



Évolution de l'industrialisation par l'exploitation des données de production dans un contexte industriel

Mathieu Croquelois

► To cite this version:

Mathieu Croquelois. Évolution de l'industrialisation par l'exploitation des données de production dans un contexte industriel. Génie mécanique [physics.class-ph]. Université Paris-Saclay, 2021. Français. ⟨NNT : 2021UPAST109⟩. ⟨tel-05351785⟩

HAL Id: tel-05351785

<https://theses.hal.science/tel-05351785v1>

Submitted on 6 Nov 2025

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Évolution de l'industrialisation par
l'exploitation des données de
production dans un contexte industriel
*Changing the industrialisation through the
analysis of production data in an
industrial context*

Thèse de doctorat de l'université Paris-Saclay

École doctorale n°579 : sciences mécaniques et
énergétiques, matériaux et géosciences (SMEMAG)
Spécialité de doctorat : Génie Mécanique
Unité de recherche : LURPA
Référent : ENS Paris-Saclay

Thèse présentée et soutenue à Paris-Saclay, le 13/12/2021, par

Mathieu CROQUELOIS

Composition du Jury

Pascal MOGNOL

Professeur des universités, École normale supérieure
de Rennes

Président du jury

Denis TEISSANDIER

Professeur des universités, Université de Bordeaux

Rapporteur

Zohra CHERFI-BOULANGER

Professeur des universités, Université de
Technologie de Compiègne

Rapporteuse

Direction de la thèse

François THIEBAUT

Maître de Conférences HDR, Université Paris-Saclay

Directeur de thèse

Laurent PIERRE

Maître de Conférences, Université Paris-Saclay

Co-Encadrant de thèse

Marie ROYER

Chef de projet, Safran Aircraft Engines

Encadrante industrielle

Remerciements

Je remercie les membres de mon jury de thèse, notamment Pascal Mognol qui a accepté d'être examinateur, ainsi que Président du jury. Je tiens aussi à remercier Zohra Cherfi-Boulanger et Denis Teissandier pour avoir rapporté mes travaux de thèse. La qualité de ma soutenance n'aurait pas été la même sans les points mis en avant dans leur rapport sur mon manuscrit de thèse. Un merci particulier à Zohra Cherfi-Boulanger qui, lors de mon examen de première année de thèse avait formulé des remarques très constructives sur nos perspectives de recherche. Enfin, j'ai une pensée particulière pour Denis Teissandier qui m'a fait découvrir le tolérancement au travers de ses cours en Licence et en Master à l'Université de Bordeaux.

Je remercie l'ensemble de l'encadrement des travaux de thèse, notamment mon directeur de thèse, François Thiébaut pour son expertise technique. A maintes reprises j'ai recherché ton approbation technique lors de mes nombreuses, trop nombreuses analyses statistiques. Un grand merci d'avoir toujours pris le temps de bien appréhender mes idées de recherche afin de ne pas me laisser partir tête baissée dans la première direction. Merci à Laurent Pierre, qui a joué le rôle de co-encadrant de mes travaux et qui m'a accompagné pendant ces trois années. Son accueil au laboratoire a été des plus chaleureux, peut-être parce que nous partageons un passé commun à l'Université de Bordeaux.

Un immense merci à Marie Royer, encadrante industrielle de mes travaux de thèse, qui a d'abord endossé le rôle de tutrice d'apprentissage pendant ma deuxième année de Master. Elle a su prendre la relève de Mickael Caux, mon premier tuteur d'apprentissage qui a toujours accueilli mes erreurs avec humour. Encore une fois, merci à Marie Royer qui a su m'expliquer les atouts d'une thèse CIFRE, et grâce à qui je me suis jeté corps et âme dans ce projet de thèse. Son investissement dans mes travaux a été une grande source de motivation et sa personnalité très à l'écoute et positive m'a toujours permis d'affronter les difficultés avec plus de sérénité. Et mes proches le savent bien, j'ai parfois du mal à affronter les événements avec sérénité alors c'est un remerciement des plus sincères.

Je remercie tous mes collègues de Safran Aircraft Engines à Corbeil, où pendant ces 5 années j'ai profité d'une ambiance de travail sereine et joviale. J'ai pu travailler de près ou de loin avec la plupart d'entre eux et je l'ai toujours vécu comme des expériences enrichissantes. Un merci particulier à tous ceux qui ont pu m'aider dans mes travaux de thèse. C'est dans un département comme l'IMD, où l'on prend pleinement conscience de l'intérêt de faire sa thèse parmi les experts. Une pensée à mes anciens et nouveaux chefs qui ont toujours été bienveillants à mon égard et ont toujours valorisé ma formation à Safran.

Je remercie particulièrement Nicolas Garnier et Maxime Labranque pour avoir vécu avec moi deux années au sein du rucher de Safran. M'occuper de nos abeilles m'a permis de libérer mon esprit lors de ces longues semaines de rédaction. Merci à Nicolas pour m'avoir transmis la passion des abeilles en plus de celle des chaînes de cotes. Je n'oublierai pas cette bonne odeur de fumée dans l'open-space après avoir joué de l'enfumeur dans le rucher.

À tous mes collègues de Safran, j'espère bien continuer à travailler avec vous et à vous apporter mon sens de l'humour légèrement sarcastique. Certains ne sont déjà plus à Corbeil mais le monde du tolérancement est petit alors nous aurons je l'espère l'occasion de nous retrouver.

Je remercie bien entendu tous les collègues du laboratoire LURPA. J'ai avec certains d'entre vous eu de très bonnes discussions techniques autour de Safran. En effet, le laboratoire a un lien particulier et précieux avec Safran et l'aéronautique en général.

Je me souviendrai précieusement de tous les bons moments avec mes collègues doctorants du laboratoire. Notamment de ces moments passés autour d'un café, à se plaindre de la difficulté d'un travail de thèse mais aussi de nos réjouissances lors des pots de thèse. J'ai adoré vivre ces trois années avec vous ainsi que ces vendredi soirs à joueur sans compter les heures. Merci à tous mes co-bureaux qui ont découvert que ma présence le jeudi ne passait pas inaperçue.

Un grand merci à Philippe, qui a passé de longues heures à fabriquer mes pièces de thèse et qui s'est beaucoup intéressé aux mesures que j'effectuais en parallèle. J'ai eu plaisir à travailler avec toi et je te remercie pour cette implication dans les travaux des doctorants du LURPA.

Merci à Nabil Anwer et Yann Quinsat pour avoir pris le temps d'assister à mes pré-soutenances et de m'avoir conseillé d'ajouter les précieuses slides de conclusions intermédiaires. Merci à Kevin Godineau et David Etievant de m'avoir aidé à améliorer la dernière version de ma soutenance et notamment mettre en lumière le fait qu'introduire le mot tolérancement était plus que nécessaire.

Toute ma gratitude à ma famille, qui m'a toujours soutenu dans mes projets et m'a toujours donné l'impression que rien n'était impossible avec la bonne motivation. Un merci à mon grand frère qui a su ouvrir la voie du doctorat dans la famille Croquelois. Merci à mes parents, à mes frères et ma sœur qui sont venus de loin pour assister à ma soutenance et m'épauler dans cette ultime étape. Toutes mes pensées à ma grande famille qui m'a soutenue en m'envoyant des mots d'encouragement puis de félicitation.

Enfin, après 8 ans d'études supérieures j'ai une pensée singulière à ce moment plein de sagesse, où mon père m'a convaincu à la fin de mon collège de continuer en seconde générale. Finalement, sans sa clairvoyance sur mes capacités, je ne serais jamais allé aussi loin.

Un immense merci plein d'émotion à ma compagne Laetitia qui m'a suivi à Paris pour cette thèse et soutenu sans relâche pendant ces trois années. Ces dernières années tu t'es épanouie au CEA, entreprise que tu aimes tant et j'en suis très heureux, j'espère suivre le même chemin chez Safran. Nous avons déjà vécu beaucoup de choses ensemble et j'en suis certain nous en vivrons bien d'autres dans les années futures.

Introduction

Mes travaux de thèse sont réalisés dans le cadre d'un contrat CIFRE (Convention Industrielle de Formation par la REcherche) entre Safran Aircraft Engines et le LURPA (Laboratoire Universitaire de Recherche en Production Automatisée). Safran Aircraft Engines est une société du groupe Safran spécialisée dans la conception et la fabrication de moteurs d'avions pour l'aviation civile et militaire. Safran Aircraft Engines est un acteur mondial majeur de la motorisation aéronautique, notamment via CFM International, la société commune avec General Electric Aviation.

Le LURPA de l'ENS PARIS-SACLAY (École Normale Supérieure Paris-Saclay) collabore avec le pôle cotation du département IMD (Ingénierie de la Maîtrise Dimensionnelle) à Safran Aircraft Engines sur le site d'Évry-Corbeil. Cette collaboration a permis de réaliser plusieurs travaux de thèse dans le domaine du tolérancement.

Pour rester compétitif, Safran Aircraft Engines investit dans l'amélioration continue de la performance de ses produits. La performance de l'entreprise est en partie liée à la qualité du produit et en partie aux coûts qui lui sont associés. Pour maîtriser la qualité d'un produit, le langage ISO (International Organization for Standardization) GPS (Geometrical Product Specification) permet de définir les spécifications géométriques et dimensionnelles des pièces et des assemblages. Ce sont les méthodes de tolérancement qui permettent l'écriture des spécifications sur les pièces pour répondre aux besoins du produit. Le contrôle permet de vérifier la conformité d'une spécification par rapport à la définition. À partir de ces mesures individuelles, les méthodes de MSP (Maîtrise Statistique des Procédés) permettent d'assurer le suivi des processus dans le temps.

Problématiques industrielles de Safran Aircraft Engines

Chez Safran Aircraft Engines, les mesures sont exploitées pour le suivi des grandeurs géométriques liées au produit, pour le calcul de capacité et pour la qualification du processus à partir de critères qualité. Classiquement, le processus est considéré comme stable et robuste s'il n'y a pas de dérive dans le temps et que la capacité minimale est atteinte. Dans ce processus industriel, plusieurs difficultés sont rencontrées chez Safran Aircraft Engines :

1. Historiquement, le suivi de production consiste à suivre des spécifications de taille par des cartes de contrôle (suivi chronologique de l'évolution d'une grandeur). Aujourd'hui, le suivi de grandeurs telles que des spécifications géométriques n'est pas toujours suffisant pour prédire l'évolution des exigences du produit.

2. Le calcul de capabilité est historiquement réalisé avec des critères simples sous hypothèse de loi normale. Aujourd'hui, les données traitées en MSP ne vérifient pas toujours l'hypothèse de normalité. Cela pose problème pour la qualification des processus.
3. Classiquement, la MSP conduit à la qualification du processus par rapport à des capacités minimales à atteindre pour un lot de pièces donné. Dans les cas où il faut améliorer un processus, il existe peu de méthodes guidées pour régler les machines, modifier les gammes ou optimiser l'industrialisation afin d'atteindre la capabilité attendue. Chez Safran Aircraft Engines, des équipes pluridisciplinaires exploitent des méthodes qualité pour chercher les causes racines du problème. L'exploitation des données de mesure peut être longue et difficile avant d'identifier les leviers d'amélioration.

Certaines difficultés rencontrées lors du suivi de production sont liées aux méthodes de tolérancement utilisées en conception. Avec la complexité grandissante des composants, les hypothèses des chaînes de cotes ne sont pas toujours vérifiées. Pourtant, ce sont les chaînes de cotes qui permettent de simuler et de constater l'impact des écarts géométriques des surfaces sur les exigences du produit. Alors, il peut être difficile de garantir que les chaînes de cotes permettent de prédire l'évolution des exigences du produit. Dans ce cas, le suivi de production ne permet pas toujours d'identifier les futures problématiques de non-montage ou de non-performance.

Dans le contexte de Safran Aircraft Engines où un grand nombre de données de mesure sont disponibles, exploiter les bases de données pour améliorer la conception et l'industrialisation des pièces semble une opportunité intéressante. Afin de permettre l'exploitation des données, Safran Aircraft Engines met en place depuis plusieurs années des projets pour améliorer la continuité numérique. La continuité numérique dans les processus de tolérancement permet de capitaliser la cascade des exigences depuis le produit jusqu'à la fabrication, en passant par les différentes étapes de conception.

L'exploitation des données de production, associées à de nouvelles méthodes d'industrialisation, devrait permettre d'améliorer l'industrialisation d'un produit. Pour cela, plusieurs leviers d'amélioration sont explorés dans ces travaux de thèse :

- Identifier des grandeurs qui influent sur la qualité géométrique du produit pour les suivre lors de la production ;
- Développer des méthodes de calcul de capabilité adaptées à tout type de jeu de données de production, e.g. aux spécifications dimensionnelles et géométriques ;
- Optimiser le processus de conception et d'industrialisation à partir des données de production pour atteindre la capabilité attendue.

Proposition pour lever les verrous scientifiques

Dans la littérature, de nombreuses méthodes de chaînes de cotes adaptées aux cas 2D et 3D existent. Par exemple, les chaînes de cotes d'assemblage permettent de lier les grandeurs géométriques des pièces aux exigences du produit. Cette étape permet de s'assurer, par la simulation, de la qualité future des produits, sous condition du respect des hypothèses des modèles de chaîne de cotes. Safran Aircraft Engines utilise des modèles de chaînes de cotes 1D à 3D pour ses produits. Cependant, il existe moins de travaux concernant l'exploitation

des données de production pour l'amélioration de la conception et de l'industrialisation d'un produit ou d'une pièce.

Dans un contexte de continuité numérique mature, l'accessibilité des données de mesures doit permettre d'optimiser l'industrialisation du produit. Pour répondre à cette problématique de Safran Aircraft Engines, je propose une méthode d'optimisation des tolérances écrites par le BE (Bureau d'études) lors de la conception, et écrites par le BM (Bureau des méthodes) lors de l'industrialisation. De plus, pour l'optimisation, je propose d'utiliser un critère de faisabilité lié à un PCI (Process Capability Index) parmi ceux de la littérature scientifique. Une partie des travaux de thèse est consacrée au calcul de PCIs de manière robuste.

De plus, Safran Aircraft Engines souhaite développer des méthodes d'identification des grandeurs influant sur la qualité géométrique du produit fini. L'objectif est de vérifier la validité d'une chaîne de cotes et le cas échéant, d'identifier de nouvelles grandeurs à suivre en production. Cette problématique est traitée dans les travaux de thèse à travers un cas d'étude en laboratoire. Pour analyser les données de production, je propose d'exploiter des méthodes de régressions linéaires multiples adaptées aux données géométriques. Ces méthodes statistiques permettent d'identifier des grandeurs influant sur la qualité du produit. Puis, à partir des grandeurs identifiées, il est possible de cibler des axes d'amélioration pour la conception et l'industrialisation.

Organisation du manuscrit

Le chapitre 1 présente le contexte des travaux de thèse en mettant en parallèle les problématiques industrielles et les outils de la littérature scientifique du tolérancement d'assemblage et de fabrication. De plus, une présentation du contexte industriel de Safran Aircraft Engines permet de situer les outils de continuité numérique et de tolérancement par rapport aux méthodes présentées dans la thèse.

Le chapitre 2 propose l'utilisation de critères de faisabilité pour l'optimisation des tolérances. Dans ce chapitre, une étude de cas industriel est menée sur un transfert de fabrication 3D. Enfin, ce chapitre présente une méthode de calcul de capacité robuste développée dans le cadre du projet Sigma de Safran Aircraft Engines. L'optimisation des tolérances des maillons de la chaîne de cotes est réalisée à partir de critères de faisabilité issus des capacités de Sigma.

Concernant l'identification des grandeurs en lien avec la qualité géométrique du produit, je propose d'analyser un cas d'étude conçu, fabriqué et mesuré au LURPA. Le chapitre 3 détaille la conception du cas d'étude représentatif des assemblages par brides de Safran Aircraft Engines. L'industrialisation d'un lot d'assemblages est détaillée, ainsi que les étapes de fabrication et de mesure.

À partir des données de mesure du cas d'étude, le chapitre 4 propose d'utiliser des méthodes statistiques de régressions linéaires multiples pour identifier les grandeurs influant sur une exigence du cas d'étude. Dans ce chapitre, l'identification de manière statistique des grandeurs influentes permet de cibler les paramètres du processus de fabrication et d'assemblage à suivre en production. Enfin, cette méthode permet de préconiser des axes d'amélioration de l'industrialisation du cas d'étude de thèse.

Table des matières

Remerciements	1
Introduction	3
Table des matières	6
Glossaire des abréviations	10
1 Contexte	13
1.1 Introduction	14
1.2 Généralités autour du tolérancement	14
1.2.1 La conception d'un produit	14
1.2.2 Le cycle en V du tolérancement	15
1.2.3 Le vocabulaire dans la littérature scientifique	17
1.2.4 Le suivi de production	18
1.2.5 Garantir la qualité des données	18
1.3 Objectifs industriels	20
1.4 État de l'art du tolérancement d'un produit	21
1.4.1 Préambule	21
1.4.2 Tolérancement classique 1D	21
1.4.3 La synthèse des spécifications	22
1.4.4 L'analyse des tolérances	23
1.4.5 La synthèse des tolérances	32
1.4.6 Computer Aided Tolerancing	39
1.5 État de l'art du tolérancement de fabrication	40
1.5.1 Préambule	40
1.5.2 Vocabulaires spécifiques	41
1.5.3 Description de la gamme de fabrication	41
1.5.4 Transfert de fabrication classique 1D	42
1.5.5 Synthèse des spécifications de fabrication	43
1.5.6 Analyse 3D des tolérances de fabrication	43
1.6 Contexte industriel de Safran Aircraft Engines	44
1.6.1 Préambule	44
1.6.2 Le tolérancement dans le modèle 3D	44
1.6.3 Les outils de chaîne de cotes	45
1.6.4 La gamme de fabrication	45

1.6.5	Outils et méthodes de transfert de fabrication	46
1.6.6	Le contrôle en continuité numérique	48
1.6.7	Les données du tolérancement	48
1.7	Conclusion : positionnement des travaux de thèse	49
2	Sélection d'un critère de faisabilité pour l'optimisation des tolérances	51
2.1	Introduction	52
2.2	Optimisation des tolérances à partir des données de production et identification des difficultés	53
2.2.1	Préambule	53
2.2.2	Un processus d'optimisation évolutif pour l'industrialisation	53
2.2.3	Application sur un cas d'étude industriel	55
2.2.4	Conclusions sur la méthode d'optimisation	60
2.3	État de l'art international sur les capacités	64
2.3.1	Préambule	64
2.3.2	Les PCIs normales	64
2.3.3	Propositions de la norme ISO 22514	68
2.3.4	Les PCIs non normales	71
2.3.5	Méthodes d'ajustement de la distribution	75
2.3.6	Retours sur l'état de l'art du calcul de capacité	78
2.4	Le projet Safran de calcul de capacité	80
2.4.1	Contexte du projet	80
2.4.2	Mélange de t-distributions vs le KDE	81
2.4.3	Estimation des paramètres des t-distributions	82
2.4.4	Choix d'optimisation dans l'outil	83
2.4.5	Tests sur des données simulées	85
2.4.6	Tests sur des données industrielles	87
2.4.7	Présentation de l'outil Excel hors ligne	91
2.4.8	Conclusion	93
2.5	L'optimisation des tolérances avec $C_{pk}(Sigma)$	94
2.5.1	Le nouveau critère de faisabilité	94
2.5.2	Optimisation sur le cas d'étude	94
2.5.3	Perspectives industrielles	96
2.6	Conclusion	96
3	Industrialisation du cas d'étude en laboratoire	98
3.1	Introduction	99
3.2	Conception et tolérancement du cas d'étude	99
3.2.1	Objectifs scientifiques	99
3.2.2	Processus de conception et d'industrialisation	100
3.2.3	Conception préliminaire du produit	101
3.2.4	Synthèse des spécifications BE	104
3.2.5	Choix des ajustements des contacts	109
3.2.6	Analyse et synthèse des tolérances BE	110
3.2.7	Retours sur la conception	115
3.3	Industrialisation des composants	115
3.3.1	Gammes de fabrication des composants	115
3.3.2	Analyse et synthèse des tolérances du Carter	117
3.3.3	Analyse et synthèse des tolérances de la Tôle mince	119

3.3.4	Analyse et synthèse des tolérances du Corps Moyeu	120
3.3.5	Analyse et synthèse des tolérances de l'Axe Moyeu	121
3.4	Fabrication des composants et assemblage	122
3.5	Contrôle des spécifications	123
3.5.1	Machines de mesure	123
3.5.2	Acquisition des données MMT	125
3.5.3	Stratégies de mesure	126
3.5.4	Environnement et gamme de serrage	127
3.5.5	Calculs des écarts des spécifications	128
3.5.6	Intégration de mesures sans contact	129
3.5.7	Étude de répétabilité	129
3.6	Conclusion	131
4	Méthode d'identification des grandeurs influentes pour l'optimisation	132
4.1	Introduction	133
4.2	Étude d'une chaîne de cotes 1D	134
4.2.1	Présentation de la CFG1	134
4.2.2	Grandeurs mesurées lors du contrôle	136
4.2.3	Observation des écarts entre modèle et réel	137
4.2.4	Évolution des écarts de localisation des composants	139
4.2.5	Investigations sur les écarts d'un même composant	140
4.2.6	Retours sur la chaîne de cotes 1D	142
4.3	Définition de la régression linéaire multiple	143
4.3.1	Préambule	143
4.3.2	La méthode des moindres carrés	144
4.3.3	L'analyse du résultat	144
4.3.4	Régression de Huber ou OLS robuste	145
4.3.5	Régression Ridge	145
4.3.6	Régression LASSO	146
4.3.7	Régression ElasticNet	146
4.4	Identification des grandeurs influentes de la CFG1	147
4.4.1	Sélection de la variable endogène	147
4.4.2	Les variables exogènes disponibles	148
4.4.3	Sélection des variables exogènes	149
4.4.4	Ajustement du modèle 3 sans serrage	152
4.4.5	Application au modèle 3 avec serrage	155
4.4.6	Analyse des grandeurs influentes identifiées	158
4.4.7	Ajustement d'un modèle d'écarts locaux	163
4.4.8	Comparaison des modèles classique, global et local	166
4.4.9	Conclusion intermédiaire	167
4.5	Axes d'optimisation de l'industrialisation	168
4.5.1	Préambule	168
4.5.2	Optimisation avec le modèle 1D classique	169
4.5.3	Analyse de la qualité du réel mesuré	172
4.5.4	Optimisation avec les modèles statistiques	173
4.6	Conclusion	178

5	Annexes	198
5.1	Annexe A - Les statistiques de la MSP	199
5.1.1	Les statistiques descriptives	199
5.1.2	La densité de probabilité	200
5.1.3	La fonction de répartition	200
5.1.4	Les quantiles	201
5.1.5	Le taux de non-conformité	201
5.1.6	La loi normale d-dimensionnelle	202
5.1.7	Les cartes de contrôle	203
5.1.8	Les tests de normalité	206
5.1.9	Tests d'adéquation de l'ajustement	209
5.2	Annexe B - Normalité des données du tolérancement	210
5.2.1	Définition du démonstrateur	210
5.2.2	Identification des stratégies	210
5.2.3	Comparaison des stratégies de traitement	211
5.2.4	Retours sur les travaux	213
5.3	Annexe C - Industrialisation du cas d'étude	214
5.3.1	Bibliothèque de cotation CLIC	214
5.3.2	Synthèse des spécifications des étages 2 et 3	216
5.3.3	Analyse et synthèse des tolérances des étages 2 et 3	217
5.3.4	Synthèse des spécifications de l'étage 4	218
5.3.5	Analyse et synthèse des tolérances de l'étage 4	220
5.3.6	Dossier de fabrication des composants	221
5.4	Annexe D - Régression linéaire multiple	228
5.4.1	Le modèle complet OLS	228
5.4.2	Module Python statsmodels	228
5.4.3	Critères d'ajustement du modèle	229
5.4.4	Critère d'ajustement des variables exogènes	230
5.4.5	Visualisation du modèle ajusté	231
5.4.6	Définition des hypothèses	231
5.4.7	Vérification des hypothèses sur le résidu	232
5.4.8	Étude de la colinéarité des variables de prédiction	235

Glossaire des abréviations

ACP *Analyse en Composante Principale*

AFB *Analyse Fonctionnelle du Besoin*

AFT *Analyse Fonctionnelle Technique*

AIC *Akaike Information Criterion*

AMDEC *Analyse des Modes de Défaillance, de leurs Effets et de leur Criticité*

APTE *APplication aux Techniques d'Entreprise*

ASMS *Arithmetically Stacked Mean Shifts*

BE *Bureau d'études*

BIC *Bayesian Information Criterion*

BM *Bureau des méthodes*

CAO *Conception Assistée par Ordinateur*

CAT *Computer Aided Tolerancing*

CDF *Cumulative Distribution Function*

CEI *Centres d'Excellence Industrielle*

CFG *Condition Fonctionnelle Géométrique*

CIFRE *Convention Industrielle de Formation par la REcherche*

CLIC *Cotation en Localisation avec Influence des Contacts*

CV *Cross Validation*

DAEM *Deterministic Annealing Expectation Maximization*

DBP1 *Distributeur Basse Pression étage 1*

DCS *Dimensional Control Systems*

DIS *Detection of Incipient Shifts*

DMPITOL *Deviation Model for Production and Intermediate TOLerancing*

DPS *Digital Product Simulation*

EGRM *Éléments Géométriques de Référence Minimum*

EM *Expectation Maximization*

ENS Paris-Saclay *École Normale Supérieure Paris-Saclay*

FAST *Function Analysis System Technique*

FT&A *Functional Tolerancing and Annotation*

GD&T *Geometric Dimensioning and Tolerancing*

GLD *Generalized Lambda Distribution*

GPS *Geometrical Product Specification*

IMD *Ingénierie de la Maîtrise Dimensionnelle*

ISO *International Organization for Standardization*

IT *Intervalle de Tolérance*

IUT *Institut Universitaire de Technologie*

KDE *Kernel Density Estimation*

LARS *Least-Angle RegreSsion*

LASSO *Least Absolute Shrinkage and Selection Operator*

LCI *Limite de Contrôle Inférieure*

LCS *Limite de Contrôle Supérieure*

LSL *Lower Specification Limit*

LURPA *Laboratoire Universitaire de Recherche en Production Automatisée*

MIF *Modèles Intermédiaires de Fabrication*

ML *Maximum Likelihood*

MMP *Model of Manufactured Part*

MMT *Machine à Mesurer Tridimensionnelle*

MPCA *Multivariate Process Capability Analysis*

MPCI *Multivariate Process Capability Index*

MSA *Measurement System Analysis*

MSE *Mean Squared Error*

MSP *Maîtrise Statistique des Procédés*
OLS *Ordinary Least Squares*
PACV *Proportionned Assembly Clearance Volume*
PCA *Process Capability Analysis*
PCI *Process Capability Index*
PCP *Process Capability Plot*
PITOL *Production and Intermediate TOLerancing*
PMI *Product Manufacturing Information*
ppm *pièce par million*
RSS *Root Sum Squared*
SATT *Surfaces Associées Techniquement et Topologiquement*
SdF *Sûreté de Fonctionnement*
SGDT *Système de Gestion des Données Techniques*
SMS *Skin Model Shapes*
SOTA *Second Order Tolerance Analysis*
SoV *Stream of Variation*
STEP *STandard for the Exchange of Product model data*
TAFT *Tableau d'Analyse Fonctionnelle Technique*
TZT *Transfert des Zones de Tolérance*
USL *Upper Specification Limit*
VIF *Variance Inflation Factor*

Contexte

Sommaire

1.1	Introduction	14
1.2	Généralités autour du tolérancement	14
1.2.1	La conception d'un produit	14
1.2.2	Le cycle en V du tolérancement	15
1.2.3	Le vocabulaire dans la littérature scientifique	17
1.2.4	Le suivi de production	18
1.2.5	Garantir la qualité des données	18
1.3	Objectifs industriels	20
1.4	État de l'art du tolérancement d'un produit	21
1.4.1	Préambule	21
1.4.2	Tolérancement classique 1D	21
1.4.3	La synthèse des spécifications	22
1.4.4	L'analyse des tolérances	23
1.4.4.1	Méthode des indéterminées	23
1.4.4.2	Méthode des droites d'analyse	25
1.4.4.3	Méthode par domaines : Polytopes et T-Map	26
1.4.4.4	Les modèles matriciels	28
1.4.4.5	Les modèles vectoriels	29
1.4.4.6	Approche par Skin Model Shapes	29
1.4.4.7	Autres approches pour l'analyse des tolérances	31
1.4.5	La synthèse des tolérances	32
1.4.5.1	Objectifs	32
1.4.5.2	La méthode arithmétique	32
1.4.5.3	Hypothèse de distribution uniforme (dite probabiliste)	33
1.4.5.4	La méthode RSS ou Quadratique	33
1.4.5.5	La méthode 1,5 RSS	34
1.4.5.6	Généralisation des méthodes RSS centrées	35

1.4.5.7	Méthode RSS avec décentrage	36
1.4.5.8	Méthode RSS décentrée généralisée	37
1.4.5.9	Autres méthodes de répartition statistique	38
1.4.5.10	Retours sur les méthodes dans le contexte de Safran	39
1.4.6	Computer Aided Tolerancing	39
1.5	État de l'art du tolérancement de fabrication	40
1.5.1	Préambule	40
1.5.2	Vocabulaires spécifiques	41
1.5.3	Description de la gamme de fabrication	41
1.5.4	Transfert de fabrication classique 1D	42
1.5.5	Synthèse des spécifications de fabrication	43
1.5.6	Analyse 3D des tolérances de fabrication	43
1.6	Contexte industriel de Safran Aircraft Engines	44
1.6.1	Préambule	44
1.6.2	Le tolérancement dans le modèle 3D	44
1.6.3	Les outils de chaîne de cotes	45
1.6.4	La gamme de fabrication	45
1.6.5	Outils et méthodes de transfert de fabrication	46
1.6.6	Le contrôle en continuité numérique	48
1.6.7	Les données du tolérancement	48
1.7	Conclusion : positionnement des travaux de thèse	49

1.1 Introduction

Ce premier chapitre présente le contexte de mes travaux de thèse. Une première partie est consacrée aux processus autour du tolérancement afin de définir le vocabulaire scientifique de la conception et de l'industrialisation. Puis, les objectifs industriels de Safran Aircraft Engines sont présentés en vue de l'identification des verrous scientifiques de la thèse. Un état de l'art international du tolérancement est ensuite proposé, afin de positionner ces verrous scientifiques.

Par la suite, le contexte industriel de Safran Aircraft Engines est présenté. Ce contexte est ciblé autour des outils du tolérancement en continuité numérique de Safran Aircraft Engines. Finalement, l'état de l'art des méthodes de chaînes de cotes et le contexte industriel, permettent de cibler les travaux de recherche nécessaires pour atteindre les objectifs de Safran Aircraft Engines. En fin de chapitre, deux axes de recherche principaux sont identifiés pour la thèse.

1.2 Généralités autour du tolérancement

1.2.1 La conception d'un produit

Pour un industriel, le processus de conception doit permettre l'obtention d'un produit correspondant aux exigences du client. Chez Safran Aircraft Engines, le processus de conception suit

une organisation plutôt pyramidale où les différents services de BE ont en charge l'intégration sur l'avion, des différents modules (les sous-ensembles fonctionnels du moteur d'avion). Pour chaque module du moteur, les BE CEI (Centres d'Excellence Industrielle) ont en charge la conception des pièces élémentaires.

La première étape du processus de conception est la définition fonctionnelle, qui consiste à réaliser l'analyse de la valeur et l'AFB (Analyse Fonctionnelle du Besoin) via la méthode APTE (APplication aux Techniques d'Entreprise) [67]. À partir du besoin initial du client (par exemple : l'avionneur a besoin d'un moyen de propulsion pour ses avions), le concepteur définit un cahier des charges fonctionnel comprenant : les contextes d'utilisation, les phases de vie du produit, les fonctions à réaliser, mais aussi les limites quantifiables des exigences.

La deuxième étape est la définition conceptuelle, qui est la conception architecturale du produit en sous-ensembles fonctionnels (le module chez Safran Aircraft Engines). À cette étape, il faut définir un modèle cinématique, composé de liaisons élémentaires standards, qui permet a priori de répondre au besoin client.

La troisième étape est la définition morphologique, qui consiste à choisir des solutions technologiques permettant de réaliser les différentes liaisons cinématiques mises en évidence lors de l'étape précédente. Pour ce faire, il est possible de formaliser la démarche par des tableaux qui mettent en concurrence les différentes solutions technologiques, le but étant de déterminer la meilleure solution sur la base d'une notation par rapport à des critères réalistes.

La dernière étape est la définition détaillée, où le BE a pour livrables tous les modèles 3D qui composent le produit. À cette étape de la conception, on considère les produits CAO (Conception Assistée par Ordinateur) comme "sans défaut". Une conception à géométrie parfaite n'est pas réaliste dans un contexte de fabrication. Pour cette raison, il est nécessaire de maîtriser la géométrie des pièces et des produits.

1.2.2 Le cycle en V du tolérancement

Dans le cycle de conception, le tolérancement répond au besoin de définir les limites géométriques acceptables sur les modules et les pièces élémentaires. Le processus de tolérancement intervient dans l'étape de conception conceptuelle jusqu'à la conception détaillée. Chez Safran Aircraft Engines, les modèles 3D en CAO doivent porter les spécifications. Ce modèle est le livrable que le BE doit fournir au BM pour initialiser le processus d'industrialisation des composants du produit (voir section 1.6.2).

Le tolérancement géométrique et dimensionnel, appelé GPS dans la littérature internationale, permet de définir l'état géométrique d'un produit à partir duquel on assure le respect des exigences fonctionnelles. Le processus de tolérancement commence lors de la conception du produit jusqu'à l'industrialisation des composants. La Fig.1.1 permet de décrire la place du tolérancement dans la représentation cyclique du processus de conception et d'industrialisation. L'industrialisation porte de la phase de fabrication à la phase de contrôle (cette étape concerne les services de métrologie), jusqu'à la validation industrielle des performances du processus.

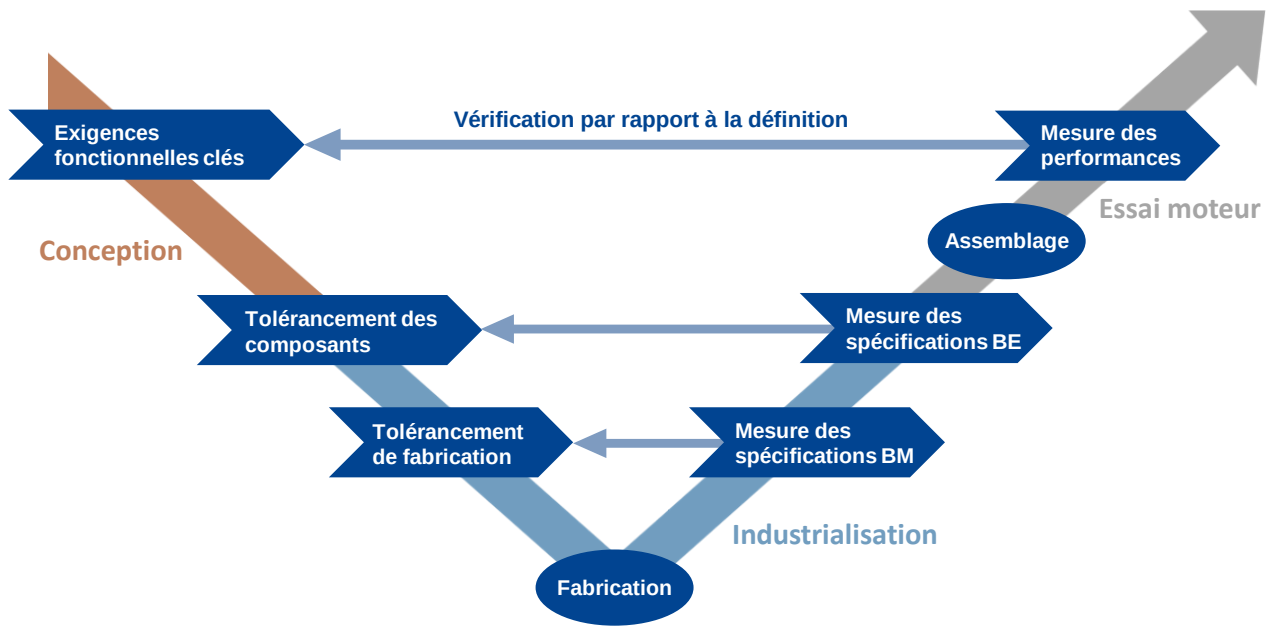


FIGURE 1.1 – Le tolérancement dans le processus de conception et d'industrialisation

La donnée d'entrée du tolérancement est la liste exhaustive des exigences fonctionnelles clés. Ces exigences sont déterminées à partir de l'AFB. Elles peuvent être soit des fonctions principales entre le système d'étude et deux éléments de son environnement, soit des fonctions contraintes entre le système d'étude et un élément de son environnement.

Sur la Fig.1.1, la descente du cycle en V débute après la conception détaillée du produit jusqu'à la fabrication des composants. En effet, à partir des exigences fonctionnelles clés, le BE réalise le tolérancement des composants. Pour cela, Safran Aircraft Engines s'appuie sur les méthodes d'AFT (Analyse Fonctionnelle Technique) définies par Frédéric Charpentier et Luc Mathieu [47]. La première étape est la réalisation du diagramme des interacteurs, permettant la synthèse des fonctions principales et contraintes de l'AFB. Puis, il est nécessaire de réaliser les FAST (Function Analysis System Technique) pour chaque fonction, afin de les décomposer en sous-fonctions techniques, puis en fonctions techniques élémentaires. La définition d'une fonction technique élémentaire est telle qu'elle doit pouvoir être traduite en une spécification unique [47]. Pour finir, les fonctions techniques élémentaires sont regroupées dans le TAFT (Tableau d'Analyse Fonctionnelle Technique) avant de les associer à une spécification géométrique.

Par la suite, le BM définit les gammes de fabrication des composants en différentes phases (succession d'opérations de fabrication sans démontage du produit, de la machine ou du porte pièce). Il doit alors partir des spécifications du BE à définir pour chaque phase de la gamme de fabrication, quelle surface est usinée, quelle mise en position et quel maintien en position sont envisagés, mais aussi quels types de machines de fabrication sont utilisables. Enfin, le BM réalise le tolérancement de fabrication qui est une décomposition du tolérancement BE sur les différentes phases de fabrication, pour chaque composant du produit.

Pour finir, dans la descente du cycle en V proposée dans la Fig.1.1, l'étape de fabrication consiste à produire tous les composants du produit fini. On note que cette étape comprend la mesure des MIF (Modèles Intermédiaires de Fabrication) avec le tolérancement de fabrication

pour vérifier la viabilité des prochaines phases. La mesure des états intermédiaires de fabrication correspond au début de la remontée du cycle en V. Lors de cette étape, il est possible après une phase de fabrication de changer les réglages de la machine. Cela permet par exemple, à partir d'une observation de décentrage à la phase 10, de corriger les usinages de la phase 20.

Une fois que la fabrication et le contrôle des différentes phases de la gamme sont terminés, le contrôle final permet de vérifier que la qualité géométrique de chaque composant est conforme à sa définition. Par la suite, les assemblages des différents sous-ensembles fonctionnels puis du produit fini sont réalisés.

La dernière étape consiste à mesurer les performances du produit final assemblé pour les confronter aux exigences fonctionnelles clés. Dans le cas de Safran Aircraft Engines, cela correspond aux tests du moteur sur banc d'essai afin de démontrer qu'il correspond aux exigences minimales de poussée, masse, nuisances sonores, etc.

1.2.3 Le vocabulaire dans la littérature scientifique

Le tolérancement d'un produit (un assemblage de composants ou de sous-ensembles) peut être réalisé avec différentes méthodes de tolérancement et de chaîne de cotes. Salomons et al. [165] proposent de décomposer le tolérancement d'un produit en 4 étapes :

- **La synthèse des spécifications** est l'étape qui correspond au choix du type de spécifications nécessaires pour répondre à une exigence du produit. On note que l'exigence du produit peut être traduite par une CFG (Condition Fonctionnelle Géométrique). L'objectif est de définir le type de spécification, les surfaces tolérancées et les systèmes de références de chaque composant lié à une CFG. Les CFGs sont des exigences identifiées à partir de l'AFB du BE (voir section 1.2.1). Cette étape correspond à la partie *qualitative* du tolérancement ;
- **La spécification des valeurs de tolérances** correspond à l'initialisation des valeurs de tolérances des spécifications, avec des valeurs par défaut ou économiques. Cette étape est indispensable dans le cas d'un outil du type CAT (Computer Aided Tolerancing) afin de permettre l'écriture des exigences. Pour une méthode manuelle de tolérancement, elle n'est pas toujours nécessaire ;
- **L'analyse des tolérances** est l'étape du tolérancement communément appelée chaîne de cotes. L'objectif est d'écrire les inéquations qui lient les valeurs des tolérances des spécifications aux CFGs du produit ;
- **La synthèse des tolérances** est l'étape d'optimisation des tolérances par rapport aux chaînes de cotes. Cette étape correspond à la partie *quantitative* du tolérancement.

Dans la littérature scientifique, le même vocabulaire peut être utilisé pour décrire les étapes du tolérancement de fabrication. Une grande partie des travaux de recherche scientifique et industrielle s'intéresse à l'analyse des tolérances pour le tolérancement du produit. Dans ce manuscrit de thèse, ce vocabulaire permet de distinguer les différentes étapes du tolérancement de produit et du tolérancement de fabrication. Dans l'industrie, l'analyse des tolérances est communément appelée chaîne de cotes ou fermeture géométrique.

Après le tolérancement du produit, la mesure des spécifications permet la création de jeux de données qu'il faut suivre en production pour assurer la performance des processus. La MSP est le domaine entourant le suivi de production et le management de la qualité.

1.2.4 Le suivi de production

Dans le domaine de la qualité, le suivi de production permet de mettre sous contrôle un processus dans le temps. Les premiers travaux liés à la qualité d'une production industrielle sont ceux de Shewhart [178] en 1924. Shewhart propose les cartes de contrôle pour réaliser le suivi de production chez Bell Telephone Laboratories. Au Japon en 1950, les méthodes de qualité de Shewhart, Deming et Juran [106, 72, 179, 180] permettent d'améliorer la qualité de production de Toyota. Dans les années 1990, après ce succès au Japon, la majorité des entreprises américaines et européennes développent elles aussi ces méthodes pour l'industrie.

Aujourd'hui, les méthodes de qualité (Ishikawa, 5S, 6M, PDCA, etc.) et de suivi de production (cartes de contrôle, Pareto, histogrammes, etc.) sont incontournables dans l'industrie. Elle permettent d'assurer le suivi et d'optimiser en continu les processus d'industrialisation. Ces méthodes sont regroupées dans le domaine de la MSP (Maîtrise Statistique des Procédés). Parmi les techniques les plus connues de la MSP, il y a : le contrôle à réception ou contrôle final, l'utilisation des plans d'expérience, le diagramme de Pareto de Juran [105] basé sur le principe de Pareto [138], les cartes de contrôle [179], les capacités ou encore les méthodes de régression et de corrélation sur les données de mesure.

Pour appliquer des méthodes de MSP, il est nécessaire de définir la méthode de calcul de l'écart d'une spécification ainsi que les limites d'acceptation : LSL (Lower Specification Limit) et USL (Upper Specification Limit). Ensuite, une fois plusieurs pièce produites, les techniques de la MSP s'appliquent au jeu de données. Le type de jeu de données (le comportement statistique des données) est influencé par la grandeur mesurée. Pour toutes ces analyses, il est impératif de garantir la qualité des données (acquisition, instrumentation, etc.) et des méthodes statistiques (hypothèse, robustesse, etc.).

1.2.5 Garantir la qualité des données

Le contrôle est défini comme la comparaison entre le réel mesuré et les limites USL et LSL afin de valider ou non la conformité d'une spécification. Avec la MSP, on cherche à suivre et maîtriser les processus de fabrication via des critères statistiques comme l'écart-type ou la moyenne. Le but n'est pas uniquement de savoir si la valeur de la spécification est conforme, mais aussi de connaître et de sanctionner le comportement statistique des valeurs d'un lot de pièces par rapport à l'intervalle de tolérance.

Pour réaliser un bon suivi de production il est important de connaître les hypothèses des modèles de MSP et d'assurer que les moyens mis en œuvre respectent les conditions de qualité qui leur sont associées (par exemple : un moyen de mesure doit être étalonné ou une machine de fabrication doit être entretenue). Deleryd [68] décrit une manière consciencieuse de réaliser une étude de capacité, appelée PCA (Process Capability Analysis). Une synthèse de la méthode est proposée à la Fig.1.2. Cette méthode est un guide de bonnes pratiques et d'erreurs à éviter pour faire une PCA. Elle est basée sur une étude bibliographique internationale des méthodes de MSP et de calcul de capacité.



FIGURE 1.2 – Guide des bonnes pratiques pour la MSP [68]

Dans la **partie a** de la méthode, l'utilisation de moyens de mesure capables peut sembler intuitive. Pourtant, la cause de nombreuses erreurs est souvent le moyen qui a permis d'obtenir la donnée à l'étude. Des normes définissent les attendus en ce qui concerne la qualité des moyens de mesures via cinq critères : la précision, la répétabilité, la reproductibilité, la stabilité et la linéarité [120].

Dans la **partie b** de la méthode, la notion de procédé de fabrication sous contrôle est mise en avant. En effet, il est important que le processus de fabrication soit stable, sinon les études de capacité n'ont que peu de sens. Wheeler et Chambers [210] proposent une définition de la notion de processus de fabrication instable.

Concernant la collecte des données de la **partie c**, il ne s'agit pas seulement du bon recopiage des valeurs de mesures sur le rapport final, mais aussi de la pertinence des valeurs mesurées. Il faut que les données de mesures aient tous les attributs nécessaires : la machine, les opérateurs, l'identification de la pièce, la machine de production et des marqueurs chronologiques. Cela permet de savoir si le suivi de production est calculé avec des données à court, moyen ou encore long terme. De plus, dans le domaine du contrôle appliqué au tolérancement, il faut porter une grande attention au type de grandeur mesurée. Par exemple, en fonction du type de spécification la grandeur mesurée n'est pas identique.

La **partie d** concerne l'utilisation de plusieurs indices de capacité. Aujourd'hui beaucoup d'indices de capacité existent sur la base des travaux de Juran [107] ou de Kane [108]. Les indices de capacité sont appelés PCIs (Process Capability Index). Lors de l'utilisation d'un PCI il faut s'assurer de respecter les hypothèses, sinon des erreurs d'interprétation peuvent être commises.

La **partie e** s'intéresse à la définition de limites de confiance robustes. Les limites de confiance sont souvent traduites par des intervalles centrés réduits à 95%. De plus, des tests statistiques doivent être effectués pour vérifier la présence de données aberrantes dans les jeux de données.

Dans la **partie f**, il faut avant toute PCA, vérifier que la distribution du jeu de données respecte les hypothèses des PCIs à calculer. En effet, bon nombre des PCIs proposés dans la littérature sont sous hypothèse d'un processus de fabrication stable et de l'adéquation du jeu de données à la loi normale. Dans ce cas, les utilisateurs de ces PCIs devraient effectuer des tests de normalité sur leurs jeux de données avant tout calcul de PCI. Dans l'industrie, cette hypothèse de normalité n'est pas toujours vérifiée. Deleryd [68] avance que l'utilisation du diagramme 6M (Matière, Matériel, Méthode, Main-d'œuvre, Milieu et Mesure) doit permettre d'améliorer le suivi de production et l'analyse des données.

1.3 Objectifs industriels

L'objectif des travaux de thèse est d'optimiser le processus d'industrialisation par l'exploitation des données de production. Chez Safran Aircraft Engines, les projets autour de la continuité numérique permettent aujourd'hui d'avoir accès à de grandes quantités de données de production comme les résultats de mesures. L'objectif de Safran Aircraft Engines est d'exploiter les bases de données géométriques afin d'augmenter la performance industrielle. À travers ces travaux de thèse, quatre principaux objectifs sont identifiés :

- Assurer le suivi du processus de fabrication à partir des grandeurs influentes liées à la qualité géométrique du produit. On note, que si le modèle de chaîne de cotes est vérifié, alors les maillons liés à une CFG sont les grandeurs influentes. Si ce n'est pas le cas, alors il n'est pas évident dans un processus d'industrialisation, de définir les grandeurs géométriques qui influencent la qualité du produit ;
- Développer une méthode de calcul de capabilité adaptée à tout type de jeu de données de production. La méthode doit être robuste et utilisable facilement par les utilisateurs chez Safran Aircraft Engines ;
- Optimiser le processus de conception et d'industrialisation à partir des données de production. L'objectif n'est plus seulement de qualifier le processus sur la base des capacités calculées mais d'atteindre le processus optimal. Je propose de développer une méthode d'optimisation des tolérances basée sur des critères réalistes liés à la qualité du produit fini. La définition du ou des critères d'optimisation est une réflexion importante à mener au sein de Safran Aircraft Engines ;
- Assurer que les méthodes proposées soient adaptées à chaque étape du cycle de développement du produit de Safran Aircraft Engines. Les méthodes doivent s'intégrer dans le cycle en V du tolérancement en prenant en compte les boucles de capitalisation de l'information après les mesures.

Par rapport à ces objectifs industriels, le périmètre du sujet de thèse est limité au cycle en V du tolérancement (voir Fig.1.1). La donnée d'entrée est le modèle 3D tolérancé robuste avec les méthodes de Safran Aircraft Engines (voir section 1.6). Dans ce cas, les spécifications sont issues de l'AFT et les valeurs des intervalles de tolérances sont justifiées par des calculs de chaînes de cotes. Les travaux de thèse ne s'intéressent pas à la modification de la conception du produit. Les travaux de thèse portent sur les étapes de tolérancement des composants jusqu'au contrôle des spécifications BE. Par rapport au cycle en V, deux boucles de vérification et de capitalisation des données sont envisagées : d'abord la confrontation de la mesure des composants avec les CFGs du produit, puis la confrontation de la mesure des MIF aux exigences de la pièce.

Pour répondre aux objectifs industriels de Safran Aircraft Engines, la suite du chapitre présente l'état de l'art international concernant la synthèse des spécifications, l'analyse des tolérances et la synthèse des tolérances. En effet, ce sont ces méthodes qui permettent d'assurer la qualité géométrique du produit. Il est à noter que l'état de l'art détaillé permettra de rendre compte des méthodes existantes (notamment la synthèse des tolérances) pour l'intégration des données de production dans le processus d'industrialisation. Cet aspect est un objectif important de Safran Aircraft Engines dans le contexte de la continuité numérique.

1.4 État de l'art du tolérancement d'un produit

1.4.1 Préambule

Dans cet état de l'art, une synthèse des méthodes de tolérancement géométrique du produit est proposée. L'objectif est de positionner les méthodes utilisées dans ces travaux de thèse par rapport aux travaux de la communauté scientifique. L'état de l'art commence par la présentation d'une méthode uni-dimensionnelle largement utilisée par les industriels. Puis, l'état de l'art s'articule autour de trois grands axes de recherche sur le tolérancement du produit : la synthèse des spécifications, l'analyse des tolérances et la synthèse des tolérances.

1.4.2 Tolérancement classique 1D

La méthode 1D de tolérancement du produit est enseignée depuis les années 1970 en France, notamment par Pierre Bourdet [37, 36]. Avec la méthode 1D, il faut identifier les exigences et les surfaces fonctionnelles dans la direction d'analyse choisie (exemple : axiale, radiale et tangentielle). Sur la Fig.1.3, un exemple est proposé, dans lequel les surfaces fonctionnelles des pièces sont identifiées par des chiffres, et les exigences par des lettres. À partir de la modélisation de l'assemblage, l'analyse des tolérances est réalisée pour chaque exigence. Dans le cas d'une exigence bi-limite, deux équations sont obtenues, correspondant aux cas maximum et minimum.

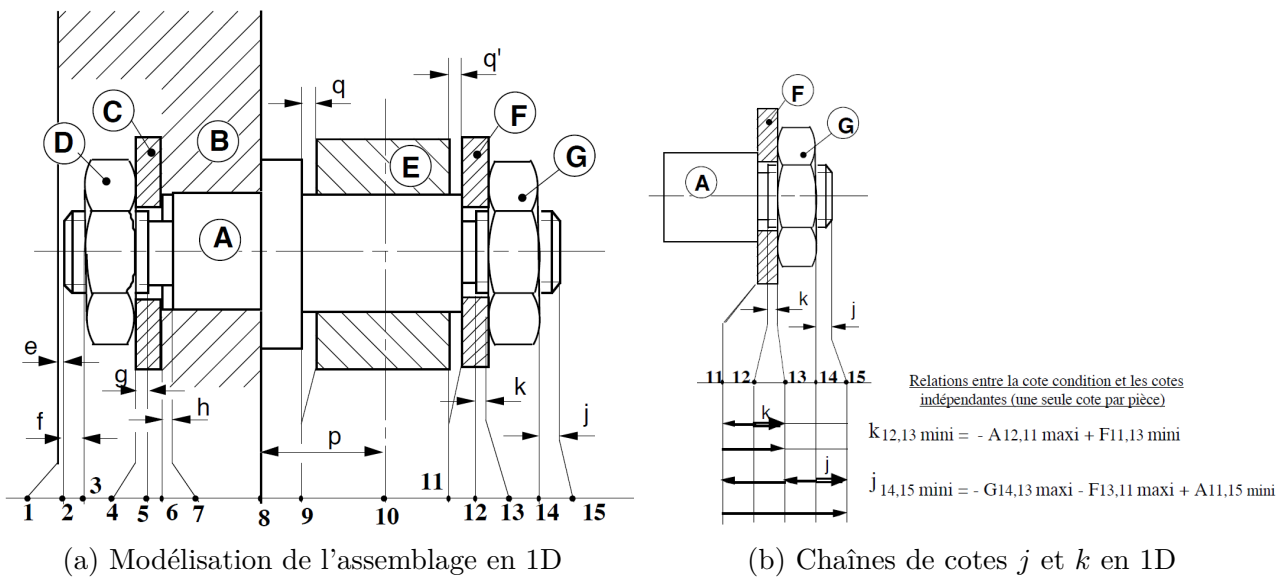


FIGURE 1.3 – Exemple de chaîne de cotes en 1D [37]

Cette méthode 1D est simple à mettre en place et permet, à partir d'analyses sur plusieurs directions, de tolérer les composants d'un assemblage. Cependant, cette méthode 1D n'est adaptée que pour le tolérancement avec des spécifications dimensionnelles. Cela simplifie grandement les calculs, mais on ne peut pas être sûrs de bien représenter tous les effets 3D dans le cas d'assemblages complexes. De plus, certaines hypothèses sont nécessaires à la méthode :

- Les écarts de forme des surfaces sont négligeables ;
- Les composants sont des solides infiniment rigides (donc indéformables) ;
- Il n'y a pas de contraintes locales (effet du serrage négligeable) ;
- Les trois premières hypothèses impliquent que les écarts d'orientation sont compris dans les écarts de position (dans un cas sans bras de levier).

Chase [48] propose un état de l'art des méthodes d'analyse et de synthèse des tolérances en 1D et en 2D. Avant 2000, les travaux ont beaucoup porté sur l'intégration des effets d'orientation dans les chaînes de cotes 1D pour aboutir aux méthodes 2D, utilisées par les industriels. Puis, avec le développement d'outils informatiques plus puissants, les méthodes 3D ont commencé à être proposées par la communauté scientifique. Pour présenter ces travaux scientifiques je propose de commencer avec la synthèse des spécifications, puis l'analyse des tolérances et enfin la synthèse des tolérances.

1.4.3 La synthèse des spécifications

La synthèse des spécifications est la partie qualitative du tolérancement, avec le choix des types de spécifications, des surfaces spécifiées et du système de références. En France, les méthodes CLIC (Cotation en Localisation avec Influence des Contacts) et Quick GPS proposées par Anselmetti [26, 17, 23] sont très utilisées, notamment par Safran Aircraft Engines. La méthode CLIC est basée sur un algorithme itératif permettant d'écrire les spécifications d'orientation et de position utiles pour répondre aux CFGs (voir Fig.1.4).

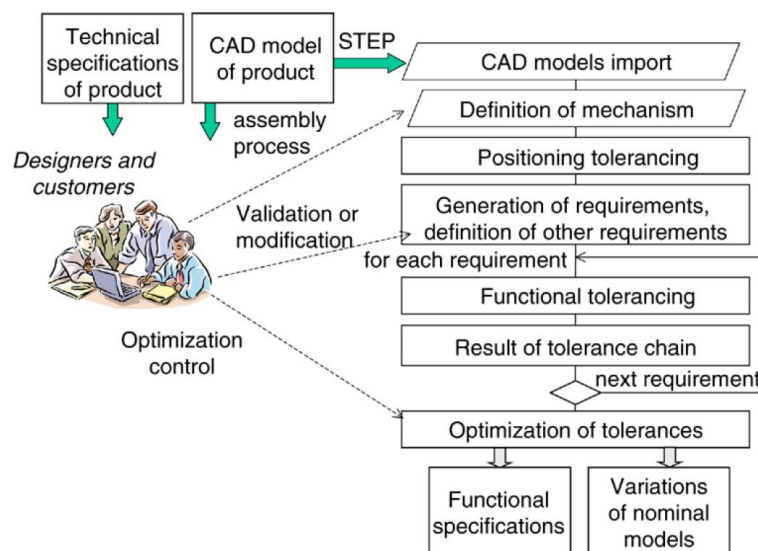


FIGURE 1.4 – Processus de la méthode CLIC [17]

Chavanne [49] étend la méthode CLIC aux liaisons complexes de type prismatique et propose des exemples. Il est à noter que la méthode CLIC est adaptée pour l'étude d'un mécanisme complet, tandis que Quick GPS permet de réaliser le tolérancement d'une pièce par rapport à son environnement. La méthode CLIC peut se résumer en 3 grandes étapes :

- Description de la mise en position des pièces avec les tableaux de mise en position ;
- Synthèse des spécifications des jonctions des pièces ;
- Synthèse des spécifications liées aux CFGs sur l'assemblage.

D'autres travaux ont porté sur la synthèse des spécifications 3D à partir de l'analyse fonctionnelle de la pièce et de l'assemblage, notamment les travaux de Desrochers et Clément [75] et ceux de Solomons et al. [164], avec des méthodes de tolérancement basées sur les SATT (Surfaces Associées Techniquement et Topologiquement) et les EGRM (Éléments Géométriques de Référence Minimum).

Ballu et al. [30] proposent de réaliser la synthèse des spécifications à partir des graphes de contact de l'assemblage. Cette approche est aussi utilisée par Safran Aircraft Engines car elle permet d'avoir une bonne vision du problème et des boucles d'influence pour chaque CFG.

Certains travaux se sont attachés à l'automatisation de la synthèse des spécifications dans un environnement CAO. Haghighi et al. [98] proposent d'automatiser la démarche dans un format STEP (STandard for the Exchange of Product model data) à partir de la reconnaissance des interfaces des pièces, des éléments géométriques et des contraintes d'assemblage. La synthèse des spécifications est automatisée avec une méthode semblable à la méthode CLIC.

1.4.4 L'analyse des tolérances

1.4.4.1 Méthode des indéterminées

Dans la méthode des indéterminées proposée par Bourdet, Ballot et Thiébaut [38, 29, 193], les écarts sont modélisés par des torseurs de petits déplacements. Dans ces torseurs, les composantes de rotation et translation libres sont identifiées par des variables indéterminées. De plus, des repères sont associés à chaque pièce et un repère principal est créé pour l'assemblage. Avec cette méthode, les surfaces des pièces sont associées à des éléments géométriques (e.g. plan et cylindre), comme le montre la Fig.1.5, afin d'identifier les défauts d'orientation et de position des surfaces. Dans la méthode, on fait l'hypothèse que les défauts de forme sont négligeables et que les solides sont infiniment rigides.

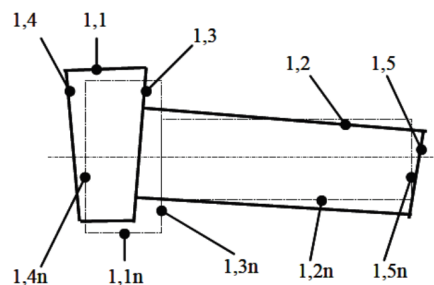


FIGURE 1.5 – Association d'éléments parfaits aux surfaces réelles des composants [49]

Une bibliothèque de torseurs de petits déplacements est proposée pour chaque type de SATT [75]. Il existe plusieurs types de torseurs de petits déplacements à définir sur l'assemblage pour avoir une modélisation complète. Le torseur de liaisons est utilisé pour représenter les liaisons cinématiques entre deux composants. Par exemple, sur la Fig.1.6 le torseur de petits déplacements est celui d'une liaison cylindre/cylindre.

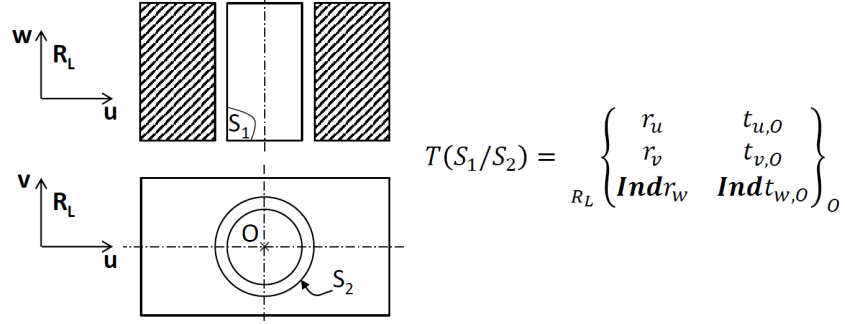


FIGURE 1.6 – Torseur de petits déplacements pour une liaison cylindre/cylindre [161]

Pour chaque surface des pièces ayant une spécification d'orientation et/ou de position, il faut définir un torseur d'écarts. Sur la Fig.1.7, un torseur d'écarts pour un plan est défini et les contraintes des spécifications limitent les valeurs des variables de ce torseur.

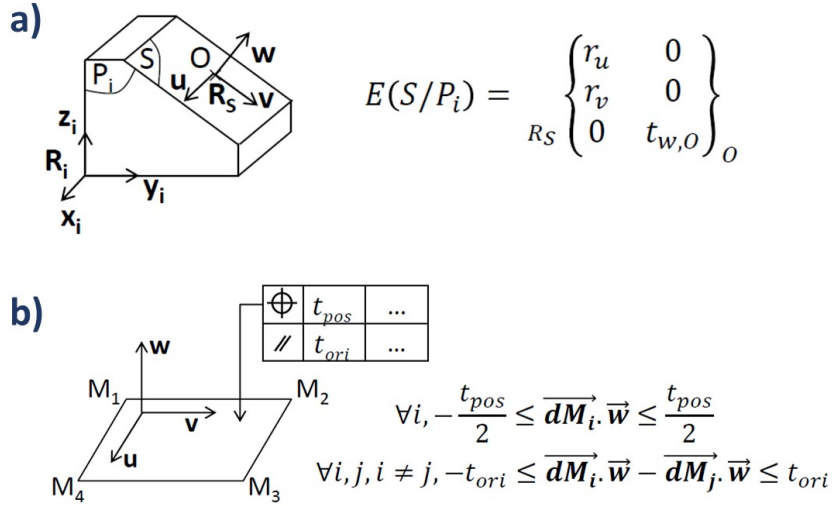


FIGURE 1.7 – a) Torseur d'écarts d'un plan, b) Définition des contraintes des spécifications ISO GPS sur le torseur d'écarts du plan [161]

Enfin, un torseur d'exigence est défini pour l'écriture des relations sur les composantes des CFGs. Ce torseur d'exigence contient uniquement des composantes indéterminées. Puis, l'écriture des différentes équations du système doit permettre de lever les variables indéterminées. Plusieurs cas particuliers peuvent arriver dans un mécanisme lors de la résolution des équations. Avec une liaison hyperstatique, il est impossible de résoudre les équations sans réduire le problème à une solution isostatique. Dans le cas d'un degré de liberté dans le mécanisme, alors il est quand même possible de résoudre le système d'équations.

1.4.4.2 Méthode des droites d'analyse

Anselmetti propose la méthode des droites d'analyse [18] pour réaliser l'analyse des tolérances en 3D. Pour cela, on utilise les composantes des spécifications liées à une CFG dans une direction donnée. Cette méthode utilise des torseurs de petits déplacements pour les changements de repère. De plus, il faut définir les directions d'étude (les droites d'analyse) en certains points utiles des éléments géométriques primaires. La méthode des droites d'analyse se compose de trois grandes étapes :

- Discrétisation de l'élément qui porte l'exigence pour obtenir les points d'analyse. Des exemples sont proposés sur la Fig.1.8 pour différentes spécifications ISO GPS ;
- Identification des droites d'analyse en fonction du type de spécification ;
- Dans la boucle des contacts, une étude est réalisée par droite d'analyse pour obtenir le cumul des écarts sur les jonctions entre pièces et les CFGs.

Un exemple du déroulement de la méthode est proposé sur la Fig.1.9. Cet exemple propose l'étude de la jonction de deux contacts plan/plan entre deux pièces prismatiques. La surface portant l'exigence fonctionnelle est étudiée en deux points $F1$ et $F2$ (voir image a de la Fig.1.9) sur une droite d'analyse perpendiculaire à la surface de l'exigence. La Fig.1.9 présente une illustration du cumul des écarts avec un déplacement des surfaces de contact S et P .

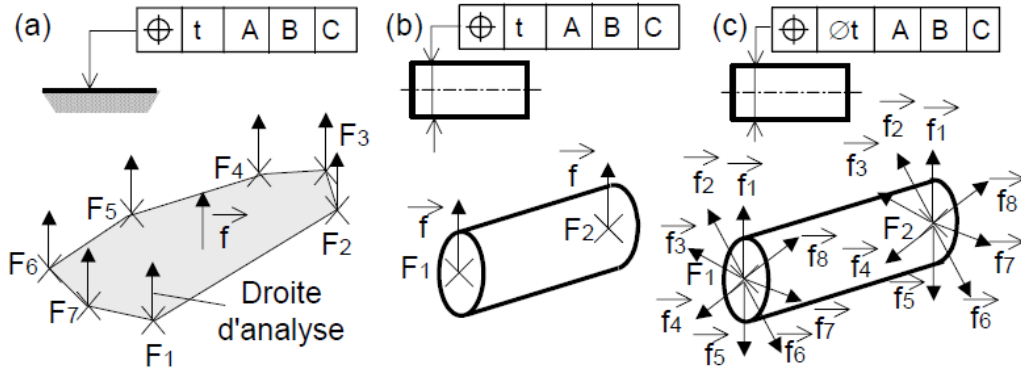


FIGURE 1.8 – Définition des points utiles et des droites d'analyse pour différentes configurations : a) Localisation d'un plan quelconque ; b) Localisation d'un cylindre ; c) Localisation de l'axe d'un cylindre [18]

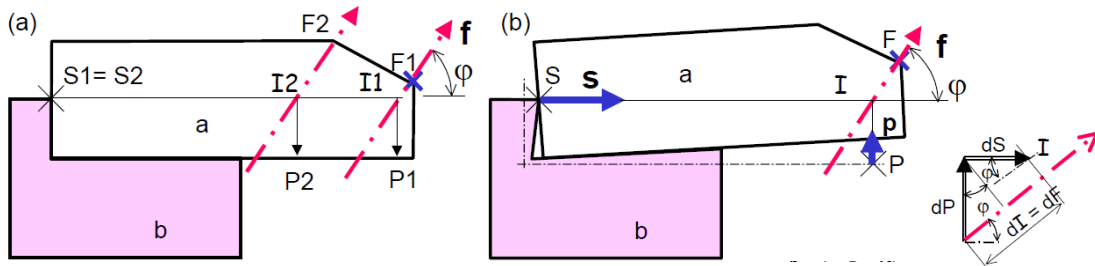


FIGURE 1.9 – a) Définition des points utiles et de la droite d'analyse ; b) Mise en situation des écarts sur la jonction des pièces [18]

Le déplacement du point F sur la droite d'analyse $\vec{f}$ peut être exprimé en fonction des points P et S : $d(F, \vec{f}) = d(P, \vec{p}) \times \sin(\varphi) + d(S, \vec{s}) \times \cos(\varphi)$. Ensuite, il faut réaliser la synthèse des spécifications géométriques sur les pièces et définir les impacts sur l'exigence au point F . Sur la Fig.1.10, les pièces tolérancées avec la méthode CLIC sont proposées, ainsi que la définition des zones de tolérance des spécifications.

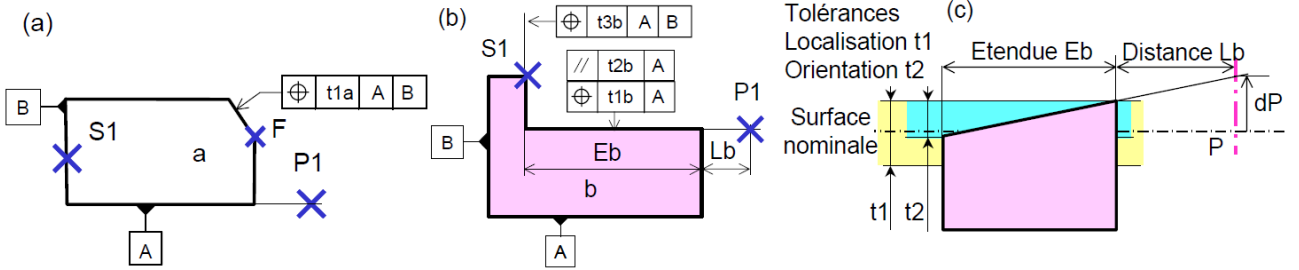


FIGURE 1.10 – a-b) Tolérancement des pièces avec la méthode CLIC ; c) Définition des zones de tolérance [18]

En prenant en compte la contrainte de localisation de la pièce a par rapport aux références des surfaces S et P , le déplacement maximum du point F sur la droite d'analyse $\vec{f}$ est :

$$d(F, \vec{f}) = t_{1a}/2 + d(P, \vec{p}) \times \sin(\varphi) + d(S, \vec{s}) \times \cos(\varphi) \quad (1.1)$$

Cependant, les surfaces de référence S et P sont aussi limitées par les spécifications des composants a et b . Pour cela les relations suivantes sont définies pour les déplacements $d(P, \vec{p})$ et $d(S, \vec{s})$:

$$d(P, \vec{p}) = t_{1b}/2 + t_{2b} \times \frac{Lb}{Eb} \quad (1.2)$$

$$d(S, \vec{s}) = t_{3b}/2 \quad (1.3)$$

Finalement, avec la méthode des droites d'analyse le déplacement maximum du point F sur la droite d'analyse $\vec{f}$ est décrit par la formule :

$$d(F, \vec{f}) = t_{1a}/2 + t_{1b}/2 + t_{2b} \times \frac{Lb}{Eb} + t_{3b}/2 \quad (1.4)$$

1.4.4.3 Méthode par domaines : Polytopes et T-Map

Les méthodes par domaines de tolérance prennent source dans des travaux visant à représenter les torseurs d'écarts de petits déplacements de manière graphique (en fonction des composantes de rotation et de translation du torseur). Pour cela, Couétard et Teissandier proposent les PACV (Proportionned Assembly Clearance Volume) [61, 190, 192] qui permettent de représenter les torseurs d'écarts et de liaisons par des polytopes en 6 dimensions et d'effectuer l'analyse des tolérances. Pour réaliser l'analyse des tolérances d'un assemblage avec les polytopes, il faut commencer par la modélisation du problème.

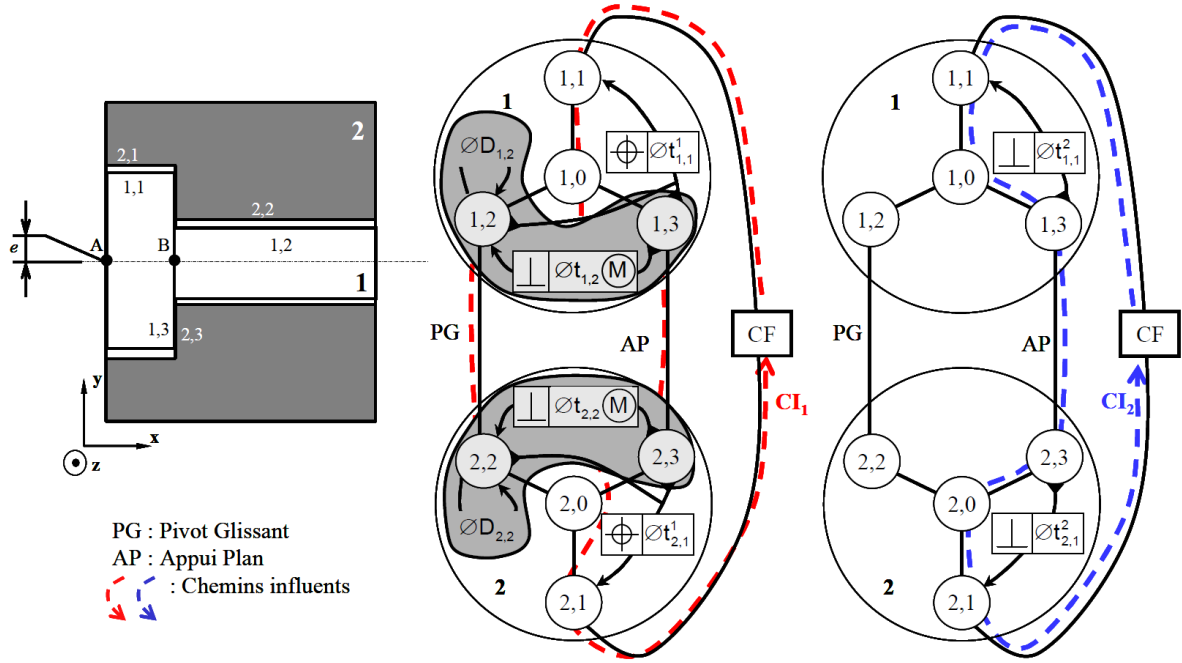


FIGURE 1.11 – Modélisation d'une condition fonctionnelle par graphe de contact [145]

Teissandier et al. [192] proposent d'utiliser les graphes de liaisons avec identification des contacts influents [31] pour réaliser la synthèse des spécifications. Un exemple est proposé à la Fig.1.11 avec les différents chemins influents proposés.

Ensuite, il faut créer les polytopes pour toutes les spécifications d'orientation et de position obtenues avec la synthèse des spécifications. Un exemple de polytope pour une spécification de localisation d'un plan est proposé à la Fig.1.12. De manière analogue, les polytopes des liaisons entre les pièces doivent être créés pour finir la modélisation du problème.

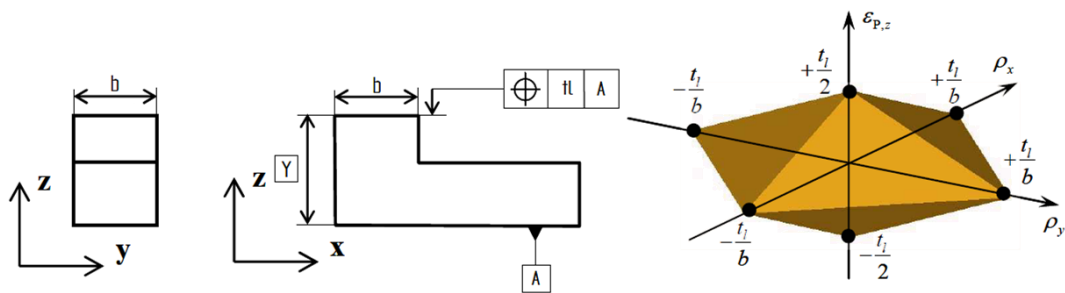


FIGURE 1.12 – Polytope (3 dimensions) d'une spécification de localisation d'un plan par rapport à une référence plane parallèle [145]

Enfin, une fois tous les polytopes créés, il est possible d'écrire la relation de transfert d'une CFG à partir de l'identification des chemins influents. Pour résoudre cette équation et obtenir le polytope de la CFG, il faut réaliser des opérations [192, 191] entre les polytopes de spécifications et de liaisons. Dans le cas de liaisons en série il faut réaliser des sommes de Minkowski [128] entre les polytopes (voir Fig.1.13) et dans le cas de liaisons parallèles, il faut déterminer l'intersection des deux domaines (voir Fig.1.14).

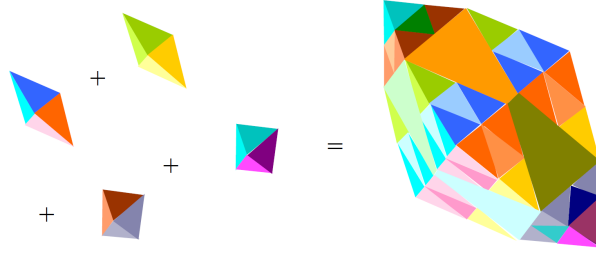


FIGURE 1.13 – Somme de Minkowski appliquée à quatre polytopes (3 dimensions) [191]

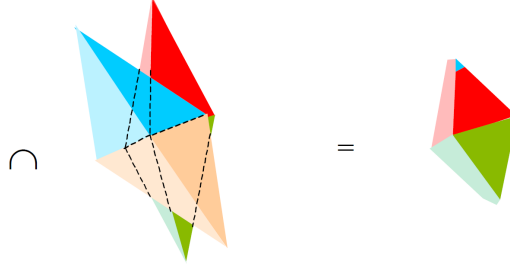


FIGURE 1.14 – Intersection de deux polytopes (3 dimensions) [191]

Pierre propose une étude sur le jeu en sommet d'aube de turbine d'un turboréacteur d'hélicoptère avec la méthode des polytopes, agrémentée d'études thermodynamiques [145, 147].

Pierre et Anselmetti proposent une étude comparative entre la méthode des droites d'analyse et les polytopes [146]. Ces deux méthodes sont assez semblables étant donné qu'elles sont basées sur les torseurs de petits déplacements. Ils concluent que les deux méthodes prennent en compte de manière similaire les écarts de position, d'orientation et les jeux dans les liaisons. De plus, les deux méthodes comportent des hypothèses similaires.

Si l'on compare la méthode des indéterminées et les polytopes, une différence existe au niveau de la prise en compte des hyperstatismes dans les assemblages. En effet, la méthode des indéterminées est insolvable si le système n'est pas isostatique contrairement à la méthode des polytopes. Cela présente l'avantage de ne pas avoir à faire de réduction d'hyperstatisme en fonction des prépondérances des contacts dans l'assemblage.

De manière similaire aux polytopes, Roy et al. [160] proposent d'exploiter des objets polyédriques. Enfin, Mujezinovic, Davidson et Shah [130, 65, 131] proposent d'exploiter des domaines appelés T-Map correspondant aux positions limites de l'élément géométrique en fonction de ses propres spécifications. Les T-Maps sont définies en fonction de la nature de la surface considérée et exploitent les coordonnées barycentriques. L'utilisation de coordonnées barycentriques pour obtenir une T-Map revient à calculer les composantes d'un torseur de petits déplacements. De même que pour les polytopes, l'analyse des tolérances est réalisée à partir d'opérations sur les T-Maps (somme de Minkowski et intersection).

1.4.4.4 Les modèles matriciels

Les outils cinématiques des mécanismes ont été utilisés dans des travaux pour analyser les cumuls d'écarts géométriques dans un assemblage. Rivest [157] définit un modèle cinématique générique permettant l'analyse matricielle des tolérances. Puis, Rivière et al. [158] proposent

une approche matricielle des zones de tolérance et des jeux dans un assemblage. Alors, Solomons et al. [163] proposent d'utiliser la modélisation matricielle [158] couplée à une méthode d'identification optimale des points de calcul en fonction du type de SATT [75]. Par la suite, Desrochers, Rivière et Laperrière [77, 113] proposent d'utiliser le modèle cinématique de Rivest [157] avec des matrices jacobiniennes.

Enfin, Desrochers et Laperrière [114, 76] proposent d'unifier l'utilisation des torseurs de petits déplacements et des matrices jacobiniennes. Le principal intérêt des méthodes par matrice est l'efficacité des calculs permettant l'automatisation de l'analyse des tolérances via un logiciel. Cependant, la définition des contraintes entre les paramètres des matrices peut être complexe. Avec l'intégration des torseurs de petits déplacements [76], la modélisation des tolérances des spécifications est plus aisée. Dans cette méthode, les contraintes sur les composantes des torseurs de petits déplacements permettent d'obtenir une matrice J . L'inversion de cette matrice permet ensuite l'obtention du résultat de l'analyse des tolérances sur l'assemblage.

1.4.4.5 Les modèles vectoriels

Wirtz propose de définir les surfaces des spécifications dans une base de données via un point et un vecteur [211, 212]. Il propose d'utiliser 4 vecteurs, pour les 4 types de spécifications : dimension, forme, orientation et position. Chacun de ces vecteurs possède deux composantes, l'une est associée à la géométrie nominale et l'autre à l'écart max autorisé de la surface. Sur la Fig.1.15, la modélisation vectorielle proposée par Wirtz est présentée. Cette méthode est applicable pour l'étude d'une pièce isolée avec la prise en compte de son environnement mécanique. Cependant, elle n'est pas adaptée à l'étude d'un mécanisme complet.

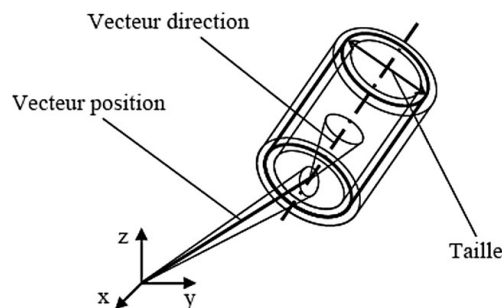


FIGURE 1.15 – Modèle vectoriel d'analyse des tolérances [211]

Gaunet propose lui aussi une méthode vectorielle d'analyse des tolérances [87]. Il intègre dans sa méthode les SATT proposés par Desrochers, Clément et al. [75, 58]. Cette méthode permet, contrairement à Wirtz, de réaliser l'analyse des tolérances d'un assemblage complet avec la prise en compte des conditions d'assemblage des pièces (jeu mini, contact, etc). Cependant, la résolution est difficile [49] car il y a beaucoup de constituants.

1.4.4.6 Approche par Skin Model Shapes

Une nouvelle approche est aujourd'hui de plus en plus explorée par la communauté scientifique : les SMS (Skin Model Shapes) [28]. Le SMS est une représentation discrétisée du Skin Model [125, 124]. Le Skin Model est lui une représentation simulée de l'état réel de la pièce. Cette représentation est définie par la norme ISO GPS 17450-1 : 2012 [6] comme un modèle de l'interface physique de la pièce avec son environnement. Un exemple est proposé à la Fig.1.16.

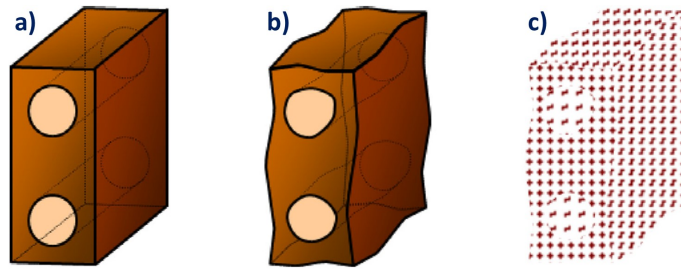


FIGURE 1.16 – a) Modèle nominal, b) Skin Model, c) SMS [28]

Le SMS peut être réalisé par simulation des défauts ou par identification sur une pièce mesurée. Les différentes étapes de traitement pour l'identification des éléments géométriques et des SMS sont présentées sur la Fig.1.17. À partir des données (issues de simulations ou d'écarts réels), il est possible d'assembler les SMS des composants pour simuler l'assemblage et réaliser l'analyse des tolérances. Schleich et al. [172] proposent une méthode d'analyse des tolérances basée sur les SMS, présentée sur la Fig.1.18.

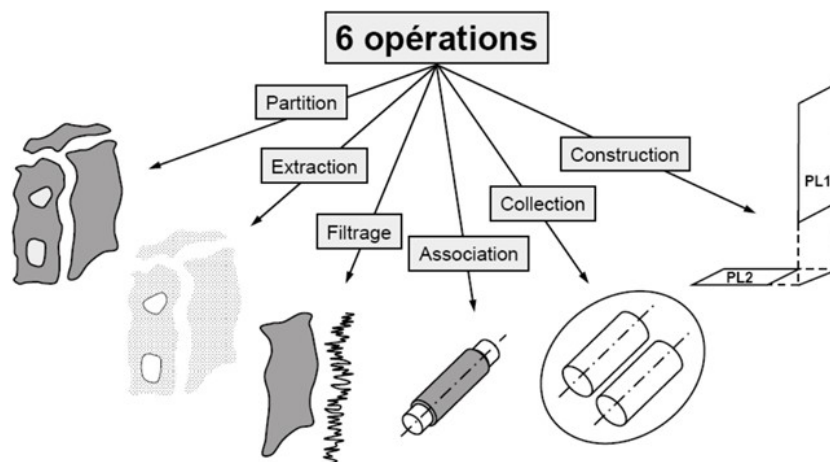


FIGURE 1.17 – Partitionnement d'une pièce et identification des surfaces via les SMS

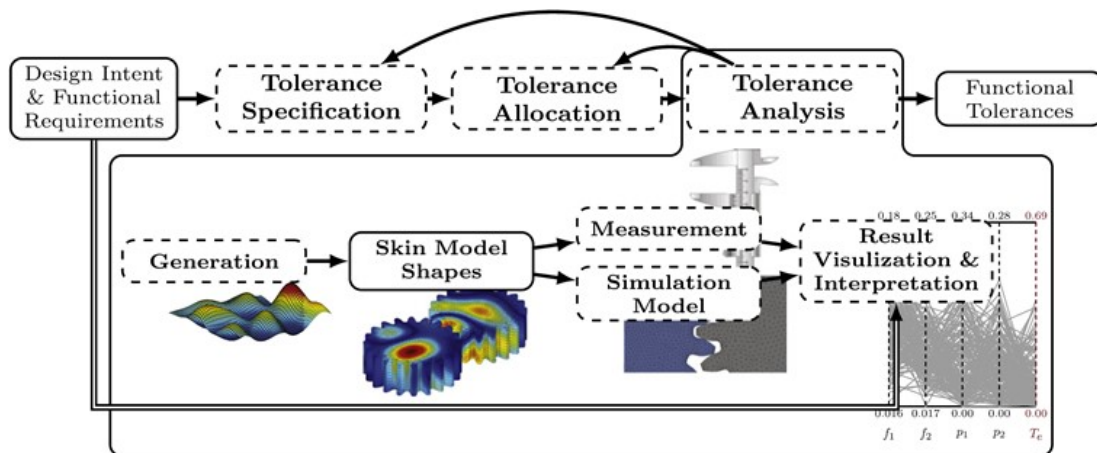


FIGURE 1.18 – Analyse des tolérances d'un mécanisme à partir de géométries discrètes [172]

1.4.4.7 Autres approches pour l'analyse des tolérances

Dans les méthodes précédentes d'analyse des tolérances, des hypothèses fortes sont nécessaires : les défauts de forme sont négligeables, les pièces sont des solides indéformables et donc il n'y pas de contraintes locales (pas d'effet des maintiens en position sur les surfaces des pièces). Différents travaux de recherche proposent d'intégrer les écarts de forme, les pièces flexibles ou des contraintes thermodynamiques [145, 147].

Tolérancement des écarts de forme

Samper et al. [166, 168, 167, 115] proposent de spécifier les défauts de forme à partir d'analyses modales (bases de modes technologiques et naturels propres). Ces études proposent de réaliser des analyses modales sur les surfaces pour spécifier directement les modes de déformation de la forme. À partir de cela, ils proposent aussi de réaliser des simulations d'assemblage pour prévoir l'impact d'un défaut de forme dans le cas d'une exigence de localisation entre deux plans (analyse statique). Sur la Fig.1.19, un exemple d'analyse modale est proposé.

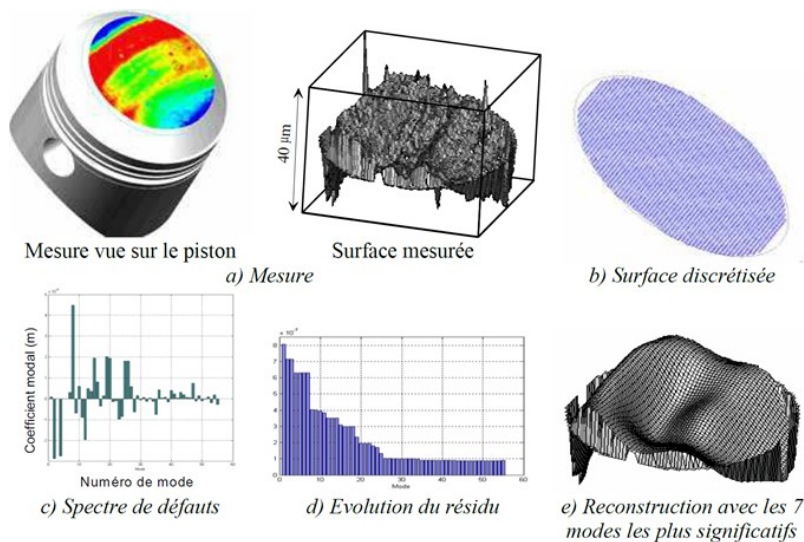


FIGURE 1.19 – Réalisation d'une analyse modale à partir d'une mesure 3D [166, 168]

Assemblages et pièces flexibles

Les travaux menés par le LURPA avec Airbus [57, 41, 129] proposent de prendre en compte les déformations des pièces dans l'analyse des tolérances. Cid [57] propose d'intégrer les écarts réels des surfaces des pièces dans les méthodes de chaînes de cotes 3D. Breteau [41] propose quant à lui d'intégrer la mesure d'une pièce dans un mécanisme complet afin d'affiner le modèle de chaîne de cotes 3D. Mounaud et al. [129] proposent une méthode d'intégration des écarts constatés sur une pièce dans la séquence d'assemblage sur un exemple aéronautique de Airbus.

Plus récemment, Falgarone et al. [83] proposent d'adapter la méthode des indéterminées pour les pièces flexibles dans le logiciel Anatole 3D : AnatoleFlex. Gregorio [97, 96] propose quant à lui d'actualiser la maquette numérique de l'assemblage en intégrant la mesure d'une pièce avec ses défauts géométriques. Cela permet, à partir de l'identification d'une pièce à calibrer, d'assurer le respect des CFGs. La pièce à calibrer doit être modifiée dynamiquement dans le processus de fabrication en fonction de la maquette numérique actualisée.

Analyse statistique des tolérances

Samper [166] remarque que les études sur des lots de pièces font appel à des aspects statistiques très importants à prendre en compte. Par exemple, Adragna et Pillet proposent le tolérancement inertiel [150, 14, 13, 151]. Pillet définit le tolérancement inertiel comme une méthode de tolérancement statistique basée sur la fonction de perte de Taguchi. Ces travaux statistiques sont aussi portés sur la synthèse des tolérances.

1.4.5 La synthèse des tolérances

1.4.5.1 Objectifs

La synthèse des tolérances est la dernière étape du tolérancement. Elle permet, à partir des équations de chaînes de cotes, d'optimiser la répartition des tolérances afin de répondre au "juste besoin" aux CFGs. La notion du "juste besoin" est importante car, plus la tolérance est faible, plus le coût de fabrication des pièces sera élevé. La synthèse des tolérances est donc un compromis entre l'objectif économique (diminution du coût de fabrication) et l'objectif de qualité fonctionnelle (assurer la conformité).

Dans la littérature scientifique, une multitude de méthodes de synthèse des tolérances existent et sont présentées dans cet état de l'art. La méthode arithmétique (dite au "pire cas") est une méthode conservative. Les méthodes statistiques comme le RSS (Root Sum Squared) et le 1,5 RSS sont plus optimistes car elles prennent en compte des hypothèses statistiques sur la distribution des maillons des chaînes de cotes. Les maillons sont les variables de l'équation de chaîne de cotes. Ce sont les hypothèses sur la distribution statistique de chaque maillon qui permettent d'intégrer des observations sur la production.

1.4.5.2 La méthode arithmétique

La méthode arithmétique consiste à répartir les tolérances des exigences du produit de manière uniforme sur les spécifications des pièces. Pour cela, les IT (Intervalle de Tolérance) des n maillons de chaîne de cote liés à une CFG sont :

$$IT_{maillon} = \frac{IT_{CFG}}{n_{maillon}} \quad (1.5)$$

La résultante (notée R_{CFG}) est le cumul des IT des spécifications et elle doit être inférieure à l'IT de la CFG. De cette manière, on peut écrire que :

$$IT_{CFG} \geq R_{CFG} = \sum_{i=1}^n (IT_i \times |\alpha_i|) \quad (1.6)$$

Avec α_i la sensibilité de la tolérance i (dans un cas 1D : $\alpha = 1$ ou -1) et n le nombre de maillons.

Il est aussi possible d'induire une pondération de faisabilité β_i de la spécification [74] :

$$IT_i = \frac{\beta_i \times (USL - LSL)}{\sum_{i=1}^n (|\alpha_i| \times \beta_i)} \quad (1.7)$$

Avec USL et LSL les limites de tolérance de la CFG, α_i le critère de sensibilité et β_i le facteur de tolérance économique du maillon i .

1.4.5.3 Hypothèse de distribution uniforme (dite probabiliste)

Dans la méthode dite "probabiliste", on considère que chaque maillon a une distribution uniforme sur son intervalle de tolérance [63] (voir Fig.1.20).

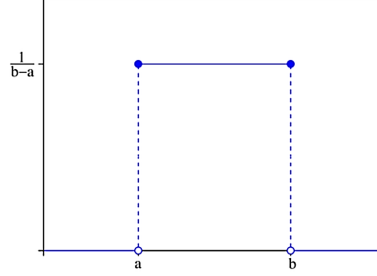


FIGURE 1.20 – Hypothèse de distribution uniforme pour la méthode probabiliste

Pour une distribution uniforme, la variance est $V = \sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$ avec σ l'écart-type et $(b-a)$ l'équivalent de l'intervalle de tolérance du maillon. Dans le cas d'une chaîne de cotes à n maillons indépendants, il est possible d'écrire que :

$$\sigma_{CFG} = \sqrt{\sum_{i=1}^n V} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{IT_i^2}{12}\right)} \quad (1.8)$$

Anselmetti [27, 22] propose de définir une formule générique de la méthode dite probabiliste dans le cas d'une résultante R_{CFG} d'une chaîne de cotes à n maillons, avec α_i sensibilité des tolérances IT_i et de qualité $IT_{CFG} = q \times \sigma_{CFG}$:

$$IT_{CFG} \geq R_{CFG}^{Proba} = \frac{q}{2\sqrt{3}} \sqrt{\sum_{i=1}^n (IT_i^2 \times \alpha_i^2)} \quad (1.9)$$

Avec cette formule, il faut définir le niveau de qualité q attendu de la CFG. C'est-à-dire la relation entre IT_{CFG} et σ_{CFG} . Dans les méthodes de synthèse des tolérances [27, 22] et de calculs de PCIs [108], il est proposé d'utiliser $6\sigma_{CFG} = IT_{CFG}$. On a alors $q = 6$ pour la méthode probabiliste, aussi appelée méthode à 1,73 RSS.

1.4.5.4 La méthode RSS ou Quadratique

Dans la méthode RSS, les distributions des maillons de la chaîne de cotes sont supposées suivre des lois normales centrées. On suppose que, pour chaque maillon, la qualité est atteinte pour $IT = 6 \times \sigma$. Avec cette méthode on fait aussi l'hypothèse que les maillons sont des variables aléatoires indépendantes. Dans ce cas, l'écart type de l'exigence peut être défini par :

$$\sigma_{CFG} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\sigma_i^2)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{IT_i^2}{6^2}\right)} \quad (1.10)$$

On peut définir une formule générique de la méthode RSS (ou quadratique) dans le cas d'une résultante R_{CFG} d'une chaîne de cotes à n maillons, avec α_i les sensibilités des tolérances IT_i et de qualité $IT_{CFG} = 6 \times \sigma_{CFG}$:

$$IT_{CFG} \geq R_{CFG}^{RSS} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (IT_i^2 \times \alpha_i^2)} \quad (1.11)$$

L'hypothèse de centrage de la distribution est raisonnable d'après Scholz [174] car elle est maîtrisable d'un point de vue production. Aujourd'hui, cette affirmation de Scholz sur la normalité des données n'est plus réaliste. De plus, Scholz [174] considère que l'hypothèse d'indépendance des variables aléatoires est très discutable. En effet, cela n'est possible que si le moyen de fabrication des surfaces de chaque maillon est suffisamment différent. Cependant, dans beaucoup de chaînes de cotes industrielles, il remarque que les maillons sont obtenus par des procédés similaires, voire identiques. Dans ce cas, l'hypothèse statistique d'indépendance n'est pas toujours vérifiée et Scholz présente la méthode RSS comme "optimiste" [174]. Il définit aussi la méthode arithmétique comme "pessimiste" étant donné son caractère "pire cas". Scholz illustre la différence entre la méthode arithmétique et RSS avec le théorème de Pythagore sur la Fig.1.21. Cet exemple illustre le cumul des distances des arêtes d'un parallélépipède et la diagonale de celui-ci.

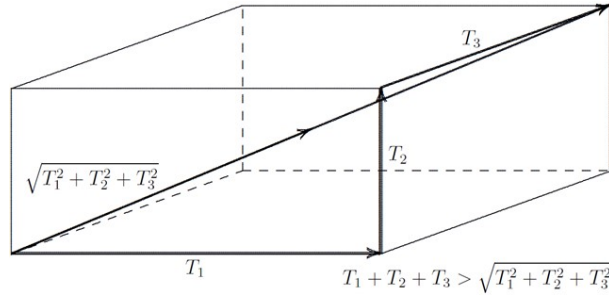


FIGURE 1.21 – Illustration de la différence entre les méthodes RSS et arithmétique pour une chaîne de cotes à 3 maillons [174]

1.4.5.5 La méthode 1,5 RSS

La méthode 1,5 RSS est une version moins "optimiste" que le RSS classique. En effet, l'hypothèse de normalité des maillons n'est pas toujours vérifiée [174]. De plus, la qualité à $6 \times \sigma$ est une ancienne définition des travaux de Shewhart, Juran et Deming [179, 107, 72]. Bender [32] propose donc de définir une capacité de production "pessimiste" des pièces pour prendre en compte les manquements aux hypothèses de la méthode RSS. Dans ce cas, on utilise $IT_i = 4 \times \sigma_i$ pour les maillons de la chaîne de cotes :

$$\sigma_{CFG} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\sigma_i^2)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{IT_i^2}{4^2} \right)} \quad (1.12)$$

On peut alors définir une formule générique de la méthode 1,5 RSS dans le cas d'une résultante R_{CFG} de la chaîne de cotes à n maillons, avec α_i les sensibilités des tolérances IT_i . Cependant, il faut faire attention à ce que la qualité voulue sur l'assemblage soit toujours à

$6 \times \sigma$, sinon cela reviendrait à augmenter le nombre d'assemblages non conformes par rapport à la méthode du RSS. Pour cela, la qualité de l'exigence est posée à $IT_{CFG} = 6 \times \sigma_{CFG}$ et donc :

$$IT_{CFG} \geq R_{CFG}^{1,5 \times RSS} = \frac{6}{\sqrt{4^2}} \sqrt{\sum_{i=1}^n (IT_i^2 \times \alpha_i^2)} = 1,5 \times \sqrt{\sum_{i=1}^n (IT_i^2 \times \alpha_i^2)} \quad (1.13)$$

Pour Scholz [174], la méthode du 1,5 RSS revient à sécuriser le RSS sur la base de l'ignorance du comportement réel des procédés de fabrication. Cela est en partie vrai, étant donné que l'hypothèse de normalité n'est pas toujours vérifiée. Cet état de fait est selon Scholz révélateur d'un problème de communication entre le BE qui réalise la synthèse des tolérances, et le BM qui fabrique les pièces et en retire une connaissance plus fine du processus.

L'intégration des données de production dans des modèles de répartition du type RSS est le sujet de nombreux travaux de recherche et d'ingénierie dont ceux de Scholz [174].

1.4.5.6 Généralisation des méthodes RSS centrées

Gibson propose de définir un indice de majoration de la tolérance statistique noté f [89], qui permet de généraliser la méthode RSS par la formule :

$$IT_{CFG} \geq R_{CFG}^{f \times RSS} = f \times \sqrt{\sum_{i=1}^n (IT_i^2 \times \alpha_i^2)} \quad (1.14)$$

Avec $f = 1$ on retrouve le RSS classique. Bender [32] remarque de manière empirique sur des jeux de données que $f \in [1,5 ; 1,6]$ fonctionne bien, d'où l'utilisation du 1,5 RSS.

Graves [92, 93] réalise diverses études sur la performance des méthodes de répartitions statistiques en fonction des types de produits, de la taille des échantillons et de la précision attendue. Graves et Bisgaard [94] proposent une revue des méthodes statistiques et détaillent les 5 grandes causes d'erreurs/incertitudes lors de la synthèse des tolérances :

- Le modèle fonctionnel de chaîne de cotes n'est pas adapté. En effet, les méthodes d'analyses des tolérances permettent la modélisation du comportement de l'assemblage. Si cette modélisation est erronée ou s'il manque des paramètres influents, la synthèse des tolérances ne pourra pas représenter fidèlement la production ;
- La sous-estimation des mauvaises capacités du processus. En effet, si le producteur ne suit pas sa production autant que prévu, alors on suit les hypothèses réalisées en amont ;
- Les erreurs de biais statistiques. Les biais aléatoires, avec par exemple deux productions décentrées du même côté pendant un temps, sans pour autant révoquer leur indépendance sur le long terme. Les biais systématiques, quand par exemple un producteur décentre sa production vers la borne supérieure car il est beaucoup plus simple d'enlever de la matière que d'en rajouter. Les biais d'accumulation [93] par décentrage, avec l'accumulation des dérèglages de la machine de production ;
- La corrélation de plusieurs caractéristiques de la chaîne de cotes. Comme Scholz [174] le fait remarquer, l'hypothèse d'indépendance n'est en pratique vérifiée que si les maillons appartiennent à des pièces fabriquées par des processus significativement différents ;

- La non-normalité de certains jeux de données. En effet, bien que le théorème central limite nous amène à dire que l'accumulation de distributions quelconques donne une distribution normale, des jeux de données asymétriques rendent la méthode RSS discutable.

La méthode f RSS prend pour hypothèse que tous les maillons suivent la même disposition. Scholz [174] propose la formule suivante pour un RSS avec un indice de majoration adaptatif f_i pour chaque maillon :

$$IT_{CFG} \geq R_{CFG}^{f_i \times RSS} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (f_i^2 \times IT_i^2 \times \alpha_i^2)} \quad (1.15)$$

Avec les f_i définis en fonction des distributions de chaque maillon.

Pour appliquer cette formule, il faut tout de même vérifier les hypothèses suivantes : distribution centrée et variables aléatoires indépendantes. Des exemples de distributions avec les valeurs de f_i associées sont proposés sur la Fig.1.22.

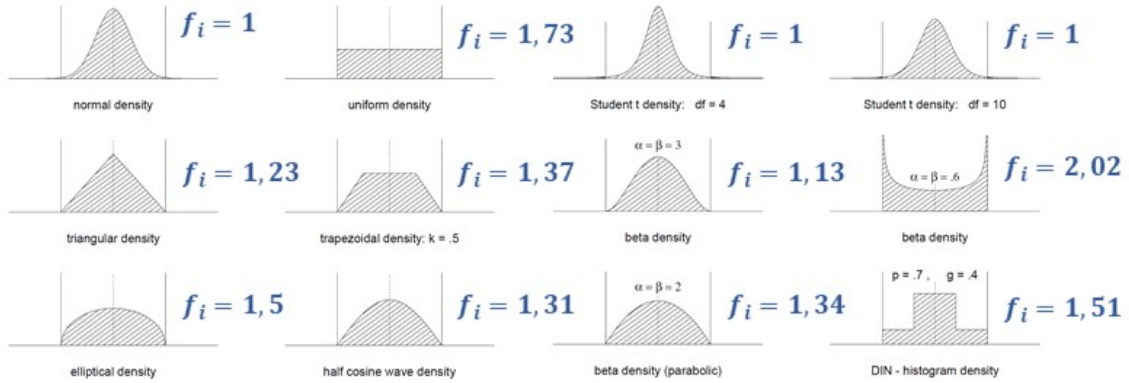


FIGURE 1.22 – Exemples de paramètres de majoration f_i pour la formule (1.15) [174]

1.4.5.7 Méthode RSS avec décentrage

La méthode RSS avec ASMS (Arithmetically Stacked Mean Shifts) propose de définir le décentrage de la moyenne $\bar{X}_i$ par rapport à la cible notée $Cible_i$. Dans la méthode du RSS classique on définit la qualité à $6\sigma = IT$ et cela n'est possible que si la distribution des maillons est centrée. Une illustration de l'intervalle de tolérance sur la moyenne est proposée dans la Fig.1.23.

