



HAL
open science

Refroidissement sympathique d'un ion ${}^9\text{Be}^+$ par un cristal de Coulomb d'ions ${}^{88}\text{Sr}^+$: un banc d'essai pour apprivoiser les ions d'antimatière (expérience GBAR)

Derwell Drapier

► To cite this version:

Derwell Drapier. Refroidissement sympathique d'un ion ${}^9\text{Be}^+$ par un cristal de Coulomb d'ions ${}^{88}\text{Sr}^+$: un banc d'essai pour apprivoiser les ions d'antimatière (expérience GBAR). Physique [physics]. Sorbonne Université, 2024. Français. ⟨NNT : 2024SORUS402⟩. ⟨tel-04967994⟩

HAL Id: tel-04967994

<https://theses.hal.science/tel-04967994v1>

Submitted on 26 Feb 2025

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization



École Doctorale Physique en Île-de-France

THÈSE DE DOCTORAT SORBONNE UNIVERSITÉ

Réalisée au Laboratoire Kastler-Brossel

présentée par

Derwell DRAPIER

Pour obtenir le grade de docteur délivré par Sorbonne Université

Refroidissement sympathique d'un ion ${}^9\text{Be}^+$ par un cristal de Coulomb d'ions ${}^{88}\text{Sr}^+$: un banc d'essai pour apprivoiser les ions d'antimatière (expérience GBAR)

Sympathetic cooling of a ${}^9\text{Be}^+$ ion by a Coulomb crystal of ${}^{88}\text{Sr}^+$ ions : a test bed for taming antimatter ions (GBAR experiment).

Discipline : Physique

Spécialité : Physique Quantique

Soutenance le 3 octobre 2024 devant un jury composé de :

Emily Lamour	PR Sorbonne Université, INSP	Présidente/Examinatrice
Martina Knoop	DR CNRS, PIIM	Rapporteuse
Daniel Comparat	DR CNRS, LAC	Rapporteur
Romain Dubessy	PR Université Aix-Marseille, PIIM	Examineur
Laurent Hilico	PR Université d'Evry, LKB	Directeur de thèse
Albane Douillet	MC Université d'Evry, LKB	Co-encadrante de thèse
Jean-Pierre Likforman	IR CNRS, MPQ	Co-encadrant de thèse

Diverradenn

Pal an dezenn-mañ a oa sevel un arnodenn eskemmezioù esae a servijfe da studiañ yenadur hefroum un ion skañv, Be^+ , a-drugarez d'ur pourvezad ionoù pounner, Sr^+ , bet yenaet dre lazer. Gant ar pal da lakaat e pleustr an aozioù ijinet e raktres GBAR ar CERN, a ziawel yenaat ent-hefroum un ion antihidrogen $\bar{\text{H}}^+$, dre etregwered hennezh gant ur strinkenn Coulomb ionoù Be^+ .

Diazezet eo an taol-arnod-mañ war un trap Paul dezhañ 2 dakad pejañ evit kontrollañ resis energiezh deroù un ion Be^+ hepken, betek 1eV. Ar pal a zo evezhiañ, evit ar wech kentañ, dialusk-trapañ an ionoù skañv gant ur strinkenn Coulomb ha heuliañ e yenaat war meur a urzh vraster, eus 10.000K da 1mK well-wazh.

Kregiñ a ra an dornskrid gant un digoradur hag a ro gont eus stad ar skiant war an dachenn-enklask-mañ, a-raok kinnig mont-en-dro ar pejañ hag ar yenaat ionoù atomek. Goude-se e vez displeget dre ar munud an stignad arnodiñ lakaet e pleustr e-pad an dezenn-mañ. Ar pennad da-heul a ginnig an hentenn evit jediñ an tennderioù DC da embreger war an trap, a roio ar stumm potañsiel reketet, gant un nebeud skouerioù lakaet e pleustr. Gouestlet eo peurrest an dornskrid d'ar protokol lañsañ un ion gant un energiezh sinetek kontrollet bet diorroet e-pad an dezenn-mañ. Diorroet eo bet un hentenn hag a implij adyenadur Doppler evit doareañ nerzh un ion d'ar mare ma arru en takad-pejañ pal. Evit echuiñ e vez kinniget ha tabutet disoc'hoù an arnodennoù.

Résumé

L'objectif de cette thèse a été de développer une expérience de banc d'essai afin d'étudier le refroidissement sympathique d'un ion léger, Be^+ , grâce à un réservoir d'ions lourds, Sr^+ , refroidis par laser. Le but étant de reproduire les conditions prévues dans le projet GBAR du CERN dont l'objectif est de refroidir sympathiquement un ion antihydrogène $\bar{\text{H}}^+$ via son interaction avec un cristal de Coulomb d'ions Be^+ .

L'expérience repose sur un piège de Paul à deux zones de piégeage, permettant de contrôler avec précision l'énergie initiale d'un ion Be^+ unique, jusqu'à 1 eV. L'objectif est d'observer, pour la première fois, la dynamique de capture de cet ion léger par un cristal de Coulomb formé d'ions lourds et de suivre son refroidissement sur plusieurs ordres de grandeur, allant typiquement de 10 000K à 1 mK.

Le manuscrit débute par une introduction incluant un état de l'art du domaine, avant de présenter le principe du piégeage et du refroidissement des ions atomiques. Le chapitre 2 détaille le dispositif expérimental mis en place pendant cette thèse. Le chapitre suivant présente la méthode de calcul des tensions DC à appliquer au piège permettant d'obtenir la forme de potentiel souhaitée, avec quelques exemples d'applications. La suite du manuscrit est consacrée au protocole de lancement d'un ion avec une énergie cinétique contrôlée qui a été développé pendant cette thèse. Une méthode utilisant le refroidissement Doppler a été développée dans le but de caractériser l'énergie d'un ion à son arrivée dans la zone de piégeage cible. Et pour finir les résultats expérimentaux sont présentés et discutés.

Abstract

The aim of this thesis was to develop a test-bed experiment designed to study the sympathetic cooling of a light ion, Be^+ , using a reservoir of laser-cooled heavy ions, Sr^+ . The aim is to reproduce the conditions envisaged in the GBAR project run at CERN, which plans to sympathetically cool an antihydrogen $\bar{\text{H}}^+$ ion via its interaction with a Coulomb crystal of Be^+ ions.

The experiment involves the use of a Paul trap with 2 trapping zones to control the initial energy of a single Be^+ ion, down to 1eV. The ultimate goal is to measure for the first time the capture dynamics of a light ion by a heavy ion Coulomb crystal, and to follow its cooling over several orders of magnitude, typically going from 10000K to 1mK.

The manuscript begins with an introduction including a state of the art of the field, before presenting the principle of trapping and cooling atomic ions. This is followed by a detailed description of the experimental system set up during this thesis. The next chapter presents the method for calculating the DC voltages to be applied to the trap in order to obtain the desired potential shape, with a few examples of applications. The remainder of the manuscript is devoted to the protocol for launching an ion with controlled kinetic energy that was developed during this thesis. A method using Doppler recoiling has been developed to characterize the energy of an ion on arrival at the target trapping zone. Finally, the experimental results obtained are presented and discussed.

Remerciements

Tout d'abord, je tiens à exprimer ma profonde gratitude envers mes encadrant de thèse : Jean-Pierre, Albane, Luca et Laurent pour tout ce qu'ils m'ont transmis tout au long de ces années de thèse. Merci Jean-Pierre d'avoir été présent au quotidien et pour ton extrême bienveillance à mon égard. Merci Albane pour avoir également été très présente et bienveillante et toujours encourageante. Merci Luca pour ton point de vue toujours pertinent et tes remarques perspicaces sur mon travail. Merci Laurent pour ton suivi à distance et pour la grande pédagogie dont tu as toujours fait preuve dans tes explications. Vos commentaires ont été indispensables dans la rédactions de ce manuscrit et ont grandement amélioré sa qualité, et désolée pour toutes ces fautes d'orthographe. Ce fut un très grand plaisir de travailler avec vous et j'espère que mes interactions scientifiques futures seront d'une aussi grande qualité.

Je souhaite également remercier les membres de mon jury pour le temps qu'ils ont consacré à évaluer mon travail. Leurs commentaires avisés ont été précieux pour améliorer ce manuscrit et la suite de ce projet. Je remercie tout particulièrement M. Daniel Comparat et Mme Martina Knoop pour leur travail en tant que rapporteurs de cette thèse, ainsi que M. Romain Dubessy et Mme Emily Lamour pour leur contribution en tant qu'examineurs.

Merci aux anciens thésards et post-doc Arnaud, Jérémie, Félicien et Ianis pour leur accueil chaleureux à mon arrivée dans l'équipe. Merci à Théo pour tout ce qu'il m'a appris au début de ma thèse. Merci à mes contemporains, Othmann pour sa gentillesse et ses bricks succulentes et Lorenzo pour sa bonne humeur et son enthousiasme permanent, sans oublier Eloi, Astrik, Italo et Alexandro, ça a été un plaisir de partager tous ces moments avec vous. Je tiens également à remercier les autres permanents de l'équipe : Valentin, Sara, Florent, Maria, Arne, et Pérola qui pour la convivialité qu'ils ne cessent d'apporter à l'équipe.

Un remerciement tout particulier à Lilay pour ta gentillesse infinie, pour toutes ces discussions passionnantes et tous ces bons moments passés en ta compagnie.

À Valentin, je te remercie de prendre soin de cette expérience. Je sais qu'elle est entre de très bonnes mains.

Je souhaite également remercier les doctorants et post-docs des équipes LIME et DONE, avec qui j'ai également passé de très bon moments à l'ESSpace et ailleurs.

Je suis reconnaissant envers les membres du groupe "ions piégés" de Marseille ainsi qu'à Jean-Philippe Karr pour tout ces discussions enrichissantes et fructueuses.

Je remercie profondément les membres du laboratoire Matériaux et Phénomène Quantique pour leur accueil extrêmement chaleureux. Je souhaite également remercier les membres du laboratoire Kastler-Brossel qui m'ont très bien intégrée malgré mon absence du site la plupart du temps. Un merci particulier aux gestionnaires Lætitia, Céline et David qui sont extrêmement sympathiques et réactifs. Merci également à Pierre Cladé pour ses précieux conseils en Python.

Merci à l'école doctorale de Physique en Île-de-France pour la confiance qu'elle m'a accordée ainsi qu'en ce projet, me permettant ainsi de travailler sur ce sujet passionnant.

Enfin, un immense merci à ma famille pour son soutien indéfectible tout au long de mes études et pour avoir toujours cru en moi. Je n'en serais pas là aujourd'hui sans eux.

Table des matières

Introduction	1
Ions piégés	1
Pouvoir d'arrêt des ions	2
Contexte scientifique : Projet GBAR	4
Résultats préliminaires	6
Expérience prévue	9
État de l'art	9
Organisation du manuscrit	11
1 Principes du piégeage et du refroidissement des ions	13
1.1 Piège de Paul	13
1.1.1 Piège de Paul 3D	14
1.1.2 Piège de Paul linéaire quadrupolaire	14
1.1.3 Piège de Paul linéaire surfacique	18
1.2 Refroidissement des ions	22
1.2.1 Refroidissement Doppler	22
1.2.2 Refroidissement sympathique	30
2 Dispositif expérimental	35
2.1 Enceinte ultra-vide	35
2.2 Création des ions	36
2.3 Sources lasers	40
2.3.1 Photo-ionisateurs	40
2.3.2 Refroidissement de $^{88}\text{Sr}^+$	40
2.3.3 Refroidissement de $^9\text{Be}^+$	45
2.3.4 Résumé de l'ensemble des lasers utilisés	51
2.4 Comptage des photons	51
2.4.1 Optiques de collection de photons	51
2.4.2 Compteur-séquenceur	55
2.5 Choix de la géométrie et des matériaux du piège	57
2.6 Génération des tensions de piégeage	61
2.6.1 Tension RF	61
2.6.2 Tension DC	62
2.7 Compensation du champ magnétique	65
3 Calcul des potentiels	69
3.1 Calcul des tensions DC	69
3.1.1 Potentiel d'une électrode rectangulaire	69

3.1.2	Méthode matricielle de calcul des tensions DC	70
3.1.3	Généralisation de la méthode matricielle pour N zones de piégeage	73
3.2	Modélisation du potentiel	74
3.2.1	Approximation "gapless"	74
3.2.2	Calcul de la profondeur de piégeage	74
3.3	Mesure des fréquences propres	74
3.4	Compensation de l'excès de micro-mouvement	77
3.5	Cartographie du champ parasite	79
3.6	Transport des ions entre deux zones de piégeage	81
4	Injection d'ion	83
4.1	Approche pour le lancement d'ion	84
4.2	Détermination des paramètres	84
4.2.1	Calcul des tensions DC	84
4.2.2	Détermination des tensions et intervalle de temps de lancement	88
4.3	Mise en place expérimentale	90
4.3.1	Compensation de l'excès de micro-mouvement lors du lancement	91
4.4	Mesure de l'énergie cinétique des ions	92
4.4.1	"Doppler recooling"	93
4.4.2	Simulation du refroidissement après lancement	97
5	Résultats expérimentaux	113
5.1	Caractérisation de la stabilité du piégeage	113
5.2	Poussières d'alumine	115
5.3	Lancement des ions	118
5.3.1	Amélioration du taux de succès du lancement	119
5.3.2	Distribution des temps de refroidissement	120
5.4	Estimation du paramètre de saturation	124
5.4.1	Influence du champ magnétique sur le profil de fluorescence	125
5.4.2	Influence de l'intensité du laser de refroidissement sur le profil de fluorescence	129
5.4.3	Mesure du taux de repompage	130
	Conclusion	131
6	Bibliographie	135

Introduction

Pendant cette thèse, j'ai travaillé à la mise en place d'une nouvelle expérience de piégeage et de refroidissement d'ions dont l'objectif est l'étude expérimentale du refroidissement sympathique d'atomes de béryllium par des ions strontium. Cette technique de refroidissement permet, grâce à l'interaction coulombienne entre les 2 espèces ioniques, une thermalisation du système : l'espèce ionique la plus chaude est alors refroidie « sympathiquement » par la seconde espèce, généralement refroidie par laser.

Ce projet expérimental repose sur une collaboration entre l'équipe Quantum Information and Technologies (QITe) du laboratoire Matériaux et Phénomènes Quantiques (MPQ) et l'équipe "ions piégés" du Laboratoire Kastler-Brossel (LKB). Le dispositif expérimental a été développé au laboratoire MPQ.

Ions piégés

Le piégeage de particules chargées constitue un outil majeur de la recherche en physique depuis la deuxième moitié du XXe siècle. Dans les années 1950 les premiers pièges à ions radiofréquence (RF) sont développés par Wolfgang Paul [1, 2]. Ces pièges utilisent des champs électriques oscillants et portent aujourd'hui le nom de leur inventeur. La décennie suivante a vu apparaître un autre type de piège, réalisé par Hans Dehmelt [3] d'après une proposition de Penning datant de 1936 [4]. Elle repose sur l'utilisation d'une combinaison de champs statiques électriques et magnétiques. Paul et Dehmelt recevront le prix Nobel en 1989 pour leurs travaux fondateurs sur le piégeage des ions.

Les décennies suivantes ont vu l'émergence des techniques de refroidissement, à commencer par l'utilisation d'un gaz tampon, neutre et à basse température, permettant, par collision avec les ions piégés, d'équilibrer la distribution de l'énergie cinétique et ainsi de baisser la température des ions. Avec cette technique, il est possible d'atteindre des températures de l'ordre de la dizaine de Kelvins avec des gaz tampons refroidis à la température de l'hélium liquide [5, 6, 7, 8]. Le développement du refroidissement Doppler, reposant sur l'échange d'impulsions entre les photons d'un laser et un atome, a permis de franchir ce palier en atteignant des températures de l'ordre du milliKelvin [9, 10]. D'autres techniques de refroidissement laser, telles que le refroidissement Sisyphus ou le refroidissement par bandes latérales, ont permis par la suite d'atteindre des températures sub-Doppler [11, 12, 13, 14].

Aux températures obtenues via ces techniques de refroidissement laser, l'énergie cinétique des ions devient très faible, plus faible que l'énergie d'interaction coulombienne. La répulsion coulombienne, qui tend à éloigner les ions, entre ainsi directement en compétition avec la force de confinement du potentiel de piégeage qui tend à densifier/rapprocher les ions. Cette compétition produit un état d'équilibre dans lequel les ions s'arrangent de façon structurée en réseau quasi-cristallin. Cette structure est communément appelée cristal de Coulomb et apparaît dans des conditions de densité l'ordre de 10^{12} à 10^{15} ions par mètre cube et de température de

l'ordre du milliKelvin.

Dans le même temps où ces techniques de refroidissement laser émergeaient pour des espèces d'ions spécifiques et limitées, la technique du refroidissement sympathique a permis de refroidir les espèces difficiles ou impossible à refroidir par laser. Ce type de refroidissement repose sur le couplage entre une espèce chaude et une espèce froide via l'interaction coulombienne qui permet de transférer l'énergie thermique aux ions refroidis par laser.

Ces techniques de piégeage et de refroidissement des ions ont des applications nombreuses en recherche fondamentale. On peut citer de façon non exhaustive les domaines de recherche utilisant ces techniques :

- Horloge atomique : réalisation d'un étalon en fréquence basé sur une transition étroite d'un ion dans le domaine optique [15, 16, 17, 18] ou pour un ensemble d'ions dans le domaine des micro-ondes [19].
- Spectroscopie de haute précision : résolution de la structure électronique d'ions atomiques ou rovibrationnelle d'ions moléculaires, permettant notamment d'accéder à des constantes fondamentales telles le rapport entre la masse du proton et la masse de l'électron [20, 21].
- Ordinateur quantique : les ions piégés constituent une plateforme prometteuse pour la réalisation de qubits et l'application de portes logiques [22, 23, 24].
- Simulation quantique : la simulation de systèmes complexes via des ions en interaction permet notamment l'étude d'états de matière fortement corrélés [25, 26].
- Chimie froide : étude de réactions chimiques au niveau fondamental permettant de nouvelles stratégies de synthèse.
- Physique nucléaire : étude des noyaux atomiques lourds et leur désintégration.
- Physique des particules dans les accélérateurs : permet l'accumulation et le stockage des particules chargées en vue de l'étude des propriétés fondamentales ou de la création de nouveaux éléments.

Pouvoir d'arrêt des ions

Étudier le processus de refroidissement sympathique revient à s'intéresser au pouvoir d'arrêt des plasmas froids, non neutres et fortement corrélés. En physique des plasmas, le contrôle du transfert d'énergie entre une particule chargée ou un faisceau de particules chargées et une cible de plasma présente un intérêt dans de vastes domaines de recherche et d'application, couvrant de très larges gammes d'énergie allant de la physique des hautes énergies, par exemple les plasmas de fusion pour les centrales électriques, l'injection de faisceaux d'ions pour le chauffage de plasmas, la protonthérapie jusqu'à la physique des basses énergies et, à terme, la physique de la matière froide (domaine des ions piégés froids).

Le paramètre plasma, Γ_p , rend compte du couplage entre les ions du plasma. Il correspond au rapport entre l'énergie cinétique moyenne des ions et l'énergie de l'interaction de Coulomb avec les plus proches voisins et est proportionnel à la densité, n , et à la température, T , de la cible plasma constituée d'ions de charge Ze :

$$\Gamma_p = \frac{E_{\text{Coulomb}}}{E_{\text{thermique}}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z^2 e^2}{a_{WS} k_B T} \quad (1)$$

où a_{WS} est le rayon de Wigner-Seitz correspondant au rayon de la sphère de volume moyen par

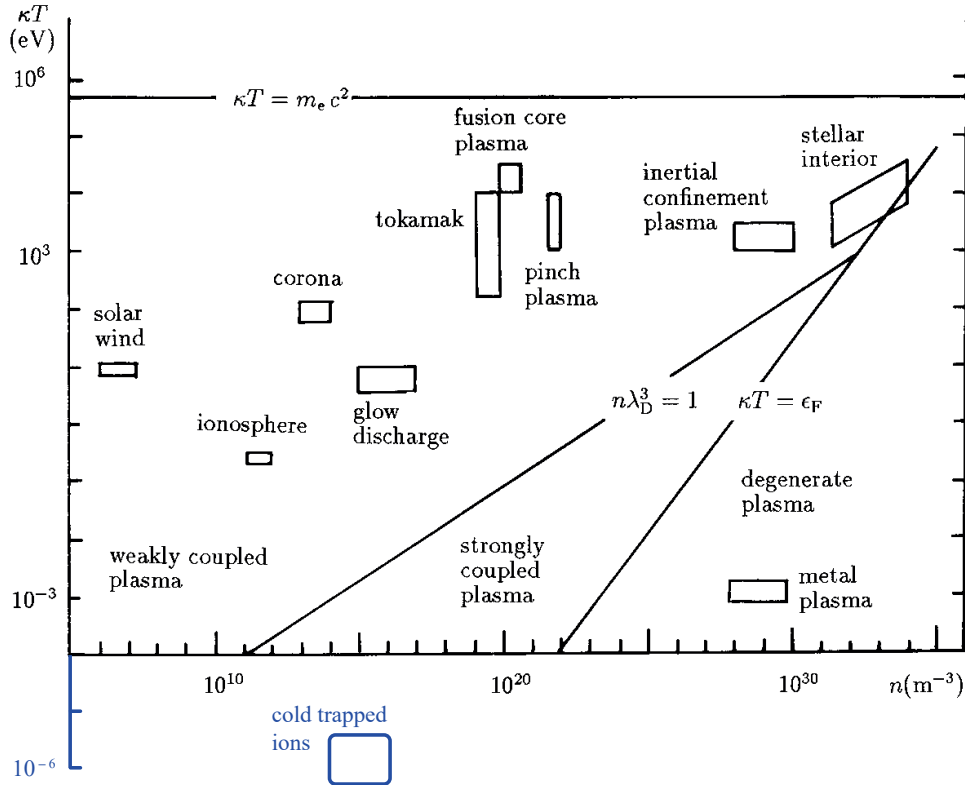


FIGURE 1 – Diagramme en densité, n , et énergie, κT , montrant les différents domaines de plasma. La partie en bleu a été ajoutée au diagramme original tiré de la référence [27].

atome et relié à la densité volumique d'ions par la relation :

$$a_{WS} = \left(\frac{3}{4\pi n} \right)^{1/3}. \quad (2)$$

La distance inter-ion typique dans un cristal de Coulomb est de l'ordre de la dizaine de micromètres et la densité volumique n de l'ordre de 10^{15}m^{-3} . Les températures atteintes par refroidissement Doppler sont de l'ordre de la dizaine de milliKelvin, correspondant à une énergie thermique, $k_B T$, de l'ordre de 10^{-6}eV . Le paramètre plasma des cristaux de Coulomb est donc typiquement $\Gamma_p \simeq 1500$. Lorsque le paramètre plasma est supérieur à l'unité, les forces d'interaction entre les ions ne peuvent pas être négligées. Les interactions à longue portée entre ions dominent le mouvement, ce qui entraîne une dynamique très complexe. Lorsque l'énergie thermique devient inférieure à l'énergie de Fermi du gaz d'ion dégénéré, les effets quantiques dominent la dynamique [27]. Cette énergie de Fermi dépend de la densité du plasma et est donnée par :

$$\varepsilon_F = \frac{h^2}{2m} (3\pi n)^{2/3} \quad (3)$$

où h est la constante de Planck et m la masse des ions. Le diagramme en densité et énergie, représenté sur la figure 1, montre les différents domaines de plasma. Notre cas se situe dans la zone de plasma à fort couplage, comme l'indiquent la valeur élevée (supérieure à l'unité) prise par le paramètre plasma et la température inférieure à la température de Fermi.

Une quantité clé dans les expériences/simulations explorant l'interaction des particules chargées d'un plasma cible et d'un ion projectile est le pouvoir d'arrêt : il est défini comme le changement d'énergie par unité de longueur de chemin du projectile dE/ds [28], ce qui

correspond à la force de décélération réelle exercée sur l'ion projectile. Le paramètre plasma, propre à la cible, ainsi que la charge et la vitesse du projectile sont des paramètres déterminants dans la dynamique de capture. La connaissance du pouvoir d'arrêt en fonction de l'énergie permet alors de déterminer l'évolution temporelle de l'énergie d'un ion dans un cristal de Coulomb. Ce pouvoir d'arrêt a été étudié dans le cadre du plasma infini [27] en prenant en compte l'effet moyen des collisions binaires dans un milieu infini stationnaire. Ici, pour GBAR, nous avons un système mésoscopique (non infini), un champ RF (non stationnaire) et les collisions à basse énergie sont essentiellement non binaires, mais plutôt à plusieurs particules ce qui en fait un système difficile à simuler.

De nombreuses expériences en physique cherchent à diminuer l'énergie cinétique d'une particule projectile chargée par un plasma cible afin d'étudier ses propriétés, comme par exemple pour le refroidissement de molécules [29] ou d'ions lourds pour la spectroscopie mais également dans les accélérateurs pour la capture de particules. Une étape du projet GBAR du CERN est la capture et le refroidissement d'un ion d'antimatière en utilisant un plasma cible dans l'objectif de mesurer l'effet de la pesanteur terrestre sur l'antimatière.

Contexte scientifique : Projet GBAR

Le principe d'équivalence faible stipule que la trajectoire d'une particule est indépendante de sa composition et de sa structure interne lorsqu'elle est uniquement soumise à la force de gravité. Ce principe implique que la gravité affecte la matière et l'antimatière de la même façon. Actuellement, trois expériences tentent d'étudier l'effet de la gravité terrestre sur l'atome d'antihydrogène. Ces trois expériences : ALPHA-g, AEGIS et GBAR, utilisent les antiprotons provenant de la combinaison du décélérateur d'antiproton (AD) et de l'anneau de décélération ELENA (Extra Low ENergy Antiproton) produisant des antiprotons avec une énergie de l'ordre 100keV. Le but de ces expériences est de créer des atomes d'antihydrogène et d'étudier leur comportement dans le champ de pesanteur terrestre. Ces trois expériences ont toutes une approche différente :

- ALPHA-g : Utilise un piège magnétique orienté verticalement pour accumuler des atomes d'antihydrogène à basse énergie. En abaissant lentement les barrières de potentiel au sommet et au fond du piège et en analysant les trajectoires dans ions quittant le piège de part et d'autre, il est possible de déterminer la contribution de la gravité. Une première mesure [30], réalisée en 2023, a permis de mesurer le signe de l'accélération de la pesanteur terrestre sur l'antimatière $\bar{g} : \frac{\bar{g}}{g} = +0.75 \pm 0.29$.
- AEGIS : Étudie l'effet de la gravité terrestre sur un faisceau d'antihydrogène froid en mesurant la dispersion verticale du faisceau traversant un déflectomètre de moiré combiné à un détecteur de position.
- GBAR : Étudie la chute libre d'un atome d'antihydrogène préparé au repos.

L'expérience que j'ai contribué à développer pendant ma thèse traite de l'un des aspects de l'expérience GBAR (Gravitational Behaviour of Antihydrogen at Rest).

Pour qu'une mesure précise, de l'ordre du pour cent, de la constante \bar{g} soit possible par l'analyse de la chute libre d'un atome d'antihydrogène, il faut que la distribution de vitesse initiale de l'atome sur un ensemble d'événements soit suffisamment faible. En considérant une hauteur de chute raisonnable, de l'ordre de la dizaine de centimètres, la précision sur la mesure de \bar{g} peut atteindre une précision de 1% pour 1500 événements si la vitesse initiale moyenne est de l'ordre de 1m/s soit une température équivalant à une dizaine de microKelvin.

Le refroidissement laser direct de l'antihydrogène neutre est très difficile, car il requiert une source laser à 121nm [31]. De plus, le recul important des photons UV empêche une mesure précise de la gravité. L'idée, proposée par J. Walz et T. Hänsch en 2004 [32], repose sur la préparation d'un atome d'antihydrogène \bar{H} ultra-froid à partir d'un ion \bar{H}^+ , ion composé d'un antiproton et de deux positrons, ultra-froids. La charge portée par l'ion le rend sensible aux champs électromagnétiques et à l'interaction coulombienne : les techniques de décélération électromagnétique et de refroidissement sympathique peuvent alors être utilisées et permettent d'atteindre des températures ultra-froides. Une fois cette température atteinte, l'un des positrons pourra être détaché au seuil de photodissociation par une impulsion laser à $1.64 \mu\text{m}$, cet instant donnant le temps de début de la chute libre. Le temps de fin correspondant à la détection de l'annihilation de l'atome d'antihydrogène sur les détecteurs placés autour de la chambre. Le projet est mené par le consortium GBAR depuis 2007 [33] et est engagé au CERN depuis 2012 [34].

La création d'ions \bar{H}^+ repose sur deux réactions consécutives consistant à capturer le positron d'un positronium, noté Ps , (paire électron-positron) :



Ce positronium est produit à partir d'un faisceau de positrons issu de l'impact d'électrons accélérés par un linac (accélérateur linéaire) à 9.5MeV, sur une cible de tungstène. Un "buncher" compresse ensuite les paquets de positrons avant qu'ils n'entrent dans un piège chargé d'un gaz tampon de N_2 permettant de refroidir et de réduire la vitesse radiale du faisceau de positrons [35]. Le faisceau entre alors dans un accumulateur afin de délivrer des paquets de 10^{10} positrons à 5keV. Ces paquets sont ensuite focalisés sur une cellule de silice mésoporeuse permettant la production de positronium [36] avec une densité de 10^{11} Ps/cm³ à 3keV [37].

Les faisceaux d'antiprotons (10^6 \bar{p} par paquet), délivrés par ELENA avec une énergie de 100keV, sont de leur côté décélérés jusqu'à une énergie de 6keV [38]. Le faisceau peut ainsi entrer dans la chambre de réaction contenant les positroniums. Après la réaction, le faisceau composé des trois espèces : \bar{p} , \bar{H} et \bar{H}^+ est électrostatiquement séparé dans trois directions distinctes, chaque faisceau est alors guidé vers son système de détection dédié. La réaction produisant les ions \bar{H}^+ ayant une probabilité très faible, la chute libre sera réalisée au mieux pour un atome à la fois.

La deuxième partie de l'expérience est la capture et le refroidissement de l'ion \bar{H}^+ ainsi que la mesure de la chute libre. Le refroidissement se fait en deux étapes. La première, dans un piège de Paul chargé d'un cristal de Coulomb formé de milliers d'ions de béryllium refroidis par un laser à 313nm [39]. L'ion \bar{H}^+ est capturé et refroidi sympathiquement à une température légèrement supérieure à la limite Doppler du Be^+ (0.47mK) soit quelques mK. Après la capture et le premier refroidissement, l'ion est amené vers un piège de précision où il sera refroidi vers son état fondamental par refroidissement par bande latérale Raman (ground state Raman sideband cooling) qui permettra d'atteindre $10\mu\text{K}$. Une fois cette température atteinte, une impulsion laser préparée au seuil d'énergie de dissociation du premier positron, ayant donc le minimum de recul possible permettra d'obtenir l'atome d'antihydrogène ultra froid requis pour l'étude de la chute libre. Des détecteurs placés tout autour du piège permettront de connaître avec précision l'instant et la position d'arrivée. L'analyse statistique des résultats de détection permettra par la suite de déduire la constante \bar{g} [40, 41, 42].

Résultats préliminaires

L'ion \bar{H}^+ est extrêmement fragile, une collision avec la matière ordinaire comme un gaz tampon neutre peut l'annihiler. De plus, H^- , l'équivalent de \bar{H}^+ en matière, a un seul état électronique lié et, de ce fait, ne peut être refroidi par laser. Ainsi, le refroidissement sympathique par l'ion le plus léger refroidissable par laser (Be^+) a été choisi. Les ions refroidisseurs étant de même charge, la répulsion coulombienne protège \bar{H}^+ de l'annihilation.

Le seuil de photo-détachement de \bar{H}^+ ($1.64 \mu m$) étant inférieur à l'énergie de la transition de refroidissement du Be^+ à 313nm, il y a une probabilité non nulle de photo-détachement par un photon à 313nm. Pour un faisceau à l'intensité de saturation, la section efficace d'absorption de l'ion de matière H^- à 313nm nous indique un temps de vie de l'ion soumis à la radiation de refroidissement de moins d'une seconde (que l'on peut rallonger en diminuant l'intensité du faisceau). Cela signifie donc que la première étape de refroidissement à quelques mK du \bar{H}^+ doit être atteint en moins de temps qu'une seconde.

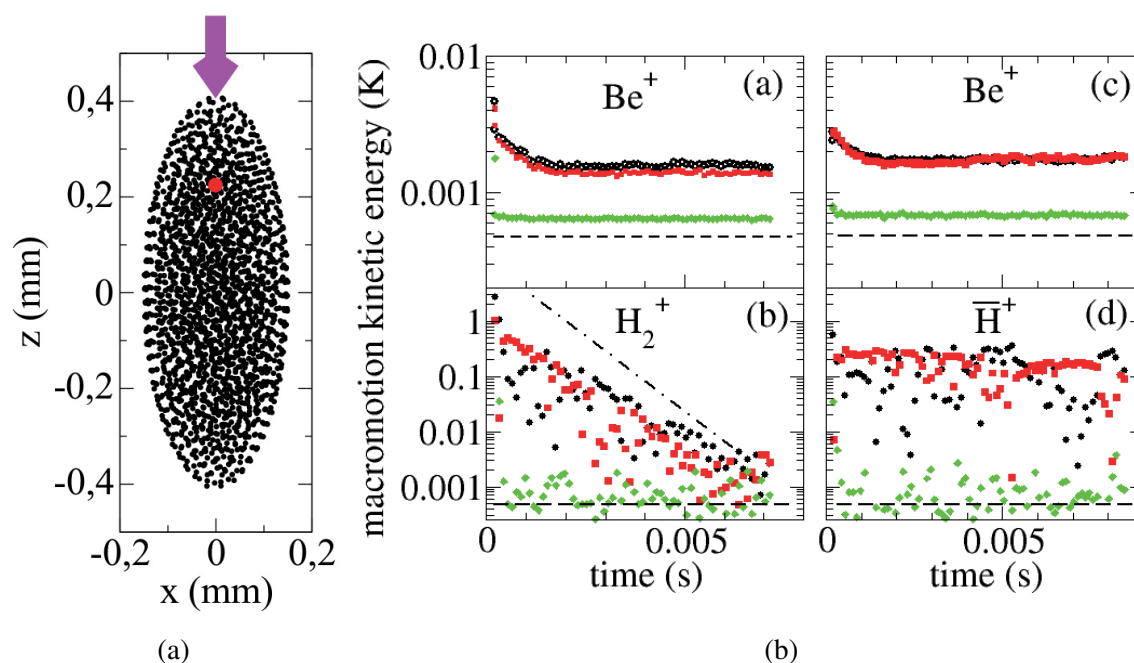


FIGURE 2 – À gauche : instantané d'un cristal contenant 2000 ions Be^+ refroidi par laser, représenté par les points noirs, et d'un ion H_2^+ , en rouge, refroidi sympathiquement. La flèche violette représente la direction du laser de refroidissement aligné et centré avec l'axe longitudinal du piège, z. À droite : énergie cinétique moyenne sur une période de la tension RF du piège pour chaque degré de liberté, moyennée sur 170 périodes d'oscillation de la tension RF pour les 2000 ions Be^+ refroidis par laser, graphique (a,c) et pour l'ion H_2^+ (b) ou l'ion \bar{H}^+ (d), tous deux sympathiquement refroidis et ayant une énergie initiale de quelques meV. Les cercles noirs pour la composante en énergie selon x, le rouge pour y et le vert pour z. La ligne en pointillé horizontal correspond à la limite Doppler. L'autre ligne en pointillé sur (b) correspond à l'exponentielle décroissante ayant un temps caractéristique de 1ms . Les paramètres utilisés pour ces simulations peuvent être trouvés dans la référence [39] dont ces figures sont tirées.

Cette contrainte nous pousse à comprendre la dynamique de refroidissement afin de connaître et d'optimiser le temps de refroidissement, donnée essentielle pour le bon déroulement de

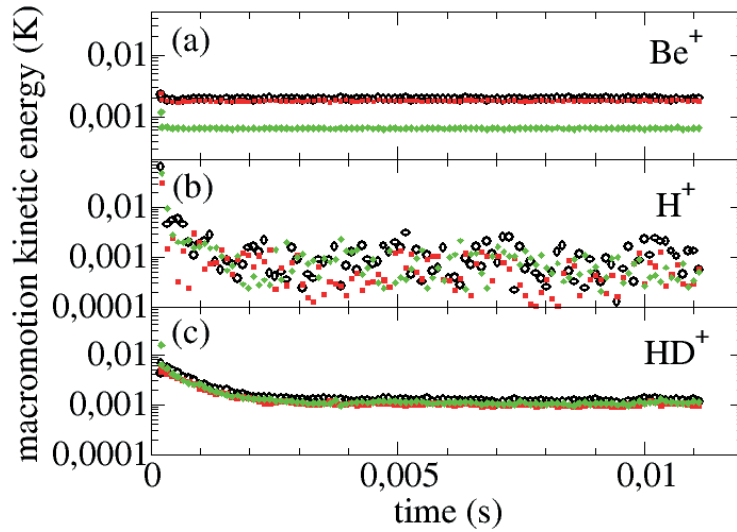


FIGURE 3 – Simulation de la dynamique de refroidissement sympathique d’un ion $\bar{\text{H}}^+$ pour 200 HD^+ eux même refroidis par 1800 Be^+ refroidis par laser. L’ion $\bar{\text{H}}^+$ est initialement positionné sur l’axe du piège à 0.5 mm du centre avec une vitesse correspondante à une énergie de 4.6 meV. Consulter la référence [39] pour plus de détails.

l’expérience. La dynamique de refroidissement sympathique résulte de la compétition entre la répulsion coulombienne, la force de piégeage qui maintient les ions ensemble, le refroidissement laser et le chauffage entraîné par l’utilisation de tensions oscillantes. On peut envisager d’étudier numériquement la dynamique du refroidissement sympathique. Dans ce cas, l’ensemble de ces forces/phénomènes doit être évalué pour des milliers d’ions pour simuler la dynamique avec un pas de temps requis inférieur à la nanoseconde. Tout cela rend les simulations extrêmement coûteuses en ressources de calcul et il est quasiment impossible d’atteindre des temps simulés supérieurs à quelques millisecondes.

De plus, le rapport entre la masse de l’espèce refroidissante, Be^+ de masse atomique 9, et l’espèce refroidie, $\bar{\text{H}}^+$ de masse atomique 1, est très grand. Cette configuration est connue pour être défavorable au refroidissement.

Des simulations ont été réalisées par le groupe Ions piégés du laboratoire Kastler-Brossel [43]. Ces simulations, dont certains résultats sont présentés sur la figure 2, montrent une comparaison entre le refroidissement sympathique par un cristal de 2000 ions Be^+ , d’un ion H_2^+ , deux fois plus lourd, et d’un ion $\bar{\text{H}}^+$. On peut voir durant les quelques ms qu’il est possible de simuler que l’ion H_2^+ est refroidi mais que l’ion $\bar{\text{H}}^+$ l’est très peu, sauf sur l’axe laser, ce qui ne permet pas d’obtenir un temps de refroidissement.

Afin d’accélérer le refroidissement, il est envisagé d’ajouter des ions HD^+ , de masse atomique 3, dans le cristal de Be^+ . Ces ions, de masse intermédiaire, permettraient de favoriser l’interaction coulombienne entre le béryllium froid et l’antihydrogène chaud, servant ainsi de catalyseur dans le processus de refroidissement. Des simulations ont été réalisées dans cette configuration et sont représentées sur la figure 3. Ces simulations montrent effectivement un refroidissement plus efficace, mais ne permettent pas de résoudre la dynamique complète du refroidissement d’un ion avec une énergie initiale de 1eV car les temps de calcul demandés deviennent démesurés.

Pour obtenir des informations quantitatives sur le temps de refroidissement sympathique

avec rapport de masse de 1 à 9 et des énergies initiales de l'ordre d'un eV, il est donc nécessaire de recourir à une expérience. Il serait possible d'utiliser un proton à la place de l'ion \bar{H}^+ mais le proton dépourvu d'électron ne permet pas de diagnostic optique de son état de mouvement. Un candidat refroidissable par laser sera parfaitement adapté pour cette raison. L'élément le plus léger refroidissable par laser est l'ion de béryllium Be^+ lui-même. Ainsi, l'espèce lourde de la paire pour laquelle le rapport de masse est le plus proche de 9 est le strontium, dont l'isotope majoritaire est le $^{88}Sr^+$ donnant un rapport de masse de 9.78. Une expérience mettant en jeu la paire $^9Be^+ / ^{88}Sr^+$ et recréant les conditions du refroidissement de l'expérience GBAR permettrait de borner le temps de refroidissement et d'optimiser celui-ci.

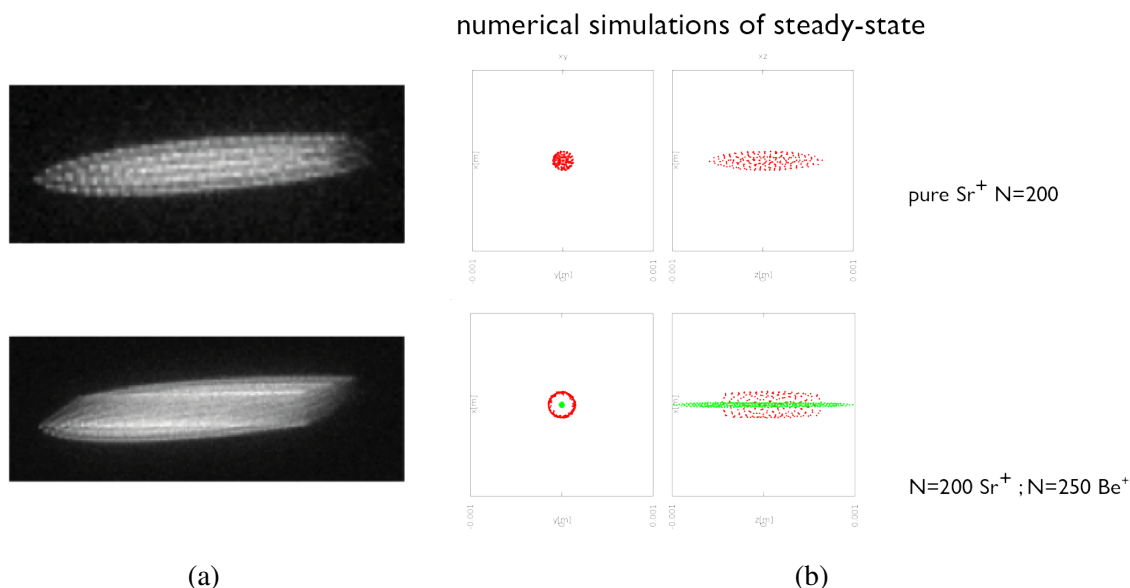


FIGURE 4 – À gauche : Image de la fluorescence des ions de Sr^+ , en haut : un cristal de Coulomb d'ions strontium. En bas : cristal mixte de strontium, brillant, et de béryllium au centre sur l'axe longitudinal dont la présence est révélée par la moindre fluorescence du strontium. À droite : simulation des états stationnaires de cristaux contenant : en haut 200 ions de strontium et en bas 200 ions de strontium et 250 ions de béryllium. Le strontium est représenté en rouge et le béryllium en vert, une vue axiale et une autre longitudinale sont présentées.

Des expériences préliminaires ont été menées avec ce rapport de masse en collaboration entre l'équipe QITe du laboratoire MPQ et l'équipe "ions piégés" du LKB. Un cristal de Coulomb d'ions strontium a été chargé d'ions béryllium sortis du four et l'état stationnaire a été atteint en une dizaine de secondes. La figure 4 montre des images de la fluorescence des ions strontium juxtaposées à des simulations d'état stationnaire équivalentes en nombre d'ions. On peut constater une forte ségrégation spatiale entre les deux espèces qui s'explique par la différence de potentiel effectif de piégeage perçu par des ions de masses différentes. En effet, comme il sera montré par la suite, le potentiel pondérateur subi par un ion est inversement proportionnel à sa masse. Cela signifie que les ions plus légers perçoivent un potentiel plus raide que les ions lourds et sont, de ce fait et dans ce cas, davantage contraints sur l'axe longitudinal du potentiel, les ions plus lourds se retrouvant ainsi à la périphérie.

Ces expériences préliminaires ne disposaient pas d'un laser à 313nm permettant de refroidir ou de sonder l'ion de béryllium et ne contrôlaient ni le nombre ni l'énergie d'arrivée des ions béryllium. Ces résultats ne permettent donc qu'une interprétation qualitative du refroidissement avec ce rapport de masse. D'autres expériences plus complètes doivent être envisagées pour

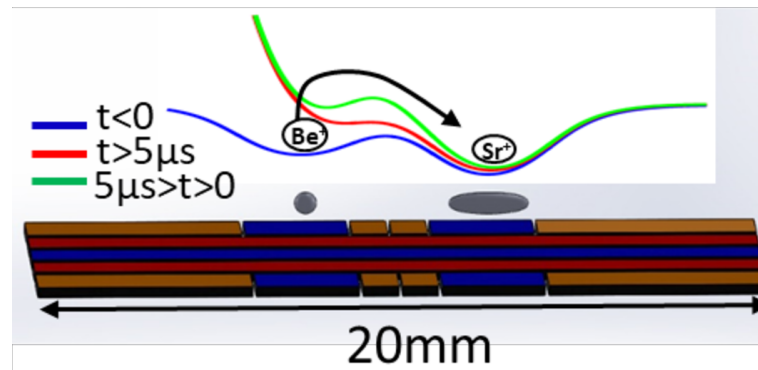


FIGURE 5 – Schéma du double piège de Paul utilisé dans l'expérience. A $t < 0$ le Be^+ et le Sr^+ sont refroidis dans leurs pièges respectifs. Pour $0 < t < 5\mu\text{s}$ le Be^+ est basculé dans le piège contenant du Sr^+ . Enfin pour $5\mu\text{s} < t$ le potentiel est augmenté pour piéger le Be^+ chaud avec le Sr^+ .

obtenir des résultats quantitatifs.

Expérience prévue

Cette expérience est un projet de recherche commun entre l'équipe "ions piégés" du LKB et l'équipe QITe du laboratoire MPQ. L'équipe du LKB fait partie du consortium GBAR. L'expérience se situe dans les locaux du MPQ où j'ai passé une majeure partie de ma thèse. Cette expérience fait aussi partie du projet ANR ESPRIT en commun avec l'équipe d'ions piégés de Marseille PIIM menée par Caroline Champenois.

L'expérience développée pendant ma thèse a pour objectif d'être un banc d'essai du projet GBAR recréant les conditions de refroidissement en termes de rapport de masse et d'énergie et permettant de prévoir et d'optimiser le temps de refroidissement sympathique. L'utilisation d'un piège de Paul surfacique à deux zones de piégeage permettra de piéger un ion Be^+ dans une des zones de piégeage et un ensemble d'ions Sr^+ dans l'autre. Les deux espèces seront refroidies par laser. Puis l'ion Be^+ sera injecté dans le piège cible contenant un cristal de Coulomb d'ions Sr^+ en manipulant le potentiel de piégeage comme illustré sur la figure 5. Ce lancement se fera avec une énergie bien contrôlée allant jusqu'à 1eV. Puis l'analyse de la fluorescence du Be^+ à résonance permettra de connaître la distribution de vitesse de l'ion et donc de déterminer sa température. Il nous sera donc possible de suivre la dynamique de refroidissement de l'ion sur 7 ordres de grandeur en énergie. Par la suite, une étude du refroidissement sympathique avec une espèce de masse intermédiaire supplémentaire, le calcium (40 amu), est également envisagée.

État de l'art

Dans un travail théorique pionnier considérant le pouvoir d'arrêt de particules chargées piégées comme un plasma à un composant, Bussmann *et al.* [44] ont réalisés plusieurs simulations d'un ion hautement chargé (HCI) $Q = 40$ et d'une masse de 100 amu, injecté avec une énergie de 100 meV dans un nuage contenant 10^5 ions $^{24}\text{Mg}^+$, refroidi à 1 mK, température typique pouvant être atteinte par refroidissement Doppler par laser. Ils prédisent la capture du HCI en quelques dizaines de microsecondes pour des états de charge de projectile supérieurs à 10 [44]. Ces simulations montrent également que les effets collectifs dans l'interaction projectile-cible

contribuent pour un tiers à la perte d'énergie du projectile prédite par la théorie de la réponse linéaire.

Des travaux théoriques et numériques plus récents repoussent les frontières des modèles de dynamique des plasmas vers des plasmas fortement corrélés ($\Gamma = 100$) [45, 46]. Ces résultats récents montrent qu'on peut s'attendre à un pouvoir d'arrêt plus important de la part de plasmas fortement corrélés par rapport aux plasmas classiques, avec une dépendance importante de la perte d'énergie du projectile au rapport de masse projectile/cible et à la vitesse initiale du projectile [45]. En outre, ils montrent que les modèles de plasma typiques ne parviennent pas à reproduire les simulations de dynamique moléculaire et sous-estiment le pouvoir d'arrêt pour les paramètres plasma supérieurs à 1. Tous ces travaux montrent qu'une nouvelle physique est à attendre en considérant un plasma monocomposant refroidi par laser comme une cible. Ils montrent également les apports très utiles des simulations numériques à ces études, car elles permettent de discriminer les processus microscopiques par un suivi individuel des particules au sein de la cible, ce qui est hors de portée des expériences.

Seules quelques études ont été consacrées à la capture d'ions produits de manière externe. Citons en particulier l'expérience menée par un grand consortium dirigé par l'Institut Max Planck de physique nucléaire de Heidelberg [47] dans laquelle des ions $^{40}\text{Ar}^{13+}$ hautement chargés sont injectés dans une cible composée de 1500 ions $^9\text{Be}^+$ refroidis par laser. La plage d'énergie impliquée ici est comparable à celle que nous explorerons dans le projet : le paquet d'ions $^{40}\text{Ar}^{13+}$ entre dans le piège cible en surmontant à peine une barrière de potentiel électrostatique réglable de l'ordre de quelques eV par unité de charge. Cette configuration a récemment permis la première démonstration de spectroscopie par logique quantique avec des ions hautement chargés [48]. Ici la masse de l'ion $^{40}\text{Ar}^{13+}$ doit être renormalisé par sa charge ($40/13 = 3.08$) ce qui équivaut à un rapport de masse entre les deux espèces impliquées dans le refroidissement sympathique de 2.93. Le présent projet, sur lequel j'ai travaillé pendant ma thèse, aborde un régime différent de rapport de masse (9.78) mais aussi de charge (ici des ions monochargés sont en jeu), et au-delà de la capture réussie des ions projectiles, il visera à une compréhension détaillée du mécanisme de perte d'énergie.

Notre expérience vise à apporter un nouveau cas expérimental à ces travaux épars. Pour cela, il nous faudra injecter un ion avec une énergie contrôlée dans la cible. Plusieurs travaux existent sur le transport d'ions. Un grand nombre concerne le transport pour l'information quantique dont le but est de transporter les ions rapidement d'un point à un autre d'un piège segmenté en gardant les ions dans leur état fondamental de mouvement dans le piège.

Ce type de transport dans un piège multizone a été monté pour la première fois en 2002 par Rowe *et al.* [49]. Un travail conséquent sur ce transport a été publié en 2011 par Blakestad *et al.* [50] qui présente le transport d'ion $^9\text{Be}^+$ avec une minimisation de l'état de mouvement de l'ion après le transport en détaillant notamment le protocole de calcul des potentiels de transport, plus de détails sont rapportés dans sa thèse [51]. L'année suivante, deux travaux très similaires ont aussi traité de la minimisation des phonons de l'ion après le transport, dans le cas d'aller-retour d'un ion et de la séparation d'une chaîne d'ions [52] mais aussi pour des aller-retours et des aller-simples d'un ion avec un à-coup de potentiel final pour ramener l'ion dans l'état fondamental de mouvement [53].

D'autres travaux se sont intéressés au transport de nuage d'ions [54, 55], l'objectif étant de transporter un grand nombre d'ions, pouvant aller jusqu'à 10^6 ions, d'une zone à l'autre d'un piège sans pertes.

Dans notre cas, nous ne cherchons pas à minimiser l'état de mouvement de l'ion après le transport, bien au contraire. Nous souhaitons lancer un ion vers une zone cible avec une quantité d'énergie cinétique contrôlée.

Organisation du manuscrit

Dans le premier chapitre, j'introduis les principes du piégeage radiofréquence et du refroidissement Doppler et sympathique des ions avec une attention portée aux cas entrant dans le cadre de cette thèse, comme le cas des pièges surfaciques et du refroidissement dans un système à trois niveaux dont un métastable.

Le chapitre suivant décrit le dispositif expérimental utilisé et développé pendant ma thèse. Ce chapitre expose l'ensemble des éléments utiles à l'expérience, qu'ils soient préexistants ou développés durant ma thèse, donnant ainsi une vision d'ensemble du dispositif que ce manuscrit est le premier à décrire. Seront décrits : l'enceinte ultra-vide, la création des ions, les sources laser et leur asservissement, le système de détection, la géométrie du piège à ions ainsi que la génération des tensions de piégeage et enfin le contrôle du champ magnétique.

Le troisième chapitre est consacré à la modélisation des potentiels et au calcul des tensions de piégeage par une méthode matricielle. Quelques applications y sont présentées comme la compensation de l'excès de micro-mouvement, la cartographie du champ parasite et le transport des ions d'un bout à l'autre du piège.

Le chapitre quatre est consacré au lancement d'un ion d'une zone à l'autre du piège avec une énergie contrôlée. Le protocole ainsi que des simulations de lancement sont présentés, puis la caractérisation de l'énergie initiale des ions sera traitée. Une extension de la méthode de thermométrie dite "Doppler recooling" et des simulations de la dynamique de refroidissement Doppler dans un cas de piégeage anharmonique et d'intensité de faisceau de refroidissement inhomogène sont détaillées.

Le dernier chapitre présente les résultats expérimentaux obtenus.

Enfin, le manuscrit se clôture par une conclusion reprenant le travail accompli, détaillant les points qu'il sera nécessaire d'approfondir et les perspectives de cette expérience.

Chapitre 1

Principes du piégeage et du refroidissement des ions

Ce chapitre a pour objectif de décrire les principes du piégeage et du refroidissement des ions, ce qui permettra de comprendre la suite du manuscrit. Dans une première partie, je décrirai le principe général du piégeage de particules chargées dans les pièges dits de Paul. Je parcourrai plusieurs exemples spécifiques afin d'illustrer les différents aspects de ce type de piège. Dans une seconde partie, j'aborderai le refroidissement des ions par les méthodes dites Doppler et sympathique.

1.1 Piège de Paul

Le piège utilisé lors de ma thèse est un piège de Paul linéaire en géométrie surfacique. Dans cette partie, nous aborderons le fonctionnement des pièges de Paul à travers trois géométries spécifiques : le piège tridimensionnel hyperbolique, le piège linéaire quadrupolaire et enfin le piège linéaire surfacique. Ces trois types de pièges sont représentés dans la figure 1.1.

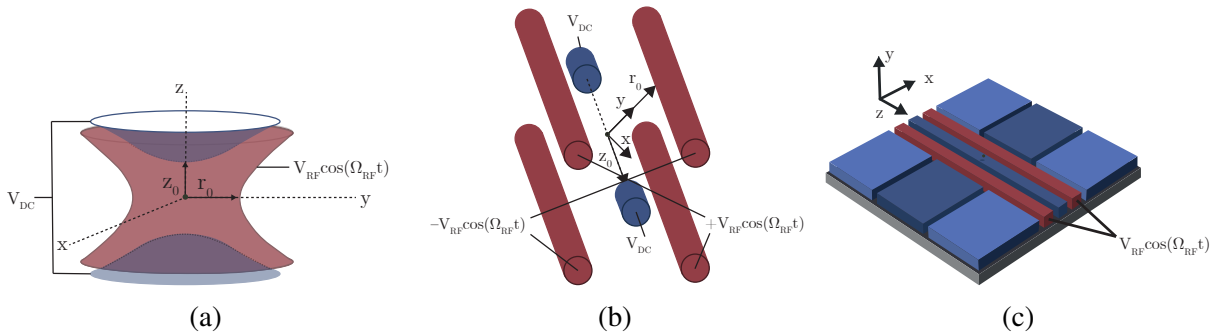


FIGURE 1.1 – Schéma des différents types de pièges de Paul. À gauche, un piège hyperbolique. Au centre, un piège quadrupolaire linéaire. À droite, un piège linéaire surfacique.

Le théorème d'Earnshaw [56] stipule qu'il n'est pas possible de maintenir une particule ponctuelle chargée en équilibre stable uniquement par des interactions électrostatiques sur cette charge. Prenons par exemple le potentiel harmonique statique à trois dimensions suivant :

$$\Phi(x, y, z) = \alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2 \quad (1.1)$$

où α , β et γ représentent les courbures de ce potentiel dans les directions x, y et z respectivement. Pour satisfaire la loi de Laplace ($\Delta\Phi = 0$), $\alpha + \beta + \gamma = 0$. Cela signifie qu'une des directions de

l'espace doit nécessairement avoir une courbure négative du potentiel. La force subie par l'ion est $\mathbf{F} = -q\nabla\Phi$, ce qui tend à éjecter l'ion dans les directions de courbure négative et à le confiner dans les directions de courbure positive.

Pour palier ce problème, l'une des solutions consiste à ajouter un champ magnétique pour confiner la particule selon les axes expulsants. C'est le principe du piège de Penning [4]. Une autre solution consiste à faire osciller le champ électrique pour alterner les axes piégeants et anti-piégeants. Si la période d'oscillation du champ est plus courte que le temps caractéristique d'éjection de la particule, alors le potentiel sur une période peut être confinant. C'est le principe du piège de Paul. Cette idée a été proposée en 1958 par Wolfgang Paul et son groupe [2], et lui a valu le prix Nobel en 1989.

Les fréquences utilisées dans ce type de piège sont des radiofréquences (RF), typiquement du mégahertz à quelques dizaines de mégahertz.

1.1.1 Piège de Paul 3D

Le piège de Paul dans sa géométrie d'origine, représenté figure 1.1 (a), est composé de trois électrodes : une électrode en anneau sur laquelle est appliquée la tension RF, avec de part et d'autre deux électrodes en forme d'hyperboloïde (les endcaps) sur lesquelles sont appliquées des tensions statiques. Le piège est symétrique par révolution axiale. Dans ce type de piège, les trois courbures RF sont non nulles, c'est pourquoi on parle de piège 3D. Ici, $\alpha = \beta = 1$ et $\gamma = -2$, ce qui donne le potentiel suivant [1] :

$$\Phi_{RF}(x, y, z, t) = \frac{V_{RF} \cos(\Omega_{RF}t)}{2z_0^2 + r_0^2} (x^2 + y^2 - 2z^2 + 2z_0^2) \quad (1.2)$$

$$\Phi_{DC}(x, y, z) = \frac{-V_{DC}}{2z_0^2 + r_0^2} (x^2 + y^2 - 2z^2 - r_0^2) \quad (1.3)$$

où V_{DC} et V_{RF} sont les tensions DC et RF appliquées sur le piège, $\Omega_{RF}/2\pi$ est la fréquence d'oscillation de la tension RF et r_0 et z_0 sont les distances de l'ion aux électrodes RF et DC représentées sur la figure 1.1 (a).

1.1.2 Piège de Paul linéaire quadrupolaire

Dans un piège de Paul linéaire, on supprime le confinement RF selon une direction, conventionnellement désignée par z . On a $\gamma = 0$ et, pour satisfaire à l'équation de Laplace, $\alpha = -\beta$. Un schéma de piège linéaire quadrupolaire est donné au centre de la figure 1.1. Le potentiel oscillant confine les ions dans le plan radial et est, en considérant les barreaux RF infinis, de la forme :

$$\phi_{os}(x, y) = \frac{V_{RF}}{r_0^2} (x^2 - y^2). \quad (1.4)$$

L'appellation "linéaire" vient du fait que dans cette configuration, le champ RF confine les ions sur une ligne où le potentiel RF est nul. L'avantage est que sur cette ligne les ions ne subissent pas de force dérivant du potentiel RF, ce qui est utile pour des expériences où l'on souhaite isoler le système quantique des perturbations de l'environnement (horloges, qubits, etc.). On peut également former de longues chaînes, pouvant atteindre une cinquantaine d'ions [57] et peut-être plus, en prolongeant les barreaux du piège.

Le confinement axial vient des tensions statiques appliquées sur les électrodes au bord du piège (aussi appelées endcaps) et prend la forme :

$$\phi_{st}(x, y, z) = \frac{V_{DC}}{4z_{eff}^2}(2z^2 - x^2 - y^2 + C) \quad (1.5)$$

où la distance effective z_{eff} et la constante C dépendent de la géométrie des électrodes statiques du piège.

Le potentiel total étant la superposition de ces deux potentiels, on a :

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \phi_{st}(\mathbf{r}) + \phi_{os}(\mathbf{r}) \cos(\Omega_{RF}t) \quad (1.6)$$

où $\mathbf{r} = (x, y, z)$ est le vecteur position par rapport au centre du piège. Dans ce potentiel, le mouvement d'un ion de masse m et de charge Ze obéit à l'équation suivante :

$$m\ddot{\mathbf{r}} = -Ze\nabla\phi(\mathbf{r}, t) \quad (1.7)$$

que l'on peut développer dans le système d'équations différentielles suivant :

$$m\ddot{x} = -Ze \left(\frac{2V_{RF}}{r_0^2} \cos(\Omega_{RF}t) - \frac{V_{DC}}{2z_{eff}^2} \right) x \quad (1.8)$$

$$m\ddot{y} = -Ze \left(-\frac{2V_{RF}}{r_0^2} \cos(\Omega_{RF}t) - \frac{V_{DC}}{2z_{eff}^2} \right) y \quad (1.9)$$

$$m\ddot{z} = Ze \frac{V_{DC}}{2z_{eff}^2} z. \quad (1.10)$$

En introduisant les paramètres sans dimensions :

$$\tau = \frac{\Omega_{RF}t}{2} \quad (1.11)$$

$$a = \frac{2ZeV_{DC}}{z_{eff}^2 m \Omega_{RF}^2} \quad (1.12)$$

$$q = \frac{8ZeV_{RF}}{r_0^2 m \Omega_{RF}^2} \quad (1.13)$$

on peut réécrire ce système d'équations comme :

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + (q \cos(2\tau) - a)x = 0 \quad (1.14)$$

$$\frac{d^2y}{d\tau^2} - (q \cos(2\tau) + a)y = 0 \quad (1.15)$$

$$\frac{d^2z}{d\tau^2} - 2az = 0. \quad (1.16)$$

L'équation pour z correspond à un oscillateur harmonique, tandis que les équations pour x et y sont des équations de Mathieu dont les solutions dépendent fortement des valeurs de a et q . Les solutions de l'équation de Mathieu, notées $u(t)$ ($u \in x, y$), sont soit bornées soit divergentes. Pour chaque axe x et y , cela dépendra des paramètres a et q , que l'on appelle les paramètres de stabilité. Il existe des zones dans lesquelles la solution est stable. Pour qu'un ion reste piégé,

il faut que les deux solutions de l'équation de Mathieu soient stables, ce qui revient à trouver la zone d'intersection des domaines de stabilité de x et y (domaine inversé du fait du signe inversé devant a et q entre l'équation en x et en y). Un exemple de diagramme de stabilité est montré sur la figure 1.2. On peut voir qu'il existe plusieurs zones de stabilité. Dans la pratique, on travaille généralement dans la première, c'est-à-dire celle où $a \ll 1$ et $0 < q < 0.9$, car cela correspond à des tensions RF plus basses et donc plus faciles d'accès.

