



HAL
open science

Contributions à la réalisation d'une touche de piano numérique : modélisation, simulation, réalisation de prototype

Jérémie Chichignoud

► To cite this version:

Jérémie Chichignoud. Contributions à la réalisation d'une touche de piano numérique : modélisation, simulation, réalisation de prototype. Systèmes embarqués. Institut Polytechnique de Paris, 2020. Français. ⟨NNT : 2020IPPAX012⟩. ⟨tel-05580277⟩

HAL Id: tel-05580277

<https://theses.hal.science/tel-05580277v1>

Submitted on 4 Apr 2026

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization



INSTITUT
POLYTECHNIQUE
DE PARIS

NNT : 2020IPPAX012

Thèse de doctorat



Contributions à la réalisation d'une touche de piano numérique : modélisation, simulation, réalisation de prototype

Thèse de doctorat de l'Institut Polytechnique de Paris
préparée à École polytechnique

École doctorale n°626 École doctorale de l'institut polytechnique de Paris (ED IP
Paris)

Spécialité de doctorat : Ingénierie, mécanique et énergétique

Thèse présentée et soutenue à Palaiseau, le 29/02/2020, par

JÉRÉMIE CHICHIGNOUD

Composition du Jury :

M. Thomas Hélie Directeur de Recherche, Laboratoire des Sciences et Technologies de la Musique et du Son	Président
M. Jean-Loïc LE CARROU Maître de conférences HDR, Institut d'Alembert	Rapporteur
M. Jean-François PETIOT Professeur, École Centrale de Nantes	Rapporteur
M. Cyril Touzé Professeur, Institute of Mechanical Sciences and Industrial Applications	Examineur
M. Xavier Boutillon Directeur de recherche CNRS, École polytechnique	Directeur de thèse
Anders THORIN Ingénieur de Recherche, CEA-List Centre d'Intégration Nano-Innov	Examineur

Remerciements

Cette thèse est le fruit d'un travail qui s'inscrit dans un projet commencé dans la première moitié des années 2000 au laboratoire de mécanique des solides (LMS). Au terme de ce travail, il me faut maintenant remercier les personnes qui y ont contribué directement ou indirectement.

À commencer par mon directeur de thèse Xavier Boutillon sans qui rien de tout cela n'aurait été possible. De par sa direction, son implication, ses conseils tant sur le plan professionnel et personnel, je tiens à lui exprimer, ici, ma profonde gratitude. Il aura dû faire preuve d'une patience remarquable pour me guider, et, toutes nos discussions extrascientifiques m'accompagneront encore longtemps.

Mes prochains remerciements vont aux ingénieurs du LMS : Hakim Guarbi, Éric Guimbretière, Vincent De Greef et Jean-Christophe Eytard qui ont su me conseiller et mettre en place les conditions idéales pour la réalisation de mon travail.

Plus largement, je voudrais remercier tout le personnel du LMS. Toutes ces personnes avec qui j'ai pu travailler, discuter et rire. Ceux qui m'ont fourni un environnement de travail très agréable et qui m'ont supporté pendant ces trois longues années... Petite pensée pour tout le personnel administratif pour leur disponibilité et tous ces bons moments passés en leur compagnie.

Merci aussi à tout les doctorants et post-doctorants avec qui j'ai partagé cette épreuve et avec qui j'ai beaucoup apprécié passer du temps. Toutes ces amitiés que je noué me sont précieuses et j'en garderai marque pendant longtemps.

Je remercie ma famille, avec qui j'ai dû traverser quelques épreuves difficiles pendant ces trois années et qui m'ont soutenu à distance. Ils me sont tous très chers.

Finalement, je tiens à remercier ma compagne pour avoir supporté mes changements d'humeurs et mon stress, elle a qui je tiens plus que tout.

Table des matières

1. Introduction	9
1.1. Présentation du piano	10
1.2. État de l'art	20
1.3. Problématique liée à cette thèse	23
2. Modèle de la touche de piano	25
2.1. Liaisons pivot	27
2.2. Référentiels, repères et degrés de liberté	29
2.3. Poids	31
2.4. Frottement dans les articulations	33
2.5. Feutres de contact/butée	34
2.6. Ressorts filaires métalliques	70
2.7. Action des pivots du bâton et du levier sur le chevalet	74
2.8. Équation du moment cinétique	77
2.9. Récapitulatif	86
3. Simulation	87
3.1. Problème à résoudre	88
3.2. Équations à résoudre	91
3.3. Méthodes numériques	94
3.4. Discussion	107
3.5. Résultats de la simulation	110
4. Conception d'une touche de synthétiseur	115
4.1. Motivations et historique	116
4.2. Contraintes sur le dispositif	118
4.3. Choix effectués pour le prototype	120
4.4. Frein magnéto rhéologique	122
4.5. Aimants	127
4.6. Modèle mécanique	132
5. Réalisation d'une touche de piano numérique	135
5.1. Choix préalables relatifs au dispositif	136
5.2. Ordinateur	139
5.3. Instrumentation	145
5.4. Protocole USB	152
5.5. Microcontrôleur Pic32	163

Table des matières

5.6. Fonctionnement d'ensemble	169
6. Conclusion générale	175
Annexes	179
A. Géométrie	179
A.1. Touche	180
A.2. Chevalet	182
A.3. Bâton	183
A.4. Levier	184
A.5. Marteau	185
A.6. Étouffoir	186
A.7. Support	187

Introduction générale

Le piano occupe une place importante dans le monde musical occidental depuis la seconde moitié du XVIII^{ème} siècle. Cette place, il la doit aux possibilités qu'il offre tant sur le plan harmonique que polyphonique. Il est l'instrument sur lequel technique d'écriture, de composition et d'interprétation sont les plus développées. Peut-être, son succès tient aussi à son histoire sociale[1]. Son apparition peu avant les révolutions sociales et politiques de la fin du XVIII^{ème}, au moment où les classes bourgeoises prennent une importance majeure en Europe, en a fait un symbole de la réussite sociale et du développement technique. Émergence de l'industrie du loisir, amélioration des conditions de vie des classes moyennes et progression des revenus vont imposer le piano comme l'instrument de référence en Occident, et ce, encore à notre époque.

Composition musicale et interprétation sont intimement liées à l'évolution technique du piano. Le double échappement introduit par Sébastien Érard en 1821 permet au pianiste de répéter une même note plus rapidement qu'avec un échappement simple. Ceci contribue à étendre les possibilités techniques offertes au pianiste¹. Innovations techniques et évolution de la musique ont agi de concert pour aboutir à l'instrument que nous connaissons aujourd'hui.

Le piano est l'agrégation de deux systèmes indépendants : une partie mécanique et une partie acoustique. Le pianiste ne contrôle pas directement le son (volume, timbre ...) du piano comme sur un instrument à vent ou à anche, il contrôle en réalité la vitesse du marteau qui frappe la corde. Par contrôle, on entend que l'action de son doigt sera exercée en fonction de la nuance sonore qu'il veut produire et du retour de force qu'il ressent. Le son n'est que le résultat de cette interaction. La partie mécanique comprend toutes les touches (noires et blanches) ainsi que tout le dispositif, invisible, comprenant marteau, étouffoir, chevalet, levier et bâton. La partie vibrante est composée de la corde² et de la table d'harmonie.

Alors que l'auditeur ne perçoit que le son produit par le piano, le pianiste perçoit les sensations sonores et haptiques simultanément. Dans cette thèse, nous ne nous intéressons qu'au clavier (sensation haptique).

Plus la sensibilité d'un clavier est grande, plus nombreuses sont les nuances sonores différentes que le musicien peut faire entendre. Le toucher d'un piano est ce retour de force dynamique. Un "bon" toucher donne la possibilité de contrôler finement une grande plage de nuances sonores. Bien entendu, cette grandeur est une mesure faite par le doigt du pianiste et il est nécessaire que ce dernier ait un sens aigu et un bon contrôle de sa propre force pour obtenir un maximum de nuances sonores différentes.

1. Notons que la mécanique de la touche de piano n'évoluera plus fondamentalement après ce rajout.

2. La corde est à l'interface entre les deux parties. Elle intervient comme une butée de fin de course du marteau dans la partie mécanique et comme source de vibrations dans la partie acoustique.

Introduction générale

Cette notion est très importante. Maîtriser le toucher d'un piano est nécessaire pour produire une bonne performance. De nombreuses années de pratique sont requises.

La référence lorsqu'on parle de toucher est le piano à queue. Cependant, pour des raisons pratiques ou financières, peu de pianistes peuvent avoir accès à un tel piano. Le piano droit est une alternative, mais présente plusieurs défauts. Entre autres, le mécanisme de répétition et le toucher sont de moins bonne qualité. Si cette solution ne lui convient pas, l'utilisateur peut se tourner vers un instrument numérique. Malheureusement, aucun modèle vendu n'est satisfaisant dans la reproduction de la sensation du toucher des pianos à queue. Le besoin des pianistes d'avoir un piano numérique qui reproduise fidèlement le toucher des plus grands pianos acoustiques est identifié [2].

Nous présumons, dans ces travaux, que reproduire, sur un instrument numérique, le même retour de force que celui que renvoie une touche de piano à queue est suffisant pour tromper la perception du pianiste. La question est la suivante : Est-t-il possible de fabriquer une touche de piano numérique qui soit à même de reproduire le retour de force d'une touche de piano traditionnelle en temps réel ?

Dans la continuité des travaux menés au LMS³ et au LISA⁴ par José Lozada [3], Waad Nassar [4] et Anders Thorin [5], cette thèse vise à produire une solution technique pour répondre à notre problème. Il y a nécessité de simuler en temps réel le modèle de la mécanique du piano à queue et de contrôler un actuateur dont la fonction est d'opposer une résistance sous le doigt du pianiste. Cet outil permettra d'améliorer la compréhension que nous avons de la sensation du toucher chez l'homme.

Cette thèse traite plusieurs sujets : la simulation temps-réel de la touche de piano, le contrôle du frein, la modification du modèle de la mécanique de la touche de piano traditionnelle et la solution technique conçue. Elle est divisée en cinq parties.

Le premier chapitre présente la problématique en détail, mettant en perspective les travaux précédemment effectués. Un historique de l'évolution du piano à queue accompagne le propos.

Le second chapitre décrit le modèle dynamique du mécanisme du piano : reprenant celui d'Anders Thorin tout en complétant ce qui manquait. Une description détaillée des éléments de géométrie est proposée.

Le troisième chapitre justifie les choix faits en matière de simulation et décrit les problématiques relatives à la résolution numérique.

Le quatrième chapitre traite du prototype. Le détail de sa conception y est présenté englobant l'ensemble des contraintes spécifiques auxquelles nous avons fait face.

Le cinquième chapitre donne une description de la solution technique que nous avons retenue pour assurer une instrumentation et un interfaçage efficace entre le prototype et le système de contrôle.

3. Laboratoire de Mécanique des Solides

4. Laboratoire d'Interfaces Sensorielles et Ambiantes (CEA)

1. Introduction

Sommaire

1.1. Présentation du piano	10
1.1.1. Évolution de la mécanique des instruments à clavier	10
1.1.2. Le toucher	16
1.1.3. Synthétiseurs et piano numériques	17
1.2. État de l'art	20
1.3. Problématique liée à cette thèse	23

1.1. Présentation du piano

1.1.1. Évolution de la mécanique des instruments à clavier

Appréhender la mécanique de la touche d'un piano actuel n'est pas aisé. Il aura fallu plusieurs centaines d'années pour parvenir au résultat que nous connaissons. Nous proposons d'étudier succinctement trois mécaniques de piano historique : le clavicorde, le pianoforte et le piano à queue.

Le clavicorde apparaît à la Renaissance (XIVe-XVe siècle). Sa fabrication est élaborée, mais reste simple dans le principe. La mécanique de la touche peut être ramenée à un levier dont l'extrémité rentre en contact avec une corde. Cette extrémité est une pièce de métal qui se nomme tangente. Après la collision et si le contact est maintenu, la corde se met à vibrer entre la tangente et son extrémité (attachée au cadre de l'instrument).

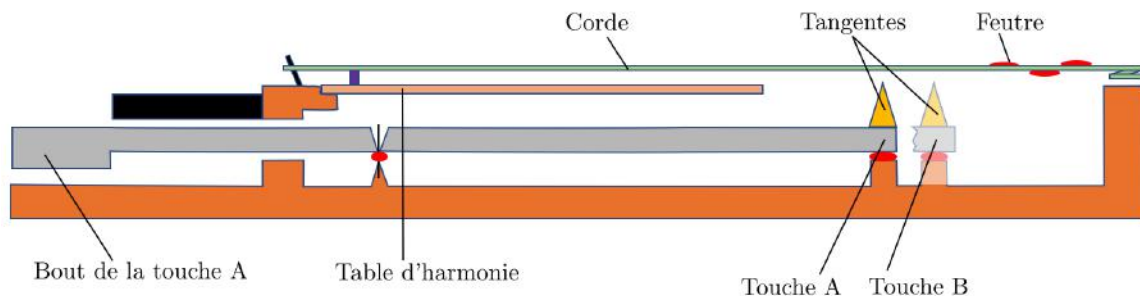


FIGURE 1.1. Schéma de principe du clavicorde. *Wien, Oesterreichische Nationalbibliothek.*

Le pont avec le piano que nous connaissons aujourd'hui sera fait avec l'invention du piano forte. Il est probable, comme le suggère Alfred Dolge dans [6] (page 41) que les facteurs et musiciens de cette époque aient eu le désir de combiner l'entretien du son que permet le clavicorde et la puissance sonore émise par un clavecin. Bartolomeo Cristofori est considéré comme l'inventeur du pianoforte¹.

1. Il participe avec d'autres (par exemple Christoph Gottlieb Schröter) à l'évolution du mécanisme des instruments à corde frappée pendant tout le début du XVIII^{ème} siècle.

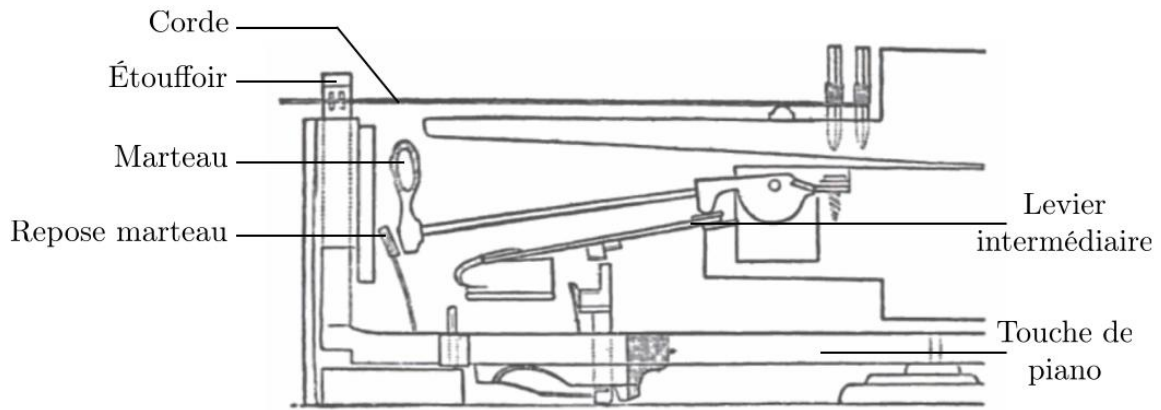


FIGURE 1.2. Mécanisme du piano forte de Cristofori (1720). *Alfred Dolge*.

L'idée reste simple : pour augmenter l'intensité du son, il faut augmenter la vitesse d'impact sur la corde de l'objet qui le frappe. La touche, le levier intermédiaire et le marteau restent solidaires jusqu'à ce que ce dernier atteigne la corde. L'impact fait basculer le levier au niveau du contact avec la touche. Ainsi le marteau peut se dégager de la corde et arrêter sa course dans l'attrape. La puissance d'impact est supérieure à celle d'un clavicorde.

La véritable avancée se situe dans le fait que le marteau est attrapé plus bas que sa position d'échappement, évitant ainsi les problèmes de répétitions intempestives et diminuant la difficulté à maîtriser l'instrument par rapport au clavicorde [7]. Le problème ici, et ce sera le cas jusqu'à l'invention du double échappement, est la nécessité d'attendre que la touche soit revenue en position haute pour réenclencher le mécanisme.

1. Introduction

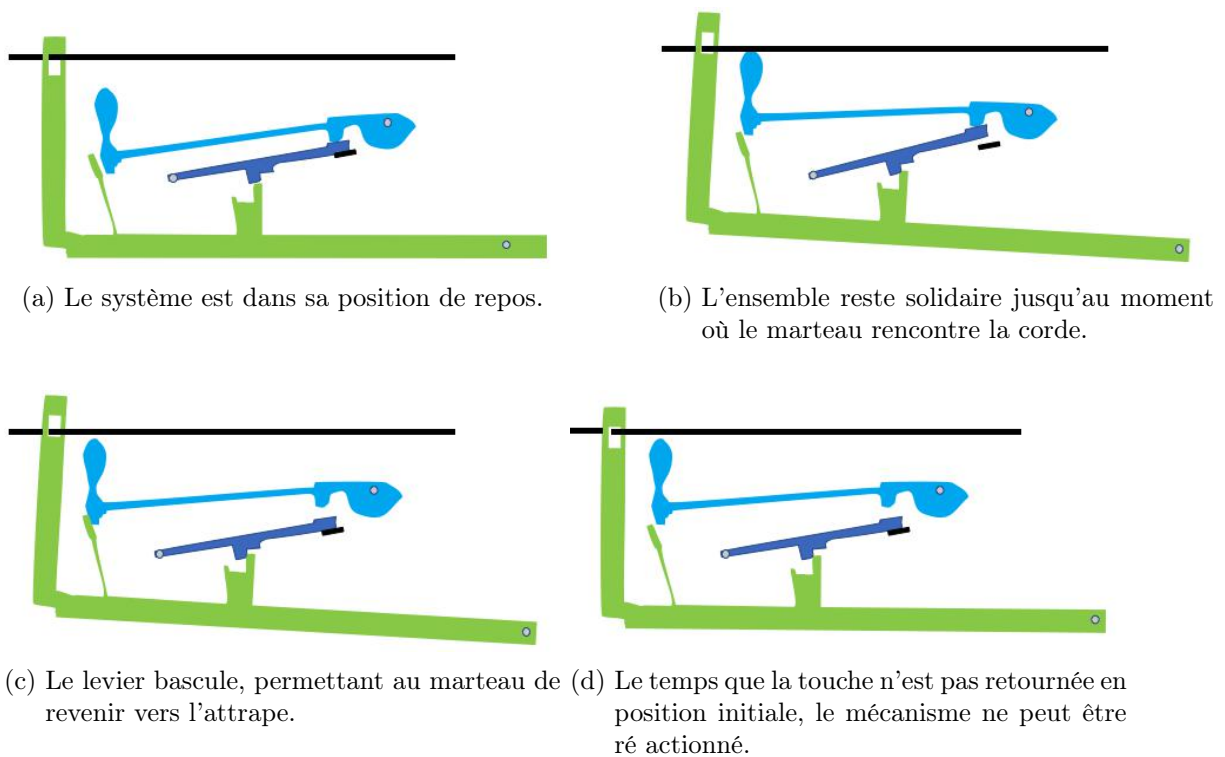


FIGURE 1.3. Décomposition du mouvement de la touche de piano forte selon Cristofori.

Après un siècle d'amélioration du mécanisme, Sébastien Érard dépose un brevet qui sera la dernière amélioration majeure du mécanisme du piano : le double échappement. Il apporte ceci de différent que le mécanisme se "ré-arme" avant que la touche ne soit retournée en position de repos.

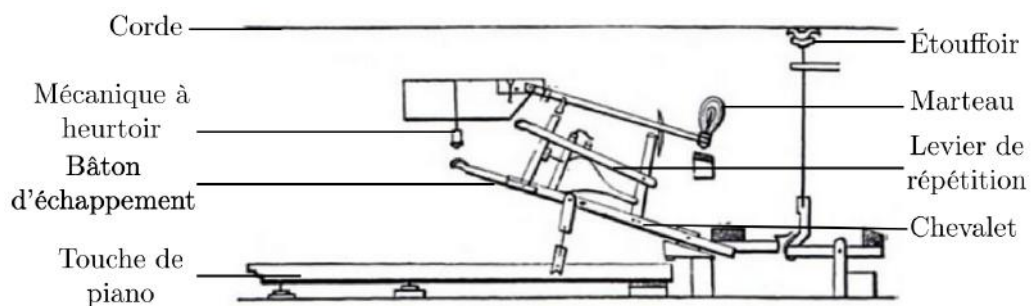


FIGURE 1.4. Mécanisme de double échappement proposé par Sébastien Érard en 1826. *Alfred Dolge.*

1.1. Présentation du piano

Le principe de fonctionnement est ici bien plus difficile à appréhender. Au départ du mouvement et jusqu'à ce que le bâton d'échappement se heurte à sa butée, tous les éléments du système restent en contact. Le contact avec sa butée permet au bâton de transmettre une impulsion au niveau du rouleau du marteau, lui donnant ainsi une vitesse nécessaire pour se désolidariser du système. Il rencontre la corde puis retourne vers le levier de répétition et est arrêté par l'attrape marteau. Le double échappement intervient au moment où la touche revient en position haute : le levier, sous l'action du ressort filaire qui le relie au chevalet, va d'une part pousser le marteau vers le haut et d'autre part pousser le chevalet et le bâton vers le bas, laissant de l'espace au bâton pour se repositionner sous le rouleau du marteau. Le réactionnement du mécanisme peut se faire sans que la touche ait nécessairement atteint sa position de repos.

1.1. Présentation du piano

Les améliorations du piano qui suivront (matériaux utilisés pour les feutres, les cordes et les pièces en bois, disposition des cordes, etc.) ne modifieront pas le principe de fonctionnement du mécanisme.

Il existe aujourd'hui deux types de pianos : les pianos à queue et les pianos droits. Le grand public pense à tort que ce qui fait la supériorité du premier sur le second est sa qualité sonore ; c'est pourtant son mécanisme qui fait la différence. Le mécanisme de répétition du piano à queue se remet plus rapidement en place et le contrôle de la vitesse du marteau est bien meilleur.

La qualité d'un piano se mesure par des professionnels. Cependant, certains critères sont objectifs : le nombre de nuances sonores accessibles, l'homogénéité du toucher le long du clavier, la dureté des touches, le volume sonore global en sont des exemples.

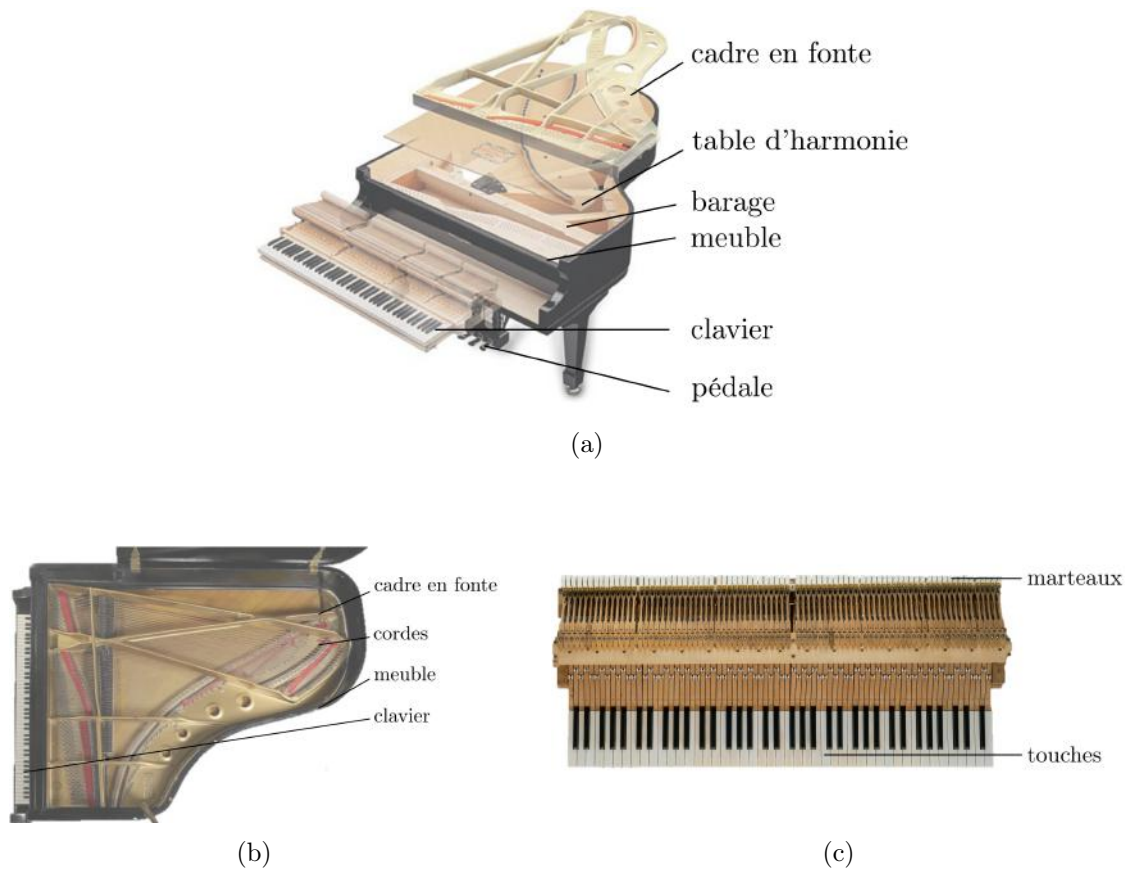


FIGURE 1.6. (a) Vu éclatée d'un piano à queue Köhler and Campbell.
(b) Vu du dessus d'un piano Érard (Philharmonie de Paris).
(c) Vu du dessus d'un clavier Érard (Philharmonie de Paris).

1. Introduction

1.1.2. Le toucher

Le toucher, dont nous parlons ici, est une sensation haptique : c'est la perception de la force exercée par la touche sur le doigt du pianiste. On propose la définition suivante : le toucher d'un piano est la résistance dynamique de son mécanisme au mouvement. On dira alors simplement qu'un bon toucher permet au pianiste d'avoir un meilleur contrôle des nuances sonores qu'un mauvais toucher.

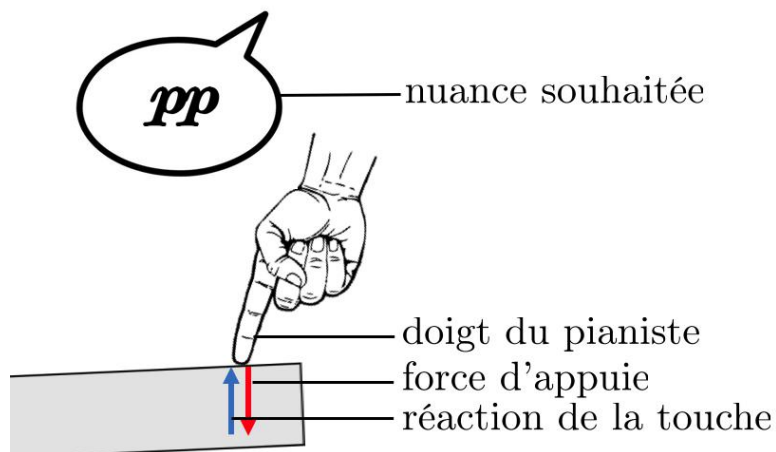


FIGURE 1.7. Le pianiste estime la force qu'il doit appliquer en fonction de la nuance qu'il veut faire entendre.

La notion de toucher est cruciale pour produire de bonnes performances. C'est un concept aisément appréhensible après quelques années de pratique du piano. Progresser passe nécessairement par l'utilisation d'un instrument possédant un bon toucher.

Le toucher est malgré tout loin d'être uniforme d'un piano à l'autre ; les matériaux utilisés, le réglage effectué, la géométrie du mécanisme induisent des différences. Un bon pianiste est cependant capable de passer d'un instrument à l'autre sans que ses performances n'en pâtissent trop.

L'idéal pour tout pianiste désireux de produire de bonnes performances est d'avoir accès à un piano à queue. Les contraintes financières et matérielles font que la plupart des pianistes ne peuvent pas jouer sur un tel piano.

1.1. Présentation du piano

	Prix	Masse	Géométrie (largeur*hauteur*profondeur)
	600€-40k€ (-50% en occasion)	120 kg-300 kg	150 cm*120 cm*50 cm
	15k€-300k€ (-30% en occasion)	250 kg-500 kg	150 cm*120 cm*170-290 cm

TABLE 1.1. Caractéristiques des pianos vendus actuellement.

Le piano acoustique possède des contraintes fortes comme : la fragilité² de l'instrument, la nécessité de l'accorder régulièrement (dépend de la fréquence d'utilisation) et de faire régler le mécanisme.

1.1.3. Synthétiseurs et piano numériques

Les contraintes citées précédemment conduisent certains pianistes à se tourner vers un instrument numérique. En plus d'être une alternative au piano acoustique (il assure la fonction essentielle de l'instrument), il possède des fonctionnalités qui lui sont propres ; la synthèse sonore, la possibilité d'utiliser un casque audio, l'encombrement réduit sont des éléments qui expliquent son énorme succès. On peut distinguer le synthétiseur du piano numérique par son utilisation. Quand le synthétiseur est surtout utilisé pour ses fonctionnalités numériques, le piano numérique est lui, utilisé pour sa capacité à imiter un piano acoustique. C'est sur ce second aspect que notre travail se concentre.

2. La plupart des instruments de musique sont fragiles, mais ici, un simple déplacement est susceptible d'occasionner des dégâts.

1. Introduction



(a) Minimoog (1971)



(b) VCS-3 (1969)

FIGURE 1.8. Deux des premiers synthétiseurs intégrant un clavier.

Le piano numérique transforme un mouvement (celui de la touche) ou une force sur une butée en un signal électrique. L'intensité de ce signal permet de déterminer l'intensité sonore à produire. Les premiers pianos numériques n'intégraient pas de mécanisme sophistiqué pour reproduire le toucher d'un piano traditionnel. Il aura fallu attendre la fin des années 80 pour voir apparaître les premiers pianos à "toucher lourd". Ceux-ci intègrent des contrepoids sous différentes formes dans le clavier pour donner la sensation au pianiste qu'il joue sur un piano acoustique. Le nombre d'innovations dans le domaine du toucher des pianos numériques stagne voir diminue dans les années 2000 : en dénote le nombre de brevets déposés par les acteurs majeurs du marché sur cette même période[2]. Le choix est alors pris de revenir à un mécanisme traditionnel pour reproduire le toucher des pianos acoustiques. Apparaissent alors les pianos dits "hybrides". Ce sont des pianos numériques dans lesquels ont été introduits tout ou partie de la mécanique d'un piano acoustique.



(a)



(b)

FIGURE 1.9. (a) Exemple de piano numérique toucher lourd. (b) Exemple de piano numérique hybride. Le mécanisme représenté ici semble complet, mais dans la plupart des cas il n'est que partiel ; les matériaux sont souvent différents (plastique et polymère), le feutre est soit absent soit remplacé par un substitut et les réglages (ressort, masse, inertie) ne sont pas les mêmes qu'une touche réelle.

1.1. Présentation du piano

Une étude menée par la SATT[2] tend à confirmer qu'aucun de ces deux types de pianos numériques n'est satisfaisant, pour les utilisateurs avertis, sur le plan du toucher. On peut ajouter qu'introduire une mécanique même partielle de la touche de piano ré-introduit beaucoup de contraintes : encombrement, usure du mécanisme, fragilité.

1. Introduction

1.2. État de l'art

Sommes-nous capables de produire une touche de piano numérique dont le toucher puisse être qualifié de bon ?

L'étude de la perception haptique en tant que discipline scientifique est relativement récente et est sujet à de nombreux travaux de recherche depuis plus de 40 ans. Le sens du toucher diffère de la vue entre autre par sa sensibilité à des variations "d'enfoncement" dont la durée est inférieure à la milliseconde ([8],[9]). Là est une des premières difficultés à concevoir un système robotique qui vise à reproduire une sensation de touché chez l'homme : les actionneurs (souvent électromécaniques) utilisés devront répondre à une des fréquences de l'ordre du kHz dans des gammes de variation de force quelques N et/ou de déplacement de quelques centaines de μm avec une précision souvent importante (dépend du contexte). Ceci est source de travaux concernant la transmission des données entre l'interface et son contrôleur via un réseau informatique en temps réel ([10], [11]). Cette question est loin d'être triviale.

La qualité d'une interface haptique sera toujours le résultat du couplage entre la perception de l'utilisateur et la qualité technique de l'interface. L'aspect programmation a une grande importance dans l'achèvement d'une telle tâche [12]. Il s'agit de produire un signal, souvent le résultat de la résolution d'équation dynamique³, pour contrôler un actionneur. La résolution d'équation peut être, en soit, source d'approximation dû entre autres au degrés de précision de la description utilisé et au schéma de résolution choisi. Parfois un modèle simplifié d'un phénomène donne des résultats similaires à un modèle élaboré ([13], [14]). La bi-directionnalité des échanges est importante en particulier en télérobotique et téléopération : le robot réagit en fonction de la manipulation qu'exécute l'opérateur et l'opérateur réagit en fonction de la sensation retournée par le robot. Dans ces cas-là, prédire le mouvement de l'utilisateur peut très largement améliorer la qualité de l'interface ([15]). Cela n'est pas possible pour toute les applications.

Les applications de ce domaine d'activité sont variées [16] : Retour de force sur des interfaces tactiles, jeux vidéos, communications commerciales en ligne, amélioration de la perception des surfaces microscopiques en compléments de l'imagerie, animation 3D dans le cinéma, interfaces musicales, domotique, interface de contrôle dans les voitures, téléopération en médecine, prototype rapide de système complexe, rééducation des membres, etc. Les formes prises par les interfaces sont diversifiés : Clavier de piano à dynamique programmable ([17]), exosquelette ([18]), gant de préhension ([19], [20]), interface de manipulation d'objet virtuel en 3D ([21]), souris d'ordinateur avec retour de sensations ([22],[23]), manette de jeux vidéo ([24], [25]), bouton rotatif résistant ([26], [27]), etc.

Des descriptions mécaniques de la dynamique de la touche de piano existent depuis longtemps, on peut citer le nom de Rimsky-Korsakov [28] et bien d'autres de ses travaux : il propose plusieurs modèles simples de la dynamique de la touche et de ces éléments constitutifs. Plus récemment, plusieurs articles relatent de la description de l'ensemble du mécanisme ([29], [30], [31]). Les modèles prennent en considération de plus en plus de phénomènes physiques (frottement,

3. D'autres approches existent comme l'utilisation d'une base de donnée de signaux que l'on envoie en fonction de la mesure du système réel.

étouffoir, double échappement, etc.). Il faudra attendre 2007 pour avoir une avancée notable sur ce sujet avec la thèse de José Lozada [3] qui propose un modèle complet du mécanisme. La thèse de Anders Thorin [5] viendra apporter une meilleure description des frottements dans le système et proposera une approche non régularisée de la simulation des frottements secs.

Sur le sujet de la simulation, la plupart des études menées sur le sujet se sont avérées infructueuses sur le plan du temps de calcul. En 1995, une équipe de l'université catholique de Louvain propose une simulation d'un modèle complet de la touche puis d'un modèle réduit [31]. Les résultats en temps de calcul sont les suivants : 1 s de simulation dans la réalité met 4 h à s'exécuter pour le modèle complet contre 15 s pour le modèle réduit. En ce qui concerne la validation de la simulation, ici encore les déplacements simulés sous l'action d'une force donnée présentent des erreurs non négligeables pour le modèle complet et importantes pour le modèle réduit. Il faudra attendre l'apparition d'ordinateurs plus puissants pour avoir de meilleurs résultats. On notera de nettes améliorations avec les travaux d'Adel Izadbakhsh [32] [33] dont la simulation d'un mouvement complet (enfoncement puis relâchement) s'exécutait en un peu plus d'une heure sur un ordinateur standard. Anders Thorin améliore encore significativement à la fois la précision des résultats de simulation et le temps d'exécution de celle-ci ; un logiciel particulier développé par le CEA : XDE est utilisé. Quand jusqu'à maintenant, les simulations prenaient en entrée une mesure de force pour simuler des déplacements, ici l'implémentation est inverse. Les résultats de simulation ont été validés par la mesure [34]. Dans XDE, un modèle mécanique explicite n'est pas nécessaire pour effectuer la simulation. Une description géométrique et un modèle de chaque élément suffit au logiciel pour fonctionner. Les résultats étaient conformes aux résultats expérimentaux. Cela a permis de valider le travail de modélisation. De plus cette thèse propose une méthode de résolution efficace des phénomènes non réguliers de la simulation du modèle. Pour 1 s de dynamique de la touche dans la réalité la simulation durait 20 s (avec un Δt de 1 ms) sur un ordinateur portable standard⁴.

Sur le sujet de la production d'une touche de synthétiseur munie d'un actuateur actif ou semi-actif, il faut remonter au début des années 1980 et les travaux de du laboratoire ICA⁵ de l'association ACROE⁶. En 1990, Claude Cadoz, Jean-Loup Florens et Leszek Lisowski présente un actuateur magnétique [17] dont la conception sera plus aboutie quelques années plus tard dans [35] et [36]. De son côté, R. Gillepsie crée un actuateur pour la reproduction du retour de force de la touche de piano [30]. En 2002, R. Oboe et G. De Poli tente à leur tour l'expérience [37] et [38]. Les résultats de tous ces travaux sont un apport important, seulement, les temps de réponse de ces actuateurs ne permettent pas un contrôle suffisant pour reproduire correctement la sensation de toucher de la touche de piano. On ajoute ici les travaux de José Lozada, Anders Thorin et Waad Nassar qui ont participé, en collaboration avec le CEA-List, au développement d'un actuateur dont le principe d'actuation est basé sur l'utilisation de la magnéto rhéologie [5],

4. Le travail mené à ce moment là n'avait pas pour objectif principal la réduction du temps d'exécution. Il est donc probable que ce dernier aurait pu être réduit

5. Ingénierie pour la Création Artistique

6. Association pour la Création de la Recherche sur les Outils d'Expression

1. Introduction

[3] et [4]. C'est ce dernier procédé que nous utilisons dans cette thèse.

Un prototype de touche de synthétiseur a été proposé par José Lozada en 2007. L'idée était de remplacer la touche traditionnelle par une barre en rotation ayant la forme d'une touche équipée de deux capteurs de mouvement et d'un frein à fluide magnéto rhéologique en translation par rapport à la touche. Le résultat n'était pas satisfaisant. À partir de ces travaux, et pour répondre à cette question, nous avons conçu une solution technique dont l'actuateur est en rotation par rapport à la touche. On agit en temps réel sur l'actuateur pour reproduire le retour de force en bout de touche d'un mécanisme de piano à queue. Une simulation du modèle mécanique de la touche de piano traditionnelle doit être exécutée en temps réel.

1.3. Problématique liée à cette thèse

Cette thèse a démarré avec les éléments suivants :

- un modèle mécanique a été donné pour chaque élément de la touche de piano ;
- la simulation de la force de réaction de la touche de piano à queue via le logiciel XDE a permis de valider les choix et les hypothèses retenues pour écrire le modèle mécanique associé ;
- l'ensemble de la géométrie et des paramètres du modèle ont été mesurés.

Nous souhaitons concevoir un prototype de touche de piano numérique dont la fonction sera de reproduire la force de réaction d'un piano à queue sous l'action d'un pianiste.

La solution que nous développons ici agrège plusieurs disciplines : la simulation de modèle mécanique, le calcul temps réel, le contrôle d'un dispositif expérimental, le développement d'un logiciel. L'actionneur est semi-actif, le freinage ne s'exécute qu'à l'enfoncement de la touche. La difficulté est de déterminer le couple à générer sur l'axe de rotation de la touche.

Pour cela, il nous faut répondre à deux questions : qu'elle est l'intensité de la force de réaction de la touche de prototype sur le doigt du pianiste avec un couple de freinage nul ? Avec le même geste, qu'elle serait la force de réaction du mécanisme d'une touche traditionnelle sur le doigt du pianiste ? La soustraction de ces deux quantités nous apporte la connaissance de la force qu'il faut "ajouter" en bout de touche.

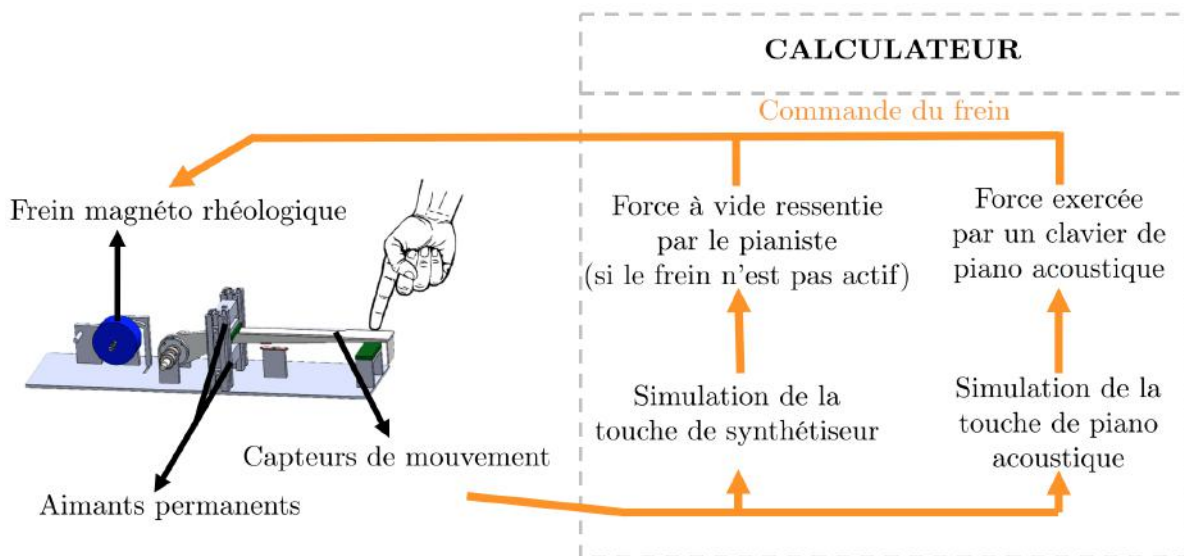


FIGURE 1.10. Principe de fonctionnement du prototype.

Entre la mesure et le freinage, le temps est contraint. Il nous faut, à tous les étages de notre dispositif, maîtriser le temps d'exécution, de transport des informations, etc. En gardant à

1. Introduction

l'esprit que le nœud du problème est le temps d'exécution de la simulation de la touche de piano traditionnelle.

2. Modèle de la touche de piano

Sommaire

2.1. Liaisons pivot	27
2.1.1. Liaison pivot de la touche	27
2.1.2. Liaison pivot du marteau, du levier, du bâton, du chevalet et de l'étouffoir	28
2.2. Référentiels, repères et degrés de liberté	29
2.2.1. Degrés de liberté du système	30
2.2.2. Rotation entre les repères	30
2.3. Poids	31
2.4. Frottement dans les articulations	33
2.5. Feutres de contact/butée	34
2.5.1. Formalisme général d'un contact	34
2.5.2. Contact 1D/1DDL	39
2.5.3. Contact 1D/2DDL	49
2.5.4. Contact 1D/3DDL	53
2.5.5. Contact 2D/2DDL	56
2.5.6. Contact 2D/3DDL	61
2.6. Ressorts filaires métalliques	70
2.6.1. Moments des forces des ressorts bâton-chevalet en O_J et levier-chevalet en O_L	72
2.6.2. Moments des forces des ressorts bâton-chevalet et levier-chevalet en O_W	72
2.6.3. Couples exercés par le ressort support-chevalet en O_W	73
2.7. Action des pivots du bâton et du levier sur le chevalet	74
2.7.1. Force de réaction du pivot du bâton	74
2.7.2. Force de réaction du pivot du levier	75
2.7.3. Moment sur le chevalet	76
2.8. Équation du moment cinétique	77
2.8.1. Simplification de l'équation sur le chevalet	77
2.8.2. Approximation sur les masses et inerties du bâton et du levier	79
2.8.3. Touche(Key)	80
2.8.4. Chevalet(Whippen)	80
2.8.5. Bâton(Jack)	81
2.8.6. Levier(Lever)	82
2.8.7. Marteau(Hammer)	82
2.8.8. Résumé des équations du modèle	83
2.8.9. Écriture matricielle	84
2.9. Récapitulatif	86

2. Modèle de la touche de piano

Ce chapitre vise à proposer un modèle de la touche de piano plus complet que celui de [5]. Dans un premier temps on explicite les degrés de liberté ainsi que les repères géométrique qui nous servent à décrire la dynamique. Ensuite, on décrit un à un les phénomènes physique qui régissent le mouvement des éléments de la touche de piano, ajoutant si besoin des hypothèses et approximations. Pour finir on écrit Les équations de la dynamique pour chacun des éléments du système.

Nous nous intéressons à la partie mécanique du piano. Le mécanisme est composé de six éléments distincts : la touche, le chevalet, le bâton, le levier, l'étau et le marteau. La touche étant le seul élément actionné (et visible) par le pianiste.

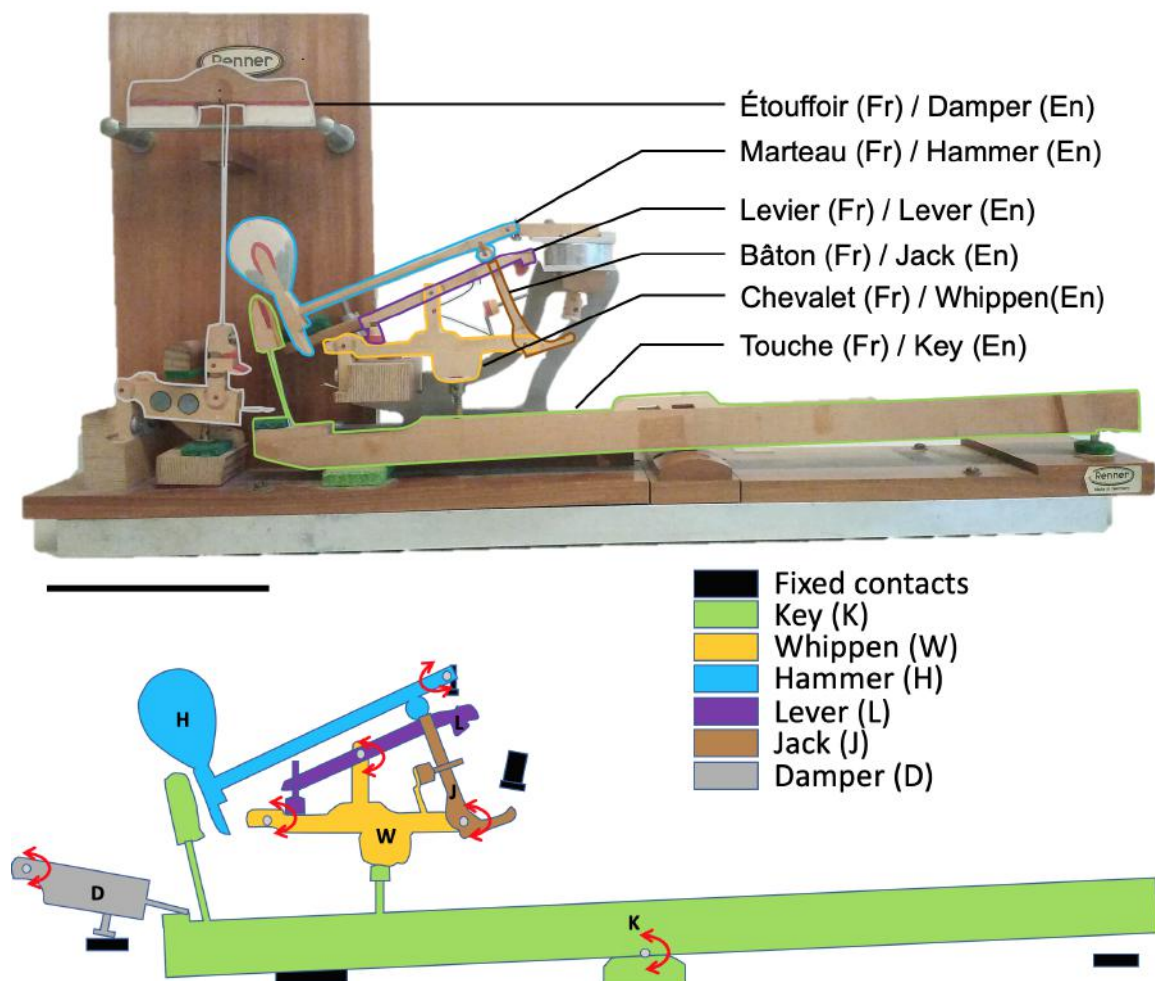


FIGURE 2.1. Description des éléments de la touche de piano.

Pour le fonctionnement et l'enchaînement des mouvements, se référer à [5]. Dans notre modélisation, nous faisons deux hypothèses : les éléments de la touche de piano sont des solides rigides (voir [3]) et leurs rotations seules suffisent à décrire la dynamique de la touche.

2.1. Liaisons pivot

Les éléments de la touche de piano sont attachés au support de la touche par des liaisons pivot.

2.1.1. Liaison pivot de la touche

Deux points (pointe de balancier et pointe d'enfoncement) contraignent le mouvement de la touche de piano. Une lui sert d'axe de rotation et l'autre restreint les translations et rotations.

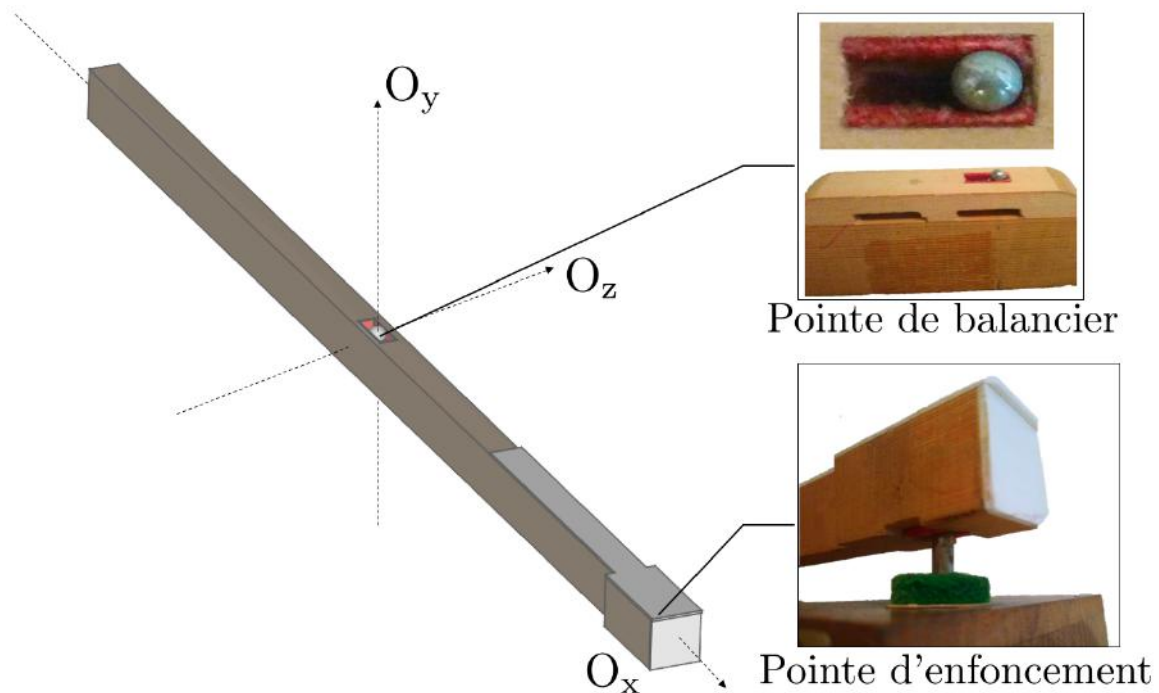


FIGURE 2.2. La touche de piano est contrainte dans son mouvement par deux pointes métalliques attachées au cadre.

La pointe d'enfoncement empêche les rotations autour de O_x , et les translations dans la direction de O_x et O_z . Couplée à la pointe de balancier, la rotation autour de O_y est rendue impossible. La translation selon O_y est bloquée par l'intégration de la touche dans le système. Seule la rotation autour de O_z est permise. L'intérêt de ce dispositif est de pouvoir retirer la touche relativement facilement pour la maintenance.

2. Modèle de la touche de piano

2.1.2. Liaison pivot du marteau, du levier, du bâton, du chevalet et de l'étouffoir

Les liaisons pivots des cinq autres éléments restreignent toutes les translations, et les rotations autour de O_x et O_y . Seule la rotation autour de O_z est possible.

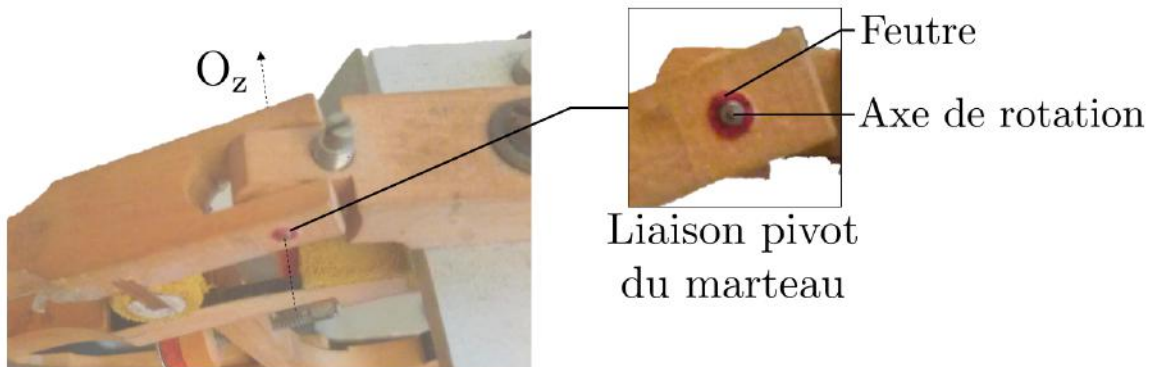


FIGURE 2.3. Les liaisons pivot du marteau, chevalet, bâton, levier et étouffoir limitent les mouvements à une seule rotation par élément.

2.2. Référentiels, repères et degrés de liberté

Pour décrire la dynamique du système, il nous faut décrire sa géométrie. Nous reprenons ici la description faite par Anders Thorin [5] et nous la complétons.

Les vitesses angulaires de la touche, du chevalet, de l'étouffoir et du marteau sont relatives au référentiel du "laboratoire". C'est-à-dire le support de la touche.

Les vitesses angulaires du bâton et du levier sont relatives au référentiel du chevalet. On oriente les rotations dans le sens trigonométrique.

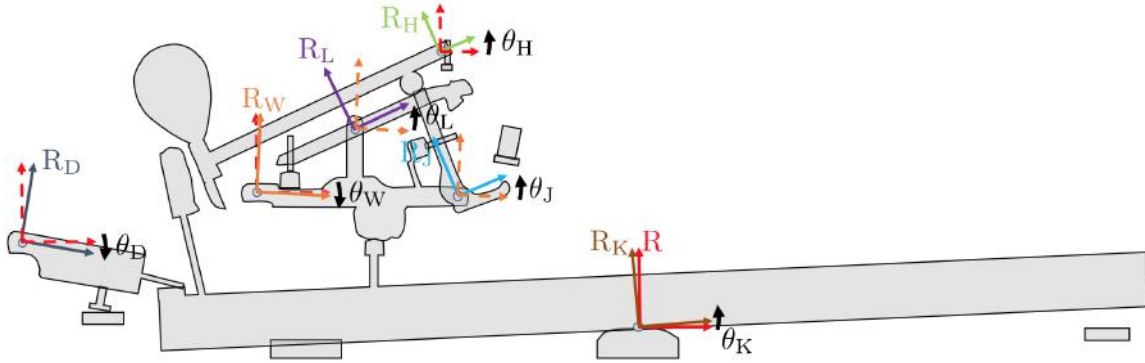


FIGURE 2.4. Représentation des repères et degrés de liberté du système.

Rouge : axes \vec{e}_x , \vec{e}_y du repère R du laboratoire

Autres couleurs : axes \vec{e}_{i_x} , \vec{e}_{i_y} du repère R_i lié à la pièce mobile i

L'axe de rotation principal de l'élément $\{i\}$ est le vecteur \vec{e}_{i_x} tel que : son extrémité gauche est l'axe de rotation de l'élément considéré, son sens est de la gauche vers la droite et sa direction est parallèle avec la droite confondue avec la bordure la plus longue de l'élément $\{i\}$.

On définit les repères suivants :

- R, le repère du laboratoire de centre O , ayant pour base les vecteurs \vec{e}_x , \vec{e}_y et \vec{e}_z ;
- R_K : repère de la touche de centre O_K ayant pour base les vecteurs \vec{e}_{K_x} , \vec{e}_{K_y} et \vec{e}_{K_z} ;
- R_W : repère du chevalet de centre O_W , ayant pour base les vecteurs \vec{e}_{W_x} , \vec{e}_{W_y} et \vec{e}_{W_z} ;
- R_J : repère du bâton de centre O_J ayant pour base les vecteurs \vec{e}_{J_x} , \vec{e}_{J_y} et \vec{e}_{J_z} ;
- R_L : repère du levier de centre O_L ayant pour base les vecteurs \vec{e}_{L_x} , \vec{e}_{L_y} et \vec{e}_{L_z} ;
- R_H : repère du marteau de centre O_H ayant pour base les vecteurs \vec{e}_{H_x} , \vec{e}_{H_y} et \vec{e}_{H_z} ;
- R_D : repère de l'étouffoir de centre O_D ayant pour base les vecteurs \vec{e}_{D_x} , \vec{e}_{D_y} et \vec{e}_{D_z} .