Dans le cas où le décentrage est réparti de manière arithmétique et la dispersion avec le RSS classique, Mansoor et Greenwood [121, 95] proposent, pour un ratio de décentrage η_i , la définition suivante :

$$IT_{CFG} \geq R_{CFG}^{RSS2} = \sum_{i=1}^n (\eta_i \times IT_i \times |\alpha_i|) + \sqrt{\sum_{i=1}^n ((1 - \eta_i)^2 \times IT_i^2 \times \alpha_i^2)} \quad (1.16)$$

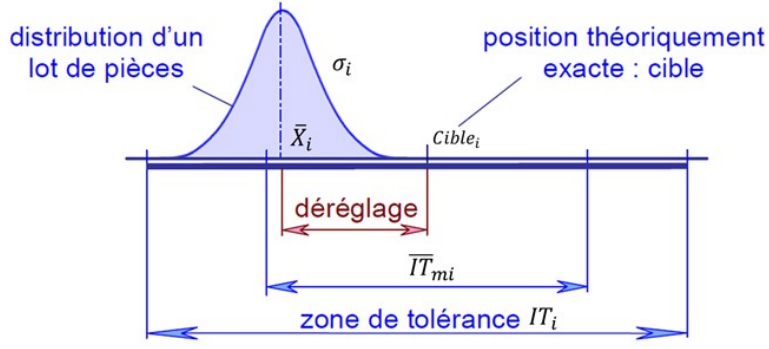


FIGURE 1.23 – Définition de l'intervalle de tolérance sur la moyenne par Radouani [153]

Anselmetti [27] propose la méthode semi-quadratique avec une distribution uniforme sur le décentrage de la moyenne dans le cas de chaînes de cotes à $n \geq 5$ maillons :

$$IT_{CFG} \geq R_{CFG}^{sQuadra} = \sqrt{3} \sqrt{\sum_{i=1}^n (\eta_i^2 \times IT_i^2 \times \alpha_i^2)} + \sqrt{\sum_{i=1}^n ((1 - \eta_i)^2 \times IT_i^2 \times \alpha_i^2)} \quad (1.17)$$

Anselmetti [27] définit le décentrage "pire cas" comme étant le quart de la zone de tolérance. Ainsi, le ratio de décentrage est $\eta_i = \eta_n = 0,25, \forall i \in [1, n]$, et la méthode semi-quadratique donne :

$$IT_{CFG} \geq R_{CFG}^{sQuadra} = 6 \times \left(\frac{1 + \sqrt{3}}{8\sqrt{3}} \right) \sqrt{\sum_{i=1}^n (IT_i^2 \times \alpha_i^2)} = 1,183 \times \sqrt{\sum_{i=1}^n (IT_i^2 \times \alpha_i^2)} \quad (1.18)$$

1.4.5.8 Méthode RSS décentrée généralisée

Scholz [174] propose une méthode de synthèse des tolérances similaire à l'équation (1.16), et adaptée à différents types de distributions :

$$IT_{CFG} \geq R_{CFG}^{nRSS3}(\eta, f) = \sum_{i=1}^n \left(\left(\frac{\eta_i}{1 - \eta_i} \right) \times IT_i \times |\alpha_i| \right) + \sqrt{\sum_{i=1}^n (f_i^2 \times IT_i^2 \times \alpha_i^2)} \quad (1.19)$$

De même, il est possible d'étendre l'équation (1.17) pour définir des distributions différentes entre la dispersion du maillon avec f_i et le décentrage du maillon avec $f m_i$:

$$IT_{CFG} \geq R_{CFG}^{nRSS4} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (f m_i^2 \times \eta_i^2 \times IT_i^2 \times \alpha_i^2)} + \sqrt{\sum_{i=1}^n (f_i^2 \times (1 - \eta_i)^2 \times IT_i^2 \times \alpha_i^2)} \quad (1.20)$$

Dans le cas où on applique les mêmes facteurs ($f m_i; f_i; \eta_i$) à tous les maillons i dans l'équation (1.20), alors on peut écrire que :

$$IT_{CFG} \geq R_{CFG}^{nRSS5} = (f m \times \eta + f(1 - \eta)) \sqrt{\sum_{i=1}^n (IT_i^2 \times \alpha_i^2)} \quad (1.21)$$

Dans l'équation (1.21) si $f m = 1,73$, $f = 1$ et $\eta = 0,25$ on retrouve les formules des équations (1.17) et (1.18) de la méthode semi-quadratique [27], soit la méthode 1,183 RSS.

Scholz [174] détaille une méthode permettant de prendre en compte les cas où le décentrage est faible sur certains maillons uniquement. Pour cela, il introduit une nouvelle notion, la fraction aléatoire du décentrage : $R_i = \frac{\bar{X}_i - Cible_i}{\eta_i \times IT_i}$ tel que $\sigma(R_i) = (1 - |R_i|\eta_i) \frac{f_i \times IT_i}{3}$ et donc :

$$IT_{CFG} \geq R_{CFG}^{nRSS6} = \sum_{i=1}^n (\alpha_i \times \eta_i \times IT_i \times R_i) + \sqrt{\sum_{i=1}^n (\alpha_i^2 \times f_i^2 \times IT_i^2 \times (1 - |R_i|\eta_i)^2)} \quad (1.22)$$

Dans le cas où $f_i = 1, \forall i \in [1, n]$, $\eta_i = \eta_n = \eta, \forall i \in [1, n]$ et R_i une variable aléatoire indépendante uniformément distribuée sur $[-1; 1]$ alors :

$$IT_{CFG} \geq R_{CFG}^{nRSS6} = \left(\sqrt{1 - \eta + \frac{\eta^2}{3}} + \eta\sqrt{3} \right) \sqrt{\sum_{i=1}^n (\alpha_i^2 \times IT_i^2)} \quad (1.23)$$

Dans l'équation (1.23), si $\eta = 0,25$, on retrouve un 1,311 RSS. Cette méthode est donc plus conservative que celle de l'équation (1.21) pour $\eta = 0,25$.

1.4.5.9 Autres méthodes de répartition statistique

Crofts [64] propose de partir du postulat que les distributions des maillons s'étendent généralement au delà des limites de la spécification. Il propose alors d'utiliser une distribution normale d'amplitude supérieure au 6σ souvent utilisé, puis de la tronquer au niveau des limites de spécification. Il approxime les parties tronquées par des distributions uniformes :

$$IT_{CFG} \geq R_{CFG}^{Crofts} = \sum_{i=1}^j (IT_i) - \sqrt{\frac{\prod_{j=1}^n (n) \times \rho \times \prod_{i=1}^n (IT_i)}{2}} \quad (1.24)$$

Avec ρ la proportion d'assemblages non-conformes acceptés. Si on choisit $IT = 6\sigma$ comme dans les autres méthodes, alors $\rho = 1 - 0,9973$. Crofts observe que, pour de petits échantillons, sa méthode est plus conservative que le RSS classique. Par contre, quand $n = 20$, il concède que sa méthode est trop pessimiste par rapport au RSS. Cela peut sembler une alternative simple à la méthode du RSS qui, d'après Anselmetti [27], n'est adaptée que pour $n \geq 5$ maillons et si les hypothèses sur les distributions sont suivies en production.

Dans le cas d'une variable gaussienne, la méthode SOTA (Second Order Tolerance Analysis) proposée par Cox puis Glancy et Chase [62, 91, 90] utilise les séries de Taylor d'ordre 2 pour la synthèse des tolérances. Evans [81, 82] propose d'utiliser les séries de Taylor jusqu'à l'ordre 6 lorsque les équations de chaînes de cotes ne sont pas linéaires.

Le tolérancement inertiel proposé par Pillet [149, 151, 74, 13] est basé sur la fonction de perte de Taguchi [100, 188]. Contrairement à la définition des limites de tolérance des spécifications, Taguchi intègre la notion de cible dans la satisfaction de l'exigence. Avec $\bar{X}_i$ la moyenne des caractéristiques X_i et σ_{X_i} l'écart type. Pillet propose de définir l'inertie proportionnellement à la fonction de perte de Taguchi. Il l'appelle inertie car la formule y est homogène :

$$I = (\sigma_{X_i}^2 + \delta_{\bar{X}_i}^2) \quad (1.25)$$

1.4.5.10 Retours sur les méthodes dans le contexte de Safran

Parmi les méthodes de synthèse des tolérances, certaines méthodes RSS permettent de prendre en compte des informations statistiques sur les données. En effet, l'observation des données réelles antérieures permet de mieux répartir les tolérances en RSS. De même, des critères de faisabilité liés à l'expérience utilisateur ont été proposés par la communauté scientifique. Cependant, peu de travaux s'intéressent à l'exploitation des critères de capabilité des spécifications pour l'optimisation au plus juste des tolérances.

Finalement, de nombreuses méthodes existent pour la synthèse des tolérances, mais peu sont utilisées dans l'industrie. Chez Safran Aircraft Engines, les méthodes arithmétiques, RSS et 1,5 RSS sont les plus utilisées. Dans certains cas, les données de production des maillons permettent de faire des hypothèses sur la distribution et d'utiliser les méthodes RSS détaillées par Scholz [174]. Cependant, la compétence en statistiques nécessaire est souvent un frein dans les BE pour l'application de méthodes jugées trop complexes. Pour cela, l'optimisation des tolérances à partir de critères de faisabilité liés aux capabilités est une approche intéressante.

1.4.6 Computer Aided Tolerancing

Avec la démocratisation des logiciels de CAO, des méthodes manuelles de simulation de chaînes de cotes ont été proposées. Chase [48] propose de faire varier des paramètres CAO et d'observer l'influence sur les CFGs. Cette méthode doit permettre d'identifier les sensibilités des tolérances et ainsi recomposer les chaînes de cotes. Cependant, il peut être compliqué d'identifier les bons paramètres, ou de savoir comment les faire varier dans un outil CAO.

Pour utiliser un outil de CAT, il faut créer les spécifications en 3D. Dassault Systèmes propose le module FT&A (Functional Tolerancing and Annotation) dans Catia V5 [88]. Ce module de tolérancement repose sur la théorie des SATT. Il permet, à partir de boîtes de dialogue, de tolérancer une pièce ou un produit. De plus, avec le tolérancement sémantique lié aux SATT, le logiciel s'appuie sur les normes ISO GPS. Dans le contexte Safran Aircraft Engines, seuls les logiciels de CAT en Catia V5 peuvent être utilisés.

De manière analogue aux travaux de Chase et al. [48], Clozel et al. [60] proposent d'induire de petites variations sur les liaisons pour observer la sensibilité des tolérances sur une CFG. Clozel et al. [60] proposent le logiciel MECAMaster, qui permet de réaliser des études de sensibilité pour l'analyse des tolérances.

D'autres logiciels se basent sur des tirages de Monte-Carlo pour calculer la sensibilité :

- **3DCS** proposé par DCS (Dimensional Control Systems) ;
- **CETOL** proposé par Sigmetrix ;
- **VSA et eM-TolMAte** proposé par Siemens PLM [54] ;
- **RD & T** proposé par l'équipe de Söderberg [184].

La majorité des logiciels de CAT permettent de faire l'analyse et la synthèse des tolérances mais pas la synthèse des spécifications. Les logiciels 3DCS, CETOL, VSA et RD & T simulent l'assemblage pour des tirages aléatoires, pour obtenir le résultat de chaîne de cotes. La synthèse des tolérances peut être arithmétique ou statistique dans la plupart des logiciels.

Anatole 3D [122, 84] exploite quant à lui la méthode des indéterminées via le concept des torseurs de petits déplacements [193]. Ce logiciel a été développé par Airbus Group Innovations et est aujourd'hui maintenu par DPS (Digital Product Simulation). Il est intégré dans Catia V5 et nécessite de créer la modélisation (liaisons, spécifications, exigences) avant de réaliser l'analyse des tolérances. Le logiciel permet aussi de réaliser l'analyse des hyperstatismes dans l'assemblage, et assiste l'utilisateur dans la simplification de la modélisation, en proposant de nouveaux degrés de liberté sur certaines liaisons. La Fig.1.24 présente les données d'entrée et de sortie du logiciel Anatole 3D.

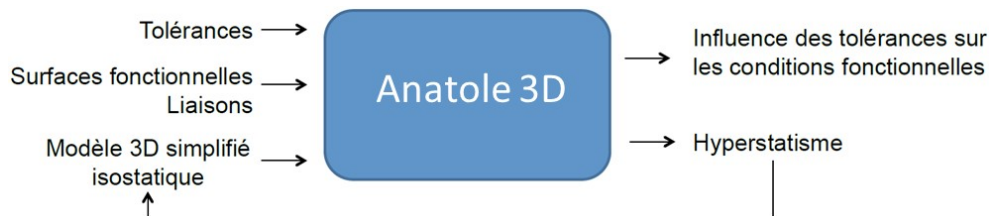


FIGURE 1.24 – Modélisation des données d'entrée et de sortie pour Anatole 3D [49]

Des logiciels ont été proposés pour les méthodes d'analyse des tolérances par domaines (Polytopes et T-Map), car ces méthodes sont très lourdes en termes de calculs. L'algorithme Politopix permet de réaliser l'analyse des tolérances avec les polytopes. PolitoCAT [71] permet d'exploiter un outil CAO pour l'analyse des tolérances avec des polytopes.

Anselmetti [25] propose d'évaluer la performance des logiciels de CAT sur leurs aptitudes à prendre en compte : les spécifications de position, orientation et forme, le jeu dans les contacts cylindre/cylindre, les états virtuels des surfaces cylindriques en fonction des modificateurs dans les spécifications et le traitement d'une chaîne de cotes sur une droite d'analyse appartenant à une référence secondaire. Schleich et al. [171] proposent d'étudier la performance à partir d'analyses des tolérances avec des Skin Model Shapes. Ils remarquent plusieurs points importants, notamment que les logiciels ne prennent pas en compte de manière satisfaisante les défauts de forme. De plus, la majorité des logiciels ne permet pas la synthèse des spécifications, qui est pourtant un aspect complexe du tolérancement pour les utilisateurs.

1.5 État de l'art du tolérancement de fabrication

1.5.1 Préambule

Dans cet état de l'art, une synthèse des méthodes de transfert de fabrication. L'objectif est de positionner les méthodes utilisées dans ces travaux de thèse par rapport aux travaux de la communauté scientifique. L'état de l'art débute avec la définition du vocabulaire spécifique au transfert de fabrication. Par la suite, les travaux autour de la description de la gamme sont introduits afin de présenter la méthode classique 1D utilisée par les industriels. Finalement,

l'état de l'art propose les méthodes de synthèse des spécifications et d'analyse des tolérances pour le transfert de fabrication 3D. On note que l'étape de synthèse des tolérances de fabrication est identique au tolérancement de produits de la section 1.4.5.

1.5.2 Vocabulaires spécifiques

Pour le transfert de fabrication on peut utiliser le vocabulaire du tolérancement d'assemblage présenté dans la section 1.2.3. De manière générale, les méthodes présentées dans la section 1.4.4 peuvent être adaptées au transfert de fabrication.

Une gamme de fabrication est le document décrivant la succession des étapes nécessaires à l'obtention d'une pièce. Une phase de fabrication est une étape de la gamme sans démontage de la pièce de la machine de fabrication. Une opération de fabrication est une étape d'une phase avec un outil de fabrication. Une gamme est composée d'une ou plusieurs phases et chaque phase est composée d'une ou plusieurs opérations. Une surface active de la phase est une surface fabriquée, une surface de mise en position ou une surface de référence lors de mesures in-situ sur la machine de fabrication.

Royer [161] propose une définition des différents types de spécifications rencontrés dans le cadre d'un transfert de fabrication :

- **Une spécification de fabrication** est une spécification qui fait intervenir plusieurs surfaces actives dans la même phase de fabrication. À la fin de cette phase, une spécification de fabrication doit être sanctionnée conforme ;
- **Une spécification de production** est une spécification qui permet de positionner une surface fabriquée par rapport au référentiel de fabrication de sa phase. Les objectifs sont le réglage indépendant des outils et le suivi de production ;
- **Une spécification intermédiaire de fabrication** est une spécification qui fait intervenir un ensemble de surfaces de la pièce après cette phase. Elle permet de vérifier la qualité des surfaces fabriquées pour les prochaines phases de la gamme.

Dans le cadre d'un transfert de fabrication, les exigences sont les spécifications du modèle 3D fournies par le BE, mais aussi des contraintes de fabrication : des copeaux minimum et maximum, une contrainte pour le soudage, du jeu dans le montage de fabrication, etc.

1.5.3 Description de la gamme de fabrication

Pour réaliser un transfert de fabrication avec ou sans logiciel de 3D CAT, il est nécessaire de décrire la gamme de fabrication avec au minimum :

- Les exigences à transférer avec au minimum les spécifications BE ;
- Le descriptif de la gamme avec les phases ;
- Les surfaces fabriquées de chaque phase ;
- Les surfaces de référence des phases (mise et maintien en position).

Afin de synthétiser ces informations, plusieurs méthodes ont été proposées. Pour la méthode des Δl , une représentation graphique est souvent exploitée [20] (voir Fig.1.25). Tichadou propose une représentation graphique plus détaillée que la méthode des Δl afin d'identifier les différentes sources de variations du processus [195].

À partir des représentations de la gamme de fabrication, il est important d'identifier les systèmes de mise et maintien en position des phases. Pour cela, la norme française NF E04-13 : 2015 [5] propose de normaliser la symbolique des systèmes de prise de pièces. Avec cette norme, il est possible de décrire la nature du contact, la nature de la surface de contact, la technologie de serrage et l'orientation des contacts.

1.5.4 Transfert de fabrication classique 1D

Le transfert de fabrication 1D s'est largement déployé en France à partir de 1970. Par exemple, les BM de Safran Aircraft Engines utilisent la méthode des Δl de Pierre Bourdet [36]. Dans la méthode des Δl , le transfert de fabrication 1D ne passe pas par toutes les étapes décrites dans la section 1.2.3. En effet, en 1D, il n'est pas nécessaire de réaliser la spécification des valeurs de tolérances, et la synthèse des spécifications consiste uniquement à repérer les surfaces utiles (surface fabriquée et de mise en position). Anselmetti [16] propose une application de la méthode à des cas bi-dimensionnels en tournage.

Un exemple d'application de la méthode des Δl est proposé à la Fig.1.25. Avec la méthode des Δl , les limites se rencontrent dans les cas de géométries ou de mises en position complexes. Par exemple, la fabrication des aubes de turbines chez Safran Aircraft Engines s'appuie sur un référentiel "6 points". Dans ce cas, la méthode des Δl n'est pas adaptée.

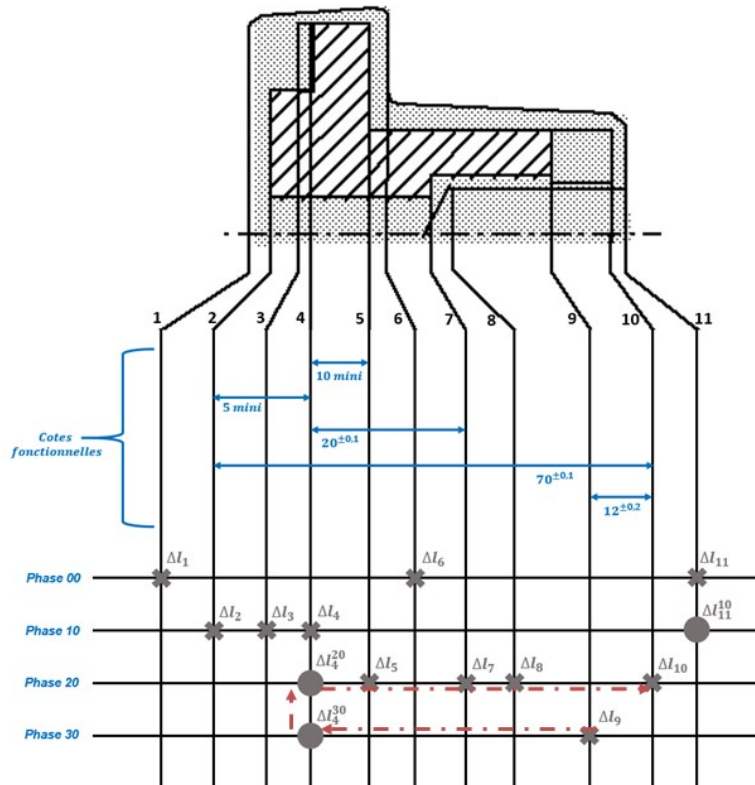


FIGURE 1.25 – Exemple d'application de la méthode des Δl [36]

1.5.5 Synthèse des spécifications de fabrication

Il existe peu de méthodes pour la synthèse des spécifications de fabrication. En effet, la synthèse des spécifications est plus fournie en travaux dans le cadre du tolérancement d'un produit (voir section 1.4.3). Anselmetti et al. proposent la méthode TZZ (Transfert des Zones de Tolérance) pour réaliser la synthèse des spécifications de fabrication [17, 24]. Cette méthode exploite une représentation vectorielle des zones de tolérances [45]. Pour la méthode TZZ, il est nécessaire de réaliser la description de la gamme avec une méthode graphique (voir section 1.5.3). Vignat et Villeneuve [204] proposent aussi des règles pour réaliser la synthèse des spécifications de fabrication.

1.5.6 Analyse 3D des tolérances de fabrication

Plusieurs méthodes d'analyse des tolérances de fabrication sont issues du domaine du tolérancement de produit dans la section 1.4.4. Villeneuve, Vignat et al. [203, 205, 206] définissent le MMP (Model of Manufactured Part) pour adapter le formalisme de la méthode des indéterminées (voir section 1.4.4.1) au cas du transfert de fabrication. Pour cela, les dispersions d'usinage et de mise en position sont exprimées avec des torseurs de petits déplacements. De manière similaire au MMP, Tichadou [195] propose une application des torseurs de petits déplacements au transfert de fabrication.

Anselmetti et Petitcuenot [21, 144] proposent une adaptation de la méthode des droites d'analyse (voir section 1.4.4.2) pour réaliser l'analyse des tolérances de fabrication à partir d'un graphique de description de la gamme. Royer [161] propose aussi une application de la méthode des droites d'analyse pour l'analyse de tolérances de fabrication en 3D.

Haghighi et al. [99] proposent d'utiliser les M-Maps pour modéliser l'accumulation des écarts de fabrication. Les M-Maps sont dérivés des méthodes par domaines T-Maps, présentées dans la section 1.4.4.3, et exploitent les sommes de Minkowski pour les opérations.

Ding et al. [79] proposent une modélisation vectorielle des écarts de fabrication par la méthode SOV (Stream of Variation). Dans la méthode SOV, on tolérante directement les variables du processus et on étudie l'impact sur l'exigence fonctionnelle à transférer.

Royer [161] propose l'outil TransTol3D pour réaliser le tolérancement de fabrication (synthèse et analyse) dans un environnement numérique 3D. Royer développe le principe PITOL (Production and Intermediate TOLerancing) et le définit comme une méthode de transfert de fabrication 3D qui consiste à transférer les exigences en spécifications de production et en spécifications intermédiaires de fabrication. De plus, la méthode DMPITOL (Deviation Model for Production and Intermediate TOLerancing) permet l'association des repères de chaque phase par rapport au référentiel de fabrication. TransTol3D est basé sur la méthode des indéterminées [38, 29, 193]. Une autre variante est proposée via la méthode des droites d'analyses [21, 144]. Dans ses travaux, Royer [161] propose une comparaison des deux méthodes appliquées au transfert de fabrication. Finalement, TransTol3D est intégré dans un logiciel de CAT basé sur le logiciel Anatole 3D intégré dans Catia V5 de Dassault Systèmes.

On note que la synthèse des tolérances de fabrication est identique aux méthodes proposées pour le tolérancement d'un produit dans la section 1.4.5.

1.6 Contexte industriel de Safran Aircraft Engines

1.6.1 Préambule

Par rapport à l'état de l'art du tolérancement de produit et de fabrication, la synthèse des spécifications et l'analyse des tolérances correspondent à l'identification des grandeurs géométriques influant sur la qualité d'une exigence du produit. Pour cela, plusieurs hypothèses sont nécessaires aux méthodes, notamment les écarts de forme négligeables et l'hypothèse de solides indéformables. Concernant la synthèse des tolérances, de nombreuses méthodes proposent d'intégrer des hypothèses sur la distribution des maillons. Cependant, peu de méthodes existent dans la littérature pour optimiser l'industrialisation à partir des données de production.

Dans ces travaux de thèse, le contexte industriel de Safran Aircraft Engines permet de positionner les outils et méthodes utilisées pour réaliser les objectifs présentés à la section 1.3. Dans un contexte de continuité numérique, les données géométriques du produit sont portées par les définitions 3D jusqu'aux étapes de contrôle et de suivi de production en passant par la fabrication de tous les composants.

1.6.2 Le tolérancement dans le modèle 3D

Historiquement, chez Safran Aircraft Engines, les dessins de définition 2D portent les spécifications et les informations géométriques nominales. Aujourd'hui, la conception du produit est réalisée en 3D avec des outils CAO. À partir des modèles 3D, certains éditeurs de logiciels proposent des outils de tolérancement 3D, comme l'atelier FT&A dans Catia V5. Un exemple de composant tolérancé en 3D via FT&A est proposé à la Fig.1.26.

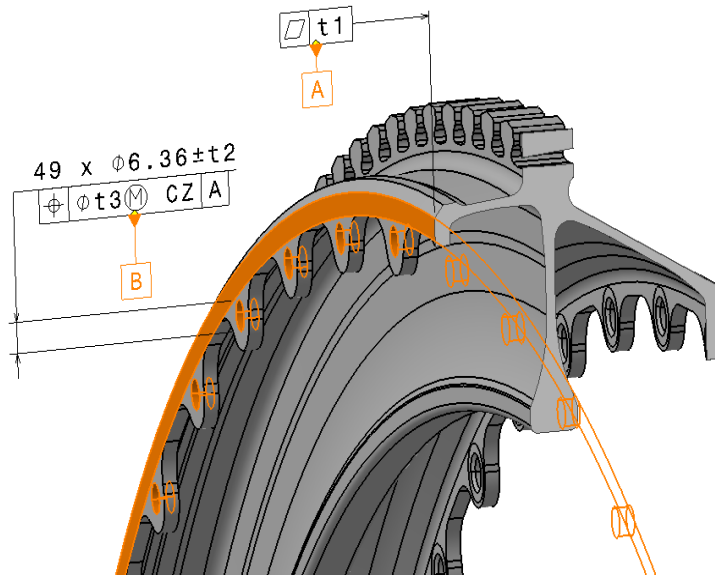


FIGURE 1.26 – Exemple de modèle 3D tolérancé avec FT&A

Le modèle 3D tolérancé présente l'avantage de lier la donnée géométrique du modèle 3D à celles des spécifications, qui étaient historiquement portées par le dessin 2D. Chez Safran Aircraft Engines, le projet 3D Master a pour objectif de réaliser les définitions tolérancées entièrement en 3D dans Catia V5.

Les avantages du modèle 3D par rapport au dessin de définition 2D sont clairs depuis de nombreuses années, et la grande majorité des industriels utilise des outils CAO. Concernant le tolérancement avec un outil CAO 3D, cela offre de nombreux avantages :

- La conservation du lien entre la spécification et la géométrie du modèle 3D. Cela permet d'éviter que la définition 2D ne comporte pas toutes les informations géométriques nécessaires pour la mesure d'une spécification ;
- Dans l'atelier FT&A, la surbrillance des surfaces permet d'identifier les surfaces tolérancées pour la spécification sur la géométrie 3D ;
- La traçabilité des spécifications sur les surfaces en cas de modification de la géométrie ;
- La vérification par rapport aux normes ISO GPS de l'écriture d'une spécification. Cela permet de vérifier que l'écriture est conforme, mais aussi de guider les utilisateurs lors du tolérancement du modèle 3D ;
- L'exploitation de la continuité numérique du modèle 3D tolérancé pour les étapes de fabrication, de métrologie et de suivi de production. Cette information est appelée PMI (Product Manufacturing Information) dans le SGDT (Système de Gestion des Données Techniques).

1.6.3 Les outils de chaîne de cotes

Chez Safran Aircraft Engines, l'outil CapiTol2D est une base de données pour la capitalisation des chaînes de cotes. Elle permet d'assister le concepteur à la création des chaînes de cotes (analyse des tolérances) puis de réaliser la synthèse des tolérances de manière arithmétique ou statistique. Enfin, dans le cadre de re-conception d'un composant, il est possible de réaliser des simulations à partir des IT des maillons pour observer l'impact sur les CFGs du produit.

Dans le cadre du développement des méthodes de tolérancement 3D, Safran Aircraft Engines a choisi d'utiliser l'outil Anatole 3D [84]. L'application Anatole 3D permet, à partir d'un assemblage de composants sous Catia V5, de réaliser un calcul de chaînes de cotes 3D au pire cas ou de manière statistique. Pour cela, le tolérancement des composants doit être réalisé dans FT&A. Anatole 3D exploite la méthode des indéterminées via le concept des torseurs de petits déplacements [193] (voir la section 1.4.6).

1.6.4 La gamme de fabrication

Les informations des gammes de fabrication sont historiquement sous format 2D numérique ou papier pour la production de pièces. Cependant, ces documents 2D sont difficilement exploitables dans une logique d'usine du futur, où la continuité numérique est un enjeu primordial. De plus, dans le cas de logiciels de transfert de fabrication 3D, il est impératif de disposer des informations de la gamme sous format 3D. Pour cela, Safran Aircraft Engines a développé un processus de conception des gammes exploitant des Modèles Intermédiaires de Fabrication (voir la Fig.1.27).

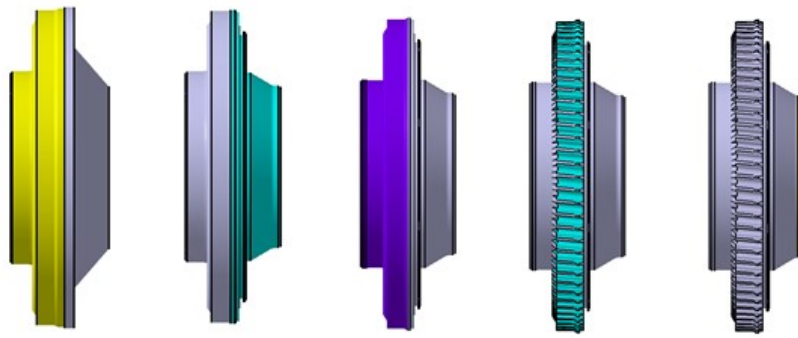


FIGURE 1.27 – Exemple Safran Aircraft Engines de Modèles Intermédiaires de Fabrication

Les MIF sont des modèles 3D des étapes intermédiaires de fabrication. Via la comparaison des MIF d'une pièce, il est possible de repérer les surfaces fabriquées de chaque phase. De plus, il est possible de définir le système de mise en position de la pièce dans la machine pour chaque phase, en utilisant le module de tolérancement FT&A. À Safran Aircraft Engines, la méthode de création des MIF permet de conserver des liens numériques avec la pièce finie.

1.6.5 Outils et méthodes de transfert de fabrication

La méthode historique de Safran Aircraft Engines est la méthode des Δl (voir section 1.5.4), qui permet d'obtenir des spécifications de fabrication. Dans l'état de l'art, on note que l'écriture des spécifications de fabrication en spécifications géométriques n'est pas toujours simple. De plus, il est parfois difficile de déterminer les réglages à effectuer sur la machine pour corriger une spécification de fabrication peu capable. Pour cela, Safran Aircraft Engines a développé une méthode 3D de transfert de fabrication.

TransTol3D est une application développée par Safran Aircraft Engines qui est intégrée dans les outils CAO et méthodes numériques de l'entreprise. TransTol3D peut être définie comme une extension du logiciel de chaînes de cotes Anatole 3D intégré dans Catia V5. TransTol3D permet, à partir d'un modèle 3D tolérancé de la pièce BE et des MIF associés, de réaliser le transfert de fabrication de façon robuste et automatique. Mes travaux de thèse s'inscrivent dans la continuité de ce projet et prennent la suite des travaux de thèse précédemment réalisés par Marie Royer [161] : "*Synthèse des spécifications de fabrication et analyse des tolérances en trois dimensions pour un produit et un processus évolutifs au cours de l'industrialisation*".

Pour TransTol3D, Marie Royer [161] développe le principe PITOL pour le transfert de fabrication 3D. PITOL consiste à transférer les exigences en spécifications de production et en spécifications intermédiaires de fabrication. Ces deux types de spécifications obtenus avec TransTol3D sont définis dans l'état de l'art à la section 1.5.2. Dans le principe PITOL, les spécifications de production permettent de lier la surface fabriquée au référentiel de fabrication et donc au référentiel machine par l'intermédiaire du porte-pièce. Il est alors plus aisé de déterminer les réglages à effectuer pour s'améliorer sur une spécification de production. De plus, les spécifications intermédiaires de fabrication permettent de considérer la pièce à chaque fin de phase comme un état final. Ainsi, il est possible de prévoir une non-conformité future par rapport à la définition. La Fig.1.28 présente le principe PITOL.

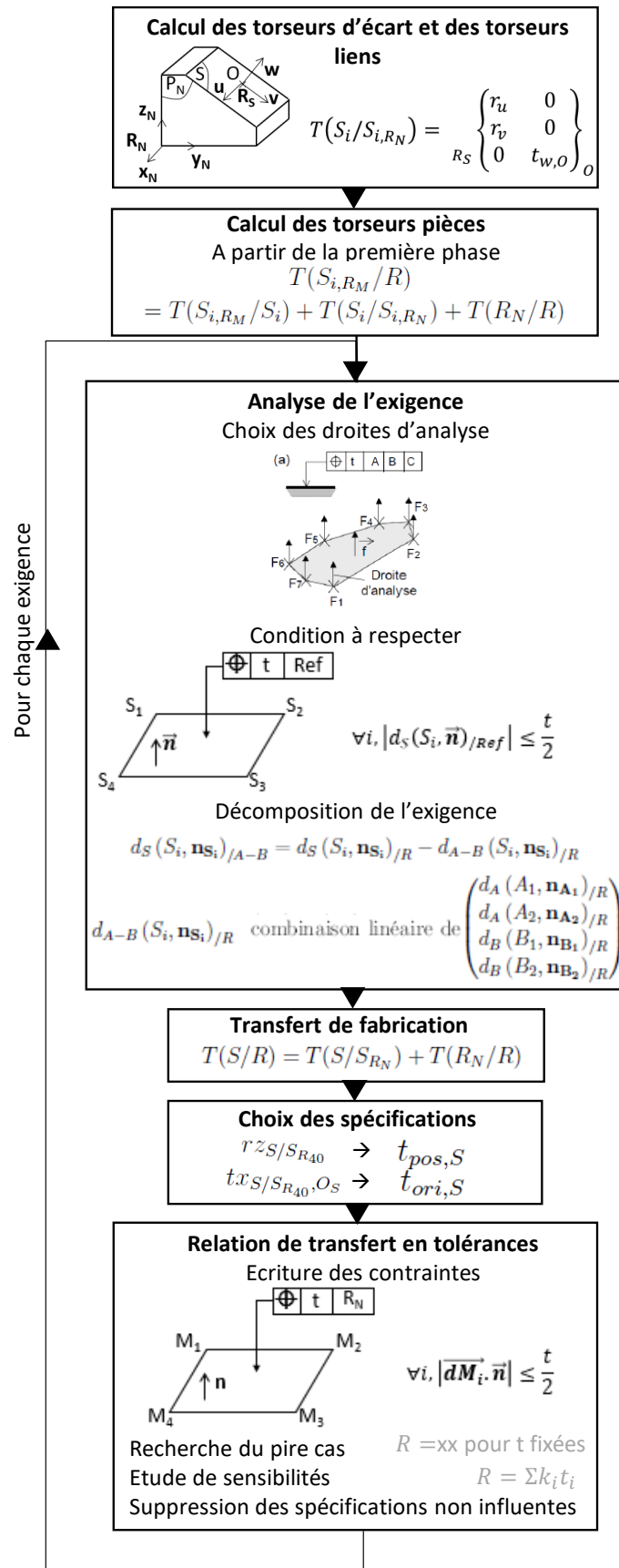


FIGURE 1.28 – Définition du principe PITOL appliqué à la méthode des indéterminées [161]

1.6.6 Le contrôle en continuité numérique

Le processus de métrologie industrielle de Safran Aircraft Engines pour la mesure des spécifications est principalement basé sur l'utilisation de MMT (Machine à Mesurer Tridimensionnelle) et d'instruments de mesure sans contact. La programmation et l'analyse des données de mesure est réalisée avec des logiciels industriels, comme Calypso de ZEISS. Pour ces travaux de thèse, j'ai exploité le logiciel Calypso 2020 de ZEISS lors des mesures MMT.

Le logiciel de métrologie Calypso de ZEISS propose un module PMI permettant la lecture des spécifications du modèle 3D (voir Fig.1.29). Avec ce module, il est possible de créer le programme de contrôle de manière plus ou moins automatique, à partir d'un modèle 3D tolérancé. Pour cela, il est important de tolérancer le modèle 3D en sémantique dans l'atelier FT&A.

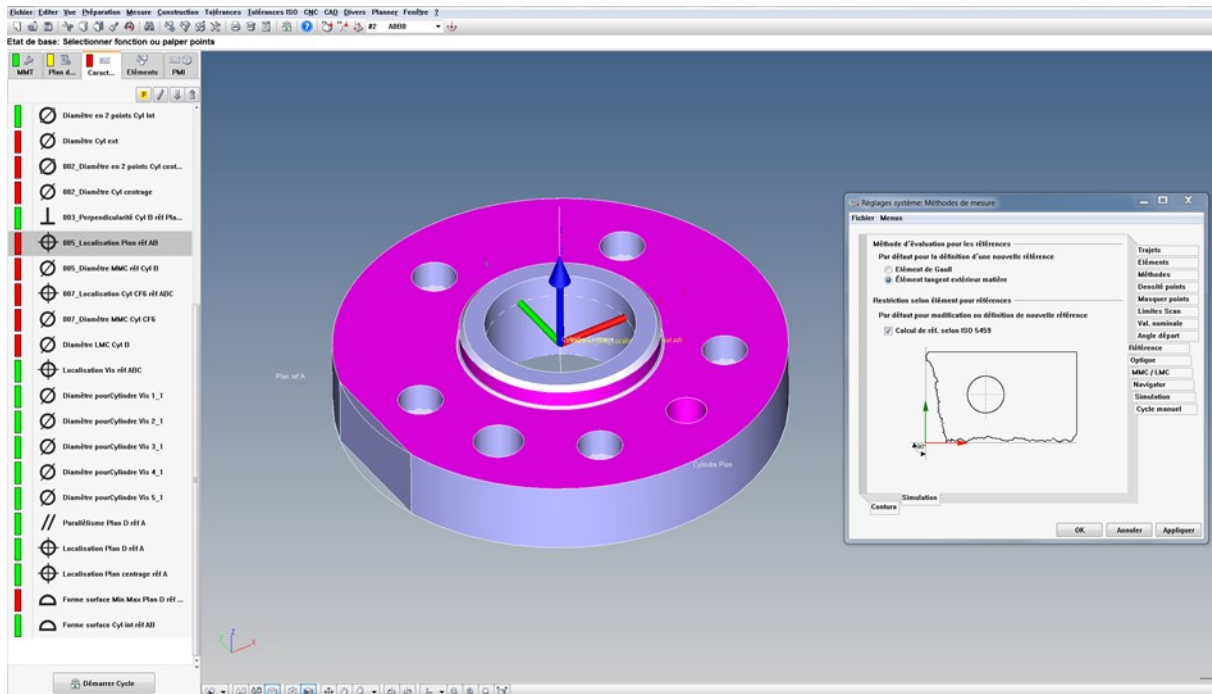


FIGURE 1.29 – Lecture du tolérancement 3D avec Calypso - ZEISS

1.6.7 Les données du tolérancement

La continuité numérique est un enjeu primordial pour Safran Aircraft Engines. Plusieurs projets à Safran Aircraft Engines se sont intéressés à la continuité numérique pour faire vivre la donnée et conserver le lien avec les étapes du cycle en V (voir Fig.1.1). Par exemple, l'outil Sigma est une base de données permettant la collecte et l'exploitation des données de mesures. Dans cette base, il est aussi possible de réaliser le suivi de production avec des outils issus du domaine de la MSP. Avec l'évolution des outils et des méthodes de travail, de grandes quantités de données mesurées sont importées dans les bases de données. Dans un contexte de continuité numérique, l'analyse de ces données doit permettre d'augmenter la performance des produits de Safran Aircraft Engines.

1.7 Conclusion : positionnement des travaux de thèse

Pour commencer, ce premier chapitre expose le contexte de mes travaux de thèse par rapport aux méthodes et outils de Safran Aircraft Engines. L'objectif est de développer des méthodes d'exploitation des données de production pour améliorer l'industrialisation d'un produit ou d'une pièce. Pour cela, Safran Aircraft Engines souhaite en premier lieu développer une méthode d'optimisation des tolérances basée sur l'expérience BM et sur les données de production. De plus, afin de guider les projets d'amélioration des exigences du produit, Safran Aircraft Engines souhaite en second lieu utiliser des méthodes d'analyse de données pour l'identification des grandeurs géométriques influentes.

Pour situer ces problématiques industrielles dans un contexte scientifique, un état de l'art des méthodes de tolérancement des produits et des composants est présenté. Dans l'état de l'art, la synthèse des spécifications est souvent présentée comme une étape difficile par les industriels. En effet, peu de méthodes existent et beaucoup reposent sur l'expérience du concepteur pour le choix des spécifications. Chez Safran Aircraft Engines, l'application de la méthode CLIC permet d'assister les concepteurs étape par étape. L'analyse des tolérances est plus fournie en travaux de recherche, notamment les méthodes 3D. Cependant, les industriels utilisent souvent des méthodes 1D et 2D, bien qu'ils se tournent de plus en plus vers des outils CAT pour l'analyse 3D de tolérances. Safran Aircraft Engines fait des tests avec l'outil Anatole 3D pour l'analyse des tolérances de systèmes complexes. Concernant le tolérancement de fabrication, il existe peu de méthodes 3D dans la littérature scientifique. Chez Safran Aircraft Engines, l'outil TransTol3D permet l'automatisation du transfert de fabrication 3D via les torseurs de petits déplacements. Dans cet état de l'art, la plupart des méthodes de tolérancement reposent sur des hypothèses fortes : écarts de forme négligeables, pièces infiniment rigides et pas de contraintes locales dans les assemblages.

Premier axe de recherche

Concernant la synthèse des tolérances, de nombreuses méthodes statistiques existent, dont un résumé est présenté dans ce chapitre. Ces méthodes reposent principalement sur des répartitions du type RSS avec différentes hypothèses sur le comportement statistique des maillons de la chaîne de cotes. De plus, des critères de faisabilité existent dans la littérature afin de rendre compte de la complexité d'obtention d'une spécification. Chez Safran Aircraft Engines, le critère de faisabilité est souvent une tolérance économique issue de l'expérience du BM. Cependant, le choix des valeurs de tolérance économique n'est pas toujours réaliste dans la pratique. Dans ces travaux, la répartition finale des tolérances est réalisée à partir des données de production. Pour cela, le critère de faisabilité est issu des capacités (la formule est homogène à une tolérance économique). L'objectif est de réaliser la synthèse des tolérances au plus proche du réel fabriqué.

Le premier axe de recherche porte donc sur l'optimisation des tolérances à partir des capacités représentant la faisabilité d'une spécification. Ce premier axe de recherche des travaux de thèse propose de répondre aux deux premiers objectifs de la section 1.3. Le premier challenge est la proposition d'une méthode d'optimisation des tolérances. Pour cela, une étude de cas sur des pièces Safran Aircraft Engines est proposée dans le chapitre 2. L'objectif est d'apporter une méthodologie d'optimisation des tolérances basée sur des critères de capacité. Le deuxième challenge porte sur la définition d'une méthode robuste pour le calcul des capacités. Une partie des travaux de thèse est consacrée au calcul de capacité à travers un état de l'art.

Deuxième axe de recherche

Chez Safran Aircraft Engines, les hypothèses des modèles de chaînes de cotes (identifiées à la section 1.4.4.7) sont réalisées lors des étapes de conception et de tolérancement par les équipes du BE. À ce moment, l'industrialisation des pièces n'est pas encore commencée et peu de données sont disponibles. Le tolérancement est donc une simulation du comportement futur du produit. Cependant, sur des cas industriels, ces hypothèses ne sont pas toujours vérifiées. En effet, avec l'évolution des technologies, de nombreuses pièces aéronautiques sont en matériau composite ou en alliage plus souple. De plus, la complexité des géométries s'est accrue pour répondre aux besoins fonctionnels. Aujourd'hui, les composants dits "rigides" sont de moins en moins nombreux, et les écarts de forme s'en trouvent souvent amplifiés.

Classiquement, les modèles de chaîne de cotes permettent de garantir que le respect des spécifications BE et BM assure la conformité du produit fini à travers les CFGs. Aujourd'hui, la métrologie 3D et l'industrialisation en continuité numérique permettent d'avoir accès à un très grand nombre de données de production. À partir de ces données, il est possible de s'assurer que les spécifications BE sont bien les grandeurs influant sur une CFG. De même, il est possible d'améliorer le processus d'industrialisation d'un produit en s'appuyant sur l'analyse des données, même si les hypothèses des modèles de chaîne de cotes ne sont pas vérifiées.

Le deuxième axe de recherche est donc l'identification des grandeurs influant sur la qualité géométrique du produit fini. Pour travailler sur cet axe, il faut avoir à disposition une production de pièces où toutes les informations sont disponibles (choix des outils, durée de vie des outils, réglages outils, réglages machines, choix des machines de fabrication et de mesures, date et gestion des lots de production ...). Il a été choisi de réaliser une étude préliminaire sur une série d'assemblages industrialisés avec les moyens de fabrication et de mesure du LURPA.

Conclusion

Safran Aircraft Engines souhaite exploiter les données de production disponibles pour optimiser la répartition des tolérances, les méthodes de chaîne de cotes, le contrôle et le suivi de production. Pour cela, Safran Aircraft Engines dispose de méthodes et d'outils de tolérancement, dans un contexte de continuité numérique dans les usines. Ces méthodes sont présentées dans la section 1.6. Afin d'être cohérents avec les objectifs industriels de Safran Aircraft Engines, mes travaux de thèse ont été réalisés dans un contexte de continuité numérique, avec les outils de l'entreprise.

Afin de répondre aux besoins de Safran Aircraft Engines, deux axes de recherche ont été identifiés pour ces travaux de thèse :

- Le premier axe de recherche porte sur l'optimisation des tolérances à partir de capacités représentant la faisabilité d'une spécification ;
- Le deuxième axe de recherche porte sur l'identification des grandeurs influant sur la qualité géométrique du produit fini.

Le prochain chapitre propose une méthodologie pour l'optimisation des tolérances à partir de Process Capability Indexes. Le choix du critère de capacité est argumenté par le contexte industriel et une analyse de l'état de l'art dans ce domaine. Enfin, des résultats sont proposés sur un cas industriel de Safran Aircraft Engines.

Sélection d'un critère de faisabilité pour l'optimisation des tolérances

Sommaire

2.1	Introduction	52
2.2	Optimisation des tolérances à partir des données de production et identification des difficultés	53
2.2.1	Préambule	53
2.2.2	Un processus d'optimisation évolutif pour l'industrialisation	53
2.2.3	Application sur un cas d'étude industriel	55
2.2.3.1	Définition du cas d'étude	55
2.2.3.2	Optimisation avec des tolérances économiques	57
2.2.3.3	Optimisation avec la capabilité C_p	59
2.2.4	Conclusions sur la méthode d'optimisation	60
2.2.4.1	Synthèse du processus proposé	60
2.2.4.2	Limitations de l'optimisation	61
2.2.4.3	La non normalité des données	62
2.2.4.4	Contexte industriel autour du calcul de capabilité	63
2.3	État de l'art international sur les capabilités	64
2.3.1	Préambule	64
2.3.2	Les PCIs normales	64
2.3.2.1	Hypothèse de la loi normale et notations	64
2.3.2.2	Les capabilités : C_p et C_{pk}	65
2.3.2.3	Les indices C_{pm} , C_{pmk} et C_{pmc}	65
2.3.2.4	Généralisation des PCIs pour lois normales : $C_p(u,v)$	67
2.3.2.5	Synthèse des PCIs pour distribution normale	68
2.3.3	Propositions de la norme ISO 22514	68
2.3.4	Les PCIs non normales	71
2.3.4.1	Méthode de Clements : $C_p(Clements)$ et $C_{pk}(Clements)$	71

2.3.4.2	Autres définitions du C_{pk}	72
2.3.4.3	Comparaison des formules de C_{pk}	72
2.3.4.4	Les indices S_{pk} et S_{pmk}	73
2.3.4.5	Les indices C_p et C_{pk} par rapport à $\mathcal{N}(0,1)$	74
2.3.4.6	Synthèse des PCIs pour distributions non normales	74
2.3.5	Méthodes d'ajustement de la distribution	75
2.3.5.1	Les types d'ajustements	75
2.3.5.2	Les méthodes paramétriques	75
2.3.5.3	Les méthodes non-paramétriques	76
2.3.5.4	Les méthodes de transformation des données	77
2.3.5.5	Les méthodes bayésiennes	77
2.3.5.6	Synthèse des ajustements de distribution	77
2.3.6	Retours sur l'état de l'art du calcul de capacité	78
2.4	Le projet Safran de calcul de capacité	80
2.4.1	Contexte du projet	80
2.4.2	Mélange de t-distributions vs le KDE	81
2.4.3	Estimation des paramètres des t-distributions	82
2.4.4	Choix d'optimisation dans l'outil	83
2.4.5	Tests sur des données simulées	85
2.4.6	Tests sur des données industrielles	87
2.4.6.1	Cas d'une spécification dimensionnelle	87
2.4.6.2	Cas d'une spécification géométrique	89
2.4.7	Présentation de l'outil Excel hors ligne	91
2.4.8	Conclusion	93
2.5	L'optimisation des tolérances avec $C_{pk}(\text{Sigma})$	94
2.5.1	Le nouveau critère de faisabilité	94
2.5.2	Optimisation sur le cas d'étude	94
2.5.3	Perspectives industrielles	96
2.6	Conclusion	96

2.1 Introduction

Ce deuxième chapitre propose une étude des critères de faisabilité exploitables pour l'optimisation des tolérances. Tout d'abord, un processus d'optimisation évolutif pour l'industrialisation est présenté en s'appuyant sur le contexte de Safran Aircraft Engines. Pour illustrer les travaux, une étude de cas industriel est utilisée avec des données de Safran Aircraft Engines. Dans un premier temps, l'optimisation des tolérances est basée sur un critère de faisabilité simple, exploitant les dispersions de fabrication. La dispersion de fabrication d'une population est liée à la capacité C_p . Plusieurs difficultés sont identifiées avec l'utilisation de ce critère de faisabilité pour optimiser les tolérances.

Dans un second temps, des indices de capabilité robustes sont recherchés pour l'optimisation des tolérances. À travers l'état de l'art des méthodes de calculs des PCIs, j'ai identifié les méthodes les plus appropriées au contexte et aux besoins de Safran Aircraft Engines. À partir du choix d'une méthode de calcul de PCI, il est possible de calculer les capabilités de chaque maillon. Enfin, les capabilités issues des données de production sont exploitées comme critère de faisabilité pour optimiser les tolérances du cas d'étude Safran Aircraft Engines.

2.2 Optimisation des tolérances à partir des données de production et identification des difficultés

2.2.1 Préambule

Cette section propose la définition du processus d'optimisation des tolérances à partir des données de production, en fonction de l'état d'avancement de l'industrialisation chez Safran Aircraft Engines. Pour une première optimisation, la dispersion de fabrication calculée sur les données de production est utilisée comme critère de faisabilité. Cette méthode d'optimisation est appliquée sur un cas d'étude industriel de Safran Aircraft Engines, avec des données de production de l'ordre de 70 pièces. Suite à l'optimisation des tolérances avec ce critère de faisabilité sur le cas d'étude, les limitations et les difficultés rencontrées sont discutées. Finalement, cette section préconise de rechercher un nouveau critère de faisabilité.

2.2.2 Un processus d'optimisation évolutif pour l'industrialisation

L'un des objectifs de Safran Aircraft Engines est l'intégration d'une méthode itérative d'optimisation des tolérances en fonction de l'état d'avancement du projet d'industrialisation. Autrement dit, les tolérances des spécifications de fabrication évoluent au cours de l'industrialisation. Il existe plusieurs manières d'optimiser les tolérances de fabrication en fonction de l'avancement de l'industrialisation. Trois étapes de l'industrialisation ont été retenues pour la thèse :

- **L'étape d'avant-projet**, où le BM compare les différentes gammes de fabrication qui leur permettraient d'obtenir la pièce et de respecter les spécifications du BE. Une fois la gamme préliminaire choisie (ordre des phases, surfaces fabriquées et les mises en position), un premier transfert de fabrication est réalisé ;
- **L'étape de projet** où le BM valide le choix de la gamme de fabrication, les moyens de production et le transfert de fabrication. À cette étape, la synthèse des tolérances de fabrication est réalisée uniformément ou en tenant compte des retours d'expériences des anciennes productions. Ce retour d'expérience est "traduit" chez Safran Aircraft Engines en tolérances économiques. Si le BM n'a pas la possibilité de fournir des tolérances économiques, des valeurs par défaut sont utilisées en fonction de la spécification ;
- **L'étape de production**, où, une fois une pré-série de pièces produite, le BM peut calculer des capabilités pour chaque spécification de fabrication et les exploiter pour ré-optimiser les tolérances de fabrication.

La méthode d'optimisation avec un critère de faisabilité s'appuyant sur des tolérances économiques implémentée dans TransTol3D est proposée à la Fig.2.1. Dans cet exemple, les tolérances

BE désignent les tolérances fonctionnelles et les tolérances BM désignent les tolérances de fabrication. Le but de cet algorithme d'optimisation est de maximiser la plus petite capacité.

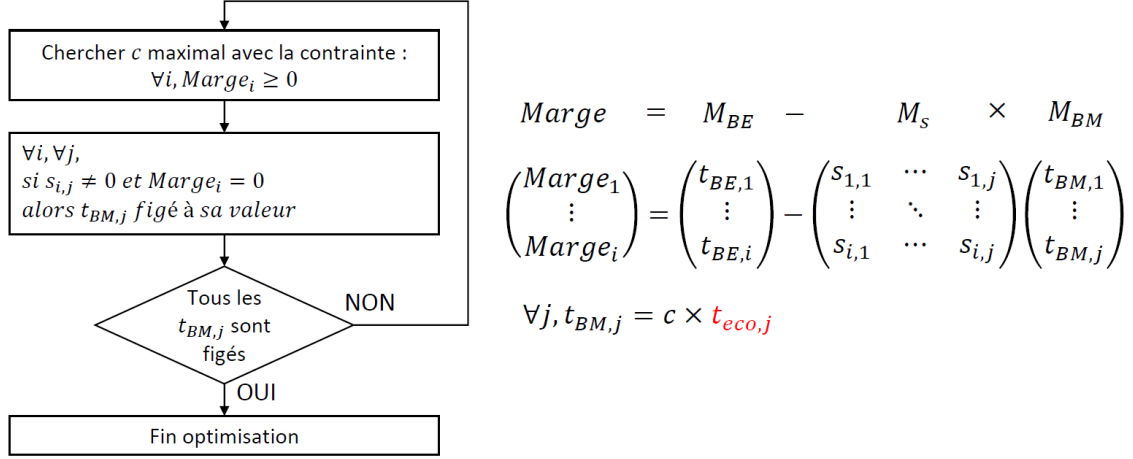


FIGURE 2.1 – Optimisation iso-capabilité basée sur les tolérances économiques [161]

Aujourd'hui, chez Safran Aircraft Engines la synthèse des tolérances s'arrête après **l'étape d'avant-projet**, c'est-à-dire que l'optimisation est réalisée avec des tolérances économiques basées sur le savoir-faire des équipes du BM. Je propose d'optimiser les tolérances avec l'algorithme de la Fig.2.1, à partir de critères de faisabilité issus des capacités calculées sur une pré-série de pièces lors de la **phase de production**. Ainsi, il est possible de conserver les méthodes actuelles de Safran Aircraft Engines en début de projet, puis d'utiliser les données de production une fois que suffisamment de pièces ont été produites.

L'utilisation des capacités dans les travaux de thèse rapproche le domaine de la MSP du domaine du tolérancement. Historiquement, le suivi de production et le management de la qualité (voir section 1.2.4) ont pour objectif d'assurer la performance du processus industriel. Afin de juger de la performance d'un processus, il est nécessaire de définir des indicateurs et le niveau attendu pour ces indicateurs. Il existe dans la littérature scientifique et industrielle de nombreux PCIs (Process Capability Index), dont les plus utilisés sont :

- C_p et C_{pk} qui représentent la capacité du processus de fabrication sur le "court terme", par exemple pour la production d'un lot de pièces sur une même machine ;
- P_p et P_{pk} qui représentent la capacité du processus de fabrication sur le "long terme", en prenant en compte par exemple plusieurs lots d'une même pièce produits sur plusieurs machines par plusieurs opérateurs.

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} \quad (2.1)$$

$$C_{pk} = Minimum \left\{ \frac{\mu - LSL}{3\sigma}; \frac{USL - \mu}{3\sigma} \right\} \quad (2.2)$$

Avec σ l'écart-type, μ la moyenne estimée à partir des mesures, et LSL et USL respectivement les limites de spécification inférieure et supérieure. Les équations (2.1) et (2.2) sont aussi valables pour les capacités P_p et P_{pk} dans le cas de données "long terme".

L'hypothèse des formules (2.1) et (2.2) est l'adéquation de la distribution du jeu de données à une distribution normale. Kane [108] propose une synthèse des PCIs classiques et des hypothèses autour de ces indices. Dans la littérature scientifique, il existe de nombreux indices de capabilité pour les jeux de données dont la distribution est normale et non normale. L'annexe A section 5.1 rappelle les bases statistiques concernant les calculs de PCIs et le suivi de production. Les notions de statistiques descriptives, de distributions, de cartes de contrôle et de tests de normalité sont aussi abordées.

Pour l'optimisation des tolérances à partir de critères de faisabilités, une première approche est présentée à partir des capabilités C_p . La capabilité C_p est liée à la dispersion de fabrication (6σ) des maillons, telle que $C_p = \frac{IT}{6\sigma}$. La tolérance économique correspond à l'intervalle de tolérance permettant d'obtenir une capabilité $C_p = 1$. Dans ce cas, les tolérances économiques de la Fig.2.1 correspondent aux dispersions de fabrication.

2.2.3 Application sur un cas d'étude industriel

2.2.3.1 Définition du cas d'étude

L'objectif du cas d'étude est d'optimiser des tolérances sur la base des données de production disponibles. Pour cela, des données industrielles de Safran Aircraft Engines sont utilisées. La pièce à l'étude (voir la Fig.2.2) est un secteur du DBP1 (Distributeur Basse Pression étage 1) du moteur Silvercrest de Safran Aircraft Engines.

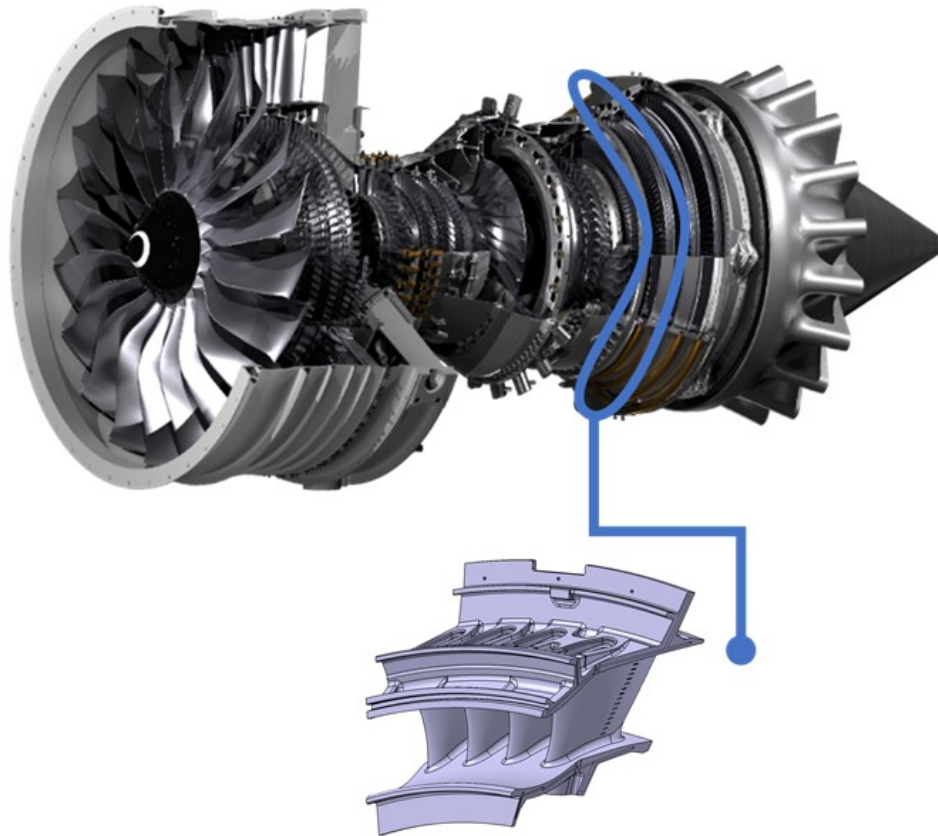


FIGURE 2.2 – Secteur du distributeur basse pression étage 1 - Silvercrest

Pour cette étude de cas, j'ai utilisé les données du modèle 3D tolérancé de la pièce finie, les instructions de travail des phases (documents de la gamme de Safran Aircraft Engines) et les MIF en 3D avec leur référentiel. À partir de ces données, il est possible de réaliser le transfert de fabrication en 3D avec l'application TransTol3D [161] (voir section 1.6.5). Pour cette étude, les données de mesures de 74 pièces sont disponibles. Les mesures concernent les spécifications BE de la définition et les spécifications BM des MIF.

La première étape du travail est la réalisation du transfert de fabrication avec TransTol3D. Afin d'alléger le temps de calcul de TransTol3D, un modèle simplifié est utilisé. La simplification du modèle 3D tolérancé correspond à une sélection des spécifications BE influentes sur une direction d'analyse (voir la Fig.2.3).

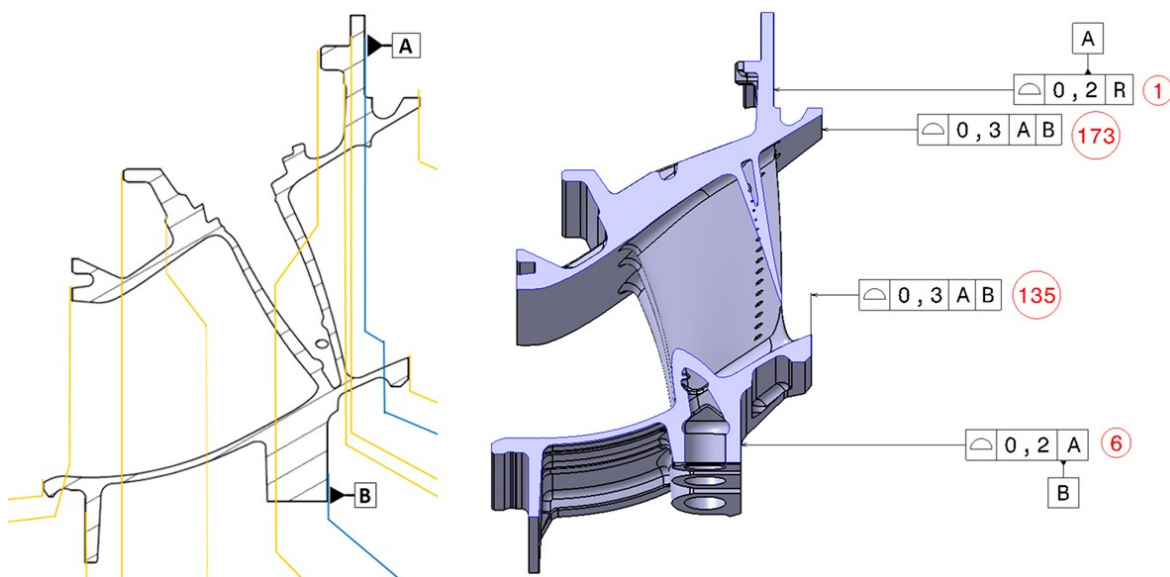


FIGURE 2.3 – Étude du secteur DBP1 sur une direction d'analyse

Pour réaliser le transfert de fabrication avec TransTol3D, les systèmes de référence des MIF sont tolérancés dans FT&A. Pour cela, la pièce brute (correspondant à la phase 00) est nécessaire pour réaliser le transfert de fabrication. Pour des questions de confidentialité, seules les phases 00 et 10 sont présentées pour cette étude de cas. On note qu'avec la simplification de la Fig.2.3, le transfert de fabrication obtenu est différent de la maquette numérique de Safran Aircraft Engines. De plus, les valeurs des mesures et les IT sont multipliés par une constante, afin de garantir la confidentialité des données de Safran Aircraft Engines.

À partir de cette modélisation, il est possible de réaliser le transfert de fabrication des spécifications. Sur les Fig.2.4 et Fig.2.5, le résultat du transfert de fabrication avec TransTol3D est présenté. À cette étape du transfert, seule la synthèse des spécifications est réalisée, ainsi que la spécification des valeurs de tolérances (valeurs par défaut en fonction du type de spécification).

L'étape suivante est l'analyse des tolérances pour obtenir les équations des chaînes de cotes. Cette étape est réalisée de manière automatique dans l'application TransTol3D (voir section 1.6.5). Par la suite, la synthèse des tolérances doit être réalisée. Pour cela, il est nécessaire de définir des tolérances économiques pour toutes les spécifications de fabrication influentes. Dans

le cas où il n'est pas possible de définir des tolérances économiques lors de l'étape de projet (voir section 2.2.2), il est possible de conserver les valeurs par défaut des tolérances. Après l'étape de production, il est possible de réaliser de nouveau la synthèse des tolérances, en exploitant les données de production à travers un critère de faisabilité.

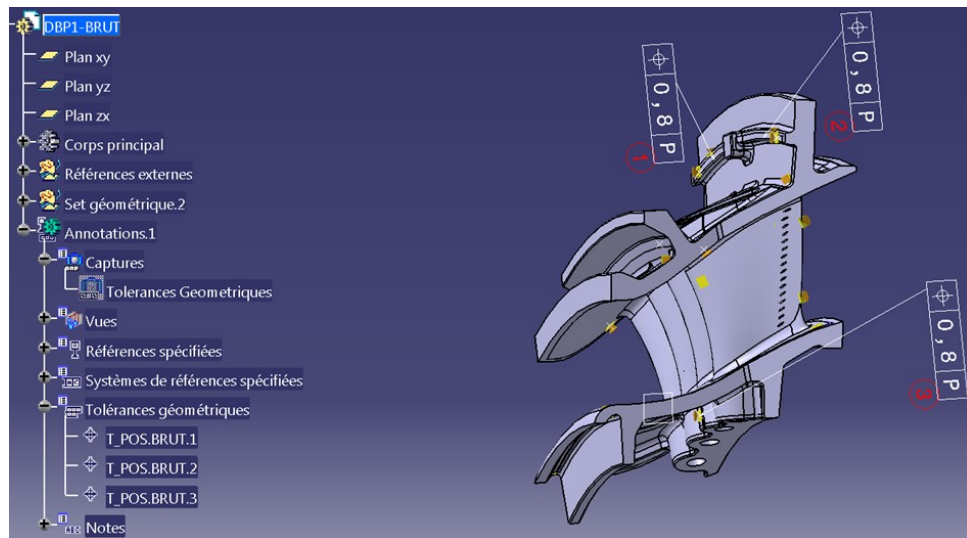


FIGURE 2.4 – Étude du secteur DBP1 phase 00 sur une direction d'analyse

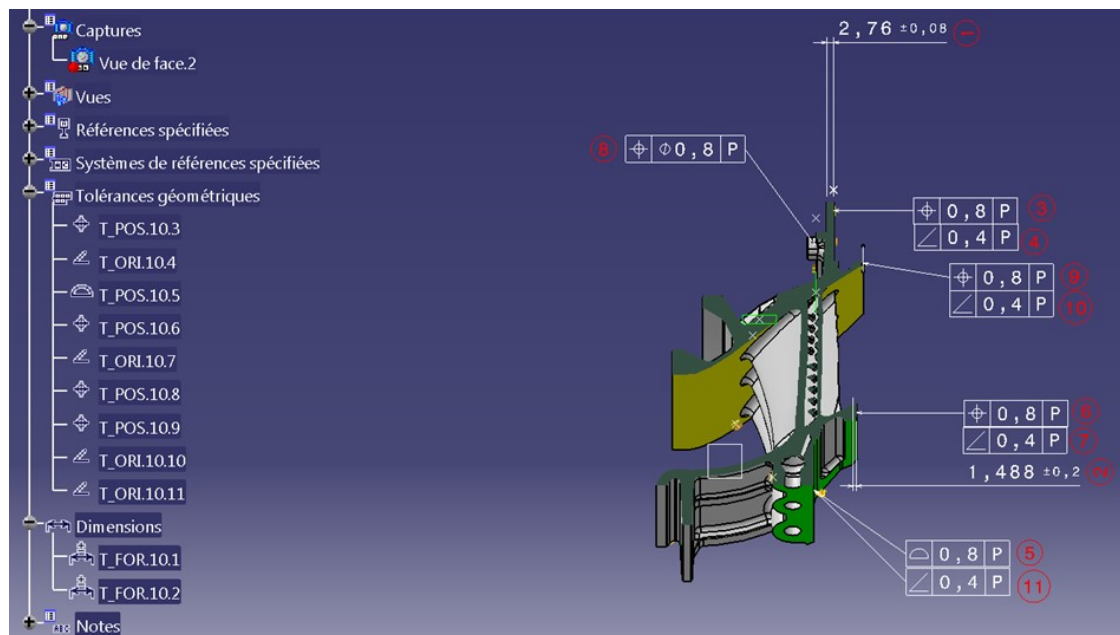


FIGURE 2.5 – Étude du secteur DBP1 phase 10 sur une direction d'analyse

2.2.3.2 Optimisation avec des tolérances économiques

La première étape de l'optimisation des tolérances est la définition des tolérances économiques pour tous les maillons des chaînes de cotes de fabrication. Sur la Fig.2.6, l'outil d'optimisation est présenté pour le secteur DBP1. Il est important de comprendre que les valeurs de tolérances économiques choisies par le BM n'ont pas vocation à valider les chaînes de cotes. Elles

permettent de hiérarchiser la faisabilité des spécifications entre elles lors de la répartition des tolérances. Le choix de la tolérance économique par le BM peut être une hypothèse par rapport à une production similaire ou être issu d'une table de valeurs en fonction de l'industrialisation.

Pour le secteur DBP1, les tolérances économiques de la Fig.2.6 ont été choisies arbitrairement en fonction du type de spécification pour des raisons de confidentialité des données de Safran Aircraft Engines. Les analyses réalisées sur ce cas d'étude prennent en compte ce choix "arbitraire" des valeurs de tolérances économiques.

		POS.BRUT.1	POS.BRUT.2	POS.BRUT.3	ORI.10.10	ORI.10.11	ORI.10.4	ORI.10.7	POS.10.3	POS.10.5	POS.10.6	POS.10.8	POS.10.9			
Conditions fonctionnelles	Tol BE	0.057	0.057	0.057	100	0.019	0.019	100	0.039	0.010	0.263	100	0.257	SOMME	MARGE	WC TransTol3D
t_BE_1_1_10(maxi)	0.10	0.10	1.21	0.11					0.50					0.10	0.000	1.529
t_BE_1_1_12(maxi)	0.10	0.95	0.07	0.12					0.50					0.08	0.016	1.307
t_BE_135_1_8(maxi)	0.15								0.26		0.50			0.14	0.009	0.611
t_BE_135_1_10(maxi)	0.15								0.48		0.50			0.15	0.000	0.786
t_BE_173_1_1(maxi)	0.15								0.40				0.50	0.14	0.006	0.719
t_BE_173_1_12(maxi)	0.15								0.56				0.50	0.15	0.000	0.849
t_BE_6_1_5(maxi)	0.10					1.28	2.66		0.50	0.50				0.10	0.000	2.377
t_BE_6_1_14(maxi)	0.10					1.12	1.19		0.50	0.50				0.07	0.031	1.721
	Tol éco	0.40	0.40	0.40	0.20	0.20	0.20	0.20	0.40	0.10	0.40	0.40	0.40			

FIGURE 2.6 – Optimisation avec des tolérances économiques

À partir de l'optimisation des tolérances dans TransTol3D, le résultat peut être exporté dans une feuille Excel à la Fig.2.6. Finalement, TransTol3D aboutit aux MIF tolérancés de la Fig.2.7.

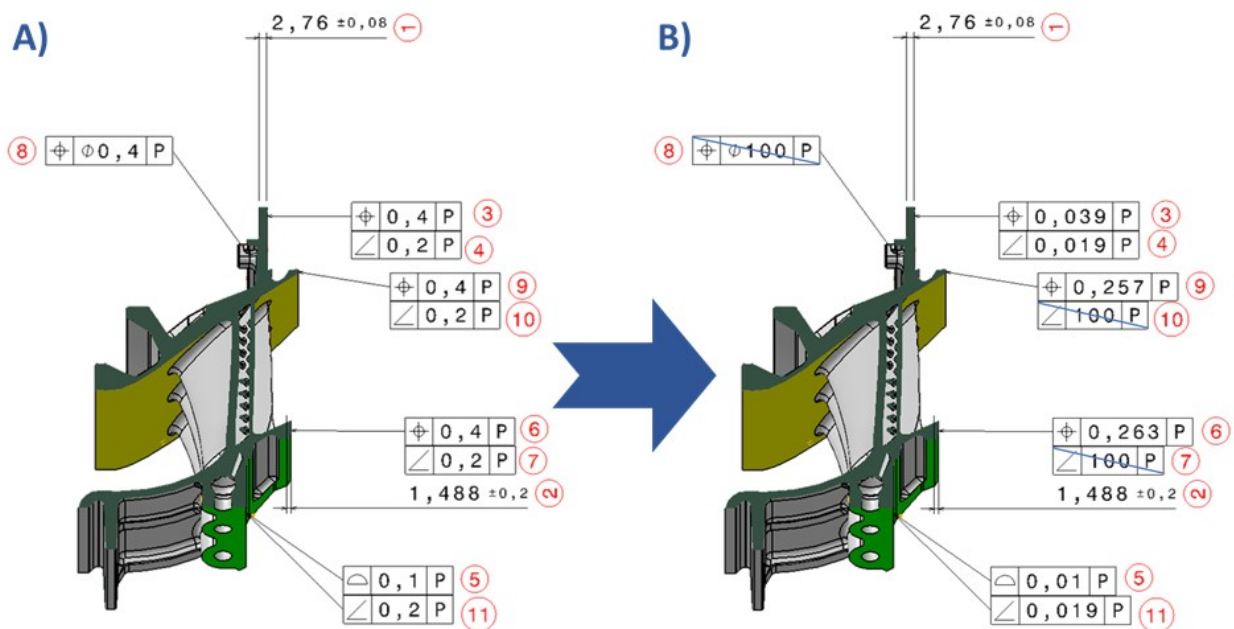


FIGURE 2.7 – Optimisation du secteur DBP1. A) modèle avec les tolérances économiques, B) modèle avec le résultat de l'optimisation des tolérances

On note sur les Fig.2.6 et Fig.2.7, que certaines spécifications aboutissent à un $IT = 100$ lors du transfert. Cela veut dire qu'au "pire cas", la spécification n'est pas influente sur les chaînes de cotes. Elle peut alors être supprimée des MIF car elle n'impacte pas les résultats finaux.

2.2.3.3 Optimisation avec la capabilité C_p

À partir de l'optimisation des tolérances de fabrication de la Fig.2.7, le BM peut réaliser une première série de pièces lors de l'étape de production. Puis, après la mesure des spécifications, il est possible d'exploiter les données de production pour calculer des capabilités. Pour ce cas d'étude, j'ai d'abord utilisé la capabilité C_p de l'équation 2.1.

Sous l'hypothèse de loi normale centrée avec $C_p = 1$, on peut écrire que $IT = 6\hat{\sigma}$ pour une optimisation iso-capabilité (voir section 2.2.2). On note que $\hat{\sigma}$ correspond à l'écart-type **estimé** sur les données de production (voir annexe A section 5.1.1). On peut alors ré-optimiser les tolérances avec l'algorithme de la Fig.2.1, en remplaçant pour chaque maillon $t_{eco,j}$ par $6\hat{\sigma}_j$. La synthèse des tolérances avec ces critères de faisabilité est présentée à la Fig.2.8. À partir de l'optimisation des tolérances de la Fig.2.8, on obtient les MIF tolérancés de la Fig.2.9.

		POS.BRUT.1	POS.BRUT.2	POS.BRUT.3	ORI.10.11	ORI.10.4	POS.10.3	POS.10.5	POS.10.6	POS.10.9			
Conditions fonctionnelles	Tol BE	0.062	0.062	0.062	0.028	0.014	0.024	0.030	0.277	0.273	SOMME	MARGE	WC TransTol3D
t_BE_1_1_10(maxi)	0.10	0.10	1.21	0.11			0.50				0.10	0.000	1.529
t_BE_1_1_12(maxi)	0.10	0.95	0.07	0.12			0.50				0.08	0.017	1.307
t_BE_135_1_8(maxi)	0.15						0.26		0.50		0.14	0.006	0.611
t_BE_135_1_10(maxi)	0.15						0.48		0.50		0.15	0.000	0.786
t_BE_173_1_1(maxi)	0.15						0.40			0.50	0.15	0.004	0.719
t_BE_173_1_12(maxi)	0.15						0.56			0.50	0.15	0.000	0.849
t_BE_6_1_5(maxi)	0.10				1.28	2.66	0.50	0.50			0.10	0.000	2.377
t_BE_6_1_14(maxi)	0.10				1.12	1.19	0.50	0.50			0.08	0.025	1.721
	Tol éco	0.40	0.40	0.40	0.33	0.17	0.29	0.36	0.35	0.14			
	Tol de fab	0.057	0.057	0.057	0.019	0.019	0.039	0.010	0.263	0.257			
	Sigma	-	-	-	0.0055	0.0028	0.0048	0.0061	0.0058	0.0024			
	Cp	-	-	-	0.59	1.14	1.35	0.27	7.51	18.19			

FIGURE 2.8 – Optimisation avec les dispersions de fabrication

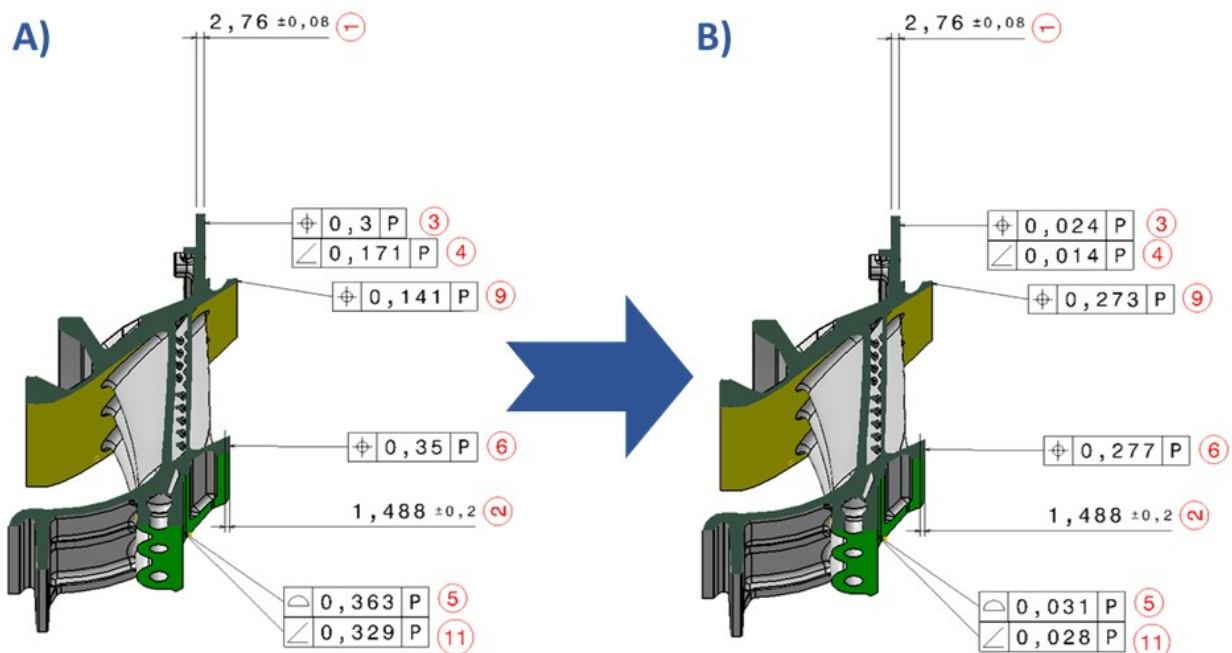


FIGURE 2.9 – Re-optimisation du secteur DBP1 A) modèle avec les tolérances économiques issues des dispersions de fabrication, B) modèle avec le résultat de l'optimisation des tolérances

Sur ces mêmes données de production (les 74 pièces de la section 2.2.3.1), il est possible de comparer les capacités obtenues suite aux deux méthodes d'optimisation des tolérances (voir la Fig.2.10). En effet, l'optimisation à partir des dispersions améliore la capacité moyenne de 5%, mais ce n'est pas le critère le plus intéressant. La pire des capacités est plus limitante puisqu'il suffit d'une spécification hors tolérance pour que la pièce soit non conforme. La spécification ayant la plus mauvaise capacité passe de $C_p = 0,275$ à $C_p = 0,840$ entre les deux optimisations. Il est donc intéressant d'optimiser les tolérances par rapport au réel pour améliorer la synthèse des tolérances. De plus, même si la gamme de fabrication n'est pas modifiée, l'optimisation avec les données de production permet que le suivi de production des spécifications de fabrication soit bien représentatif de la qualité future de la pièce.

	ORI.10.11	ORI.10.4	POS.10.3	POS.10.5	POS.10.6	POS.10.9
Cp avec t_{eco}	0.59	1.14	1.35	0.27	7.51	18.19
Cp avec 6σ	0.84	0.84	0.84	0.84	7.91	19.34
Gain	45.53%	-24.63%	-38.18%	205.00%	5.23%	6.26%

FIGURE 2.10 – Tableau de comparaison entre l'optimisation avec t_{eco} et avec $6\hat{\sigma}$

On note sur la Fig.2.10, que l'optimisation permet d'obtenir des maillons de même capacité, notamment les spécifications de fabrication 11, 4, 3 et 5. Cependant, certains maillons ne peuvent pas être totalement optimisés car plusieurs chaînes de cotes interagissent entre elles. Pour cette raison, les capacités des maillons 6 et 9 restent plus élevées. De plus, il existe parfois un résidu impossible à répartir sur les maillons (voir la colonne *MARGE* de la Fig.2.8). Après l'optimisation, la "marge" d'une chaîne de cotes de fabrication est un résidu de la tolérance BE, impossible à répartir lors de la synthèse des tolérances de fabrication.

2.2.4 Conclusions sur la méthode d'optimisation

2.2.4.1 Synthèse du processus proposé

Le processus d'optimisation des tolérances proposé dans la thèse est présenté à la Fig.2.11. Je propose de réaliser l'optimisation en deux étapes, en fonction des états de l'industrialisation.



FIGURE 2.11 – Méthodologie d'optimisation des tolérances à partir des données de production, appliquée au tolérancement de fabrication

Dans le cadre d'une nouvelle production, je propose de réaliser une première optimisation avec pour critère de faisabilité, des tolérances économiques issues du savoir-faire du BM. À ce moment, la gamme de fabrication est validée par rapport à la fabricabilité des tolérances. À partir de cette optimisation, la production d'une pré-série est nécessaire pour calculer des PCIs. Ceux-ci servent ensuite de critères de faisabilité, pour optimiser de nouveau les tolérances au plus près de la production réelle. Enfin, la production en série des pièces peut être réalisée. Une condition pour l'application du processus d'optimisation est que le processus de production soit suffisamment stable au cours du temps.

Sur ce cas d'étude, seule la partie transfert de fabrication est étudiée pour l'optimisation des tolérances. Cependant, la méthode de la Fig.2.11 est tout à fait applicable dans le cadre du tolérancement fonctionnel d'un assemblage. Il faut toutefois avoir prévu d'intégrer une boucle rétroactive dans les processus (voir la Fig.1.1). En effet, après les mesures, il faut pouvoir modifier la définition sur la base des observations en production.

2.2.4.2 Limitations de l'optimisation

Sur le secteur DBP1, la méthode d'optimisation avec un critère de faisabilité issu de la capacité C_p a permis une amélioration de la capacité la plus mauvaise de l'ordre de $C_p + 205\%$. Cependant, plusieurs difficultés existent lors de l'optimisation des tolérances avec un critère de faisabilité.

La première étape de la méthode proposée est la définition des valeurs de tolérances économiques. Cette étape est nécessaire afin de pouvoir produire une pré-série de pièces. Pour Safran Aircraft Engines, ces tolérances économiques sont plus ou moins bien capitalisées en fonction des équipes BM. Pour standardiser cette pratique, il est nécessaire de créer une base de données des tolérances économiques afin de guider les utilisateurs.

La méthode proposée implique dans un second temps de calculer des PCIs sur des données de production, dont les deux plus utilisés sont définis dans la section 2.2.2. Sur le cas d'étude, j'ai réalisé une deuxième optimisation avec un critère de faisabilité issu de la capacité C_p . Cependant, ce critère de faisabilité ne prend pas en compte le décentrage des maillons. Le critère C_{pk} permet quant à lui de lier la dispersion et le décentrage de la production. Cependant, l'optimisation à partir du critère C_{pk} n'est pas aussi simple.

De plus, l'utilisation des capacités C_p et C_{pk} est limitée au cas où la distribution des maillons suit une loi normale. Cette première hypothèse est assez limitante, étant donné que Deleryd [68] met en garde sur le respect des hypothèses des PCIs (voir section 1.2.4). En effet, avec l'utilisation des spécifications géométriques, de nombreux maillons ont une distribution non normale. La section suivante propose plusieurs causes de la non normalité des données de production. Plusieurs de ces problématiques sont courantes chez Safran Aircraft Engines

Afin de rendre l'optimisation plus proche du réel, il est nécessaire d'utiliser un PCI adapté aux jeux de données normales et non normales. La sélection d'un critère de faisabilité performant issu des capacités est un verrou scientifique, dont je propose une réponse dans ce chapitre.

2.2.4.3 La non normalité des données

Historiquement, pour des spécifications dimensionnelles ("cotes") mesurées au pied à coulisse, la distribution des données est normale dans la majorité des cas. Avec la définition de besoins plus complexes sur les produits, le tolérancement géométrique s'est imposé dans le monde industriel. Aujourd'hui, chez Safran Aircraft Engines, il n'est pas rare d'avoir des spécifications avec des systèmes de références complexes (par exemple des portions de cylindres et de cônes), des modificateurs sur la spécification, mais aussi des surfaces gauches spécifiées. Dans ce cas, la normalité des données n'est plus observée. Cela pose des problèmes avec les outils classiques de la MSP comme C_p et C_{pk} , qui sont uniquement adaptés aux distributions normales.

La non normalité des données peut provenir de la complexité des grandeurs observées ou du type de spécification mesurée. Par exemple, d'un service de contrôle à un autre, on mesure une localisation comme l'écart au nominal signé, ou deux fois la valeur absolue de l'écart au nominal. De plus, on exploite usuellement le pire des écarts de localisation de chaque pièce. Cependant, en fonction du nombre de points cela impacte grandement la normalité de la donnée. En effet, comme l'a montré Anselmetti [19] sur la Fig.2.12, la variabilité statistique est sensiblement différente en fonction des points de mesure d'une surface usinée. Par exemple, les bords des surfaces présentent généralement une plus forte dispersion. Une étude de cas en annexe B section 5.2 propose de montrer les écarts entre les différentes stratégies de mesure et de calcul de capacité. L'objectif est d'observer une des sources de la non normalité des données : le type de traitement des données de mesure en chaque point.

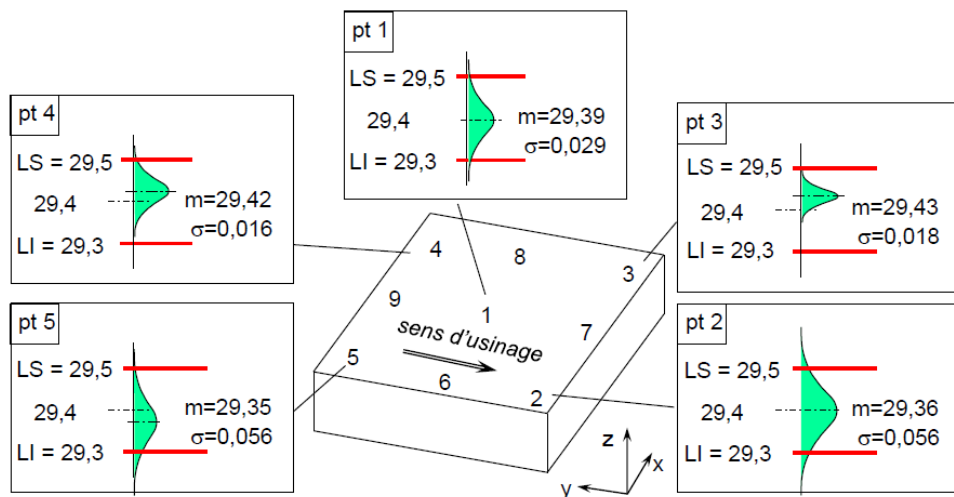


FIGURE 2.12 – Variabilité statistique aux différents points de mesures d'une surface [19]

Il existe plusieurs causes de non normalité des données de mesure des spécifications. Certaines sont inévitables et viennent directement de la grandeur mesurée :

- Le type de spécification : forme, orientation ou position. Dans le cas des spécifications dimensionnelles, les mesures par bi-points suivent souvent une loi normale pour chaque paire de points (voir les normes ISO GPS [102]). Quant au reste des données, la normalité est beaucoup moins courante ;

- Le type de grandeur relevée : par exemple, deux fois la valeur absolue de l'écart au nominal. De plus, la notion de valeur signée est importante notamment lors de la définition du référentiel d'orientation de la mesure. Par exemple, lors de la mesure de l'écart de localisation signé d'un trou il faut définir l'orientation des écarts de position X et Y ;
- La complexité de la grandeur mesurée : le type de surface tolérancée, le système de référence, les modificateurs de la spécification ou les modificateurs du système de référence ;
- Le type de traitement des données de mesures en fonction des points de mesure de la surface. Par exemple, la sélection du pire des écarts ou encore le mélange des données pour chaque pièce.

D'autres causes de la non normalité des données relèvent des erreurs et des biais lors du contrôle ou du traitement des données :

- Le mélange de populations de données par exemple issues de différentes machines de production ou lors d'un changement d'outil. Il est important de bien sélectionner l'échantillon dans le cas du calcul de capabilité "court terme". Pour les calculs "long terme", la normalité est plus souvent mise en cause lors d'une Process Capability Analysis. Dans tous les cas, la non stabilité du processus de fabrication impacte la nature de la distribution des données au travers d'une forte variabilité dans le temps ;
- La non répétabilité des moyens de mesure influence elle aussi la dispersion observée et peut causer des asymétries ;
- Les erreurs humaines de saisie ou de transit de l'information dans les rapports de contrôle vont apporter des points inexplicables voire aberrants, qu'il faut traiter avant les analyses ;
- La présence de points aberrants non détectés lors des analyses ou non explicables avec une analyse 6M. La détection et l'exclusion d'un point aberrant est un sujet qui ne fait pas consensus dans la communauté scientifique ;
- La fiabilité des tests statistiques sur la normalité du jeu de données (voir l'annexe A section 5.1.8).

Certaines causes de non normalité sont explorées à travers une étude de cas dans l'annexe B section 5.2. Aujourd'hui, la non normalité des distributions est inévitable pour les données issues de spécifications géométriques et dimensionnelles. Pour cette raison, il est impératif de proposer une méthode de calcul de capabilité adaptée à tous les types de jeux de données.

2.2.4.4 Contexte industriel autour du calcul de capabilité

Aujourd'hui, Safran Aircraft Engines rencontre de plus en plus de jeux de données à distribution non normale, dont les causes sont détaillées dans la section 2.2.4.3. Il est donc impératif pour l'entreprise de disposer d'un outil de calcul de capabilité performant déployé dans les usines, avec des utilisateurs formés. Pendant ces travaux de thèse, un projet de Safran Aircraft Engines était en cours afin de mettre en place un outil de calcul de capabilité robuste.

Afin de situer cet outil industriel par rapport à la littérature scientifique, j'ai réalisé un état de l'art des méthodes de calcul des PCIs. Chez Safran Aircraft Engines, plusieurs critères de sélection ont été identifiés. La performance de l'outil recherché est un compromis entre la robustesse et le temps de calcul. En effet, si l'utilisateur souhaite effectuer un calcul de capabilité sur l'ensemble des spécifications d'un grand lot de pièces, le résultat doit être obtenu rapidement afin de permettre de nouveaux calculs. Dans l'état de l'art sur les méthodes de calcul de capabilité, les critères de sélection de Safran Aircraft Engines sont utilisés.

2.3 État de l'art international sur les capabilités

2.3.1 Préambule

Cette section présente l'état de l'art scientifique et industriel pour la définition et le calcul de capabilité. Un PCI (Process Capability Index) est un critère de capabilité lié à une formule et des hypothèses d'utilisation. Une PCA (Process Capability Analysis) est une analyse exploitant un ou plusieurs PCIs suite à l'identification de la distribution des données.

Pour cette présentation de l'état de l'art, les PCIs pour les lois normales sont d'abord présentés, car très utilisés par les industriels. Puis les PCIs pour les lois non normales sont définis, notamment les propositions de la norme ISO 22514 : 2014 [8]. Enfin, des méthodes d'ajustement de la distribution appliquées à la PCA sont détaillées.

Dans chaque sous partie de l'état de l'art, des synthèses intermédiaires permettent de comparer les travaux scientifiques par rapport à des critères de notation. Ces critères de notation sont utilisés par Safran Aircraft Engines pour le développement d'un l'outil. Enfin, une synthèse globale est proposée à la fin de l'état de l'art ainsi que des perspectives liées au développement de l'outil de Safran Aircraft Engines. Pour la définition des PCIs, le critère :

- K_1 note la capacité à traiter tous les jeux de données ;
- K_2 note la robustesse ;
- K_3 note la maîtrise de l'indice par les utilisateurs chez Safran Aircraft Engines.

Dans le cas des PCIs non normales, l'ajustement d'une distribution sur les données est aussi à traiter. Pour cela, de nouveaux critères de notation sont utilisés dans les synthèses intermédiaires de l'état de l'art où le critère :

- K_4 note la capacité à bien ajuster toutes les distributions de données ;
- K_5 note la qualité de l'ajustement ;
- K_6 note la capacité à calculer les PCIs facilement.

2.3.2 Les PCIs normales

2.3.2.1 Hypothèse de la loi normale et notations

Tous les indicateurs présentés dans cette partie sont définis suite à l'hypothèse d'adéquation de l'échantillon à la loi normale. Lorsqu'une variable aléatoire X suit une loi normale (ou loi

gaussienne, loi de Gauss ou encore loi de Laplace-Gauss), elle est notée $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. Sa densité de probabilité est définie comme :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right) ; \forall x \in \mathbb{R} \quad (2.3)$$

Avec σ l'écart-type et μ l'espérance.

La fonction de distribution cumulative de la loi normale est définie comme :

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) dt ; \forall x \in \mathbb{R} \quad (2.4)$$

2.3.2.2 Les capabilités : C_p et C_{pk}

Sullivan [185, 186] définit le premier indice de capabilité du processus : C_p . Les travaux le plus souvent cités à propos des PCIs pour distributions normales sont ceux de Kane en 1986 [108]. Il propose notamment la définition des types de PCA, comme les analyses court terme (les indices C_p et C_{pk} des équations (2.1) et (2.2)) et long terme (les indices P_p et P_{pk}). Dans le cadre d'une estimation sur un jeu de données, il faut normalement utiliser les définitions suivantes :

$$\hat{C}_p = \frac{\text{Dispersion acceptable}}{\text{Dispersion observée}} = \frac{USL - LSL}{6S_{n-1}} \quad (2.5)$$

$$\hat{C}_{pk} = \text{Minimum} \{CPL; CPU\} = \text{Minimum} \left\{ \frac{\bar{x} - LSL}{3S_{n-1}}; \frac{USL - \bar{x}}{3S_{n-1}} \right\} \quad (2.6)$$

Avec n la taille de la population, S_{n-1} l'écart-type estimé non biaisé et $\bar{x}$ la moyenne arithmétique estimée (voir annexe A section 5.1.1). De plus, CPL correspond à la capabilité sur l'LSL et CPU correspond à la capabilité sur l'USL. Enfin, la relation entre $\hat{C}_p$ et $\hat{C}_{pk}$ est définie par $\hat{C}_{pk} = (1 - k) \times \hat{C}_p$ avec m le centre de la zone de tolérance et k le décentrage tel que :

$$m = \frac{LSL + USL}{2} \quad ; \quad k = \frac{|m - \bar{x}|}{\frac{USL - LSL}{2}} \quad (2.7)$$

Chez Safran Aircraft Engines, les calculs de capabilité sont souvent réalisés avec les indices P_p et P_{pk} , étant donné que certains jeux de données sont "long terme". En effet, cela est particulièrement vrai pour les faibles productions annuelles, notamment les pièces unitaires du moteur : carter, arbre de turbine, etc. Le P_{pk} peut être vu comme une capabilité globale de la satisfaction du client et le C_{pk} comme l'objectif à atteindre si toutes les machines produisent exactement de la même manière.

2.3.2.3 Les indices C_{pm} , C_{pmk} et C_{pmc}

D'autres PCIs sont basés sur la fonction de perte de Taguchi de l'équation (2.8). Dans le domaine du tolérancement géométrique et dimensionnel, la satisfaction du client est maximale si la surface mesurée est dans les limites de spécification. Dans ce cas, la satisfaction par rapport aux exigences du BE est la même peu importe le comportement entre les bornes. Avec la fonction de perte de Taguchi, la satisfaction est maximale si la production est parfaitement

centrée et la satisfaction est acceptable si la production est sur une limite de spécification. Un exemple de la satisfaction client (par rapport à une notion de perte financière) est proposé sur la Fig.2.13. La fonction de perte de Taguchi (notée L) peut être définie comme :

$$L = K_{\text{coût}}(\hat{\sigma}^2 + (\bar{X} - T)) \quad (2.8)$$

Avec $K_{\text{coût}}$ une constante du coût à calculer et T la cible en production. Dans le cas d'une spécification bi-limite dont la cible est le centre de la zone de tolérance on a $T = m$.

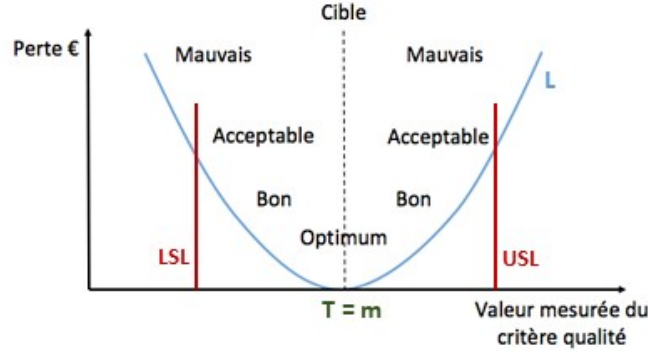


FIGURE 2.13 – Définition de la satisfaction avec la fonction de perte de Taguchi

Hsiang et Taguchi [100] utilisent la fonction de perte de Taguchi pour sanctionner l'aptitude du processus à centrer la population fabriquée. Chan et al. [46] proposent une définition pour C_{pm} , ainsi que le lien avec les capacités C_p et C_{pk} :

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} = \frac{C_p}{\sqrt{1 + 9(C_p - C_{pk})^2}} \quad (2.9)$$

Pearn et al. [141] proposent l'indice C_{pmk} de l'équation (2.10) qui a le même rapport avec C_{pm} que celui de l'indice C_{pk} avec C_p . De même que pour C_{pm} , Pearn et al. [141] définissent la relation entre C_{pmk} et les indices C_p et C_{pk} dans l'équation (2.11).

$$C_{pmk} = \text{Minimum} \left\{ \frac{\mu - LSL}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}; \frac{USL - \mu}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \right\} \quad (2.10)$$

$$C_{pmk} = \frac{C_{pm}C_{pk}}{C_p} = \frac{C_{pk}}{\sqrt{1 + 9(C_p - C_{pk})^2}} \quad (2.11)$$

Jeang [103] propose d'utiliser la capacité C_{pmc} , qui est une version modifiée de la fonction de coût de Taguchi adaptée aux spécifications géométriques :

$$C_{pmc} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{K_{\text{coût}}(\sigma^2 + (\mu - T)^2) + C_M(IT)}} \quad (2.12)$$

Avec $C_M(IT)$ la fonction de coût de la spécification et IT l'intervalle de tolérance de la spécification. De plus, la relation entre l'indice C_{pm} et C_{pmc} est donnée par :

$$C_{pmc} = \frac{C_{pm}}{\sqrt{K_{\text{coût}} + C_{pm}^2 \frac{36C_M(IT)}{(USL - LSL)^2}}} \quad (2.13)$$

Pearn et al. [215], Kotz et al. [111, 110] et Deleryd et al. [70] proposent des comparaisons entre les PCIs liés à la fonction de perte de Taguchi et les indices classiques.

2.3.2.4 Généralisation des PCIs pour lois normales : $C_p(u, v)$

Vännman et Kotz [198, 201, 202, 199] proposent l'indice de capabilité paramétré $C_p(u, v)$:

$$C_p(u, v) = \frac{d - u|\mu - m|}{3\sqrt{\sigma^2 + v(\mu - T)^2}} \quad (2.14)$$

Avec u et v des paramètres réels non négatifs tels que $(u, v) \in [0; -\infty[$, $d = IT/2$ la moitié de l'IT, m le centre de la zone de tolérance et T la cible en fabrication. Ainsi, $C_p(u = 0, v = 0) = C_p$, $C_p(1, 0) = C_{pk}$, $C_p(0, 1) = C_{pm}$ et $C_p(1, 1) = C_{pmk}$.

Gabel [86] propose de tracer des cartes de contrôle du C_{pk} . Pour cela, Boyles [40] définit les graphiques PCP (Process Capability Plot) : (μ, σ) -plot limité par l'exigence $LSL \leq \mu \leq USL$.

Vännman et Deleryd [200, 69] proposent de modifier le (μ, σ) -plot pour le graphique (δ, γ) -plot où $\delta = \frac{\mu - T}{d}$ et $\gamma = \frac{\sigma}{d}$.

Enfin, Deleryd et Vännman [70] proposent une application des (δ, γ) -plot (voir les graphiques de la Fig.2.14) à l'indice de capabilité paramétré :

$$C_p(u, v) = \frac{1 - u|\delta|}{3\sqrt{\gamma^2 + v\delta^2}} \quad ; \quad \delta < 1 \quad (2.15)$$

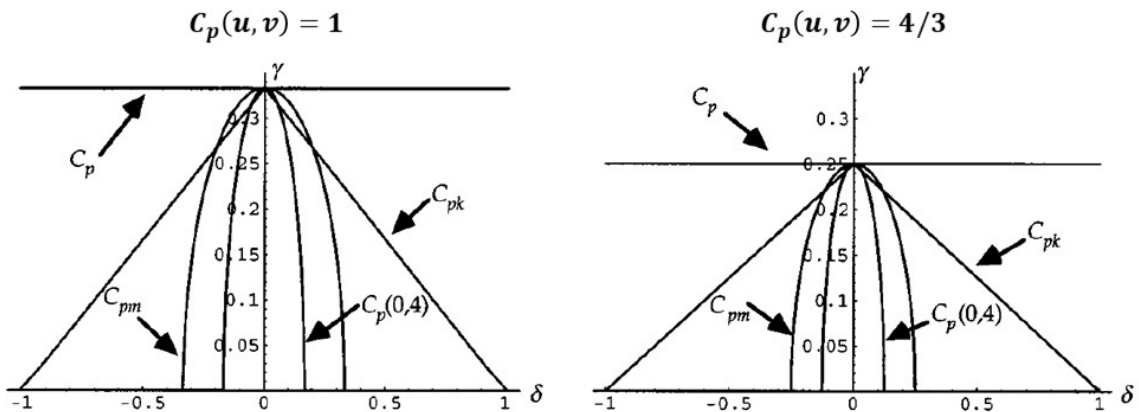


FIGURE 2.14 – Exemple de (δ, γ) -plot appliqué à $C_p(u, v)$ [70]

De nombreux PCIs pour les lois normales ont été proposés pour la fonction de perte de Taguchi. Finalement, une capacité unique paramétrée $C_p(u,v)$ est mise en avant, ainsi que les graphiques Process Capability Plot proposés.

2.3.2.5 Synthèse des PCIs pour distribution normale

Plusieurs indices de capacité adaptés aux distributions normales sont disponibles dans la littérature. Le tableau 2.1 propose une synthèse des méthodes présentées avec les critères de notation $K1$, $K2$ et $K3$ définis dans la section 2.3.1 :

- K_1 note la capacité à traiter tous les jeux de données ;
- K_2 note la robustesse ;
- K_3 note la maîtrise de l'indice par les utilisateurs chez Safran Aircraft Engines.

On note avec le critère $K3$, que les PCIs les mieux maîtrisés sont les plus simples. Sur le critère $K1$, l'utilisation exclusive de distribution normale est critique. Quant à $K2$, la performance des PCIs est bonne tant que la normalité des données est forte.

Indices de capacité du process		K_1	K_2	K_3
Distribution normale	Capabilités C_p et C_{pk} [108, 185]	--	+	++
	Capabilités P_p et P_{pk} [148]	--	+	+
	Capabilités C_{pm} et C_{pmk} [141, 46, 100]	--	++	+
	Capabilités C_{pmc} [103]	--	+	-
	Capabilités $C_p(u,v)$ [198]	--	++	-

TABLE 2.1 – Synthèse des PCIs pour distribution normale

Chez Safran Aircraft Engines, l'utilisation des critères basiques C_p et C_{pk} est majoritaire. De plus, les utilisateurs ne connaissent pas toujours les hypothèses de ces capacités. Dans ce cas, la non normalité des données peut être un problème si les utilisateurs n'y sont pas sensibilisés. Afin de traiter les cas de distributions non normales, des PCIs adaptés ont été proposés par la communauté scientifique.

2.3.3 Propositions de la norme ISO 22514

La norme ISO 22514 : 2014 [8] présente les principes généraux du calcul de capacité et donne des recommandations sur le déroulement d'une PCA dans le cadre de l'aptitude des processus de mesure, des processus de fabrication et des machines. Les définitions des indices de performance du processus de fabrication sont les suivantes :

$$P_p(ISO) = \frac{USL - LSL}{X_{99,865\%} - X_{0,135\%}} \quad (2.16)$$

$$P_{pk}(ISO) = \min \{P_{pkL}; P_{pkU}\} = \min \left\{ \frac{X_{50\%} - LSL}{X_{50\%} - X_{0,135\%}}; \frac{USL - X_{50\%}}{X_{99,865\%} - X_{50\%}} \right\} \quad (2.17)$$

Avec $X_{n\%}$ le fractile à $n\%$ tel que $n\%$ de la population est inférieure à $X_{n\%}$. Alors $X_{50\%}$ est la médiane de la population. Une définition du taux de conformité et du fractile est proposée dans l'annexe A section 5.1.5. Dans le cas particulier d'une distribution normale, on peut écrire que $X_{99,865\%} - X_{0,135\%} = 6S_{n-1}$. Pour les distributions non-normales, il faut calculer les fractiles correspondant à la distribution identifiée.

La norme ISO 22514 fait la différence entre l'**aptitude** (C_p et C_{pk}) et la **performance** (P_p et P_{pk}). La performance est une PCA "long-terme" appliquée à un processus. L'aptitude est une PCA "court-terme", qui est plus restrictive, car elle demande d'avoir qualifié le processus de fabrication comme stable. De plus, dans le cas de l'aptitude il faut avoir identifié la distribution.

La norme ISO 22514 propose d'utiliser des MPCI (Multivariate Process Capability Index) pour les spécifications qui nécessitent des zones de tolérances multi-dimensionnelles. Les PCIs classiques sont adaptés pour des **grandeurs scalaires** et les MPCI sont utilisés pour des **grandeurs vectorielles**. Pour les MPCI il est nécessaire de définir la zone de tolérance en région de surface telle que sur la Fig.2.15.

