



**HAL**  
open science

# **Tolérancement robuste des composants de véhicules ferroviaires pour assurer leur performance et le respect des contraintes de conception**

Justine Lariviere

## ► To cite this version:

Justine Lariviere. Tolérancement robuste des composants de véhicules ferroviaires pour assurer leur performance et le respect des contraintes de conception. Mécanique des structures [physics.class-ph]. Université Bourgogne Franche-Comté, 2020. Français. ⟨NNT : 2020UBFCD042⟩. ⟨tel-05580287⟩

**HAL Id: tel-05580287**

**<https://theses.hal.science/tel-05580287v1>**

Submitted on 4 Apr 2026

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

THÈSE DE DOCTORAT DE L'ÉTABLISSEMENT  
UNIVERSITÉ BOURGOGNE FRANCHE-COMTÉ  
PRÉPARÉE À L'INSTITUT FEMTO-ST,  
DÉPARTEMENT MÉCANIQUE APPLIQUÉE

ÉCOLE DOCTORALE N° 37  
SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR ET MICROTECHNIQUES

Doctorat de Mécanique

PAR

Justine LARIVIÈRE

**Tolérancement robuste des  
composants de véhicules ferroviaires  
pour assurer leur performance et le  
respect des contraintes de conception**

Thèse présentée et soutenue à Besançon, le 3 Septembre 2020

Composition du Jury :

Evelyne AUBRY	PR, ENSISA	Présidente
Anas BATOU	PR, Université Paris-Est	Rapporteur
Fabienne BONDON	Manager du pôle dynamique, Alstom Le Creusot	Examinatrice
Jean-Claude GOLINVAL	PR, Université de Liège, Belgique	Rapporteur
Peter L. GREEN	Senior Lecturer, University of Liverpool, UK	Examineur
Scott COGAN	CR HDR, CNRS, Femto-ST	Directeur de thèse
Emmanuel FOLTÊTE	PR, ENSMM	Co-directeur de thèse
Guillaume HAM-LIVET	Docteur-Ingénieur, Alstom Le Creusot	Co-directeur de thèse
Si Hai MAI	Chef de projet, SNCF	Invité
Danilo SORRENTINO	Chef de la Section Conditions de Circulation, SNCF	Invité



# Remerciements

Avant toute chose, je souhaiterais remercier les nombreuses personnes qui ont rendu cette thèse possible et qui m'ont accompagnées lors de ce voyage.

En premier lieu, je remercie mes encadrants : M. Scott COGAN, M. Emmanuel FOLTÊTE, et M. Guillaume HAM-LIVET pour m'avoir formée et guidée tout au long de ces années.

Je souhaite ensuite remercier les membres du jury : M. Anas BATOU et M. Jean-Claude GOLINVAL pour avoir accepté de rapporter ce manuscrit de thèse, M<sup>me</sup> Evelyne AUBRY pour avoir présidé le jury, et M<sup>me</sup> Fabienne BONDON et M. Peter GREEN pour avoir examiné mes travaux de thèse. Enfin, je voudrais remercier M. Si Hai MAI et M. Danilo SORRENTINO pour leur intérêt porté à mes travaux.

Cette thèse n'aurait pas non plus été possible sans le financement de l'entreprise ALSTOM. Un grand merci donc à M. Lionel VALETTE, M. Gérard JANIN, M. Benoit NICOLAS, et M. Jean-François ARNAUD qui ont porté cette thèse et sont à l'origine de son financement. Je voudrais également remercier mes collègues d'ALSTOM, Antonio DIAS-PEREIRA, Hélène THÉVENOT, Thibaut MULLER, et Christian NGUEDAM-NOUBIBOU, pour leur accueil dans l'entreprise.

Pour leur précieuse aide dans les domaines scientifiques et techniques, je souhaiterais exprimer ma reconnaissance à Betty AUZANNEAU et David RENAULT pour leur travail sur HELIOS, Violaine GUICHERET-RETEL pour ses éclairages sur l'analyse de sensibilité, et enfin Emmanuel RAMASSO pour ses explications sur le clustering et ses conseils de lecture.

Ensuite, je souhaiterais remercier les enseignants de l'ENSMM, Henrik LENOIR, Sylvaine MALLET, Morvan OUISSE, et Frédérique TRIVAUDEY qui m'ont accompagnés dans les missions d'enseignement de la mécanique appliquée.

Je remercie aussi chaleureusement mes tuteurs de stage de 2<sup>ème</sup> année d'école d'ingénieur, Julien CAUSSE et Sönke KRAFT, pour m'avoir vanté les nombreux intérêts de la thèse et m'avoir ainsi poussée dans le domaine de la recherche.

Un grand merci également au personnel des services administratifs et informatiques de l'institut FEMTO-ST, Vugar BABAYEV, Tristan CARDOT, Clément DIÉBOLD, Christine FROIDEVAUX, Adrien GAUDET, Isabelle MAILLOTE-NAVARRO, et Delphine TRAVAGLINI pour leur aide précieuse tout au long de la thèse. Et

pour l'organisation de la visio pour la soutenance, merci à Frédéric PÉQUIGNOT et Vincent TRÉCOIRE.

Cette thèse n'aurait pas été aussi agréable sans tous mes collègues du labo. Pour l'ambiance de folie et le soutien dans les moments difficiles, je tiens en particulier à remercier mes anciens et actuels collègues doctorants et post-doctorants du bureau 44H : Victor, Juliette, Pauline, Nicolas, Fadhel, Alessandra, Kévin J., Saber, et Romain, ainsi que ceux des autres bureaux du Département Mécanique Appliquée : Abou, Emmanuel, Ludovic, Kévin B., Diala, Robin, Leandro, Olivier, Titouan, Camille F., Xavier, Quentin, Svenja, Thomas, Camille J., Fabrice, Roméo, Paul, Franck, Fabien, Gaël M., Martin, Rafael, Stéphanie, Margaux et Benjamin. Pour les souvenirs de l'IMAC, merci également à Gaël C. et Émeline.

Pour m'avoir sauvé des moments où je pouvais parler d'autre chose que de la thèse, je voudrais remercier Julie, Sandra, Alexandra, Jocelyn et Delphine.

Enfin, mes derniers remerciements vont à ma famille pour son soutien sans faille pendant toutes mes études, et à Ludo pour m'avoir supportée pendant la période de rédaction et le confinement.

# Table des matières

<b>Remerciements</b> .....	iii
<b>Table des matières</b> .....	v
<b>Notations</b> .....	ix
<b>I Introduction</b> .....	1
<b>I.1 Contexte</b> .....	2
<b>I.2 Objectifs de la thèse</b> .....	5
<b>I.3 Plan du manuscrit</b> .....	7
<b>II Éléments contextuels ferroviaires</b> .....	9
<b>II.1 Comportement dynamique des véhicules ferroviaires</b> ..	10
II.1.1 Structure des véhicules .....	10
II.1.2 Structure de la voie ferrée .....	12
II.1.3 Interaction véhicule-voie et dynamique des véhicules .	14
<b>II.2 Conception et homologation des véhicules</b> .....	15
II.2.1 Méthode de conception actuelle .....	15
II.2.2 Certification des trains selon les normes ferroviaires européennes .....	17
<b>II.3 Prototypage virtuel des véhicules</b> .....	17
II.3.1 Modélisation d'un véhicule et de la voie .....	18
II.3.2 Modélisation du comportement dynamique des mo- dèles multi-corps sous SIMPACK .....	23
II.3.3 Modèles utilisés pour l'application industrielle .....	27
<b>III Réduction du coût de l'analyse de sensibilité de réponses temporelles</b> .....	29
<b>III.1 Introduction</b> .....	30
<b>III.2 État de l'art des méthodes d'analyse de sensibilité</b> .....	31
III.2.1 Méthodes locales .....	32
III.2.2 Méthodes de criblage .....	34

III.2.3	Méthodes globales . . . . .	38
III.2.4	Récapitulatif . . . . .	41
III.2.5	Techniques de diminution des temps de calcul de l'analyse de sensibilité . . . . .	42
<b>III.3</b>	<b>Étude des échanges énergétiques pour l'analyse de sensibilité . . . . .</b>	<b>46</b>
III.3.1	Système académique non-linéaire étudié . . . . .	46
III.3.2	Analyse de sensibilité classique de référence de l'os- cillateur . . . . .	51
III.3.3	Analyse de sensibilité par méthode énergétique sur l'oscillateur non-linéaire . . . . .	53
III.3.4	Sensibilité des résultats de la méthode énergétique aux paramètres initiaux . . . . .	55
<b>III.4</b>	<b>Méthode d'analyse de sensibilité à partir d'analyses linéaires équivalentes . . . . .</b>	<b>58</b>
III.4.1	Analyse de sensibilité de l'oscillateur linéaire . . . . .	59
III.4.2	Analyse de sensibilité de l'oscillateur avec la mé- thode équivalente à partir d'analyses modales . . . . .	61
III.4.3	Validation de l'analyse de sensibilité équivalente à partir d'analyses modales . . . . .	62
<b>III.5</b>	<b>Bilan . . . . .</b>	<b>64</b>
<b>IV</b>	<b>Dimensionnement des tolérances pour la concep- tion robuste . . . . .</b>	<b>67</b>
<b>IV.1</b>	<b>Introduction . . . . .</b>	<b>68</b>
<b>IV.2</b>	<b>État de l'art des méthodes de conception robuste et de tolérancement . . . . .</b>	<b>69</b>
IV.2.1	Méthode Info-gap . . . . .	69
IV.2.2	Méthodes FORM/SORM . . . . .	70
IV.2.3	Méthode Taguchi . . . . .	71
IV.2.4	Méthodes d'optimisation robuste . . . . .	72
IV.2.5	Tolérancement et conception robuste . . . . .	77
<b>IV.3</b>	<b>État de l'art sur les méta-modèles . . . . .</b>	<b>78</b>
IV.3.1	Méthode de régression polynomiale . . . . .	79
IV.3.2	Méthode de régression par processus gaussien . . . . .	80
IV.3.3	Réseaux de neurones . . . . .	82
IV.3.4	Régression basée sur les vecteurs supports . . . . .	84
<b>IV.4</b>	<b>Méthode de dimensionnement des tolérances dans des espaces de conception non-linéaires complexes . . . . .</b>	<b>85</b>

---

IV.4.1	Modèle académique non-linéaire simple à évaluer . . . .	86
IV.4.2	Échantillonnage de l'espace de conception . . . . .	87
IV.4.3	Construction d'un méta-modèle . . . . .	90
IV.4.4	Zones de faisabilité et leur centre . . . . .	98
IV.4.5	Détermination des alternatives de conception et choix de la plus adaptée . . . . .	106
IV.4.6	Compromis entre tolérances et performances . . . . .	109
<b>IV.5</b>	<b>Bilan</b> . . . . .	<b>113</b>
<b>V</b>	<b>Application industrielle aux véhicules ferroviaires</b> . . . . .	<b>115</b>
<b>V.1</b>	<b>Introduction</b> . . . . .	<b>116</b>
<b>V.2</b>	<b>Outil métier de conception HELIOS</b> . . . . .	<b>117</b>
V.2.1	Présentation de l'outil . . . . .	117
V.2.2	Exemple d'utilisation pour le recalage . . . . .	121
<b>V.3</b>	<b>Réduction de l'espace des paramètres de conception</b> . . . . .	<b>127</b>
V.3.1	Modèle ferroviaire utilisé . . . . .	127
V.3.2	Analyse de sensibilité classique . . . . .	129
V.3.3	Étude des échanges énergétiques . . . . .	130
V.3.4	Analyse de sensibilité linéaire équivalente . . . . .	136
<b>V.4</b>	<b>Tolérancement des composants des suspensions</b> . . . . .	<b>160</b>
V.4.1	Véhicule ferroviaire étudié et espace de conception . . . . .	161
V.4.2	Méta-modèle du véhicule . . . . .	164
V.4.3	Détermination des tolérances des composants . . . . .	176
<b>V.5</b>	<b>Bilan</b> . . . . .	<b>187</b>
<b>VI</b>	<b>Conclusions générales et perspectives</b> . . . . .	<b>191</b>
<b>VI.1</b>	<b>Conclusions</b> . . . . .	<b>192</b>
VI.1.1	Rappels du contexte et de la problématique . . . . .	192
VI.1.2	Première contribution de la thèse . . . . .	193
VI.1.3	Deuxième contribution de la thèse . . . . .	194
<b>VI.2</b>	<b>Perspectives</b> . . . . .	<b>195</b>
<b>A</b>	<b>Étapes de l'algorithme de détermination des dif- férentes solutions de tolérancement</b> . . . . .	<b>199</b>
	<b>Bibliographie</b> . . . . .	<b>203</b>
	<b>Liste des figures</b> . . . . .	<b>219</b>

---

**Liste des tables** ..... 225

# Notations

Les notations utilisées pour les entrées des modèles sont créées à partir de l'assemblage d'abréviations pouvant contenir 3 types d'informations :

1. La seule information obligatoire est le nom du composant dont l'entrée est issue.
2. Si l'entrée représente une caractéristique physique du composant étudié (typiquement une raideur ou un amortissement), une abréviation de cette caractéristique est ajoutée au nom du composant. La direction concernée par la caractéristique est apposée à la caractéristique si la précision est nécessaire, ainsi que le type de modification effectuée pour les caractéristiques non-linéaires modifiées.
3. Enfin, la position du composant sur le véhicule peut être précisée si les composants identiques sont étudiés séparément.

Les abréviations choisies sont résumées dans le [Tableau 1](#) pour les composants et les sous-composants, le [Tableau 2](#) pour la caractéristique étudiée du composant avec le [Tableau 3](#) pour une modification de caractéristique non-linéaire, le [Tableau 4](#) pour le degré de liberté, et le [Tableau 5](#) pour la position du composant par rapport aux autres composants sur le véhicule.

Pour mieux comprendre le fonctionnement de ces notations, quelques exemples sont fournis :

- Amortissement des amortisseurs anti-lacet modifié avec la méthode Yscale : AmAL\_DYscale.
- Raideur latérale du ressort hélicoïdal interne avant droit du bogie arrière : RHe\_Ky\_IntAvDrBAr.

Composant	Notation
Amortisseur anti-lacet	AmAL
Amortisseur transversal	AmTr
Articulation élastique de la boîte d'essieu	ArEl
Bloc de traction du pivot central	BITc
Bogie moteur	BM
Bogie porteur	BP
Boîte d'essieu	BE
Caisse du véhicule	Ca
Essieu	Es
Ressort hélicoïdal de la suspension primaire	RHeP
Ressort pneumatique	RPn
Soufflet du ressort pneumatique	SRPn
Ressort pneumatique de sécurité	RPnSf
Traverse	Trav
Amortisseur vertical de la suspension primaire	AmVP
Amortisseur vertical secondaire	AmVS
Barre anti-roulis	BAR
Palier à roulement assurant la liaison entre la traverse et le bogie	PRTB

TABLE 1 – Abréviations utilisées pour les composants et les sous-composants d'un véhicule

Caractéristique	Notation
Raideur	K
Amortissement	D

TABLE 2 – Abréviations utilisées pour donner la caractéristique étudiée du composant

Méthode de modification de la caractéristique non-linéaire	Notation
Méthode en Xoffset	Xoffset
Méthode en Yoffset	Yoffset
Méthode en Xscale	Xscale
Méthode en Yscale	Yscale

TABLE 3 – Abréviations utilisées pour donner la méthode de modification de la caractéristique non-linéaire étudiée

---

Degré de liberté	Notation
Longitudinale	X
Latérale	Y
Verticale	Z
Autour de l'axe longitudinal	al
Autour de l'axe latéral	be
Autour de l'axe vertical	ga

TABLE 4 – Abréviations utilisées pour donner la direction de la caractéristique étudiée

Position	Notation
Interne	Int
Externe	Ext
Avant du bogie	Av
Arrière du bogie	Ar
Droite du bogie	Dr
Gauche du bogie	Ga
Bogie avant	BAv
Bogie arrière	BAr
Essieu avant	EsAv
Essieu arrière	EsAr

TABLE 5 – Abréviations utilisées pour positionner les composants sur un véhicule



---

---

# Chapitre I

## Introduction

---

<b>I.1</b>	<b>Contexte .....</b>	<b>2</b>
<b>I.2</b>	<b>Objectifs de la thèse .....</b>	<b>5</b>
<b>I.3</b>	<b>Plan du manuscrit .....</b>	<b>7</b>

## I.1 CONTEXTE

Lors de la conception d'un produit, les ingénieurs ont besoin de s'assurer des performances d'un système à haut risque, parfois difficile, voire impossible, à tester. De plus, la réduction du temps et du coût de la mise sur le marché d'un nouveau produit est un point essentiel pour faire face à la concurrence. La conception sert également à optimiser les performances, la fiabilité ou la sécurité du système. Les enjeux sont : la réduction de la dépendance aux tests coûteux, la réduction du temps et du coût d'un cycle de développement, et l'amélioration des performances, de la fiabilité et de la sécurité.

Pour prendre les bonnes décisions lors de la conception, les ingénieurs disposent de trois outils :

- les prototypes et les essais ;
- les expériences passées et l'avis d'un expert ;
- les simulations du comportement physique du système.

Les trois outils ont leurs avantages et leurs inconvénients. Le prototypage a donné de bons résultats par le passé mais peut être long et coûteux. L'opinion d'un expert donne des résultats rapidement, cependant cette méthode est subjective. Enfin, la simulation peut donner des résultats précis, mais peut également demander un temps de calcul important. Ces trois outils sont donc utilisés pour des objectifs différents.

L'outil numérique permet de :

- développer un modèle représentant le comportement physique d'un phénomène complexe ;
- étudier un système soumis à un chargement multi-physique ;
- analyser, classer et sélectionner les phénomènes physiques influençant le plus un comportement d'intérêt ;
- quantifier l'impact des incertitudes sur la structure, l'environnement, et les réponses d'intérêt (analyse de fiabilité et conception robuste) ;
- réaliser des essais de défaillance non destructifs et surveiller la structure.

La simulation peut donc servir de prototypage virtuel à différentes étapes de conception. Son coût d'obtention ne doit pas dépasser la valeur des résultats obtenus. De plus, elle ne peut pas être utilisée sans précaution. En effet, la simulation se fait en présence de nombreuses incertitudes. Il faut alors se demander :

- Le modèle peut-il être utilisé pour faire des prédictions ?
- Quelle sera l'erreur de prédiction entre la simulation et les essais ?
- À quel point peut-on faire confiance au modèle ?
- Le modèle peut-il être utilisé pour prédire des comportements non testés ?
- Jusqu'à quel point le modèle peut-il être faux sans changer le résultat de la décision ?

Dans le domaine du transport ferroviaire, le prototypage virtuel est d'ores et déjà utilisé pour concevoir les véhicules [Schupp 99, Polach 06, Weidemann 10].

Les prototypes virtuels rencontrés dans la littérature sont d'une complexité variée qui a augmenté avec les retours d'expérience des modèles plus simples et le développement de l'informatique [Sharma 14]. Les modèles sont régulièrement simplifiés grâce à un ou plusieurs des éléments suivants : prise en compte d'un nombre restreint de degrés de liberté [He 02], caractéristiques linéarisées (contact roue-rail et/ou composants des suspensions considérés linéaires [Sharma 12, Suarez 13b]), utilisation des symétries du véhicule [Nejlaoui 13]. Les études effectuées à partir de ces modèles sont rapides mais moins précises. Les modèles plus complexes prenant en compte le comportement non-linéaire de certains composants des suspensions [Mousavi Bideleh 16], ou modélisant une rame complète [Kim 03] sont beaucoup plus précis mais plus gourmands en temps de calculs. Ces modèles complexes, de plus en plus souvent réalisés avec des logiciels de simulation multi-corps, nécessitent l'accès à des ordinateurs puissants. Les temps de calcul sont longs et le nombre de paramètres conséquent [Zhang 14a].

Des critères de conception comme la dynamique des véhicules (sécurité, stabilité et confort), leur aérodynamique, la fatigue des composants, ou encore les nuisances sonores engendrées par la circulation des véhicules ont été étudiés avec l'aide d'outils numériques tels que l'analyse de sensibilité, le recalage de modèles, l'optimisation ou la conception robuste. Par exemple, Nejlaoui et al. [Nejlaoui 13] ont déterminé les raideurs des suspensions pour la conception d'un véhicule respectant des critères de sécurité et de confort. Cheli et al. [Cheli 10] ont optimisé la forme de la caisse d'un train pour améliorer les performances aérodynamiques du véhicule. Peng et al. [Peng 12] ont modélisé la propagation des fissures dans les roues des véhicules pour déterminer leur temps de vie restant en conditions réelles d'exploitation. Enfin, Kouroussis et al. [Kouroussis 14] ont déterminé quels facteurs influencent le niveau de bruit produit par la circulation des tramways.

La simulation numérique est également utilisée pour l'homologation des véhicules. Polach et Evans [Polach 13a] ont décrit les conditions d'utilisation à respecter pour l'homologation virtuelle des trains. Le sujet a aussi été abordé par le projet DynoTRAIN. Ce projet avait pour objectif d'encourager l'interopérabilité du réseau européen en réduisant les coûts d'homologation et en répondant à certains points en suspens de la directive européenne concernant les spécifications techniques d'interopérabilité. L'un des objectifs était donc de proposer des procédures d'acceptation croisée incluant l'usage de la simulation numérique. Dans le cadre de ce projet, Polach et al. [Polach 13b] et Böttcher [Böttcher 13] ont défini des critères de validation des modèles numériques de trains dans la perspective de leur homologation. Fünfschilling et al. [Fünfschilling 12] et Bezin et al. [Bezin 13] ont proposé une méthode de certification numérique des véhicules prenant en compte les incertitudes sur les paramètres. Un exemple est fourni avec 10 paramètres incertains caractérisant la masse des structures, les composants des suspensions ou le contact roue-rail, et 9 critères dynamiques d'homologation.

En effet, les paramètres des modèles ferroviaires sont sujets à de nombreuses incertitudes, qui, en dynamique ferroviaire, ont pour source (voir [Bigoni 14] et [Fünfschilling 12]) :

- les tolérances sur les composants des suspensions ;

- l'usure des composants au niveau des suspensions et du contact roue-rail ;
- la géométrie et les défauts de la voie, ainsi que les caractéristiques du contact roue-rail ;
- les conditions climatiques ;
- la masse et les inerties des éléments structuraux, celles de la caisse étant notamment influencées par le nombre de passagers ;
- la vitesse du véhicule.

La quantification de l'impact de ces incertitudes sur les grandeurs de conception a fait l'objet de plusieurs publications ces dernières années. Mazzola et Bruni [Mazzola 12] ont étudié l'effet sur la vitesse limite des incertitudes induites par les approximations de modélisation et la fabrication des composants de suspension sur 2 paramètres. La propagation des incertitudes permet alors de vérifier les performances du véhicule dès la phase de conception. Bigoni et al. [Bigoni 12, Bigoni 14] ont propagé les incertitudes issues des tolérances sur les composants des suspensions sur la vitesse limite d'un véhicule avec différentes méthodes de propagation, dont ils ont comparé l'efficacité. Mousavi Bideleh [Mousavi Bideleh 17] a pris en compte les incertitudes de 5 paramètres des suspensions pour vérifier la robustesse d'un modèle de véhicule ferroviaire optimisé. Lee et al. [Lee 10] ont déterminé la valeur de 3 paramètres de la suspension primaire d'un véhicule ferroviaire pour limiter les effets de la variabilité des composants des suspensions avec la méthode de conception robuste  $6\sigma$ . Nejlaoui et al. [Nejlaoui 13] ont développé un algorithme de conception robuste appliqué à la prise en compte des incertitudes pour un modèle analytique de véhicule ferroviaire.

L'entreprise ferroviaire ALSTOM, qui conçoit des bogies sur le site du Creusot notamment, exploite la simulation numérique pour modéliser le comportement dynamique des véhicules ferroviaires. Le travail de cette thèse s'inscrit dans le cadre de l'augmentation conséquente des activités de calcul numérique de l'entreprise. Les modèles, de plus en plus détaillés, sont réalisés avec le logiciel de simulation multi-corps SIMPACK. Les masses et inerties des éléments structuraux, les propriétés des éléments des suspensions, et la position des différents éléments constituent les paramètres des simulations dynamiques. Un nombre conséquent de ces paramètres dispose d'un comportement non-linéaire. Le nombre total de paramètres, dépendant du nombre de voitures du véhicule, de sa symétrie et de sa complexité, peut monter jusqu'à plusieurs milliers selon les modèles. De plus, il est très difficile pour le constructeur de réunir des informations exhaustives quant aux dispersions effectives des caractéristiques des différents éléments montés sur les véhicules. Parmi ces caractéristiques, on peut citer la masse et l'inertie des éléments considérés comme rigides ainsi que la raideur et l'amortissement (pouvant dépendre du déplacement, de la vitesse ou encore de la charge). La valeur des entrées est soumise à une variabilité pouvant atteindre 50% de la valeur nominale pour certains composants. Les sorties dynamiques d'intérêt sont calculées à partir de systèmes d'équations différentielles et algébriques non-linéaires et souvent raides. Les pas de temps des schémas d'intégration ne doivent donc pas être trop larges, ce qui augmente les temps de calcul. L'entreprise doit donc réaliser de

nombreuses études numériques avec des modèles coûteux et gérer des incertitudes importantes via les tolérances des composants des suspensions

Le premier objectif du constructeur est donc d'**identifier les composants critiques** des modèles numériques multi-corps vis-à-vis du comportement global du véhicule. Le nombre de paramètres pris en compte pour les différentes études numériques pourra alors être limité aux paramètres particulièrement influents sur les sorties d'intérêt, réduisant ainsi la complexité et les temps de calcul des études numériques.

L'objectif suivant est d'évaluer l'impact des méconnaissances sur le comportement du système, de déterminer si les tolérances sur les caractéristiques des composants sont suffisantes et/ou trop contraignantes, et de quantifier le coût en terme de performance d'un élargissement des tolérances, tout en gagnant en productivité par la **diminution du coût d'obtention des résultats numériques**. La deuxième partie de ce travail est donc dédiée au développement d'une méthodologie permettant de déterminer **différents scénarios de répartition des incertitudes** entre les différents composants d'un modèle afin de garantir un niveau d'incertitude global donné sur les grandeurs d'intérêt de la dynamique ferroviaire.

En effet, résoudre ces difficultés apporterait de nombreux avantages au constructeur :

- Avoir des procédures de certification plus pratiques, moins longues et donc moins chères ;
- Pouvoir réaliser des essais virtuels dans un panel de conditions de circulation plus variées ;
- Améliorer la connaissance du comportement du train ;
- Accélérer le développement des nouveaux projets et l'optimisation des solutions techniques ;
- Gérer avec une vision globale les tolérances autorisées sur les différents composants et optimiser les requêtes auprès des fournisseurs afin d'améliorer la compétitivité des véhicules ;
- Aider à la décision pour la gestion des dérogations.

La suite de l'introduction présente les objectifs scientifiques de la thèse découlant des objectifs du constructeur, et le plan du manuscrit.

## I.2 OBJECTIFS DE LA THÈSE

Le problème d'identification des paramètres influents d'un modèle peut être résolu grâce aux nombreuses méthodes d'analyse de sensibilité. Ces méthodes se distinguent par :

- les hypothèses nécessaires sur le modèle d'étude : modèle linéaire ou non-linéaire, problème monotone, interaction des paramètres, largeur de l'intervalle de variation des paramètres ;
- la précision des résultats obtenus : ordonnancement des paramètres selon leur influence, influence relative et quantitative des paramètres, quantification de l'impact des interactions, prise en compte des incertitudes ;
- le coût de réalisation de l'analyse de sensibilité qui dépend également du nombre de paramètres et du coût d'évaluation du modèle.

Le nombre de méthodes adaptées aux modèles ferroviaires est donc limité par le caractère non-linéaire des prototypes virtuels, les intervalles de variation très larges des paramètres, et leurs interactions. Une fois ces critères pris en compte, seules des méthodes coûteuses peuvent être choisies. Le nombre important de paramètres et le coût d'une évaluation du modèle aggravent le caractère coûteux des calculs d'analyse de sensibilité, et peuvent rendre ces calculs impossibles dans un contexte industriel. Toutefois, comme l'objectif est de réduire l'espace des paramètres pour les autres études numériques, une évaluation quantitative de l'influence des paramètres n'est pas nécessaire. De plus, comme il semble raisonnable d'émettre l'hypothèse qu'un faible nombre de paramètres a une importance significative sur la réponse du système, une méthode fournissant une dizaine de paramètres influents serait suffisante. L'enjeu de l'application de l'analyse de sensibilité aux véhicules ferroviaires est donc de trouver un moyen d'obtenir un classement qualitatif des paramètres permettant de réduire l'espace des paramètres dans un temps raisonnable.

En ce qui concerne le deuxième objectif du constructeur, plusieurs méthodes de conception robuste et de dimensionnement des tolérances avec prise en compte du coût de ces dernières permettent de gérer les incertitudes lors de la conception d'un système. Une fois encore, le nombre de méthodes adaptées aux modèles ferroviaires est limité par le caractère non-linéaire des prototypes virtuels, les intervalles de variation très larges des paramètres, et leurs interactions. Le nombre potentiellement important d'objectifs et de contraintes réduit également les choix possibles. Les méthodes d'optimisation robuste peuvent gérer plusieurs objectifs et contraintes, dont le dimensionnement des tolérances, pour des modèles non-linéaires. Ces méthodes fournissent par contre pour la plupart une solution unique de dimensionnement du système et peuvent être gourmandes en temps de calcul. Le calcul de fronts de Pareto fait exception. En effet, les optimums de Pareto fournissent toutes les solutions pour lesquelles aucun objectif ne peut être amélioré sans dégrader les performances associées à un autre objectif. Cependant, ces solutions ne prennent pas en compte facilement les incertitudes sur les paramètres. La prise en compte des incertitudes nécessite des calculs supplémentaires s'ajoutant aux calculs d'optimisation et augmentant les coûts de conception. Une stratégie proposant plusieurs solutions robustes de dimensionnement, les tolérances associées, et pouvant gérer plusieurs objectifs, proposée par Beer et Liebscher [Beer 08] semble répondre assez bien aux objectifs d'ALSTOM. Toutefois, elle s'avère nécessiter de multiples évaluations du modèle, dans notre cas toujours non-linéaire et à l'éva-

luation coûteuse, même pour un nombre de paramètres réduit grâce à une analyse de sensibilité. Le deuxième enjeu de cette thèse est donc de proposer une méthode capable d'identifier différentes alternatives de conception dans l'espace des paramètres et de comparer leurs performances, en amont d'un éventuel calcul plus fin pour la solution de conception finale. En plus de proposer plusieurs alternatives, cette méthode doit être abordable, fournir les tolérances afférentes aux solutions, et gérer plusieurs objectifs et contraintes de conception. Elle doit également permettre de quantifier le rapport entre la diminution des exigences sur les sorties et le gain sur les tolérances des paramètres sans effectuer un nombre élevé de calculs supplémentaires.

### I.3 PLAN DU MANUSCRIT

Pour mieux cerner le contexte ferroviaire, ce manuscrit dépeint **chapitre II** le système industriel à l'origine de cette thèse. La première section décrit les **véhicules ferroviaires**, leur voie de circulation et leur comportement dynamique. Une deuxième section explique certains éléments de la **conception** des véhicules telle qu'elle est effectuée chez ALSTOM : étapes et critères de conception, prise en compte des incertitudes, certification, et rôle de la simulation numérique dans ces étapes. Une troisième partie aborde le **prototypage virtuel** des trains, et en particulier la modélisation de leur comportement dynamique avec le logiciel multi-corps SIMPACK. Cette partie est également l'occasion de fixer les hypothèses de modélisation choisies pour les modèles utilisés dans le **chapitre V** de cette thèse.

Le **chapitre III** développe la solution proposée pour répondre à la première problématique d'ALSTOM et aux difficultés techniques qui en découlent, soit l'identification des paramètres influents sur les réponses du système à un coût raisonnable. Le chapitre commence avec un état de l'art des méthodes d'**analyse de sensibilité**. Les spécificités des modèles de véhicules ferroviaires, c'est à dire leur non-linéarité et le nombre important de paramètres, limitent les méthodes utilisables à des méthodes coûteuses. La fin de l'état de l'art se focalise donc sur les techniques permettant de **réduire les coûts de calcul**. Cependant, les techniques actuelles se révèlent insuffisantes. Le reste du chapitre détaille donc les **deux stratégies complémentaires** déployées pour réduire les temps de calcul des analyses de sensibilité de réponses temporelles de systèmes non-linéaires. La première stratégie est fondée sur l'étude des échanges énergétiques entre les composants des suspensions. La deuxième stratégie est fondée sur le remplacement des analyses temporelles par un ensemble d'analyses moins coûteuses. Les analyses de substitution choisies sont des analyses modales en plusieurs points de linéarisation. Les explications des deux stratégies sont déroulées sur un **exemple d'application académique** non-linéaire peu coûteux.

La deuxième problématique d'ALSTOM, qui concerne la prise en compte des incertitudes dès la conception et la définition de différents scénarios de répartition des tolérances entre les composants, est abordée **chapitre IV**. Ce chapitre débute avec un état de l'art des méthodes de **conception robuste** et de **tolérancement**. L'approche proposée par Beer et Liebscher [Beer 08] se révèle être adaptée aux problèmes soulevés par la conception des véhicules ferroviaires, toutefois elle nécessite de nombreuses évaluations du modèle et est donc coûteuse. Une liste des solutions disponibles pour **diminuer les temps de calcul** a été rédigée. Elle nous a amenés à nous intéresser aux méta-modèles. Un deuxième état de l'art est donc réalisé dans la section suivante et concerne cette fois-ci les modèles d'approximation. Deux méthodes semblent adaptées aux modèles ferroviaires. La dernière section développe sur un **exemple académique** non-linéaire et peu coûteux la méthode de conception robuste et de tolérancement proposée. La méthode commence par la construction d'un méta-modèle. Les deux méthodes de construction pressenties sont comparées sur l'exemple académique. Le choix de la méthode d'échantillonnage est également discuté. La méthode proposée, basée sur une exploration de l'espace de conception à l'aide du modèle d'approximation et d'un partitionnement des zones respectant les critères de conception, est ensuite déroulée sur l'exemple académique. Les solutions issues des différentes partitions sont alors comparées à l'aide de critères de performance, de robustesse et de largeur des tolérances, permettant aux concepteurs de gagner en visibilité sur les alternatives de conception possibles. À la fin du chapitre, l'accent est mis sur une analyse supplémentaire à celles proposées dans la stratégie de Beer et Liebscher [Beer 08] : l'évaluation des **compromis possibles entre diminution des exigences sur les sorties et gain sur les tolérances**.

La dernière partie des travaux réalisés pendant cette thèse est exposée **chapitre V**. Ce chapitre est constitué d'une section présentant un outil métier développé en parallèle de la thèse au laboratoire FEMTO-ST, et utilisé dans la suite du chapitre. Il se poursuit avec l'application à des **cas industriels ferroviaires** des méthodes présentées dans les deux chapitres précédents. Chacune des solutions aux deux problématiques est appliquée sur un véhicule ferroviaire dédié, décrit au début de la section correspondante, et vérifiant les hypothèses évoquées **section II.3.3**.

Enfin, le manuscrit se termine par un résumé des travaux effectués et des résultats obtenus. Les perspectives de ces travaux, en terme d'amélioration des méthodes développées ou de nouveaux domaines à explorer, sont également évoquées.

---

---

# Chapitre II

## Éléments contextuels ferroviaires

---

<b>II.1</b>	<b>Comportement dynamique des véhicules ferroviaires . . . . .</b>	<b>10</b>
II.1.1	Structure des véhicules . . . . .	10
II.1.2	Structure de la voie ferrée . . . . .	12
II.1.3	Interaction véhicule-voie et dynamique des véhicules . . . . .	14
<b>II.2</b>	<b>Conception et homologation des véhicules . . . . .</b>	<b>15</b>
II.2.1	Méthode de conception actuelle . . . . .	15
II.2.2	Certification des trains selon les normes ferroviaires européennes . . . . .	17
<b>II.3</b>	<b>Prototypage virtuel des véhicules . . . . .</b>	<b>17</b>
II.3.1	Modélisation d'un véhicule et de la voie . . . . .	18
II.3.2	Modélisation du comportement dynamique des modèles multi-corps sous SIMPACK . . . . .	23
II.3.3	Modèles utilisés pour l'application industrielle . . . . .	27

## II.1 COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES VÉHICULES FERROVIAIRES

Le comportement dynamique des véhicules ferroviaires dépend de l'interaction complexe entre le véhicule et la voie sur laquelle il circule. Cette section présente donc dans un premier temps la structure d'un véhicule ferroviaire, dans un deuxième temps la structure de la voie, et enfin l'interaction entre les deux structures.

### II.1.1 Structure des véhicules

#### II.1.1.a Composition générale

Un véhicule ferroviaire de transport de passagers est composé de plusieurs voitures. Chaque voiture comporte le plus souvent 3 types d'éléments structuraux, représentés sur la [Figure II.1](#) :

1. La caisse, qui accueille les voyageurs ;
2. Les bogies, généralement au nombre de 2.

Ce sont des châssis qui soutiennent le poids de la caisse et supportent le système de freinage ainsi que l'ensemble des éléments de la suspension. Les bogies sont un composant clé pour les propriétés dynamiques du train. Ils facilitent notamment l'inscription en courbe de la caisse, en pivotant par rapport à cette dernière.

Un bogie peut être situé à l'extrémité d'une caisse ou à cheval entre deux caisses qu'il relie (voir [Figure II.1](#)).

Les bogies peuvent aussi comporter le système de transmission et le moteur du véhicule. Ils sont dans ce cas appelés bogies moteurs, les autres bogies étant appelés bogies porteurs ;

3. Les essieux, généralement au nombre de 2 par bogie. L'essieu est un axe sur lequel les roues sont emmanchées en force, les maintenant ainsi de chaque côté de la voie à un écartement fixé. Les roues sont pleines, en acier, avec une surface de roulement conique (voir [Figure II.2](#)). Le flanc de la roue situé à l'intérieur des rails est prolongé par un rebord appelé boudin. Le boudin et le profil conique de la roue permettent de maintenir l'essieu dans l'axe des rails.

Ces éléments structuraux sont reliés entre eux par deux étages de suspensions, qui réduisent les vibrations transmises à la caisse du véhicule par le contact roue-rail. La suspension primaire est située entre les essieux et le bogie, et la suspension secondaire est située entre le bogie et la caisse.

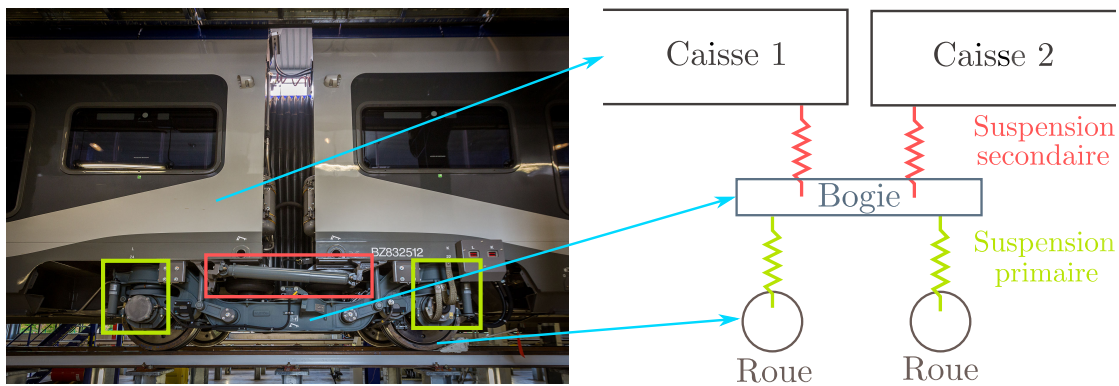


FIGURE II.1 – Structure générale des suspensions d'un véhicule ferroviaire<sup>1</sup>

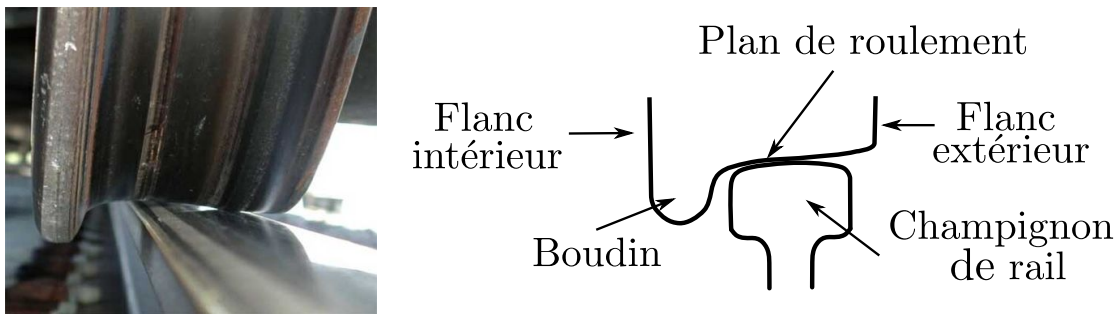


FIGURE II.2 – Coupe transversale de contact roue-rail<sup>2</sup>

### II.1.1.b Les suspensions

Les suspensions du véhicule ont pour objectif de limiter la transmission des irrégularités de la voie au véhicule, améliorant ainsi la sécurité, la stabilité et le confort des passagers. Elles peuvent rassembler de nombreux composants, dont certains sont décrits dans [Orlova 06], ainsi que leurs principes de sélection. La liste suivante en mentionne quelques uns, dont quatre sont illustrés Figure II.3 :

- les ressorts hélicoïdaux ;
- les ressorts en caoutchouc ;
- les ressorts pneumatiques ;
- les amortisseurs hydrauliques, mécaniques, et anti-lacet ;
- les barres anti-roulis ;
- les butées ;
- les éléments de frottement.

1. Photo issue de <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=40559917>

2. Photo issue de <http://interfacejournal.com/archives/tag/bob-tuzik>



FIGURE II.3 – Exemples de composants de suspension ferroviaire<sup>3</sup>

### II.1.2 Structure de la voie ferrée

La circulation des véhicules ferroviaires nécessite une voie ferrée. La voie sert de support guidant, et est constituée de rails et d'une fondation élastique dont les couches varient d'une voie à l'autre. La structure classique d'une voie ballastée en France, décrite par [Calon 16, Pecile 17] et schématisée sur la Figure II.4, comporte les éléments suivants :

1. Les rails. Ce sont deux longues barres parallèles en acier avec un profil de roulement conique. Leur écartement et leur inclinaison sont fixés pour une voie. Leur principal objectif est de guider le véhicule ;
2. Les traverses. Ce sont des planches épaisses généralement en bois, mais elles peuvent également être métalliques ou en béton. Elles sont fixées perpendiculairement aux rails. Elles permettent de maintenir l'écartement et l'inclinaison des rails, ainsi que de transmettre la charge du véhicule à la couche inférieure. Les rails sont attachés aux traverses via un système de fixation plus ou moins rigide en fonction de la présence de composants élastiques ;
3. Le ballast. Il est composé de pierres concassées sélectionnées pour leurs caractéristiques (granularité, dureté, résistance à l'attrition par exemple). Ses objectifs sont de limiter la transmission des vibrations au sol, de supporter et répartir le poids du véhicule, de maintenir la position des traverses, et enfin de drainer les eaux de pluie ;

---

3. Source des photos :

En haut à gauche : <https://twitter.com/GloriaGu5/status/908238180607860738/photo/3>

En haut à droite : <https://www.indiamart.com/proddetail/compression-spring-3673512197.html>

En bas à gauche : <https://www.gmtrubber.com/products/stop-buffer/>

En bas à droite : <https://www.gmtrubber.com/products/air-systems/>

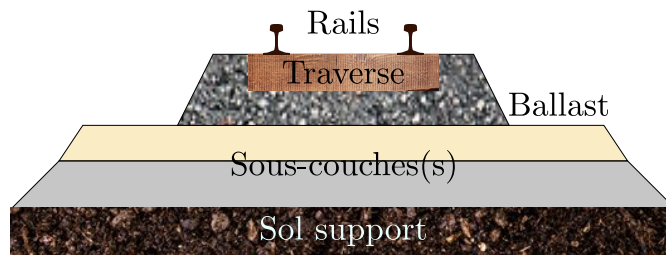


FIGURE II.4 – Structure de la voie ferrée

4. La sous-couche, mono-couche ou multi-couches. Sa composition dépend de la qualité du sol supportant la voie, et des conditions hydrologiques et hydrogéologiques. Elle évacue les eaux de pluie, et supporte et répartit la charge du véhicule en circulation pour éviter la déformation du sol. Elle permet également d'empêcher l'interpénétration du ballast et du sol.

On trouve en majorité des voies avec ballast, mais les ouvrages d'art ou les tunnels peuvent comporter des voies sans ballast, plus raides.

Les rails suivent un tracé théorique. Ce tracé est composé de portions d'alignements et de courbes reliées par des zones de transition ayant une courbure progressive. Dans les courbes, le véhicule est soumis à l'accélération centrifuge, qui tend à déporter le train vers l'extérieur de la courbe. Le véhicule ferroviaire exerce alors une force latérale sur les rails qui peut être inconfortable pour les voyageurs, voire dangereuse. Pour compenser, au moins partiellement, cette force et maintenir le véhicule dans la courbe, le rail situé à l'extérieur de la courbe est surélevé. L'écart vertical entre les deux files de rail est appelé dévers.

La voie présente des écarts latéraux ou verticaux par rapport à son tracé théorique. On peut classer ces écarts en quatre types de défauts, schématisés Figure II.5 :

- Le défaut de dressage (Figure II.5a) correspond à une variation latérale du milieu des deux rails par rapport au tracé théorique.
- Le nivellement (Figure II.5b) correspond à une variation verticale des deux rails.
- Le gauche (Figure II.5c) correspond à une élévation verticale d'une des deux files de rail par rapport à l'autre rail.
- Le défaut d'écartement (Figure II.5d) correspond à la variation transversale de la position d'un rail par rapport au tracé théorique.

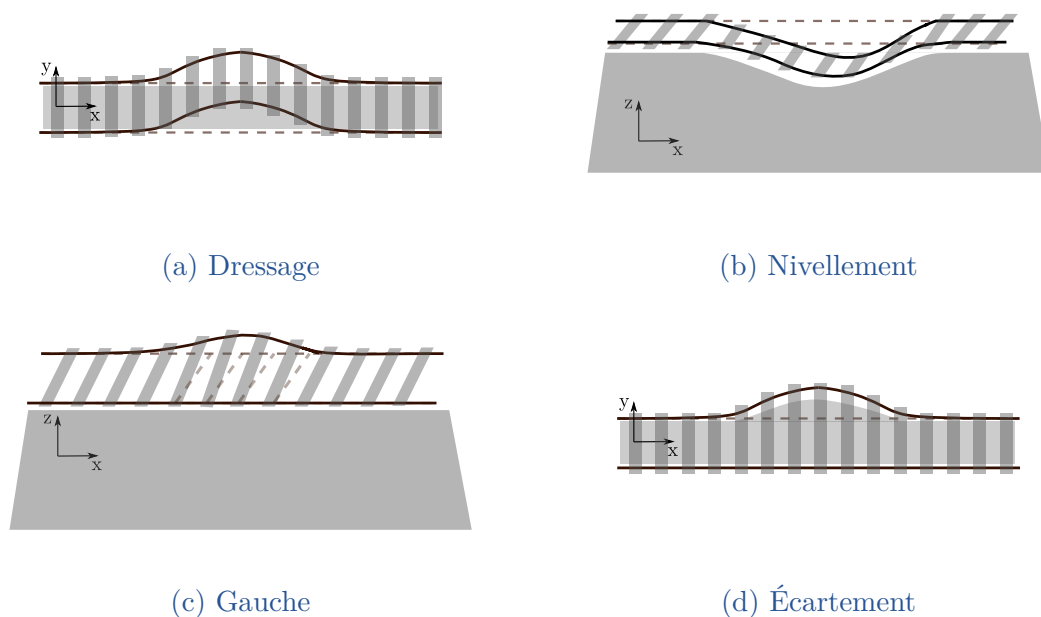


FIGURE II.5 – Les défauts de voie

### II.1.3 Interaction véhicule-voie et dynamique des véhicules

L'interaction entre le véhicule ferroviaire et la voie se fait au niveau du contact entre les roues et les rails. Le contact entre la roue et le rail peut être constitué d'une ou plusieurs zone(s) de contact, dont le nombre et les caractéristiques varient en fonction de la conicité et de l'usure des deux éléments en contact, de l'inclinaison du rail, de la position latérale de la roue sur la voie, et de l'environnement. Le nombre de zones de contact augmente par exemple lorsque le boudin entre en contact avec le rail. La géométrie de la zone de contact est souvent considérée comme elliptique et possède un faible coefficient de frottement.

Lorsque le véhicule circule dans une courbe ou sur un défaut de voie, le contact entre la roue et le rail est modifié, déplacé, ce qui entraîne des vibrations des essieux transmises jusqu'à la caisse. La caisse et les bogies entrent alors en vibration. On distingue 6 mouvements qui caractérisent la caisse du véhicule ou les bogies : les translations longitudinales, latérales et verticales, la rotation autour de l'axe de la voie appelée roulis, la rotation autour d'un axe transversal à la voie appelée tangage, et enfin la rotation autour d'un axe vertical appelée lacet (voir [Figure II.6](#)). De plus la forme du contact roue-rail entraîne un mouvement particulier des essieux, appelé lacet cinématique, schématisé [Figure II.7](#). Ce mouvement décrit une sinusoïde le long de la voie. Il engendre des efforts transversaux importants et potentiellement dangereux au niveau du contact roue-rail, et il est transmis aux autres éléments de la structure.

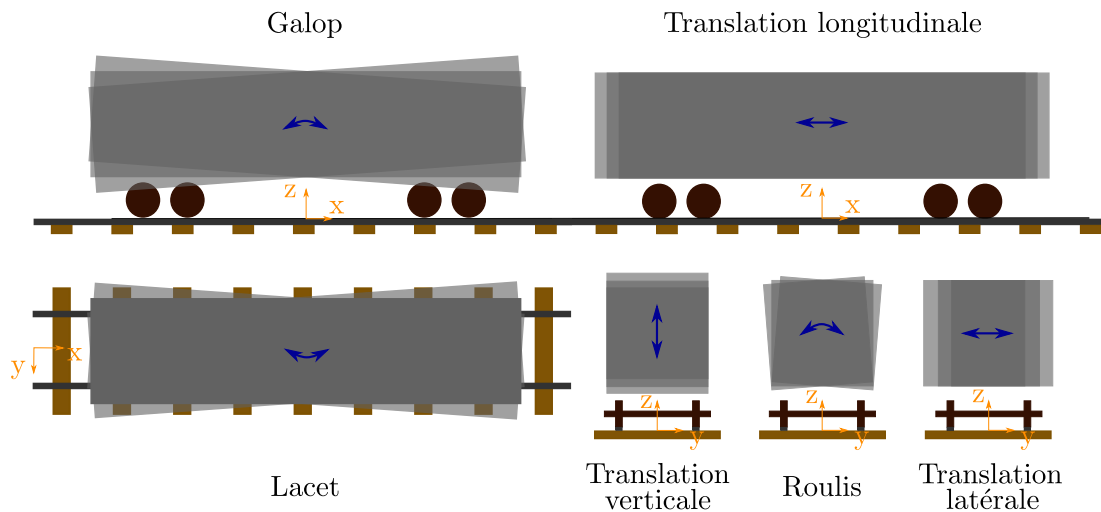


FIGURE II.6 – Mouvements d'un véhicule ferroviaire

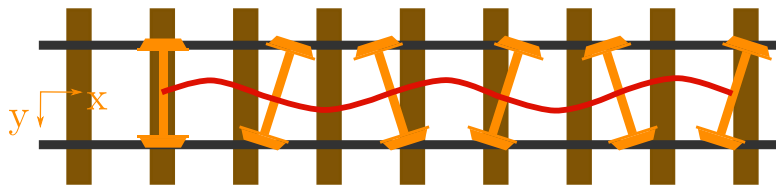


FIGURE II.7 – Schéma du lacet cinématique d'un essieu

## II.2 CONCEPTION ET HOMOLOGATION DES VÉHICULES

Il existe différentes phases de développement d'un véhicule ferroviaire, de la phase d'offre à la phase d'homologation. Le véhicule est conçu pour circuler sur des voies prédéterminées dont la qualité et les caractéristiques sont connues. La certification du véhicule dépend des normes du pays de circulation. Les exemples fournis dans la thèse se concentrent sur des véhicules roulant sur le réseau ferré européen. La section suivante présente donc les étapes de conception d'un véhicule, puis les grandeurs normatives utilisées pour la certification des véhicules roulant sur le sol européen.