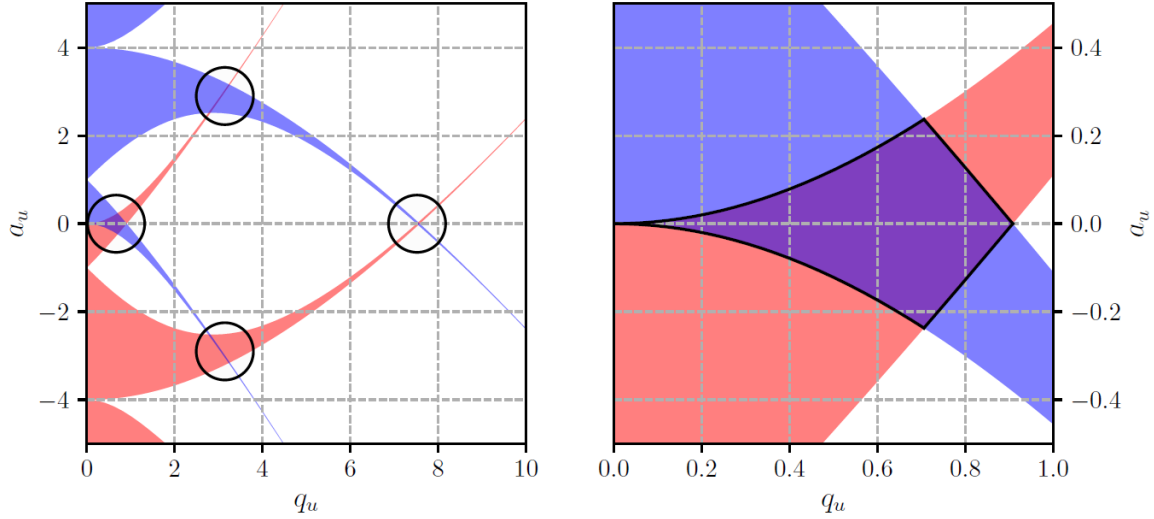


FIGURE 1.2 – Diagrammes de stabilité en représentation (a, q) . À gauche, on peut voir les différentes zones de stabilité, en bleu pour l'axe x et en rouge pour l'axe y . Les intersections de ces zones sont indiquées par les cercles noirs. À droite, un zoom sur la première zone de stabilité. Ce schéma est tiré de [58].

Pseudo-potentiel et approximation adiabatique

Dans cette partie, nous allons nous intéresser au mouvement d'un ion dans un champ inhomogène oscillant afin d'en extraire une formulation effective du potentiel vu par l'ion. Le développement qui suit peut être trouvé dans la référence [59].

Pour commencer, nous allons examiner le cas d'un champ électrique homogène oscillant à une fréquence $\Omega_{RF}/2\pi$: $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 \cos(\Omega_{RF}t)$. Le mouvement de l'ion est décrit par l'équation différentielle suivante :

$$m\ddot{\mathbf{r}} = Ze\mathbf{E}_0 \cos(\Omega_{RF}t) \quad (1.17)$$

ici le champ \mathbf{E}_0 est homogène et donc indépendant de \mathbf{r} . On résout directement l'équation et on obtient la solution :

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0(t) + \mathbf{r}_1(t) \quad (1.18)$$

$$\mathbf{r}_0(t) = \mathbf{r}(0) + \mathbf{v}_0 t \quad (1.19)$$

$$\mathbf{r}_1(t) = -\mathbf{K} \cos(\Omega_{RF}t) \quad (1.20)$$

où \mathbf{v}_0 est la vitesse initiale de l'ion. En injectant cette équation dans l'équation 1.17 on obtient l'amplitude des oscillations spatiales de l'ion :

$$\mathbf{K} = \frac{Ze\mathbf{E}_0(\mathbf{r})}{m\Omega_{RF}^2} \quad (1.21)$$

Cette amplitude est proportionnelle à l'amplitude du champ et inversement proportionnelle au carré de la pulsation des oscillations.

Intéressons-nous maintenant au cas d'un champ inhomogène. Nous considérons un champ faiblement inhomogène, ce qui signifie que les variations de $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$ sur l'amplitude de l'oscillation de l'ion sont faibles en fonction de la position \mathbf{r} à l'échelle de l'amplitude du champ, soit $\nabla\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0)|\mathbf{r}_1| \ll \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0)$. Nous supposons également une fréquence RF suffisamment grande pour que l'amplitude de mouvement de l'ion \mathbf{K} reste faible, $\mathbf{K} \ll \mathbf{r}_0$. Dans ce cas, l'amplitude des oscillations rapides \mathbf{K} dépendra du temps via le mouvement de la particule dans le champ, $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}(t))$. Nous cherchons une solution approchée de la forme :

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0(t) + \mathbf{r}_1(t) \quad (1.22)$$

$$\mathbf{r}_1(t) = -\mathbf{K}(t)\cos(\Omega_{RF}t) \quad (1.23)$$

En développant $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$ autour de \mathbf{r}_0 pour de petites variations en $\mathbf{K}\cos(\Omega_{RF}t)$ et en conservant uniquement les termes du premier ordre, on obtient :

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0 - \mathbf{K}\cos(\Omega_{RF}t)) \simeq \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0) - \mathbf{K}\cos(\Omega_{RF}t)\nabla\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0) \quad (1.24)$$

Les lentes variations dans le temps de \mathbf{K} et \mathbf{r}_0 impliquent que $\dot{\mathbf{K}} \ll \mathbf{K}\Omega_{RF}$. De cette approximation, on tire l'expression de l'accélération :

$$\dot{\mathbf{r}}(t) = \dot{\mathbf{r}}_0(t) - \dot{\mathbf{K}}\cos(\Omega_{RF}t) + \mathbf{K}\Omega_{RF}\sin(\Omega_{RF}t) \quad (1.25)$$

$$\simeq \dot{\mathbf{r}}_0(t) + \mathbf{K}\Omega_{RF}\sin(\Omega_{RF}t) \quad (1.26)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}(t) \simeq \ddot{\mathbf{r}}_0(t) - \dot{\mathbf{K}}\Omega_{RF}\sin(\Omega_{RF}t) + \mathbf{K}\Omega_{RF}^2\cos(\Omega_{RF}t) \quad (1.27)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}(t) \simeq \ddot{\mathbf{r}}_0(t) + \mathbf{K}\Omega_{RF}^2\cos(\Omega_{RF}t) \quad (1.28)$$

en injectant 1.28 et 1.24 dans 1.17 on obtient l'expression :

$$m[\ddot{\mathbf{r}}_0 + \mathbf{K}\Omega_{RF}^2\cos(\Omega_{RF}t)] = Ze\cos(\Omega_{RF}t)[\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0) - \cos(\Omega_{RF}t)\mathbf{K}\nabla\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0)] \quad (1.29)$$

Compte tenu que l'amplitude ne change que grâce au mouvement selon \mathbf{r}_0 , on peut assimiler $\mathbf{K}(t)$ à $\mathbf{K}(\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0(t)))$:

$$\mathbf{K}(\mathbf{r}_0) = \frac{Ze\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0)}{m\Omega_{RF}^2} \quad (1.30)$$

on obtient ainsi :

$$m\ddot{\mathbf{r}}_0 = \frac{Ze\cos^2(\Omega_{RF}t)}{m\Omega_{RF}^2}\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0)\nabla\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0) \quad (1.31)$$

En utilisant l'égalité vectorielle suivante :

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0)\nabla\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0) = \frac{1}{2}\nabla|\mathbf{E}_0|^2 - \mathbf{E}_0 \times (\nabla \times \mathbf{E}_0) \quad (1.32)$$

et en prenant en compte le fait que dans un champ quasi-statique, le rotationnel est nul ($\nabla \times \mathbf{E}_0 = 0$), l'équation 1.31 devient :

$$m\ddot{\mathbf{r}}_0 = \frac{Ze\cos^2(\Omega_{RF}t)}{2m\Omega_{RF}^2}\nabla\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0)^2. \quad (1.33)$$

En moyennant sur la période de la RF soit la période des oscillations rapides d'amplitude \mathbf{r}_1 considérée de faible devant \mathbf{r}_0 l'amplitude du mouvement séculaire, le terme $\cos^2(\Omega_{RF}t)$ donne 1/2. On obtient ainsi l'équation différentielle du mouvement séculaire de l'ion $\mathbf{r}_0(t)$:

$$m\ddot{\mathbf{r}}_0 = -\frac{Z^2 e^2}{4m\Omega_{RF}^2} \nabla |\mathbf{E}_0|^2. \quad (1.34)$$

La solution est oscillante si le piégeage est stable. On introduit alors le potentiel effectif Ψ , aussi appelé pseudo-potentiel, où $m\ddot{\mathbf{r}}_0 = -\nabla\Psi$:

$$\Psi = \frac{Z^2 e^2}{4m\Omega_{RF}^2} |\mathbf{E}_0|^2 \quad (1.35)$$

Lorsque l'on compare ce résultat au cas d'un champ homogène, on peut se rendre compte que la particule chargée subit une force due à l'inhomogénéité du champ. La direction de cette force suit le gradient du carré du champ \mathbf{E}_0 . La particule est poussée vers les régions de champ faible.

En reprenant l'équation 1.22, le mouvement se décompose en deux termes : un terme $\mathbf{r}_0(t)$ de mouvement lent guidant le déplacement de l'ion suivant le gradient du carré du champ électrique (le mouvement séculaire), modulé par un terme $\mathbf{r}_1(t)$ d'oscillation rapide à la fréquence RF (micro-mouvement). En injectant l'équation 1.21 dans l'équation 1.22 et en assimilant $\mathbf{E}_0(t)$ à $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0)$, on trouve l'expression du micro-mouvement :

$$\mathbf{r}_1(t) = -\frac{Ze\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0)}{m\Omega_{RF}^2} \cos(\Omega_{RF}t) \quad (1.36)$$

La figure 1.3 donne un exemple du mouvement d'ion dans ce potentiel, avec un mouvement séculaire harmonique modulé par le micro-mouvement.

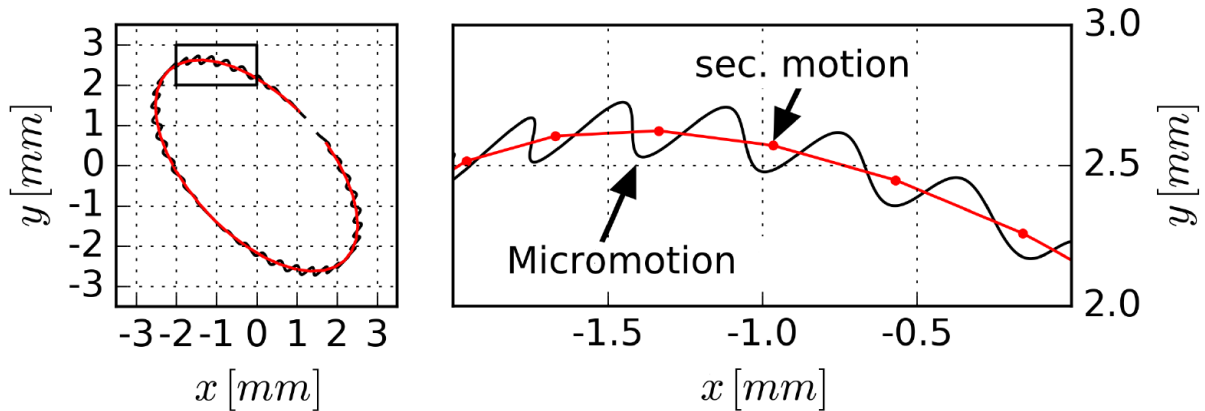


FIGURE 1.3 – Mouvement de l'ion dans le plan radial sur une période séculaire. La trajectoire en rouge représente le mouvement séculaire de l'ion. En noire est représenté la trajectoire combinant le mouvement séculaire avec le micro-mouvement. Ce schéma est tiré de [60].

1.1.3 Piège de Paul linéaire surfacique

En 2005, une version surfacique du piège de Paul linéaire a été proposée [61], et en 2006, le piégeage d'ions atomiques a été démontré dans ce nouveau type de piège [62]. Le passage à une géométrie surfacique permet notamment un meilleur accès optique mais également d'utiliser

des principes de micro-fabrication standardisés. Il devient ainsi possible de créer des géométries de piège avec de multiples zones de piégeage interconnectées par des jonctions en forme de X ou de T. Un schéma de ce type de piège est représenté dans la figure 1.4. Ce piège est à géométrie dite "cinq fils", ce qui signifie que les électrodes définissent 5 zones selon le plan perpendiculaire à l'axe du piège, à savoir : la zone centrale entre les deux électrodes RF, les deux électrodes RF et les deux bords du piège pouvant comporter de nombreuses électrodes.

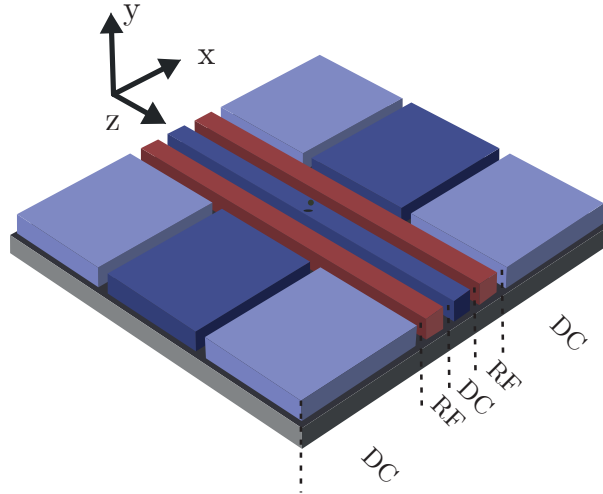


FIGURE 1.4 – Schéma d'un piège de Paul linéaire surfacique en géométrie cinq fils, les cinq zones sont indiquées par la délimitation en pointillé. En rouge, on peut reconnaître les électrodes sur lesquelles sont appliquées les tensions oscillantes. Les électrodes en bleu sont celles où les tensions statiques sont appliquées. Les plus claires sont communément appelées "end-cap" car les tensions qui y sont appliquées ferment le potentiel dans la direction longitudinale z . Les plus foncées, dites de compensation, servent notamment à déplacer l'ion vers le nœud du potentiel radiofréquence dans le plan x - y .

Bien que très intéressants pour la facilité de fabrication, dans les pièges surfacique la profondeur de piégeage, c'est-à-dire la différence de potentiel effectif entre le minimum et le premier maximum du potentiel, pour ce type de piège est généralement plus faible que pour un piège hyperbolique ou quadrupolaire. Le calcul de la profondeur de piégeage dans un piège surfacique sera présenté au chapitre 3 dans la section 3.2.2.

Les deux électrodes RF créent un potentiel confinant au dessus de la surface du piège dans le plan qui leur est perpendiculaire. La figure 1.5 (a) représente le potentiel au dessus de la surface. Grâce aux électrodes à tensions statiques, il est possible de faire pivoter les axes propres du potentiel de piégeage, comme illustré sur la figure 1.5 (b). Ceci est indispensable pour le refroidissement par laser des ions, comme nous le verrons par la suite.

Dynamique d'un ion dans un piège de Paul linéaire surfacique

L'analyse du mouvement d'un ion dans un piège de Paul surfacique qui suit est tirée des références [63] et [64].

Comme nous l'avons vu, le piège de Paul repose sur la combinaison d'un potentiel statique, ϕ_{DC} , et d'un potentiel oscillant à la pulsation Ω_{RF} , ϕ_{RF} . Ainsi, un ion peut être piégé dans le potentiel total :

$$\phi(x, y, z, t) = \phi_{DC}(x, y, z) + \phi_{RF}(x, y, z) \cos(\Omega_{RF}t) \quad (1.37)$$

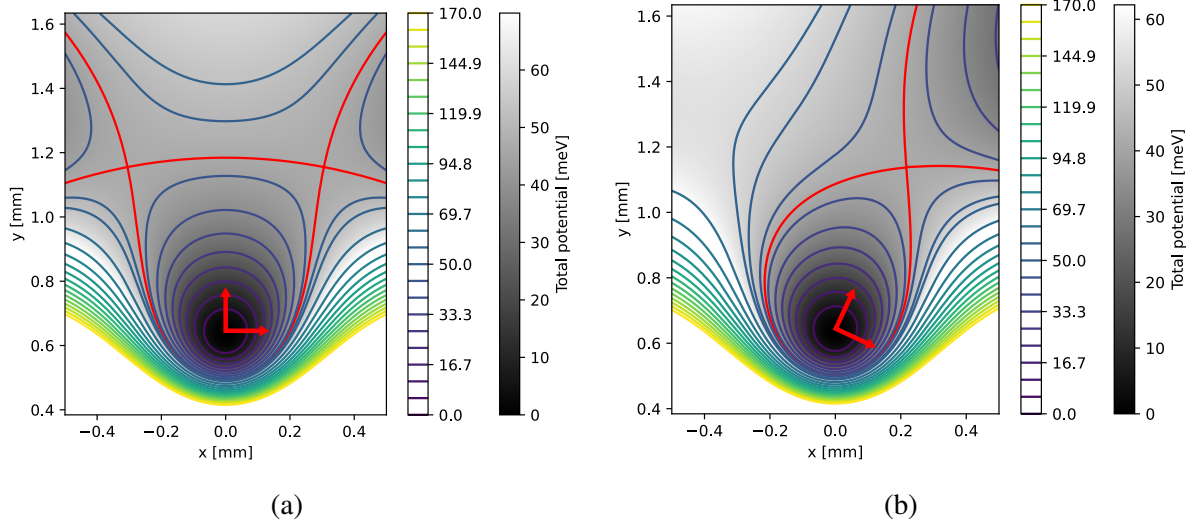


FIGURE 1.5 – Section du potentiel total (RF et DC) de piégeage dans le plan radial du piège de Paul surfacique utilisé dans cette thèse. Le pseudo-potential est crée par les électrodes RF. Les axes propres du potentiel total sont alignés avec les axes x et y du piège sur le graphique (a) et sont pivotés par le potentiel DC sur le graphique (b).

En supposant que les minima du potentiel DC et du pseudo-potential RF coïncident, on peut approximer cette équation par un développement limité au second ordre du potentiel total autour de son minimum :

$$\phi(x, y, z, t) = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \left(\frac{\partial^2 \phi_{DC}}{\partial x_i \partial x_j} \right) x_i x_j, + \frac{1}{2} \cos(\Omega_{RF} t) \sum_{i,j} \left(\frac{\partial^2 \phi_{RF}}{\partial x_i \partial x_j} \right) x_i x_j, \quad (1.38)$$

où x_i et x_j sont les déplacements de l'ion par rapport au minimum du potentiel dans les trois directions de l'espace, avec $x_i, x_j \in \{x, y, z\}$.

Les équations du mouvement pour une particule chargée de masse m et de charge Ze dans ce potentiel s'écrivent :

$$m \frac{d^2 x_i}{dt^2} = -Ze \sum_{i,j} \left[\left(\frac{\partial^2 \phi_{DC}}{\partial x_i \partial x_j} \right) + \left(\frac{\partial^2 \phi_{RF}}{\partial x_i \partial x_j} \right) \cos(\Omega_{RF} t) \right] x_j. \quad (1.39)$$

Cette équation peut être réécrite sous la forme vectorielle de l'équation de Mathieu généralisée :

$$\frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} + [\mathbf{A} + 2\mathbf{Q} \cos(2\tau)] \mathbf{x} = 0, \quad (1.40)$$

où $\tau = \Omega_{RF} t / 2$ comme précédemment, \mathbf{A} et \mathbf{Q} sont cette fois des matrices dont les éléments sont :

$$\mathbf{A}_{ij} = \frac{4Ze}{m\Omega_{RF}^2} \left(\frac{\partial^2 \phi_{DC}}{\partial x_i \partial x_j} \right), \quad \mathbf{Q}_{ij} = \frac{2Ze}{m\Omega_{RF}^2} \left(\frac{\partial^2 \phi_{RF}}{\partial x_i \partial x_j} \right). \quad (1.41)$$

\mathbf{A} est appelée la matrice de raideur et \mathbf{Q} la matrice d'excitation. Ces matrices sont symétriques et l'équation de Laplace appliqué au potentiel RF et au potentiel DC impose que la somme des termes diagonaux, soit la trace des deux matrices, est nulle. Si \mathbf{A} et \mathbf{Q} commutent alors elles sont simultanément diagonalisables et il existe une base commune dans laquelle les équations du mouvement sont séparables en équations de Mathieu unidimensionnelles indépendantes. Dans

ce cas, on retrouve un diagramme de stabilité similaire au cas des pièges de Paul symétriques [65] et [66]. Les vecteurs propres communs à \mathbf{A} et \mathbf{Q} sont alors appelés axes principaux du piège. Ces axes principaux n'existent pas toujours. Par exemple lorsque \mathbf{A} et \mathbf{Q} ne commutent pas, autrement dit, qu'il n'existe pas de base commune dans laquelle les matrices sont diagonalisables, les axes propres de \mathbf{A} et \mathbf{Q} sont différents. Dans certains de ces cas [64] lorsque les électrodes RF sont considérées "longues" et que ces électrodes sont symétriques en forme et en tensions par rapport à l'axe $z = 0$, il est possible de découpler le mouvement de l'axe longitudinal z du plan radial $x - y$. Ainsi, on décrit le mouvement de l'ion avec une équation de Mathieu selon l'axe z et des équations de Mathieu couplées dans le plan $x - y$ sous la forme de matrices 2×2 . Considérant que \mathbf{A} et \mathbf{Q} sont de trace nulle et symétriques, les matrices 2×2 de \mathbf{A} et \mathbf{Q} sont diagonalisables par une rotation appropriée de leurs bases respectives. Considérant également que $A_{zz} > 0$ car l'axe longitudinal est piégeant et en considérant l'absence de confinement RF selon cet axe, soit $Q_{zz} = 0$, elles peuvent s'écrire :

$$\mathbf{A} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\alpha \end{pmatrix} \quad (1.42)$$

dans la base propre de \mathbf{A} . La trace de \mathbf{A} étant négative, on a : $a > 0$ et $\alpha > 1$ ou $a < 0$ et $\alpha < 1$. Et :

$$\mathbf{Q} = q \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.43)$$

dans la base propre de \mathbf{Q} . Les bases propres de \mathbf{A} et \mathbf{Q} sont reliées par une rotation d'angle θ :

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (1.44)$$

où \mathbf{R} est la matrice de rotation permettant de passer de la base de \mathbf{A} à \mathbf{Q} . Ainsi \mathbf{Q} s'écrit dans la base principale de \mathbf{A} :

$$\mathbf{Q}_A = q \begin{pmatrix} \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \\ \sin(2\theta) & -\cos(2\theta) \end{pmatrix} \quad (1.45)$$

Les équations de Mathieu couplées du plan radial s'écrivent ainsi :

$$\ddot{x} + ax + 2q(\cos(2\theta)x + \sin(2\theta)y)\cos(2\tau) = 0 \quad (1.46)$$

$$\ddot{y} + \alpha y + 2q(\sin(2\theta)x - \cos(2\theta)y)\cos(2\tau) = 0 \quad (1.47)$$

Pour un jeu de paramètres donné α et θ , ce qui correspond à une géométrie d'électrodes et un ratio de tensions DC donnés, il est possible de tracer les diagrammes de stabilité $a - q$ correspondants. Faire varier a revient, pour des ratios de tensions DC fixes, à faire varier l'échelle globale des tensions DC, tandis que faire varier q correspond à faire varier l'échelle géométrique globale des électrodes RF. Pour plus de détails, vous pouvez vous référer à l'article [64].

Dans cette partie, nous allons nous intéresser à la forme des solutions de l'équation de Mathieu généralisée [67]. On peut réécrire le système d'équations (1.40) comme un système d'équations du premier ordre, ce qui le rend plus facile à intégrer numériquement. En définissant le vecteur \mathbf{u} comme $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \mathbf{r} \\ \dot{\mathbf{r}} \end{pmatrix}$, où $\dot{\mathbf{r}}$ est la vitesse de l'ion, égale à $\frac{d\mathbf{r}}{d\tau}$, l'équation de Mathieu généralisée peut être exprimée sous une forme équivalente :

$$\dot{\mathbf{u}} = F(\tau)\mathbf{u} \quad (1.48)$$

avec :

$$F(\tau) = \begin{pmatrix} 0 & I \\ A + 2Q_A \cos(2\tau) & 0 \end{pmatrix} \quad (1.49)$$

où I et 0 sont respectivement la matrice identité et la matrice nulle, toutes deux de dimensions 3×3 . Étant donné que $F(\tau)$ est de période π ($F(\tau + \pi) = F(\tau)$), cette équation admet des solutions de la forme :

$$\mathbf{u}_i(\tau) = \exp(\mu_i \tau) \mathbf{b}_i(\tau) \quad (1.50)$$

où $i \in [1, 6]$ et avec $b_i(\tau)$ périodique de période π . Une solution générale correspond à la somme de ces solutions particulières :

$$\mathbf{u}(\tau) = \sum_i \mathbf{u}_i(\tau) \quad (1.51)$$

Notons que $\mathbf{b}_i(\tau)$ est périodique avec une période de π . Pour déterminer les exposants μ_i , il faut intégrer numériquement l'équation :

$$\dot{U}(\tau) = F(\tau)U(\tau) \quad (1.52)$$

En considérant comme condition initiale $U(0) = \mathbf{I}$, on détermine $U(\pi)$. Les valeurs propres λ_i de $U(\pi)$ permettent de déterminer les exposants $\mu_i = \ln(\lambda_i)/\pi$, avec μ_i un nombre complexe. Les six valeurs μ_i obtenues forment trois couples $l \in [1, 3]$ de valeurs opposées. Ainsi, il y a stabilité de l'ion lorsque la partie réelle de μ_i est nulle, car sinon l'un des éléments d'une paire exprimera une solution $u_i(\tau)$ divergente lorsque $\tau \rightarrow \infty$.

Or pour un piège de Paul surfacique il est possible de définir des zones de stabilité comme pour les autres types de piège de Paul. Dans la suite cependant on s'intéressera aux matrices de stabilités \mathbf{A} et \mathbf{Q} sans nécessairement extraire les paramètres a , q , α et θ .

1.2 Refroidissement des ions

Le piégeage permet de confiner un ion ou un ensemble d'ions dans une région déterminée de l'espace. Mais la vitesse des ions peut être considérable, de l'ordre de 550m/s pour le strontium, soit 1500K : pour les manipuler plus facilement il faut donc les ralentir.

1.2.1 Refroidissement Doppler

Exploitant l'interaction lumière-matière, il est possible d'affecter la dynamique des atomes [68]. Différentes techniques exploitant cette interaction ont vu le jour au cours du dernier quart du XXème siècle. Parmi elles : le refroidissement Doppler [69, 70], le refroidissement Sisyphe [71, 72], le refroidissement Raman libre (free space Raman cooling) [73] ou par bandes latérales [74], etc. La première de ces techniques à avoir été utilisée est le refroidissement Doppler. Son principe a été proposé en 1975 indépendamment par T.W. Hänsch et A. L. Schawlow [69] pour les atomes neutres et par D.J. Wineland et H.G. Dehmelt [70] pour les ions atomiques. Une différence importante entre ces deux cas est que, pour les atomes neutres, il est nécessaire d'utiliser plusieurs faisceaux laser pour refroidir les atomes, alors que dans le cas des ions, un seul faisceau suffit, les ions étant déjà confinés par le piégeage électromagnétique.

Principe du refroidissement Doppler

Cette technique repose sur l'échange d'impulsion entre les photons d'un laser et un atome ou un ion atomique. En considérant un atome immobile possédant une transition atomique entre deux états, fondamental $|g\rangle$ et excité $|e\rangle$ à une fréquence $\omega_{eg}/2\pi$ d'une largeur naturelle Γ , et soumis à un champ électromagnétique oscillant à une pulsation ω_L , la probabilité d'absorption d'un quantum de ce champ par l'atome dépend de la pulsation de l'onde et est maximale

lorsque l'onde est en résonance avec la transition de l'atome, c'est-à-dire pour $\omega_L = \omega_{eg}$. Lors de l'absorption d'un quantum, i.e. un photon, l'impulsion $\hbar\mathbf{k}_L$ de ce photon est transmise à l'atome, où $\|\mathbf{k}_L\| = \omega_L/c$ est la norme du vecteur d'onde \mathbf{k}_L du laser.

Si l'on considère maintenant que l'atome est en mouvement dans la direction de propagation de l'onde, alors lorsque l'atome est co-propageant avec le laser, l'impulsion reçue accélère l'atome. Inversement, si l'atome est contra-propageant, l'absorption du photon le décélère. Ainsi, en augmentant la probabilité d'absorption d'un atome contra-propageant par rapport au cas co-propageant, il est possible de ralentir l'atome. En tirant parti de l'effet Doppler, il est possible de favoriser la décélération. En effet, la fréquence de l'onde perçue par l'atome dépend de sa vitesse : lorsque l'atome est contra-propageant, la fréquence de l'onde lui apparaît augmentée, et inversement. Ainsi, en diminuant la fréquence de l'onde par rapport à la fréquence de la transition atomique, ce qui correspond à un désaccord $\delta_L = \omega_L - \omega_{eg}$ négatif, un atome ayant une vitesse contra-propageante au vecteur d'onde du laser voit une fréquence plus proche de la transition qu'un atome avec une vitesse co-propageante. L'atome contra-propageant absorbe donc davantage de photons, sa vitesse et donc son énergie cinétique s'en trouvent diminuées.

Une fois le photon absorbé par l'atome, celui-ci se trouve dans l'état excité. Il y a alors deux possibilités : soit l'atome se désexcite par émission stimulée, émettant ainsi un photon avec la même impulsion que le laser et reculant d'une quantité égale, ce qui annule la décélération due à l'absorption ; soit il se désexcite par émission spontanée, auquel cas le recul dû à l'émission est en moyenne, sur de nombreux cycles, isotrope et son effet moyen sur la vitesse est nul. En revanche, l'émission spontanée, de façon analogue à une marche aléatoire, conduit à une variation de l'impulsion quadratique moyenne non nulle et contribue à l'étalement dans l'espace des impulsions (variance non nulle) de la fonction d'onde des atomes. Cette compétition entre l'absorption et l'émission spontanée conduit à un équilibre thermique qui constitue une limite au refroidissement. La température minimale accessible en régime stationnaire est appelée température limite Doppler T_D , et sera déterminée dans la suite (voir l'équation 1.86).

L'efficacité du refroidissement Doppler repose sur le nombre de cycles d'absorption-émission. Pour que temps de refroidissement soit suffisamment court, il faut un grand nombre de ces cycles, donc que le temps de vie du niveau excité, $\tau = 1/\Gamma$, soit très court. De plus, le cycle d'absorption/émission doit être fermé, c'est-à-dire que l'atome doit pouvoir retourner à son état initial. Sinon la désexcitation conduit au peuplement des niveaux accessibles non couplés par des lasers au reste du système (états excité et fondamental considérés) comme par exemple des états métastables d'où la nécessité de repomper ces niveaux.

La plupart des ions piégés et refroidis par laser sont des alcalino-terreux tels que le Be^+ , le Mg^+ , le Ca^+ , le Sr^+ , et le Ba^+ . Leurs structures électroniques relativement simples, avec un électron sur la couche externe, ont toutes une transition appropriée pour le refroidissement laser. Pour ces ions, la transition utilisée est généralement une transition de type $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ sauf le béryllium pour lequel le niveau excité est le niveau $P_{3/2}$.

Système à deux niveaux

Dans cette partie, inspiré par la thèse de Mathieu Marciantie [75], nous allons aborder le cas simple d'un système à deux niveaux dans l'approximation semi-classique. Cette approche consiste à appliquer un traitement quantique à l'atome tandis que l'onde électromagnétique est traitée classiquement [76, 77].

On considère le système décrit plus haut et dont le schéma des niveaux est représenté sur la figure 1.6.

On néglige le champ magnétique de l'onde car ces effets sont inférieurs à ceux du champ

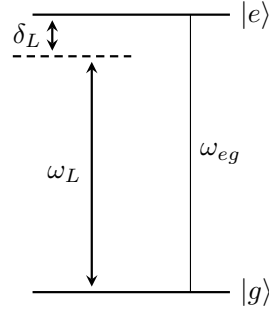


FIGURE 1.6 – Schéma du système à deux niveaux considéré. Le laser de refroidissement a une fréquence $\omega_L/2\pi$, qui est désaccordée de δ_L par rapport à la fréquence de transition atomique $\omega_{eg}/2\pi$.

électrique. En considérant que la longueur d'onde du laser, comprise entre $0.1 \mu\text{m}$ et $1 \mu\text{m}$, est bien supérieure au rayon caractéristique de l'atome, de l'ordre de l'Ångström, on se place dans l'approximation dipolaire autrement appelé l'approximation des grandes ondes, qui considère que le champ électrique est homogène sur l'étendue de l'atome. On considère ainsi une onde électromagnétique monochromatique plane de la forme :

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 \cos(\omega_L t) \quad (1.53)$$

On considère tout d'abord l'atome immobile à l'origine. Le hamiltonien du système atome + champ s'écrit :

$$H = H_0 + H_{int} \quad (1.54)$$

avec H_0 le hamiltonien de l'atome libre et dont les vecteurs propres sont les deux états de l'atome,

$$H_0 |g\rangle = E_g |g\rangle \quad (1.55)$$

$$H_0 |e\rangle = E_e |e\rangle \quad (1.56)$$

où les valeurs propres E_e et E_g sont les énergies des niveaux telles que $E_e - E_g = \hbar\omega_{eg}$. Le hamiltonien d'interaction quant à lui prend la forme suivante en se plaçant dans la jauge de Göppert-Mayer [78] :

$$H_{int} = -\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}(t) \quad (1.57)$$

\mathbf{d} est l'opérateur de moment dipolaire électrique et vaut ici $\mathbf{d} = -e\mathbf{r}$ où e est la charge absolue de l'électron et l'opérateur \mathbf{r} représente sa position au sein de l'atome. On définit la pulsation de Rabi par :

$$\Omega_R = -\frac{\langle e | \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_0 | g \rangle}{\hbar} \quad (1.58)$$

$$= -\frac{q \|\mathbf{E}_0\|}{\hbar} \langle e | d | g \rangle \quad (1.59)$$

$d = \epsilon \cdot \mathbf{d}$ est la composante du moment dipolaire colinéaire à la polarisation, ϵ , de l'onde incidente. La pulsation de Rabi caractérise l'intensité du couplage entre l'atome et le champ. On introduit la matrice densité de l'atome dans la base de ses états propres $\{|e\rangle, |g\rangle\}$ où ρ_{ee} et ρ_{gg} représentent la population des états $|e\rangle$ et $|g\rangle$ donnant leur probabilité d'occupation :

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{ee} & \rho_{eg} \\ \rho_{ge} & \rho_{gg} \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad \rho_{ee} + \rho_{gg} = 1. \quad (1.60)$$

ρ_{eg} et ρ_{ge} sont les termes de cohérence et contiennent la phase relative des états. L'évolution de la matrice densité est donnée par l'équation de Lindblad [79] :

$$i\hbar\dot{\rho} = [H, \rho] + \mathcal{L}_{st} \quad (1.61)$$

$$\mathcal{L}_{st} = -i\hbar\Gamma \begin{pmatrix} \rho_{ee} & \rho_{eg}/2 \\ \rho_{ge}/2 & -\rho_{gg} \end{pmatrix}. \quad (1.62)$$

L'émission spontanée est prise en compte par le terme non-hermitien \mathcal{L}_{st} qui est l'opérateur de Lindblad. Γ est la largeur naturelle de la transition atomique.

Pour résoudre l'équation, il faut effectuer une approximation supplémentaire, à savoir l'approximation du champ tournant. Cette approximation consiste à négliger, lorsque l'on passe en représentation d'interaction, les termes en $\exp(i(\omega_L + \omega_{eg})t)$ devant les termes en $\exp(i(\omega_L - \omega_{eg})t)$. Cela consiste à considérer $|\delta_L| = |\omega_L - \omega_{eg}| \ll \omega_L + \omega_{eg}$ soit $\delta_L/\omega_{eg} \ll 2$ où δ_L est le désaccord du laser par rapport à la transition atomique. Dans notre cas, les désaccords utilisés sont de l'ordre d'un à quelques Γ et la largeur naturelle de l'ion strontium est de $2\pi \times 21.54\text{MHz}$ soit $\delta_L/\omega_{eg} \approx 5 \times 10^{-9}$. Cette approximation est donc largement satisfaite dans notre cas.

On obtient alors un système d'équations différentielles couplées du premier ordre, communément appelé équations de Bloch optiques (OBE). La résolution de ces équations est généralement complexe et nécessite souvent l'utilisation d'une résolution numérique. Néanmoins, il est possible d'obtenir une forme analytique dans le cas du régime stationnaire. Ainsi, la population dans l'état excité de l'ion immobile est donnée par les solutions stationnaires des équations de Bloch optiques :

$$\rho_{ee}^{st} = \frac{1}{2} \frac{\Omega_R^2/2}{(\omega_L - \omega_{eg})^2 + \Omega_R^2/2 + \Gamma^2/4} \quad (1.63)$$

La population dans l'état excité croît d'abord quadratiquement avec Ω_R , puis tend vers une valeur limite de $\frac{1}{2}$ lorsque Ω_R tend vers l'infini. L'intensité laser par laquelle la population dans l'état excité atteint la moitié de la population maximale est appelé intensité de saturation et vaut :

$$I_{sat} = \Gamma \frac{\pi}{3} \frac{\hbar c}{\lambda^3}. \quad (1.64)$$

Une forte intensité laser, $I \gg I_{sat}$, égalise les populations des deux niveaux de l'atome. On dit alors que la transition est saturée. Pour rendre compte de ce phénomène, il est possible de réécrire l'équation précédente sous la forme :

$$\rho_{ee}^{st} = \frac{1}{2} \frac{s}{1+s} \quad (1.65)$$

où s est appelé paramètre de saturation et est défini comme suit :

$$s = \frac{\Omega_R^2/2}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4} \quad (1.66)$$

où $\delta_L = \omega_L - \omega_{eg}$ est le désaccord du laser par rapport à la transition.

Pour un ion en mouvement à la vitesse \mathbf{v} , l'effet Doppler produit un désaccord supplémentaire. La conservation de l'énergie ainsi que la conservation de l'impulsion lors de l'absorption par l'atome d'un photon à résonance permet de mettre en lumière ce désaccord :

$$\hbar(\omega_L - \omega_0) = \hbar\mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v} + \frac{\hbar^2 k_L^2}{2m}, \quad (1.67)$$

le membre de gauche correspond à l'énergie du désaccord du laser par rapport à la transition atomique et le membre de droite correspond au désaccord Doppler induit par le mouvement de l'ion ainsi que l'énergie de recul du à l'absorption du photon. Au premier ordre ce désaccord supplémentaire du laser vaut $\mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v}$. La population dans l'état excité devient alors :

$$\rho_{ee}^{st} = \frac{1}{2} \frac{\Omega_R^2/2}{(\delta_L - \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v})^2 + \Omega_R^2/2 + \Gamma^2/4} \quad (1.68)$$

Cette équation est valable tant que la variation de vitesse associée à la dynamique externe (le recul de l'atome) n'affecte pas de façon significative la dynamique interne de l'atome (son désaccord global avec la fréquence laser). Autrement dit, l'énergie cinétique de recul associée à la transition doit rester très inférieure à l'énergie nécessaire pour déplacer la fréquence perçue par l'atome en dehors de la largeur naturelle de la raie :

$$\frac{\hbar^2 k_L^2}{2m} \ll \hbar\Gamma \quad \text{ici} \quad \frac{\hbar k_L^2}{2m\Gamma} \approx 5 \times 10^{-3} \ll 1. \quad (1.69)$$

Cette condition de validité est de fait appelée condition de raie large.

Le nombre moyen de photons absorbés par unité de temps par l'atome en régime stationnaire est :

$$\left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle_{st} = \Gamma \rho_{ee}^{st}. \quad (1.70)$$

Chaque photon absorbé transmet son impulsion $\hbar k_L$ à l'atome. Si l'atome retourne dans son état fondamental par émission stimulée, il restitue exactement le photon absorbé ; l'atome retourne donc à son impulsion initiale. Dans le cas où l'atome retourne dans son état fondamental par émission spontanée, la perte d'impulsion est en moyenne nulle car l'émission spontanée est isotrope. La force dissipative moyenne qui en résulte s'écrit :

$$\mathbf{F}_{dissip} = \left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle_{st} \hbar \mathbf{k}_L \quad (1.71)$$

$$= \hbar \mathbf{k}_L \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega_R^2/2}{(\delta_L - \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v})^2 + \Omega_R^2/2 + \Gamma^2/4}. \quad (1.72)$$

Nous allons maintenant nous intéresser à la dynamique en température du refroidissement Doppler dans l'approximation de faible intensité $\Omega_R \ll \Gamma/\sqrt{2}$ et avec un désaccord Doppler tel que $|k_L v| \ll \Gamma$ et $|k_L v| \ll |\delta_L|$. Dans ce cas la force dissipative peut s'écrire sous la forme :

$$F_{dissip} \approx \hbar \mathbf{k}_L \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega_R^2/2}{(\delta_L^2 + \Gamma^2/4)^2} (1 - 2\mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v} \delta_L) \quad (1.73)$$

On voit apparaître deux termes, le premier correspond à une pression de radiation et le second correspond à une force de friction. Dans la mesure où la pression de radiation ne fait que déplacer la position de piégeage de l'ion (dans le cas d'un atome, il faudrait un autre laser contra-propageant pour compenser ce terme et créer une mélasse optique), on peut oublier ce terme pour la suite de l'analyse. Il reste donc la force de dissipation :

$$F_{dissip} = -\hbar \mathbf{k}_L \Gamma \frac{\Omega_R^2/2}{(\delta_L^2 + \Gamma^2/4)^2} \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v} \delta_L \quad (1.74)$$

$$= -\hbar \delta_L k_L^2 \Gamma \frac{\Omega_R^2/2}{(\delta_L^2 + \Gamma^2/4)^2} v_{||} \quad (1.75)$$

$$= -\alpha_L v_{||}. \quad (1.76)$$

v_{\parallel} est la composante de la vitesse parallèle au vecteur d'onde du laser. La force de dissipation sur l'axe du laser prend ainsi la forme d'une force visqueuse. La variation d'énergie cinétique résultant de cette force est donnée par :

$$\left(\frac{dE_c}{dt}\right)_{cool} = \mathbf{F}_{dissip} \cdot \mathbf{v} = -\alpha_L v_{\parallel}^2. \quad (1.77)$$

Comme nous l'avons vu, l'émission spontanée a un effet moyen nul sur l'impulsion. Cependant, son effet sur la variance n'est pas nul. En effet $\langle(\Delta p^2)_{sp}\rangle = 2\hbar^2 k_L^2$ sur l'axe du laser par cycle pour un cycle d'absorption-émission (pour un cycle : $\Delta \mathbf{p} = \hbar(\mathbf{k}_L - \mathbf{k}'_L)$ et $\mathbf{k}_L \cdot \mathbf{k}'_L = |\mathbf{k}_L|^2 \cos\theta$). La variation d'énergie cinétique due à l'émission spontanée vaut donc, dans les mêmes approximations que précédemment :

$$\left(\frac{dE_c}{dt}\right)_{heat} = \frac{\langle(\Delta p^2)_{sp}\rangle}{2m} \rho_{ee} \quad (1.78)$$

$$= \frac{\hbar^2 k_L^2 \Gamma}{2m} \frac{\Omega_R^2}{2\delta_L^2 + \Gamma^2/4} \quad (1.79)$$

$$= \beta_{heat}. \quad (1.80)$$

La variation d'énergie cinétique totale vaut donc :

$$\left(\frac{dE_c}{dt}\right)_{tot} = \left(\frac{dE_c}{dt}\right)_{cool} + \left(\frac{dE_c}{dt}\right)_{heat} \quad (1.81)$$

$$= -\alpha_L \frac{2E_c}{m} + \beta_{heat} \quad (1.82)$$

Ce qui est équivalent dans une représentation en température à une dimension à ($T = 2E_c/k_B$, k_B étant la constante de Boltzmann) :

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{2\alpha_L}{m} T + \frac{2\beta_{heat}}{k_B} \quad (1.83)$$

Cette équation différentielle conduit, pour un atome initialement à la température T_i , à la dynamique suivante :

$$T = T_i e^{-\frac{2\alpha_L}{m} t} + T_{st} \left[1 - e^{-\frac{2\alpha_L}{m} t}\right] \quad (1.84)$$

avec :

$$T_{st} = \frac{m\beta_{heat}}{k_B\alpha_L} = -\frac{\hbar}{2k_B\delta_L} \left[\frac{\Gamma^2}{4} + \delta_L^2\right]. \quad (1.85)$$

On peut voir que la température décroît exponentiellement avant d'atteindre une température limite en régime stationnaire, notée T_{st} . La température minimale qu'il est possible d'atteindre avec le refroidissement Doppler est obtenu pour un désaccord $\delta_L = -\frac{\Gamma}{2}$ et vaut :

$$T_D = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B}. \quad (1.86)$$

Cette température vaut 0.5mK dans le cas du strontium ionique et 0.47mK pour le béryllium ionique. Un article de Wübbena *et al.* [80] traite plus généralement de la limite Doppler en fonction du désaccord et de l'intensité du faisceau de refroidissement.

Système à trois niveaux en Λ

Pour la plupart des espèces que l'on cherche à refroidir, il existe des niveaux intermédiaires dans lesquels un ion dans l'état excité peut se désexciter. Il est alors nécessaire de coupler ces niveaux au niveau excité $P_{1/2}$ pour maintenir des cycles de fluorescence fermés. Dans cette partie, nous allons aborder dans les grandes lignes le cas le plus simple, à savoir le système à trois niveaux dont le troisième niveau est un état métastable, ce qui est le cas pour la plupart des ions alcalino-terreux (sauf pour les ions Be^+ et Mg^+ car il n'y a pas d'état 2D entre les niveaux S et P).

Dans les expériences, ce niveau métastable est généralement couplé au niveau excité par un laser à la fréquence $\omega_r/2\pi$. Ce type de repompage est qualifié de cohérent car deux laser adressent le même niveau et cela peut conduire à des interférences. En raison de la forme des couplages du schéma de niveau on parle de système en Λ .

La figure 1.7 représente ce système à trois niveaux ainsi que les couplages entre les niveaux utilisés pour le refroidissement. La population dans l'état excité en régime stationnaire est [81] :

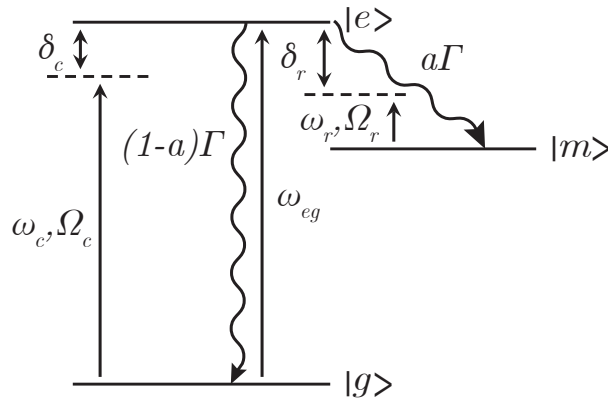


FIGURE 1.7 – Schéma du système à trois niveaux avec un repompage en configuration Λ . La fréquence du laser de refroidissement $\omega_c/2\pi$ est désaccordée de δ_c par rapport à la fréquence de transition atomique $\omega_{eg}/2\pi$. La fréquence du laser de repompage $\omega_r/2\pi$ est désaccordée de δ_r par rapport à la fréquence de transition atomique $\omega_{em}/2\pi$. Le paramètre a est la probabilité de branchement dans le niveau métastable c'est-à-dire la probabilité de désexcitation dans le niveau métastable $|m\rangle$

$$\rho_{ee}^{st} = \frac{1}{4a \frac{\delta_r^2}{\Omega_r^2} + a \frac{I^2}{\Omega_r^2} + 3 + (1-a) \frac{(4\delta_c^2 + I^2)}{\Omega_c^2}}. \quad (1.87)$$

Lorsque l'on considère le repompage à résonance, soit $\delta_r = 0$, et une forte intensité du laser de repompage, soit Ω_r tend vers l'infini (en faisant abstraction de l'effet Stark), et en supposant également que $\delta_c \ll \Gamma$, on obtient la limite de population maximale du niveau excité en régime stationnaire pour un système à trois niveaux :

$$(\rho_{ee}^{st})_{3-level}^{max} = \frac{1}{3 + (1-a) \frac{I^2}{\Omega_c^2}} \quad (1.88)$$

On peut comparer cette limite avec celle dans le cas du système à deux niveaux à résonance en

partant de l'expression (1.63) :

$$(\rho_{ee}^{st})_{2-level}^{max} = \frac{1}{2 + \frac{\Gamma^2}{\Omega_R^2}} \quad (1.89)$$

En considérant la même transition $|e\rangle \rightarrow |g\rangle$, le facteur Γ^2 dans le cas à deux niveaux est assimilable à $(1 - a)\Gamma^2$ dans le cas à trois niveaux en configuration Λ et Ω_{eg} est Ω_R pour deux niveaux et Ω_c pour trois niveaux. On voit que la configuration à trois niveaux entraîne une diminution de la population dans le niveau excité et par conséquent, du niveau de fluorescence. La population maximale du niveau excité $|e\rangle$ est ainsi d'un tiers contre un demi dans un système à deux niveaux.

Dans un système à trois niveaux en configuration Λ , lorsque les désaccords des lasers en jeu sont égaux, on parle de condition de résonance à deux photons. Dans cette situation, il existe une combinaison linéaire composée de l'état fondamental et de l'état métastable ($|g\rangle$ et $|m\rangle$) qui n'est pas couplée à la lumière. L'ion peut alors se désexciter dans cet état et y rester piégé. Cet effet est appelé Piégeage Cohérent de Population (Coherent Population Trapping) [82, 83] ou résonance noire car l'ion ne fluoresce plus. Dans ces configurations, l'ion cesse d'émettre des photons, ce qui entraîne une baisse de la fluorescence.

Repompage incohérent assimilable à un système à trois niveaux

Pour éviter ce phénomène de résonance noire ainsi que l'effet Stark et l'impact de fluctuation d'intensité du laser adressant la transition $D_{3/2} \longleftrightarrow P_{1/2}$, lors de la réalisation d'un spectre de fluorescence par exemple, on peut considérer une autre technique dite de repompage incohérent [84, 85]. On repompe le niveau $D_{3/2}$ vers le niveau $P_{3/2}$, qui peut se désexciter soit dans le niveau fondamental, soit dans l'un des niveaux métastables $D_{3/2}$ ou $D_{5/2}$. Pour fermer le cycle de fluorescence, un repompage du niveau $D_{5/2}$ vers le niveau $P_{3/2}$ est nécessaire. Un schéma de ce mode de repompage est présenté sur la figure 1.8a.

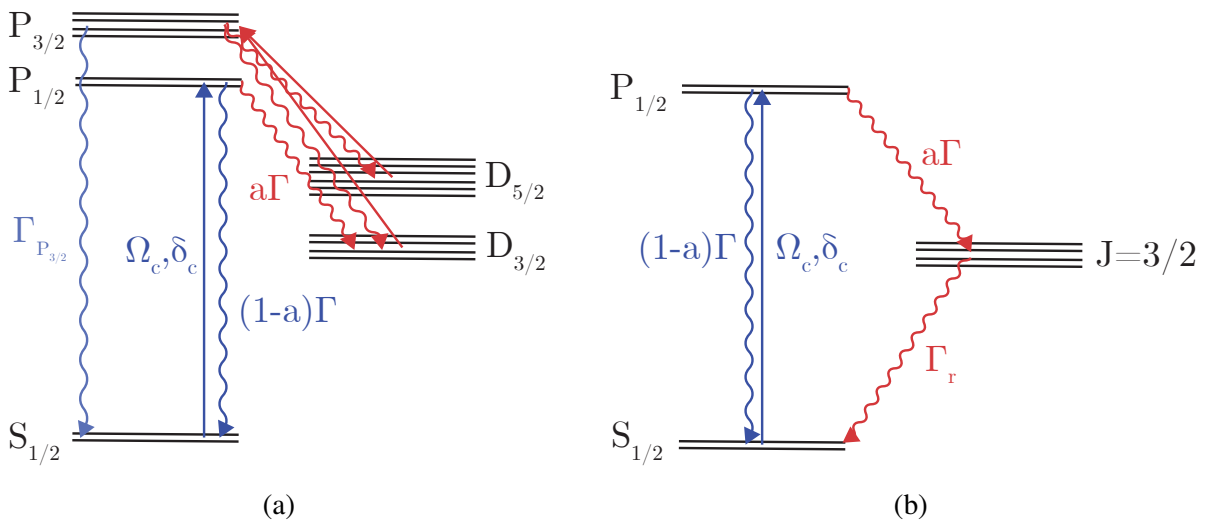


FIGURE 1.8 – Schéma de repompage incohérent des niveaux métastables de l'ion $^{88}\text{Sr}^+$. (a) Le piégeage de population dans le niveau métastable $D_{3/2}$ est évité par l'excitation des transitions $D_{3/2} \rightarrow P_{3/2}$ et $D_{5/2} \rightarrow P_{3/2}$. (b) Schéma de niveaux simplifié dans lequel les niveaux $D_{3/2}$, $D_{5/2}$ et $P_{3/2}$ sont assimilés à un niveau $J = 3/2$ fictif qui est peuplé avec un taux $a\Gamma$ et se désexcite vers le niveau fondamental avec un taux effectif Γ_r . Les sous niveaux Zeeman des différents états ont été aussi représentés.

Comme montré dans la thèse de Vincent Tugayé [86] et représenté sur la figure 1.8b, on peut assimiler les niveaux $P_{3/2}$, $D_{3/2}$ et $D_{5/2}$ à un niveau fictif de nombre quantique $J = 3/2$ qui se désexcite dans le niveau fondamental avec un taux effectif Γ_r dont l'expression est :

$$\Gamma_r = \frac{\rho_{P_{3/2}}}{\rho_{P_{3/2}} + \rho_{D_{3/2}} + \rho_{D_{5/2}}} \Gamma_{P_{3/2}} \quad (1.90)$$

où ρ_i est la population associée au niveau i . La population dans l'état excité est alors :

$$\rho_{ee}^{st} = \frac{\Omega_R^2/2}{(\delta_L - \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v})^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega_R^2}{2} \left(2 + \frac{a\Gamma}{\Gamma_r}\right)} \quad (1.91)$$

Le paramètre Γ_r peut être déterminé expérimentalement en mesurant le taux de diffusion en fonction de l'intensité du laser de refroidissement. La population du niveau excité $P_{1/2}$ à saturation étant :

$$(\rho_{P_{1/2}})_{sat} = \frac{1}{2 + \frac{a\Gamma}{\Gamma_r}} \quad (1.92)$$

Lorsque ce taux effectif est très grand devant le taux de désexcitation dans le niveau $D_{3/2}$, $\frac{a\Gamma}{\Gamma_r} \ll 1$ on peut considérer que le système se comporte comme un système à deux niveaux.

1.2.2 Refroidissement sympathique

Malgré la grande efficacité du refroidissement par laser, ces techniques ne sont applicables que pour un nombre très restreint d'espèces. En effet, un refroidissement laser efficace implique la disponibilité de transitions cyclantes avec des durées de vie de l'ordre de quelques nanosecondes, ce qui limite le nombre de candidats.

Le refroidissement sympathique consiste à refroidir une espèce (S), sans l'adresser optiquement, grâce à son interaction coulombienne à une autre espèce (L) refroidie par laser. Cette méthode de refroidissement indirect permet de refroidir des espèces qui ne peuvent pas être refroidies par laser, ou bien permet de s'affranchir des effets perturbatifs sur les niveaux dus au refroidissement laser et permet notamment d'améliorer la précision des expériences de spectroscopie.

Ce type de refroidissement présente une dynamique complexe qui dépend de plusieurs paramètres, dont le nombre d'ions de chaque espèce, la température de la cible (et celle du projectile), les paramètres de piégeage, mais également le rapport charge sur masse entre les deux espèces. Anticiper la dynamique du refroidissement est donc difficile. Cependant il est possible d'expliquer les grandes tendances observées expérimentalement par des modèles simplifiés. Par exemple, le refroidissement sympathique est plus efficace lorsque le rapport de masse m_L/m_S est inférieur ou de l'ordre de 1, soit lorsque l'espèce refroidie par laser est plus légère que l'autre. Pour le comprendre, on peut considérer le cas simpliste de la collision frontale de deux objets durs.

La conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie, lors d'un choc entre les particules 1 et 2 de vitesse initiale v_1 et v_2 dans l'axe de la collision, de masse m_1 et m_2 permet de calculer les vitesses v'_1 et v'_2 après le choc :

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \quad (1.93)$$

$$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 \quad (1.94)$$

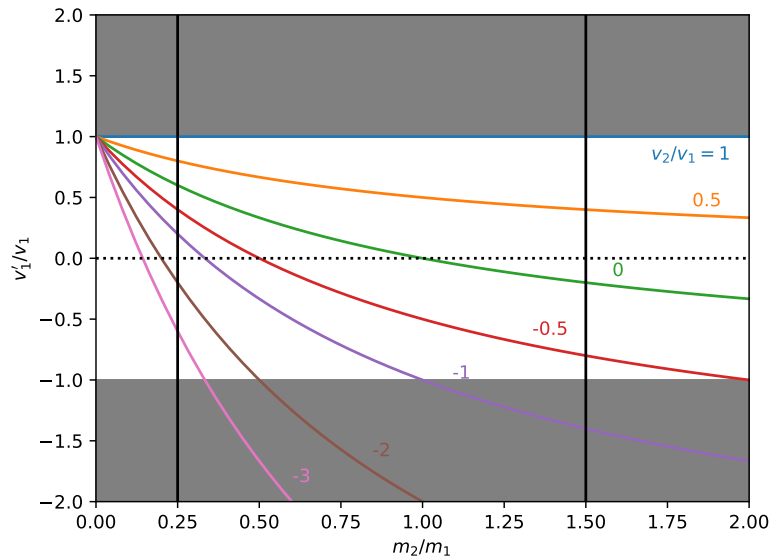


FIGURE 1.9 – Rapport entre la vitesse après et avant le choc de la particule 1 en fonction du rapport de masse m_2/m_1 pour le cas où la vitesse initiale de la particule 2 est nulle. L'échange d'énergie est maximum pour des masses identiques.

La figure 1.9 montre le rapport entre la vitesse après et avant le choc de la particule 1 en fonction du rapport des masses m_2/m_1 pour différents rapports de vitesse v_2/v_1 . La particule incidente est refroidie, i.e. sa vitesse est réduite après la collision, lorsque v'_1/v_1 est compris entre -1 et 1, zone en blanc sur la figure. Il y a deux cas de figure quant au signe de v_2 par rapport à la vitesse de la particule 1, positif ou négatif, illustrés sur le schéma 1.10. Lorsque $v_2/v_1 > 0$, on peut avoir une diminution de la vitesse de la particule 1 après le choc uniquement si $v_2/v_1 < 1$. Quand $v_2/v_1 < 0$, la condition $|v'_1/v_1| < 1$ dépend du rapport de masse des ions. La figure 1.9 montre donc les courbes pour des valeurs du rapport v_2/v_1 comprise entre 1 et -3.

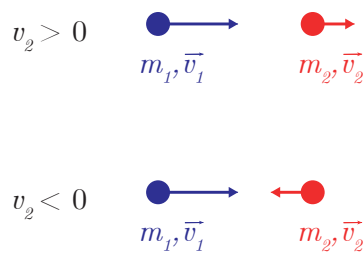


FIGURE 1.10 – Les deux cas quant au signe de la vitesse initiale de la particule 2 par rapport à la particule 1 : copropageant et contrapageant.

Lorsque la vitesse de la particule 2 est initialement prise nulle, $v_2/v_1 = 0$. On constate que le rapport m_2/m_1 qui optimise le transfert d'énergie, soit $v'_1/v_1 = 0$, est de 1. Ce rapport serait donc le rapport optimal pour maximiser l'efficacité de refroidissement. Cependant, il s'agit du cas où la cible est à 0K mais la cible n'atteint jamais cette température.

Sur cette même figure, on peut constater aussi que la gamme de rapport de vitesses initial permettant la capture augmente lorsque le rapport de masse m_2/m_1 diminue, illustré par les barres verticales pour $m_2/m_1 = 0.25$ et $m_2/m_1 = 1.50$. Ce qui tend à montrer que les faibles rapports de masse sont plus favorables au refroidissement. De plus, si on considère le modèle

de gaz parfait, on peut montrer que le taux de collision augmente lorsque la masse des ions de la cible diminue.

Lors de chocs entre particules chargées, la répulsion coulombienne entre en jeu. Ce modèle simple de collision frontale dure ne permet donc pas de représenter les collisions du refroidissement sympathique. Avec la répulsion coulombienne, l'efficacité de transfert d'énergie est moindre mais cela permet d'illustrer les tendances.

Pour deux espèces d'ions ayant une seule unité de charge, il a été montré expérimentalement que le refroidissement sympathique peut se faire dans une gamme de rapport de masse m_L/m_S allant de $9/2 = 4.5$ [87], résultat montré par le groupe de Schiller en 2005 en refroidissant l'ion moléculaire H_2^+ par l'ion $^9Be^+$, à $9/198 = 0.045$ [88], résultat obtenu 1986 pour l'équipe de Wineland en refroidissant l'ion $^{198}Hg^+$ par l'ion $^9Be^+$ et théoriquement jusqu'à 9 [39]. Les modèles théoriques et les simulations montrent qu'il est plus favorable de refroidir une espèce par une autre ayant une masse inférieure que l'inverse. Le cas où la masse de l'ion refroidi par laser est bien supérieure est défavorable au refroidissement. Un modèle théorique du refroidissement sympathique d'ion par des ions en phase gazeuse montre une limite inférieure au refroidissement $m_L/m_S = 15/8 = 1.88$ [89] en dessous de laquelle les ions ne sont pas refroidis, limite également montrée par des simulations de dynamique moléculaire. Cependant, dans d'autres simulations et expériences utilisant des ions en phase cristalline, un refroidissement sympathique allant jusqu'à $m_L/m_S = 4.55$ [87] a été montré.

Une autre chose à prendre en compte dans le cas des pièges de Paul est la raideur du confinement RF qui est inversement proportionnelle à la masse. C'est-à-dire que les ions les plus légers sont plus fortement confinés sur l'axe du piège, entraînant la ségrégation spatiale des espèces de masse différente dans un cristal de Coulomb, comme nous avons pu le voir dans l'introduction. Ainsi, dans un piège de Paul, il semblerait que le plus efficace pour refroidir un ion serait d'utiliser une espèce refroidie par laser légèrement plus lourde de façon à ce que l'ion sympathique se trouve au centre du cristal et non en orbite autour, maximisant donc ces interactions.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé les éléments conceptuels clés nécessaires pour comprendre les phénomènes en jeu dans la suite de ce manuscrit. Les concepts ont d'abord été introduits de manière simplifiée avant d'être approfondis pour les cas spécifiques abordés dans cette thèse.

Nous avons traité la dynamique des ions soumis aux potentiels créés par les pièges de Paul, en introduisant les notions de stabilité, de pseudo-potentiel, et la décomposition de la dynamique en deux mouvements : le mouvement lent, appelé mouvement séculaire, et le mouvement rapide, ou micro-mouvement. Une analyse spécifique du cas des pièges surfaciques a finalement été abordé.

Le refroidissement Doppler a été abordé à travers le modèle du système à deux niveaux, ce qui nous a permis d'introduire la force dissipative résultant de l'absorption des photons d'un laser par un ion, ainsi que l'aspect stochastique de l'émission spontanée conduisant à un équilibre thermique : la limite Doppler. Nous avons également élargi le traitement aux systèmes présentant un niveau intermédiaire métastable en explorant les cas de repompage cohérent et incohérent.

Nous avons également vu, par un modèle simple, l'effet du rapport de masse entre les espèces en jeu dans le refroidissement sympathique, afin de mieux comprendre pourquoi le rapport de

masse considéré dans cette thèse est défavorable au refroidissement sympathique.

Ces bases théoriques fournissent le cadre nécessaire pour comprendre les expériences et simulations présentées dans les chapitres suivants.

Chapitre 2

Dispositif expérimental

Nous avons vu les principes du piégeage et du refroidissement de ions. Dans ce chapitre je détaille les différents outils expérimentaux qui nous permettent de mettre en pratique ces principes et de mesurer l'état des ions.

2.1 Enceinte ultra-vide

Pour piéger des ions il est nécessaire de travailler sous ultra-vide c'est-à-dire à des pressions inférieures à 10^{-9} mbar. Au dessus, les collisions avec les molécules du gaz résiduel sont trop fréquentes et le temps de vie des ions, même refroidis, devient inférieur à la minute. Les collisions avec le gaz résiduel apportent de l'énergie aux ions et si cette énergie est supérieure à la profondeur du piège, les ions en sont alors éjectés. De plus, chaque collision modifie l'état du mouvement de l'ion et perturbe les mesures basées sur l'absorption et l'émission de photons. Le temps de vie des ions dépend de la pression et de la profondeur du puits de potentiel. Dans notre enceinte ultra-vide nous avons atteint une pression de 3.5×10^{-10} mbar. Le temps de vie, à cette pression, d'un ion de strontium refroidi par laser dans l'enceinte est de l'ordre de 30 minutes.