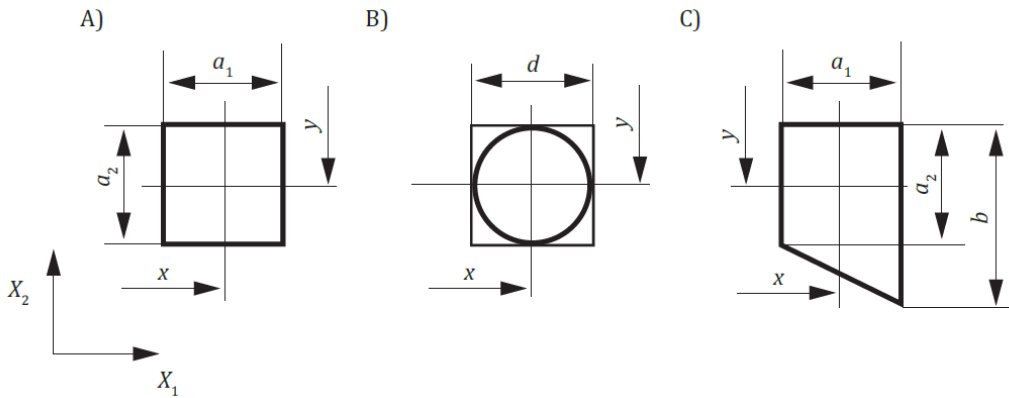


FIGURE 2.15 – Exemples de régions de surfaces de tolérance : **A)** Surface rectangle (exemple : parallélisme sur un plan) **B)** Surface circulaire (exemple : localisation d'un trou) **C)** Surface trapézoïdale rectangle (exemple : localisation d'un trou au maximum de matière) [8]

Dans le cas d'une MPCA (Multivariate Process Capability Analysis) à d dimensions (voir annexe A section 5.1.6), l'indice d'aptitude C_p est défini comme :

$$C_p = \frac{1}{3} \Phi^{-1} \left(\frac{P+1}{2} \right) \quad (2.18)$$

Avec P le taux de p *Yield* (voir annexe A section 5.1.5). Cette formule est uniquement valable pour une distribution normale uni-dimensionnelle, c'est-à-dire que $X \sim \mathcal{N}_1 \left(\frac{USL + LSL}{2}, \sigma^2 \right)$.

Il est possible d'étendre le calcul à des cas multivariés en faisant une comparaison du *Yield* avec la méthode de calcul du C_p définie pour le cas $d = 1$. Dans ce cas, on cherche à déterminer $Yield = P(X \in ZT_\alpha)$ avec ZT la zone de tolérance de la spécification. Il faut ensuite tracer pour tous les α , les ellipses des capacités C_p correspondantes (des ellipses pour $d=2$ et des ellipsoïdes pour $d=3$). Un exemple est proposé sur la Fig.2.16.

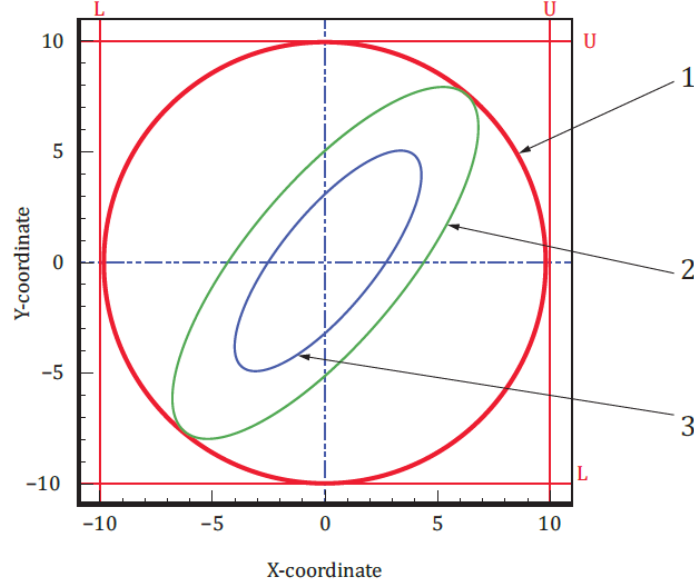


FIGURE 2.16 – Exemple du tracé des ellipses de capabilité C_p : **1**) Zone de tolérance d'une spécification de localisation d'un trou **2**) Contour de la constante de densité de probabilité $D_M^2(x)$ **3**) Ellipse pour $(1 - \alpha) = 99,73\%$ et donc $C_p = 1$ [8]

De la même manière, dans le cas d'une MPCA à d dimensions, l'indice d'aptitude supérieur C_{pk} est défini comme :

$$C_{pk} = \begin{cases} \frac{1}{3} \Phi^{-1} \left(\frac{P+1}{2} \right) & , \text{ si } \mu \in ZT \\ \frac{1}{3} \Phi^{-1} \left(\frac{1-P}{2} \right) & , \text{ si } \mu \notin ZT \end{cases} \quad (2.19)$$

La Fig.2.17 propose le même raisonnement dans le tracé des courbes que la Fig.2.16. La différence entre la Fig.2.16 et la Fig.2.17, est que dans le cas du calcul de C_p , les moyennes arithmétiques des variables aléatoires sont fixées artificiellement à 0. En effet, cela permet de prendre en compte uniquement la dispersion de fabrication. Au contraire, dans le cas du calcul du C_{pk} , les variables ont une moyenne arithmétique non nulle. Dans ce cas, l'ellipse est plus petite pour un $C_{pk} = 1$ que pour un $C_p = 1$.

La norme ISO 22514 : 2014 [8] propose d'utiliser des MPCIs avec une loi normale multivariée pour les spécifications avec une zone de tolérance multi-dimensionnelle. Les premiers travaux sur les MPCIs sont les travaux de Taam et al. [187], Chen [50] et Shahriari et al. [176]. Une comparaison des trois propositions précédentes est réalisée par Wang et al. [208].

Dans des travaux sur la modélisation des zones de tolérance de cas multivariés de spécifications, Wang et al. [209] proposent des réponses. Ces zones de tolérance sont notamment reprises par Liu [117] dans ses travaux avec identification non-paramétrique de la distribution. Castagliola et al. [44] proposent une méthode de calcul de PCI pour les cas de spécifications bi-variés et de distributions non-normales.

Wang et Chen [207] proposent de calculer des MPCIs avec une ACP (Analyse en Composante Principale). Pan et al. [137, 136] proposent de traiter le cas de MPCIs avec des variables

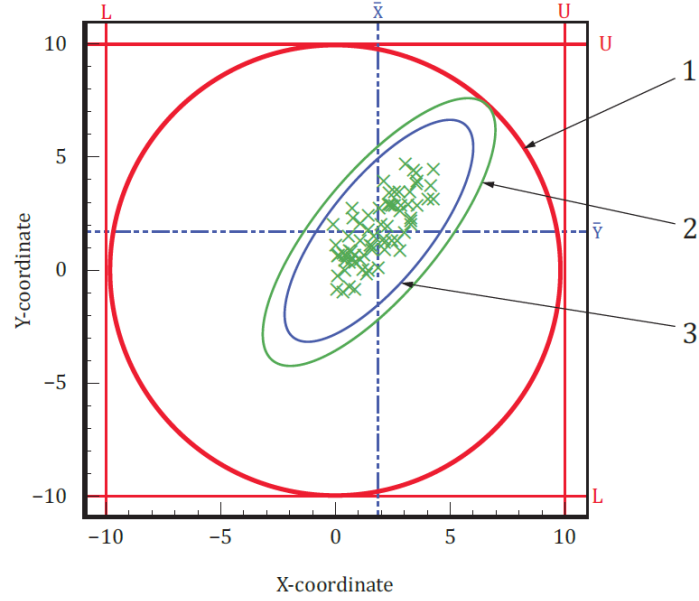


FIGURE 2.17 – Exemple du tracé des ellipses de capabilité C_{pk} : **1)** Zone de tolérance d’une spécification de localisation d’un trou **2)** Contour de la constante de densité de probabilité $D_M^2(x)$ adaptée au cas C_{pk} , c’est-à-dire avec des moyennes non nulles **3)** Ellipse pour $(1 - \alpha) = 99,73\%$ et donc $C_{pk} = 1$ (dans ce cas $C_p > 1$) [8]

aléatoires auto-corrélées. Scagliarini [170] propose un MPCl adapté de l’indice C_{pm} . Dianda [78] propose des tests avec des MPCls calculés pour des distributions normales et non-normales.

Une revue de bibliographie sur les MPCl des années 1992 à 2000 est proposée par Kotz et Lovelace [110]. Plusieurs revues de bibliographie récentes sur les MPCls ont été proposées, notamment les travaux de Pearn et al. en 2007 [139], Tano et Vännman en 2012 [189] et plus récemment en 2017 de Felipe et Benedito [66].

Avec les PCls classiques, lorsque les caractéristiques sont indépendantes, le suivi de production est réalisé avec des cartes de contrôle univariées (voir annexe A section 5.1.7). Cependant, pour les procédés complexes, cette hypothèse est rarement satisfaite et certains paramètres sont corrélés. Dans le cas des MPCls, il faut des moyens de suivi de production adaptés à la visualisation de données multivariées. Boudaoud et Cherfi-Boulanger [34, 35] proposent des études sur les cartes de contrôle multivariées, notamment la carte de contrôle multimodale DIS (Detection of Incipient Shifts), pour détecter de manière dynamique des dérives lentes.

La norme ISO 22514 : 2014 [8] propose de nombreux travaux sur le calcul de capabilité pour les cas univariés et multivariés. Dans le cas des PCls pour distribution non-normale, la littérature scientifique propose de nombreuses définitions. La section suivante détaille une synthèse de ces indices.

2.3.4 Les PCls non normales

2.3.4.1 Méthode de Clements : $C_p(\text{Clements})$ et $C_{pk}(\text{Clements})$

Clements [59] propose une adaptation des PCls classiques pour traiter les distributions non-normales. Il propose de définir les capabilités C_p et C_{pk} en utilisant non pas 6σ ou $6S_{n-1}$ mais

les fractiles à 50%, 99,865% et 0,135% (voir l'annexe A section 5.1.4). De cette manière, il est possible de calculer C_p et C_{pk} pour toutes les distributions dont on sait estimer la valeur du n -fractile (le fractile à $n\%$). Les formules de C_p et C_{pk} sont les mêmes que dans la norme ISO 22514 : 2014 [8] :

$$C_p(Clements) = \frac{USL - LSL}{X_{99,865\%} - X_{0,135\%}} \quad (2.20)$$

$$C_{pk}(Clements) = \text{Min} \left\{ \frac{X_{50\%} - LSL}{X_{50\%} - X_{0,135\%}}; \frac{USL - X_{50\%}}{X_{99,865\%} - X_{50\%}} \right\} \quad (2.21)$$

2.3.4.2 Autres définitions du C_{pk}

Schneider et al. [173] proposent un indice similaire au $C_{pk}(Clements)$ en utilisant la moyenne arithmétique μ à la place du fractile médian $X_{50\%}$:

$$C_{pk}(Schneider) = \text{Min} \left\{ \frac{\mu - LSL}{\mu - X_{0,135\%}}; \frac{USL - \mu}{X_{99,865\%} - \mu} \right\} \quad (2.22)$$

Tong et Chen [197] ont mis en évidence que $(X_{50\%} - X_{0,135\%})$ n'est pas exactement égal à $(X_{99,865\%} - X_{50\%})$ si la distribution n'est pas symétrique. Or, l'une des principales causes de la non-normalité des jeux de données est l'asymétrie de la distribution. Pour répondre à cette problématique, ils proposent un indice de capabilité similaire à $C_{pk}(Clements)$ mais en prenant en compte que $(X_{50\%} - X_{0,135\%}) \neq (X_{99,865\%} - X_{50\%})$:

$$C_{pk}(Tong) = \text{Min} \left\{ \frac{X_{50\%} - LSL}{(X_{99,865\%} - X_{0,135\%})/2}; \frac{USL - X_{50\%}}{(X_{99,865\%} - X_{0,135\%})/2} \right\} \quad (2.23)$$

2.3.4.3 Comparaison des formules de C_{pk}

Chen [51] propose une comparaison des PCIs : C_{pk} , $C_{pk}(Clements)$, $C_{pk}(Schneider)$ et $C_{pk}(Tong)$. Il compare la performance pour les distributions de Weibull, log-normale, uniforme et triangulaire. La performance des indices de capabilité est calculée comme l'aptitude à déterminer correctement le taux de non conformité T_{NC} de l'échantillon en ppm (pièce par million) :

- Dans le cas des distributions **log-normales** de paramètres (α, β) , le $C_{pk}(Tong)$ a la plus petite valeur d'erreur et est le plus approprié pour les distributions log-normales. Cependant, l'erreur reste assez élevée pour les 4 indices de C_{pk} ;
- Dans le cas des distributions de **Weibull** de paramètres (α, β) , tous les PCIs peuvent être utilisés mais $C_{pk}(Tong)$ est le plus adapté. Ces PCIs permettent d'obtenir un T_{NC} très proche du taux de non-conformité des échantillons ;
- Dans le cas des distributions **uniformes** de paramètres (α, β) , le caractère symétrique de la distribution permet d'écrire que $C_{pk}(Clements) = C_{pk}(Schneider) = C_{pk}(Tong)$. La conclusion est que ces trois PCIs sont plus adaptés que le C_{pk} standard de la loi normale, mais ils commettent tous une erreur assez élevée ;

- Dans le cas des distributions **triangulaires** de paramètre h , si $h = 0,5$, la distribution est uniforme. Si les limites de spécification sont inférieures à $\mu \pm 2,5\sigma$ alors la capacité C_{pk} est plus faible que les autres critères. Ces PCIs non normales sous-estiment le taux de non-conformité. C'est une problématique importante pour un industriel, mais ce n'est pas une distribution fréquente. Enfin, si les limites de spécification sont supérieures à $\mu \pm 3\sigma$ alors le taux de non-conformité est surestimé. Cela induit un coût élevé pour l'industriel.

2.3.4.4 Les indices S_{pk} et S_{pmk}

Chen [51] propose un PCI généralisé car les formules précédentes ne sont pas assez robustes selon-lui. Il propose alors de transformer l'indice de capacité C_{pk} comme :

$$C_{pk} = \text{Min} \left\{ \frac{\mu - LSL}{3\sigma}; \frac{USL - \mu}{3\sigma} \right\} = \text{Min} \left\{ -\frac{1}{3}\Phi^{-1}(P_l); -\frac{1}{3}\Phi^{-1}(P_u) \right\} \quad (2.24)$$

Avec Φ^{-1} la fonction de répartition inverse de la loi normale centrée réduite (voir l'annexe A section 5.1.5), P_l la proportion de la population en dessous de LSL et P_u la proportion de la population au dessus de USL .

Chen [51] propose de définir l'indice S_{pk} pour avoir une relation directe entre le T_{NC} et la capacité (normalement c'est le couple de C_p et C_{pk} qui donne cette relation) :

$$S_{pk} = \frac{1}{3}\Phi^{-1} \left\{ \frac{(1 - P_l) + (1 - P_u)}{2} \right\} \quad (2.25)$$

Chen et Ding [52] proposent un autre indice de capacité :

$$S_{pmk} = \frac{\Phi^{-1} \left\{ 1 - \frac{P}{2} \right\}}{3\sqrt{1 + \left(\frac{\mu - T}{\sigma} \right)^2}} \quad (2.26)$$

Avec P la proportion de non conformité globale de l'échantillon telle que : $P = P_l + P_u$ et T la cible en fabrication.

Tong et Chen [197] ainsi que Pearn et al. [53] proposent l'indice $C_{Np}(u,v)$, qui est l'indice de Vännman [198] mais pour les distributions non-normales :

$$C_{Np}(u,v) = \frac{d - u|\mu - m|}{3\sqrt{\left(\frac{X_{99,865\%} - X_{0,135\%}}{6} \right)^2 + v(\mu - T)^2}} \quad (2.27)$$

Avec les cas particuliers de u et v tels que : $C_{Np}(u = 0, v = 0) = C_{Np}$, $C_{Np}(1,0) = C_{Npk}$, $C_{Np}(0,1) = C_{Npm}$ et $C_{Np}(1,1) = C_{Npmk}$.

2.3.4.5 Les indices C_p et C_{pk} par rapport à $\mathcal{N}(0,1)$

Dans les formules des PCIs non-normales précédemment présentées, il faut identifier la distribution pour pouvoir calculer les fractiles nécessaires. Cependant, dans le cas où deux distributions sont utilisées, il n'est pas possible de comparer les valeurs de capabilités. Par exemple, les PCIs de Clements [59] donnent des valeurs de C_{pk} différentes en fonction de la distribution ajustée sur le jeu de données, bien que le taux de non-conformité observé soit le même. Chen [51] ou Castagliola [43] proposent de comparer la valeur du taux de non conformité à la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0,1)$ dans les équations (2.24) et (2.25).

Dans ce cas, on compare toujours le taux de non-conformité estimé sur une distribution quelconque par rapport à $\mathcal{N}(\mu = 0, \sigma^2 = 1)$. Safran Aircraft Engines utilise la définition suivante des capabilités :

$$C_p^{\mathcal{N}(0,1)} = \frac{-\Phi^{-1}\{P_l\} + \Phi^{-1}\{1 - P_u\}}{6} \quad (2.28)$$

$$C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)} = \text{Min} \left\{ \frac{-\Phi^{-1}\{P_l\}}{3}; \frac{\Phi^{-1}\{1 - P_u\}}{3} \right\} \quad (2.29)$$

Avec $\Phi^{-1}(n)$ le n -fractile de la loi $\mathcal{N}(0, 1)$, pour tout $n \in [0,1]$. Soit X une variable aléatoire de la distribution ajustée sur les données, alors $P_l = P(X \leq LSL)$ et $P_u = P(X \geq USL)$. Dans les formules (2.28) et (2.29), on note que $(1 - P_u) = P(X \leq USL)$.

2.3.4.6 Synthèse des PCIs pour distributions non normales

Les indices de capacité pour distributions non normales qui ont été présentés sont synthétisés dans le tableau 2.2. Pour rappel, je propose de comparer les PCIs avec les critères de notation $K1$, $K2$ et $K3$ définis dans la section 2.3.1 :

- K_1 note la capacité à traiter tous les jeux de données ;
- K_2 note la robustesse ;
- K_3 note la maîtrise de l'indice par les utilisateurs chez Safran Aircraft Engines.

Indices de capacité du process		K_1	K_2	K_3
Distribution non-normale	Capabilités $C_p(ISO)$ et $C_{pk}(ISO)$ [8]	++	—	—
	Capabilités $C_p(Clements)$ et $C_{pk}(Clements)$ [59]	++	—	—
	Capabilités $C_{pk}(Schneider)$ [173]	++	--	—
	Capabilités $C_{pk}(Tong)$ [197]	++	+	—
	Capabilités S_{pk} et S_{pmk} [51, 52]	++	++	+
	Capabilités $C_{pN}(u,v)$ [197, 53]	++	++	--
	Capabilités $C_p^{\mathcal{N}(0,1)}$ et $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}$ [43, 51]	++	++	++

TABLE 2.2 – Synthèse des PCIs pour distributions non normales

On note que tous les PCIs obtiennent un bon $K1$ car toutes les distributions sont traitées. Cependant, seuls les critères $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}$ et S_{pmk} permettent une comparaison des valeurs de capacités obtenues avec différentes distributions. Pour cette raison, les autres PCIs n'obtiennent pas de bon score pour les critères $K2$ et $K3$. De plus, avec les indices $C_p^{\mathcal{N}(0,1)}$ et $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}$, on conserve une notation déjà ancrée dans les pratiques des utilisateurs et dans les processus.

Finalement, pour le calcul des PCIs non-normales de la section 2.3.4, il est nécessaire de calculer les fractiles sur la distribution identifiée. Pour identifier la distribution d'un jeu de données, des tests d'adéquation peuvent être utilisés (voir annexe A section 5.1.9). Pour faire cela de manière plus automatique il est nécessaire d'utiliser des méthodes statistiques d'ajustement de la distribution.

2.3.5 Méthodes d'ajustement de la distribution

2.3.5.1 Les types d'ajustements

Il existe plusieurs types de méthodes d'ajustement, comme les méthodes paramétriques, non-paramétriques, bayésiennes ou encore les méthodes par transformation de données. En effet, l'ajustement de la distribution est très fourni en travaux. Dans cet état de l'art, seules les méthodes statistiques appliquées aux capacités seront présentées.

2.3.5.2 Les méthodes paramétriques

Méthode de Clements

Pour le calcul de PCI, l'identification de la densité de probabilité est une véritable problématique. Pour proposer une méthode généralisable à tous les cas industriels, Clements [59] utilise les familles de distributions de Pearson. Cette méthode est dite paramétrique car il est nécessaire d'estimer les paramètres à partir de l'échantillon. Wu et al. [216] ont montré que, dans le cas d'une population biaisée, la méthode proposée est très critiquable. Une alternative aux distributions de Pearson est de trouver d'autres distributions ou familles de distributions plus adaptées.

Méthode de Clements avec des distributions de Burr XII

Une première solution est d'utiliser les distributions de Burr XII [42], qui sont plus robustes que les distributions de Pearson, dans la méthode de Clements [59]. Les distributions de Burr ont été utilisées dans de nombreux travaux pour l'élaboration de cartes de contrôle de capacité. Castagliola [43] utilise ces distributions pour estimer le taux de non-conformité dans des cas de distributions non-normales.

L'intérêt des distributions de Burr XII par rapport aux distributions de Pearson est que les échantillons provenant de phénomènes naturels (par exemple, des données de production) sont souvent mieux ajustés [118]. De plus, la méthode utilise directement la fonction de répartition ajustée, au contraire des autres méthodes qui utilisent la densité de probabilité ajustée qui nécessite une intégration pour arriver à la fonction de répartition. Enfin, les distributions de Burr XII permettent, pour des valeurs particulières de paramètres, de retrouver les distributions : normale, Gamma, bêta, Weibull, logistique, log-normale.

La distribution de Burr (type XII) peut être définie par sa densité de probabilité $f(x)$ par :

$$f(x; c; k) = \frac{x^{c-1}}{(1 + x^c)^{k+1}} \quad (2.30)$$

Avec $x \geq 0$ une variable aléatoire non-négative, $c \geq 0$ le paramètre d'asymétrie de Burr XII et $k \geq 0$ le paramètre d'aplatissement de Burr XII. Rodriguez [159] propose un guide pour l'estimation des paramètres des distributions de Burr XII.

Méthode du Generalized Lambda Distribution

Pal [135] propose d'utiliser les GLD (Generalized Lambda Distribution) de Ramberg et al. [155], car elles permettent de définir de nombreuses formes de distributions. La densité de probabilité de la GLD peut être définie comme une fonction du percentile :

$$f(x) = f[R(p)] = \frac{\lambda_2}{\lambda_3 p^{\lambda_3-1} + \lambda_4 (1-p)^{\lambda_4-1}} \quad , \text{avec } 0 \leq p \leq 1 \quad (2.31)$$

Avec $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$ les paramètres de la GLD définis par rapport à la moyenne arithmétique μ , l'écart-type σ , l'asymétrie α^3 et l'aplatissement α^4 . Dans la méthode, il est nécessaire d'automatiser l'estimation des paramètres au vu de la complexité des calculs. Dans ce cas, la fonction du percentile permet de calculer les valeurs utiles pour le calcul des capacités [135].

Comparaison de méthodes paramétriques

Liu et al. [118] proposent une comparaison des approches avec distributions de Burr XII et de Pearson. Wooluru et al. [213] comparent la performance des méthodes de Clements avec distribution de Pearson, de Burr XII mais aussi avec la méthode de variance pondérée [216] et la méthode de transformation des données de Box-Cox [39]. Les tests sont réalisés pour les lois normale, Weibull, exponentielle, log-logistique, log-normale, Gamma et valeur extrême.

Liu et al. [118] montrent que la méthode de Clements avec distribution de Pearson n'est pas performante sur tous les types de distributions. La distribution de Burr XII est très efficace si la distribution ne s'écarte pas trop de la loi normale (si Skewness $\geq 1,5$). La méthode de la variance pondérée surestime souvent la performance du processus, et la transformation de Box-Cox sous-estime toujours la performance du processus.

De plus, on note que la méthode de Burr XII est aussi robuste que la méthode GLD. Cependant, la méthode avec des distributions de Burr XII n'est pas adaptée pour les distributions très asymétriques (si Skewness $\geq 1,5$). La méthode GLD n'a pas cette limitation et couvre une large gamme de distributions symétriques et asymétriques.

2.3.5.3 Les méthodes non-paramétriques

L'intérêt des méthodes non-paramétriques est de traiter toutes les données existantes. En effet, il n'est pas nécessaire de paramétrer une famille de distributions connue pour estimer les fractiles. La première méthode non-paramétrique appliquée au calcul de PCI est proposée par Polansky [152]. C'est une méthode simple d'estimation de la fonction de répartition par noyau.

Liu et al. [117] proposent une méthode de calcul de PCI basée sur le KDE (Kernel Density Estimation), dite méthode de Parzen-Rosenblatt. De plus, ils proposent de traiter des cas de spécifications géométriques et dimensionnelles multivariées. Une méthode similaire par région de tolérance est proposée dans la norme ISO 22514 : 2014 [8] (voir section 2.3.3).

2.3.5.4 Les méthodes de transformation des données

Pour des échantillons à distributions non normales, il est possible de réaliser une transformation des données normalisante. Dans ce cas, les méthodes de calcul traditionnelles de PCIs peuvent être utilisées. De plus, l'estimation de la densité de probabilité par des méthodes paramétriques et non-paramétriques n'est plus nécessaire. Chou et al. [55] proposent d'utiliser les transformations de Johnson [104] pour le calcul de C_{pk} . Chung et al. [56] proposent eux, d'utiliser les transformations de Box-Cox [39]. Ces deux transformations sont complexes, et les experts mettent souvent en garde les praticiens sur leur utilisation.

2.3.5.5 Les méthodes bayésiennes

Une analyse bayésienne est une méthode originale par rapport aux méthodes statistiques usuelles. En effet, l'objectif n'est pas de faire une hypothèse puis de la rejeter ou de la confirmer. Avec la méthode bayésienne, une première modélisation du phénomène observé est faite sur la base de statistiques descriptives. Cette première information est dite "floue" et correspond au modèle a priori. Puis, la méthode bayésienne permet d'affiner la modélisation initiale par rapport à l'échantillon pour obtenir le modèle a posteriori.

Shiau et al. [182, 181] proposent de déterminer les capacités C_p et C_{pm} si $\mu = Target$ et la capacité C_{pk} si $\mu = m = (USL + LSL)/2$. Puis, Wu et Pearn [214] proposent d'évaluer le calcul du C_{pm} avec la méthode bayésienne proposée par Shiau et al. [181]. Enfin, Pearn et Wu [140] proposent une méthode de calcul de C_{pk} sans la restriction $\mu = m$.

2.3.5.6 Synthèse des ajustements de distribution

Pour calculer des PCIs pour des distributions non normales, il est nécessaire d'ajuster une distribution sur les données ou de réaliser une transformation normalisante. Le tableau 2.3 propose une synthèse des types de méthodes pour l'ajustement d'une distribution. Pour rappel, je propose de comparer les méthodes d'ajustement de la distribution avec les critères de notation K_4 , K_5 et K_6 définis dans la section 2.3.1 :

- K_4 note la capacité à bien ajuster toutes les distributions de données ;
- K_5 note la qualité de l'ajustement ;
- K_6 note la capacité à calculer les PCIs facilement.

Sur le critère K_4 on note que les méthodes non-paramétriques permettent de traiter toutes les distributions. Cependant, ce sont les méthodes paramétriques par familles de distributions qui sont les plus robustes selon le critère K_5 . Enfin, selon le critère K_6 , les méthodes du type KDE sont facilement intégrables dans un logiciel car il n'y a pas de paramétrage.

Détermination de la distribution de l'échantillon		K_4	K_5	K_6
Méthodes paramétriques	Familles de distributions [59, 118, 135]	+	++	—
	Transformation des données [55, 56]	+	—	—
	Méthode bayésienne [140, 181]	+	+	--
	Méthode de la variance pondérée [216]	—	—	—
Méthodes non-paramétriques [152, 117]		++	—	+

TABLE 2.3 – Synthèse des ajustements de distribution

2.3.6 Retours sur l'état de l'art du calcul de capacité

Dans cet état de l'art, plusieurs synthèses ont permis de comparer les méthodes suivant les critères de sélection de Safran Aircraft Engines. De manière générale, les PCIs classiques sont les plus utilisés par les industriels. Cependant, les praticiens les utilisent sans vérifier la normalité des données nécessaires au calcul. Afin de calculer des capacités sur des distributions non normales, d'autres PCIs existent. Cependant, il est nécessaire d'ajuster une distribution via des méthodes statistiques. Pour cet état de l'art, seules les méthodes appliquées à la MSP ont été présentées. Deux types de méthodes sont utilisées : les méthodes paramétriques (par familles de distributions, par transformation de données ou bayésiennes) et les méthodes non-paramétriques.

Les méthodes paramétriques sont généralement assez efficaces si la famille de distributions ajustables est bien dimensionnée. Par exemple, les méthodes de Burr et du GLD sont intéressantes pour des données industrielles. Cependant, il existe toujours des jeux de données moins bien ajustés, notamment les données avec un caractère multi-modal, ou présentant des valeurs extrêmes. Dans ce cas, il est préférable d'utiliser des méthodes non-paramétriques car elles permettent d'ajuster une loi sur tout type de distribution. Cependant, pour des distributions usuelles, l'erreur est souvent plus élevée avec les méthodes non-paramétriques.

Dans l'état de l'art sur les PCIs pour distributions non normales, deux points ont été mis en évidence. Le premier point est l'estimation du taux de non conformité par les méthodes d'ajustement de la distribution. Le second point est la possibilité de comparer les valeurs de capacités de plusieurs jeux de données de distributions différentes. Les PCIs pour distributions non normales de Clements [59], Tong [197] ou Schneider [173] ne permettent pas de comparer les valeurs obtenues. C'est un problème majeur pour une utilisation industrielle car les utilisateurs comparent les valeurs de C_{pk} . Pour répondre à cette problématique, la section 2.3.4.5 propose des indices de capacités ayant une relation avec le taux de non conformité équivalant à la loi normale centrée réduite. Le logiciel de statistique Minitab utilise les indices $C_p^{\mathcal{N}(0,1)}$ et $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}$, contrairement à la norme ISO 22514 : 2014 [8], qui exploite les PCIs de Clements [59].

Le Tableau.2.4 propose une synthèse des méthodes de l'état de l'art à partir des critères de notation $K_i = [++; +; -; --]$ de la section 2.3.1. Pour la définition des PCIs, le critère :

- K_1 note la capacité à traiter tous les jeux de données ;
- K_2 note la robustesse ;
- K_3 note la maîtrise de l'indice par les utilisateurs chez Safran Aircraft Engines.

Dans le cas des PCIs non normales, l'ajustement d'une distribution sur les données est aussi à traiter. Pour l'ajustement d'une distribution sur les données les critères de notation suivants sont utilisés :

- K_4 note la capacité à bien ajuster toutes les distributions de données ;
- K_5 note la qualité de l'ajustement ;
- K_6 note la capacité à calculer les PCIs facilement (dont l'automatisation dans un outil).

Indices de capacité du process			K_1	K_2	K_3
Distribution normale	Capabilités C_p et C_{pk} [108, 185]		--	+	++
	Capabilités P_p et P_{pk} [148]		--	+	+
	Capabilités C_{pm} et C_{pmk} [141, 46, 100]		--	++	+
	Capabilités C_{pmc} [103]		--	+	-
	Capabilités $C_p(u,v)$ [198]		--	++	-
Distribution non-normale	Capabilités $C_p(ISO)$ et $C_{pk}(ISO)$ [8]		++	-	-
	Capabilités $P_p(ISO)$ et $P_{pk}(ISO)$ [8]		++	-	-
	Capabilités $C_p(Clements)$ et $C_{pk}(Clements)$ [59]		++	-	-
	Capabilités $C_{pk}(Schneider)$ [173]		++	--	-
	Capabilités $C_{pk}(Tong)$ [197]		++	+	-
	Capabilités S_{pk} et S_{pmk} [51, 52]		++	++	+
	Capabilités $C_{pN}(u,v)$ [197, 53]		++	++	--
	Capabilités $C_p^{\mathcal{N}(0,1)}$ et $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}$ [43, 51]		++	++	++
Détermination de la distribution de l'échantillon			K_4	K_5	K_6
Méthodes paramétriques	Familles de distributions	Pearson [59]	+	-	-
		Burr XII [118, 43]	-	++	+
		Generalized Lambda Distribution [135]	+	++	-
	Transformation des données	Johnson [55]	+	--	-
		Box-Cox [56]	+	-	-
	Méthode bayésienne	C_{pk} et intervalle de confiance [140]	+	+	-
		C_p avec hypothèse [182, 181]	+	+	--
	Méthode de la variance pondérée	Weighted Variance [216] (normal)	-	-	-
Méthodes non-paramétriques	Estimation par noyau de la fonction de répartition	Kernel Estimation of PDF [152]	++	--	+
	Estimation par noyau de la densité de probabilité	Kernel Density Estimation [117]	++	-	+

TABLE 2.4 – Synthèse des méthodes de calcul de capacités

Pour Safran Aircraft Engines, le choix des PCIs $C_p^{\mathcal{N}(0,1)}$ et $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}$ est évident car il est nécessaire qu'une capacité puisse être comparée d'une production à une autre. Avec cet indice, il reste la problématique de l'ajustement de la distribution pour calculer les taux de non-conformité aux limites. Dans cet état de l'art, la robustesse des méthodes paramétriques

par familles est excellente, tant que les distributions choisies sont bien dimensionnées par rapport aux données à traiter. Les méthodes non-paramétriques sont beaucoup plus flexibles sur les données exploitables et sur la facilité d'automatisation dans le cadre d'un outil. Une méthode non paramétrique est nécessaire pour l'industrie mais en exploitant un noyau adapté aux données rencontrées.

2.4 Le projet Safran de calcul de capabilité

2.4.1 Contexte du projet

Lors de mes travaux de thèse dans le département IMD de Safran Aircraft Engines, j'ai participé au développement d'un outil de calcul de capabilité robuste. L'outil appelé Sigma, permet de calculer des taux de non-conformité aux limites par ajustement d'un mélange de distributions de Student. Par rapport à l'état de l'art, cet outil peut être défini comme une solution non-paramétrique par mélange avec un "noyau" de distribution de Student. Avant mes travaux de thèse, un prototype de Sigma avait été proposé par le pôle statistique de l'IMD. Pendant mes travaux de thèse, j'ai participé aux tests finaux de Sigma avant l'industrialisation, d'un point de vue tolérancement. De plus, j'ai participé à la mise en compétition de Sigma avec un deuxième outil développé par Safran Analytics (la filiale de Data Science de Safran) sur la base d'une méthode bayésienne avec un dictionnaire de lois.

L'intérêt de cette seconde méthode, est qu'elle permet de renseigner un dictionnaire de plusieurs familles de distributions dans une méthode bayésienne. Cette deuxième méthode, dite paramétrique, est évolutive via un algorithme d'apprentissage du dictionnaire de lois. Cela permet donc a priori d'augmenter le nombre de distributions gérées par la méthode sans perdre en robustesse. Par rapport à l'état de l'art, cette méthode est prometteuse, mais peut être très couteuse en temps de calcul, en fonction de la taille du dictionnaire de lois. Ce deuxième outil n'est pas détaillé dans le manuscrit, mais est comparé en termes de performances par rapport au mélange de distributions de Student. En effet, l'outil développé par Safran Analytics n'a pour l'instant pas fait l'objet d'une autorisation de publication.

L'outil Sigma a donné lieu à une publication en revue scientifique avec plusieurs co-auteurs de Safran Aircraft Engines (en révision depuis décembre 2020). Cette partie du manuscrit propose une synthèse technique de l'outil Sigma. Une partie des résultats présentés dans cette section sont issus des analyses du pôle statistique de mon département à Safran Aircraft Engines.

Pour réaliser le benchmark des outils de calcul de capabilité, plusieurs critères sont identifiés par Safran Aircraft Engines. D'un point de vue industriel, le temps de calcul est un objectif prioritaire à cause du nombre de calculs à réaliser. Par exemple, dans le cas des carters de grandes dimensions de Safran Aircraft Engines ($\geq 1,5m$), il y a plus de 500 spécifications mesurées. Lorsque l'utilisateur effectue un calcul de capabilité sur l'ensemble des spécifications, il est nécessaire de pouvoir traiter des jeux de données de 100 à 500 pièces en moins d'une minute de calcul. La pertinence des résultats est aussi un critère de sélection, car les capabilités influencent grandement le processus industriel de Safran Aircraft Engines.

Dans cette section, la méthode de mélange de t-distributions est présentée de manière synthétique via une comparaison avec la méthode du KDE de noyau Gaussien. Par la suite, l'outil

et les méthodes d'optimisation utilisés par Safran Aircraft Engines sont détaillés. Puis, des tests sont réalisés sur cet outil à partir de jeux de données simulés et industriels de Safran Aircraft Engines. Enfin, pour valider la méthode, des critères statistiques sont utilisés, ainsi qu'une comparaison à des méthodes manuelles d'ajustement de la distribution. Enfin, les deux méthodes développées par Safran Aircraft Engines sont discutées dans la conclusion de la section.

2.4.2 Mélange de t-distributions vs le KDE

Nestoridis et al. [134] proposent les propriétés nécessaires pour réaliser une approximation de la densité de probabilité via des mélanges de distributions sans faire d'hypothèse sur la distribution réelle des données. Soit f une densité de probabilité continue. Alors, pour tout $\epsilon > 0$, il existe un mélange fini de t-distributions de densité g , tel que :

$$\|f - g\|_1 = \int_{\mathbb{R}} |f(x) - g(x)| \lambda(dx) < \epsilon \quad (2.32)$$

Avec λ la mesure de Lebesgue, g les densités de probabilité des t-distributions et ϵ le résidu du mélange de distributions. Marron [123] propose une illustration des propriétés des mélanges de distributions.

À titre de comparaison, la méthode du KDE permet d'estimer la densité de probabilité $\hat{f}(x)$ par la formule :

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - x_i}{h}\right) \quad (2.33)$$

Avec K le noyau de la densité, souvent choisi comme la densité de la fonction gaussienne standard, tel que $K(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0,5x^2}$. Le paramètre h , appelé largeur de bande, influence le nombre de modes ajustés sur les données.

Silverman [183] propose une méthode de sélection de la largeur de bande optimale h_{opt} . Liu [117] utilise le KDE avec h_{opt} pour un noyau d'Epanechnikov $K_e = \frac{1}{2} C_d (d+2) (1 - X^\top X)$, si $X^\top X < 1$ (voir section 2.3.5.3) :

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{nh^2} 2\pi \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{1}{h^2} (X - X_i)^\top (X - X_i)\right) \quad (2.34)$$

Le mélange de t-distributions est une méthode non-paramétrique d'estimation de la densité de probabilité au même titre que le KDE, sauf qu'il n'y a pas besoin d'estimer la largeur de bande h . Dans les méthodes KDE, la complexité d'estimation de la largeur de bande est souvent mise en avant, car l'ajustement de la distribution y est très sensible. Pour cette raison, Safran Aircraft Engines a préféré exploiter le mélange de t-distributions à la place des méthodes KDE plus classiques.

Le choix de distributions de Student (aussi appelées t-distributions) découle de la volonté de Safran Aircraft Engines d'intégrer les valeurs extrêmes conservées aux calculs de PCIs. Généralement, une valeur extrême est dite aberrante lors de sa détection par un test statistique. À ce moment il faut réaliser une analyse 6M. Si l'analyse 6M ne révèle rien, alors le point

considéré comme aberrant par les tests statistiques doit être utilisé pour les calculs de PCIs. Pour ce type de données, Lange et al. [112] proposent d'utiliser les distributions de Student. Les distributions de Student sont connues comme des "distributions à queue lourde", c'est-à-dire que la probabilité d'avoir un point éloigné du centre de la distribution n'est pas négligeable. Contrairement à la distribution normale qui n'est pas à "queue lourde". Cette propriété des t-distributions permet au modèle de mélange de prendre en compte les valeurs extrêmes "souhaitées", quand bien même les tests statistiques identifient ces valeurs comme aberrantes. Pour Safran Aircraft Engines, cette propriété est aussi très intéressante dans le cas de petits échantillons, où les distributions normales sous-estiment les points extrêmes. La capacité calculée est généralement plus conservative.

2.4.3 Estimation des paramètres des t-distributions

Soit X une variable aléatoire suivant le mélange de K distributions tel que la densité de probabilité de X suit :

$$f_X(x) = \sum_{k=1}^K \pi_k f_{\theta_k}(x) \quad (2.35)$$

Avec f_{θ_k} la densité de probabilité des paramètres $\theta_k \in \mathbb{R}^d$. De plus, $(\pi_1, \dots, \pi_K)$ est un vecteur non négatif tel que $\sum_{k=1}^K \pi_k = 1$ et est défini comme le poids dans le mélange de distributions. Les paramètres du modèle sont les $(\pi_1, \dots, \pi_K)$ et les $(\theta_1, \dots, \theta_K)$.

Soit Z une variable aléatoire dans $\{1, \dots, K\}$ telle que $\mathbb{P}(Z = k) = \pi_k$ avec $k \in \{1, \dots, K\}$. Soit Y une variable aléatoire telle que la variable aléatoire $Y|Z = k$, a pour densité de probabilité f_{θ_k} (pour rappel, l'écriture mathématique " A sachant B " est notée $A|B$). Alors la densité de probabilité de la variable aléatoire Y est la même que celle de f_X dans l'équation (2.35). Dans ce cas, on appelle Z la variable latente de la distribution (ou le label de la distribution) d'où provient la variable Y .

Soit un échantillon de données $X_1, \dots, X_n$ d'une distribution inconnue. L'objectif est d'ajuster un mélange de distributions sur l'échantillon. Pour cela, l'outil de Safran Aircraft Engines utilise la méthode du ML (Maximum Likelihood) avec la fonction log-vraisemblance :

$$l_X(\theta) = \sum_{i=1}^n \log \left(\sum_{k=1}^K \pi_k f_{\theta_k}(x_i) \right) \quad (2.36)$$

Cependant, le calcul direct du ML est très complexe. Pour cela, Dempster et al. [73] proposent l'algorithme EM (Expectation Maximization). Dans cet algorithme, on suppose que les variables latentes $(Z_i)_{1 \leq i \leq n}$ associées aux observations sont connues. Dans ce cas, avec l'algorithme EM on peut écrire la fonction log-vraisemblance comme :

$$l_{(X,Z)}(\theta) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^K \log(\pi_k f_{\theta_k}(x_i)) \tau_{i,k} \quad (2.37)$$

Avec $\tau_{i,k} = 1$ si $Z_i = k$ et $\tau_{i,k} = 0$ si $Z_i \neq k$.

L'optimisation de la fonction log-vraisemblance de l'équation (2.37) est plus simple que celle de l'équation (2.36). En pratique, les variables latentes ne sont pas connues et il n'est pas possible d'utiliser l'équation (2.37). Dempster et al. [73] proposent d'utiliser la moyenne conditionnelle sur X des variables latentes (c'est-à-dire la moyenne sachant l'événement X). Dans ce cas, l'algorithme EM consiste à réaliser des itérations des étapes E et M jusqu'à la convergence. À l'étape E (Expectation), on calcule la fonction $\theta \mapsto Q(\theta|\theta^{(t)}) = \mathbb{E}_{\theta^{(t)}}[l_{(X,Z)}(\theta)|X = x]$ avec $\theta^{(t)}$ le paramètre à estimer.

Pour l'étape M (Maximisation), on cherche $\theta^{(t+1)} = \underset{\theta}{argmax} Q(\theta|\theta^{(t)})$

McLachlan et al. [127] montrent qu'avec l'algorithme EM, la log-vraisemblance augmente à chaque étape d'optimisation. Dans ce cas, la probabilité que l'observation x_i soit générée par la $j^{\text{ième}}$ densité est :

$$h_j(i)^{(t+1)} = \frac{\pi_j^{(t)} f_{\theta_j^{(t)}}(x_i)}{\sum_{k=1}^K \left(\pi_k^{(t)} f_{\theta_k^{(t)}}(x_i) \right)} \quad (2.38)$$

Dans le cas d'un mélange de K distributions de Student, on a $\theta_k = (\mu_k, \sigma_k, \nu_k)$ avec μ_k la moyenne de la distribution k , σ_k son écart-type et ν_k ses degrés de liberté. Peel et McLachlan [143] détaillent la mise en œuvre de l'algorithme EM pour le mélange de distributions de Student. Soit θ le vecteur des paramètres, partitionné comme (θ_1, θ_2) avec $\theta_1 = (\pi_1, \dots, \pi_K, \mu_1, \dots, \mu_K, \sigma_1, \dots, \sigma_K)$ et $\theta_2 = (\nu_1, \dots, \nu_K)$. L'étape M peut alors être décomposée comme :

- calculer $\theta_1^{(t+1)}$ en maximisant : $\theta_1 \mapsto Q((\theta_1, \theta_2^{(t)}) | (\theta_1^{(t)}, \theta_2^{(t)}))$;
- calculer $\theta_2^{(t+1)}$ en maximisant : $\theta_2 \mapsto Q((\theta_1^{(t+1)}, \theta_2) | (\theta_1^{(t)}, \theta_2^{(t)}))$;

La première partie de l'étape M peut être calculée directement avec la formule, mais la seconde partie nécessite une optimisation dans un logiciel.

2.4.4 Choix d'optimisation dans l'outil

L'algorithme EM est itératif. Il est donc nécessaire de définir des limites d'arrêt, en fonction de la justesse du modèle et du temps de calcul recherché. Safran Aircraft Engines a besoin d'un outil pour estimer les quantiles et calculer les capacités résultantes. Afin de conserver une précision suffisante, l'optimisation s'arrête quand l'erreur relative du quantile extrême est inférieure à 10^{-6} .

Le temps de calcul est dépendant du nombre de données. Safran Aircraft Engines souhaite pouvoir traiter des petits jeux de données $n \simeq 30$ et de grands jeux de données $n \simeq 1000$. Quand n est grand, l'algorithme EM est long à converger. Une étude des performances de l'outil a mis en évidence que le temps de calcul est lié au nombre K de t-distributions permettant l'ajustement. Initialement, K est défini en fonction de la taille de l'échantillon. Autrement dit, si n est grand, alors K est grand et donc le temps de calcul est très élevé. À cela s'ajoute le fait qu'une grande valeur K initiale ne garantit pas la précision du calcul. En effet, il arrive parfois qu'un bon estimateur soit obtenu avec moins de composantes dans l'ajustement que la valeur de K initiale.

Le choix de la valeur de K est très important pour optimiser le temps de calcul de l'outil. Pour Safran Aircraft Engines, le temps de calcul est un critère important de sélection de la méthode de calcul de capacité (voir la section 2.4.1). Afin de trouver la valeur optimale de K , une bonne pratique consiste à utiliser des critères d'information comme l'AIC (Akaike Information Criterion) [126]. Cependant, cette pratique implique un temps de calcul supplémentaire.

Naim et al. [132] proposent la méthode DAEM (Deterministic Annealing Expectation Maximization) pour accélérer l'estimation des mélanges gaussiens. Ils introduisent un coefficient déterministe $\beta^{(t)}$ évoluant au cours des itérations lors du calcul de la probabilité de l'observation x_i du $j^{\text{ième}}$ groupe, tel que la formule (2.38) devient :

$$h_j(i)^{(t+1)} = \frac{\left(\pi_j^{(t)} \mathbb{P}(x_i | \mu_j^{(t)}, \sigma_j^{(t)})\right)^{\beta^{(t)}}}{\sum_{k=1}^K \left(\pi_k^{(t)} \mathbb{P}(x_i | \mu_k^{(t)}, \sigma_k^{(t)})\right)^{\beta^{(t)}}} \quad (2.39)$$

Avec $\mathbb{P}(\cdot | \mu, \sigma)$ la densité de probabilité d'une loi normale de paramètres $(\mu^{(t)}, \sigma^{(t)})$ pour un pas t , $\pi_k^{(t)}$ est la probabilité d'appartenir au groupe k , qu'il faut réécrire pour les distributions de Student.

Dans le cas particulier où $\beta^{(t)} = 1$, on retrouve l'algorithme EM de base. Naim et al. [132] détaillent plusieurs étapes d'évolution du critère déterministe $\beta^{(t)}$ (voir la Fig.2.18) :

1. Initialisation du paramètre : $0 < \beta^{(t)} \ll 1$
2. $\beta^{(t)}$ augmente linéairement jusqu'à un état $\beta_{max} > 1$
3. $\beta^{(t)}$ diminue linéairement jusqu'à 1
4. $\beta^{(t)}$ reste constant égal à 1

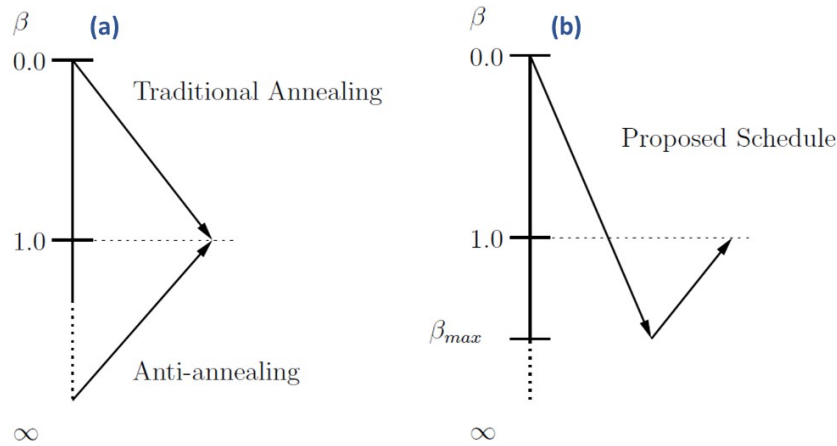


FIGURE 2.18 – Évolution du critère $\beta^{(t)}$: (a) méthode classique Annealing et anti-Annealing, (b) méthode de convergence proposée par Naim et al. [132]

Ma et al. [119] détaillent pourquoi cette méthode d'itération avec $\beta^{(t)}$ augmente la vitesse de convergence. Soit $e_{ij}(\Theta^*)$ la mesure du chevauchement entre le $i^{\text{ème}}$ et le $j^{\text{ème}}$ groupe, tel que :

$$e_{ij}(\Theta^*) = \begin{cases} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N h_i(t) h_j(t) & \text{si } i \neq j \\ \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N h_i(t) (1 - h_i(t)) & \text{si } i = j \end{cases} \quad (2.40)$$

Soit $e(\Theta^*) = \max_{i,j} e_{ij}(\Theta^*)$ le plus grand chevauchement des deux groupes, Ma et al. [119] montrent que le taux de convergence de l'algorithme EM se vérifie pour tous les $\epsilon \in \mathbb{R}$ petits, tels que :

$$r \leq o\left(e^{0,5-\epsilon}(\Theta^*)\right) \quad (2.41)$$

Il est à noter que pendant la phase où $\beta^{(t)} > 1$, le chevauchement diminue. En particulier, si $\beta^{(t)} \rightarrow \infty$ alors la valeur de $h_i(t)$ devient 0 ou 1. Cela signifie que $e_{ij}(\Theta^*) \approx 0 \forall i, j$.

Dans l'outil de Safran Aircraft Engines, cette stratégie a permis d'améliorer les temps de calcul. En effet, avec cette méthode de convergence, si K est grand par rapport au nombre de composantes réellement nécessaires, alors une sélection de variables permet de converger rapidement pendant l'étape $\beta^{(t)} > 1$. Autrement dit, si K est grand, l'algorithme sélectionne le nombre de composantes adapté pour une convergence rapide.

Dans cette section, l'outil Sigma développé par le pôle statistique IMD de Safran Aircraft Engines est synthétisé. Les méthodes d'optimisation choisies sont détaillées et argumentées par rapport à la littérature scientifique du mélange de distributions. Dans la section suivante, j'ai participé aux tests de l'outil Sigma d'un point de vue tolérancement.

2.4.5 Tests sur des données simulées

Afin de vérifier le bon ajustement du mélange de t-distributions, Safran Aircraft Engines réalise des tests sur des données simulées. Les données simulées permettent de manière empirique, de connaître la vraie distribution de l'échantillon à ajuster. En effet, les données simulées sont tirées aléatoirement dans une distribution paramétrée connue.

Pour tester l'outil, des tirages aléatoires sont réalisés pour 4 tailles d'échantillons n (30, 100, 300 et 1000) et deux distributions :

- Des tirages de lois normales centrées réduites pour représenter les données issues d'une spécification dimensionnelle centrée ;
- Des tirages de lois log-normales pour représenter les données issues d'une spécification géométrique uni-limite.

Puis, afin d'évaluer la performance de l'algorithme, on calcule le taux de non-conformité maximal $\max(P_u, P_l)$. Pour la distribution normale centrée réduite ($\mathcal{N}(\mu = 0, \sigma^2 = 1)$), on considère $LSL = -3$ et $USL = 3$ de telle sorte que $C_{pk} = 1$ et $T_{NC} = 1,27 \times 10^{-3}$. Pour chaque taille n d'échantillon, le tirage est réalisé 300 fois. La Fig.2.19 présente le résultat des tests pour la loi normale centrée réduite.

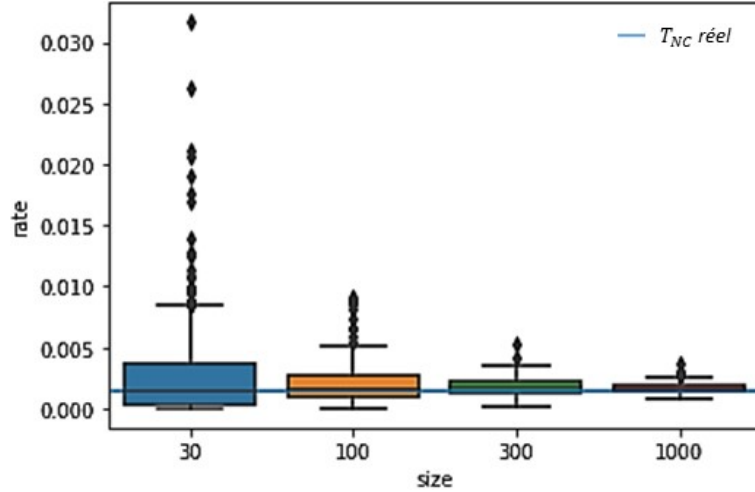


FIGURE 2.19 – Box-plot de l'estimation de $\max(P_u, P_l)$ pour une distribution normale

L'échantillon le plus petit est le plus difficile à estimer car il y a peu de données. L'objectif est d'estimer le $T_{NC} = 1,27 \times 10^{-3}$, représenté par la barre horizontale sur le graphique (noté T_{NC} réel). Dans toutes les situations, l'algorithme est capable de trouver la vraie valeur en médiane et donc de trouver le vrai C_{pk} . Il est important de regarder le T_{NC} et non le C_{pk} , car un petit changement de la valeur de C_{pk} peut représenter un grand changement sur la valeur du quantile. Comme le montre la Fig.2.19, plus l'échantillon est grand, plus l'estimation de la variance est fiable.

Pour les données issues de distributions log-normales, on regarde P_u au lieu de $\max(P_u, P_l)$, et on considère $USL = 4$ soit $T_{NC} = 0,083$. De même, pour chaque taille n d'échantillon, le tirage est réalisé 300 fois. La Fig.2.20 présente le résultat des tests pour la loi log-normale.

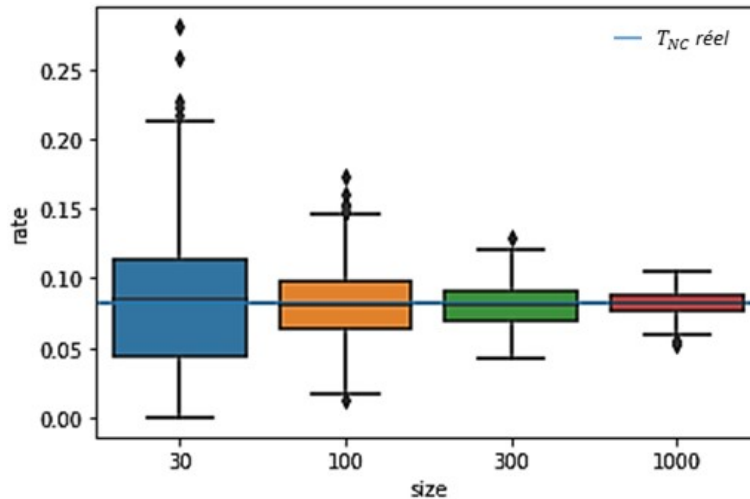


FIGURE 2.20 – Box-plot de l'estimation de P_u pour une distribution log-normale

Sur la Fig.2.20, le T_{NC} est correctement estimé en médiane, et l'estimation de la variance diminue quand n augmente. Cependant, l'erreur relative est plus grande avec les distributions log-normales qu'avec les distributions normales. En effet, le caractère asymétrique des distributions log-normales rend l'ajustement plus complexe à partir de distributions de Student.

Cependant, c'est aussi le défaut de nombreuses méthodes paramétriques comme Burr XII, qui ne prennent pas bien en compte l'asymétrie (voir la section 2.3.5.2). Dans le cas de l'outil de Safran Aircraft Engines, l'erreur relative reste acceptable car les distributions log-normales correspondent à un cas complexe d'asymétrie à queue lourde.

2.4.6 Tests sur des données industrielles

2.4.6.1 Cas d'une spécification dimensionnelle

Pour le premier cas industriel de Safran Aircraft Engines, une spécification dimensionnelle est étudiée (voir Fig.2.21). La spécification est un diamètre de trou dans la bride arrière du carter d'échappement du moteur Leap. La dimension de la pièce est $\simeq 1200$ mm.

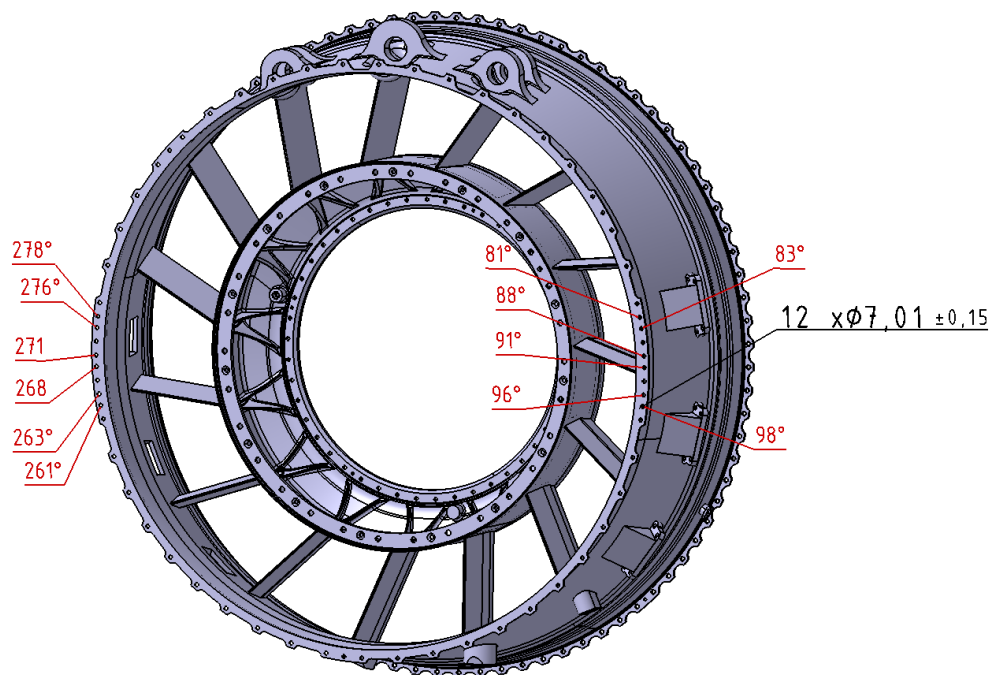


FIGURE 2.21 – Groupe de trous de la bride arrière du carter d'échappement - LEAP

Généralement, avec un diamètre mesuré en bi-points, les données de mesure suivent une loi normale pour chaque couple de points. En effet, on mesure des paires de points diamétralement opposés dont les nominaux sont construits à partir du cylindre des moindres carrés sur le nuage de mesure du trou. La grandeur exportée pour le logiciel de métrologie est la pire des valeurs maximale et minimale sur tout les couples bi-points du trou, et ce pour chaque trou de chaque pièce mesurée.

Dans ce premier cas, on considère un échantillon de production de 69 observations (voir Fig.2.22) du diamètre d'un trou en particulier situé à 98 degrés de la référence d'orientation (voir Fig.2.21). Pour des raisons de confidentialité, les données brutes ne sont pas fournies et le modèle CAO tolérancé est une version simplifiée de la pièce réelle. De plus, l'IT de la spécification est multiplié par une constante. Ces modifications n'impactent pas l'analyse des données avec l'outil Sigma, mais seulement la valeur de C_{pk} obtenue.

Il est évident sur la Fig.2.22 que la loi normale n'est pas adaptée aux données. En effet, la distribution est multi-modale et donc difficilement exploitable avec des méthodes traditionnelles. Il faut cependant faire attention au type de jeu de données utilisé, car les distributions multi-modales sont souvent synonymes de mélanges de données de plusieurs machines de fabrication. Avec ces données-là, on calcule uniquement une capabilité globale ("long terme"). Si une capabilité "court terme" est nécessaire, l'utilisateur doit modifier le jeu de données.

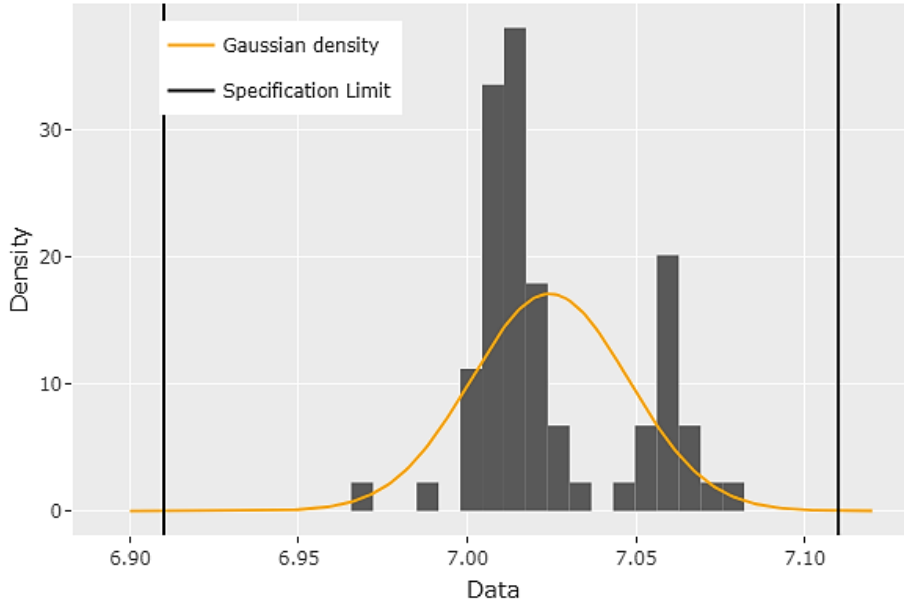


FIGURE 2.22 – Histogramme des données de production du cas N°1

Pour tester l'outil Sigma, deux méthodes d'ajustement sont utilisées. Premièrement, on utilise l'outil de mélange de t-distributions. Deuxièmement, un expert en statistiques de Safran Aircraft Engines ajuste manuellement un mélange de lois normales. Sur la Fig.2.23, le résultat des deux méthodes d'ajustement est présenté.

La principale différence est qu'avec l'hypothèse de distributions de Student, l'algorithme a défini de faibles degrés de liberté, en particulier pour traiter les valeurs extrêmes, tandis que les composantes du mélange gaussien ont une variance plus élevées, permettant de mieux les traiter. Les méthodes sont graphiquement assez proches, en notant que la méthode de l'algorithme présente des queues lourdes aux extrêmes. Si on calcule les capabilités en exploitant la formule (2.29), on obtient $C_{pk}^{N(0,1)} = 1,22$ pour Sigma et $C_{pk}^{N(0,1)} = 2,60$ pour le mélange gaussien. Sur cet exemple, une faible variation de T_{NC} estimé entraîne de fortes variations de la capabilité.

Cette différence de capabilité est due au fait que l'outil Sigma fixe de faibles degrés de liberté pour expliquer les queues de mesures, alors que le mélange de lois normales ne le fait pas. Une bonne manière de comparer des ajustements est d'utiliser les critères d'information AIC (Akaike Information Criterion) ou BIC (Bayesian Information Criterion) (voir l'annexe D section 5.4.3). Pour l'outil Sigma $AIC = -179,9$ et pour le mélange de lois normales on obtient $AIC = -176,6$. Plus le critère AIC est faible, meilleure est l'estimation. Sur la base de ce critère, l'outil est très performant comparé à une méthode manuelle complexe à mettre en œuvre pour un utilisateur de la MSP.

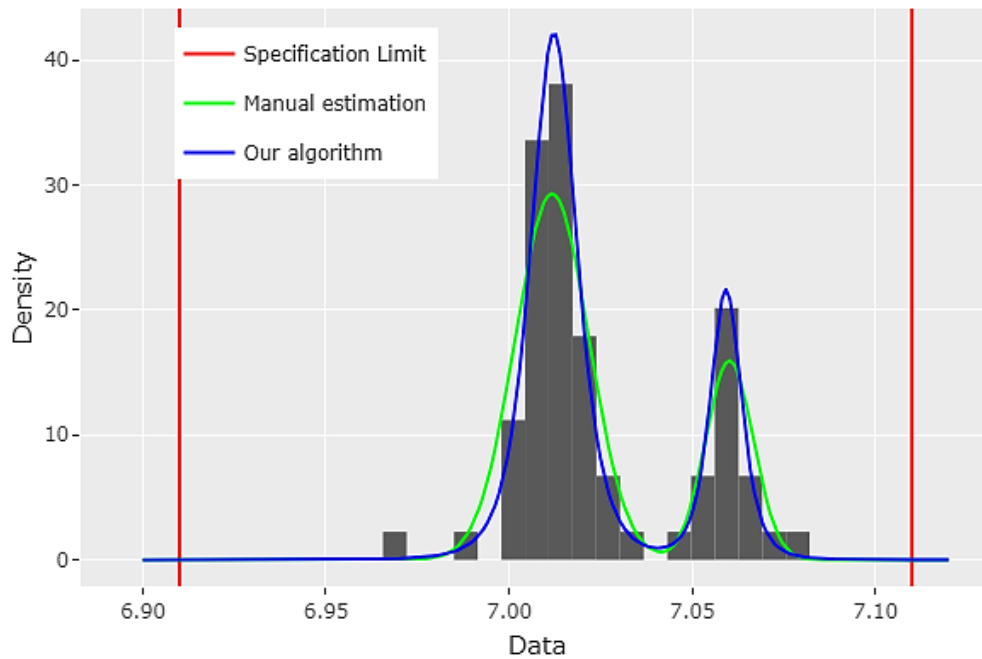


FIGURE 2.23 – Estimation de la densité sur des données de production

2.4.6.2 Cas d'une spécification géométrique

Le deuxième cas industriel de Safran Aircraft Engines est une spécification géométrique (voir Fig.2.24). La spécification est une localisation d'un groupe de trous de la Virole avant plateforme supportant le Cône avant - LEAP. La dimension de la pièce est de $\simeq 550 \text{ mm}$.

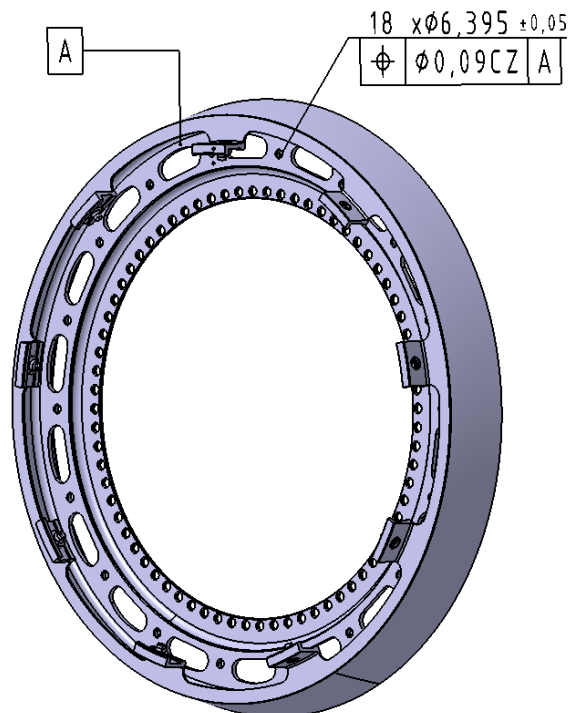


FIGURE 2.24 – Localisation d'un groupe de trous sur la Virole avant plateforme - LEAP

Généralement, ce type de données de mesure suit des lois asymétriques du type log-normale, Weibull, Rayleigh (des cas particuliers de la loi d'extremum généralisée). Le type de données mesuré pour cette spécification est 2 fois l'écart maximum du centre du trou non signé. Autrement dit, on calcule l'écart en norme (car non signé) par rapport au nominal construit avec le système de références. Puis, on multiplie la valeur par deux pour conserver l'homogénéité avec la définition de la tolérance dans la spécification géométrique. Alors, on peut écrire que $Ecart_{localisation} = 2|Ecart_{max}|$, avec $Ecart_{max}$ la déviation signée maximum de la surface tolérancée.

Pour ce deuxième cas industriel, un échantillon de production de 78 pièces est utilisé. De même, pour des raisons de confidentialité, les données brutes ne sont pas fournies et le modèle CAO tolérancé est une version simplifiée de la pièce réelle. De plus, les tolérances des spécifications sont multipliées par une constante. Ces modifications n'impactent pas l'analyse des données avec l'outil Sigma mais seulement la valeur de C_{pk} obtenue.

La distribution des données est proposée sur la Fig.2.25. Comme la distribution est asymétrique, on ne peut pas utiliser la loi normale. Pour cela, sur la Fig.2.25, la méthode du KDE avec noyau Gaussien est utilisée pour représenter l'histogramme.

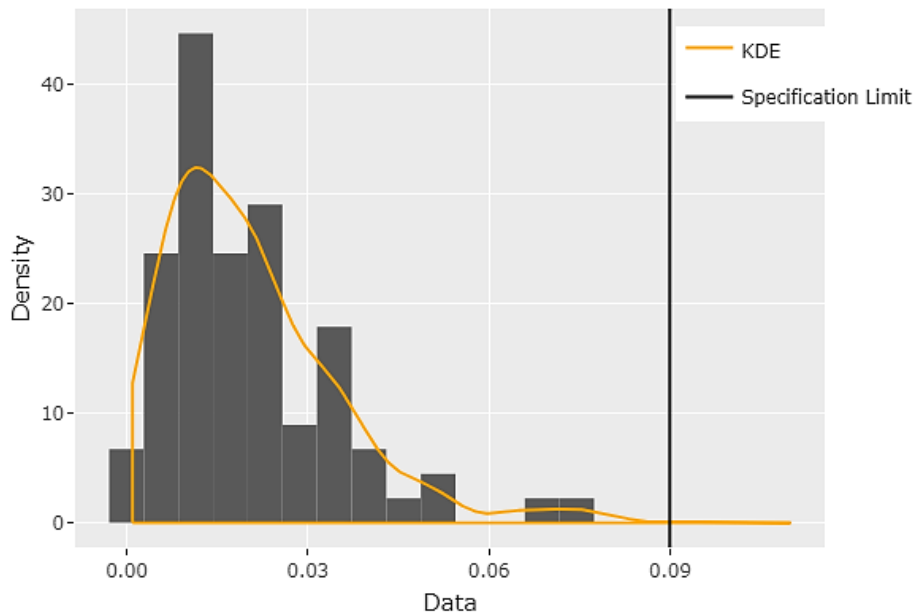


FIGURE 2.25 – Histogramme des données de production du cas N°2

Pour analyser la performance du mélange de t-distributions, l'outil Sigma est comparé avec un ajustement manuel d'une loi Gamma (voir la section 2.3.5.2). Sur la Fig.2.26, les deux ajustements sont présentés. Les deux distributions sont assez différentes cette fois-ci, car le mélange de t-distributions est multi-modal alors que la loi Gamma est uni-modale.

Si on compare les critères AIC, on obtient $AIC = -469$ pour la loi Gamma et $AIC = -444$ pour l'outil Sigma. Techniquement, selon ce critère, l'outil est moins performant que l'ajustement d'une loi Gamma. Il faut cependant rappeler que la loi Gamma est très efficace sur ce genre de données mais reste limitée pour les autres types de distributions.

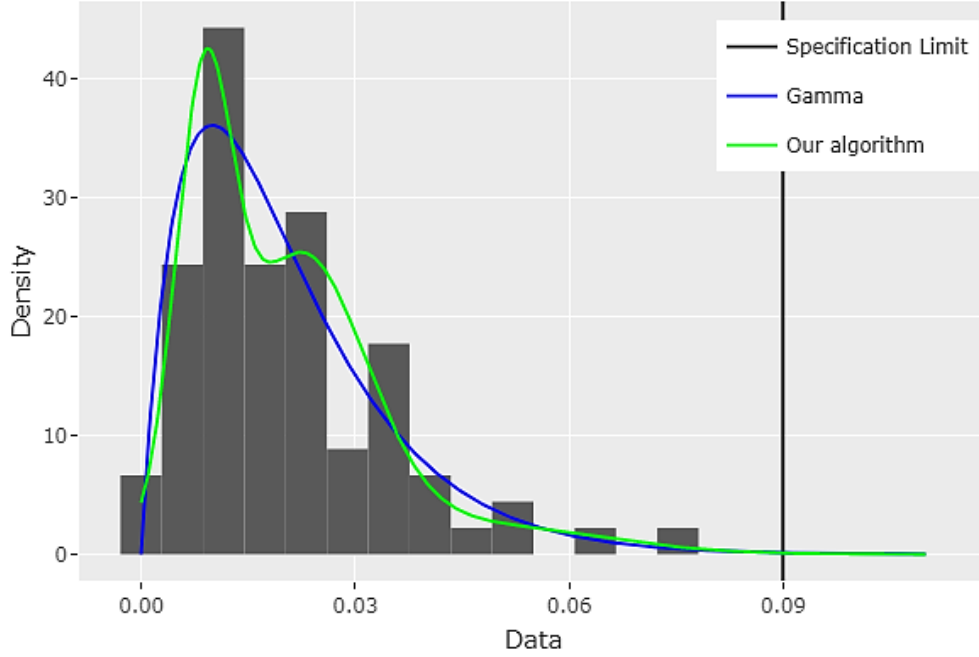


FIGURE 2.26 – Estimation de la densité sur les données de production (position)

Si on regarde les capacités, on obtient $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)} = 1,08$ avec l'outil Sigma et $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)} = 0,99$ avec la loi Gamma. Les valeurs de T_{NC} ne sont pas très éloignées et l'étendue de l'intervalle de confiance de niveau 0,99 est $\pm 0,1$, c'est-à-dire que l'intervalle de confiance estimé $[1,08 \pm 0,1]$ contient la valeur $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}$ de l'estimation Gamma.

La précision de la loi Gamma est meilleure sans pour autant écarter la significativité des résultats de l'outil Sigma. Il faut noter que ce type de distribution est difficile à prendre en compte, mis à part avec des distributions asymétriques du type Gamma. L'une des forces de l'outil Sigma est son automatisation. En effet, l'outil ne nécessite pas d'expertise en statistiques pour calculer une capacité. De plus, l'outil permet de comparer les capacités calculées pour différentes exigences. C'est un avantage important, car les services qualité de Safran Aircraft Engines réalisent souvent des comparaisons de capacité entre des exigences ou entre des pièces. Finalement, pour Safran Aircraft Engines, cet outil permet de réduire les risques d'erreurs des utilisateurs lors du calcul de PCIs (Process Capability Index) non normales avec identification de la distribution, mais aussi d'améliorer la qualité du suivi de production.

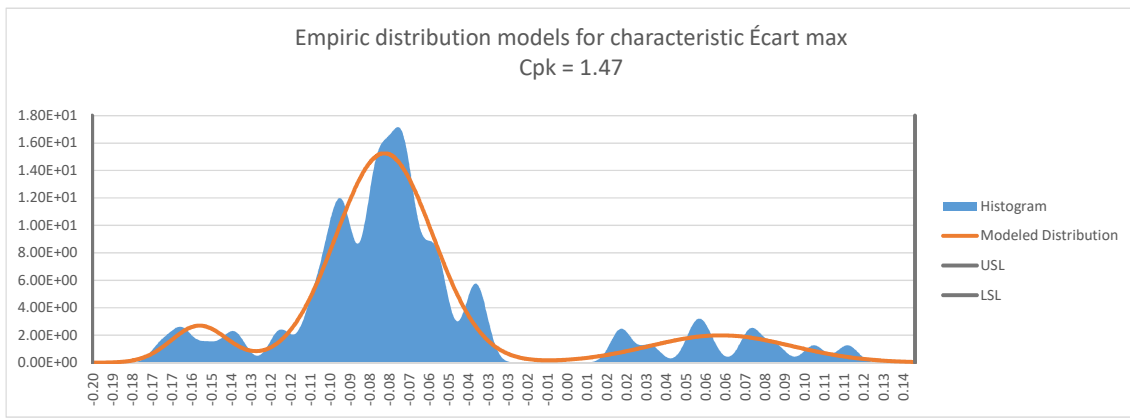
L'outil Sigma testé dans cette section est utilisé dans cette thèse pour le calcul de capacité. Safran Aircraft Engines a développé l'outil Sigma dans le réseau interne de l'entreprise. Pour mes calculs de capacité, j'ai utilisé la version hors ligne Excel de l'outil. Cette version hors ligne permet d'avoir accès aux informations d'ajustement de la distribution sur les données (carte de contrôle, nombre de modes, paramètres des modes, etc.). La section suivante présente l'outil hors ligne Sigma de Safran Aircraft Engines.

2.4.7 Présentation de l'outil Excel hors ligne

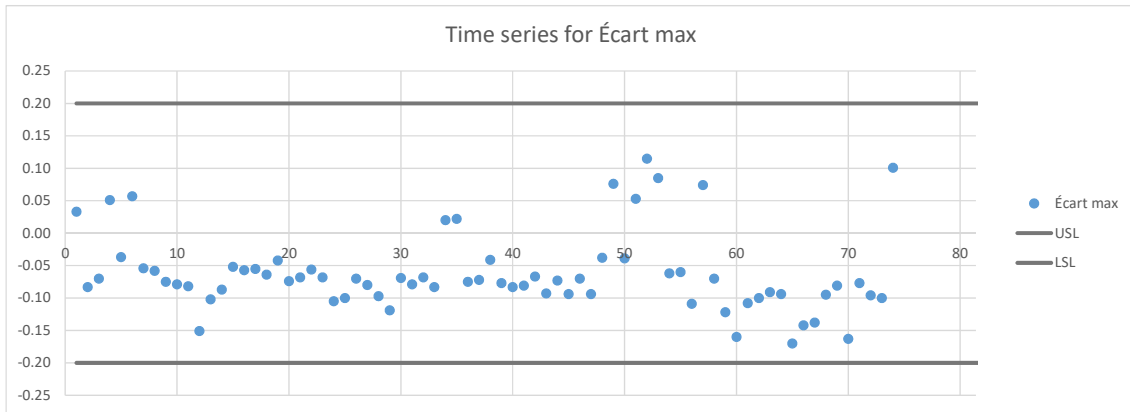
Pour utiliser l'outil Sigma hors ligne, un package permet d'utiliser une feuille Excel. Pour présenter l'outil utilisé dans la thèse, un jeu de 74 données de mesure d'un profil de surface du secteur DBP1 est utilisé (voir la section 2.2.3.1). La spécification de profil de surface à l'étude

est complexe car la surface tolérancée est une portion de cylindre, par rapport à un référentiel complexe. Dans ce cas, le jeu de données suit souvent une distribution non normale (voir section 2.2.4.3). L'outil Sigma est bien adapté pour ce type de données complexe, où la plupart des distributions connues ne permettent pas un bon ajustement.

On obtient avec l'outil $C_p^{\mathcal{N}(0,1)} = 1,55$ et $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)} = 1,47$ pour un ajustement de 3 distributions de Student. Sur la Fig.2.27, le résultat de l'outil Sigma est présenté sur la courbe "Modeled Distribution" en orange. De plus, l'histogramme des données en bleu est tracé en utilisant la méthode du KDE (avec un noyau gaussien et une large de bande h_{opt}). L'histogramme n'est pas utilisé pour le calcul de capabilité, mais permet graphiquement de visualiser les données et le résultat de Sigma sur ces données.



(a) Résultat du calcul de capabilité



(b) Carte de contrôle des individus

FIGURE 2.27 – Résultat Sigma pour les 74 données d'écart max signé

Chez Safran Aircraft Engines, les indices C_p et C_{pk} sont utilisés pour les calculs de capabilité "court terme" et "long terme". Pour cette raison, la sélection des données dans l'outil est une étape importante. De plus, sur la Fig.2.27, l'outil Sigma propose une carte de contrôle I des valeurs individuelles, définie dans l'annexe A section 5.1.7.

On note sur la Fig.2.27, qu'avec la spécification de profil de surface à l'étude, le jeu de données d'écart maximums signés est multi-modal. Graphiquement, on note qu'un mode est plus

important que les deux autres modes. Pour avoir plus d'information sur les 3 distributions de Student ajustés et analyser le poids de chaque mode, la Fig.2.28 propose le détail des paramètres du mélange de t-distributions. Dans l'onglet "Distribution parameters" on note que le mode 1 représente 77% du poids total du calcul du taux de non conformité. Les capacités sur les limites de spécifications sont $CPU^{\mathcal{N}(0,1)} = 1,63$ et $CPL^{\mathcal{N}(0,1)} = 1,47$.

Dans l'onglet "Results" de la Fig.2.28, on note qu'avec la formule classique de capacité avec hypothèse de distribution normale, on obtient $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)} = 0,76$. En effet, les données multi-modales sont très mal gérées par les distributions uni-modales comme la loi normale. Dans ce cas, la loi normale sur-estime souvent le taux de non conformité réel. Enfin, le temps de calcul pour ce jeu de données est de moins d'une seconde avec un ordinateur classique.

Chart information		Input dataset information		Distribution parameters				
Lower Bound	-0.20	Dataset points	489	Weight	Mean	Standard deviation	Degrees of freedom	
Upper Bound	0.14	Min dataset value	-0.17	Component 1	77%	-0.08	2.02E-02	200.00
X step (dX)	1.71E-04	Max dataset value	0.12	Component 2	15%	0.06	2.97E-02	200.00
Distribution weight	1.00	LSL	-0.20	Component 3	8%	-0.15	1.17E-02	200.00
		USL	0.20	Total	100%	-0.06	6.05E-02	
Computing time (s)		Results						
Model Fitting	0.00	CpL	1.47					
Total	0.90	CpU	1.63					
New limits textbox		CPK	1.47					
Test limits		Gaussian CPK	0.76					
New LSL	-0.20	Tightened Cpk (90% confidence)	1.41					
New USL	0.20	Gaussian outliers						
Results		Anderson-Darling statistic	4.41					
New LSL rate of non-compliance	4.94E-06	Test result (5%)	Outliers to be checked					
New USL rate of non-compliance	4.81E-07							
New CpL	1.47							
New CpU	1.63							
New CPK	1.47							

FIGURE 2.28 – Paramètres du résultat Sigma de l'écart max

2.4.8 Conclusion

Pour cet outil, Safran Aircraft Engines a choisi d'utiliser les formules de $C_p^{\mathcal{N}(0,1)}$ et $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}$ des équations (2.28) et (2.29). En effet, il est courant de comparer les capacités entre elles et de définir des valeurs de PCIs limites pour l'acceptation d'un lot de pièces. Les services qualité définissent ces limites sur la base d'analyses de SDF (Sûreté de Fonctionnement) via des outils comme l'AMDEC (Analyse des Modes de Défaillance, de leurs Effets et de leur Criticité). Les limites de tolérances utilisées dans les PCIs sont issues des taux de défaillance des produits ou des process via des AMDEC. Il est donc primordial pour Safran Aircraft Engines que les capacités utilisées puissent avoir une relation directe avec le T_{NC} . Les indices $C_p^{\mathcal{N}(0,1)}$ et $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}$ sont totalement adaptés de ce point de vue.

Concernant l'outil Sigma, les tests empiriques et sur des données industrielles montrent la robustesse des calculs effectués. De plus, lors du projet de développement de Sigma, une autre méthode a été mise en concurrence avec l'outil. Safran Analytics a développé une méthode bayésienne de calcul de PCI en exploitant un dictionnaire de lois statistiques évolutif, de manière à intégrer les données de production futures. Cette méthode a été comparée à l'outil Sigma lors du projet. Il en ressort que la performance de l'outil Sigma est légèrement inférieure dans le cas de distributions uni-modales classiques. Cependant, l'appel au dictionnaire de lois

implique un temps de calcul important. L'allégement du dictionnaire a été envisagé mais cela diminue les performances et donc l'intérêt de la méthode bayésienne évolutive.

En résumé, l'outil Sigma est fiable, bien que les distributions très asymétriques soient plus difficiles à prendre en compte. Cependant, les temps de calcul restent faibles même dans le cas de grands jeux de données. Pour cette raison, Safran Aircraft Engines utilise cet outil pour le calcul de PCI. Dans les chapitres suivant, j'ai donc utilisé l'outil Sigma pour le calcul des capacités $C_p^{\mathcal{N}(0,1)}$ et $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}$.

2.5 L'optimisation des tolérances avec $C_{pk}(\text{Sigma})$

2.5.1 Le nouveau critère de faisabilité

Dans la première partie du chapitre, l'optimisation des tolérances sur le secteur DBP1 avec un critère de faisabilité issu de la capacité C_p , a permis une amélioration de la capacité la plus mauvaise de l'ordre de $C_p + 205\%$. Cependant, ce critère de faisabilité issu de la capacité C_p ne permet pas de sanctionner l'aptitude du processus sur le centrage de la production par rapport à la cible. De plus, l'utilisation des capacités C_p et C_{pk} est limitée au cas où la distribution des maillons suit une loi normale. Dans la section 2.2.4.3 de nombreuses causes de non normalité des données de production sont mises en avant.

Afin de rendre l'optimisation plus proche du réel, il est nécessaire d'utiliser comme critère de faisabilité un PCI adapté à tout type de jeu de données. Pour cela, une méthode robuste de calcul de capacité est nécessaire. Dans ce chapitre, un état de l'art met en évidence le critère de capacité $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}$ pour sa relation avec le T_{NC} . On note que pour l'optimisation des tolérances, il est nécessaire de comparer les valeurs de capacité entre elles.

La section 2.4 propose le détail de l'outil de calcul de capacité de Safran Aircraft Engines, pour lequel j'ai participé aux tests. L'outil Sigma permet de calculer de manière automatique des capacités robustes pour tout type de données. Il est donc parfaitement adapté pour le calcul des capacités nécessaires à l'optimisation des tolérances par rapport aux données de production.

Pour rappel, la synthèse des tolérances est réalisée de manière arithmétique, dit "pire cas" (voir section 1.4.5.2). De plus, on intègre un critère de faisabilité, la tolérance économique. Cette tolérance a été dans un premier temps basée sur l'expérience du BM. Dans un second temps, afin d'intégrer les données de production, les dispersions de fabrication sont utilisées comme critère de faisabilité. Maintenant, une dernière optimisation propose d'utiliser les capacités $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}$ de Sigma comme critère de faisabilité. Pour vérifier la pertinence de l'utilisation de la qualité $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}$, une comparaison est proposée avec l'optimisation à partir des dispersions (voir la section 2.2.3.3). Afin de tester l'optimisation à partir des $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}$ de Sigma, le cas d'étude de la section 2.2.3.1 est utilisé.

2.5.2 Optimisation sur le cas d'étude

Pour utiliser la capacité Sigma comme critère de faisabilité, la première étape est de rechercher avec l'outil les tolérances des spécifications telles que $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}(\text{Sigma}) \simeq 1$. En effet, si pour

une tolérance donnée la capabilité est $\simeq 1$, alors c'est une tolérance économique du maillon. Cette hypothèse est pratique pour effectuer une recherche des tolérances économiques à la main dans Sigma sur les données de production. En réalité, cette optimisation est une approximation du résultat iso-capabilité, comme c'est le cas dans la section 2.2.3.3. L'iso-capabilité du résultat est le fait d'avoir des capabilités des maillons égales après l'optimisation. À partir de l'optimisation des tolérances de la Fig.2.29, on obtient les MIF tolérancés de la Fig.2.30. La nouvelle optimisation des tolérances permet, à partir des tolérances économiques (les valeurs où $C_{pk}^{N(0,1)}(Sigma) \simeq 1$), d'être très proche d'une solution iso-capabilité permettant la prise en compte des données de production.

		POS.BRUT.1	POS.BRUT.2	POS.BRUT.3	ORI.10.11	ORI.10.4	POS.10.3	POS.10.5	POS.10.6	POS.10.9			
Conditions fonctionnelles	Tol BE	0.060	0.060	0.060	0.026	0.013	0.032	0.035	0.269	0.264	SOMME	MARGE	WC TransTol3D
t_BE_1_1_10(maxi)	0.10	0.10	1.21	0.11			0.50				0.10	0.000	1.529
t_BE_1_1_12(maxi)	0.10	0.95	0.07	0.12			0.50				0.08	0.016	1.307
t_BE_135_1_8(maxi)	0.15						0.26		0.50		0.14	0.007	0.611
t_BE_135_1_10(maxi)	0.15						0.48		0.50		0.15	0.000	0.786
t_BE_173_1_1(maxi)	0.15						0.40			0.50	0.14	0.005	0.719
t_BE_173_1_12(maxi)	0.15						0.56			0.50	0.15	0.000	0.849
t_BE_6_1_5(maxi)	0.10				1.28	2.66	0.50	0.50			0.10	0.000	2.377
t_BE_6_1_14(maxi)	0.10				1.12	1.19	0.50	0.50			0.08	0.022	1.721
	Tol éco	0.40	0.40	0.40	0.26	0.13	0.33	0.36	0.51	0.33			
	Tol de fab				0.026	0.013	0.033	0.036	0.051	0.033			
	Cpk				1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00			

FIGURE 2.29 – Optimisation avec $C_{pk}^{N(0,1)}(Sigma)$

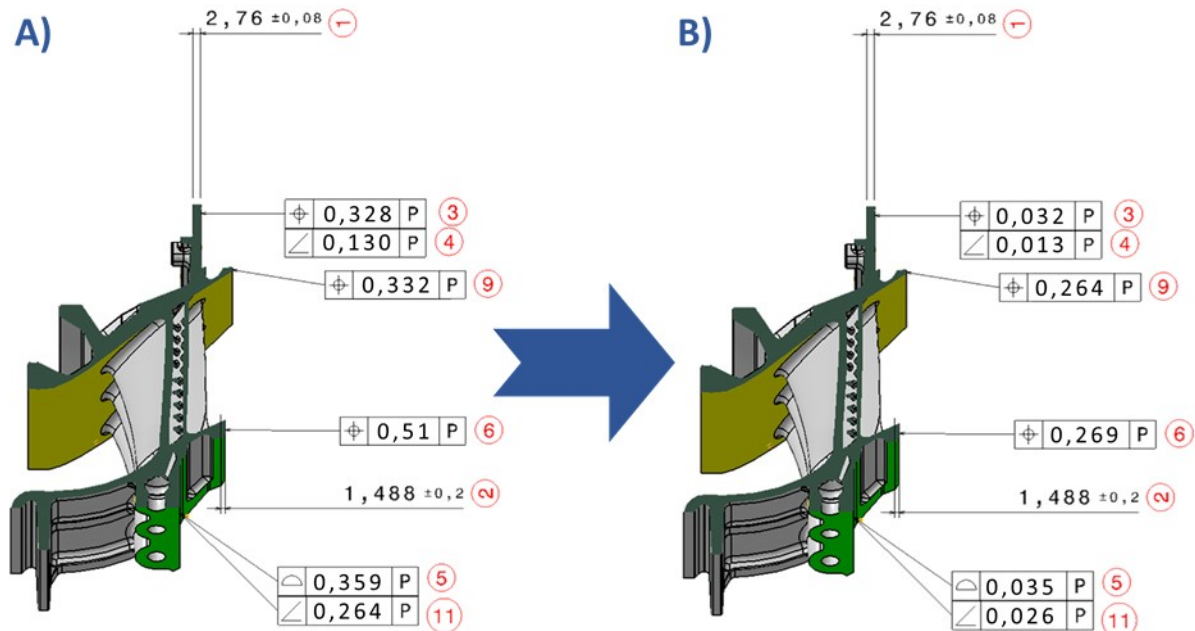


FIGURE 2.30 – Re-optimisation du secteur DBP1 A) modèle avec les tolérances économiques correspondantes à $C_{pk}^{N(0,1)} = 1$, B) modèle avec le résultat de l'optimisation des tolérances

La Fig.2.31 propose de comparer les optimisations des tolérances réalisées avec plusieurs critères de faisabilité sur l'exemple du DBP1. Sur la Fig.2.31, dans la partie du tableau sur

l'optimisation avec la dispersion, on observe que le critère de faisabilité issu du C_p est efficace pour améliorer la plus mauvaise capabilité C_p . En effet, lors de l'optimisation de la section 2.2.3.3, on obtient des capabilités $C_p = 0,84$. Cependant, les distributions des maillons ne suivent pas des lois normales et ce critère ne prend pas en compte le décentrage.

Sur la Fig.2.31, dans la partie du tableau sur l'optimisation avec Sigma, on observe que le critère de faisabilité issu du C_p ne permet pas de bien répartir les tolérances d'un point de vue du calcul du $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}(Sigma)$. En effet, avec les tolérances de l'optimisation avec dispersion, on obtient les valeurs $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}(Sigma) = (1,15; 1,19; 0,79; 0,57; 10; 10)$ de la Fig.2.31. Si l'on compare l'optimisation issue des C_p avec l'optimisation issue des capabilités $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}(Sigma) = 1$, on remarque que la plus mauvaise capabilité (la spécification de fabrication POS_5^{10}) est améliorée avec $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}(Sigma) = 0,93$ dans le cas de l'optimisation avec l'outil Sigma.

		ORI.10.11	ORI.10.4	POS.10.3	POS.10.5	POS.10.6	POS.10.9
Optimisation avec la dispersion	Cp avec t_éco	0.59	1.14	1.35	0.27	7.51	18.19
	Cp avec 6σ	0.84	0.84	0.84	0.84	7.91	19.34
	Gain	45.53%	-24.63%	-38.18%	205.00%	5.23%	6.26%
Optimisation avec Sigma	Cpk avec 6σ	1.15	1.19	0.79	0.57	10.00	10.00
	Cpk avec Sigma	0.94	0.97	0.99	0.93	10.00	10.00
	Gain avec Sigma	-18.47%	-18.23%	24.75%	63.56%	0.00%	0.00%

FIGURE 2.31 – Tableau de comparaison des optimisations avec C_p et de $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}(Sigma)$

Finalement, au regard de cette troisième optimisation avec les capabilités réelles Sigma, la gamme de fabrication des composants permet de respecter les exigences de la définition avec une capabilité cible $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}(Sigma) \simeq 1$ pour les maillons. On notera cependant que l'outil Sigma calcule des valeurs de capabilités très grandes quand $\text{tolérance} \gg \text{dispersion}$ et arrête le calcul à 10. De même, pour les données très hors tolérances, la capabilité est limitée à -10 . En effet, au delà de ces limites les valeurs de capabilités n'ont plus de sens pour la MSP.

2.5.3 Perspectives industrielles

Afin d'améliorer la dernière étape, une méthode par solveur doit être envisagée pour l'optimisation iso-capabilité. Pour cela, il est nécessaire de calculer la capabilité $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}(Sigma)$ et d'injecter la valeur de la tolérance dans l'outil de synthèse des tolérances. Pour Safran Aircraft Engines, cela nécessiterait d'intégrer une extension de l'outil de calcul Sigma dans les outils de chaînes de cotes. On note que le déploiement de l'outil d'optimisation dans les systèmes Safran Aircraft Engines n'est pas l'objet de mes travaux de thèse.

2.6 Conclusion

Ce deuxième chapitre propose de répondre au premier axe de recherche identifié (voir section 1.7) : l'optimisation des tolérances avec des critères de faisabilité via le calcul de capabilité sur les données de production.

Pour cet axe de recherche, une première méthode a été proposée sur la base d'une étude de cas industriel. Sur le secteur DBP1, plusieurs étapes de l'industrialisation ont été identifiées en fonction du critère de faisabilité à utiliser pour l'optimisation. En avant-projet, la synthèse des tolérances est effectuée à partir des tolérances économiques définies par le BM. Lors de la phase de pré-industrialisation, les données de mesure des premières pièces apportent des informations sur les "vraies" tolérances économiques.

Pour cette étape, je propose de calculer des PCIs afin d'optimiser les tolérances au plus proche des critères qualité d'acceptation des lots de pièces chez Safran Aircraft Engines. Pour une première approche, les dispersions de fabrication (la capabilité C_p) ont été utilisées. Avec cette optimisation sur les données, des gains sur la plus mauvaise capabilité ont été constatés. Cependant, la dispersion ne permet pas de représenter le décentrage des productions ni la forme de la distribution des données. Un état de l'art sur les méthodes de calcul des PCIs a été proposé dans ce chapitre. Je préconise finalement l'utilisation des PCIs : $C_p^{\mathcal{N}(0,1)}$ et $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}$.

Pour Safran Aircraft Engines, le calcul de capabilité est longtemps resté basé sur les indices classiques avec hypothèse de normalité des données. Cependant, dans le contexte des spécifications géométriques et dimensionnelles, cette hypothèse n'est pas toujours vérifiée (l'annexe B section 5.2 propose une étude de cas sur cette problématique). Pour cette raison, Safran Aircraft Engines a mis en place le projet Sigma pour le calcul robuste de PCI sur des distributions non normales, auquel j'ai participé. Dans ce chapitre, la méthode d'ajustement et de calcul des PCIs dans l'outil Sigma est présentée. Des tests empiriques et sur des données industrielles montrent la robustesse de l'outil. Pour cette raison, cet outil est utilisé pour le calcul de $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}(Sigma)$ dans la méthode d'optimisation des tolérances. Ces travaux ont permis la publication d'un article de journal en cours de relecture depuis décembre 2020.

L'outil Sigma est utilisé pour réaliser l'optimisation des tolérances du secteur DBP1 de Safran Aircraft Engines. Avec cette nouvelle optimisation, basée sur la capabilité $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}(Sigma)$ et non seulement sur la dispersion, les résultats des plus mauvaises capabilités des maillons sont optimaux.

Concernant les perspectives, plusieurs points ont été mis en évidence dans ce chapitre. D'un point de vue industriel, un travail est à réaliser pour pouvoir coupler l'outil de calcul de capabilité Sigma aux outils de chaînes de cotes réalisant la synthèse des tolérances chez Safran Aircraft Engines. Cela permettra d'éviter une recherche manuelle des critères de faisabilité avec la méthode d'optimisation proposée dans les travaux de thèse.

D'un point de vue scientifique, l'optimisation des tolérances ainsi que les méthodes de MSP en général sont basées sur une hypothèse forte : la validité des modèles de synthèse des spécifications et d'analyse des tolérances. En effet, on considère pour ce chapitre que les grandeurs influant sur la qualité du produit sont les spécifications liées aux chaînes de cotes.

Les chapitres suivants s'intéressent au deuxième axe de recherche des travaux de thèse : l'identification des grandeurs influentes liées à la qualité géométrique du produit fini. Pour cela, la thèse s'appuie sur une étude de cas, définie dans le troisième chapitre.

Industrialisation du cas d'étude en laboratoire

Sommaire

3.1	Introduction	99
3.2	Conception et tolérancement du cas d'étude	99
3.2.1	Objectifs scientifiques	99
3.2.2	Processus de conception et d'industrialisation	100
3.2.3	Conception préliminaire du produit	101
3.2.4	Synthèse des spécifications BE	104
3.2.4.1	Décomposition par blocs du produit	104
3.2.4.2	Le tableau de mise en position	105
3.2.4.3	Tolérancement des jonctions de l'étage 1	106
3.2.4.4	Tolérancement des exigences de l'étage 1	107
3.2.4.5	Synthèse des spécifications des étages 2 à 4	108
3.2.5	Choix des ajustements des contacts	109
3.2.6	Analyse et synthèse des tolérances BE	110
3.2.6.1	Modélisation dans Anatole 3D	110
3.2.6.2	Calcul des sensibilités de l'étage 1	111
3.2.6.3	Synthèse des tolérances de l'étage 1	111
3.2.6.4	Les composants tolérancés de l'étage 1	113
3.2.6.5	Analyse et synthèse des tolérances des étages 2 à 4	114
3.2.7	Retours sur la conception	115
3.3	Industrialisation des composants	115
3.3.1	Gammes de fabrication des composants	115
3.3.2	Analyse et synthèse des tolérances du Carter	117
3.3.3	Analyse et synthèse des tolérances de la Tôle mince	119
3.3.4	Analyse et synthèse des tolérances du Corps Moyeu	120
3.3.5	Analyse et synthèse des tolérances de l'Axe Moyeu	121

3.4	Fabrication des composants et assemblage	122
3.5	Contrôle des spécifications	123
3.5.1	Machines de mesure	123
3.5.2	Acquisition des données MMT	125
3.5.3	Stratégies de mesure	126
3.5.4	Environnement et gamme de serrage	127
3.5.5	Calculs des écarts des spécifications	128
3.5.6	Intégration de mesures sans contact	129
3.5.7	Étude de répétabilité	129
3.6	Conclusion	131

3.1 Introduction

Ce troisième chapitre décrit la partie expérimentale du deuxième axe de recherche des travaux de thèse. Une étude de cas sert de support pour l'identification des grandeurs influentes liées à la qualité géométrique du produit fini. Ce cas d'étude est conçu, fabriqué et mesuré au laboratoire LURPA. Il a été choisi de ne pas utiliser des données industrielles de Safran Aircraft Engines pour cet axe de recherche. En effet, l'identification des grandeurs influentes nécessite d'avoir à disposition toutes les données de l'industrialisation. Chez Safran Aircraft Engines, certaines informations sur la production ne sont pas toujours accessibles dans la base de données. Par exemple, les changements d'outils ou les réglages de machines ne sont pas systématiquement liés aux données de production.

L'apport du chapitre est la définition du cas d'étude permettant de répondre aux objectifs scientifiques de Safran Aircraft Engines. Pour cela, le cas d'étude est représentatif des assemblages par brides (interface de mise en position entre deux pièces avec serrage par vis) des pièces tournantes et carters de Safran Aircraft Engines. Le chapitre décrit la conception architecturale du cas d'étude par rapport aux objectifs de Safran Aircraft Engines, le tolérancement du produit, le tolérancement de fabrication, la fabrication, le contrôle et l'assemblage final.

3.2 Conception et tolérancement du cas d'étude

3.2.1 Objectifs scientifiques

Pour l'identification des grandeurs influant sur la qualité géométrique du produit, il est important de disposer de toutes les données nécessaires. Afin que le cas d'étude corresponde à ce qu'on souhaite observer, un cahier des charges de conception a été rédigé en début de thèse. Le cas d'étude étant produit au laboratoire, il est possible de noter tous les événements de production, les réglages, la mise en position ou encore de réaliser des mesures in-situ (mesures sur le moyen de production sans démontage de la pièce du porte-pièce). Pour ce cas d'étude, plusieurs critères du cahier des charges ont permis de réaliser la phase de définition fonctionnelle :

- La représentativité des assemblages de Safran Aircraft Engines, notamment au niveau des liaisons brides des pièces tournantes et carters ;

- La production d'une population statistique suffisante pour réaliser des analyses pertinentes en tenant compte des contraintes économiques ;
- La production d'un premier lot pour réaliser les premières analyses et réglages, puis la production d'un second lot de pièces ;
- La définition de CFGs (Condition Fonctionnelle Géométrique) représentatives des besoins fonctionnels des assemblages de Safran Aircraft Engines, ainsi que l'exploitation de CFGs avec des effets 3D faisant intervenir des outils de CAT (Computer Aided Tolerancing) ;
- Créer des gammes de fabrication en plusieurs phases donnant lieu à des transferts de fabrication 3D traités avec l'outil TransTol3D ;
- Capitaliser sur les données de production suivantes : machines, conditions, changements d'outils, réglages machines, etc. L'objectif est de pouvoir faire des analyses 6M lors du post-traitement des données ;
- Réaliser les mesures des spécifications BE des pièces, BM des MIF (Modèles Intermédiaires de Fabrication) mais aussi des CFGs sur les assemblages ;
- Mesurer toutes les grandeurs nécessaires pour la comparaison des mesures des spécifications avec la qualité géométrique du produit fini, les CFGs ;
- Assurer le suivi et le marquage temporel des étapes de fabrication, de mesure et d'assemblage des pièces en cours de fabrication, des composants finis et des produits.

Ce cahier des charges de conception et d'industrialisation doit permettre l'obtention de toutes les données nécessaires pour l'identification des grandeurs influentes. Par exemple, chez Safran Aircraft Engines, la mesure des CFGs sur les sous-ensembles est rare. De plus, les changements d'outils et les réglages en production ne sont pas toujours bien associés aux données de mesures des spécifications. Ce cas d'étude fabriqué au laboratoire donne accès à ces données manquantes dans l'industrie pour réaliser des analyses.

3.2.2 Processus de conception et d'industrialisation

Pour ce cas d'étude, un processus de conception et d'industrialisation est défini au regard des objectifs scientifiques présentés dans la section 3.2.1. Le cas d'étude est développé en suivant le processus de la Fig.3.1, afin d'être représentatif des types d'assemblages et de problématiques rencontrés par Safran Aircraft Engines. De plus, les méthodes et outils de Safran Aircraft Engines pour le tolérancement sont utilisés. La production des composants est réalisée avec les moyens de fabrication du LURPA et l'assistance d'un technicien du laboratoire. J'ai réalisé les étapes de contrôle (programmation et acquisition) des spécifications des pièces aux différentes phases de fabrication, des pièces finies et des assemblages.

Pour réaliser les réglages et vérifier les ajustements entre les pièces, une pré-série de 3 assemblages a été réalisée. Ce premier lot a permis d'éprouver la gamme de fabrication et de valider les choix de conception par rapport aux objectifs scientifiques.

Pour l'étude des grandeurs influentes, un lot de 13 assemblages a été produit, en réalisant les étapes de fabrication puis les étapes de mesure des pièces aux différentes phases. En effet, la mesure de certaines spécifications de fabrication est impossible à partir de la pièce finie et doit être réalisée pendant la fabrication. Pour ce second lot, les sous-ensembles avec des pions montés serrés ont aussi été mesurés. Finalement les assemblages finaux avec et sans serrage sont mesurés afin de contrôler les CFGs pour différents états du produit.

