



HAL
open science

Mesure de masse des amas de galaxies par effet de lentille gravitationnelle sur le fond diffus cosmologique

Alexandre Huchet

► **To cite this version:**

Alexandre Huchet. Mesure de masse des amas de galaxies par effet de lentille gravitationnelle sur le fond diffus cosmologique. Cosmologie et astrophysique extra-galactique [astro-ph.CO]. Université Paris-Saclay, 2024. Français. NNT : 2024UPASP087 . tel-04957386

HAL Id: tel-04957386

<https://theses.hal.science/tel-04957386v1>

Submitted on 19 Feb 2025

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Mesure de masse des amas de galaxies par effet de lentille gravitationnelle sur le fond diffus cosmologique

*Mass measurement of galaxy clusters
using their gravitational lensing of
the cosmic microwave background*

Thèse de doctorat de l'université Paris-Saclay

École doctorale n°576 : Particules Hadrons Énergie et Noyau :
Instrumentation, Image, Cosmos et Simulation (PHENIICS)
Spécialité de doctorat : Science des Astroparticules et Cosmologie
Graduate School : Physique. Référent : Faculté des sciences d'Orsay

Thèse préparée dans l'unité de recherche **Département de Physique
des Particules** (Université Paris-Saclay, CEA), sous la direction de
Jean-Baptiste MELIN, Directeur de recherche

Thèse soutenue à Paris-Saclay, le 23 septembre 2024, par

Alexandre HUCHET

Composition du jury

Membres du jury avec voix délibérative

Laurence PEROTTO

Directrice de recherche, Université Grenoble Alpes

Karim BENABED

Astronome, Sorbonne Université

Etienne POINTECOUTEAU

Directeur de recherche, Université de Toulouse III

Thibaut LOUIS

Chargé de recherche, Université Paris-Saclay

Présidente

Rapporteur & Examineur

Rapporteur & Examineur

Examineur

Titre : Mesure de masse des amas de galaxies par effet de lentille gravitationnelle sur le fond diffus cosmologique

Mots clés : cosmologie, fond diffus cosmologique, amas de galaxies, lentille gravitationnelle

Résumé : La cosmologie moderne permet de décrire l'Univers avec un petit nombre de paramètres. En particulier, Ω_m et σ_8 décrivent la quantité et la distribution de matière dans l'Univers, deux informations fondamentales. Pour contraindre les valeurs possibles de ces paramètres à partir de nos observations, on peut se servir de la fonction de masse des amas de galaxies. Ces derniers sont des groupements de galaxies liées par la gravité, composés en majorité de matière noire. La fonction de masse décrit le nombre d'amas à un redshift et une masse donnés. Elle est très sensible à la valeur de σ_8 et Ω_m , ce qui permet de contraindre ces deux paramètres en étudiant les amas. La mesure de leur redshift est possible grâce à des relevés optiques ou spectroscopiques, mais il est moins aisé de mesurer leur masse. En effet, les amas sont constitués à 85% de matière noire, qui n'émet pas de lumière. Pour mesurer la totalité de leur masse en limitant les biais, on peut étudier comment ces amas dévient la lumière émise en arrière-plan. Cette approche a été choisie pour cette thèse. Ici, la source de lumière d'arrière-plan est le fond diffus cosmologique (CMB), la plus ancienne lumière de l'Univers. Je commence par expliquer les notions nécessaires à la compréhension du sujet, puis je

présente les résultats obtenus en utilisant des observations du CMB en intensité depuis le sol avec le South Pole Telescope et l'espace avec *Planck*. Je montre ainsi que la combinaison de ces deux jeux de données est bénéfique même s'ils concernent le même CMB, car ils apportent des informations sur des échelles spatiales différentes. L'effet de lentille gravitationnelle d'un amas sur le CMB crée un dipôle aux petites échelles à partir du gradient aux échelles plus larges. Les estimateurs quadratiques que j'utilise pour mesurer cet effet reconstruisent le profil de densité surfacique de l'amas à partir des corrélations entre différentes échelles de deux cartes du même champ du ciel. En augmentant l'intervalle des échelles mesurées, je gagne en précision de reconstruction à toutes les échelles, notamment les plus petites. Par la suite, j'implémente les estimateurs permettant d'utiliser également la polarisation du CMB pour reconstruire la densité, améliorant ainsi la précision atteignable. Les mesures de polarisation actuelles ne sont pas suffisantes pour que ce gain soit conséquent, mais les observatoires futurs (*Simons Observatory*, *CMB-S4*) apporteront la sensibilité nécessaire et changeront ainsi la donne.

Title : Mass measurement of galaxy clusters using their gravitational lensing of the cosmic microwave background

Keywords : Cosmology, Cosmic microwave background, Cluster of galaxies, Gravitational lensing

Abstract : Modern Cosmology makes it possible to describe the Universe with a small number of parameters. In particular, Ω_m and σ_8 describe the quantity and distribution of matter in the Universe, two fundamental pieces of information. To constrain the possible values of the parameters with our observations, one can use the galaxy cluster mass function. Galaxy clusters are groups of galaxies bound by gravity, composed mainly of dark matter. The mass function describes the number of clusters at a given redshift and mass. Because it is very sensitive to the values of σ_8 and Ω_m , one can then constrain those two parameters by studying clusters. The redshift measurement is possible thanks to optic of spectroscopic surveys, but it is not easy to measure their masses. Indeed, clusters are made of 85% dark matter, that does not emit light. To measure their whole mass while limiting biases, one can study how clusters deviate background light. This approach was chosen in this thesis. Here, the background light source is the Cosmic microwave background (CMB), the most ancient light of the Universe. I begin by explaining the notions neces-

sary to comprehend the subject. Then, I present the results obtained by using intensity CMB observations from the ground with the South Pole Telescope and space with *Planck*. This way, I show that it is beneficial to combine these two data sets, even if they target the same CMB, because they bring information on different spatial scales. Gravitational lensing from a cluster creates a small-scale from the large-scale gradient. The quadratic estimators I use to measure this effect reconstruct the surface density profile of a cluster from the correlations between different scales in two maps of the same field of view. By increasing the interval of measured scales, I manage to reconstruct all scales, especially the small, with better precision. After that, I implement the estimators that can also use CMB polarisation to reconstruct the density profile, improving the obtainable sensitivity. Current polarisation measurements are not good enough to get a sizeable gain, but future observatories (*Simons* Observatory, CMB-S4) will bring the necessary sensitivity and thus change the game.

Remerciements

Léonard de Vinci disait que « ce qui est fatto n'est plus à fatto ». Et il avait raison !

Il y a beaucoup de monde à remercier pour ce travail de trois ans. Je commence par les membres du jury : merci à vous d'avoir détendu l'atmosphère dès les premières minutes de ma soutenance et d'avoir lu le manuscrit. Merci Etienne et Karim d'avoir accepté de rapporter ma thèse, merci Laurence et Thibaut d'avoir fait le déplacement. Vos retours positifs m'ont touché et j'espère avoir l'occasion de travailler avec vous.

Merci ensuite à Jean-Baptiste, nous avons passé trois ans à plancher sur un sujet peu évident, sur lequel j'ai parfois buté. Tu as été un directeur de thèse très présent et pédagogue, ce qui a rendu cette expérience agréable et enrichissante. Nous avons pu faire front commun contre l'hégémonie de DESI qui menace les réunions du groupe Cosmo. Je remercie tout de même les membres de ce dernier, en particulier Christophe qui m'a aidé dans la recherche de postdoc, ainsi qu'Etienne et Guillaume qui m'ont donné beaucoup de conseils pour la soutenance. La bienveillance du groupe n'est pas un facteur négligeable dans la réussite de ses thésards. Je remercie tous les jeunes du groupe et du labo qui contribuent à créer une bonne ambiance, qu'ils aient été mes co-bureaux : Antoine et Hugo ; mes camarades du groupe : Mathilde, Marielynn, Constantin, Ting, Maxime, Edmond, Corentin, Henri, Julien, Marie (et Arnaud mais tu étais déjà vieux) ; mes camarades de pause post-méridienne : Victor, Chantal, Polina, Chiara, Quentin, Jelena, Chi-Hsun ; et tous les autres du *Friday Lunch* avec une mention spéciale pour Tristan et Charles.

Du côté des amis hors labo, je remercie particulièrement le groupe des méchants[©] avec qui on s'est serré les coudes : Alexis (coloc), Alexis (breton), Victor (breton), Marion, Alice, Xavier. Dylan et Julien, le groupe vous doit son nom mais vous êtes partis trop loin dsl. Le groupe des gentils[©] n'est pas en reste, même si la distance n'a pas facilité les interactions : Emrys (ex quasi-coloc), Raphaël, Léo, Théophile, Pauline, Julien, Martin et Anaïs. Je n'oublie pas les potes de master et d'école d'été : Enya, Thierry, Gaël, Romain, Lucas, Marion, Paul, Emma, Sophie, Madeleine, Chloé, Tristan, Gilles... Je regrette d'avoir commencé à balancer les prénoms parce que je vais en oublier à coup sûr. Et puis les potes du lycée et d'avant : Antoine, Marin, François, Valentine, Clément, Victor, Thibaut (×2), Caroline (×2) c'est cool de vous voir une fois par mois minimum comme prévu.

Je remercie enfin toute ma famille. Merci Binbin et Sésé on rigole bien ensemble. Merci à Marilyne pour ton intérêt, ta présence à la soutenance m'a fait chaud au cœur ! Merci papa et maman de m'avoir poussé à la curiosité avec passion et patience. Je profite de vos enseignements ! Merci Marion, Claire et Martin d'être toujours contents de me voir, sachez que c'est réciproque.

Le goûter de thèse fut une réussite !

Table des matières

Table des figures	5
Liste des tableaux	15
Introduction	17
1 Aperçu de la cosmologie	19
1.1 Relativité générale	20
1.1.1 Relativité galiléenne	20
1.1.2 Relativité restreinte	22
1.1.3 Espace-temps de Minkowski	22
1.1.4 Espace-temps de la relativité générale	23
1.1.5 Équations d'Einstein	24
1.2 L'univers homogène et isotrope en expansion	24
1.2.1 Métrique FLRW	24
1.2.2 Équations de Friedmann	25
1.2.3 Distances	28
1.3 Le modèle Λ CDM	33
1.3.1 Le secteur sombre	34
1.3.2 Six paramètres cosmologiques	35
1.3.3 Les tensions du modèles	35
1.3.4 L'histoire thermique de l'Univers	39
2 Traceurs cosmologiques	43
2.1 Fond diffus cosmologique	43
2.1.1 Le spectre de puissance du CMB	43
2.1.2 Anisotropies de température	47
2.1.3 Polarisation du CMB	50
2.1.4 Les effets Sunyaev-Zel'dovich	53
2.2 Amas de galaxies	55
2.2.1 Structures	56
2.2.2 Fonction de masse	60
2.2.3 Mesure de masse	61
2.3 Lentille gravitationnelle	65
2.3.1 Potentiel de déviation	65
2.3.2 Déformation d'une image	69
2.3.3 L'effet de lentille gravitationnelle sur le CMB	69

3	Observer le CMB	73
3.1	Stratégie d'observation	73
3.2	Télescopes spatiaux	75
3.2.1	COBE et WMAP	75
3.2.2	<i>Planck</i>	75
3.3	Télescopes terrestres	77
3.3.1	South Pole Telescope	79
3.3.2	Atacama Cosmology Telescope	80
3.3.3	Observatoires futurs	81
4	Analyse jointe sol – espace sur des cartes de température du CMB	85
4.1	Jeux de données	85
4.1.1	Cartes du ciel de SPT-SZ	85
4.1.2	Cartes du ciel de <i>Planck</i>	86
4.1.3	Complémentarité des jeux de données	86
4.1.4	Catalogue d'amas de SPT-SZ	86
4.2	Méthodologie	87
4.2.1	Aperçu général	87
4.2.2	Cartes tangentielles	90
4.2.3	Sources ponctuelles	91
4.2.4	Combinaisons linéaires internes (ILC)	96
4.2.5	Estimateur de potentiel de déviation	98
4.2.6	Filtre adapté	100
4.3	Simulations	101
4.3.1	Potentiel de déviation de l'amas	102
4.3.2	Distorsion due au tSZ	102
4.3.3	Cartes finales	103
4.3.4	Résultats sur simulations	103
4.4	Résultats	106
4.4.1	Masses des jeux de données individuels	106
4.4.2	Extraction jointe de masse d'amas	108
4.5	Modéliser les incertitudes	112
4.5.1	Impact du SZ cinétique	113
4.5.2	Impact du profil de déviation dans le filtre adapté	114
4.5.3	Impact de l'erreur sur le positionnement des amas	114
4.5.4	Impact de l'erreur sur le redshift des amas	116
4.5.5	Impact de l'erreur sur la masse M_{500} de l'amas	116
4.5.6	Impact de l'effet tSZ relativiste	116
4.5.7	Résumé des incertitudes de modélisation	117
4.6	Résumé et conclusion	117

5	Perspectives pour la polarisation du CMB, de <i>Planck</i> à CMB-S4	119
5.1	Estimateurs	119
5.2	Limites des estimateurs	122
5.2.1	Gestion du second ordre	122
5.2.2	Gestion du tSZ	123
5.2.3	Gestion des petites échelles	124
5.2.4	Estimateurs du maximum de vraisemblance	124
5.3	Simulations	125
5.4	Résultats	126
5.4.1	Sensibilité des estimateurs	127
5.4.2	Biais dans les estimateurs	127
5.4.3	Recherche de ℓ_G	129
5.5	Résumé et conclusion	132
6	Conclusions et perspectives	141
6.1	Conclusions	141
6.2	Perspectives	143
A	Impact de l'ILC contrainte sur le niveau de bruit des cartes	145
B	Contribution des échelles dans le signal-sur-bruit final	149
C	Calcul des différents estimateurs de potentiel de déviation	153

Table des figures

1.1	Carte des anisotropies de température du CMB de <i>Planck</i> 2018 Planck Collaboration et al. (2020e) créée à partir de cartes du ciel à différentes fréquences grâce à la méthode SMICA (Cardoso et al., 2008). La ligne grise représente la zone où les sources d'avant-plan comme la Voie Lactée noient trop le signal pour que la carte y soit fiable.	21
1.2	Évolution de la densité de trois types d'espèces calculée pour un modèle Λ CDM avec les paramètres cosmologique de Planck Collaboration et al. (2020c) en fonction du redshift et de l'âge de l'Univers. Les couleurs représentent les trois ères de domination d'un type d'espèces dans l'Univers : en jaune l'ère de la radiation, en bleu l'ère de la matière et en rose l'ère de l'énergie sombre. La ligne verticale en tirets-pointillés à gauche correspond au découplage des photons (émission du CMB) et la ligne verticale en tirets à droite est aujourd'hui.	27
1.3	Différents types de distances calculés pour un modèle Λ CDM avec les paramètres cosmologique de Planck Collaboration et al. (2020c) en fonction du redshift.	32
1.4	Contraintes sur H_0 avec un niveau de confiance de 68% pour différentes méthodes. Figure tirée de Abdalla et al. (2022)	37
1.5	Contraintes sur S_8 avec un niveau de confiance de 68% pour différentes méthodes. Figure tirée de Abdalla et al. (2022)	38
1.6	Position de 200 000 galaxies et quasars observées par le <i>Sloan Digital Sky Survey</i> (SDSS) depuis la Terre en fonction du redshift ou du temps de regard en arrière jusqu'au CMB observé par <i>Planck</i> . Cette carte provient du site https://mapoftheuniverse.net	42
2.1	Représentation des premières harmoniques sphériques réelles (combinaisons linéaires des Y_ℓ^m complexes) : une ligne par $\ell \in \llbracket 0, 3 \rrbracket$ et une colonne par $m \in \llbracket -\ell, \ell \rrbracket$. Les lobes bleus et jaunes représentent respectivement les zones angulaires où la fonction est positive et négative, tandis que l'écart entre leur surface et le centre de l'objet donne la valeur absolue de l'harmonique dans une direction angulaire. L'auteur de l'image est Inigo Quilez (https://iquilezles.org).	45

2.2	Spectre de température du CMB mesuré par <i>Planck</i> . L'axe des abscisses est en échelle logarithmique pour $\ell < 30$, puis linéaire. <i>Haut</i> : les points de mesure du spectre sont tracés en rouge avec leur barre d'erreur en noir, tandis que le spectre prédit par le modèle Λ CDM ajustés aux observations est tracé en bleu (Planck Collaboration et al., 2020c). <i>Bas</i> : les résidus entre les données et le modèle.	46
2.3	Variation du spectre de puissance angulaire en température C_ℓ en fonction de différents paramètres cosmologiques. On observe notamment le déplacement du premier pic acoustique, mis en valeur par les flèches. Les spectres ont été calculés avec le code CMBFAST (Seljak et Zaldarriaga, 1999). Figure tirée de Martínez-González (2008)	48
2.4	Exemples de motifs de polarisation du CMB en modes E ou B. On remarque que les modes E sont symétriques selon un axe qui passe par le centre du motif, tandis que les modes B sont antisymétriques.	51
2.5	Diffusion Thomson d'un flux de photons non polarisé mais qui forme une anisotropie quadrupolaire. Les traits de couleur représentent l'amplitude moyenne du champ électrique dans une direction, avec une couleur par valeur. Des photons froids arrivent du haut, des photons chaud de la gauche et cela résulte en un flux polarisé émis dans la direction d'observation.	52
2.6	Distorsions spectrales en intensité due aux effets tSZ non relativiste (en trait plein bleu), tSZ relativiste pour une température d'amas $T_e = 10$ keV (en tirets bleus) et kSZ pour un amas s'éloignant à 500 km.s^{-1} de nous (en tirets oranges). Le spectre du CMB est tracé en noir pour comparaison, avec un facteur 5×10^{-4} pour l'amener au même niveau que les distorsions. J'ai choisi une profondeur optique $\tau_e = 10^{-2}$ et un paramètre de Compton $y = 10^{-4}$ pour calculer les effets SZ. Figure inspirée de Carlstrom et al. (2002)	55
2.7	Fonction de masse de Despali et al. (2016) en fonction de la masse des amas pour $z \in \{0, 1, 2\}$	62
2.8	Image de l'amas SMACS 0723 créée par la NASA en combinant deux images. En blanc et rouge, l'image du James Webb Space Telescope (JWST) qui observe dans le visible et l'infra-rouge, ce qui correspond respectivement aux galaxies de l'amas et à celles d'arrière-plan. En bleu, l'image du Chandra X-ray Observatory qui met en avant l'émission en rayons X du gaz intra-amas. Les images des galaxies en arrière-plan sont étirées par l'effet de lentille gravitationnelle de l'amas. Crédit : NASA/CXC/SAO/ESA/CSA/STScI.	64
2.9	Masse d'un amas mesurable avec un SNR de 1 avec le CMB lensing en fonction du redshift pour différents sondages du CMB. Figure tirée de Melin et Bartlett (2015)	65
2.10	Schéma d'une lentille gravitationnelle classique avec les notations utilisées dans le texte. Figure inspirée de Bartelmann et Schneider (2001)	66

2.11	Comparaison des anisotropies de température du CMB pur (à gauche) et du CMB déformé (à droite) par un amas fictif de masse $M_{500} = 5 \times 10^{16} M_{\odot}$ à un redshift $z = 0.1$. L'amas est 10 fois plus massif que l'amas le plus massif de mon échantillon, pour illustration. Les cartes sont de taille $10 \times 10 \text{ deg}^2$ et sont tracées en unités $\Delta T/T_{\text{CMB}}$	71
3.1	Modélisation de la dépendance en fréquence des principales composantes du ciel aux fréquences observées par <i>Planck</i> (bandes hachurées) en température (à gauche) et en polarisation (à droite, représentée par $P = \sqrt{U^2 + Q^2}$). f_{sky} est la fraction de ciel non masquée et la température de brillance (brightness temperature) est la température qu'un corps noir devrait avoir pour émettre l'intensité lumineuse d'un objet à une fréquence donnée. L'épaisseur des courbes représente la variation de la température de brillance des composantes pour différentes f_{sky} . Les sources d'avant-plan dépendent également des échelles du ciel (ou modes de Fourier) observées. Le signal du CMB domine loin du plan galactique et l'on peut voir que les avants-plans diminuent avec f_{sky} car le ciel conservé est moins contaminé. Figures tirées de Planck Collaboration et al. (2020a)	74
3.2	Chaîne optique typique de <i>Planck</i> /HFI. La lumière est guidée dans des sous-boîtes de plus en plus froides (4, 1.6 puis 0.1 K) avant d'arriver jusqu'au détecteur. Figure tirée de Lamarre et al. (2010)	74
3.3	Évolution des cartes des anisotropies de température du CMB vu depuis l'espace, comparées à la première détection de ce rayonnement. Les échelles de couleur diffèrent d'une carte à l'autre. Le signal dominant au milieu des cartes est l'émission radio de notre galaxie – un contaminant d'avant-plan. 1. Simulation d'une carte qu'auraient pu observer Penzias et Wilson en 1965 avec leur antenne sur Terre, la Holmdel Horn Antenna. 2. Carte du CMB de COBE dans les années 1990, après 4 ans d'observation. 3. Carte du CMB de WMAP après 9 ans d'observation, dans les années 2000. 4. Carte du CMB de <i>Planck</i> après 4 ans d'observation, dans les années 2010. Figure tirée de Pearson (2021)	76
3.4	Photo du télescope spatial <i>Planck</i> en laboratoire. Son miroir principal de 1.5 mètre de diamètre est visible en haut à droite. Crédit : ESA - S. Corvaja, 2009.	77
3.5	Cartes en température des 9 fréquences observées par <i>Planck</i> . La première ligne contient les 3 fréquences de LFI, et les deux autres lignes les six fréquences de HFI. Les deux dernières cartes n'ont pas la même échelle car elles sont complètement dominées par la poussière de notre galaxie. Figure adaptée de Planck Collaboration et al. (2020a)	78
3.6	Photo du South Pole Telescope avec son miroir principal de 10 mètres de diamètre, ici tourné vers la gauche. Crédit : NSF.	79

3.7	Sélection de champs observés par les différents sondages SPT superposée avec une carte de poussière de <i>Planck</i> . Le <i>winter field</i> de SPT-3G (1 500 deg ²) est représenté en trait orange solide, le champ principal de SPTPol (500 deg ²) est en tirets verts et le champ de SPT-SZ (2 500 deg ²) est en tirets-pointillés gris. Figure tirée de Dutcher et al. (2021)	80
3.8	Champ observé par SPT-SZ (2500 deg ²). Cette carte a été créée à partir de celle à 95 GHz, filtrée pour mettre en avant les variations des anisotropies du CMB de l'échelle du degré. Figure tirée de Story et al. (2013)	81
3.9	Cartes des anisotropies en température du CMB de SPT-SZ à 150 GHz (gauche) et <i>Planck</i> à 143 GHz (droite) centrées aux coordonnées (RA = 00 ^h 15 ^m , Dec = -57°48') en unités $\Delta T/T_{\text{CMB}}$ avant nettoyage pour comparaison.	82
4.1	Comparaison entre les masses mesurées par <i>Planck</i> et par SPT-SZ pour les amas en commun entre les deux échantillons. En moyenne, les masses mesurées par <i>Planck</i> sont 20% plus faibles que celles mesurées par SPT-SZ.	88
4.2	Distribution masse-redshift des 468 amas SPT-SZ utilisés dans mon analyse. J'ai affiché en bleu les barres d'erreur des amas avec $M_{\text{SZ}} > 7 \times 10^{14} M_{\odot}$ et d'un amas sur 20 au dessous de ce seuil pour conserver la clarté de l'ensemble. La barre d'erreur en redshift de certains amas est cachée par le point associé, car certains redshifts sont spectroscopiques.	89
4.3	Schéma du pipeline d'analyse pour un amas individuel. Les rectangles noirs sont les données du ciel utilisées ou obtenues à chaque étape. Les rectangles contiennent les données sur l'instrument (vert) et sur l'amas (bleu) qui me permettent d'effectuer chaque étape. Les flèches les reliant sont les méthodes utilisées à chaque étape.	90
4.4	Comparaison entre les résultats obtenus sur les trois cartes SPT-SZ <i>on</i> d'un amas en utilisant les fonctions de transfert de SPT-SZ moyennées sur 10 positions (en rouge) ou sur 468 positions et symétrisée (points verts, la zone verte représente les barres d'erreur) en fonction de la masse recherchée. On remarque que des fonctions de transfert trop bruitées rendent l'analyse instable. La masse SZ de l'amas associé à ces cartes est symbolisée par les tirets bleus et la mesure avec la fonction de transfert stable donne $M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} = 5.16 \pm 5.20$. Pour cette masse, l'instabilité n'est pas facilement détectable.	92
4.5	Schéma des deux zones utilisées pour le masquage des sources ponctuelles. La zone 1 est masquée et la zone 2 est utilisée pour contraindre le champ gaussien qui remplira la zone 1 et assurer sa continuité avec la carte originale. Le rayon interne r_i est de 5 (<i>resp.</i> 10) arcmin pour SPT-SZ (<i>resp.</i> <i>Planck</i>) et le rayon externe r_o est le double du rayon interne.	94

4.6	Illustration du calcul de la valeur de remplissage $m_{1,fill}$ d'un pixel de la zone 1. Toutes les valeurs sont arbitraires. Les deux gaussiennes sont les fonctions de distribution de la probabilité conditionnelle que la vraie valeur du CMB au pixel soit $p_1 = x$, sachant la valeur des pixels de la zone 2 originale (rouge) ou simulée (bleu).	95
4.7	Exemple de remplacement d'une partie de carte par un champ gaussien contraint pour obtenir les caractéristiques statistiques du CMB et la continuité avec le reste de la carte. Ici, la zone masquée (pointillés) est un disque de 5 arcmin, contrainte par un anneau d'un rayon externe de 10 arcmin entourant le disque, comme c'est le cas pour le masquage des sources ponctuelles des cartes de SPT-SZ. Les différences entre les deux cartes ne dépassent pas les $\sim 2\%$	96
4.8	Même figure que Fig. 4.7 sur le même CMB mais avec une zone masquée (pointillés) et une zone de contrainte de rayons deux fois plus grands, comme c'est le cas pour le masquage des sources ponctuelles des cartes de <i>Planck</i> . Les différences entre les deux cartes atteignent par endroits $\sim 20\%$	97
4.9	Comparaison entre des cartes simulées de <i>Planck</i> à 143 (gauche) et 217 GHz (milieu) et le résultat de l'ILC sur six cartes simulées, aux six fréquences de <i>Planck</i> /HFI (droite). Les cartes affichées ici font 172 arcmin de côté et sont centrées sur un amas de masse $M_{500} = 2 \times 10^{15} M_{\odot}$ situé à un redshift $z = 0.1$. Elles sont découpées dans des simulations de taille classique ($10 \times 10 \text{ deg}^2$) en unités $\Delta T/T_{\text{CMB}}$	99
4.10	Schéma représentant les modes de Fourier \mathbf{K} du potentiel de déviation pour lesquelles l'estimateur de Hu et Okamoto (2002) permet de reconstruire l'information à partir de deux autres modes \mathbf{k} et \mathbf{k}'	100
4.11	Somme cumulée jusqu'à K de l'Éq. 4.16 en fonction de K pour l'analyse sur des simulations jointes SPT-SZ et <i>Planck</i> d'un amas de masse $M_{500} = 2 \times 10^{15} M_{\odot}$ à un redshift $z = 0.1$. Le résultat final $M_{\text{CMB}lens}/M_{\text{fid.}} = 7.58 \pm 4.17$ est symbolisé par les tirets pour la valeur centrale et la zone grisée pour la barre d'erreur.	101
4.12	Trois étapes lors de la création d'une simulation d'observation du CMB par <i>Planck</i> /HFI à 143 GHz dans le cadre de mon analyse. Les cartes affichées ici font 172 arcmin de côté et sont centrées sur un amas de masse $M_{500} = 2 \times 10^{15} M_{\odot}$ situé à un redshift $z = 0.1$. Elles sont découpées dans des simulations de taille classique ($10 \times 10 \text{ deg}^2$) en unités $\Delta T/T_{\text{CMB}}$	104

4.13	Masses obtenues avec ma mesure de CMB lensing M_{CMBlens} (divisées par la masse fiducielle simulée M_{SZ}) en fonction de la masse fiducielle simulée pour l'analyse jointe SPT-SZ <i>Planck</i> des simulations non périodiques . Les points noirs et bleus sont les mesures sur les amas individuels. Les barres d'erreur sont montrées pour un point sur dix (tous ceux en bleu) par souci de clarté. La ligne en pointillés (<i>resp.</i> tirets) rouges est le niveau zéro (<i>resp.</i> unité). La bande verte est la moyenne pondérée $\langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle = 1.19 \pm 0.18$	105
4.14	Masses CMB lensing M_{CMBlens} (divisées par la masse SZ M_{SZ}) en fonction de la masse SZ pour l'analyse de Planck seul . Les points noirs et bleus sont les mesures sur les amas individuels. Les barres d'erreur sont montrées pour un point sur dix (tous ceux en bleu) par souci de clarté. La ligne en pointillés (<i>resp.</i> tirets) rouges est le niveau zéro (<i>resp.</i> unité). La bande verte est la moyenne pondérée $\langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle = 1.03 \pm 0.27$	107
4.15	Masses CMB lensing M_{CMBlens} (divisées par la masse SZ M_{SZ}) en fonction de la masse SZ pour l'analyse de SPT-SZ seul . Les points noirs et bleus sont les mesures sur les amas individuels. Les barres d'erreur sont montrées pour un point sur dix (tous ceux en bleu) par souci de clarté. La ligne en pointillés (<i>resp.</i> tirets) rouge est le niveau zéro (<i>resp.</i> unité). La bande verte est la moyenne pondérée $\langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle = 1.12 \pm 0.29$	108
4.16	Comparaison entre les erreurs des masses SPT-SZ et <i>Planck</i> en fonction du redshift z . Le panneau du haut montre les erreurs tandis que le panneau du bas montre le ratio des erreurs. Les tirets verts symbolisent l'unité. Il y a un corrélation claire entre le ratio des erreurs et le redshift due à la dépendance en redshift du potentiel de déviation Φ	109
4.17	Comparaison entre les erreurs des masses SPT-SZ et <i>Planck</i> en fonction de la masse SZ M_{SZ} . Le panneau du haut montre les erreurs tandis que le panneau du bas montre le ratio des erreurs. Les tirets verts symbolisent l'unité.	110
4.18	Masses CMB lensing M_{CMBlens} (divisées par la masse SZ M_{SZ}) en fonction de la masse SZ pour l'analyse combinée <i>Planck</i> + SPT-SZ. Les points noirs sont les mesures sur les amas individuels. Les points rouges et leurs barres d'erreur sont les moyennes pondérées dans les cinq tranches de masse, espacées de façon logarithmique. La ligne en pointillés (<i>resp.</i> tirets) bleus est le niveau zéro (<i>resp.</i> unité). La bande verte est la moyenne pondérée $\langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle = 0.919 \pm 0.190$ (sans correction de l'effet kSZ).	111
4.19	Pull du ratio $M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}}$ et histogramme associé en fonction du redshift (à gauche) et de la masse (à droite). La ligne bleue sur chaque panneau est la gaussienne centrée en 0 et d'écart-type $\sigma = 1$ pour comparaison.	112

- 4.20 Comparaison de la variance $A(K)$ du potentiel de déviation reconstruit $\hat{\phi}$ pour SPT-SZ et *Planck*, moyennée par tranche de $K = |\mathbf{k}' - \mathbf{k}|$ (ou, de manière équivalente, $L = |\mathbf{l}' - \mathbf{l}|$). La figure affiche les ratios entre la variance combinée $A_{\text{SPT-SZ}+Planck}(K)$ et celles sur les jeux de données individuels $A_i(K)$ (triangles), ainsi que la somme des deux ratio (points noirs). Elle montre que le jeu de données *Planck* donne les erreurs les plus petites sur le potentiel de déviation aux grandes échelles ($K < 50.9$ ou $L < 1830$), tandis le jeu SPT-SZ est bien meilleur aux petites échelles ($K > 145.0$ or $L > 5208$). La somme est le produit entre le terme $A_{\text{SPT}+Planck}$ joint et la somme en inverse de variance $1/A_{\text{SPT}} + 1/A_{Planck}$. Elle est au-dessous de l'unité pour $K > 18.9$ ou $L > 680$, démontrant le gain significatif de la combinaison par rapport aux mesures individuelles. 113
- 4.21 Histogramme des écarts entre mes 200 mesures moyennées sur 468 amas simulés avec du kSZ (M_{kSZ}) et sans kSZ (M_{ref}), divisées par la masse SZ M_{SZ} . Les pointillés rouges marquent l'écart moyenné sur les 200 réalisations. 114
- 5.1 Impact d'une lentille gravitationnelle sur les champs \tilde{E} (à gauche) et \tilde{B} (à droite) primaires. La lentille est un amas fictif de masse $M_{500} = 5 \times 10^{16} M_{\odot}$ à un redshift $z = 0.1$ (voir Fig. 2.11 pour l'impact sur le champ \tilde{T}). L'amas est 10 fois plus massif que l'amas le plus massif de mon échantillon, pour illustration. Les cartes sont de taille $10 \times 10 \text{ deg}^2$ et sont tracées en unités $\Delta T/T_{\text{CMB}}$ 134
- 5.2 Sensibilité des six estimateurs $A_{\text{XX}'}$ avec les caractéristiques *Planck* en fonction du mode de Fourier reconstruit K , où $X, X' = T, E, B$, comparée au potentiel de déviation Φ pour les trois amas type étudiés : $z = 0.5$, $M_{500} \in \{1, 5, 10\} \times 10^{14} M_{\odot}$ 135
- 5.3 Sensibilité des six estimateurs $A_{\text{XX}'}$ avec les caractéristiques CMB-S4 en fonction du mode de Fourier reconstruit K , où $X, X' = T, E, B$, comparée au potentiel de déviation Φ pour les trois amas type étudiés : $z = 0.5$, $M_{500} \in \{1, 5, 10\} \times 10^{14} M_{\odot}$ 135
- 5.4 Pull de l'estimateur TT de 10 000 simulations *Planck* d'un amas de masse $M_{500} = 10^{14} M_{\odot}$ à redshift $z = 0.5$. Chaque point du panneau de gauche représente l'estimation de masse TT mesurée sur une simulation. Le panneau de droite est un histogramme et la courbe bleue est une gaussienne centrée en 0 et d'écart-type 1. Ce pull ne permet pas de détecter de biais évident dans le résultat. 136
- 5.5 Pull de l'estimateur TE de 10 000 simulations *Planck* d'un amas de masse $M_{500} = 10^{14} M_{\odot}$ à redshift $z = 0.5$. Chaque point du panneau de gauche représente l'estimation de masse TE mesurée sur une simulation. Le panneau de droite est un histogramme et la courbe bleue est une gaussienne centrée en 0 et d'écart-type 1. Le nuage de point est trop dispersé par rapport à la gaussienne, signe que l'erreur est sous-estimée. 136

5.6	Pull de l'estimateur TT de 10 000 simulations CMB-S4 d'un amas de masse $M_{500} = 10 \times 10^{14} M_{\odot}$ à redshift $z = 0.5$. Chaque point du panneau de gauche représente l'estimation de masse TT mesurée sur une simulation. Le panneau de droite est un histogramme et la courbe bleue est une gaussienne centrée en 0 et d'écart-type 1. L'histogramme ne correspond pas du tout à la gaussienne, ce qui trahit un biais conséquent comparé à la barre d'erreur théorique.	137
5.7	Synthèse des tests effectués pour les six estimateurs sur les trois amas types ($z = 0.5$, $M_{500} \in \{1, 5, 10\} \times 10^{14} M_{\odot}$) sur 10 000 simulations d'observations de <i>Planck</i> en coupant les modes de la carte de gradient supérieurs à ℓ_G lorsque celui-ci est donné. La barre d'erreur est parfois plus petite que l'épaisseur du point associé et n'est donc pas visible.	138
5.8	Synthèse des tests effectués pour les six estimateurs sur les trois amas types ($z = 0.5$, $M_{500} \in \{1, 5, 10\} \times 10^{14} M_{\odot}$) sur 10 000 simulations d'observations de CMB-S4 en coupant les modes de la carte de gradient supérieurs à ℓ_G lorsque celui-ci est donné. La barre d'erreur est parfois plus petite que l'épaisseur du point associé et n'est donc pas visible.	139
5.9	Pull de l'estimateur TT coupé à $\ell_G = 2000$ de 10 000 simulations CMB-S4 d'un amas de masse $M_{500} = 10 \times 10^{14} M_{\odot}$ à redshift $z = 0.5$. Chaque point du panneau de gauche représente l'estimation de masse TT mesurée sur une simulation. Le panneau de droite est un histogramme et la courbe bleue est une gaussienne centrée en 0 et d'écart-type 1. La coupure à $\ell_G = 2000$ n'a fait qu'aggraver le problème présent sans coupure.	140
5.10	Pull de l'estimateur TT coupé à $\ell_G = 1000$ de 10 000 simulations CMB-S4 d'un amas de masse $M_{500} = 10 \times 10^{14} M_{\odot}$ à redshift $z = 0.5$. Chaque point du panneau de gauche représente l'estimation de masse TT mesurée sur une simulation. Le panneau de droite est un histogramme et la courbe bleue est une gaussienne centrée en 0 et d'écart-type 1. La coupure à $\ell_G = 1000$ ne corrige pas le biais et l'augmente même.	140
A.1	Comparaison des spectres de cartes <i>Planck</i> /HFI (tirets de couleur) avec celui des cartes reconstruites avec une ILC contrainte (cILC, triangles rouges) et une ILC simple (triangles inversés bleus) à partir des six cartes <i>Planck</i> /HFI en fonction du mode Fourier k . La ligne en tirets-pointillés représente un niveau de bruit blanc de $45 \mu\text{K}\cdot\text{arcmin}$. Le vrai signal du CMB lobé est également tracé (points noirs).	146
A.2	Comparaison des spectres des cartes SPT-SZ (tirets de couleur) avec celui des cartes reconstruites avec une ILC contrainte (cILC, triangles rouges) et une ILC simple (triangles inversés bleus) à partir des trois cartes SPT-SZ en fonction du mode Fourier k . La ligne en tirets-pointillés représente un niveau de bruit blanc de $45 \mu\text{K}\cdot\text{arcmin}$. Le vrai signal du CMB lobé est également tracé (points noirs).	147

A.3	Comparaison des spectres de cartes <i>Planck</i> /HFI et SPT-SZ (tirets de couleur) avec celui des cartes reconstruites avec une ILC contrainte (cILC, triangles rouges) et une ILC simple (triangles inversés bleus) à partir des neuf cartes <i>Planck</i> /HFI et SPT-SZ en fonction du mode Fourier k . La ligne en tirets-pointillés représente un niveau de bruit blanc de $45 \mu\text{K.arcmin}$. Le vrai signal du CMB lobé est également tracé (points noirs).	148
B.1	Contribution de chaque mode de Fourier K au SNR de l'estimateur d'effet de lentille pour l'analyse sur les vraies données. Quatre courbes sont dessinées : SPT-SZ (triangles bleus), <i>Planck</i> (triangles rouges inversés), la somme des deux premières courbes (points noirs) et la combinaison des deux jeux de données (tirets verts). Les trois panneaux couvrent l'intervalle de $\Phi(K)$ que nous avons utilisé, correspondant à l'amas le plus petit (à gauche), au médian (au milieu) et au plus grand (à droite) de notre échantillon en taille angulaire.	150
B.2	Même chose que pour la Fig. B.1, mais pour des simulations des LATs de CMB-S4 (au lieu de SPT-SZ) et de <i>Planck</i>	150
B.3	Même chose que pour la Fig. B.1, mais sans inclure le tSZ.	151

Liste des tableaux

1.1	Les paramètres cosmologiques mesurés dans un intervalle de 68% de précision par <i>Planck</i> TT,TE,EE+lowE+lensing+BAO(Planck Collaboration <i>et al.</i> , 2020c). Les six premières lignes sont les paramètres du modèle minimal ajusté lors de l'analyse, tandis que les suivants sont déduits des premiers.	36
3.1	Les caractéristiques instrumentales des deux instruments de <i>Planck</i> calculées pour ~ 28 mois d'observation, d'après Planck Collaboration <i>et al.</i> (2020d) pour LFI et Planck Collaboration <i>et al.</i> (2020b) pour HFI. Les colonnes donnent les instruments, fréquences, résolutions et sensibilités pour les paramètres de Stokes I , Q et U .	78
3.2	Caractéristiques instrumentales des cartes publiques de SPT-SZ (Chown <i>et al.</i> , 2018). Les cartes publiques ne sont pas fournies à leur résolution native : 1.6, 1.1 et 1.0 arcmin aux bandes de fréquences centrées en 95, 150 et 220 GHz respectivement. SPT-SZ n'est sensible qu'à la température du CMB.	80
3.3	Caractéristiques instrumentales en température de la version déjà financée des LATs de SO (SO-Nominal), telles que présentées par Mark Devlin aux 58e Rencontres de Moriond. La sensibilité est donnée pour l'intensité I . Il faut la multiplier par un facteur $\sqrt{2}$ pour obtenir celle de la polarisation QU .	82
3.4	Caractéristiques instrumentales en température d'une version nominale des LATs de CMB-S4, telles que présentées en mai 2022 à <i>CMB-S4 Clusters</i> . Les fréquences et FWHMs sont les mêmes que pour les LATs de SO car les mêmes types de télescopes sont prévus. La sensibilité est donnée pour l'intensité I . Il faut la multiplier par un facteur $\sqrt{2}$ pour obtenir celle de la polarisation QU .	83
4.1	Résultats sur simulations non périodiques, pour une seule réalisation d'un catalogue SPT-SZ.	106
4.2	Résultats sur les vraies cartes pour différents rayons de troncature du profil de la lentille dans le filtre adapté.	115
4.3	Résultats sur des cartes simulées avec et sans mauvais positionnement des amas.	115
4.4	Résultats sur les vraies cartes avec et sans la correction relativiste de l'effet tSZ.	116

4.5	Résumé de l'impact des incertitudes prises en compte dans la mesure $\langle M_{\text{CMB}^{\text{lens}}}/M_{\text{SZ}} \rangle$. L'incertitude majeure est le profil de l'amas (environ 10% de l'erreur statistique). Les autres incertitudes sont de l'ordre de 1% de l'erreur statistique. Les erreurs prises en compte et leur modélisation sont décrites dans la Sect. 4.5.	117
5.1	Facteurs tels que $\langle X(\mathbf{k})X'^*(\mathbf{k}') \rangle = f_{\text{XX}'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \Phi(\mathbf{K})$ pour $X, X' = \text{T, E, B}$	121
5.2	Caractéristiques instrumentales retenues pour la simulation de cartes périodiques d'observation du CMB simulées pour <i>Planck</i> /HFI et CMB-S4. La sensibilité en paramètres de Stoke Q, U est celle en I multipliée par $\sqrt{2}$. Ces cartes font $10 \times 10 \text{ deg}^2$ et la taille donnée du pixel (carré) correspond à la longueur d'un de ses côté, avec la résolution HEALPix associée.	125
5.3	Masse moyenne $\langle M_r \rangle$ mesurée sur 10 000 simulations d'une observation du CMB par <i>Planck</i> et la déviation standard du pull associée pour les 3 amas type et les 6 estimateurs quadratiques classiques. L'erreur sur la déviation standard du pull dépend du nombre de tirages et est de 0.007. Pour chaque estimateur, je fournis l'écart de $\langle M_r \rangle$ et σ_{pull} à leur valeur attendue (l'unité) en unité de barre d'erreur. Pour plus de clarté, les écarts sont écrits en vert s'ils sont inférieurs à 3σ , en orange si inférieurs à 5σ et en rouge autrement.	129
5.4	Masse moyenne $\langle M_r \rangle$ mesurée sur 10 000 simulations d'une observation du CMB par CMB-S4 et la déviation standard du pull associée pour les 3 amas type et les 6 estimateurs quadratiques classiques. L'erreur sur la déviation standard du pull dépend du nombre de tirages et est de 0.007. Pour chaque estimateur, je fournis l'écart de $\langle M_r \rangle$ et σ_{pull} à leur valeur attendue (l'unité) en unité de barre d'erreur. Pour plus de clarté, les écarts sont écrits en vert s'ils sont inférieurs à 3σ , en orange si inférieurs à 5σ et en rouge autrement.	130

Introduction

La cosmologie est la science qui étudie l'Univers et son histoire. Elle inclut de ce fait de nombreux domaines et utilise de nombreuses observations différentes pour en déduire une vision aussi claire que possible de notre voisinage plus ou moins lointain. Nous vivons dans une galaxie, que nous avons appelée Voie Lactée. Notre galaxie n'est pas seule dans l'Univers. Elle et ses semblables sont sujettes à la gravité qui les regroupe en amas, appelés amas de galaxies. Ces amas sont les structures de l'Univers les plus grandes liées par la gravité, c'est-à-dire individuellement stables. C'est pourquoi leur étude permet d'obtenir des informations très utiles sur la quantité et la répartition de matière dans l'Univers. La mesure de masse de ces amas est un point central de cette étude et est victime de biais en fonction de la méthode utilisée pour le faire. L'une de ces méthodes est d'observer comment un amas dévie la lumière émise en arrière-plan grâce à l'effet de lentille gravitationnelle pour en déduire sa masse. Lors de ma thèse, j'ai utilisé cette méthode en utilisant la première lumière de l'Univers (le fond diffus cosmologique ou *Cosmic Microwave Background*, CMB en anglais) comme source d'arrière-plan.

Dans ce manuscrit, je commence par vous donner un aperçu de la cosmologie moderne dans le Chapitre 1 puis je vous montre dans le Chapitre 2 les traceurs cosmologiques que j'ai utilisés. Ces deux premiers chapitres introduisent beaucoup d'outils et de notions qui seront utiles tout au long de votre lecture. Le Chapitre 3 est orienté instrumentation et aborde notamment les instruments dont j'ai utilisé les données ou qui seront le futur de ce domaine de la cosmologie. Je vous présente ensuite ma mesure de masse de 468 amas de galaxies en utilisant les données de *Planck* et de SPT-SZ dans le Chapitre 4. Le Chapitre 5 porte sur les perspectives de l'analyse en incluant l'étude de la polarisation du CMB et la future génération de télescopes. Enfin, je conclus ce manuscrit dans le Chapitre 6 et vous quitte sur les perspectives de l'analyse dans un futur proche.

Chapitre 1

Aperçu de la cosmologie

La cosmologie a pour but de décrire l'Univers dans son ensemble. Lorsque l'on s'intéresse aux grandes échelles, il n'est pas nécessaire au premier ordre de connaître toutes les interactions entre les particules. Une compréhension de la seule interaction à grande échelle suffit : la gravitation. La théorie de la relativité générale que j'introduis dans la Sect. 1.1 est la description communément acceptée de la gravitation. Elle est utilisée dans les modèles actuels. Je développe ensuite la description d'un univers homogène et isotrope en expansion dans la Sect. 1.2, qui est une approximation de notre Univers. Je présente finalement le modèle « standard » de la cosmologie (Λ CDM) dans la Sect. 1.3.

Ce modèle et la cosmologie moderne en général sont basés sur trois observations majeures, effectuées au XX^e siècle. Elles contraignent notre vision de l'Univers en prouvant qu'il évolue et qu'il n'a pas toujours eu la même composition. Je vous présente ci-dessous ces trois observations, appelées *piliers de la cosmologie*.

L'expansion de l'Univers

Le premier pilier est la découverte de l'expansion de l'Univers par [Lemaître \(1927\)](#) et [Hubble \(1929\)](#) grâce au décalage vers le rouge des spectres des nébuleuses (aujourd'hui appelée galaxies) voisines, mesuré par [Slipher \(1918\)](#). Ils ont pu calculer les distances des galaxies voisines en observant des étoiles variables particulières, appelée Céphéides, qui ont une relation période-luminosité mesurée par [Leavitt et Pickering \(1912\)](#). En considérant le redshift comme un effet Doppler, ils ont observé une relation entre la vitesse obtenue et la distance pour chaque galaxie, appelée loi de Hubble-Lemaître :

$$v = H_0 d, \tag{1.1}$$

où H_0 est appelée constante de Hubble et quantifie le taux d'expansion de l'Univers à l'époque actuelle.

La composition baryonique de l'Univers

Si l'Univers est en expansion, il a peut-être été plus dense et plus chaud par le passé. De plus, les proportions d'éléments légers du tableau périodique sont quasiment les mêmes quel que soit le milieu sondé (planètes gazeuses du Système Solaire, gaz du milieu interstellaire ou inter-galactique). [Alpher, Bethe, et Gamow \(1948\)](#) publient une première description de la création des éléments légers (aux bonnes proportions) dans un Univers primordial chaud

et dense. C'est ce que l'on appelle maintenant la *nucléosynthèse*. Des modèles cosmologiques tels que Λ CDM sont capables d'expliquer les abondances actuelles d'éléments légers.

Le fond diffus cosmologique

La prédiction du troisième pilier est la suite logique des recherches sur la nucléosynthèse. [Gamow \(1948\)](#), [Alpher et Herman \(1948\)](#) publient sur la température de l'Univers actuel, qu'ils estiment être de $T \sim 5$ K. L'existence de la nucléosynthèse entraîne un rayonnement de corps noir émis en tout point de l'Univers lorsque ce dernier s'est assez refroidit pour que le plasma primordial voit ses électrons se combiner avec ses noyaux créés lors de la nucléosynthèse. Dans ce cas de figure, tous les photons qui étaient jusqu'alors diffusés par les électrons libres voient l'Univers devenir transparent. Cela résulte en l'émission de tous les photons qui, de par les diffusions répétées, étaient à l'équilibre thermodynamique avec la matière. De par l'expansion de l'Univers, ce rayonnement correspondrait à un corps noir considérablement plus froid qu'à son émission.

Ce rayonnement a été observé pour la première fois par [Penzias et Wilson \(1965\)](#) et interprété par [Dicke, Peebles, Roll, et Wilkinson \(1965\)](#), soit plus de 15 ans après le développement théorique de la nucléosynthèse. L'observation de ce rayonnement a contribué à mettre en avant le modèle cosmologique standard actuel, Λ CDM. Je l'appellerai *Fond diffus cosmologique* ou CMB pour *Cosmic Microwave Background*. Le télescope spatial *Planck* (voir Sect. 3.2.2) a observé le CMB pendant quatre ans (2009 - 2013) et les dernières cartes officielles publiées l'ont été en 2018 ([Planck Collaboration et al., 2020e](#)), voir Fig. 1.1. On y remarque que, si la température moyenne du CMB est d'environ $T \sim 2.7$ K, les anisotropies (écarts à la moyenne) ne sont que de l'ordre de $300 \mu\text{K}$. Je décrirai plus en détail le CMB dans la Sect. 2.1.

1.1 Relativité générale

Comme discuté dans l'introduction, la force dominante aux grandes échelles est la gravitation. Une compréhension de cette interaction est donc nécessaire et, jusqu'à un certain point, suffisante pour décrire l'évolution de l'Univers. C'est ce que propose la théorie de la relativité générale, publiée par [Einstein \(1916\)](#). Je vous présente dans cette section le cheminement vers la création de cette théorie (Sect. 1.1.1, 1.1.2, 1.1.3), puis la théorie elle-même (Sect. 1.1.4) et les équations qui la décrivent (Sect. 1.1.5).

1.1.1 Relativité galiléenne

En mécanique newtonienne, l'espace et le temps sont absolus. En d'autres termes, une distance entre deux points et une durée entre deux événements ne dépendent pas du référentiel choisi. Ainsi, une transformation de coordonnées les laisse inchangés, comme on peut l'observer au quotidien : un film dure aussi longtemps que l'on soit dans un canapé ou en voiture.

On définit les distances avec la définition euclidienne de l'élément de longueur :

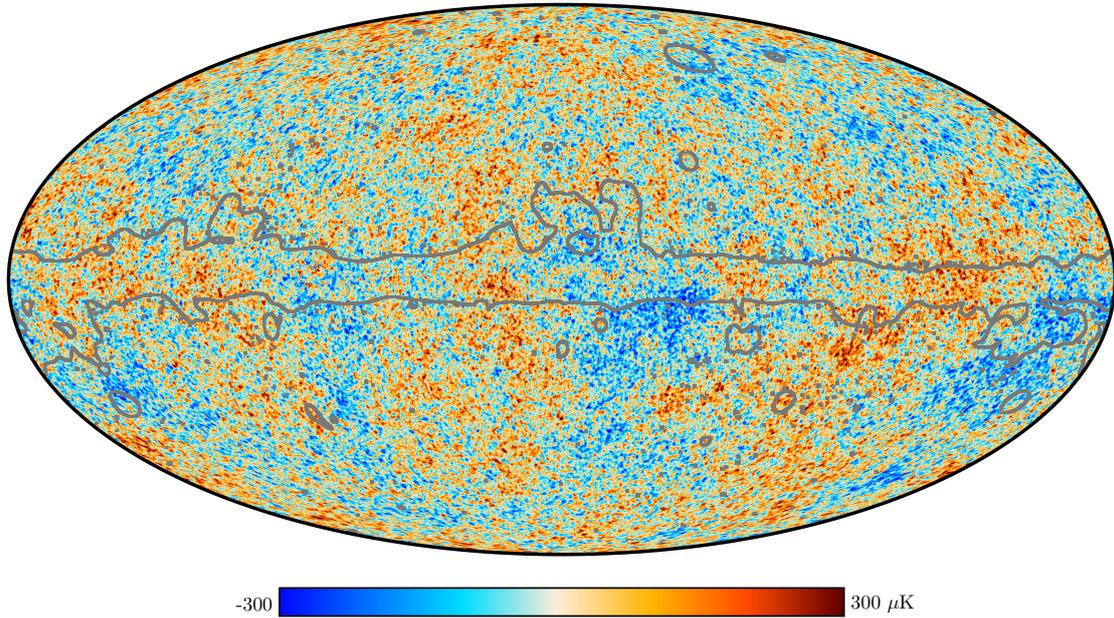


FIGURE 1.1 – Carte des anisotropies de température du CMB de *Planck* 2018 [Planck Collaboration et al. \(2020e\)](#) créée à partir de cartes du ciel à différentes fréquences grâce à la méthode SMICA ([Cardoso et al., 2008](#)). La ligne grise représente la zone où les sources d’avant-plan comme la Voie Lactée noient trop le signal pour que la carte y soit fiable.

$$dl^2 = (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2. \quad (1.2)$$

Les coordonnées peuvent être reformulées, de même que l’élément de distance pour en simplifier l’écriture : (x, y, z) devient (x^1, x^2, x^3) . On utilise des lettres latines pour symboliser les indices 1, 2 et 3, et toute répétition d’indice signifie que l’on somme sur les trois valeurs possibles de l’indice – ce que l’on appelle la notation d’Einstein. On obtient alors :

$$dl^2 = \sum_{i=1}^3 (dx^i)^2 = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \delta_{ij} dx^i dx^j = \delta_{ij} dx^i dx^j, \quad (1.3)$$

où δ_{ij} est le symbole de Kronecker (1 si $i = j$, 0 sinon).

De plus, la seconde loi de Newton décrit qu’une particule libre, c’est-à-dire soumise à aucune force, se déplace en ligne droite dans un référentiel inertiel. Elle se déplace donc en ligne droite quel que soit le référentiel inertiel choisi. Cela signifie qu’une transformation de coordonnées d’un référentiel inertiel à un autre n’affecte pas ce principe. Ces transformations de coordonnées (trois rotations, trois translations et trois changements de référentiels inertiels par déplacement rectiligne uniforme) sont appelées des transformations galiléennes.

Les lois de la mécanique newtonienne sont invariantes par ces transformations, ce qui est un de ses postulats fondamentaux. On appelle cela le principe de la relativité galiléenne.

Cette relativité est violée par l'électromagnétisme, qui stipule que la vitesse de la lumière est une constante qui vérifie $\mu_0\epsilon_0c^2 = 1$. En effet, sans modification de la théorie, la vitesse de la lumière sera $c' = c + v$ dans la direction de déplacement d'un référentiel inertiel allant à une vitesse v par rapport à un hypothétique référentiel absolu, où la vitesse de la lumière serait c .

1.1.2 Relativité restreinte

Einstein publia sa théorie de la relativité restreinte en 1905 ([Einstein, 1905](#)), qui affirme que les lois de la nature ont la même forme quel que soit le référentiel inertiel choisi. Cette théorie lie le temps et l'espace, ce qui fait que chaque point de l'espace-temps ainsi créé est repéré par un quadruplet (t, x, y, z) avec une coordonnée temporelle t et les coordonnées spatiales d'un espace à trois dimensions.

Pour résoudre la contradiction entre l'électromagnétisme et la mécanique newtonienne, Einstein a fixé la vitesse de la lumière comme étant constante dans tout référentiel inertiel et a laissé l'espace et le temps varier. Ainsi, pour que les lois de la physique soient conservées, les transformations entre deux référentiels inertiels ne devraient pas être galiléennes mais des transformations de Lorentz. Ainsi, si le référentiel $\mathcal{R}'(ct', x', y', z')$ se déplace à une vitesse v selon l'axe Ox par rapport à un référentiel $\mathcal{R}(ct, x, y, z)$, les deux jeux de coordonnées sont reliés par :

$$\begin{cases} ct' = \frac{ct - (v/c)x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ x' = \frac{x - (v/c)ct}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ y' = y \\ z' = z \end{cases} \quad (1.4)$$

On remarque que la coordonnée temporelle et la coordonnée spatiale dans la direction de la vitesse n'ont pas la même forme dans les deux référentiels. Dans la limite $v \ll c$, cette transformation de Lorentz est une simple transformation de Galilée, qui ne modifie ni les distances ni les durées. Cela explique pourquoi la physique newtonienne est applicable à notre quotidien, bien qu'inexacte.

Comme dans le cas euclidien, on peut noter des coordonnées (x^0, x^1, x^2, x^3) avec $x^0 = ct$, et on utilise les lettres grecques pour symboliser les indices de 0 à 3. Ainsi, les lettres latines symbolisent l'espace, et les grecques l'espace-temps. La notation d'Einstein sur les lettres grecques est donc une somme pour un indice de 0 à 3.

1.1.3 Espace-temps de Minkowski

La relativité restreinte lie l'espace et le temps pour assurer qu'aucun observateur inertiel n'est privilégié. Cela signifie que les distances et le temps galiléens que nous mesurons depuis notre référentiel n'ont rien d'absolu, puisque nous mesurerions des valeurs différentes si nous étions dans un autre référentiel. C'est pourquoi il convient d'introduire une nouvelle

définition de l'élément de longueur, qui unifie l'espace et le temps et ne dépend pas du référentiel inertiel choisi :

$$ds^2 = -(dx^0)^2 + (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2 \equiv \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (1.5)$$

avec $\eta_{\mu\nu}$ la métrique, choisie comme $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$.

On peut ainsi différencier trois types de trajectoires entre deux points dans cet espace-temps de Minkowski :

- Si $ds^2 < 0$, l'intervalle est de type temps. Deux points reliés par cet intervalle dans l'espace-temps peuvent être joints par une trajectoire physique ;
- Si $ds^2 = 0$, l'intervalle est de type lumière. Cela correspond à la trajectoire de la lumière dans l'espace-temps, c'est-à-dire la trajectoire d'une particule de vitesse c ;
- Si $ds^2 > 0$, l'intervalle est de type espace. Une particule massive ne pourra pas voir sa trajectoire passer par ces deux points de l'espace-temps.

Dans le cas où $ds^2 < 0$, c'est-à-dire dans le cas d'une trajectoire physiquement réalisable pour une particule, on peut définir le temps propre τ associé comme étant le temps mesuré pendant cette trajectoire dans le référentiel où la particule est immobile :

$$ds^2 = -c^2 d\tau^2 \quad (1.6)$$

1.1.4 Espace-temps de la relativité générale

La relativité restreinte réconcilie la mécanique newtonienne et l'électromagnétisme dans les référentiels inertiels, en modifiant légèrement la première. Cependant, un nouveau problème apparaît : la loi de la gravitation de Newton agit instantanément à des distances infinies, ce qui semble violer le concept de causalité. En effet, l'information ne peut maintenant voyager qu'à une vitesse maximale c , qui lie l'espace et le temps.

Pour résoudre ce problème, Einstein publie en 1916 ([Einstein, 1916](#)) une nouvelle théorie, la relativité générale (RG). Dans celle-ci, l'espace-temps n'est plus plat comme celui de Minkowski, mais *courbe*. Cela signifie que les géodésiques, c'est-à-dire les trajectoires des particules libres, ne sont plus droites. Cette courbure est générée par la masse et remplace ainsi la gravitation. Ce n'est plus une force mais une modification de l'espace-temps due à la masse. En RG, la masse inertielle m_i , celle qui décrit la difficulté à mettre en mouvement une particule (dans la deuxième loi de Newton, $m_i \mathbf{a} = \sum \mathbf{f}$) est équivalente à la masse gravitationnelle m_g , qui régit la force de gravitation (par exemple le poids $\mathbf{P} = m_g \mathbf{g}$). Les deux masses ont été mesurées comme égales à un niveau de précision de 10^{-15} par la collaboration MICROSCOPE ([Touboul et al., 2022](#)).

L'élément de longueur voit sa métrique changer en une forme plus générale $g_{\mu\nu}$, valable hors d'un référentiel inertiel :

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu. \quad (1.7)$$

Les géodésiques ne sont plus des lignes droites mais suivent l'équation :

$$\frac{d^2 x^\lambda}{d\tau^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\lambda \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau} = 0, \quad (1.8)$$

où l'on introduit le symbole de Christoffel $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda$:

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \frac{1}{2}g^{\alpha\lambda}(\partial_\mu g_{\alpha\nu} + \partial_\nu g_{\mu\alpha} - \partial_\alpha g_{\mu\nu}). \quad (1.9)$$

avec la notation $\partial_\lambda = \partial/\partial x^\lambda$.

Lorsque l'univers n'est pas plat – c'est-à-dire qu'il est courbé par une masse – $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda \neq 0$ et les géodésiques ne sont plus des droites. C'est pourquoi la gravitation affecte les photons, qui n'ont pourtant pas de masse.

1.1.5 Équations d'Einstein

Les équations d'Einstein décrivent l'évolution de la métrique $g_{\mu\nu}$, et donc la courbure de l'espace-temps, en fonction de la distribution d'énergie et de matière. Elles sont énoncées ainsi :

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G_N}{c^4} T_{\mu\nu}, \quad (1.10)$$

avec le tenseur d'Einstein $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu}$. $R_{\mu\nu}$ est le tenseur de Ricci, une fonction du symbole de Christoffel, et R est le scalaire de courbure. G_N est la constante de Newton et le tenseur énergie-impulsion $T_{\mu\nu}$ décrit le contenu en énergie de l'univers. Λ est une constante cosmologique.

La gravitation n'est maintenant plus qu'une variation de la géométrie de l'espace-temps, dictée par la distribution de masse et d'énergie dans l'univers. Dans la suite du manuscrit, je fixe $c = 1$ et $\hbar = 1$, comme il est coutume de faire en cosmologie.

1.2 L'univers homogène et isotrope en expansion

En observant l'univers, on peut se rendre compte que l'Univers est homogène et isotrope à grande échelle : par exemple, la température de corps noir du Fond diffus cosmologique est homogène sur le ciel entier. À petite échelle, on observe des structures (galaxies, amas de galaxies) mais leur position est relativement homogène et isotrope à grande échelle (> 100 Mpc, avec $1 \text{ Mpc} \sim 3.26 \times 10^6$ années lumières). Nous ne pensons pas être à une position particulière de l'Univers (*principe copernicien*), ainsi, cette observation devrait être identique en tout point de l'Univers. On utilise donc le *principe cosmologique* dans la plupart des modèles cosmologiques, qui stipule que l'Univers est homogène et isotrope mais pas forcément statique. Cela sélectionne donc un système de coordonnées pour lequel les hypersurfaces $t = \text{const}$ sont homogènes. On appelle cette coordonnée temporelle le *temps cosmique*.

De plus, l'expansion de l'Univers a été observée dès le début du XX^e siècle, ce qui conduit les cosmologistes à étudier un univers simplifié, homogène, isotrope et en expansion.