Notre système ultra-vide est composé d'une chambre à vide octogonale (MCF600-SphOct-F2C8 de Kimball Physics), à l'intérieur de laquelle le piège est placé. Aux deux extrémités de cette chambre se trouvent des raccords CF100. D'un côté, un grand hublot est placé, permettant un large accès optique pour l'imagerie des ions. L'autre côté est raccordé à une croix CF100-CF60, dont l'extrémité opposée est un passage de connexion (un connecteur subD50 et quatre connecteurs SMA). L'autre branche est raccordée d'un côté à une pompe ionique combinée à un getter (NextTorr D 200-5 pump de Saes Getters), permettant de maintenir l'ultravide en circuit fermé. Une vanne sépare l'enceinte d'une pompe turbo-moléculaire (nExt 300D de Edwards Vacuum), permettant d'atteindre l'ultravide au démarrage après chaque ouverture de l'enceinte. Cette pompe est connectée en série avec une pompe primaire (Scroll Pump nXDS10i by Edwards Vacuum), permettant d'atteindre 10^{-3} mbar. Six petits hublots CF40 sont placés sur les côtés de la chambre. Les différents lasers passent par ces hublots. Chaque paire opposée de hublots a un traitement anti-reflet adapté aux longueurs d'onde qui passeront à travers, voir la figure 2.3 qui schématise la répartition faisceaux lasers dans la chambre. Les deux autres extrémités de l'octogone sont connectées d'un côté aux fours à strontium, béryllium et calcium, placés en bas et en haut à d'un tube en forme de T branché à une jauge permettant de mesurer la pression dans l'enceinte et un analyseur de gaz résiduel (RGA pour Residual Gas Analyser). Sur la figure 2.1 on peut voir une modélisation de l'enceinte et sur la figure 2.2, on peut voir une image de l'enceinte avec les différents éléments cités dans ce paragraphe. La figure 2.4

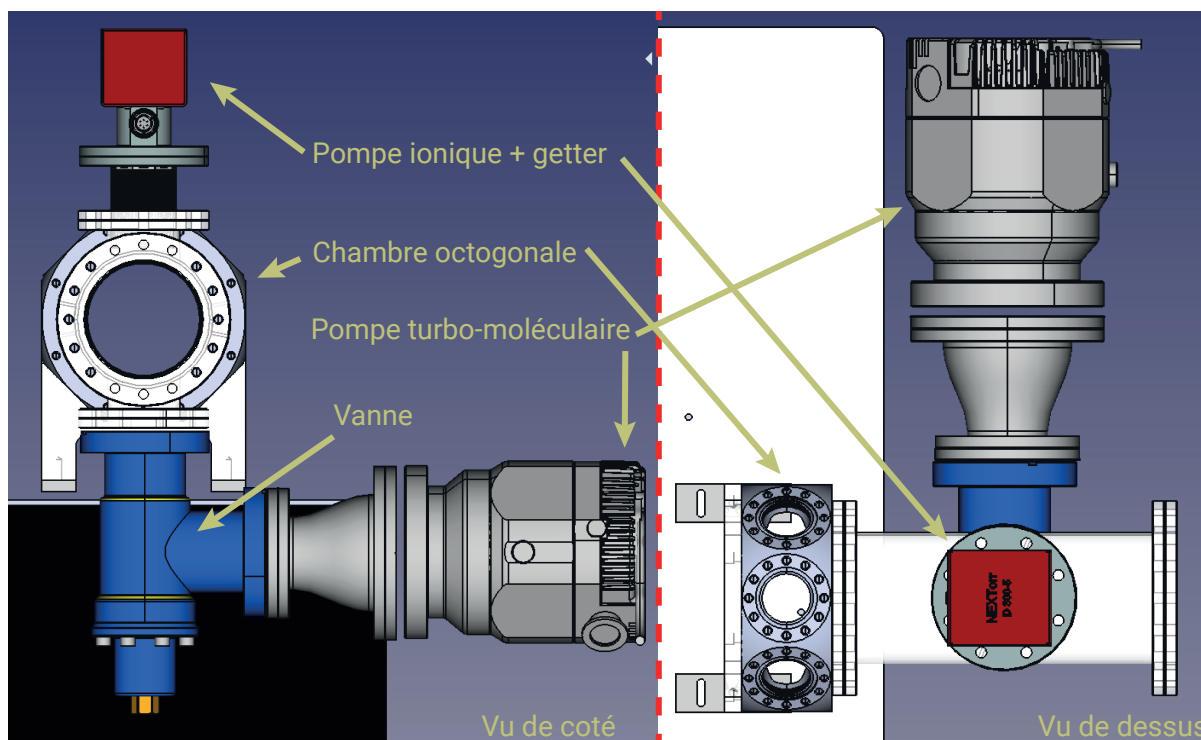


FIGURE 2.1 – Modélisation 3D de l’enceinte ultra-vide présentant une vue de coté, à gauche et une vue du dessus, à droite.

présente le spectre de transmission des hublots montés sur la chambre octogonale. Les hublots non traités ont une meilleure transmission des longueurs d’ondes ultra-violettes (UV) et sont placés sur l’axe de passage des faisceaux du béryllium.

2.2 Création des ions

Il existe différentes façon de créer des ions à partir d’atomes ou de molécules neutres :

- par bombardement électronique en utilisant un canon à électron [90, 91]
- par électro-spray pour les molécules [92, 93]
- par ablation laser [94, 95]
- par photo-ionisation, à deux étapes (en utilisant un niveau intermédiaire) [96, 97] ou à deux photons [98].

Nous avons opté pour la photo-ionisation à deux étapes un gaz d’atomes neutres pour produire les différents ions.

Pour créer ce gaz une pépite de strontium, calcium ou béryllium est sublimée par des fours. Les fours des atomes de calcium et strontium sont deux simples filaments de tungstène bobinés en forme de panier dans lequel des pépites de ces éléments sont placées. En y faisant passer un courant les filaments chauffent par effet Joule et les parties de la pépite, en contact avec le filament, peuvent ainsi être sublimées (typiquement nous chargeons du strontium pour un courant de 1.4A, pour le calcium une détection d’atome au RGA a été obtenue en faisant passer un courant de 1.7A dans le four).

Le béryllium ayant une température de sublimation plus élevée (1287°C contre 777°C pour le strontium à 1atm) son four est différent. Il est composé d’un tube d’alumine (Al_2O_3 dont la

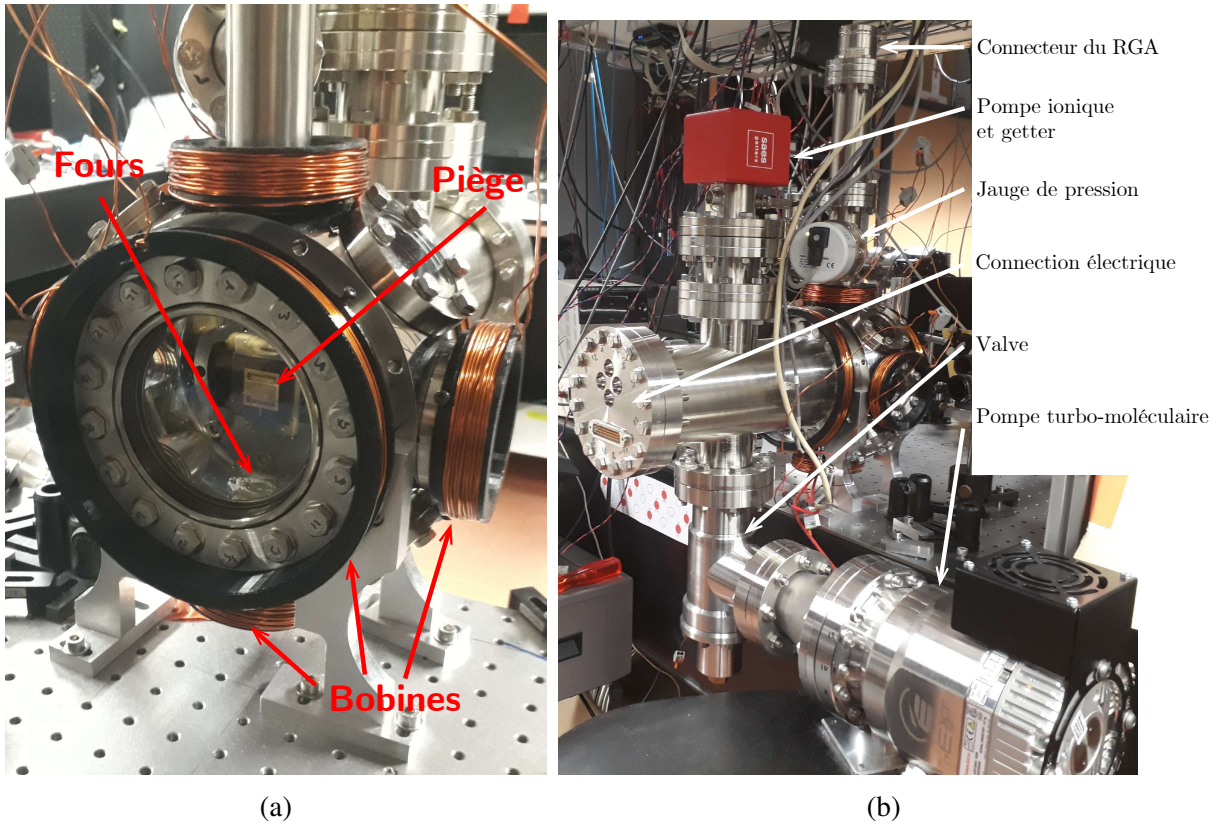


FIGURE 2.2 – Image de l'enceinte ultra-vide.

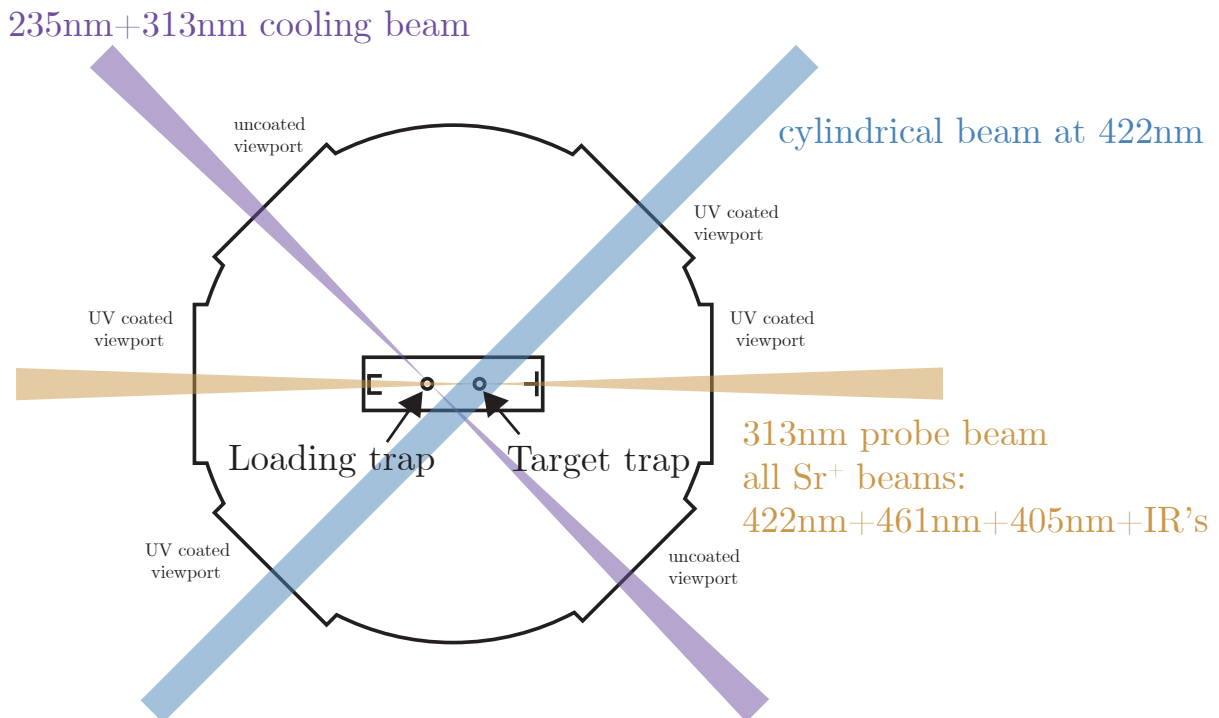


FIGURE 2.3 – Schéma représentant la répartition des faisceaux dans la chambre octogonale.

température de fusion est plus élevée que le béryllium : 2 040 °C) dans lequel un filament de tantale chauffe une barre de béryllium. Des images du four à béryllium sont présentées sur la

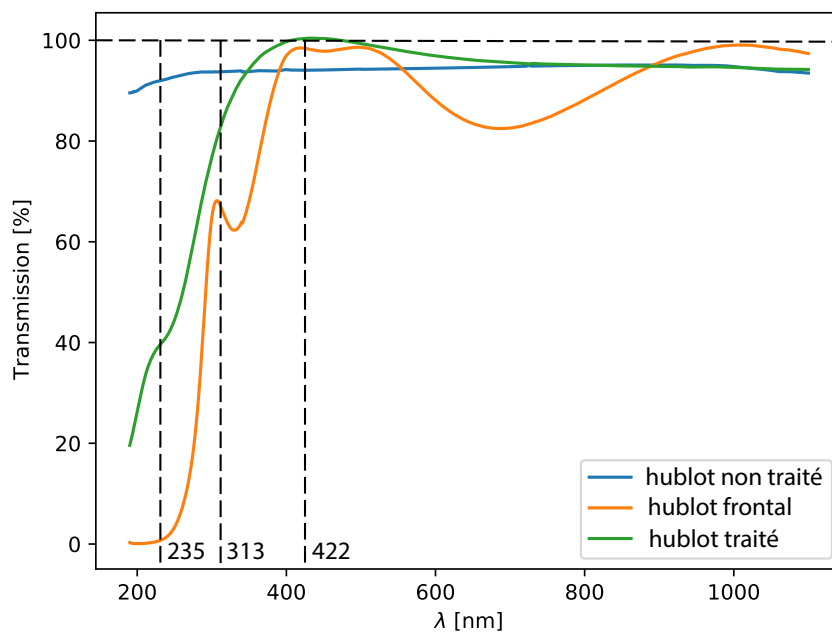


FIGURE 2.4 – Spectre de transmission des hublots montés sur la chambre octogonale.

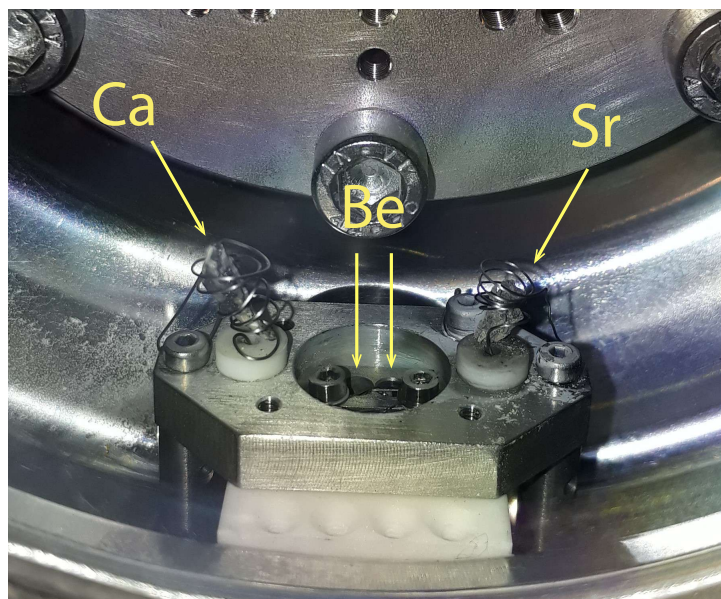


FIGURE 2.5 – Photo des fours.

figure 2.6. Pour le béryllium le courant à partir du quel cet élément a été détecté à l'analyseur de gaz résiduel est de 3.3A. Le four à béryllium que nous utilisons nous a été fourni par J. Heinrich de l'équipe de L. Hilico, qui l'a développé en même temps que le sien [60] selon un design de four à béryllium développé par P. O. Schmidt et T. Rosenband au NIST (National Institute of Standards and Technology) et décrite dans la thèse de H. Schnitzler [99]. Le figure 2.5 montre les fours et leur support.

Une fois que l'espèce que l'on souhaite piéger est sublimée elle est photo-ionisée au niveau de la zone de piégeage.

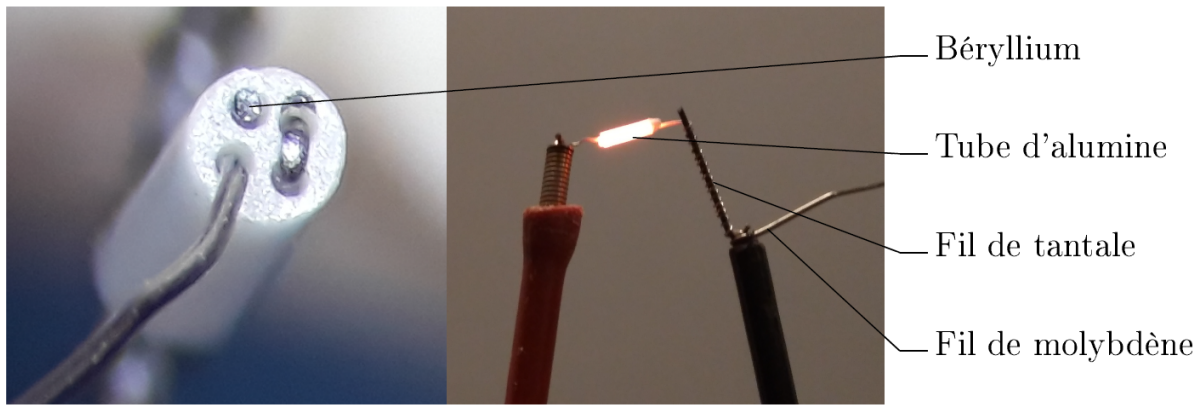


FIGURE 2.6 – À gauche : photo du four à béryllium, on peut y voir le tube blanc en alumine dont un des trous contient le béryllium. À droite : photo du four soumis à 2.5A dans l'air, on peut voir le tube en alumine qui rougeoit et le fil de tantale s'enrouler de part et d'autre sur des fils de molybdène. Ces images sont tiré de la thèse de Thomas Louvradoux [58]

La figure 2.7 montre les schémas de niveaux utilisés pour la photo-ionisation des différents éléments présents dans l'enceinte.

Pour le strontium l'ionisation se produit par absorption de photons sur deux transitions optiques [98], un premier photon à 461nm qui permet d'exciter la transition $5s^2\ ^1S_0 \rightarrow 4s4p\ ^1P_1$ à la fréquence de 650.503 46 THz et d'une largeur naturelle de 32MHz et un autre photon à 405nm permettant d'atteindre le niveau $(4d^2 + 5p^2)^1D_2$, la largeur de cette dernière transition est de 900 GHz.

Pour photo-ioniser le béryllium on utilise une absorption à deux photons à 235nm [100]. Le premier photon excite la transition $1s^22s^2\ ^1S_0 \rightarrow 1s^22s2p\ ^1P_1$ et le second photon excite vers le continuum d'ionisation.

Pour le calcium une absorption à deux photons est possible, dont la première transition ($4s^2\ ^1S_0 \rightarrow 4s4p\ ^1P_1$) est désaccordée de 1.69THz de la fréquence de refroidissement du strontium ce qui nous permettra d'utiliser le laser à 422nm pour la photo-ionisation du calcium. Pour la seconde transition une source émettant des photons à des longueur d'onde supérieures à 390nm suffit [101], comme pour exemple la source à 313nm pour le refroidissement du béryllium.

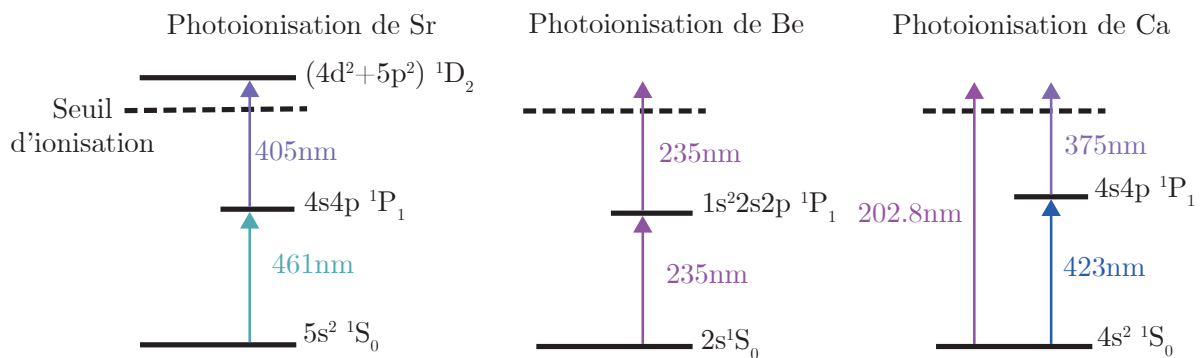


FIGURE 2.7 – Schéma de niveaux pour la photo-ionisation du strontium (gauche), du béryllium (centre) et du calcium (droite).

2.3 Sources lasers

2.3.1 Photo-ionisateurs

Dans la partie précédente nous avons vu quelles sources étaient utilisées pour photo-ioniser les différentes espèces. Pendant ma thèse seules les sources laser à 461nm, 405nm et 235nm ont été utilisées.

Le laser produisant le faisceau à 461nm permettant la première étape de la photo-ionisation du strontium est un laser à cavité étendue Toptica DL Pro. Pour la deuxième étape, étant donné la grande largeur de la transition (900GHz), nous utilisons une diode laser libre. Le laser ne nécessite pas de contrôle particulier en fréquence.

Pour atteindre la longueur d'onde à 235nm de photo-ionisation du béryllium on utilise un laser titane saphir femtoseconde (Tsunami spectra-physics) dont la longueur d'onde centrale est à 940nm, le taux de répétition est de 100MHz, la durée des impulsion est de 100fs et la puissance moyenne est d'un Watt. Le Ti :Sa est pompé par un laser à 532nm (Millennia Nd :YVO4 9W). La radiation à 940nm est doublée en fréquence deux fois par passage dans deux cristaux non linéaires de triborate de bismuth (BiBO : BiB₃O₆)

Ces lasers ne sont pas verrouillés en fréquence. La source à 461nm est ajustée en fréquence manuellement via la mesure de sa fréquence par un lambda-mètre (anciennement par la mesure de la fluorescence de la première transition de photo-ionisation dans une enceinte dédiée). Un spectromètre à fibre permet la mesure du spectre large de la source femtoseconde à 235nm.

2.3.2 Refroidissement de ⁸⁸Sr⁺

Pour refroidir l'ion ⁸⁸Sr⁺ on utilise la transition $5s^2S_{1/2} \rightarrow 5p^2P_{1/2}$ à 422 nm. Le schéma de niveau utilisé pour le refroidissement est présenté sur la figure 2.8. Le niveau excité $P_{1/2}$ peut se désexciter dans le niveau méta-stable $D_{3/2}$ avec une probabilité de 0.0551(5) [102]. Le temps de vie dans ce niveau est de 435(4)ms [103], (alors que celui du niveau $P_{1/2}$ est de 7.39(7)ns [104]). Si l'électron se désexcite dans ce niveau métastable, le cycle de refroidissement s'interrompt et l'ion ne fluoresce plus. Pour fermer le cycle de refroidissement il faut donc un laser de repompage à 1092nm. Il est également possible de repomper ce niveau avec un laser à 1003nm adressant le niveau $P_{3/2}$ dont la durée de vie est du même ordre de grandeur que celle du niveau $P_{1/2}$.

Le niveau $P_{3/2}$ pouvant se désexciter dans le niveau méta-stable $D_{5/2}$ il faut également un repompeur à 1033nm. Le repompage sur le niveau $P_{1/2}$, dit cohérent, donne lieu à un phénomène de light-shift (si le repompeur est trop intense il écarte le niveau $P_{1/2}$ par effet Stark et le laser de refroidissement est alors désaccordé) et de résonances noires (ce phénomène apparaît, avec des laser cohérents, lorsque les désaccords du refroidisseur et du repompeur avec le niveau excité sont égaux), voir la section 1.2.1. C'est pourquoi de façon générale on préférera travailler en repompage incohérent, c'est-à-dire vers le niveau $P_{3/2}$.

La source à 422nm est une diode laser à cavité étendue Toptica DL 100. Les sources infrarouges à 1092nm et 1033nm utilisées pour le repompage sont des lasers à fibre Koheras Adjustik Y10 de NKT Electronics et la source de repompage à 1003nm est un laser à diode à cavité étendue Toptica DL Pro.

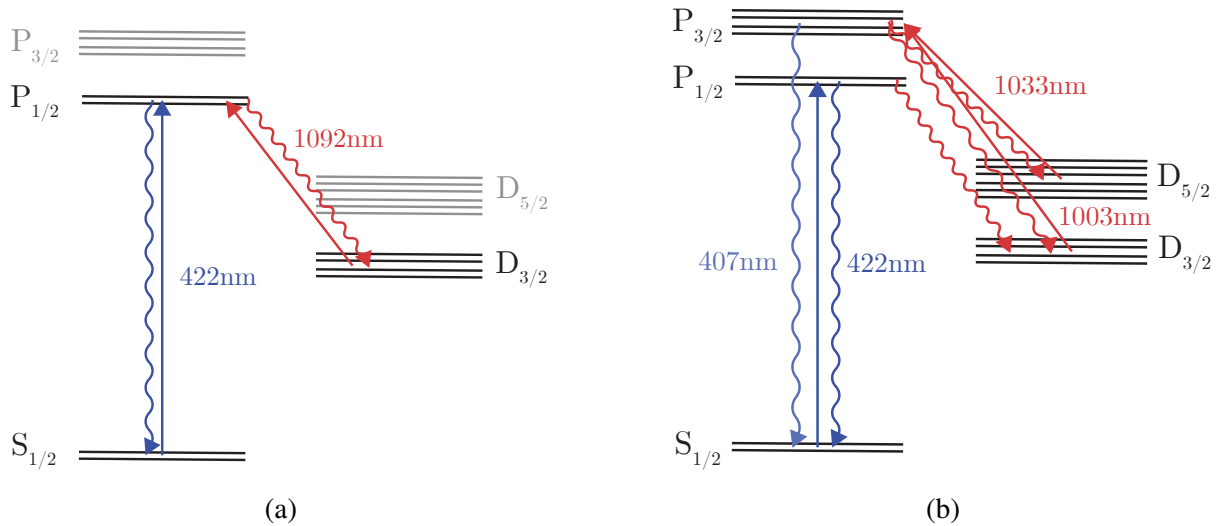


FIGURE 2.8 – Schéma de niveau du repompage du $^{88}\text{Sr}^+$ cohérent (a) et incohérent (b).

Asservissement en fréquence du laser à 422nm

La largeur du niveau $P_{1/2}$ de l'ion strontium est de $21.54 \pm 0.41\text{MHz}$ (temps de vie, $\tau = \frac{1}{\Gamma}$, du niveau $P_{1/2}$ a été mesuré $\tau_{P_{1/2}} = 7.39(7)\text{ns}$ [102]). Pour nos mesures il est donc important que la fréquence du laser de refroidissement reste stable à 1MHz près, ce qui correspondrait à une variation de fluorescence inférieure à 1%. La dérive du laser étant de 150MHz/heure il est nécessaire de l'asservir en fréquence.

Pour cela on utilise une quasi-coïncidence de raie entre la transition $5s^2S_{1/2}(F=2) \rightarrow 6p^2P_{1/2}(F'=3)$ de l'atome de rubidium 85 et la transition de refroidissement Doppler de l'atome de strontium 88, les deux transitions étant séparées de 440MHz. Nous pouvons donc asservir la fréquence du laser à 422nm en faisant une spectroscopie par absorption saturée de cette transition du rubidium [105].

Pour faire cette spectroscopie on utilise une cellule de gaz contenant les isotopes 85 et 87 de l'atome de rubidium. Pour atteindre la densité d'atomes suffisante pour détecter l'absorption, il faut travailler à des températures de l'ordre de 135°C. À cette température, les raies d'absorption sont élargies par effet Doppler. Cet élargissement dû à la distribution de vitesse de Maxwell-Boltzmann des atomes du gaz est donnée par :

$$\Delta\nu = \frac{v_0}{c} \sqrt{\frac{k_B T}{m}} \quad (2.1)$$

où m est la masse des atomes du gaz, T la température et c la célérité de la lumière dans le vide. Dans notre cas, cela correspond à environ 470MHz (la largeur naturelle étant de 1.27 MHz).

La spectroscopie par absorption saturée permet de s'affranchir de l'élargissement Doppler. Un faisceau de pompe se propage dans la cellule sur une longueur de 3.5cm, et son intensité est telle qu'elle permet de saturer partiellement la transition de l'atome de rubidium 85. Un faisceau de sonde est contra-propageant au faisceau de pompe. Ce faisceau a la même fréquence que le faisceau de pompe mais une intensité bien plus faible. On mesure l'intensité du faisceau de sonde après son passage dans la cellule via une photodiode. Si la fréquence du faisceau est désaccordée vers le rouge de la transition atomique, les atomes dont la transition est saturée par la pompe sont ceux dont le vecteur vitesse est opposé au sens de propagation du laser. La sonde, en sens opposé à la pompe, excite les atomes de vitesse opposée ; les deux faisceaux n'ont pas

d'incidence l'un sur l'autre. Ainsi, pour deux lasers contra-propageants, seuls les atomes se déplaçant perpendiculairement aux faisceaux pompe et sonde ont le même décalage Doppler (décalage nul). Seuls les atomes de la classe de vitesse nulle dans la direction de propagation des faisceaux ont leur absorption partiellement saturée par la pompe et mesurée par la sonde qui est à la même fréquence que la pompe. Dans ce cas, la pompe saturant la transition des atomes, les photons de la sonde sont moins absorbés. En balayant la fréquence, on observe ainsi sur la photodiode de larges creux de l'absorption de la sonde par le gaz (avec effet Doppler) et au centre, des pics fins dus à la présence de la pompe qui sature la transition comme représenté sur la figure 2.10a. On obtient ainsi un profil d'absorption saturée de largeur 5MHz. La figure 2.9 représente le montage du système de verrouillage par absorption saturée.

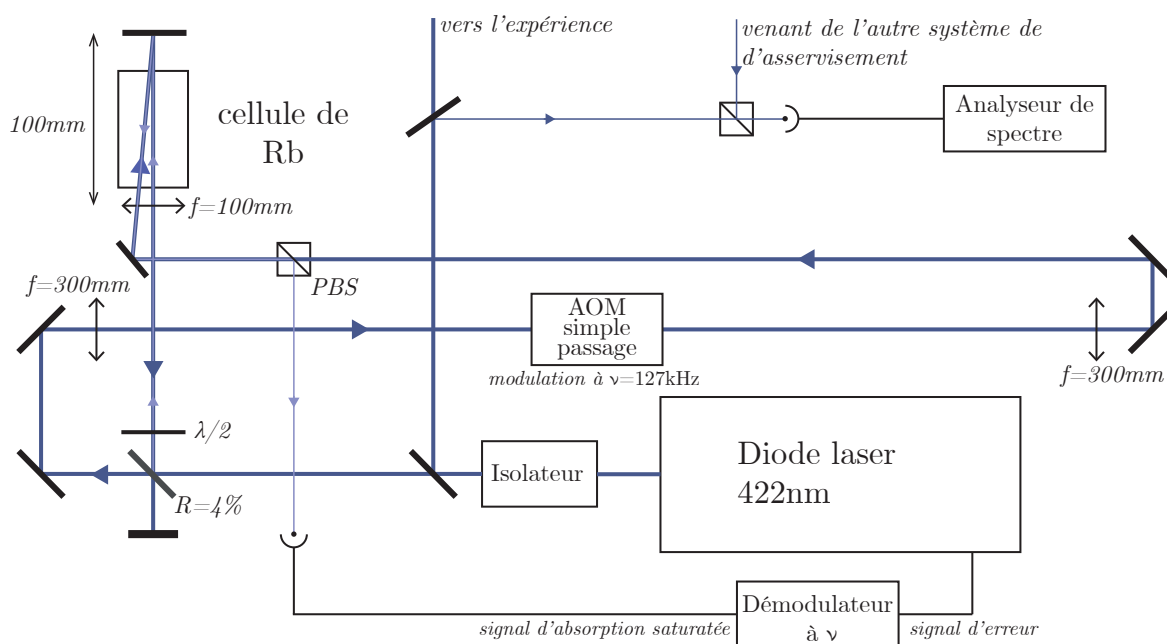


FIGURE 2.9 – Schéma du système d'asservissement de la fréquence du 422nm par spectroscopie par absorption saturée du rubidium

Pour asservir le laser, il faut générer un signal d'erreur qui soit nul lorsque le laser est à résonance et qui change de signe de part et d'autre de cette résonance. Pour l'obtenir, nous modulons la fréquence du faisceau de pompe avec un Modulateur Acousto-Optique (AOM). Le décalage en fréquence est de $\nu_{offset} = 130\text{kHz}$, ce décalage est modulé entre 127MHz et 133MHz à une fréquence de $\nu_{mod} = 100\text{kHz}$. Le décalage en fréquence de la sonde change la classe de vitesse pour laquelle la pompe et la sonde sont à la même fréquence. La fréquence d'asservissement se trouve ainsi décalée de $\nu_{offset}/2$ par rapport à la fréquence de la raie pour la classe de vitesse nulle. La modulation de ce décalage se répercute sur le signal de sonde. En démodulant à ν_{mod} via une technique de détection synchrone, nous obtenons un signal qui correspond à la dérivée du signal d'origine. Ce signal, représenté sur la figure 2.10b, nous sert de signal d'erreur, il est injecté dans un dispositif PID (Proportionnel, Intégral, Dérivé). Ce PID agit sur un cristal piezoélectrique dans la cavité laser, permettant de modifier sa longueur afin de contrôler la fréquence d'émission du laser et de corriger les variations de fréquence. Le système PID que nous utilisons agit sur le courant qui alimente la diode pour corriger les variations rapides de fréquence ; pour les dérives lentes, il varie sur la longueur de la cavité du laser en agissant sur une céramique piezo-électrique.

La fréquence du laser est asservie sur la raie de crossover, située entre les deux raies corres-

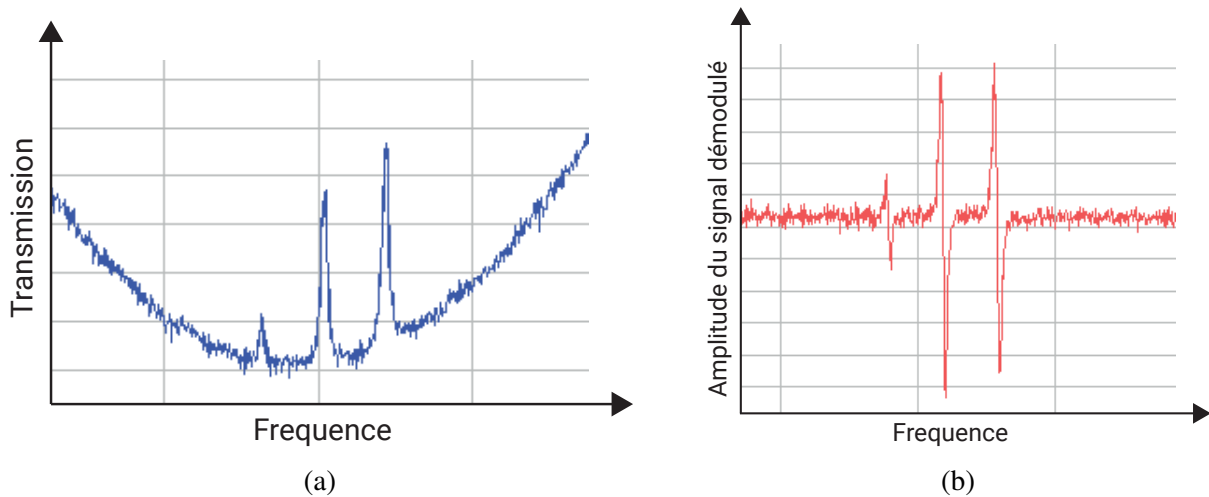


FIGURE 2.10 – Le graphique (a) représente le profil d'absorption saturée du ^{85}Rb proche de la transition $5s2S_{1/2}(F' = 2) - 6pP_{1/2}(F'' = 2,3)$. Entre les raies correspondant aux transitions $F'' = 2$ et $F'' = 3$ on peut voir la raie de "crossover". Le graphique (b) quant à lui représente la démodulation à ν_{mod} du spectre du Rb (a).

pendant aux transitions vers les deux sous-niveaux hyperfins $F' = 2$ (ν_2) et $F' = 3$ (ν_3) du niveau $6pP_{1/2}$ à $710\,962\,342\,621(40)$ kHz. À la fréquence $\frac{\nu_2 + \nu_3}{2}$, la pompe sature la transition $F' = 2$ des atomes co-propageants et la transition $F' = 3$ des atomes contre-propageants. Inversement, la sonde est donc transmise et une raie fictive apparaît à $\frac{\nu_2 + \nu_3}{2}$. Si nous choisissons de nous verrouiller sur le crossover, c'est parce qu'une autre source à 422 nm, utilisée pour d'autres expériences, est verrouillée sur la transition $F' = 3$. Les deux raies sont espacées de 58.7 MHz. La pompe de notre absorption saturée décalée de 130 MHz (offset de modulation) alors que l'autre système d'asservissement ne module pas la fréquence du faisceau de pompe mais le champ magnétique de la cellule. Nous pouvons ainsi mesurer la fréquence de battement entre les deux lasers en effectuant la transformée de Fourier du signal de la photodiode sur laquelle nous faisons interférer les deux sources. Nous observons ainsi un signal de battement à la différence de fréquence entre les deux sources, soit $130/2 - 58.7 = 6.3$ MHz, ce qui nous indique que les deux lasers sont correctement verrouillés.

Enfin, le faisceau allant vers l'expérience passe dans un AOM en double passage afin de décaler la fréquence de 440 MHz pour correspondre à la transition de refroidissement du $^{88}\text{Sr}^+$ et d'ajuster la fréquence à nos besoins.

Préparation des repompeurs du $^{88}\text{Sr}^+$

Les sources lasers à 1092 nm et 1033 nm sont des lasers Koheras Adjustik Y10 de NKT Photonics. La source à 1003 nm, quant à elle, est un laser Toptica DL Pro. Comme pour la source à 422 nm, il est important dans nos mesures de pouvoir contrôler l'état des repompeurs, à savoir leur fréquence mais aussi leur présence (il est possible, en éteignant l'alimentation de l'AOM, d'éteindre le faisceau allant à l'expérience). Pour cela, nous utilisons cette fois un système entièrement fibré composé d'un multiplexeur en longueur d'onde (WDM : Wavelength-division multiplexing) permettant de coupler les différentes longueurs d'onde entrantes dans la même fibre en sortie (modèle FPWM-2255-233221 de Haphit). Les repompeurs passent par un AOM simple passage fibré (1064 AOM 1 de Aero Diode) dont le signal de modulation RF provient d'une source à 100 MHz (RF AOM-T-100 de Aero Diode). Le signal de synchronisation de

2.3. SOURCES LASERS

cette source vient directement de notre séquenceur, dont l'utilité et le fonctionnement seront détaillés dans la section 2.4.2.

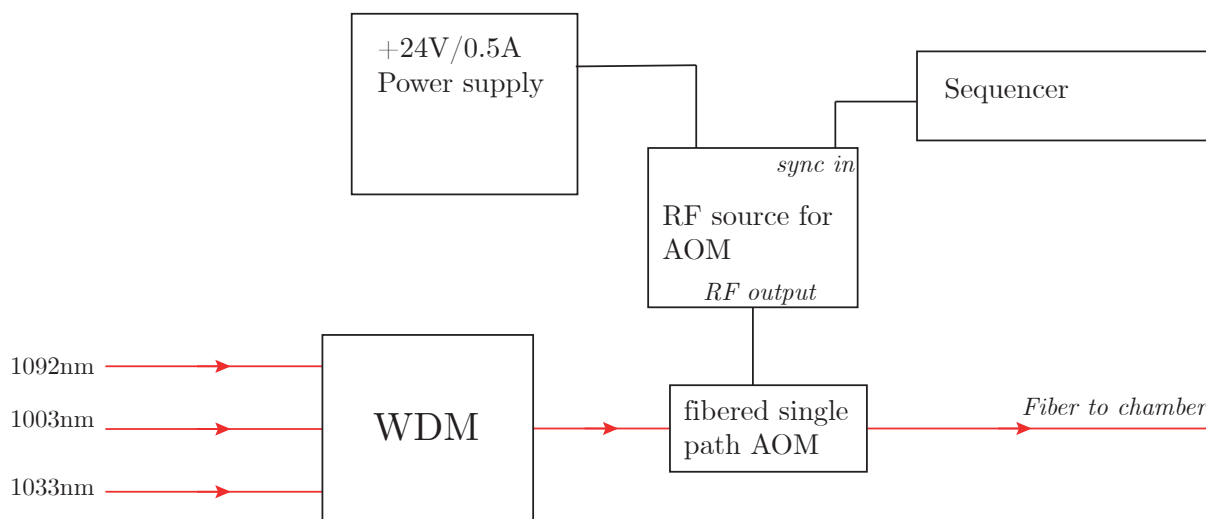


FIGURE 2.11 – Montage utilisant le même AOM pour les trois lasers de repompeurs IR du $^{88}\text{Sr}^+$.

Asservissement en fréquence des lasers de repompement du $^{88}\text{Sr}^+$

Pour asservir la fréquence des repompeurs, nous utilisons la méthode mise au point en 1994 par E. Riedle *et al.* [106], reposant sur une technique antérieure qui utilise une cavité de Fabry-Perot stabilisée par une source laser de référence pour asservir la fréquence des autres lasers injectés dans cette cavité.

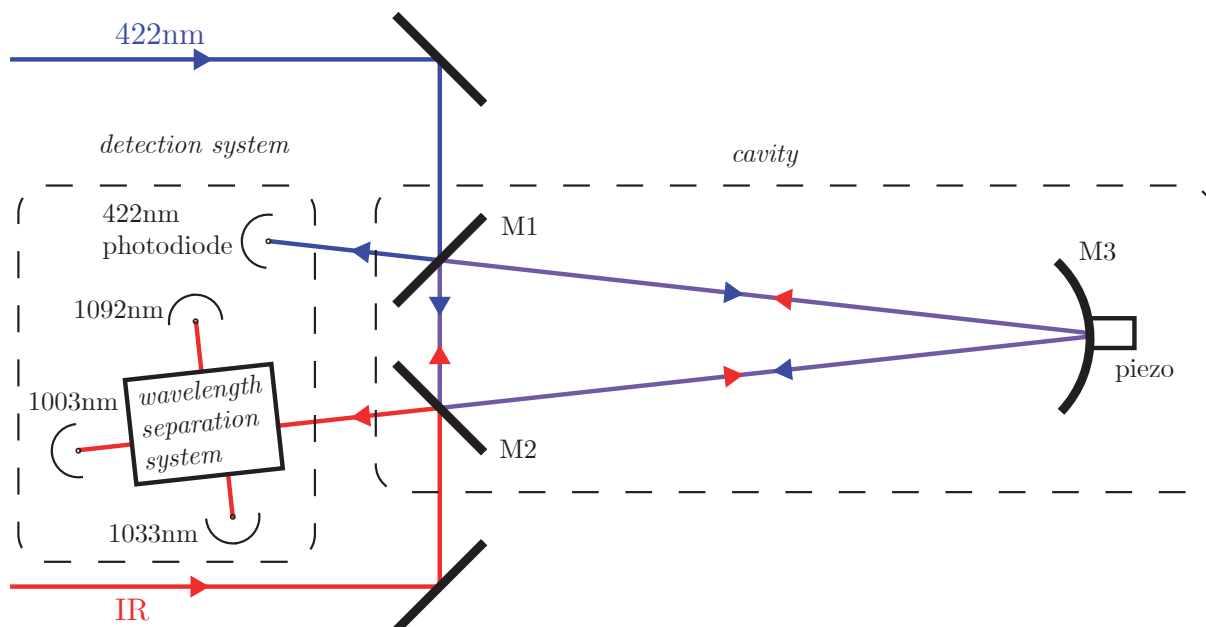


FIGURE 2.12 – Schéma de la cavité de transfert lock.

En pratique, notre cavité de transfert est une cavité Fabry-Perot en anneau à 3 miroirs de 130 cm. Le miroir $M3$ est un miroir sphérique monté sur une céramique piézoélectrique (voir figure 2.12). Le miroir d'entrée du laser à 422nm est $M1$, alors que celui des infrarouges est le

miroir $M2$. Les radiations bleues et infrarouges sont contra-propagantes dans la cavité, comme indiqué sur la figure 2.12. Les miroirs de haute réflectivité permettent d'obtenir des finesesses de l'ordre de 100 pour toutes les longueurs d'onde. Un système composé de cubes séparateur de polarisation et de filtres permet de séparer les différents faisceaux infrarouges à la sortie de la cavité avant de les focaliser, grâce à des lentilles, sur des photodiodes distinctes. On peut ainsi visualiser les pics d'Airy de la cavité Fabry-Perot pour les différentes longueurs d'onde résonnant dans la cavité. Dans une cavité Fabry-Perot, la transmission T pour une longueur d'onde donnée λ dépend de la différence de marche δ entre l'onde incidente et l'onde ayant fait un tour de cavité sur une distance L et de la finesse F de la cavité.

$$T = \frac{1}{1 + F \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} \quad (2.2)$$

$$F = \frac{4R}{(1 - R)^2} \quad (2.3)$$

$$\delta = \frac{2\pi nL}{\lambda} \quad (2.4)$$

R est le coefficient de réflexion des miroirs de la cavité et n l'indice de réfraction du milieu de propagation, ici l'air.

En balayant la longueur de la cavité, on peut ainsi observer ces pics en transmission ou en réflexion. L'intervalle entre chaque pic dépend de la longueur de la cavité et de la longueur d'onde du laser. La mesure de l'intervalle entre les pics d'un laser stabilisé en fréquence permet ainsi de corriger les variations de la longueur moyenne de la cavité. En utilisant les lasers à 422 nm, dont la fréquence est asservie par absorption saturée sur l'atome de rubidium avec une stabilité de 1 MHz, on peut mesurer la dérive de la longueur de la cavité à λ/n et la compenser en jouant sur l'offset de la modulation de la céramique piézoélectrique.

En pratique, on ne verrouille pas la longueur de la cavité, mais on observe l'écart relatif des pics IR avec les pics du 422 nm. Une sonde de pression et de température placée dans la cavité permet de corriger la variation d'indice de l'air qui affecte le verrouillage (se référer, pour plus de détails, à la thèse de Vincent Tugayé[86] et à celle de Sébastien Removille [107]). Il est donc possible d'asservir les lasers IR injectés en rétroagissant sur la céramique piézoélectrique de leur cavité laser pour corriger les variations d'écart relatif entre les pics de transmission. La stabilité obtenue pour les des repompeurs via cette méthode est de l'ordre de 1 MHz, ce qui est suffisant pour nos mesures.

2.3.3 Refroidissement de ${}^9\text{Be}^+$

La transition utilisée pour le refroidissement du ${}^9\text{Be}^+$ est $1s^2{}^2\text{S}_{1/2}(F = 2) \rightarrow 1s^2{}^2\text{P}_{1/2}$ à 313.13291 nm [108], soit 957 396 808 MHz, et dont la largeur naturelle est de 19.4 MHz. On peut voir le schéma de niveau incluant la structure hyperfine sur la figure 2.13. Le niveau ${}^2\text{P}_{3/2}$ pouvant aussi se désexciter dans le niveau hyperfin ${}^2\text{S}_{1/2}(F = 1)$, la transition n'est pas fermée. La structure hyperfine de l'ion nécessite donc un repompeur dont la fréquence est décalée de 1.25GHz par rapport à la fréquence de refroidissement. Pour remédier à cela, on utilise un Modulateur Électro-Optique (EOM) à 1.25 GHz afin d'obtenir le repompeur souhaité à partir du faisceau de refroidissement (modèle : EO-T1250P3 de QUBIG).

L'intensité à saturation de l'ion béryllium vaut : $I_{\text{sat}} = 13.1 \text{ mW/cm}^2$ (1.64). La taille du faisceau attendu au niveau de l'ion est de l'ordre de 30 μm , soit une intensité pour être à saturation de $250\mu\text{W}$. Ainsi, 3 mW de puissance (plus de 10 fois I_{sat}) devraient être suffisants pour la plupart des mesures sur un ion de béryllium unique.

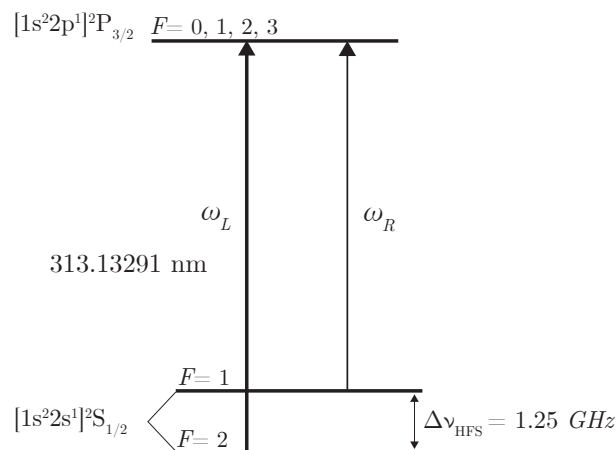


FIGURE 2.13 – Diagramme des niveaux d'énergie de l'ion ${}^9\text{Be}^+$. Le niveau fondamental $S_{1/2}$ est séparé en deux niveaux hyperfins $F = 1$ et $F = 2$ écartés de 1.25GHz. Le niveau excité $P_{3/2}$ quant à lui est séparé en quatre niveaux écartés d'environ 1MHz (petit écart devant la largeur naturelle de la transition).

Les matériaux semi-conducteurs n'émettant pas dans cette gamme d'UV, nous utilisons des techniques d'optique non linéaire pour générer la radiation à 313nm. La méthode utilisée a été développée par l'équipe de Wineland au NIST en 2011 [109]. Cette méthode consiste à :

- obtenir une source à 626nm en sommant les fréquences de deux lasers infrarouges, l'un à 1549nm et l'autre à 1051. $1549nm + 1051nm \rightarrow 626nm$
- puis, à doubler cette source à 626nm pour obtenir un faisceau à 313nm. $2 \times 626nm \rightarrow 313nm$

La source laser à 626nm obtenue est en régime continu. Concernant la source à 313nm, plus de détails sont donnés dans la thèse de Thomas Louvradoux [58].

Source à 626nm

Les deux sources utilisées pendant ma thèse sont de NKT Photonics : le laser à fibre Koheras ADJUSTIK pour la longueur d'onde à 1051nm et à 1549nm, ainsi que l'amplificateur à fibre Koheras BOOSTIK HP en plus pour le laser à 1051 nm. Le laser à 1549 nm et le 1051 nm amplifiés sont combinés en utilisant un coupleur fibre WDM (Wavelength Division Multiplexing), dont la sortie est connectée à l'entrée fibre d'un cristal Niobate de Lithium en quasi-accord de phase (PPLN) de NTT Electronics (Wavelength Conversion Module : WS-0626-000-A-B-C). Ce type de cristal permet un quasi-accord de phase [110] en inversant la polarisation du matériau avec une période d'une demi-longueur de cohérence du processus de somme de fréquence, longueur sur laquelle le déphasage accumulé au cours de la propagation est égal à π , permettant la génération de somme de fréquence (SFG : Sum Frequency Generation). Cette condition de quasi-accord de phase est également critique en termes de température (dilatation du matériau). Le cristal est maintenu typiquement à une température de fonctionnement de $T = 150^\circ\text{C}$, et la largeur à mi-hauteur de l'efficacité de conversion est de 3°C . Une régulation en température avec une précision de 0.01°C est nécessaire (PTC2.5K-CH de Wavelength Electronics avec une stabilité de 0.002°C) pour obtenir la longueur d'onde à 626nm avec une intensité stable à 0.001%.

La sortie du module de somme de fréquence est en espace libre. Pour séparer le faisceau IR du faisceau rouge, nous utilisons deux lames dichroïques : une DMSP950 de chez Thorlabs

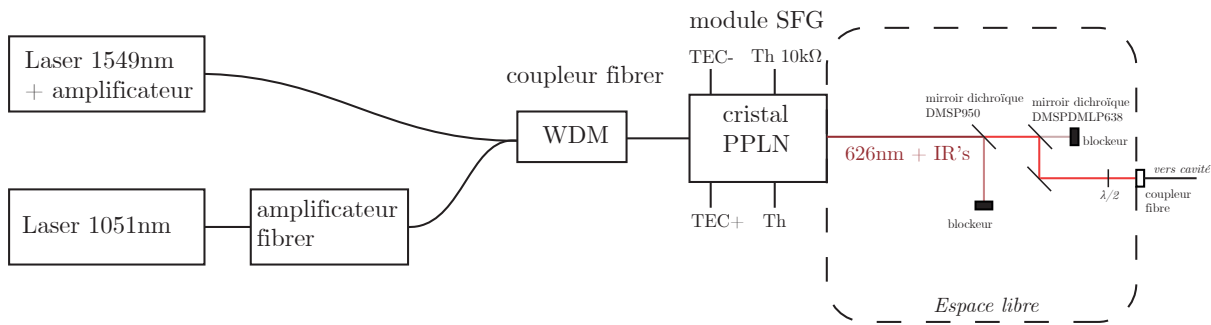


FIGURE 2.14 – Montage de la somme du 1051nm et du 1549nm. Le sigle TEC indique l'entrée de courant du Peltier intégré permettant de réguler la température du PPLN. Th est la thermistance permettant de mesurer la température du cristal. Ces parties sont connectées au régulateur de température non représenté ici. La sortie du module est en espace libre.

réfléchissant dans l'IR et une lame DMLP638 réfléchissant à 626 nm. Ensuite, le faisceau à 626nm est couplé dans une fibre optique monomode à maintien de polarisation, dont l'autre extrémité se trouve sur la table de doublage. Le rendement de conversion de notre cristal PPLN a été mesuré et est de $1.38W/W^2$. Nous obtenons ainsi 230mW de lumière rouge en sortie de fibre du côté de la cavité de doublage.

Une fuite du 626nm est injectée dans notre lambda-mètre. La mesure de sa fréquence permettra d'asservir la source à 626nm en rétroagissant sur les lasers infrarouges en amont, de sorte que notre faisceau à 313 nm soit également asservi en fréquence.

Doublage du 626nm

Pour doubler la fréquence du faisceau à 626nm, il est nécessaire d'utiliser un matériau permettant la Génération de Seconde Harmonique (SHG en anglais). Ce processus non linéaire du second ordre se produit dans des milieux polarisables soumis à un fort champ électrique, d'où l'utilisation de la cavité de surtension. Le matériau permettant ici la SHG est un cristal de bêta-borate de baryum (BBO) dont la fenêtre de transparence, s'étendant de 190 à 3500nm, couvre les deux longueurs d'onde introduites.

Dans suite nous allons définir et déterminer les différents paramètres expérimentaux qu'il nous faut connaître afin de réaliser la génération de seconde harmonique d'un faisceau à (de pulsation ω_1 correspondant à une longueur d'onde de 626nm) dans un cristal de BBO. Les paramètres que nous traiterons sont les suivants :

- θ_{ap} : l'angle de propagation du faisceau à ω_1 par rapport aux axes principaux du cristal.
- θ_B : l'angle de Brewster du cristal.
- ρ : l'angle de double réfraction ("walk-off").
- Γ_{SHG} : le taux de conversion théorique.
- $w_{0,opti}$: le largeur optimale du faisceau dans le cristal que l'on pourra déduire du taux de conversion théorique.

Angle de propagation dans le cristal.

Pour obtenir la génération de seconde harmonique il faut respecter la conservation de l'énergie et de l'impulsion (aussi appelé condition d'accord de phase) durant le processus. La conservation de l'énergie se traduit par $\omega_2 = 2\omega_1$ avec ω_1 la pulsation de l'onde incidente et ω_2

celle de l'onde de seconde harmonique. La condition d'accord de phase implique $\mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_1$ soit $n_2\omega_2 = 2n_1\omega_1$, où $n_i = n(\omega_i)$ est l'indice de réfraction à la fréquence ω_i . Comme $\omega_2 = 2\omega_1$, la condition d'accord de phase s'écrit $n_2 = n_1$. Dans les milieux isotropes, la dispersion en longueur d'onde de l'indice de réfraction ne permet pas de satisfaire cette condition. En revanche, il est possible de satisfaire cette condition en utilisant les propriétés des milieux biréfringents, dans lesquels la propagation de la lumière est anisotrope : les indices dépendent de la direction de propagation.

L'indice du milieu, n , est défini pour les milieux transparents par :

$$n^2 = \begin{pmatrix} n_X^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_Y^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_Z^2 \end{pmatrix}_{(X,Y,Z)} \quad (2.5)$$

où les axes principaux du cristal sont notés (X, Y, Z) . Le cristal de BBO est un cristal biréfringent uniaxe ($n_X = n_Y = n_o$ sont les indices ordinaires et $n_Z = n_e$ est l'indice extraordinaire) négatif ($n_e < n_o$). Pour satisfaire la condition de quasi-accord de phase, le vecteur d'onde incident doit se propager dans le cristal avec un angle θ_{ap} vis-à-vis de l'axe OZ , de sorte que $n(2\omega, \theta) = n_o(\omega)$ (SHG de type-I). Pour déterminer cet angle il faut trouver le point d'intersection dans le plan XZ de la sphère d'indice $n_o(\omega)$ et de l'ellipsoïde des indices $n_e(2\omega)$ et $n_o(2\omega)$, une représentation est proposée sur la figure 2.15. La relation suivante permet de lier l'angle θ_{ap} aux indices du cristal à ω et 2ω :

$$\sin^2(\theta_{ap}) = \frac{1/n_o^2(\omega) - 1/n_o^2(2\omega)}{1/n_e^2(2\omega) - 1/n_o^2(2\omega)} \quad (2.6)$$

Pour le BBO [111] ces indices sont :

$$n_o(626nm) = 1.6684 \quad (2.7)$$

$$n_o(313nm) = 1.7230 \quad (2.8)$$

$$n_e(626nm) = 1.5509 \quad (2.9)$$

$$n_e(313nm) = 1.5900 \quad (2.10)$$

$$(2.11)$$

ce qui correspond à un angle θ_{ap} de 38.3° .

Angle de Brewster du cristal.

Pour minimiser les pertes par réflexion et d'éviter d'utiliser des traitements anti-reflet sur les faces du cristal, les faces d'entrée et de sortie du cristal sont taillées à l'angle de Brewster vis-à-vis du plan de polarisation du faisceau dans la cavité, ici le plan horizontal. Pour le faisceau à 626nm se propageant sur l'axe ordinaire du cristal, $\theta_B = \arctan(n_o(626nm)) = 59^\circ$.

Angle de double réfraction

Dans les milieux biréfringents, si la propagation ne se fait pas selon l'un des axes du cristal, le vecteur d'onde et le vecteur de Poynting ne sont pas colinéaires. Cela signifie que l'énergie ne se propage pas dans la même direction que l'onde. Cela limite la distance sur laquelle le signal de seconde harmonique est amplifié. Mais cela provoque également un étalement du faisceau à 2ω , les photons harmoniques étant générés le long du parcours du faisceau fondamental, c'est-à-dire selon l'axe du vecteur d'onde, mais ils se propagent selon le vecteur de Poynting. Ils s'évalent dans notre cas à l'horizontal, voir figure 2.15. En sortie du cristal, le faisceau harmonique est

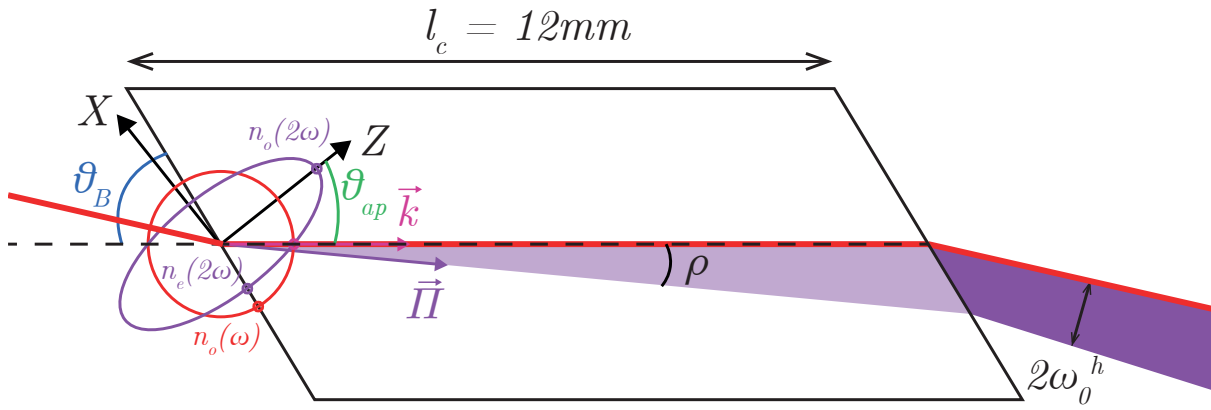


FIGURE 2.15 – Propagation dans le plan horizontal du faisceau doublé à 313nm dans le cristal. A l'entrée du cristal sont représentés : les axes propres ordinaire et extraordinaire, X et Z, du cristal de BBO, la coupe de la sphère d'indice $n_o(\omega)$ (en rouge) ainsi que l'ellipsoïde des indices $n_e(2\omega)$ et $n_o(2\omega)$ (en violet), l'intersection des deux donne l'angle θ_{ap} et la direction du vecteur d'onde des faisceaux à ω et 2ω . Le cristal est taillé à l'angle de Brewster θ_B dans le plan d'incidence. L'angle de walk off ρ entre le vecteur d'onde à 2ω et le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ est exagéré sur cette représentation.

donc elliptique. Cette ellipticité est par la suite corrigée avec un jeu de lentilles cylindriques. L'angle entre le vecteur d'onde et le vecteur de Poynting est appelé angle de double réfraction (walk-off) et est donné par la formule suivante :

$$\rho = \arctan \left[\frac{n_o^2(2\omega)}{n_e^2(2\omega)} \tan \theta_{ap} \right] - \theta_{ap} = 80.0 \text{ mrad} \quad (2.12)$$

En sortie de cristal, cela résulte en un faisceau avec un waist vertical $\omega_{o,313}^v = l_c \rho / 2 = 480 \mu\text{m}$. Dans la direction perpendiculaire au plan formé par l'axe extraordinaire du cristal et le vecteur d'onde du faisceau fondamental, cet effet n'est pas présent : $\omega_{o,313}^h = \omega_{o,626}^h / \sqrt{2} = 22.4 \mu\text{m}$. Des lentilles cylindrique de distance focale $f_1 = 75 \text{ mm}$ et $f_2 = 25 \text{ mm}$ situées à 170mm du cristal et à une distance de 150 mm l'une de l'autre permettent de corriger cette ellipticité.

Taux de conversion du cristal

Le taux de conversion en sortie d'un cristal de longueur l_c dans l'approximation d'un faible taux de conversion, c'est-à-dire l'approximation de la pompe non dépeuplée (avec P_1 constant) est donné par l'expression [112] :

$$\Gamma_{SHG} = \frac{P_2}{P_1^2} = \frac{2\omega^2 d_{eff}^2 l_c^2}{\pi \epsilon_0 c^3 n^3} k_1 h(B, \xi) e^{-\alpha l_c} \quad (2.13)$$

où ϵ_0 est la permittivité du vide, c est la célérité de la lumière dans le vide, P_1 et P_2 sont les puissances des faisceaux à ω et 2ω . Le terme en $e^{-\alpha l_c}$ rend compte de l'absorption linéaire dans le cristal, que nous ne connaissons pas nécessairement et qui peut fluctuer avec le temps (par exemple par l'absorption d'humidité par le cristal), ce terme tend à dégrader le rendement de conversion. $h(B, \xi)$ est la fonction de Boyd et Kleinman [113] et d_{eff} est la susceptibilité effective :

$$d_{eff} = d_{31} \sin(\theta_{ap} + \rho) + d_{22} \cos(\theta_{ap} + \rho) \quad (2.14)$$

où d_{ij} sont les éléments du tenseur d défini comme $\chi^{(2)} = 2d$ avec $\chi^{(2)}$ est la susceptibilité au deuxième ordre du cristal.