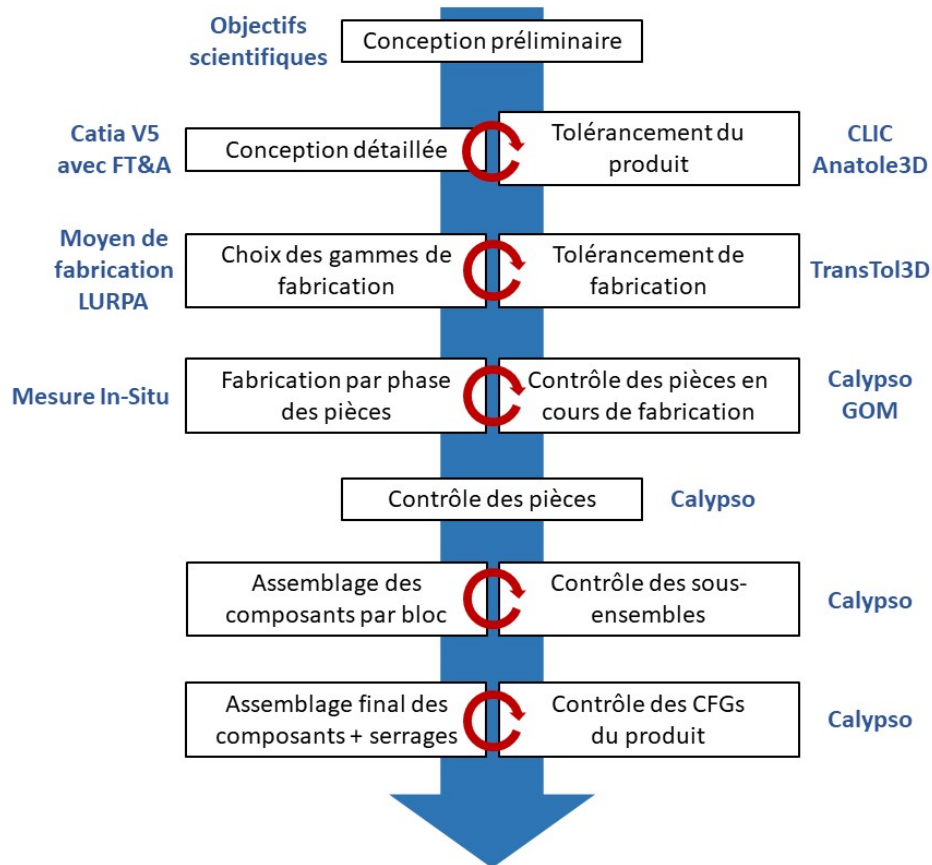


FIGURE 3.1 – Processus de conception et d'industrialisation du cas d'étude

On note que la conception et l'industrialisation du cas d'étude sont réalisées dans un contexte de continuité numérique, afin de permettre l'exploitation des données pour ces travaux de thèse et pour de futurs travaux du LURPA et de Safran Aircraft Engines. En effet, l'acquisition des données géométriques des pièces en cours de fabrication, des pièces finies et des assemblages permet d'envisager de nombreuses études scientifiques. Dans ces travaux de thèse, l'exploitation des données doit permettre de développer des méthodes d'identification des grandeurs géométriques influant sur les CFGs du produit.

3.2.3 Conception préliminaire du produit

À partir des objectifs de la section 3.2.1, j'ai réalisé la conception préliminaire d'un assemblage type par rapport aux pièces tournantes et de carters de Safran Aircraft Engines. La conception préliminaire et la pré-industrialisation ont été limitées en fonction des moyens de production du LURPA, des contraintes économiques et des attentes sur les grandeurs à observer pendant la production. Sur la Fig.3.2 différentes vues du cas d'étude sont proposées.

Le produit à l'étude est un assemblage de 4 pièces en aluminium et en acier. L'assemblage se compose de 3 sous-ensembles avec le Carter, la Tôle mince et le Moyeu (composé du Corps et de l'Axe), maintenus en position par 5 ensembles vis et écrous. Pour cette étude de cas, les vis n'ont aucun rôle de mise en position. En effet, des pions de centrage sont utilisés dans les contacts Carter/Tôle et Tôle/Moyeu. Les pions sont montés serrés dans les pièces Carter et Moyeu pour former les sous-ensembles Carter-Pion et Moyeu-Pions (voir Fig.3.3).

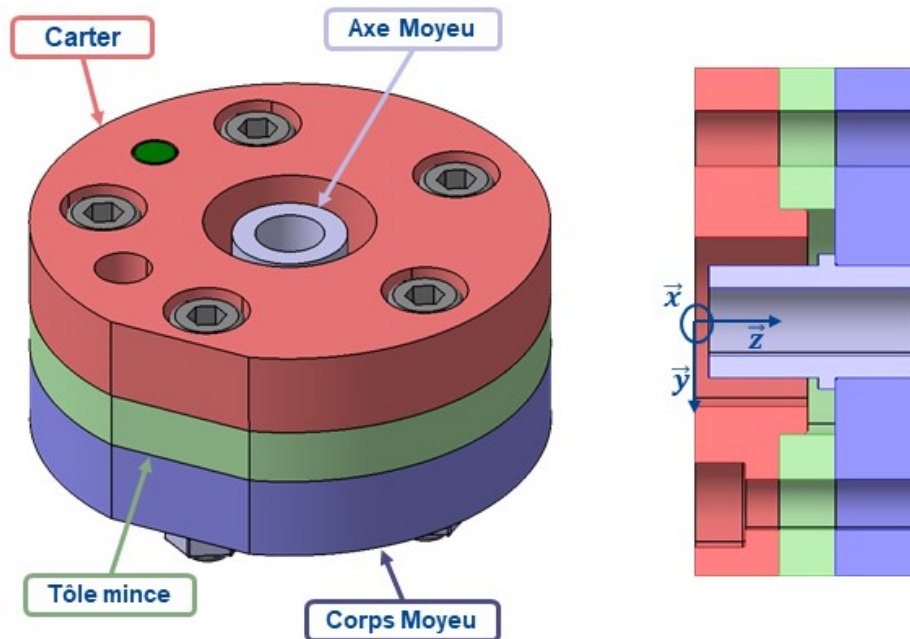


FIGURE 3.2 – Définition du cas d'étude composé de 4 pièces de révolution

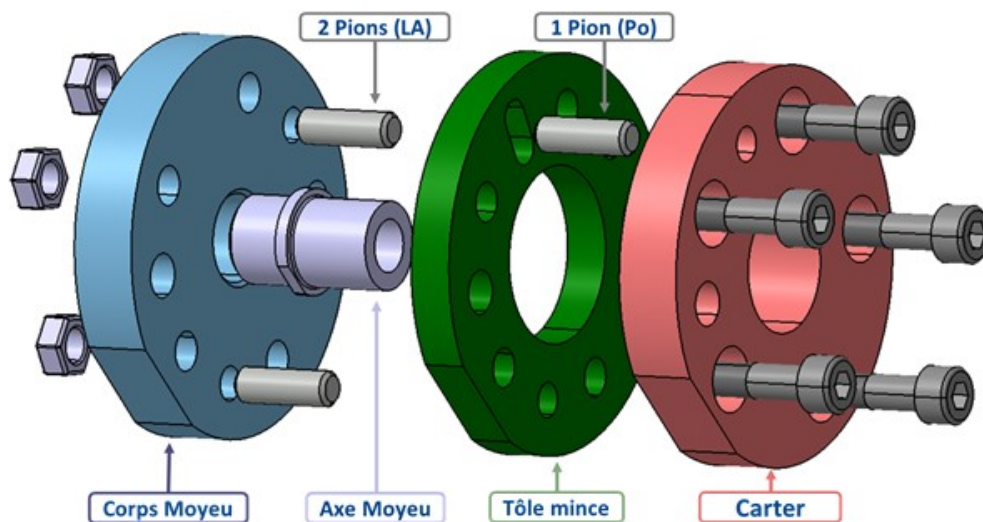


FIGURE 3.3 – Définition du cas d'étude via une vue éclatée

Avec les Fig.3.2 et Fig.3.3 on retrouve les deux brides types (Carter-Pion/Tôle et Tôle/Moyeu-Pions) que Safran Aircraft Engines utilise. En effet, le premier cas (Carter-Pion/Tôle) est une solution isostatique classique avec un appui plan, un centrage court et un arrêt en rotation via un pion de centrage dans un trou oblong.

Le second cas (Tôle/Moyeu-Pions), est une solution hyperstatique avec un appui plan et 2 pions en centrages courts. Le montage de l'Axe (en acier) dans le Corps Moyeu (en aluminium) est réalisé par frettage. C'est un montage très serré en centrage long avec un arrêt en translation via un épaulement sur l'Axe Moyeu. Cette solution d'assemblage indémontable est très utilisée dans l'industrie. Pour cette thèse, ce type d'assemblage permet de mener des investigations sur l'origine des écarts dans les sous-ensembles indémontables.

Lors de la conception préliminaire, il faut aussi définir les méthodes de tolérancement utilisées par rapport à la section 1.4. Le tolérancement des composants commence avec la définition des CFGs de l'assemblage sur la Fig.3.4. Pour ce cas d'étude, le vocabulaire ISO GPS est utilisé pour définir le type de CFG. Les CFGs présentées sont définies de manière à être représentatives des conditions d'assemblage des modules moteurs de Safran Aircraft Engines.

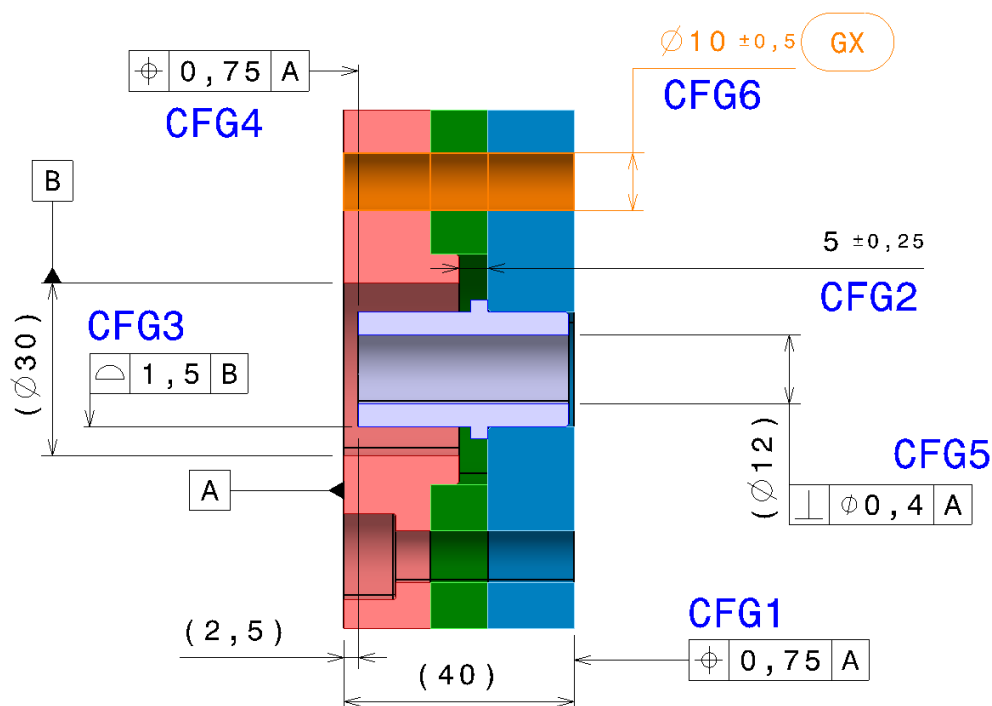


FIGURE 3.4 – Définition des CFGs sur l'assemblage

Par rapport à la section 1.4 et au contexte industriel de Safran Aircraft Engines (voir section 1.6), j'ai choisi les méthodes CLIC et Quick GPS [26, 17, 23], pour réaliser la synthèse des spécifications. À partir de l'identification des CFGs et des jonctions des pièces, on obtient une cotation ISO GPS. Le tolérancement des composants de l'assemblage est réalisé dans l'environnement CAO Catia V5 R28 avec l'atelier FT&A. Cet environnement de travail permet de garantir une continuité numérique des données pour les étapes de fabrication et de contrôle.

Pour modéliser les CFGs, un graphique des liaisons [30] a été utilisé (voir Fig.3.6). Ce type de graphique permet de mettre en évidence les surfaces de contact des pièces, les types de liaisons et les CFGs, afin d'identifier les boucles d'influence (les fermetures géométriques ou chaînes de cotes). Il est à noter que l'identification des surfaces par des numéros de la Fig.3.5, permettra lors des étapes de fabrication et de contrôle d'assurer la labellisation des données.

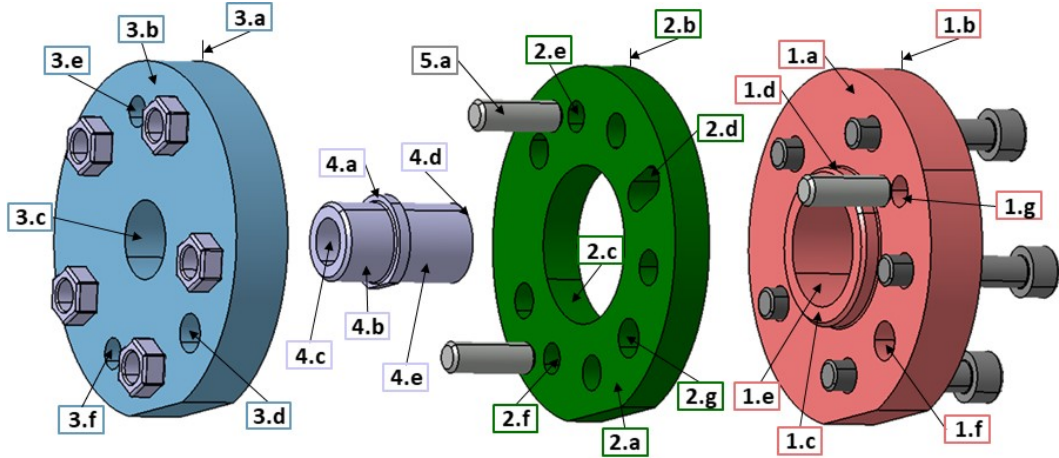


FIGURE 3.5 – Définition des surfaces pour le graphique des liaisons

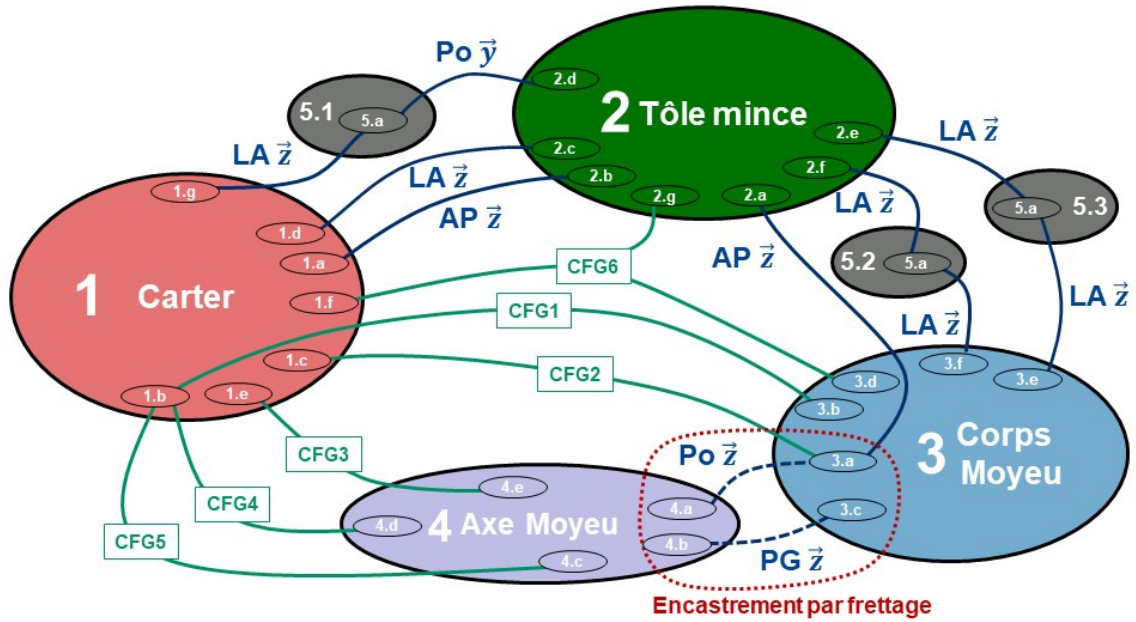


FIGURE 3.6 – Graphique des liaisons du cas d'étude

Concernant, l'analyse et la synthèse des tolérances, l'outil de chaînes de cotes Anatole 3D [122, 84] est utilisé. Cet outil a été choisi par Safran Aircraft Engines avant mes travaux de thèse, lors d'une étude comparative des logiciels de CAT existants Catia V5 (voir la section 1.4.6). Anatole 3D permet de prendre en compte les effets 3D des CFGs pour l'analyse des tolérances. Il est basé sur la méthode des indéterminées via le concept des torseurs de petits déplacements [193]. Initialement, la synthèse des tolérances est réalisée de manière arithmétique.

3.2.4 Synthèse des spécifications BE

3.2.4.1 Décomposition par blocs du produit

À partir des modèles CAO, la méthode CLIC nécessite de décomposer le produit par des blocs, qui sont des sous-ensembles fonctionnels de pièces liées entres-elles. Pour ce cas d'étude, la décomposition par blocs de la méthode CLIC correspond à la gamme d'assemblage du produit présentée à la Fig.3.7. Le tolérancement est réalisé par étages de la gamme d'assemblage.

Le tolérancement des composants est réalisé en partant du produit fini, c'est-à-dire de l'assemblage final. Le premier étage est l'assemblage des blocs Carter-Pion, Tôle mince et Moyeu-Pions. À partir des CFGs, il est possible de réaliser la synthèse des spécifications de l'étage 1. Puis, pour réaliser la synthèse des spécifications des étages inférieurs, on considère chaque bloc comme un produit intermédiaire. Dans la méthode CLIC, on réalise successivement le tolérancement des blocs pour chaque étage afin d'obtenir tous les composants unitaires spécifiés.

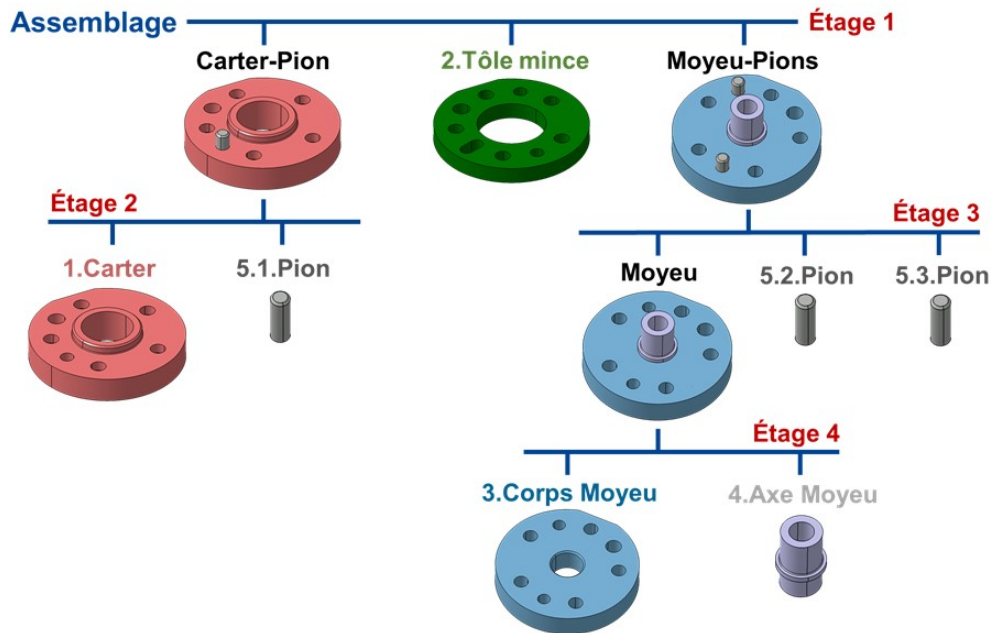


FIGURE 3.7 – Gamme d'assemblage et définition des blocs sur le cas d'étude

3.2.4.2 Le tableau de mise en position

La deuxième étape de la méthode CLIC est l'identification des contacts entre les pièces avec les tableaux de mise en position. Sur la Fig.3.8, les tableaux de mise en position sont proposés pour les jonctions Carter-Pion/Tôle mince et Tôle mince/Moyeu-Pions.

Pièce : Carter-Pion		Repère : Étage 1		État : Version 1	
Plan		Cylindre		Cylindre	
A	1.a	B	1.d	C	5.1.Pion
Contact		Jeu		Jeu	
Pièce : Tôle mince					
Plan		Cylindre		2 plans parallèles symétriques	
A	2.b	B	2.c	C	2.d

(a) Jonction Carter-Pion/Tôle mince

Pièce : Tôle mince		Repère : Étage 1		État : Version 1	
Plan		Cylindre		Cylindre	
D	2.a	E	2.f	E	2.e
Contact		Jeu		Jeu	
Pièce : Moyeu-Pions					
Plan		Cylindre		Cylindre	
A	3.a	B	5.2.Pion	B	5.3.Pion

(b) Jonction Tôle mince/Moyeu-Pions

FIGURE 3.8 – Tableaux de mise en position de l'étage 1

Sur ces tableaux de mise en position, on définit la nature des surfaces en vis-à-vis et le type de contact souhaité (contact, jeu, serrage, etc.). Il est à noter que les numéros des surfaces des composants utilisés sur les tableaux correspondent à ceux de la Fig.3.5.

3.2.4.3 Tolérancement des jonctions de l'étage 1

À partir du tableau de mise en position, on réalise la synthèse des spécifications des jonctions de pièces. Il faut choisir les types de spécifications des surfaces en contact et les systèmes de références associés. La méthode CLIC propose une bibliothèque de cotation en fonction des contacts identifiés dans les tableaux de mise en position (voir l'annexe C section 5.3.1). Sur la Fig 3.9, une partie de la bibliothèque de cotation CLIC [17] est présentée pour spécifier la jonction Carter-Pion/Tôle mince.

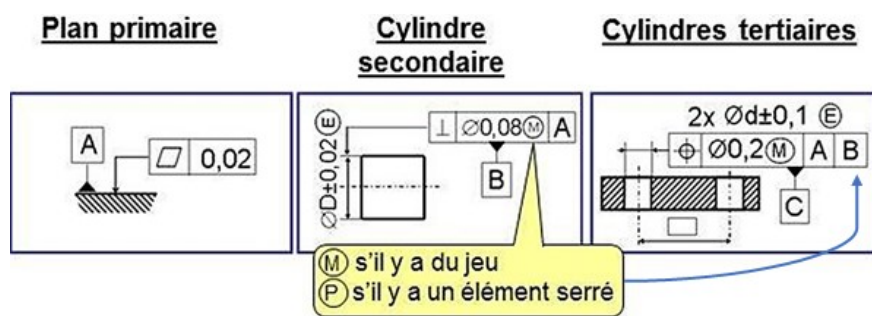


FIGURE 3.9 – Extrait de la bibliothèque de cotation CLIC [17]

La Fig.3.10 propose le résultat pour la jonction Carter-Pion/Tôle mince. À cette étape du tolérancement, les tolérances sont notées t_i . Dans le cadre du tolérancement d'une jonction, les spécifications des systèmes de références sont similaires entre les pièces. De même, dans la Fig.3.11 la synthèse des spécifications de la jonction Tôle mince/Moyeu-Pions est présentée. On note que la pièce Tôle mince est en interface entre deux pièces. Dans ce cas, la synthèse des spécifications amène à créer deux systèmes de références pour les deux jonctions, dont l'un des systèmes est considéré comme positionnant et l'autre comme positionné.

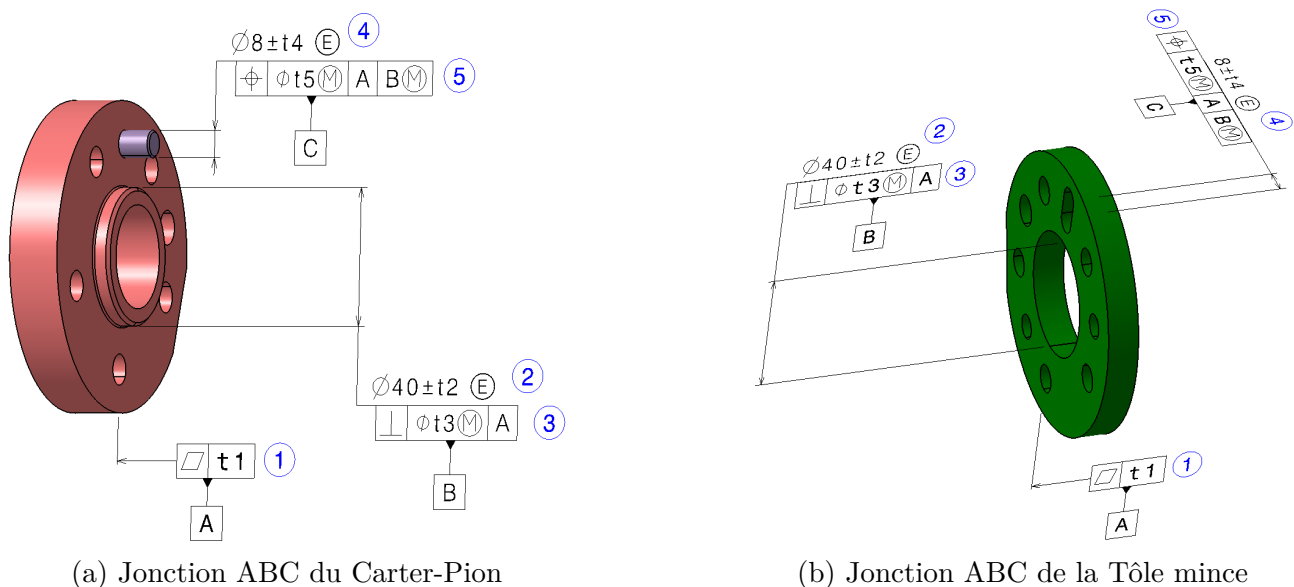


FIGURE 3.10 – Synthèse des spécifications - Jonction Carter-Pion/Tôle mince

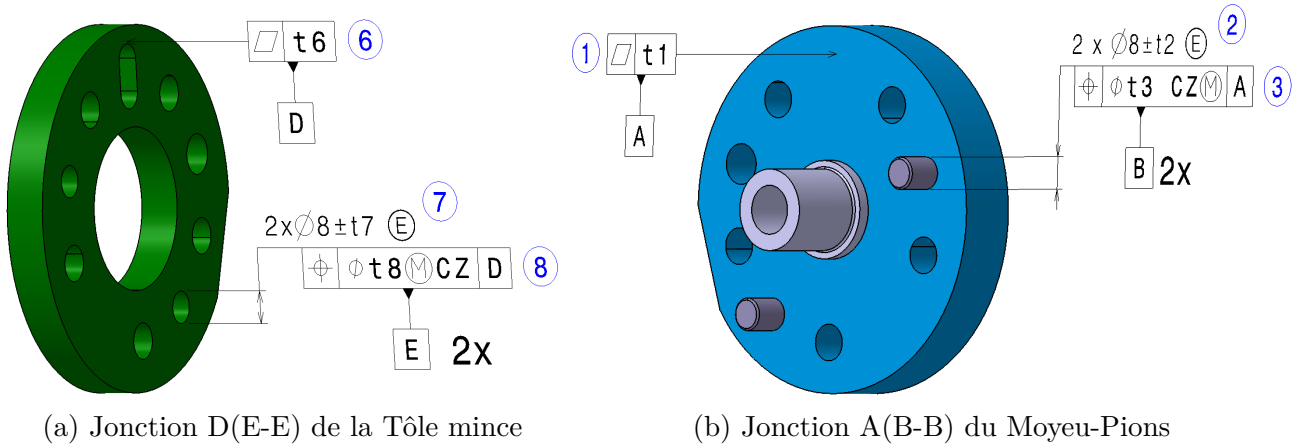


FIGURE 3.11 – Synthèse des spécifications - Jonction Tôle mince/Moyeu-Pions

On note que la synthèse des spécifications ne prend pas en compte l'exigence d'enveloppe des surfaces cylindriques, car implicite en production et au contrôle. Après la synthèse des spécifications au niveau des jonctions de pièces présentée dans les Fig.3.10 et Fig.3.11, il reste à prendre en compte les exigences sur le produit comme les CFGs.

3.2.4.4 Tolérancement des exigences de l'étage 1

Dans la méthode CLIC, il faut d'abord réaliser la synthèse des spécifications au niveau des contacts, puis il faut prendre en compte les boucles d'influence des différentes CFGs de la Fig.3.4. Sur les Fig.3.12, Fig.3.13 et Fig.3.14, le résultat du tolérancement des exigences de l'étage 1 est proposé. On note sur ces figures que les valeurs de tolérances sont nommées en fonction de la CFG concernée. De plus, les tolérances liées aux trous de passage des vis concernent la contrainte d'intégration $J_{nom} = 0,5 \text{ mm}$. On notera dans cette méthode que certaines spécifications répondent à différentes CFGs. Alors, la synthèse des tolérances permet de sélectionner la plus faible tolérance en fonction de la chaîne de cotes la plus limitante.

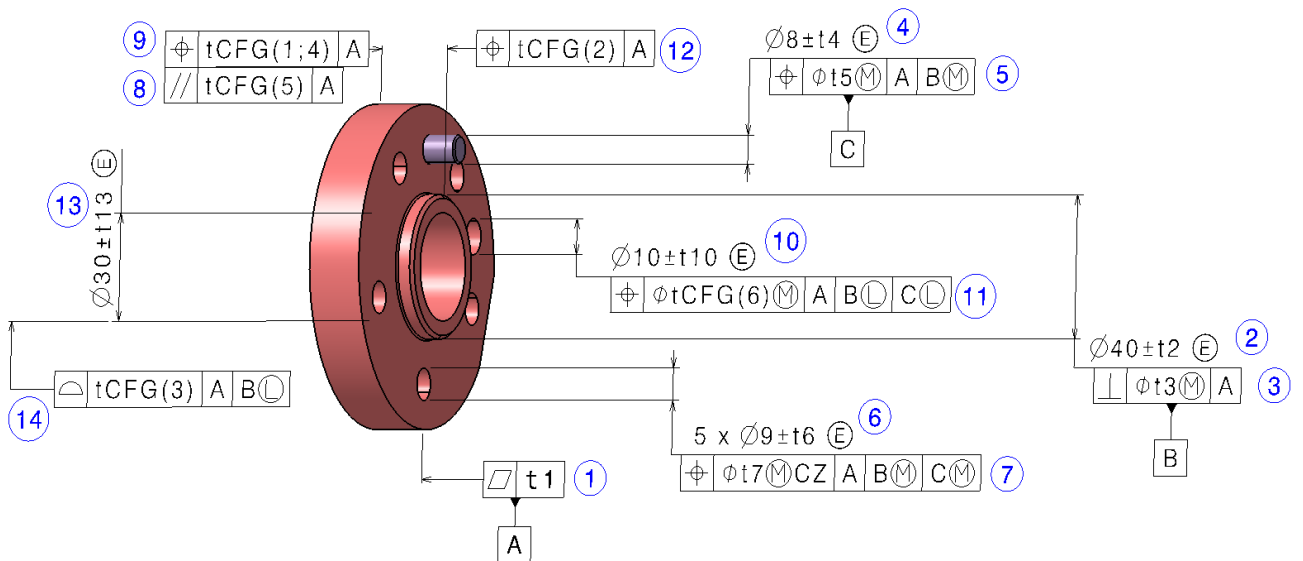


FIGURE 3.12 – Synthèse des spécifications du bloc Carter-Pion

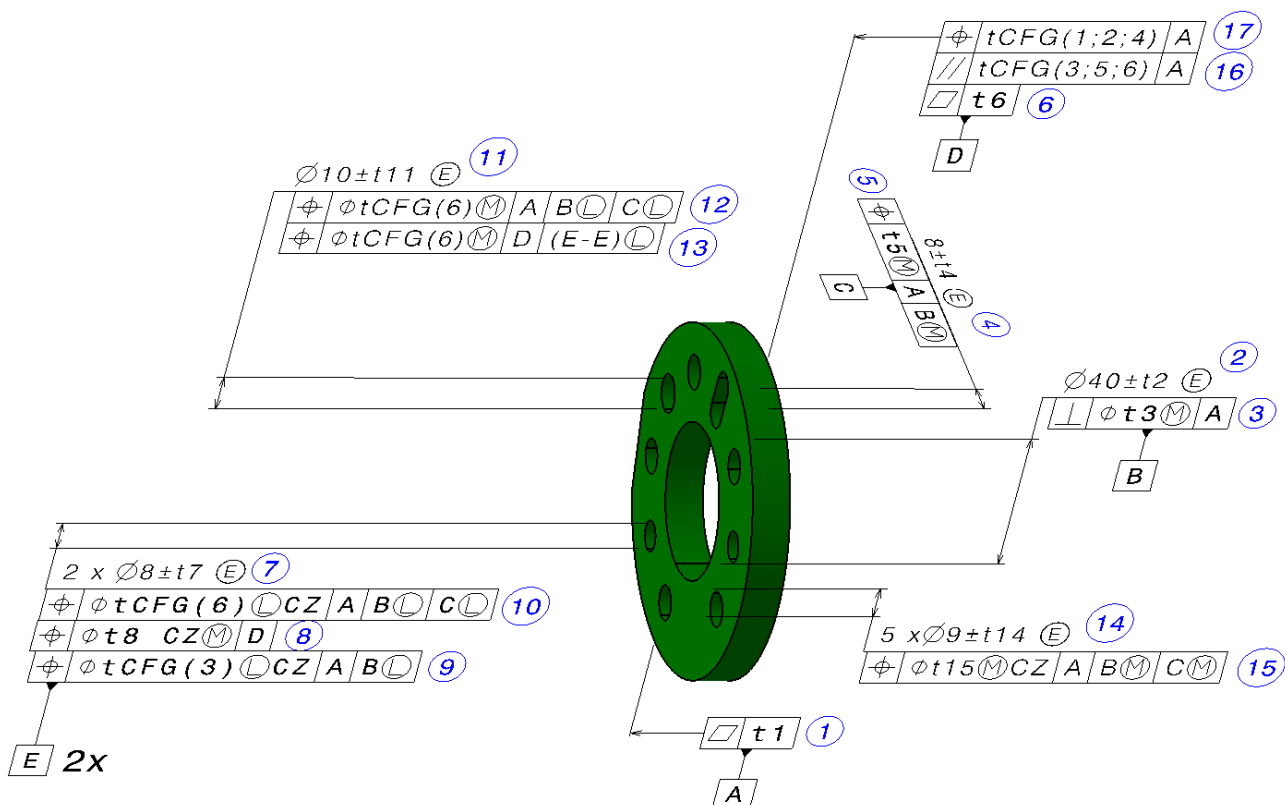


FIGURE 3.13 – Synthèse des spécifications de la Tôle mince

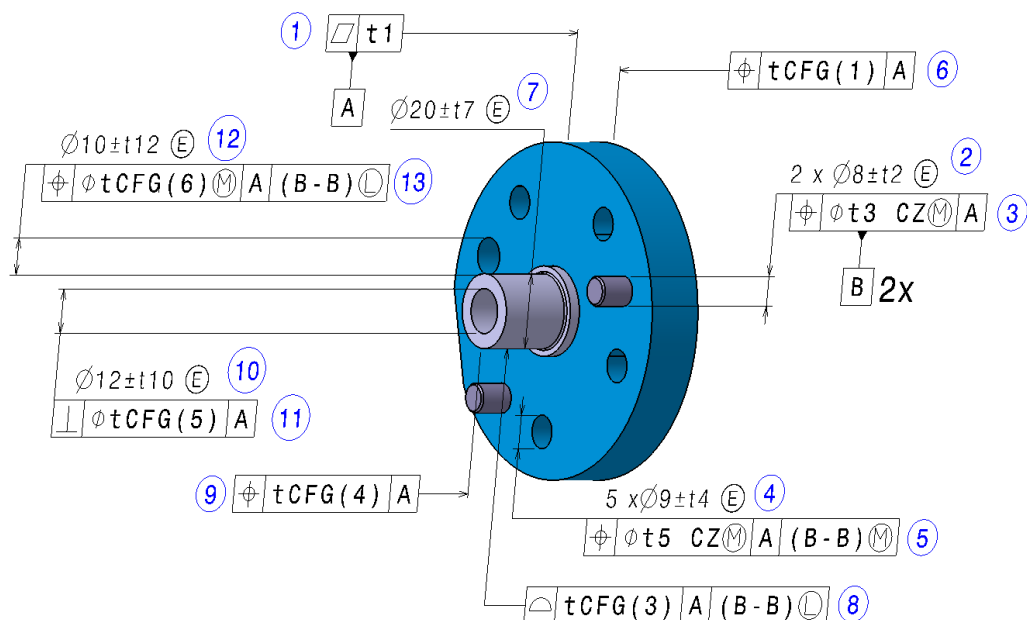


FIGURE 3.14 – Synthèse des spécifications du bloc Moyeu-Pions

3.2.4.5 Synthèse des spécifications des étages 2 à 4

Les synthèses des spécifications des étages 2 et 3 correspondant au montage des pions serrés, et de l'étage 4 correspondant à l'assemblage par frettage du Moyeu, sont détaillées dans l'annexe C section 5.3.

3.2.5 Choix des ajustements des contacts

Le choix des ajustements correspond au tolérancement des surfaces des jonctions, en fonction du type de contact souhaité défini dans les tableaux de mise en position. Pour cela, il est nécessaire de quantifier les jeux dans les liaisons cylindre/cylindre et de définir un *Gap* maximum pour les contacts plan/plan. La Fig.3.15 propose une représentation du *Gap* maximum sur un exemple de contact plan/plan. Le *Gap* maximum est lié à une exigence fonctionnelle comme une fuite maximum. On peut aussi définir une exigence de forme, afin de garantir la stabilité du système de références ou pour exprimer le seuil de l'hypothèse d'écart de forme négligeable. Dans tout les cas, il faut définir la limite de l'exigence afin de calculer les valeurs des tolérances des planéités de la Fig.3.15. Pour ce cas d'étude, on définit le *Gap* maximum tel que : $Gap = t_{1a} + t_{1b} \leq Gap(max) = 0,06 \text{ mm}$.

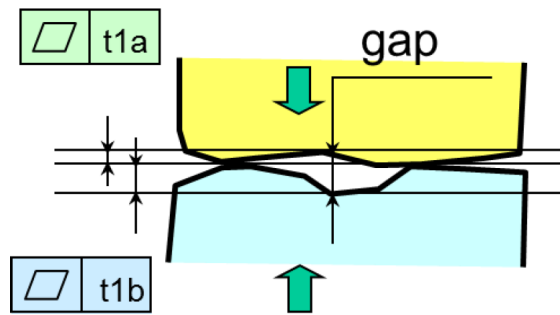


FIGURE 3.15 – Définition du Gap maxi pour les contacts plan/plan [23]

Concernant les contacts cylindre/cylindre avec jeu, les ajustements peuvent être définis avec les méthodes de tolérancement classiques en s'appuyant sur la norme ISO 286 : 2010 [3]. Les couples d'ajustements sont définis sur la Fig.3.16 en fonction du type de contact souhaité. Concernant le composant Pion acheté dans le commerce, la tolérance du constructeur est proposée à $\emptyset 8m6 = \emptyset 8^{+0,015}_{+0,006}$ (voir annexe C section 5.3.2). Le jeu dans les liaisons doit être suffisant pour assurer un bon montage des assemblages.

L'ajustement entre les surfaces 1.d et 2.c est un centrage court avec jeu minimum de 0,1 mm afin d'assurer que l'appui plan est la référence primaire de la jonction Carter-Pion/Tôle mince. L'ajustement choisi est le couple $\emptyset 40H9/\emptyset 39,9h8$, qui correspond aux spécifications dimensionnelles suivantes : $\emptyset 40^{+0,062}_{+0}$ pour l'alésage et $\emptyset 40^{-0,1}_{-0,139}$ pour l'arbre.

L'ajustement des Pions montés serrés dans le Carter et le Moyeu au niveau des couples de surfaces (1.g ; 51.a), (3.f ; 52.a) et (3.e ; 53.a) est : $\emptyset 7,99H9/\emptyset 8m6$. Cet ajustement correspond aux spécifications dimensionnelles suivantes : $\emptyset 8^{+0,026}_{-0,01}$ pour l'alésage et $\emptyset 8^{+0,015}_{+0,006}$ pour l'arbre.

D'autre part, l'ajustement entre la surface 51.a du bloc Carter-Pion et la surface 2.d de la Tôle mince (le trou oblong) est : $\emptyset 8H9/\emptyset 8m6$. Cet ajustement correspond aux spécifications dimensionnelles suivantes : $\emptyset 8^{+0,036}_{+0}$ pour l'alésage et $\emptyset 8^{+0,015}_{+0,006}$ pour l'arbre. Puis, l'ajustement avec jeu entre les surfaces 52.a et 53.a du bloc Moyeu-Pions et des surfaces 2.f et 2.e de la Tôle Mince est : $\emptyset 8,05H9/\emptyset 8m6$. Étant donné que la liaison est hyperstatique, le jeu est plus important que dans les autres contacts cylindre/cylindre. Cet ajustement correspond aux spécifications dimensionnelles suivantes : $\emptyset 8^{+0,086}_{+0,05}$ pour l'alésage et $\emptyset 8^{+0,015}_{+0,006}$ pour l'arbre.

Finalement, l'assemblage par frettage des surfaces 4.b de l'Axe Moyeu et 3.c du Corps Moyeu pour former le bloc Moyeu est : $\emptyset 20H8/\emptyset 20s7$. Cet ajustement correspond aux spécifications dimensionnelles suivantes : $\emptyset 20^{+0,033}_{+0}$ pour l'alésage et $\emptyset 20^{+0,056}_{+0,035}$ pour l'arbre.

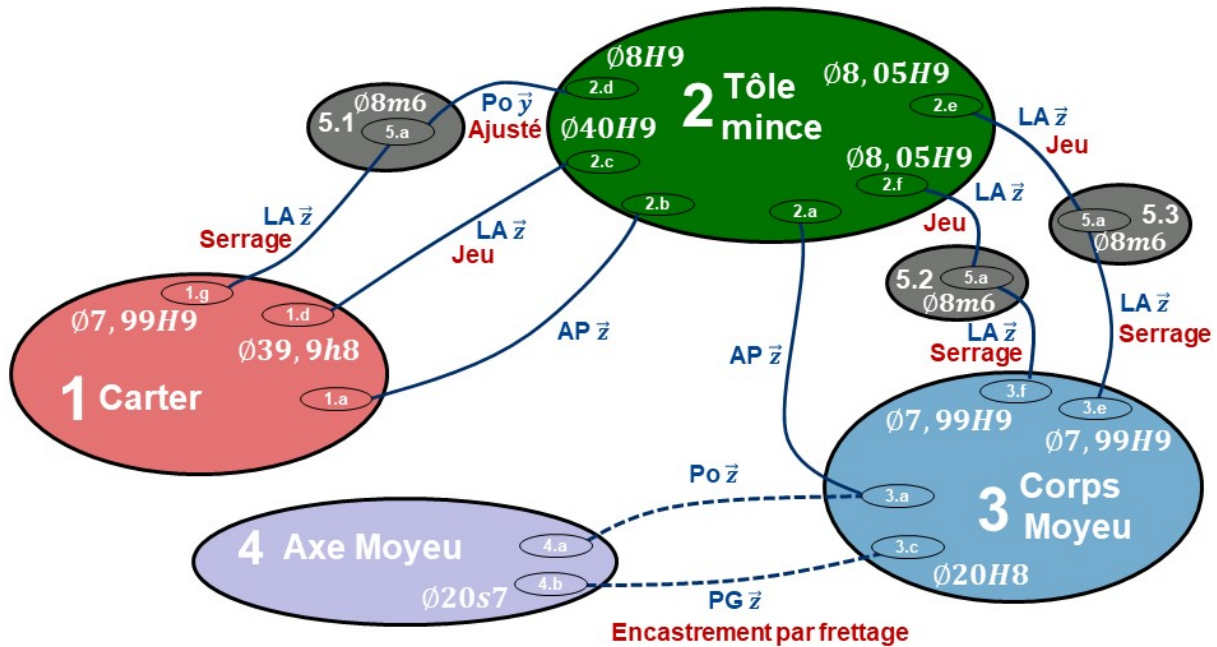


FIGURE 3.16 – Spécification des ajustements pour les contacts cylindre/cylindre

3.2.6 Analyse et synthèse des tolérances BE

3.2.6.1 Modélisation dans Anatole 3D

Anatole 3D est un outil de calcul de chaînes de cotes 3D présenté dans la section 1.6.3. La première étape pour réaliser l'analyse des tolérances est la modélisation des liaisons dans l'outil. Cette méthode d'analyse des tolérances nécessite de faire les hypothèses suivantes : assemblage isostatique (si il est hyperstatique, il faut relâcher les contraintes), défauts de forme négligeables, les pièces sont des solides infiniment rigides et il n'y pas de contraintes locales.

Concernant l'isostatisme de l'assemblage à l'étage 1, la jonction Carter-Pion/Tôle mince est composée des contacts du tableau de mise en position de la Fig.3.8 : plan/plan défini en appui plan, cylindre/cylindre dégradé en linéaire annulaire et d'une linéaire rectiligne dégradée en ponctuelle (pour l'arrêt en rotation). Le terme "dégrader" correspond au relâchement des hyperstatismes du mécanisme en ajoutant des degrés de liberté. Lors du relâchement des hyperstatismes, la géométrie doit être adaptée et contrainte par des exigences géométriques. Par exemple, pour une liaison linéaire annulaire il faut un jeu minimum et un rapport adapté entre la longueur et la largeur de la liaison cylindrique.

L'analyse des tolérances nécessite aussi de réaliser une décomposition de la CFG en une mesure entre deux points. En effet, Anatole 3D mesure la sensibilité des spécifications sur la variation d'une taille linéaire entre deux points. Par exemple, concernant l'exigence CFG1, cela revient à mesurer l'écart de localisation entre les plans pour plusieurs couples de points limites.

Il est important d'utiliser les points limites des surfaces pour représenter les effets de bras de levier maximum au pire cas.

De plus, la CFG6 pose problème étant donné qu'elle est définie sur trois surfaces, de trois sous-ensembles différents. Il n'est pas possible dans Anatole3D de définir ce genre de CFG. Ce type d'exigence est complexe à prendre en compte dans les modèles de chaînes de cotes. En effet, la CFG6 est une exigence bi-limite de flux de passage, classique chez Safran Aircraft Engines. Je propose de modéliser cette exigence de flux par des cylindres GX (cylindre inscrit) à travers les pièces. Pour ce cas d'étude on fait l'hypothèse que la décomposition en trois exigences de localisation est représentative de l'exigence de GX minimum et maximum. Dans ce cas, la CFG6 est décomposée entre trois CFGs telles que : CFG6.1 entre les composants Carter-Pion/Tôle mince, puis CFG6.2 entre les composants Tôle mince/Moyeu-Pions et enfin CFG6.3 entre les composants Carter-Pion/Moyeu-Pions.

Enfin, les spécifications doivent être exploitables par Anatole 3D. Par exemple, les spécifications de forme ne sont pas prises en compte et les spécifications dimensionnelles permettent uniquement de définir les jeux dans les liaisons. Enfin, les modificateurs de maximum et de minimum de matière ne sont pas non plus pris en compte pour l'analyse des tolérances.

3.2.6.2 Calcul des sensibilités de l'étage 1

À partir de la modélisation on réalise la simulation d'assemblage pour calculer l'impact des tolérances sur les CFGs. Les sensibilités des maillons sont utilisées dans les équations des chaînes de cotes. Sur la Fig.3.17, les sensibilités des spécifications de l'étage 1 sont présentées. La lecture de la Fig.3.17 permet de recomposer les équations de chaînes de cotes au niveau des tolérances. Par exemple, l'exigence CFG1 a une sensibilité de 1 fois les écarts de localisation $Carter_{Pos09}$, $Tôle_{Pos17}$ et $Moyeu_{Pos06}$. On note sur cet exemple que l'orientation n'a pas d'impact sur la CFG1 car les pièces sont de même dimension. En effet, il n'y a pas de bras de levier et donc l'écart d'orientation est intégré dans l'écart de position.

De plus, dans l'outil Anatole3D, il est nécessaire d'initialiser les valeurs de tolérances pour l'analyse des tolérances. Cette étape correspond à la spécification des valeurs de tolérance de la section 1.2.3. Par exemple, on peut utiliser $IT = 0,8$ pour les spécifications de position et $IT = 0,4$ pour les spécifications d'orientation.

3.2.6.3 Synthèse des tolérances de l'étage 1

La synthèse des tolérances correspond à la répartition des tolérances des CFGs sur les différentes spécifications en fonction des valeurs de sensibilités. Pour cela, plusieurs méthodes peuvent être utilisées. Une synthèse est fournie dans la section 1.4.5.

Initialement dans ces travaux de thèse, la méthode arithmétique est implémentée dans un algorithme d'optimisation permettant de fixer en priorité les tolérances liées à la CFG la plus limitante (voir Fig.2.1). L'algorithme opère tant que toutes les spécifications influentes ne sont pas fixées. Sur la Fig.3.17, la synthèse des tolérances de l'étage 1 est proposée. Pour cette répartition, le critère de faisabilité t_{eco} est fixé à 0,1 pour tous les maillons.

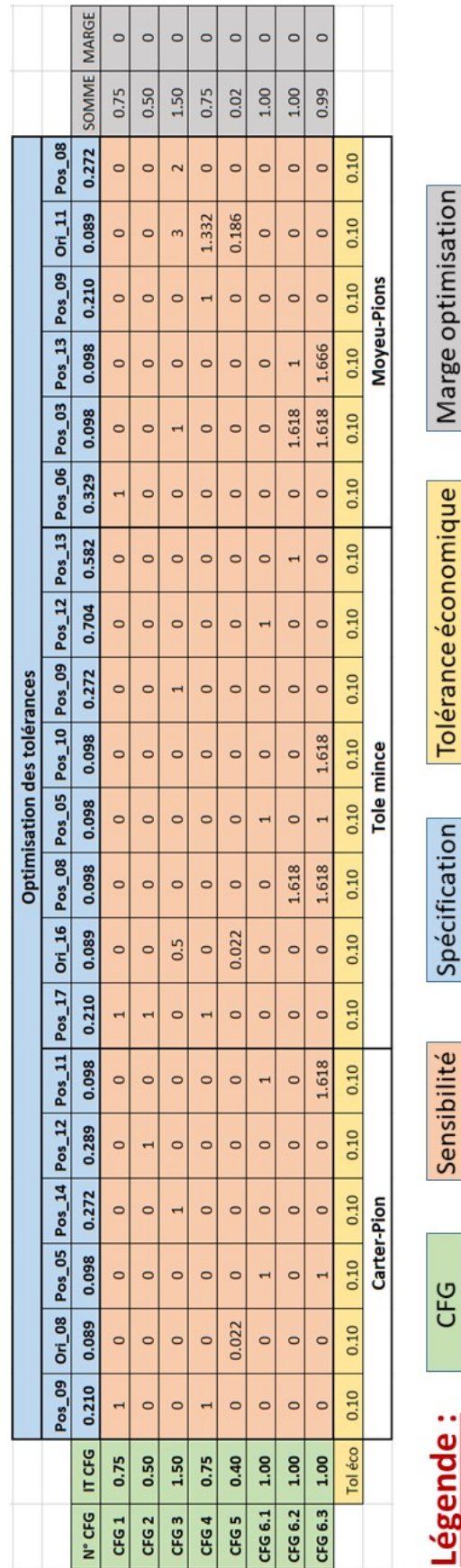


FIGURE 3.17 – Analyse et synthèse des tolérances de l'étage 1

3.2.6.4 Les composants tolérancés de l'étage 1

Sur la base des résultats obtenus à la Fig.3.17, les composants de l'étage 1 peuvent être spécifiés avec les valeurs de tolérances. Les Fig.3.19, Fig.3.20 et Fig.3.18 présentent le résultat de l'optimisation des tolérances de l'étage 1. De plus, les ajustements des jonctions et les *Gap* maximums définis dans la section 3.2.5 ont été intégrés.

Concernant les spécifications dimensionnelles non définies dans le choix des ajustements des jonctions de pièces, des valeurs usuelles ont été proposées à partir des recommandations de la méthode CLIC. Par exemple, les diamètres des trous de passage des vis ont pour tolérance $0,3 \text{ mm}$ au regard du critère d'intégration des vis de $J_{nom} = 0,5 \text{ mm}$ (voir la section 3.2.4.4).

Quant aux spécifications géométriques dont les tolérances ne sont pas prises en compte dans l'analyse avec Anatole3D, il faut définir une méthode manuelle de tolérancement. Ces spécifications concernent les orientations des référentiels secondaires (voir spécification 3 de la Tôle mince sur la Fig.3.18) et les localisations des groupes de trous de passage des vis (voir spécification 15 de la Tôle mince sur la Fig.3.18). Ces tolérances sont fixées à 0 au maximum de matière comme la méthode CLIC le préconise.

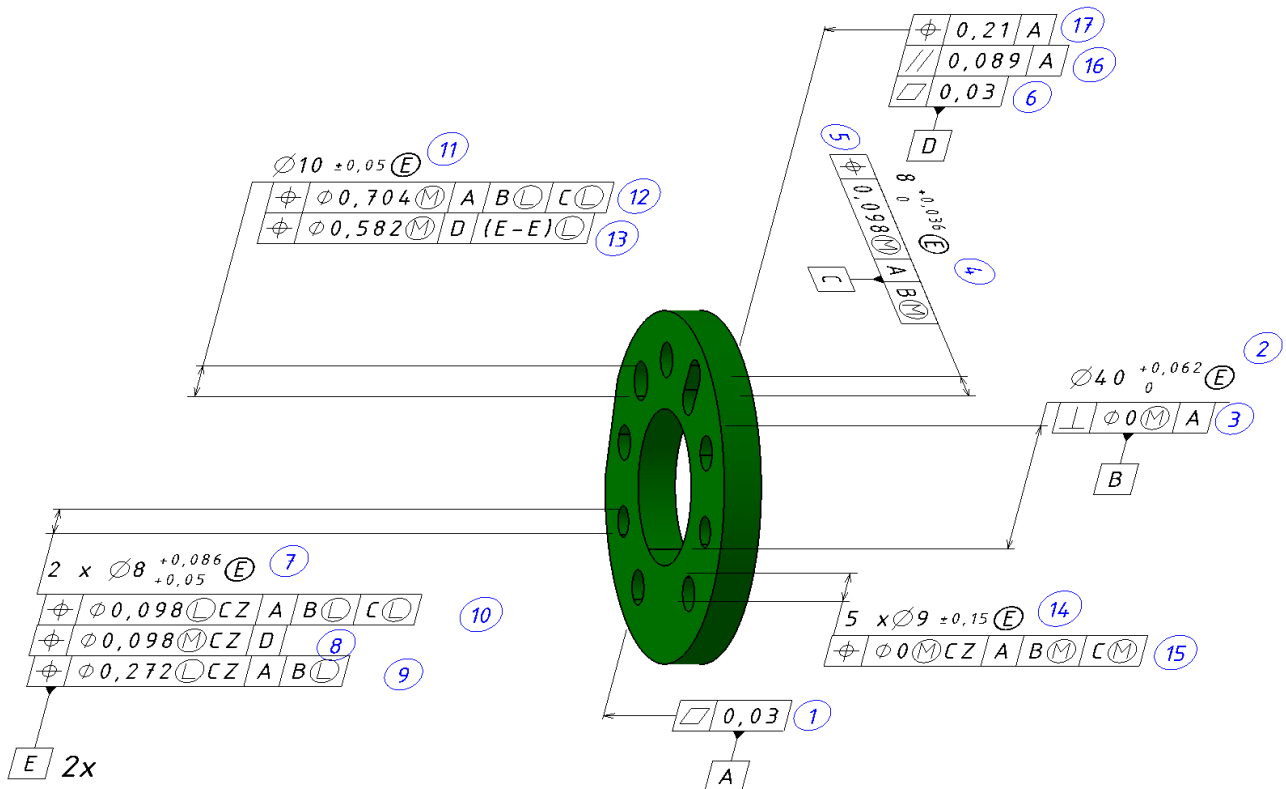


FIGURE 3.18 – Synthèse des spécifications et des tolérances de la Tôle mince

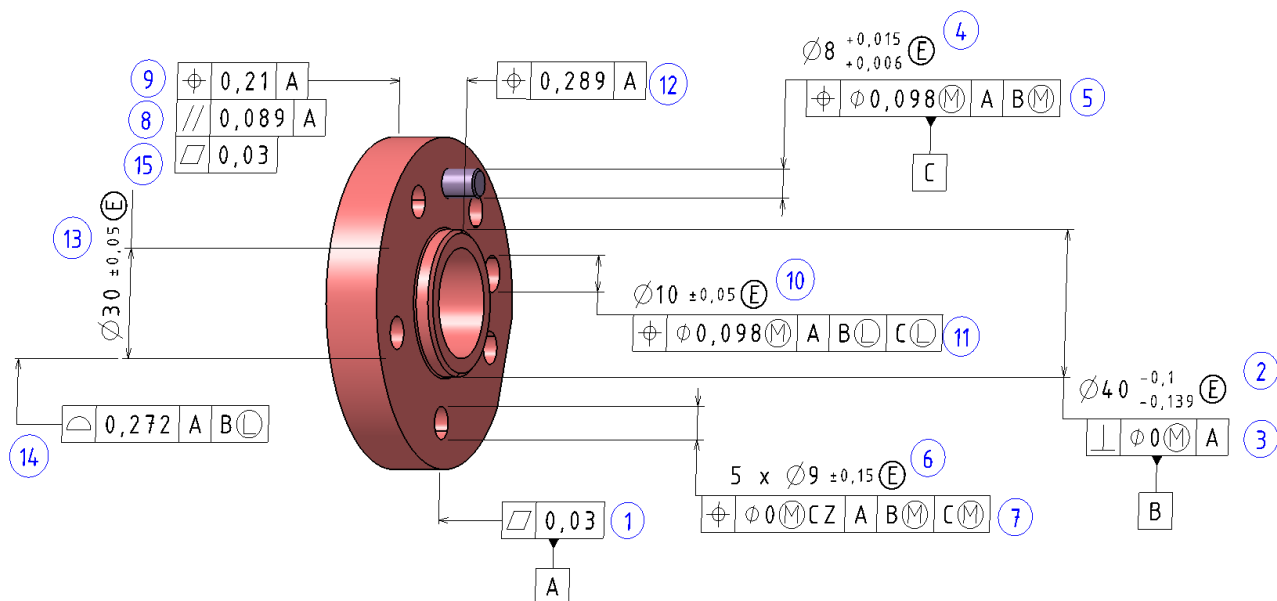


FIGURE 3.19 – Synthèse des spécifications et des tolérances du bloc Carter-Pion

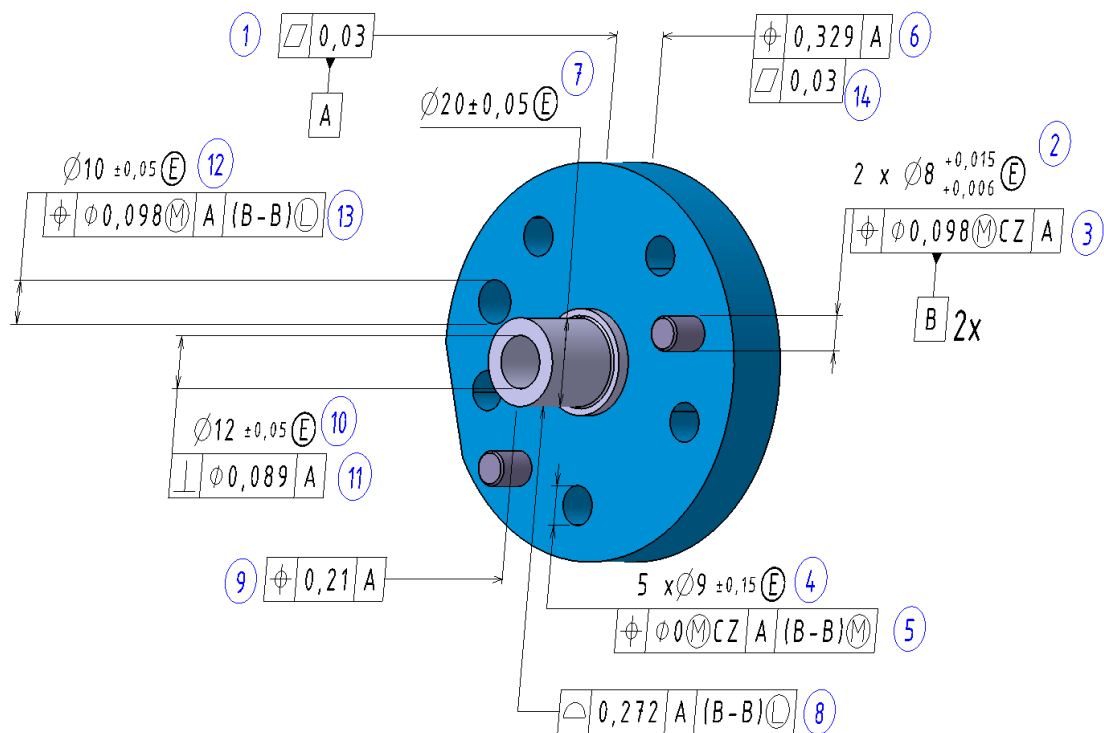


FIGURE 3.20 – Synthèse des spécifications et des tolérances du bloc Moyeu-Pions

3.2.6.5 Analyse et synthèse des tolérances des étages 2 à 4

L'analyse et la synthèse des tolérances des étages 2 et 3 est détaillée dans l'annexe C section 5.3.3. De même, l'analyse et la synthèse des tolérances de l'étage 4 est détaillée dans l'annexe C section 5.3.5.

3.2.7 Retours sur la conception

Dans ce chapitre, le tolérancement du cas d'étude est proposé avec la méthode CLIC [17] pour la synthèse des spécifications, l'outil Anatole3D (voir section 5.2.3) pour l'analyse des tolérances et la méthode de répartition arithmétique pour la synthèse des tolérances. La conception et le tolérancement du cas d'étude sont réalisés dans l'environnement de continuité numérique de Safran Aircraft Engines à travers l'atelier FT&A de Catia V5. L'objectif est la représentativité des méthodes et outils de Safran Aircraft Engines pour répondre aux objectifs scientifiques du cas d'étude de la section 3.2.1.

Avec ces méthodes de tolérancement, plusieurs hypothèses sont nécessaires sur le cas d'étude. Il faut négliger les écarts de forme pour l'analyse des tolérances, et les composants sont considérés comme des solides indéformables. Avec le tolérancement complet de l'étage 1 de la section 3.2.6, on cherche à garantir que le respect des spécifications des composants assure le respect des CFGs sur le produit. L'objectif de l'industrialisation des composants est que les écarts géométriques réels des pièces soient inférieurs aux tolérances des spécifications.

3.3 Industrialisation des composants

3.3.1 Gammes de fabrication des composants

À partir des modèles CAO tolérancés des composants, les gammes de fabrication sont définies en fonction des moyens de fabrication du LURPA. Afin d'observer des chaînes de cotes de fabrication 3D lors du transfert, les gammes sont intentionnellement réalisées en plusieurs phases, bien que des possibilités existent pour les réaliser en moins de phases. De plus, les gammes des composants sont intentionnellement différentes les unes des autres, afin d'intégrer différentes stratégies de fabrication, bien que leurs géométries soient similaires.

Les composants Carter, Tôle mince et Corps Moyeu sont fabriqués à partir de barres cylindriques en aluminium de $\emptyset 100\text{ mm}$, découpées en tronçons de 20 mm et 30 mm avec une scie à ruban. Pour le lot 1 de 13 assemblages, la même source d'aluminium est utilisée. Le composant Axe Moyeu est fabriqué à partir de barres cylindriques en acier de $\emptyset 30\text{ mm}$. Les gammes de fabrication des composants sont présentées dans l'annexe C section 5.3.6. Les gammes de fabrication permettent d'identifier les surfaces fabriquées dans la phase, les surfaces terminales du composant ou encore le volume brut restant de la phase. De plus, le maintien et la mise en position des pièces sont indiqués avec les préconisations de la norme NF E04-013 : 2015 [5]. Cette norme définit l'écriture des prises de pièces par rapport à l'environnement extérieur dans le cadre d'une fabrication, d'un contrôle ou d'une manutention.

À partir du dossier de fabrication du BM, il est possible de décrire la gamme de fabrication par des MIF 3D tolérancés (voir Fig.3.21, Fig.3.22, Fig.3.23 et Fig.3.24). Une codification de couleurs spécifique au projet TransTol3D est utilisée dans les travaux de thèse. Les surfaces jaunes correspondent aux surfaces de mise en position dans la machine de fabrication. Les surfaces colorées correspondent aux surfaces fabriquées dans la phase et les surfaces grises aux surfaces déjà fabriquées ou brutes. Finalement, la représentation de la mise en position des phases s'appuie sur le système de références *PST* pour les références Principale, Secondaire et Tertiaire. Dans le cas du tournage, seules les références *PS* sont nécessaires.

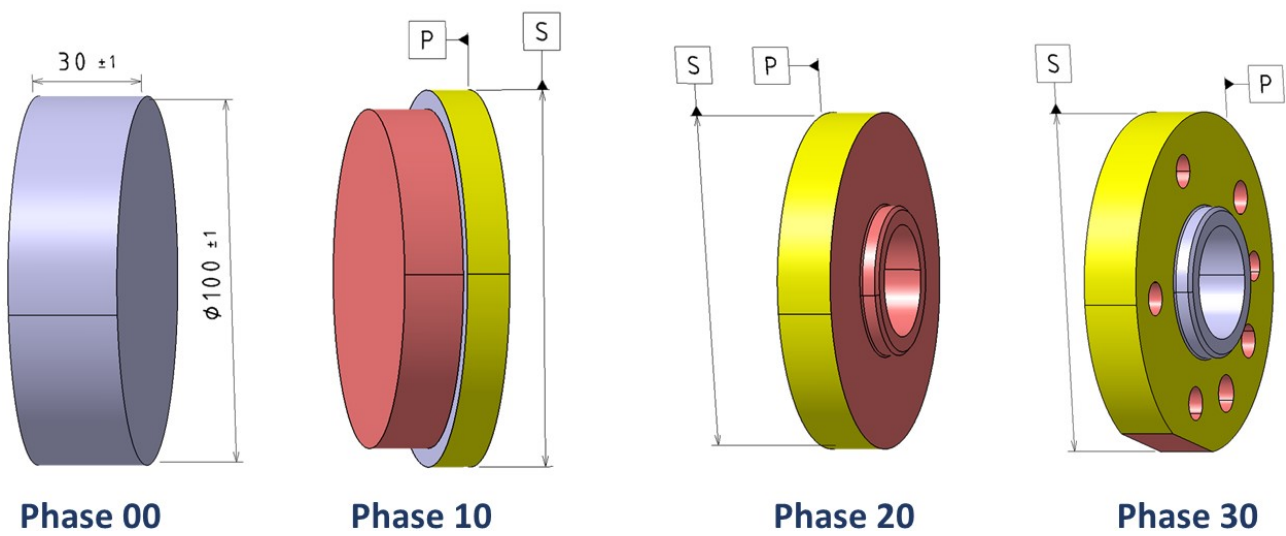


FIGURE 3.21 – MIF 3D initiaux du Carter

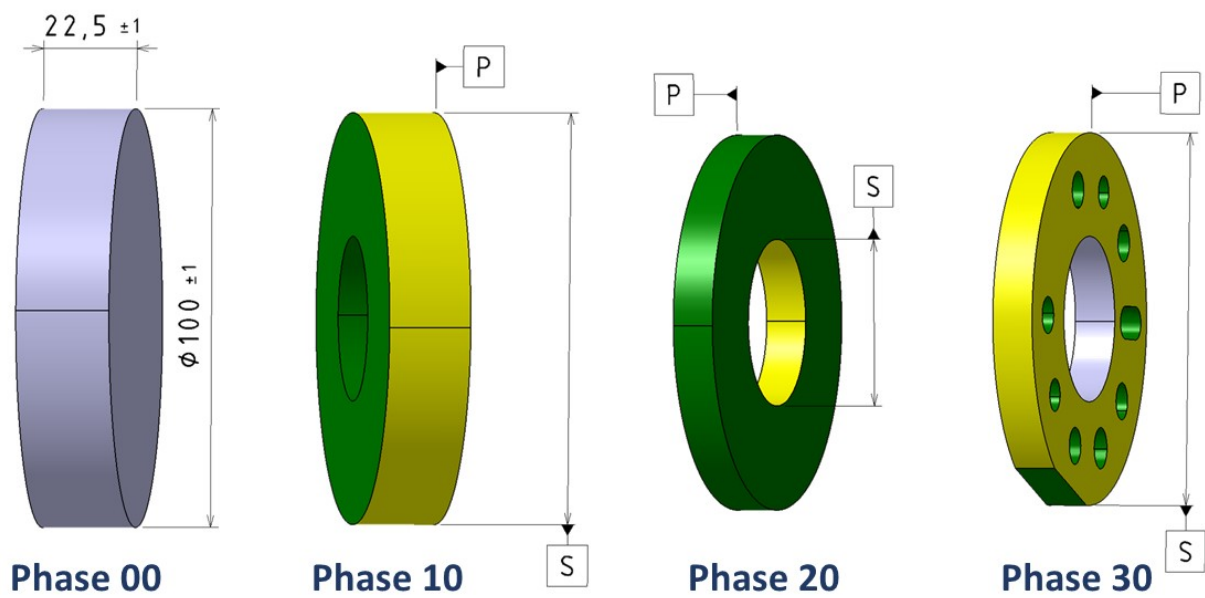


FIGURE 3.22 – MIF 3D initiaux de la Tôle mince

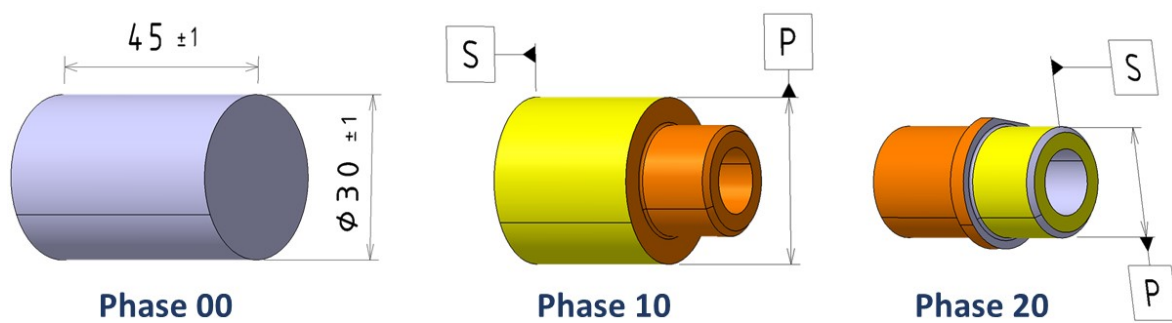


FIGURE 3.23 – MIF 3D initiaux de l'Axe Moyeu

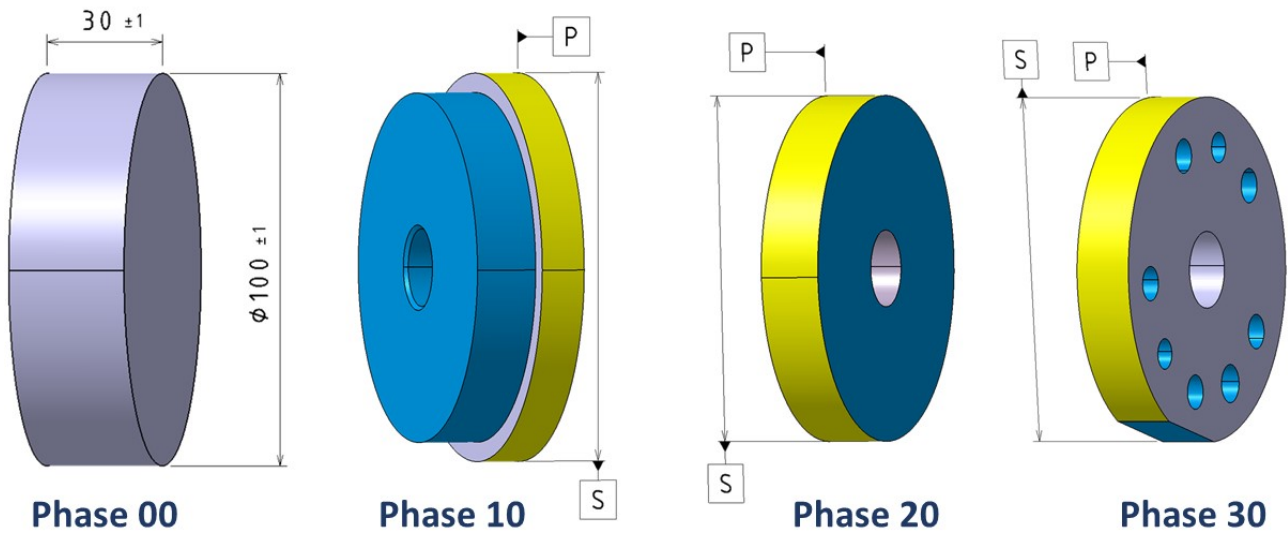


FIGURE 3.24 – MIF 3D initiaux du Corps Moyeu

3.3.2 Analyse et synthèse des tolérances du Carter

L'analyse et la synthèse des tolérances de fabrication du Carter sont présentées à la Fig.3.25. Pour cette répartition des tolérances, les tolérances économiques sont fixées à 0,1 (sans pondération de la faisabilité). À partir des tolérances des spécifications de fabrication ou des exigences directes, il est possible de tolérer les MIF de la Fig.3.21.

		Ex1	Ex2	Ex3	Ex4	Cf5	Cf16	Ex6	Cf7	Cf8	Cf9	Ex10	Cf11	Ex12	Ex13	Ex14	Ex15		
N° CFG	IT CFG	0.030	0.039	0.000	0.035	0.044	0.044	0.200	0.046	0.044	0.210	0.100	0.044	0.289	0.100	0.272	0.030	SOMME	MARGE
Ex 1	0.030	1																0.030	0
Ex 2	0.039		1															0.039	0
Ex 3	0.000			1														0.000	0
Ex 4	0.035				1													0.035	0
Ex 5	0.098					1	1			0.222								0.098	0
Ex 6	0.200							1										0.200	0
Ex 7	0.100						1		1	0.222								0.100	0
Ex 8	0.089									1								0.044	0
Ex 9	0.210										1							0.210	0
Ex 10	0.100											1						0.100	0
Ex 11	0.098						1			0.222			1					0.098	0
Ex 12	0.289													1				0.289	0
Ex 13	0.100														1			0.100	0
Ex 14	0.272															1		0.272	0
Ex 15	0.030																1	0.030	0
	Tol éco	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10		

FIGURE 3.25 – Synthèse des tolérances de fabrication du Carter

Sur la Fig.3.25, l'analyse des tolérances est réalisée en suivant la méthodologie dans Trans-Tol3D [161]. En effet, des analyses avec des torseurs de petits déplacements ont notamment permis de réaliser le transfert de l'exigence 5, qui est définie sur la Fig.5.22. Cette exigence présente un transfert de fabrication avec un changement du système de mise en position *PST* entre la phase 20 et la phase 30.

Le résultat de l'analyse des tolérances de l'exigence 5 du Carter (voir Fig.5.22) est détaillé sur l'équation (3.1). On note que l'épaisseur axiale de la pièce entre les phases 20 et 30 est de 20 mm et que le diamètre radial est de 90 mm. Dans ce cas, l'exigence d'orientation *Cf8*

influence le changement de système de références dans le transfert de fabrication en fonction des grandeurs axiales et radiales.

$$IT_{Ex5} \geq IT_{Cf5} + \frac{20}{90}IT_{Cf8} + IT_{Cf16} \quad (3.1)$$

Sur la Fig.3.26, les MIF tolérancés du composant Carter sont présentés. Il est à noter que les numéros des spécifications sont conservés entre les spécifications de fabrication et les exigences BE si l'exigence est directe.

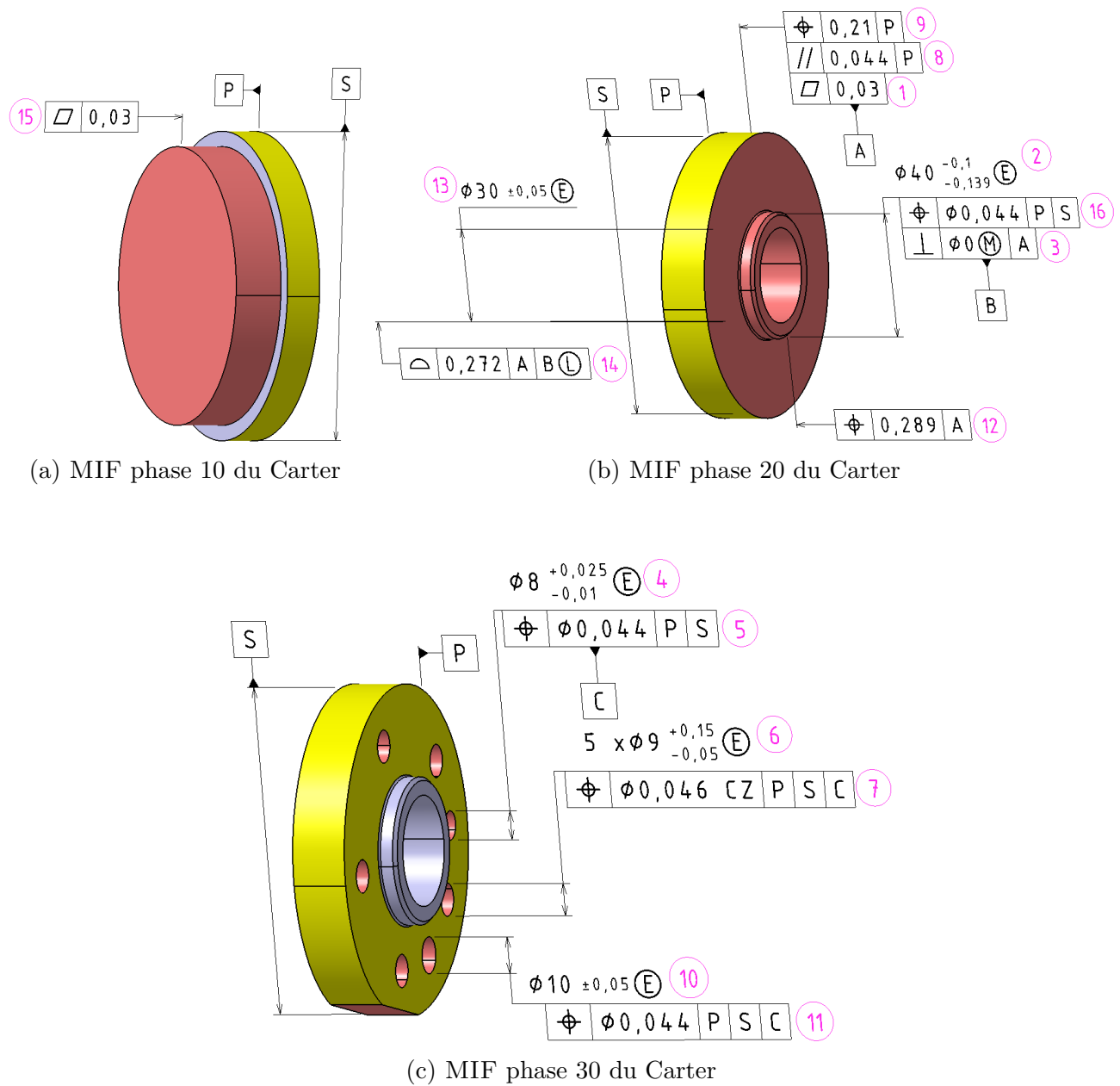


FIGURE 3.26 – MIF tolérancés du Carter

3.3.3 Analyse et synthèse des tolérances de la Tôle mince

L'analyse et la synthèse des tolérances de fabrication de la Tôle mince sont présentées à la Fig.3.27. À partir des tolérances des spécifications de fabrication ou des exigences directes, il est possible de tolérer les MIF de la Fig.3.22.

		Ex1	Ex2	Ex3	Ex4	Cf5	Ex6	Ex7	Ex8	Cf9	Cf10	Ex11	Cf12	Ex13	Ex14	Cf15	Cf16	Ex17	Cf18		
N° CFG	IT CFG	0.030	0.062	0.000	0.036	0.046	0.030	0.036	0.098	0.220	0.046	0.100	0.652	0.582	0.200	0.048	0.046	0.210	0.046	SOMME	MARGE
Ex 1	0.030	1																		0.030	0
Ex 2	0.062		1																	0.062	0
Ex 3	0.000			1																0.000	0
Ex 4	0.036				1															0.036	0
Ex 5	0.098					1											0.111		1	0.097	0
Ex 6	0.030						1													0.030	0
Ex 7	0.036							1												0.036	0
Ex 8	0.098								1											0.098	0
Ex 9	0.272									1							0.111		1	0.271	0
Ex 10	0.098										1						0.111		1	0.097	0
Ex 11	0.100											1								0.100	0
Ex 12	0.704												1				0.111		1	0.703	0
Ex 13	0.582													1						0.582	0
Ex 14	0.200														1					0.200	0
Ex 15	0.100															1	0.111		1	0.099	0
Ex 16	0.089																1			0.046	0
Ex 17	0.210																	1		0.210	0
	Tol éco	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10		

FIGURE 3.27 – Synthèse des tolérances de fabrication de la Tôle Mince

Sur la Fig.3.27, l'analyse des tolérances de l'exigence 5 de la Tôle Mince (voir Fig.3.18) est :

$$IT_{Ex5} \geq IT_{Cf5} + \frac{10}{90} IT_{Cf16} + IT_{Cf18} \quad (3.2)$$

Sur les Fig.3.28 et Fig.3.29 les MIF tolérancés du composant Tôles mince sont présentés.

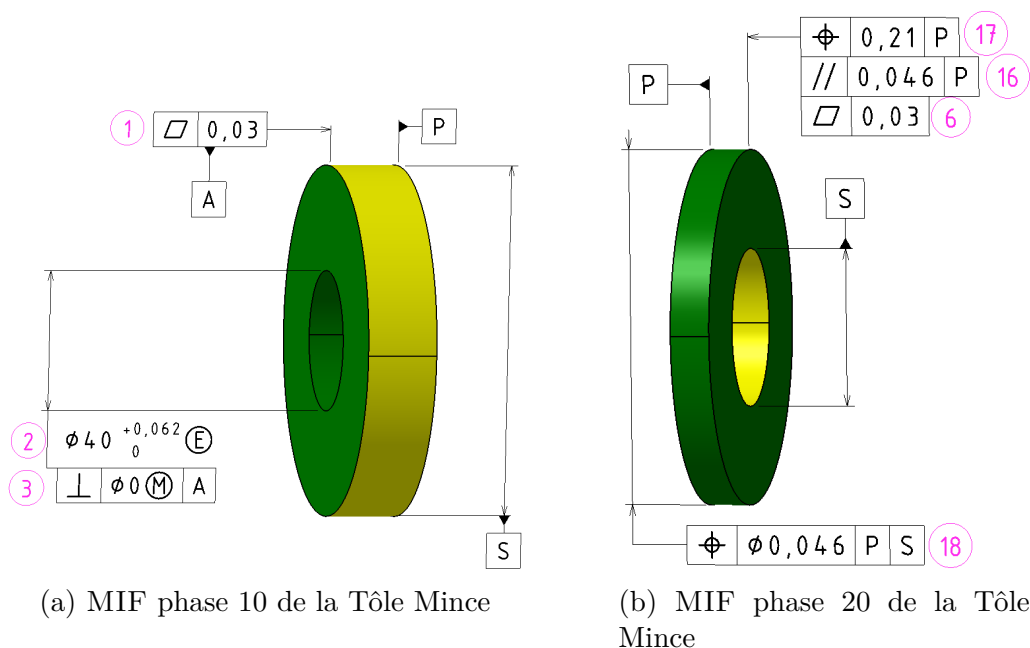


FIGURE 3.28 – MIF tolérancés de la Tôle Mince

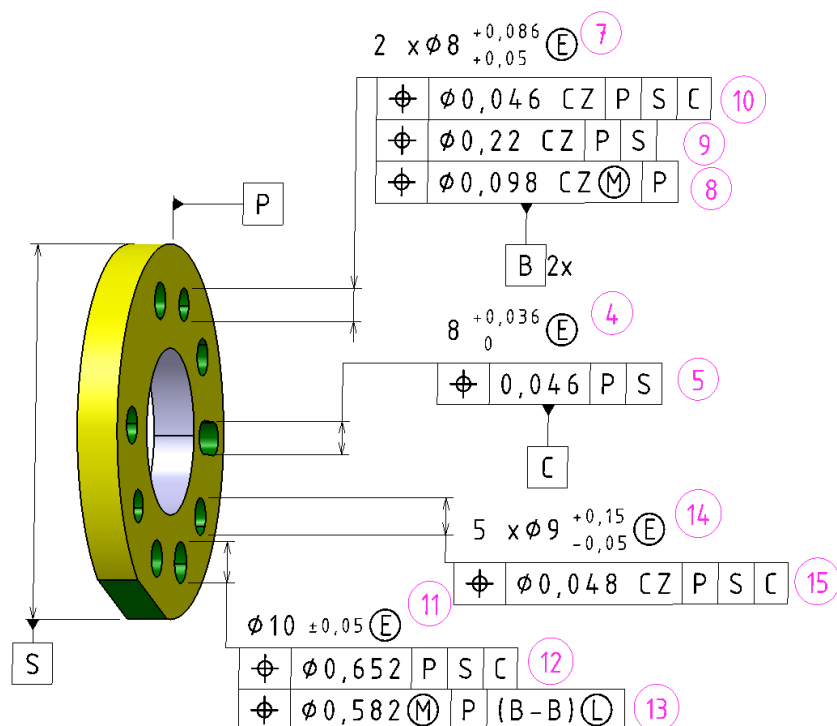


FIGURE 3.29 – MIF phase 30 de la Tôle Mince

3.3.4 Analyse et synthèse des tolérances du Corps Moyeu

L'analyse et la synthèse des tolérances de fabrication du Corps Moyeu sont présentées à la Fig.3.30. À partir des tolérances des spécifications de fabrication ou des exigences directes, il est possible de tolérer les MIF de la Fig.3.24.

		Ex1	Ex2	Ex3	Ex4	Cf5	Ex6	Ex7	Cf8	Cf9	Cf10	Ex11	Cf12	Ex13	Cf14		
N° CFG	IT CFG	0.030	0.036	0.048	0.200	0.100	0.329	0.033	0.024	0.042	0.030	0.100	0.098	0.030	0.024	SOMME	MARGE
Ex 1	0.030	1														0.030	0
Ex 2	0.036		1													0.036	0
Ex 3	0.048			1												0.048	0
Ex 4	0.200				1											0.200	0
Ex 5	0.100					1										0.100	0
Ex 6	0.329						1									0.329	0
Ex 7	0.033							1								0.033	0
Ex 8	0.048								1						1	0.048	0
Ex 9	0.042									1						0.042	0
Ex 10	0.030										1					0.030	0
Ex 11	0.100											1				0.100	0
Ex 12	0.098												1			0.098	0
Ex 13	0.030													1		0.030	0
	Tol éco	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10		

FIGURE 3.30 – Synthèse des tolérances de fabrication du Corps Moyeu

Dans le cas du transfert de fabrication de l'exigence 8 (voir Fig.5.27), seules les cotes fabriquées $Cf8$ et $Cf14$ sont influentes. En effet, lors du changement de système de références entre les phases 10 et 30, on conserve le même cylindre de centrage. Dans ce cas il n'y a pas d'orientation dans la chaîne de cotes de fabrication.

Sur les Fig.3.31 les MIF tolérancés du Corps Moyeu sont présentés.

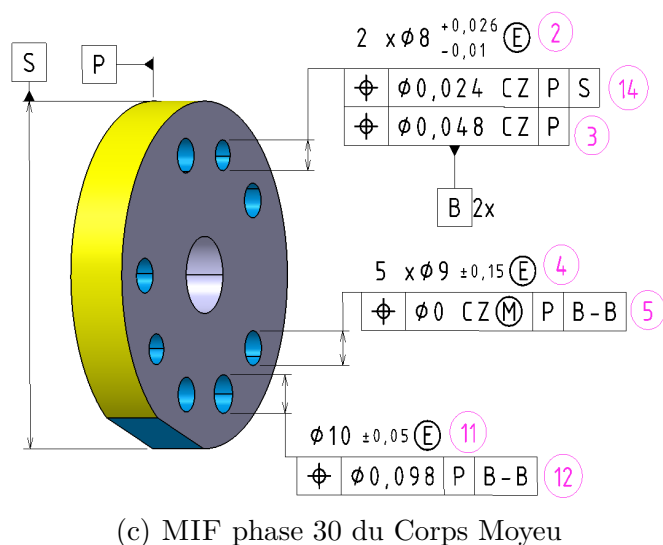
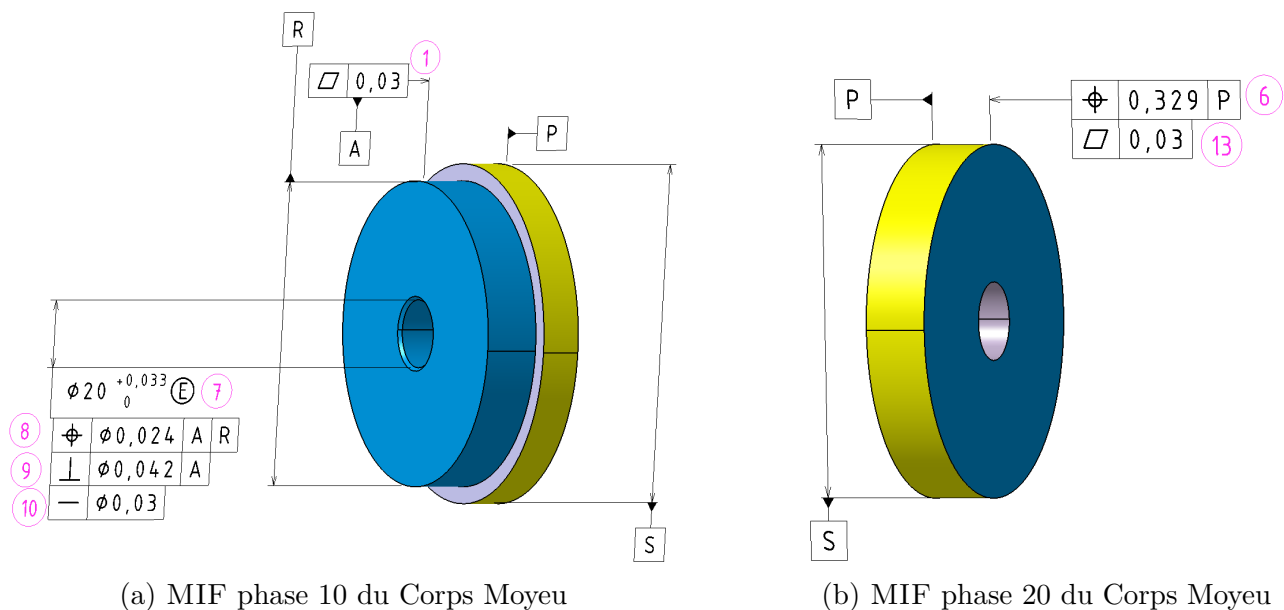


FIGURE 3.31 – MIF tolérancés du Corps Moyeu

3.3.5 Analyse et synthèse des tolérances de l'Axe Moyeu

La synthèse des tolérances de fabrication de l'Axe Moyeu est présentée à la Fig.3.32.

N° CFG	IT CFG	Ex1	Ex2	Ex3	Cf4	Ex5	Ex6	Ex7	Cf8	Cf9	SOMME	MARGE
Ex 1	0.023	1									0.023	0
Ex 2	0.030		1								0.030	0
Ex 3	0.050			1							0.050	0
Ex 4	0.153				1					1	0.152	0
Ex 5	0.100					1					0.100	0
Ex 6	0.042						1				0.042	0
Ex 7	0.100							1			0.100	0
Ex 8	0.048								1		0.048	0
Tol éco		0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10		

FIGURE 3.32 – Synthèse des tolérances de fabrication de l'Axe Moyeu

Dans le cas du transfert de fabrication de l'exigence de localisation 4 (voir Fig.5.26), seules les cotes fabriquées $Cf4$ et $Cf9$ sont influentes. En effet, les deux plans sont de même dimension entre les deux systèmes de mise en position. Finalement, sur la Fig.3.33 les MIF tolérancés du composant Axe Moyeu sont présentés.

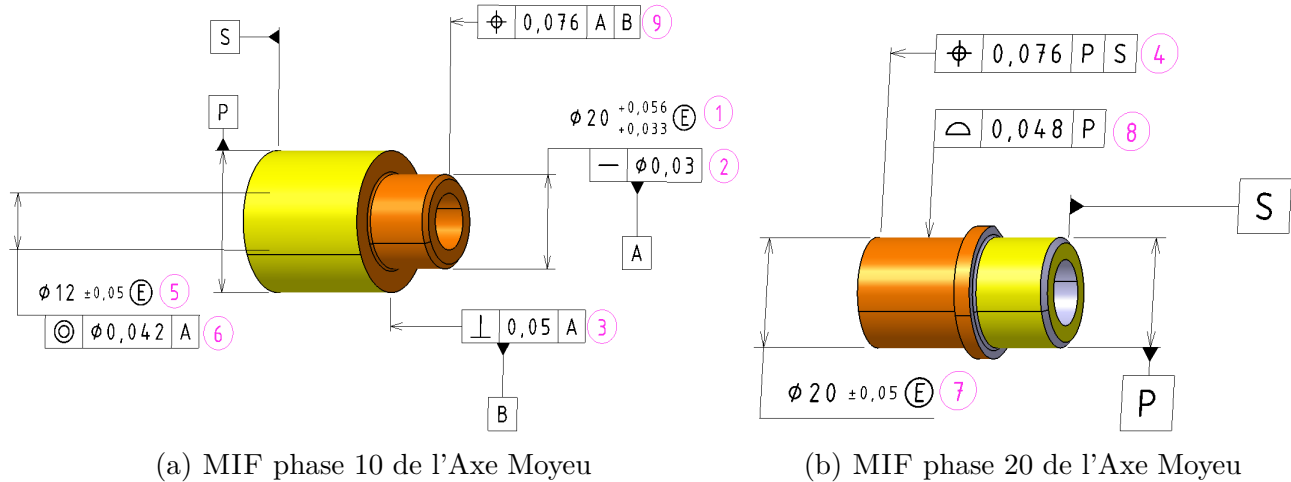


FIGURE 3.33 – MIF tolérancés de l'Axe Moyeu

Les gammes de fabrication validées suite aux transferts de fabrication ont permis de réaliser la production des composants en respectant les étapes de mesures intermédiaires.

3.4 Fabrication des composants et assemblage

La production des composants est réalisée par un technicien du LURPA avec les moyens de production du laboratoire. Les machines utilisées sont des machines à commande numérique 3 axes de tournage et de fraisage. L'utilisation de machines 3 axes du laboratoire permet d'observer des écarts géométriques suffisamment grands pour que les analyses mettent en évidence des problématiques classiquement rencontrées par les industriels. J'ai réalisé les étapes de contrôle des pièces en cours de fabrication, des pièces finies et des assemblages en parallèle de la fabrication.

Le premier lot de 3 assemblages de la Fig.3.34 a permis d'éprouver la gamme de fabrication et de valider les choix de conception. Cette étape de validation s'est déroulée au premier semestre 2019, après avoir réalisé la conception et le tolérancement du produit.



FIGURE 3.34 – Premier lot d'assemblages pour les tests

Par la suite, le second lot de 13 assemblages a été produit au second semestre 2019, en intégrant des mesures in-situ sur le moyen de production, les mesures des MIF et les mesures sur les sous-ensembles (par exemple avec ou sans les pions). L'assemblage des sous-ensembles indémontables tels que les pièces avec pions serrés ou l'assemblage du Moyeu ont été réalisés au premier semestre 2020. Suite aux assemblages, les sous-ensembles ont été mesurés avant de réaliser les assemblages du produit fini. Pour la mesure des produits finaux (les assemblages), deux configurations sont utilisées. Une configuration avec un serrage manuel des vis (serrage faible considéré comme nul) et une configuration avec serrage à 10 $N.m$ suivant une gamme de serrage. Le lot d'assemblages produit pour le cas d'étude est présenté sur la Fig.3.35.

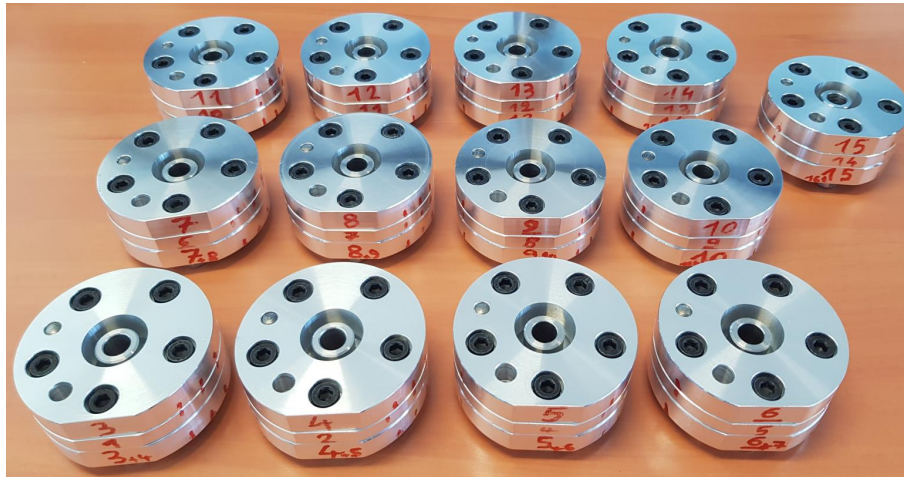


FIGURE 3.35 – Lot d'assemblages pour l'étude des grandeurs influentes

Les étapes de mesure sur MMT et in-situ ont représenté un fort investissement du temps de thèse en 2020. À partir du premier semestre 2020, les analyses des données ont commencé en parallèle des mesures en cours à l'IUT (Institut Universitaire de Technologie) de Cachan. L'objectif de ces analyses est l'identification des grandeurs influant sur la qualité géométrique du produit. Lors des étapes de contrôle, il est nécessaire d'assurer la MSA (Measurement System Analysis), afin de garantir la qualité des données mesurées.

3.5 Contrôle des spécifications

3.5.1 Machines de mesure

Sur ce cas d'étude, de nombreuses mesures ont été effectuées : les pièces en cours de fabrication, les pièces finies, les sous-ensembles (les blocs de la Fig.3.7) et les assemblages pour deux couples de serrages : 0 $N.m$ et 10 $N.m$. Cette partie du manuscrit propose la présentation des machines de métrologie utilisées. Pour la mesure avec contact, j'ai utilisé une MMT Contura 2014 - ZEISS de l'IUT de Cachan. Le capteur de mesure embarqué est une tête de mesure orientable VAST XXT permettant de réaliser des mesures par points et un scanning (suivi d'une trajectoire de mesure avec le palpeur au contact de la surface). La MMT et le capteur de mesure utilisés sont présentés sur la Fig.3.36. La MMT Contura 2014 avec capteur fixe permet d'atteindre l'incertitude de mesure $E_0 = (1,5 + L/350)\mu m$ avec L l'étendue de mesure en mm . Avec le capteur orientable VAST XXT utilisé on obtient $E_0 = (1,7 + L/350)\mu m$. L'erreur machine est garantie pour une calibration de la MMT avec la norme ISO 10360-5 : 2020 [1].

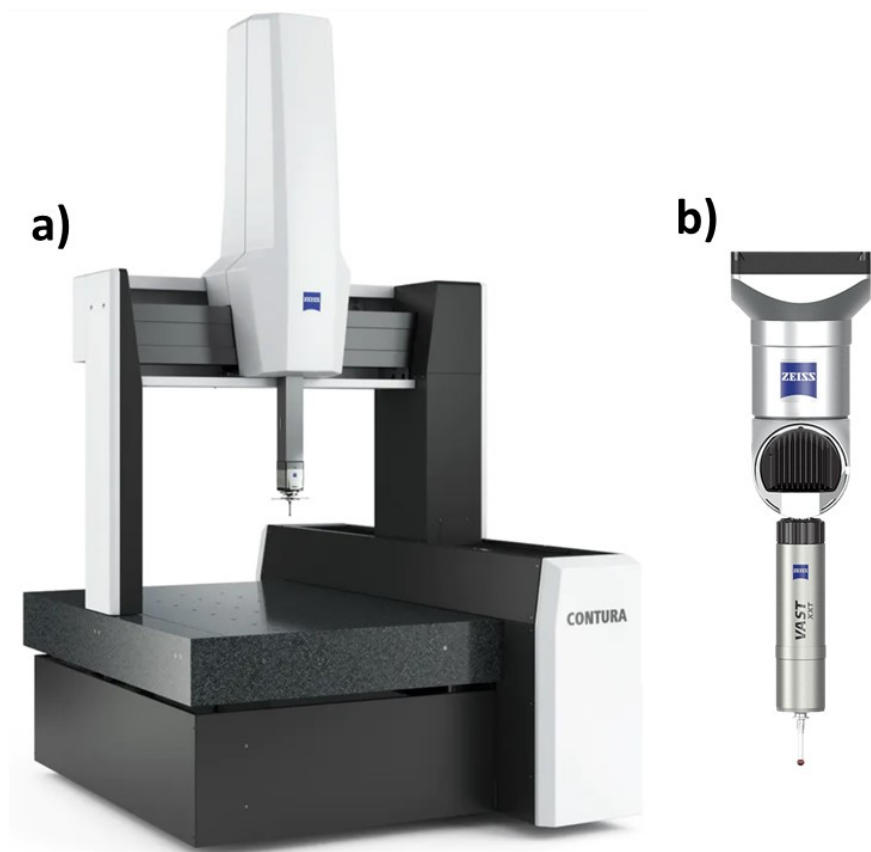


FIGURE 3.36 – a) MMT Contura 2014 - ZEISS, b) Capteur de mesure VAST XXT - ZEISS

Pour les mesures sans contact effectuées in-situ sur le moyen de production (mesure de la Tôle mince en phase 10 et 20), un ATOS Core du fabricant GOM est utilisé (voir Fig.3.37) avec le logiciel GOM Professional 2019.

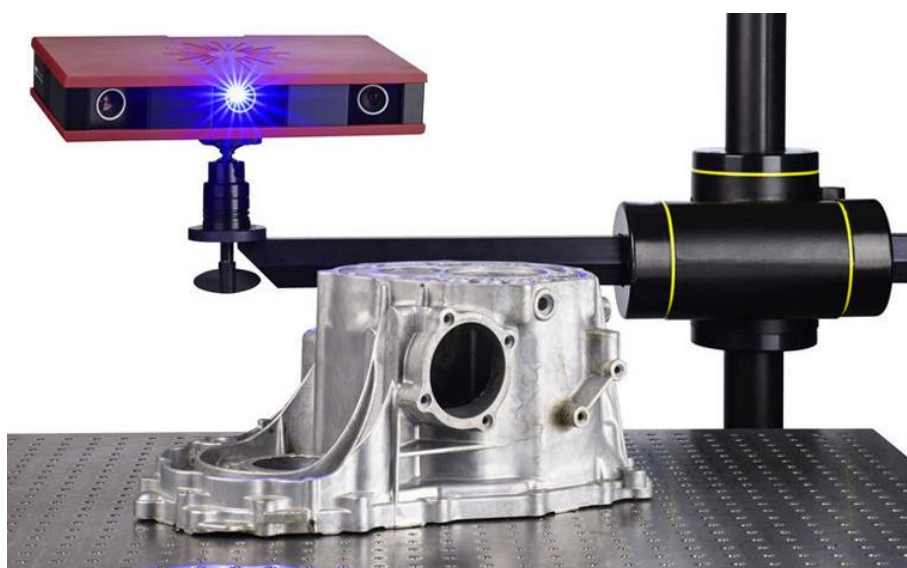


FIGURE 3.37 – Mesure sans contact : ATOS Core - GOM

3.5.2 Acquisition des données MMT

Après la calibration de la MMT et des systèmes de mesure, il faut positionner la pièce dans la machine. Le montage doit garantir la mise et le maintien en position de la pièce durant la mesure. L'objectif est de pouvoir mesurer toutes les surfaces fonctionnelles de la pièce dans un même programme de mesure. De plus, la répétabilité de la mise en position de la pièce permet de mesurer de nouvelles pièces sans réaliser de nouveau le dégauchissage. L'étape de dégauchissage nécessite de mesurer les surfaces du référentiel de mesure pour définir dans le logiciel où est la pièce dans la machine. Pour ne faire cette étape qu'une fois par plan de contrôle, les systèmes de mise et de maintien en position doivent être répétables. Sur la Fig.3.38, le montage du Carter dans la MMT est présenté pour la mesure après les phases 10 et 30.

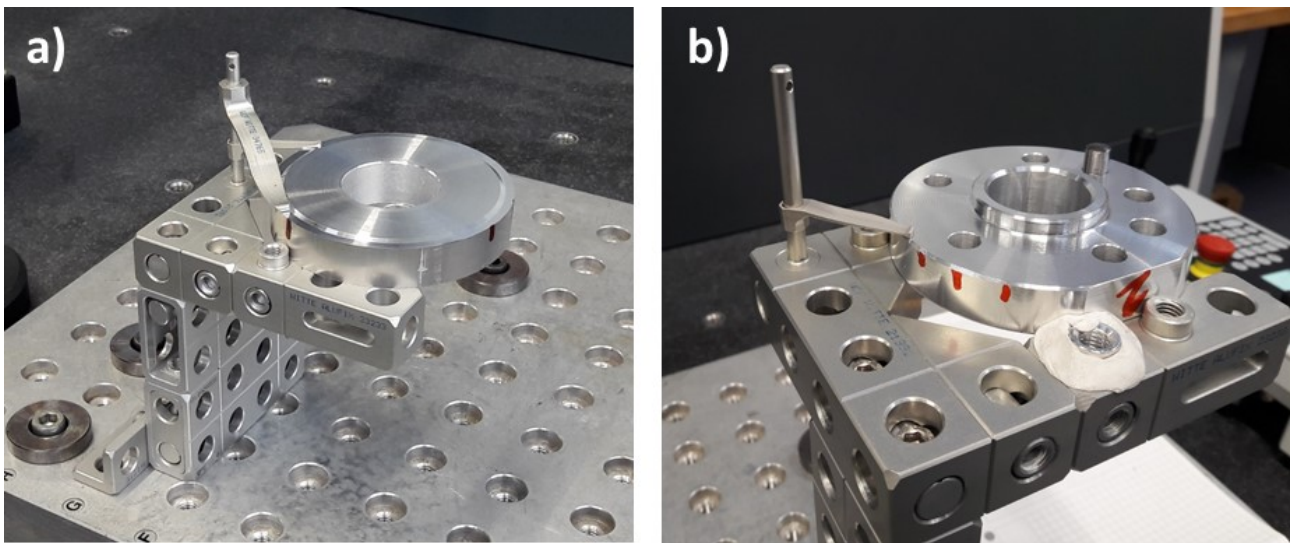


FIGURE 3.38 – Système de montage pour la mesure du Carter : a) phase 10, b) phase 30

Le montage se compose de systèmes "AluFix" modulaires permettant de créer un montage adapté à la géométrie de la pièce. De plus, des ressorts de maintien permettent de fixer la pièce sur le bâti et ainsi éviter tout mouvement pendant les mesures. On fait l'hypothèse que le serrage des ressorts de maintien sur le montage n'induit pas de déformation. Il est à noter que le méplat et les traits de repérage des mors de la machine de tournage ont été soigneusement mis dans la même configuration pour toutes les pièces mesurées.