### II.2.1 Méthode de conception actuelle

Le niveau de détail de la conception des véhicules dépend de la phase de conception : phase d'offre, phase de développement ou phase d'homologation.

En phase d'offre, les choix architecturaux concernant le futur véhicule sont effectués. Les concepteurs définissent par exemple :

- la liaison inter-caisse, c'est-à-dire si le véhicule disposera de rames articulées ou classiques ;
- la motorisation, ie. moteurs répartis sur plusieurs bogies moteurs ou regroupés sur une voiture motrice ;
- le nombre de niveau des voitures pour les trains passagers, 1 niveau pour les rames classiques et 2 pour les rames duplex.

Ces choix imposent un certain nombre de contraintes de conception pour les bogies. Une évaluation des caractéristiques générales des suspensions est également effectuée : les composants des suspensions et leurs paramètres ne sont pas fixés mais une raideur globale cible est choisie. Des calculs analytiques permettent également d'avoir une première estimation de la stabilité du véhicule, des charges à la roue, du niveau de confort, et des masses et inerties des éléments structuraux. La conception proposée est adaptée d'un produit existant proche, en fonction du cahier des charges fixé par le client.

En phase de développement, la conception du véhicule est affinée. Des échanges avec le client permettent de spécifier plus précisément les performances du produit, qui sont principalement définies avec des critères issus des normes du pays de circulation du futur véhicule. Les discussions entre le concepteur, le client et les fournisseurs amènent à déterminer les choix techniques, à définir la position des composants, leurs liaisons et leurs caractéristiques. Les différents choix techniques sont regroupés dans un modèle numérique SIMPACK du véhicule. Une première optimisation déterministe est réalisée. Si l'un des critères de performance n'est pas respecté, un processus itératif d'amélioration est engagé. Dès qu'une conception satisfaisante est atteinte, des analyses plus poussées sont réalisées. Une analyse de sensibilité est exécutée avec le module de plans d'expériences de SIMPACK. Un recalage manuel est effectué à l'aide de premiers essais.

En phase d'homologation, les essais exigés par les normes sont réalisés. Ces essais comprennent des essais dynamiques en ligne et des essais statiques à poste fixe tels que les essais de souplesse ou les essais de résistance au déraillement. Les essais en ligne doivent être effectués pour plusieurs configurations de voies avec des vitesses et des états de charge différents, ce qui implique la réalisation de nombreux essais.

Le prix de la conception et de l'homologation d'un véhicule varie fortement en fonction du véhicule conçu (métro, train régional ou train à grande vitesse). Son ordre de grandeur est situé autour de plusieurs millions d'euros. Les essais de certification représentent une part non négligeable de ce coût, ce qui a pour conséquence le développement de techniques d'homologation numérique (voir [section I.1](#)).

## II.2.2 Certification des trains selon les normes ferroviaires européennes

L'homologation du comportement dynamique du véhicule ferroviaire repose en partie sur le filtrage et le traitement statistique de sorties dynamiques, obtenues grâce à la mesure de la réponse temporelle du véhicule enregistrée pendant les essais en ligne. Des accéléromètres placés en caisse ou sur les bogies mesurent les accélérations de ces éléments structuraux, et des essieux instrumentés avec des capteurs de force mesurent les efforts au niveau du contact roue-rail. Le traitement de ces mesures permet alors de calculer des indices de performance quantifiant le niveau de sécurité, de stabilité et de confort du véhicule. Parmi ces indices, on trouve : le coefficient de déraillement, la charge maximale à la roue ou la qualité de marche du véhicule. En Europe, les traitements à effectuer pour la certification du comportement en ligne des véhicules sont principalement issus des normes ISO 2631 [ISO2631-4 01], UIC 518 [UIC518 09], EN 14363 [EN14363 05], et EN 12299 [EN12299 09]. Dans le [chapitre V](#), des grandeurs inspirées des normes seront utilisées pour la simulation d'essais d'homologation :

- Le critère de confort de la caisse. Cette grandeur est inspirée de la norme EN 12299. L'accélération latérale de la caisse est d'abord filtrée avec un filtre spécifique, puis pondérée avec une fenêtre glissante de 5 s calculant la racine carrée de la moyenne des carrés du signal. L'indice final est obtenu en prenant le 95<sup>e</sup> centile du signal d'accélération post-traité.
- La somme des efforts de guidage. Cet indice est calculé selon la norme EN 14363 avec les étapes de traitement suivantes : un filtrage de la somme par essieu des forces latérales au niveau du contact roue-rail avec un filtre passe-bas Butterworth d'ordre 4 et de fréquence de coupure 20 Hz, une fenêtre glissante de moyennage sur 2 m tous les 0.5 m, et la valeur absolue maximum entre le centile 0.0015 et le centile 0.9985.
- La charge maximale à la roue calculée selon la norme EN 14363. Le traitement de la force verticale au niveau du contact roue-rail commence par un filtrage avec un filtre passe-bas Butterworth d'ordre 4 et de fréquence de coupure 20 Hz, et se termine avec le calcul du centile 0.9985.

Une autre grandeur, la vitesse limite de stabilité, sera également utilisée. Son obtention, qui n'est pas issue des normes, est décrite [section V.3.1](#).

## II.3 PROTOTYPAGE VIRTUEL DES VÉHICULES

Des modèles numériques sont donc utilisés pour la phase de développement, et se déploient progressivement pour la phase d'homologation. Les véhicules ferroviaires, ainsi que le contact roue-rail, peuvent être modélisés de différentes façons en fonction de l'étude réalisée. Les méthodes de modélisation les plus courantes sont présentées dans la [section II.3.1](#). Pour la modélisation du comportement de ses

véhicules, le pôle dynamique ferroviaire d'ALSTOM utilise le module ferroviaire du logiciel de simulation multi-corps SIMPACK. Un aperçu des fonctionnalités du logiciel et de son module en matière de modélisation ferroviaire est donc présenté dans la section suivante. La dernière section décrit les hypothèses de modélisation choisies pour les exemples industriels de cette thèse.

## II.3.1 Modélisation d'un véhicule et de la voie

### II.3.1.a Modélisation du véhicule

En fonction de l'étude réalisée, le véhicule peut être modélisé entièrement ou partiellement.

Des études telles que l'analyse de la résistance à la fatigue des éléments structuraux recourent à une modélisation par Éléments Finis de ces éléments [Oyan 98, Park 06a].

En dynamique ferroviaire, les modèles multi-corps MBS (Multi-Body Simulation) sont fréquemment utilisés pour étudier le comportement basse fréquence du véhicule. Les corps tels que la caisse, les bogies ou les essieux sont considérés comme rigides et sont représentés par des masses, associées à des inerties, et reliées entre elles par des liaisons mécaniques. Ces liaisons correspondent aux composants des suspensions, qui sont représentés par des associations plus ou moins complexes de modèles élémentaires de ressorts et/ou d'amortisseurs. Comme évoqué dans le contexte de cette thèse [section I.1](#), le modèle multi-corps d'un véhicule complet peut être plus ou moins simplifié (étude d'une direction en particulier, utilisation des symétries du véhicule, découplage de certains degrés de liberté), les modèles les plus complexes étant souvent gérés par des logiciels de simulation tels que SIMPACK. Les éléments de liaison des modèles dynamiques ont également différents niveaux de modélisation. En effet, plusieurs composants réels sont parfois modélisés par un seul élément équivalent. Les différentes possibilités de modélisation pour les composants classiques des suspensions ferroviaires sont résumées dans [Eickhoff 95], et plus récemment dans [Bruni 11]. Le projet DynoTRAIN (voir [section I.1](#)) a également publié un rapport contenant un état de l'art des modèles des composants de suspension [Bruni 10]. D'autres auteurs ont de nouveau abordé la modélisation des composants ferroviaires après la publication de ces articles. Alonso et al. [Alonso 11], ainsi que Wang et al. [Wang 11] se sont intéressés à la modélisation des amortisseurs anti-lacet, alors que Gavriloski et al. [Gavriloski 14], et Zhu et al. [Zhu 17] ont contribué à celle des ressorts pneumatiques. Le comportement du système ainsi modélisé par des éléments masse-ressort peut être décrit par la seconde loi de Newton. En formulation Lagrangienne, les équations qui permettent de décrire les mouvements sont alors :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T^\circ}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T^\circ}{\partial q_j} = \frac{\partial P^{\circ*}}{\partial \dot{q}_j^*} \quad (\text{II.1})$$

avec

- $q_j$  les  $N$  coordonnées généralisées du système ;
- $\dot{q}_j^*$  les vitesses virtuelles généralisées ;
- $T^\circ$  l'énergie cinétique ;
- $P^{\circ*}$  la puissance virtuelle des forces du système telle que :

$$P^{\circ*} = \sum_{j=1}^N (Q_U^j + Q_\phi^j + Q_S^j) \dot{q}_j^* \quad (\text{II.2})$$

où

- $Q_U^j = \partial U / \partial q_j$  est le coefficient de la puissance virtuelle développée par la force dérivant d'une fonction de force  $U$ ,
- $Q_\phi^j = -\partial \phi / \partial \dot{q}_j$  est le coefficient de la puissance virtuelle développée par la force dérivant d'une fonction de dissipation  $\phi$ ,
- $Q_S^j$  est le coefficient de la puissance virtuelle développée par les forces extérieures au système.

Dans les études dynamiques, les corps rigides sont parfois remplacés par des modèles de corps flexibles [Carlbon 01]. Cette méthode permet par exemple d'étudier les vibrations moyennes et hautes fréquences [Claus 97], ou d'étudier plus en détail les niveaux de confort [Diana 02]. Les modèles MBS peuvent également être utilisés pour calculer les chargements dynamiques à appliquer sur les modèles éléments finis des éléments structuraux lors d'analyses de fatigue [Dietz 98].

### II.3.1.b Modélisation de la voie

La modélisation de la voie doit représenter le comportement de ses différents constituants : les rails et leurs irrégularités, le système d'attache des rails, les traverses, et enfin le ballast et la sous-couche. Comme pour la modélisation des véhicules, la complexité des modèles de voie ferrée varie fortement en fonction de l'étude réalisée. Certaines se concentrent sur un nombre limité de ses composants.

Des problématiques telles que la conception de la voie [Profillidis 86, Sayeed 18] ou sa dégradation et sa déformation [Ringsberg 01, Kaewunruen 06] sont parfois traitées avec des modèles éléments finis. Le comportement du ballast sous chargement cyclique a été modélisé avec la méthode des éléments discrets (voir [Lobo-Guerrero 06]). La même méthode a été utilisée pour l'étude des paramètres influençant sa résistance [Zeng 18]. La méthode des éléments discrets sert principalement à modéliser la couche non continue de ballast

Certaines études, notamment de nombreuses analyses de la dynamique des véhicules ferroviaires, utilisent des modèles simplifiés 2D ou 3D de voie, constitués de corps rigides et d'éléments de liaison. On distingue principalement trois niveaux de modélisation, détaillés dans [Knothe 98]. Pour ces trois niveaux de modélisation, le rail ou les rails sont représentés par une poutre d'Euler-Bernoulli. Pour

une meilleure représentation en haute fréquence, une poutre de Timoshenko, un ensemble de poutres de Timoshenko pour chaque partie de rail, ou en ensemble de plaques peuvent remplacer la poutre d'Euler-Bernoulli [Knothe 93]. Les trois niveaux de modélisation sont :

1. Le modèle avec support élastique (Figure II.8a). Cette modélisation, la plus simple, représente le support des rails par un support élastique continu constitué de ressorts et d'amortisseurs en parallèle ;
2. Le modèle avec support discret (Figure II.8b). Cette modélisation, un peu plus précise en basse fréquence, prend en compte le caractère discret du support des rails reposant sur les traverses [Torstensson 14]. Les traverses sont des corps rigides ou des poutres disposées à intervalles réguliers. Les systèmes d'attache entre les rails et les traverses sont modélisés par un ressort et un amortisseur en parallèle au niveau de chaque traverse. Le reste du support est également modélisé par un ensemble ressort-amortisseur en parallèle. Les paramètres des éléments de liaison peuvent être non-linéaires, par exemple pour prendre en compte le comportement non-linéaire des attaches ou du ballast en fonction du chargement ;
3. Le modèle avec support discret incluant la masse du ballast (Figure II.8c). Un niveau supplémentaire de précision peut être apporté en prenant en compte la masse du ballast représentée par des corps rigides [Jin 06]. Trois étages d'ensembles ressort-amortisseur représentent les systèmes d'attache, la raideur du ballast, et la structure sous le ballast. Un ensemble ressort-amortisseur supplémentaire modélise les forces de cisaillement entre les éléments du ballast.

Les irrégularités de la voie sont parfois ignorées [Dong 94, Carrarini 07], la voie étant alors considérée comme parfaite. Martowicz et al. [Martowicz 11] ont modélisé les irrégularités comme une superposition de défauts géométriques issus de fonctions sinusoïdales. Une modélisation aléatoire des irrégularités, par exemple tirées d'une densité spectrale de puissance des défauts, est parfois utilisée (voir [Mazzola 12, Sharma 12]). Des modèles aléatoires plus complexes peuvent être générés pour obtenir des géométries de voie représentatives d'un réseau ferré complet [Perrin 13]. Cependant, en dynamique ferroviaire, les irrégularités sont souvent intégrées dans la modélisation de la voie à travers des résultats de mesures de voies réelles [Suarez 13b, Fünfschilling 14, Mousavi Bideleh 16]. La géométrie représente alors une partie spécifique du réseau.

### II.3.1.c Modélisation du contact roue-rail

La liaison entre les véhicules et la voie se fait au niveau du contact roue-rail, qui peut avoir lieu en plusieurs points. La zone de contact a une surface très faible et subit des efforts importants. L'évolution de ces efforts lors de la circulation du véhicule résulte de phénomènes complexes fortement non-linéaires. Comme pour

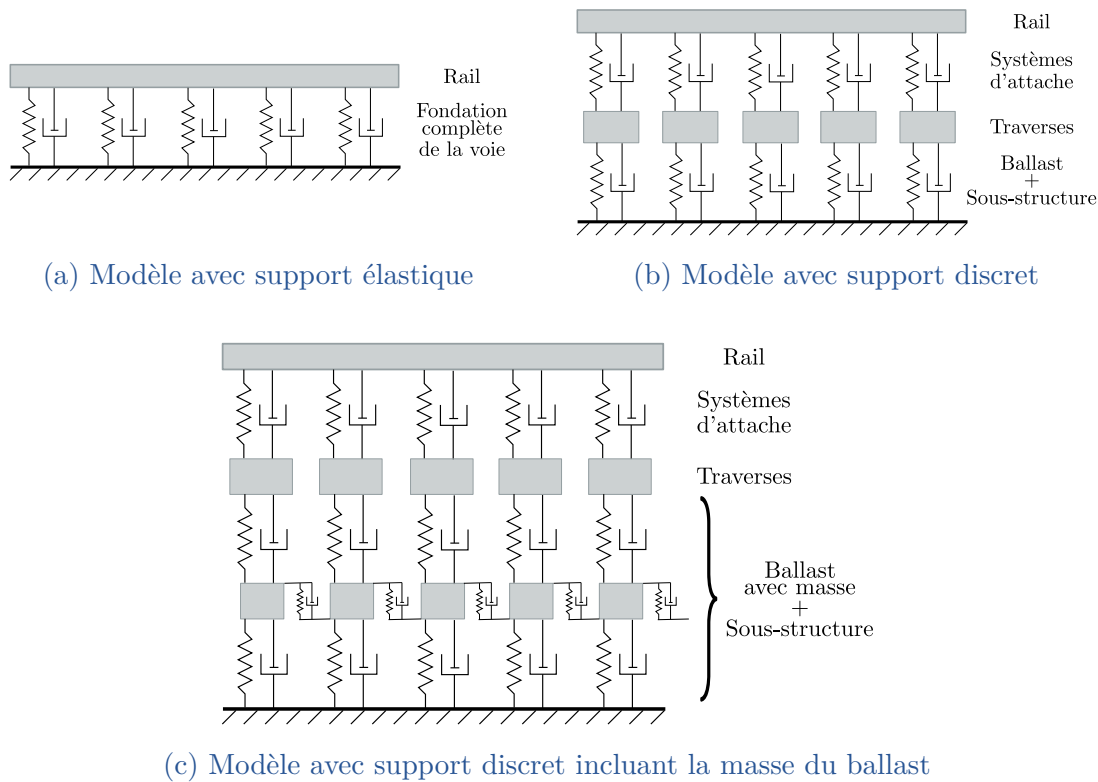


FIGURE II.8 – Modèles MBS de voie

les véhicules et la voie, il existe de nombreux niveaux de modélisation du contact roue-rail dont l'utilisation dépend de l'application du modèle. Des études de comparaison des différents modèles sur le contact roue-rail sont disponibles, par exemple [Meymand 16].

L'estimation des efforts verticaux et tangentiels au niveau du contact roue-rail se fait parfois en modélisant les corps en contact par la méthode des Éléments Finis [Telliskivi 01, Axinte 14, Toumi 16]. Dong et al. [Dong 94] ont également utilisé les éléments finis pour étudier les paramètres influençant les chocs au niveau du contact roue-rail dus à un méplat de roue. Cette méthode, très précise, permet par exemple de prendre en compte la déformation plastique des matériaux de la roue et du rail et les défauts de surface des éléments en contact, mais nécessite des temps de calcul considérables. Elle n'est donc pas avantageuse pour étudier le comportement vibratoire des véhicules lors de leur circulation sur les voies.

En dynamique ferroviaire, le contact roue-rail est traditionnellement calculé en trois étapes :

1. Détermination des zones de contact ;
2. Calcul de l'effort normal ;
3. Calcul des efforts tangentiels.

La théorie de Hertz [Ayasse 06, Toumi 16] est fréquemment utilisée dans le domaine ferroviaire pour la détermination du contact normal. Cette théorie repose sur la modélisation du contact avec deux demi-espaces infinis vérifiant les propriétés suivantes :

1. Linéarité des matériaux et équations intervenant dans le contact ;
2. Homogénéité et isotropie des propriétés des matériaux en contact ;
3. Matériaux au contact sollicités dans leur domaine de déformation élastique ;
4. Contact parfait et sans frottement ;
5. Courbure des éléments au contact constante ;
6. Rayon de courbure des surfaces au contact fortement supérieur à la dimension de la surface de contact.

La forme de la surface de contact est alors une ellipse, dont on peut déterminer les dimensions caractéristiques pour le calcul des efforts tangentiels. La distribution de la pression au niveau du contact peut ensuite être calculée. La théorie de Hertz fournit une bonne approximation de la force normale en dépit de ses hypothèses de validité qui ne sont pas respectées au niveau du contact ferroviaire. En effet, par exemple, les surfaces de contact ne sont pas parfaites, et les courbures du rail et de la roue ne sont pas constantes. Ce dernier point est particulièrement marqué aux bords des deux éléments en contact. Enfin, les charges importantes au niveau du contact roue-rail ne permettent pas de respecter l'hypothèse d'élasticité.

Le calcul des efforts tangentiels est plus complexe à cause de la nature du contact roue-rail, qui est un contact roulant avec friction [Ayasse 06]. La zone de contact présente une zone d'adhérence et une zone de glissement qui apparaît progressivement avec l'augmentation de la vitesse de glissement jusqu'à arriver à saturation et atteindre les efforts tangentiels maximum. La présence de ces deux zones de contact de nature différente est appelée pseudo-glissement. Plusieurs théories permettent d'estimer la force longitudinale et la force latérale au contact roue-rail ainsi que le moment autour de l'axe vertical  $z$  de la roue [Ayasse 06, Meymand 16, Toumi 16].

La théorie linéaire de Kalker [Kalker 67] modélise la relation entre les efforts tangentiels et le pseudo-glissement par une loi linéaire. Elle repose, comme la théorie de Hertz, sur l'hypothèse d'une zone de contact elliptique. Les efforts sont exprimés en fonction du module de cisaillement des matériaux en contact, des dimensions caractéristiques de la zone elliptique de contact, et des coefficients de Kalker qui dépendent du ratio entre le demi-petit axe et le demi-grand axe de l'ellipse de contact. Cette théorie n'est valable que pour des valeurs de pseudo-glissement très faible car elle ne prend pas en compte la saturation. Pour compenser cet inconvénient, une saturation linéaire peut être ajoutée. Cependant, ce type de transition est brutal et représente mal la réalité.

Vermeulen et Johnson [Vermeulen 64] ont proposé une loi de saturation plus douce modélisée par un polynôme cubique. Cette modélisation a ensuite été modifiée par Shen et al. [Shen 83] qui ont gardé la relation linéaire de Kalker mais y ont

ajouté une transition polynomiale cubique. Cette modélisation est donc plus précise que la loi linéaire. Elle n'est toutefois toujours pas capable de traiter certains cas comme celui où le boudin de la roue est en contact avec le rail.

Quelques années après la publication de sa théorie linéaire, Kalker a dévoilé sa théorie simplifiée [Kalker 82] avec l'algorithme FASTSIM. L'algorithme maille la zone de contact en plusieurs tranches dans le sens du roulement et en plusieurs sections dans le sens longitudinal. Ensuite, les efforts tangentiels sont calculés pour chaque maille puis sommés pour obtenir les efforts tangentiels globaux. La méthode repose toujours sur l'hypothèse que la zone de contact a la forme d'une ellipse. Cet algorithme propose une bonne estimation de forces de contact à un coût raisonnable. C'est le plus utilisé en dynamique ferroviaire.

Enfin, Kalker a proposé une théorie complète basée sur un modèle numérique non-linéaire du contact roulant, et implémentée dans le logiciel CONTACT. La précision de cette théorie en fait la théorie de référence du contact roue-rail, toutefois son coût rend son utilisation impossible en dynamique ferroviaire.

### II.3.2 Modélisation du comportement dynamique des modèles multi-corps sous SIMPACK

Pour l'étude actuelle, les modèles de véhicules ferroviaires ont été fournis par ALSTOM. Ils ont été créés avec le logiciel SIMPACK. Une description rapide des possibilités de SIMPACK en matière de modélisation ferroviaire est donc abordée dans la partie suivante. La mise en équation du modèle SIMPACK et la résolution de ces équations dans les domaines temporels et fréquentiels sont ensuite évoquées. Pour plus de détails, tous ces éléments sont développés dans la documentation du logiciel.

#### II.3.2.a Modélisation du système

SIMPACK est un logiciel de modélisation multi-corps. L'utilisateur modélise donc les éléments structuraux du véhicule avec des corps rigides représentés par des masses et des inerties, disposant d'un certain nombre de degrés de liberté et reliés entre eux par des éléments de liaison. Une grande bibliothèque d'éléments de liaison permet de modéliser les composants des suspensions. Ces éléments sont intégrés sous forme d'éléments d'efforts, tels que des combinaisons de ressorts et d'amortisseurs, ou sous forme d'éléments flexibles modélisés avec la méthode des éléments finis. Les éléments de liaison peuvent également être définis par l'utilisateur.

Le logiciel offre deux modèles possibles pour la voie, voie rigide et voie élastique, qui respectent dans les deux cas la géométrie définie. Dans le cas d'une voie élastique, cas le plus réaliste, les modèles tracés [Figure II.8a](#) et [Figure II.8b](#) sont disponibles, mais avec un modèle corps rigide pour les rails au lieu d'un mo-

dèle poutre. L'utilisateur peut modifier les valeurs par défaut des paramètres de raideur et d'amortissement des modèles élastiques. Une variation cyclique de la raideur peut aussi être intégrée pour prendre en compte le passage à une structure de voie différente ou la présence ponctuelle des traverses pour le modèle le plus simple. Les rails sont modélisés soit avec un seul corps rigide soit avec deux corps distincts. Les irrégularités de la voie sont définies soit manuellement par l'utilisateur, soit aléatoirement à partir d'une densité spectrale de puissance, soit en fournissant un fichier de mesures de voies réelles. Pour les modèles linéaires, ou linéarisés, et les calculs fréquentiels, les irrégularités peuvent être définies à l'aide de fonctions de transfert ou de densités spectrales de puissance.

SIMPACK peut prendre en compte différentes géométries du rail et de la roue. Des défauts de roue, comme des méplats par exemple, peuvent être modélisés. Un algorithme permet de détecter le ou les point(s) de contact au niveau de l'interface roue-rail et les modèles de contact roue-rail classiques, dont ceux évoqués [section II.3.1.c](#), sont proposés à l'utilisateur pour le calcul des efforts de contact. L'effort normal au contact roue-rail est calculé soit avec un modèle élastique équivalent et la théorie de Hertz, soit avec un modèle élastique discret qui découpe la zone de contact en tranches et calcule l'effort normal pour chacune d'entre elles. Le calcul des forces tangentielles au contact roue-rail est aussi effectué soit avec un modèle élastique équivalent, soit avec un modèle élastique discret utilisant un algorithme proche de FASTSIM. Le modèle élastique équivalent peut par contre utiliser différentes théories pour estimer les efforts tangentiels : la théorie linéaire de Kalker avec ou sans saturation à la limite de la friction, la théorie de Jaschinski pour laquelle la saturation est modélisée par une fonction tangente hyperbolique, la théorie de Vermeulen et Johnson améliorée par Shen-Hendrick-Elkins où la saturation est modélisée par un polynôme cubique, la théorie non-linéaire de Kalker avec l'algorithme FASTSIM, ou une théorie utilisant une formule analytique approchant les résultats de l'algorithme FASTSIM.

### II.3.2.b Équations du système

Les différents choix de modélisation effectués, SIMPACK traduit alors le modèle par un ensemble d'équations différentielles et algébriques ayant le formalisme suivant :

$$\dot{p} = T(p).v \quad (\text{II.3a})$$

$$M(p) = f(p, v, c, s, t, u, \lambda) - G^T(p, c, s, t, u, \lambda) \quad (\text{II.3b})$$

$$\dot{c} = f_c(p, v, c, s, t, u, \lambda) \quad (\text{II.3c})$$

$$0 = g(p, c, s, t, u) \quad (\text{II.3d})$$

$$0 = b(p, v, c, s, t, u, \lambda) \quad (\text{II.3e})$$

avec

—  $p, v, c, s, u, t$ , et  $\lambda$  les entrées du modèle SIMPACK ;

- $p$  le vecteur des degrés de liberté des corps rigides,
- $v$  les vitesses dans les différentes directions des corps rigides (la dérivée de  $p$ ).  $p$  et  $v$  forment les coordonnées généralisées,
- $c$  les paramètres décrivant l'état dynamique interne des éléments de liaison, par exemple la longueur du ressort dans un élément ressort-amortisseur en série,
- $s$  les paramètres algébriques non dynamiques décrivant l'état des éléments de liaison et des points géométriques, par exemple la position d'un point de contact,
- $u$  la valeur des efforts appliqués au système,
- $t$  le temps,
- $\lambda$  les paramètres des contraintes imposées aux degrés de liberté ;
- $T$  la matrice de changement de repère ;
- $M$  la matrice masse ;
- $f$  les équations donnant les efforts dynamiques exercés sur le système par éléments de liaison ;
- $G$  la matrice Jacobienne des contraintes  $G(p, c, s, t, u) = \frac{dg}{dp}$  ;
- $f_c$  les équations donnant les efforts dynamiques internes des éléments de liaison ;
- $g$  les contraintes liées aux éléments *Constraints* ;
- $b$  les contraintes algébriques liées aux états algébriques.

### II.3.2.c Intégrations temporelles sous SIMPACK

SIMPACK peut déterminer le comportement temporel des systèmes en intégrant l'Équation II.3. Plusieurs schémas d'intégration sont disponibles :

1. Les schémas d'intégration SODASRT et SODASRT2 sont des schémas d'intégration implicites BDF (Backward Differentiation Formula), robustes et rapides. De plus, ils sont adaptés aux systèmes d'équations raides. Le schéma SODASRT2 est une version optimisée de SODASRT ;
2. RADAU5 est un schéma d'intégration basé sur la méthode de Runge-Kutta. Il est adapté à la résolution de systèmes d'équations raides. Sa très grande robustesse et sa très grande stabilité en font un schéma d'intégration de référence pour les équations différentielles et algébriques. Il est souvent moins rapide que SODASRT2 ;
3. SOBDF2 est adapté aux systèmes d'équations raides. Il fournit un amortissement numérique pour les hautes fréquences, ce qui le rend efficace pour des calculs à haute fréquence avec des modèles contenant de nombreux corps flexibles ;
4. Les schémas d'intégration LSODE et DOPRI5 sont réservés à la résolution d'équations différentielles ordinaires, ce dernier étant très précis et considéré comme une référence pour la résolution de ce type d'équations. Il ne peut cependant pas être choisi pour les systèmes d'équations raides.

Les résultats de l'intégration sont fournis pour un pas de temps régulier défini par l'utilisateur et indépendant du pas d'intégration. Les intégrateurs 1 à 3 peuvent adapter leur pas d'intégration pour gérer les discontinuités.

Les équations d'un modèle ferroviaire étant souvent raides, un schéma d'intégration capable de gérer ce type d'équations est nécessaire. De plus, les modèles ALSTOM sont susceptibles de contenir des contraintes, ce qui implique que le système est représenté par des équations différentielles et algébriques. Les schémas LSODE et DOPRI5 ne sont donc pas utilisables.

#### II.3.2.d Analyses modales sous SIMPACK

Une analyse modale repose sur l'hypothèse d'un système linéaire, ce qui n'est pas toujours le cas des modèles SIMPACK, et en particulier des modèles ferroviaires utilisés pour cette étude.

Après avoir multiplié les deux membres de l'Équation II.3b par  $M^{-1}(p)$ , SIMPACK linéarise donc les équations du système par un développement en série de Taylor tronqué au premier ordre. Pour  $\dot{x} = f(x)$ , ce développement donne :

$$\dot{x} = f(x) \approx f(x_0) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0} (x - x_0) \quad (\text{II.4})$$

Ensuite, la dérivée partielle du développement en série est approchée par :

$$\left. \frac{\partial f_j}{\partial x_i} \right|_{x_{i,0}} \approx \frac{f_j(x_{i,0} + \frac{1}{2}\Delta x_i) - f_j(x_{i,0} - \frac{1}{2}\Delta x_i)}{\Delta x_i} \quad (\text{II.5})$$

Les équations linéarisées du système peuvent alors s'écrire sous la forme d'une représentation d'état :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (\text{II.6})$$

avec :

—  $A$  la matrice du système :

$$A = \left. \frac{\Delta f}{\Delta x} \right|_{x_0} \quad (\text{II.7})$$

—  $B$  la matrice d'entrée représentant le modèle soumis à une excitation  $u$  :

$$B = \left. \frac{\Delta f}{\Delta u} \right|_{u_0} \quad (\text{II.8})$$

Pour calculer les modes propres, SIMPACK résout ensuite l'équation aux valeurs propres du système :

$$Ae_i = \lambda_i e_i \quad (\text{II.9})$$

où

- $e_i$  représente la  $i$ ème déformée propre ;
- $\lambda_i$  représente la  $i$ ème valeur propre.

Le logiciel fournit alors les résultats suivants :

- la partie réelle et imaginaire de chaque valeur propre ;
- les fréquences propres du système amorti :

$$f_{d,i} = \frac{1}{2\pi} |Im(\lambda_i)| \quad (\text{II.10})$$

- les fréquences propres du système non amorti :

$$f_{0,i} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{Re(\lambda_i)^2 + Im(\lambda_i)^2} \quad (\text{II.11})$$

- le coefficient d'amortissement :

$$D_i = \frac{-Re(\lambda_i)}{\sqrt{Re(\lambda_i)^2 + Im(\lambda_i)^2}} \quad (\text{II.12})$$

### II.3.3 Modèles utilisés pour l'application industrielle

Des hypothèses de modélisation, choisies parmi celles décrites dans les sections précédentes, ont été utilisées pour les véhicules des applications industrielles du [chapitre V](#). Les modèles sont considérés comme vérifiés par ALSTOM. Ils ne sont par contre pas nécessairement validés.

Les deux modèles [section V.3.1](#) et [section V.4.1](#) possèdent des paramètres non-linéaires pour les composants de leurs suspensions.

La modélisation de la voie est par contre différente pour les deux véhicules. Le véhicule de la [section V.3.1](#) roule sur un modèle de voie avec support élastique où les rails sont modélisés avec un seul corps rigide. La voie est considérée comme droite et sans défaut à l'exception d'un défaut latéral au début de la voie défini par l'utilisateur. Le véhicule de la [section V.4.1](#) roule sur une voie rigide ne modélisant pas la flexibilité du ballast. Les irrégularités de la voie sont issues d'un fichier de mesures et le tracé de la voie comporte des courbes de très petit rayon.

Les roues des deux modèles sont considérées comme parfaites par rapport à la définition de leur profil.

Pour les deux modèles, les forces normales au contact roue-rail ont été modélisées avec un modèle élastique équivalent et la théorie de Hertz, tandis que les efforts tangentiels sont calculés avec l'algorithme FASTSIM et un coefficient de friction de 0.4.

Pour les intégrations temporelles, les deux modèles d'application utilisent l'algorithme SODASRT2, qui permet d'intégrer les systèmes d'équations raides rapidement.



---

---

## Chapitre III

# Réduction du coût de l'analyse de sensibilité de réponses temporelles

---

<b>III.1</b>	<b>Introduction</b> .....	30
<b>III.2</b>	<b>État de l'art des méthodes d'analyse de sensibilité</b> .....	31
	III.2.1 Méthodes locales .....	32
	III.2.2 Méthodes de criblage.....	34
	III.2.3 Méthodes globales .....	38
	III.2.4 Récapitulatif.....	41
	III.2.5 Techniques de diminution des temps de calcul de l'analyse de sensibilité.....	42
<b>III.3</b>	<b>Étude des échanges énergétiques pour l'analyse de sensibilité</b> .....	46
	III.3.1 Système académique non-linéaire étudié .....	46
	III.3.2 Analyse de sensibilité classique de référence de l'oscillateur .....	51
	III.3.3 Analyse de sensibilité par méthode énergétique sur l'oscillateur non-linéaire .....	53
	III.3.4 Sensibilité des résultats de la méthode énergétique aux paramètres initiaux .....	55
<b>III.4</b>	<b>Méthode d'analyse de sensibilité à partir d'analyses linéaires équivalentes</b> .....	58
	III.4.1 Analyse de sensibilité de l'oscillateur linéaire.....	59
	III.4.2 Analyse de sensibilité de l'oscillateur avec la méthode équivalente à partir d'analyses modales .....	61
	III.4.3 Validation de l'analyse de sensibilité équivalente à partir d'analyses modales.....	62
<b>III.5</b>	<b>Bilan</b> .....	64

## III.1 INTRODUCTION

Le chapitre précédent a présenté les véhicules ferroviaires ainsi que leur modélisation, en particulier celle utilisée par ALSTOM. Les objectifs de l'entreprise en ce qui concerne l'utilisation de la simulation numérique, par exemple pour le recalage de modèles ou la conception robuste, ainsi que les obstacles à cette utilisation tels que le coût de calcul important qui augmente avec le nombre de paramètres du modèle et qui dépend du coût d'une unique évaluation du modèle, ont été évoqués dans l'introduction. Pour réduire les coûts liés à l'utilisation de la simulation numérique, l'analyse de sensibilité est une méthode fréquemment employée.

L'analyse de sensibilité, étudiée en détails dans [Saltelli 08a], est un outil qui évalue l'influence des entrées d'un système sur une ou plusieurs de ses sorties. Cet outil est composé de différents indices de comparaison et de quantification de l'effet des paramètres et il existe diverses méthodes pour obtenir chacun de ces indices. Les différentes méthodes de calcul de cette influence permettent de :

- **hiérarchiser les paramètres en fonction de leur influence** ;
- déterminer le sous-ensemble de paramètres qui contribue le plus à la variabilité de la sortie ;
- **réduire l'espace des paramètres pour simplifier les analyses suivantes comme par exemple le recalage** ;
- déterminer s'il existe un espace des paramètres qui provoque une variation maximale de la réponse ;
- quantifier la part de la variation de la sortie qui peut être imputée à chaque source variable ;
- déterminer les régions optimales de l'espace des paramètres qui pourront être utilisées pour le recalage du modèle.
- déterminer les interactions entre les paramètres.

Pour obtenir ces résultats, il est nécessaire de sélectionner les paramètres dont on veut connaître l'influence, déterminer leur intervalle de variation, modifier la valeur des paramètres selon un plan pré-déterminé et adapté à la méthode d'analyse de sensibilité sélectionnée, puis évaluer le modèle pour chaque point de ce plan, et enfin calculer les indices de sensibilité à partir des résultats du plan.

Le coût de calcul d'une analyse de sensibilité dépend du coût d'une unique évaluation du modèle et de la taille du plan de modification des paramètres, qui dépend elle-même du nombre de paramètres et de la méthode d'analyse de sensibilité choisie. La méthode choisie ne dépend pas uniquement des objectifs de l'analyse mais aussi des caractéristiques du modèle telles que sa linéarité ou sa monotonie, et du temps d'analyse disponible. De Rocquigny et al. [de Rocquigny 08] ont proposé un arbre de décision permettant de choisir la méthode d'analyse de sensibilité en fonction des caractéristiques du modèle pour les problèmes industriels. Malgré de nombreuses méthodes de réduction des temps de calcul des analyses de sensibilité, le choix des méthodes possibles pour les problèmes industriels non-linéaires, avec plus de 20 paramètres et avec un coût d'évaluation supérieur à 1 min est fortement

restreint. La tâche se complique encore davantage pour les problèmes ayant plus de 100 paramètres et un coût d'évaluation supérieur à 1 h, propriétés qui correspondent à celles des modèles ferroviaires utilisés par ALSTOM, dont des exemples sont décrits [chapitre V](#). Alors que l'analyse de sensibilité pose un problème de coût pour les modèles de grande dimension, l'une de ses applications évoquée est paradoxalement la réduction de l'espace des paramètres. Ainsi, de nouvelles techniques de diminution des temps de calcul sont nécessaires afin de pouvoir utiliser l'outil pour réduire l'espace des paramètres des modèles industriels d'ALSTOM. Deux approches ont été étudiées lors de ces travaux de thèse. Elles sont adaptées à la réduction de l'espace des paramètres d'un système non-linéaire possédant plus de 100 paramètres, et dont les sorties, calculées par intégration temporelle, ont un coût supérieur à 1 h de calcul.

Pour mieux appréhender les enjeux du chapitre, une première partie décrit les méthodes classiquement utilisées pour l'analyse de sensibilité, ainsi que quelques techniques de la littérature utilisées pour réduire les temps de calcul. La section suivante présente la première technique développée pour réduire l'espace des paramètres. Elle consiste à calculer les variations d'énergie dans les composants des suspensions, et à considérer comme paramètres influents, les paramètres des composants présentant la plus grande variation d'énergie. Enfin, la troisième section aborde la deuxième technique d'analyse de sensibilité étudiée pendant la thèse. Cette méthode a pour objectif de remplacer l'analyse de sensibilité sur les intégrations temporelles par des analyses faisant appel au même comportement du véhicule mais qui sont plus rapides. Le chapitre se termine par un bilan des résultats obtenus.

Les notations suivantes seront utilisées :

- $n_p$  le nombre de paramètres ;
- $x_j$  le paramètre d'indice  $j$  ;
- $x = (x_1, x_2, \dots, x_{n_p})$  le vecteur des paramètres d'entrée ;
- $y$  la sortie ;
- $y = f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_{n_p})$  où  $f$  est la relation liant la sortie aux entrées ;
- $\Omega^{n_p}$  l'espace  $n_p$ -dimensionnel des paramètres d'entrée ;
- $\bar{y}$  la moyenne de la sortie ;
- $\bar{x}_j$  la moyenne du paramètre  $x_j$ .

## III.2 ÉTAT DE L'ART DES MÉTHODES D'ANALYSE DE SENSIBILITÉ

Il est d'usage de classer les méthodes d'analyses de sensibilité en deux grandes catégories : les méthodes locales et les méthodes globales. On peut également distinguer les méthodes de criblage parmi les méthodes globales. Ces méthodes se

différencient par la précision des informations apportées sur l'influence des paramètres, par leur coût de calculs, et par les hypothèses de modélisation avec lesquelles elles peuvent être utilisées. Les trois sections suivantes présentent les mesures de sensibilité les plus courantes de ces trois catégories et les différentes méthodes d'évaluation de ces mesures. La dernière section décrit les techniques traditionnellement utilisées pour réduire les temps de calcul.

### III.2.1 Méthodes locales

Les méthodes locales permettent d'analyser l'influence d'une faible perturbation des paramètres sur la sortie d'intérêt. Les indices de sensibilité sont calculés à partir des dérivées partielles des sorties par rapport aux paramètres. Les paramètres ont souvent des intervalles de variation courts et de longueurs identiques centrés sur la valeur nominale du paramètre. Les paramètres varient chacun à leur tour, les autres paramètres restant alors fixés. Ces méthodes de calcul des indices de sensibilité fournissent l'importance relative des entrées du système de manière très rapide. Cependant, elles sont fondées sur une hypothèse forte : elles supposent que la sortie varie linéairement en fonction des paramètres. De plus, elles ne prennent pas en compte l'intervalle de variation réel des paramètres. Deux solutions d'évaluation des dérivées partielles sont exposées.

#### III.2.1.a Méthode directe

La méthode directe mesure les indices de sensibilité des sorties en appliquant directement la définition mathématique des dérivées partielles sur la relation entrée-sortie du modèle. Le calcul est réalisé sous forme d'une équation différentielle matricielle [Dickinson 76]. Les  $n$  équations différentielles du système non-stationnaire étudié sont explicitées sous la forme :

$$\frac{dy_i}{dt} = g_i(y, x, t), \quad i = 1, \dots, n \quad \text{et} \quad y = (y_1, \dots, y_n) \quad (\text{III.1})$$

avec  $g_i$  une fonction.

Cette équation est dérivée par rapport au paramètre  $x_j$  :

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial y_i}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} (g_i(y(x, t), x, t)) \quad (\text{III.2})$$

Soit, d'après la dérivée d'une fonction composée :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial y_i}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial g_i}{\partial x_j} + \sum_{\iota=1}^n \frac{\partial g_i}{\partial y_\iota} \frac{\partial y_\iota}{\partial x_j} \quad (\text{III.3})$$

D'où :

$$\frac{\partial}{\partial t} (S) = \frac{\partial g_i}{\partial x_j} + \sum_{\iota=1}^n \frac{\partial g_i}{\partial y_\iota} S \quad (\text{III.4})$$

avec :

$$\dot{S} = JS + J_p \quad (\text{III.5})$$

où

- $J$  est la matrice Jacobienne telle que  $J_{i,\iota} = \frac{\partial g_i}{\partial y_\iota}$  ;
- $J_p$ , est telle que  $J_{p_i,j} = \frac{\partial g_i}{\partial x_j}$  ;
- et  $S$  est la matrice de sensibilité  $S_{\iota,j} = \frac{\partial y_\iota}{\partial x_j}$ .

La matrice de sensibilité est obtenue en résolvant l'Équation III.5. La méthode directe est la plus précise pour calculer la sensibilité des sorties à une variation locale des paramètres. Un faible coût d'évaluation avec cette méthode implique de résoudre l'Équation III.1 et l'Équation III.5 à la suite l'une de l'autre, à chaque pas de temps, pour effectuer un seul calcul de la matrice Jacobienne qui est identique pour les deux systèmes. De plus, cette méthode nécessite d'avoir accès aux équations du système et au code de résolution.

La méthode directe de calcul de la sensibilité a été appliquée dans le domaine ferroviaire sur un méta-modèle obtenu avec la méthode de la surface de réponse pour 10 paramètres de suspension linéaires [Xie 16]. Les dérivées des sorties d'un modèle analytique de véhicule ferroviaire par rapport aux variables de conception ont été calculées pour déterminer l'influence de ces variables dans [Ding 15]. Pour faciliter les calculs, une méthode numérique efficace de calcul des gradients a été exploitée.

L'analyse de sensibilité par méthode directe nécessite un accès direct aux équations du système et est une méthode locale adaptée aux modèles linéaires. Les modèles ferroviaires d'ALSTOM étant réalisés sous SIMPACK, l'accès aux équations du système n'est pas simple. De plus, les modèles d'ALSTOM sont non-linéaires. La méthode directe n'est donc pas adaptée dans notre cas.

### III.2.1.b Méthode des différences finies

La méthode des différences finies approche les dérivées de la sortie en fonction de chaque paramètre par les taux d'accroissement de la sortie entre deux valeurs de chaque paramètre. Les deux valeurs peuvent être choisies de différentes manières :

- La méthode des différences finies avec un décentrage amont calcule le taux d'accroissement entre la valeur centrale  $x_{jc}$  de l'intervalle de variation du paramètre  $x_j$ , et cette valeur centrée à laquelle a été ajoutée un pas  $\Delta x_{jc}$ . Le taux d'accroissement des différences finies avec décentrage amont peut alors être explicité par la formule suivante :

$$\frac{\partial y}{\partial x_j} \approx \frac{y(x_{jc} + \Delta x_{jc}) - y(x_{jc})}{\Delta x_{jc}}, \quad j = 1, \dots, n_p \quad (\text{III.6})$$

- La méthode des différences finies par approximations centrées utilise deux valeurs situées à égales distances de part et d'autre du centre de l'intervalle de variation. La distance totale entre les deux points correspond au pas  $\Delta x_{jc}$ . Le taux d'accroissement peut être formulé de la manière suivante :

$$\frac{\partial y}{\partial x_j} \approx \frac{y(x_{jc} + \frac{\Delta x_{jc}}{2}) - y(x_{jc} - \frac{\Delta x_{jc}}{2})}{\Delta x_j}, \quad j = 1, \dots, n_p \quad (\text{III.7})$$

Les deux alternatives pour calculer le taux d'accroissement sont expliquées visuellement [Figure III.1](#). L'axe des abscisses représente les valeurs du paramètre  $x_j$ , et l'ordonnée les valeurs correspondantes de la sortie  $y$ . Le centre  $x_{jc}$  de l'intervalle de variation du paramètre  $x_j$  est indiqué par une croix grise. La dérivée partielle exacte est représentée par un trait vert dont la pente est égale à la valeur de la dérivée. Le point situé à une distance  $\Delta x_{jc}$  du centre est représenté par une croix orange, et l'approximation de la dérivée utilisant ces points avec la méthode avec décentrage amont est indiquée par une droite de la même couleur dont la pente est égale à l'approximation. Pour la méthode par différences finies centrées, les points de mesure de la sortie sont signalés par deux croix bleues, et l'approximation de la sensibilité est suggérée par la pente de la droite bleue reliant les deux points.

Cette méthode est facile à coder, mais peu précise. La méthode avec décentrage amont nécessite  $n_p + 1$  simulations. La méthode des différences centrées, plus précise, nécessite  $2n_p$  simulations. De plus, les différences finies ne prennent pas en compte l'intervalle de variation des différents paramètres car le pas  $\Delta x_{jc}$  est identique pour tous les paramètres.

Bien que cette méthode soit rapide et donc appropriée aux modèles coûteux et/ou de grande dimension, les différences finies calculent la sensibilité locale de modèles linéaires. Elle n'est donc pas utilisable pour les modèles non-linéaires étudiés.

### III.2.2 Méthodes de criblage

Les méthodes de criblage servent à identifier un ensemble de paramètres beaucoup plus influents que les autres parmi les paramètres d'un modèle de très grande dimension. Ce sont des méthodes qualitatives et moins coûteuses que les méthodes globales. Elles servent en général de première étape à l'analyse de sensibilité, qui est souvent complétée par une méthode quantitative plus coûteuse sur les paramètres qui ressortent de l'analyse de criblage. Ces méthodes reposent sur l'hypothèse qu'il existe un groupe limité de paramètres influents parmi tous les paramètres. Les deux méthodes les plus connues sont évoquées dans les sections suivantes.

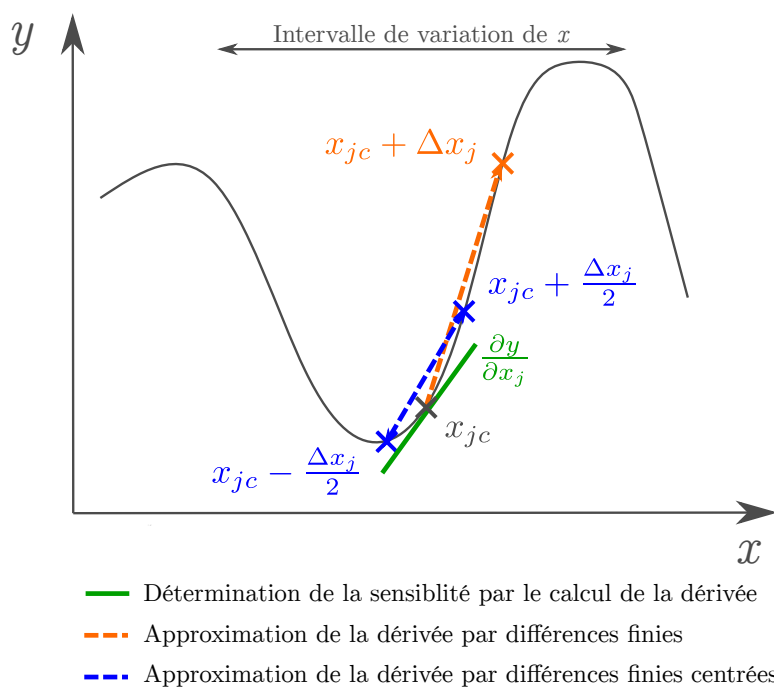


FIGURE III.1 – Schéma du principe de l'analyse de sensibilité par différences finies

### III.2.2.a Méthode One-At-a-Time (OAT)

La méthode One-At-a-Time (OAT) étudie l'influence des paramètres en faisant varier chacun d'entre eux à tour de rôle par rapport à une valeur de contrôle. Pour chaque facteur, deux valeurs extrêmes sont choisies pour l'intervalle de variation, la valeur de contrôle étant souvent positionnée à mi-chemin entre ces deux extrêmes. Les amplitudes des résidus, définis comme la différence entre la valeur de la sortie perturbée et celle de la sortie issue de la valeur de contrôle, sont calculées pour chaque paramètre que l'on fait varier, puis sont comparées pour évaluer le paramètre auquel le modèle est le plus sensible. Cette méthode donne une estimation de l'effet principal, elle ne permet donc pas la prise en compte des interactions entre les paramètres. Elle suppose que la sortie varie de façon monotone. Le coût numérique de cette méthode est  $2n_p + 1$  évaluations du modèle.

La méthode OAT a été utilisée à plusieurs reprises dans le domaine ferroviaire. Sharma [Sharma 13] a appliqué la méthode d'analyse de sensibilité pour étudier l'influence des masses, des inerties, des propriétés du contact roue-rail, et des propriétés des composants de suspension sur les accélérations latérales et verticales d'un véhicule indien. Suarez et al. [Suarez 13b, Suarez 13a] ont réalisé une étude OAT sur un modèle ferroviaire généraliste avec des paramètres de suspension et de masse linéaires. Bigoni et al. [Bigoni 13, Bigoni 14] ont eu une première idée

des paramètres influents de leur modèle non-linéaire en les faisant dans un premier temps varier un à un avec une mesure de sensibilité basée sur la variance.

La méthode OAT a l'avantage d'être peu coûteuse, cependant elle ne prend pas en compte les interactions entre les paramètres. Les modèles étudiés étant susceptibles de contenir des paramètres qui interagissent entre eux, cette méthode d'analyse de sensibilité n'est pas adaptée à notre problème.

### III.2.2.b Méthode de Morris

La méthode de Morris [Morris 91] permet de couvrir tout l'espace des paramètres et de prendre en compte les non-linéarités et les interactions. Cette méthode détermine si l'effet du facteur est négligeable, linéaire, non-linéaire, additif, ou avec interaction, en effectuant une analyse locale OAT pour plusieurs échantillons aléatoires de paramètres. Les échantillons sont sélectionnés parmi un ensemble de valeurs appelées niveaux. Les  $n_t$  analyses OAT réalisées pour les  $n_t$  échantillons sélectionnés sont appelées des trajectoires. L'analyse de Morris se déroule comme suit :

1. On prend un échantillon  $x^* = (x_1^*, \dots, x_{n_p}^*)$  du vecteur des entrées, qui constitue l'expression nominale de  $x$ .
2. On fait varier une composante  $j$  de  $x^*$  d'une valeur  $\Delta$  telle que le nouveau vecteur des entrées  $x^{(1)}$  soit toujours compris dans  $\Omega^{n_p}$  :

$$x^{(1)} = (x_1^*, \dots, x_{j-1}^*, x_j^* \pm \Delta, x_{j+1}^*, \dots, x_{n_p}^*) \quad (\text{III.8})$$

Cette étape est la première modification de la trajectoire qui comporte  $n_p$  modifications.