1.2.1 Métrique FLRW

La résolution des équations d'Einstein dans le cas général est très complexe mais plus facile dans le cadre d'un univers homogène et isotrope en expansion. La résolution des

équations d'Einstein dans un tel univers a été réalisée en plusieurs étapes par Friedmann, Lemaître, Robertson et Walker, d'où l'appellation de métrique FLRW. Elle se présente sous la forme suivante en fonction du temps cosmique t et de l'espace en coordonnées sphériques (r, θ, ϕ) :

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) \left(\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\phi^2) \right), \quad (1.11)$$

où $a(t)$ est le facteur d'échelle dont l'évolution décrit la variation de distance entre deux points due à l'expansion de l'Univers. Ce facteur est lié à une observable appelée *redshift* que j'introduis dans la Sect. 1.2.3. K est le terme de courbure générale de l'Univers. Nous sommes en coordonnées sphériques, donc $\theta, \phi \in [0, 2\pi], [-\pi/2, \pi/2]$. Si $K = 0$ l'Univers est plat et la géométrie est *euclidienne* : si l'on trace deux droites parallèles localement, elles le seront même globalement. À l'inverse, si $K < 0$ (*resp.* $K > 0$) l'Univers est ouvert et à géométrie hyperbolique (*resp.* fermé à géométrie sphérique) : les droites « parallèles » divergent (*resp.* convergent). D'autre part, si $a(t)$ est croissant (*resp.* décroissant), alors l'Univers est en expansion (*resp.* contraction).

On définit le paramètre de Hubble-Lemaître :

$$H(t) \equiv \frac{\dot{a}}{a}(t) \quad (1.12)$$

où on introduit la notation $\dot{} \equiv d/dt$ la dérivée par rapport au temps cosmique. Le nom de ce paramètre rend hommage aux deux scientifiques qui ont découvert l'expansion de l'Univers ($H(t = t_0) > 1$).

Les valeurs de $H(t)$ et de $a(t)$ aujourd'hui ($t = t_0$) sont notées respectivement H_0 et a_0 . H_0 est appelée la constante de Hubble, tandis que la coordonnée sont dimensionnées pour que $a_0 = 1$ par convention. Les mesures actuelles sont compatibles avec $K = 0$ et $a(t)$ croissant. Il semblerait donc que nous habitons un Univers plat en expansion.

1.2.2 Équations de Friedmann

Le tenseur énergie-impulsion $T_{\mu\nu}$ contient les contributions en énergie, en moment cinétique et en contrainte des différentes composantes (ou espèces) dans l'Univers. Chaque composante (X) est caractérisée par sa densité d'énergie ρ_X et sa pression P_X et, si on néglige leur viscosité (approximation du fluide parfait), on peut exprimer le total ainsi :

$$T_{\mu\nu} = \sum_X T_{\mu\nu}^{(X)} = \sum_X (\rho_X + P_X) u_\mu u_\nu + P_X g_{\mu\nu}, \quad (1.13)$$

où $u_\mu = \delta_0^\mu$ est la quadrivitesse du fluide au repos. En injectant cette forme simplifiée du tenseur énergie-impulsion dans les équation d'Einstein (Éq. 1.10), on obtient les équations de Friedmann :

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = H^2 = \frac{8\pi G_N}{3} \rho - \frac{K}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (1.14)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G_N}{3}(\rho + 3P) + \frac{\Lambda}{3}, \quad (1.15)$$

où ρ et P sont simplement la densité et la pression totales. On utilise le fait que $\dot{H} = \ddot{a}/a - H^2$ pour combiner les deux équations en dérivant l'Éq. 1.14 pour obtenir le terme de gauche et en remplaçant les termes de droite par l'Éq. 1.15 et l'Éq. 1.14. Cela nous donne une équation de conservation :

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + P) = 0. \quad (1.16)$$

Nous disposons de deux équations indépendantes mais de trois inconnues a , ρ , P . Pour résoudre le système, une troisième équation est nécessaire. On peut décrire les fluides qui composent l'Univers avec leur équation d'état :

$$P = w\rho. \quad (1.17)$$

En l'injectant dans 1.16 on obtient la solution suivante si w est constant comme pour un fluide parfait :

$$\rho \propto a^{-3(1+w)}. \quad (1.18)$$

Ainsi, les espèces composant l'Univers ont chacune une équation d'état : la matière sans pression a $w = 0$ tandis que les espèces relativistes ont $w = 1/3$. Par analogie, on l'utilise même pour la courbure ($w = -1/3$) ou encore la constante cosmologique ($w = -1$). La Fig. 1.2 montre l'évolution de la densité de trois groupes d'espèces dans le modèle Λ CDM de [Planck Collaboration et al. \(2020c\)](#) (voir Sect. 1.3) : la radiation qui inclut les particules relativistes, la matière qui inclut les autres particules, et l'énergie sombre qui pourrait remplacer la constante cosmologique (voir Sect. 1.3.1).

La relation 1.18 décrit l'évolution de la densité d'une espèce en fonction de $a(t)$, mais aussi le comportement du facteur d'échelle en fonction de la composition de l'Univers. Ainsi, les trois ères dessinées sur la Fig. 1.2 ont chacune vu une évolution différente du facteur d'échelle. On définit la densité critique de l'Univers ρ_c :

$$\rho_c \equiv \frac{3H^2}{8\pi G_N}, \quad (1.19)$$

et l'on remarque que c'est la densité totale de l'Univers en considérant la courbure et la constante cosmologique comme des fluides dans l'Éq. 1.14. On peut maintenant définir le paramètre de densité d'une espèce (X) comme $\Omega_X \equiv \rho_X/\rho_c$. De par la normalisation des Ω_X , on a que $\sum_X \Omega_X = 1$ à tout instant. De plus, on peut utiliser les solutions de l'équation de conservation (Éq. 1.18) pour chaque espèce individuellement dans la limite où les interactions inter-espèces sont purement gravitationnelles. On obtient ainsi :

$$\Omega_X = \Omega_{X,0}(1+z)^{3(1+w_X)} \left(\frac{H_0}{H(z)} \right)^2, \quad (1.20)$$

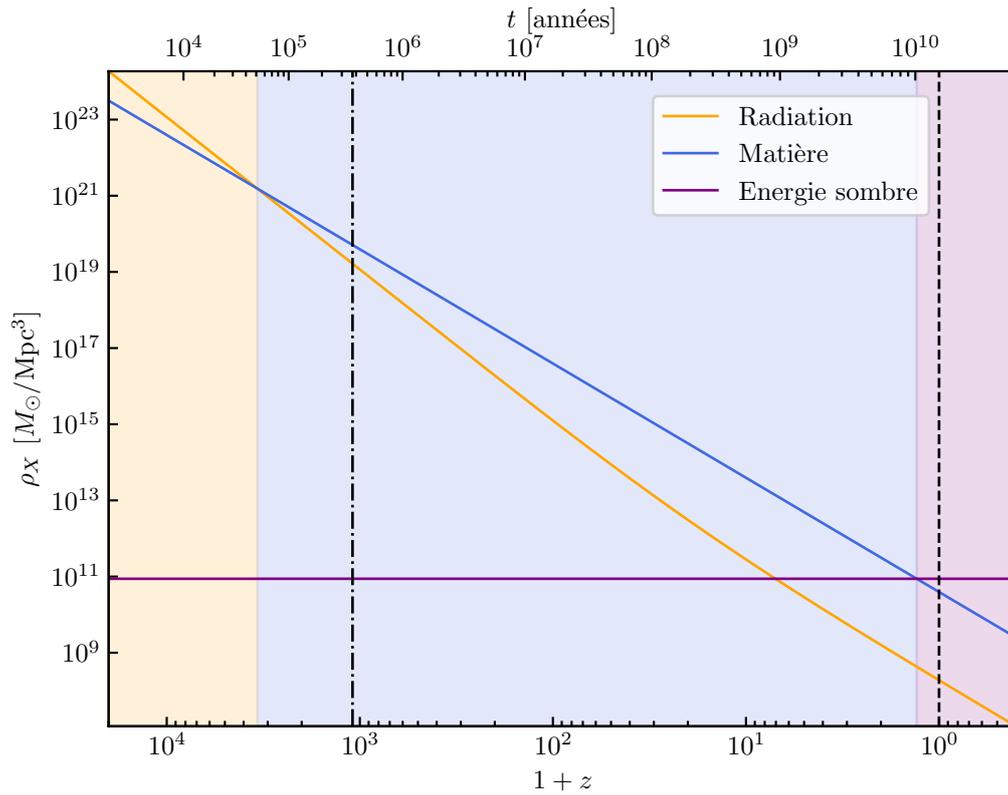


FIGURE 1.2 – Évolution de la densité de trois types d'espèces calculée pour un modèle Λ CDM avec les paramètres cosmologique de [Planck Collaboration *et al.* \(2020c\)](#) en fonction du redshift et de l'âge de l'Univers. Les couleurs représentent les trois ères de domination d'un type d'espèces dans l'Univers : en jaune l'ère de la radiation, en bleu l'ère de la matière et en rose l'ère de l'énergie sombre. La ligne verticale en tirets-pointillés à gauche correspond au découplage des photons (émission du CMB) et la ligne verticale en tirets à droite est aujourd'hui.

où $\Omega_{X,0} = \Omega_X(z=0)$ et w_X est l'équation d'état du fluide X. On en déduit une expression de $H(z)$:

$$\begin{aligned} H^2(z) &= H_0^2 \sum_X \Omega_{X,0} (1+z)^{3(1+w_X)} \\ &\equiv H_0^2 E^2(z), \end{aligned} \tag{1.21}$$

qui nous permet d'obtenir le taux d'expansion de l'Univers en fonction de sa composition. Cela nous permet de calculer des distances dans un Univers en expansion comme nous allons le voir dans la Sect. 1.2.3 ci-après. Dans cette expression, la valeur de $H(z)$ est également définie en fonction de celle de H_0 , dont la valeur exacte est encore sujet au débat (voir Sect. 1.3.3). On peut introduire la constante de Hubble réduite, un paramètre sans dimension choisi par convention tel que :

$$H_0 = h \times 100 \text{ km/s/Mpc}, \tag{1.22}$$

pour exprimer H/h , qui ne dépend donc pas de H_0 mais a la dimension et l'évolution de H .

1.2.3 Distances

Comme l'Univers est en expansion, il existe plusieurs définitions de distance. Prenons l'exemple d'une galaxie observée aujourd'hui : la lumière a été émise à un instant t_e et elle est reçue à l'instant t_0 . Entre ces deux instants, l'Univers s'est étendu, ce qui signifie que la distance entre la Terre et la galaxie à t_e est plus petite que la distance parcourue par les photons, elle-même plus petite que la distance Terre-galaxie à t_0 .

Distance propre et distance comobile

On appelle *distance propre* $\zeta(t)$ (ou distance physique) entre la Terre et un objet la distance radiale mesurée sur l'hypersurface de temps cosmique t fixé. On la mesure radialement, donc on intègre ds^2 pour t , θ et ϕ constants, ce qui ne laisse que les termes en dr de la métrique FLRW (Éq. 1.11) :

$$d\zeta(t) = a(t) \frac{dr}{\sqrt{1 - Kr^2}} \tag{1.23}$$

La *distance comobile* $\chi(t)$ d'un objet avec la Terre est la distance avec sa position dans le référentiel privilégié par l'expansion de l'Univers (référentiel comobile). Cela signifie que, comme les coordonnées suivent l'expansion de l'Univers, un objet qui s'éloigne de la Terre seulement à cause de cette expansion (le flot de Hubble) est à une distance comobile constante de nous. En pratique, on a pris le parti de définir la distance comobile comme étant la distance propre à t_0 . En utilisant l'expression de la métrique FLRW de l'Éq. 1.11, on trouve :

$$d\chi(t) = \frac{a_0}{a(t)} d\zeta(t) = \frac{a_0 dr}{\sqrt{1 - Kr^2}}, \tag{1.24}$$

et on la mesure le long d'une géodésique lumière radiale ($ds^2 = 0$, $d\theta = d\phi = 0$) :

$$d\chi = a_0 \frac{cdt}{a}. \quad (1.25)$$

Ainsi, si un objet est à une distance comobile constante de la Terre, sa distance propre grandit avec la variation du facteur d'échelle $\zeta = a(t)\chi$ (en n'oubliant pas que $a_0 = 1$ et que l'intégration des expressions 1.23 et 1.24 se fait sur r).

On peut en déduire que la vitesse physique est :

$$\dot{\zeta} = H\zeta + a(t)\dot{\chi} = v_{rec} + v_{com}, \quad (1.26)$$

où v_{rec} est la vitesse de récession de l'objet due au flot de Hubble et v_{com} est la vitesse comobile (ou particulière) de l'objet – sa vitesse dans le système de coordonnées comobiles. On remarque que la vitesse de récession n'est pas réellement une vitesse, puisque l'objet ne s'éloigne pas de nous : c'est l'espace qui s'étend.

La loi de Hubble-Lemaître (Éq. 1.1) est un cas particulier de cette relation : on se place à $t = t_0$, la vitesse particulière de la galaxie est négligée et d est la distance physique ζ . Il y a aujourd'hui une tension sur la valeur de H_0 mesurée par différentes sondes, que nous discuterons dans la Sect. 1.3.3.

On peut reformuler la métrique FLRW de l'Éq. 1.11 en une forme plus pratique :

$$ds^2 = a^2(\eta) [-c^2 d\eta^2 + (d\chi^2 + f_K^2(\chi) d\Omega^2)] \quad (1.27)$$

où l'on introduit le temps conforme η ($d\eta = dt/a$), la coordonnée radiale comobile χ (qui correspond à la distance comobile pour un observateur sur Terre) et l'élément d'angle solide $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\phi^2$, et :

$$f_K(\chi) = \begin{cases} K^{-1/2} \sin(\sqrt{K}\chi) & K > 0 \\ \chi & K = 0 \\ (-K)^{-1/2} \sinh(\sqrt{-K}\chi) & K < 0 \end{cases} . \quad (1.28)$$

Cette formulation nous sera utile pour calculer certaines distances.

Redshift

Il est difficile de mesurer les deux types de distance précédents (propre et comobile), puisque nous n'avons pas les moyens de mesurer une distance instantanément.

La façon la plus simple de mesurer une distance utilise le décalage vers le rouge (*redshift*). De part l'expansion de l'Univers, un photon qui voyage perd de l'énergie car sa longueur d'onde grandit en même temps que l'Univers. Ainsi, plus le photon voyage longtemps, plus sa longueur d'onde sera décalée vers le rouge. On peut le voir en partant de l'élément de distance de la trajectoire du photon $ds^2 = 0$ et en calculant l'évolution d'un intervalle de temps infinitésimal δt de l'émission (d'une galaxie par exemple) entre t_e et $t_e + \delta t_e$ à la réception (sur Terre) entre t_0 et $t_0 + \delta t_0$. Lors de cet intervalle infiniment court, a , et donc la distance comobile avec la galaxie, reste constante, d'où :

$$\chi(t_e) = a_0 \int_{t_e}^{t_0} \frac{cdt'}{a(t')} = \chi(t_e + \delta t_e) \Leftrightarrow \frac{\delta t_e}{a(t_e)} = \frac{\delta t_0}{a_0} \quad (1.29)$$

On définit donc le redshift comme suit :

$$z(t_e) = \frac{\lambda_0 - \lambda_e}{\lambda_e} \Leftrightarrow 1 + z(t_e) = \frac{\lambda_0}{\lambda_e} = \frac{\delta t_0}{\delta t_e} = \frac{a_0}{a(t_e)} \quad (1.30)$$

Le redshift que l'on observe n'est pas seulement dû à l'expansion de l'Univers : il est également affecté par le mouvement radial des objets par rapport à nous (effet Doppler) et leur potentiel gravitationnel (la lumière perd de l'énergie en quittant un puits gravitationnel). En considérant que les vitesses radiales propres (qui ne prennent pas en compte l'expansion de l'Univers) des objets par rapport à la Terre sont en moyenne nulles et que le redshift gravitationnel est souvent négligeable, on en déduit que le redshift n'est pas une mesure parfaite de distance mais qu'il est un moyen de définir en moyenne les bonnes distances.

De plus, le redshift est le seul moyen de mesurer la distance des objets les plus lointains et est donc crucial dans les mesures cosmologiques. Par exemple, la distance entre la Terre et les amas de galaxies observés est ainsi mesurée grâce au redshift moyen des galaxies membres de l'amas.

Cette méthode revient à mesurer l'expansion de l'Univers perçue par un photon lors de son trajet. Pour convertir le redshift en distance physique, il faut donc supposer un modèle cosmologique. Une fois que l'on a un modèle de $a(t)$, on peut transformer le redshift en distance radiale comobile :

$$\chi(z) = \int_0^z \frac{cdz'}{H(z')}. \quad (1.31)$$

On peut aussi définir la *distance transversale comobile* D_M qui donne la taille transversale comobile dS_e d'un objet correspondant à l'élément d'angle solide $d\Omega_0$ pour un observateur :

$$dS_e = D_M^2 d\Omega_0^2. \quad (1.32)$$

On retrouve directement le résultat dans l'Éq. 1.27, par identification :

$$D_M(z) = f_K(\chi(z)). \quad (1.33)$$

Distance de diamètre angulaire

La *distance de diamètre angulaire* est souvent utilisée en lentillage gravitationnel puisqu'elle dépend de la taille visible des objets dans le ciel. Elle relie en effet l'angle solide de l'objet observé à sa taille physique, et peut être liée à la distance transversale comobile en utilisant que l'élément de surface physique $dS_p = a(t_e)^2 dS_e$:

$$D_A = \frac{D_M(z)}{1+z}. \quad (1.34)$$

Dans le modèle cosmologique Λ CDM que j'introduis dans la Sect. 1.3, la distance de diamètre angulaire croît pour un redshift allant de 0 à environ $z_t \sim 1.5$ puis décroît. Cela peut paraître contre-intuitif, mais c'est dû à l'expansion de l'Univers. En effet, l'Univers que l'on observe à haut redshift était significativement plus petit à l'instant d'émission de la lumière que ce que l'on voit à l'instant de réception. Cela se traduit par un objet de taille physique connue apparaissant comme plus grand, une sorte d'effet loupe cosmique.

Distance de luminosité

La *distance de luminosité* est utilisée notamment pour les chandelles standards, dont on connaît la luminosité. Elle met en relation la luminosité bolométrique (intégrée sur toutes les fréquences) L_e émise par un objet situé à la distance comobile χ d'un observateur au flux bolométrique ϕ_0 mesuré par celui-ci :

$$\phi_0 = \frac{L_e}{4\pi D_L^2}. \quad (1.35)$$

Plusieurs phénomènes se combinent : la surface d'une sphère centrée sur la source grandit a^2 fois plus vite que dans un Univers statique et les photons voient leur énergie diminuer en a^{-1} à cause de l'expansion, tandis que le temps cosmique varie en a . ϕ_0 varie d'un facteur $a^{-4}(t_e)$ par rapport à un Univers statique, ce qui donne que D_L dépend en a^2 de la distance transversale propre, soit :

$$D_L = (1+z)D_M = (1+z)^2 D_A. \quad (1.36)$$

On remarque que dans l'Univers proche ($z \ll 1$), ces différentes distances sont similaires. C'est parce que, par définition de z , l'expansion de l'Univers se fait surtout ressentir pour les grands redshifts. D'après les observations, l'expansion de l'Univers est négligeable dans l'Univers proche ($d \ll 100$ Mpc), car $H_0 \sim 70$ km/s/Mpc et les vitesses particulières des galaxies sont de l'ordre de $v_{gal} \sim 500$ km/s. La Fig. 1.3 illustre trois types de distance (luminosité, comobile et diamètre angulaire) en fonction du redshift calculés pour le modèle Λ CDM introduit dans la Sect. 1.3 avec les paramètres cosmologiques de [Planck Collaboration et al. \(2020c\)](#) (voir Table 1.1). On y retrouve bien la relation 1.36.

Les volumes physique et comobile élémentaires

Il est important de connaître les volumes élémentaires physique dV et comobile dV_c dans le cadre du comptage d'amas par exemple. Il s'agit du volume d'Univers compris entre les redshifts z et $z + dz$ et dans un angle solide élémentaire $d\Omega$, exprimé en coordonnées physiques ou comobiles. En utilisant la métrique FLRW et la définition de la distance angulaire :

$$dV(z) = D_A^2(z) d\Omega d\zeta(z), \quad (1.37)$$

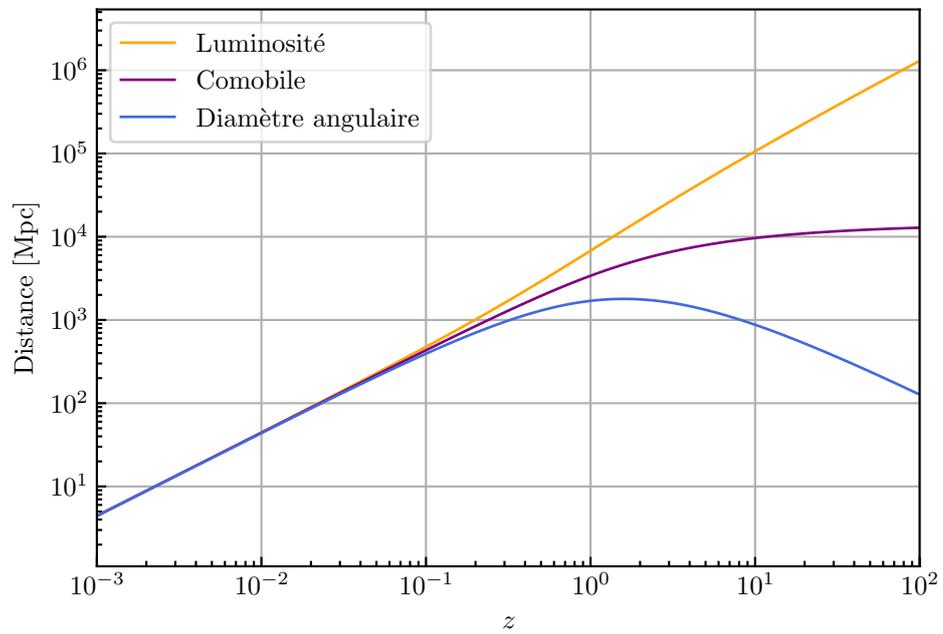


FIGURE 1.3 – Différents types de distances calculés pour un modèle Λ CDM avec les paramètres cosmologique de [Planck Collaboration *et al.* \(2020c\)](#) en fonction du redshift.

et en utilisant la relation $\zeta = a\chi$ ainsi que l'Éq. 1.31 :

$$dV(z) = \frac{D_A^2(z) c}{(1+z) H(z)} d\Omega dz. \quad (1.38)$$

On en déduit également l'expression du volume comobile élémentaire :

$$dV_c(z) = \frac{a_0^3}{a^3} dV = \frac{D_A^2(z) c (1+z)^2}{H(z)} d\Omega dz. \quad (1.39)$$

Âge de l'Univers

On peut calculer l'âge de l'Univers à un redshift donné si l'on connaît sa composition $E(z)$ car par définition $dt = da/aH$:

$$dt = \frac{1}{H_0} \frac{da}{aE(a)}, \quad (1.40)$$

d'où l'on déduit que l'âge de l'Univers à un redshift z est :

$$t(z) = \frac{1}{H_0} \int_z^\infty \frac{dz'}{(1+z')E(z')}. \quad (1.41)$$

À l'inverse, on peut également calculer le « temps de regard en arrière », c'est-à-dire la différence entre l'âge de l'Univers aujourd'hui ($z = 0$) et son âge à un redshift donné ($z = z_e$) :

$$t_{\text{arr}}(z_e) = \frac{1}{H_0} \int_0^{z_e} \frac{dz'}{(1+z')E(z')}. \quad (1.42)$$

1.3 Le modèle Λ CDM

Λ CDM (pour Λ Cold Dark Matter, ou matière noire froide en français) est le modèle cosmologique standard actuel. C'est un modèle basé sur l'observation de l'évolution de l'Univers ainsi que de sa composition, qui repose sur 6 paramètres cosmologiques seulement. Il décrit l'Univers depuis le *Big Bang*, où l'Univers était extrêmement chaud et dense, jusqu'à aujourd'hui où il est en expansion accélérée.

Les outils et notations que j'ai introduits dans la Sect. 1.2 nous seront utiles dans la caractérisation de ce modèle. Dans la Sect. 1.3.1, je présente les deux espèces de nature encore inconnues dans le modèle, puis je définis un jeu de six paramètres cosmologiques indépendants dans la Sect. 1.3.2. Je parle ensuite des tensions dues aux observations dans la Sect. 1.3.3. Enfin, je décris dans la Sect. 1.3.4 l'histoire de l'Univers lors de son refroidissement progressif, de ses premiers instants à aujourd'hui.

1.3.1 Le secteur sombre

Le modèle Λ CDM introduit des composantes dont la nature nous est inconnue : la matière noire et l'énergie sombre. Ces deux espèces sont nécessaires pour expliquer certains phénomènes que nous observons et sont incluses dans le nom du modèle. Λ représente l'énergie sombre, car c'est le symbole de la constante cosmologique dans les équations d'Einstein. CDM signifie que la matière noire n'était pas relativiste (vitesse proche de celle de la lumière) lors de l'émission du Fond diffus cosmologique.

Matière noire

La matière noire est une espèce de matière sans pression d'équation d'état $w_c = 0$, comme la matière dite baryonique (qui inclut les baryons du modèle standard de la physique des particules mais aussi les électrons, $w_b = 0$). Ensemble, ces deux espèces sont la totalité de matière dans l'Univers, de densité $\Omega_m = \Omega_c + \Omega_b$. La matière noire, qui est invisible, permet à la théorie de la gravitation d'Einstein d'expliquer pourquoi les galaxies et les amas de galaxies se comportent comme s'ils étaient plus lourds que la matière que l'on observe. Zwicky (1937) remarque que la masse qu'il mesure à partir de la vitesse des galaxies de l'amas de Coma est beaucoup plus importante que la masse observée. Il en déduit l'existence d'une matière invisible, la matière noire. De même, Rubin (1980) observe que le profil de vitesse des étoiles des galaxies correspond à des masses plusieurs fois plus élevées que la masse lumineuse. Cet ajout de matière invisible, qui peut être considéré comme artificiel, est nécessaire pour conserver une théorie de la gravitation simple.

Énergie sombre

L'Univers est en expansion accélérée ($\ddot{a} > 0$), comme mesuré indépendamment par la High-redshift Supernova Search Team (HSST) (Riess *et al.*, 1998) et le Supernova Cosmology Project (SCP) (Perlmutter *et al.*, 1999). Ces deux équipes ont étudié la relation distance de luminosité - redshift de supernovae thermonucléaires (SNe Ia) dont la luminosité est connue et ont observé une accélération récente de l'expansion de l'Univers. Cela semble contre-intuitif du fait que la seule « force » qui agit à grande échelle est la gravité, une force attractive qui aurait tendance à ralentir cette expansion. Il existe donc quelque chose d'autre qui pousse cette expansion.

La constante cosmologique, qu'Einstein avait incluse dans ses équations pour permettre l'existence d'un Univers statique est donc utile même dans notre Univers en expansion. L'Éq. 1.15 nous le montre, il faut que la constante cosmologique domine la composition de l'Univers pour que celui-ci soit en expansion accélérée. Aujourd'hui, on préfère utiliser le concept d'énergie sombre, qui serait une espèce de plus dans l'Univers, de nature encore inconnue. C'est une approche plus large que celle d'une constante cosmologique, car on peut par exemple rechercher des sur-densités d'énergie sombre ou laisser son équation d'état varier dans le temps (par exemple, $w = w_0 + w_a(1 - a)$).

1.3.2 Six paramètres cosmologiques

Comme déjà énoncé, le modèle Λ CDM a une force majeure : il ne dépend que de six paramètres libres indépendants. Des variantes de ce modèle introduisent plus de paramètres libres, mais le modèle Λ CDM dit « minimal » utilisé dans le cadre des analyses CMB (Planck Collaboration *et al.*, 2020c) laisse varier les six paramètres suivants :

- $\Omega_b h^2$: la densité de matière baryonique dans l’Univers aujourd’hui multipliée par la constante de Hubble réduite au carré ;
- $\Omega_c h^2$: la densité de matière noire dans l’Univers aujourd’hui multipliée par la constante de Hubble réduite au carré ;
- θ_{MC} : la taille angulaire observée de l’horizon sonore à la recombinaison, qui donne des informations sur la géométrie de l’Univers $\theta_{\text{MC}} = r_s / D_A(z_*)$ où r_s est la distance que les photons ont eu le temps de parcourir avant la recombinaison et $D_A(z_*)$ est la distance angulaire à la recombinaison ;
- τ_{rei} : la profondeur optique de réionisation, un indicateur de la probabilité de diffusion d’un photon depuis l’époque de réionisation de l’Univers ;
- A_s : l’amplitude du spectre de puissance primordial, c’est-à-dire la normalisation globale du spectre de puissance primordial des perturbations de densité ;
- n_s : l’indice spectral des fluctuations primordiales scalaires de densité, qui caractérise la forme du spectre de puissance primordial des perturbations de densité.

Je parlerai de A_s et n_s dans le contexte du spectre du CMB dans la Sect. 2.1.1 et ils sont présents dans l’expression du spectre de puissance des fluctuations primordiales de densité dans l’Éq. 2.44. De ces six paramètres indépendants, auxquels *Planck* est le plus sensible (six premiers de la Table 1.1), on peut déduire d’autres expressions des paramètres cosmologiques.

1.3.3 Les tensions du modèles

Il y a à l’heure actuelle une tension sur la mesure de H_0 et sur celle de $S_8 \equiv \sigma_8 \sqrt{\Omega_m / 0.3}$ – un paramètre qui décrit les inhomogénéités de densité à grande échelle, voir Sect. 2.2.2 pour une explication plus poussée sur σ_8 – selon les traceurs utilisés pour les mesurer. On sépare ces traceurs en plusieurs catégories. On différencie les mesures lointaines « indirectes », qui ont besoin d’un modèle d’évolution de l’Univers, et les mesures « directes », qui sont basées sur des traceurs assez locaux pour s’en passer.

Dans le cas de H_0 , il y a deux mesures phares qui illustrent cette tension à 5σ : celle, indirecte, de la collaboration *Planck* basée sur le CMB seul (Planck Collaboration *et al.*, 2020c) $H_0 = 67.27 \pm 0.60$ km/s/Mpc, et celle, directe, de la collaboration SH0ES basée sur les SNIa calibrées avec des Céphéides (Riess *et al.*, 2022) $H_0 = 73.04 \pm 1.04$ km/s/Mpc. Les autres mesures indirectes sont en général en accord avec *Planck*, tandis que les autres mesures directes tendent vers les mêmes valeurs de H_0 que SH0ES (Fig. 1.4).

La même chose peut être remarquée pour la mesure de S_8 . La mesure de *Planck* sur le CMB seul est $S_8 = 0.834 \pm 0.016$ (Univers jeune), tandis que celles sur l’Univers récent sont plutôt $S_8 \lesssim 0.79$ avec des barres d’erreur légèrement plus grandes (Fig. 1.5). Cela représente des tensions de l’ordre de $2 - 3 \sigma$.

Ces tensions peuvent s’expliquer par une mauvaise compréhension des erreurs systé-

TABLE 1.1 – Les paramètres cosmologiques mesurés dans un intervalle de 68% de précision par *Planck* TT,TE,EE+lowE+lensing+BAO(Planck Collaboration *et al.*, 2020c). Les six premières lignes sont les paramètres du modèle minimal ajusté lors de l’analyse, tandis que les suivants sont déduits des premiers.

Densité de baryons	$\Omega_b h^2$	$0.022\,42 \pm 0.000\,14$
Densité de matière noire froide	$\Omega_c h^2$	$0.119\,33 \pm 0.000\,91$
Taille de l’horizon sonore à la recombinaison	$100\theta_{\text{MC}}$	$1.041\,01 \pm 0.000\,29$
Profondeur optique de réionisation	τ_{rei}	$0.056\,1 \pm 0.007\,1$
Amplitude du spectre de puissance primordial	$\ln(10^{10} A_s)$	3.047 ± 0.014
Indice du spectre de puissance primordial	n_s	$0.966\,5 \pm 0.003\,8$
Densité de matière	$\Omega_m h^2$	$0.142\,40 \pm 0.000\,87$
Constante de Hubble	H_0 [km s ⁻¹ Mpc ⁻¹]	67.66 ± 0.42
Âge de l’Univers	Age [Gyr]	13.787 ± 0.020
Amplitude des fluctuations à grande échelle	σ_8	$0.810\,2 \pm 0.006\,0$
Redshift à la recombinaison	z_*	$1\,089.80 \pm 0.21$
Redshift à la réionisation	z_{rei}	7.82 ± 0.71

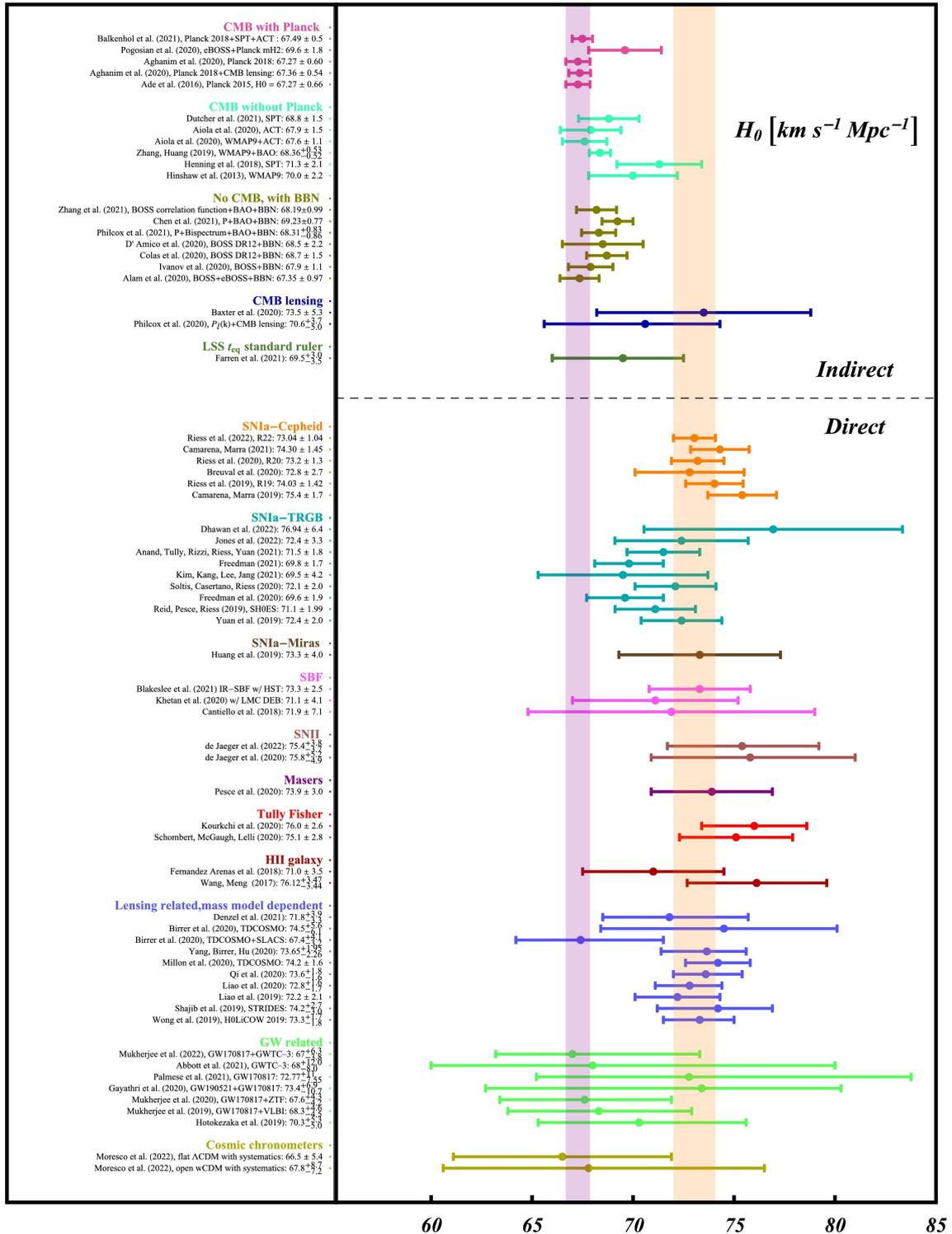


FIGURE 1.4 – Contraintes sur H_0 avec un niveau de confiance de 68% pour différentes méthodes. Figure tirée de Abdalla *et al.* (2022).

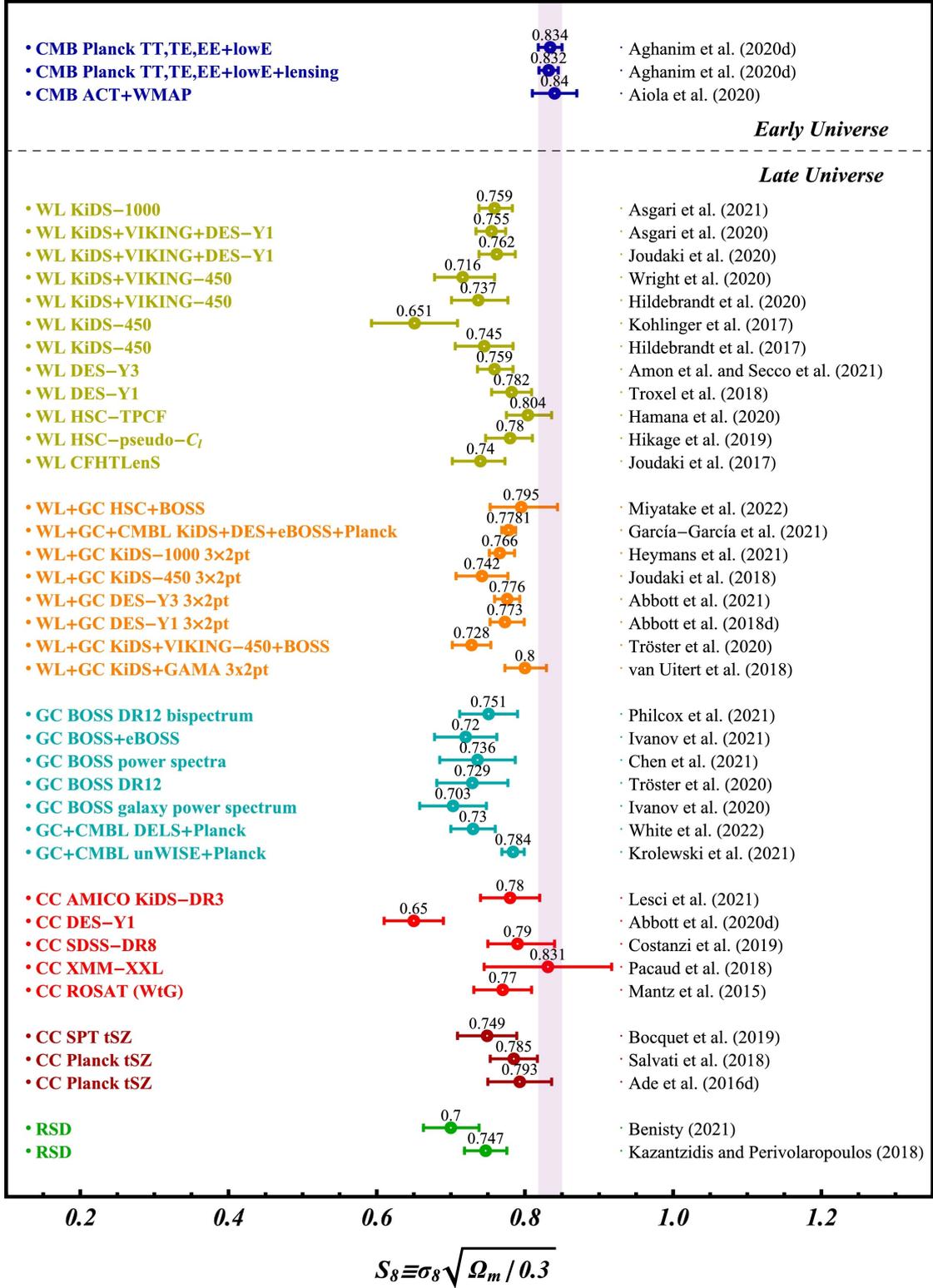


FIGURE 1.5 – Contraintes sur S_8 avec un niveau de confiance de 68% pour différentes méthodes. Figure tirée de [Abdalla et al. \(2022\)](#).

matiques ou par l'existence de lois de la physique qui nous sont pour l'instant inconnues. De nombreux modèles tentent de les résoudre, par exemple en introduisant de l'énergie sombre précoce qui influencerait l'Univers avant la recombinaison (voir [Poulin et al. \(2023\)](#) pour une revue détaillée).

1.3.4 L'histoire thermique de l'Univers

L'Univers n'est pas statique et sa densité ainsi que sa température ont varié tout au long de son histoire. Je vous présente ici une version simplifiée de la théorie actuelle de l'évolution de l'Univers.

L'inflation

Les premiers instants de l'Univers sont encore source de débat, mais une théorie appelée *inflation* a été introduite pour expliquer des observations contre-intuitives, des « problèmes » à résoudre.

- **Le problème de la platitude.** L'Univers nous apparaît aujourd'hui comme plat. C'est-à-dire que l'on mesure $\Omega_{\text{tot}} \equiv \Omega_{\text{m}} + \Omega_{\Lambda} + \Omega_{\text{r}} \sim 1$, soit $\Omega_K = 1 - \Omega_{\text{tot}} \sim 0$. C'est une hypothèse du modèle Λ CDM minimal, mais elle n'est pas si évidente. En effet, en utilisant les Éq. 1.20 et 1.21, on obtient une expression de Ω_K :

$$\Omega_K = \Omega_{K,0} [\Omega_{\text{m},0}(1+z) + \Omega_{\text{r},0}(1+z)^2 + \Omega_{K,0} + \Omega_{\Lambda,0}(1+z)^{-2}]^{-1}, \quad (1.43)$$

de laquelle on déduit que, pour $z \gg 1$, $\Omega_K \propto z^{-2}$. Pour correspondre aux observations actuelles ($|\Omega_{K,0}| \lesssim 10^{-3}$), sa valeur lorsque l'Univers était de l'ordre de l'échelle de Planck, à $z_{\text{Pl}} \sim 10^{31}$ était $|\Omega_K| \lesssim 10^{-62}$, ce qui est considéré comme un réglage fin des conditions initiales et n'est pas satisfaisant.

- **Le problème de l'horizon.** L'Univers que nous observons est homogène et isotrope aux grandes échelles. Par exemple, le CMB que nous observons a la même température quelle que soit la direction dans laquelle nous la mesurons, à 10^{-5} près. Or, ce sont des zones qui n'ont jamais été en contact causal. C'est-à-dire qu'à l'époque où le CMB a été émis, aucune information n'avait eu le temps de se propager sur une distance plus grande que ce qui est aujourd'hui vu sous un diamètre angulaire d'un degré. Comment alors expliquer cette homogénéité sur le ciel entier ?

Ces deux problèmes peuvent être résolus avec une expansion exponentielle de l'Univers primordial. Dans le premier cas, on voit avec l'Éq. 1.43 qu'on peut résoudre le problème en ajoutant une espèce qui dominerait l'Univers pendant l'inflation avec une équation d'état $w < -1/3$. Cela rendrait Ω_K croissant avec z et de permettre l'Univers de commencer avec une valeur plus naturelle de densité de courbure. Ajouter cette espèce aurait également pour conséquence que, à cette époque, $\ddot{a} = d(aH)/dt > 0$ (Éq. 1.15) : l'Univers serait en expansion accélérée, comme aujourd'hui. On peut définir le rayon de Hubble comobile d_{Hub}/a , qui définit l'échelle spatiale des processus causaux :

$$\frac{d_{\text{Hub}}(t)}{a(t)} = \frac{1}{a(t)H(t)}, \quad (1.44)$$

qui décroît avec le temps pendant l'inflation. Des échelles spatiales (en coordonnées comobiles) qui étaient liées causalement avant l'inflation deviendraient donc non causales après, ce qui peut résoudre le problème de l'homogénéité. Cela revient à dire que a a grandi tellement vite que des particules qui ont pu interagir à une époque se sont éloignées l'une de l'autre à une vitesse de récession supérieure à la vitesse de la lumière et sont donc sorties du rayon de Hubble de l'autre particule. On dit que ces échelles *super-Hubble* sont gelées car elles ne sont plus liées causalement et ne sauraient évoluer.

De plus, l'inflation peut être une explication à l'existence des perturbations cosmologiques observées dans le CMB ou dans la toile cosmique (répartition de la matière dans l'Univers récent), qui seraient d'origine quantique et auraient été étirées à des échelles cosmologiques pendant cette période.

Les premiers instants de l'Univers

Les quatre interactions fondamentales (gravitation, interactions faible, forte et électromagnétiques) sont supposées avoir été combinées au temps de Planck ($t \sim 10^{-43}$ s ou $E \sim 10^{19}$ GeV). Elles se sont ensuite séparées les unes des autres : la gravitation au temps de Planck, l'interaction forte vers $t \sim 10^{-35}$ s ($E \sim 10^{15}$ GeV) et les deux dernières vers $t \sim 10^{-12}$ s ($E \sim 100$ GeV). L'inflation aurait eu lieu vers $t \sim 10^{-43}$ s ou $t \sim 10^{-35}$ s pendant un temps très court ($< 10^{-33}$ s). L'Univers aurait alors grandi d'au moins un facteur 10^{26} .

La nucléosynthèse primordiale

Lors du refroidissement progressif de l'Univers, les quarks se sont assemblés en protons et neutrons ($t \sim 10^{-6}$ s ou $E \sim 100$ MeV). Les protons se sont ensuite liés pour former des noyaux de deutérium vers $t \sim 100$ s ($E \sim 0.1$ MeV). Des noyaux plus lourds sont ensuite formés : ^3He , ^4He , ^7Li . L'abondance de ces éléments peut être calculée et les observations actuelles sont proches de la théorie quel que soit le milieu sondé. C'est pourquoi cette phase est l'un des piliers de la cosmologie.

La recombinaison

Jusqu'à $t \sim 380\,000$ ans, l'Univers est opaque aux photons. Ces derniers sont diffusés (Compton inverse) par les électrons libres, ce qui les empêche de voyager librement. Or, à cette époque, l'Univers a considérablement refroidi ($E \sim 0.3$ eV). Les électrons et les noyaux se combinent et forment alors des atomes et il n'y a plus d'électrons libres pour diffuser les photons. Ces derniers ne sont ainsi plus couplés à la matière et nous recevons toujours aujourd'hui les photons émis à cette période. C'est ce que l'on appelle le *Fond diffus cosmologique*, un phénomène prédit par les théories du *Big Bang* et l'un des piliers de la cosmologie. Le terme de « re »-combinaison n'est qu'une relique historique, car c'est la première fois que les noyaux et les électrons se combinent. On parle aussi de *découplage*,

car c'est la période où le rayonnement a cessé d'être couplé à la matière par la diffusion des photons sur les électrons libres.

La création des structures

La gravitation accentue les perturbations initiales (voir Sect. 2.2.1 sur l'évolution des structures) et les premières étoiles se créent par effondrement gravitationnel de nuages de gaz ($t \sim 10^9$ ans). Ces étoiles émettent des photons à haute énergie qui viennent réioniser le milieu interstellaire qui était neutre depuis la recombinaison. On appelle cette époque la *réionisation*. Ces étoiles se regroupent en galaxies qui se regroupent elles-mêmes en amas de galaxies. La matière dans l'Univers n'est plus homogène à petite échelle, formant ce que l'on appelle la *toile cosmique* (Fig. 1.6). Cette dernière est constituée de murs, de filaments et de nœuds (effondrement de matière selon un, deux et trois axes respectivement) qui sont répartis de manière similaire quelle que soit la direction observée, ce qui montre que le principe cosmologique est toujours applicable aux grandes échelles. Cette toile est majoritairement formée de matière noire mais nous pouvons en obtenir un aperçu en observant la position des galaxies dont la distribution suit plus ou moins celle de la matière noire. L'Univers est récemment ($z \sim 0.3$) entré dans une ère de domination de l'énergie sombre, pendant laquelle il est en expansion accélérée.

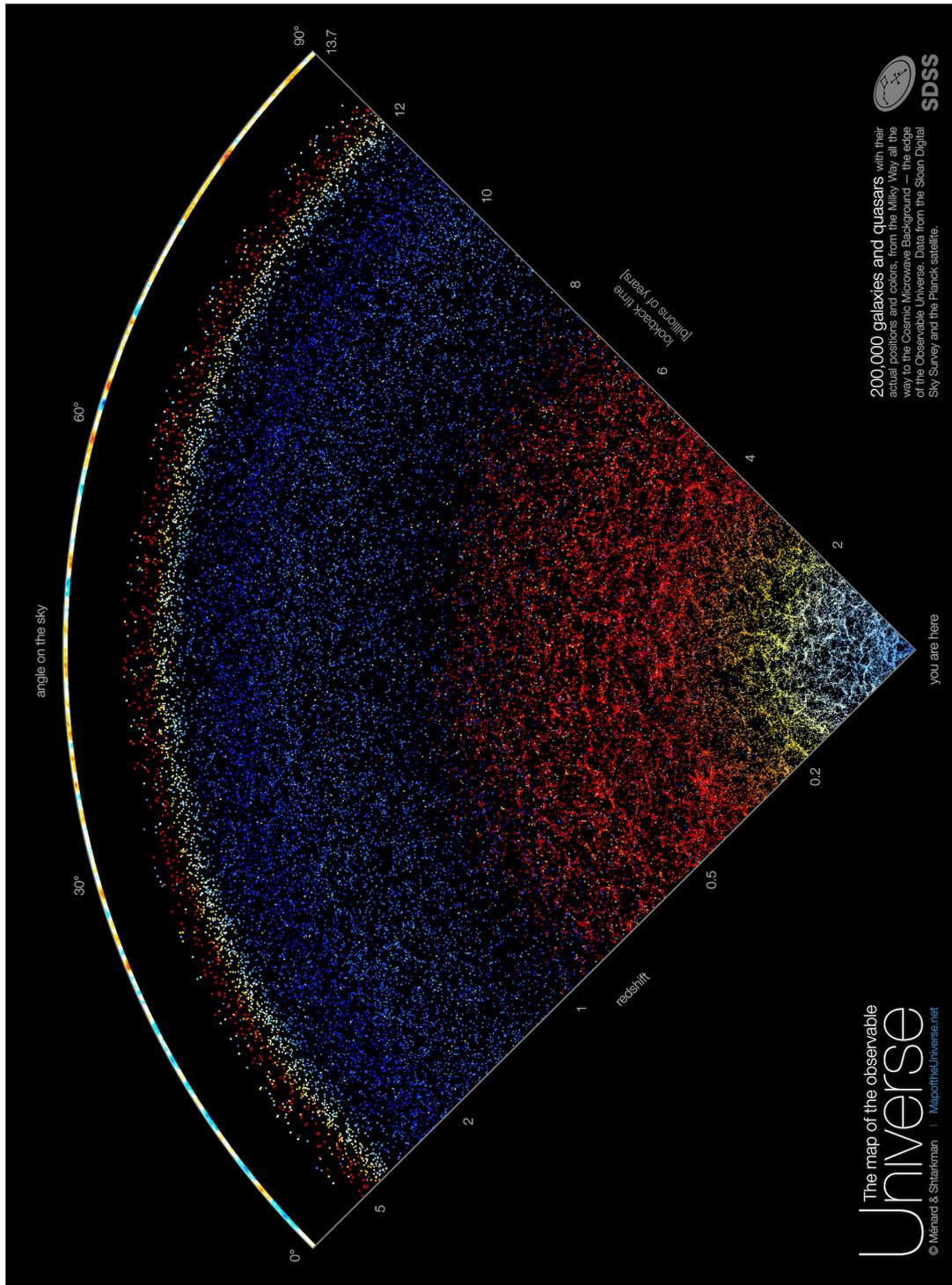


FIGURE 1.6 – Position de 200 000 galaxies et quasars observées par le *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS) depuis la Terre en fonction du redshift ou du temps de regard en arrière jusqu’au CMB observé par *Planck*. Cette carte provient du site <https://mapoftheuniverse.net>.

Chapitre 2

Traceurs cosmologiques

Les quantités observables qui permettent de contraindre les valeurs des paramètres cosmologiques sont appelées traceurs cosmologiques. Dans mon analyse, j'étudie le CMB comme source de lumière d'arrière-plan aux amas de galaxies, qui se comportent comme des lentilles en déformant son image. Je dois donc à la fois connaître les caractéristiques du CMB (Sect. 2.1) et des amas de galaxies (Sect. 2.2), deux traceurs cosmologiques, de même que le formalisme de l'effet de lentille gravitationnelle (Sect. 2.3).

2.1 Fond diffus cosmologique

Le Fond diffus cosmologique, ou CMB, est un rayonnement radio ($\nu \sim 100$ GHz) que nous recevons de façon homogène et isotrope sur tout le ciel. Il s'agit des photons du plasma primordial qui ont vu l'Univers devenir transparent à la recombinaison ($z \sim 1100$ ou $t \sim 380\,000$ ans) et ont donc été émis à la même époque en chaque point de l'Univers. Du fait de l'expansion de ce dernier, ce rayonnement de corps noir a vu sa température passer de 3000 K lors de la recombinaison à $T_{\text{CMB}} = 2.7$ K aujourd'hui. S'il a d'abord été une preuve que l'Univers est homogène et isotrope aux grandes échelles, il est toujours beaucoup étudié pour ses écarts à un rayonnement isotrope.

Dans cette section, je vais décrire le Fond diffus cosmologique par ce qui le différencie d'un fond réellement homogène et isotrope. Je vais donc commencer par définir le spectre de puissance du CMB (Sect. 2.1.1), puis commenter sur ses anisotropies de température (Sect. 2.1.2) et de polarisation (Sect. 2.1.3).

2.1.1 Le spectre de puissance du CMB

L'origine des écarts à un fond homogène et isotrope est stochastique et date probablement d'avant l'inflation, qui a ensuite étendu ces fluctuations quantiques à des échelles cosmologiques. Ainsi, l'étude du CMB relève de l'observation d'un champ gaussien sur le ciel entier. Pour en étudier la statistique, nous nous penchons sur la fonction de corrélation C_{TT} des fluctuations de température $T(\vartheta)$ (T droit, là où la température est T) :

$$C_{\text{TT}}(\theta) = \langle T(\vartheta_1)T(\vartheta_2) \rangle_{\vartheta_1 \cdot \vartheta_2 = \cos \theta}, \quad (2.1)$$

où $\langle \rangle$ est la moyenne d'ensemble – une moyenne sur une infinité de réalisations du ciel – et $T(\vartheta) = \Delta T(\vartheta)/T_{\text{CMB}}$ avec $\Delta T(\vartheta) = T(\vartheta) - T_{\text{CMB}}$. J'utilise également les cartes de polarisation du CMB en modes E et B (voir Sect. 2.1.3) et je calcule donc de la même

façon d'autres fonctions de corrélation. On parle des auto-corrélations TT, EE, BB et des corrélations croisées TE, TB, EB, qui sont définies de la même façon :

$$C_{XX'}(\theta) = \langle X(\boldsymbol{\vartheta}_1)X'(\boldsymbol{\vartheta}_2) \rangle_{\boldsymbol{\vartheta}_1 \cdot \boldsymbol{\vartheta}_2 = \cos \theta}, \quad (2.2)$$

où X et X' sont les composantes T, E ou B. Comme le CMB est isotrope (principe cosmologique), cette fonction ne dépend que de l'angle θ entre deux positions sur le ciel $\boldsymbol{\vartheta}_1$ et $\boldsymbol{\vartheta}_2$. On peut donc développer cette fonction pour tous les couples (X, X') sur une base de polynômes de Legendre :

$$C_{XX'}(\theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{2\ell+1}{4\pi} C_{\ell} P_{\ell}(\cos \theta), \quad (2.3)$$

où P_{ℓ} est le polynôme de Legendre d'ordre ℓ et $\boldsymbol{\vartheta}_1 \cdot \boldsymbol{\vartheta}_2 = \cos \theta$. Chaque multipôle ℓ correspond à une échelle angulaire sur la sphère, avec l'approximation suivante valable pour les grands ℓ : $\ell \sim 200/\theta$, où θ la taille angulaire des structures sondées à cette échelle en degrés. C_{ℓ} est le spectre de puissance angulaire $C_{XX'}(\ell)$, qui décrit la variance des fluctuations des champs de température ou de polarisation à chaque échelle ℓ . En partant des fonctions d'auto-corrélation, on remarque qu'une décomposition privilégiée des fluctuations de champ est celle en harmoniques sphériques :

$$X = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} a_{\ell m} Y_{\ell}^m, \quad (2.4)$$

avec Y_{ℓ}^m les harmoniques sphériques (Fig. 2.1) et $a_{\ell m}$ les coefficients associés. Cela donne, pour les $a_{\ell m}$:

$$a_{\ell m} = \int X(\boldsymbol{\vartheta}) Y_{\ell}^{m*}(\boldsymbol{\vartheta}) d\boldsymbol{\vartheta}, \quad (2.5)$$

où les Y_{ℓ}^m à la position $\boldsymbol{\vartheta} = (\theta, \varphi)$ (en coordonnées sphériques) dépendent des polynômes de Legendre *via* une constante de normalisation A et une phase :

$$Y_{\ell}^m(\theta, \varphi) = A P_{\ell}(\cos \theta) e^{+im\varphi}. \quad (2.6)$$

Ces coefficients sont des champs stochastiques indépendants de moyenne nulle, d'où l'on déduit que :

$$\langle a_{\ell m} \rangle = 0 \quad (2.7)$$

$$\langle a_{\ell m} a_{\ell' m'}^* \rangle = \delta_{\ell \ell'}^K \delta_{mm'}^K C_{\ell}, \quad (2.8)$$

où δ_{ab}^K est le symbole de Kronecker et $*$ représente le conjugué. Cette décomposition est valable pour les champs complexes mais ceux que nous observons (T, E, B) ont des valeurs réelles. Cela nous donne une relation supplémentaire, la condition de réalité du ciel :

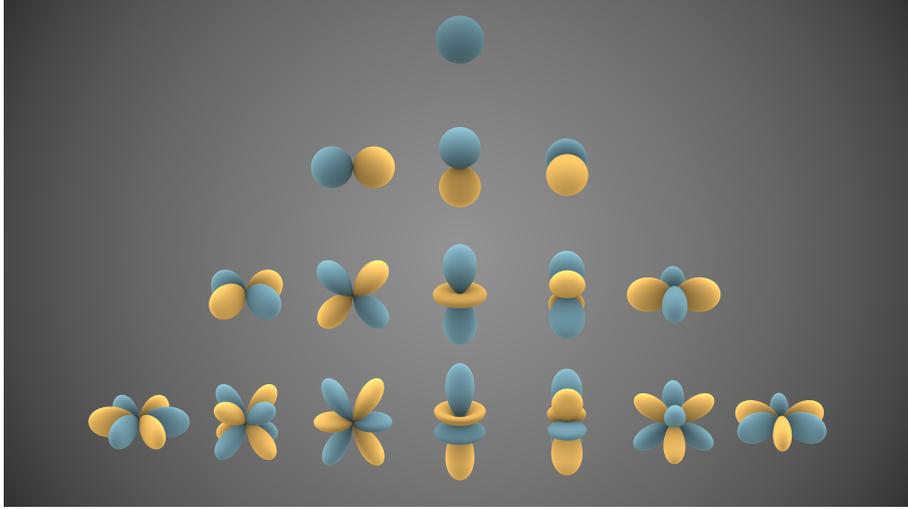


FIGURE 2.1 – Représentation des premières harmoniques sphériques réelles (combinaisons linéaires des Y_ℓ^m complexes) : une ligne par $\ell \in \llbracket 0, 3 \rrbracket$ et une colonne par $m \in \llbracket -\ell, \ell \rrbracket$. Les lobes bleus et jaunes représentent respectivement les zones angulaires où la fonction est positive et négative, tandis que l'écart entre leur surface et le centre de l'objet donne la valeur absolue de l'harmonique dans une direction angulaire. L'auteur de l'image est Inigo Quilez (<https://iquilezles.org>).

$$a_{\ell m} = a_{\ell -m}^*. \quad (2.9)$$

Nous ne pouvons étudier qu'une seule réalisation du CMB et ne sommes donc pas en mesure de mesurer le vrai spectre de puissance angulaire C_ℓ , qui nécessite une moyenne d'ensemble. Nous sommes seulement capables d'en obtenir une estimation C_ℓ^{est} sur notre ciel :

$$C_\ell^{\text{est}} = \frac{1}{2\ell + 1} \sum_m |a_{\ell m}|^2 \neq C_\ell = \frac{1}{2\ell + 1} \sum_m \langle |a_{\ell m}|^2 \rangle. \quad (2.10)$$

Cet estimateur est cohérent, c'est-à-dire que $\langle C_\ell^{\text{est}} \rangle = C_\ell$ et c'est un estimateur de variance minimale. Cette variance dépend du nombre de directions indépendantes pour un multipôle ℓ donné (c'est-à-dire $(2\ell + 1)/2$ dans le cas réel car $a_{\ell m}$ et $a_{\ell -m}$ ne sont pas indépendants, voir Fig. 2.1 et Éq. 2.9) et est donc plus élevée pour les petits ℓ , donc les grandes échelles. Cela équivaut à dire qu'il y a plus de zones indépendantes sur le ciel qui fournissent les informations à petite échelle qu'à grande échelle : par exemple, il n'y a qu'une seule température moyenne observée ($\ell = 0$), mais des milliers de zones de rayon $\theta = 1$ deg. Cela affecte donc la précision statistique de la mesure pour les petits ℓ , comme on peut l'observer sur le spectre de température du CMB de [Planck Collaboration et al. \(2020c\)](#) (Fig. 2.2). C'est ce qu'on appelle la variance cosmique :

$$V_{\text{cosm}} = \langle (C_\ell^{\text{est}} - C_\ell)^2 \rangle = \frac{2}{2\ell + 1} C_\ell^2. \quad (2.11)$$

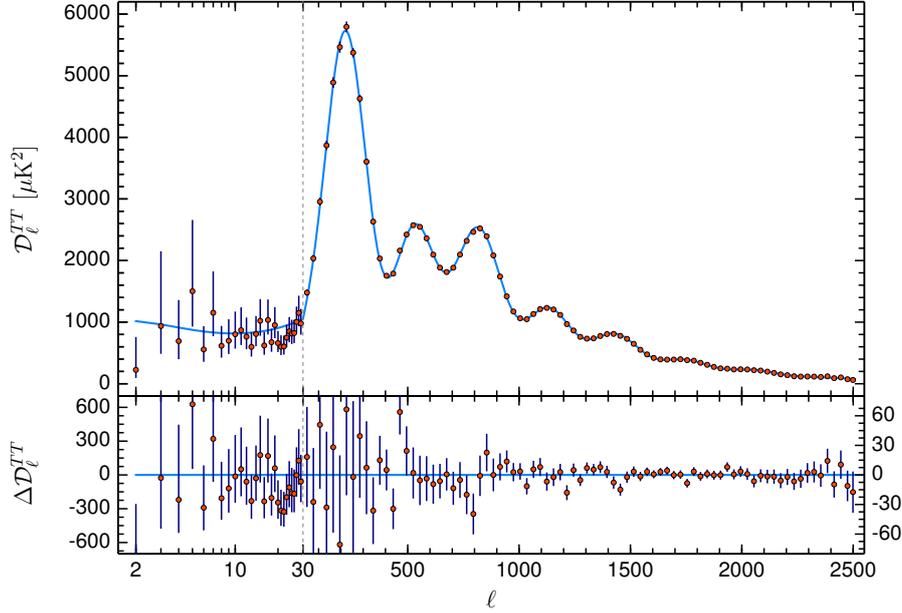


FIGURE 2.2 – Spectre de température du CMB mesuré par *Planck*. L’axe des abscisses est en échelle logarithmique pour $\ell < 30$, puis linéaire. *Haut* : les points de mesure du spectre sont tracés en rouge avec leur barre d’erreur en noir, tandis que le spectre prédit par le modèle Λ CDM ajustés aux observations est tracé en bleu (Planck Collaboration *et al.*, 2020c). *Bas* : les résidus entre les données et le modèle.

Les barres d’erreur sur la Fig. 2.2 prennent en compte la variance cosmique et cette dernière domine l’incertitude aux grandes échelles sur le spectre de température du CMB de *Planck*.

