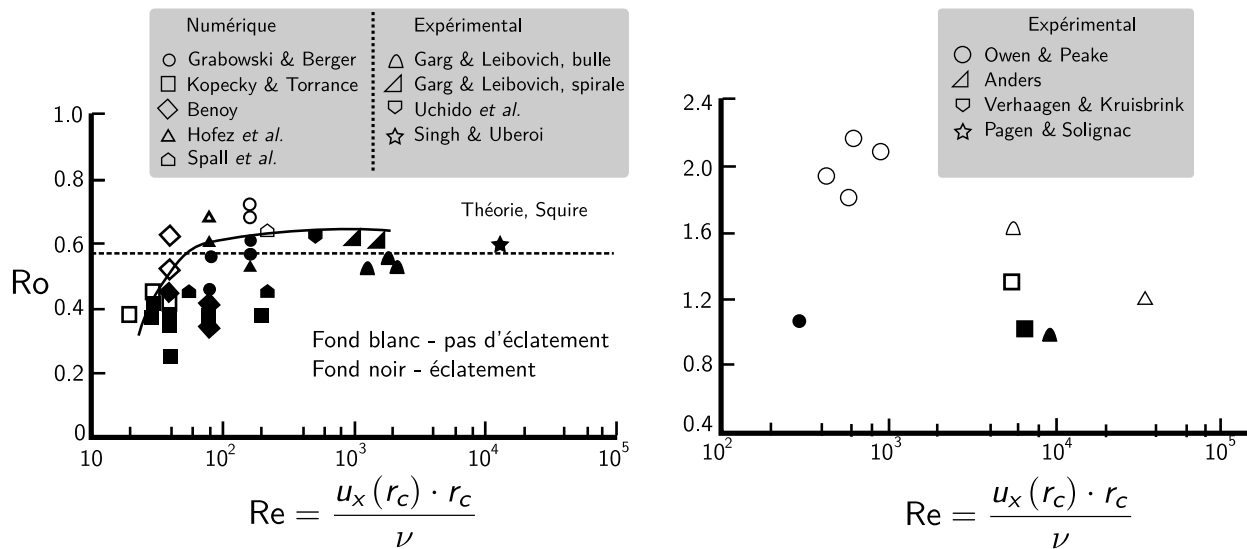


Figure 5.40 – Évolution du nombre de Rossby en fonction du nombre de Reynolds du tourbillon reportée par divers auteurs pour des études de tourbillon de sillage (gauche) et de bord d'attaque (droite). Les symboles en fond noir indiquent un éclatement tourbillonnaire contrairement à ceux en fond blanc. Adapté de [345].

Les tourbillons de sillage présentent un critère d'éclatement plus faible ($Ro \approx 0.6$) et sont caractérisés par un déficit de vitesse dans leur coeur tandis que les tourbillons de bord d'attaque présentent un critère d'éclatement plus élevé ($Ro \approx 1$) et un coeur plus rapide que l'écoulement extérieur. D'après Robinson *et al.* [303], ce dernier type de tourbillon est stable lorsque $Ro \geq 1.4$ et est instable dès lors que $0.9 \leq Ro \leq 1.4$. Il y a éclatement tourbillonnaire lorsque $Ro^* \leq 0.9$. Le nombre de Rossby est calculé et tracé en Figure 5.41 pour plusieurs stations le long de l'extrémité de volet. Les coeurs tourbillonnaires obtenus via le critère λ_2 sont représentés et coloriés par la composante axiale de vorticité ω_x . Suivant le critère précédemment mentionné, le tourbillon apparié est stable jusque $d_{FT} \approx 0.6c_{volet}$. Plus loin, il devient instable et éclate rapidement vers $d_{FT} \approx 0.9c_{volet}$. La physique du tourbillon simulé est donc en accord avec les critères empiriques disponibles dans la littérature. Néanmoins, ceci confirme également que l'éclatement tourbillonnaire a lieu «loin» de la paroi et il paraît peu probable qu'il soit responsable de la remontée de l'écoulement.

7. Il devient difficile d'estimer le paramètre Γ_0 car l'équation (5.1) n'est plus valide, notamment à cause des fortes déformations causées par l'appariement tourbillonnaire.

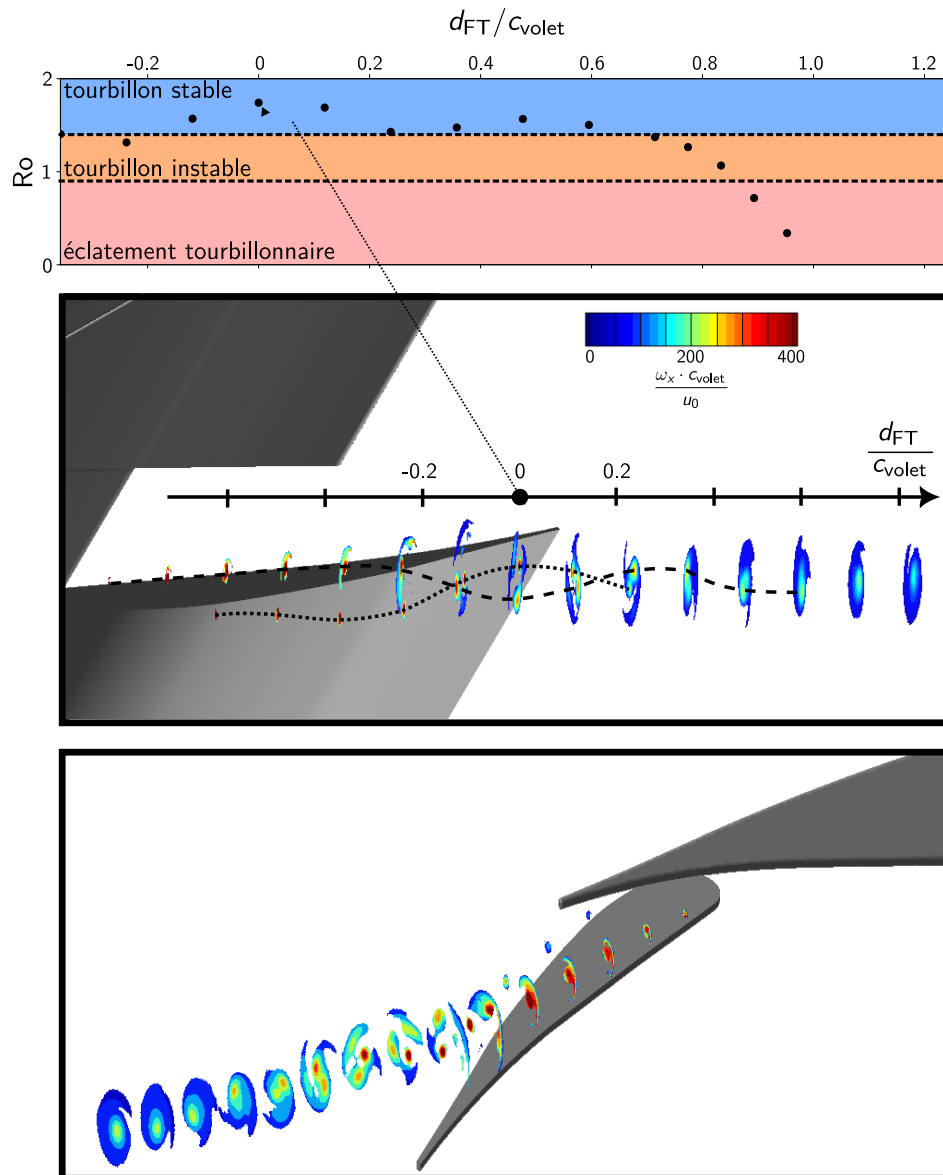


Figure 5.41 – Évolution du nombre de Rossby le long de l’extrémité de volet. Les surfaces de critère λ_2 sont coloriés par la composante axiale de vortacité.

4.6 Quelques mots à propos de la configuration FSD

Dans cette brève section, quelques commentaires concernant l’autre géométrie d’extrémité de volet, à savoir la configuration FSD, sont reportés. Cette configuration a également été simulée en ZDES-LBM sur un maillage construit comme pour la configuration FSA. Pour des raisons de temps, l’étude de cette configuration n’a pas pu être terminée. En effet, le cas traité le plus fin possède une taille de maille de $\Delta_{\min} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$, ce qui est grossier comparé à la configuration FSA. Malgré une résolution qui n’est pas satisfaisante, quelques résultats préliminaires sont très intéressants notamment lorsqu’ils sont confrontés aux conclusions de la configuration FSA. En effet, il a été vu en Section 2 que la physique mesurée entre les deux géométries est très différente. L’analyse de l’écoulement permet de comprendre pourquoi il y a une telle différence. Les différences entre les deux géométries d’extrémité de volet sont rappelées visuellement en [Figure 5.42](#).

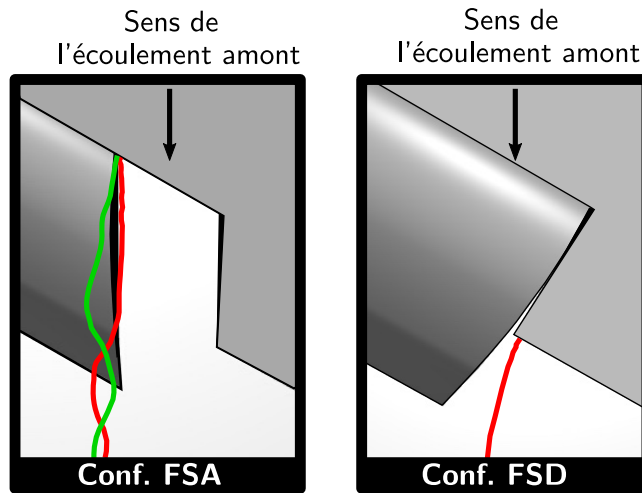


Figure 5.42 – Comparaison visuelle entre les géométries d’extrémité de volet de la configuration FSA (gauche) et FSD (droite). Des lignes de courant moyennes sont tracées à titre indicatif.

4.6.1 Influence de la géométrie sur le développement tourbillonnaire de la configuration FSD

Considérons tout d’abord le cas FSA, servant ici de référence et représenté à gauche en [Figure 5.42](#). Dans cette configuration, l’interstice volet déployé / volet rétracté est grand, et l’écoulement ne rencontre aucun obstacle à la formation du système à deux tourbillons. En comparaison, la géométrie de volet de la configuration FSD présente un interstice très fin. Plus précisément, les deux volets sont même en contact près du bord d’attaque du volet déployé, ce qui empêche la formation du tourbillon secondaire. Comme il est difficile de se représenter la géométrie dans cette zone, une vue du dessous de cet interstice est reportée en [Figure 5.43](#). Une visualisation du champ de pression RMS pariétale, avec des lignes de courants colorées par la norme de vitesse, est également représentée pour mettre en évidence la physique de l’écoulement dans cette région. On peut voir que les lignes de courant suivent bien l’angle de flèche, et subissent une forte accélération lorsqu’elles rencontrent l’extrémité de volet. En particulier dans la faible section de la fente, situé en amont de la zone de contact. Elle entraîne une accélération de l’écoulement qui le fait décoller localement, formant une zone de recirculation bien visible sur les RMS de pression.

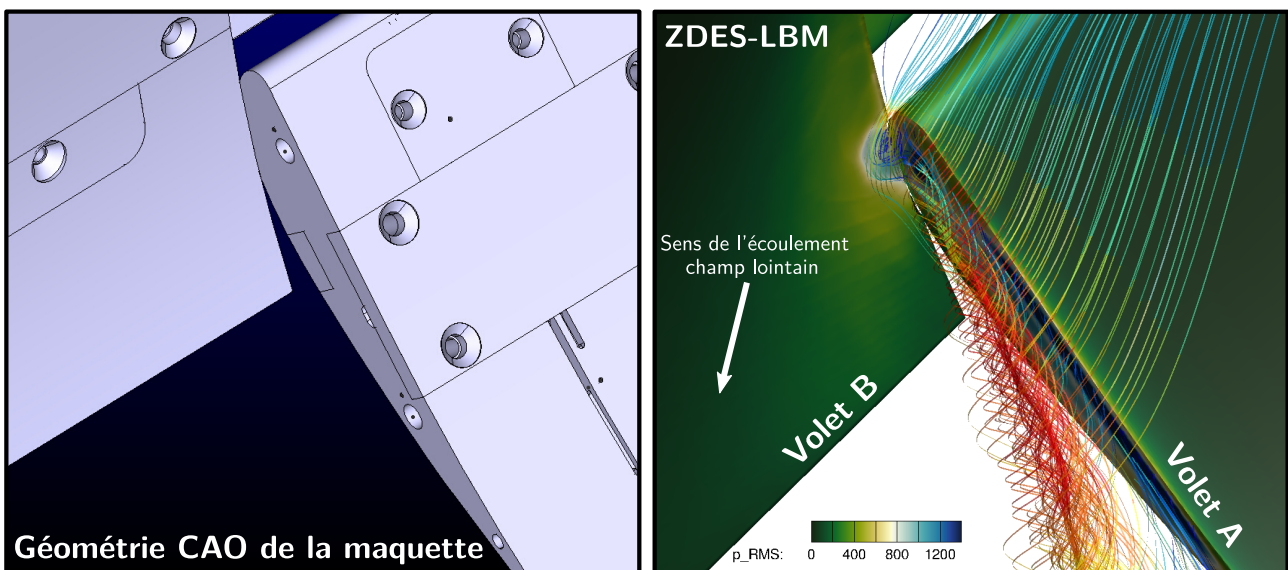


Figure 5.43 – (Gauche) Visualisation de l’interstice de volet de la géométrie CAO de la maquette pour la configuration FSD. (Centre) : Champ de pression RMS pariétale. (Droite) : Lignes de courant associées.

Finalement, seul le tourbillon primaire se forme suite à l'enroulement de la couche de mélange à l'intrados. Cet enroulement est différent de la configuration FSA car la couche de mélange est ici plus épaisse, et le tourbillon primaire se développe plus rapidement. Ces différences peuvent être mises en évidence en traçant la cartographie de pression RMS pariétale dans le plan de l'extrémité de volet, exactement comme en [Figure 5.20](#) qui avait servi à identifier les phases de l'écoulement. Ce tracé est reporté dans la partie gauche de la [Figure 5.44](#) et montre clairement des différences avec son équivalent pour la configuration FSA.

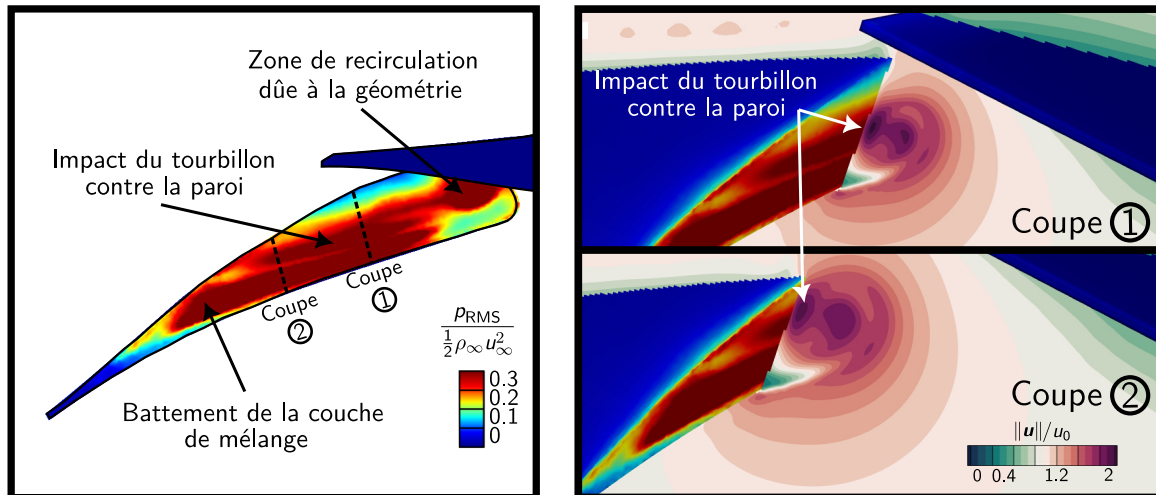


Figure 5.44 – (Gauche) : Carte de pression RMS pariétale le long de l'extrémité de volet. (Droite) : Visualisation de lignes de courant moyennes colorées par la norme de vitesse.

Premièrement, les niveaux de fluctuations de pression RMS sont bien supérieurs à ceux de la configuration FSA. Deuxièmement, la trajectoire du tourbillon est clairement plus rectiligne, celui-ci est entretenu depuis la zone de recirculation par l'enroulement des couches de cisaillement. Ces couches s'enroulent différemment qu'avec la configuration FSA, mais l'origine de ces différences n'est pas très bien comprise. Il semble que l'angle de flèche entre l'écoulement et la géométrie modifie l'aspect tridimensionnel de l'enroulement. Ceci est visible sur la partie droite de la [Figure 5.44](#), où l'on voit bien un épaissement du sillage dont le battement génère de forts niveaux de pression RMS au fur et à mesure que le tourbillon s'écarte de la paroi. Une analyse spectrale pourrait permettre de comprendre plus en détails la différence observée.

Une autre différence par rapport à la configuration FSA est l'éclatement tourbillonnaire. Ce dernier arrive bien plus tôt dans la simulation de la configuration FSD car le tourbillon est encore proche de la paroi. Plus précisément, l'éclatement tourbillonnaire survient dès lors que le tourbillon primaire arrive à hauteur de l'extrados de l'extrémité de volet. Ses traits caractéristiques sont bien visibles sur les iso-surfaces de critère Q tracées en [Figure 5.45](#) (gauche). L'hypothèse principale, qui n'a cependant pas pu être vérifiée dans cette étude, est que l'écoulement sur l'extrados du volet «souffle» le tourbillon primaire en travers, le déstabilisant jusqu'à éclatement. En effet, les lignes de courant moyenne colorées par la norme de vitesse montrent la brusque déviation du coeur tourbillonnaire au moment précis où il se met à décélérer.

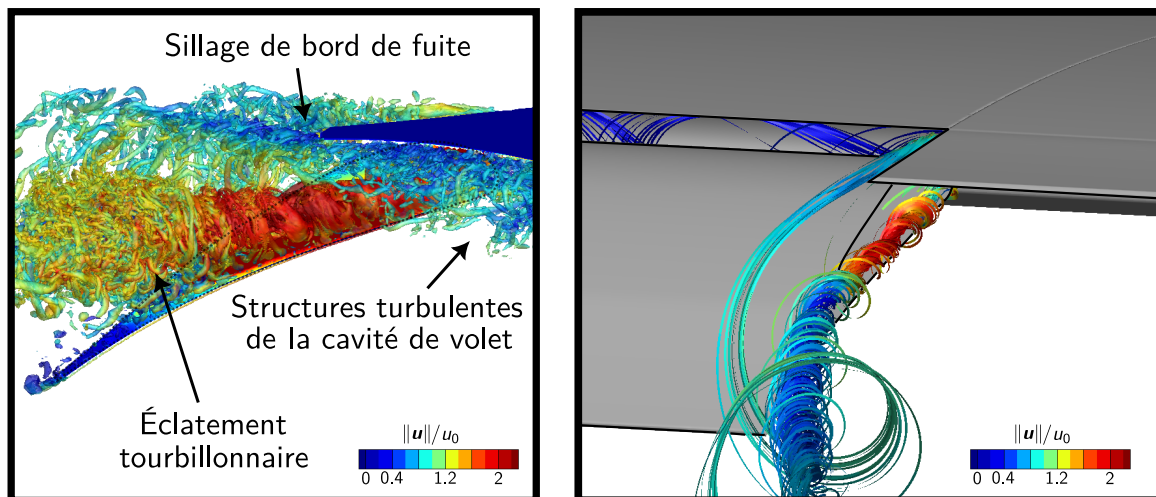


Figure 5.45 – Illustration de l'éclatement tourbillonnaire obtenu par simulation numérique pour la configuration FSD. (Gauche) : Visualisation de lignes de courant moyennes. (Droite) : Iso-surfaces de critère $Q^* = Q \cdot c^2 / u_0^2 = 5000$ colorées par la norme de vitesse.

Enfin, même si l'étude complète de cette configuration n'a pas pu être finalisée dans le cadre de cette thèse, une comparaison avec les mesures réalisées dans la soufflerie F2 montre déjà un très bon accord avec la simulation numérique malgré un maillage relativement grossier. En effet, un champ de norme de vitesse est tracé au plan $LX = 22$ pour la ZDES-LBM et les mesures en Figure 5.46. On voit un bon accord global sur l'allure du tourbillon, notamment caractérisé par un coeur tourbillonnaire lent et une vitesse de rotation élevée. Ceci montre bien que l'éclatement tourbillonnaire s'est produit lors des essais. Le coeur tourbillonnaire est néanmoins décalé d'un peu plus d'un millimètre vers le volet et semble un peu trop épais. Les sillages sont également plus épais dans la simulation. Ceci est probablement une conséquence du maillage trop grossier, et il serait nécessaire de raffiner le maillage pour s'en assurer.