Largeur optimale du faisceau dans le cristal

La fonction de Boyd et Kleinman $h(B, \xi)$ prend comme variables B qui est un paramètre lié à la double réfraction $B = \frac{\rho\sqrt{l_c k_1}}{2}$ et $\xi = \frac{l_c}{2z_R}$ avec $z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ la longueur de Rayleigh de l'onde gaussienne incidente dans le cristal, w_0 est le waist du faisceau gaussien et λ est sa longueur d'onde.

Pour chaque valeur de B , la courbe $h(B, \xi)$ présente un maximum en $\xi_{opt}(B)$ valant $h_m(B) = h(B, \xi_{opt}(B))$. Dans l'article de Zondy et al. [112] on trouve une formule empirique donnant $\xi_{opt}(B)$ et $h_m(B)$. Dans notre cristal $B = 17.9$ à 626nm . On a donc $h_m = 0.04$ et $\xi_{opt} = 2.83$, ce dernier nous permet de déterminer le waist optimal du faisceau dans le cristal qui maximise le taux de conversion, soit $w_{0,opt} = 20.5\mu\text{m}$.

Intuitivement on peut comprendre cette optimum comme étant un compromis entre la densité de puissance qui pour une forte focalisation est intense mais très localisée dans le cristal ce qui diminue la longueur permettant la SHG et inversement. Mais aussi un compromis sur la condition d'accord de phase qui est respecté sur une longueur proportionnelle à la longueur de Rayleigh. Pour une forte focalisation la divergence du vecteur d'onde aux bords de la section transverse du faisceau gaussien devient importante et ne respecte plus la condition d'accord de phase ce qui entraîne une baisse de la SHG. Il existe donc un waist optimal pour maximiser le taux de conversion.

Cavité de surtension

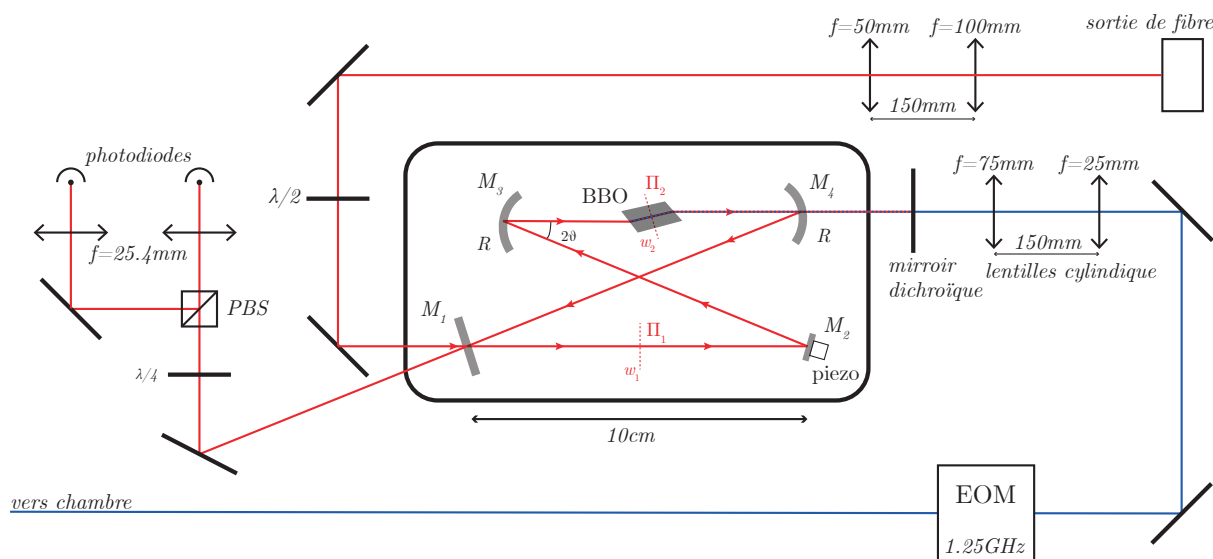


FIGURE 2.16 – Montage de la cavité de doublage et du système d'asservissement de la cavité.

Afin de maximiser la génération de seconde harmonique (SHG), il est nécessaire d'avoir une forte intensité lumineuse. Pour cette raison, le cristal est placé dans une cavité de surtension. Nous utilisons une cavité en anneau de type Fabry-Perot à 4 miroirs, d'une longueur totale de $L = 18\text{cm}$, représentée sur la figure 2.16. L'onde incidente à 626nm est couplée à la cavité par le miroir plan M_1 , de transmission T_1 . Les autres miroirs ont un coefficient de transmission nul, sauf M_4 qui, pour une longueur d'onde de 313nm , a un coefficient de transmission $T_4 = 1$. M_2 est également un miroir plan, monté sur une céramique piézoélectrique permettant de changer la longueur de la cavité pour satisfaire la condition de résonance, selon laquelle le déphasage de l'onde doit être nul après un tour de cavité. M_3 et M_4 sont des miroirs sphériques de rayon

de courbure $R = 30\text{mm}$ et séparés d'une distance l . Les 4 miroirs sont montés sur des supports permettant les ajustements en θ et φ . Les angles θ et φ permettent de fermer la cavité. Le réglage de la position sur l'axe perpendiculaire à la surface des miroirs M_2 et M_3 permet d'ajuster la focalisation du faisceau dans le cristal. Il existe deux waists dans la cavité : le plus petit, w_2 , est dans le cristal, et l'autre, w_1 , se trouve entre les miroirs M_1 et M_2 .

La surtension (build-up) de notre cavité, c'est-à-dire le rapport entre la puissance intra-cavité et la puissance à son entrée est environ de $S = 60$. La finesse de notre cavité est de l'ordre de 175.

La longueur de la cavité à résonance est asservie par la technique de Hänsch et Couillaud mise au point en 1980 [114]. Le signal d'erreur est généré en tournant légèrement la polarisation de l'onde incidente de la cavité de façon à ce qu'elle ne soit plus tout à fait horizontale. Le cristal étant taillé à l'incidence de Brewster dans le plan d'incidence de l'onde à 626nm (i.e le plan horizontal) la partie polarisée horizontalement est totalement transmise dans le cristal. La partie polarisée verticalement quant-à-elle est partiellement réfléchi, cette partie voit donc une cavité à forte perte et est complètement réfléchi. Le déphasage de l'onde polarisée H dépend du désaccord de la cavité. Lorsque que la cavité est désaccordée, l'onde réfléchi par la cavité a donc une polarisation elliptique, elle possède une composante H et V. En utilisant un ellipsomètre on peut donc analyser ce déphasage, si l'onde réfléchi est parfaitement polarisée verticalement le déphasage est nul. L'ellipsomètre est composé une lame quart d'onde suivie d'un cube séparateur de polarisation, deux lentilles focalisent la lumière sortant du cube sur deux photodiodes. La lame d'onde dont l'axe est tourné de 45° par rapport à l'axe du cube de façon à ce qu'une onde incidente polarisée parfaitement linéairement, comme lorsque la cavité est accordée, se transforme en onde polarisée circulairement et soit également transmise et réfléchi par le cube. Ainsi on mesure la même intensité sur les deux photodiodes. En utilisant la différence entre les deux signaux des photodiodes on obtient un signal nul pour un désaccord nul qui est le signal d'erreur. Le signal de correction est appliqué sur la céramique piezo-électrique du miroir M_2 . La cavité est maintenu à résonance.

Le BBO est hygroscopique. Pour éviter qu'il n'absorbe l'humidité ambiante et qu'il s'opacifie, la cavité est montée sur un module Peltier, qui maintient la température du cristal à 50°C . Cela permet également de stabiliser la longueur du cristal pouvant varier du à la dilatation thermique causée par les variations de température.

La puissance utile maximale du faisceau à 626nm à l'entrée de la cavité de surtension est de 226mW, la puissance de faisceau à 313nm obtenu est de 6mW ce qui satisfait largement nos besoins.

2.3.4 Résumé de l'ensemble des lasers utilisés

La figure 2.17 ainsi que le tableau 2.1 résume ce que nous avons vu pendant cette partie.

2.4 Comptage des photons

2.4.1 Optiques de collection de photons

Un système d'optique nous permet de maximiser le taux de collection de photons émis par un ion et de filtrer spatialement et spectralement les photons.

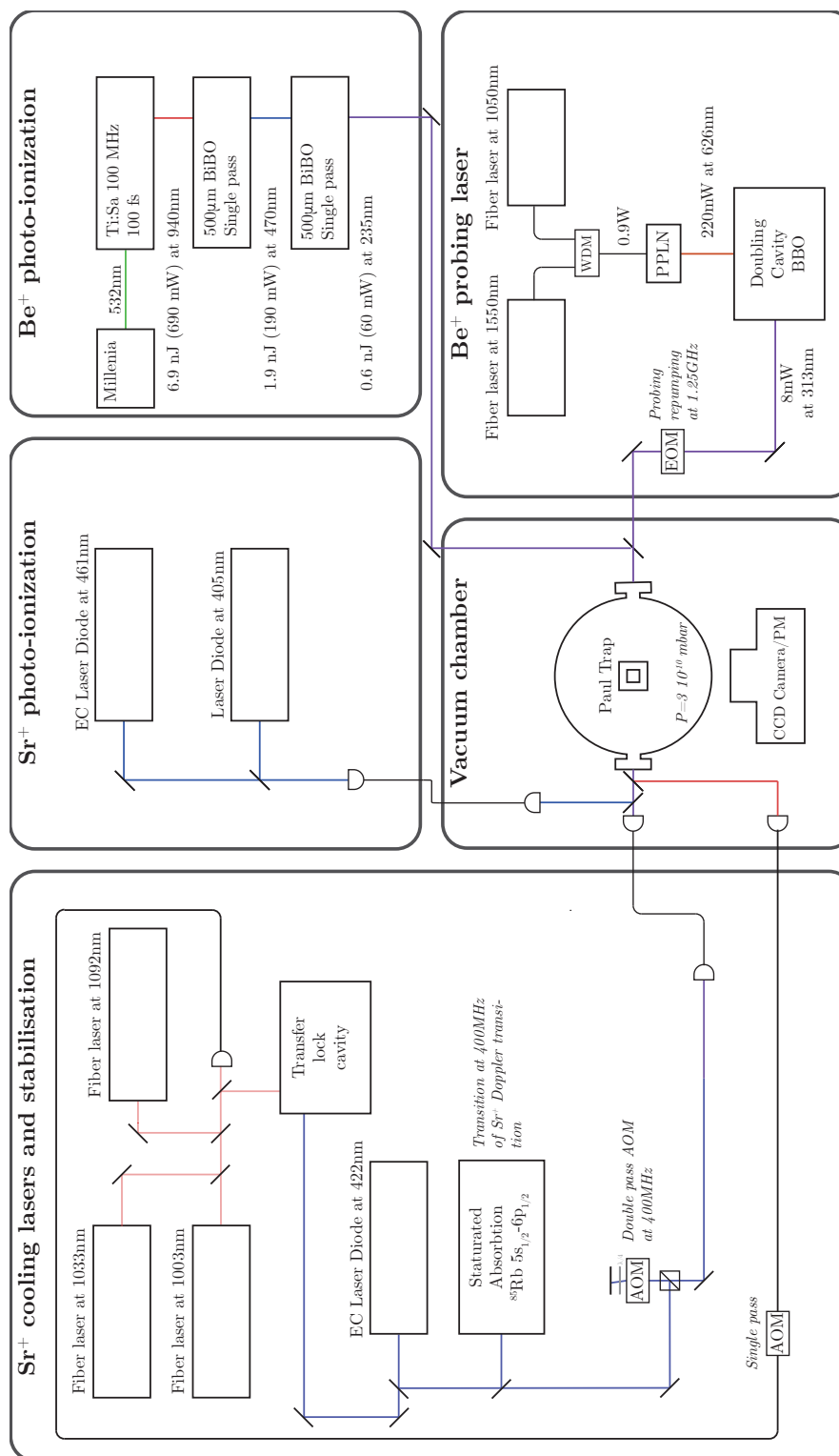


FIGURE 2.17 – Montage des sources lasers.

Le premier système utilisé pendant ma thèse a servi pour le strontium uniquement. Un schéma à l'échelle de ce système de collection se trouve figure 2.18. Il est composé d'une première lentille asphérique du court focale ($f = 60\text{mm}$) et de grand diamètre (50mm) permettant de maximiser l'angle solide (ici 0.55 sr) de collection de photons. Une seconde lentille achromatique de grande distance focale ($f = 300\text{mm}$) permet d'obtenir un grandissement important. Elle focalise

atome	transition	λ_t [nm]	modèle laser	λ_l [nm]
$^{88}\text{Sr}^+$	$5s^2 2S_{1/2} \rightarrow 5p^2 2P_{1/2}$	422	Toptica DL 100	422
	$4d^2 2D_{3/2} \rightarrow 5p^2 2P_{1/2}$	1092	Koheras Adjustik Y10	1092
	$4d^2 2D_{3/2} \rightarrow 5p^2 2P_{3/2}$	1003	Toptica DL Pro	1003
	$4d^2 2D_{5/2} \rightarrow 5p^2 2P_{3/2}$	1033	Koheras Adjustik Y10	1033
^{88}Sr	$5s^2 1S_0 \rightarrow 5s^2 5p 1P_1$	461	Toptica DL Pro	461
	$5s 5p 1P_1 \rightarrow (4d^2 + 5p^2) 1D_2$	405	diode laser libre	405
$^9\text{Be}^+$	$1s^2 2S_{1/2}(F=2) \rightarrow 1s^2 2P_{1/2}$	313	Koheras Adjustik Y10	1050
			Koheras Adjustik Y10 + Boostik	1550
^9Be	$1s^2 2s^2 1S_0 \rightarrow 1s^2 2s 2p 1P_1$	235	Tsunami	940nm
		532	Millennia	532nm

TABLE 2.1 – Tableau recapitulatif des différentes transitions utilisé et des différents laser associés.

l'image de l'ion au niveau d'un diaphragme (SM1D12SZ de Thorlabs) qui filtre spatialement les photons. Ce diaphragme bloque les photons qui ne sont pas émis par l'ion mais, par exemple, issus du laser et diffusés par la surface du piège. Ce diaphragme peut être fermé sur l'image de l'ion afin d'éliminer le fond de l'image et ainsi de maximiser le rapport signal à bruit sur la fluorescence. Un filtre étroit en longueur d'onde (10nm FWHM) à 422nm est placé après ce diaphragme et permet d'éliminer les photons qui ne sont pas à la longueur d'onde de fluorescence (lumière ambiante, autre laser, etc). Une lentille biconvexe ($f = 50\text{mm}$) est placée à $2f$ du diaphragme, elle nous permet de faire l'image de l'ion après une lame séparatrice (50/50) en conservant le grandissement initial. La lame nous permet à la fois de voir l'ion sur une caméra et de compter les photons sur un Photo-Multiplicateur (PM). La caméra est une caméra Mako G-158B de Allied Vision de et le PM vient de Hamamatsu Photonics (modèle H12386). Des platines de translation nous permettent de déplacer l'optique de collection dans trois directions. En théorie cette optique a un grandissement de $\gamma = \frac{300}{60} = 5$, mais la caractérisation à la mire de résolution 1951 USAF a donné un $\gamma = 7.5$. Cette différence importante peut s'expliquer par la position de la lentille biconvexe qui est un peu décalée vers le diaphragme pour des raisons mécaniques ce qui augmente le grandissement.

Le taux de collection a été mesuré et vaut $TC = 2.02 \times 10^{-3} \pm 5 \times 10^{-5}$ ce qui correspond à la moitié du taux de collection d'un autre système similaire sur une autre expérience de l'équipe car elle n'utilise pas de lame séparatrice 50/50 pour une imagerie et un comptage simultané.

La caméra utilisée pour le strontium a une taille de capteur $5.02\text{mm} \times 3.75$, une résolution de 1456×1088 (soit une taille de pixel de $3.45\mu\text{m}$). Le champ sur cette caméra avec ce système de collection est d'environ $500\mu\text{m}$ et le nombre pixel entre deux ions est de l'ordre de 45 (environ $20\mu\text{m}$ de distance inter-ion).

Un autre système de collection a été mis au point pendant ma thèse. L'objectif de celui-ci est de permettre l'imagerie d'un ion de béryllium dans les deux zones de piégeage distantes de 5mm et de mesurer sa fluorescence le long du piège mais aussi de faire l'imagerie d'un cristal d'ions strontium dans la zone cible afin de pouvoir estimer le nombre d'ion dans le cristal et de mesurer la fluorescence.

La difficulté d'un tel système optique d'imagerie est que les ions Be^+ et Sr^+ émettent des photons de longueur d'onde très différentes : 313 et 422nm. En effet, dans l'UV les indices de réfraction des matériaux varient beaucoup avec la longueur d'onde. Par exemple pour la silice fondue, matériau de la plupart des optiques utilisées ici, l'indice de refraction à 422nm est $n_{FS}(422\text{nm}) = 1.4679$ et à 313nm vaut $n_{FS}(313\text{nm}) = 1.4844$ (calculé à partir de [115]). Les objectifs achromatiques étant très chers (environ 10k€) nous avons opté, pour le moment, pour

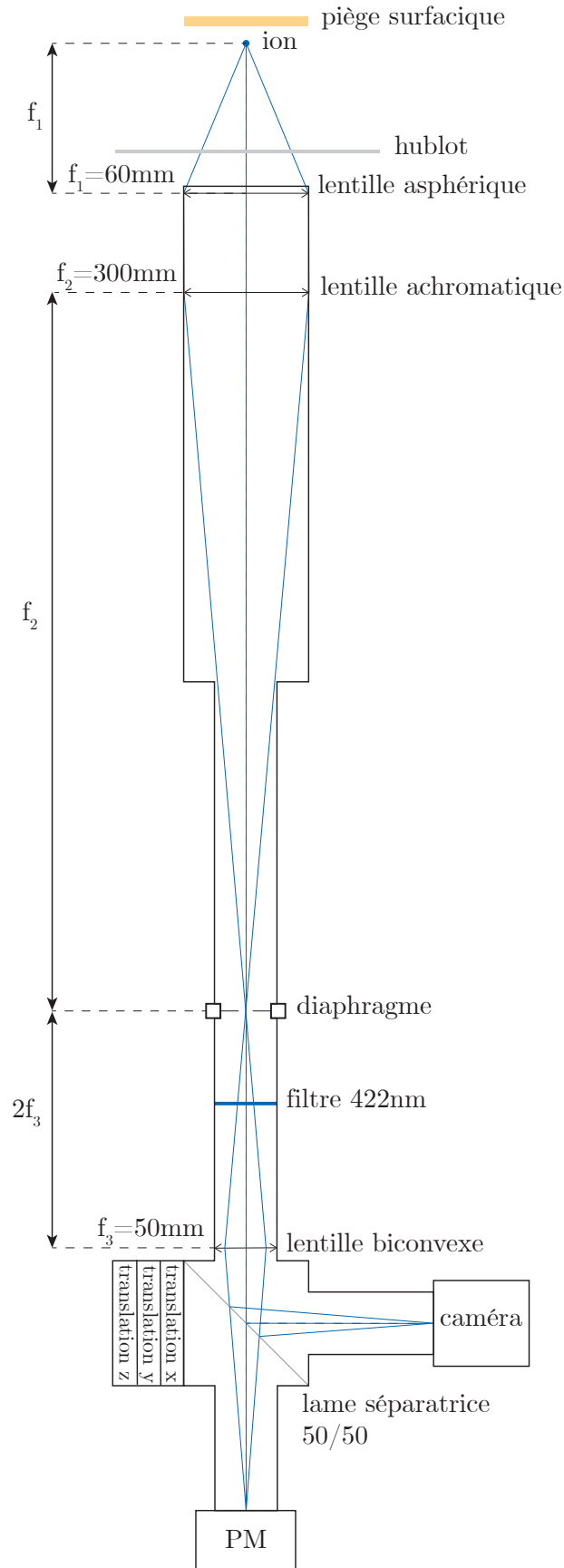


FIGURE 2.18 – Système de collection de photons utilisé pendant ma thèse combinant une caméra et un PM.

une solution où l'imagerie du strontium et du béryllium se fait sur deux caméras différentes. La caméra du béryllium doit être sensible à 313nm, avoir une grande résolution. Notre choix s'est porté sur la caméra Dhyana 400BSI de Tucsen avec un capteur sCMOS $13.3mm \times 13.3mm$, une résolution de 2048×2048 (correspondant à une taille de pixel $6.5\mu m \times 6.5\mu m$). Nous souhaitons que le champ de la caméra permette de voir l'ion dans les deux zones de piégeage soit un champ entre 6mm et 7.7mm ce qui correspond à un grandissement γ compris entre $1.70 < \gamma < 2.2$. Pour une paire de lentilles asphérique et achromatique (comme pour l'optique de collection du strontium) dont l'une est fixée à $f_1 = 60mm$ afin de minimiser la distance ion-objectif et de maximiser le taux de collection, la focale de la lentille achromatique peut être choisie entre $100 < f_2 < 130mm$. Nous avons à disposition une lentille achromatique $f_2 = 100mm$. Avec ce grandissement ($\gamma = 1.7$) on trouve environ 5 pixels entre chaque ion ce qui est raisonnable pour pouvoir distinguer deux ions. Le champ sur la caméra est de 8mm. La figure 2.19 représente le schéma du système de collection qui permettra d'imager le béryllium et le strontium et aussi d'acquérir les émissions des deux ions avec des photomultiplicateurs.

2.4.2 Compteur-séquenceur

La plupart des mesures faites avec des ions utilisent des méthodes séquentielles alternant des phases de refroidissement, de préparation et de mesure. Chaque séquence est une succession de durées pendant lesquelles les différents lasers sont fixés à des intensités et des désaccords en fréquence donnés. Le comptage des photons doit être synchronisé avec ces différentes phases dont la durée est de l'ordre de la dizaine de micro-secondes. Pour cela nous utilisons un montage électronique composé de trois micro-contrôleurs Arduino DUE.

- Le premier sert de séquenceur : il produit des signaux logiques qui pilotent l'allumage et l'extinction des lasers pour plusieurs configurations d'intensité et de fréquence. En effet, les signaux TTL du séquenceur contrôlent des interrupteurs rapides (switchs) dont les signaux d'entrée sont ceux destinés aux AOM (Fig 2.20). Le séquenceur contrôle également les fenêtres de comptage de photons.
- Le deuxième micro-contrôleur sert de compteur : il compte les photons dans l'intervalle des fenêtres que lui adresse le séquenceur et ordonne ces mesures selon l'état des switchs des différents lasers.
- Le troisième micro-contrôleur sert à asservir l'intensité des lasers (implémenté pour le 422nm), cette partie est détaillée dans la suite.

La figure 2.20 montre le schéma de montage compteur-séquenceur-asservisseur.

Asservissement en intensité du 422nm

Le contrôle de l'amplitude du signal RF alimentant l'AOM permet d'asservir l'intensité du faisceau. Pour ce faire, l'intensité d'une fuite dans le parcours du faisceau est mesurée à l'aide d'une photodiode. Le signal de la photodiode est ensuite connecté à l'entrée ADC (Analog to Digital Converter) d'un micro-contrôleur d'asservissement (Arduino DUE). Ce micro-contrôleur utilise un algorithme PID (Proportionnel, Intégral, Dérivé) pour rétroagir sur l'amplitude du signal RF alimentant l'AOM, stabilisant ainsi l'intensité du faisceau selon la consigne choisie. Un signal logique (gate) est envoyé par le séquenceur pour synchroniser l'asservissement de l'intensité avec les séquences.

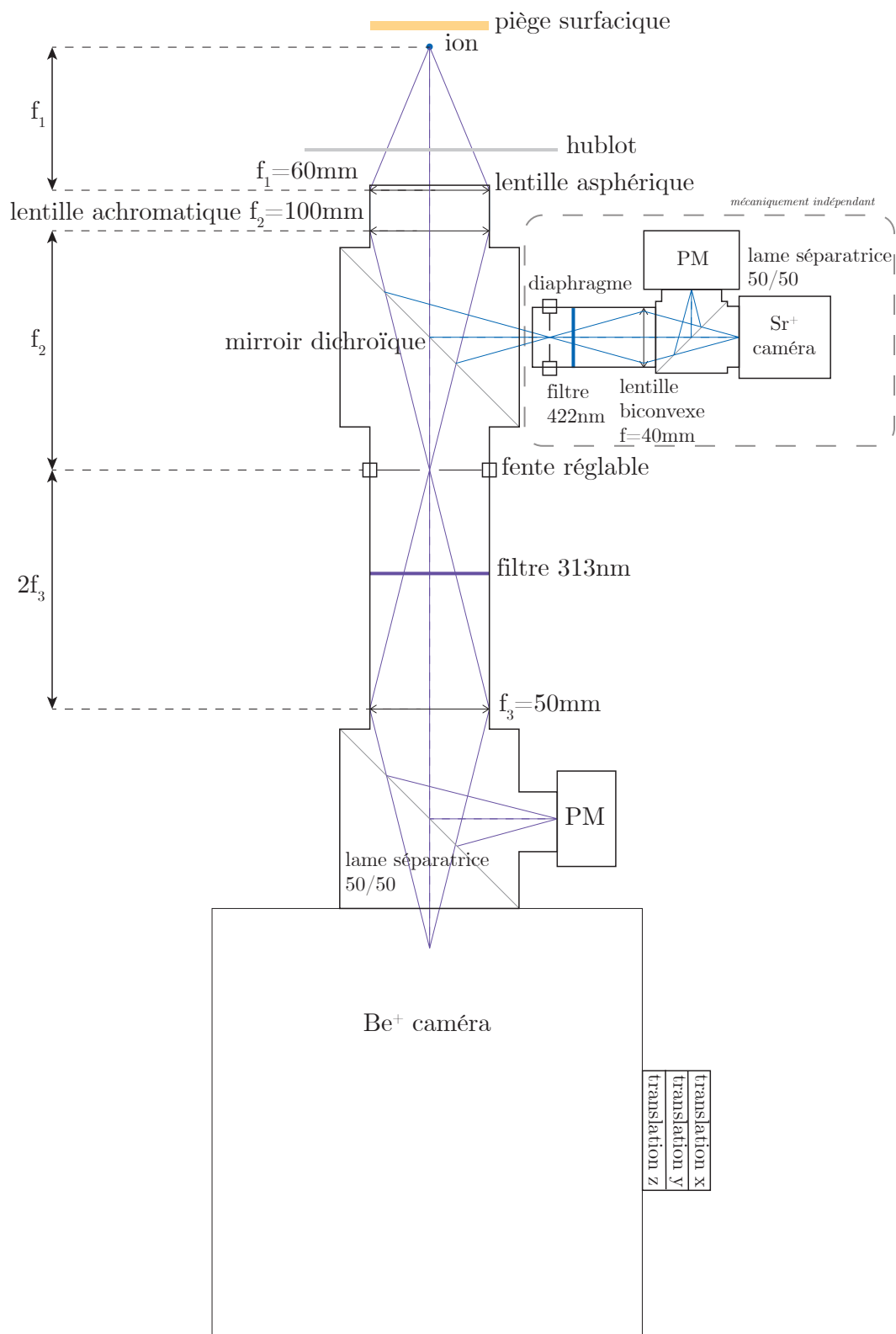


FIGURE 2.19 – Une lame dichroïque permet de séparer les deux longueurs d'onde. La lumière à 422nm réfléchi est imagée de façon similaire au système précédent. Cette partie du montage est mécaniquement indépendante de la principale. L'imagerie du béryllium est comparable mais ici le diaphragme est remplacé par une fente micrométrique car l'ion de béryllium sera présent dans les deux zones de piégeage alors que les strontium sera uniquement piégé dans la zone cible.

Exemples de séquences de mesure

Dans cette partie nous allons voir deux exemples de séquence de mesure utilisées pendant ma thèse : la mesure du taux de collection de photon et la mesure d'un spectre de fluorescence.

Commençons par le **taux de collection**, l'idée derrière cette mesure est de manipuler la population des niveaux de l'ion afin qu'il émette un photon unique. Pour cela on se place donc en configuration de repompage cohérent (voir figure 2.8a). En calculant le rapport entre le nombre de photons uniques détecté et le nombre total de cycles d'émission, on obtient le taux de collection de notre système (optique et électronique).

La séquence utilisée pour cette mesure est représentée figure 2.21. Cette séquence se déroule de la manière suivante :

1. Phase de refroidissement pour que l'ion reste froid après chaque répétition de la séquence. Cette phase permet également, en mesurant le nombre de photons diffusés, de s'assurer que l'ion est toujours présent et en cas contraire de recharger le piège.
2. En éteignant le repompeur, on déplace la population vers le niveau metastable $D_{3/2}$.
3. En allumant le repompeur pour amener la population vers le niveau excité et en l'absence du faisceau de refroidissement un seul photon sera émis. La fenêtre de détection du compteur est ouverte pendant cette phase pour détecter ce photon.
4. Lorsque la population est de façon certaine dans le niveau fondamental on mesure le fond à soustraire à nos mesures.

Pour faire un **spectre de la fluorescence** de l'ion en fonction de la fréquence du faisceau de refroidissement, le laser alterne entre une fréquence de refroidissement (typiquement avec un désaccord de $-I$) et une fréquence de sonde qui balaie un intervalle de fréquence allant de $-4I$ à $2.5I$. On se place en pompage incohérent pour éviter les phénomènes de résonances noires et de light-shift. Pour chaque point du spectre la séquence suivante, représentée sur la figure 2.22, sera répétée un grand nombre de fois (une centaine) :

1. Une phase de refroidissement à la fréquence $\nu_{cooling}$ pour les mêmes raisons que lors de la mesure du taux de collection, d'autant plus que la fréquence de la sonde peut se trouver dans la partie de chauffage Doppler.
2. Basculement à la fréquence de sonde et mesure des photons diffusés par l'ion (gate ON).
3. Pompage de la population dans les niveaux metastable (IR éteint).
4. Mesure du fond produit par le faisceau à 422nm à la fréquence de sonde.

La figure 2.23 montre un exemple du type de spectre que l'on obtient avec cette séquence sur un ion de strontium.

Les séquences contiennent également des périodes d'attente pour l'asservissement de l'intensité ou de réinitialisation des fenêtres de comptage.

2.5 Choix de la géométrie et des matériaux du piège

Le piège utilisé pendant ma thèse est un piège de Paul linéaire surfacique composé d'électrode de cuivre plaqué or sur un substrat en alumine. Le plaquage en or des électrodes permet de protéger le cuivre de l'oxydation. Le substrat a quant à lui été choisi pour sa rigidité diélectrique élevé, $35kVmm^{-1}$. En effet, les électrodes RF vont être soumises à des tensions élevées de l'ordre de $1000V_{pp}$ et d'autres matériaux couramment utilisés pour ce genre de piège (par exemple la résine FR4) ont montré un échauffement pour des tensions de cet ordre. La distance interélectrodes a été fixée à $200\mu m$ pour éviter tout claquage (claquage à 7kV avec alumine).

2.5. CHOIX DE LA GÉOMÉTRIE ET DES MATÉRIAUX DU PIÈGE

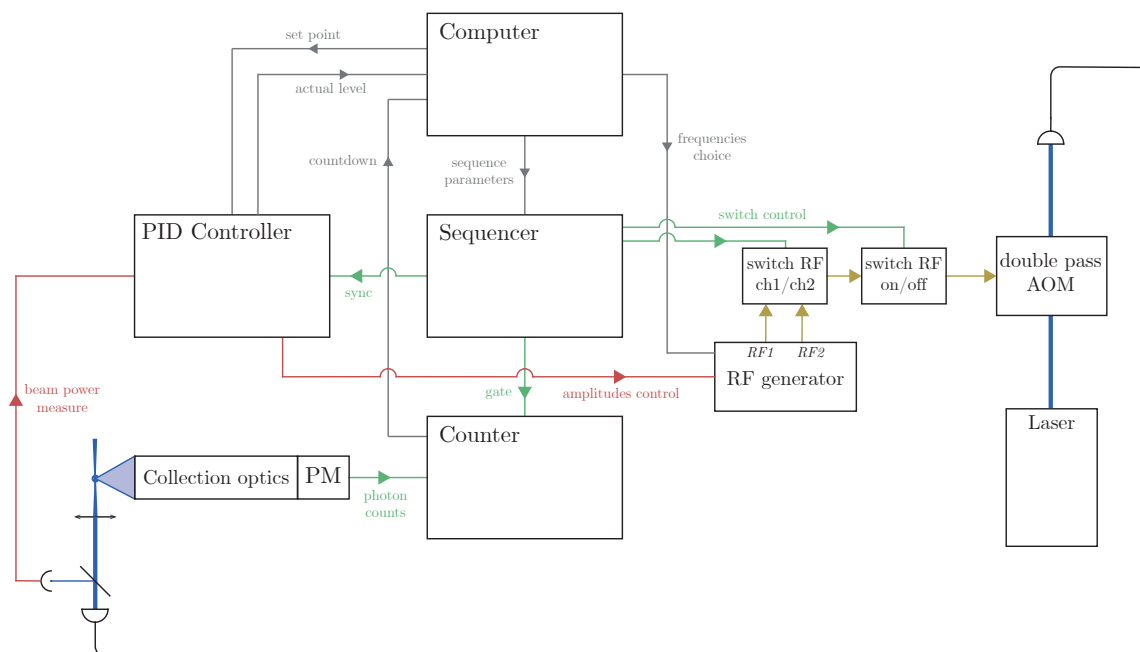


FIGURE 2.20 – Schéma du système compteur-séquenceur-asservisseur. Les signaux émis sur le réseau local sont représenté en gris. Le vert correspond aux signaux logiques, le rouge pour les signaux analogiques et enfin le jaune pour les signaux RF.

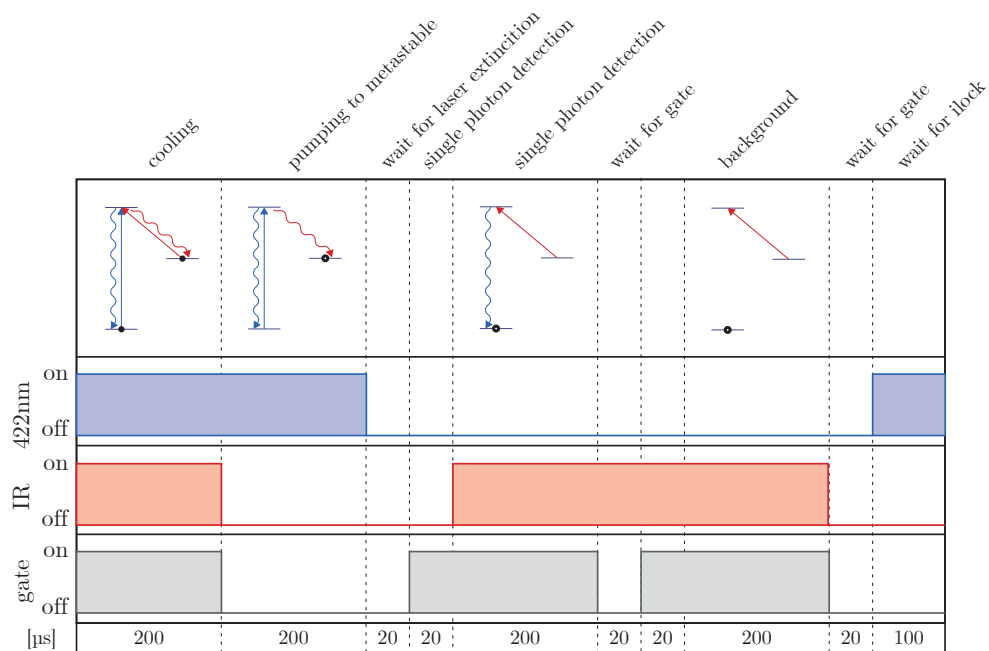


FIGURE 2.21 – Schéma de la séquence de mesure du taux de collection d'un système optique.

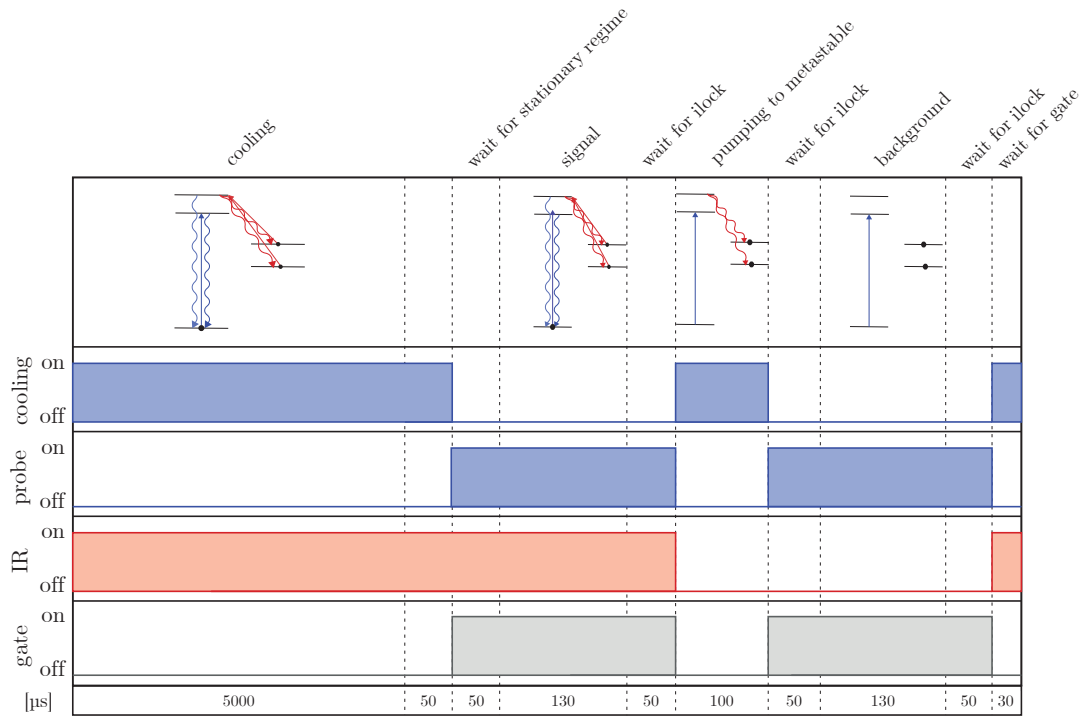


FIGURE 2.22 – Schéma de la séquence de mesure d’un point du spectre de fluorescence d’un ion.

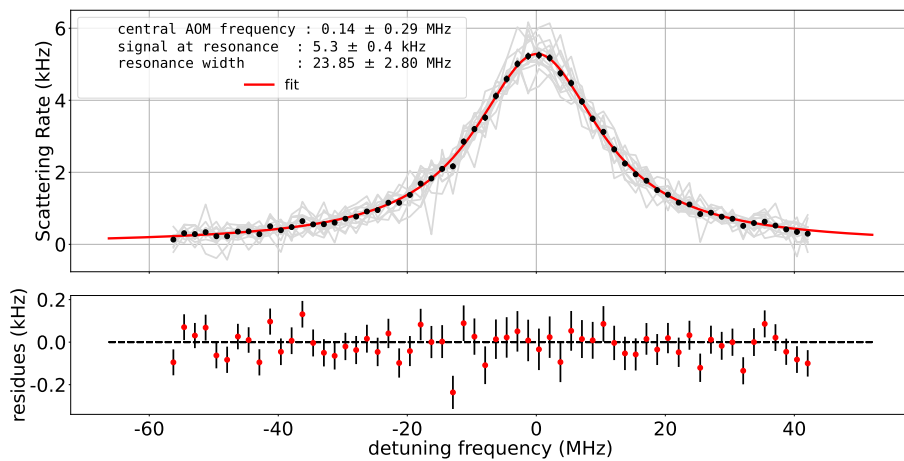


FIGURE 2.23 – Série de spectres de fluorescence d’un ion $^{88}\text{Sr}^+$. Ces spectres ont été réalisés pour avec un champ magnétique de 0.27G et un faisceau d’une puissance de $3.33\mu\text{W}$. La largeur de l’ajustement de cette série vaut $23.9 \pm 2.8\text{MHz}$ et le signal à résonance est de $5.3 \pm 0.4\text{kHz}$.

2.5. CHOIX DE LA GÉOMÉTRIE ET DES MATÉRIAUX DU PIÈGE

Le piège a une géométrie à 5 fils. Ce genre de géométrie utilise généralement 7 électrodes DC pour former une zone de piégeage. Dans notre cas nous souhaitons en avoir deux donc nous avons opté pour un piège à 13 électrodes DC, l'électrode centrale étant commune aux deux zones. Pour diminuer la distance entre les deux zones, les 4 segments centraux ont une largeur réduite (1mm). La distance entre les deux centres de piégeage est de 4.96mm.

La figure 2.24 montre la géométrie du piège ainsi que la nomenclature des électrodes qui sera utilisée dans la suite du manuscrit. L'abréviation "EC" vient de "EndCap" couramment utilisé pour désigner les électrodes ayant pour vocation de fermer le potentiel selon l'axe longitudinal. L'abréviation "DCRF" désigne l'électrode DC se situant entre les électrodes RF. L'abréviation "C" vient de "Compensation" et désigne les autres électrodes ayant pour vocation de compenser l'excès de micro-mouvement. En réalité, comme nous le verrons au chapitre 3, toutes les électrodes participent à la compensation de l'excès de micro-mouvement mais certaines ont plus d'effet sur certaines compensations que d'autres.

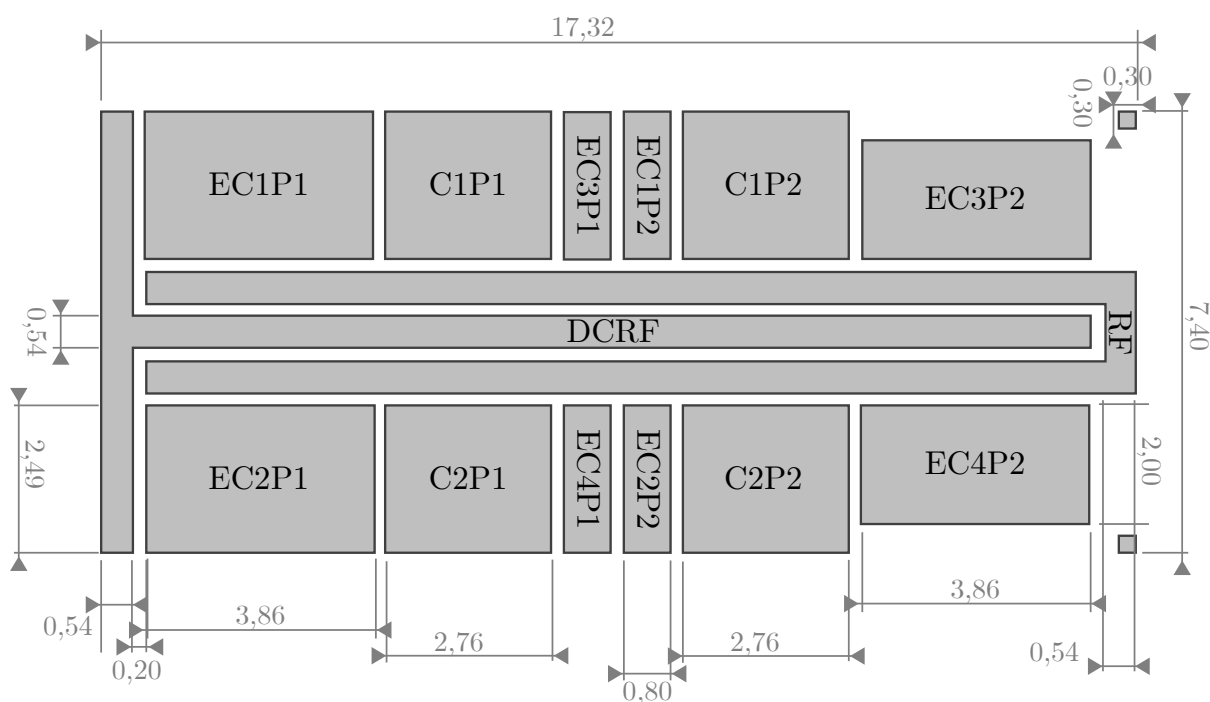


FIGURE 2.24 – Design du double piège, l'échelle est en mm et la distance interélectrodes est de $200\mu\text{m}$. Les petites électrodes carrées servent à connecter la RF en aplatissant les bondings au maximum pour atteindre le centre du piège. La forme en U de la RF permet d'homogénéiser la phase de la RF sur les deux bras. La forme en T de l'électrode DCRF permet de la connecter au bord latéral du piège.

Les électrodes du piège étant connectées à la matrice de broches (CPGA : Ceramic Pin Grid Array) par des câbles micro-soudés arrivant sur la surface, il est important que la connection des électrodes centrales (RF et DCRF) ne gêne pas le passage des faisceaux au risque de diffuser des photons parasites ou pire d'être endommagé par les faisceaux. Pour éviter ce problème l'électrode DC centrale (DCRF) a été prolongée en forme de T pour la connecter depuis le bord. Les électrodes RF, quant à elles, ont été fusionnées en forme de U de l'autre côté et des petits pads au bord du piège permettent de la connecter en abaissant les câbles micro-soudés entre le bord et l'électrode afin de ne pas gêner le passage des faisceaux.

La hauteur de piégeage, soit la distance ion-surface, est fixée par la géométrie c'est-à-dire par la largeur des électrodes centrales [61]. En première approximation elle est égale à la largeur

de l'électrode centrale (figure 2.24).

2.6 Génération des tensions de piégeage

Nous avons vu au chapitre 1 comment piéger des ions en utilisant une combinaison de champs oscillants et statiques. Dans cette partie, nous allons aborder la manière dont ces champs sont produits expérimentalement en appliquant des tensions sur les électrodes du piège.

Dans l'enceinte ultra-vide, le piège est monté sur un CPGA, un composant couramment utilisé pour connecter des dispositifs électroniques. Les électrodes du piège sont reliées aux broches du CPGA par des câbles micro-soudures (bondings), réalisées avec des fils d'or de quelques dizaines de micromètres de diamètre.

Les connexions entre les broches du CPGA et les électrodes sont également reliées à des capacités de filtrage, qui sont elles-mêmes connectées au plan de masse du CPGA. Cela permet un filtrage des tensions (pour les électrodes DC) au plus près du piège.

Un passage de câble de type subD50 est relié à deux nappes de 25 câbles compatibles avec l'ultra-vide, permettant d'acheminer les tensions électriques au support du CPGA. Pour la tension RF et l'une des tensions DC (électrode axiale que nous nommerons ici DCRF), la connexion se fait par un passage SMA connecté côté enceinte à un câble coaxial compatible avec l'ultra-vide allant au support du CPGA. La figure 2.25 montre une image du support du piège ainsi que ses connexions.

2.6.1 Tension RF

Pour générer les tensions RF appliquées sur le piège on utilise le signal d'un générateur de basse fréquence (GBF, Rigol DG4162) à impédance de sortie de 50Ω . Sa sortie est amplifiée grâce à un amplificateur 25W (model : 25A250A de AR Worldwide). Afin d'amplifier le signal à des tensions très élevés (de l'ordre de $1000V_{pp}$) et de filtrer le signal en fréquence on utilise un résonateur toroïdal. Un schéma du circuit d'amplification est présenté sur la figure 2.26.

Le résonateur, est composé de deux bobines, primaire et secondaire, enroulées autour d'un tore ferromagnétique (Amidon T157-6 iron powder toroid). Durant ma thèse j'ai fabriqué un certain nombre de résonateurs toroïdaux résonant à des fréquences comprise entre 3.6MHz et 35MHz. La figure 2.27 présente l'image d'un résonateur à 14.15MHz.

Pour un transformateur idéal, le rapport de transformation est donnée par le rapport entre le nombre de spires du secondaire et du primaire :

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad (2.15)$$

où U_1 et U_2 sont respectivement les tensions en entrée et en sortie du transformateur, N_1 est le nombre de spires de la bobine primaire et N_2 celui de la bobine secondaire. Nous souhaitons une amplification maximale. Les transformateurs ont donc une spire unique sur le circuit primaire. Le nombre de spires ainsi que l'espacement entre les spires du secondaire dépendent de la fréquence de résonance souhaitée.

Un pont diviseur de tension capacitif est placé entre la sortie du connecteur SMA du résonateur en direction du piège et un connecteur BNC permettant d'y connecter une sonde. Ce pont nous permet de mesurer la tension à l'aide d'une sonde et, connaissant le facteur d'atténuation de ce pont, de remonter à la tension appliquée sur le piège. La figure 2.28 présente le circuit du pont capacitif.

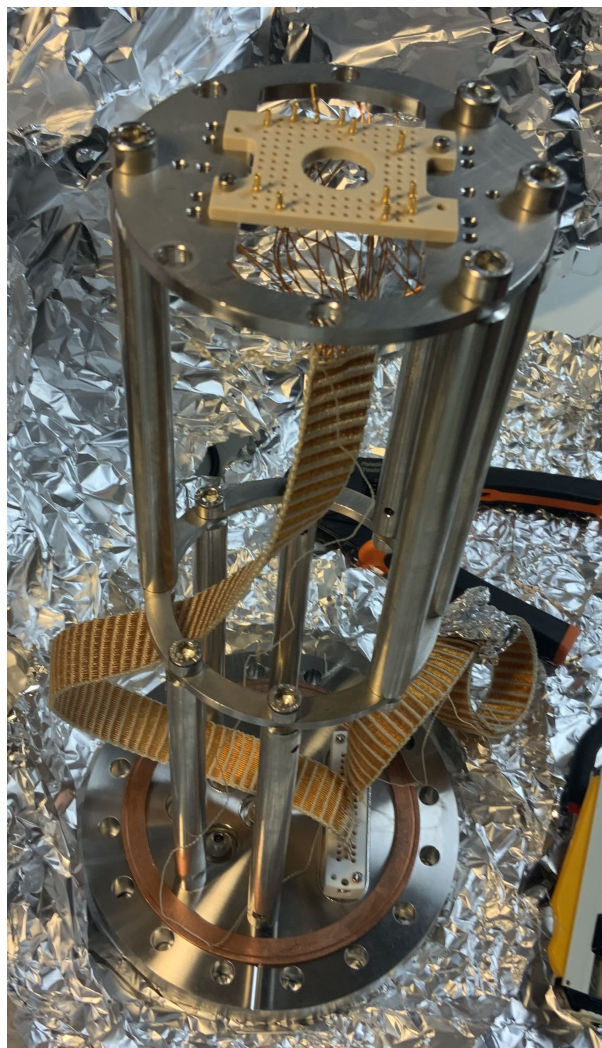


FIGURE 2.25 – Image du support du piège en cours de connection des nappes au support du CPGA. Les câbles coaxiaux ne sont pas encore montés.

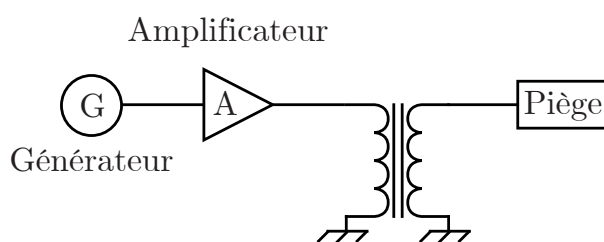


FIGURE 2.26 – Schéma du circuit d'amplification.

2.6.2 Tension DC

Nous souhaitons avoir un contrôle individuel et précis sur la tension de chacune des 13 électrodes DC du piège. Pour cela nous utilisons un convertisseur analogique numérique (DAC) model AD 5373 de Analog Devices avec lequel nous communiquons via le réseau local. Ce DAC a 32 sorties avec une plage de tensions de $\pm 10V$ et un encodage 14 bit ce qui permet une résolution en tension de $20V/2^{14} = 0.0012V$.

Les tensions délivrées par le DAC sont ensuite filtrées pour éliminer au maximum le bruit électronique sur le piège. Une carte de filtrage est montée entre le DAC et l'entrée de l'enceinte.

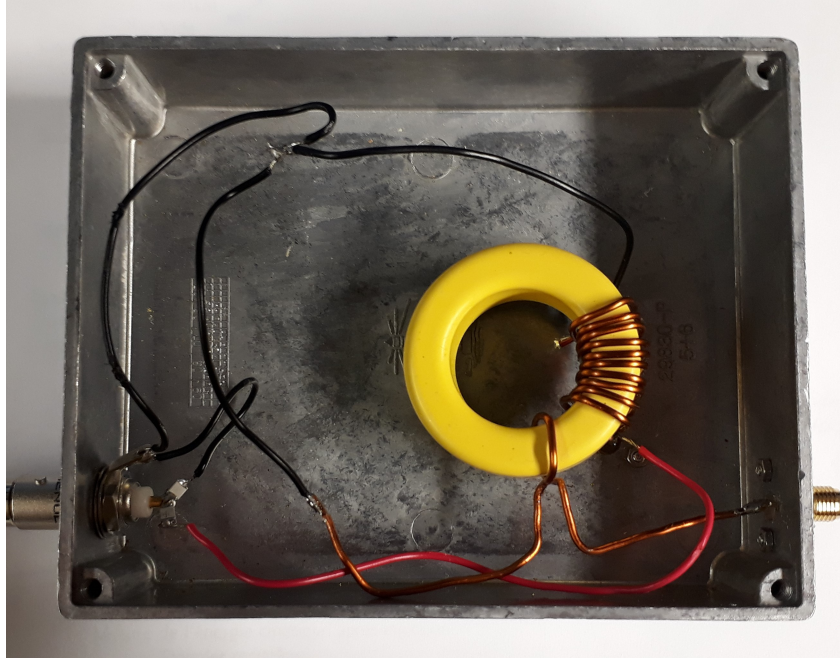


FIGURE 2.27 – Image du résonateur à 14.15MHz. La bobine primaire compte une spire tandis que la secondaire en compte 10.

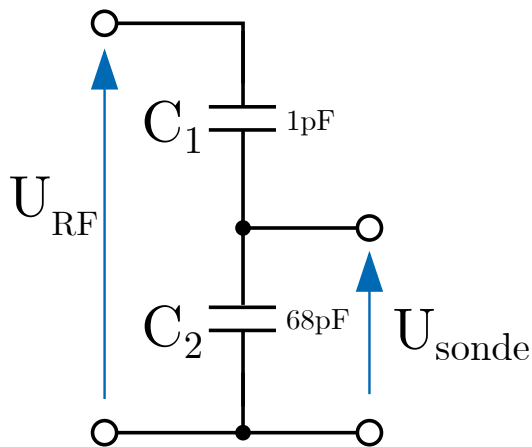


FIGURE 2.28 – Schéma circuit du pont diviseur de tension capacitif. La capacité de 1pF est choisie pour réduire la capacité parasite introduite par la sonde dans le circuit d'amplification. La seconde capacité permet d'obtenir un fort facteur d'atténuation étant donné les tensions appliquées sur le piège. En théorie : $U_{RF} = U_{sonde} \times (C_1 + C_2)/C_1 = U_{sonde} \times 69$, le facteur d'atténuation du pont est de 69, en pratique, à faible tension RF, nous mesurons un facteur d'atténuation de 65.

Cette carte est une copie d'une précédente carte de filtrage dont la fréquence de coupure a été mesurée et vaut 10Hz. Le schéma électronique 2.29 montre une de ces voies.

Sur deux des électrodes, une dans chaque zone de piégeage, nous souhaitons pouvoir additionner une tension d'excitation RF pour mesurer les fréquences propres du piège, plus de détails sur cette mesure sont donnés dans la section 3.3 à la page 74. Sur ces voies, un

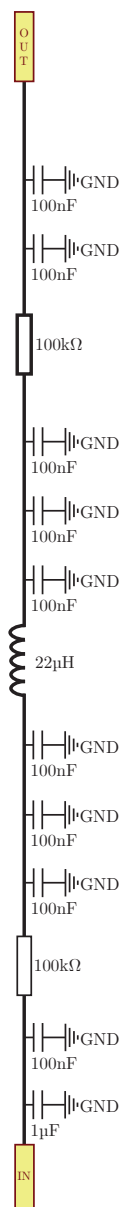


FIGURE 2.29 – Schéma d'une voie de filtrage des tensions issues du DAC.

circuit bias-T est intégré prenant en DC la tension du DAC et en AC une tension externe. Un interrupteur permet de basculer en mode bias-T lorsque nécessaire. Le schéma de cette voie en présentés figure 2.30.

En plus du filtrage nous souhaitons, pour les quatre EndCap du piège 2, pouvoir sommer des tensions continues extérieures et ce de la façon la plus rapide possible, plus de détails seront donnés dans le chapitre 4. Pour ces quatre voies après le circuit de filtrage se trouve un montage de sommation représenté sur la figure 2.31. Compte tenu de la montée en tension abrupte que nous souhaitons, aucun éléments de filtrage n'est monté sur ces voies après les sommateurs.

Sur ces voies, la somme de tension est toujours active donc en amont de l'entrée extérieure, un interrupteur rapide permet de basculer de 0V (la masse) à la tension prédéfinie en quelques centaines de nanoseconde. Ces deux interrupteurs rapide, représentés figure 2.32, sont déclenchés par une entrée TTL et alimentés en $\pm 15V$. Plus de détails sur l'entrée TTL sont donnés au chapitre 4.

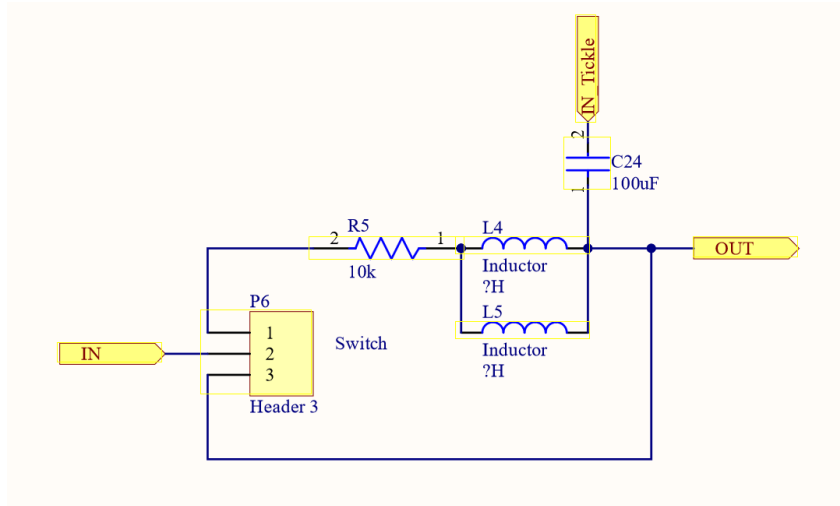


FIGURE 2.30 – Schéma d’une voie permettant la mesure des fréquences propres.

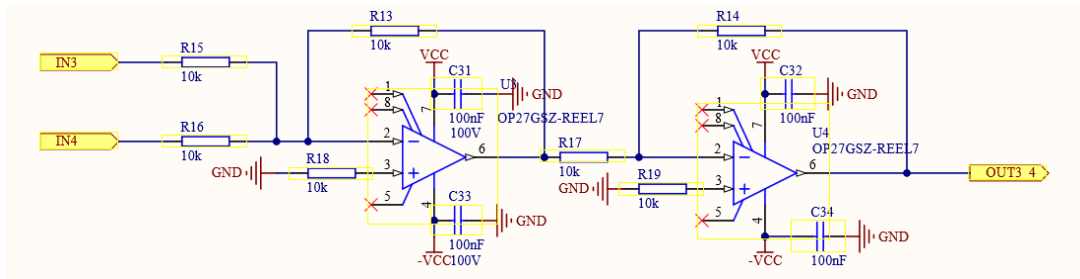


FIGURE 2.31 – Schéma d’une voie avec sommateurs.

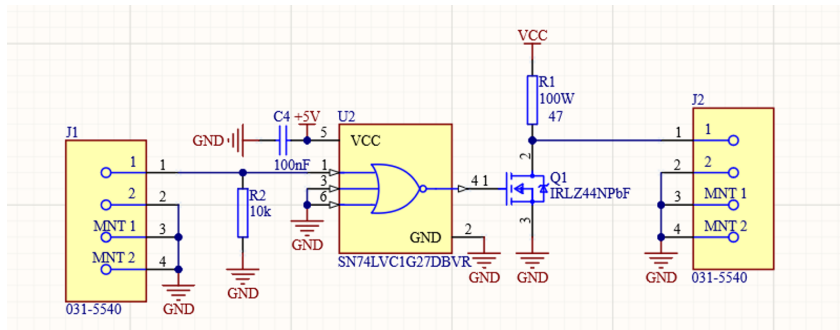


FIGURE 2.32 – Schéma des interrupteurs rapides

2.7 Compensation du champ magnétique

Autour de l’enceinte se trouvent trois paires de bobines permettant de créer un champ magnétique à l’intérieur de l’enceinte. Ces bobines servent notamment à compenser le champ magnétique terrestre et à définir un axe de quantification en imposant un champ B dans une direction contrôlée.

Le champ créé par une bobine de N spires et de rayon R au centre de son axe est :

$$B_{\text{bobine}}(z) = \frac{\mu_0 N I R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}} \quad (2.16)$$

où z est la distance du centre de la bobine, I est le courant parcourant la bobine et μ_0 est la

perméabilité magnétique du vide. Pour une paire de bobines séparées d'une distance h où le même courant circule dans le même sens le champ magnétique vaut donc au centre du système :

$$B_{\text{Helmholtz}}(z = 0) = \frac{\mu_0 N I R^2}{(R^2 + \frac{h^2}{4})^{3/2}} \quad (2.17)$$

Le nombre de spires de toutes nos bobines est de 50. Pour l'axe perpendiculaire à la surface du piège (y), les deux bobines ont un rayon de 7.5cm et sont distantes de 12cm et, pour les autres axes (x et z), le rayon des bobines est de 4cm et la distance entre les bobines d'une paire est de 22cm. Ainsi, le champ attendu est de 3.99G/A pour l'axe y et de 0.63 G/A pour les axes x et z .

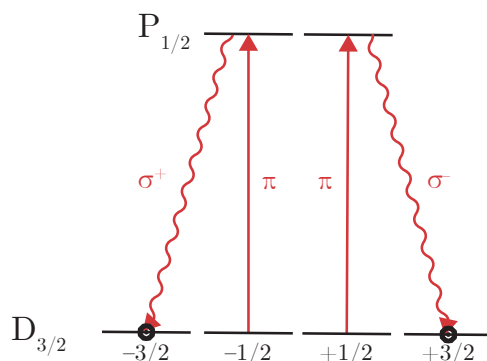


FIGURE 2.33 – Schéma de niveaux lors du repompage en onde π entre les niveau $D_{3/2}$ et $P_{1/2}$. La population se retrouve entièrement dans les sous-niveau $m = \pm 3/2$ du niveau $D_{3/2}$. Dans cette configuration l'ion cesse de fluorescer.

Pour compenser le champ magnétique au niveau de l'ion nous utilisons une méthode qui consiste à aligner le champ magnétique sur la direction de polarisation du repompeur en repompage cohérent. Lorsque la polarisation du repompeur est parallèle à l'axe de quantification magnétique, l'excitation se fait purement en onde π . La population finira donc entièrement dans un des sous niveaux de $D_{3/2}$ $m = \pm 3/2$ et l'ion ne pourra plus fluorescer. En pratique, nous commençons par appliquer un champ selon la direction de polarisation du repompeur (vertical ou horizontal). Ensuite à l'aide des bobines restantes, nous déterminons expérimentalement les intensités des courants à appliquer qui minimisent la fluorescence de l'ion. Puis pour trouver le champ dans la première direction on change de bobine et on tourne la polarisation de 90° , on répète l'opération. Une fois le champ compensé on peut tourner la polarisation du repompeur, la fluorescence doit rester nulle.

Une autre méthode similaire existe avec le faisceau de refroidissement où l'on utilise cette fois la polarisation circulaire du faisceau.

Conclusion

Dans ce chapitre, j'ai présenté le système expérimental mis en place pendant ma thèse afin d'étudier, dans un piège surfacique, le refroidissement d'un ion de béryllium par un cristal de Coulomb d'ions de strontium.