On observe trois zones dans le spectre des fluctuations de température du CMB (Fig. 2.2), (Hu *et al.*, 1997; Hu et Dodelson, 2002) :

- À $\ell \lesssim 30$, il y a le plateau de Sachs-Wolfe où le spectre est quasiment plat. Ces modes sont toujours super-Hubble et donc gelés au moment du découplage. Le niveau de ce plateau dépend directement du spectre des fluctuations du potentiel gravitationnel, donc du spectre des fluctuations primordiales.
- Un aspect particulièrement intéressant du spectre est qu’il a des pics dans la distribution à ℓ intermédiaires, qui correspondent aux *oscillations acoustiques baryoniques* au moment de la recombinaison.
- À $\ell \gtrsim 1000$, le spectre est amorti. On appelle cet effet l’amortissement de Silk (Silk, 1968). Le fluide photons-baryons n’est pas parfait, les photons voyagent une certaine distance avant d’être diffusés par les électrons libres. Cet effet est d’autant plus marqué pendant le découplage baryons-photons qui augmente progressivement le libre parcours moyen des photons. Le découplage n’étant pas instantané, les photons interagissent toujours avec les baryons tout en ayant un libre parcours moyen plus grand, ce qui lisse les fluctuations de densité à petite échelle.

L'origine physique des deux premières zones est expliquée dans la Sect. 2.1.2.

Le spectre de puissance angulaire du CMB est étroitement lié aux paramètres cosmologiques, comme montré dans la Fig. 2.3. C'est pourquoi l'estimation du premier aide à contraindre ces derniers, même s'il existe des dégénérescences entre certains paramètres. Deux paramètres cosmologiques décrivent directement le spectre des fluctuations primordiales de densité (voir Sect. 2.2.1) et donc du CMB : l'amplitude du spectre de puissance primordial A_s et l'indice spectral des perturbations primordiales scalaires de densité n_s . Comme vu brièvement dans la Sect. 1.3.2 :

- A_s est un paramètre qui représente l'amplitude des fluctuations de densité primordiales : il détermine essentiellement la normalisation globale du spectre de puissance des fluctuations de densité. Ainsi, une valeur plus élevée de A_s correspond à des fluctuations de densité plus marquées et donc à une plus forte amplitude des fluctuations de températures dans le CMB.
- n_s décrit la dépendance d'échelle des densités de fluctuations primordiales, c'est-à-dire comment l'amplitude des fluctuations de densité varie en fonction des échelles (ou multipôle ℓ). $n_s = 1$ représente un spectre invariant d'échelle, où l'amplitude du spectre de puissance du potentiel gravitationnel des fluctuations est la même à chaque échelle (Rich, 2009), tandis que $n_s < 1$ (*resp.* $n_s > 1$) signifie plus de puissance aux grandes (*resp.* petites) échelles. Cela impactera donc la forme du spectre du CMB.

2.1.2 Anisotropies de température

Le CMB est un rayonnement quasiment homogène et isotrope, mais il existe des écarts à la température moyenne, appelées anisotropies. La plus grande distorsion observée du CMB ($\Delta T \sim 10^{-3} \times T_{\text{CMB}}$) est due à notre déplacement par rapport au référentiel de la surface de dernière diffusion. En effet, l'effet Doppler dû à notre vitesse induit que nous observons un dipôle ($\ell = 1$) dans le champ de température du CMB, aligné avec notre direction de déplacement : le CMB apparaît plus chaud du côté vers lequel nous nous déplaçons et inversement. Les autres anisotropies (Fig. 1.1) sont bien plus faibles ($\Delta T \sim 10^{-5} \times T_{\text{CMB}}$) mais permettent entre autre de contraindre les paramètres cosmologiques. Dans la suite, je ne considérerai plus le dipôle dû au déplacement de la Terre comme une anisotropie du CMB.

Il existe deux types d'anisotropies. Le premier type est dit « primaire » : les anisotropies primaires sont celles d'origine, qui datent de la période de découplage photons-baryons, quand l'Univers est devenu transparent et que le CMB a été émis. Le second type, « secondaire », voit son origine dans les interactions qu'ont eues les photons lors de leur trajet entre la surface de dernière diffusion (là où le découplage a eu lieu) et la Terre.

Anisotropies primaires

Les anisotropies *primaires* doivent leur existence à trois processus majeurs :

- Dans les zones de sur-densité de l'Univers, la recombinaison est arrivée plus tard parce que le plasma y était plus chaud. Ainsi, les photons provenant de ces zones ont subi moins de redshift et sont plus énergétiques (et inversement pour les zones

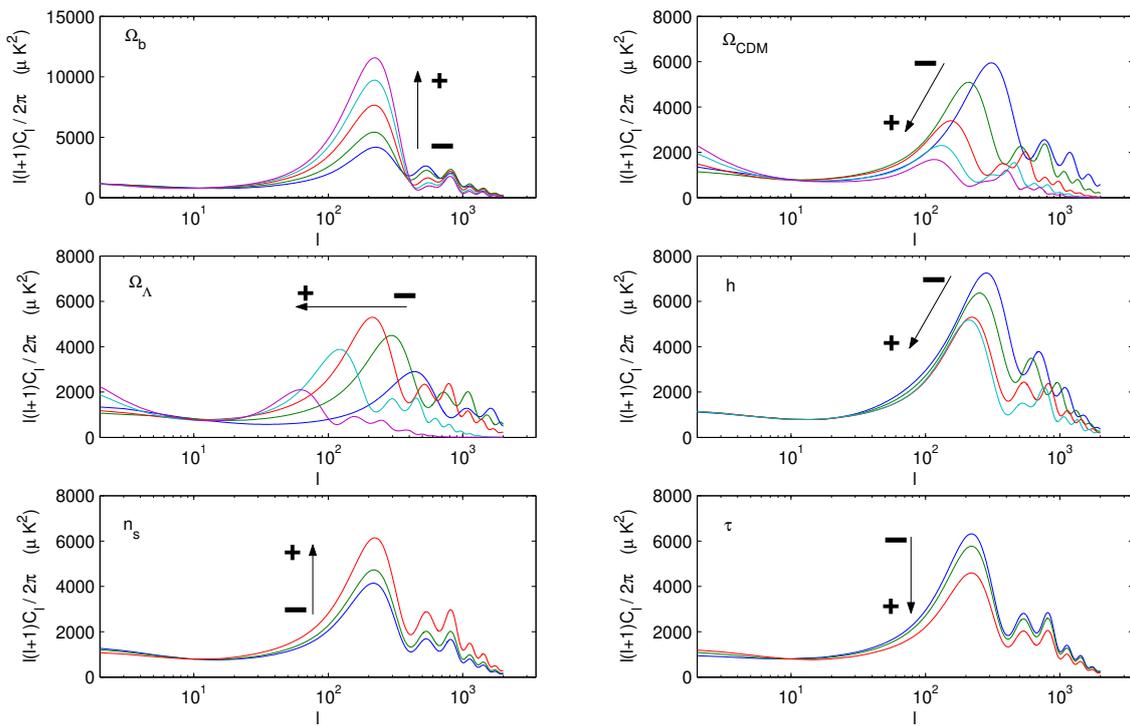


FIGURE 2.3 – Variation du spectre de puissance angulaire en température C_l en fonction de différents paramètres cosmologiques. On observe notamment le déplacement du premier pic acoustique, mis en valeur par les flèches. Les spectres ont été calculés avec le code CMBFAST (Seljak et Zaldarriaga, 1999). Figure tirée de Martínez-González (2008).

de sous-densité). Le corps noir du CMB est plus chaud (inversement plus froid) dans ces directions.

- Les photons des zones de surdensité doivent échapper à un potentiel gravitationnel plus conséquent et perdent ainsi plus d'énergie que les autres. Cet effet compense le premier *aux grandes échelles*, ce qui fait que certaines zones du CMB paraissent légèrement plus froides que les autres (par effet Doppler gravitationnel) alors qu'il y avait à cet endroit une légère surdensité de grande étendue.
- Le plasma primordial était en mouvement radial par rapport à la Terre, ce qui signifie que nous observons un effet Doppler qui varie d'une partie à l'autre du ciel, donc des anisotropies supplémentaires.

Aux grandes échelles, les deux premiers processus sont appelés « effet Sachs-Wolfe » (Sachs et Wolfe, 1967). Aux petites échelles, les anisotropies primaires observées sont dominées par la distribution de densité du plasma primordial. Ces sur et sous-densités sont supposées être les graines des grandes structures que nous pouvons observer aujourd'hui. En effet, si le plasma primordial avait été trop homogène, l'effondrement gravitationnel n'aurait pas pu créer la toile cosmique que nous observons (Fig. 1.6).

On peut remarquer sur les spectres de puissance angulaire du CMB – notamment sur le spectre de température (Fig. 2.2) – la présence de pics. Cela est dû au couplage matière-rayonnement, car les sur-densités (d'origine quantique antérieure à l'inflation) ont eu tendance à accrêter plus de matière par gravitation ce qui a augmenté la pression de radiation en cet endroit. L'opposition de ces deux forces a induit des oscillations de pression dans le plasma, comme dans le cas d'une masse soumise à la gravité et posée sur un ressort. De la même façon que des variations de pression produisent des ondes sonores dans l'air, des ondes de densité (ondes acoustiques) sont ainsi apparues dans le plasma primordial. Ces ondes, qui ont existé à partir de l'inflation et jusqu'à la fin du couplage radiation-matière, se sont propagées et ont interféré avec les autres ondes en impactant la densité baryonique du plasma. Cela résulte aujourd'hui en un excès de probabilité d'observer deux zones de surdensité à chaque multiple de la distance parcourue par une onde durant cet intervalle de temps – c'est-à-dire, pour chaque onde individuelle, la distance entre le centre inchangé de la sur-densité d'origine et le front de l'onde de densité. On appelle cette distance l'*horizon sonore* et on peut l'observer dans le spectre de puissance angulaire du CMB mais aussi dans la position des galaxies, qui ont plus de chance de se former dans des sur-densités. Ces excès de probabilité sont appelés pics acoustiques, ou pics BAO (pour *Baryonic Acoustic Oscillations*). Ce phénomène est statistique car chaque variation de densité dans le plasma primordial y a contribué, ce qui fait qu'une multitude d'ondes a été émise simultanément et que l'on n'observe pas les ondes individuelles.

Anisotropies secondaires

Les anisotropies *secondaires* ont des origines variées, dont les suivantes :

- Les photons subissent les variations du potentiel gravitationnel sur leur trajet entre le CMB et la Terre. On appelle cela l'effet Sachs-Wolfe intégré.

- Du fait de la réionisation, il y a à nouveau des électrons libres sur lesquels les photons peuvent diffuser.
- L'effet Sunyaev-Zel'dovich (voir Sect. 2.1.4).
- Les structures ont un effet de lentille gravitationnelle (voir Sect. 2.3) sur les photons du CMB.

Ce dernier point est ce que je souhaite utiliser pour mesurer la masse des amas. Hélas, les anisotropies dues au lentillage gravitationnel des amas sont très faibles par rapport à l'effet Sunyaev-Zel'dovich, ce qui fait que ce dernier est un contaminant majeur de mon analyse.

2.1.3 Polarisation du CMB

Les anisotropies mentionnées précédemment ne sont pas seulement sous la forme de température. En effet, la lumière du CMB est polarisée et cette polarisation présente elle aussi des écarts à un rayonnement isotrope. On peut utiliser les paramètres de Stokes pour décrire la polarisation de la lumière du CMB :

$$\mathbf{S} \equiv \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

où I est l'intensité totale, directement reliée au champ de température T ; Q et U sont les composantes de polarisation linéaire ; V est la composante de polarisation circulaire. Ces quatre paramètres peuvent être exprimés en coordonnées cartésiennes en fonction du champ électrique du rayonnement (E_x, E_y) :

$$I = |E_x|^2 + |E_y|^2 \quad (2.13)$$

$$Q = |E_x|^2 - |E_y|^2 \quad (2.14)$$

$$U = 2 \operatorname{Re}(E_x E_y^*) \quad (2.15)$$

$$V = -2 \operatorname{Im}(E_x E_y^*). \quad (2.16)$$

Il n'y a pas de phénomène physique connu qui polarise circulairement la lumière du CMB, V sera donc ignoré dans la suite. De plus, la mesure de U est équivalente à celle de Q dans une base tournée de 45° . On remarque ainsi que les paramètres de Stokes dépendent de l'orientation du système de coordonnées choisi, ils ne sont donc utilisés qu'en tant qu'intermédiaires à la construction de cartes invariantes. On peut définir deux champs de spins 2 et (-2) qui portent toute l'information sur la polarisation linéaire à partir de U et Q :

$$\pm_2 P \equiv Q \pm iU. \quad (2.17)$$

On sépare en général la polarisation en deux types E et B, par analogie avec l'électromagnétisme : la valeur de la polarisation en modes E et B en un point va être décidée par

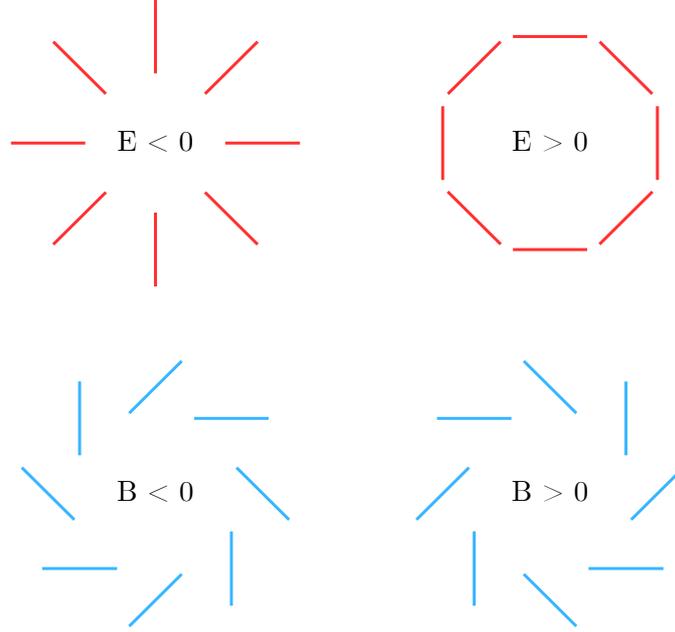


FIGURE 2.4 – Exemples de motifs de polarisation du CMB en modes E ou B. On remarque que les modes E sont symétriques selon un axe qui passe par le centre du motif, tandis que les modes B sont antisymétriques.

l'orientation de la polarisation observée au voisinage de ce point comme montré Fig. 2.4. Lorsque l'on étudie une portion suffisamment petite de la sphère, on peut faire l'approximation que l'on étudie une surface plane. On utilise alors l'expansion des ondes planes qui lie les modes de Fourier \mathbf{k} aux harmoniques sphériques de moment (ℓ, m) :

$$e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} = 4\pi \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} i^{\ell} j_{\ell}(kx) Y_{\ell}^m(\hat{\mathbf{k}}) Y_{\ell}^{m*}(\hat{\mathbf{x}}), \quad (2.18)$$

où les ondes planes ont pour vecteur d'onde \mathbf{k} ($|\mathbf{k}| = k$), pour vecteur de position \mathbf{x} ($|\mathbf{x}| = x$). j_{ℓ} est la fonction de Bessel sphérique d'ordre ℓ et $\hat{\cdot}$ signifie le vecteur unité. Dans cette approximation, on peut exprimer les champs de polarisation E et B ainsi :

$$\pm_2 P(\boldsymbol{\vartheta}) = - \int [\mathbf{E}(\mathbf{k}) \pm i\mathbf{B}(\mathbf{k})] e^{\pm 2i\varphi_{\mathbf{k}}} e^{i\mathbf{k}\cdot\boldsymbol{\vartheta}} \frac{d^2\mathbf{k}}{(2\pi)^2}, \quad (2.19)$$

où :

$$\varphi_{\mathbf{k}} = \cos^{-1}(\hat{\mathbf{n}}_Q \cdot \hat{\mathbf{k}}). \quad (2.20)$$

Ici, $\hat{\mathbf{n}}_Q$ est le vecteur unitaire définissant l'orientation de E_x dans la définition du paramètre de Stokes Q .

Ces deux modes de polarisation ont pour origine primaire la diffusion Thomson des photons sur les électrons avant la recombinaison (voir Fig. 2.5). En effet, une lumière non

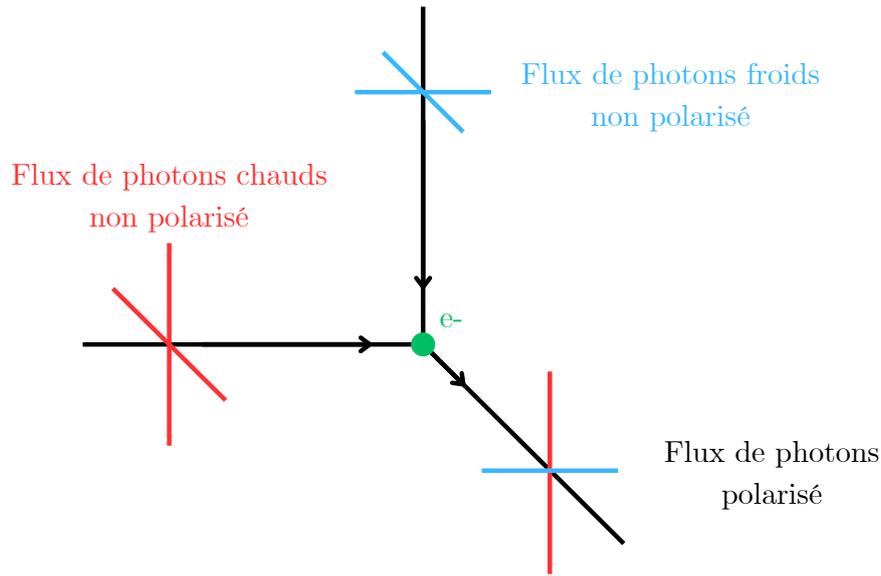


FIGURE 2.5 – Diffusion Thomson d’un flux de photons non polarisé mais qui forme une anisotropie quadrupolaire. Les traits de couleur représentent l’amplitude moyenne du champ électrique dans une direction, avec une couleur par valeur. Des photons froids arrivent du haut, des photons chaud de la gauche et cela résulte en un flux polarisé émis dans la direction d’observation.

polarisée aura sa composante électrique perpendiculaire à sa direction de déplacement mais sans position angulaire prédominante autour de l’axe de déplacement. En diffusant sur un électron, un photon change de direction et cela « sélectionne » les angles de polarisation qui restent perpendiculaires à sa nouvelle direction de déplacement. Si des photons arrivent de toutes les directions avec un flux isotrope et diffusent sur l’électron dans notre direction, le rayonnement que nous recevront sera toujours non polarisé. À l’inverse, s’il existe des anisotropies quadrupolaires, le flux de photons diffusés dans notre direction sera polarisé, comme dessiné Fig. 2.5. Ces anisotropies existaient à la recombinaison, ce qui a donné naissance aux modes E et B primordiaux.

Différents phénomènes conduisent à l’apparition d’anisotropies quadrupolaires dans le plasma primordial :

- Les fluctuations de densité créent des ondes de compression et des anisotropies quadrupolaires scalaires. Ces anisotropies donnent naissance à des modes E de polarisation.
- Pendant la phase d’oscillation acoustique, les mouvements dans le plasma créent des turbulences et les vitesses maximales sont atteintes quand les fluctuations de densité changent de signe. Ainsi, l’effet Doppler crée des anisotropies quadrupolaires vectorielles en opposition de phase par rapport aux anisotropies scalaires dues aux fluctuations de densité.
- Des ondes gravitationnelles se propageant dans un plasma créent des anisotropies quadrupolaires tensorielles, à l’origine des modes B. Des ondes gravitationnelles dans

le plasma primordial seraient le résultat de l'inflation, et l'observation de modes B de polarisation dans le CMB primaire serait une preuve de l'existence de cette phase d'expansion exponentielle.

Comme pour les anisotropies de température, il existe également des phénomènes qui génèrent des anisotropies secondaires :

- Les photons diffusent sur les électrons rendus libres par la réionisation, ce qui les polarise une nouvelle fois en modes E et crée un pic à grande échelle dans le spectre de puissance de polarisation E du CMB observé.
- L'effet de lentille gravitationnelle des structures mélange les modes E et B (voir Sect. 2.3.3), ce qui entraîne une apparition de modes B dans la polarisation du CMB même en l'absence d'ondes gravitationnelles dans le plasma primordial.
- Il existe également un effet SZ polarisé (voir Sect. 2.1.4), plusieurs ordres de grandeur plus faible que le SZ thermique.

2.1.4 Les effets Sunyaev-Zel'dovich

Les effets Sunyaev-Zel'dovich (SZ) (Sunyaev et Zel'dovich, 1969, 1970, 1972, 1980) gênent mon estimation de la corrélation entre les modes du CMB due à l'effet de lentille gravitationnelle. Je dois donc comprendre leur impact et le corriger dans mon analyse. Ce sont des déformations locales du spectre du CMB, dans la direction d'un amas de galaxies (voir Sect. 2.2). En effet, les photons du CMB interagissent avec les électrons libres du milieu intra-amas par diffusion Compton inverse et gagnent ainsi de l'énergie pour trois raisons :

- Les électrons sont dans un milieu à très haute température ($T \sim 10^6$ K) et ont donc une agitation thermique élevée, ce qui leur permet de fournir de l'énergie aux photons plus froids du CMB. On appelle cela l'effet SZ thermique (tSZ).
- De plus, l'amas est en mouvement par rapport au référentiel de la surface de dernière diffusion, ce qui induit un autre transfert d'énergie appelé SZ cinétique (kSZ). Le spectre de l'effet kSZ a la même forme que celui du CMB, ce qui le rend difficile à séparer de ce dernier. Dans mon analyse, je laisse le kSZ et étudie son impact sur le résultat final (voir Sect. 4.5.1).
- J'ai négligé l'effet SZ polarisé (pSZ) qui découle majoritairement de deux origines : le quadrupole du CMB ($\ell = 2$) reçu par l'amas et le déplacement particulier transverse de l'amas qui, combiné avec la polarisation du CMB, peut créer un quadrupole et ainsi polariser linéairement les électrons.

Les deux premiers effets sont dessinés sur la Fig. 2.6 et comparés à la forme du spectre du CMB. L'effet tSZ est sensible à la pression électronique intégrée sur la ligne de visée et peut donc être utilisé pour cartographier l'Univers chaud. On a en effet que l'anisotropie créée par l'effet tSZ en la position ϑ dépend du *paramètre de Compton* y :

$$y(\vartheta) = \frac{\sigma_T}{m_e c^2} \int_{l_{dv}} P_e(\vartheta, l) dl, \quad (2.21)$$

où σ_T est la section efficace de diffusion de Thomson et $m_e c^2$ l'énergie de masse au repos de l'électron. L'intégrale est effectuée sur la ligne de visée et on a la pression électronique :

$$P_e = k_B T_e n_e, \quad (2.22)$$

où k_B est la constante de Boltzmann, T_e la température électronique et n_e la densité électronique. L'anisotropie $\Delta T_{\text{tSZ}}/T_{\text{CMB}}$ due au tSZ prend la forme suivante :

$$\frac{\Delta T_{\text{tSZ}}}{T_{\text{CMB}}}(\nu, \boldsymbol{\vartheta}) = j_\nu(\nu) y(\boldsymbol{\vartheta}), \quad (2.23)$$

où j_ν décrit la dépendance en fréquence ν de l'effet tSZ et a, au premier ordre, la forme :

$$j_\nu \approx \frac{x(e^x + 1)}{e^x - 1} - 4. \quad (2.24)$$

Ici, x est la fréquence réduite sans unité :

$$x \equiv \frac{h\nu}{k_B T_{\text{CMB}}}. \quad (2.25)$$

Cet effet tSZ non relativiste correspond à un décalage du spectre du CMB vers les hautes fréquences dans la direction de l'amas, dû au gain en énergie des photons qui ont traversé l'amas. Le nouveau spectre croise l'ancien aux environs de $\nu_{\text{lim}} \sim 218$ GHz, ce qui donne une forme reconnaissable à l'effet tSZ : une perte d'intensité pour $\nu < \nu_{\text{lim}}$, aucun effet à ν_{lim} et un gain autrement.

Dans un régime relativiste :

$$\Theta_e \equiv k_B T_e / (m_e c^2) \sim 1, \quad (2.26)$$

on inclut donc des termes d'ordres Θ_e supérieurs dans le calcul de j_ν . L'effet tSZ relativiste dépend de la température T_e des électrons du milieu intra-amas et modifie la forme du spectre de l'effet tSZ, ce qu'il faut que je prenne en compte dans mon analyse (Itoh *et al.*, 1998; Challinor et Lasenby, 1998).

L'effet kSZ, lui, dépend de la profondeur optique τ_e le long de la ligne de visée :

$$\tau_e(\boldsymbol{\vartheta}) = \int_{ldv} n_e(\boldsymbol{\vartheta}, l) \sigma_T dl \quad (2.27)$$

et prend la forme :

$$\frac{\Delta T_{\text{kSZ}}}{T_{\text{CMB}}}(\boldsymbol{\vartheta}) = -\tau_e(\boldsymbol{\vartheta}) \frac{v_{\text{com}}}{c}, \quad (2.28)$$

avec v_{com} la vitesse comobile ou particulière (Éq. 1.26) d'éloignement de l'amas le long de la ligne de visée ($v_{\text{com}} > 0$ si l'amas s'éloigne). La signature spectrale de l'effet kSZ est trop similaire à celle du CMB pour pouvoir en être séparée facilement. Il existe également une correction relativiste de l'effet kSZ (Mroczkowski *et al.*, 2019) mais je ne l'ai pas implémentée dans mon analyse.

J'ai tracé sur la Fig. 2.6 la distorsion en intensité spécifique de ces deux effets SZ et la correction relativiste du tSZ pour comparaison. Les valeurs choisies ($y = 10^{-4}$, $\tau_e = 10^{-2}$ et $T_e = 10$ keV) décrivent un amas relativement massif, $M_{500} \sim 10^{15} M_\odot$ (voir Sect. 2.2

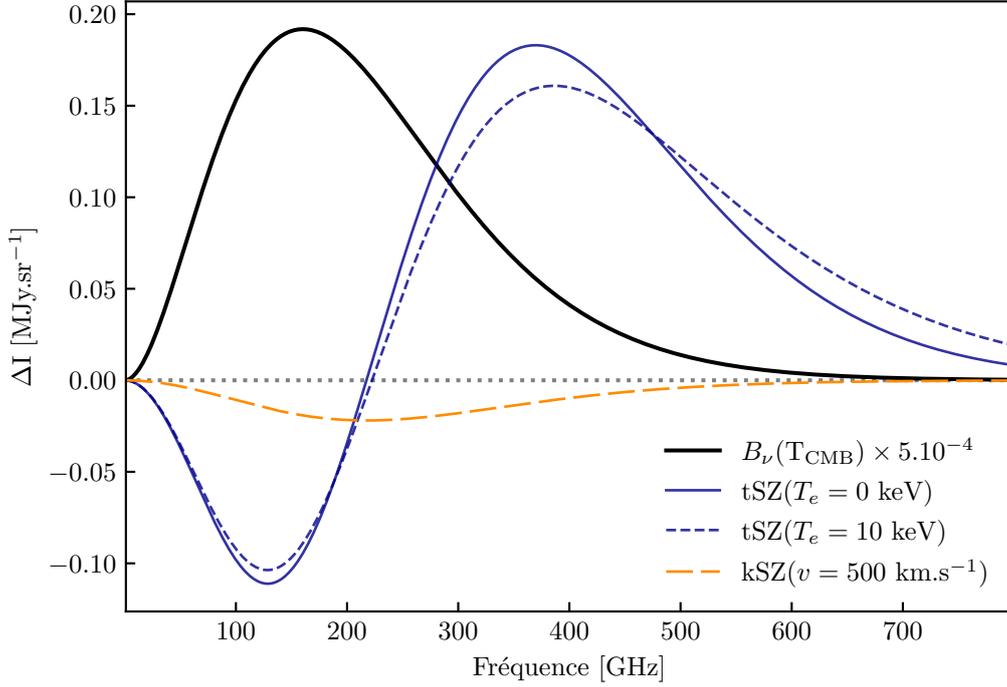


FIGURE 2.6 – Distorsions spectrales en intensité due aux effets tSZ non relativiste (en trait plein bleu), tSZ relativiste pour une température d’amas $T_e = 10$ keV (en tirets bleus) et kSZ pour un amas s’éloignant à 500 km.s $^{-1}$ de nous (en tirets oranges). Le spectre du CMB est tracé en noir pour comparaison, avec un facteur 5×10^{-4} pour l’amener au même niveau que les distorsions. J’ai choisi une profondeur optique $\tau_e = 10^{-2}$ et un paramètre de Compton $y = 10^{-4}$ pour calculer les effets SZ. Figure inspirée de [Carlstrom et al. \(2002\)](#).

pour la définition de masse des amas). Les intensités spécifiques peuvent être obtenues à partir des anisotropies de température :

$$\Delta I_{\text{SZ}}(\vartheta, x) = I_0 \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} \frac{\Delta T_{\text{SZ}}}{T_{\text{CMB}}}(\vartheta), \quad (2.29)$$

où $I_0 = 2(k_B T_{\text{CMB}})^3 / (hc)^2$. J’ai également tracé le spectre d’un corps noir B_ν à la température du CMB, multiplié par un facteur 5×10^{-4} pour le comparer avec les distorsions du spectre dues aux effets SZ :

$$B_\nu(T, \nu) = \frac{2h\nu^3}{c^2 \left(e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1 \right)}. \quad (2.30)$$

2.2 Amas de galaxies

Les amas de galaxies sont eux aussi des traceurs des paramètres cosmologiques. Ce sont les plus grands objets liés par la gravité, et ils se situent aux nœuds de la toile cosmique. Ces objets sont constitués à $\sim 3\%$ de galaxies qui émettent de la lumière visible, à $\sim 12\%$ de plasma intra-amas (souvent appelé gaz) qui émet de la lumière en rayons X, et à $\sim 85\%$ de matière noire qui n'émet pas de lumière (un halo de matière noire, lié par la gravité). Cela nous donne différentes observables qui peuvent être utilisées pour mesurer leur redshift et leur masse. Ces différentes composantes n'ont pas le même profil de densité car la matière noire n'a pas le même comportement que la matière baryonique. Ainsi, il est communément admis qu'un halo de matière noire isolé aura un profil de densité de Navarro-Frenk-White (NFW, [Navarro *et al.*, 1996](#)), tandis que la pression électronique du plasma dans cet halo aura un profil NFW généralisé ([Arnaud *et al.*, 2010](#)).

Certains amas sont espacés d'une distance du même ordre que leur rayon (~ 10 Mpc), il peut donc être compliqué de savoir où l'un finit et l'autre commence. En général, les masses d'amas sont mesurées dans un rayon défini en fonction de R_{500} , qui est le rayon à l'intérieur duquel la densité moyenne de l'amas est $500 \times \rho_c$, la densité critique de l'Univers. On note M_{500} la masse comprise dans un rayon R_{500} centré sur l'amas.

En calculant la formation des structures à partir des fluctuations primordiales (Sect. 2.2.1), on peut obtenir la fonction de masse (Sect. 2.2.2). Cette fonction permet de lier paramètres cosmologiques et distribution des amas en masse et redshift. Le redshift est obtenu en observant le spectre des galaxies occupant l'amas, mais sa masse totale est plus compliquée à mesurer car la majorité de la matière n'émet pas de lumière. J'aborde différentes méthodes de mesure de masse d'amas dans la Sect. 2.2.3.

2.2.1 Structures

On suppose que des fluctuations quantiques aléatoires de densité du fluide cosmologique – distribuées selon une loi gaussienne – ont été étendues à des échelles cosmologiques par l'inflation et se sont amplifiées avec la gravitation. Le processus de formation des grandes structures commence donc par un champ de densité quasi-homogène $\bar{\rho}(t)$ avec des valeurs locales légèrement différentes $\rho(\mathbf{r}, t) = \bar{\rho}(t) + \delta\rho(\mathbf{r}, t)$ où t est le temps et \mathbf{r} est la position. $\bar{\rho}(t)$ est la moyenne d'ensemble au point \mathbf{r} mais comme l'Univers est homogène, cette moyenne est la même en tout point. Il découle de l'hypothèse d'ergodicité que la moyenne spatiale de $\rho(\mathbf{r}, t)$ est $\bar{\rho}(t)$. De même, on a la pression du fluide $P(\mathbf{r}, t) = \bar{P}(t) + \delta P(\mathbf{r}, t)$ et le champ de vitesse du fluide $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = \bar{\mathbf{v}}(t) + \delta\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$.

Fluctuations newtoniennes

Si l'on se place localement dans le cadre d'un fluide non relativiste ($p \ll \rho c^2$) et à faible gravité ($\Psi/c^2 \ll 1$), on peut utiliser la théorie newtonienne classique des perturbations. En appliquant les équations de l'hydrodynamique au fluide cosmologique dans un univers statique ($a(t) = 1$, mais aussi $\dot{\bar{\rho}} = 0$), on obtient :

$$\text{L'équation de continuité : } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2.31)$$

$$\text{L'équation d'Euler : } \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla P - \nabla \Psi, \quad (2.32)$$

$$\text{L'équation de Poisson : } \nabla^2 \Psi = 4\pi G_N \delta \rho, \quad (2.33)$$

avec ρ et P respectivement la densité et la pression du fluide, \mathbf{v} son champ de vitesse et Ψ le potentiel du champ gravitationnel dans lequel il évolue.

En combinant la dérivée de 2.31 avec la divergence de 2.32 et en utilisant l'expression du potentiel gravitationnel 2.33, on obtient l'équation d'évolution des fluctuations de densité :

$$\frac{\partial^2 \delta \rho}{\partial t^2} - c_s^2 \nabla^2 \delta \rho = 4\pi G_N \bar{\rho} \delta \rho, \quad (2.34)$$

où l'on définit $c_s^2 = \partial P / \partial \rho$ la vitesse du son au carré dans le fluide. On décompose la perturbation en ondes planes $\delta \rho \propto \exp[i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})]$ pour obtenir la relation de dispersion suivante :

$$\omega^2 = \frac{4\pi^2 c_s^2}{\lambda_J^2}, \quad \text{où} \quad \lambda_J \equiv c_s \sqrt{\frac{\pi}{G_N \bar{\rho}}}. \quad (2.35)$$

On a ici défini la longueur de Jeans λ_J qui sépare deux domaines. À grande longueur d'onde ($\lambda > \lambda_J$), la gravité domine et une perturbation croît exponentiellement, tandis que dans le régime stable ($\lambda < \lambda_J$) les ondes sonores la compense par le biais de la pression.

Univers en expansion

Dans un univers en expansion, les coordonnées physiques \mathbf{r} dépendent du temps *via* le facteur d'échelle $a(t)$. On exprime alors les coordonnées comobiles $\mathbf{x} = \mathbf{r}(t)/a(t)$ et le champ de vitesse devient $\mathbf{v}(t) = \dot{\mathbf{r}} = H\mathbf{r} + \mathbf{u}$ avec \mathbf{u} la vitesse propre. Le gradient $\nabla_{\mathbf{r}}$ devient $\nabla_{\mathbf{x}}/a$ et la dérivée temporelle $\partial_t \rho(\mathbf{r}, t)$ doit maintenant inclure la dépendance temporelle de \mathbf{r} et change en $\partial_t \rho(\mathbf{x}, t) - H\mathbf{x} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} \rho(\mathbf{x}, t)$.

De plus, on préfère travailler avec le contraste de densité $\delta(\mathbf{r}, t)$ défini par :

$$\delta(\mathbf{r}, t) = \frac{\delta \rho}{\bar{\rho}} = \frac{\rho(\mathbf{r}, t) - \bar{\rho}(t)}{\bar{\rho}(t)}. \quad (2.36)$$

$\delta(\mathbf{r}, t)$ est une variable aléatoire à t fixé dont la moyenne d'ensemble et la moyenne d'espace sont nulles. Elle caractérise l'écart local à un univers FLRW.

Approximation linéaire

Pour simplifier les expressions suivantes, on se place dans l'approximation linéaire, c'est-à-dire dans le cas d'un fluide très peu perturbé. On a donc :

$$\delta \ll 1 \quad \text{et} \quad (u_{ctc}/d_c)^2 \ll \delta, \quad (2.37)$$

où u_c est la vitesse caractéristique du fluide, t_c le temps d'expansion et d_c la longueur de cohérence des perturbations de densité. On peut ainsi calculer l'équation de propagation linéarisée pour un univers en expansion (l'équivalent de l'Éq. 2.34) :

$$\ddot{\delta} + 2H\dot{\delta} = \frac{c_s^2}{a^2}\nabla^2\delta + 4\pi G_N\bar{\rho}\delta. \quad (2.38)$$

Dans ce cas de figure, $\bar{\rho}$ dépend du temps et c'est donc également le cas de la longueur de Jeans. Ainsi, des perturbations peuvent passer du régime stable au régime d'effondrement gravitationnel.

Dans un univers dominé par la matière, on peut considérer le fluide sans pression ($c_s = 0$). Cela simplifie l'Éq. 2.38 en ne laissant que des dérivées temporelles de δ et on peut donc chercher des solutions de la forme :

$$\delta(\mathbf{x}, t) = D_+(t)\varepsilon_+(\mathbf{x}) + D_-(t)\varepsilon_-(\mathbf{x}), \quad (2.39)$$

où $\varepsilon_+(\mathbf{x})$ et $\varepsilon_-(\mathbf{x})$ sont des champs de perturbation initiaux constants dans le temps et $D_+(t)$ et $D_-(t)$ sont des modes croissant et décroissant. On trouve les solutions (Heath, 1977; Lahav *et al.*, 1991; Peebles, 1993) :

$$D_- \propto E(a) \quad \text{et} \quad D_+ \propto E(a) \int_0^a \frac{da'}{[a'E(a')]^3}, \quad (2.40)$$

où $E(a) = H(a)/H_0$ est défini dans l'Éq. 1.21 et dépend de la composition de l'Univers, de même que $\Omega_{m,0}$. Ainsi, si les fonctions ε sont définies par le spectre initial des perturbations, l'évolution des structures dépend de l'expansion de l'espace-temps. Ainsi, dans un univers dominé par la matière, le facteur d'échelle évolue en $a \propto t^{2/3}$ (voir Éq. 1.14 et 1.18). On a donc que le mode croissant grandit en $D_+(t) \propto t^{2/3}$.

Spectre de puissance

Pour étudier le champ de fluctuations de densité, nous devons utiliser une approche statistique. En effet, elles sont d'origine quantique et couvrent donc aléatoirement le ciel. La fonction de corrélation à deux points du spectre de puissance des fluctuations de densité est définie comme suit :

$$C_\rho(r, t) = \langle \delta(\mathbf{x}_1, t)\delta(\mathbf{x}_2, t) \rangle, \quad (2.41)$$

et dépend de la séparation $r = |\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|$ grâce au principe cosmologique, ainsi que du temps. On remarque quelques différences par rapport à la fonction de corrélation des fluctuations de température du CMB (Éq. 2.1) : C_ρ dépend d'une distance et non d'un angle, car c'est une corrélation dans un espace physique à trois dimensions là où le CMB est approximé à une sphère ; une dépendance temporelle supplémentaire apparaît car C_ρ est calculable à tout instant t contrairement au cas du CMB qui est émis à un t fixé pour chaque point du ciel. En réalité, nous n'avons pas accès à C_ρ dans tout l'Univers pour un instant t , mais plutôt à une frise temporelle. Nous avons accès à des fonctions de corrélation de plus en

plus jeunes en observant de plus en plus loin, chaque sphère d'un rayon ζ centrée sur nous est une fenêtre sur C_ρ à un instant t .

Dans l'espace de Fourier, on note le contraste de densité $\delta(\mathbf{k}, t)$:

$$\delta(\mathbf{k}, t) = \int \delta(\mathbf{x}, t) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} d^3\mathbf{x}, \quad (2.42)$$

et on définit le spectre de puissance $P(k)$:

$$P(k, t)(2\pi)^3 \delta_D^{(3)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = \langle \delta(\mathbf{k}, t) \delta^*(\mathbf{k}', t) \rangle, \quad (2.43)$$

où $\delta_D^{(3)}$ est le symbole de Dirac à trois dimensions. Le spectre de puissance ne dépend que de $k = |\mathbf{k}|$, encore une fois grâce au principe cosmologique. De plus, les fluctuations de densité sont supposées suivre un champ gaussien dans l'Univers primordial, et donc être entièrement décrites par le spectre de puissance. On écrit souvent le spectre de puissance en gardant implicite sa dépendance temporelle, à savoir $P(k)$ et il est la transformée de Fourier de la fonction de corrélation à deux points.

De même que le spectre de puissance angulaire du CMB, le spectre de puissance des fluctuations de densité dépend des paramètres cosmologiques. Il découle du spectre de puissance primordial des fluctuations de densité que certains paramètres décrivent directement comme mentionné dans la Sect. 2.1.1. Ce spectre primordial $P_0(k)$ d'origine inflationnaire peut être exprimé ainsi :

$$P_0(k) = A_s \left(\frac{k}{k_p} \right)^{n_s}, \quad (2.44)$$

où A_s est l'amplitude et $n_s \approx 1$ est l'indice spectral du spectre, dont le spectre du potentiel gravitationnel est presque invariant d'échelle – comme observé sur le CMB ou prédit par l'inflation. k_p est l'échelle pivot, généralement de l'ordre de 0.5 Mpc^{-1} . Il décrit l'Univers à une époque où les modes d'intérêt sont à des échelles super-Hubble et donc gelés. Pour obtenir le spectre de puissance des fluctuations de densité de la matière à une époque donnée, il faut utiliser une fonction de transfert $T_m(k)$ qui décrit notamment le fait que les modes sont entrés dans l'horizon de Hubble à des moments différents et qu'ils ont ensuite évolué. Elle est proche de :

$$T_m(k) \sim \begin{cases} 1 & \text{si } k \ll k_{eq} \\ (k_{eq}/k)^2 & \text{si } k \gg k_{eq}. \end{cases} \quad (2.45)$$

où $k_{eq} \sim 2 \times 10^{-2} h/\text{Mpc}$ est le mode qui passe l'horizon de Hubble à l'équivalence matière-radiation. On peut ainsi exprimer le spectre de puissance de la matière :

$$P_m(k, t) = P_0(k) D_+(t)^2 T_m(k)^2, \quad (2.46)$$

où D_+ est le mode croissant de l'évolution du champ des fluctuations de densité dans l'approximation linéaire, décrit dans l'Éq. 2.40. Dans le cadre des analyses cosmologiques, on calcule numériquement le spectre de puissance de la matière en utilisant des codes comme

CAMB [Lewis et al. \(2000\)](#) et CLASS [Lesgourgues \(2011\)](#) qui ne font pas les approximations décrites dans cette section et sont donc beaucoup plus précis.

2.2.2 Fonction de masse

La fonction de masse nous donne le nombre de halos de masse M liées gravitationnellement à un instant t – ou un redshift z – dans l’Univers. Elle est très sensible au modèle cosmologique et aux processus qui gouvernent la croissance des structures. Cela fait d’elle un bon moyen de contraindre certains paramètres cosmologiques du modèle Λ CDM, notamment σ_8 et Ω_m . Pour l’obtenir à partir d’un modèle cosmologique, on étudie l’écart-type des fluctuations de densité de la matière lissées par une fonction porte sphérique de rayon R , constante à l’intérieure de la sphère et nulle à l’extérieur. Cette fonction va filtrer le champ de matière pour différents rayons R – on note alors δ_R le champ lissé – ou, autrement dit, différents objets de masse $M(z) = \frac{4}{3}\pi R^3 \bar{\rho}_m(z)$ où $\bar{\rho}_m(z)$ est la densité moyenne de matière à un redshift donné. On note sa transformée de Fourier W_R (pour *window function* en anglais, ou fonction fenêtre en français) et elle a la forme suivante :

$$W_R(\mathbf{k}) = \frac{3}{(kR)^2} \left[\frac{\sin(kR)}{kR} - \cos(kR) \right], \quad (2.47)$$

où $k = |\mathbf{k}|$ et on peut calculer la variance du champ de perturbations filtré :

$$\sigma^2(R, z) = \sigma^2(M, z) = \frac{1}{2\pi^2} \int P_m(k) W_R(k)^2 k^2 dk. \quad (2.48)$$

Le paramètre cosmologique $\sigma_8 = \sigma(R = 8 \text{ Mpc}/h, z = 0)$ indiqué dans la Table 1.1 remplace parfois A_s pour normaliser le spectre de puissance primordial et a été choisi pour sonder les halos de matière massifs de l’Univers (les surdensité de matière liées gravitationnellement, une autre façon de voir les amas). Il existe une tension entre les différentes mesures de ce paramètre (voir Sect. 1.3.3) et l’étude des amas de galaxies est importante pour tenter de la résoudre.

La fonction de masse des halos de matière noire f_h donne la densité comobile n de halos de masse M à un redshift z par intervalle de masse :

$$f_h(M, z) = \frac{dn(M, z)}{dM}. \quad (2.49)$$

Elle est reliée au nombre de halos N par intervalle de masse et de redshift comme suit :

$$\frac{d^2 N(M, z)}{dM dz} = \Omega \frac{dV_c(z)}{dz d\Omega} f_h(M, z), \quad (2.50)$$

où dV_c est le volume comobile élémentaire défini dans l’Éq. 1.39 et Ω est l’angle solide sous lequel le volume est observé.

La fonction de masse des halos peut être exprimée ainsi :

$$f_h(M, z) = \frac{\bar{\rho}_{com}(z)}{M} \left| \frac{d}{dM} \mathcal{F}(> M) \right|, \quad (2.51)$$

où $\bar{\rho}_{com}$ est la densité comobile. $\mathcal{F}(> M)$ est la fraction de masse de l'Univers comprise dans une structure liée par la gravité de masse supérieure à M et est aussi liée à la probabilité qu'une particule fasse partie d'une telle structure.

La fonction de masse est aujourd'hui ajustée sur des simulations numériques, mais [Press et Schechter \(1974\)](#) (PS) ont dérivé une fonction de masse analytique en utilisant le champ linéaire étudié précédemment. Ils sont partis du principe que le champ de fluctuations de densité δ_R lissé à une échelle R (et donc une masse moyenne M) suit une loi gaussienne et qu'il est par conséquent possible de compter statistiquement le nombre de régions avec une surdensité $\delta > \delta_c$. Ici, $\delta_c \approx 1.69$ est une surdensité critique au-dessus de laquelle se produit un effondrement gravitationnel. La probabilité qu'une surdensité du champ lissé δ_R à une échelle R (ou masse M) soit plus grande que δ_c est :

$$\mathcal{P}(\delta_R > \delta_c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\nu_c}^{+\infty} e^{-\frac{\nu_R^2}{2}} d\nu_R, \quad (2.52)$$

où $\nu_R = \delta_R/\sigma(M, z)$ et $\nu_c = \delta_c/\sigma(M, z)$. Au premier abord, on pourrait prendre $\mathcal{F}(> M) = \mathcal{P}(\delta_R > \delta_c)$ mais cela pose un problème. En effet, cette méthode souffre de l'effet *cloud-in-cloud* (nuages imbriqués, voir [Bond et al. \(1991\)](#)) : des structures sont incluses dans de plus grandes structures, ce qui complique le comptage du nombre total de celles-ci. Une particule peut alors faire partie de plusieurs structures et la structure de plus grande masse risque de ne pas être comptée. Sans pouvoir démontrer l'origine du problème, Press et Schechter se sont rendu compte que $\mathcal{F}(> 0) = 1/2$ avec la définition précédente et ont donc corrigé cela :

$$\mathcal{F}_{PS}(> M) = 2\mathcal{P}(\delta_R > \delta_c). \quad (2.53)$$

On en déduit la fonction de masse de PS :

$$f_{PS}(M, z) = \bar{\rho}_{com} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \nu_c \left| \frac{d \ln \sigma}{d \ln M} \right| e^{-\frac{\nu_c^2}{2}}. \quad (2.54)$$

Les simulations à N corps sont coûteuses en temps de calcul mais permettent de simuler la formation des structures beaucoup plus précisément, en incluant notamment les effets non linéaires. Il est ensuite possible d'ajuster une fonction de masse analytique sur le résultat d'une simulation pour affiner l'étude cosmologique des amas ([Tinker et al., 2008](#); [Despali et al., 2016](#); [Euclid Collaboration et al., 2023](#)). J'ai tracé la fonction de masse de [Despali et al. \(2016\)](#) sur la Fig. 2.7 pour $z \in \{0, 1, 2\}$. On observe moins de structures massives à haut redshift, puisqu'elles n'ont pas encore eu le temps de se former.

2.2.3 Mesure de masse

La fonction de masse dérivée ci-dessus décrit la distribution en masse et redshift des amas dans l'Univers. Des galaxies habitent ces amas, ce qui nous permet d'obtenir leur redshift en observant le spectre de celles-ci, mais la mesure de leur masse est plus complexe et sujette à des biais ([Allen et al., 2011](#)).

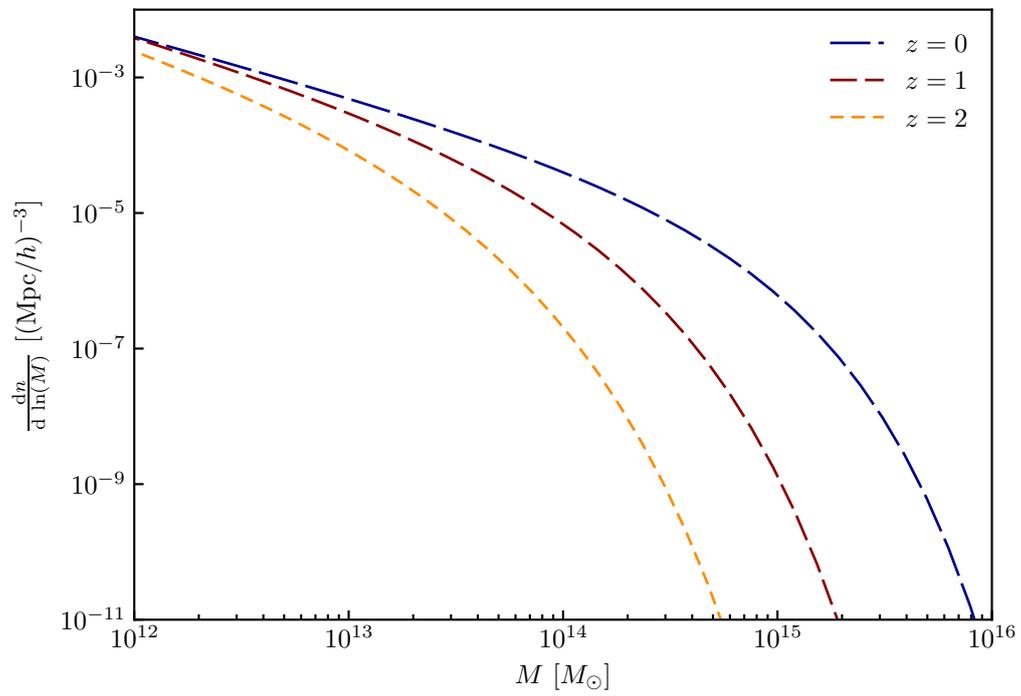


FIGURE 2.7 – Fonction de masse de [Despali et al. \(2016\)](#) en fonction de la masse des amas pour $z \in \{0, 1, 2\}$.

Biais hydrostatique de masse

Il est par exemple possible de mesurer la masse d'un amas grâce aux observations en rayons X ou en radio (voir l'effet tSZ Sect. 2.1.2) du gaz intra-amas (Pratt *et al.*, 2019). Cependant, cette mesure sera incomplète : 88% de la masse totale de l'amas n'est pas directement observée. Des lois d'échelle existent pour pallier ce problème mais elles nécessitent des calibrations qui ne sont pas aisées, ainsi que des hypothèses. Un biais dans ces lois d'échelles entraînera un biais dans les paramètres cosmologiques déduits de la fonction de masse. Pour déduire la masse totale de l'amas à partir du gaz intra-amas, on fait l'hypothèse que l'amas est à l'équilibre hydrostatique (EH) : on suppose que la gravitation et la pression du gaz se compensent parfaitement.

La luminosité de surface et la spectroscopie en rayons X de l'amas permettent de mesurer les profils de densité $\rho_{gaz}(r)$ et de température $T_{gaz}(r)$ du gaz intra-amas avec une grande précision, desquels on peut déduire – en supposant l'EH et un système à symétrie sphérique – la masse totale de l'amas comprise dans le rayon r :

$$M_{\text{tot},X}(r) = -\frac{rk_B T_{gaz}(r)}{G_N \mu m_p} \left(\frac{d \ln \rho_{gaz}(r)}{d \ln r} + \frac{d \ln T_{gaz}(r)}{d \ln r} \right), \quad (2.55)$$

où k_B est la constante de Boltzmann et μm_p est le poids moléculaire moyen.

En utilisant l'effet tSZ, on a accès cette fois à la pression électronique et donc à la pression du milieu intra-amas P_{ICM} (ICM, pour *intra-cluster medium*). En utilisant le profil de pression du gaz obtenu par exemple en rayons X – et en faisant les hypothèses de symétrie sphérique et d'EH – on peut obtenir la masse suivante :

$$M_{\text{tot},SZ}(r) = -\frac{r^2}{\rho_{gaz} G_N} \frac{dP_{\text{ICM}}}{dr}(r). \quad (2.56)$$

L'EH nécessite plusieurs choses :

- le potentiel gravitationnel doit être constant à des échelle temporelles de l'ordre du temps que met le son à traverser l'amas ;
- les vitesses dans l'amas doivent être subsoniques ;
- les autres forces que la pression du gaz et la gravité sont négligeables.

Cela signifie que l'hypothèse hydrostatique ne peut pas être appliquée facilement à des systèmes qui subissent des changements majeurs comme des fusions d'amas ou des événements violents comme des ondes de choc dues aux émissions de noyaux galactiques actifs (AGN, pour *active galactic nuclei*) (par exemple, McNamara et Nulsen (2007)). Cette hypothèse crée un biais dans la masse totale obtenue avec ces méthodes, le biais hydrostatique de masse b_{EH} :

$$1 - b_{\text{EH}} = M_{\text{tot,EH}}/M_{\text{tot}}, \quad (2.57)$$

où $M_{\text{tot,EH}}$ est la masse totale de l'amas mesurée grâce à l'hypothèse d'EH et M_{tot} est la masse vraie de l'amas. La valeur de b_{EH} n'est pas encore bien connue et peut être source d'erreur dans les analyses cosmologiques : les valeurs estimées de ce paramètre varient dans l'intervalle $(1 - b_{\text{EH}}) \in [0.6, 1]$ (Pratt *et al.*, 2019).

Mesure de masse par effet de lentille gravitationnelle

Une façon de s'affranchir de ce biais et de le caractériser pour les analyses X et SZ est de sonder la masse totale de l'amas. Ce dernier est composé en majorité de matière noire, il faut donc utiliser le lentillage gravitationnel qui est sensible à la fois à la matière baryonique et à la matière noire : la lumière qui voyage à proximité de l'amas est déviée par la masse de celui-ci et nous recevons une image déformée de l'arrière-plan de l'amas. La masse mesurée ainsi est tout de même sujette à des biais et n'est donc pas la masse vraie, mais ils sont plus petits que le biais de masse hydrostatique et peuvent être étudiés avec des simulations. J'estime cette masse de « lentillage » dans mon analyse, mais la précision de mon résultat n'est pas encore suffisante pour mesurer le biais b_{EH} (voir Sect. 4.4). Les sondages futurs du CMB (voir Sect. 3.3.3) devraient apporter des données suffisantes pour aider à contraindre ce biais.

Les sources de lumière d'arrière-plan qui donnent la mesure de masse la plus précise aujourd'hui sont des galaxies, comme sur la Fig. 2.8 où l'on voit des images de galaxies d'arrière-plan déformées par un amas en avant-plan. Il en faut beaucoup car la « vraie » image, c'est-à-dire ce que nous observerions sans effet de lentille, n'est pas connue. De plus, le lentillage faible (*weak lensing*) n'est pas aussi visible que le lentillage fort (*strong lensing*) que l'on observe sur l'image de l'amas SMACS 0723, où les images de certaines galaxies forment des arcs qui posent des contraintes fortes sur le potentiel gravitationnel de l'amas dans les régions centrales. Le lentillage faible est donc une méthode statistique qui joue sur le fait que le lentillage gravitationnel cisaille les images. En observant les formes des galaxies et en supposant leur forme moyenne d'origine (par exemple elliptique), il est ainsi possible d'obtenir le potentiel gravitationnel de l'amas. Cette méthode nécessite d'avoir un grand nombre de galaxies d'arrière-plan et est donc limitée aux redshift $z \lesssim 1$.

Pour aller à plus haut redshift, il faut une source qui soit bien comprise statistiquement et suffisamment ancienne. Le CMB, dont nous avons déjà vu les propriétés (Sect. 2.1) a été émis vers $z_* \sim 1100$, ce qui en fait un candidat adapté. De plus, son origine très lointaine fait que le signal-sur-bruit (SNR pour *signal-to-noise ratio*) est presque constant pour un redshift dans l'intervalle $1 \leq z \leq 2$ comme montré sur la Fig. 2.9. Dans mon analyse, j'ai utilisé le fait que l'effet de lentille gravitationnelle corrèle les différentes échelles du CMB (Sect. 4.2.5) pour en extraire le potentiel de lentillage. Cette méthode est appelée *CMB lensing* (lentillage du CMB en français) et peut être appliquée aux amas (localement) ou sur le ciel entier. Dans mon cas, je l'applique localement, aux positions des amas dont je cherche à mesurer la masse.

2.3 Lentille gravitationnelle

Comme nous l'avons vu dans le Sect. 1.1 sur la relativité générale, l'espace-temps est courbé localement par la masse. Cela signifie que même la lumière, qui n'a pourtant pas de masse, est affectée par les objets massifs par l'intermédiaire de la métrique. Je vais aborder l'effet de lentille gravitationnelle, en particulier sur le CMB, à partir des revues [Bartel-](#)



FIGURE 2.8 – Image de l’amas SMACS 0723 créée par la NASA en combinant deux images. En blanc et rouge, l’image du James Webb Space Telescope (JWST) qui observe dans le visible et l’infra-rouge, ce qui correspond respectivement aux galaxies de l’amas et à celles d’arrière-plan. En bleu, l’image du Chandra X-ray Observatory qui met en avant l’émission en rayons X du gaz intra-amas. Les images des galaxies en arrière-plan sont étirées par l’effet de lentille gravitationnelle de l’amas. Crédit : NASA/CXC/SAO/ESA/CSA/STScI.

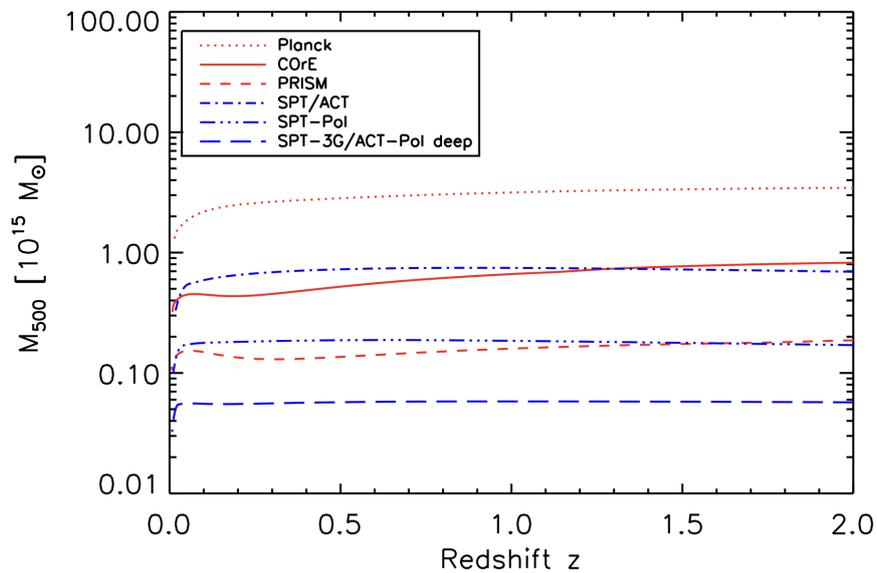


FIGURE 2.9 – Masse d’un amas mesurable avec un SNR de 1 avec le CMB lensing en fonction du redshift pour différents sondages du CMB. Figure tirée de [Melin et Bartlett \(2015\)](#).

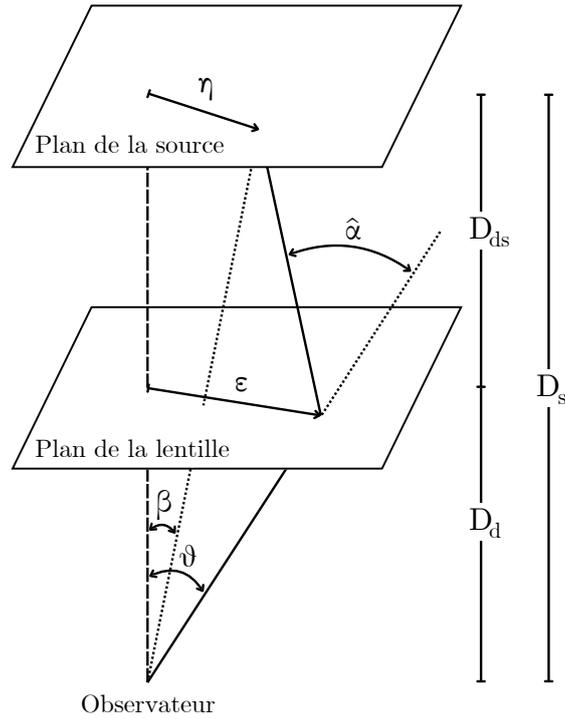


FIGURE 2.10 – Schéma d’une lentille gravitationnelle classique avec les notations utilisées dans le texte. Figure inspirée de [Bartelmann et Schneider \(2001\)](#).

[mann et Schneider \(2001\)](#), [Lewis et al. \(2000\)](#) et [Baker \(2017\)](#). Les schémas (par exemple Fig. 2.10) montrent souvent un problème où les distances parallèles et perpendiculaires à la ligne de visée ont le même ordre de grandeur, mais c’est seulement pour rester lisible. En réalité, les distances parallèles à la ligne de visée ($D_d \sim 10^3$ Mpc) sont plusieurs ordres de grandeur plus grandes que celles perpendiculaires – un amas a une taille de l’ordre de $\lesssim 10$ Mpc. C’est pourquoi un halo de matière noire sphérique pourra être considéré comme une lentille mince dans les calculs suivants et les angles de déviation seront considérés comme petits.

2.3.1 Potentiel de déviation

Angle de déviation

Nous avons vu dans la Sect. 1.1.4 que la lumière se déplace le long des géodésiques nulles de la métrique (voir Éq. 1.8). Cependant, dans le cas de l’effet de lentille gravitationnelle des amas de galaxies, la masse qui dévie la lumière est concentrée dans une zone de petite taille comparée aux distances entre l’observateur, la lentille et la source. Dans ce contexte, il est possible de faire une approximation appelée *théorie des lentilles gravitationnelles*. La Fig. 2.10 représente ce contexte, où une concentration de masse à une distance de diamètre angulaire D_d (ou à un redshift z_d) dévie la lumière émise par une source à une distance de diamètre angulaire D_s (ou redshift z_s). La déviation *a priori* continue est approximée

en une cassure sur le trajet de la lumière autrement rectiligne (la lentille est *mince*), avec un angle de déviation $\hat{\alpha}$ qui dépend de la distribution de masse de la lentille et du vecteur d'impact $\boldsymbol{\varepsilon} = D_d \boldsymbol{\vartheta}$. Ce dernier est le vecteur entre le centre de la lentille et l'intersection du rayon lumineux avec le plan de la lentille, qui est pris perpendiculaire à la ligne de visée – c'est-à-dire à l'axe optique observateur-lentille.