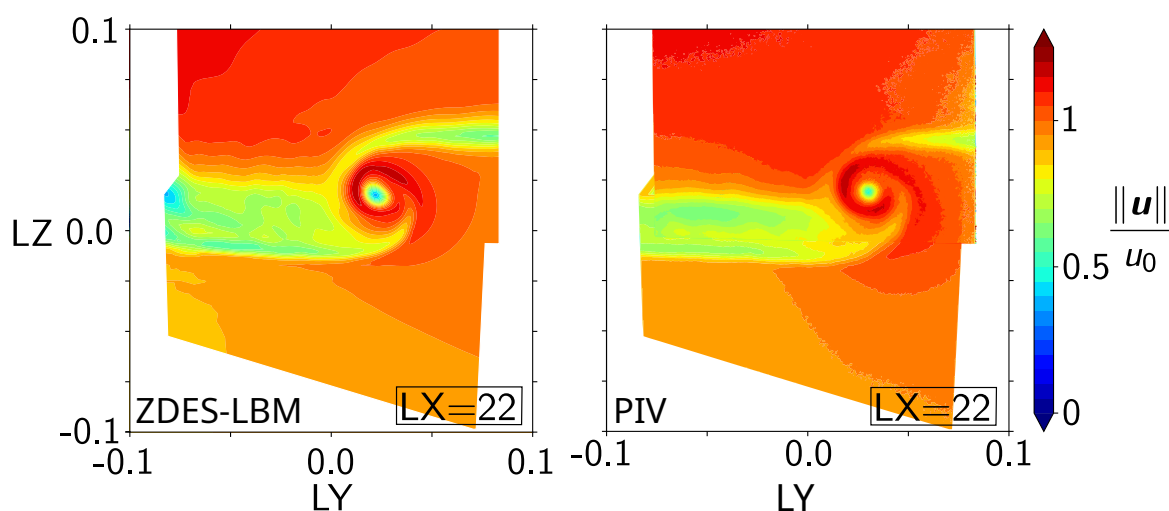


Figure 5.46 – Comparaison de champs de norme de vitesse au plans $LX = 22$ entre la simulation ZDES-LBM (gauche) les mesures PIV (droite) pour la configuration FSD.

Dans ce chapitre, une revue bibliographique centrée autour du bruit d'extrémité de volet a montré **qu'il existe encore de nombreuses zones d'ombre concernant les mécanismes de génération des niveaux intenses de bruit** pour ce type de configuration. Dans un second temps, la **ZDES-LBM** validée en chapitre IV ainsi que **le nouveau traitement de paroi** éprouvé au chapitre III ont été appliqués à un cas d'extrémité de volet présentant justement, lors d'essais en soufflerie, **une source de bruit non identifiée** (configuration dite «FSA»). L'analyse de l'écoulement simulé permet d'identifier **trois phases distinctes** de l'écoulement le long de l'extrémité de volet. À la lumière des données expérimentales, ces trois phases ont été observées lors des essais **et reproduites avec précision dans la simulation**. Les deux premières phases présentent les caractéristiques typiques des écoulements d'extrémité de volet décrits dans la littérature, avec notamment la formation d'un système à deux tourbillons. Bien que reportée dans de rares études antérieures, **la troisième phase identifiée est caractérisée par une remontée de l'écoulement**. Une analyse spectrale phase par phase a permis de conclure que **la source de bruit intense non-identifiée est localisée au sein de cette troisième phase**. Plus précisément, avec la remontée de l'écoulement sur l'extrados, **l'extrémité de volet se comporte comme un bord de fuite épais**. En suivant les conclusions de la NASA qui suggèrent un lien entre la troisième phase et **le processus d'éclatement tourbillonnaire**, les critères empiriques suggèrent fortement l'apparition de ce phénomène dans la simulation. Néanmoins, **cet éclatement se produit loin de la paroi** et ne semble donc pas être responsable de l'existence de cette troisième phase de l'écoulement.

Enfin, **une autre géométrie d'extrémité de volet est présentée brièvement** (configuration dite «FSD»). Il s'agit d'une étude d'ouverture pour des travaux ultérieurs mais dont les premières conclusions sont intéressantes. En effet, les résultats montrent que la physique de l'écoulement est drastiquement différente, notamment à cause de l'angle de flèche entre la direction de l'écoulement et l'extrémité de volet. Pour cette configuration, **un éclatement tourbillonnaire se produit proche de la paroi**. Un raffinement du maillage serait nécessaire pour réaliser une analyse spectrale de l'écoulement, et pouvoir établir des comparaisons précises entre les deux configurations étudiées.

1	Synthèse	231
2	Perspectives	234

L'objectif de cette thèse était de mettre en place un cadre de travail robuste et précis dans un contexte LBM permettant la simulation numérique d'écoulements turbulents à des fins aéroacoustiques, en particulier dans le cadre d'écoulements d'extrémité de volet. Ce nouveau cadre doit pouvoir permettre l'analyse physique de mécanismes générateurs de bruit aérodynamique difficilement accessible par voie expérimentale.

1 Synthèse

État de l'art des études numériques du bruit aérodynamique utilisant une approche LBM

Afin d'appréhender la position actuelle des principaux solveurs LBM vis-à-vis des études aéroacoustiques consacrées au bruit aérodynamique, une étude de la littérature a été réalisée au cours de ces travaux en se focalisant sur la gestion de la condition de paroi ainsi que les modèles de turbulence utilisés. Cet état de l'art a été détaillé progressivement au cours du chapitre 2. Il en ressort que la très grande majorité de ce type d'étude est réalisée à l'aide des solveurs PowerFLOW et ProLB qui sont les deux solveurs commerciaux les plus matures à ce jour. Ils utilisent néanmoins des stratégies très différentes à la fois pour le traitement de paroi et pour la modélisation de la turbulence.

L'état de l'art, et notamment les conclusions de précédents projets et travaux de thèse, a permis d'identifier deux limitations de la version initiale du solveur LBM ProLB (2.6.2) :

- ⇒ le traitement de paroi qui était sujet à de fortes oscillations des coefficients pariétaux et à leur dégradation pour des résolutions fines ;
- ⇒ la nécessité d'être en mesure de traiter, de manière robuste, les couches limites en RANS tout en conservant une résolution précise de la turbulence en LES dans les zones décollées.

Ces deux points représentent donc deux axes de travail majeurs de cette étude.

Amélioration et évaluation du traitement de paroi

Pour clairement identifier les limitations du traitement de paroi du solveur ProLB, des études portant sur des configurations canoniques ont été menées. Dans un premier temps, la précision de différentes méthodes d'interpolation a été comparée sur un cas de plaque plane inclinée ainsi que celui

d'une bosse en canal. Ces cas d'application sont difficiles à traiter du point de vue du traitement de paroi, et des erreurs d'interpolation ont été mises en évidence en particulier sur le cas de la bosse. L'utilisation d'une interpolation trilinéaire, appliquée à un stencil de points plus compact, a permis de réduire l'erreur d'interpolation.

Dans un second temps, l'adaptation en LBM de la méthode de linéarisation de Tamaki *et al.* [360] a permis d'améliorer la compatibilité entre l'estimation numérique des gradients de vitesse et la résolution du maillage.

Ces deux nouveaux ingrédients combinés ont permis de traiter avec succès les cas de plaque plane inclinée et de bosse en canal pour des résolutions moyennes et fines. Ils apportent une meilleure précision et une plus grande robustesse vis-à-vis de la résolution du maillage, notamment en retrouvant une allure de convergence en maillage.

Développement et évaluation de la ZDES mode 2 (2020) dans le cadre de la LBM

L'analyse de la littérature a montré que seul le nouveau mode 2 (2020) de la ZDES¹ est capable d'assurer une protection RANS des couches limites turbulentes sur une grille cartésienne isotrope telle qu'utilisée en LBM. Ce modèle a été implanté dans le solveur LBM (ZDES-LBM) et validé sur des cas-tests de difficulté croissante.

Le premier cas-test est celui d'une couche limite turbulente se développant sur une plaque plane sans gradient de pression. La ZDES-LBM a démontré sa capacité à protéger en RANS la couche limite turbulente, là où la DDES-LBM par exemple en est incapable. La fonction de protection de la ZDES mode 2 (2020) conserve donc pleinement son efficacité en LBM.

Le deuxième cas-test est un écoulement de marche descendante en canal plan afin d'étudier le développement des instabilités engendrées par la couche de mélange. La ZDES-LBM a démontré une transition rapide vers une turbulence tridimensionnelle, bien que moins efficace qu'avec une simulation Navier-Stokes sur une grille curviligne conforme à la paroi. Ce retard n'est pas dû au modèle de turbulence en lui-même, mais à la résolution cartésienne isotrope de la grille qui est insuffisante dans les premiers points de la couche de mélange. Cette constatation a amené à discuter de la limitation associée à l'emploi de grilles cartésiennes isotropes : un compromis entre coût de calcul et retard à la formation des instabilités (comparé à un calcul sur grilles curvilignes) est obligatoire.

Le troisième cas-test est celui d'une aile hyper-sustentée, dont la physique se rapproche du cas d'une aile ayant une extrémité de volet. La ZDES-LBM permet de protéger en RANS les couches limites se développant sur le bec et le volet, et permet la résolution rapide de la turbulence en aval des couches de mélange. Le champ moyen est en très bon accord avec les essais, mais comme pour le cas de la marche descendante, il présente un léger retard à la formation des instabilités. Ce dernier est aussi mis en évidence par la surestimation d'énergie cinétique turbulente juste en aval de la corne de bec, mais également par la cohérence des fluctuations de vitesse comparée aux données de référence des premiers points de mesure. Encore une fois, ce retard est causé par la résolution du maillage insuffisante aux départs des couches de mélange. Une comparaison ZDES-LBM et ZDES-NS (aussi bien sur grille cartésienne isotrope que sur grille conforme à la paroi) a permis de montrer que pour un même niveau de résolution, la faible dissipation de la LBM (ainsi que le traitement de paroi sur une seule couche de noeuds) permet un meilleur développement des instabilités dans la cavité de bec, notamment près du point d'impact de la couche de mélange. En revanche, les instabilités se développent plus rapidement en ZDES-NS avec la grille conforme à la paroi, dont la précision des champs moyens et fluctuants est du même ordre que celle d'une WRLES. Du point de vue acoustique, la ZDES-LBM montre de

1. du moins qui soit disponible dans la littérature ouverte

meilleures propriétés de dissipation. Les modes de cavité, dits «de Rossiter», sont retrouvés en champ proche avec des fréquences en très bon accord avec les essais. Néanmoins, un seul mode est retrouvé en champ lointain.

De façon générale, la ZDES-LBM a montré sa capacité à simuler avec précision des écoulements turbulents complexes, dont un écoulement autour d'un profil hyper-sustenté. Son utilisation est donc envisagée pour l'analyse physique du bruit d'extrémité de volet.

Étude des mécanismes générateurs de bruit d'une configuration d'extrémité de volet

Afin de mettre en évidence la capacité du cadre de travail construit au cours de cette thèse à reproduire les mécanismes générateurs du bruit d'extrémité de volet, une configuration d'extrémité de volet présentant une source non-identifiée a été sélectionnée. Les données expérimentales ont mis en évidence un pic large-bande autour de 6.6 kHz dont l'origine physique n'est pas connue, et dont l'étude numérique n'avait jamais été réalisée.

La mise en oeuvre de la simulation nécessite un grand nombre de points, à cause des dimensions de la veine d'essai. La flexibilité de la ZDES a permis de réduire d'un facteur 30 le coût de calcul comparé à une approche uniquement basée sur le mode 2 (2020) de la ZDES, en traitant en RANS le bec et le corps principal (sauf la cavité de volet). Cette approche zonale a permis de concentrer l'effort de maillage sur la zone d'extrémité de volet afin de résoudre les fluctuations de pression générées par le système tourbillonnaire. Comme attendu, l'analyse de l'écoulement simulé a montré un écoulement dominé par des processus physiques très complexes comme l'enroulement des couches de cisaillement ou encore l'éclatement tourbillonnaire.

L'analyse physique de l'écoulement a permis de distinguer trois phases caractérisées par des spectres de pressions fluctuantes très différents. La première phase correspond à l'enroulement des couches de cisaillement, formant les tourbillons primaires et secondaires. Ces phases présentent de hauts niveaux de cohérence faisant apparaître deux fréquences d'enroulement à 18,5 et 29,5 kHz. La deuxième phase est la phase d'appariement tourbillonnaire, où les tourbillons primaires et secondaires entrent en interaction et modifient mutuellement leur trajectoire. Cette phase est caractérisée par de très intenses niveaux de fluctuations, réparties aussi bien en basses que hautes fréquences. Enfin, la troisième phase correspond à une phase de remontée de l'écoulement en aval d'un point focal. Cette phase présente des pics larges-bandes dont la fréquence centrale est d'autant plus élevée que l'on se rapproche du bord de fuite du volet. La plus grande intensité des fluctuations sur cette phase est obtenue lorsque le pic a pour fréquence fondamentale 6.6 kHz, ce qui correspond à la signature sonore de la source de bruit non-identifiée. Une analyse acoustique a montré un haut niveau de cohérence entre des points localisés dans cette région de l'écoulement et le signal champ lointain. Des cartes de bruit montrent un bon accord entre la source acoustique simulée et celle obtenue lors des essais, que ce soit au niveau de sa localisation que de son intensité. Quant au mécanisme responsable de ce bruit, ce dernier est attribué à du bruit de bord de fuite épais. L'effet d'entraînement du tourbillon apparié modifie la trajectoire de l'écoulement proche paroi qui voit le bord latéral du volet comme un bord de fuite. Le pic large-bande de fluctuations de pression évolue avec l'épaisseur locale du volet e de sorte que $St_e = fe/u_0 \approx 0,2$.

Enrichissement des modèles numériques en LBM

Bien que le cadre numérique construit lors de cette étude ait permis de lever certains verrous techniques comme la modélisation RANS des couches limites en LBM, celui-ci peut encore être amélioré, par exemple :

- il ne permet pas d'étudier avec précision ni le bruit de couche limite, ni les décollements minces, dont la restitution précise de la dynamique nécessite la résolution des fluctuations de pression au sein de la couche limite ;
- le traitement de paroi n'est valide que sous réserve de faibles gradients de pression. Il nécessite l'adaptation de la loi de paroi (et de son cadre numérique) à la prise en compte du gradient de pression pour restituer une valeur correcte de la vitesse et du frottement ;
- il ne modélise pas le mécanisme de transition d'un état laminaire à turbulent, que ce soit au niveau du modèle de turbulence que du traitement de paroi.

Une piste d'amélioration pourrait être d'utiliser le mode 3 de la ZDES pour étudier des configurations où la prévision aéroacoustique est fortement dépendante de la couche limite amont, comme près du bord de fuite d'une aile ou lors de l'ingestion de couche limite d'un moteur. Une seconde piste d'amélioration serait d'avoir recours aux lois TBLE en LBM, ce qui pourrait permettre de prendre en compte des effets hors-équilibres tels que le gradient de pression.

Compréhension de la physique des écoulements d'extrémité de volet

La présente étude a permis de mettre en lumière un mécanisme générateur de bruit rencontré pour des écoulements d'extrémité de volet. Ce bruit se manifeste par une composante quasi-tonale localisée près du bord de fuite du volet, et causé par une zone d'inversion de l'écoulement. L'influence sur ce bruit des conditions de l'écoulement, ou de l'angle de déflexion du volet, n'est pas connue. Ceci permettrait peut être de mettre en lumière le rôle éventuel de l'éclatement tourbillonnaire sur l'apparition d'un point focal. Il serait alors possible de mettre en place des dispositifs simples et non pénalisants visant à neutraliser ce bruit. De plus, les mesures réalisées sur l'autre configuration de volet (dite FSD) dans les mêmes conditions a montré une physique très différente. Il pourrait être intéressant de confronter ces deux écoulements pour mettre en valeur les points communs et les différences de développement de chacune des trois phases observées pour la configuration FSA. Plus généralement, ce cadre numérique pourrait également permettre l'étude précise de cas réels de l'industrie aéronautique tels que le CRM (Common Research Model) ou le LRM (Large Research Model) [50].

Annexe A : Calculs associés à la théorique cinétique des gaz

Cette annexe contient les détails mathématiques (plutôt calculatoires) permettant au lecteur qui le souhaite de disposer de justifications de certaines formules qui ne sont pas détaillées dans le coeur de ce manuscrit. L'idée étant de donner une certaine auto-suffisance au manuscrit, certains aspects mathématiques spécifiques comme les polynômes d'Hermite sont également détaillés. En particulier, cette partie justifiera la définition de la distribution de Maxwell-Boltzmann ainsi que le calcul des moments de la fonction à l'équilibre. D'autre part, les principales égalités de la méthode de Chapman-Enskog seront démontrées.

1	Formulation de la distribution à l'équilibre f^{eq} par Maxwell	236
2	Calcul des moments de f^{eq}	237
2.1	Calcul des moments d'une Gaussienne unidimensionnelle	237
2.2	Calcul des moments d'une Gaussienne multidimensionnelle	237
2.3	Calcul des moments de la Maxwellienne f^{eq}	238
3	Les polynômes d'Hermite	238
3.1	Définition et propriétés des polynômes d'Hermite 1D	238
3.2	Propriétés des polynômes d'Hermite multi-dimensionnels	239
4	Les moments dans la méthode de Chapman-Enskog	240
4.1	Des moments d'ordre 0 aux équations d'Euler	241
4.2	Des moments d'ordre 1 aux équations de Navier-Stokes	242

1

Formulation de la distribution à l'équilibre f^{eq} par Maxwell

Vers les années 1860, Maxwell s'est intéressé à la forme de la fonction de distribution des vitesses f^{eq} pour un gaz au repos à l'équilibre thermodynamique local et à vitesse moyenne nulle. Les composantes de vitesse $\boldsymbol{\xi} = (\xi_x, \xi_y)^T$ en 2D ou $\boldsymbol{\xi} = (\xi_x, \xi_y, \xi_z)^T$ en 3D de ce gaz sont des variables aléatoires. Maxwell fait trois hypothèses sur la distribution de ce gaz au repos :

- elle est indépendante du temps puisque le gaz est supposé être dans un état stationnaire ;
- elle présente une symétrie radiale, c'est-à-dire que la distribution de vitesse des particules du gaz au repos ne privilégie aucune direction ;
- ses composantes de vitesse sont indépendantes car les collisions ne doivent pas avoir d'influence sur la distribution à l'équilibre.

Ces trois hypothèses imposent que la distribution $f^{\text{eq}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t)$ vérifie à la position \mathbf{x} , à l'instant t et dans la direction $\boldsymbol{\xi}$ l'égalité :

$$f^{\text{eq}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t) = \underbrace{f^{\text{eq}}\left(\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}\right)}_{\text{symétrie radiale}} = \underbrace{f^{\text{eq}}(\xi_x) \cdot f^{\text{eq}}(\xi_y)}_{\text{indépendance}} \quad (6.1)$$

En notant $\xi_i = \sqrt{\xi_i^2}$ dans le membre de droite, la fonction $\xi \mapsto f^{\text{eq}}(\xi^2)$ «transforme une somme en un produit», ainsi f^{eq} satisfait l'équation fonctionnelle d'une Gaussienne, qui caractérise la loi normale. Ce fut Maxwell, sous un théorème qui porte son nom, qui démontra ce résultat : chaque variable aléatoire ξ_i suit une loi normale de moyenne $\mu = 0$ et d'écart-type σ inconnu pour le moment. Elle s'écrit donc en D -dimension :

$$f^{\text{eq}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t) = \rho \prod_{k=1}^D \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\xi_k^2}{2\sigma^2}\right) \quad (6.2)$$

Pour un gaz parfait monoatomique et en négligeant l'énergie liée au vibration des molécules, l'énergie interne e s'écrit

$$e = \frac{D}{2}\theta \quad (6.3)$$

mais on a aussi par calcul direct pour un écoulement de vitesse nulle :

$$\rho e = \underbrace{\frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^D} \xi^2 f^{\text{eq}} d\boldsymbol{\xi}}_{\text{par définition}} = \underbrace{\frac{\rho}{2} \int_{\mathbb{R}^D} \frac{\xi^2}{\sigma^D (2\pi)^{D/2}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right) d\boldsymbol{\xi}}_{\text{par équation (6.2)}} = \mathbf{I}_{2,D}(\theta) = \frac{\rho D}{2}\sigma^2 \quad (6.4)$$

où $\mathbf{I}_{2,D}(\theta)$ est une intégrale générique dont le calcul est présenté en Section 2.2. En identifiant les équations (6.3) et (6.4), on obtient que la variance des variables aléatoire ξ_i vaut $\sigma^2 = \theta$ pour obtenir l'expression :

$$f^{\text{eq}} = \frac{\rho}{(2\pi\theta)^{D/2}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\theta}\right) \quad (6.5)$$

Pour un écoulement à la vitesse \mathbf{u} , un raisonnement identique est appliqué à la variable $\boldsymbol{\xi} - \mathbf{u}$ pour obtenir

$$\boxed{f^{\text{eq}} = \frac{\rho}{(2\pi\theta)^{D/2}} \exp\left(-\frac{(\boldsymbol{\xi} - \mathbf{u})^2}{2\theta}\right)} \quad (6.6)$$

2 Calcul des moments de f^{eq}

2.1 Calcul des moments d'une Gaussienne unidimensionnelle

Certains résultats de la théorie cinétique des gaz nécessitent le calcul d'intégrales multi-dimensionnelles assez lourdes. Ces intégrales peuvent être calculées à partir de leur équivalent unidimensionnel décrit dans cette sous-partie. Ces intégrales unidimensionnelles sont le plus souvent de la forme :

$$I_{n,1} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\mathbb{R}} \xi^n \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) d\xi \quad (6.7)$$

où n est un entier naturel. L'intégrale I_0 correspond à l'intégrale de Gauss normalisée, soit $I_0 = 1$ et $I_1 = 0$ puisque l'intégrande est une fonction impaire. Une intégration par partie fournit pour $n \geq 1$ la relation $I_n = (2n - 1) I_{n-1}$, ce qui permet d'obtenir :

$$I_{n,1} = \begin{cases} \frac{(n)!}{2^{n/2}(n/2)!} & \text{si } n \text{ est pair} \\ 0 & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases} \quad (6.8)$$

2.2 Calcul des moments d'une Gaussienne multidimensionnelle

Soit $\boldsymbol{\xi} = (\xi_1, \dots, \xi_D)^T$ un vecteur de \mathbb{R}^D , on considère la généralisation de $I_{n,1}$ à \mathbb{R}^D donnée par :

$$I_{n,D} = \frac{1}{(2\pi)^{D/2}} \int_{\mathbb{R}^D} \boldsymbol{\xi}^n \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\xi}^2}{2}\right) d\boldsymbol{\xi} \quad (6.9)$$