Les différents aspects techniques qui ont été abordés sont :

- l'enceinte ultravide
- la création des ions

- la génération et l'asservissement des fréquences laser
- le système de collection et de détection des photons diffusés par les ions piégés (caméra et PM)
- la géométrie et le choix des matériaux du piège
- la génération et l'application des tensions RF et DC
- le contrôle et la mesure du champ magnétique dans l'enceinte

Ces éléments constituent la base technique permettant l'obtention des résultats expérimentaux présentés dans les chapitres suivants.

Chapitre 3

Calcul des potentiels

Ce chapitre est consacré à la modélisation du potentiel de piégeage ainsi qu'à plusieurs applications découlant de ce calcul, telles que la compensation de l'excès de micro-mouvement, la cartographie du champ parasite ou le transport d'ions.

3.1 Calcul des tensions DC

Dans cette partie, nous allons nous intéresser à la manière dont nous calculons les tensions à appliquer aux électrodes pour obtenir la forme de potentiel de piégeage souhaitée. L'objectif sera d'obtenir une forme qui permette de piéger et refroidir deux espèces d'ions et de lancer de manière contrôlée un ion léger dans un nuage d'ions lourds.

3.1.1 Potentiel d'une électrode rectangulaire

Le potentiel produit par le piège étant la somme des potentiels produit par chacune des électrodes, nous commencerons par nous intéresser au potentiel créé par une électrode de forme rectangulaire incluse dans un plan au potentiel nul.

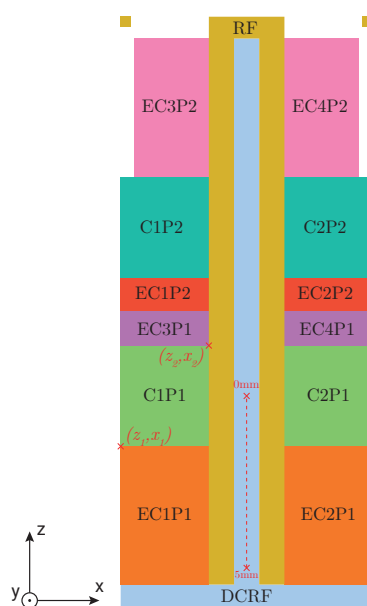


FIGURE 3.1 – Représentation "gapless" et nomenclature des électrodes du piège surfacique.

On considère la surface supérieure de l'électrode dans le plan $y = 0$, avec les deux sommets opposés de l'électrode en $(x_1, 0, z_1)$ et $(x_2, 0, z_2)$, où $x_1 < x_2$ et $z_1 < z_2$ (un exemple est donné, en rouge, sur la figure 3.1 pour l'électrode C1P1). L'électrode est portée à une tension V , tandis que le reste du plan est à la masse :

$$\phi(x, 0, z) = \begin{cases} V & x_1 < x < x_2 \text{ et } z_1 < z < z_2, \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.1)$$

Le calcul du potentiel créé par cette électrode au point $x, y > 0, z$ a une solution analytique qui a été calculée par M. G. House [63] :

$$\begin{aligned} \phi(x, y, z) = \frac{V}{\pi} \left\{ \right. & \arctan \left[\frac{(x_2 - x)(z_2 - z)}{y \sqrt{y^2 + (x_2 - x)^2 + (z_2 - z)^2}} \right] \\ & - \arctan \left[\frac{(x_1 - x)(z_2 - z)}{y \sqrt{y^2 + (x_1 - x)^2 + (z_2 - z)^2}} \right] \\ & - \arctan \left[\frac{(x_2 - x)(z_1 - z)}{y \sqrt{y^2 + (x_2 - x)^2 + (z_1 - z)^2}} \right] \\ & \left. + \arctan \left[\frac{(x_1 - x)(z_1 - z)}{y \sqrt{y^2 + (x_1 - x)^2 + (z_1 - z)^2}} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Notons que cette expression est le produit de la tension à laquelle l'électrode est portée et d'une expression contenant uniquement les informations géométriques de l'électrode ainsi que la position du point d'évaluation du potentiel. Cette propriété sera exploitée afin de calculer les tensions à appliquer.

3.1.2 Méthode matricielle de calcul des tensions DC

La méthode de calcul des tensions DC présentée dans la suite est traitée en détail dans la thèse de R. B. Blakestad [51], mais également dans celles de Benjamin Szymanski [116] et de David T. C. Allcock [117].

Le potentiel que l'on souhaite obtenir doit obéir à un certain nombre de contraintes que l'on choisit. Par exemple, on souhaite généralement que le minimum du potentiel, là où les ions froids se localisent, soit situé à un endroit précis du piège. De même, on peut vouloir choisir les fréquences propres de piégeage, notamment celle sur l'axe longitudinal qui sera fixée uniquement par les tensions appliquées aux électrodes DC. La direction des axes propres de vibration de l'ion dans le piège peut aussi être une caractéristique que l'on souhaite contrôler.

Pour déterminer les tensions DC qui satisfont le mieux nos exigences, nous allons tout d'abord partir du potentiel total Ψ_{tot} sous sa forme indépendante du temps. Pour cela, on choisit de modéliser le potentiel RF par le pseudo-potential Ψ introduit au chapitre 1 :

$$\Psi_{tot}(\vec{r}) = \Psi(\vec{r}) + \sum_{i=1}^N V_i \phi_i \quad (3.3)$$

N est le nombre total d'électrodes DC, V_i est la tension appliquée à l'électrode i et ϕ_i est le potentiel produit par l'électrode pour un volt de tension. Le pseudo-potential RF, tiré de l'équation (1.35), s'exprime :

$$\Psi(\vec{r}) = \frac{ZeV_{RF}^2}{4m\Omega_{RF}^2} |\nabla \phi_{RF}(\vec{r})|^2 \quad (3.4)$$

$\phi_{RF}(\vec{r})$ est le potentiel par volt crée par l'ensemble des électrodes RF, et V_{RF} est l'amplitude de la tension RF.

Il nous faut maintenant traduire nos contraintes dans cette équation. Les trois contraintes sur la position peuvent se traduire de la manière suivante :

$$\nabla\Psi_{tot}(\mathbf{r})|_{\mathbf{r}_0} = \mathbf{0} \quad (3.5)$$

\mathbf{r}_0 étant la position à laquelle on souhaite fixer le minimum du potentiel et $\mathbf{0}$ est le vecteur nul.

Nous souhaitons également fixer la fréquence longitudinale du piégeage tout en respectant la contrainte physique imposée par la loi de Laplace qui veut que $\Delta\Psi_{DC} = \alpha_x + \alpha_y + \alpha_z = 0$, où $\alpha_i = \frac{\partial^2\Psi_{DC}}{\partial x_i^2}|_{\mathbf{r}_0}$ avec $x_i \in \{x, y, z\}$, soit :

$$\Delta\Psi_{DC}(\mathbf{r})|_{\mathbf{r}_0} = \frac{m\omega_z}{Ze} \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1 \right). \quad (3.6)$$

On choisit d'égaliser α_x et α_y ($= -1/2$) dans cette expression car une autre contrainte portera sur l'anisotropie entre les fréquences propres radiales du potentiel.

L'anisotropie, p , représente la différence de courbure du potentiel DC entre les axes radiaux. On choisit de la définir de la façon suivante (l'indice 0 de α indique la valeur prise avant l'application d'une rotation des axes propres) :

$$\alpha_{x,0} = -\frac{\omega_z}{2}(1-p) \quad (3.7)$$

$$\alpha_{y,0} = -\frac{\omega_z}{2}(1+p) \quad (3.8)$$

Cette contrainte sur l'anisotropie se traduit par :

$$\frac{\partial^2\Psi_{DC}(\mathbf{r})}{\partial y^2}|_{\mathbf{r}_0} - \frac{\partial^2\Psi_{DC}(\mathbf{r})}{\partial x^2}|_{\mathbf{r}_0} = p \frac{\partial^2\Psi_{DC}(\mathbf{r})}{\partial z^2}|_{\mathbf{r}_0}. \quad (3.9)$$

Nous souhaitons également choisir l'inclinaison, d'un angle θ , des axes propres du potentiel dans le plan xy . Cela se traduit par :

$$\frac{\partial^2\Psi_{tot}}{\partial x\partial y}|_{\mathbf{r}_0} = 2\cos(\theta)\sin(\theta)(\alpha_{x,0} - \alpha_{y,0}) \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial^2\Psi_{tot}}{\partial x^2}|_{\mathbf{r}_0} = \alpha_x = \cos^2(\theta)\alpha_{x,0} + \sin^2(\theta)\alpha_{y,0} \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial^2\Psi_{tot}}{\partial y^2}|_{\mathbf{r}_0} = \alpha_y = \sin^2(\theta)\alpha_{x,0} + \cos^2(\theta)\alpha_{y,0} \quad (3.12)$$

On contraindra aussi l'axe propre longitudinal du potentiel à rester colinéaire à z : $\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial z} = 0$.

Nous venons ainsi de définir 7 contraintes pour un potentiel comportant une zone de piégeage.

En définissant le vecteur opérateur P à m contraintes (ici $m = 7$), prenant dans notre cas la forme :

$$P^T = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}, \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \dots, \frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial z} \right), \quad (3.13)$$

et à partir de l'égalité (3.3) sous forme matricielle évaluée à la position $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$ en appliquant notre vecteur opérateur, on obtient :

$$P\Psi_{tot}(\mathbf{r})|_{\mathbf{r}_0} - P\Psi(\mathbf{r})|_{\mathbf{r}_0} = P\phi_{DC}|_{\mathbf{r}_0}V \quad (3.14)$$

ϕ_{DC} est le vecteur ligne contenant les potentiels par volt de chaque électrode :

$$\phi_{DC} = (\phi_1, \dots, \phi_n) \quad (3.15)$$

et V est le vecteur colonne contenant l'ensemble des tensions DC associées aux n électrodes :

$$V^T = (V_1, \dots, V_n). \quad (3.16)$$

On obtient une expression matricielle de la forme :

$$C = MV \quad (3.17)$$

où $C = C_1 - C_2$ est le vecteur contrainte globale, avec $C_1 = P\Psi_{tot}(\mathbf{r}_0)$ le vecteur contrainte sur le potentiel final et $C_2 = P\Psi(\mathbf{r}_0)$ le vecteur prenant en considération le potentiel dû aux électrodes RF. C , comme C_1 et C_2 sont des vecteurs de dimension $m \times 1$ où m est le nombre total de contraintes. Il est possible d'intégrer dans C_2 d'éventuels potentiels parasites que l'on souhaiterait prendre en considération. $M = P\phi_{DC}$ est une matrice de dimension $m \times n$ dont chaque élément $M_{i,j}$ est la i -ème contrainte appliquée au potentiel par volt de la j -ème électrode.

La solution qui satisfait toutes les contraintes est :

$$V = M^{-1}C \quad (3.18)$$

où M^{-1} est la matrice inverse de M . Les dimensions de M étant fixées par le nombre de contraintes et par le nombre d'électrodes, il n'est donc pas garanti qu'elle soit carrée. Pour résoudre ce problème, nous avons recours à une méthode mathématique : la pseudo-inverse. Plus spécifiquement, nous utilisons la pseudo-inverse de Moore-Penrose [118, 119].

Cette méthode de calcul des tensions DC correspond à la résolution d'un système de m équations linéaires, m correspondant au nombre total de contraintes, mis sous une forme matricielle : $C = MV$ où M est une matrice de dimension $m \times n$, n étant le nombre d'électrodes à tensions indépendantes. Il est possible de montrer que pour qu'une solution existe, le nombre d'électrodes ne peut être inférieur au nombre de contraintes. M est de rang r , c'est-à-dire que M contient r lignes linéairement indépendantes, autrement dit, qu'elles ne peuvent pas s'écrire comme une combinaison linéaire des autres lignes. Si $r < m$ cela signifie que $m - r$ contraintes sont des combinaisons linéaires d'autres contraintes, donc qu'il peut exister une contradiction entre les valeurs que l'on souhaite affecter à ces contraintes et les valeurs des autres contraintes. En algèbre linéaire, le rang des lignes est égal au rang des colonnes. Cela implique que $\text{rang}(M) \leq \min(m, n)$. Cela signifie que si le nombre d'électrodes est inférieur au nombre de contraintes, alors dans le meilleur des cas, $m - n$ contraintes ne seront pas linéairement indépendantes. Le cas idéal étant celui d'une matrice de rang $r = m$, un cas sans contradiction possible entre deux contraintes. Nous pouvons en tirer la conclusion que le nombre de contraintes que l'on souhaite fixer doit être inférieur ou égal au nombre d'électrodes.

Néanmoins, si le problème est sous-contraint, autrement dit si le nombre d'électrodes est supérieur au rang de M , il n'y a pas de solution unique. La méthode de la pseudo-inverse donne l'une de ces solutions de manière arbitraire.

Lorsque le problème est sur-contraint, c'est-à-dire lorsque le nombre de contraintes est supérieur au nombre d'électrodes, la matrice inverse n'existe pas. La pseudo-inverse Moore-Penrose permet dans ce cas d'obtenir la solution de moindres carrés qui satisfait au mieux les contraintes.

Il est à noter également que toutes les contraintes n'ont pas forcément la même échelle. Par exemple, la contrainte sur la position $\frac{\partial \phi}{\partial r}$ est en V/m alors que la contrainte sur la fréquence

propre $\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2}$ est en V/m^2 . Ainsi certaines contraintes peuvent avoir un poids plus important et être satisfaites en priorité. De plus, cela peut être accentué par l'unité choisie, par exemple si l'on travaille en mètres sur un piège de la taille de l'ordre du micromètre, la contrainte sur la fréquence est six ordres de grandeur plus grande que la contrainte sur la position, comparer au cas où le problème est traité en micromètre.

Pour y remédier, il est souhaitable de travailler avec une échelle appropriée au problème. Une autre solution est d'attribuer des poids aux différentes contraintes. Ainsi, un utilisateur peut également choisir quelles contraintes sont prioritaires en leur donnant une importance relative. On peut faire cela simplement en multipliant chaque ligne de C et de M par le poids qui lui est attribué (des contraintes telles qu'une tension ou un rapport de tensions fixes ne peuvent pas être pondérées de cette façon).

3.1.3 Généralisation de la méthode matricielle pour N zones de piégeage

L'expérience menée durant ma thèse exigeait deux zones de piégeage, j'ai donc généralisé cette méthode de calcul des tensions DC pour N zones de piégeage.

Pour généraliser, on calcule la matrice M_i pour chaque zone de piégeage en prenant en compte l'ensemble des n électrodes. De même pour les contraintes C_i . Il suffit ensuite de concaténer les vecteurs contraintes de chaque zone ainsi que les matrices. Pour obtenir les tensions, comme précédemment, il suffit de déterminer la pseudo-inverse de M . L'équation suivante est la généralisation à N zones :

$$\begin{pmatrix} \begin{bmatrix} C_{1,zone1} \\ \vdots \\ C_{m_1,zone1} \end{bmatrix} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} C_{1,zoneN} \\ \vdots \\ C_{m_N,zoneN} \end{bmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} C_{1,E_1} & \dots & C_{1,E_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n,E_1} & \dots & C_{n,E_n} \end{bmatrix}_{(x_1,y_1,z_1)} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} C_{1,E_1} & \dots & C_{1,E_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n,E_1} & \dots & C_{n,E_n} \end{bmatrix}_{(x_N,y_N,z_N)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_n \end{pmatrix}. \quad (3.19)$$

La dimension du vecteur contrainte, i.e. le nombre de contraintes imposées, est donnée par :

$$m = \sum_{i=1}^N m_i \quad (3.20)$$

où les m_i sont le nombre de contraintes pour chaque zone i .

Il est à noter que l'on peut également avoir des "zones" (positions d'évaluation) non piégeantes mais qui nous permettent de définir une propriété intéressante, il en sera question au chapitre suivant.

Pour notre piège à deux zones de piégeage nous considérons généralement l'ensemble de contraintes suivant :

$$(\beta_{x,P} \beta_{y,P} \beta_{z,P} \gamma_P \text{ ani}_P f_{z,P} \beta_{x,T} \beta_{y,T} \beta_{z,T} \gamma_T \text{ ani}_T f_{z,T}) \quad (3.21)$$

où les contraintes β sont les dépendances linéaires des champs selon x, y, z évaluées aux minima des zones de piégeage projectile (P) et cible (T), γ_P et γ_T sont les inclinaisons aux points P et

T , ani_P et ani_T sont les anisotropies dans les deux zones et $f_{z,P}$ et $f_{z,T}$ sont les contraintes sur les fréquences longitudinales aux minima en P et T.

3.2 Modélisation du potentiel

3.2.1 Approximation "gapless"

Pour appliquer des tensions différentes aux électrodes, il est physiquement nécessaire d'avoir un isolant entre celles-ci, ce qui se traduit dans notre cas par la présence d'un espace inter-électrode de $200\mu m$ sur notre piège. Prendre en compte la présence d'un diélectrique entre les électrodes est une tâche complexe. En première approximation, il est courant de considérer que les électrodes s'étendent jusqu'au centre de l'espace inter-électrode et de ne pas prendre en compte ce gap inter-électrodes. Cette approximation, dite "gapless", peut être utilisée lorsque la distance inter-électrodes est petite devant la distance ion-électrode, elle-même petite devant la dimension du piège [120]. Il a également été montré que même dans le cas extrême où la distance inter-électrode vaut la moitié de la distance ion-électrode, l'influence de l'écart inter-électrode reste faible [121]. Pour rappel, dans notre cas, la distance ion-électrodes est de $635\mu m$. La difficulté à prendre en compte la présence d'un matériau diélectrique nous pousse généralement à nous placer dans cette approximation.

3.2.2 Calcul de la profondeur de piégeage

Pour déterminer la profondeur d'un potentiel par un calcul numérique, on commence par modéliser le potentiel total en additionnant le pseudo-potentiel des électrodes RF au potentiel DC dans l'approximation "gapless" via l'expression du potentiel d'une électrode rectangulaire (3.2) vue plus haut dans ce chapitre. La profondeur du piège est donnée par la différence de potentiel entre le minimum et le premier maximum local. La position de ce maximum est couramment appelée point col.

Pour trouver numériquement ce point col, on peut calculer le gradient du potentiel total pour faire apparaître les zones d'inflexion. En occultant la zone du minimum (on ne s'intéresse qu'aux maxima), on obtient, dans le plan xy en $z = z_0$, deux points d'inflexion comme illustré sur la figure 3.2. Le point col correspond au point dont la différence avec le minimum du potentiel est la plus faible. Il est à noter que pour une inclinaison nulle, ces deux points sont symétriques et donc correspondent à une même profondeur.

La figure 3.3 représente le potentiel en faisant apparaître en rouge l'équipotentiel correspondant au point col calculé.

En répétant cette opération sur plusieurs tranches du potentiel le long de l'axe z , on peut obtenir la figure 3.4 qui montre la hauteur du point col calculé pour chacune des tranches en fonction de leur position en z . On peut constater que, dans notre piège, le point col du potentiel qui donne la profondeur se situe en z_0 .

3.3 Mesure des fréquences propres

Pour mesurer les fréquences propres du potentiel de piégeage, on cherche à exciter le mouvement de l'ion en appliquant une tension oscillante additionnelle, de l'ordre de quelques mVpp, sur une électrode DC du piège. On choisit pour cela une électrode "endcap" (figure 3.1) car ces électrodes permettent d'exciter le mouvement de l'ion selon tous les axes du piège,

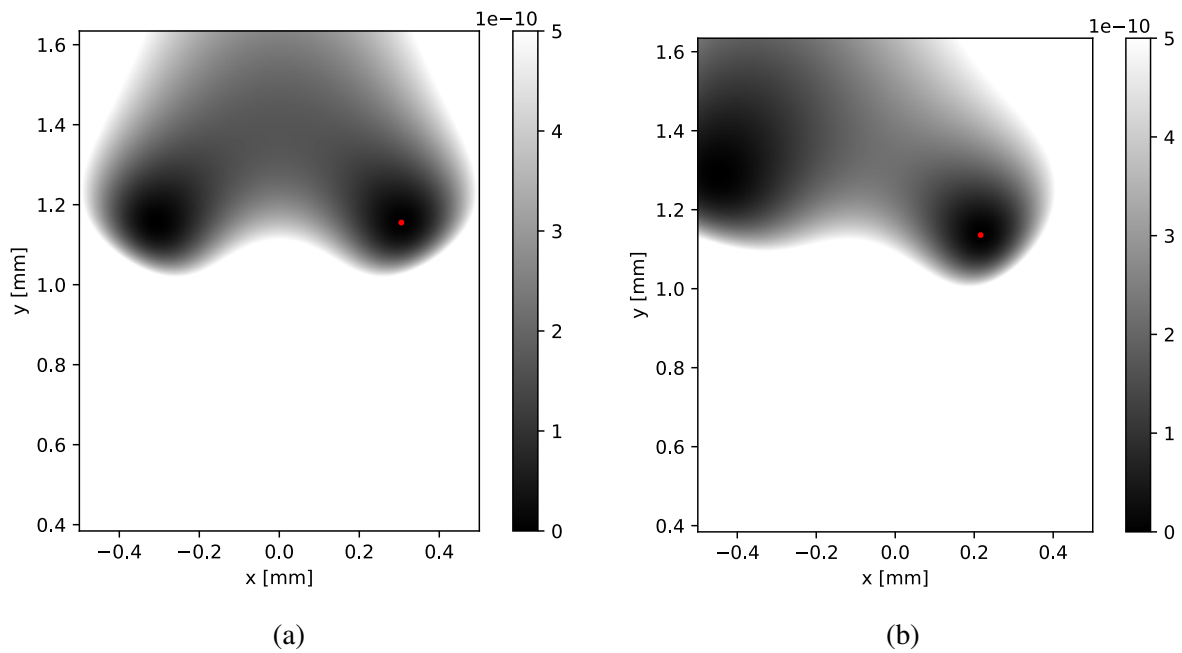


FIGURE 3.2 – Gradient du potentiel total, composé du pseudo-potential RF et du potentiel DC, dans le plan radial passant par le minimum du potentiel. Le point rouge correspond au minimum de ce gradient, indiquant la plus faible différence de potentiel avec le minimum. Sur cette figure, le gradient au minimum de potentiel n'est pas représenté pour faciliter la recherche des maxima locaux. Le graphique (a) correspond au calcul avec un anisotropie et une inclinaison nulle tandis que le graphique (b) correspond à une calcul avec un anisotropie DC de 75% et une inclinaison de 45°.

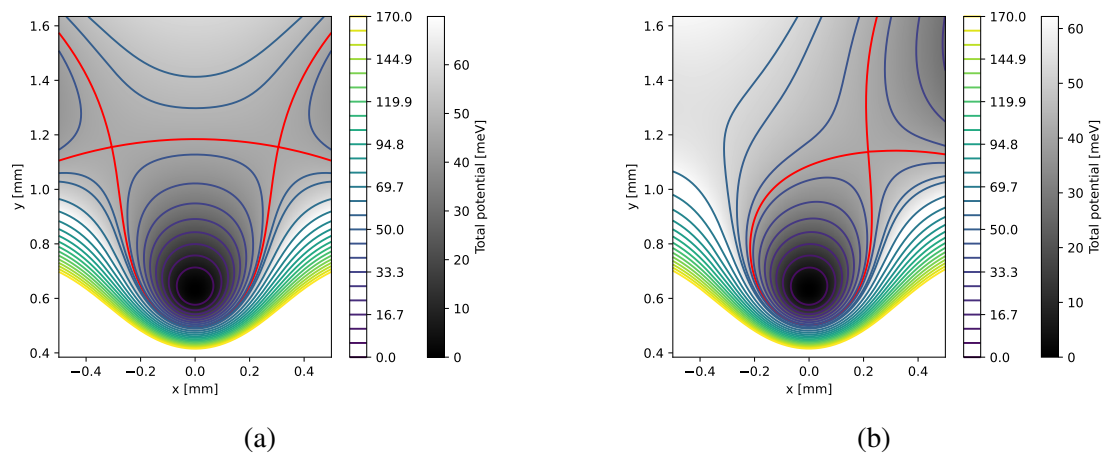


FIGURE 3.3 – Potentiel total, composé du pseudo-potential RF et du potentiel DC, dans le plan radial passant par le minimum du potentiel. Les lignes représentent les équipotentielles. La ligne rouge représente l'équipotentielle du point col déterminé via le calcul du gradient. Le graphique (a) correspond au calcul avec un anisotropie et une inclinaison nulle tandis que le graphique (b) correspond à une calcul avec un anisotropie DC de 75% et une inclinaison de 45°.

contrairement aux électrodes de compensation qui ne permettent pas d'exciter le mouvement

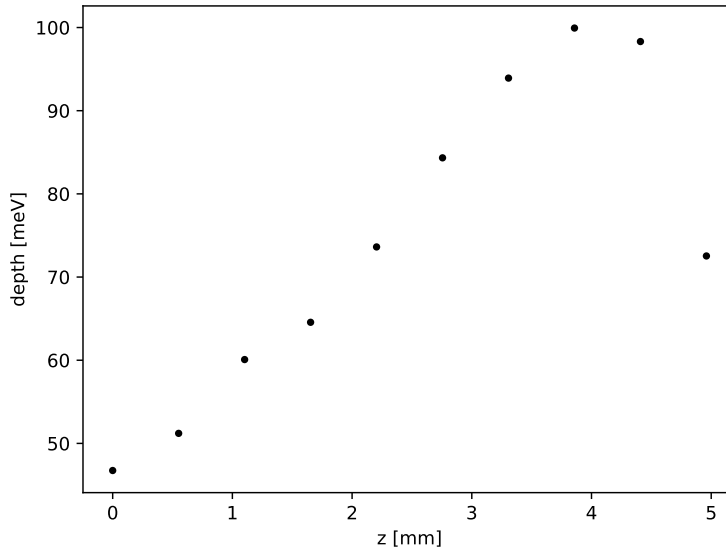


FIGURE 3.4 – Différences de potentiel entre le minimum de piégeage du potentiel et le potentiel au point col dans le plan xy pour différentes positions en z , allant du minimum en $z = 0\text{mm}$ de piégeage vers le bord en $z = 5\text{mm}$, voir la figure 3.1.

longitudinal, et a fortiori l'électrode centrale, DCRF, qui ne peut exciter que le mouvement perpendiculaire à la surface du piège.

Pour déterminer les trois fréquences propres du piège il suffit de balayer la fréquence de la tension d'excitation jusqu'à ce qu'elle corresponde à une des fréquences du mouvement de l'ion, la résonance ainsi produite est visible sur la caméra ou sur le niveau de fluorescence. L'information sur les fréquences radiales $f_{x,y}$ permet également de déduire la tension RF réelle appliquée sur le piège. En effet, la raideur du confinement RF est proportionnelle à la tension RF appliquée. Le calcul de l'amplitude de la tension RF, V_{RF} , peut se faire à partir de la relation suivante :

$$V_{RF} = \frac{2\pi f_{x,y} 2m \Omega_{RF}}{e \sqrt{\alpha_{x,y}}}, \quad (3.22)$$

où $\alpha_{x,y}$ sont les dérivées secondes par rapport à x et y du potentiel total au centre du piège. On peut comparer les valeurs obtenues avec celles mesurées par la sonde, placée au niveau du résonateur RF branché à l'entrée de l'enceinte, dont le facteur d'atténuation du pont capacitif aura été mesuré au préalable. La figure 3.5 montre un exemple de mesure de fréquences comparées aux valeurs théoriques.

Pendant ce genre de mesures, il est également possible de constater le caractère anharmonique de la courbure du potentiel en y . La figure 3.6 montre le potentiel selon les axes x et y . On constate que, selon l'axe x , le potentiel correspond plutôt bien à un potentiel harmonique, tandis que, selon y , le potentiel s'écarte rapidement du modèle harmonique. Dans la pratique, cela se traduit par l'observation d'un phénomène d'hystérésis autour de la fréquence de résonance. En effet, pour une amplitude de mouvement plus grande, la fréquence diminue selon y . Par conséquent, pour déterminer correctement la fréquence propre selon y , il faut prendre en compte ce phénomène et balayer la fréquence d'excitation des hautes vers les basses fréquences car le mouvement de l'ion peut être excité à des fréquences plus basses que la fréquence fondamentale, rendant la lecture de celle-ci plus ardue.

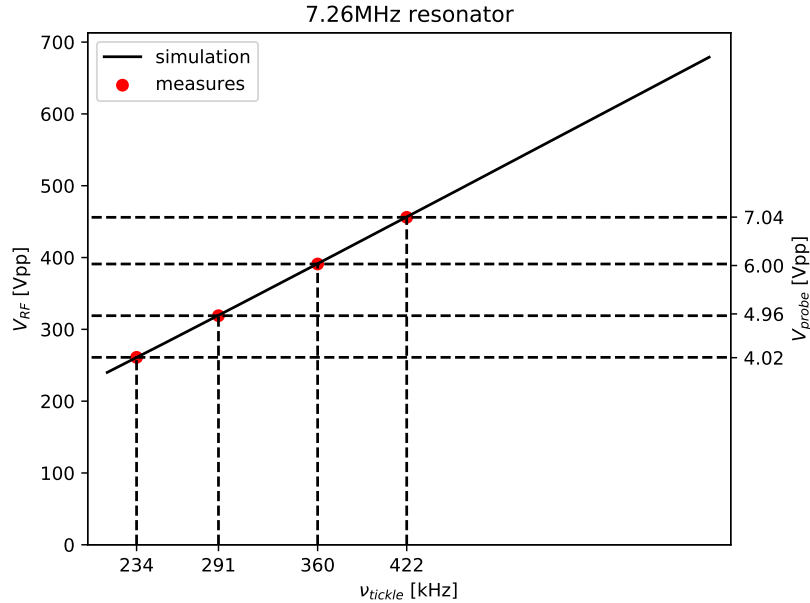


FIGURE 3.5 – Calcul de la tension RF à partir de la mesure de la fréquence d’excitation. Ici, la fréquence d’excitation est la moyenne des fréquences radiales, toutes deux très proches, la mesure ayant été réalisée pour un potentiel avec une anisotropie nulle. La valeur mesurée par la sonde est également indiquée, ce qui permet de calculer le facteur d’atténuation du pont capacitif, qui est de 64,8.

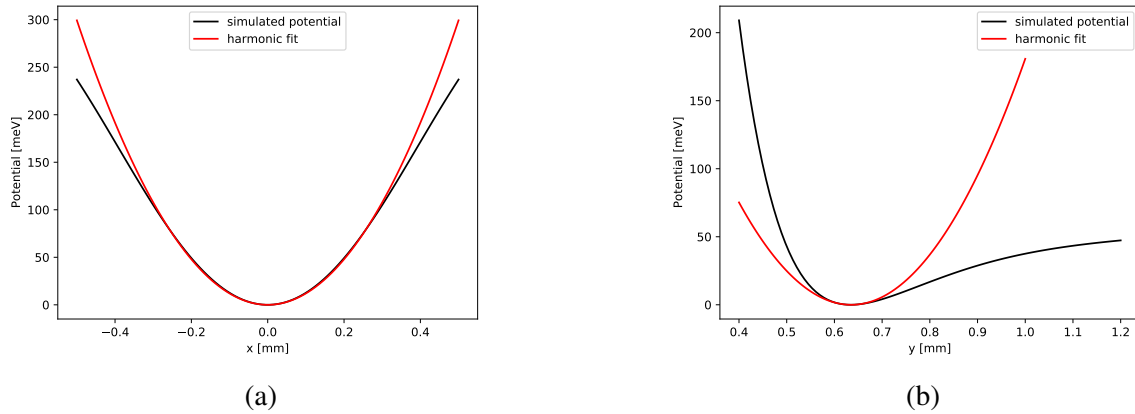


FIGURE 3.6 – Coupe du potentiel passant par le minimum, selon x , représentée sur le graphique (a) et selon y , représentée sur le graphique (b). Un ajustement du potentiel proche du minimum est représenté en rouge.

3.4 Compensation de l’excès de micro-mouvement

Lorsqu’un décalage entre le minimum du potentiel RF et celui du minimum du potentiel DC existe, les ions sont écartés du nœud du potentiel RF. Les ions subissent alors un mouvement forcé par le champ RF, ce qui engendre un excès de micro-mouvement qui impacte la fluorescence (par effet Doppler) des ions et donc les mesures.

Le décalage entre le minimum du potentiel RF et le minimum du potentiel DC peut avoir de multiples causes. Les champs parasites présents à l’intérieur de l’enceinte peuvent provenir

d'une accumulation de charge sur le piège ou son support, ou encore être causés par la présence d'un instrument générant un champ électrique à proximité du piège. Un défaut de fabrication du piège impactant la géométrie des électrodes est aussi une cause possible de micro-mouvement. Le couplage capacitif entre les électrodes RF et les électrodes DC adjacentes peut également induire un champ parasite. L'approximation "gapless" faite dans le calcul des tensions DC peut également entraîner un écart entre les positions calculées des minima du potentiel DC et RF et peut ainsi causer du micro-mouvement.

Une fois les tensions calculées et appliquées pour un jeu de contraintes donné, il est nécessaire de mesurer l'amplitude d'un excès de micro-mouvement de l'ion afin de le compenser, c'est-à-dire de ramener l'ion vers un nœud du potentiel RF. Pour cela, on peut agir sur les paramètres de champ "linéaires" (les paramètres en $\frac{\partial \psi}{\partial x_i}$) du vecteur de contrainte afin de trouver les champs adéquats pour minimiser le micro-mouvement.

Pour déterminer ces paramètres, il existe plusieurs techniques. L'une d'elles consiste à observer le décalage de l'ion sur des caméras lors d'une variation de l'amplitude de la tension RF. En augmentant la tension RF, l'ion est ramené vers le centre du potentiel RF. En se plaçant à une tension RF élevée, on note la position de l'ion. Ensuite, en diminuant la tension RF, si l'ion se décale, on peut le ramener à sa position de haute RF en ajustant les paramètres de déplacements linéaires radiaux, c'est-à-dire x et y . Ce procédé est réitéré jusqu'à ce que l'ion ne se déplace plus en changeant la tension RF. Cette méthode de compensation est limitée par la résolution de la caméra.

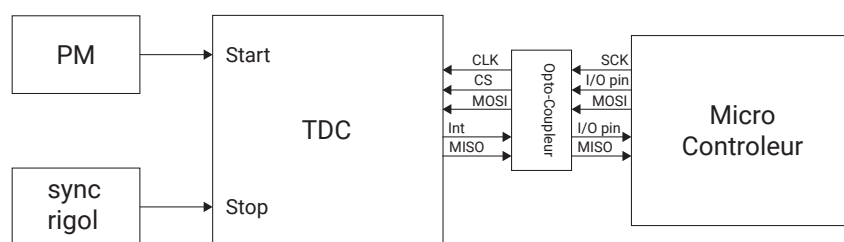


FIGURE 3.7 – Schéma du circuit TDC utilisé pour obtenir les histogrammes de temps d'arrivée des photons sur une période de la RF, permettant la compensation de l'excès de micro-mouvement. Avec ce dispositif, la résolution temporelle est de 56.1ps.

Une technique de compensation plus précise consiste à mesurer le décalage Doppler induit par le micro-mouvement sur la fluorescence de l'ion [122]. En d'autres termes, on observe les corrélations entre le temps d'arrivée des photons de fluorescence sur le PM et la phase du signal RF. Pour mesurer ces corrélations, on utilise un TDC (Time to Digital Converter, modèle : TDC GP22) qui mesure les délais entre le signal de départ (start), déclenché par la détection d'un photon sur le PM, et le signal d'arrêt (stop), correspondant au signal de synchronisation du générateur de RF du piège, avec une résolution d'environ cinquante picosecondes (une période RF à 14 MHz vaut 71 ns). Avec ce dispositif, détaillé sur la figure 3.7, il est possible de tracer un histogramme du nombre de photons détectés en fonction du délai par rapport au signal de synchronisation sur une oscillation de la RF. Si le nombre de photons est modulé par une sinusoïde, alors l'excès de micro-mouvement n'est pas compensé. En revanche, un histogramme plat révèle qu'il n'y a pas de corrélations entre la RF et la détection de photons. La figure 3.8 présente un exemple d'histogramme dans les cas non compensé et compensé. En ajustant l'histogramme, on peut extraire l'amplitude de la sinusoïde pour différentes valeurs d'un paramètre de compensation, et ainsi trouver sa valeur optimale, comme illustré sur la figure 3.9.

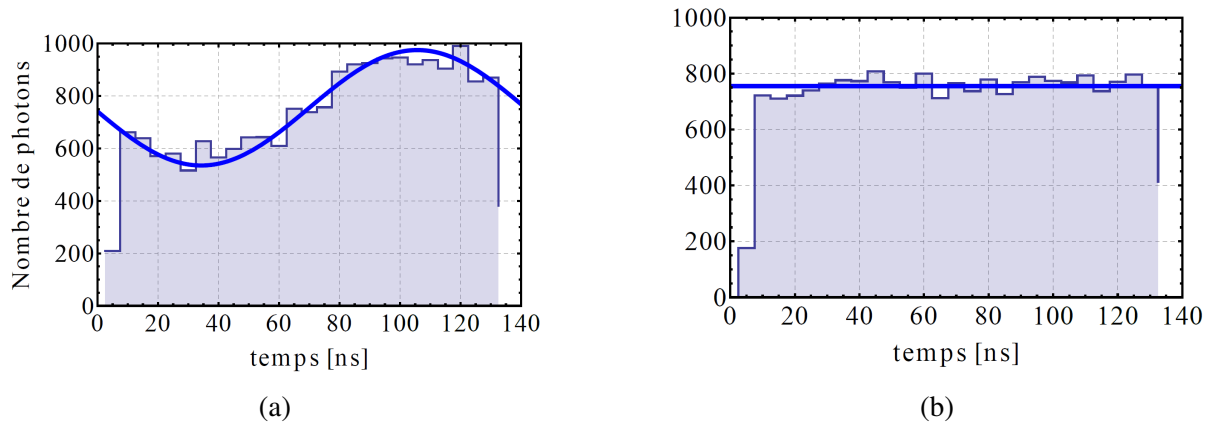


FIGURE 3.8 – (a) : histogramme de corrélation pour un excès de micro-mouvement non compensé. (b) histogramme de corrélation pour un excès de micro-mouvement compensé. Ces figures sont tirées de [116].

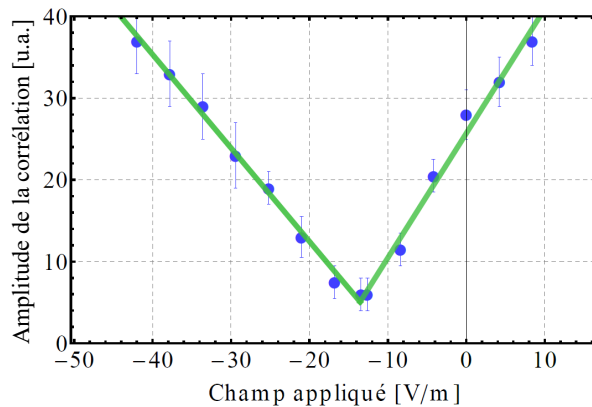


FIGURE 3.9 – Amplitude de la corrélation entre le temps d’arrivée des photons et le signal de synchronisation de la RF en fonction du champ de compensation appliqué. Le point de compensation se trouve au minimum d’amplitude. Cette figure est tirée de [116].

3.5 Cartographie du champ parasite

Comme vu précédemment, il est possible de corriger l’excès de micro-mouvement des ions en appliquant des dépendances linéaires des champs au point de piégeage pour compenser le décalage entre le minimum du potentiel RF et celui du potentiel DC. Cela signifie que l’on peut déterminer le champ parasite au point de piégeage, résultant d’une combinaison de champs dus aux approximations de calcul (gapless), à des charges parasites (par exemple, une poussière chargée), à d’éventuels défauts de fabrication du piège, et à d’autres facteurs. Ainsi, il est possible de piéger un ion en plusieurs points le long du piège et d’effectuer ces compensations dans les trois directions de l’espace afin de cartographier ce champ parasite.

Les compensations ont été réalisées de trois manières différentes selon les trois directions. Pour la direction x , le champ de compensation a été obtenu via les corrélations entre le temps d’arrivée des photons et le zéro de la RF. Comme le système de collection frontale n’a pas accès au mouvement selon y , la compensation le long de cette direction a été réalisée en utilisant la caméra située sur le côté du piège pour observer le déplacement de l’ion en fonction de la raideur du confinement RF. Pour la direction axiale z , qui n’est pas soumise au confinement RF,

3.5. CARTOGRAPHIE DU CHAMP PARASITE

la mesure du champ parasite a été réalisée en s'inspirant de la méthode de variation de l'intensité RF en variant la raideur du piégeage DC pour compenser les variations de position. Lorsque la fréquence axiale diminue, les ions sont plus sensibles aux champs parasites. En ramenant les ions vers leur position à haute fréquence de confinement, on peut en principe compenser un champ parasite axial.

La figure 3.10 montre les composantes du champ parasite reconstitué par la compensation de l'excès de micro-mouvement dans les plans xz et yz . Dans le plan xz , on peut voir que les vecteurs du champ parasite semblent converger vers le même point. Le point en rouge sur la figure correspond à la coordonnée moyenne de l'intersection des 6 vecteurs centraux de la figure et se trouve au point ($z = 2.26$ mm, $x = 2.58$ mm) soit sur l'électrode EC3P1. Cela semble compatible avec une charge ponctuelle (par exemple une poussière d'alumine chargée) sur la surface. Le champ étant convergent, cela signifie que cette charge est de signe opposé à celle du strontium, soit négative. Avec la position de cette charge, on peut calculer pour ses 6 champs la charge de la poussière correspondant au champ produit en ces points. En moyenne, on obtient une charge de 38.4 ± 0.4 ke. Cette charge est par exemple équivalente à une électrode de surface de $15 \mu\text{m}^2$ portée à une tension de 3800V.

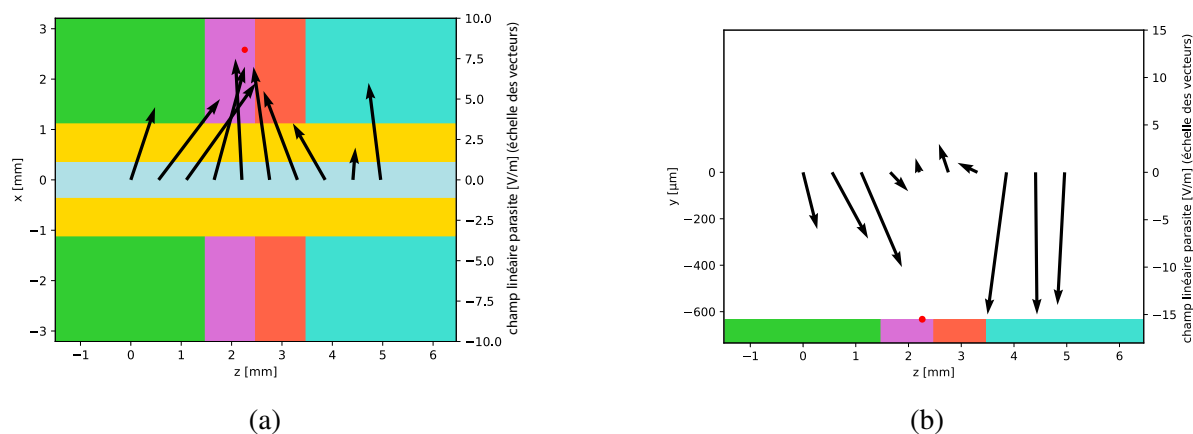


FIGURE 3.10 – (a) Champ parasite dans le plan xz (composantes du champ parasite selon x et z) et (b) dans le plan yz (composantes du champ parasite selon y et z). Dans la première figure, on peut voir que les vecteurs du champ semblent pointer dans une même direction. Le point en rouge correspond à la coordonnée moyenne des intersections entre les 6 vecteurs centraux et se trouve au point ($z = 2.26$ mm, $x = 2.58$ mm). En revanche, selon y , les champs ne pointent pas dans cette direction.

Cependant, les valeurs du champ parasite en y (direction perpendiculaire à la surface) ne correspondent pas à celle d'une poussière à la position et avec la charge calculées par rapport aux composantes du champ parasite en x et en z . Cette composante du champ, d'après le calcul précédent, serait d'environ 2V/m. On peut constater un très fort champ selon y au-dessus des électrodes de compensation "C" des deux zones de piégeage et faible entre les deux paires. On peut voir sur les tensions appliquées le long du piège que la tension de l'électrode "DCRF" est moitié plus faible pour les 4 positions de piégeage centrales. La tension de cette électrode est celle qui contribue le plus à la dépendance linéaire du champ selon y et est l'électrode la plus proche de l'ion. On peut penser qu'une erreur ou une approximation de calcul se répercute plus fortement pour cette direction que pour les autres, notamment sur le champ de compensation selon y . De même, il a été observé au centre du piège que lorsque la fréquence de piégeage axial augmente, les ions s'éloignent de la surface, ce qui tend à montrer que la composante linéaire

du champ en y est plus faible que la consigne. En revanche, au-dessus des électrodes notées "C", les ions sont trop attirés vers la surface.

Il serait intéressant de vérifier si une poussière se trouve effectivement à cette position. Le piège étant resté dans l'enceinte durant l'entièreté de ma thèse, cette vérification n'a pas encore été réalisée.

Cette méthode de cartographie du champ parasite ne permet pas de déterminer la position de plusieurs charges parasites, car pour plus d'une charge, il faudrait un degré de liberté en translation supplémentaire pour identifier le nombre et la position des charges.

3.6 Transport des ions entre deux zones de piégeage

Dans nos expériences il s'avère utile de transporter des ions d'une zone à l'autre du piège. Le transport d'ions dans les pièges de Paul a été développé pour diverses applications, notamment en calcul quantique, où l'on cherche à déplacer les ions d'une zone à une autre le plus rapidement possible tout en préservant leur état de mouvement harmonique afin de ne pas avoir besoin de refroidissement les ions pour les manipuler [49, 50, 52, 53]. Des techniques similaires ont également été développées pour le transport de nuages d'ions [54]. Dans notre cas, nous ne sommes pas aussi contraints, car il n'est pas nécessaire de préserver l'état de l'ion, celui-ci étant préparé dans l'état souhaité avant d'être lancé, depuis la zone projectile, dans la zone de cible.

L'objectif est de transporter les ions entre les deux zones de piégeage. Une zone du piège, la zone cible, est destinée à la mesure de la fluorescence de l'ion et au chargement, tandis que l'autre zone, la zone projectile, est dédiée à la préparation et au lancement des ions. Plus de détails seront donnés dans le chapitre suivant. Le système de détection est placé devant la zone cible, alors que la zone de lancement ne dispose que d'une caméra, sans PM. Le chargement automatisé des ions se fait dans la zone cible, équipée d'un PM permettant de détecter la présence d'un ion. Les ions sont ensuite transportés vers la zone de projectile. Pour ce faire, les tensions DC de piégeage sont calculées pour 10 positions uniques réparties à distance égale entre les zones cible et de projectile, séparées de 4,96 mm. Le passage d'une zone à l'autre se fait par l'application successive des tensions DC calculées. Comme les ions sont refroidis par laser, nous ne nous soucions pas de la quantité de mouvement gagnée lors de ce transport. Notre seule contrainte est de limiter les pertes d'ions lors de l'opération. Des mesures de taux de succès ont été réalisées pour 227 allers-retours, et ce taux est de 94.7% sans prendre en compte la durée de vie des ions dans le piège, c'est-à-dire les pertes "naturelles".

Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés au calcul des tensions à appliquer aux électrodes DC du piège pour obtenir la forme de potentiel souhaitée. Nous nous sommes également intéressés à la modélisation du potentiel, notamment via le calcul de la profondeur de piégeage. Nous avons également vu comment la mesure des fréquences de piégeage peut nous permettre de déduire la tension RF appliquée. Nous nous sommes également intéressés à trois exemples d'applications du calcul des tensions DC : la compensation de l'excès de micro-mouvement, la cartographie du champ parasite et le transport des ions.

Dans le chapitre suivant, nous appliquerons cette technique de calcul des tensions DC pour le cas spécifique du lancement d'un ion vers la zone cible avec une énergie contrôlée.

Chapitre 4

Injection d'ion

Ce chapitre présente notre approche pour injecter un ion dans la zone cible avec une énergie cinétique contrôlée. La méthode matricielle de calcul des tensions DC à multiples zones, abordée au chapitre 3, est ici adaptée au cas du lancement d'ions et permettra de calculer les tensions DC à appliquer aux électrodes du piège. Une résolution numérique des équations de dynamique moléculaire nous permettra d'obtenir les différents paramètres nécessaires au lancement via l'analyse de la trajectoire de l'ion. Nous aborderons plus en détail la mise en place expérimentale de cette méthode. Enfin, nous approfondirons la caractérisation expérimentale de l'énergie des ions après le lancement via la méthode du "Doppler recoiling", qui sera introduite. La caractérisation de l'énergie mécanique nécessite l'extension de la méthode au cas d'un potentiel non harmonique et d'une intensité laser non homogène au niveau de l'ion le long de sa trajectoire. Des simulations du refroidissement seront présentées et discutées.

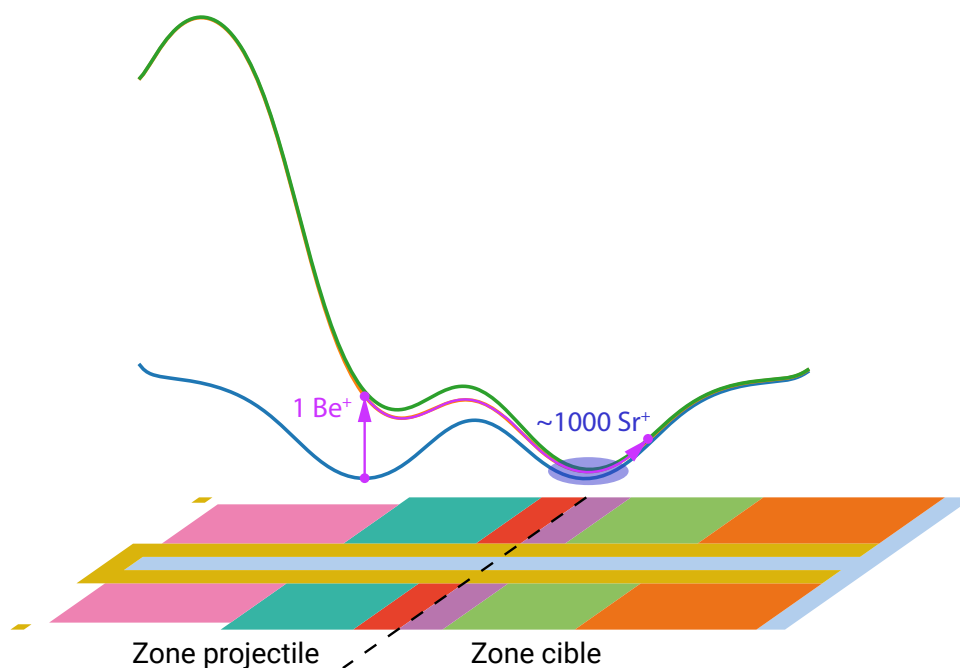


FIGURE 4.1 – Vue schématique du lancement d'un ion béryllium dans la zone de piégeage chargé d'un cristal de Coulomb d'ions de strontium.

4.1 Approche pour le lancement d'ion

Notre objectif est d'injecter un ion de béryllium avec une énergie contrôlée dans un cristal de Coulomb de strontium, comme illustré sur la figure 4.1 et 4.2. Notre approche consiste à créer, dans le même piège de Paul, deux zones de piégeage séparées par une barrière de potentiel. Ces deux zones se trouvent au centre des électrodes C1P1 et C2P1 ainsi que C1P2 et C2P2. Les deux zones sont espacées de 4.96mm.

Dans un premier temps un ion de béryllium sera chargé dans la zone dite "projectile" (piège 2 : P2) et un cristal de Coulomb strontium sera formé dans la zone dite "cible" (piège 1 : P1). Les deux espèces seront refroidies par laser dans leur zone respective, cela permet au béryllium d'avoir une énergie cinétique connue et toujours la même, proche de la limite Doppler, juste avant le lancement. Puis en appliquant une tension positive, V_{push} , sur les deux électrodes du bord du piège du côté de la zone de projectile (EC4P2 et EC3P2) l'ion sera poussé vers le piège cible. L'ion sera en mesure de franchir la barrière de potentiel présente entre les 2 zones de piégeage. Une fois que l'ion se trouvera dans le piège cible, Δt plus tard, le potentiel sera refermé en appliquant une tension supplémentaire, V_{close} , sur les électrodes centrales (EC1P2 et EC2P2) afin de prévenir le retour de l'ion dans la zone projectile. Ainsi l'ion chaud interagira davantage dans la zone cible. La figure 4.2 donne un exemple de la forme que prend le potentiel selon l'axe longitudinal avant, pendant et après le lancement.

Pour utiliser cette méthode, nous verrons d'abord comment les tensions DC sont calculées. Puis nous verrons comment déterminer, à partir de ces tensions, les trois paramètres de lancement :

1. la tension à appliquer au bord du piège projectile
2. l'intervalle de temps Δt
3. la tension à appliquer au centre dans la zone entre les deux pièges.

Nous examinerons également l'énergie cinétique acquise par l'ion après ce lancement.

4.2 Détermination des paramètres

4.2.1 Calcul des tensions DC

On cherche les tensions DC à appliquer sur le piège permettant d'obtenir un potentiel dont la hauteur de la barrière centrale est inférieure à celles aux bords, comme illustré sur la figure 4.3. Pour les obtenir, nous définissons un nouveau jeu de contraintes, c'est-à-dire une nouvelle matrice, prenant en compte les paramètres suivants :

$$(\beta_{x,P} \beta_{y,P} \beta_{z,P} \gamma_P \text{ani}_P \beta_{x,T} \beta_{y,T} \beta_{z,T} \gamma_T \text{ani}_T d_A d_B d_C) \quad (4.1)$$

- Les dépendances linéaires des champs β selon x, y, z évaluées dans les zones de piégeage projectile (P) et cible (T) sont imposées à zéro afin de situer les minima du potentiel en ces points.
- Les inclinaisons γ_P et γ_T aux points P et T, ainsi que l'anisotropie dans les deux zones ani_P et ani_T , sont également imposés comme nuls pour obtenir un potentiel symétrique.
- Les contraintes sur la fréquence longitudinale aux minima sont abandonnées au profit de nouvelles contraintes équivalentes. Ces contraintes sont les profondeurs entre les minima en P et T par rapport aux points A, B et C, points aux bords (centre des EndCap) et

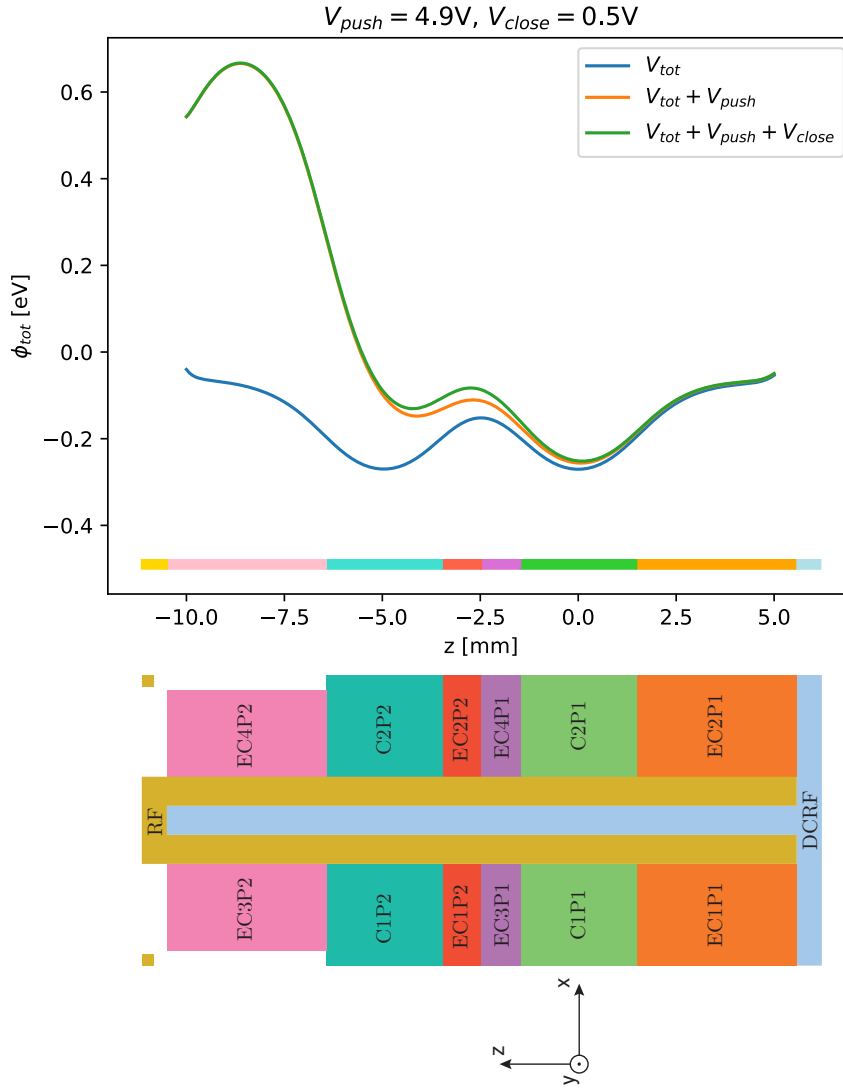


FIGURE 4.2 – Potentiel total selon l'axe longitudinal du piège avant, pendant et après lancement. On peut remarquer que le minimum du potentiel cible est décalé après lancement. Ce décalage dépend du potentiel initial et des tensions additionnelles. On peut calculer numériquement ce décalage qui, dans cet exemple, vaut $104\mu\text{m}$ en z , la hauteur de piégeage passe dans le piège projectile de $635\mu\text{m}$ à $619\mu\text{m}$. Dans une expérience effectuée avec les mêmes paramètres, l'ion se décale de $155\mu\text{m} \pm 5\mu\text{m}$ et se rapproche de la surface d'une quantité difficile à mesurer.

au centre du piège (entre les petites EndCap), voir la figure 4.3. Ces profondeurs sont définies de la manière suivante : $d_A = \phi_A - \phi_P$, $d_B = \phi_B - \phi_T$ et $d_C = \phi_C - \phi_T$ où ϕ_i est le potentiel au point i . d_A et d_B sont fixés à la même valeur et $d_C < d_{A,B}$.

On peut montrer que les contraintes sur les hauteurs des barrières et les contraintes sur les fréquences longitudinales sont équivalentes. À partir des tensions obtenues, il est possible de retrouver les fréquences longitudinales correspondantes en multipliant la matrice habituelle (3.21), prenant comme contraintes les fréquences longitudinales dans chaque zone, par le vecteur des tensions obtenu avec notre nouvelle matrice. La figure 4.5 montre la fréquence longitudinale en fonction de la hauteur de la barrière centrale demandée. On peut voir que la fréquence longitudinale varie comme la racine carrée de la hauteur de la barrière. En effet, le potentiel

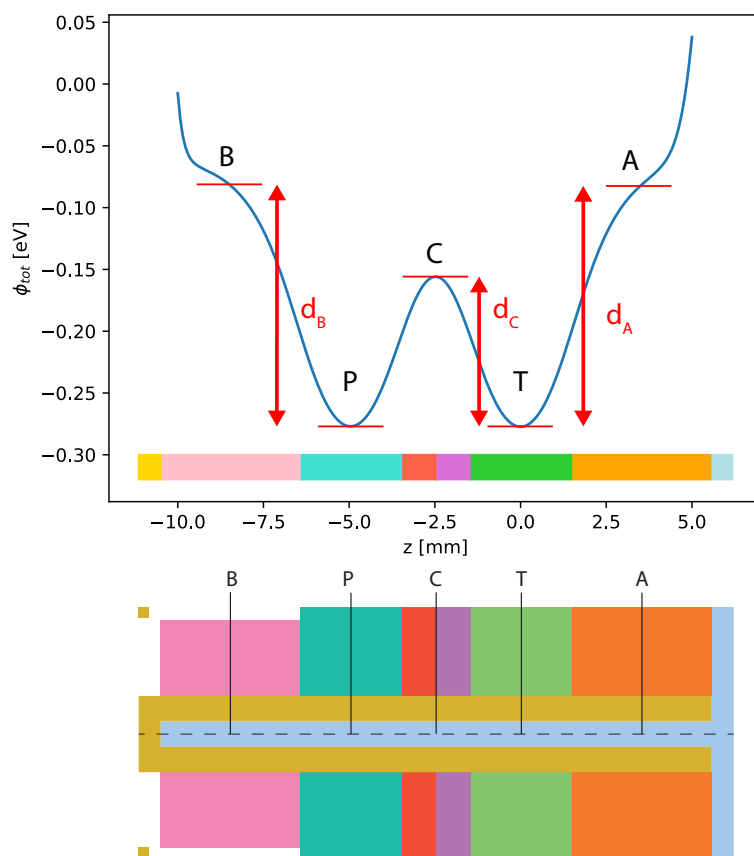


FIGURE 4.3 – Forme du potentiel initial recherché avec les positions longitudinales des points A, B, C, T et P représentés ainsi que les profondeurs d_A , d_B et d_C .

longitudinal est de la forme approchée :

$$U(z) = az^2 + bz^4 \quad \text{avec} \quad a < 0 \quad \text{et} \quad b > 0 \quad (4.2)$$

Ici, le sommet de la barrière centrale est en $z = 0$ et les deux puits se situent en $z_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{-a}{2b}}$. Lorsque l'on calcule les tensions DC, on impose que la position du fond des puits reste fixe, soit $a/b = c = \text{constante}$. Nous avons défini la hauteur h de la barrière comme la différence entre le potentiel au sommet, en $z = 0$ et le potentiel au fond des puits, en $z_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{-c}{2}}$, soit $h = -ac/4$. La fréquence d'oscillation dans les puits est définie comme :

$$f_z = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{e}{m} \frac{\partial^2 U(z)}{\partial z^2} \Big|_{z_{1,2}}} \quad (4.3)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{e}{m} (-4a)} \quad (4.4)$$

En injectant h dans l'équation (4.4) on obtient :

$$f_z = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{e}{m} \left(-\frac{1}{c}\right) h} \quad (4.5)$$

$$\propto k \sqrt{h} \quad (4.6)$$

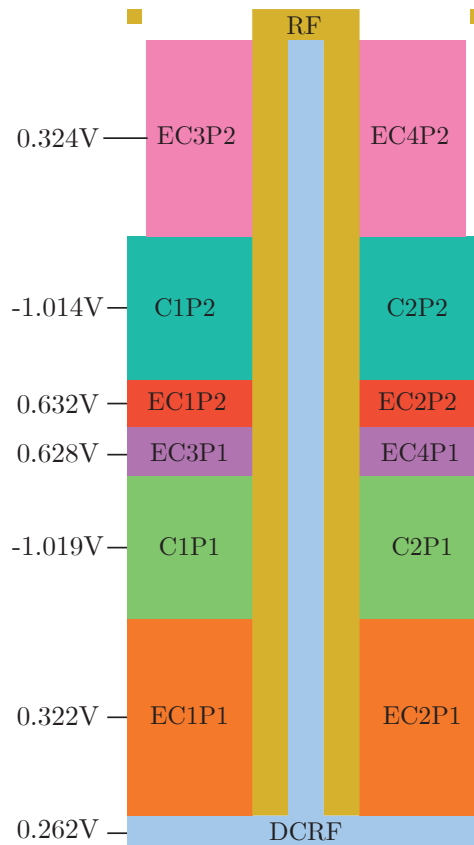


FIGURE 4.4 – Électrodes du piège avec les tensions DC initiales appliquées à chaque paire d'électrodes.