2. Modèle de la touche de piano

2.2.1. Degrés de liberté du système

Les degrés de liberté de notre système sont les rotations autour des \vec{e}_{i_z} :

- θ_K angle entre l'axe principal de la touche et l'axe e_x du repère du laboratoire ;
- θ_W angle entre l'axe principal du chevalet et l'axe e_x du repère du laboratoire ;
- θ_J angle entre l'axe principal du bâton et l'axe principal du chevalet ;
- θ_L angle entre l'axe principal du chevalet et l'axe principal du chevalet ;
- θ_H angle entre l'axe principal du marteau et l'axe e_x du repère du laboratoire ;
- θ_D angle entre l'axe principal de l'étouffoir et l'axe e_x du repère du laboratoire.

Les positions angulaires de repos sont décrites dans [5].

$$\begin{aligned}\theta_K(t=0) &= 0,03 \text{ rad} \\ \theta_W(t=0) &= -0,03 \text{ rad} \\ \theta_J(t=0) &= 0,22 \text{ rad} \\ \theta_L(t=0) &= 0,40 \text{ rad} \\ \theta_H(t=0) &= 0,40 \text{ rad}\end{aligned}$$

2.2.2. Rotation entre les repères

Nous pouvons passer d'un repère à l'autre par les rotations suivantes

- relation R_J/R_W

$$\begin{pmatrix} \vec{e}_{J_x} \\ \vec{e}_{J_y} \end{pmatrix} = [\theta_J]_{\text{Rot}} \begin{pmatrix} \vec{e}_{W_x} \\ \vec{e}_{W_y} \end{pmatrix}$$

- relation R_L/R_W

$$\begin{pmatrix} \vec{e}_{L_x} \\ \vec{e}_{L_y} \end{pmatrix} = [\theta_L]_{\text{Rot}} \begin{pmatrix} \vec{e}_{W_x} \\ \vec{e}_{W_y} \end{pmatrix}$$

- relation R_W/R

$$\begin{pmatrix} \vec{e}_{W_x} \\ \vec{e}_{W_y} \end{pmatrix} = [\theta_W]_{\text{Rot}} \begin{pmatrix} \vec{e}_x \\ \vec{e}_y \end{pmatrix}$$

- relation R_H/R

$$\begin{pmatrix} \vec{e}_{H_x} \\ \vec{e}_{H_y} \end{pmatrix} = [\theta_H]_{\text{Rot}} \begin{pmatrix} \vec{e}_x \\ \vec{e}_y \end{pmatrix}$$

- relation R_K/R

$$\begin{pmatrix} \vec{e}_{K_x} \\ \vec{e}_{K_y} \end{pmatrix} = [\theta_K]_{\text{Rot}} \begin{pmatrix} \vec{e}_x \\ \vec{e}_y \end{pmatrix}$$

L'étouffoir ne sera pas modélisé, car son effet sur la dynamique du système est négligeable : sa fonction est d'étouffer les cordes ce qui n'est pas utile de décrire dans cette thèse. La suite de ce chapitre vise à modéliser le système dans l'ordre croissant de difficulté.

2.3. Poids

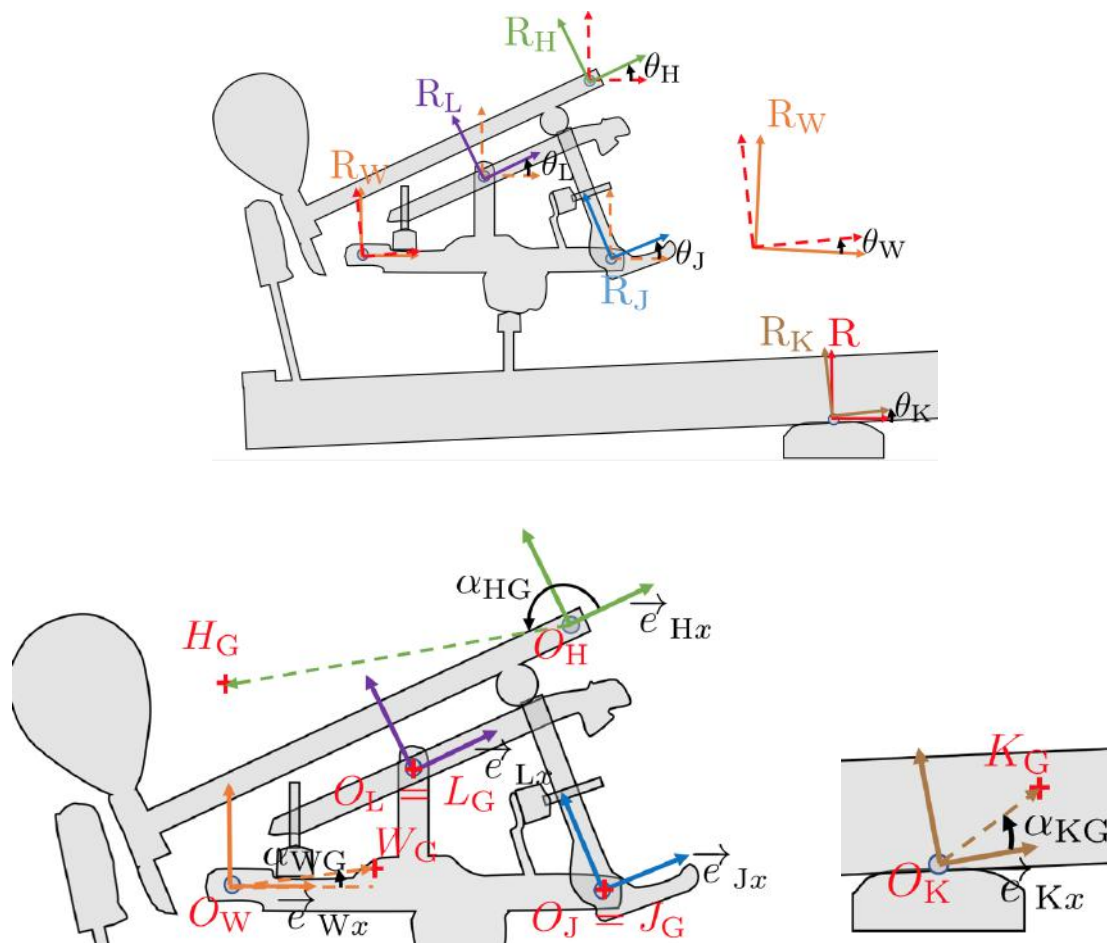


FIGURE 2.5. Poids.

L'excursion angulaire de la touche est faible ($0,04 \text{ rad}$). Le moment du poids de la touche par rapport à \vec{e}_{Kz} s'écrit :

$$C_{gK} \approx -m_{KG} \|\vec{O}_K \vec{K}_G\| \cos \left(\vec{e}_{Kx}, \vec{O}_K \vec{K}_G \right) \quad (2.1)$$

L'excursion angulaire du chevalet est faible ($0,08 \text{ rad}$). Le moment du poids du chevalet par rapport à \vec{e}_{Wz} s'écrit :

$$C_{gW} \approx -m_{wG} \|\vec{O}_W \vec{W}_G\| \cos \left(\vec{e}_{Wx}, \vec{O}_W \vec{W}_G \right) \quad (2.2)$$

2. Modèle de la touche de piano

Le moment du poids du bâton par rapport à \vec{e}_{J_z} est nul car $\|\overrightarrow{O_J J_G}\| = 0$:

$$\boxed{C_{gJ} = 0} \quad (2.3)$$

Le moment du poids du levier par rapport à \vec{e}_{L_z} est nul car $\|\overrightarrow{O_L L_G}\| = 0$:

$$\boxed{C_{gL} = 0} \quad (2.4)$$

Le moment du poids du marteau par rapport à \vec{e}_{H_z} s'écrit :

$$\boxed{C_{gH} = -m_H g \|\overrightarrow{O_H H_G}\| \cos \left(\left(\vec{e}_{H_x}, \overrightarrow{O_H H_G} \right) + \theta_H \right)} \quad (2.5)$$

2.4. Frottement dans les articulations

Les frottements dans les articulations sont des phénomènes physiques importants dans le mouvement de la touche de piano. Ils sont la conséquence de la friction entre un axe de rotation et le feutre qui l'entoure.

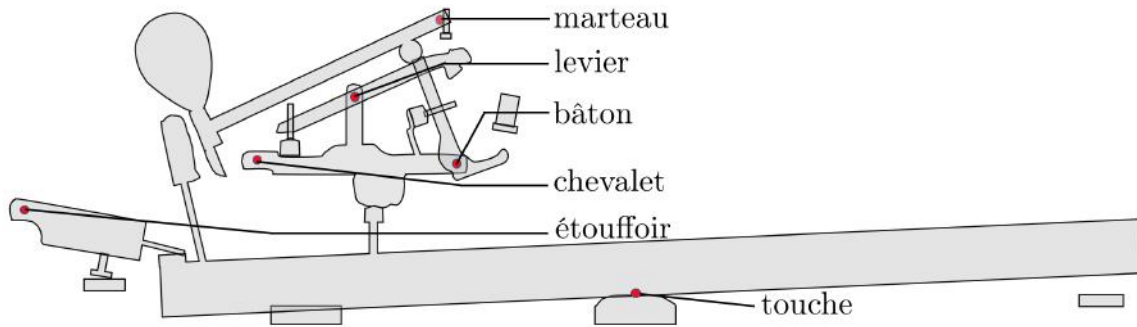


FIGURE 2.6. Position des articulations de la touche de piano acoustique.

On modélise l'action de ces frottements sur les pivots par deux types de frottement : le frottement sec et le frottement "visqueux"¹.

Les expériences menées par José Lozada [3] sur les frottements dans les articulations ont mené à la description suivante :

Couple de frottement sec dans les articulations

$$\boxed{C_d = -c_d \operatorname{sgn}(\dot{\theta})} \quad (2.6)$$

avec C_d le couple de frottement sec dans l'articulation, c_d le coefficient de frottement sec et $\dot{\theta}$ la vitesse angulaire de l'élément en rotation. La fonction signe est définie comme suit :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad \operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \\ \in]-1; 1[& \text{si } x = 0 \end{cases}$$

Couple de frottement visqueux dans les articulations

$$\boxed{C_v = -c_v \dot{\theta}} \quad (2.7)$$

avec C_v le couple de frottement visqueux dans l'articulation, c_v le coefficient de frottement visqueux et $\dot{\theta}$ la vitesse angulaire de l'élément en rotation.

1. Le feutre n'est pas un fluide, cependant, la ressemblance entre le comportement dynamique du frottement dans l'articulation et celui de la résistance à l'écoulement d'un fluide newtonien donne à cette dénomination tout son sens.

2.5. Feutres de contact/butée

Le feutre est abondamment utilisé dans la touche de piano traditionnelle. Il a plusieurs propriétés intéressantes : il permet d'établir un contact entre deux éléments de manière relativement silencieuse, il est facilement manipulable (c'est un tissu) et il résiste bien à la friction. Il est utilisé comme surface de contact entre les éléments du système et comme surface de friction dans les articulations.

On dénombre quatorze contacts dans le système, seuls douze sont décrits (on ne tient pas compte de l'étouffoir).

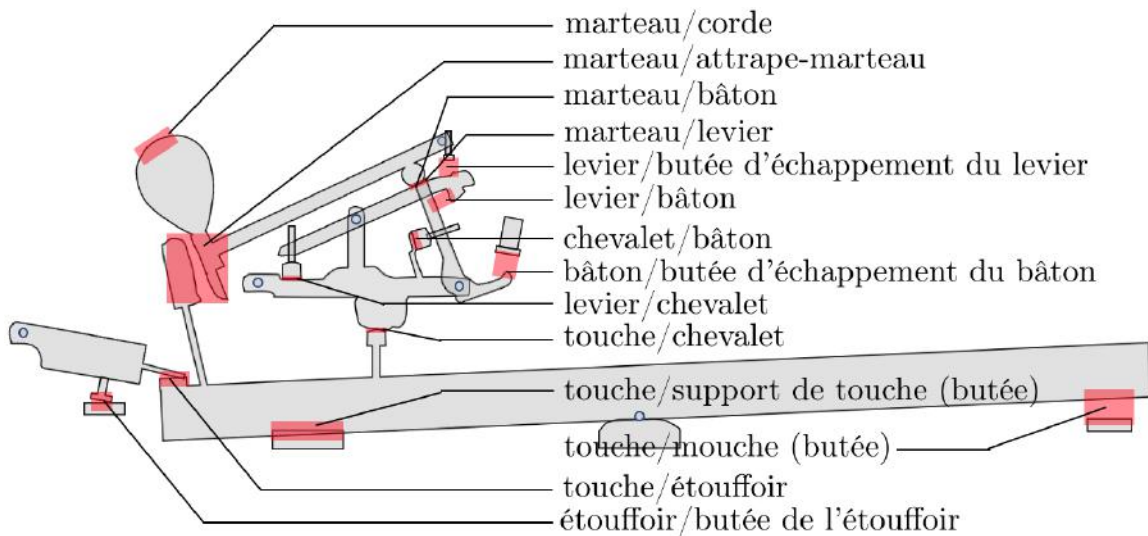


FIGURE 2.7. Zones de contacts sur la touche de piano.

2.5.1. Formalisme général d'un contact

La force de contact est caractérisée par une norme et une orientation. Quand son orientation est purement géométrique, sa norme dépend de l'enfoncement relatif et de la vitesse glissement entre les surfaces. On reprend la loi de Coulomb en explicitant la force de réaction dans le cas du feutre.

La description de la force de contact nécessite la définition des vecteurs normal et tangent à la surface de contact ainsi que celle d'un point représentatif.

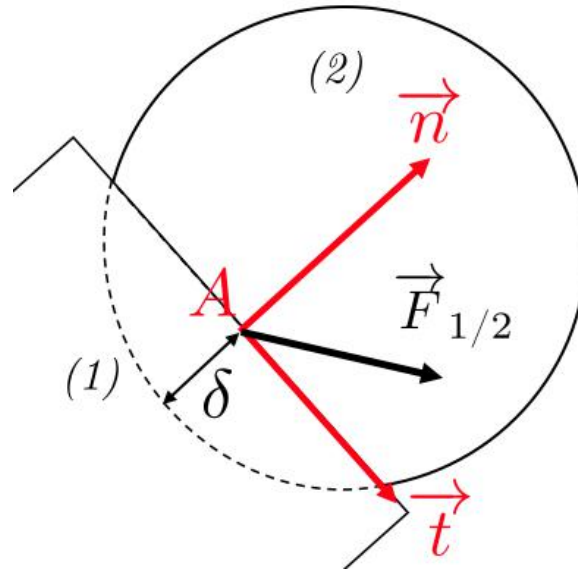


FIGURE 2.8. Description géométrique de la force de contact de l'élément (1) sur l'élément (2).

La force de contact décrite dans le repère local ainsi formé s'écrit :

$$\boxed{\vec{F} = F(\delta, \dot{\delta}) \vec{n} + \mu F(\delta, \dot{\delta}) \operatorname{sgn}(f(\dot{\theta})) \vec{t}} \quad (2.8)$$

où :

- \vec{n} est la normale à la surface de contact au point A ;
- \vec{t} est la tangente à la surface de contact au point A ;
- $f(\dot{\theta})$ est une fonction qui quantifie le mouvement relatif (dépend de la géométrie des surfaces de contact) ;
- $\operatorname{sgn}(f(\dot{\theta}))$ est la loi de contact de Signorini ;
- $F(\delta, \dot{\delta})$ est l'intensité de la force de réaction ;
- μ est le coefficient de frottement sec.

Le modèle retenu pour décrire l'intensité de la force de réaction entre deux surfaces constituées de feutre est, selon [39] et [40] :

$$F(\delta, \dot{\delta}) = k\delta^r + b\delta^r \dot{\delta} \quad (2.9)$$

Nous utiliserons la version proposée par [41] :

$$F(\delta, \dot{\delta}) = k\delta^r + b\delta^2 \dot{\delta} \quad (2.10)$$

où les paramètres k , r et b sont définis expérimentalement et δ est la distance d'enfoncement d'un élément dans un autre.

2. *Modèle de la touche de piano*









Nous négligeons le glissement entre les surfaces de la plupart des contacts sauf pour les contacts marteau-touche, bâton-butée d'échappement et bâton-marteau.

Pour simplifier la description géométrique de chaque contact nous les avons catégorisé en fonction du nombre de degrés de liberté nécessaire pour décrire le contact (un DDL ou plusieurs DDL) et en fonction du nombre de dimensions de la force de contact (glissement négligé ou non).

Le contact entre le bâton et le levier est remplacé par un contact entre le bâton et le chevalet. En effet, le moment de la force de contact entre le levier et le bâton en O_L est négligeable². Cette approximation enlève de la complexité dans l'écriture des équations de la dynamique du levier et du bâton.

2. L'orientation de la force de contact est quasiment parallèle à l'axe principal du levier.

2.5. Feutres de contact/butée

Contacts 1D/1DDL					
WJ (WJ1)	Chevalet/ Bâton		LJ (WJ2)	Levier/ Bâton	
KSp	Touche/ Mouche		KSm	Touche/ Support touche	
LW	Levier/ Chevalet				
Contacts 1D/2DDL					
LS	Levier/ Butée d'échappe- ment levier		KW	Touche/ Chevalet	
Contacts 1D/3DDL					
HL	Marteau/ Levier				
Contacts 2D/2DDL					

2. Modèle de la touche de piano




KH	Marteau/ Attrape- marteau		JS	Bâton/ Butée d'échappe- ment	
Contacts 2D/3DDL					
HJ	Marteau/ Bâton				

TABLE 2.1. Liste des contacts.

2.5.2. Contact 1D/1DDL

2.5.2.1. Butée Touche-Mouche

Deux points suffisent à décrire le contact. Le seul degré de liberté nécessaires pour décrire ce contact est : θ_K .

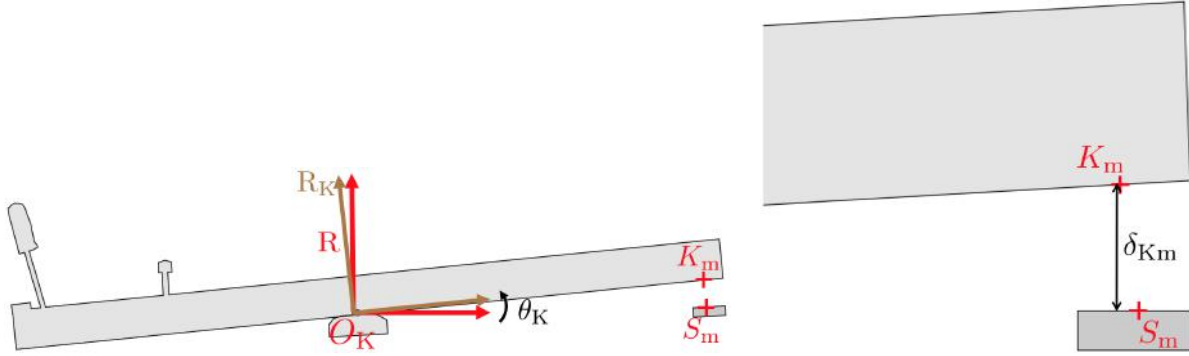


FIGURE 2.9. Contact entre la touche et la mouche.

Les points S_m , K_m sont repérés précisément dans Fig. A.1 (p. 180) et Fig. A.7 (p. 187).

Intervalle δ_{K_m}

On note δ_{K_m} , l'intervalle entre la touche et la mouche.
Dans (R) :

$$\begin{aligned} \delta_{K_m} &\approx y_{K_m} - y_{S_m} \\ \delta_{K_m} &= \|\overrightarrow{O_K K_m}\| \theta_K - y_{S_m} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Force de contact

La force de la mouche sur la touche s'écrit :

$$\vec{F}_{mK} = F_{mK} \overrightarrow{n_{mK}} \quad (2.12)$$

où $F_{mK} = k\delta_{K_m}^r + b\delta_{K_m}^2 \dot{\delta}_{K_m}$ avec $k = 1,6 \times 10^{10}$ SI, $b = 5 \times 10^7$ SI et $r = 2,7$.
Elle s'oriente selon la normale à la surface de la mouche :

$$\overrightarrow{n_{mK}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}_R$$

2. Modèle de la touche de piano

Moment de la force de contact par rapport à \vec{e}_{K_z}

On fait l'approximation suivante :

$$\overrightarrow{O_K K_m} \perp \overrightarrow{F_{mK}}$$

Le moment de la force de la mouche sur la touche par rapport à \vec{e}_{K_z} , axe de rotation de la touche, est :

$$\boxed{C_{mK} = F_{mK} d_{K_m}} \quad (2.13)$$

La distance $d_{K_m} = \|\overrightarrow{O_K K_m}\|$ est constante. Le vecteur $\overrightarrow{O_K K_m}$ est décrit dans l'annexe A.1 (p. 180) :

$$\overrightarrow{O_K K_m} = \begin{bmatrix} 241,5 \\ 0 \end{bmatrix}_{R_K} \quad \|\overrightarrow{O_K K_m}\| = 241,5 \text{ mm}$$

2.5.2.2. Butée Touche-Support touche

Deux points suffisent à décrire le contact. Le seul degré de liberté nécessaires pour décrire ce contact est : θ_K .

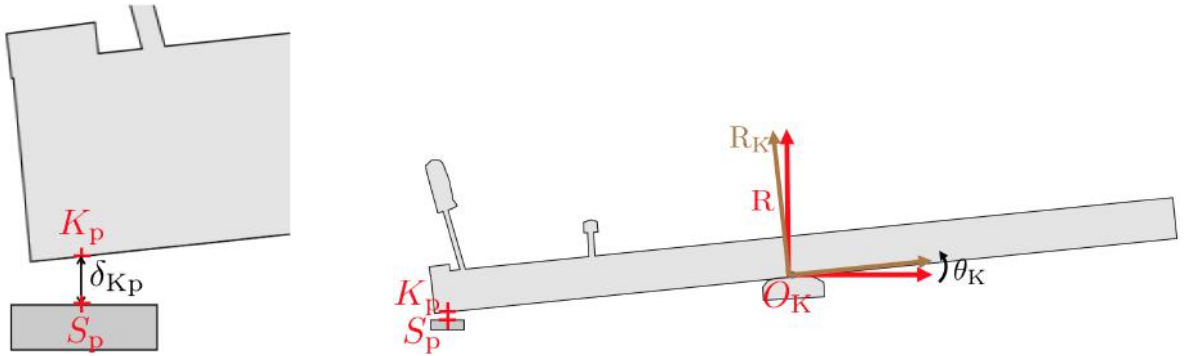


FIGURE 2.10. Contact entre la touche et le support de touche.

Les points S_p , K_p ont été repérés précisément dans Fig. A.1 (p. 180) et Fig. A.7 (p. 187).

Intervalle δ_{K_p}

On note δ_{K_p} , l'intervalle entre la touche et le support de touche. Dans (R) :

$$\begin{aligned} \delta_{K_p} &\approx y_{K_p} - y_{S_p} \\ \delta_{K_p} &= -\|\overrightarrow{O_K K_p}\| \theta_K - y_{S_p} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Force de contact

La force du support de touche sur la touche s'écrit :

$$\vec{F}_{pK} = F_{pK} \vec{n}_{pK} \quad (2.15)$$

où $F_{pK} = k\delta_{Kp}^r + b\dot{\delta}_{Kp}\delta_{Kp}^2$ avec $k = 1,6 \times 10^{10}$ SI, $b = 5 \times 10^7$ SI et $r = 2,7$. Elle s'oriente selon la normale à la surface du support de touche :

$$\vec{n}_{pK} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}_R$$

Moment de la force de contact par rapport à \vec{e}_{Kz}

On fait l'approximation suivante :

$$\overrightarrow{O_K K_p} \perp \vec{F}_{pK}$$

Le moment de la force du support de touche sur la touche par rapport à \vec{e}_{Kz} , axe de rotation de la touche, est :

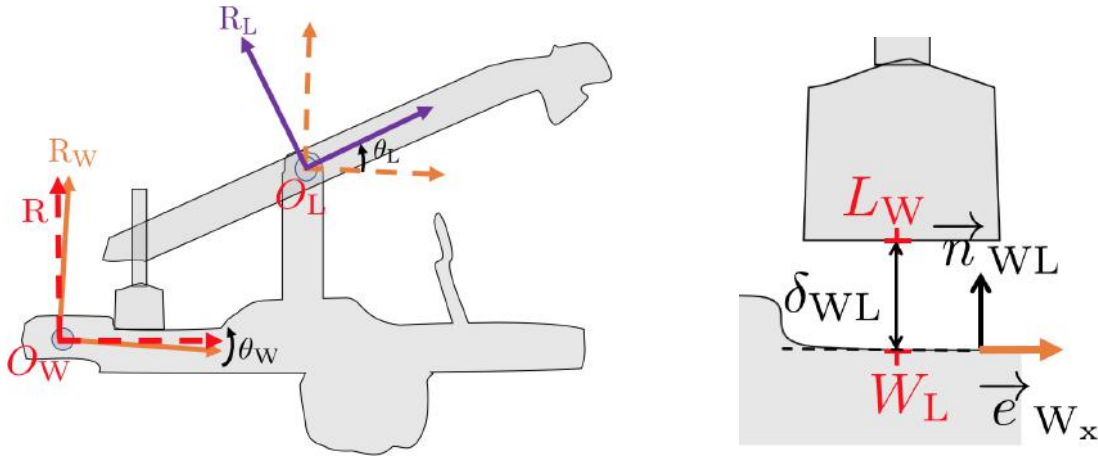
$$C_{pK} = -F_{pK}d_{Kp} \quad (2.16)$$

La distance $d_{Kp} = \|\overrightarrow{O_K K_p}\|$ est constante. Le vecteur $\overrightarrow{O_K K_p}$ est décrit dans l'annexe A.1 (p. 180) :

$$\overrightarrow{O_K K_p} = \begin{bmatrix} -183,0 \\ 0 \end{bmatrix}_{R_K} \quad \|\overrightarrow{O_K K_p}\| = 183,0 \text{ mm}$$

2.5.2.3. Butée Chevalet-Levier

Deux points suffisent à décrire le contact. Le seul degré de liberté nécessaire pour décrire ce contact est : θ_L .



2. Modèle de la touche de piano

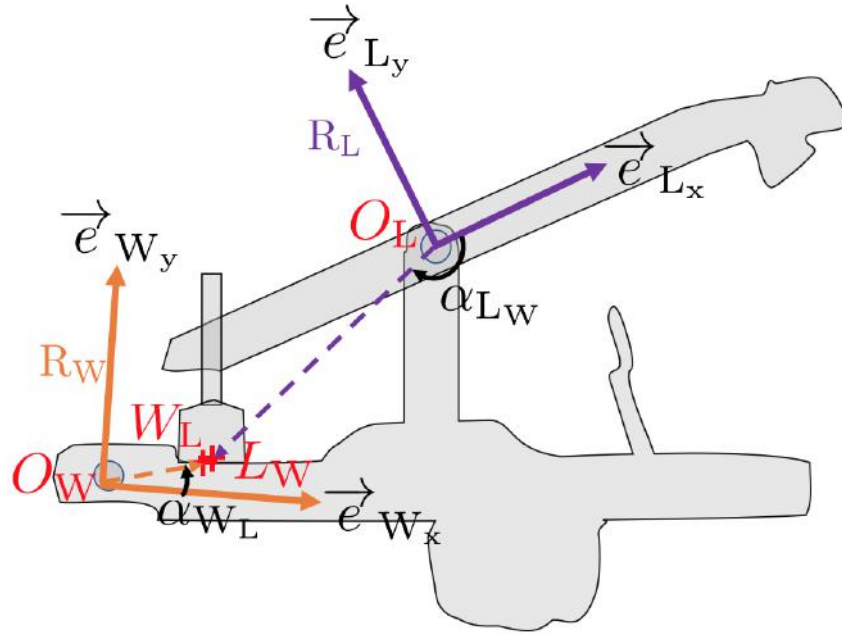


FIGURE 2.11. Contact entre le chevalet et le levier.

Les points W_L , L_W ont été repérés précisément dans Fig. A.2 (p. 182) et Fig. A.4 (p. 184).
On note :

- δ_{WL} : intervalle entre le levier et le chevalet,
- α_{WL} : angle $(\vec{e}_{W_x}, \overrightarrow{O_W W_L})$,
- α_{LW} : angle $(\vec{e}_{L_x}, \overrightarrow{O_L L_W})$.

La normale à la surface de contact (feutre chevalet), \vec{n}_{WL} , est alignée avec \vec{e}_{W_y} . L'angle $(\vec{e}_{L_x}, \overrightarrow{O_L L_W})$ vaut $\frac{\pi}{2}$.

Intervalle δ_{WL}

Dans (R_W) :

$$\begin{aligned} \delta_{WL} &\approx y_{L_W} - y_{W_L} \\ \delta_{WL} &= \|\overrightarrow{O_L L_W}\| \sin(\theta_L + \alpha_{LW}) - \|\overrightarrow{O_W W_L}\| \sin(\alpha_{WL}) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Force de contact

La force du chevalet sur le levier s'écrit :

$$\vec{F}_{WL} = F_{WL} \vec{n}_{WL} \quad (2.18)$$

La force du levier sur le chevalet s'écrit :

$$\vec{F}_{LW} = -F_{WL} \vec{n}_{WL} \quad (2.19)$$

où $F_{WL} = k\delta_{WL}^r + b\dot{\delta}_{WL}\delta_{WL}^2$ avec $k = 1,6 \times 10^{10}$ SI, $b = 5 \times 10^7$ SI et $r = 2,7$. Elles s'orientent selon la normale à la surface du feutre du chevalet :

$$\vec{n}_{WL} = \begin{bmatrix} -\sin \theta_W \\ \cos \theta_W \end{bmatrix}_R$$

Moments de la force de contact par rapport à \vec{e}_{Lz} et \vec{e}_{Wz}

Le moment $\overrightarrow{O_L L_W} \wedge \vec{F}_{WL}$ de la force du chevalet sur le levier par rapport à \vec{e}_{Lz} , axe de rotation du levier, est :

$$C_{WL} = F_{WL} d_{LW} \cos(\theta_L + \alpha_{LW}) \quad (2.20)$$

La distance $d_{LW} = \|\overrightarrow{O_L L_W}\|$ est constante. Le vecteur $\overrightarrow{O_L L_W}$ est décrit dans l'annexe A.4 (p. 184) :

$$\overrightarrow{O_L L_W} = \begin{bmatrix} -41,0 \\ -13,0 \end{bmatrix}_{R_L} \quad \|\overrightarrow{O_L L_W}\| = 43,0 \text{ mm} \quad \alpha_{LW} = -2,82 \text{ rad}$$

Le moment $\overrightarrow{O_W W_L} \wedge \vec{F}_{LW}$ de la force du levier sur le chevalet par rapport à \vec{e}_{Wz} , axe de rotation du chevalet, est :

$$C_{LW} = -F_{WL} d_{WL} \cos(\alpha_{WL}) \quad (2.21)$$

La distance $d_{WL} = \|\overrightarrow{O_W W_L}\|$ est constante. Le vecteur $\overrightarrow{O_W W_L}$ est décrit dans l'annexe A.2 (p. 182) :

$$\overrightarrow{O_W W_L} = \begin{bmatrix} 16,1 \\ 2,0 \end{bmatrix}_{R_W} \quad \|\overrightarrow{O_W W_L}\| = 16,3 \text{ mm} \quad \alpha_{WL} = 0,12 \text{ rad}$$

2.5.2.4. Contact Bâton-Chevalet (WJ1)

Deux points suffisent à décrire le contact. Le seul degré de liberté nécessaire pour décrire ce contact est : θ_J .

2. Modèle de la touche de piano

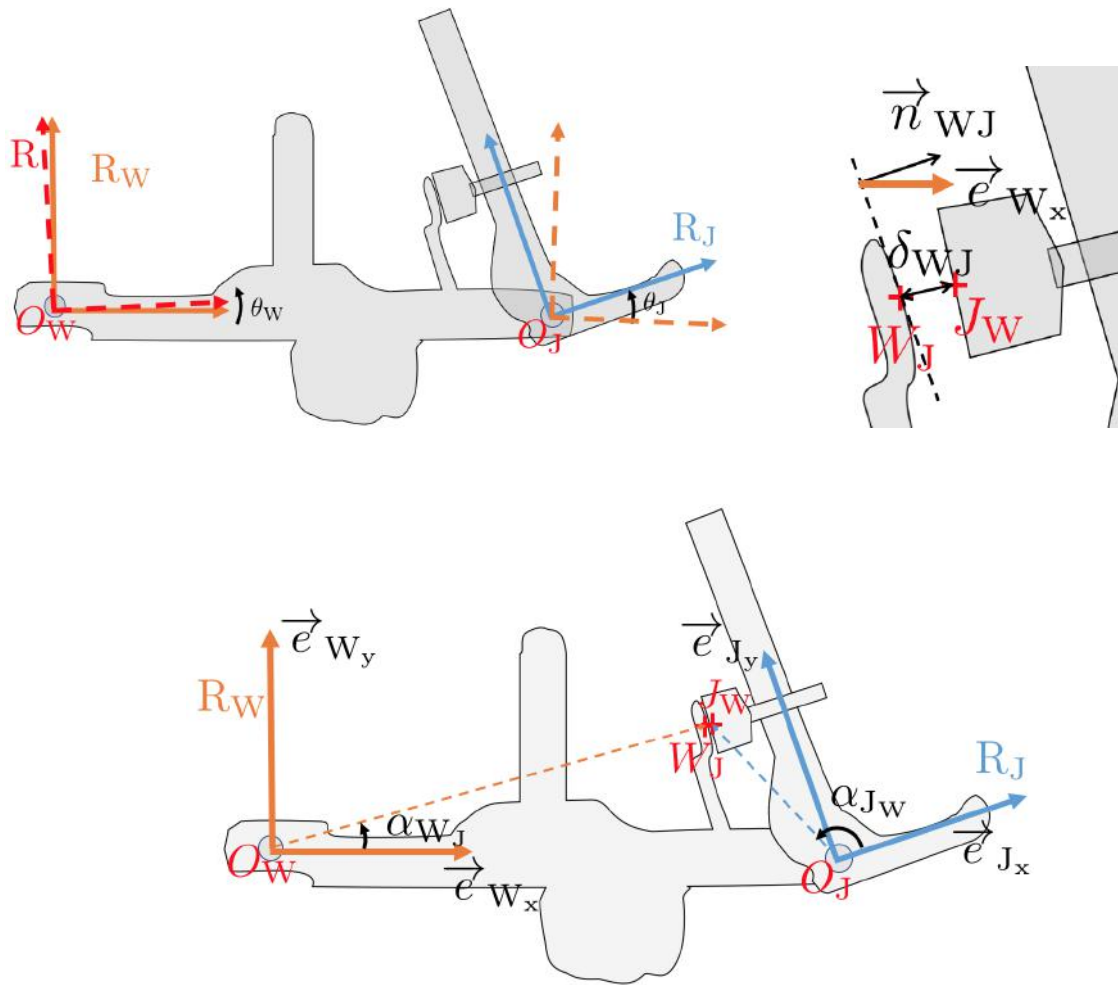


FIGURE 2.12. Contact entre le chevalet et le bâton.

Les points W_J , J_W ont été repérés précisément dans Fig. A.2 (p. 182) et Fig. A.3 (p. 183).

- δ_{WJ} : intervalle entre le chevalet et le bâton,
- α_{WJ} : angle $\left(\vec{e}_{Wx}, \overrightarrow{O_W W_J}\right)$,
- α_{JW} : angle $\left(\vec{e}_{Jx}, \overrightarrow{O_J J_W}\right)$,
- β : angle entre la normale à la surface de contact (pièce plate chevalet), \vec{n}_{WJ} , et \vec{e}_{Wx} , vaut 0,28 rad.

Intervalle δ_{WJ}

Dans (R_W) :

$$\begin{aligned} \delta_{WJ} &\approx -x_{WJ} + x_{JW} \\ \delta_{WJ} &= -\|\overrightarrow{O_W W_J}\| \cos(\alpha_{WJ}) + \|\overrightarrow{O_J J_W}\| \cos(\alpha_{JW} + \theta_J) + \|\overrightarrow{O_W O_J}\| \end{aligned} \quad (2.22)$$

Force de contact

La force du chevalet sur le bâton s'écrit :

$$\vec{F}_{WJ1} = F_{WJ1} \overrightarrow{n_{WJ1}} \quad (2.23)$$

La force exercée par le bâton sur la butée 1 du chevalet s'écrit :

$$\vec{F}_{JW1} = -F_{WJ1} \overrightarrow{n_{WJ1}} \quad (2.24)$$

où $F_{WJ1} = k\delta_{WJ1}^r + b\dot{\delta}_{WJ1}^2$ avec $k = 1,6 \times 10^{10}$ SI, $b = 5 \times 10^7$ SI et $r = 2, 7$.
Elles s'orientent selon la normale à la surface de contact avec le chevalet :

$$\overrightarrow{n_{WJ1}} = \begin{bmatrix} \cos(\beta + \theta_W) \\ \sin(\beta + \theta_W) \end{bmatrix}_R$$

Moments de la force de contact par rapport à \vec{e}_{J_z} et \vec{e}_{W_z}

Le moment $\overrightarrow{O_J J_W} \wedge \vec{F}_{WJ1}$ de la force du chevalet sur le bâton par rapport à \vec{e}_{J_z} , axe de rotation du bâton, est :

$$C_{WJ1} = F_{WJ1} d_{JW1} \sin(\beta - \theta_J - \alpha_{JW1}) \quad (2.25)$$

La distance $d_{JW1} = \|\overrightarrow{O_J J_{W1}}\|$ est constante. Le vecteur $\overrightarrow{O_J J_{W1}}$ est décrit dans l'annexe A.3 (p. 183) :

$$\overrightarrow{O_J J_{W1}} = \begin{bmatrix} -13,4 \\ 24,0 \end{bmatrix}_{R_J} \quad \|\overrightarrow{O_J J_{W1}}\| = 19,9 \text{ mm} \quad \alpha_{JW1} = 2,2 \text{ rad}$$

Le moment $\overrightarrow{O_W W_J} \wedge \vec{F}_{JW1}$ de la force du bâton sur le chevalet par rapport à \vec{e}_{W_z} , axe de rotation du chevalet, est :

$$C_{JW1} = -F_{WJ1} d_{WJ1} \sin(\beta - \alpha_{WJ1}) \quad (2.26)$$

La distance $d_{WJ1} = \|\overrightarrow{O_W W_{J1}}\|$ est constante. Le vecteur $\overrightarrow{O_W W_{J1}}$ est décrit dans l'annexe A.2 (p. 182) :

$$\overrightarrow{O_W W_{J1}} = \begin{bmatrix} 75,8 \\ 15,8 \end{bmatrix}_{R_W} \quad \|\overrightarrow{O_W W_{J1}}\| = 74,1 \text{ mm} \quad \alpha_{WJ1} = 0,27 \text{ rad}$$

2. Modèle de la touche de piano

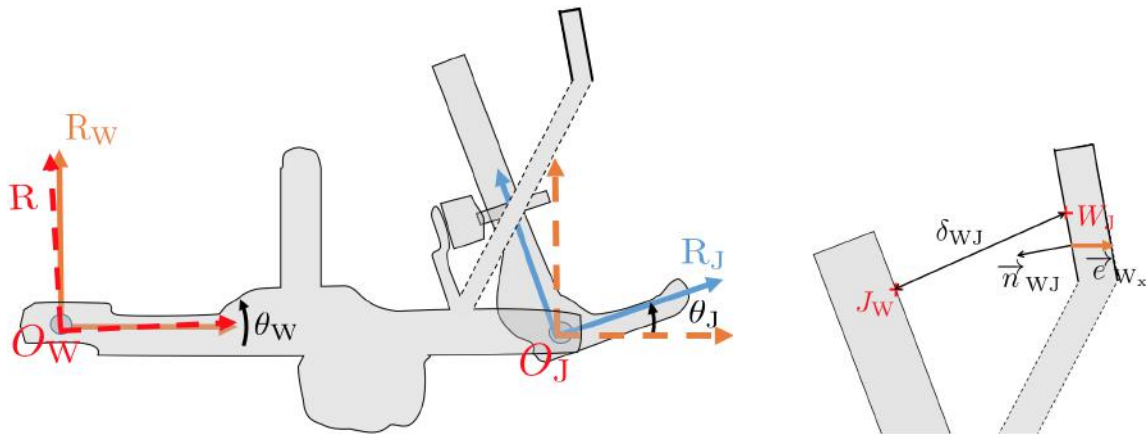
2.5.2.5. Contact 2 Chevalet-Bâton (remplace le contact bâton-levier)

Lorsque le bâton pivote sous l'effet de la butée d'échappement son mouvement est limité par un feutre situé sur le levier. De fait, l'appui du bâton sur le levier génère aussi sur le levier un léger frottement lorsque celui-ci s'enfonce.

En pratique, le contact entre le bâton et le levier ne se produit que pour de grandes vitesses d'enfoncement de la touche (fortissimo) et est bref³. Les orientations de la force de contact et de l'axe principal du levier sont quasiment parallèles. L'effet de ce contact sur la rotation du levier est négligeable. De plus, la surface de contact entre le levier et le bâton (feutre du levier) est à peu près toujours dirigée de la même manière dans le repère du chevalet.

Il est plus commode de considérer que le bâton vient en butée sur le chevalet. On remplace alors le contact levier-bâton par un contact entre le chevalet et le bâton.

Le seul degré de liberté nécessaire pour décrire ce contact est : θ_J .



3. le ressort filaire entre le bâton et le chevalet tend à faire tourner le bâton dans le sens trigonométrique.

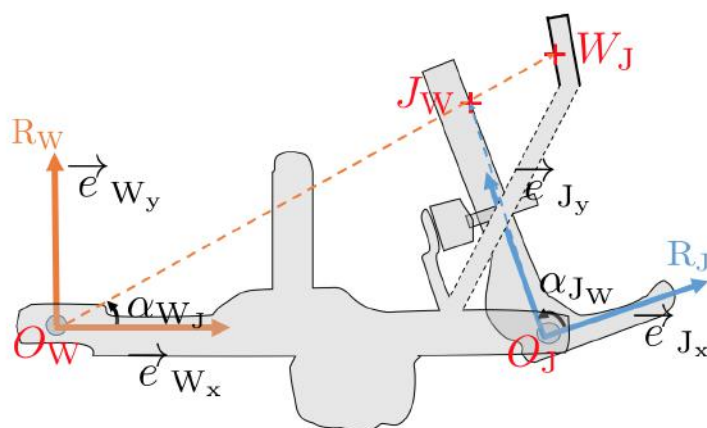


FIGURE 2.13. Schéma du pseudo-contact entre le chevalet et le bâton.

Les points W_J , J_W ont été repérés précisément dans Fig. A.2 (p. 182) et Fig. A.3 (p. 183). On note :

- δ_{WJ} : intervalle entre le chevalet et le bâton,
- α_{W_J} : angle $(\vec{e}_{W_x}, \overrightarrow{O_W W_J})$,
- α_{J_W} : l'angle $(\vec{e}_{J_x}, \overrightarrow{O_J J_W})$,
- β : angle entre la normale à la surface de contact (pièce virtuelle chevalet), \vec{n}_{WJ} , et \vec{e}_{W_x} , vaut $-2,74$ rad.

Intervalle δ_{WJ}

Dans (R_W) :

$$\delta_{WJ} \approx x_{W_J} - x_{J_W}$$

$$\delta_{WJ} = \|\overrightarrow{O_W W_J}\| \cos(\alpha_{W_J}) - \|\overrightarrow{O_J J_W}\| \cos(\alpha_{J_W} + \theta_J) - \|\overrightarrow{O_W O_J}\| \quad (2.27)$$

Force de contact

La force du chevalet sur le bâton s'écrit :

$$\vec{F}_{WJ2} = F_{WJ2} \vec{n}_{WJ2} \quad (2.28)$$

La force du bâton sur le chevalet s'écrit :

$$\vec{F}_{JW2} = -F_{WJ2} \vec{n}_{WJ2} \quad (2.29)$$

2. Modèle de la touche de piano

où $F_{WJ2} = k\delta_{WJ2}^r + b\dot{\delta}_{WJ2}\delta_{WJ2}^2$ avec $k = 1,6 \times 10^{10}$ SI, $b = 5 \times 10^7$ SI et $r = 2,7$. Elles s'orientent selon la normale à la surface de contact avec le chevalet :

$$\vec{n}_{WJ2} = \begin{bmatrix} \cos(\beta + \theta_W) \\ \sin(\beta + \theta_W) \end{bmatrix}_R$$

Moments de la force de contact par rapport à \vec{e}_{J_z} et \vec{e}_{W_z}

Le moment $\overrightarrow{O_J J_{W2}} \wedge \vec{F}_{WJ2}$ de la force du chevalet sur le bâton par rapport à \vec{e}_{J_z} , axe de rotation du bâton, est :

$$\boxed{C_{WJ2} = F_{WJ2} d_{JW2} \sin(\beta - \theta_J - \alpha_{JW})} \quad (2.30)$$

La distance $d_{JW2} = \|\overrightarrow{O_J J_{W2}}\|$ est constante. Le vecteur $\overrightarrow{O_J J_{W2}}$ est décrit dans l'annexe A.3 (p. 183) :

$$\overrightarrow{O_J J_{W2}} = \begin{bmatrix} -3,4 \\ 43,7 \end{bmatrix}_{R_J} \quad \|\overrightarrow{O_J J_{W2}}\| = 43,8 \text{ mm} \quad \alpha_{JW2} = 1,65 \text{ rad}$$

Le moment $\overrightarrow{O_W W_J} \wedge \vec{F}_{JW}$ de la force du bâton sur le chevalet par rapport à \vec{e}_{W_z} , axe de rotation du chevalet, est :

$$\boxed{C_{JW2} = -F_{WJ2} d_{WJ2} \sin(\beta - \alpha_{WJ})} \quad (2.31)$$

La distance $d_{WJ2} = \|\overrightarrow{O_W W_{J2}}\|$ est constante. Le vecteur $\overrightarrow{O_W W_{J2}}$ est décrit dans l'annexe A.2 (p. 182) :

$$\overrightarrow{O_W W_{J2}} = \begin{bmatrix} 92,2 \\ 45,5 \end{bmatrix}_{R_W} \quad \|\overrightarrow{O_W W_{J2}}\| = 102,8 \text{ mm} \quad \alpha_{WJ2} = 0,46 \text{ rad}$$

2.5.3. Contact 1D/2DDL

2.5.3.1. Appui Touche-Chevalet

Deux points suffisent à décrire le contact. Les degrés de liberté nécessaires pour décrire ce contact sont : θ_W et θ_K .

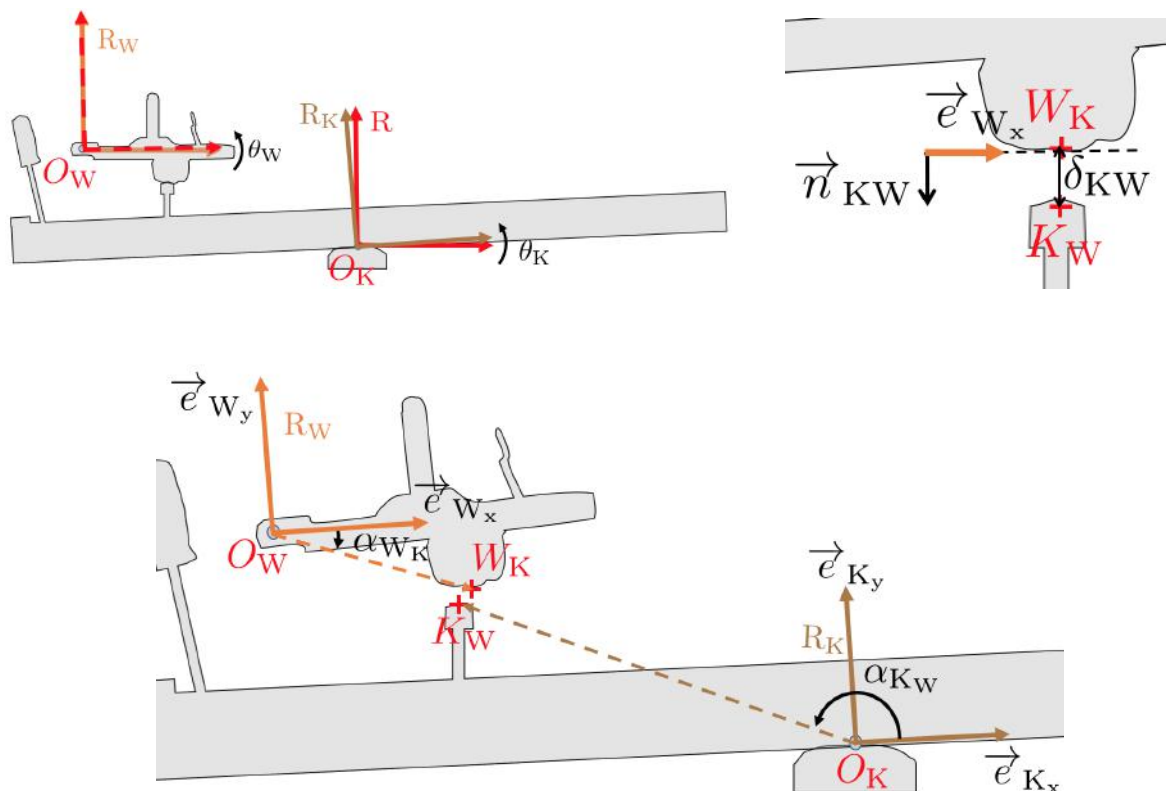


FIGURE 2.14. Contact entre la touche et la mouche.

Les points W_K , K_W ont été repérés précisément dans Fig. A.1 (p. 180) et Fig. A.2 (p. 182). On définit :

- δ_{KW} : intervalle entre la touche et le chevalet.
- α_{WK} : angle $(\vec{e}_{W_x}, \overrightarrow{O_W W_K})$,
- α_{KW} : angle $(\vec{e}_{K_x}, \overrightarrow{O_K K_W})$.

La normale à la surface de contact (feutre du chevalet), \vec{n}_{WK} , est alignée avec $-\vec{e}_{W_y}$. L'angle $(\vec{e}_{W_x}, \vec{n}_{WK})$ vaut $-\frac{\pi}{2}$.

2. Modèle de la touche de piano

Intervalle $\delta_{\mathbf{KW}}$

Dans (R) :

$$\begin{aligned} \delta_{\mathbf{KW}} &\approx y_{W_K} - y_{K_W} \\ \delta_{\mathbf{KW}} &= \|\overrightarrow{O_W W_K}\| \sin(\theta_W + \alpha_{W_K}) - \|\overrightarrow{O_K K_W}\| \sin(\theta_K + \alpha_{K_W}) \end{aligned} \quad (2.32)$$

Force de contact

La force du chevalet sur la touche s'écrit :

$$\vec{F}_{\mathbf{WK}} = F_{\mathbf{WK}} \vec{n}_{\mathbf{WK}} \quad (2.33)$$

La force de la touche sur le chevalet s'écrit :

$$\vec{F}_{\mathbf{KW}} = -F_{\mathbf{WK}} \vec{n}_{\mathbf{WK}} \quad (2.34)$$

où $F_{\mathbf{WK}} = k\delta_{\mathbf{WK}}^r + b\dot{\delta}_{\mathbf{WK}}\delta_{\mathbf{WK}}^2$ avec $k = 1,6 \times 10^{10}$ SI, $b = 5 \times 10^7$ SI et $r = 2, 7$. Elles s'orientent selon la normale à la surface du feutre du chevalet :

$$\vec{n}_{\mathbf{WK}} = \begin{bmatrix} \sin(\theta_W) \\ -\cos(\theta_W) \end{bmatrix}_{\mathbf{R}}$$

Moments de la force de contact par rapport à \vec{e}_{K_z} et \vec{e}_{W_z}

Le moment $\overrightarrow{O_K K_W} \wedge \vec{F}_{\mathbf{WK}}$ de la force du chevalet sur la touche par rapport à \vec{e}_{K_z} , axe de rotation de la touche, est :

$$C_{\mathbf{WK}} = -F_{\mathbf{WK}} d_{\mathbf{KW}} \cos(\theta_K + \alpha_{K_W} - \theta_W) \quad (2.35)$$

La distance $d_{\mathbf{KW}} = \|\overrightarrow{O_K K_W}\|$ est constante. Le vecteur $\overrightarrow{O_K K_W}$ est décrit dans l'annexe A.1 (p. 180) :

$$\overrightarrow{O_K K_W} = \begin{bmatrix} -128,7 \\ 44,6 \end{bmatrix}_{\mathbf{R}_K} \quad \|\overrightarrow{O_K K_W}\| = 136,2 \text{ mm} \quad \alpha_{K_W} = 2,8 \text{ rad}$$

Le moment $\overrightarrow{O_W W_K} \wedge \vec{F}_{\mathbf{KW}}$ de la force de la touche sur le chevalet par rapport à \vec{e}_{W_z} , axe de rotation du chevalet, est :

$$C_{\mathbf{KW}} = F_{\mathbf{WK}} d_{\mathbf{WK}} \cos \alpha_{W_K} \quad (2.36)$$

La distance $d_{\mathbf{WK}} = \|\overrightarrow{O_W W_K}\|$ est constante. Le vecteur $\overrightarrow{O_W W_K}$ est décrit dans l'annexe A.2 (p. 182) :

$$\overrightarrow{O_W W_K} = \begin{bmatrix} 59,0 \\ -20,8 \end{bmatrix}_{\mathbf{R}_W} \quad \|\overrightarrow{O_W W_K}\| = 62,6 \text{ mm} \quad \alpha_{W_K} = -0,34 \text{ rad}$$

2.5.3.2. Vis de chute-Levier

Deux points suffisent à décrire le contact. Les degrés de liberté nécessaires pour décrire ce contact sont : θ_W et θ_L .

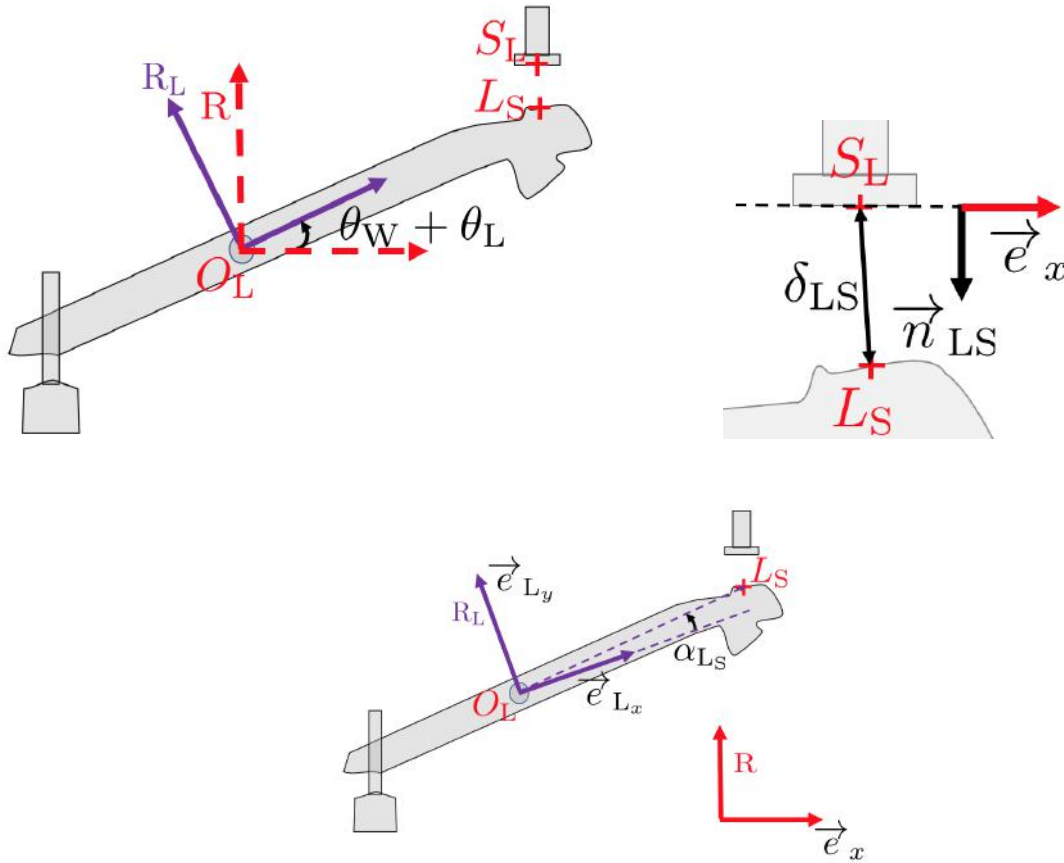


FIGURE 2.16. Contact entre la vis de chute et le levier.

Les points S_L , L_S ont été repérés précisément dans Fig. A.7 (p. 187) et Fig. A.4 (p. 184).

- δ_{LS} : intervalle entre la vis de chute et le levier,
- α_{LS} : angle $(\vec{e}_{Lx}, \overrightarrow{O_L L_S})$.

La normale à la surface de contact (vis de chute), \vec{n}_{SL} , est alignée avec $-\vec{e}_y$. L'angle $(\vec{e}_x, \vec{n}_{SL})$ vaut $-\frac{\pi}{2}$.

2. Modèle de la touche de piano

Intervalle δ_{SL}

Dans (R) :

$$\begin{aligned}\delta_{LS} &\approx y_{SL} - y_{LS} \\ \delta_{LS} &= y_{SL} - \|\overrightarrow{O_L L_S}\| \sin(\theta_L + \theta_W + \alpha_{L_S})\end{aligned}\quad (2.37)$$

Force de contact

La force exercée par la vis de chute sur le levier s'écrit :

$$\overrightarrow{F}_{SL} = F_{LS} \overrightarrow{n}_{SL} \quad (2.38)$$

où $F_{LS} = k\delta_{LS}^r + b\dot{\delta}_{LS}\delta_{LS}^2$ avec $k = 1,6 \times 10^{10}$ SI, $b = 5 \times 10^7$ SI et $r = 2,7$.
Elle s'oriente selon la normale à la surface de la vis de chute :

$$\overrightarrow{n}_{SL} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}_R$$

Moments de la force de contact par rapport à \vec{e}_{Lz}

Le moment $\overrightarrow{O_L L_S} \wedge \overrightarrow{F}_{SL}$ de la force exercée par la vis de chute sur le levier, par rapport à \vec{e}_{Lz} , axe de rotation du levier, est :

$$C_{SL} = -F_{LS} d_{LS} \cos(\theta_L + \theta_W + \alpha_{L_S}) \quad (2.39)$$

La distance $d_{LS} = \|\overrightarrow{O_L L_S}\|$ est constante. Le vecteur $\overrightarrow{O_L L_S}$ est décrit dans l'annexe A.4 (p. 184) :

$$\overrightarrow{O_L L_S} = \begin{bmatrix} 54,5 \\ 0 \end{bmatrix}_{R_L} \quad \|\overrightarrow{O_L L_S}\| = 54,5 \text{ mm} \quad \alpha_{L_S} = 0 \text{ rad}$$

2.5.4. Contact 1D/3DDL

2.5.4.1. Appui Levier-Marteau

La géométrie du contact est représenté par un cercle et une droite. Les degrés de liberté nécessaires pour décrire ce contact sont : θ_W , θ_L et θ_H .