La gestion de cette intégrale est facilitée par la propriété de l'exponentielle $\exp(\xi_1 + \xi_2) = \exp(\xi_1) \cdot \exp(\xi_2)$. En effet, cette intégrale forme un tenseur d'ordre n dont le coefficient à l'indice (i_1, i_2, \dots, i_n) pour $i_i \in \{1, \dots, D\}$ s'exprime en fonction du cas 1D. Il est donné par :

$$\begin{aligned} (\mathbf{I}_{n,D})_{i_1 i_2 \dots i_n} &= \frac{1}{(2\pi)^{D/2}} \int_{\mathbb{R}^D} \prod_{k=1}^n \xi_{i_k} \left[\exp\left(-\frac{\xi_{i_k}^2}{2}\right) \right] d\xi_1 \dots d\xi_D \\ &= \prod_{k=1}^n \left[\int_{\mathbb{R}^D} \xi_k^{p_k} \exp\left(-\frac{\xi_k^2}{2}\right) d\xi_k \right] \\ &= \prod_{k=1}^n (I_{k,1})^{p_k} \end{aligned} \quad (6.10)$$

où $p_k \in \llbracket 0, D \rrbracket$ correspond au nombre de fois que l'indice i_k apparaît dans le coefficient, soit $\sum_{k=1}^n p_k = n$. Par exemple, $(\mathbf{I}_{4,D})_{xyz} = I_{x,1}^2 I_{y,1} I_{z,1}$ avec $p_x = 2, p_y = p_z = 1$. Comme $I_{2k+1,1} = 0$, dès qu'un indice p_k est impair, le coefficient de $(\mathbf{I}_{n,D})$ est nul. Or il est impossible d'obtenir un entier impair comme somme d'entiers pairs. Ainsi, si n est impair, au moins un p_k l'est aussi et alors $\mathbf{I}_{n,D} = \mathbf{0}$. De plus, dans le cas d'un indice pair, une intégration par partie donne :

$$\begin{aligned} I_{2n+2,D} &= \int_{\mathbb{R}^D} \boldsymbol{\xi}^{2n+2} \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\xi}^2}{2}\right) d\boldsymbol{\xi} \\ &= - \int_{\mathbb{R}^D} \boldsymbol{\xi}^{2n+1} \nabla \left[\exp\left(-\frac{\boldsymbol{\xi}^2}{2}\right) \right] d\boldsymbol{\xi} \\ &= \int_{\mathbb{R}^D} \nabla \left[\boldsymbol{\xi}^{2n+1} \right] \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\xi}^2}{2}\right) d\boldsymbol{\xi} \\ &= \boldsymbol{\delta} \diamond \mathbf{I}_{2n,D} \end{aligned} \quad (6.11)$$

avec la condition $I_{0,D} = 1$ et $I_{1,D} = \mathbf{0}$, ce qui fournit la formule :

$$\mathbf{I}_{n,D} = \begin{cases} \boldsymbol{\delta}^{n/2} & \text{si } n \text{ est pair} \\ \mathbf{0} & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases} \quad (6.12)$$

2.3 Calcul des moments de la Maxwellienne f^{eq}

Les formules de la partie précédente peuvent être utilisées pour calculer directement les moments de la distribution à l'équilibre f^{eq} . On rappelle que le n -ième moment de f^{eq} , noté $\mathbf{\Pi}_n^{\text{eq}}$ est défini par :

$$\mathbf{\Pi}_n^{\text{eq}} = \int_{\mathbb{R}^D} \boldsymbol{\xi}^n f^{\text{eq}} d\boldsymbol{\xi} \quad (6.13)$$

avec f^{eq} donné par l'équation (6.6). Avec le changement de variable $\boldsymbol{\xi}' = \frac{\boldsymbol{\xi} - \mathbf{u}}{\sqrt{\theta}}$, on a :

$$\mathbf{\Pi}_n^{\text{eq}} = \rho \int_{\mathbb{R}^D} \frac{\boldsymbol{\xi}^n}{(2\pi\theta)^{D/2}} \exp\left(-\frac{(\boldsymbol{\xi} - \mathbf{u})^2}{2\theta}\right) d\boldsymbol{\xi} = \rho \int_{\mathbb{R}^D} (\sqrt{\theta}\boldsymbol{\xi}' + \mathbf{u})^n \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\xi}'^2}{2}\right) d\boldsymbol{\xi}' \quad (6.14)$$

De plus, on a la formule analogue au binôme de Newton :

$$(\sqrt{\theta}\boldsymbol{\xi}' + \mathbf{u})^n = \sum_{k=0}^n \theta^{k/2} \mathbf{u}^{n-k} \diamond \boldsymbol{\xi}'^k \quad (6.15)$$

Ce qui permet d'obtenir par linéarité l'expression

$$\begin{aligned} \mathbf{\Pi}_n^{\text{eq}} &= \rho \sum_{k=0}^n \theta^{k/2} \mathbf{u}^{n-k} \diamond \mathbf{I}_{k,D} \\ &= \sum_{k=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} \rho \theta^k \mathbf{u}^{n-2k} \diamond \boldsymbol{\delta}^k \end{aligned} \quad (6.16)$$

En particulier, les cinq premiers moments de la Maxwellienne s'écrivent ;

$$\begin{aligned} \mathbf{\Pi}_0^{\text{eq}} &= \rho \theta^0 \mathbf{u}^0 \diamond \boldsymbol{\delta}^0 = \rho \\ \mathbf{\Pi}_1^{\text{eq}} &= \rho \theta^0 \mathbf{u}^1 \diamond \boldsymbol{\delta}^0 = \rho \mathbf{u} \\ \mathbf{\Pi}_2^{\text{eq}} &= \rho \theta^0 \mathbf{u}^2 + \rho \theta^1 \mathbf{u}^0 \diamond \boldsymbol{\delta}^1 = \rho \mathbf{u}^2 + \rho \theta \boldsymbol{\delta} \\ \mathbf{\Pi}_3^{\text{eq}} &= \rho \theta^0 \mathbf{u}^3 + \rho \theta^1 \mathbf{u}^1 \diamond \boldsymbol{\delta}^1 = \rho \mathbf{u}^3 + \rho \theta \mathbf{u} \diamond \boldsymbol{\delta} \\ \mathbf{\Pi}_4^{\text{eq}} &= \rho \theta^0 \mathbf{u}^4 + \rho \theta^1 \mathbf{u}^2 \diamond \boldsymbol{\delta}^1 + \rho \theta^2 \mathbf{u}^0 \diamond \boldsymbol{\delta}^2 = \rho \mathbf{u}^4 + \rho \theta \mathbf{u}^2 \diamond \boldsymbol{\delta} + \rho \theta^2 \boldsymbol{\delta}^2 \end{aligned} \quad (6.17)$$

3 Les polynômes d'Hermite

3.1 Définition et propriétés des polynômes d'Hermite 1D

Les polynômes d'Hermite forment une famille de polynômes nommée ainsi en l'honneur du mathématicien français Charles Hermite. Ces polynômes apparaissent dans de nombreux cas d'application en physique comme en traitement du signal, en physique quantique ou comme ici en physique statistique. Ils sont définis à partir des dérivées successives d'une fonction Gaussienne. L'idée est la suivante : lorsque l'on dérive n fois la fonction $\xi \mapsto \exp(-\xi^2)$, on fait apparaître une expression de

la forme $P_n(\xi) \exp(-\xi^2)$ où P_n est un polynôme de degré n . En rendant ce polynôme unitaire, on obtient le n -ième polynôme d'Hermite \mathcal{H}_n . Ce dernier est donc donné par la formule suivante, dite «de Rodrigues» :

$$\mathcal{H}_n(\xi) = \frac{(-1)^n}{\omega(\xi)} \omega^{[n]}(\xi) \quad (6.18)$$

où $\omega^{[n]}$ désigne la dérivée n -ième de la fonction ω donnée pour tout $\xi \in \mathbb{R}$ par :

$$\omega(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) \quad (6.19)$$

Les premiers éléments de cette famille sont par exemple :

$$\mathcal{H}_0 = 1, \quad \mathcal{H}_1 = \xi, \quad \mathcal{H}_2 = \xi^2 - 1, \quad (6.20)$$

$$\mathcal{H}_3 = \xi^3 - 3\xi, \quad \mathcal{H}_4 = \xi^4 - 6\xi^2 + 3, \quad \mathcal{H}_5 = \xi^5 - 10\xi^3 + 15\xi \quad (6.21)$$

Cette famille de polynôme possède quelques propriétés remarquables. Premièrement, il s'agit d'une famille de polynômes orthogonaux pour le produit scalaire $\langle f, g \rangle = \int_{\mathbb{R}} \omega f g \, d\xi$. C'est-à-dire que deux polynômes d'Hermite d'indices distincts sont orthogonaux. Plus précisément, pour n et m deux entiers naturels, on a la relation :

$$\int_{\mathbb{R}} \mathcal{H}_n(\xi) \mathcal{H}_m(\xi) \omega(\xi) \, d\xi = n! \delta_{nm} \quad (6.22)$$

où δ_{nm} correspond au symbole de Kronecker, nul lorsque $n \neq m$ et unitaire dans le cas $n = m$. Cette égalité implique que la famille $\left(\frac{1}{n!} \mathcal{H}_n(\xi) e^{-\xi^2/2}\right)$ est orthonormale, et composée de fonctions de carré intégrable sur \mathbb{R} , ensemble qui sera noté $L^2(\mathbb{R})$. Elle possède une propriété supplémentaire de complétude qui en fait une base de Hilbert² de $L^2(\mathbb{R})$. Autrement dit, toute fonction de $L^2(\mathbb{R})$ s'écrit :

$$f(\xi) = \omega(\xi) \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\langle f(\xi), \mathcal{H}_n(\xi) \rangle}{\langle \mathcal{H}_n(\xi), \mathcal{H}_n(\xi) \rangle} \mathcal{H}_n(\xi) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\langle f(\xi), \mathcal{H}_n(\xi) \rangle}{n!} \mathcal{H}_n(\xi) \quad (6.23)$$

La définition des polynômes d'Hermite peut être étendue aux cas de plusieurs dimension, en conservant bon nombre de ses propriétés.

3.2 Propriétés des polynômes d'Hermite multi-dimensionnels

En considérant un vecteur vitesse $\boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^D$, la fonction poids peut être prolongée sur \mathbb{R}^D en normalisant par $(2\pi)^{D/2}$ et avec la notation plus générale $\xi^2 = \|\boldsymbol{\xi}\|^2$ du carré de la norme euclidienne. Par analogie, on définit le n -ième polynôme d'Hermite sur \mathbb{R}^D par :

$$\mathcal{H}_n(\boldsymbol{\xi}) = \frac{(-1)^n}{\omega(\boldsymbol{\xi})} [\nabla^n \omega](\boldsymbol{\xi}) \quad (6.24)$$

où $\nabla^n \omega$ désigne l'opérateur gradient appliqué $n - 1$ fois à ω , qui correspond à un tenseur d'ordre n de coefficients :

$$[\nabla^n \omega]_{i_1 i_2 \dots i_n} = \frac{\partial \omega}{\partial \xi_{i_1} \partial \xi_{i_2} \dots \partial \xi_{i_n}} \quad (6.25)$$

Ainsi, $\nabla^1 \omega$ correspond à la Jacobienne de ω , $\nabla^2 \omega$ à sa Hessienne et ainsi de suite. En guise d'illustration, on se place dans le cas $D = 3$. Soit $\boldsymbol{\xi} = (\xi_x, \xi_y, \xi_z)^T \in \mathbb{R}^3$, on a par exemple :

$$\omega(\boldsymbol{\xi}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \exp\left(-\frac{\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2}{2}\right) = \omega(\xi_x) \cdot \omega(\xi_y) \cdot \omega(\xi_z) \quad (6.26)$$

2. Il s'agit en quelques sortes d'une généralisation des bases orthonormales pour des espaces de dimension infinie.

qui permet de calculer les dérivées de ω facilement à partir du cas unidimensionnel. Ceci fournit les premiers polynômes d'Hermite de \mathbb{R}^3 qui sont :

$$\mathcal{H}_0 = 1, \mathcal{H}_1 = \begin{pmatrix} \xi_x \\ \xi_y \\ \xi_z \end{pmatrix}, \mathcal{H}_2 = \begin{pmatrix} \xi_x^2 - 1 & \xi_y \xi_x & \xi_z \xi_x \\ \xi_x \xi_y & \xi_y^2 - 1 & \xi_z \xi_y \\ \xi_x \xi_z & \xi_y \xi_z & \xi_z^2 - 1 \end{pmatrix}, \mathcal{H}_3 = \begin{pmatrix} \xi_x^2 (\xi_z - 1) & \xi_x \xi_y \xi_z & (\xi_x - 1) \xi_z^2 \\ \xi_y \xi_x \xi_z & (\xi_y^2 - 1) \xi_z & \xi_y (\xi_z^2 - 1) \\ \xi_x^2 (\xi_y - 1) & \xi_x (\xi_y^2 - 1) & \xi_z \xi_z \xi_y \\ (\xi_x^2 - 1) \xi_y & \xi_y^3 - 3 \xi_y & (\xi_y^2 - 1) \xi_z \\ \xi_x^3 - 3 \xi_x & (\xi_x^2 - 1) \xi_y & (\xi_x^2 - 1) \xi_z \\ (\xi_x^2 - 1) \xi_y & (\xi_y^2 - 1) \xi_x & \xi_y \xi_z \xi_x \\ \xi_z (\xi_x^2 - 1) & \xi_z \xi_y \xi_x & (\xi_z^2 - 1) \xi_x \end{pmatrix}^{3 \xi_z} \quad (6.27)$$

L'équation (6.26) souligne une certaine séparation entre les différentes coordonnées de ξ qui octroient aux polynômes d'Hermite multidimensionnels des propriétés similaires aux polynômes d'Hermite unidimensionnels. On voit notamment apparaître les polynômes d'Hermite 1D ou leur produit dans les coefficients des polynômes d'Hermite 3D de l'équation (6.27). En particulier, les polynômes d'Hermite multidimensionnels possèdent deux propriétés intéressantes :

- Les propriétés d'orthogonalité se généralisent au cas multi-dimensionnel ;
- La famille des polynômes d'Hermite multi-dimensionnels constituent une base de Hilbert de l'espace $L^2(\mathbb{R}^D)$ si bien que :

$$f(\xi) = \omega(\xi) \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!} \underbrace{\langle f(\xi), \mathcal{H}_n(\xi) \rangle}_{=a_n} : \mathcal{H}_n(\xi), \quad a_n = \int_{\mathbb{R}^D} f(\xi) \mathcal{H}_n(\xi) \omega(\xi) d\xi \quad (6.28)$$

où la différence majeure avec la formule unidimensionnelle est que les expressions $\langle f(\xi), \mathcal{H}_n(\xi) \rangle$ et $\mathcal{H}_n(\xi)$ sont des tenseurs d'ordre n , et que l'opérateur : correspond au produit scalaire entre ces deux tenseurs obtenu comme le produit de leur coefficient de même ordre sommé pour tous les coefficients possibles.³

Remarque :

La définition des polynômes d'Hermite peut légèrement varier dans la littérature pour être présentée sous une forme alternative :

$$\widetilde{\mathcal{H}}_n = c_s^n \mathcal{H}_n \left(\frac{\xi}{c_s} \right) \quad (6.29)$$

où $c_s^2 = rT$. Certains auteurs introduisent les polynômes d'Hermite \mathcal{H}_n comme dans [323] et d'autres utilisent plutôt les polynômes d'Hermite $\widetilde{\mathcal{H}}_n$ dans [237] par exemple. La différence entre ces deux définitions provient du choix de la fonction poids ω . Plus précisément, les polynômes $\widetilde{\mathcal{H}}_n$ sont générés à partir de la fonction poids f^{eq}/ρ L'équation (6.28) devient alors :

$$f(\xi) = \omega(\xi) \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n! c_s^{2n}} \langle f(\xi), \widetilde{\mathcal{H}}_n(\xi) \rangle : \widetilde{\mathcal{H}}_n(\xi) \quad (6.30)$$

4 Les moments dans la méthode de Chapman-Enskog

Il a été vu que le lien entre distribution f et quantités macroscopiques ρ , \mathbf{u} et E se fait au travers des trois premiers moments de f , notés $\mathbf{\Pi}_n$ pour $n = 0, 1, 2$. En particulier, via l'équation de Boltzmann,

3. Par exemple, pour deux tenseurs \mathbf{a} et \mathbf{b} d'ordre 2, on a $\mathbf{a} : \mathbf{b} = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{12} + a_{21}b_{21} + a_{22}b_{22}$

le système suivant a été obtenu :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (6.31)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}^2) + \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = 0 \quad (6.32)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho E \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{u}) + \nabla \cdot \mathbf{q} = 0 \quad (6.33)$$

Ce système a une forme similaire aux équations de Navier-Stokes mais il est ouvert car il nécessite le calcul des deux termes $\boldsymbol{\sigma} = \int_{\mathbb{R}^D} (\boldsymbol{\xi} - \mathbf{u})^2 f d\boldsymbol{\xi}$ et $\mathbf{q} = \int_{\mathbb{R}^D} (\boldsymbol{\xi} - \mathbf{u})^2 (\boldsymbol{\xi} - \mathbf{u}) f d\boldsymbol{\xi}$ qui dépendent encore de f à ce stade. Il peut être fermé via diverses méthodes, la plus célèbre étant la méthode de Chapman-Enskog qui permet de fournir une approximation de $\boldsymbol{\sigma}^{(n)}$ et $\mathbf{q}^{(n)}$ suivant l'ordre de troncation n du développement. Pour rappel, la méthode de Chapman-Enskog (voir Section 1.3) repose sur un développement $f = f^{(0)} + f^{(1)}\epsilon + \dots$ permettant de faire un lien systématique entre le monde mésoscopique de l'équation de Boltzmann et le monde macroscopique gouverné par les équations de Navier-Stokes. En pratique, faire l'approximation $f = f^{(0)}$ permet de retrouver les équations d'Euler tandis que l'approximation $f = f^{(0)} + f^{(1)}\epsilon$ permet de retrouver celles de Navier-Stokes.

4.1 Des moments d'ordre 0 aux équations d'Euler

On fait l'hypothèse que $f = f^{(0)} = f^{\text{eq}}$. La fonction f^{eq} étant connue via l'équation (1.37), il est directement possible de calculer les deux inconnues :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}^{(0)} &= \int_{\mathbb{R}^D} (\boldsymbol{\xi} - \mathbf{u})^2 f^{(0)} d\boldsymbol{\xi} \\ \mathbf{q}^{(0)} &= \frac{1}{2} \text{Tr} \left[\int_{\mathbb{R}^D} (\boldsymbol{\xi} - \mathbf{u})^3 f^{(0)} d\boldsymbol{\xi} \right] \end{aligned} \quad (6.34)$$

En effet, par changement de variable $\boldsymbol{\xi}' = (\boldsymbol{\xi} - \mathbf{u})/\sqrt{\theta}$, il vient :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}^{(0)} &= \frac{\rho}{(2\pi\theta)^{D/2}} \int_{\mathbb{R}^D} (\boldsymbol{\xi} - \mathbf{u})^2 \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\xi}^2}{2\theta}\right) d\boldsymbol{\xi} \\ &= \frac{\rho}{(2\pi)^{D/2}} \int_{\mathbb{R}^D} \theta \boldsymbol{\xi}'^2 \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\xi}'^2}{2}\right) d\boldsymbol{\xi}' \\ &= \rho\theta \mathbf{I}_{2,D} \end{aligned} \quad (6.35)$$

puis par équation (6.12), on a finalement

$$\boxed{\boldsymbol{\sigma}^{(0)} = \rho\theta\boldsymbol{\delta}} \quad (6.36)$$

Avec le même changement de variable, on a également l'égalité :

$$\begin{aligned} \int_{\mathbb{R}^D} (\boldsymbol{\xi} - \mathbf{u})^3 f d\boldsymbol{\xi} &= \frac{\rho}{(2\pi)^{D/2}} \int_{\mathbb{R}^D} \theta^{3/2} \boldsymbol{\xi}'^3 \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\xi}'^2}{2}\right) d\boldsymbol{\xi}' \\ &= \rho\theta^{3/2} \mathbf{I}_{3,D} \\ &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (6.37)$$

En prenant la demi-trace de cette égalité, il vient finalement :

$$\boxed{\mathbf{q}^{(0)} = \frac{\rho\theta^{3/2}}{2} \text{Tr}(\mathbf{I}_{3,D}) = \mathbf{0}} \quad (6.38)$$

4.2 Des moments d'ordre 1 aux équations de Navier-Stokes

On fait désormais l'hypothèse que $f = f^{\text{eq}} + f^{(1)}\epsilon$. Par linéarité de l'intégrale, on obtient les deux égalités :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\sigma} &= \boldsymbol{\sigma}^{(0)} + \epsilon\boldsymbol{\sigma}^{(1)} & \text{avec } \boldsymbol{\sigma}^{(1)} &= \int_{\mathbb{R}^D} (\boldsymbol{\xi} - \mathbf{u})^2 f^{(1)} d\boldsymbol{\xi} \\ \mathbf{q} &= \mathbf{q}^{(0)} + \epsilon\mathbf{q}^{(1)} & \text{avec } \mathbf{q}^{(1)} &= \frac{1}{2}\text{Tr} \left[\int_{\mathbb{R}^D} (\boldsymbol{\xi} - \mathbf{u})^3 f^{(1)} d\boldsymbol{\xi} \right]\end{aligned}\quad (6.39)$$

Pour fermer le système d'équations, il reste à déterminer les deux termes $\boldsymbol{\sigma}^{(1)}$ et $\mathbf{q}^{(1)}$. Ceci se fait en deux étapes : premièrement les exprimer en fonction des moments hors-équilibre $\boldsymbol{\Pi}_n^{(1)}$ puis à calculer ces derniers grâce à la méthode de Chapman-Enskog.