Dans le cas d'une lentille ponctuelle de masse M , si le rayon lumineux ne passe pas trop près du rayon de Schwarzschild R_s de la lentille, c'est-à-dire $\varepsilon \gg R_s \equiv 2G_N M/c^2$, alors on peut déduire de la relativité générale que

$$\hat{\alpha} = \frac{4G_N M}{c^2 \varepsilon}, \quad (2.58)$$

où ε est le paramètre d'impact, c'est-à-dire le module du vecteur d'impact $\boldsymbol{\varepsilon}$, la distance la plus faible entre le trajet de la lumière et le centre de la lentille. Comme $\varepsilon \gg R_s$, on a que $\hat{\alpha} \ll 1$. Cela signifie qu'au voisinage de la lentille, la trajectoire d'un rayon lumineux peut être considérée rectiligne s'il passe assez loin de celle-ci. Cette approximation est l'équivalent de l'approximation de Born en physique nucléaire.

Le champ de gravitation est faible donc on peut linéariser les équations de la relativité générale. Cela nous permet de calculer l'angle de déviation dû à un ensemble de masses ponctuelles, qui sera alors la somme vectorielle des déviations dues aux masses individuelles. Cela nous arrange, car on peut décomposer une distribution de masse avec une densité volumique $\rho(\boldsymbol{r})$ en des cellules de taille dV et de masse $dm = \rho(\boldsymbol{r})dV$. De plus, comme la lumière a une trajectoire approximée rectiligne, le vecteur d'impact de la lumière par rapport à un élément de masse dm ne dépendra pas de la position l de dm le long de la ligne de visée. En effet, on peut l'écrire $\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}'$, où $\boldsymbol{\varepsilon}$ est la position de l'intersection du rayon lumineux avec le plan de la lentille (la définition est la même que plus haut si l'origine du plan est au centre de la lentille) et $\boldsymbol{\varepsilon}'$ est la position de dm projetée orthogonalement sur ce plan, car la trajectoire du rayon lumineux est perpendiculaire au plan. On peut alors calculer l'angle de déviation total :

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}(\boldsymbol{\varepsilon}) &= \frac{4G_N}{c^2} \sum \left[dm(\boldsymbol{\varepsilon}', l) \frac{\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}'}{|\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}'|^2} \right] \\ &= \frac{4G_N}{c^2} \int \left[\int \rho(\boldsymbol{\varepsilon}, l) dl \right] \frac{\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}'}{|\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}'|^2} d^2 \boldsymbol{\varepsilon}' \\ &= \frac{4G_N}{c^2} \int \Sigma(\boldsymbol{\varepsilon}') \frac{\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}'}{|\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}'|^2} d^2 \boldsymbol{\varepsilon}', \end{aligned} \quad (2.59)$$

où l'on a intégré la distribution de matière le long de la ligne de visée pour obtenir la densité surfacique de masse :

$$\Sigma(\boldsymbol{\varepsilon}) \equiv \int_{ldv} \rho(\boldsymbol{\varepsilon}, l) dl. \quad (2.60)$$

Les seules approximations faites jusqu'ici sont que la déviation de la lumière d'une trajectoire rectiligne est petite devant l'échelle à laquelle la distribution de masse varie significativement et que la lentille est petite par rapport aux distances observateur-lentille-source.

Ces approximations sont valables pour le lentillage dû aux amas de galaxies, ainsi que dans la plupart des études de lentillage gravitationnel astrophysique.

L'équation de la lentille

L'équation de la lentille lie la vraie position angulaire de la source β à celle observée ϑ . On introduit la position de la source η dans le plan de la source, défini perpendiculaire à l'axe optique observateur-lentille. On a donc que :

$$\eta = \frac{D_s}{D_d} \varepsilon - D_{ds} \hat{\alpha}(\varepsilon). \quad (2.61)$$

Comme $\eta = D_s \beta$ et $\varepsilon = D_d \vartheta$, on peut réécrire l'Éq. 2.61 en coordonnées angulaires :

$$\beta = \vartheta - \frac{D_{ds}}{D_s} \hat{\alpha}(D_d \vartheta) \equiv \vartheta - \alpha(\vartheta), \quad (2.62)$$

où l'on définit α , l'angle de déviation ajusté. C'est l'équation (angulaire) de la lentille, qui permet de calculer les positions ϑ des images observées d'une source située en β . Dans le cas des lentilles faibles (*weak lensing*), il n'y a qu'une image. Un critère pour différencier les lentilles faibles et fortes est l'étude de la *convergence* :

$$\kappa(\vartheta) = \frac{\Sigma(D_d \vartheta)}{\Sigma_{\text{crit}}} \quad \text{avec} \quad \Sigma_{\text{crit}}(z_d, z_s) = \frac{c^2}{4\pi G_N} \frac{D_s}{D_d D_{ds}}, \quad (2.63)$$

où on a introduit la densité surfacique de masse critique Σ_{crit} qui est la densité limite au-dessus de laquelle la lentille est forte. Ainsi, si $\kappa > 1$ en un point, alors la lentille est forte et elle pourra produire plusieurs images de certaines sources (*strong lensing*). On peut formuler l'angle de déviation ajusté en fonction de κ :

$$\alpha(\vartheta) = \frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{R}^2} \kappa(\vartheta') \frac{\vartheta - \vartheta'}{|\vartheta - \vartheta'|^2} d\vartheta'. \quad (2.64)$$

On déduit de l'Éq. 2.64 que l'angle de déviation peut être exprimé comme le gradient du *potentiel de déviation* (ou potentiel de lentille) $\alpha = -\nabla\Phi$ (le signe du potentiel est une convention, je l'ai choisi positif pour être en accord avec [Hu et Okamoto \(2002\)](#)), où :

$$\Phi(\vartheta) = -\frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{R}^2} \kappa(\vartheta') \ln(|\vartheta - \vartheta'|) d\vartheta'. \quad (2.65)$$

On a que le potentiel de déviation vérifie l'équation de Poisson en deux dimensions $\nabla^2\Phi(\vartheta) = -2\kappa(\vartheta)$. J'utilise l'Éq. 2.65 pour créer les simulations de CMB lentillé dans mon analyse (voir Sect. 4.3). De plus, je cherche à reconstruire ce potentiel ($\Phi(\mathbf{K})$ dans l'espace de Fourier) à partir de cartes du CMB lentillé par un amas pour en déduire ensuite la masse de cet amas (Sect. 2.3.1).

2.3.2 Déformation d'une image

Les études de *weak lensing* qui utilisent des galaxies en arrière-plan comme source de lumière pour mesurer la masse des amas étudient la déformation des images par la lentille. À partir des Éq. 2.62 et 2.65, on peut définir une matrice de déformation, la jacobienne $\mathcal{A} = \partial\boldsymbol{\beta}/\partial\boldsymbol{\vartheta}$ qui décrit l'impact de la lentille sur les sources d'arrière-plan de petites tailles par rapport aux échelles angulaires de variation de densité de la lentille :

$$\mathcal{A}(\boldsymbol{\vartheta}) = \left(\mathbb{I}_2 + \frac{\partial^2\Phi}{\partial\vartheta_i\partial\vartheta_j}(\boldsymbol{\vartheta}) \right) = (1 - \kappa)\mathbb{I}_2 + \begin{pmatrix} -\gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & \gamma_1 \end{pmatrix}, \quad (2.66)$$

où on a séparé les effets isotropes (en κ) et les effets anisotropes (en γ). \mathbb{I}_2 est la matrice identité à deux dimensions et on définit le cisaillement $\gamma = \gamma_1 + i\gamma_2$, où

$$\gamma_1(\boldsymbol{\vartheta}) = \frac{1}{2}(\partial_1\partial_1 + \partial_2\partial_2)\Phi(\boldsymbol{\vartheta}) \quad \text{et} \quad \gamma_2(\boldsymbol{\vartheta}) = \partial_1\partial_2\Phi(\boldsymbol{\vartheta}). \quad (2.67)$$

Ici, ∂_1 et ∂_2 sont les dérivées par rapport aux positions angulaires projetées. De plus, ces déformations conservent la luminosité de surface initiale en modifiant l'angle solide sous lequel une image est observée. On peut donc observer un flux lumineux plus important dans une image que ce qui aurait été perçu sans lentille. On définit le *grandissement* μ (ou *magnification* en anglais), qui quantifie le ratio entre le flux observé et le flux d'origine :

$$\mu(\boldsymbol{\vartheta}) = \frac{1}{\det \mathcal{A}(\boldsymbol{\vartheta})} = \frac{1}{(1 - \kappa)^2 - |\gamma|^2}. \quad (2.68)$$

2.3.3 L'effet de lentille gravitationnelle sur le CMB

Comme vu précédemment, le lentillage gravitationnel a pour effet de déformer l'image du ciel, et donc du CMB que nous recevons. La lumière observée en $\boldsymbol{\vartheta}$ a en fait été émise en

$$\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\vartheta} - \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\vartheta}) \quad (2.69)$$

sur la surface de dernière diffusion. Cela définit l'angle de déviation $\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\vartheta})$, qui dépend de la position observée. Les angles précédents sont indiqués sur la Fig. 2.10. On observe alors des champs de température T et polarisation ${}_{\pm 2}P$ différents de ceux du CMB primaire \tilde{T} et ${}_{\pm 2}\tilde{P}$:

$$T(\boldsymbol{\vartheta}) \equiv \tilde{T}(\boldsymbol{\beta}) = \tilde{T}[\boldsymbol{\vartheta} - \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\vartheta})] \quad (2.70)$$

$${}_{\pm 2}P(\boldsymbol{\vartheta}) = {}_{\pm 2}\tilde{P}[\boldsymbol{\vartheta} - \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\vartheta})]. \quad (2.71)$$

La fonction de corrélation croisée à deux points des anisotropies du CMB définie dans l'Éq. 2.2 est donc :

$$C_{XX'}(\theta) = \langle X[\boldsymbol{\vartheta} - \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\vartheta})] X'[(\boldsymbol{\vartheta} + \boldsymbol{\theta}) - \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\vartheta} + \boldsymbol{\theta})] \rangle, \quad (2.72)$$

où $\theta = |\boldsymbol{\theta}|$ et X, X' représentent les champs T, E et B. $|\boldsymbol{\alpha}|$ est typiquement de l'ordre de la minute d'arc, on peut donc la modéliser au premier ordre comme étant le gradient du potentiel de déviation $\boldsymbol{\alpha} = \nabla\Phi$ comme vu dans la Sect. 2.3.1.

Les champs du CMB sont modifiés ainsi, dans l'approximation plane (voir Éq. 2.18) et on a des écarts $\delta X = X - \tilde{X}$ au CMB primaire qui apparaissent :

$$\begin{aligned}\delta T(\mathbf{k}) &= \int \tilde{T}(\mathbf{k}') W(\mathbf{k}', \mathbf{K}) \frac{d^2 \mathbf{k}'}{(2\pi)^2} \\ \delta E(\mathbf{k}) &= \int \left[\tilde{E}(\mathbf{k}') \cos(2\varphi_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}) - \tilde{B}(\mathbf{k}') \sin(2\varphi_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}) \right] W(\mathbf{k}', \mathbf{K}) \frac{d^2 \mathbf{k}'}{(2\pi)^2} \\ \delta B(\mathbf{k}) &= \int \left[\tilde{B}(\mathbf{k}') \cos(2\varphi_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}) + \tilde{E}(\mathbf{k}') \sin(2\varphi_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}) \right] W(\mathbf{k}', \mathbf{K}) \frac{d^2 \mathbf{k}'}{(2\pi)^2}.\end{aligned}\tag{2.73}$$

où $\varphi_{\mathbf{k}'\mathbf{k}} \equiv \varphi_{\mathbf{k}'} - \varphi_{\mathbf{k}}$ (voir Éq. 2.20), $\mathbf{K} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$ et

$$W(\mathbf{k}, \mathbf{K}) = -[\mathbf{k} \cdot \mathbf{K}] \Phi(\mathbf{K}).\tag{2.74}$$

Les champs E et B sont mélangés par l'effet de lentille gravitationnelle, ce qui signifie que des modes B de polarisation peuvent être observés indépendamment de l'existence d'onde gravitationnelles inflationnaires dans le plasma primaire. Dans l'espace réel, on peut donc écrire dans l'approximation des petits angles de déviation :

$$T(\boldsymbol{\vartheta}) \approx \tilde{T}(\boldsymbol{\vartheta}) + \nabla \tilde{T} \cdot \nabla \Phi.\tag{2.75}$$

En déformant les champs du CMB, l'effet de lentille gravitationnelle crée des corrélations entre les différentes échelles (modes de Fourier, voir Éq. 2.74) du CMB \mathbf{k} et \mathbf{k}' que j'exploite dans la Sect. 4.2.5 pour obtenir $\Phi(\mathbf{K})$.

La Figure 2.11 illustre l'effet de lentille gravitationnelle des amas sur le CMB avec un amas de masse exagérée. On peut y voir les différentes échelles spatiales du CMB se mélanger sous l'effet de lentille. J'ai utilisé l'Éq. 2.75 pour calculer ces déformations. Je présente la création des simulations en général dans la Sect. 4.3.

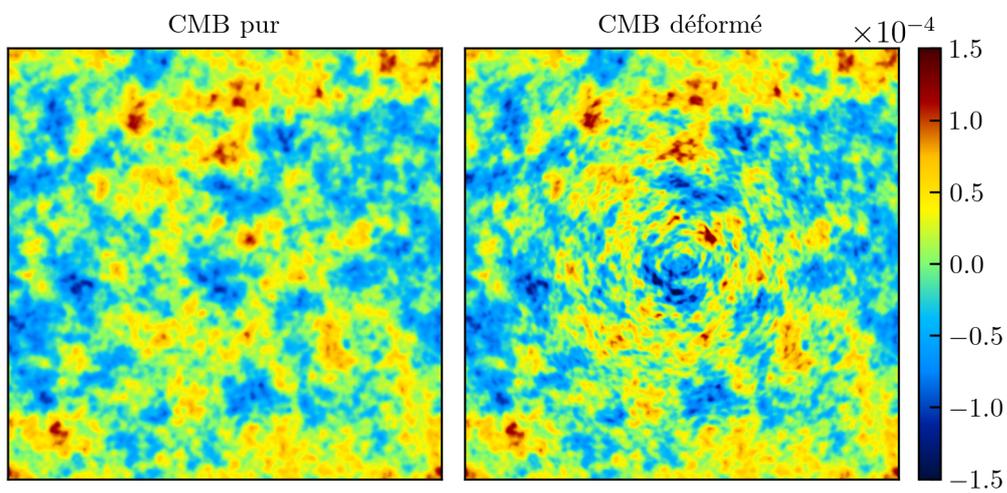


FIGURE 2.11 – Comparaison des anisotropies de température du CMB pur (à gauche) et du CMB déformé (à droite) par un amas fictif de masse $M_{500} = 5 \times 10^{16} M_{\odot}$ à un redshift $z = 0.1$. L’amas est 10 fois plus massif que l’amas le plus massif de mon échantillon, pour illustration. Les cartes sont de taille $10 \times 10 \text{ deg}^2$ et sont tracées en unités $\Delta T/T_{\text{CMB}}$.

Chapitre 3

Observer le CMB

L’observation du CMB peut être réalisée depuis le sol ou l’espace, avec des avantages et inconvénients différents pour les deux lieux. Une observation depuis l’espace permet d’étudier tout le ciel et de conserver les plus grandes échelles spatiales sans être gêné par l’atmosphère. Les observations sur Terre souffrent d’une perte des grandes échelles et de l’absorption atmosphérique, mais compensent en bénéficiant d’une meilleure résolution spatiale (donnée en terme de largeur du lobe approximé gaussien à mi-hauteur, ou FWHM pour *Full Width at Half Maximum*). En effet, il est possible de construire de plus grands télescopes sur Terre que dans l’espace : le miroir principal de *Planck* fait 1.5 m de diamètre, contre 10 m pour celui du South Pole Telescope (SPT). Ces grands télescopes nous donnent accès aux plus petites échelles spatiales. Dans mon analyse, je combine les données des télescopes *Planck* et SPT pour tirer profit de cette complémentarité mais ce ne sont pas les seuls télescope à observer le CMB. Dans cette partie, je vais présenter le principe de la stratégie classique d’observation du CMB (Sect. 3.1) ainsi qu’une sélection de télescopes spatiaux (Sect. 3.2) et terrestres (Sect. 3.3) pour notamment présenter l’évolution des caractéristiques instrumentales. Je vais ainsi introduire *Planck* et SPT-SZ dans l’environnement de l’observation du CMB et, plus précisément, dans le cadre de mon analyse.

3.1 Stratégie d’observation

Nous observons le CMB aux fréquences radio mais le signal peut être contaminé par des sources d’avant-plan. La première spécificité technique de ce genre d’analyse est donc de mesurer un rayonnement radio à plusieurs fréquences pour être capable de séparer plusieurs composantes. Avoir plusieurs bandes de fréquences observées permet de s’assurer de la soustraction des contaminants d’avant-plan du CMB si l’on connaît bien leur dépendance en fréquence (voir Fig. 3.1). En effet, chaque pixel sera une somme de signatures identifiables avec des intensités variant avec la bande de fréquences suivant les lois modélisées. Plus le nombre de bandes est élevé, plus des comportements complexes peuvent être corrigés (Regnier *et al.*, 2023).

Pour mesurer un rayonnement aux fréquences où le CMB domine ($\nu \sim 100$ GHz), la méthode la plus classique aujourd’hui est l’utilisation de cornets combinés à des filtres qui sélectionnent certaines longueurs d’ondes (donc fréquences) et les guident vers des bolomètres. Les bolomètres fonctionnent comme des détecteurs de rayonnement intégré

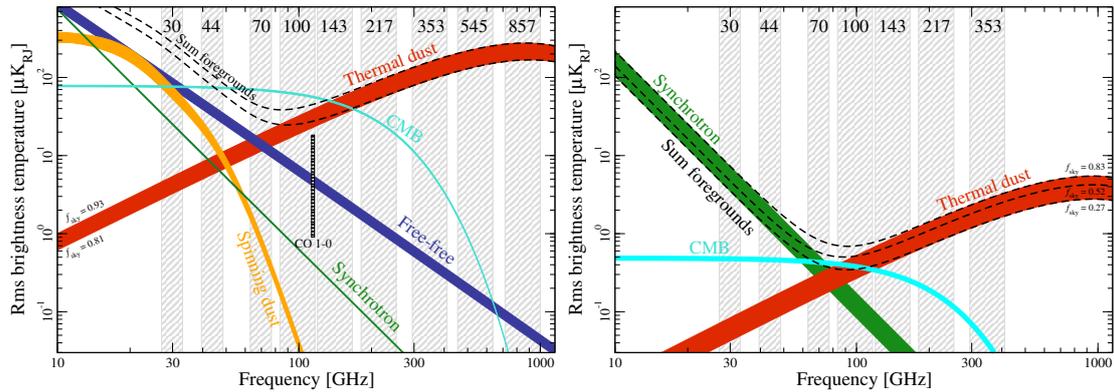


FIGURE 3.1 – Modélisation de la dépendance en fréquence des principales composantes du ciel aux fréquences observées par *Planck* (bandes hachurées) en température (à gauche) et en polarisation (à droite, représentée par $P = \sqrt{U^2 + Q^2}$). f_{sky} est la fraction de ciel non masquée et la température de brillance (brightness temperature) est la température qu'un corps noir devrait avoir pour émettre l'intensité lumineuse d'un objet à une fréquence donnée. L'épaisseur des courbes représente la variation de la température de brillance des composantes pour différentes f_{sky} . Les sources d'avant-plan dépendent également des échelles du ciel (ou modes de Fourier) observées. Le signal du CMB domine loin du plan galactique et l'on peut voir que les avants-plans diminuent avec f_{sky} car le ciel conservé est moins contaminé. Figures tirées de [Planck Collaboration et al. \(2020a\)](#).

extrêmement sensibles. Peu importe la fréquence des photons incidents, leur énergie est absorbée par le détecteur. Ce processus élève la température du bolomètre, ce qui modifie sa résistance électrique. Cette variation de résistance est mesurée grâce au passage d'un courant électrique et le signal va être amplifié pour pouvoir être exploité. Enfin, une source froide permet de dissiper l'énergie accumulée dans le bolomètre via un lien thermique faible. La Fig. 3.2 montre un chemin optique typique de la lumière dans l'instrument HFI de *Planck*. La taille des cornets (*horn* en anglais) et les filtres sont différents pour chaque bande de fréquences observée.

Les bolomètres peuvent être couplés à une polarisation linéaire (E_x ou E_y) pour pouvoir

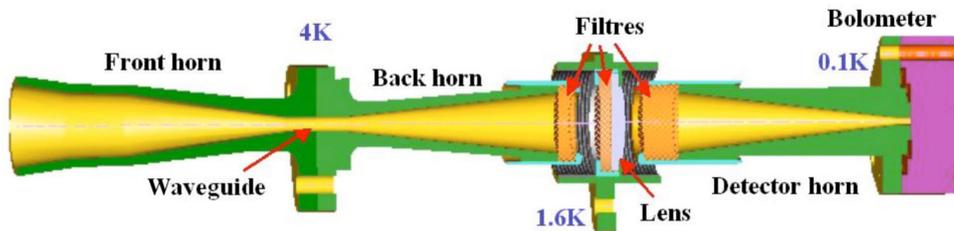


FIGURE 3.2 – Chaîne optique typique de *Planck*/HFI. La lumière est guidée dans des sous-boîtes de plus en plus froides (4, 1.6 puis 0.1 K) avant d'arriver jusqu'au détecteur. Figure tirée de [Lamarre et al. \(2010\)](#).

mesurer les paramètres de Stokes Q et U , ou recevoir la lumière des deux orientations pour mesurer directement I (voir Sect. 2.1.3). Il est également possible de mesurer I à partir de bolomètres mesurant les deux orientations séparément.

3.2 Télescopes spatiaux

Les seuls télescopes capables de voir l'entièreté du ciel et donc du CMB étaient dans l'espace. Sans la Terre pour bloquer son champ de vue, un télescope spatial n'est gêné que par les sources d'avant-plan comme la Voie Lactée ou par les rayons cosmiques. Il peut donc théoriquement sonder tous les multipôles du CMB jusqu'aux plus grandes échelles. À cause des contraintes techniques dues au décollage en fusée depuis la Terre les satellites ne peuvent pas être trop volumineux et ont donc un miroir limité en taille. Cela limite leur résolution spatiale et donc leur accès aux petites échelles du CMB.

3.2.1 COBE et WMAP

Le premier télescope à avoir observé les anisotropies en température du CMB est COBE (pour *Cosmic Background Explorer*, ou Explorateur du fond cosmique en français), lancé en 1989 en orbite terrestre. Son instrument DMR (*Differential Microwave Radiometer*, ou Radiomètre micro-ondes différentiel) (Bennett *et al.*, 1996) détecte les anisotropies tandis que son instrument FIRAS (*Far InfraRed Absolute Spectrometer*, ou Spectromètre absolu dans l'infra-rouge lointain) (Fixsen *et al.*, 1996) permet de mesurer la température du spectre de corps noir du CMB. Sa mesure $T_{\text{CMB}} = 2.72548 \pm 0.00057$ K (intervalle de confiance de 95%, Fixsen, 2009) est aujourd'hui encore la température de référence. Ce télescope et ses observations de la forme du spectre du CMB vaudront en 2006 le prix Nobel de Physique à George Smoot et John Mather, les responsables scientifiques de DMR et FIRAS respectivement.

Son successeur, WMAP (*Wilkinson Microwave Anisotropy Probe*, ou Sonde d'anisotropie micro-ondes de Wilkinson en français) a été lancé en 2001 autour du point de Lagrange L_2 . Il avait pour objectif de cartographier ces anisotropies avec une meilleure résolution angulaire. En effet, WMAP bénéficiait d'une résolution angulaire de 0.2 deg contre 7 deg pour COBE et d'un niveau de bruit divisé par environ 45 (Bennett *et al.*, 2013). La Fig. 3.3 permet de comparer les cartes des anisotropies de température obtenues par les deux télescopes. De plus, WMAP a observé des anisotropies en polarisation aux grandes échelles.

3.2.2 Planck

Le télescope spatial *Planck* (voir Fig. 3.4) a observé le CMB de 2009 à 2013 à partir du point de Lagrange L_2 . Tout comme ses deux prédécesseurs, il avait une vitesse de rotation courte d'un tour par minute qui lui a permis d'observer de grandes parties du ciel en un temps court, pour limiter l'impact de la variation temporelle de ses caractéristiques instrumentales. Cela a permis d'avoir une observation fiable du CMB aux grandes échelles. Il avait deux instruments à son bord, le LFI (*Low Frequency Instrument*, ou Instrument à basses fréquences) et le HFI (*High Frequency Instrument*, ou Instrument à hautes fréquences).

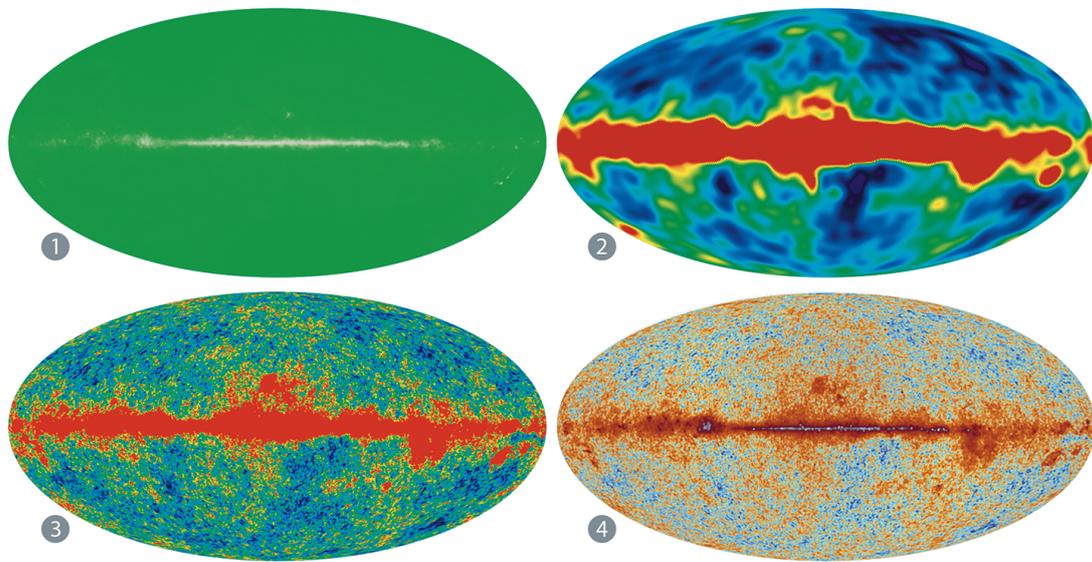


FIGURE 3.3 – Évolution des cartes des anisotropies de température du CMB vu depuis l'espace, comparées à la première détection de ce rayonnement. Les échelles de couleur diffèrent d'une carte à l'autre. Le signal dominant au milieu des cartes est l'émission radio de notre galaxie – un contaminant d'avant-plan. **1.** Simulation d'une carte qu'auraient pu observer Penzias et Wilson en 1965 avec leur antenne sur Terre, la Holmdel Horn Antenna. **2.** Carte du CMB de COBE dans les années 1990, après 4 ans d'observation. **3.** Carte du CMB de WMAP après 9 ans d'observation, dans les années 2000. **4.** Carte du CMB de *Planck* après 4 ans d'observation, dans les années 2010. Figure tirée de [Pearson \(2021\)](#).



FIGURE 3.4 – Photo du télescope spatial *Planck* en laboratoire. Son miroir principal de 1.5 mètre de diamètre est visible en haut à droite. Crédit : ESA - S. Corvaja, 2009.

Comme leur nom l'indique, ils ne couvrent pas les mêmes bandes de fréquences. Je me suis cantonné aux données de HFI, car LFI n'apportait que peu d'information supplémentaire dans le cadre du CMB lensing.

Planck a donc observé le ciel à 9 fréquences différentes (voir Tab. 3.1) et les cartes finales en température de [Planck Collaboration et al. \(2020a\)](#) sont affichées dans la Fig. 3.5. On y voit le CMB et les contaminants d'avant-plan, notamment le rayonnement synchrotron et l'émission de la poussière de la Voie Lactée. Le rayonnement synchrotron domine pour les fréquences les plus basses, tandis que la poussière domine pour les plus hautes fréquences. *Planck* a atteint des niveaux de bruit 10 fois plus faibles que WMAP aux fréquences similaires en deux fois moins de temps.

3.3 Télescopes terrestres

La construction de télescopes terrestres demande moins de prises de risques que l'envoi d'un satellite dans l'espace et permet également une plus grande liberté dans sa conception, notamment sur sa taille. C'est probablement pour ces raisons qu'il y a plus d'observatoires du CMB sur Terre que dans l'espace. Grâce à un grand miroir principal – comme c'est le cas pour les *Large Aperture Telescopes*, ou LATs – il est possible de sonder les petites échelles du CMB depuis la Terre, souvent au prix des grandes échelles que l'on filtre à cause de l'atmosphère. En effet, cette dernière aura changé entre le moment où le télescope pointait dans une direction et celui où il pointe dans une autre, d'autant plus que le temps

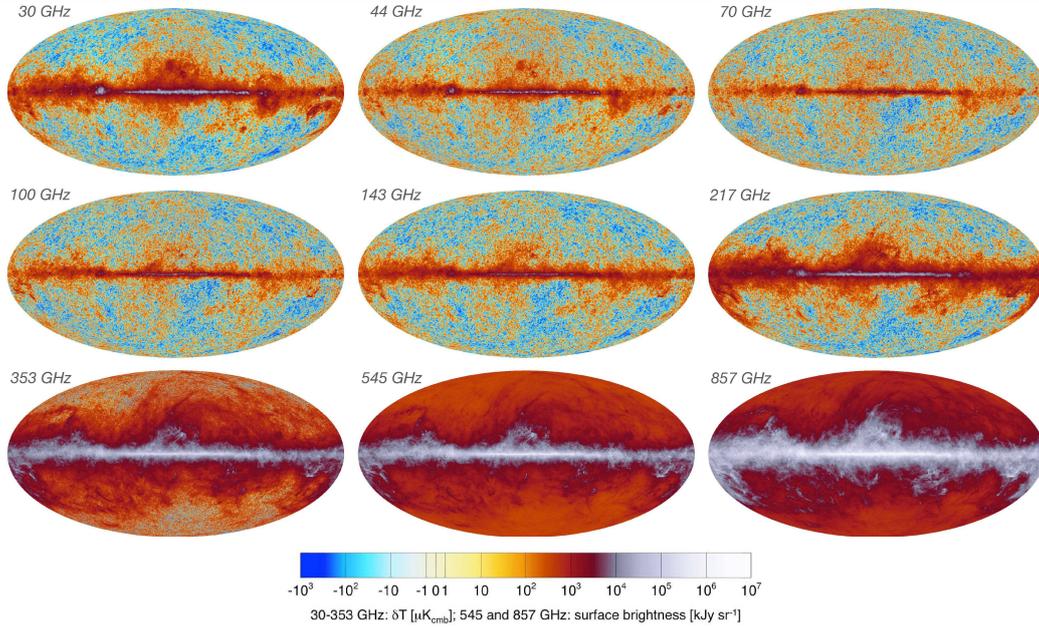


FIGURE 3.5 – Cartes en température des 9 fréquences observées par *Planck*. La première ligne contient les 3 fréquences de LFI, et les deux autres lignes les six fréquences de HFI. Les deux dernières cartes n’ont pas la même échelle car elles sont complètement dominées par la poussière de notre galaxie. Figure adaptée de [Planck Collaboration *et al.* \(2020a\)](#).

Instr.	Fréq. [GHz]	Rés. [arcmin]	Sensi. I [$\mu\text{K}\cdot\text{arcmin}$]	Sensi. QU [$\mu\text{K}\cdot\text{arcmin}$]
LFI	30	33.10	128	178
	44	27.94	145	209
	70	13.08	118	168
HFI	100	9.66	37	74
	143	7.22	31	58
	217	4.90	45	92
	353	4.92	139	282
	545	4.67	1.32×10^3	
	857	4.22	5.44×10^4	

TABLE 3.1 – Les caractéristiques instrumentales des deux instruments de *Planck* calculées pour ~ 28 mois d’observation, d’après [Planck Collaboration *et al.* \(2020d\)](#) pour LFI et [Planck Collaboration *et al.* \(2020b\)](#) pour HFI. Les colonnes donnent les instruments, fréquences, résolutions et sensibilités pour les paramètres de Stokes I , Q et U .

entre les deux pointages augmente. Il est également possible de sonder les grandes échelles depuis la Terre avec des télescopes à grand champ de vue mais petit miroir – comme les *Small Aperture Telescopes*, ou SATs – ce qui sacrifie les petites échelles. Cette dernière méthode n’est pas capable de sonder les plus petits multipôles ($\ell < 30$) comme *Planck* a pu le faire.

3.3.1 South Pole Telescope

Le South Pole Telescope (SPT) (Ruhl *et al.*, 2004; Carlstrom *et al.*, 2011) est un télescope de 10 mètres de diamètre situé sur la base antarctique Amundsen-Scott Pôle Sud (voir Fig. 3.6). Il profite ainsi d’un temps froid et sec, qui limite les altérations du signal par l’atmosphère. Il est en fonctionnement depuis 2008 et a déjà effectué plusieurs sondages (voir Fig. 3.7) avec des résolutions spatiales d’environ 1 arcmin sur le ciel de l’hémisphère sud :

- 2008 – 2011 : SPT-SZ, un sondage en trois bandes de fréquences (95, 150 et 220 GHz) d’une surface de 2500 deg². J’ai utilisé les données publiques de ce sondage (Chown *et al.*, 2018) dans mon analyse (voir Sect. 4.1) et j’ai écrit les caractéristiques instrumentales de ces données dans la Tab. 3.2 ;
- 2012 – 2016 : SPTPol, un sondage sensible à la polarisation en deux bandes de fréquences (95 et 150 GHz). Il a couvert un champ de 500 deg² et plus profondément une sous-zone de 100 deg², ainsi qu’un champ plus étendu mais moins profond de 2800 deg² ;
- 2017 – aujourd’hui : SPT-3G, qui est toujours en cours. Le récepteur de SPT-3G mesure également la polarisation du CMB et est environ un ordre de grandeur plus sensible que celui de SPTPol. De plus, il observe dans trois bandes de fréquences (95, 150 et 220 GHz). Encore une fois, plusieurs champs du ciel sont observés à différentes profondeurs : le *winter field* de 1500 deg² est observé 8 mois par an et le *summer field* de 2800 deg² 4 mois par an. Un dernier champ, le *wide field* est en cours d’observation et couvre 25% du ciel.

Fréquence [GHz]	Résolution [arcmin]	Sensibilité [μ K.arcmin]
95	1.75	40
150	1.75	17
220	1.75	70

TABLE 3.2 – Caractéristiques instrumentales des cartes publiques de SPT-SZ (Chown *et al.*, 2018). Les cartes publiques ne sont pas fournies à leur résolution native : 1.6, 1.1 et 1.0 arcmin aux bandes de fréquences centrées en 95, 150 et 220 GHz respectivement. SPT-SZ n’est sensible qu’à la température du CMB.

La Figure 3.9 montre des cartes typiques de 10×10 deg² que j’ai découpées dans les cartes du ciel de SPT-SZ et *Planck* puis utilisées dans mon analyse. On y voit la différence entre SPT-SZ qui cartographie les petites échelles et *Planck* qui cartographie les grandes échelles. Ces cartes n’ont pas été nettoyées, comme on peut le voir à la présence de sources



FIGURE 3.6 – Photo du South Pole Telescope avec son miroir principal de 10 mètres de diamètre, ici tourné vers la gauche. Crédit : NSF.

ponctuelles dans les deux cas. Ces sources gênent mon analyse, je présente comment je les ai masquées dans la Sect. 4.2.3.

3.3.2 Atacama Cosmology Telescope

Il existe d'autres observatoires terrestres du CMB, dont l'Atacama Cosmology Telescope (ACT). Ce télescope a effectué des relevés similaires à ceux de SPT avec son miroir principal de 6 m de diamètre depuis le plateau de l'Atacama au Chili à plus de 5 000 mètres d'altitude, de 2007 à 2022. Observer depuis une haute altitude réduit l'impact de l'atmosphère sur le signal, grâce à une colonne d'air plus petite. De plus, le désert de l'Atacama est l'un des territoires les plus arides de la planète, ce qui assure une faible quantité de vapeur d'eau dans l'atmosphère. Grâce à sa position plus proche de l'équateur, il a eu accès à une plus grande surface du ciel à une résolution spatiale légèrement plus faible (de l'ordre de l'arcmin, de par son miroir plus petit) :

- 2007 – 2010 : MBAC (Fowler *et al.*, 2007), un sondage en trois bandes de fréquences (145, 215, and 280 GHz) dans un champ d'environ 1 000 deg².
- 2013 – 2016 : ACTPol (Niemi *et al.*, 2010), qui mesure la polarisation du CMB dans deux bandes de fréquences (90, 150 GHz). Ce sondage a couvert un champ de 17 000 deg² dont 600 deg² avec une meilleure profondeur.
- 2017 – 2021 : Advanced ACT (AdvACT) (Henderson *et al.*, 2016), lui aussi sensible à la polarisation. Ce dernier relevé de ACT couvre 5 bandes de fréquences (27, 39, 98, 150, 220 GHz) dans un champ de 18 000 deg².

3.3.3 Observatoires futurs

Au moins deux observatoires possédant des LATs sont prévus dans les années à venir. Le premier est Simons Observatory dont la construction est bien avancée et qui possède

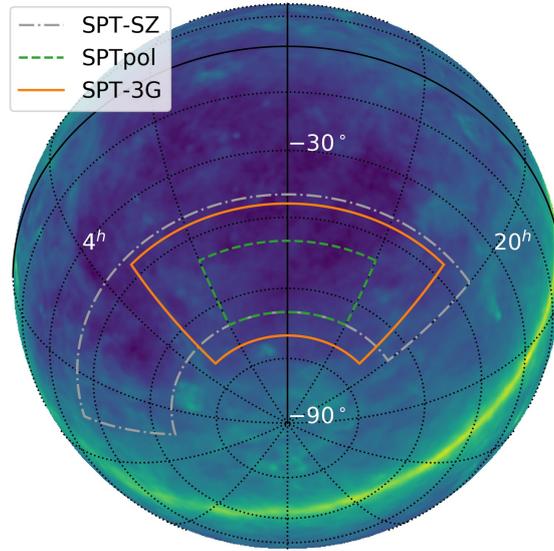


FIGURE 3.7 – Sélection de champs observés par les différents sondages SPT superposée avec une carte de poussière de *Planck*. Le *winter field* de SPT-3G ($1\,500\text{ deg}^2$) est représenté en trait orange solide, le champ principal de SPTPol (500 deg^2) est en tirets verts et le champ de SPT-SZ ($2\,500\text{ deg}^2$) est en tirets-pointillés gris. Figure tirée de Dutcher *et al.* (2021).

déjà des SATs opérationnels. Le deuxième est CMB-S4, un observatoire présent à la fois au Chili et au Pôle Sud.

Simons Observatory

Le Simons Observatory (SO) (Ade *et al.*, 2019) est situé à Cerro Toco au Chili, à 5 300 m d'altitude où il est voisin de ACT. Pour l'instant, 3 SATs (miroir de 0.4 m de diamètre) et un LAT (miroir de 6 m de diamètre) sont financés et couvriront les différentes échelles des anisotropies de température et de polarisation du CMB polarisé dans 6 bandes de fréquences (27, 39, 93, 145, 225 et 280 GHz). SO devrait couvrir pendant au moins 5 ans la moitié du ciel avec une résolution d'environ 1 arcmin, pour 5 fois la résolution et ~ 10 fois la sensibilité de *Planck* aux fréquences concernées (voir Tab. 3.3).

CMB-S4

CMB-S4 est qualifié d'observatoire de 4e génération tandis que SPT-3G fait partie de la 3e. Les générations d'observatoires du CMB peuvent être définies ainsi : la première génération avait des centaines de détecteurs et chaque génération suivante en a eu 10 fois plus. CMB-S4 aura donc des centaines de milliers de détecteurs et atteindra une sensibi-

1. Présentation accessible à l'adresse <https://moriond.in2p3.fr/2024/Cosmology/cosmology-agenda.html>

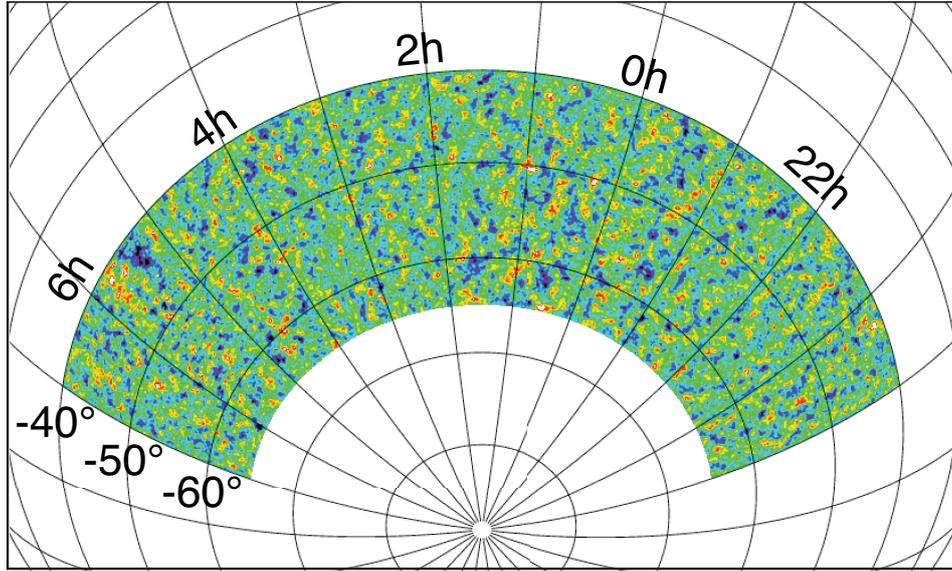


FIGURE 3.8 – Champ observé par SPT-SZ (2500 deg²). Cette carte a été créée à partir de celle à 95 GHz, filtrée pour mettre en avant les variations des anisotropies du CMB de l'échelle du degré. Figure tirée de [Story et al. \(2013\)](#).

lité critique, notamment dans la recherche des modes B primordiaux avec ses SATs (voir Sect. 2.1.3). Dans une dizaine d'années, CMB-S4 prévoit d'utiliser 12 télescopes (3 LATs et 9 SATs) au Pôle Sud et dans le désert de l'Atacama au Chili, pour un total de presque 500 000 détecteurs, pendant 7 à 10 ans.

2. https://indico.cmb-s4.org/event/33/contributions/742/attachments/732/2091/S4_May2022_clusters.pdf

Fréquence [GHz]	Résolution [arcmin]	Sensibilité [μ K.arcmin]
27	7.4	52
39	5.1	27
93	2.2	5.8
145	1.4	6.3
225	1.0	15
280	0.9	37

TABLE 3.3 – Caractéristiques instrumentales en température de la version déjà financée des LATs de SO (SO-Nominal), telles que présentées par Mark Devlin aux 58e Rencontres de Moriond¹. La sensibilité est donnée pour l'intensité I . Il faut la multiplier par un facteur $\sqrt{2}$ pour obtenir celle de la polarisation QU .

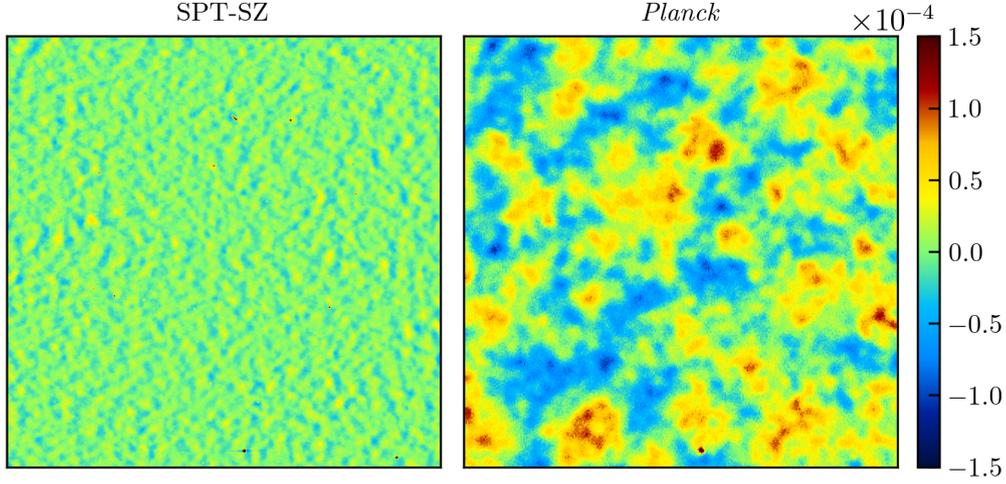


FIGURE 3.9 – Cartes des anisotropies en température du CMB de SPT-SZ à 150 GHz (**gauche**) et *Planck* à 143 GHz (**droite**) centrées aux coordonnées (RA = 00^h15^m, Dec = -57°48′) en unités $\Delta T/T_{\text{CMB}}$ avant nettoyage pour comparaison.

Fréquence [GHz]	Résolution [arcmin]	Sensibilité [$\mu\text{K}\cdot\text{arcmin}$]
27	7.4	21.34
39	5.1	11.67
93	2.2	1.89
145	1.4	2.09
225	1.0	6.9
280	0.9	16.88

TABLE 3.4 – Caractéristiques instrumentales en température d’une version nominale des LATs de CMB-S4, telles que présentées en mai 2022 à *CMB-S4 Clusters*². Les fréquences et FWHMs sont les mêmes que pour les LATs de SO car les mêmes types de télescopes sont prévus. La sensibilité est donnée pour l’intensité I . Il faut la multiplier par un facteur $\sqrt{2}$ pour obtenir celle de la polarisation QU .

Chapitre 4

Analyse jointe sol – espace sur des cartes de température du CMB

La plus grande partie de mon travail durant cette thèse a été de créer un pipeline d’analyse permettant d’extraire la masse moyenne d’un échantillon d’amas à partir des cartes du CMB de deux relevés différents à plusieurs fréquences. La partie la plus compliquée a été de manipuler les fonctions de transfert de SPT-SZ, qui ne sont pas adaptées à une analyse sur de petites ($10 \times 10 \text{ deg}^2$) cartes tangentielles du ciel. Ce chapitre est tiré de l’article que nous avons soumis à A&A sur cette analyse ([Huchet et Melin, 2024](#)).

Je vais tout d’abord introduire les jeux de données que j’ai étudiés dans la Sect. 4.1. Je vais ensuite expliquer la méthodologie dans la Sect. 4.2 et présenter mes simulations dans la Sect. 4.3. Je montre ensuite mes résultats dans la Sect. 4.4. Je discute des incertitudes dans la Sect. 4.5. Pour finir, je résume et conclus dans la Sect. 4.6.

Dans cette partie, j’ai utilisé un modèle cosmologique Λ CDM plat ($\Omega_K = 0$) avec les paramètres $H_0 = 70 \text{ km/s/Mpc}$ et $\Omega_m = 0.3$.

4.1 Jeux de données

J’ai utilisé deux jeux de données dans cette analyse, SPT-SZ et *Planck*. J’ai déjà introduit les deux relevés dans les Sect. 3.3.1 et 3.2.2 respectivement. L’analyse ne porte que sur les amas du catalogue SPT-SZ.

4.1.1 Cartes du ciel de SPT-SZ

Dans mon analyse, j’utilise les données du premier relevé du *South Pole Telescope* ([Story et al., 2013](#)), appelé SPT-SZ en référence aux effets Sunyaev-Zel’dovich, et plus précisément l’effet tSZ (voir Sect. 2.1.4). Son but était de détecter des amas de galaxies massifs grâce à la signature du tSZ sur la carte du ciel aux fréquences submillimétriques. Cet effet tSZ est un contaminant de mon analyse et je présente comment je l’ai soustrait dans la Sect. 4.2.4.

Ce relevé ne contient que des cartes en intensité contrairement à ses successeurs SPTPol et SPT-3G. J’ai utilisé les données publiques, « *SPT Only Data Maps* », publiées par [Chown et al. \(2018\)](#). Leur résolution a été dégradée entre les données privées et publiques. La résolution initiale était de 1.6, 1.1 et 1.0 arcmin (aux bandes de fréquences centrées en 95, 150 et 220 GHz respectivement), dégradée à une résolution de 1.75 arcmin pour

les trois bandes (voir Tab. 3.2). Les données SPT-SZ contiennent un masque de sources ponctuelles et la fonction de transfert de l'instrument pour les trois bandes de fréquences. Les cartes sont fournies en coordonnées équatoriales au format HEALPix (Górski *et al.*, 2005) avec un paramètre de résolution $N_{side} = 8192$, ce qui correspond à une taille de pixel d'environ 0.43 arcmin. J'ai également utilisé la réponse en fréquence des différentes bandes de SPT-SZ, extraite de la Fig. 10 de Chown *et al.* (2018). Cette réponse est utile pour calculer la dépendance en fréquence du tSZ dans chaque bande de fréquences j_{ν_i} (voir Sect. 4.2.1).

4.1.2 Cartes du ciel de *Planck*

Planck a couvert tout le ciel, mais le but de mon analyse est de montrer et de comprendre le gain obtenu en combinant des données sol et espace. La portion de ciel utilisée est donc seulement celle de SPT-SZ ($\sim 2500 \text{ deg}^2$, voir Sect. 3.3.1). De plus, j'ai utilisé uniquement les cartes obtenues par l'instrument *Planck*/HFI qui a observé le ciel entier en six bandes de fréquences, centrées en 100, 143, 217, 353, 545 and 857 GHz à une résolution de 9.659, 7.220, 4.900, 4.916, 4.675, 4.216 arcmin (FWHM, Planck Collaboration *et al.*, 2016a, voir Tab. 3.1).

Les cartes de *Planck* sont fournies en coordonnées galactiques, au format HEALPix (Górski *et al.*, 2005) avec une paramètre de résolution $N_{side} = 2048$, correspondant à une taille de pixel d'environ 1.72 arcmin. Pour faciliter la combinaison de ces cartes avec les cartes de SPT-SZ, j'ai changé les cartes de *Planck* au système de coordonnées équatoriales et nous avons amélioré leur résolution à $N_{side} = 8192$ par « zero-padding », c'est-à-dire en transformant les cartes en harmoniques sphériques, en ajoutant des zéros aux hauts multipoles dans l'espace harmonique (qui caractérisent les échelles plus petites que les pixels des cartes natives *Planck*) puis en les retransformant en cartes réelles. J'ai utilisé les cartes de la *Planck Release 2* (PR2) de la *Planck Legacy Archive* (PLA).

4.1.3 Complémentarité des jeux de données

Comme abordé dans la Sect. 3, les deux jeux de données sont complémentaires. D'un côté, le télescope *Planck* est situé dans l'espace et *Planck*/HFI a cartographié le ciel entier dans six bandes de fréquences, mais son miroir est relativement petit pour étudier des amas. D'un autre côté, SPT est un télescope terrestre avec un grand miroir et un grand nombre de détecteurs, mais les grandes échelles de ses cartes ($> 0.5 \text{ deg}$) sont filtrées à cause de sa stratégie d'observation et SPT-SZ n'a cartographié que 2500 deg^2 du ciel dans trois bandes de fréquences.

Par conséquent, SPT-SZ a une très bonne résolution et sensibilité tandis que *Planck* a une excellente couverture en fréquence et peut observer les grandes échelles du ciel. Cette complémentarité devrait apporter de l'information sur la corrélation entre les grandes (*Planck*) et petite (SPT-SZ) échelles, entraînant une amélioration significative de l'erreur finale de notre analyse jointe de CMB lensing, comparée aux analyses sur chaque jeu de données individuel.

4.1.4 Catalogue d'amas de SPT-SZ

J’ai utilisé le catalogue de [Bleem et al. \(2015\)](#) avec les masses et les redshifts mis à jour par [Bocquet et al. \(2019\)](#). Le catalogue contient 677 objets. J’ai restreint mon analyse aux 516 amas avec des redshifts mesurés et j’ai également retiré 48 amas situés proche du bord du champ de SPT-SZ (voir Sect. 4.2.2). Le catalogue final contient 468 amas. Les masses M_{500} (voir Sect. 2.2) de SPT-SZ sont estimées en utilisant la relation entre le signal-sur-bruit (SNR) de l’effet tSZ et la masse d’un amas pour un modèle Λ CDM plat ($h = H_0/(100 \text{ km/s/Mpc}) = 0.7$, $\Omega_m = 0.3$, $\sigma_8 = 0.8$). Cette relation est calibrée en utilisant des jeux de données externes en rayons X et en *weak lensing*. Les masses de SPT-SZ sont corrigées des biais de sélection, similaires au biais de Malmquist ([Malmquist, 1922](#)). Ces biais apparaissent lors de sélections d’objets basées sur la luminosité apparente. Si les objets suivent une loi liant par exemple leur masse à leur luminosité en tSZ avec une dispersion, les objets plus lumineux à une masse donnée seront plus susceptibles d’être sélectionnés, ce qui crée un biais de sélection.

J’ai multiplié les masses de SPT-SZ par un facteur 0.8 pour correspondre à la définition de masse de [Arnaud et al. \(2010\)](#), comme fait par [Tarrío et al. \(2019\)](#), [Melin et al. \(2021\)](#) et [Melin et Pratt \(2023\)](#). J’ai tracé sur la Fig. 4.1 les masses mesurées par *Planck* et SPT-SZ pour les amas en commun entre leurs échantillons respectifs. Les masses mesurées par *Planck* sont en moyenne 20% plus faibles que celles mesurées par SPT-SZ, ce qui est en partie dû au biais de masse hydrostatique (voir Sect. 2.2.3). Dans la suite de ce chapitre, j’ai appelé M_{SZ} les masses SPT-SZ multipliées par ce facteur 0.8. Cette nouvelle définition de masse revient donc, dans un certain sens à « biaiser » la mesure de SPT-SZ en rajoutant le biais hydrostatique. Je reviendrai sur cette définition et ses implications sur mes résultats dans la Sect. 4.6. La distribution de notre échantillon dans le plan masse en fonction du redshift est montrée sur la Fig. 4.2. Les amas couvrent un grand intervalle de redshifts $z \in [0, 1.7]$ au-dessus d’un seuil qui baisse lentement avec le redshift vers $M_{\text{SZ}} \gtrsim 2 \times 10^{14} M_{\odot}$.

4.2 Méthodologie

J’utilise quelques notations de [Melin et Bartlett \(2015\)](#) dans les sous-sections suivantes.

4.2.1 Aperçu général

Mon but est d’utiliser un estimateur non biaisé pour mesurer le ratio moyen pondéré $\langle M_{\text{CMB}^{\text{lens}}}/M_{\text{SZ}} \rangle$, car le SNR de l’analyse est trop faible pour permettre des mesures individuelles. Je n’ai cependant pas stacké (moyenné pixel par pixel) les cartes de tous les amas mais j’ai construit une carte du CMB lentillé (déformé par effet de lentille) pour chaque champ de $10 \times 10 \text{ deg}^2$ avec un amas à partir des neuf cartes du ciel à une fréquence donnée (trois de SPT-SZ et six de *Planck*). La Fig. 4.3 montre schématiquement la démarche suivie pour chaque amas individuellement.

J’ai tout d’abord découpé des cartes tangentielles planes dans les neuf cartes sphériques du ciel, centrées à l’emplacement de chaque amas (Sect. 4.2.2). J’ai ensuite utilisé des combinaisons linéaires internes (ILC pour *Internal Linear Combinations*, voir Sect. 4.2.4)

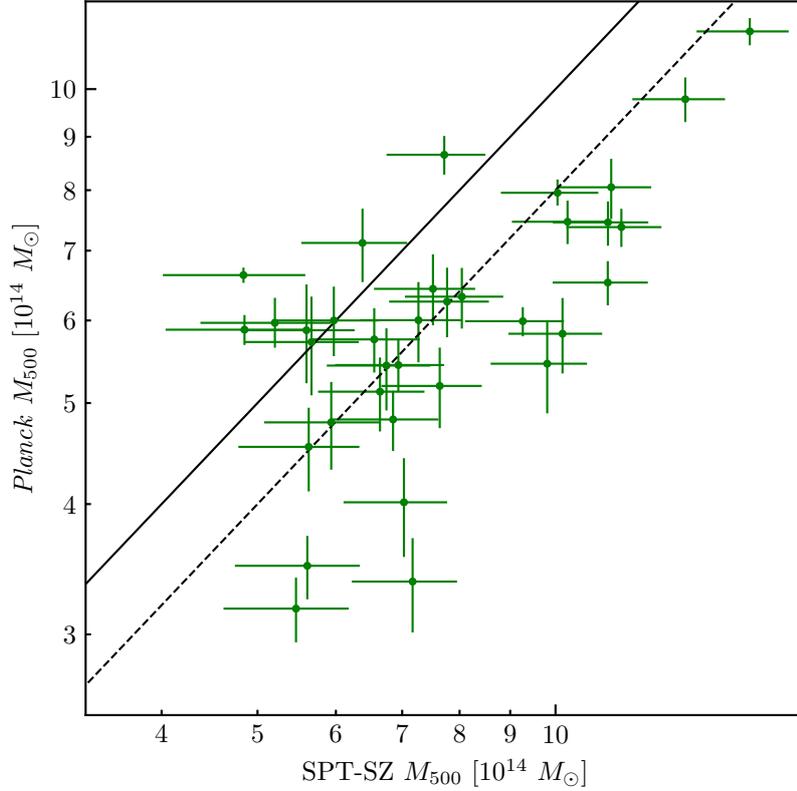


FIGURE 4.1 – Comparaison entre les masses mesurées par *Planck* et par SPT-SZ pour les amas en commun entre les deux échantillons. En moyenne, les masses mesurées par *Planck* sont 20% plus faibles que celles mesurées par SPT-SZ.

pour construire la meilleure carte de CMB lentillé autour de l’amas. L’effet de lentille gravitationnelle sur le CMB induit des corrélations entre ses échelles spatiales. J’ai utilisé ces corrélations pour construire un potentiel de déviation avec l’estimateur à variance minimale de [Hu et Okamoto \(2002\)](#) (Sect. 4.2.5). Le profil de ce potentiel de déviation a ensuite été comparé au potentiel de déviation d’un profil de densité NFW ([Navarro et al., 1996](#)) en utilisant un filtre adapté ([Melin et Bartlett, 2015](#), voir Sect. 4.2.6). Il est ensuite possible d’obtenir la masse d’un amas depuis le profil NFW déduit. Les erreurs sur les amas individuels sont grandes (typiquement une à dix fois plus grandes que le signal). Ma mesure est donc la moyenne pondérée de l’échantillon.

Toutes ces étapes ont été appliquées sur onze différents jeux de 468 positions. Le premier jeu est celui avec le signal de CMB *cluster lensing* (effet de lentille dû à un amas). Je l’ai appelé le jeu *on*. Il est centré sur les positions des amas. Les dix autres jeux sont dix tirages aléatoires de 468 positions dans le champ observé par SPT-SZ. Je les ai appelés les jeux *off*. J’ai fait tourner la même analyse sur les jeux de cartes *on* et *off* et soustrait à la fin le signal moyen mesuré sur les dix jeux *off* à celui mesuré sur le jeu *on* : $on - \langle off \rangle_{10}$.

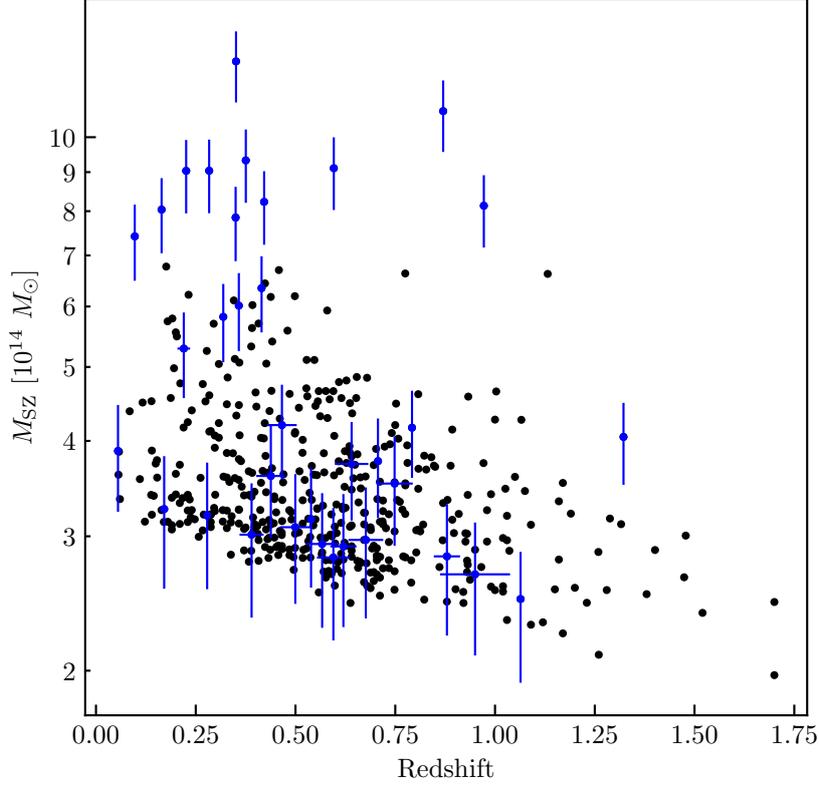


FIGURE 4.2 – Distribution masse-redshift des 468 amas SPT-SZ utilisés dans mon analyse. J’ai affiché en bleu les barres d’erreur des amas avec $M_{SZ} > 7 \times 10^{14} M_{\odot}$ et d’un amas sur 20 au dessous de ce seuil pour conserver la clarté de l’ensemble. La barre d’erreur en redshift de certains amas est cachée par le point associé, car certains redshifts sont spectroscopiques.

Cette méthode m’a permis de supprimer le faux signal provenant des bruits instrumentaux corrélés, des sources astrophysiques d’avant-plan ou d’arrière-plan, de la non périodicité des cartes et tout biais systématique additif. Utiliser la moyenne sur dix jeux aléatoires réduit l’impact sur l’erreur finale, qui prend la forme $\sigma = \sqrt{\sigma_{on}^2 + \sigma_{off}^2} = \sqrt{\sigma_{on}^2(1 + \frac{1}{10})}$.

J’ai supposé que chaque champ contient le CMB primaire (lentillé), le signal du tSZ et du bruit. Ce bruit peut être d’origine astrophysique ou instrumentale. Je peux donc exprimer les cartes d’un champ dans l’espace de Fourier ainsi :

$$\begin{cases} m_{\nu_0}(\mathbf{k}) = \alpha_{\nu_0}(\mathbf{k})S(\mathbf{k}) + \beta_{\nu_0}(\mathbf{k})y(\mathbf{k}) + n_{\nu_0}(\mathbf{k}) \\ m_{\nu_1}(\mathbf{k}) = \alpha_{\nu_1}(\mathbf{k})S(\mathbf{k}) + \beta_{\nu_1}(\mathbf{k})y(\mathbf{k}) + n_{\nu_1}(\mathbf{k}), \\ \dots \end{cases} \quad (4.1)$$

ou, de façon plus compacte :

$$\mathbf{m}(\mathbf{k}) = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{k})S(\mathbf{k}) + \boldsymbol{\beta}(\mathbf{k})y(\mathbf{k}) + \mathbf{n}(\mathbf{k}), \quad (4.2)$$

avec S le CMB primaire, y la carte du paramètre de Compton du tSZ de l’amas, et n_{ν_i} les

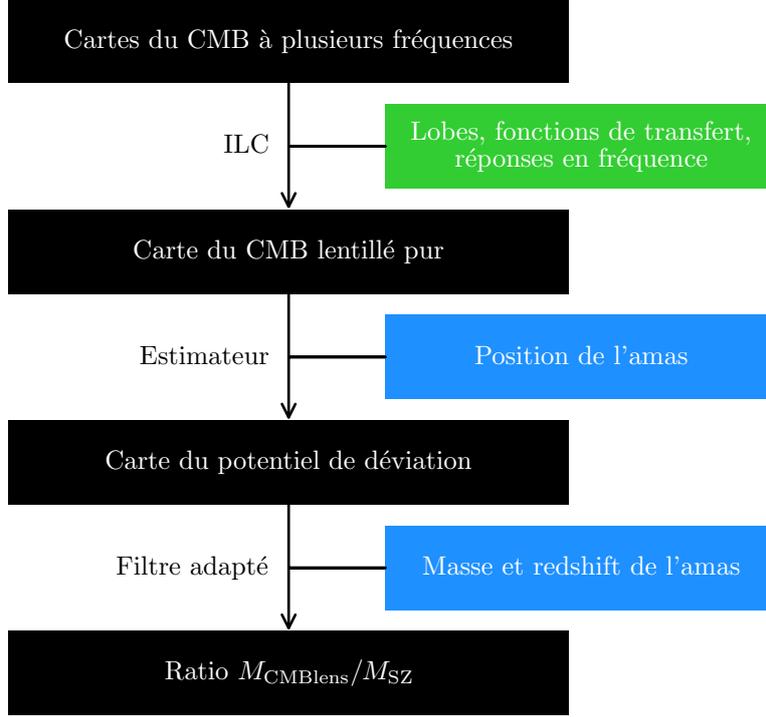


FIGURE 4.3 – Schéma du pipeline d’analyse pour un amas individuel. Les rectangles noirs sont les données du ciel utilisées ou obtenues à chaque étape. Les rectangles contiennent les données sur l’instrument (vert) et sur l’amas (bleu) qui me permettent d’effectuer chaque étape. Les flèches les reliant sont les méthodes utilisées à chaque étape.

bruits instrumentaux et astrophysiques, c’est-à-dire toutes les autres composantes dans la bande de fréquences centrée en ν_i . On a également :

$$\begin{cases} \alpha_{\nu_i}(\mathbf{k}) = b_{\nu_i}(k) \times t_{\nu_i}(\mathbf{k}) \\ \beta_{\nu_i}(\mathbf{k}) = \alpha_{\nu_i}(\mathbf{k}) \times j_{\nu_i} \end{cases}, \quad (4.3)$$

où b_{ν_i} et t_{ν_i} sont respectivement le lobe isotrope et la fonction de transfert de l’instrument dans la bande de fréquences ν_i . Cette fonction de transfert est fixée à $t_{\nu_i} = 1$ pour toutes les fréquences de *Planck*, mais est anisotrope pour les fréquences de SPT-SZ. Par conséquent, α_{ν_i} et β_{ν_i} dépendent du vecteur \mathbf{k} et pas seulement de son module pour les données de SPT-SZ, ce qui rend l’analyse plus complexe. j_{ν_i} est la dépendance en fréquence de l’effet tSZ, intégrée dans la bande ν_i .