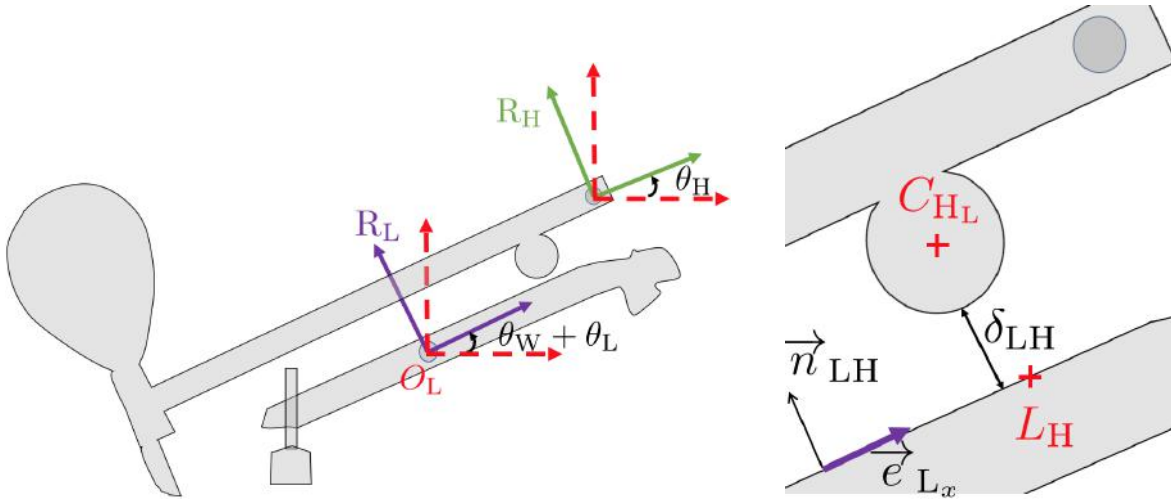
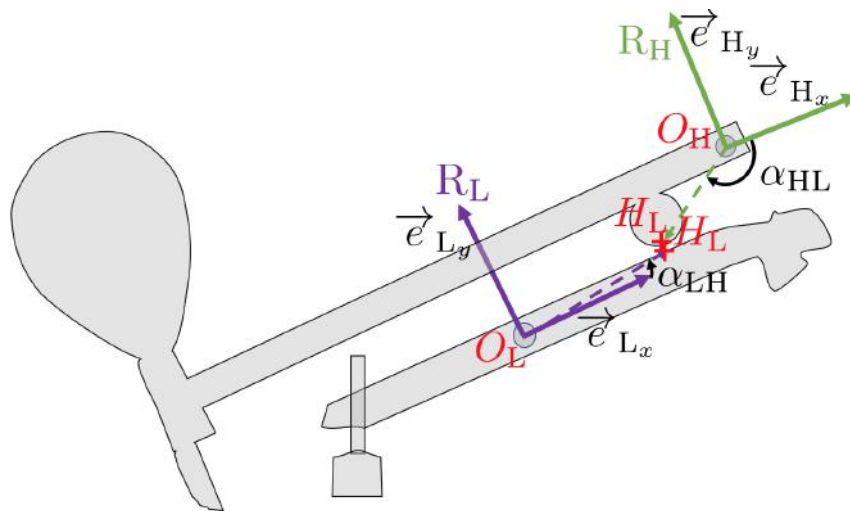


FIGURE 2.17. Contact entre le marteau et le levier.



Les points L_H , H_L ont été repérés précisément dans Fig. A.4 (p. 184) et Fig. A.5 (p. 185).

- δ_{LH} : intervalle entre le levier et le marteau,

2. Modèle de la touche de piano

- α_{LH} : angle $(\vec{e}_{Lx}, \overrightarrow{O_L L_H})$,
- α_{HL} : angle $(\vec{e}_{Hx}, \overrightarrow{O_H H_L})$,
- α_W : angle $(\vec{e}_{Wx}, \overrightarrow{O_W O_L})$,
- r_H : le rayon du cercle du centre du cercle représentant le rouleau du marteau.

La normale à la surface de contact (feutre levier), \vec{n}_{LH} , est alignée avec \vec{e}_{Ly} . L'angle $(\vec{e}_{Lx}, \vec{n}_{LH})$ vaut $\frac{\pi}{2}$.

Intervalle δ_{LH}

Dans (R) :

$$\delta_{LH} = \overrightarrow{L_H C_{H_L}} \cdot \vec{n}_{LH} - r_H \quad (2.40)$$

Le vecteur $\overrightarrow{L_H C_{H_L}}$ s'écrit dans (R) :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{L_H C_{H_L}} &= -\overrightarrow{O O_W} - \overrightarrow{O_W O_L} - \overrightarrow{O_L L_H} + \overrightarrow{O O_H} + \overrightarrow{O_H C_{H_L}} \\ \overrightarrow{L_H C_{H_L}} &= -\overrightarrow{O O_W} + \overrightarrow{O O_H} - \|\overrightarrow{O_W O_L}\| \begin{bmatrix} \cos(\alpha_W + \theta_W) \\ \sin(\alpha_W + \theta_W) \end{bmatrix}_R - \|\overrightarrow{O_L L_H}\| \begin{bmatrix} \cos(\alpha_{LH} + \theta_W + \theta_L) \\ \sin(\alpha_{LH} + \theta_W + \theta_L) \end{bmatrix}_R \\ &\quad + \|\overrightarrow{O_H C_{H_L}}\| \begin{bmatrix} \cos(\alpha_{HL} + \theta_H) \\ \sin(\alpha_{HL} + \theta_H) \end{bmatrix}_R \end{aligned}$$

Force de contact

La force du marteau sur le levier s'écrit :

$$\vec{F}_{HL} = -F_{LH} \vec{n}_{LH} \quad (2.41)$$

où $F_{LH} = k\delta_{LH}^r + b\dot{\delta}_{LH}\delta_{LH}^2$ avec $k = 7 \times 10^9$ SI, $b = 5 \times 10^7$ SI et $r = 3$.

La force du levier sur le marteau s'écrit :

$$\vec{F}_{LH} = F_{LH} \vec{n}_{LH} \quad (2.42)$$

Elles s'orientent selon la normale à la surface de contact avec le chevalet :

$$\vec{n}_{LH} = \begin{bmatrix} -\sin(\theta_L + \theta_W) \\ \cos(\theta_L + \theta_W) \end{bmatrix}_R$$

Moments de la force de contact par rapport à \vec{e}_{Lz} et \vec{e}_{Hz}

On fait l'approximation suivante : le point d'application de la force \vec{F}_{LH} (resp. \vec{F}_{HL}), H_L (resp. L_H), ne varie pas.

Le moment $\overrightarrow{O_L L_H} \wedge \vec{F}_{HL}$ de la force du marteau sur le levier par rapport à \vec{e}_{Lz} , axe de rotation du levier, est :

$$\boxed{C_{HL} = -F_{LH} d_{LH} \cos(\alpha_{LH})} \quad (2.43)$$

La distance $d_{LH} = \|\overrightarrow{O_L L_H}\|$ est constante. Le vecteur $\overrightarrow{O_L L_H}$ est décrit dans l'annexe A.4 (p. 184) :

$$\overrightarrow{O_L L_H} = \begin{bmatrix} 35,6 \\ 2,0 \end{bmatrix}_{R_L} \quad \|\overrightarrow{O_L L_H}\| = 35,7 \text{ mm} \quad \alpha_{LH} = 0,06 \text{ rad}$$

Le moment $\overrightarrow{O_H H_L} \wedge \vec{F}_{LH}$ de la force du levier sur le marteau par rapport à \vec{e}_{Hz} , axe de rotation du levier, est :

$$\boxed{C_{LH} = F_{LH} d_{HL} \cos(\theta_H + \alpha_{HL} - \theta_L - \theta_W)} \quad (2.44)$$

La distance $d_{HL} = \|\overrightarrow{O_H H_L}\|$ est constante. Le vecteur $\overrightarrow{O_H H_L}$ est décrit dans l'annexe A.5 (p. 185) :

$$\overrightarrow{O_H H_L} = \begin{bmatrix} -16,3 \\ -12,0 \end{bmatrix}_{R_H} \quad \|\overrightarrow{O_H H_L}\| = 20,2 \text{ mm} \quad \alpha_{HL} = -2,51 \text{ rad}$$

2. Modèle de la touche de piano

2.5.5. Contact 2D/2DDL

2.5.5.1. Contact Touche-Attrape marteau

Ce contact est représenté par l'interpénétration entre deux cercles. Les degrés de liberté nécessaires pour décrire ce contact sont : θ_H et θ_K .

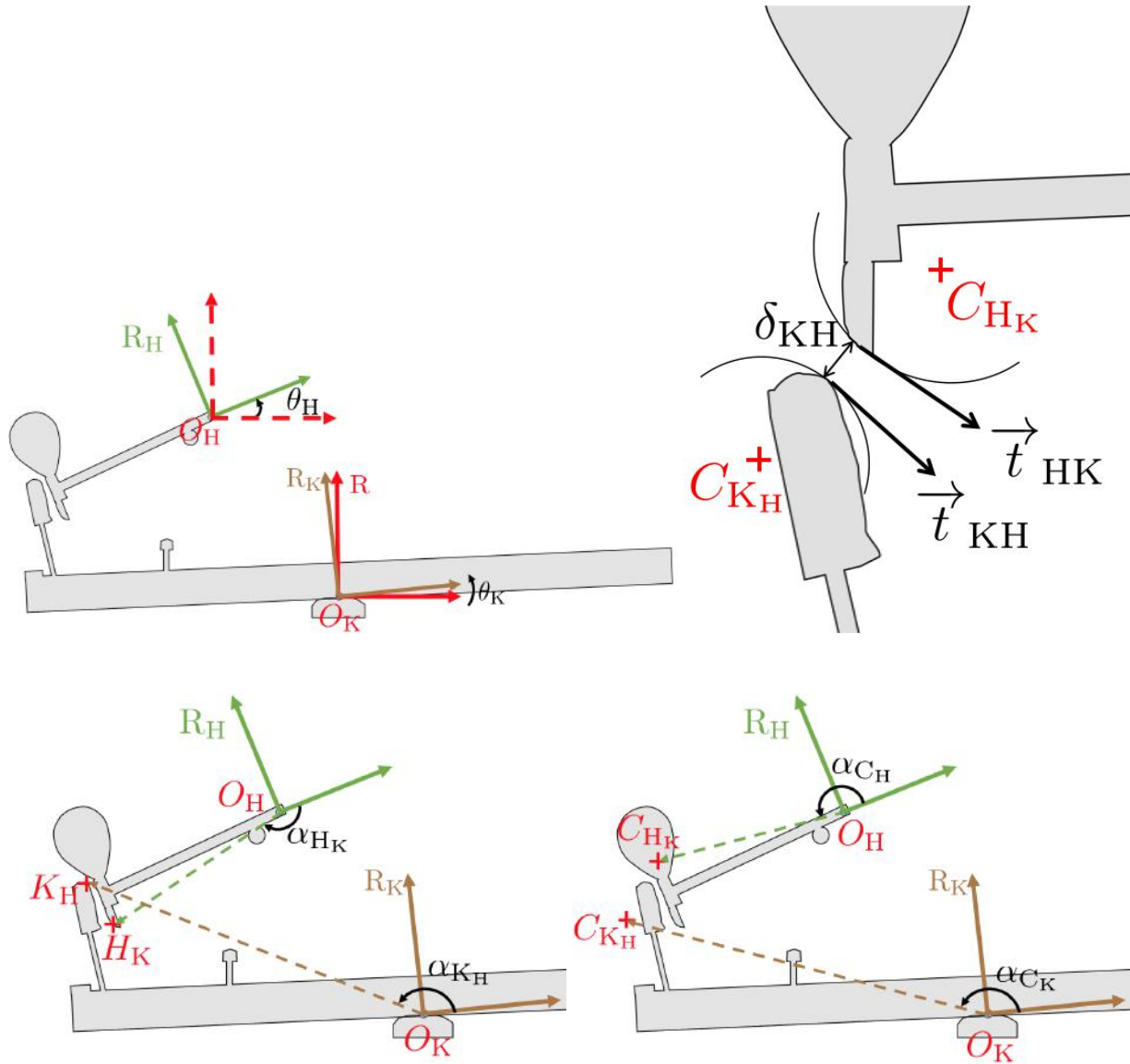


FIGURE 2.18. Contact entre la touche et le marteau.

Les points C_{KH} , C_{HK} , K_H , H_K ont été repérés précisément Fig. A.1 (p. 180) et Fig. A.5 (p. 185).

On définit :

- δ_{KH} : intervalle entre la touche et le marteau,
- r_H (resp. r_K) : le rayon du cercle de centre C_{H_K} (resp. C_{K_H}) passant par H_K (resp. K_H),
- α_{H_K} : angle $\left(\vec{e}_{H_x}, \overrightarrow{O_H H_K}\right)$,
- α_{K_H} : angle $\left(\vec{e}_{K_x}, \overrightarrow{O_K K_H}\right)$,
- α_{C_H} : angle $\left(\vec{e}_{H_x}, \overrightarrow{O_H C_{H_K}}\right)$,
- α_{C_K} : angle $\left(\vec{e}_{K_x}, \overrightarrow{O_K C_{K_H}}\right)$.

Intervalle δ_{KH}

Dans (R) :

$$\delta_{KH} = \|\overrightarrow{C_{K_H} C_{H_K}}\| - (r_H + r_K)$$

Le vecteur $\overrightarrow{C_{W_J} C_{J_W}}$ s'écrit dans (R) :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{C_{K_H} C_{H_K}} &= \overrightarrow{O O_H} + \overrightarrow{O_H C_{H_K}} - \overrightarrow{O O_K} - \overrightarrow{O_K C_{K_H}} \\ \overrightarrow{C_{K_H} C_{H_K}} &= \overrightarrow{O O_H} - \overrightarrow{O O_K} + \|\overrightarrow{O_H C_{H_K}}\| \begin{bmatrix} \cos(\alpha_{C_H} + \theta_H) \\ \sin(\alpha_{C_H} + \theta_H) \end{bmatrix}_R - \|\overrightarrow{O_K C_{K_H}}\| \begin{bmatrix} \cos(\alpha_{C_K} + \theta_K) \\ \sin(\alpha_{C_K} + \theta_K) \end{bmatrix}_R \end{aligned}$$

Force de contact

Les forces de contact \vec{F}_{HK} et \vec{F}_{KH} s'écrivent comme la composition d'une force tangentielle (frottement) et normale (compression).

Les vecteurs normal et tangent au contact s'écrivent respectivement :

$$\vec{n}_{KH} = \frac{\overrightarrow{C_{K_H} C_{H_K}}}{\|\overrightarrow{C_{K_H} C_{H_K}}\|} \quad \vec{t}_{KH} = \left[\frac{-\pi}{2} \right]_{\text{Rot}} \vec{n}_{KH}$$

La force du marteau sur la touche s'écrit :

$$\vec{F}_{HK} = -F_{KH} \vec{n}_{KH} + \mu \text{sgn}\left(f(\dot{\theta}_K, \dot{\theta}_H)\right) F_{KH} \vec{t}_{KH} \quad (2.45)$$

La force de la touche sur le marteau s'écrit :

$$\vec{F}_{KH} = F_{KH} \vec{n}_{KH} + \mu \text{sgn}\left(f(\dot{\theta}_K, \dot{\theta}_H)\right) F_{KH} \vec{t}_{KH} \quad (2.46)$$

où μ est un paramètre à régler expérimentalement, $f(\dot{\theta}_K, \dot{\theta}_H)$ quantifie le mouvement relatif entre le marteau et la touche et $F_{KH} = k\delta_{KH}^r + b\dot{\delta}_{KH}\delta_{KH}^2$ avec $k = 1,6 \times 10^{10}$ SI, $b = 5 \times 10^7$ SI et $r = 2,7$.

2. Modèle de la touche de piano

Moments de la force de contact par rapport à \vec{e}_{K_z} et \vec{e}_{H_z}

Le moment $\overrightarrow{O_K K_H} \wedge \vec{F}_{HK}$ de la force de la touche sur le marteau par rapport à \vec{e}_{H_z} , axe de rotation du marteau, est :

$$\boxed{C_{HK}} \quad (2.47)$$

Le moment $\overrightarrow{O_H H_K} \wedge \vec{F}_{KH}$ de la force du marteau sur la touche par rapport à \vec{e}_{K_z} , axe de rotation de la touche, est :

$$\boxed{C_{KH}} \quad (2.48)$$

2.5.5.2. Butée d'échappement-Bâton

La géométrie du contact est représenté par un cercle et une droite. Les degrés de liberté nécessaires pour décrire ce contact sont : θ_W et θ_J .

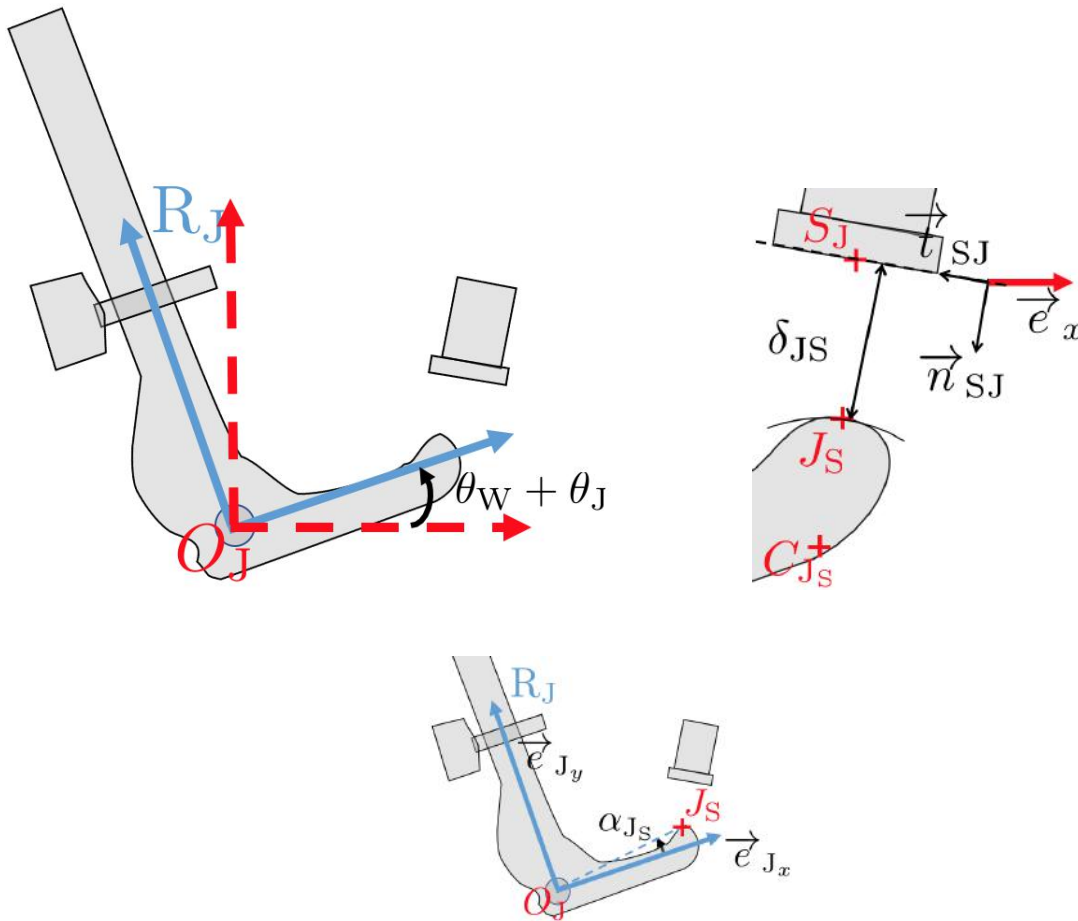


FIGURE 2.19. Contact entre la butée d'échappement du bâton et le bâton.

Les points S_J , J_S , C_{J_S} ont été repérés précisément dans Fig. A.3 (p. 183) et Fig. A.7 (p. 187).

- δ_{SJ} , l'intervalle entre la butée d'échappement et le bâton,
- α_{J_S} , l'angle $(\vec{e}_{J_x}, \overrightarrow{O_J J_S})$,
- r_J est le rayon du cercle de centre C_{J_S} passant par J_S .

L'angle entre la normale à la surface de contact (butée d'échappement du bâton), \vec{n}_{SJ} , et \vec{e}_x , β vaut $-1,9$ rad.

Intervalle δ_{SJ}

Dans (R) :

$$\delta_{SJ} = \overrightarrow{S_J C_{J_S}} \cdot \vec{n}_{SJ} - r_J \quad (2.49)$$

Le vecteur $\overrightarrow{S_J C_{J_S}}$ s'écrit dans (R) :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{S_J C_{J_S}} &= \overrightarrow{O O_W} + \overrightarrow{O_W O_J} + \overrightarrow{O_J C_{J_S}} - \overrightarrow{O S_J} \\ \overrightarrow{S_J C_{J_S}} &= \overrightarrow{O O_W} - \overrightarrow{O S_J} + \|\overrightarrow{O_W O_J}\| \begin{bmatrix} \cos(\theta_W) \\ \sin(\theta_W) \end{bmatrix} + \|\overrightarrow{O_J C_{J_S}}\| \begin{bmatrix} \cos(\theta_W + \theta_J) \\ \sin(\theta_W + \theta_J) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Force de contact

La force de contact \vec{F}_{SJ} s'écrit comme la composition d'une force tangentielle (frottement) et normale (compression).

Les vecteurs normal et tangent au contact s'écrivent respectivement :

$$\vec{n}_{SJ} = \begin{bmatrix} \cos \beta \\ \sin \beta \end{bmatrix}_R \quad \vec{t}_{SJ} = \begin{bmatrix} -\pi \\ 2 \end{bmatrix}_{\text{Rot}} \vec{n}_{SJ}$$

La force de la butée d'échappement sur le bâton s'écrit :

$$\vec{F}_{SJ} = F_{SJ} \vec{n}_{SJ} + \mu \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_J) F_{SJ} \vec{t}_{SJ} \quad (2.50)$$

μ est un paramètre à régler expérimentalement et où $F_{SJ} = k\delta_{SJ}^r + b\dot{\delta}_{SJ}\delta_{SJ}^2$ avec $k = 1,6 \times 10^{10}$ SI, $b = 5 \times 10^7$ SI et $r = 2,7$.

2. Modèle de la touche de piano

Moments de la force de contact par rapport à \vec{e}_{J_z}

On fait l'approximation suivante : le point d'application de la force \vec{F}_{SJ} , J_S , ne varie pas.

Le moment $\overrightarrow{O_J J_S} \wedge \vec{F}_{SJ}$ de la force de la butée d'échappement sur le bâton par rapport à \vec{e}_{J_z} , axe de rotation du bâton, est :

$$\boxed{C_{SJ}} \quad (2.51)$$

La distance $\|\overrightarrow{O_J J_S}\|$ est constante. Le vecteur $\overrightarrow{O_J J_S}$ est décrit dans l'annexe A.3 (p. 183) :

$$\overrightarrow{O_J J_S} = \begin{bmatrix} 26,8 \\ 0 \end{bmatrix}_{R_J} \quad \|\overrightarrow{O_J J_S}\| = 26,8 \text{ mm}$$

2.5.6. Contact 2D/3DDL

2.5.6.1. Contact Bâton-Marteau

Le contact entre le bâton et le marteau est décrit de trois manières différentes en fonction de la position du rouleau par rapport au bâton. Les degrés de liberté nécessaires pour décrire ce contact sont : θ_W , θ_J et θ_H .

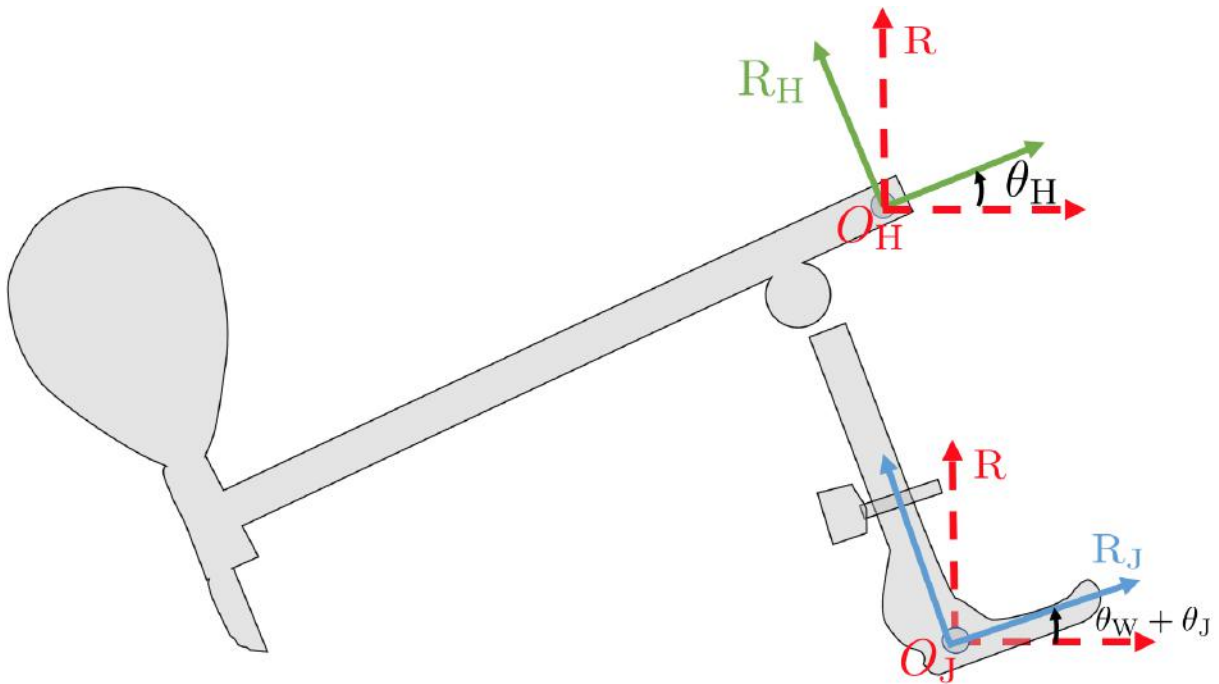


FIGURE 2.20. Contact entre le marteau et le bâton.

Trois géométries différentes

La représentation du contact dépend de l'angle entre le vecteur $\overrightarrow{J_H C_{H_J}}$ et le vecteur \vec{e}_{J_x} .

2. Modèle de la touche de piano

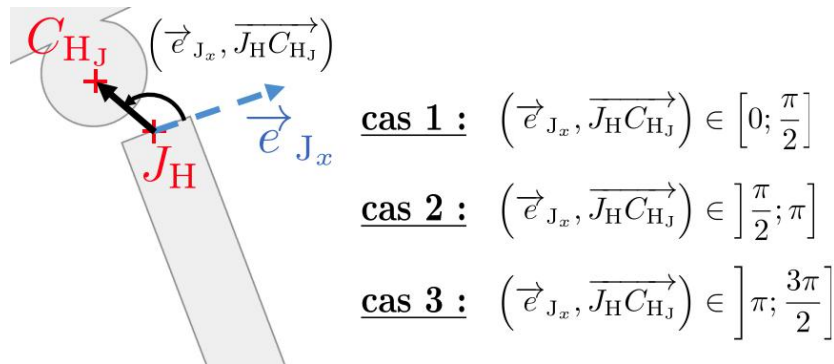


FIGURE 2.21. Représentation des différents cas.

Condition	Description	Type de contact
$(\vec{e}_{J_x}, \overrightarrow{J_H C_{HJ}}) \in [0; \frac{\pi}{2}]$	Le contact se fait entre le rouleau et la tranche supérieure du bâton	Cercle-Droite
$(\vec{e}_{J_x}, \overrightarrow{J_H C_{HJ}}) \in]\frac{\pi}{2}; \pi]$	Le contact se fait entre le rouleau et la partie arrondie du bâton	Cercle-Cercle
$(\vec{e}_{J_x}, \overrightarrow{J_H C_{HJ}}) \in]\pi; \frac{3\pi}{2}]$	Le contact se fait entre le rouleau et la tranche latérale du bâton	Cercle-Droite

Contact Marteau-Bâton partie latérale

Lorsque $(\overrightarrow{J_H C_{HJ}}, \vec{e}_{x_j}) \in]\pi; \frac{3\pi}{2}]$, le contact se fait sur la partie latérale du bâton. Ce contact intervient lors du retour du bâton à sa position d'origine.

J_H désigne le point d'application de la force de contact sur le bâton. Nous faisons l'approximation que sa position est fixe sur c e dernier. H_J désigne le point d'application de la force de contact sur le marteau. Nous faisons l'approximation que sa position est fixe sur ce dernier.

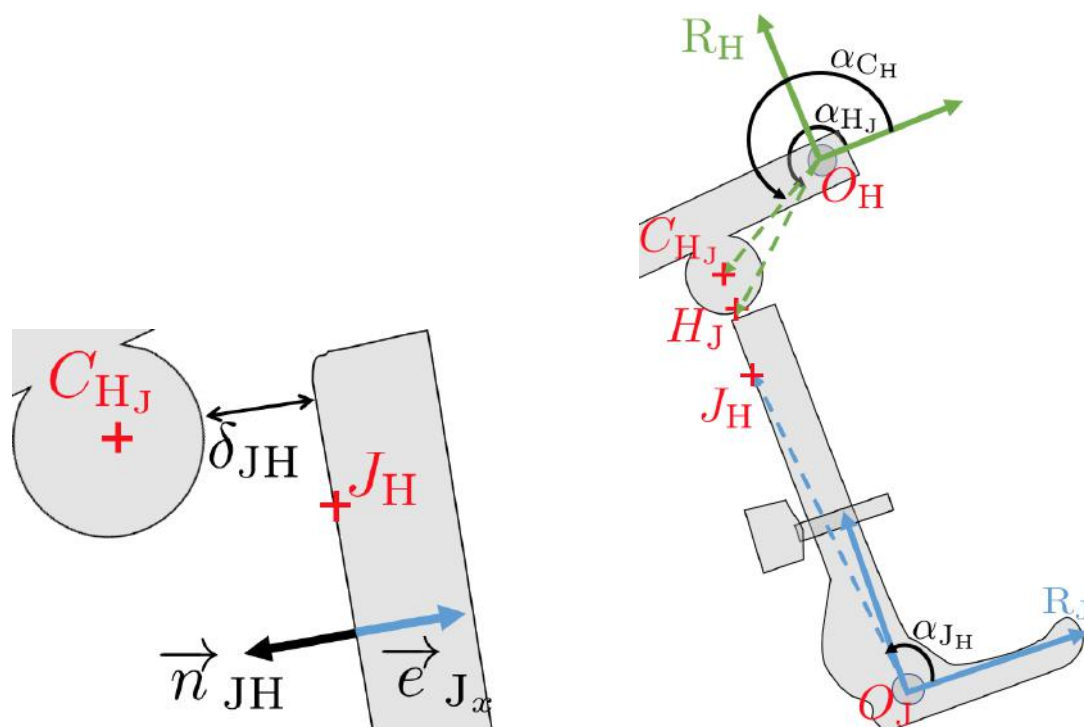


FIGURE 2.22. Contact entre le marteau et le bâton.

Les points J_H , H_J ont été repérés précisément dans Fig. A.3 (p. 183) et Fig. A.5 (p. 185).

- δ_{JH} : intervalle entre le rouleau et le bâton,
- α_{JH} : angle $(\vec{e}_{Jx}, \overrightarrow{O_J J_H})$,
- α_{HJ} : angle $(\vec{e}_{Hx}, \overrightarrow{O_H H_J})$,
- α_{CH} : angle $(\vec{e}_{Hx}, \overrightarrow{O_H C_{HJ}})$,
- r_H : rayon du cercle de centre C_{HJ} représentant le rouleau du marteau.

La normale à la surface de contact (partie latérale du bâton), \vec{n}_{JH} , est alignée avec $-\vec{e}_{Jx}$. L'angle $(\vec{e}_{Jx}, \vec{n}_{JH})$ vaut π .

Intervalle δ_{JH}

Dans (R) :

$$\delta_{JH} = \overrightarrow{J_H C_{HJ}} \cdot \vec{n}_{JH} - r_H \quad (2.52)$$

2. Modèle de la touche de piano

Le vecteur $\overrightarrow{J_H C_{H_J}}$ s'écrit dans (R) :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{J_H C_{H_J}} &= \overrightarrow{O O_H} - \overrightarrow{O O_W} + \overrightarrow{O_H C_{H_J}} - \overrightarrow{O_W O_J} - \overrightarrow{O_J J_H} \\ \overrightarrow{J_H C_{H_J}} &= \overrightarrow{O O_H} - \overrightarrow{O O_W} + \|\overrightarrow{O_H C_{H_J}}\| \begin{bmatrix} \cos(\alpha_{C_H} + \theta_H) \\ \sin(\alpha_{C_H} + \theta_H) \end{bmatrix}_R - \|\overrightarrow{O_W O_J}\| \begin{bmatrix} \cos(\theta_W) \\ \sin(\theta_W) \end{bmatrix}_R \\ &\quad - \|\overrightarrow{O_J J_H}\| \begin{bmatrix} \cos(\alpha_{J_H} + \theta_W + \theta_J) \\ \sin(\alpha_{J_H} + \theta_W + \theta_J) \end{bmatrix}_R\end{aligned}$$

Force de contact

Les forces de contact \vec{F}_{HJ} et \vec{F}_{JH} s'écrivent comme la composition d'une force tangentielle (frottement) et normale (compression).

Les vecteurs normal et tangent au contact s'écrivent respectivement :

$$\vec{n}_{JH} = \begin{bmatrix} -\cos(\theta_J + \theta_W) \\ -\sin(\theta_J + \theta_W) \end{bmatrix}_R \quad \vec{t}_{JH} = \begin{bmatrix} -\pi \\ 2 \end{bmatrix}_{\text{Rot}} \vec{n}_{JH}$$

La force du marteau sur le bâton s'écrit :

$$\vec{F}_{HJ} = -F_{JH} \vec{n}_{JH} + \mu \operatorname{sgn}(f(\dot{\theta}_H, \dot{\theta}_J)) F_{JH} \vec{t}_{JH} \quad (2.53)$$

La force du bâton sur le marteau s'écrit :

$$\vec{F}_{JH} = F_{JH} \vec{n}_{JH} - \mu \operatorname{sgn}(f(\dot{\theta}_H, \dot{\theta}_J)) F_{JH} \vec{t}_{JH} \quad (2.54)$$

où μ est un paramètre à régler expérimentalement, $f(\dot{\theta}_H, \dot{\theta}_J)$ quantifie le mouvement relatif entre le marteau et le bâton et $F_{JH} = k\delta_{JH}^r + b\dot{\delta}_{JH}\delta_{JH}^2$ avec $k = 7 \times 10^9$ SI, $b = 5 \times 10^7$ SI et $r = 3$.

Moments de la force de contact par rapport à \vec{e}_{H_z} et \vec{e}_{J_z}

Le moment $\overrightarrow{O_H H_J} \wedge \vec{F}_{JH}$ de la force du bâton sur le marteau par rapport à \vec{e}_{H_z} , axe de rotation du marteau, est :

$$\boxed{C_{JH}} \quad (2.55)$$

La distance $\|\overrightarrow{O_H H_J}\|$ est constante. Le vecteur $\overrightarrow{O_H H_J}$ est décrit dans l'annexe A.5 (p. 185) :

$$\overrightarrow{O_H H_J} = \begin{bmatrix} -16,3 \\ -12 \end{bmatrix}_{R_L} \quad \|\overrightarrow{O_H H_J}\| = 20,2 \text{ mm} \quad \alpha_{H_J} = -2,53 \text{ rad}$$

Le moment $\overrightarrow{O_J J_H} \wedge \vec{F}_{HJ}$ de la force du marteau sur le levier par rapport à \vec{e}_{L_z} , axe de rotation du levier, est :

$$\boxed{C_{HJ}} \quad (2.56)$$

La distance $\|\overrightarrow{O_J J_H}\|$ est constante. Le vecteur $\overrightarrow{O_J J_H}$ est décrit dans l'annexe A.3 (p. 183) :

$$\overrightarrow{O_J J_H} = \begin{bmatrix} -9,8 \\ 45,5 \end{bmatrix}_{R_L} \quad \|\overrightarrow{O_J J_H}\| = 46,5 \text{ mm} \quad \alpha_{J_H} = 1,74 \text{ rad}$$

Contact Marteau-Bâton face supérieure

Lorsque $(\overrightarrow{J_H C_{H_J}}, \vec{e}_{x_J}) \in [0; \frac{\pi}{2}]$, le contact se fait sur la face supérieure du bâton. C'est le cas au début de l'échappement

J_H désigne le point d'application de la force de contact sur le bâton. Nous faisons l'approximation que sa position est fixe sur le bâton. H_J désigne le point d'application de la force de contact sur le marteau. Nous faisons l'approximation que sa position est fixe sur ce dernier et placé près du bord du bâton.

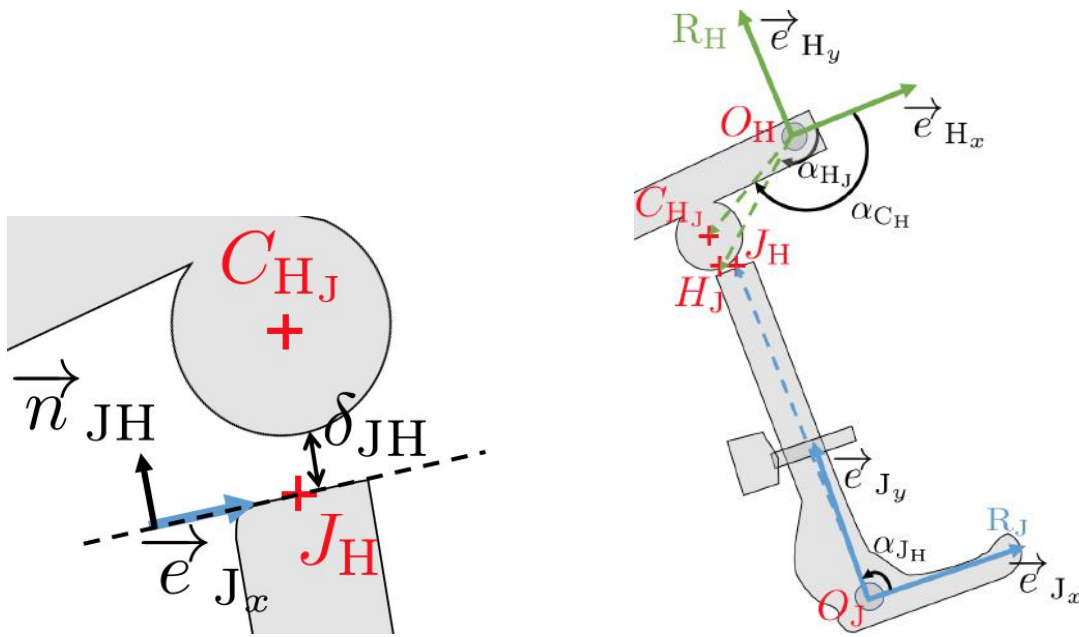


FIGURE 2.23. Contact entre le marteau et le bâton.

Les points J_H , H_J ont été repérés précisément dans Fig. A.3 (p. 183) et Fig. A.5 (p. 185).

- δ_{JH} : intervalle entre le rouleau et le bâton,
- α_{J_H} : angle $(\vec{e}_{J_x}, \overrightarrow{O_J J_H})$,
- α_{H_J} : angle $(\vec{e}_{H_x}, \overrightarrow{O_H H_J})$,
- α_{C_H} : angle $(\vec{e}_{H_x}, \overrightarrow{O_H C_{H_J}})$,
- r_H : rayon du cercle de centre C_{H_J} représentant le rouleau du marteau.

La normale à la surface de contact (face supérieure du bâton), \vec{n}_{JH} , est alignée avec \vec{e}_{J_y} . L'angle $(\vec{e}_{J_x}, \vec{n}_{JH})$ vaut $\frac{\pi}{2}$.

2. Modèle de la touche de piano

Intervalle δ_{JH}

Dans (R) :

$$\delta_{JH} = \overrightarrow{J_H C_{H_J}} \cdot \overrightarrow{n_{JH}} - r_H \quad (2.57)$$

Le vecteur $\overrightarrow{J_H C_{H_J}}$ s'écrit dans (R) :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{J_H C_{H_J}} &= \overrightarrow{O O_H} - \overrightarrow{O O_W} + \overrightarrow{O_H C_{H_J}} - \overrightarrow{O_W O_J} - \overrightarrow{O_J J_H} \\ \overrightarrow{J_H C_{H_J}} &= \overrightarrow{O O_H} - \overrightarrow{O O_W} + \|\overrightarrow{O_H C_{H_J}}\| \begin{bmatrix} \cos(\alpha_{C_H} + \theta_H) \\ \sin(\alpha_{C_H} + \theta_H) \end{bmatrix} - \|\overrightarrow{O_W O_J}\| \begin{bmatrix} \cos(\theta_W) \\ \sin(\theta_W) \end{bmatrix} \\ &\quad - \|\overrightarrow{O_J J_H}\| \begin{bmatrix} \cos(\alpha_{J_H} + \theta_W + \theta_J) \\ \sin(\alpha_{J_H} + \theta_W + \theta_J) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Force de contact

Les vecteurs normal et tangent au contact s'écrivent respectivement :

$$\overrightarrow{n}_{JH} = \begin{bmatrix} -\sin(\theta_J + \theta_W) \\ \cos(\theta_J + \theta_W) \end{bmatrix}_R \quad \overrightarrow{t}_{JH} = \begin{bmatrix} -\pi \\ 2 \end{bmatrix}_{\text{Rot}} \overrightarrow{n}_{JH}$$

La force du marteau sur le bâton s'écrit :

$$\overrightarrow{F}_{HJ} = -F_{JH} \overrightarrow{n}_{JH} + \mu \operatorname{sgn}(f(\dot{\theta}_H, \dot{\theta}_J)) F_{JH} \overrightarrow{t}_{JH} \quad (2.58)$$

La force du bâton sur le marteau s'écrit :

$$\overrightarrow{F}_{JH} = F_{JH} \overrightarrow{n}_{JH} - \mu \operatorname{sgn}(f(\dot{\theta}_H, \dot{\theta}_J)) F_{JH} \overrightarrow{t}_{JH} \quad (2.59)$$

où μ est un paramètre réglé expérimentalement, $f(\dot{\theta}_H, \dot{\theta}_J)$ quantifie le mouvement relatif entre le marteau et le bâton et $F_{JH} = k\delta_{JH}^r + b\dot{\delta}_{JH}^2$ avec $k = 7 \times 10^9$ SI, $b = 5 \times 10^7$ SI et $r = 3$.

Moments de la force de contact par rapport à \overrightarrow{e}_{H_z} et \overrightarrow{e}_{J_z}

Le moment $\overrightarrow{O_H H_J} \wedge \overrightarrow{F}_{JH}$ de la force du bâton sur le marteau par rapport à \overrightarrow{e}_{H_z} , axe de rotation du marteau, est :

$$\boxed{C_{JH}} \quad (2.60)$$

La distance $\|\overrightarrow{O_H H_J}\|$ est constante. Le vecteur $\overrightarrow{O_H H_J}$ est décrit dans l'annexe A.5 (p. 185) :

$$\overrightarrow{O_H H_J} = \begin{bmatrix} -16,3 \\ -12 \end{bmatrix}_{R_H} \quad \|\overrightarrow{O_H H_J}\| = 20,2 \text{ mm} \quad \alpha_{H_J} = 1,79 \text{ rad}$$

Le moment $\overrightarrow{O_J J_H} \wedge \overrightarrow{F}_{HJ}$ de la force du marteau sur le bâton par rapport à \vec{e}_{J_z} , axe de rotation du bâton, est :

$$\boxed{C_{HJ}} \quad (2.61)$$

La distance $\|\overrightarrow{O_J J_H}\|$ est constante. Le vecteur $\overrightarrow{O_J J_H}$ est décrit dans l'annexe A.3 (p. 183) :

$$\overrightarrow{O_J J_H} = \begin{bmatrix} -8,0 \\ 48,8 \end{bmatrix}_{R_H} \quad \|\overrightarrow{O_J J_H}\| = 48,7 \text{ mm} \quad \alpha_{J_H} = 2,53 \text{ rad}$$

Contact Marteau-Bâton partie arrondie

Lorsque $(\overrightarrow{J_H C_{HJ}}, \vec{e}_{x_J}) \in [0; \frac{\pi}{2}]$, le contact se fait sur la partie supérieure du bâton. C'est le cas durant la fin de l'échappement.

J_H désigne le point d'application de la force de contact sur le bâton. Nous faisons l'approximation que sa position est fixe sur le bâton. H_J désigne le point d'application de la force de contact sur le marteau. Nous faisons l'approximation que sa position est fixe sur ce dernier.

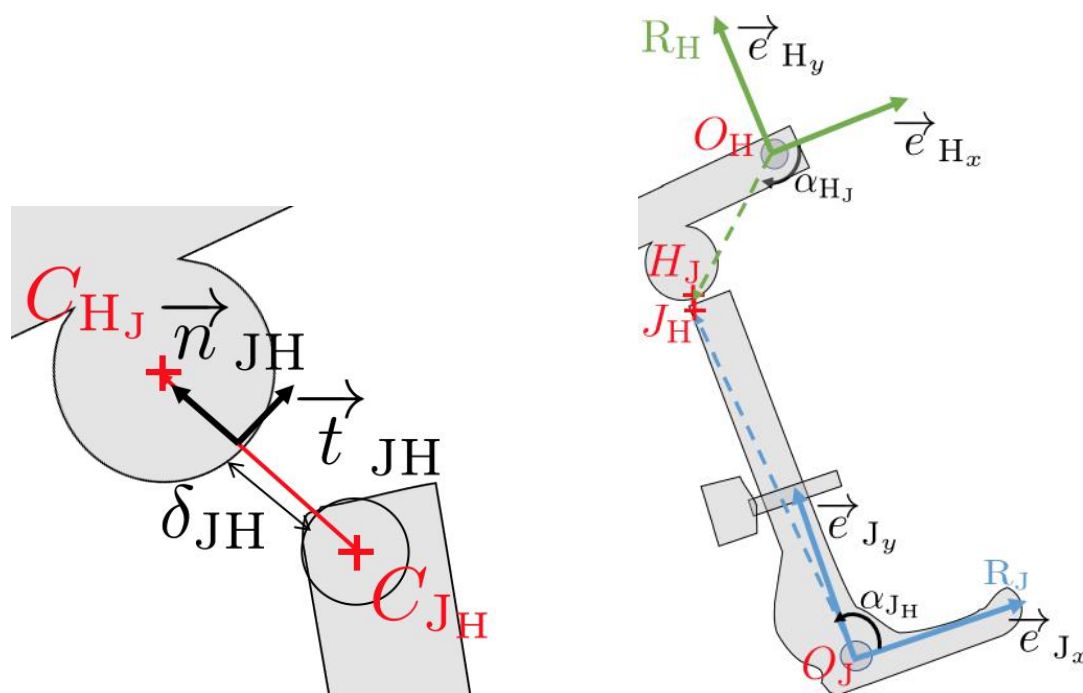


FIGURE 2.24. Contact entre le marteau et le bâton.

Les points J_H , C_{HJ} ont été repérés précisément dans Fig. A.3 (p. 183) et Fig. A.3 (p. 183).

- δ_{JH} : intervalle entre le rouleau et le bâton,

2. Modèle de la touche de piano

- α_{C_J} : angle $(\vec{e}_{J_x}, \overrightarrow{O_H C_{J_H}})$,
- α_{C_H} : angle $(\vec{e}_{H_x}, \overrightarrow{O_H C_{H_J}})$,
- α_W : angle $\widehat{O_J O_W W_x}$,
- r_H (resp. r_J) : rayon du cercle de centre C_{H_J} (resp. C_{J_H}) représentant le rouleau du marteau (resp. la partie arrondie du bâton).

Intervalle δ_{JH}

Dans (R) :

$$\delta_{KH} = \|\overrightarrow{C_{J_H} C_{H_J}}\| - (r_H + r_J)$$

Le vecteur $C_{J_H} C_{H_J}$ s'écrit dans (R) :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{C_{J_H} C_{H_J}} &= \overrightarrow{O O_W} + \overrightarrow{O_W O_J} + \overrightarrow{O_J C_{J_H}} - \overrightarrow{O O_H} - \overrightarrow{O_H C_{H_J}} \\ \overrightarrow{C_{J_H} C_{H_J}} &= \overrightarrow{O O_W} - \overrightarrow{O O_H} - \|O_H C_{H_J}\| \begin{bmatrix} \cos(\alpha_{C_H} + \theta_H) \\ \sin(\alpha_{C_H} + \theta_H) \end{bmatrix}_R + \|O_W O_J\| \begin{bmatrix} \cos(\alpha_W + \theta_W) \\ \sin(\alpha_W + \theta_W) \end{bmatrix}_R \\ &\quad + \|O_J C_{J_H}\| \begin{bmatrix} \cos(\alpha_{C_J} + \theta_W + \theta_J) \\ \sin(\alpha_{C_J} + \theta_W + \theta_J) \end{bmatrix}_R \end{aligned}$$

Forces de contact

Les forces de contact \vec{F}_{HJ} et \vec{F}_{JH} s'écrivent comme la composition d'une force tangentielle (frottement) et normale (compression).

Les vecteurs normal et tangent au contact s'écrivent respectivement :

$$\vec{n}_{JH} = \frac{\overrightarrow{C_{J_H} C_{H_J}}}{\|\overrightarrow{C_{J_H} C_{H_J}}\|} \quad \vec{t}_{JH} = \begin{bmatrix} -\pi \\ 2 \end{bmatrix}_{\text{Rot}} \vec{n}_{JH}$$

La force du marteau sur le bâton s'écrit :

$$\vec{F}_{HJ} = -F_{HJ} \vec{n}_{HJ} + \mu \operatorname{sgn}(f(\dot{\theta}_H, \dot{\theta}_J)) F_{HJ} \vec{t}_{HJ} \quad (2.62)$$

La force du bâton sur le marteau s'écrit :

$$\vec{F}_{JH} = F_{HJ} \vec{n}_{HJ} - \mu \operatorname{sgn}(f(\dot{\theta}_H, \dot{\theta}_J)) F_{HJ} \vec{t}_{HJ} \quad (2.63)$$

où μ est un paramètre réglé expérimentalement, $f(\dot{\theta}_H, \dot{\theta}_J)$ quantifie le mouvement relatif entre le marteau et le bâton et $F_{JH} = k\delta_{JH}^r + b\dot{\delta}_{JH}\delta_{JH}^2$ avec $k = 7 \times 10^9$ SI, $b = 5 \times 10^7$ SI et $r = 3$.

Moments de la force de contact par rapport à \vec{e}_{H_z} et \vec{e}_{J_z}

Le moment $\overrightarrow{O_H H_J} \wedge \vec{F}_{JH}$ de la force du bâton sur le marteau par rapport à \vec{e}_{H_z} , axe de rotation du marteau, est :

$$\boxed{C_{JH}} \quad (2.64)$$

Le moment $\overrightarrow{O_J J_H} \wedge \vec{F}_{HJ}$ de la force du marteau sur le bâton par rapport à \vec{e}_{J_z} , axe de rotation du bâton, est :

$$\boxed{C_{HJ}} \quad (2.65)$$

2.6. Ressorts filaires métalliques

Trois ressorts filaires métalliques sont intégrés dans la touche de piano Renner qui nous sert de référence. Un autre choix de facture, plus courant, consiste à remplacer le ressort qui relie le chevalet au cadre de la touche par un plombage intégré en bout de touche (côté pianiste)⁴.

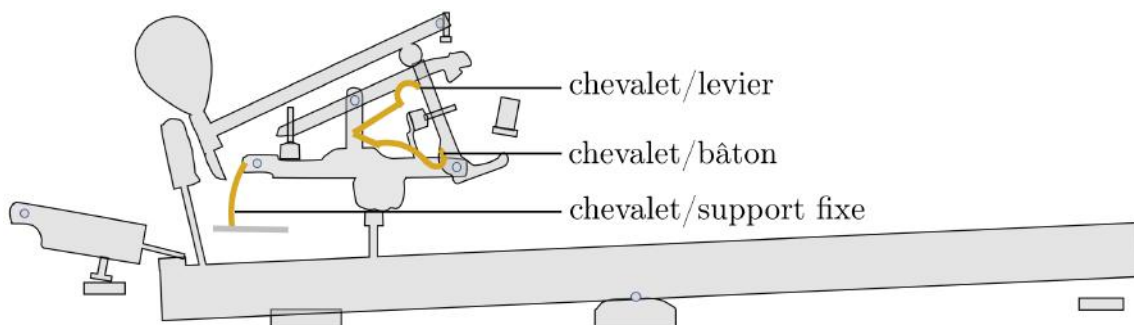


FIGURE 2.25. Position des ressorts filaires métalliques.

Un ressort double attaché au chevalet aide à écarter le levier d'une part, à ramener le bâton dans sa position d'origine, d'autre part. Il aide donc la répétition. La déformation de la partie du ressort en contact avec le levier est dépendante de celle en contact avec le bâton. Nous choisissons de considérer les ressorts bâton-chevalet et levier-chevalet comme indépendants l'un de l'autre.

Le modèle retenu (voir [3]) permet de décrire le moment de la force du ressort bâton-chevalet (resp. levier-chevalet) en O_J (resp. O_L) sans passer par l'écriture de la force elle-même.

$$\Gamma_i = \kappa_i(\theta_0^{Wi}) - \theta_i \quad (2.66)$$

où l'indice $\{i\}$ correspond au levier ou au bâton. Pour le ressort chevalet- $\{i\}$, Γ_i est le moment de la force du ressort en O_i , θ_0^{Wi} est l'angle de "repos" du ressort et κ_i est le coefficient de raideur du ressort.

On utilise le résultat ci-dessus pour écrire les forces de réaction des ressorts et ainsi écrire les moments de ces forces en O_W .

Nous faisons les hypothèses suivantes :

Le point d'application L_κ de la force $\vec{F}_{\kappa WL}$ du ressort sur le levier est fixe sur le levier (voir diagramme inférieur de la Fig. 2.26). Le ressort est considéré sans masse. Il exerce donc la force opposée sur le chevalet $\vec{F}_{\kappa LW} = -\vec{F}_{\kappa WL}$.

4. Bien entendu, ce remplacement ne produit pas un effet équivalent. Cela change la répartition des masses le long de la touche.

Le point d'application J_κ de la force $\vec{F}_{\kappa WJ}$ du ressort sur le bâton est fixe sur le bâton (voir diagramme inférieur de la Fig. 2.26). Le ressort est considéré sans masse. Il exerce donc la force opposée sur le chevalet $\vec{F}_{\kappa JW} = -\vec{F}_{\kappa WJ}$.

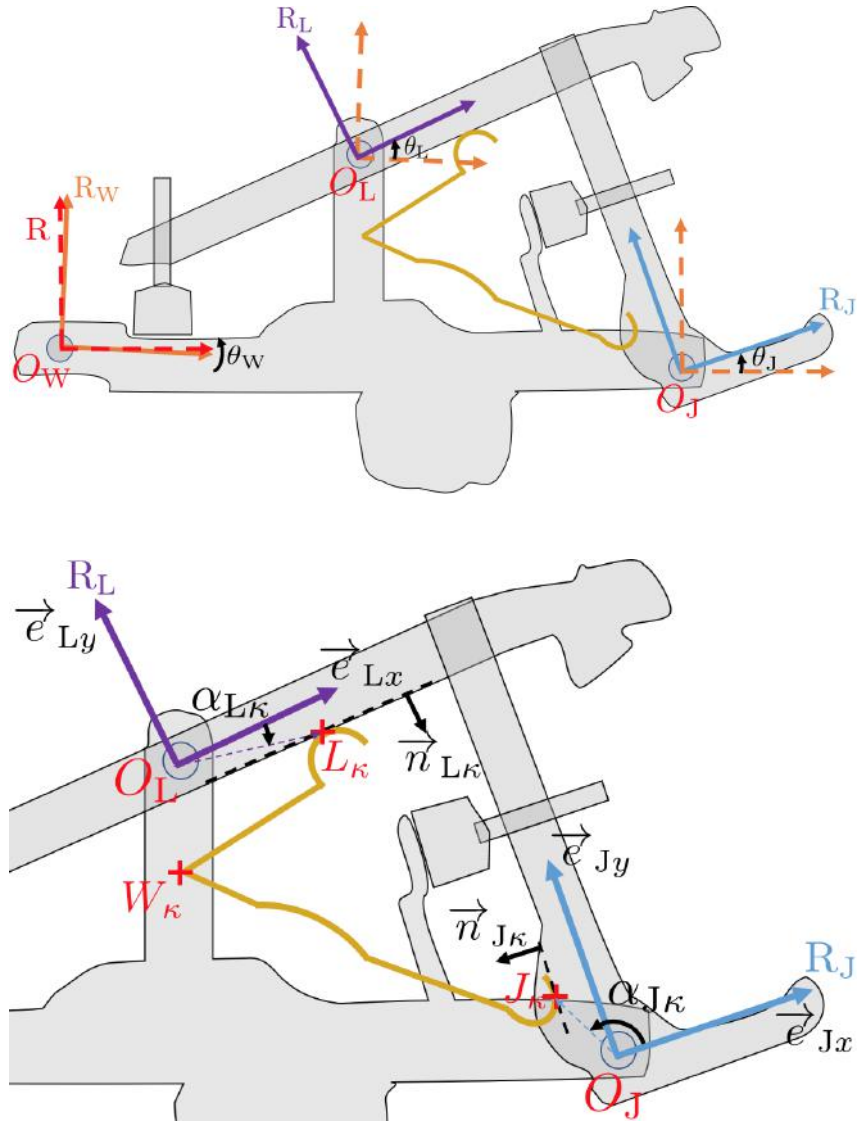


FIGURE 2.26. Le ressort est attaché au chevalet et est en contact avec le bâton et le levier.