3. On calcule l'effet élémentaire  $EE_j^{t_1}$  de la  $j$ -ème composante de  $x$  pour la première trajectoire  $t_1$  par :

$$EE_j^{t_1} = \frac{y(x^{(1)}) - y(x^*)}{\Delta} \quad (\text{III.9})$$

4. On exécute les étapes précédentes en faisant varier les autres  $n_p - 1$  composantes de  $x^*$  une à une. On obtient un effet élémentaire pour chaque paramètre.
5. On recommence les étapes précédentes avec de nouveaux échantillons  $x^*$  pour les  $n_t - 1$  trajectoires restantes. On obtient alors  $n_t - 1$  nouveaux effets élémentaires pour chaque paramètre.
6. Enfin, on calcule l'effet moyen  $ET_j$  du paramètre  $j$  en évaluant la moyenne des  $n_t$  effets élémentaires du paramètre :

$$ET_j = \frac{1}{n_t} \sum_{i=1}^{n_t} EE_j^{t_i} \quad (\text{III.10})$$

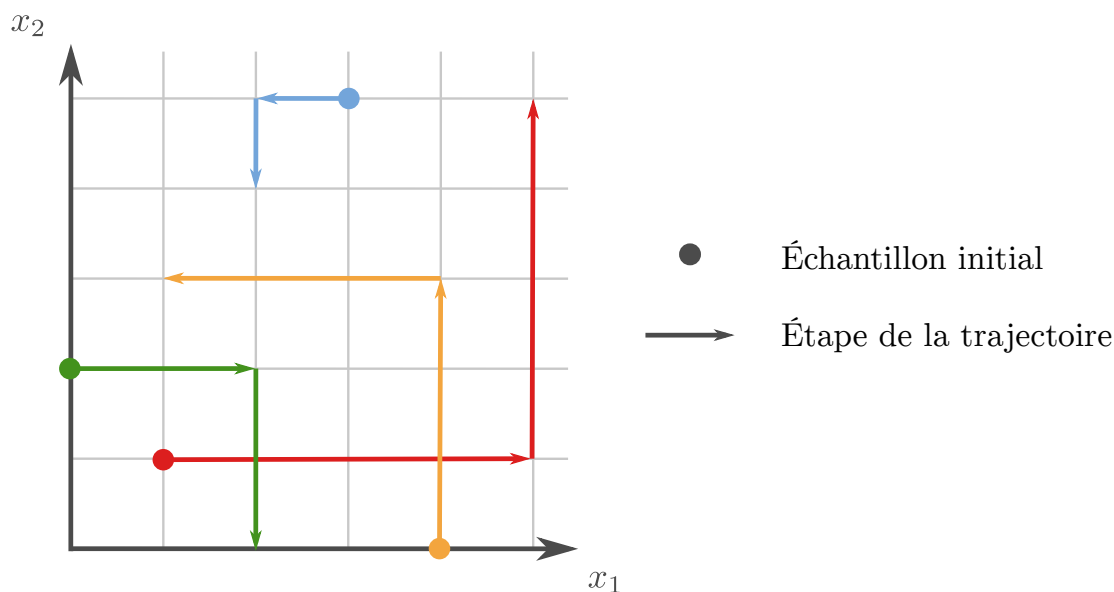


FIGURE III.2 – Illustration du maillage d'un espace en deux dimensions pour la méthode de Morris avec 6 niveaux et 4 trajectoires

Plus  $ET_j$  est grand, plus le facteur est influent. L'écart type décrit son interaction avec les autres paramètres. L'écart-type des  $n_t$  effets élémentaires des paramètres, qui indique des éventuelles interactions et non-linéarités entre les paramètres, est également calculé. Plus l'écart-type est important, plus l'interaction est forte.

Le coût numérique de la méthode est  $2n_t n_p$ . Une méthode matricielle plus économique en temps de calcul, ne nécessitant que  $n_t(n_p + 1)$  calculs, est décrite dans [Saltelli 08a]. Campolongo et al. [Campolongo 07] ont amélioré l'efficacité de l'analyse de Morris à temps de calcul égal en sélectionnant les trajectoires pour qu'elles maximisent la couverture de l'espace des paramètres. L'étude de la valeur absolue des effets élémentaires a aussi été proposée, ce qui permet de classer les paramètres sans s'occuper du signe de l'effet élémentaire et donc le sens dans lequel le paramètre influence la sortie. Enfin, Santiago et al. [Santiago 12] ont adapté la méthode de Morris pour qu'elle fournisse les indices de Morris à partir d'échantillons qui couvrent tout l'espace des paramètres plutôt qu'à partir des trajectoires. Les échantillons sont alors réutilisables pour une optimisation et permettent ainsi de gagner en temps de calcul.

Dans le domaine ferroviaire, la méthode de Morris a été appliquée à la détermination des paramètres influents des vents de travers sur la stabilité aérodynamique d'un véhicule [Wetzel 10]. Pour des applications plus proches de notre problématique, la méthode de Morris a servi à identifier les paramètres de masse et de suspension influents d'un modèle de TGV pour réduire l'espace des paramètres avant un recalage du modèle [Kraft 13]. On peut également citer [Fünfschilling 14]

qui a utilisé la méthode de Morris pour réduire le nombre de paramètres influents sur le coefficient de déraillement avant une analyse de sensibilité quantitative.

La méthode de Morris est la méthode adaptée aux modèles non-linéaires la moins coûteuse. Cependant, pour l'exemple d'application décrit [section V.3.1](#) avec 91 paramètres de suspension, les temps de calcul restent excessifs (voir la [section V.3.2](#)).

### III.2.3 Méthodes globales

Les méthodes globales étudient les répercussions de la variabilité des entrées sur la variabilité de la sortie [[Saltelli 08b](#)]. Cette variabilité est potentiellement importante. Ces méthodes permettent également de déterminer la part de responsabilité de chaque entrée sur les variations de la sortie. Les paramètres sont décrits par leur fonction de densité de probabilité, qui représente notre connaissance, ou manque de connaissance, du paramètre. L'influence de chaque entrée est calculée alors que les autres paramètres varient en même temps. Ces méthodes sont adaptées aux modèles non-linéaires.

#### III.2.3.a Indices de sensibilité de corrélation et de régression

La première étape de détermination des mesures de sensibilité par indice de corrélation ou de régression consiste à échantillonner au minimum  $N \geq n_p + 1$  fois l'espace des paramètres avec une méthode d'échantillonnage telle que l'échantillonnage aléatoire, l'échantillonnage quasi-aléatoire, l'échantillonnage latin hypercube (LHS pour Latin Hypercube Sampling), ou encore l'échantillonnage stratifié. Ensuite, la réponse du modèle est calculée pour tous les échantillons. Les indices de sensibilité de corrélation et de régression peuvent alors être calculés à partir de ces échantillons.

Pour les modèles linéaires, on trouve les indices suivants :

1. Le coefficient de corrélation de Pearson.

En notant  $y_i$  la sortie de l'échantillon  $i$ ,  $x_{ij}$  la valeur du paramètre  $j$  pour l'échantillon  $i$ , le coefficient est calculable à partir de la relation suivante :

$$r_{x_j y} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_{ij} - \bar{x}_j)(y_i - \bar{y})}{\left[ \sum_{i=1}^N (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 \right]^{1/2} \left[ \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \right]^{1/2}} \quad (\text{III.11})$$

2. Les coefficients de régression standard SRC (pour Standardized Regression Coefficients).

On cherche à ajuster un modèle de régression linéaire à partir des échantillons entrées-sorties. On veut donc déterminer les coefficients  $\alpha_j$  tels que :

$$y_i = \alpha_0 + \sum_{j=1}^{n_p} \alpha_j x_{ij} + \varepsilon_i \quad (\text{III.12})$$

où  $\varepsilon_i$  est l'erreur résiduelle due à l'approximation. L'analyse des moindres carrés est fréquemment utilisée pour déterminer les coefficients de régression  $\alpha_j$ . Une fois les coefficients déterminés, on vérifie la validité du modèle de régression linéaire avec le coefficient de corrélation  $R_y^2$ .

$$R_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^N ((\hat{y}_i - \bar{y})^2)}{\sum_{i=1}^N ((y_i - \bar{y})^2)} \quad (\text{III.13})$$

avec  $\hat{y}_i$  la sortie du modèle de régression pour l'échantillon  $i$ . Plus le coefficient est proche de 1, plus la régression linéaire parvient à approcher les données.

Le modèle de régression peut se réécrire sous la forme suivante :

$$\frac{y - \bar{y}}{\hat{s}} = \sum_j \frac{\alpha_j \hat{s}_j}{\hat{s}} \frac{x_j - \bar{x}_j}{\hat{s}_j} \quad (\text{III.14})$$

où

$$\hat{s} = \left[ \sum_i \frac{(y_i - \bar{y})^2}{N - 1} \right]^{1/2}, \quad \hat{s}_j = \left[ \sum_i \frac{(x_{ij} - \bar{x}_i)^2}{N - 1} \right]^{1/2} \quad (\text{III.15})$$

Les coefficients  $b_j \hat{s}_j / \hat{s}$  correspondent aux indices de sensibilité SRC ;

3. L'indice PCC (pour Partial Correlation Coefficient)

L'indice PCC calcule la corrélation entre la sortie et une entrée après un ajustement effectué pour éviter les effets dus à une éventuelle interaction entre l'entrée étudiée et un autre facteur. L'indice PCC donne une hiérarchisation identique à celle du SRC si les facteurs sont décorrélés mais les indices ne sont pas égaux.

Pour régler le problème de la nécessité d'un modèle linéaire, on utilise des indices basés sur la transformation des rangs : l'indice SRRC (Standardized Rank Regression Coefficient) et l'indice PRCC (Partial Rank Correlation Coefficient). La transformation de rang est une procédure simple qui implique de remplacer les données par leur rang. Les techniques de régression linéaire sur les rangs sont utilisables pour les problèmes monotones. Pour les problèmes fortement non monotones, les résultats peuvent devenir douteux (faible coefficient de corrélation).

Les indices de corrélation et de régression n'ont, à notre connaissance jamais été utilisés dans le domaine de la dynamique ferroviaire. De plus, l'hypothèse de monotonie est trop restrictive pour que la méthode puisse être appliquée aux modèles de véhicules ferroviaires d'ALSTOM.

### III.2.3.b Méthodes de décomposition de la variance

Le sensibilité des paramètres peut être calculée à partir de la variance de la sortie. Deux méthodes d'estimation de ces indices sont exposées dans cette section : la méthode de Sobol et la méthode FAST [Saltelli 08b].

La méthode d'analyse de sensibilité proposée par Sobol est fondée sur la décomposition de la fonction entrées-sortie  $f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_{n_p})$  en une somme de termes de dimension croissante :

$$f(x) = f_0 + \sum_{i=1}^{n_p} f_i(x_i) + \sum_{1 \leq i < j \leq n_p} f_{ij}(x_i, x_j) + \dots + f_{1,2,\dots,n_p}(x_1, \dots, x_{n_p}) \quad (\text{III.16})$$

avec  $f_0$  une constante. Cette décomposition, appelée *HDMR expansion* en anglais (pour High-Dimensional Model Representation), est réalisée afin que la variance  $D$  de  $f(x)$  puisse elle-même se décomposer de la façon suivante :

$$D = \sum_{j=1}^{n_p} D_j + \sum_{1 \leq i < j \leq n_p} D_{ij} + \dots + D_{1,2,\dots,n_p} \quad (\text{III.17})$$

Chaque terme de cette décomposition correspond à une intégrale multidimensionnelle :

$$D = \int_{\Omega^{n_p}} f^2(x) dx - f_0^2 \quad (\text{III.18})$$

$$D_{i_1,\dots,i_s} = \int_0^1 \dots \int_0^1 f_{i_1,\dots,i_s}^2(x_{i_1}, \dots, x_{i_s}) dx_{i_1} \dots dx_{i_s} \quad (\text{III.19})$$

avec  $1 \leq i_1 < \dots < i_s \leq n_p$  et  $s = 1, \dots, n_p$ . Les intégrales multidimensionnelles sont très souvent approchées par la méthode d'intégration de Monte-Carlo. Enfin, l'indice de sensibilité  $S_j$  de premier ordre du paramètre  $j$  est calculé par la formule suivante :

$$S_j = \frac{D_j}{D} \quad (\text{III.20})$$

alors que les indices de sensibilité d'ordres supérieurs sont donnés par :

$$S_{i_1,\dots,i_s} = \frac{D_{i_1,\dots,i_s}}{D} \text{ avec } 1 \leq i_1 < \dots < i_s \leq n_p \quad (\text{III.21})$$

Les indices de sensibilité de Sobol représentent la fraction de la variance totale de  $f(x)$  qui est due à chaque paramètre ou combinaison de paramètres. Le plus grand défaut de ces indices est leur coût de calcul très élevé. Pour les modèles non-linéaires, le calcul des indices d'ordre élevé est essentiel. Avec un échantillon

de taille  $N$ , souvent de l'ordre de la centaine ou du millier, il faut  $N \times \sum_{i=0}^L \frac{n_p!}{(n_p-i)!i!}$  évaluations du modèle pour calculer les indices d'ordre  $L$ . Pour réduire le nombre de calculs, on peut construire un indice qui estime la contribution totale de chaque paramètre  $x_j$  à la variance de  $f(x)$ , c'est à dire l'effet de premier ordre et de toutes les interactions du paramètre. Le terme de l'effet total  $TS(j)$  est défini comme la somme de tous les termes où au moins un des indices est égal à  $j$ . Cette nouvelle approche calculant seulement l'indice du premier ordre et l'effet total réduit le nombre d'évaluation du modèle à  $N \times (n_p + 1)$ , tout en continuant à fournir une estimation des indices d'ordre élevé.

La méthode FAST (Fourier Amplitude Sensitivity Test) est une méthode également basée sur la décomposition de la variance. Elle réécrit les paramètres  $x_i$ ,  $i = 1, \dots, n_p$ , qui sont les variables d'intégration des indices de sensibilité, sous la forme :

$$x_i = G_i(\sin(\omega_i s)) \quad (\text{III.22})$$

avec  $s \in (-\pi, \pi)$  une variable d'intégration scalaire unique,  $G_i$  une fonction de transformation, et  $\{\omega_i\}$  un ensemble de fréquences angulaires entières. Cette décomposition transforme donc les intégrales multidimensionnelles en intégrales unidimensionnelles. Les séries de Fourier permettent alors d'approcher les indices de sensibilité du premier ordre. Les calculs sont plus rapides qu'avec la méthode de Sobol. Cependant, la méthode FAST ne permet pas de déterminer les interactions entre les paramètres.

Dans le domaine ferroviaire, Fünfschilling et al. [Fünfschilling 14] ont complété l'analyse de Morris avec une analyse de sensibilité de Sobol fournissant les influences relatives des 3 paramètres sélectionnés avec Morris. On remarque le faible nombre de paramètres. En effet, la méthode, parfaitement adaptée aux modèles non-linéaires, est très coûteuse et n'est donc pas envisageable pour les modèles ALSTOM. La méthode FAST est également éliminée des solutions car elle ne calcule pas les interactions.

### III.2.4 Récapitulatif

Le tableau III.1 compare les méthodes de l'état de l'art en résumant leurs principales caractéristiques. La première colonne fournit le nom de la méthode. La deuxième rappelle à laquelle des trois catégories la méthode appartient. Les colonnes suivantes décrivent les hypothèses faites sur le modèle pour pouvoir utiliser la méthode et les conditions d'utilisation : variation des paramètres lors de l'analyse, coût de la méthode, hypothèse de linéarité ou de monotonie du modèle, calcul des interactions entre les paramètres, et prise en compte des incertitudes sur les paramètres.

Méthode	Approche	Intervalles de variation des paramètres	Coût	Type de modèle	Interactions	Incertitudes
Directe	Locale	Petits et identiques	++	Linéaire	✓	×
Différences finies	Locale	Petits et identiques	+	Linéaire	×	×
OAT	Criblage	Petits	++	Monotone	×	×
Morris	Criblage	Larges	+++	Non-linéaire	✓ (globales)	×
Indices de régression	Globale	Larges	++++	Monotone	✓	✓
Sobol	Globale	Larges	++++	Non-linéaire	✓ (détaillées)	✓
FAST	Globale	Larges	++++	Non-linéaire	×	✓

TABLE III.1 – Comparaison des différentes méthodes d'analyse de sensibilité de l'état de l'art

### III.2.5 Techniques de diminution des temps de calcul de l'analyse de sensibilité

L'analyse de sensibilité est une technique qui peut rapidement devenir coûteuse. En effet, son coût dépend du nombre de paramètres à faire varier, de leur intervalle de variation, et du coût d'une évaluation du modèle. Les modèles étant de plus en plus complexes et le nombre de paramètres augmentant, la charge de calcul peut vite devenir rédhibitoire. Au cours des années, de nombreux auteurs ont donc cherché à diminuer le coût de l'analyse de sensibilité en adaptant les méthodes décrites précédemment.

#### III.2.5.a Division de l'analyse de sensibilité en deux étapes

Il est souvent admis que, pour un modèle ayant beaucoup de paramètres, seul un petit nombre de ces paramètres influe sur la sortie d'intérêt. Une première méthode de réduction des coûts consiste donc à utiliser dans un premier temps une méthode d'analyse de sensibilité qualitative peu coûteuse pour réduire l'espace des paramètres aux seuls paramètres réellement influents. Une fois l'espace réduit, une méthode quantitative peut être utilisée pour connaître avec précision l'influence relative des paramètres restants. Cette méthode a été appliquée dans plusieurs domaines, dont le domaine ferroviaire. Campolongo et al. [Campolongo 99] ont effectué une analyse de sensibilité par méthode de criblage sur la cinétique d'une réaction chimique, puis ils ont évalué les indices de sensibilité des paramètres restants avec une analyse quantitative fondée sur la décomposition de la variance. Fünfschilling et al. [Fünfschilling 14] ont appliqué cette méthode sur l'analyse de sensibilité du critère de déraillement d'un véhicule ferroviaire avec les méthodes de Morris puis de Sobol. Suarez et al. [Suarez 13b] recommandent la division de l'analyse de sensibilité en deux étapes pour le domaine ferroviaire dans la conclusion de leurs travaux.

Cette approche peut être utilisée pour réduire le coût des analyses de sensibilité ferroviaires d'ALSTOM à condition que chaque étape ait elle-même un coût raisonnable.

### III.2.5.b Méthode de criblage par groupes

L'analyse de sensibilité par groupes divise également l'analyse de sensibilité en plusieurs étapes. En 1961, Watson [Watson 61] a émis l'idée d'appliquer les méthodes de criblage de manière séquentielle sur des groupes de paramètres puis sur les paramètres des groupes influents plutôt que sur des paramètres individuels directement. Tous les paramètres d'un groupe varient en même temps, ce qui réduit le nombre d'évaluations du modèle et permet d'utiliser l'analyse sur des modèles ayant de nombreux paramètres, par exemple une centaine ou un millier de paramètres. Pour éviter que la modification simultanée des paramètres d'un même groupe ne se compense sur la sortie, l'utilisateur doit s'assurer que les paramètres d'un même groupe provoquent une variation dans le même sens de la sortie. De nombreux développements ont contribué à enrichir cette méthode. Ils sont rassemblés et résumés dans [Morris 06]. Saltelli et al. [Saltelli 08a] décrit en détails les multiples itérations d'un plan factoriel fractionnaire sur des groupes de facteurs permettant de déterminer les effets principaux, quadratiques et les interactions du second ordre avec moins de calculs que de facteurs. La méthode d'analyse de sensibilité par groupes de paramètres existe également pour les méthodes globales. Le coût des méthodes d'analyse de sensibilité par groupes dépend du nombre de paramètres influents du modèle et de la façon dont les groupes de paramètres sont formés à chaque itération.

La méthode a été appliquée dans plusieurs domaines, mais, à notre connaissance, pas dans le domaine ferroviaire. Thorsen [Thorsen 10] a utilisé les deux méthodes précédemment décrites dans cette section pour réduire les temps de calcul d'une analyse de sensibilité sur les paramètres d'un modèle de développement des prairies. Le processus d'analyse de sensibilité est divisé en deux étapes. Une analyse de sensibilité de type Morris est dans un premier temps effectuée sur des groupes de paramètres, puis une analyse de sensibilité de type Sobol classe les paramètres des groupes les plus influents. La méthode de criblage par groupe a aussi été utilisée pour déterminer l'influence de paramètres de modèles de fibres sur le comportement en traction de ces fibres [Del Mastro 18].

Le criblage par groupes nécessitant la connaissance du sens de variation des sorties en fonction des paramètres et les coûts de calcul dépendant fortement des groupes choisis, la méthode n'a pas été considérée comme adaptée pour réduire les temps de calcul des analyses de sensibilité d'ALSTOM.

### III.2.5.c Utilisation de méta-modèles

Pour réduire les coûts d'évaluation du modèle, une approximation du modèle, appelée méta-modèle, peut être réalisée. Les méta-modèles permettent de calculer rapidement la valeur de la sortie étudiée pour un grand nombre de points de l'espace des paramètres en se basant sur un nombre fini d'échantillons d'entraînement de l'espace de conception. Le nombre d'échantillons permettant d'entraîner le méta-modèle croît rapidement avec le nombre de paramètres. Plusieurs méthodes d'approximation du modèle existent. Les plus courantes sont évoquées [section IV.3](#).

Zhang et al. [[Zhang 14a](#)] ont réalisé un méta-modèle réseau de neurones d'un train à grande vitesse dont le modèle possédait 29 paramètres. Les paramètres clés de conception ont été identifiés à l'aide d'indices de sensibilité formulés à partir des caractéristiques du méta-modèle obtenu. De même, Park et al. [[Park 09](#)] ont réduit les temps de calcul de leur analyse de sensibilité sur 29 paramètres en utilisant des méta-modèles créés avec une surface de réponse et un réseau de neurones, tandis que Mazzola et Bruni [[Mazzola 12](#)] ont utilisé un méta-modèle polynomial sur un modèle possédant 2 paramètres. Avant leur analyse de sensibilité, Xie et al. [[Xie 16](#)] ont simplifié leur modèle de véhicule ferroviaire avec 10 paramètres linéaires de suspension en implémentant un méta-modèle de régression quadratique polynomiale.

La création d'un méta-modèle pour les modèles d'ALSTOM, possédant au mieux une centaine de paramètres de masse, d'inertie et de suspension, afin de diminuer les temps de calcul n'est paradoxalement pas réalisable sans réduction préalable de l'espace des paramètres. Cette technique n'est donc pas utilisable pour une première analyse de sensibilité des modèles ferroviaires.

### III.2.5.d Méthodes cut-HDMM et M-DRM

La méthode de Sobol décrite [section III.2.3.b](#) peut être rendue moins coûteuse en utilisant la méthode cut-HDMM [[Saltelli 08b](#)]. Cette méthode consiste à approcher la fonction entrée-sortie  $f(x)$  par une somme de fonctions de petite dimension avec pour dimension maximale  $L \leq n_p$ . Prenons un exemple avec  $L = 1$ . Les fonctions de petite dimension, c'est à dire pour notre exemple univariées, sont d'abord construites en choisissant un point fixe de référence de l'espace des paramètres, appelé point de coupure  $c = (c_1, \dots, c_{n_p})$ . Ensuite, la  $i^{\text{ème}}$  fonction univariée  $f_i^c(x_i)$ ,  $i = 1, \dots, n_p$ , est définie en fixant toutes les variables de  $f(x)$  sauf la variable  $x_i$  à leur valeur respective au point de coupure  $c$  :

$$f_i^c(x_i) = f(c_1, \dots, c_{i-1}, x_i, c_{i+1}, \dots, c_{n_p}) - f_0^c \quad (\text{III.23})$$

avec  $f_0^c = f(c_1, \dots, c_{n_p})$ . L'approximation de la fonction entrée-sortie obtenue est alors :

$$f(x) \approx \sum_{i=1}^{n_p} f_i^c(x_i) - (n_p - 1)f_0^c \quad (\text{III.24})$$

Si l’approximation est suffisamment précise pour une très petite dimension  $L \ll n_p$ , et si les intégrales sont calculées avec la méthode de la quadrature de Gauss, l’évaluation des indices de sensibilité est alors beaucoup moins coûteuse. Le coût dépend de la valeur de  $L$  nécessaire pour la convergence des résultats et du nombre de points de Gauss utilisés pour l’intégration. Selon les applications étudiées par Saltelli et al. [Saltelli 08b], on peut s’attendre à des valeurs de  $L$  de l’ordre de 1 à 3.

Zhang et Pandey [Zhang 14b] ont proposé une approche basée sur la méthode de Sobol dans laquelle la fonction entrée-sortie  $f(x)$  est cette fois-ci approchée par un produit de fonctions univariées. Cette méthode est appelée M-DRM (Multiplicative Dimensional Reduction Method). L’utilisation de cette approximation et de la méthode de quadrature de Gauss a permis à l’auteur de fixer les coûts de l’analyse de sensibilité à  $n_g n_p$  avec  $n_g$  le nombre de points de Gauss.

Bigoni et al. [Bigoni 13, Bigoni 14] ont utilisé la méthode de division de l’analyse de sensibilité en deux étapes et la méthode cut-HDMR pour réduire les temps de calcul. Une première analyse de sensibilité a été réalisée avec la méthode One-At-a-Time sur la vitesse critique d’un véhicule. Ensuite, une deuxième analyse, avec la méthode cut-HDMR, a permis de déterminer l’influence de 8 paramètres sur la vitesse limite d’un véhicule. La méthode M-DRM a aussi été appliquée dans le domaine ferroviaire pour estimer la sensibilité de critères de sécurité, de confort et d’usure de la voie issus des normes européennes à 76 paramètres de suspension d’un véhicule [Mousavi Bideleh 16]. Cette analyse a été réalisée avec 9 points de Gauss, ce qui a nécessité 684 évaluations d’une simulation SIMPACK de 60 s. Une étude similaire sur le modèle décrit section V.3.1 ayant 91 paramètres aurait nécessité 819 évaluations du modèle de 87 s. Avec un coût moyen en temps processeur de 1 h et 20 min par évaluation du modèle, l’analyse aurait coûté 45 jours et 12 h, ce qui demeure onéreux pour une application industrielle. La réduction des temps de calcul n’est donc pas suffisante pour les modèles d’ALSTOM.

### III.2.5.e Méthode Extended-FAST (EFAST)

Contrairement à la méthode FAST, la méthode EFAST, qui est résumée dans [Campolongo 99], permet d’évaluer l’effet total des paramètres. Cette évaluation est possible grâce à une sélection particulière des fréquences  $\omega_i$ . L’utilisation de fréquences basses permet de déterminer l’effet total des paramètres tandis que les indices du premier ordre sont obtenus avec la méthode FAST classique. Le coût de la méthode EFAST est également plus faible que celui de la méthode FAST. Il dépend du nombre de paramètres, du nombre d’échantillons, lui-même dépendant de l’ordre de l’harmonique la plus élevée utilisée, et du nombre de rééchantillonnages. L’ordre de l’harmonique est classiquement compris entre 4 et 6. Une analyse de sensibilité avec une harmonique d’ordre 4, une fréquence angulaire maximale de  $64 \text{ s}^{-1}$ , et deux rééchantillonnages nécessite 1026 échantillons, soit 102600 cal-

culs SIMPACK pour un modèle comportant 100 paramètres. La méthode demeure donc bien trop onéreuse pour les modèles ALSTOM.

### III.3 ÉTUDE DES ÉCHANGES ÉNERGÉTIQUES POUR L'ANALYSE DE SENSIBILITÉ

La section précédente a montré qu'il existe de nombreuses méthodes d'analyses de sensibilité pour déterminer les paramètres influents d'un modèle, et que plusieurs solutions ont été développées pour réduire les temps de calcul. Plusieurs de ces solutions ont été appliquées et combinées sur des modèles ferroviaires avec un nombre de paramètres inférieur à celui des modèles ALSTOM. Ces solutions sont : la méthode de division de l'analyse de sensibilité en une étape de criblage suivie d'une évaluation quantitative des influences relatives des paramètres, la méthode des méta-modèles, et la méthode M-DRM. Cependant, ces techniques de réduction des temps de calcul ne sont pas suffisantes pour les modèles ferroviaires étudiés. Deux méthodes de réduction des temps de calcul des analyses de sensibilité ont donc été développées pour être combinées avec les méthodes de réduction de l'état de l'art, notamment l'approche de division de l'étude en plusieurs étapes utilisant différentes méthodes d'analyse de sensibilité. La première méthode développée détermine la sensibilité des composants à l'aide des échanges énergétiques. La deuxième remplace les intégrations temporelles coûteuses des modèles non-linéaires par des analyses équivalentes plus courtes, dans notre cas des analyses modales en plusieurs points de linéarisation.

Cette section présente dans une première partie un exemple académique non-linéaire qui va permettre de décrire les deux approches de réduction des temps de calcul. Puis, une analyse de sensibilité classique est réalisée sur ce système pour servir de référence. Ensuite, la première technique développée est présentée et comparée à l'analyse de référence.

#### III.3.1 Système académique non-linéaire étudié

Les exemples d'application de ce chapitre ont été réalisés sur un système académique non-linéaire, représenté [Figure III.3](#), et possédant seulement 2 degrés de liberté,  $x_1$  et  $x_2$ . Ce système comporte deux masses, notées  $m_1$  et  $m_2$ , reliées au bâti et entre elles avec des ressorts linéaires de raideur  $k_0$ ,  $k_1$  et  $k_2$ , et des amortisseurs  $c_0$ ,  $c_1$  et  $c_2$ , en parallèle. Un ressort non-linéaire cubique est de plus situé entre le bâti et la masse  $m_1$ . Le système est excité sur la masse  $m_1$  par une force harmonique à la 1ère fréquence propre du système  $f_1$ .

Les valeurs choisies pour les paramètres sont, dans les unités SI, :

- $m_1 = 0.5$  kg ;

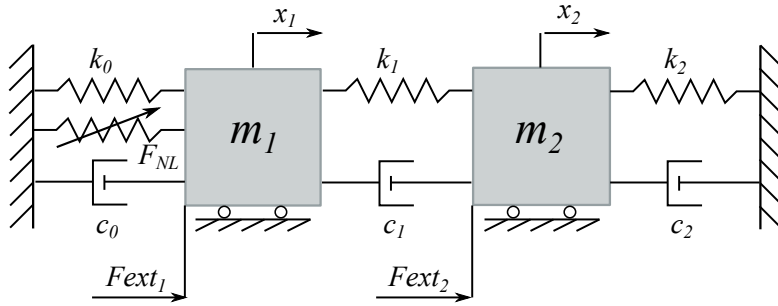


FIGURE III.3 – Modèle de l'oscillateur non-linéaire à deux degrés de liberté

- $m_2 = 3.5 \text{ kg}$  ;
- $c_0 = c_1 = c_2 = 0.02 \text{ N.s.m}^{-1}$  ;
- $k_0 = k_1 = k_2 = 10 \text{ N.m}^{-1}$  ;
- $\alpha = 0.00578 \text{ N.m}^{-3}$  ou  $\alpha = 5 \text{ N.m}^{-3}$ .

Les efforts aux bornes du ressort linéaire  $k_0$ , du ressort cubique et de l'ensemble des deux ressorts sont tracés respectivement en vert, bleu et rouge [Figure III.4a](#) pour  $\alpha = 0.00578 \text{ N.m}^{-3}$  et [Figure III.4b](#) pour  $\alpha = 5 \text{ N.m}^{-3}$  en fonction du déplacement relatif  $\Delta X$  aux bornes des ressorts. Pour la plus petite valeur de  $\alpha$  ([Figure III.4a](#)), l'effort aux bornes de l'ensemble des deux ressorts est dominé par l'effort aux bornes du ressort linéaire pour un tiers des valeurs de déplacement relatif, entre  $-10 \text{ m}$  et  $10 \text{ m}$ . Le ressort cubique domine l'effort aux bornes de l'ensemble des deux ressorts pour le reste de la plage de déplacement relatif. Pour la plus grande valeur de  $\alpha$  ([Figure III.4b](#)), le ressort linéaire domine l'effort aux bornes des deux ressorts pour seulement 1/8ème des valeurs de déplacement relatif, entre  $-0.5 \text{ m}$  et  $0.5 \text{ m}$ , alors que le reste des déplacements relatifs engendre un effort dominé par celui aux bornes du ressort non-linéaire. Les deux valeurs de  $\alpha$  choisies permettent d'avoir un système faiblement non-linéaire pour  $\alpha = 0.00578 \text{ N.m}^{-3}$  et un système fortement non-linéaire pour  $\alpha = 5 \text{ N.m}^{-3}$ , ce qui va permettre d'observer l'effet de la non-linéarité sur le comportement du système.

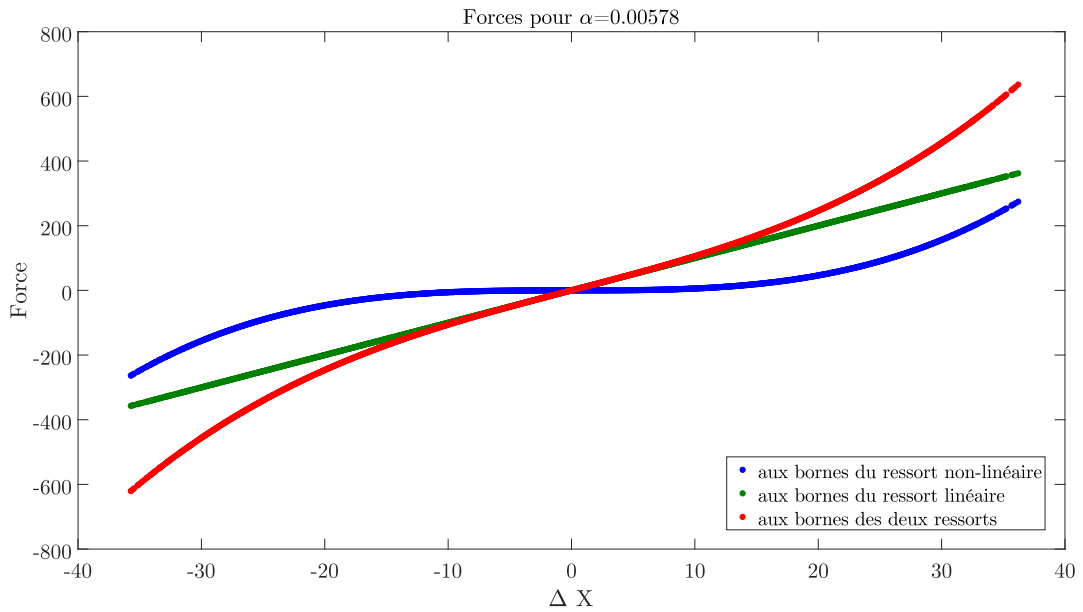
Le système est régi par les équations suivantes :

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F_{ext} - F_{NL} \quad (\text{III.25})$$

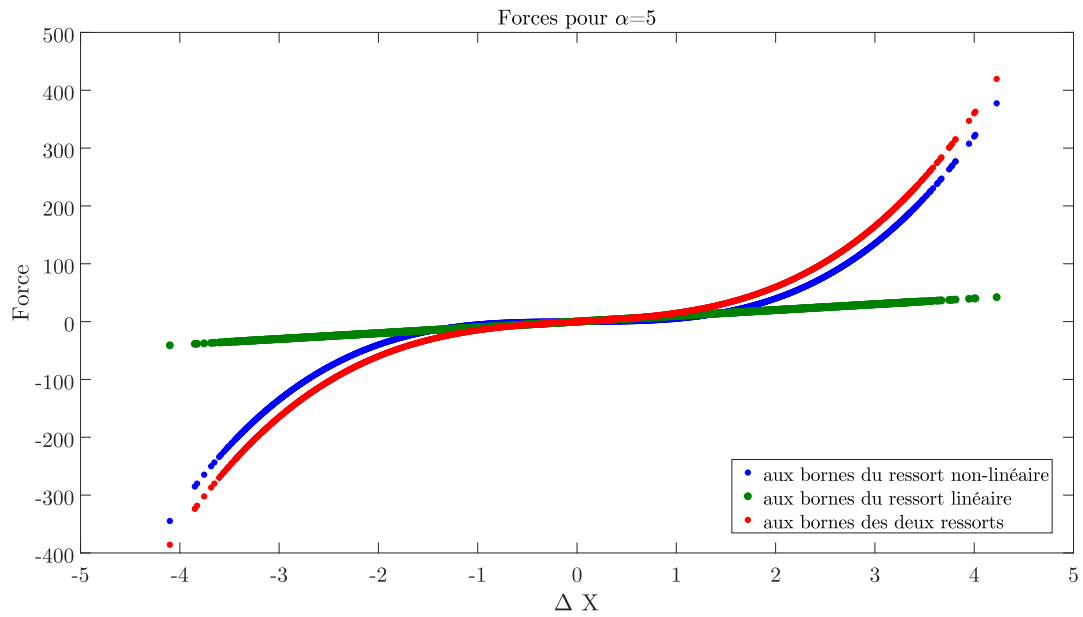
avec :

$$\begin{aligned} \text{— } X &= \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}; & \text{— } K &= \begin{pmatrix} k_0 + k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 + k_2 \end{pmatrix}; \\ \text{— } M &= \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix}; & \text{— } F_{ext} &= \begin{pmatrix} 100 \sin(2\pi f_1 t) \\ 0 \end{pmatrix}; \\ \text{— } C &= \begin{pmatrix} c_0 + c_1 & -c_1 \\ -c_1 & c_1 + c_2 \end{pmatrix}; & \text{— } F_{NL} &= \begin{pmatrix} \alpha x_1^3 \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Pour déterminer la fréquence d'excitation, le problème aux valeurs propres a été résolu. Les fréquences propres et les déformées propres du système sont :



(a) Efforts aux bornes des ressorts entre le bâti et la masse 1 pour  $\alpha = 0.00578 \text{ N.m}^{-3}$



(b) Efforts aux bornes des ressorts entre le bâti et la masse 1 pour  $\alpha = 5 \text{ N.m}^{-3}$

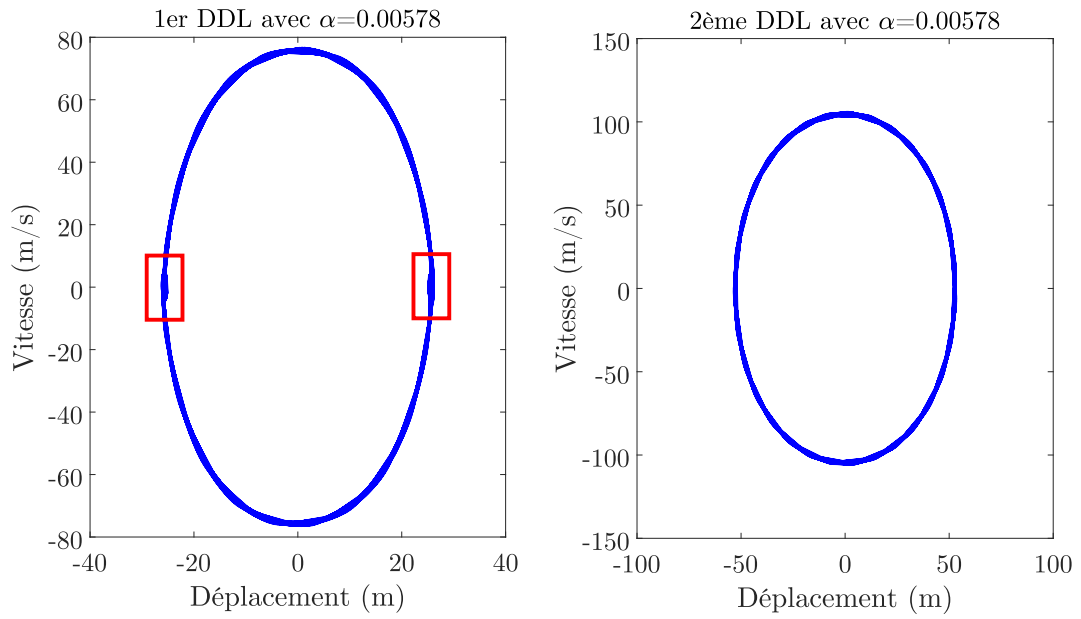
FIGURE III.4 – Efforts aux bornes des ressorts entre le bâti et la masse 1 pour les deux valeurs de  $\alpha$

$$\begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.3231 \\ 1.0264 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{pmatrix} \phi_1 & \phi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.2916 & -1.3838 \\ -0.5230 & 0.1102 \end{pmatrix} \quad (\text{III.26})$$

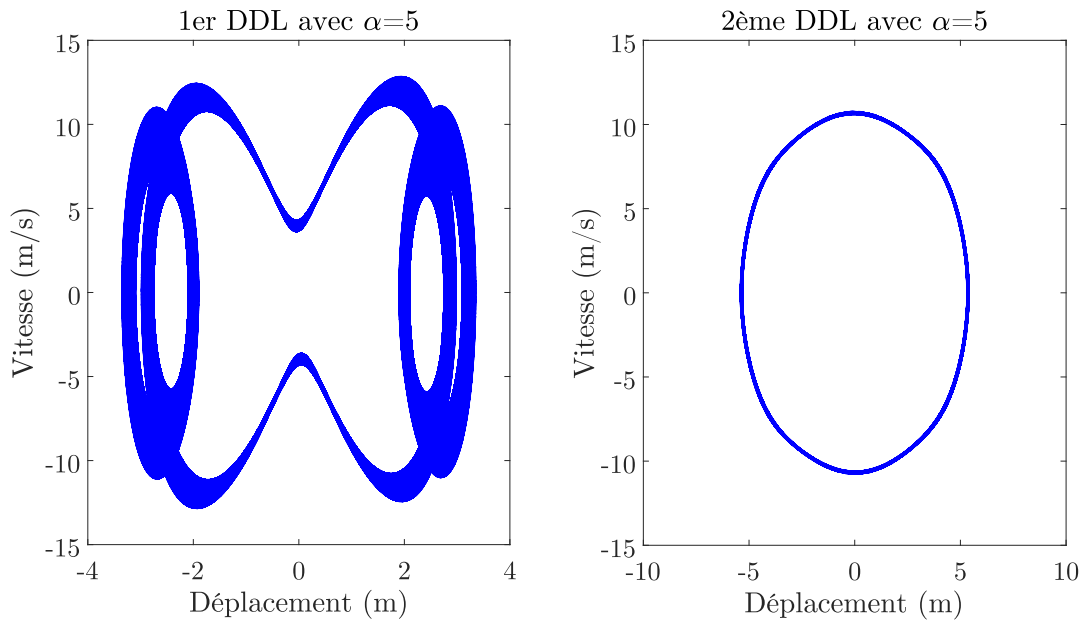
Les équations du système ont ensuite été résolues avec la fonction *ode45* de MATLAB.

Pour comprendre l'influence du ressort non-linéaire sur le comportement de l'oscillateur, les diagrammes de phase de chaque degré de liberté (DDL) ont été tracés [Figure III.5](#) en régime établi pour les deux valeurs de  $\alpha$  avec le déplacement en abscisse et la vitesse en ordonnée. La [Figure III.5a](#) présente le diagramme de phase du DDL 1 à gauche et du DDL 2 à droite pour  $\alpha = 0.00578 \text{ N.m}^{-3}$ . Le diagramme du 2<sup>nd</sup> degré de liberté, relié uniquement à des ressorts linéaires, a la forme d'une ellipse. Le diagramme de phase du 1<sup>er</sup> degré de liberté se rapproche fortement de l'ellipse sauf au niveau des déplacements maximaux vers  $-20 \text{ m}$  et  $20 \text{ m}$  où l'on peut voir les effets du ressort non-linéaire relié à ce degré de liberté. Pour  $\alpha = 5 \text{ N.m}^{-3}$ , une représentation identique à celle utilisée pour  $\alpha = 0.00578 \text{ N.m}^{-3}$  est adoptée [Figure III.5b](#). Le diagramme de phase du 2<sup>nd</sup> degré de liberté n'est que légèrement modifié avec la nouvelle valeur de  $\alpha$ , l'ellipse devenant légèrement aplatie pour des vitesses élevées. En revanche, le diagramme de phase du 1<sup>er</sup> degré de liberté a été fortement modifié par le changement de valeur et est très différent de celui du degré de liberté relié aux ressorts linéaires. Le ressort cubique affecte le comportement du 1<sup>er</sup> DDL pour toutes les valeurs de déplacement aux extrémités du ressort.

L'effet du ressort non-linéaire est également visible sur les spectrogrammes des réponses temporelles des deux DDL visibles [Figure III.6](#). Pour chaque spectrogramme, le temps est tracé en abscisse et les fréquences présentes dans la réponse étudiée sont en ordonnée. La couleur associée à chaque point du spectrogramme indique la puissance associée à la fréquence à l'instant de temps en abscisse. La valeur de la puissance est fournie par l'échelle de couleur à droite de la Figure, le rouge indiquant une puissance importante et le bleu une puissance faible. Pour le paramètre  $\alpha = 0.00578 \text{ N.m}^{-3}$ , on peut voir à gauche de la [Figure III.6a](#) que trois fréquences ont une puissance importante au cours du temps pour la réponse du 1<sup>er</sup> degré de liberté :  $0.323 \text{ Hz}$ ,  $0.9695 \text{ Hz}$  et  $1.615 \text{ Hz}$ , soit respectivement la 1<sup>ère</sup> fréquence propre du système, et les harmoniques de rang 3 et 5. La réponse du 2<sup>nd</sup> degré de liberté ne contient que la fréquence fondamentale. Pour le paramètre  $\alpha = 5 \text{ N.m}^{-3}$  ([Figure III.6b](#)), le contenu fréquentiel du 2<sup>nd</sup> degré de liberté est identique à celui décrit précédemment. En revanche, le contenu fréquentiel du 1<sup>er</sup> degré de liberté est plus riche. Il contient aussi la 1<sup>ère</sup> fréquence propre du système, et l'harmonique de rang 3, mais l'harmonique de rang 5 a été remplacée par les harmoniques de rang 7 et 9. La présence des harmoniques atteste du caractère non-linéaire du système, et l'ordre de la non-linéarité, de type cubique, engendre



(a) Diagramme de phase des deux DDL de l'oscillateur non-linéaire pour  $\alpha = 0.00578 \text{ N.m}^{-3}$



(b) Diagramme de phase des deux DDL de l'oscillateur non-linéaire pour  $\alpha = 5 \text{ N.m}^{-3}$

FIGURE III.5 – Diagramme de phase des deux DDL de l'oscillateur non-linéaire pour les deux valeurs de  $\alpha$

la présence d'harmoniques impairs uniquement. Dans la suite du chapitre, seul le système fortement non-linéaire est étudié.

### III.3.2 Analyse de sensibilité classique de référence de l'oscillateur

Le système étudié possède 9 paramètres :  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $k_0$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $c_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ , et  $\alpha$ . On cherche à déterminer lequel(lesquels) de ces paramètres influence(nt) le plus l'amplitude maximale de la masse  $m_2$ . Une analyse de sensibilité est donc réalisée. Le système étant non-linéaire, cette analyse doit être globale, c'est-à-dire couvrir tout l'espace des paramètres.

#### Méthode de criblage utilisée

La méthode utilisée pour déterminer l'influence des paramètres sur les sorties d'intérêt est divisée en trois étapes principales, dont les deux premières étapes sont représentées [Figure III.7](#) pour un espace des paramètres de dimension 2 avec le paramètre 1 en abscisse et le paramètre 2 en ordonnées :

1. La première étape consiste à tirer  $n_s$  échantillons de l'espace des paramètres  $\{x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(k)}\}$ . Le  $i^{\text{ème}}$  échantillon est noté :

$$x_i = \{x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, \dots, x_i^{(k)}\}, \quad i = 1, \dots, n_s \quad (\text{III.27})$$

Pour l'exemple d'application en deux dimensions [Figure III.7](#), trois échantillons ont été tirés, représentés par des croix respectivement rouge, verte et bleue ;

2. Pour chaque échantillon  $i$ , une analyse de sensibilité par différences finies est réalisée et l'effet élémentaire de chaque paramètre  $j = 1, \dots, k$  est calculé :

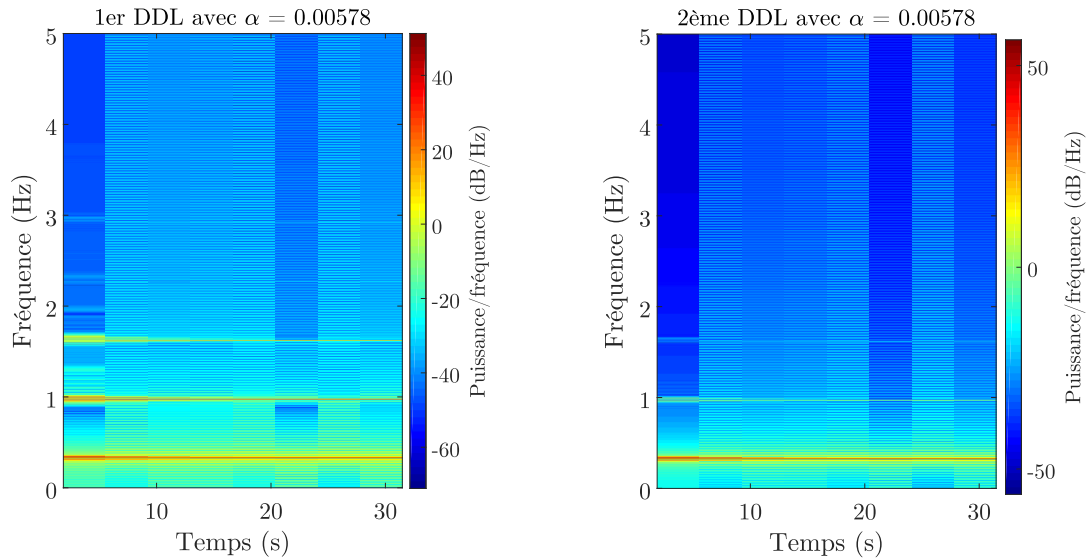
$$EE_{j,i} = \left( \frac{\partial y}{\partial x^{(j)}} \right)_i = \frac{y(x^{(j)} + \Delta x^{(j)}) - y(x^{(j)})}{\Delta x^{(j)}}, \quad j = 1, \dots, k, \quad i = 1, \dots, n_s \quad (\text{III.28})$$

où  $\Delta x^{(j)}$  est la variation du paramètre  $x^{(j)}$  et  $y$  la sortie d'intérêt.

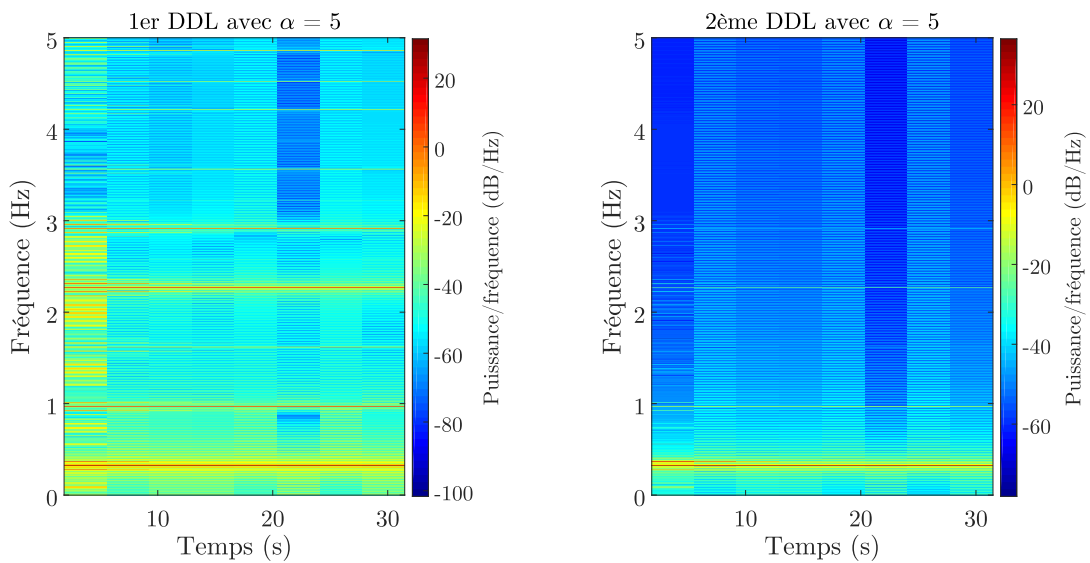
Pour l'exemple d'application en deux dimensions avec 3 échantillons, il y aura donc 3 analyses par différences finies comprenant chacune deux calculs. Chaque flèche de couleur sur la [Figure III.7](#) représente un calcul correspondant à la variation d'un paramètre pour un échantillon. Les deux flèches de même couleur correspondent aux deux calculs nécessaires pour l'analyse de sensibilité par différences finies de l'échantillon ;

3. La dernière étape de l'algorithme calcule les indices de sensibilité de Morris. L'effet total  $ET_j$  du paramètre  $j$  est déterminé en évaluant la moyenne des  $n_s$  effets élémentaires du paramètre :

$$ET_j = \frac{1}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} EE_{j,i} \quad (\text{III.29})$$



(a) Spectrogramme de la réponse temporelle des deux DDL de l'oscillateur non-linéaire pour  $\alpha = 0.00578 \text{ N.m}^{-3}$



(b) Spectrogramme de la réponse temporelle des deux DDL de l'oscillateur non-linéaire pour  $\alpha = 5 \text{ N.m}^{-3}$

FIGURE III.6 – Spectrogramme de la réponse temporelle des deux DDL de l'oscillateur non-linéaire pour les deux valeurs de  $\alpha$

L'écart type des  $n_s$  effets élémentaires du paramètre décrit son interaction avec les autres paramètres et/ou les non-linéarités.