Une fois la pièce montée et le dégauchissage de la pièce fait, il faut créer le programme de contrôle. Le logiciel de métrologie utilisé avec la MMT Contura 2014 est Calypso dans sa version 2017 (la version 6.4.28 est présentée à la Fig.3.39). Il permet, à partir d'un modèle CAO, de créer le programme de contrôle de manière automatisée. En effet, le module PMI de ZEISS permet de créer le programme de contrôle de manière automatique à partir des informations des spécifications du modèle CAO tolérancé en sémantique dans l'atelier FT&A de Catia.

La première étape est la création des éléments géométriques à mesurer (plans, cylindres, etc.) ainsi que les stratégies de mesure associées. Finalement, le calcul des écarts des entités GD&T (Geometric Dimensioning and Tolerancing) est réalisé par association des éléments de mesure aux spécifications. L'étape de contrôle de la conformité des spécifications est réalisée hors ligne (sur un ordinateur hors du réseau MMT) avec la version Calypso 2020 de ZEISS.

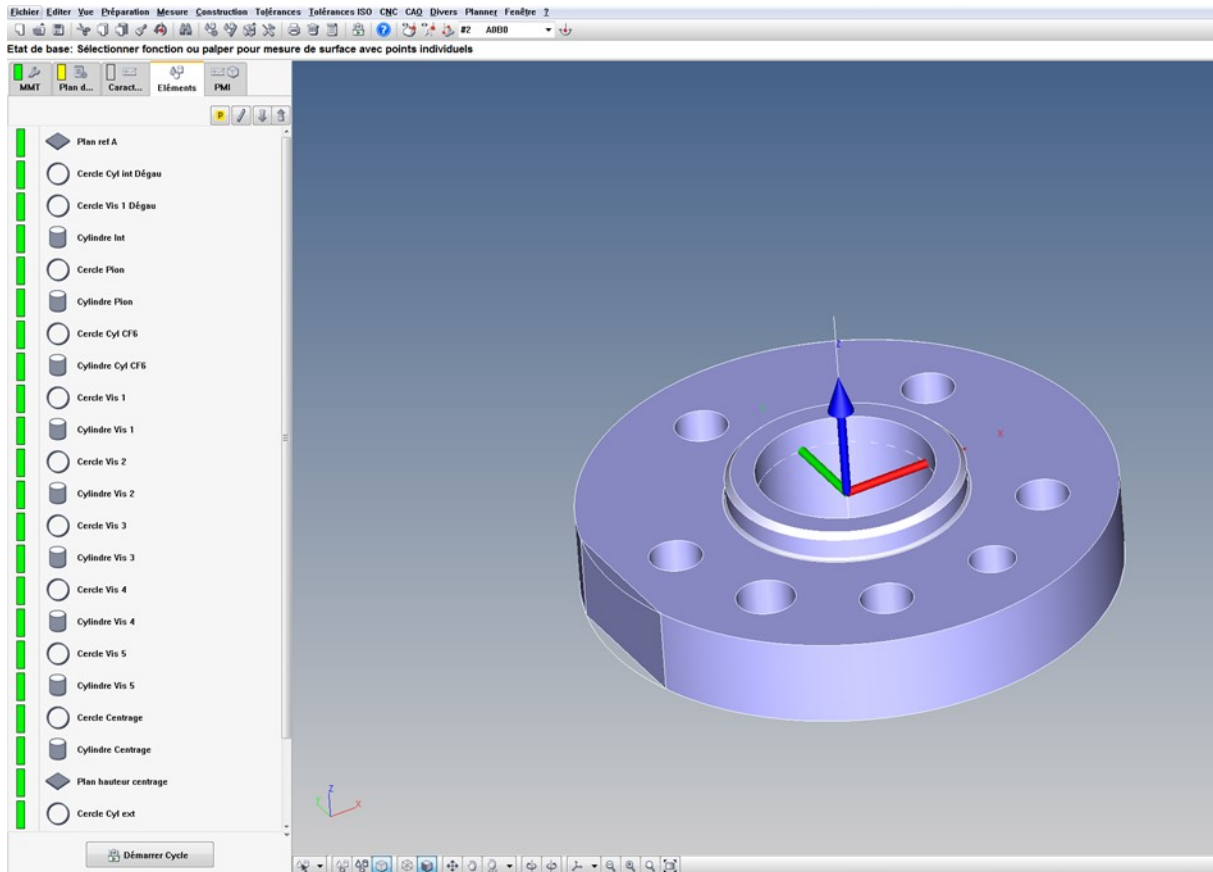


FIGURE 3.39 – Acquisition des données avec Calypso 2017 de ZEISS

3.5.3 Stratégies de mesure

Lors de la création d'un élément géométrique à mesurer, il faut définir la stratégie de mesure avec le type de mesure (par points ou scanning), le stylet, la densité de points, la position des points de mesure nominaux. Lors du choix de la stratégie de mesure, le nombre minimum de points de mesure par surface peut être difficile à déterminer. En effet, ce choix influence la qualité de la représentation des écarts de la surface. Pour éviter la problématique d'une trop faible densité de points, les surfaces sont mesurées avec un nombre important de points. Pour ce cas d'étude, l'optimisation du temps de calcul par la limitation du nombre de points de mesures n'est pas un objectif. Sur la Fig.3.40, la stratégie de mesure de la surface 1.a du Carter est présentée. Cette stratégie prend en compte l'encombrement du système de maintien en position et propose de mesurer la surface plane en 48 points équirépartis.

Sur la Fig.3.41, la stratégie de la mesure de la surface 1.e du Carter est présentée. Cette stratégie de mesure propose de mesurer le cylindre en 4 cercles de 8 points équirépartis. Cela permet par la suite de calculer des diamètres bi-points, des rectitudes d'axes et d'autres spécifications sur un cylindre. Pour s'assurer d'une mesure correcte, les valeurs nominales des cylindres sont programmées en coordonnées relatives par rapport à des cercles de pré-alignement. Cela permet, avant de mesurer une spécification en bi-points, de s'affranchir des écarts réels des cylindres par rapport au modèle géométrique dans la CAO, qui est aligné par rapport au référentiel de mesure.

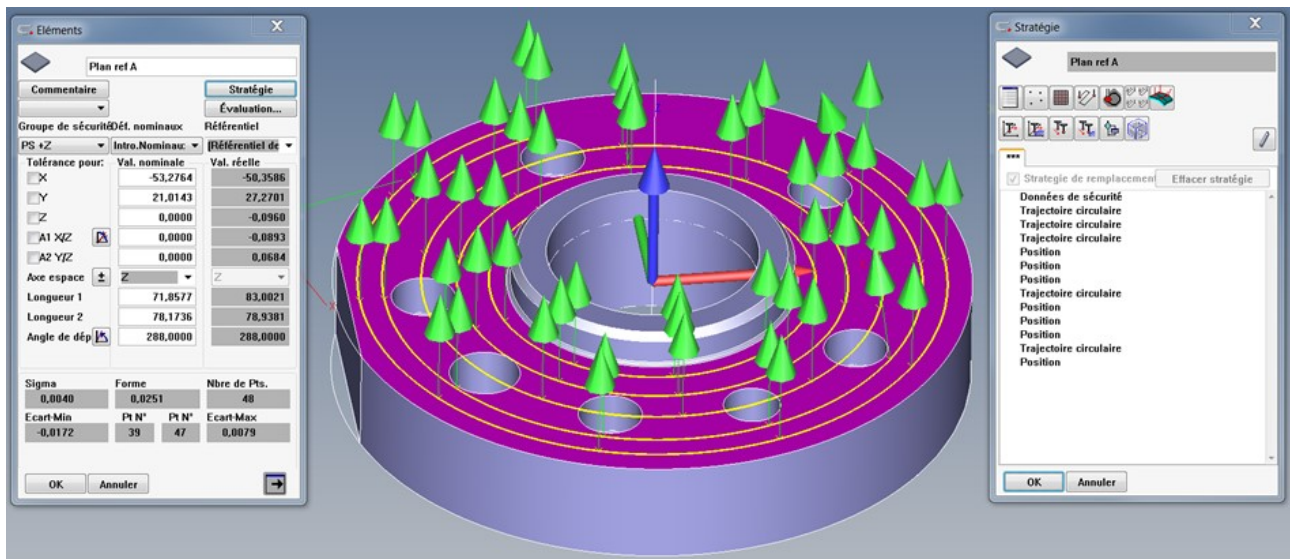


FIGURE 3.40 – Stratégie de mesure des plans du cas d'étude avec Calypso 2017 - ZEISS

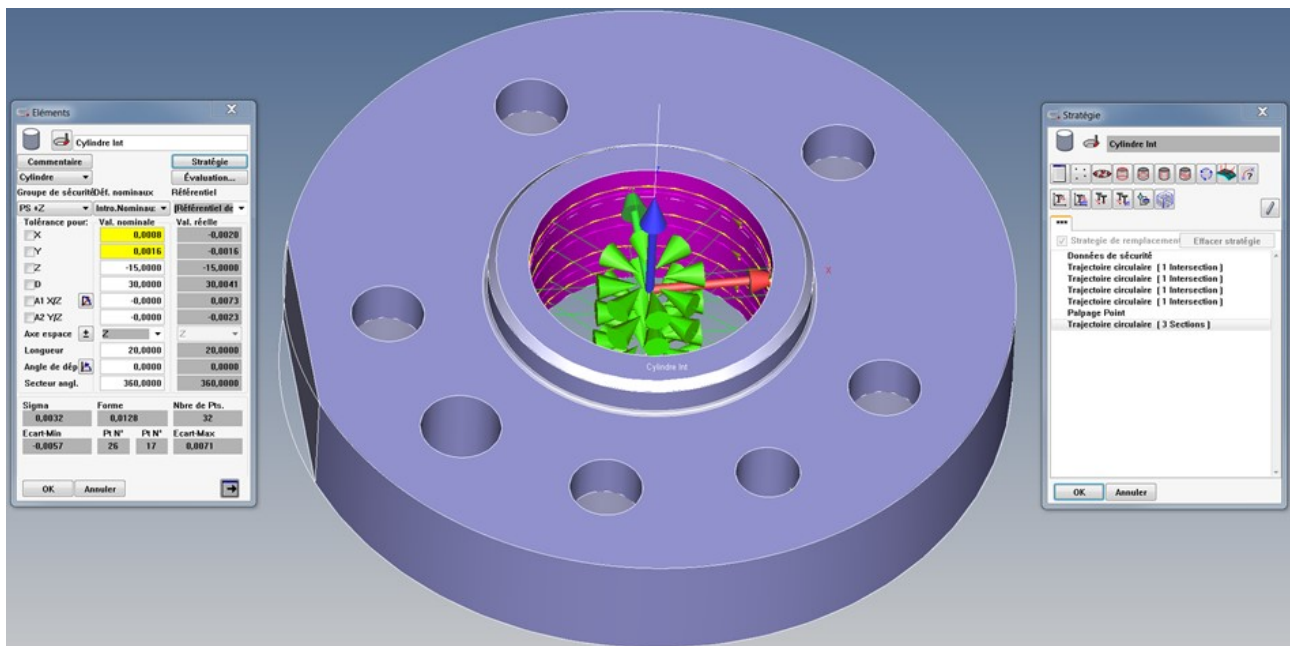


FIGURE 3.41 – Stratégie de mesure des cylindres du cas d'étude avec Calypso 2017 - ZEISS

3.5.4 Environnement et gamme de serrage

Pour la mesure des assemblages, des configurations avec et sans serrage ont été utilisées. Pour le cas sans serrage, un accostage des vis est réalisé par un serrage à la main en suivant la gamme de serrage de la Fig.3.42. L'intérêt de l'accostage des vis est d'assurer que les pièces n'ont pas de mouvement relatif dans l'assemblage pendant la mesure sur la MMT. Ce serrage faible est considéré comme nul ($\simeq 0 \text{ N.m}$) dans les travaux de thèse. Le serrage à 10 N.m est réalisé avec une clé dynamométrique Facom de plage de mesures : $[1,5 \text{ N.m} - 30 \text{ N.m}]$. La clé électronique utilisée est étalonnée pour $\pm 2\%$ du couple affiché sur l'écran. De plus, une alerte sonore permet de facilement identifier le déclenchement du débrayage de la clé. À partir de ces informations il est possible d'établir que le couple de serrage des vis est compris dans l'intervalle : $[9,8; 10,2] \text{ N.m}$. Concernant l'environnement de mesure dans la salle de métrologie

de l'IUT, une climatisation permet de maintenir la consigne de $20^{\circ}\text{C} \pm 1^{\circ}\text{C}$. Lors des étapes de fabrication, la variation de température est plus importante (comprise entre 24°C et 28°C).

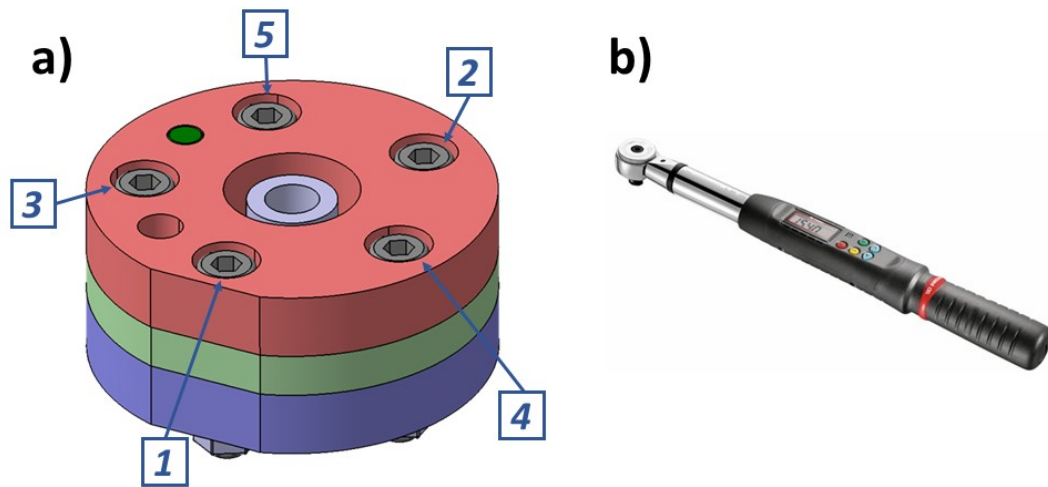


FIGURE 3.42 – a) Gamme de serrage des assemblages, b) Clé dynamométrique électronique Facom avec plage de serrage de $[1,5 \text{ N.m} - 30 \text{ N.m}]$

3.5.5 Calculs des écarts des spécifications

Pour le calcul des écarts des spécifications, Calypso 2020 (version 7.0) permet d'utiliser les dernières mises à jour des algorithmes de calcul, par rapport aux normes ISO GPS [102, 2, 4]. Parmi les options du logiciel Calypso 2020, il est important de bien sélectionner la norme ISO GPS 5459 : 2011 [4] concernant les systèmes de références et les critères d'association des surfaces.

Le logiciel Calypso permet aussi de réaliser des filtrages des données de mesure. Pour cette étude de cas, tous les points sont conservés sauf dans le cas de mesures aberrantes justifiées. Par exemple, lors de la mesure d'un plan, le palpé d'un point sur un bord de chanfrein est une valeur aberrante. Cela peut arriver si la remise en position des pièces n'est pas répétable ou que les pièces présentent de fortes dispersions entre elles.

Les données mesurées sur la MMT sont les spécifications des composants de l'étage 1 (voir les Fig.3.19, Fig.3.20 et Fig.3.18), mais aussi les spécifications des composants des étages 2 à 4 (voir les Fig.5.22, 5.23, 5.27 et 5.26). De même, toutes les spécifications des MIF sont contrôlées en MMT (voir les Fig.3.26, Fig.3.28, Fig.3.29, Fig.3.31 et Fig.3.33). Enfin, les exigences du produit de la Fig.3.4 sont aussi contrôlées en MMT.

On note que le contrôle des spécifications ne s'arrête pas uniquement aux écarts nécessaires pour sanctionner la conformité. Par exemple, pour une spécification de localisation d'un trou, les écarts en X et Y sont aussi relevés. De plus, pour la mesure des cylindres, les écarts sont relevés avec les modificateurs GG , GX , GN et LP . L'objectif est d'avoir à disposition toutes les données géométriques pour l'identification des grandeurs influant sur les CFGs du produit. De même, les différentes configurations du produit permettent d'analyser l'impact du serrage sur les spécifications des composants et les CFGs des assemblages.

3.5.6 Intégration de mesures sans contact

L'étude du lot 1 permet d'éprouver les gammes (voir section 3.4), les écarts de forme des plans ont été identifiés comme particuliers. Pour cela, lors de la production des 13 assemblages du cas d'étude, des mesures sans contact ont été réalisées. L'objectif de ces mesures est d'observer l'état géométrique des pièces dans la machine de fabrication avant et après le relâchement du serrage du porte pièce.

La technologie de projection de franges et de scan 3D (voir la Fig.3.43) de l'ATOS Core permettent de mesurer directement la pièce dans la machine de fabrication. Les mesures in-situ ont été réalisées en une seule prise de vue. En effet, le lubrifiant dans la machine de tournage rend difficile le pastillage des pièces nécessaire pour réaliser des prises de vues multiples. De plus, au vu de la brillance des pièces, les surfaces sont matifiées avec un produit spécifique à la métrologie. Pour cela, les valeurs d'écarts ne sont pas directement exploitables pour la sanction des spécifications. Ainsi, seules des comparaisons relatives sont réalisées. Une fois les acquisitions effectuées avec le logiciel associé à l'ATOS Core, le fichier d'export est un maillage du type *stl*. À partir du maillage, il est possible de tracer des cartographies des écarts dans GOM Inspect 2019.

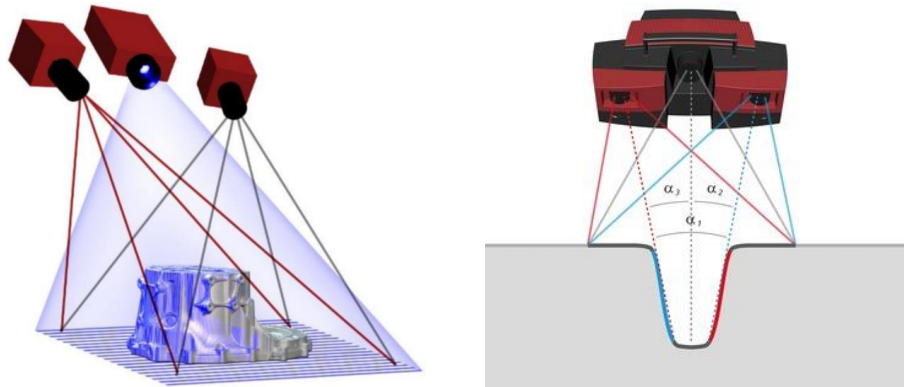


FIGURE 3.43 – Technologie de mesure de l'ATOS Core - GOM

3.5.7 Étude de répétabilité

Les études de répétabilité permettent de valider la pertinence des résultats par rapport à la machine de mesure, au système de montage et au logiciel de calcul des écarts. Chez Safran Aircraft Engines, le standard SAE international AS13003 : 2015 [12] définit les pré-requis du MSA pour le secteur de l'aéronautique. Ce standard est partagé par les principaux motoristes aéronautiques dont General Electric, Pratt & Whitney, Safran Aircraft Engines, Rolls-Royce et MTU Aero Engines. L'objectif de ce standard est de définir les outils statistiques nécessaires pour juger de la capacité du système de mesure à mesurer les spécifications de la pièce. On note que pour une Process Capability Analysis, Deleryd [68] met en évidence l'influence de la qualité du système de mesure (voir la partie a de la Fig.1.2).

Pour vérifier la répétabilité des mesures MMT Contura et du système de montage de la Fig.3.38, j'ai réalisé 10 mesures du Carter-Pion 7. Pour cela, la pièce est une première fois mesurée après dégauchissage manuel du référentiel de mesure. Les mesures suivantes sont réalisées

avec remise en position sur le montage sans modification du programme de mesure. Afin d'avoir un aperçu de la répétabilité, on calcule l'étendue des mesures $E = Max - Min$ pour chaque spécification. Afin de considérer le système de mesure comme capable, une méthode simple consiste à vérifier que l'étendue est 10 fois plus faible que l'IT de la spécification. La Fig.3.44 trace le rapport entre l'IT et l'étendue de répétabilité pour les spécifications de la Fig.3.19. Sur la Fig.3.44 les résultats permettent de valider la répétabilité des moyens de mesure par rapport au critère $IT/10$. Le système de mesure n'est pas capable de mesurer la spécification 11. En effet, dans le logiciel Calypso l'écart au maximum de matière avec un référentiel présentant des modificateurs est calculé avec intégration des jeux des liaisons dans l'IT. Dans ce cas, le type de grandeur mesurée gêne le critère de répétabilité. La mesure du cylindre associée à la spécification 11 est quant à elle validée par rapport au critère de répétabilité.

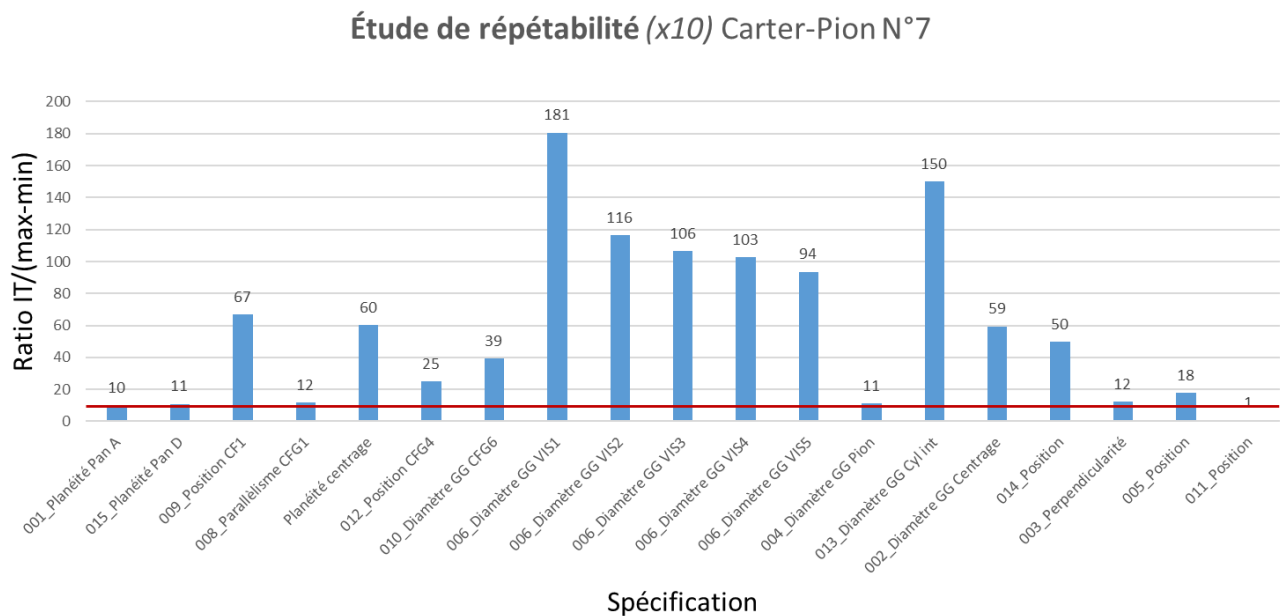


FIGURE 3.44 – Étude de répétabilité " $IT/10$ " sur le Carton-Pion 7 pour 10 mesures

Les écarts observés entre les mesures d'une même pièce peuvent provenir : d'un mauvais système de remise en position (on ne garantit pas de mesurer les mêmes points), de la variabilité intrinsèque des outils de mesure (quand l'IT est très faible il est difficile d'assurer $IT/10$), d'un système de référence non stable (un léger décalage des points de mesure amplifié par un bras de levier), d'un système de références de dégauchissage non stable (lié au montage et à la géométrie de la pièce), d'un programme de contrôle non adapté (pièces avec fortes variations, grandeurs complexes avec balancement) ou de l'environnement de mesure (température, vibration, serrage des utilisateurs, ordre de serrage, poussière).

Lors de la remise en position de la pièce dans la MMT il faut s'assurer de mesurer les mêmes points à chaque fois. Dans un programme de contrôle, la mesure du référentiel de dégauchissage est réalisée sur la première pièce. Les pièces suivantes sont mesurées sans re-mesure du référentiel de dégauchissage. Dans ce cas, si la pièce n'est pas bien repositionnée, alors la mesure MMT n'est pas optimale. En effet, avec une mauvaise remise en position, on ne peut pas garantir une approche du stylet de mesure perpendiculaire à la surface réelle.

La problématique d'une mauvaise approche du stylet de mesure est aussi rencontrée sur des pièces avec de grands écarts géométriques. Dans ce cas, le modèle CAO utilisé dans le programme de contrôle n'est plus fidèle au réel mesuré. La mesure des pièces à fortes variations géométriques est peu répétable voire inexploitable dans des cas extrêmes : glissement du stylet de mesure, mesure des mauvaises entités géométriques, dispersion des points de mesures.

Afin d'éviter ces problématiques sur le cas d'étude, les mesures sont réalisées avec pré-alignement local des éléments. Par exemple, les cylindres sont d'abord mesurés avec un cercle en 4 points afin de programmer en coordonnées relatives. Puis, on mesure le cylindre à partir de ces nouvelles coordonnées. Sur les cylindres, cette méthode de mesure est primordiale pour la mesure des écarts dimensionnels en LP . En effet, les mesures bi-points nécessitent que les paires de points soient diamétralement opposées sur le cylindre GG .

3.6 Conclusion

Ce troisième chapitre présente la conception et l'industrialisation du cas d'étude pour l'analyse du deuxième axe de recherche des travaux de thèse. La production du cas d'étude au laboratoire permet d'avoir à disposition les données géométriques permettant l'identification des grandeurs influant sur la qualité du produit. La définition du cas d'étude répond donc aux objectifs scientifiques de Safran Aircraft Engines. De plus, ce cas d'étude doit fournir des données exploitables pour de futurs travaux du LURPA et de Safran Aircraft Engines.

Le cas d'étude est représentatif des assemblages par brides des pièces tournantes et carters de Safran Aircraft Engines. Pour cela, la conception et l'industrialisation sont réalisées en exploitant les méthodes et outils de continuité numérique de Safran Aircraft Engines présentés dans la section 1.6.

D'abord, ce chapitre présente la conception et le tolérancement du cas d'étude par rapport aux choix des méthodes de synthèse des spécifications et d'analyse des tolérances présentées dans la section 1.4.

Par la suite, la définition des gammes de fabrication des composants aboutit au tolérancement de fabrication des MIF. Enfin, les étapes de contrôle sont présentées avec les machines, les logiciels, les montages et les méthodes de métrologie utilisés. Pour ces travaux de thèse, de nombreuses mesures sont réalisées sur les pièces en cours de fabrication, les pièces finies, les sous-ensembles et les assemblages. Les mesures MMT représentent la majorité des données et les mesures in-situ concernent uniquement les phases 10 et 20 du composant Tôle mince.

Finalement, l'ensemble des données de mesures sont exportées depuis les logiciels de métrologie vers des fichiers *csv*. Dans le chapitre suivant, je propose d'exploiter les données de production pour l'identification des grandeurs influant sur la qualité géométrique du produit fini. Pour cela, des codes python permettent l'exploitation statistique des données de mesures en format *csv*. Sur des productions futures de Safran Aircraft Engines, les projets de continuité numérique permettront de transférer mes travaux de thèse à l'industrie.

Méthode d'identification des grandeurs influentes pour l'optimisation

Sommaire

4.1	Introduction	133
4.2	Étude d'une chaîne de cotes 1D	134
4.2.1	Présentation de la CFG1	134
4.2.2	Grandeurs mesurées lors du contrôle	136
4.2.3	Observation des écarts entre modèle et réel	137
4.2.4	Évolution des écarts de localisation des composants	139
4.2.5	Investigations sur les écarts d'un même composant	140
4.2.6	Retours sur la chaîne de cotes 1D	142
4.3	Définition de la régression linéaire multiple	143
4.3.1	Préambule	143
4.3.2	La méthode des moindres carrés	144
4.3.3	L'analyse du résultat	144
4.3.4	Régression de Huber ou OLS robuste	145
4.3.5	Régression Ridge	145
4.3.6	Régression LASSO	146
4.3.7	Régression ElasticNet	146
4.4	Identification des grandeurs influentes de la CFG1	147
4.4.1	Sélection de la variable endogène	147
4.4.2	Les variables exogènes disponibles	148
4.4.3	Sélection des variables exogènes	149
4.4.4	Ajustement du modèle 3 sans serrage	152
4.4.5	Application au modèle 3 avec serrage	155
4.4.6	Analyse des grandeurs influentes identifiées	158
4.4.6.1	Simulation d'assemblage attendue avec le modèle classique	158
4.4.6.2	Analyses des topologies des plans	159

4.4.6.3	Hypothèse sur l'assemblage des composants	160
4.4.6.4	Prise en compte des écarts de forme	161
4.4.7	Ajustement d'un modèle d'écarts locaux	163
4.4.7.1	Les écarts locaux dans le plan de serrage	163
4.4.7.2	Modèle statistique avec épaisseurs locales	165
4.4.8	Comparaison des modèles classique, global et local	166
4.4.9	Conclusion intermédiaire	167
4.5	Axes d'optimisation de l'industrialisation	168
4.5.1	Préambule	168
4.5.2	Optimisation avec le modèle 1D classique	169
4.5.2.1	Suivi des données	169
4.5.2.2	Qualité des données composants	169
4.5.2.3	Optimisation du modèle 1D avec les capacités	171
4.5.2.4	Axe d'amélioration sur le processus	172
4.5.3	Analyse de la qualité du réel mesuré	172
4.5.4	Optimisation avec les modèles statistiques	173
4.5.4.1	Exploitation du modèle ElasticNet CV 4s	173
4.5.4.2	Axes d'amélioration du processus	175
4.5.4.3	Analyse des écarts de forme	176
4.6	Conclusion	178

4.1 Introduction

Le chapitre 2 propose d'optimiser les tolérances à partir des capacités des maillons. Cela permet que les tolérances des spécifications soient représentatives de la qualité atteinte avec un processus de fabrication donné. Dans ce cas, on exploite les modèles de chaîne de cotes et les données de production pour optimiser l'industrialisation. Une des hypothèses du chapitre 2 est que le modèle de chaîne de cotes permet de prédire la qualité du produit. Si cette hypothèse est vérifiée, on peut dire que les spécifications des pièces sont les grandeurs influant sur la qualité géométrique du produit fini.

Chez Safran Aircraft Engines l'amélioration d'une industrialisation déjà en cours peut être difficile, étant donné que les processus de conception et de fabrication sont complexes. Par exemple, quand la qualité d'un produit doit être améliorée, il est souvent difficile d'identifier les leviers d'amélioration. Classiquement, chez Safran Aircraft Engines, une équipe pluridisciplinaire propose des analyses à réaliser en fonction de ses expériences sur le produit. D'un point de vue de la maîtrise dimensionnelle et géométrique, il est courant d'analyser les spécifications liées à l'exigence du produit qu'on souhaite améliorer. Dans ce cas, on vérifie en premier lieu que la chaîne de cotes est bien représentative des exigences du produit. Si le modèle est validé, on cherche à améliorer la capacité de la production des spécifications liées à l'exigence du produit à l'étude. Dans le cas contraire, il est nécessaire d'identifier les paramètres du processus influant sur la qualité géométrique du produit.

Une des problématiques rencontrées par Safran Aircraft Engines est qu'il est souvent difficile d'améliorer la capacité d'un processus de fabrication sur une spécification. De même, il peut être compliqué de prévoir l'impact d'une modification du processus d'industrialisation sur la qualité du produit. Chez Safran Aircraft Engines, l'analyse des paramètres du processus (ser-rage, conditions de coupe, environnement de fabrication, de mesure et de montage) peut être très longue et donc coûteuse. Dans le cadre de l'amélioration d'une industrialisation, il existe peu d'outils chez Safran Aircraft Engines pour rechercher les causes d'un écart géométrique entre l'attendu sur le produit et le réel au montage.

Cette partie des travaux se place dans un contexte d'industrie du futur avec une forte continuité numérique des données du tolérancement. Aujourd'hui, l'utilisation d'outils 3D et la disponibilité des données de production sont des leviers de performance pour l'industrialisation d'un produit, d'un sous-ensemble ou d'une pièce.

Pour répondre aux problématiques industrielles de Safran Aircraft Engines, ce quatrième chapitre propose des méthodes statistiques d'identification des grandeurs influant sur la CFG1 du cas d'étude. Pour ces analyses, les données de mesure sont issues des spécifications définies dans le chapitre 3 du manuscrit. Les données liées à la CFG1 sont exploitées dans des outils de régression linéaire multiple afin d'identifier les grandeurs influant sur le réel mesuré de la CFG1. Après l'identification des grandeurs, il est proposé d'optimiser le processus d'industrialisation. Concernant l'optimisation des tolérances, la méthode d'optimisation avec des capacités proposée dans le chapitre 2 est utilisée.

4.2 Étude d'une chaîne de cotes 1D

4.2.1 Présentation de la CFG1

Pour l'étude de la CFG1, la première étape est l'observation des données de mesures des composants par rapport à la mesure de la CFG sur l'assemblage. Cette comparaison doit permettre de vérifier si le modèle de chaîne de cotes permet la prédiction des écarts réels de l'exigence CFG1 de la section 3.4. La CFG1 est une spécification de localisation entre les surfaces 1.b et 3.b des composants Carter et Corps Moyeu de l'assemblage. Le tolérancement du cas d'étude est présenté dans le chapitre 3. Il est réalisé avec la méthode CLIC et l'outil Anatole 3D. Dans un premier temps, la synthèse des tolérances est réalisée avec une feuille Excel de manière arithmétique sans critère de faisabilité. Les composants unitaires tolérancés sont disponibles sur les figures : Fig.3.18, Fig.5.22, Fig.5.26 et Fig.5.27. On note que dans la gamme d'assemblage de la Fig.3.7, le produit fini est le résultat de l'assemblage de l'étage 1. Les sous-ensembles tolérancés de l'étage 1 sont définis sur les figures : Fig.3.19, Fig.3.18 et Fig.3.20.

Dans le cas d'une répartition arithmétique, la résultante de la chaîne de cotes de CFG1 est :

$$IT_{CFG1} = 0,75 \geq R_{CFG1} = \sum_{i=1}^3 (|\alpha_i| \times IT_i) = IT_{Carter}^{Loc09} + IT_{Tolérance}^{Loc17} + IT_{CorpsMoyeu}^{Loc06} \quad (4.1)$$

À partir de l'équation (4.1), on identifie que les trois localisations sont les grandeurs influant sur la qualité géométrique CFG1. Ces grandeurs sont celles utilisées lors du tolérancement par le BE, qui est une simulation d'assemblage (voir Fig.4.1).

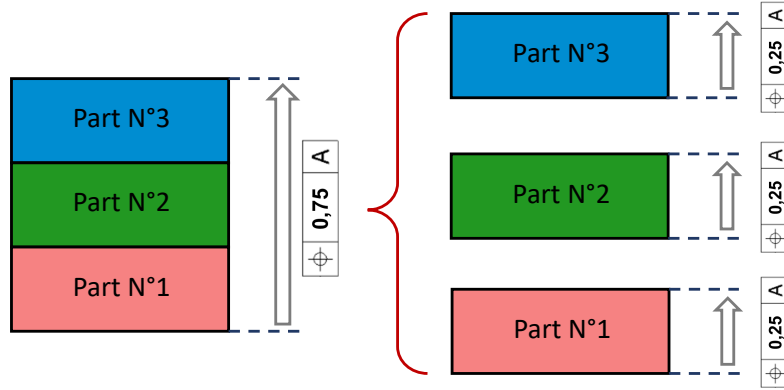


FIGURE 4.1 – Empilement de tolérances classique et grandeurs influentes

Pour cette étude, seules les spécifications liées aux liaisons plan/plan de la CFG1 sont utilisées. Dans le graphe des liaisons de la Fig.3.6, les surfaces en contact dans la boucle d'influence de la CFG1 sont : 1.b, 1.a, 2.b, 2.a, 3.a, 3.b. Les spécifications des surfaces actives de la CFG1 sont présentées sur la Fig.4.2. On note que la chaîne de cotes CFG1 est liée aux autres chaînes de cotes, et donc on obtient les IT suivants : $IT_{Carter}^{Loc09} = 0,21$, $IT_{Tolérance}^{Loc17} = 0,21$ et $IT_{CorpsMoyeu}^{Loc06} = 0,329$. De plus, ces spécifications peuvent être transférées directement en spécifications de fabrication.

Pour la première analyse de la CFG1, une configuration de l'assemblage sans les pions et sans l'Axe Moyeu est utilisée. Le serrage des ensembles vis/écrous est effectué par accostage à la main ($\simeq 0 \text{ N.m}$) pour la configuration C1 et à 10 N.m pour la configuration C2. Dans un second temps, les mesures des sous-ensembles de l'étage 1 sont réalisées lors de l'assemblage final, pour deux couples de serrage. Dans ce cas, le serrage à la main correspond à la configuration C3 et le serrage à 10 N.m correspond à la configuration C4.

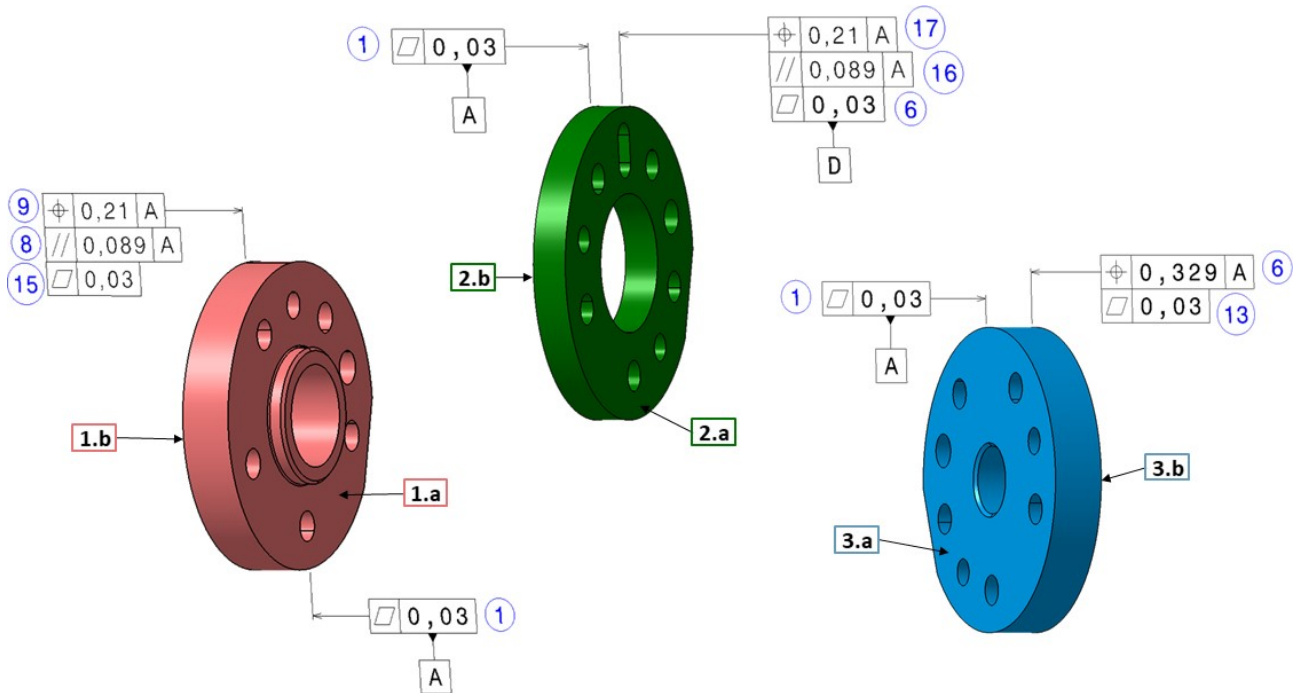


FIGURE 4.2 – Spécifications des surfaces actives de la chaîne de cotes CFG1

4.2.2 Grandeurs mesurées lors du contrôle

Lors du contrôle, les surfaces de la Fig.4.2 sont mesurées, afin de calculer les écarts des spécifications. Les écarts des spécifications de localisation sont mesurés dans Calypso tels que : $Ecart_{loc} = 2 \times \max(|Ecart_{max}|; |Ecart_{min}|)$. Pour une exigence de localisation, Safran Aircraft Engines préconise l'utilisation des écarts non signés $Ecart_{loc}$.

Avec l'outil de métrologie Calypso ZEISS, les écarts de position de la Fig.4.3 sont aussi mesurés, tels que $Ecart_i$ est l'écart de position signé du $i^{\text{ème}}$ point par rapport à la surface nominale construite avec le plan de référence opposé. Parmi les i points de mesures, l' $Ecart_{max}$ est l'écart signé le plus élevé (dans le sens opposé à la matière). Inversement, parmi les i points de mesures, l' $Ecart_{min}$ est l'écart signé le plus petit (dans le sens de la matière). Plusieurs exemples sont proposés :

- Dans le cas d'une surface positionnée à une distance plus petite de la surface nominale, on a par exemple $Ecart_{min} = -0,05 \text{ mm}$ et $Ecart_{max} = -0,01 \text{ mm}$. Dans ce cas, l'écart signé est $-0,05 \text{ mm}$ et l'écart de localisation est $Ecart_{loc} = 0,10 \text{ mm}$;
- Dans le cas d'une surface positionnée à une distance plus grande de la surface nominale, on a par exemple $Ecart_{min} = +0,01 \text{ mm}$ et $Ecart_{max} = +0,05 \text{ mm}$. Dans ce cas, l'écart signé est $+0,05 \text{ mm}$ et l'écart de localisation est $Ecart_{loc} = 0,10 \text{ mm}$;
- Dans le cas d'une surface positionnée autour de sa position nominale, on a par exemple $Ecart_{min} = -0,049 \text{ mm}$ et $Ecart_{max} = +0,050 \text{ mm}$. Dans ce cas, l'écart signé est $+0,050 \text{ mm}$ et l'écart de localisation est $Ecart_{loc} = 0,10 \text{ mm}$.

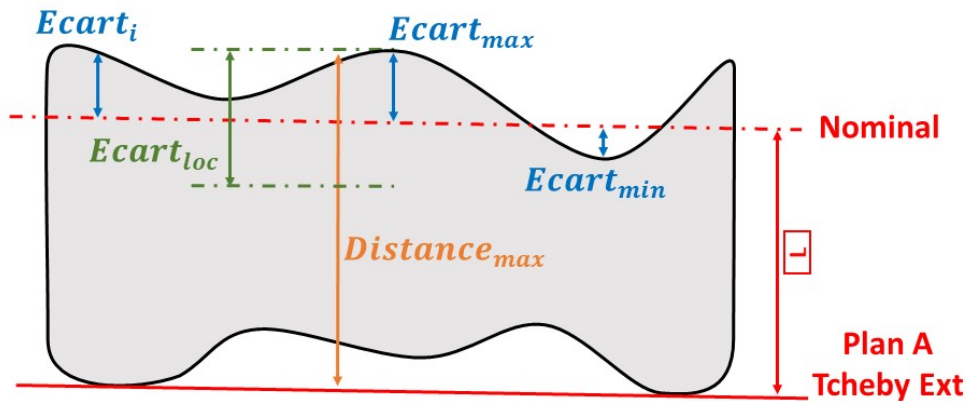


FIGURE 4.3 – Définition des caractéristiques liées à la position de la surface

De plus, dans Calypso, la distance au référentiel (voir la Fig.4.3) est aussi calculée avec $Distance_{max} = Ecart_{max} + nominal$ si $|Ecart_{max}| > |Ecart_{min}|$ et $Distance_{max} = Ecart_{min} + nominal$ si $|Ecart_{max}| < |Ecart_{min}|$.

On note que les écarts intérieurs et extérieurs matière permettent d'une part d'observer l'écart signé de position (qui peut être l' $Ecart_{max}$ ou l' $Ecart_{min}$) mais aussi de donner une idée du comportement bilatéral de la surface. Par exemple, quand $Ecart_{min} = -0,049 \text{ mm}$ et $Ecart_{max} = +0,050 \text{ mm}$, l'écart de localisation exploite un écart positif par rapport à la surface nominale.

Pour cette raison, la notion d'écart de localisation au pire cas n'est pas toujours suffisante pour représenter les écarts de la surface positionnée. On note que, dans les normes ISO GPS, le critère d'association de la référence est le critère de Tchebychev (aussi appelé *MinMax*) avec une contrainte de tangence extérieure matière.

Sur la Fig.4.4, les données des configurations $C1$, $C2$, $C3$ et $C4$ sont proposées. Dans les configurations $C1$ et $C2$, les composants sont mesurés sans les pions ni l'Axe Moyeu. Les configurations $C3$ et $C4$ correspondent au montage de l'étage 1. Les produits sont nommés $CiTjCk$ pour Carter i , Tôle mince j et Corps Moyeu k . Les écarts CFG1 calculés correspondent au cumul des écarts des composants suivant les sensibilités de l'équation de chaîne de cotes (4.1).

Produit N°	Spécification	Écart _{loc} CFG1 Mesuré C1	Écart _{loc} CFG1 Mesuré C2	Écart _{loc} CFG1 Calculé C1&C2	Écart _{loc} CFG1 Mesuré C3	Écart _{loc} CFG1 Mesuré C4	Écart _{loc} CFG1 Calculé C3&C4
	Nominale	0	0	0	0	0	0
	USL	0.750	0.750	0.750	0.750	0.750	0.750
	LSL	-	-	-	-	-	-
1	C3T1C3	0.778	0.619	0.711	0.752	0.535	0.595
2	C4T2C4	0.768	0.703	0.644	0.659	0.530	0.582
3	C5T4C5	0.668	0.540	0.612	0.624	0.474	0.583
4	C6T5C6	0.619	0.537	0.604	0.574	0.457	0.576
5	C7T6C7	0.687	0.553	0.615	0.619	0.457	0.564
6	C8T7C8	0.617	0.511	0.611	0.519	0.438	0.560
7	C9T8C9	0.625	0.476	0.569	0.596	0.412	0.498
8	C10T9C10	0.672	0.476	0.541	0.559	0.416	0.475
9	C11T10C11	0.620	0.487	0.588	0.582	0.413	0.513
10	C12T11C12	0.625	0.485	0.593	0.538	0.405	0.628
11	C13T12C13	0.673	0.500	0.560	0.639	0.414	0.600
12	C14T13C14	0.681	0.521	0.564	0.649	0.425	0.564
13	C15T14C15	0.599	0.466	0.535	0.548	0.390	0.699

FIGURE 4.4 – Données CFG1 mesurées et calculées avec les composants

4.2.3 Observation des écarts entre modèle et réel

La Fig.4.5 propose une comparaison graphique de l'écart de localisation CFG1 mesuré en $C1$, $C2$ et calculé à partir des composants sans pions pour les 13 assemblages du lot d'étude (voir Fig.3.35). À partir des écarts de localisation des composants et de l'équation (4.1), il est possible de prédire l'écart CFG1 dit écart CFG1 *calculé*.

La mesure MMT des assemblages est réalisée en $C1$ avec accostage des vis à la main $\simeq 0 \text{ N.m}$. Puis, les assemblages sont mesurés en $C2$ avec un serrage à $\simeq 10 \text{ N.m}$, suivant la gamme de serrage de la Fig.3.42. La première analyse à réaliser est la comparaison entre la chaîne de cotes (CFG1 *calculée*) et les écarts réels (CFG1 *mesurée*).

Sur la Fig.4.5, les données sont tracées dans l'ordre de la production des composants. Cet aspect chronologique des données est un choix usuel pratiqué en MSP. Sur la figure, on remarque que la prédiction de la chaîne de cotes (courbe noire) est plus faible que l'écart réel mesuré en $C1$ (courbe bleue). Avec le serrage à $\simeq 10 \text{ N.m}$, l'écart mesuré (courbe rouge) est globalement plus faible que la prédiction de la chaîne de cotes.

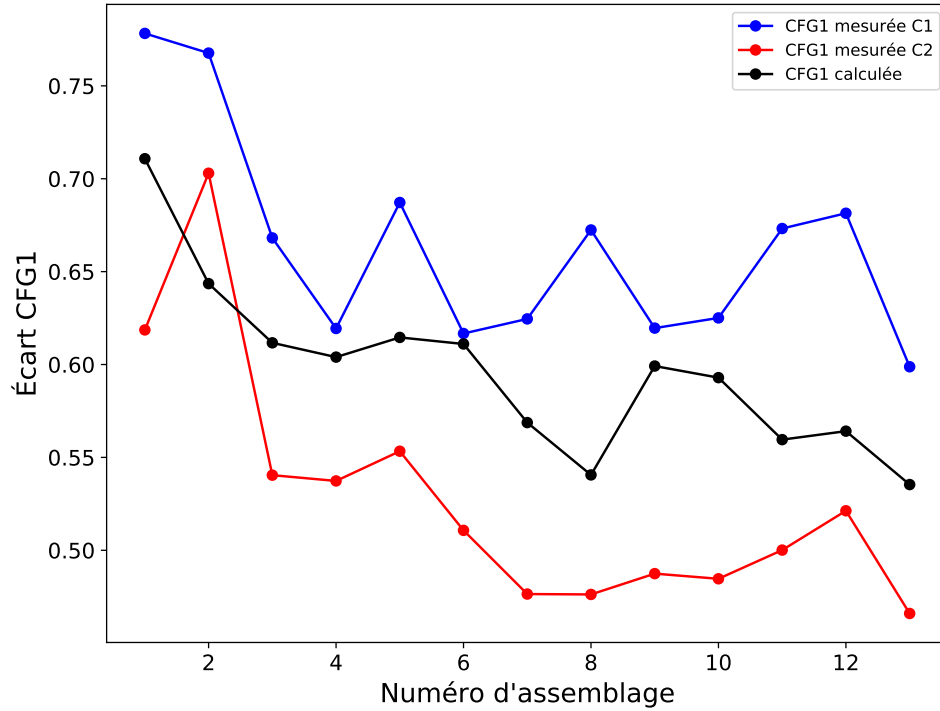


FIGURE 4.5 – Comparaison des données CFG1 mesurées en *C1* et *C2* avec CFG1 *calculée*

De même, la Fig.4.6 propose une comparaison graphique de CFG1 pour les configurations *C3*, *C4*. Dans ce cas, les écarts CFG1 *calculés* sont issus des écarts de localisation des sous-ensembles Carter-Pion, Tôle mince et Moyeu-Pions. La mesure MMT des assemblages est réalisée en *C3*, avec accostage des vis à la main $\simeq 0 \text{ N.m}$. Puis, les assemblages sont mesurés en *C4*, avec un serrage à $\simeq 10 \text{ N.m}$ suivant la gamme de serrage de la Fig.3.42.

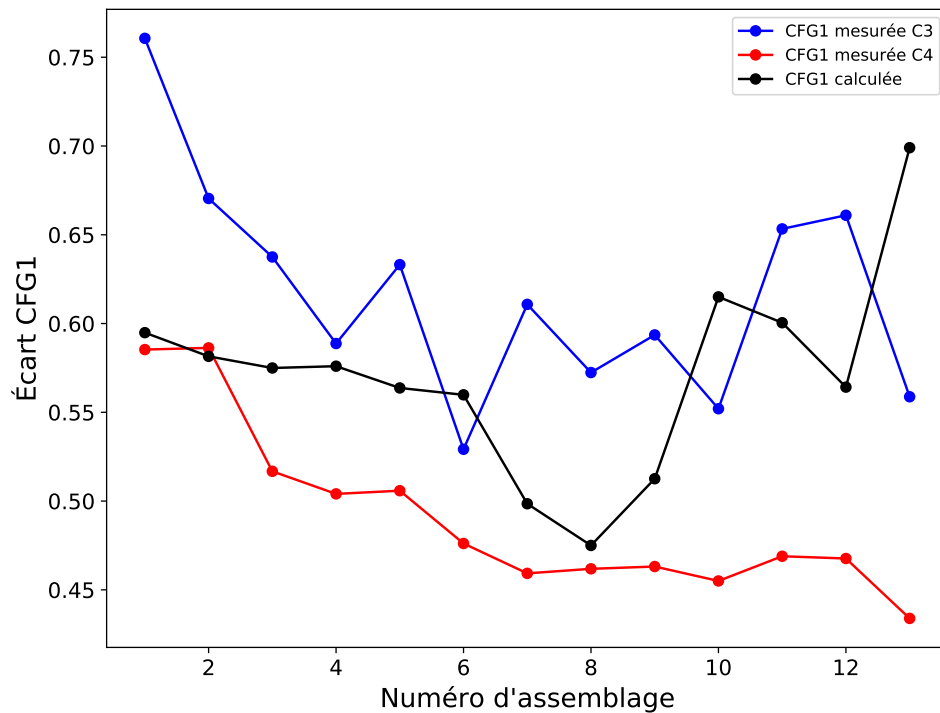


FIGURE 4.6 – Comparaison des données CFG1 mesurées en *C3* et *C4* avec CFG1 *calculée*

De manière analogue à la Fig.4.5, on remarque sur la Fig.4.6 que la prédiction de la chaîne de cotes (courbe noire) est en moyenne plus faible que l'écart réel mesuré en $C3$ (courbe bleue). Avec le serrage à $\simeq 10 \text{ N.m}$, l'écart mesuré (courbe rouge) est très inférieur à la prédiction de la chaîne de cotes. On note, que le cumul des écarts (CFG1 *calculée*) est issu des écarts des sous-ensembles de l'étage 1 (voir section 3.2.6).

Sur ces graphiques, les données mesurées $C3$ semblent suivre la tendance des données mesurées $C1$ sauf pour l'assemblage 5. Cependant, les populations $C1$ et $C3$ sont décalées. Ce décalage est aussi observé entre $C2$ et $C4$ et entre les données calculées, c'est-à-dire que les écarts de localisation des pièces sans les pions et l'Axe Moyeu, ne sont plus les mêmes que les sous-ensembles de l'étage 1. À partir de ces données, on observe que la chaîne de cotes sous estime l'écart CFG1 sans serrage et surestime l'écart CFG1 avec serrage à $\simeq 10 \text{ N.m}$.

Par rapport au modèle de chaîne de cotes classique (voir la Fig.4.1) utilisé pour la CFG1, les analyses graphiques des Fig.4.5 et Fig.4.6 montrent qu'aucune des 4 configurations du produit n'est bien modélisée. Dans ce cas, le modèle de chaîne de cotes est erroné ou incomplet, et il est nécessaire d'identifier les grandeurs géométriques des composants influant sur la CFG1.

De plus, les analyses montrent que les données mesurées en $C3$ et $C4$ (étage 1 du tolérancement) sont décalées d'environ $-0,035 \text{ mm}$ par rapport aux données mesurées en $C1$ et $C2$ (sans les pions). Si on regarde la moyenne des écarts de localisation, on note que $\Delta\mu_{C1C3} = 0,06 \text{ mm}$ et $\Delta\mu_{C2C4} = 0,085 \text{ mm}$. Ces écarts observés entre les états du produit peuvent provenir de l'ajout des contacts des pions/cylindres dans l'assemblage, d'une déformation des pièces suite au montage des pions et de l'Axe Moyeu, ou encore être la conséquence du serrage puis déserrage des pièces lors de la configuration $C2$. Des investigations sur les données de mesure des composants doivent être réalisées avant l'identification des grandeurs influentes. Pour cela, je propose de comparer les données de mesures des composants unitaires (en $C1$ et $C2$), avec les données de mesures des composants de l'étage 1 (en $C3$ et $C4$).

4.2.4 Évolution des écarts de localisation des composants

Pour analyser l'impact du serrage de la configuration $C2$ ou du montage des pions et de l'Axe Moyeu sur les données, on peut observer les écarts de localisation sur les composants. La Fig.4.7 propose de comparer les écarts de localisation $Loc09^{Carter}$, $Loc17^{Tole}$ et $Loc06^{CorpsMoyeu}$ en $C1$ et les écarts de localisation $Loc09^{Carter-Pion}$, $Loc17^{Tole}$ et $Loc06^{Moyeu-Pions}$ en $C3$.

Si on observe de plus près les résidus entre les configurations $C1$ et $C3$, on remarque que le composant Moyeu est celui présentant le moins d'écart entre les deux configurations. Cependant, c'est aussi la pièce de l'assemblage qui a subi le plus d'effort (potentiellement lié à une déformation) suite au montage des 2 pions et de l'Axe Moyeu. En effet, l'Axe Moyeu est monté serré dans le Corps Moyeu par frettage d'un axe en acier dans une pièce en aluminium. On peut donc supposer que le montage de l'Axe Moyeu n'a pas causé de déformation axiale significative sur la pièce. De même, on peut supposer que le montage des pions n'a pas non plus causé de déformation, étant donné que les efforts de serrage sont plus faibles que pour le montage de l'Axe Moyeu.

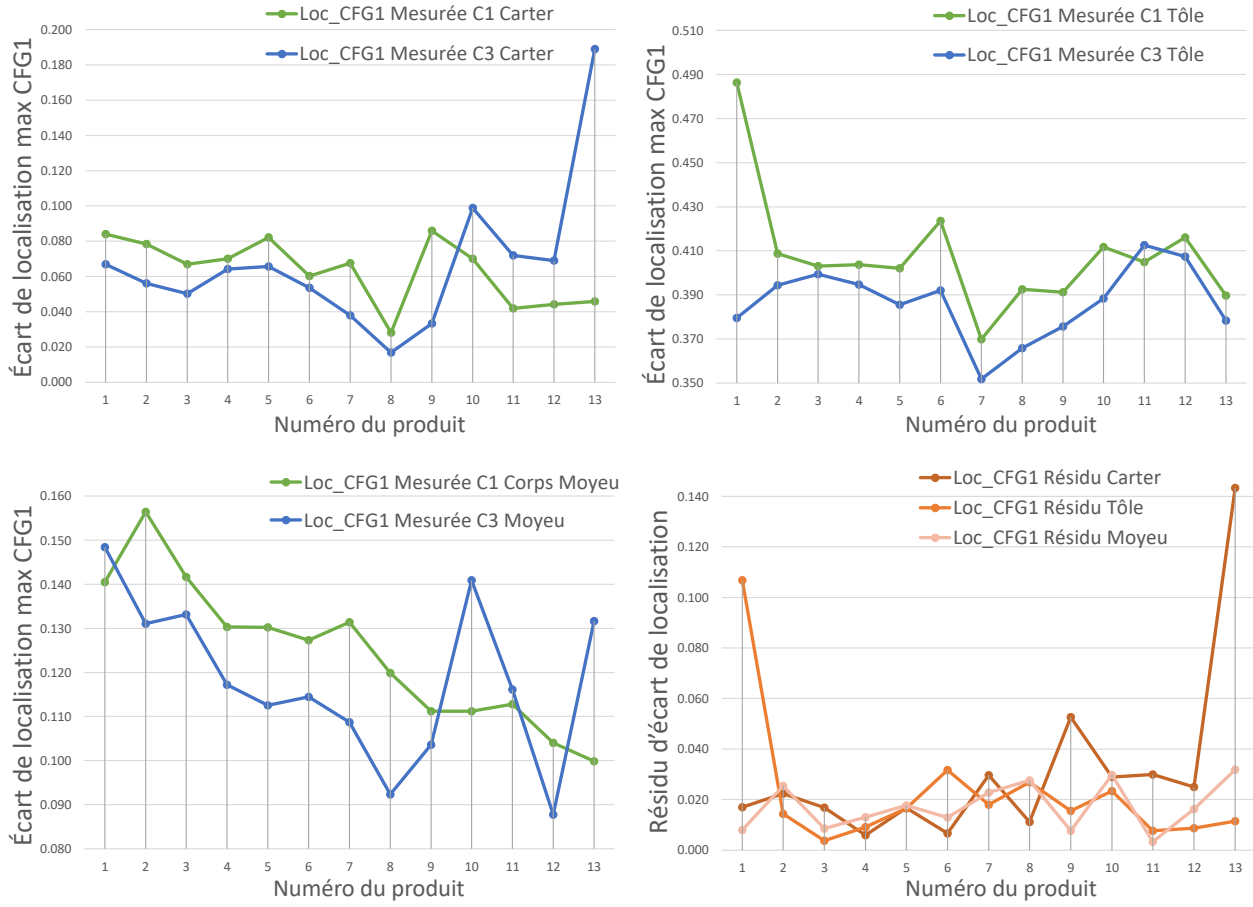


FIGURE 4.7 – Observation des écarts de localisation sur les composants pour $C1$ et $C3$

Une explication des écarts sur les composants en $C1$ et $C3$ est la déformation des composants suite au serrage de l'assemblage pour la configuration $C2$. L'analyse de la Fig.4.7 montre des écarts importants entre $C1$ et $C3$, notamment les composants Tôle 1 et Carter 15, qui présentent un résidu d'au moins $0,1 \text{ mm}$. Des analyses supplémentaires doivent être réalisées sur l'origine des écarts de position des composants Tôle 1 et Carter 15. Pour cela, je propose de comparer les écarts du composant Carter 15 (correspond à $C1$) avec le sous-ensemble Carter-Pion 15 (correspond à $C3$). De même, il faut comparer la Tôle mince 1 en $C1$ et la Tôle mince 1 en $C3$.

4.2.5 Investigations sur les écarts d'un même composant

Une première étape pour étudier ces variations est d'analyser les écarts de forme des surfaces. En effet, en cas de déformation de la pièce, la forme des surface est impactée. Sur la Fig.4.8, des cartographies d'écarts de planéité sont présentées pour la surface 1.a du Carter 15 (en $C1$) et pour le sous-ensemble Carter-Pion 15 (en $C3$). La surface comparée est censée être identique, à l'exception de l'ajout du pion et des contraintes engendrées par le serrage lors de la configuration $C2$.

Sur la Fig.4.8, on remarque que la variation de l'écart de localisation $\Delta_{C1C3}^{Carter15} = 0,143 \text{ mm}$ est principalement due à la variation de l'écart de planéité de la surface 1.a. En effet, la surface 1.a se déforme et passe d'un plan conique concave d'écart de $Pla_{C1}^{Carter15} = 0,0141 \text{ mm}$ à un plan conique convexe d'écart $Pla_{C3}^{Carter15} = 0,0622 \text{ mm}$. On observe sur la face opposée de cette

même pièce (la surface 1.b), le même phénomène dans le sens opposé, avec un ordre de grandeur plus faible que la surface 1.a. Pour le composant Carter 15, l'évolution de l'écart de localisation $Loc09^{Carter}$ est sensiblement due à une déformation des surfaces, générant une modification de l'élément de référence $s1.a$ et de l'élément tolérancé $s1.b$.

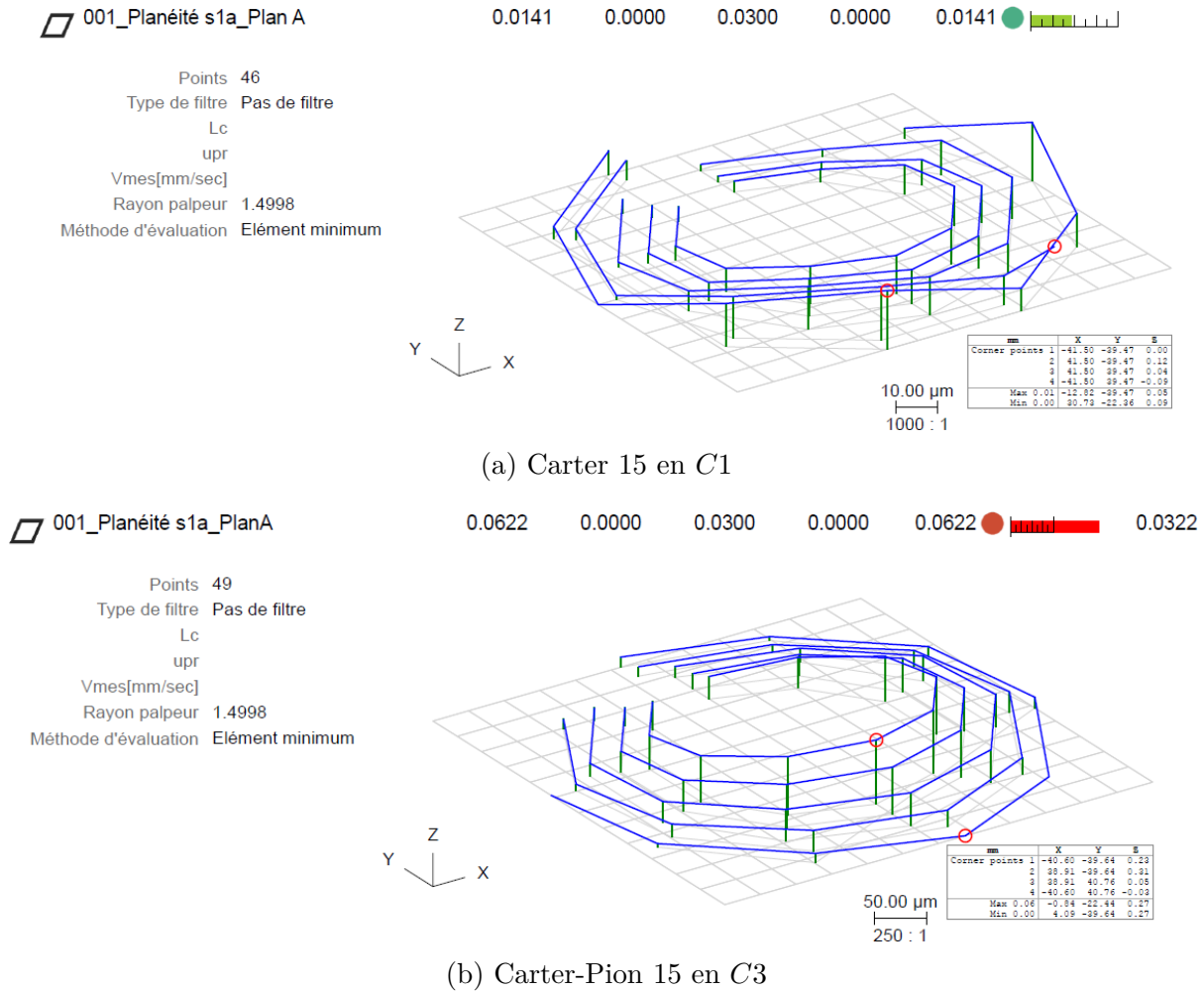
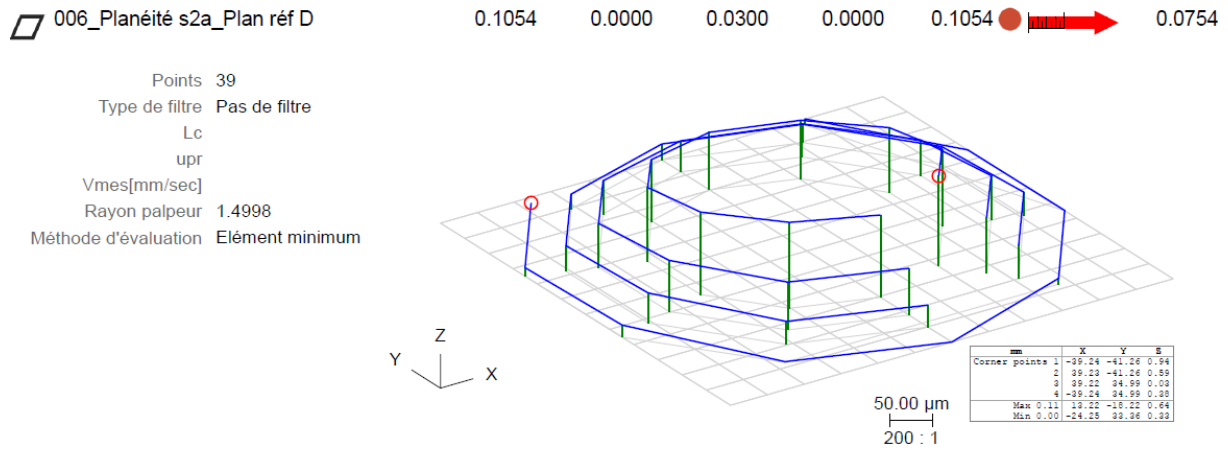


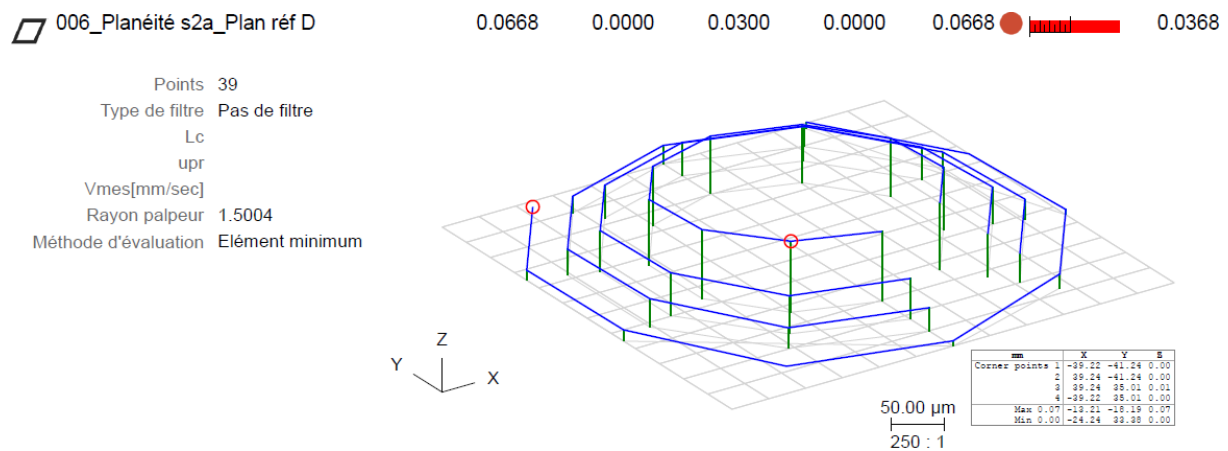
FIGURE 4.8 – Cartographie de l'écart de planéité de $s1.a$ du Carter 15 entre $C1$ et $C3$

Sur la Fig.4.9, des cartographies d'écarts de planéité sont présentées pour la surface 2.a de la Tôle mince 1 en $C1$ et en $C3$. La surface 2.a est identique en $C1$ et $C3$ à l'exception des contraintes engendrées par le serrage lors de la configuration $C2$. L'analyse de l'écart de planéité de $s2.a$, montre que la variation d'écart de localisation $\Delta_{C1C3}^{Tol e1} = 0,107 \text{ mm}$ est liée à l'augmentation de l'écart de planéité de la surface 2.a. En effet, l'effet conique convexe est accentué par la déformation et passe d'un écart de $Pla_{C1}^{Tol e1} = 0,1054 \text{ mm}$ à un écart de $Pla_{C3}^{Tol e1} = 0,0666 \text{ mm}$.

Les pièces Carter 15 et Tôle mince 1 sont des cas extrêmes sur les données de l'assemblage. De manière générale, sur les données des composants entre $C1$ et $C3$, la variation des écarts de forme des surfaces évolue de manière similaire à la variation des écarts de localisation de la section 4.2.4. Suite à ces analyses, on note que l'évolution des écarts de localisation des composants est sensiblement liée au passage de $C1$ à $C3$ par le serrage en configuration $C2$. La déformation des composants est une variabilité supplémentaire sur la topologie des surfaces.



(a) Tôle mince 1 en $C1$



(b) Tôle mince 1 en $C3$

FIGURE 4.9 – Cartographie de l'écart de planéité de $s2.a$ de la Tôle mince 1 entre $C1$ et $C3$

4.2.6 Retours sur la chaîne de cotes 1D

La chaîne de cotes 1D de l'équation (4.1) est une simulation de l'assemblage, réalisée par le BE avant l'industrialisation des pièces. Pour cette raison, plusieurs hypothèses sont réalisées, notamment celle des écarts de forme négligeables et celle des solides indéformables. Dans la section 4.2.5, on remarque que les composants ont été déformés après l'assemblage en $C2$ et que les topologies des écarts de forme des plans ne sont pas aléatoires. Cela explique potentiellement pourquoi le modèle de chaîne de cotes décrit à l'équation (4.1), ne permet pas de décrire fidèlement les configurations $C1$, $C2$, $C3$ et $C4$ des Fig.4.5 et Fig.4.6.

Classiquement, on imagine que les écarts calculés avec la chaîne de cotes pire cas sont plus élevés que les écarts réels. On fait l'hypothèse qu'avec l'interpénétration des surfaces, les écarts sur le produit sont souvent plus faibles que le cumul des écarts des composants. Dans le cas de l'empilement de pièces, la CFG1 est en général décomposée en trois localisations sur les composants (voir Fig.4.1).

Sur le cas d'étude, le modèle de chaîne de cotes sous évalue les écarts réels du cas sans serrage à $\simeq 0$ N.m. Les écarts du produit fini (la configuration $C4$) sont eux inférieurs aux valeurs de la chaîne de cotes : c'est l'effet du serrage entre $C3$ et $C4$ qui permet de compenser les défauts des

assemblages. La fonction du serrage des pièces n'est pourtant pas de causer des déformations, quand bien même elles permettent d'améliorer le résultat de la CFG1.

Les problématiques d'écarts de forme avec des topologies particulières, ou encore les composants déformables voire souples, sont des problématiques que rencontre Safran Aircraft Engines sur ses produits et ses sous-ensembles modules. Par exemple, les déformations des pièces potentiellement induites par les écarts d'orientation et de forme peuvent grandement nuire à la performance du produit. En effet, les contraintes internes des pièces peuvent être préjudiciables à la durée de vie, en particulier pour des pièces en matériaux composite et céramique.

Dans l'état de l'art du tolérancement, présenté dans la section 1.4, des méthodes sont présentées pour simuler l'assemblage de composants avec des défauts. Par exemple, les méthodes exploitant les SMS (Skin Model Shapes) permettent de simuler l'assemblage de composants (généralement mesurés avec des méthodes sans contact) pour calculer les écarts simulés sur le produit. Cependant, la définition des hypothèses sur les contacts et les interpénétrations peut être difficile. De plus, dans le contexte de Safran Aircraft Engines, ces méthodes sont difficiles à mettre en place au sein des services de conception et de contrôle.

Lors de l'analyse des paramètres d'un processus, les plans d'expérience permettent de quantifier l'impact des paramètres machine sur la mesure d'une spécification. Dans le cas de la CFG1, il peut être difficile de définir les bons paramètres à intégrer au plan d'expérience, car on ne sait pas pourquoi le modèle de chaîne de cotes est inefficace. L'objectif de Safran Aircraft Engines est de mieux cibler les plans d'expérience et les analyses à mener pour améliorer l'industrialisation du produit.

Afin d'améliorer l'industrialisation sur la CFG1, je propose de commencer par l'identification des grandeurs influentes manquant dans la chaîne de cotes de l'équation (4.1). Pour cela, ce chapitre s'appuie sur des méthodes statistiques de régressions linéaires multiples permettant, à partir des données de production, d'identifier les variables descriptives sur les écarts CFG1 mesurés. À priori un modèle doit être proposé pour chaque configuration, en sachant que le produit fini est la configuration C4.

La section 4.3 définit les méthodes de régressions linéaires multiples classiques. Par la suite, la section 4.4 propose l'utilisation de modèles de régression linéaire multiple pour identifier les grandeurs influentes de la CFG1.

4.3 Définition de la régression linéaire multiple

4.3.1 Préambule

Cette partie du chapitre propose une synthèse des outils de régression linéaire multiple permettant d'identifier les grandeurs des composants qui sont liées à la qualité géométrique du produit fini, c'est-à-dire aux CFGs.

Afin d'introduire les méthodes statistiques utilisées, quelques éléments de langage spécifiques sont rappelés dans cette section. La **corrélation** mesure l'intensité de la liaison entre deux variables. Par exemple, deux variables indépendantes ont une corrélation nulle. Il existe plusieurs

coefficients de corrélation comme Pearson ou Spearman. La **régression** permet d'analyser la relation d'une variable expliquée avec une ou plusieurs variables explicatives indépendantes entre elles. Ces deux notions sont souvent confondues par les praticiens de la MSP.

Une régression linéaire simple permet de définir une relation linéaire entre une variable expliquée y et une variable explicative x telle que : $y = ax + b$ avec b une constante appelée intercept et a le coefficient de régression de la variable x .

Dans le cadre de la régression linéaire multiple, il est courant de désigner la variable **expliquée** y comme **endogène**, c'est-à-dire la variable du système que l'on cherche à prédire à partir des variables x . Les variables **explicatives** x sont quant à elles désignées comme **exogènes** et correspondent aux variables de prédiction du modèle de régression.

4.3.2 La méthode des moindres carrés

La méthode OLS (Ordinary Least Squares) de régression linéaire multiple est la plus classique. Cette méthode est détaillée dans l'annexe D section 5.4. On retrouve dans l'annexe les outils de calcul Python utilisés pour les travaux de thèse, une définition de la méthode OLS avec ses hypothèses statistiques, la définition de plusieurs critères d'ajustement, des tests sur les résidus et des représentations graphiques.

La régression linéaire multiple du type OLS permet d'ajuster un modèle linéaire avec des coefficients $w = (w_1; \dots; w_k)$ minimisant la somme des résidus au carré de l'estimation de la variable endogène : $\hat{y}$. La régression linéaire multiple exploite des variables exogènes x_i pour estimer linéairement la variable endogène $\hat{y}$ telle que :

$$\hat{y} = w_0 + w_1 \times x_1 + w_2 \times x_2 + \dots + w_k \times x_k \quad (4.2)$$

Avec $\hat{y}$ l'estimation de la variable endogène telle que le résidu est $\epsilon = y - \hat{y}$ où y est la variable endogène. w_0 est l'intercept (intégré ou non dans les modèles), w_i est le coefficient de la variable de prédiction x_i et k est le nombre de variables de prédiction du modèle ajusté.

Pour ces travaux de thèse, les analyses OLS sont réalisées dans un code de calcul Python avec le module statsmodels présenté dans les travaux de Seabold [175].

4.3.3 L'analyse du résultat

Pour juger de la pertinence du modèle OLS, il est nécessaire d'utiliser des critères d'ajustement (voir annexe D section 5.4.3). Le coefficient de détermination R^2 permet de définir le pourcentage de la variation dans les données qui est expliquée par le modèle. Les critères AIC et BIC permettent de pénaliser le modèle en fonction de la parcimonie. Pour avoir une bonne parcimonie, il faut utiliser un échantillon de taille n élevée et un nombre de paramètres k faible tel que $n \gg k$.

Après une analyse des critères d'ajustement du modèle, il faut observer l'erreur résiduelle. En effet, il ne faut pas qu'il reste de l'information dans le résidu. Pour cela, on cherche à vérifier que le résidu est normalement distribué autour de la moyenne des erreurs, qui est égale à zéro pour un modèle sans intercept. Les analyses de l'erreur doivent permettre de conclure sur

l'homoscédasticité du modèle (voir annexe D section 5.4.7). Si on observe des comportements non aléatoires du résidu (voir la Fig.5.42), alors il manque de l'information (une variable de prédiction) ou une hypothèse n'est pas respectée. Le test de Durbin-Watson permet de détecter les auto-corrélations d'ordre 1 dans les résidus. Des tests graphiques ou calculatoires permettent de vérifier la normalité du résidu (voir annexe A section 5.1.8).

Le comportement colinéaire des variables exogènes influence la robustesse du modèle ajusté. Pour cela, on vérifie qu'il n'existe pas de corrélation entre les paires de variables exogènes via les coefficients de corrélation de Pearson r et des analyses graphiques. Généralement, on peut confirmer la colinéarité si deux variables exogènes ont une corrélation de Pearson $r \geq 0,8$ [33].

L'étude des corrélations de Pearson n'est pas suffisante car la colinéarité peut exister entre une variable exogène et une combinaison linéaire des autres variables. Pour juger de la multicolinéarité des variables du modèle, il faut calculer les VIF (Variance Inflation Factor) et vérifier qu'ils sont inférieurs au seuil. La valeur de seuil ne fait pas consensus dans la communauté scientifique. Pour ces travaux de thèse, j'ai utilisé le module statsmodels [175] de Python qui définit un seuil de 5. On note que, pour le calcul des VIFs, il faut toujours ajouter un terme constant aux variables exogènes.

Finalement, les critères d'ajustement, l'analyse du résidu et l'analyse de la multicollinéarité permettent de s'assurer du respect des hypothèses de la régression linéaire multiple avec l'OLS. L'annexe D section 5.4.6 propose les hypothèses de la régression linéaire multiple avec l'OLS.

4.3.4 Régression de Huber ou OLS robuste

La méthode OLS est la meilleure si les hypothèses sont toutes vérifiées (voir section 5.4.6). Autrement dit, l'OLS permet d'obtenir le meilleur R^2 parmi toutes les méthodes. Cependant, les hypothèses ne sont pas toujours vérifiées, notamment l'absence de multicollinéarité entre les variables exogènes. De nombreuses méthodes de régression sont disponibles dans le module scikit-learn [142] de Python. Le modèle de régression linéaire multiple de Huber est basé sur une optimisation de la fonction de perte de Huber au carré [101]. Cette méthode permet de diminuer l'impact des points éloignés dans les variables exogènes sur le résultat de la variable endogène y . Cette méthode est très robuste aux valeurs aberrantes par rapport à la méthode OLS. Avec cette méthode, il est plus complexe de calculer les critères AIC et BIC.

La méthode Huber est moins sensible aux dérivées des hypothèses que la méthode OLS. Elle permet de filtrer les données, et ainsi de limiter le sur-apprentissage sur l'échantillon, en se concentrant sur la modélisation des valeurs endogènes y ayant une faible variation.

4.3.5 Régression Ridge

La méthode de régression linéaire multiple de Ridge, ou régularisation de Tikhonov [196], est une méthode OLS de pénalisation de norme $L2$. La pénalisation de norme $L2$ permet de limiter les valeurs des coefficients et de faire tendre vers zéro ceux ayant un faible poids. Avec Ridge, la majorité des variables exogènes sont non nulles. En résumé, Ridge ajoute une contrainte sur les coefficients du modèle afin de maîtriser l'amplitude des valeurs (souvent

appelée "shrinkage"). La méthode Ridge permet de limiter le sur-apprentissage des données avec la fonction de minimisation suivante :

$$\min_{w_0, \dots, w_k} \left\{ \sum_{i=1}^n \left(y_i - w_0 - \sum_{j=1}^k w_j x_{i,j} \right)^2 + \alpha \sum_{j=1}^k w_j^2 \right\} \quad (4.3)$$

Avec $\{w_0, \dots, w_k\}$ les coefficients des variables exogènes $x_{i,j}$, $\sum_{j=1}^k w_j^2$ la fonction de pénalisation $L2$ et α le coefficient de pénalisation tel que $\alpha \geq 0$. On note que si $\alpha = 0$ alors Ridge correspond à la méthode OLS.

Le choix de la valeur α peut être réalisé empiriquement avec une analyse graphique. Cependant, un choix empirique est souvent critiquable dans les analyses. La méthode Ridge CV (Cross Validation) peut être utilisée afin de trouver le α optimal via une validation croisée. Avec la méthode Ridge, la valeur des coefficients est plus réaliste qu'avec l'OLS, mais il y a souvent des coefficients non nuls qui tendent vers zéro.

4.3.6 Régression LASSO

La méthode LASSO (Least Absolute Shrinkage and Selection Operator) proposée par Tibshirani [194] permet d'exploiter un modèle OLS avec une pénalisation de norme $L1$. La pénalisation de norme $L1$ sur le modèle OLS permet de sélectionner les variables exogènes en fixant à zéro les variables faiblement influentes. Cette méthode est très puissante dans le cas où $k \ll n$ n'est pas respecté. La méthode LASSO permet même d'exploiter un modèle où $k > n$ et limitera le nombre maximum de variables non nulles à n . La méthode est paramétrée par le coefficient de pénalisation α tel que :

$$\min_{w_0, \dots, w_k} \left\{ \sum_{i=1}^n \left(y_i - \sum_{j=1}^k w_j x_{i,j} \right)^2 + \alpha \sum_{j=1}^k |w_j| \right\} \quad (4.4)$$

Avec $\alpha \geq 0$ le coefficient de pénalisation et $\sum_{j=1}^k |w_j|$ la fonction de pénalisation $L1$. Quand $\alpha = 0$, alors LASSO correspond à l'OLS. On note que la méthode LASSO n'est pas différentiable (car la norme $L1$ n'est pas différentiable en 0). Il faut donc utiliser un algorithme de résolution avec la méthode LASSO. Dans le module scikit-learn [142], on peut utiliser l'algorithme LARS (Least-Angle RegReSsion) [80]. De même, la méthode LASSO CV permet de déterminer le α optimal minimisant le nombre de paramètres et maximisant la justesse du modèle. Une méthode d'optimisation avec le critère AIC est aussi possible pour le choix du α .

D'un point de vue historique, la méthode LASSO est une version plus sévère de Ridge afin de traiter les modèles avec un grand nombre de variables exogènes. La méthode LASSO a cependant une limitation : quand les variables sont colinéaires ou multicollinéaires, alors LASSO fixe toujours une des valeurs à zéro sans que l'utilisateur puisse choisir laquelle conserver.

4.3.7 Régression ElasticNet

Il arrive que la pénalisation $L1$ de LASSO soit trop importante et contraigne la majorité des coefficients à zéro, ou que la pénalisation $L2$ de Ridge ne permette d'annuler aucun coefficient

non influent dans le modèle. La méthode ElasticNet est une combinaison des méthodes LASSO et Ridge afin de réunir le meilleur des deux pénalisations.

$$\min_{w_0, \dots, w_k} \left\{ \sum_{i=1}^n \left(y_i - \sum_{j=1}^k w_j x_{i,j} \right)^2 + \alpha_{L1} \sum_{j=1}^k |w_j| + \alpha_{L2} \sum_{j=1}^k w_j^2 \right\} \quad (4.5)$$

Avec α_{L1} le coefficient de pénalisation de LASSO et α_{L2} le coefficient de pénalisation de Ridge. Si $\alpha_{L1} = \alpha_{L2} = 0$, alors la méthode ElasticNet correspond à l'OLS. On peut aussi définir le ratio de pénalisation $L1_{ratio}$ comme dans le module scikit-learn [142] tel que :

$$\min_{w_0, \dots, w_k} \left\{ \sum_{i=1}^n \left(y_i - \sum_{j=1}^k w_j x_{i,j} \right)^2 + \alpha \left[L1_{ratio} \sum_{j=1}^k |w_j| + (1 - L1_{ratio}) \sum_{j=1}^k w_j^2 \right] \right\} \quad (4.6)$$

Avec $L1_{ratio} = 1$, on se ramène à la méthode LASSO. Avec $L1_{ratio} = 0$, on se ramène à la méthode Ridge. La méthode ElasticNet avec $L1_{ratio} = 0,5$ permet de réunir le meilleur des deux méthodes. En effet, Lasso a tendance à supprimer des variables à cause de la colinéarité, et Ridge a tendance à conserver toutes les variables même celles avec des poids non significatifs. Pour la méthode ElasticNet, un algorithme de résolution est nécessaire. Le module scikit-learn [142] utilise la méthode par "Coordinate Descent" de Friedman [85].

4.4 Identification des grandeurs influentes de la CFG1

4.4.1 Sélection de la variable endogène

Dans ces travaux de thèse, des méthodes de régression linéaire multiple sont utilisées pour identifier les grandeurs influant sur la qualité géométrique du produit fini. Pour cela, la CFG1 est étudiée en comparant les grandeurs mesurées des composants et des assemblages. La première étape est la définition des paramètres du modèle de régression avec les variables exogènes et la variable endogène.

La variable endogène est l'écart de localisation CFG1 mesuré pour les 4 configurations. En effet, 4 états du produit sont mesurés, et les écarts des composants ont varié après la mesure dans l'état C2 (voir la section 4.2.4) :

- L'état C1 correspond aux pièces sans pions ni Axe Moyeu et sans serrage ;
- L'état C2 correspond aux pièces sans pions ni Axe Moyeu et avec serrage ;
- L'état C3 correspond aux pièces de l'étage 1 sans serrage ;
- L'état C4 correspond aux pièces de l'étage 1 avec serrage. Cet état est le produit fini.

Les configurations avec et sans serrage permettent de mettre en évidence l'effet du serrage sur la CFG1. Pour ces travaux, je propose d'identifier les grandeurs influentes en fonction de la situation de serrage. Pour cela, deux modèles sont proposés à minima, en fonction de l'effort de serrage appliqué à l'assemblage.

Il est possible de créer un modèle pour chacune des 4 configurations, mais dans ce cas, il n'est pas simple de choisir le bon modèle entre $C1$ et $C3$ ou entre $C2$ et $C4$. Afin d'intégrer la variation observée sur les écarts de composants après le serrage en $C2$, je propose d'étudier les jeux de données $C1$ et $C3$ en même temps. Pour l'analyse chronologique des données, on crée alors le jeu de données suivant : $[1^{C1}, 1^{C3}, \dots, 13^{C1}, 13^{C3}]$. De même, on crée un jeu de données avec serrage via les données de mesure en $C2$ et $C4$. Avec cette méthode de mélange des données, on ajoute de la variabilité statistique dans les modèles de régression linéaire multiple. Cela évite aussi d'avoir plusieurs modèles en fonction de l'état de l'assemblage (final ou des états intermédiaires). Dans ce chapitre, les analyses sont réalisées sur les jeux de données mélangés puis des tests sont réalisés pour les différentes configurations indépendamment.

4.4.2 Les variables exogènes disponibles

Dans la section 4.2.2, les écarts de position signés $Ecart_{max}$ sont calculés et présentés sur la Fig.4.3. Puis, avec ces valeurs, on calcule l'écart de localisation classique $Ecart_{loc}$. De plus, les écarts de planéité et de parallélisme des plans sont mesurés. On note que les grandeurs de la Fig.4.3 sont calculées avec le critère de Tchebychev tangent extérieur matière pour l'association de la référence.

Pour les analyses de données, un autre type de grandeur est utilisé pour juger des écarts de position des plans par rapport au système de références. Je propose de construire le plan gaussien GG avec une contrainte en orientation par rapport à la référence. L'intérêt est de représenter les écarts aux moindres carrés du plan par rapport au nominal. Sur la Fig.4.10, les critères d'association Gaussien et Tchebychev sont utilisés alternativement pour la construction du plan de référence et permettent de calculer les écarts de position de la surface. L'écart du plan GG de la surface tolérancée par rapport au plan de référence permet de calculer l'écart de l'épaisseur moyenne de la pièce. Classiquement, on s'imagine qu'une référence avec le critère d'association GG , permet de mieux prendre en compte l'interpénétration dans les contacts.

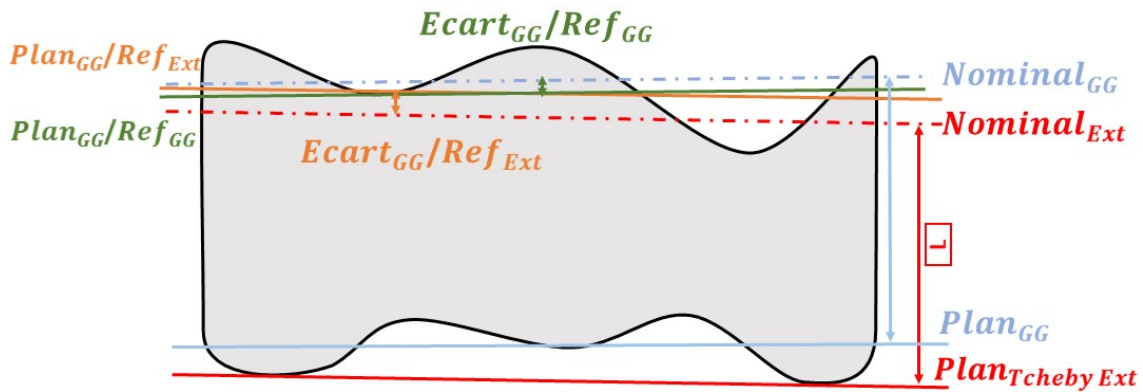


FIGURE 4.10 – Définition des caractéristiques avec un référentiel GG ou $Tcheby\ Ext$

Il est à noter que seuls les écarts à la surface nominale sont utilisés pour les analyses de régression linéaire multiple. En effet, la grandeur $Distance_{max}$ définie sur la Fig.4.3 est difficilement exploitable dans un modèle de régression linéaire multiple à cause de son échelle. Avec les grandeurs de type écart au nominal, l'échelle de valeurs ne nécessite pas toujours une transformation des données. Dans ce cas, les coefficients des modèles de régression peuvent être utilisés directement pour l'analyse des données de production.

4.4.3 Sélection des variables exogènes

La sélection des variables exogènes doit permettre de vérifier les hypothèses de non colinéarité et de non multicolinéarité. En effet, dans la section 4.3.3, plusieurs critères et tests doivent être utilisés avant d'exploiter un modèle de régression linéaire multiple. Dans la section 4.3.3, on définit que la colinéarité est avérée si la corrélation linéaire de Pearson est telle que $r \geq 0,8$. De même, la multicolinéarité est avérée si au moins un VIF des variables exogènes dépasse le seuil de 5 (voir annexe D section 5.4.8).

Dans cette partie, le terme "modèle i " définit une sélection de variables exogènes. Le modèle 1 correspond au modèle de chaîne de cotes 1D de la section 4.2. Les variables exogènes de ce modèle sont les écarts de localisation des composants calculés avec la formule $Ecart_{loc} = 2 \times \max(|Ecart_{max}|; |Ecart_{min}|)$ (voir définition des grandeurs dans la section 4.2.2).

Pour juger de la colinéarité dans les données, des graphiques du type "heatmap" de Python permettent de visualiser la corrélation de Pearson entre les variables exogènes. Sur ce type de graphique, on note qu'une forte corrélation peut être positive avec $r > 0,8$ ou négative avec $r < 0,8$. Sur la Fig.4.11 la colinéarité du modèle 1 est analysée avec un graphique heatmap de Python. Cette étude du modèle 1 est réalisée avec les jeux de données mélangés. Sur la Fig.4.11, l'écart CFG1 est d'abord analysé avec serrage (première ligne) puis sans serrage (seconde ligne). On note que les écarts CFG1 avec et sans serrage sont corrélés avec $r = 0,81$. Pour cette étude, il n'y a pas de colinéarité significative ($r \geq 0,80$) dans les variables exogènes.

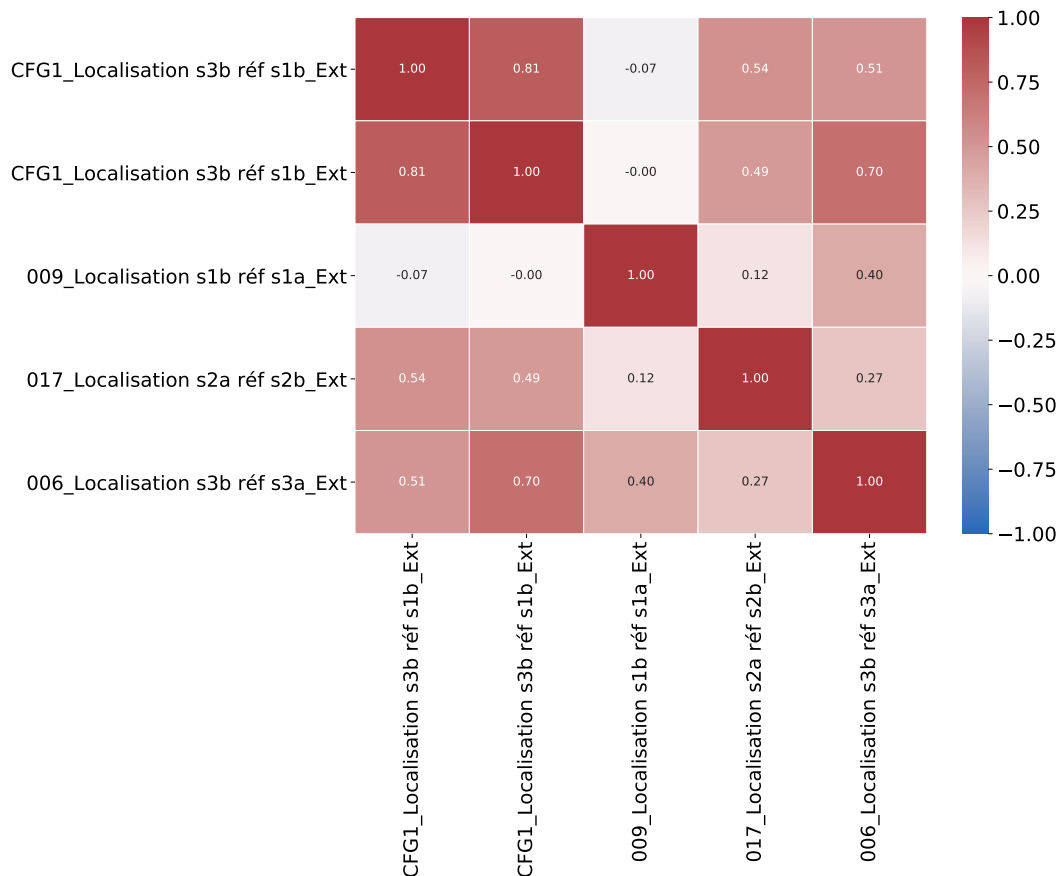


FIGURE 4.11 – Heatmap des variables exogènes de l'équation (4.1)

La Fig.4.12 propose l'analyse de la multicollinéarité du modèle 1. Pour ce modèle, le seuil de 5 n'est pas atteint pour les variables exogènes $Loc09^{Carter}$, $Loc17^{Tole}$ et $Loc06^{Moyeu}$. Autrement dit, les variables exogènes du modèle de chaîne de cotes ne présentent pas une forte multicollinéarité. Étant donné que le modèle 1 n'est pas colinéaire ni multicollénaire, alors il est exploitable d'un point de vue de ces hypothèses. Cependant, dans la section 4.2.3, on note que le résidu est important avec le modèle de chaîne de cotes pour décrire la CFG1.

	VIF Factor	features
0	282.986111	const
1	1.191038	009_Localisation s1b réf s1a_Ext
2	1.077777	017_Localisation s2a réf s2b_Ext
3	1.265383	006_Localisation s3b réf s3a_Ext

FIGURE 4.12 – Calcul des VIFs pour les variables exogènes de l'équation (4.1)

Pour cela, un modèle 2 est utilisé avec les grandeurs de forme, d'orientation et de localisation des composants. Sur la Fig.4.13, le graphique heatmap du modèle 2 est présenté. Sur ce graphique, on note que la variable Pla_{s2a} est fortement corrélée avec les variables $Para_{s2a}$ et Loc_{s2a} . De même, la variable $Para_{s1b}$ est corrélée avec Loc_{s1b} .

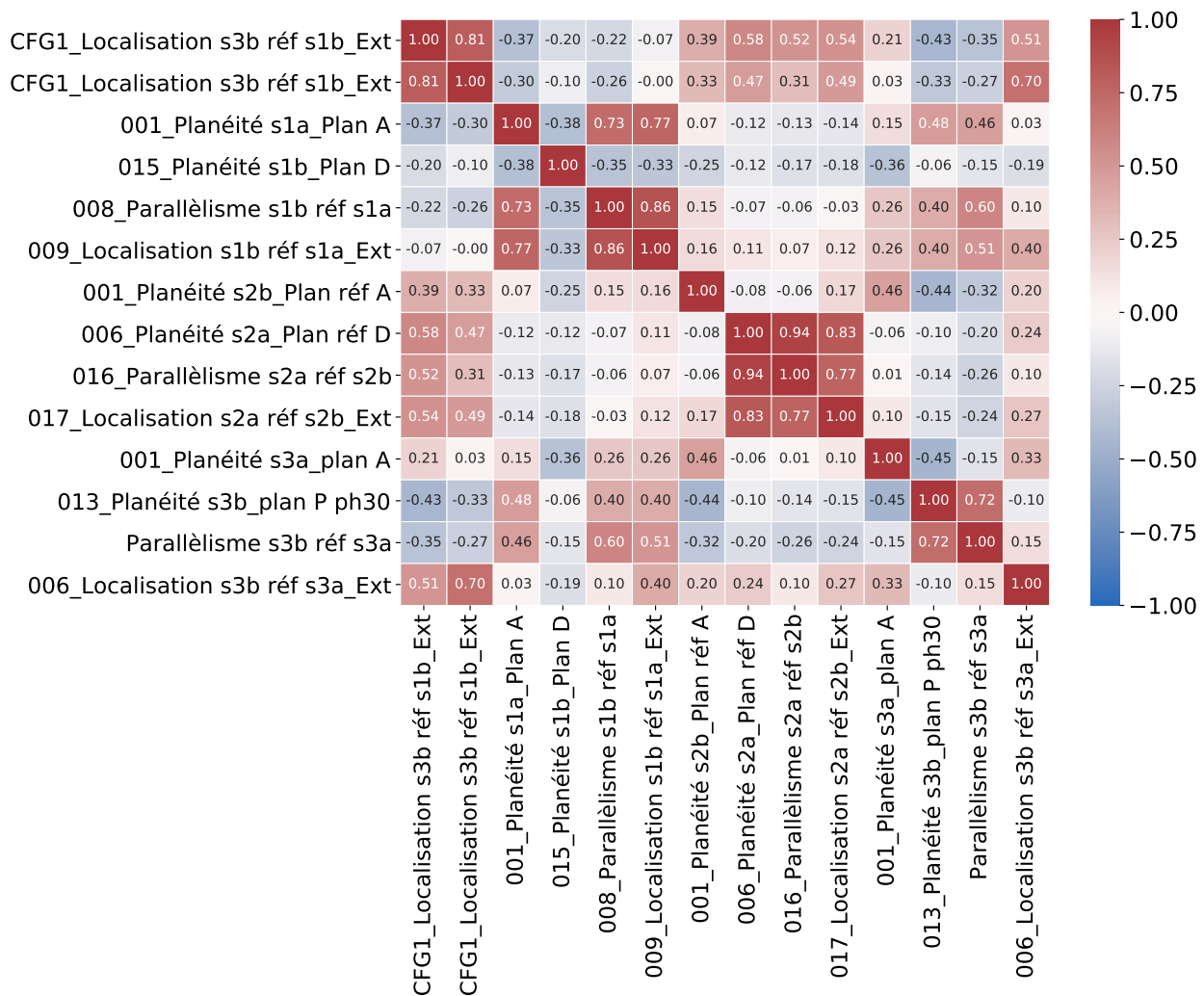


FIGURE 4.13 – Heatmap des variables exogènes du modèle 2 (avec écarts non signés)

Sur la Fig.4.14, on observe que les variables exogènes présentent aussi une forte multicollinéarité étant donné que $VIF_{max} \simeq 17,4$. Cette multicollinéarité est assez forte et nuit gravement au modèle de régression linéaire multiple du type OLS. L'utilisation de modèles du type LASSO ou ElasticNet peut permettre de sélectionner les variables exogènes. Cependant, dans la section 4.3.7, on note que la sélection de variables exogènes multicollinéaires est transparente pour l'utilisateur. Dans ce cas, ce n'est pas toujours la variable la plus significative (d'un point de vue mécanique) qui est sélectionnée par le modèle. Dans le cas du modèle 2, il se trouve que les écarts de forme sont inclus dans les écarts d'orientation, qui sont eux-mêmes inclus dans les écarts de localisation.

	VIF Factor	features
0	4052.341257	const
1	4.346057	001_Planéité s1a_Plan A
2	1.662154	015_Planéité s1b_Plan D
3	9.798204	008_Parallélisme s1b réf s1a
4	13.431659	009_Localisation s1b réf s1a_Ext
5	2.198051	001_Planéité s2b_Plan réf A
6	17.399454	006_Planéité s2a_Plan réf D
7	12.627889	016_Parallélisme s2a réf s2b
8	4.530669	017_Localisation s2a réf s2b_Ext
9	2.530844	001_Planéité s3a_plan A
10	4.383596	013_Planéité s3b_plan P ph30
11	4.507105	Parallélisme s3b réf s3a
12	3.817727	006_Localisation s3b réf s3a_Ext

FIGURE 4.14 – Calcul des VIFs du modèle 2

Une des possibilités pour éviter la corrélation entre les données de forme, d'orientation et de position est d'utiliser les écarts de position du plan GG de la Fig.4.10, à la place des écarts de localisation. En effet, cette grandeur n'a pas de corrélation avec les écarts de forme et d'orientation. Cependant, il reste un lien fort entre les écarts de forme et d'orientation comme sur la Fig.4.13. Alors, l'utilisation des écarts du plan GG n'est pas suffisante pour réduire les VIFs en dessous de 5.

Pour l'analyse de la CFG1, je propose d'utiliser un troisième modèle qui ne contient que les écarts de forme et les écarts de position du plan GG . Pour le modèle 3, les VIFs sont proposés sur la Fig.4.15 et les corrélations sont calculées sur une heatmap présentée à la Fig.4.16.