On note :

- κ_L : coefficient de raideur du ressort lié au levier (défini dans ([5] p.68a));
- κ_J : coefficient de raideur du ressort lié au bâton,
- θ_0^{LW} : angle de repos du ressort du levier,

2. Modèle de la touche de piano

- θ_0^{JW} : angle de repos du ressort du bâton,
- $\alpha_{J\kappa}$: angle $(\vec{e}_{Jx}, \overrightarrow{O_J J_\kappa})$,
- $\alpha_{L\kappa}$: angle $(\vec{e}_{Lx}, \overrightarrow{O_L L_\kappa})$,

La normale à la surface de contact entre le ressort et le bâton, $\vec{n}_{J\kappa}$, est colinéaire avec \vec{e}_{Jx} . L'angle $(\vec{e}_{Jx}, \vec{n}_{J\kappa})$ vaut π .

La normale à la surface de contact entre le ressort et le levier, $\vec{n}_{L\kappa}$, est colinéaire avec \vec{e}_{Ly} . L'angle $(\vec{e}_{Lx}, \vec{n}_{L\kappa})$ vaut $-\frac{\pi}{2}$.

2.6.1. Moments des forces des ressorts bâton-chevalet en O_J et levier-chevalet en O_L

Le moment de la force exercée par le ressort bâton-chevalet en O_J vaut :

$$\boxed{\Gamma_J = \kappa_J(\theta_0^{JW} - \theta_J)} \quad (2.67)$$

où θ_0^{JW} vaut environ 1 rad et κ_J vaut environ 0,03 N m.

Le moment de la force exercée par le ressort bâton-chevalet en O_L vaut :

$$\boxed{\Gamma_L = \kappa_L(\theta_0^{LW} - \theta_L)} \quad (2.68)$$

où θ_0^{LW} vaut environ 0,7 rad et κ_L vaut environ 0,12 N m.

2.6.2. Moments des forces des ressorts bâton-chevalet et levier-chevalet en O_W

La distance $\|\overrightarrow{O_J J_\kappa}\|$ est constante. Le vecteur $\overrightarrow{O_J J_\kappa}$ s'écrit :

$$\overrightarrow{O_J J_\kappa} = \begin{bmatrix} -8 \\ 8 \end{bmatrix}_{R_J} \|\overrightarrow{O_J J_\kappa}\| = 11,3 \text{ mm} \quad \alpha_{J\kappa} = 2,36 \text{ rad}$$

On déduit de Γ_J la force exercée par le ressort sur le bâton :

$$\overrightarrow{F_{\kappa WJ}} = -\frac{\Gamma_J}{\|\overrightarrow{O_J J_\kappa}\| \sin \alpha_{J\kappa}} \begin{bmatrix} \cos(\theta_J + \theta_W) \\ \sin(\theta_J + \theta_W) \end{bmatrix}_R \quad (2.69)$$

La force $\overrightarrow{F_{\kappa JW}}$ exercée par le ressort "Bâton-Chevalet" sur le chevalet vaut $-\overrightarrow{F_{\kappa WJ}}$. Son moment en O_W se déduit du moment en O_J de la force opposée et vaut donc :

$$\boxed{\Gamma_{JW} = -\left(\overrightarrow{O_W O_J} \wedge \overrightarrow{F_{\kappa WJ}} + \Gamma_J\right)} \quad (2.70)$$

La distance $\|\overrightarrow{O_L L_\kappa}\|$ est constante. Le vecteur $\overrightarrow{O_L L_\kappa}$ s'écrit :

$$\overrightarrow{O_L L_\kappa} = \begin{bmatrix} 17 \\ -3 \end{bmatrix}_{R_L} \quad \|\overrightarrow{O_L L_\kappa}\| = 17,3 \text{ mm} \quad \alpha_{L_\kappa} = -0,17 \text{ rad}$$

On déduit de Γ_L la force exercée par le ressort sur le levier :

$$\overrightarrow{F_{\kappa WL}} = \frac{\Gamma_L}{\|\overrightarrow{O_L L_\kappa}\| \cos \alpha_{L_\kappa}} \begin{bmatrix} \sin(\theta_L + \theta_W) \\ -\cos(\theta_L + \theta_W) \end{bmatrix}_R \quad (2.71)$$

La force $\overrightarrow{F_{\kappa LW}}$ exercée par le ressort "Lever-Chevalet" sur le chevalet vaut $-\overrightarrow{F_{\kappa WL}}$. Son moment en O_W se déduit du moment en O_L de la force opposée et vaut donc :

$$\Gamma_{LW} = - \left(\overrightarrow{O_W O_L} \wedge \overrightarrow{F_{\kappa WL}} + \Gamma_L \right) \quad (2.72)$$

2.6.3. Couples exercés par le ressort support-chevalet en O_W

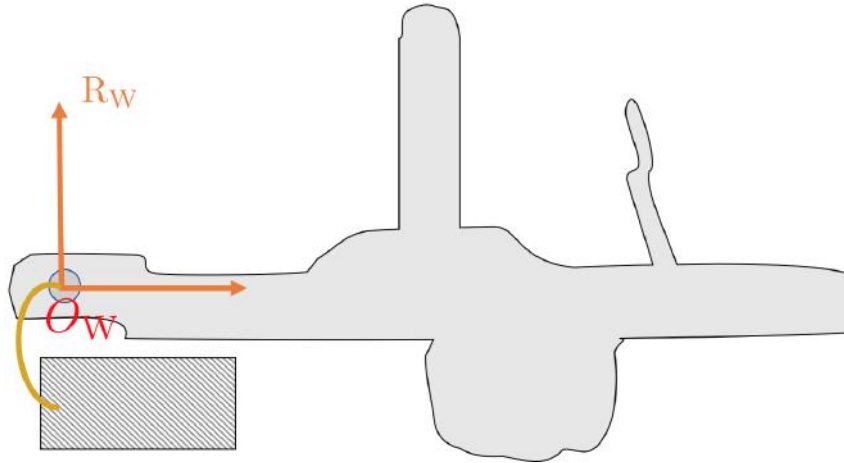


FIGURE 2.27. Ressort entre le support et le chevalet.

Le moment de la force exercée par le ressort sur le chevalet en O_W s'écrit :

$$\Gamma_{SW} = \kappa_W (\theta_0^{WS} - \theta_W) \quad (2.73)$$

où θ_0^{WS} vaut environ 0,4 rad et κ_W vaut environ 0,036 N.m.

On note Γ_W la somme de tous les moments des forces exercées par les ressorts sur le chevalet en O_W :

$$\Gamma_W = \Gamma_{LW} + \Gamma_{JW} + \Gamma_{SW} \quad (2.74)$$

2.7. Action des pivots du bâton et du levier sur le chevalet

Sur le système chevalet, deux forces n'ont pas été écrites jusqu'ici :

- la force $\vec{F}_{r_{JW}}$ exercée par le bâton sur le chevalet au centre de rotation du bâton (O_J). Vue par le bâton, il s'agit de la réaction de son support ;
- la force $\vec{F}_{r_{LW}}$ exercée par le levier sur le chevalet au centre de rotation du levier (O_L). Vue par le levier, il s'agit de la réaction de son support.

2.7.1. Force de réaction du pivot du bâton

Dans le système **bâton**, les forces extérieures sont :

- \vec{F}_{WJ2} la pseudo-force de contact (voir Sous-Section 2.5.2) entre le bâton et le chevalet ;
- \vec{F}_{WJ1} la force de contact entre le bâton et le chevalet ;
- \vec{F}_{HJ} la force de contact entre le bâton et le marteau ;
- \vec{F}_{GJ} le poids du bâton ;
- $\vec{F}_{\kappa_{WJ}}$ la force exercée par le ressort bâton-chevalet sur le bâton ;
- \vec{F}_{SJ} la force de contact entre le bâton et la butée d'échappement ;
- $\vec{F}_{r_{WJ}}$ la force de réaction du pivot du bâton.

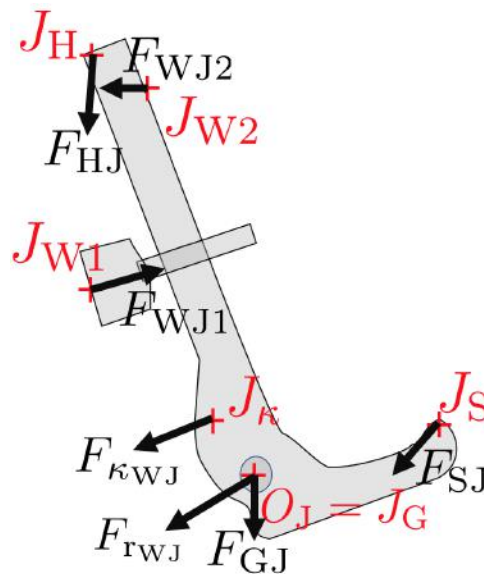


FIGURE 2.28. Efforts extérieurs sur le bâton.

Voir le tableau Tab. 2.4 (p. 81) pour plus de détails.

L'équation de la dynamique sur le bâton s'écrit :

$$\vec{F}_{WJ2} + \vec{F}_{WJ1} + \vec{F}_{HJ} + \vec{F}_{GJ} + \vec{F}_{\kappa WJ} + \vec{F}_{SJ} + \vec{F}_{rWJ} = m_J \vec{a}_{O_J}$$

On en déduit :

$$\vec{F}_{rWJ} = - \left(\vec{F}_{WJ2} + \vec{F}_{WJ1} + \vec{F}_{HJ} + \vec{F}_{GJ} + \vec{F}_{\kappa WJ} + \vec{F}_{SJ} \right) + m_J \vec{a}_{O_J} \quad (2.75)$$

$$\vec{F}_{rJW} = -\vec{F}_{rWJ} \quad (2.76)$$

2.7.2. Force de réaction du pivot du levier

Dans le système levier, les forces extérieures sont :

- \vec{F}_{WL} la force de contact entre le levier et le chevalet ;
- \vec{F}_{HL} la force de contact entre le levier et le marteau ;
- \vec{F}_{GJ} le poids du levier ;
- $\vec{F}_{\kappa WL}$ la force exercée par le ressort levier-chevalet sur le levier ;
- \vec{F}_{SL} la force de contact entre le levier et la butée d'échappement ;
- \vec{F}_{rWL} la force de réaction du pivot du levier.

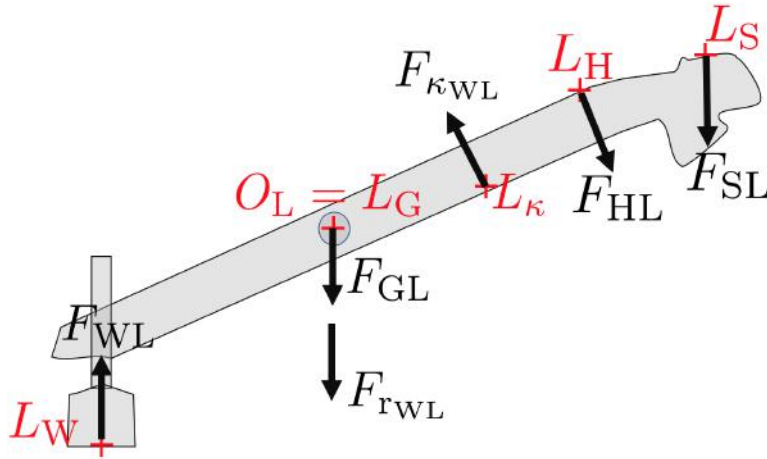


FIGURE 2.29. Efforts extérieurs sur le levier.

Voir le tableau Tab. 2.5 (p. 82) pour plus de détails.

L'équation de la dynamique sur le levier s'écrit :

$$\vec{F}_{WL} + \vec{F}_{HL} + \vec{F}_{GL} + \vec{F}_{\kappa WL} + \vec{F}_{SL} + \vec{F}_{rWL} = m_L \vec{a}_{O_L}$$

On en déduit :

$$\vec{F}_{rWL} = - \left(\vec{F}_{WL} + \vec{F}_{HL} + \vec{F}_{GL} + \vec{F}_{\kappa WL} + \vec{F}_{SL} \right) + m_L \vec{a}_{O_L} = -\vec{F}_{rLW} \quad (2.77)$$

$$\vec{F}_{rLW} = -\vec{F}_{rWL} \quad (2.78)$$

2. Modèle de la touche de piano

2.7.3. Moment sur le chevalet

$$C_{rJW} = \overline{O_W O_J} \wedge \left(\vec{F}_{WJ2} + \vec{F}_{WJ1} + \vec{F}_{HJ} + \vec{F}_{GJ} + \vec{F}_{\kappa_{WJ}} + \vec{F}_{SJ} - m_J \vec{a}_{O_J} \right) \quad (2.79)$$

et

$$C_{rLW} = \overline{O_W O_L} \wedge \left(\vec{F}_{WL} + \vec{F}_{HL} + \vec{F}_{GL} + \vec{F}_{\kappa_{WL}} + \vec{F}_{SL} - m_L \vec{a}_{O_L} \right) \quad (2.80)$$

Le moment de ces forces sur le chevalet s'écrit :

$$C_{rW} = C_{rJW} + C_{rLW} \quad (2.81)$$

mais ne servira pas en tant que tel, car certains moments des forces écrites ci-dessus vont être recombinaés avec d'autres dans la partie qui suit. Le traitement des forces d'inertie $m\vec{a}$ est repoussé dans Sous-Section 2.8.2.

2.8. Équation du moment cinétique

Maintenant que nous avons une description précise de notre touche de piano, nous proposons un modèle dynamique permettant de prédire le mouvement de chacun des éléments du système. La finalité est de prédire la force de réaction de la touche sous l'action du doigt du pianiste. Pour tous les calculs des moments d'inertie, se référer à l'annexe B de [5].

2.8.1. Simplification de l'équation sur le chevalet

On prépare ici la résolution numérique du modèle.

2.8.1.1. Décomposition des moments des forces sur le chevalet et nouvelle écriture du moment cinétique du chevalet

Les forces exercées sur le système chevalet+ressort sont :

- \vec{F}_{LW} la force de contact entre le levier et le chevalet ;
- \vec{F}_{JW1} la force de contact entre le chevalet et le bâton ;
- \vec{F}_{JW2} la pseudo-force de contact entre le chevalet et le bâton ;
- \vec{F}_{KW} la force de contact entre le levier et la butée d'échappement ;
- \vec{F}_{rLW} la force de réaction du pivot du levier ;
- \vec{F}_{rJW} la force de réaction du pivot du bâton ;
- $\vec{F}_{\kappa JW}$ force exercée par le ressort chevalet-bâton sur le chevalet ;
- $\vec{F}_{\kappa LW}$ force exercée par le ressort chevalet-levier sur le chevalet ;
- $\vec{F}_{\kappa SW}$ force exercée par le ressort chevalet-support sur le chevalet ;
- \vec{F}_{GW} le poids du chevalet ;

2. Modèle de la touche de piano

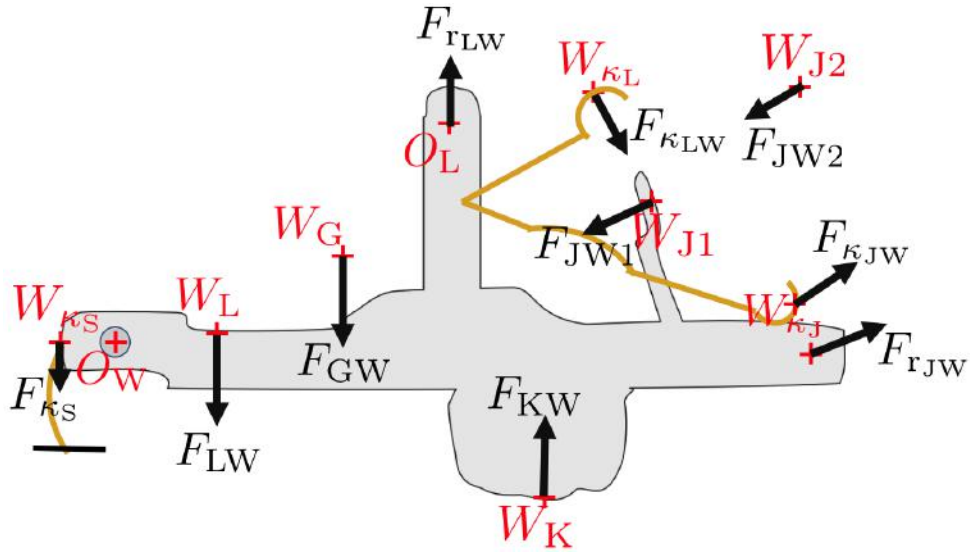


FIGURE 2.30. Efforts extérieurs sur le chevalet.

L'équation du moment cinétique sur le chevalet (Eq. (2.84) (p. 81)) est :

$$I_W \ddot{\theta}_W = C_{dW} + C_{vW} + C_{KW} + C_{gW} + \Gamma_{SW} + C_{JW1} + C_{JW2} + C_{LW} + \Gamma_{LW} + \Gamma_{JW} + C_{rJW} + C_{rLW}$$

Les forces et couples exercés sont tels que :

- $F_{AB} = -F_{BA}$,
- le point de contact de l'élément $\{A\}$ est confondu avec celui de l'élément $\{B\}$,
- C_{AB} est par convention le moment de F_{AB} par rapport au centre de rotation de $\{B\}$; en conséquence le moment C_{AB} est différent du moment $-C_{BA}$, mais ils obéissent aux formules de transformation ci-dessous.

$$\begin{aligned} C_{JW1} &= O_W W_{J1} \wedge F_{JW1} = -O_W O_J \wedge F_{WJ1} - \overbrace{O_J J_{W1} \wedge F_{WJ1}}^{C_{WJ1}} \\ C_{JW2} &= O_W W_{J2} \wedge F_{JW2} = -O_W O_J \wedge F_{WJ2} - \overbrace{O_J J_{W2} \wedge F_{WJ2}}^{C_{WJ2}} \\ C_{LW} &= O_W W_L \wedge F_{LW} = -O_W O_L \wedge F_{WL} - \overbrace{O_L L_W \wedge F_{WL}}^{C_{WL}} \\ \Gamma_{LW} &= O_W W_{\kappa L} \wedge F_{\kappa LW} = -O_W O_L \wedge F_{\kappa WL} - \overbrace{O_L L_{\kappa W} \wedge F_{\kappa WL}}^{\Gamma_L} \\ \Gamma_{JW} &= O_W W_{\kappa J} \wedge F_{\kappa JW} = -O_W O_J \wedge F_{\kappa WJ} - \overbrace{O_J J_{\kappa W} \wedge F_{\kappa WJ}}^{\Gamma_J} \\ C_{rJW} &= O_W O_J \wedge (F_{WJ2} + F_{WJ1} + F_{HJ} + F_{GJ} + F_{\kappa WJ} + F_{SJ} - m_J \vec{a}_{O_J}) \\ C_{rLW} &= O_W O_L \wedge (F_{WL} + F_{HL} + F_{GL} + F_{\kappa WL} + F_{SL} - m_L \vec{a}_{O_L}) \end{aligned}$$

En remarquant que les termes colorés dans le tableau ci-dessus s'annulent deux à deux, l'équation du moment cinétique sur le chevalet devient :

$$I_W \ddot{\theta}_W = C_{dW} + C_{vW} + C_{KW} + C_{gW} + \Gamma_{SW} - (C_{WJ1} + C_{WJ2} + \Gamma_J) - (C_{WL} + \Gamma_L) + O_W O_L \wedge (F_{HL} + F_{GL} + F_{SL} - m_L \vec{a}_{O_L}) + O_W O_J \wedge (F_{HJ} + F_{GJ} + F_{SJ} - m_J \vec{a}_{O_J}) \quad (2.82)$$

Certains termes de l'équation du moment cinétique du levier et de celle du bâton apparaissent dans l'équation sur le chevalet :

- $-(C_{WL} + \Gamma_L)$
- $-(C_{WJ1} + C_{WJ2} + \Gamma_J)$

2.8.2. Approximation sur les masses et inerties du bâton et du levier

Les moments d'inertie du bâton et du levier sont de l'ordre de quelques mgm^2 . Le risque d'erreur numérique lors de l'inversion de la matrice d'inertie est non-négligeable, nous avons donc tenté de nous en prémunir en faisant l'hypothèse de la nullité des masses du levier et bâton. On justifie cela par le fait que les valeurs de la masse du levier et de la masse du bâton soient faibles devant le reste des éléments du système.

Ceci a plusieurs intérêts :

- le calcul de la force de réaction du support du levier et du bâton est simplifié : le membre $m_J \vec{a}_{O_J}$ (resp. $m_L \vec{a}_{O_L}$) de Eq. (2.75) (p. 75) (resp. Eq. (2.77) (p. 75)) est nul ;
- les forces d'inertie sur le levier et le bâton sont nulles ;

2. Modèle de la touche de piano

2.8.3. Touche(Key)

Description	Moment en O_K ou Résultante	Expression
Frottement sec dans l'articulation	C_{dK}	$c_{dK} \text{sgn}(\dot{\theta}_K)$
Frottement visqueux dans l'articulation	C_{vK}	$c_{vK} \dot{\theta}_K$
Contact touche-chevalet	C_{WK}	Eq. (2.35) (p. 50)
	F_{WK}	Eq. (2.33) (p. 50)
Contact touche-mouche	C_{pK}	Eq. (2.16) (p. 41)
	F_{mK}	Eq. (2.12) (p. 39)
Contact touche-support touche	C_{mK}	Eq. (2.13) (p. 40)
	F_{pK}	Eq. (2.15) (p. 41)
Contact touche-marteau	C_{HK}	Eq. (2.47) (p. 58)
	F_{HK}	Eq. (2.45) (p. 57)
Poids	C_{gK}	Eq. (2.1) (p. 31)
Doigt du pianiste	C_p	-

TABLE 2.2. Efforts extérieurs sur la touche.

On écrit le moment des forces de contact : $C_K = C_{SmK} + C_{SpK} + C_{WK} + C_{HK}$.
L'équation du mouvement de la touche de piano s'écrit :

$$I_K \ddot{\theta}_K = -C_{dK} - C_{vK} + C_K + C_{gK} + C_p \quad (2.83)$$

2.8.4. Chevalet(Whippen)

Description	Moment en O_W ou Résultante	Expression
Frottement sec dans l'articulation	C_{dW}	$c_{dW} \text{sgn}(\dot{\theta}_W)$
Frottement visqueux dans l'articulation	C_{vW}	$c_{vW} \dot{\theta}_W$
Contact touche-chevalet	C_{KW}	Eq. (2.36) (p. 50)
	F_{KW}	Eq. (2.34) (p. 50)
Contact chevalet-bâton 1	C_{JW1}	Eq. (2.26) (p. 45)
	F_{JW1}	Eq. (2.24) (p. 45)
Contact chevalet-bâton 2	C_{JW2}	Eq. (2.31) (p. 48)
	F_{JW2}	Eq. (2.29) (p. 47)
Contact chevalet-levier	C_{LW}	Eq. (2.21) (p. 43)
	F_{LW}	Eq. (2.19) (p. 43)
Poids	C_{gW}	Eq. (2.2) (p. 31)
Ressorts agissants sur le chevalet	$C_{\kappa W} = \Gamma_W$	Eq. (2.73) (p. 73)
Pivots levier/bâton sur le chevalet	C_{rW}	Eq. (2.81) (p. 76)
	F_{rJW}	Eq. (2.76) (p. 75)
	F_{rLW}	Eq. (2.78) (p. 75)

TABLE 2.3. Efforts extérieurs sur le chevalet.

On écrit le moment des forces de contact : $C_W = C_{KW} + C_{JW} + C_{JW2} + C_{LW}$.
L'équation du mouvement du chevalet s'écrit :

$$\boxed{I_W \ddot{\theta}_W = -C_{dW} - C_{vW} + C_W + C_{gW} + C_{\kappa_W} + C_{rW}} \quad (2.84)$$

2.8.5. Bâton(Jack)

Description	Moment en O_J ou Résultante	Expression
Frottement sec dans l'articulation	C_{dJ}	$c_{dJ} \text{sgn}(\dot{\theta}_J)$
Frottement visqueux dans l'articulation	C_{vJ}	$c_{vJ} \dot{\theta}_J$
Contact bâton-chevalet 1	C_{WJ1}	Eq. (2.25) (p. 45)
	F_{WJ1}	Eq. (2.23) (p. 45)
Contact chevalet-bâton 2	C_{WJ2}	Eq. (2.30) (p. 48)
	F_{WJ2}	Eq. (2.28) (p. 47)
Contact marteau-bâton	C_{HJ}	Eq. (2.56) (p. 64), Eq. (2.61) (p. 67), Eq. (2.65) (p. 69)
	F_{HJ}	Eq. (2.53) (p. 64), (2.58) ou (2.62)
Contact support-bâton	C_{SJ}	Eq. (2.51) (p. 60)
	F_{SJ}	Eq. (2.50) (p. 59)
Poids	C_{gJ}	Eq. (2.3) (p. 32)
Ressorts agissants sur le bâton	$C_{\kappa_J} = \Gamma_J$	Eq. (2.67) (p. 72)

TABLE 2.4. Efforts extérieurs sur le bâton.

On écrit le moment des forces de contact : $C_J = C_{WJ1} + C_{WJ2} + C_{HJ} + C_{SJ}$.
L'équation du mouvement du bâton s'écrit :

$$\boxed{-C_{dJ} - C_{vJ} + C_J + C_{gJ} + C_{\kappa_J} = 0} \quad (2.85)$$

2. Modèle de la touche de piano

2.8.6. Levier(Lever)

Description	Moment en O_L ou Résultante	Expression
Frottement sec dans l'articulation	C_{dL}	$c_{dL} \text{sgn}(\dot{\theta}_L)$
Frottement visqueux dans l'articulation	C_{vL}	$c_{vL} \dot{\theta}_L$
Contact chevalet-levier	C_{WL}	Eq. (2.20) (p. 43)
	F_{WL}	Eq. (2.18) (p. 42)
Contact marteau-levier	C_{HL}	Eq. (2.43) (p. 55)
	F_{HL}	Eq. (2.41) (p. 54)
Contact support-levier	C_{SL}	Eq. (2.39) (p. 52)
	F_{SL}	Eq. (2.38) (p. 52)
Poids	C_{gL}	Eq. (2.4) (p. 32)
Ressorts agissants sur le levier	$C_{\kappa_L} = \Gamma_L$	Eq. (2.68) (p. 72)

TABLE 2.5. Efforts extérieurs sur le levier.

On écrit le moment des forces de contact : $C_L = C_{WL} + C_{HL} + C_{SL}$.
L'équation du mouvement du levier s'écrit :

$$-C_{dL} - C_{vL} + C_L + C_{gL} + C_{\kappa_L} = 0 \quad (2.86)$$

2.8.7. Marteau(Hammer)

Description	Moment en O_H ou Résultante	Expression
Frottement sec dans l'articulation	C_{dH}	$c_{dH} \text{sgn}(\dot{\theta}_H)$
Frottement visqueux dans l'articulation	C_{vH}	$c_{vH} \dot{\theta}_H$
Contact marteau-levier	C_{LH}	Eq. (2.44) (p. 55)
	F_{LH}	Eq. (2.42) (p. 54)
Contact touche-marteau	C_{KH}	Eq. (2.48) (p. 58)
	F_{KH}	Eq. (2.46) (p. 57)
Contact bâton-marteau	C_{JH}	Eq. (2.55) (p. 64), Eq. (2.60) (p. 66) Eq. (2.64) (p. 69)
	F_{JH}	Eq. (2.53) (p. 64), (2.58) ou (2.62)
Contact corde-marteau	C_{SH}	-
Poids	C_{gH}	Eq. (2.5) (p. 32)

TABLE 2.6. Efforts extérieurs sur le marteau.

On écrit le moment des forces de contact : $C_H = C_{KH} + C_{LH} + C_{JH} + C_{SH}$.

L'équation du mouvement du marteau s'écrit :

$$\boxed{I_H \ddot{\theta}_H = -C_{dH} - C_{vH} + C_H + C_{gH}} \quad (2.87)$$

2.8.8. Résumé des équations du modèle

On écrit cinq équations dynamiques sur cinq inconnues $(\theta_K, \theta_W, \theta_J, \theta_L, \theta_H)$.

Les cinq équations du moment cinétique sont les suivantes :

$$\begin{cases} I_K \ddot{\theta}_K + C_{dK} + C_{vK} + C_K + C_{GK} + C_p = 0 \\ I_W \ddot{\theta}_W + C_{dW} + C_{vW} + C_W + C_{GW} + C_{\kappa_W} + C_{rW} = 0 \\ C_{dJ} + C_{vJ} + C_J + C_{GJ} + C_{\kappa_J} = 0 \\ C_{dL} + C_{vL} + C_L + C_{GL} + C_{\kappa_L} = 0 \\ I_H \ddot{\theta}_H + C_{dH} + C_{vH} + C_H + C_{GH} = 0 \end{cases} \quad (2.88)$$

2. Modèle de la touche de piano

2.8.9. Écriture matricielle

Les cinq équations dynamiques (3.1) s'écrivent de manière matricielle sous la forme :

$$I\ddot{\Theta} + C_d(\dot{\Theta}) + C_v(\dot{\Theta}) + C(\Theta) + C_g(\Theta) + \Gamma(\Theta) + C_r(\Theta) + C_p(t) = 0 \quad (2.89)$$

où chaque matrice élémentaire est donnée ci-dessous.

Matrice d'inertie

La matrice d'inertie de notre système s'écrit désormais comme une matrice diagonale contenant les moments d'inertie propre à chaque élément :

$$I(\Theta) = \begin{bmatrix} I_K & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_W & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_H \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{5 \times 5} \quad (2.90)$$

Moments des forces de contact

$C(\Theta)$ représente les moments des forces de contact sur chaque élément de la touche de piano mécanique :

$$C(\Theta) = \begin{bmatrix} C_{SpK} + C_{SmK} + C_{WK} + C_{HK} \\ C_{JW1} + C_{JW2} + C_{KW} + C_{LW} \\ C_{WJ} + C_{WJ2} + C_{HJ} + C_{SJ} \\ C_{WL} + C_{HL} + C_{SL} \\ C_{KH} + C_{JH} + C_{LH} + C_{SH} \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{5 \times 1} \quad (2.91)$$

Couples de frottement sec dans les articulations

$C_d(\Theta)$ représente les couples de frottement sec dans les articulations de chacun des éléments de la touche de piano mécanique :

$$C_d(\Theta) = [C_{dK} \quad C_{dW} \quad C_{dJ} \quad C_{dL} \quad C_{dH}]^T \in \mathfrak{R}^{5 \times 1} \quad (2.92)$$

Couples de frottement visqueux dans les articulations

$C_v(\dot{\Theta})$ représente les couples de frottement visqueux dans les articulations de chacun des éléments de la touche de piano mécanique :

$$C_v(\dot{\Theta}) = [C_{vK} \quad C_{vW} \quad C_{vJ} \quad C_{vL} \quad C_{vH}]^T \in \mathfrak{R}^{5 \times 1} \quad (2.93)$$

Moments des forces exercées par les ressorts

$\Gamma(\Theta)$ représente les moments associés à l'action des ressorts :

$$C_\kappa(\Theta) = [0 \quad C_{\kappa W} \quad C_{\kappa J} \quad C_{\kappa L} \quad 0]^T \in \mathfrak{R}^{5 \times 1} \quad (2.94)$$

Moments des forces de réaction exercées par le bâton et le levier sur leurs centres de rotation respectifs

$C_r(\Theta)$ représente les moments en O_W des forces de réaction exercées par le bâton et le levier sur le chevalet. Par rapport à Eq. (2.95) (p. 85), donnée par Eq. (2.81) (p. 76), Eq. (2.80) (p. 76) et Eq. (2.79) (p. 76), certains termes ont disparu (voir Sous-Section 2.8.1).

$$C_r(\Theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ O_W O_L \wedge (F_{HL} + F_{GL} + F_{SL}) + O_W O_J \wedge (F_{HJ} + F_{GJ} + F_{SJ}) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{5 \times 1} \quad (2.95)$$

Moments des poids

$C_g(\Theta)$ représente les moments des forces de gravité :

$$C_g(\Theta) = [C_{gK} \ C_{gW} \ C_{gJ} \ C_{gL} \ C_{gH}]^T \in \mathfrak{R}^{5 \times 1} \quad (2.96)$$

Moment de l'action du pianiste sur la touche

$C_p(t)$ est le moment de l'action du doigt du pianiste sur la touche ; ce vecteur dépend explicitement du temps :

$$C_p(t) = [C_p(t) \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \in \mathfrak{R}^{5 \times 1} \quad (2.97)$$

2.9. Récapitulatif

La dynamique de la touche de piano peut être décrite avec les rotations de chacune des six pièces qui constituent la touche. La particularité est que deux de ces pièces sont en rotations (levier et bâton) par rapport au chevalet. Nous avons décidé de ne pas modéliser l'étouffoir, car son impact sur la dynamique de la touche est moins important que les autres éléments du système.

Les principales hypothèses que nous avons faites sont les suivantes :

- les éléments constitutifs de la touche de piano sont des solides rigides ;
- les ressorts chevalet-bâton et chevalet-levier sont considérés sans masse et découplés l'un de l'autre ;
- les masses du bâton et du levier sont négligeables ;
- les contacts sont considérés ponctuels.

Mis à part les contacts bâton-butée d'échappement, bâton-marteau et marteau-touche, les contacts sont considérés sans glissement. Nous avons décrit pour chaque contact la géométrie locale.

En fin de compte, nous avons un système de cinq équations à cinq variables qui sont les positions angulaires de chaque pièce dans leur référentiel : θ_K , θ_W et θ_H dans le référentiel du laboratoire et θ_J et θ_L dans le référentiel du chevalet.

3. Simulation

Sommaire

3.1. Problème à résoudre	88
3.1.1. Cahier des charges	88
3.1.2. État de l'art	88
3.1.3. Outils de simulation	89
3.2. Équations à résoudre	91
3.2.1. Équations du modèle	91
3.2.2. Formulation du problème de frottement sec	91
3.3. Méthodes numériques	94
3.3.1. Schéma fonctionnel	94
3.3.2. Schéma numérique de résolution	95
3.3.3. Forces de contact	97
3.3.4. Traitement numérique du frottement sec	97
3.3.5. Exemple 1 : pendule simple	98
3.3.6. Exemple 2 : attrape-marteau	99
3.4. Discussion	107
3.4.1. Erreur d'interpénétration pendant les contacts	107
3.4.2. Approximation sur la géométrie des contacts	108
3.5. Résultats de la simulation	110
3.5.1. Simulation avec la mesure utilisée par le logiciel XDE	110
3.5.2. Discussion	114

3. Simulation

Notre objectif est de simuler le modèle de la touche piano acoustique en temps réel. Les performances requises et la nécessité de diagnostiquer aisément les erreurs nous ont amenés aux choix de l'environnement de développement présenté plus loin (voir chapitre 5).

3.1. Problème à résoudre

3.1.1. Cahier des charges

Contrairement aux choix faits par d'autres équipes, le modèle mécanique de la touche traditionnelle que nous utilisons décrit les variations de la force ressentie sous le doigt du pianiste en réponse aux variations du mouvement de la touche. La force de réaction dicte la commande de l'actuateur.

La durée minimale d'enfoncement de la touche de piano sous l'action d'un pianiste est de 20 ms (correspond à une nuance fortissimo). Dans ce cas, quarante points sont nécessaires pour décrire correctement le mouvement de la touche (c'est un choix arbitraire). Nous échantillons donc notre système à 2 kHz. Ce choix doit permettre d'obtenir un algorithme de simulation stable (voir Section 3.4 (p. 107)).

La durée du calcul de la simulation dépend du choix du schéma numérique, du calculateur, des algorithmes et de la manière dont le programme est exécuté (environnement logiciel, thread, etc.). Dans ce chapitre, nous nous intéresserons au schéma numérique et à l'algorithme implémenté.

Le résultat de simulation de Anders Thorin et ses mesures expérimentales [5] nous serviront à valider nos résultats.

3.1.2. État de l'art

Pendant sa thèse, Anders Thorin [5] a simulé le mouvement de la touche de piano sur un logiciel propriété du CEA-LIST (laboratoire de de simulation interactive) : XDE (eXtended Dynamic Engine). La simulation calcule une seconde du modèle de la touche de piano en une vingtaine de secondes sur un ordinateur standard. La force simulée ressemble aux mesures expérimentales (voir [5] figure 6.9 page 107). Cela a permis de valider l'approche adoptée pour le modèle de la touche de piano acoustique.

Pour obtenir une durée de simulation compatible avec la fréquence d'échantillonnage de 2 kHz, nous avons décidé d'implémenter nous-mêmes la résolution numérique du modèle mécanique de la touche de piano traditionnelle.

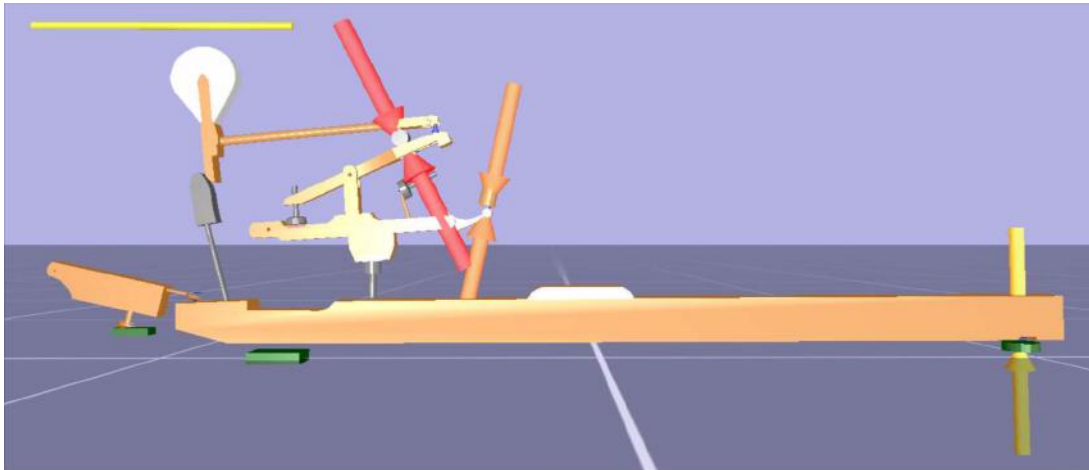


FIGURE 3.1. Représentation 3D de la touche de piano dans le logiciel XDE. (*Anders Thorin*)

Au début de ce travail de thèse, Anders Thorin nous avait fait parvenir un programme codé sous Mathematica simulant un contact unilatéral entre trois barres en rotation autour d'axe différents et dans lesquelles du frottement sec avait été ajouté. Ce programme est décrit dans l'annexe B.

3.1.3. Outils de simulation

Nous avons utilisé un ordinateur standard comme organe de calcul. À court terme, ce projet utilisera un système embarqué pour fonctionner. Les systèmes embarqués utilisés de manière standard pour le prototypage sont : Arduino, Raspberry, Beaglebone, Pic, etc. En plus d'être adapté à la programmation temps réel, ils sont peu encombrants, peu coûteux, consomment peu d'énergie et facile à interfacer avec de l'électronique. Le point commun de toutes ces plateformes est l'utilisation du langage C/C++ pour le développement.

Sans XDE, nous avons dû réécrire un programme de simulation entièrement explicite.

Parmi tous les langages de programmation disponibles, nous en avons retenu deux :

- Matlab pour son ergonomie et la facilité avec laquelle nous pouvons faire du diagnostic ;
- C/C++ pour ses possibilités bas et haut niveau, ses très bonnes performances, son aspect libre de droits et sa compatibilité avec un grand nombre de plateformes.

Matlab est un outil puissant dédié au calcul numérique. Très adapté au développement collaboratif et à la programmation de simulation numérique, il ne nous a pas initialement permis d'atteindre des temps de simulation assez petits pour faire du temps réel. Nous avons donc, en parallèle réécrit les programmes de simulation en langage C/C++. Plus tard dans la thèse, les diverses optimisations du code ont permis d'atteindre le temps réel avec Matlab, mais les choix inhérents au développement avaient déjà été faits. Matlab nous a servi d'interface de développement et de test alors que le langage C/C++ nous a permis d'écrire les exécutables en temps réel.

3. Simulation


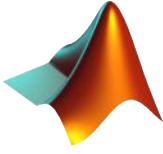
	Temps réel	Ergonomie	Travail collaboratif	Système embarqué
	✓	✗	✓	✓
	✗	✓	✓	✗

TABLE 3.1. Performances des langages de programmation pour notre simulation.

3.2. Équations à résoudre

3.2.1. Équations du modèle

Avec la mesure de la position et de l'accélération angulaire de la touche¹, nous voulons déterminer la force de réaction de la touche sur le doigt du pianiste.

Le système à résoudre est :

$$\begin{cases} I_K \ddot{\theta}_K + C_{dK} + C_{vK} + C_K + C_{GK} + C_p = 0 \\ I_W \ddot{\theta}_W + C_{dW} + C_{vW} + C_W + C_{GW} + C_{rW} + C_{\kappa_W} = 0 \\ C_{dJ} + C_{vJ} + C_J + C_{GJ} + C_{\kappa_J} = 0 \\ C_{dL} + C_{vL} + C_L + C_{GL} + C_{\kappa_L} = 0 \\ I_H \ddot{\theta}_H + C_{dH} + C_{vH} + C_H + C_{GH} = 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

Le calcul des positions de l'ensemble des solides est nécessaire pour arriver à ce résultat, car les mouvements sont couplés par les contacts entre les six solides qui composent la touche de piano et par les ressorts filaires métalliques.

3.2.2. Formulation du problème de frottement sec

L'existence du frottement est conditionnée à l'existence d'un contact. C'est toujours le cas dans les articulations, mais pas dans le cas d'un contact "classique" (un choc entre deux surfaces). La description usuelle d'une force de frottement sec exprime la résistance tangentielle de deux éléments en contact. Les termes multivalués sont les frottements secs dans les articulations de chaque élément de la touche de piano et les frottements qui se produisent lors des contacts entre ces solides.

Le modèle retenu pour écrire le couple de frottement sec dans les articulations est présenté Eq. (2.6) (p. 33).

Pour les frottements lors des contacts, on utilise la loi de Coulomb qui fait dépendre linéairement l'intensité de la résistance au glissement à la force de réaction normale. Le formalisme retenu pour décrire la force de contact entre deux éléments de la touche de piano est présenté Eq. (2.8) (p. 35).

On rappelle que nous négligeons le frottement sec dans la plupart des contacts sauf dans les contacts marteau-touche, marteau-bâton et bâton-levier.

Par la suite, la fonction $\text{sgn}()$ sera remplacé par : Λ_{dX} si nous traitons de l'articulation de l'élément X et Λ_{XY} s'il s'agit du contact entre X et Y.

1. La mesure simultanée de ces deux grandeurs permet de limiter les erreurs d'intégration lors de la résolution du modèle.

3. Simulation

Cas où seul le frottement sec dans les articulations est à déterminer

Dans ce cas, l'équation associée peut s'écrire (en prenant l'exemple du chevalet) :

$$I_W \ddot{\theta}_W = \sum C_{F_{\text{ext}/W}} - c_{dW} \Lambda_{dW} \quad (3.2)$$

Pour connaître $\ddot{\theta}_W$ (et donc de progresser d'un pas de temps dans la connaissance de θ_W), nous devons estimer la valeur de Λ_{dW} . Une manière de procéder consiste à fixer la valeur de $\widetilde{\theta}_W$ tel que Λ_{dW} devienne multivaluée (c.-à-d. $\Lambda_{dW} \in]-1; 1[$).

En réécrivant Eq. (3.2) (p. 92), on obtient :

$$\widetilde{\Lambda}_{dW} = \frac{\sum C_{F_{\text{ext}/W}} - I_W \widetilde{\ddot{\theta}}_W}{c_{dW}} \quad (3.3)$$

Pour résoudre ce problème, on utilise la contraposée : si $\widetilde{\Lambda}_{dW} \notin]-1; 1[$ alors cela signifie que $\ddot{\theta}_W \neq \widetilde{\ddot{\theta}}_W$ et donc que Λ_{dW} est monovaluée.

On introduit la fonction $\text{proj}_{[-1; 1]}(\cdot)$ (voir [5] section 5.2.3) tel que :

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad \text{proj}_{[-1; 1]}(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x \leq -1 \\ 1 & \text{si } x \geq 1 \\ x & \text{si } x \in]-1; 1[\end{cases}$$

Estimer le frottement sec revient à calculer (voir chapitre 1[42]) :

$$\Lambda_{dW} = \text{proj}_{[-1; 1]}(\widetilde{\Lambda}_{dW}) \quad (3.4)$$

Cas de plusieurs frottements simultanés

Lorsque deux frottements secs sont à estimer en même temps sur le même élément (la même équation) de la touche de piano, il nous faut traiter au cas par cas et ajouter des hypothèses simplificatrices. L'objectif étant de se ramener au cas d'un seul frottement pour se retrouver avec une fonction multivaluée à estimer.

Dans le cas du contact entre le bâton et sa butée, les frottements dans l'articulation et dans le contact sont à estimer en même temps lorsque la vitesse angulaire du bâton $\dot{\theta}_J$ est nulle. On fixe $\Lambda_{JS} = -1$ et on estime Λ_{dJ} . Nous faisons l'hypothèse que le bâton, en contact avec sa butée tend à tourner dans le sens horaire.

Dans le cas du contact entre le bâton et le marteau, plusieurs frottements se font simultanément si et seulement si, à la fois la vitesse angulaire du marteau $\dot{\theta}_H$ et la vitesse angulaire

du bâton $\dot{\theta}_J$ sont nulles. Dans l'équation cinétique sur le marteau Λ_{dH} et Λ_{JH} sont à estimer. Dans l'équation cinétique sur le bâton Λ_{dJ} , Λ_{JS} et Λ_{JH} (le même que dans l'équation sur le marteau au signe près) sont à estimer. On fixe $\Lambda_{JH} = -1$ et on estime le reste. Cela signifie que la composante tangentielle de la force de contact aura tendance à faire tourner le bâton dans le sens antihoraire.

Dans le cas du contact entre le marteau et la touche, la simultanéité des frottements se produit lorsque le glissement entre le marteau et la touche est nul et que la vitesse angulaire de ces deux éléments $\dot{\theta}_K$ et $\dot{\theta}_H$ est nulle. On fixe $\Lambda_{dH} = -1$ et on estime Λ_{HJ} . Nous faisons l'hypothèse que le marteau, dans ce cas précis, en contact avec la touche et le levier tend à tourner dans le sens horaire. L'erreur que nous faisons est une erreur de répartition : le frottement dans le pivot est surestimé et celui du contact sous-estimé.

Cas du frottement sec lors des contacts marteau-bâton, bâton-butée d'échappement et bâton-marteau

Les hypothèses faites lorsque deux frottements secs sont à déterminer simultanément dans la même équation permettent de se ramener au calcul d'un seul frottement sec. Prenons l'exemple du marteau.

L'équation de la dynamique sur le marteau peut s'écrire :

$$I_H \ddot{\theta}_H = \sum C_{\text{Fext}/H} + C_{KH} \quad (3.5)$$

Décomposons C_{KH} pour faire apparaître la fonction signe $\Lambda_{KH} = \text{sgn}(f(\dot{\theta}_K, \dot{\theta}_H))$ où $f(\dot{\theta}_K, \dot{\theta}_H)$ quantifie le mouvement relatif entre le marteau et la touche :

$$I_H \ddot{\theta}_H = \sum C_{\text{Fext}/H} + C_{KH_N} + C_{KH_T} \Lambda_{KH} \quad (3.6)$$

où C_{KH} est le moment de la force de contact de la touche sur le marteau associé de la lettre N ou T si c'est moment de la composante normale ou tangentielle de la force.

La manière de procéder reste la même que pour un frottement dans une articulation : on fixe $\widetilde{\theta}_H$ tel que Λ_{KH} devienne multivaluée. On obtient :

$$\widetilde{\Lambda}_{KH} = \frac{(\sum C_{\text{Fext}/H} + C_{KH_N}) - I_H \widetilde{\theta}_H}{C_{KH_T}} \quad (3.7)$$

Puis, on calcule :

$$\Lambda_{KH} = \text{proj}_{[-1;1]}(\widetilde{\Lambda}_{KH}) \quad (3.8)$$

3.3. Méthodes numériques

3.3.1. Schéma fonctionnel

La simulation est une boucle dans laquelle chaque passage met à jour la position des éléments et les forces en jeu. L'algorithme que nous avons déployé peut être décrit comme suit :

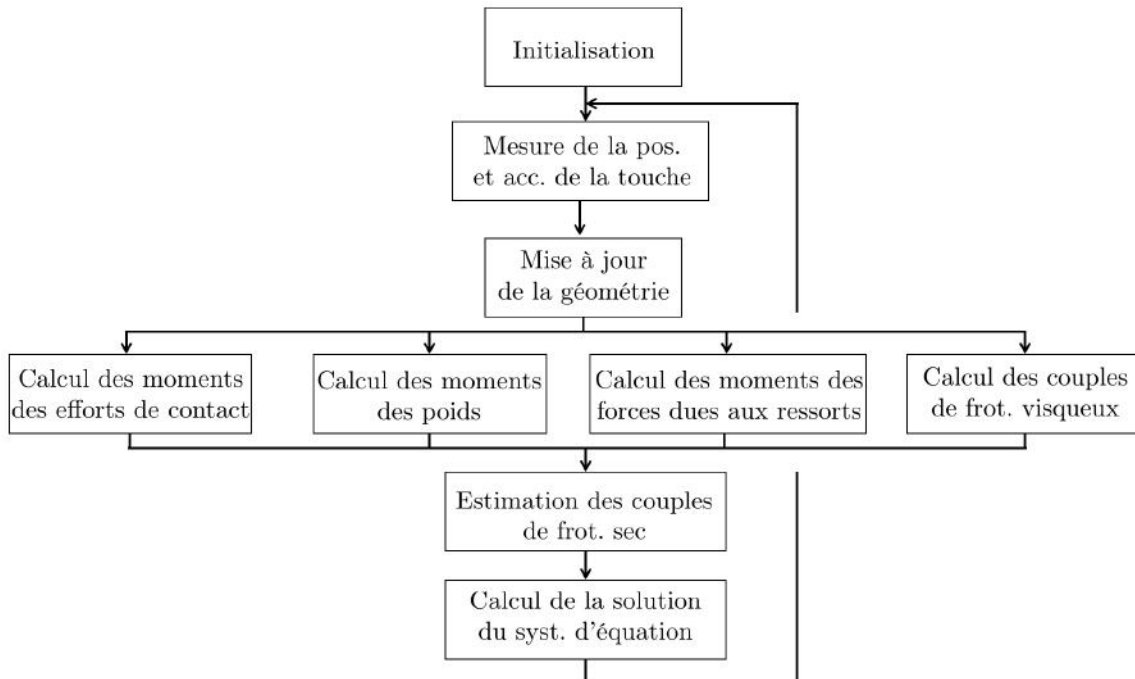


FIGURE 3.2. Schéma fonctionnel de la simulation de la touche de piano acoustique.

Les différentes phases de la simulation sont décrites ci-dessous :

- initialisation : étape préliminaire dans laquelle on initialise la géométrie et les coefficients du système ;
- mesure : on récupère les mesures de la position et de l'accélération de la touche à l'instant courant. Un filtrage est appliqué pour réduire le bruit de mesure ;
- mise à jour de la géométrie : On met à jour la position des éléments du système avec la mesure de l'instant courant et le résultat de la résolution des équations à l'instant précédent ;
- calcul des moments des forces : les moments des efforts de contact, des poids, des forces dues aux ressorts et les couples de frottement visqueux sont calculés en parallèle ;
- estimation du couple de frottement sec dans les articulations : ce calcul nécessite tout ce qui est décrit précédemment pour être mené à bien ;
- calcul de la solution du système d'équations.

3.3.2. Schéma numérique de résolution

Parmi les méthodes de résolution numérique existantes, nous nous sommes intéressés à la méthode Euler explicite et la méthode Euler-Cauchy. L'avantage de la première méthode sur la seconde est le temps de calcul. De manière générale, les méthodes uni-pas sont plus rapide à résoudre [43], mais moins précises que les méthodes multi-pas².

Pour des raisons de temps de calcul, nous avons décidé d'utiliser la méthode Euler explicite.

Résolution numérique des équations du chevalet, du marteau et de la touche

Les équations cinétiques sur les éléments de la touche de piano traditionnelle (voir Eq. (2.89) (p. 84)) peuvent s'écrire :

$$I\ddot{\underline{\theta}}^k = f(\underline{\theta}^k, \dot{\underline{\theta}}^k) \quad (3.9)$$

Avec k , l'instant courant, $\underline{\theta}$ le vecteur "position angulaire" du système. Nous utilisons une variante de la méthode d'Euler "classique" qui est la méthode d'Euler "asymétrique" (ou semi-implicite) plus adaptée aux systèmes conservatifs. Les relations de récurrence à résoudre sont :

$$\begin{cases} \underline{\theta}^{k+1} = \underline{\theta}^k + h\dot{\underline{\theta}}^{k+1} \\ \dot{\underline{\theta}}^{k+1} = \dot{\underline{\theta}}^k + h\ddot{\underline{\theta}}^k \end{cases}$$

soit :

$$\ddot{\underline{\theta}}^k = \frac{\underline{\theta}^{k+1} - 2\underline{\theta}^k + \underline{\theta}^{k-1}}{h^2} \quad (3.10)$$

où h est le pas d'échantillonnage.

Résolution numérique du bâton et du levier

Les hypothèses sur les masses et inerties du bâton et du levier ont mené à l'écriture des équations sous la forme :

$$f_J(\theta_J^{k+1}, \dot{\theta}_J^{k+1}, \theta_H^{k+1}, \theta_W^{k+1}) = 0$$

$$f_L(\theta_L^{k+1}, \dot{\theta}_L^{k+1}, \theta_H^{k+1}, \theta_W^{k+1}) = 0$$

f_L et f_J dépendent de θ_H^{k+1} et θ_W^{k+1} par le biais des contacts. Il faudra donc résoudre d'abord les équations sur le chevalet et le marteau (qui dépendent des positions à l'instant k) avant de résoudre les équations sur le bâton et le levier.

2. En cas de discontinuité, cette affirmation n'est plus évidente [44].

3. Simulation

La résolution va consister à trouver la valeur de θ_L^{k+1} (resp. θ_J^{k+1}) qui minimise f_L (resp. f_J). Les approximations faites sur le contact levier-bâton (devenu un contact chevalet-bâton) et le ressort levier-chevalet-bâton (découplage levier-chevalet et chevalet-bâton) permettent de chercher indépendamment les solutions de ces équations.

Aucune étude sur les ensembles de définition de f_L et f_J n'a été menée. Nous supposons que ceux-ci sont convexes et que pour un intervalle choisi suffisamment petit, le minimum local est le minimum global de notre algorithme de recherche.

L'algorithme utilisé est la méthode de dichotomie. L'avantage de cet algorithme, est qu'il ne suppose ni la continuité ni la régularité de la fonction étudiée, mais son unimodalité (fonction monotone décroissante). En prenant l'exemple du bâton :

- on établit un intervalle autour de la position courante θ_J^k délimité par θ_{J_A} et θ_{J_B} ;
- on calcule $|f_J(\theta_{J_A}, \frac{\theta_{J_A} - \theta_J}{h}, \theta_H^{k+1}, \theta_W^{k+1})|$ puis $|f_J(\theta_{J_B}, \frac{\theta_{J_B} - \theta_J}{h}, \theta_H^{k+1}, \theta_W^{k+1})|$ ³ ;
- si le premier calcul est inférieur au second, on divise notre intervalle en deux en conservant la borne θ_{J_A} sinon c'est la borne θ_{J_B} qui est conservée.

On continue à diviser notre intervalle jusqu'à obtenir une valeur suffisamment petite (choix arbitraire).

Cette méthode présente l'avantage d'être rapide à implémenter cependant elle est loin d'être optimale en temps d'exécution.

Choix du pas d'échantillonnage

Le pas de temps est un élément sensible de la simulation. Trop grand, il est source d'instabilité. Trop petit, le calcul temps réel peut être perdu.

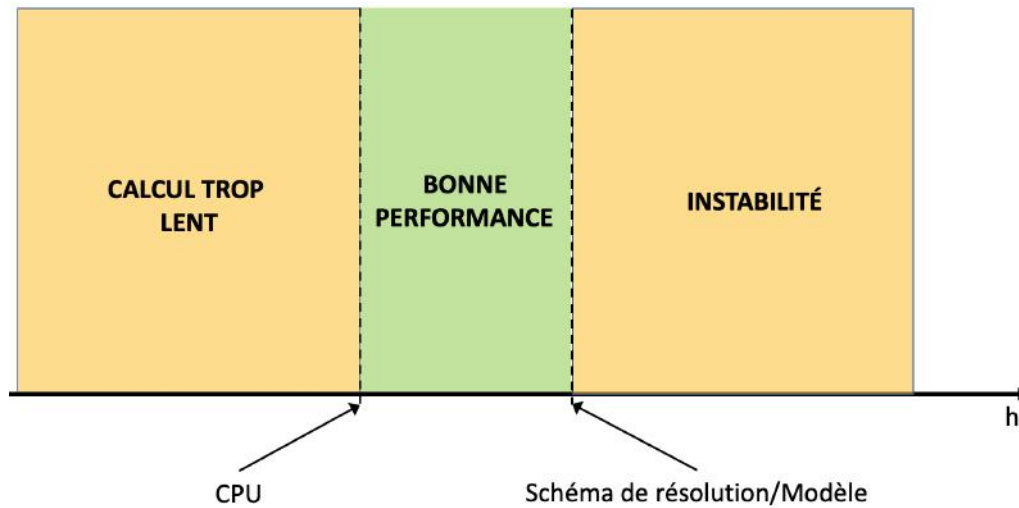


FIGURE 3.3. Contraintes sur les performances de la simulation.