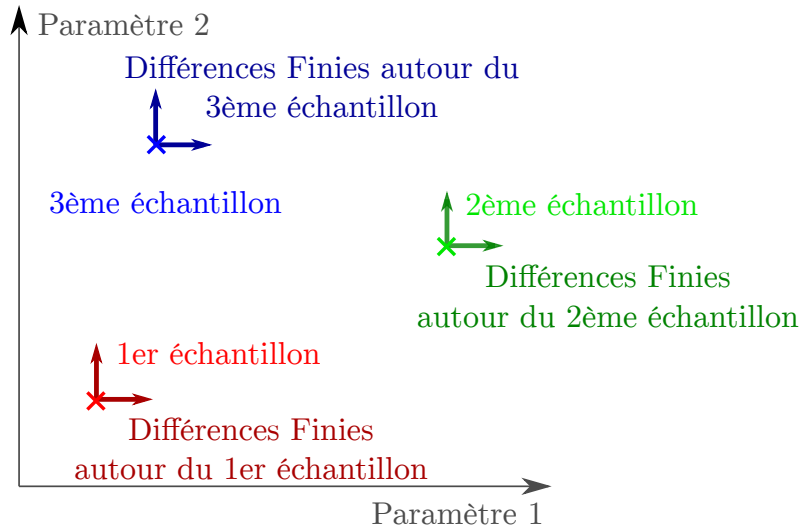


FIGURE III.7 – Principe de la méthode de criblage utilisée

L'analyse de sensibilité a été réalisée sur l'oscillateur non-linéaire avec 50 échantillons. Les paramètres ont varié de  $\pm 20\%$  et l'analyse par différences finies a utilisé un pas de  $0.01\%$ . Sur l'ordinateur utilisé, les 500 évaluations nécessaires du modèle ont duré 2500 s, soit presque 42 min. L'effet moyen de chaque paramètre a été calculé avec l'Équation III.29. L'effet de tous les paramètres est tracé en ordonnée Figure III.8 avec le rang du paramètre en abscisse. Les étiquettes positionnées en haut de chaque colonne indiquent le nom du paramètre correspondant à la colonne. Les trois paramètres les plus influents sur l'amplitude du 2<sup>nd</sup> degré de liberté, c'est à dire dont l'effet est supérieur à  $1/3$  de l'effet maximal, sont la masse  $m_2$ , la raideur  $k_2$  du ressort entre le bâti et le 2<sup>nd</sup> degré de liberté, et la raideur  $k_1$  du ressort de liaison entre les deux masses. Les paramètres restants, de sensibilité inférieure à  $1/5$  de la sensibilité maximale, ont été catégorisés comme non influents. Aucun paramètre n'a été considéré comme moyennement influent. On cherche à détecter les trois catégories de paramètres avec des méthodes plus rapides.

### III.3.3 Analyse de sensibilité par méthode énergétique sur l'oscillateur non-linéaire

On suppose que les paramètres influents du modèle subissent des variations d'énergie importantes. Pour tester cette hypothèse, on détermine les échanges énergétiques prenant place dans les composants de l'exemple académique décrit

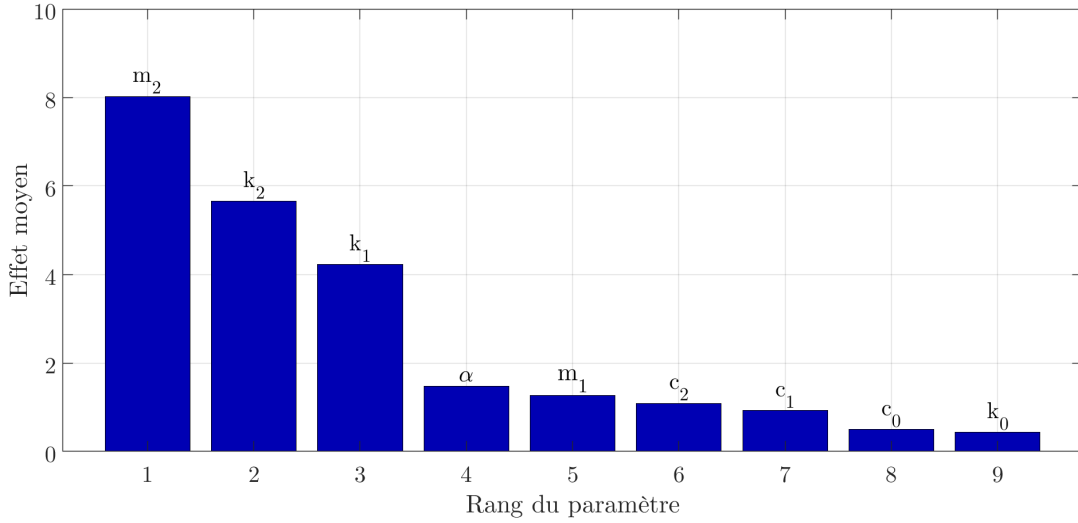


FIGURE III.8 – Effets des paramètres de l'oscillateur non-linéaire sur l'amplitude maximale de la masse  $m_2$

section III.3.1. On calcule donc le travail élémentaire  $dW$  des forces de rappel dans les ressorts, et des forces d'amortissement des amortisseurs au cours de l'intégration temporelle :

$$dW_j(t) = F_j(t).dl_j(t) \quad (\text{III.30})$$

où  $F_j$  est la force de rappel ou d'amortissement du composant  $j$ , et  $dl_j$  est la variation de la distance entre les bornes du composant  $j$  entre deux instants d'intégration. On calcule également l'énergie cinétique  $E_c$  des masses au cours de la simulation. Ensuite, on détermine pour chaque composant  $j$  l'indice de sensibilité  $S_j$  qui lui est associé grâce à l'écart maximal d'énergie :

$$S_j = \begin{cases} \max_t (dW_j(t)) - \min_t (dW_j(t)), & \text{si } j = k_0, k_1, k_2, \alpha, c_0, c_1, c_2 \\ \max_t (E_{c_j}(t)) - \min_t (E_{c_j}(t)), & \text{si } j = m_1, m_2 \end{cases} \quad (\text{III.31})$$

La Figure III.9 fournit le classement des paramètres obtenu en rangeant les indices de sensibilité énergétiques de façon décroissante. Le classement des ressorts est tracé Figure III.9a, celui des amortisseurs Figure III.9b, et celui des masses Figure III.9c. Pour chacune de ces figures, le rang des paramètres et leur nom sont en abscisse. L'indice de sensibilité normalisé par rapport à l'indice maximal du groupe est en ordonnée. La limite entre les paramètres influents et non influents est fixée à 1/3. Les paramètres les plus influents dans chaque catégorie sont donc :

- $\alpha, k_2, k_1$  pour les ressorts ;
- $c_1$  et  $c_0$  pour les amortisseurs ;
- $m_2$  pour les masses.

Trois paramètres ont été considérés comme non-influents, il y a donc 1/3 des paramètres en moins pour un coup de calcul très faible. De plus, les paramètres considérés comme influents par l'analyse de sensibilité classique, c'est à dire  $m_2$ ,

$k_2$  et  $k_1$  (voir section III.3.2), n'ont pas été éliminés par l'étude énergétique, même si cette étude ne les range pas tous en tête de classement. Par exemple, le paramètre  $k_2$  est la raideur la plus influente d'après l'analyse de sensibilité classique alors que l'étude énergétique la situe en deuxième position.

#### III.3.4 Sensibilité des résultats de la méthode énergétique aux paramètres initiaux

On cherche ensuite à déterminer si les résultats de la méthode énergétique sont suffisamment stables pour réduire l'espace des paramètres en conservant ceux qui sont influents dans l'espace de conception. On s'intéresse donc à l'évolution du rang des paramètres obtenu avec l'analyse énergétique en fonction du point de conception utilisé pour l'étude. Cette évolution est déterminée à l'aide d'une analyse de Monte-Carlo de 50 échantillons faisant varier les paramètres dans un intervalle de 30% autour du point de conception nominal.

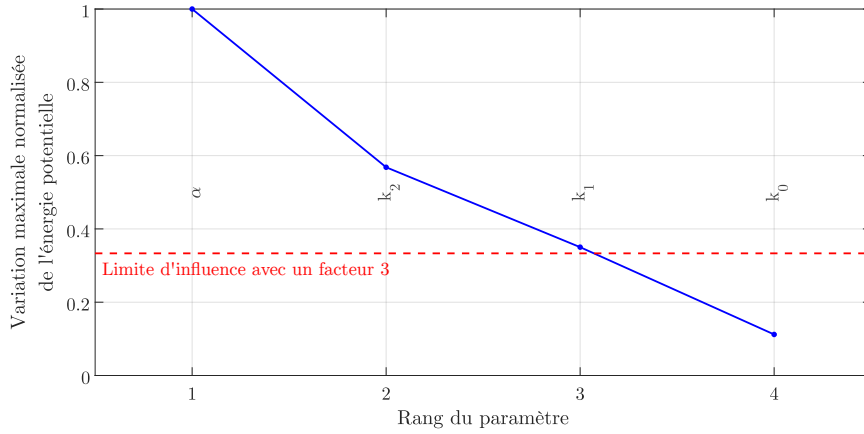
La variation du rang des paramètres est tracée en ordonnée avec des boîtes à moustache pour les 3 types de paramètres : Figure III.10a pour les raideurs, Figure III.10b pour les amortissements, et Figure III.10c pour les masses. Ces boîtes fournissent des grandeurs statistiques sur le rang du paramètre en abscisse :

- Le trait rouge central indique la valeur médiane des rangs obtenus.
- Le coté inférieur de la boîte indique le 75ème centile des valeurs de rang.
- Le coté supérieur de la boîte indique le 25ème centile des valeurs de rang.
- Les traits en pointillés s'étendent jusqu'aux valeurs extrêmes obtenues.
- Les croix rouges représentent des valeurs extrêmes considérées comme aberrantes.
- Les points verts reliés par des traits en pointillés matérialisent le rang nominal des composants.

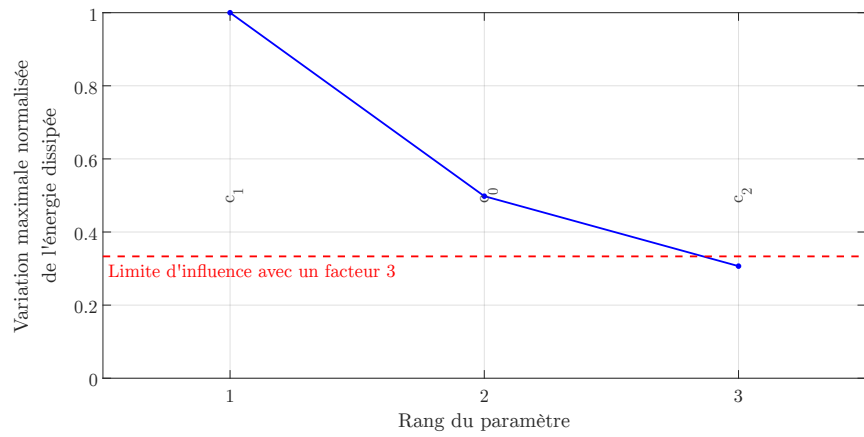
En abscisse les paramètres sont ordonnés selon le rang obtenu avec l'étude énergétique nominale.

On constate que 7 paramètres ont une boîte réduite à un unique trait, ie. avec la médiane et les 75ème et 25ème centiles confondus. Le rang de ces paramètres est donc stable quel que soit le point de conception choisi pour le calcul énergétique. Des croix rouges représentent les quelques cas où le paramètre change de rang. Le phénomène est suffisamment rare pour que le rang associé à ce paramètre soit considéré comme aberrant. Il reste deux paramètres ayant une variation de rang plus importante, dont le paramètre  $k_2$  qui est considéré comme influent d'après l'analyse classique de sensibilité. L'autre paramètre,  $c_1$  n'est pas considéré comme influent et son absence de sélection suite à l'étude énergétique n'aurait pas d'impact. Néanmoins, le risque qu'un paramètre influent ne soit pas sélectionné existe.

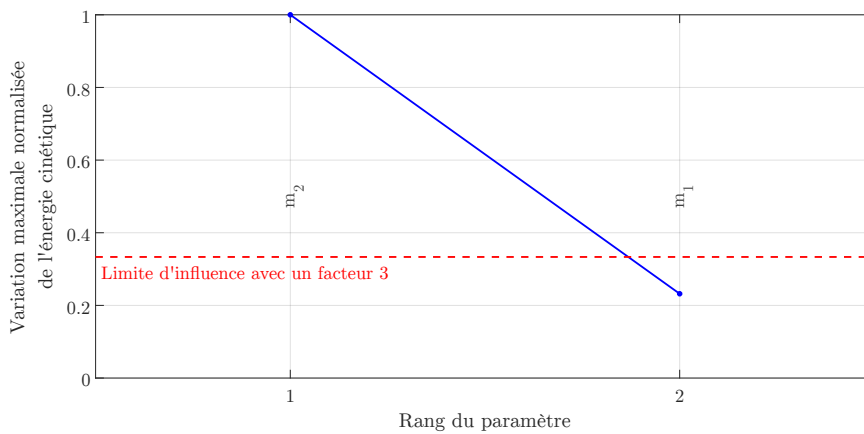
En fixant la limite entre les paramètres influents et non influents à 1/3, on calcule le pourcentage des cas du tirage Monte-Carlo dans lesquels chaque paramètre a été sélectionné comme influent. Les résultats sont regroupés Tableau III.2. Le paramètre le plus influent  $m_2$  est sélectionné dans tous les cas de configuration.



(a) Variation maximale de l'énergie potentielle en fonction du rang des paramètres

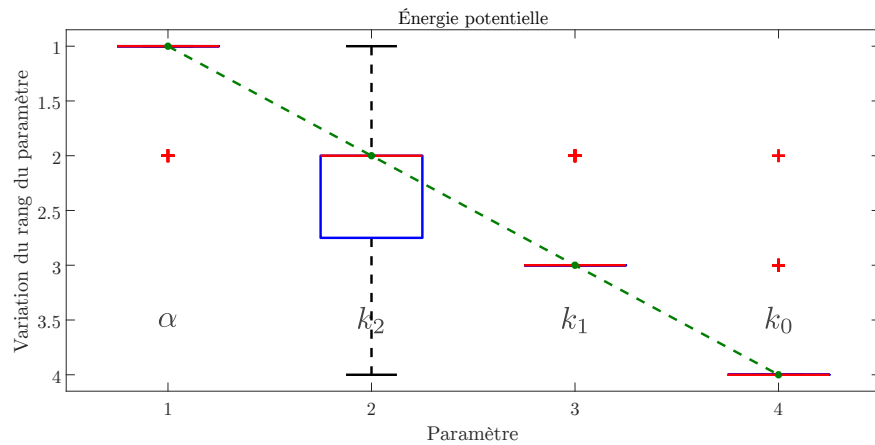


(b) Variation maximale de l'énergie dissipée en fonction du rang des paramètres

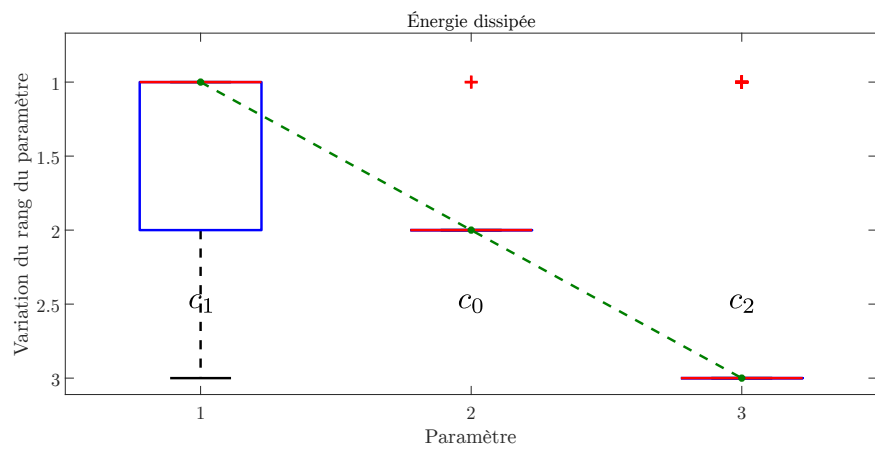


(c) Variation maximale de l'énergie cinétique en fonction du rang des paramètres

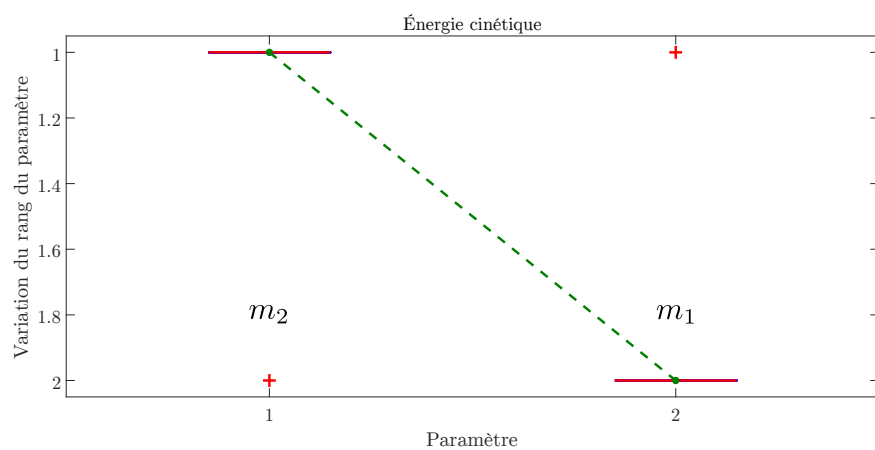
FIGURE III.9 – Indice de sensibilité énergétique de chaque paramètre



(a) Variation du rang des paramètres de raideur



(b) Variation du rang des paramètres d'amortissement



(c) Variation du rang des paramètres de masse

FIGURE III.10 – Variation du rang des paramètres en fonction du point de conception nominal pour une variation de 30% des paramètres

	Raideurs				Amortissements			Masses	
	$k_0$	$k_1$	$k_2$	$\alpha$	$c_0$	$c_1$	$c_2$	$m_1$	$m_2$
Cas où le paramètre est considéré influent	0%	47%	82%	90%	86%	100%	51%	37%	100%

TABLE III.2 – Pourcentage des tirages Monte-Carlo dans lesquels les paramètres ont été retenus comme influents

Le deuxième paramètre le plus influent  $k_2$  est détecté régulièrement au cours de l'analyse de Monte-Carlo malgré une variation importante de son rang (voir Figure III.10a). La méthode énergétique semble donc bien détecter les paramètres très influents qui ont une influence sur tout le domaine d'étude. En revanche, le troisième paramètre le plus influent  $k_1$  n'est détecté comme influent que dans moins de la moitié des tirages. Le risque qu'il ne soit pas sélectionné malgré son importance est donc élevé.

L'hypothèse privilégiée pour expliquer ce risque concerne la composition de l'espace des paramètres. Cette méthode a été développée dans l'objectif de réduire l'espace des paramètres d'un modèle de grande dimension et repose sur l'hypothèse qu'il existe un nombre restreint de paramètres influents parmi tous les paramètres. Or, l'exemple de développement de la méthode énergétique ne respecte pas cette hypothèse avec seulement 10 paramètres. On pourrait espérer une amélioration des résultats pour un espace des paramètres plus grand avec un nombre restreint de paramètres influents et un plus grand écart d'influence entre les paramètres. Cette hypothèse sera vérifiée dans le cas d'une application industrielle de la méthode section V.3.3.

### III.4 MÉTHODE D'ANALYSE DE SENSIBILITÉ À PARTIR D'ANALYSES LINÉAIRES ÉQUIVALENTES

L'analyse de sensibilité par étude énergétique ne suffit pas pour réduire l'espace des paramètres aux paramètres les plus influents uniquement. Elle permet par contre une réduction de l'espace des paramètres qui diminue le temps d'une analyse de sensibilité plus coûteuse mais plus précise comme une analyse de criblage par exemple. Toutefois, le coût de la méthode de criblage reste susceptible d'être prohibitif. Une deuxième méthode de réduction des temps de calcul des analyses de sensibilité est donc proposée. Elle consiste à remplacer les intégrations temporelles non-linéaires coûteuses par des analyses plus courtes mais faisant appel aux mêmes mécanismes et comportement du système. Pour le système académique étudié section III.3.1, des analyses modales en plusieurs points de linéarisation sont envisagées pour remplacer les intégrations temporelles du modèle non-linéaire. Ce remplacement implique de sélectionner des points de linéarisation et de sélection-

ner la sortie d'intérêt, ce qui comprend les modes sélectionnés et le type de sortie modale étudiée. Les résultats de cette méthode seront comparés à ceux des résultats de référence et à ceux d'un modèle linéaire semblable.

Cette section commence avec une analyse de sensibilité classique sur un modèle proche de celui de la [section III.3.1](#) mais linéaire. La suite de la section détaille la méthode d'analyse de sensibilité par analyses linéaires équivalentes utilisée. Enfin, les résultats des analyses de sensibilité classiques des modèles non-linéaire et linéaire ainsi que ceux de la méthode d'analyse de sensibilité par analyses équivalentes sont comparés.

#### III.4.1 Analyse de sensibilité de l'oscillateur linéaire

Pour déterminer si le modèle non-linéaire ne pourrait pas être purement et simplement remplacé par un système linéaire, une analyse de sensibilité classique a été réalisée sur l'amplitude maximale de la masse  $m_2$  du système linéaire schématisé [Figure III.11](#). Ce système comporte les mêmes composants que le système décrit [section III.3.1](#), à l'exception de la raideur non-linéaire qui a été retirée :

- $m_1 = 0.5$  kg ;
- $m_2 = 3.5$  kg ;
- $c_0 = c_1 = c_2 = 0.02$  N.s.m<sup>-1</sup> ;
- $k_0 = k_1 = k_2 = 10$  N.m<sup>-1</sup>.

Une analyse de sensibilité avec 50 échantillons, une variation des paramètres de  $\pm 20\%$ , et un pas de 0.01% pour les différences finies a été à nouveau réalisée. Les résultats de cette analyse sont tracés [Figure III.12](#), toujours avec le rang des paramètres en abscisse, leur effet moyen en ordonnée, et le nom du paramètre en haut de la colonne. La limite reste fixée à 1/3 de l'effet maximal pour les paramètres influents, et 1/5 pour les paramètres moyennement influents. Les paramètres influents retournés par l'analyse linéaire sont  $m_2$  et  $k_2$ , alors que le paramètre  $k_1$ , dernier paramètre considéré comme influent par l'analyse de référence, est présenté comme non influent. Une deuxième différence est constatée : le paramètre  $k_0$ , non influent dans l'analyse de référence, est affiché comme moyennement influent.

Les 450 évaluations du modèle ont nécessité un temps de calcul de 19 min pour l'analyse de sensibilité du système linéaire.

Le remplacement du système non-linéaire par un système linéaire retrouve donc une partie des paramètres influents en deux fois moins de temps que l'analyse de référence mais ne permet pas de classer correctement les paramètres dans les trois catégories choisies. Cette méthode n'est donc pas adaptée pour une réduction de l'espace des paramètres et justifie la nécessité de trouver une méthode qui classe correctement les paramètres afin de réduire efficacement l'espace des paramètres.

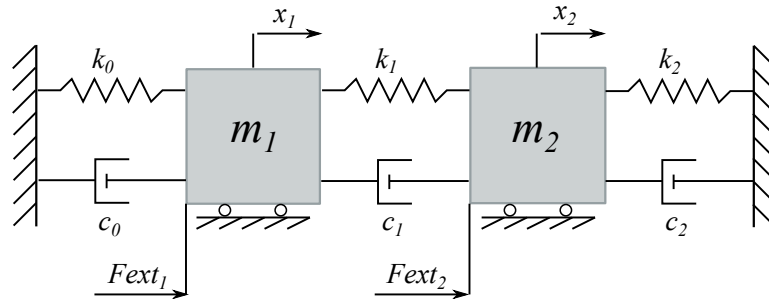


FIGURE III.11 – Schéma de l'oscillateur linéaire

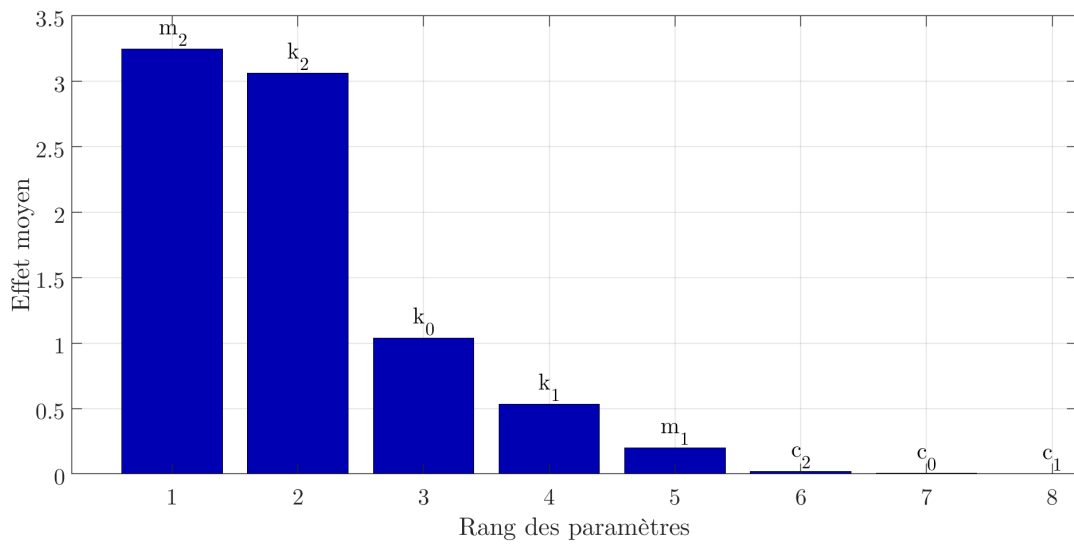


FIGURE III.12 – Effets des paramètres de l'oscillateur linéaire sur l'amplitude maximale de la masse  $m_2$

### III.4.2 Analyse de sensibilité de l'oscillateur avec la méthode équivalente à partir d'analyses modales

Pour tenter d'obtenir à un coût moindre une catégorisation des paramètres en trois groupes, influents, modérément influents, et non influents, le remplacement des intégrations temporelles coûteuses par une analyse plus courte sollicitant le même comportement de la structure a été envisagé. Les analyses sélectionnées pour leur faible coût numérique sont des analyses modales du système linéarisé en plusieurs points de linéarisation. On suppose que les modes propres du système linéarisé peuvent représenter le mouvement du système. Cette approche implique donc de choisir des points de linéarisation. En outre, la sortie temporelle ne pouvant plus être calculée, il faut sélectionner une grandeur modale de remplacement.

#### Points de linéarisation

L'effort aux bornes du ressort non-linéaire dépend de l'écart relatif  $\Delta X$  entre les deux bornes du ressort. Pour chaque écart, la relation non-linéaire entre l'effort et cet écart peut être linéarisé localement. Chaque écart relatif des bornes peut alors constituer un point de linéarisation potentiel pour la relation entrée-sortie. Cependant, il n'existe pas une infinité d'écarts possibles au cours de l'intégration temporelle, et ces écarts peuvent survenir plusieurs fois au cours de l'intégration. Pour utiliser des points de linéarisation réalistes lors des calculs modaux, l'histogramme des écarts  $\Delta X$  advenus lors de l'intégration temporelle nominale a été tracé [Figure III.13](#) avec le déplacement relatif aux bornes du ressort en abscisse et la fréquence relative des écarts en ordonnée. L'histogramme montre que les écarts sont compris entre deux bornes symétriques autour du déplacement nul et que tous les écarts n'ont pas la même fréquence. Il semble nécessaire de prendre en compte la probabilité de survenue d'un déplacement relatif dans le choix des points de linéarisation pour avoir une représentation correcte du comportement temporel de l'oscillateur. Les points de linéarisation seront donc tirés aléatoirement parmi les écarts issus de l'intégration temporelle nominale.

#### Grandeur modale

Les sorties disponibles avec les analyses modales choisies sont :

- les pulsations propres  $\omega_k$  avec  $k$  le numéro du mode ;
- les déformées propres  $\phi_k$  ;
- les amortissements modaux  $\zeta_k$  ;
- la masse modale  $m_k$  ;
- le facteur de participation modale  $p_k$  :

$$p_k = \frac{\phi_k^T \cdot F_{ext}}{m_k(-\omega^2 + 2i\zeta_k\omega\omega_k + \omega_k^2)} \quad (\text{III.32})$$

avec  $F_{ext}$  la force d'excitation du système et  $\omega$  la pulsation de la force d'excitation.

L'expression du facteur de participation [Équation III.32](#) montre que cette grandeur est calculée à partir de toutes les autres grandeurs modales. Elle est donc susceptible de donner de nombreuses informations sur le comportement temporel

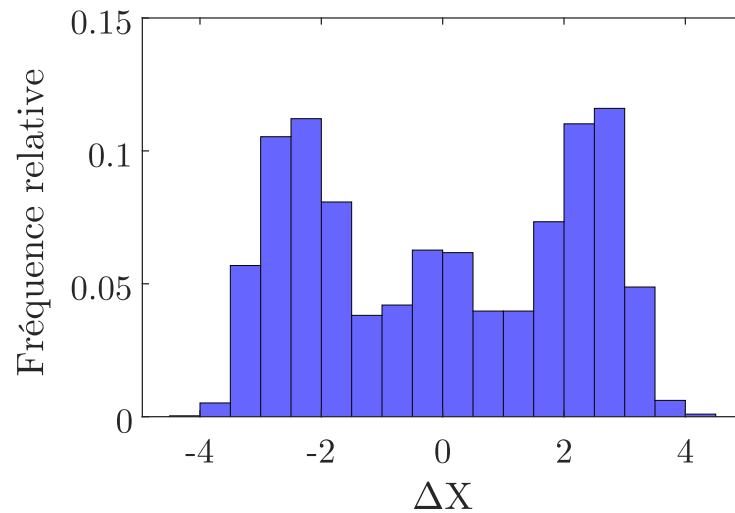


FIGURE III.13 – Histogramme de l'écart relatif entre les deux bornes du ressort non-linéaire lors de l'intégration temporelle nominale

du système. Ainsi, le facteur de participation est la grandeur modale sélectionnée pour l'analyse de sensibilité par analyses linéaires équivalentes.

#### Sélection des modes

Le système étudié a deux degrés de liberté, il possède donc également deux modes. La question se pose alors d'utiliser les facteurs de participation des deux modes ou d'un seul des deux modes pour réaliser l'analyse de sensibilité par analyses linéaires équivalentes. L'oscillateur étant excité à sa première fréquence propre, le premier mode est celui qui participe le plus à la réponse temporelle. En effet, les facteurs de participation modale nominaux ont un rapport de  $10^3$ . Le facteur de participation du mode 1 sera donc le seul utilisé pour l'analyse de sensibilité équivalente.

### III.4.3 Validation de l'analyse de sensibilité équivalente à partir d'analyses modales

L'analyse de sensibilité par analyses linéaires équivalentes a été réalisée avec la même méthode de criblage que celle utilisée pour l'analyse de référence, avec les mêmes paramètres de calcul, et avec le même intervalle de variation pour les paramètres. Les effets moyens normalisés par l'effet moyen maximum des paramètres obtenus avec cette méthode, colonne 3 de la Figure III.14, sont comparés aux résultats normalisés de l'analyse de référence, colonne 1, et à ceux de l'analyse du modèle linéaire, colonne 2. Les paramètres sont en ordonnée et leur effet est représenté par un rectangle. La taille et la couleur du rectangle sont liées à la sensibilité de la sortie au paramètre. Plus un rectangle est large, plus la sensibilité du para-

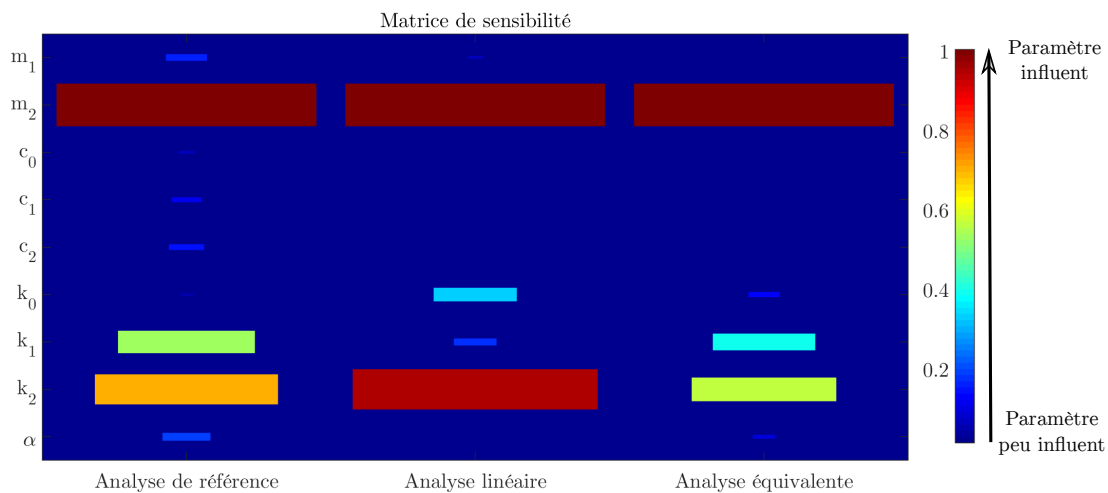


FIGURE III.14 – Comparaison des résultats des analyses de référence sur le modèle non-linéaire, de référence sur le modèle linéaire, et équivalente sur le modèle non-linéaire

mètre associé est élevée. L'échelle de couleur utilisée, un dégradé des couleurs de l'arc-en-ciel, est située à droite de la Figure. Le rouge est attribué aux paramètres auxquels la sortie est sensible tandis que le bleu est attribué aux paramètres non influents. La Figure III.14 souligne à nouveau les erreurs de classement des paramètres de l'analyse fondée sur le système linéaire. La dernière colonne indique que trois paramètres ressortent comme influents de l'analyse de sensibilité équivalente :  $m_2$ ,  $k_2$  et  $k_1$ . Ces paramètres sont identiques à ceux retenus avec l'analyse de référence. De même, les autres paramètres ont été estimés comme étant non-influents. La catégorisation des paramètres est donc identique à celle de la méthode de référence, cependant la valeur relative des effets des paramètres n'est pas identique pour les deux méthodes. Cette différence ne pose pas problème puisque l'analyse de sensibilité utilisée est une méthode de criblage servant à grouper les paramètres selon leur influence et ne permettant pas un calcul de sensibilité quantitatif. Une analyse de sensibilité supplémentaire, comme une analyse de Sobol par exemple, est nécessaire pour quantifier avec précision l'effet des paramètres influents sur la sortie. Cette analyse est réalisable et beaucoup moins coûteuse avec cet espace des paramètres réduit à 3 dimensions.

Le coût de la méthode équivalente dépend du coût des analyses modales lancées lors de l'analyse de sensibilité équivalente et du coût de l'intégration temporelle nominale nécessaire pour récupérer la distribution des points de linéarisation. Pour cet exemple académique, l'analyse de sensibilité équivalente a duré 22 s, soit une réduction par un facteur 100 du temps de calcul par rapport à l'analyse de référence. Elle est donc plus performante en terme de résultats que l'analyse de sensibilité du système linéaire. De plus, les résultats sont identiques à ceux de la méthode de référence pour un coût moindre.

## III.5 BILAN

Pour que la conception numérique des véhicules ferroviaires reste abordable, une réduction du nombre de paramètres est indispensable. L'analyse de sensibilité est un outil indiqué pour cette tâche. Ce premier chapitre débute donc avec la présentation des différentes méthodes permettant de réaliser une analyse de sensibilité. Paradoxalement à l'objectif de l'analyse de sensibilité de réduire les coûts de calculs pour les systèmes de grande dimension, le coût de l'analyse de sensibilité croît rapidement avec le nombre de paramètres. L'état de l'art se poursuit donc avec la description de plusieurs techniques de réduction des temps de calcul, qui s'avèrent ne pas être suffisantes pour les modèles ferroviaires non-linéaires avec intégrations temporelles. La suite du chapitre aborde alors deux techniques d'analyse de sensibilité développées pendant cette thèse pour réduire les temps de calcul. La première technique est basée sur des indices de sensibilité issus de l'étude des échanges énergétiques entre les composants du modèle. Elle a permis de réduire légèrement l'espace des paramètres avec un temps de calcul très faible sur un exemple académique non-linéaire mais présente tout de même le risque de supprimer un paramètre important. Ce risque semble lié à la petite dimension de l'espace des paramètres de l'exemple de ce chapitre. Une étude sur un modèle possédant beaucoup plus de paramètres est nécessaire. La deuxième approche développée remplace les intégrations temporelles coûteuses par des analyses plus courtes mais qui exploitent le même comportement du système, dans l'exemple du chapitre des analyses modales. L'analyse de sensibilité équivalente a obtenu un classement des paramètres similaire à celui obtenu avec une méthode de criblage de l'état de l'art avec un coût plus faible

Suite à ces résultats encourageants, les méthodes devraient être testées sur d'autres exemples. Ces exemples sont toutefois soumis à de fortes contraintes : il doit s'agir d'exemples d'application en mécanique permettant de calculer les énergies potentielles et dissipées. Plusieurs articles sur l'analyse de sensibilité ont utilisé des exemples d'application de référence. Parmi eux, certains exemples non-linéaires pourraient peut-être venir compléter l'étude actuelle. Une application à un exemple industriel ferroviaire complexe est tout de même fournie [chapitre V](#) pour vérifier la validité des approches.

De plus, les approches développées pourraient être comparées à une méthode d'analyse de sensibilité par groupes publiée lors de la fin de cette thèse (voir [[Sheikholeslami 19](#)]). La méthode développée dans l'article résout le problème de choix des groupes de paramètres évoqué [section III.2.5.b](#) et divise par deux les temps de calcul des méthodes d'analyse de sensibilité globales.

En ce qui concerne l'amélioration des méthodes développées, la réduction de l'espace des paramètres à partir de la méthode énergétique pourrait reposer sur le calcul des variations d'énergie en un petit nombre de points de conception au lieu d'un unique point de conception. Le risque d'éliminer un composant influent serait diminué tous en conservant un temps de calcul raisonnable.

En outre, une autre perspective de ce travail pourrait être de déterminer si l'efficacité de la méthode appliquée dans ce chapitre à l'effet moyen des indices de Morris peut également réduire le temps d'estimation de l'écart-type des indices de Morris, ou celui des indices de Sobol. En effet, les véhicules ferroviaires sont susceptibles d'avoir des indices d'écart-type très élevés pour certains paramètres, et des informations quantitatives sur l'influence des paramètres permettraient de mieux sélectionner les paramètres utiles pour modifier une conception.

Enfin, la détection rapide des paramètres les plus influents par les méthodes développées n'empêche pas de se demander si les modèles ont réellement besoin d'être aussi complexes et de comporter autant de paramètres pour obtenir les informations voulues. Il pourrait suffire de modéliser en détail les composants influents pour atteindre la précision souhaitée. Un algorithme envisageable pour établir la complexité nécessaire pourrait être de fixer comme modèle de référence le modèle le plus complexe, puis de faire diminuer en complexité chaque composant séparément un à un, de fixer ensuite définitivement à un niveau de complexité inférieur le composant faisant le moins varier la sortie d'intérêt par rapport au résultat du modèle de référence, et enfin de recommencer cette boucle jusqu'à atteindre le niveau de précision minimum souhaité sur la sortie.



---

---

# Chapitre IV

## Dimensionnement des tolérances pour la conception robuste

---

<b>IV.1</b>	<b>Introduction</b> .....	68
<b>IV.2</b>	<b>État de l'art des méthodes de conception robuste et de tolérancement</b> .....	69
	IV.2.1 Méthode Info-gap .....	69
	IV.2.2 Méthodes FORM/SORM .....	70
	IV.2.3 Méthode Taguchi .....	71
	IV.2.4 Méthodes d'optimisation robuste.....	72
	IV.2.5 Tolérancement et conception robuste .....	77
<b>IV.3</b>	<b>État de l'art sur les méta-modèles</b> .....	78
	IV.3.1 Méthode de régression polynomiale.....	79
	IV.3.2 Méthode de régression par processus gaussien .....	80
	IV.3.3 Réseaux de neurones .....	82
	IV.3.4 Régression basée sur les vecteurs supports .....	84
<b>IV.4</b>	<b>Méthode de dimensionnement des tolérances dans des espaces de conception non-linéaires complexes</b> .....	85
	IV.4.1 Modèle académique non-linéaire simple à évaluer .....	86
	IV.4.2 Échantillonnage de l'espace de conception .....	87
	IV.4.3 Construction d'un méta-modèle.....	90
	IV.4.4 Zones de faisabilité et leur centre.....	98
	IV.4.5 Détermination des alternatives de conception et choix de la plus adaptée .....	106
	IV.4.6 Compromis entre tolérances et performances .....	109
<b>IV.5</b>	<b>Bilan</b> .....	113

## IV.1 INTRODUCTION

Comme évoqué lors de l'introduction (voir [section I.1](#)), les modèles numériques de véhicules ferroviaires sont construits en présence de nombreuses incertitudes. Dans ce chapitre, notre intérêt se porte sur les incertitudes concernant les propriétés des composants de suspension, ces dernières étant maîtrisables lors de la définition des tolérances de ces composants. La définition des tolérances d'une structure est souvent effectuée de manière itérative et devient ainsi chronophage [[Walter 15](#)]. De plus, la définition des incertitudes acceptables pour les suspensions du véhicule constitue un enjeu de sécurité et de confort pour les passagers, ainsi que de coût pour l'entreprise. Des tolérances trop permissives impliquent des incertitudes sur le comportement du véhicule, tandis que des tolérances trop sévères entraînent des surcoûts inutiles pour le constructeur. Il convient alors de déterminer avec un coût raisonnable le niveau d'exigence nécessaire et suffisant sur la dispersion des caractéristiques des composants. Le deuxième objectif à atteindre pour garantir la robustesse du modèle face aux incertitudes est la détermination de la valeur des paramètres limitant les variations de la sortie d'intérêt.

Deux stratégies sont souvent utilisées pour la prise en compte des incertitudes en conception. La première consiste à propager les incertitudes à partir des résultats d'une optimisation déterministe et à vérifier la robustesse de la solution obtenue. Cette vérification a été appliquée dans le domaine ferroviaire. [Martowicz et al. \[Martowicz 11\]](#) ont propagé les incertitudes concernant la masse des passagers d'un tramway sur un indice de confort avec la méthode de Monte-Carlo pour connaître la distribution de l'indice. [Mazzola et Bruni \[Mazzola 12\]](#) ont étudié l'impact des incertitudes concernant les amortisseurs d'un véhicule sur sa vitesse limite en combinant la méthode de Monte-Carlo et un plan d'expérience. [Mousavi Bideleh \[Mousavi Bideleh 17\]](#) a vérifié le comportement dynamique du bogie d'un modèle non-linéaire de véhicule, du point de vue du confort, de la sécurité et de la stabilité, face aux incertitudes sur les suspensions. Cette stratégie ne permet pas d'obtenir une solution suffisamment robuste mais seulement de quantifier la robustesse d'une solution. De plus, si la robustesse n'est pas suffisante pour des tolérances réalisables, la résolution du problème doit être itérée avec une modification des contraintes. La deuxième stratégie prend en compte les incertitudes et critères de robustesse dès la résolution initiale du problème. L'inconvénient est que cette stratégie peut être très coûteuse en temps de calcul. Pour réduire la charge de calcul, plusieurs méthodes sont envisageables : la réduction de l'espace des paramètres par analyse de sensibilité, la réduction du modèle, la construction d'un modèle d'approximation appelé méta-modèle, l'utilisation de méthodes d'échantillonnage efficaces. Des méthodes de réduction de l'espace des paramètres avec un temps de calcul raisonnable ont été proposées [chapitre III](#) dans cet objectif. Cependant, même en conservant les 10 paramètres les plus influents issus d'une analyse de sensibilité, les coûts demeurent conséquents pour la conception des véhicules ferroviaires. La réduction de modèle pouvant être complexe en présence de fortes

non-linéarités, le choix de la méthode de diminution des temps de calcul pour la conception robuste s'est porté sur le méta-modèle et dans une moindre mesure la méthode d'échantillonnage.

La première section de ce chapitre présente l'état de l'art des méthodes de conception robuste appliquant la deuxième stratégie de prise en compte des incertitudes et permettant de définir les tolérances d'un système. La méthode de conception la plus adaptée aux véhicules ferroviaires sera alors sélectionnée. La section suivante porte sur le choix de la méthode d'approximation des modèles numériques ferroviaires à travers un deuxième état de l'art sur les méta-modèles. Enfin, la dernière partie présente sur un exemple académique la méthode d'approximation de modèle sélectionnée, et la technique de tolérancement développée à partir de la méthode de conception robuste choisie.

## IV.2 ÉTAT DE L'ART DES MÉTHODES DE CONCEPTION ROBUSTE ET DE TOLÉRANCEMENT

Zang et al. [Zang 05] définissent un système robuste comme un système insensible aux effets des sources de variabilité, même si ces sources n'ont pas été supprimées. Ainsi, l'objectif de la conception robuste est d'avoir une réponse du système proche de la réponse cible et peu fluctuante, sans éliminer les sources de bruit. Il existe différentes méthodes de conception robuste dans l'état de l'art pour faire face aux incertitudes sur les paramètres et définir les tolérances. On se concentrera ici sur : la méthode Info-gap, les méthodes FORM et SORM, la méthode de Taguchi, et l'optimisation robuste. La dernière section se focalise sur les méthodes de définition des tolérances.

### IV.2.1 Méthode Info-gap

La méthode Info-gap est une méthode de gestion d'incertitudes importantes pour la prise de décision [Ben-haim 06]. Les modèles Info-gap reposent sur une définition non-probabiliste des incertitudes sur les paramètres. Ils permettent de prendre une décision satisfaisante face aux méconnaissances des concepteurs plutôt qu'une solution optimale. L'Info-gap peut être utilisé pour recalibrer un modèle [Hemez 02], pour concevoir de façon robuste un système [Buffe 11], ou pour positionner de façon optimale des capteurs et des excitateurs pour des essais [Vinot 05, Maugan 16]. L'objectif de ce chapitre est de proposer une méthode de conception robuste et de définition des tolérances qui permet d'intégrer les connaissances existantes au sein d'ALSTOM à propos de la dispersion des caractéristiques des différents composants. Un certain nombre d'informations étant disponibles au sein de l'entreprise, la méthode Info-gap n'a pas été retenue.

## IV.2.2 Méthodes FORM/SORM

Les méthodes First Order Reliability Method (FORM) et Second Order Reliability Method (SORM) [Haldar 93, Lemaire 97, Wu 13] réduisent la probabilité de défaillance d'un système. Cette réduction repose sur trois étapes principales :

1. La première étape consiste à modéliser les variables aléatoires par des lois normales centrées réduites. Cette modélisation repose sur l'hypothèse que la densité de probabilité des paramètres est une fonction gaussienne. Elle est effectuée à l'aide d'une transformation isoprobabiliste, en pratique souvent la transformée de Nataf.
2. Les étapes suivantes sont expliquées Figure IV.1a pour la méthode FORM et Figure IV.1b pour la méthode SORM à travers un exemple à deux dimensions. Les deux variables sont notées  $u_1$  et  $u_2$  et sont tracées respectivement en abscisse et en ordonnée. La sortie d'intérêt, c'est à dire le succès du dimensionnement, est notée  $g$ . La limite entre le domaine de sûreté  $g(u_1, u_2) > 0$  et le domaine de défaillance  $g(u_1, u_2) < 0$  est représentée par une courbe noire. Un algorithme d'optimisation recherche le point  $P^*$  de coordonnées  $(u_1^*, u_2^*)$  appartenant à la limite entre le domaine de sûreté et le domaine de défaillance, et étant le plus proche du point de conception nominal situé à l'origine. Ce point  $P^*$  représente la défaillance la plus susceptible de se produire. La distance entre le point nominal et le point  $P^*$  de l'état limite  $g(u_1, u_2) = 0$  est notée  $\beta$  et est indiquée par un segment rouge.
3. Enfin, une approximation de la fonction de défaillance, tracée en pointillés bleus, permet d'estimer la probabilité de défaillance  $P_f$  à partir de la distance  $\beta$ . Cette approximation est linéaire pour la méthode FORM :

$$P_f = \Phi(-\beta) \tag{IV.1}$$

avec  $\Phi$  la fonction de répartition de la gaussienne centrée réduite  $\mathcal{N}(0, 1)$ . Elle est quadratique pour la méthode SORM :

$$P_f = \Phi(-\beta) \prod_{i=1}^{n_p-1} (1 + \beta\kappa_i)^{-1/2} \tag{IV.2}$$

avec  $\Phi$  la fonction de répartition de la gaussienne centrée réduite  $\mathcal{N}(0, 1)$ ,  $n_p$  le nombre de variables, et  $\kappa_i = \frac{\partial^2 g}{\partial u_i^2}$  la courbure principale.

Les avantages et inconvénients de ces deux méthodes sont explicités dans [Choi 16]. L'atout principal de la méthode FORM est son faible coût. Cependant, la méthode n'est pas adaptée pour les domaines de défaillance complexes. La méthode SORM peut approcher la probabilité de défaillance de modèles non-linéaires du deuxième ordre, mais le calcul des dérivées partielles du second ordre peut être très coûteux. De plus, le point de conception n'est pas toujours unique, et la solution trouvée peut ne pas être optimale.

Dans le domaine ferroviaire, la méthode FORM a été appliquée en aérodynamique. Carrarini [Carrarini 07] a analysé la probabilité de retournement d'un train à grande vitesse allemand suite aux incertitudes sur 4 caractéristiques du vent de travers auquel le véhicule est soumis. Pour accélérer les calculs, une surface de réponse à base de fonctions spline a été créée.

Les modèles étudiés dans la cadre de cette thèse sont fortement non-linéaires et coûteux. Les méthodes FORM et SORM ne sont donc pas adaptées au problème étudié.

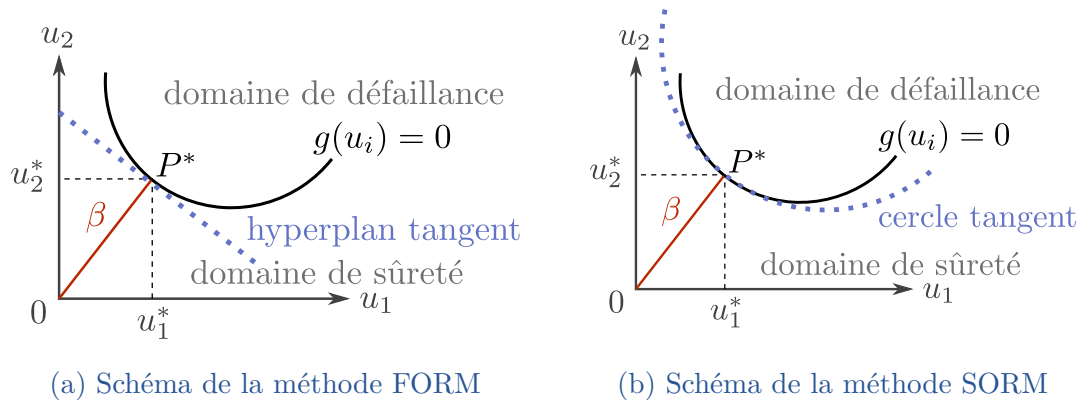


FIGURE IV.1 – Schéma de deux méthodes de calcul de probabilité de défaillance

### IV.2.3 Méthode Taguchi

L'approche de conception robuste au sens de Taguchi, résumée dans [Tsui 92, Zang 05], repose sur l'évaluation de la réponse en un nombre fini de points. Ces points sont déterminés par un plan d'expérience orthogonal, où les paramètres varient selon un nombre fini et fixé de valeurs, appelées niveaux. On y distingue :

- Les facteurs contrôlés, c'est-à-dire les paramètres de conception qui peuvent être ajustés en fonction de la performance et de la diminution de sa variabilité désirées. Ils constituent le plan interne.
- Les facteurs de bruit, c'est-à-dire les paramètres qui sont impossibles, ou trop coûteux, à contrôler. Ils constituent le plan externe.
- Une fonction perte permettant de quantifier l'éloignement entre la performance du système et l'objectif de performance.
- Le ratio signal/bruit (RSB) qui mesure l'effet éventuel de la variation des facteurs sur la performance du système.