4.2.1 Expression de $\boldsymbol{\sigma}^{(1)}$ et $\mathbf{q}^{(1)}$ en fonction des moments hors-équilibre

Pour calculer $\boldsymbol{\sigma}^{(1)}$ et $\mathbf{q}^{(1)}$, on commence d'abord par simplifier leur expression à l'aide des conditions de solvabilité (1.27) portant sur $f^{(1)}$ et traduisant la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Ces conditions s'écrivent :

$$\boldsymbol{\Pi}_0^{(1)} = 0, \quad \boldsymbol{\Pi}_1^{(1)} = \mathbf{0} \quad \text{et} \quad \frac{1}{2}\text{Tr} \left[\boldsymbol{\Pi}_2^{(1)} \right] = 0 \quad (6.40)$$

En développant le terme $(\boldsymbol{\xi} - \mathbf{u})^2$ en tenant compte de la non-commutativité du produit tensoriel, il vient :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\sigma}^{(1)} &= \underbrace{\int_{\mathbb{R}^D} \boldsymbol{\xi}^2 f^{(1)} d\boldsymbol{\xi}}_{=\boldsymbol{\Pi}_2^{(1)}} - \mathbf{u} \underbrace{\int_{\mathbb{R}^D} \boldsymbol{\xi} f^{(1)} d\boldsymbol{\xi}}_{=\boldsymbol{\Pi}_1^{(1)}} - \underbrace{\int_{\mathbb{R}^D} \boldsymbol{\xi} f^{(1)} d\boldsymbol{\xi}}_{=\boldsymbol{\Pi}_1^{(1)}} \mathbf{u} + \mathbf{u}^2 \underbrace{\int_{\mathbb{R}^D} f^{(1)} d\boldsymbol{\xi}}_{=\boldsymbol{\Pi}_0^{(1)}} \\ &= \boldsymbol{\Pi}_2^{(1)} + \mathbf{0} + \mathbf{0} + \mathbf{0}\end{aligned}\quad (6.41)$$

Ainsi le terme $\boldsymbol{\sigma}^{(1)}$ correspond simplement au moment hors-équilibre d'ordre 2. Il s'agit de faire la même chose pour $\mathbf{q}^{(1)}$ avec le terme $(\boldsymbol{\xi} - \mathbf{u})^3$. Les 8 termes de ce développement peuvent se regrouper sous la forme :

$$(\boldsymbol{\xi} - \mathbf{u})^3 = \boldsymbol{\xi}^3 + \boldsymbol{\xi} \diamond \mathbf{u}^2 - \mathbf{u} \diamond \boldsymbol{\xi}^2 - \mathbf{u}^3 \quad (6.42)$$

où l'on rappelle que l'opérateur \diamond , introduit par Grad [148] pour les tenseurs symétriques, est égal à la somme pour toutes les permutations (non-identiques) du produit des coefficients. Par exemple :

$$\left[\boldsymbol{\xi} \diamond \mathbf{u}^2 \right]_{ijk} = \xi_i u_{jk} + \xi_j u_{ik} + \xi_k u_{ij} = \left[\boldsymbol{\xi} \mathbf{u}^2 \right]_{ijk} + \left[\mathbf{u} \boldsymbol{\xi} \mathbf{u} \right]_{ijk} + \left[\mathbf{u}^2 \boldsymbol{\xi} \right]_{ijk} \quad (6.43)$$

Lorsque l'on multiplie l'équation (6.42) par $f^{(1)}$ et que l'on intègre sur \mathbb{R}^D , on obtient :

$$\int_{\mathbb{R}^D} (\boldsymbol{\xi} - \mathbf{u})^3 f^{(1)} d\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\Pi}_3^{(1)} + \underbrace{\boldsymbol{\Pi}_1^{(1)} \diamond \mathbf{u}^2}_{=\mathbf{0}} - \mathbf{u} \diamond \boldsymbol{\Pi}_2^{(1)} - \underbrace{\mathbf{u}^3 \boldsymbol{\Pi}_0^{(1)}}_{=\mathbf{0}} \quad (6.44)$$

Les conditions (6.40) entraînent que les deuxième et quatrième termes soient nuls. De la définition de

la trace⁴, on obtient directement en prenant la demi-trace de l'équation précédente :

$$\begin{aligned}
\mathbf{q}^{(1)} &= \frac{1}{2} \text{Tr} [\mathbf{\Pi}_3^{(1)}] - \frac{1}{2} \overbrace{\text{Tr} [\mathbf{u} \diamond \mathbf{\Pi}_2^{(1)}]}^{=u_i \Pi_{2jj}^{(1)} + u_j \Pi_{2ij}^{(1)} + u_j \Pi_{2ij}^{(1)}} \\
&= \frac{1}{2} \text{Tr} [\mathbf{\Pi}_3^{(1)}] - \frac{1}{2} \left(\underbrace{\mathbf{u} \text{Tr} (\mathbf{\Pi}_2^{(1)})}_{=0} + 2\mathbf{\Pi}_2^{(1)} \times \mathbf{u} \right) \\
&= \frac{1}{2} \text{Tr} [\mathbf{\Pi}_3^{(1)}] - \mathbf{\Pi}_2^{(1)} \times \mathbf{u}
\end{aligned} \tag{6.45}$$

où \times désigne le produit matriciel. Finalement, le calcul de $\boldsymbol{\sigma}^{(1)}$ et $\mathbf{a}^{(1)}$ se ramène au calcul du moment hors-équilibre $\mathbf{\Pi}_2^{(1)}$ et de la demi-trace $\frac{1}{2} \mathbf{\Pi}_3^{(1)}$.

4.2.2 Calcul en deux temps de $\boldsymbol{\sigma}^{(1)}$

La sous-section précédente a montré que calculer $\boldsymbol{\sigma}^{(1)}$ revient à calculer $\mathbf{\Pi}_2^{(1)}$. Pour cela, on utilise la relation (1.38) donnée par la méthode de Chapman-Enskog qui relie le moment hors-équilibre aux dérivées des moments à l'équilibre. Ces moments étant connus analytiquement via (6.17), on obtient la relation :

$$\mathbf{\Pi}_2^{(1)} = \frac{\partial \mathbf{\Pi}_2^{\text{eq}}}{\partial t^{(0)}} + \nabla \cdot \mathbf{\Pi}_3^{\text{eq}} = \underbrace{\frac{\partial \rho \mathbf{u}^2}{\partial t^{(0)}} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u}^3}_{\text{(I)}} + \underbrace{\frac{\partial p}{\partial t^{(0)}} \boldsymbol{\delta} + \nabla \cdot p \mathbf{u} \diamond \boldsymbol{\delta}}_{\text{(II)}} \tag{6.46}$$

où l'on a assemblé les différents termes sous la forme de deux expressions (I) et (II). Ces deux expressions vont être calculées séparément. Pour l'expression (I), on utilise tout d'abord la formule de dérivées d'un produit, ici de trois termes. On utilise alors les équations de masse et de quantité de mouvement des équations d'Euler pour se débarrasser des dérivées temporelles. Ce raisonnement s'écrit :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho \mathbf{u}^2}{\partial t^{(0)}} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u}^3 &= \overbrace{\left[\mathbf{u} \frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t^{(0)}} + \left(\mathbf{u} \frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t^{(0)}} \right)^T - \mathbf{u}^2 \frac{\partial \rho}{\partial t^{(0)}} \right]}^{\text{formule de dérivée du produit } \rho \mathbf{u}^2} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u}^3 \\
&= \underbrace{-\mathbf{u} \nabla \cdot \rho \mathbf{u}^2 - \mathbf{u} \nabla p}_{\text{Euler QDM}} - \underbrace{\left(\mathbf{u} \nabla \cdot \rho \mathbf{u}^2 \right)^T - \left(\mathbf{u} \nabla p \right)^T}_{\text{Euler QDM}} + \underbrace{\mathbf{u}^2 \nabla \cdot (\rho \mathbf{u})}_{\text{Euler MASSE}} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u}^3 \\
&= \underbrace{-\mathbf{u} \nabla \cdot \rho \mathbf{u}^2 - \left(\mathbf{u} \nabla \cdot \rho \mathbf{u}^2 \right)^T + \mathbf{u}^2 \nabla \cdot (\rho \mathbf{u})}_{= -\nabla \cdot \rho \mathbf{u}^3 \text{ par formule de dérivée du produit } \rho \mathbf{u}^2 \mathbf{u}} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u}^3 - \mathbf{u} \nabla p - \left(\mathbf{u} \nabla p \right)^T \\
&= -\mathbf{u} \nabla p - \left(\mathbf{u} \nabla p \right)^T
\end{aligned} \tag{6.47}$$

Pour l'expression (II), on commence par utiliser la relation $p = 2\rho e/D$ et on remarque que par définition de l'opération \diamond , on a l'égalité

$$[\nabla \cdot p \mathbf{u} \diamond \boldsymbol{\delta}]_{ij} = \frac{\partial p u_i \delta_{jk}}{\partial x_k} + \frac{\partial p u_j \delta_{ik}}{\partial x_k} + \frac{\partial p u_k \delta_{ij}}{\partial x_k} = \frac{\partial p u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial p u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial p u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} = [\nabla (p \mathbf{u})]_{ij} + [\nabla (p \mathbf{u})]_{ji} + \nabla \cdot (p \mathbf{u}) \delta_{ij} \tag{6.48}$$

4. On rappelle que pour un tenseur \mathbf{T} d'ordre 3, on a choisi la convention $[\text{Tr}(\mathbf{T})]_i = T_{ijj}$ (sommation d'Einstein).

à cause du terme δ . En injectant cette relation dans l'expression (II) puis en utilisant l'équation d'énergie du système d'Euler pour supprimer la dérivée temporelle, on aboutit à :

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t^{(0)}} \delta + \nabla \cdot p \mathbf{u} \diamond \delta &= \frac{2}{D} \frac{\partial \rho e}{\partial t^{(0)}} \delta + \left[\nabla (p \mathbf{u}) + (\nabla (p \mathbf{u}))^T + \nabla \cdot (p \mathbf{u}) \delta \right] \\ &= \frac{2}{D} \underbrace{\left(-\nabla \cdot (\rho e \mathbf{u}) - p \nabla \cdot \mathbf{u} \delta \right)}_{\text{Euler ENERGIE}} + \left[\nabla (p \mathbf{u}) + (\nabla (p \mathbf{u}))^T + \frac{2}{D} \nabla \cdot (\rho e \mathbf{u}) \delta \right] \quad (6.49) \\ &= \nabla (p \mathbf{u}) + (\nabla (p \mathbf{u}))^T - \left(\frac{2}{D} p \nabla \cdot \mathbf{u} \right) \delta \end{aligned}$$

Finalement, en injectant les équations (6.47) et (6.49) dans (6.46), les quatre premiers termes correspondent à la formule de dérivée du produit $p \mathbf{u}$. Après simplification, l'expression finale de $\sigma^{(1)}$ est :

$$\begin{aligned} \sigma^{(1)} &= \left(-\mathbf{u} \nabla p - (\mathbf{u} \nabla p)^T \right) + \left(\nabla (p \mathbf{u}) + (\nabla (p \mathbf{u}))^T - \frac{2}{D} p \nabla \cdot \mathbf{u} \delta \right) \\ &= p \left(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T - \frac{2}{D} \nabla \cdot \mathbf{u} \delta \right) \quad (6.50) \\ &= p \left(2\mathbf{S} - \left[\frac{2}{D} \nabla \cdot \mathbf{u} \right] \delta \right) \end{aligned}$$

Finalement, on a la relation :

$$\boxed{\sigma^{(1)} = p \left(2\mathbf{S} - \left[\frac{2}{D} \nabla \cdot \mathbf{u} \right] \delta \right)} \quad (6.51)$$

où l'on voit apparaître une expression qui ressemble au tenseur des contraintes visqueuses d'un fluide newtonien.

4.2.3 Calcul en deux temps de $\mathbf{q}^{(1)}$

Maintenant que $\sigma^{(1)}$ est connu, on s'intéresse au calcul de $\mathbf{q}^{(1)}$ donné par l'équation (6.45). On utilise toujours la formule de Chapman-Enskog mais cette fois sur $\mathbf{\Pi}_3^{(1)}$. Les tenseurs à l'équilibre qui apparaissent sont connus analytiquement via (6.17). On regroupe également des termes de sorte que :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \text{Tr} \left(\mathbf{\Pi}_3^{(1)} \right) &= \frac{1}{2} \frac{\partial \text{Tr} \left(\mathbf{\Pi}_3^{\text{eq}} \right)}{\partial t^{(0)}} + \frac{1}{2} \nabla \cdot \text{Tr} \left(\mathbf{\Pi}_4^{\text{eq}} \right) \\ &= \underbrace{\frac{\partial \rho E \mathbf{u}}{\partial t^{(0)}} + \nabla \cdot \left([\rho E + p] \mathbf{u}^2 \right)}_{\text{(III)}} + \underbrace{\frac{\partial p \mathbf{u}}{\partial t^{(0)}} + \nabla \cdot \left(p \mathbf{u}^2 \right)}_{\text{(IV)}} + (\nabla \cdot p \theta \delta + \nabla \cdot p E \delta) \quad (6.52) \end{aligned}$$

La stratégie suivie pour calculer le terme (III) est la même que pour le terme (I) traité précédemment. En développant la formule de dérivée du produit $\rho E \mathbf{u}$ puis en utilisant les équations d'Euler pour supprimer les dérivées temporelles, le terme (III) s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho E \mathbf{u}}{\partial t^{(0)}} + \nabla \cdot \left([\rho E + p] \mathbf{u}^2 \right) &= \mathbf{u} \frac{\partial \rho E}{\partial t^{(0)}} + E \left(\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t^{(0)}} - \frac{\partial \rho}{\partial t} \mathbf{u} \right) + \nabla \cdot \left([\rho E + p] \mathbf{u}^2 \right) \\ &= \mathbf{u} \underbrace{\left(-\nabla \cdot ([\rho E + p] \mathbf{u}) \right)}_{\text{Euler ENERGIE}} + E \underbrace{\left(-\nabla \cdot \rho \mathbf{u}^2 - \nabla p \right)}_{\text{Euler QDM}} + \underbrace{\nabla \cdot (\rho \mathbf{u})}_{\text{Euler MASSE}} \mathbf{u} + \nabla \cdot \left([\rho E + p] \mathbf{u}^2 \right) \\ &= -E \nabla p - \underbrace{\mathbf{u} \nabla \rho E \mathbf{u}^2 - E \nabla \cdot \rho \mathbf{u}^2 + E \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) \mathbf{u}}_{=-\nabla \cdot \rho E \mathbf{u}^2 \text{ par formule de dérivée de } \rho E \mathbf{u}^2} + \nabla \cdot \rho E \mathbf{u}^2 + \underbrace{\nabla p \mathbf{u}^2 - \mathbf{u} \nabla \cdot (p \mathbf{u})}_{=p(\nabla \mathbf{u}) \mathbf{u}} \\ &= -E \nabla p + p (\nabla \mathbf{u}) \mathbf{u} \quad (6.53) \end{aligned}$$

En ce qui concerne le terme (IV), c'est la stratégie utilisée pour calculer le terme (II) qui est appliquée. On utilise tout d'abord que $p = 2\rho e/D$ puis, après formule de dérivée d'un produit dans le but de

faire apparaître les dérivées temporelles des équations d'Euler. Elles sont utilisées pour supprimer les dérivées temporelles de l'équation. Le terme (IV) s'écrit donc :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p \mathbf{u}}{\partial t^{(0)}} + \nabla \cdot (p \mathbf{u}^2) &= \frac{2}{D} \frac{\partial \rho e \mathbf{u}}{\partial t^{(0)}} + \nabla \cdot (p \mathbf{u}^2) \\
&= \frac{2}{D} \left(\frac{\partial \rho e}{\partial t^{(0)}} \mathbf{u} + \rho e \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t^{(0)}} \right) + \nabla \cdot (p \mathbf{u}^2) \\
&= \frac{2}{D} \left(\frac{\partial \rho e}{\partial t^{(0)}} \mathbf{u} + e \left[\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t^{(0)}} - \mathbf{u} \frac{\partial \rho}{\partial t^{(0)}} \right] \right) + \nabla \cdot (p \mathbf{u}^2) \\
&= \frac{2}{D} \underbrace{(-\nabla \cdot (\rho e \mathbf{u}) \mathbf{u} - (p \nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{u})}_{\text{Euler ENERGIE}} + \frac{2e}{D} \underbrace{[-\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}^2) - \nabla p + \mathbf{u} \nabla \cdot (\rho \mathbf{u})]}_{\text{Euler QDM}} + \nabla \cdot (p \mathbf{u}^2) \\
&= -\theta \nabla p - \frac{2}{D} (p \nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{u} - \frac{2}{D} \underbrace{[\nabla (\rho e \mathbf{u}) \mathbf{u} + e \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}^2) - e \mathbf{u} \nabla \cdot (\rho \mathbf{u})]}_{=-\nabla \cdot (p \mathbf{u}^2) \text{ par dérivée du produit } \rho e \mathbf{u}^2} + \nabla \cdot (p \mathbf{u}^2) \\
&= -\theta \nabla p - \frac{2}{D} (p \nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{u}
\end{aligned} \tag{6.54}$$

où l'on rappelle que $\theta = rT = p/\rho = 2e/D$. En injectant les équations (6.53) et (6.54) dans (6.52), des paires de terme s'assemblent pour donner :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} \text{Tr} \left(\Pi_3^{(1)} \right) &= \overbrace{-E \nabla p + (\nabla \cdot p E) \delta}^{=p \nabla E} \overbrace{-\theta \Delta p + (\nabla \cdot p \theta) \delta}^{=p \nabla \theta} + p (\nabla \mathbf{u}) \mathbf{u} - \frac{2}{D} (p \nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{u} \\
&= p \nabla E + p \nabla \theta + p (\nabla \mathbf{u}) \mathbf{u} - \frac{2}{D} (p \nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{u}
\end{aligned} \tag{6.55}$$

avec l'énergie totale E vérifiant $2E = u^2 + D\theta$ de sorte que $2\nabla E = \nabla u^2 + D\nabla\theta$. En utilisant cette relation dans (6.55) ainsi que $\theta = rT$, on aboutit à l'égalité :

$$\frac{1}{2} \text{Tr} \left(\Pi_3^{(1)} \right) = p \left[\underbrace{\left(\frac{D}{2} + 1 \right) r \nabla T}_{=c_p} + \frac{1}{2} \nabla u^2 + (\nabla \mathbf{u}) \mathbf{u} - \frac{2}{D} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{u} \right] \tag{6.56}$$

où l'on a fait apparaître la capacité thermique molaire du gaz c_p . Enfin, en utilisant la relation $(\nabla \mathbf{u}) \mathbf{u} = (\nabla \mathbf{u}) \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \mathbf{u} - (\nabla \mathbf{u})^T \mathbf{u} = 2\mathbf{S} \mathbf{u} - (\nabla \mathbf{u})^T \mathbf{u}$, on obtient finalement :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} \text{Tr} \left(\Pi_3^{(1)} \right) &= p \left[c_p \nabla T + \left(2\mathbf{S} - \frac{2}{D} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \delta \right) \mathbf{u} + \overbrace{\frac{1}{2} \nabla u^2 - (\nabla \mathbf{u})^T \mathbf{u}}^{=0} \right] \\
&= p c_p \nabla T + \Pi_2^{(1)} \times \mathbf{u}
\end{aligned} \tag{6.57}$$

En repartant de la définition de $\mathbf{q}^{(1)}$ donnée en équation (6.45), il vient finalement :

$$\boxed{\mathbf{q}^{(1)} = p c_p \nabla T} \tag{6.58}$$

Annexe B : À propos de certaines méthodes d'interpolation

Cette annexe fournit les détails des deux méthodes d'interpolation implantées et validées durant ces travaux, exclusivement utilisées dans le Chapitre 3 lors de l'étude du traitement de paroi. Ces méthodes sont utilisées pour estimer la valeur d'une quantité ϕ_{IP} d'un champ ϕ en un noeud \mathbf{x}_{IP} en ne connaissant ses valeurs $\phi_i = \phi(\mathbf{x}_i)$ que sur un voisinage de N noeuds donneurs \mathbf{x}_i . En pratique, les interpolations couramment employées cherchent à reconstruire le champ ϕ comme une fonction polynômiale. L'échantillon de points donneurs est appelé *stencil d'interpolation* et le plus haut degré n du monôme restitué de manière exacte par la méthode est appelé *ordre d'interpolation*. Les deux méthodes décrites ici sont l'interpolation linéaire ainsi que par les moindres carrés pondérés (WLSQ).

1	L'interpolation linéaire	248
2	L'interpolation par les moindres carrés pondérés	249

1 L'interpolation linéaire

Comme son nom l'indique, l'interpolation linéaire estime les valeurs du champ ϕ à partir d'interpolations linéaires selon chaque axe. Suivant la dimension du problème, on parle d'interpolation unilinéaire (1D), bilinéaire (2D) ou trilinéaire (3D).

Interpolation unilinéaire. En 1D, la valeur ϕ_{IP} est obtenue à partir du stencil à 2 points situés à gauche x_0 et à droite x_1 du noeud IP. En centrant le repère sur x_0 , et en le normalisant pour avoir $x_1 = 1$ on a par approximation linéaire :

$$\phi_{IP} = \phi_0 x_{IP} + \phi_1 (1 - x_{IP}) \quad (6.59)$$

Cette interpolation est illustrée en [Figure B1](#).

Interpolation bilinéaire. L'interpolation bilinéaire s'effectue toujours sur un stencil à 4 noeuds formant un rectangle. La valeur de ϕ_{IP} s'obtient après deux interpolations linéaires une sur le côté bas et une sur le coté haut du rectangle, puis une dernière interpolation linéaire sur les deux points obtenus. En effectuant les changements de repère transformant le rectangle en un carré unitaire centré au noeud en bas à gauche, on a :

$$\phi_{IP} = \phi_{00} (1 - y_{IP}) (1 - x_{IP}) + \phi_{01} (1 - x_{IP}) y_{IP} + \phi_{10} x_{IP} (1 - y_{IP}) + \phi_{11} x_{IP} y_{IP} \quad (6.60)$$

où les indices indiquent les coordonnées du point.