3. Les angles θ_H^{k+1} et θ_W^{k+1} sont déterminés avant d'appliquer la dichotomie.

Un bon compromis pour notre simulation est un pas de temps compris entre 100 μs et 500 μs .

3.3.3. Forces de contact

Le modèle utilisé dans la section Section 2.5 (p. 34) décrit un contact unilatéral. Pour assurer cette contrainte, nous devons ajouter un traitement *ad hoc* dans la simulation. Soit $F(\delta, \dot{\delta})$ la norme de la force de contact entre surfaces feutrées. L'unilatéralité impose :

$$F(\delta, \dot{\delta}) \in [0; +\infty] \quad (3.11)$$

Il y a contact si la compression du feutre δ est négative. Nous devons donc réécrire l'équation de la force de contact Eq. (2.10) (p. 35) sous la forme suivante :

$$F(\Gamma, \dot{\Gamma}) = k\Gamma(\delta)^r + b\Gamma(\delta)^2\dot{\delta} \quad (3.12)$$

où :

$$\Gamma(\delta) = \frac{\zeta(\delta) - 1}{2}\delta \quad (3.13)$$

$$\zeta(\delta) = \begin{cases} -1 & \text{si } \delta < 0 \\ 1 & \text{si } \delta \geq 0 \end{cases}$$

3.3.4. Traitement numérique du frottement sec

Cas où seul le frottement sec dans les articulations est à déterminer

La discrétisation permet d'écrire Eq. (3.2) (p. 92) sous la forme :

$$\dot{\theta}_W^{k+1} = \frac{h}{I_W} \left(\sum C_{F_{\text{ext}/W}}^k - c_{\text{dw}} \Lambda_{\text{dw}}^{k+1} \right) + \dot{\theta}_W^k \quad (3.14)$$

La méthode d'estimation consiste à fixer $\widetilde{\theta}_W^{k+1}$ tel que $\Lambda_{\text{dw}}^{k+1} \in]-1; 1[: \widetilde{\theta}_W^{k+1} = 0$ pour le frottement dans les articulations.

Soit :

$$\boxed{\widetilde{\Lambda}_{\text{dw}}^{k+1} = \frac{\frac{h}{I_W} \left(\sum C_{F_{\text{ext}/W}}^k \right) + \widetilde{\dot{\theta}}_W^k}{\frac{h}{I_W} c_{\text{dw}}}} \quad (3.15)$$

Au final, on calcule :

$$\boxed{\Lambda_{\text{dw}}^{k+1} = \text{proj}_{[-1;1]} \left(\widetilde{\Lambda}_{\text{dw}}^{k+1} \right)} \quad (3.16)$$

Cas du frottement sec lors des contacts marteau-bâton, bâton-butée d'échappement et bâton-marteau

Dans le cas d'un contact, il faut décrire la géométrie pour avoir une estimation du glissement entre deux surfaces. La méthode utilisée reste cependant la même.

3. Simulation

3.3.5. Exemple 1 : pendule simple

Prenons le cas d'un pendule simple. L'équation de la dynamique de rotation du pendule est :

$$I\ddot{\theta} = C_G - C_d - C_v \quad (3.17)$$

où :

- C_G : moment du poids du pendule sur son axe de rotation
- C_d : couple de frottement sec dans le pivot
- C_v : couple de frottement visqueux dans le pivot
- I : moment d'inertie du pendule
- $\ddot{\theta}$: accélération angulaire du pendule

On lâche le pendule à une position initiale différente de sa position de repos (sous l'effet de la gravité) et on simule l'évolution de sa position angulaire.

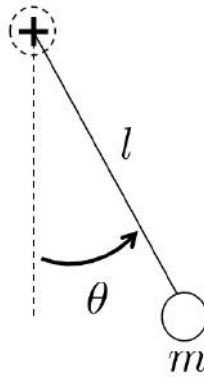


FIGURE 3.4. Schéma du système "pendule simple"

Pour :

- $m = 14,24 \times 10^{-3} \text{ kg}$: masse du pendule
- $l = 120,8 \times 10^{-3} \text{ m}$: distance du centre de gravité du pendule au pivot
- $c_d = 42 \times 10^{-4} \text{ N m}$: coefficient de frottement sec
- $c_v = 14,93 \times 10^{-5} \text{ N s}$: coefficient de frottement visqueux

le résultat de simulation est :

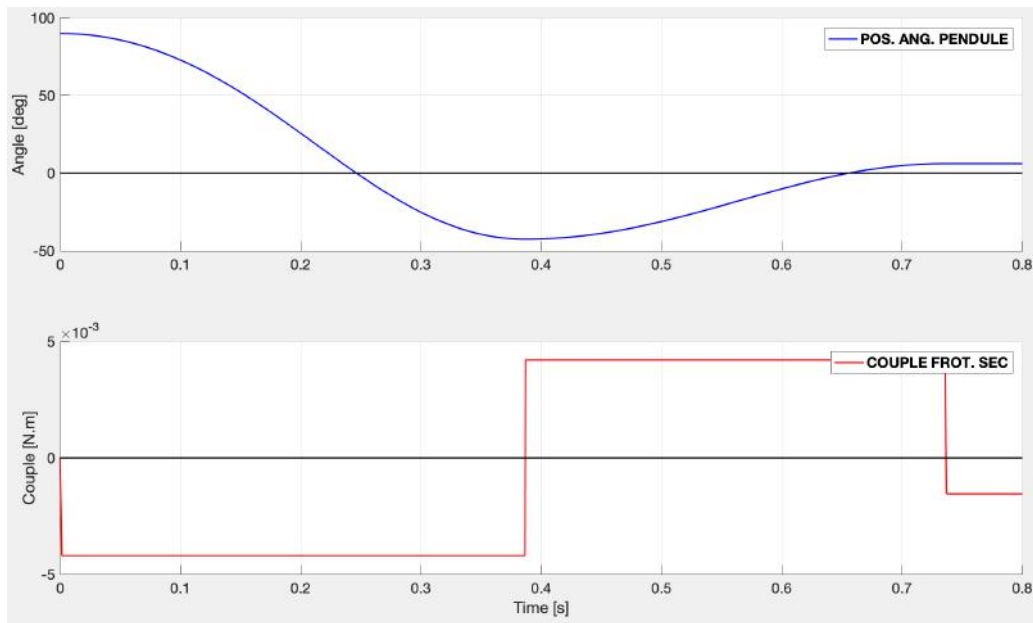


FIGURE 3.5. Simulation de la position angulaire du pendule.

On observe deux événements importants :

- à $t = 0,385$ s, la vitesse du pendule change de signe. La valeur de Λ_d passe de -1 à 1 ;
- à $t = 0,74$ s, La vitesse du pendule est nulle. L'algorithme d'estimation permet d'évaluer la valeur de Λ_d (comprise entre -1 et 1).

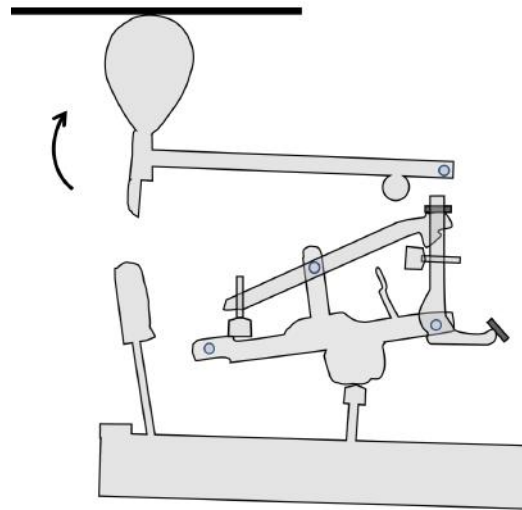
L'estimation du frottement sec a pour résultat de modifier la position d'équilibre du pendule. Dans ce cas simple, le couple de frottement sec est estimé correctement en un échantillon.

Un traitement régularisé du frottement sec (entre $[-1; 1]$, $\Lambda_d = \hat{\theta}$) amène une solution où la position angulaire finale du pendule est nulle.

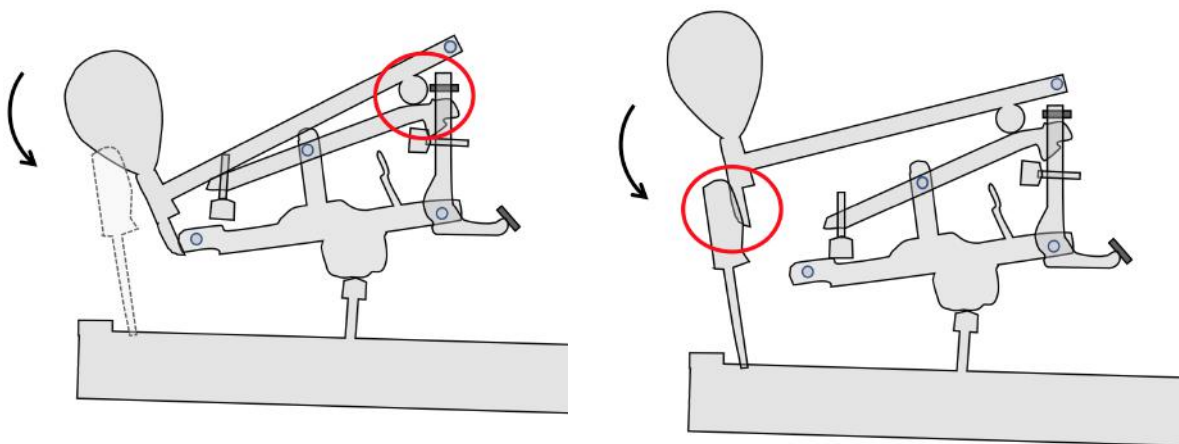
3.3.6. Exemple 2 : attrape-marteau

Le contact entre le marteau et la touche illustre l'importance du frottement dans la dynamique. Nous avons besoin de contexte : le marteau après avoir rencontré la corde sous l'impulsion du bâton d'échappement, se dirige vers le système. Pour permettre la répétition rapide, il faut arrêter le mouvement du marteau le plus rapidement possible. L'absence de l'attrape-marteau aurait pour conséquence de gêner le mécanisme de répétition : le ressort entre le levier et le chevalet occasionnerait des rebonds du marteau sur le levier.

3. Simulation



(a) Le marteau rencontre la corde.



(b) Le marteau est arrêté par le levier.

(c) Le marteau est arrêté par l'attrape marteau.

FIGURE 3.6. Le marteau rebondit sur la corde (a) puis se dirige vers le système. Si on ne met pas l'attrape (b), le levier (sous l'action de son ressort) arrête le mouvement du marteau. Sinon, c'est l'attrape qui s'en occupe (c).

Le phénomène physique qui arrête le mouvement du marteau est le frottement entre la queue du marteau et l'attrape marteau. Il est primordial de bien estimer sa valeur.

L'équation de la dynamique sur le marteau s'écrit :

$$I_H \ddot{\theta}_H = \sum C_{\text{Fext}/H} + C_{KH} - C_{dH} \quad (3.18)$$

Décomposons C_{KH} et C_{dH} pour faire apparaître les fonctions signe Λ_{KH} et Λ_{dH} :

$$I_H \ddot{\theta}_H = \sum C_{\text{Fext}/H} + \overrightarrow{O_H P_H} \wedge (F_{KH} \vec{n}) - \overrightarrow{O_H P_H} \wedge (\mu F_{KH} \vec{t}) \Lambda_{KH} - c_{dH} \Lambda_{dH} \quad (3.19)$$

où F_{KH} est l'intensité de la force normale du contact, μ est un coefficient réglé expérimentalement, \vec{n} et \vec{t} sont respectivement les vecteurs normal et tangent à la surface de contact. Nous nous ramenons au calcul d'un seul frottement sec en utilisant l'approximation faite Sous-Section 3.2.2

Rappelons les points qui nous permettent de décrire le mouvement de ces deux éléments :

- O_K : centre de rotation de la touche
- O : origine du repère du laboratoire (confondu avec O_K)
- O_H : centre de rotation du marteau
- C_{HK} : centre du centre de rotation du cercle représentant la queue du marteau
- C_{KH} : centre du centre de rotation du cercle représentant l'attrape-marteau

Pour décrire le mouvement tangentiel entre les deux cercles, il nous faut ajouter plusieurs points :

- P_K : intersection entre la droite (C_{KH}, C_{HK}) et le cercle $\{C_K, r_{C_K}\}$
- P_H : intersection entre la droite (C_K, C_H) et le cercle $\{C_H, r_{C_H}\}$
- Q_K : point appartenant au cercle $\{C_K, r_{C_K}\}$ et qui coïncide avec P_K à un instant donné
- Q_H : point appartenant au cercle $\{C_H, r_{C_H}\}$ et qui coïncide avec P_H à un instant donné

L'idée est de suivre l'évolution relative de Q_K (qui dépend uniquement de la mesure θ_K) et de P_K (qui dépend de la mesure θ_K et de la position du marteau θ_H) pour déterminer si il y a mouvement relatif ou non. Ce calcul ne peut pas être effectué avec P_H et Q_H , car il faudrait pour cela la mesure de la position angulaire du marteau.

3. Simulation

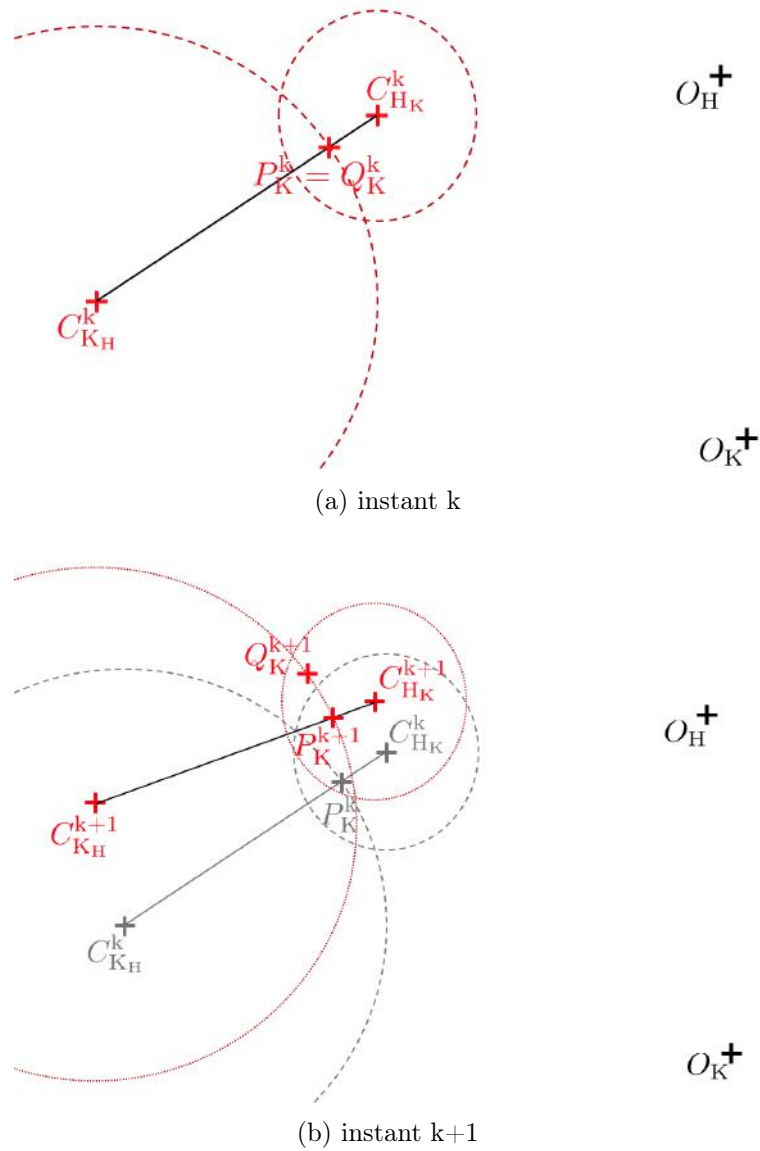


FIGURE 3.7. On représente la géométrie simplifiée du contact entre la queue du marteau (petit cercle) et l'attrape-marteau (grand cercle). (a) la position des deux cercles illustre un enfoncement arbitraire du marteau dans la touche. (b) On représente en gris la position des cercles à l'instant précédent et en rouge la position courante. Entre deux instants, il n'y a pas de mouvement relatif si et seulement si $Q_K^{k+1} = P_K^{k+1}$

On notera P_K^k , la position du point P_K à l'instant k . Imaginons la situation suivante : à l'instant k , l'attrape-marteau et la queue du marteau sont en contact. Les positions angulaires du marteau

et de la touche sont notées respectivement θ_H^k et θ_K^k .

Nous mesurons θ_K donc nous connaissons θ_K^{k+1} . Le problème consiste à déterminer θ_H^{k+1} tout en estimant correctement les valeurs du frottement tangentiel dans le pivot du marteau et dans le contact attrape marteau-queue du marteau.

Λ_{KH} est multivaluée lorsque le point coïncidant reste le même entre deux instants. Le point coïncidant est le point appartenant au cercle $\{C_{KH}, r_K\}$ qui correspond au maximum d'interpénétration du cercle $\{C_{KH}, r_K\}$ dans $\{C_{HK}, r_H\}$

À l'instant k , on connaît la position de $\overrightarrow{OC_{KH}^k}$ et de $\overrightarrow{OC_{HK}^k}$. On en déduit la position du point coïncidant $Q_K^k = P_K^k$:

$$\overrightarrow{C_{KH}^k Q_K^k} = r_K \frac{\overrightarrow{C_{KH}^k C_{HK}^k}}{\|C_{KH}^k C_{HK}^k\|}$$

À l'instant $k+1$, si le point coïncidant est le même, sa position dépend uniquement de la mesure de la position angulaire de la touche θ_K^{k+1} :

$$\overrightarrow{C_{KH}^{k+1} \widetilde{Q}_K^{k+1}} = \text{Rot}(\theta_K^{k+1} - \theta_K^k) \overrightarrow{C_{KH}^k Q_K^k}$$

La position du point \widetilde{C}_{HK}^{k+1} permet de déterminer la vitesse angulaire du marteau $\widetilde{\theta}_H^{k+1}$. Ce point se situe sur la droite $(C_{KH}^{k+1}, \widetilde{Q}_K^{k+1})$. Soit \vec{v} le vecteur directeur de la droite $(C_{KH}^{k+1}, \widetilde{Q}_K^{k+1})$, alors :

$$\overrightarrow{O_H \widetilde{C}_{HK}^{k+1}} = \overrightarrow{OC_{KH}^{k+1}} + k \vec{v} - \overrightarrow{OO_H} \quad (3.20)$$

Le problème consiste à trouver la valeur du scalaire k . Appelons d_{C_H} la distance, connue et constante, $\|O_H \widetilde{C}_{HK}\|$. L'équation Eq. (3.20) (p. 103) permet d'écrire l'égalité suivante :

$$\|\vec{v}\|^2 k^2 + 2(\vec{v} \cdot \overrightarrow{OC_{KH}^{k+1}})k + \|\overrightarrow{OC_{KH}^{k+1}}\|^2 - d_H^2 = 0 \quad (3.21)$$

Nous obtenons deux solutions k_1 et k_2 qui correspondent aux deux intersections entre la droite $(C_{KH}^{k+1}, \widetilde{Q}_K^{k+1})$ et le cercle $\{C_{HK}^{k+1}, r_H\}$ ⁴. L'intersection qui nous intéresse est la première rencontrée en partant de C_{KH}^{k+1} dans le sens de \vec{v} . Soit :

$$\boxed{\overrightarrow{O_H \widetilde{C}_{HK}^{k+1}} = \overrightarrow{OC_{KH}^{k+1}} + \text{Inf}(k_1, k_2) \vec{v} - \overrightarrow{OO_H}} \quad (3.22)$$

La connaissance des coordonnées de $\overrightarrow{O_H \widetilde{C}_{HK}^{k+1}}$ permet de déterminer la valeur de $\widetilde{\theta}_H^{k+1}$, qui, rappelons-le, rend la fonction Λ_{KH} indéterminée.

4. Les solutions sont imaginaires lorsqu'il n'existe pas d'intersections, donc qu'il n'existe pas de position angulaire θ_H^{k+1} qui permette de conserver le point coïncidant d'un instant à l'autre

3. Simulation

En écrivant :

$$\Lambda_{d_H} = \begin{cases} 1 & \text{si } \dot{\theta}_H > 0 \\ -1 & \text{si } \dot{\theta}_H \leq 0 \end{cases} \quad (3.23)$$

nous pouvons réécrire Eq. (3.19) (p. 101) :

$$\widetilde{\Lambda}_{KH}^{k+1} = \frac{\frac{h}{I_H} \left(\sum C_{\text{Fext}/H}^k + C_{KH_N}^k - c_{d_H} \Lambda_{d_H}^k \right) - \widetilde{\theta}_H^{k+1} + \dot{\theta}_H^k}{\frac{h}{I_H} C_{KH_T}^k} \quad (3.24)$$

avec :

$$C_{KH_N}^k = \overrightarrow{O_H P_H^k} \wedge (F_{KH}^k \vec{n}^k)$$

$$C_{KH_T}^k = -\overrightarrow{O_H P_H^k} \wedge (\mu F_{KH}^k \vec{t}^k)$$

Finalement, on calcule :

$$\Lambda_{KH}^{k+1} = \text{proj}_{[-1;1]} \left(\widetilde{\Lambda}_{KH}^{k+1} \right) \quad (3.25)$$

Le résultat de simulation est le suivant :

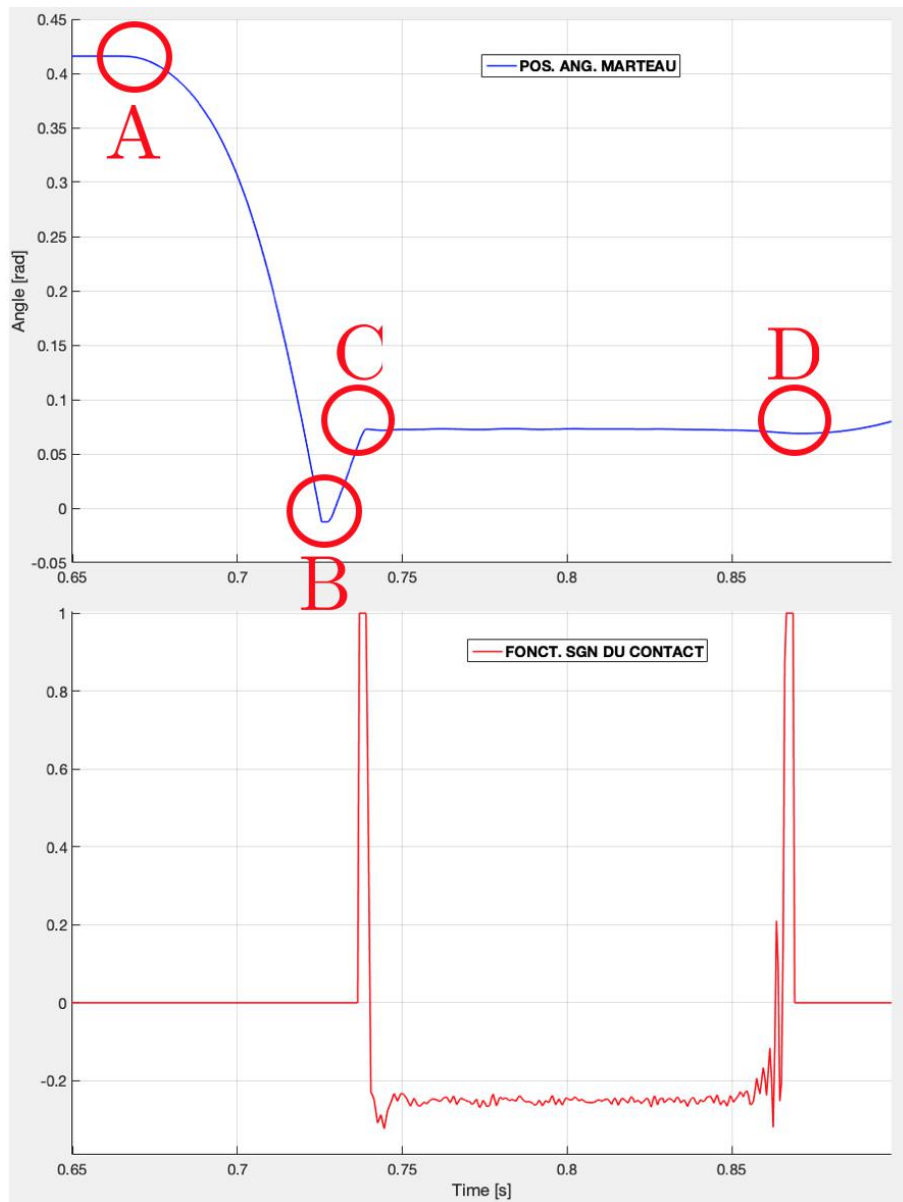


FIGURE 3.8. Simulation de la touche de piano, zoom sur le marteau et son contact avec la touche.

Description de Fig. 3.8 (p. 105) :

A	Le marteau est entraîné par le mouvement de la touche.
B	Il rencontre la corde et change de direction avec une fraction de sa vitesse au moment du contact.

3. Simulation

C	<p>La rencontre avec l'attrape marteau se fait à ce moment-là. Pendant quelques instants, la force de contact (frottement+réaction) ne suffit pas à arrêter le marteau. Puis le point coïncidant reste le même : le mouvement du marteau se synchronise avec celui de la touche ^a.</p> <hr/> <p><i>a.</i> Les oscillations que l'on observe entre C et D du deuxième graphique trouve leur source dans le bruit de mesure. Il est de faible amplitude mais, à cause du rapport angulaire entre la touche et le marteau, est plus nettement perceptible sur ce dernier.</p>
D	<p>La touche remonte, le marteau se sépare de l'attrape marteau. La mise en mouvement du marteau entraîne de brefs oscillations de l'estimation du frottement sec.</p>

3.4. Discussion

Plusieurs éléments de simulation rendent la stabilité difficile à maintenir et les résultats moins précis.

Certains de ces problèmes sont résolus :

Problèmes	Solutions
Erreur d'intégration	Mesure de l'accélération et de la position de la touche de piano
Stabilité de la simulation	Réduction de la valeur du pas de temps, schéma de résolution semi-implicite
Non-régularité du frottement sec	Algorithme d'estimation

TABLE 3.3. Résolution des problèmes liés à la simulation.

La stabilité n'est plus assurée pour un pas de temps supérieur à 500 μs . Elle devient meilleure à mesure qu'on diminue la valeur de h . Pour assurer une simulation plus précise, nous avons choisi d'augmenter la fréquence d'échantillonnage à 6 kHz. Il faut par conséquent augmenter la vitesse d'acquisition des mesures (voir Sous-Section 5.4.4). Le temps de cycle global de notre système restera à 2 kHz car le frein ne peut pas être contrôlé plus vite.

Nous discutons ensuite des problèmes inhérents aux schémas de résolution numérique, aux hypothèses et approximations faites.

3.4.1. Erreur d'interpénétration pendant les contacts

La loi de comportement du feutre est fortement non-linéaire. Une erreur de position de l'ordre de quelques centaines de micromètres peut engendrer une force de contact aberrante. L'erreur d'interpénétration est due à l'erreur dans le calcul de la position faite lorsqu'on utilise la méthode d'Euler (développement en série de Taylor à l'ordre 1). L'utilisation d'une méthode de Runge-Kutta ou d'une méthode basée sur une approximation polynomiale (Adams-Moulton par exemple) donnerait des résultats probablement plus précis.

3. Simulation

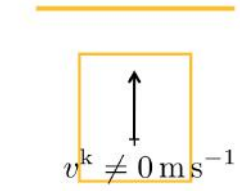
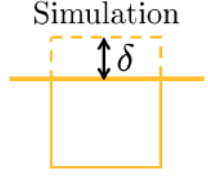
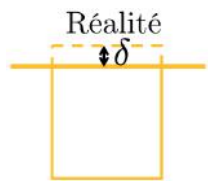
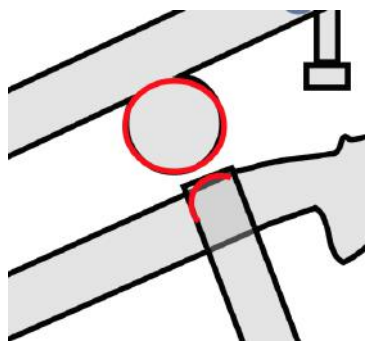
Instant k	Instant $k+1$
<p>Réalité/Simulation</p> 	<p>Simulation</p>  <hr/> <p>Réalité</p> 

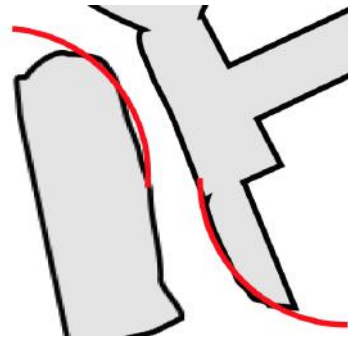
TABLE 3.4. L'erreur d'enfoncement (δ) d'un élément dans un autre devient non-négligeable pour des vitesses trop grandes et/ou un pas d'échantillonnage trop grand.

3.4.2. Approximation sur la géométrie des contacts

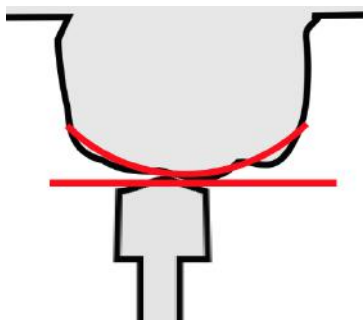
L'approximation et les hypothèses faites sur la géométrie du système engendrent des erreurs sur les moments des forces de contact. Au début de cette thèse nous avons décidé de conserver la simplification des formes des éléments proposée dans [5] (cercle, droite, etc.). Parfois, cette approximation est bonne (ex. contact touche-support de touche) et parfois elle est grossière (ex. touche-marteau).



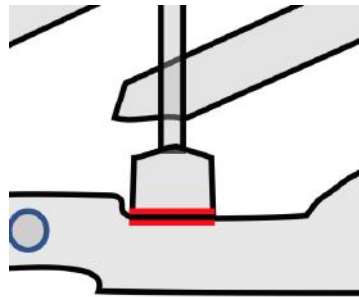
(a) Contact marteau-bâton



(b) Contact marteau-touche



(c) Contact touche-chevalet



(d) Contact chevalet-levier

FIGURE 3.9. Géométrie des contacts (en noir) et approximations retenues pour le calcul des forces de contact (en rouge)

3.5. Résultats de la simulation

Pour valider la simulation, deux conditions sont nécessaires : le temps de calcul pour chaque pas de temps doit être inférieur au pas d'échantillonnage et les sorties (position de chaque élément de la touche de piano et force de réaction de la touche sous le doigt du pianiste) doivent être vraisemblables aux mesures de positions et de force.

3.5.1. Simulation avec la mesure utilisée par le logiciel XDE

La mesure qui a servi d'entrée à notre simulation est tirée d'une série de mesures effectuée par Anders Thorin (voir [5]), qui ont servi d'entrées à la simulation effectuée sous XDE. La sortie est comparée avec la mesure de la position angulaire de la touche de piano traditionnelle.

3.5.1.1. Cohérence du mouvement d'ensemble

Ci-dessous la pos. angulaire du chevalet, bâton, levier et marteau en fonction de pos. angulaire de la touche mesurée. On rappelle que la pos. angulaire du bâton et du levier repère ces éléments par rapport au chevalet.

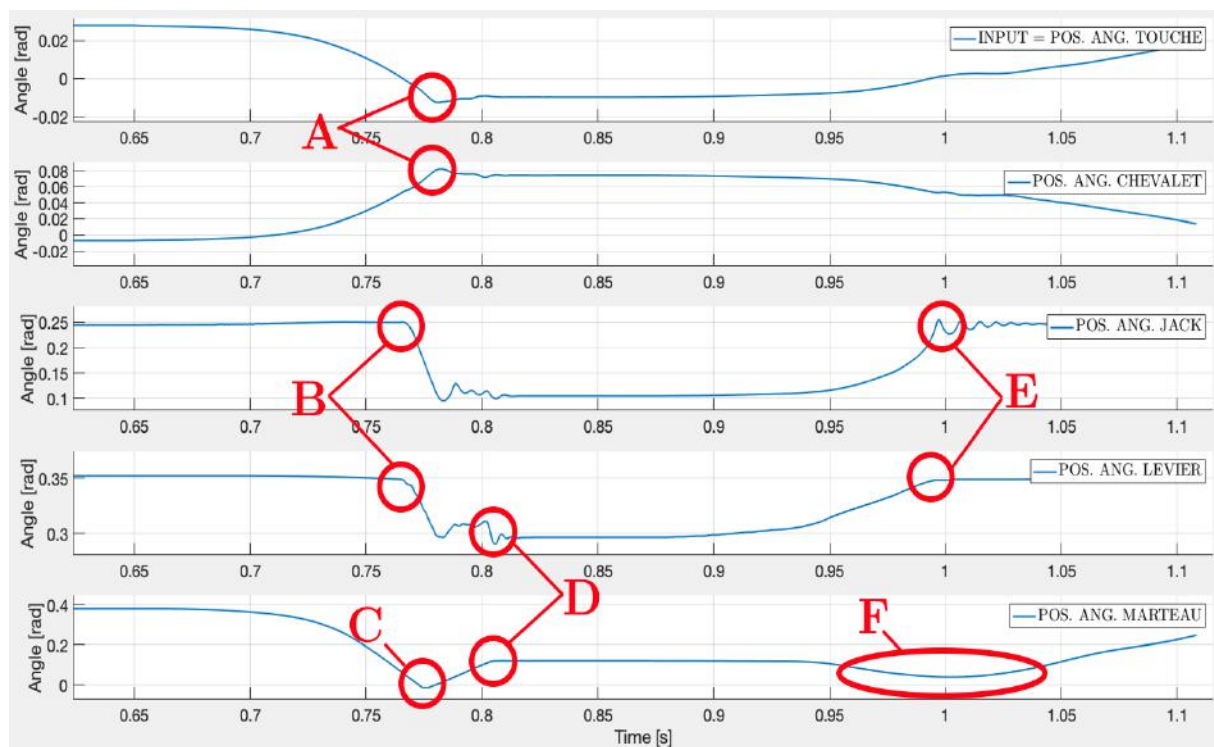


FIGURE 3.10. Simulation de la touche de piano traditionnelle.

Sortie : positions angulaires du chevalet, du bâton, du levier et du marteau.

Entrée : position angulaire de la touche du prototype

Description de Fig. 3.10 (p. 110) :

A	La touche et le chevalet sont solidaires l'un de l'autre jusqu'à la mouche.
B	Le levier et le bâton rencontrent leur butée respective. Elles sont positionnées de manière à ce que le basculement des deux éléments se produise en même temps.
C	Le marteau termine sa course dans la corde puis rebondit.
D	L'attrape marteau et le levier stoppent le marteau.
E	Le levier et le bâton retournent à leur position initiale. Le mécanisme est réarmé avant que la touche ne retourne en position haute.
F	Le levier pousse le marteau laissant la place au bâton pour se positionner sous le rouleau du marteau.

Le mouvement des éléments du système issus de la simulation est vraisemblable : le contact avec la corde puis l'attrape du marteau sont retranscrits, le basculement du levier et du bâton et le réarmement du mécanisme se font correctement.

3.5.1.2. Comparaison avec la mesure et XDE

En ajoutant en rouge la mesure de la position de tous les éléments de la touche de piano traditionnelle et en orange la sortie du logiciel XDE, on obtient :

3. Simulation

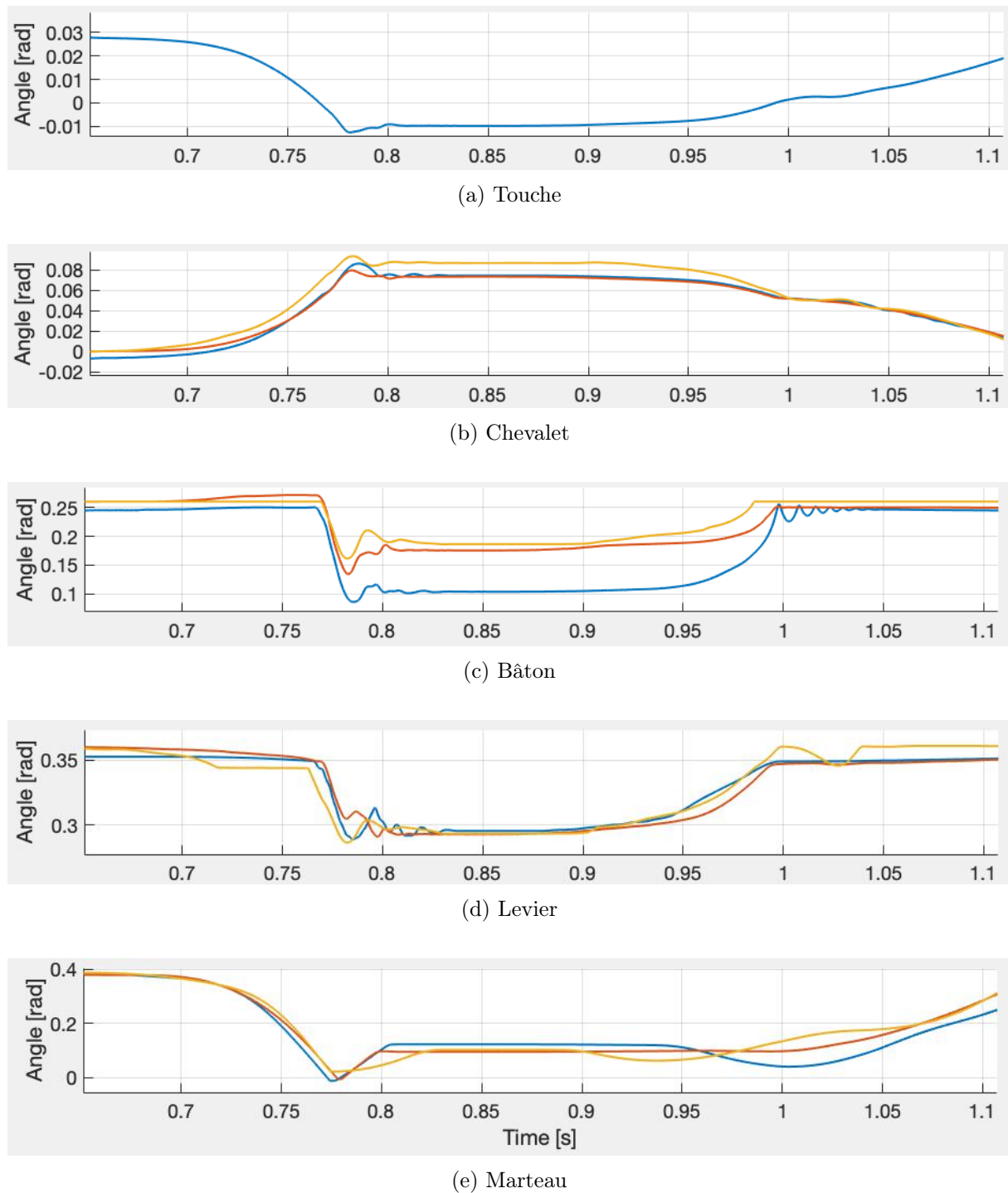


FIGURE 3.11. Comparaison des résultats de la simulation avec : en bleu notre simulation, en jaune la simulation provenant de XDE et en rouge les mesures effectuées par Anders Thorin .

Entrée=position angulaire de la touche.

Sortie= positions angulaires du chevalet, du bâton, du levier et du marteau.

L'ensemble du mouvement est cohérent. La seule différence notable est de la position du bâton après avoir rencontré sa butée. Dans cette simulation, pour des raisons liées à la géométrie du contact marteau-bâton, le diamètre du rouleau est plus important que sa valeur réelle. La position du bâton après échappement est donc modifiée. Cette différence n'a pas de conséquence majeure sur la force de réaction de la touche.

3.5.1.3. Force de réaction de la touche

De la même manière, on compare la force de réaction de la touche en sortie de notre simulation :

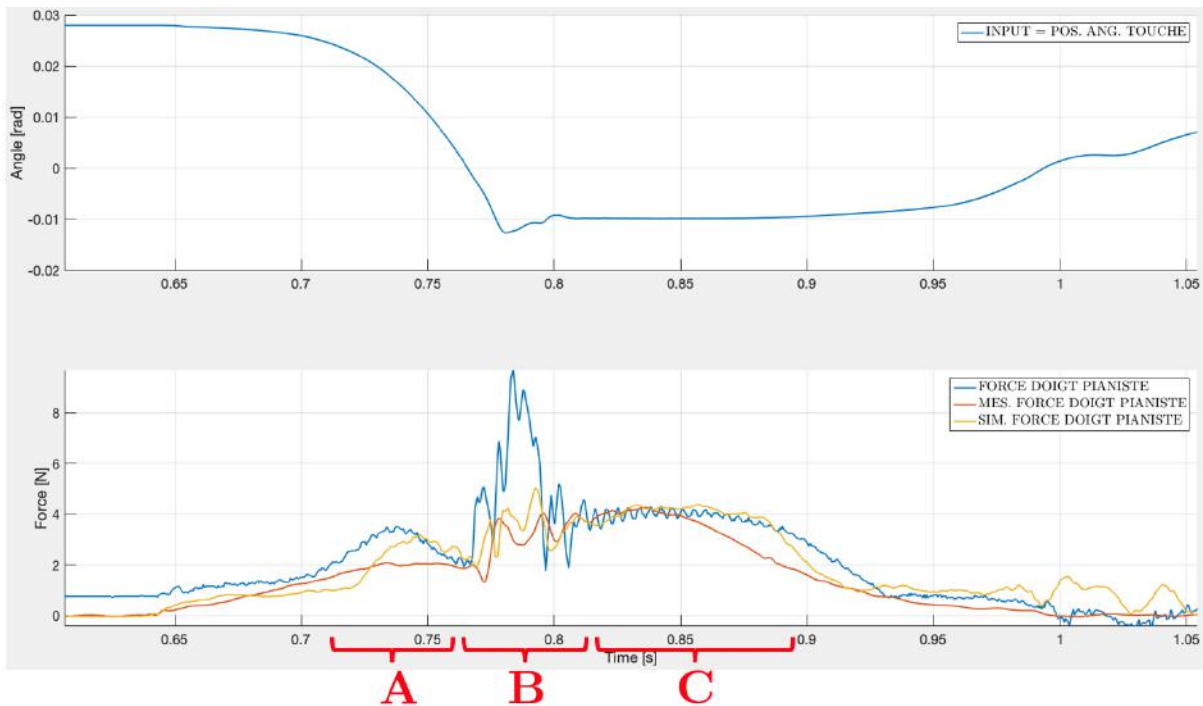


FIGURE 3.12. Comparaison des résultats (force de réaction de la touche) de simulation avec XDE et la mesure.

Description de Fig. 3.10 (p. 110) :

A	Cette "bosse" correspond à la force nécessaire pour mettre en mouvement le système. Le modèle retenu pour décrire le contact touche-chevalet fait décroître l'intensité de la force de réaction à mesure que la variation d'enfoncement diminue.
----------	--

3. Simulation

B	Deux événements se produisent dans un laps de temps très court : le bâton et le levier rencontrent leurs butées respectives puis la touche rencontre la mouche. Comme décrit dans [45], l'effet conjugué de la poussée et de la friction du bâton sur le rouleau du marteau peut pousser le marteau, si la force résultante est dirigée du point de contact avec le rouleau vers un point situé au-dessus de l'axe du marteau, ou bien le retenir, dans le cas contraire.
C	La force nécessaire au maintien de la touche dans la mouche est constante puis diminue à mesure que la touche remonte.

Il y a une différence notable dans la partie B. Ceci est discuté dans Sous-Section 3.5.2.

3.5.2. Discussion

Position de la mouche

Lorsque la touche est entièrement enfoncée et, jusqu'à ce que le pianiste la relâche, la force qu'il ressent est surtout dû à l'action de la mouche sur la touche. La position de cette dernière est cruciale. Nous utilisons une vraie mouche sur le prototype, l'erreur de simulation peut être négligée. Il suffira de la placer minutieusement.

Dans la Fig. 3.12 (p. 113), on observe que la différence entre la position de la touche la plus basse et sa position de repos "basse" correspond à un enfoncement dans la mouche d'environ 300 μm . La différence de force minimale⁵ que l'on devrait observer sur la mesure est d'environ 4-5 N (selon le modèle retenu pour décrire la force de réaction d'un feutre). Ce n'est pas le cas. Deux possibilités s'offrent à nous : soit la description de la force de réaction d'un feutre standard ne s'applique pas à la mouche du piano, soit la dynamique du capteur de force biaise la mesure.

Validité de la simulation

L'essentiel du retour haptique se fait pendant la phase d'enfoncement. Une erreur de retour de force pendant la remontée est d'importance moindre. La simulation que nous proposons rend compte des phénomènes importants qui se produisent dans la touche de piano. Malgré quelques différences dans le calcul de la force de réaction de la touche, nous considérons que la simulation est valide.

5. En considérant que la position de repos "basse" correspond à un enfoncement nul dans la mouche.

4. Conception d'une touche de synthétiseur

Sommaire

4.1. Motivations et historique	116
4.2. Contraintes sur le dispositif	118
4.3. Choix effectués pour le prototype	120
4.4. Frein magnéto rhéologique	122
4.4.1. Caractéristiques techniques	122
4.4.2. Rapport d'excursion angulaire entre la touche et le frein	124
4.4.3. Insertion d'un treuil et conséquence	125
4.5. Aimants	127
4.5.1. Étude préalable de la dynamique de la remontée de la touche de piano traditionnelle	127
4.5.2. Dispositif magnétique retenu	128
4.5.3. Moment des forces magnétiques sur l'axe de la touche de synthétiseur	130
4.6. Modèle mécanique	132
4.6.1. Moment d'inertie	132
4.6.2. Moment des poids	132
4.6.3. Moment des forces magnétiques	132
4.6.4. Couple de freinage	132
4.6.5. Simulation du modèle mécanique	133

4. Conception d'une touche de synthétiseur

La touche de piano traditionnelle possède de nombreuses caractéristiques qu'il nous a fallu reproduire sur une touche de synthétiseur. En collaboration avec le LISA (CEA-LIST), nous avons conçu et fait fabriquer un prototype. Munie d'un frein à fluide magnéto-rhéologique (FMR), d'aimants permanents et d'un système de treuil, la touche doit répondre à un ensemble de problématiques très spécifiques au piano.

La dynamique de la touche de piano acoustique peut être séparée en deux phases distinctes : l'enfoncement de la touche et le retour en position haute. Le frein permet d'opposer en temps réel un couple résistant au mouvement de la touche. Les aimants poussent la touche en position haute.

Les FMR sont des fluides dont les propriétés de viscosités macroscopiques changent sous l'effet d'une excitation magnétique extérieure. Des particules polarisables en suspension dans un fluide isolant s'alignent sur les lignes de champ magnétique créant ainsi des chaînes de particules qui augmentent la résistance à l'écoulement de l'ensemble. Le grand avantage des FMR est le temps de transition de phase (quelques ms). La question était donc de lier le mouvement de la touche de piano à l'écoulement du fluide.

4.1. Motivations et historique

L'objectif général du démonstrateur est d'établir la faisabilité d'un clavier numérique imitant le clavier d'un piano acoustique. La faisabilité peut être étudiée sous plusieurs critères : performances haptiques, caractéristiques matérielles (dimension des composants, poids de l'ensemble, etc.), coût, etc.

La transparence haptique doit être assurée. Cela signifie en particulier que le couple à vide (sans action programmé de freinage) doit être inférieur au couple minimal nécessaire pour mettre en mouvement une touche de piano acoustique.

Le prototype proposé ici est composé d'une touche en aluminium, d'aimants permanents et d'un frein à FMR.

Le prototype que nous avons créé au cours de cette thèse n'est pas le premier à avoir été conçu au LMS. En 2007, José Lozada utilise un frein à FMR développé au sein du LISA (CEA-LIST).

Il propose alors un actionneur dans lequel une lame qui suit le mouvement de la touche de synthétiseur cisaille un fluide MR. Un contrôle du courant électrique dans les bobines permet de contrôler le champ magnétique qui traverse le fluide MR et, en conséquence, l'effort de cisaillement.

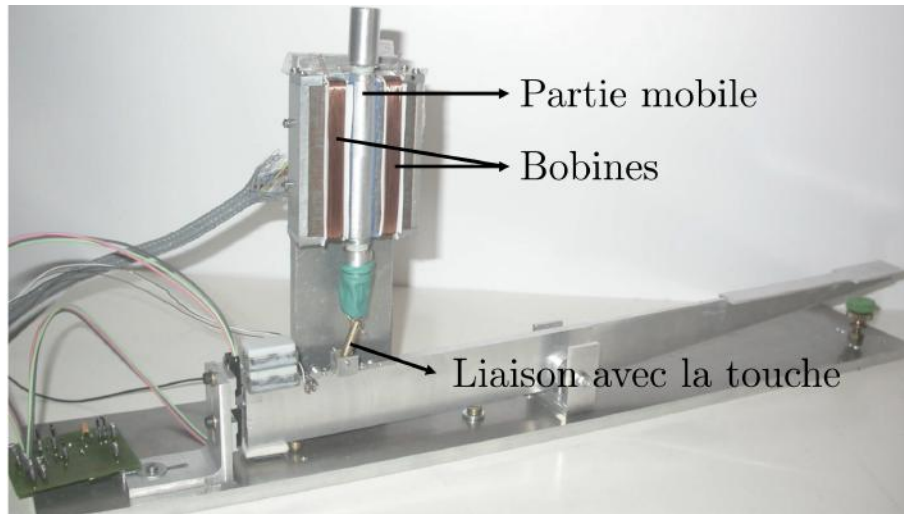


FIGURE 4.1. Prototype développé par José Lozada en 2007.

Dans les travaux de José Lozada [3] et Anders Thorin [5], il sera montré que ce prototype présente de nombreux inconvénients, en particulier l'arc-boutement inhérent à la liaison touche-frein.

La thèse de Waad Nassar, en 2012, donne une analyse détaillée du comportement mécanique d'un fluide magnéto-rhéologique [4]. Plus spécifiquement, ce travail apporte une description mécanique des fluides magnéto rhéologiques avant rupture des chaînes de particules magnétique.

Notre prototype est dimensionné à partir du travail de José Lozada, mais en supprimant la partie à gauche de l'axe (voir Fig. 4.2 (p. 118)). Le frein MR type "lame" est remplacé par un frein MR rotatif à double cloche (voir Section 4.4 (p. 122)) développé au CEA par Carlos Rossa [46].

4.2. Contraintes sur le dispositif

Le prototype doit répondre à diverses attentes :

- la touche doit avoir un bon toucher¹ ;
- l'encombrement du système est restreint. Les dimensions de la partie visible de la touche de synthétiseur doivent être identiques à celle d'une vraie touche ;

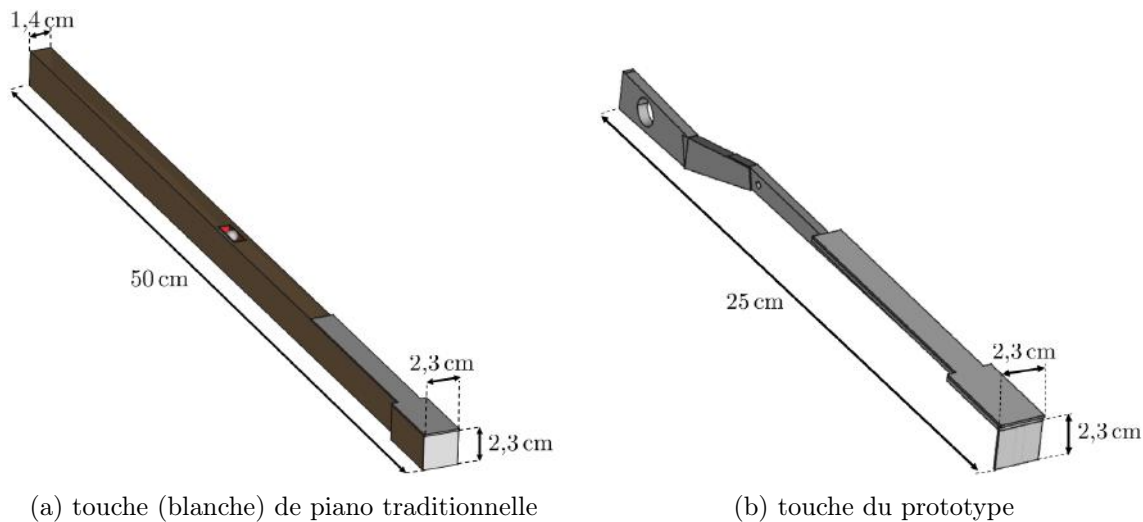


FIGURE 4.2. Comparaison des dimensions de la touche de piano traditionnelle (a) et de la touche du prototype (b).

- la masse du dispositif doit être raisonnable. Un piano traditionnel possède 88 touches, un clavier de piano numérique n'excède en général pas une cinquantaine de kilos. Notre prototype muni de tous ses composants ne doit pas dépasser 500 g ;
- le couple à vide du dispositif ne doit pas être supérieur à 0,125 N m (correspond au poids de descente de la touche) ;
- le moment d'inertie de la touche de prototype doit être inférieur ou égal à celui de la touche de piano traditionnelle ($3,36 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$) ;
- le bruit et les vibrations du prototype doivent être les plus faibles possible ;
- le coût des composants doit être raisonnable² ;
- la consommation énergétique du piano numérique ne doit pas être trop importante.

1. Ce critère peut être validé par une confrontation des mesures force/position sur le prototype avec des mesures effectués sur un piano traditionnel, couplée à une expérience menée sur des pianistes.

2. Nous avons convenu au vu de l'étude de marché menée par la SATT [2] que le prix d'un clavier comme le notre, pour une visée industrielle, ne doit pas excéder 3000€, soit $\approx 35\text{€}$ par touche

4.2. Contraintes sur le dispositif

Dans le cadre de cette thèse, il n'est pas possible d'atteindre tous les critères cités. Nous nous sommes concentré sur : la transparence haptique, l'encombrement et l'apparence. Les critères non retenus sont : le coût des composants, les contraintes d'intégration, la consommation, le bruit et les vibrations.

4.3. Choix effectués pour le prototype

Au départ de la coopération LMS-LISA, un actionneur de type "frein" a été choisi. L'avantage de ce type de dispositif est qu'il est intrinsèquement stable. La conséquence est que nous ne pouvons pas remonter la touche avec l'actuateur. Pourtant, la sensation du pianiste lors de la remontée est bien réelle (bien que moins importante qu'à l'enfoncement) : le pianiste est capable de percevoir le mécanisme de répétition.

La remontée sera assurée par des aimants permanents.

Les fluides MR sont utilisés pour leur propriété dynamique.

Pour assurer le freinage de la touche soumis à une force de 12 N (force maximale attendue d'après [5] p.106) en bout de touche et pour des raisons de contrôlabilité (plus l'excursion angulaire du frein est importante, plus son contrôle est aisé), nous avons décidé d'insérer un multiplicateur angulaire de rapport 7,6 entre l'axe de la touche et l'axe du frein MR. Cette fonction est assurée par l'ajout d'un treuil.

Notre touche de synthétiseur est composée d'une touche de 25 cm en rotation autour d'un axe de rotation à son extrémité, d'un dispositif d'aimantation (un aimant attaché à la touche et deux autres fixés au bâti) et d'un frein FMR.

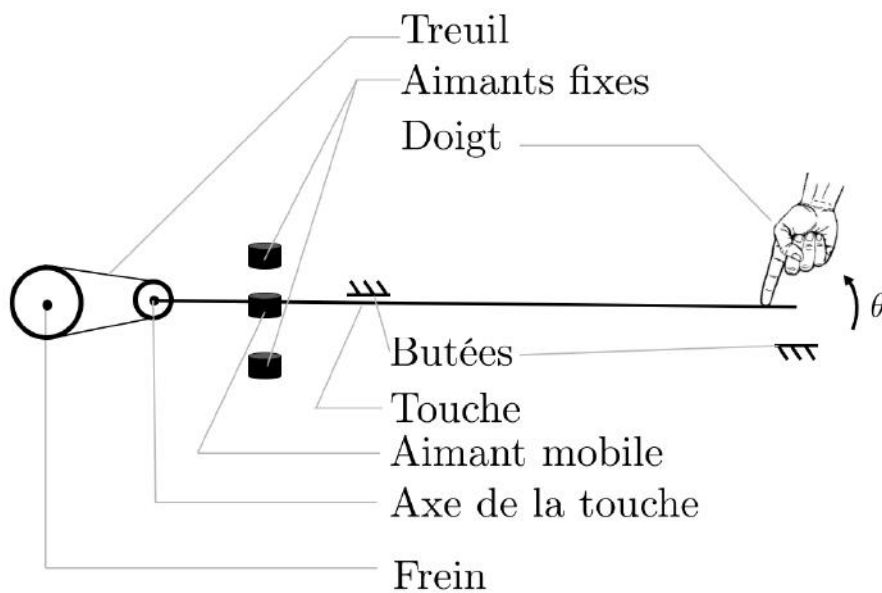


FIGURE 4.3. Schéma de principe de la touche du clavier numérique.

Les aimants servent à la remontée de la touche. Les butées sont faites de feutre et sont identiques à celles de la touche traditionnelle³.