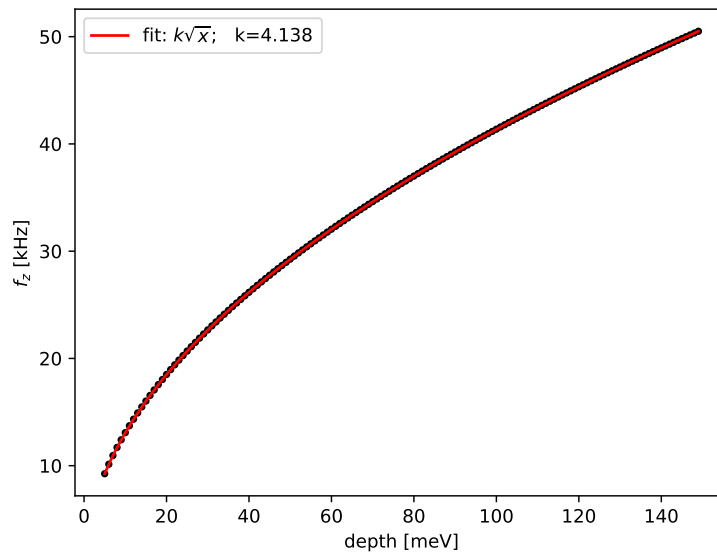


FIGURE 4.5 – Fréquence longitudinale de piégeage en fonction de la hauteur de barrière centrale demandée. Un ajustement en racine carrée est représenté en rouge et montre l'équivalence entre ces deux contraintes.

Pour une hauteur de 120meV on obtient, par exemple, une fréquence de 45kHz.

4.2.2 Détermination des tensions et intervalle de temps de lancement

Une fois les tensions initiales calculées, il faut déterminer les trois paramètres de lancement V_{push} , V_{close} et Δt . Pour cela, nous réalisons une simulation, codée en python, où nous calculons le potentiel total dépendant du temps (partie DC) créée par le piège. Étant dans un cas où le paramètre de stabilité q , calculé à partir de l'équation (1.41), est faible ($q < 0.1$), le micro-mouvement est de faible amplitude donc nous nous placerons dans l'approximation de pseudo-potentiel pour modéliser le potentiel créé par les électrodes RF. De plus, des simulations antérieures, réalisé par Jean-Pierre Likforman, pour un paramètre de stabilité q allant jusqu'à 0.6, ont montré que la prise en compte du potentiel RF dépendant du temps ne changeait pas la trajectoire "séculaire" de l'ion.

En utilisant l'équation (3.2) du potentiel créé par une électrode rectangulaire nous pouvons calculer le pseudo-potentiel Ψ ainsi que le potentiel DC initial ψ_{DC} . Les potentiels de lancement $\psi_{push}(t)$ et $\psi_{close}(t)$ sont modélisés par $V_{push}\psi_{EC-push}H(t)$ et $V_{close}\psi_{EC-close}H(t - \Delta t)$ où H est la fonction de Heaviside, "EC-push" et "EC-close" désignent respectivement les paires de "endcaps" EC3P2/EC4P2 et EC1P2/EC2P2. Nous considérons comme conditions initiales que l'ion est au minimum de la zone projectile avec une vitesse nulle. À $t = 0$ la tension V_{push} est appliquée.

Nous résolvons l'équation (4.7) par application de la deuxième loi de Newton à une particule chargée dans un potentiel, via la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 (avec une estimation d'erreur à l'ordre 5).

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{e}{m}\nabla \cdot \Psi(\mathbf{r}) \quad (4.7)$$

Le pas maximum donné au solveur : `solve_ivp` de la bibliothèque `scipy.integrate` de Python est choisi, dans un premier temps, par rapport à la dynamique de la position de l'ion attendue dans le potentiel. Les fréquences radiales sont de l'ordre de 300kHz. Ces fréquences sont les plus élevées, donc celles qui imposent le pas de temps utilisé dans notre modèle numérique. En considérant une dizaine de pas par oscillation, soit un pas maximum d'une centaine de nanosecondes, nous devrions être en mesure de calculer la trajectoire de l'ion en minimisant les erreurs.

On cherche la tension V_{push} pour laquelle l'ion passe la barrière centrale sans sortir du potentiel au bord du piège du côté de la zone cible. Une fois trouvée, nous analysons cette simulation pour déterminer l'instant où l'ion se trouve dans le piège cible (le plus éloigné de la barrière de potentiel). Cela nous donne l'intervalle de temps Δt pour lequel il faut remonter la barrière de potentiel entre les deux zones pour éviter le retour de l'ion dans le puits de potentiel initial, et ainsi confiner l'ion dans la zone cible. Ensuite, nous relançons une simulation où V_{close} est ajouté à $t = \Delta t$.

La figure 4.2 montre la forme du potentiel obtenu selon l'axe longitudinal z avant, pendant et après le lancement.

La figure 4.6 représente les trajectoires simulées de l'ion selon les trois axes du mouvement ainsi que l'évolution de son énergie en fonction du temps. On remarquera que la période d'oscillation selon x et y est bien plus courte que celle en z , le confinement radial (fixé par la RF) étant bien plus important que le confinement longitudinal (fixé par les électrodes DC).

L'énergie cinétique finale reçue par l'ion provient principalement de la différence d'énergie potentielle électrique entre le sommet de la barrière centrale lorsque la tension V_{push} est appliquée et le minimum de potentiel dans la zone cible lorsque V_{push} et V_{close} sont appliquées.

La résolution des équations de dynamique moléculaire a été réalisée en utilisant la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 (5) (d'autres méthodes, comme Runge-Kutta d'ordre 8 ou de la famille

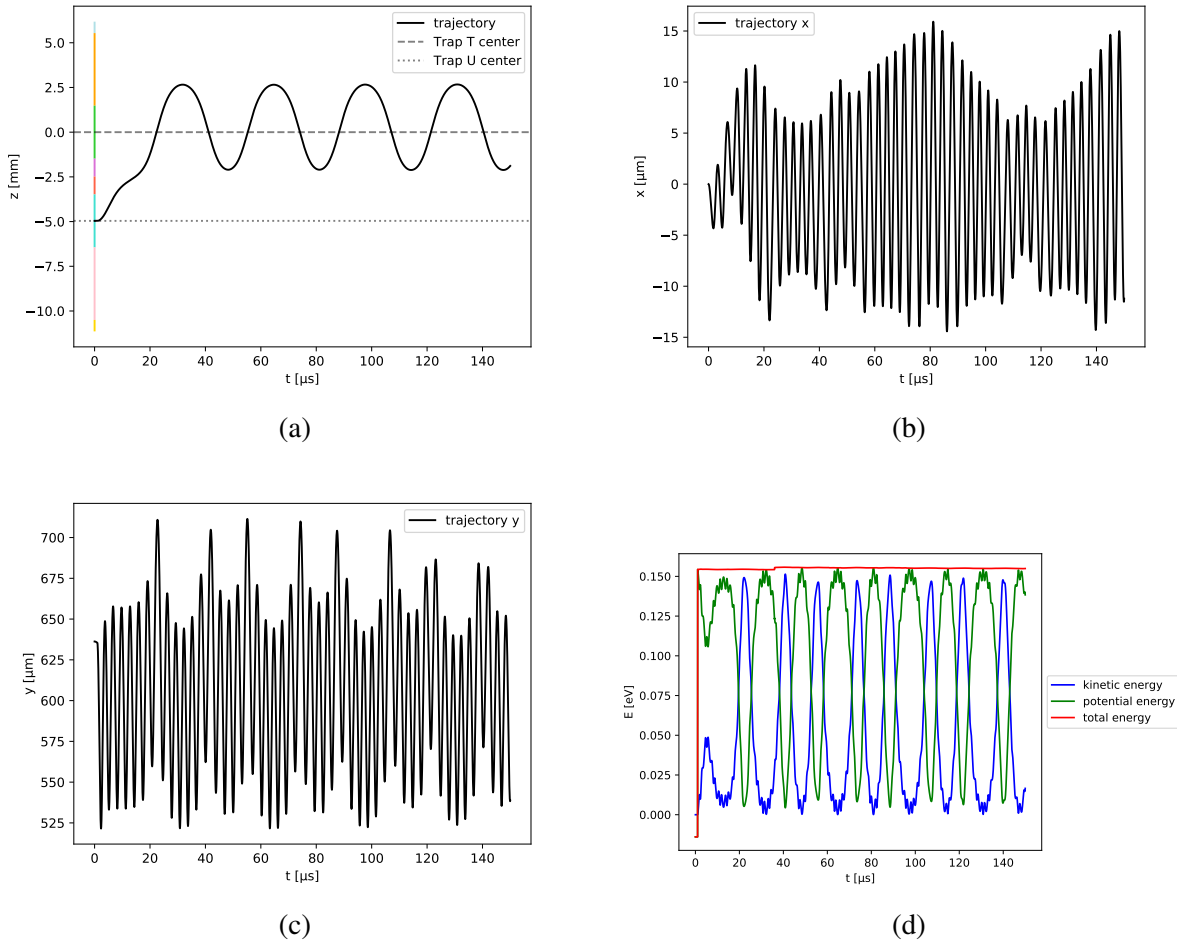


FIGURE 4.6 – (b), (c) et (a) représentent la position de l’ion en fonction du temps selon les axes x , y et z . On peut remarquer que l’amplitude du mouvement de l’ion est de 5mm selon z (direction longitudinale selon laquelle le potentiel est le moins raide), de $30\mu\text{m}$ pic-à-pic selon x , et de $175\mu\text{m}$ pic-à-pic selon y . Les fréquences du mouvement sont également en accord avec ce qui est attendu selon les différents axes, soit 40kHz selon z et 350kHz en x et y . (d) représente l’énergie du système en fonction du temps. L’énergie cinétique, calculée à partir de la vitesse de l’ion, est en bleu, l’énergie potentielle, calculée à partir de sa position, est en vert et l’énergie totale est en rouge. Après le lancement ($35\mu\text{s}$) l’énergie de l’ion est de 150meV et l’énergie mécanique est conservée.

Radau IIA ou encore Adams/BDF, ont produit des résultats identiques). Le pas maximum a été fixé à 100ns . Les conditions initiales sont un départ au minimum du potentiel dans la zone projectile et une vitesse nulle, la limite Doppler du $^{88}\text{Sr}^+$ est de quelques mK, ce qui correspond à 10^{-4}meV , négligeable par rapport aux centaines de meV dus au lancement.

Lors de calculs précédents, nous avons trouvé une hauteur du point col (située dans le plan $z = 0$) d’environ 50meV , plus faible que la hauteur de la barrière. Cela signifie qu’il existe un point de l’espace, accessible par l’ion, par lequel l’ion peut s’échapper. Pour cela, il faut que suffisamment d’énergie soit répartie dans le mouvement radial de l’ion. Or, avec ce protocole de lancement, l’énergie est principalement répartie selon l’axe longitudinal z (et un peu en y) rendant l’accès au point col peu probable, sachant, comme nous le verrons dans la suite, qu’il y a peu de couplage entre le mouvement suivant les différents axes propres de vibration de l’ion.

Par conséquent, si l'ion n'est pas refroidi après le lancement pendant un temps suffisamment long, il peut s'échapper du piège. Ce qui pourra s'avérer problématique lors du lancement du béryllium qui sera refroidi lentement par le strontium. Toutefois, il est à noter que la profondeur du potentiel RF est inversement proportionnelle à la masse de l'ion, voir l'équation (1.35), ainsi le point col du béryllium, point donné par le potentiel RF, est dix fois plus haut que celui du strontium, soit 500meV. De plus, comme nous le verrons par la suite, il y a peu de couplages entre les différents axes propres de vibrations donc un ion avec une grande énergie en z la conservera sur cet axe. Pour lancer du béryllium à plus haute énergie il faudra trouver un moyen d'augmenter la profondeur du potentiel.

L'influence de la charge parasite, évoquée au chapitre précédent, a également été étudiée. Malgré le changement de trajectoire observé sur les simulations introduisant la charge, l'énergie cinétique après lancement demeure inchangée.

Concernant le micro-mouvement subi par l'ion lors de ses incursions hors de l'axe de minimum RF, l'amplitude de celui-ci, ainsi que l'énergie qui y correspond est de :

- $3.9\mu\text{m}$ au minimum de la zone projectile et est dû à la partie de l'électrode RF perpendiculaire à l'axe z et correspond à une énergie de $5.3\mu\text{eV}$.
- pour la position la plus excentrée en x , l'amplitude est de $0.41\mu\text{m}$ soit une énergie de 0.58meV .
- Enfin pour la position la plus excentrée en y , l'amplitude est de $3.8\mu\text{m}$ soit une énergie de 51meV .

Le calcul de l'amplitude a été réalisée à partir de l'équation (1.21) et du calcul du gradient du potentiel créé par les électrodes RF (3.2) pour une tension appliquée de 560Vpp (tension utilisée), l'énergie cinétique est calculée à partir de la vitesse obtenue en multipliant l'amplitude par la pulsation d'oscillation de ce mouvement soit Ω_{RF} . Nous pouvons dire que l'énergie de micro-mouvement est négligeable devant l'énergie imprimée à l'ion lors du lancement, sauf selon l'axe y où l'énergie correspond à un tiers de celle du lancement.

4.3 Mise en place expérimentale

Pour réaliser expérimentalement ce protocole, il faut sommer sur certaines électrodes du piège les tensions qui permettent le lancement contrôlé de l'ion projectile dans le piège cible. Pour cela, comme représenté sur la figure 4.7, des sommateurs (voir section 2.6.2) permettent d'ajouter la tension fournie par le DAC et une tension extérieure, et donnent en sortie la somme de ces deux tensions. Les deux tensions extérieures, V_{push} et V_{close} , sont fournies par des alimentations variables connectées via des interrupteurs rapides déclenchés par un micro-contrôleur de type Arduino. L'Arduino est branché à un module Ethernet permettant de modifier, via le réseau local, le délai entre le déclenchement des deux interrupteurs. L'Arduino est déclenché par un signal du séquenceur, ce qui permet de synchroniser les mesures de fluorescence au début du lancement.

L'Arduino DUE contrôle les signaux logiques déclenchant les interrupteurs rapides d'une façon similaire au séquenceur. Les intervalles de temps nécessaires pour le lancement étant trop courts pour utiliser les fonctions standard Arduino telles que `attachInterrupt()`, nous devons utiliser les `Timer Counter`. Les `Timer Counter` sont constitués d'un compteur qui s'incrémente au rythme d'une horloge interne de l'Arduino (ici d'une fréquence de 42MHz). On peut programmer ces `Timer Counter` pour gérer une interruption programmée à un incrément précis du compteur. En pratique, un délai Δt est conservé en mémoire par l'Arduino, délai que

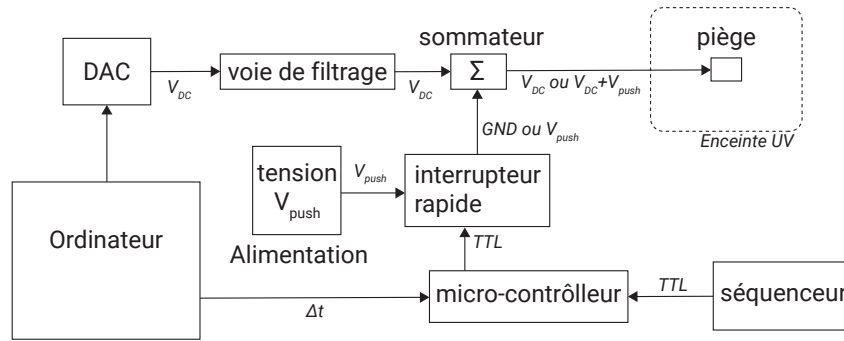


FIGURE 4.7 – Schéma bloc du système de sommation à interrupteur rapide permettant le lancement des ions d’une zone à l’autre du piège.

l’on peut lui communiquer via la liaison Ethernet. Une interruption classique est déclenchée par la réception du signal adressé par le séquenceur. Cette interruption configure le compteur pour s’interrompre à un nombre d’incrément correspondant au délai communiqué, puis déclenche le premier interrupteur. L’interruption du timer déclenche le deuxième interrupteur. Ce système nous permet ainsi de déclencher les deux interrupteurs avec un intervalle de temps précis, modifiable par l’utilisateur. De plus, étant déclenché par le séquenceur, le lancement des ions est synchronisé avec la mesure de fluorescence. On peut obtenir des délais allant de $5\mu\text{s}$ à 100s . Le temps de montée des tensions additionnelles mesuré à l’entrée de l’enceinte à vide est de 600ns .

4.3.1 Compensation de l’excès de micro-mouvement lors du lancement

Lors d’un lancement, idéalement nous souhaitons compenser l’excès de micro-mouvement dans la zone projectile avant lancement mais aussi dans la zone cible après lancement. La première compensation est simple à réaliser. Il suffit, en effet, de jouer sur les dépendances linéaires du champ par rapport aux variables spatiales x , y et z au minimum de la zone projectile, paramètre défini dans la matrice à deux zones de piégeage pour le lancement. En revanche, après le lancement, lorsque les tensions additionnelles V_{push} et V_{close} sont appliquées, le minimum du potentiel cible se déplace d’une distance δz (une centaine de micromètres), rendant les paramètres de compensations de la zone cible inadéquats, car ils sont calculés pour une autre position que la position finale.

Le nombre d’électrodes limite le nombre de contraintes que l’on peut imposer. Nous ne pouvons donc pas utiliser une matrice ayant un nombre de contraintes plus grand. Pour contourner cette limitation, nous créons une matrice indépendante ayant pour contraintes les dépendances linéaires du champ au minimum de la zone projectile et au minimum de la zone cible décalé de δz . Cette matrice permet de calculer les tensions à appliquer pour obtenir les déplacement de l’ion souhaités, qui pourront ensuite être additionnées aux tensions d’origine. Avec cette matrice additionnelle, on fixe les champs de compensation dans le piège projectile à zéro afin de ne pas modifier son potentiel. Pour le piège cible, on peut fixer ces paramètres de façon à compenser le micro-mouvement.

L’addition des tensions V_{push} et V_{close} provoque, en plus du décalage en z , un rapprochement de l’ion par rapport à la surface. Pour compenser le déplacement en y qui provoque du micro-mouvement, il faut par exemple appliquer une compensation $c_y = -75\text{V/m}$ (pour des tensions correspondant à des fréquences longitudinales de 39kHz , soit une barrière de 90meV) pour ramener l’ion au minimum du potentiel RF.

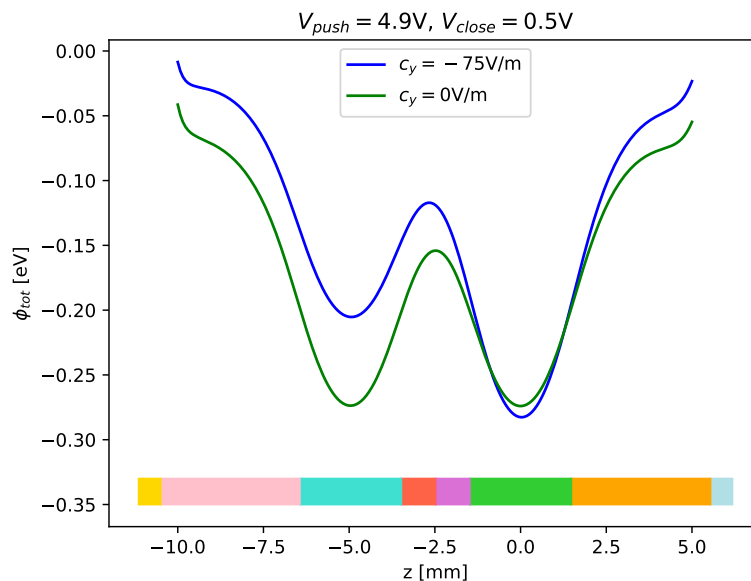


FIGURE 4.8 – Comparaison du potentiel avant lancement avec et sans dépendance linéaire du champ de $-75V/m$ appliqué à la position d'arrivée de l'ion.

Les expériences de lancement réalisées avec ce champ de compensation (selon y) ont obtenu un taux de succès nul. En calculant le potentiel créé dans ces conditions, on remarque un changement la hauteur de la barrière par rapport aux minima de la zone projectile et de la zone cible. La figure 4.8 montre une comparaison du potentiel selon z avant le lancement pour un champ de compensation au point d'arrivée de l'ion de $c_y = -75V/m$ et pour un champ de compensation nul. On constate que la hauteur de la barrière par rapport au minimum du potentiel cible augmente lorsque le champ de compensation est appliqué. Par conséquent, l'énergie de l'ion à l'arrivée dans le piège cible augmente et les ions ont un risque accru de s'échapper du piège. Une simulation du lancement dans ces conditions donne une énergie finale de l'ion de $230meV$, bien supérieure à l'énergie après lancement dans les mêmes conditions mais pour un champ de compensation nul, qui est $150meV$. Cette énergie plus importante peut conduire à l'éjection de l'ion du potentiel, comme observé expérimentalement.

Pour palier ce problème, il faudrait pouvoir imposer plus de contraintes, ce qui nécessiterait d'avoir plus d'électrodes. Une autre solution pourrait être de diminuer progressivement les tensions additionnelles pour revenir à une configuration dans laquelle l'excès de micro-mouvement est compensé. Pour le moment, nous nous contenterons de réaliser le lancement sans compenser l'excès de micro-mouvement sur la direction perpendiculaire au piège.

4.4 Mesure de l'énergie cinétique des ions

Dans cette partie, nous tenterons de mesurer l'énergie d'un ion unique après le lancement. De nombreuses techniques de thermométrie d'un ion piégé existent et sont largement documentées. On peut citer par exemple :

- Thermométrie par spectroscopie de bandes latérales (quadrupolaire [123] ou Raman [11, 124, 125]) : ces techniques exploitent la sensibilité à l'état de mouvement des ions des transitions vibrationnelles étroites qui apparaissent dans le cas d'un confinement harmonique ou lors d'un adressage laser de type Raman. Cette technique est adaptée aux

états de basse énergie proche du niveau vibrationnel fondamental, une grande précision pouvant être atteinte pour des températures de 10^{-1} mK à 10^2 mK (10^{-5} – 10^{-2} meV).

- Thermométrie par résonance noire [83, 126, 127, 128] : elle s'applique aux ions présentant une structure électronique multi-niveaux et nécessitant donc au moins deux lasers pour le refroidissement, pouvant conduire à des résonances noires. Cette technique exploite la dépendance du spectre de fluorescence de ces résonances à l'état de mouvement de l'ion pour sonder sa température. Ces techniques permettent de mesurer une gamme de température allant de 10^{-2} mK à 10^2 mK (10^{-6} – 10^{-2} meV).
- Thermométrie spatiale [129, 130] : en mesurant la distribution spatiale moyenne de la fluorescence d'un ion sur une caméra et en connaissant la raideur du piège, il est possible de remonter à la distribution de position et donc d'énergie cinétique de l'ion. Cette technique est limitée aux températures de l'ordre du milliKelvin à la dizaine de Kelvins (10^{-2} – 10^0 meV).
- Thermométrie par Doppler recooling [131, 125, 132] : cela consiste à analyser le transitoire du taux de diffusion de photons entre un état chaud et le régime stationnaire du refroidissement Doppler d'un ion. Cette technique permet de mesurer des températures de l'ordre de 10^3 à 10^5 mK (10^{-1} – 10^1 meV).

Compte tenu de la gamme d'énergies relativement élevées que nous cherchons à mesurer, de l'ordre de 10^1 à 10^3 meV, nous avons opté pour la méthode de thermométrie par Doppler recooling. De plus, cette méthode est relativement simple à mettre en œuvre expérimentalement.

4.4.1 "Doppler recooling"

Cette méthode repose sur l'analyse de la dynamique de fluorescence d'un état initial "chaud" vers un état final "froid". La dynamique temporelle de la fluorescence d'un ion piégé unique soumis au refroidissement Doppler, peut être modélisée analytiquement [131]. Ainsi, en mesurant la fluorescence de l'ion dans le piège cible après le lancement et en connaissant au préalable un certain nombre de paramètres (intensité du laser, désaccord en fréquence, etc.), nous sommes en mesure de déterminer l'énergie cinétique initiale qui correspond aux données expérimentales.

En 2007, Wesenberg *et al.* de l'équipe de Winland au NIST proposent un modèle analytique simple permettant de décrire la dynamique temporelle de fluorescence d'un ion lors du refroidissement. Ce modèle, présenté ci-dessous, permet de s'affranchir du calcul de l'action du potentiel sur l'ion en considérant un potentiel harmonique, une intensité laser homogène et en moyennant l'effet du laser sur une oscillation.

Il s'agit d'un modèle semi-classique unidimensionnel d'un ion faiblement piégé, ce qui signifie que la largeur naturelle de la transition de refroidissement Γ est bien plus grande que la fréquence d'oscillation $\omega_z/2\pi$ de l'ion dans le piège. Dans notre cas, $\Gamma = 21.54$ MHz et $\omega_z/2\pi$ est de l'ordre de 40 kHz en z et 300 kHz en x et y , soit $\omega_z \ll \Gamma$. Nous sommes donc dans ce cadre. Ce modèle ne prend pas en compte le micro-mouvement.

Pour un ion refroidi, le désaccord entre la fréquence du laser ν_{laser} et la fréquence de résonance de la transition de refroidissement utilisée ν_{ge} est :

$$\Delta \equiv \nu_{laser} - \nu_{ge}. \quad (4.8)$$

La population dans l'état excité s'écrit alors :

$$\rho_{ee}(v_z) = \frac{s/2}{1 + s + (2\Delta_{eff}/\Gamma)^2}. \quad (4.9)$$

4.4. MESURE DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE DES IONS

où $\Delta_{\text{eff}} \equiv \Delta + \Delta_D$ est le désaccord instantané effectif (Δ_D est le décalage Doppler) et s est le paramètre de saturation et est proportionnel à l'intensité du faisceau de refroidissement : $s = 2|\Omega_{Rabi}|^2/I^2$ (Ω_{Rabi} est la fréquence de Rabi).

Dans le régime "chaud", lorsque le décalage Doppler $\Delta_D \equiv -k_z v_z$ (avec k_z la projection du vecteur d'onde \mathbf{k} sur l'axe z et v_z est la vitesse de l'ion suivant l'axe z) dû au mouvement de l'ion est plus grand, ou comparable, à largeur naturelle de la transition de refroidissement, le taux de fluorescence peut être calculé analytiquement, dans l'approximation de l'ion faiblement piégé (lié), sans considérer l'ion dans le régime de Lamb-Dicke, régime qui veut que le changement d'état interne ne provoque pas de changement significatif dans l'état de mouvement de l'ion. Notre cas entre dans ce cadre car Δ_D est de l'ordre de 7GHz après lancement et la largeur naturelle est d'une vingtaine de mégahertz.

La population de l'état excité est associée au taux de diffusion de photons dN/dt par la relation : $dN/dt = \Gamma \rho_{ee}(v_z)$. La force dissipative associée à l'absorption de photons s'écrit :

$$F_{z,dissip}(v_z) = m \frac{dv_z}{dt} = \hbar k_z \Gamma \rho_{ee}(v_z) \quad (4.10)$$

où m est la masse de l'ion. La force de dissipation change l'énergie mécanique E de l'ion. En considérant que le changement d'énergie est faible sur un cycle d'absorption-émission, l'effet de la force dissipative peut être moyenné sur une oscillation de l'ion afin d'exprimer l'évolution de l'énergie comme :

$$\left. \frac{dE}{dt} \right|_{dissip} = \langle v_z F_{z,dissip}(v_z) \rangle. \quad (4.11)$$

Le changement d'énergie moyen par événement de diffusion est : $dE/dN = \hbar k_z v_z = -\hbar \Delta_D$, $\hbar k_z v_z$ correspondant à l'énergie reçue par l'ion lors de l'absorption, l'énergie reçue lors de l'émission spontanée étant en moyenne nulle à cause de son caractère isotrope.

L'ion subit également une force de recul stochastique associée à l'émission spontanée et supposée isotrope ce qui implique un taux de chauffage :

$$\left. \frac{dE}{dt} \right|_{recul} = \frac{4}{3} \frac{(\hbar k_z)^2}{2m} \frac{dN}{dt} \quad (4.12)$$

où $\frac{(\hbar k_z)^2}{2m}$ est l'énergie associée au recul, le facteur $4/3$ vient de la somme du facteur rendant compte de projection du vecteur d'onde sur l'axe considéré (ici égal à 1) et du facteur géométrique rendant compte des directions d'émission des photons spontanés (pour une émission isotrope ce facteur vaut $1/3$). Ce terme devient important près de la limite de refroidissement mais peut être ignoré dans le traitement lorsque l'ion est loin de la limite de refroidissement.

Pour simplifier les notations, on utilise une normalisation de l'énergie, du désaccord du laser et de l'énergie de recul par un terme, E_0 , et le temps est normalisé par un terme, t_0 , égal à l'inverse du taux de diffusion à résonance. On pose :

$$\{\varepsilon, \delta, r\} = \{E, \hbar \Delta, \frac{(\hbar k_z)^2}{2m}\} / E_0 \quad \text{avec} \quad E_0 = \frac{\hbar \Gamma}{2} \sqrt{1+s} \quad (4.13)$$

et

$$\tau = t/t_0 \quad \text{avec} \quad t_0 = \left(\Gamma \frac{s/2}{1+s} \right)^{-1}. \quad (4.14)$$

Pour une énergie donnée ε , le désaccord instantané $\delta_D \equiv \hbar \Delta_D / E_0$ a une valeur maximale lorsque, sur une oscillation, l'ion atteint sa vitesse maximale $v_{z,M} = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}}$ correspondant au désaccord instantané $\delta_M = \hbar k_z v_{z,M} = 2\hbar k_z \sqrt{\frac{\varepsilon}{2m}} = 2\sqrt{\varepsilon r}$.

La densité de probabilité du désaccord Doppler instantané sur une oscillation harmonique est donnée par :

$$P_D(\delta_M; \delta_D) = \int_0^{2\pi} \delta_{Dirac} [\delta_D - \delta_M \sin(\phi)] \frac{d\phi}{2\pi} \quad (4.15)$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{\delta_M^2 - \delta_D^2}} & \text{si } |\delta| < \delta_M, \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.16)$$

où δ_{Dirac} est la fonction de Dirac.

Considérant l'échelle définie plus haut l'équation (4.11) devient :

$$\left. \frac{d\varepsilon}{d\tau} \right|_{dissip} = \int -\delta_D P_D(\delta_M; \delta_D) \frac{1}{1 + (\delta + \delta_D)^2} d\delta_D \quad (4.17)$$

$$= \int_0^{2\pi} \int -\delta_D \delta_{Dirac} [\delta_D - \delta_M \sin(\phi)] \frac{1}{1 + (\delta + \delta_D)^2} d\delta_D \frac{d\phi}{2\pi} \quad (4.18)$$

$$= \int_0^{2\pi} -\delta_M \sin(\phi) \frac{1}{1 + (\delta + \delta_M \sin(\phi))^2} \frac{d\phi}{2\pi} \quad (4.19)$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon r}} (\text{Re}(Z) + \delta \text{Im}(Z)) \quad (4.20)$$

$$(4.21)$$

où $Z = Z(\delta, \delta_M) = i/\sqrt{1 - (\delta + i)^2/4\varepsilon r}$. Cette solution est obtenue en utilisant l'égalité présentée dans l'appendice de l'article.

De même pour l'énergie de recul on obtient :

$$\left. \frac{d\varepsilon}{d\tau} \right|_{recul} = \frac{4}{3} r \frac{dN}{d\tau} \quad (4.22)$$

$$= \frac{4}{3} r \int P_D(\delta_M; \delta_D) \frac{1}{1 + (\delta + \delta_D)^2} d\delta_D \quad (4.23)$$

$$= \frac{4}{3} r \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon r}} \text{Im}(Z) \quad (4.24)$$

Ainsi on peut écrire :

$$\frac{d\varepsilon}{d\tau} = \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon r}} \left[\text{Re}(Z) + \left(\delta + \frac{4}{3} r \right) \text{Im}(Z) \right] \quad (4.25)$$

L'approximation asymptotique suppose $\varepsilon \gg (1 + \delta^2)/r$ et permet d'approximer $P_D(\delta_M; \delta_D)$ par $P_D(\delta_M; 0)$. Autrement dit, de considérer que $P_D(\delta_M; \delta_D)$ est uniforme sur le profil lorentzien, c'est-à-dire que les pics de $P_D(\delta_M; \delta_D)$ n'ont qu'un petit recouvrement avec le profil lorentzien ce qui est raisonnable dans le régime "chaud". Les encarts de la figure 4.9 montrent la densité de probabilité P_D par rapport au profil de fluorescence. Le cas $\varepsilon = 8/r$ correspond au cadre de l'approximation asymptotique et le cas $\varepsilon = \varepsilon_S$ (ε_S est le seuil d'énergie de recul maximal que l'on n'explicitera pas ici). Dans cette approximation, où l'énergie de recul devient négligeable, on a :

$$\left. \frac{d\varepsilon}{d\tau} \right|_{dissip} \simeq \frac{\delta}{2\sqrt{\varepsilon r}} \quad (4.26)$$

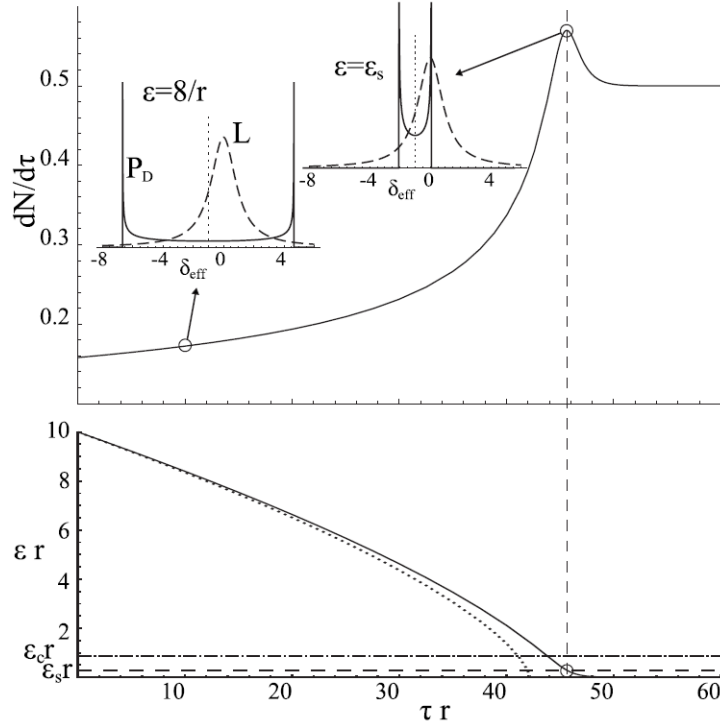


FIGURE 4.9 – La courbe du haut montre le taux de diffusion de photons au cours du temps. Les encarts montrent, pour deux instants différents, la distribution de probabilité du désaccord Doppler instantané, P_D , et le profil Lorentzien, $L(\delta_{eff}) = 1/(1+\delta_{eff}^2)$, de la transition en fonction du désaccord effectif δ_{eff} . La courbe du bas représente l'énergie de l'ion au cours du temps. La courbe en pointillés correspond à l'approximation asymptotique. Tandis que la courbe continue représente la solution exacte. Les paramètres utilisés pour obtenir ces courbes peuvent être trouvés dans l'article de Wesenberg *et al.* [131] d'où la figure est tirée.

En intégrant l'équation, on obtient la dynamique temporelle suivante :

$$\varepsilon(\tau) \simeq \left(\varepsilon_0^{3/2} + \frac{3\delta\tau}{4\sqrt{r}} \right)^{2/3} \quad (4.27)$$

où $\varepsilon_0 = \varepsilon(\tau = 0)$. En définissant le temps de refroidissement, τ_r , comme le temps pour lequel $\varepsilon(\tau_r) = 0$ on obtient, dans l'approximation asymptotique :

$$\tau_r = -\frac{4\sqrt{r}\varepsilon_0^{3/2}}{3\delta} \quad (4.28)$$

soit :

$$t_r = -\frac{8 k_z E^{3/2}}{3 \hbar \Delta} \frac{\sqrt{1+s}}{s} \sqrt{\frac{2}{m}}. \quad (4.29)$$

t_r est une sous-estimation du temps réel de refroidissement. Une estimation de l'énergie initiale à partir du temps de refroidissement, faite via cette approximation, sera donc une surestimation de l'énergie initiale de l'ion. Néanmoins nous pouvons conclure de ce modèle qu'en première approximation le temps de refroidissement diminue lorsque l'intensité augmente, de même pour le désaccord. Cette dépendance vaut également pour le cas d'un faisceau de refroidissement inhomogène.

Hors de l'approximation asymptotique, il faudra recourir à des méthodes numériques pour résoudre la dynamique en énergie de l'ion. En première approximation, dans le régime de Lamb-Dicke, nous pouvons considérer que :

$$\frac{d\varepsilon}{d\tau} \simeq \frac{4\delta\varepsilon r}{(1+\delta^2)^2} \quad (4.30)$$

La solution a alors la forme d'une exponentielle décroissante :

$$\varepsilon(\tau) \simeq \varepsilon_0 \times \exp\left\{\frac{4\delta r\tau}{(1+\delta^2)^2}\right\} \quad (4.31)$$

avec $\delta < 0$ dans le cadre du refroidissement Doppler.

La courbe du bas de la figure 4.9, montre l'évolution de l'énergie de l'ion en fonction du temps. On observe, lorsque l'énergie atteint le seuil de l'énergie critique ε_c pour laquelle le taux de refroidissement est maximal, que la dynamique en énergie de l'ion suit une loi en exponentielle décroissante. L'énergie pour laquelle le taux de refroidissement est maximal (énergie critique) peut être calculé analytiquement et est donné, pour un désaccord donné, par l'équation :

$$\varepsilon_c = \frac{1+\delta^2}{2r} \cos\left[\frac{1}{3} \arccos\left(\frac{1-\delta^2}{1+\delta^2}\right)\right]. \quad (4.32)$$

Ce modèle considère une intensité laser constante, ce qui permet de faire abstraction de la position de l'ion dans le calcul. Ainsi, il est possible d'ajuster rapidement les données expérimentales.

Dans la pratique, l'extension spatiale du laser est limitée et, à haute énergie, l'ion en mouvement dans le potentiel voit cette intensité varier. Comme nous l'avons vu sur la figure 4.6, l'amplitude de mouvement de l'ion est respectivement de $30\mu\text{m}$, $175\mu\text{m}$ et 5mm selon les axes x , y et z . Sur la figure 4.10 on peut voir une représentation de l'intensité d'un faisceau gaussien de même caractéristique que le faisceau expérimental sur l'étendue du mouvement initial de l'ion obtenue via la simulation de lancement. On observe, notamment selon les axes y et z , qu'il n'est pas possible de considérer l'intensité du laser comme constante. Cependant, il est possible de considérer que l'intensité est indépendante de x . En effet, dans la zone explorable par l'ion, la variation de l'intensité selon x est au maximum de $3.8 \times 10^{-13}\%$ (chiffre obtenu à partir des valeurs prises par le gradient en x dans la zone accessible par l'ion).

Nous avons développé un nouveau modèle numérique prenant en compte la variation d'intensité du laser. Pour cela, nous calculons la position de l'ion à chaque pas d'itération.

4.4.2 Simulation du refroidissement après lancement

Cette simulation s'inspire de la simulation de lancement. La condition initiale sur la position est que l'ion est au minimum du piège cible et la vitesse initiale est selon z et a une norme supérieure ($\approx 10\%$) à celle attendue, ce qui permettra de prendre en compte la dispersion des temps de refroidissement observée expérimentalement.

Les simulations ont été réalisées sur mon ordinateur personnel équipé de la 10ème génération de processeurs Intel®Core™i5 (n° i5-10210U) avec une fréquence de base de 1.60 GHz.

Solveur, méthode et pas temporel

On cherche à résoudre une équation différentielle du deuxième ordre à trois dimensions de la forme :

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{F}_{dissip}\left(\frac{d\mathbf{r}}{dt}, \mathbf{r}\right) + \mathbf{F}_\psi(\mathbf{r}) \quad (4.33)$$

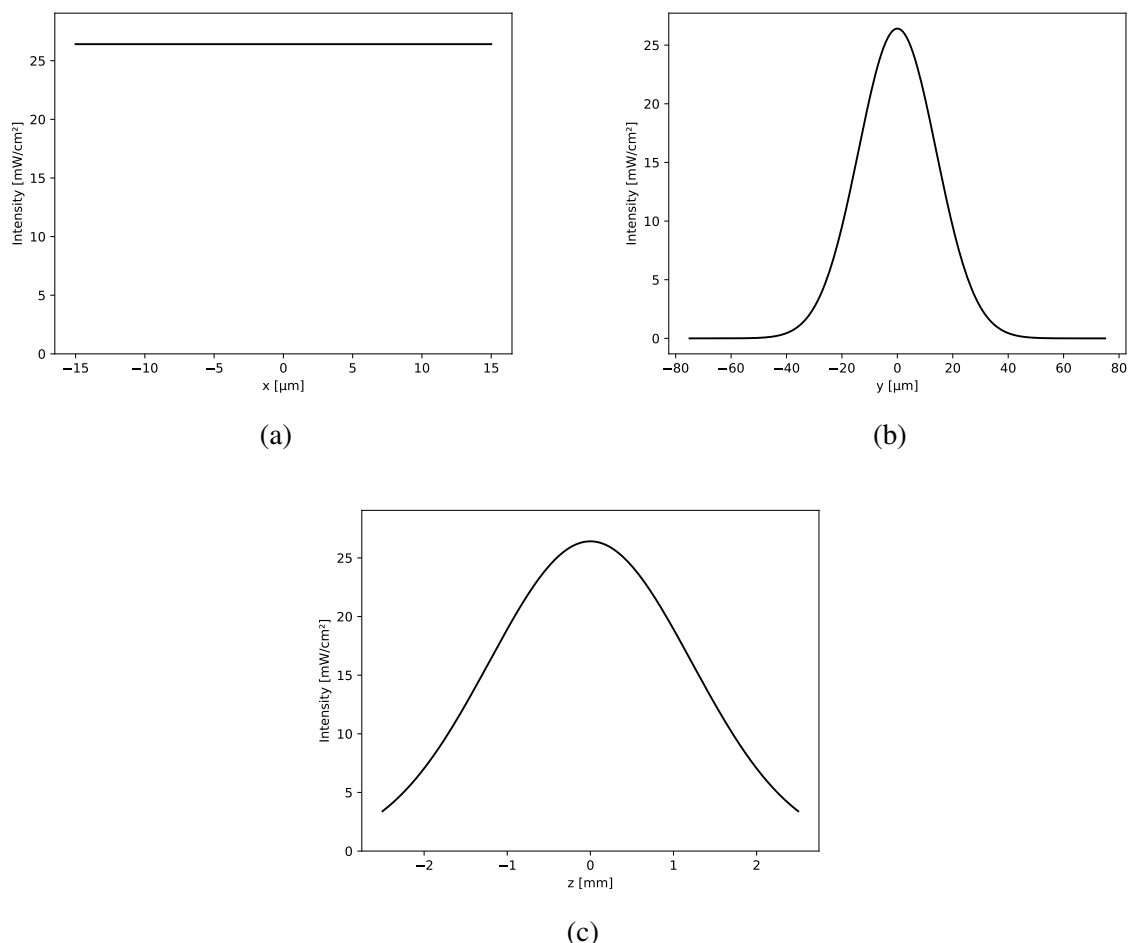


FIGURE 4.10 – Intensité laser selon les axes x (a), y (b) et z (c) passant par le minimum du potentiel sur l'amplitude du mouvement de l'ion. On peut considérer l'intensité indépendante de x . En revanche, il n'est pas possible de faire cette hypothèse pour y et z .

avec pour conditions initiales : $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$ et $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0$. Cette équation différentielle peut être ramenée à un système d'équations différentielles couplées du premier ordre :

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v} \quad (4.34)$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}_{dissip}(\mathbf{v}, \mathbf{r}) + \mathbf{F}_{\psi}(\mathbf{r}) \quad (4.35)$$

permettant d'utiliser les méthodes de résolution numérique standard.

Le choix de la méthode de résolution dépend de la nature du problème, à savoir s'il est rigide ou non :

- Les problèmes non rigides ont une solution variant de manière douce et continue sur l'intervalle de temps considéré.
- Les problèmes rigides impliquent des échelles de temps très différentes, avec des composantes de la solution qui peuvent varier très rapidement comparées à d'autres.

La rigidité du problème va déterminer le type de méthode de résolution adapté :

- Les méthodes explicites : la solution à l'étape suivante est directement calculée à partir des informations disponibles à l'étape actuelle. Ces méthodes ne nécessitent qu'une seule

évaluation de la fonction du second membre par pas. En revanche, ces solutions sont facilement instables, ces méthodes sont donc plus adaptées pour des problèmes non-rigides.

- Les méthodes implicites : la valeur de la fonction à l'étape suivante dépend implicitement de la valeur de la fonction à cette même étape suivante. La résolution d'une étape est donc itérative. Ce type de méthode offre une meilleure stabilité et est donc plus adapté aux problèmes rigides.

Un oscillateur harmonique avec une forte dissipation peut entrer dans la catégorie des problèmes rigides. Cependant, dans notre cas, la dissipation est faible. Il faut plusieurs secondes pour dissiper l'énergie mécanique, alors que la période d'oscillation est de l'ordre de la microseconde. Nous considérons, a priori, que nous sommes dans le cas d'un problème non rigide, d'où utilisation de méthodes explicites. De plus, nous considérons uniquement le pseudo-potentiel, la dynamique ne fera pas apparaître le micro-mouvement (dont la fréquence d'oscillation est bien plus élevée que celle du mouvement séculaire). Par la suite, nous pourrions vérifier avec d'autres méthodes que les solutions sont identiques.

La méthode explicite la plus couramment utilisée est la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 avec une estimation d'erreur à l'ordre 5 (RK45), aussi appelée méthode de Runge-Kutta-Fehlberg. C'est une méthode à pas adaptatif, c'est-à-dire que le pas de temps Δt est ajusté dynamiquement en fonction des besoins locaux de la solution pour maintenir une précision et une stabilité souhaitées, contrairement aux méthodes à pas régulier où le pas de temps reste constant tout au long de l'intégration numérique.

Pour résoudre la dynamique de l'ion à partir du système d'équations différentielles, j'utilise le même solveur que pour les simulations de lancement : le solveur `integrate.solve_ivp` de la bibliothèque SciPy de Python, en choisissant la méthode "RK45". Le solveur dispose d'une option permettant de fixer un pas maximum autorisé Δt_{max} . Ce pas maximum sera choisi de façon à minimiser l'accumulation d'erreurs de calcul. Il y a deux types d'erreurs de calcul :

- **L'erreur d'arrondi numérique** qui provient de la représentation des nombres flottants dans un ordinateur. Elle dépend du type d'encodage des variables flottantes (ici encodé sur 64 bits). Cette erreur est indépendante de la taille du pas et est aléatoire, mais elle se cumule à chaque pas. L'erreur d'arrondi globale produite est alors de l'ordre de $1/\Delta t$.
- **L'erreur de troncature locale** qui provient du remplacement de la solution continue de l'équation différentielle par une série de points discrets, autrement dit, l'erreur vient du fait que l'on considère un nombre fini de termes dans un développement en série. L'erreur locale est de l'ordre de Δt^{n+1} où n est l'ordre de la méthode. L'erreur est déterministe. Elle augmente si le pas Δt augmente et si l'ordre de la méthode diminue. Dans notre cas, la méthode est d'ordre 5, donc l'erreur locale de troncature est donc de l'ordre de Δt^6 . L'erreur globale est proportionnelle à l'erreur locale multipliée par le nombre de pas, inversement proportionnelle à la taille du pas, soit de l'ordre de Δt^5 .

L'erreur globale de calcul est alors la somme de l'erreur globale d'arrondi et de l'erreur globale de troncature.

Pour tester le pas maximum à fixer afin de minimiser les erreurs de calculs, je me suis intéressé à la conservation de l'énergie mécanique en éliminant le terme dissipatif du système d'équations différentielles, en commençant avec un pas raisonnable compte tenu de la dynamique attendue, soit un pas d'une centaine de nanosecondes, bien inférieur à la période d'oscillation de l'ion la plus courte dans le potentiel, d'environ $3\mu s$. En s'intéressant à la dérive en énergie mécanique de l'ion due à l'erreur accumulée durant le calcul, on peut trouver un compromis entre l'erreur de calcul et le temps de calcul, équilibrant ainsi précision et coût de calcul.

Δt_{max}	$\overline{\Delta t}$	dyn	dE_m/dt	ΔE_m pour 20s	t_{cal}/t_{sim}	err
12.5ns	2.08ns	OK	2.04×10^{-6} meV/s	4.09×10^{-5} meV	3h20/s	
25ns	4.16ns	OK	6.52×10^{-5} meV/s	1.30×10^{-3} meV	3h/s	32.0
50ns	8.33ns	OK	2.07×10^{-3} meV/s	0.04meV	1h10/s	31.7
100ns	16.66ns	OK	6.35×10^{-2} meV/s	1.2meV	40min/s	30.7
200ns	33.33ns	OK	1.32 meV/s	26.4meV	20min/s	20.8
400ns	66.66ns	NO			10min/s	

TABLE 4.1 – Tableau récapitulatif de l'impact du pas maximum sur la résolution de la dynamique de l'ion. Δt_{max} est le pas maximum autorisé du solveur. $\overline{\Delta t}$ est le pas moyen pris par le solveur. "dyn" indique si la dynamique correspond à celle calculée pour un pas inférieur. dE_m/dt est la dérive de l'énergie mécanique par unité de temps simulé pour une simulation sans refroidissement. ΔE_m pour 20s est la dérive en énergie mécanique extrapolée pour 20s de temps simulé. t_{cal}/t_{sim} est le temps de calcul par unité de temps simulé. Enfin, "err" est le rapport entre la dérive de la ligne et la dérive de la ligne supérieure portée à la puissance 5. Cette valeur est censée valoir $\left(\frac{2\Delta t}{\Delta t}\right)^5 = 2^5 = 32$ dans le cas où la dérive en énergie mécanique est due à l'erreur de troncature. On peut remarquer sur la ligne à $\Delta t_{max} = 200$ ns que l'erreur globale est inférieure à l'erreur de troncature attendue (err= 20.8) ce qui est surprenant mais pas impossible car les erreurs de troncatures peuvent se compenser partiellement (pour ce pas moyen seul 3000 évaluations de l'équation différentielle ont été réalisées). En rouge sont indiqués les éléments qui sont éliminatoires pour nos prérequis : une dynamique correcte et une dérive en énergie mécanique faible comparée aux énergies cinétiques en jeu (de l'ordre de la centaine de meV). En vert le temps de calcul optimum satisfaisant nos prérequis. Le pas maximum que l'on choisit est donc de 100ns.

Le tableau 4.1 montre, pour un pas maximum autorisé allant de 12.5ns à 400ns :

- Le pas moyen pris par le solveur, reconstruit à partir du temps pris pour calculer la solution et du nombre d'évaluations du membre de droite du système d'équations différentielles requis par le calcul, nombre donné dans la solution du solveur.
- Si la solution est identique à celle obtenue avec un pas inférieur.
- La dérive en énergie observée pour un calcul effectué sur 100 μ s ramenée en meV/s.
- Une extrapolation de l'erreur sur un calcul de refroidissement de 20s (temps simulé).
- Le rapport entre le temps de calcul de la solution et l'intervalle de temps sur lequel la solution est calculée.
- Le rapport entre la dérive en énergie et la dérive en énergie pour le pas divisé par 2 à la puissance 5. Ce rapport vaut en théorie $2^5 = 32$ dans le cas d'une dérive due à l'erreur de troncature.

On observe, par exemple, une diminution au cours du temps de l'énergie mécanique de 1.32meV/s pour un pas maximum de 200ns, ce qui équivaut, pour 20s de refroidissement (temps de refroidissement le plus élevé observé expérimentalement), à une dérive de 26.4meV, ce qui est une erreur rédhibitoire pour l'estimation de l'énergie cinétique des ions (d'un ordre équivalent).

Un compromis est trouvé pour un pas maximum de 100ns. Le pas moyen pris par le solveur est de 16ns et la dérive estimée pour 20s simulées est de 1.2meV pour un temps de calcul de 40min par seconde simulée. Pour un calcul plus précis, on pourra opter pour un pas inférieur si le temps total de calcul reste raisonnable.

On remarquera sur ce tableau qu'on n'observe pas d'augmentation de la dérive avec une diminution du pas, ce qui indique que l'erreur d'arrondi reste négligeable pour les pas considérés.

Modélisation du potentiel

La force exercée sur l'ion par le potentiel est donnée par :

$$\mathbf{F}_{\Psi} = -\frac{e}{m} \frac{d\Psi}{d\mathbf{r}}(x, y, z) \quad (4.36)$$

Le temps de refroidissement expérimental pouvant atteindre 20s et le pas moyen associé au pas maximum autorisé de 100ns étant de 16ns, il faut 1.25×10^9 évaluations du membre de droite du système d'équations différentielles. Le temps d'évaluation du membre de droite doit être faible pour avoir un temps de calcul total raisonnable.

Un calcul avec le potentiel réel calculé via l'équation (3.2) prend plus de 5min pour 150 μ s simulés, soit une quinzaine de jours pour calculer 10s de dynamique. Dans un souci de minimisation de la durée de chaque étape, le potentiel considéré est donc un ajustement polynomial du potentiel total réel.

Pour réaliser cet ajustement, différents outils de Python ont été testés, comme la fonction `curve_fit` de la bibliothèque Scipy ainsi que les fonctions `lstsq` (least-squares) des bibliothèques Numpy et Scipy de Python. Ces trois fonctions reposent sur l'estimation de la solution de moindre carré. La méthode ayant montré le meilleur accord avec le potentiel réel calculé est la fonction `linagl.lstsq` de Numpy. Ces solutions ont été utilisées pour la modélisation du potentiel.

4.4. MESURE DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE DES IONS

ordre	5	4	3	2	1
x		2.89-02	1.40e-02	1.37e+06	2.21e-04
y		2.55e-02	1.04e+02	1.38e+06	-9.44e+01
z	-1.15e+00	1.5e-01	-2.54e+05	3.30e+04	-4.04e+00
xy	2.14e-01				
xz	5.17e-03				
yz	2.74e+02				

TABLE 4.2 – Coefficients de l'ajustement polynomial du potentiel après lancement pour les tensions DC présentées dans le tableau 4.4 et pour $V_{push} = 4V$ et $V_{close} = 0.5V$. Les unités sont en eV/m^{ordre} . On peut constater que les termes les plus importants sont les termes d'ordre 2, montrant que le potentiel est globalement harmonique. On peut également noter que selon y et z il y a une anharmonicité plus forte.

La fonction polynomiale d'ajustement finalement choisie prend les termes en x et y jusqu'à l'ordre 4 et jusqu'à l'ordre 5 en z , plus les trois premiers termes croisés. Cette fonction prend la forme :

$$f(x, y, z) = k_{x4}x^4 + k_{x3}x^3 + k_{x2}x^2 + k_x x \quad (4.37)$$

$$+ k_{y4}y^4 + k_{y3}y^3 + k_{y2}y^2 + k_y y \quad (4.38)$$

$$+ k_{z5}z^5 + k_{z4}z^4 + k_{z3}z^3 + k_{z2}z^2 + k_z z \quad (4.39)$$

$$+ k_{xy}xy + k_{xz}xz + k_{yz}yz \quad (4.40)$$

Le tableau 4.2 montre les valeurs prises par les termes k . On peut voir que les termes en x d'ordre 4, 3 et 1, le terme en y d'ordre 4, le terme en z d'ordre 4 et le terme croisé en xz sont très faibles comparés aux autres. Ils pourront être négligés dans la simulation. Les termes croisés étant faibles, on peut considérer que le potentiel couple peu le mouvement selon les différents axes du piège. L'écart relatif entre l'ajustement polynomial complet et l'ajustement dont les termes négligeables ont été éliminés reste inférieur à $10^{-5}\%$ en xy et $10^{-4}\%$ en xz . L'écart relatif sur les temps de refroidissement dans les simulations entre ces deux ajustements est lui de 0.46%.

La fonction d'ajustement polynomial du potentiel devient alors :

$$f(x, y, z) = k_{x2}x^2 \quad (4.41)$$

$$+ k_{y3}y^3 + k_{y2}y^2 + k_y y \quad (4.42)$$

$$+ k_{z5}z^5 + k_{z3}z^3 + k_{z2}z^2 + k_z z \quad (4.43)$$

$$+ k_{xy}xy + k_{yz}yz \quad (4.44)$$

Cette simplification offre un gain de temps de calcul de 8.4% comparé au cas du calcul complet. De plus, l'écart relatif entre les solutions observées pour une tranche de simulation de $100\mu s$ est de 0.46%.

La figure 4.11 montre l'écart relatif entre l'ajustement polynomial et le potentiel réel. On peut voir que cet écart est inférieur à 10%, dans la zone explorable par l'ion, et est généralement inférieur à 3%.

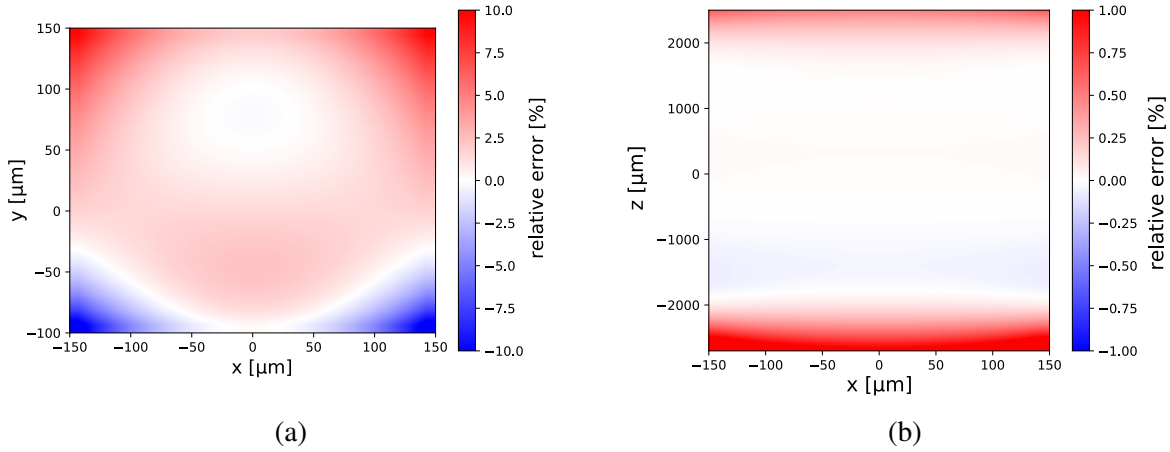


FIGURE 4.11 – Écart relatif entre le potentiel réel et le potentiel polynomial dans le plan xy pour le graphique (a) et dans le plan xz pour le graphique (b). L'écart relatif est limité à 10% sur les bords mais est globalement inférieur à 3% dans le plan xy . Il se limite à 1% dans le plan xz .

ordre	2	1
x	1.37e+06	2.21373097e-04
y	1.38e+06	-9.44038309e+01
z	3.30e+04	-4.66165561e+00
xy	2.14e-01	
xz	5.17e-03	
yz	2.74e+02	

TABLE 4.3 – Coefficients de l'ajustement harmonique du potentiel après lancement pour les tensions DC présentés dans le tableau 4.4 et pour $V_{push} = 4V$ et $V_{close} = 0.5V$. Les unités sont en eV/m^{ordre} . On peut noter que le terme linéaire en x ainsi que le coefficient croisé en xz sont négligeables.

Des simulations ont aussi été réalisées avec un ajustement harmonique du potentiel. Les coefficients de cet ajustement harmonique sont présentés dans le tableau 4.3. Le terme en x d'ordre 1 ainsi que le terme croisé en xz sont négligeables en comparaison aux autres termes.

La figure 4.12 montre l'écart relatif entre les ajustements du potentiel polynomial et harmonique. Cet écart est cette fois plus important, de l'ordre de 6% et peut atteindre 100% par endroits.

La figure 4.13 montre le résultat de deux simulations de refroidissement obtenues, pour l'une avec un potentiel harmonique, et pour l'autre avec un potentiel polynomial. Ces simulations et les suivantes présentées dans ce chapitre sont réalisées pour une énergie cinétique initiale de 50meV, une intensité laser $I_0 = I_{sat}$ (le cas homogène ou inhomogène sera précisé), un désaccord de $\delta_L = -1.4\Gamma$ et un pas maximum de 100ns. On peut constater que la divergence entre ces deux modélisations du potentiel n'est pas très importante. L'écart relatif entre les temps de refroidissement est de 3.8%. Dans ces conditions, un ajustement harmonique donne un résultat proche de l'ajustement polynomial. On trouve néanmoins que le refroidissement est plus lent avec un potentiel harmonique et cela peut s'expliquer par la plus grande raideur

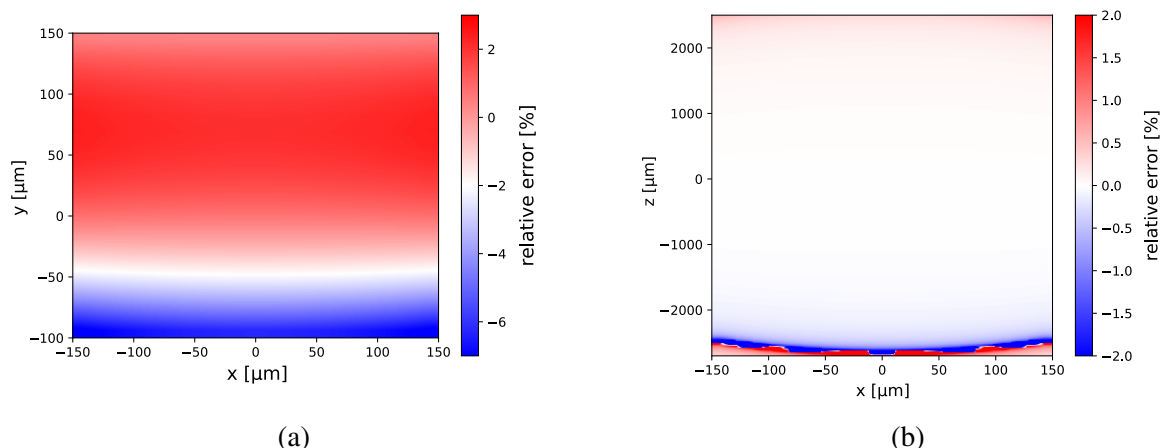


FIGURE 4.12 – Écart relatif entre l'ajustement polynomial et l'ajustement harmonique dans le plan xy (a) et xz (b). L'écart relatif est limité à 6% sur les bords mais est généralement inférieur à 2% dans le plan xy et dans le plan xz il se limite à 1% sauf dans une zone étroite où elle est de l'ordre de 10% mais elle peut atteindre 100% dans le plan xz pour $z \approx -2.5\text{mm}$.

globale du potentiel harmonique. Étant plus raide, les fréquences sont plus élevées et par conséquent la vitesse de l'ion l'est aussi, ce qui diminue la force dissipative du laser et ralentit le refroidissement.

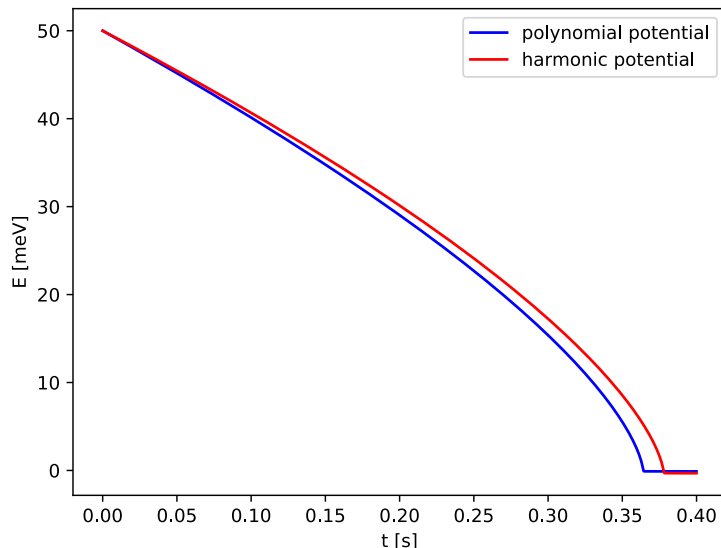


FIGURE 4.13 – Énergie mécanique de l'ion au cours du temps pour un potentiel de piégeage modélisé par un potentiel harmonique (tous les termes jusqu'au second ordre) et le potentiel polynomial comme présenté dans cette partie (sans simplification de termes). L'intensité du laser est considérée homogène et égale à l'intensité de saturation. L'écart relatif entre les temps de refroidissement est de 3.8%.