Interpolation trilinéaire. L'interpolation trilinéaire s'effectue sur un pavé droit contenant 8 points. Elle s'obtient en appliquant deux interpolations bilinéaires sur la face avant et la face arrière du pavé, puis une interpolation linéaire entre les deux points obtenus. En effectuant un changement de repère ramenant le pavé droit en un cube unitaire centré sur le noeud en bas à gauche de la face avant, il vient :

$$\begin{aligned} \phi_{IP} = & \phi_{000} (1 - y_{IP}) (1 - x_{IP}) (1 - z_{IP}) + \phi_{100} y_{IP} (1 - y_{IP}) z_{IP} + \phi_{010} (1 - x_{IP}) y_{IP} (1 - z_{IP}) \\ & + \phi_{001} (1 - x_{IP}) (1 - y_{IP}) z_{IP} + \phi_{101} y_{IP} (1 - y_{IP}) z_{IP} + \phi_{011} (1 - x_{IP}) y_{IP} z_{IP} + \phi_{111} x_{IP} y_{IP} z_{IP} \end{aligned} \quad (6.61)$$

Les interpolations linéaire 1D, 2D et 3D sont présentées schématiquement en [Figure B1](#). Ces méthodes sont d'ordre 2.

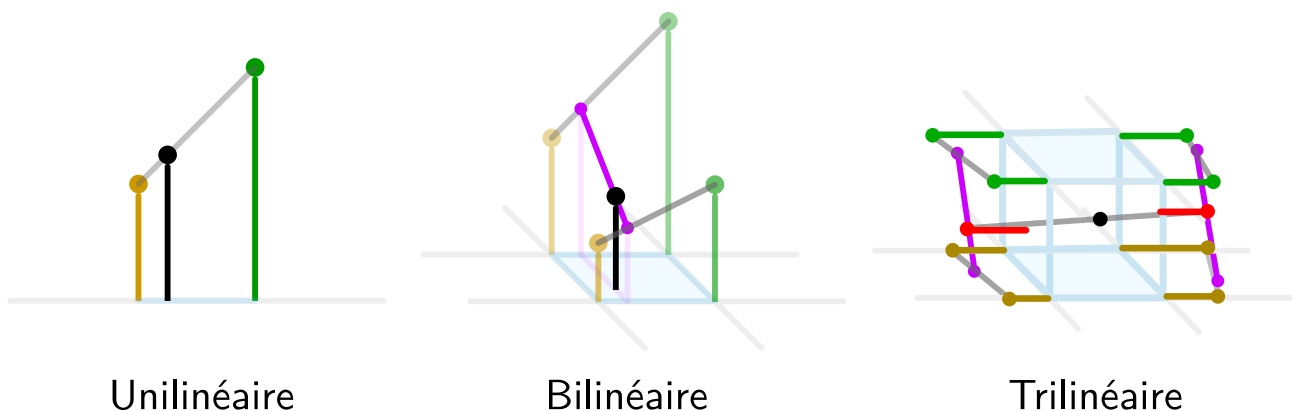


Figure B1 – Schéma de principe des interpolations linéaires. Le noeud IP est représenté en noir tandis que les noeuds de calcul qui sont donneurs sont notés x_i . Inspiré de l'image originelle de Cmglee https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Comparison_of_1D_and_2D_interpolation.svg.

L'interpolation par les moindres carrés résout un problème d'optimisation sur un ensemble de polynômes choisi en amont. On se fixe une base de polynômes multivariés \mathbf{b} dans laquelle on va chercher une fonction continue ϕ qui approche «au mieux» la fonction inconnue dont on ne connaît que les couples (\mathbf{x}_i, ϕ_i) pour $1 \leq i \leq N$. La définition de «au mieux» est ici celle des moindres carrés, c'est-à-dire que l'on cherche à minimiser la quantité :

$$J = \sum_{i=1}^N \theta_i (\phi(\mathbf{x}_i) - \phi_i)^2 \quad \text{avec } \theta_i = \frac{1}{\|\mathbf{x}_{\text{IP}} - \mathbf{x}_i\|^2 + \epsilon^2} \quad (6.62)$$

où θ_i est un poids associé au i -eme point donneur et ϕ est la fonction polynôme inconnue qui s'écrit dans la base \mathbf{b} comme :

$$\phi(\mathbf{x}) = \mathbf{b}(\mathbf{x}) \cdot \boldsymbol{\omega} \quad (6.63)$$

et qui est entièrement déterminée dès lors que l'on connaît le vecteur poids $\boldsymbol{\omega}$ dépendant lui-même du noeud IP. Ce vecteur poids est obtenu en imposant que la dérivée de J suivant une coordonnée ω_k soit nulle, c'est-à-dire que :

$$\frac{\partial J}{\partial \omega_k} = 2\theta_i b_k(\mathbf{x}_i) [\mathbf{b}(\mathbf{x}) \cdot \boldsymbol{\omega} - \phi_i] = 0 \quad (6.64)$$

Ceci fournit N équations qui se mettent sous forme matricielle :

$$\boldsymbol{\omega} = \left[\sum_{i=1}^N \theta_i \mathbf{b}(\mathbf{x}_i) \mathbf{b}(\mathbf{x}_i)^T \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^N \theta_i \phi_i \mathbf{b}(\mathbf{x}_i) \right] \quad (6.65)$$

L'équation (6.65) nécessite donc l'inversion d'une matrice dont la taille dépend de celle de la base \mathbf{b} .

En pratique, la base choisie dans ces travaux est $\mathbf{b} = (1, x, y, z)^T$, ce qui implique l'inversion d'une matrice de taille 4×4 . La valeur de ϵ dans la formulation de θ_i de l'équation (6.62) est prise à 10^{-5} . Il existe également d'autres formules définissant les poids θ_i que celle de l'équation (6.62) [276].

Bibliographie

- [1] D. Acevedo, L. Botero, Lourenço T. Lima P., F. Catalano, DC Reis, and EL Coelho. Experimental aeroacoustic and aerodynamic analysis of a large-scale flap side-edge model. In *2018 AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, page 3799, 2018.
- [2] R. Adhikari and S. Succi. Duality in matrix lattice boltzmann models. *Physical Review E—Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 78(6) :066701, 2008.
- [3] N Afzal. Power law and log law velocity profiles in fully developed turbulent pipe flow : Equivalent relations at large reynolds numbers. *Acta Mechanica*, 151(3) :171–183, 2001.
- [4] S. Ali, M. Azarpeyvand, and C. Da Silva. Trailing-edge flow and noise control using porous treatments. *Journal of Fluid Mechanics*, 850 :83–119, 2018.
- [5] SR Allmaras and FT Johnson. Modifications and clarifications for the implementation of the Spalart–Allmaras turbulence model. In *Seventh international conference on computational fluid dynamics (ICCFD7)*, volume 1902. Big Island, HI, 2012.
- [6] D. Angland. *Aerodynamics and aeroacoustics of flap side-edges*. PhD thesis, University of Southampton, 2008.
- [7] D. Angland, X. Zhang, and N. Molin. Measurements of flow around a flap side edge with porous edge treatment. *AIAA journal*, 47(7) :1660–1671, 2009.
- [8] P Angot, CH Bruneau, and P Fabrie. A penalization method to take into account obstacles in incompressible viscous flows. *Numerische Mathematik*, 81(4) :497–520, 1999.
- [9] S. Ansumali, I. V. Karlin, and S. Succi. Kinetic theory of turbulence modeling : smallness parameter, scaling and microscopic derivation of Smagorinsky model. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 338(3–4) :379–394, July 2004.
- [10] AD Arnott, G Schneider, K-P Neitzke, J Agocs, A Schröder, B Sammler, and J Kompenhans. Detailed Characterisation, using PIV, of the Flow around an Airfoil in High-Lift Configuration. In *Particle Image Velocimetry : Recent Improvements : Proceedings of the EUROPIV 2 Workshop held in Zaragoza, Spain, March 31–April 1, 2003*, pages 31–42. Springer, 2004.
- [11] C. Asensio, L. Gasco, and G. de Arcas. A review of non-acoustic measures to handle community response to noise around airports. *Current Pollution Reports*, 3(3) :230–244, June 2017.
- [12] N. Ashton, P. Batten, A. Cary, and K. Holst. Summary of the 4th High-Lift Prediction Workshop Hybrid RANS/LES Technology Focus Group. *Journal of Aircraft*, 61(1) :86–115, January 2024.
- [13] T. Astoul. *Towards improved lattice Boltzmann aeroacoustic simulations with non-uniform grids : Application to landing gears noise prediction*. PhD thesis, Aix-Marseille, 2021.
- [14] T. Astoul, G. Wissocq, JF. Boussuge, A. Sengissen, and P. Sagaut. Analysis and reduction of spurious noise generated at grid refinement interfaces with the lattice boltzmann method. *Journal of Computational Physics*, 418 :109645, October 2020.

- [15] M. Aultman, Z. Wang, R. Auza-Gutierrez, and L. Duan. Evaluation of cfd methodologies for prediction of flows around simplified and complex automotive models. *Computers & Fluids*, 236 :105297, 2022.
- [16] S. Baba, H. Ben-Gida, GC Deng, O. Stalnov, S. Moreau, and P. Lavoie. Experimental aeroacoustic characterization of a supercritical wing-tip model. In *30th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (2024)*, page 3124, 2024.
- [17] Y. Bae, Y. Jeong and Y. Moon. Effect of porous surface on the flat plate self-noise. In *15th AIAA/CEAS aeroacoustics conference (30th AIAA aeroacoustics conference)*, page 3311, 2009.
- [18] B. Bai, D. Lin, and X. Li. Identification of flap side-edge two-source mechanism based on phased arrays. *AIAA Journal*, 60(1) :249–260, 2022.
- [19] E. Balaras. Modeling complex boundaries using an external force field on fixed cartesian grids in large-eddy simulations. *Computers & Fluids*, 33(3) :375–404, 2004.
- [20] B. Baldwin and T. Barth. A one-equation turbulence transport model for high reynolds number wall-bounded flows. In *29th Aerospace Sciences Meeting*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, January 1991.
- [21] B. Baldwin and H. Lomax. Thin-layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows. In *16th Aerospace Sciences Meeting*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, January 1978.
- [22] M. Barad, J. Kocheemoolayil, and C. Kiris. Lattice boltzmann for airframe noise predictions. Technical report, 2017.
- [23] MF Barad, JG Kocheemoolayil, and CC Kiris. Lattice Boltzmann and Navier-Stokes cartesian CFD approaches for airframe noise predictions. In *23rd AIAA Computational fluid dynamics conference*, page 4404, 2017.
- [24] M Barbarino, I Dimino, A Carozza, C Nae, C Stoica, V Pricop, SH Peng, P Eliasson, O Grundestam, L Tysell, et al. Airframe noise reduction technologies applied to high-lift devices of future green regional aircraft. In *3AF/CEAS Conference "Greener Aviation : Clean Sky breakthroughs and worldwide status"*, 2014.
- [25] H. Ben-Gida, S. Baba, S. Stalnov, O. and Moreau, and P. Lavoie. Experimental characterization of the side-edge triple-vortex system on a supercritical wing model. In *30th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (2024)*, page 3173, 2024.
- [26] MJ. Berger and MJ. Aftosmis. An ode-based wall model for turbulent flow simulations. *AIAA journal*, 56(2) :700–714, 2018.
- [27] ME. Berkman, MR. Khorrami, M. Choudhari, and SS. Sadowski. Investigation of high-lift flowfield of an energy efficient transport wing. *Journal of aircraft*, 37(1) :45–52, 2000.
- [28] P. Bernicke and R.A.D Akkermans. Hybrid overset-les simulations of noise reduction concepts of loaded airfoils. In *Journal of Physics : Conference Series*, volume 1909, page 012004. IOP Publishing, 2021.
- [29] D. Bernoulli. Hydrodynamica. *Dulsecker. Consultable en ligne <http://imgbase-scd-ulp.u-strasbg.fr/displayimage.php>*, 1738, 1738.
- [30] PL Bhatnagar, EP Gross, and M Krook. A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems. *Physical review*, 94(3) :511, 1954.

- [31] AM. Blackner and CM. Davis. Airframe noise source identification using elliptical mirror measurement techniques. In *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*, volume 1995, pages 203–206. Institute of Noise Control Engineering, 1995.
- [32] PJW. Block. Noise response of cavities of varying dimensions at subsonic speeds. Technical report, 1976.
- [33] Duda BM, Fares E, and Kotapati R. Application of the lattice boltzmann method to shear layer flows. In *53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, January 2015.
- [34] E. Bodenschatz and M. Eckert. Prandtl and the göttingen school. *A voyage through turbulence*, pages 40–100, 2011.
- [35] L. Boltzmann. Weitere studien über das wärmeleichgewicht unter gasmolekülen. In *Kinetische Theorie II*, pages 115–225. Springer, 1970.
- [36] RB Bond and Frederick G Blottner. Derivation, implementation, and initial testing of a compressible wall-layer model. *International journal for numerical methods in fluids*, 66(9) :1183–1206, 2011.
- [37] M. Bouzidi, M. Firdaouss, and P. Lallemand. Momentum transfer of a Boltzmann-lattice fluid with boundaries. *Physics of fluids*, 13(11) :3452–3459, 2001.
- [38] DD. Boyd Jr. Navier-stokes computations of a wing-flap model with blowing normal to the flap surface. Technical report, 2005.
- [39] P. Bradshaw. Possible origin of prandtl’s mixing-length theory. *Nature*, 249(5453) :135–136, 1974.
- [40] TF. Brooks and WM. Humphreys. Flap-edge aeroacoustic measurements and predictions. *Journal of Sound and Vibration*, 261(1) :31–74, 2003.
- [41] V. Brunet and S. Deck. Zonal-detached eddy simulation of transonic buffet on a civil aircraft type configuration. In *Advances in Hybrid RANS-LES Modelling : Papers contributed to the 2007 Symposium of Hybrid RANS-LES Methods, Corfu, Greece, 17-18 June 2007*, pages 182–191. Springer, 2008.
- [42] E. Buffa, J. Jacob, and P. Sagaut. Lattice-boltzmann-based large-eddy simulation of high-rise building aerodynamics with inlet turbulence reconstruction. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 212 :104560, 2021.
- [43] M. Buszyk, T. Le Garrec, C. Polacsek, and R. Barrier. Lattice boltzmann simulations in a rectilinear cascade configuration for the turbulence-airfoil interaction noise evaluation and reduction through serrated leading edges. In *EURONOISE 2021*, 2021.
- [44] Becquart C. and Perez M. Dynamique moléculaire appliquée aux matériaux. *Innovations technologiques*, January 2010.
- [45] SG Cai, J Degriigny, JF Boussuge, and P Sagaut. Coupling of turbulence wall models and immersed boundaries on Cartesian grids. *Journal of Computational Physics*, 429 :109995, 2021.
- [46] SG Cai, J Jacob, and P Sagaut. Immersed boundary based near-wall modeling for large eddy simulation of turbulent wall-bounded flow. *Computers & Fluids*, page 105893, April 2023.
- [47] SG. Cai, S. Mozaffari, J. Jacob, and P. Sagaut. Application of immersed boundary based turbulence wall modeling to the ahmed body aerodynamics. *Physics of Fluids*, 34(9) :095106, September 2022.

- [48] F Capizzano. Turbulent wall model for immersed boundary methods. *AIAA journal*, 49(11) :2367–2381, 2011.
- [49] F Capizzano. Coupling a wall diffusion model with an immersed boundary technique. *AIAA Journal*, 54(2) :728–734, 2016.
- [50] A. Cartieri. Experimental investigations on the common research model at onera-s2ma. In *AIAA Scitech 2020 Forum*, page 0779, 2020.
- [51] D Casalino, E Fares, B Duda, A Hazir, and MR Khorrami. On the connection between flap side-edge noise and tip vortex dynamics. In *21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, page 2992, 2015.
- [52] D. Casalino, A. FP Ribeiro, E. Fares, and S. Nölting. Lattice–Boltzmann aeroacoustic analysis of the LAGOON landing-gear configuration. *AIAA journal*, 52(6) :1232–1248, 2014.
- [53] D. Casalino, G. Romani, R. Zhang, and H. Chen. Lattice-boltzmann calculations of rotor aeroacoustics in transitional boundary layer regime. *Aerospace Science and Technology*, 130 :107953, 2022.
- [54] FM. Catalano, P. Vanuchi, and LGN. Correa. Wind tunnel testing of porous devices for the reduction of flap side-edge noise. In *28th ICAS 2012 Congress*, 2012.
- [55] S Chapman and TG Cowling. *The mathematical theory of non-uniform gases : an account of the kinetic theory of viscosity, thermal conduction and diffusion in gases*. Cambridge university press, 1990.
- [56] P. Chassaing. *Turbulence en mécanique des fluides*. 2000.
- [57] N. Chauvet, S. Deck, and L. Jacquin. Zonal Detached Eddy Simulation of a Controlled Propulsive Jet. *AIAA Journal*, 45(10) :2458–2473, October 2007.
- [58] H. Chen, S. Chen, and WH Matthaeus. Recovery of the navier-stokes equations using a lattice-gas boltzmann method. *Physical review A*, 45(8) :R5339, 1992.
- [59] H. Chen, C. Teixeira, and K. Molvig. Realization of fluid boundary conditions via discrete boltzmann dynamics. *International Journal of Modern Physics C*, 9(08) :1281–1292, 1998.
- [60] X.-P. Chen. Applications of lattice boltzmann method to turbulent flow around two-dimensional airfoil. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, 6(4) :572–580, 2012.
- [61] SS. Chikatamarla and IV. Karlin. Lattices for the lattice boltzmann method. *Physical Review E*, 79(4) :046701, 2009.
- [62] H. Choi and P. Moin. Grid-point requirements for large eddy simulation : Chapmans estimates revisited. *Physics of Fluids*, 24(1), January 2012.
- [63] JI. Choi, RC. Oberoi, JR. Edwards, and JA. Rosati. An immersed boundary method for complex incompressible flows. *Journal of Computational Physics*, 224(2) :757–784, 2007.
- [64] B. Chopard. Cellular automata and lattice boltzmann modeling of physical systems., 2012.
- [65] B. Chopard, A. Dupuis, A. Masselot, and P. Luthi. Cellular automata and lattice boltzmann techniques : An approach to model and simulate complex systems. *Advances in complex systems*, 5(02n03) :103–246, 2002.
- [66] M. Choudhari and M. Khorrami. Computational study of porous treatment for an altered flap side-edge flowfield. In *9th AIAA/CEAS Aeroacoustics conference and exhibit*, page 3113, 2003.

- [67] MM. Choudhari and DP. Lockard. Assessment of slat noise predictions for 30P30N high-lift configuration from BANC-III workshop. In *21st AIAA/CEAS aeroacoustics conference*, page 2844, 2015.
- [68] MM Choudhari, DP Lockard, MG Macaraeg, BA Singer, CL Streett, GR Neubert, RW Stoker, JR Underbrink, ME Berkman, and MR Khorrami. Aeroacoustic experiments in the nasa langley low-turbulence pressure tunnel. Technical report, 2002.
- [69] LC Chow, Knut Mau, and Hugues Remy. Landing gears and high lift devices airframe noise research. In *8th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference & Exhibit*, page 2408, 2002.
- [70] Rudolf Clausius. Ueber die art der bewegung, welche wir wärme nennen. *Annalen der Physik*, 176(3) :353–380, 1857.
- [71] D. Coles. The law of the wake in the turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 1(2) :191–226, 1956.
- [72] M Collison, R Stimpson, and L. Desvard. Vortex shedding noise reduction of a mixed flow fan : Experimental and numerical investigation. In *Proceedings of the Fan 2015 Conference*, 2015.
- [73] T. Coratger, G. Farag, S. Zhao, P. Boivin, and P Sagaut. Large-eddy lattice-boltzmann modeling of transonic flows. *Physics of Fluids*, 33(11) :115112, 2021.
- [74] C. Coreixas, G. Wissocq, G. Puigt, JF. Boussuge, and P. Sagaut. Recursive regularization step for high-order lattice boltzmann methods. *Physical Review E*, 96(3), September 2017.
- [75] TJ Craft, SE Gant, Hector Iacovides, and BE Launder. A new wall function strategy for complex turbulent flows. *Numerical Heat Transfer, Part B : Fundamentals*, 45(4) :301–318, 2004.
- [76] T.P. Crepain. *Flap Side-Edge Noise Reduction*. PhD thesis, TUDelft, 2015.
- [77] X Cui, Z Wang, X Yao, M Liu, and F Yu. A coupled two-relaxation-time lattice Boltzmann-volume penalization method for flows past obstacles. *Mathematics and Computers in Simulation*, 198 :85–105, 2022.
- [78] M. Daroukh, T. Le Garrec, and C. Polacsek. Low-speed turbofan aerodynamic and acoustic prediction with an isothermal lattice boltzmann method. *AIAA Journal*, 60(2) :1152–1170, February 2022.
- [79] G. Daviller, E. Charles, JF. Boussuge, F. Renard, and J. Huber. Investigation of jet-pylon interaction noise using lbm. In *30th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (2024)*, page 3180, 2024.
- [80] S. De Schampheleire. *PhD Sven De Schampheleire - Natural Convection in Classical Heat Sinks and Open-Cell Metal Foam*. PhD thesis, 10 2017.
- [81] JW. Deardorff. A three-dimensional numerical investigation of the idealized planetary boundary layer. *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, 1(3-4) :377–410, 1970.
- [82] S Deck. Zonal-detached-eddy simulation of the flow around a high-lift configuration. *AIAA journal*, 43(11) :2372–2384, 2005.
- [83] S Deck. Recent improvements in the zonal detached eddy simulation (ZDES) formulation. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 26(6) :523–550, 2012.
- [84] S Deck, F Gand, V Brunet, and S Ben Khelil. High-fidelity simulations of unsteady civil aircraft aerodynamics : stakes and perspectives. Application of zonal detached eddy simulation. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 372(2022) :20130325, August 2014.