3. le feutre à gauche de l'axe de la touche traditionnelle est rapporté au-dessus de la touche du prototype.

4.3. Choix effectués pour le prototype

Le prototype a été fabriqué au CEA.

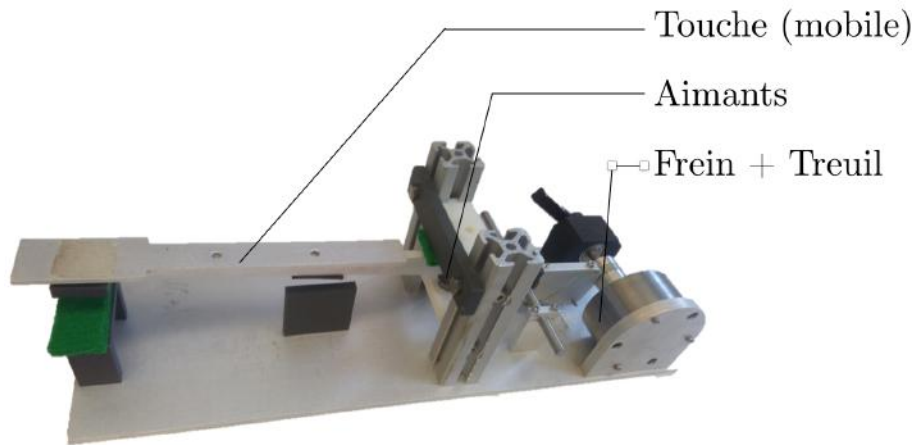


FIGURE 4.4. Prototype final.

Par souci de simplicité, nous avons décidé de ne pas tenir compte du ressenti du pianiste pendant la remontée de la touche. Seuls le temps de remontée et le profil du déplacement de la touche nous intéressent pendant le retour de la touche.

4.4. Frein magnéto rhéologique

Le frein que nous utilisons est un frein FMR rotatif à double cloche. Il a été développé pendant la thèse de Carlos Rossa [46] en collaboration avec le LISA (CEA-List).

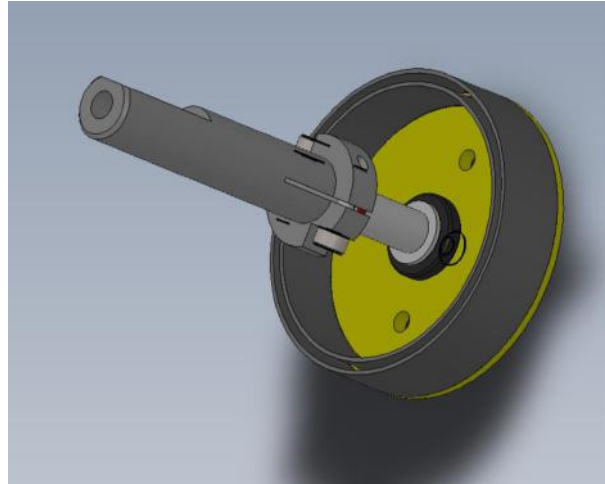


FIGURE 4.5. Découpe (CAO) du frein à fluide magnéto-rhéologique développé au CEA. (CEA)

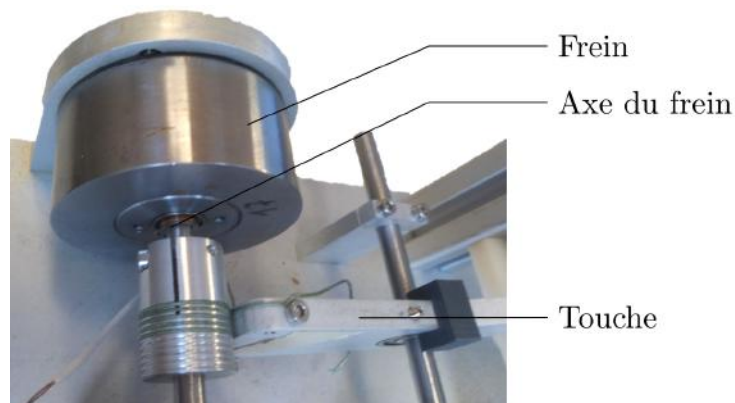


FIGURE 4.6. Frein à fluide magnéto-rhéologique monté sur le prototype.

4.4.1. Caractéristiques techniques

Caractéristique courant/couple

Le frein est commandé en courant. On mesure le courant qui traverse le frein via la mesure de la tension aux bornes d'une résistance mise en série avec le frein. Le couple de freinage est mesuré

indirectement par la mesure de la force suffisante, appliquée en bout de touche, pour mettre en mouvement la touche. Sa caractéristique courant/couple est la suivante :

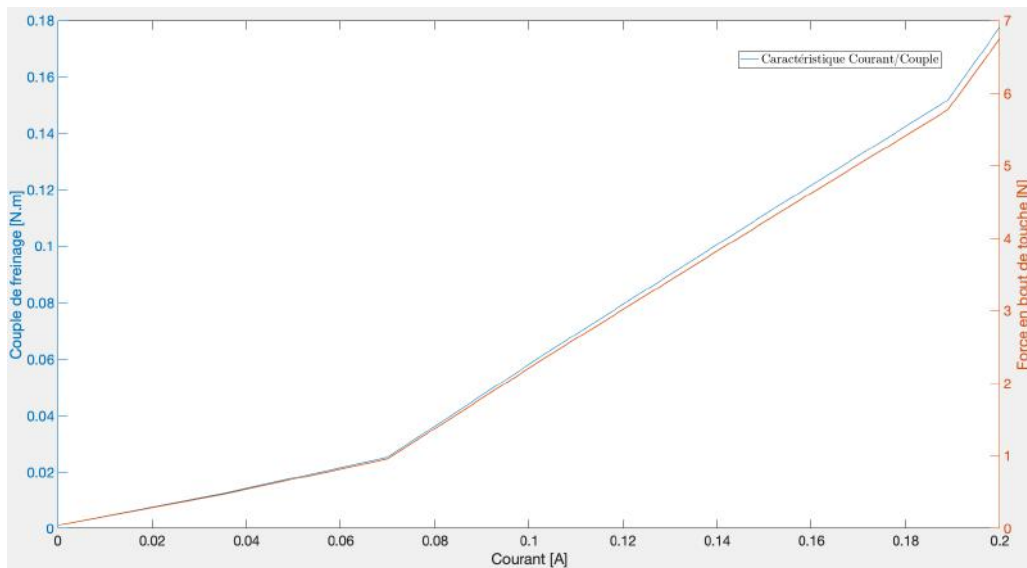


FIGURE 4.7. Caractérisation courant/couple du FMR.

Temps de réponse de l'actuateur

Le temps de réponse de la partie mécanique⁴ de l'actuateur est mesuré dans [4] : il est de l'ordre de quelques ms. Le temps de réponse de la partie électrique⁵ est de l'ordre de quelques ms. Le temps de réponse total du frein (variation du couple de freinage suite à une variation de la tension d'entrée du boîtier de contrôle) est compris entre 5 et 10 ms.

Couple à vide

Le couple à vide mesuré sur l'axe du frein est d'environ 8 mN m soit, ramené sur l'axe de la touche, environ 60 mN m.

Pour assurer la transparence haptique, il faut que le poids de descente⁶ de la touche de synthétiseur soit supérieur au poids de descente de la touche de piano traditionnelle lorsque le frein est traversé par un courant nul. Le poids de descente standard pour une touche de piano à queue est de $\approx 0,5$ N soit un moment sur l'axe de la touche de piano traditionnelle de 125 mN m.

Le frein respecte ce pré requis⁷.

4. Temps nécessaire pour que le couple de freinage atteigne une valeur statique ($\pm 5\%$) suite à une variation du champ magnétique appliqué sur le frein.

5. Temps nécessaire pour que le courant qui traverse les bobines du frein atteigne une valeur statique ($\pm 5\%$) suite à une variation de la tension d'entrée du boîtier de contrôle du frein.

6. Force minimale nécessaire, appliquée en bout de touche, pour enclencher le mouvement de la touche.

7. Le couple à vide du frein n'est pas équivalent au couple nécessaire pour mettre en mouvement la touche de

4. Conception d'une touche de synthétiseur

Couple maximal

Le frein doit pouvoir produire un couple équivalent à une force de $\approx 12\text{ N}$ appliquée en bout de touche (25 cm). Cela correspond à une nuance fortissimo jouée par un pianiste. Actuellement, le frein est capable d'opposer une force maximale de 7 N en bout de touche. La cause est la sécurité thermique, interne au boîtier de contrôle fourni avec le frein, qui limite le courant en entrée de l'actuateur.

4.4.2. Rapport d'excursion angulaire entre la touche et le frein

Le prototype ne possède qu'un degré de liberté θ_S : position angulaire de la touche de synthétiseur (l'indice S représente le synthétiseur). La distance parcourue par l'extrémité "doigt" de la touche est de 0,01 m. Cela correspond à une excursion très faible sur l'axe de rotation :

$$\Theta_S = 0,04 \text{ rad} \approx 2,5^\circ \quad (4.1)$$

Dans ce qui suit, nous ferons toujours les substitutions suivantes :

$$\sin \theta_S = \theta_S \quad \cos \theta_S = 1$$

D'après les informations fournies par le LISA (fabricant du frein MR), l'actuateur n'est correctement contrôlable que si la cloche fait au moins une excursion de $d_F = 5 \times 10^{-3}\text{ m}$ (l'indice F représente le frein) sur la périphérie du frein⁸, soit une excursion angulaire :

$$\Theta_F = \frac{d_F}{r_F} \approx 17,7^\circ$$

où r_F est le rayon de la cloche du frein.

prototype puisque qu'il faut prendre en compte le dispositif magnétique.

8. En dessous de cette valeur, l'effet macroscopique de l'écoulement n'est pas homogène.

4.4.3. Insertion d'un treuil et conséquence

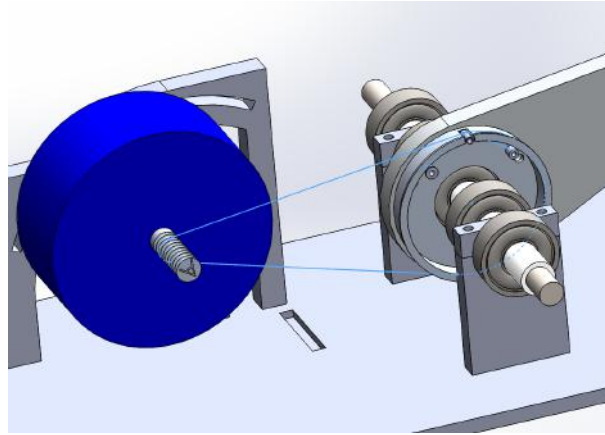


FIGURE 4.8. Illustration (CAO) du système treuil/courroie installé sur le prototype. (CEA).

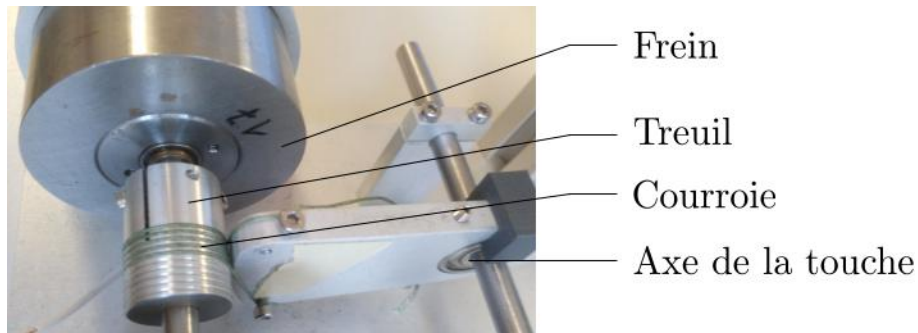


FIGURE 4.9. Dispositif intégré à la touche.

Soit C_F et C_{F_S} respectivement, le couple de freinage sur l'axe du frein et le couple de freinage ramené sur l'axe de la touche. Par conservation du travail, nous obtenons la relation suivante :

$$C_{F_S} = \frac{\Theta_F}{\Theta_S} C_F \quad (4.2)$$

Le facteur de multiplication angulaire k vaut :

$$k = \frac{\Theta_F}{\Theta_S} \approx 7,6 \quad (4.3)$$

La multiplication angulaire entraîne une augmentation de l'inertie apparente sur la touche de piano. Le moment d'inertie du frein vaut :

$$I_F = 3 \times 10^{-6} \text{ kg m}^2 \quad (4.4)$$

4. Conception d'une touche de synthétiseur

Le moment d'inertie du frein rapporté sur la touche vaut :

$$I_{F_S} = k^2 I_F = 1,7 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2 \quad (4.5)$$

4.5. Aimants

Les contraintes commerciales imposent que lorsque le piano numérique est éteint, les touches du clavier soient en position haute. Nous avons décidé d'introduire des aimants permanents pour assurer cette fonctionnalité. Le système d'aimantation consiste à ajouter trois aimants au dispositif : un aimant permanent attaché à la partie mobile et deux aimants -un au-dessus et l'autre en-dessous de l'aimant mobile- fixer au support du prototype. Les aimants sont orientés de sorte à pousser la touche vers le haut.

4.5.1. Étude préalable de la dynamique de la remontée de la touche de piano traditionnelle

Le dimensionnement des aimants et leur agencement doivent assurer une remontée suffisamment rapide de la touche de synthétiseur. Cette dynamique doit être la plus proche possible de celle de la touche de piano traditionnelle. Une série de mesure faite par Anders Thorin [5] sur la touche de piano traditionnelle nous servira de référence :

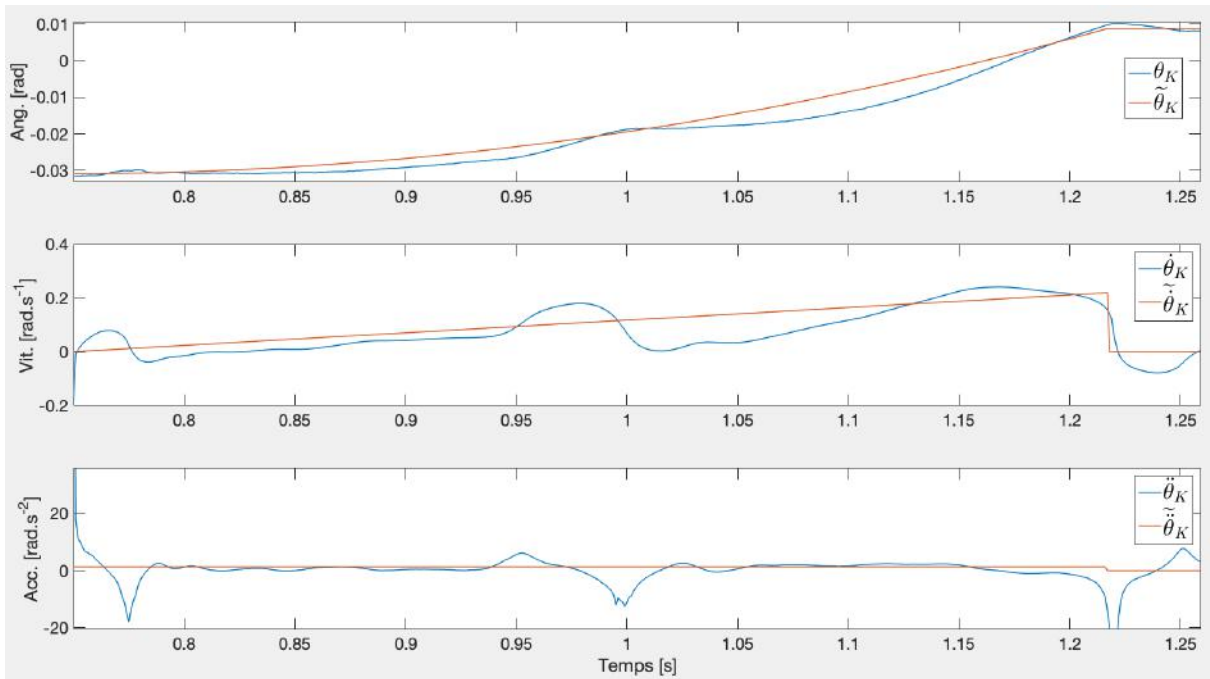


FIGURE 4.10. Position, vitesse et accélération de la touche lors de sa remontée (retour en position haute).

En bleu : mesures de la touche de piano traditionnelle.

En orange : approximation retenue.

Pour simplifier le dimensionnement des aimants, nous considérons l'accélération angulaire

4. Conception d'une touche de synthétiseur

constante pendant toute la remontée (de la mouche à la butée de la touche).

Lors de la remontée, le frein n'est pas actionné. Dans ce cas précis, l'équation de la dynamique peut s'écrire :

$$I\ddot{\theta}_S = C_G + C_A - C_{F_S}^0 \quad (4.6)$$

où :

- I : l'inertie totale du système ;
- $\ddot{\theta}_S$: l'accélération angulaire de la touche de synthétiseur ;
- C_A : le moment des forces exercées par les aimants sur l'axe de rotation de la touche ;
- C_G : le moment des forces de gravité sur l'axe de rotation de la touche ;
- $C_{F_S}^0$: couple à vide du frein MR ramené sur l'axe de rotation de la touche.

Les couples C_G et $C_{F_S}^0$ sont constants⁹. La touche est lâchée sans vitesse de sa position basse pour atteindre sa position haute en typiquement 0,3-0,5 s.

Avec $\dot{\theta}_S = 0 \text{ rad s}^{-1}$, nous pouvons écrire :

$$\theta_S(t) = \frac{\sum C}{2I} t^2 + \theta_S(0) \quad (4.7)$$

Nous cherchons donc un dispositif composé d'un ou plusieurs aimants permanents qui assure $C_A \approx \text{cte}$ pour des positions angulaires de la touche comprises dans l'intervalle.

4.5.2. Dispositif magnétique retenu

Nous nous sommes inspirés de l'article [47]. Un aimant est fixé à la partie mobile de la touche, et deux autres au bâti de telle sorte qu'ils soient alignés sur un axe vertical à la touche lorsque qu'elle est en position haute. Comme précisé sur Fig. 4.11a (p. 129), nous utilisons des aimants cylindriques, de rayon r_A identique. Lorsque l'aimant mobile est à sa position moyenne, les faces de tous les aimants sont parallèles. Nous négligerons la rotation de l'aimant mobile et considérerons que celui-ci ne subit qu'une translation le long de l'axe d'alignement des aimants (une conséquence est que les faces des aimants sont considérées toujours parallèles).

Pour des raisons densité massique / intensité du champ magnétique¹⁰ / prix d'achat, nous avons choisi un alliage néodyme-bore-fer. L'utilisation d'aimants permanents induit deux inconvénients :

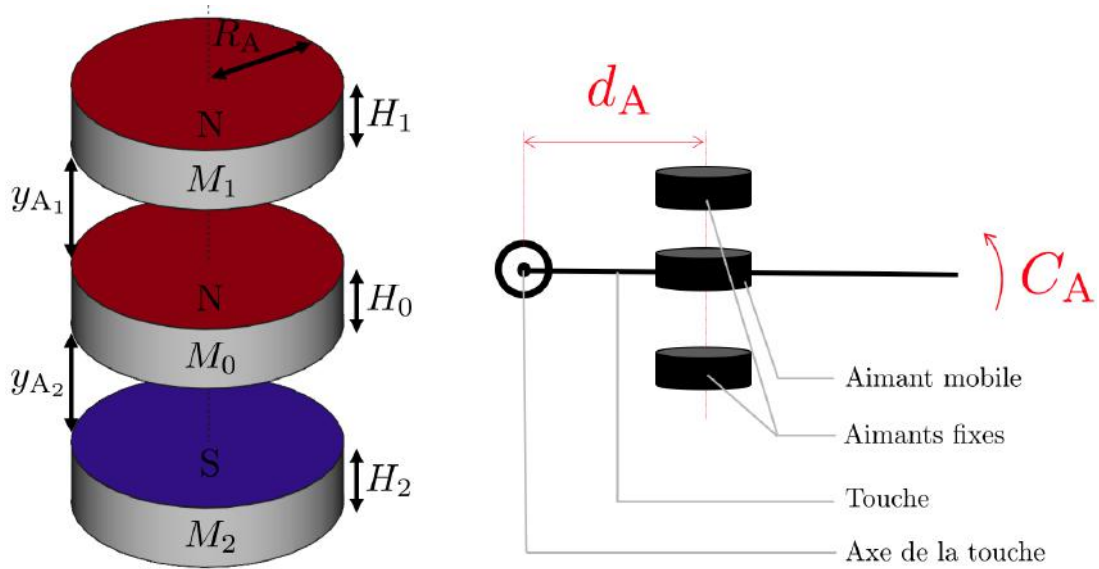
- il est très difficile d'obtenir un modèle purement analytique valable pour tous les types/formes d'aimants ;
- la force d'interaction magnétique entre les aimants est fortement non linéaire.

L'utilisation de deux aimants fixes positionnés symétriquement par rapport à la position moyenne de l'aimant mobile (à mi-chemin entre les positions basse et haute) permet de minimiser le second inconvénient. L'aimant fixe placé au-dessus de la touche attire l'aimant mobile

9. L'excursion angulaire de la touche est petite et la position angulaire de la touche est très proche de 0 rad (horizontale). On peut négliger la variation de C_G .

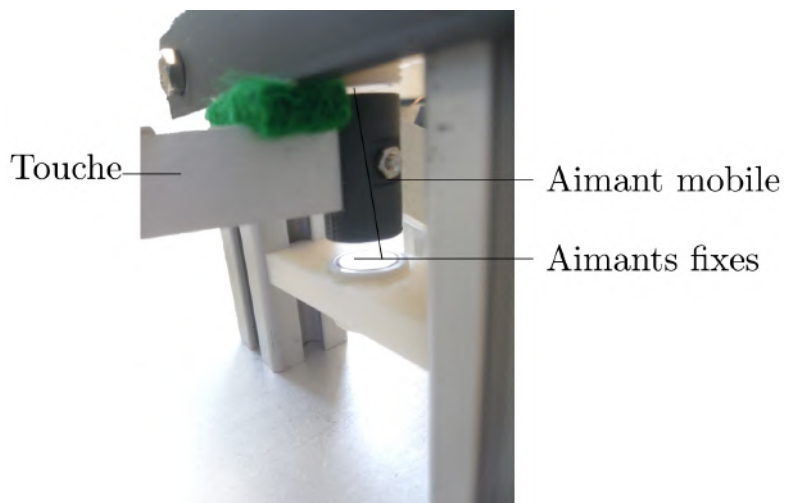
10. Pour l'entrefer envisagé.

et l'aimant fixe placé en dessous de la touche le repousse. Cette intégration permet d'obtenir une résultante des forces magnétiques sur l'aimant mobile à peu près constante sur son excursion $\Theta_S d_A$ où d_A est la distance entre l'axe de rotation de la touche et la position de l'aimant mobile.



(a) Disposition des aimants. En rouge et en bleu les dipôles magnétiques des aimants.

(b) Intégration des aimants sur le prototype.



(c) Dispositif d'aimantation réellement intégré.

FIGURE 4.11. Disposition des aimants et intégration sur la touche de synthétiseur.

4. Conception d'une touche de synthétiseur

Nous simplifions l'écriture des équations en considérant la position moyenne de l'aimant mobile comme origine de la position angulaire de la touche. Les distances entre les faces des aimants fixes et les faces de l'aimant mobile s'écrivent :

$$y_{A_1} = Y_{A_1} - d_A \theta_S \quad (4.8)$$

$$y_{A_2} = Y_{A_2} + d_A \theta_S \quad (4.9)$$

où :

y_{A_1} : distance entre la face "S" de l'aimant fixe au-dessus de la touche et la face "N" de l'aimant mobile ;
 y_{A_2} : distance entre la face "S" de l'aimant fixe en dessous de la touche et la face "S" de l'aimant mobile.

4.5.3. Moment des forces magnétiques sur l'axe de la touche de synthétiseur

Le modèle d'interaction retenu [47] donne l'équation décrivant la force d'interaction entre deux aimants cylindriques coaxiaux, de rayon identique, de même magnétisation de saturation et de décalage axial nul. Cette force apparaît comme étant le résultat de l'attraction/répulsion entre les couples de faces des aimants, fonction du carré de la distance inter faciale. Les forces entre aimants $F_{1/0}$ et $F_{2/0}$ et la résultante F_A sur l'aimant mobile s'écrivent :

$$F_{1/0} = \frac{\pi}{4} \mu_0 M^2 r_A^4 \left[\frac{1}{y_{A_1}^2} - \frac{1}{(y_{A_1} + H_1)^2} - \frac{1}{(y_{A_1} + H_0)^2} + \frac{1}{(y_{A_1} + H_0 + H_1)^2} \right] \quad (4.10)$$

$$F_{2/0} = \frac{\pi}{4} \mu_0 M^2 r_A^4 \left[\frac{1}{y_{A_2}^2} - \frac{1}{(y_{A_2} + H_2)^2} - \frac{1}{(y_{A_2} + H_0)^2} + \frac{1}{(y_{A_2} + H_0 + H_2)^2} \right] \quad (4.11)$$

$$F_A = F_{1/0} + F_{2/0} \quad (4.12)$$

où :

r_A : rayon de la base des aimants ;
 M : magnétisation de saturation des aimants ;
 μ_0 : perméabilité magnétique du vide ;
 H_0 : hauteur de l'aimant mobile ;
 H_1 : hauteur de l'aimant fixe situé au-dessus de la touche ;
 H_2 : hauteur de l'aimant fixe situé en dessous de la touche.

On simule $F_A(\theta_S)$ avec les paramètres suivants :

$$\begin{aligned}
 H_1 = H_0 = H_2 &= 5 \times 10^{-3} \text{ m} \\
 d_A &= 5 \times 10^{-2} \text{ m} \\
 Y_{A_1} &= 2,2 \times 10^{-2} \text{ m} \\
 Y_{A_2} &= 2,3 \times 10^{-2} \text{ m} \\
 r_A &= 1 \times 10^{-2} \text{ m} \\
 M &= 910 \text{ kA m}^{-1}
 \end{aligned}$$

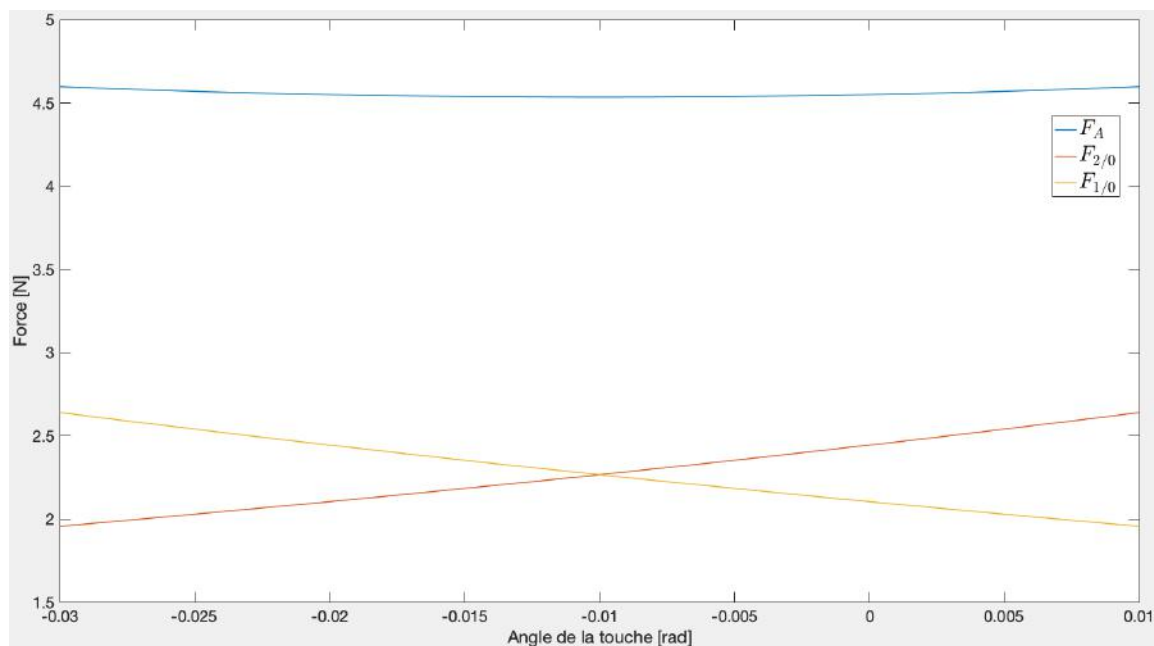


FIGURE 4.12. Forces magnétiques calculées lorsque l'aimant mobile parcourt l'excursion angulaire de la touche.

On remarque que la force magnétique résultante sur l'aimant est à peu près constante pour les θ_S considérés. $F_A = 4,57 \text{ N} \pm 0,7\%$, soit un moment sur l'axe de rotation de la touche $C_A = 0,23 \text{ N m}$. On jouant avec la position des aimants fixes, on peut modifier ces valeurs.¹¹

11. Notons que le modèle n'est pas valable pour des entrefers trop grands ou trop faibles (voir [47]).

4. Conception d'une touche de synthétiseur

4.6. Modèle mécanique

L'équation de la dynamique de rotation de la touche de synthétiseur s'écrit :

$$I\ddot{\theta}_S = C_G + C_A - C_{F_S} \quad (4.13)$$

4.6.1. Moment d'inertie

L'inertie de la touche :

$$I = I_S + k^2 I_F + m_A d_A^2 \quad (4.14)$$

où :

- $d_A = 0,10 \text{ m}$: distance de l'aimant mobile à l'axe de rotation ;
- $m_A = 12 \times 10^{-3} \text{ kg}$: masse de l'aimant mobile ;
- $I_S = 1,5 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$: moment d'inertie d'une touche blanche ($1 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ pour une touche noire) ;
- $I_F = 3 \times 10^{-6} \text{ kg m}^2$: moment d'inertie du frein MR ;
- $k = 7,6$: multiplicateur angulaire entre le frein et la touche.

4.6.2. Moment des poids

La touche et l'aimant mobile génèrent un moment sur l'axe de rotation de la touche via leurs masses respectives :

$$C_G \approx -d_G m_S g - d_A m_A g \quad (4.15)$$

où :

- d_G : distance du centre de gravité à l'axe de rotation ;
- $m_S = 75 \times 10^{-3} \text{ kg}$: masse de la touche de synthétiseur ;
- $g = 9,81 \text{ N kg}^{-1}$: accélération de la pesanteur.

4.6.3. Moment des forces magnétiques

$$C_A \approx d_A F_A \quad (4.16)$$

où F_A est la résultante des forces des aimants fixes sur l'aimant mobile.

4.6.4. Couple de freinage

$$C_{F_S} = k C_F \quad (4.17)$$

où :

- C_{F_S} : couple de freinage ramené sur l'axe de rotation de la touche ;
- C_F : couple de freinage sur l'axe du frein ;
- $\text{sgn}(\dot{\theta}_S)$: signe de la vitesse angulaire.

4.6.5. Simulation du modèle mécanique

La simulation de la touche de prototype est une étape nécessaire pour contrôler le frein mais n'est pas présentée car trivial.

5. Réalisation d'une touche de piano numérique

Sommaire

5.1. Choix préalables relatifs au dispositif	136
5.2. Ordinateur	139
5.2.1. Matériel et interfaçage	139
5.2.2. Temps réel	139
5.2.3. Programmation du calculateur	142
5.2.4. Répartition du temps nécessaire pour effectuer les tâches dans un cycle	143
5.3. Instrumentation	145
5.3.1. Capteurs	146
5.3.2. Actionneur	150
5.4. Protocole USB	152
5.4.1. Motivations	152
5.4.2. La norme USB	152
5.4.3. Implémentation du protocole dans le dispositif	157
5.4.4. Performances de la communication USB	160
5.5. Microcontrôleur Pic32	163
5.5.1. Plateforme de développement : Chipkit Wi-Fire	163
5.5.2. Programmation du Pic32	164
5.5.3. Résultats	167
5.6. Fonctionnement d'ensemble	169

5.1. Choix préalables relatifs au dispositif

Les capteurs de position et d'accélération doivent donner la mesure de manière périodique au calculateur. Ce dernier doit posséder une capacité de calcul suffisante pour simuler le modèle de la touche de synthétiseur et la touche de piano traditionnelle en temps réel. Le temps de cycle (*Mesures/Calcul/Freinage*) est contraint et défini par le mouvement de la touche de piano. Nous avons retenu une fréquence d'échantillonnage de 2 kHz. Pour des valeurs inférieures, la simulation de la touche de piano traditionnel présente des instabilités.

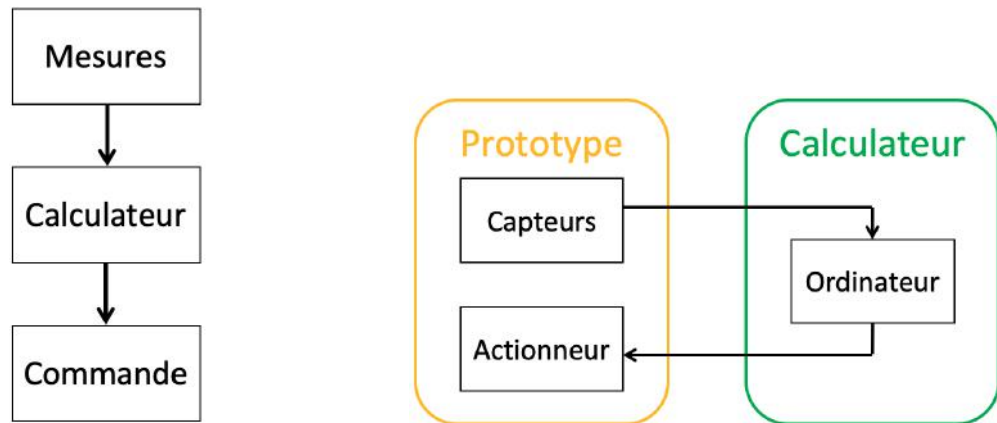


FIGURE 5.1. Schéma fonctionnel initial du dispositif.

Le choix du calculateur a conditionné le reste. Au moment où il a fallu choisir un calculateur, le temps de simulation sur les systèmes embarqués les plus communs (Raspberry, Beagle Bone, etc.) était trop important. Par exemple, sur la Raspberry pi 2, la simulation de la touche de piano traditionnelle accusait un temps de calcul de $230 \mu\text{s}$ pour un cycle mesure/commande¹. Certes inférieur au temps de cycle ($500 \mu\text{s}$) il fallait mettre en perspective ce résultat avec le temps estimé pour effectuer la communication entre les capteurs, le calculateur et l'actionneur. Il était risqué de procéder avec un temps de calcul aussi grand. La moindre surcharge du processeur ou retard dans la communication pouvant rompre le temps réel de l'application. Il a donc été décidé de travailler avec un ordinateur standard, nous assurant ainsi d'avoir des temps de calcul de l'ordre de 5-10 μs par cycle.

Le prix à payer est la complexité de l'interfaçage entre l'ordinateur et le reste du dispositif. Nous avons choisi le protocole USB pour assurer cette communication. Il a fallu trouver une interface qui assure deux fonctions : échanger avec l'ordinateur en utilisant le protocole USB et assurer la conversion analogique/numérique (numérique/analogique). Notre choix s'est porté sur la plateforme de développement Chipkit Wi-Fire intégrant un microcontrôleur Pic32MZ de

1. L'exécutable est lancé avec la plus haute priorité dans l'ordonnanceur.

5.1. Choix préalables relatifs au dispositif

Microchip. L'absence de convertisseurs numérique/analogique intégrés nous a poussés à externaliser cette fonction. Le convertisseur PModDA4 assure cette conversion et communique avec le ChipKit via le protocole SPI.

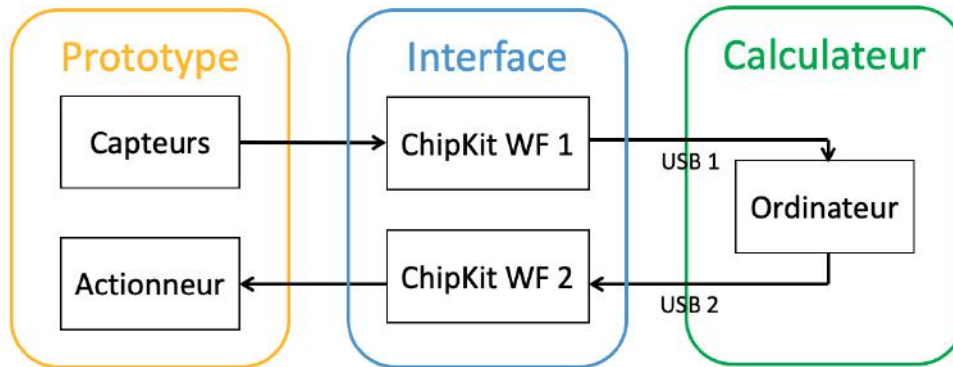


FIGURE 5.2. Schéma fonctionnel du dispositif avec l'ajout de l'interface.

Nous avons décidé d'utiliser deux plateformes Chipkit Wi-Fire pour découpler les mesures de l'actionneur. L'intérêt est de faciliter le diagnostic pendant la phase de développement. On nomme ainsi la plateforme reliée aux capteurs : l'interface de mesure, et la plateforme reliée à l'actuateur : l'interface de contrôle.

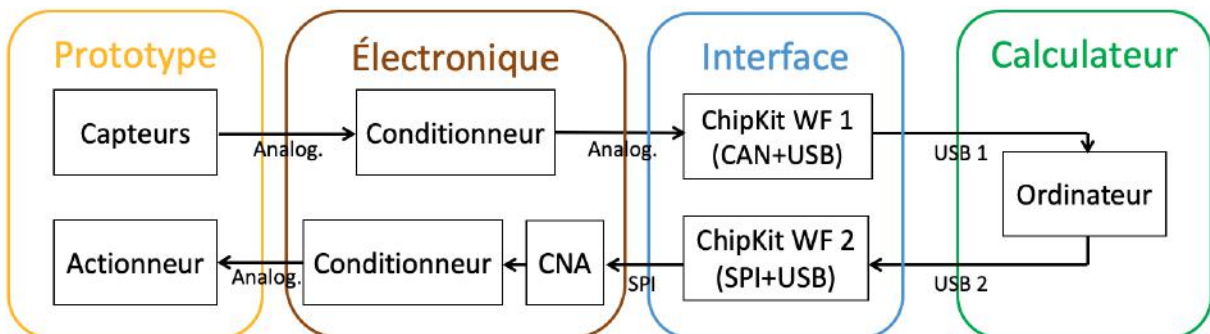


FIGURE 5.3. Schéma fonctionnel du dispositif avec l'ajout de l'interface et de l'électronique.

Nous représentons ici les principales fonctionnalités qu'assure chaque sous-système (PC + deux interfaces) pendant la durée d'un cycle.

5. Réalisation d'une touche de piano numérique

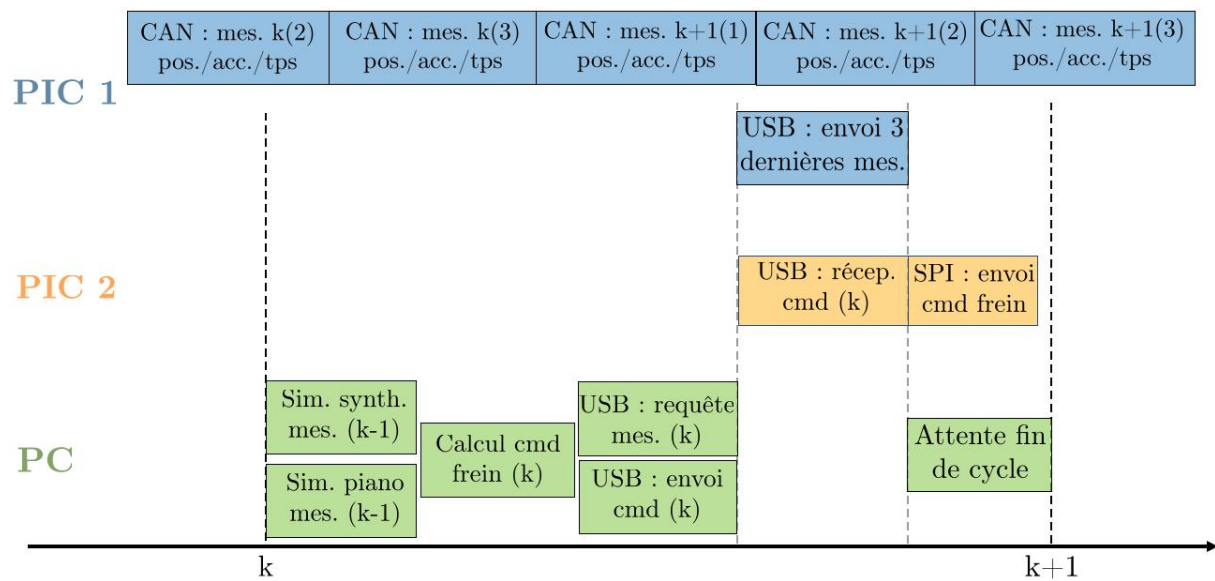


FIGURE 5.4. Pendant le cycle k , l'ordinateur et ses interfaces remplissent plusieurs fonctions.

On fait apparaître :

- le parallélisme du traitement de l'USB dans l'interface de mesure et dans l'ordinateur,
- le décalage inévitable d'un cycle entre le traitement de la mesure et l'envoi de la commande vers l'interface de commande,
- le suréchantillonnage de la mesure dans l'interface de mesure ;
- la relative simplicité de l'interface de commande qui n'a que deux fonctions à assurer.

Pour assurer la lisibilité, la taille des blocs ne correspond pas à la durée de traitement du bloc. Se référer à Fig. 5.6 (p. 144) pour connaître le temps d'exécution du programme de l'ordinateur.

Rendre asynchrone l'acquisition dans l'interface de mesure et le traitement USB permet d'assurer la régularité de la mesure.

Le dispositif expérimental est décrit fonction par fonction dans ce qui suit. Seront détaillés :

- la programmation du calculateur.
- le choix des capteurs,
- la gestion du frein magnéto rhéologique,
- le conditionnement de l'instrumentation,
- les deux communications USB 1 et USB 2 entre le calculateur et chaque plateforme "Chip-Kit Wi-Fire",
- la programmation des interfaces Chipki Wi-Fire.

Une dernière partie traitera des résultats expérimentaux.

5.2. Ordinateur

Pour nous assurer de pouvoir simuler dans un temps raisonnable nous avons décidé d'utiliser un ordinateur tout public plutôt qu'un système embarqué type Raspberry Pi. Le temps de cycle choisi est de 500 μ s.

5.2.1. Matériel et interfaçage

L'ordinateur est le HP ZBook 15 G3 du fabricant HP. Les caractéristiques qui nous concernent sont les suivantes :

- le processeur Intel Core i7 i7-6500U cadencé à 2,5 GHz ;
- deux ports USB entièrement compatibles avec la norme 2.0 ;
- le système d'exploitation utilisé est Ubuntu 19.04.

Le temps de simulation avec cet ordinateur est de l'ordre de quelques % du temps de cycle.

5.2.2. Temps réel

Pour exécuter notre programme en assurant que son temps d'exécution ne dépasse pas le temps critique (500 μ s), il faut traiter de la question du temps réel.

Linux propose un ensemble d'outils pour accéder au(x) processeur(s) de la machine. Par défaut, la gestion de l'accès aux ressources se fait en temps partagé : plusieurs utilisateurs peuvent exécuter des programmes éventuellement simultanément et dont le temps d'accès à la ressource est fixe. Pour ajouter de la prédictibilité au temps d'exécution d'un programme, on peut utiliser le temps réel souple. Pour encore plus de prédictibilité il faut utiliser le temps réel strict.

L'architecture de la machine (processeur, bus, périphériques, contrôleur d'interruption, etc.) influe grandement sur les performances d'un programme. Par exemple le temps d'exécution de la simulation de la touche de piano traditionnel entre un pc standard et une Raspberry Pi2 est une dizaine de fois plus petit sur le premier que sur le second.

Processus et *thread*

Une confusion peut être faite entre deux notions proche en apparence : le processus et le *thread*. Un processus est un espace mémoire réservé dans lequel un ou plusieurs *thread* s'exécutent. La gestion de l'espace mémoire est assurée par le *Memory Manager* et la gestion de l'accès aux ressources par l'ensemble des *threads* est assurée par l'ordonnanceur (*scheduler*).

Le système Linux est basé sur la séparation entre l'espace noyau, dans lequel le processeur a accès aux fonctionnalités de la machine sans restriction (mode "privilegié") et l'espace utilisateur, dans lequel le processeur a accès à un ensemble limité de fonctionnalités (mode "restreint"). Le code des applications utilisateur (*root* ou non) sera toujours exécuté en mode "restreint". Si l'utilisateur souhaite accéder aux fonctionnalités noyaux (accès à un espace

5. Réalisation d'une touche de piano numérique

mémoire particulier, utilisateur d'un périphérique, etc.) il devra demander au noyau d'effectuer ces actions pour lui via les appels système.

On ne détaillera pas l'aspect multicœurs/multiprocesseurs sous Linux pour deux raisons : Linux gère très bien la répartition de la charge utile tout seul et le peu de tâches qui s'exécutent en parallèle, dans notre application, ne nécessite pas de spécifier nous-mêmes le processeur/cœur.

Ordonnancement

Lorsque le nombre de tâches qui demande un accès aux ressources est supérieur au nombre de ressources disponibles, nous avons besoin d'un ordonnanceur. Il va sélectionner, parmi les tâches en attente, celle qui sera la prochaine à pouvoir utiliser le processeur. Le choix de la tâche va dépendre de plusieurs facteurs, dont la priorité qui lui a été associée. La métaphore souvent utilisée est celle de la salle d'attente dans un service d'urgence hospitalière ; les patients rentrent dans la salle d'attente et en fonction de l'âge, de la gravité de l'accident, des diagnostics qui ont déjà été effectués ou non, etc. on décide du médecin et de l'heure à laquelle ils vont le rencontrer.

La préemption est un concept important à comprendre. Lorsque le temps d'exécution d'une tâche est trop long (comparativement aux autres), l'ordonnanceur peut décider de retirer temporairement la tâche du processeur pour laisser les autres s'exécuter. En temps partagé, on fixe un temps maximal d'accès à la ressource au bout duquel les tâches vont quitter volontairement le processeur (pour éventuellement y revenir plus tard).

C'est ici que la notion de temps réel prend son sens : si nous avons besoin d'assurer l'exécution d'un ensemble d'actions en un temps limité, il faut s'assurer que le nombre de préemptions soit minimal et si possible prédictible.

Depuis la version 2.6.23 du noyau Linux, le système d'ordonnancement utilisé est le CFS (*Completely Fair Scheduler*). Il classe les tâches en attente selon leur besoin en temps de processeur. Ce besoin est quantifié par plusieurs critères, dont :

- l'historique de la tâche (A-t-elle utilisé le processeur récemment ? A-t-elle changé de CPU ? etc.) ;
- la priorité fixée par l'utilisateur ;
- le temps estimé d'exécution de la tâche.

Interruptions

Si un événement se produit sur un de ses périphériques externes, comment le système fait pour le détecter puis le gérer ? Une solution consisterait à dédier une tâche pour scruter le périphérique de manière cyclique. Cette solution possède deux inconvénients : la consommation de ressource et donc d'énergie et la possibilité de manquer l'événement entre deux cycles. La

solution usuelle (qui n'est d'ailleurs pas exclusive à Linux) est d'implémenter dans la machine un ensemble de circuits électriques spécialisés et indépendants du processeur. Ils sont reliés électriquement à ce dernier ce qui évite la scrutation régulière de l'ensemble des périphériques. Le contrôleur d'instruction organise les demandes d'interruption en les priorisant et en les envoyant un à un au processeur (c'est une sorte d'ordonnanceur mais pour les interruptions). Il force le système à arrêter son fonctionnement normal pour traiter la ou les demandes. Des interruptions de ce genre peuvent se produire plusieurs milliers de fois par seconde.

Il est possible de définir ses propres interruptions dans le code noyau augmentant ainsi la "priorité" de la tâche. Pour plusieurs raisons, nous éviterons dans la mesure du possible d'exécuter nos programmes dans l'espace noyau².

Courtoisie d'un processus

Une manière simple de réduire le temps d'exécution d'un programme sans traiter du temps réel est de modifier le comportement des *threads* d'un même processus dans l'ordonnanceur. Une valeur de courtoisie (-20 pour agressif et +20 pour courtois) peut être associée à un processus (donc à tous ses *threads*) avec la commande **nice**. Les tâches agressives auront un accès plus régulier au processeur. À la différence d'une tâche temps réel, la priorité n'est pas fixe et change au gré de la charge du système.

Tâche temps réel

En général on classe les systèmes temps réel en deux catégories : temps réel strict et temps réel souple. Nous reprenons ici la classification proposée dans [48]. L'auteur classe les systèmes temps réel en quatre catégories :

- **temps réel absolu** : la durée de tous les traitements possibles dans un système est connue à ± 10 ns et ne varie pas avec l'activité du système (ex : FPGA) ;
- **temps réel strict** : La durée des traitements n'est pas connue avec exactitude, mais une limite de temps d'exécution y est associée ;
 - **temps réel strict certifiable** : il est prouvé que quelle que soit la charge du système, le temps d'exécution du programme ne dépassera jamais le temps critique ;
 - **temps réel strict non-certifiable** : il n'est pas prouvé que quelle que soit la charge du système, le temps d'exécution du programme ne dépassera jamais le temps critique.
- **temps réel souple** : dans le pire des cas, le comportement n'est pas assuré. Par contre le système consacre toute sa ressource à l'exécution du programme.

Linux n'est pas capable de fonctionner en temps réel absolu ; de manière générale, cette classe n'est pas accessible pour des systèmes intégrant un système d'exploitation. Il n'est pas non plus capable d'assurer un temps réel strict certifiable à cause de sa complexité (il faudrait tester toutes les configurations possibles que permet Linux). Il peut devenir temps réel strict

2. On peut citer la licence GPL qui accompagne tous les codes implémentés directement dans le noyau.

5. Réalisation d'une touche de piano numérique

non-certifiable si on lui adjoint une extension noyau comme Xenomai [49].

Le temps réel souple est un bon compromis lorsque le temps d'exécution de notre programme est petit devant le temps critique.

Choix relatif à la thèse

Nous utilisons la librairie **libusb** pour faciliter l'implémentation d'une communication USB. Cette dernière utilise elle-même le temps réel en créant des tâches avec des priorités prédéfinies. Pour le reste, seule l'exécution des programmes de simulation ont bénéficié d'un traitement temps réel, les autres actions du programme s'exécutant dans des temps négligeables devant le temps critique de notre système.

La bibliothèque **pthread** permet à la fois de programmer des tâches de hautes priorités mais aussi de modifier le comportement global de l'ordonnanceur. Le processus est lancé avec la commande **nice** pour que son *thread* principal soit agressif.

5.2.3. Programmation du calculateur

L'ordinateur est le chef d'orchestre de l'ensemble du système. Il initialise son bus USB et gère la communication avec ses interfaces. Il effectue les simulations des touches de synthétiseur et de piano. Il détermine la consigne puis calcule la commande à envoyer au frein. Il stocke les informations utiles. Et enfin, il scrute le temps de cycle pour s'assurer du maintien du temps réel.

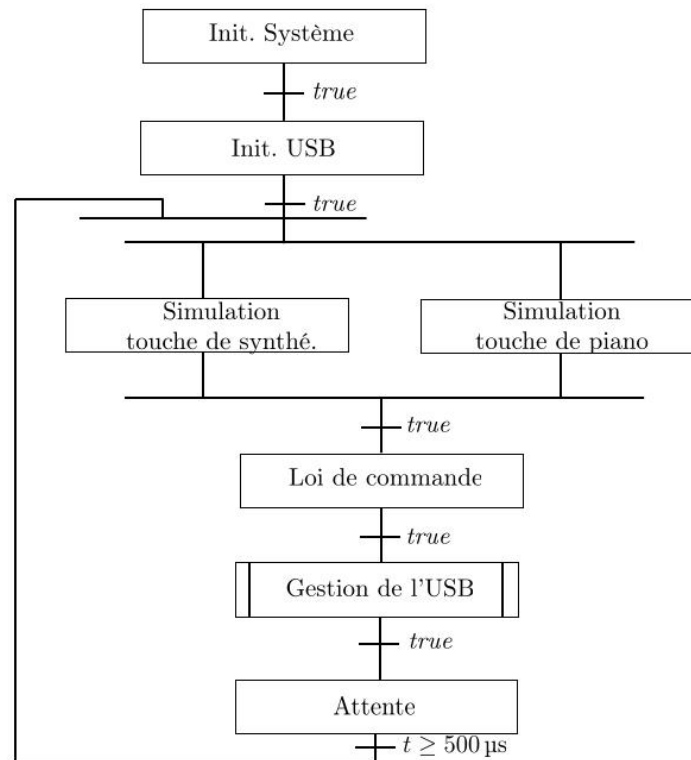


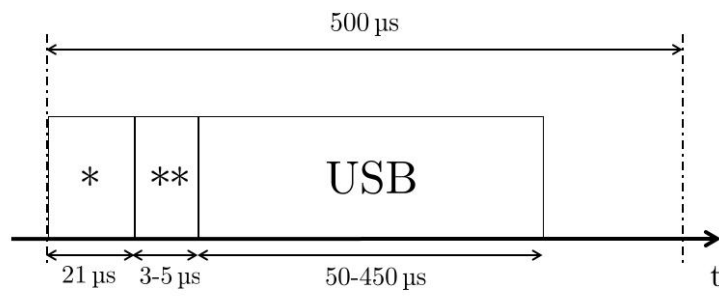
FIGURE 5.5. Schéma fonctionnel du programme implémenté sur l'ordinateur.

5.2.4. Répartition du temps nécessaire pour effectuer les tâches dans un cycle

Le temps de cycle est de $500\ \mu\text{s}$. Le temps de simulation du modèle de la touche de piano traditionnelle est compris entre $5\text{-}9\ \mu\text{s}$ (dépend de la charge du système). Le temps de simulation du modèle de la touche de synthétiseur est inférieur à $1\ \mu\text{s}$. Le temps de transaction avec les interfaces en USB varie entre $50\ \mu\text{s}$ et $450\ \mu\text{s}$ ³. Le temps de calcul de la loi de commande et de gestion de la mémoire (pour la sauvegarde des données) est de quelques μs . Ponctuellement, le temps d'exécution d'un cycle dépasse $500\ \mu\text{s}$ (voir Sous-Section 5.4.4). Faire transiter trois mesures par transaction USB permet de contourner ce problème.

3. Dans le pire des cas.

5. Réalisation d'une touche de piano numérique



* Simulations (trois simulations de la touche de piano et de synthétiseur)

** Loi de commande, sauvegarde données, divers

FIGURE 5.6. Durée des tâches dans un cycle du programme principal.

5.3. Instrumentation

Nous utilisons des capteurs de position et d'accélération dont les performances (précision, sensibilité, etc.) sont bien supérieures à ce que requiert notre système. En faisant cela, nous écartons de l'analyse des résultats les erreurs liées à la qualité des capteurs. Côté frein, nous utilisons la technologie décrite en Section 4.4 (p. 122). Le CEA nous a fourni un boîtier de contrôle qui nous permet de commander le frein en tension.

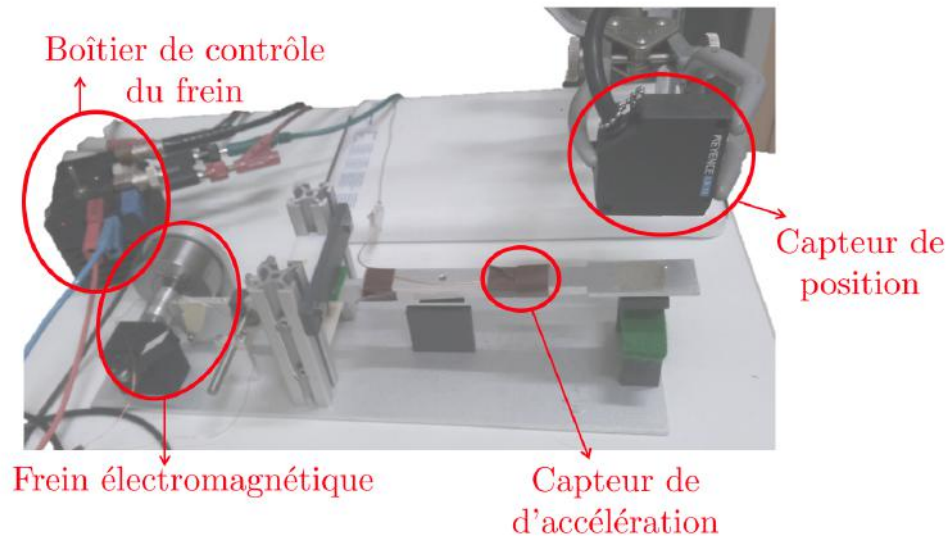


FIGURE 5.7. Instrumentation sur le prototype : deux capteurs et un actionneur.

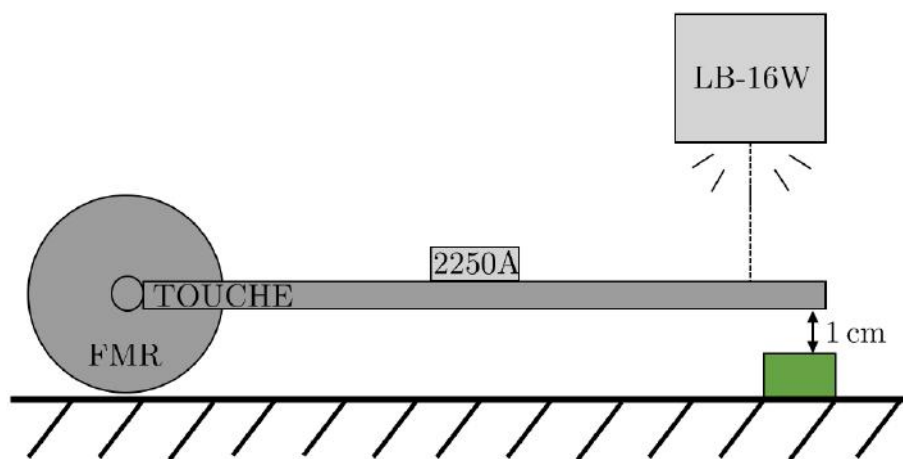


FIGURE 5.8. Schéma de principe de la touche de prototype avec l'instrumentation.