Le signal de l’effet SZ cinétique (kSZ) a la même dépendance en fréquence que le CMB primaire et ne peut donc pas être séparé de lui. J’ai estimé son impact sur mon résultat dans la Sect. 4.5.1 et je l’ai corrigé dans ma mesure finale.

4.2.2 Cartes tangentielles

J’ai effectué mon analyse dans l’espace de Fourier sur des petites cartes tangentielles. J’ai donc dû les couper dans les cartes sphériques HEALPix du ciel.

Pour chaque amas, j’ai découpé une carte de $10 \times 10 \text{ deg}^2$ centrée si possible sur lui dans la carte du ciel de chaque fréquence. La taille de carte correspond à celle utilisée pour l’extraction d’amas dans l’analyse officielle de *Planck* (Planck Collaboration *et al.*, 2016a). Elle est assez grande pour permettre une bonne estimation de la matrice de covariance des cartes. Si l’amas était trop proche du bord du champ des données publiques de SPT-SZ pour être au centre de la carte découpée, je l’ai placé au plus près du centre sans inclure plus de 1% de mauvais pixels, c’est-à-dire de pixels vides hors du champ de SPT-SZ. Certains amas étant trop proches du bord, c’est-à-dire moins de 17 arcmin (~ 40 pixels), j’ai dû les retirer de mon échantillon. J’ai ainsi retiré 48 amas, réduisant l’échantillon de SPT-SZ de 516 amas avec un redshift mesuré à 468 amas avec redshift et bien dans le champ public de SPT-SZ. J’ai apodisé les cartes, c’est-à-dire amené progressivement les bords des cartes (35 pixels, soit ~ 15 arcmin) à zéro dans l’espace réel pour imiter une carte périodique et ainsi limiter les artefacts lors de l’utilisation de la transformée de Fourier à deux dimensions (2-D).

Les fonctions de transfert de SPT ne sont pas symétriques azimuthalement. Nous les avons dans un premier temps estimées de la même manière que Melin *et al.* (2021), en décalant les cartes HEALPix des fonctions de transfert, fournies pour chaque fréquence, aux emplacements des 10 amas les plus massifs avant de découper les cartes tangentielles pour obtenir des effets de projection similaires à ceux des cartes du CMB. Nous avons ensuite découpé et apodisé des cartes de $10 \times 10 \text{ deg}^2$ autour des positions des amas pour chaque bande de fréquences. Cependant, l’analyse de l’effet de lentille des amas de galaxies sur le CMB demande une précision plus élevée que leur détection par effet tSZ. Les fonctions de transfert fournies par SPT-SZ manquent de cette précision car elles sont trop bruitées, même en les moyennant sur 10 positions. Elles peuvent donner un poids trop élevé à certains modes ce qui, combiné à la variabilité des cartes du CMB elles-mêmes, peut apporter du faux signal dans la corrélation mesurée entre deux modes. Cela a créé des instabilités dans les mesures de masse d’amas sans que le problème ne soit visible à l’œil sur les cartes obtenues grâce à l’ILC. La Fig. 4.4 montre la mesure finale pour un amas en fonction de la masse supposée de l’amas, notamment pour le calcul du tSZ relativiste (voir Sect. 4.3.2). On observe que la fonction de transfert moyennée sur seulement 10 positions est une source d’instabilité et donc d’erreur sur le résultat. Ces erreurs atteignent plusieurs ordres de grandeur de différence sur certaines cartes. Lisser les fonctions de transfert n’a pas fonctionné car les cartes étaient trop bruitées et les fonctions de transfert trop anisotropes. J’ai donc finalement moyenné des cartes des fonctions de transfert SPT-SZ décalées puis découpées aux 468 positions. J’ai de plus symétrisé le résultat dans les directions verticales et horizontales (moyenné les pixels symétriques par rapport à un axe) pour obtenir une carte de fonction de transfert périodique et moins bruitée par bande de fréquences.

4.2.3 Sources ponctuelles

Les cartes du ciel et donc les cartes tangentielles contenaient des sources ponctuelles que j’ai dû retirer pour éviter la contamination de mon estimation du potentiel de déviation.

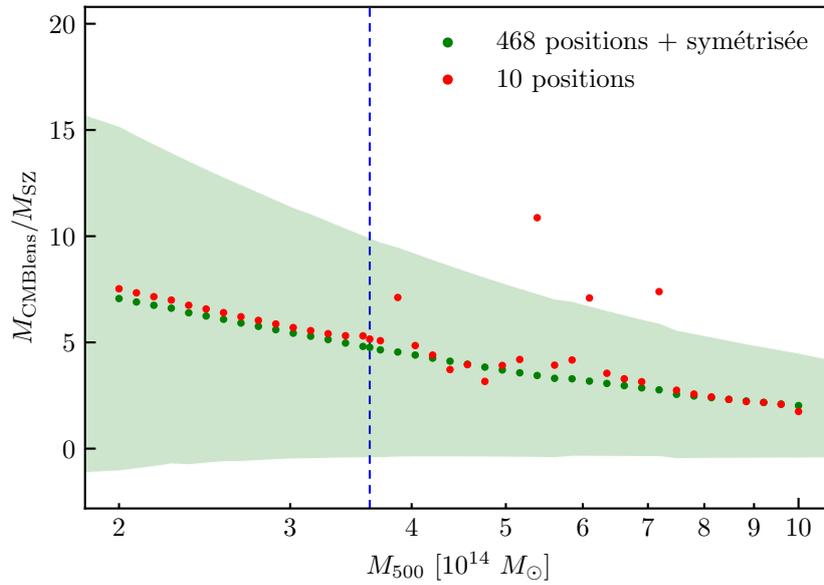


FIGURE 4.4 – Comparaison entre les résultats obtenus sur les trois cartes SPT-SZ *on* d'un amas en utilisant les fonctions de transfert de SPT-SZ moyennées sur 10 positions (en rouge) ou sur 468 positions et symétrisée (points verts, la zone verte représente les barres d'erreur) en fonction de la masse recherchée. On remarque que des fonctions de transfert trop bruitées rendent l'analyse instable. La masse SZ de l'amas associé à ces cartes est symbolisée par les tirets bleus et la mesure avec la fonction de transfert stable donne $M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} = 5.16 \pm 5.20$. Pour cette masse, l'instabilité n'est pas facilement détectable.

Pour ce faire, j'ai remplacé une zone circulaire légèrement plus grande que la FWHM du lobe, centrée sur la position de la source ponctuelle, par une réalisation gaussienne contrainte. Ce remplissage devait être continu avec la zone voisine pour réduire son impact sur mon estimateur d'effet de lentille.

Pour chaque amas, j'avais neuf cartes – six *Planck* et trois SPT-SZ – que j'ai masquées séparément. J'ai d'abord calculé le ratio de signal-sur-bruit de la source ponctuelle dans chaque carte en utilisant un filtre adapté de la forme du lobe. J'ai ensuite itéré sur les sources vérifiant un $\text{SNR} > 6$ et les ai masquées avec un disque de rayon r_i de 5 (*resp.* 10) arcmin pour SPT-SZ (*resp.* *Planck*).

Pour masquer les sources ponctuelles, je ne pouvais pas simplement fixer la valeur des pixels masqués à zéro, quelle que soit la transition avec la zone non masquée. J'ai par la suite mesuré les corrélations entre différents modes k (échelles spatiales) de la carte donc ces régions masquées auraient créé de fausses corrélations si fixées à zéro. Pour m'assurer de ne pas créer de corrélation artificielles, j'ai utilisé la méthode de champ gaussien contraint de [Hoffman et Ribak \(1991\)](#) (voir également [Benoit-Lévy et al., 2013](#)).

J'ai commencé par créer une réalisation aléatoire d'un champ de température gaussien \tilde{m} , calculé à partir du spectre de puissance à deux dimensions $P(\mathbf{k})$ de la carte à masquer m . Une partie de cette réalisation aléatoire était supposée remplir la zone masquée et, bien qu'elle ait la même variance que m , il fallait qu'elle soit également continue avec la zone entourant le masque sur la carte originale. Je l'ai donc contrainte avec un anneau entourant la zone à masquer, appelé la zone de contrainte. Je l'ai choisi avec un rayon externe r_o de deux fois son rayon interne r_i , le rayon de la zone à masquer. J'illustre le disque et l'anneau sur la Fig. 4.5.

À ce moment de l'analyse, j'avais une zone à masquer avec un champ m_1 et une zone de contrainte avec un champ m_2 sur la carte originale, et la même chose sur la réalisation gaussienne (\tilde{m}_1 and \tilde{m}_2).

La deuxième étape impliquait le calcul de la fonction de corrélation à deux dimensions de m , que j'ai notée $\xi(\mathbf{r})$ avec \mathbf{r} la distance entre deux pixel. $\xi(\mathbf{r})$ est la transformée de Fourier inverse de $P(\mathbf{k})$ et décrit la valeur la plus probable d'un pixel sachant les valeurs des autres pixels à différentes distances. À partir de cette fonction, on peut obtenir la matrice de covariance pour des jeux de pixels choisis. J'ai créé deux matrices, la première étant la matrice d'auto-covariance de la zone de contrainte Σ_{22} et la seconde la matrice de covariance entre la zone à masquer et la zone de contrainte Σ_{12} . On comprend maintenant pourquoi il vaut mieux utiliser la fonction de corrélation de la carte entière pour les calculer, car le nombre de pixels dans la zone de contrainte pourrait ne pas être suffisant pour calculer précisément Σ_{22} et, puisque les valeurs de m_1 sont celles que nous devons masquer, nous ne pouvons pas les utiliser pour calculer Σ_{12} .

La fonction de distribution de la probabilité conditionnelle d'avoir un champ m'_1 contraint par m'_2 est :

$$\mathcal{P}(m'_1|m'_2) = \frac{\mathcal{P}(m'_2|m'_1)\mathcal{P}(m'_1)}{\mathcal{P}(m'_2)}. \quad (4.4)$$

C'est une gaussienne centrée en :

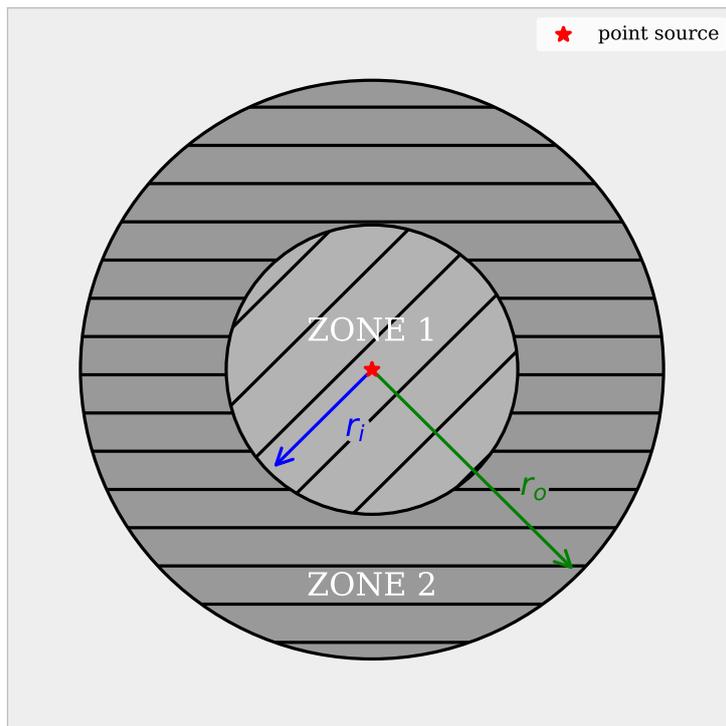


FIGURE 4.5 – Schéma des deux zones utilisées pour le masquage des sources ponctuelles. La zone 1 est masquée et la zone 2 est utilisée pour contraindre le champ gaussien qui remplira la zone 1 et assurer sa continuité avec la carte originale. Le rayon interne r_i est de 5 (*resp.* 10) arcmin pour SPT-SZ (*resp.* *Planck*) et le rayon externe r_o est le double du rayon interne.

$$\bar{m}'_1 = \langle \mathcal{P}(m'_1|m'_2) \rangle = \Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}m'_2. \quad (4.5)$$

\bar{m}'_1 peut être vu comme la valeur la plus probable pour chaque pixel dans la zone 1 *individuellement*, c'est-à-dire ce que l'on devrait avoir si l'on connaît m'_2 et $\xi(\mathbf{r})$. Cela ne veut pas dire que \bar{m}'_1 a les mêmes propriétés statistiques que le CMB que l'on veut restaurer : il manque des variations de valeurs de la zone 1 qui ne peuvent pas être déduites à partir de la zone 2. Ces écarts, qui proviennent notamment des échelles plus grandes que la zone 2, ont été obtenues grâce à la simulation, qui fournit un tirage adéquat de ces écarts pour chaque pixel de la zone 1.

Le champ \tilde{m}_1 contient donc les écarts appropriés à la valeur déduite du champ \tilde{m}_2 – aussi appelée moyenne $\bar{\tilde{m}}_1$ – parce que je l'ai construit avec $P(\mathbf{k})$, mais n'a pas la moyenne que m_1 devrait avoir, celle déduite de m_2 . La troisième étape est donc de calculer les résidus de la réalisation, définis comme :

$$m_{1,r} = \tilde{m}_1 - \bar{\tilde{m}}_1 = \tilde{m}_1 - \Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\tilde{m}_2, \quad (4.6)$$

qui est le champ avec seulement les écarts aléatoires à la moyenne de la zone 1 de la simulation, $\bar{\tilde{m}}_1$, déduite de \tilde{m}_2 .

La dernière étape a ensuite consisté en l'ajout de \bar{m}_1 , qui est la moyenne que m_1 devrait avoir (déduite de m_2) :

$$m_{1,fill} = m_{1,r} + \bar{m}_1 = \tilde{m}_1 + \Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}(m_2 - \tilde{m}_2). \quad (4.7)$$

La Fig. 4.6 illustre les notations que j'ai utilisées dans cette section pour le remplissage d'un pixel.

Le champ $m_{1,fill}$ est utilisé pour remplir la zone à masquer, il est continu avec le champ environnant et possède la déviation standard attendue. Les Fig. 4.7 et 4.8 comparent un CMB simulé (et donc connu) à ce même champ où l'on a masqué une zone circulaire en suivant la méthode énoncée ci-dessus pour les tailles de masque de SPT-SZ et *Planck* respectivement. On observe des écarts entre le champ original et le restauré d'autant plus grands que l'on s'éloigne de la zone de contrainte. Ces différences sont donc plus marquées dans le cas *Planck*, où l'on masque un disque d'un rayon deux fois plus élevé (10 arcmin) que pour SPT-SZ (5 arcmin). Elles peuvent ainsi être de l'ordre de $\sim 20\%$ pour *Planck* mais restent de l'ordre de $\sim 2\%$ pour SPT-SZ. Il n'est pas important de retrouver le vrai CMB, mais seulement de limiter l'impact du masquage sur le spectre de puissance 2-D de la carte et donc sur la reconstruction du potentiel gravitationnel de l'amas.

4.2.4 Combinaisons linéaires internes (ILC)

J'avais alors neuf cartes nettoyées des sources ponctuelles pour chaque amas, mais elles étaient toujours contaminées par l'effet tSZ (Sect. 2.1.4). J'ai écrit les cartes en colonne, ou sous forme de matrice, comme montré dans l'Éq. 4.2.

De cette façon, il est facile de voir où se trouve le signal et j'ai cherché une estimation de variance minimale \hat{S} de la carte de CMB pur lentillé S . J'ai utilisé la méthode proposée

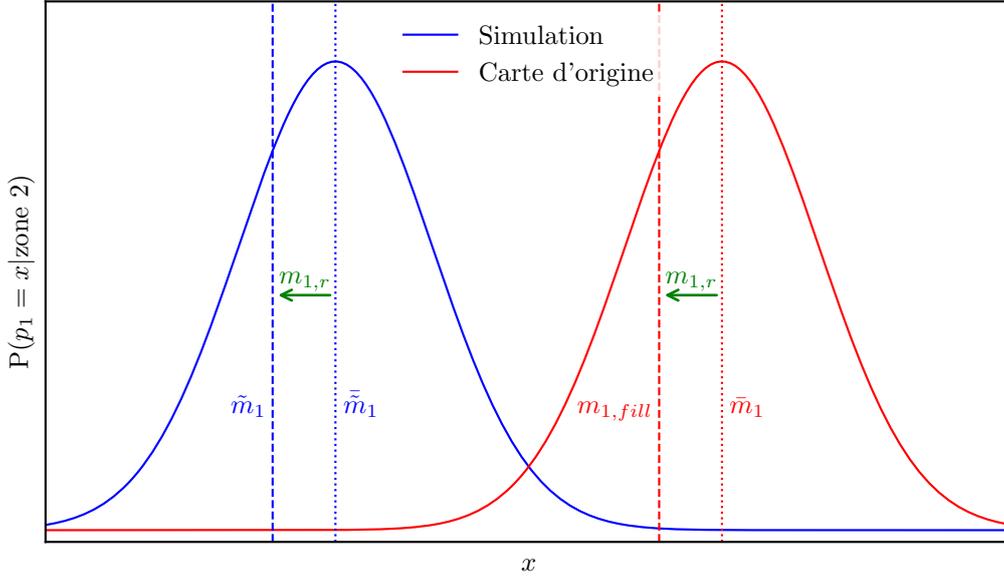


FIGURE 4.6 – Illustration du calcul de la valeur de remplissage $m_{1,fill}$ d'un pixel de la zone 1. Toutes les valeurs sont arbitraires. Les deux gaussiennes sont les fonctions de distribution de la probabilité conditionnelle que la vraie valeur du CMB au pixel soit $p_1 = x$, sachant la valeur des pixels de la zone 2 originale (rouge) ou simulée (bleu).

par [Remazeilles et al. \(2011\)](#), appelée *constrained Internal Linear Combination* (ILC) pour obtenir cette estimation de variance minimale tout en excluant totalement le signal du tSZ au détriment du niveau de bruit, qui est par exemple ~ 3 fois plus élevé qu'une ILC classique sur les cartes SPT-SZ. J'aborde cet aspect dans l'Annexe A. Comme son nom le suggère, le but de cette méthode est de retrouver le signal grâce à des combinaisons linéaires des cartes aux différentes fréquences, c'est-à-dire :

$$\hat{S} = \mathbf{w}^t \mathbf{m}. \quad (4.8)$$

L'imposition des contraintes $\mathbf{w}^t \boldsymbol{\alpha} = 1$ et $\mathbf{w}^t \boldsymbol{\beta} = 0$ donne :

$$\mathbf{w}^t = \frac{(\boldsymbol{\beta}^t \hat{\mathbf{R}}^{-1} \boldsymbol{\beta}) \boldsymbol{\alpha}^t \hat{\mathbf{R}}^{-1} - (\boldsymbol{\alpha}^t \hat{\mathbf{R}}^{-1} \boldsymbol{\beta}) \boldsymbol{\beta}^t \hat{\mathbf{R}}^{-1}}{(\boldsymbol{\alpha}^t \hat{\mathbf{R}}^{-1} \boldsymbol{\alpha}) (\boldsymbol{\beta}^t \hat{\mathbf{R}}^{-1} \boldsymbol{\beta}) - (\boldsymbol{\alpha}^t \hat{\mathbf{R}}^{-1} \boldsymbol{\beta})^2}, \quad (4.9)$$

où $\hat{\mathbf{R}}$ est la matrice de covariance empirique des neuf cartes. En inversant les rôles de $\boldsymbol{\alpha}$ et $\boldsymbol{\beta}$ dans l'ILC, il est possible de récupérer le signal du tSZ sans CMB. Cela m'a permis de tester le bon fonctionnement de la méthode mais aussi mes simulations.

Dans leur travaux, [Remazeilles et al. \(2011\)](#) calculent $\hat{\mathbf{R}}$ en lissant sur des intervalles $\Delta\ell$ en harmoniques sphériques pour limiter les variations statistiques. La fonction de transfert de SPT-SZ est trop anisotrope pour me permettre d'appliquer la même méthode, ce qui a été source de beaucoup de problèmes. Pour les résoudre, j'ai calculé $\hat{\mathbf{R}}$ sur tous les

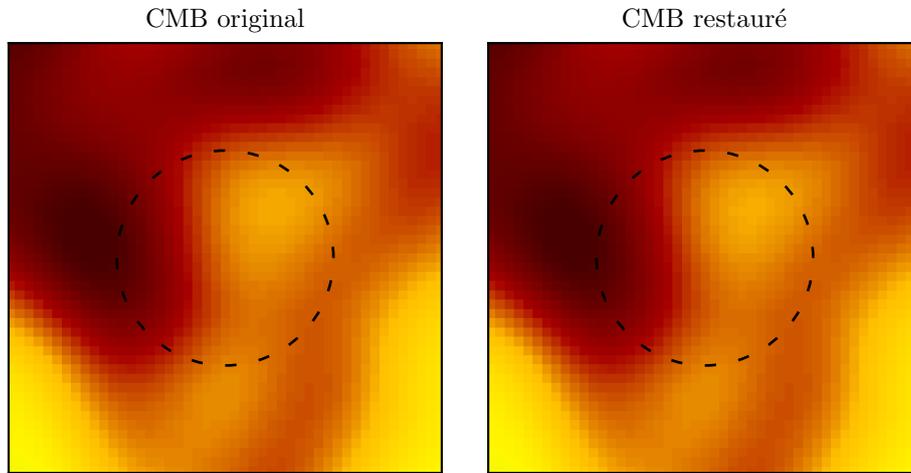


FIGURE 4.7 – Exemple de remplacement d’une partie de carte par un champ gaussien contraint pour obtenir les caractéristiques statistiques du CMB et la continuité avec le reste de la carte. Ici, la zone masquée (pointillés) est un disque de 5 arcmin, contrainte par un anneau d’un rayon externe de 10 arcmin entourant le disque, comme c’est le cas pour le masquage des sources ponctuelles des cartes de SPT-SZ. Les différences entre les deux cartes ne dépassent pas les $\sim 2\%$

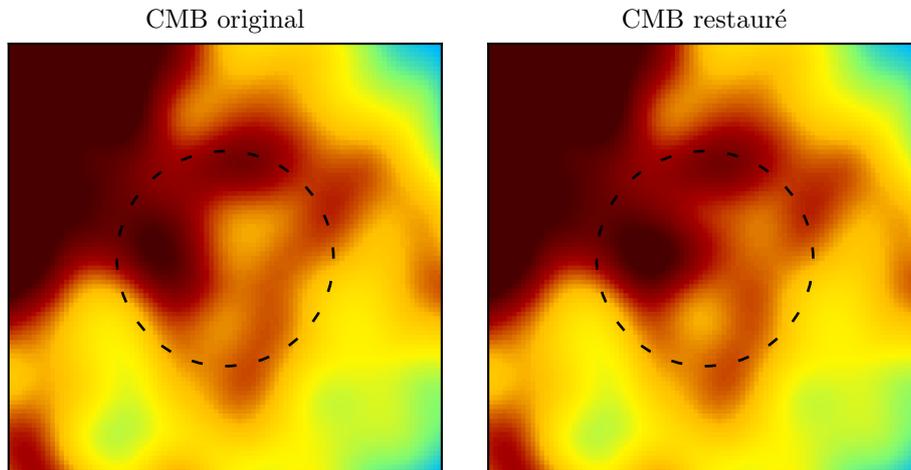


FIGURE 4.8 – Même figure que Fig. 4.7 sur le même CMB mais avec une zone masquée (pointillés) et une zone de contrainte de rayons deux fois plus grands, comme c’est le cas pour le masquage des sources ponctuelles des cartes de *Planck*. Les différences entre les deux cartes atteignent par endroits $\sim 20\%$.

champs *on* et *off* et calculé la moyenne pour chaque mode \mathbf{k} individuel pour préserver le plus d'information possible. J'ai pu moyenner sans distinction sur les cartes *on* et *off* car le signal de CMB lensing n'est pas supposé affecter la reconstruction du CMB de l'ILC, une fois moyenné sur toutes les cartes.

Cette méthode m'a permis de récupérer le meilleur CMB à partir des neuf cartes aux différentes fréquences, mais le bruit aux petites échelles était très élevé dans la carte finale à cause de la déconvolution des lobes et des fonctions de transfert α et β . J'ai donc appliqué un lobe effectif \tilde{b} à la carte en sortie de l'ILC qui a aplati le spectre du bruit aux petites échelles. Ce lobe effectif, qui m'a servi à inspecter visuellement les cartes en sortie de l'ILC, a ensuite été pris en compte dans l'estimateur du potentiel de déviation dans la Sect. 4.2.5 et n'impacte pas le résultat final. Pour l'ILC effectuée seulement sur les cartes de *Planck*, j'ai utilisé un lobe gaussien de largeur 4.9 arcmin (FWHM) ; tandis que pour l'analyse avec les cartes de SPT-SZ seulement, j'ai créé un lobe en prenant la valeur de plus faible module $\alpha_{\nu_i}(\mathbf{k})$ parmi les trois fréquences pour chaque mode \mathbf{k} (le moins bon lobe). Pour l'analyse jointe, le lobe effectif est la valeur de module maximum pour chaque mode \mathbf{k} entre le lobe effectif de *Planck* et celui de SPT-SZ (le meilleur lobe).

Le spectre de puissance moyen de la carte finale, convoluée par le lobe effectif, est :

$$P_{\hat{S}} = \langle |\tilde{b} \mathbf{w}^t \mathbf{m}|^2 \rangle = |\tilde{b}|^2 \frac{(\beta^t \hat{\mathbf{R}}^{-1} \beta)^2 (\alpha^t \hat{\mathbf{R}}^{-1} \alpha) - (\alpha^t \hat{\mathbf{R}}^{-1} \beta)^2 (\beta^t \hat{\mathbf{R}}^{-1} \beta)}{\left[(\alpha^t \hat{\mathbf{R}}^{-1} \alpha) (\beta^t \hat{\mathbf{R}}^{-1} \beta) - (\alpha^t \hat{\mathbf{R}}^{-1} \beta)^2 \right]^2}, \quad (4.10)$$

où $\langle \rangle$ est la moyenne d'ensemble sur différentes réalisations hypothétiques du ciel. $P_{\hat{S}}$ est utilisé dans la définition de l'estimateur de potentiel de déviation dans la section suivante.

J'ai utilisé cette méthode sur les cartes aux neuf fréquences pour $|\mathbf{k}| < 175$ (ou, de manière équivalente, $\ell < 6287$), c'est-à-dire pour les modes décrits à la résolution de *Planck*. Pour $175 \leq |\mathbf{k}| < 278$, où *Planck* n'apporte aucune information, je n'ai utilisé que les trois cartes de SPT-SZ. At $|\mathbf{k}| \geq 278$ (ou $\ell > 10\,000$), aucun des deux jeux de données n'apporte d'information fiable, j'ai donc masqué les modes \mathbf{k} correspondants dans l'ILC. La Fig. 4.9 compare des simulations de cartes *Planck* à 143 et 217 GHz avec le résultat de l'ILC sur les six cartes simulées au six fréquences de *Planck*. Les cartes font 172 arcmin de côté et sont centrées sur une amas de masse $M_{500} = 2 \times 10^{15} M_{\odot}$ situé à un redshift $z = 0.1$. Elles sont découpées dans des simulations de taille classique ($10 \times 10 \text{ deg}^2$). On remarque que l'ILC obtient un meilleur bruit que les deux cartes individuelles et que le tSZ, très visible sur la carte à 143 GHz (une tâche froide) a disparu de l'ILC comme attendu. La carte à 217 GHz a naturellement très peu de tSZ (voir Sect. 2.1.4), on peut donc l'utiliser pour vérifier que le CMB reconstruit est bien le bon.

4.2.5 Estimateur de potentiel de déviation

L'étape suivant de l'analyse était ensuite de reconstruire le potentiel de déviation – ou potentiel de lentille – à partir de la carte de CMB lentillé « pur » obtenue dans la section précédente. Ce signal est lié au potentiel gravitationnel, directement associé avec la masse projetée le long de la ligne de visée. Il est ainsi possible de l'utiliser pour mesurer la masse

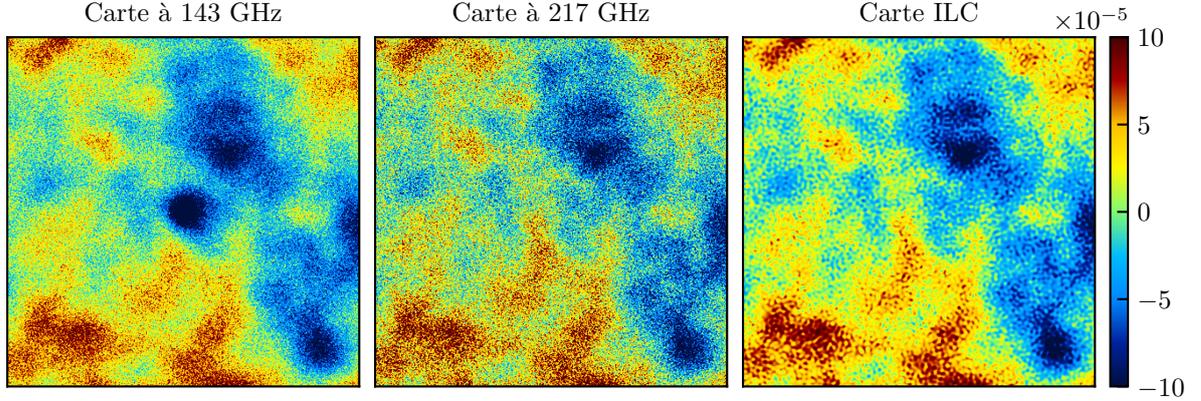


FIGURE 4.9 – Comparaison entre des cartes simulées de *Planck* à 143 (gauche) et 217 GHz (milieu) et le résultat de l’ILC sur six cartes simulées, aux six fréquences de *Planck*/HFI (droite). Les cartes affichées ici font 172 arcmin de côté et sont centrées sur un amas de masse $M_{500} = 2 \times 10^{15} M_{\odot}$ situé à un redshift $z = 0.1$. Elles sont découpées dans des simulations de taille classique ($10 \times 10 \text{ deg}^2$) en unités $\Delta T/T_{\text{CMB}}$.

d’un amas. Nous avons choisi l’estimateur de potentiel de déviation de variance minimale de [Hu et Okamoto \(2002\)](#) pour ce faire. Cet estimateur utilise le fait que le lentillage du CMB crée des corrélations entre les modes \mathbf{k} de celui-ci (voir Sect. 2.3.3). On peut ainsi exprimer cette fonction de corrélation moyennée sur plusieurs réalisations de CMB pour le même potentiel de déviation :

$$\langle X(\mathbf{k})X'^*(\mathbf{k}') \rangle = f_{XX'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')\Phi(\mathbf{K}), \quad (4.11)$$

où $\mathbf{K} \equiv \mathbf{k} - \mathbf{k}' \pmod{n}$, avec n la taille de l’image en pixels selon l’axe x ou y (les cartes sont carrées). $X, X' = T, E, B$ et je note $f = f_{TT}$ dans la suite de cette partie car cette analyse ne porte que sur les cartes de température du CMB. J’étudie les autres paires XX' dans la Sect. 5. J’ai calculé une estimation du potentiel de déviation $\hat{\phi}$ dans l’espace de Fourier comme suit :

$$\hat{\phi}(\mathbf{K}) = A(\mathbf{K}) \sum_{\mathbf{k}} \hat{S}(\mathbf{k})\hat{S}^*(\mathbf{k}')F(\mathbf{k}, \mathbf{k}'), \quad (4.12)$$

Ainsi, je récupère de l’information sur un mode de Fourier (ou échelle spatiale) \mathbf{K} grâce aux corrélations entre les modes \mathbf{k} et \mathbf{k}' . Le signal final dépendra donc à la fois du SNR à chaque mode \mathbf{k} et de l’intervalle de modes \mathbf{k} couvert. La normalisation A , qui est également la variance du potentiel de déviation reconstruit, est définie comme :

$$A(\mathbf{K}) = \left[\sum_{\mathbf{k}} f(\mathbf{k}, \mathbf{k}')F(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \right]^{-1}, \quad (4.13)$$

avec les poids F définis pour minimiser la variance de l’estimateur de $\hat{\phi}$:

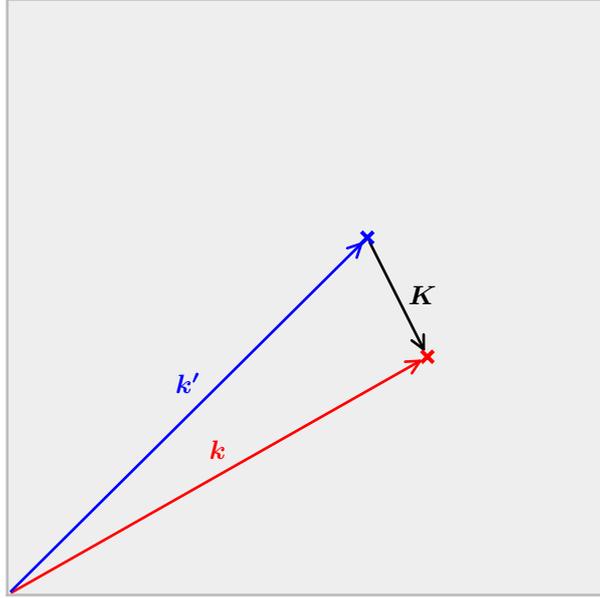


FIGURE 4.10 – Schéma représentant les modes de Fourier \mathbf{K} du potentiel de déviation pour lesquelles l’estimateur de [Hu et Okamoto \(2002\)](#) permet de reconstruire l’information à partir de deux autres modes \mathbf{k} et \mathbf{k}' .

$$F(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{f^*(\mathbf{k}, \mathbf{k}')}{2P_{\hat{\delta}}(\mathbf{k})P_{\hat{\delta}}(\mathbf{k}')}, \quad (4.14)$$

$P_{\hat{\delta}}$ étant la moyenne du spectre de puissance de l’ILC défini dans l’Éq. 4.10. Le filtre de variance minimale est défini comme :

$$f(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \tilde{b}(\mathbf{k})\tilde{b}^*(\mathbf{k}') \left[\tilde{C}_{\text{TT}}(k)\mathbf{k} \cdot \mathbf{K} - \tilde{C}_{\text{TT}}(k')\mathbf{k}' \cdot \mathbf{K} \right], \quad (4.15)$$

avec \tilde{b} le lobe instrumental effectif appliqué à la combinaison des neuf cartes (Sect. 4.2.4). \tilde{C}_{TT} est le spectre de puissance du CMB non lentillé. Je l’ai obtenu depuis une simulation tout le ciel de CMB pur gaussien à une résolution HEALPix $N_{\text{side}} = 8192$, créée à partir du spectre de puissance du CMB primaire de *Planck*, que j’ai projetée et apodisée comme je l’ai fait pour les cartes du ciel de SPT-SZ et *Planck* (Sect. 4.2.2).

La Fig. 4.10 est une représentation visuelle de comment il est possible de récupérer de l’information sur le potentiel de déviation à une échelle (ou mode) \mathbf{K} à partir de deux autres échelles \mathbf{k} et \mathbf{k}' . Dans le cas dessiné, on récupère de l’information à une échelle plus grande (ou à un \mathbf{K} plus petit) que les échelles dont les corrélations sont utilisées.

4.2.6 Filtre adapté

J’ai ensuite voulu mesurer une masse à partir du profil de déviation reconstruit. À cette fin, j’ai utilisé le filtre adapté décrit dans [Melin et Bartlett \(2015\)](#) :

$$M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{fid.}} = \left[\sum_{\mathbf{K}} \frac{|\Phi(\mathbf{K})|^2}{A(\mathbf{K})} \right]^{-1} \sum_{\mathbf{K}} \frac{\Phi^*(\mathbf{K})}{A(\mathbf{K})} \hat{\phi}(\mathbf{K}), \quad (4.16)$$

où Φ est le potentiel de déviation d'un profil de densité Navarro-Frenk-White (NFW, [Navarro et al., 1996](#)) pour une masse fiducielle (ou fiduciaire) $M_{\text{fid.}}$. J'ai détaillé ce profil et son utilisation dans la Sect. 4.3.1. J'ai tracé sur la Fig. 4.11 la somme cumulée jusqu'à K de l'Éq. 4.16 en fonction de K pour l'analyse sur des simulations jointes SPT-SZ et *Planck* d'un amas de masse $M_{500} = 2 \times 10^{15} M_{\odot}$ à un redshift $z = 0.1$. Le poids relatif de chaque échelle dans la somme totale est visible grâce aux variations de cette somme cumulée. Ainsi, on remarque que les plus grandes échelles reconstruites (ou plus petits multipoles $L < 5000$) apportent la majorité de l'information. Nous avons cependant vu dans la section précédente que les grandes échelles du potentiel de déviation peuvent être reconstruites à partir des petites échelles d'une carte de CMB lentillé car je reconstruis les échelles $\mathbf{K} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$.

Le filtre adapté renvoie l'amplitude de notre mesure de masse par rapport à la masse fiducielle – un ratio entre notre mesure et la masse fiducielle – et peut, à cause d'un SNR faible, renvoyer une amplitude négative et donc une masse négative. Cela ne signifie pas que cette analyse prétend mesurer des masses négatives. À cause des barres d'erreurs individuelles très larges ($\sim 10 \times M_{\text{fid.}}$), j'ai moyenné les mesures individuelles des 468 amas de l'échantillon. Estimer des masses individuelles avant de les moyennner m'a permis de vérifier la présence de dépendances en redshift ou en masse de notre mesure $M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{fid.}}$.

4.3 Simulations

J'ai tout d'abord testé la méthode sur des données simulées pour étudier les caractéristiques statistiques des masses obtenues et évaluer les biais possibles. Par conséquent, j'ai construit neuf cartes de CMB lentillé pour chaque amas, avec les caractéristiques instrumentales des neuf bandes de fréquences.

4.3.1 Potentiel de déviation de l'amas

J'ai choisi un profil de densité NFW ([Navarro et al., 1996](#)) pour l'amas, qui décrit bien la répartition de la matière noire des amas :

$$\rho(r) = \frac{\delta_c \rho_c}{(r/r_s)(1 + r/r_s)^2}, \quad (4.17)$$

où ρ_c est la densité critique à un redshift z et $r_s = R_{500}/c_{500}$ est le rayon d'échelle, avec R_{500} le rayon à l'intérieur duquel la densité moyenne de l'amas est $500\rho_c$. c_{500} est le paramètre de concentration que j'ai supposé constant $c_{500} = 3.03 \pm 0.08 \approx 3$ pour simplifier l'analyse, bien qu'il semble varier faiblement avec la masse et le redshift de l'amas (e.g. [Diemer et Kravtsov, 2015](#); [Ludlow et al., 2016](#)). Sa valeur a été estimée à partir de la mesure $c_{200} = 4.61 \pm 0.12$ de [Pointecouteau et al. \(2005\)](#), sur 10 amas observés en rayons

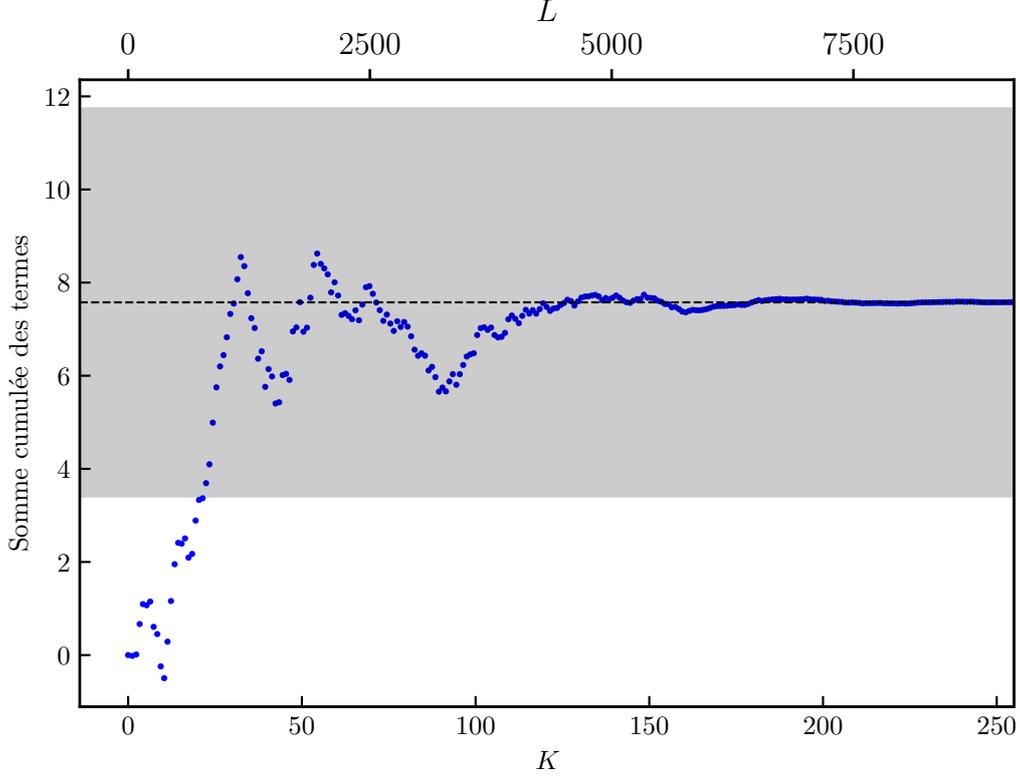


FIGURE 4.11 – Somme cumulée jusqu’à K de l’Éq. 4.16 en fonction de K pour l’analyse sur des simulations jointes SPT-SZ et *Planck* d’un amas de masse $M_{500} = 2 \times 10^{15} M_{\odot}$ à un redshift $z = 0.1$. Le résultat final $M_{\text{CMB lens}}/M_{\text{fid.}} = 7.58 \pm 4.17$ est symbolisé par les tirets pour la valeur centrale et la zone grisée pour la barre d’erreur.

X couvrant un intervalle de masse similaire à notre échantillon, en suivant [Melin et al. \(2018\)](#). La surdensité caractéristique δ_c est liée à c_{500} comme suit :

$$\delta_c = \frac{500}{3} \frac{c_{500}^3}{\ln(1 + c_{500}) - c_{500}/(1 + c_{500})}. \quad (4.18)$$

J’ai projeté ce profil de densité le long de la ligne de visée jusqu’à une distance de $5R_{500}$ du centre de l’amas et ainsi obtenu un profil de densité de surface $\Sigma_{NFW}(\epsilon)$ (Éq. 2.60). J’ai ensuite suivi les étapes décrites dans la Sect. 2.3 pour obtenir le profil de convergence κ de l’amas (Éq. 2.63) à partir de sa densité de masse surfacique Σ_{NFW} , puis le potentiel de déviation Φ avec l’Éq. 2.65.

Ce potentiel a été utilisé pour simuler des cartes de CMB lentillé mais aussi dans le filtre adapté de l’Éq. 4.16. Il ne dépend pas de la fréquence observée.

4.3.2 Distorsion due au tSZ

J’ai également eu besoin de modéliser le signal de l’effet tSZ (Sect. 2.1.4). Ce signal est proportionnel à la pression électronique du gaz intra-amas ([Carlstrom et al., 2002](#)). J’ai

utilisé l'approche de [Nagai *et al.* \(2007\)](#) et [Arnaud *et al.* \(2010\)](#), avec un profil de pression électronique NFW généralisé (gNFW) :

$$P(r) = \frac{P_{500}P_0}{(r/r_s)^\gamma [1 + (r/r_s)^\alpha]^{(\beta-\gamma)/\alpha}}, \quad (4.19)$$

où (γ, α, β) sont les pentes du profil aux distances $r \ll r_s$, $r \sim r_s$ et $r \gg r_s$ respectivement. P_0 est la normalisation et $P_{500} \propto M_{500}^{5/3}$ est une pression caractéristique pour M_{500} la masse contenue dans R_{500} . Le signal tSZ est utilisé pour détecter des amas et estimer leur masse, comme cela a été le cas pour l'analyse SPT-SZ ([Bocquet *et al.*, 2019](#)). J'ai utilisé ces masses M_{SZ} (multipliées par un facteur 0.8 comme discuté dans la Sect. 4.1.4) comme masses fiducielles M_{fid} pour simuler les cartes d'amas (profil de matière noire NFW, tSZ) et construire le potentiel de déviation pour le filtre adapté.

J'ai utilisé les valeurs de [Arnaud *et al.* \(2010\)](#) pour les paramètres de l'Éq. 4.19 et dérivé le paramètre de Compton y en utilisant l'Éq. 2.21. J'ai ensuite pu calculer la distorsion du CMB créée par le tSZ ΔT_{tSZ} à une fréquence ν et une distance θ du centre de l'amas grâce à l'Éq. 2.23. J'ai séparé les dépendances de cette distorsion en position $y(\theta)$ et fréquence $j_\nu(\nu)$, ce qui simplifie l'expression des cartes dans l'Éq. 4.2.

Nous avons inclus les corrections relativistes à j_ν en suivant la Sect. 3.3 de [Melin et Pratt \(2023\)](#). Nous avons utilisé la relation masse-température des amas de l'Éq. 19 de [Bulbul *et al.* \(2019\)](#) pour chaque amas et la formule de [Itoh *et al.* \(1998\)](#) pour calculer l'effet tSZ associé au 5^e ordre en température Θ_e (voir Éq. 2.26 et Fig. 2.6). Le spectre du tSZ incluant les corrections relativistes a été intégré sur la largeur spectrale de chacune des neuf bandes de fréquences pour obtenir le signal observé théoriquement. Comme l'effet tSZ relativiste est calculé à partir de la masse de l'amas, la Fig. 4.3 n'est pas entièrement exacte. La signature du tSZ est utilisée dans l'ILC pour le séparer du CMB et l'inclusion du tSZ relativiste signifie que la masse de l'amas est déjà utilisée dès cette étape. L'impact des corrections relativiste du tSZ est assez petit ($\sim 1\%$ du résultat final, voir Tab. 4.5). J'ai donc préféré ne pas compliquer le diagramme.

4.3.3 Cartes finales

Pour chaque carte à une fréquence donnée, j'ai mis la même réalisation de CMB \tilde{S} , générée avec le spectre de puissance fourni par [Planck Collaboration *et al.* \(2016b\)](#). J'ai ensuite utilisé le potentiel de déviation Φ pour obtenir le CMB lentillé S (Éq. 2.75).

Ce CMB lentillé, commun à toutes les fréquences, a ensuite été modifié avec les éléments dépendants de la fréquence et de l'instrument associé. J'ai ajouté l'effet tSZ ΔT_{tSZ} dans les cartes et les ai convoluées avec le lobe et la fonction de transfert correspondants, avant d'ajouter le bruit approprié, de la même façon que j'ai défini les cartes dans l'Éq. 4.1. Pour les simulations, j'ai supposé que le bruit instrumental était blanc avec les niveaux indiqués dans les Tab. 3.2 et 3.1. La Fig. 4.12 montre un exemple de trois états d'avancement différents lors de la création d'une carte, zoomé sur la partie centrale des cartes pour la bande de fréquences de *Planck*/HFI centrée en 143 GHz :

- À gauche, la création d'une carte de CMB primaire commune à toutes les fréquences à partir du spectre de puissance du CMB mesuré par *Planck* ;

- Au centre, l'ajout des déformations dues à un amas de masse $M_{500} = 2 \times 10^{15} M_{\odot}$ à redshift $z = 0.1$: l'effet de lentille (indépendant de la fréquence) et le tSZ. Le kSZ a été ignoré sauf pour mesurer son impact sur le résultat final ;
- À droite, la carte finale après ajout des caractéristiques instrumentales (lobe, fonction de transfert et bruit instrumental). Je n'ai pas ajouté de bruit astrophysique (poussière galactique, synchrotron galactique, sources ponctuelles) dans les simulations.

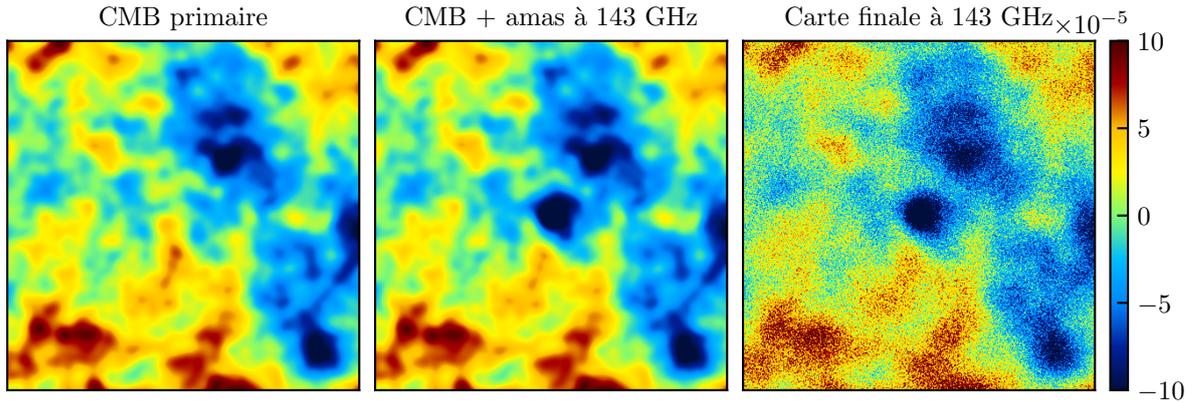


FIGURE 4.12 – Trois étapes lors de la création d’une simulation d’observation du CMB par *Planck*/HFI à 143 GHz dans le cadre de mon analyse. Les cartes affichées ici font 172 arcmin de côté et sont centrées sur un amas de masse $M_{500} = 2 \times 10^{15} M_{\odot}$ situé à un redshift $z = 0.1$. Elles sont découpées dans des simulations de taille classique ($10 \times 10 \text{ deg}^2$) en unités $\Delta T/T_{\text{CMB}}$.

4.3.4 Résultats sur simulations

J’ai d’abord créé des cartes périodiques, c’est-à-dire pour lesquelles un bord est continu avec l’opposé. Je n’ai pas apodisé les cartes périodiques car cette étape sert à imiter une périodicité. J’ai placé les amas au centre des cartes pour que leur potentiel de déviation soit également périodique et éviter d’éventuels effets systématiques dus à la non périodicité. Dans ce scénario, je n’ai trouvé aucun biais dans ma mesure and je n’ai pas eu besoin de retirer la moyenne des mesures sur des cartes *off* sans amas pour estimer les masses. Cela montre que la méthode elle-même ne souffre pas d’un quelconque biais lorsque le vrai profil du potentiel de déviation est connu et que les cartes sont périodiques et ne contiennent aucun bruit corrélé ou avant/arrière-plans astrophysiques.

Ce cas de figure n’est cependant pas entièrement réaliste, car les vraies cartes ne sont pas périodiques. J’ai donc ensuite créé des cartes non périodiques en simulant des cartes périodiques de $50 \times 50 \text{ deg}^2$ et en découpant une carte de $10 \times 10 \text{ deg}^2$ dans chaque pour réduire les corrélations entre les bords. Pour chacun des 468 amas de mon échantillon SPT-SZ, j’ai simulé neuf cartes aux différentes fréquences avec du CMB lentillé par cet amas (du signal de *CMB lensing*). Ces cartes sont appelées les cartes *on*. J’ai également

TABLE 4.1 – Résultats sur simulations non périodiques, pour une seule réalisation d’un catalogue SPT-SZ.

Jeux de données	$\langle M_{\text{CMB lens}}/M_{\text{SZ}} \rangle$
<i>Planck</i>	1.42 ± 0.27
SPT-SZ	1.17 ± 0.25
<i>Planck</i> + SPT-SZ	1.19 ± 0.18

simulé dix jeux de neufs cartes aux différentes fréquences sans signal de CMB lensing, qui sont les cartes *off*. Dans le cas de vraies cartes, calculer la mesure $on - \langle off \rangle_{10}$ sert à retirer le faux signal provenant des bruits instrumentaux corrélés, des avant-plans et arrière-plans astrophysique et tout biais additif, notamment dû au fait que les cartes ne sont pas réellement périodiques. Dans le cas des simulations, il ne reste que le biais de non périodicité à retirer, qui est du même ordre que la mesure que je veux effectuer. Il est donc capital d’utiliser les jeux de cartes *off* même sur ces simulations idéales.

De plus, comme vu dans la Sect. 4.2.2, certains amas ne peuvent pas être placés au centre des cartes car ils sont trop proches du bord du champ de SPT-SZ. Dans ce cas, je les place au plus près possible du centre en ayant moins de 1% de pixels hors champ. Dans les simulations non périodiques, j’ai placé les amas à la même position qu’ils ont sur les vraies cartes. Leur potentiel de déviation et donc leur signal de CMB lensing n’est dans ce cas pas périodique. Cependant, mon analyse est effectuée en Fourier et il est nécessaire que le potentiel de déviation utilisé dans le filtre adapté soit périodique pour éviter des problèmes liés à la transformation de Fourier. J’ai donc mis un potentiel de déviation périodique dans les simulations et le filtre adapté quelle que soit la position de l’amas et j’ai utilisé les cartes *off* pour corriger le biais induit.

Les résultats de l’analyse jointe SPT-SZ et *Planck* sont affichés sur la Fig. 4.13 et à la dernière ligne de la Tab. 4.1. Les mesures individuelles sont représentées par des points noirs, ou bleus si leurs barres d’erreur sont affichées. Ces dernières sont grandes, avec un SNR $\sim 0.1 - 1$. Moyenner les mesures sur tout l’échantillon en pondérant par les erreurs individuelles donne $\langle M_{\text{CMB lens}}/M_{\text{SZ}} \rangle = 1.19 \pm 0.18$ (bandeau vert), compatible avec l’unité comme attendu.

Dans la Tab. 4.1, j’ai aussi montré le résultat pour les simulations de *Planck* seules et SPT-SZ seules sur les lignes un et deux. Ces deux résultats sont compatibles avec l’unité comme attendu. De façon plus importante, l’erreur de *Planck* seul est $\sigma_{\text{Planck}} = 0.27$ tandis que celle de SPT-SZ seul est $\sigma_{\text{SPT}} = 0.25$, proche de l’erreur *Planck*. L’analyse jointe fournit une erreur $\sigma = 0.19 \sim \sqrt{\frac{1}{1/\sigma_{\text{Planck}}^2 + 1/\sigma_{\text{SPT}}^2}}$, montrant qu’il y a en effet de l’information supplémentaire à gagner en combinant les deux jeux de données. J’ai étudié plus en profondeur la complémentarité des deux jeux de données dans la Sect. 4.4.

Ces analyses sur simulations démontrent que mon pipeline est capable d’extraire la masse CMB lensing moyenne de l’échantillon d’amas. De plus, l’analyse fournit une erreur jointe (SPT-SZ + *Planck*) qui est un facteur $\sim \sqrt{2}$ plus petite que celle sur les jeux de

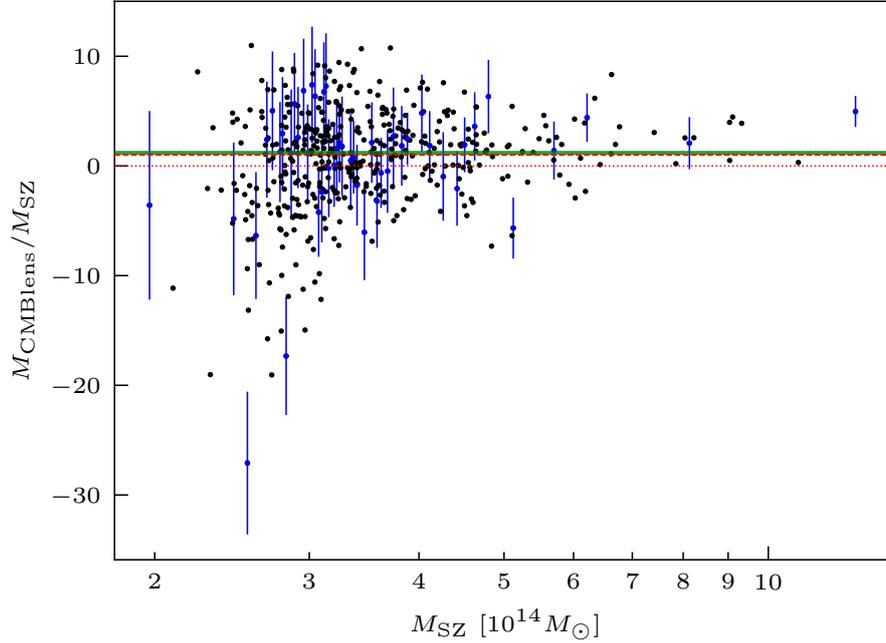


FIGURE 4.13 – Masses obtenues avec ma mesure de CMB lensing $M_{\text{CMB lens}}$ (divisées par la masse fiducielle simulée M_{SZ}) en fonction de la masse fiducielle simulée pour l’analyse jointe SPT-SZ *Planck* des **simulations non périodiques**. Les points noirs et bleus sont les mesures sur les amas individuels. Les barres d’erreur sont montrées pour un point sur dix (tous ceux en bleu) par souci de clarté. La ligne en pointillés (*resp.* tirets) rouges est le niveau zéro (*resp.* unité). La bande verte est la moyenne pondérée $\langle M_{\text{CMB lens}}/M_{\text{SZ}} \rangle = 1.19 \pm 0.18$.

données individuels. J’ai aussi utilisé ces simulations pour évaluer l’impact des incertitudes de modélisation de nos résultats dans la Sect. 4.5.

4.4 Résultats

Je présente dans un premier temps les mesures de masse d’amas obtenues à partir des seules données *Planck* et SPT-SZ séparément dans la Sect. 4.4.1, et compare leurs barres d’erreur. Je montre ensuite la mesure de l’analyse jointe dans la Sect. 4.4.2 et discute ensuite les améliorations par rapport aux analyses individuelles.

4.4.1 Masses des jeux de données individuels

Le pipeline a d’abord été utilisé pour mesurer les masses des 468 amas avec les données *Planck* et SPT-SZ individuellement pour quantifier le gain obtenu grâce à la combinaison des deux.

Masses CMB lensing de *Planck* seul

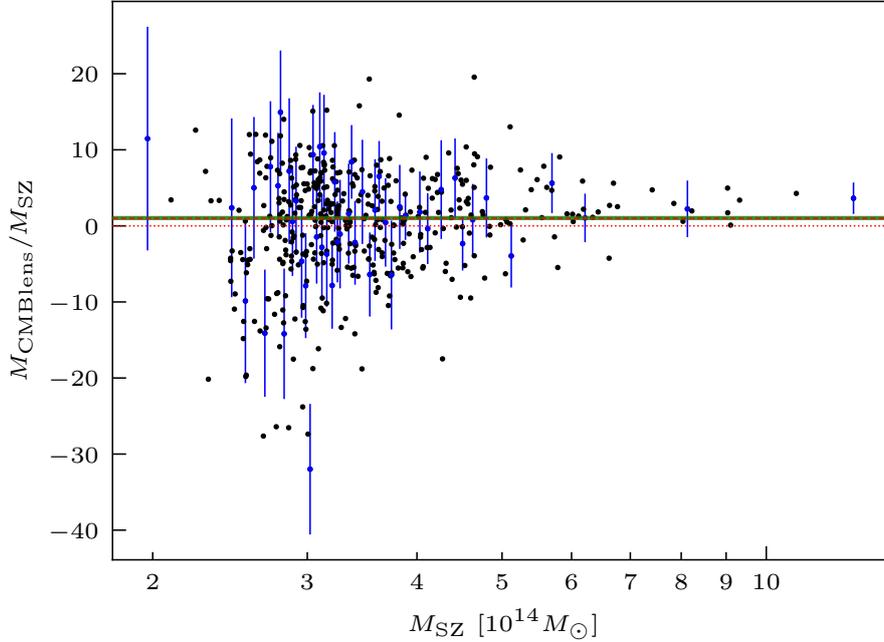


FIGURE 4.14 – Masses CMB lensing M_{CMBlens} (divisées par la masse SZ M_{SZ}) en fonction de la masse SZ pour l’analyse de *Planck* seul. Les points noirs et bleus sont les mesures sur les amas individuels. Les barres d’erreur sont montrées pour un point sur dix (tous ceux en bleu) par souci de clarté. La ligne en pointillés (*resp.* tirets) rouges est le niveau zéro (*resp.* unité). La bande verte est la moyenne pondérée $\langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle = 1.03 \pm 0.27$.

Le résultat pour le jeu de données de *Planck* seul est montré sur la Fig. 4.14. Les points sont les mesures sur les amas individuels et les barres d’erreur d’un point sur dix sont affichées par souci de clarté. La moyenne pondérée de ma mesure est $\langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle = 1.03 \pm 0.27$. C’est une détection du signal à 3.7σ . Elle est compatible avec l’unité, ce qui montre que la mesure de masse CMB lensing de *Planck* est en accord avec la masse SZ M_{SZ} , qui est la masse mesurée par SPT-SZ multipliée par 0.8. Les barres d’erreurs que j’ai obtenues sont similaires à celles des simulations, suggérant que les cartes *Planck* sont bien modélisées dans les simulations.