Les facteurs optimaux, puis éventuellement leurs tolérances, sont obtenus en réalisant une analyse de la variance et de la moyenne du rapport signal/bruit. La définition de ce rapport varie suivant le problème étudié. Trois ratios RSB sont répandus :

1. Le rapport quantifiant la déviation de la réponse moyenne  $\bar{y}$  d'une réponse cible  $t$  :

$$RSB = -10 \log_{10}(\sigma^2 + (\bar{y} - t)^2) \quad (\text{IV.3})$$

avec  $\sigma$  la variance de la réponse.

2. Le rapport favorisant une réponse la plus faible possible :

$$RSB = -10 \log_{10} \left( \frac{1}{n} \sum_i y_i^2 \right) \quad (\text{IV.4})$$

3. Le rapport favorisant une réponse la plus élevée possible :

$$RSB = -10 \log_{10} \left( \frac{1}{n} \sum_i \frac{1}{y_i^2} \right) \quad (\text{IV.5})$$

L'optimisation est réalisée en deux étapes. Une fois le maximum du ratio signal/bruit trouvé grâce au plan d'expérience, la moyenne de la fonction de performance est ajustée sur la réponse voulue en faisant varier les paramètres de conception ayant peu d'influence sur la variance de la performance.

La méthode Taguchi améliore la performance du système avec un temps de calcul faible, cependant elle présente un certain nombre d'inconvénients. Elle prend difficilement en compte les interactions entre les paramètres et les contraintes. De plus, elle retourne des résultats peu précis pour les cas où les paramètres prennent des valeurs continues ou pour des problèmes fortement non-linéaires. Une amélioration de ses performances dans ces deux cas nécessiterait des coûts de calcul prohibitifs. Enfin, la méthode n'est pas adaptée à la prise en compte de plusieurs sorties ou d'intervalles de variation larges des paramètres [Park 06b]. Cette approche, qui n'a pas été utilisée dans le domaine ferroviaire à notre connaissance, n'est donc pas adaptée aux modèles d'ALSTOM. Les progrès informatiques ont permis le développement de méthodes de conception robuste plus coûteuses en temps de calcul, mais plus précises. Ces techniques reposent principalement sur des techniques d'optimisation et utilisent parfois le rapport signal/bruit comme fonction objectif.

#### IV.2.4 Méthodes d'optimisation robuste

Il existe trois approches d'optimisation [Doltsinis 04, Zang 05, Park 06b]. L'approche RBDO (Reliability Based Design Optimisation), l'approche RDO (Robust Design Optimisation), et l'approche RRDO (Reliability-Based Robust Design Optimization) cherchent à optimiser la moyenne du critère de performance et à minimiser la variabilité de cette performance induite par les incertitudes.

### L'approche RBDO

L'approche RBDO est principalement utilisée pour l'analyse de risque, par la minimisation de la probabilité de défaillance [Zang 05]. Cette méthode se concentre donc sur la queue de la distribution de la sortie. L'optimisation décale la moyenne pour diminuer la probabilité d'un événement. Cette technique est représentée Figure IV.2. La performance est en abscisse et la densité de probabilité de cette performance en ordonnée. La distribution initiale de la sortie est tracée en pointillés rouges, la distribution optimisée en vert. La probabilité de défaillance initiale est représentée par l'aire colorée en rouge. Cette aire est supérieure à celle de la probabilité de défaillance optimisée hachurée en vert.

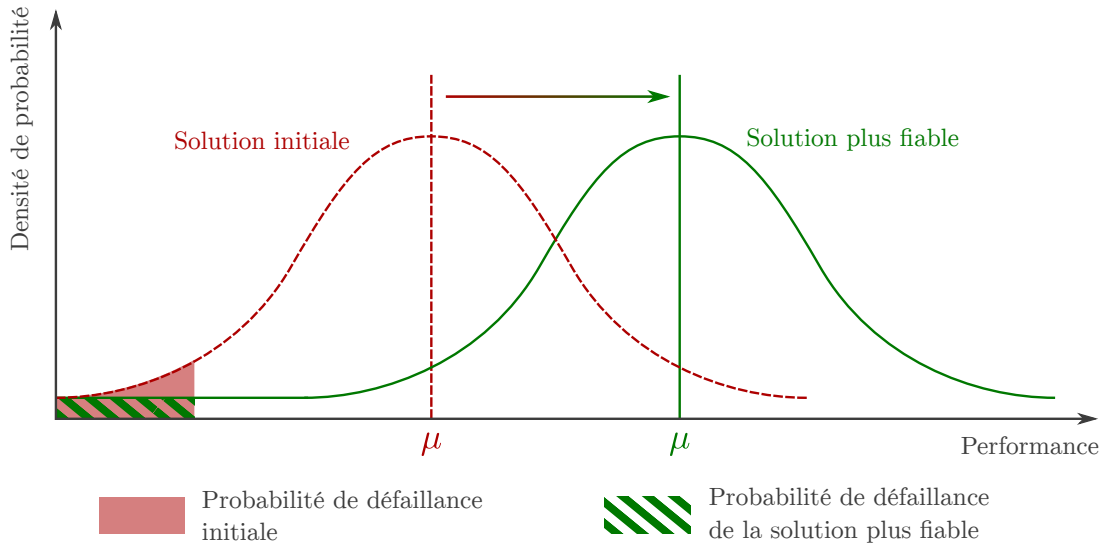


FIGURE IV.2 – Illustration du principe de la méthode RBDO

Un problème RBDO peut être formulé mathématiquement de la façon suivante :

$$\begin{cases} \min_{x \in \mathbb{R}^{n_p}} f(x), & f \in \mathbb{R} \\ g(x) \leq 0, & g \in \mathbb{R}^{n_g} \\ h(x) = 0, & h \in \mathbb{R}^{n_h} \\ P_f(v, x) \leq P_c, \end{cases} \quad (\text{IV.6})$$

où :

- $v = [v_1, v_2, \dots, v_{n_v}]^T$  est le vecteur des  $n_v$  variables aléatoires ;
- $x = [x_1, x_2, \dots, x_{n_p}]^T$  est le vecteur des  $n_p$  paramètres de conception ;
- $f(x)$  est la fonction objectif - ou fonction coût - à minimiser ;
- $g(x)^T = [g_1(x), g_2(x), \dots, g_{n_g}(x)]$  est le vecteur des  $n_g$  contraintes d'inégalités ;
- $h(x)^T = [h_1(x), h_2(x), \dots, h_{n_h}(x)]$  est le vecteur des  $n_h$  contraintes d'égalités ;
- $P_f(v, x)$  est la probabilité de défaillance fonction de  $v$  et de  $x$  ;

—  $P_c$  est le seuil critique que la probabilité de défaillance ne doit pas dépasser.

### L'approche RDO

L'approche RDO consiste à minimiser la sensibilité de la performance du système aux différentes sources de variabilité. Cette approche est schématisée Figure IV.3, toujours avec la performance en abscisse et sa densité de probabilité en ordonnée. La solution initiale, dont la large partie centrale de la cloche indique une variance importante, est tracée en pointillés rouges. La largeur de la partie centrale de la cloche indique la variance de la performance. La solution optimisée est représentée en vert. Sa largeur, moins importante que celle de la solution initiale, montre la réduction de la variance de la réponse, et ainsi sa plus grande robustesse.

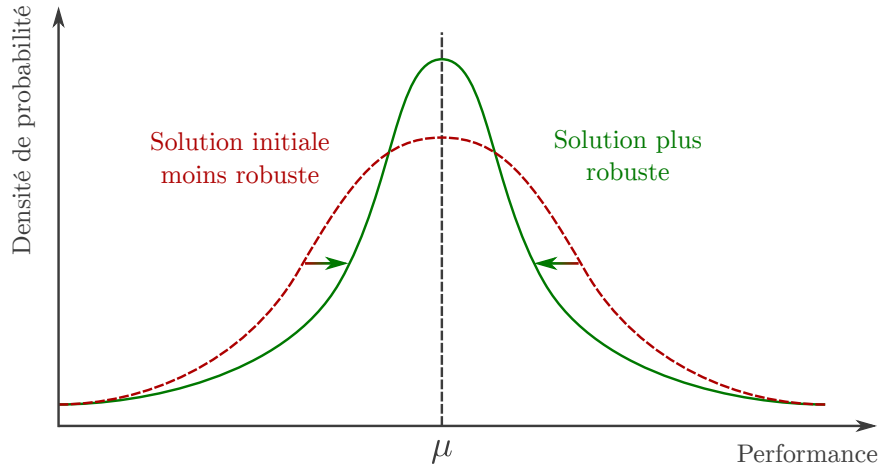


FIGURE IV.3 – Illustration du principe de la méthode RDO

Un problème RDO peut être formulé mathématiquement de la façon suivante :

$$\begin{cases} \min_{x \in \mathbb{R}^{n_p}} [f(x), m_\sigma(v, x)], & f \in \mathbb{R}, m_\sigma \in \mathbb{R} \\ g(x) \leq 0, & g \in \mathbb{R}^{n_g}, \\ h(x) = 0, & h \in \mathbb{R}^{n_h}, \end{cases} \quad (\text{IV.7})$$

où  $m_\sigma(v, x)$  est une fonction de robustesse mesurant la variabilité de la ou des réponse(s) d'intérêt.

Généralement,  $\min_{x \in \mathbb{R}^{n_p}} [f(x), m_\sigma(v, x)]$  est choisie égale à  $\min_{x \in \mathbb{R}^{n_p}} [\mu_f, \sigma_f]$ , où  $\mu_f$  et  $\sigma_f$  désignent respectivement la moyenne et l'écart type de la fonction objectif  $f(x)$ . D'autres choix sont cependant possibles.

Pour revenir à un problème d'optimisation mono-objectif, on peut aussi rechercher une solution optimale au sens de Pareto, c'est-à-dire fournissant les différents compromis possibles entre les deux critères, avec la fonction objectif suivante :

$$\min_{x \in \mathbb{R}^{n_p}} \alpha \frac{\mu_f}{\mu_f^*} + (1 - \alpha) \frac{\sigma_f}{\sigma_f^*} \quad (\text{IV.8})$$

où  $\alpha \in [0, 1]$  est un coefficient permettant de pondérer l'importance de la moyenne et de l'écart type, et  $\mu_f^*$  et  $\sigma_f^*$  sont les valeurs souhaitées pour la moyenne et la variance. Lorsque l'espace des solutions possibles n'est pas convexe, cette méthode peut ne pas trouver les solutions optimales.

### L'approche RRDO

Les formulations du type Reliability-Based Robust Design Optimization (RRDO), permettent de minimiser simultanément la sensibilité du système et la probabilité de défaillance. En reprenant les notations déjà utilisées, un problème RRDO peut être formulé de la manière suivante :

$$\begin{cases} \min_{x \in \mathbb{R}^{n_p}} [f(x), m_\sigma(v, x)], & f \in \mathbb{R}, m_\sigma \in \mathbb{R} \\ g(x) \leq 0, & g \in \mathbb{R}^{n_g} \\ h(x) = 0, & h \in \mathbb{R}^{n_h} \\ P_f(v, x) \leq P_c, \end{cases} \quad (\text{IV.9})$$

Une contrainte probabiliste sur la probabilité de défaillance est donc simplement ajoutée à la formulation du problème de conception robuste RDO.

### Applications

Les méthodes d'optimisation robuste ont été appliquées à des modèles multi-corps [Batou 15] et dans le domaine des transports [Koensgen 13].

Dans le domaine ferroviaire, Lee et al. [Lee 10] ont comparé deux formulations de problèmes d'optimisation robuste pour réduire l'impact de la variabilité de 3 raideurs de suspension sur 10 réponses dynamiques d'un véhicule calculées à partir d'un méta-modèle. La première formulation consistait à minimiser la moyenne et l'écart-type des sorties. La deuxième formulation était basée sur le calcul de l'indice de capacité opérationnelle d'un processus (Process Capability Index en anglais), une mesure statistique quantifiant la capacité du modèle à produire une sortie comprise entre deux valeurs spécifiées. La formulation avait pour objectif de maximiser cet indice avec pour contrainte une valeur minimale sur cet indice.

De plus, Cheng et Lee [Cheng 11] ont déterminé les valeurs de 6 paramètres de suspension d'un modèle analytique (20 DDL) pour maximiser la vitesse limite d'un train à grande vitesse et diminuer la variabilité de cette vitesse due aux incertitudes sur la conicité des roues. L'optimisation mono-objectif a été réalisée à l'aide d'un méta-modèle et d'un algorithme génétique. La définition du problème ne comportait pas de contrainte, si bien que la solution obtenue a été trouvée en dehors de l'intervalle de variation des paramètres utilisé pour la création du méta-modèle. Quelques années plus tard, les mêmes auteurs [Lee 14] ont amélioré la robustesse de la vitesse limite d'un modèle analytique de véhicule fret (14 DDL). L'optimisation a calculé les valeurs de 6 paramètres de suspension en présence d'incertitudes sur la conicité des roues avec un algorithme d'optimisation par essaims de particules quantiques et une unique fonction objectif définie à l'aide de la moyenne et de l'écart-type de la vitesse.

Enfin, Nejlaoui et al. [Nejlaoui 13] ont modélisé analytiquement un quart de véhicule ferroviaire possédant des symétries (8 DDL) pour optimiser de façon robuste l'angle de déraillement et le niveau de bruit d'un train en présence d'incertitudes sur 8 paramètres. L'optimisation multi-objectifs a été réalisée avec un algorithme génétique minimisant la moyenne et l'écart-type des deux critères de conception et respectant la contrainte d'un angle de déraillement inférieur à une valeur maximale avec une confiance de 99%.

### Avantages et inconvénients

Les trois approches d'optimisation robuste sélectionnent des paramètres pour optimiser plusieurs objectifs de conception tout en respectant plusieurs contraintes et en prenant en compte les incertitudes. Elles sont adaptées aux espaces de conception non-linéaires grâce aux algorithmes d'optimisation globaux. La gestion des différents objectifs se fait en créant une fonction objectif unique avec une pondération des objectifs ou en utilisant une optimisation multi-objectifs. Le dimensionnement des tolérances du système étudié est également possible (voir [section IV.2.5](#)). Enfin, les approches RBDO et RRDO minimisent l'occurrence des événements rares grâce au calcul de la fiabilité du système. Ces calculs de fiabilité peuvent être coûteux et/ou peu précis. Pour réduire ce coût, la fiabilité peut parfois être améliorée grâce à une approche RDO. En effet, la réduction des variations de la réponse implique généralement une réduction de la probabilité de défaillance. Ces approches sont donc capables de gérer les différents compromis nécessaires lors de la conception pour proposer une solution de dimensionnement.

Malgré leurs nombreuses applications dans le domaine ferroviaire, leur application aux véhicules d'ALSTOM se heurte à deux difficultés. La première est que les modèles non-linéaires d'ALSTOM requièrent une exploration de tout l'espace des paramètres et ainsi l'utilisation des algorithmes d'optimisation globaux qui sont plus coûteux que les algorithmes locaux. Pour les applications ferroviaire de l'état de l'art, ce problème était inexistant grâce à l'utilisation de modèles analytiques ou contourné grâce à l'utilisation de méta-modèles.

La deuxième difficultés, qui ne peut pas être évitée grâce à l'utilisation d'un méta-modèle, est que les approches de conception robuste retournent une solution unique, la solution optimale, alors que les ingénieurs préfèrent obtenir plusieurs alternatives de conception pour déterminer les compromis possibles [Wang 07]. C'est le cas des ingénieurs d'ALSTOM qui cherche à obtenir différentes alternatives de conception pour sélectionner la zone de l'espace des paramètres qui fournira à terme le compromis possible le plus intéressant. Pour avoir un choix entre plusieurs compromis, il faut utiliser une optimisation multi-objectifs et un front de Pareto, qui nécessitent des algorithmes d'optimisation coûteux. L'utilisation d'un méta-modèle serait à nouveau envisageable, toutefois, les fronts de Pareto classiques présentent un autre inconvénient : ils sont classiquement réalisés sans considérer les incertitudes présentes sur les paramètres. Des méthodes de propagation des incertitudes, telles que la méthode de Monte-Carlo par exemple [Ben Abdesslem 11, Nejlaoui 13], doivent compléter l'analyse pour obtenir des

solutions robustes, ce qui peut entraîner un coût de conception supplémentaire pour une méthode déjà coûteuse.

### IV.2.5 Tolérancement et conception robuste

Plusieurs techniques sont disponibles pour définir les tolérances d'un système [Zhang 92], c'est-à-dire traiter les tolérances comme des variables. Parmi celles-ci, on retrouve les méthodes d'optimisation robuste décrites section IV.2.4 qui, en plus d'améliorer la robustesse d'un système, peuvent intégrer la gestion des tolérances. Les tolérances sont distribuées entre les composants de façon à les optimiser selon divers critères, par exemple un critère de minimisation du coût de fabrication, ou un critère de maximisation de la robustesse du produit. Le critère d'optimisation des tolérances est directement introduit dans la fonction objectif de la définition du problème d'optimisation. Cette solution a été utilisée pour la résolution de nombreux problèmes d'optimisation déterministe (voir par exemple [Wu 09, Walter 15] pour la minimisation des coûts des tolérances). Cette solution a également servi à optimiser de façon robuste des systèmes. Par exemple, Zhang et Wang [(Chuck)Zhang 98] ont maximisé la robustesse d'un assemblage en optimisant les tolérances des différentes étapes de fabrication. Krishnaswami et Kelkar [Krishnaswami 03] ont optimisé la performance d'un système bielle-manivelle, puis sa robustesse, et enfin les tolérances de ses paramètres. En utilisant également plusieurs optimisations successives, Caro et al. [Caro 05] ont réalisé l'optimisation robuste d'un système puis ont alloué les tolérances de façon à maximiser l'hypervolume défini par ces dernières. La relation utilisée entre le coût et les tolérances était simplement définie comme un coût diminuant avec l'augmentation de la largeur des tolérances. Arenbeck et al. [Arenbeck 10] ont optimisé le coût des tolérances d'un système multi-corps avec la méthode RBO. Les auteurs précisent que l'influence de la valeur nominale des paramètres sur le coût de fabrication a été négligée. Zhang et al. [Zhang 10] ont optimisé les paramètres d'un système mécanique et leurs tolérances pour minimiser la variation des performances d'une tête d'induction en respectant des contraintes sur le coût maximum des tolérances. Enfin, Ma et al. [Ma 18] ont optimisé la performance, la fiabilité, et le coût des tolérances d'un moteur. La prise en compte des tolérances dans l'objectif de l'optimisation ne change pas le fait que les méthodes d'optimisation robuste peuvent être coûteuses et ne retourne souvent qu'une seule solution de conception.

Pour pallier à ces limites, une autre solution de dimensionnement a été proposée par Beer et Liebscher [Beer 08] qui ont développé une méthode de conception robuste permettant de fournir plusieurs alternatives de conception et leurs tolérances. Cette méthode repose sur 7 étapes principales :

1. L'espace des paramètres et leurs incertitudes sont modélisés avec la méthode fuzzy sets ;
2. L'espace des paramètres est ensuite échantillonné avec la méthode d'échantillonnage choisie et le modèle est évalué aux échantillons correspondants ;

3. Les échantillons sont divisés en deux groupes, ceux respectant les contraintes de conception, formant ainsi un espace discret d'entrées permises, et ceux ne les respectant pas ;
4. L'espace des entrées permises est divisé en clusters (voir [section IV.4.4](#)) avec la méthode de partitionnement k-moyennes floues ;
5. Des hypervolumes continus avec des limites parallèles aux axes de l'espace des paramètres sont ensuite construits à partir des points extrêmes permis dans chaque dimension de chaque cluster. Chaque hypervolume constitue une solution de dimensionnement potentielle ;
6. Les frontières des partitions passant par les points extrêmes n'étant pas nécessairement des droites parallèles aux axes du domaine, les bornes des hypervolumes sont réduites jusqu'à ne contenir aucun échantillon ne respectant pas les contraintes ;
7. La méthode se termine avec la "défuzzification" de l'espace de conception et l'évaluation des solutions potentielles avec 3 critères : la valeur moyenne de la fonction objectif calculée à partir d'une intégrale pondérée, la robustesse et la largeur des tolérances. Le concepteur peut enfin sélectionner le dimensionnement ayant les compromis les plus intéressants.

Cette méthode est la plus adaptée à la conception robuste des modèles d'ALSTOM. Elle a été développée en prenant en compte son efficacité numérique. Cependant, elle semble encore coûteuse : elle nécessite de nombreux échantillons du modèle et utilise la méthode de partitionnement k-moyennes floues qui n'est pas la moins coûteuse.

### IV.3 ÉTAT DE L'ART SUR LES MÉTA-MODÈLES

Ainsi, les différentes méthodes de conception robuste sont souvent coûteuses, et celle sélectionnée pour les modèles ferroviaires n'échappe pas à la règle. Plusieurs techniques sont disponibles pour réduire les temps de calcul [[Asher 15](#)].

La réduction du nombre de paramètres à optimiser aux seuls paramètres influents est souvent utilisée. Cette solution, réalisée généralement grâce à l'analyse de sensibilité, a déjà été choisie pour les modèles ALSTOM et appliquée dans le [chapitre III](#). Malgré la réduction de l'espace des paramètres, la méthode d'optimisation choisie reste onéreuse. L'utilisation d'une deuxième méthode de réduction des temps de calcul est donc envisagée.

Lors de la conception robuste d'une structure modélisée par Éléments Finis, Doltsinis [[Doltsinis 05](#)] a utilisé la théorie des perturbations pour réduire les coûts de calcul. Cette méthode étant intrusive dans le système de résolution des équations, son utilisation lors de résolutions avec des logiciels commerciaux n'est pas envisageable.

Afin d'accélérer les calculs, on retrouve également l'emploi de modèles réduits pour les modèles ayant un grand nombre de degrés de liberté [Antoulas 05, Gerges 13]. La réduction de modèle regroupe plusieurs méthodes qui projettent les équations du système sur un espace de dimension inférieure. Ces méthodes sont : la superposition modale, les bases de Ritz, la méthode des sous-espaces de Krylov, la méthode SVD (Singular Value Decomposition), ou encore la décomposition orthogonale propre ou méthode POD (Proper Orthogonal Decomposition). Ces méthodes nécessitent aussi d'avoir accès aux équations du modèle, ce qui n'est pas possible dans SIMPACK, seules les matrices linéarisées étant disponibles. De plus, les méthodes de réduction conviennent plutôt aux modèles avec beaucoup de degrés de liberté tels que les modèles éléments finis. Or, les modèles MBS de véhicules ferroviaires ont un nombre raisonnable de DDL. La réduction de modèles n'est donc pas adaptée à notre problème.

Enfin, un gain en temps de calcul est aussi possible avec l'utilisation de méta-modèles. Un méta-modèle  $\hat{y}$  évalue la(les) sortie(s)  $y$  d'un modèle complexe coûteux à l'aide d'un modèle approché plus simple et plus rapide. Ce modèle d'approximation peut s'écrire sous la forme  $y(x) = \hat{y} + \varepsilon$  avec  $\varepsilon$  l'erreur d'approximation la plus petite possible. Il existe plusieurs approches d'approximation des modèles complexes. Ces approches ont fait l'objet de plusieurs résumés [Jin 01, Simpson 01b, Wang 07]. Le choix de la méthode dépend des caractéristiques du modèle à approcher, des objectifs de l'étude, et des ressources disponibles, mais toutes les méthodes nécessitent d'échantillonner l'espace de conception et sont réservées à l'approximation de fonctions régulières. Leur utilisation, impossible dans le [chapitre III](#), devient envisageable pour l'espace réduit des paramètres des modèles ALSTOM. Les méta-modèles semblent ainsi être la méthode la plus appropriée pour la résolution de notre problème.

Les sections suivantes présentent donc 4 méthodes classiques de construction de méta-modèles, et leurs applications dans le domaine ferroviaire. De nombreuses techniques de sélection des échantillons sont disponibles pour la construction de ces modèles. Elles ne seront pas détaillées dans cette section, mais seulement évoquées dans la [section IV.4.2](#).

### IV.3.1 Méthode de régression polynomiale

La méthode de régression polynomiale, ou surface de réponse, consiste à déterminer les coefficients d'un polynôme multivarié d'ordre  $n$  s'approchant le plus possible de la relation entrées-sortie(s) d'un modèle. La détermination des coefficients repose souvent sur la méthode des moindres carrés, ie. en minimisant la somme quadratique des résidus entre la sortie réelle du modèle et la sortie approchée à un certain nombre de points d'évaluation obtenus par échantillonnage. Pour les modèles linéaires la solution cherchée est de la forme suivante :

$$\hat{y}(x) = \beta_0 + \sum_{i=1}^{n_p} \beta_i x_i \quad (\text{IV.10})$$

où  $\beta_i$  est un coefficient du polynôme,  $x$  est le vecteur des paramètres d'entrée avec  $x_i$  le paramètre d'indice  $i$ ,  $n_p$  est le nombre de paramètres, et  $\hat{y}$  est l'approximation de la sortie. Pour les modèles non-linéaires, les polynômes d'ordre 2 sont souvent utilisés. L'approximation s'exprime alors avec la formule suivante :

$$\hat{y}(x) = \beta_0 + \sum_{i=1}^{n_p} \beta_i x_i + \sum_{1 \leq i < j}^{n_p} \beta_{ij} x_i x_j \quad (\text{IV.11})$$

où  $\beta_{ij}$  sont les coefficients des termes d'ordre 2 du polynôme.

L'interpolation entre les échantillons peut aussi être réalisée avec des polynômes par morceaux (splines).

Pour les modèles linéaires et faiblement non-linéaires, les surfaces de réponse sont faciles à créer et peu coûteuses. La méthode est toutefois mal adaptée aux modèles fortement non-linéaires car elle nécessite alors des polynômes d'ordre élevé qui oscillent beaucoup entre les points d'apprentissage.

Les méta-modèles par surface de réponse ont été régulièrement utilisés dans le domaine ferroviaire. Park et al [Park 09] ont utilisé entre autres une surface de réponse quadratique polynomiale pour lier 29 paramètres de suspensions au comportement dynamique d'un véhicule avec des échantillons sélectionnés en combinant un plan orthogonal de Taguchi et un plan D-optimal. Ils ont obtenu une erreur inférieure à 3%. Lee et al. [Lee 10] ont approché 10 réponses dynamiques dépendant de 3 paramètres de suspension primaire avec des surfaces de réponse construites à l'aide de 75 échantillons issus d'un plan d'expérience D-optimal. De plus, Martowicz et al. [Martowicz 11] ont approché l'indice de confort d'une voiture de tramway en fonction de deux raideurs de suspension et d'une masse par plusieurs surfaces de réponse allant jusqu'à l'ordre 4. L'espace des paramètres a été maillé uniformément avec 405 échantillons d'un modèle coûtant 5 min de temps processeur. En 2016, les calculs de 4 sorties dynamiques d'un véhicule ferroviaire en fonction de 10 paramètres linéaires de suspension ont été facilités à l'aide d'une surface de réponse quadratique polynomiale construite avec 70 points d'évaluation obtenus avec un échantillonnage Latin Hypercube [Xie 16]. Enfin, Kraft et al. [Kraft 18] ont simplifié la modélisation du comportement dynamique vertical d'un véhicule en fonction des défauts de voie à l'aide d'une surface de réponse.

### IV.3.2 Méthode de régression par processus gaussien

La méthode de régression par processus gaussien (GP) [Rasmussen 06] décompose la sortie en une combinaison de deux fonctions :

$$\hat{y}(x) = m(x) + Z(x) \quad (\text{IV.12})$$

La fonction  $m$  donne la tendance générale, la moyenne, de la fonction  $y$  initiale. La fonction  $Z$  représente la variation locale de la réponse  $\hat{y}$  par rapport à la réponse moyenne  $m$ . Cette fonction est la corrélation entre les différents points de

l'espace de conception. C'est la réalisation d'un processus stochastique gaussien de moyenne nulle, de variance  $\sigma_Z^2$ , et de covariance non-nulle. Pour  $n_s$  échantillons, cette décomposition mène à la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(x_1) \\ \vdots \\ \hat{y}(x_{n_s}) \end{bmatrix} \sim \mathcal{N} \left( \begin{bmatrix} m(x_1) \\ \vdots \\ m(x_{n_s}) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} k(x_1, x_1) & \cdots & k(x_1, x_{n_s}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k(x_{n_s}, x_1) & \cdots & k(x_{n_s}, x_{n_s}) \end{bmatrix} \right) \quad (\text{IV.13})$$

La régression par processus gaussien consiste donc à trouver la fonction  $m$  et la matrice de covariance  $K$  approchant au mieux les données disponibles avec la fonction de covariance  $k$ . La fonction de base  $m$  peut être n'importe quelle fonction à valeurs réelles, par exemple un polynôme du second ordre tel que  $m(x) = \beta h(x)$  avec  $h(x) = (1, x, x^2)$  et  $\beta$  les coefficients du polynôme. En revanche, la matrice de covariance doit être semi-définie positive. Plusieurs noyaux de covariance usuels sont disponibles dans MATLAB :

— le noyau de covariance gaussien (ou de fonction radiale) :

$$k(x_i, x_j) = \sigma_Z^2 \exp \left( -\frac{1}{2l^2} (x_i - x_j)^2 \right) \quad (\text{IV.14})$$

— la fonction de covariance exponentielle :

$$k(x_i, x_j) = \sigma_Z^2 \exp \left( -\frac{1}{l} |x_i - x_j| \right) \quad (\text{IV.15})$$

— le noyau de Matérn 3/2 :

$$k(x_i, x_j) = \sigma_Z^2 \left( 1 + \frac{\sqrt{3}|x_i - x_j|}{l} \right) \exp \left( -\sqrt{3} \frac{|x_i - x_j|}{l} \right) \quad (\text{IV.16})$$

— le noyau de Matérn 5/2 :

$$k(x_i, x_j) = \sigma_Z^2 \left( 1 + \frac{\sqrt{5}|x_i - x_j|}{l} + \frac{5(x_i - x_j)^2}{3l^2} \right) \exp \left( -\sqrt{5} \frac{|x_i - x_j|}{l} \right) \quad (\text{IV.17})$$

— le noyau de covariance quadratique rationnel :

$$k(x_i, x_j) = \sigma_Z^2 \left( 1 + \frac{|x_i - x_j|^2}{2\alpha l^2} \right)^{-\alpha} \quad (\text{IV.18})$$

avec  $x_i$  et  $x_j$  deux échantillons de l'espace des paramètres. Ces noyaux existent aussi avec un paramètre  $l$  différent pour chaque variable de conception. Duvenaud [Duvenaud 14] et Schulz et al. [Schulz 18] fournissent quelques pistes pour choisir ou construire un noyau de covariance.

Le nombre élevé de fonctions de corrélation disponibles permet d'approcher de nombreux types de modèles. La régression par processus gaussien est l'une des méthodes les plus précises pour les modèles non-linéaires. De plus, elle fournit les incertitudes sur la sortie. Cependant, l'optimisation des paramètres du noyau et

de la fonction de base, souvent estimés par maximum de vraisemblance, peut être coûteuse pour des espaces de grande dimension. La méthode semble cependant adaptée aux modèles ALSTOM.

Cheng et Lee [Cheng 11] ont simplifié un modèle analytique à 20 DDL d'un train à grande vitesse avec un méta-modèle GP et des points de l'espace des paramètres sélectionnés avec un plan d'expérience uniforme. Le modèle approximait le ratio signal sur bruit de la vitesse limite du véhicule en fonction de 6 paramètres. Yang et al. [Yang 16] ont appliqué la méthode GP pour faciliter l'optimisation du confort d'un modèle non-linéaire SIMPACK de véhicule en fonction de 4 paramètres de suspension. Une méthode d'échantillonnage Latin Hypercube a été utilisée pour sélectionner 30 échantillons pour le méta-modèle, ce qui a mené à une erreur d'approximation de 2%.

### IV.3.3 Réseaux de neurones

Les réseaux de neurones [Dreyfus 05] sont constitués de nœuds, appelés neurones, reliés entre eux par des connecteurs, appelés synapses. Chaque neurone reçoit les informations d'un certain nombre d'entrées pondérées, traite les entrées à l'aide d'une fonction non-linéaire paramétrée, par exemple une sigmoïde, puis retourne une sortie pouvant servir d'entrée pour les neurones suivants. Les neurones utilisant les mêmes entrées sont regroupés dans une couche de neurones. Les nombres de couches et de neurones choisis influencent fortement la précision du réseau de neurones. Le réseau est entraîné grâce à des algorithmes d'optimisation. La méthode est schématisée Figure IV.4. Les neurones sont représentés par des cercles, les  $n_p$  entrées initiales  $\{x_1, \dots, x_{n_p}\}$  par des carrés, les synapses par des traits noirs, et la sortie  $y$  du modèle par un pentagone. Les fonctions associées à chaque neurone sont appelées  $f$  ou  $g$  selon leur couche d'appartenance. Le poids d'une entrée pour un neurone est notée  $w$  avec en indice le nom de l'entrée et du neurone.

Cette approche permet de modéliser des systèmes très complexes. Son coût augmente linéairement avec le nombre de paramètres alors que le coût d'autres méthodes comme la régression polynomiale augmentera exponentiellement avec le nombre de variables. La méthode peut être avantageuse dès 3 paramètres. Toutefois sa période d'apprentissage peut être très coûteuse. En effet, elle nécessite de nombreux échantillons pour son entraînement. De plus, les réseaux de neurones sont une approche boîte noire qui masque le fonctionnement interne du système et empêche ainsi sa compréhension complète. Son coût pourrait être handicapant pour la simplification des modèles ferroviaires ALSTOM.

Les réseaux de neurones ont été largement utilisés dans les publications de dynamique ferroviaire. Kim et al. [Kim 03] ont développé 4 modèles d'approximation du train à grande vitesse Coréen avec la méthode des réseaux de neurones, un modèle pour chaque sortie d'intérêt. L'entraînement des modèles a été réalisé avec

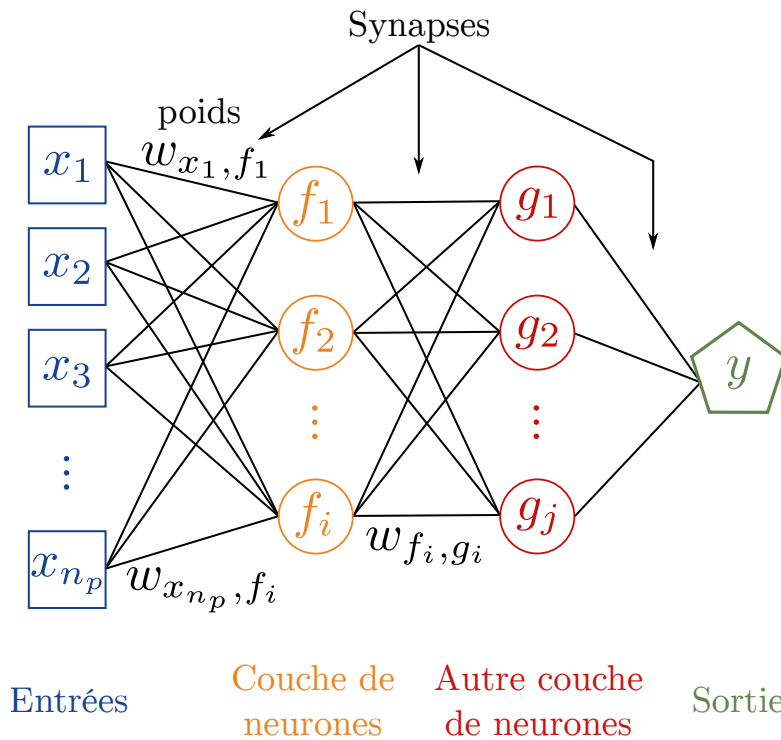


FIGURE IV.4 – Schéma de principe du fonctionnement d'un méta-modèle réseau de neurones

66 échantillons de l'espace des paramètres de dimension 29, sélectionnés avec une méthode combinant un plan factoriel fractionnaire et un plan D-optimal. L'erreur moyenne obtenue est inférieure à 3%. Nefti et Oussalah [Nefti 04] ont développé un réseau de neurones entre les paramètres de la voie et le comportement dynamique d'un véhicule pour prédire son risque de déraillement. Li et al. [Li 06] ont modélisé le comportement dynamique mesuré de véhicules ferroviaires en fonction de paramètres mesurés de la voie ferrée avec un réseau de neurones. Leur objectif était de faciliter la maintenance des voies à partir de mesures du comportement dynamique de trains circulant sur ces voies. Dans un autre article, Park et al [Park 09] ont approché avec un réseau de neurones la relation entre 29 paramètres de suspension et le comportement dynamique du véhicule. Le même plan de sélection des échantillons que celui utilisé pour la régression polynomiale quadratique évoquée section IV.3.1 a été choisi et une erreur également inférieure à 3% a été obtenue. De plus, des méta-modèles avec réseaux de neurones décrivant le lien entre 29 paramètres du véhicule concernant les suspensions et les masses du véhicule et 7 sorties dynamiques ont permis à Zhang et al. [Zhang 14a] de réaliser une analyse de sensibilité. La méthode d'échantillonnage Latin Hypercube a sélectionné les 97 points d'évaluation du modèle. Six points différents des points d'entraînement ont servi à la validation des méta-modèles qui présentent une erreur moyenne de 6% et une erreur maximale de 10% pour l'approximation la moins précise. Enfin, Kraft et al. [Kraft 18] ont simplifié la modélisation du comportement dynamique latéral

d'un véhicule en fonction des défauts de voie à l'aide d'un méta-modèle basé sur les réseaux de neurones.

### IV.3.4 Régression basée sur les vecteurs supports

Les vecteurs supports utilisés pour la régression (SVR) sont expliqués dans de nombreux articles, entre autres [Wu 04, Smola 04, Clarke 05, Basak 07]. Cette méthode approche la réponse du système en réalisant une régression linéaire des données transposées préalablement dans un espace de dimension supérieure à celle de l'espace de conception. La réponse du méta-modèle s'exprime alors de la façon suivante :

$$\hat{y}(x) = b + (w \cdot \phi(x)) \quad (\text{IV.19})$$

où  $w$  et  $b$  sont les coefficients de régression, et  $\phi$  est une fonction non-linéaire transposant les données dans l'espace de dimension supérieure. Contrairement à la régression polynomiale pour laquelle la fonction objectif est la minimisation de la somme quadratique des résidus, la régression par vecteurs supports estime les coefficients de régression par minimisation de la fonction objectif suivante :

$$L = \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^{n_s} L_\varepsilon(\hat{y}_i, y_i) \quad (\text{IV.20})$$

avec  $n_s$  le nombre de points d'entraînement du modèle,  $y_i$  et  $\hat{y}_i$  les valeurs réelle et approchée du modèle pour l'échantillon  $i$ , et

$$L_\varepsilon(\hat{y}(x), y(x)) = \begin{cases} 0 & , \text{ si } |\hat{y}(x) - y(x)| \leq \varepsilon \\ |\hat{y}(x) - y(x)| - \varepsilon & , \text{ sinon} \end{cases} \quad (\text{IV.21})$$

Le premier terme de la fonction objectif  $L$  vise à minimiser la complexité du méta-modèle, soit à maximiser sa régularité. Le deuxième terme, qui dépend du paramètre  $\varepsilon$ , vise à minimiser l'erreur du méta-modèle. La constante  $C$ , appelée terme d'équilibrage, détermine le compromis entre les deux objectifs à minimiser : il permet éventuellement de minimiser les effets du bruit sur les résultats et règle l'importance de la régularité du méta-modèle obtenu. Une valeur de  $C$  trop élevée engendre donc un risque de sur-apprentissage à partir des données, tandis qu'une valeur trop faible engendre un risque de sous-apprentissage. La méthode des multiplicateurs de Lagrange permet ensuite de réécrire le problème d'optimisation et d'exprimer les coefficients de régression  $w$  sous la forme :

$$w = \sum_{i=1}^{n_s} (\alpha_i - \alpha_i^*) \phi(x_i) \quad (\text{IV.22})$$

La sortie du méta-modèle devient alors :

$$\hat{y}(x) = b + \sum_{i=1}^{n_s} (\alpha_i - \alpha_i^*) (\phi(x_i) \cdot \phi(x)) \quad (\text{IV.23})$$

L'utilisation d'une fonction noyau  $k(x_i, x)$  permet alors de déterminer le produit  $(\phi(x_i) \cdot \phi(x))$  dans l'espace de dimension supérieure à partir des données de l'espace de conception sans connaître la fonction  $\phi$  :

$$\hat{y}(x) = b + \sum_{i=1}^{n_s} (\alpha_i - \alpha_i^*) k(x_i, x) \quad (\text{IV.24})$$

Le choix du noyau détermine quels points d'entraînement du méta-modèle doivent être utilisés pour évaluer la valeur de la sortie aux nouveaux points d'évaluation, et détermine le comportement du modèle en dehors de l'espace des paramètres servant à l'entraînement. Plusieurs exemples de noyaux de covariance ont été fournis section IV.3.2.

Les vecteurs supports sont capables d'approcher aussi bien des systèmes linéaires que des systèmes non-linéaires à un coût abordable. Des applications de la méthode ont montré qu'elle fournit des résultats tout aussi précis voire meilleurs que ceux des réseaux de neurones [Clarke 05] et d'autres méthodes [Wang 07, Zhu 12]. Elle semble donc adaptée à l'approximation des modèles de véhicules ferroviaires.

La méthode SVR a été appliquée dans de nombreux domaines, par exemple la prévision des cours de la bourse [Yang 02], l'estimation de la concentration en chlorophylle dans les océans à partir d'images de télédétection [Camps-Valls 06], la prévision des charges électriques du réseau d'électricité [Hong 11], et la prédiction des temps de transport lors d'un trajet [Wu 04]. Dans le domaine ferroviaire, seule une analyse des retards à l'arrivée des trains a utilisé la méthode SVR [Marković 15]. La méthode n'a, à notre connaissance, jamais été utilisée dans le domaine de la dynamique ferroviaire.

## IV.4 MÉTHODE DE DIMENSIONNEMENT DES TOLÉRANCES DANS DES ESPACES DE CONCEPTION NON-LINÉAIRES COMPLEXES

Les sections précédentes ont montré qu'il existe de nombreuses méthodes de conception robuste. La plupart ne fournissent qu'une seule solution et ne sont donc pas en adéquation avec le cahier des charges de la méthode de conception souhaitée. La majorité des approches peut également s'avérer coûteuse. Cependant, il existe des méthodes d'approximation des modèles réduisant les temps de calcul. Pour dimensionner de façon robuste les véhicules ferroviaires, une stratégie de conception robuste avec définition des tolérances, peu gourmande en temps de calcul, est proposée dans la section suivante. Cette stratégie suit l'approche générale proposée

dans [Beer 08] et utilise les méta-modèles pour réduire le coût de la conception. La méthode respecte donc les contraintes suivantes pour être exploitable sur les modèles ALSTOM :

1. Elle peut prendre en compte plusieurs objectifs et plusieurs contraintes de conception ;
2. Elle est adaptée aux systèmes non-linéaires ;
3. Elle détermine la performance des solutions de conception, leur robustesse, et les compromis nécessaires sur les paramètres pour atteindre les objectifs et respecter les contraintes ;
4. Elle permet de prendre en compte de coût des tolérances ;
5. Elle aide les concepteurs à prendre une décision en proposant plusieurs solutions alternatives et gain possible sur les tolérances en cas de réduction des exigences ;
6. Elle a un coût raisonnable.

La section commence par une partie décrivant l'exemple académique sur lequel la méthode est déroulée. La partie suivante présente les méthodes d'échantillonnage envisagées pour l'entraînement du méta-modèle. Enfin, les dernières parties détaillent les différentes étapes de la stratégie proposée : approximation du modèle initial, détermination des zones de l'espace de conception respectant les contraintes de conception, calcul de la performance de la solution, de sa robustesse et des tolérances pour chaque solution respectant les contraintes, et détermination du gain possible sur les tolérances des paramètres si les contraintes sur les objectifs sont relâchées.

#### IV.4.1 Modèle académique non-linéaire simple à évaluer

La méthode de tolérancement proposée est détaillée dans la section à travers un exemple. Elle a été appliquée à un espace de conception décrit par une relation non-linéaire analytique simple à évaluer. Cette relation est formulée Équation IV.25. Elle dépend de deux paramètres notés  $x_1$  et  $x_2$ , et retourne la sortie  $y$  :

$$y(x_1, x_2) = (x_1^2 + x_2^2) \sin(20x_1) + x_2 \cos(25x_2) \quad (\text{IV.25})$$

L'évolution de la sortie pour des paramètres variant entre 0.7 et 1.3 est représentée Figure IV.5 par des couleurs dont l'échelle est donnée à droite de la Figure, et avec  $x_1$  en abscisse et  $x_2$  en ordonnée. L'objectif de conception est de minimiser la valeur de la sortie avec une contrainte de conception fixée à  $Y_{\max} = -1.1$ . Comme pour certains espaces de conception du domaine ferroviaire (voir section V.4.1), les solutions de conception qui respectent les contraintes de conception sont situées dans des zones disjointes et non-convexes de l'espace (voir section IV.4.4).

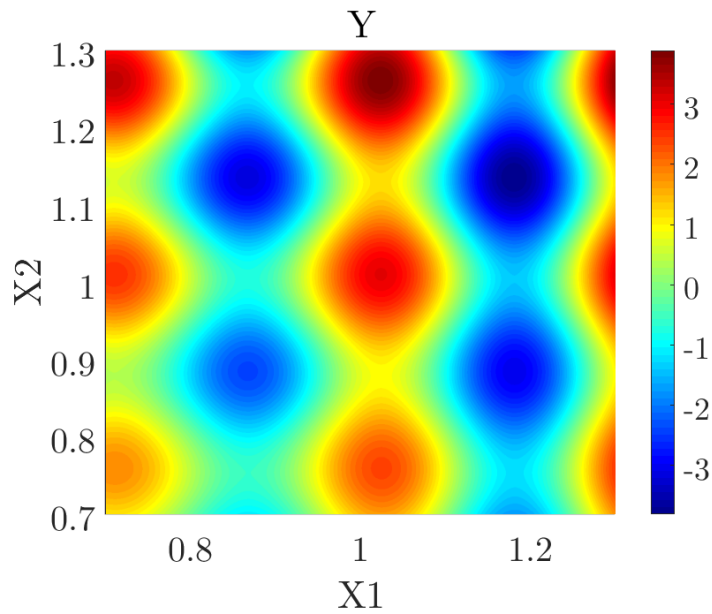


FIGURE IV.5 – Évolution de la sortie du modèle académique sinusoïdal en fonction des paramètres

#### IV.4.2 Échantillonnage de l'espace de conception

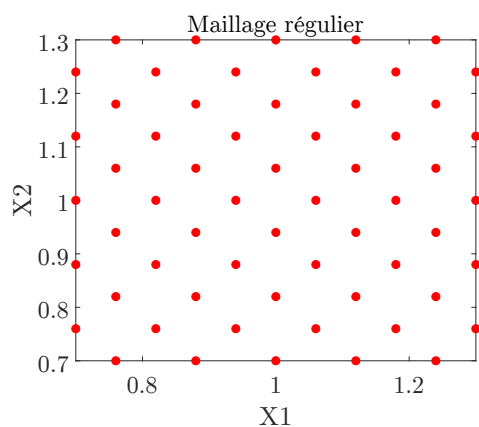
La première étape de la stratégie proposée consiste à construire un méta-modèle permettant d'évaluer la sortie du système à tous les points de l'espace de conception. Des échantillons de cet espace sont nécessaires pour entraîner le modèle d'approximation. Les méta-modèles construits à partir d'un modèle numérique ne nécessitent pas les mêmes méthodes d'échantillonnage que les méta-modèles construits à partir de résultats d'essais. En effet, les méta-modèles expérimentaux sont soumis à des erreurs de mesure et à des biais. Deux mesures expérimentales à un même point de l'espace des paramètres peuvent donc retourner des résultats différents. Afin de moyenniser le bruit de mesure, les méthodes d'échantillonnage pour les essais expérimentaux comportent des répliques d'essais, des essais aléatoires, ou des essais avec des facteurs de contrôle bloqués. Au contraire, les modèles numériques sont déterministes. La seule source d'erreur provient des biais de modélisation. La méthode d'échantillonnage choisie ne doit donc utiliser qu'une évaluation du modèle par échantillon. Le nombre d'échantillons nécessaires doit également être déterminé. Il doit être le plus faible possible pour la précision voulue.

Les méthodes d'échantillonnage regroupées sous le terme *space-filling designs* en anglais sont couramment utilisées pour les modèles numériques (voir [Joseph 16]). Elles permettent une couverture maximale de l'espace des paramètres avec un nombre limité de points d'échantillonnage. Des exemples de ces méthodes sont :

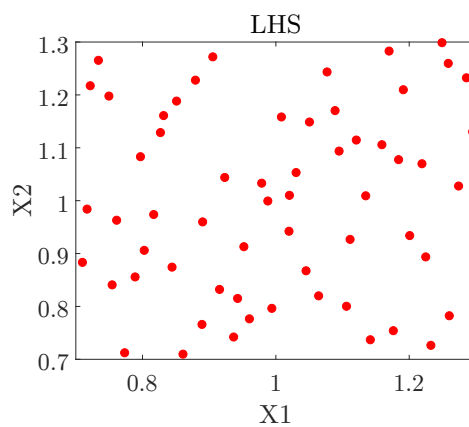
- L'échantillonnage par hypercube latin, noté LHS pour Latin Hypercube Sampling (voir [Mckay 79, Saltelli 08a, Jones 09]). Avec cette méthode, l'intervalle de variation de chaque entrée est divisé en  $N$  sous-intervalles équiprobables, de probabilité égale à  $1/N$ . Les échantillons de chaque entrée sont composés de  $N$  individus, tous issus d'un intervalle de probabilité différent. Chaque individu d'une entrée est alors apparié aléatoirement à un individu de chacune des autres entrées pour former un vecteur d'entrée. Un individu ne peut apparaître que dans un seul vecteur d'entrée. L'échantillonnage LHS, très courant dans la littérature, tend à être uniforme dans chaque direction projetée de l'espace des paramètres mais pas dans l'ensemble de l'espace. Certaines zones de l'espace des paramètres peuvent donc ne pas être échantillonnées.
- L'échantillonnage uniforme (voir [Santner 03, Jones 09]). Cette méthode sélectionne les échantillons en minimisant l'écart entre la distribution des échantillons et la distribution uniforme dans toutes les dimensions de l'espace des paramètres.
- La méthode du maximum d'entropie, notée MaxEnt (voir [Shewry 87], [Jones 09] ou [Pronzato 12]). Cette méthode choisit les échantillons en maximisant l'information apportée par chaque point, soit en maximisant l'entropie de Shannon estimée par le déterminant de la matrice de corrélation des échantillons. La méthode du maximum d'entropie suppose que les échantillons proviennent d'une distribution normale standard.

Wang et al. [Wang 07] fournissent quelques pistes pour sélectionner une méthode d'échantillonnage adaptée. Simpson et al. [Simpson 01a] conseillent l'échantillonnage uniforme pour un faible nombre de paramètres plutôt que l'échantillonnage LHS ou une autre méthode appelée échantillonnage de Hammersley. Jin et al [Jin 01] ont étudié l'influence du nombre d'échantillons sur la précision des méthodes d'approximation. Les résultats sont différents selon les cas tests étudiés. La méthode d'échantillonnage à privilégier dépend en fait du nombre d'échantillons disponibles, de la méthode d'approximation de modèle choisie, et de l'allure du modèle à approcher. Ainsi, pour limiter le coût du choix de la méthode des points d'apprentissage, seules les trois méthodes d'échantillonnage prises en exemple ont été testées pour des échantillons de taille 10 à 100 une fois la méthode d'approximation choisie. Les résultats sont disponibles [section IV.4.3](#).

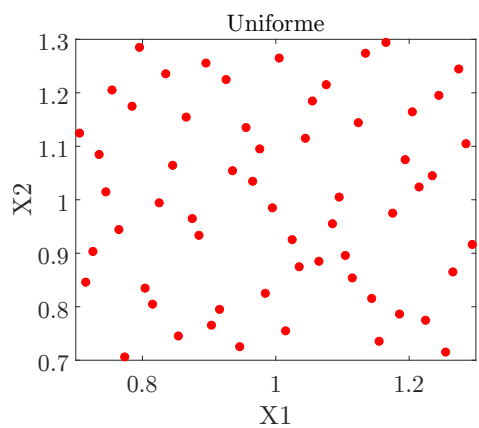
Les méthodes testées génèrent les échantillons sans se préoccuper de la forme de la fonction entrées-sortie(s) alors que le nombre d'échantillons nécessaire dépend de cette fonction. Une méthode d'échantillonnage telle que l'échantillonnage séquentiel et adaptatif pourrait être plus adaptée mais elle nécessiterait d'optimiser le méta-modèle à chaque nouvel échantillon, ce qui diminue le gain de temps espéré avec le méta-modèle. L'échantillonnage adaptatif n'a donc pas été envisagé dans cette thèse.