Maintenant on considère une intensité laser inhomogène modélisée par un faisceau gaussien décrit dans la suite, voir la figure 4.14. Le temps de refroidissement pour le potentiel harmonique est 2.25 fois supérieur au temps de refroidissement pour le potentiel polynomial. Cet écart plus

modèle	complète	simplifié
polynomiale	+4.9min/s	+2.2min/s
harmonique	+4.2min/s	0

TABLE 4.4 – Différence de temps de calcul par seconde simulée pour les différents modèles de potentiel, avec ou sans simplifications.

important est dû à une combinaison entre l'inhomogénéité du laser qui diminue le temps d'interaction entre l'ion et les photons lorsque l'amplitude de mouvement est grande devant la taille du faisceau et l'harmonicité du potentiel qui augmente les fréquences de piégeage global et donc la vitesse de l'ion (et le décalage Doppler). La différence de résultats entre les modèles de potentiel harmonique et polynomial change selon que l'éclairement est homogène ou inhomogène. L'ajustement harmonique ne peut pas être considéré comme valide dans le cas d'un éclairement inhomogène.

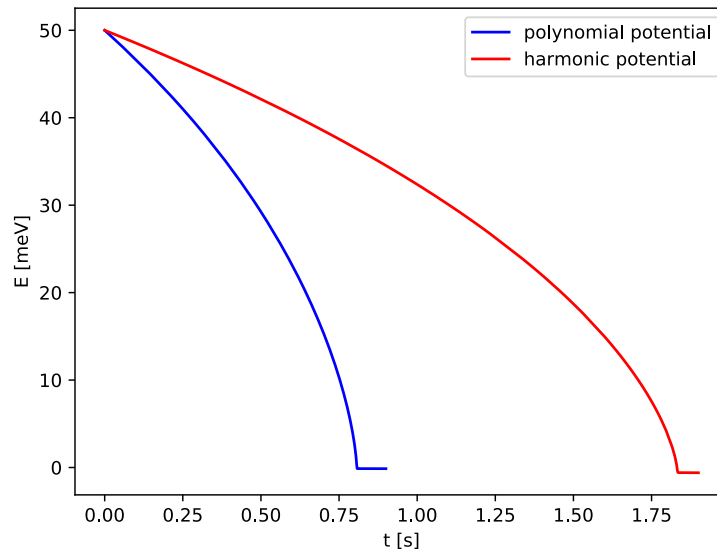


FIGURE 4.14 – Énergie mécanique de l'ion au cours du temps pour un potentiel de piégeage modélisé par un potentiel harmonique (tout les termes jusqu'au second ordre) et le potentiel polynomial comme présenté dans cette partie (sans simplification de terme). Le temps de refroidissement dans le potentiel harmonique est 2.25 fois plus long que le temps de refroidissement dans un potentiel polynomial.

Le tableau 4.4 montre les temps de calcul additionnels des différents modèles d'ajustement présentés dans cette partie.

Prise en compte du profil gaussien d'intensité du faisceau laser

Pour modéliser l'effet du laser de refroidissement, j'ai choisi d'utiliser la force dissipative présentée dans l'équation 1.72 introduite au chapitre 1. Il aurait été plus juste de modéliser l'effet du laser par un processus stochastique via une méthode Monte Carlo mais également plus coûteux en temps de calcul. La méthode Monte Carlo est valide uniquement si la probabilité de

l'événement est très faible sur l'intervalle de temps de l'étape. Ici, la demi-vie du niveau excité est de 7.37ns [102], l'intervalle de temps d'une étape doit être au moins deux ordres de grandeur inférieur, soit de l'ordre de la dizaine picosecondes. Le pas de cette méthode devrait être de l'ordre de la 10^{-11} s pour représenter correctement la dynamique du problème. La demande en temps de calcul serait trop importante. C'est pour cette raison que j'ai développé un modèle plus simple qui prend en compte la force dissipative résultat de ce processus stochastique. De plus, nous nous intéressons uniquement à la dynamique, non à modéliser l'état final et la température d'équilibre.

Pour rappel, la force dissipative exercée par le laser sur l'ion est de la forme :

$$\mathbf{F}_{\text{dissip}} = \frac{\hbar}{m} \mathbf{k}_L \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega_R^2/2}{(\delta_L - \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v})^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega_R^2}{2}} \quad (4.45)$$

où $\Omega_R/2\pi$ est la fréquence de Rabi, donnée par l'équation 1.59 :

$$\Omega_R^2 = \frac{\Gamma^2}{2} \frac{I}{I_{\text{sat}}} \quad (4.46)$$

I_{sat} est l'intensité de saturation de la transition et est donné par l'équation 1.64.

Le faisceau de refroidissement est focalisé au centre de la zone cible par une lentille cylindrique d'une distance focale de 150mm. Le faisceau forme un angle de 45° avec l'axe longitudinal du piège. Pour représenter la répartition d'intensité du faisceau de refroidissement, on choisit une représentation en faisceau gaussien dont un axe radial est non focalisé. L'intensité est donnée par :

$$I(x', y', z') = \frac{I_0}{1 + \left(\frac{z'}{z_0}\right)^2} \exp\left(-\frac{x'^2}{2\sigma_x}\right) \exp\left(-2\frac{y'^2}{w_0^2 \left(1 + \left(\frac{z'}{z_0}\right)^2\right)}\right) \quad (4.47)$$

où I_0 est l'intensité à l'origine, $z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ est la longueur de Rayleigh du faisceau avec w_0 le rayon du faisceau à l'origine. La base $\{x', y', z'\}$ est la base associée au faisceau se propageant selon $0z'$. Cette base est tournée d'un angle $\theta = 45^\circ$ par rapport aux axes x et z et de ϕ par rapport à l'axe y et z . σ_x a été mesuré et vaut $657\mu\text{m}$ et est supposé constant sur l'extension x des ions et w_0 a été déterminé à partir de la taille du faisceau mesurée à différentes positions le long du faisceau et vaut $28.2\mu\text{m}$, ces mesures sont représentées sur la figure 4.15.

En choisissant de modéliser l'effet du laser par une force dissipative, on ne peut considérer l'effet que d'un seul laser. En effet, l'absorption d'un photon d'un laser par l'ion altère l'effet du second et inversement, car il modifie l'état de l'ion. Cette effet est d'autant présent lorsque l'un des lasers sature la transition. Il n'est donc pas possible de simplement sommer les forces des différents faisceaux. Initialement, deux lasers permettaient de refroidir l'ion après lancement, l'un à 45° et l'autre colinéaire à l'axe longitudinal du piège. Il a donc fallu éliminer le faisceau longitudinal pour conserver uniquement le faisceau nappe à 45° .

La figure 4.16 montre une représentation de l'intensité du faisceau dans la simulation. On peut remarquer que dans la zone accessible par l'ion, l'intensité varie très faiblement avec x . Au maximum, le gradient d'intensité selon x est de $15\mu\text{W}/\text{cm}^2/\mu\text{m}$. Nous pouvons ainsi simplifier les simulations en éliminant la dépendance en x du calcul de l'intensité du laser. Cette opération fait gagner un temps de calcul de 0.6%, ce qui ne représente pas un gain considérable.

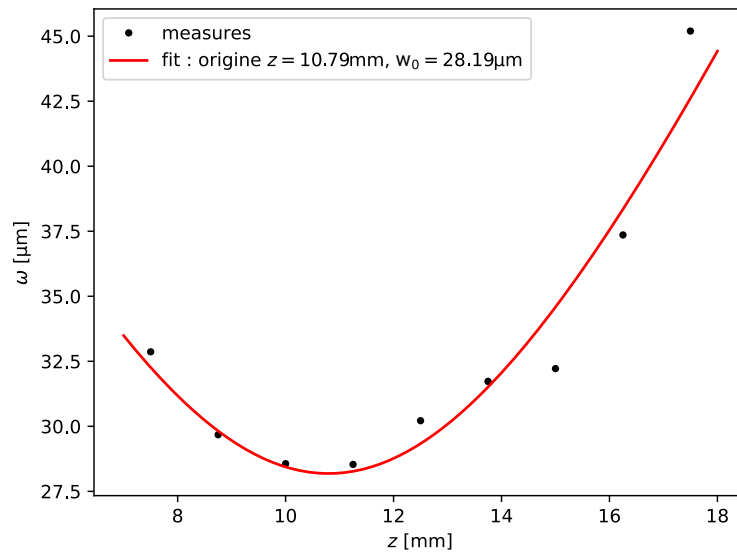


FIGURE 4.15 – Taille du faisceau selon l'axe de focalisation de la lentille cylindrique $f = 150\text{mm}$ autour du point de focalisation. Un ajustement avec un modèle de faisceau gaussien permet d'extraire la taille $w_0 = 28.2\mu\text{m}$.

L'inhomogénéité de l'intensité du laser sur la zone accessible par l'ion nous a poussés à changer de modèle (modèle de Wesenberg *et al.* présenté précédemment). La figure 4.17 compare la dynamique en énergie mécanique de l'ion pour une intensité modélisée par le faisceau gaussien décrit plus haut avec celle calculée avec une intensité homogène, calculées en considérant un potentiel polynomial. On peut constater que l'inhomogénéité de l'intensité laser a un impact considérable sur la dynamique, notamment visible sur le temps de refroidissement de l'ion.

Influence des conditions initiales

Comme nous avons pu le voir au chapitre 1, un seul laser est suffisant pour refroidir des ions piégés à condition que son vecteur d'onde ait une projection non nulle selon tous les axes propres de vibration du potentiel. Ici, jusqu'à présent, le potentiel étudié avait une anisotropie radiale nulle. Par conséquent, il existe une infinité de bases propres dans lesquelles décomposer le mouvement de l'ion, dont l'une d'elles a un axe perpendiculaire à la projection du vecteur d'onde dans le plan radial. Le laser n'ayant pas de projection sur l'axe y du piège (ou extrêmement faible si on considère qu'il ne touche pas le bord du piège, soit un angle ψ maximum de 0.3°), cela signifie que l'axe y est très peu refroidi. Or, comme nous l'avons vu, ce potentiel couple très peu le mouvement des différents axes. Donc, si une partie de l'énergie cinétique est répartie sur cet axe, la dissipation de celle-ci prendra considérablement plus de temps comparé au cas où l'énergie est répartie sur des axes correctement refroidis. Pour refroidir tous les axes correctement, il faut donc appliquer une anisotropie radiale, mais aussi incliner les axes propres du potentiel afin que le laser ait une projection non nulle sur chaque axe propre.

La figure 4.18 montre, pour un potentiel sans anisotropie, la dynamique de refroidissement pour deux conditions de répartition initiales différentes de la même quantité d'énergie cinétique. L'une où la totalité de l'énergie initiale est suivant l'axe z et l'autre où un tiers de l'énergie est transféré à l'axe y . On peut voir que les deux tiers d'énergie de l'axe z sont rapidement dissipés

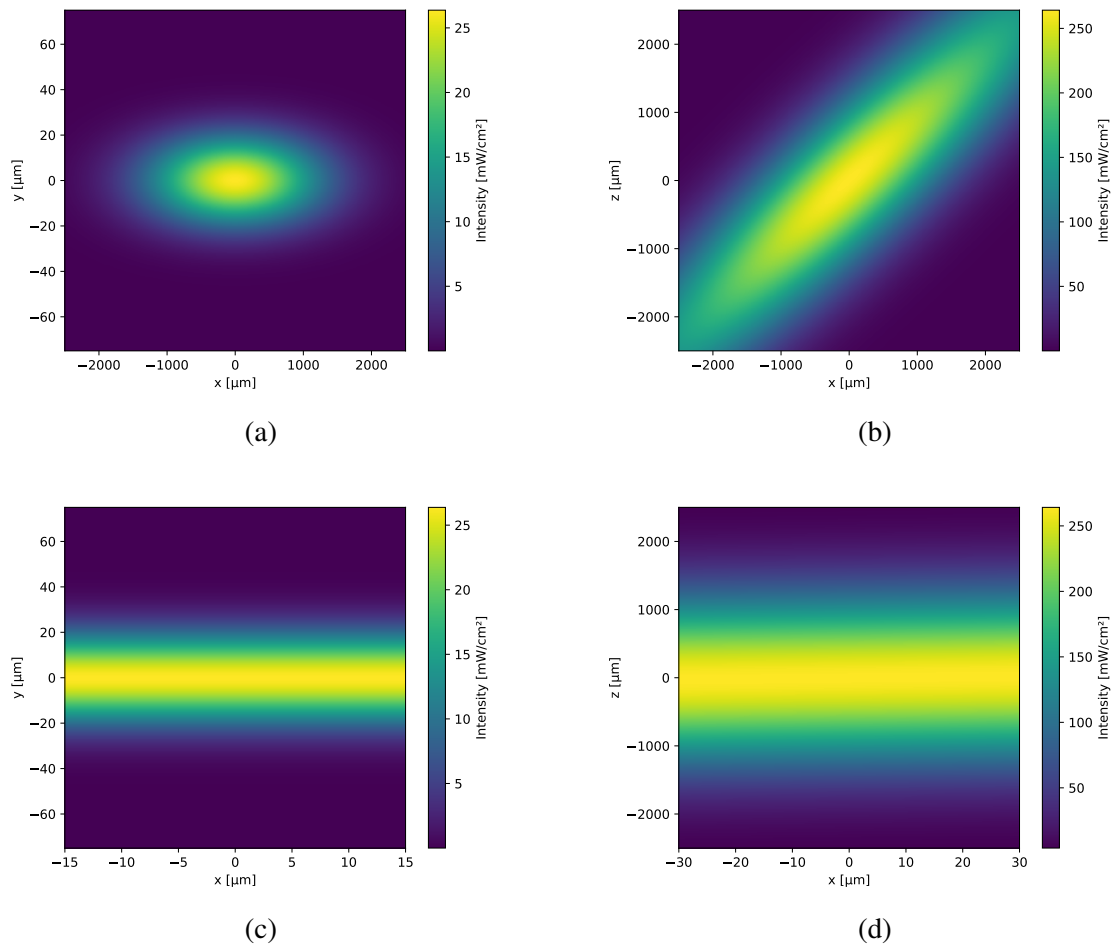


FIGURE 4.16 – Modélisation de la répartition de l'intensité du laser, à saturation au centre, dans le plan xy (a) et xz (b). (c) et (d) sont cadrés sur la zone explorable par l'ion dans le plan xy et xz respectivement. On pourra considérer l'intensité indépendante de la position en x .

tandis que l'énergie suivant l'axe y se dissipe très lentement. Cela conduit à une différence importante dans les temps de refroidissement pour une même énergie initiale.

La figure 4.19 montre une comparaison du refroidissement entre un potentiel sans anisotropie et un potentiel avec une anisotropie de 60% de la fréquence radiale imposé par les électrodes DC et une rotation suivant z de x et y de 40° , pour deux cas : un avec une vitesse radiale initiale nulle et l'autre avec un tiers de l'énergie initiale réparti suivant l'axe y du piège. On peut constater que sans vitesse radiale initiale, les dynamiques de refroidissement sont similaires entre un potentiel avec et sans inclinaison. Par contre, lorsqu'un tiers de l'énergie est réparti sur l'axe y du piège, on constate que le premier tiers est rapidement dissipé et que le second tiers se dissipe un peu plus lentement (signe que le refroidissement est plus efficace radialement), alors que dans le cas sans inclinaison, les deux premiers tiers sont dissipés rapidement (énergie de l'axe longitudinal) mais que le dernier se dissipe très lentement.

Analyse des simulations

Le calcul de la trajectoire de l'ion pouvant prendre des heures, il est réalisé pour des raisons pratiques par tranches de $100\mu s$ de temps simulé, dont la solution (position et vitesse de l'ion) est sauvegardée. La position finale d'une tranche de calcul est transmise à la tranche suivante

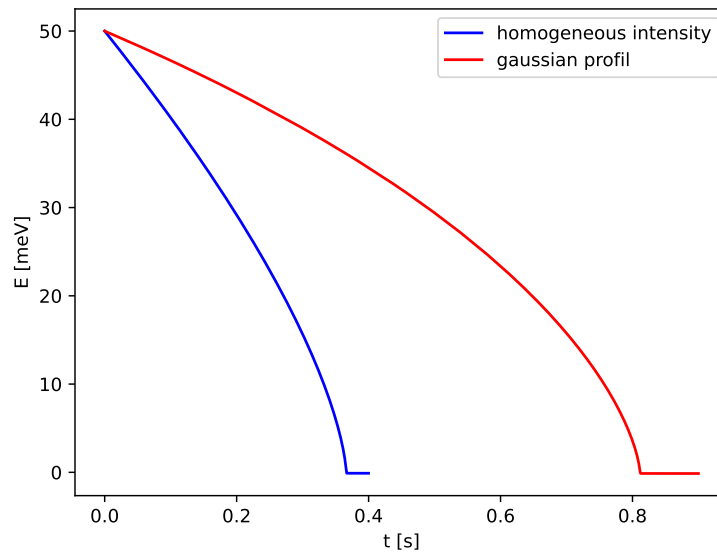


FIGURE 4.17 – Comparaison entre une intensité laser homogène et un faisceau gaussien pour un potentiel polynomial.

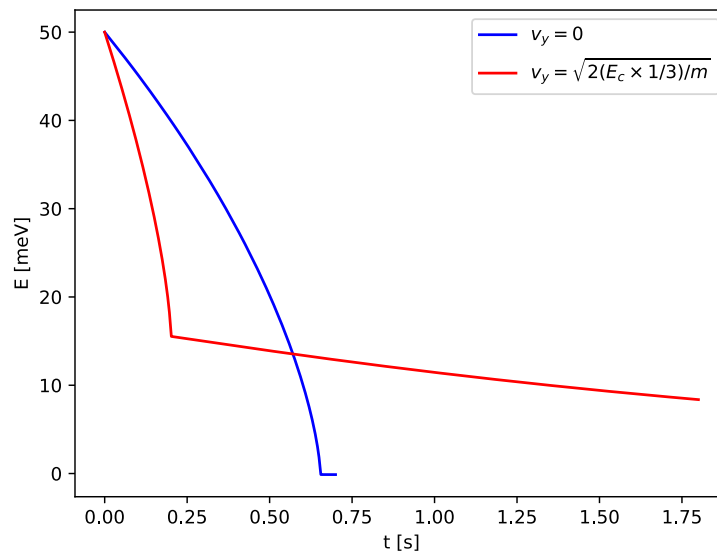


FIGURE 4.18 – Influence de la répartition initiale d'énergie cinétique.

comme condition initiale. Cela permet de visualiser la solution au fur et à mesure du calcul, mais aussi d'en conserver une partie en cas de crash.

Le résultat d'une simulation pouvant atteindre 20 millions de points pour la position et la vitesse, il faut traiter ces données pour pouvoir les représenter. Pour cela, j'extrait l'enveloppe de l'oscillation en position et en vitesse, que je moyenne pour des intervalles de temps donnés en exploitant les propriétés de la bibliothèque Numpy. À partir de la vitesse, je calcule l'énergie cinétique de l'ion et à partir de sa position je calcule son énergie potentielle (à partir de l'ajustement du potentiel choisi dans la simulation). Je peux ainsi calculer l'énergie mécanique de l'ion.

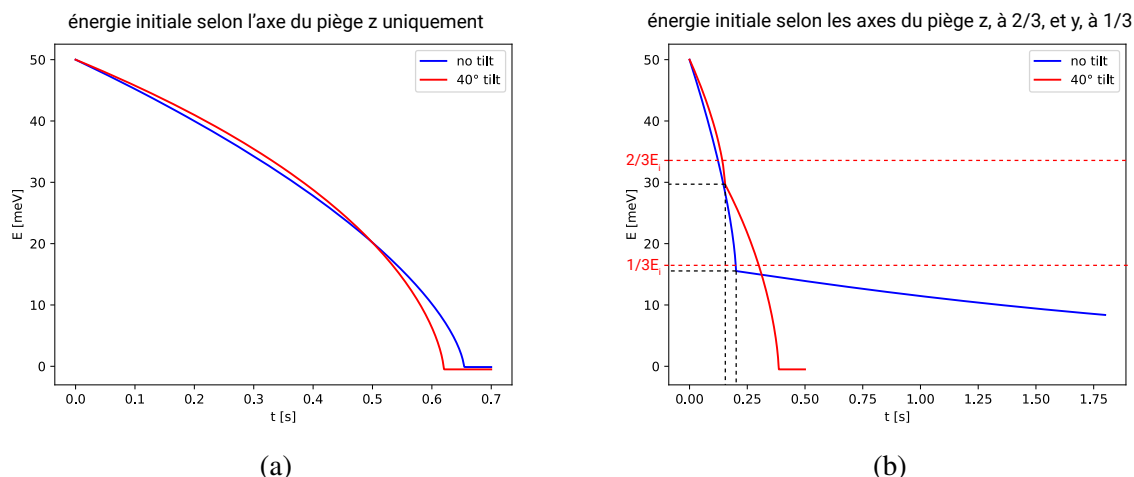


FIGURE 4.19 – Comparaison de la dynamique de refroidissement pour un potentiel à anisotropie nulle et un potentiel avec une anisotropie de 60% et une inclinaison de 40° . Le graphique (a) montre cette comparaison pour une vitesse initiale nulle sur les axes radiaux. On constate qu'il n'y a pas une grande différence entre ces deux cas. Le graphique (b) montre cette comparaison pour une répartition d'un tiers de l'énergie cinétique sur l'axe perpendiculaire au piège y et deux tiers sur l'axe longitudinal z . En s'intéressant à la trajectoire suivant les différents axes, on constate que sans inclinaison, l'axe z se refroidit en 0.20s (pointillés noirs de la courbe bleue) et l'axe y prend plus de 4s, mais pour une inclinaison de 40° c'est le mouvement radial, réparti sur x et y qui se refroidit en 0.16s (pointillés noirs de la courbe rouge), le mouvement selon l'axe z se refroidit en 0.32s. Le refroidissement global est plus rapide pour un potentiel avec une inclinaison.

Un des paramètres du solveur est le vecteur des temps d'évaluation de la solution, qui contient les temps pour lesquels on souhaite connaître la position et la vitesse de l'ion. L'intervalle de temps entre les points peut donc être supérieur au pas de l'algorithme de résolution et peut également être supérieur à la période d'oscillation des ions. Dans le calcul de l'enveloppe d'oscillation, il faut porter de l'attention au phénomène de battement : mieux vaut choisir une période d'échantillonnage bien inférieure à la fréquence d'oscillation. En revanche, en s'intéressant uniquement à l'énergie mécanique de l'ion, on peut réduire le nombre de points d'évaluation demandés pour diminuer la quantité de données sauvegardée.

Il est à noter que dans ce traitement de la dynamique de refroidissement nous nous sommes placés dans l'approximation du pseudo-potential qui est valide lorsque le paramètre de stabilité q est faible (proche de la borne inférieure). Hors dans notre expérience finale, le béryllium et le strontium seront confinés par le même potentiel RF, le paramètre de stabilité q étant inversement proportionnel à la masse, le strontium, plus lourd, sera piégé avec un q proche de la borne inférieure de la zone de stabilité alors que le béryllium, plus léger, aura un q qui sera, quant à lui, proche de la borne supérieure de la zone de stabilité. Il faudra donc en tenir compte lorsque l'on cherchera à traiter le lancement du béryllium dans les conditions de l'expérience finale. Un traitement considérant un potentiel RF dépendant du temps étant bien plus coûteux en temps de calcul.

Discussion sur le micro-mouvement

Comme nous avons pu le voir précédemment, le micro-mouvement sur l'axe y est important. L'énergie cinétique donnée à l'ion sur cet axe est intrinsèque à la méthode que nous utilisons et au fait que nous avons un piège surfacique.

Le système de collection que nous utilisons n'est pas sensible au mouvement de l'ion en y , et donc pas sensible au micro-mouvement sur cet axe. De plus, l'amplitude du micro-mouvement en y est au maximum de $4\mu\text{m}$ très faible devant l'amplitude du mouvement séculaire de l'ion sur cet axe ($87.5\mu\text{m}$) ce qui n'a pas d'impact majeur sur la présence ou non de l'ion dans le faisceau, effet qui affecte le refroidissement des autres axes.

Wesenberg *et al.*, en prenant en compte le micro-mouvement, montre qu'on ne peut pas ignorer les modes transverses lorsque le décalage Doppler associé est comparable à celui en z . Cependant, si les modes transverses sont suffisamment refroidis (pour éviter les effets de chauffage), l'effet de ces modes est de réduire le taux de refroidissement, entraînant une surestimation de l'énergie.

Conclusion

Dans ce chapitre, j'ai présenté notre approche pour injecter un ion dans la zone cible avec une énergie cinétique contrôlée. J'ai expliqué comment calculer les tensions DC initiales du piège en utilisant la méthode matricielle à plusieurs zones introduite du chapitre 3 en mettant en lumière le lien entre la fréquence dans les zones cible et projectile et la hauteur de la barrière centrale. J'ai également décrit comment déterminer les paramètres de lancement à partir de la résolution des équations de dynamique moléculaire permettant de déterminer la trajectoire de l'ion. J'ai complété la description du dispositif expérimental basé sur Arduino permettant de déclencher, avec un intervalle de temps choisi, l'ouverture des interrupteurs rapides. J'ai également abordé la compensation de l'excès de micro-mouvement dans la zone cible après le lancement et évoqué les limitations liées au nombre d'électrodes. Enfin, j'ai abordé la méthode de Doppler recooling permettant de mesurer l'énergie en introduisant le modèle couramment utilisé et en décrivant notre modèle alternatif permettant de prendre en compte les variations d'intensité du laser perçues par l'ion au cours du refroidissement. Ce nouveau modèle, ayant un coût de calcul plus important, nous avons examiné les différentes simplifications nous permettant de calculer la dynamique de refroidissement en un temps raisonnable. Nous nous sommes également intéressés à l'impact des conditions initiales et de l'orientation des axes propres de vibrations sur la dynamique de refroidissement d'un ion.

Le chapitre suivant traitera des résultats expérimentaux du mode d'injection d'ions, ainsi que d'autres résultats expérimentaux.

Chapitre 5

Résultats expérimentaux

Ce chapitre est consacré aux résultats expérimentaux obtenus durant ma thèse. Tout d'abord nous aborderons la méthode utilisée pour déterminer les gammes de fréquences et de tensions permettant de confiner simultanément les ions de strontium et de béryllium. Nous aborderons également, la présence de poussière d'alumine à la surface du piège étudié au microscope électronique à balayage. Puis, nous analyserons les spectres de fluorescence d'un ion strontium afin d'extraire le paramètre de saturation. Enfin, les expériences préliminaires de lancement d'ions de strontium seront présentées, nous aborderons notamment l'optimisation du taux de succès du lancement et l'analyse des histogrammes de temps de refroidissement.

5.1 Caractérisation de la stabilité du piégeage

Dans l'expérience prévue, nous voulons piéger simultanément des ions de béryllium et de strontium. Les paramètres de stabilité dépendant de la masse et le rapport de masse entre ces deux espèces étant très élevé, il est important de trouver les gammes de fréquences RF et de tensions RF et DC permettant de confiner ces deux espèces simultanément dans le piège.

L'équation 1.41 définit une généralisation multidimensionnelle des paramètres de stabilité a et q . Ici, les tensions DC sont choisies afin de minimiser les éléments de la matrice \mathbf{A} pour permettre aux termes diagonaux q_{xx} et q_{yy} de se situer dans la partie du diagramme ayant la plus large extension. La matrice \mathbf{Q} étant inversement proportionnelle à la masse de l'ion et le rapport de masse entre le strontium et le béryllium étant de 9.78 les deux espèces se trouveront aux deux extrémités du diagramme de stabilité, comme illustré sur la figure 5.1. On peut constater que la gamme de valeur prise par les paramètres q_{Be^+} et q_{Sr^+} est très étroite pour permettre le piégeage des deux espèces.

Expérimentalement, le paramètre q dépend de la fréquence et de l'amplitude de la tension RF. Nous cherchons donc la gamme de fréquence et d'amplitude RF nous permettant de piéger ces deux espèces dans notre piège. N'ayant pas encore tenté de piéger le béryllium, nous nous sommes intéressés à la limite supérieure de q permettant le piégeage du strontium, qui devrait être identique pour le béryllium. En connaissant cette limite, il suffira de déterminer la gamme de fréquences pour laquelle l'ion strontium aura une valeur de q 9.78 fois moindre.

Nous avons cherché à augmenter au maximum le paramètre q_{xx} ($\approx q_{yy}$) en jouant sur la fréquence Ω_{RF} et l'amplitude V_{RF} de la tension RF. Pour cela nous avons réalisé plusieurs résonateurs toroïdaux avec des fréquences de résonance différentes. Le tableau 5.1 résume les q_{Sr} obtenus pour différentes fréquences et tensions RF. Une limite à $q_{xx} = 0.561$ a été observée expérimentalement. Cependant, il est possible que cette limite soit simplement une ligne d'instabilité dans le diagramme de stabilité (les instabilités paramétriques ont été étudiés

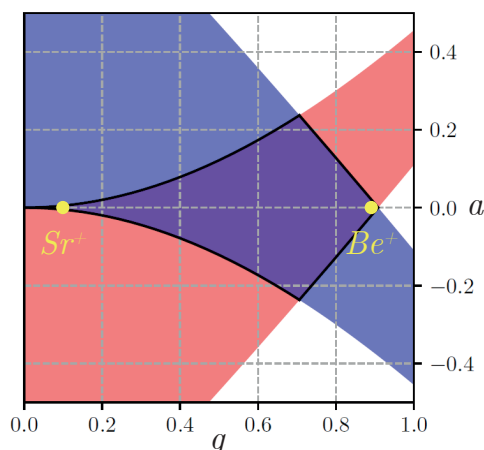


FIGURE 5.1 – Illustration de la position des ions de strontium et de béryllium dans le diagramme de stabilité permettant la stabilité du piégeage des deux espèces. Le diagramme est tiré de la référence [58].

Ω	3.60MHz	5.17MHz	7.26MHz	11.4MHz	14.15MHz
V_{RF}	533Vpp	780Vpp	809Vpp	630Vpp	510Vpp
q_{xx}	0.561	0.561	0.295	0.0933	0.0615

TABLE 5.1 – Tableau des valeurs prises par le paramètre de stabilité q pour l'ion strontium pour différentes fréquences et tensions RF. Tous ces points de fonctionnement ont été testés dans une expérience de piégeage et de refroidissement.

par G. Werth *et al.* [133] dans les pièges hyperboliques). Lors de ces mesures nous n'avions pas cherché à piéger d'ions au-delà de cette valeur mais il reste possible d'explorer cette zone à l'avenir pour voir s'il est possible d'étendre la gamme de fréquences RF piégeant les deux espèces.

Ainsi, nous devons donc travailler à $q_{Sr} < 0.057$. À $\Omega_{RF} = 2\pi \times 14.15\text{MHz}$, cela correspond à une tension de 450Vpp. Expérimentalement, on constate que le piégeage est moins stable (à une fréquence RF de 14.15MHz) pour des tensions de l'ordre de 400Vpp correspondant à $q = 0.036$ ce qui correspond donc à la borne inférieure de notre paramètre de stabilité q . Il est intéressant de trouver les paramètres en fréquence et tension RF qui maximisent la profondeur. Pour cela, nous considérons les relations de proportionnalité suivantes :

$$q \propto \frac{V_{RF}}{m\Omega_{RF}^2} \quad \text{et} \quad U \propto \frac{V_{RF}^2}{m\Omega_{RF}^2} \quad (5.1)$$

où U est la profondeur du potentiel RF (différence de pseudo-potential entre le minimum et le point col). Pour maximiser la profondeur, il faut maximiser l'amplitude de la tension RF. On cherche donc la fréquence RF qui correspond à notre q_{Sr^+} maximum, soit $q_{Sr^+} = 0.057$, et à notre amplitude RF maximale. La tension maximale accessible à 14.15MHz est 560Vpp, au delà le piège se charge. En prenant cette valeur comme limite supérieure (la tension maximale baisse avec l'augmentation de la fréquence RF), on peut calculer la fréquence qui correspond à

cette tension et à cette valeur maximale du paramètre de stabilité q , soit :

$$\Omega_{RF,opt} = \Omega_{RF,q_{max}} \times \sqrt{\frac{V_{RF,max}}{V_{RF,q_{max}}}} \quad (5.2)$$

$$= 14.15 \times \sqrt{\frac{560}{450}}. \quad (5.3)$$

On obtient une fréquence RF optimisant la profondeur de 15.8MHz (borne supérieure maximale, la vraie valeur est inférieure).

5.2 Poussières d'alumine

Au début de ma thèse, lorsque nous cherchions à piéger des ions pour la première fois dans ce piège avec un substrat en alumine, nous avons rencontré des difficultés qui nous ont poussés à examiner le piège au microscope électronique à balayage (MEB).

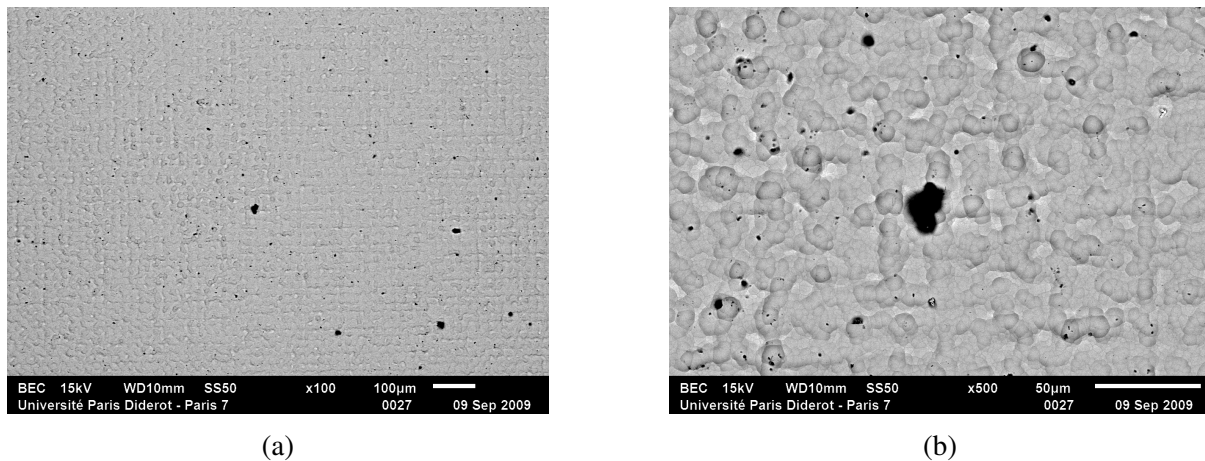


FIGURE 5.2 – Image prise au MEB en BSE. L'image (b) est un zoom de l'image (a) sur la tache noire centrale.

Ce type de microscope permet d'obtenir des images de haute résolution d'un échantillon en utilisant la diffusion d'un faisceau d'électrons (primaire). La diffusion d'électrons secondaires (SE) faiblement énergétiques permet une sensibilité au relief de l'échantillon. Tandis que les électrons rétro-diffusés (BSE back scattered electrons), résultant de l'interaction du faisceau d'électrons primaire avec les noyaux des atomes de l'échantillon, permettent d'obtenir de l'information sur le numéro atomique des atomes constituant l'échantillon. Ces électrons nous permettent de connaître la composition atomique en un point de l'échantillon.

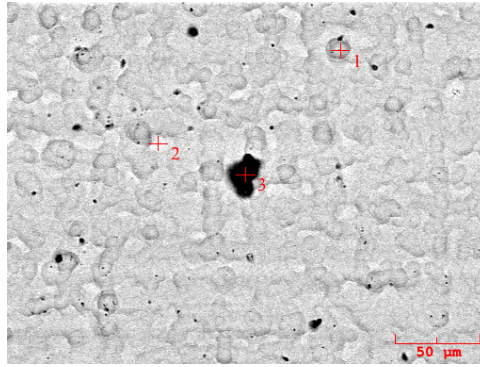
Notre piège, comme mentionné précédemment, a un substrat en alumine (Al_2O_3). Les électrodes sont en cuivre plaqué d'un alliage d'or (Au) contenant un peu de palladium (Pd). La figure 5.2 montre des images prises au MEB de la surface d'une électrode du piège. On peut voir que le piège est recouvert de petites taches sombres. En s'intéressant à la spectroscopie de masse atomique faite en différents points de la surface du piège, on constate que les taches sombres sur la surface sont constituées d'alumine. La figure 5.3 montre les spectres réalisés en différents points de la surface. On peut voir que le spectre réalisé à la position de la tache sombre révèle une forte présence d'aluminium et un peu d'oxygène, tandis que les autres points montrent une dominance d'or et de palladium.

Ces fragments d'alumine se sont certainement déposés sur la surface lorsque le fabriquant a découpé les pièges (découpe laser). Pour remédier au problème, nous avons nettoyé à nouveau les pièges dans un premier bain à ultrasons avec du savon (Extran MA 2) puis à l'acétone et enfin à l'éthanol. Une vérification MEB nous a montré que ce nouveau nettoyage avait été efficace pour supprimer les poussières d'alumine.

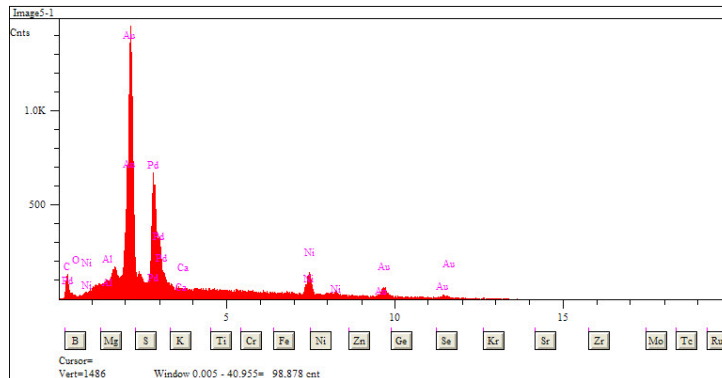
Par la suite, nous avons rencontré un problème aux fortes tensions RF. À partir d'un certain seuil de tension RF, les ions piégés dérivent de leur position initiale de façon irréversible. Ce décalage semble, toutefois, se résorber avec le temps, laissant penser à une accumulation de charges à un endroit du piège modifiant ainsi le potentiel de piégeage et ces charges se dissipent en un temps caractéristique de l'ordre du mois. Nous supposons qu'une ou plusieurs poussières d'alumine sont restées à la surface du piège et qu'à haute tension, ces poussières très isolantes se chargent. Étant dans le vide, la décharge de ces poussières se fait très lentement.

La cartographie des champs parasites, évoquée au chapitre 3, nous a permis de montrer qu'une poussière chargée se trouvait potentiellement sur l'électrode EC3P1 à une position par rapport au minimum du piège P1 de $z = 2.26\text{mm}$ et $x = 2.58\text{mm}$ et une charge négative de $38.4 \pm 0.4\text{ke}$.

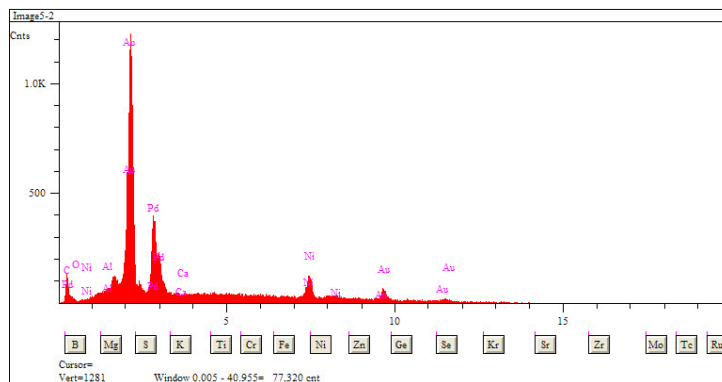
Des simulations de lancement ont été réalisées en prenant en compte cette charge ponctuelle. Le potentiel qu'elle crée a été ajouté au potentiel du piège. Cependant, les simulations n'ont montré qu'un léger changement dans les trajectoires de l'ion, mais aucun changement dans l'énergie reçue par l'ion. La présence de cette charge ne semble donc pas affecter le lancement des ions.



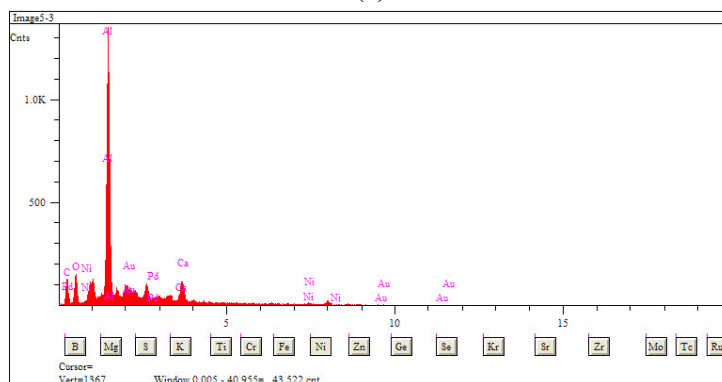
(a)



(b)



(c)



(d)

FIGURE 5.3 – (a) Image prise au MEB en mode BSE indique les positions pour lesquelles ont été réalisés les spectres (b), (c) et (d). Les spectres (b) et (c) montrent une composition majoritaire en or avec un peu de palladium et de nickel. Le spectre (d) montre une composition majoritaire en aluminium avec des traces d'oxygène.

5.3 Lancement des ions

Pour caractériser notre méthode de lancement d'ions, il est nécessaire de répéter l'opération plusieurs fois. Cependant, expérimentalement, le champ de vision limité de notre système de détection ne permet pas d'observer simultanément les deux zones (projectile et cible). Nous devons donc focaliser la caméra uniquement sur la zone cible, où les ions arrivent après leur lancement.

Pour effectuer cette caractérisation, nous suivons le protocole suivant, répété pour chaque lancement :

1. **Chargement** : Un ion est chargé dans la zone cible, avec les tensions V_{push} et V_{close} appliquées. Le taux de fluorescence est mesuré pour vérifier qu'il s'agit bien d'un ion unique.
2. **Transport vers la zone projectile** : L'ion est déplacé vers la zone projectile en appliquant les tensions de lancement à 0V, puis en transportant l'ion à l'aide de la méthode décrite à la fin du chapitre 3.
3. **Refroidissement de l'ion** : Une fois l'ion dans la zone projectile, un délai de 5s est respecté pour permettre à l'ion de se refroidir.
4. **Lancement** : La séquence de lancement est déclenchée en appliquant successivement la tension V_{push} , suivie de V_{close} après un délai Δt .
5. **Mesure du taux de fluorescence** : Le taux de fluorescence dans la zone cible est enregistré pendant une durée définie par l'utilisateur.
6. **Vérification de la présence de l'ion** : Si le taux de fluorescence mesuré après cette période dépasse le seuil prédéfini, la séquence reprend à l'étape 2. Sinon, la séquence recommence à l'étape 1, avec le chargement d'un nouvel ion.

Un exemple typique de la fluorescence mesurée après un lancement est présenté à la figure 5.4. Le temps de refroidissement est déterminé en définissant un seuil à partir duquel l'ion est considéré froid, typiquement 5kph/s.

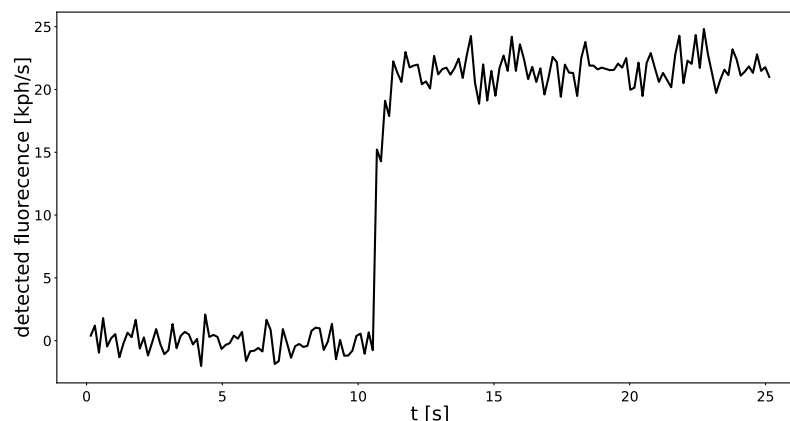


FIGURE 5.4 – Taux de fluorescence en fonction du temps après un lancement, à $t = 0$, d'ion.

Pour chaque série de mesures, un histogramme des temps d'arrivée peut être construit. Ces histogrammes sont présentés et discutés dans la suite.

5.3.1 Amélioration du taux de succès du lancement

Les premiers tests de lancement avaient un taux de succès très faible de l'ordre de 50%. Nous avons donc cherché à améliorer ce taux pour finalement trouver des conditions pour lesquelles ce taux atteint 95%. Nous avons optimisé trois paramètres qui interviennent dans le lancement des ions : l'amplitude de la tension RF, la tension V_{push} appliquée sur les électrodes et le désaccord du laser de refroidissement.

Amplitude de la tension RF

La profondeur du potentiel augmente avec l'amplitude de la tension RF (1.35). Ainsi en augmentant la profondeur, les chances que l'ion s'échappe diminuent. Afin d'améliorer le taux de succès de lancement nous avons augmenté l'amplitude de la tension RF jusqu'à sa valeur maximale déduite expérimentalement. Passé un certain seuil, le piège semble se charger, la position du minimum de potentiel change de façon irréversible, plus exactement, elle revient à sa position initiale avec un temps caractéristique de l'ordre de la dizaine de jours. Pour une fréquence RF de $\Omega_{RF}/2\pi = 14.22\text{MHz}$, cette tension maximale déterminée de façon empirique est de 560Vpp.

Tension V_{push}

Un autre paramètre est la tension V_{push} utilisée lors du lancement. Expérimentalement, comme dans les simulations, il y a un seuil à partir duquel les ions passent la barrière de potentiel et en deçà duquel le taux de succès tombe rapidement à zéro. Nous avons observé que le taux de succès est le plus élevé au voisinage de ce seuil. En revanche, nous avons constaté que ce seuil est moins élevé expérimentalement que celui obtenu pour des simulations dans des conditions similaires. Par exemple, pour un lancement à 150meV, la tension V_{push} seuil des simulations est de 4.9V contre 3.9V expérimentalement. Nous reviendrons sur cette observation dans la section suivante.

Désaccord du laser de refroidissement

Nous nous sommes également intéressés au désaccord du laser de refroidissement permettant le "recooling". Pour cela, nous avons répété le lancement 50 fois pour un désaccord donné, tous les autres paramètres de l'expérience étant identiques. Ce nombre de répétitions était contraint par la stabilité des lasers et ne permet pas une analyse statistique très poussée, néanmoins cela nous permet d'identifier la tendance et de déterminer le désaccord, maximisant le taux de succès.

Le tableau 5.2 montre, pour des désaccords de -20MHz, -30MHz, -40MHz, et -50MHz, le taux de succès obtenu, le temps moyen de refroidissement, l'écart type des temps de refroidissement ainsi que la dispersion relative des temps de refroidissement, pour trois séries de mesures. Les conditions expérimentales sont similaires dans une série, et donc les comparaisons peuvent se faire dans une série, mais pas entre séries. Nous pouvons déduire de ce tableau que le désaccord qui maximise le taux de succès est de -40MHz (séries 2 et 3), soit $\delta_L \approx 2\Gamma$.

Nous observons que le temps de refroidissement diminue lorsque le désaccord augmente, ce qui est en accord avec l'équation (4.29) donnant le temps de refroidissement dans l'approximation adiabatique, temps inversement proportionnel au désaccord.

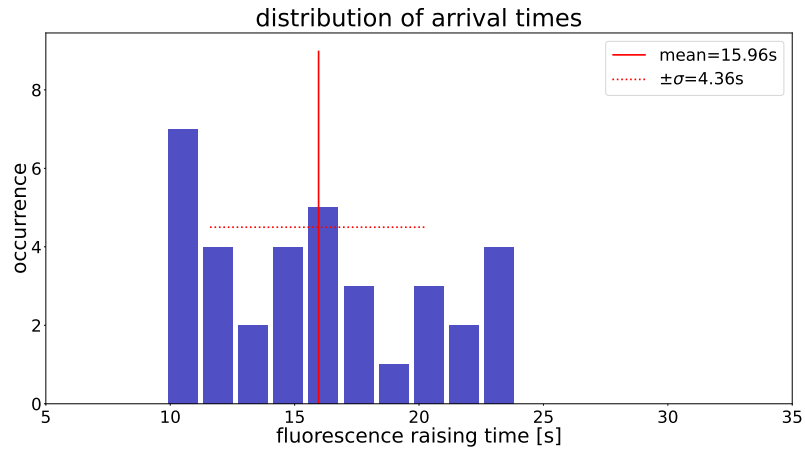
δ_L	série n°1				série n°2				série n°3			
	τ	t	σ	σ/t	τ	t	σ	σ/t	τ	t	σ	σ/t
-20MHz	57%	23.3s	5.9s	25%								
-30MHz	71%	16.0s	4.4s	27%	88%	14.2s	3.1s	21%	74%	12.3s	3.3s	27%
-40MHz					92%	11.0s	2.5s	23%	78%	10.0s	3.2s	31%
-50MHz					85%	9.0s	2.3s	26%				

TABLE 5.2 – Tableau récapitulatif donnant le taux de succès τ , le temps de refroidissement moyen t , l'écart type du temps de refroidissement σ et la dispersion relative σ/t . Ce tableau montre que le désaccord maximisant le taux de succès est $\delta_L = 40\text{MHz}$.

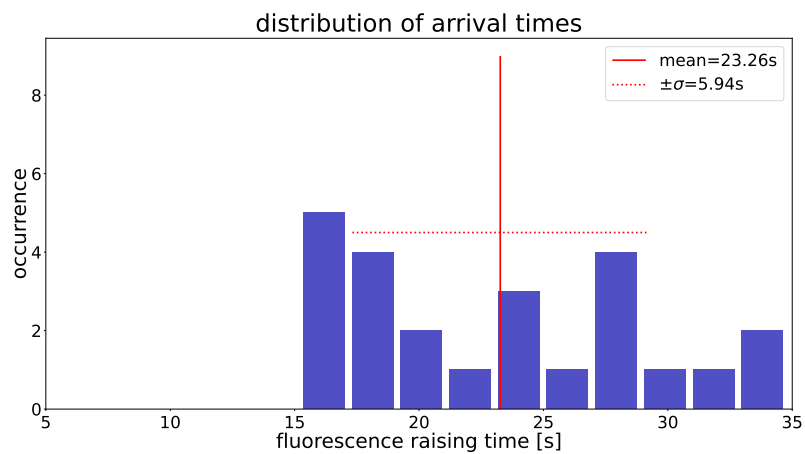
5.3.2 Distribution des temps de refroidissement

Nous pouvons également constater sur ce tableau est que la dispersion des temps de refroidissement relative est très élevée, allant de 21% à 31%. Notons de plus que cette dispersion relative tend à augmenter avec le désaccord.

Les figures 5.5, 5.6 et 5.7 montrent respectivement les histogrammes des temps de refroidissement des séries 1, 2 et 3. Le faible nombre d'occurrences de chaque tranche de temps d'arrivée ne permet pas de conclure quant à la forme des distributions des temps d'arrivée. Le nombre d'événements est limité par le taux de succès et la durée de l'expérience, fixée par la stabilité des lasers. La stabilité des lasers ayant été améliorée depuis ces premiers tests (passé de 2h à une journée), des expériences de lancement pourront être réalisées pour des paramètres permettant un fort taux de succès et pendant une durée plus importante, ce qui pourra permettre d'étudier la forme de la distribution des temps de "recooling".

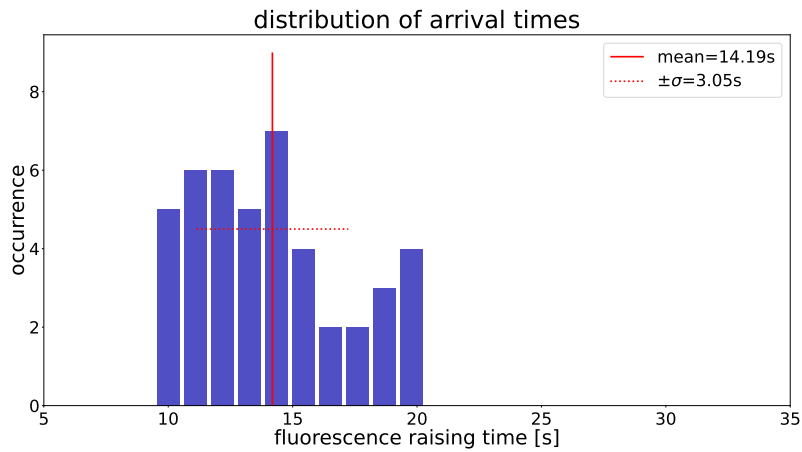


(a)

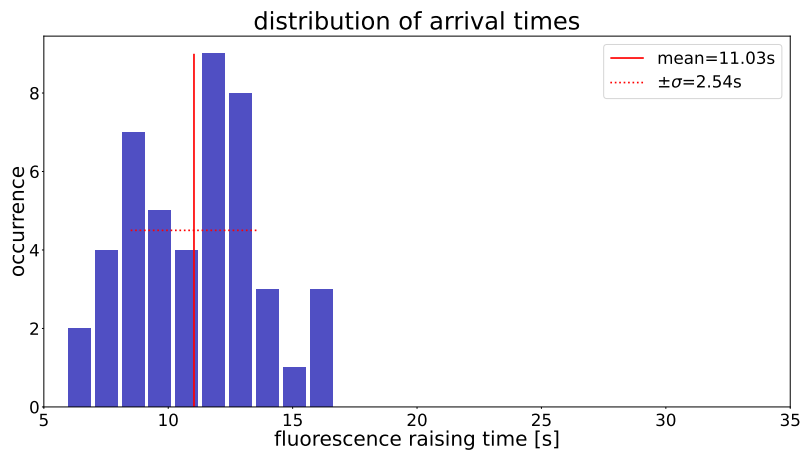


(b)

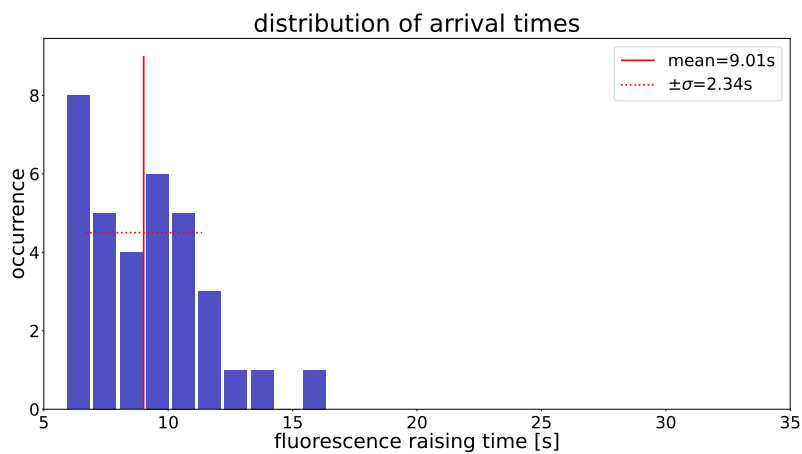
FIGURE 5.5 – Histogrammes des temps de refroidissement de la série 1 pour un désaccord de 20MHz (a) et de 30MHz (b).



(a)

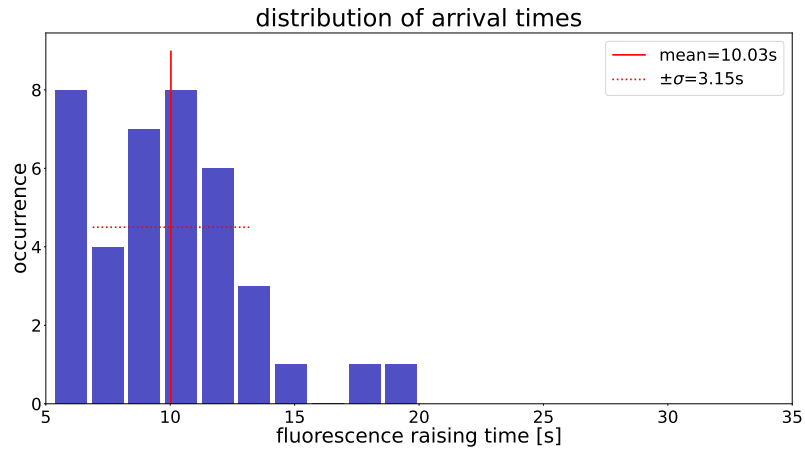


(b)

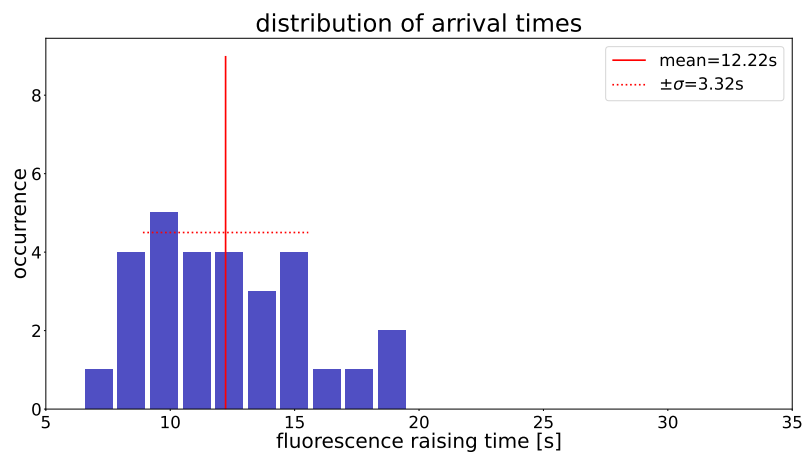


(c)

FIGURE 5.6 – Histogrammes des temps de refroidissement de la série 2 pour un désaccord de 30MHz (a), 40MHz (b) et 50MHz (c).



(a)



(b)

FIGURE 5.7 – Histogrammes des temps de refroidissement de la série 3 pour un désaccord de 30MHz (a) et 40MHz (b).

Pour expliquer cette large distribution nous pouvons examiner les causes possibles suivantes :

1. Une faible interaction entre l'ion et les photons du laser au début du refroidissement. Un faible nombre d'événements de diffusion au début du refroidissement pourrait entraîner l'apparition d'effet stochastique contribuant à la dispersion des temps de refroidissement.
2. La distribution de vitesse initiale de l'ion : la température initiale de l'ion étant de l'ordre de la dizaine de milliKelvin, cela correspond à une vitesse de l'ordre du mètre par seconde très faible devant l'ordre des vitesses données par le lancement, de l'ordre de 500m/s, soit un rapport de 0.2% insuffisant pour expliquer cette dispersion.
3. La phase de la tension RF : la vitesse initiale du projectile peut être influencée par la phase de la tension RF. Pour estimer cet effet il faudrait réaliser des simulations de lancement d'ion prenant en compte la dépendance temporelle de la tension RF et faire varier la phase initiale dans la simulation pour évaluer son effet sur l'énergie communiquée au projectile. Néanmoins nous avons montré que la contribution de la RF était faible ($< 0.5\text{eV}$) comparé à l'énergie de lancement en jeu.
4. L'influence du micro-mouvement axial : notre piège possède une petite section d'électrode RF dans l'axe longitudinal du piège, pouvant ainsi entraîner du micro-mouvement sur l'axe z . La différence entre la valeur minimale de V_{push} dans la simulation et dans l'expérience est de l'ordre de 20%, bien supérieure à l'écart que l'on pourrait attendre entre le calcul du potentiel dans l'approximation "gapless" et le potentiel réel (considéré entre 5% et 10%). Une hypothèse envisageable serait qu'à une tension plus faible que la tension seuil de la simulation, l'ion ne soit pas en mesure de franchir la barrière, mais que le micro-mouvement axial, au bout d'un certain temps, soit en phase avec le mouvement séculaire de l'ion et lui permet de franchir la barrière de potentiel. Pour vérifier cet effet, il faut faire les simulations de lancement dans lesquelles le pseudo-potential est remplacé par le potentiel RF dépendant du temps. Cet effet pourrait potentiellement avoir un impact sur la distribution des temps de refroidissement. Expérimentalement, nous pouvons nous intéresser au lancement avec une tension V_{push} plus élevée (le taux de succès serait moindre) afin de voir si l'étalement de la distribution diminue, mais cela ne supprime pas complètement l'effet du micro-mouvement axial.

À partir de nos simulations de recooling, nous souhaitons convertir les histogrammes de temps de refroidissement en histogrammes d'énergie, afin de les comparer aux résultats de nos simulations de lancement. Cependant, cette conversion nécessite une connaissance précise de l'intensité du laser. La section suivante est consacrée à la détermination de ce paramètre clé.

5.4 Estimation du paramètre de saturation

L'intensité du laser de refroidissement est un paramètre essentiel de la simulation de Doppler recooling. Ce paramètre, contenu dans le paramètre de saturation s de la transition de refroidissement, peut être estimé en utilisant l'ion comme une sonde. Pour cela, nous réalisons un spectre de fluorescence de l'ion froid en fonction du désaccord δ_L du laser de refroidissement, en repompage incohérent afin d'éviter les résonances noires. L'ajustement du profil de fluorescence par le profil lorentzien théorique permet d'extraire le paramètre de saturation.

On peut exprimer le taux d'émission de photon (1.70) dans un système à deux niveaux (voir

le chapitre 1 (1.63)) en fonction du paramètre de saturation :

$$\left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle_{st} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s + \frac{\delta_L^2}{\Gamma^2/4}} \quad (5.4)$$

$$= \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \frac{1}{1 + \frac{\delta_L^2}{\left(\frac{\Gamma}{2}\sqrt{1+s}\right)^2}} \quad (5.5)$$

avec s , le paramètre de saturation :

$$s = \frac{I}{I_{sat}} = \frac{2\Omega^2}{\Gamma^2} \quad (5.6)$$

Nous reconnaissons la forme lorentzienne du profil de fluorescence. Le taux d'émission à résonance est :

$$\frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \quad (5.7)$$

et la largeur à mi-hauteur de la lorentzienne est :

$$\Gamma\sqrt{1+s}. \quad (5.8)$$

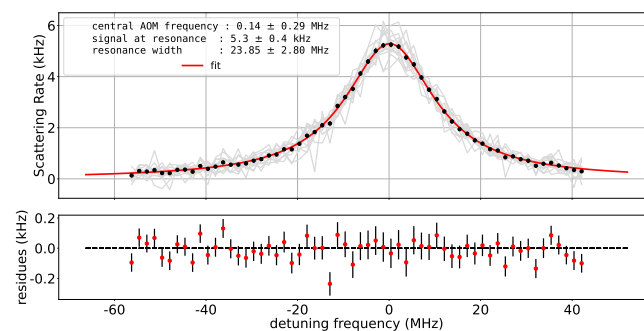
On peut constater que la largeur du spectre augmente avec l'intensité du laser et que le taux d'émission à résonance aussi. À haute intensité, la population dans le niveau excité sature à 1/2, ce qui entraîne une saturation du taux d'émission à résonance à $\Gamma/2$. En théorie, on peut extraire l'intensité de chacune de ces variables d'ajustement de spectre (largeur à mi-hauteur et signal à résonance). En pratique, le paramètre de saturation obtenu via la largeur était très différent de celui obtenu via le signal à résonance. Cela souligne soit un problème d'élargissement des spectres, soit un problème dans le taux d'émission. Cela nous conduit à essayer d'identifier les éventuelles sources d'élargissement du spectre par rapport à la largeur naturelle. Nous avons donc réalisé une étude de la largeur du spectre en fonction des paramètres qui affectent cette largeur : la présence de micro-mouvement en excès, le contrôle du champ magnétique et l'intensité laser. Nous avons donc modifié ces différents paramètres afin d'obtenir un spectre dont la largeur se rapproche le plus de la largeur naturelle de la transition.

Le micro-mouvement est compensé selon les directions radiales de deux façons différentes :

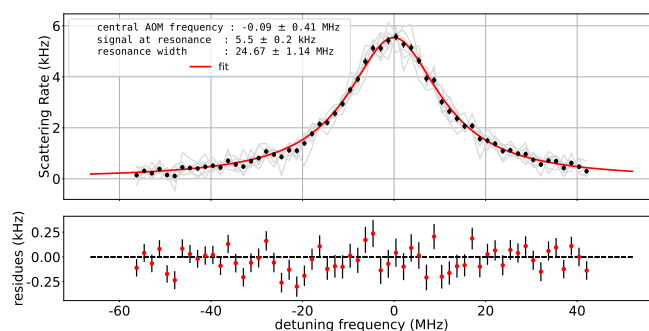
- Selon la direction x : la compensation du micro-mouvement est obtenue en minimisant l'amplitude des corrélations entre le temps d'arrivée des photons et la RF.
- Selon la direction y la compensation est réalisée via l'observation de la position de l'ion en fonction de l'amplitude de la tension RF appliquée. Le micro-mouvement est compensé lorsque que l'ion ne se déplace pas en fonction de l'amplitude de la tension RF.