Masses CMB lensing de SPT-SZ seul

Le résultat pour le jeu de données de SPT-SZ seul est montré sur la Fig. 4.15. La moyenne pondérée de ma mesure est $\langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle = 1.12 \pm 0.29$, une détection du signal à 3.9σ . Elle est en accord avec la mesure *Planck* seul et la masse SZ M_{SZ} . Dans ce cas-ci, les barres d’erreur sont légèrement plus grandes que pour les simulations. Cela

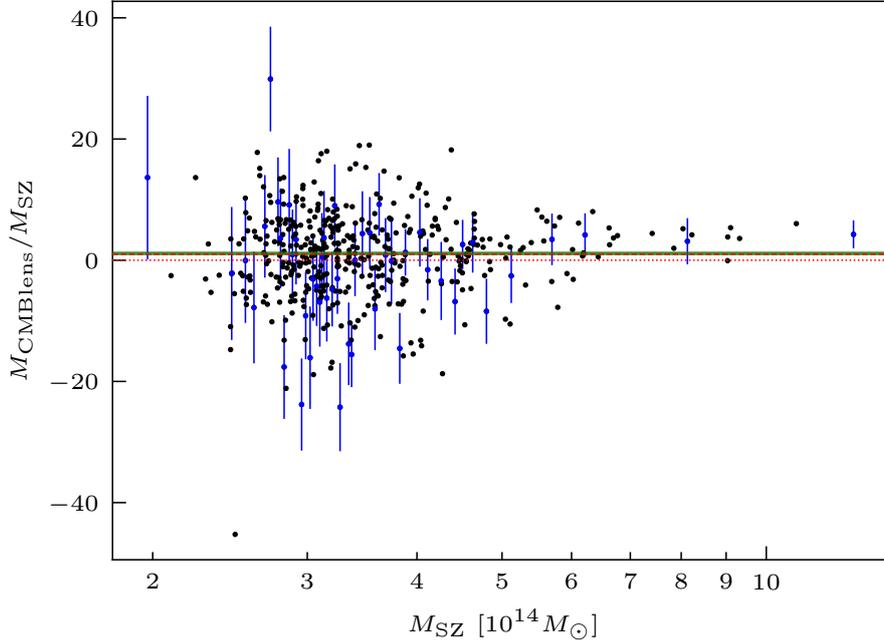


FIGURE 4.15 – Masses CMB lensing M_{CMBlens} (divisées par la masse SZ M_{SZ}) en fonction de la masse SZ pour l’analyse de **SPT-SZ seul**. Les points noirs et bleus sont les mesures sur les amas individuels. Les barres d’erreur sont montrées pour un point sur dix (tous ceux en bleu) par souci de clarté. La ligne en pointillés (*resp.* tirets) rouge est le niveau zéro (*resp.* unité). La bande verte est la moyenne pondérée $\langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle = 1.12 \pm 0.29$.

est probablement dû au fait que le bruit des données est plus complexe que l’hypothèse de simple bruit blanc que j’ai appliquée aux simulations.

Comparaison des barres d’erreur individuelles de *Planck* et SPT-SZ

Je compare maintenant les barres d’erreur des mesures individuelles de *Planck* seul et SPT-SZ seul. La Fig. 4.16 (panneau du haut) montre les barres d’erreur de SPT-SZ et *Planck* en fonction du redshift. Le panneau du bas montre le ratio des deux. *Planck* fournit des barres d’erreur plus petites que SPT-SZ à $z < 1$, tandis que SPT-SZ est plus efficace que *Planck* à $z > 1$. Cependant, le ratio entre les deux reste proche de l’unité avec un maximum de 1.2 atteint aux redshifts les plus bas. Il existe visiblement une corrélation forte entre les deux tailles de barres d’erreur en fonction du redshift. Les barres d’erreur sont données par l’expression $\left[\sum_{\mathbf{K}} \frac{|\Phi(\mathbf{K})|^2}{A(\mathbf{K})} \right]^{-1/2}$, avec $A(\mathbf{K})$ la variance de l’estimateur de [Hu et Okamoto \(2002\)](#) dont l’expression est donnée dans l’Éq. 4.13. $A(\mathbf{K})$ ne dépend pas des propriétés des amas (masse et redshift). À masse fixée, la dépendance en redshift de l’erreur est donc donnée par la dépendance en redshift du potentiel de déviation Φ (ou, de manière équivalente, la convergence κ). Ainsi, la dépendance en redshift du ratio entre les

deux erreurs est due à la distance de diamètre angulaire D_d dans $\Sigma_{NFW}(\varepsilon = D_d\theta)$.

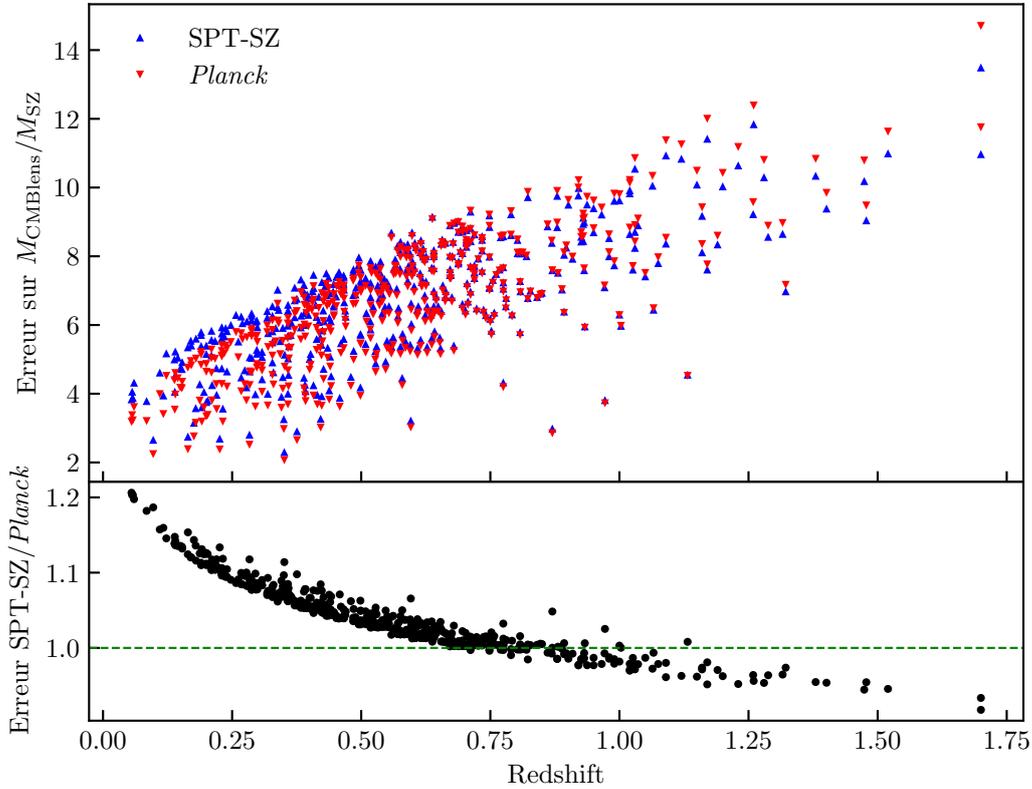


FIGURE 4.16 – Comparaison entre les erreurs des masses SPT-SZ et *Planck* en fonction du redshift z . Le panneau du haut montre les erreurs tandis que le panneau du bas montre le ratio des erreurs. Les tirets verts symbolisent l’unité. Il y a un corrélation claire entre le ratio des erreurs et le redshift due à la dépendance en redshift du potentiel de déviation Φ .

La Fig. 4.17 montre les barres d’erreur de SPT-SZ et de *Planck* en fonction de la masse des amas et leur ratio. *Planck* surpasse SPT-SZ à haute masse ($M_{SZ} > 3 \times 10^{14} M_{\odot}$) tandis que SPT-SZ est meilleur à basse masse. La dispersion des ratios de barres d’erreur en fonction de la masse est plus élevée que celle observée en fonction du redshift. Cette dispersion est due à la distribution en redshift des amas à une masse donnée. En effet, un amas plus massif a une densité surfacique Σ_{NFW} plus élevée, mais Σ_{NFW} est impacté plus fortement par une variation de distance $D_d(z)$ pour un intervalle de redshift $0.06 < z < 1.7$ que par une variation de masse dans l’intervalle $1.97 \times 10^{14} < M_{500} < 12.57 \times 10^{14} M_{\odot}$. La corrélation du ratio des erreurs en fonction du redshift est donc plus marquée que celle en fonction de la masse.

4.4.2 Extraction jointe de masse d’amas

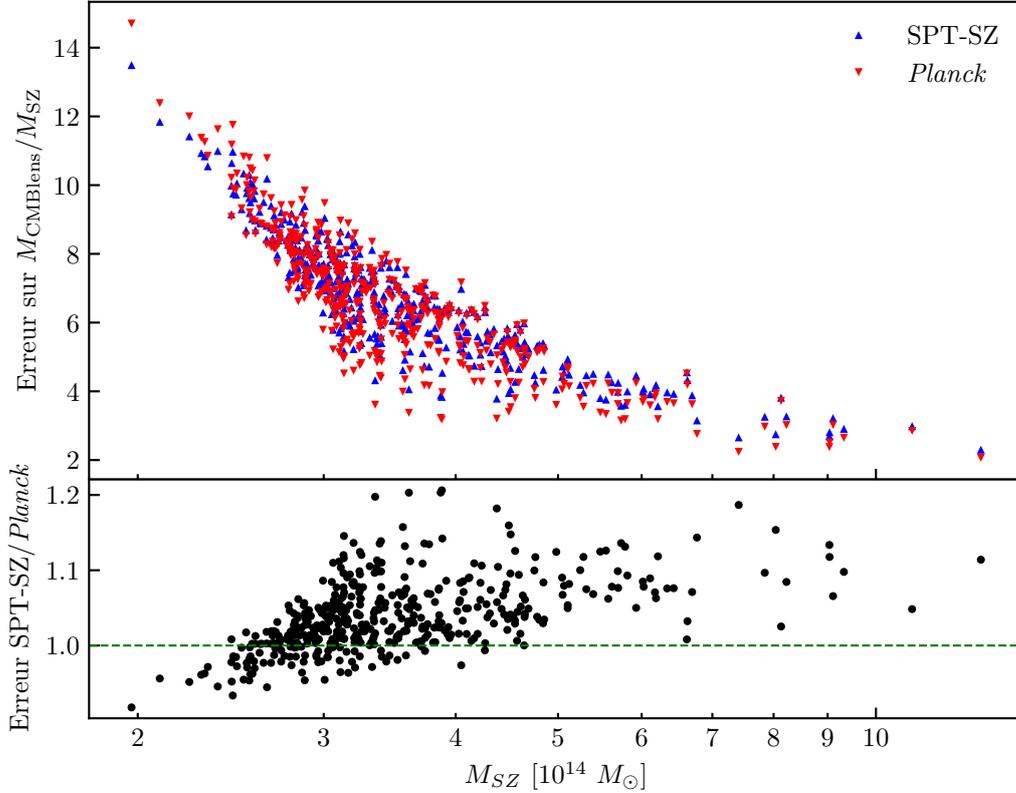


FIGURE 4.17 – Comparaison entre les erreurs des masses SPT-SZ et *Planck* en fonction de la masse SZ M_{SZ} . Le panneau du haut montre les erreurs tandis que le panneau du bas montre le ratio des erreurs. Les tirets verts symbolisent l'unité.

Pour l'analyse combinée *Planck* SPT-SZ des 468 amas, j'ai obtenu un ratio moyen :

$$\langle M_{\text{CMB lens}}/M_{\text{SZ}} \rangle = 0.92 \pm 0.19,$$

c'est-à-dire une mesure du signal de lentille à 4.8σ . Comme précédemment, la mesure jointe est également en accord avec la masse M_{SZ} , ce qui peut être surprenant car nous avons « biaisé » cette masse d'un facteur 0.8. Cela n'est pas si étonnant au vu de la taille de la barre d'erreur, je reviens sur cela dans la Sect. 4.6. Les mesures individuelles sont montrées sur la Fig. 4.18. Je les ai moyennées dans cinq tranches de masse espacées de façon logarithmique (points rouges et barres d'erreur associées). La moyenne globale du ratio de masses est représentée par une bande verte. Les points rouges présentent une petite tendance croissante avec la masse. Je montre le *pull* des mesures – leur distribution centrée réduite – sur la Fig. 4.19, en fonction du redshift (à gauche) et de la masse (à droite). Le pull est proche de la loi normale centrée réduite. Le pull en fonction du redshift (panneau de gauche) ne présente aucune tendance. Cependant, on peut voir dans le panneau de droite la tendance en masse observée sur la Fig. 4.18. Cette tendance pourrait être une indication que les masses M_{SZ} sont surestimées à basse masse et sous-estimées à haute

masse, ou qu'il reste des biais systématiques en fonction de la masse dans notre mesure. Les simulations non périodiques montrent une tendance similaire, bien que plus faible, qui pointe vers une possible combinaison des deux explications précédentes.

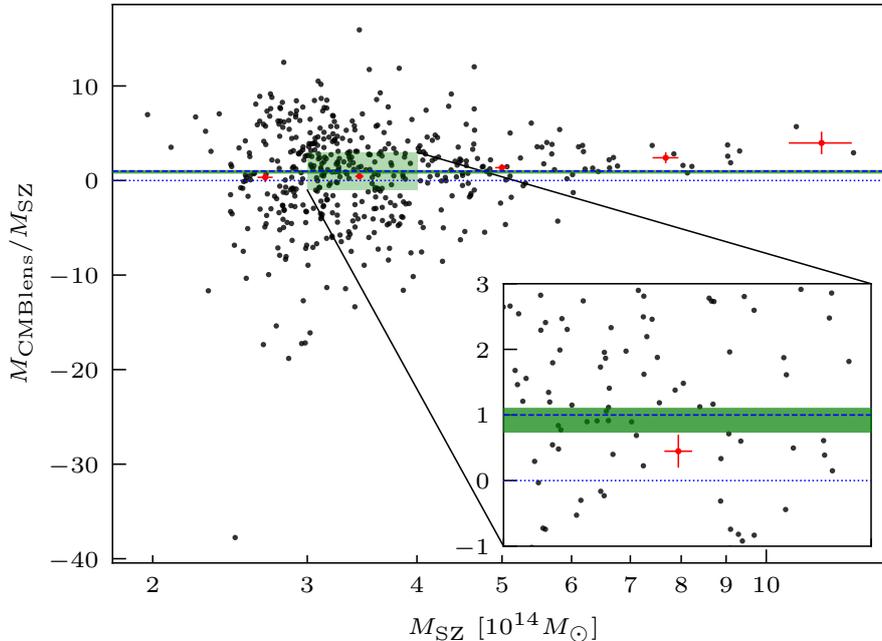


FIGURE 4.18 – Masses CMB lensing M_{CMBlens} (divisées par la masse SZ M_{SZ}) en fonction de la masse SZ pour l'analyse combinée *Planck* + SPT-SZ. Les points noirs sont les mesures sur les amas individuels. Les points rouges et leurs barres d'erreur sont les moyennes pondérées dans les cinq tranches de masse, espacées de façon logarithmique. La ligne en pointillés (*resp.* tirets) bleus est le niveau zéro (*resp.* unité). La bande verte est la moyenne pondérée $\langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle = 0.919 \pm 0.190$ (sans correction de l'effet kSZ).

L'amélioration globale des mesures individuelles (3.7 et 3.9 σ) à la mesure jointe (4.8 σ) est claire. Le gain global est similaire à ce qui serait attendu pour deux jeux de données indépendants :

$$\sigma_{\text{combi}} \sim \sqrt{\frac{1}{1/\sigma_{\text{SPT-SZ}}^2 + 1/\sigma_{\text{Planck}}^2}}. \quad (4.20)$$

Cette indépendance entre deux jeux de données de CMB lensing n'est pas quelque chose d'évident. En effet, pour être vraiment indépendants, il faudrait que les deux jeux de données voient les mêmes amas mais un CMB différent, ce qui n'est pas possible à moins d'observer des échelles différentes du CMB. Nous avons donc voulu voir le gain sur l'erreur à chaque échelle pour en avoir le cœur net.

Sur la Fig. 4.20, je compare les erreurs de *Planck* seul, SPT-SZ seul et *Planck* + SPT-SZ en fonction de l'échelle spatiale K (ou, de manière équivalente, L). $A_i(K)$ est

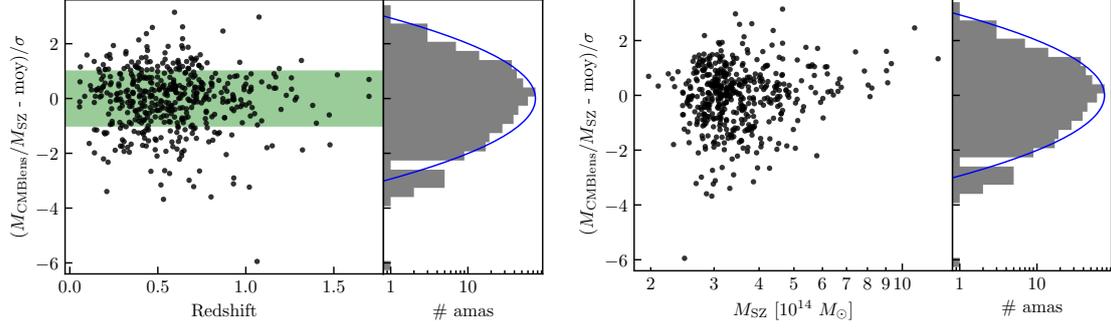


FIGURE 4.19 – Pull du ratio $M_{\text{CMB}^{\text{lens}}}/M_{\text{SZ}}$ et histogramme associé en fonction du redshift (à gauche) et de la masse (à droite). La ligne bleue sur chaque panneau est la gaussienne centrée en 0 et d'écart-type $\sigma = 1$ pour comparaison.

la variance de l'erreur sur l'estimation du potentiel de déviation $\hat{\phi}(K)$ pour l'analyse i considérée (i signifiant SPT-SZ ou *Planck*). Le ratio $A_{\text{SPT-SZ+Planck}}(K)/A_i(K)$ compare donc la variance de l'erreur sur la mesure jointe à la variance de l'erreur sur la mesure d'un jeu de données individuel (*Planck* ou SPT-SZ). Ce ratio est plus petit que l'unité pour SPT-SZ et *Planck* (triangles bleus et rouges), montrant que l'analyse jointe fournit une meilleure mesure que les analyses individuelles à toutes les échelles K . Le jeu de données *Planck* fournit les erreurs les plus basses sur le potentiel de déviation aux grandes échelles ($K < 50.9$ ou $L < 1830$), comme attendu, tandis que le jeu de données SPT-SZ est bien meilleur aux petites échelles ($K > 145.0$ ou $L > 5208$). Cependant, le gain sur l'erreur à $L > 5000$ ne signifie pas qu'il y a beaucoup d'information à ces échelles (voir Annexe B).

Les intervalles d'échelles observés par SPT-SZ et *Planck* se recoupent mais ne sont pas identiques. J'ai également calculé la somme :

$$\sum_i \frac{A_{\text{SPT-SZ+Planck}}(K)}{A_i} = \frac{A_{\text{SPT-SZ+Planck}}(K)}{A_{\text{SPT-SZ}}} + \frac{A_{\text{SPT-SZ+Planck}}(K)}{A_{\text{Planck}}} \quad (\text{points noirs}).$$

Cette somme serait égale à l'unité si les deux mesures de $\hat{\phi}$ de SPT-SZ et *Planck* étaient indépendantes, c'est-à-dire que l'inverse de la variance de la combinaison serait égale à la somme de l'inverse des variances des mesures individuelles. C'est le cas pour $K = 18.9$ ($L = 680$). Pour $K < 18.9$, la somme est plus élevée que l'unité, ce qui montre qu'il y a de l'information redondante dans SPT-SZ et *Planck* à grande échelle. Cependant, l'analyse combinée donne une meilleure précision que SPT-SZ ou *Planck* seul pour ces modes comme déjà remarqué. Ce qui nous intéresse le plus ici est que la somme atteint des valeurs significativement au-dessous de l'unité pour $K > 18.9$, montrant que la combinaison fournit une meilleure mesure qu'une combinaison de deux mesures indépendantes : la combinaison tire profit des corrélations entre des échelles \mathbf{k} de SPT-SZ et \mathbf{k}' de *Planck* pour mesurer $\hat{\phi}(K = |\mathbf{k}' - \mathbf{k}|)$ (en plus des corrélations entre \mathbf{k} et \mathbf{k}' du même jeu de données). C'est un résultat important qui montre que les expériences au sol en cours ou future, comme Simons

Observatory ou CMB-S4, bénéficieront toujours d'une combinaison des jeux de données de leurs grands télescopes (LATs) avec *Planck* ou leur petits télescopes (SATs) pour améliorer la mesure de masses CMB lensing sur des données en température. En effet, les fonctions de transfert des LATs pourraient être similaires à celles de SPT-SZ, causant la perte des modes aux grandes échelles dont j'ai montré l'utilité.

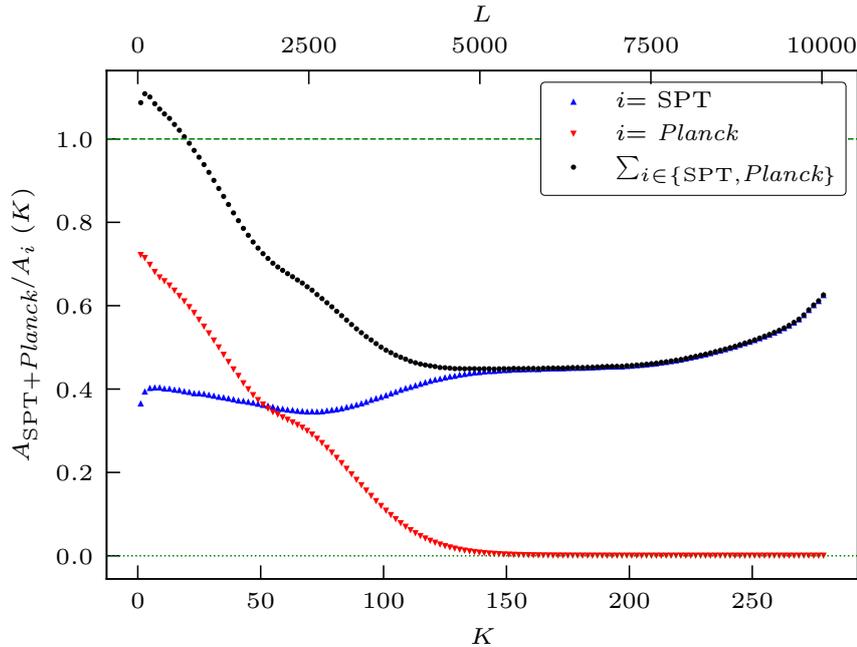


FIGURE 4.20 – Comparaison de la variance $A(K)$ du potentiel de déviation reconstruit $\hat{\phi}$ pour SPT-SZ et *Planck*, moyennée par tranche de $K = |\mathbf{k}' - \mathbf{k}|$ (ou, de manière équivalente, $L = |\mathbf{l}' - \mathbf{l}|$). La figure affiche les ratios entre la variance combinée $A_{\text{SPT-SZ}+\text{Planck}}(K)$ et celles sur les jeux de données individuels $A_i(K)$ (triangles), ainsi que la somme des deux ratio (points noirs). Elle montre que le jeu de données *Planck* donne les erreurs les plus petites sur le potentiel de déviation aux grandes échelles ($K < 50.9$ ou $L < 1830$), tandis le jeu SPT-SZ est bien meilleur aux petites échelles ($K > 145.0$ or $L > 5208$). La somme est le produit entre le terme $A_{\text{SPT}+\text{Planck}}$ joint et la somme en inverse de variance $1/A_{\text{SPT}} + 1/A_{\text{Planck}}$. Elle est au-dessous de l'unité pour $K > 18.9$ ou $L > 680$, démontrant le gain significatif de la combinaison par rapport aux mesures individuelles.

4.5 Modéliser les incertitudes

Les erreurs citées dans les sections précédentes sont seulement statistiques. J'ai recherché l'impact de la modélisation des incertitudes sur mon résultat dans cette section 4.5. J'ai étudié l'impact du kSZ dans la Sect. 4.5.1. J'ai considéré l'impact du profil de masse supposé pour l'amas dans la Sect. 4.5.2. J'ai étudié l'effet d'un mauvais positionnement des amas dans la Sect. 4.5.3. Dans les Sect. 4.5.4 et 4.5.5, j'ai recherché l'impact des erreurs sur le

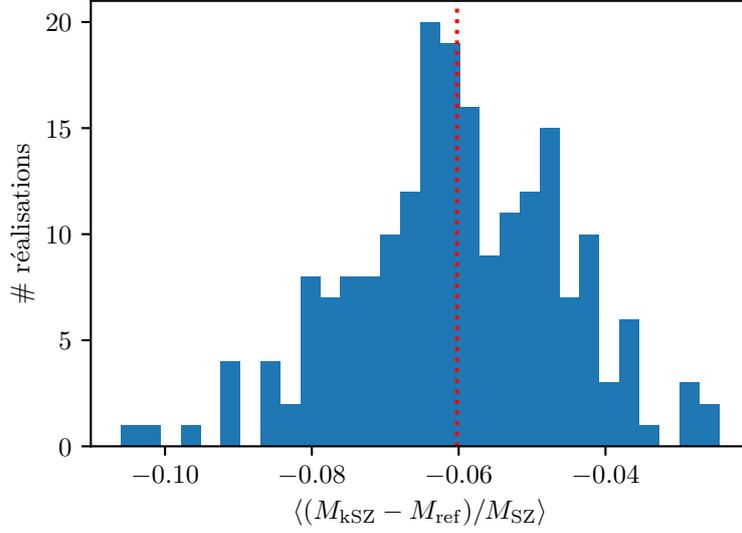


FIGURE 4.21 – Histogramme des écarts entre mes 200 mesures moyennées sur 468 amas simulés avec du kSZ (M_{kSZ}) et sans kSZ (M_{ref}), divisées par la masse SZ M_{SZ} . Les pointillés rouges marquent l'écart moyenné sur les 200 réalisations.

redshift et la masse des amas. Enfin, j'ai quantifié l'impact de l'effet tSZ relativiste dans la Sect. 4.5.6. Les résultats sont résumés dans la Table 4.5 et discutés dans la Sect. 4.5.7.

4.5.1 Impact du SZ cinétique

La distribution spectrale d'énergie (SED) de l'effet SZ cinétique (kSZ) est similaire à celle du CMB. C'est pourquoi je ne peux pas séparer ces deux composantes dans l'ILC et je dois vérifier l'impact que le kSZ a sur le résultat final.

J'ai comparé les résultats sur des cartes simulées sans kSZ et avec un signal de kSZ induit par une distribution normale de vitesses d'amas de galaxies centrée en zéro et d'écart-type 300 km/s, identique pour toutes les masses et redshifts. Pour chaque amas, j'ai effectué 200 tirages différents de CMB, bruit instrumental et de vitesse d'amas. J'ai donc obtenu 200×468 mesures que j'ai comparées à 200×468 mesures avec le même CMB et bruit instrumental mais une vitesse d'amas nulle. En moyenne, sur ces 200 simulations, mon résultat $\langle M_{\text{CMB}^{\text{lens}}} / M_{\text{SZ}} \rangle$ a été décalé de -0.060 ± 0.015 . La Fig. 4.21 est un histogramme des écarts entre mes 200 mesures moyennées sur 468 amas simulés avec du kSZ et sans kSZ. Le décalage est le même pour différentes réalisations du CMB, avec une déviation standard (0.015) quatre fois plus petite que le décalage (0.060). J'ai décidé de le corriger dans mon résultat final. L'analyse de [Melin et Bartlett \(2015\)](#) n'a pas mis en lumière un décalage significatif dû au kSZ dans leur résultat. C'est parce que le décalage est beaucoup plus petit que l'erreur statistique de leur résultat final et ils n'ont pas fait tourner assez de simulations pour extraire l'effet kSZ des fluctuations de bruit statistique.

4.5.2 Impact du profil de déviation dans le filtre adapté

TABLE 4.2 – Résultats sur les vraies cartes pour différents rayons de troncature du profil de la lentille dans le filtre adapté.

Rayon de troncature	$\langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle$
$3 \times R_{500}$	0.936 ± 0.202
$5 \times R_{500}$ (référence)	0.919 ± 0.190
$7 \times R_{500}$	0.900 ± 0.186

Mon analyse de référence a été effectuée avec un filtre adapté, en supposant un potentiel de déviation (ou de la lentille) basé sur un profil NFW tronqué à $5 \times R_{500}$. Le vrai profil de la lentille des amas individuels est dispersé autour du profil NFW, mais il faut aussi prendre en compte le fait que les amas ne sont pas des objets isolés. Ils sont localisés aux nœuds de la toile cosmique et sont donc connectés aux filaments et aux murs (voir Sect. 1.3.4). Des structures aléatoires peuvent aussi être présentes sur la ligne de visée. Pour évaluer l’impact de mon hypothèse de profil sur mon résultat, j’ai changé le rayon de troncature à une valeur plus faible ($3 \times R_{500}$) et plus élevée ($7 \times R_{500}$). Mon résultat $\langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle$ a changé de $+0.017$ et -0.019 respectivement (Table 4.2). Le profil supposé a donc eu un impact sur le résultat, correspondant à environ 10% de la barre d’erreur statistique. La séparation des effets dus aux filaments, murs et aux structures aléatoires le long de la ligne de visée demanderait l’utilisation de simulations à N corps, une étude que je n’ai pas eu le temps de mener.

4.5.3 Impact de l’erreur sur le positionnement des amas

Dans mon analyse, j’ai utilisé la position des amas fournie par [Bocquet et al. \(2019\)](#). Ces positions sont affectées par une incertitude. Pour ce test, j’ai utilisé les cartes simulées pour lesquelles je connais les positions exactes des amas. J’ai tiré 468 positions d’amas « observées » (mauvaises positions) d’après une loi normale centrée sur les 468 « vraies » positions, avec les erreurs données par l’Éq. 16 de [Melin et Pratt \(2023\)](#). J’ai ensuite effectué l’analyse sur les cartes, en extrayant le signal aux positions « vraies » et « observées ». Les résultats sont montrés dans la Table 4.3. Les résultats Avec (*resp.* Sans) mauvais positionnement correspondent au signal extrait aux positions « vraies » (*resp.* « observées »). J’ai mesuré un biais $\Delta \langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle = +0.005$ bien plus petit que l’erreur sur le résultat $\sigma = 0.181$. J’aurais eu besoin de trop de simulations pour déterminer si l’impact du mauvais positionnement est seulement une augmentation de la dispersion ou si il y a aussi un décalage systématique dans le résultat.

Une méthode alternative m’a permis d’obtenir le même résultat sans simulations : j’ai utilisé directement le profil de la lentille modélisé pour le filtre adapté et j’ai calculé le filtre adapté entre un profil modélisé à la position « réelle » et à la position « observée ». L’erreur utilisée dans le calcul du filtre adapté est celle que nous obtenons à partir de l’estimation du profil de la lentille sur des cartes réelles. Nous avons effectué ce calcul 100 fois (correspondant à 100 positions « observées ») pour chacun des 468 amas. Avec cette

TABLE 4.3 – Résultats sur des cartes simulées avec et sans mauvais positionnement des amas.

Mauvais positionnement	$\langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle$
Sans	1.192 ± 0.181
Avec	1.197 ± 0.181

méthode, je trouve un décalage $\Delta \langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle = -0.008$, proche de celui obtenu sur les cartes simulées, mais bien plus précis. Il y a également une dispersion dans ce décalage $\Delta\sigma = 0.0005$ (calculée comme la déviation standard de la distribution des 100 écarts), négligeable par rapport au décalage. Avec cela, je montre que le mauvais positionnement des amas crée un petit biais négatif dans le résultat. J’ai également utilisé cette méthode alternative pour quantifier l’impact des erreurs sur le redshift et la masse des amas dans les sections suivantes.

4.5.4 Impact de l’erreur sur le redshift des amas

Les amas sont fournis avec leur redshift et l’erreur associée. Une fois de plus, j’ai fait tourner mon analyse sur des cartes simulées pour lesquelles je connais les « vrais » redshifts. J’ai tiré 100 redshifts « observés » pour chacun des 468 amas avec une loi normale centrée sur le « vrai » redshift avec une déviation standard donnée par l’incertitude sur le redshift dans le catalogue. Les premières étapes de mon analyse ne sont pas affectées par un changement dans le redshift car l’information sur le redshift n’est pas utilisée avant la modélisation du profil de déviation dans le filtre adapté (Fig. 4.3). Cette méthode n’est cependant pas assez efficace pour mesurer un changement dans le résultat dû à l’incertitude sur le redshift car il est trop faible. J’ai donc appliqué la méthode alternative introduite dans la section précédente : j’ai utilisé le filtre adapté sur le profil de déviation modélisé avec 100 jeux de 468 redshifts « observés » et comparé les résultats avec ceux des « vrais » redshifts. L’impact des incertitudes sur le filtre adapté est un décalage de $\Delta \langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle = +0.0002$ et une dispersion $\Delta\sigma = 0.0008$ qui est supérieure au décalage. Les deux sont négligeables par rapport à mon erreur statistique $\sigma = 0.190$.

4.5.5 Impact de l’erreur sur la masse M_{500} de l’amas

La méthode directe utilisant des simulations n’a pas permis d’atteindre une précision suffisante pour détecter un impact, comme pour le redshift. Une fois de plus, j’ai donc utilisé la méthode alternative et appliqué le filtre adapté pour comparer les profils de déviation des 468 amas avec les masses M_{500} « vraies » et « observées ». J’ai effectué 100 tirages pour chaque amas. J’ai obtenu un biais moyen de $\Delta \langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle = -0.0022$ et une dispersion $\Delta\sigma = 0.0070$ qui est supérieure au biais. Les deux sont négligeables par rapport à mon erreur statistique mesurée $\sigma = 0.190$.

4.5.6 Impact de l’effet tSZ relativiste

TABLE 4.4 – Résultats sur les vraies cartes avec et sans la correction relativiste de l’effet tSZ.

Effet tSZ relativiste	$\langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle$
Avec	0.919 ± 0.190
Sans	0.907 ± 0.187

Mon résultat de référence inclut l’effet tSZ relativiste, c’est-à-dire que j_{ν_i} dans l’Éq. 4.3 est calculé en incluant les corrections relativistes de l’effet tSZ. Des détails sur la théorie sont donnés dans la Sect. 2.1.4 et sur l’application aux simulations dans la Sect. 4.3.2. J’ai retiré la correction relativiste au calcul de j_{ν_i} et refait tourner l’analyse complète sur les vraies cartes. J’ai obtenu un décalage $\Delta\langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle = -0.012$, de l’ordre de 10% de la barre d’erreur statistique. Dans la Table 4.4, je compare mon résultat sur vraies données avec et sans la correction relativiste du tSZ.

4.5.7 Résumé des incertitudes de modélisation

Les incertitudes de modélisation de mon analyse sont résumées dans la Table 4.5. L’erreur totale (erreurs additionnées en quadrature) est $\Delta\langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle = 0.026$, soit environ 14% de l’erreur statistique (0.190). Cela démontre que l’analyse basée sur les jeux de données actuels est dominée par l’erreur statistique due au bruit instrumental. Notons que l’erreur sur le profil n’est sommée qu’une fois (la plus grande des deux). De plus, l’impact du tSZ relativiste n’est pas inclus dans l’erreur totale due aux incertitudes de modélisation car c’est un effet connu que j’ai inclus dans mon analyse de référence. J’ai seulement voulu quantifier son impact dans mes résultats finaux, c’est pourquoi il est à part en bas de la table. De la même façon, j’ai seulement ajouté la dispersion due au kSZ dans l’erreur totale et corrigé le biais du kSZ dans le résultat final.

4.6 Résumé et conclusion

J’ai utilisé le catalogue d’amas de SPT-SZ et extrait le ratio moyen entre sa masse CMB lensing et sa masse SZ à partir des jeux de données SPT-SZ et *Planck*. J’ai constaté que l’extraction jointe est plus performante que l’extraction sur un seul jeu de données. Cela n’était *a priori* pas garanti car SPT-SZ et *Planck* ont observé les mêmes anisotropies primaires du CMB, les observations auraient donc pu être totalement corrélées et la combinaison improductive. Cela n’est pas le cas. J’ai détecté le signal CMB lensing à 4.8σ dans l’analyse jointe, comparé aux analyses individuelles où le signal est détecté à 3.7σ pour *Planck* seul et à 3.9σ pour SPT-SZ seul. J’ai mesuré, avant la correction du kSZ, $\langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle = 0.92 \pm 0.19$ pour la combinaison des deux jeux de données, $\langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle = 1.03 \pm 0.27$ pour *Planck* seul, et $\langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle = 1.12 \pm 0.29$ pour SPT-SZ seul. Pour l’analyse SPT-SZ seul, ma mesure du ratio de masse est en accord avec

TABLE 4.5 – Résumé de l’impact des incertitudes prises en compte dans la mesure $\langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle$. L’incertitude majeure est le profil de l’amas (environ 10% de l’erreur statistique). Les autres incertitudes sont de l’ordre de 1% de l’erreur statistique. Les erreurs prises en compte et leur modélisation sont décrites dans la Sect. 4.5.

Incertitude	$\Delta \langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle$
Dispersion due au kSZ	± 0.015
Profil jusqu’à $3 \times R_{500}$	$+0.017$
Profil jusqu’à $7 \times R_{500}$	-0.019
Erreur sur la position	-0.008
Erreur sur z	± 0.001
Erreur sur M_{500}	± 0.007
Total	± 0.026
Biais dû au kSZ	-0.060
Pas de tSZ relativiste	-0.012

le ratio de masse mesuré par [Baxter et al. \(2015\)](#) sur un échantillon d’amas et un jeu de données similaires. Mon résultat combiné final, après correction de l’effet kSZ, est :

$$M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} = 0.98 \pm 0.19 \text{ (stat.)} \pm 0.03 \text{ (syst.)}.$$

Ma mesure est dominée par l’erreur statistique. J’ai estimé que les incertitudes de modélisation étaient de l’ordre de 14% de l’erreur statistique.

J’ai calculé $\langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle$ avec $M_{\text{SZ}} = 0.8 \times M_{\text{SPT-SZ}}$ où $M_{\text{SPT-SZ}}$ est la masse donnée par [Bocquet et al. \(2019\)](#). Cela décale les masses SPT-SZ au niveau des masses *Planck*. Ce décalage entre les masses *Planck* et SPT-SZ est identifié comme une correction d’un biais b dans la mesure en rayons X (hydrostatique et instrumental), et SPT-SZ trouve un biais $b = 0.2$. Puisque j’ai « re-biaisé » la mesure, si $M_{\text{SPT-SZ}}$ était une estimation non biaisée de la masse CMB lensing, je devrais mesurer $\langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle = \langle M_{\text{CMBlens}}/(0.8 \times M_{\text{SPT}}) \rangle = 1.25$ au lieu de 1. Ma mesure est en réalité compatible avec les deux $\langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle = 1.25$ ($b = 0.2$) et $\langle M_{\text{CMBlens}}/M_{\text{SZ}} \rangle = 1$ ($b = 0$) car le SNR des jeux de données utilisés n’a pas permis d’atteindre une précision suffisante pour départager les deux cas de figure.

Cette méthode d’analyse est basée sur des combinaison linéaires internes de cartes SPT-SZ et *Planck* qui reconstruisent le meilleur CMB primaire lentillé autour des amas et annule l’effet tSZ. Un estimateur quadratique optimal est ensuite appliqué à chaque carte de CMB pour extraire le potentiel de déviation de l’amas. La dernière étape consiste en l’application d’un filtre adapté sur le potentiel de déviation pour mesurer la masse par effet de lentille et la comparer avec la masse SZ. Le pipeline d’analyse a été entièrement testé et caractérisé sur des simulations avec d’être utilisé sur les jeux de données de SPT-SZ et *Planck*. Les difficultés techniques majeures de l’analyse ont été de prendre en compte

correctement les fonctions de transfert de l'expérience basée au sol (SPT-SZ) et de gérer le masquage des sources ponctuelles dans les deux jeux de données.

J'ai montré que le gain de la combinaison de données sol et espace par rapport aux analyses sur les jeux de données individuels a deux origines :

- Les échelles spatiales observées par SPT-SZ et *Planck* ne se recoupent pas totalement, donc les deux expériences apportent de l'information différente d'échelles du CMB primaire différentes. *Planck* est plus efficace pour observer les grandes échelles et SPT-SZ est meilleur aux petites échelles.
- L'amas corrèle les échelles du CMB par effet de lentille gravitationnelle. Ma méthode permet d'utiliser les corrélations entre les échelles observées par *Planck* et celles observées par SPT-SZ pour extraire de l'information sur la lentille. Cela ajoute à l'efficacité de la combinaison des jeux de données.

Ces résultats montrent que les analyses sur l'effet de lentille des amas sur le CMB bénéficient à la fois des petites échelles (de l'ordre de la minute d'arc) et des grandes (plus grandes que 0.5 deg). Les mesures de masses d'amas par effet de lentille sur le CMB avec de grands télescopes au sol, tels que Simons Observatory et CMB-S4, vont bénéficier d'une combinaison avec *Planck* ou leurs petits télescopes pour pouvoir utiliser pleinement l'information d'effet de lentille des cartes de température du CMB.

Chapitre 5

Perspectives pour la polarisation du CMB, de *Planck* à CMB-S4

Dans cette partie, j'ai généralisé le travail effectué sur les cartes en température T du CMB dans le Chapitre 4 en me basant sur les travaux de [Hu et Okamoto \(2002\)](#) et [Hu et al. \(2007\)](#). J'ai ainsi implémenté les estimateurs quadratiques de Φ capables d'extraire le signal de lentille des corrélations entre modes de Fourier des cartes T , E et B du CMB. En effet, les cartes de polarisation du CMB apportent de l'information sur l'effet de lentille gravitationnelle car elles sont également déformées par celui-ci. La polarisation n'apporte que peu d'information à basse sensibilité, mais avec la construction d'instruments plus sensibles et plus précis, elle pourrait être plus utile que les cartes de température.

Je vais d'abord présenter les expressions des estimateurs (Sect. 5.1) puis discuter de leurs limitations ainsi que d'améliorations possibles (Sect. 5.2). Je vais ensuite décrire les simulations sur lesquelles j'ai travaillé (Sect. 5.3) et j'aborderai les pistes de recherches suivies sur des simulations de CMB polarisé (Sect. 5.4). Je conclurai enfin sur ces résultats (Sect. 5.5).

Je présente ici un travail en cours de développement et qui n'a pas encore abouti. Je l'ai inclus dans le manuscrit car il est prometteur et complémentaire au Chapitre 4. L'ajout des estimateurs sur les cartes E et B est une étape nécessaire à cette étude car les instruments futurs permettront d'en extraire l'information.

5.1 Estimateurs

Dans le Chapitre 4, j'ai utilisé un estimateur quadratique sur des cartes de température du CMB lentillé pour extraire le signal de lentille en utilisant les corrélations entre modes de Fourier d'une même carte de température. Ici, je vais présenter les estimateurs permettant d'extraire le signal des corrélations entre mode d'une même carte T , E ou B , ou entre modes de deux cartes différentes.

L'effet de lentille gravitationnelle d'un amas de galaxies crée une signature *aux petites échelles* sous la forme d'un dipôle aligné avec le gradient du CMB à cet endroit (Sect. 2.3.3 et Fig. 19 de [Lewis et Challinor \(2006\)](#)). Les estimateurs quadratiques peuvent extraire les corrélations entre le gradient et le dipôle pour reconstruire le potentiel de déviation Φ . Il existe 6 estimateurs définis en utilisant une carte pour son gradient ($X = T, E$) et une autre carte pour le dipôle ($X' = T, E, B$). Les deux cartes des champs X et X' sont filtrées,

puis l'une est dérivée par rapport à \mathbf{k} et le résultat est appelée champ de gradient $\mathbf{G}_{XX'}$. L'autre carte filtrée est appelée champ lentillé (ou de lentille) $L_{X'}$:

$$\mathbf{G}_{XX'}(\mathbf{k}) = i \mathbf{k} W_{XX'}(\mathbf{k}) X(\mathbf{k}) n_{X'}(\mathbf{k}) \quad (5.1)$$

$$L_{X'}(\mathbf{k}) = V_{X'}(\mathbf{k}) X'(\mathbf{k}) m_{X'} n_{X'}(\mathbf{k}) \quad (5.2)$$

où X et X' sont les cartes en sortie de l'ILC avec le lobe déconvolué (voir, Sect. 4.2.4) et :

$$m_{X'} = \begin{cases} 1, & X' = \text{T, E} \\ i, & X' = \text{B} \end{cases}, \quad n_{X'}(\mathbf{k}) = \begin{cases} 1, & X' = \text{T} \\ e^{2i\varphi_{\mathbf{k}}}, & X' = \text{E, B} \end{cases}. \quad (5.3)$$

Les poids $W_{XX'}(\mathbf{k})$ et $V_{X'}(\mathbf{k})$ sont des filtres de Wiener, nécessaires car le signal est bruité. Ces filtres sont construits en supposant que nous connaissons le spectre du signal recherché $C_{XX'} \approx \tilde{C}_{XX'}$, c'est-à-dire le spectre croisé du CMB entre les deux cartes, et le spectre du signal bruité P_{XX} de chaque carte. Ils ont une action statistique, en minimisant l'erreur quadratique moyenne entre l'estimation d'un processus aléatoire et le véritable processus. Ils sont exprimés ainsi :

$$W_{XX'}(\mathbf{k}) = \begin{cases} \frac{|b(\mathbf{k})|^2 \tilde{C}_{XX'}(k)}{P_{XX}(\mathbf{k})} & k < k_G \\ 0 & k \geq k_G \end{cases}, \quad (5.4)$$

$$V_{X'}(\mathbf{k}) = \frac{|b(\mathbf{k})|^2}{P_{X'X'}(\mathbf{k})}, \quad (5.5)$$

où k_G est un mode de Fourier à déterminer au-dessus duquel la carte de gradient est coupée pour limiter les biais de l'estimateur (voir Sect. 5.2). Dans le cas où je construis mes cartes à partir de plusieurs cartes à des fréquences différentes, le spectre du signal bruité que je suppose est en réalité $P_{XX} = P_{\hat{S}}$, c'est-à-dire la moyenne du spectre de puissance de l'ILC défini dans l'Éq. 4.10 et $b(\mathbf{k}) = \tilde{b}(\mathbf{k})$ le lobe effectif.

L'estimateur de $\hat{\phi}$ est ensuite calculé à partir du champ de gradient et du champ lentillé de la façon suivante :

$$\hat{\phi}(\mathbf{K}) = -A(\mathbf{K}) \nabla \cdot [\mathbf{G}_{XX'} * L_{X'}^*](\mathbf{K}) \quad (5.6)$$

$$= -i \mathbf{K} A(\mathbf{K}) \cdot \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{G}_{XX'}(\mathbf{k}) L_{X'}^*(\mathbf{k}'), \quad (5.7)$$

où $*$ est le produit de convolution et $\mathbf{K} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$. La normalisation A est également la variance du potentiel de déviation reconstruit (comme dans la Sect. 4.2.5) et quantifie l'incertitude due à la corrélation fortuite entre différents modes d'un CMB primaire gaussien. Elle est définie comme :

$$A(\mathbf{K}) = \left[\sum_{\mathbf{k}} (\mathbf{k} \cdot \mathbf{K}) W_{XX'}(\mathbf{k}) V_{X'}(\mathbf{k}') c_{X'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') f_{XX'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \right]^{-1}, \quad (5.8)$$

où le facteur $c_{X'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ dépend du type de champ lentillé utilisé :

$$c_{X'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \begin{cases} 1, & X' = T \\ \cos(2\varphi_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}), & X' = E \\ \sin(2\varphi_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}), & X' = B \end{cases} . \quad (5.9)$$

Les filtres de variance minimale $f_{XX'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ sont donnés dans la Tab. 5.1. J'ai calculé trois filtres représentatifs (TT, TE et EB) dans l'Annexe C.

XX'	$f_{XX'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$
TT	$\tilde{C}_{\text{TT}}(k) \mathbf{k} \cdot \mathbf{K} - \tilde{C}_{\text{TT}}(k') \mathbf{k}' \cdot \mathbf{K}$
TE	$\tilde{C}_{\text{TE}}(k) \cos(2\varphi_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \mathbf{k} \cdot \mathbf{K} - \tilde{C}_{\text{TE}}(k') \mathbf{k}' \cdot \mathbf{K}$
TB	$\tilde{C}_{\text{TE}}(k) \sin(2\varphi_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \mathbf{k} \cdot \mathbf{K}$
ET	$f_{\text{TE}}(\mathbf{k}', \mathbf{k})$
EE	$\left[\tilde{C}_{\text{EE}}(k) \mathbf{k} \cdot \mathbf{K} - \tilde{C}_{\text{EE}}(k') \mathbf{k}' \cdot \mathbf{K} \right] \cos(2\varphi_{\mathbf{k}\mathbf{k}'})$
EB	$\tilde{C}_{\text{EE}}(k) \sin(2\varphi_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \mathbf{k} \cdot \mathbf{K}$

TABLE 5.1 – Facteurs tels que $\langle X(\mathbf{k})X'^*(\mathbf{k}') \rangle = f_{XX'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \Phi(\mathbf{K})$ pour $X, X' = T, E, B$.

Les notations varient légèrement par rapport à la partie précédente, car cette fois-ci les deux cartes n'ont pas des rôles symétriques du fait de la coupure en k_G . Dans le cas de l'estimateur TT, les deux notations sont équivalentes s'il n'y a pas de coupure. Pour s'en convaincre, on part des notations de la Sect. 4.2.5 et on remarque que :

$$-\mathbf{k}' = \mathbf{K} - \mathbf{k} \iff \mathbf{k} = \mathbf{K} - (-\mathbf{k}'). \quad (5.10)$$

Ainsi, \mathbf{k} et $-\mathbf{k}'$ sont symétriques dans la somme sur \mathbf{k} pour \mathbf{K} fixé. Dans le cas où les deux cartes en entrées sont les mêmes, comme pour l'estimateur TT, et en négligeant le bruit pour rendre le calcul plus clair :

$$\begin{aligned}
\hat{\phi}(\mathbf{K}) &= A(\mathbf{K}) \sum_{\mathbf{k}} \hat{S}(\mathbf{k}) \hat{S}^*(\mathbf{k}') F(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \\
&= A(\mathbf{K}) \sum_{\mathbf{k}} \hat{S}(\mathbf{k}) \hat{S}^*(\mathbf{k}') \left[\tilde{b}^*(\mathbf{k}) \tilde{b}(\mathbf{k}') \frac{f^*(\mathbf{k}, \mathbf{k}')}{2P_{\hat{S}}(\mathbf{k}) P_{\hat{S}}(\mathbf{k}')} \right] \\
&= A(\mathbf{K}) \sum_{\mathbf{k}} b(\mathbf{k}) T(\mathbf{k}) b^*(\mathbf{k}') T^*(\mathbf{k}') \left[b^*(\mathbf{k}) b(\mathbf{k}') \frac{\tilde{C}_{\text{TT}}(\mathbf{k}) \mathbf{k} \cdot \mathbf{K} - \tilde{C}_{\text{TT}}(\mathbf{k}') \mathbf{k}' \cdot \mathbf{K}}{2P_{\text{TT}}(\mathbf{k}) P_{\text{TT}}(\mathbf{k}')} \right] \\
&= A(\mathbf{K}) \frac{\mathbf{K}}{2} \cdot \left[\sum_{\mathbf{k}} \left(\mathbf{k} \frac{|b|^2 \tilde{C}_{\text{TT}}(\mathbf{k}) T(\mathbf{k})}{P_{\text{TT}}} \right) \frac{T^*(\mathbf{k}')}{P_{\text{TT}}} - \sum_{\mathbf{k}} \frac{T}{P_{\text{TT}}}(\mathbf{k}) \left(\mathbf{k}' \frac{|b|^2 \tilde{C}_{\text{TT}}(\mathbf{k}') T^*(\mathbf{k}')}{P_{\text{TT}}} \right) \right] \\
&= A(\mathbf{K}) \frac{\mathbf{K}}{2} \cdot 2 \sum_{\mathbf{k}} \left(\mathbf{k} W_{\text{TT}}(\mathbf{k}) T(\mathbf{k}) \right) \left(V_{\text{T}}(\mathbf{k}') T^*(\mathbf{k}') \right) \\
&= -i\mathbf{K} A(\mathbf{K}) \cdot \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{G}_{\text{TT}}(\mathbf{k}) L_{\text{T}}^*(\mathbf{k}'), \tag{5.11}
\end{aligned}$$

en se souvenant que $P_{\hat{S}}(\mathbf{k}) \equiv P_{\text{TT}}(\mathbf{k})$ et $\tilde{b}(\mathbf{k}) \equiv b(\mathbf{k})$ dans le cas général. J'ai également utilisé la condition de réalité $T^*(\mathbf{k}) = T(-\mathbf{k})$ et l'Éq. 5.10. On peut montrer de façon similaire que les deux expressions de $A(\mathbf{K})$ sont équivalentes dans ce cas de figure.

5.2 Limites des estimateurs

Les estimateurs quadratiques classiques exprimés dans la section précédente peuvent présenter des biais dans certains cas de figure. L'Annexe C présente quelques calculs utiles à cette partie et à la compréhension des estimateurs. Ces estimateurs sont théoriquement non biaisés dans la limite de l'approximation linéaire, c'est-à-dire lorsque le terme de second ordre de l'Éq. C.1 est négligeable devant les termes d'ordre 1. Ils ont été construit ainsi et il est plus simple de le remarquer dans la façon dont ils sont exprimés dans la Sect. 4.2.5. De plus, certains contaminants comme le tSZ biaisent les estimations.

Les estimateurs quadratiques classiques font l'objet de nombreuses études, visant à réduire leur biais et améliorer le signal-sur-bruit (SNR). Je présente dans cette section quelques améliorations des estimateurs de base. Tout d'abord, j'aborde la gestion du terme d'ordre 2 dans la Sect. 5.2.1. Ensuite, j'énonce comment gérer le tSZ sans sacrifier trop de SNR dans la Sect. 5.2.2, puis comment tirer de l'information des plus petites échelles dans la Sect. 5.2.3. Je présente enfin trois méthodes similaires utilisant des vraisemblances dans la Sect. 5.2.4.

5.2.1 Gestion du second ordre

L'approximation linéaire n'est pas possible lorsque l'effet de lentille gravitationnelle est trop élevé, ce qui crée un biais dans les estimateurs. Pour contrer cet effet, [Hu et al. \(2007\)](#) introduisent une échelle de coupure ℓ_G au-dessus de laquelle une des deux cartes utilisées par les estimateurs quadratiques est considérée comme nulle. Cela diminue l'impact du

second ordre mais réduit le signal-sur-bruit final. Une estimation de l'échelle optimale, qui dépend du signal de lentille de chaque amas, est donc préférable. Le gradient du CMB non lentillé n'apporte que peu d'information au-dessus d'un seuil $\ell_G = 2000$ (du fait de l'amortissement de Silk, voir 2.1.1 et [Hu et al., 2007](#)). Ce seuil est donc choisi dans certaines analyses ([Madhavacheril et al., 2015](#)) mais d'autres coupent plus bas, comme à $\ell_G = 1500$ pour s'affranchir d'un biais dû au tSZ ([Baxter et al., 2018](#)). Une coupure à ℓ plus petit peut être nécessaire pour diminuer l'impact du second ordre sur les cartes avec un signal de lentille très élevé, comme pour des amas d'une masse $M_{500} \sim 10^{15} M_\odot$.

5.2.2 Gestion du tSZ

Dans le Chapitre 4, j'ai utilisé une ILC contrainte ([Remazeilles et al., 2011](#)) pour minimiser l'impact du tSZ dans les cartes que j'ai fournies à l'estimateur quadratique. Cela a eu pour effet de réduire le SNR des cartes par rapport à une ILC non contrainte (voir Annexe A) mais est nécessaire pour éviter les résidus de tSZ dans la carte de CMB lentillé finale.

En réalité, il faut éviter les corrélations induites par le tSZ entre la carte de gradient et la carte de lentille. Un bon nettoyage du tSZ sur une de ces cartes grâce à une ILC contrainte suffit à se débarrasser de biais dû à ce dernier ([Madhavacheril et Hill, 2018](#); [Raghunathan et al., 2019](#)). Cela signifie que la carte de lentille pourrait bénéficier d'un meilleur SNR, dans mon cas en n'utilisant qu'une ILC classique par exemple, pour améliorer sa sensibilité aux petites échelles. Un deuxième fait intéressant est que la carte de gradient n'a pas besoin d'avoir une résolution meilleure que $\ell_G = 2000$ (~ 4 arcmin) si de toute façon elle est filtrée dans l'estimateur quadratique. [Madhavacheril et Hill \(2018\)](#) rappellent que les cartes de gradient et de lentille n'ont pas besoin d'être de la même expérience, un argument pour *Planck*, qui possède une bonne couverture spatiale et fréquentielle du ciel à un lobe effectif de 4.9 arcmin. La carte de gradient gagnerait donc beaucoup à être une combinaison de *Planck* et d'un télescope au sol (pour lequel l'atmosphère a coupé les grandes échelles du ciel) au lieu de seulement ce dernier. Le tSZ serait traité plus efficacement et *Planck* apporterait les grandes échelles du ciel.

L'Annexe B semble pointer vers la même conclusion : même si *Planck* apporte une quantité d'information négligeable par rapport aux *Large Aperture Telescopes* (LATs) de CMB-S4, le gain en signal-sur-bruit final est substantiel (~ 15 % aux petites échelles). Les plus petites échelles du potentiel de déviation Φ (ou plus grands modes \mathbf{K}) que l'on peut reconstruire proviennent des plus petits modes \mathbf{k} de la carte de gradient et des plus grands modes \mathbf{k}' de la carte de lentille qui n'est, elle, pas coupée à $\ell_G = 2000$. Ajouter des petits \mathbf{k} dans la carte de gradient va donc naturellement améliorer la précision de la reconstruction du potentiel aux plus petites échelles et permettre à des nouveaux modes \mathbf{K} d'être explorés.

Cependant, même si le tSZ n'a besoin d'être retiré que d'une des deux cartes pour faire disparaître le biais, le tSZ sur l'autre carte diminue le SNR de cette dernière. Pour réduire cet impact, [Patil et al. \(2019\)](#) proposent de retirer grossièrement le signal tSZ de la carte de lentille en le modélisant par exemple comme une signature gaussienne. Cette gaussienne peut être ajustée en utilisant la dépendance fréquentielle du tSZ. Cela revient à soustraire

le modèle ajusté $T_{\text{mod}}^{\text{tSZ}}$ à cette carte dans l'estimateur TT :

$$L_{X'}(\mathbf{k}) = V_{X'}(\mathbf{k})(T(\mathbf{k}) - T_{\text{mod}}^{\text{tSZ}}(\mathbf{k})). \quad (5.12)$$

Cette méthode permet d'utiliser une carte à une seule fréquence en réduisant le bruit que le tSZ introduirait. Pour l'appliquer avec une carte de lentille obtenue grâce à une ILC non contrainte, des ajustements sont nécessaires car les résidus de tSZ mal gérés par l'ILC ne sont probablement pas gaussiens. Il se peut de plus que l'ILC non contrainte soit déjà aussi performante que cette méthode, qui vise seulement à réduire le tSZ sans l'enlever complètement.

5.2.3 Gestion des petites échelles

Il existe une autre limitation des estimateurs quadratiques classiques. Ils sont intrinsèquement biaisés dans la limite de résolution et de sensibilité parfaites. Horowitz *et al.* (2019) montrent que dans cette limite ($L > 4000$ et $\text{SNR} > 1/\sqrt{2}$ par mode L), une meilleure méthode est l'inversion du gradient (*Gradient Inversion*, ou GI). À ces échelles, le spectre du CMB est plat à cause de l'amortissement de Silk (Sect. 2.1.1. Toute variation du champ X est donc due à l'effet de lentille gravitationnelle de la matière sur le rayonnement. Dans le cas TT, l'estimateur devient :

$$\hat{\phi}(\mathbf{K}) = \frac{T(\mathbf{K})}{\int (\mathbf{k} \cdot \mathbf{K}) T(\mathbf{k}) \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^2}}. \quad (5.13)$$

Il est ainsi possible de reconstruire le potentiel de déviation d'un amas à partir des petites échelles d'une carte à bruit très faible du CMB. Cependant, il n'est pas possible de reconstruire les échelles perpendiculaires au gradient local du CMB primaire avec cette méthode. C'est parce que, dans le régime abordé ici, l'effet de lentille gravitationnelle ne produit aucun effet perpendiculaire à la direction du gradient, le dénominateur est donc nul dans l'Éq. 5.13.

5.2.4 Estimateurs du maximum de vraisemblance

Ici, je présente trois méthodes similaires cherchant à maximiser une vraisemblance (*Maximum Likelihood Estimator*, ou MLE), c'est-à-dire la probabilité d'avoir un potentiel de déviation étant donné un CMB lentillé. Les deux premières sont des méthodes itératives utilisant la méthode de Newton-Raphson dans l'espace de Fourier pour retrouver le bon potentiel de déviation. La troisième fait la même chose dans l'espace réel.

La première approche consiste en une correction de l'effet de lentille sur une carte (Yoo *et Zaldarriaga*, 2008; Yoo *et al.*, 2010). En effet, en estimant le potentiel de déviation Φ de l'amas, il est possible de modifier le CMB observé pour corriger l'effet de lentille. Cela revient à calculer :

$$\tilde{X}(\vartheta) = X[\vartheta + \alpha(\vartheta)], \quad (5.14)$$

soit l'inverse de l'Éq. 2.70. Ils s'appuient sur un potentiel de déviation Φ modélisé de façon itérative pour approcher, par la méthode de Newton-Raphson, un CMB non lentillé. Cette

Instrument	Résolution [arcmin]	Sensibilité I [μ K.arcmin]	Sensibilité Q, U [μ K.arcmin]	Taille pixel [arcmin]	N_{side}
<i>Planck</i> /HFI	4.9	45	63.6	1.72	2048
CMB-S4	1.4	2	2.8	0.43	8192

TABLE 5.2 – Caractéristiques instrumentales retenues pour la simulation de cartes périodiques d’observation du CMB simulées pour *Planck*/HFI et CMB-S4. La sensibilité en paramètres de Stoke Q, U est celle en I multipliée par $\sqrt{2}$. Ces cartes font $10 \times 10 \text{ deg}^2$ et la taille donnée du pixel (carré) correspond à la longueur d’un de ses côté, avec la résolution HEALPix associée.

méthode permet de s’assurer de rester dans le régime optimal pour les estimateurs tant que la statistique est gaussienne.

La deuxième approche est très similaire, l’estimateur du maximum du postérieur (*Maximum A Posteriori estimator*, ou MAP). Le principe est le même, reconstruire itérativement un CMB non lentillé (Carron et Lewis, 2017; Legrand et Carron, 2022; Saha et al., 2024; Darwish et al., 2024). La différence réside dans le fait que ses auteurs ne supposent pas de profil de potentiel de déviation et reconstruisent un potentiel pixel à pixel.

Il est également possible d’utiliser un autre type de MLE dans l’espace réel. Cela consiste à trouver directement le potentiel de déviation le plus probable à partir de cartes de CMB lentillé dont on a calculé la matrice de covariance pixel-pixel. Avec les estimateurs quadratiques ou la méthode MAP, le potentiel de déviation obtenu ne dépend pas d’un profil d’amas supposé. Cependant, le SNR est faible, donc il faut comparer le potentiel obtenu avec un potentiel modélisé (dans mon cas, celui d’un NFW). Avec les autres MLE, on regarde directement les pixels des cartes de CMB lentillé et on en déduit la probabilité qu’un des profils modélisés en soit à l’origine. On sélectionne ensuite le plus probable d’entre eux. Baxter et al. (2015) ont appliqué la dernière méthode sur des cartes de température de SPT-SZ, tandis que Raghunathan et al. (2017) l’ont généralisée à la polarisation et l’utilisent sur des cartes I, U et Q simulées.

5.3 Simulations

J’ai effectué les analyses sur des simulations polarisées contenant simplement le CMB lobé et bruité. Ce chapitre se concentre sur les perspectives pour deux instruments : *Planck*/HFI et CMB-S4 (LATs). J’ai défini les caractéristiques des cartes attendues après une ILC sur des cartes du ciel observées par ces deux instruments. J’ai cette fois décidé de prendre une fonction de transfert parfaite pour CMB-S4, pour simplifier les calculs. Cette fonction de transfert parfaite pourrait être le résultat d’une combinaison avec les données des SATs par exemple. J’ai adapté la taille de pixel des cartes pour limiter le temps de calcul sur les cartes type *Planck* tout en conservant des pixels de côté environ quatre fois plus petit que le lobe pour limiter l’impact de la pixellisation sur l’analyse. Les caractéristiques des cartes simulées sont résumées dans la Tab. 5.2.