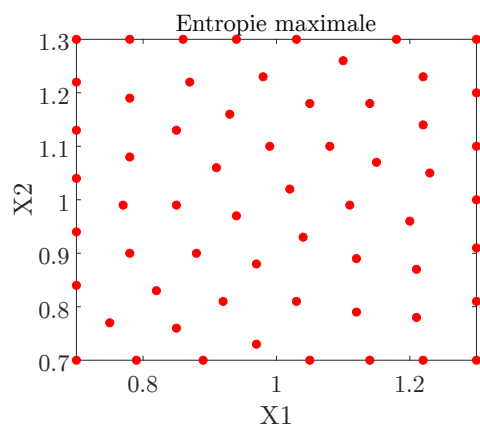
(a) Maillage régulier de l'espace



(b) Échantillonnage par hypercube latin



(c) Échantillonnage uniforme



(d) Échantillonnage maximum d'entropie

FIGURE IV.6 – Couverture de l'espace des paramètres avec 60 points issus de différentes méthodes d'échantillonnage

### IV.4.3 Construction d'un méta-modèle

Des études comparant les différentes méthodes de construction d'un méta-modèle sont arrivées à la conclusion que le choix de la méthode d'approximation la plus adaptée dépend fortement du modèle initial [Kraft 18]. Les modèles ALSTOM étant fortement non-linéaires et coûteux, la régression polynomiale et les réseaux de neurones n'ont pas été retenus. Deux méthodes peuvent convenir pour les véhicules ALSTOM : la régression par processus gaussien et celle basée sur les vecteurs supports. En effet, elles offrent un compromis satisfaisant entre une bonne précision pour les modèles non-linéaires et un coût abordable. Pour les départager, les deux méthodes d'approximation ont été appliquées à l'exemple académique non-linéaire décrit section IV.4.1. Trois métriques ont été utilisées pour la comparaison quantitative des méta-modèles avec  $n_v$  le nombre de points de validation :

1. L'erreur relative moyenne absolue abrégée RAAE pour Relative Average Absolute Error :

$$RAAE = \frac{1}{n_v} \frac{\sum_{i=1}^{n_v} |y_i - \hat{y}_i|}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n_v} (y_i - \bar{y}_i)^2}} \quad (\text{IV.26})$$

2. L'erreur relative maximale absolue abrégée RMAE pour Relative Maximum Absolute Error :

$$RMAE = \frac{\max_{i=1, \dots, n_v} (|y_i - \hat{y}_i|)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n_v} (y_i - \bar{y}_i)^2}} \quad (\text{IV.27})$$

3. L'erreur moyenne quadratique abrégée RMSE pour Root Mean Square Error :

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n_v} \sum_{i=1}^{n_v} (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (\text{IV.28})$$

#### IV.4.3.a Méta-modèle SVR sur l'exemple académique

Le premier méta-modèle a été développé avec la méthode SVR décrite section IV.3.4. La qualité de l'approximation varie en fonction des paramètres choisis pour le méta-modèle. Les paramètres à ajuster sont :

- la largeur de la zone insensible  $\varepsilon$  ;
- le terme d'équilibrage  $C$  ;
- les paramètres de la fonction noyau choisie.

Différentes méthodes de choix des paramètres sont résumées dans [Cherkassky 04]. Une procédure souvent utilisée est l'optimisation avec ré-échantillonnage à partir des points d'entraînement sélectionnés. Cette procédure peut être coûteuse. Afin

de limiter le nombre de paramètres à optimiser et le ré-échantillonnage, des critères sont disponibles dans [Cherkassky 04] pour sélectionner certains paramètres à partir des données d'entrée. Wang et al [Wang 03] ont quant à eux proposé un algorithme efficace de détermination du paramètre de portée du noyau gaussien.

Pour l'exemple d'application, un noyau de covariance gaussien décrit Équation IV.14 a été choisi car il a montré de bons résultats sur plusieurs exemples non-linéaires [Wang 03, Zhu 12] et la relation entrées-sortie(s) est régulière. Pour la détermination du terme d'équilibrage  $C$ , le critère de choix de [Cherkassky 04] a été appliqué. Le terme d'équilibrage a été choisi tel que :

$$C = \max(|\bar{y} + 3\sigma_y|, |\bar{y} - 3\sigma_y|) \quad (\text{IV.29})$$

où  $\bar{y}$  est la moyenne de la sortie pour les points d'apprentissage et  $\sigma_y$  est l'écart-type de la sortie. L'application de l'Équation IV.29 retourne  $C = 5.3338$ . La largeur de la zone insensible dépend du bruit des données d'entrée. Ayant un modèle numérique, ce bruit est nul. Une valeur très faible a donc été attribuée au paramètre :  $\varepsilon = 1e^{-5}$ . Le temps d'optimisation sans ré-échantillonnage étant faible, les paramètres de portée du noyau ont été optimisés avec la fonction MATLAB *fitrsvm*. La valeur obtenue est  $l = 0.4642$ .

Le modèle d'approximation SVR entraîné avec le maillage régulier présenté Figure IV.6a est tracé Figure IV.7. Pour ce modèle, ainsi que pour les autres modèles du chapitre actuel, la réponse obtenue avec le méta-modèle est représentée par une surface de réponse colorée dont l'échelle de valeurs est donnée par l'axe vertical. La valeur des deux paramètres est fournie par les deux axes du plan horizontal. Les points d'entraînement sont tracés avec des cercles rouges tandis que les points de validation du modèle sont tracés avec des losanges bleus. La surface de réponse générée avec la méthode SVR passe par la plupart des points du maillage de l'espace des paramètres, qu'ils soient des points d'entraînement ou de validation, sauf pour les quelques points cerclés en noir Figure IV.7. Ces points sont situés aux extrémités de l'espace des paramètres. Ce phénomène peut être expliqué par le nombre réduit de points d'entraînement permettant d'extrapoler la valeur de la sortie dans ces régions.

Une estimation quantitative des performances du modèle d'approximation a été effectuée avec les métriques décrites Équation IV.26, Équation IV.27, et Équation IV.28. Les valeurs calculées sont fournies Tableau IV.1. Ces erreurs sont inférieures à celles trouvées dans les articles de revue de la littérature sur les méta-modèles [Jin 01, Clarke 05]. Le méta-modèle SVR a donc une bonne précision.

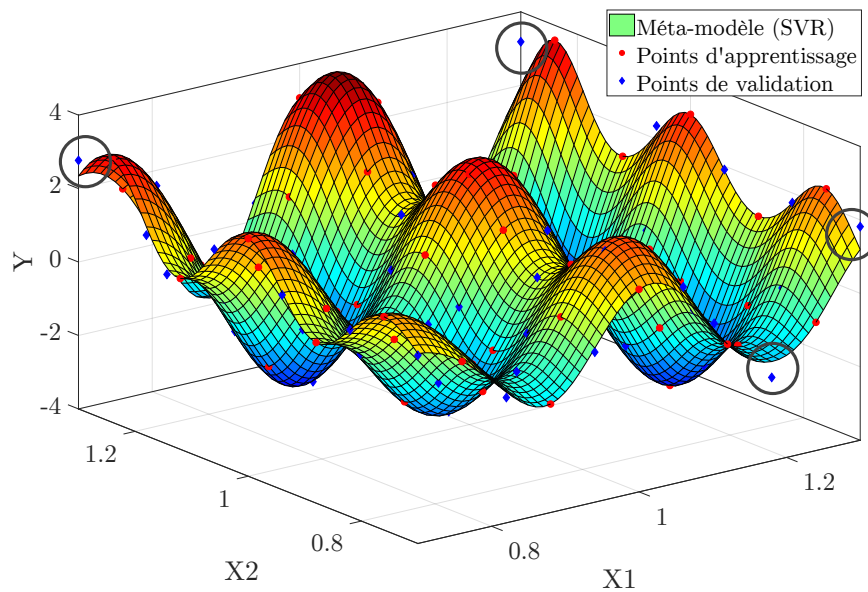


FIGURE IV.7 – Méta-modèle SVR de l'exemple académique sinusoïdal

Méta-modèle	Métriques d'erreur		
	RAAE	RMAE	RMSE
SVR	0.0839	0.7821	0.2586

TABLE IV.1 – Erreurs pour la régression par processus gaussien avec 1 paramètre de portée

#### IV.4.3.b Régression par processus gaussien sur l'exemple académique

##### Régression avec un paramètre de portée

Le méta-modèle SVR a été comparé avec celui obtenu avec la régression par processus gaussien présentée [section IV.3.2](#). Les mêmes points d'entraînement issus du maillage régulier ont été utilisés pour déterminer les paramètres du modèle d'approximation qui sont :

- le noyau de covariance  $k$  et ses paramètres ;
- la variance du bruit  $\sigma$  ;
- les coefficients de la fonction de base  $m(x)$ .

Le méta-modèle a été construit avec une fonction de base quadratique  $m(x) = \beta h(x)$  telle que  $h(x) = (1, x, x^2)$  et avec  $\beta$  les coefficients du polynôme. Le modèle académique d'application étant non-linéaire, un noyau gaussien fourni [Équation IV.14](#), souvent utilisé pour les modèles non-linéaires, a été sélectionné, ce qui ajoute les paramètres suivants :

- $l$  le paramètre de portée de la fonction noyau ;
- $\sigma_y$  le paramètre d'échelle de la fonction noyau, écart-type du signal.

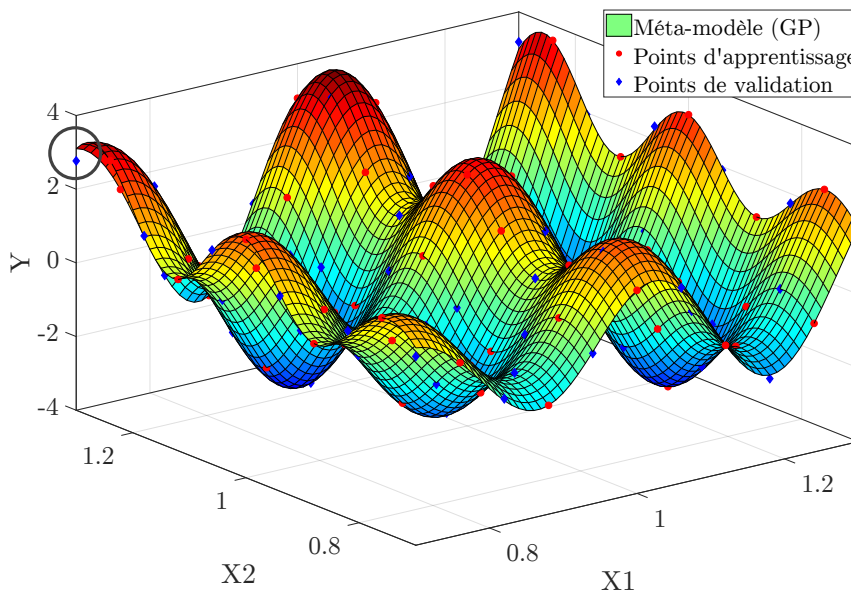


FIGURE IV.8 – Méta-modèle GP avec un paramètre de portée de l'exemple académique sinusoïdal

L'ajustement des paramètres a été effectué par maximisation de la vraisemblance des données observées (utilisation de la fonction *fitrgp* de MATLAB). L'optimisation fournit les paramètres suivants  $l = 0.5998$ ,  $\sigma_y = 1$ , et  $\sigma = 0.0047$ .

L'allure du méta-modèle obtenu avec la régression par processus gaussien est visible Figure IV.8. Les mêmes conventions de représentation que celles choisies pour le méta-modèle SVR ont été utilisées. L'allure du modèle d'approximation GP est similaire à celle du méta-modèle SVR. Cependant, cette méthode fournit une réponse plus proche de la réponse réelle pour certains points de validation proches des extrémités de l'espace des paramètres. Seul l'échantillon  $X1 = 0.7$  et  $X2 = 1.3$  cerclé en noir présente une erreur visible sur la Figure IV.8, la sortie estimée par le méta-modèle étant légèrement supérieure à la valeur réelle. L'approximation par la méthode GP retourne donc des estimations de la sortie qui semblent meilleures que celles générées par le modèle SVR.

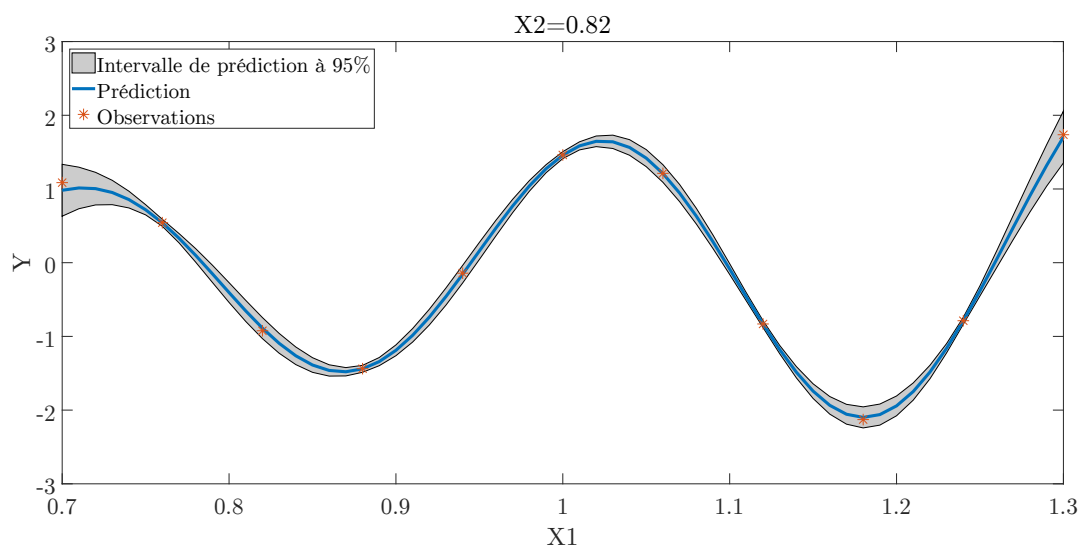
Les métriques d'erreur calculées pour le méta-modèle de régression par processus gaussien à un paramètre de portée, présentées Tableau IV.2, confirment les meilleures prédictions de cette méthode d'approximation. En effet, quelle que soit la métrique, sa valeur pour le modèle GP est inférieure à celle du modèle SVR.

De plus, la méthode GP permet d'estimer l'incertitude présente sur l'estimation de la sortie du méta-modèle. En effet, la fonction MATLAB permettant de prédire les réponses du méta-modèle sur de nouveaux échantillons calcule également l'intervalle de prédiction à 95%, c'est-à-dire l'intervalle dans lequel la prédiction a 95% de chance de se trouver. Cette incertitude est représentée Figure IV.9 en

Méta-modèle	Métriques d'erreur		
	RAAE	RMAE	RMSE
GP avec 1 paramètre de portée	0.0305	0.2015	0.0791

TABLE IV.2 – Erreurs pour la régression par processus gaussien avec 1 paramètre de portée

ordonnée par une surface grise pour une valeur du paramètre  $X_2$  fixée à 0.82 et un paramètre  $X_1$  variant dans l'intervalle  $[0.7, 1.3]$  tracé en abscisse. La sortie estimée par le méta-modèle est tracée en bleu, sa valeur étant fournie en ordonnée. Les points d'entraînement et de validation, appelés observations, sont matérialisés par des étoiles rouges. L'allure de l'incertitude est similaire pour différentes coupes de la surface de réponse. Cette incertitude est faible pour la majeure partie des points : la largeur de l'intervalle de prédiction est comprise entre 0.2 et 0.3 selon les échantillons. Seuls les points situés aux extrémités du domaine des paramètres présentent une incertitude plus importante, une nouvelle fois liée à un nombre réduit de points d'entraînement dans ces régions. En effet, la largeur de l'intervalle de prédiction pour les bords du domaine est de 0.7. Si on normalise la demi-largeur des intervalles de prédiction par la valeur absolue maximale prédite par le méta-modèle dans l'espace de conception, l'incertitude de la majorité des échantillons est comprise entre  $\pm 3\%$  et  $\pm 4\%$  de la valeur absolue maximale prédite par le méta-modèle, tandis que celle des points aux bords du domaine est  $\pm 9\%$  de la valeur absolue maximale prédite par le méta-modèle. L'intervalle de prédiction est donc suffisamment restreint et correspond à un modèle suffisamment précis.


 FIGURE IV.9 – Intervalle de prédiction à 95% du méta-modèle par processus gaussien avec un paramètre de portée pour le modèle académique avec  $X_1 = [0.7, 1.3]$ ,  $X_2 = 0.82$

Méta-modèle	Métriques d'erreur		
	RAAE	RMAE	RMSE
GP avec 2 paramètres de portée	0.0269	0.2245	0.0731

TABLE IV.3 – Erreurs pour la régression par processus gaussien avec 2 paramètres de portée

### Régression avec deux paramètres de portée

Une deuxième fonction noyau a été testée. Il s'agit toujours d'un noyau gaussien mais nécessitant un paramètre de portée pour chaque variable. La formulation de ce noyau est :

$$k(x_i, x_j) = \sigma_y^2 \exp \left( -\frac{1}{2l_1^2} (x_{i,1} - x_{j,1})^2 - \frac{1}{2l_2^2} (x_{i,2} - x_{j,2})^2 \right) \quad (\text{IV.30})$$

avec :

- $l_p$ , avec  $p = [1, 2]$ , le paramètre de portée du paramètre  $p$  ;
- $\sigma_y$  l'écart type de la fonction noyau ;
- $x_i = (x_{i,1}, x_{i,2})$  et  $x_j = (x_{j,1}, x_{j,2})$  deux points de l'espace des paramètres dont chaque composante représente la valeur d'une variable.

L'optimisation des paramètres n'est pas possible dans MATLAB pour cette fonction noyau. Les paramètres  $\sigma_y$  et  $\sigma$  ont donc été choisis identiques à ceux du méta-modèle avec un paramètre de portée, et les paramètres de portée ont été fixés à une valeur identique, soit  $l_1 = l_2$ , égale à celle du paramètre de portée du méta-modèle précédent.

L'allure du méta-modèle obtenu est tracée [Figure IV.10](#) avec les mêmes conventions que pour les tracés précédents. Cette allure est similaire à celle du méta-modèle GP avec un paramètre de portée : la surface de réponse passe par tous les points d'entraînement et de validation à l'exception du point  $X1 = 0.7$  et  $X2 = 1.3$ . Visuellement, l'utilisation de deux paramètres de portée ne semble donc pas influencer sur la précision du modèle. Pour vérifier quantitativement cette constatation, les métriques d'erreur du nouveau modèle d'approximation ont été calculées. Elles sont regroupées [Tableau IV.3](#). Les erreurs moyennes RAAE et RMSE sont légèrement inférieures à celles du méta-modèle avec un unique paramètre de portée. Toutefois, ce gain est compensé par une erreur maximale RMAE plus élevée qu'avec le modèle d'approximation précédent.

L'intervalle de prédiction à 95% de ce nouveau méta-modèle est aussi étudié. Un exemple d'intervalle est donné [Figure IV.11](#) pour la même zone de l'espace de conception que celle étudiée [Figure IV.9](#) et avec les mêmes conventions de représentation. Visuellement, les niveaux d'incertitude semblent similaires pour le modèle d'approximation à un paramètre de portée et pour celui à deux paramètres de portée. Quantitativement, la largeur de l'intervalle de prédiction est d'environ 0.2 à l'intérieur de l'espace de conception et 0.6 aux bords de l'espace, soit respectivement  $\pm 3\%$  et  $\pm 8\%$  de la valeur absolue maximale prédite. L'utilisation de

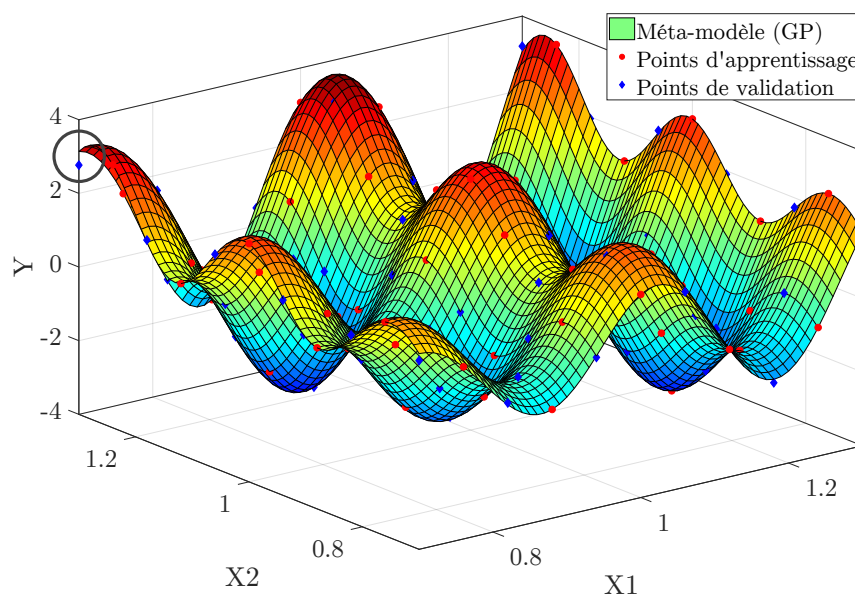


FIGURE IV.10 – Méta-modèle GP avec deux paramètres de portée de l'exemple académique sinusoïdal

Métrique d'erreur	Méthode d'échantillonnage			
	Maillage initial	LHS	Uniforme	Entropie max
RAAE	0.0016	0.0749	0.0453	0.0132
RMAE	0.0051	0.4514	0.3342	0.0824
RMSE	0.0020	0.2347	0.1434	0.0337

TABLE IV.4 – Métriques d'erreur pour différentes méthodes d'échantillonnage

deux paramètres de portée permet donc de réduire légèrement l'incertitude sur les prédictions effectuées.

#### IV.4.3.c Effet de la méthode d'échantillonnage

La précision des méta-modèles a été comparée pour les trois méthodes d'échantillonnage décrites section IV.4.2 avec 60 points pour chaque méthode. Les résultats sont présentés Tableau IV.4, dans lequel les lignes fournissent la précision calculée par les différents métriques d'erreur et les colonnes donnent les erreurs pour chaque méthode d'échantillonnage. Aucune des méthodes ne permet d'obtenir une erreur inférieure à celle obtenue avec le maillage régulier initial de l'espace des paramètres. La méthode MaxEnt est celle qui se rapproche le plus des résultats du maillage initial malgré un ordre de grandeur supérieur pour toutes les métriques d'erreur. Cette meilleure performance du maillage régulier est peut-être due à la périodicité de la fonction test.

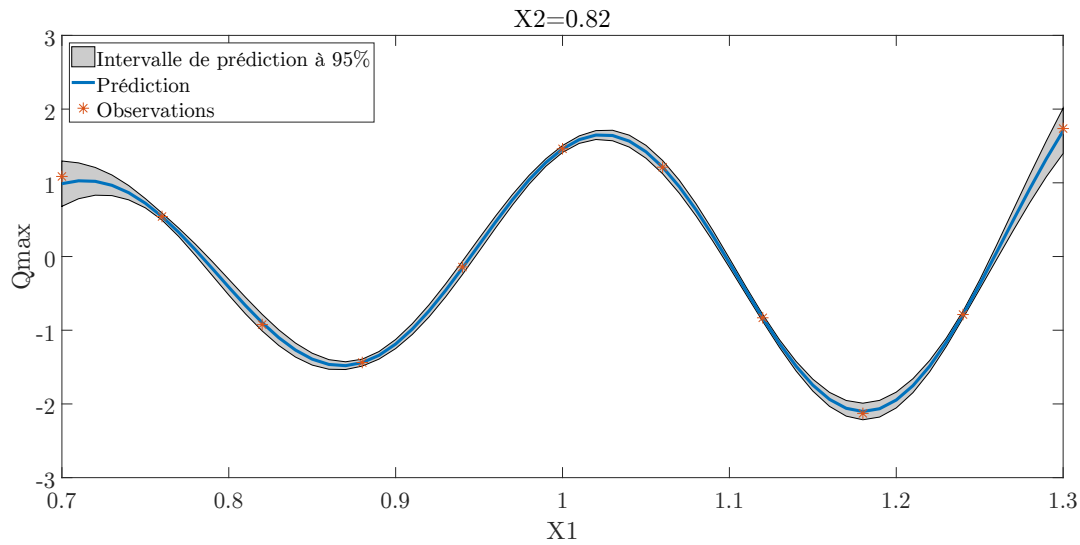


FIGURE IV.11 – Intervalle de prédiction à 95% du méta-modèle par processus gaussien avec deux paramètres de portée et 61 points d’apprentissage pour le modèle académique avec  $X1 = [0.7, 1.3]$ ,  $X2 = 0.82$

Pour comparer la précision des méthodes d’échantillonnage sur le niveau d’approximation des méta-modèles en fonction du nombre d’échantillons, l’évolution des trois métriques d’erreur étudiées a été tracée en fonction du nombre de points d’échantillonnage pour le méta-modèle GP à deux paramètres de portée. L’erreur moyenne RAAE est tracée Figure IV.12a, l’erreur maximale RSAE Figure IV.12b, et enfin l’erreur moyenne RMSE Figure IV.12c. Les mêmes données sont tracées Figure IV.13 avec une échelle logarithmique en ordonnée. Pour chaque Figure, l’évolution de l’erreur pour l’échantillonnage LHS est représentée en bleu, celle pour l’échantillonnage uniforme en rouge, et celle pour l’échantillonnage MaxEnt en jaune. La tendance globale des courbes est similaire pour les trois méthodes d’échantillonnage et pour les trois métriques d’erreur. L’erreur diminue rapidement avec l’augmentation du nombre d’échantillons, puis le gain de précision commence à stagner à partir de 60 échantillons. Ce nombre de points fournit également une précision qui semble suffisante. La seule différence entre les méthodes réside dans la meilleure performance de la méthode MaxEnt pour un nombre supérieur ou égal à 60 échantillons avec une convergence plus rapide vers une précision supérieure d’un ordre de grandeur. Ce phénomène est visible sur les tracés logarithmiques Figure IV.13. Il peut s’expliquer par le fait que la méthode MaxEnt bénéficie d’un nombre d’échantillons plus élevé aux extrémités de l’espace des paramètres (voir Figure IV.6), la sortie étant plus compliquée à estimer dans cette zone. L’écart de performance entre les méthodes d’échantillonnage reste toutefois faible au regard de l’effet du nombre de points d’échantillonnage. Aucune méthode ne se distingue par une précision beaucoup plus importante quel que soit le nombre d’échantillons ou une convergence beaucoup plus rapide. Le nombre de points d’échantillonnage a un impact beaucoup plus fort que le choix de la méthode d’échantillonnage malgré

une légère supériorité de la méthode MaxEnt sur les méthodes LHS et uniforme. Cette supériorité n'étant pas valide pour le maillage régulier, il est préférable d'utiliser le méta-modèle construit à partir du maillage initial. La réduction des coûts de calcul ne pourra donc probablement pas passer par une méthode d'échantillonnage non adaptative. L'impact faible des méthodes d'échantillonnage non-adaptatives sur la précision des méta-modèles reste néanmoins à vérifier sur un exemple industriel.

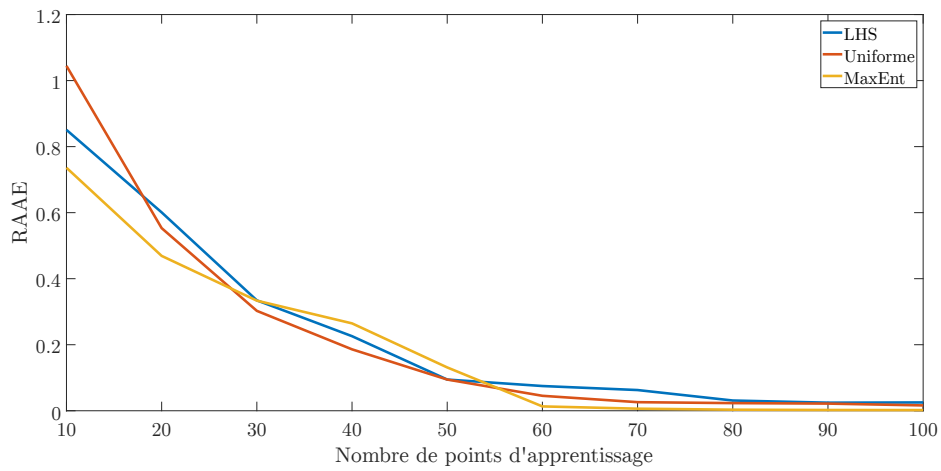
#### IV.4.3.d Bilan sur le modèle d'approximation

Si l'erreur moyenne et la diminution de l'incertitude de prédiction sont privilégiées plutôt que la diminution de l'erreur maximale, la régression par processus gaussien avec 2 paramètres de portée et des échantillons issus d'un maillage régulier semble être la méthode d'approximation la plus adaptée pour simplifier les modèles non-linéaires étudiés et réduire les coûts de calcul. Le choix de la méthode d'approximation doit être vérifié pour les modèles ferroviaires. Dans le cas du modèle académique, l'évaluation de la fonction réelle est peu coûteuse. Le développement de la méthode d'approximation sur ce modèle permet de sélectionner la méthode d'approximation appropriée et d'illustrer une étape de la méthode de tolérancement proposée. Cela ne permet pas, pour cet exemple uniquement, de réduire les coûts. Le modèle décrit [section IV.4.1](#) a donc directement été utilisé dans la suite du chapitre, mais la méthode de tolérancement proposée est vouée à être exploitée à l'aide d'un méta-modèle pour les applications ferroviaires.

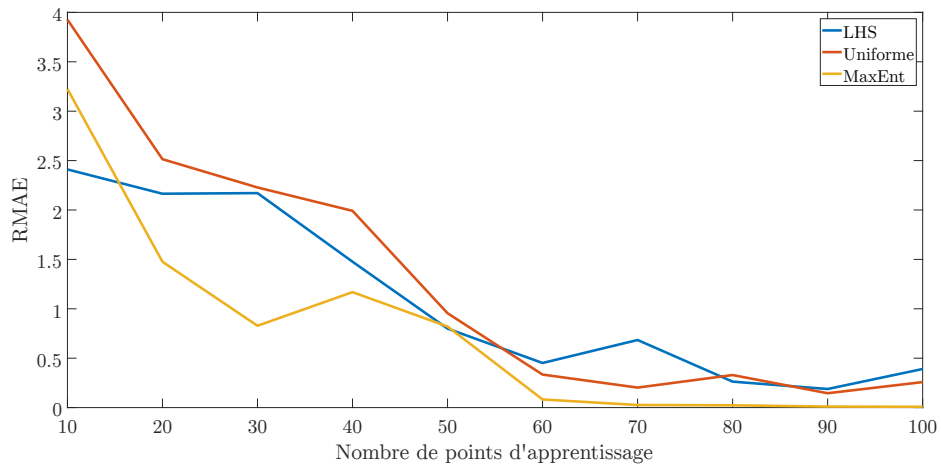
### IV.4.4 Zones de faisabilité et leur centre

Une fois que le modèle d'approximation du système complexe est disponible, la sortie d'intérêt peut être évaluée facilement sur un maillage plus dense de l'espace de conception. Les points de conception pour lesquels la valeur de la sortie respecte les contraintes de conception sont conservés. L'ensemble de ces points constitue l'espace de faisabilité du modèle. Cet espace peut contenir des zones disjointes et non-convexes. Tous les points de cet espace constituent un point de conception nominal potentiel. Le nombre de points étant élevé, il n'est pas possible de calculer les solutions de tolérancement pour chacun d'entre eux. Il est alors nécessaire de limiter les points de conception envisagés, et de proposer ces quelques alternatives au concepteur. Ainsi, l'espace de faisabilité doit être séparé en un nombre limité de zones de faisabilité qui doivent respecter les critères suivants :

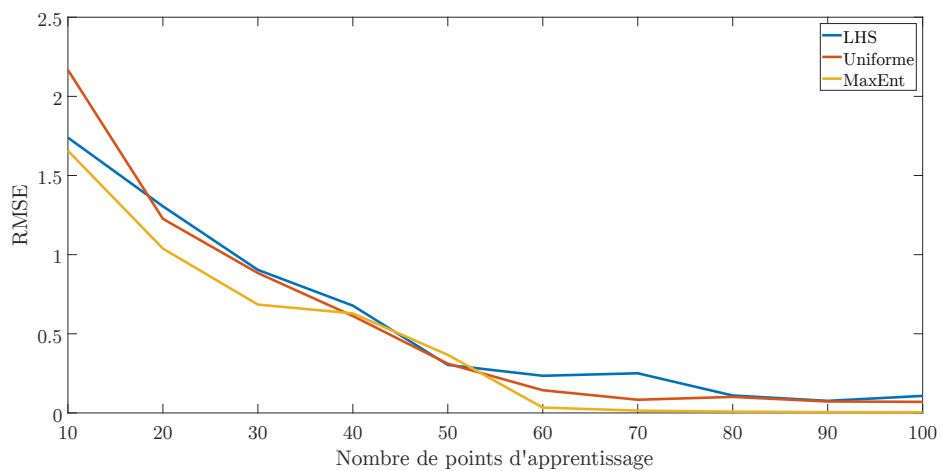
- regrouper les points menant à une solution de conception similaire ;
- être suffisamment simples pour pouvoir facilement y inscrire un hypercube représentant les tolérances ;
- être associées à un centre permettant de définir un point de conception initial à partir duquel étendre les tolérances.



(a) Erreur moyenne

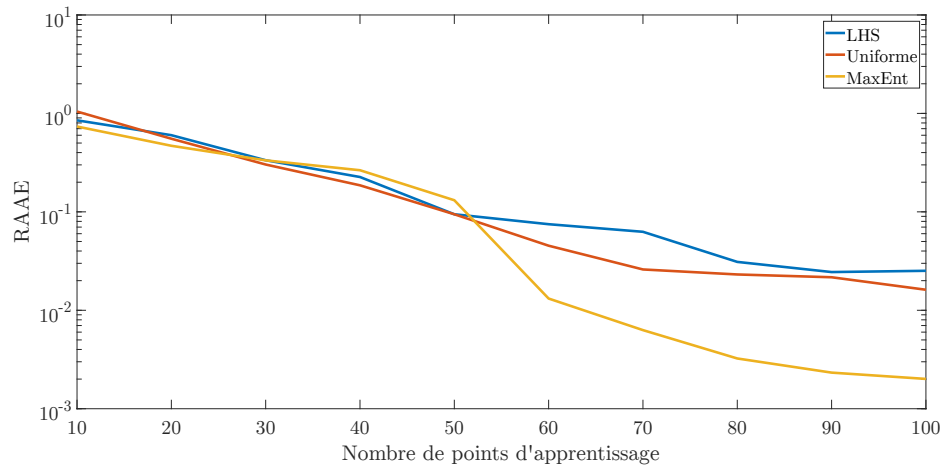


(b) Erreur maximale

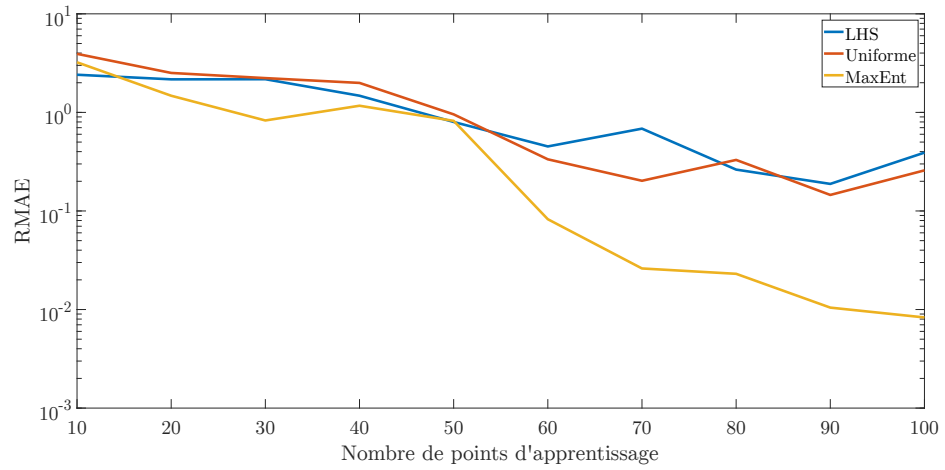


(c) Erreur quadratique moyenne

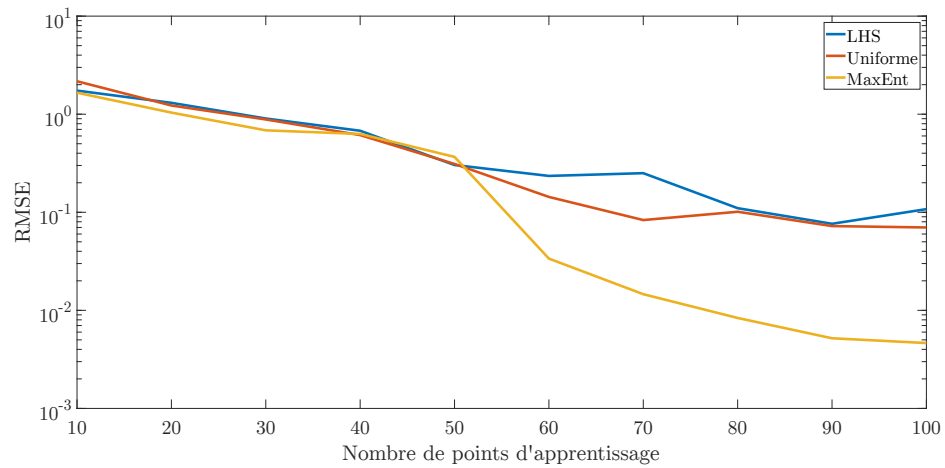
FIGURE IV.12 – Évolution de l'erreur de modélisation en fonction du nombre de points d'apprentissage pour le modèle académique



(a) Erreur moyenne



(b) Erreur maximale



(c) Erreur quadratique moyenne

FIGURE IV.13 – Évolution de l'erreur de modélisation en fonction du nombre de points d'apprentissage pour le modèle académique avec une échelle logarithmique

La solution retenue pour trouver ces alternatives de conception sans essayer tous les points est l'utilisation d'un algorithme de partitionnement des données ou algorithme de clustering. Ces algorithmes agrègent les données qui leur sont fournies en groupes similaires appelés clusters, le critère de similarité dépendant de l'algorithme utilisé. Certains algorithmes retournent le centre de chacun de ces clusters. Des revues de la littérature sur les algorithmes de clustering sont disponibles dans [Jain 10, Saxena 17]. Pour la méthode de dimensionnement proposée, l'algorithme de partitionnement des données k-médoïdes a été utilisé. Cet algorithme consiste à minimiser la somme  $S$  des distances  $d$  entre les  $n_l$  points de chaque cluster d'indice  $l$  et son centre  $c_l$  pour un nombre de cluster  $n_c$  fixé :

$$S = \sum_{l=1}^{n_c} \sum_{i=1}^{n_l} d(x_i^{(l)}, c_l) \quad (\text{IV.31})$$

avec  $x_i^{(l)}$  un point du cluster d'indice  $l$ . La métrique de distance choisie est la distance Euclidienne au carré :

$$d(x_i^{(l)}, c_l) = (x_i^{(l)} - c_l)(x_i^{(l)} - c_l)^T \quad (\text{IV.32})$$

Le centre  $c_l$  de chaque partition  $l$  est sélectionné avec l'algorithme *k-means++* [Arthur 07] lors de l'initialisation de l'algorithme de minimisation. Les centres sont ensuite actualisés en sélectionnant le point de donnée de chaque cluster d'indice  $l$  minimisant la distance entre ce point et les autres points du cluster d'indice  $l$  :

$$c_l = \underset{z \in \{x_1, x_2, \dots, x_{n_l}\}}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^{n_l} d(z, x_i) \quad (\text{IV.33})$$

L'algorithme k-médoïdes présente plusieurs avantages :

- Il est simple et a un coût abordable, légèrement inférieur à celui de l'algorithme k-moyennes floues utilisé dans [Beer 08].
- Il est adapté à la différenciation des données compactes et nettement séparées, ce qui caractérise les zones de faisabilité obtenues pour l'exemple académique et pour l'exemple d'application industrielle qui est abordé section V.4.
- Il ne peut pas gérer les partitions non convexes, contrairement aux algorithmes fondés sur la densité. Cette propriété devrait permettre de diviser les zones de faisabilité non convexes en partitions convexes dans lesquels des hypercubes définissant les tolérances pourraient être facilement inscrits.
- Il est disponible dans le logiciel MATLAB, qui est utilisé par ALSTOM et qui a servi à coder le logiciel HELIOS utilisé en partie pour l'application industrielle des méthodes (voir section V.2.1).
- Le centre des clusters est choisi parmi les points déjà existants dans les données, ce qui n'est pas le cas par exemple pour l'algorithme k-moyennes.

Cet algorithme nécessite de choisir un nombre de partitions. Ce nombre peut être fixé par l'utilisateur ou optimisé pour répondre à certains critères. Les critères les plus répandus sont définis dans [Vendramin 13]. Ces critères peuvent

également être combinés (voir [Sause 12]). Quatre critères d'évaluation du partitionnement sont disponibles dans MATLAB pour optimiser le nombre de clusters avec la fonction *evalclusters*. Cependant, cette optimisation n'est pas disponible pour l'algorithme k-médoïdes. En revanche, l'algorithme k-moyennes, basé sur la minimisation de la même somme  $S$  que celle de l'algorithme k-médoïdes mais définissant les centres de cluster comme la moyenne arithmétique des données, permet d'optimiser le nombre de partitions. L'optimisation du nombre de clusters a donc été réalisée avec la méthode de partitionnement k-moyennes, puis les clusters et leur centre ont été calculés avec la méthode k-médoïdes. Pour l'optimisation du nombre de partitions, les 4 critères disponibles dans MATLAB ont été comparés pour un nombre de partitions compris entre 2 et 20. Ces critères sont :

1. Le critère de Calinski-Harabasz (CH) [Vendramin 13]. Le partitionnement des données selon ce critère s'effectue en maximisant cette grandeur :

$$\text{CH} = \frac{\text{trace}(B)}{\text{trace}(W)} \times \frac{n_s - n_c}{n_c - 1} \quad (\text{IV.34})$$

avec  $n_s$  le nombre de points à partitionner, et  $n_c$  le nombre de clusters. Les matrices  $W$  et  $B$ , de taille  $n_p \times n_p$ , avec  $n_p$  la dimension d'un point de donnée (liée au nombre de paramètres), mesurent respectivement la compacité des partitions, c'est-à-dire les distances intra-cluster des points, et la séparabilité des partitions, c'est-à-dire les distances inter-cluster :

$$W = \sum_{l=1}^{n_c} \sum_{x_j \in \mathcal{C}_l} (x_j - \bar{x}_l)(x_j - \bar{x}_l)^T \quad (\text{IV.35})$$

$$B = \sum_{l=1}^{n_c} n_l (\bar{x}_l - \bar{x})(\bar{x}_l - \bar{x})^T \quad (\text{IV.36})$$

avec pour notation  $x_j$  un point de l'espace de faisabilité,  $\mathcal{C}_l$  le cluster d'indice  $l$  comportant  $n_l$  points. Le centroïde des points du cluster  $l$  est noté  $\bar{x}_l$ , tandis que  $\bar{x}$  est le centroïde des points de l'espace de conception. Les centroïdes sont calculés à partir de la moyenne arithmétique des points du cluster pour  $\bar{x}_l$ , et à partir de la moyenne des points de l'espace de conception pour  $\bar{x}$  ;

2. Le critère Davies-Bouldin (DB) [Vendramin 13]. Ce critère, comme le critère CH, repose sur le calcul de distances entre les partitions et au sein des partitions, cependant il doit être minimisé. Son expression est la suivante :

$$\text{DB} = \frac{1}{n_c} \sum_{l=1}^{n_c} \max_{l \neq m} \left\{ \frac{(\bar{d}_l + \bar{d}_m)}{d_{l,m}} \right\} \quad (\text{IV.37})$$

où :

$$\bar{d}_l = \frac{1}{n_l} \sum_{x_j \in \mathcal{C}_l} \|x_j - \bar{x}_l\| \quad (\text{IV.38})$$

et

$$d_{l,m} = \|\bar{x}_l - \bar{x}_m\| \quad (\text{IV.39})$$

avec  $\bar{x}_l$  et  $\bar{x}_m$  les centroïdes des clusters  $l$  et  $m$ , et  $\|\cdot\|$  la norme euclidienne ;

3. Le critère Silhouette ou Silhouette Width Criterion (SWC) [Vendramin 13]. L'expression de ce critère pour un nombre fixe de partitions est :

$$\text{SWC} = \frac{1}{n_s} \sum_{j=1}^{n_s} \frac{b_{l,j} - a_{l,j}}{\max(a_{l,j}, b_{l,j})} \quad (\text{IV.40})$$

avec  $a_{l,j}$  la distance moyenne du point  $x_j$  à tous les autres points appartenant au même cluster  $l$ , et  $b_{l,j}$  la distance maximale du point  $x_j$  à tous les autres points appartenant à un cluster différent du cluster  $l$ . Un partitionnement de qualité correspond à une valeur élevée du critère. Le critère SWC favorise les partitions compactes et crée des clusters différents pour des zones séparées géométriquement. Ces deux propriétés semblent avantageuses pour inscrire facilement dans le cluster l'hypercube représentant les tolérances associées au point de conception central trouvé ;

4. Le critère Gap [Tibshirani 01]. Le nombre de clusters peut-être optimisé en maximisant la grandeur suivante en fonction du nombre de partitions :

$$\text{Gap} = E^* \{ \log(W_{n_c}) \} - \log(W_{n_c}) \quad (\text{IV.41})$$

La grandeur  $W_{n_c}$  est calculée avec le jeu de données initial contenant  $n_s$  points à partitionner :

$$W_{n_c} = \sum_{l=1}^{n_c} \frac{1}{2n_l} \sum_{x_j, x_{j'} \in C_l} (x_j - x_{j'})(x_j - x_{j'})^T \quad (\text{IV.42})$$

avec  $x_j$  et  $x_{j'}$  deux points de l'espace de faisabilité appartenant au cluster d'indice  $l$ . Le terme  $E^* \{ \log(W_{n_c}) \}$  est la moyenne de la grandeur  $\log(W_{n_c})$  calculée pour 100 jeux de données de  $n_s$  échantillons sélectionnés avec la méthode Monte-Carlo à partir d'une distribution de référence. La distribution de référence est une distribution uniforme multi-variée des données dans l'hypercube obtenu en prenant les valeurs extrêmes de chaque paramètre du jeu de données initial. D'après la documentation de MATLAB, ce critère est plus coûteux à évaluer que les trois critères précédents, il ne semble donc pas être le plus adapté pour la méthode de tolérancement proposée.

Les zones de faisabilité et leur centre ont donc été déterminés pour l'exemple académique. La sortie  $Y$  du système non-linéaire a été calculée sur un maillage de l'espace des paramètres ayant un pas de 0.01 et avec les deux paramètres variant dans l'intervalle  $[0.7, 1.3]$ . Seuls les points de l'espace de conception respectant le critère de conception ont été conservés. L'espace de faisabilité obtenu est tracé avec des points [Figure IV.14](#), le paramètre  $X1$  étant en abscisse et le paramètre  $X2$  en ordonnée. Cet espace contient des zones disjointes et non-convexes, qui offrent plusieurs solutions de dimensionnement.

Les différentes solutions de dimensionnement peuvent alors être déterminées à l'aide de l'algorithme k-médoïdes. Le nombre de solutions alternatives à proposer au concepteur a été optimisé avec les 4 critères d'évaluation du partitionnement de

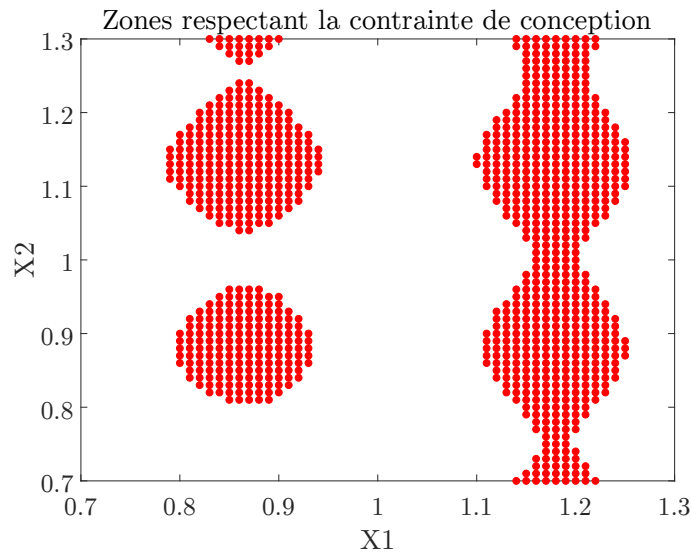


FIGURE IV.14 – Zones de faisabilité de l’espace de conception pour le modèle académique

MATLAB. Le nombre optimal de partitions obtenu est différent selon le critère. Le critère CH trouve un nombre de cluster optimal égal à 19, le critère Gap détecte 7 partitions, tandis que les critères SWC et DB trouvent une division de l’espace de faisabilité optimale avec 4 clusters. Les partitions de l’espace de faisabilité générées avec la méthode k-médoïdes et le nombre de clusters issus des 4 critères sont tracées Figure IV.15. Pour tous les critères, chaque groupe de points d’une même couleur représente un cluster dans l’espace des paramètres avec le paramètre X1 en abscisse et le paramètre X2 en ordonnée. Les croix noires représentent le centre de la partition dans laquelle la croix se situe. Certains centres de partitions obtenus avec le critère CH Figure IV.15a sont fortement susceptibles de mener à des hypercubes inscrits dans la zone de faisabilité identiques. Par exemple, les clusters 12 et 18, en haut à gauche de l’espace des paramètres, tracés respectivement en vert et en rouge, retournent des centres très proches qui vont fournir un point de conception et des tolérances similaires. Il n’est donc pas nécessaire de lancer la suite de l’algorithme de tolérancement sur autant de points. Il en va de même pour le critère Gap Figure IV.15b. Au contraire, les critères SWC Figure IV.15c et DB Figure IV.15d mènent à un nombre de clusters faible et à l’absence de doublon dans les solutions de dimensionnement. Ces deux critères sont donc adaptés au choix du nombre de clusters pour l’application académique.