5.4.1 Influence du champ magnétique sur le profil de fluorescence

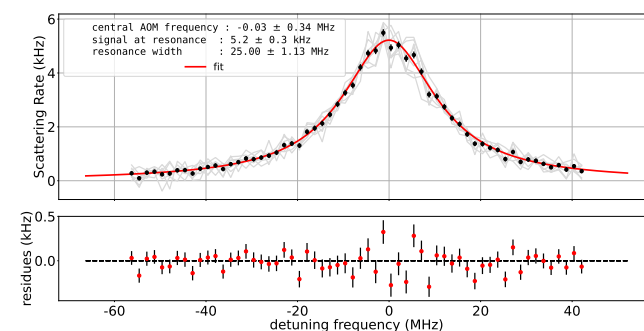
5.4. ESTIMATION DU PARAMÈTRE DE SATURATION



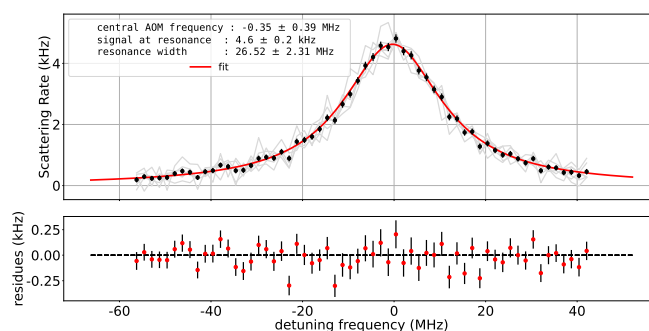
(a)



(b)



(c)



(d)

FIGURE 5.8 – Spectres de fluorescence d'un ion Sr^+ pour une puissance fixe de $3.3\mu\text{W}$ du faisceau de refroidissement et différentes valeurs du champ magnétique : (a) 0.45G, (b) 0.89G, (c) 1.34G et (d) 2.67G. Un ajustement lorentzien, représenté en rouge, permet d'obtenir la largeur des spectres et le niveau de signal à résonance.

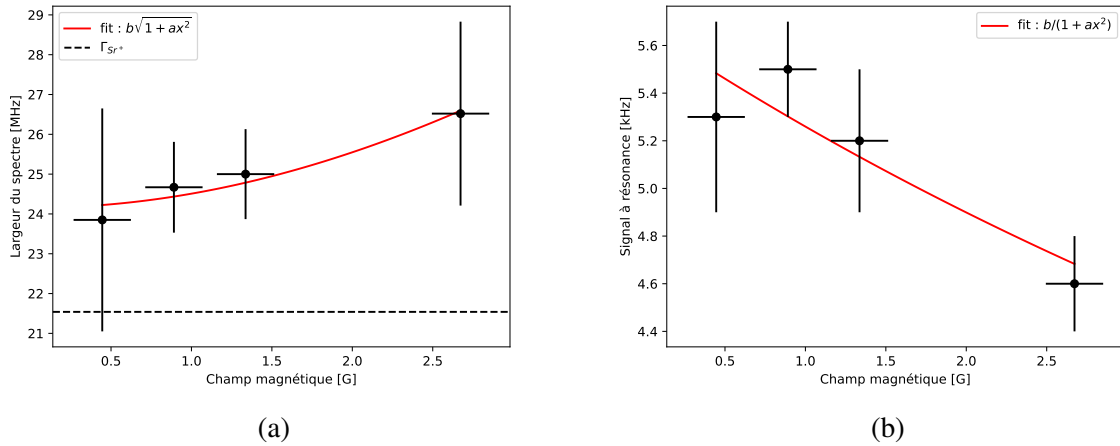


FIGURE 5.9 – (a) largeur à mi-hauteur du spectre de fluorescence en fonction du champ magnétique et son ajustement théorique selon la forme $b\sqrt{1+ax^2}$ la largeur naturelle est indiquée par la ligne en pointillés et (b) signal à résonance du spectre de fluorescence pour différentes valeurs du champ magnétique appliqué et son ajustement en $b/(1+ax)$.

Pour optimiser le champ magnétique à appliquer dans l'enceinte, nous procédons de la façon suivante : une fois le micro-mouvement compensé, nous réalisons une série de spectres de fluorescence en fonction du désaccord laser δ_L à une puissance de faisceau de refroidissement fixe ($3.3\mu\text{W}$), pour différentes intensités de champ magnétique. Le champ magnétique B est appliqué sur l'axe colinéaire au vecteur d'onde du laser de refroidissement, le faisceau de refroidissement est polarisé linéairement.

Ces mesures nous permettent d'extraire deux informations : la largeur et le signal à résonance des spectres. Pour chaque cas, un ajustement à la forme attendue est réalisé. Le modèle utilisé est un modèle semi-analytique en repompage incohérent proposé par Vincent Tugayé dans l'annexe C de sa thèse [86]. Le spectre est élargi par l'écartement des niveaux Zeeman sous l'effet du champ magnétique appliqué, de la même façon la hauteur du spectre s'en trouve diminuée. Ici seule l'allure de la dépendance est présentée. On ne s'intéressera pas aux valeurs prises par les constantes, seulement à la tendance.

La **largeur à mi-hauteur du spectre**, w est liée au champ magnétique par une loi de la forme :

$$w = b\sqrt{1+aB^2}. \quad (5.9)$$

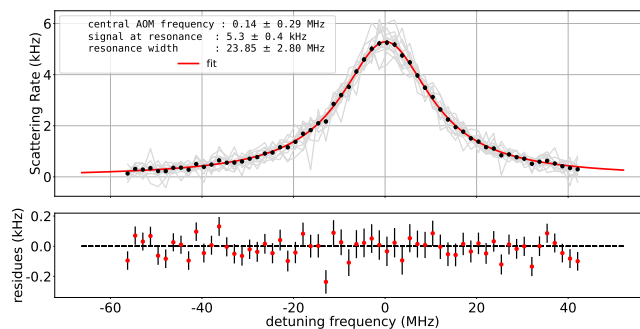
Le **signal à résonance**, S_{res} est lié au champ magnétique par une loi de la forme :

$$S_{res} = \frac{d}{1+cB^2}. \quad (5.10)$$

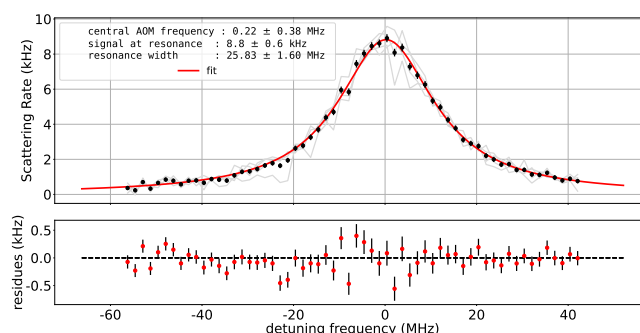
Les spectres ajustés sont présentés sur la figure 5.8. La largeur et le signal à résonance des spectres sont respectivement représentées en fonction du champ magnétique appliqué sur la figure 5.9.

En dépit des barres d'erreur (erreur statistique) importantes nous pouvons dire que l'évolution observée n'entre pas en contradiction avec les lois attendues. Nous choisissons la valeur de champ magnétique la plus faible, correspondant au spectre le plus étroit, pour la suite de nos mesures.

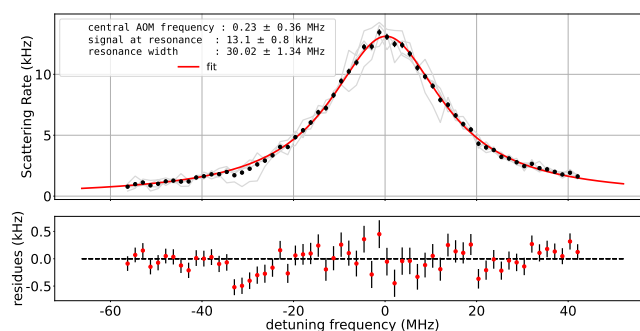
5.4. ESTIMATION DU PARAMÈTRE DE SATURATION



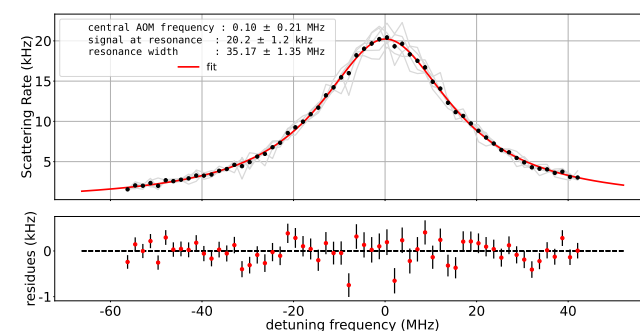
(a)



(b)



(c)



(d)

FIGURE 5.10 – Spectres de fluorescence d'un ion Sr^+ pour un champ magnétique fixe de 0.45G et différentes puissances du faisceau de refroidissement : (a) $3.3\mu\text{W}$, (b) $5.9\mu\text{W}$, (c) $11.3\mu\text{W}$ et (d) $22.1\mu\text{W}$. Un ajustement lorentzien, représenté en rouge, permet d'obtenir la largeur des spectres et le niveau de signal à résonance.

5.4.2 Influence de l'intensité du laser de refroidissement sur le profil de fluorescence

Une série de spectres a été réalisée, avec un micro-mouvement compensé et un champ magnétique de 0.45G orienté suivant un axe colinéaire au vecteur d'onde du laser de refroidissement pour différentes puissances du faisceau de refroidissement. Pour chaque cas, un ajustement à la forme attendue est réalisé.

La **largeur du spectre**, w est liée à l'intensité (5.8), en considérant un modèle à deux niveaux, par une loi de la forme :

$$w = b_w \sqrt{1 + a_w I} \quad (5.11)$$

où $b_w = \Gamma/2\pi$ et $a_w = 1/(S_g I_{sat})$, S_g est l'aire de la section du faisceau au niveau de l'ion que l'on ne cherche pas à déterminer.

Le **signal à résonance**, S_{res} est lié à l'intensité (5.7) par une loi de la forme :

$$S_{res} = \frac{\pi a_{S_{res}} b_{S_{res}} x}{1 + a_{S_{res}} I} \quad (5.12)$$

où $b_{S_{res}} = \Gamma/2\pi$ qu'il faudra normaliser par le taux de collection TC du système de comptage mesuré avant la réalisation des spectres via la méthode décrite dans la section 2.4.2, valant $TC = 1.70 \times 10^{-3} \pm 0.28 \times 10^{-3}$, et par la probabilité de branchement de la transition de refroidissement $p = 0.94498$ [102], ici aussi, $a_{S_{res}} = 1/(S_g I_{sat})$.

Ces spectres ajustés sont présentés sur la figure 5.10. La largeur et le signal à résonance des spectres a été extrait et représenté en fonction de la puissance du faisceau sur la figure 5.11.

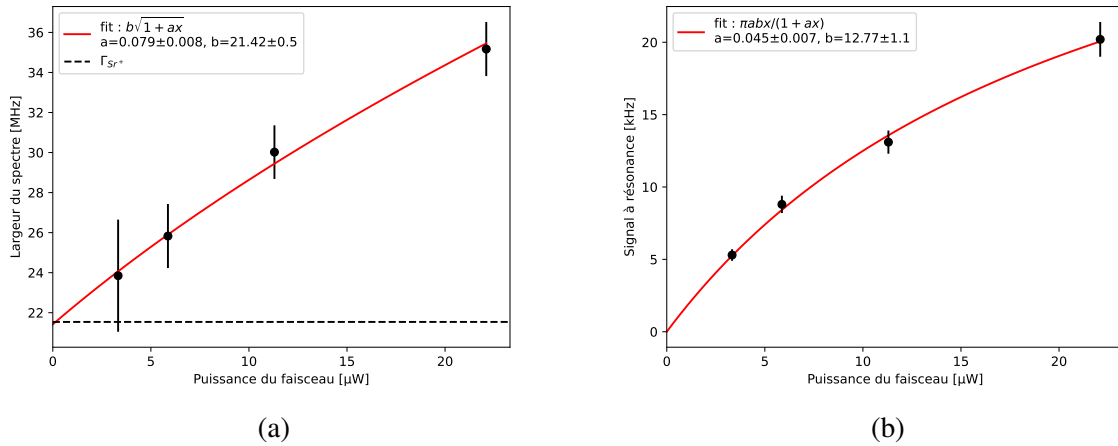


FIGURE 5.11 – (a) largeur du spectre de fluorescence en fonction de la puissance du faisceau et son ajustement théorique selon la loi de la forme $b\sqrt{1+ax}$. (b) signal à résonance du spectre de fluorescence en fonction de la puissance du faisceau de refroidissement et son ajustement suivant la forme $\pi abx/(1+ax)$.

Le résultat après ajustement des données et normalisation des paramètres concernés est présenté dans le tableau 5.3. Nous pouvons constater trois choses :

1. les paramètres a obtenus via la largeur et le signal à résonance ne se recouvrent pas, il y a un écart de 4.5σ entre ces valeurs.

5.4. ESTIMATION DU PARAMÈTRE DE SATURATION

	a	b
largeur à mi-hauteur w	$0.079 \pm 0.008 W^{-1}$	$21.4 \pm 0.5 MHz$
signal à résonance S_{res}	$0.045 \pm 0.007 W^{-1}$	$7.9 \pm 0.7 MHz$

TABLE 5.3 – Paramètres de l’ajustement des courbes de largeur des spectres et du signal à résonance en fonction de la puissance du faisceau.

- le paramètre b de l’ajustement de la **largeur des spectres** inclut la largeur naturelle de la transition dans son intervalle de confiance qui est assez précis (2%).
- le paramètre b normalisé de l’ajustement du **signal à résonance** des spectres est inférieur de 63% par rapport à la valeur attendue (21.54MHz).

Nous pouvons conclure de ces résultats qu’il ne semble pas y avoir une source d’élargissement inconnue des spectres, mais que notre signal est inférieur à nos attentes compte tenu du taux de collection mesuré. Une cause possible de cet écart pourrait être un taux de repompage insuffisant qui ne permettrait pas de se placer dans le cadre d’un système à deux niveaux et qui, comme vu au chapitre 1 section 1.2.1, contribue à baisser le taux d’émission lorsque la transition sature.

Une mesure de ce taux de repompage avait été réalisée sur une autre expérience de l’équipe. Le taux de repompage obtenu est $4 MHz$. Le taux de désexcitation dans le niveau $D_{3/2}$ est $(1-p)\Gamma$, voir figure 1.8, où $(1-p)$ (noté a dans le chapitre 1) est la probabilité de désexcitation dans le niveau $D_{3/2}$ qui vaut, pour le strontium ionique, 5.51(5)% [102], le rapport $\frac{(1-p)\Gamma}{\Gamma_r}$ de 0.3, permettant de se placer, en première approximation, dans le cadre du système à deux niveaux, voir la section 1.2.1. Cette autre expérience présente des conditions de puissances et de tailles de faisceaux de repompage similaires à celle présentée ici, ainsi cette mesure du taux de repompage nous avait poussé à nous placer dans le cadre du système à deux niveaux en premier lieu.

5.4.3 Mesure du taux de repompage

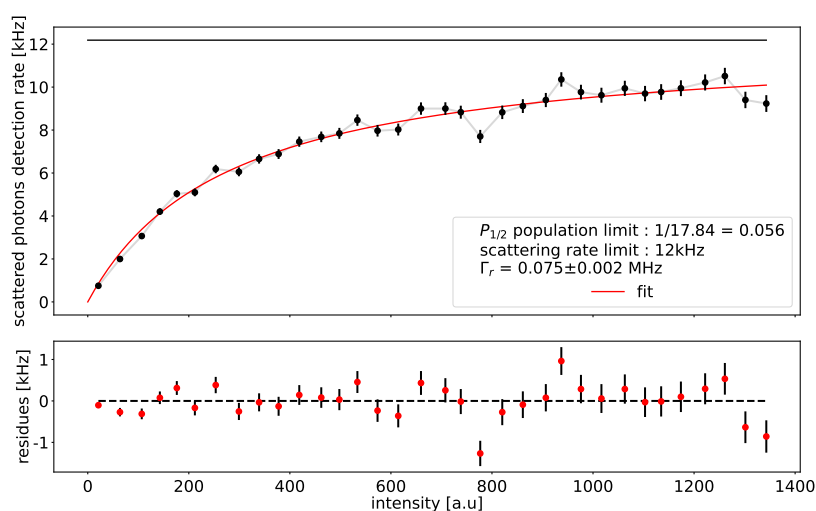


FIGURE 5.12 – Mesure de saturation de la transition $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$. Le modèle d’ajustement est donné par l’équation 5.13

Pour mesurer les taux de repompage nous réalisons des mesures de saturation de la transition

de refroidissement. La mesure consiste à faire varier l'intensité du laser de refroidissement à désaccord constant et à mesurer le taux de photons diffusés. On peut déduire de l'équation (1.91) la relation de proportionnalité entre le taux de repompage et la population dans le niveau excité, qui est :

$$\rho_{ee}^{st} = \frac{I/I_{sat}}{1 + \frac{4\Delta^2}{I^2} + I/I_{sat}(2 + \frac{(1-p)\Gamma}{\Gamma_r})} \quad (5.13)$$

$$= \frac{I}{d + eI} \quad (5.14)$$

avec :

$$d = I_{sat}(1 + \frac{4\Delta^2}{I^2}) \quad \text{et} \quad e = 2 + \frac{(1-p)\Gamma}{\Gamma_r} \quad \text{ainsi} \quad \Gamma_r = \frac{(1-p)\Gamma}{e-2} \quad (5.15)$$

où $\Delta = \delta_L - \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v}$.

Un ajustement du taux de diffusion permet donc de déduire le taux de repompage. La figure 5.12 montre le taux de diffusion de photons en fonction de l'intensité du laser de refroidissement. L'ajustement de la courbe donne $\Gamma_r = 0.075 \pm 0.002\text{MHz}$. Le rapport $\frac{(1-p)\Gamma}{\Gamma_r}$ vaut alors 15.8, ce qui montre que le traitement par un système à deux niveaux n'est pas valable. Nous avons amélioré ce taux de repompage en augmentant la densité de puissance des faisceaux de repompage, la nouvelle mesure de saturation, présenté sur la figure 5.13 donne $\Gamma_r = 5.84 \pm 0.82\text{MHz}$ soit un rapport $\frac{(1-p)\Gamma}{\Gamma_r} = 0.20$. Ce rapport a grandement diminué mais pas suffisamment pour se placer dans le cadre du système à deux niveaux. Toutefois, cela signifie que le refroidissement sera bien plus efficace. Pour la suite on pourra utiliser ce modèle de système à troisième niveau fictif pour modéliser le refroidissement dans les simulations, cela ne devrait pas affecter grandement le temps de calcul. De même, le profil de fluorescence pourra être ajusté en utilisant ce modèle pour extraire de manière fiable l'intensité du laser, donnée essentielle pour simuler le refroidissement après lancement.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons pu voir qu'il sera possible, dans le piège actuel, de piéger à la fois les ions de béryllium et de strontium pour une gamme de fréquences comprise entre 14MHz et 20MHz. Nous avons également vu que la source du champ parasite pouvait être une poussière d'alumine, mais que la présence de ce champ ne semble pas avoir un impact considérable sur le lancement des ions. Nous nous sommes intéressés à l'estimation du paramètre de saturation par la réalisation de spectres de fluorescence. Nous avons pu constater un problème dans le taux de repompage des niveaux métastables qui a pu être résolu. Nous serons donc en mesure d'estimer correctement le paramètre de saturation du faisceau laser, donnée essentielle dans les simulations de refroidissement et donc indispensable pour la caractérisation de l'énergie de lancement des ions. Nous avons également vu comment optimiser le taux de succès du lancement en abordant notamment le désaccord optimal obtenu expérimentalement. Nous avons également discuté de la grande dispersion relative des temps de refroidissement. Cependant il faudra refaire ces expériences de lancement dans de meilleures conditions de repompage afin de comparer ces temps de refroidissement avec ceux obtenus par les simulations.

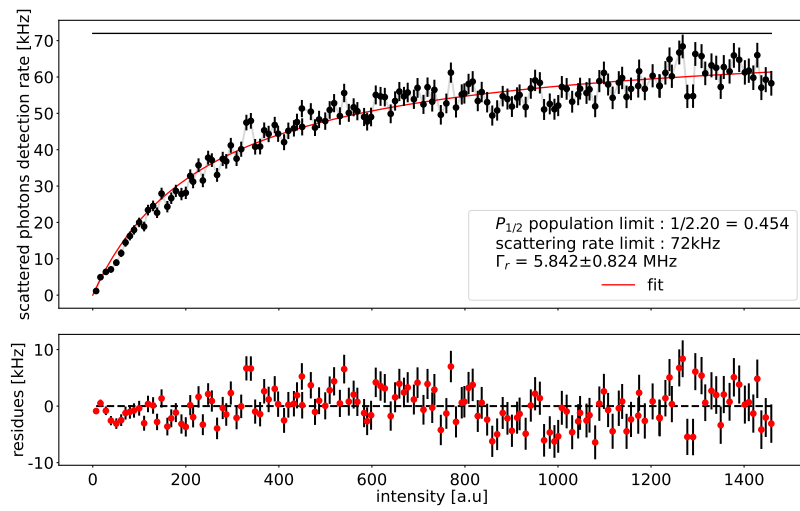


FIGURE 5.13 – Mesure de saturation de la transition $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ après augmentation de la densité de puissance, le taux de collection a été mesuré avant et vaut $1.24 \times 10^{-3} \pm 0.24 \times 10^{-3}$. Le modèle d'ajustement est donné par l'équation 5.13

Conclusion

Une étape essentielle pour mener à bien le projet GBAR et mesurer l'accélération de la pesanteur terrestre sur l'antimatière est le refroidissement de l'ion $\bar{\text{H}}^+$ par son interaction avec un cristal de Coulomb composé de milliers d'ions de béryllium refroidi par laser. Connaître le temps requis par ce processus de refroidissement est crucial pour le succès de l'expérience. La complexité du problème exclut une détermination précise de ce temps par des simulations numériques. Pour répondre à ce besoin, il a été décidé de mettre en place une expérience de banc d'essai qui, en recréant des conditions expérimentales similaires à celles de GBAR pour une paire d'ions ayant un rapport de masse très proche, permettrait ainsi de mesurer et d'optimiser ce temps de refroidissement.

À mon arrivée, l'équipe venait de recevoir les pièces de la chambre à vide, le boîtier contenant DAC et carte de filtrage pour les tensions DC du piège était monté. Le boîtier électronique contenant le compteur et le séquenceur était prêt à l'emploi, la plupart des codes d'acquisition existaient sur d'autres expériences. Les lignes optiques avec AOM étaient prêtes pour les faisceaux de refroidissement de l'ion strontium (422nm et IR) ainsi que les faisceaux de photo-ionisation du strontium. La cavité de doublage du 626nm était montée et le support du piège avec le câblage de la connection d'entrée à la matrice de broches du piège était prêt.

Durant ma thèse, j'ai participé à :

- l'assemblage de l'enceinte ultra-vide et à la caractérisation des fuites et des fours
- à l'interfaçage des appareils et à l'adaptation des codes d'acquisition pour cette expérience
- au montage des résonateurs pour différentes fréquences
- aux micro-connexions du piège sur son support
- à l'alignement des optiques
- au montage et à la caractérisation du système de collection adapté au strontium
- à la réalisation de la somme de fréquences permettant d'obtenir la source à 626nm
- au calcul des tensions à deux zones de piégeage (adaptation de la méthode matricielle à N zones)
- à la réalisation des simulations de lancement d'un ion pour obtenir les paramètres de lancement
- au codage du micro-contrôleur de déclenchement du basculement des tensions de lancement et à la caractérisation du système de bascule des tensions
- au développement du code de simulation du "Doppler recooling" dans le cas d'une intensité laser inhomogène et d'un potentiel de piégeage anharmonique
- aux tests de lancement et à l'optimisation du taux de succès
- à l'estimation de l'intensité du laser sur l'ion
- à la caractérisation du champ électrique parasite

- au transport des ions d'une zone à l'autre du piège
- à l'obtention des paramètres de stabilité permettant le piégeage simultané des ions de béryllium et de strontium.

En parallèle de mon travail, le doublage du faisceau à 626nm pour refroidir l'ion béryllium a été réalisé et caractérisé, le faisceau de photo-ionisation du béryllium à 235nm a été généré, la nouvelle carte de filtrage avec sommateurs et interrupteurs rapides ont été montés, un nouveau système à AOM fibré a été monté pour préparer les faisceaux IR de repompage du strontium et le verrouillage en fréquence des différents lasers a été amélioré.

Aujourd'hui, nous disposons d'une expérience fonctionnelle permettant de réaliser de nombreuses mesures sur le strontium. Le protocole de lancement a été testé et fonctionne. La caractérisation de l'énergie de lancement s'est révélée être un problème complexe, autant en termes de simulations nécessitant le calcul de la trajectoire complète de l'ion qu'en terme de conditions expérimentales à connaître avec précision. Le code de simulation du recooling est opérationnel, mais doit encore être comparé à des résultats expérimentaux dont les différents aspects seront caractérisés de manière fiable. Il restera ensuite à évaluer l'incertitude associée à cette méthode de mesure de l'énergie d'un ion. En parallèle, la stabilité du piégeage d'ions de béryllium a été étudiée et les sources lasers nécessaires à leur création et refroidissement ont été montées et caractérisées.

Dans un futur proche, il sera possible de piéger simultanément un ion de béryllium avec un cristal de Coulomb d'ions de strontium en ayant un protocole de lancement fonctionnel. Des développements supplémentaires permettront de réaliser des mesures de la dynamique de refroidissement sympathique d'un ion de béryllium par des ions de strontium refroidis par refroidissement Doppler. Nous serons ainsi en mesure d'estimer et d'optimiser le temps de refroidissement de l'ion $\overline{\text{H}}^+$ dans l'expérience GBAR.

À plus long terme, il sera possible d'étudier l'effet de l'ajout d'une espèce de masse intermédiaire, le calcium, dans le cristal de strontium, sur le refroidissement du béryllium. Le refroidissement par bandes latérales Raman d'une paire d'ions béryllium/strontium pourra aussi être étudié avec ce dispositif. Il sera également possible de s'intéresser de façon générale au refroidissement sympathique avec différentes combinaisons d'ions froids et chauds entre le béryllium, le calcium et le strontium. Cette méthode de lancement pourra être utilisée de façon générale dans les expériences s'intéressant au pouvoir d'arrêt des plasmas ce qui a de nombreuses applications en physique. De plus le travail mené pendant cette thèse permettra d'étendre la gamme d'énergie accessible par la méthode du "Doppler recooling" largement utilisée en physique atomique.

Chapitre 6

Bibliographie

- [1] Wolfgang Paul and Helmut Steinwedel. Notizen : Ein neues massenspektrometer ohne magnetfeld. *Zeitschrift für Naturforschung A*, 8(7) :448–450, 1953.
- [2] W. Paul, O. Osberghaus, and E. Fischer. Ein ionenkäfig. *Forschungsbericht des Wirtschafts und Verkehrs Ministeriums Nordrhein-Westfalen*, 1958.
- [3] H.G. Dehmelt. Radiofrequency spectroscopy of stored ions i : Storage**part ii : Spectroscopy is now scheduled to appear in volume v of this series. In D.R. Bates and Immanuel Estermann, editors, *Radiofrequency Spectroscopy of Stored Ions I : Storage**Part II : Spectroscopy is now scheduled to appear in Volume V of this series.*, volume 3 of *Advances in Atomic and Molecular Physics*, pages 53–72. Academic Press, 1968.
- [4] F.M. Penning. Die glimmentladung bei niedrigem druck zwischen koaxialen zylindern in einem axialen magnetfeld. *Physica*, 3(9) :873–894, 1936.
- [5] D. Gerlich. *The Production and Study of Ultra-Cold Molecular Ions*, pages 295–343.
- [6] Bernhard Roth and Stephan Schiller. Sympathetically cooled molecular ions : from principles to first applications, 2008.
- [7] Oleg V. Boyarkin, Sébastien R. Mercier, Anthi Kamariotis, and Thomas R. Rizzo. Electronic Spectroscopy of Cold, Protonated Tryptophan and Tyrosine. *Journal of the American Chemical Society*, 128(9) :2816–2817, March 2006. Publisher : American Chemical Society.
- [8] Laurent Hilico and Martina Knoop. *Chapter 6 Trapping and Cooling Ions*, pages 113–128. EDP Sciences, Les Ulis, 2022.
- [9] W. Neuhauser, M. Hohenstatt, P. E. Toschek, and H. Dehmelt. Localized visible ba^+ mono-ion oscillator. *Phys. Rev. A*, 22 :1137–1140, Sep 1980.
- [10] D. J. Wineland and Wayne M. Itano. Laser cooling of atoms. *Phys. Rev. A*, 20 :1521–1540, Oct 1979.
- [11] C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, S. R. Jefferts, W. M. Itano, D. J. Wineland, and P. Gould. Resolved-sideband raman cooling of a bound atom to the 3d zero-point energy. *Phys. Rev. Lett.*, 75 :4011–4014, Nov 1995.
- [12] Giovanna Morigi, Jürgen Eschner, and Christoph H. Keitel. Ground state laser cooling using electromagnetically induced transparency. *Phys. Rev. Lett.*, 85 :4458–4461, Nov 2000.
- [13] C. F. Roos, D. Leibfried, A. Mundt, F. Schmidt-Kaler, J. Eschner, and R. Blatt. Experimental demonstration of ground state laser cooling with electromagnetically induced transparency. *Phys. Rev. Lett.*, 85 :5547–5550, Dec 2000.

-
- [14] Jürgen Eschner, Giovanna Morigi, Ferdinand Schmidt-Kaler, and Rainer Blatt. Laser cooling of trapped ions. *J. Opt. Soc. Am. B*, 20(5) :1003–1015, May 2003.
- [15] C. W. Chou, D. B. Hume, J. C. J. Koelemeij, D. J. Wineland, and T. Rosenband. Frequency comparison of two high-accuracy al^+ optical clocks. *Phys. Rev. Lett.*, 104 :070802, Feb 2010.
- [16] S. M. Brewer, J.-S. Chen, A. M. Hankin, E. R. Clements, C. W. Chou, D. J. Wineland, D. B. Hume, and D. R. Leibbrandt. $^{27}\text{al}^+$ quantum-logic clock with a systematic uncertainty below 10^{-18} . *Phys. Rev. Lett.*, 123 :033201, Jul 2019.
- [17] N. Huntemann, C. Sanner, B. Lipphardt, Chr. Tamm, and E. Peik. Single-ion atomic clock with 3×10^{-18} systematic uncertainty. *Phys. Rev. Lett.*, 116 :063001, Feb 2016.
- [18] J. Leute, N. Huntemann, B. Lipphardt, Christian Tamm, P. B. R. Nisbet-Jones, S. A. King, R. M. Godun, J. M. Jones, H. S. Margolis, P. B. Whibberley, A. Wallin, M. Merimaa, P. Gill, and E. Peik. Frequency comparison of $^{171}\text{yb}^+$ ion optical clocks at ptb and npl via gps ppp. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 63(7) :981–985, 2016.
- [19] John D. Prestage, Sang K. Chung, Lawrence Lim, and Armond Matevosian. Compact microwave mercury ion clock for deep-space applications. pages 1113–1115, 2007.
- [20] Jean-Philippe Karr, Sayan Patra, Jeroen C J Koelemeij, Johannes Heinrich, Nicolas Sillitoe, Albane Douillet, and Laurent Hilico. Hydrogen molecular ions : new schemes for metrology and fundamental physics tests. *Journal of Physics : Conference Series*, 723(1) :012048, jun 2016.
- [21] S. Alighanbari, G. S. Giri, F. L. Constantin, V. I. Korobov, and S. Schiller. Precise test of quantum electrodynamics and determination of fundamental constants with HD+ ions. *Nature*, 581(7807) :152–158, May 2020.
- [22] Colin D. Bruzewicz, John Chiaverini, Robert McConnell, and Jeremy M. Sage. Trapped-ion quantum computing : Progress and challenges. *Applied Physics Reviews*, 6(2), May 2019.
- [23] B. B. Blinov, D. Leibfried, C. Monroe, and D. J. Wineland. Quantum Computing with Trapped Ion Hyperfine Qubits. *Quantum Information Processing*, 3(1) :45–59, October 2004.
- [24] Philipp Schindler, Daniel Nigg, Thomas Monz, Julio T Barreiro, Esteban Martinez, Shannon X Wang, Stephan Quint, Matthias F Brandl, Volckmar Nebendahl, Christian F Roos, Michael Chwalla, Markus Hennrich, and Rainer Blatt. A quantum information processor with trapped ions. *New Journal of Physics*, 15(12) :123012, dec 2013.
- [25] R. Blatt and C. F. Roos. Quantum simulations with trapped ions. *Nature Physics*, 8(4) :277–284, April 2012.
- [26] Brian Neyenhuis, Jiehang Zhang, Paul W. Hess, Jacob Smith, Aaron C. Lee, Phil Richerme, Zhe-Xuan Gong, Alexey V. Gorshkov, and Christopher Monroe. Observation of prethermalization in long-range interacting spin chains. *Science Advances*, 3(8) :e1700672, 2017.
- [27] K. Miyamoto and Kakuyūgō Kagaku Kenkyūjo. *Fundamentals of Plasma Physics and Controlled Fusion*. NIFS PROC. : Kakuyūgō-Kagaku-Kenkyūsho. National Institute for Fusion Science, 2000.
- [28] Günter Zwicknagel, Christian Toepffer, and Paul-Gerhard Reinhard. Stopping of heavy ions in plasmas at strong coupling. *Physics Reports*, 309(3) :117–208, 1999.

-
- [29] A. Poindron, J. Pedregosa-Gutierrez, C. Jouvet, M. Knoop, and C. Champenois. Non-destructive detection of large molecules without mass limitation. *The Journal of Chemical Physics*, 154(18) :184203, May 2021.
- [30] E. K. Anderson, C. J. Baker, W. Bertsche, N. M. Bhatt, G. Bonomi, A. Capra, I. Carli, C. L. Cesar, M. Charlton, A. Christensen, R. Collister, A. Cridland Mathad, D. Duque Quiceno, S. Eriksson, A. Evans, N. Evetts, S. Fabbri, J. Fajans, A. Ferwerda, T. Friesen, M. C. Fujiwara, D. R. Gill, L. M. Golino, M. B. Gomes Gonçalves, P. Grandemange, P. Granum, J. S. Hangst, M. E. Hayden, D. Hodgkinson, E. D. Hunter, C. A. Isaac, A. J. U. Jimenez, M. A. Johnson, J. M. Jones, S. A. Jones, S. Jonsell, A. Khramov, N. Madsen, L. Martin, N. Massacret, D. Maxwell, J. T. K. McKenna, S. Menary, T. Momose, M. Mostamand, P. S. Mullan, J. Nauta, K. Olchanski, A. N. Oliveira, J. Peszka, A. Powell, C. ø. Rasmussen, F. Robicheaux, R. L. Sacramento, M. Sameed, E. Sarid, J. Schoonwater, D. M. Silveira, J. Singh, G. Smith, C. So, S. Stracka, G. Stutter, T. D. Tharp, K. A. Thompson, R. I. Thompson, E. Thorpe-Woods, C. Torkzaban, M. Urioni, P. Woosaree, and J. S. Wurtele. Observation of the effect of gravity on the motion of antimatter. *Nature*, 621(7980) :716–722, September 2023.
- [31] C. J. Baker, W. Bertsche, A. Capra, C. Carruth, C. L. Cesar, M. Charlton, A. Christensen, R. Collister, A. Cridland Mathad, S. Eriksson, A. Evans, N. Evetts, J. Fajans, T. Friesen, M. C. Fujiwara, D. R. Gill, P. Grandemange, P. Granum, J. S. Hangst, W. N. Hardy, M. E. Hayden, D. Hodgkinson, E. Hunter, C. A. Isaac, M. A. Johnson, J. M. Jones, S. A. Jones, S. Jonsell, A. Khramov, P. Knapp, L. Kurchaninov, N. Madsen, D. Maxwell, J. T. K. McKenna, S. Menary, J. M. Michan, T. Momose, P. S. Mullan, J. J. Munich, K. Olchanski, A. Olin, J. Peszka, A. Powell, P. Pusa, C. Ø. Rasmussen, F. Robicheaux, R. L. Sacramento, M. Sameed, E. Sarid, D. M. Silveira, D. M. Starko, C. So, G. Stutter, T. D. Tharp, A. Thibeault, R. I. Thompson, D. P. van der Werf, and J. S. Wurtele. Laser cooling of antihydrogen atoms. *Nature*, 592(7852) :35–42, April 2021.
- [32] Jochen Walz and Theodor W. Hänsch. A Proposal to Measure Antimatter Gravity Using Ultracold Antihydrogen Atoms. *General Relativity and Gravitation*, 36(3) :561–570, March 2004.
- [33] P. Pérez et al. Letter of intent to the cern-spssc-2007-038. *CERN-SPSC-I-237*, 2007.
- [34] P Perez and Y Sacquin. The gbar experiment : gravitational behaviour of antihydrogen at rest. *Classical and Quantum Gravity*, 29(18) :184008, aug 2012.
- [35] T. J. Murphy and C. M. Surko. Positron trapping in an electrostatic well by inelastic collisions with nitrogen molecules. *Phys. Rev. A*, 46 :5696–5705, Nov 1992.
- [36] L Liskay, C Corbel, P Perez, P Desgardin, M-F Barthe, T Ohdaira, R Suzuki, P Crivelli, U Gendotti, A Rubbia, et al. Positronium reemission yield from mesostructured silica films. *Applied Physics Letters*, 92(6), 2008.
- [37] Paolo Crivelli, Ulisse Gendotti, André Rubbia, Laszlo Liskay, Patrice Perez, and Catherine Corbel. Measurement of the orthopositronium confinement energy in mesoporous thin films. *Phys. Rev. A*, 81 :052703, May 2010.
- [38] P. Adrich, P. Blumer, G. Caratsch, M. Chung, P. Cladé, P. Comini, P. Crivelli, O. Dalkarov, P. Debu, A. Douillet, D. Drapier, P. Froelich, N. Garroum, S. Guellati-Khelifa, J. Guyomard, P.-A. Hervieux, L. Hilico, P. Indelicato, S. Jonsell, J.-P. Karr, B. Kim, S. Kim, E.-S. Kim, Y. J. Ko, T. Kosinski, N. Kuroda, B. M. Latacz, B. Lee, H. Lee, J. Lee, E. Lim, L. Liskay, D. Lunney, G. Manfredi, B. Mansoulié, M. Matusiak, V. Nesvizhevsky, F. Nez,

-
- S. Niang, B. Ohayon, K. Park, N. Paul, P. Pérez, C. Regenfus, S. Reynaud, C. Roumegou, J.-Y. Roussé, Y. Sacquin, G. Sadowski, J. Sarkisyan, M. Sato, F. Schmidt-Kaler, M. Staszczak, K. Szymczyk, T. A. Tanaka, B. Tuchming, B. Vallage, A. Voronin, D. P. van der Werf, A. Welker, D. Won, S. Wronka, Y. Yamazaki, K.-H. Yoo, and P. Yzombard. Production of antihydrogen atoms by 6 keV antiprotons through a positronium cloud. *The European Physical Journal C*, 83(11) :1004, nov 2023.
- [39] Laurent Hilico, Jean-Philippe Karr, Albane Douillet, Paul Indelicato, Sebastian Wolf, and Ferdinand Schmidt Kaler. Preparing single ultra-cold antihydrogen atoms for free-fall in gbar. *International Journal of Modern Physics : Conference Series*, 30 :1460269, 2014.
- [40] Olivier Rousselle, Pierre Cladé, Saïda Guellati-Khelifa, Romain Guérout, and Serge Reynaud. Analysis of the timing of freely falling antihydrogen. *New Journal of Physics*, 24(3) :033045, mar 2022.
- [41] Olivier Rousselle, Pierre Cladé, Saïda Guellati-Khelifa, Romain Guérout, and Serge Reynaud. Improving the statistical analysis of antihydrogen free fall by using near-edge events. *Phys. Rev. A*, 105 :022821, Feb 2022.
- [42] Olivier Rousselle, Pierre Cladé, Saïda Guellati-Khelifa, Romain Guérout, and Serge Reynaud. Quantum interference measurement of the free fall of anti-hydrogen. *The European Physical Journal D*, 76(11) :209, November 2022.
- [43] Nicolas Sillitoe. *Production of state-selected H₂⁺ ions and numerical simulations of sympathetic cooling in RF traps*. Theses, Université Pierre et Marie Curie, November 2017.
- [44] M Bussmann, U Schramm, D Habs, VS Kolhinen, and J Szerypo. Stopping highly charged ions in a laser-cooled one component plasma of mg²⁴⁺ ions. *International Journal of Mass Spectrometry*, 251(2-3) :179–189, 2006.
- [45] David J Bernstein, Scott D Baalrud, and Jérôme Daligault. Effects of coulomb coupling on stopping power and a link to macroscopic transport. *Physics of Plasmas*, 26, 2019.
- [46] Nathaniel R. Shaffer, Scott D. Baalrud, and Jérôme Daligault. Effective potential theory for diffusion in binary ionic mixtures. *Phys. Rev. E*, 95 :013206, Jan 2017.
- [47] L. Schmöger, O.O. Versolato, M. Schwarz, M. Kohnen, A. Windberger, B. Piest, S. Feuchtenbeiner, J. Pedregosa-Gutierrez, T. Leopold, P. Micke, Anders Kragh Hansen, T. M. Baumann, Michael Drewsen, J. Ullrich, P.O. Schmidt, and J. R. Crespo López-Urrutia López-Urrutia. Coulomb crystallization of highly charged ions. *Science*, 347(6227) :1233–1236, March 2015.
- [48] P. Micke, T. Leopold, S. A. King, E. Benkler, L. J. Spieß, L. Schmöger, M. Schwarz, J. R. Crespo López-Urrutia, and P. O. Schmidt. Coherent laser spectroscopy of highly charged ions using quantum logic. *Nature*, 578(7793) :60–65, February 2020.
- [49] M. A. Rowe, A. Ben-Kish, B. DeMarco, D. Leibfried, V. Meyer, J. Beall, J. Britton, J. Hughes, W. M. Itano, B. Jelenkovic, C. Langer, T. Rosenband, and D. J. Wineland. Transport of Quantum States and Separation of Ions in a Dual RF Ion Trap, 2002. [_eprint : quant-ph/0205094](#).
- [50] R. B Blakestad, C. Ospelkaus, A. P VanDevender, J. H Wesenberg, M. J Biercuk, D. Leibfried, and D. J Wineland. Near-ground-state transport of trapped-ion qubits through a multidimensional array. *Phys. Rev. A*, 84(3) :032314, September 2011. Publisher : American Physical Society.

-
- [51] R. Bradford Blakestad. *Transport of Trapped-Ion Qubits within a Scalable Quantum Processor*. Phd thesis, University of Colorado, 2010.
- [52] A. Walther, F. Ziesel, T. Ruster, S. T. Dawkins, K. Ott, M. Hettrich, K. Singer, F. Schmidt-Kaler, and U. Poschinger. Controlling Fast Transport of Cold Trapped Ions. *Phys. Rev. Lett.*, 109(8) :080501, August 2012. Publisher : American Physical Society.
- [53] R. Bowler, J. Gaebler, Y. Lin, T. R. Tan, D. Hanneke, J. D. Jost, J. P. Home, D. Leibfried, and D. J. Wineland. Coherent Diabatic Ion Transport and Separation in a Multizone Trap Array. *Phys. Rev. Lett.*, 109(8) :080502, August 2012. Publisher : American Physical Society.
- [54] M. R. Kamsap, J. Pedregosa-Gutierrez, C. Champenois, D. Guyomarc'h, M. Houssin, and M. Knoop. Fast and efficient transport of large ion clouds. *Phys. Rev. A*, 92(4) :043416, October 2015. Publisher : American Physical Society.
- [55] Jofre Pedregosa-Gutierrez, Caroline Champenois, Marius Romuald Kamsap, and Martina Knoop. Ion transport in macroscopic rf linear traps. *International Journal of Mass Spectrometry*, 381-382 :33–40, 2015.
- [56] S. Earnshaw. On the nature of the molecular forces which regulate the constitution of the luminiferous ether. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 7 :97–112, 1842.
- [57] Florian Kranzl, Manoj K. Joshi, Christine Maier, Tiff Brydges, Johannes Franke, Rainer Blatt, and Christian F. Roos. Controlling long ion strings for quantum simulation and precision measurements. *Phys. Rev. A*, 105 :052426, May 2022.
- [58] Thomas Louvradoux. *Spectroscopie à haute résolution de H_2^+ : production et refroidissement sympathique d'ions piégés*. Phd thesis, Université Paris Cité, 2019.
- [59] Dieter Gerlich. *Inhomogeneous RF Fields : A Versatile Tool for the Study of Processes with Slow Ions*. John Wiley and Sons, Ltd, 1992.
- [60] Johannes Heinrich. *Un piège à ions Be^+ pour la spectroscopie d' H_2^+* . Phd thesis, Sorbonne Université, 2018.
- [61] John Chiaverini, R. Brad Blakestad, Joe Britton, John D. Jost, Christopher Langer, David Leibfried, Roee Ozeri, and David J. Wineland. Surface-electrode architecture for ion-trap quantum information processing. *Quantum Information and Computation*, pages 419–439, 2005.
- [62] S. Seidelin, J. Chiaverini, R. Reichle, J. J. Bollinger, D. Leibfried, J. Britton, J. H. Wesenberg, R. B. Blakestad, R. J. Epstein, D. B. Hume, W. M. Itano, J. D. Jost, C. Langer, R. Ozeri, N. Shiga, and D. J. Wineland. Microfabricated surface-electrode ion trap for scalable quantum information processing. *Physical Review Lettre*, 2006.
- [63] M. G. House. Analytic model for electrostatic fields in surface-electrode ion traps. *Physical Review A*, 78, 2008.
- [64] Fayaz A. Shaikh and Arkadas Ozakin. Stability analysis of ion motion in asymmetric planar ion traps. *Journal of Applied Physics*, 112(7) :074904, 10 2012.
- [65] P.K. Ghosh. *Ion traps*. Clarendon Press, 1995.
- [66] Fouad G. Major, Viorica N. Gheorghe, and Günther Werth. *Charged Particle Traps*. Springer Berlin, Heidelberg, 2005.
- [67] Lev Davidovitch Landau, Evgeniï Mikhaïlovich Lifshitz, and Claude Ligny. *Physique théorique . [Tome 1]. Mécanique*. Éditions Mir Ellipses, Moscou Paris, 5e édition edition, 1994.

-
- [68] Alfred Kastler. Quelques suggestions concernant la production optique et la détection optique d'une inégalité de population des niveaux de quantification spatiale des atomes. application à l'expérience de stern et gerlach et à la résonance magnétique. *Journal De Physique Et Le Radium*, 11 :255–265, 1950.
- [69] T.W. Hänsch and A.L. Schawlow. Cooling of gases by laser radiation. *Optics Communications*, 13(1) :68–69, 1975.
- [70] D. J. Wineland and H. G. Dehmelt. Principles of the stored ion calorimeter. *Journal of Applied Physics*, 46(2) :919–930, 1975.
- [71] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji. Laser cooling below the doppler limit by polarization gradients : simple theoretical models. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6(11) :2023–2045, Nov 1989.
- [72] Steven Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin, and A. Cable. Experimental observation of optically trapped atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 57 :314–317, Jul 1986.
- [73] Mark Kasevich and Steven Chu. Laser cooling below a photon recoil with three-level atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 69 :1741–1744, Sep 1992.
- [74] Andrew J. Kerman, Vladan Vuletić, Cheng Chin, and Steven Chu. Beyond optical molasses : 3d raman sideband cooling of atomic cesium to high phase-space density. *Phys. Rev. Lett.*, 84 :439–442, Jan 2000.
- [75] Mathieu Marciantie. *Dynamique d'ions en pièges radiofréquences*. Phd thesis, Université Aix-Marseille 1, 2011.
- [76] Claude Cohen-Tannoudji, Jacques Dupont-Roc, and Gilbert Grynberg. *Processus d'interaction entre photons et atomes*. CNRS editions, 1996.
- [77] Claude Cohen-Tannoudji. Cours de physique atomique et moléculaire, 1973-2002.
- [78] M. Göppert-Mayer. Elementary processes with two quantum transitions. *Annalen der Physik*, 521(7-8) :466–479, 1931.
- [79] Philip Mark Pearle. Simple derivation of the lindblad equation. *European Journal of Physics*, 33 :805 – 822, 2012.
- [80] Jannes B. Wübkena, Sana Amairi, Olaf Mandel, and Piet O. Schmidt. Sympathetic cooling of mixed-species two-ion crystals for precision spectroscopy. *Phys. Rev. A*, 85 :043412, Apr 2012.
- [81] G. Janik, W. Nagourney, and H. Dehmelt. Doppler-free optical spectroscopy on the ba+ mono-ion oscillator. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2(8) :1251–1257, Aug 1985.
- [82] G. Alzetta, S. Gozzini, L. Moi, and G. Orriols. An experimental method for the observation of r.f. transitions and laser beat resonances in oriented na vapour. *Il Nuovo Cimento*, 36B(1), 1976.
- [83] C. Lisowski, M. Knoop, C. Champenois, G. Hagel, M. Vedel, and F. Vedel. Dark resonances as a probe for the motional state of a single ion. *Applied Physics B*, pages 5–12, 2005.
- [84] D. T. C. Allcock, J. A. Sherman, D. N. Stacey, A. H. Burrell, M. J. Curtis, G. Imreh, N. M. Linke, D. J. Szwer, S. C. Webster, A. M. Steane, and D. M. Lucas. Implementation of a symmetric surface-electrode ion trap with field compensation using a modulated raman effect. *New Journal of Physics*, 12, 2010.
- [85] N. M. Linke, D. T. C. Allcock, D. J. Szwer, C. J. Ballance, T. P. Harty, H. A. Janacek, D. N. Stacey, A. M. Steane, and D. M. Lucas. Background-free detection of trapped ions. *Applied Physics B*, 107(4) :1175–1180, June 2012.

-
- [86] Vincent Tugayé. *Spectroscopie et thermométrie d'ions uniques 88Sr^+ capturés dans des micropièges surfaciques aspects théoriques et expérimentaux*. Phd thesis, Université de Paris, 2020.
- [87] P. Blythe, B. Roth, U. Fröhlich, H. Wenz, and S. Schiller. Production of ultracold trapped molecular hydrogen ions. *Phys. Rev. Lett.*, 95 :183002, Oct 2005.
- [88] D. J. Larson, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, Wayne M. Itano, and D. J. Wineland. Sympathetic cooling of trapped ions : A laser-cooled two-species nonneutral ion plasma. *Phys. Rev. Lett.*, 57 :70–73, Jul 1986.
- [89] T. Baba and I. Waki. Sympathetic cooling rate of gas-phase ions in a radio-frequency-quadrupole ion trap. *Applied Physics B*, 74(4) :375–382, April 2002.
- [90] M.A. Levine, R.E. Marrs, J.N. Bardsley, P. Beiersdorfer, C.L. Bennett, M.H. Chen, T. Cowan, D. Dietrich, J.R. Henderson, D.A. Knapp, A. Osterheld, B.M. Penetrante, M.B. Schneider, and J.H. Scofield. The use of an electron beam ion trap in the study of highly charged ions. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B : Beam Interactions with Materials and Atoms*, 43(3) :431–440, 1989.
- [91] D.A. Knapp, R.E. Marrs, S.R. Elliott, E.W. Magee, and R. Zasadzinski. A high-energy electron beam ion trap for production of high-charge high-z ions. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A : Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 334(2) :305–312, 1993.
- [92] Craig M. Whitehouse, Robert N. Dreyer, Masamichi. Yamashita, and John B. Fenn. Electrospray interface for liquid chromatographs and mass spectrometers. *Analytical Chemistry*, 57(3) :675–679, 1985.
- [93] Richard D. Smith, Joseph A. Loo, Charles G. Edmonds, Charles J. Barinaga, and Harold R. Udseth. New developments in biochemical mass spectrometry : electrospray ionization. *Analytical Chemistry*, 62(9) :882–899, 1990.
- [94] R.J. Hendricks, D.M. Grant, P.F. Herskind, A. Dantan, and M. Drewsen. An all-optical ion-loading technique for scalable microtrap architectures. *Applied Physics B*, 88(4) :507–513, 2007.
- [95] K. Zimmermann, M. V. Okhapkin, O. A. Herrera-Sancho, and E. Peik. Laser ablation loading of a radiofrequency ion trap. *Applied Physics B*, 107(4) :883–889, 2012.
- [96] S. Gulde, D. Rotter, P. Barton, F. Schmidt-Kaler, R. Blatt, and W. Hogervorst. Simple and efficient photo-ionization loading of ions for precision ion-trapping experiments. *Applied Physics B*, 73(8) :861–863, 2001.
- [97] N. Kjaergaard, L. Hornekaer, A.M. Thommesen, Z. Videsen, and M. Drewsen. Isotope selective loading of an ion trap using resonance-enhanced two-photon ionization. *Applied Physics B*, 71(2) :207–210, 2000.
- [98] S. Removille, R. Dubessy, Q. Glorieux, S. Guibal, T. Coudreau, L. Guidoni, and J.-P. Likforman. Photoionisation loading of large sr^+ ion clouds with ultrafast pulses. *Applied Physics B*, 97, sep 2009.
- [99] Harald Schnitzler. *Development of an experiment for trapping, cooling, and spectroscopy of molecular hydrogen ions*. PhD thesis, Universität Konstanz, Konstanz, 2001.
- [100] Sebastian Wolf, Dominik Studer, WendtKlaus, and Ferdinand Schmidt-Kaler. Efficient and robust photo-ionization loading oberyllium ions. *Applied Physics B*, 124(2), 2018.

-
- [101] C. Schuck, M. Almendros, F. Rohde, M. Hennrich, and J. Eschner. Two-color photoionization of calcium using SHG and LED light. *Applied Physics B*, 100(4) :765–771, September 2010.
- [102] Jean-Pierre Likforman, Vincent Tugayé, Samuel Guibal, and Luca Guidoni. Precision measurement of the branching fractions of the $5p^2p_{1/2}$ state in $^{88}\text{Sr}^+$ with a single ion in a microfabricated surface trap. *Phys. Rev. A*, 93 :052507, May 2016.
- [103] S. Mannervik, J. Lidberg, L-O Norlin, P. Royen, A. Schmitt, W. Shi, and X. Tordoir. Lifetime measurement of the metastable $4d^2d_{3/2}$ level in sr^+ by optical pumping of a stored ion beam. *Phys. Rev. Lett.*, 83 :698–701, Jul 1999.
- [104] E H Pinnington, R W Berends, and M Lumsden. Studies of laser-induced fluorescence in fast beams of sr^+ and ba^+ ions. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 28(11) :2095, jun 1995.
- [105] Shiner A.D., Madej A.A., Dubé P., and Bernard J.E. Absolute optical frequency measurement of saturated absorption lines in rb near 422nm. *Applied Physics B*, 89 :595, 12 2007.
- [106] E. Riedle, S. Ashworth, J. Farrell Jr., and David Nesbitt. Stabilization and precise calibration of a continuous-wave difference frequency spectrometer by use of a simple transfer cavity. *Review of Scientific Instruments*, 65 :42, 1994-06 1994.
- [107] Sébastien Removille. *Vers une mémoire quantique avec des ions piégés*. PhD thesis, Université Paris-Diderot, 2009.
- [108] A E Kramida. Critical compilation of wavelengths and energy levels of singly ionized beryllium (be ii). *Physica Scripta*, 72(4) :309, jan 2005.
- [109] A. C. Wilson, C. Ospelkaus, A. P. VanDevender, J. A. Mlynek, K. R. Brown, D. Leibfried, and D. J. Wineland. A 750-mW, continuous-wave, solid-state laser source at 313 nm for cooling and manipulating trapped 9Be^+ ions. *Applied Physics B*, 105(4) :741–748, December 2011.
- [110] M.M. Fejer, G.A. Magel, D.H. Jundt, and R.L. Byer. Quasi-phase-matched second harmonic generation : tuning and tolerances. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 28(11) :2631–2654, 1992.
- [111] Eimerl D., Davis L., Velsko S., Graham E. K., and Zalkin A. Optical, mechanical, and thermal properties of barium borate. *J. Appl. Phys.*, 62, Sep 1987.
- [112] Jean-Jacques Zondy. Comparative theory of walkoff-limited type-ii versus type-i second harmonic generation with gaussian beams. *Optics Communications*, 81(6) :427–440, 1991.
- [113] G. D. Boyd and D. A. Kleinman. Parametric Interaction of FocuseGaussian Light Beams. *Journal of Applied Physics*, 39(8) :3597–3639, 07 1968.
- [114] T.W. Hansch and B. Couillaud. Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity. *Optics Communications*, 35(3) :441–444, 1980.
- [115] I. H. Malitson. Interspecimen comparison of the refractive index of fused silica*,†. *J. Opt. Soc. Am.*, 55(10) :1205–1209, Oct 1965.
- [116] Benjamin Szymanski. *Piégeage et refroidissement d'ions strontium dans des pièges micro-fabriqués*. Phd thesis, Université Paris Diderot, 2013.
- [117] David T. C. Allcock. *Surface-Electrode Ion Traps for Scalable Quantum Computing*. Phd thesis, Hertford College, Oxford, 2011.

-
- [118] E. H. Moore. On the reciprocal of the general algebraic matrix. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 26 :394–395, 1920.
- [119] R. Penrose. A generalized inverse for matrices. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 51(3) :406–413, 1955.
- [120] J. H. Wesenberg. Electrostatics of surface-electrode ion traps. *Phys. Rev. A*, 78 :063410, Dec 2008.
- [121] Roman Schmied. Electrostatics of gapped and finite surface electrodes. *New Journal of Physics*, 12(2) :023038, feb 2010.
- [122] D. J. Berkeland, J. D. Miller, J. C. Bergquist, W. M. Itano, and D. J. Wineland. Minimization of ion micromotion in a Paul trap. *Journal of Applied Physics*, 83(10) :5025–5033, 05 1998.
- [123] D. J. Wineland, R. E. Drullinger, and F. L. Walls. Radiation-pressure cooling of bound resonant absorbers. *Phys. Rev. Lett.*, 40 :1639–1642, Jun 1978.
- [124] Q. A. Turchette, Kielpinski, B. E. King, D. Leibfried, D. M. Meekhof, C. J. Myatt, M. A. Rowe, C. A. Sackett, C. S. Wood, W. M. Itano, C. Monroe, and D. J. Wineland. Heating of trapped ions from the quantum ground state. *Phys. Rev. A*, 61 :063418, May 2000.
- [125] R. J. Epstein, S. Seidelin, D. Leibfried, J. H. Wesenberg, J. J. Bollinger, J. M. Amini, R. B. Blakestad, J. Britton, J. P. Home, W. M. Itano, J. D. Jost, E. Knill, C. Langer, R. Ozeri, N. Shiga, and D. J. Wineland. Simplified motional heating rate measurements of trapped ions. *Phys. Rev. A*, 76 :033411, Sep 2007.
- [126] Thorsten Peters, Benjamin Wittrock, Frank Blatt, Thomas Halfmann, and Leonid P. Yatsenko. Thermometry of ultracold atoms by electromagnetically induced transparency. *Phys. Rev. A*, 85 :063416, Jun 2012.
- [127] J Roßnagel, K N Tolazzi, F Schmidt-Kaler, and K Singer. Fast thermometry for trapped ions using dark resonances. *New Journal of Physics*, 17(4) :045004, apr 2015.
- [128] Vincent Tugayé, Jean-Pierre Likforman, Samuel Guibal, and Luca Guidoni. Absolute single-ion thermometry. *Phys. Rev. A*, 99 :023412, Feb 2019.
- [129] B G Norton, E W Streed, M J Petrasianus, A Jechow, and D Kielpinski. Millikelvin spatial thermometry of trapped ions. *New Journal of Physics*, 13(11) :113022, nov 2011.
- [130] S. Knünz, M. Herrmann, V. Batteiger, G. Saathoff, T. W. Hänsch, and Th. Udem. Sub-millikelvin spatial thermometry of a single doppler-cooled ion in a paul trap. *Phys. Rev. A*, 85 :023427, Feb 2012.
- [131] J. H. Wesenberg, R. J. Epstein, D. Leibfried, R. B. Blakestad, J. Britton, J. P. Home, W. M. Itano, J. D. Jost, E. Knill, C. Langer, R. Ozeri, S. Seidelin, and D. J. Wineland. Fluorescence during doppler cooling of a single trapped atom. *Phys. Rev. A*, 76 :053416, Nov 2007.
- [132] N Daniilidis, S Narayanan, S A Möller, R Clark, T E Lee, P J Leek, A Wallraff, St Schulz, F Schmidt-Kaler, and H Häffner. Fabrication and heating rate study of microscopic surface electrode ion traps. *New Journal of Physics*, 13(1) :013032, jan 2011.
- [133] A. Drakoudis, M. Söllner, and G. Werth. Instabilities of ion motion in a linear paul trap. *International Journal of Mass Spectrometry*, 252(1) :61–68, 2006.
- [134] Arthur L. Schawlow. Spectroscopy in a new light. *Rev. Mod. Phys.*, 54 :697–707, Jul 1982.

-
- [135] William D. Phillips and Harold Metcalf. Laser deceleration of an atomic beam. *Phys. Rev. Lett.*, 48 :596–599, Mar 1982.
- [136] D. A. Shaddock, M. B. Gray, and D. E. McClelland. Frequency locking a laser to an optical cavity by use of spatial mode interference. *Opt. Lett.*, 24(21) :1499–1501, Nov 1999.
- [137] W. K. Hensinger, S. Olmschenk, D. Stick, D. Hucul, M. Yeo, M. Acton, L. Deslauriers, C. Monroe, and J. Rabchuk. T-junction ion trap array for two-dimensional ion shuttling, storage, and manipulation. *Applied Physics Letters*, 88(3), January 2006.
- [138] A. Ostendorf, C. B. Zhang, M. A. Wilson, D. Offenberg, B. Roth, and S. Schiller. Erratum : Sympathetic cooling of complex molecular ions to millikelvin temperatures [phys. rev. lett. 97, 243005 (2006)]. *Phys. Rev. Lett.*, 100 :019904, Jan 2008.
- [139] Vasilyev S., Nevsky A., Ernsting I., Hansen M., Shen J., and Schiller S. Compact all-solid-state continuous-wave single-frequency uv source with frequency stabilization for laser cooling of be⁺ ions. *Appl. Phys.*, 103(27-33) :1432–0649, 2011.
- [140] Christian G. Parthey, Arthur Matveev, Janis Alnis, Birgitta Bernhardt, Axel Beyer, Ronald Holzwarth, Aliaksei Maistrou, Randolph Pohl, Katharina Predehl, Thomas Udem, Tobias Wilken, Nikolai Kolachevsky, Michel Abgrall, Daniele Rovera, Christophe Salomon, Philippe Laurent, and Theodor W. Hänsch. Improved measurement of the hydrogen 1s – –2s transition frequency. *Phys. Rev. Lett.*, 107 :203001, Nov 2011.
- [141] F. M. J. Cozijn, J. Biesheuvel, A. S. Flores, W. Ubachs, G. Blume, A. Wicht, K. Paschke, G. Erbert, and J. C. J. Koelemeij. Laser cooling of beryllium ions using a frequency-doubled 626 nm diode laser. *Opt. Lett.*, 38(13) :2370–2372, Jul 2013.
- [142] Michael Ramm, Thaned Pruttivarasin, Mark Kokish, Ishan Talukdar, and Härtmut Häffner. Precision measurement method for branching fractions of excited $P_{1/2}$ states applied to $^{40}\text{Ca}^+$. *Phys. Rev. Lett.*, 111 :023004, Jul 2013.
- [143] P Pérez et al. The GBAR antimatter gravity experiment. *Hyperfine interactions*, 233 :21–27, 2015.
- [144] Bachir Achi. *Horloge optique miniature à ion piégé*. Phd thesis, Université Bourgogne Franche-Comté, 2022.