	VIF Factor	features
0	669.087213	const
1	3.863571	001_Planéité s1a_Plan A
2	1.440614	015_Planéité s1b_Plan D
3	4.703429	Distance s1a_Ext-s1b_GG
4	2.330132	001_Planéité s2b_Plan réf A
5	1.806390	006_Planéité s2a_Plan réf D
6	1.874516	Distance s2b_Ext-s2a_GG
7	2.228739	001_Planéité s3a_plan A
8	2.706074	013_Planéité s3b_plan P ph30
9	4.367248	Distance s3a_Ext-s3b_GG

FIGURE 4.15 – Calcul des VIFs du modèle 3

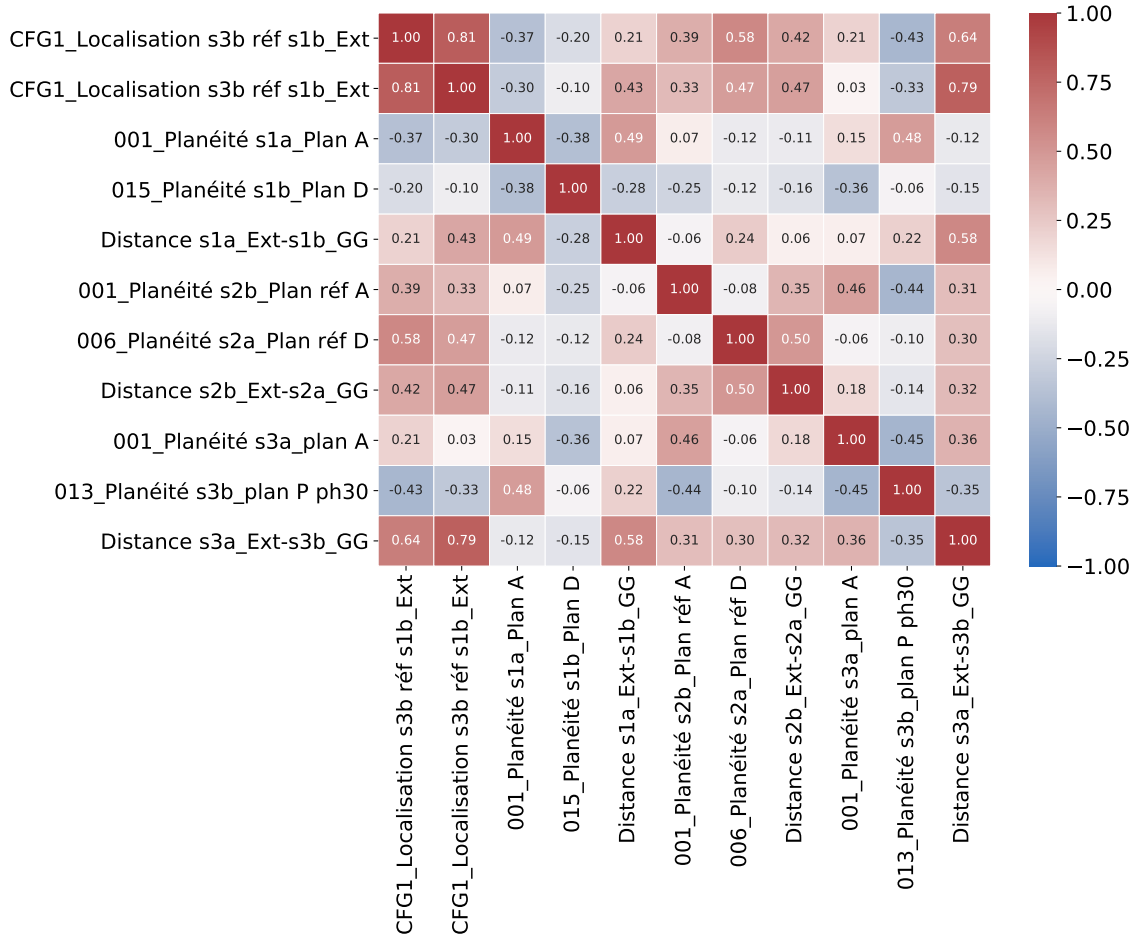


FIGURE 4.16 – Heatmap des variables exogènes du modèle 3

Dans cette section, plusieurs sélections de variables exogènes ont été proposées. Sur la base des Fig.4.16 et Fig.4.15, le modèle 3 est le plus adapté pour l'étude de la CFG1. Une fois la sélection des variables exogènes terminée, il est nécessaire de choisir la méthode de régression. Étant donné que la valeur maximale de VIF est proche du seuil de 5 dans le cas du modèle 3, les méthodes de type OLS ou Huber [101] ne sont pas les plus adaptées. Alors, des méthodes plus complexes doivent être utilisées, comme les méthodes ElasticNet, LASSO ou Ridge.

4.4.4 Ajustement du modèle 3 sans serrage

Dans cette partie, la méthode ElasticNet est utilisée pour réaliser l'ajustement d'un modèle de régression linéaire multiple de la variable endogène *Écart de localisation CFG1 sans serrage*. La méthode de Friedman [85] est utilisée comme algorithme de résolution. On note que le module scikit-learn [142] exploite la formule (4.6) ainsi qu'un $L1_{ratio} = 0,5$. La méthode ElasticNet $L1_{ratio} = 0,5$ permet d'avoir un impact égal des pénalisations LASSO (qui permet de mettre à zéro les coefficients non significatifs) et Ridge (qui permet de réduire l'amplitude des coefficients). Pour cette application, aucun intercept n'est utilisé, afin que les coefficients résultants soient représentatifs d'une équation de chaîne de cotes.

Afin d'observer l'évolution des variables exogènes avec la méthode ElasticNet, la Fig.4.17 propose de tracer l'évolution des coefficients et de la MSE (Mean Squared Error) en fonction du coefficient de pénalisation α (pour un $L1_{ratio} = 0,5$). Quand $\alpha \rightarrow 0$, le modèle 3 ElasticNet

correspond au modèle 3 OLS où les valeurs des coefficients sont élevés et où la MSE est la plus faible. En effet, la section 4.3.4 montre que la méthode OLS obtient le meilleur R^2 si les hypothèses de la section 5.4.6 sont vérifiées.

Avec les graphiques de la Fig.4.17, il peut être difficile de choisir la valeur du coefficient de pénalisation α , car il existe une infinité de modèles. De plus, un choix arbitraire de α est biaisé, surtout quand le modèle va dans le sens des analyses de l'utilisateur.

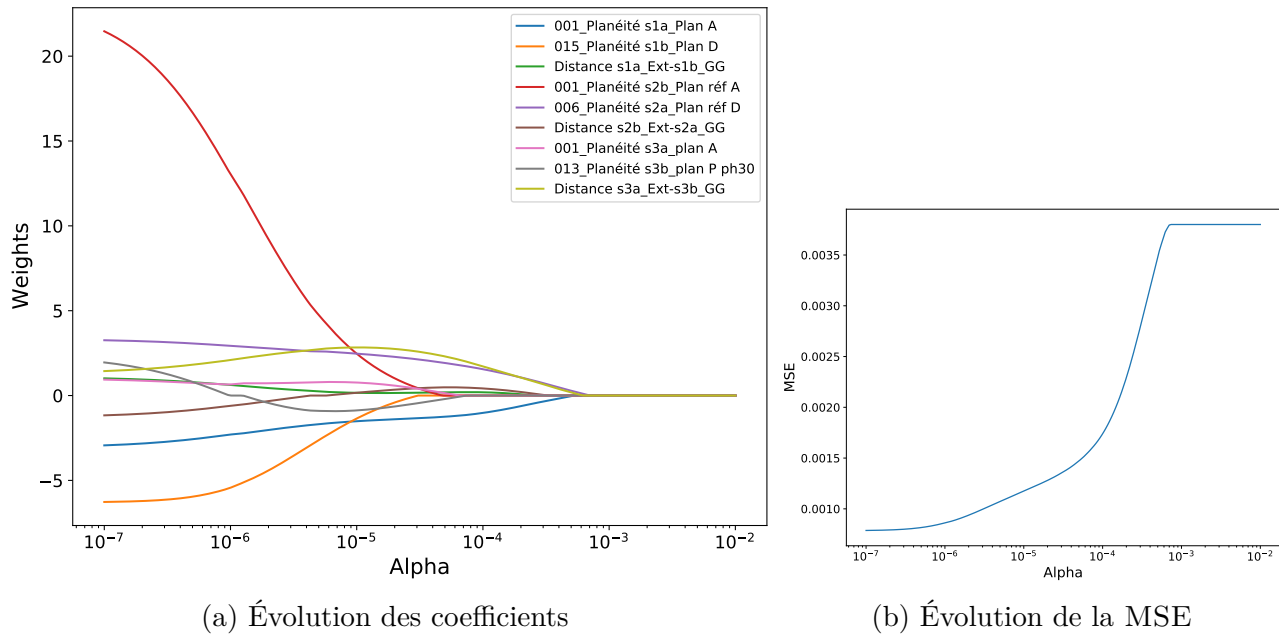


FIGURE 4.17 – Évolution des modèles 3 ElasticNet en fonction de α

Pour sélectionner le α optimal, je propose d'utiliser la méthode CV du module scikit-learn [142]. La Fig.4.18 propose les résultats du modèle 3 avec les méthodes OLS et ElasticNet CV. Sur la Fig.4.18, on peut lire les valeurs des coefficients des variables exogènes, ainsi que leurs poids sur la variable endogène en valeur absolue.

OLS - modèle 3 :			ElasticNet CV - modèle 3 :		
	coefs	poids		coefs	poids
001_Planéité s1a_Plan A	-2.927584	5.354834	001_Planéité s1a_Plan A	-0.118771	0.290642
015_Planéité s1b_Plan D	2.903222	5.098184	015_Planéité s1b_Plan D	0.000000	0.000000
Distance s1a_Ext-s1b_GG	0.873327	1.358763	Distance s1a_Ext-s1b_GG	0.000000	0.000000
001_Planéité s2b_Plan réf A	27.685053	27.733057	001_Planéité s2b_Plan réf A	0.000000	0.000000
006_Planéité s2a_Plan réf D	3.766131	27.387257	006_Planéité s2a_Plan réf D	2.038789	19.835162
Distance s2b_Ext-s2a_GG	-0.558616	7.253915	Distance s2b_Ext-s2a_GG	3.521115	61.171609
001_Planéité s3a_plan A	3.273512	6.508523	001_Planéité s3a_plan A	0.061959	0.164811
013_Planéité s3b_plan P ph30	6.556377	8.713923	013_Planéité s3b_plan P ph30	0.000000	0.000000
Distance s3a_Ext-s3b_GG	1.797190	10.591543	Distance s3a_Ext-s3b_GG	2.351160	18.537776
-----			-----		
R ² :	0.7321444377544266		R ² :	0.4564336676593663	
MSE :	0.0010179852232336287		MSE :	0.002065824168559745	
-----			Alpha CV : 0.00016414281632046857		

FIGURE 4.18 – Résultats des méthodes OLS et ElasticNet CV sur le modèle 3

Dans ces travaux, la méthode OLS est systématiquement utilisée afin de comparer les résultats avec les méthodes ElasticNet, LASSO et Ridge. En effet, l'OLS est la méthode de référence car c'est la plus performante lorsque les hypothèses de la section 5.4.6 sont vérifiées.

Sur la Fig.4.19, les résultats des modèles 3 sans serrage ElasticNet CV et OLS, sont tracés et comparés à la variable endogène y notée *data*. Sur cette figure, les données sont tracées en fonction de l'abscisse temporelle, qui est l'ordre de fabrication des assemblages. Les résultats des modèles ElasticNet CV et OLS sont reliés avec une courbe discontinue afin de mieux visualiser la représentativité par rapport à la variable endogène *data*. Graphiquement, on note que le modèle OLS sur-ajuste les données *data* par rapport au modèle ElasticNet CV. En effet, il semble que les valeurs extrêmes sont davantage représentées avec l'OLS.

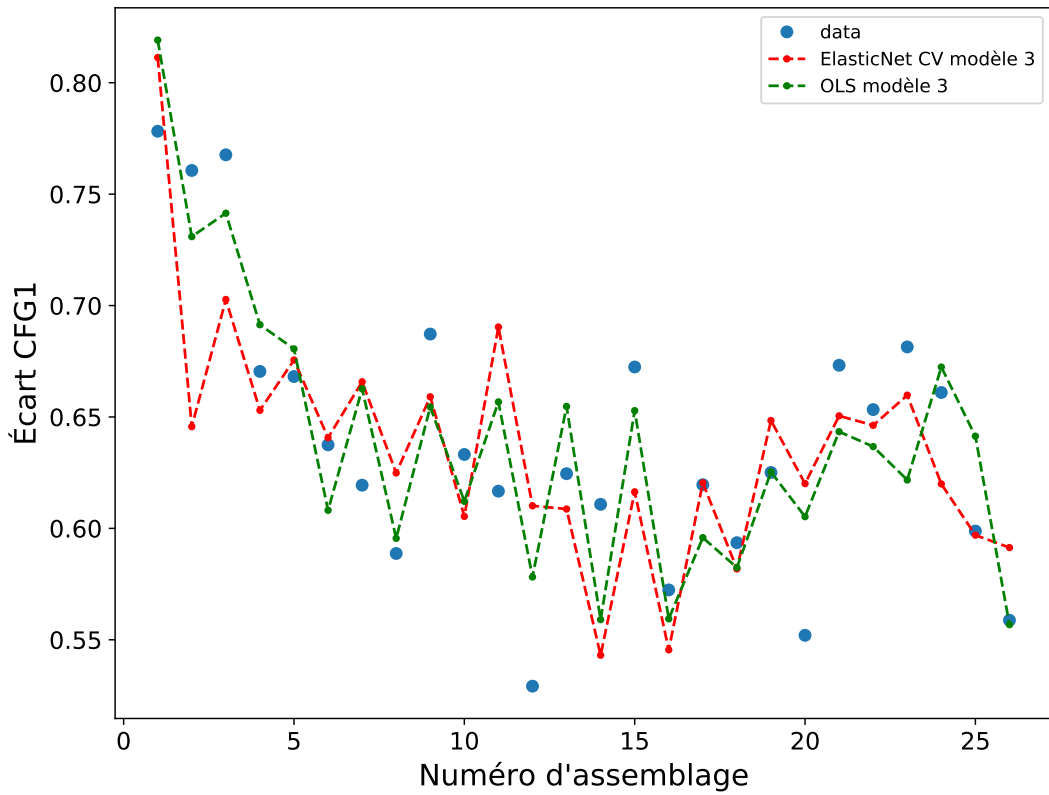


FIGURE 4.19 – Tracé des résultats des méthodes OLS et ElasticNet CV

Pour le modèle 3 sans serrage, la méthode ElasticNet CV aboutit aux coefficients de la Fig.4.18 et permet d'estimer l'écart CFG1 avec un coefficient de détermination $R^2 = 0,46$. On peut donc écrire que l'écart de localisation CFG1 sans serrage est représenté par :

$$Loc_{CFG1} = -0,11 \times Pla^{s1a} + 2,04 \times Pla^{s2a} + 3,52 \times Ecart_{GG}^{s2a} + 0,06 \times Pla^{s3a} + 2,35 \times Ecart_{GG}^{s3b} \quad (4.7)$$

Avec le modèle statistique ElasticNet CV de l'équation (4.7), on met en évidence l'impact des écarts de forme des surfaces $s2a$ et $s1a$ sur l'écart CFG1 sans serrage. De plus, dans cette configuration sans serrage, l'écart du plan GG du Carter n'est pas significativement influant. Cette sélection de variables obtenue avec la méthode ElasticNet CV est intéressante car l'écart de forme $s2a$ semble jouer un rôle prépondérant dans la chaîne de cotes (4.7).

Pour comparer la méthode ElasticNet avec les méthodes Lasso et Ridge, la Fig.4.20 propose les résultats des modèles 3 avec CV. Graphiquement, on note que les trois méthodes donnent des résultats similaires. Afin de concilier les pénalisations LASSO et Ridge, je propose d'utiliser exclusivement la régression ElasticNet avec la méthode CV pour un choix de α optimal.

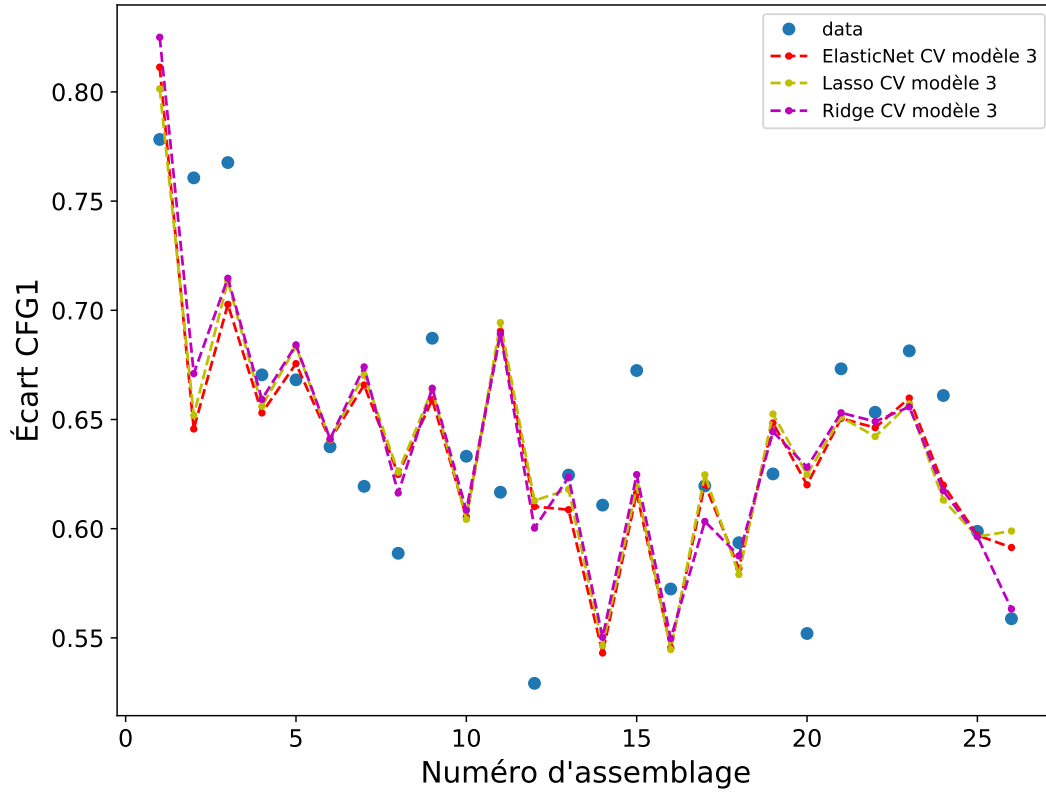


FIGURE 4.20 – Comparaison d'ElasticNet CV avec Ridge CV et LASSO CV

Dans cette section, un premier modèle statistique permet d'identifier des grandeurs influant sur la CFG1 sans serrage. Avec ce modèle, aucun écart de position du Carter n'est pris en compte dans l'équation (4.7). Cela n'est pas très pertinent d'un point de vue mécanique et n'est pas réaliste dans le cadre d'une production future. Cependant, le modèle 3 ElasticNet CV met en évidence que les écarts de forme des surfaces 2.a et 1.a sont des grandeurs influant sur la variable endogène *Écart de localisation CFG1 sans serrage*. Dans la suite des analyses, un autre modèle ElasticNet CV doit être proposé pour le cas avec serrage.

4.4.5 Application au modèle 3 avec serrage

Dans la section précédente, la méthode ElasticNet CV a permis de recomposer une equation de chaîne de cotes (4.7) pour les assemblages sans serrage à partir des écarts de forme et à partir des écarts du plan *GG*. Cette partie propose l'application de la méthode ElasticNet CV au cas avec serrage à 10 *N.m*, suivant la gamme de serrage définie dans la section 3.5.4. La Fig.4.21 propose de tracer l'évolution des coefficients et de la MSE du modèle 3 avec serrage (noté *s3*) en fonction du coefficient de pénalisation α sachant $L1_{ratio} = 0,5$. Sur cette figure, le modèle 3s correspond à une régression OLS quand $\alpha \rightarrow 0$. Ce type de représentation graphique est classique afin de situer le choix du α avec la méthode CV.

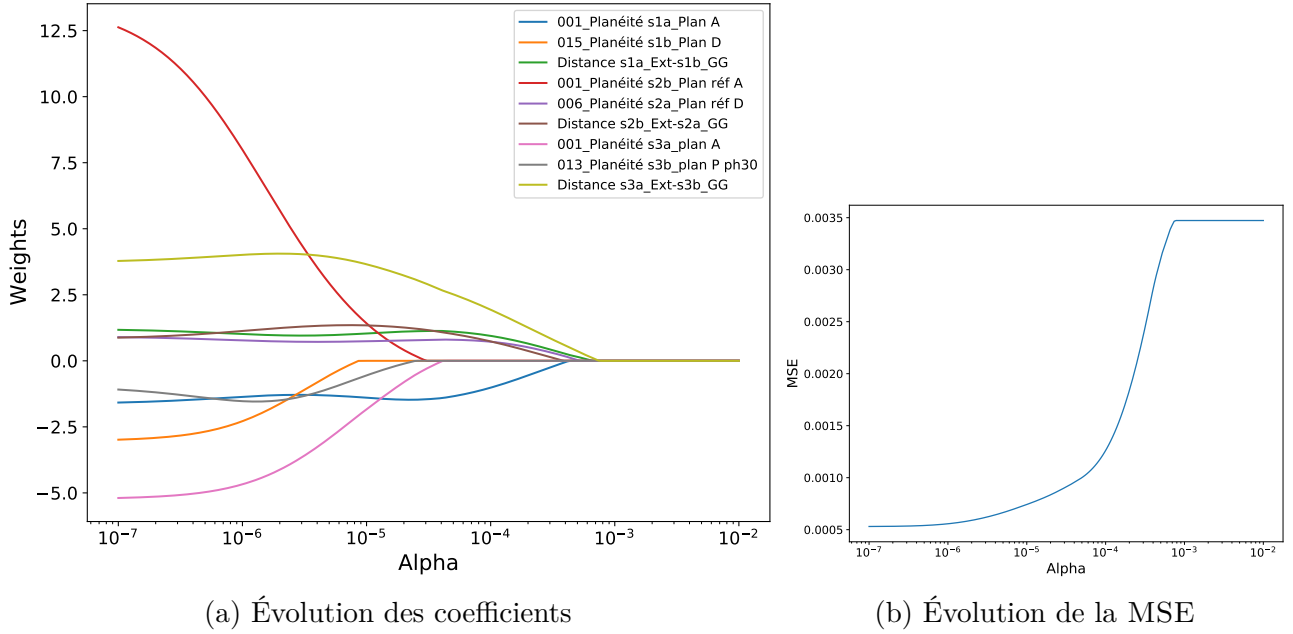


FIGURE 4.21 – Évolution des modèles 3s ElasticNet en fonction de α

Dans ces travaux de thèse, j'ai choisi d'exploiter la méthode CV du module scikit-learn [142] pour le choix du α . La Fig.4.18 propose le résultat (coefficients et poids) du modèle 3s avec les méthodes OLS et ElasticNet CV.

OLS - modèle 3s :			ElasticNet CV - modèle 3s :		
	coefs	poids		coefs	poids
001_Planéité s1a_Plan A	-1.559124	3.508715	001_Planéité s1a_Plan A	-0.410187	1.233744
015_Planéité s1b_Plan D	1.895842	4.096077	015_Planéité s1b_Plan D	0.000000	0.000000
Distance s1a_Ext-s1b_GG	1.091570	2.089531	Distance s1a_Ext-s1b_GG	0.541924	1.386474
001_Planéité s2b_Plan réf A	15.966515	19.678561	001_Planéité s2b_Plan réf A	0.000000	0.000000
006_Planéité s2a_Plan réf D	1.161780	10.394598	006_Planéité s2a_Plan réf D	1.149397	13.744520
Distance s2b_Ext-s2a_GG	1.210900	19.346324	Distance s2b_Ext-s2a_GG	2.724957	58.186942
001_Planéité s3a_plan A	-4.027334	9.851834	001_Planéité s3a_plan A	0.000000	0.000000
013_Planéité s3b_plan P ph30	1.299987	2.125786	013_Planéité s3b_plan P ph30	0.000000	0.000000
Distance s3a_Ext-s3b_GG	3.986856	28.908574	Distance s3a_Ext-s3b_GG	2.625956	25.448320
-----			-----		
R ² : 0.8280121675893626			R ² : 0.6483130377807244		
MSE : 0.0005972779024076952			MSE : 0.001221335537657682		
-----			Alpha CV : 0.00011377351630059844		

FIGURE 4.22 – Résultats des méthodes OLS et ElasticNet CV sur le modèle 3s

Comparativement au modèle 3 ElasticNet CV de la Fig.4.18, le modèle 3s ElasticNet CV de la Fig.4.22 intègre la variable exogène $Ecart_{GG}^{s1b}$. Avec le modèle 3s, les trois positions des composants sont identifiées comme des variables influentes. À partir des coefficients de la Fig.4.22, il est possible d'estimer l'écart CFG1 avec un coefficient de détermination $R^2 = 0,65$ tel que :

$$Loc_{CFG1} = -0,41 \times Pla^{s1a} + 0,54 \times Ecart_{GG}^{s1b} + 1,15 \times Pla^{s2a} + 2,73 \times Ecart_{GG}^{s2a} + 2,63 \times Ecart_{GG}^{s3b} \quad (4.8)$$

Dans l'équation (4.8), l'écart Pla^{s1a} est "favorable" sur la limite maximum de l'exigence CFG1. En effet, le coefficient négatif de l'écart de forme Pla^{s1a} indique potentiellement une

interpénétration du contact plan/plan favorisant la diminution de l'écart CFG1. Cet effet d'interpénétration est davantage mis en évidence dans le cas avec serrage où la sensibilité est $-0,41Pla^{s1a}$ que dans le cas sans serrage où on a $-0,11Pla^{s1a}$. Cette différence entre les modèles avec et sans serrage est assez intuitive d'un point de vue mécanique.

De même, on note une différence notable entre les modèles avec et sans serrage au niveau des valeurs des coefficients de la variable exogène Pla^{s2a} . Dans le cas du modèle 3 (sans serrage), on a $2,04Pla^{s2a}$. Avec serrage, le modèle 3s donne $1,15Pla^{s2a}$. Cette variation peut montrer que l'écart de forme de la surface 2.a est moins sensible sur CFG1 lors du serrage des pièces. Par exemple, ce phénomène peut correspondre à un basculement des pièces lié à l'orientation du défaut de forme ou à une topologie particulière des surfaces nominales planes. Cependant, il faut noter, que le modèle 3 ne prend pas en compte l'écart $Ecart_{GG}^{s1b}$, et donc les coefficients des autres variables sont influencés. Les variables du modèle 3s sont adaptées au cas avec serrage mais moins au cas sans serrage.

Sur la Fig.4.23, les résultats des modèles 3s (ElasticNet CV et OLS) sont tracés et comparés par rapport à la variable endogène y notée *data*. Par rapport au modèle 3s OLS, le modèle 3s ElasticNet CV est assez similaire mais est moins sur-ajusté, notamment sur les points "data" 3 et 26 d'écart de la CFG1.

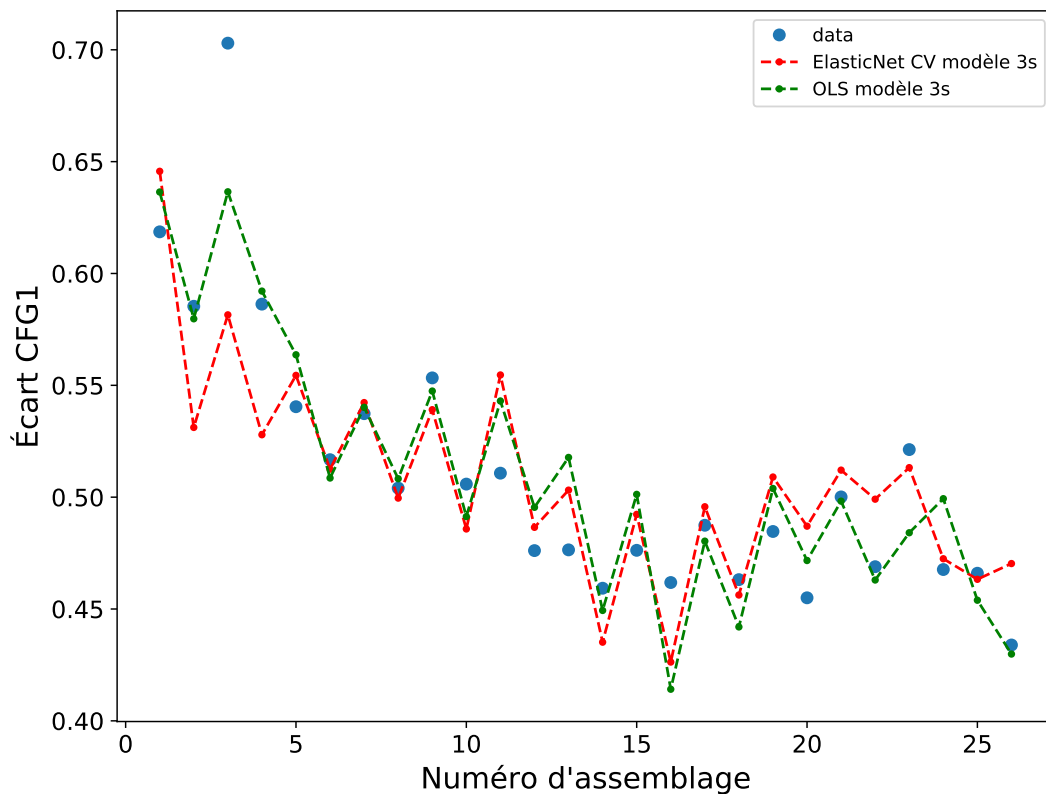


FIGURE 4.23 – Tracé des résultats des méthodes OLS et ElasticNet CV

La Fig.4.24 propose de comparer la méthode ElasticNet CV du modèle 3s avec les méthodes LASSO CV et Ridge CV. De même que pour le cas sans serrage, on note que les trois méthodes sont assez similaires graphiquement.

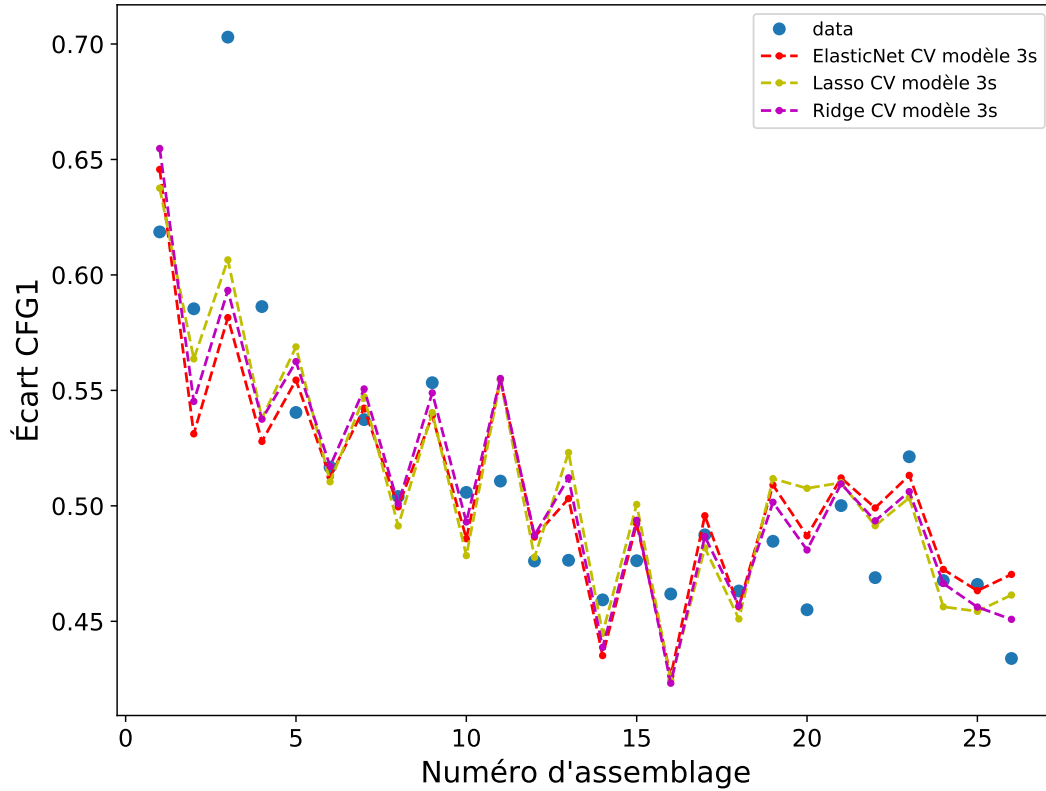


FIGURE 4.24 – Comparaison d'ElasticNet CV avec Ridge CV et LASSO CV

Dans cette section, un second modèle statistique a été proposé dans l'équation (4.8), afin d'identifier des grandeurs influant sur la CFG1 avec serrage. Avec ce modèle, les 3 écarts de position des composants sont influents sur la CFG1, ainsi que les écarts de forme des surfaces 1.a et 2.a. De plus, l'évolution des coefficients des écarts de forme, dans les modèles avec et sans serrage, met en évidence des phénomènes d'interpénétration et de basculement au niveau des contacts théoriques plan/plan. À partir de cette identification, il semble important de mener des investigations sur les écarts de forme des surfaces nominalement planes liées à la CFG1.

4.4.6 Analyse des grandeurs influentes identifiées

4.4.6.1 Simulation d'assemblage attendue avec le modèle classique

L'objectif des modèles de chaîne de cotes est de proposer une simulation de l'assemblage des composants. Classiquement, dans le cas de la chaîne de cotes 1D CFG1, on s'attend à observer l'assemblage de la Fig.4.25. Cet exemple est composé de 3 pièces et est simulé dans la chaîne de cotes comme des contacts entre le point d'écart maximum de la pièce 1 et le plan de référence Tchebychev extérieur de la pièce 2. Ainsi, les interpénétrations entre les pièces ou les basculements ne sont pas pris en compte. En effet, le modèle de chaîne de cotes utilisé ne prend pas en compte les écarts de forme des contacts plan/plan. Cette méthode est considérée comme pessimiste et permet d'assurer au pire cas le respect de la chaîne de cotes CFG1 de l'équation (4.1).

Ce modèle pire cas n'est cependant pas vérifié dans la première étude des données de la section.4.2. De plus, à partir de l'identification des grandeurs influentes, les écarts de forme semblent avoir un impact sur les écarts CFG1 avec et sans serrage, mesurés sur MMT. Sur la

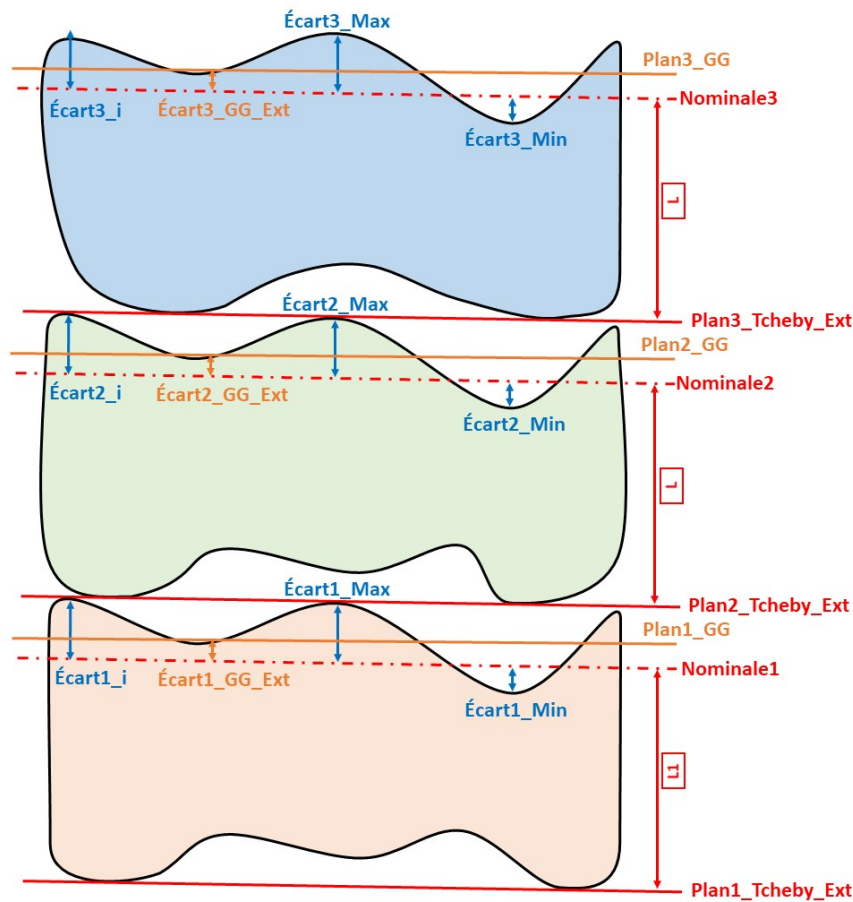


FIGURE 4.25 – Modèle classique de la chaîne de cotes 1D d'écarts de localisation

Fig.4.25, on représente les écarts de forme comme des écarts aléatoires et continus. Cependant, ce n'est pas toujours ce qui est observé sur les relevés de mesure de Safran Aircraft Engines pour les liaisons brides des carters et pièces tournantes. Avec l'identification des grandeurs influentes des modèles 3 et 3s, il semble important de s'intéresser à la topologie des écarts de forme des surfaces nominalement planes dans les contacts liés à la CFG1.

4.4.6.2 Analyses des topologies des plans

Sur les Fig.4.8 et Fig.4.9, on observe que les écarts de forme des plans ont une topologie principalement conique convexe ou concave. Avec le logiciel de métrologie Calypso, il est possible de tracer des cartographies des écarts de forme en même temps que le calcul de la planéité. Pour analyser les topologies, les cartographies des plans de l'assemblage 8 en *C3* et *C4* sont proposées sur la Fig.4.26.

Les surfaces nominalement planes présentent des modes de déformation coniques convexes ou concaves avec un effet tri-lobé induit par le mandrin 3 mors pour les phases de tournage. Sur la Fig.4.26, on observe que les écarts de forme coniques convexes les plus importants se situent au niveau du contact entre les surfaces 2.a et 3.a des composants Tôle Mince et Corps Moyeu. En effet, l'écart de planéité de la surface 2.a est de l'ordre de $60\mu m$ pour les 13 assemblages. Le composant Tôle Mince présente de plus un fort écart d'orientation entre les plans *s2a* et *s2b*. Enfin, la surface 1a présente un mode de déformation majoritairement conique concave de l'ordre de $15\mu m$ sur les 13 assemblages.

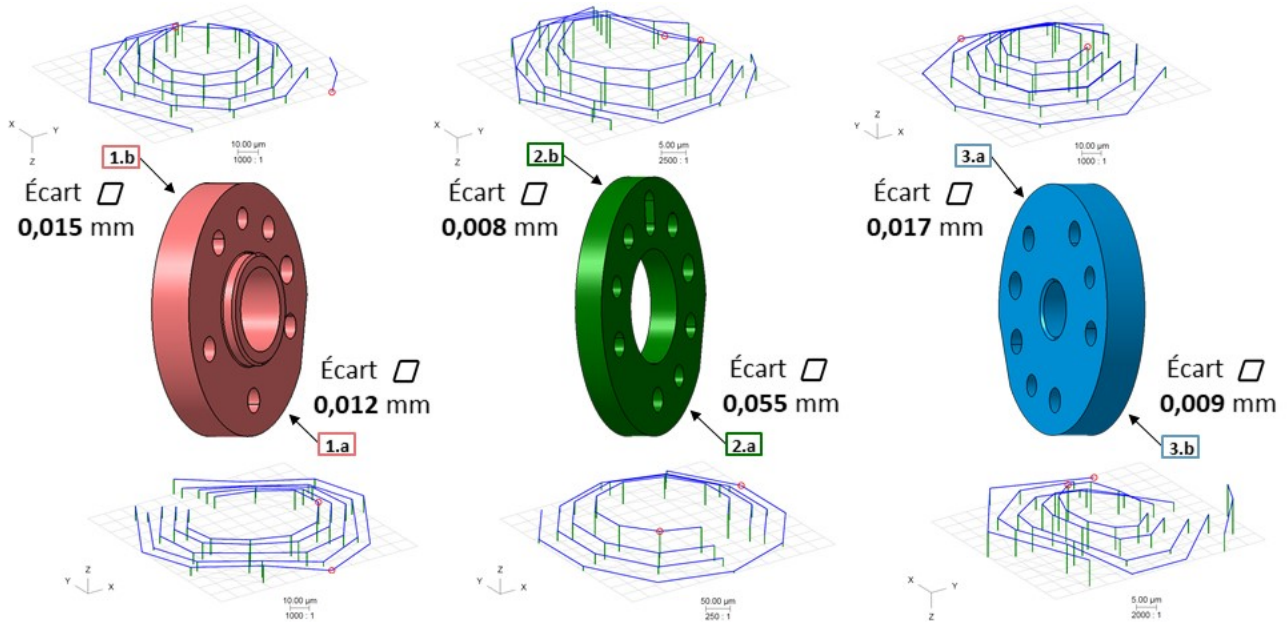


FIGURE 4.26 – Analyse des écarts de forme de l’assemblage 8 en *C3* via l’analyse des composants : Carter-Pion 10, Tôle Mince 9 et Moyeu-Pions 10

L’analyse des contacts plan/plan permet de mettre en évidence que la topologie des écarts de forme ne correspond pas à des écarts aléatoires comme sur la Fig.4.25. Cela peut expliquer pourquoi le comportement des assemblages mesurés n’est pas bien prédit par le modèle de chaîne de cotes classique. En effet, si les surfaces nominale-ment planes présentent des écarts de forme induisant des orientations locales spécifiques, alors l’interpénétration des systèmes de référence est impactée.

4.4.6.3 Hypothèse sur l’assemblage des composants

Comme l’illustre la Fig.4.27, un assemblage de composants avec des modes de déformation coniques peut amener à sous-évaluer l’écart de localisation sur l’assemblage dans le modèle de chaîne de cotes. Effectivement, la conicité des surfaces peut induire un basculement de la pièce lors du serrage de la première vis. Cela influence la chaîne de cotes, car le cumul des écarts dus aux basculements est potentiellement plus important que la somme des écarts de localisation des pièces.

Cet effet pourrait expliquer pourquoi les valeurs mesurées d’écarts de localisation CFG1, sont plus importantes que les valeurs calculées CFG1 dans le cas d’assemblages sans serrage. On note que les écarts de forme de la Fig.4.27 sont intentionnellement grossis par rapports aux écarts réels de la Fig.4.26.

L’hypothèse avancée suite à ces analyses est que les surfaces 2.a et 3.a sont en contact sur une ligne génératrice du cône du plan lors du serrage de la première vis. Cela implique un basculement de la pièce et simule l’effet d’un bras de levier sur l’autre extrémité de la pièce. De même, on observe une interpénétration favorable des systèmes de références entre les surfaces 1.a et 2.b, dont la valeur dépend du serrage de l’assemblage. On note que les écarts de forme des surfaces 1.a et 2.a participent aux modèles statistiques ElasticNet des équations (4.7) et (4.8).

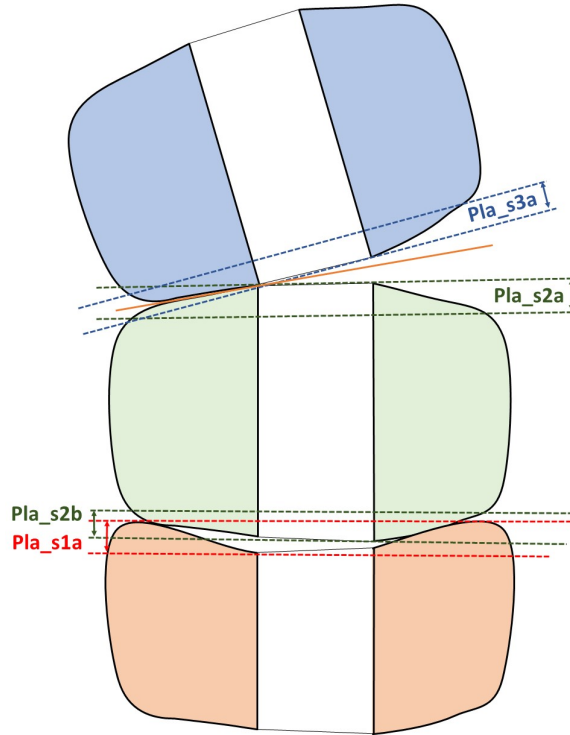


FIGURE 4.27 – Modèle mécanique avec écarts de forme et effets de bras de levier

4.4.6.4 Prise en compte des écarts de forme

La prise en compte des écarts de forme dans les chaînes de cotes peut être complexe. Des travaux de Safran Aircraft Engines proposent des modèles de chaînes de cotes sur la Fig.4.28. La figure propose deux modèles intégrant les écarts de forme et d'orientation dans le calcul de l'écart sur la droite d'analyse maximisant le bras de levier. Le modèle (a) propose la prise en compte de l'écart de position et d'orientation avec un bras de levier. Le modèle (b) ajoute au modèle (a) un écart de forme contenu dans la zone de tolérance de l'écart d'orientation.

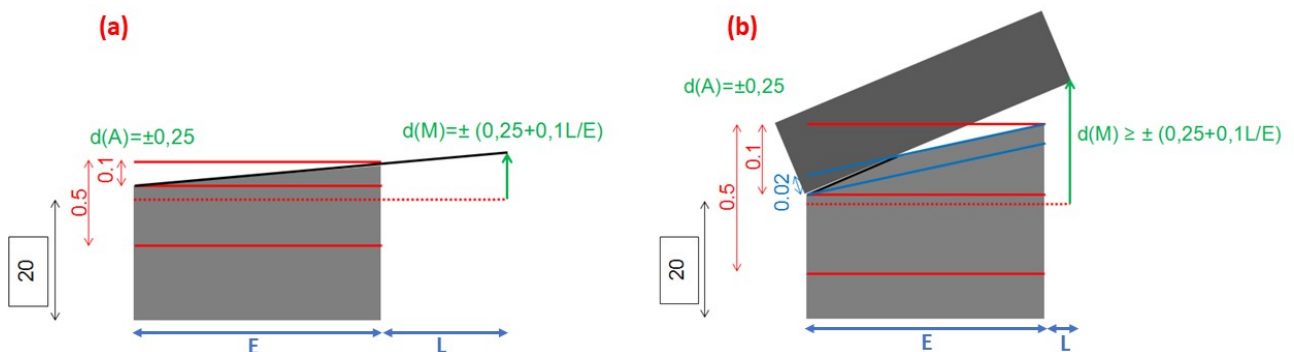


FIGURE 4.28 – (a) Modélisation d'un écart de position et d'un écart d'orientation avec un bras de levier, (b) Ajout d'un écart de forme dans la zone de tolérance de l'orientation

Il est possible d'intégrer les écarts de forme de la Fig.4.28 dans la simulation d'assemblage de la Fig.4.27. Pour cette analyse, on utilisera les écarts de forme avec les topologies identifiées sur la Fig.4.26. Comme sur la Fig.4.27, les écarts de forme des composants Tôle et Moyeu impliquent un basculement de la pièce sur la surface en contact $E = 25 \text{ mm}$ et créent un bras

de levier $L = 90 - 25 = 65 \text{ mm}$. Les écarts de forme des composants Tôle et Carter impliquent une interpénétration des surfaces due aux topologies coniques convexe et concave. Dans ce cas, la surface de contact est $E = 25 \text{ mm}$ et le bras de levier recomposé est $L = 45 - 25 = 20 \text{ mm}$.

Cette méthode de prise en compte de l'écart de forme est assez grossière et n'est pas réellement représentative du réel assemblé. Avec cette représentation du basculement et de l'interpénétration des surfaces nominalemt planes, on obtient une chaîne de cotes au pire cas en fonction des topologies des surfaces. Cette chaîne de cotes est calculée dans le cas où tous les écarts maximaux des pièces sont dans le même plan, qui est le plan de coupe de la Fig.4.27. Dans ce cas, l'équation (4.1) du modèle classique 1D de cumul des tolérances, qui m'a permis d'estimer l'écart de localisation CFG1 devient :

$$Loc_{CFG1} \leq Loc_{s1a;s1b} - \frac{20}{25} \times (Pla_{s2b} + Pla_{s1a}) + Loc_{s2b;s2a} + \frac{65}{25} \times (Pla_{s2a} + Pla_{s3a}) + Loc_{s3a;s3b} \quad (4.9)$$

Sur la Fig.4.29, le modèle Safran de l'équation (4.9) est comparé au modèle de chaîne de cotes classique 1D de l'équation (4.1) et au modèle 3 ElasticNet CV de l'équation (4.7). Pour cette étude, les données sans serrage sont utilisées.

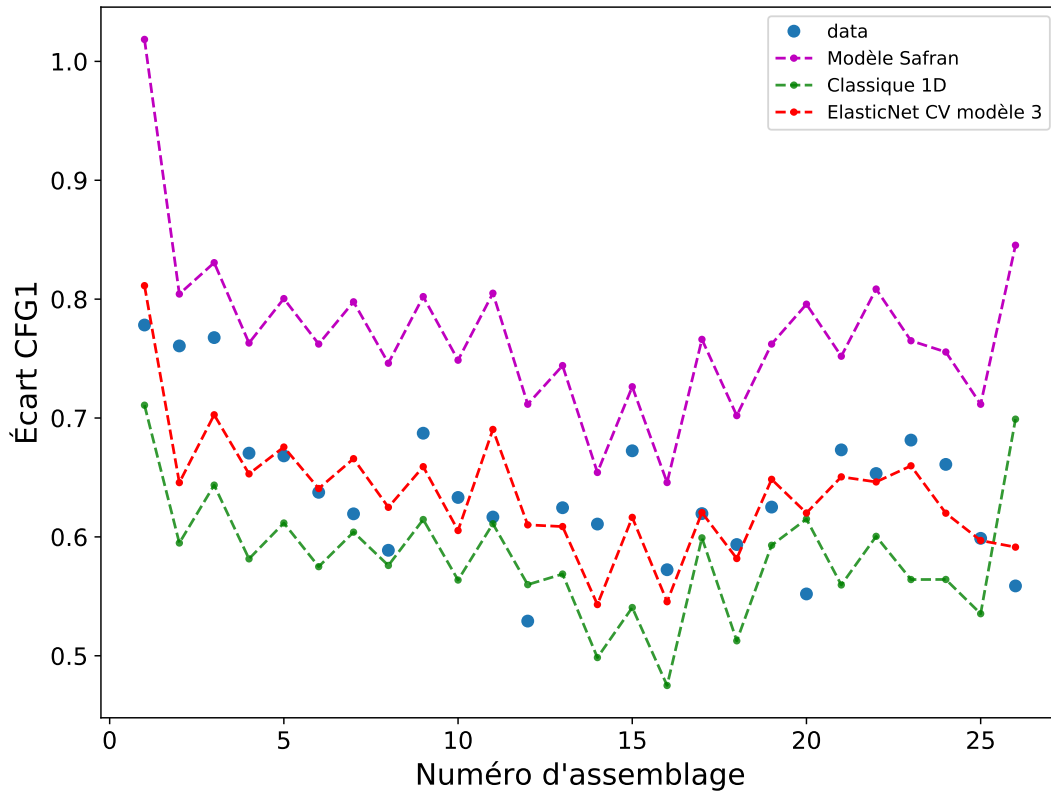


FIGURE 4.29 – Comparaison des modèles Safran, classique 1D et ElasticNet CV 3

On note que la modélisation au pire cas de l'équation (4.9) prend pour hypothèse que les écarts maximaux ont la même orientation dans le "plan de coupe". En réalité, ce n'est pas toujours le cas et cela représente la pire des configurations. Sur ce cas d'étude, les écarts de forme sont trilobés et donc l'indexage rotatif des pièces entre elles pourrait favoriser ou non l'interpénétration. Étant donné que les mors de serrage (mandrins 3 mors concentriques) sont repérés au

marqueur indélébile sur les pièces, l'indexage rotatif est normalement bien réalisé. Cependant, il reste peu probable que tout l'assemblage se trouve dans la pire des configurations. En effet, les écarts de forme locaux (dans ce cas on prend uniquement en compte la topologie du contact) et les écarts d'états de surfaces tendent à augmenter l'interpénétration des systèmes de références. La simulation d'assemblage de la Fig.4.27 est considérée comme un modèle pessimiste, et correspond à une configuration avec un basculement et une interpénétration uniquement dus aux topologies des écarts de forme.

Une autre difficulté pour la description de l'écart CFG1 est que les écarts de localisation des pièces ne sont pas toujours sur la même droite d'analyse. Dans ce cas, la prédiction de l'écart CFG1 à partir d'écarts globaux (sur toute la surface) sur les pièces n'est pas simple. Afin de représenter au mieux la simulation d'assemblage de la Fig.4.27, il est intéressant d'extraire les écarts locaux au niveau du contact de la première vis. Je propose d'utiliser de nouveau la méthode ElasticNet CV pour l'analyse des écarts locaux pour la prédiction de l'écart CFG1.

4.4.7 Ajustement d'un modèle d'écarts locaux

4.4.7.1 Les écarts locaux dans le plan de serrage

Afin de réaliser des analyses dans les conditions d'assemblage de la Fig.4.27, il est nécessaire d'utiliser les écarts locaux de position. Pour cela, les écarts de localisation sont discrétisés dans le plan de basculement des pièces qui contient la première vis serrée (voir Fig.4.30).

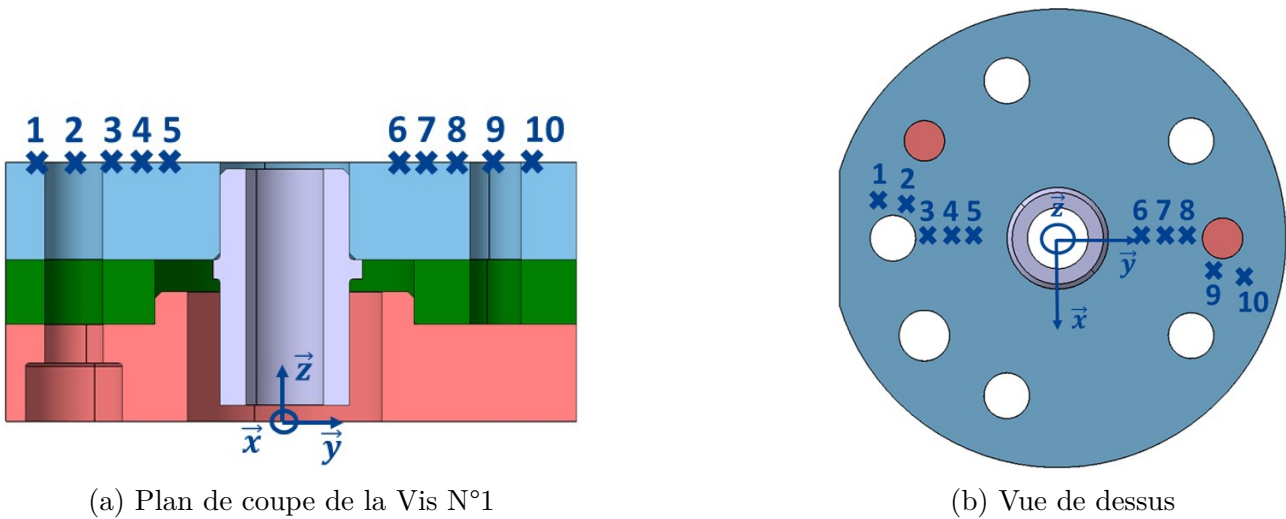
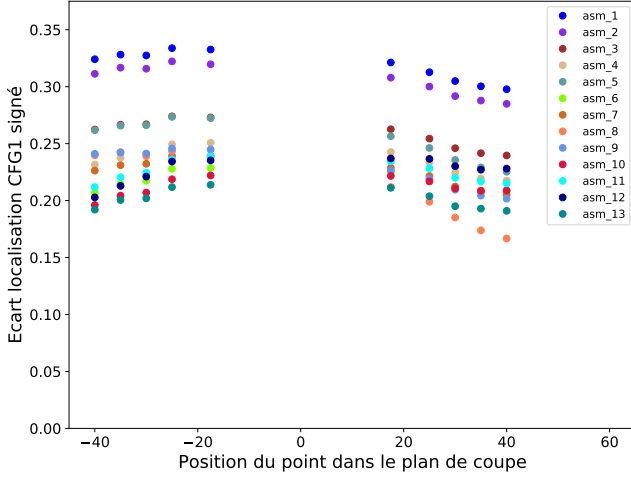
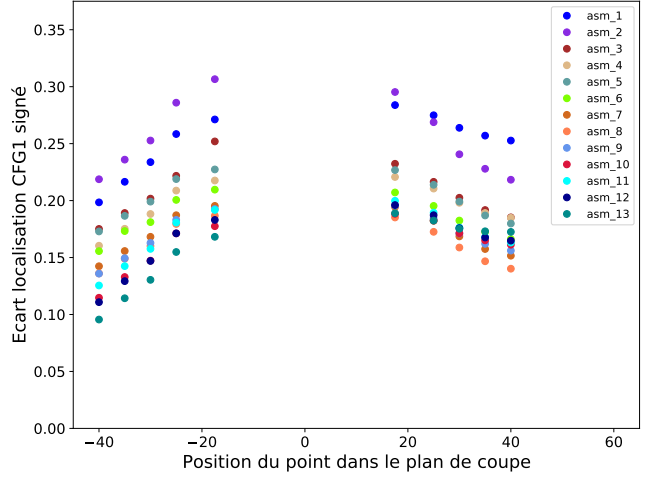


FIGURE 4.30 – Définition des points de mesure de CFG1 dans un plan

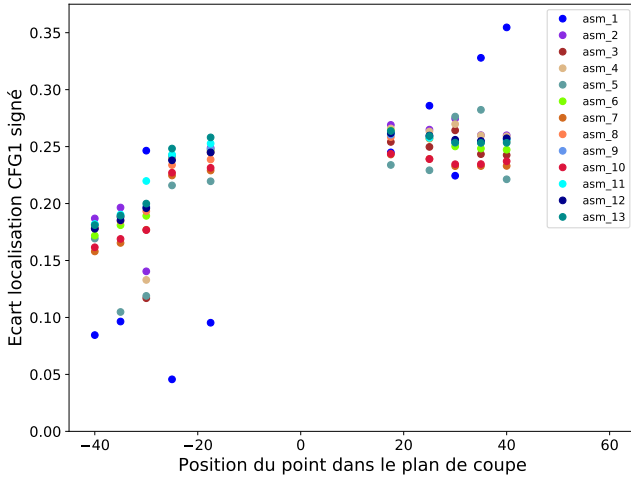
Certains points de mesures sont décalés par rapport au plan de coupe du serrage de la Vis N°1 pour éviter les trous. Sur la Fig.4.30, une vue de dessus de l'assemblage permet de repérer graphiquement les points de mesure décalés du plan de coupe. Les positions radiales des points par rapport au centre du repère sont les suivantes : $r1 = -40$, $r2 = -35$, $r3 = -30$, $r4 = -25$, $r5 = -17,5$, $r6 = 17,5$, $r7 = 25$, $r8 = 30$, $r9 = 35$ et $r10 = 40$. Les 10 points de mesure permettent de discrétiser les écarts CFG1 en écarts locaux dans le plan de coupe de la simulation d'assemblage de la Fig.4.27. À partir de la définition des points dans le plan de coupe, il est possible de tracer les écarts locaux CFG1 pour les différentes configurations sur la Fig.4.31.



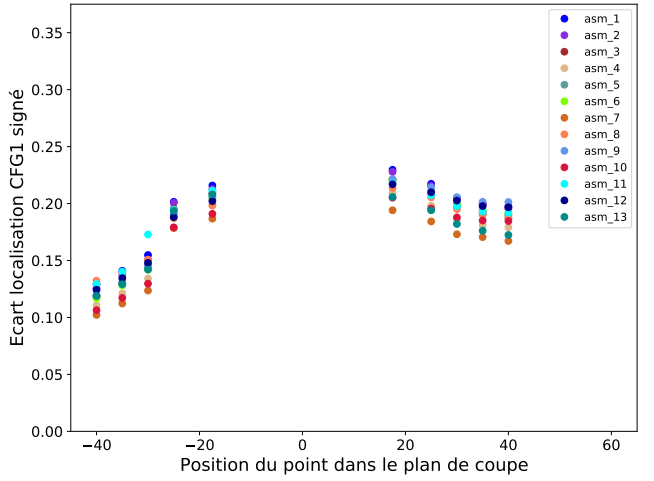
(a) Écart signé CFG1 en $C1$



(b) Écart signé CFG1 en $C2$



(c) Écart signé CFG1 en $C3$



(d) Écart signé CFG1 en $C4$

FIGURE 4.31 – Écarts CFG1 locaux dans les 4 configurations

Ces écarts locaux correspondent aux écarts de localisation signés (le pire des écarts entre $Ecart_{max}$ et $Ecart_{min}$) par rapport au plan de référence Tchebychev tangent extérieur matière de la Fig.4.3, construit sur tous les points $s1.a$.

Avec les assemblages non serrés, le basculement des composants est observé avec un effet plus prononcé sur $C3$, c'est-à-dire après le premier serrage qui a déformé plastiquement les pièces (voir section.4.2.4). Concernant les assemblages serrés, ce sont bien les points 6 à 10 qui subissent le plus de variations entre les configurations avec et sans serrage. Avec cette représentation des écarts locaux, on peut observer que la surface $3.b$ lors de la mesure de CFG1, comporte des écarts de forme conique convexe plus important avec le serrage. On note aussi que le comportement en $C3$ et en $C4$ est assez similaire, avec une plus forte interpénétration en $C4$ due au serrage. En effet, on observe en $C4$ des écarts plus faibles d'environ $0,1\text{ mm}$ ainsi qu'une plus faible dispersion des écarts locaux des assemblages en chaque point. Finalement, la Fig.4.31 montre que le pire cas en $C4$ est rencontré au point 6 dans le plan de coupe. Cela correspond à un basculement des pièces (voir la Fig.4.27) ainsi qu'à une topologie conique convexe du plan $s3.b$ du sous-ensemble Moyeu-Pions.

4.4.7.2 Modèle statistique avec épaisseurs locales

Dans le cas des régressions linéaires multiples pour estimer les écarts CFG1 avec des écarts locaux, l'étude est directement présentée pour l'analyse du produit fini. Dans ces travaux de thèse, je préconise l'utilisation de la méthode ElasticNet CV du module scikit-learn [142]. Comparativement au modèle statistique 3s présenté dans la section 4.4.5, les variables exogènes sont les écarts de forme (des surfaces 1.a, 1.b, 2.a, 2.b, 3.a et 3.b) et les écarts locaux de position proche de la vis N°1 (le point 2 de la Fig.4.30).

Avec cette étude, on cherche à prédire la variable endogène y d'écart de localisation CFG1 signé en $C4$ (afin d'être homogène avec les écarts locaux signés). La Fig.4.32 propose de tracer l'évolution des coefficients et de la MSE du modèle 4s (avec serrage) en fonction du coefficient de pénalisation α avec $L1_{ratio} = 0,5$. Sur cette figure, le modèle 4s correspond à une régression OLS quand $\alpha \rightarrow 0$. Le résultat du modèle 4s est présenté sur la Fig.4.33 pour les méthodes OLS et ElasticNet CV.

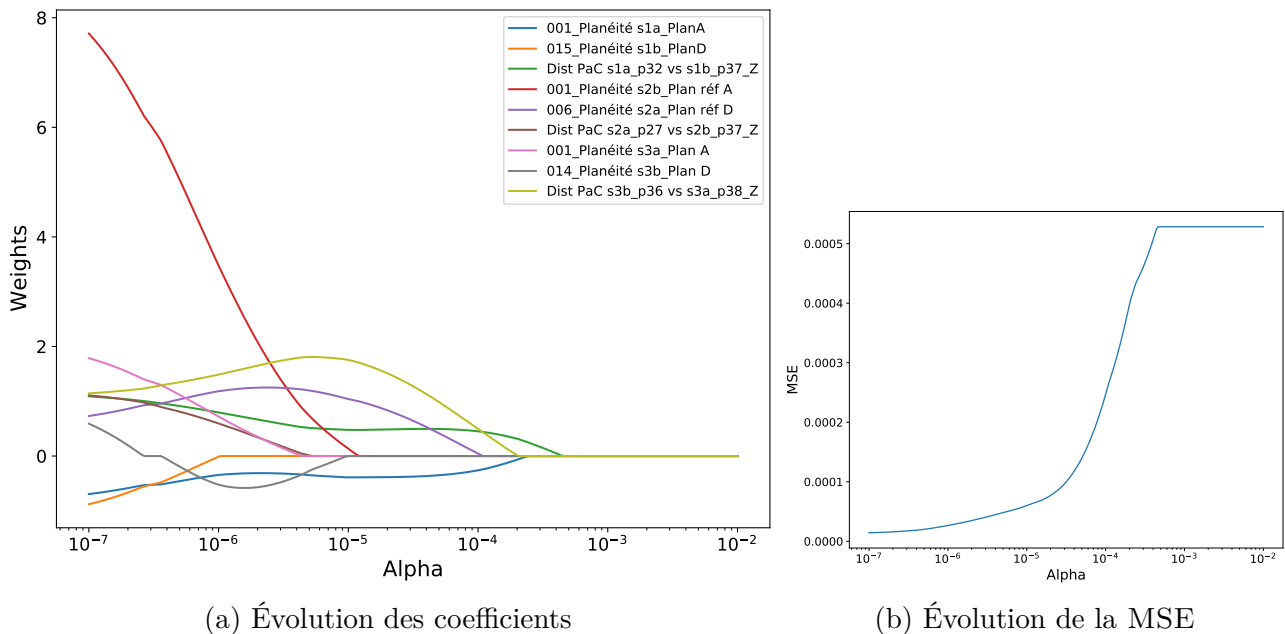


FIGURE 4.32 – Évolution des modèles 4s ElasticNet en fonction de α

OLS - modèle 4s :

	coefs	poids
001_Planéité s1a_PlanA	-0.855262	4.050604
015_Planéité s1b_PlanD	-1.260415	5.794649
Dist PaC s1a_p32 vs s1b_p37_Z	1.120202	3.887991
001_Planéité s2b_Plan réf A	8.774113	20.471242
006_Planéité s2a_Plan réf D	0.548922	9.954357
Dist PaC s2a_p27 vs s2b_p37_Z	1.087850	34.043345
001_Planéité s3a_Plan A	1.992399	8.727807
014_Planéité s3b_Plan D	1.161148	4.319822
Dist PaC s3b_p36 vs s3a_p38_Z	1.130514	8.750183

 R^2 : 0.9737713892015344
MSE : 1.3858860905861069e-05

ElasticNet CV - modèle 4s :

	coefs	poids
001_Planéité s1a_PlanA	-0.085027	0.525229
015_Planéité s1b_PlanD	0.000000	0.000000
Dist PaC s1a_p32 vs s1b_p37_Z	0.514493	2.329064
001_Planéité s2b_Plan réf A	0.000000	0.000000
006_Planéité s2a_Plan réf D	1.162362	27.492705
Dist PaC s2a_p27 vs s2b_p37_Z	1.424763	58.153947
001_Planéité s3a_Plan A	0.000000	0.000000
014_Planéité s3b_Plan D	-0.000000	0.000000
Dist PaC s3b_p36 vs s3a_p38_Z	1.139062	11.499055

 R^2 : 0.7525886262607339
MSE : 0.0001307289906250426
Alpha CV : 5.205401188898923e-05

FIGURE 4.33 – Résultats des méthodes OLS et ElasticNet CV sur le modèle 4s

Sur la Fig.4.34, les résultats des modèles 4s en C4 (ElasticNet CV et OLS) sont tracés et comparés à la variable endogène y notée *data*, ainsi qu'au modèle classique 1D. On note que le modèle 4s est proche des résultats obtenus avec les écarts globaux.

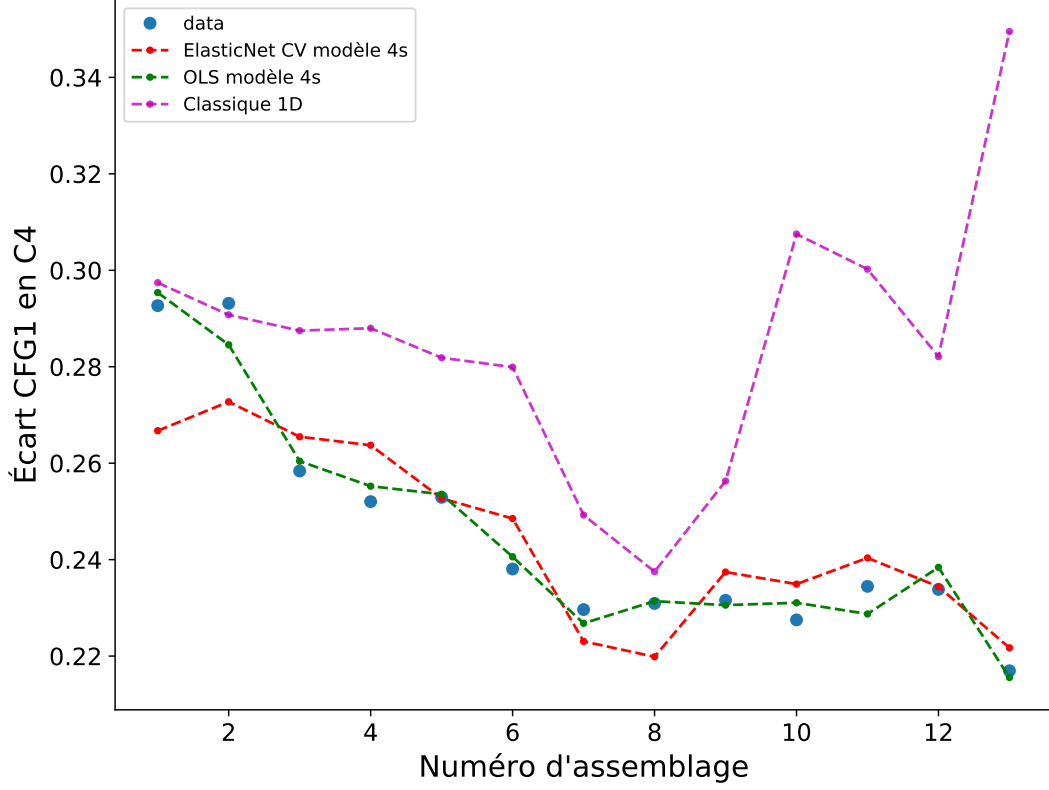


FIGURE 4.34 – Tracé des résultats des méthodes OLS et ElasticNet CV

Pour la suite des travaux, on considère le modèle 4s comme la chaîne de cotes réaliste de CFG1 dans le cas du produit fini C4. L'équation de chaîne de cotes **signée** réaliste, proposée pour le suivi et l'optimisation du processus, est la suivante :

$$Loc_{CFG1}^{sign} \simeq 0,51 \times Loc_{p2s1b}^{sign} - 0,09 \times Pla_{s1a} + 1,42 \times Loc_{p2s2a}^{sign} + 1,16 \times Pla_{s2a} + 1,14 \times Loc_{p2s3b}^{sign} \quad (4.10)$$

À partir de l'identification des impacts des écarts de forme sur la CFG1 et à partir de la recombinaison d'une équation de chaîne de cotes réaliste (en opposition aux chaînes de cotes pire cas), il est possible d'optimiser le processus d'industrialisation et de répartir au juste besoin les tolérances de fabrication des MIF. Dans la suite des travaux, l'optimisation du processus d'industrialisation est basée sur la chaîne de cotes du modèle 4s.

4.4.8 Comparaison des modèles classique, global et local

Avec le modèle classique de l'équation (4.1), seul l'écart de localisation (non signé) doit être utilisé. Afin d'adapter la formule au cas des écarts locaux signés on peut considérer la chaîne de cotes classique 1D telle que :

$$Loc_{CFG1}^{sign} \leq 1 \times Loc_{p2s1b}^{sign} + 1 \times Loc_{p2s2a}^{sign} + 1 \times Loc_{p2s3b}^{sign} \quad (4.11)$$

Dans ce chapitre, la méthode ElasticNet CV a permis de créer des modèles d'estimation de l'écart CFG1 à partir de plusieurs sélections de variables. Un premier modèle basé sur des écarts globaux des pièces avec serrage a été proposé dans la section 4.4.5. Afin de comparer le modèle 3s de l'équation (4.8) aux cas des écarts locaux, l'écart signé CFG1 3s estimé avec la méthode ElasticNet CV est aussi utilisé :

$$Loc_{CFG1}^{sign} \simeq 0,43 \times Ecart_{GG}^{s1b} - 0,50 \times Pla_{s1a} + 1,10 \times Ecart_{GG}^{s2a} + 0,96 \times Pla_{s2a} + 1,52 \times Ecart_{GG}^{s3b} \quad (4.12)$$

Par la suite, un modèle basé sur les écarts locaux des pièces avec serrage a été proposé afin d'être plus proche de la simulation d'assemblage imaginée sur la Fig.4.27. Le modèle 4s permet l'estimation de l'écart signé CFG1 (l'écart maximum de la Fig.4.3) avec la formule suivante :

$$Loc_{CFG1}^{sign} \simeq 0,51 \times Loc_{p2s1b}^{sign} - 0,09 \times Pla_{s1a} + 1,42 \times Loc_{p2s2a}^{sign} + 1,16 \times Pla_{s2a} + 1,14 \times Loc_{p2s3b}^{sign} \quad (4.13)$$

Finalement, les deux modèles en C4 sont assez proches, notamment en ce qui concerne les variables identifiées par la méthode ElasticNet CV. Sur la Fig.4.35, les modèles 3s et 4s sont tracés pour la prédiction de l'écart CFG1 signé dans la configuration finale C4. De plus, les deux méthodes sont comparées à la chaîne de cotes classique CFG1 signée de la formule (4.11).

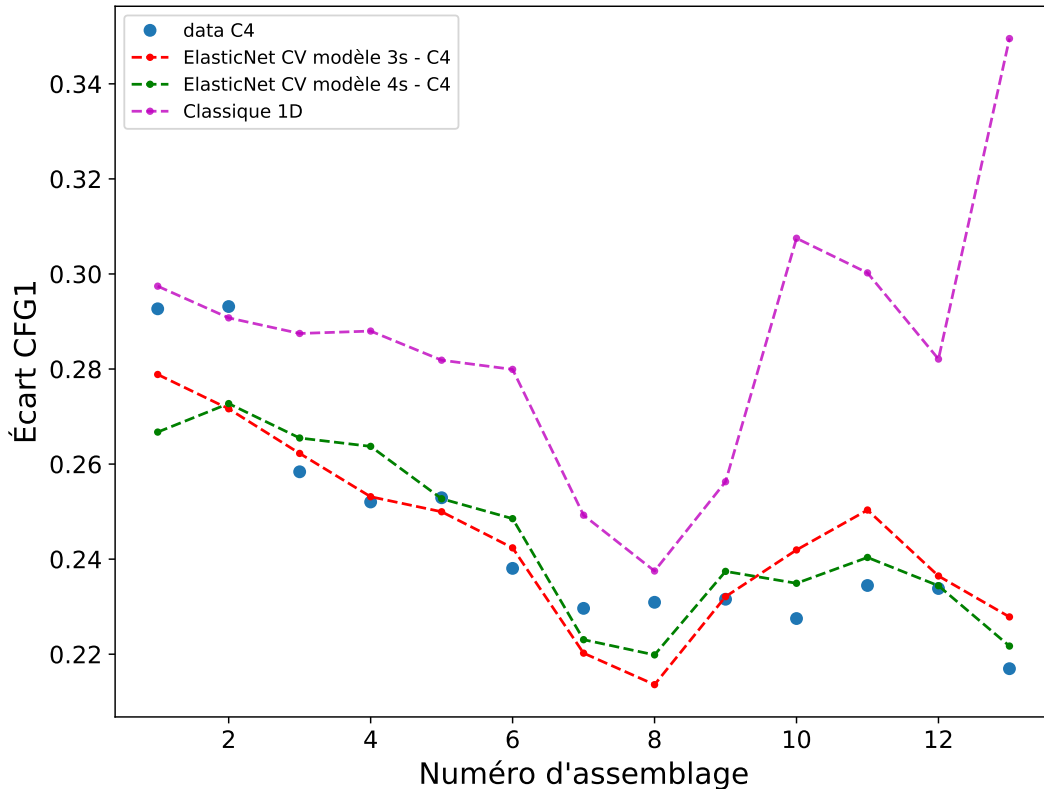


FIGURE 4.35 – Tracé des modèles ElasticNet CV 3s et 4s en C4

4.4.9 Conclusion intermédiaire

Une première partie du chapitre met en avant les difficultés rencontrées avec le modèle de chaîne de cotes 1D pour estimer l'écart réel CFG1. Sur les Fig.4.5 et 4.6, on note que le

modèle classique de cumul des écarts de localisation n'est pas représentatif de la CFG1 dans les configurations $C1$ à $C4$ du produit. Afin d'identifier les grandeurs influant sur la qualité géométrique du produit, je propose d'utiliser des méthodes statistiques de régression linéaire multiple. L'intérêt de ces méthodes est de pouvoir analyser les données de production afin d'identifier les variables exogènes influant sur une variable endogène.

Dans la section 4.4, la méthode ElasticNet CV est utilisée pour identifier les grandeurs influentes de la CFG1. Les modèles $3s$ (avec écarts de position globaux) et $4s$ (avec écarts de position locaux) permettent de prédire l'écart CFG1 sur le produit fini (la configuration $C4$). Dans ces deux modèles, les écarts de forme sont identifiés en tant que grandeurs influentes. De plus, les écarts de position des trois composants de l'étage 1 sont aussi des grandeurs influentes. Cette méthode statistique met en évidence des grandeurs influentes supplémentaires par rapport au modèle de chaîne de cotes classique.

Afin d'optimiser le processus d'industrialisation, il est possible d'exploiter les modèles $3s$ et $4s$ pour le suivi de production. En effet, avec les équations (4.12) et (4.13), il est possible de prédire la qualité du produit à partir des données de mesure des composants. Dans ce cas, on s'assure de suivre en production les grandeurs liées à la qualité du produit. On note que l'identification des grandeurs n'est valable que si le processus reste suffisamment stable dans le temps. La notion de stabilité des processus est détaillée dans la section 1.2.5 [210]. La section suivante propose des méthodes d'amélioration de l'industrialisation du produit en exploitant l'identification des grandeurs influentes.

4.5 Axes d'optimisation de l'industrialisation

4.5.1 Préambule

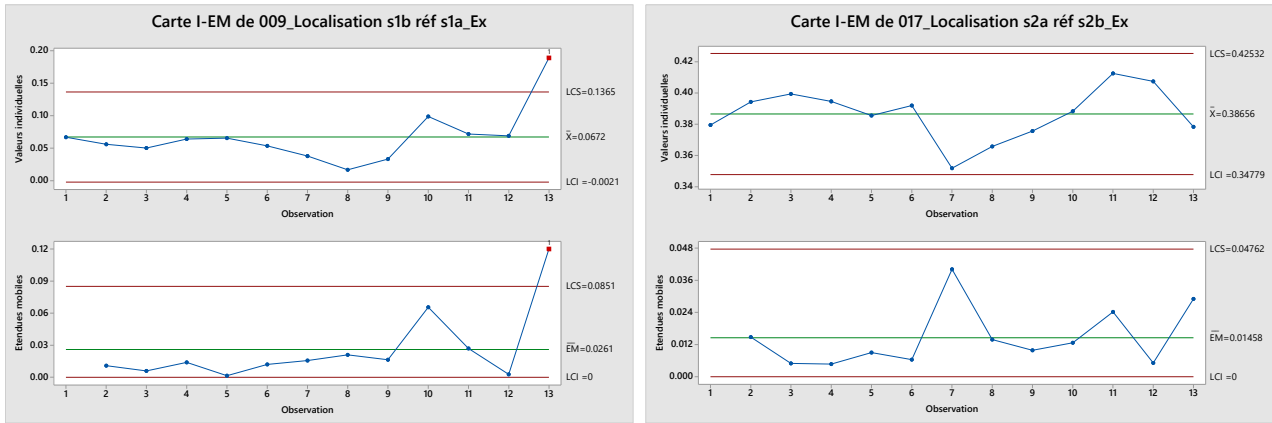
De manière générale, dans l'industrie, l'amélioration d'un processus intervient quand les résultats des calculs de capacité ne sont pas satisfaisants par rapport à la performance définie par les services qualité. On recherche classiquement des valeurs de capacité telles que $C_p > 1,67$ et $C_{pk} > 1,33$. Ces exigences correspondent à des taux de non conformité acceptables sur le produit (défini via une AMDEC produit et process). Dans le chapitre 2, la méthode d'optimisation des tolérances proposée exploite les capacités calculées avec l'outil Sigma. Cet outil de Safran Aircraft Engines présenté dans la section 2.4, permet de calculer les capacités de tout type de jeu de données de manière automatique, rapide et robuste. Dans ce chapitre, les calculs de capacité pour optimiser l'industrialisation sont réalisés avec Sigma.

Dans la section précédente, l'identification des grandeurs influentes a permis de mettre en évidence de nouveaux modèles pour prédire l'écart CFG1. Avec ces modèles, il est possible d'améliorer le suivi de production et de prévoir la qualité géométrique du produit. Cette section propose de comparer le suivi de production réalisé avec le modèle de chaîne de cotes classique et avec les modèles issus de l'identification des grandeurs influentes. Par la suite, les principes généraux de la méthode sont proposés pour répondre aux problématiques de Safran Aircraft Engines. Enfin, des perspectives industrielles et scientifiques sont proposées.

4.5.2 Optimisation avec le modèle 1D classique

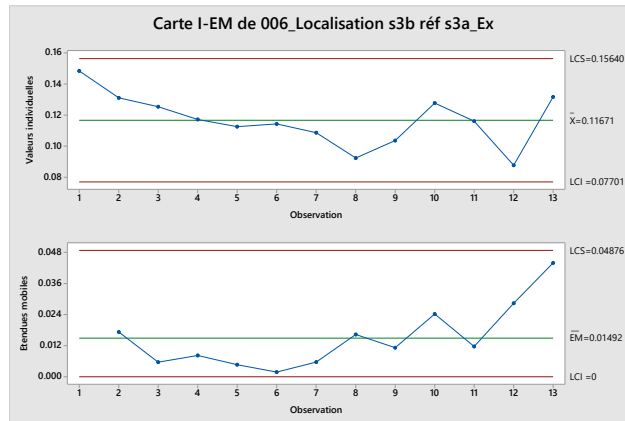
4.5.2.1 Suivi des données

Dans un processus industriel, le suivi de production des composants doit permettre de s'assurer de la stabilité des moyens dans le temps. Sur la Fig.4.36, les cartes de contrôle des localisations des composants liées à CFG1 sont présentées. Les assemblages en situation sont composés des sous-ensembles Carter-Pion, Tôle mince et Moyeu-Pions.



(a) Écart de localisation du Carter-Pion

(b) Écart de localisation de la Tôle mince



(c) Écart de localisation du Moyeu-Pions

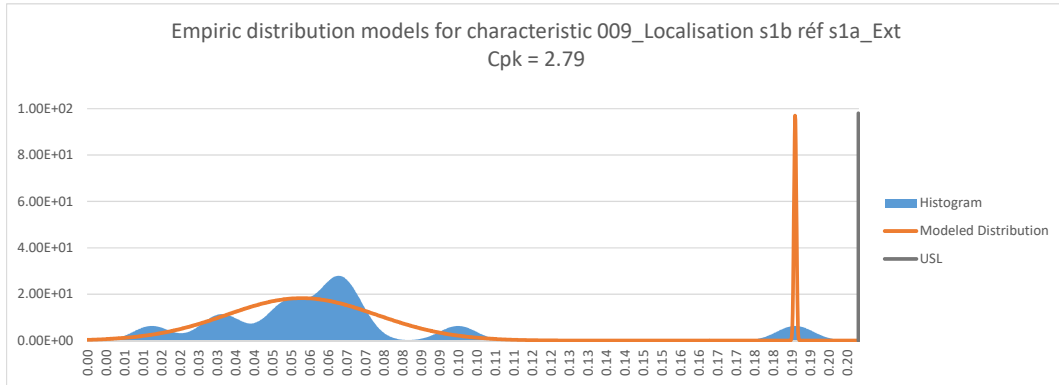
FIGURE 4.36 – Cartes de contrôle des écarts de localisation des composants liés à CFG1

Sur les cartes de contrôle, on remarque que l'écart de localisation du sous-ensemble Moyeu-Pions présente une tendance à la baisse. Concernant le Carter-Pion, l'assemblage 13 est un point marginal. Cependant, les analyses du process ne montrent pas de phénomène pouvant justifier la qualification de point aberrant. On remarque aussi que le composant Tôle mince semble contenir la majorité des écarts de position résultants sur l'assemblage. Afin de compléter ces études, il est nécessaire d'analyser les capacités liées à la chaîne de cotes CFG1.

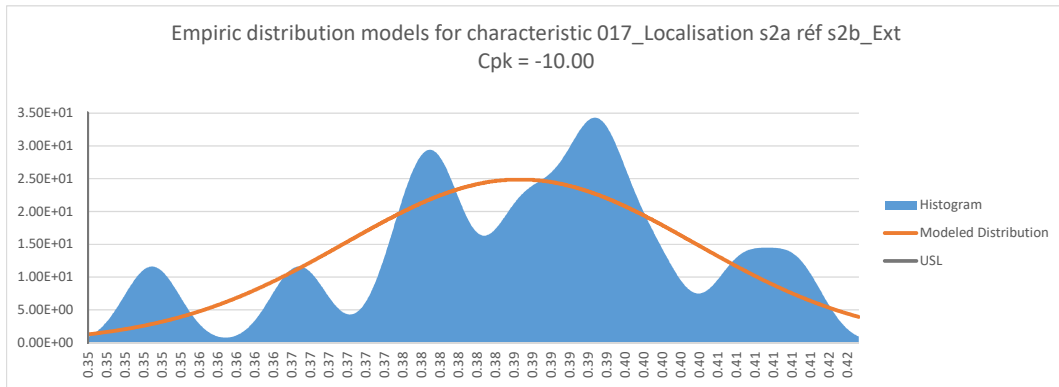
4.5.2.2 Qualité des données composants

Pour le calcul des capacités, il est nécessaire de définir les limites des spécifications. Avec l'équation 4.9 et une répartition arithmétique, on a $IT_{1,2,3} = 0,25$.

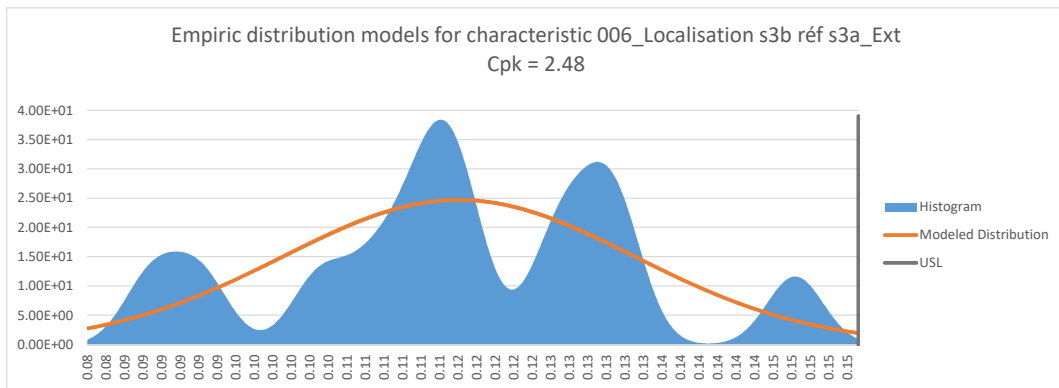
La Fig.4.37 propose les cartographies de l'outil de calcul de capacité Sigma, pour les écarts de localisation des composants liés à la CFG1.



(a) Capacité écart de localisation Carter-Pion



(b) Capacité écart de localisation Tôle mince



(c) Capacité écart de localisation Moyeu-Pions

FIGURE 4.37 – Calcul de capacité avec Sigma des localisations liées à la CFG1

On note que le composant Tôle mince comporte un écart important de localisation, principalement dû à un décentrage de la production par rapport à la cible. Dans ce cas, la plupart des pièces sont hors tolérance pour $IT = 0,25$. Cela a pour conséquence dans l'outil Sigma d'obtenir une capacité négative $C_{pk}^{tole} = -10$ car le taux de non conformité observé est d'environ 100%. Concernant les sous-ensembles Carter-Pion et Moyeu-Pions, la capacité est au dessus de la cible avec respectivement $C_{pk}^{carter} = 2,79$ et $C_{pk}^{moyeu} = 2,48$. Suite à cette étude, on peut

penser que la conformité des assemblages est remise en question, étant donné que la capacité de la Tôle est très mauvaise. Cependant, la répartition arithmétique uniforme n'est pas la plus réaliste par rapport à la production. En effet, certains maillons de la chaîne de cotes sont plus difficiles à produire que d'autres. Une répartition en fonction des données de production est plus adaptée pour améliorer la pire des capacités.

4.5.2.3 Optimisation du modèle 1D avec les capacités

Si on se place dans une démarche industrielle classique, la mesure de l'assemblage est assez rare. Pour cette raison, une première optimisation du processus reposera sur les données des composants uniquement. Dans le cas d'une optimisation avec des tolérances économiques issues des capacités, il est possible d'utiliser la capacité C_p car elle a une relation directe avec l'IT (voir section 2.2.3.2). Cependant, la capacité C_p n'intègre pas le décentrage et ne peut être calculée que pour des exigences bi-limites. Pour optimiser les tolérances avec C_{pk} , il est nécessaire de calculer les tolérances économiques permettant d'avoir des maillons iso-capabilité. La méthode exploitée dans ces travaux est la même que celle détaillée dans la section 2.5.

Pour chaque maillon de la chaîne de cotes 1D CFG1, $C_{pk}^{sigma} \simeq 1$ est atteint quand : $IT^{carter} = 0,119$; $IT^{tole} = 0,438$ et $IT^{moyeu} = 0,168$. Sur la Fig.4.38, l'optimisation des tolérances est présentée. Le résultat de l'optimisation permet ensuite de re-calculer les capacités des maillons à partir des nouveaux intervalles de tolérances.

		Loc Carter	Loc Tôle	Loc Moyeu		
Conditions fonctionnelles	Tolerances BE	0.123	0.453	0.173	SOMME	MARGE
CFG1	0.75	1.00	1.00	1.00	0.75	0.00
	Tolérances économiques	0.0119	0.0438	0.0168		
	IT tol éco (où Cpk=1)	0.119	0.438	0.168		

FIGURE 4.38 – Optimisation avec des tolérances économiques issues des capacités Sigma

Après cette première optimisation, les IT des composants sont : $IT^{carter} = 0,123$; $IT^{tole} = 0,453$ et $IT^{moyeu} = 0,173$. À partir de ces valeurs limites, il faut recalculer les capacités dans l'outil Sigma. En effet, l'objectif de l'optimisation des tolérances iso-capabilité est d'améliorer la capacité la plus faible dans une chaîne de cotes. Si on recalcule les capacités on obtient les valeurs suivantes : $C_{pk}^{carter} = 1,075$; $C_{pk}^{tole} = 1,306$ et $C_{pk}^{moyeu} = 1,107$.

Comparativement aux capacités avec une répartition uniforme (voir la Fig.4.37), le résultat est meilleur, car la plus faible capacité est significativement améliorée. Cependant, le résultat n'est pas tout à fait iso-capabilité. Cet effet lié à une optimisation manuelle est discuté précédemment dans la section 2.5.3. Une solution par solveur intégrée aux outils de Safran Aircraft Engines permettrait d'appliquer automatiquement la méthode proposée en thèse.

Avec une optimisation manuelle on obtient une iso-capabilité des maillons de $C_{pk}^{sigma} = 1,163$ quand $IT^{carter} = 0,1287$; $IT^{tole} = 0,4455$ et $IT^{moyeu} = 0,1759$. L'optimisation manuelle assure l'iso-capabilité des maillons pour que le calcul de la résultante CFG1 soit égal à la limite de tolérance $IT^{CFG1} = 0,75$.

4.5.2.4 Axe d'amélioration sur le processus

À partir de la répartition des tolérances des composants, et si la cible sur le produit fini est $C_{pk}^{sigma} = 1,33$, alors il est nécessaire d'améliorer la qualité de production des localisations des composants. Classiquement, on réalise un réglage de la machine de fabrication de la valeur du décentrage de la moyenne des écarts de localisation signé. Avec les maillons de la chaîne de cotes 1D CFG1, on obtient les réglages suivants : $\mu_{carter} = 0,0138 \text{ mm}$; $\mu_{tole} = 0,1933 \text{ mm}$ et $\mu_{moyeu} = 0,0589 \text{ mm}$.

Avec cette méthode d'amélioration, on fait l'hypothèse que la chaîne de cotes décrit fidèlement le comportement des CFGs du produit fini. En effet, il est aussi possible que les écarts de localisation soient dus à des écarts de forme et d'orientation. Dans le cas du tournage 3 axes, les écarts de forme et d'orientation sont souvent situés au niveau de la mise et du maintien en position de la pièce. Dans ce cas de figure, le réglage machine proposé n'est pas optimal.

4.5.3 Analyse de la qualité du réel mesuré

On considère maintenant une phase d'avant-projet d'industrialisation, où la mesure des assemblages avec et sans serrage a été réalisée. La Fig.4.39 trace les cartes de contrôle des localisations CFG1 en $C3$ et $C4$.

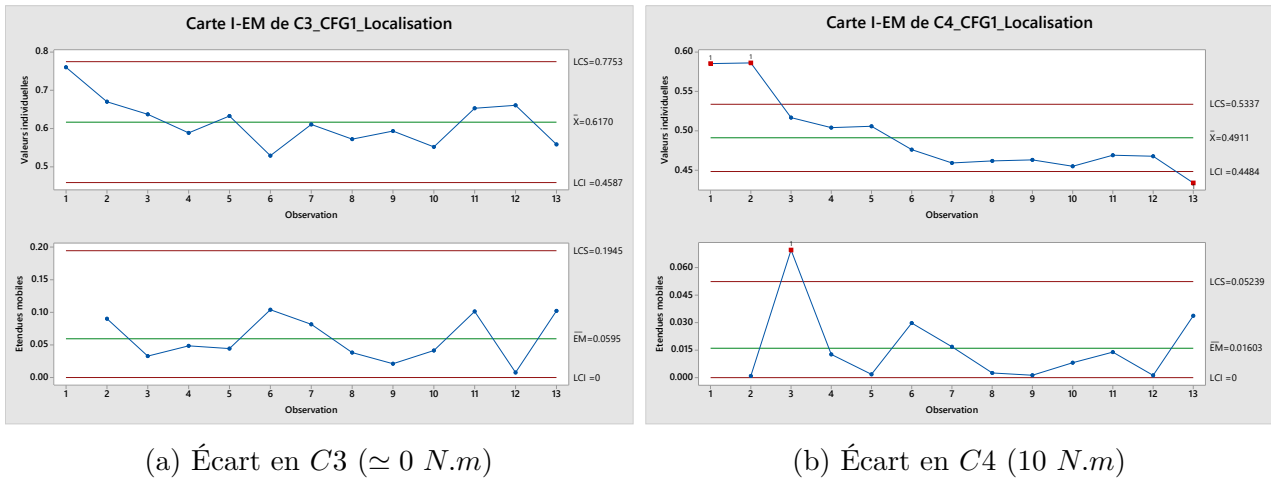
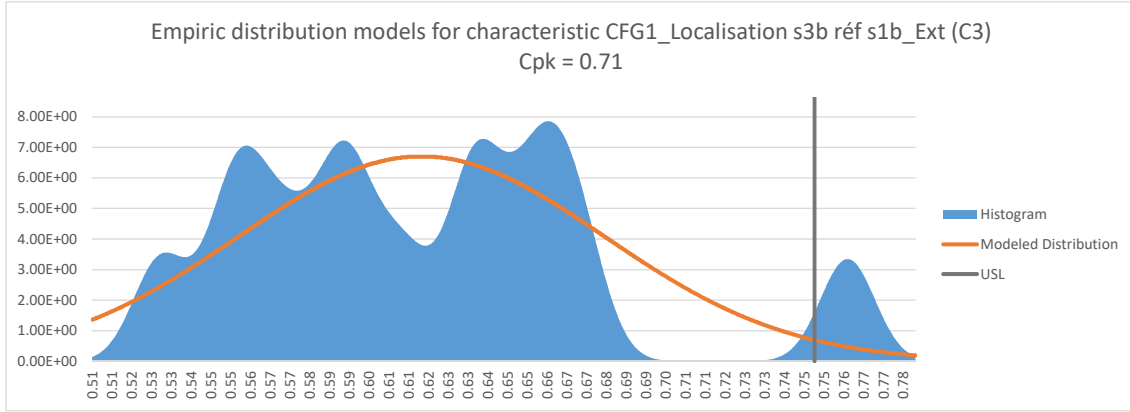


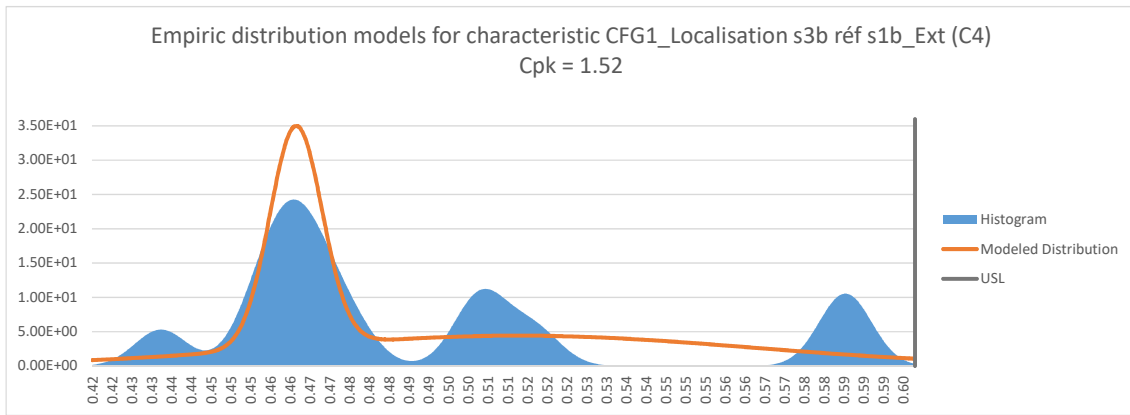
FIGURE 4.39 – Cartes de contrôle de l'exigence CFG1

Sur ces cartes de contrôle, on note que l'écart de localisation CFG1 présente une dérive décroissante dans le temps, davantage marquée en $C4$ qu'en $C3$. De plus, les deux premiers assemblages en $C4$ semblent être des points marginaux par rapport au reste des données.

À partir des capacités des écarts de localisation des composants, la qualité de l'exigence CFG1 semble compromise. Pour ces travaux de thèse, la mesure des assemblages permet de comparer l'attendu avec le réel observé. Sur la Fig.4.40, le calcul de capacité Sigma est proposé. On note une nette amélioration de la capacité après le serrage de l'assemblage entre $C3$ et $C4$. Finalement, la qualité du produit fini (en $C4$) est atteinte, car on obtient $C_{pk}^{C4} = 1,52$. Au contraire, dans le cas sans serrage, la qualité n'est pas atteinte car $C_{pk}^{C3} = 0,71$.



(a) Capabilité de CFG1 en $C3$ ($\simeq 0 \text{ N.m}$)



(b) Capabilité de CFG1 en $C4$ (10 N.m)

FIGURE 4.40 – Calcul de capabilité avec Sigma pour l'exigence CFG1 avec et sans serrage

Sur ces données de mesure, on observe que $C4$ est conforme aux exigences, bien que les maillons n'atteignent pas la qualité minimale requise. Il est alors possible que le modèle de chaîne de cotes ne prenne pas en compte tous les phénomènes physiques en jeu, ou alors que le modèle soit faux. Au vu du faible échantillon de données, il faut cependant nuancer les analyses car le mélange de distributions est plus sensible dans ce cas.

Dans ce contexte, il est possible de conserver le processus inchangé puisque le produit final est conforme. Autrement dit, on fabrique conforme mais sans savoir l'expliquer à partir des données des composants. Dans ce cas, on ne maîtrise pas totalement le processus d'industrialisation du produit, et le suivi en production peut être complexe. Il est aussi possible d'améliorer le modèle de chaîne de cotes pour avoir un meilleur modèle de suivi du processus de fabrication. Cette méthode a été explorée dans les sections précédentes avec l'identification des grandeurs influentes via des méthodes de régressions linéaires multiples du type ElasticNet CV.

4.5.4 Optimisation avec les modèles statistiques

4.5.4.1 Exploitation du modèle ElasticNet CV 4s

Pour l'amélioration du processus d'industrialisation, on cherche un moyen de prédire la qualité $C_{pk}^{C4} = 1,52$ à partir de l'analyse des composants. En effet, l'analyse des capacités des écarts

de localisation des composants suggère qu'il faut réaliser des modifications sur le processus, alors que la qualité du produit fini est atteinte car $C_{pk} > 1,33$. Pour cela, les méthodes de recherche des grandeurs influentes peuvent apporter des solutions. L'intérêt de ces méthodes statistiques est de créer un modèle de prédiction de l'écart à partir des données géométriques. Normalement, si le modèle de chaîne de cotes est représentatif, alors la qualité des composants doit permettre de valider la qualité du produit.

Pour cette étude avec un modèle statistique, j'ai utilisé le modèle local 4s défini dans l'équation (4.13). Avec cette équation, on peut prédire l'écart CFG1 signé à partir des données des composants. Cependant, avec l'équation (4.13), il n'est pas directement possible de réaliser l'optimisation des IT (Intervalle de Tolérance). Pour cela, on utilise un modèle avec des sensibilités positives pour prédire l'écart signé maximum CFG1 (qui a pour limite $USL_{CFG1} = 0,375$) :

$$Loc_{CFG1}^{sign} \simeq +0,51 \times Loc_{p2s1b}^{sign} + 0,09 \times Pla_{s1a} + 1,42 \times Loc_{p2s2a}^{sign} + 1,16 \times Pla_{s2a} + 1,14 \times Loc_{p2s3b}^{sign} \quad (4.14)$$

À partir de l'équation (4.14), il est possible de répartir la tolérance de l'exigence CFG1 sur les maillons de la chaîne de cotes. Pour cela, il est nécessaire de calculer les tolérances économiques de chaque maillon afin d'obtenir une capabilité $C_{pk}^{sigma} = 1$. Sur la Fig.4.41, le résultat de l'optimisation du modèle 4s est proposé.

		Loc_{p2s1b}^{sign}	Pla_{s1a}	Loc_{p2s2a}^{sign}	Pla_{s2a}	Loc_{p2s3b}^{sign}		
Conditions fonctionnelles	Tolérances BE	0.081	0.013	0.149	0.048	0.056		
CFG1	0.375	0.51	0.09	1.42	1.16	1.13	0.37	0.00
	Tolérances économiques	0.0132	0.0021	0.0242	0.0078	0.0092		
	IT tol éco (où Cpk=1)	0.132	0.0214	0.242	0.078	0.092		

FIGURE 4.41 – Optimisation avec des tolérances économiques issues des capabilités Sigma

Avec la répartition des tolérances de la Fig.4.41, les capabilités Sigma des maillons calculés sont : $C_{pk}^{Loc_{p2s1b}^{sign}} = 1,27$; $C_{pk}^{Pla_{s1a}} = 0,82$; $C_{pk}^{Loc_{p2s2a}^{sign}} = 2,66$; $C_{pk}^{Pla_{s2a}} = -10$ et $C_{pk}^{Loc_{p2s3b}^{sign}} = 1,49$ (voir la Fig.4.42). On note que, dans le cas de faibles échantillons $n < 20$, l'outil Sigma (mélange de distribution de Student) tend à n'utiliser qu'un seul mode. En effet, la sur-représentation des données n'est pas bénéfique au modèle, surtout dans le cas de petits échantillons. Pour rappel, la section 2.4 apporte des précisions sur le fonctionnement de l'ajustement du modèle Sigma sur les données.

Avec l'optimisation via les tolérances économiques calculées, les tolérances des maillons aboutissent à des capabilités inégales. Pour obtenir l'iso-capabilité des maillons, une méthode de recherche manuelle est envisagée. Avec une recherche manuelle des tolérances en respectant l'équation (4.14), j'ai obtenu l'iso-capabilité des maillons avec $C_{pk} = 1,35$. Pour obtenir cette iso-capabilité il est nécessaire d'utiliser les tolérances suivantes : $IT_{Loc_{p2s1b}^{sign}} = 0,172$; $IT_{Pla_{s1a}} = 0,022$; $IT_{Loc_{p2s2a}^{sign}} = 0,253$; $IT_{Pla_{s2a}} = 0,084$ et $IT_{Loc_{p2s3b}^{sign}} = 0,106$.

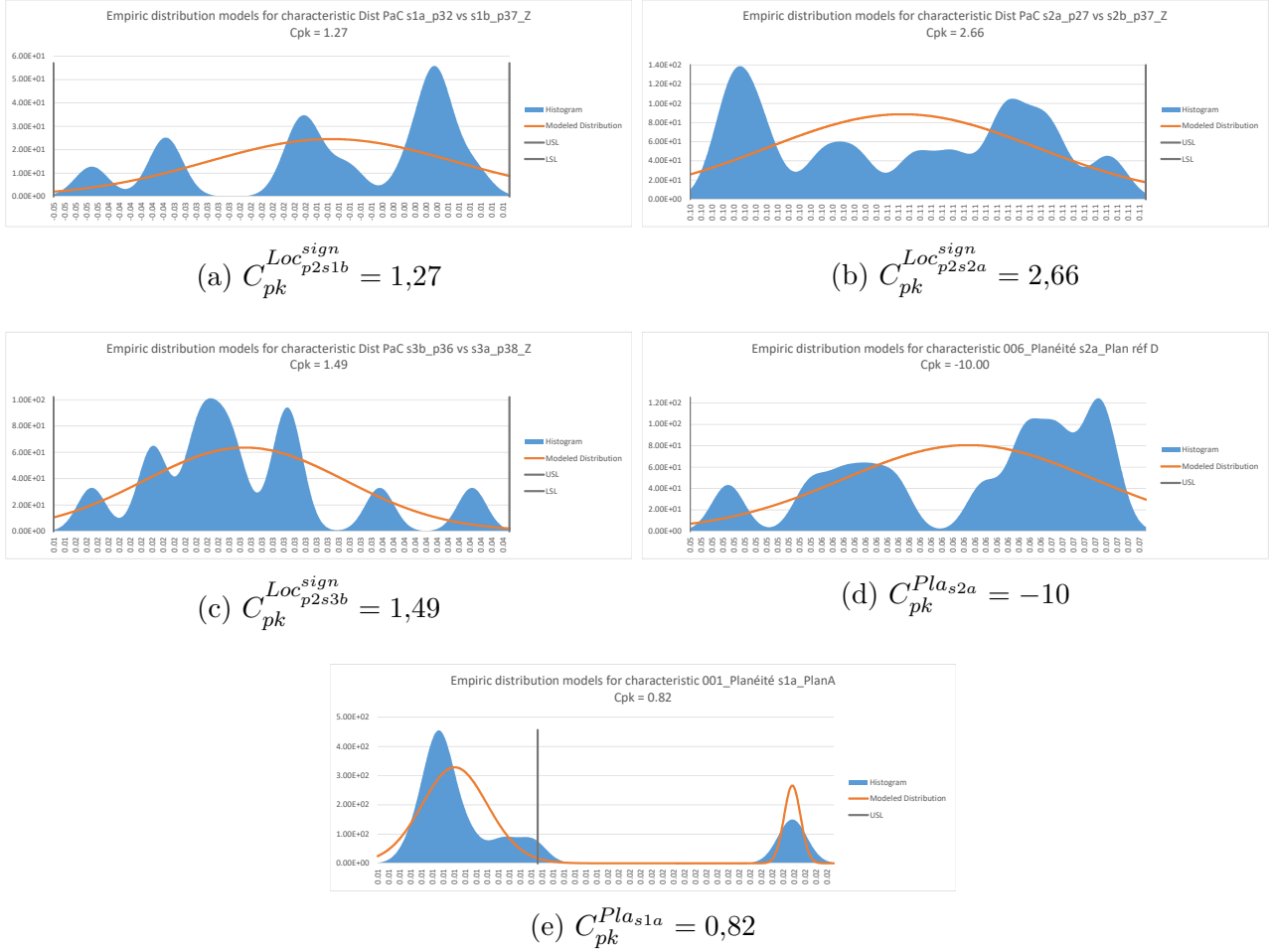


FIGURE 4.42 – Capacité Sigma du modèle 4s avec tolérances économiques (telle que $C_{pk} = 1$)

Dans cette section, le modèle 4s est utilisé pour réaliser l'optimisation des tolérances. La répartition iso-capabilité permet d'obtenir sur les composants, des capacités proches de la capacité réelle du produit fini (en C_4). Cette répartition des tolérances à partir de l'équation (4.14), permet de mieux suivre en production, la qualité géométrique du produit fini.