Le temps CPU nécessaire pour optimiser le nombre de cluster est d’environ 70 s pour le critère Gap, tandis qu’il est respectivement de 1 s, 1.3 s et 1 s pour les critères CH, SWC et DB. Le coût important du critère Gap a donc bien été constaté sur l’exemple d’application. Les critères retenus, SWC et DB, ont un temps CPU similaire. Le critère SWC a donc été utilisé dans la suite de ces travaux. Si un intervalle de nombre de partitions plus large est utilisé pour l’optimisation du nombre

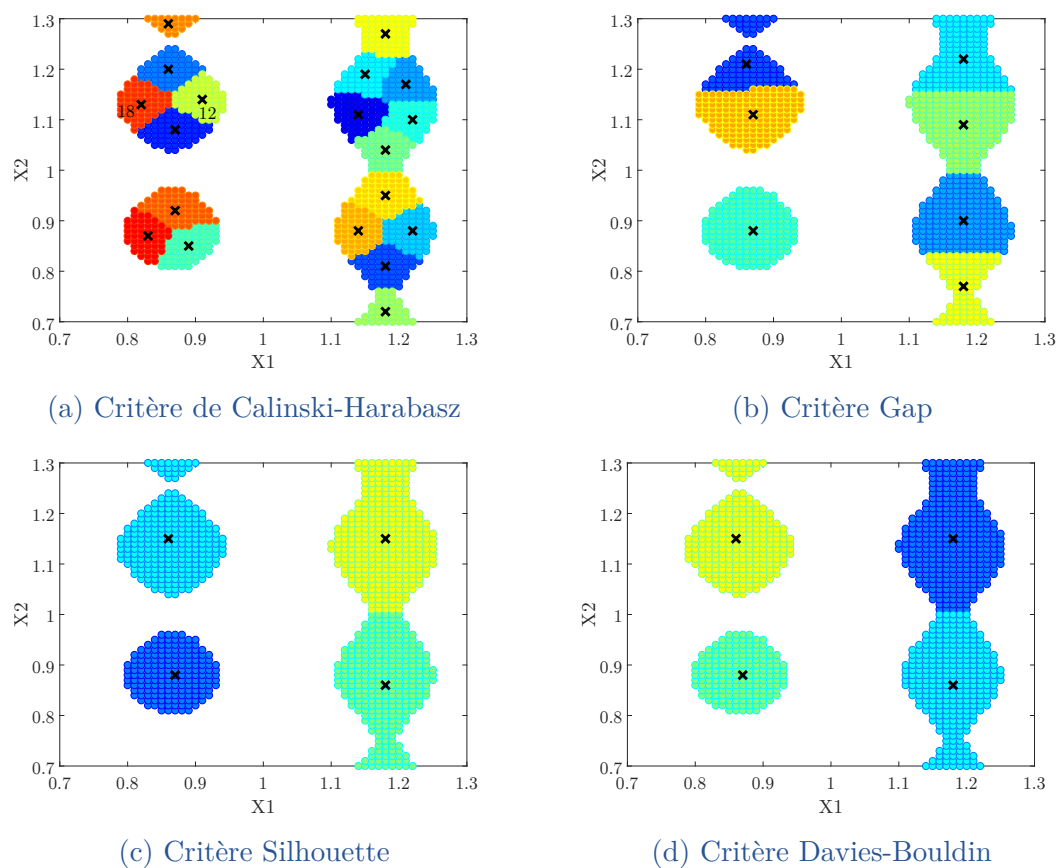


FIGURE IV.15 – Division de l'espace de faisabilité en clusters représentés chacun par une couleur et centres de ces clusters marqués par une croix noire pour différents critères d'optimisation du nombre de clusters

de cluster, la différence de coût entre les critères SWC et DB pourrait devenir plus significative. Par exemple, pour choisir un nombre de partitions compris entre 2 et 40 clusters, le temps CPU nécessaire pour optimiser le nombre de clusters est de 5 s pour le critère SWC et 2 s pour le critère DB. Le critère DB pourrait alors devenir préférable. Cependant, cette situation a peu de chance de se présenter. En effet, le nombre de partitions recherchées est limité par le temps nécessaires à la comparaison des différentes solutions lors de l'étape suivante de la méthode de tolérancement. Ce temps augmente avec le nombre de solutions de dimensionnement à comparer.

#### IV.4.5 Détermination des alternatives de conception et choix de la plus adaptée

La dernière étape de la méthode consiste à déterminer la performance, la robustesse et les tolérances de chaque solution de dimensionnement obtenue avec le partitionnement de l'espace de faisabilité. Cette étape a été réalisée en exécutant une boucle *pour* sur chaque solution alternative issue des centres de cluster. Pour une solution, les tolérances sont dans un premier temps limitées au centre du cluster associé à la solution. La façon dont les tolérances sont ensuite étendues dépend du coût de réalisation des tolérances. Dans le cas où toutes les tolérances ont le même coût, on se place d'abord dans une direction. Si tous les points adjacents à la limite dans cette direction font partie de l'espace de faisabilité, la tolérance est étendue à ces points. L'opération est répétée itérativement tour à tour dans chaque direction jusqu'à ce que les limites de l'espace de faisabilité soient atteintes dans toutes les directions. Dans le cas où la réalisation d'une tolérance est plus coûteuse, l'algorithme étend les tolérances dans cette direction en premier, puis gère les directions moins coûteuse ensuite. Cela permet de maximiser les tolérances les plus difficiles à réaliser. Pour déterminer quantitativement les tolérances, le point nominal de conception a été centré dans l'hypercube obtenu pour les tolérances, et ne correspond donc plus au centre du cluster. Enfin, une fois les tolérances de chaque solution déterminées, la moyenne et l'écart-type de la sortie dans l'hypercube délimité par les tolérances sont calculés pour connaître les performances et la robustesse de chaque solution.

Pour l'exemple d'application académique, les tolérances associées aux 4 solutions obtenues avec le partitionnement et calculées sans privilégier l'un des paramètres sont représentées dans l'espace de conception [Figure IV.16](#). L'abscisse décrit le paramètre X1 tandis que l'ordonnée décrit le paramètre X2. La valeur de la sortie est représentée par une couleur dont la valeur associée est fournie par l'échelle de couleur à droite de la Figure. Les centres des clusters, points de départ de l'algorithme de détermination des tolérances, sont positionnés par des croix blanches. Les tolérances des solutions associées sont matérialisées par un rectangle noir. Les 4 solutions de tolérancement obtenues sont assez proches. Toutefois, les points 2

et 4 procurent une tolérance plus large pour X2 que pour X1, tandis que le point 1 procure le compromis inverse. Le [Tableau IV.5](#) présente les points nominaux de conception et les tolérances associées dans les deux premières colonnes, ainsi que la performance moyenne et son écart-type dans les deux colonnes suivantes. Chaque ligne correspond à une solution de dimensionnement. Les constatations précédentes sont également visibles sur ce tableau. On peut ajouter que le point 2 procure des tolérances équilibrées pour les deux paramètres. La solution 4 permet d'obtenir la meilleure performance mais cet avantage est contrebalancé par le fait que cette solution est la moins robuste avec l'écart-type le plus élevé. La solution 2 fournit la deuxième performance la plus intéressante et la robustesse la plus élevée. Elle procure donc un bon compromis. Les deux solutions restantes sont moins performantes et moins robustes que celles issues du cluster 2.

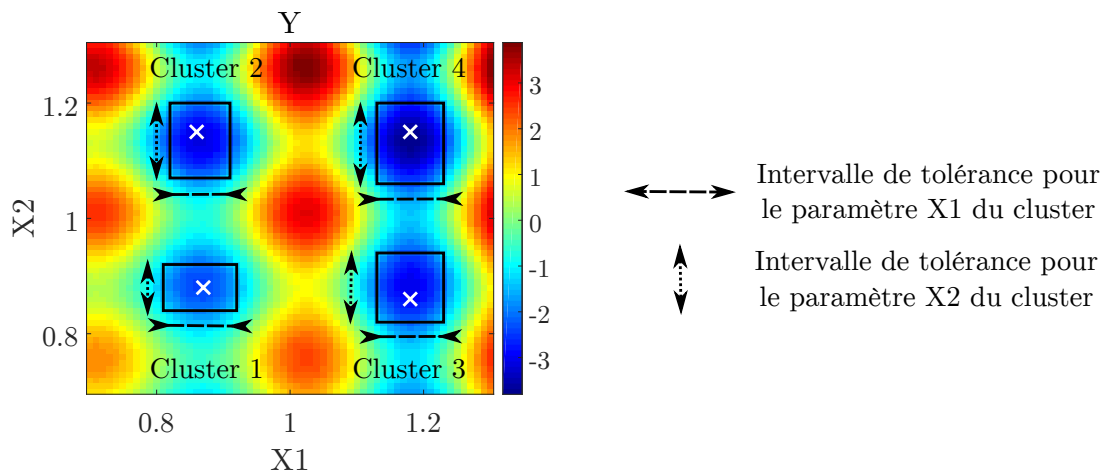


FIGURE IV.16 – Tolérances des solutions de conception sans priorité sur les paramètres

Cluster	Solution et tolérances		Performance	
	X1	X2	Moyenne	Écart-type
1	$0.865 \pm 6\%$	$0.88 \pm 4\%$	-1.8923	0.0027
2	$0.865 \pm 5\%$	$1.135 \pm 5\%$	-2.3511	0.00027
3	$1.18 \pm 4\%$	$0.88 \pm 6\%$	-2.2993	0.0021
4	$1.18 \pm 4\%$	$1.13 \pm 6\%$	-2.7424	0.0035

TABLE IV.5 – Solutions de conception robustes et leurs tolérances sans priorité sur les paramètres

En privilégiant l'un des paramètres, des tolérances fortement différentes sont obtenues. Avec le même formalisme que celui choisi [Figure IV.16](#), les tolérances calculées en privilégiant le paramètre X1 sont tracées [Figure IV.17a](#) tandis que celles obtenues en privilégiant le paramètre X2 sont disponibles [Figure IV.17b](#). On

constate que privilégier le paramètre X1 augmente peu les tolérances de ce paramètre et diminue de façon importante les tolérances sur le paramètre X2. Le fait de privilégier le paramètre X2 a en revanche plus d'effet. Cela permet d'augmenter de manière significative les tolérances sur X2 mais s'accompagne inévitablement d'une réduction significative des tolérances de X1. On remarque également que deux centres de clusters mènent à une solution identique. En effet, un seul rectangle est visible dans la partie droite de l'espace de conception au lieu de deux.

Le détail des solutions de dimensionnement avec la solution nominale et la valeur des tolérances, ainsi que la performance et la robustesse de chaque solution sont communiqués dans le [Tableau IV.6](#) dans le cas où le paramètre X1 est privilégié, et dans le [Tableau IV.7](#) dans le cas où le paramètre X2 est privilégié. Le même formalisme que celui adopté pour le [Tableau IV.5](#) a été utilisé. Quel que soit le paramètre privilégié, la solution 4 est toujours la plus performante et la moins robuste. En privilégiant le paramètre X1, cette solution perd en robustesse par rapport au cas où aucun paramètre n'est privilégié, par contre elle gagne en robustesse si le paramètre X2 est privilégié. La solution 2 demeure la deuxième solution la plus performante et la solution la plus robuste si le paramètre X1 est privilégié mais sa robustesse est inférieure à celle obtenue sans privilégier l'un des paramètres avec une performance égale. Dans le cas où le paramètre X2 est prioritaire, aucun compromis ne se distingue des autres : la solution la moins performante est la plus robuste (solution issue du cluster 1).

L'algorithme de tolérancement permet donc d'obtenir plusieurs alternatives de conception présentant aux concepteurs des compromis différents entre les tolérances, la performance et la robustesse.

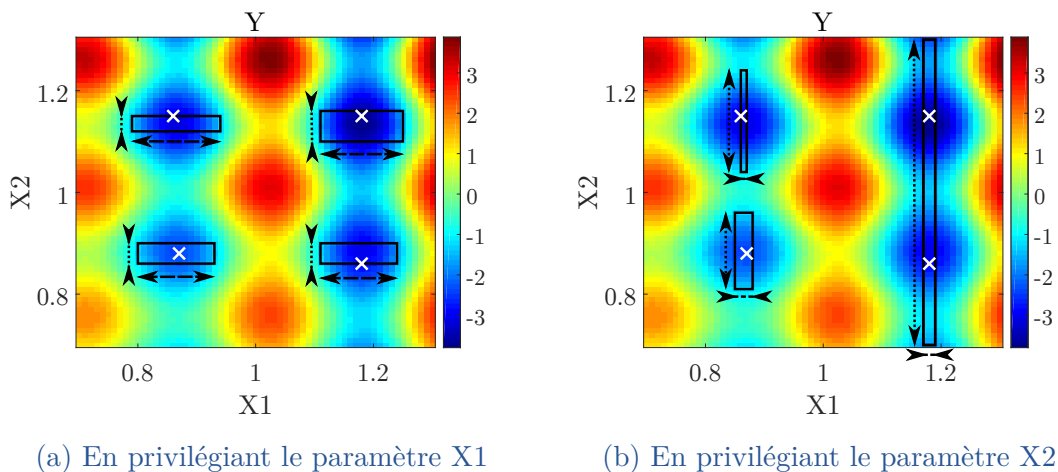


FIGURE IV.17 – Tolérances des solutions de conception en privilégiant un paramètre

Cluster	Solution et tolérances		Performance	
	X1	X2	Moyenne	Écart-type
1	$0.865 \pm 7\%$	$0.88 \pm 2\%$	-1.8991	0.0036
2	$0.865 \pm 8\%$	$1.135 \pm 1\%$	-2.3590	0.0020
3	$1.175 \pm 5\%$	$0.88 \pm 2\%$	-2.3472	0.0036
4	$1.18 \pm 5\%$	$1.13 \pm 2\%$	-2.7689	0.0061

TABLE IV.6 – Solutions de conception robustes et leurs tolérances en privilégiant le paramètre X1

Cluster	Solution et tolérances		Performance	
	X1	X2	Moyenne	Écart-type
1	$0.865 \pm 1\%$	$0.8850 \pm 8\%$	-1.8903	0.000081
2	$0.865 \pm 0.5\%$	$1.14 \pm 8\%$	-2.2409	0.000048
3	$1.18 \pm 0.8\%$	$1 \pm 30\%$	-2.2630	0.0017
4	$1.18 \pm 0.8\%$	$1 \pm 30\%$	-2.2630	0.0017

TABLE IV.7 – Solutions de conception robustes et leurs tolérances en privilégiant le paramètre X2

#### IV.4.6 Compromis entre tolérances et performances

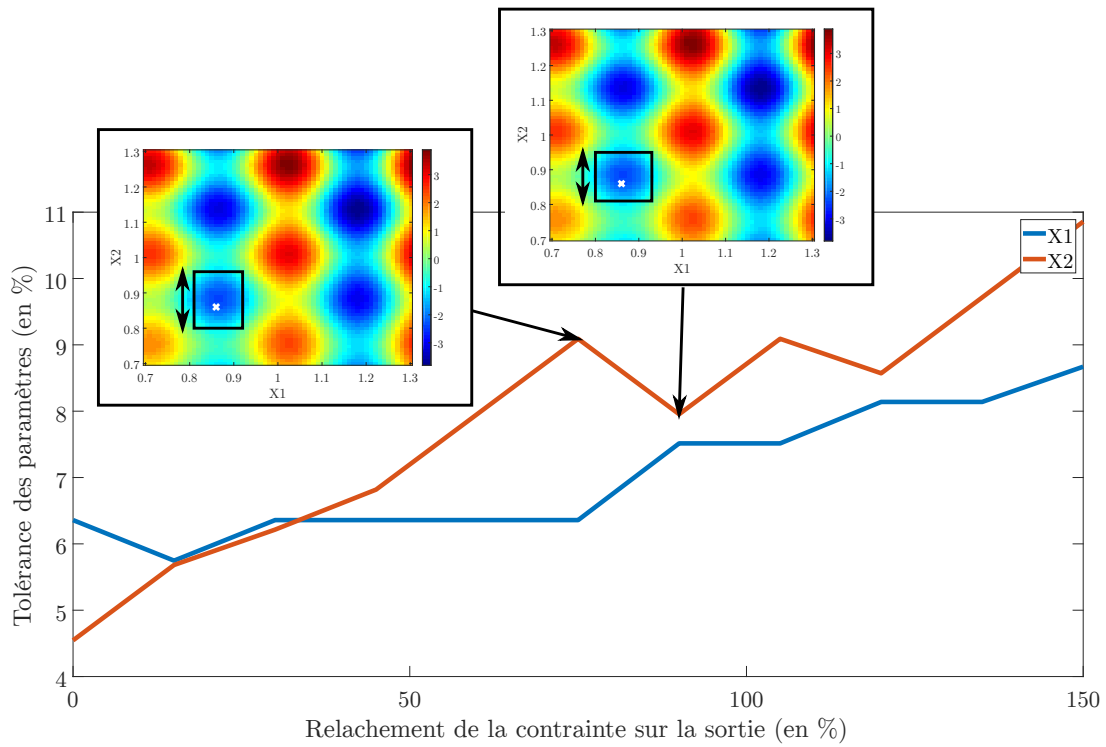
Comme une estimation de la sortie est disponible pour tous les points de l'espace des paramètres, il est possible de réduire les contraintes sur la valeur de la sortie, de recalculer le nouvel espace de faisabilité et les nouvelles solutions de dimensionnement à un coût raisonnable. Enfin, la quantification du gain obtenu sur les tolérances des paramètres en contrepartie de la réduction des exigences est facilement accessible. Les concepteurs peuvent donc aisément décider si le relâchement des contraintes est avantageux, sur quelle sortie et à quel point.

L'évolution des tolérances des paramètres du système académique a été tracée en fonction de la diminution des exigences sur la sortie sur la [Figure IV.18](#) pour les partitions 1 et 2, et sur la [Figure IV.19](#) pour les partitions 3 et 4. Pour cette étude, les points de conception  $X_n = (X1_n, X2_n)$  ont été centrés dans l'intervalle de tolérances à chaque nouveau calcul des tolérances. L'ordonnée des courbes correspond au terme  $\Delta X$  de la formulation  $X_n \pm \Delta X$  des tolérances. Le relâchement des contraintes sur la sortie en abscisse couvre une plage de valeurs comprises entre 0 et +150% de la valeur initiale de la sortie avec un pas de 15%. Les tolérances du paramètre X1 sont tracées avec les courbes bleues tandis que celles du paramètre X2 sont représentées par les courbes rouges.

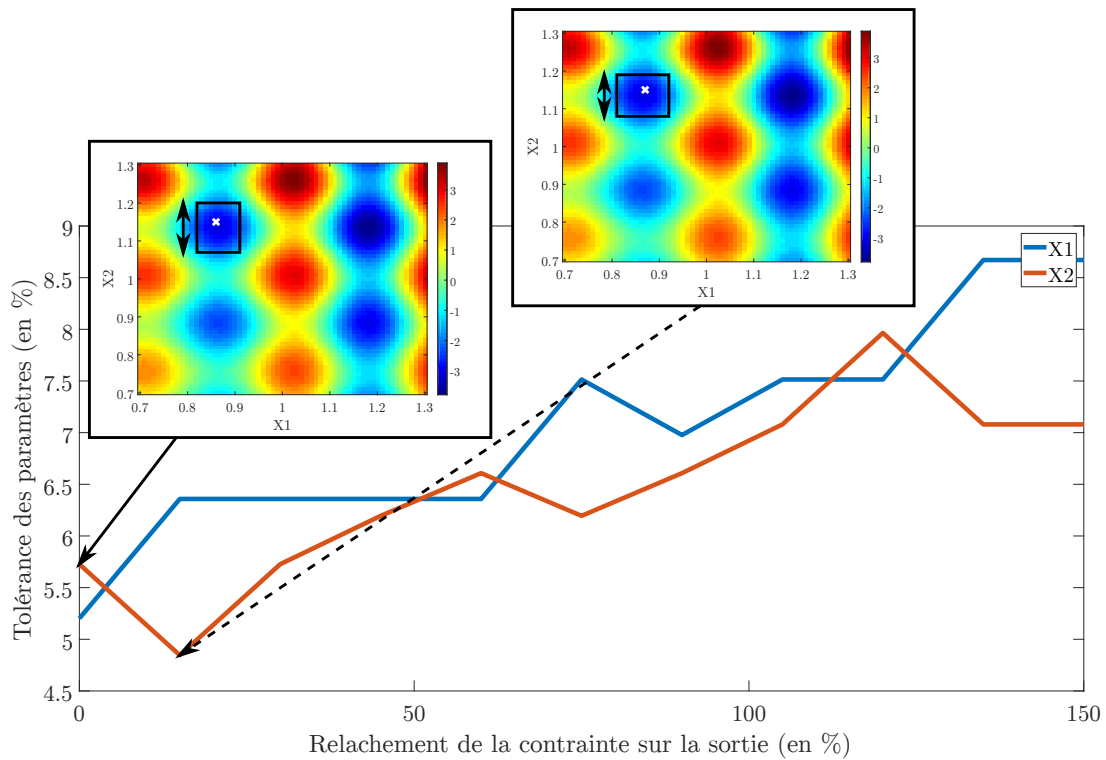
Pour les 4 solutions de dimensionnement, la tendance globale des courbes de tolérances augmente avec la diminution des exigences sur la sortie. Cependant, cette augmentation n'est pas identique pour toutes les solutions de dimensionnement et pour tous les paramètres. Par exemple, pour la solution de dimensionnement 4 [Figure IV.19b](#), la diminution de 15% de la contrainte sur la valeur de la sor-

tie permet une augmentation de 0.5% de la tolérance sur le paramètre X2 tandis qu'elle ne permet pas d'augmenter les tolérances sur la paramètre X1. Une diminution identique des exigences n'a pas le même effet pour l'alternative de conception numéro 1 [Figure IV.18a](#) : la tolérance sur le paramètre X2 augmente de 1%. La diminution des exigences a donc deux fois plus d'effet sur le paramètre X2 pour la solution 1 que pour la solution 4. Sa tolérance reste toutefois inférieure à celle de la solution 4 sans diminution des exigences. Une diminution identique des exigences peut également agir sur l'autre paramètre. En effet, la solution issue du cluster 2 [Figure IV.18b](#) présente une augmentation de 1% sur le paramètre X1 plutôt que sur le paramètre X2. Dans tous les cas, l'augmentation des tolérances est faible face aux concessions accordées sur la valeur de la sortie.

Localement, une diminution des tolérances sur l'un des paramètres peut être induite par une diminution des exigences sur la sortie. C'est le cas du paramètre X2 de la solution 2 [Figure IV.18b](#), dont la tolérance diminue de 1% alors que la contrainte sur la sortie est relâchée de 15%. Pour comprendre cet effet contre-intuitif, les tolérances des paramètres ont été tracées par des rectangles noirs dans l'espace de conception pour certains points des courbes avant et après la diminution de l'exigence. Le phénomène est lié à la façon dont l'algorithme étend les tolérances à partir du centre du cluster. En effet, l'algorithme de détermination des tolérances donne pour chaque partition une solution de tolérancement qui est un compromis entre les tolérances des deux paramètres. Une augmentation de la zone de faisabilité suite à une diminution des exigences modifie la forme de la zone et donc le compromis trouvé par l'algorithme. Le paramètre ayant une tolérance plus large peut se retrouver soudainement avec une tolérance plus faible si l'augmentation de la tolérance de l'autre paramètre le bloque. Ce problème pourrait être contourné en faisant repartir l'algorithme de tolérancement de la solution précédente lors de la diminution de l'exigence sur la sortie. Cela permettrait également d'accélérer les calculs. Cette solution n'a cependant pas encore été implémentée faute de temps. Une solution provisoire pourrait consister à privilégier un paramètre lorsque ces diminutions des tolérances sont rencontrées.

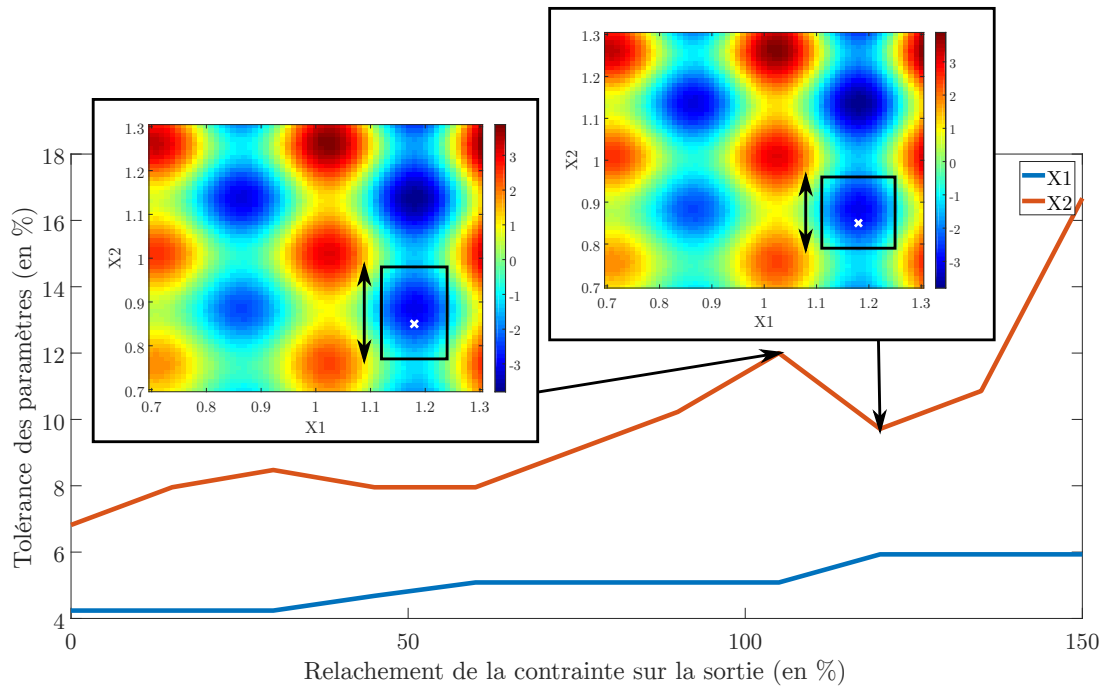


(a) Partition 1

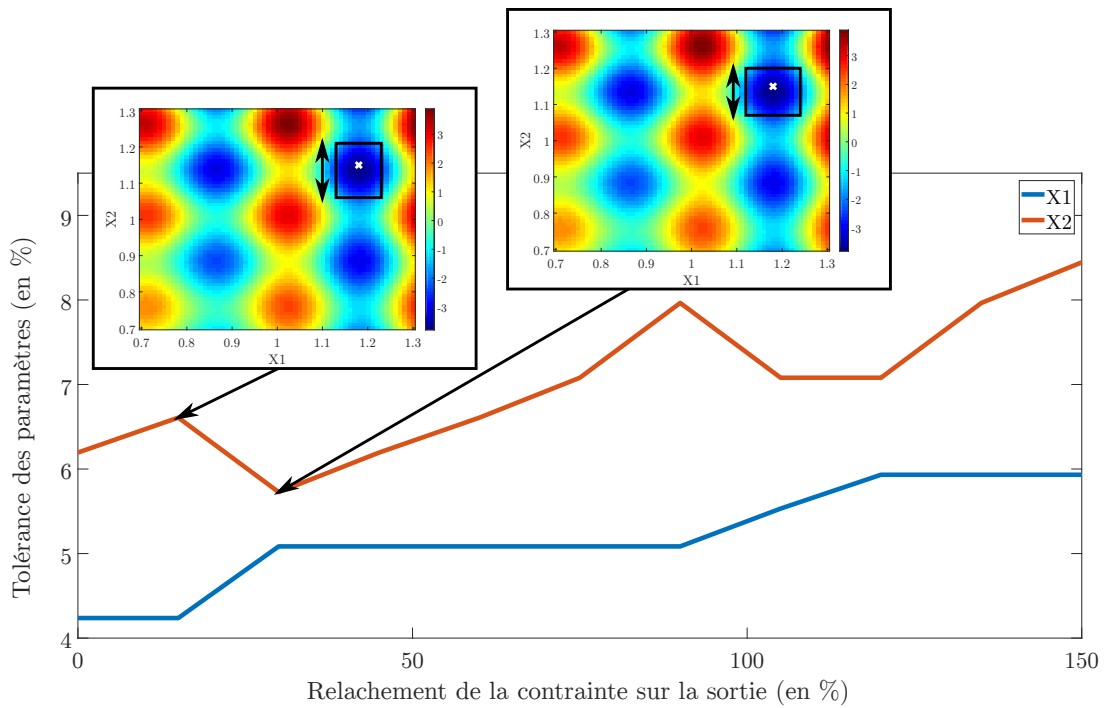


(b) Partition 2

FIGURE IV.18 – Évolution de la largeur des tolérances sur les paramètres du modèle académique en fonction du relâchement des exigences sur la sortie pour les partitions 1 et 2



(a) Partition 3



(b) Partition 4

FIGURE IV.19 – Évolution de la largeur des tolérances sur les paramètres du modèle académique en fonction du relâchement des exigences sur la sortie pour les partitions 3 et 4

## IV.5 BILAN

Une fois que l'espace des paramètres a atteint une dimension raisonnable grâce à l'analyse de sensibilité, les techniques de prototypage numérique peuvent être utilisées plus efficacement. Malgré un espace des paramètres réduit, l'état de l'art a montré que l'application des méthodes de conception robuste classiques aux modèles ferroviaires peut rester coûteuse en plus de ne proposer parfois qu'une seule solution de conception. Pour que les concepteurs puissent déterminer plusieurs solutions alternatives de dimensionnement à un coût abordable avec un modèle numérique, une méthode de conception robuste fournissant les tolérances des paramètres a été proposée dans ce chapitre. Cette méthode a recours à l'utilisation d'un méta-modèle pour réduire les temps de calcul. Un état de l'art des méthodes de construction de modèles d'approximation a donc été réalisé au début du chapitre, en plus de celui sur les méthodes de conception robuste. Ensuite, la méthode de dimensionnement proposée a été exposée sur un exemple académique non-linéaire peu coûteux. Cette méthode consiste à déterminer la valeur de la sortie d'intérêt sur l'ensemble de l'espace des paramètres dans un temps raisonnable grâce à une régression par processus gaussien. Cette cartographie de l'espace de conception permet alors de déterminer les zones de l'espace des paramètres respectant les contraintes de conception grâce à un échantillonnage suffisamment fin de l'espace de conception mais quand même limité pour garder des calculs abordables et pouvoir stocker les résultats. Ces zones, appelées espace de faisabilité, sont ensuite divisées en plusieurs solutions de dimensionnement grâce à un algorithme de partitionnement. Les différentes alternatives de dimensionnement et les tolérances qui leur sont associées sont enfin comparées grâce à un critère de performance (moyenne de la sortie), et un critère de robustesse (écart-type de la sortie), laissant au concepteur le soin de choisir le compromis le plus intéressant. La méthode proposée facilite également l'étude du gain possible sur les tolérances en fonction du relâchement des exigences sur la sortie.

Le principal inconvénient de la méthode réside dans le fait que les points de l'espace de conception situés aux extrémités de l'hypercube défini par les tolérances peuvent s'avérer ne pas appartenir à l'espace de faisabilité. En effet, la précision de la limite de faisabilité dépend de la précision du méta-modèle. Quelques calculs supplémentaires avec le modèle réel sont donc nécessaires pour vérifier que ces points appartiennent bien à l'espace de faisabilité. On peut également envisager de placer la limite de l'espace de faisabilité à la valeur de la contrainte de conception moins l'erreur maximale du méta-modèle pour éviter de nouveaux calculs. Toutefois, l'idéal serait d'utiliser les approches locales de l'état de l'art sur la conception robuste pour déterminer avec précision la performance et les tolérances des alternatives de conception obtenues avec la méthode proposée.

De plus, quelques perspectives d'amélioration peuvent être envisagées.

Le temps de construction et la précision du méta-modèle pourraient être améliorés. Dans un premier temps, un échantillonnage adaptatif de l'espace des paramètres pourrait être utilisé. Les nouveaux échantillons seraient tirés des zones d'incertitude maximale d'un méta-modèle initial construit avec un jeu d'échantillons de petite dimension. Dans un deuxième temps, une amélioration du choix des paramètres de régression par processus gaussien avec deux paramètres de portée pourrait être réalisée. Les paramètres de portée ont été choisis comme égaux au paramètre de portée optimisé du méta-modèle GP avec un paramètre de portée car l'optimisation n'était pas disponible dans MATLAB pour plusieurs paramètres de portée. Une optimisation directe des deux paramètres de portée pourrait fournir de meilleurs résultats. Enfin, vérifier que la méthode de construction du méta-modèle choisie est robuste vis à vis des jeux d'échantillons utilisés serait également souhaitable. Il suffirait de calculer la variance de l'erreur de modélisation entre plusieurs jeux d'échantillons.

De plus, la méthode de tolérancement ne prend en compte qu'une différence de coût fixe et qualitative entre les tolérances des différents paramètres, et ignore les dépendances possibles entre la valeur des paramètres. En effet, les zones de faisabilité peuvent avoir des formes ellipsoïdales générées par une dépendance entre la valeur des paramètres. Il serait alors envisageable que l'algorithme de tolérancement propose des alternatives de conception où les tolérances d'un paramètre soient fonction des tolérances d'un autre paramètre. Ces solutions seraient plus complexes mais pourraient fournir des alternatives intéressantes. Ensuite, pour plus de précision, la méthode devrait pourvoir tenir compte de la relation entre la valeur nominale et les tolérances d'un paramètre et son coût de fabrication. Cette relation peut être non-linéaire et discontinue.

D'autre part, l'approche proposée calcule la robustesse mesurant l'écart-type de la réponse. Or, plusieurs mesures de robustesse existent et retournent parfois des résultats différents [McPhail 18]. Une étude de la métrique de robustesse la plus appropriée pourrait être envisagée pour vérifier le choix de la métrique proposée.

Enfin, dans l'exemple d'application étudié, l'espace des paramètres ne contient que deux dimensions. L'espace de conception et les solutions de tolérancement sont donc facilement visualisable sur une figure. La visualisation des données se complique dans des cas de dimension supérieure. Il faudrait donc créer des solutions de visualisation des données et des résultats en grande dimension pour aider les concepteurs dans la prise de décision.

---

---

# Chapitre V

## Application industrielle aux véhicules ferroviaires

---

<b>V.1</b>	<b>Introduction</b> .....	116
<b>V.2</b>	<b>Outil métier de conception HELIOS</b> .....	117
	V.2.1 Présentation de l'outil.....	117
	V.2.2 Exemple d'utilisation pour le recalage.....	121
<b>V.3</b>	<b>Réduction de l'espace des paramètres de conception</b> .....	127
	V.3.1 Modèle ferroviaire utilisé.....	127
	V.3.2 Analyse de sensibilité classique.....	129
	V.3.3 Étude des échanges énergétiques.....	130
	V.3.4 Analyse de sensibilité linéaire équivalente.....	136
<b>V.4</b>	<b>Tolérancement des composants des suspensions</b> .....	160
	V.4.1 Véhicule ferroviaire étudié et espace de conception.....	161
	V.4.2 Méta-modèle du véhicule.....	164
	V.4.3 Détermination des tolérances des composants.....	176
<b>V.5</b>	<b>Bilan</b> .....	187

## V.1 INTRODUCTION

Les chapitres précédents ont montré que le prototypage virtuel nécessite de nombreuses évaluations du modèle étudié. Les modèles du domaine ferroviaire étant complexes et avec de nombreux paramètres, la conception numérique est d'autant plus coûteuse en temps de calcul. De plus, les concepteurs doivent composer avec des incertitudes conséquentes sur les paramètres des modèles. Ces incertitudes peuvent être gérées par des méthodes de conception gourmandes en temps de calcul.

L'analyse de sensibilité (voir [chapitre III](#)) permet de diminuer les temps de calcul des autres analyses numériques via la réduction du nombre de paramètres, mais elle est elle-même coûteuse. De nombreuses techniques ont été développées pour réduire son coût, cependant la durée des calculs reste importante pour les modèles ferroviaires. Deux techniques de réduction des coûts de l'analyse de sensibilité adaptées aux spécificités des modèles ferroviaires ont donc été développées pour être combinées aux techniques d'analyse de sensibilité existantes. Ces méthodes ont été appliquées à un exemple académique non-linéaire simple dans le [chapitre III](#). Leur efficacité doit encore être démontrée sur une application ferroviaire.

Une fois l'analyse de sensibilité réalisée, les autres analyses numériques sont simplifiées. Toutefois, les méthodes de conception robuste demeurent onéreuses. Le nombre de paramètres étant déjà limité, notre choix s'est porté sur la simplification des modèles pour réduire les temps de calcul lors de la prise en compte des incertitudes. Ainsi, le [chapitre IV](#) présente une méthode de dimensionnement des tolérances abordable basée sur l'utilisation d'un méta-modèle. Dans ce même chapitre, la méthode a été appliquée à un modèle académique simple. Comme pour l'analyse de sensibilité, ses performances sur un modèle ferroviaire doivent être prouvées.

Les analyses de sensibilité et l'algorithme de tolérancement exploitent un grand nombre de simulations temporelles ou modales. Pour gérer et piloter automatiquement le nombre conséquent de calculs SIMPACK à lancer pour la conception numérique des trains et faciliter l'application des méthodes développées aux modèles ferroviaires, une interface ergonomique avec le logiciel de modélisation MBS a été créée sous MATLAB.

La première partie de ce chapitre présente l'outil de gestion des calculs développé ainsi qu'un exemple d'utilisation pour le recalage d'une locomotive. Les deux parties suivantes détaillent respectivement l'application des méthodes des [chapitre III](#) et [chapitre IV](#) à des modèles de véhicules ferroviaires. Néanmoins, l'une des applications du [chapitre III](#) a subi des transformations. Suite à des limitations techniques, la méthode d'analyse de sensibilité par analyses linéaires équivalentes a dû être adaptée aux données disponibles.

## V.2 OUTIL MÉTIER DE CONCEPTION HELIOS

Les méthodes de l'état de l'art en analyse de sensibilité, recalage, analyse d'incertitudes, et optimisation déterministe ou robuste ont été implémentées dans un outils métier de conception interfacé avec SIMPACK. L'outil, dénommé HELIOS, doit également permettre d'utiliser à terme les méthodes développées lors de la thèse. Les applications industrielles de ces méthodes ont été réalisées en partie avec cet outil. Cette section présente donc dans un premier temps les fonctionnalités d'HELIOS. Un exemple de recalage de modèle réalisé avec l'outil est ensuite décrit.

### V.2.1 Présentation de l'outil

HELIOS communique avec SIMPACK pour réaliser les différentes études demandées par l'utilisateur. Pour chaque projet de conception, l'outil importe le ou les modèle(s) SIMPACK étudié(s). L'importation consiste à récupérer les paramètres des modèles et les fichiers de résultats SIMPACK temporels ou modaux s'ils existent. Dans le cas contraire, HELIOS lance le calcul nominal SIMPACK puis importe les résultats. Les paramètres importés se divisent en deux catégories. La première est formée de paramètres scalaires. Elle contient les paramètres des composants de suspension ayant un comportement linéaire et les paramètres de simulation, tels que la durée de la simulation ou la fréquence d'intégration pour les calculs temporels. La deuxième catégorie est constituée de paramètres sous forme de fonction. Cette fonction représente par exemple la relation non-linéaire existant entre la force aux bornes d'un composant et le déplacement et/ou la vitesse aux bornes de ce même composant. L'outil offre également la possibilité d'importer des bibliothèques de géométries de voies ferrées, de profils de roue et de profils de rail à utiliser pour les modèles.

Une fois les modèles importés, l'utilisateur sélectionne parmi les paramètres SIMPACK les paramètres variables pour chaque modèle. Les paramètres scalaires peuvent être modifiés facilement avec un facteur. La modification des paramètres fonctionnels des composants non-linéaires, appelés par la suite caractéristiques, peut être effectuée de différentes manières. Les caractéristiques mono-variées sont notées  $y = F(x)$  avec  $x$  le déplacement ou la vitesse,  $y$  la force en sortie et  $F$  la relation entrée-sortie non-linéaire. Les modifications possibles avec HELIOS sont les suivantes :

- Un décalage d'une constante  $c$  peut être ajouté sur la valeur de l'entrée. La caractéristique devient alors  $y = F(x + c)$ , et la modification est nommée Xoffset. L'effet de ce changement est visible [Figure V.1a](#) où on peut voir la caractéristique nominale en bleu et la caractéristique modifiée par Xoffset en vert. L'entrée  $x$  est tracée en abscisse et la sortie  $y$  en ordonnée pour toutes les illustrations des modifications visibles [Figure V.1](#).

- Un décalage identique est possible sur la valeur des sorties. La caractéristique devient alors  $z + c = F(x)$  pour une modification dénommée Yoffset. L'effet est visible [Figure V.1b](#), où on peut observer la caractéristique modifiée par Yoffset en vert.
- Les valeurs de l'entrée  $x$  peuvent être multipliées par une constante, la caractéristique étant alors  $y = F(cx)$ . Cette modification est appelée Xscale. Le résultat de cette transformation est montré sur la [Figure V.1b](#) avec la courbe verte représentant l'application d'une modification Xscale sur la caractéristique initiale tracée en bleu.
- De même, on peut appliquer un coefficient multiplicateur  $c$  sur la valeur des sorties. La modification, appelée Yscale, retourne une caractéristique de la forme  $cy = F(x)$ , qui est tracée en vert [Figure V.1d](#).
- Un dernier type de modification est possible : le morphing, qui permet de générer des transformations progressives entre deux caractéristiques extrêmes.

Les mêmes modifications sont possibles pour des caractéristiques multivariées de la forme  $z = F(x, y)$ . Xscale et Xoffset modifient alors la première entrée  $x$ , Yscale et Yoffset la deuxième entrée  $y$ , et Zoffset et Zscale la sortie  $z$ .

Les fonctionnalités Xscale et Yscale ont été utilisées pour des caractéristiques mono-variées dans les applications industrielles des sections suivantes.

Au cours de l'étape suivante, l'utilisateur définit les relations entre les paramètres d'un même modèle. Par exemple, il peut fixer un paramètre d'amortissement identique pour les amortisseurs anti-lacet des deux cotés d'un même bogie ou de tous les bogies du véhicule. La définition de relations entre les paramètres de différents modèles est aussi possible. Cette fonctionnalité permet entre autres l'utilisation d'un même bogie pour deux modèles de véhicule différents.

Le prototypage virtuel nécessite la définition des sorties d'intérêt. Les sorties SIMPACK nécessaires à l'étude peuvent être sélectionnées. Ensuite, un post-traitement leur est appliqué pour obtenir les grandeurs scalaires indispensables aux différentes études numériques. Diverses opérations élémentaires sur les sorties temporelles et modales sont disponibles :

- des opérations arithmétiques sur des grandeurs scalaires, telles que des sommes ou des produits, ou sur les signaux telle qu'une fenêtre temporelle appliquée sur un signal temporel ;
- des filtres : passe-haut, passe-bas, passe-bande ou moyennes glissantes par exemple ;
- des grandeurs statistiques comme le minimum, le maximum, l'écart-type ou les centiles ;
- des opérations créées par l'utilisateur avec des fonctions MATLAB.

La combinaison des opérations élémentaires sur une ou plusieurs sorties SIMPACK permet d'effectuer des post-traitements plus complexes. Par exemple, la vitesse limite de stabilité utilisée dans l'exemple ferroviaire d'application de l'analyse de sensibilité [section V.3.1](#) est calculée avec le post-traitement schématisé [Figure V.2](#). La vignette B1 correspond à l'accélération latérale du bogie calcu-

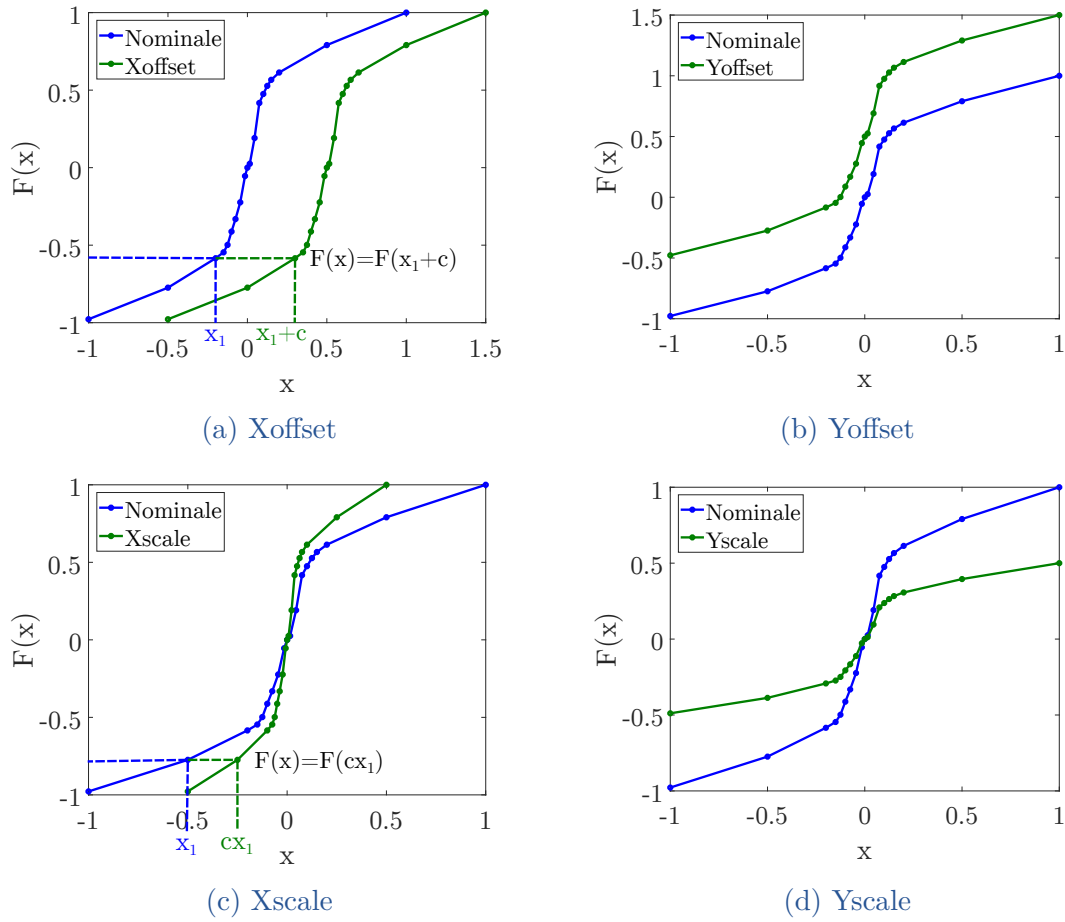


FIGURE V.1 – Modification des caractéristiques non-linéaires sous HELIOS avec un décalage et une échelle

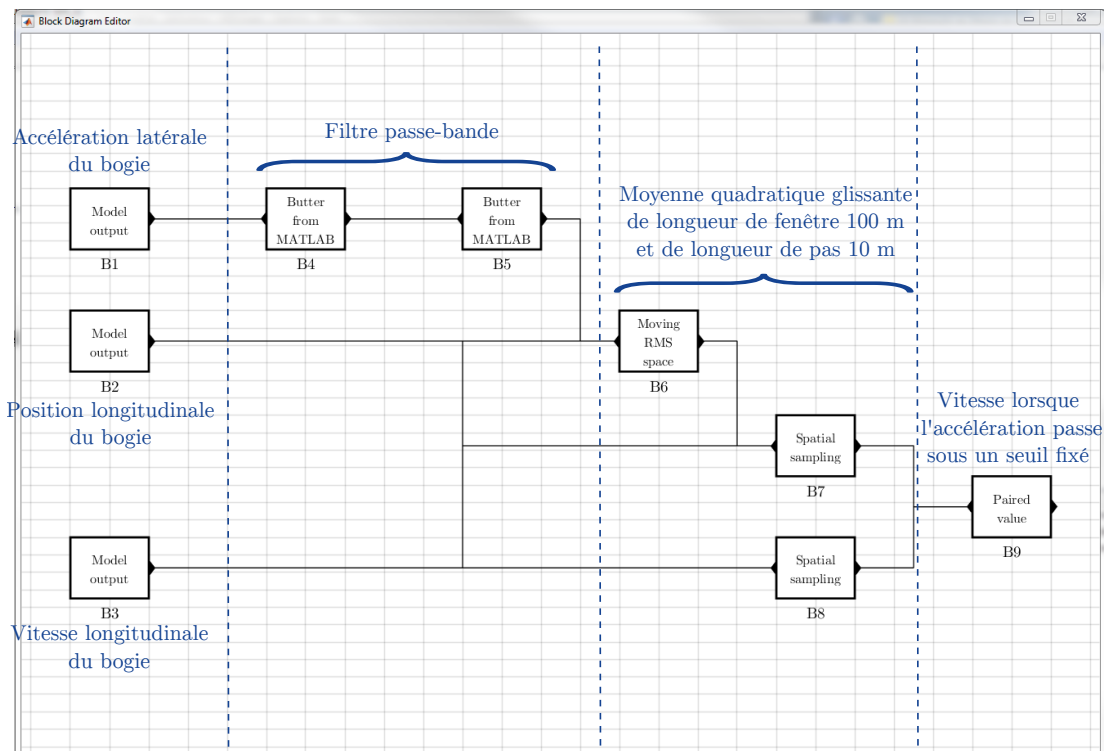


FIGURE V.2 – Capture d'écran du post-traitement appliqué aux sorties SIMPACK pour le calcul de la vitesse limite de stabilité

lée avec SIMPACK, la vignette B2 à la position du bogie le long de la voie et la vignette B3 à la vitesse longitudinale du bogie. Ce traitement repose donc sur trois sorties temporelles SIMPACK. La vignette B4 applique un filtre Butterworth passe-haut d'ordre 4 et de fréquence de coupure 0.5 Hz à l'accélération tandis que la B5 applique un filtre Butterworth passe-bas d'ordre 4 et de fréquence de coupure 10 Hz. L'accélération filtrée subit ensuite un lissage avec une moyenne quadratique glissante correspondant à la vignette B6. La moyenne est réalisée sur une fenêtre mobile de 100 m grâce à la position du bogie donnée en B2, puis elle est échantillonnée tous les 10 m en passant par la vignette B7. La vitesse du bogie est récupérée tous les 10 m également en passant par la vignette B8. La dernière vignette B9 permet de déterminer la vitesse à laquelle l'accélération filtrée descend en dessous de la valeur limite autorisée d'accélération du bogie, calculée en fonction de la masse de ce dernier. La grandeur scalaire obtenue est la vitesse limite de stabilité du véhicule. Les grandeurs des normes ferroviaires EN 12299 [EN12299 09], EN 14363 [EN14363 05], UIC 518 [UIC518 09], et ISO 2631 [ISO2631-4 01] sont calculables à partir des opérations élémentaires disponibles dans l'outil.

Une étape optionnelle permet de définir des objectifs et des contraintes sur les grandeurs du problème. Cette étape est principalement utilisée pour les optimisations déterministes et robustes.

Une fois la mise en données achevée, l'utilisateur doit sélectionner le(s) type(s) d'analyse(s) à réaliser. Si les paramètres ne sont pas parfaitement identiques pour toutes les analyses du projet, certains paramètres peuvent être bloqués à leur valeur actuelle ou initiale. Cette situation peut se présenter par exemple lorsque qu'une analyse de sensibilité est réalisée et que seuls les paramètres influents sont conservés pour l'optimisation qui s'en suit. HELIOS pilote alors les calculs SIMPACK à lancer qui retourne les résultats. Les calculs SIMPACK peuvent être lancés en parallèle selon le type d'analyse. Enfin, l'outil de conception traite les données obtenues et les enregistre automatiquement.

Les fonctionnalités de l'outil permettent la gestion de projet multi-analyses et multi-modèles. En effet, l'outil peut réaliser des analyses avec différentes conditions de circulation pour un même modèle ou des analyses modales à plusieurs points de linéarisation grâce à des paramètres de réglage des analyses. HELIOS gère également l'importation de plusieurs modèles. Il est donc par exemple possible d'optimiser un élément qui doit être utilisé pour plusieurs véhicules, ou de faire une comparaison calcul-essais.

### V.2.2 Exemple d'utilisation pour le recalage

Dans le cadre d'autres projets entre le laboratoire FEMTO-ST et ALSTOM, l'outil métier a été utilisé pour recalibrer un modèle ferroviaire, c'est-à-dire pour ajuster la valeur des paramètres incertains du modèle en comparant les prédictions de ce dernier à des résultats d'essais. Le projet de recalage est résumé dans cette section pour illustrer les possibilités offertes par l'outil métier qui intégrera à terme les travaux présentés dans cette thèse.