Lors des analyses mêlant température et polarisation, il faut s'assurer que les cartes simulées respectent les corrélations croisées entre \tilde{T} et \tilde{E} . On définit donc la matrice de corrélation pour chaque mode \mathbf{k} :

$$C(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} C_{TT}(\mathbf{k}) & C_{TE}(\mathbf{k}) \\ C_{TE}(\mathbf{k}) & C_{EE}(\mathbf{k}) \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

La matrice $C(\mathbf{k})$ est réelle et symétrique, donc exprimable d'après le théorème spectral en une matrice diagonale D constituée des valeurs propres de $C(\mathbf{k})$. Dans cette nouvelle base, les deux dimensions ne sont pas corrélées. La matrice de changement de base est P dont les colonnes sont les vecteur propres de $C(\mathbf{k})$:

$$C = P D P^{-1}. \quad (5.16)$$

Pour créer des cartes \tilde{T} et \tilde{E} corrélées, on peut donc tirer deux champs gaussiens aléatoires N_0 et N_1 de moyenne zéro et d'écart-type 1. On leur donne ensuite la bonne valeur en Fourier en les multipliant par $D^{1/2}$ et on repasse dans la base originelle, où les deux champs gaussiens non corrélés deviennent des champs \tilde{T} et \tilde{E} corrélés :

$$\begin{pmatrix} \tilde{T}(\mathbf{k}) \\ \tilde{E}(\mathbf{k}) \end{pmatrix} = P D^{1/2} \begin{pmatrix} N_0(\mathbf{k}) \\ N_1(\mathbf{k}) \end{pmatrix}. \quad (5.17)$$

J'ai fixé les modes B primaires à 0 : $\tilde{B}(\mathbf{k}) = 0$. L'effet de lentille gravitationnelle de l'amas est ajouté de façon similaire pour la polarisation et pour la température (Éq. 2.75), à la seule différence que les observables de polarisation sont les cartes Q et U . Il faut donc d'abord convertir les champs E et B en champs Q et U , puis les retransformer en cartes E et B. Pour convertir une paire de champs en l'autre, j'ai utilisé les relations suivantes :

$$\begin{cases} Q(\mathbf{k}) = -E(\mathbf{k}) \cos(2\varphi_{\mathbf{k}}) + B(\mathbf{k}) \sin(2\varphi_{\mathbf{k}}) \\ U(\mathbf{k}) = -E(\mathbf{k}) \sin(2\varphi_{\mathbf{k}}) - B(\mathbf{k}) \cos(2\varphi_{\mathbf{k}}) \end{cases} \quad (5.18)$$

\Updownarrow

$$\begin{cases} E(\mathbf{k}) = -Q(\mathbf{k}) \cos(2\varphi_{\mathbf{k}}) - U(\mathbf{k}) \sin(2\varphi_{\mathbf{k}}) \\ B(\mathbf{k}) = +Q(\mathbf{k}) \sin(2\varphi_{\mathbf{k}}) - U(\mathbf{k}) \cos(2\varphi_{\mathbf{k}}) \end{cases} \quad (5.19)$$

C'est ainsi que l'on obtient les Éq. 2.73 qui décrivent l'effet de lentille sur les modes E et B dans l'espace de Fourier. La Fig. 5.1 montre comment un amas mélange les modes \tilde{E} et \tilde{B} primaires (ici, $\tilde{B} = 0$) pour créer des modes E et B secondaires.

Dans cette partie, j'ai directement simulé des cartes de CMB reconstruit, sans contamination due au tSZ ni bruit astrophysique. Les tests de la Sect. 5.4 ne dépendront pas de contaminants astrophysiques comme les sources radio dans l'amas, les effets SZ ou des sources d'avant-plan.

5.4 Résultats

J’ai réalisé de nombreux tests sur mes simulations de CMB. Les amas simulés sont au nombre de trois et j’ai choisi leurs caractéristiques pour qu’elles correspondent à celles des amas de l’échantillon SPT-SZ. Les trois amas sont à un redshift $z = 0.5$, le redshift médian de l’échantillon. Leur masse est de $M_{500} \in \{1, 5, 10\} \times 10^{14} M_{\odot}$, ce qui correspond à l’intervalle de masse des amas SPT-SZ. J’ai « observé » ces trois amas 10 000 fois chacun pour chaque instrument (*Planck* et CMB-S4) avec les caractéristiques instrumentales données dans la Tab. 5.2.

Je présente tout d’abord la sensibilité attendue de chaque instrument par rapport au potentiel de déviation Φ de chacun des trois amas dans la Sect. 5.4.1. Je montre ensuite les biais visibles dans les estimateurs dans la Sect. 5.4.2. J’aborde enfin l’impact d’une coupure des modes de la carte de gradient supérieurs à ℓ_G dans la Sect. 5.4.3.

5.4.1 Sensibilité des estimateurs

Pour connaître quels sont les meilleurs estimateurs en fonction des caractéristiques des instruments utilisés, j’ai tout simplement comparé les variances des estimateurs avec le spectre du potentiel de déviation Φ des trois amas types pour *Planck* (Fig. 5.2) et CMB-S4 (Fig. 5.3). Cela permet de voir les performances relatives des estimateurs en fonction du mode K (ou, de façon équivalente, L).

Le résultat est conforme aux attentes : l’estimateur EB devient de plus en plus performant par rapport aux autres lorsque le bruit instrumental baisse. En effet, en l’absence de mode \tilde{B} primaires, toute variation de B provient de modes E, modifiés par l’effet de lentille gravitationnelle. L’estimateur TT reste en revanche le meilleur estimateur à quasi tous les modes, même dans le cas CMB-S4. Cela peut être expliqué par le bruit plus faible des cartes en température, qui découle du paramètre de Stokes I pour lequel tous les bolomètres de l’instrument sont utiles (voir Sect. 2.1.3). Lorsque le bruit instrumental sera suffisamment bas, le facteur $\sqrt{2}$ entre les niveaux de bruit T et B sera compensé par les avantages des cartes B cités ci-dessus, comme c’est déjà le cas ici pour CMB-S4 pour les modes $350 < L < 700$.

Les estimateurs les plus performants sont ainsi TT puis ET pour *Planck*, et TT, EB puis ET pour CMB-S4. Pour les deux instruments, ET est meilleur que TE. C’est parce que la carte T est plus profonde que la carte E et donc plus adaptée pour être la carte de lentille, là où la carte de gradient a seulement besoin des échelles supérieures à $\ell = 2000$ et peut donc avoir un niveau de bruit plus élevé aux petites échelles.

5.4.2 Biais dans les estimateurs

La première analyse sur simulations m’a servi à vérifier la fiabilité des estimateurs. Pour ce faire il est intéressant de regarder le *pull* d’une analyse de 10 000 fois le même amas. Pour obtenir ce pull, il faut en soustraire la moyenne globale à chaque résultat individuel puis le diviser par son erreur. On peut ensuite comparer le nuage de points obtenu avec une distribution gaussienne centrée réduite pour avoir une idée de la représentativité de la barre d’erreur, par exemple. On peut s’apercevoir d’un biais, c’est-à-dire

que la distribution tire d'un côté, ou d'une dispersion trop élevée qui pourrait être signe de la mauvaise modélisation du problème. J'ai donc calculé les masses mesurées à partir des six estimateurs quadratiques classiques sur 10 000 cartes simulées avec le même amas appliquant son effet de lentille gravitationnelle sur des CMB différents avec des bruits blancs différents, pour les trois amas type ($z = 0.5$, $M_{500} \in \{1, 5, 10\} \times 10^{14} M_{\odot}$) et les deux instruments (*Planck* et CMB-S4). Je présente ici seulement trois pulls sur les $3(\text{amas}) \times 2(\text{instruments}) \times 6(\text{estimateurs}) = 36$ obtenus au total pour expliquer certains phénomènes, mais les Tab. 5.3 et 5.4 rassemblent l'entièreté des résultats. Je définis ici le rapport de masses $M_r \equiv M_{\text{CMB lens}}/M_{\text{fid}}$. L'erreur associée aux résultats moyens $\langle M_r \rangle$ est l'erreur théorique fournie par le filtre adapté pour une réalisation $\sigma_{M_r} \equiv \left[\sum_{\mathbf{K}} \frac{|\Phi(\mathbf{K})|^2}{A(\mathbf{K})} \right]^{-1/2}$ (Éq. 4.16) divisée par la racine du nombre de réalisations : $\sigma_{\langle M_r \rangle} = \sigma_{M_r}/\sqrt{10\,000}$, à ne pas confondre avec la déviation standard des 10 000 résultats divisés par $\sqrt{10\,000}$. Cette dernière valeur est égale à $\sigma_{\langle M_r \rangle} \times \sigma_{\text{pull}}$.

La Fig. 5.4 est le pull de l'estimateur TT des 10 000 tirages de l'amas de masse $M_{500} = 10 \times 10^{14} M_{\odot}$ avec les caractéristiques instrumentales de *Planck*. La déviation standard du pull est $\sigma_{\text{pull}} = 0.945$, sachant que l'erreur sur une déviation standard de 10 000 tirages est $\Delta\sigma = 1/(\sqrt{2} \times \sqrt{10\,000}) = 0.007$. On observe donc un biais d'environ 6% dans l'estimation de l'erreur. Le résultat moyen est $\langle M_r \rangle = 1.04 \pm 0.02$, compatible avec l'unité à $2\sigma_{\langle M_r \rangle}$. La forme de l'histogramme du pull est gaussienne. L'erreur $\sigma_{\langle M_r \rangle}$ est donc correctement estimée à 6% près.

Cet écart de 6% sur l'erreur pourrait provenir d'une mauvaise implémentation du problème avec, par exemple, des modes K qui pèsent trop dans l'estimation de l'erreur à cause d'un spectre bruité.

La Fig. 5.5 montre le pull de l'estimateur TE des 10 000 tirages de l'amas de masse $M_{500} = 10 \times 10^{14} M_{\odot}$ avec les caractéristiques instrumentales de *Planck*. La déviation standard du pull est $\sigma_{\text{pull}} = 1.426 \pm 0.007$. L'écart avec l'unité est cette fois-ci très élevé. C'est pourquoi cette dispersion est facilement visible sur l'histogramme du pull, ce qui nous permet de réaliser que l'erreur est mal comprise dans le cas de cet estimateur. Le résultat moyen obtenu sur les 10 000 cartes simulées est $\langle M_r \rangle = 0.77 \pm 0.14$, une nouvelle fois compatible avec l'unité à $2\sigma_{\langle M_r \rangle}$.

La sous-estimation de l'erreur $\sigma_{\langle M_r \rangle}$ mise en avant par l'étude du pull pourrait expliquer en partie cet écart entre $\langle M_r \rangle$ et l'unité, contrairement au cas TT où l'erreur est légèrement sur-estimée. L'erreur de l'estimateur TE est trop sous-estimée pour que cela ne soit dû qu'à un problème d'implémentation. Pour en trouver l'origine, il faudra travailler plus en détail sur le formalisme proposé par [Hu et al. \(2007\)](#).

La Fig. 5.6 montre le pull de l'estimateur TT des 10 000 tirages de l'amas de masse $M_{500} = 10 \times 10^{14} M_{\odot}$ avec les caractéristiques instrumentales de CMB-S4. C'est la mesure avec le meilleur SNR de tous les test que j'ai effectués ici. La déviation standard du pull est $\sigma_{\text{pull}} = 3.020 \pm 0.007$, l'erreur semble très sous-estimée. En observant l'histogramme du pull, on comprend que l'erreur n'est seulement mal estimée dans le cas de cet estimateur. La forme de l'histogramme n'est pas du tout gaussienne, ce qui montre plutôt que le problème n'est pas bien compris. Le résultat moyen obtenu sur les 10 000 cartes simulées

est $\langle M_r \rangle = 0.4788 \pm 0.0010$. Cela n'est pas une surprise au vu de l'histogramme.

En réalité, ce dernier résultat était prévisible car le SNR très élevé ici signifie que le terme de lentille de second ordre (Éq. C.1) n'est plus négligeable et biaise les estimateurs. La gestion de ce second ordre est la motivation de la partie suivante, où j'étudie l'impact d'une coupure dans la carte de gradient à un seuil ℓ_G (voir également Sect. 5.2.1).

Les Tab. 5.3 et 5.4 donnent une vue d'ensemble des résultats, et plusieurs conclusions en découlent. La première est que les erreurs sur les mesures sont en général bien estimées à basse masse pour *Planck* mais se dégradent avec les masses plus élevées et sont très mauvaises dès les basses masses pour CMB-S4. Il semblerait donc que le SNR des cartes *Planck* ne permette pas de détecter de biais avec certitude dans les mesures de masse, tandis que CMB-S4 met en avant au moins un biais, qui semble être dû au second ordre car il est plus élevé à haut SNR. La seconde conclusion est que la formule de l'erreur des estimateurs ne fonctionne pas telle quelle pour TE, ET et éventuellement TB. Cela demandera un travail supplémentaire de vérification des calculs de [Hu et al. \(2007\)](#), pour mieux comprendre comment l'erreur de ces estimateurs est estimée. De plus, les erreurs de l'estimateur TT sont de moins en moins bien estimées avec l'augmentation du SNR, ce qui pourrait être le signe d'une mauvaise gestion de certains modes ou de la pixellisation des cartes dans l'estimateur. L'estimateur le moins biaisé malgré une mauvaise estimation de l'erreur est TB. Cela pourrait être en partie dû à une précision trois fois plus faible que les autres estimateurs, mais il est plus performant que TE et EE dans le cas CMB-S4. Il semble donc être moins sensible au phénomène qui affecte tous les autres estimateurs.

5.4.3 Recherche de ℓ_G

Comme énoncé dans la section précédente, le second ordre d'effet de lentille semble jouer un rôle de plus en plus important lorsque le SNR augmente. Cet effet est attendu et je vais maintenant appliquer une coupure des modes de la carte de gradient supérieurs à un seuil ℓ_G pour tenter de corriger ce biais. En théorie, le seuil peut être fixé à $\ell_G = 2000$ sans trop impacter le SNR final puisque le spectre de la carte de gradient est très faible à ces échelles du fait de l'amortissement de Silk. Cependant, il est possible qu'une coupure plus sévère soit nécessaire pour des amas massifs, pour lesquels le second ordre sera plus élevé.

Je réalise, pour chaque amas type, chaque estimateur et chaque instrument, deux coupures différentes à $\ell_G = 2000$ et $\ell_G = 1000$ pour observer leur effet sur les résultats finaux. Ces nouveaux tests sont eux aussi effectués sur 10 000 réalisations de CMB lobé et de bruit blanc. J'ai tracé une synthèse des résultats sur la Fig. 5.7 pour l'instrument *Planck* et la Fig. 5.8 pour l'instrument CMB-S4. Sur ces figures, chaque point et sa barre d'erreur associée correspondent à une mesure moyenne sur 10 000 réalisations de CMB lobé et de bruit blanc à laquelle on soustrait 1 pour obtenir le biais $\langle M_r \rangle - 1$. Les points bleus sont les biais des tests réalisés dans la section précédente.

De plus, les estimateurs quadratiques ainsi que le filtre adapté utilisé ensuite pour obtenir une mesure $M_r = M_{\text{CMB lens}}/M_{\text{fid}}$ (voir Sect. 4.2.6) sont des applications linéaires. Je peux donc mesurer le biais dû au second ordre séparément (Éq. C.1). Alors, pour chacun des tests, je compare le résultat sur les cartes de CMB lentillé et sur les cartes ne contenant

Estimateur	$10^{14}M_{\odot}$		$5 \times 10^{14}M_{\odot}$		$10 \times 10^{14}M_{\odot}$	
	$\langle M_r \rangle$	σ_{pull}	$\langle M_r \rangle$	σ_{pull}	$\langle M_r \rangle$	σ_{pull}
TT	1.067 ± 0.118 +0.6	1.011 +1.5	1.055 ± 0.034 +1.6	0.969 -4.4	1.044 ± 0.020 +2.2	0.945 -7.8
TE	-0.621 ± 1.176 -1.4	1.401 +56.7	0.597 ± 0.279 -1.4	1.416 +58.8	0.775 ± 0.150 -1.5	1.426 +60.2
TB	2.273 ± 1.848 +0.7	1.033 +4.7	1.387 ± 0.496 +0.8	1.031 +4.4	1.232 ± 0.286 +0.8	1.031 +4.4
ET	1.018 ± 0.521 +0.0	1.108 +15.3	1.013 ± 0.146 +0.1	1.134 +19.0	1.017 ± 0.084 +0.2	1.153 +21.6
EE	0.554 ± 1.067 -0.4	1.002 +0.3	0.844 ± 0.275 -0.6	1.005 +0.7	0.905 ± 0.153 -0.6	1.008 +1.1
EB	2.186 ± 1.066 +1.1	1.002 +0.3	1.421 ± 0.280 +1.5	1.004 +0.6	1.282 ± 0.159 +1.8	1.006 +0.9

TABLE 5.3 – Masse moyenne $\langle M_r \rangle$ mesurée sur 10 000 simulations d’une observation du CMB par *Planck* et la déviation standard du pull associée pour les 3 amas type et les 6 estimateurs quadratiques classiques. L’erreur sur la déviation standard du pull dépend du nombre de tirages et est de 0.007. Pour chaque estimateur, je fournis l’écart de $\langle M_r \rangle$ et σ_{pull} à leur valeur attendue (l’unité) en unité de barre d’erreur. Pour plus de clarté, les écarts sont écrits en vert s’ils sont inférieurs à 3σ , en orange si inférieurs à 5σ et en rouge autrement.

Estimateur	$10^{14}M_{\odot}$		$5 \times 10^{14}M_{\odot}$		$10 \times 10^{14}M_{\odot}$	
	$\langle M_r \rangle$	σ_{pull}	$\langle M_r \rangle$	σ_{pull}	$\langle M_r \rangle$	σ_{pull}
TT	0.912 ± 0.004 -23.5	2.179 +166.7	0.669 ± 0.002 -217.6	3.260 +319.5	0.479 ± 0.001 -503.4	3.020 +285.7
TE	0.970 ± 0.082 -0.4	1.349 +49.3	0.931 ± 0.027 -2.5	1.549 +77.6	0.911 ± 0.017 -5.3	1.703 +99.4
TB	1.072 ± 0.049 +1.5	1.025 +3.5	1.008 ± 0.016 +0.5	1.133 +18.8	0.989 ± 0.010 -1.1	1.296 +41.8
ET	1.042 ± 0.011 +3.8	2.087 +153.7	1.021 ± 0.004 +4.7	4.192 +451.4	1.004 ± 0.003 +1.4	5.658 +658.8
EE	0.981 ± 0.028 -0.7	0.949 -7.2	0.946 ± 0.010 -5.5	0.874 -17.8	0.912 ± 0.006 -14.0	0.855 -20.5
EB	1.040 ± 0.016 +2.6	1.065 +9.2	1.034 ± 0.005 +6.7	1.304 +43.0	1.031 ± 0.003 +9.9	1.611 +86.4

TABLE 5.4 – Masse moyenne $\langle M_r \rangle$ mesurée sur 10 000 simulations d’une observation du CMB par CMB-S4 et la déviation standard du pull associée pour les 3 amas type et les 6 estimateurs quadratiques classiques. L’erreur sur la déviation standard du pull dépend du nombre de tirages et est de 0.007. Pour chaque estimateur, je fournis l’écart de $\langle M_r \rangle$ et σ_{pull} à leur valeur attendue (l’unité) en unité de barre d’erreur. Pour plus de clarté, les écarts sont écrits en vert s’ils sont inférieurs à 3σ , en orange si inférieurs à 5σ et en rouge autrement.

que la déformation des cartes $b\delta X$ due à l'effet de lentille. Les barres d'erreur de ces points sont la dispersion des 10 000 réalisations.

Dans le cas de l'instrument *Planck* (Fig. 5.7), on remarque que la coupure n'est pas toujours nécessaire car l'ordre 2 est parfois déjà compatible avec zéro grâce aux incertitudes élevées. Les quelques exceptions sont TT à haute masse, car les barres d'erreur sont très réduites, et EE où le second ordre est très élevé. Les coupures successives n'ont pas toujours l'effet attendu, notamment la coupure à $\ell_G = 2000$ qui augmente le biais du second ordre dans TT à haute masse et EB. En général, les coupures fonctionnent bien sur le second ordre pour les estimateurs mais ne semblent pas avoir d'effet pour l'estimateur EE, pour lequel le second ordre reste à 1σ de zéro.

Le fait le plus marquant de cette figure est que le second ordre n'est pas le seul biais de l'analyse. En effet, les points représentant le biais de la mesure sur les cartes de CMB lentillé $\langle M_r \rangle - 1$ ne sont pas au même niveau que les points représentant le second ordre seul. Comme vu dans la Sect. 5.3, je n'ai pas ajouté de bruit astrophysique dans mes simulations et ces dernières sont périodiques. Le biais observé ici ne découle donc pas de contaminants. Cela signifie qu'il existe un biais dès le premier ordre qui n'est pas d'origine astrophysique. On peut séparer le résultat final en différents termes (car les outils utilisés dans l'analyse sont des applications linéaires) : l'ordre 0 XX' ; l'ordre 1 $X\delta X'$, $\delta XX'$; et le second ordre $\delta X\delta X'$. Cela a confirmé la présence d'un biais dû au premier ordre, qui vient parfois compenser en partie le biais dû au second ordre, comme on peut l'observer sur la figure, et évolue indépendamment. Ce biais est inattendu dans le cas de notre analyse simplifiée sans avant-plan au vu de la construction des estimateurs quadratiques classiques.

Dans le cas de l'instrument CMB-S4 (Fig. 5.8), la coupure a un effet proche de l'effet escompté pour tous les estimateurs utilisant T, corrigeant par exemple dans le cas de TT un biais de plus de 50% de l'amplitude du signal recherché. Cependant, on observe une sur-corrrection pour EE et EB, pour lesquels le second ordre explose lorsque le seuil de coupure ℓ_G baisse. Les coupures ne fonctionnent parfaitement sur aucun estimateur si l'on se fie aux barres d'erreur (parfois comprises dans les points) du second ordre.

On remarque pour cet instrument également un biais dû à l'ordre 1, encore une fois non négligeable devant les barres d'erreur. Cela montre qu'il reste des effets que je n'ai pas encore pris en compte dans mon analyse.

Les Fig. 5.9 et 5.10 sont des versions de la Fig. 5.6 coupées à $\ell_G = 2000$ et $\ell_G = 1000$ respectivement. L'analyse qu'elles représentent est celle de l'amas de masse $M_{500} = 10 \times 10^{14}$ de l'estimateur TT avec les caractéristiques instrumentales de CMB-S4. C'est l'analyse avec le meilleur SNR. On remarque que, loin de résoudre le problème de biais, les coupures n'ont fait que déformer un peu plus le nuage de points, l'éloignant d'avantage d'une distribution gaussienne.

Ces biais pour l'instant incompris nécessitent une étude approfondie de l'impact de tout ce qui différencie mon analyse du cas parfait, par exemple la discrétisation de la carte en pixels, le lobe et le bruit. J'ai déjà testé que le biais dans le premier ordre varie avec la taille de pixel choisie (1.73 ou 0.43 arcmin de côté).

5.5 Résumé et conclusion

Dans cette partie, j'ai développé les six estimateurs quadratiques classiques TT, TE, TB, ET, EE et EB. Je les ai testé sur des simulations périodiques simples du CMB tel qu'observable par *Planck* et CMB-S4. Dans ces simulations, le CMB était lentillé par un amas à redshift $z = 0.5$ et de masse $M_{500} \in \{1, 5, 10\} \times 10^{14} M_{\odot}$. En étudiant 10 000 réalisations de chaque cas de figure, j'ai mis en avant un biais dans les masses mesurées, potentiellement dû au second ordre de l'effet de lentille. J'ai ensuite essayé de corriger ce biais en appliquant une coupure des modes de la carte de gradient au-dessus d'un seuil ℓ_G , ce qui s'est avéré infructueux.

Le biais n'est pas uniquement dû à l'ordre 2 mais également à l'ordre 1. Cela est surprenant puisque les estimateurs sont construits pour être non biaisés à l'ordre 1. De nombreux tests supplémentaires seront nécessaires pour comprendre l'origine de ce biais. Pour l'estimateur TT, il s'agit d'un biais de $\lesssim 5\%$ du signal total dans le cas sans coupure, inférieur à l'erreur statistique de l'analyse TT du Chapitre 4 mais non négligeable dans les analyses futures.

Une fois ce biais compris, l'étape suivante sera d'implémenter un estimateur de variance minimale (*Minimum Variance Estimator*, ou MVE). Cet estimateur est simplement la combinaison des six estimateurs décrits ici qui minimise la variance du résultat. Cet estimateur pourrait améliorer la sensibilité d'un facteur supérieur à deux par rapport au meilleur des six estimateurs classiques d'après [Hu et Okamoto \(2002\)](#).

En ouverture, il y a deux types de problèmes à résoudre pour la poursuite de ce travail :

- une mauvaise implémentation/modélisation du problème : mauvaise gestion du lobe, du bruit ou de la pixellisation ;
- des inexactitudes dans les formules, comme cela semble être le cas pour l'erreur des estimateurs TE, ET et TB.

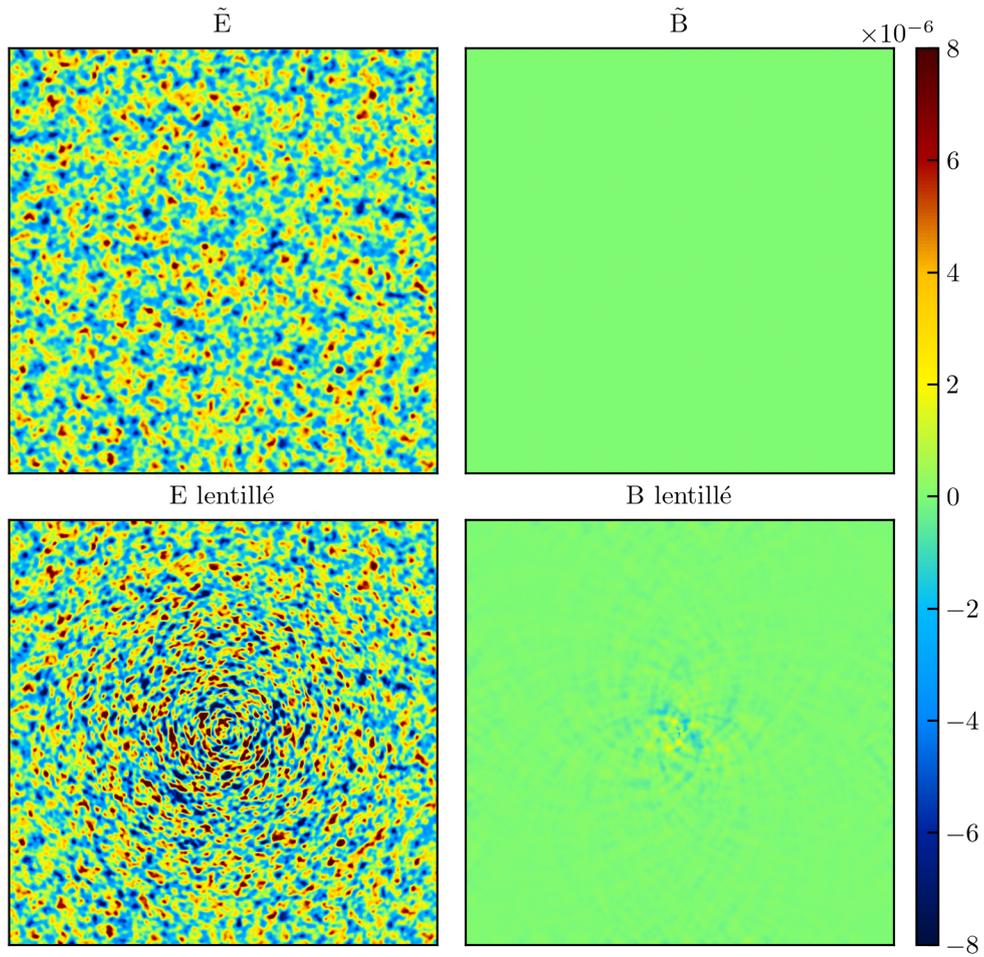


FIGURE 5.1 – Impact d’une lentille gravitationnelle sur les champs \tilde{E} (à gauche) et \tilde{B} (à droite) primaires. La lentille est un amas fictif de masse $M_{500} = 5 \times 10^{16} M_{\odot}$ à un redshift $z = 0.1$ (voir Fig. 2.11 pour l’impact sur le champ \tilde{T}). L’amas est 10 fois plus massif que l’amas le plus massif de mon échantillon, pour illustration. Les cartes sont de taille $10 \times 10 \text{ deg}^2$ et sont tracées en unités $\Delta T/T_{\text{CMB}}$.

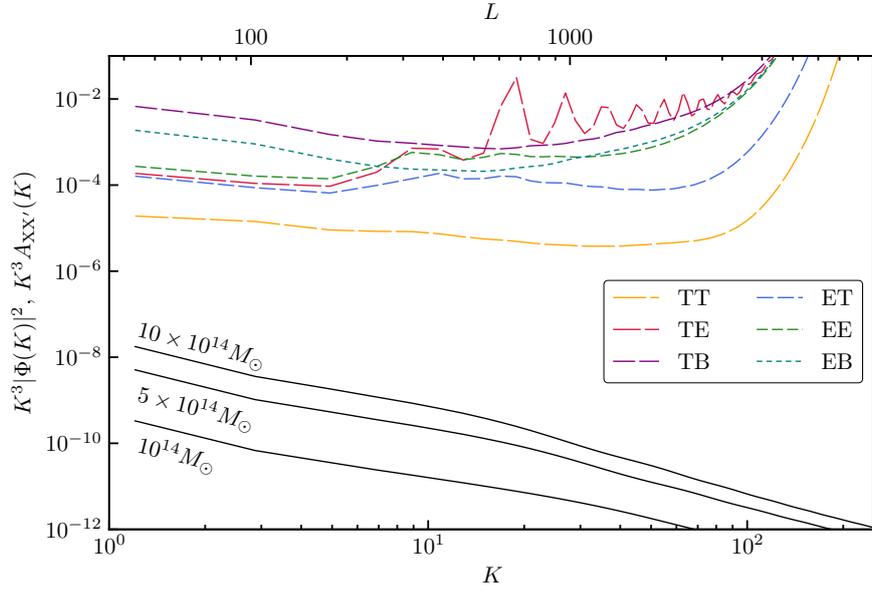


FIGURE 5.2 – Sensibilité des six estimateurs $A_{XX'}$ avec les caractéristiques *Planck* en fonction du mode de Fourier reconstruit K , où $X, X' = T, E, B$, comparée au potentiel de déviation Φ pour les trois amas type étudiés : $z = 0.5$, $M_{500} \in \{1, 5, 10\} \times 10^{14} M_{\odot}$.

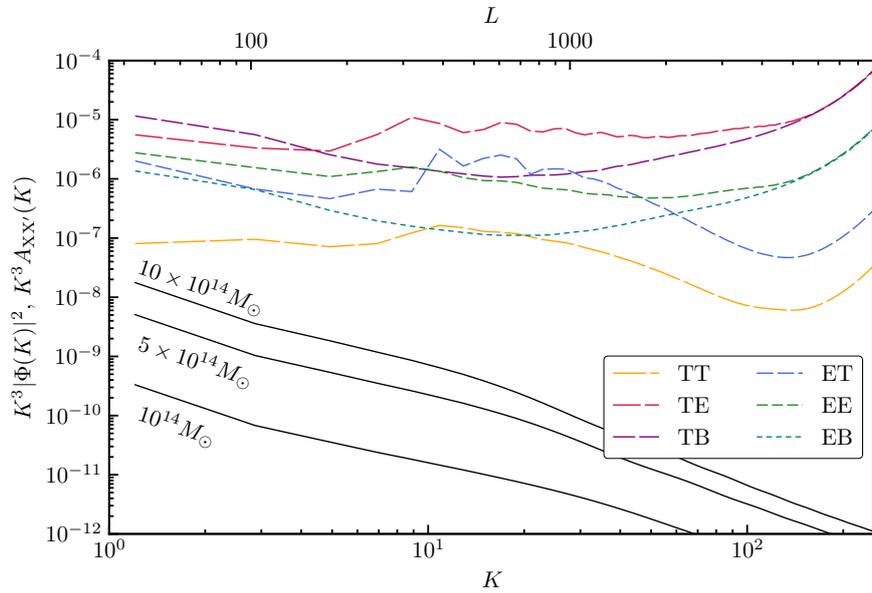


FIGURE 5.3 – Sensibilité des six estimateurs $A_{XX'}$ avec les caractéristiques CMB-S4 en fonction du mode de Fourier reconstruit K , où $X, X' = T, E, B$, comparée au potentiel de déviation Φ pour les trois amas type étudiés : $z = 0.5$, $M_{500} \in \{1, 5, 10\} \times 10^{14} M_{\odot}$.

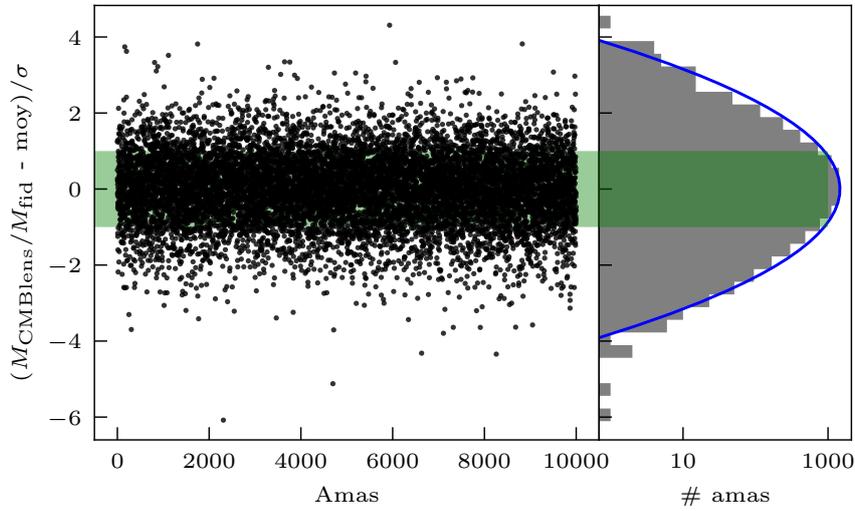


FIGURE 5.4 – Pull de l’estimateur TT de 10 000 simulations *Planck* d’un amas de masse $M_{500} = 10^{14}M_{\odot}$ à redshift $z = 0.5$. Chaque point du panneau de gauche représente l’estimation de masse TT mesurée sur une simulation. Le panneau de droite est un histogramme et la courbe bleue est une gaussienne centrée en 0 et d’écart-type 1. Ce pull ne permet pas de détecter de biais évident dans le résultat.

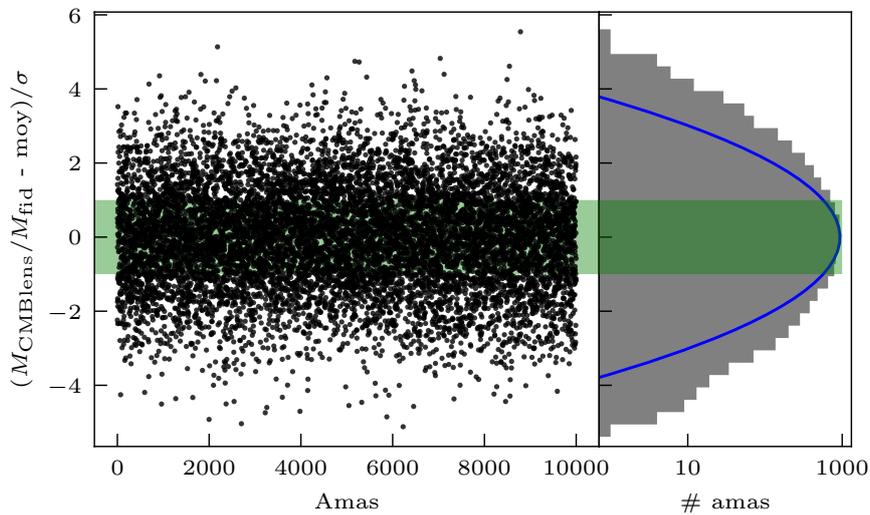


FIGURE 5.5 – Pull de l’estimateur TE de 10 000 simulations *Planck* d’un amas de masse $M_{500} = 10^{14}M_{\odot}$ à redshift $z = 0.5$. Chaque point du panneau de gauche représente l’estimation de masse TE mesurée sur une simulation. Le panneau de droite est un histogramme et la courbe bleue est une gaussienne centrée en 0 et d’écart-type 1. Le nuage de point est trop dispersé par rapport à la gaussienne, signe que l’erreur est sous-estimée.

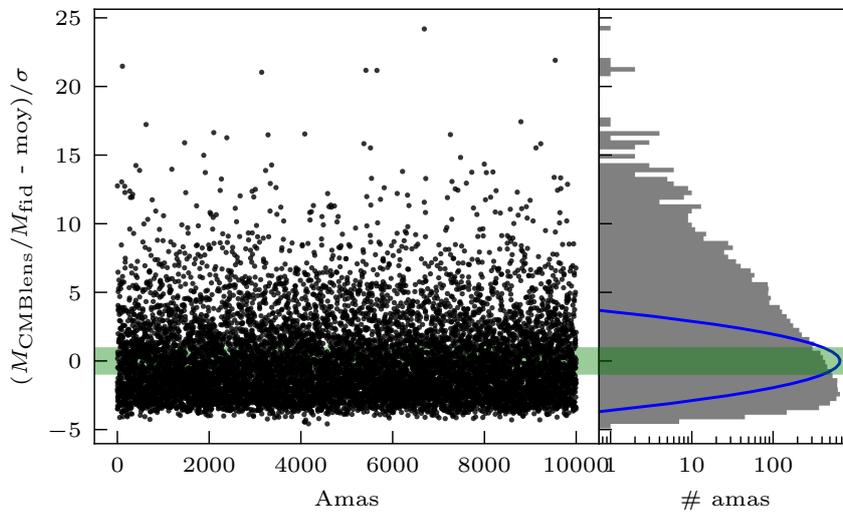


FIGURE 5.6 – Pull de l’estimateur TT de 10 000 simulations CMB-S4 d’un amas de masse $M_{500} = 10 \times 10^{14} M_{\odot}$ à redshift $z = 0.5$. Chaque point du panneau de gauche représente l’estimation de masse TT mesurée sur une simulation. Le panneau de droite est un histogramme et la courbe bleue est une gaussienne centrée en 0 et d’écart-type 1. L’histogramme ne correspond pas du tout à la gaussienne, ce qui trahit un biais conséquent comparé à la barre d’erreur théorique.

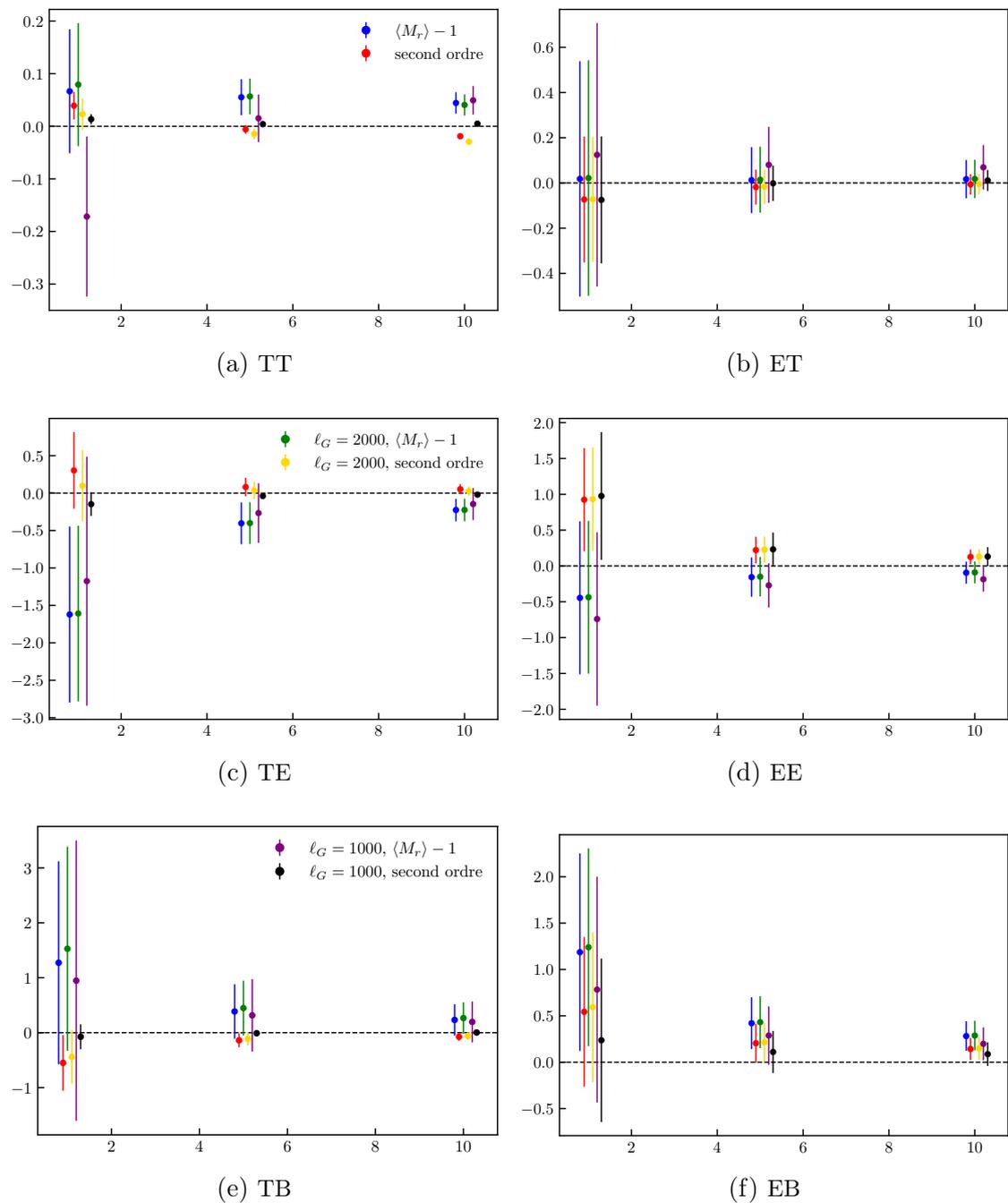


FIGURE 5.7 – Synthèse des tests effectués pour les six estimateurs sur les trois amas types ($z = 0.5$, $M_{500} \in \{1, 5, 10\} \times 10^{14} M_{\odot}$) sur 10 000 simulations d’observations de *Planck* en coupant les modes de la carte de gradient supérieurs à ℓ_G lorsque celui-ci est donné. La barre d’erreur est parfois plus petite que l’épaisseur du point associé et n’est donc pas visible.

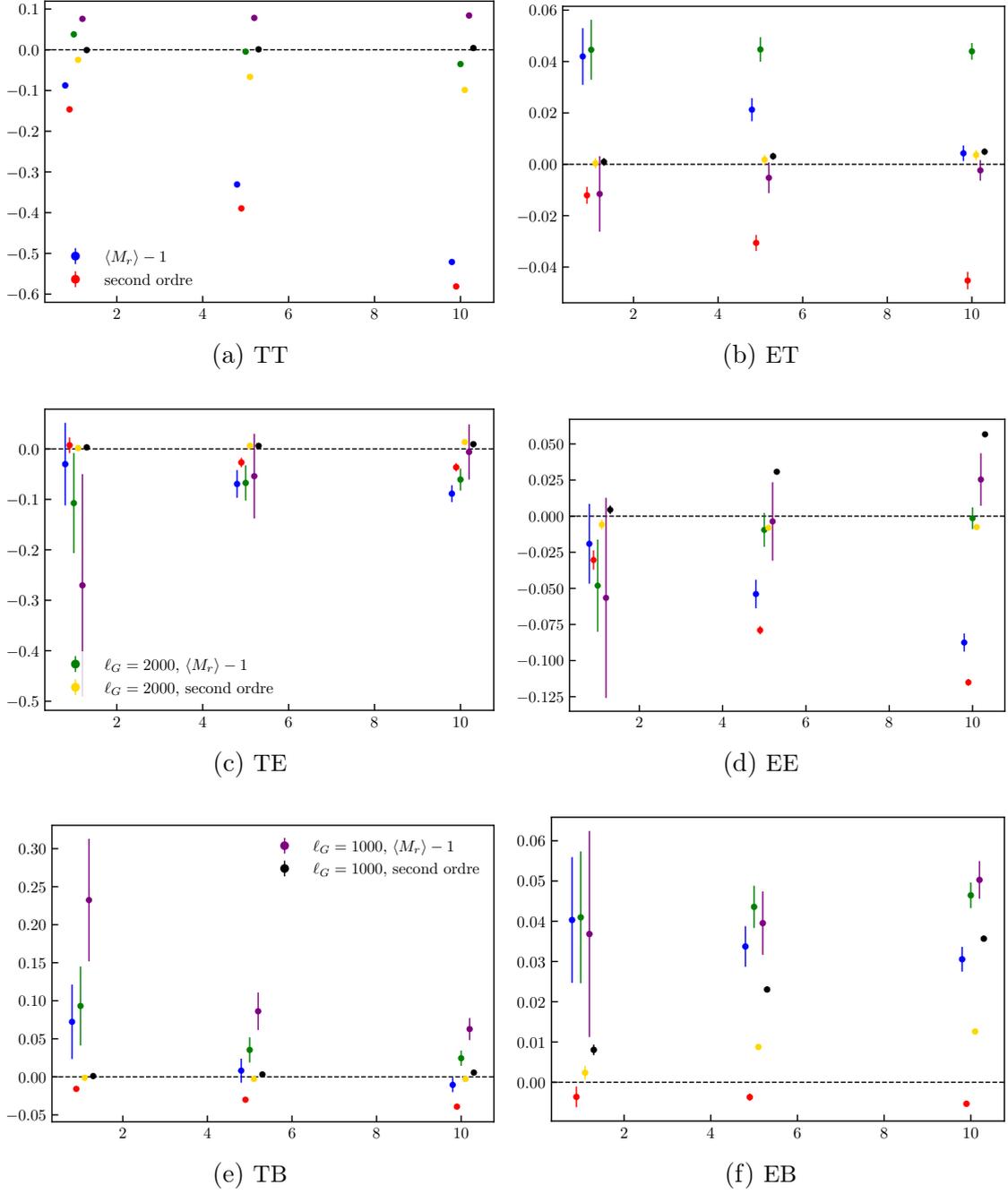


FIGURE 5.8 – Synthèse des tests effectués pour les six estimateurs sur les trois amas types ($z = 0.5$, $M_{500} \in \{1, 5, 10\} \times 10^{14} M_{\odot}$) sur 10 000 simulations d’observations de CMB-S4 en coupant les modes de la carte de gradient supérieurs à ℓ_G lorsque celui-ci est donné. La barre d’erreur est parfois plus petite que l’épaisseur du point associé et n’est donc pas visible.

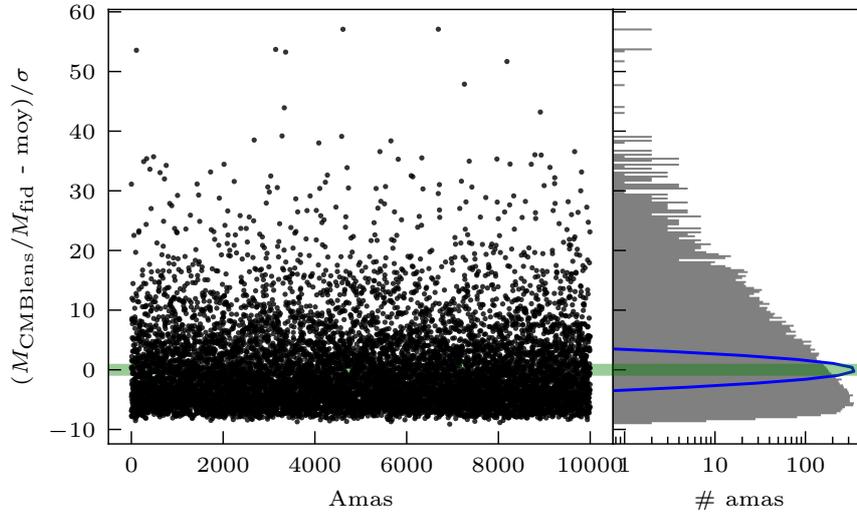


FIGURE 5.9 – Pull de l’estimateur TT coupé à $\ell_G = 2000$ de 10 000 simulations CMB-S4 d’un amas de masse $M_{500} = 10 \times 10^{14} M_\odot$ à redshift $z = 0.5$. Chaque point du panneau de gauche représente l’estimation de masse TT mesurée sur une simulation. Le panneau de droite est un histogramme et la courbe bleue est une gaussienne centrée en 0 et d’écart-type 1. La coupure à $\ell_G = 2000$ n’a fait qu’aggraver le problème présent sans coupure.

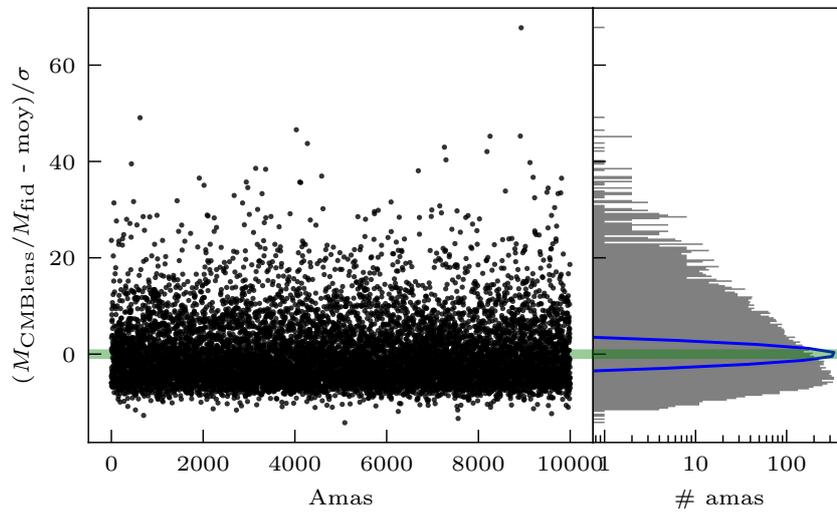


FIGURE 5.10 – Pull de l’estimateur TT coupé à $\ell_G = 1000$ de 10 000 simulations CMB-S4 d’un amas de masse $M_{500} = 10 \times 10^{14} M_\odot$ à redshift $z = 0.5$. Chaque point du panneau de gauche représente l’estimation de masse TT mesurée sur une simulation. Le panneau de droite est un histogramme et la courbe bleue est une gaussienne centrée en 0 et d’écart-type 1. La coupure à $\ell_G = 1000$ ne corrige pas le biais et l’augmente même.

Chapitre 6

Conclusions et perspectives

6.1 Conclusions

Lors de ces trois ans de thèse, j'ai travaillé sur l'effet de lentille gravitationnelle des amas de galaxies sur le fond diffus cosmologique (CMB). En comprenant comment l'effet de lentille modifie le CMB, il est possible d'en déduire la masse de l'amas responsable de la déformation. Ces amas sont les plus grandes structures liées par la gravité de l'Univers et la mesure de leur masse permet de contraindre les paramètres cosmologiques.

En effet, la fonction de masse des amas décrit la distribution de ces derniers en fonction de leur masse et de leur redshift. Cette fonction dépend fortement de la cosmologie et est très sensible notamment aux paramètres Ω_m et σ_8 qui décrivent la proportion de matière et sa répartition dans l'Univers. Les redshifts des amas sont souvent mesurés grâce à des sondages optiques avec des barres d'erreur parfois élevées, mais il est également possible d'obtenir des mesures de haute précision avec des sondages spectroscopiques.

La mesure d'une masse d'amas non biaisée est plus complexe car les amas sont constitués à $\sim 85\%$ de matière noire. Les instruments utilisés pour observer les amas détectent de la lumière et sont donc incapables d'obtenir une observable directe de 100% de leur masse. Les mesures les plus précises sont obtenues par exemple sur le gaz chaud (ou plasma) qui constitue 12% de la masse totale. Cette dernière est ensuite retrouvée grâce à des lois d'échelle en supposant par exemple que le système est à l'équilibre hydrostatique.

Ces hypothèses introduisent des biais qui peuvent être évités en utilisant comme observable la lumière déviée par l'effet de lentille gravitationnelle de l'amas étudié. L'effet de lentille dépend de la masse totale. Ainsi, réussir à le déterminer revient à sonder la masse totale de l'amas en se passant des lois d'échelle. Pour ce faire, deux types de sources de lumière sont utilisées. Les plus répandues sont les galaxies d'arrière-plan, donc les images seront déformées par la lentille. Comme l'on ne connaît pas leur vraie forme, il en faut beaucoup pour pouvoir faire une étude statistique. Cela pose problème à $z > 1$, quand les galaxies se font plus rare.

Dans ce cas de figure, un deuxième type de source est utilisé : le CMB. Il a été émis à $z \sim 1100$ et sera donc un rayonnement d'arrière-plan pour tous les amas aussi loin soient-ils. On ne connaît pas non plus la vraie forme des anisotropies, l'analyse est encore une fois statistique. L'effet de lentille va créer des corrélations entre les échelles du CMB qui n'existaient pas auparavant. J'ai utilisé les corrélations entre des modes \mathbf{k} et \mathbf{k}' pour reconstruire le potentiel de déviation à un mode $\mathbf{K} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$. Ce potentiel lie la déformation

de l'image à la densité surfacique de la lentille. Il est donc possible d'estimer directement la masse de la lentille à partir de ce potentiel. Cette approche est appelée *CMB cluster lensing* (effet de lentille des amas sur le CMB).

Une méthode pour reconstruire le potentiel de déviation à un mode $\mathbf{K} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$ à partir des corrélations entre modes \mathbf{k} et \mathbf{k}' utilise des estimateurs quadratiques. Comme leur nom le suggère, ces estimateurs utilisent deux cartes et extraient l'information des corrélations entre elles. L'effet de lentille gravitationnelle d'un amas sur le CMB crée un dipôle à petite échelle orienté dans le sens du gradient du CMB. Une des deux cartes de l'estimateur est donc utilisée pour son gradient et doit posséder les grandes échelles du CMB, car le gradient aux petites échelles est faible à cause de l'amortissement de Silk. L'autre carte est utilisée pour son dipôle de lentille et doit donc posséder les petites échelles du CMB.

J'ai appliqué cette méthode sur les données de *Planck* et de SPT-SZ pour mesurer les masses de 468 amas de galaxies (Chapitre 4). J'ai ainsi observé que la combinaison des deux jeux de données permettait une bien meilleure mesure finale de la masse. *Planck*, un télescope spatial, n'est pas gêné par l'atmosphère et peut observer les grandes échelles du CMB, tandis que SPT-SZ, au Pôle Sud, perd les grandes échelles mais a un miroir plus grand que *Planck* pour observer les petites échelles. J'ai montré que ce gain d'information était dû à la complémentarité des échelles des deux instruments, qui permet à plus de paires $(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ d'être observées et donc de gagner en précision sur le potentiel de déviation aux modes \mathbf{K} , qui couvriront un plus grand intervalle. L'estimation de la masse d'un amas n'est pas encore assez précise à cause d'un faible signal-sur-bruit (SNR) des données, j'ai donc dû moyenniser toutes les masses obtenues pour avoir une détection du signal à 4.8σ . Ce travail a fait l'objet d'une publication scientifique (Huchet et Melin, 2024).

Les instruments actuels ne permettent pas encore de faire du CMB cluster lensing une méthode de précision, mais cela devrait changer dans les années à venir avec *Simons Observatory* et CMB-S4. De plus, les sondages plus récents incluent tous la mesure de la polarisation du CMB en plus de l'intensité du rayonnement (la température). Je me suis donc approprié les outils nécessaires à l'extraction du potentiel de déviation des cartes de polarisation du CMB (Chapitre 5). J'ai également pu vérifier la précision à laquelle CMB-S4 serait capable de mesurer les masses des amas sur un grand nombre (10 000) de réalisations d'observations du CMB sans contaminants autres que du bruit instrumental blanc. Les cartes de température du CMB ont un niveau de bruit $\sqrt{2}$ plus faible que celle de polarisation, mais certains estimateurs de polarisation compensent la sensibilité plus faible des cartes par des avantages physiques. C'est le cas de l'estimateur EB, qui se révèle être aussi bon que TT à certains modes aux niveaux de bruit de CMB-S4. En l'absence de mode $\tilde{\mathbf{B}}$ primordiaux, toute variation de B est due à une transformation de modes E en modes B par le biais de l'effet de lentille gravitationnelle. J'ai de plus observé un biais inexplicé dans les estimateurs ($\sim 5\%$ du signal pour l'estimateur TT) qui était jusqu'alors caché dans la variance du résultat. Ce biais est problématique car il intervient au premier ordre de l'effet de lentille, ordre pour lequel les estimateurs que j'utilise ont été créés non biaisés. Il reste encore beaucoup de travail pour comprendre ce biais, travail qui est nécessaire pour que cette méthode soit compétitive à l'avènement de la cosmologie

de précision. Cette partie de ma thèse pourra faire l'objet d'une publication scientifique lorsque j'aurai compris l'origine de ce biais.

6.2 Perspectives

Le CMB cluster lensing est un domaine avec un avenir brillant grâce au démarrage du *Simons Observatory* (SO) cette année et à l'arrivée de CMB-S4 dans la décennie prochaine. Comme vu dans le Chapitre 3, ces deux sondages repousseront les limites actuelles grâce à une bien meilleure sensibilité des observations. C'est pourquoi plusieurs horizons pourront s'ouvrir à l'étude de masse des amas de galaxies.

Combinaison avec le *galaxy lensing*

Le *galaxy lensing* utilise des galaxies d'arrière-plan plutôt que le CMB. Cette méthode souffre de biais différents de ceux du CMB cluster lensing et est indépendante. En effet, l'effet de lentille du même amas peut être observé avec deux sources de lumière non corrélées (dans la limite où les galaxies d'arrière-plan n'altèrent pas le rayonnement du CMB). Cela devrait permettre de mieux calibrer les biais des deux méthodes et d'assurer la compatibilité entre les deux types de mesures. De plus, la combinaison de ces deux mesures indépendantes sondant la totalité de la masse des amas contraindra avec un minimum de biais les paramètres cosmologiques, notamment Ω_m et σ_8 . Cette contrainte pourra être couplée à d'autres observations contraignant les autres paramètres pour tester les tensions cosmologiques actuelles sur H_0 et σ_8 .

Mesure du biais hydrostatique

Le biais de masse hydrostatique découle de l'hypothèse que l'amas est à l'équilibre hydrostatique pour extrapoler la mesure de masse effectuée en optique ou rayons X. Il est de l'ordre de $\sim 20\%$ de la masse mesurée. Ma mesure du Chapitre 4 ne permet pas de le contraindre plus finement, mais les perspectives du Chapitre 5 montrent que la précision atteinte par CMB-S4 sera suffisante pour le mesurer avec une barre d'erreur bien inférieure au pour cent. Sur 10 000 amas de masse $M_{500} = 10^{14}M_\odot$ à redshift $z = 0.5$, la barre d'erreur est déjà inférieure à 1%. CMB-S4 devrait observer notamment $\sim 100\,000$ amas de masse médiane $1.6 \times 10^{14}M_\odot$ à redshift $0.1 \leq z \lesssim 2$. Une mesure du biais de masse hydrostatique à une précision meilleure que le pour cent serait une belle avancée pour les analyses X et optiques et leur permettrait d'affiner leur mesure de masse.

Mesure de la forme du potentiel de déviation

Avec l'arrivée de SO puis de CMB-S4, la reconstruction de la forme du potentiel de déviation sera plus précise. Les estimateurs quadratiques ne dépendent pas d'un modèle d'amas et en stackant (moyennant) des cartes d'amas de masses similaires pour augmenter le SNR, on peut déjà obtenir la forme moyenne des potentiels de déviation des amas.

Plus le SNR des cartes augmente, moins il est nécessaire d'en stacker pour obtenir un SNR convenable. Avec CMB-S4, la reconstruction du potentiel de déviation d'un amas unique de masse $M_{500} = 10 \times 10^{14} M_{\odot}$ sera peut-être possible avec un SNR supérieur à 1. Même si ce n'est pas le cas, les 100 000 amas de CMB-S4 permettront, grâce à la sensibilité du sondage, de mieux comprendre la forme des halos de matière noire. Cette compréhension, couplée à l'observation des galaxies dans le visible, aidera également à mesurer la distribution d'occupation des halos de matière noire (*Halo Occupation Distribution*, où HOD) par les galaxies dans les amas.

Combinaison des grandes et petites échelles du CMB

Comme je l'ai montré dans le Chapitre 4, un des leviers puissants pour améliorer la sensibilité des estimateurs quadratiques classiques est d'agrandir l'intervalle de modes \mathbf{k} observés. Cela va par la même occasion augmenter le nombre de paires $(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ capables de reconstruire l'échelle $\mathbf{K} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$ du potentiel de déviation Φ . SO et CMB-S4 compteront des télescopes spécialisés dans l'observation des petites (LATs) et grandes (SATs) échelles du ciel. Dans le cas de SO, qui commence à observer cette année, deux groupes de travail différents travaillent sur ces deux types de télescopes qui ont des caractéristiques instrumentales et des buts scientifiques différents. Actuellement, ces deux groupes interagissent peu au vu de ces différences fondamentales mais le CMB cluster lensing pourrait être un domaine liant les milieux des petites et des grandes échelles du CMB.

Toutes ces possibilités me motivent à poursuivre dans ce domaine, notamment en continuant à travailler sur le CMB lors des années futures.

Chapitre A

Impact de l'ILC contrainte sur le niveau de bruit des cartes

Dans mon analyse, j'ai utilisé une ILC contrainte (Remazeilles *et al.*, 2011), qui profite de la connaissance de la dépendance fréquentielle de l'effet Sunyaev-Zel'dovich thermique (tSZ) pour retirer complètement le signal du tSZ. Cette opération sacrifie un degré de liberté qui aurait permis une meilleure reconstruction du signal du CMB, ce qui résulte en un bruit plus élevé dans la carte finale. L'augmentation de bruit n'est pas la même dans le cas *Planck* que dans le cas SPT-SZ, car la couverture en fréquence est différente. Je montre ici comment la gestion du tSZ sur mes cartes d'amas simulées affecte le niveau de bruit des cartes finales. Les cartes font $10 \times 10 \text{ deg}^2$, avec des pixels de côté 0.43 arcmin.

La Fig A.1 présente les spectres de trois cartes *Planck*/HFI en tirets de couleur. J'ai choisi ces trois cartes car ce sont celles qui ont le niveau de bruit le plus faible parmi les six. Je les compare aux spectres des cartes reconstruites à partir des six cartes *Planck*/HFI à l'aide d'une ILC contrainte (triangles rouges) comme dans le Chapitre 4 et d'une ILC simple (triangles inversés bleus). Cette dernière ne dé-projette pas explicitement le tSZ mais elle serait suffisante pour la carte de lentille de l'estimateur (voir Chapitre 5). J'ai également tracé le spectre de puissance du CMB, lobé avec le lobe effectif des cartes ILC (points noirs) pour avoir une idée du signal recherché. La ligne en tirets-pointillés représente un niveau de bruit blanc de $45 \mu\text{K} \cdot \text{arcmin}$, un point de repère dans les trois figures de cette annexe. C'est également le niveau de bruit de la carte à 217 GHz. On remarque que la carte de l'ILC simple n'est pas particulièrement meilleure que celle de l'ILC contrainte. Cela découle du fait que *Planck* a une bonne couverture fréquentielle et peut donc facilement sacrifier un degré de liberté. *Planck* a aussi des lobes de tailles diverses (voir Tab. 3.1). Les fréquences les plus sensibles ont une résolution moindre. Cela explique pourquoi les deux ILC donnent un résultat proche de la carte à 217 GHz, avec un niveau de bruit plus faible qu'elle dans l'intervalle $40 < k < 80$, c'est-à-dire aux échelles où la moins bonne résolution des cartes à 100 et 143 GHz n'est pas un problème.