5. Réalisation d'une touche de piano numérique

5.3.1. Capteurs

Capteur de position

Le capteur de position utilisé est le LB-12 de la marque *Keyence*.



FIGURE 5.9. Capteur optique LB-12W *Keyence*.

il présente les caractéristiques suivantes :

- distance de mesure : 40 mm ;
- plage de mesure : ± 10 mm ;
- résolution : 50 μm pour une durée d'intégration de 150 μs .

Nous mesurons un déplacement de ≈ 10 mm. La tête de l'appareil de mesure doit donc être placée entre 30 mm et 40 mm au-dessus de la touche lorsqu'elle est en position haute. Le temps de réponse du capteur choisi vaut 500 μs . La caractéristique tension/distance après le pré conditionnement est la suivante :

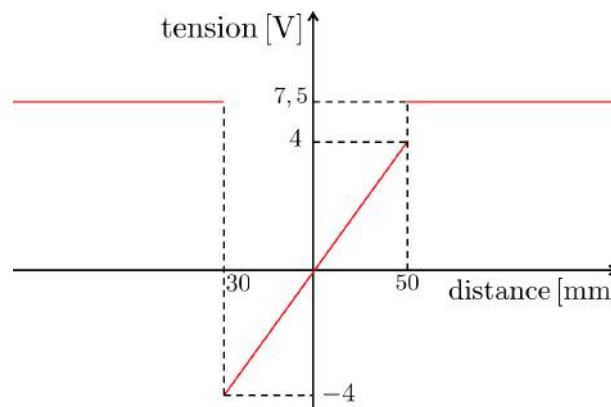


FIGURE 5.10. Caractéristique tension/distance du capteur de position LB-12.

La sortie de cet appareil est un signal variant dans l'intervalle $[-4 \text{ V}; 4 \text{ V}] \pm 30 \text{ mV}$ en fonctionnement normal. Lorsque que la distance n'est plus dans la plage de mesure, la tension vaut 7,5 V.

Nous mesurons la distance entre la tête du capteur optique et la surface de la touche. L'inclinaison relative de celle-ci ne doit pas excéder $\pm 30^\circ$.

Le contrôleur LB-72 sert d'interface entre le capteur et notre dispositif. Il permet différents réglages pour pré-conditionner le signal (ajustement du zéro, temps de réponse, etc.).

Accéléromètre

L'accéléromètre utilisé est le Model 2240A / AM1-10 de la marque *Endevco*.



FIGURE 5.11. Accéléromètre Model 2240A / AM1-10 *Endevco*.

il présente les caractéristiques suivantes :

- plage de mesure : $\pm 5000 \text{ m s}^{-2}$;
- réponse en fréquence pour une variation de $\pm 1 \text{ dB}$: 15 kHz.

L'accélération de la touche est comprise dans l'intervalle $[-15; 15] \text{ m s}^{-2}$. Nous utilisons l'amplificateur de charge Nexus 2692-A pour pré-conditionner notre signal. La sensibilité de la mesure est fixée à 1 V/m s^{-2}

La caractéristique tension/accélération après le pré conditionnement est la suivante :

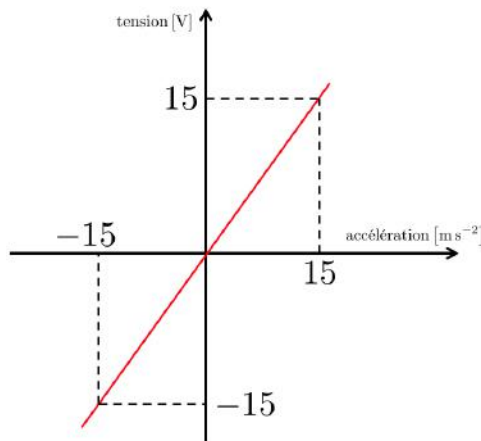


FIGURE 5.12. Caractéristique tension/accélération de l'accéléromètre 2240A / AM1-10.

5. Réalisation d'une touche de piano numérique

Conditionnement des mesures

L'entrée des convertisseurs analogique/numérique du microcontrôleur Pic32MZ doit être comprise entre 0 V et 5 V (± 1 V). Un circuit électronique a donc été implémenté pour chacun des capteurs. Le schéma électrique du conditionneur du capteur de position est le suivant :

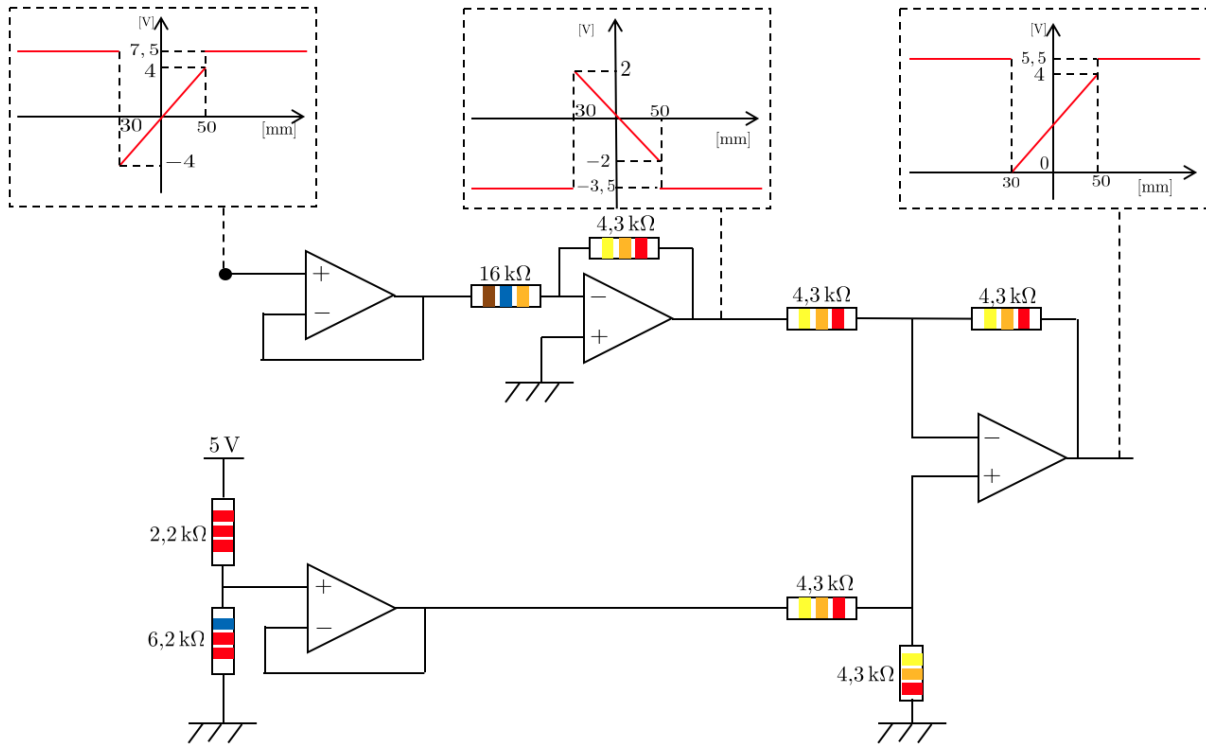


FIGURE 5.13. Schéma électronique du conditionneur associé au capteur de position.

Le signal utile de la position est compris entre 0 V et 4 V en fonctionnement normal et vaut $5,5 \text{ V}$ ⁴ en cas de défaut.

Le schéma électrique du conditionneur de l'accéléromètre est le suivant :

4. Cette valeur est supérieure à 5 V, mais reste acceptable.

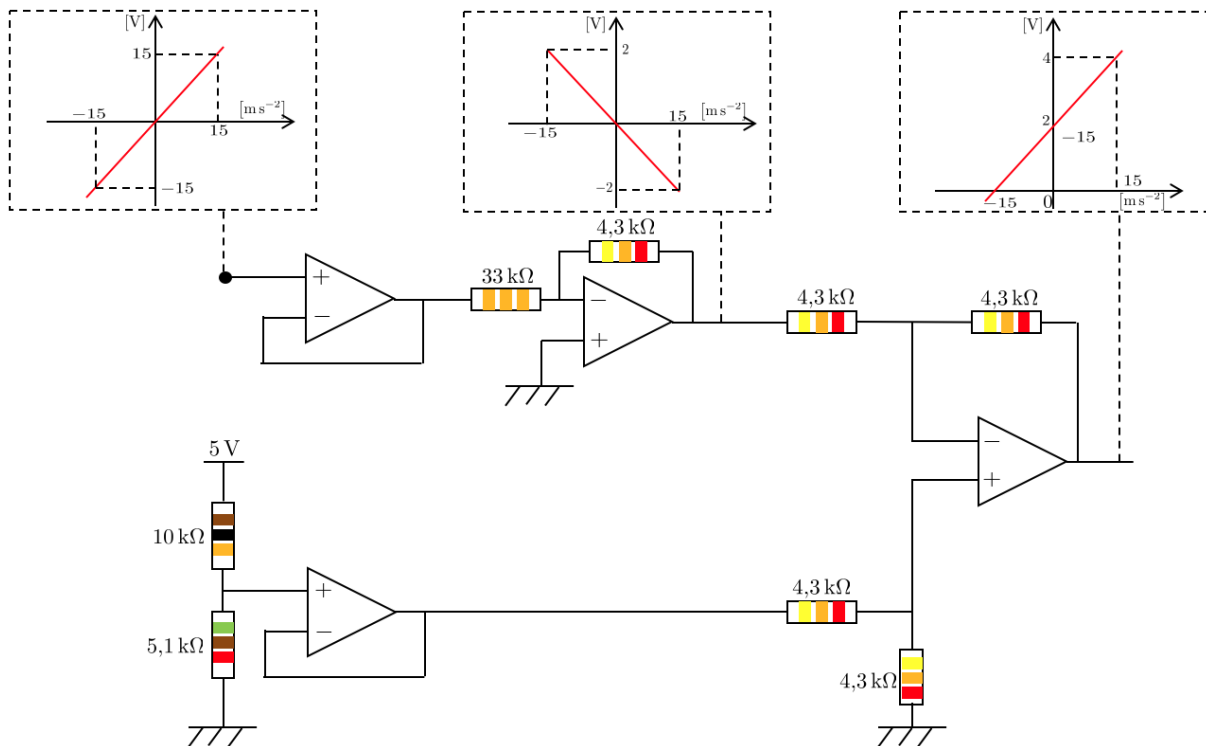


FIGURE 5.14. Schéma électronique du conditionneur associé à l'accéléromètre.

Le signal utile de l'accéléromètre est compris entre 0 V et 4 V. Une accélération de 0 ms^{-2} correspond à une tension de 2 V. Le résultat après numérisation est le suivant :

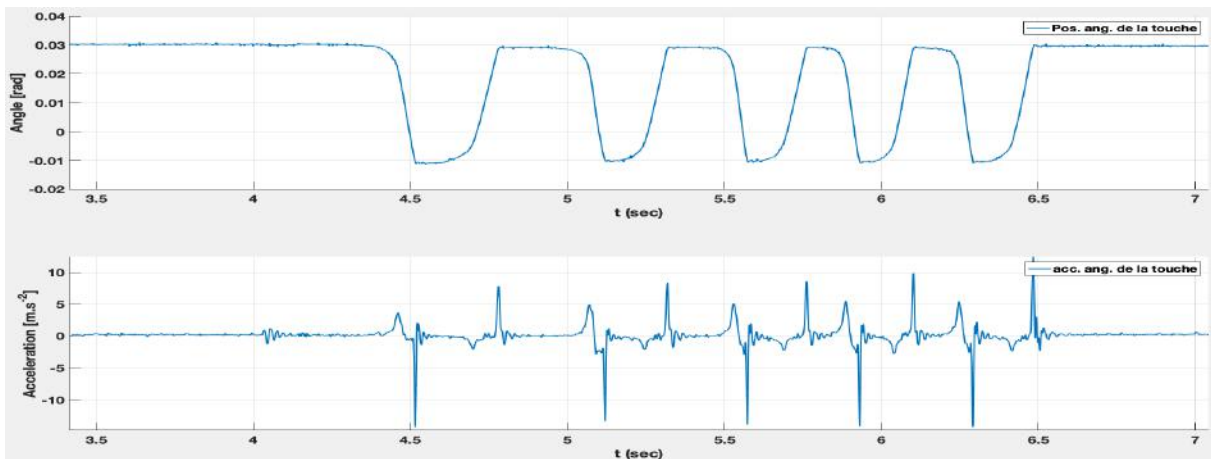
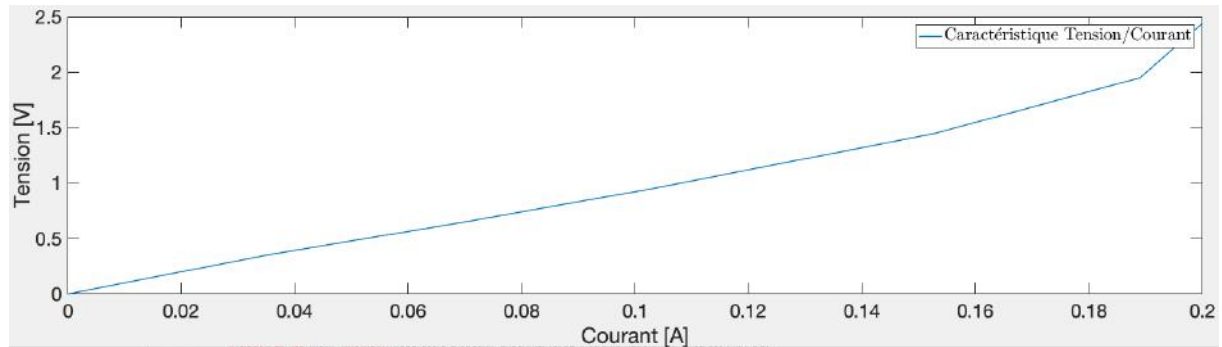


FIGURE 5.15. Mesures numérisées par le dispositif.

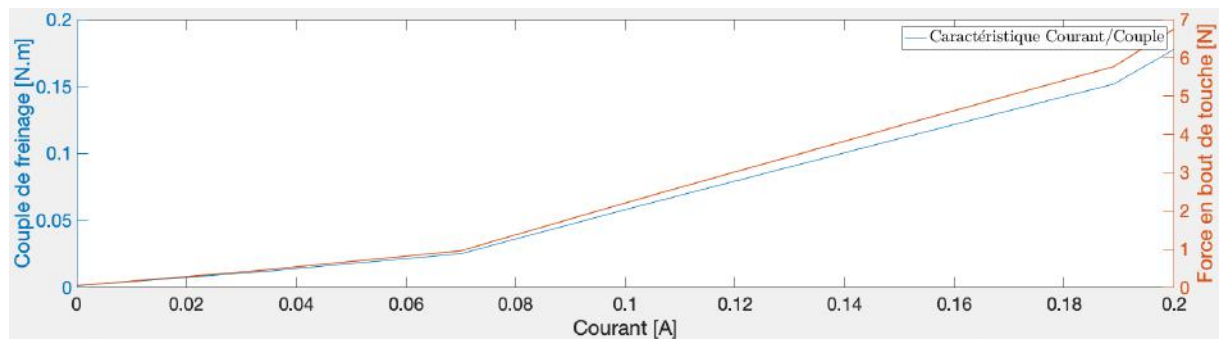
5. Réalisation d'une touche de piano numérique

5.3.2. Actionneur

Le frein magnéto-rhéologique est contrôlé en tension grâce à un boîtier électronique fourni par le LISA (CEA-LIST). Les caractéristiques courant/tension et courant/couple(statique) ont été mesurées. Les résultats sont les suivants :



(a)



(b)

FIGURE 5.16. (a) Caractéristique Courant/Tension du frein magnéto-rhéologique.
(b) Caractéristique Courant/Couple du frein magnéto-rhéologique

Tension entrée boîtier [V]	Courant de sortie du boîtier [A]	Couple sur l'axe du frein [N m]
0	0	0.0013
0.35	0.035	0.0124
0.65	0.07	0.0253
0.95	0.103	0.0615
1.45	0.153	0.1144
1.95	0.189	0.1518
2.44	0.200	0.1776

La sortie du convertisseur numérique/analogique PmodDA4 est comprise entre 0 V et 3,3 V. La tension d'entrée du boîtier de contrôle du frein est comprise entre 0 V et 2,5 V. Le courant admissible est limité la protection thermique intégrée dans le boîtier de sorte qu'on ne peut espérer contrôler, avec ce dispositif, davantage que $C_F = 0,18 \text{ N m}$ soit $F = 6,84 \text{ N}$ en bout de touche.

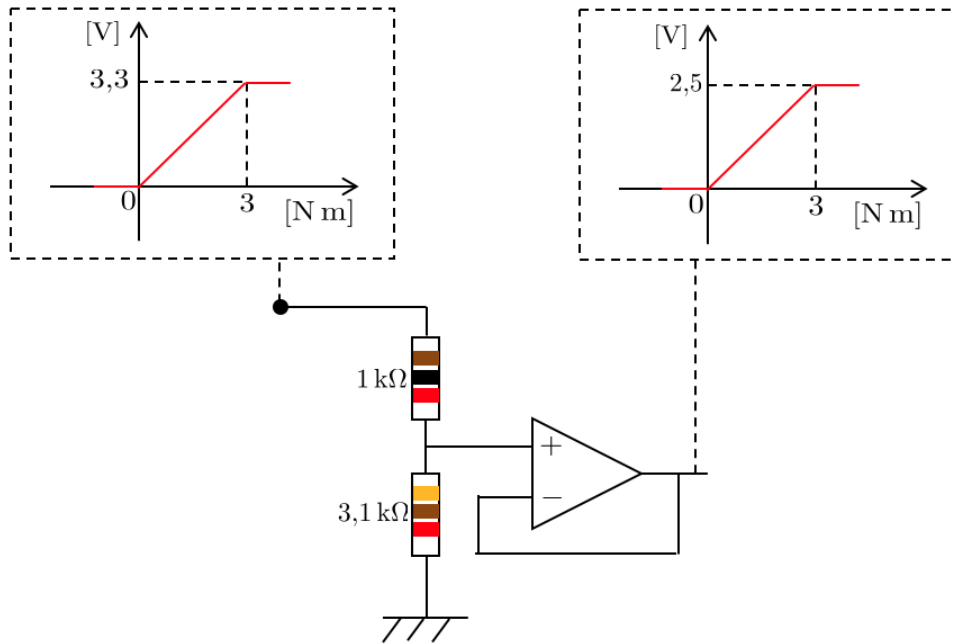


FIGURE 5.17. Conditionneur placé entre la sortie du CNA et le boîtier de contrôle du frein.

5.4. Protocole USB

5.4.1. Motivations

Le choix retenu pour le calculateur induit l'utilisation du protocole USB. Ce protocole en est à la version 3.2 au moment de l'écriture de cette thèse et existe depuis une trentaine d'années. Il est apparu comme une réponse à la multiplication des standards de communication propriétaires incompatibles entre eux. Depuis il s'est très largement imposé comme un standard incontournable.

Il vise à répondre à trois impératifs ([50]) :

- permettre de connecter entre eux des appareils différents comme les ordinateurs et les téléphones portables ;
- avoir un protocole de communication flexible et facile à utiliser (ex. plug-and-play) ;
- mettre à disposition un canal de communication haut débit, bidirectionnel et peu coûteux.

L'utilisation de la plateforme ChipKit nous a imposé d'utiliser la version 2.0 de l'USB ; version encore très répandue.

5.4.2. La norme USB

Hiérarchie du réseau

Le bus USB est composé d'un maître, l'hôte, et d'esclave(s). Les esclaves peuvent être de deux types : concentrateur ou appareil. Les concentrateurs sont des points de liaisons entre le réseau et un sous-réseau (ce sont les centres des "étoiles" .), les appareils sont les systèmes cibles de l'application (téléphone, appareil de mesure, souris, clavier, etc.).

Interface physique

Le connecteur USB 2.0 est composé de quatre fils : deux pour l'alimentation des systèmes esclaves (+5 V et jusqu'à 0,5 A) et deux pour assurer la communication.

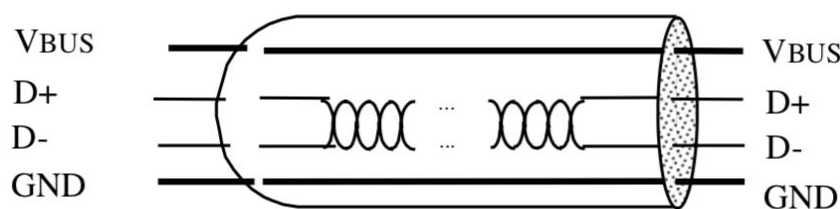


FIGURE 5.18. Dessin du câble USB. *USB Specification*

Vitesse et débit

Les vitesses de transfert théoriques atteignables avec la norme USB 2.0 sont :

$1,5 \text{ Mbit s}^{-1}$	(<i>Low Speed</i>)
12 Mbit s^{-1}	(<i>Full Speed</i>)
450 Mbit s^{-1}	(<i>High Speed</i>)

Ce sont des valeurs théoriques qui ne prennent pas en compte les erreurs, le contrôle des échanges, la gestion de l'encapsulation des données, etc. Structuellement, la vitesse maximale ne peut dépasser $53,248 \text{ MB s}^{-1}$ (voir suite). Pour notre application nous avons besoin de débits de l'ordre de 36 kB s^{-1} . Nous envoyons trois données d'accélération, trois données de position et trois données de temps, chacune codée sur 16 bit, toutes les $500 \mu\text{s}$.

Topologie

La norme USB est construite sur une topologie étoile à niveaux. Le bus est contrôlé par un unique hôte, en général un ordinateur.

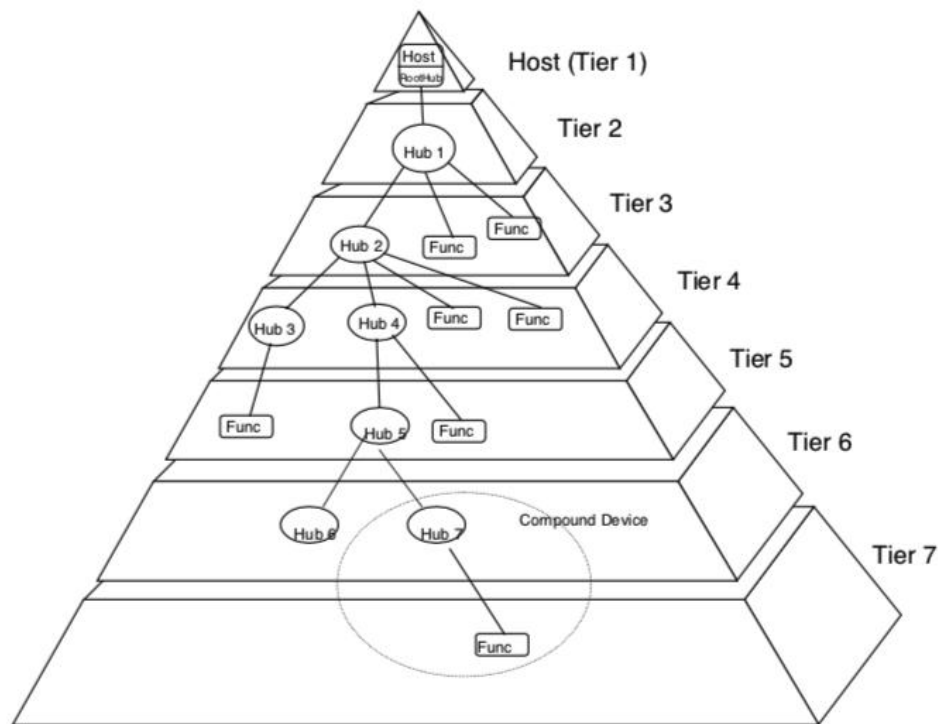


Figure 4-1. Bus Topology

FIGURE 5.19. Topologie USB. *USB Specification*

L'hôte doit être capable d'établir une communication avec un maximum de 127 appareils sur 7 niveaux⁵. Dès qu'un nouvel esclave est détecté sur le réseau, il lui assigne une adresse. Seul le

5. Établi selon le nombre d'adressages disponibles et le temps de propagation entre l'hôte et son nœud le plus éloigné.

5. Réalisation d'une touche de piano numérique

maître peut autoriser le démarrage d'une transaction. Les niveaux conditionnent une hiérarchie entre les sous-réseaux.

Il est intéressant de souligner le lien entre *hardware*, *firmware* et *software*. Le logiciel client de l'hôte initie les transferts auprès de logiciels spécialisés dont le rôle est de transformer les demandes pour les mettre au bon format⁶. Une fois au bon format, la donnée est transformée en signal électrique grâce à un encodage NRZI. Une opération similaire se déroule du côté du dispositif cible.

Il existe deux types de drivers :

- les drivers qui font la jonction entre les logiciels spécialisés assurant un lien entre le système d'exploitation et l'USB et la partie matériel. Les drivers HCD (*Host Controller Driver*) ;
- les drivers qui font la jonction entre ces mêmes logiciels spécialisés et le logiciel client. Les drivers USB D (*USB Driver*).

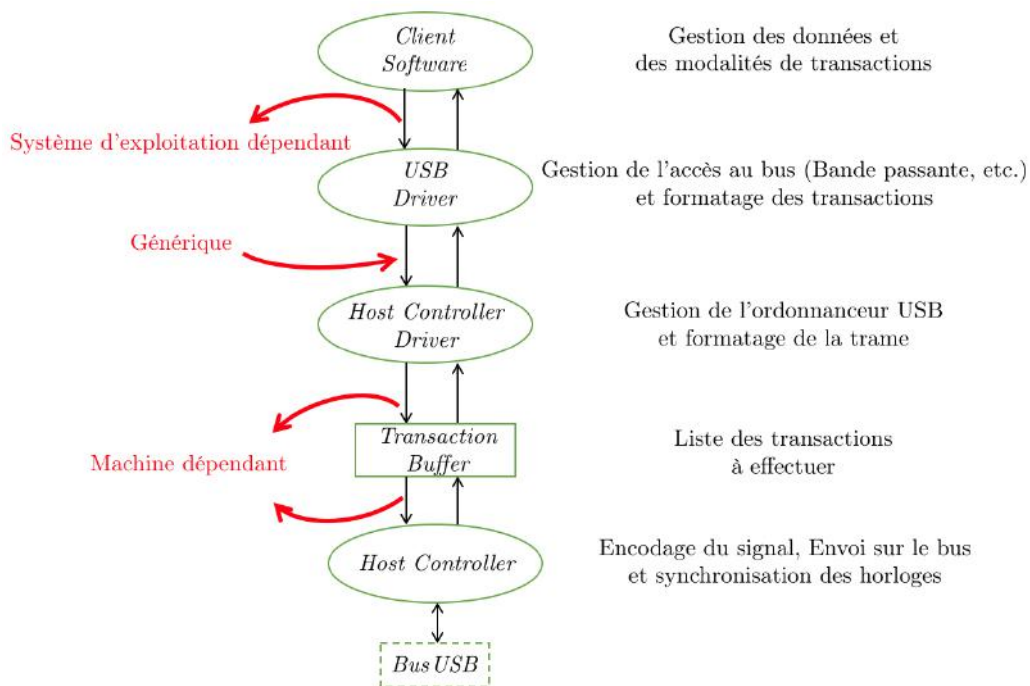


FIGURE 5.20. Communication interne du client au bus USB.

Du point de vue de l'hôte, chaque interface USB sur son réseau est perçue comme un ensemble de terminaisons indépendantes (seize maximum) avec lesquelles il peut communiquer (*Endpoint* en anglais). Chaque interface possède une adresse unique sur le réseau et chaque terminaison

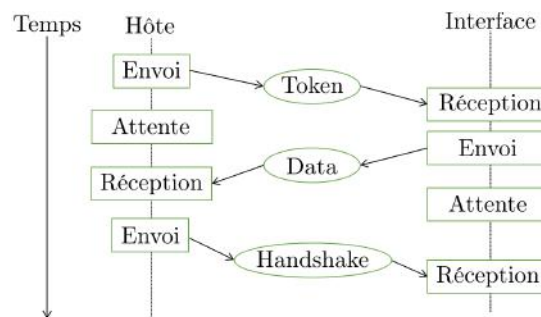
6. C'est aussi un logiciel spécialisé qui assure le lien entre les périphériques USB et les noyaux des systèmes d'exploitation.

d'une interface possède une adresse unique dans l'interface. On peut configurer pour chacune d'entre elles des modalités de communication différentes : bande passante, nombre de donnée par échange, direction de l'échange⁷, type d'échange (voir le paragraphe dédié).

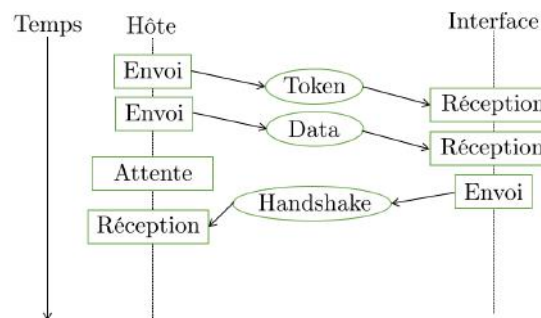
Protocole

Une seule transaction entre le maître et un de ses esclaves se traduit par l'envoi de trois paquets :

- *token* ;
- *data* ;
- *handshake*.



(a)



(b)

FIGURE 5.21. (a) Une transaction Interface vers Hôte. (b) Une transaction Hôte vers Interface.

Envoyé par l'hôte en premier lieu, le paquet jeton (*token*) décrit la direction, le type d'échange, l'adresse de l'interface et le numéro de terminaison. Suivant la direction de l'échange, l'hôte ou

7. Il est nécessaire de déclarer deux terminaisons pour avoir une communication bidirectionnelle entre l'interface et l'hôte.

5. Réalisation d'une touche de piano numérique

l'interface envoie le paquet de données (*data*). Pour finir, le receveur envoie le paquet de validation (*handshake*) pour notifier de la conformité des données qui lui ont été envoyées⁸.

Il est très important de comprendre ce qui suit. Le bus USB est ordonnancé par l'hôte. De manière périodique, l'hôte envoie des trames qui contiennent une ou plusieurs transactions. En USB *High Speed* la durée entre deux trames est $125 \mu\text{s} \pm 65 \text{ ns}$ et $1 \text{ ms} \pm 500 \text{ ns}$ en USB *Full speed*.

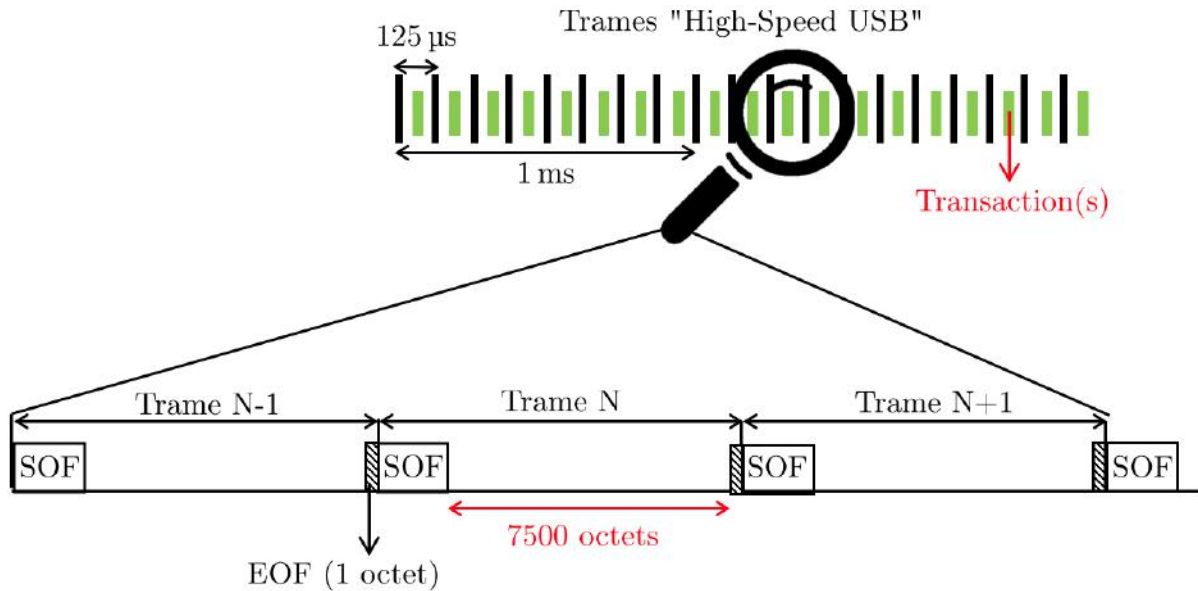


FIGURE 5.22. Ordonnancement de la communication USB.

À chaque début de trame, un paquet spécial est envoyé sur toutes les interfaces le *start of frame* (SOF). À chaque fin de trame, et pendant un intervalle de temps fixe, le bus est inactif ; ceci permet d'envoyer le prochain SOF sur un bus inoccupé. Ce sont les seuls paquets envoyés de manière strictement périodique. Entre ces deux paquets, le temps est restreint, l'hôte n'autorise que les transactions qui peuvent être terminées dans ce laps de temps.

La spécification ([50] chapitre 5.7) indique le nombre maximal d'octets que l'on peut envoyer entre deux trames. En USB *High Speed*, entre les paquets SOF et EOF, on peut envoyer jusqu'à 7500 octets. Les données n'étant pas envoyées une par une, mais par paquet et, la taille de ces paquets variant avec le type de transaction (voir suite), il est possible (c'est d'ailleurs presque toujours le cas) que la bande passante ne soit pas entièrement occupée.

Prenons par exemple un transfert de type *Interrupt* avec une donnée de 512 B. On ajoute la taille des paquets jeton, validation, et des bits de synchronisation des paquets (en début et fin de chaque paquet) pour un total de 24 B. On peut effectuer $\frac{7500}{536} = 13,99$ transactions par trame soit 13 transactions. On atteint alors un débit :

$$d_{\max} = \frac{13 \times 512}{125 \times 10^{-6}} = 53,248 \text{ MB s}^{-1}$$

8. Il y a certains cas où ce paquet n'est pas envoyé : par exemple dans un échange de type *isochronous*.

Beaucoup d'autres raisons expliquent la réduction ce débit[51] (problèmes de synchronisation d'horloge, latence des drivers, utilisation partielle de la bande passante, délais de transit des données sur le câble, etc.) et en général on ne dépasse que péniblement le 40 MB s^{-1} .

Type de transaction

La norme USB définit différents modes de transaction. La nature d'un échange est définie lors de la configuration d'une terminaison. Il en existe quatre :

- *control transfert* : non périodique, l'hôte utilise ce type de transfert pour configurer une interface et pour examiner son statut. Il peut aussi être utilisé pour envoyer des données "standards" ;
- *isochronous transfert* : l'échange est périodique et continu. La transaction se fait sans paquet de validation ;⁹ ;
- *interrupt transfert* : à différencier d'une interruption machine classique¹⁰, ce mode assure cependant un échange immédiat (dès que possible) lorsque la demande est faite ;
- *bulk transfert* : non périodique, ce mode est utilisé lorsque le temps n'est pas une caractéristique critique. L'analyse de l'erreur dans la donnée est plus stricte qu'avec les autres modes de communications. Le nombre de données par transaction est le plus grand des quatre modes.

Par défaut, la terminaison 0 est réservée pour les transferts de contrôle et n'est en général pas utilisée pour échanger d'autres types de données.

5.4.3. Implémentation du protocole dans le dispositif

Notre application consiste en une communication entre un ordinateur et un microcontrôleur via le protocole USB. L'hôte est l'ordinateur et les interfaces sont les deux plateformes "ChipKit Wi-Fire". Nous n'utilisons pas de concentrateurs, il est donc nécessaire de connecter deux câbles USB sur l'ordinateur. Chaque interface implémentera deux terminaisons : une pour la configuration et le contrôle de la communication (mode contrôle) et l'autre pour l'échange des données utiles (mode interruption).

9. La bande passante est assurée et les erreurs dans la donnée ne sont pas corrigées.

10. L'hôte n'interrompt pas les processus en cours pour gérer en urgence cet échange.

5. Réalisation d'une touche de piano numérique

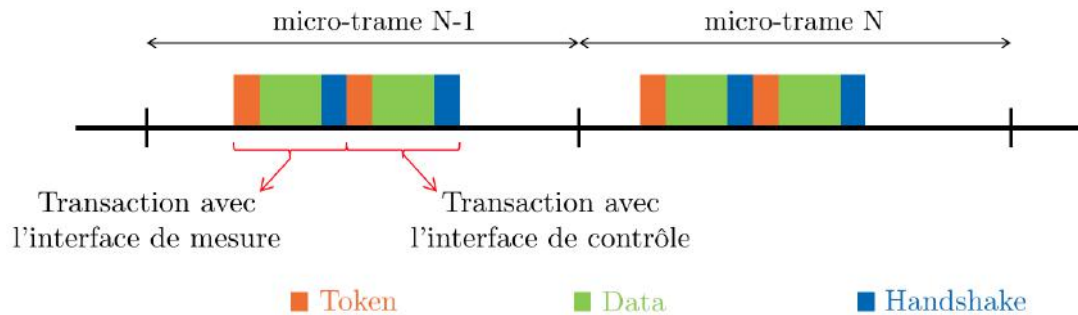


FIGURE 5.23. On effectue deux transactions avec deux interfaces différentes lors de chaque cycle de l'ordonnanceur USB.

Nous avons décidé de recevoir 18 B de l'interface de "mesure" et d'envoyer 4 B à l'interface de contrôle toutes les 500 μ s. Ce choix est justifié par :

- côté mesure : un temps de conversion des mesures très rapide devant le temps de cycle de la communication USB. Nous avons décidé de récupérer trois mesures d'accélération et de positions, associées à l'instant d'acquisition, par cycle¹¹ ;
- côté actionneur : l'utilité pour le diagnostic d'avoir plusieurs sorties (deux en l'occurrence).

Ci-dessous est décrit l'ensemble des outils nécessaires pour développer un client USB.

hôte : ordinateur

Nous utilisons le système d'exploitation Ubuntu 18.04. Quelques-uns des avantages à utiliser un système Linux par rapport à Windows et Mac OS sont : la moindre contrainte d'accès aux fonctionnalités "bas-niveau"¹², l'utilisation plus modeste du processeur par le système d'exploitation, la transparence des processus en cours permettant un diagnostic plus simple lors du développement. La non-compatibilité des pilotes et de certains logiciels tend à disparaître avec le temps et fait de ce système d'exploitation le plus apte à permettre le développement d'application temps réel impliquant une communication USB.

Un des moyens les plus simples pour implémenter un client USB sous Ubuntu est l'utilisation de la bibliothèque *open source*¹³ libusb. La librairie libusb est une solution temps réel souple. L'erreur de temps d'exécution d'une tâche peut aller jusqu'à quelques dizaines de microsecondes¹⁴.

En plus de la simplicité de développement, cette librairie offre une compatibilité totale de la norme USB (*Hotplug*, quatre types de transactions supportés, etc.).

Le programme client permettant la communication USB se déroule en deux étapes :

11. Nous effectuons trois simulations par cycle pour augmenter la précision du résultat et la stabilité de l'algorithme.

12. La plupart des logiciels spécialisés (firmware) sont exploitables directement et aisément.

13. La licence est GNU LGPL c'est-à-dire libre d'utilisation sans contamination des programmes liés.

14. Cet aspect dépend fortement des performances du matériel.

- instantiation du driver USB (configuration des interfaces, de leurs terminaisons cibles, du type d'échange souhaité) ;
- envoi de manière cyclique des requêtes d'écriture et de lecture sur chacune des interfaces.

Lors de l'envoi d'une requête, une tâche est créée qui s'exécutera en parallèle de la tâche principale. Le *thread* termine son exécution lorsque la transaction demandée est finie (*Token+Data+Handshake*). Nous pouvons ainsi envoyer plusieurs transactions en parallèle. Le temps de cycle est géré dans la tâche principale. On mesure le temps qui s'écoule entre le début du cycle de la tâche principale et sa fin.

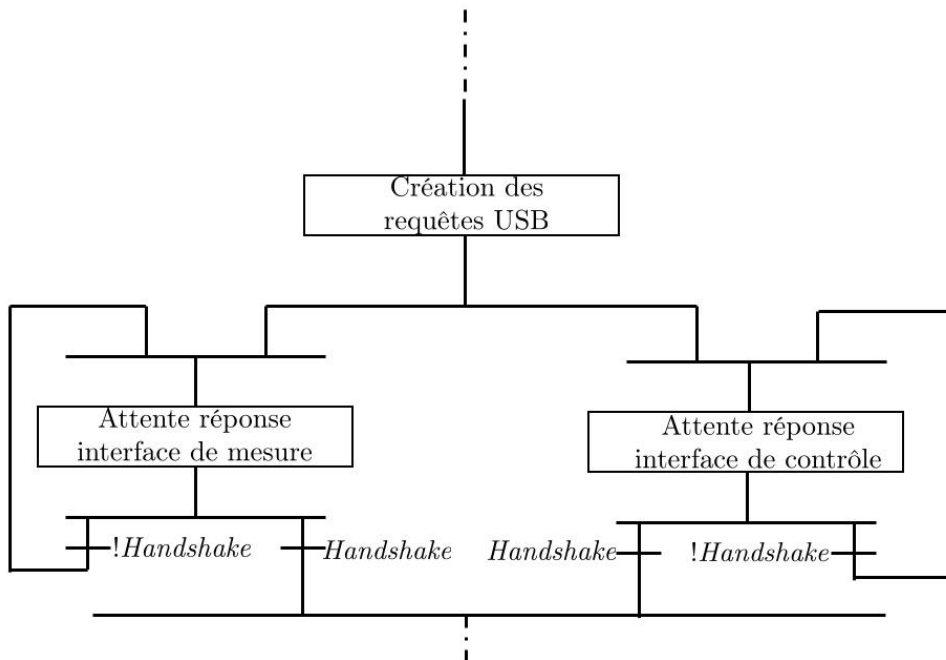


FIGURE 5.24. Schéma fonctionnel de la partie communication du programme implémenté sur l'ordinateur (norme Grafcet).

Interfaces : plateformes Chipkit Wi-Fire

Le Pic32 donne un accès direct aux registres¹⁵ de contrôle USB (voir figure 11-1 de [52]). Plusieurs bibliothèques implémentées sur le logiciel permettent de manipuler ces registres de manière plus abstraite.

L'initialisation de la communication USB se fait en deux étapes : la première consiste à configurer la terminaison 0 (celle qui sert à l'hôte pour contrôler l'état de la communication avec cette terminaison) et la seconde à créer un client USB sur le Pic. Toutes ces étapes nécessitent de remplir les descripteurs conformément à la norme 2.0. Ces descripteurs donnent entre autres les modalités de la communication (vitesse, le nombre d'interfaces) ainsi que les descriptions de ces mêmes

15. Au nombre de 30 (seuls 15 nous sont vraiment utiles).

5. Réalisation d'une touche de piano numérique

interfaces (nom, numéro, consommation électrique max., type de communication, direction de la communication, etc.). L'USB est implémenté en mode *polling* : le Pic32 doit cycliquement aller vérifier si une donnée n'est pas arrivée. Il interrompt alors lui-même ses processus pour effectuer cette opération. En fonction de ce qu'il se produit, une machine d'état se met à jour. À chaque fois que le client veut effectuer une opération (lecture, écriture, reset, etc.) ou qu'un événement se produit, une tâche est lancée en parallèle et notifiera le programme principal lorsque l'action est terminée.

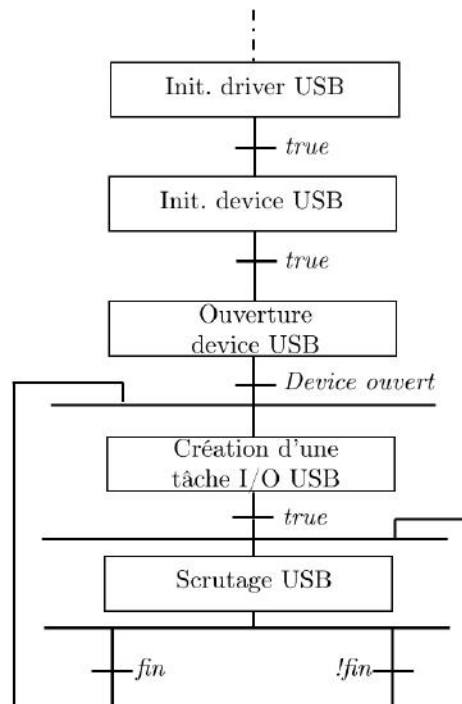


FIGURE 5.25. Schéma fonctionnel de la partie communication du programme implémenté sur les interfaces Chipkit Wi-Fire (norme Grafcet).

5.4.4. Performances de la communication USB

Nous proposons ici plusieurs tests de performance pour analyser la stabilité de la communication et la capacité de la norme USB à répondre à notre problématique.

Envoi des requêtes "dès que possible"

Le premier test consiste à surcharger le driver USB pour qu'il envoie les requêtes dès que possibles aux deux interfaces Pic32. Le cycle de la tâche principale se termine lorsque la transaction avec les deux interfaces est terminée. On mesure le temps entre la création de la requête et la fin

de la transaction ¹⁶.

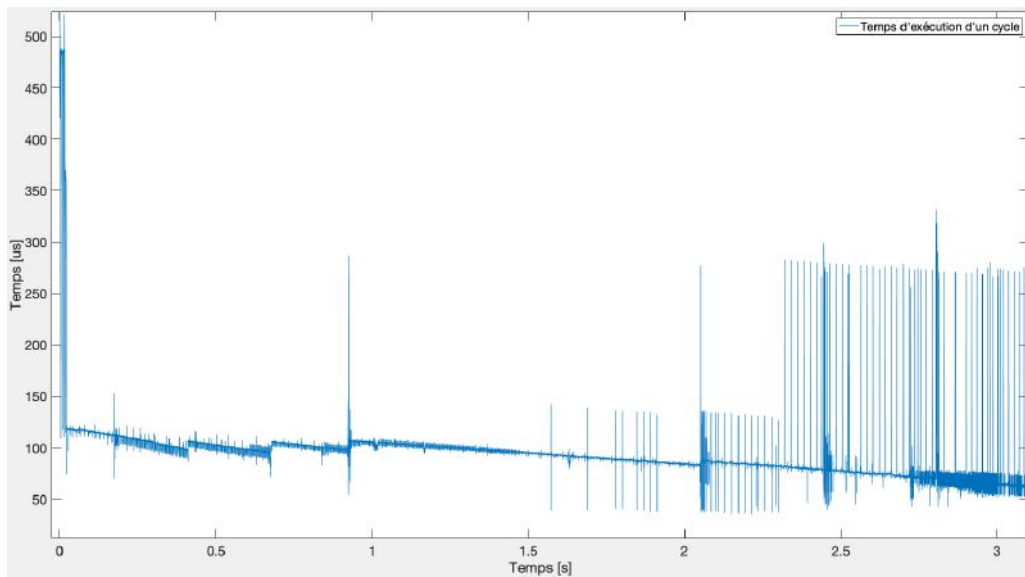


FIGURE 5.26. L'envoi de données "dès que possible" présente des retards récurrents.

On observe que le temps de cycle fluctue autour d'une valeur elle-même variable. Notons qu'un retard à l'exécution d'un cycle entraîne une exécution en avance le cycle d'après ¹⁷. La valeur moyenne du temps de cycle de la tâche principale est corrélée au temps de cycle de l'ordonnanceur USB. Si le temps de cycle de la tâche principale est inférieur à 125 µs, cela signifie que les deux transactions se sont terminées en un cycle d'ordonnanceur. L'amplitude des fluctuations semble prendre des valeurs quantifiées qui pourraient exprimer l'attente d'un prochain cycle de l'ordonnanceur USB. Les sources possibles de latences sont nombreuses. Du côté de l'hôte, on a :

- les interruptions utilisateur de plus haute priorité ;
- les interruptions noyau ;
- la surcharge de la mémoire de stockage (RAM et mémoire cache) des données de mesures et des requêtes USB (l'accès mémoire se fait plus lent).

Du côté des interfaces, on a :

- les interruptions de plus haute priorité ;
- la surcharge de la mémoire de stockage (RAM et mémoire cache) des données de mesures et des requêtes USB (l'accès mémoire se fait plus lent).
- la fiabilité du driver HCD implémenté.

Il est donc très difficile de déterminer la source d'erreur. Cette implémentation de la communication USB n'est pas compatible avec nos exigences. La latence maximale mesurée est 450 µs.

16. À ne pas confondre avec la trame.

17. C'est une des particularités du temps réel souple sur un système Linux [48], ce dernier essaie, dans la mesure du possible, de rattraper son retard.

5. Réalisation d'une touche de piano numérique

Envoi des requêtes de manière régulière (à temps fixe)

Cette fois-ci, plutôt que d'envoyer les requêtes USB dès que possible, on attend que $500\ \mu\text{s}$ se soient écoulées depuis le début du cycle de la tâche principale.

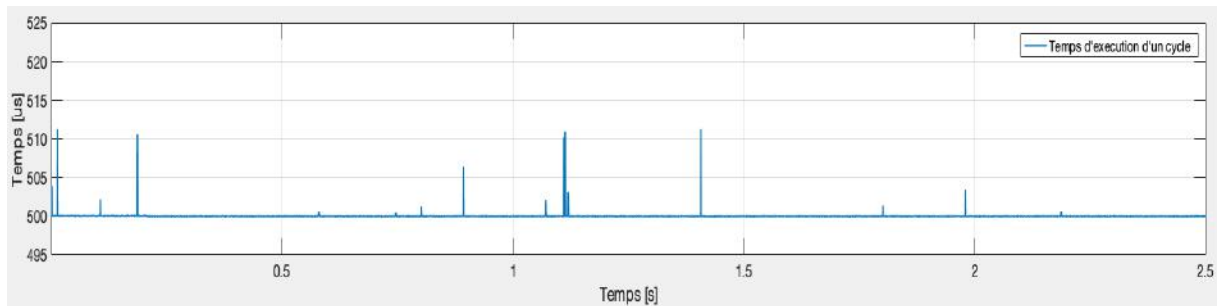


FIGURE 5.27. Le temps de cycle de la tâche principale reste relativement stable.

Cette fois-ci encore, des fluctuations apparaissent. Les différences avec le résultat précédent sont leur fréquence d'apparition et leur amplitude ; sur 2,5 s de communication (5000 trames USB ou encore 10000 échanges), on compte une dizaine de fluctuations. Le retard d'exécution est au maximum égal à 2,2%. C'est satisfaisant pour notre application.

La solution retenue pour assurer la stabilité du système consiste à profiter d'un des avantages de l'USB : une seule transaction permet de faire transiter plusieurs mesures successives. L'interface de mesure suréchantillonne les mesures à la fréquence de 6 kHz. Elle envoie à chaque cycle (toutes les $500\ \mu\text{s}$) un paquet contenant toutes les mesures vers l'ordinateur. Ce dernier n'a plus qu'à les extraire puis à exécuter une simulation pour chaque couple position-accélération. Le temps de simulation étant très inférieur au temps de cycle, nous pouvons simuler le mouvement de la touche de piano sans crainte de dépasser le temps réel. Envoyer des commandes au frein à plus de 2 kHz est inutile au vu de son temps de réponse, nous conservons donc un temps de cycle global de $500\ \mu\text{s}$.

5.5. Microcontrôleur Pic32

5.5.1. Plateforme de développement : Chipkit Wi-Fire

Le choix de ce microcontrôleur est motivé par deux de ses fonctionnalités : le protocole USB et ses convertisseurs analogique/numérique. La plateforme ChipKit Wi-fire est une implémentation d'un microcontrôleur de la famille Pic32MZ de Microchip. Fabriquée par Diligent, cette carte est une interface électronique utilisateur intégrant un Pic32MZ. Notons ici que toutes les fonctionnalités du Pic ne sont pas accessibles, car non connectées à l'interface Chipkit ¹⁸.

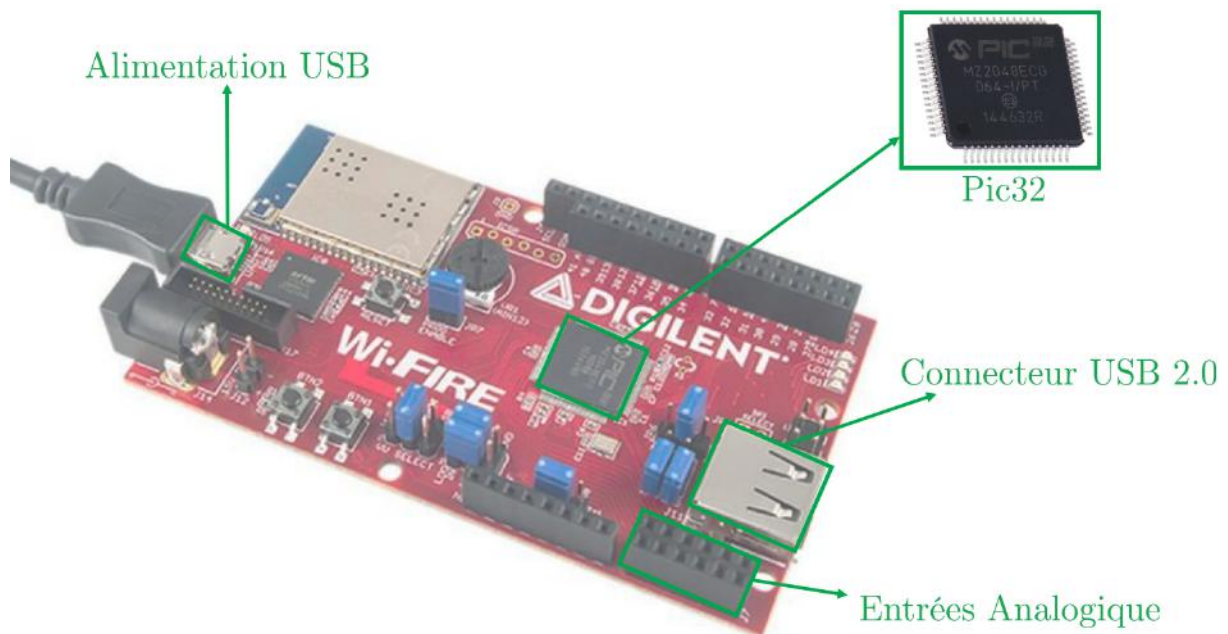


FIGURE 5.28. Plateforme de développement *Chipkit Wi-Fire*.

Nous utilisons deux cartes en parallèle, chacune reliée en USB à l'ordinateur. L'interface de mesure est reliée au montage conditionneur de mesure via ses convertisseurs analogique/numérique et l'interface de contrôle est reliée à un convertisseur numérique analogique extérieur via son interface SPI ¹⁹.

Les caractéristiques techniques du produit et qui nous concernent sont :

- un microcontrôleur PIC32MZ2048EFG :
 - CPU cadencé à 200 MHz ;
 - SRAM de 512 kB ;

18. C'est un choix du constructeur. Un utilisateur qui aurait besoin de plus de fonctionnalité aurait deux solutions : acheter une autre plateforme, créer sa propre plateforme.

19. Protocole de communication décrit plus loin.

5. Réalisation d'une touche de piano numérique

- Mémoire de 2048 kB ;
 - protocoles SPI et I2C ;
 - convertisseurs analogique/numérique ;
 - deux oscillateurs internes pour le parallélisme.
 - FPU pour le calcul sur float et double ;
 - USB 2.0 avec compatibilité High-Speed/OTG ;
 - support de débogage.
- un connecteur USB 2.0 ;
 - quarante convertisseurs 10 bit cadencés à 500 kSamples/s (variable selon le nombre de convertisseurs actifs) ;
 - une interface SPI.

5.5.2. Programmation du Pic32

Le PIC est un microcontrôleur qui se décline en 8/16/32bit et fabriqué par *Microchip Technology*. Il peut être programmé directement en C++ via l'IDE *MPLab X* (c'est la solution la plus simple). Elle décrit l'ensemble des registres bas niveaux disponibles et le fonctionnement interne du composant. Des bibliothèques permettent de manipuler plus simplement les registres dans l'environnement de développement. L'intégration du code dans le microcontrôleur est standardisée et nécessite un certain nombre d'étapes dans lesquelles il faut manipuler la CPU pour qu'elle effectue des opérations : placer le système en mode "programme", effacer l'ancien programme, écrire le nouveau et l'exécuter. Nous utilisons le programmeur PickKit 3 pour effectuer toutes ces tâches facilement.

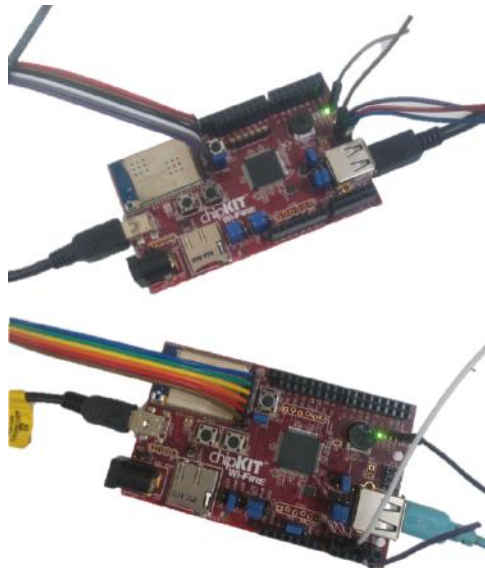


FIGURE 5.29. Photo des interfaces Chipkit Wi-Fire dans notre dispositif.

Les chapitres 11 et 28 de [52] décrivent l'utilisation de l'USB et des convertisseurs analogique/numérique.