- [85] S Deck and R Laroüe. Numerical investigation of the flow dynamics past a three-element aerofoil. *Journal of Fluid Mechanics*, 732 :401–444, 2013.
- [86] S. Deck and JM. Luckring. Zonal detached eddy simulation (zdes) of the flow around the avt-183 diamond wing configuration. *Aerospace Science and Technology*, 57 :43–51, 2016.
- [87] S Deck and N Renard. Towards an enhanced protection of attached boundary layers in hybrid RANS/LES methods. *Journal of Computational Physics*, 400 :108970, 2020.
- [88] S Deck, N Renard, R Laroüe, and P Sagaut. Zonal detached eddy simulation (ZDES) of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer over the Reynolds number range $3150 \leq Re_\theta \leq 14000$. *Physics of Fluids*, 26(2) :025116, 2014.
- [89] S Deck, N Renard, R Laroüe, and PE Weiss. Large-scale contribution to mean wall shear stress in high-Reynolds-number flat-plate boundary layers up to 13650. *Journal of Fluid Mechanics*, 743 :202–248, 2014.
- [90] S. Deck and P. Thorigny. Unsteadiness of an axisymmetric separating-reattaching flow : Numerical investigation. *Physics of Fluids*, 19(6), June 2007.
- [91] S. Deck, PE. Weiss, M. Pamiès, and E. Garnier. Zonal detached eddy simulation of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer. *Computers & Fluids*, 48(1) :1–15, 2011.
- [92] S Deck, PE Weiss, and N Renard. A rapid and low noise switch from RANS to WMLES on curvilinear grids with compressible flow solvers. *Journal of Computational Physics*, 363 :231–255, 2018.
- [93] Sébastien Deck. *Simulation numérique des charges latérales instationnaires sur des configurations de lanceur*. PhD thesis, Orléans, 2002.
- [94] J. Degryny. *Towards the computational prediction of low-speed buffet : improved wall modeling for the Lattice Boltzmann method*. PhD thesis, Aix-Marseille, 2021.
- [95] J Degryny, SG Cai, JF Boussuge, and P Sagaut. Improved Wall Model Treatment for Aerodynamic Flows in LBM. *Computers & Fluids*, page 105041, 2021.
- [96] J Degryny, G Pont, JF Boussuge, and P Sagaut. Simulation of High-Lift Flows through IDDES in LBM. *55th 3AF International Conference on Applied Aerodynamics*, 2020.
- [97] J. Delery. Aspects of vortex breakdown. *Progress in Aerospace Sciences*, 30(1) :1–59, 1994.
- [98] J. Délyery. Robert legendre and henri werlé : toward the elucidation of three-dimensional separation. *Annual review of fluid mechanics*, 33(1) :129–154, 2001.
- [99] Paul J Dellar. Bulk and shear viscosities in lattice boltzmann equations. *Physical Review E*, 64(3) :031203, 2001.
- [100] PJ. Dellar. Nonhydrodynamic modes and a priori construction of shallow water lattice boltzmann equations. *Physical Review E*, 65(3) :036309, 2002.
- [101] Crighton DG. Chapter on aeroacoustics of flight vehicles : Theory and practice. volume 1. noise sources. *NASA reference publication (Hubbard HH, editor)*, 1258, 1991.
- [102] D d’Humières. Multiple-relaxation-time lattice Boltzmann models in three dimensions. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 360(1792) :437–451, 2002.
- [103] D d’Humières and P Lallemand. Numerical simulations of hydrodynamics with lattice gas automata in two dimensions. In *Lattice Gas Methods For Partial Differential Equations*, pages 299–332. CRC Press, 2019.

- [104] D. d’Humières, P. Lallemand, and U. Frisch. Lattice gas models for 3d hydrodynamics. *Europhysics Letters*, 2(4) :291, 1986.
- [105] A. Dobre. 2d scaled model of the turboprop wing. *INCAS BULLETIN*, 3 :129–143, 2009.
- [106] W. Dobrzynski, B. Gehlhar, and H. Buchholz. Model and full scale high-lift wing wind tunnel experiments dedicated to airframe noise reduction. *Aerospace science and technology*, 5(1) :27–33, 2001.
- [107] R. Drobietz and I. Borchers. Generic wind tunnel study on side edge noise. In *12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (27th AIAA Aeroacoustics Conference)*, page 2509, 2006.
- [108] F. Dubois. Equivalent partial differential equations of a lattice boltzmann scheme. *Computers & Mathematics with Applications*, 55(7) :1441–1449, 2008.
- [109] E. Dumlupinar, JA. Housman, and J. Duensing. Scale resolving simulations of contra rotating open rotor noise prediction. In *AIAA SCITECH 2024 Forum*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, January 2024.
- [110] A. Dupuis, P. Chatelain, and P. Koumoutsakos. An immersed boundary–lattice–Boltzmann method for the simulation of the flow past an impulsively started cylinder. *Journal of Computational Physics*, 227(9) :4486–4498, 2008.
- [111] B. Eisfeld, C. Rumsey, and V. Togiti. Verification and validation of a second-moment-closure model. *AIAA Journal*, 54(5) :1524–1541, May 2016.
- [112] EA. Fadlun, R. Verzicco, P. Orlandi, and J. Mohd-Yusof. Combined immersed-boundary finite-difference methods for three-dimensional complex flow simulations. *Journal of computational physics*, 161(1) :35–60, 2000.
- [113] G. Farag, S. Zhao, G. Chiavassa, and P. Boivin. Consistency study of lattice-boltzmann schemes macroscopic limit. *Physics of Fluids*, 33(3), 2021.
- [114] G. Farag, S. Zhao, T. Coratger, P. Boivin, G. Chiavassa, and P. Sagaut. A pressure-based regularized lattice-boltzmann method for the simulation of compressible flows. *Physics of Fluids*, 32(6) :066106, June 2020.
- [115] E. Fares. Unsteady flow simulation of the ahmed reference body using a lattice boltzmann approach. *Computers & Fluids*, 35(8-9) :940–950, September 2006.
- [116] E Fares, B Duda, and MR Khorrami. Airframe noise prediction of a full aircraft in model and full scale using a lattice Boltzmann approach. In *22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, page 2707, 2016.
- [117] E. Fares, M. Wessels, C. Zhang, R. and Sun, N. Gopaldaswamy, P. Roberts, J. Hoch, and H. Chen. Validation of a lattice-boltzmann approach for transonic and supersonic flow simulations. In *52nd Aerospace Sciences Meeting*, page 0952, 2014.
- [118] N. Farvolden, R. Cruikshank, MK. Okoronkwo, S. Baba, H. Ben-Gida, P. Lavoie, O. Stalnov, and S. Moreau. Flap side edge aeroacoustics of the 30p30n high-lift airfoil. In *30th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (2024)*, page 3006, 2024.
- [119] Y. Feng, P. Boivin, J. Jacob, and P. Sagaut. Hybrid recursive regularized thermal lattice Boltzmann model for high subsonic compressible flows. *Journal of Computational Physics*, 394 :82–99, 2019.
- [120] Y. Feng, S. Guo, J. Jacob, and P. Sagaut. Grid refinement in the three-dimensional hybrid recursive regularized lattice boltzmann method for compressible aerodynamics. *Physical Review E*, 101(6), June 2020.

- [121] Y. Feng, J. Miranda-Fuentes, S. Guo, J. Jacob, and P. Sagaut. Prolb : A lattice boltzmann solver of large-eddy simulation for atmospheric boundary layer flows. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, 13(3) :e2020MS002107, 2021.
- [122] ZG Feng and EE Michaelides. The immersed boundary-Lattice Boltzmann method for solving fluid–particles interaction problems. *Journal of computational physics*, 195(2) :602–628, 2004.
- [123] Luis S Fernandes, Jeffrey A Housman, Gaetan K Kenway, Gerrit-Daniel Stich, and Cetin C Kiris. Fan noise predictions of the nasa source diagnostic test using unsteady simulations with lava part i : Near-field aerodynamics and turbulence. In *AIAA SciTech Forum and Exposition*, 2023.
- [124] P. Fethney. An experimental study of airframe self-noise. In *2nd Aeroacoustics Conference*, page 511, 1975.
- [125] O. Filippova and D. Hänel. Grid refinement for lattice-bgk models. *Journal of Computational physics*, 147(1) :219–228, 1998.
- [126] O. Filippova, S. Succi, F. Mazzocco, C. Arrighetti, G. Bella, and D. Hänel. Multiscale lattice boltzmann schemes with turbulence modeling. *Journal of Computational Physics*, 170(2) :812–829, 2001.
- [127] MR Fink and RH Schlinker. Airframe noise component interaction studies. *Journal of Aircraft*, 17(2) :99–105, 1980.
- [128] B. François, C. Polacsek, and R. Barrier. Zonal Detached Eddy Simulation of the Fan-Outlet Guide Vanes Stage of a Turbofan Engine : Part I—Methodology, Numerical Setup, and Aerodynamic Analysis. *Journal of Turbomachinery*, 144(11) :111004, 2022.
- [129] Uriel Frisch, Brosl Hasslacher, and Yves Pomeau. Lattice-gas automata for the navier-stokes equation. *Physical review letters*, 56(14) :1505, 1986.
- [130] M. Fuchs, L. Fliessbach, C. Mockett, F. Kramer, T. Knacke, and F. Thiele. Aeroacoustic prediction of a three-element high-lift airfoil using a grey-area enhanced DES model. In *25th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, May 2019.
- [131] M Fuchs, P Weihing, T Kuehn, M Herr, A Suryadi, C Mockett, H Knobbe-Eschen, F Kramer, and T Knacke. Two computational studies of a flatback airfoil using non-zonal and embedded scale-resolving turbulence modelling approaches. In *28th AIAA/CEAS Aeroacoustics 2022 Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, June 2022.
- [132] M. Gaedtke, S. Wachter, M. Raedle, H. Nirschl, and M.J Krause. Application of a lattice Boltzmann method combined with a Smagorinsky turbulence model to spatially resolved heat flux inside a refrigerated vehicle. *Computers & Mathematics with Applications*, 76(10) :2315–2329, 2018.
- [133] F. Gand. *Dynamics of turbulent junction flows*. PhD thesis, Paris VI, 2011.
- [134] F. Gand. Zonal detached eddy simulation of a civil aircraft with a deflected spoiler. *AIAA Journal*, 51(3) :697–706, March 2013.
- [135] F. Gand. Investigation of turbulence development in incompressible jets with zonal detached eddy simulation (ZDES) and synthetic turbulent inflow. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 61 :425–437, October 2016.
- [136] F. Gand, M. Huet, T. Renaud, and F. Sartor. ZDES of jets aeroacoustics : recent progress with unstructured grids and challenges. In *AIAA AVIATION 2023 Forum*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, June 2023.

- [137] Thomas B Gatski and Jean-Paul Bonnet. *Compressibility, turbulence and high speed flow*. Academic Press, 2013.
- [138] M Geier, A Greiner, and JG Korvink. Cascaded digital lattice Boltzmann automata for high Reynolds number flow. *Physical Review E*, 73(6) :066705, 2006.
- [139] M Geier, M Schönherr, A Pasquali, and M Krafczyk. The cumulant lattice Boltzmann equation in three dimensions : Theory and validation. *Computers & Mathematics with Applications*, 70(4) :507–547, 2015.
- [140] Félix Gendre. *Développement de méthodes de Boltzmann sur réseau en maillages non-uniformes pour laéroacoustique automobile*. PhD thesis, Aix Marseille Université, 2018.
- [141] M. Germano, U. Piomelli, P. Moin, and WH. Cabot. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics*, 3(7) :1760–1765, 1991.
- [142] JS. Gibson. Non-engine aerodynamic noise investigation of a large aircraft. Technical report, NASA, 1974.
- [143] Anvar Gilmanov, F Sotiropoulos, and E Balaras. A general reconstruction algorithm for simulating flows with complex 3d immersed boundaries on cartesian grids. *Journal of Computational Physics*, 191(2) :660–669, 2003.
- [144] I. Ginzburg, F. Verhaeghe, and D. dHumieres. Two-relaxation-time lattice boltzmann scheme : About parametrization, velocity, pressure and mixed boundary conditions. *Communications in computational physics*, 3(2) :427–478, 2008.
- [145] S.S. Girimaji. Boltzmann kinetic equation for filtered fluid turbulence. *Physical Review Letters*, 99(3), July 2007.
- [146] A Gittens, S Hocquard, A de Juniac, F Liu, and E Fanning. Aviation benefit report. *ICAO Technical report*, 2019.
- [147] D Goldstein, R Handler, and L Sirovich. Modeling a no-slip flow boundary with an external force field. *Journal of computational physics*, 105(2) :354–366, 1993.
- [148] Harold Grad. Note on n-dimensional hermite polynomials. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 2(4) :325–330, 1949.
- [149] S. Guo, Y. Feng, J. Jacob, F. Renard, and P. Sagaut. An efficient lattice boltzmann method for compressible aerodynamics on d3q19 lattice. *Journal of Computational Physics*, 418 :109570, 2020.
- [150] Y Guo. Prediction of flap side edge noise. In *5th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit*, page 1804, 1999.
- [151] Y. Guo. On noise reduction by flap side edge fences. *Journal of Sound and Vibration*, 277(1–2) :369–390, October 2004.
- [152] YP. Guo and MC. Joshi. Noise characteristics of aircraft high lift systems. *AIAA journal*, 41(7) :1247–1256, 2003.
- [153] YP Guo, MC Joshi, PH Bent, and KJ Yamamoto. Surface pressure fluctuations on aircraft flaps and their correlation with far-field noise. *Journal of Fluid Mechanics*, 415 :175–202, 2000.
- [154] YP Guo, Kingo J Yamamoto, and Robert W Stoker. Component-based empirical model for high-lift system noise prediction. *Journal of Aircraft*, 40(5) :914–922, 2003.
- [155] JC. Hardin. Noise radiation from the side edges of flaps. *AIAA Journal*, 18(5) :549–552, 1980.

- [156] JC. Hardin and JE. Martin. Flap side-edge noise : acoustic analysis of sen’s model. *AIAA journal*, 35(5) :810–815, 1997.
- [157] J. Hardy, Y. Pomeau, and O. de Pazzis. Time evolution of a two-dimensional model system. i. invariant states and time correlation functions. *Journal of Mathematical Physics*, 14(12) :1746–1759, December 1973.
- [158] J Hardy, Yves Pomeau, and O De Pazzis. Time evolution of a two-dimensional classical lattice system. *Physical Review Letters*, 31(5) :276, 1973.
- [159] M Haussmann, AC Barreto, GL Kouyi, N Rivière, H Nirschl, and MJ Krause. Large-eddy simulation coupled with wall models for turbulent channel flows at high Reynolds numbers with a lattice Boltzmann method—Application to Coriolis mass flowmeter. *Computers & Mathematics with Applications*, 78(10) :3285–3302, 2019.
- [160] M Haussmann, F Ries, JB Jeppener-Haltenhoff, Y Li, M Schmidt, C Welch, L Illmann, B Böhm, H Nirschl, MJ Krause, et al. Evaluation of a near-wall-modeled large eddy lattice Boltzmann method for the analysis of complex flows relevant to IC engines. *Computation*, 8(2) :43, 2020.
- [161] J. Hayes, W. Horne, P. Soderman, and P. Bent. Airframe noise characteristics of a 4.7 percent scale dc-10 model. In *3rd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, page 1594, 1997.
- [162] X. He and G. Doolen. Lattice boltzmann method on curvilinear coordinates system : flow around a circular cylinder. *Journal of Computational Physics*, 134(2) :306–315, 1997.
- [163] Xiaoyi He and Li-Shi Luo. Theory of the lattice boltzmann method : From the boltzmann equation to the lattice boltzmann equation. *Physical review E*, 56(6) :6811, 1997.
- [164] J. Herapath. On the causes, laws and phenomena of heat, gases, gravitation. *Annals of Philosophy*, 1816.
- [165] J. Herapath. On the physical properties of gases. *Annals of Philosophy*, 1816.
- [166] David Hilbert. Begründung der kinetischen gastheorie. *Mathematische Annalen*, 72(4) :562–577, 1912.
- [167] FHT. Himeno, DS. Souza, FR. Amaral, D. Rodríguez, and MAF. Medeiros. SPOD analysis of noise-generating Rossiter modes in a slat with and without a bulb seal. *Journal of Fluid Mechanics*, 915 :A67, 2021.
- [168] W Horne, Julie Hayes, James Ross, Bruce Storms, W Horne, Julie Hayes, James Ross, and Bruce Storms. Measurements of unsteady pressure fluctuations on the surface of an unswept, multi-element airfoil. In *3rd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, page 1645, 1997.
- [169] JA. Housman, GD. Stich, JG. Kocheemoolayil, and CC. Kiris. Predictions of slat noise from the 30P30N at high angles of attack using zonal hybrid RANS-LES. In *25th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, page 2438, 2019.
- [170] MS Howe. On the generation of side-edge flap noise. *Journal of Sound and Vibration*, 80(4) :555–573, 1982.
- [171] J. Husson, M. Terracol, and S. Deck. Numerical study of flap side-edge vortex based on the combination of zonal detached eddy simulation and lattice-boltzmann method. In *30th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (2024)*, page 3240, 2024.
- [172] J Husson, M Terracol, S Deck, and T Le Garrec. Critical assessment of wall model numerical implementation in LBM. *Computers & Fluids*, 257 :105857, May 2023.

- [173] FV. Hutcheson, TF. Brooks, and WM. Humphreys Jr. Noise radiation from a continuous mold-line link flap configuration. *International Journal of Aeroacoustics*, 10(5-6) :565–588, 2011.
- [174] Gianluca Iaccarino and Roberto Verzicco. Immersed boundary technique for turbulent flow simulations. *Appl. Mech. Rev.*, 56(3) :331–347, 2003.
- [175] Tsutomu Ikeno and Takeo Kajishima. Finite-difference immersed boundary method consistent with wall conditions for incompressible turbulent flow simulations. *Journal of Computational Physics*, 226(2) :1485–1508, 2007.
- [176] Taro Imamura, Kojiro Suzuki, Takashi Nakamura, and Masahiro Yoshida. Flow simulation around an airfoil by lattice boltzmann method on generalized coordinates. *AIAA journal*, 43(9) :1968–1973, 2005.
- [177] J Jacob, O Malaspinas, and P Sagaut. A new hybrid recursive regularised Bhatnagar–Gross–Krook collision model for Lattice Boltzmann method-based large eddy simulation. *Journal of Turbulence*, 19(11-12) :1051–1076, 2018.
- [178] Saeed Jafari and Mohammad Rahnema. Shear-improved smagorinsky modeling of turbulent channel flow using generalized lattice boltzmann equation. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 67(6) :700–712, 2011.
- [179] L Jahanshaloo, NAC Sidik, A Fazeli, and MP HA. An overview of boundary implementation in lattice Boltzmann method for computational heat and mass transfer. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 78 :1–12, 2016.
- [180] N Jain and JD Baeder. Assessment of shielding parameters in conventional DDES method under the presence of alternative turbulence length scales. In *23rd AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*, page 4282, 2017.
- [181] N. Jarrin, S. Benhamadouche, D. Laurence, and R. Prosser. A synthetic-eddy-method for generating inflow conditions for large-eddy simulations. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 27(4) :585–593, 2006.
- [182] WP. Jones and BE. Launder. The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *International journal of heat and mass transfer*, 15(2) :301–314, 1972.
- [183] H. Kamliya Jawahar, S. Meloni, R. Camussi, and M. Azarpeyvand. Intermittent and stochastic characteristics of slat tones. *Physics of Fluids*, 33(2), 2021.
- [184] SK Kang and YA Hassan. A comparative study of direct-forcing immersed boundary-lattice Boltzmann methods for stationary complex boundaries. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 66(9) :1132–1158, 2011.
- [185] SK. Kang and YA. Hassan. The effect of lattice models within the lattice boltzmann method in the simulation of wall-bounded turbulent flows. *Journal of Computational Physics*, 232(1) :100–117, January 2013.
- [186] K. Kanjere, D. Angland, and X. Zhang. A numerical study to optimise blowing flow control for flap side-edge noise reduction. In *18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (33rd AIAA Aeroacoustics Conference)*, page 2097, 2012.
- [187] S. Kawai and J. Larsson. Wall-modeling in large eddy simulation : Length scales, grid resolution, and accuracy. *Physics of fluids*, 24(1), 2012.
- [188] K. Kean, W. Layton, and M. Schneier. On the prandtl–kolmogorov 1-equation model of turbulence. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 380(2226) :20210054, 2022.