La Fig. A.2 présente les spectres des trois cartes SPT-SZ en tirets de couleur. Je les compare eux aussi avec les spectres des cartes reconstruites à partir de ces trois cartes avec une ILC contrainte (triangles rouges) et une ILC simple (triangles inversés bleus). Les points noirs représentent le spectre de puissance du CMB, lobé avec le lobe effectif des cartes ILC. Cette fois-ci, l'ILC simple est bien meilleure que l'ILC contrainte, meilleure même que la meilleure des cartes SPT-SZ. Cette perte de signal-sur-bruit (SNR) est due

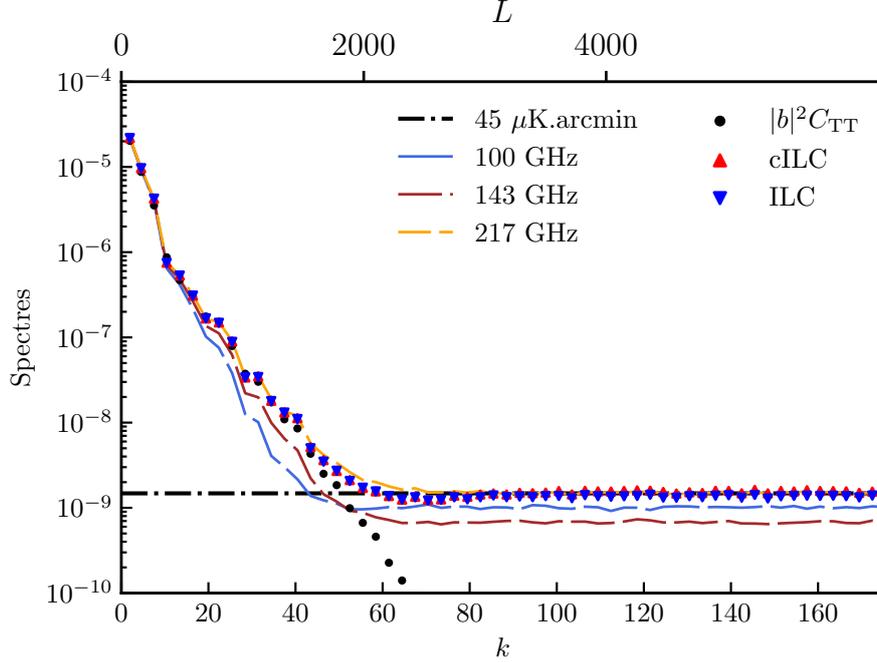


FIGURE A.1 – Comparaison des spectres de cartes *Planck*/HFI (tirets de couleur) avec celui des cartes reconstruites avec une ILC contrainte (cILC, triangles rouges) et une ILC simple (triangles inversés bleus) à partir des six cartes *Planck*/HFI en fonction du mode Fourier k . La ligne en tirets-pointillés représente un niveau de bruit blanc de $45 \mu\text{K.arcmin}$. Le vrai signal du CMB lobé est également tracé (points noirs).

au faible nombre de cartes de SPT-SZ. Si un degré de liberté est sacrifié, c'est un tiers de l'information qui ne sert plus à reconstruire le CMB. Les sondages avec peu de bandes de fréquence gagnent donc beaucoup à trouver des méthodes alternatives à la dé-projection de l'ILC sur la carte de lentille.

La Fig. A.3 présente les spectres des cartes reconstruites à partir des six cartes *Planck*/HFI et des trois cartes SPT-SZ à l'aide d'une ILC contrainte (triangles rouges) et d'une ILC simple (triangles inversés bleus). Je les compare avec les spectres de deux cartes *Planck* et SPT-SZ en tirets de couleur. J'ai choisi ces cartes car elles semblent proches des résultats des ILC, pour décrire plus facilement l'effet de ces méthode de construction de cartes. Les points noirs représentent ici aussi le spectre de puissance du CMB, lobé avec le lobe effectif des cartes ILC. Une fois de plus, l'ILC simple est meilleure que l'ILC contrainte. Pourtant, j'utilise plus de cartes que dans le cas *Planck* seul. Je bénéficie donc de plus de degrés de liberté lors de ma reconstruction de carte. En réalité, le nombre de cartes utilisable à un mode k donné dépend de la résolution des cartes. Ainsi, la carte reconstruite ne bénéficie que des cartes SPT-SZ au résolutions supérieures à celles de *Planck*. Cela explique pourquoi on observe le même gain de bruit à grand k pour les ILC contraintes de SPT-SZ et de la combinaison. De plus, les cartes des ILC de la combinaison ont un meilleur lobe que celles

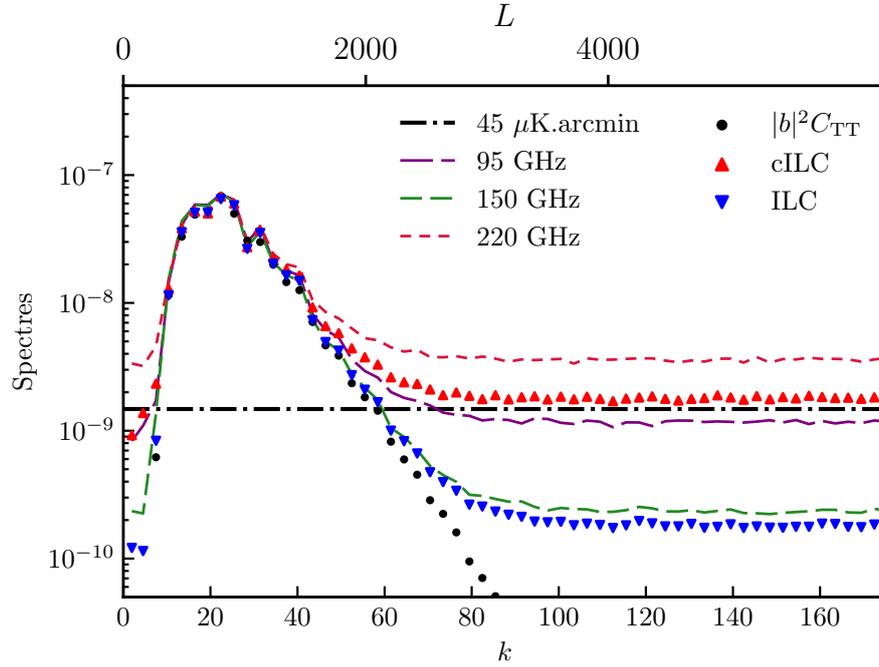


FIGURE A.2 – Comparaison des spectres des cartes SPT-SZ (tirets de couleur) avec celui des cartes reconstruites avec une ILC contrainte (cILC, triangles rouges) et une ILC simple (triangles inversés bleus) à partir des trois cartes SPT-SZ en fonction du mode Fourier k . La ligne en tirets-pointillés représente un niveau de bruit blanc de $45 \mu\text{K.arcmin}$. Le vrai signal du CMB lobé est également tracé (points noirs).

de *Planck* seul, comme on peut le voir en comparant le niveau du spectre de puissance du CMB lobé avec le lobe effectif de la reconstruction dans chaque cas de figure.

L'utilisation d'une ILC simple pour la carte de lentille des estimateurs pourra donc apporter un vrai bonus à la mesure de masse d'amas par effet de lentille gravitationnelle sur le CMB.

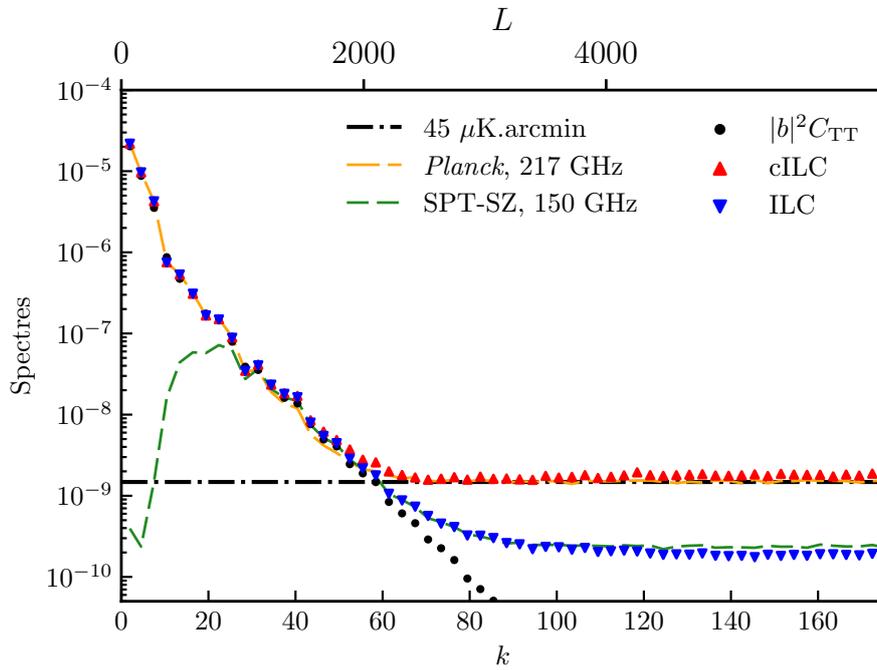


FIGURE A.3 – Comparaison des spectres de cartes *Planck*/HFI et SPT-SZ (tirets de couleur) avec celui des cartes reconstruites avec une ILC contrainte (cILC, triangles rouges) et une ILC simple (triangles inversés bleus) à partir des neuf cartes *Planck*/HFI et SPT-SZ en fonction du mode Fourier k . La ligne en tirets-pointillés représente un niveau de bruit blanc de $45 \mu\text{K}\cdot\text{arcmin}$. Le vrai signal du CMB lobé est également tracé (points noirs).

Chapitre B

Contribution des échelles dans le signal-sur-bruit final

En s'inspirant de la Fig. 1 de [Saha et al. \(2024\)](#), j'ai regardé le poids de chaque mode de Fourier dans le signal de lentille. La Fig. B.1 montre $K|\phi(K)|^2/A(K)$ en fonction de K , c'est-à-dire la contribution de chaque mode de Fourier K au SNR de l'estimateur d'effet de lentille. Les points noirs montrent le résultat attendu pour la combinaison si les deux jeux de données étaient indépendants. Les trois panneaux couvrent trois tailles angulaires différentes de potentiel de déviation. Ce sont le profil le plus petit, le médian et le plus grand, calculé pour les amas de mon échantillon dans $5 \times R_{500}$. La méthode pour les modéliser est décrite dans la Sect. 4.3.1. La variance $A(K)$ de l'estimateur quadratique est donnée dans l'Éq. 4.13. Cette figure montre comment *Planck* apporte non seulement de l'information aux grandes échelles comme attendu, mais aussi plus de signal d'effet de lentille aux petites échelles pour toutes les tailles angulaires d'amas : la combinaison (tirets verts) est plus grande que la somme (points noirs) des deux jeux de données pour $L \gtrsim 650$.

J'ai produit la même figure avec des simulations de *Planck* et des LATs de CMB-S4 au lieu des vraies données *Planck* et SPT-SZ. Ici, j'ai supposé que les LATs de CMB-S4 auront des fonctions de transfert similaires à SPT-SZ, et j'ai utilisé les caractéristiques instrumentales de la Table 3.4. Les résultats sont montrés sur la Fig. B.2. Même lorsque les données en température ont un bruit bien inférieur à *Planck* aux petites échelles, ce dernier est toujours utile pour mesurer les grandes échelles (non observées par les LATs) et ainsi récupérer un meilleur signal à toutes les échelles.

Le gain en signal n'est pas seulement dû à un meilleur nettoyage du tSZ. J'ai calculé l'erreur sur l'estimation d'effet de lentille dans le cas d'une ILC simple, qui ne sépare pas explicitement le tSZ et le traite simplement comme les autres avant-plans et bruits. En utilisant les mêmes notations que dans la Sect. 4.2.4, on a que l'ILC simple n'est contrainte que par $\mathbf{w}^t \boldsymbol{\alpha} = 1$ et s'exprime ainsi :

$$\mathbf{w}^t = \frac{\boldsymbol{\alpha}^t \hat{\mathbf{R}}^{-1}}{\boldsymbol{\alpha}^t \hat{\mathbf{R}}^{-1} \boldsymbol{\alpha}}. \quad (\text{B.1})$$

J'ai tracé mes résultats sur la Fig. B.3, pour *Planck* et SPT-SZ de la même façon que sur la Fig. B.1. Nous pouvons voir que le gain est toujours significatif (tirets verts) par rapport au cas où les jeux de données *Planck* et SPT-SZ sont considérés comme indépendants (points noirs).

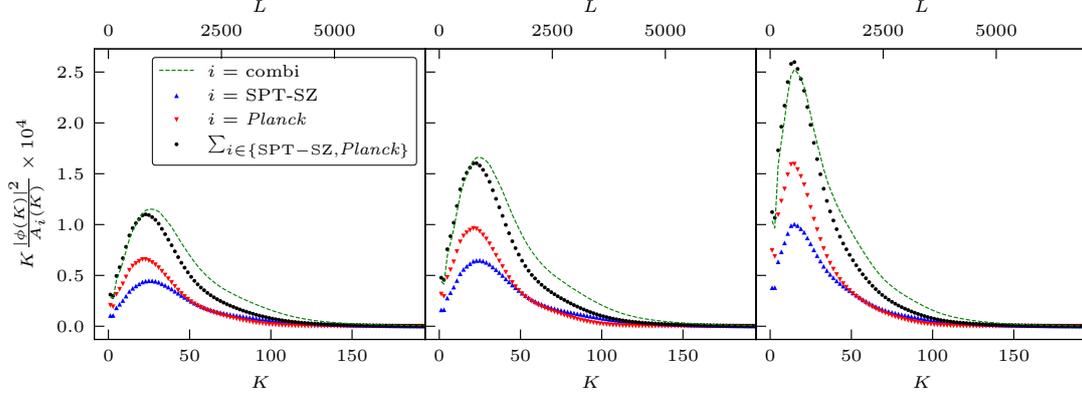


FIGURE B.1 – Contribution de chaque mode de Fourier K au SNR de l’estimateur d’effet de lentille pour l’analyse sur les vraies données. Quatre courbes sont dessinées : SPT-SZ (triangles bleus), *Planck* (triangles rouges inversés), la somme des deux premières courbes (points noirs) et la combinaison des deux jeux de données (tirets verts). Les trois panneaux couvrent l’intervalle de $\Phi(K)$ que nous avons utilisé, correspondant à l’amas le plus petit (à gauche), au médian (au milieu) et au plus grand (à droite) de notre échantillon en taille angulaire.

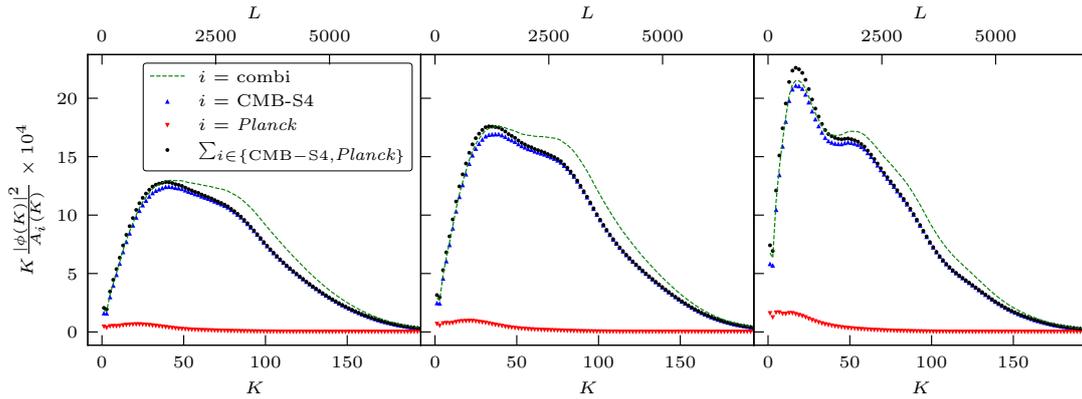


FIGURE B.2 – Même chose que pour la Fig. B.1, mais pour des simulations des LATs de CMB-S4 (au lieu de SPT-SZ) et de *Planck*.

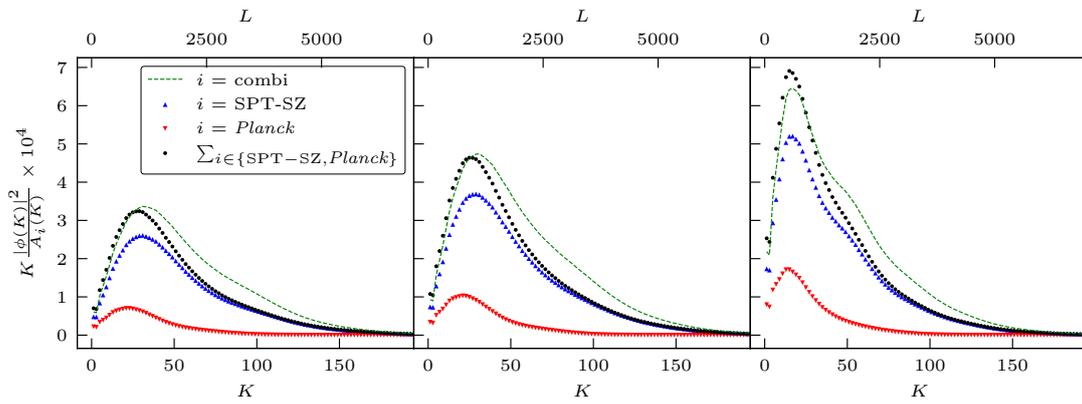


FIGURE B.3 – Même chose que pour la Fig. B.1, mais sans inclure le tSZ.

Chapitre C

Calcul des différents estimateurs de potentiel de déviation

Dans cette Annexe, j'ai détaillé le calcul des filtres de variance minimale $f_{XX'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ pour $XX' = \text{TT}, \text{TE}, \text{EB}$. Le calcul s'effectue de façon équivalente pour les autres combinaisons. Ces filtres sont calculés pour que $\langle X(\mathbf{k})X'^*(\mathbf{k}') \rangle = f_{XX'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \Phi(\mathbf{K})$ pour $X, X' = \text{T}, \text{E}, \text{B}$. Pour les calculer, j'ai supposé que le problème était linéaire en ignorant les termes de deuxième ordre de $\langle X(\mathbf{k})X'^*(\mathbf{k}') \rangle$. Ce ne sont donc pas les facteurs exacts, même dans le cas de mes simulations simplifiées où l'effet de lentille a lui-même été supposé linéaire (voir Sect. 2.3.3). On a donc l'expression suivante, pour $\mathbf{k} \neq \mathbf{k}'$:

$$\begin{aligned}
 \langle X(\mathbf{k})X'^*(\mathbf{k}') \rangle &= f_{XX'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')\Phi(\mathbf{K}) \\
 &= \langle (\tilde{X}(\mathbf{k}) + \delta X(\mathbf{k}))(\tilde{X}'^*(\mathbf{k}') + \delta X'^*(\mathbf{k}')) \rangle \\
 &= \underbrace{\langle \tilde{X}(\mathbf{k})\tilde{X}'^*(\mathbf{k}') \rangle}_0 + \underbrace{\langle \tilde{X}(\mathbf{k})\delta X'^*(\mathbf{k}') \rangle}_{\text{ordre 1}} + \underbrace{\langle \delta X(\mathbf{k})\tilde{X}'^*(\mathbf{k}') \rangle}_{\text{ordre 1}} + \underbrace{\langle \delta X(\mathbf{k})\delta X'^*(\mathbf{k}') \rangle}_{\text{ordre 2}}.
 \end{aligned} \tag{C.1}$$

Cas $XX' = \text{TT}$

Le premier cas développé est utilisé dans le Chapitre 4 pour l'analyse sur les cartes de température de *Planck* et SPT-SZ. Il est également utilisé dans le Chapitre 5 dans la généralisation de l'étude des estimateurs aux cartes du CMB polarisé. On a donc, pour le cas $XX' = \text{TT}$:

$$\begin{aligned}
 \langle \tilde{\text{T}}(\mathbf{k})\delta\text{T}^*(\mathbf{k}') \rangle &= \left\langle \tilde{\text{T}}(\mathbf{k}) \int \tilde{\text{T}}^*(\mathbf{k}'') W^*(\mathbf{k}'', \mathbf{K}_1) \frac{d^2\mathbf{k}''}{(2\pi)^2} \right\rangle && \text{où } \mathbf{K}_1 = \mathbf{k}' - \mathbf{k}'' \\
 &= \int \langle \tilde{\text{T}}(\mathbf{k})\tilde{\text{T}}^*(\mathbf{k}'') \rangle W^*(\mathbf{k}'', \mathbf{K}_1) \frac{d^2\mathbf{k}''}{(2\pi)^2} \\
 &= \int \tilde{C}_{\text{TT}}(k) \delta_{\text{D}}^{(2)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}'') W^*(\mathbf{k}'', \mathbf{K}_1) \frac{d^2\mathbf{k}''}{(2\pi)^2} \\
 &= \tilde{C}_{\text{TT}}(k) W^*(\mathbf{k}, -\mathbf{K}) && \text{où } \mathbf{K} = \mathbf{k} - \mathbf{k}' \\
 &= \tilde{C}_{\text{TT}}(k) [\mathbf{k} \cdot \mathbf{K}] \Phi^*(-\mathbf{K}),
 \end{aligned} \tag{C.2}$$

pour le premier terme d'ordre 1. Le facteur $1/(2\pi^2)$ qui disparaît dans le calcul est pris en

compte dans la normalisation de la transformée de Fourier inverse, je ne l'écris donc pas dans les équations finales pour les alléger. Le second terme d'ordre 1 donne :

$$\begin{aligned}
\langle \delta T(\mathbf{k}) \tilde{T}^*(\mathbf{k}') \rangle &= \left\langle \int \tilde{T}(\mathbf{k}'') W(\mathbf{k}'', \mathbf{K}_2) \frac{d^2 \mathbf{k}''}{(2\pi)^2} \tilde{T}^*(\mathbf{k}') \right\rangle && \text{où } \mathbf{K}_2 = \mathbf{k} - \mathbf{k}'' \\
&= \int \langle \tilde{T}(\mathbf{k}'') \tilde{T}^*(\mathbf{k}') \rangle W(\mathbf{k}'', \mathbf{K}_2) \frac{d^2 \mathbf{k}''}{(2\pi)^2} \\
&= \int \tilde{C}_{\text{TT}}(k') \delta_{\text{D}}^{(2)}(\mathbf{k}' - \mathbf{k}'') W(\mathbf{k}'', \mathbf{K}_2) \frac{d^2 \mathbf{k}''}{(2\pi)^2} \\
&= \tilde{C}_{\text{TT}}(k') W(\mathbf{k}', \mathbf{K}) \\
&= \tilde{C}_{\text{TT}}(k') [-\mathbf{k}' \cdot \mathbf{K}] \Phi(\mathbf{K}).
\end{aligned} \tag{C.3}$$

Le potentiel de déviation est à valeurs réelles et vérifie donc la condition de réalité suivante :

$$\Phi^*(-\mathbf{K}) = \Phi(\mathbf{K}). \tag{C.4}$$

Cela permet de factoriser les termes de la somme et d'obtenir :

$$\begin{aligned}
\langle T(\mathbf{k}) T^*(\mathbf{k}') \rangle &= f_{\text{TT}}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \Phi(\mathbf{K}) \\
&= [\tilde{C}_{\text{TT}}(k) \mathbf{k} \cdot \mathbf{K} - \tilde{C}_{\text{TT}}(k') \mathbf{k}' \cdot \mathbf{K}] \Phi(\mathbf{K}) \\
\Rightarrow f_{\text{TT}}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') &= \tilde{C}_{\text{TT}}(k) \mathbf{k} \cdot \mathbf{K} - \tilde{C}_{\text{TT}}(k') \mathbf{k}' \cdot \mathbf{K}.
\end{aligned} \tag{C.5}$$

Cas XX' = TE

Les autres cas développés sont utilisés uniquement dans le Chapitre 5 puisqu'ils utilisent les cartes de CMB polarisé. Pour le cas XX' = TE, en considérant que $\tilde{\mathbf{B}} = 0$:

$$\begin{aligned}
\langle \tilde{T}(\mathbf{k}) \delta E^*(\mathbf{k}') \rangle &= \left\langle \tilde{T}(\mathbf{k}) \int \tilde{E}^*(\mathbf{k}'') \cos(2\varphi_{\mathbf{k}''\mathbf{k}'}) W^*(\mathbf{k}'', \mathbf{K}_1) \frac{d^2 \mathbf{k}''}{(2\pi)^2} \right\rangle \\
&= \int \langle \tilde{T}(\mathbf{k}) \tilde{E}^*(\mathbf{k}'') \rangle \cos(2\varphi_{\mathbf{k}''\mathbf{k}'}) W^*(\mathbf{k}'', \mathbf{K}_1) \frac{d^2 \mathbf{k}''}{(2\pi)^2} \\
&= \tilde{C}_{\text{TE}}^*(k) \cos(2\varphi_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}) W^*(\mathbf{k}, -\mathbf{K}) \\
&= \tilde{C}_{\text{TE}}^*(k) \cos(2\varphi_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}) [\mathbf{k} \cdot \mathbf{K}] \Phi^*(-\mathbf{K}),
\end{aligned} \tag{C.6}$$

pour le premier terme d'ordre 1, et :

$$\begin{aligned}
\langle \delta T(\mathbf{k}) \tilde{E}^*(\mathbf{k}') \rangle &= \left\langle \int \tilde{T}(\mathbf{k}'') W(\mathbf{k}'', \mathbf{K}_2) \frac{d^2 \mathbf{k}''}{(2\pi)^2} \tilde{E}^*(\mathbf{k}') \right\rangle \\
&= \int \langle \tilde{T}(\mathbf{k}'') \tilde{E}^*(\mathbf{k}') \rangle W(\mathbf{k}'', \mathbf{K}_2) \frac{d^2 \mathbf{k}''}{(2\pi)^2} \\
&= \tilde{C}_{\text{TE}}^*(k') W(\mathbf{k}', \mathbf{K}) \\
&= \tilde{C}_{\text{TE}}^*(k') [-\mathbf{k}' \cdot \mathbf{K}] \Phi(\mathbf{K}),
\end{aligned} \tag{C.7}$$

pour le second. Le spectre croisé de deux cartes réelles est réel également, donc :

$$\tilde{C}_{\text{TE}}(k) = \tilde{C}_{\text{TE}}^*(k). \quad (\text{C.8})$$

On a donc que :

$$\begin{aligned} \langle \text{T}(\mathbf{k})\text{E}^*(\mathbf{k}') \rangle &= f_{\text{TE}}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \Phi(\mathbf{K}) \\ &= [\tilde{C}_{\text{TE}}(k) \cos(2\varphi_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \mathbf{k} \cdot \mathbf{K} - \tilde{C}_{\text{TE}}(k') \mathbf{k}' \cdot \mathbf{K})] \Phi(\mathbf{K}) \\ \implies f_{\text{TE}}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') &= \tilde{C}_{\text{TE}}(k) \cos(2\varphi_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \mathbf{k} \cdot \mathbf{K} - \tilde{C}_{\text{TE}}(k') \mathbf{k}' \cdot \mathbf{K}. \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

Cas $\text{XX}' = \text{EB}$

Pour le cas $\text{XX}' = \text{EB}$, toujours en considérant que $\tilde{\mathbf{B}} = 0$, le premier terme d'ordre 1 donne :

$$\begin{aligned} \langle \tilde{\text{E}}(\mathbf{k})\delta\text{B}^*(\mathbf{k}') \rangle &= \left\langle \tilde{\text{E}}(\mathbf{k}) \int \tilde{\text{E}}^*(\mathbf{k}'') \sin(2\varphi_{\mathbf{k}''\mathbf{k}'} W^*(\mathbf{k}'', \mathbf{K}_1) \frac{d^2\mathbf{k}''}{(2\pi)^2} \right\rangle \\ &= \int \langle \tilde{\text{E}}(\mathbf{k})\tilde{\text{E}}^*(\mathbf{k}'') \rangle \sin(2\varphi_{\mathbf{k}''\mathbf{k}'} W^*(\mathbf{k}'', \mathbf{K}_1) \frac{d^2\mathbf{k}''}{(2\pi)^2} \\ &= \tilde{C}_{\text{EE}}^*(k) \sin(2\varphi_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} W^*(\mathbf{k}, -\mathbf{K}) \\ &= \tilde{C}_{\text{EE}}^*(k) \sin(2\varphi_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} [\mathbf{k} \cdot \mathbf{K}] \Phi^*(-\mathbf{K}). \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

Le second est simplement nul du fait de notre supposition que $\tilde{\mathbf{B}} = 0$:

$$\langle \delta\text{E}(\mathbf{k})\tilde{\text{B}}^*(\mathbf{k}') \rangle = 0. \quad (\text{C.11})$$

On obtient ainsi l'expression de f_{EB} :

$$\begin{aligned} \langle \text{E}(\mathbf{k})\text{B}^*(\mathbf{k}') \rangle &= f_{\text{EB}}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \Phi(\mathbf{K}) \\ &= \tilde{C}_{\text{EE}}(k) \sin(2\varphi_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \mathbf{k} \cdot \mathbf{K} \\ \implies f_{\text{EB}}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') &= \tilde{C}_{\text{EE}}(k) \sin(2\varphi_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \mathbf{k} \cdot \mathbf{K}. \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

Bibliographie

- Elcio Abdalla, Guillermo Franco Abellán, Amin Aboubrahim, *et al.* Cosmology intertwined : A review of the particle physics, astrophysics, and cosmology associated with the cosmological tensions and anomalies. *Journal of High Energy Astrophysics*, 34 :49–211 (2022). ISSN 22144048. doi :10.1016/j.jheap.2022.04.002. URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2214404822000179>.
- Peter Ade, James Aguirre, Zeeshan Ahmed, *et al.* The Simons Observatory : science goals and forecasts. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2019(2) :056 (2019). doi :10.1088/1475-7516/2019/02/056. _eprint : 1808.07445.
- Steven W. Allen, August E. Evrard, et Adam B. Mantz. Cosmological Parameters from Observations of Galaxy Clusters. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 49(1) :409–470 (2011). doi :10.1146/annurev-astro-081710-102514. _eprint : 1103.4829.
- R. A. Alpher, H. Bethe, et G. Gamow. The Origin of Chemical Elements. *Physical Review*, 73(7) :803–804 (1948). ISSN 0031-899X. doi :10.1103/PhysRev.73.803. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.73.803>.
- Ralph A. Alpher et Robert Herman. Evolution of the Universe. *Nature*, 162(4124) :774–775 (1948). ISSN 0028-0836, 1476-4687. doi :10.1038/162774b0. URL <https://www.nature.com/articles/162774b0>.
- M. Arnaud, G. W. Pratt, R. Piffaretti, *et al.* The universal galaxy cluster pressure profile from a representative sample of nearby systems (REXCESS) and the Y_{sz}-M₅₀₀ relation. *Astronomy and Astrophysics*, 517 :A92 (2010). ISSN 0004-6361, 1432-0746. doi :10.1051/0004-6361/200913416. URL <http://arxiv.org/abs/0910.1234>. ArXiv :0910.1234 [astro-ph].
- Tessa Baker. Weak Gravitational Lensing (lecture) (2017). URL <https://www.tessabaker.space/images/pdfs/lensing-lecture-tbaker-handout-40742.pdf>.
- Matthias Bartelmann et Peter Schneider. Weak Gravitational Lensing. *Physics Reports*, 340(4-5) :291–472 (2001). ISSN 03701573. doi :10.1016/S0370-1573(00)00082-X. URL <http://arxiv.org/abs/astro-ph/9912508>. ArXiv :astro-ph/9912508.
- E. J. Baxter, R. Keisler, S. Dodelson, *et al.* A Measurement of Gravitational Lensing of the Cosmic Microwave Background by Galaxy Clusters Using Data from the South Pole Telescope. *Astrophysical Journal*, 806(2) :247 (2015). doi :10.1088/0004-637X/806/2/247. _eprint : 1412.7521.

- E J Baxter, S Raghunathan, T M Crawford, *et al.* A measurement of CMB cluster lensing with SPT and DES year 1 data. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 476(2) :2674–2688 (2018). ISSN 0035-8711. doi :10.1093/mnras/sty305. URL <https://doi.org/10.1093/mnras/sty305>. _eprint : <https://academic.oup.com/mnras/article-pdf/476/2/2674/24396739/sty305.pdf>.
- C. L. Bennett, A. Banday, K. M. Gorski, *et al.* 4-Year COBE DMR Cosmic Microwave Background Observations : Maps and Basic Results (1996). doi :10.48550/ARXIV.ASTRO-PH/9601067. URL <https://arxiv.org/abs/astro-ph/9601067>. Publisher : [object Object] Version Number : 1.
- C. L. Bennett, D. Larson, J. L. Weiland, *et al.* NINE-YEAR WILKINSON MICROWAVE ANISOTROPY PROBE (WMAP) OBSERVATIONS : FINAL MAPS AND RESULTS. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 208(2) :20 (2013). ISSN 0067-0049, 1538-4365. doi :10.1088/0067-0049/208/2/20. URL <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0067-0049/208/2/20>.
- Aurélien Benoit-Lévy, Typhaine Déchelette, Karim Benabed, *et al.* Full-sky CMB lensing reconstruction in presence of sky-cuts. *Astronomy & Astrophysics*, 555 :A37 (2013). ISSN 0004-6361, 1432-0746. doi :10.1051/0004-6361/201321048. URL <http://arxiv.org/abs/1301.4145>. ArXiv :1301.4145 [astro-ph].
- L. E. Bleem, B. Stalder, T. de Haan, *et al.* Galaxy Clusters Discovered via the Sunyaev-Zel'dovich Effect in the 2500-square-degree SPT-SZ survey. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 216(2) :27 (2015). ISSN 1538-4365. doi :10.1088/0067-0049/216/2/27. URL <http://arxiv.org/abs/1409.0850>. ArXiv :1409.0850 [astro-ph].
- S. Bocquet, J. P. Dietrich, T. Schrabback, *et al.* Cluster Cosmology Constraints from the 2500 deg² SPT-SZ Survey : Inclusion of Weak Gravitational Lensing Data from Magellan and the Hubble Space Telescope. *The Astrophysical Journal*, 878(1) :55 (2019). ISSN 0004-637X. doi :10.3847/1538-4357/ab1f10. URL <https://dx.doi.org/10.3847/1538-4357/ab1f10>. Publisher : The American Astronomical Society.
- J. R. Bond, S. Cole, G. Efstathiou, et N. Kaiser. Excursion Set Mass Functions for Hierarchical Gaussian Fluctuations. *The Astrophysical Journal*, 379 :440 (1991). ISSN 0004-637X. doi :10.1086/170520. URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1991ApJ...379..440B>. Publisher : IOP ADS Bibcode : 1991ApJ...379..440B.
- Esra Bulbul, I. Non Chiu, Joseph J. Mohr, *et al.* X-Ray Properties of SPT-selected Galaxy Clusters at $0.2 < z < 1.5$ Observed with XMM-Newton. *The Astrophysical Journal*, 871 :50 (2019). ISSN 0004-637X. doi :10.3847/1538-4357/aaf230. URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2019ApJ...871...50B>. ADS Bibcode : 2019ApJ...871...50B.
- Jean-François Cardoso, Maude Le Jeune, Jacques Delabrouille, *et al.* Component Separation With Flexible Models—Application to Multichannel Astrophysical Observations. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2(5) :735–746 (2008). ISSN

- 1932-4553. doi :10.1109/JSTSP.2008.2005346. URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/4703509/>.
- J. E. Carlstrom, P. A. R. Ade, K. A. Aird, *et al.* The 10 Meter South Pole Telescope. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 123(903) :568–581 (2011). ISSN 00046280, 15383873. doi :10.1086/659879. URL <http://iopscience.iop.org/article/10.1086/659879>.
- John E. Carlstrom, Gilbert P. Holder, et Erik D. Reese. Cosmology with the Sunyaev-Zel'dovich Effect. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 40(1) :643–680 (2002). ISSN 0066-4146, 1545-4282. doi :10.1146/annurev.astro.40.060401.093803. URL <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0208192>. ArXiv :astro-ph/0208192.
- Julien Carron et Antony Lewis. Maximum a posteriori CMB lensing reconstruction. *Physical Review D*, 96(6) :063510 (2017). ISSN 2470-0010, 2470-0029. doi :10.1103/PhysRevD.96.063510. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.96.063510>.
- Anthony Challinor et Anthony Lasenby. Relativistic Corrections to the Sunyaev-Zeldovich Effect. *The Astrophysical Journal*, 499 :1–6 (1998). ISSN 0004-637X. doi :10.1086/305623. URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1998ApJ...499....1C>. Publisher : IOP ADS Bibcode : 1998ApJ...499....1C.
- R. Chown, Y. Omori, K. Aylor, *et al.* Maps of the Southern Millimeter-wave Sky from Combined 2500 deg² SPT-SZ and Planck Temperature Data. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 239 :10 (2018). ISSN 0067-0049. doi :10.3847/1538-4365/aae694. URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2018ApJS..239...10C>. ADS Bibcode : 2018ApJS..239...10C.
- Omar Darwish, Sebastian Belkner, Louis Legrand, *et al.* Non-Gaussian deflections in iterative optimal CMB lensing reconstruction (2024). doi :10.48550/ARXIV.2407.00228. URL <https://arxiv.org/abs/2407.00228>. Version Number : 1.
- Giulia Despali, Carlo Giocoli, Raul E. Angulo, *et al.* The universality of the virial halo mass function and models for non-universality of other halo definitions. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 456 :2486–2504 (2016). ISSN 0035-8711. doi :10.1093/mnras/stv2842. URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2016MNRAS.456.2486D>. Publisher : OUP ADS Bibcode : 2016MNRAS.456.2486D.
- R. H. Dicke, P. J. E. Peebles, P. G. Roll, et D. T. Wilkinson. Cosmic Black-Body Radiation. *The Astrophysical Journal*, 142 :414 (1965). ISSN 0004-637X, 1538-4357. doi :10.1086/148306. URL <http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/148306>.
- Benedikt Diemer et Andrey V. Kravtsov. A Universal Model for Halo Concentrations. *The Astrophysical Journal*, 799 :108 (2015). ISSN 0004-637X. doi :10.1088/0004-637X/799/1/108. URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2015ApJ...799..108D>. Publisher : IOP ADS Bibcode : 2015ApJ...799..108D.

- D. Dutcher, L. Balkenhol, P.A.R. Ade, *et al.* Measurements of the E -mode polarization and temperature- E -mode correlation of the CMB from SPT-3G 2018 data. *Physical Review D*, 104(2) :022003 (2021). ISSN 2470-0010, 2470-0029. doi :10.1103/PhysRevD.104.022003. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.104.022003>.
- A. Einstein. Zur Elektrodynamik bewegter Körper. *Annalen der Physik*, 322(10) :891–921 (1905). ISSN 1521-3889. doi :10.1002/andp.19053221004. URL <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/andp.19053221004>. _eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/andp.19053221004>.
- A. Einstein. Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. *Annalen der Physik*, 354(7) :769–822 (1916). ISSN 0003-3804, 1521-3889. doi :10.1002/andp.19163540702. URL <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/andp.19163540702>.
- Euclid Collaboration, T. Castro, A. Fumagalli, *et al.* *Euclid* preparation : XXIV. Calibration of the halo mass function in Λ (ν)CDM cosmologies. *Astronomy & Astrophysics*, 671 :A100 (2023). ISSN 0004-6361, 1432-0746. doi :10.1051/0004-6361/202244674. URL <https://www.aanda.org/10.1051/0004-6361/202244674>.
- D. J. Fixsen. THE TEMPERATURE OF THE COSMIC MICROWAVE BACKGROUND. *The Astrophysical Journal*, 707(2) :916–920 (2009). ISSN 0004-637X, 1538-4357. doi :10.1088/0004-637X/707/2/916. URL <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0004-637X/707/2/916>.
- D. J. Fixsen, E. S. Cheng, J. M. Gales, *et al.* The Cosmic Microwave Background Spectrum from the Full *COBE* FIRAS Data Set. *The Astrophysical Journal*, 473(2) :576–587 (1996). ISSN 0004-637X, 1538-4357. doi :10.1086/178173. URL <https://iopscience.iop.org/article/10.1086/178173>.
- J. W. Fowler, M. D. Niemack, S. R. Dicker, *et al.* Optical design of the Atacama Cosmology Telescope and the Millimeter Bolometric Array Camera. *Applied Optics*, 46(17) :3444 (2007). ISSN 0003-6935, 1539-4522. doi :10.1364/AO.46.003444. URL <https://opg.optica.org/abstract.cfm?URI=ao-46-17-3444>.
- G. Gamow. The Evolution of the Universe. *Nature*, 162(4122) :680–682 (1948). ISSN 0028-0836, 1476-4687. doi :10.1038/162680a0. URL <https://www.nature.com/articles/162680a0>.
- K. M. Górski, E. Hivon, A. J. Banday, *et al.* HEALPix : A Framework for High-Resolution Discretization and Fast Analysis of Data Distributed on the Sphere. *The Astrophysical Journal*, 622 :759–771 (2005). ISSN 0004-637X. doi :10.1086/427976. URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2005ApJ...622..759G>. Publisher : IOP ADS Bibcode : 2005ApJ...622..759G.

- D. J. Heath. The growth of density perturbations in zero pressure Friedmann-Lemaître universes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 179 :351–358 (1977). ISSN 0035-8711. doi :10.1093/mnras/179.3.351. URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1977MNRAS.179..351H>. Publisher : OUP ADS Bibcode : 1977MNRAS.179..351H.
- S. W. Henderson, R. Allison, J. Austermann, *et al.* Advanced ACTPol Cryogenic Detector Arrays and Readout. *Journal of Low Temperature Physics*, 184(3-4) :772–779 (2016). ISSN 0022-2291, 1573-7357. doi :10.1007/s10909-016-1575-z. URL <http://link.springer.com/10.1007/s10909-016-1575-z>.
- Yehuda Hoffman et Erez Ribak. Constrained Realizations of Gaussian Fields : A Simple Algorithm. *The Astrophysical Journal*, 380 :L5 (1991). ISSN 0004-637X. doi : 10.1086/186160. URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1991ApJ...380L...5H>. ADS Bibcode : 1991ApJ...380L...5H.
- Benjamin Horowitz, Simone Ferraro, et Blake D. Sherwin. Reconstructing small-scale lenses from the cosmic microwave background temperature fluctuations. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 485(3) :3919–3929 (2019). doi :10.1093/mnras/stz566. _eprint : 1710.10236.
- Wayne Hu, Simon DeDeo, et Chris Vale. Cluster mass estimators from CMB temperature and polarization lensing. *New Journal of Physics*, 9(12) :441 (2007). doi :10.1088/1367-2630/9/12/441. _eprint : astro-ph/0701276.
- Wayne Hu et Scott Dodelson. Cosmic Microwave Background Anisotropies. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 40 :171–216 (2002). ISSN 0066-4146. doi : 10.1146/annurev.astro.40.060401.093926. URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2002ARA&A..40..171H>. ADS Bibcode : 2002ARA&A..40..171H.
- Wayne Hu et Takemi Okamoto. Mass Reconstruction with CMB Polarization. *The Astrophysical Journal*, 574(2) :566–574 (2002). ISSN 0004-637X, 1538-4357. doi : 10.1086/341110. URL <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0111606>. ArXiv :astro-ph/0111606.
- Wayne Hu, Naoshi Sugiyama, et Joseph Silk. The physics of microwave background anisotropies. *Nature*, 386(6620) :37–43 (1997). ISSN 0028-0836, 1476-4687. doi : 10.1038/386037a0. URL <https://www.nature.com/articles/386037a0>.
- Edwin Hubble. A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 15(3) :168–173 (1929). doi :10.1073/pnas.15.3.168. URL <https://www.pnas.org/doi/full/10.1073/pnas.15.3.168>. Publisher : Proceedings of the National Academy of Sciences.
- Alexandre Huchet et Jean-Baptiste Melin. A measurement of cluster masses using Planck and SPT-SZ CMB lensing (2024). doi :10.48550/ARXIV.2402.18346. URL <https://arxiv.org/abs/2402.18346>. Submitted to A&A.

- Naoki Itoh, Yasuharu Kohyama, et Satoshi Nozawa. Relativistic Corrections to the Sunyaev-Zeldovich Effect for Clusters of Galaxies. *The Astrophysical Journal*, 502 :7–15 (1998). ISSN 0004-637X. doi :10.1086/305876. URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1998ApJ...502....7I>. Publisher : IOP ADS Bibcode : 1998ApJ...502....7I.
- Ofer Lahav, Per B. Lilje, Joel R. Primack, et Martin J. Rees. Dynamical effects of the cosmological constant. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 251 :128–136 (1991). ISSN 0035-8711. doi :10.1093/mnras/251.1.128. URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1991MNRAS.251..128L>. Publisher : OUP ADS Bibcode : 1991MNRAS.251..128L.
- J.-M. Lamarre, J.-L. Puget, P. A. R. Ade, *et al.* *Planck* pre-launch status : The HFI instrument, from specification to actual performance. *Astronomy and Astrophysics*, 520 :A9 (2010). ISSN 0004-6361, 1432-0746. doi :10.1051/0004-6361/200912975. URL <http://www.aanda.org/10.1051/0004-6361/200912975>.
- Henrietta S. Leavitt et Edward C. Pickering. Periods of 25 Variable Stars in the Small Magellanic Cloud. *Harvard College Observatory Circular*, 173 :1–3 (1912). URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1912HarCi.173....1L>. ADS Bibcode : 1912HarCi.173....1L.
- Louis Legrand et Julien Carron. Lensing power spectrum of the cosmic microwave background with deep polarization experiments. *Physical Review D*, 105(12) :123519 (2022). ISSN 2470-0010, 2470-0029. doi :10.1103/PhysRevD.105.123519. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.105.123519>.
- G. Lemaître. Un Univers homogène de masse constante et de rayon croissant rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques. *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles*, 47 :49–59 (1927). URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1927ASSB...47...49L>. ADS Bibcode : 1927ASSB...47...49L.
- Julien Lesgourgues. The Cosmic Linear Anisotropy Solving System (CLASS) I : Overview (2011). URL <http://arxiv.org/abs/1104.2932>. ArXiv :1104.2932 [astro-ph].
- Antony Lewis et Anthony Challinor. Weak gravitational lensing of the CMB. *Physics Reports*, 429(1) :1–65 (2006). doi :10.1016/j.physrep.2006.03.002. _eprint : astro-ph/0601594.
- Antony Lewis, Anthony Challinor, et Anthony Lasenby. Efficient Computation of Cosmic Microwave Background Anisotropies in Closed Friedmann-Robertson-Walker Models. *The Astrophysical Journal*, 538(2) :473–476 (2000). ISSN 0004-637X, 1538-4357. doi : 10.1086/309179. URL <https://iopscience.iop.org/article/10.1086/309179>.
- Aaron D. Ludlow, Sownak Bose, Raúl E. Angulo, *et al.* The mass–concentration–redshift relation of cold and warm dark matter haloes. *Monthly Notices of the Royal As-*

- tronomical Society*, 460(2) :1214–1232 (2016). ISSN 0035-8711, 1365-2966. doi : 10.1093/mnras/stw1046. URL <https://academic.oup.com/mnras/article-lookup/doi/10.1093/mnras/stw1046>.
- Mathew Madhavacheril, Neelima Sehgal, Rupert Allison, *et al.* Evidence of Lensing of the Cosmic Microwave Background by Dark Matter Halos. *Physical Review Letters*, 114(15) :151302 (2015). doi :10.1103/PhysRevLett.114.151302. _eprint : 1411.7999.
- Mathew S. Madhavacheril et J. Colin Hill. Mitigating foreground biases in CMB lensing reconstruction using cleaned gradients. *Physical Review D*, 98(2) :023534 (2018). doi : 10.1103/PhysRevD.98.023534. _eprint : 1802.08230.
- K. G. Malmquist. On some relations in stellar statistics. *Meddelanden fran Lunds Astro-nomiska Observatorium Serie I*, 100 :1–52 (1922). URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1922MeLuF.100....1M>. ADS Bibcode : 1922MeLuF.100....1M.
- E. Martínez-González. Cosmic Microwave Background Anisotropies : The Power Spectrum and Beyond. Dans Vicent J. Martinez, Enn Saar, Enrique Martinez Gonzales, et Maria Jesus Pons-Borderia, rédacteurs, *Data Analysis in Cosmology*, tome 665, pages 79–120. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg (2008). ISBN 978-3-540-23972-7 978-3-540-44767-2. doi :10.1007/978-3-540-44767-2_4. URL https://link.springer.com/10.1007/978-3-540-44767-2_4. Series Title : Lecture Notes in Physics.
- B.R. McNamara et P.E.J. Nulsen. Heating Hot Atmospheres with Active Galactic Nuclei. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 45(1) :117–175 (2007). ISSN 0066-4146, 1545-4282. doi :10.1146/annurev.astro.45.051806.110625. URL <https://www.annualreviews.org/doi/10.1146/annurev.astro.45.051806.110625>.
- J.-B. Melin, J. G. Bartlett, Z.-Y. Cai, *et al.* Dust in galaxy clusters : Modeling at millimeter wavelengths and impact on *Planck* cluster cosmology. *Astronomy & Astrophysics*, 617 :A75 (2018). ISSN 0004-6361, 1432-0746. doi :10.1051/0004-6361/201732292. URL <https://www.aanda.org/10.1051/0004-6361/201732292>.
- J.-B. Melin, J. G. Bartlett, P. Tarrío, et G. W. Pratt. PSZSPT : A joint *Planck* and SPT-SZ cluster catalog. *Astronomy & Astrophysics*, 647 :A106 (2021). ISSN 0004-6361, 1432-0746. doi :10.1051/0004-6361/202039471. URL <https://www.aanda.org/10.1051/0004-6361/202039471>.
- J.-B. Melin et G. W. Pratt. Joint measurement of the galaxy cluster pressure profile with *Planck* and SPT-SZ. *Astronomy & Astrophysics*, 678 :A197 (2023). ISSN 0004-6361, 1432-0746. doi :10.1051/0004-6361/202346690. URL <https://www.aanda.org/10.1051/0004-6361/202346690>.
- Jean-Baptiste Melin et James G. Bartlett. Measuring cluster masses with CMB lensing : a statistical approach. *Astronomy & Astrophysics*, 578 :A21 (2015). ISSN 0004-6361, 1432-

0746. doi :10.1051/0004-6361/201424720. URL <http://arxiv.org/abs/1408.5633>. ArXiv :1408.5633 [astro-ph].
- Tony Mroczkowski, Daisuke Nagai, Kaustuv Basu, *et al.* Astrophysics with the Spatially and Spectrally Resolved Sunyaev-Zeldovich Effects : A Millimetre/Submillimetre Probe of the Warm and Hot Universe. *Space Science Reviews*, 215(1) :17 (2019). ISSN 0038-6308, 1572-9672. doi :10.1007/s11214-019-0581-2. URL <http://link.springer.com/10.1007/s11214-019-0581-2>.
- Daisuke Nagai, Andrey V. Kravtsov, et Alexey Vikhlinin. Effects of Galaxy Formation on Thermodynamics of the Intracluster Medium. *The Astrophysical Journal*, 668(1) :1–14 (2007). ISSN 0004-637X, 1538-4357. doi :10.1086/521328. URL <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0703661>. ArXiv :astro-ph/0703661.
- Julio F. Navarro, Carlos S. Frenk, et Simon D. M. White. The Structure of Cold Dark Matter Halos. *The Astrophysical Journal*, 462 :563 (1996). ISSN 0004-637X, 1538-4357. doi :10.1086/177173. URL <http://arxiv.org/abs/astro-ph/9508025>. ArXiv :astro-ph/9508025.
- M. D. Niemack, P. A. R. Ade, J. Aguirre, *et al.* ACTPol : a polarization-sensitive receiver for the Atacama Cosmology Telescope. page 77411S. San Diego, California, USA (2010). doi :10.1117/12.857464. URL <http://proceedings.spiedigitallibrary.org/proceeding.aspx?doi=10.1117/12.857464>.
- Sanjaykumar Patil, Srinivasan Raghunathan, et Christian L. Reichardt. Suppressing the Thermal SZ-induced Variance in CMB-cluster Lensing Estimators. *The Astrophysical Journal*, 888(1) :9 (2019). ISSN 0004-637X. doi :10.3847/1538-4357/ab55dd. URL <https://dx.doi.org/10.3847/1538-4357/ab55dd>. Publisher : The American Astronomical Society.
- Ezzy Pearson. WMAP : the NASA mission that mapped the cosmic microwave background. *BBC Sky at Night Magazine* (2021). URL <https://www.skyatnightmagazine.com/space-missions/wmap-cosmic-microwave-background>.
- P. J. E. Peebles. *Principles of Physical Cosmology* (1993). doi :10.1515/9780691206721. URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1993ppc..book.....P>. Publication Title : Principles of physical cosmology ADS Bibcode : 1993ppc..book.....P.
- A. A. Penzias et R. W. Wilson. A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s. *The Astrophysical Journal*, 142 :419 (1965). ISSN 0004-637X, 1538-4357. doi : 10.1086/148307. URL <http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/148307>.
- S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber, *et al.* Measurements of Ω and w from 42 High-Redshift Supernovae. *The Astrophysical Journal*, 517(2) :565–586 (1999). ISSN 0004-637X, 1538-4357. doi :10.1086/307221. URL <https://iopscience.iop.org/article/10.1086/307221>.

- Planck Collaboration, P. A. R. Ade, N. Aghanim, *et al.* Planck 2015 results. XXVII. The second Planck catalogue of Sunyaev-Zeldovich sources. *Astronomy and Astrophysics*, 594 :A27 (2016a). ISSN 0004-6361. doi :10.1051/0004-6361/201525823. URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2016A&A...594A..27P>. ADS Bibcode : 2016A&A...594A..27P.
- Planck Collaboration, P. A. R. Ade, N. Aghanim, *et al.* Planck 2015 results : XIII. Cosmological parameters. *Astronomy & Astrophysics*, 594 :A13 (2016b). ISSN 0004-6361, 1432-0746. doi :10.1051/0004-6361/201525830. URL <http://www.aanda.org/10.1051/0004-6361/201525830>.
- Planck Collaboration, N. Aghanim, Y. Akrami, *et al.* Planck 2018 results : I. Overview and the cosmological legacy of Planck. *Astronomy & Astrophysics*, 641 :A1 (2020a). ISSN 0004-6361, 1432-0746. doi :10.1051/0004-6361/201833880. URL <https://www.aanda.org/10.1051/0004-6361/201833880>.
- Planck Collaboration, N. Aghanim, Y. Akrami, *et al.* Planck 2018 results : III. High Frequency Instrument data processing and frequency maps. *Astronomy & Astrophysics*, 641 :A3 (2020b). ISSN 0004-6361, 1432-0746. doi :10.1051/0004-6361/201832909. URL <https://www.aanda.org/10.1051/0004-6361/201832909>.
- Planck Collaboration, N. Aghanim, Y. Akrami, *et al.* Planck 2018 results : VI. Cosmological parameters. *Astronomy & Astrophysics*, 641 :A6 (2020c). ISSN 0004-6361, 1432-0746. doi :10.1051/0004-6361/201833910. URL <https://www.aanda.org/10.1051/0004-6361/201833910>.
- Planck Collaboration, Y. Akrami, F. Argüeso, *et al.* Planck 2018 results : II. Low Frequency Instrument data processing. *Astronomy & Astrophysics*, 641 :A2 (2020d). ISSN 0004-6361, 1432-0746. doi :10.1051/0004-6361/201833293. URL <https://www.aanda.org/10.1051/0004-6361/201833293>.
- Planck Collaboration, Y. Akrami, M. Ashdown, *et al.* Planck 2018 results : IV. Diffuse component separation. *Astronomy & Astrophysics*, 641 :A4 (2020e). ISSN 0004-6361, 1432-0746. doi :10.1051/0004-6361/201833881. URL <https://www.aanda.org/10.1051/0004-6361/201833881>.
- E. Pointecouteau, M. Arnaud, et G. W. Pratt. The structural and scaling properties of nearby galaxy clusters : I. The universal mass profile. *Astronomy & Astrophysics*, 435(1) :1–7 (2005). ISSN 0004-6361, 1432-0746. doi :10.1051/0004-6361:20042569. URL <http://www.aanda.org/10.1051/0004-6361:20042569>.
- Vivian Poulin, Tristan L. Smith, et Tanvi Karwal. The Ups and Downs of Early Dark Energy solutions to the Hubble tension : a review of models, hints and constraints circa 2023 (2023). URL <http://arxiv.org/abs/2302.09032>. ArXiv :2302.09032 [astro-ph, physics :hep-ph, physics :hep-th].

- G. W. Pratt, M. Arnaud, A. Biviano, *et al.* The Galaxy Cluster Mass Scale and Its Impact on Cosmological Constraints from the Cluster Population. *Space Science Reviews*, 215 :25 (2019). ISSN 0038-6308. doi :10.1007/s11214-019-0591-0. URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2019SSRv..215...25P>. ADS Bibcode : 2019SSRv..215...25P.
- William H. Press et Paul Schechter. Formation of Galaxies and Clusters of Galaxies by Self-Similar Gravitational Condensation. *The Astrophysical Journal*, 187 :425 (1974). ISSN 0004-637X, 1538-4357. doi :10.1086/152650. URL <http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/152650>.
- S. Raghunathan, S. Patil, E. Baxter, *et al.* Mass Calibration of Optically Selected DES Clusters Using a Measurement of CMB-cluster Lensing with SPTpol Data. *Astrophysical Journal*, 872(2) :170 (2019). doi :10.3847/1538-4357/ab01ca. _eprint : 1810.10998.
- Srinivasan Raghunathan, Sanjaykumar Patil, Eric J. Baxter, *et al.* Measuring galaxy cluster masses with CMB lensing using a Maximum Likelihood estimator : statistical and systematic error budgets for future experiments. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2017 :030 (2017). ISSN 1475-7516. doi :10.1088/1475-7516/2017/08/030. URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2017JCAP...08..030R>. ADS Bibcode : 2017JCAP...08..030R.
- M. Regnier, E. Manzan, J. Ch Hamilton, *et al.* Identifying frequency decorrelated dust residuals in B-mode maps by exploiting the spectral capability of bolometric interferometry (2023). doi :10.48550/ARXIV.2309.02957. URL <https://arxiv.org/abs/2309.02957>. Publisher : [object Object] Version Number : 2.
- Mathieu Remazeilles, Jacques Delabrouille, et Jean-Francois Cardoso. CMB and SZ effect separation with Constrained Internal Linear Combinations. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 410(4) :2481–2487 (2011). ISSN 00358711. doi :10.1111/j.1365-2966.2010.17624.x. URL <http://arxiv.org/abs/1006.5599>. ArXiv :1006.5599 [astro-ph].
- James Rich. Structure Formation. Dans *Fundamentals of Cosmology*, pages 239–293. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg (2009). ISBN 978-3-642-02799-4 978-3-642-02800-7. doi :10.1007/978-3-642-02800-7_7. URL https://link.springer.com/10.1007/978-3-642-02800-7_7.
- Adam G. Riess, Alexei V. Filippenko, Peter Challis, *et al.* Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant. *The Astronomical Journal*, 116(3) :1009–1038 (1998). ISSN 00046256. doi :10.1086/300499. URL <https://iopscience.iop.org/article/10.1086/300499>.
- Adam G. Riess, Wenlong Yuan, Lucas M. Macri, *et al.* A Comprehensive Measurement of the Local Value of the Hubble Constant with 1 km s⁻¹ Mpc⁻¹ Uncertainty from the Hubble Space Telescope and the SH0ES Team. *The Astrophysical Journal Letters*,

- 934(1) :L7 (2022). ISSN 2041-8205, 2041-8213. doi :10.3847/2041-8213/ac5c5b. URL <https://iopscience.iop.org/article/10.3847/2041-8213/ac5c5b>.
- John Ruhl, Peter A. R. Ade, John E. Carlstrom, *et al.* The South Pole Telescope. Dans C. Matt Bradford, Peter A. R. Ade, James E. Aguirre, *et al.*, rédacteurs, *Z-Spec : a broadband millimeter-wave grating spectrometer : design, construction, and first cryogenic measurements*, tome 5498 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 11–29 (2004). doi :10.1117/12.552473. _eprint : astro-ph/0411122.
- R. K. Sachs et A. M. Wolfe. Perturbations of a Cosmological Model and Angular Variations of the Microwave Background. *The Astrophysical Journal*, 147 :73 (1967). ISSN 0004-637X, 1538-4357. doi :10.1086/148982. URL <http://adsabs.harvard.edu/doi/10.1086/148982>.
- Sayan Saha, Louis Legrand, et Julien Carron. Cluster profiles from beyond-the-QE CMB lensing mass maps. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2024(01) :024 (2024). ISSN 1475-7516. doi :10.1088/1475-7516/2024/01/024. URL <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1475-7516/2024/01/024>.
- U. Seljak et M. Zaldarriaga. CMBFAST : A microwave anisotropy code. *Astrophysics Source Code Library*, page ascl :9909.004 (1999). URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1999ascl.soft09004S>. ADS Bibcode : 1999ascl.soft09004S.
- Joseph Silk. Cosmic Black-Body Radiation and Galaxy Formation. *The Astrophysical Journal*, 151 :459 (1968). ISSN 0004-637X. doi :10.1086/149449. URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1968ApJ...151..459S>. Publisher : IOP ADS Bibcode : 1968ApJ...151..459S.
- V. M. Slipher. A new type of nebular spectrum. *Lowell Observatory Bulletin*, 3 :63–67 (1918). URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1918LowOB...3...63S>. ADS Bibcode : 1918LowOB...3...63S.
- K. T. Story, C. L. Reichardt, Z. Hou, *et al.* A MEASUREMENT OF THE COSMIC MICROWAVE BACKGROUND DAMPING TAIL FROM THE 2500-SQUARE-DEGREE SPT-SZ SURVEY. *The Astrophysical Journal*, 779(1) :86 (2013). ISSN 0004-637X, 1538-4357. doi :10.1088/0004-637X/779/1/86. URL <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0004-637X/779/1/86>.
- R. A. Sunyaev et Ya. B. Zeldovich. Distortions of the Background Radiation Spectrum. *Nature*, 223 :721–722 (1969). ISSN 0028-0836. doi :10.1038/223721a0. URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1969Natur.223..721S>. ADS Bibcode : 1969Natur.223..721S.

- R. A. Sunyaev et Ya. B. Zeldovich. The Spectrum of Primordial Radiation, its Distortions and their Significance. *Comments on Astrophysics and Space Physics*, 2 :66 (1970). ISSN 0010-26790146-2970. URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1970CoASP...2...66S>. ADS Bibcode : 1970CoASP...2...66S.
- R. A. Sunyaev et Ya. B. Zeldovich. The Observations of Relic Radiation as a Test of the Nature of X-Ray Radiation from the Clusters of Galaxies. *Comments on Astrophysics and Space Physics*, 4 :173 (1972). ISSN 0010-26790146-2970. URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1972CoASP...4..173S>. ADS Bibcode : 1972CoASP...4..173S.
- R. A. Sunyaev et Ya. B. Zeldovich. The velocity of clusters of galaxies relative to the microwave background - The possibility of its measurement. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 190 :413–420 (1980). ISSN 0035-8711. doi :10.1093/mnras/190.3.413. URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1980MNRAS.190..413S>. Publisher : OUP ADS Bibcode : 1980MNRAS.190..413S.
- P. Tarrío, J.-B. Melin, et M. Arnaud. ComPRASS : a Combined *Planck* -RASS catalogue of X-ray-SZ clusters. *Astronomy & Astrophysics*, 626 :A7 (2019). ISSN 0004-6361, 1432-0746. doi :10.1051/0004-6361/201834979. URL <https://www.aanda.org/10.1051/0004-6361/201834979>.
- Jeremy Tinker, Andrey V. Kravtsov, Anatoly Klypin, *et al.* Toward a Halo Mass Function for Precision Cosmology : The Limits of Universality. *The Astrophysical Journal*, 688 :709–728 (2008). ISSN 0004-637X. doi :10.1086/591439. URL <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2008ApJ...688..709T>. Publisher : IOP ADS Bibcode : 2008ApJ...688..709T.
- Pierre Touboul, Gilles Métris, Manuel Rodrigues, *et al.* MICROSCOPE Mission : Final Results of the Test of the Equivalence Principle. *Physical Review Letters*, 129(12) :121102 (2022). ISSN 0031-9007, 1079-7114. doi :10.1103/PhysRevLett.129.121102. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.129.121102>.
- Jaiyul Yoo et Matias Zaldarriaga. Improved estimation of cluster mass profiles from the cosmic microwave background. *Physical Review D*, 78(8) :083002 (2008). doi :10.1103/PhysRevD.78.083002. _eprint : 0805.2155.
- Jaiyul Yoo, Matias Zaldarriaga, et Lars Hernquist. Lensing reconstruction of cluster-mass cross correlation with cosmic microwave background polarization. *Physical Review D*, 81(12) :123006 (2010). doi :10.1103/PhysRevD.81.123006. _eprint : 1005.0847.