4.5.4.2 Axes d'amélioration du processus

En complément, du nouveau modèle de suivi de production CFG1, il est possible d'améliorer la qualité du produit en optimisant le processus industriel des composants. Une première méthode consiste à régler le moyen de production de la valeur du dé-centrage des données. De cette manière, on calcule l'écart moyen μ sur les données locales de position : $\mu_{carter} = -0,0117 \text{ mm}$, $\mu_{tole} = 0,1059 \text{ mm}$ et $\mu_{moyeu} = 0,0262 \text{ mm}$. Ces réglages devraient permettre d'améliorer la qualité CFG1, en prenant uniquement en compte la contribution des écarts de position, contrairement aux réglages issus du modèle 1D de la section 4.5.2.4.

À partir de l'identification des grandeurs **géométriques** influant sur la CFG1, il est possible de rechercher les paramètres des processus influant sur ces grandeurs. Alors, il est possible de mettre en place des actions pour modifier les paramètres, comme par exemple un plan d'expérience, une action basée sur l'expérience métier, l'analyse des données machine ou encore des changements de stratégie de fabrication. Dans le cas du modèle 4s, l'analyse des écarts de forme présente une forte valeur ajoutée sur le produit fini.

4.5.4.3 Analyse des écarts de forme

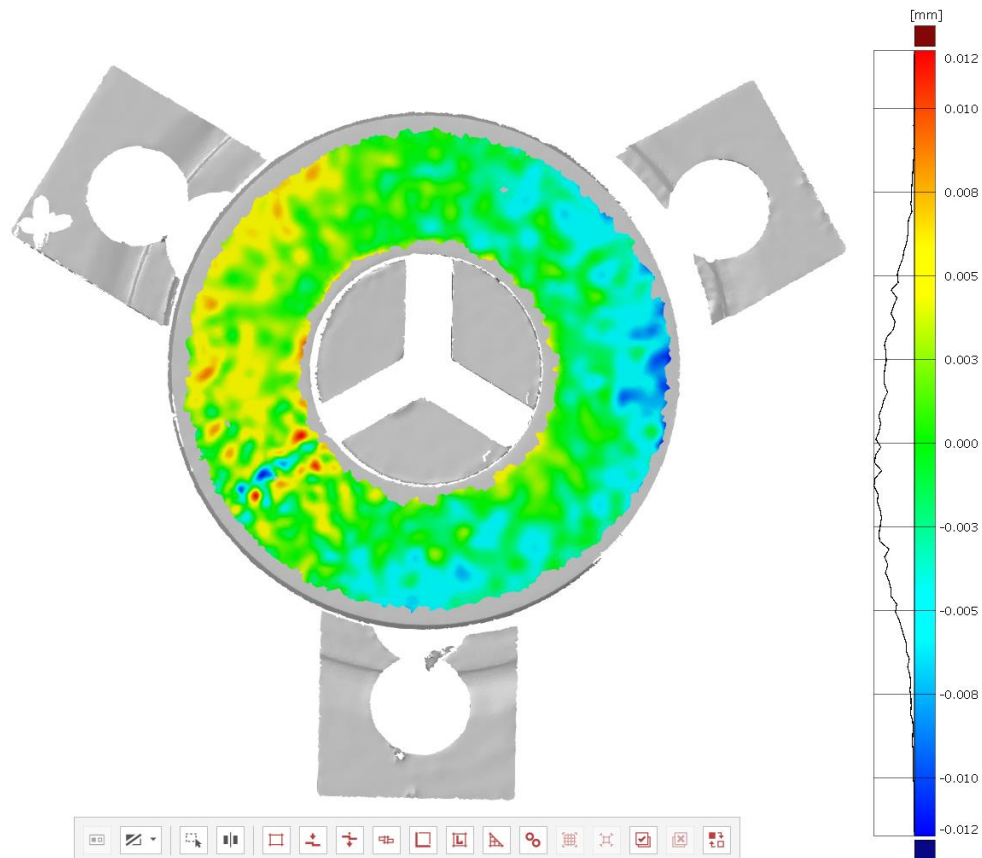
Dans le modèle 4s, les écarts de forme de *s2.a* sont influents et une topologie particulière est mise en évidence dans la section 4.4.6.2. Les paramètres du processus classiquement liés aux écarts de forme sur un plan sont : les paramètres machine, l'environnement, la matière et le serrage de la pièce. Pour étudier l'effet du serrage, des mesures in-situ sur le moyen de production sont réalisées sur la surface 2.a du composant Tôle Mince, fabriquée en phase 20 avec une machine de tournage 3 axes à commande numérique. La mise et le maintien en position de la pièce sont réalisés via un mandrin excentrique 3 mors sur la surface cylindrique 2.c, avec un serrage pneumatique asservi en effort. La valeur de serrage est celle définie par défaut sur la machine. Le moyen de mesure est un ATOS Core de GOM (voir la section 3.5.6) monté sur trépied. Les mesures sans contact sont réalisées après usinage (avec serrage de la pièce) puis, dans un second temps, après desserrage de la pièce du mandrin. Ces deux résultats de mesure sans contact sont analysés dans le logiciel GOM Inspect 2019. Le résultat des mesures de la Tôle mince N°10 utilisée dans l'assemblage N°9 est présenté sur la Fig.4.43.

On note que, pour la mesure sans contact avec l'ATOS Core, les surfaces sont mesurées après l'application d'un matifiant aérosol. En effet, les surfaces en aluminium de ce composant sont trop brillantes pour la mesure sans contact par projection de franges GOM. Pour cette raison, les valeurs extrêmes sur les graphiques ne sont pas représentatives de l'écart de planéité réel, e.g. mesuré avec une MMT. Cependant, la comparaison relative des deux graphiques de la Fig.4.43 est valable car il y a uniquement un écart temporel de 5 minutes entre les deux mesures.

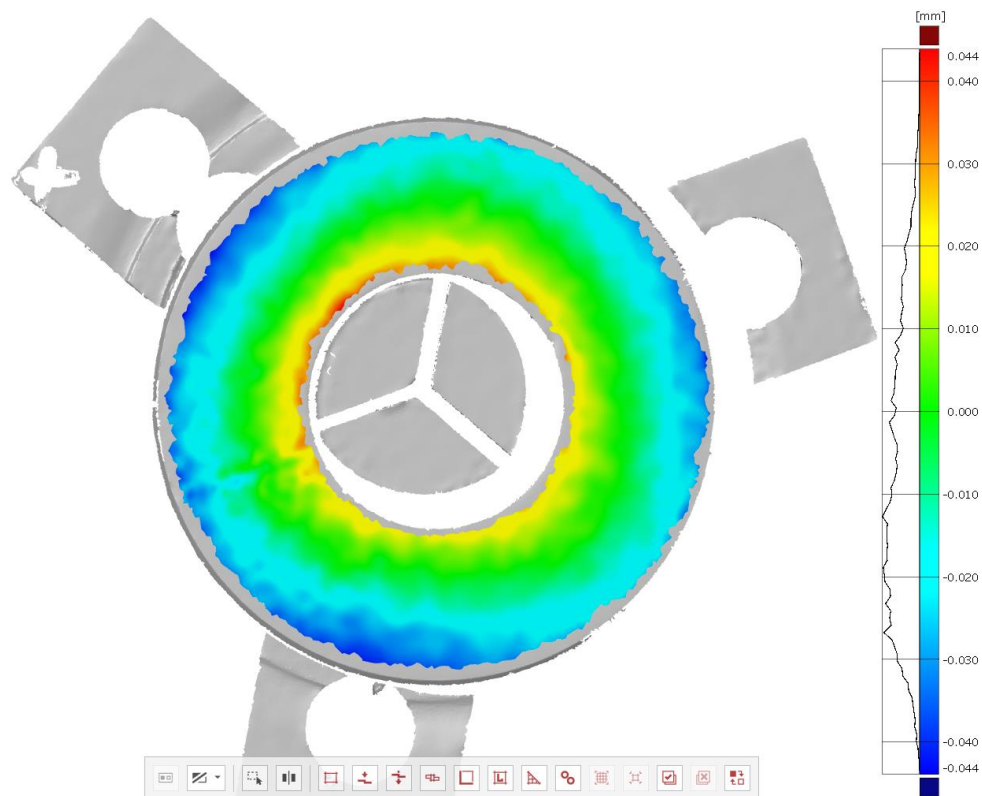
Dans le cas avec serrage de la pièce dans le porte pièce, on ne note aucune topologie particulière de la surface 2.a. De plus, l'écart de forme est de l'ordre de 0,020 mm, avec une distribution centrée autour du plan *MinMax*. On peut considérer que la surface présente un écart de forme aléatoire dans le porte-pièce, avec des écarts extrêmes dus à l'ajout de matifiant. Alors, les conditions de coupe en finition ne semblent pas être liées à la topologie conique des surfaces.

Dans la seconde situation, après le relâchement des contraintes de serrage du porte-pièce, le plan a une topologie conique convexe avec un effet trilobé au niveau des directions de contact des mors. De plus, l'écart de forme est de l'ordre de 0,070 mm, avec une distribution décentrée par rapport au plan *MinMax*. Cela peut indiquer que la surface subit davantage de relâchement de contraintes au niveau du contact avec les mors (la partie conique convexe supérieure).

Avec les analyses des écarts de forme *s2.a* de la Tôle mince N°10, on peut conclure que le relâchement du serrage engendre un relâchement des contraintes sur la pièce. Enfin, ce relâchement de contraintes provoque une topologie particulière du plan et influence l'écart de forme résultant. Toutefois, il faut noter que les passes d'ébauche de la surface ont potentiellement induit des contraintes internes sur la pièce. Dans ce cas, le relâchement du serrage peut provoquer des écarts sur la surface. En effet, avec une phase de finition, il est possible de "rattraper" en partie les écarts d'usinage en ébauche, mais sans relâcher toutes les contraintes internes générées. Autrement dit, l'effort de serrage n'est pas la seule cause de l'état contraint de la pièce. Les causes possibles des topologies coniques des plans après fabrication sont l'effet du serrage sur le porte pièce, les conditions d'usinage en ébauche et les contraintes internes du brut. Pour quantifier puis maîtriser ces effets, il faut mettre en place un plan d'expérience. L'objectif est de définir un processus, avec par exemple, un serrage optimal de la machine.



(a) Mesure in-situ après usinage



(b) Mesure in-situ après relâchement du serrage

FIGURE 4.43 – Mesure in-situ de la surface 2.a du composant Tôle mince N°10

4.6 Conclusion

Ce quatrième chapitre propose de répondre au deuxième axe de recherche identifié dans la section 1.7. Les analyses proposées sont basées sur l'étude d'une chaîne de cotes 1D du cas d'étude fabriqué en laboratoire. Pour ce cas d'étude, la conception et l'industrialisation sont présentées dans le chapitre 3.

Dans la première partie du chapitre, la chaîne de cotes liée à l'exigence CFG1 est analysée, notamment via la comparaison des écarts des composants avec les écarts mesurés directement sur l'assemblage. Sur cette exigence, des écarts importants sont constatés entre la prédiction via le modèle de chaîne de cotes et les assemblages avec et sans serrage. Ces analyses ont finalement permis d'identifier que des grandeurs influant sur la CFG1 ne sont pas représentées par le modèle de chaîne de cotes classique.

Pour identifier des grandeurs influant sur les données de production, je propose d'exploiter des méthodes de régression linéaire multiple. La méthode ElasticNet CV est identifiée comme une méthode performante pour les données que j'ai analysées. Dans ce chapitre, les données de production liées à CFG1 sont exploitées via des méthodes statistiques pour identifier les grandeurs influentes. Puis, à partir de l'identification des grandeurs influentes, il est possible de recomposer une chaîne de cotes pour le suivi de production. L'objectif est d'optimiser efficacement les tolérances et de préconiser les actions nécessaires pour régler/améliorer le processus de fabrication, la mesure et les machines de production. Concernant les méthodologies de ce chapitre, il est facilement envisageable de les appliquer au cas du transfert de fabrication.

Pour réaliser les analyses du chapitre, il est nécessaire de mesurer les produits finis (les assemblages pour les chaînes de cotes BE et les spécifications des pièces pour les transferts de fabrication). Or, Safran Aircraft Engines intègre rarement des mesures sur les assemblages dans ses processus. On peut envisager de mesurer des assemblages dans le cas d'une pré-industrialisation. Dans un cas où les données sont disponibles, les méthodes statistiques ont permis d'identifier de nouvelles grandeurs influant sur la qualité géométrique du produit fini. Dans la dernière partie du chapitre, la méthode de répartition des tolérances avec des capacités Sigma est utilisée. Cette méthode permet d'obtenir une iso-capabilité des maillons de la chaîne de cotes. Afin d'industrialiser la méthodologie, un algorithme par solveur devrait automatiser cette optimisation manuelle. Sur cette étude de cas, l'optimisation des tolérances avec les capacités de l'outil Sigma a permis d'optimiser la répartition des tolérances. Ce critère de faisabilité est directement lié aux critères de qualité des spécifications et est déjà utilisé par Safran Aircraft Engines pour le suivi de production et la capacité finale des lots de pièces.

Finalement, dans ce chapitre, la recherche des grandeurs influentes a permis de préconiser des analyses de certains paramètres du processus de fabrication. Pour exemple, le composant Tôle Mince a été suivi en production via des mesures in-situ sur la machine de tournage. Avec ces mesures il est possible d'analyser le comportement des surfaces avant et après relâchement des contraintes de serrage de la machine. Via ces analyses, on identifie que la surface 2.a de la Tôle mince comporte un mode de déformation conique convexe ainsi qu'un tri-lobé induit par les efforts de serrage du mandrin 3 mors. Cette topologie particulière pourrait être à l'origine d'une interpénétration défavorable des systèmes de références ou encore d'un basculement des pièces important lors de l'assemblage, qui provoque un effet de bras de levier.

La problématique des déformations après dé-serrage de la pièce de la machine est aussi rencontrée sur des pièces de Safran Aircraft Engines. En effet, quand on usine une grande quantité de matière sur des pièces de grandes dimensions, les outils de maintien en position sont souvent fortement contraints (mandrin de 5 à 10 mors pas toujours équirépartis). Ce serrage parfois excessif est pourtant nécessaire pour assurer la fixation de la pièce pendant la fabrication. Il faut donc mettre en place un plan d'expérience pour définir une valeur optimale entre un serrage trop fort causant des déformations et un serrage trop faible causant des mouvements de la pièce pendant la fabrication.

Dans le cas d'assemblages de composants et des chaînes de cotes en général, il est rare que les équipes BE s'intéressent à ce genre de problématique. De plus, étant donné que la chaîne de cote initiale ne prend pas en compte les écarts de forme, les équipes BM cherchant à améliorer la qualité d'une exigence d'un produit peuvent avoir des difficultés à identifier ce type de paramètre influent. Sur cette étude de cas en laboratoire, on observe pourtant que la forme de la surface 2.a impacte la qualité du produit fini et doit être étudiée pour l'optimisation du processus d'industrialisation. L'analyse d'assemblage avec prise en compte des écarts de forme est un axe d'investigation préconisé par les travaux de thèse. Pour cela, il est possible d'analyser les surfaces via les modes de déformation des plans (voir les travaux de Samper [167, 166, 168]). De plus, ce type de travaux permettrait de mieux définir les besoins fonctionnels amenant l'écriture d'exigences de forme sur les surfaces.

Pour Safran Aircraft Engines, l'analyse des données géométriques des composants en vue de l'amélioration d'un produit ou de la résolution d'une problématique (manque de performance, problématique de montage, etc.) est un sujet d'actualité. D'un point de vue industriel, l'amélioration de la qualité du produit n'est pas standardisée et les utilisateurs sont souvent en difficulté pour identifier les leviers d'amélioration. Cela induit des analyses des paramètres du processus parfois infructueuses et des temps d'analyse longs en équipe pluridisciplinaire. Les travaux de thèse proposent des méthodes d'analyse des grandeurs et une méthodologie d'optimisation des tolérances. Une fois ces méthodes industrialisées chez Safran Aircraft Engines, les travaux de thèse devraient apporter une aide lors de l'industrialisation des produits et pour traiter des problématiques liées à la qualité géométrique.

Conclusion et perspectives

Dans le contexte de réduction des coûts, Safran Aircraft Engines souhaite améliorer l'industrialisation d'un produit à partir des mesures des spécifications. Pour cela, Safran Aircraft Engines est impliqué dans la démarche de continuité numérique des données, notamment des mesures des spécifications. Au vu du contexte, les travaux de thèse se placent dans un environnement de continuité numérique mature et d'une bonne accessibilité aux données liées aux produits et aux processus. Dans ce cas, il est possible de lier l'information des mesures des écarts géométriques aux méthodes de chaînes de cotes et à la qualité finale du produit.

À travers ces travaux de thèse, Safran Aircraft Engines souhaite aussi se munir de méthodes statistiques pour améliorer la conception et l'industrialisation d'un produit lors de projets d'évolution. En effet, en cas de re-conception ou de ré-industrialisation, il est intéressant d'exploiter les données antérieures. De même, dans le cas de problématiques de montage ou de performance, il est important de cibler les axes d'amélioration sur le tolérancement. En effet, les méthodes de chaînes de cotes présentent des hypothèses fortes et génèrent des différences entre le modèle de simulation et le réel observé.

L'objectif des travaux de thèse est de permettre à Safran Aircraft Engines d'exploiter les données de production liées aux spécifications afin d'optimiser les processus de conception et d'industrialisation. Le périmètre des travaux de thèse s'étend à toutes les étapes du tolérancement (conception, fabrication et métrologie). Dans le chapitre 1, le contexte des travaux de thèse est présenté, notamment un état de l'art sur les méthodes de tolérancement. Safran Aircraft Engines utilise des méthodes de tolérancement 1D à 3D pour simuler l'impact des variations géométriques sur le produit. Afin d'être cohérents avec les objectifs industriels de Safran Aircraft Engines, mes travaux de thèse ont été réalisés dans un contexte de continuité numérique, avec les outils de l'entreprise. Dans ces travaux de thèse, deux axes de recherche ont été identifiés pour répondre aux verrous scientifiques et industriels de Safran Aircraft Engines :

- Le premier axe de recherche porte sur l'optimisation des tolérances à partir de capacités représentant la faisabilité d'une spécification. Les verrous scientifiques et industriels sont, d'une part, la sélection d'un critère de faisabilité issu des capacités adapté à tous les types de données et, d'autre part, l'optimisation des tolérances avec ce critère de faisabilité dans un processus d'industrialisation adapté à Safran Aircraft Engines ;
- Le deuxième axe de recherche porte sur l'identification des grandeurs influant sur la qualité géométrique du produit fini. Cet axe de recherche propose des éléments de réponse pour améliorer le suivi de production et pour cibler les axes d'amélioration sur les processus d'industrialisation d'un produit.

Propositions liées au premier axe de recherche

Le chapitre 2 propose l'utilisation de critères de faisabilité pour l'optimisation des tolérances. Le critère de faisabilité permet de comparer la performance des processus de fabrication liés à chaque maillon de la chaîne de cotes. La sélection du critère de faisabilité est réalisée à travers un état de l'art sur les capabilités. Deux critères de capabilité sont identifiés comme les plus robustes : $C_p^{\mathcal{N}(0,1)}$ et $C_{pk}^{\mathcal{N}(0,1)}$. En effet, leur relation directe avec les taux de non conformité est un atout indéniable dans le cadre de l'optimisation des tolérances. Pour l'utilisation de ces critères, il est tout de même nécessaire de disposer d'une méthode robuste d'ajustement de la distribution. Pour cela, ce chapitre présente une méthode de calcul de capabilité développée dans le cadre du projet Sigma de Safran Aircraft Engines. Cet outil, basé sur les mélanges de distributions de Student, permet d'ajuster tous types de données de manière rapide et robuste. Dans ce projet, j'ai participé aux tests et à la comparaison avec d'autres méthodes de la littérature scientifique. Ces tests ont permis de valider l'outil chez Safran Aircraft Engines.

Concernant la méthode d'optimisation des tolérances, je propose dans la suite du chapitre 2 un processus adapté aux cas des tolérances BE et BM, en fonction de l'état d'avancement de l'industrialisation. Dans un premier temps, l'optimisation est réalisée avec des tolérances économiques, basées sur le savoir-faire du BM. Puis, sur un premier lot de pièces, le calcul des capabilités est réalisé avec l'outil Sigma. Enfin, avec une deuxième optimisation des tolérances à partir des capabilités, il est possible d'assurer l'iso-capabilité des maillons des chaînes de cotes.

Cette méthode d'optimisation des tolérances a été appliquée sur des données industrielles de Safran Aircraft Engines dans le cas d'un transfert de fabrication 3D. Sur cette étude de cas, l'optimisation à partir des capabilités Sigma permet une amélioration significative de la qualité des pièces en cours de fabrication. En effet, la plus mauvaise capabilité sur la pièce est grandement améliorée. Un autre avantage de cette méthode est que la synthèse des tolérances est réalisée avec les mêmes critères de capabilité que ceux utilisés chez Safran Aircraft Engines pour la validation de la robustesse d'un processus industriel.

Propositions liées au second axe de recherche

Le chapitre 3 détaille l'industrialisation du cas d'étude conçu au LURPA. Ce cas d'étude, représentatif des assemblages par brides de Safran Aircraft Engines, permet de disposer de toutes les données de mesure nécessaires pour l'identification des grandeurs influant sur la qualité géométrique du produit fini. Dans le chapitre 3, l'industrialisation, la fabrication et la mesure d'un lot de 13 assemblages du cas d'étude sont détaillées.

Dans ces travaux, la qualité requise sur le produit fini est caractérisée par les CFGs. À partir des données de mesure du cas d'étude, le chapitre 4 propose d'utiliser des méthodes statistiques de régressions linéaires multiples (OLS, Ridge, LASSO et ElasticNet) pour identifier les grandeurs influant sur une CFG du cas d'étude. Ces méthodes permettent d'analyser le comportement statistique des populations de mesures des écarts géométriques des composants, pour prédire l'écart géométrique de la CFG mesurée sur le produit.

La méthode ElasticNet CV est identifiée dans le chapitre 4 comme une méthode performante pour les données que j'ai analysées. En effet, avec l'ElasticNet, la pénalisation Ridge permet de limiter l'augmentation de la valeur des coefficients et la pénalisation LASSO permet de

sélectionner les variables significatives. La méthode CV (Cross Validation) permet quant à elle une sélection optimale des paramètres de la régression linéaire multiple avec pénalisation. Les modèles basés sur l'ElasticNet CV ont une meilleure parcimonie et apportent une représentation plus fidèle des grandeurs influant sur une CFG.

Dans ce chapitre, les données de production liées à la CFG1 sont exploitées, notamment les écarts de forme, d'orientation et de position. Dans la chaîne de cotes classique de CFG1, seuls les écarts de localisation des pièces sont suivis en production pour maîtriser le produit. Pour la prédiction avec ElasticNet CV de l'exigence CFG1, plusieurs modèles sont proposés, en fonction de la sélection des variables exogènes. En effet, des modèles avec écarts locaux ou globaux sont comparés avec une méthode issue de l'identification des contacts mécaniques dans les pièces. Finalement, l'ensemble de ces modèles montre que les écarts de forme jouent un rôle significatif sur la qualité géométrique du produit fini. Ces grandeurs influentes sont un complément intéressant aux grandeurs de localisation déjà intégrées dans le modèle de chaîne de cotes classique.

À partir de l'identification des grandeurs influentes, il est possible de recomposer une chaîne de cotes pour le suivi de production. Il est alors possible d'optimiser efficacement les tolérances et de préconiser les actions nécessaires pour régler/améliorer le processus de fabrication, la mesure et les machines de production. Suite à ces analyses, il est possible de guider les axes d'amélioration de l'industrialisation du cas d'étude. En effet, en ciblant les grandeurs géométriques influentes, il est possible d'affiner le nombre de paramètres du process à mettre sous contrôle, par un suivi temporel ou par des plans d'expérience spécifiques. Plusieurs approches d'amélioration du processus d'industrialisation sont proposées pour la CFG1 du cas d'étude. Concernant les méthodologies de ce chapitre, il est facilement envisageable de les appliquer au cas du transfert de fabrication.

Perspectives industrielles et scientifiques

D'un point de vue des perspectives liées à l'optimisation des tolérances, l'intégration de l'outil de calcul de capacité Sigma dans les bases de calculs de chaînes de cotes de Safran Aircraft Engines est une opportunité intéressante. En effet, la méthode d'optimisation iso-capacité du chapitre 2, nécessite d'utiliser les bonnes valeurs de critère de faisabilité. Avec une solution d'optimisation par solveur couplée à l'outil Sigma, les propositions de thèse peuvent être intégrées facilement dans les processus de Safran Aircraft Engines. Une autre perspective pour l'optimisation des tolérances est de travailler sur des méthodes de sélection des tolérances économiques, en fonction des paramètres d'industrialisation. Dans la littérature scientifique, de nombreux travaux s'intéressent à la définition de fonctions de coût des spécifications. Cependant, ces méthodes sont difficilement généralisables à une industrie et sont réservées à des catégories de pièces. Concernant le calcul de capacité, un travail de fond doit être mené pour permettre une meilleure prise en compte dans l'outil Sigma des distributions uni-modales fortement asymétriques.

Avec la méthode d'identification des grandeurs influentes proposée dans le chapitre 4, il est possible de vérifier la pertinence du modèle de chaîne de cotes ou de faire une amélioration de celui-ci. Dans un contexte de continuité numérique aboutie, ces méthodes devraient permettre chez Safran Aircraft Engines d'améliorer le suivi de production et la répartition des tolérances sur les grandeurs identifiées.

Dans le cadre des projets d'amélioration d'une industrialisation, l'analyse par régression linéaire multiple permettrait d'apporter des informations pertinentes au projet. Du point de vue de Safran Aircraft Engines, ce type d'analyse pourrait être utilisé dans un projet 8D (méthode de résolution de problème), afin d'identifier les leviers d'amélioration rapidement, sur la base des données existantes. Le niveau d'aboutissement de la continuité d'une entreprise influence la facilité avec laquelle il est possible d'exploiter des données de production pour améliorer l'industrialisation.

Valorisations scientifiques

D'un point de vue de la valorisation scientifique, j'ai présenté mes travaux au groupe de recherche en tolérancement en France. La partie des travaux concernant l'outil de calcul de capacité Sigma via le mélange de distributions de Student a abouti à la co-rédaction d'un article de journal (Journal of Manufacturing Science and Engineering - ASME) en cours de relecture depuis décembre 2020. Concernant l'identification des grandeurs influentes via la régression linéaire multiple, un article est en cours de soumission dans The International Journal of Advanced Manufacturing Technology.

Bibliographie

- [1] *ISO 10360-5 :2020 : Spécification géométrique des produits (GPS) — Essais de réception et de vérification périodique des systèmes à mesurer tridimensionnels — Partie 5 : MMT utilisant des systèmes de palpé à stylet simple ou à stylets multiples utilisant un mode de mesurage par point discret et/ou par scan.*
- [2] *ISO 1101 :2017 : Spécification géométrique des produits (GPS) — Tolérancement géométrique — Tolérancement de forme, orientation, position et battement.*
- [3] *ISO 286-1 :2010 : Spécification géométrique des produits (GPS) — Système de codification ISO pour les tolérances sur les tailles linéaires — Partie 1 : Base des tolérances, écarts et ajustements.*
- [4] *ISO 5459 :2011 : Spécification géométrique des produits (GPS) — Tolérancement géométrique — Références spécifiées et systèmes de références spécifiées.*
- [5] *NF E04-13 : 2015-02 Spécification géométrique des produits (GPS) - Symbolisation des prises de pièces.*
- [6] *NF EN ISO 17450-1 : 2011 Spécification géométrique des produits (GPS) — Concepts généraux — Partie 1 : Modèle pour la spécification et la vérification géométriques.*
- [7] *NF EN ISO 22514-1 : 2009-10 Méthodes statistiques dans la gestion de processus – Aptitude et performance – Partie 1 : Principes et concepts généraux (révisée par ISO 22514-1 :2014).*
- [8] *NF EN ISO 22514-1 : 2014-06 Méthodes statistiques dans la gestion de processus – Aptitude et performance – Partie 1 : Principes et concepts généraux.*
- [9] *NF EN ISO/IEC 17025 : 2017-11 Exigences générales concernant la compétence des laboratoires d'étalonnages et d'essais.*
- [10] *NF X06-031-[1,2,3,4] : 1995-12 Application de la statistique - Cartes de contrôle.*
- [11] *NF X06-050 : 1995-12 Application de la statistique - Étude de la normalité d'une distribution.*
- [12] *SAE-AS13003 :2015 : Measurement Systems Analysis Requirements for the Aero Engine Supply Chain.*
- [13] *ADRAGNA, P.-A. Tolérancement des Systèmes Assemblés, une approche par le Tolérancement Inertiel et Modal. PhD thesis, 2007.*

- [14] ADRAGNA, P.-A., PILLET, M., FORMOSA, F., AND SAMPER, S. Inertial tolerancing and capability indices in an assembly production. *arXiv preprint arXiv :1002.0270* (2010).
- [15] ANDERSON, T. W., DARLING, D. A., ET AL. Asymptotic theory of certain " goodness of fit " criteria based on stochastic processes. *The annals of mathematical statistics* 23, 2 (1952), 193–212.
- [16] ANSELMETTI, B. Simulation d’usinage bidimensionnelle sur un exemple en tournage en commande numérique. *Mécanique, matériaux, électricité*, 398 (1983), 12–21.
- [17] ANSELMETTI, B. Generation of functional tolerancing based on positioning features. *Computer-Aided Design* 38, 8 (2006), 902–919.
- [18] ANSELMETTI, B. Calcul tridimensionnel de la résultante d’une chaîne de cotes en cotation iso, en vue d’un calcul probabiliste. *Mechanics & Industry* 8, 3 (2007), 173–185.
- [19] ANSELMETTI, B. Manuel de tolérancement-volume 3 : Cotation fonctionnelle tridimensionnelle, 2008.
- [20] ANSELMETTI, B. *Manuel de tolérancement (Volume 4) - Cotation de fabrication avec les normes ISO*. Lavoisier, 2010.
- [21] ANSELMETTI, B. Iso manufacturing tolerancing : three-dimensional transfer with analysis line method. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 61, 9-12 (2012), 1085–1099.
- [22] ANSELMETTI, B. Calcul statistique d’une chaînes de cotes par une approche analytique. *Cours à l’ENS Cachan* (2015).
- [23] ANSELMETTI, B., CHAVANNE, R., YANG, J.-X., AND ANWER, N. Quick gps : A new cat system for single-part tolerancing. *Computer-Aided Design* 42, 9 (2010), 768–780.
- [24] ANSELMETTI, B., AND LOUATI, H. Generation of manufacturing tolerancing with iso standards. *International Journal of Machine Tools and Manufacture* 45, 10 (2005), 1124–1131.
- [25] ANSELMETTI, B., AND MATHIEU, L. Evaluation des performances des logiciels d’aide au tolérancement. *Revue internationale de CFAO et d’informatique graphique* 16, 4 (2001), 415–431.
- [26] ANSELMETTI, B., AND MAWUSSI, K. Computer aided tolerancing using positioning features. *J. Comput. Inf. Sci. Eng.* 3, 1 (2003), 15–21.
- [27] ANSELMETTI, B., AND RADOUANI, M. Calcul statistique des chaînes de cotes avec des distributions hétérogènes non indépendantes. *IUT Cachan Paris* (2003), 1–16.
- [28] ANWER, N., BALLU, A., AND MATHIEU, L. The skin model, a comprehensive geometric model for engineering design. *CIRP Annals* 62, 1 (2013), 143–146.
- [29] BALLOT, E., AND BOURDET, P. An integrated framework for 3d tolerance chains in design and manufacturing. In *Proceedings of DETC* (2001), vol. 1.

- [30] BALLU, A., FALGARONE, H., CHEVASSUS, N., AND MATHIEU, L. A new design method based on functions and tolerance specifications for product modelling. *CIRP annals* 55, 1 (2006), 139–142.
- [31] BALLU, A., AND MATHIEU, L. Choice of functional specifications using graphs within the framework of education. In *Global Consistency of Tolerances*. Springer, 1999, pp. 197–206.
- [32] BENDER, A. Benderizing tolerances-a simple practical probability method of handling tolerances for limit-stack-ups. *Graphic Science* 17 (1962).
- [33] BORCARD, D. Régression multiple-corrélation multiple et partielle. *Département de sciences biologiques* (2001).
- [34] BOUDAUD, N., AND CHERFI, Z. Contribution à l'amélioration des cartes de contrôle multivariées. *4th International Congress on Quality and Reliability, Qualita 2001, France* (2001), 152–157.
- [35] BOUDAUD, N., AND CHERFI, Z. A comparative study of cusum and ewma charts : detection of incipient drifts in a multivariate framework. *Quality Engineering* 17, 4 (2005), 703–709.
- [36] BOURDET, P. Chaînes de cotes de fabrication. *L'ingénieur technicien de l'enseignement technique* 191 (1973).
- [37] BOURDET, P. Chaînes de cotes unidirectionnelles. *Cours à l'ENS Cachan* (2003).
- [38] BOURDET, P., AND BALLOT, E. Geometrical behavior laws for computer-aided tolerancing. In *Computer-Aided Tolerancing*. Springer, 1996, pp. 119–131.
- [39] BOX, G. E., AND COX, D. R. An analysis of transformations. *Journal of the Royal Statistical Society : Series B (Methodological)* 26, 2 (1964), 211–243.
- [40] BOYLES, R. A. Corrigenda. *Journal of Quality Technology* 23 (1991), 382–383.
- [41] BRETEAU, P. Simulation d'assemblage flexible par la mesure-application au domaine de l'aéronautique. *These de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan* (2009).
- [42] BURR, I. W. Parameters for a general system of distributions to match a grid of α_3 and α_4 . *Communications in Statistics-Theory and Methods* 2, 1 (1973), 1–21.
- [43] CASTAGLIOLA, P. Evaluation of non-normal process capability indices using burr's distributions. *Quality Engineering* 8, 4 (1996), 587–593.
- [44] CASTAGLIOLA, P., AND GARCIA CASTELLANOS, J.-V. Process capability indices dedicated to bivariate non normal distributions. *Journal of Quality in Maintenance Engineering* 14, 1 (2008), 87–101.
- [45] CAUX, M., AND ANSELMETTI, B. 3d iso manufacturing specifications with vectorial representation of tolerance zones. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 60, 5-8 (2012), 577–588.
- [46] CHAN, L. K., CHENG, S. W., AND SPIRING, F. A. A new measure of process capability : Cpm. *Journal of Quality Technology* 20, 3 (1988), 162–175.

- [47] CHARPENTIER, F., AND MATHIEU, L. L'analyse fonctionnelle technique, une solution pour la recherche des conditions fonctionnelles géométriques. *Actes de la journée thématique AIP-Primeca Tolérancement le long du cycle de vie du produit*, Cachan (2005).
- [48] CHASE, K. W., AND PARKINSON, A. R. A survey of research in the application of tolerance analysis to the design of mechanical assemblies. *Research in Engineering design* 3, 1 (1991), 23–37.
- [49] CHAVANNE, R. *Contribution au tolérancement fonctionnel 3D des mécanismes complexes : synthèse des spécifications et analyse de tolérances*. PhD thesis, 2011.
- [50] CHEN, H. A multivariate process capability index over a rectangular solid tolerance zone. *Statistica Sinica* (1994), 749–758.
- [51] CHEN, J.-P. Re-evaluating the process capability indices for non-normal distributions. *International Journal of Production Research* 38, 6 (2000), 1311–1324.
- [52] CHEN, J.-P., AND DING, C. G. A new process capability index for non-normal distributions. *International Journal of Quality & Reliability Management* 18, 7 (2001), 762–770.
- [53] CHEN, K., AND PEARN, W. An application of non-normal process capability indices. *Quality and Reliability Engineering International* 13, 6 (1997), 355–360.
- [54] CHIESI, F., AND GOVERNI, L. Tolerance analysis with em-tolmate. *J. Comput. Inf. Sci. Eng.* 3, 1 (2003), 100–105.
- [55] CHOU, Y.-M., POLANSKY, A. M., AND MASON, R. L. Transforming non-normal data to normality in statistical process control. *Journal of Quality Technology* 30, 2 (1998), 133–141.
- [56] CHUNG, S.-H., PEARN, W., AND YANG, Y.-S. A comparison of two methods for transforming non-normal manufacturing data. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 31, 9-10 (2007), 957–968.
- [57] CID, G. *Etablissement des relations de comportement de mécanismes avec prise en compte des écarts géométriques et des souplesses des composants*. PhD thesis, Cachan, Ecole normale supérieure, 2005.
- [58] CLÉMENT, A., VALADE, C., AND RIVIERE, A. The ttrss : 13 oriented constraints for dimensioning, tolerancing & inspection. *Series on advances in mathematics for applied sciences* 45 (1997), 24–42.
- [59] CLEMENTS, J. A. Process capability calculations, for non-normal distributions. *Quality progress* 22 (1989), 95–100.
- [60] CLOZEL, P., AND RANCE, P.-A. Mecamaster : a tool for assembly simulation from early design, industrial approach. *Geometric tolerancing of products* (2013), 241–273.
- [61] COUETARD, Y., AND TEISSANDIER, D. A tolerancing model synthesis : proportioned assembly clearance volume. In *Proceedings of the 3rd CIRP Seminar on Computer Aided Tolerancing* (1993), pp. 75–83.
- [62] COX, N. D. *How to perform statistical tolerance analysis*. American Society for Quality Control, Statistics Division, 1986.

- [63] CRAPET, M. Calcul des cotes et des tolérances : rappel des notions de probabilité et de statistique. *Note technique Renault* (1984).
- [64] CROFTS, J. Assembly tolerance problem. *Engineer* 206 (1958), 918–922.
- [65] DAVIDSON, J., MUJEZINOVIC, A., AND SHAH, J. A new mathematical model for geometric tolerances as applied to round faces. *J. Mech. Des.* 124, 4 (2002), 609–622.
- [66] DE FELIPE, D., AND BENEDITO, E. A review of univariate and multivariate process capability indices. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 92, 5-8 (2017), 1687–1705.
- [67] DE LA BRETESCHE, B. *La méthode APTE : Analyse de la valeur, analyse fonctionnelle*. Ed. Pétrelle, 2000.
- [68] DELERYD, M. On the gap between theory and practice of process capability studies. *International Journal of Quality & Reliability Management* 15, 2 (1998), 178–191.
- [69] DELERYD, M., AND VÄNNMAN, K. Process capability studies for short production runs. *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering* 5, 04 (1998), 383–401.
- [70] DELERYD, M., AND VÄNNMAN, K. Process capability plots—a quality improvement tool. *Quality and Reliability Engineering International* 15, 3 (1999), 213–227.
- [71] DELOS, V., AND TEISSANDIER, D. *PolitoCAT and politopix, open source softwares under the LGPL licence*. <http://i2m.u-bordeaux.fr/politopix.html>, 2015.
- [72] DEMING, W. E., AND EDWARDS, D. W. *Quality, productivity, and competitive position*, vol. 183. Massachusetts Institute of Technology, Center for advanced engineering study . . . , 1982.
- [73] DEMPSTER, A. P., LAIRD, N. M., AND RUBIN, D. B. Maximum likelihood from incomplete data via the em algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society : Methodological* 39, 1 (1977), 1–22.
- [74] DENIMAL, D. *Déploiement du tolérancement inertiel dans la relation client fournisseur*. PhD thesis, 2009.
- [75] DESROCHERS, A., AND CLÉMENT, A. A dimensioning and tolerancing assistance model for cad/cam systems. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 9, 6 (1994), 352–361.
- [76] DESROCHERS, A., GHIE, W., AND LAPERRIÈRE, L. Application of a unified jacobian—torsor model for tolerance analysis. *J. Comput. Inf. Sci. Eng.* 3, 1 (2003), 2–14.
- [77] DESROCHERS, A., AND RIVIÈRE, A. A matrix approach to the representation of tolerance zones and clearances. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 13, 9 (1997), 630–636.
- [78] DIANDA, D. F., QUAGLINO, M. B., AND PAGURA, J. A. Distributional properties of multivariate process capability indices under normal and non-normal distributions. *Quality and Reliability Engineering International* 33, 2 (2017), 275–295.

- [79] DING, Y., JIN, J., CEGLAREK, D., AND SHI, J. Process-oriented tolerancing for multi-station assembly systems. *Iie Transactions* 37, 6 (2005), 493–508.
- [80] EFRON, B., HASTIE, T., JOHNSTONE, I., TIBSHIRANI, R., ET AL. Least angle regression. *Annals of statistics* 32, 2 (2004), 407–499.
- [81] EVANS, D. H. Statistical tolerancing : The state of the art : Part ii. methods for estimating moments. *journal of quality technology* 7, 1 (1975), 1–12.
- [82] EVANS, D. H. Statistical tolerancing : The state of the art : Part iii. shifts and drifts. *Journal of Quality Technology* 7, 2 (1975), 72–76.
- [83] FALGARONE, H., THIÉBAUT, F., COLOOS, J., AND MATHIEU, L. Variation simulation during assembly of non-rigid components. realistic assembly simulation with anatoleflex software. *Procedia Cirp* 43, 2016 (2016), 202–207.
- [84] FRÈRE, L.-M., ROYER, M., AND FOURCADE, J. Tolerance analysis using a computer aided tolerancing software : Anatole 3d. *Procedia CIRP* 75 (2018), 267–272.
- [85] FRIEDMAN, J., HASTIE, T., AND TIBSHIRANI, R. Regularization paths for generalized linear models via coordinate descent. *Journal of statistical software* 33, 1 (2010), 1.
- [86] GABEL, S. Process performance chart. In *ASQC Quality Congress Transactions, San Francisco, CA* (1990), pp. 683–688.
- [87] GAUNET, D. Vectorial tolerancing model. In *3rd CIRP Seminar on Computer Aided Tolerancing* (1993), pp. 25–50.
- [88] GAUNET, D. 3d functional tolerancing & annotation : Catia tools for geometrical product specification. In *Geometric Product Specification and Verification : Integration of Functionality*. Springer, 2003, pp. 25–33.
- [89] GIBSON, J. A new approach to engineering tolerances, 1951.
- [90] GLANCY, C. G. A second-order method for assembly tolerance analysis. In *In Proceedings of the ASME Design Automation Conference* (1999), Citeseer.
- [91] GLANCY, C. G., AND CHASE, K. W. *A second-order method for assembly tolerance analysis*. PhD thesis, Brigham Young University. Department of Mechanical Engineering, 1994.
- [92] GRAVES, S. B. Tolerance analysis considering manufacturing variability and the cost of deviating from the nominal. Tech. rep., 1994.
- [93] GRAVES, S. B. How to reduce costs using a tolerance analysis formula tailored to your organization. Tech. rep., 1997.
- [94] GRAVES, S. B., AND BISGAARD, S. Five ways statistical tolerancing can fail, and what to do about them. *Quality engineering* 13, 1 (2001), 73–82.
- [95] GREENWOOD, W., AND CHASE, K. A new tolerance analysis method for designers and manufacturers.

- [96] GREGORIO, J.-L. *Reverse-Engineering de structures complexes - Identification de la géométrie des composants d'un assemblage avec défauts*. PhD thesis, Ecole Normale Supérieure Paris-Saclay, 2020.
- [97] GREGORIO, J.-L., LARTIGUE, C., THIÉBAUT, F., AND FALGARONE, H. A reverse-engineering approach for the management of product geometrical variations during assembly. In *Advances on Mechanics, Design Engineering and Manufacturing II*. Springer, 2019, pp. 194–202.
- [98] HAGHIGHI, P., MOHAN, P., KALISH, N., VEMULAPALLI, P., SHAH, J. J., AND DAVIDSON, J. K. Toward automatic tolerancing of mechanical assemblies : first-order gd&t schema development and tolerance allocation. *Journal of Computing and Information Science in Engineering* 15, 4 (2015).
- [99] HAGHIGHI, P., MOHAN, P., SHAH, J. J., AND DAVIDSON, J. K. A framework for explicating formal geometrical and dimensional tolerances schema from manufacturing process plans for three-dimensional conformance analysis. *Journal of Computing and Information Science in Engineering* 15, 2 (2015).
- [100] HSIANG, T., AND TAGUCHI, G. A tutorial on quality control and assurance-the taguchi methods. In *ASA Annual Meeting Las Vegas, Nevada, USA* (1985).
- [101] HUBER, P. J. A robust version of the probability ratio test. *The Annals of Mathematical Statistics* (1965), 1753–1758.
- [102] ISO, T. . Iso 8015 : 2011 : Geometrical product specification (gps)–fundamentals–concepts, principles and rules, 2011.
- [103] JEANG, A. Optimal process capability analysis for process design. *International Journal of Production Research* 48, 4 (2010), 957–989.
- [104] JOHNSON, D. B. Efficient algorithms for shortest paths in sparse networks. *Journal of the ACM (JACM)* 24, 1 (1977), 1–13.
- [105] JURAN, J. M. *Managerial breakthrough : A new concept of the manager's job*. McGraw-Hill Companies, 1964.
- [106] JURAN, J. M., GRZYNA, F. M., AND BINGHAM, R. S. *Quality control handbook*, vol. 3. McGraw-Hill New York, 1951.
- [107] JURAN, J. M., AND GRZYNA JR, F. *Quality planning and analysis : From product development through use*, mcgraw-hill, 1980.
- [108] KANE, V. E. Process capability indices. *Journal of quality technology* 18, 1 (1986), 41–52.
- [109] KOLMOGOROV, A. Sulla determinazione empirica di una legge di distribuzione. *Inst. Ital. Attuari, Giorn.* 4 (1933), 83–91.
- [110] KOTZ, S., AND JOHNSON, N. L. Process capability indices—a review, 1992–2000. *Journal of quality technology* 34, 1 (2002), 2–19.

- [111] KOTZ, S., PEARN, W. L., AND JOHNSON, N. Some process capability indices are more reliable than one might think. *Journal of the Royal Statistical Society : Series C (Applied Statistics)* 42, 1 (1993), 55–62.
- [112] LANGE, K. L., LITTLE, R. J., AND TAYLOR, J. M. Robust statistical modeling using the t distribution. *Journal of the American Statistical Association* 84, 408 (1989), 881–896.
- [113] LAPERRIÈRE, L., AND ELMARAGHY, H. A. Tolerance analysis and synthesis using jacobian transforms. *Cirp Annals* 49, 1 (2000), 359–362.
- [114] LAPERRIÈRE, L., GHIE, W., AND DESROCHERS, A. Statistical and deterministic tolerance analysis and synthesis using a unified jacobian-torsor model. *CIRP Annals* 51, 1 (2002), 417–420.
- [115] LECOMPTE, J., LEGOFF, O., AND HASCOET, J.-Y. Technological form defects identification using discrete cosine transform method. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 51, 9-12 (2010), 1033–1044.
- [116] LILLIEFORS, H. W. On the kolmogorov-smirnov test for normality with mean and variance unknown. *Journal of the American statistical Association* 62, 318 (1967), 399–402.
- [117] LIU, J., HUANG, W., KONG, Z., AND ZHOU, Y. Process capability analysis with gd&t specifications. V02AT02A063–V02AT02A063.
- [118] LIU, P.-H., AND CHEN, F.-L. Process capability analysis of non-normal process data using the burr xii distribution. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 27, 9-10 (2006), 975–984.
- [119] MA, J., XU, L., AND JORDAN, M. I. Asymptotic convergence rate of the em algorithm for gaussian mixtures. *Neural Computation* 12, 12 (2000), 2881–2907.
- [120] MANDEL, J. Repeatability and reproducibility. *Journal of Quality Technology* 4, 2 (1972), 74–85.
- [121] MANSOOR, E. The application of probability to tolerances used in engineering designs. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* 178, 1 (1963), 29–39.
- [122] MARGUET, B., FALGARONE, H., AND CHEVASSUS, N. Anatole : un outil d’analyse 3d des variations géométriques pour la conception de produit aéronautique. *Revue internationale de CFAO et d’informatique graphique* 18, 1 (2003), 113–122.
- [123] MARRON, J. S., AND WAND, M. P. Exact mean integrated squared error. *The Annals of Statistics* (1992), 712–736.
- [124] MATHIEU, L. *Contribution à la maîtrise des variations géométriques des produits le long de leur cycle de vie*. PhD thesis, 2007.
- [125] MATHIEU, L., AND BALLU, A. Geospelling : a common language for specification and verification to express method uncertainty. In *Proc. of 8th CIRP seminar on computer aided tolerancing* (2003), pp. 28–29.

- [126] McLACHLAN, G., AND PEEL, D. Finite mixture models.,(john wiley & sons : New york.).
- [127] McLACHLAN, G. J., KRISHNAN, T., AND NG, S. K. The em algorithm. papers/humboldt-universität berlin. *Center for Applied Statistics and Economics (CASE)* 24 (2004).
- [128] MINKOWSKI, H. Theorie der konvexen körper, insbesondere begründung ihres oberflächenbegriffs. *Gesammelte Abhandlungen* 2 (1911), 131–229.
- [129] MOUNAUD, M., THIEBAUT, F., BOURDET, P., FALGARONE, H., AND CHEVASSUS, N. Assembly sequence influence on geometric deviations propagation of compliant parts. *International Journal of Production Research* 49, 4 (2011), 1021–1043.
- [130] MUJEZINOVIC, A. *A new mathematical model for representing geometric tolerances*. PhD thesis, Arizona State University, 1999.
- [131] MUJEZINOVIC, A., DAVIDSON, J., AND SHAH, J. A new mathematical model for geometric tolerances as applied to polygonal faces. *J. Mech. Des.* 126, 3 (2004), 504–518.
- [132] NAIM, I., AND GILDEA, D. Convergence of the em algorithm for gaussian mixtures with unbalanced mixing coefficients. *arXiv preprint arXiv :1206.6427* (2012).
- [133] NELSON, L. S. Control charts for individual measurements. *Journal of Quality Technology* 14, 3 (1982), 172–173.
- [134] NESTORIDIS, V., SCHMUTZHARD, S., AND STEFANOPOULOS, V. Universal series induced by approximate identities and some relevant applications. *Journal of approximation theory* 163, 12 (2011), 1783–1797.
- [135] PAL, S. Evaluation of nonnormal process capability indices using generalized lambda distribution. *Quality Engineering* 17, 1 (2004), 77–85.
- [136] PAN, J.-N., AND HUANG, W. K. Developing new multivariate process capability indices for autocorrelated data. *Quality and Reliability Engineering International* 31, 3 (2015), 431–444.
- [137] PAN, J.-N., AND LEE, C.-Y. New capability indices for evaluating the performance of multivariate manufacturing processes. *Quality and Reliability Engineering International* 26, 1 (2010), 3–15.
- [138] PARETO, V. Essais sur la courbe de la répartition de la richesse. *Oeuvres complètes de Vilfredo Pareto*.
- [139] PEARN, W., WANG, F., AND YEN, C. Multivariate capability indices : distributional and inferential properties. *Journal of Applied Statistics* 34, 8 (2007), 941–962.
- [140] PEARN, W., AND WU, C.-W. Process capability assessment for index c pk based on bayesian approach. *Metrika* 61, 2 (2005), 221–234.
- [141] PEARN, W. L., KOTZ, S., AND JOHNSON, N. L. Distributional and inferential properties of process capability indices. *Journal of Quality Technology* 24, 4 (1992), 216–231.

- [142] PEDREGOSA, F., VAROQUAUX, G., GRAMFORT, A., MICHEL, V., THIRION, B., GRISSEL, O., BLONDEL, M., PRETTENHOFER, P., WEISS, R., DUBOURG, V., ET AL. Scikit-learn : Machine learning in python. *the Journal of machine Learning research* 12 (2011), 2825–2830.
- [143] PEEL, D., AND MCLACHLAN, G. J. Robust mixture modelling using the t distribution. *Statistics and computing* 10, 4 (2000), 339–348.
- [144] PETITCUENOT, M. *Maîtrise de la qualité géométrique des pièces de formes complexes sur tout le cycle de conception et fabrication : Application à une aube de turbine*. PhD thesis, Cachan, Ecole normale supérieure, 2015.
- [145] PIERRE, L. *Intégration du comportement thermomécanique des pièces dans l’analyse des spécifications géométriques : application à une turbine de moteur d’hélicoptère*. PhD thesis, 2011.
- [146] PIERRE, L., AND ANSELMETTI, B. Comparison of analysis line and polytopes methods to determine the result of a tolerance chain. *Journal of Computing and Information Science in Engineering* 15, 2 (2015).
- [147] PIERRE, L., TEISSANDIER, D., AND NADEAU, J. P. Variational tolerancing analysis taking thermomechanical strains into account : Application to a high pressure turbine. *Mechanism and Machine Theory* 74 (2014), 82–101.
- [148] PILLET, M. Appliquer la maîtrise statistique des processus. *Éditions d’Organi* (1995).
- [149] PILLET, M. Inertial tolerancing. *The TQM Magazine* (2004).
- [150] PILLET, M., ADRAGNA, P. A., AND DENIMAL, D. Monographie sur le tolérancement inertiel. *Université de Savoie* (2005).
- [151] PILLET, M., DENIMAL, D., ADRAGNA, P.-A., AND SAMPER, S. Interest of the inertial tolerancing method in the case of watch making micro assembly. In *International Precision Assembly Seminar* (2008), Springer, pp. 189–197.
- [152] POLANSKY, A. M. A smooth nonparametric approach to process capability. *Quality and Reliability Engineering International* 14, 1 (1998), 43–48.
- [153] RADOUANI, M. *Contribution à la validation du modèle des chaînes de cotes*. PhD thesis, Cachan, Ecole normale supérieure, 2003.
- [154] RAKOTOMALALA, R. Cours sur la pratique de la regression lineaire multiple. *Diagnostic et selection de variables (V2.1)* (2015).
- [155] RAMBERG, J. S., AND SCHMEISER, B. W. An approximate method for generating asymmetric random variables. *Communications of the ACM* 17, 2 (1974), 78–82.
- [156] RAZALI, N. M., WAH, Y. B., ET AL. Power comparisons of shapiro-wilk, kolmogorov-smirnov, lilliefors and anderson-darling tests. *Journal of statistical modeling and analytics* 2, 1 (2011), 21–33.
- [157] RIVEST, L. *Modélisation et analyse tridimensionnelles des tolérances dimensionnelles et géométriques*. 1994.

- [158] RIVIÈRE, A., GAUNET, D., DUBÉ, I., AND DESROCHERS, A. Une approche matricielle pour la représentation des zones de tolérance et des jeux. *to appear* (1994).
- [159] RODRIGUEZ, R. N. A guide to the burr type xii distributions. *Biometrika* 64, 1 (1977), 129–134.
- [160] ROY, U., AND LI, B. Representation and interpretation of geometric tolerances for polyhedral objects. ii. : Size, orientation and position tolerances. *Computer-aided design* 31, 4 (1999), 273–285.
- [161] ROYER, M. *Synthèse des spécifications de fabrication et analyse des tolérances en trois dimensions pour un produit et un process évolutifs au cours de l’industrialisation*. PhD thesis, Paris Saclay, 2017.
- [162] RYAN, B., JOINER, B., AND CRYER, J. *Minitab handbook*. No. 005.369 R988m. Toronto, CA : Brooks Cole, 2005.
- [163] SALOMONS, O., HAALBOOM, F., POERINK, H. J., VAN SLOOTEN, F., VAN HOUTEN, F., AND KALS, H. A computer aided tolerancing tool ii : tolerance analysis. *Computers in Industry* 31, 2 (1996), 175–186.
- [164] SALOMONS, O., POERINK, H. J., HAALBOOM, F., VAN SLOOTEN, F., VAN HOUTEN, F., AND KALS, H. A computer aided tolerancing tool i : tolerance specification. *Computers in Industry* 31, 2 (1996), 161–174.
- [165] SALOMONS, O. W., VAN HOUTEN, F. J., AND KALS, H. J. Current status of cat systems. In *Geometric design tolerancing : theories, standards and applications*. Springer, 1998, pp. 438–452.
- [166] SAMPER, S. *Tolérancement et analyse des structures au service des systèmes souples et du défaut de forme*. PhD thesis, Université de Savoie, 2007.
- [167] SAMPER, S., ADRAGNA, P.-A., FAVRELIÈRE, H., AND PILLET, M. Modeling of 2d and 3d assemblies taking into account form errors of plane surfaces. *Journal of computing and information science in engineering* 9, 4 (2009).
- [168] SAMPER, S., AND FORMOSA, F. Form defects tolerancing by natural modes analysis.
- [169] SAPORTA, G. *Probabilités, analyse des données et statistique*. Editions Technip, 2006.
- [170] SCAGLIARINI, M. A note on the multivariate process capability index mcpm. *Quality and Reliability Engineering International* 31, 2 (2015), 329–339.
- [171] SCHLEICH, B., ANWER, N., ZHU, Z., QIAO, L., MATHIEU, L., AND WARTZACK, S. A comparative study on tolerance analysis approaches.
- [172] SCHLEICH, B., AND WARTZACK, S. A discrete geometry approach for tolerance analysis of mechanism. *Mechanism and Machine Theory* 77 (2014), 148–163.
- [173] SCHNEIDER, H., PRUETT, J., AND LAGRANGE, C. Uses of process capability indices in the supplier certification process. *Quality Engineering* 8, 2 (1995), 225–235.
- [174] SCHOLZ, F. Tolerance stack analysis methods. *Research and technology boeing information & support services, boeing, seattle* (1995), 1–44.

- [175] SEABOLD, S., AND PERKTOLD, J. Statsmodels : Econometric and statistical modeling with python. In *Proceedings of the 9th Python in Science Conference* (2010), vol. 57, Austin, TX, p. 61.
- [176] SHAHRIARI, H., HUBELE, N., AND LAWRENCE, F. A multivariate process capability vector. *Proceedings*.
- [177] SHAPIRO, S. S., AND WILK, M. B. An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika* 52, 3/4 (1965), 591–611.
- [178] SHEWHART, W. A. Some applications of statistical methods to the analysis of physical and engineering data. *Bell System Technical Journal* 3, 1 (1924), 43–87.
- [179] SHEWHART, W. A. *Economic control of quality of manufactured product*. ASQ Quality Press, 1931.
- [180] SHEWHART, W. A., AND DEMING, W. E. *Statistical method from the viewpoint of quality control*. Courier Corporation, 1939.
- [181] SHIAU, J.-J. H., CHIANG, C.-T., AND HUNG, H.-N. A bayesian procedure for process capability assessment. *Quality and Reliability Engineering International* 15, 5 (1999), 369–378.
- [182] SHIAU, J.-J. H., HUNG, H.-N., AND CHIANG, C.-T. A note on bayesian estimation of process capability indices. *Statistics & probability letters* 45, 3 (1999), 215–224.
- [183] SILVERMAN, B. W. *Density estimation for statistics and data analysis*. Routledge, 2018.
- [184] SÖDERBERG, R., WICKMAN, C., AND LINDKVIST, L. Improving decision making by simulating and visualizing geometrical variation in non-rigid assemblies. *CIRP annals* 57, 1 (2008), 175–178.
- [185] SULLIVAN, L. Cp and cpk (letters). *Quality Progress* 18, 4 (1985), 7–8.
- [186] SULLIVAN, L. P. Reducing variability : A new approach to quality. *Quality Progress* 17, 7 (1984), 15–21.
- [187] TAAM, W., SUBBAIAH, P., AND LIDDY, J. W. A note on multivariate capability indices. *Journal of applied statistics* 20, 3 (1993), 339–351.
- [188] TAGUCHI, G. System of experimental design ; engineering methods to optimize quality and minimize costs. Tech. rep., 1987.
- [189] TANO, I., AND VÄNNMAN, K. Comparing confidence intervals for multivariate process capability indices. *Quality and Reliability Engineering International* 28, 4 (2012), 481–495.
- [190] TEISSANDIER, D. *L’union pondérée d’espaces de liberté : un nouvel outil pour la cotation fonctionnelle tridimensionnelle*. PhD thesis, Bordeaux 1, 1995.
- [191] TEISSANDIER, D., COUETARD, Y., AND DELOS, V. Operations on polytopes : application to tolerance analysis. In *Global consistency of tolerances*. Springer, 1999, pp. 425–434.

- [192] TEISSANDIER, D., COUETARD, Y., AND GÉRARD, A. A computer aided tolerancing model : proportioned assembly clearance volume. *Computer-Aided Design* 31, 13 (1999), 805–817.
- [193] THIEBAUT, F. *Contribution à la définition d'un moyen unifié de gestion de la géométrie réaliste basé sur le calcul des lois de comportement des mécanismes*. PhD thesis, Cachan, Ecole normale supérieure, 2001.
- [194] TIBSHIRANI, R. Regression shrinkage and selection via the lasso. *Journal of the Royal Statistical Society : Series B (Methodological)* 58, 1 (1996), 267–288.
- [195] TICHADOU, S. *Modélisation et quantification tridimensionnelles des écarts de fabrication pour la simulation d'usinage*. PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes (ECN), 2004.
- [196] TIKHONOV, A. N. Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method. In *Dokl. Akad. Nauk.* (1963), vol. 151, pp. 1035–1038.
- [197] TONG, L.-I., AND CHEN, J.-P. Lower confidence limits of process capability indices for non-normal process distributions. *International Journal of Quality & Reliability Management* 15, 8/9 (1998), 907–919.
- [198] VÄNNMAN, K. A unified approach to capability indices. *Statistica Sinica* (1995), 805–820.
- [199] VÄNNMAN, K. Distribution and moments in simplified form for a general class of capability indices. *Communications in statistics-theory and methods* 26, 1 (1997), 159–179.
- [200] VÄNNMAN, K. Interpreting process capability using graphical methods. Tech. rep., Technical Report 7, Division of Quality Technology and Statistics, 1997.
- [201] VÄNNMAN, K., AND KOTZ, S. A superstructure of capability indices : Distributional properties and implications. *Scandinavian Journal of Statistics* (1995), 477–491.
- [202] VÄNNMAN, K., AND KOTZ, S. A superstructure of capability indices—asymptotics and its implications. *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering* 2, 04 (1995), 343–360.
- [203] VIGNAT, F. *Contribution à l'élaboration d'un modèle 3D de simulation de fabrication pour l'analyse et la synthèse des tolérances, le modèle MMP*. PhD thesis, Grenoble INPG, 2005.
- [204] VIGNAT, F., AND VILLENEUVE, F. A numerical approach for 3d manufacturing tolerances synthesis. *arXiv preprint arXiv :0711.2116* (2007).
- [205] VIGNAT, F., VILLENEUVE, F., AND KAMALINEJAD, M. From the nominal model to a model of manufactured parts in a cad context. *Asisan International Journal of Science and Technology in Production and Manufacturing Engineering* 2 (2009), 35–42.
- [206] VIGNAT, F., VILLENEUVE, F., AND NEJAD, M. K. Analysis of the deviations of a casting and machining process using a model of manufactured parts. *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology* 2, 3 (2010), 198–207.
- [207] WANG, F., AND CHEN, J. C. Capability index using principal components analysis. *Quality Engineering* 11, 1 (1998), 21–27.

- [208] WANG, F., HUBELE, N. F., LAWRENCE, F. P., MISKULIN, J. D., AND SHAHRIARI, H. Comparison of three multivariate process capability indices. *Journal of Quality Technology* 32, 3 (2000), 263–275.
- [209] WANG, F.-K., AND HUBELE, N. F. Quality evaluation of geometric tolerance regions in form and location. *Quality engineering* 14, 2 (2002), 205–211.
- [210] WHEELER, D. J., CHAMBERS, D. S., ET AL. Understanding statistical process control.
- [211] WIRTZ, A. Vectorial tolerancing for production quality control and functional analysis in design. *Annals of the CIRP, Pennstate, USA* (1991).
- [212] WIRTZ, A. Vectorial tolerancing a basic element for quality control. In *Proc. of 3rd CIRP Seminars on Computer Aided Tolerancing* (1993), pp. 115–128.
- [213] WOOLURU, Y., SWAMY, D., AND NAGESH, P. Process capability estimation for non-normally distributed data using robust methods—a comparative study. *International Journal for Quality Research* 10, 2 (2016), 407–420.
- [214] WU, C.-W., AND PEARN, W. Capability testing based on cpm with multiple samples. *Quality and Reliability Engineering International* 21, 1 (2005), 29–42.
- [215] WU, C.-W., PEARN, W., AND KOTZ, S. An overview of theory and practice on process capability indices for quality assurance. *International journal of production economics* 117, 2 (2009), 338–359.
- [216] WU, H.-H., SWAIN, J. J., FARRINGTON, P. A., AND MESSIMER, S. L. A weighted variance capability index for general non-normal processes. *Quality and Reliability Engineering International* 15, 5 (1999), 397–402.

Annexes

Sommaire

5.1	Annexe A - Les statistiques de la MSP	199
5.1.1	Les statistiques descriptives	199
5.1.2	La densité de probabilité	200
5.1.3	La fonction de répartition	200
5.1.4	Les quantiles	201
5.1.5	Le taux de non-conformité	201
5.1.6	La loi normale d-dimensionnelle	202
5.1.7	Les cartes de contrôle	203
5.1.7.1	Définition	203
5.1.7.2	Les cartes de contrôle $I - EM$	204
5.1.7.3	Les cartes de contrôle $\bar{X} - R$	204
5.1.8	Les tests de normalité	206
5.1.8.1	Les différents tests	206
5.1.8.2	Les tests graphiques	206
5.1.8.3	Les tests calculatoires	207
5.1.8.4	Comparaison des tests	208
5.1.9	Tests d'adéquation de l'ajustement	209
5.2	Annexe B - Normalité des données du tolérancement	210
5.2.1	Définition du démonstrateur	210
5.2.2	Identification des stratégies	210
5.2.3	Comparaison des stratégies de traitement	211
5.2.4	Retours sur les travaux	213
5.3	Annexe C - Industrialisation du cas d'étude	214
5.3.1	Bibliothèque de cotation CLIC	214
5.3.2	Synthèse des spécifications des étages 2 et 3	216
5.3.3	Analyse et synthèse des tolérances des étages 2 et 3	217
5.3.4	Synthèse des spécifications de l'étage 4	218

5.3.5	Analyse et synthèse des tolérances de l'étage 4	220
5.3.6	Dossier de fabrication des composants	221
5.4	Annexe D - Régression linéaire multiple	228
5.4.1	Le modèle complet OLS	228
5.4.2	Module Python statsmodels	228
5.4.3	Critères d'ajustement du modèle	229
5.4.4	Critère d'ajustement des variables exogènes	230
5.4.5	Visualisation du modèle ajusté	231
5.4.6	Définition des hypothèses	231
5.4.7	Vérification des hypothèses sur le résidu	232
5.4.8	Étude de la colinéarité des variables de prédiction	235

5.1 Annexe A - Les statistiques de la MSP

5.1.1 Les statistiques descriptives

Dans les statistiques descriptives, μ est l'espérance et σ est l'écart-type. En MSP on estime le comportement d'un phénomène physique : le processus de fabrication. Dans ce cas, on ne connaît pas les vraies valeurs de μ et σ . En statistique, si μ est connue et que l'on souhaite estimer σ , la formule suivante doit être utilisée :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2} \quad (5.1)$$

Avec n la taille de l'échantillon, μ l'espérance et x_i la $i^{\text{ème}}$ valeur de l'échantillon n .

Si μ n'est pas connue, il faut aussi l'estimer par rapport à l'échantillon. Dans ce cas, il est commun de l'appeler moyenne arithmétique :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (5.2)$$

Si l'on souhaite estimer l'écart-type sans connaître l'espérance alors il faut utiliser $\bar{x}$ à la place de μ dans la formule (5.1). On réalise alors une estimation à partir d'une estimation, ce qui est un biais statistique. Pour pallier ce problème, il faut utiliser un estimateur non biaisé [169] de l'écart-type :

$$S_{n-1} = \hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (5.3)$$

La Variance est définie comme : $V = \hat{\sigma}^2 = (S_{n-1})^2$. Dans l'écriture statistique, $\bar{a}$ est la moyenne arithmétique du paramètre a et $\hat{a}$ est une estimation du paramètre a .

5.1.2 La densité de probabilité

La densité de probabilité (ou fonction de densité) peut être définie pour une variable aléatoire à densité, c'est-à-dire une variable aléatoire réelle ou vectorielle pour laquelle on peut calculer la probabilité d'être dans un intervalle. Pour cela on utilise une intégrale, avec pour bornes les limites de l'intervalle. Soit une variable aléatoire à densité X et un intervalle $[a, b]$, la probabilité que la variable X appartienne à $[a, b]$ est définie par :

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx \quad (5.4)$$

Avec $f(x)$ la densité de probabilité.

5.1.3 La fonction de répartition

La fonction de répartition ou CDF (Cumulative Distribution Function) d'une variable aléatoire $X \in \mathbb{R}$ caractérise la loi de probabilité de cette variable aléatoire. Soit F_X la fonction de répartition d'une variable aléatoire X de densité de probabilité f_X :

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(t) dt ; \forall x \in \mathbb{R} \quad (5.5)$$

Sur la Fig.5.1 un exemple est proposé pour faire le lien entre la densité de probabilité et la fonction de répartition. De plus, un exemple de CDF pour la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(\mu = 0, \sigma^2 = 1)$ est disponible sur la Fig.5.2.

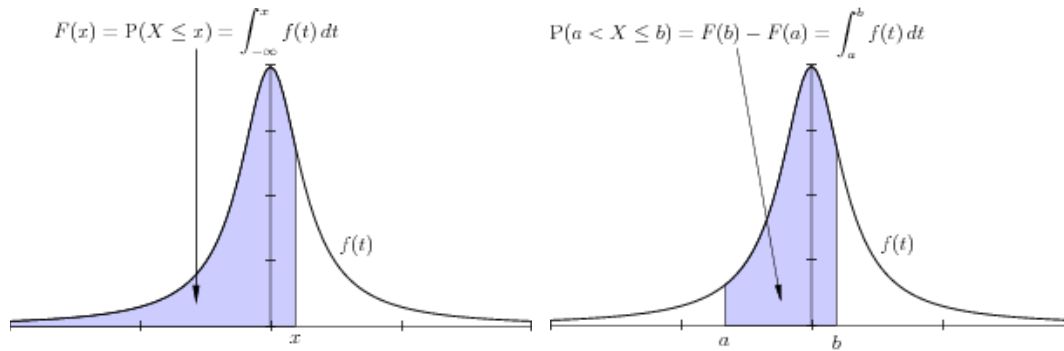


FIGURE 5.1 – Lien entre la probabilité, la densité de probabilité $f(t)$ et la fonction de répartition

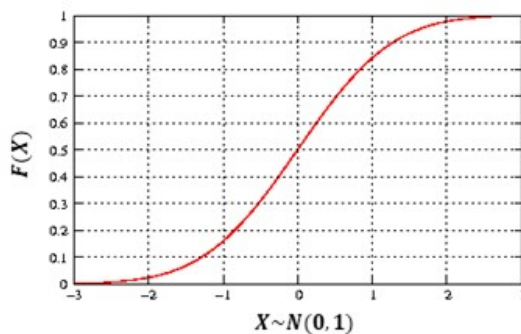


FIGURE 5.2 – Exemple de fonction de répartition

5.1.4 Les quantiles

La définition du quantile est la valeur qui divise un jeu de données en intervalles contenant le même nombre de données de part et d'autre. Par exemple, dans le cas particulier des quartiles : $Q1$ a 25% des données qui lui sont inférieures, $Q2$ est la médiane (50% des données de part et d'autre) et $Q3$ a 75% des données qui lui sont inférieures. De façon plus générale, on note q -quantiles l'ensemble des quantiles des multiples de la fraction $\frac{1}{q}$. Il y a toujours $(q - 1)$ q -quantiles et si on note i le $i^{\text{ème}}$ q -quantiles d'une variable aléatoire X alors il est défini par :

$$P(X \leq x_{i/q}) = \frac{i}{q} \quad (5.6)$$

Avec $P(X \leq a)$ la valeur de la probabilité que X soit inférieure ou égale à a . De plus, $P(X \leq a) \geq n$ de même que $P(X \geq a) \geq 1 - n$.

De même, les fractiles f sont définis comme des réels ($f \in \mathbb{R}$) compris entre 0 et 1 ($f \in [0; 1]$) et donc entre 0% et 100%. Le f -fractile est la valeur du domaine de définition de la variable aléatoire pour laquelle la fonction de répartition vaut f . C'est-à-dire que la probabilité de la variable aléatoire sous le f -fractile est de : $100 \times f$. Une représentation des fractiles pour une distribution non-normale est disponible sur la Fig.5.3.

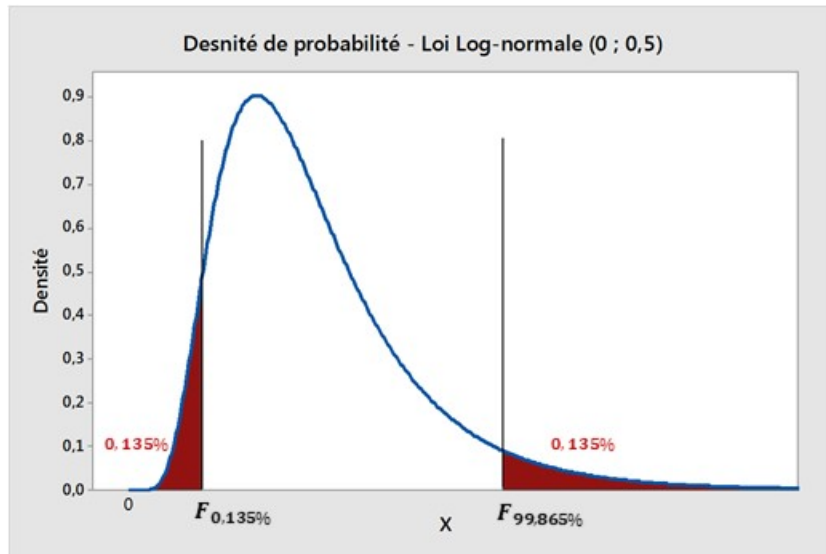


FIGURE 5.3 – Représentation des a -fractiles pour une distribution Log-normale (0; 0,5)

5.1.5 Le taux de non-conformité

La proportion de la population d'une loi statistique apprenant aux limites de spécifications USL et LSL est :

$$Yield = \int_{LSL}^{USL} dF_x \quad (5.7)$$

Avec $Yield$ le rendement ou le taux de conformité par rapport aux limites de spécification si la population de la variable aléatoire X suit la loi statistique de fonction de répartition $F(x)$.

Le taux de non-conformité (T_{NC} en %) dans le cas de la loi normale $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ est donc :

$$T_{NC} = 1 - P(LSL \leq X \leq USL) = P(X < LSL) + P(X > USL) \quad (5.8)$$

$$T_{NC} = \Phi\left(\frac{LSL - \mu}{\sigma}\right) + 1 - \Phi\left(\frac{USL - \mu}{\sigma}\right) \quad (5.9)$$

Avec $\Phi(x)$ la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite telle que $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt ; \forall x \in \mathbb{R} \quad (5.10)$$

5.1.6 La loi normale d-dimensionnelle

Soit une distribution normale multi-dimensionnelle à d dimensions : $\mathcal{N}_d(\mu, \Sigma)$ avec $d = 1$ le cas des PCIs classiques, $d = 2$ le cas des régions de tolérances elliptiques, $d = 3$ le cas des régions de tolérances sphériques et ellipsoïdiques et $d > 3$ le cas des régions de tolérances des hyper-sphères et hyper-ellipsoïdes. Avec μ le vecteur des moyennes arithmétiques et Σ la matrice des covariances. De plus les variables aléatoires sont définies par le vecteur :

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_d \end{pmatrix}, \text{ où } d \in \mathbb{N}^* \quad (5.11)$$

Les paramètres de la loi normale d-dimensionnelle sont définis comme :

$$\mu = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_d \end{pmatrix} \quad (5.12)$$

$$\Sigma = \text{Var}(\vec{X}) = \begin{pmatrix} \text{Var}(X_1) & \cdots & \text{Cov}(X_1, X_d) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Cov}(X_d, X_1) & \cdots & \text{Var}(X_d) \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

De plus, la loi normale d-dimensionnelle admet la densité de probabilité suivante (où $|\Sigma|$ est le déterminant de Σ) :

$$f_{\mu, \Sigma}(x) = \frac{1}{(2\pi)^{d/2} |\Sigma|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x - \mu)^\top \Sigma^{-1}(x - \mu)\right), \text{ où } x \in \mathbb{R}^d \quad (5.14)$$

Si $\vec{X} = X \sim \mathcal{N}_d(\mu, \Sigma)$ alors $D_M^2(X, \mu) \sim \chi_p^2$, où D_M est la distance de Mahalanobis et χ_d^2 est la loi de probabilité du Khi-deux à d -degrés de liberté. De plus, la distance de Mahalanobis est définie pour une loi normale d -dimensionnelle comme :

$$D_M(x) = \sqrt{(x - \mu)^\top \Sigma^{-1}(x - \mu)} \quad (5.15)$$

Puis, si on définit le fractile $X_{1-\alpha}(\chi_p^2)$ à $(1 - \alpha)\%$ correspondant dans une distribution du Khi-deux à d -degrés de liberté alors :

$$P(D_M^2(X, \mu) \leq X_{1-\alpha}(\chi_p^2)) = 1 - \alpha \quad (5.16)$$

Enfin, la zone de tolérance modifiée à $\alpha\%$ de non-conformité est définie comme :

$$ZT_\alpha = \{\forall x \in \mathbb{R}^d \text{ telle que : } \{D_M^2(X, \mu) \leq X_{1-\alpha}(\chi_p^2)\}\} \quad , \text{ où } \alpha \in [0,1] \quad (5.17)$$

Alors, la probabilité que l'ensemble des valeurs des variables aléatoires appartienne à la zone de tolérance modifiée est :

$$P(X \in ZT_\alpha) = 1 - \alpha \quad (5.18)$$

5.1.7 Les cartes de contrôle

5.1.7.1 Définition

Les cartes de contrôle ont été mises au point par Shewhart [179]. L'intérêt de ce type de représentation du flux de production est de pouvoir facilement observer si un procédé dérive ou s'il est décentré par rapport à la cible. Dans des ouvrages plus modernes comme le livre "*Appliquer la maîtrise statistique des procédés MSP-SPC*" de Pillet [148] un détail des cartes de contrôle existantes est proposé. Sur la Fig.5.4 il est proposé un exemple d'une carte de contrôle avec 100 données industrielles produites successivement.

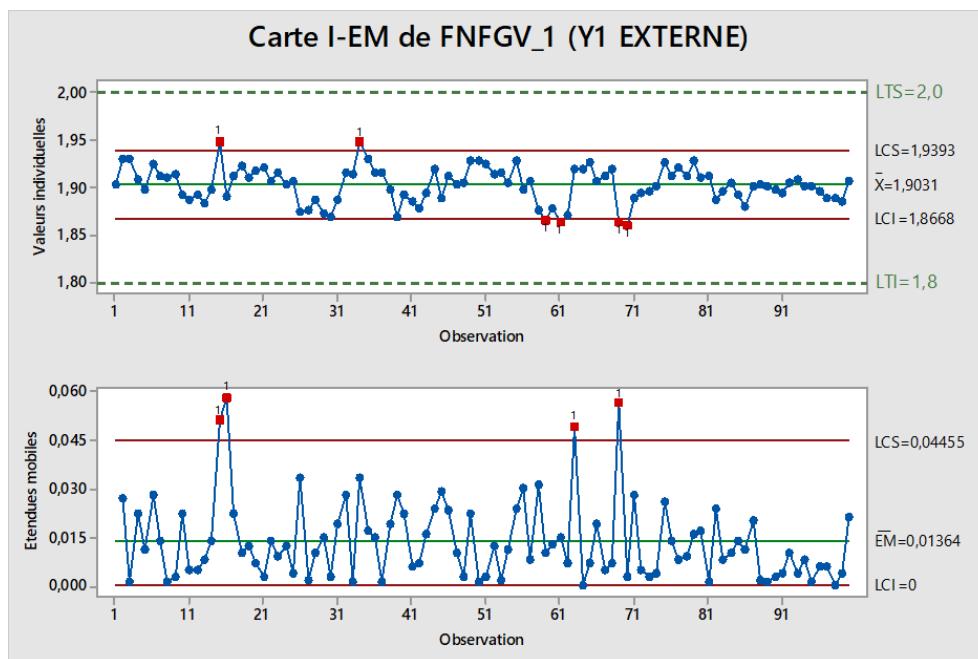


FIGURE 5.4 – Exemple d'une carte de contrôle du type $I - EM$ réalisée avec Minitab 17

Avec ce type de cartes, les limites de spécifications inférieure et supérieure sont représentées par un trait mixte en vert dans le logiciel de statistique Minitab 17. De plus, les LCI (Limite de Contrôle Inférieure) et LCS (Limite de Contrôle Supérieure) sont représentées sur les cartes de contrôle par des traits pleins rouges. Ces limites de contrôle permettent de définir les limites du comportement habituel de la production. Elles peuvent être définies de deux manières différentes :

- **Méthode ISO 17025 : 2017 [9]** : Dans ce cas les limites de contrôle sont définies par des formules en fonction du type de cartes de contrôle (Carte $\bar{X} - R$; Carte $I - EM$, Carte de contrôle d'attributs ...) et par rapport à des tables de valeurs ;

- **Valeurs historiques :** Si le procédé est historiquement stable, alors les limites de contrôle peuvent être calculées avec $\pm 3\sigma$, où σ est l'écart-type calculé sur l'échantillon de données. De plus, il faut faire l'hypothèse que l'échantillon suit une distribution normale. Cette hypothèse est souvent oubliée par les utilisateurs des limites de contrôles à $\pm 3\sigma$ et génère des erreurs d'appréciations dans le suivi de la production.

5.1.7.2 Les cartes de contrôle $I - EM$

Sur la Fig.5.4, la carte de contrôle est une carte $I - EM$, qui est utilisée pour suivre une production où toutes les pièces sont contrôlées. Dans ce cas les données sont **continues et sans sous-groupe**. Sur ce type de carte de contrôle il y a :

- Sur la partie supérieure du graphique, l'évolution de la valeur individuelle de chaque mesure : x_i , où i est la $i^{\text{ème}}$ mesure, la ligne centrale est la moyenne arithmétique $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i)}{n}$ représentée par un trait plein vert et n est le nombre de mesures ;
- Sur la partie inférieure du graphique, l'évolution de l'étendue mobile : $EM_i = \text{Max}[x_h, \dots, x_i] - \text{Min}[x_h, \dots, x_i]$ avec $h = i - w + 1$ et w la longueur de l'étendue mobile (généralement égale à 2). Puis, la ligne centrale est l'étendue mobile moyenne $\overline{EM} = \frac{\sum_{i=w}^n (EM_i)}{n - w + 1}$ représentée par un trait plein vert.

Ces types de cartes de contrôle sont utilisées dans le cas de petites productions où le produit a une forte valeur ajoutée. Par exemple, chez Safran Aircraft Engines chaque pièce est mesurée et représente un fort investissement financier de l'entreprise. Dans le cas des cartes $I - EM$, les limites de contrôle sont définies par les formules :

Pour les valeurs individuelles :

$$LCI = \bar{X} - 3 \times \frac{\overline{EM}}{d_2(w)} \quad ; \quad LCS = \bar{X} + 3 \times \frac{\overline{EM}}{d_2(w)} \quad (5.19)$$

Avec $\bar{X}$ la moyenne arithmétique de l'échantillon, $\overline{EM}$ l'étendue mobile de l'échantillon et $d_2(w) = 1,128$ le correcteur de biais dans les tables de Nelson [133].

Pour les étendues mobiles :

$$LCI = 0 \quad ; \quad LCS = d_4(w) \times \overline{EM} \quad (5.20)$$

Avec $d_4(w) = 3,267$ dans les tables de correction de biais de Nelson [133].

5.1.7.3 Les cartes de contrôle $\bar{X} - R$

Parmi les cartes de contrôle les plus utilisées, il y a les cartes $\bar{X} - R$ qui sont utilisées pour surveiller une production où un lot d'échantillons est prélevé toutes les heures par exemple. Ces cartes sont donc adaptées au **contrôle par échantillon qui forme des sous-groupes** de la production. La méthode est principalement utilisée pour les productions en grande série. Un exemple est disponible sur la Fig.5.5.

Dans ce type de carte de contrôle, N est le nombre de sous-groupes et n_i le nombre de mesures du sous groupe i . Il y a comme informations sur ce type de carte :

- Sur la partie supérieure du graphique, l'évolution de la moyenne arithmétique de chaque sous-groupe : $\bar{x}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i}(x_{ij})}{n_i}$ avec i le $i^{\text{ème}}$ sous-groupe et j la $j^{\text{ème}}$ mesure du sous-groupe i . De plus, la ligne centrale est la moyenne des moyennes avec $\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^N(\bar{x}_i)}{\sum_{i=1}^N(n_i)}$, représentée par un trait plein vert ;
- Sur la partie inférieure du graphique, l'évolution de l'étendue de chaque sous-groupe $r_i = \text{Max}[x_1, \dots, x_{n_i}] - \text{Min}[x_1, \dots, x_{n_i}]$ avec i le $i^{\text{ème}}$ sous-groupe et n_i le nombre de mesures du sous-groupe i . De plus, la ligne centrale est l'étendue moyenne $\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^N(r_i)}{N}$, représentée par un trait plein vert.

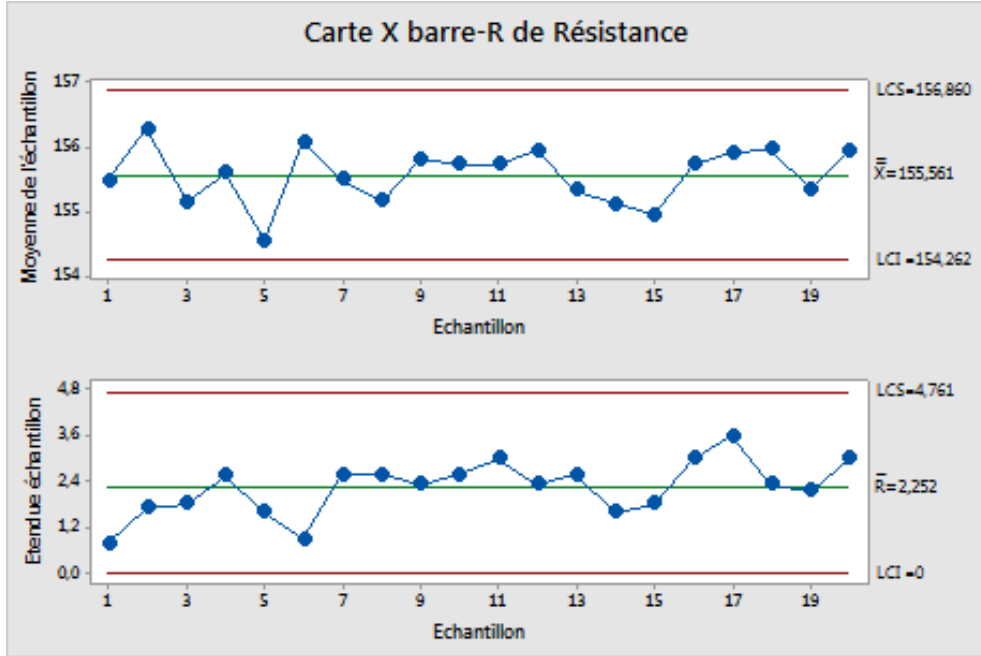


FIGURE 5.5 – Exemple d'une Carte de contrôle du type $\bar{X} - R$ réalisée avec Minitab 17

Dans le cas des cartes $\bar{X} - R$, les limites de contrôle sont définies par les formules :

Pour les moyennes des sous-groupes :

$$LCI = Cible - A_2(n_i) \times \bar{R} \quad ; \quad LCS = Cible + A_2(n_i) \times \bar{R} \quad (5.21)$$

Avec $\bar{X}$ la moyenne des étendues des sous-groupes et $A_2(n_i)$ une constante dans les tables de correction de biais de Nelson [133].

Pour les étendues des sous-groupes :

$$LCI = D_3(n_i) \times \bar{R} \quad ; \quad LCS = D_4(n_i) \times \bar{R} \quad (5.22)$$

Avec $D_3(n_i)$ et $D_4(n_i)$ des constantes dans les tables de correction de biais de Nelson [133].

Pillet [148] propose une version simplifiée des correcteurs de biais de Nelson (voir la Fig.5.6). Il y a notamment les correcteurs A_2 , D_3 et D_4 des cartes de contrôle $\bar{X} - R$ en fonction de la taille des sous-groupes notée n_i . Par les cartes $I - EM$, le correcteur de biais $d_2(w = 2)$ correspond à σ pour une taille de 2 et $d_2(w = 2)$ correspond à D_4 pour une taille de 2.

Taille	A_2	D_3	D_4	σ
2	1,880	0	3,267	1,128
3	1,023	0	2,575	1,693
4	0,729	0	2,282	2,059
5	0,577	0	2,115	2,326
6	0,483	0	2,004	2,534
7	0,419	0,076	1,924	2,707
8	0,373	0,136	1,864	2,847
9	0,337	0,184	1,816	2,970
10	0,308	0,223	1,777	3,078
11	0,285	0,256	1,744	3,173
12	0,266	0,284	1,716	3,258
13	0,249	0,308	1,692	3,336
14	0,235	0,329	1,671	3,407
15	0,223	0,348	1,652	3,472
16	0,212	0,364	1,636	3,532
17	0,203	0,379	1,621	3,588
18	0,194	0,392	1,608	3,640
19	0,187	0,404	1,596	3,689
20	0,180	0,414	1,586	3,735

FIGURE 5.6 – Table des valeurs de constantes de correction du biais [148]

5.1.8 Les tests de normalité

5.1.8.1 Les différents tests

Pour de nombreuses méthodes de calculs de capabilité et de MSP, la normalité du jeu de données est une hypothèse forte. Aujourd'hui l'information de la distribution des données est devenue obligatoire avant de commencer des analyses statistiques de capabilité sous peine de grossières erreurs d'interprétation des résultats. Cette hypothèse peut être vérifiée par des tests de normalité, ces tests peuvent être des méthodes graphiques ou alors par calcul.

Il y a deux types de tests, les tests graphiques avec le test : quantile à quantile de la loi normale (le Q-Q plot), les histogrammes à barres, le box-plot (boîte à moustaches) ou encore les droites de Henry. Il y a aussi les tests calculatoires comme les tests de Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling ou encore Lilliefors.

5.1.8.2 Les tests graphiques

Le diagramme d'histogramme à barres est une méthode graphique souvent utilisée. Cependant, il est assez difficile de juger de la normalité de l'échantillon sauf si la distribution est multi-modale ou très asymétrique. En effet, dans ce cas on rejette facilement l'hypothèse de normalité avec un test graphique. De plus, ce test est très dépendant de la bande passante choisie (la largeur de la barre par rapport aux limites de spécifications). Un exemple d'histogramme à barres est proposé sur la Fig.5.7.

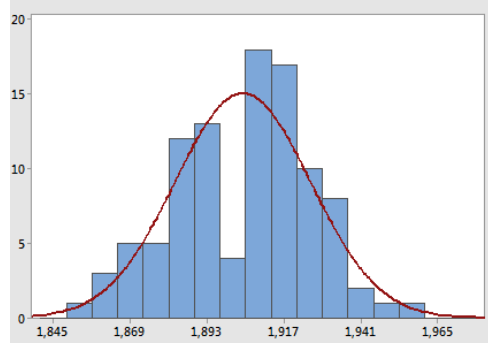


FIGURE 5.7 – Exemple d’histogramme à barres pour tester la normalité avec Minitab 17

La méthode graphique la plus performante est celle des droites de Henry qui est une variante du test par Q-Q plot. Un exemple de droite Henry est disponible sur la Fig.5.8. De plus, sur cette figure la droite centrale est la loi normale, les points sont les données et les deux autres courbes représentent les *IC* à 95% (les intervalles de confiance).

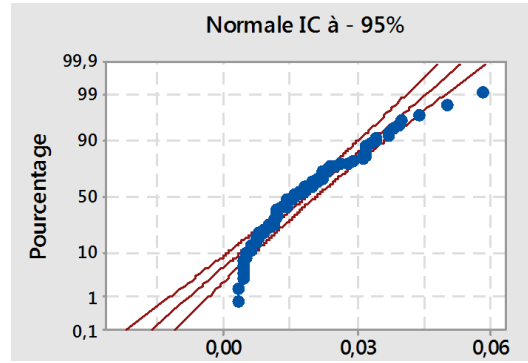


FIGURE 5.8 – Exemple de test de normalité par droites de Henry avec Minitab 17

Les tests graphiques se révèlent peu efficaces pour des données à la limite de la normalité. Ils permettent de rejeter l’hypothèse en cas de non-normalité grossière, mais pas dans des cas limites. Pour cela, il faut alors s’orienter sur des méthodes calculatoires.

5.1.8.3 Les tests calculatoires

Le test du χ^2 est un ancien test qui repose sur des hypothèses fortes. Les tests les plus utilisés sont ceux de Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling ou encore Lilliefors. Le test de **Shapiro-Wilk** [177] teste l’hypothèse nulle selon laquelle un échantillon $(x_1, \dots, x_n)$ suit une distribution normale. Il faut d’abord calculer la variable W de la manière suivante :

$$W = \frac{\left(\sum_{i=1}^n a_i x_{(i)}\right)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (5.23)$$

Avec $x_{(i)}$ le $i^{\text{ème}}$ plus petit nombre de l’échantillon, $\bar{x}$ la moyenne arithmétique et a_i une constante donnée par : $(a_1, \dots, a_n) = \frac{m^\top V^{-1}}{(m^\top V^{-1} V^{-1} m)^{1/2}}$ avec $m = (m_1, \dots, m_n)^\top$ les espérances des statistiques d’ordre et V la matrice de variance-covariance de ces statistiques d’ordre. Puis, il faut comparer W à une table pour obtenir une *p-value* en fonction du niveau α défini. α est le risque consenti et le test est validé si la *p-value* est supérieure à α .

Le test de **Ryan-Joiner** [162] est similaire au test de Shapiro-Wilk mais en utilisant une comparaison du carré du coefficient de corrélation entre une loi normale et l'échantillon.

Quant à lui, le test de **Kolmogorov-Smirnov** [109] est un test d'hypothèse pour déterminer si l'échantillon suit une loi statistique connue (loi normale ou autre) par rapport à sa fonction de répartition continue. Il peut aussi être utilisé pour savoir si deux échantillons suivent la même loi ou non. Finalement, ce test compare la valeur obtenue à des tables de valeurs critiques. Le test de **Lilliefors** [116] est le même test que celui de Kolmogorov-Smirnov mais en faisant l'hypothèse d'une loi normale dont la moyenne μ et l'écart-type σ sont inconnus. Le test de normalité d'**Anderson-Darling** [15] est un test similaire à celui de Kolmogorov-Smirnov mais plus sensible aux queues de mesures. Cela provient du fait qu'il est basé sur des tests des valeurs maximales.

Sur la Fig.5.9, il est proposé un résultat de tests de droites de Henri et du p -value calculé pour les tests de normalité d'Anderson-Darling, Shapiro-Wilk et Kolmogorov-Smirnov. Ces tests ont été effectués sur le même échantillon de données.

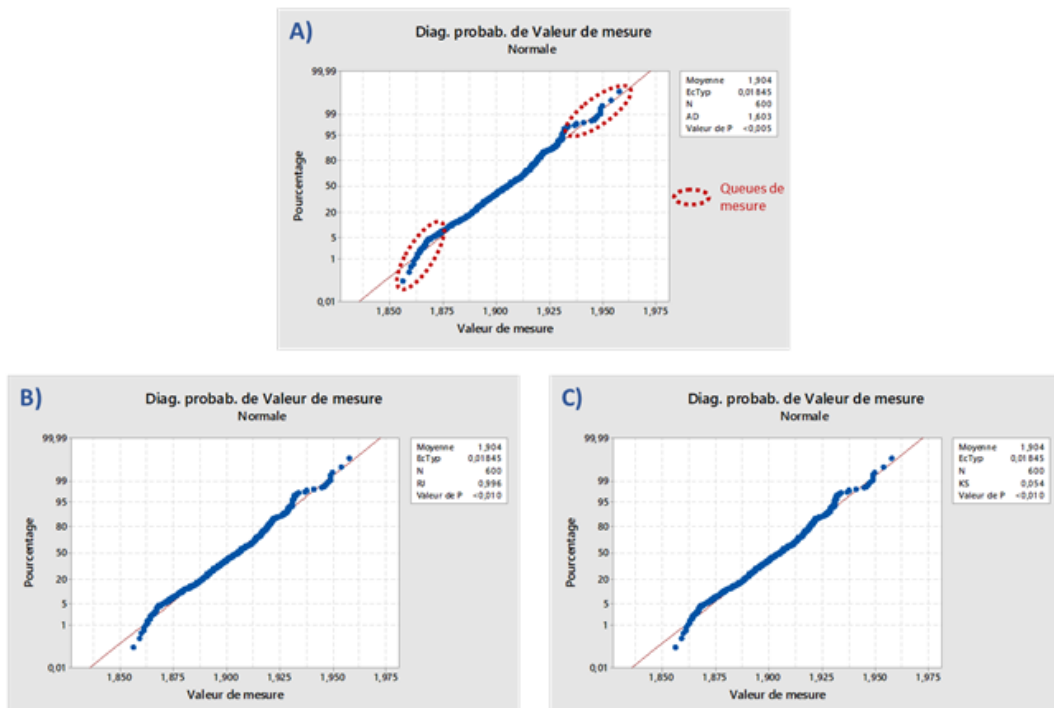


FIGURE 5.9 – Exemples de tests de normalité proposés dans l'outil de statistique Minitab 17 : A) Anderson-Darling B) Shapiro-Wilk C) Kolmogorov-Smirnov

5.1.8.4 Comparaison des tests

Il peut être difficile pour des non-statisticiens de choisir parmi tous ces tests. Le test de Ryan-Joiner est conseillé pour les petits échantillons (pour $n < 50$) et à l'inverse le test d'Anderson-Darling du fait de sa sensibilité aux queues de mesures n'est conseillé que pour les grands échantillons (pour $n > 100$). Razali [156] propose une comparaison des principaux tests (Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling et Lilliefors), il en conclut que le moins bon des tests est celui de Kolmogorov-Smirnov et le test le plus performant est celui de Shapiro-Wilk. Razali définit pour la comparaison des tests un indice de performance :

"Simulated Power". Les résultats de ces tests sont synthétisés sur la Fig.5.10. On remarque que les tests de AD (Anderson-Darling) et SK (Shapiro-Wilk) sont meilleurs que ceux de KS (Kolmogorov-Smirnov) et LF (Lilliefors).

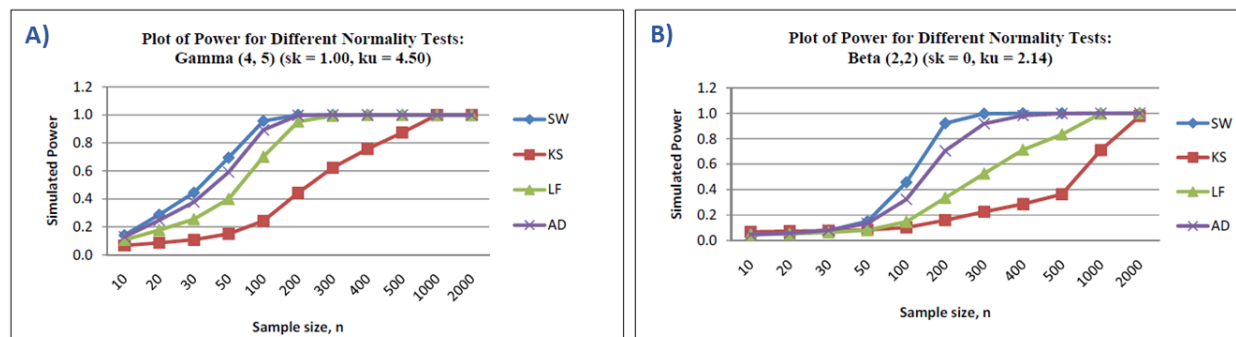


FIGURE 5.10 – Comparaison des tests de normalité AD, SK, KS et LF : **A)** avec des distributions symétriques non-normales **B)** avec des distributions asymétriques [156]

5.1.9 Tests d'adéquation de l'ajustement

Les tests d'adéquation de l'ajustement sont similaires aux tests de normalité, mais pour toutes les lois statistiques. Il y a notamment les tests d'adéquation de l'ajustement de la somme des carrés d'écarts, de Pearson ou encore de Homer-Lemeshow. Dans Minitab 17 les tests d'adéquation de l'ajustement utilisent une variante du test d'Anderson-Darling. On peut retrouver sur la Fig.5.11 un résultat de ces tests pour les lois suivantes : normale, Weibull à 3 paramètres, Normale avec transformation de Box-Cox ou de Johnson.

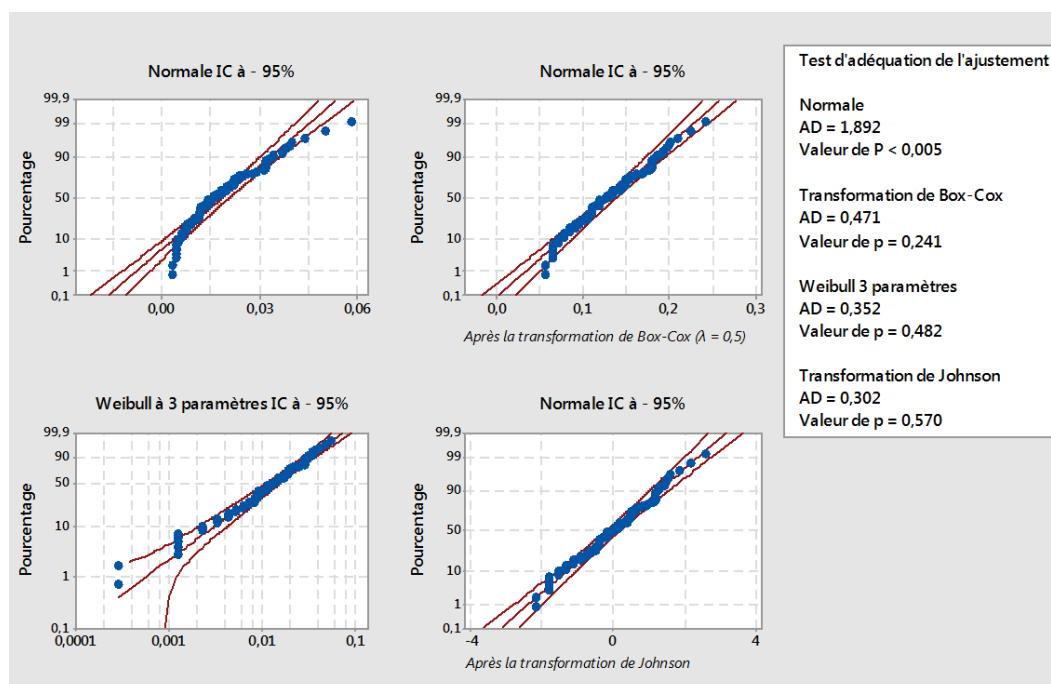


FIGURE 5.11 – Test d'adéquation de l'ajustement AD pour différentes lois

5.2 Annexe B - Normalité des données du tolérancement

5.2.1 Définition du démonstrateur

L'objectif de ces travaux est de comparer les stratégies de calcul de capabilité dans le cas des spécifications géométriques. Pour cela, on utilise 100 données de mesures du secteur de l'anneau de la turbine haute pression - Silvercrest. Une présentation synthétique de la pièce et de l'exigence sont proposées à la Fig.5.12.

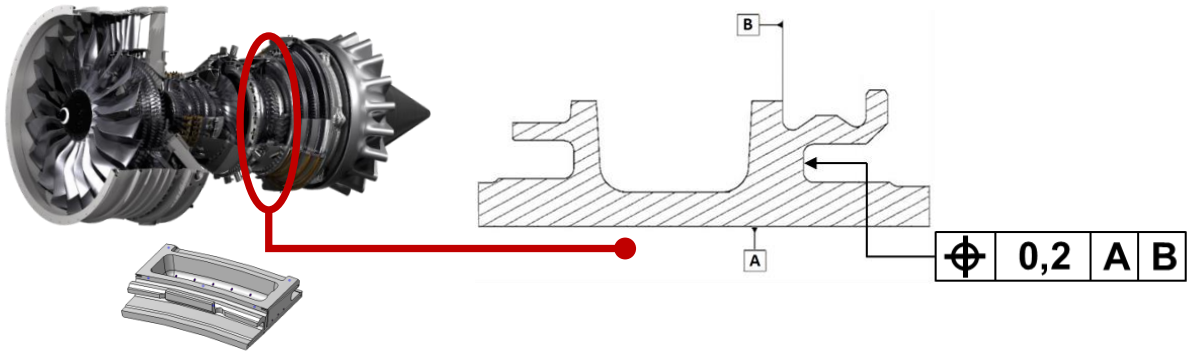


FIGURE 5.12 – Présentation de la pièce à l'étude et de la spécification concernée

5.2.2 Identification des stratégies

La spécification est mesurée en 6 points sur la Fig.5.13 et les écarts sont conservés pour chaque point. La grandeur mesurée est la distance du point par rapport à la référence B construite en métrologie. En effet, dans les normes ISO GPS on ne définit la mesure bi-points que si les surfaces sont en vis à vis. Dans ce cas, la mesure dimensionnelle n'est pas possible, et il est nécessaire de mesurer en chaque point la position par rapport une référence B .

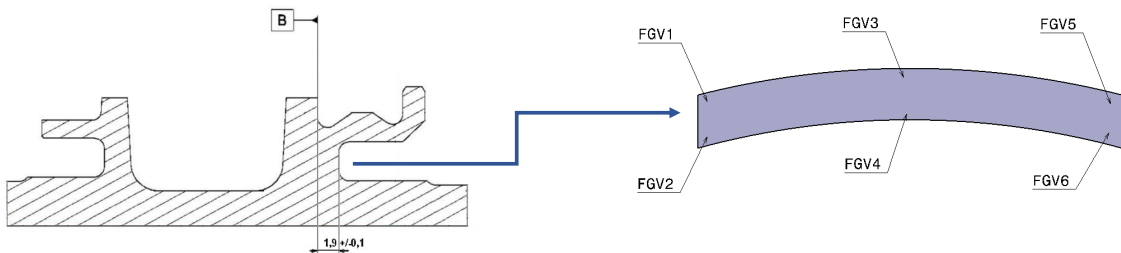


FIGURE 5.13 – Mesure de la spécification en 6 points de manière "dimensionnelle"

Avec ce type de mesures chez Safran Aircraft Engines, il est nécessaire de réaliser un traitement des données pour le calcul de l'écart de localisation défini à la Fig.5.12.

Si on utilise les indices classiques de C_p et C_{pk} , on calcule des capabilités pour des spécifications dimensionnelles en $\pm$ comme défini dans les anciennes normes X06-031, X06-050 et ISO 22514-1 : 2009 [10, 11, 7], avec pour hypothèse la normalité des données, qu'on peut vérifier par des tests comme Shapiro-Wilk ou Anderson-Darling (voir l'annexe A section 5.1.8).