- [189] J Kendall and W Ahtye. Noise generation by a lifting wing/flap combination at reynolds numbers to 2.8×10 to the 6th. In *18th Aerospace Sciences Meeting*, page 35, 1980.
- [190] M. Khorrami and D. Neuhart. Aeroacoustic study of a high-fidelity aircraft model : Part 2-unsteady surface pressures. In *18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (33rd AIAA Aeroacoustics Conference)*, page 2234, 2012.
- [191] Mehdi R Khorrami, Bart A Singer, and MA Takallu. Analysis of flap side-edge flowfield for identification and modeling of possible noise sources. *SAE transactions*, pages 2716–2722, 1997.
- [192] MR. Khorrami, E. Fares, B. Duda, and A. Hazir. Computational evaluation of airframe noise reduction concepts at full scale. In *22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, page 2711, 2016.
- [193] MR Khorrami and BA Singer. Stability analysis for noise-source modeling of a part-span flap. *AIAA journal*, 37(10) :1206–1212, 1999.
- [194] MR Khorrami, BA Singer, and Ronald H Radeztsky RJ. Reynolds-averaged navier-stokes computations of a flap-side-edge flowfield. *AIAA journal*, 37(1) :14–22, 1999.
- [195] CC. Kiris, AS. Ghate, JC. Duensing, OM. Browne, JA. Housman, GD. Stich, G. Kenway, LS. Fernandes, and LM. Machado. High-lift common research model : RANS, HRLES, and WMLES perspectives for CLmax prediction using LAVA. In *AIAA SciTech 2022 Forum*, page 1554, 2022.
- [196] CC Kiris, D Stich, JA Housman, JG Kocheemoolayil, MF Barad, and F Cadieux. Application of Lattice Boltzmann and Navier-Stokes methods to NASAs wall mounted hump. In *2018 Fluid Dynamics Conference*, page 3855, 2018.
- [197] B. Koenig. Lattice-boltzmann flow simulations for the hiliftpw-2. In *52nd aerospace sciences meeting*, page 0911, 2014.
- [198] A. Kolb, S. Mancini, KS. Rossignol, and R. Ewert. Flap side-edge noise simulation using rans-based source modelling. In *AIAA AVIATION 2020 FORUM*, page 2581, 2020.
- [199] B Konig, B M Duda, and GM Laskowski. Lattice Boltzmann Simulations for the 4th AIAA High-Lift Prediction Workshop using PowerFLOW. In *AIAA AVIATION 2022 Forum*, page 3433, 2022.
- [200] L. Koop, E. Ehrenfried, and A. Dillmann. Reduction of flap side-edge noise : Passive and active flow control. In *10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, May 2004.
- [201] L. Koop, K. Ehrenfried, A. Dillmann, and U. Michel. Reduction of flap side edge noise by active flow control. In *8th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference & Exhibit*, page 2469, 2002.
- [202] S. Kota, P. Flick, and FS. Collier. Flight testing of flexfloilm adaptive compliant trailing edge. In *54th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, page 0036, 2016.
- [203] S. Kota and JRRA Martins. Flexfoil shape adaptive control surfaces-flight test and numerical results. In *Proceedings of 31st Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences (ICAS 2018)*, Belo Horizonte, Brazil, page 1709, 2018.
- [204] R. Kotapati, A. Keating, S. Kandasamy, B. Duncan, R. Shock, and H. Chen. The lattice-boltzmann-vles method for automotive fluid dynamics simulation, a review. Technical report, SAE Technical Paper, 2009.
- [205] V. Kumar, A. Chandra Mandal, and K. Poddar. Video : Effect of sideslip angle on vortex breakdown. In *73th Annual Meeting of the APS Division of Fluid Dynamics - Gallery of Fluid Motion*, DFD 2020. American Physical Society, November 2020.

- [206] M. Kuroda, Y. Yokokawa, M. Murayama, K. Nakahashi, and Y. Fukunishi. Flap-edge flowfield and noise in civil transport aircraft model. In *45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, page 224, 2007.
- [207] Yoshiaki Kuwata and Kazuhiko Suga. Wall-modeled large eddy simulation of turbulent heat transfer by the lattice boltzmann method. *Journal of Computational Physics*, 433 :110186, 2021.
- [208] A. Ladd and R. Verberg. Lattice-boltzmann simulations of particle-fluid suspensions. *Journal of statistical physics*, 104 :1191–1251, 2001.
- [209] D. Lagrava. *Revisiting grid refinement algorithms for the lattice Boltzmann method*. PhD thesis.
- [210] D. Lagrava, O. Malaspinas, J. Latt, and B. Chopard. Advances in multi-domain lattice boltzmann grid refinement. *Journal of Computational Physics*, 231(14) :4808–4822, 2012.
- [211] MC Lai and CS Peskin. An immersed boundary method with formal second-order accuracy and reduced numerical viscosity. *Journal of computational Physics*, 160(2) :705–719, 2000.
- [212] NC Lambourne and DW Bryer. The bursting of leading-edge vortices-some observations and discussion of the phenomenon. 1961.
- [213] R. Laraufie, S. Deck, and P. Sagaut. A dynamic forcing method for unsteady turbulent inflow conditions. *Journal of Computational Physics*, 230(23) :8647–8663, 2011.
- [214] J. Latt and B. Chopard. Lattice Boltzmann method with regularized pre-collision distribution functions. *Mathematics and Computers in Simulation*, 72(2-6) :165–168, 2006.
- [215] J. Latt, B. Chopard, O. Malaspinas, M. Deville, and A. Michler. Straight velocity boundaries in the lattice Boltzmann method. *Physical Review E*, 77(5) :056703, 2008.
- [216] J. Latt, C. Coreixas, J. Beny, and A. Parmigiani. Efficient supersonic flow simulations using lattice boltzmann methods based on numerical equilibria. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 378(2175) :20190559, 2020.
- [217] Brian Edward Launder and Dudley Brian Spalding. The numerical computation of turbulent flows. In *Numerical prediction of flow, heat transfer, turbulence and combustion*, pages 96–116. Elsevier, 1983.
- [218] S. Lecler, P. E. Weiss, and S. Deck. Prediction of wall-pressure fluctuations for separating/reattaching flows applied to space launchers using zonal detached eddy simulation-based convolutional neural networks. *Physics of Fluids*, 35(6), June 2023.
- [219] S. Leibovich. The structure of vortex breakdown. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 10(1) :221–246, January 1978.
- [220] Emmanuel Lévêque, Federico Toschi, Liang Shao, and J-P Bertoglio. Shear-improved smagorinsky model for large-eddy simulation of wall-bounded turbulent flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 570 :491–502, 2007.
- [221] L. Li, P. Liu, H. Guo, Y. Hou, X. Geng, and J. Wang. Aeroacoustic measurement of 30P30N high-lift configuration in the test section with Kevlar cloth and perforated plate. *Aerospace Science and Technology*, 70 :590–599, 2017.
- [222] Y. Li, R. Shock, R. Zhang, and H. Chen. Numerical study of flow past an impulsively started cylinder by the lattice-boltzmann method. *Journal of Fluid Mechanics*, 519 :273–300, 2004.
- [223] Y. Li, X. Wang, and D. Zhang. Control strategies for aircraft airframe noise reduction. *Chinese Journal of Aeronautics*, 26(2) :249–260, 2013.

- [224] Yanbing Li, R Zhang, R Shock, and H Chen. Prediction of vortex shedding from a circular cylinder using a volumetric lattice-boltzmann boundary approach. *The European Physical Journal Special Topics*, 171(1) :91–97, 2009.
- [225] WZ. Liang, PQ. Liu, J. Zhang, ST. Yang, and QL. Qu. A mathematical interpolation bounce back wall modeled lattice Boltzmann method based on hierarchical Cartesian mesh applied to 30P30N airfoil aeroacoustics simulation. *Computers & Mathematics with Applications*, 158 :21–35, March 2024.
- [226] G. Lilley. A study of the silent flight of the owl. In *4th AIAA/CEAS aeroacoustics conference*, page 2340, 1998.
- [227] DK. Lilly. On the instability of ekman boundary flow. *Journal of Atmospheric Sciences*, 23(5) :481–494, 1966.
- [228] P. Lu, W. and Liu, H. Guo, and T. Hu. Investigation on tones due to self-excited oscillation within leading-edge slat cove at different angles of attack : Frequency and intensity. *Aerospace Science and Technology*, 91 :59–69, 2019.
- [229] TS. Lund, X. Wu, and KD. Squires. Generation of turbulent inflow data for spatially-developing boundary layer simulations. *Journal of computational physics*, 140(2) :233–258, 1998.
- [230] M. Macaraeg. Fundamental investigations of airframe noise. In *4th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, page 2224, 1998.
- [231] H Maeyama, T Imamura, J Osaka, and N Kurimoto. Turbulent channel flow simulations using the lattice Boltzmann method with near-wall modeling on a non-body-fitted Cartesian grid. *Computers & Mathematics with Applications*, 93 :20–31, 2021.
- [232] H Maeyama, T Imamura, J Osaka, and N Kurimoto. Unsteady aerodynamic simulations by the lattice Boltzmann method with near-wall modeling on hierarchical Cartesian grids. *Computers & Fluids*, 233 :105249, 2022.
- [233] S. Majumdar, G. Iaccarino, P. Durbin, et al. Rans solvers with adaptive structured boundary non-conforming grids. *Annual Research Briefs*, 1, 2001.
- [234] O Malaspinas. Increasing stability and accuracy of the lattice Boltzmann scheme : recursivity and regularization. *arXiv preprint arXiv :1505.06900*, 2015.
- [235] O Malaspinas and P Sagaut. Advanced large-eddy simulation for lattice Boltzmann methods : The approximate deconvolution model. *Physics of Fluids*, 23(10) :105103, 2011.
- [236] O Malaspinas and P Sagaut. Consistent subgrid scale modelling for lattice Boltzmann methods. *Journal of Fluid Mechanics*, 700 :514–542, 2012.
- [237] O Malaspinas and P Sagaut. Wall model for large-eddy simulation based on the lattice Boltzmann method. *Journal of Computational Physics*, 275 :25–40, 2014.
- [238] E. Manoha, J. Bulté, and B. Caruelle. Lagoon : an experimental database for the validation of cfd/caa methods for landing gear noise prediction. In *14th AIAA/CEAS aeroacoustics conference (29th AIAA aeroacoustics conference)*, page 2816, 2008.
- [239] E. Manoha and B. Caruelle. Summary of the lagoon solutions from the benchmark problems for airframe noise computations-iii workshop. In *21st AIAA/CEAS aeroacoustics conference*, page 2846, 2015.
- [240] E Manoha, R Davy, M Pott-Pollenske, and S Barré. SWAHILI : an experimental aerodynamic and acoustic database of a 2D high lift wing with sweep angle and flap side edge. In *2018 AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2018.

- [241] E Manoha and M Pott-Pollenske. LEISA2 : an experimental database for the validation of numerical predictions of slat unsteady flow and noise. In *21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, page 3137, 2015.
- [242] E. Manoha, B. Troff, and P. Sagaut. Trailing-edge noise prediction using large-eddy simulation and acoustic analogy. *AIAA journal*, 38(4) :575–583, 2000.
- [243] L. Manueco, P.E Weiss, and S. Deck. On the estimation of unsteady aerodynamic forces and wall spectral content with immersed boundary conditions. *Computers & Fluids*, 201 :104471, April 2020.
- [244] L Manueco, PE Weiss, and S Deck. On the coupling of wall-model immersed boundary conditions and curvilinear body-fitted grids for the simulation of complex geometries. *Computers & Fluids*, 226 :104996, 2021.
- [245] Lucas Manueco. *Étude de la prévision des efforts aérodynamiques sur des configurations nouvelles de lanceurs spatiaux*. PhD thesis, Sorbonne université, 2021.
- [246] S. Marié, D. Ricot, and P. Sagaut. Comparison between lattice Boltzmann method and Navier–Stokes high order schemes for computational aeroacoustics. *Journal of Computational Physics*, 228(4) :1056–1070, 2009.
- [247] Ivan Marusic, Beverley J McKeon, Peter A Monkewitz, Hassan M Nagib, Alexander J Smits, and Katepalli R Sreenivasan. Wall-bounded turbulent flows at high reynolds numbers : recent advances and key issues. *Physics of fluids*, 22(6), 2010.
- [248] I. Mary and Sagaut P. Large Eddy Simulation of Flow Around an Airfoil Near Stall. *AIAA Journal*, 40(6) :1139–1145, June 2002.
- [249] J. Mathew, R. Lechner, H. Foysi, J. Sesterhenn, and R. Friedrich. An explicit filtering method for large eddy simulation of compressible flows. *Physics of fluids*, 15(8) :2279–2289, 2003.
- [250] DL Mathias, KR Roth, JC Ross, SE Rogers, and RM Cummings. Navier-stokes analysis of the flow about a flap edge. *Journal of aircraft*, 35(6) :833–838, 1998.
- [251] James Clerk Maxwell. Ii. illustrations of the dynamical theory of gases. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 20(130) :21–37, 1860.
- [252] James Clerk Maxwell. V. illustrations of the dynamical theory of gases.—part i. on the motions and collisions of perfectly elastic spheres. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 19(124) :19–32, 1860.
- [253] K. McAuliffe. A la poursuite du vent. Number 14, pages 6–11. Penthouse, french edition edition, 1986.
- [254] GR. McNamara and G. Zanetti. Use of the boltzmann equation to simulate lattice-gas automata. *Physical review letters*, 61(20) :2332, 1988.
- [255] K. Meadows, T. Brooks, W. Humphreys, W. Hunter, and C. Gerhold. Aeroacoustic measurements of a wing-flap configuration. In *3rd AIAA/CEAS aeroacoustics conference*, page 1595, 1997.
- [256] George L Mellor and HJ Herring. Two methods of calculating turbulent boundary layer behavior based on numerical solutions of the equations of motion. In *Proc. Conf. Turb. Boundary Layer Pred., Stanford*, 1968.
- [257] M Menke, H Yang, and I Gursul. Experiments on the unsteady nature of vortex breakdown over delta wings. *Experiments in Fluids*, 27(3) :262–272, 1999.

- [258] F. R. Menter. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32(8) :1598–1605, August 1994.
- [259] FR. Menter. Improved two-equation k-omega turbulence models for aerodynamic flows. Technical report, 1992.
- [260] FR. Menter. Best practice : scale-resolving simulations in ansys cfd. *ANSYS Germany GmbH*, 1, 2012.
- [261] R. Michel, R. Durant, and C. Quémard. *Application d'un schéma de longueur de mélange à l'étude des couches limites turbulentes d'équilibre*. Office national d'études et de recherches aérospatiales, 1969.
- [262] EJ. Miller, WA. Lokos, J. Cruz, G. Crampton, CA. Stephens, S. Kota, G. Ervin, and P. Flick. Approach for structurally clearing an adaptive compliant trailing edge flap for flight. In *Society of Flight Test Engineers International Annual Symposium*, number DFRC-E-DAA-TN24640, 2015.
- [263] A. M Mitchell and J. Détery. Research into vortex breakdown control. *Progress in Aerospace Sciences*, 37(4) :385–418, 2001.
- [264] R Mittal and G Iaccarino. Immersed boundary methods. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 37 :239–261, 2005.
- [265] L. Mochel, P.E Weiss, and S. Deck. Zonal immersed boundary conditions : Application to a high-reynolds-number afterbody flow. *AIAA Journal*, 52(12) :2782–2794, December 2014.
- [266] J. Mohd-Yusof. For simulations of flow in complex geometries. *Annual research briefs*, 317 :35, 1997.
- [267] P. Moin and J. Kim. Tackling turbulence with supercomputers. *Scientific American*, 276(1) :62–68, 1997.
- [268] N. Molin, M. Roger, and S. Barre. Prediction of aircraft high-lift device noise using dedicated analytical models. In *9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit*, page 3225, 2003.
- [269] P Moreau, J Labbe, F Dupoirieux, and R Borghi. Experimental and numerical study of a turbulent recirculation zone with combustion. In *Turbulent Shear Flows 5*, pages 337–346. Springer, 1987.
- [270] M. Mosher. Phased arrays for aeroacoustic testing-theoretical development. In *Aeroacoustics Conference*, page 1713, 1996.
- [271] M. Murayama, K. Yamamoto, T. Takaishi, Y. Ito, H. Ura, Y. Yokokawa, K. Tanaka, and T. Hirai. Airframe noise reduction of flap side-edge using vortex generators. In *23rd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, page 4030, 2017.
- [272] M. Murayama, Y. Yokokawa, Y. Ito, T. Takaishi, R. Sakai, K. Yamamoto, Y. Ueno, K. Isotani, Y. Tsuchimoto, K. Hayama, et al. Noise reduction design for flap side-edges toward fquroh second flight demonstration. In *2018 AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, page 4085, 2018.
- [273] M. Murayama, Y. Yokokawa, K. Yamamoto, H. Ura, T. Imamura, and T. Hirai. Numerical investigation on change of airframe noise by flap side-edge shape. In *19th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, page 2067, 2013.
- [274] AJ Musker. Explicit expression for the smooth wall velocity distribution in a turbulent boundary layer. *AIAA Journal*, 17(6) :655–657, 1979.

- [275] AA. Narkhede. *Design and Aerodynamic Analysis of Continuous Mold-line link flap*. PhD thesis, Virginia Tech, 2021.
- [276] A Nealen. An as-short-as-possible introduction to the least squares, weighted least squares and moving least squares methods for scattered data approximation and interpolation. *URL : <http://www.nealen.com/projects>*, 130(150) :25, 2004.
- [277] F. Nicoud and F. Ducros. Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor. *Flow, turbulence and Combustion*, 62(3) :183–200, 1999.
- [278] J. Nikuradse. Gesetzmäßigkeiten der turbulenten strömung in glatten rohren (nachtrag). *Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens A*, 4(1) :44–44, 1933.
- [279] S Nishimura, K Hayashi, S Nakaye, M Yoshimoto, K Suga, and T Inamuro. Implicit Large-Eddy Simulation of rotating and non-rotating machinery with Cumulant Lattice Boltzmann method aiming for industrial applications. In *AIAA Aviation 2019 Forum*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, June 2019.
- [280] R Pain, P-E Weiss, and S Deck. Zonal detached eddy simulation of the flow around a simplified launcher afterbody. *AIAA Journal*, 52(9) :1967–1979, 2014.
- [281] M. Pamiès, PE. Weiss, E. Garnier, S. Deck, and P. Sagaut. Generation of synthetic turbulent inflow data for large eddy simulation of spatially evolving wall-bounded flows. *Physics of fluids*, 21(4), 2009.
- [282] GI. Park and P. Moin. An improved dynamic non-equilibrium wall-model for large eddy simulation. *Physics of Fluids*, 26(1), 2014.
- [283] HS. Park, D. Linton, and B. Thornber. Towards detached-eddy simulation of flow around rotorcraft using immersed boundary method. *AIAA Journal*, 58(11) :4893–4907, 2020.
- [284] C. Péron, S. and Benoit, T. Renaud, and I. Mary. An immersed boundary method on cartesian adaptive grids for the simulation of compressible flows around arbitrary geometries. *Engineering with Computers*, 37(3) :2419–2437, 2020.
- [285] CS Peskin. Flow patterns around heart valves : a numerical method. *Journal of computational physics*, 10(2) :252–271, 1972.
- [286] CS Peskin. Numerical analysis of blood flow in the heart. *Journal of computational physics*, 25(3) :220–252, 1977.
- [287] D. Petri, G. Licitra, M-A. Vigotti, and L. Fredianelli. Effects of exposure to road, railway, airport and recreational noise on blood pressure and hypertension. *International journal of environmental research and public health*, 18(17) :9145, 2021.
- [288] C. Polacsek, M. Daroukh, B. François, and R. Barrier. Zonal Detached Eddy Simulation of the Fan-Outlet Guide Vanes Stage of a Turbofan Engine : Part II—Broadband Noise Predictions. *Journal of Turbomachinery*, 144(11) :111005, 2022.
- [289] R. Poletto, T. Craft, and A. Revell. A new divergence free synthetic eddy method for the reproduction of inlet flow conditions for LES. *Flow, turbulence and combustion*, 91 :519–539, 2013.
- [290] SB. Pope. *Turbulent flows*. Cambridge University Press., 12(11) :2020–2021, 2000.
- [291] T Putnam, P Lasagna, and Kenneth White. Measurements and analysis of aircraft airframe noise. In *2nd Aeroacoustics Conference*, page 510, 1975.

- [292] RG. Rackl, G. Miller, Y. Guo, and K. Yamamoto. Airframe noise studies : review and future direction. 2005.
- [293] RJ Radeztsky, B. Singer, and M. Khorrami. Detailed measurements of a flap side-edge flow field. In *36th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, page 700, 1998.
- [294] Saad Ragab and Madhu Sreedhar. Numerical simulation of vortices with axial velocity deficits. *Physics of Fluids*, 7(3) :549–558, 1995.
- [295] H. Reichardt. Vollständige darstellung der turbulenten geschwindigkeitsverteilung in glatten leitungen. *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 31(7) :208–219, 1951.
- [296] F Renard, Y Feng, JF Boussuge, and P Sagaut. Improved compressible hybrid lattice Boltzmann method on standard lattice for subsonic and supersonic flows. *Computers & Fluids*, 219 :104867, April 2021.
- [297] N. Renard and S. Deck. Improvements in zonal detached eddy simulation for wall modeled large eddy simulation. *AIAA Journal*, 53(11) :3499–3504, 2015.
- [298] N. Renard and S. Deck. On the scale-dependent turbulent convection velocity in a spatially developing flat plate turbulent boundary layer at reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 775 :105–148, June 2015.
- [299] J Reynaud, PE Weiss, S Deck, and P Guillen. A comprehensive framework for high fidelity computations of two-species compressible turbulent flows. *Journal of Computational Physics*, 462 :111222, August 2022.
- [300] D. Ricot, S. Marié, P. Sagaut, and C. Bailly. Lattice boltzmann method with selective viscosity filter. *Journal of Computational Physics*, 228(12) :4478–4490, 2009.
- [301] J. Riou, E. Garnier, and C. Basdevant. Compressibility effects on the vortical flow over a 65 sweep delta wing. *Physics of Fluids*, 22(3), 2010.
- [302] H. Ritchie. What share of global co emissions come from aviation? *Our World in Data*, 2024. <https://ourworldindata.org/global-aviation-emissions>.
- [303] BA Robinson, RM Barnett, and S Agrawal. Simple numerical criterion for vortex breakdown. *AIAA journal*, 32(1) :116–122, 1994.
- [304] A. Rodríguez-Díaz, B. Adenso-Díaz, and PL. González-Torre. A review of the impact of noise restrictions at airports. *Transportation Research Part D : Transport and Environment*, 50 :144–153, 2017.
- [305] M. Rohde, D. Kandhai, J. J. Derksen, and H. E. A. van den Akker. A generic, mass conservative local grid refinement technique for latticeboltzmann schemes. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 51(4) :439–468, December 2005.
- [306] JC Ross, BL Storms, and H Kumagai. Aircraft flyover noise reduction using lower-surface flap-tip fences. *NASA CDTM-21006*, 1995.
- [307] KS Rossignol. Flow Field Measurements to Characterize Flap Side-Edge Noise Generation. In *19th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, May 2013.
- [308] JE Rossiter. Wind-tunnel experiments on the flow over rectangular cavities at subsonic and transonic speeds. 1964.