Interface de mesure

La plateforme de mesure doit effectuer les tâches suivantes : acquérir les deux signaux de mesure à une vitesse au moins supérieure à 2 kHz et communiquer avec l'ordinateur en USB 2.0. Nous avons configuré les deux CAN²⁰ pour qu'ils convertissent chacun, une mesure (10 bit) toutes les 500 ns. Il y a deux intérêts au suréchantillonnage : filtrer la mesure avant de l'envoyer au calculateur et pouvoir envoyer plusieurs mesures à chaque cycle. Ainsi, à chaque cycle, nous envoyons trois mesures de position et d'accélération filtrées et trois "durées" qui correspondent au temps qui s'est écoulé depuis la dernière opération de filtrage. Chaque mesure est le résultat d'un filtrage d'au plus 333 mesures²¹.

L'USB est dimensionné pour un échange de type *interrupt*. Deux terminaisons sont utilisées : une terminaison de contrôle (pour instancier et vérifier la communication avec l'hôte) et la terminaison utile (pour le transfert des mesures).

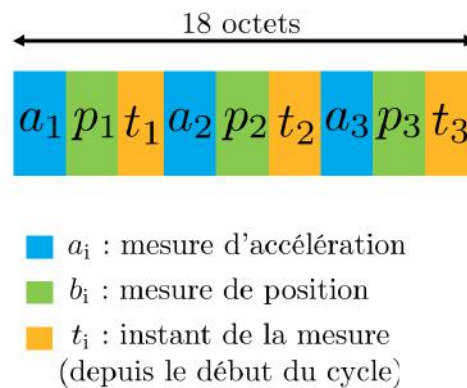


FIGURE 5.30. Format de la donnée envoyée sur le bus USB - Interface de mesure.

L'USB et les CAN fonctionnent en parallèle : ils génèrent des interruptions de priorité différente (l'USB est plus prioritaire) et un mutex est implémenté pour s'en assurer²². À cause de la possible préemption de la tâche USB il est nécessaire d'implémenter un mutex sur le filtrage : tant que la donnée n'est pas envoyée au calculateur, le filtrage des données est impossible.

Le schéma fonctionnel de l'interface de mesure est le suivant :

20. Convertisseur Analogique/Numérique.

21. En réalité un peu moins à cause de l'instabilité de l'horloge interne du système.

22. À ne pas confondre avec une section critique.

5. Réalisation d'une touche de piano numérique

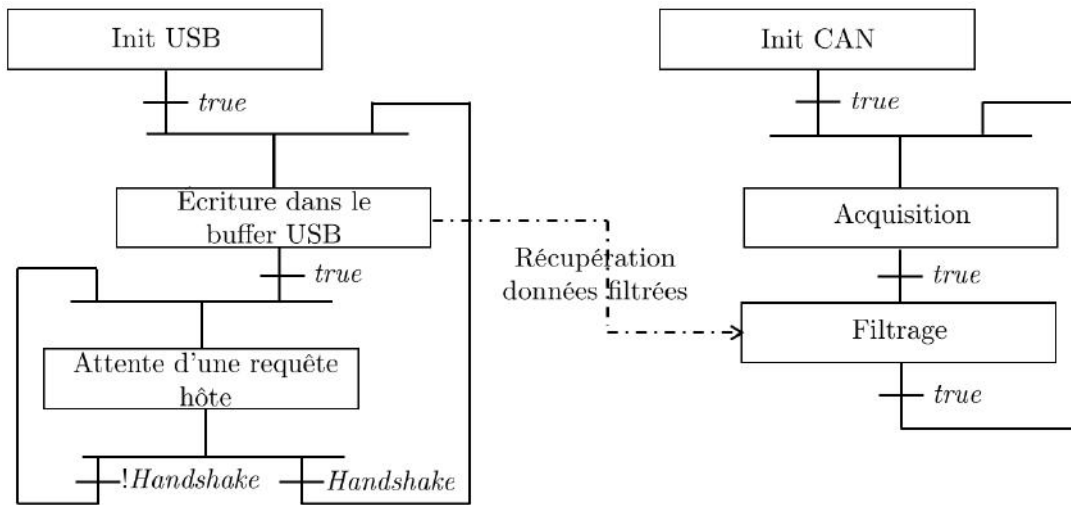


FIGURE 5.31. Schéma fonctionnel du programme de l'interface de mesure.

Interface de contrôle

La plateforme de contrôle doit effectuer les tâches suivantes : recevoir en USB des données provenant de l'hôte et envoyer avec le protocole SPI les données au CNA²³.

Les driver/client USB de l'interface de contrôle sont configurés de la même manière que ceux de l'interface de mesure à l'exception près que les données sont reçues du ordinateur et qu'elles sont au nombre de deux : une pour la commande du frein et l'autre pour le diagnostic pendant le développement.

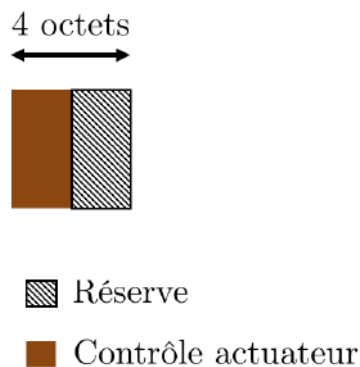


FIGURE 5.32. Format de la donnée reçue sur le bus USB - Interface de contrôle.

23. Convertisseur Numérique/Analogique

L'utilisation du protocole SPI²⁴ est imposé par le CNA, ce dernier n'ayant que ce moyen pour communiquer. Le SPI un protocole de type Maître/Esclave dont la communication se fait en série de manière synchrone et en full-duplex (transport de l'information dans les deux sens, sur deux fils et simultanément). Il est bien plus simple à implémenter que l'USB. La vitesse de communication n'est dépendant que de l'horloge du maître (typiquement quelques MHz). Nous l'avons configuré pour envoyer des données de 16 bit à une vitesse de 2MHz. Le programme d'envoi des données en SPI est lancé depuis le processus USB.

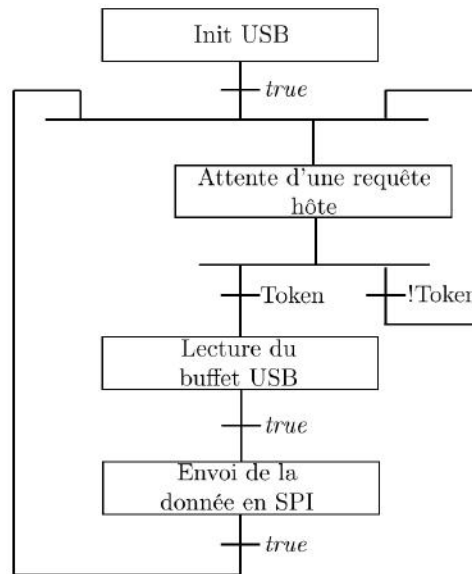


FIGURE 5.33. Schéma fonctionnel du programme de l'interface de contrôle.

5.5.3. Résultats

On propose ici de tester la latence du système et l'intégrité des données.

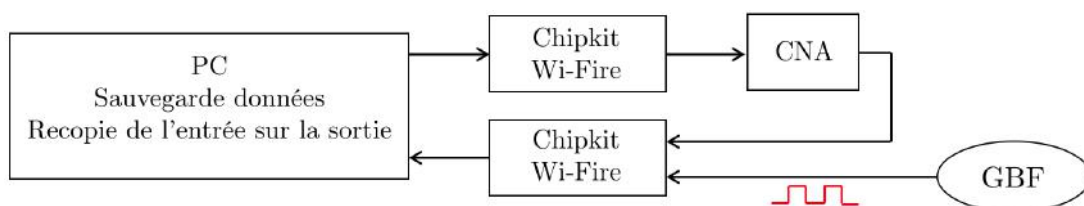


FIGURE 5.34. Schéma fonctionnel du test de l'intégrité des données.

24. Serial Peripheral Interface

5. Réalisation d'une touche de piano numérique

Pour vérifier l'intégrité des données, on propose l'expérience suivante : on met en entrée de l'interface de mesure un signal carré d'amplitude 0-3 V à 50 Hz généré par un appareil externe (GBF). On l'envoie à l'ordinateur qui ne fait que recopier le signal sur l'interface de contrôle. Cette dernière envoie les données en SPI au CNA. La sortie du convertisseur est bouclée sur la deuxième entrée de l'interface de mesure. On récupère dans l'ordinateur deux signaux : le signal direct²⁵ et le même signal qui a traversé tout le dispositif. Deux choses doivent être étudiées : le décalage des deux signaux et la distorsion du second par rapport au premier. Rappelons ici que la fréquence d'échantillonnage du système est 2 kHz.

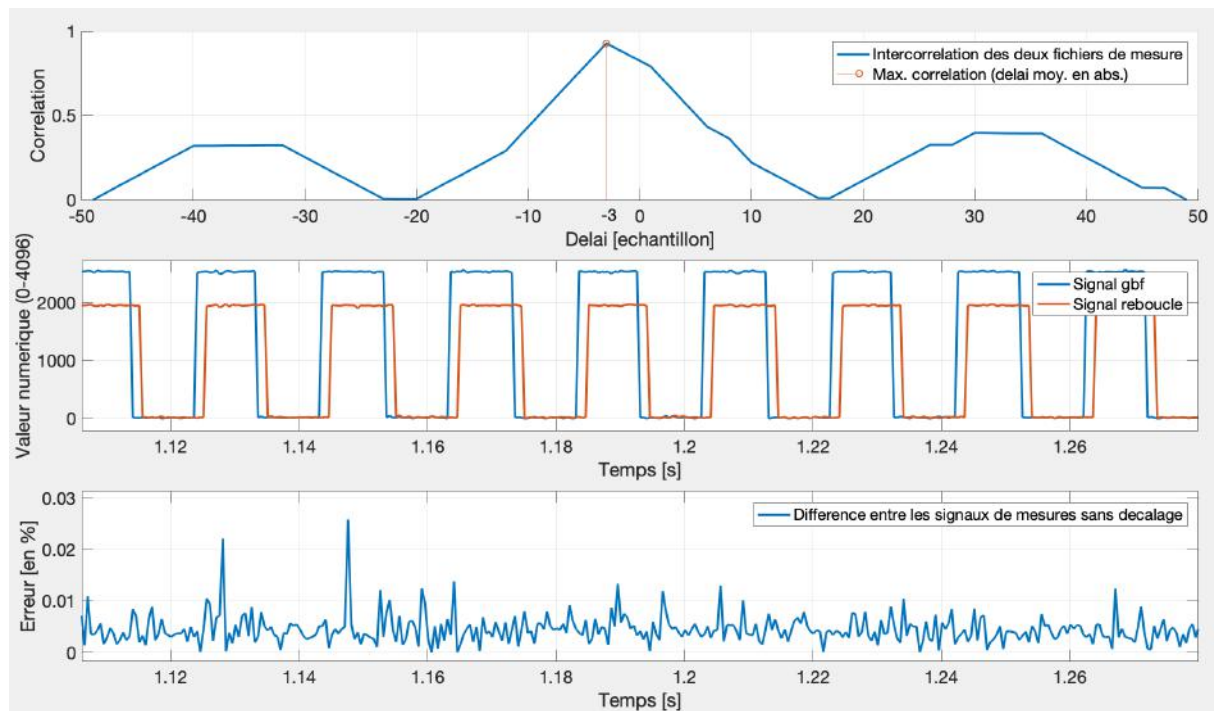


FIGURE 5.35. Analyse de l'intégrité des données.

L'opération de corrélation entre les signaux laisse apparaître un décalage de trois échantillons (1,5 ms) soit trois cycles du programme principale. La différence d'amplitude entre le signal direct et le signal rebouclé s'explique par la différence entre la tension de sortie du CNA ([0;3,3V]) et la tension d'entrée de l'interface de mesure ([0;5V]). La distorsion entre les signaux est de l'ordre de quelques %. L'erreur moyenne est de 0,44 % et son écart-type est de 0,28 %.

Ces résultats sont satisfaisants, l'utilisation du microcontrôleur PIC32MZ2048EFG nous a permis d'interfacer les capteurs/actionneur avec le ordinateur en répondant aux contraintes temps réels imposées.

25. À l'interface de mesure près.

5.6. Fonctionnement d'ensemble

Le dispositif comprend un ordinateur standard, une interface de mesure, une interface de contrôle et un logiciel (incluant la simulation). Le contrôle du frein à fluide magnéto-rhéologique a nécessité un environnement complexe pour, d'une part simuler en temps réel la dynamique de la touche de piano traditionnelle et d'autre part assurer le transit des signaux entre les différents modules du système.

Le système que nous avons développé fonctionne correctement (temps de transit des informations, stabilité de la communication, intégrité des données).

Nous présentons ici un jeu pour une nuance *forte* et pour une nuance *piano* de la touche de piano numérique avec une simulation temps réel de la touche de piano traditionnelle.

Simulation de la touche pour une nuance *forte*

Pour un jeu *forte*, la touche s'enfonce en environ 50 ms. On retrouve dans la simulation (voir Fig. 5.36 (p. 170)) les étapes clés du mouvement des éléments de la touche de piano traditionnelle.

La ligne orange superposée à la position angulaire de la touche de synthétiseur représente la position pour laquelle la touche rencontre la mouche.

La ligne orange superposée à la position angulaire du chevalet représente la position pour laquelle le levier et le bâton rencontrent leur butée : on a réglé la position de la poupée d'échappement et la vis de chute pour que le basculement du bâton et du levier se produise en même temps.

La ligne orange superposée à la position angulaire du bâton (qui est relatif à la position du chevalet) représente la position pour laquelle le bâton rencontre la poupée d'échappement.

La ligne orange superposée à la position angulaire du levier (qui est relatif à la position du chevalet) représente la position pour laquelle le levier rencontre la vis de chute.

La ligne orange superposée à la position angulaire du marteau représente la position pour laquelle le marteau rencontre la corde.

5. Réalisation d'une touche de piano numérique

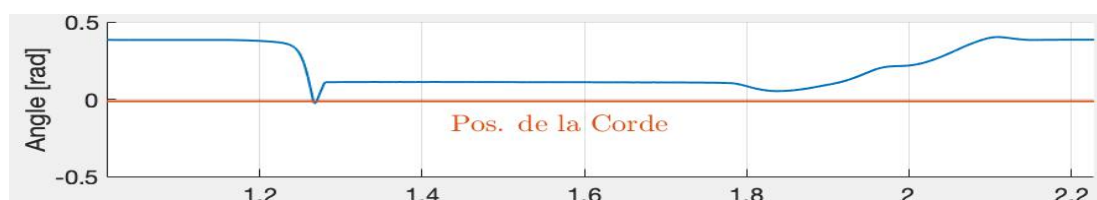
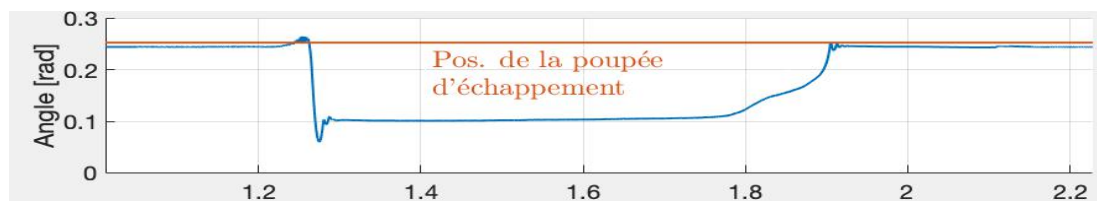
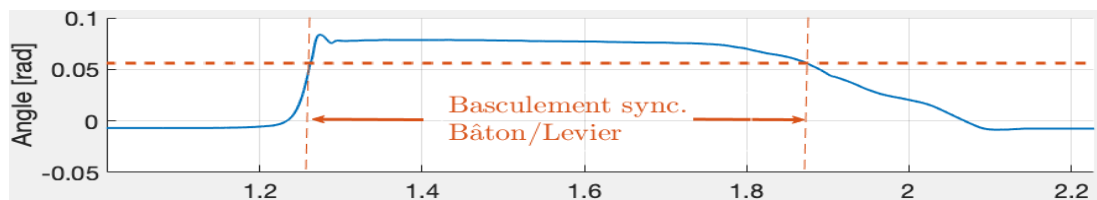
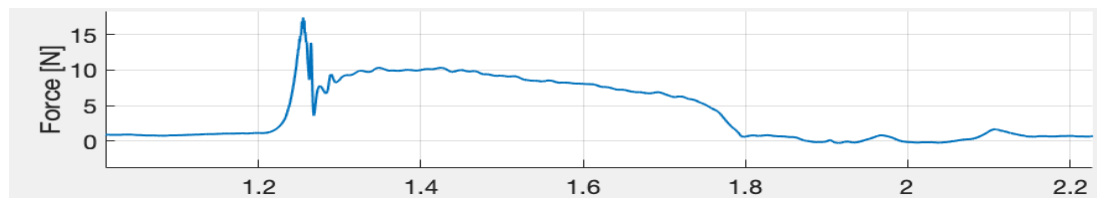
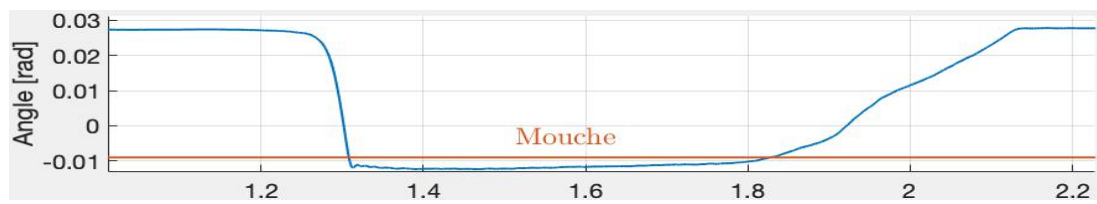
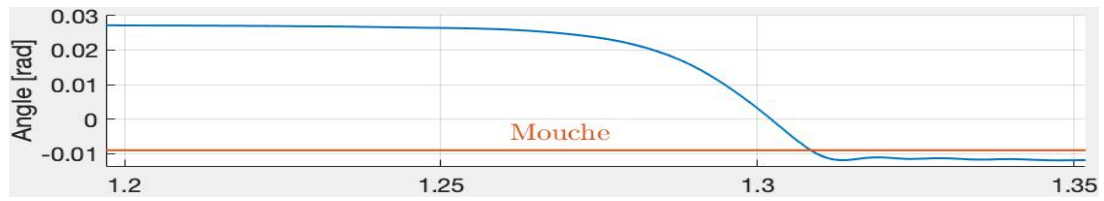


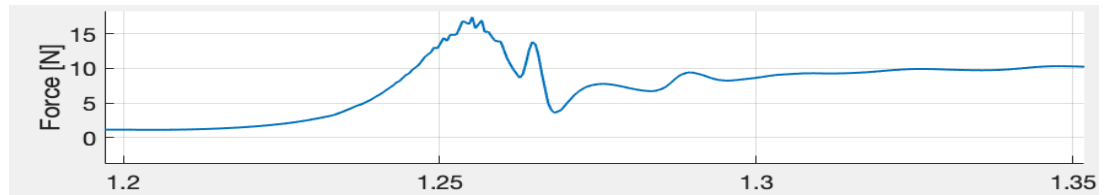
FIGURE 5.36. Simulation de la touche de piano traditionnelle nuance *forte*.

Entrée : position angulaire de la touche du prototype.

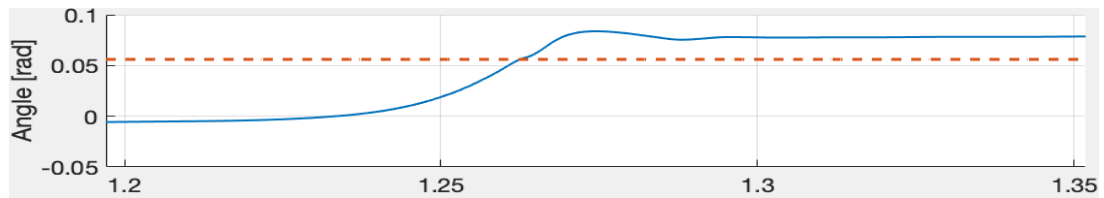
Sorties : force de réaction de la touche, position angulaire du chevalet, du bâton, du levier et du marteau.



(a) Touche numérique



(b) Force de réaction de la touche



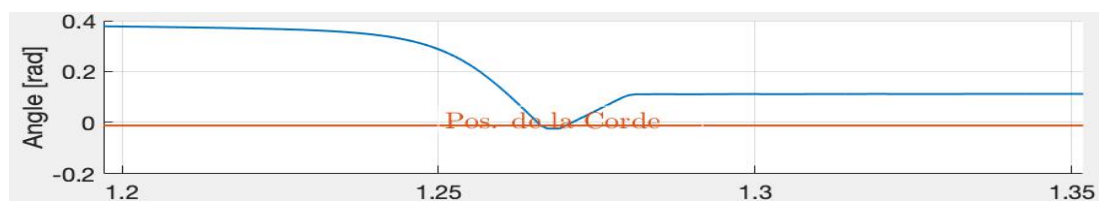
(c) Chevalet



(d) Bâton



(e) Levier



(f) Marteau

FIGURE 5.37. Simulation de la touche de piano traditionnelle nuance *forte* : zoom entre $t=1,2$ s et $t=1,35$ s (même entrée/sorties que Fig. 5.36 (p. 170))

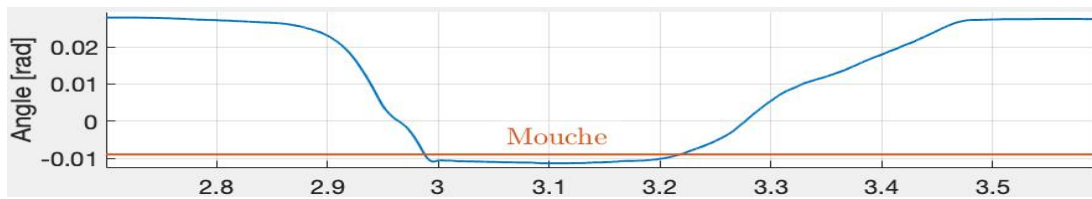
5. Réalisation d'une touche de piano numérique

En faisant un zoom sur la phase d'enfoncement de la touche, on observe les variations de la force de réaction de la touche de piano en fonction des événements importants du système :

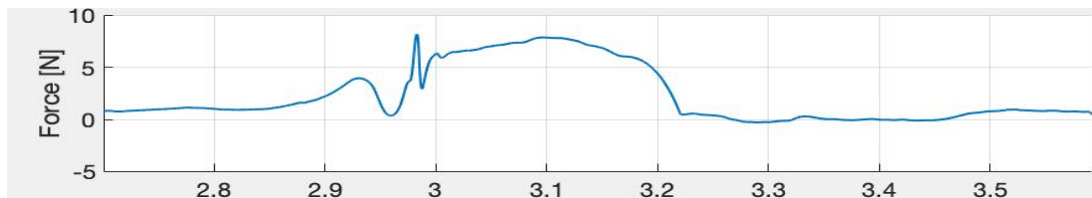
- au début de la phase d'enfoncement, la force nécessaire pour mettre l'ensemble des pièces en mouvements augmente jusqu'à ce que leurs vitesses soient suffisantes. On observe l'effet "ressort" du contact entre la touche et le chevalet ;
- s'en suit une légère diminution de la force de réaction, puis un pic de force apparaît. Il correspond aux basculements du levier et du bâton : cet événement est perceptible en bout de touche ;
- l'enfoncement de la touche dans la mouche fait varier la force de réaction de la touche de quelques newtons.

Simulation de la touche pour une nuance *piano*

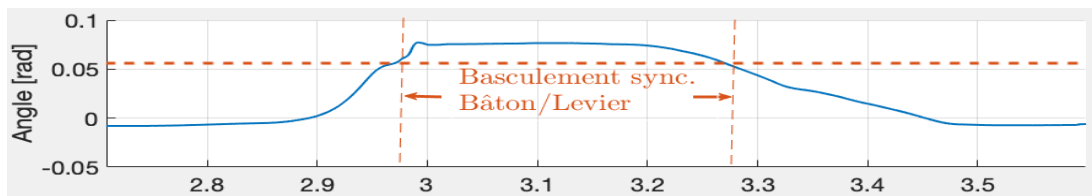
Pour un jeu *piano*, la touche s'enfonce en environ 200 ms.



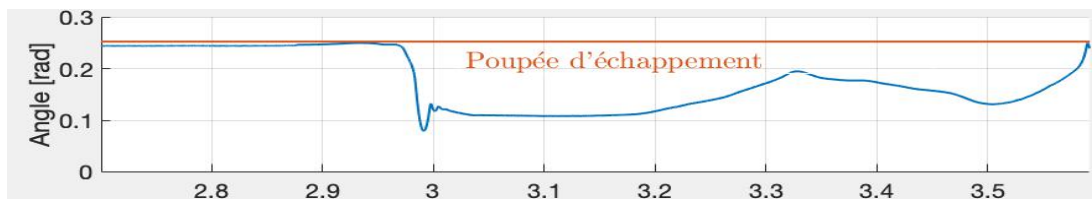
(a) Touche numérique



(b) Force de réaction de la touche



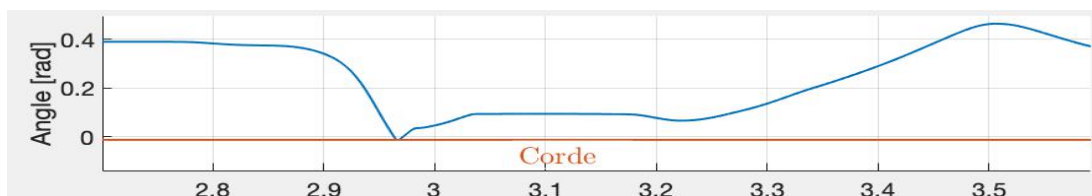
(c) Chevalet



(d) Bâton



(e) Levier



(f) Marteau

FIGURE 5.38. Simulation de la touche de piano traditionnelle nuance *piano*.

Entrée : position angulaire de la touche du prototype.

Sorties : force de réaction de la touche, position angulaire du chevalet, du bâton, du levier et du marteau.

5. Réalisation d'une touche de piano numérique

On observe un comportement similaire à ce qu'on a pu observer en nuance *forte*, mais :

- la force de réaction diminue de manière prononcée juste avant que le bâton et le levier ne bascule ;
- le contact entre le marteau et la corde se fait légèrement *avant* l'échappement.

Ce dernier point est directement lié à la décélération de la touche qui suffit à ralentir le mouvement de toutes les pièces sauf le marteau qui continue sa course.

Nous interprétons cette incohérence du fonctionnement d'ensemble comme le signe que le modèle dynamique de la touche numérique qui nous sert à élaborer la commande ne rend pas compte de ce qui se produit réellement. En particulier, nous avons implémenté une loi de commande très simple qui ne prend pas en compte le temps de réponse de l'actuateur. Ce phénomène n'est pas observé en nuance *forte* car la sensibilité à l'erreur de modèle est moins forte.

Conclusion

La simulation donne en temps réel des résultats cohérents. Le système est robuste : les petites fluctuations de la communication USB, la légère distorsion des données mesurées et les variations de l'environnement électronique ne modifient pas les performances de l'ensemble : ni la stabilité de la simulation, ni le temps de cycle.

La sensation de toucher sur notre touche n'est pas bonne. Les défauts du frein : couple maximal accessible trop faible et temps de réponse trop grand, couplés aux autres défauts du prototype : aimants dont le comportement n'est pas celui qui était attendu et défaut de fabrication du treuil, ont rendu le contrôle du frein difficile.

Il est probable qu'un peu plus de temps permette de contourner une partie de ces problèmes. En s'intéressant, par exemple, à un jeu dans les nuances *pianissimo*, en usinant les pièces du prototype pour modifier la position des aimants permanents et en implémentant un contrôle qui compense le temps de réponse.

6. Conclusion générale

Un des objectifs de cette thèse était de proposer une simulation de la touche de piano traditionnelle qui répondait aux contraintes temps réel que nous nous sommes imposées. Un autre objectif était de produire une touche de prototype couplée à un environnement de contrôle.

La première étape consistait à modifier le modèle que nous avons [5]. La description détaillée de la géométrie des contacts et l'ajout d'hypothèses simplificatrices et d'approximations a permis d'aboutir à un modèle plus complet. Pour aller plus loin, il faudra ajouter l'étouffoir dans le modèle et proposer une description du contact marteau-corde plus précise.

La simulation de la touche de piano est programmée en langage C. Aujourd'hui, une seconde de mouvement réel est simulée en environ 12ms. Le résultat est vraisemblable. Pour aller plus loin, une étude complète de la résolution des équations du levier et du bâton devra être menée : convexité de l'ensemble, stabilité du schéma, caractérisation de la convergence de l'algorithme, minimums locaux, etc. La méthode de dichotomie est loin d'être optimale. Une telle analyse permettrait de suivre d'autres pistes (la méthode de sous-gradient, la méthode de faisceaux [53] voir même des algorithmes adaptatifs [54]). Au vu du temps d'exécution de la simulation, nous pourrions, sur les équations du marteau, de la touche et du chevalet, utiliser des méthodes de résolution plus précises et plus gourmandes en temps de calcul.

Le frein à fluide magnéto-rhéologique apporte trop d'inconvénients pour être utilisé comme actuateur sur notre prototype. Son temps de réponse est trop élevé, la nécessité d'un treuil augmente la complexité du prototype¹ et la restriction liée à l'utilisation d'un frein fait que par la suite, cette solution devra être écartée. Les contraintes commerciales : énergie consommée par 88 freins MR, coût de fabrication important et contrainte d'intégration (poids, géométrie) ne font qu'aggraver le constat.

Le dispositif expérimental assure sa fonction correctement : de la mesure au calculateur, puis du calculateur au frein, le transit se fait en un temps convenable. L'environnement de la touche a été dimensionné à un moment où la simulation n'était pas aussi rapide qu'actuellement. Le choix d'un ordinateur standard a entraîné toute une série de choix matériel qui a ajouté beaucoup de complexité. Nous avons mis en évidence un problème dans le modèle de la touche numérique qui sera donc à modifier.

Le travail mené dans cette thèse sera poursuivi dans le cadre du projet "Jeune Docteur" pro-

1. Les problèmes de glissement et de déformation de la courroie n'ont pas été traités ici, mais existent bel et bien.

6. Conclusion générale

posé par la SATT Paris-Saclay. Le financement permettra de développer un nouveau prototype intégrant une autre solution d'actuation. L'environnement de la touche sera plus simple ; rendu possible par la réduction du temps d'exécution de la simulation, nous pouvons envisager le portage du logiciel sur un système embarqué standard (Raspberry Pi, Beaglebone, etc.). L'expérience cumulée au LMS depuis le début de ce projet rend crédible la création d'une touche de synthétiseur qui reproduit correctement la sensation de toucher d'une touche de piano à queue.

Annexes

A. Géométrie

Pour décrire la dynamique du système, il nous faut connaître sa géométrie. Par géométrie, on entend la position des points importants et la direction des forces qui s'exercent sur chacun des éléments. Grâce à l'hypothèse de solides indéformables et de contacts ponctuels, un nombre fini de points est suffisant pour décrire la géométrie. La plupart d'entre eux sont des points de contact entre éléments, les autres sont les centres de rotations et de gravité.

A.2. Chevalet

géométrie	Point	Description	Position (en mm)
	O_W	centre de rotation du chevalet	0 0
	W_L	contact chevalet-levier	15,84 2,80
	W_G	centre de gravité	53,0 7,0
	W_K	contact chevalet-touche	61,92 -20,90
	W_{J1}	contact chevalet-bâton	76,56 21,30
	W_{J2}	pseudo-contact chevalet-bâton	45,31 91,18
	O_L	centre de rotation du levier	48,32 30,66
	O_J	centre de rotation du bâton	99,44 1,00
inertie	Grandeur	Description	Valeur
	m_W	masse	0,0198 kg
	I_W	moment d'inertie	$3,97 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$
frottement	c_{dW}	coefficient de frottement sec	$99,2 \times 10^{-3} \text{ N m}$
	c_{vW}	coefficient de frottement visqueux	$50 \times 10^{-3} \text{ N m s}$
ressorts	κ_W	coefficient de raideur chevalet-support	$30 \times 10^{-3} \text{ N m}$
	θ_0^{WS}	position de repos du ressort chevalet-support	0,419 rad

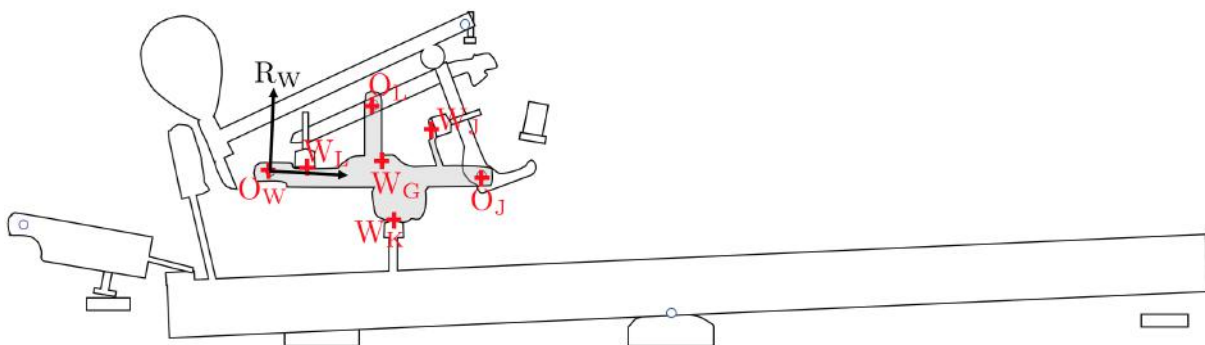
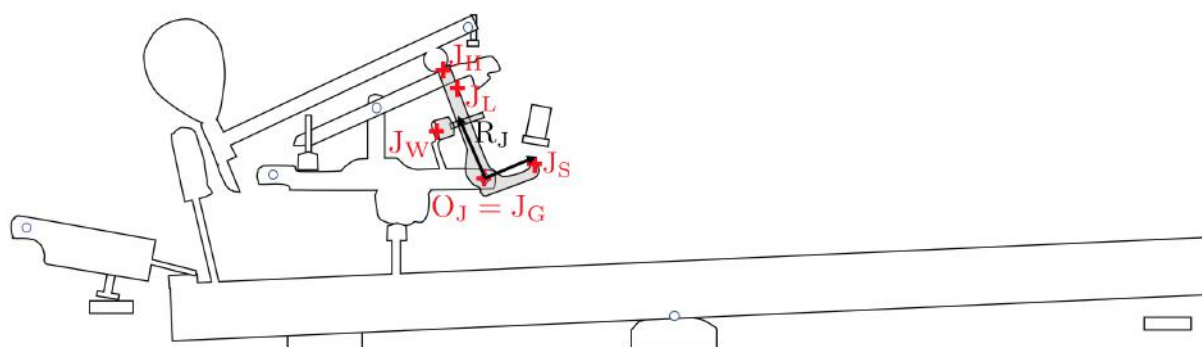


FIGURE A.2. Repérage des points du chevalet (en mm) dans R_W .

A.3. Bâton

géométrie	Point	Description	Position (en mm)
	J_W	contact bâton-chevalet	-12,93 25,52
	J_H	contact bâton-marteau	0 50,47
	J_L	contact bâton-levier	2,75 43,75
	O_J	centre de rotation du bâton	0 0
	J_G	centre de gravité	0 0
	J_{C_H}	centre du cercle de contact	-1,32 49,30
	J_S	contact bâton-butée d'échappement	26,54 -2,75
inertie	Grandeur	Description	Valeur
	m_J	masse	5×10^{-3} kg
	I_J	moment d'inertie	$4,93 \times 10^{-5}$ kg m ²
frottement	c_{d_J}	coefficient de frottement sec	5×10^{-4} N m
	c_{v_J}	coefficient de frottement visqueux	$4,93 \times 10^{-5}$ N m s
ressorts	κ_J	coefficient de raideur chevalet-bâton	0,018 N m
	θ_0^{JW}	position de repos du ressort chevalet-bâton	0,980 rad

FIGURE A.3. Repérage des points du bâton (en mm) dans R_J .

A.4. Levier

géométrie	Point	Description	Position (en mm)
	L_W	contact levier-chevalet	-37,70 -13,81
	O_L	centre de rotation	0 0
	L_G	centre de gravité	0 0
	L_H	contact levier-marteau	38,16 3,32
	L_J	contact levier-bâton	46,60 -4,83
	L_S	contact levier-butée d'échappement	56,82 0
inertie	Grandeur	Description	Valeur
	m_L	masse	10×10^{-3} kg
	I_L	moment d'inertie	$4,93 \times 10^{-6}$ kg m ²
frottement	c_{dL}	coefficient de frottement sec	$16,5 \times 10^{-3}$ N m
	c_{vL}	coefficient de frottement visqueux	$4,93 \times 10^{-5}$ N m s
ressorts	κ_L	coefficient de raideur chevalet-levier	0,1171 N m
	θ_0^{LW}	position de repos du ressort chevalet-levier	0,7 rad

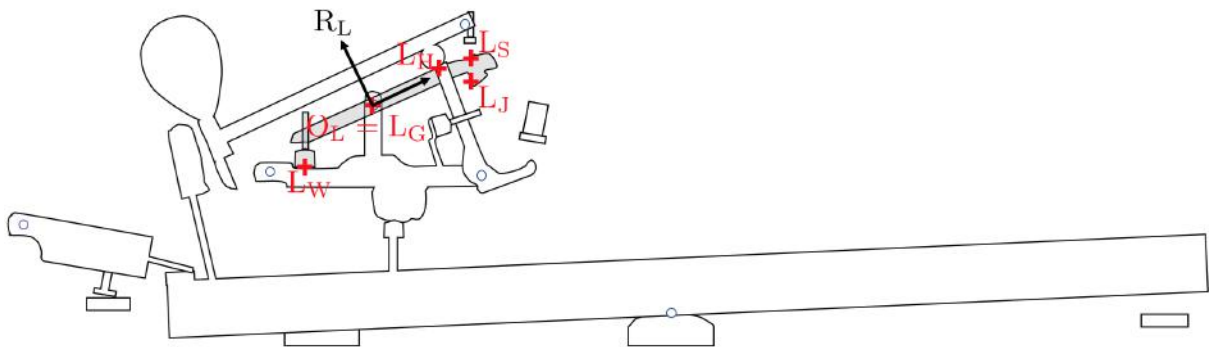
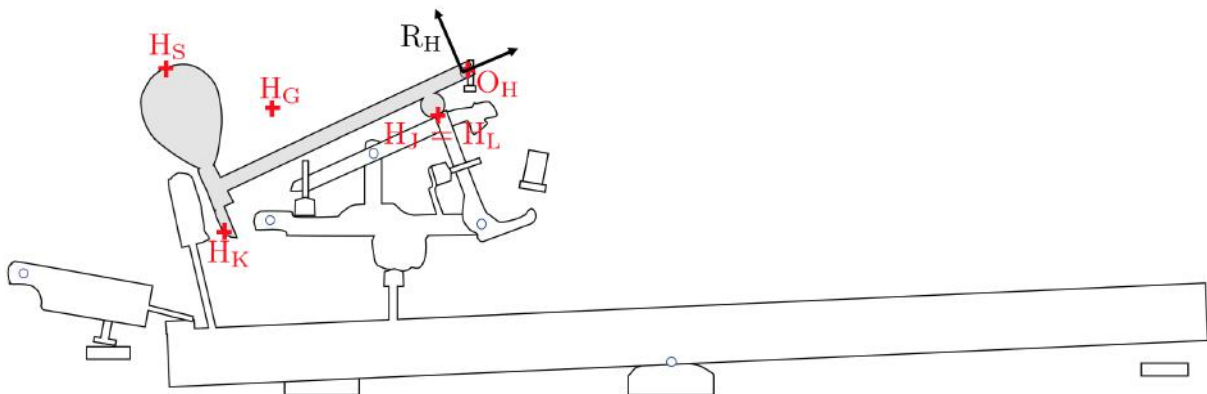


FIGURE A.4. Repérage des points du levier (en mm) dans R_L .

A.5. Marteau

géométrie	Point	Description	Position (en mm)
	H_S	contact marteau-corde	-129,33 55,51
	H_K	contact marteau-touche	-132,37 -18,03
	H_G	centre de gravité	-95,7 23,7
	H_J	contact marteau-bâton	-17,23 -7,82
	H_{C_J}	contact du cercle de contact marteau-bâton	-17,23 -11,6
	H_L	contact marteau-levier	-17,23 -7,82
	O_H	centre de rotation	0 0
inertie	Grandeur	Description	Valeur
	m_H	masse	$14,24 \times 10^{-3} \text{ kg}$
	I_H	moment d'inertie	$1,65 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$
frottement	c_{dH}	coefficient de frottement sec	$2 \times 10^{-3} \text{ N m}$
	c_{vH}	coefficient de frottement visqueux	$4,93 \times 10^{-5} \text{ N m s}$

FIGURE A.5. Repérage des points du marteau (en mm) dans R_H .

A.6. Étouffoir

géométrie	Point	Description	Position (en mm)
	O_D	centre de rotation	0 0
	D_G	centre de gravité	50,0 0
	D_S	contact étouffoir-support	44,62 -26,33
	D_K	contact étouffoir-touche	77,23 -4,00
inertie	Grandeur	Description	Valeur
	m_D	masse	50,06 kg
	I_D	moment d'inertie	$2,04 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$
frottement	c_{dD}	coefficient de frottement sec	$99,2 \times 10^{-3} \text{ N m}$
	c_{vD}	coefficient de frottement visqueux	$4,93 \times 10^{-5} \text{ N m s}$

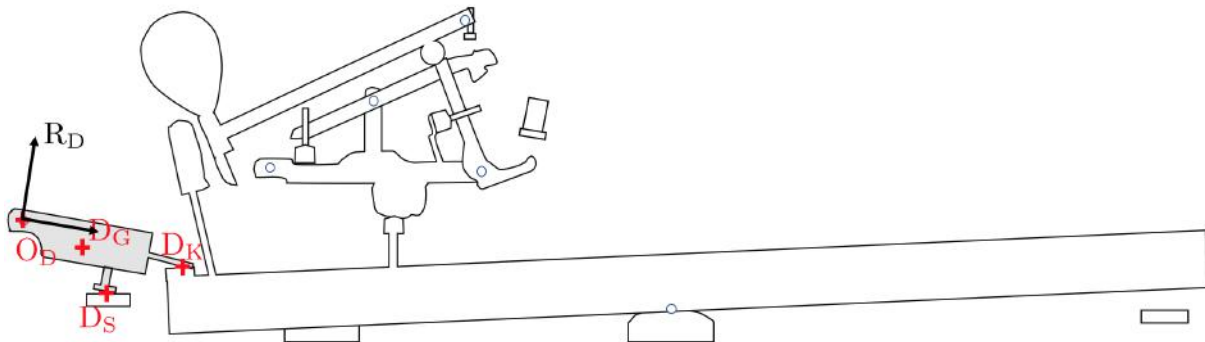


FIGURE A.6. Repérage des points de l' étouffoir (en mm) dans R_D .

A.7. Support

géométrie	Point	Description	Position (en mm)
	O_D	centre de rotation de l'étouffoir	0 0
	S_D	support de l'étouffoir	-268,6 8,05
	S_S	corde	-268,62 184,56
	O_W	centre de rotation du chevalet	-193,1 64,02
	O_H	centre de rotation du marteau	-103,53 125,05
	S_L	vis de chute du levier	-99,02 119,00
	S_J	poupée d'échappement du bâton	68,27 74,6
	O_K	centre de rotation de la touche	0 0
	S_{Km}	support touche	-199,81 -6,0
	S_{Kp}	mouche	241,47 5,72

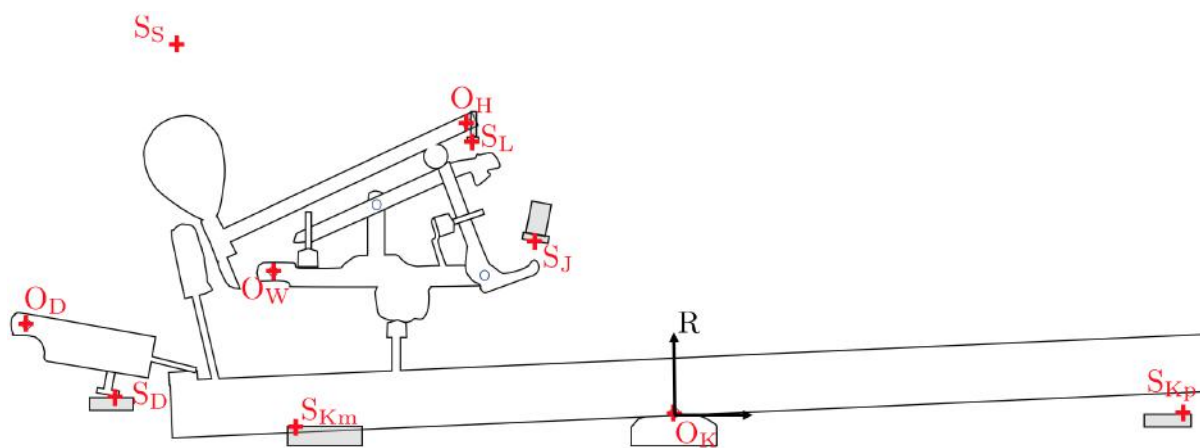


FIGURE A.7. Repérage des points du support (en mm) dans R.

Bibliographie

- [1] Cyril Ehrlich. *The Piano : A History*. Clarendon Paperbacks, 1990.
- [2] Svetlana Ivanova. *Étude de marché des pianos*. 2017.
- [3] Lozada Jose. *Modélisation, contrôle haptique et nouvelles réalisations de claviers musicaux*. Thèse de doctorat, École polytechnique, 2007.
- [4] Waad Nassar. *Pre-yield shearing regime of a magnetorheological fluid (MRF)*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique X, May 2012.
- [5] Thorin Anders. *Non-smooth model of the grand piano action*. Thèse de doctorat, École polytechnique, 2013.
- [6] Alfred Dolge. *Pianos And Their Makers*. Covina Publishing Company, 1911.
- [7] Baillot Étienne. Le clavier, technique, facture, interprétation. *Cahiers de la Société de musique ancienne de Nice*, 1992.
- [8] K. J. Kuchenbecker and G. Niemeyer. Improving telerobotic touch via high-frequency acceleration matching. In *Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006.*, pages 3893–3898, 2006.
- [9] Munehiko Sato, Ivan Poupyrev, and Chris Harrison. Touché : Enhancing touch interaction on humans, screens, liquids, and everyday objects. In *Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems, CHI '12*, page 483–492, New York, NY, USA, 2012. Association for Computing Machinery.
- [10] A. Bhardwaj and S. Chaudhuri. Estimation of resolvability of user response in kinesthetic perception of jump discontinuities. In *2015 IEEE World Haptics Conference (WHC)*, pages 482–487, 2015.
- [11] L. Roche and L. Saint-Bauzel. Implementation of haptic communication in comanipulative tasks : a statistical state machine model. In *IEEE/RSJ International conference on Intelligent Robots and Systems*, page en cours, Octobre 2016.
- [12] K. Salisbury, D. Brock, T. Massie, N. Swarup, and C. Zilles. Haptic rendering : Programming touch interaction with virtual objects. pages 123–130, January 1995. Proceedings of the 1995 Symposium on Interactive 3D Graphics ; Conference date : 09-04-1995 Through 12-04-1995.
- [13] Hb Morgenbesser and Mandayam A. Srinivasan. Force shading for haptic shape perception. 1996.
- [14] John Flanagan and Susan Lederman. Neurobiology - feeling bumps and holes. *Nature*, 412 :389–91, 08 2001.
- [15] Amit Bhardwaj, Subhasis Chaudhuri, and Onkar Dabeer. Design and analysis of predictive sampling of haptic signals. *ACM Trans. Appl. Percept.*, 11(4), December 2014.

Bibliographie

- [16] Vincent Hayward, Oliver R. Astley, Manuel Cruz-Hernandez, Manuel Cruz-Hernandez, Danny Grant, and Gabriel Robles de-la Torre. Haptic interfaces and devices, 2004.
- [17] Claude Cadoz, Leszek Lisowski, and Jean-Loup Florens. Modular feedback keyboard. In *International Computer Music Conference 1990*, pages 379–382, Glasgow, United Kingdom, September 1990.
- [18] Nathanaël Jarrassé. *Contributions to the use of active exoskeletons for neuromotor rehabilitation*. Theses, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, September 2010.
- [19] J. Blake and H. B. Gurocak. Haptic glove with mr brakes for virtual reality. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 14(5) :606–615, 2009.
- [20] A. Heuser, H. Kourtev, S. Winter, D. Fensterheim, G. Burdea, V. Hentz, and P. Forducey. Telerehabilitation using the rutgers master ii glove following carpal tunnel release surgery : Proof-of-concept. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 15(1) :43–49, 2007.
- [21] T. H. MASSIE. The phantom haptic interface : A device for probing virtual objects. *Proc. 3rd Symp. on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems, 1994*, pages 295–300, 1994.
- [22] Seoktae Kim, Hyunjung Kim, Boram Lee, Tek-Jin Nam, and Woohun Lee. Inflatable mouse : Volume-adjustable mouse with air-pressure-sensitive input and haptic feedback. In *Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems, CHI '08*, page 211–224, New York, NY, USA, 2008. Association for Computing Machinery.
- [23] Steven F. Wiker, Gregg Vanderheiden, Seongil Lee, and Steven Arndt. Development of tactile mice for blind access to computers : Importance of stimulation locus, object size, and vibrotactile display resolution. *Proceedings of the Human Factors Society Annual Meeting*, 35(10) :708–712, 1991.
- [24] A. L. Guinan, N. A. Caswell, F. A. Drews, and W. R. Provancher. A video game controller with skin stretch haptic feedback. In *2013 IEEE International Conference on Consumer Electronics (ICCE)*, pages 456–457, 2013.
- [25] André Zenner and Antonio Krüger. Drag :on : A virtual reality controller providing haptic feedback based on drag and weight shift. In *Proceedings of the 2019 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems, CHI '19*, page 1–12, New York, NY, USA, 2019. Association for Computing Machinery.
- [26] Pietro Buttolo and Blake Hannaford. Advantages of actuation redundancy for the design of haptic displays. 1995.
- [27] Danny Grant. Two new commercial haptic rotary controllers. In *Proc. Eurohaptics*, page 451, 2004.
- [28] A. Rimski-Korsakov and Matveev P. Investigation of dynamical properties of the piano key action. *SRIMI-collection of works, issue 1, p. 159*, 1938.
- [29] Anders Askenfelt and Erik V. Jansson. From touch to string vibrations. i : Timing in the grand piano action. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 88(1) :52–63, 1990.

- [30] Brent Gillepsie. Dynamical modeling of the grand piano action. *INTERNATIONAL COMPUTER MUSIC ACCOCIATION*, 1992.
- [31] Guido Van den Berghe, Bart De Moor, and Willem Minten. Modeling a grand piano key action. *Computer Music Journal*, 19(2) :15–22, 1995.
- [32] Izadbakhsh, Adel. Dynamics and control of a piano action mechanism, 2007.
- [33] Adel Izadbakhsh, John McPhee, and Stephen Birkett. Dynamic Modeling and Experimental Testing of a Piano Action Mechanism With a Flexible Hammer Shank. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 3(3), 04 2008. 031004.
- [34] Modelling the dynamics of the piano action : Is apparent success real? *Acta Acustica united with Acustica*, 100(6), 2014.
- [35] Claude Cadoz. Interface de communication instrumentale : clavier rétroactif modulaire. In *INFORMATIQUE'92*, Actes des Journées internationales L'interface des mondes réels et virtuels, pages 43–47, Montpellier, France, March 1992.
- [36] Jamel Nouiri, Jean-Loup Florens, and Claude Cadoz. Actionneurs modulaires plats à flux réparti. In *European Power Electronics Symposium 1994*, page 4, Lausanne, Switzerland, 1994.
- [37] Roberto Oboe and Giovanni De Poli. Multi-instrument virtual keyboard : The mikey project. In *Proceedings of the 2002 Conference on New Interfaces for Musical Expression*, NIME '02, pages 1–6, Singapore, Singapore, 2002. National University of Singapore.
- [38] Roberto Oboe. A multi-instrument, force-feedback keyboard. *Computer Music Journal*, pages 38–52, 2006.
- [39] Hunt Kenneth and Crossley Erskine. Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact. *Journal of Applied Mechanics, American Society of Mechanical Engineers*, 1975.
- [40] Donald E. Hall and Anders Askenfelt. Piano string excitation v : Spectra for real hammers and strings. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 83(4) :1627–1638, 1988.
- [41] Brenon C. *Mécanique de la touche de piano*. Thèses de master, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, France, 2002.
- [42] Christian Studer. *Numerics of unilateral contacts and friction. Modeling and numerical time integration in non-smooth dynamics*, volume 47. 01 2009.
- [43] Javier García de Jalón and Eduardo Bayo. *Numerical Integration of the Equations of Motion*, pages 243–270. Springer New York, New York, NY, 1994.
- [44] Eric Goncalves da Silva. Modélisation et simulation de la cavitation. Lecture, June 2015.
- [45] Anders Askenfelt and Erik V. Jansson. From touch to string vibrations. ii : The motion of the key and hammer. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 90(5) :2383–2393, 1991.
- [46] Carlos Rossa. *A hybrid actuation system for haptic interfaces*. PhD thesis, 2013. Thèse de doctorat dirigée par Micaelli, Alain Mécatronique, Automatique et Robotique Paris 6 2013.

Bibliographie

- [47] Vokoun David, Beleggia Marco, Heller Ludek, and Sittner Petr. Magnetostatic interactions and forces between cylindrical permanent magnets. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, pages 3758–3763, 2009.
- [48] Christophe Blaess. *Solution temps réel sous Linux*.
- [49] Jim Brown. How fast is fast enough? choosing between xenomai and linux for real-time applications. 2010.
- [50] Intel-Lucent Microsoft NEC Philips Compaq, Hewlett-Packard. *Universal Serial Bus Specification*, 4 2000. Révision 2.0.
- [51] Julien Roche. *Low power robust system designing for smart card applications*. These de doctorat, Université de Provence - Aix-Marseille I, December 2009.
- [52] Microchip Technology Inc. *32-bit MCUs with Audio and Graphics Interfaces, HS USB, Ethernet, and Advanced Analog*, 2016.
- [53] K.C. Kiwiel. *Methods of descent for nondifferentiable optimization*. 1985.
- [54] Albert Benveniste, Michel Métivier, and Pierre Priouret. *Algorithmes adaptatifs et approximations stochastiques : théorie et applications à l'identification, au traitement du signal et à la reconnaissance des formes*. Masson, 1987.

Titre : Contributions à la réalisation d'une touche de piano numérique : modélisation, simulation, réalisation de prototype

Mots clés : dynamique ajustable, interface haptique, clavier de piano, simulation temps réel, robotique

Résumé : Le travail présenté dans cette thèse représente une étape dans le projet de longs termes visant à obtenir une touche de synthétiseur muni d'un actuateur dont la fonction est de reproduire le toucher d'un piano à queue.

Après une introduction présentant les problématiques du projet et l'état de l'art, nous présentons le modèle mécanique de la touche proposé par J. Lozada, puis A. Thorin, dont certains éléments ont dû être précisés et auquel plusieurs approximations et simplifications ont dû être ajoutées explicitement. Une description détaillée de la géométrie des contacts est donnée.

La simulation proposée jusqu'ici était loin du temps réel en raison du choix logiciel effectué. Nous avons écrit deux programmes de simulation du modèle : l'un en matlab, à fins de prototypage et l'autre en C qui tourne en temps réel jusqu'à 6 μ s sur un processeur i7. Cette simulation respecte le caractère non-régulier des frottements secs dans les articulations et certains contacts unilatéraux. Les points critiques susceptibles de déstabiliser la simulation en temps réel sont dis-

cutés.

L'actuateur retenu depuis longtemps dans la coopération LMS-LISA – frein à FMR – ne permettait pas de faire remonter la touche après l'action du pianiste. Nous avons donc complété le dispositif par un ensemble d'aimants permanents dont nous présentons le dimensionnement.

La troisième partie du mémoire est consacrée à l'implémentation du dispositif « touche numérique ». Le choix d'un ordinateur standard comme organe de calcul et les contraintes du temps réel à une fréquence d'au moins 2 kHz ont nécessité le développement d'une communication USB spécifique pour échanger les données (mesures et commande) entre le micro-ordinateur et l'ensemble capteurs-actionneur.

Nous donnons in fine les tout premiers résultats obtenus sur cet ensemble intégré. Leur analyse permet de tirer quelques conclusions relatives au développement futur du projet.

Title : Contribution to the design of a digital piano key : modelisation, simulation and implementation of a prototype

Keywords : adjustable dynamic, haptic interface, piano keyboard, real time simulation, robotic

Abstract : This thesis is part of a long term project focusing on the conception of a synthesizer keyboard capable of doing high quality reproduction of the haptic sensation of a traditional piano key.

After introducing the mains issues relative to this project along with the state of the art, we describe the model for the grand piano action written by J. Lozada and A. Thorin whose some part had to be precised and many approximations and simplifications had to be added explicitly. We propose a detail description of the geometry of the contact.

The simulation proposed so far, was significantly non real time. Mainly because of the software used. We coded two programs for the simulation : one in matlab programming language for prototyping purposes and one in c programming language whose the execution time is around 6 μ s (i7 processor). This simulation handle with non regular aspects within dry friction joints and unilaterals contacts. Criticals points that

can make the simulation unstable are discussed.

The actuator selected (result of the cooperation LISA-LMS) is a FMR brake. Took alone, It makes the rising of the key impossible. To solve this problem, we added some permanents magnets around the key. All the choices made for the design of the key are detailed.

Third part of the document is dedicated to the design of the environment of the numerical key. The calculator chosen was a standard computer. Because of the 2 kHz real time cycle rate of the program needed, we had to implement an USB communication between the computer and the micro-computer used for interfacing the sensors and the actuator. Others part of the environment are described there.

Lastly, we give firsts results obtained during the thesis. The conclusion give new perspectives on futur projects.