Historiquement, Safran Aircraft Engines appliquait cette méthode de calcul de capabilité et les outils de calcul C_p et C_{pk} pour chacun des 6 points de la Fig.5.12. Anselmetti [19] illustre une des problématiques amenées par cette pratique sur la Fig.5.14. En effet, en chaque point, une distribution des données différente peut être observée à cause des conditions de coupe, des effets de bords, du sens de l'usinage ou encore de l'usure de l'outil.

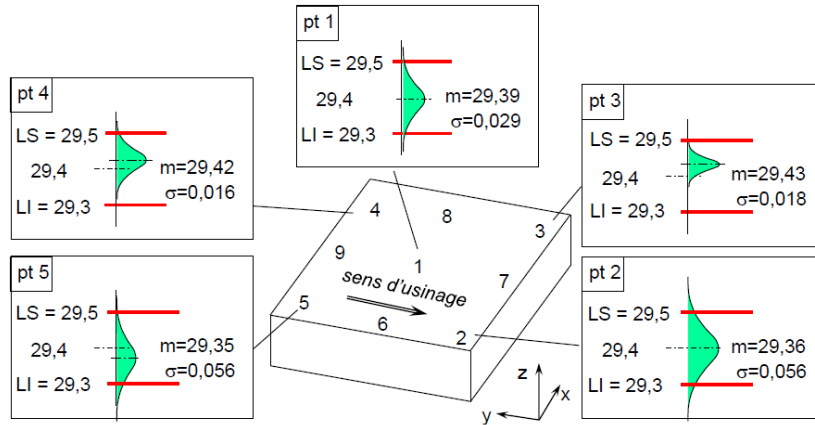


FIGURE 5.14 – Exemple de variabilité statistique à différents points d'une même surface [19]

Industriellement, l'exploitation de plusieurs capabilités pour une même exigence n'est pas simple. Sur la pièce présentée dans la section 5.2.1, les travaux consistent à comparer les méthodes de calcul de capabilité en lien avec le traitement des grandeurs mesurées en métrologie.

5.2.3 Comparaison des stratégies de traitement

Dans cette partie, plusieurs stratégies pour calculer des capabilités sont comparées pour la spécification présentée à la Fig.5.12. Parmi les stratégies envisagées, il est possible de :

- **Cas 1** : Calculer une capabilité pour chacun des 6 points sur 100 pièces, et donc travailler avec 6 valeurs pour définir une seule et même performance ;
- **Cas 2** : Mélanger 100×6 mesures pour calculer une "capabilité moyenne" de la spécification ;
- **Cas 3** : Sélectionner la pire des mesures pour chaque pièce et obtenir un échantillon de 100 mesures au pire cas, afin d'en déduire une capabilité "pire cas".

Pour l'étude de chaque stratégie, des analyses statistiques ont été réalisées en suivant le même protocole : tout d'abord une analyse des cartes de contrôle pour déceler d'éventuels incidents de production, puis une vérification de l'adéquation du jeu de mesures à une loi statistique (normale, Weibull, log-normale etc.), enfin le calcul des résultats de capabilité dans Minitab 17.

Dans le **cas 1**, chacun des 6 jeux de mesures (respectivement les 6 points de mesures de la surface) respecte les hypothèses de normalité avec le test d'Anderson-Darling. Les indices classiques peuvent être utilisés [108]. Par contre, il est difficile de savoir quelle capabilité exploiter parmi les 6 valeurs obtenues. Les valeurs de C_p et C_{pk} sont comprises dans :

$$1,66 \leq C_p \leq 1,99 \quad \text{et} \quad 1,61 \leq C_{pk} \leq 1,87 \quad (5.24)$$

Dans un contexte industriel, on cherche à avoir un indicateur unique pour déterminer l'aptitude d'un procédé de fabrication à respecter une spécification. Dans le cas 1, les valeurs de capabilité sont très variables suivant le point. Dans l'industrie, un procédé est en général dit capable si $C_{pk} \geq 1,33$. L'écart entre les capabilités aux 6 points est $\Delta_{C_{pk}} = 0,26$. Cette variation est importante au vu de la valeur minimum de capabilité recherchée. Une manière simple mais conservative est de garder la capabilité minimum.

Dans le **cas 2**, le mélange de tous les jeux de mesures est proposé afin d'obtenir une seule capabilité. Le problème est que la loi de probabilité résultante est multi-modale, ce qui ne permet pas de valider les tests d'ajustement aux lois connues dans Minitab. Il n'est donc pas possible d'obtenir une valeur de capabilité avec un bon indice de confiance. Une méthode non-paramétrique pourrait être envisagée mais il est important de se demander si la PCA de ce type de données est intéressante. Si on calcule la moyenne des écarts pour chaque pièce, la normalité du jeu de données est validée et $C_{pk} \geq 1,81$. Cependant, cette valeur représente une capabilité moyenne et n'est pas très représentative de la réalité. Dans les méthodes de chaînes de cotes et le tolérancement en général, on travaille classiquement au "pire cas".

Dans le **cas 3**, il est proposé de réaliser un "pire cas" pour permettre de sanctionner le procédé sur le pire des écarts de chaque pièce. Si on calcule le pire des écarts signés sur chaque pièce, alors la distribution est bi-modale (une loi du maximum + une loi du minimum). Ces données sont difficilement exploitables avec des méthodes classiques. Il est proposé de transformer le jeu de mesures pour chacune des 100 pièces de la manière suivante : *Maximum* $\{e_1; e_2; \dots; e_6\}$ avec $e_i = |V_{nom} - m_i|$ l'écart mesuré, $V_{nom} = 1,9$ la valeur nominale et m_i la valeur de la mesure du point i . La distribution résultante suite à ce traitement des données de mesure est une loi du maximum.

La loi de Weibull (2 ou 3 paramètres) permet de décrire ce genre de jeux de mesures. Les tests d'adéquation de l'ajustement de *AD* à la loi de Weibull à 3 paramètres donnent de très bons résultats. Un exemple de loi de Weibull est proposé sur la Fig.5.15. On obtient sur ce cas d'étude avec la loi de Weibull à 3 paramètres : $C_{pk} \geq 1,52$. Avec ce type de données il n'est pas possible de calculer les critères C_p ni les *IC* à 95% car l'exigence est uni-limite.

La densité de probabilité de la distribution de **Weibull à 2 paramètres** est définie de la manière suivante :

$$f(x; \alpha; \beta) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha-1} \exp \left(- \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha} \right) \quad (5.25)$$

Avec $\alpha > 0$ le paramètre d'échelle, $\beta > 0$ le paramètre de forme et $x \geq 0$ la variable aléatoire de la densité de probabilité.

Pour la densité de probabilité de la distribution de **Weibull à 3 paramètres** on a :

$$f(x; \alpha; \beta; \gamma) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x - \gamma}{\beta} \right)^{\alpha-1} \exp \left(- \left(\frac{x - \gamma}{\beta} \right)^{\alpha} \right) \quad (5.26)$$

Avec $x \geq 0$ et γ le paramètre de position de la distribution. Si $x < 0$ alors $f(x; \alpha; \beta; \gamma) = 0$.

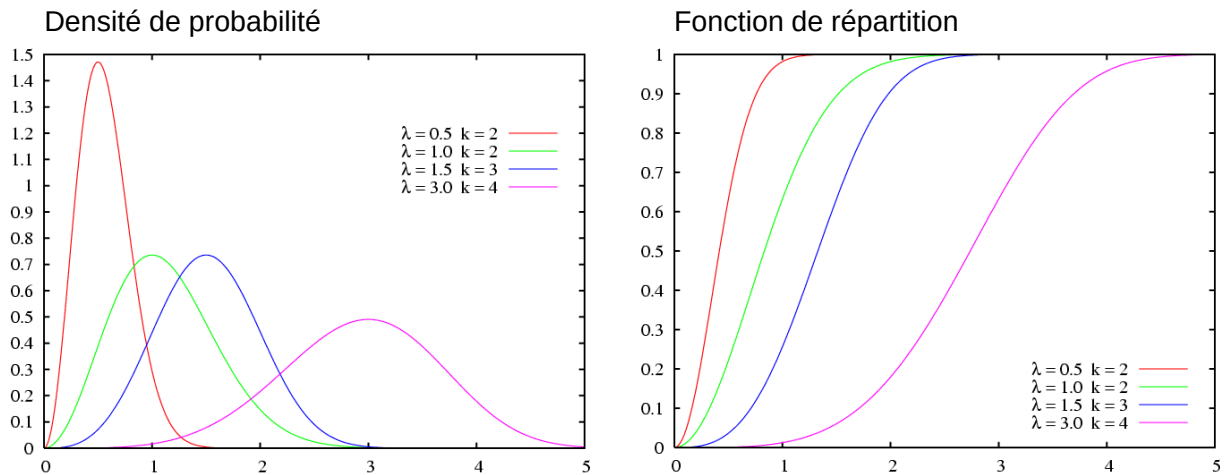


FIGURE 5.15 – Exemples de lois de Weibull à 2 paramètres

5.2.4 Retours sur les travaux

Ces travaux ont démontré que la manière dont on exploite les données peut radicalement changer la valeur de capabilité obtenue. Or, le jugement que l'on porte sur l'aptitude d'un procédé à réaliser une pièce est très dépendant de cette valeur. Dans ces travaux, le choix a été fait de ne pas regarder l'axe de recherche autour du nombre de points de mesures ni de leur emplacement sur la surface. En effet, certains projets sur le nombre de points de mesures sont déjà en cours à Safran Aircraft Engines.

Lors de l'étape de calcul des capabilités pour les différentes stratégies, les limites des méthodes usuelles de PCA ont été mises en évidence. En effet, l'hypothèse de normalité des données est très sensible aux traitements appliqués.

Chez Safran Aircraft Engines, un document interne standardise les grandeurs à relever lors de la mesure. Historiquement, les pratiques étaient très diverses en métrologie et généraient des erreurs lors des analyses. Par exemple dans le cas d'une spécification de localisation il pouvait être remonté au contrôle : l'écart au nominal signé ou deux fois la valeur absolue de l'écart au nominal. Avec ce document, Safran Aircraft Engines uniformise les pratiques afin d'être plus performant et éviter les erreurs d'interprétation.

Dans cette étude, on observe que la non-normalité des données n'est pas toujours due à des points aberrants. Elle est parfois intrinsèquement liée au type de grandeur mesurée. Dans ce cas, l'utilisation des PCIs classiques présente un risque pour l'industriel.

5.3 Annexe C - Industrialisation du cas d'étude

5.3.1 Bibliothèque de cotation CLIC

Un extrait de la bibliothèque de cotation CLIC [17] est proposée sur les Fig.5.16 et Fig.5.17. Cette bibliothèque permet de guider la synthèse des spécifications sur les jonctions de pièces.

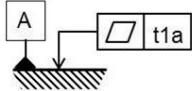
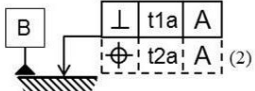
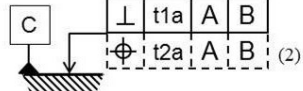
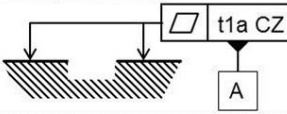
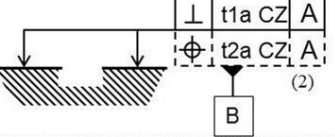
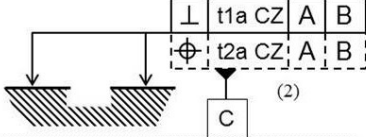
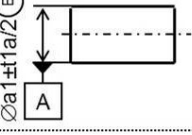
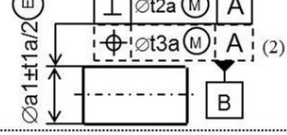
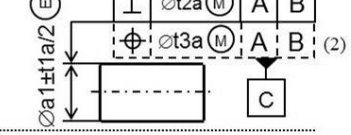
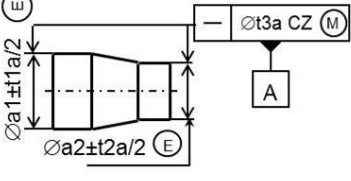
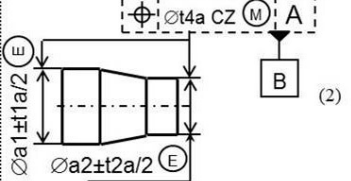
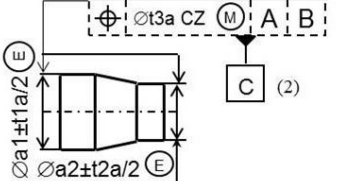
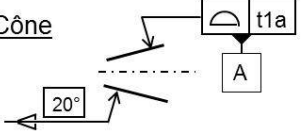
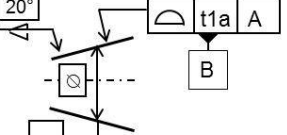
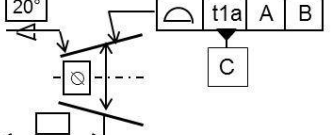
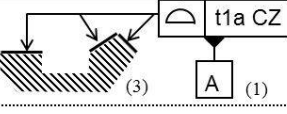
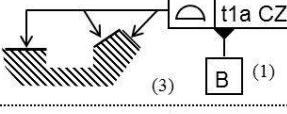
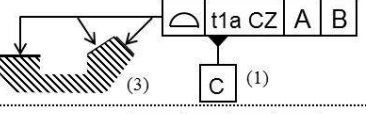
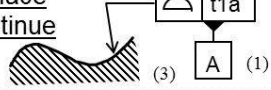
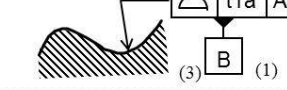
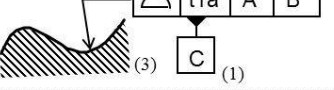
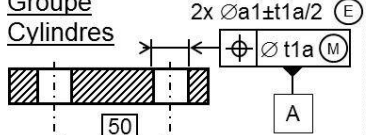
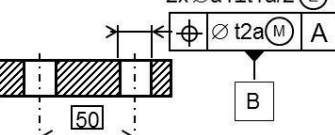
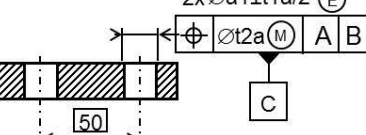
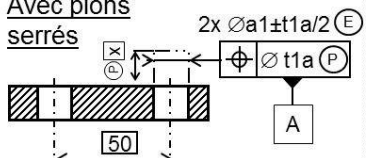
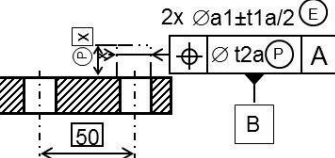
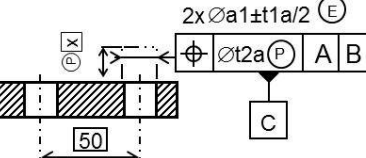
Entité primaire	Entité secondaire	Entité tertiaire
Plan 		
Plans coplanaires 		
Cylindre 		
Cylindres coaxiaux 		
Cône 		
Surface discontinue 		
Surface continue 		
Groupe Cylindres 		
Avec pions serrés 		

FIGURE 5.16 – Bibliothèque de cotation CLIC [17] partie 1

Entité primaire	Entité secondaire	Entité tertiaire
Plans parallèles symétriques 		
Groupe de Plans parallèles symétriques 		
Sphère 		
Locating <i>pas de locating en primaire</i>		
Filetage 		
Taraudage 		
Taraudage avec vis 		
Groupe Taraudages 		
Groupe Taraudages avec vis 		

- (1) Définir la référence à l'aide d'un commentaire
 (2) La localisation remplace l'orientation si la surface tolérancée est parallèle à la référence
 (3) Ajouter les cotes encadrées définissant la surface

- 4) (M) pour toutes les liaisons et les références avec du jeu favorable
 (L) pour les références avec du jeu défavorable

FIGURE 5.17 – Bibliothèque de cotation CLIC [17] partie 2

5.3.2 Synthèse des spécifications des étages 2 et 3

Les blocs Carter-Pion et Moyeu-Pions sont composés de pions de centrage achetés dans le commerce de longueur 24 mm et de diamètre 8 mm. Les pions sont montés serrés dans les composants Carter et Moyeu. Pour l'assemblage, un guide de montage et une presse hydraulique sont utilisés. Sachant que le Pion est en acier et la pièce en aluminium, il est important de bien guider le pion afin de ne pas détériorer la pièce réceptrice.

Les tableaux de mise en position des étages 2 et 3 sont définis sur la Fig.5.18. Sur la Fig.5.19 les caractéristiques géométriques et dimensionnelles du pion de centrage sont proposées. Ces caractéristiques sont celles fournies par le fabricant du Pion et ne seront pas vérifiées par la mesure dans les travaux de thèse. Une partie du Pion est mesurée lors de la mesure des blocs Carter-Pion et Moyeu-Pions.

Pièce : Carter			Repère : Étage 2		État : Version 1	
Cylindre						
C	1.g					
Serrage						
Pièce : Pion						
Cylindre						
A	5.1.a					

Pièce : Moyeu			Repère : Étage 3		État : Version 1	
Cylindre			Cylindre			
B	3.f	B	3.e			
Serrage			Serrage			
Pièce : Pions						
Cylindre			Cylindre			
A	5.2.a	A	5.3.a			

FIGURE 5.18 – Tableaux de mise en position pour les jonctions Carter/Pion et Moyeu/Pions

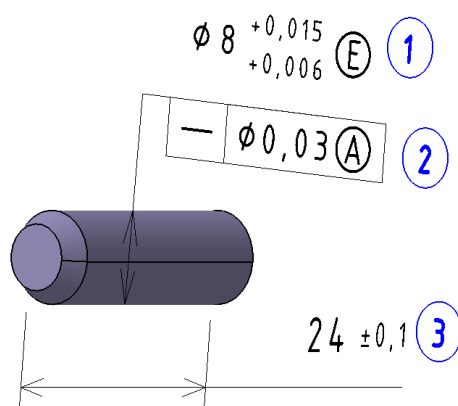


FIGURE 5.19 – Caractéristiques géométriques et dimensionnelles du Pion

Les composants Carter et Moyeu sont tolérancés en modifiant les spécifications des Fig.3.12 et Fig.3.14 par rapport aux cylindres de montage des pions. Les Fig.5.20 et Fig.5.21 présentent la synthèse des spécifications réalisées pour les composants Carter et Moyeu. La codification des tolérances est conservée pour la traçabilité du tolérancement des étages.

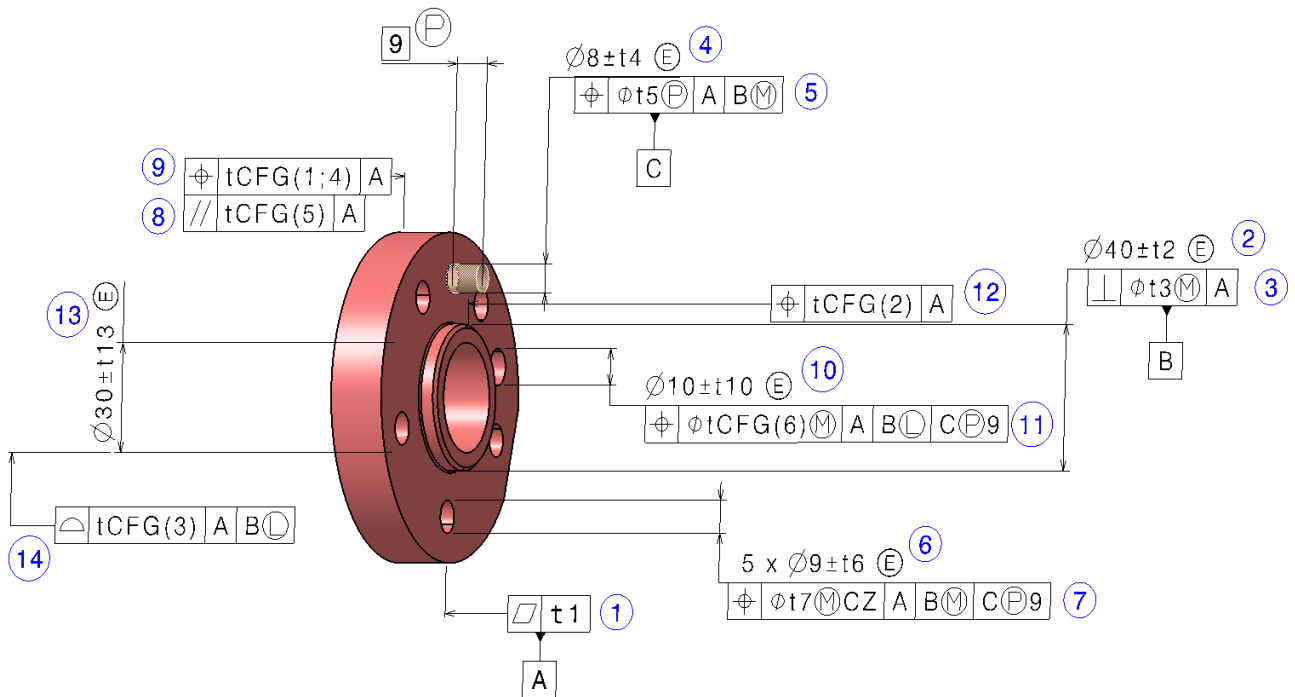


FIGURE 5.20 – Synthèse des spécifications du Carter

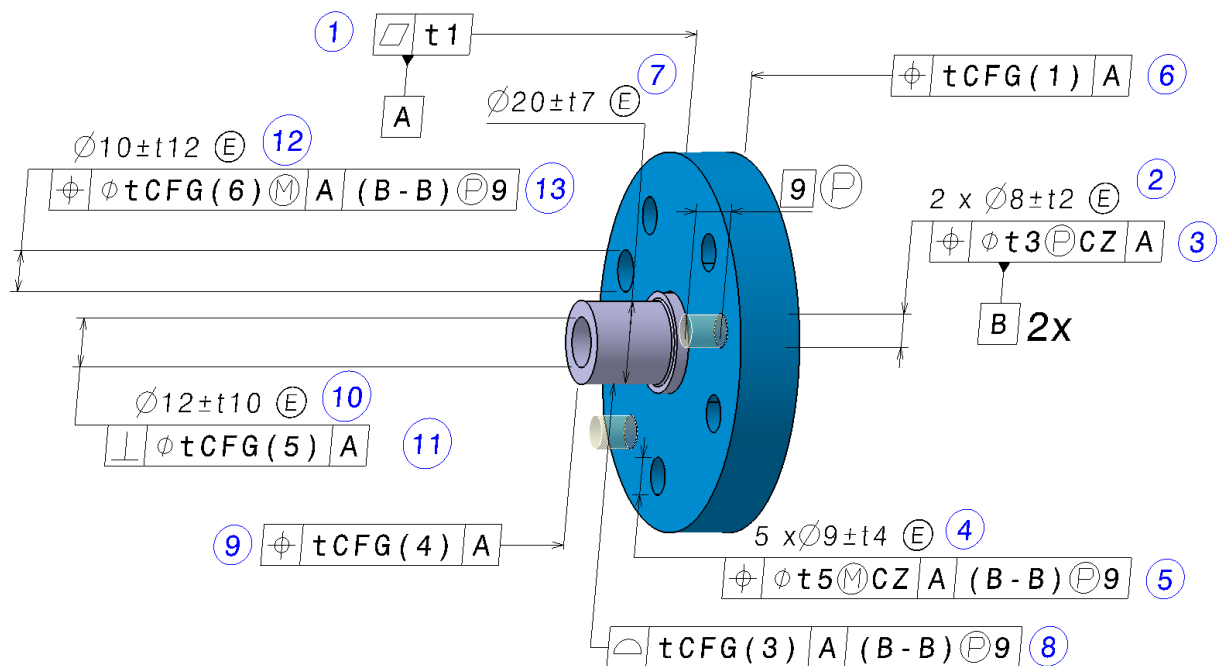


FIGURE 5.21 – Synthèse des spécifications du bloc Moyeu

5.3.3 Analyse et synthèse des tolérances des étages 2 et 3

Pour l'analyse et la synthèse des tolérances des étages 2 et 3, l'outil Anatole3D n'est pas nécessaire étant donné qu'il s'agit uniquement du montage serré des pions dans les composants Carter et Moyeu. Les valeurs de tolérances sont utilisées en prenant en compte le composant sans le pion via un modificateur de tolérance projetée (voir les Fig.5.22 et Fig.5.23).

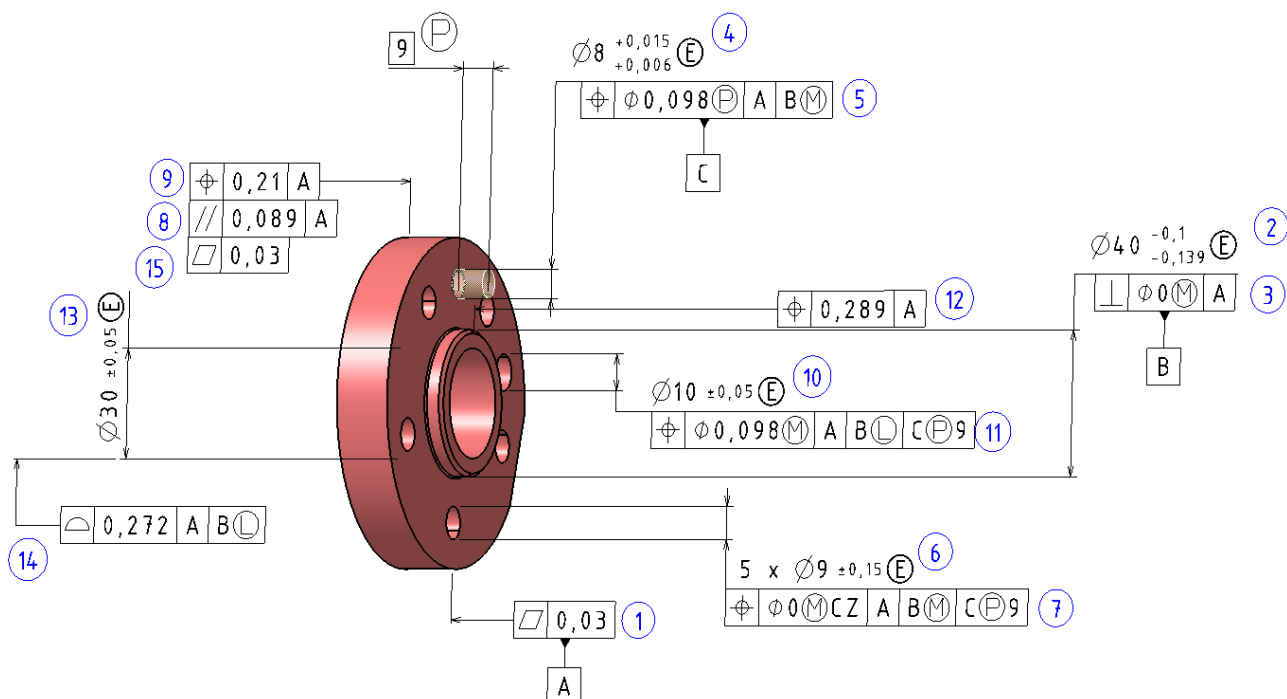


FIGURE 5.22 – Synthèse des spécifications et des tolérances du Carter

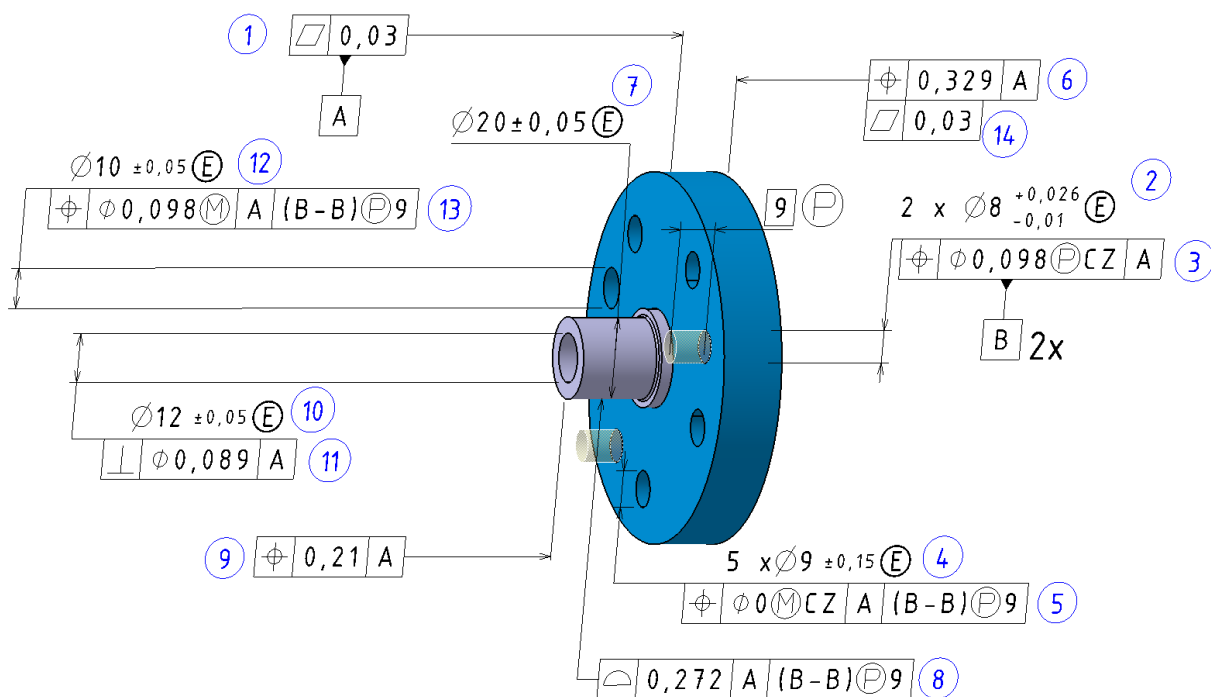


FIGURE 5.23 – Synthèse des spécifications et des tolérances du bloc Moyeu

5.3.4 Synthèse des spécifications de l'étage 4

L'étage 4 est composé des composants Corps Moyeu et de l'Axe Moyeu. Le tableau de mise en position de la Fig.5.24 décrit la jonction entre les deux pièces. Puis, à partir du tableau on réalise le tolérancement des composants Corps Moyeu et Axe Moyeu. Pour cela, on considère le Moyeu de la Fig.5.23 comme le produit fini et ses spécifications comme les exigences à réaliser. Dans ce cas, la synthèse des spécifications de l'étage 4 correspond aux composants de la Fig.5.24.

Pièce : corps Moyen		Repère : Étage 4		État : Version 1	
Cylindre		Plan			
C	3.c	A	3.a		
Serrage		Contact			
Pièce : axe Moyen					
Cylindre		Plan			
A	4.b	B	4.a		

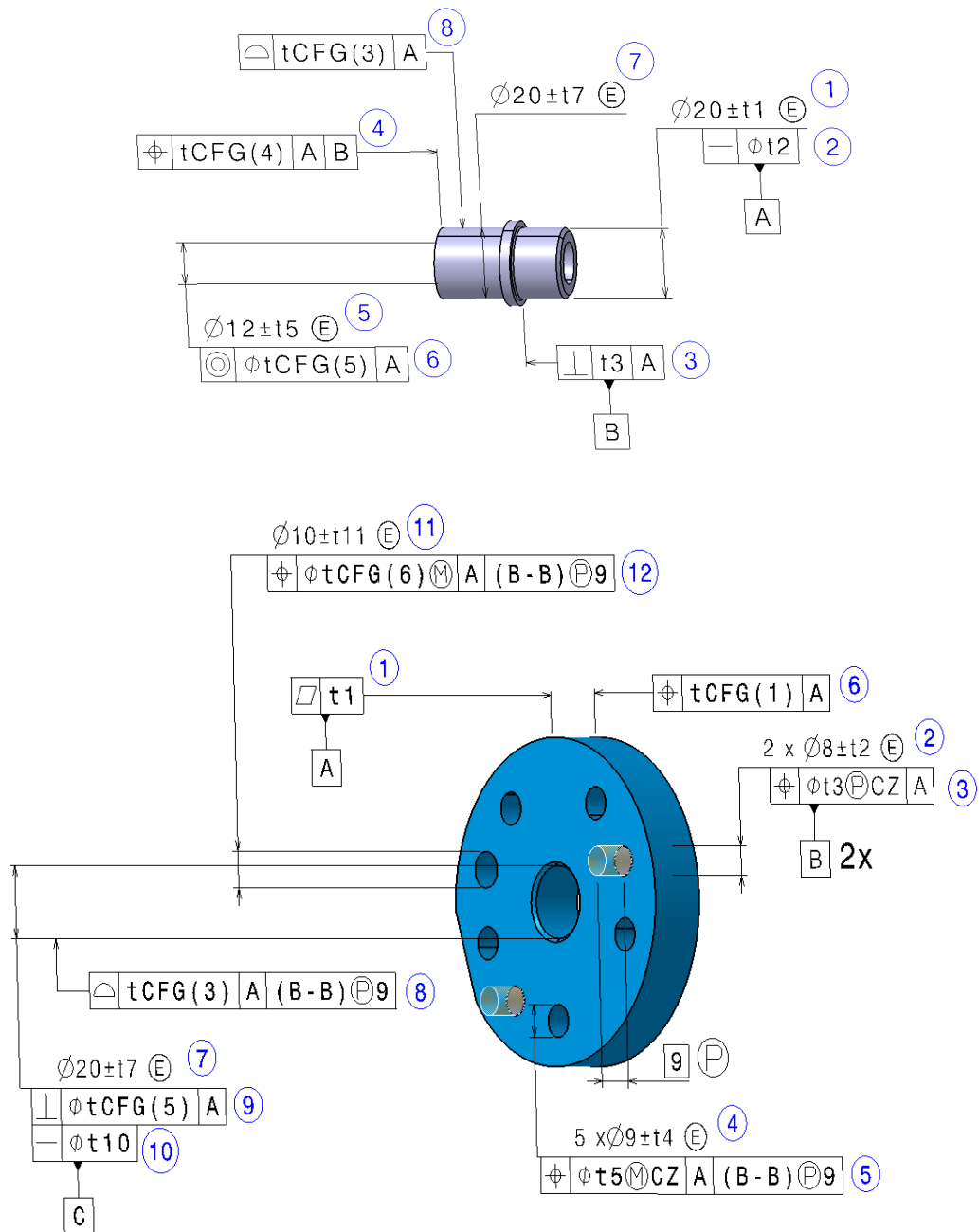


FIGURE 5.24 – Synthèse des spécifications du bloc Moyeu de l'étage 4

5.3.5 Analyse et synthèse des tolérances de l'étage 4

Dans la méthode CLIC, il faut effectuer l'analyse des tolérances d'un étage inférieur à partir du bloc d'un étage supérieur. Pour cela, on considère le bloc Moyeu de la Fig.5.23, comme le produit fini et les spécifications comme les nouvelles CFGs.

L'analyse et la synthèse des tolérances de l'étage 4 sont proposées sur la Fig.5.25. Toutes les spécifications du Moyeu sont à transférer sur les composants Corps Moyeu et Axe Moyeu. Quant aux spécifications dimensionnelles et de formes, elles sont directement transférables sur les composants. Dans le cas d'un transfert direct, la sensibilité est à 1 avec un seul maillon dans la chaîne de cotes de fabrication. Cependant, même une spécification géométrique "directe" peut impacter la synthèse des tolérances des autres chaînes de cotes de fabrication.

		Optimisation des tolérances										
		Pos_06	Ori_09	Pos_03	Pos_05	Pos_08	Pos_12	Pos_04	Pos_08	Ori_06		
N° Spécif Moyeu	IT Spécif	0.329	0.042	0.048	0.000	0.048	0.098	0.153	0.048	0.042	SOMME	MARGE
Spécif Pos_03	0.098	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0.024	0.024
Spécif Pos_05	0.000	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0.000	0
Spécif Pos_06	0.329	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0.165	0
Spécif Pos_08	0.272	0	3	1	0	1	0	0	1	0	0.135	0
Spécif Pos_09	0.210	0	1.332	0	0	0	0	1	0	0	0.104	0
Spécif Ori_11	0.089	0	0.132	0	0	0	0	0	0	0.054	0.004	0
Spécif Pos_13	0.098	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0.049	0
	Tol éco	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10		
		Corps Moyeu						Axe Moyeu				

FIGURE 5.25 – Analyse et synthèse des tolérances de l'étage 4

Finalement, à partir de la synthèse des tolérances de l'étage 4 on réalise le tolérancement des composants Axe Moyeu et Corps Moyeu des Fig.5.27 et Fig.5.26.

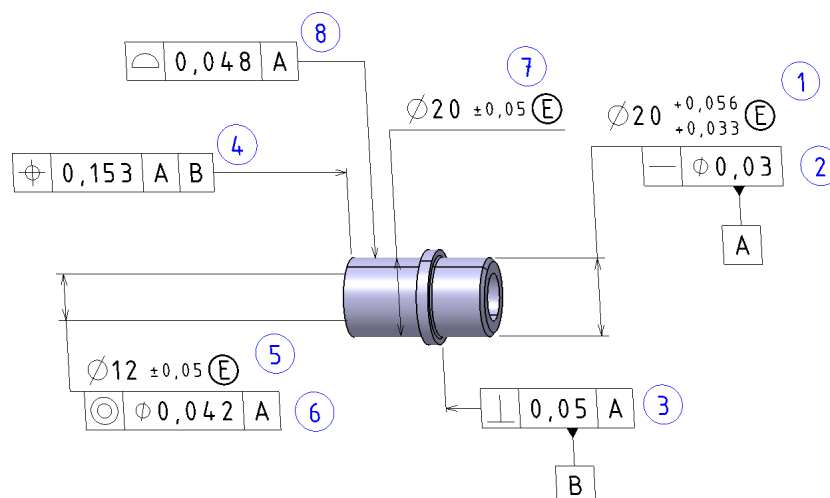


FIGURE 5.26 – Synthèse des spécifications et des tolérances de l'Axe Moyeu

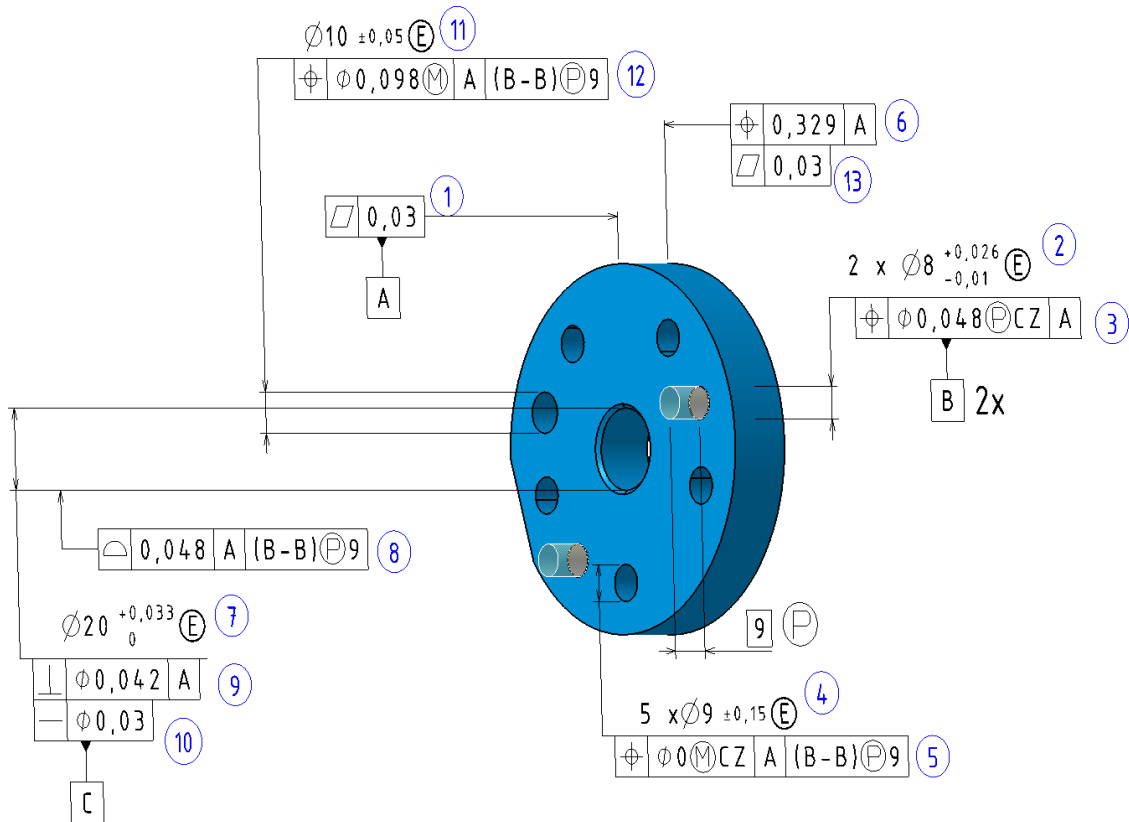


FIGURE 5.27 – Synthèse des spécifications et des tolérances du Corps Moyeu

5.3.6 Dossier de fabrication des composants

Sur les Fig.5.28, Fig.5.29 et Fig.5.30 les phases de la gamme de fabrication du Carter sont présentées. Les Fig.5.31, Fig.5.32 et Fig.5.33 présentent les phases de la Tôle Mince. Les Fig.5.34, Fig.5.35 et Fig.5.36 présentent les phases du Corps Moyeu. Enfin, les Fig.5.37 et Fig.5.38 présentent les phases de l'Axe Moyeu.

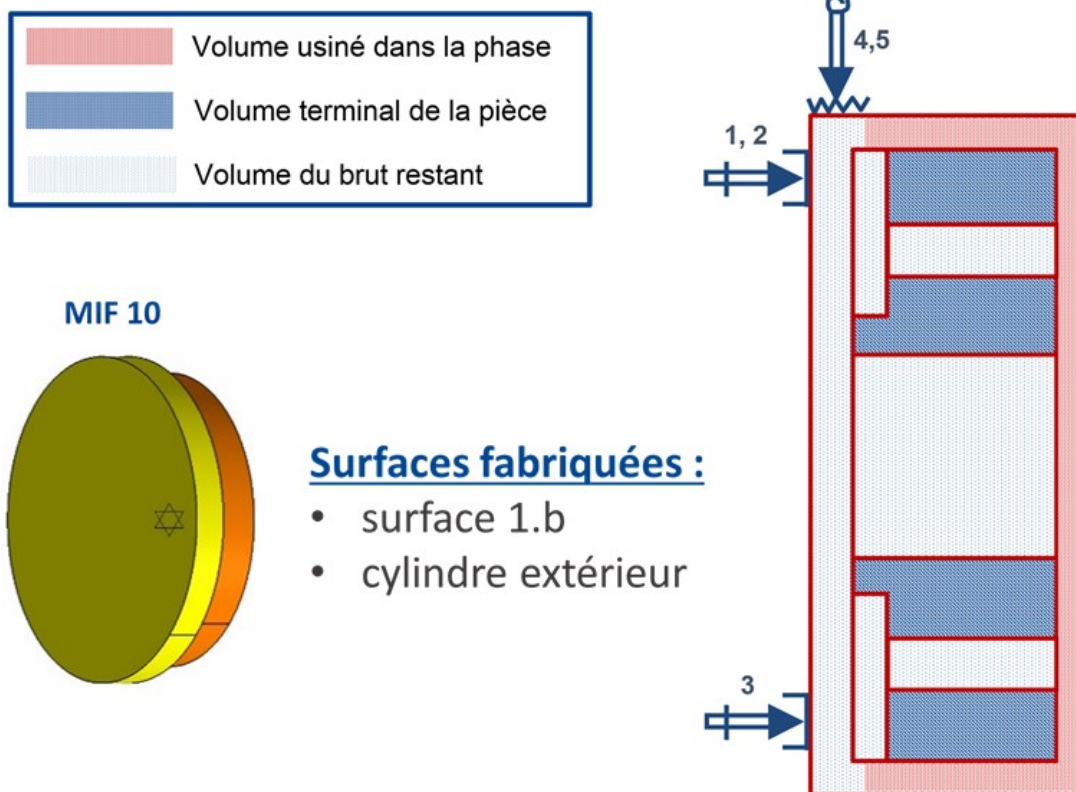


FIGURE 5.28 – Gamme de fabrication du Carter phase 10 en tournage

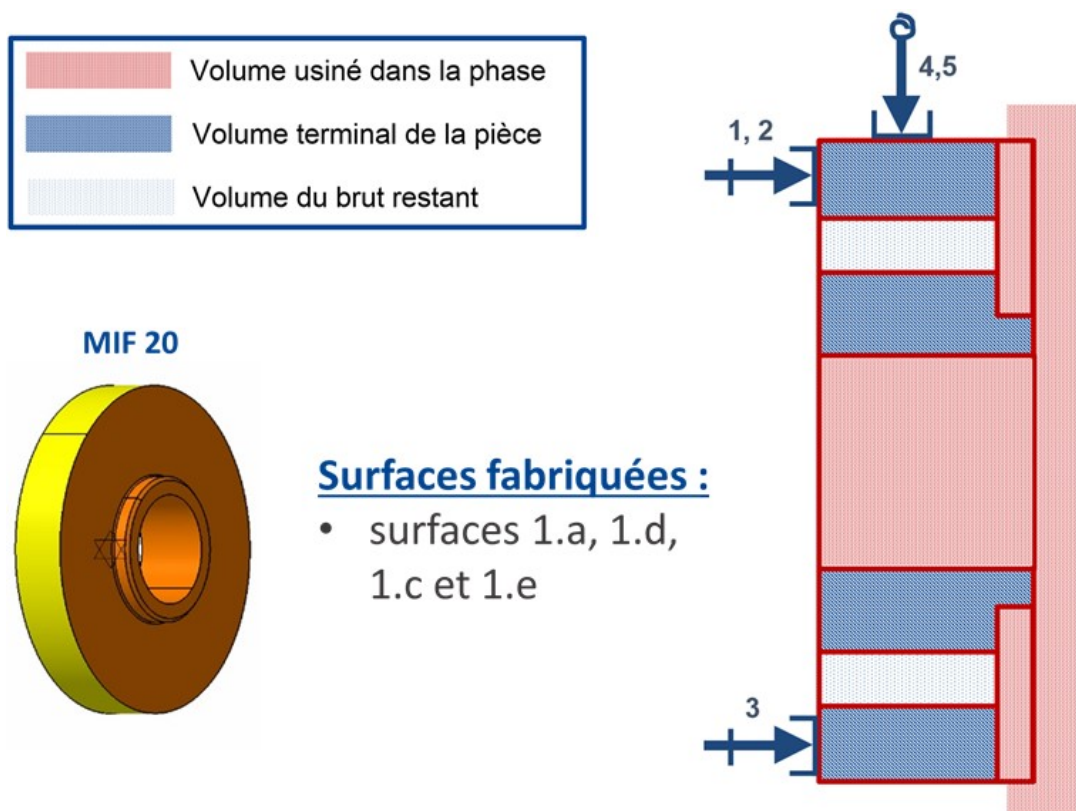
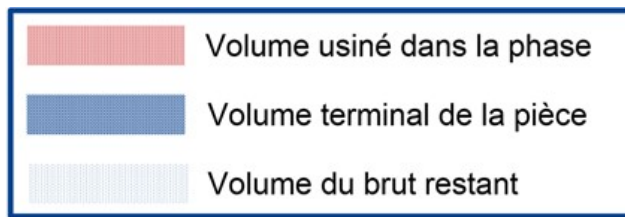
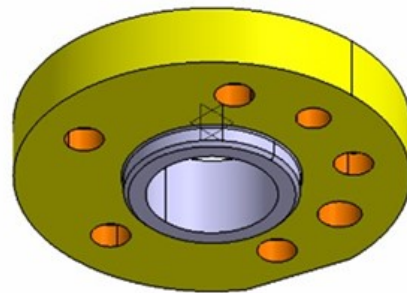


FIGURE 5.29 – Gamme de fabrication du Carter phase 20 en tournage



MIF 30



Surfaces fabriquées :

- surfaces 1.g et 1.f
- cylindres des vis
- méplat de marquage

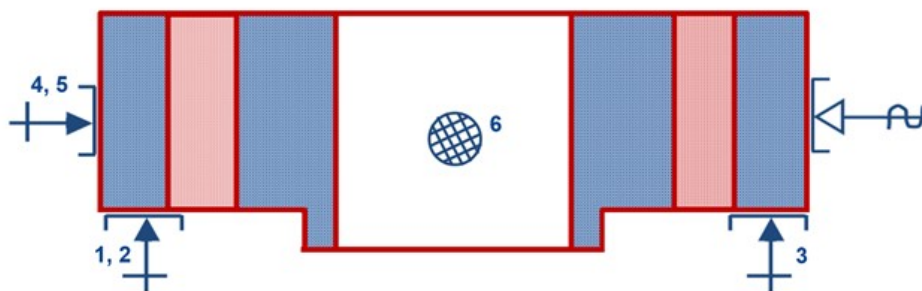
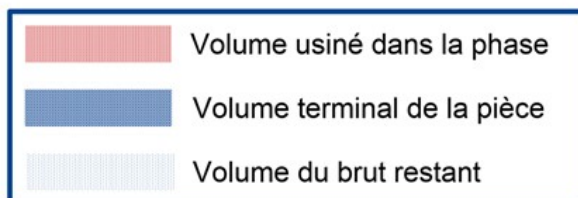
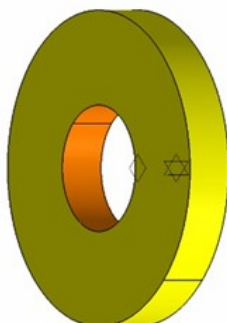


FIGURE 5.30 – Gamme de fabrication du Carter phase 30 en fraisage



MIF 10



Surfaces fabriquées :

- surfaces 2.b et 2.c

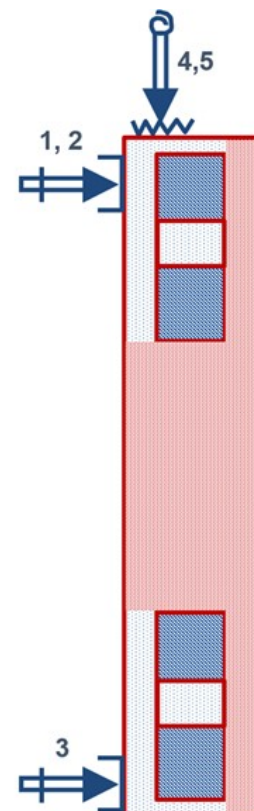


FIGURE 5.31 – Gamme de fabrication de la Tôle mince phase 10 en tournage

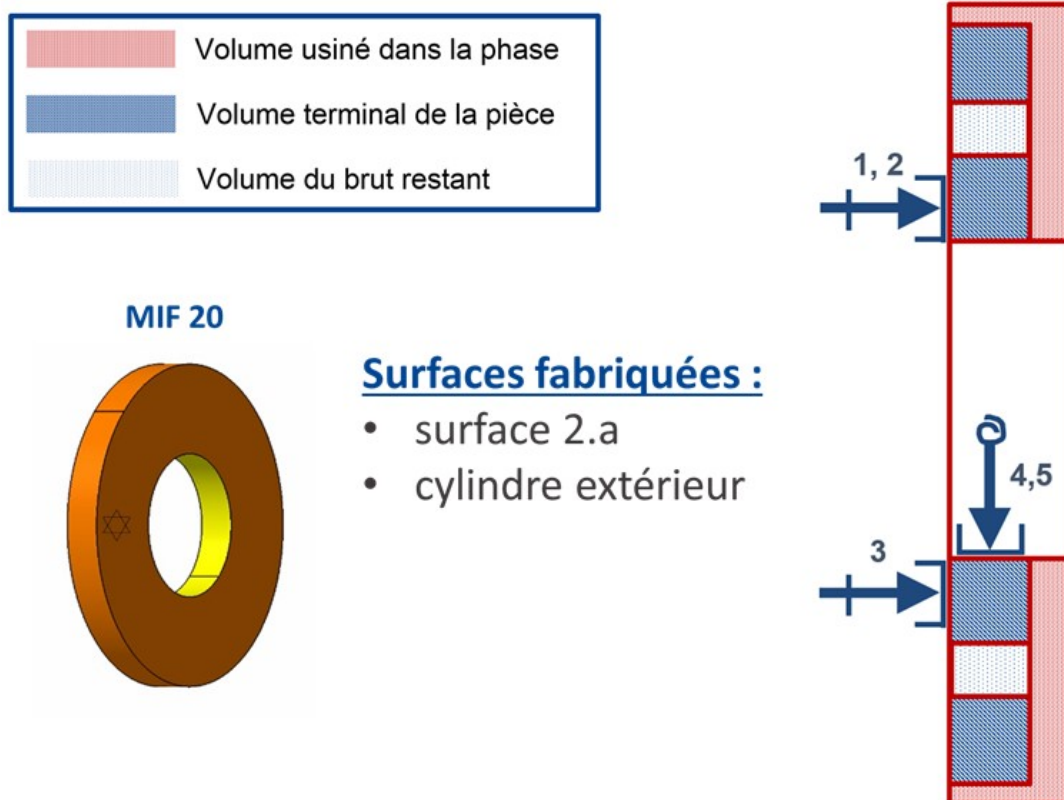


FIGURE 5.32 – Gamme de fabrication de la Tôle mince phase 20 en tournage

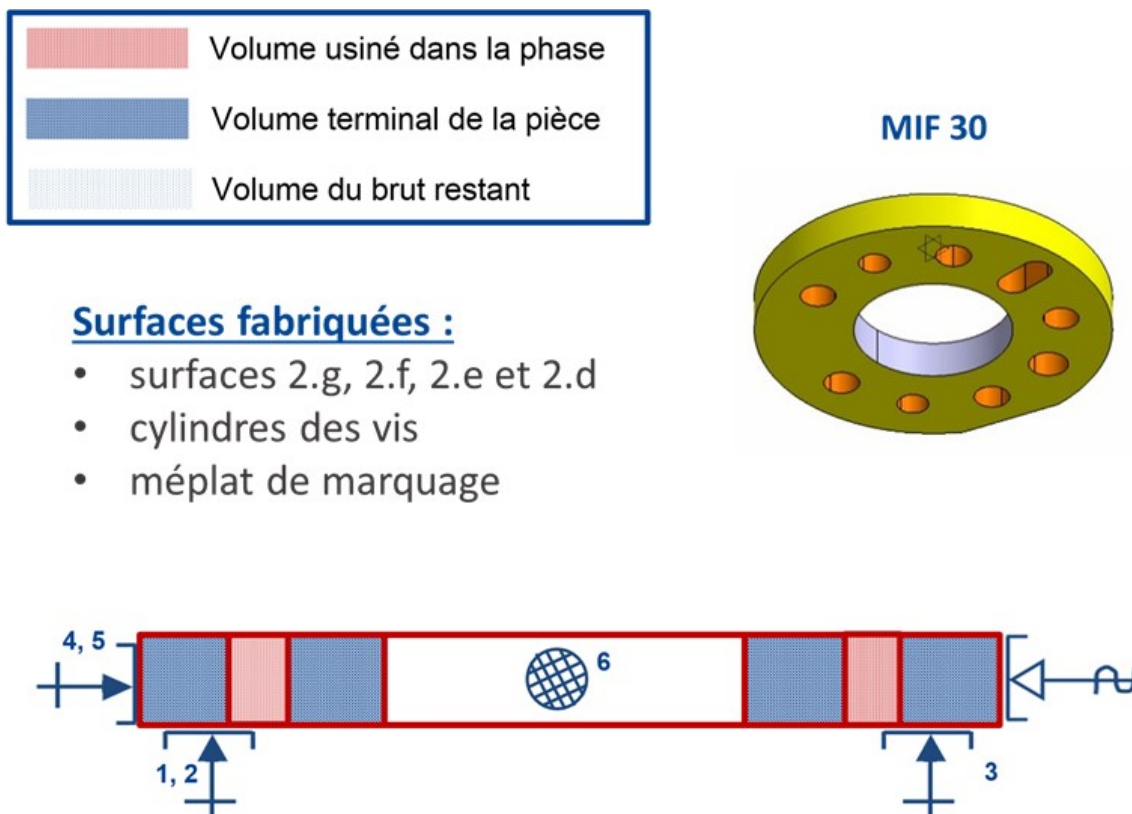
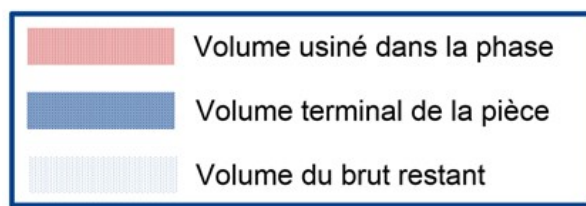
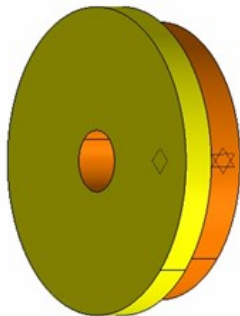


FIGURE 5.33 – Gamme de fabrication de la Tôle mince phase 30 en fraisage



MIF 10



Surfaces fabriquées :

- surfaces 3.c et 3.a
- cylindre extérieur

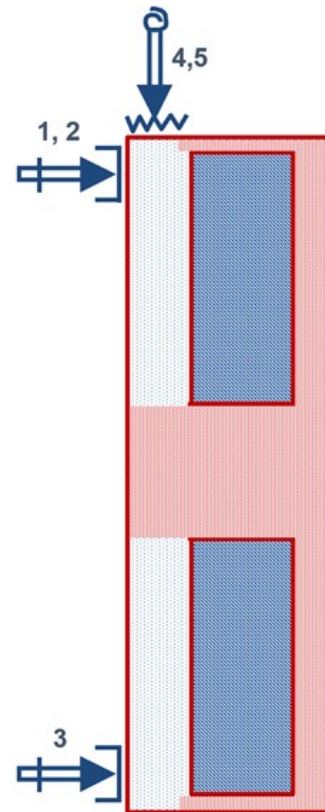
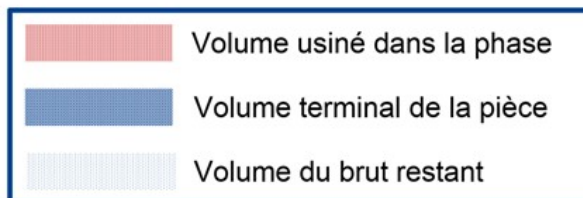
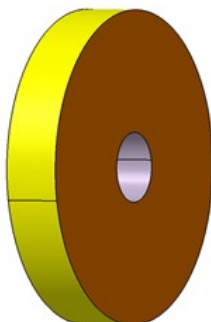


FIGURE 5.34 – Gamme de fabrication du Corps Moyeu phase 10 en tournage



MIF 20



Surfaces fabriquées :

- surface 3.b

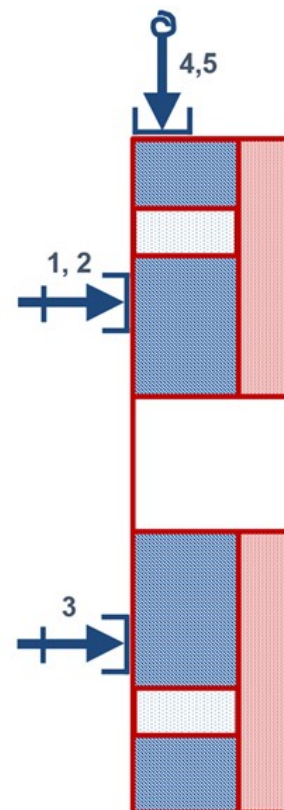
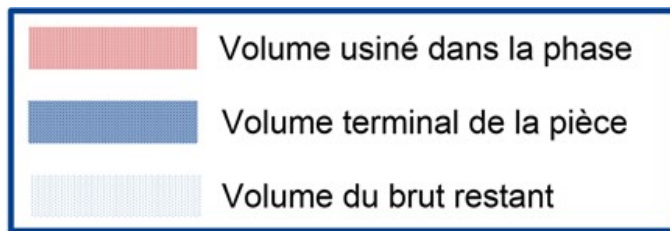
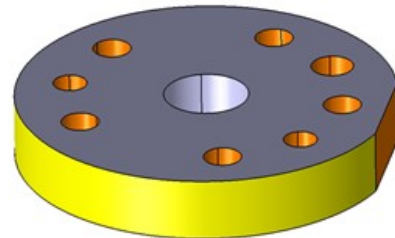


FIGURE 5.35 – Gamme de fabrication du Corps Moyeu phase 20 en tournage



MIF 30



Surfaces fabriquées :

- surfaces 3.d, 3.f et 3.e
- cylindres des vis
- méplat de marquage

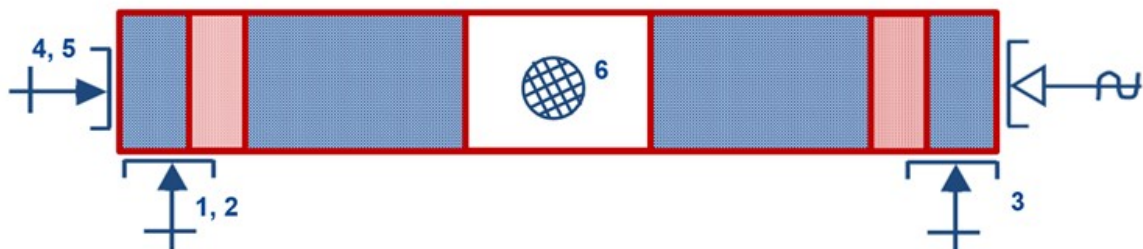
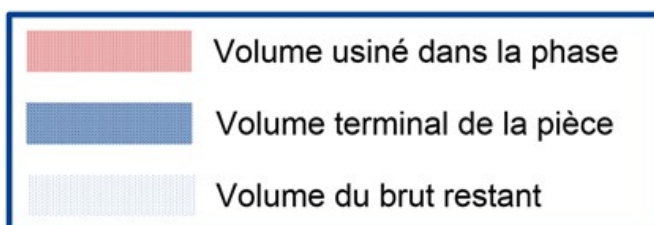
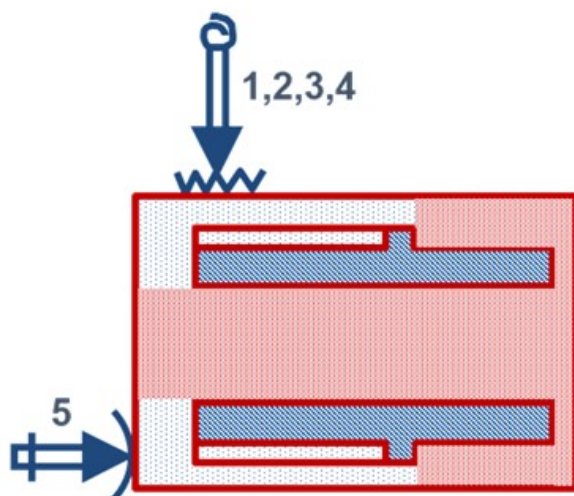
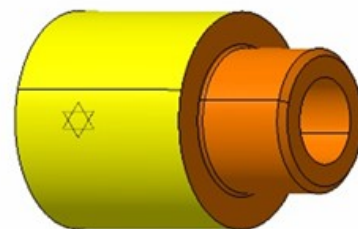


FIGURE 5.36 – Gamme de fabrication du Corps Moyeu phase 30 en fraisage



MIF 10



Surfaces fabriquées :

- surfaces 4.a, 4.b et 4.c
- bout de l'axe

FIGURE 5.37 – Gamme de fabrication de l'Axe Moyeu phase 10 en tournage

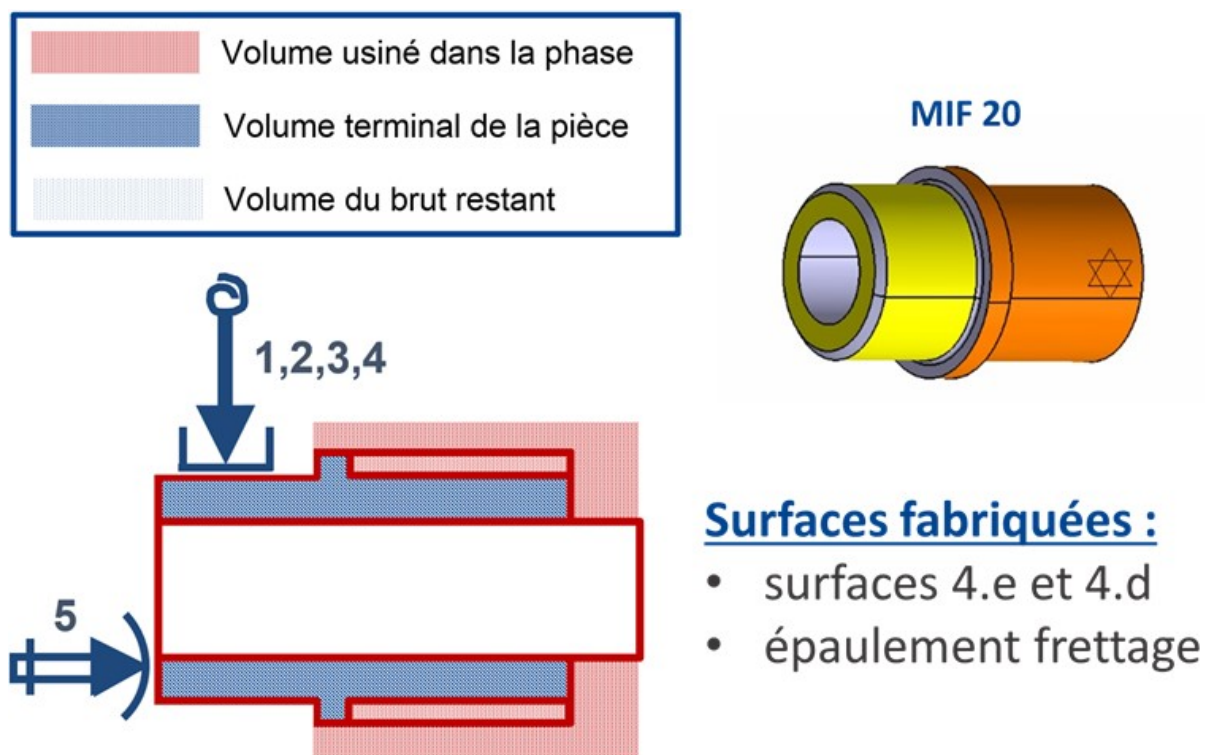


FIGURE 5.38 – Gamme de fabrication de l’Axe Moyeu phase 20 en tournage

Les phases des gammes de fabrication des pièces permettent de créer le dossier de fabrication du cas d’étude de thèse. À partir des ces informations, les MIF 3D peuvent être créées pour ensuite réaliser le transfert de fabrication.

5.4 Annexe D - Régression linéaire multiple

5.4.1 Le modèle complet OLS

Dans cette annexe, un exemple de régression linéaire multiple avec l'OLS est proposée pour présenter cette méthode statistique ainsi que les hypothèses et tests associés. Contrairement à la régression linéaire simple, on cherche un modèle linéaire à partir de plusieurs grandeurs. Le modèle complet lors d'une régression linéaire multiple OLS est :

$$y = w_0 + w_1 \times x_1 + w_2 \times x_2 + \dots + w_k \times x_k + \epsilon \quad (5.27)$$

Avec y la variable endogène, x_i les variables exogènes des coefficients w_i , k le nombre de variables exogènes et ϵ le résidu du modèle ajusté.

5.4.2 Module Python statsmodels

Pour une première analyse on utilise souvent la méthode des moindres carrés ordinaire notée OLS. Cette méthode est disponible dans le module Python statsmodels (voir travaux de Seabold [175]). Sur la Fig.5.39, le sommaire des résultats obtenus avec la fonction `statsmodels.OLS.fit()` est proposé. Les différentes informations de ce sommaire sont définies directement sur la figure ou via une légende en bas de figure.

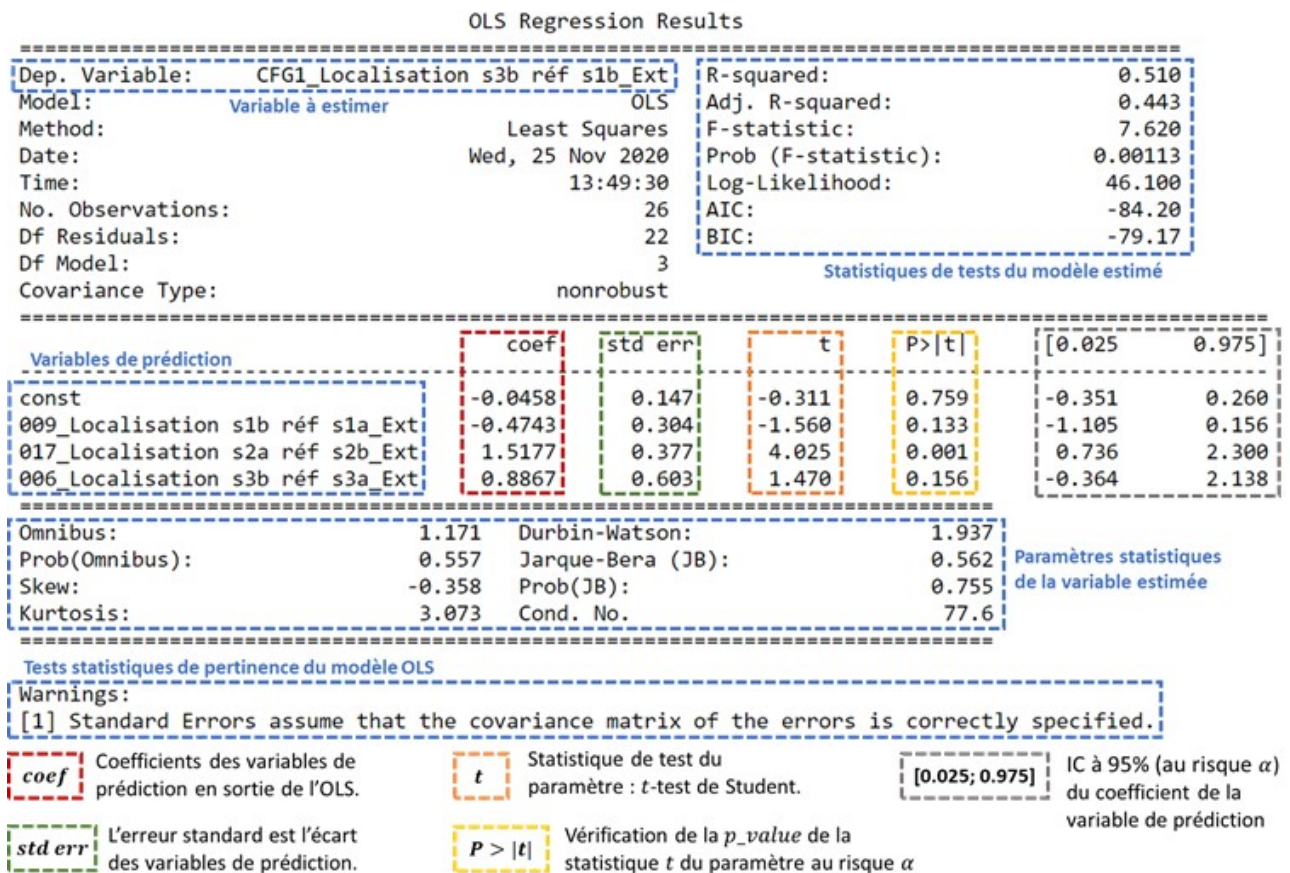


FIGURE 5.39 – Régression linéaire multiple OLS avec statsmodels [175] de Python

Pour l'exemple de la Fig.5.39, les variables exogènes de la chaîne de cotes de l'équation (4.1) sont utilisées. En intersectant les données $C1$ et $C3$, une étude statistique est proposée dans cette annexe. Sur ce modèle, on note que les coefficients $[-0,47 ; 1,52 ; 0,89]$ des variables $[Loc09^{Carter} ; Loc17^{Tole} ; Loc06^{Moyeu}]$ permettent d'ajuster l'écart de localisation mesuré CFG1 dans un cas sans serrage. Pour juger de la représentativité du modèle il faut définir et calculer des critères d'ajustement.

5.4.3 Critères d'ajustement du modèle

Premièrement, les informations importantes à regarder sur la Fig.5.39 sont les statistiques de tests du modèle estimé. Par exemple, le coefficient de détermination R-squared (centered) est un indicateur de corrélation linéaire entre le modèle et la variable endogène :

$$R^2 = \frac{SCE}{SCT} = 1 - \frac{SCR}{SCT} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (5.28)$$

Avec n le nombre de mesures, y_i la valeur endogène i , $\hat{y}_i$ l'estimation de la variable endogène i et $\bar{y}$ la moyenne des valeurs endogènes. De plus, $SCT = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ est la somme des carrés totaux, $SCE = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$ est la somme des carrés expliqués et $SCR = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$ est la somme des carrés résiduels. La SCR correspond à la partie non expliquée par le modèle OLS ajusté.

Ce critère étant assez sensible, il ne doit jamais être utilisé seul pour constater une corrélation entre la variable à prédire et le modèle. Pour corriger ce critère, une version ajustée peut-être utilisée :

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{(1 - R^2)(n - 1)}{n - k - 1} \quad (5.29)$$

Avec n le nombre de mesures, R^2 le coefficient de détermination et k le nombre de variables de prédiction sans compter l'intercept.

Le coefficient de détermination (et sa version ajustée) permettent de se faire une idée rapide de la significativité du modèle par rapport à la variable à prédire. Sur cet exemple, $R^2 = 0,510$ permet de dire que 51% de la variation dans les données est "expliquée" par le modèle. Ce n'est pas très élevé mais le R^2 n'est pas un test d'hypothèse, il ne faut pas conclure avec ce critère. La statistique F de Fisher permet quant à elle de tester la significativité globale du modèle. Le test consiste à vérifier si les coefficients sont non nuls exceptée la constante. Sur la Fig.5.39, le test de Fisher utilisé est dit global car il y a plusieurs variables de prédiction :

$$F = \frac{R^2(n - k - 1)}{k(1 - R^2)} \quad (5.30)$$

On cherche à avoir une probabilité de test supérieure au α (le risque consenti). Sur l'exemple de la Fig.5.39, le test confirme la significativité du modèle.

Le critère AIC permet lui aussi de juger de l'ajustement du modèle sur la variable à prédire. Plus les valeurs obtenues sont faibles (la valeur peut être négative), plus le modèle est bien ajusté. Ce critère pénalise la méthode quand le nombre k augmente. Ce critère est un compromis

au niveau de la parcimonie du modèle (trouver un "bon" modèle avec le moins de paramètres possibles) :

$$AIC = 2k_c - 2\ln(L) \quad (5.31)$$

Avec k_c le nombre de variables de prédiction (en comptant l'intercept), L le maximum de vraisemblance et $\ln(L)$ le Log-Likelihood. Il est à noter que si les erreurs sont distribuées suivant une loi normale alors on peut utiliser l'erreur quadratique moyenne MSE . Cela donne donc : $AIC = 2k + n \times \ln(MSE)$.

Cependant, le critère AIC ne pénalise pas suffisamment les petits échantillons alors qu'on cherchera toujours dans une régression multiple à avoir $n \gg k$. Pour cela, une version ajustée de l'AIC est utilisée :

$$AIC_c = AIC + \frac{2k_c(k_c + 1)}{n - k_c - 1} \quad (5.32)$$

On note que quand k_c augmente et que n diminue, le modèle est très fortement pénalisé. C'est une très bonne chose car si $n \gg k$ n'est pas vérifiée alors le modèle est approximatif, voire inutilisable en fonction de la précision recherchée. Avec l'exemple de la Fig.5.39, cela donne $AIC = -84,20$ et $AIC_c = -83,11$. Sur cet exemple, la différence entre AIC et AIC_c n'est pas significative car $k = 3$ et $n = 26$.

Le critère BIC est un dérivé du AIC permettant aussi de sanctionner le modèle sur la taille de l'échantillon n et le nombre de paramètres k_c :

$$BIC = k_c \times \ln(n) - 2\ln(L) \quad (5.33)$$

5.4.4 Critère d'ajustement des variables exogènes

Concernant les paramètres (variables exogènes), il faut vérifier que chacun d'entre eux est exploité par le modèle. C'est-à-dire que si un paramètre est très proche de 0, il n'est pas utile dans l'OLS (si et seulement si le paramètre est standardisé, sinon cette analogie est fausse). Pour cela, on peut observer le coefficient et l'erreur standard (voir légende de la Fig.5.39) pour vérifier que les coefficients ne sont pas à 0 et que l'erreur standard est faible. Cependant, ce choix n'est pas toujours trivial et il faut plutôt utiliser le t test de Student (voir Fig.5.39).

On cherchera généralement à vérifier que $\text{prob}(P \geq |t|) \leq \alpha$ avec α le risque de 5% généralement utilisé. Avec ce test on peut observer sur la Fig.5.39 que seule la localisation de la Tôle est réellement pertinente dans le modèle. Il faut cependant faire attention avant de retirer un paramètre du modèle. En effet, le t test de Student est très sensible à la colinéarité entre les variables exogènes. Pour cela, il faut toujours vérifier que les variables exogènes respectent les hypothèses du modèle comme la non colinéarité. De plus, il est à la charge de l'utilisateur de correctement choisir les variables. Par exemple, il ne faut pas ajouter des variables sans intérêt dans les modèles.

5.4.5 Visualisation du modèle ajusté

Il est possible d'observer le résultat du modèle de la Fig.5.39 via un graphique. Le modèle utilisé pour la Fig.5.40 est cette fois-ci sans variable intercept. Sur le graphique, les IC à 95% sont tracés afin de rendre compte de l'impact de la variabilité des variables exogènes sur le modèle OLS utilisé. Sur ce graphique, une régression linéaire temporelle (notée Reg simple) des données est aussi réalisée directement sur la variable endogène y . Graphiquement le modèle semble être une bonne description des données. On note par exemple que les IC à 95% englobent l'ensemble des "vraies" données notées *data* sur la figure. Cependant, d'un point de vue physique le coefficient négatif sur la localisation du Carter n'a pas vraiment de sens. Cela peut provenir de valeurs négatives mises en valeur absolue pour le calcul de l'écart de localisation.

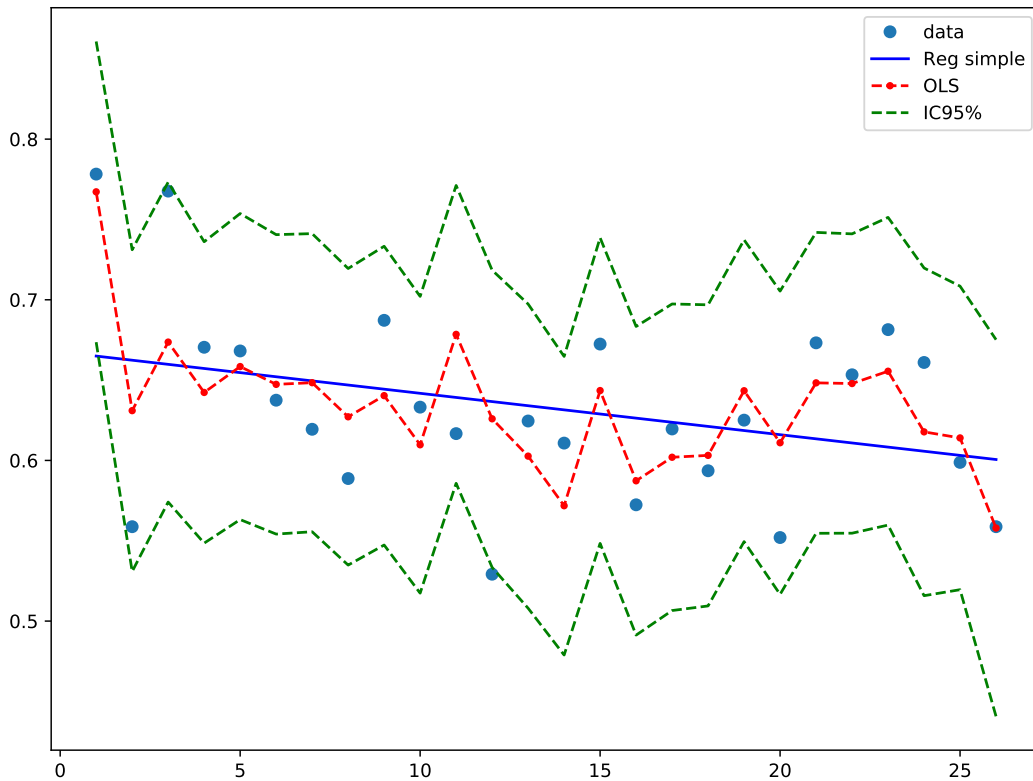


FIGURE 5.40 – Visualisation du résultat du modèle OLS sur la composante temporelle

5.4.6 Définition des hypothèses

Dans cette partie, les hypothèses de la régression linéaire multiple sont résumées. En effet, ces hypothèses garantissent que la sortie obtenue ait un sens statistique. Il existe pour la régression linéaire multiple deux types d'hypothèses. D'une part les hypothèses stochastiques (ou aléatoires) et d'autre part les hypothèses structurelles. Les 6 premières hypothèses sont stochastiques et les 3 dernières sont structurelles :

- $H1$: Les X_j sont déterminées sans erreur avec $j[1; \dots; k]$. C'est-à-dire que le modèle de régression est linéaire dans les coefficients et le terme d'erreur ;
- $H2$: La moyenne de l'erreur résiduelle est nulle : $E(\varepsilon_i) = 0$ avec $E()$ l'espérance, ε l'erreur et $i = [1; \dots; n]$. Dans ce cas le modèle est sans biais et l'erreur est aléatoire. Si une erreur

systématique existe, alors le modèle présente un biais et cela signifie que le modèle n'est pas adapté. Dans le cas d'un modèle de régression linéaire multiple avec intercept, cette hypothèse est en principe toujours vérifiée ;

- *H3* : L'homoscédasticité des erreurs (la variance des erreurs est constante) : $Var(\epsilon_i) = \sigma^2$ avec $Var()$ la variance et $i = [1; \dots; n]$. La variance des erreurs doit être cohérente sur tout l'échantillon (les observations). Par exemple, si la variance change en fonction des plages de données de l'échantillon, cela s'appelle de l'hétéroscédasticité. Cet effet nuit à la précision des estimations de la régression linéaire, notamment de l'OLS ;
- *H4* : Pas d'auto-corrélation des erreurs : $cov(\epsilon_{i1}, \epsilon_{i2}) = 0 \forall i1 \neq i2$ avec $i1 = [1; \dots; n]$ et $i2 = [1; \dots; n]$. L'auto-corrélation des erreurs arrive plus souvent avec les données chronologiques ;
- *H5* : Les erreurs sont linéairement indépendantes des variables exogènes (une variable explicative mais non expliquée par le modèle) : $cov(X_{i1}, \epsilon_{i2}) = 0 \forall i1 \neq i2$ avec $i1 = [1; \dots; n]$ et $i2 = [1; \dots; n]$. L'hypothèse d'exogénéité permet d'assurer que les variables de prédiction ne sont pas corrélées linéairement avec l'erreur. Si ce n'est pas le cas, cela s'appelle l'endogénéité du modèle. Cela nuit à l'estimation des coefficients et est généralement dû à la confusion des variables ou à un biais de variable oublié ;
- *H6* : Les erreurs suivent une loi normale multimodale : $\epsilon \sim \mathcal{N}_n(0, \sigma^2 I_n)$. Cette hypothèse n'est pas toujours obligatoire et permet surtout de pouvoir tracer des *IC* fiables autour de la prédiction ;
- *H7* : Absence de colinéarité entre les variables de prédiction. Soit X la matrice des données de prédiction telle que : $X^T X$ est régulière, $det(X^T X) \neq 0$ et $(X^T X)^{-1}$ existe. Une très forte colinéarité induit une corrélation linéaire de Pearson proche de 1 ou -1 . De même, la multicollinéarité nuit gravement au modèle du type OLS même si certaines méthodes permettent d'éviter en partie cette problématique ;
- *H8* : $\frac{1}{n} X^T X$ tend vers une matrice finie non singulière quand n tend vers $+\infty$;
- *H9* : Le nombre d'observations est supérieur au nombre de variables $+1$ (la constante) tel que $n > k + 1$. Sinon il y a un problème d'interpolation linéaire dû au nombre d'inconnues. On cherchera cependant, pour la pertinence du modèle, à conserver un grand rapport entre le nombre d'observations n et le nombre de variables de prédiction k tel que $n \gg k$.

Certaines hypothèses sont plus importantes que d'autres mais les problématiques classiquement rencontrées sont : les biais de variable oubliée, la colinéarité des variables exogènes, les problèmes de taille d'échantillon par rapport au nombre de variables. Une manière efficace de vérifier les hypothèses est d'observer des graphiques sur la distribution des résidus et de calculer des coefficients de multicollinéarité entre les variables exogènes.

5.4.7 Vérification des hypothèses sur le résidu

Pour vérifier la pertinence d'un modèle, les critères d'ajustement (R^2 , AIC, BIC, etc.) sont intéressants mais pas suffisants. En effet, il faut aussi observer le comportement de l'erreur du modèle par rapport à la variable endogène. Sur la Fig.5.41 les erreurs ainsi que l'erreur moyenne $em = -0,000162 \text{ mm}$ sont tracées en fonction de la variable endogène y . On note que la valeur

d'erreur est assez faible $em \ll 1\mu m$. Cependant, sur cette figure on remarque aussi que le comportement des erreurs montre une tendance à augmenter en fonction de l'augmentation de la variable endogène. Ce n'est pas un comportement qui permet de valider les hypothèses du modèle de régression linéaire multiple OLS bien que la moyenne des erreurs soit proche de zéro.

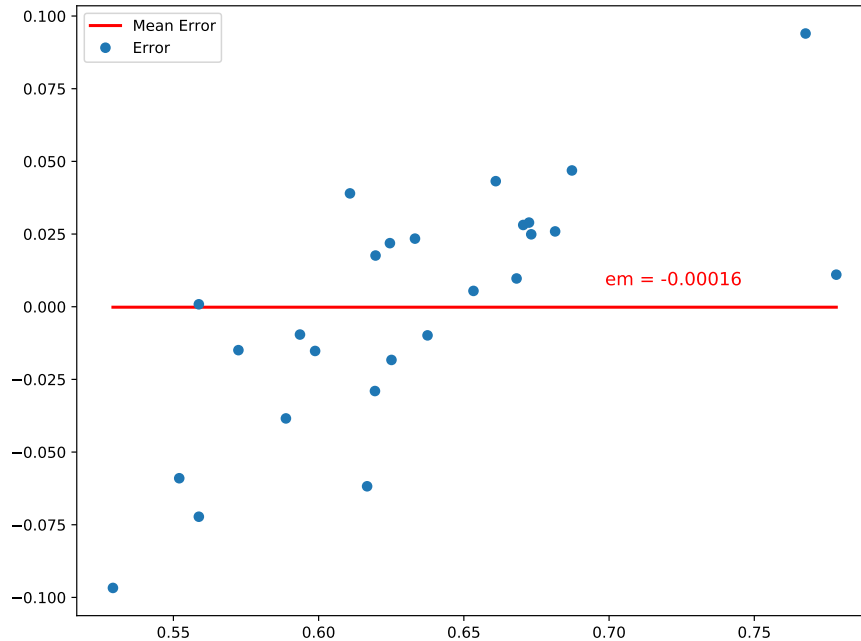


FIGURE 5.41 – Visualisation de l'erreur par rapport à la variable endogène y du modèle OLS sans intercept

Quand on observe ce type de graphiques sur les résidus, on cherche à observer un comportement aléatoire de l'erreur en fonction de la variable endogène. De plus, s'il n'y pas de constante dans l'équation alors l'erreur doit être centrée en zéro pour valider le modèle. Classiquement, le comportement aléatoire du résidu centré en zéro et de variance constante est illustré par le "bruit" de mesure. Sur la Fig.5.42, plusieurs types de résultats graphiques sont proposés pour illustrer un modèle adapté sur l'erreur et 5 autres modèles présentent une problématique au niveau du résidu [154]. En effet, le graphique (a) est le résultat classique attendu permettant de vérifier une homoscedasticité du modèle, ainsi qu'une erreur centrée en zéro (important s'il n'y a pas de constante). Pour les graphiques (b) à (f), ce sont les problématiques les plus courantes identifiées via l'analyse des erreurs avec : (b) l'asymétrie, (c) la rupture de structure par relation non linéaire, (d) la rupture de structure par groupes, (e) l'hétéroscedasticité, (f) l'auto-corrélation temporelle.

Par rapport à l'exemple de la Fig.5.41 le modèle présente une hétéroscedasticité, une légère asymétrie des données mais surtout une relation linéaire forte avec la variable endogène y . Cela confirme qu'il manque des variables de prédiction dans le modèle.

De nombreux tests permettent aussi de vérifier le bon comportement des erreurs. En effet, les tests graphiques largement utilisés par la communauté scientifique peuvent être complexes à exploiter s'il y a plusieurs problématiques. Par exemple, le test de Durbin-Watson permet de détecter les auto-corrélations d'ordre 1 dans les résidus. Sur l'exemple, le test de Durbin-Watson nous donne une statistique de test de $d = 1,998$. Ensuite il faut prendre les limites de la

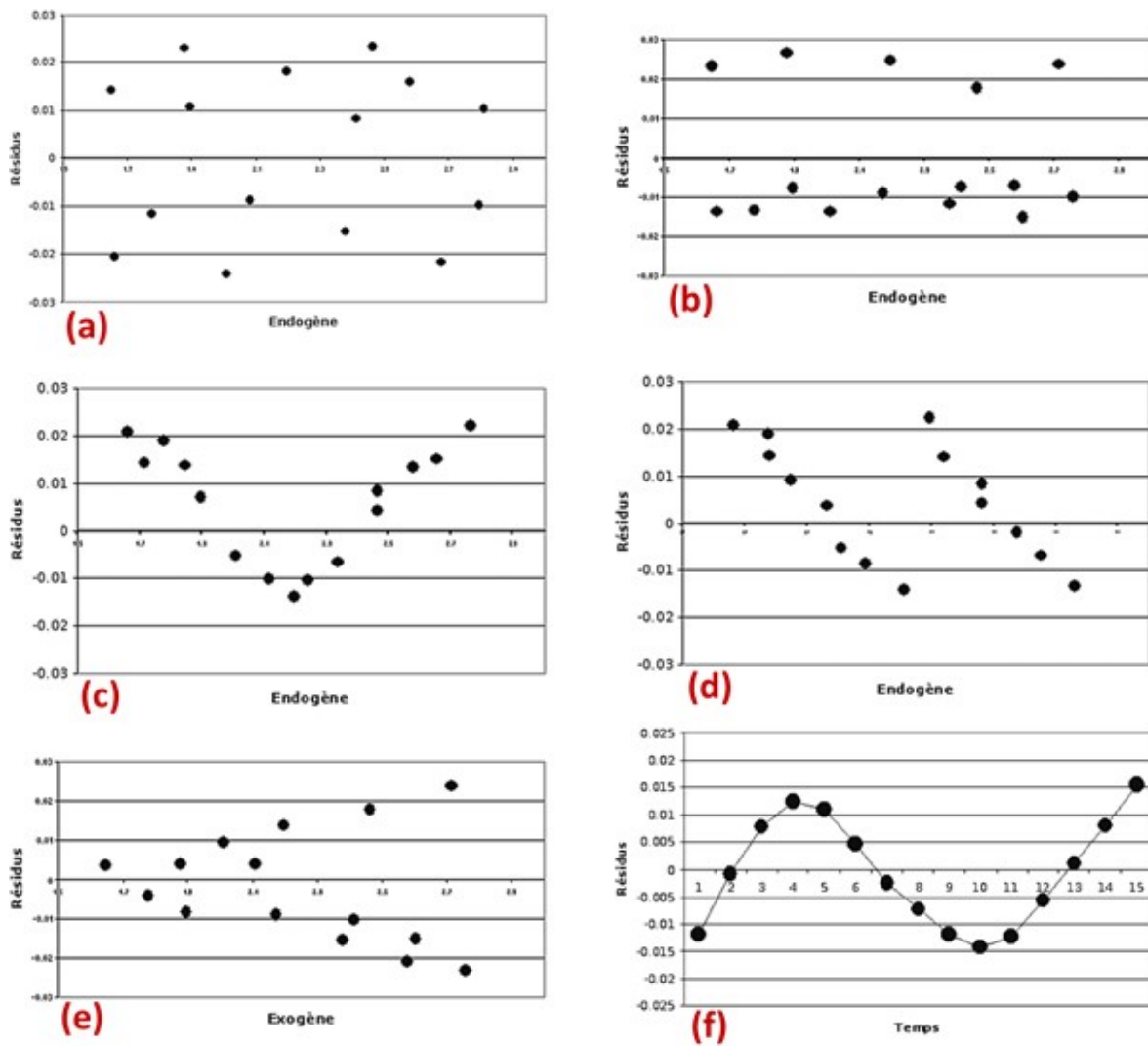


FIGURE 5.42 – Visualisation de l’erreur par rapport à la variable endogène y : (a) Variation classique d’un modèle avec homoscélasticité, (b) Asymétrie des résidus mais centrée en zéro par densification des points, (c) Rupture de la structure du modèle liée à une relation non linéaire, (d) Rupture de la structure du modèle liée à des groupes d’individus, (e) Hétéroscélasticité du modèle avec évolution positive de la variance des erreurs, (e) Auto-corrélation des résidus dans le temps [154].

statistique dans la tabulation du test [154]. Pour $k = 3$ et $n = 26$ les limites sont de : $d_L = 1,14$ et $d_U = 1,65$. Le test écarte l’auto-corrélation d’ordre 1 si $d_U < d < 4 - d_U$ soit $1,65 < d < 2,35$. Le test est donc validé sur les données au risque $\alpha = 0,05$.

Un autre test est le test des séquences (ou test de Wald-Wolfowitz) qui permet de rechercher toutes les formes de régularité dans les résidus. Ce test ne fonctionne que sur des données chronologiques. La statistique de test permet de vérifier les paramètres μ_r et σ_r des valeurs critiques d’erreur et d’obtenir la statistique de test r .

Enfin, les tests de normalité de l’erreur sont très classiques en analyse de données par régression linéaire multiple (voir hypothèse $H6$ de la section.5.4.6). Pour obtenir de bons résultats il faut avoir une bonne pertinence globale du modèle. Pour cela, une grande partie de la per-

tinence repose sur l'hypothèse de distribution normale centrée en zéro ($\mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon^2)$) des erreurs standardisées. On peut utiliser le graphique de droite de Henry (ou Q-Q plot) présenté sur la Fig.5.43 ainsi que l'histogramme de distribution des erreurs standardisées.

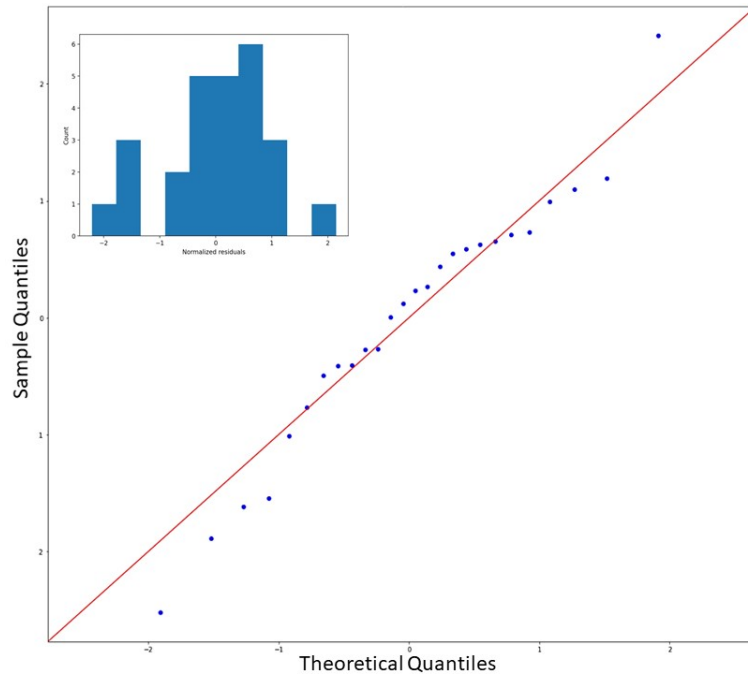


FIGURE 5.43 – Q-Q plot des erreurs pour vérifier la normalité de l'erreur du modèle test

Graphiquement l'avis de la normalité du résidu est assez mitigé. Pour cela, il existe de nombreux tests calculatoires : Anderson-Darling, Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov ou Lilliefors. L'ensemble de ces tests de normalité sont définis dans l'annexe A section 5.1.8. Le module statsmodels [175] de Python propose par défaut, lors d'une régression linéaire multiple OLS, le test de Jarque-Bera. Ce test est basé sur les paramètres de symétrie et d'aplatissement de la distribution. Sur l'exemple de la Fig.5.39, la statistique de test de Jarque-Bera est $JB = 0,562$. Il faut vérifier que $JB > \chi^2_{1-\alpha} = 5,99$. Avec ce test, la normalité du jeu des résidus est validée.

Si on applique le test de Shapiro-Wilk sur les données, la statistique de test obtenue est $W = 0,9672$. La limite correspondant dans la table de Shapiro-Wilk pour $n = 26$ et $\alpha = 0,05$ est $W_{crit} = 0,920$. Si $W = 0,9672 > W_{crit} = 0,920$ alors le test de Shapiro-Wilk ne rejette pas l'hypothèse de normalité des données au risque α . L'hypothèse de normalité est validée (de peu, comme le montre la statistique de test) bien que le Q-Q plot montre des queues de distributions qui divergent d'une distribution normale (voir Fig.5.43).

5.4.8 Étude de la colinéarité des variables de prédiction

Dans cette partie, la colinéarité des données et plus globalement les méthodes de sélection de variables de prédiction sont présentées sur l'exemple de la Fig.5.39 sans intercept. Premièrement, l'observation des régressions linéaires d'ordre 1 de chacune des variables exogènes en fonction de la composante temporelle permet d'observer le comportement des données. Sur la Fig.5.44 les comportements linéaires des variables de prédiction ne montrent pas de forte colinéarité. On note cependant des valeurs extrêmes sur certaines données mais cette problématique n'est pas liée à la colinéarité.

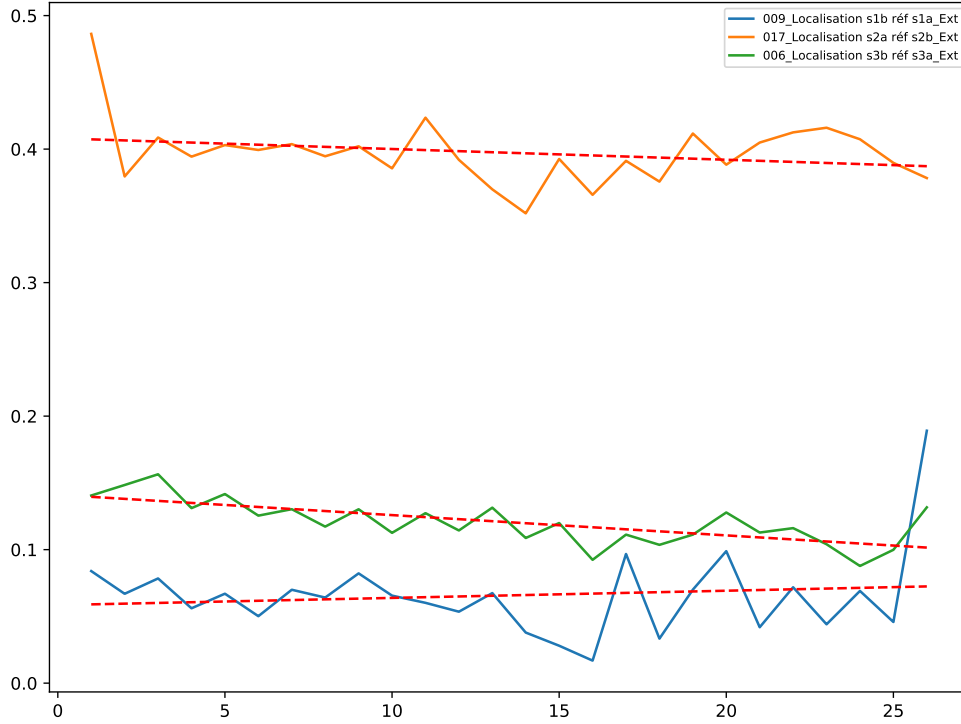


FIGURE 5.44 – Graphique des régressions linéaires des variables exogènes

Il est possible de valider la colinéarité dans le modèle quand deux variables endogènes présentent une forte corrélation linéaire. Cette corrélation étant observée via les coefficients de corrélation de Pearson r mais aussi via des analyses graphiques (pour éviter une interprétation de r issue de données extrêmes). Généralement, on confirme la colinéarité quand $r \geq 0,8$ [33]. Sur l'exemple de la Fig.5.44, les corrélations de Pearson sont $r = [0,12; 0,40; 0,27]$. Ces valeurs ne permettent pas d'écarter la colinéarité dans le modèle. Une étude de Klein (ou "test" de Klein) permet de vérifier la colinéarité bivariée dans les variables endogènes. Pour cela, il faut vérifier que les corrélations linéaires croisées sont inférieures au coefficient de détermination du modèle. Soit $r_{ij} \forall i \neq j$ avec $i = [1; \dots; k]$ et $j = [1; \dots; k]$ les coefficients de corrélation linéaire croisée, alors la colinéarité bivariée est rejetée si : $R^2 > r_{ij} \forall i \neq j$.

Ces études ne sont cependant pas suffisantes car parfois la colinéarité peut être entre une variable de prédiction et une combinaison linéaire d'autres variables de prédiction. Dans ce cas, on parle de multicollinéarité dans le modèle. Il faut alors utiliser une étude du facteur d'inflation de la variance appelée VIF par les statisticiens. Il faut effectuer la régression linéaire multiple OLS de chaque variable de prédiction x_i avec les $(k-1)$ autres variables afin d'obtenir la matrice des coefficients de détermination R_i^2 . Alors on calcule le facteur d'inflation de la variance :

$$v_i = \frac{1}{1 - R_i^2} \quad (5.34)$$

Puis on peut calculer le facteur d'inflation comme :

$$V(\hat{w}_j) = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{n} \times \frac{1}{1 - R_i^2} = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{n} v_i \quad (5.35)$$

On considèrera la multi-colinéarité comme avérée à partir du moment où un v_i est supérieur au seuil. La définition de la valeur de seuil ne fait pas consensus dans la communauté scientifique

mais la plupart des statisticiens utilisent un seuil de 4. L'absence totale de multi-colinéarité est avérée quand on a $v_i = 1$. Si un $v_i > 1$ alors il y a une certaine multi-colinéarité. Cependant, il est fréquent que les v_i soient légèrement supérieurs à 1. Le seuil de 4 permet de ne pas exclure les modèles à chaque fois. D'autres statisticiens utilisent un critère de seuil plus sévère comme 2,5. Au contraire certains statisticiens ne s'intéressent qu'à la détection des fortes multi-colinéarités et choisissent un seuil entre 5 et 10. Il n'y pas de test de multi-colinéarité à proprement parler mais des méthodes pour connaître le niveau de multi-colinéarité dans les données. Dans ces méthodes, le modèle de régression de la variable endogène est rejeté quand le seuil est dépassé.

Sur l'exemple de la Fig.5.44, on calcule les coefficients VIF de la Fig.5.45. On peut écarter la multi-colinéarité dans les variables exogènes car $v_i < 1,27$. Pour le calcul des VIFs il faut toujours ajouter un terme intercept sinon les régressions multiples OLS donnent des VIF erronés. Cependant, il est quand même possible d'utiliser un modèle sur la variable endogène y sans intercept. Pour information, le module statsmodels [175] de Python propose un seuil par défaut à 5. Le choix du seuil de multi-colinéarité reste aujourd'hui un vrai débat dans la communauté scientifique.

	VIF	Factor		features
0	282.986111			const
1	1.191038	009_Localisation	s1b réf	s1a_Ext
2	1.077777	017_Localisation	s2a réf	s2b_Ext
3	1.265383	006_Localisation	s3b réf	s3a_Ext

FIGURE 5.45 – Calcul des facteurs VIF avec le module statsmodels [175] de Python

Titre : Évolution de l'industrialisation par l'exploitation des données de production dans un contexte industriel.

Mots clés : Industrialisation, Tolérancement ISO GPS, Optimisation de tolérances, Maîtrise Statistique des Procédés, Indices de capacité du processus, Régression linéaire multiple.

Résumé : Safran Aircraft Engines est un acteur mondial majeur de la conception et de la fabrication de moteurs pour l'aviation civile et militaire. Dans un contexte industriel de plus en plus concurrentiel, la maîtrise de la qualité géométrique des pièces et du produit fini est toujours primordiale. Safran Aircraft Engines a donc entrepris un projet de recherche avec deux objectifs pour améliorer l'industrialisation du produit à partir de ses données de production.

Le premier objectif est de développer une méthode d'optimisation des tolérances basée sur les données de production réelles. Pour répondre à cette première problématique, je propose une méthode d'optimisation des tolérances en exploitant les indices de capacité du processus sur un premier lot de pièces produites. Pour cela, une méthode robuste de calcul de capacité est proposée. Pour cette première problématique, une étude de cas avec des données

de Safran Aircraft Engines est utilisée.

Le second objectif est d'identifier des axes d'amélioration de la prise en compte de la variabilité géométrique lors de l'industrialisation du produit. Je propose d'exploiter les données de production pour identifier les grandeurs influant sur la qualité géométrique du produit. L'intérêt est de lier les écarts géométriques des pièces au cours de la fabrication et de l'assemblage aux exigences du produit. Je propose d'identifier les grandeurs influentes avec des méthodes de régressions linéaires multiples comme l'ElasticNet. Pour cela, je m'appuie sur un cas d'étude, avec une série de 13 assemblages conçus, fabriqués et mesurés au laboratoire, afin d'être représentatif des problématiques de Safran Aircraft Engines. Ce cas d'étude permet d'avoir accès à l'ensemble des grandeurs géométriques du produit et des sous-ensembles du produit.

Title : Changing the industrialisation through the analysis of production data in an industrial context.

Keywords : Industrialisation, ISO GPS Tolerancing, Tolerance optimisation, Statistical Process Control, Process Capability Indices, Multiple linear regression.

Abstract : Safran Aircraft Engines is a major global player in the design and manufacture of aircraft engines for civil and military applications. In an increasingly competitive industrial context, control of the geometric quality of parts and of the finished product is still essential. Safran Aircraft Engines has therefore undertaken a research project with two objectives to improve the industrialisation of the product based on production data.

The first target is to develop a tolerance optimisation method based on real production data. To answer this first issue, I propose a method of tolerance optimisation based on the Process Capability Indices on a first set of manufactured parts. For this purpose, a robust method of capability computation is proposed. For this first problem, a case study with geometric measurement data from Sa-

fran Aircraft Engines is used.

The second target is to identify ways to improve the management of geometrical variability during the industrialisation of the product. I propose to use production data to identify the variables influencing the geometric quality of the product. The interest is to relate the geometrical deviations of the parts during the manufacturing and assembly stages with the product requirements. I propose to identify the influential variables with multiple linear regression methods such as ElasticNet. For this, I use a case study, with a set of 13 assemblies designed, manufactured and measured in the laboratory, in order to be representative of Safran Aircraft Engines issues. This case study gives access to all the geometric measurements of the product and the sub-assemblies of the product.