- [309] JC. Rotta. Statistische theorie nichthomogener turbulenz. *Zeitschrift für Physik*, 129 :547–572, 1951.
- [310] C Rumsey, B Smith, and G Huang. Description of a website resource for turbulence modeling verification and validation. In *40th Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, page 4742, 2010.
- [311] P. Sagaut. *Simulations numériques d'écoulements décollés avec des modèles de sous-maille*. PhD thesis, Paris 6, 1995.
- [312] P Sagaut. *Large eddy simulation for incompressible flows : an introduction*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [313] P Sagaut, M Terracol, and S Deck. *Multiscale and multiresolution approaches in turbulence-LES, DES and Hybrid RANS/LES Methods : Applications and Guidelines*. World Scientific, 2013.
- [314] EM Saiki and S Biringen. Numerical simulation of a cylinder in uniform flow : application of a virtual boundary method. *Journal of computational physics*, 123(2) :450–465, 1996.
- [315] B Sainte-Rose, N Bertier, S Deck, and F Dupoirieux. A DES method applied to a Backward Facing Step reactive flow. *Comptes Rendus Mécanique*, 337(6-7) :340–351, 2009.
- [316] H Sajjadi, M Salmanzadeh, G Ahmadi, and S Jafari. Lattice boltzmann method and rans approach for simulation of turbulent flows and particle transport and deposition. *Particuology*, 30 :62–72, 2017.
- [317] H Sajjadi, M Salmanzadeh, G Ahmadi, and S Jafari. Turbulent indoor airflow simulation using hybrid LES/RANS model utilizing Lattice Boltzmann method. *Computers & Fluids*, 150 :66–73, 2017.
- [318] R. Sakai, T. Ishida, M. Murayama, Y. Ito, and K. Yamamoto. Effect of subgrid length scale in ddes on aeroacoustic simulation around three-element airfoil. In *2018 AIAA Aerospace Sciences Meeting*, page 0756, 2018.
- [319] R Satti, Y Li, R Shock, and S Noelting. Unsteady Flow Predictions around Tandem Cylinders with Sub-Critical Spacing. In *49th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, January 2011.
- [320] R Sen. Vortex-oscillation model of airfoil side-edge noise. *AIAA journal*, 35(3) :441–449, 1997.
- [321] Rahul Sen. Local dynamics and acoustics in a simple 2d model of airfoil lateral-edge noise. In *Aeroacoustics Conference*, page 1673, 1996.
- [322] A. Sengissen, JC. Giret, C. Coreixas, and JF. Boussuge. Simulations of lagoon landing-gear noise using lattice boltzmann solver. In *21st AIAA/CEAS aeroacoustics conference*, page 2993, 2015.
- [323] X Shan, XF Yuan, and H Chen. Kinetic theory representation of hydrodynamics : a way beyond the Navier–Stokes equation. *Journal of Fluid Mechanics*, 550 :413–441, 2006.
- [324] Xiaowen Shan. The mathematical structure of the lattices of the lattice boltzmann method. *Journal of Computational Science*, 17 :475–481, 2016.
- [325] TH Shih, LA Povinelli, and NS Liu. Application of generalized wall function for complex turbulent flows. *Journal of Turbulence*, 4(1) :015, 2003.
- [326] T. Shimomura, GD. Doolen, B. Hasslacher, and C. Fu. Calculations using lattice gas techniques. In *Lattice Gas Methods for Partial Differential Equations*, pages 3–10. CRC Press, 2019.

- [327] C Shu, Y Peng, CF Zhou, and YT Chew. Application of Taylor series expansion and least-squares-based lattice Boltzmann method to simulate turbulent flows. *Journal of Turbulence*, (7) :N38, 2006.
- [328] P Sijtsma. Beamforming on moving sources. Technical report, National Aerospace Laboratory (NLR), 2006.
- [329] JA. Sillero, J. Jiménez, and RD. Moser. One-point statistics for turbulent wall-bounded flows at Reynolds numbers up to $+ 2000$. *Physics of Fluids*, 25(10), October 2013.
- [330] ALF Lima E Silva, A Silveira-Neto, and JJR Damasceno. Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method. *Journal of Computational Physics*, 189(2) :351–370, 2003.
- [331] F. Simon, S. Deck, P. Guillen, and P. Sagaut. Reynolds-averaged Navier-Stokes/large-eddy simulations of supersonic base flow. *AIAA journal*, 44(11) :2578–2590, 2006.
- [332] S. Simonis, D. Oberle, M/ Gaedtke, P. Jenny, and M. J Krause. Temporal large eddy simulation with lattice Boltzmann methods. *Journal of Computational Physics*, 454 :110991, 2022.
- [333] DG Simons, M Snellen, R Merino-Martinez, and A Malgoezar. Noise breakdown of landing aircraft using a microphone array and an airframe noise model. In *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*, volume 255, pages 2725–2736. Institute of Noise Control Engineering, 2017.
- [334] PA Skordos. Initial and boundary conditions for the lattice Boltzmann method. *Physical Review E*, 48(6) :4823, 1993.
- [335] J Sloof, W de Wolf, H van der Wal, and J Maseland. Aerodynamic and aero-acoustic effects of flap tip fences. In *40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, page 848, 2002.
- [336] J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations. *Monthly Weather Review*, 91(3) :99–164, March 1963.
- [337] M Soni, R Ewert, J Delfs, and K Masilamani. Towards Wall-Modeled LES with Lattice Boltzmann Method for Aeroacoustics : Application and Understanding. In *28th AIAA/CEAS Aeroacoustics 2022 Conference*, page 2918, 2022.
- [338] P Spalart and S Allmaras. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. In *30th aerospace sciences meeting and exhibit*, page 439, 1992.
- [339] PR. Spalart. Direct simulation of a turbulent boundary layer up to $Re_\theta = 1410$. *Journal of fluid mechanics*, 187 :61–98, 1988.
- [340] PR Spalart. Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach. In *Proceedings of first AFOSR international conference on DNS/LES*. Greyden Press, 1997.
- [341] PR. Spalart. Strategies for turbulence modelling and simulations. *International journal of heat and fluid flow*, 21(3) :252–263, 2000.
- [342] PR. Spalart. Detached-eddy simulation. *Annual review of fluid mechanics*, 41(1) :181–202, 2009.
- [343] PR Spalart, S Deck, ML Shur, KD Squires, M Strelets, and A Travin. A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities. *Theoretical and computational fluid dynamics*, 20(3) :181–195, 2006.
- [344] DB Spalding. A single formula for the law of the wall. *Journal of Applied Mechanics*, 28(3) :455–458, 1961.

- [345] RE Spall, TB Gatski, and CE Grosch. A criterion for vortex breakdown. *Physics of Fluids*, 30(11), 1986.
- [346] A. Spille-Kohoff and HJ. Kaltenbach. Generation of turbulent inflow data with a prescribed shear-stress profile. *DNS/LES Progress and challenges*, 8, 2001.
- [347] Kyle D Squires. Detached-eddy simulation : current status and perspectives. In *Direct and large-eddy simulation V*, pages 465–480. Springer, 2004.
- [348] S. Stolz and N. A. Adams. An approximate deconvolution procedure for large-eddy simulation. *Physics of Fluids*, 11(7) :1699–1701, July 1999.
- [349] S. Stolz, NA. Adams, and L. Kleiser. An approximate deconvolution model for large-eddy simulation with application to incompressible wall-bounded flows. *Physics of fluids*, 13(4) :997–1015, 2001.
- [350] B. Storms, S. Jaeger, J. Hayes, and P. Soderman. Aeroacoustic study of flap-tip noise reduction using continuous moldline technology. In *6th Aeroacoustics Conference and Exhibit*, page 1976, 2000.
- [351] B Storms and J Ross. Aerodynamic effects of flap-tip treatments of an unswept wing. In *14th Applied Aerodynamics Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, June 1996.
- [352] C. Streett. Numerical simulation of fluctuations leading to noise in a flap-edge flowfield. In *36th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, page 628, 1998.
- [353] C. Streett, J. Casper, D. Lockard, M. Khorrami, R. Stoker, R. Elkoby, W. Wenneman, and J. Underbrink. Aerodynamic noise reduction for high-lift devices on a swept wing model. In *44th AIAA aerospace sciences meeting and exhibit*, page 212, 2006.
- [354] M Strelets. Detached eddy simulation of massively separated flows. In *39th Aerospace sciences meeting and exhibit*, page 879, 2001.
- [355] S. Succi. *The lattice Boltzmann equation : for complex states of flowing matter*. Oxford university press, 2018.
- [356] S Succi, Giorgio A., and R. Benzi. Challenges in lattice boltzmann computing. *Journal of Statistical Physics*, 81(1–2) :5–16, October 1995.
- [357] S. Succi, H. Chen, C. Teixeira, G. Bella, A. De Maio, and K. Molvig. An integer lattice realization of a lax scheme for transport processes in multiple component fluid flows. *Journal of Computational Physics*, 152(2) :493–516, 1999.
- [358] A Suss, I Mary, T Le Garrec, and S Marié. A hybrid lattice Boltzmann - Navier-Stokes method for unsteady aerodynamic and aeroacoustic computations. *Journal of Computational Physics*, page 112098, March 2023.
- [359] A Suss, I Mary, T Le Garrec, and S Marié. Comprehensive comparison between the lattice Boltzmann and Navier–Stokes methods for aerodynamic and aeroacoustic applications. *Computers & Fluids*, 257 :105881, May 2023.
- [360] Y Tamaki, M Harada, and T Imamura. Near-wall modification of Spalart-Allmaras turbulence model for immersed boundary method. *AIAA journal*, 55(9) :3027–3039, 2017.
- [361] Yoshiharu Tamaki and Taro Imamura. Turbulent flow simulations of the common research model using immersed boundary method. *AIAA journal*, 56(6) :2271–2282, 2018.

- [362] CM. Teixeira. Incorporating turbulence models into the lattice-boltzmann method. *International Journal of Modern Physics C*, 9(08) :1159–1175, 1998.
- [363] M. Terracol and E. Manoha. Wall-resolved large eddy simulation of a highlift airfoil : detailed flow analysis and noise generation study. In *20th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, page 3050, 2014.
- [364] M Terracol and E Manoha. Wall-resolved large-eddy simulation of a three-element high-lift airfoil. *AIAA Journal*, 58(2) :517–536, 2020.
- [365] M Terracol, E Manoha, F Avallone, D Ragni, and AR Carpio. Numerical Simulations of a Landing Gear with Flow Through Fairings for Noise Mitigation. *AIAA Aviation 2023 Forum*, 2023.
- [366] M Terracol, E Manoha, and B Lemoine. Investigation of the unsteady flow and noise generation in a slat cove. *AIAA Journal*, 54(2) :469–489, 2016.
- [367] O. Thomas, D. Sipp, L. Jacquin, and P. Servel. Etude de l'éclatement tourbillonnaire dans les sillages des avions de transport. In Association Française de Mécanique, editor, *CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique*, Congrès français de mécanique, Grenoble, France, August 2007. AFM, Maison de la Mécanique, 39/41 rue Louis Blanc - 92400 Courbevoie. Colloque avec actes et comité de lecture. Internationale.
- [368] A. Tiwari and SP. Vanka. A ghost fluid lattice Boltzmann method for complex geometries. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 69(2) :481–498, 2012.
- [369] N Troldborg, NN Sørensen, and F Zahle. Immersed boundary method for the incompressible Reynolds Averaged Navier–Stokes equations. *Computers & Fluids*, 237 :105340, 2022.
- [370] Yu-Heng Tseng and Joel H Ferziger. A ghost-cell immersed boundary method for flow in complex geometry. *Journal of computational physics*, 192(2) :593–623, 2003.
- [371] M. Uhlmann. An immersed boundary method with direct forcing for the simulation of particulate flows. *Journal of computational physics*, 209(2) :448–476, 2005.
- [372] CI. Ursachi, SR. Allmaras, DL. Darmofal, and MC. Galbraith. Stress-Equivalent Spalart–Allmaras Wall Model with Local Boundary Conditions for Reynolds-Averaged Navier–Stokes. *AIAA Journal*, pages 1–17, 2024.
- [373] WCP. Van der Velden, G. Romani, and D. Casalino. Validation and insight of a full-scale s-76 helicopter rotor using the lattice-boltzmann method. *Aerospace Science and Technology*, 118 :107007, 2021.
- [374] Edward R Van Driest. On turbulent flow near a wall. *Journal of the aeronautical sciences*, 23(11) :1007–1011, 1956.
- [375] D. Van Zante, D. Nark, and H. Fernandez. Propulsion Noise Reduction Research in the NASA Advanced Air Transport Technology Project. Technical report, 2017.
- [376] J Vaquero, N Renard, and S Deck. Outer layer turbulence dynamics in a high-Reynolds-number boundary layer up to $Re_\theta \approx 24.000$ recovering from mild separation. *Journal of Fluid Mechanics*, 942, May 2022.
- [377] J Verrière, F Gand, and S Deck. Zonal Detached-Eddy Simulations of a Dual-Stream Jet. *AIAA Journal*, 54(10) :3176–3190, October 2016.
- [378] R. Verzicco. Immersed boundary methods : Historical perspective and future outlook. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 55(1) :129–155, 2023.

- [379] Bert Vreman, Bernard Geurts, and Hans Kuerten. Large-eddy simulation of the turbulent mixing layer. *Journal of fluid mechanics*, 339 :357–390, 1997.
- [380] M Weickert, G Teike, O Schmidt, and M Sommerfeld. Investigation of the LES WALE turbulence model within the lattice boltzmann framework. *Computers & Mathematics with Applications*, 59(7) :2200–2214, April 2010.
- [381] S. Weidong and L. Jun. Review of lattice boltzmann method applied to computational aeroacoustics. *Archives of acoustics*, 44(2) :215–238, 2019.
- [382] P.E Weiss and S. Deck. Towards a numerical multi-fidelity strategy for unsteady aerodynamics studies of reusable launch vehicles : Application to ariane next. In *EUCASS-3AF 2022*, 2022.
- [383] H. Werlé. Quelques résultats expérimentaux sur les ailes en flèche, aux faibles vitesses, obtenus en tunnel hydrodynamique. *La Recherche Aéronautique*, 41(1954) :15–21, 1954.
- [384] H. Werner and H. Wengle. Large-eddy simulation of turbulent flow over and around a cube in a plate channel. In *Turbulent Shear Flows 8 : Selected Papers from the Eighth International Symposium on Turbulent Shear Flows, Munich, Germany, September 9–11, 1991*, pages 155–168. Springer, 1993.
- [385] DC. Wilcox. Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. *AIAA Journal*, 26(11) :1299–1310, November 1988.
- [386] DC. Wilcox. Turbulence modeling for CFD. *DCW industries La Canada*, 1998.
- [387] D. Wilde, A. Krämer, M. Bedrunka, D. Reith, and H. Foyssi. Cubature rules for weakly and fully compressible off-lattice boltzmann methods. *Journal of Computational Science*, 51 :101355, April 2021.
- [388] S Wilhelm, J Jacob, and P Sagaut. An explicit power-law-based wall model for lattice Boltzmann method–Reynolds-averaged numerical simulations of the flow around airfoils. *Physics of Fluids*, 30(6) :065111, 2018.
- [389] G. Wissocq and P. Sagaut. Hydrodynamic limits and numerical errors of isothermal lattice boltzmann schemes. *Journal of Computational Physics*, 450 :110858, 2022.
- [390] G. Wissocq, P. Sagaut, and JF. Boussuge. An extended spectral analysis of the lattice boltzmann method : modal interactions and stability issues. *Journal of Computational Physics*, 380 :311–333, 2019.
- [391] M. Xiao, Y. Zhang, and F. Zhou. Numerical investigation of the unsteady flow past an iced multi-element airfoil. *AIAA Journal*, 58(9) :3848–3862, 2020.
- [392] Y Xu and X Liu. An immersed boundary method with y^+ -adaptive wall function for smooth wall shear. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 93(6) :1929–1946, 2021.
- [393] X Xue, HD Yao, and L Davidson. Synthetic turbulence generator for lattice boltzmann method at the interface between RANS and LES. *Physics of Fluids*, 34(5) :055118, May 2022.
- [394] V. Yakhot and LM. Smith. The renormalization group, the ϵ -expansion and derivation of turbulence models. *Journal of scientific computing*, 7 :35–61, 1992.
- [395] K. Yamamoto, K. Hayama, T. Kumada, and K. Hayashi. Fquroh : A flight demonstration project for airframe noise reduction technology-concept and current status. In *22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, page 2709, 2016.

- [396] K. Yamamoto, H. Ura, K. Tanaka, and M. Murayama. Experimental and numerical investigation on noise directivity of the 30p30n three-element high-lift airfoil. In *30th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (2024)*, page 3350, 2024.
- [397] Y. Yokokawa, T. Imamura, H. Ura, and K. Yamamoto. A far-field noise and near-field unsteadiness of a simplified high-lift-configuration model (flap-edge). In *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, page 283, 2009.
- [398] H. Yoo, G. Wissocq, J. Jacob, J. Favier, and P. Sagaut. Compressible lattice boltzmann method with rotating overset grids. *Physical Review E*, 107(4), April 2023.
- [399] P Yser and C Bailly. High-order variational multiscale model in finite elements applied to the LEISA-2 configuration. *AIAA Journal*, 56(12) :5000–5012, December 2018.
- [400] P. Yser, C. Bailly, F. Dagrau, F. Chalot, and S. Barré. High-order variational multiscale model with an explicit filtering in a stabilised finite element method for les/des computations. In *22nd AIAA/CEAS aeroacoustics conference*, page 2722, 2016.
- [401] X Yu, K Regenauer-Lieb, and FB Tian. A hybrid immersed boundary-lattice Boltzmann/finite difference method for coupled dynamics of fluid flow, advection, diffusion and adsorption in fractured and porous media. *Computers & geosciences*, 128 :70–78, 2019.
- [402] Y. Zhang, H. Chen, K. Wang, and M. Wang. Aeroacoustic prediction of a multi-element airfoil using wall-modeled large-eddy simulation. *AIAA Journal*, 55(12) :4219–4233, 2017.
- [403] Q. Zou and X. He. On pressure and velocity boundary conditions for the lattice boltzmann bgk model. *Physics of fluids*, 9(6) :1591–1598, 1997.

Titre : Simulation du bruit d'extrémité de volet par une approche LBM avancée

Mots clés : Méthode de Boltzmann sur réseau, ZDES, Traitement de paroi, Turbulence, Aéroacoustique

Résumé : La signature sonore d'un aéronef est devenue un élément important de sa phase de conception notamment en raison des réglementations acoustiques strictes sur l'environnement sonore aéroportuaire. En phase d'atterrissage, la majeure partie du bruit d'un aéronef est d'origine aérodynamique, en particulier causé par les becs, volets et trains d'atterrissage. En particulier, le bruit de volet provient majoritairement de la forte instationnarité de l'écoulement situé à son extrémité. Du point de vue du constructeur, il est nécessaire d'être à même de prévoir les mécanismes générateurs du bruit d'extrémité de volet. Cependant, la simulation numérique de ces mécanismes nécessite la résolution précise de la turbulence au sein d'un écoulement fortement instationnaire impliquant une large gamme de phénomènes physiques : couches limites turbulentes tridimensionnelles, enroulement de

couches de cisaillement, appariement et éclatement tourbillonnaire. Une telle simulation requiert donc une méthode numérique instationnaire ayant de bonnes propriétés acoustiques comme la méthode de Boltzmann sur réseau (LBM) utilisée dans cette étude. Un facteur limitant inhérente à cette méthode est la modélisation des couches limites, peu précise à coût de calcul modéré. Afin d'améliorer cet aspect, un cadre numérique robuste a été proposé durant ces travaux, basé sur l'amélioration de la mise en oeuvre numérique des lois de paroi ainsi que sur l'implantation et la validation de la ZDES mode 2 (2020) permettant d'assurer un traitement RANS des couches limites attachées bien moins coûteux qu'un traitement LES. Ce nouveau cadre numérique a permis l'étude aéroacoustique d'une configuration d'extrémité de volet et a permis d'expliquer l'origine d'une source acoustique mesurée lors des essais en soufflerie.

Title : Numerical simulation of flap side-edge noise using advanced LBM

Keywords : Lattice-Boltzmann method, ZDES, Wall-treatment, Turbulence, Aeroacoustic

Abstract : The noise signature of an aircraft has become an important feature of its design phase, especially due to strict acoustic regulations on the airport noise environment. During landing, the majority of aircraft noise is of aerodynamic origin, in particular caused by slats, flaps and landing gears. In particular, flap noise mainly comes from the strong unsteadiness of the flow located at its side-edge. From the point of view of a manufacturer, it is necessary to predict the mechanisms generating flap side-edge noise. However, the numerical simulation of these mechanisms requires the accurate resolution of turbulence within a strongly unsteady flow involving a wide range of physical phenomena: three-dimensional turbulent boundary layers, shear layer roll-up, vortex merging and breakdown. Such a simulation therefore requires an

unsteady numerical method with good acoustic properties such as the Lattice Boltzmann Method (LBM) used in this study. A limiting factor inherent to this method is the modeling of boundary layers, which is not very accurate given a moderate computational cost. In order to improve this aspect, a robust numerical framework was proposed during this work, based on the improvement of the numerical implementation of wall models as well as on the implementation and validation of the ZDES mode 2 (2020) turbulence model ensuring a RANS treatment of attached boundary layers much less expensive than a LES treatment. This new numerical framework enabled the aeroacoustic study of a flap side-edge configuration and made it possible to explain the origin of an acoustic source measured during wind tunnel tests.