Le véhicule modélisé, une locomotive possédant deux bogies de deux essieux chacun, est importé dans HELIOS. Le modèle comprend 82 paramètres physiques correspondant à des raideurs et des amortissements des composants des suspensions et à des coefficients de frottement au niveau des contacts roue-rail. On s'intéresse aux efforts verticaux et latéraux au niveau des 4 roues du bogie avant, et à l'estimation du coefficient de frottement au niveau de la roue avant gauche du bogie avant. L'étude s'intéresse donc à 9 sorties temporelles. Dans la suite de la section, la notation utilisée pour les sorties comporte trois caractères. Le premier caractère indique le type d'effort, Q pour l'effort vertical et Y pour l'effort latéral à la roue. Le deuxième caractère désigne l'essieu au niveau duquel l'effort est observé, 1 pour l'essieu avant et 2 pour l'essieu arrière. Enfin, le troisième caractère indique le côté de la roue au niveau de laquelle l'effort est mesuré, L pour une roue située du côté gauche et R pour une roue située du côté droit. Ainsi, l'effort vertical de la roue gauche de l'essieu avant est noté Q1L. Le coefficient de frottement, étant défini comme le rapport de l'effort latéral sur l'effort vertical à la roue avant gauche du bogie avant, est noté Y1L/Q1L. Pour comparer quantitativement les résultats nu-

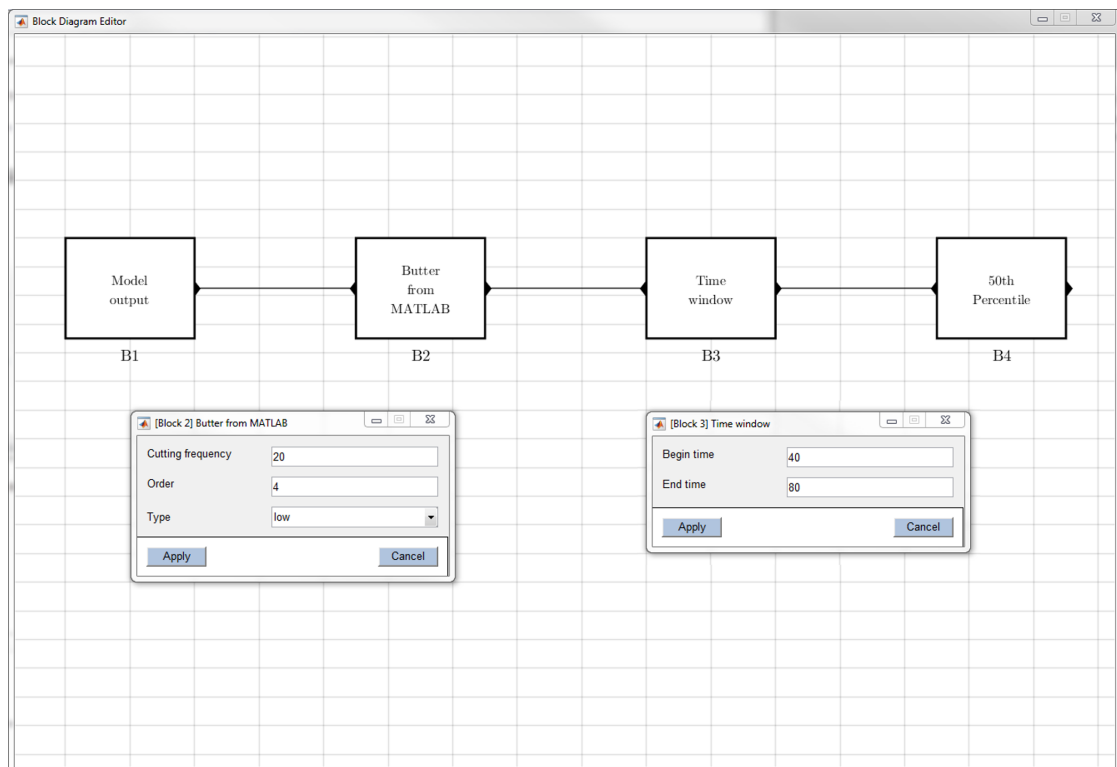


FIGURE V.3 – Visuel de l’interface HELIOS permettant de post-traiter les signaux temporels

mériques et expérimentaux, les sorties sont post-traitées. Les grandeurs scalaires à recalculer sont obtenues en appliquant successivement les traitements suivants aux signaux temporels grâce aux filtres disponibles dans l’outil métier :

- un filtre Butterworth de type passe-bas d’ordre 4 avec une fréquence de coupure à 20 Hz ;
- un fenêtrage temporel entre 40 et 80 secondes ;
- le calcul du 50ème centile.

Ces filtres sont visibles sur la [Figure V.3](#) qui montre l’interface HELIOS pour le post-traitement des sorties SIMPACK. La première vignette B1 correspond à la sortie temporelle sur laquelle appliquer le filtre. Les trois vignettes suivantes correspondent aux trois traitements cités ci-dessus : B2 pour le filtre Butterworth, B3 pour le fenêtrage temporel, et B4 pour le centile. Certaines vignettes comme le filtre Butterworth et le fenêtrage temporel possèdent des propriétés modifiables dans une fenêtre d’édition. La fenêtre d’édition de gauche modifie les paramètres du filtre Butterworth, c’est à dire la fréquence de coupure, l’ordre du filtre puis le type de filtre (passe-haut ou passe-bas). La fenêtre d’édition de droite corrige les bornes de début puis de fin du fenêtrage temporel.

Pour la comparaison calculs-essais, des résultats expérimentaux ont été fournis par ALSTOM. Les efforts verticaux et latéraux aux roues du bogie avant ont été mesurés directement, et le coefficient de frottement expérimental a été calculé à

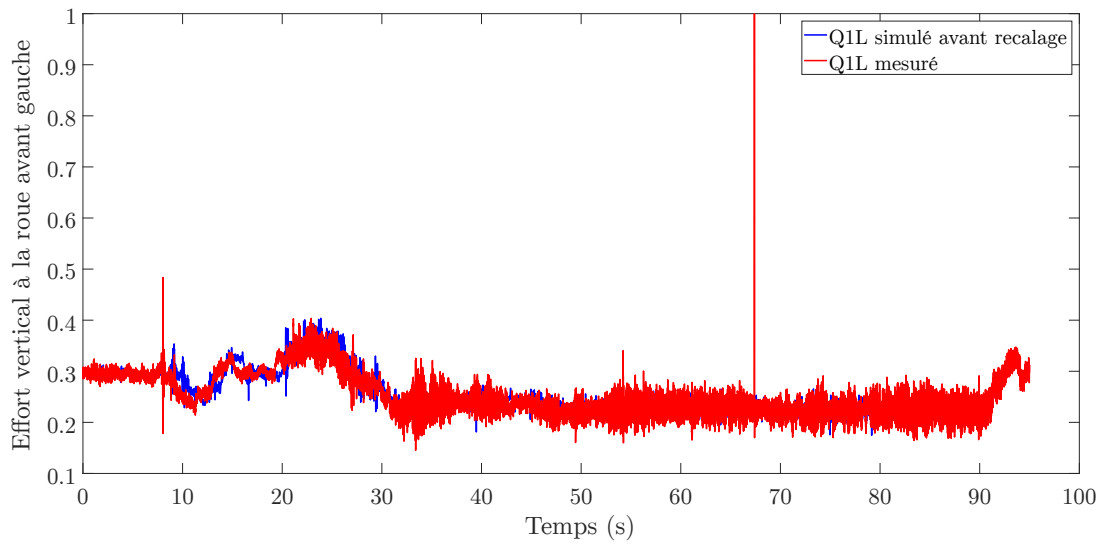
Signal	Écart avant recalage	Écart après recalage
Q1L	1.37%	1.29%
Q1R	3.43%	3.44%
Q2L	2.92%	3.36%
Q2R	2.00%	2.30%
Y1L	20.90%	55.18%
Y1R	24.00%	40.81%
Y2L	180.31%	54.23%
Y2R	15.72%	20.14%
Y1L/Q1L	21.54%	55.51%

TABLE V.1 – Valeur des écarts entre mesures et valeurs numériques avant et après recalage

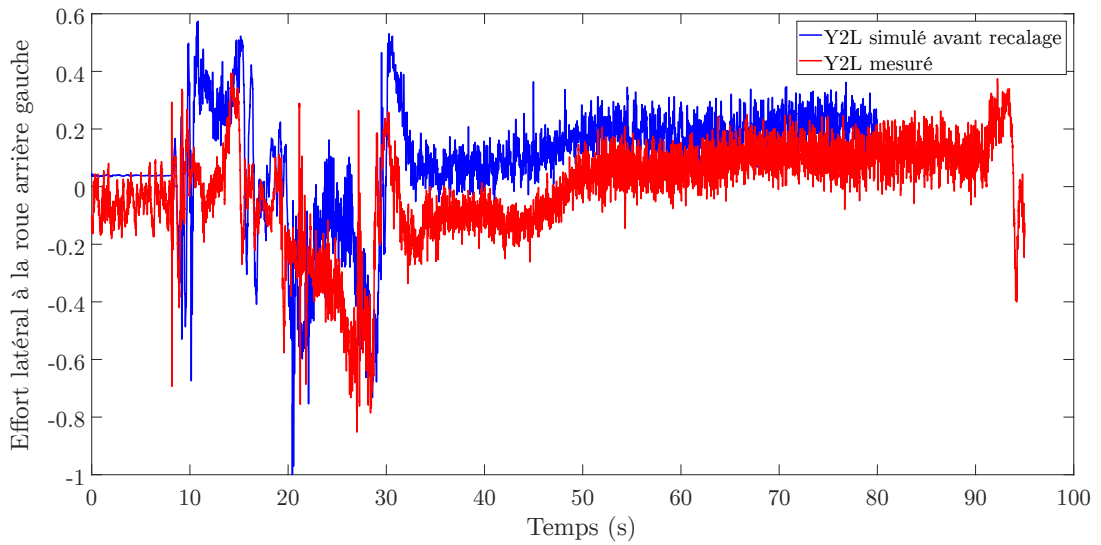
partir des mesures d’effort en prenant le rapport de l’effort latéral mesuré et de l’effort vertical mesuré à la roue avant gauche du bogie avant. Ces résultats ont également été importés dans HELIOS.

Une première comparaison visuelle et quantitative des résultats numériques et expérimentaux a été effectuée avec l’outil métier. La [Figure V.4a](#) montre en ordonnée l’effort vertical à la roue avant gauche mesuré en rouge et simulé en bleu au cours du temps en abscisse. L’écart entre les deux courbes est faible. La [Figure V.4b](#) compare l’effort latéral mesuré en rouge et simulé en bleu de la roue arrière gauche en fonction du temps. L’écart entre les courbes est beaucoup plus important que pour l’effort vertical. Les courbes ne se superposent pas à cause d’un décalage statique. Pour les deux figures, les courbes ont été normalisées par le maximum de la valeur absolue des signaux simulés et mesurés. Les résultats quantitatifs sont résumés [Tableau V.1](#). La première colonne indique la sortie observée, et la deuxième colonne l’écart entre les critères expérimentaux et numériques avant recalage. La dernière colonne est réservée à l’écart obtenu après recalage. Cette première comparaison montre des écarts acceptables, inférieurs à 5%, entre les résultats numériques et expérimentaux des efforts verticaux. Les écarts des autres critères, c’est à dire les efforts latéraux et le coefficient de frottement, sont beaucoup plus élevés : entre 15 et 180%. Cette différence importante montre la nécessité d’améliorer la représentativité du modèle. La solution envisagée est un recalage du modèle.

Dans un premier temps, pour réduire le nombre de paramètres à utiliser pour le recalage, une analyse de sensibilité avec la méthode de Morris (décrite [section III.2.2.b](#)) est réalisée. Une fois que les dépendances entre les paramètres physiques du véhicule, liées à ses symétries, sont établies dans HELIOS, il reste 11 variables de conception. Après la réalisation de l’analyse de Morris pilotée avec l’outil métier, on détermine que deux coefficients de friction ont une forte influence sur les efforts latéraux. Ces deux variables sont donc retenues pour le recalage. De plus, les résultats ont montré que la plupart des efforts verticaux varient moins dans l’espace de conception fixé que l’écart entre leur valeur mesurée et leur valeur numérique initiale. Leur ajustement à la valeur mesurée sera donc fortement



(a) Effort vertical à la roue avant gauche (Q1L), courbes numérique et mesurée



(b) Effort latéral à la roue arrière gauche (Y2L), courbes numérique et mesurée

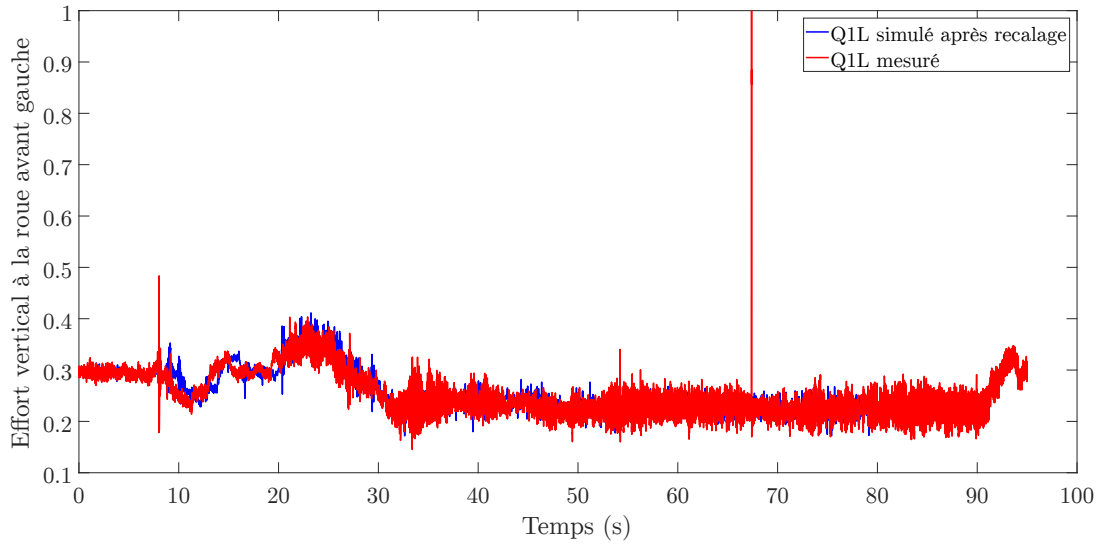
FIGURE V.4 – Comparaison des efforts simulés et expérimentaux au cours du temps avant recalage

limité. Il en va de même pour la sortie Y2L. Les écarts entre essais et simulation initiale étant faibles pour les efforts verticaux, ces sorties ne sont pas utilisées pour le recalage. Le coefficient de frottement, qui dépend notamment des efforts verticaux, n'est donc pas utilisé non plus. Il reste ainsi deux variables à ajuster pour déterminer avec plus de précision les 4 sorties conservées. Les autres variables sont fixées à leur valeur nominale. Cette réduction de l'espace de conception facilitera le recalage du modèle.

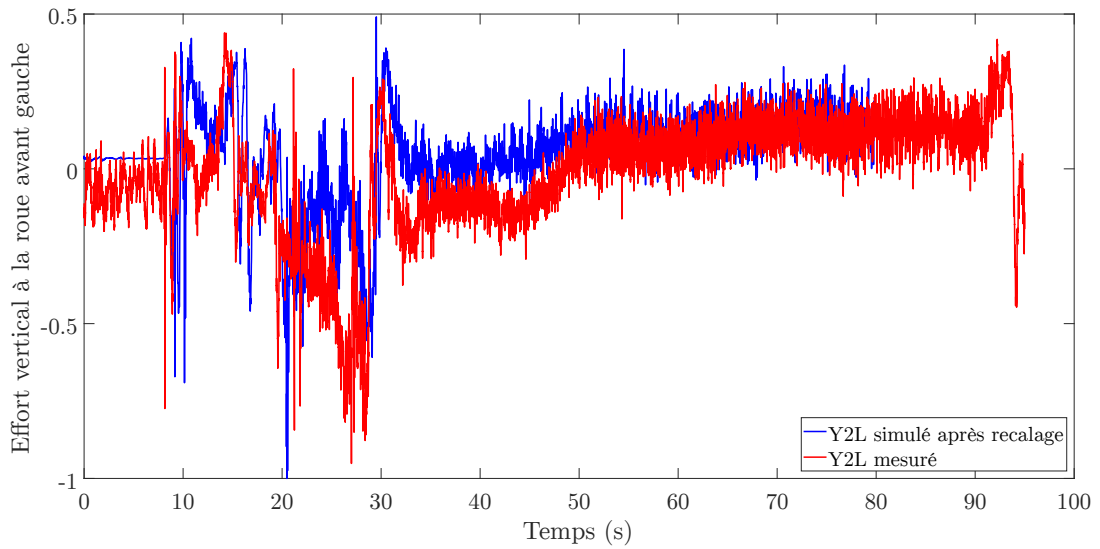
Dans un deuxième temps, la création d'un méta-modèle est effectuée avec HELIOS pour réduire de nouveau les temps de calcul. La méthode choisie pour la construction du modèle est la surface de réponse quadratique. L'espace des paramètres est maillé en 10 sous-intervalles dans l'intervalle relatif [0.5 1.5] pour chacune des deux variables, ce qui correspond à 121 échantillons de l'espace des paramètres. La sortie du modèle est évaluée pour ces 121 échantillons, puis le méta-modèle est construit à partir des résultats à ces 121 échantillons. Le modèle d'approximation obtenu a une erreur maximale de 5.9%. Il est donc validé.

Enfin, le recalage est effectué, toujours avec l'outil métier, en minimisant la somme des valeurs absolues des écarts entre essais et simulation pour toutes les sorties. On cherche donc à diminuer l'écart global du modèle avec les essais. Le minimum est trouvé pour des variables égales à 0.5 fois leur valeur nominale, donc à la limite de leur domaine de variation. Le critère à minimiser passe alors de 240.9 à 170.4, soit une diminution de presque 30%. Les valeurs des erreurs sur efforts latéraux obtenues avec le modèle SIMPACK recalé sont disponibles [Tableau V.1](#). On constate que la valeur absolue de l'écart a diminué pour Y2L après le recalage au détriment des autres efforts latéraux pour lesquels l'écart a augmenté. En ce qui concerne les sorties non-utilisées pour le recalage, les erreurs sur les efforts verticaux ont été très faiblement modifiées par le changement des paramètres. L'erreur par rapport aux essais reste inférieure à 5% car les paramètres recalés ont peu d'influence sur ces sorties. Le coefficient de frottement, qui dépend de Y1L et Q1L, a une erreur qui a augmenté de manière similaire à celle de l'effort latéral Y1L étant donné que l'erreur sur la sortie Q1L n'a pas été modifiée. Le modèle recalé est ainsi un compromis entre les écarts des différentes sorties. Une comparaison visuelle des efforts au cours du temps a de nouveau été réalisée. La [Figure V.5a](#) montre en ordonnée l'effort vertical mesuré à la roue avant gauche en rouge et celui recalé en bleu au cours du temps, placé en abscisse. La [Figure V.5b](#) compare les efforts verticaux mesuré en rouge et recalé en bleu de la roue arrière gauche toujours en fonction du temps. En comparant ces figures respectivement aux [Figure V.4a](#) et [Figure V.4b](#), on remarque que l'évolution temporelle de la sortie Q1L est similaire pour les modèles nominal et recalé alors que l'évolution temporelle de la sortie Y2L est plus proche des essais avec le modèle recalé qu'avec le modèle nominal en gardant cependant un écart encore important avec le signal expérimental.

Cet exemple d'utilisation de l'outil métier a permis de montrer une partie des fonctionnalités d'HELIOS pour la conception des véhicules ferroviaires. L'outil doit accueillir à terme les méthodes développées dans ce manuscrit. Des exemples d'ap-



(a) Effort vertical à la roue avant gauche (Q1L), courbes mesurée et recalée



(b) Effort latéral à la roue arrière gauche (Y2L), courbes mesurée et recalée

FIGURE V.5 – Comparaison des efforts simulés et expérimentaux au cours du temps après recalage

plication de ces méthodes, réalisés en partie avec l'outil métier, sont décrits dans les sections suivantes.

## V.3 RÉDUCTION DE L'ESPACE DES PARAMÈTRES DE CONCEPTION

Le [chapitre III](#) présente deux méthodes de réduction du coût de l'analyse de sensibilité. La première méthode consiste à évaluer les composants influents d'un système à partir d'indices temporels de sensibilité basés sur les variations d'énergie dans les composants. La deuxième méthode développée propose de remplacer les coûteuses évaluations temporelles du modèle lors d'une analyse de sensibilité classique par des analyses plus rapides mettant en jeu un comportement similaire du véhicule. Pour les analyses moins coûteuses, le choix s'est porté sur un ensemble d'analyses modales en plusieurs points de linéarisation. Chacune de ces deux méthodes a été appliquée dans un premier temps à un exemple académique [chapitre III](#). Dans cette section, elles sont appliquées à un exemple industriel de véhicule ferroviaire. Une première partie décrit l'exemple industriel utilisé. La partie suivante présente l'application d'une méthode classique d'analyse de sensibilité au modèle ferroviaire et illustre les difficultés liées à cette analyse. Les deux sections suivantes appliquent successivement les deux méthodes d'analyse de sensibilité présentées dans le [chapitre III](#) au modèle ferroviaire étudié.

### V.3.1 Modèle ferroviaire utilisé

Le véhicule ferroviaire étudié (voir [Figure V.6](#)) est un train à grande vitesse composé d'une seule voiture passager avec deux bogies inter-caisse ayant deux essieux chacun. Le véhicule possède deux étages de suspension. Les deux bogies ont des types de composants de suspension identiques, dont la majorité ont des paramètres égaux. De plus, les composants présents en plusieurs exemplaires sur un même bogie ont des paramètres identiques. Avec ces considérations, le modèle du véhicule comprend 91 paramètres indépendants représentant les propriétés des éléments de liaison de la suspension. Certaines caractéristiques sont non-linéaires. On peut ajouter à ces paramètres les masses et inerties des corps solides. Les notations utilisées pour les entrées du modèle sont décrites page [ix](#).

On cherche à étudier l'influence des paramètres de suspension sur la vitesse limite de stabilité du véhicule. Pour calculer cette vitesse, on utilise le scénario de simulation décrit ci-après. La voie, droite, est considérée comme parfaite, à l'exception d'un défaut latéral placé peu après le début de la voie. Ce défaut permet de rendre un véhicule instable s'il roule à une vitesse suffisante, qui dépend du véhicule. Le train effectue alors des mouvements de lacet cinématique (voir la

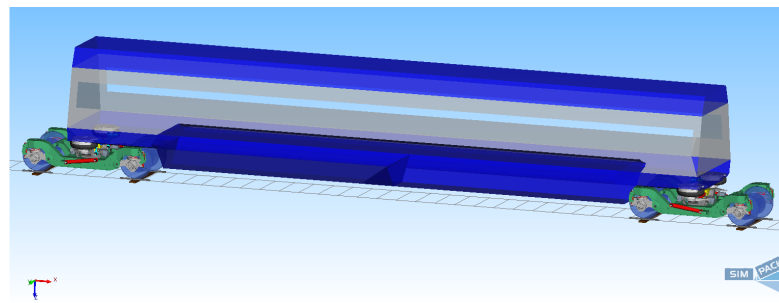


FIGURE V.6 – Capture d’écran du modèle ferroviaire utilisé pour l’application industrielle des méthodes d’analyse de sensibilité

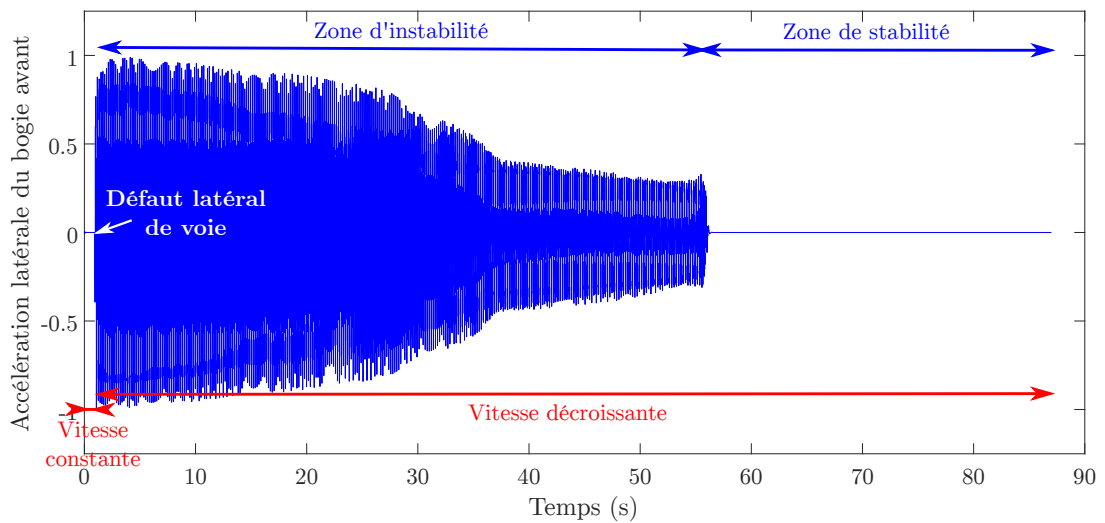


FIGURE V.7 – Accélération latérale du bogie avant du véhicule ferroviaire au cours d’un calcul de vitesse limite de stabilité

section II.1.3) sur une certaine distance. Le véhicule circule au début de la voie à une vitesse constante où on estime qu’il peut facilement devenir instable. Une fois le défaut de voie passé, cette vitesse est diminuée linéairement au cours de la simulation. Passée une certaine vitesse, le véhicule redevient stable. Cette vitesse est alors considérée comme étant la vitesse limite de stabilité. La simulation s’arrête au bout de 87 s, durée considérée comme suffisante pour que le train se soit stabilisé avant la fin du calcul dans la configuration nominale des paramètres de suspension et avec la décélération choisie. L’observation du comportement latéral en accélération du bogie avant du véhicule représenté Figure V.7 permet de visualiser le scénario de simulation. En effet, de fortes oscillations de l’accélération apparaissent une fois le défaut de voie passé, le véhicule étant alors instable. Elles diminuent ensuite en amplitude avec la réduction de la vitesse, puis disparaissent une fois la vitesse limite de stabilité dépassée, le véhicule étant alors à nouveau stable. Sur la figure, l’accélération a été normalisée par sa valeur maximum.

Dans cette configuration, une intégration temporelle dure en moyenne 1 h et 20 min en temps processeur sous SIMPACK (CPU Time en anglais) avec l'ordinateur de bureau utilisé. Ce temps CPU, enregistré dans le journal du calcul d'intégration, comprend la durée utilisée pour l'intégration temporelle et l'écriture des fichiers de résultats intermédiaires au cours de l'intégration. Les temps de calcul varient évidemment beaucoup avec les outils informatiques utilisés. Ils sont donc donnés à titre indicatif pour essayer de comparer les temps de calcul des différentes méthodes d'analyse de sensibilité.

#### V.3.2 Analyse de sensibilité classique

On cherche à comprendre l'influence des paramètres des éléments de liaison des suspensions sur la vitesse limite du véhicule. Cela permettrait ainsi de réduire le nombre de paramètres à prendre en compte pour de futures études numériques aux seuls paramètres influents. La solution classique pour ce problème est l'analyse de sensibilité, cependant les méthodes d'analyse de sensibilité classiques sont difficiles à appliquer pour les modèles non-linéaires ayant de nombreux paramètres. Cette section montre les difficultés liées aux méthodes d'analyse de sensibilité classiques sur un modèle ferroviaire avec un grand nombre de paramètres.

On applique donc une méthode d'analyse de sensibilité issue de l'état de l'art à notre problème. Une méthode dont les temps de calcul sont raisonnables pour l'industrie est celle des différences finies (voir [section III.2.1.b](#)). Elle convient pour les modèles possédant de nombreux paramètres, bien qu'elle ne soit pas adaptée aux modèles non-linéaires. Une méthode plus adaptée serait la méthode de Morris (voir [section III.2.2.b](#)), convenant aux modèles non-linéaires mais plus coûteuse en temps de calcul.

La méthode des différences finies est appliquée sur les 91 paramètres des éléments de liaison qui varient chacun à leur tour de 10% par rapport à leur valeur nominale. La variation choisie est faible par rapport à la variation possible réelle des paramètres car la méthode utilisée est une méthode locale qui permet uniquement d'avoir un premier aperçu rapide du comportement du système. On effectue donc 92 évaluations du modèle pour calculer la vitesse limite du véhicule à chaque changement de paramètre. Le temps de calcul processeur total résultant est 5 jours et 3 h. Les paramètres sont classés en fonction de leur influence, le paramètre de rang 1 ayant l'influence la plus élevée jusqu'au paramètre de rang 91 étant le moins influent. La [Figure V.8](#) représente l'influence des paramètres en abscisse, les paramètres étant en ordonnée, rangés selon leur rang. On constate qu'il existe une dizaine de paramètres ayant une influence sur la vitesse limite. Une méthode de criblage, qui sert à identifier un ensemble de paramètres beaucoup plus influents que les autres parmi les paramètres d'un modèle de très grande dimension, serait

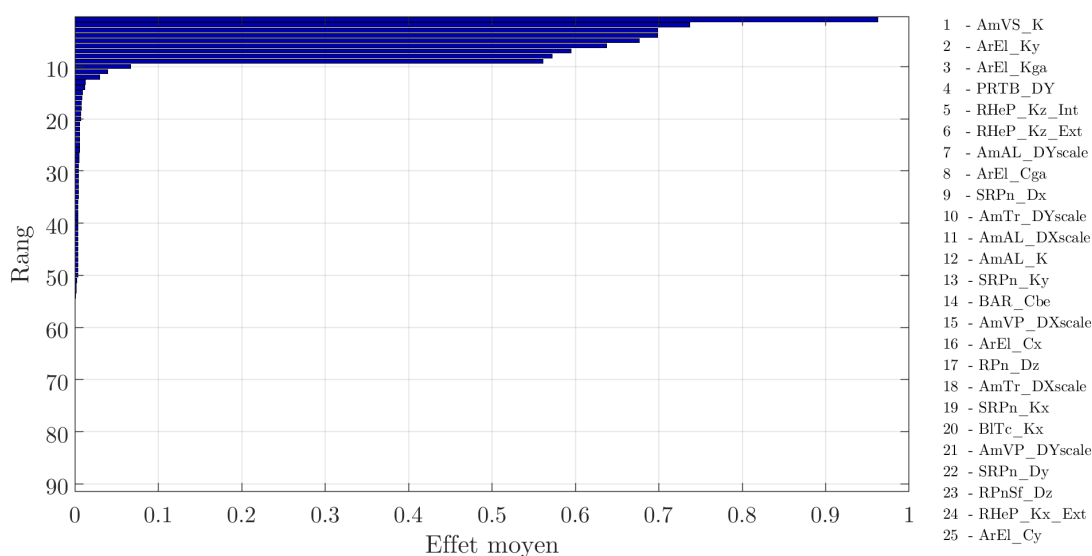


FIGURE V.8 – Influence des paramètres du modèle ferroviaire sur sa vitesse limite en fonction de leur rang avec la méthode des taux d'accroissement

donc adaptée pour réduire l'espace des paramètres et permettrait de prendre une plage de variation plus réaliste des paramètres.

Cependant, avec un modèle ayant un temps de calcul processeur moyen de 1 h et 20 min, une analyse de criblage de Morris avec seulement 10 trajectoires prendrait 51 jours et 8 h de temps processeur pour 921 évaluations du modèle. De plus, dans le cas particulier du calcul de la vitesse limite, une variation plus importante des paramètres peut nécessiter un temps de simulation plus long (supérieur à 87 s) pour laisser le temps au véhicule de se stabiliser pour les combinaisons de paramètres défavorables. Les temps de calcul seraient alors encore plus conséquents. Cet exemple illustre les difficultés à réaliser une analyse de sensibilité rapide dans un contexte industriel sur un modèle ferroviaire non-linéaire complexe, bien qu'une simulation dont les temps de calcul doivent être ajustés en fonction de l'intervalle de variation des paramètres soit un cas particulier. Les méthodes d'analyse de sensibilité développées dans le [chapitre III](#) sont donc nécessaires. Leur efficacité pour les modèles ferroviaires est vérifiée dans les sections suivantes, en comparant les résultats à ceux d'une analyse de sensibilité utilisant les méthodes classiques de l'état de l'art et à l'expérience des ingénieurs d'ALSTOM.

### V.3.3 Étude des échanges énergétiques

Les échanges d'énergie ayant lieu dans les composants du véhicule sont calculés avec la méthode présentée [section III.3](#). Ainsi, le travail élémentaire des efforts dans les ressorts et l'énergie dissipée dans les amortisseurs sont calculés entre deux instants d'intégration. On note  $E_{k_{t,j}}$  l'énergie potentielle du composant  $j$  entre

l'instant d'intégration  $t$  et l'instant d'intégration  $t + 1$ , et  $Ed_{t,j}$  l'énergie dissipée entre l'instant d'intégration  $t$  et l'instant d'intégration  $t + 1$ . On détermine alors la variation maximum d'énergie potentielle  $Sk_j = \max(Ek_{t,j}) - \min(Ek_{t,j})$  au cours du temps de chaque composant  $j$ , ainsi que la variation maximum d'énergie dissipée  $Sd_j = \max(Ed_{t,j}) - \min(Ed_{t,j})$ . Les grandeurs  $Sk_j$  et  $Sd_j$  sont considérées comme les indices de sensibilité au composant  $j$  de la sortie d'intérêt. Cette étude des variations d'énergie ne nécessite qu'une seule intégration temporelle du modèle, soit environ 1 h et 20 min de calcul SIMPACK en temps processeur pour le modèle ferroviaire étudié.

La Figure V.9 présente les 20 composants ayant l'indice  $Sk_j$  le plus élevé avec  $j = 1, \dots, 20$ . L'abscisse fournit le rang et le nom de l'élément, et l'ordonnée la variation maximale d'énergie potentielle  $Sk_j$ . Parmi les composants affichés, on élimine les traverses des rails, qui sont présentes dans les modèles SIMPACK mais qui ne font pas partie des constituants étudiés. On constate qu'il reste un seul élément, le soufflet des 4 ressorts pneumatiques, qui subit une variation d'énergie potentielle importante. Les autres composants ont tous au minimum une variation maximale d'énergie 3 fois plus faible, c'est à dire que pour tous les autres constituants  $\frac{Sk_j}{\max_j(Sk_j)} < 3$ . On fixe arbitrairement cette limite pour déterminer les éléments influents dans le cas de notre exemple. La limite choisie est représentée par une ligne horizontale sur la Figure V.9. On constate également que l'indice  $Sk_j$  peut chuter brutalement entre deux composants de rang consécutif, permettant de séparer visuellement les composants en groupes d'éléments influents. On distingue 2 principaux groupes pour les 20 premiers constituants obtenus avec les variations d'énergie potentielle.

La Figure V.10 fournit la liste des 20 composants ayant une variation maximale d'énergie dissipée  $Sd_j$  la plus importante. L'abscisse est identique à celle de la Figure V.9, et l'ordonnée donne la variation maximale d'énergie dissipée  $Sd_j$ . La droite horizontale donne la valeur du maximum de variation maximale d'énergie dissipée divisé par un facteur 3 :  $\frac{Sd_j}{\max_j(Sd_j)} < 3$ . Cette valeur est considérée à nouveau comme la limite entre les composants influents et les composants négligeables. Des chutes brutales de l'indice  $Sd_j$  aident à définir trois groupes d'éléments influents qui réunissent des constituants d'indice proche. L'analyse retourne 3 éléments de liaison ayant des variations maximales d'énergie dissipée supérieure à la limite fixée :

- le soufflet des ressorts pneumatiques ;
- l'articulation élastique de certaines boîtes d'essieu ;
- l'amortisseur anti-lacet.

L'articulation élastique et l'amortisseur anti-lacet ont une énergie dissipée au maximum 3 fois plus faible que le composant ayant la variation maximale d'énergie la plus importante, ie. le soufflet des ressorts pneumatiques. Certaines articulations élastiques ont un indice  $Sd_j$  inférieur à la limite mais restent proches de cette limite et font partie d'un groupe de paramètres qui est positionné de part et d'autre de

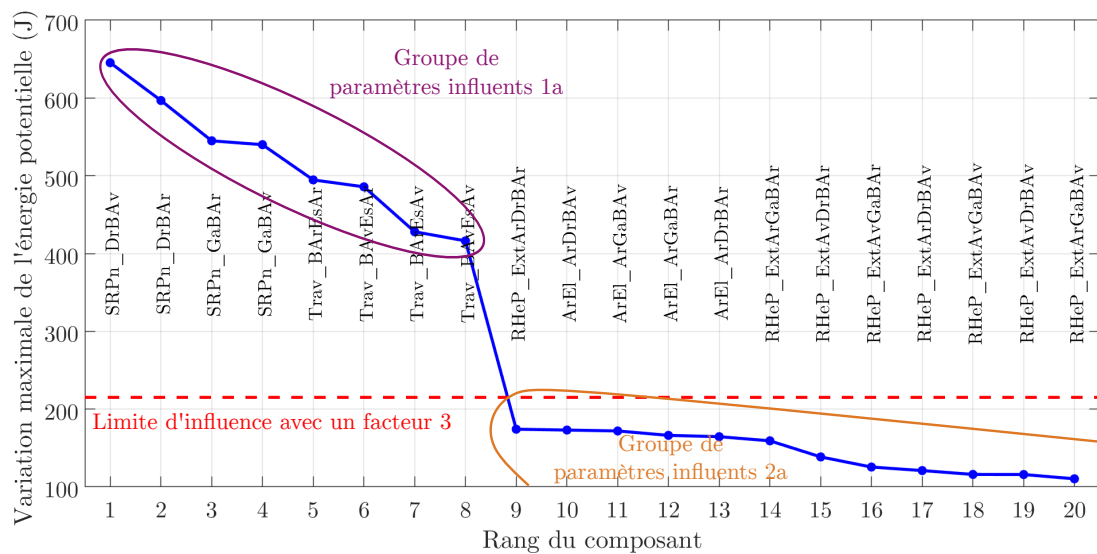


FIGURE V.9 – Variation maximale de l'énergie potentielle en fonction du rang des composants

la limite. On peut s'interroger sur la valeur de la limite ou sur le critère d'appartenance choisis. Cette problématique est à nouveau abordée à la fin de la section. Les autres composants ont une variation d'énergie bien inférieure à la limite fixée et ne sont donc pas retenus comme composants influents.

Parmi les composants sélectionnés avec la méthode énergétique, on retrouve des éléments dont les paramètres sont considérés comme influents par les ingénieurs d'ALSTOM : l'articulation élastique et l'amortisseur anti-lacet. La méthode semble donc permettre d'affiner avec un coût très faible le nombre de composants dont les paramètres sont à conserver pour les analyses de sensibilité, à condition de savoir déterminer la limite de sensibilité. Avec les trois constituants sélectionnés, l'utilisation de cette étude énergétique pourrait limiter à 23 le nombre de paramètres à garder pour des analyses de sensibilité plus précises, soit une division du nombre de paramètres par un facteur proche de 4. On s'interroge cependant également sur l'influence de la valeur nominale des paramètres de conception sur les résultats.

Pour répondre à cette interrogation, on réalise une analyse de Monte-Carlo de 50 échantillons. Les échantillons sont sélectionnés avec la méthode d'échantillonnage latin hypercube dans un espace où les paramètres peuvent varier de 30%. Des intégrations temporelles lancées à chaque point de conception permettent de calculer les variations maximales d'énergie et de classer les composants pour chaque échantillon.

On s'intéresse dans un premier temps à l'évolution du classement des composants en fonction du point de conception. Pour résumer cette évolution, une représentation des résultats de l'analyse de Monte-Carlo sous forme de boîtes à

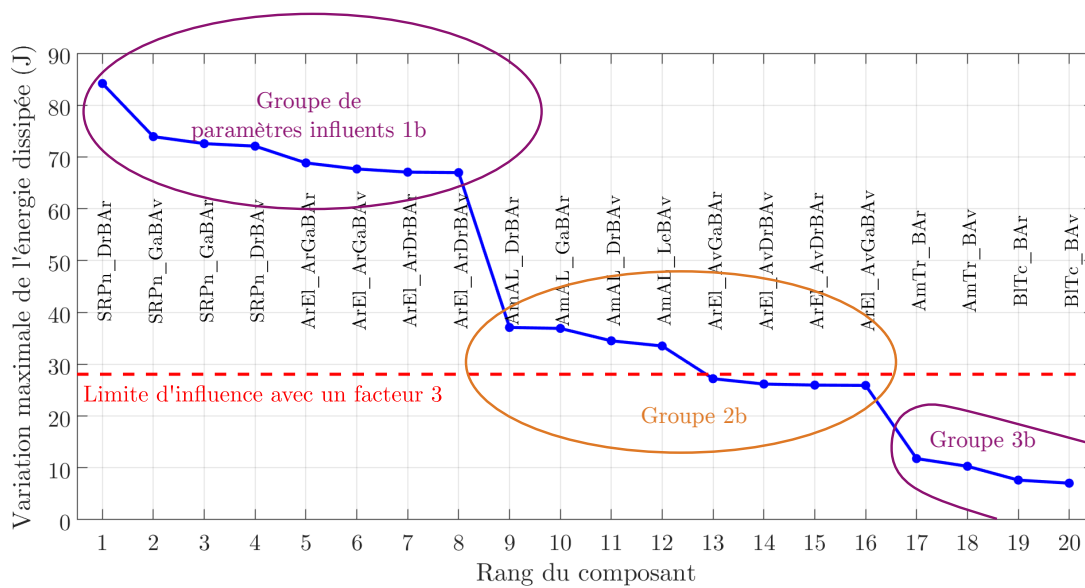


FIGURE V.10 – Variation maximale de l'énergie dissipée en fonction du rang des composants

moustaches sur la Figure V.11 pour l'énergie potentielle et sur la Figure V.12 pour l'énergie dissipée a été utilisée. Chaque boîte contient des informations statistiques sur les valeurs du rang d'un composant :

- Le trait rouge central indique la valeur médiane des rangs obtenus.
- Le coté inférieur de la boîte indique le 75ème centile des valeurs de rang.
- Le coté supérieur de la boîte indique le 25ème centile des valeurs de rang.
- Les traits en pointillés s'étendent jusqu'aux valeurs extrêmes obtenues.
- Les croix rouges représentent des valeurs extrêmes considérées comme aberrantes.
- Les points verts reliés par des traits en pointillés matérialisent le rang nominal des composants.

Pour des raisons de lisibilité, les résultats de seulement 50 composants ont été tracés. Les composants sélectionnés sont les 50 éléments les plus influents obtenus avec le calcul énergétique nominal. On constate que le classement des constituants n'est pas constant en fonction des points de conception, cependant la variation du rang des composants semble limitée à une plage de valeurs restreinte. Les premiers composants influents échangent leur rang entre eux au cours de l'analyse, et les composants peu influents gardent aussi un rang similaire bien que variable. On distingue donc des groupes de constituants influents, qui sont assez proches des groupes trouvés avec l'analyse nominale, surtout pour l'étude de l'énergie dissipée. La sélection des éléments considérés comme influents peut ainsi s'effectuer en sélectionnant les groupes de composants ayant une variation maximum d'énergie importante, c'est à dire supérieure à la limite fixée, ainsi que les composants ayant une variation maximum d'énergie du même ordre de grandeur que le dernier paramètre sélectionné. Si un paramètre non sélectionné avec le critère de la limite

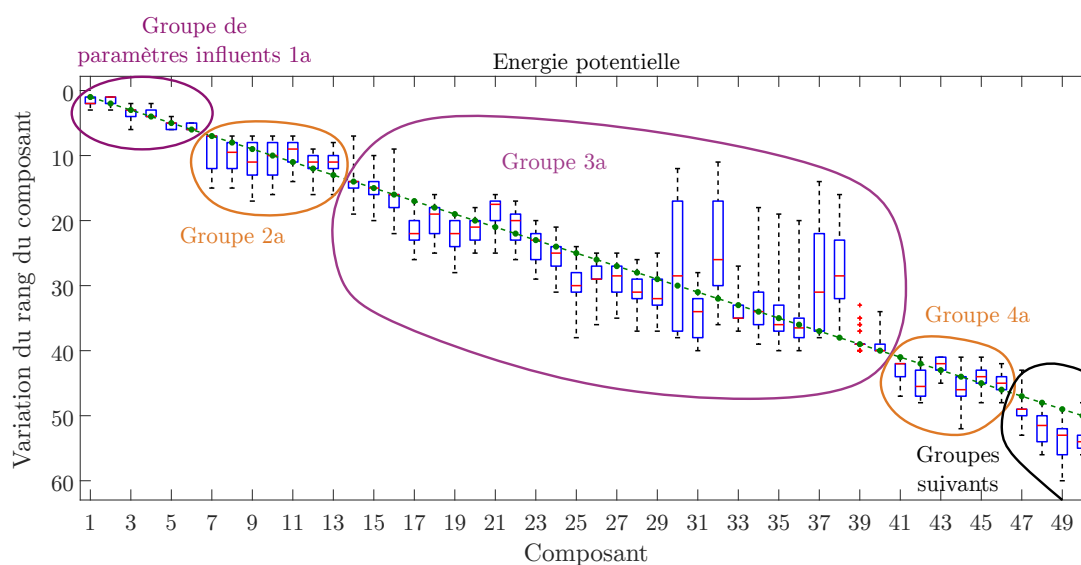


FIGURE V.11 – Évolution du rang des composants initialement influents selon l'énergie potentielle au cours d'une analyse Monte-Carlo

est compris dans un groupe de paramètres contenant un paramètre retenu comme influent, le paramètre non sélectionné peut être ajouté à la liste des paramètres à étudier. La limite d'influence calculée avec un facteur ne doit donc pas être stricte. Par exemple, pour le véhicule ferroviaire étudié, il faudrait prendre en compte tous les paramètres du groupe 2b, c'est à dire ajouter les composants de rang 13 à 16 sur la Figure V.10. En ce qui concerne la valeur de la limite choisie, on peut proposer de la sélectionner en fonction du temps disponible pour l'analyse de sensibilité suivante, ie. du nombre de paramètres que l'on peut se permettre de garder pour la prochaine analyse de criblage. Cependant, cette solution réduit la fiabilité des résultats.

Dans un deuxième temps, le pourcentage des cas du tirage Monte-Carlo dans lesquels chaque paramètre a été sélectionné comme influent a été calculé en fixant la limite entre les paramètres influents et non influents à  $1/3$ . Les résultats sont regroupés Tableau V.2 pour les 20 premiers composants obtenus avec l'étude énergétique nominale. Avec l'énergie potentielle, 4 composants avaient été retenus suite à la suppression des traverses. Les pourcentages de sélection des composants à partir du calcul de l'énergie potentielle Tableau V.2a indiquent que ces 4 composants ont été retenus comme influents pour tous les échantillons. Les résultats de la sélection sont donc très stables. De plus, tous les paramètres situés initialement sous la limite de sélection, ie. à partir du rang 9, ont un pourcentage de sélection faible, inférieur ou égal à 50%. De même, les pourcentages de sélections obtenus avec l'énergie dissipée Tableau V.2b montrent que les paramètres de rang 1 à 16 retenus initialement ont tous un pourcentage de sélection important, soit supérieur à 50%. Les autres paramètres ont sans exception un pourcentage de sélection nul. Le

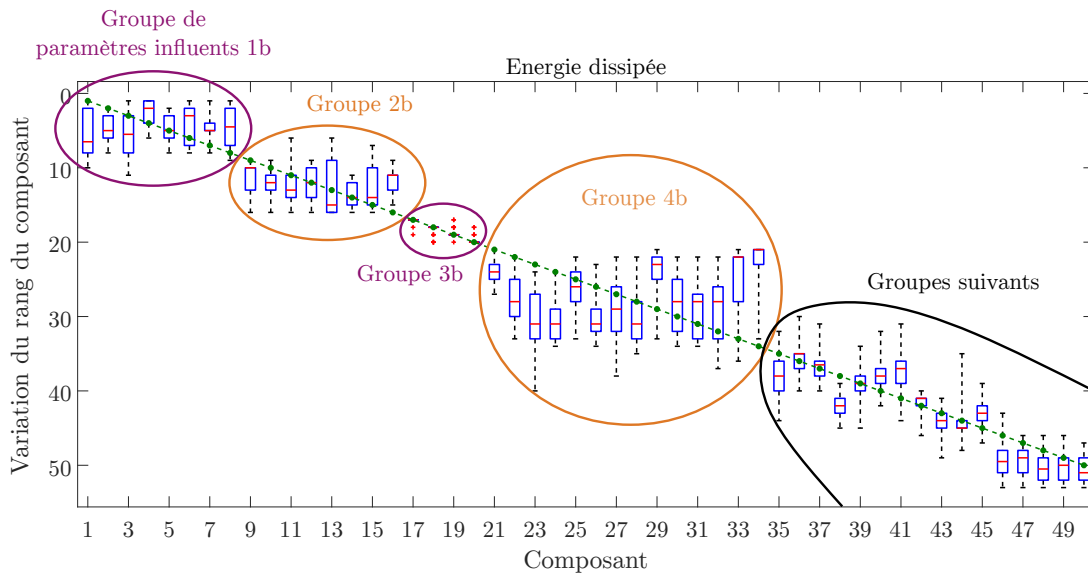


FIGURE V.12 – Évolution du rang des composants initialement influents selon l'énergie dissipée au cours d'une analyse Monte-Carlo

Énergie potentielle	Rang nominal du composant																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Cas où le composant est considéré influent	100%	100%	100%	100%	100%	100%	60%	28%	16%	50%	46%	34%	34%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%

(a) Pour l'énergie potentielle

Énergie dissipée	Rang nominal du composant																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Cas où le composant est considéré influent	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	92%	84%	72%	88%	60%	62%	68%	92%	0%	0%	0%	0%

(b) Pour l'énergie dissipée

TABLE V.2 – Pourcentage des tirages Monte-Carlo dans lesquels les composants de véhicule ferroviaire ont été retenus comme influents

choix du point nominal de conception d'un modèle avec de nombreux paramètres a donc moins d'influence sur les paramètres sélectionnés que pour un modèle ayant peu de paramètres. Un risque d'erreur persiste toutefois.

L'étude des échanges énergétiques permet ainsi de faire un premier tri parmi les composants à sélectionner pour les analyses de sensibilité plus précises, malgré un choix arbitraire de la limite de sélection des paramètres influents. De plus, le temps de calcul des indices énergétiques est très court : une seule intégration temporelle suffit pour avoir des résultats relativement fiables. La principale limite de la méthode est qu'elle ne permet pas de déterminer le(s) paramètre(s) du composant influent qui a(ont) le plus d'effet sur la sortie d'intérêt. Elle possède également un deuxième inconvénient : la détermination de l'influence des paramètres de masse et d'inertie n'est pas possible.

### V.3.4 Analyse de sensibilité linéaire équivalente

Suite à la première réduction de l'espace des paramètres grâce aux indices énergétiques, la diminution du nombre de paramètres peut être poursuivie avec l'utilisation de la méthode d'analyse de sensibilité par analyses équivalentes décrite [section III.4](#). Se pose à nouveau la question du choix des analyses de remplacement pour des modèles fortement non-linéaires comme ceux des véhicules ferroviaires. Deux stratégies ont été envisagées pour l'application industrielle.

L'une des stratégies consistait à remplacer les intégrations temporelles non-linéaires par des intégrations temporelles du système linéarisé en plusieurs points de linéarisation et excité par une impulsion latérale au niveau des essieux. Cette solution éviterait d'avoir à apparier les modes du système, et permettrait d'isoler facilement le comportement latéral du véhicule. Cependant, les intégrations temporelles ne sont pas disponibles après une linéarisation du système sous SIMPACK. Seuls des analyses fréquentielles sont disponibles, telles que des fonctions de transfert ou des analyses modales.

L'autre stratégie est celle développée [chapitre III](#) sur l'exemple académique avec des analyses modales à différents points de linéarisation et des facteurs de participation modaux pour remplacer les intégrations temporelles et la vitesse limite. Or, le facteur de participation modale utilise la matrice de masse modale qui n'est pas disponible dans les sorties SIMPACK. De plus, la normalisation des modes dans SIMPACK, non modifiable, n'est pas effectuée par rapport à la matrice masse du système. Cette matrice masse est également difficilement accessible pour les modèles ALSTOM, le calcul modal ne peut donc pas être effectué en dehors de SIMPACK.

Les deux stratégies envisagées pour gagner en temps de calcul sont donc limitées par les possibilités techniques offertes par le logiciel utilisé par ALSTOM, des données étant manquantes pour les deux cas de figure. Le choix de la stratégie adoptée pour les modèles non-linéaires s'est portée sur la méthode avec les analyses modales et un changement de sortie modale étudiée. Cela permet de profiter de l'expérience acquise sur le système académique et de garder une cohérence entre les applications. Cette méthode nécessite donc de sélectionner des points de linéarisation, des modes et des grandeurs modales à étudier. Elle a été appliquée sur le véhicule décrit [section V.3.1](#). Pour s'assurer de son efficacité, ses résultats ont été comparés aux résultats d'une analyse de Morris classique, qui sont considérés comme les résultats de référence. Les 23 paramètres issus de l'étude énergétique comportent une caractéristique qui est modifiée avec les méthodes Xscale et Yscale. Seule la modification en Yscale a été conservée. La comparaison a donc été effectuée sur les 22 paramètres résumés [Tableau V.3](#).

Ainsi, cette section commence par une analyse de sensibilité de Morris classique de 22 paramètres sur la vitesse limite du modèle ferroviaire étudié. La section continue avec l'application de la méthode par analyses linéaires équivalentes : elle présente la méthode de choix des points de linéarisation et aborde la sélection des modes participant le plus à la réponse temporelle du véhicule, ainsi que le choix de la grandeur modale représentant le comportement temporel du véhicule. Enfin,

Paramètres	Notation	Plage de variation
Raideur longitudinale des ressorts pneumatique	SRPn_Kx	[0.8 1.2]
Raideur latérale des ressorts pneumatiques	SRPn_Ky	[0.8 1.2]
Raideur verticale des ressorts pneumatiques	SRPn_Kz	[0.8 1.2]
Raideur autour de z des ressorts pneumatiques	SRPn_Kga	[0.8 1.2]
Amortissement longitudinal des ressorts pneumatiques	SRPn_Dx	[0.8 1.2]
Amortissement latéral des ressorts pneumatiques	SRPn_Dy	[0.8 1.2]
Amortissement vertical des ressorts pneumatiques	SRPn_Dz	[0.8 1.2]
Amortissement autour de z des ressorts pneumatiques	SRPn_Dga	[0.8 1.2]
Raideur des amortisseurs anti-lacet	AmAL_K	[0.8 1.2]
Amortissement des anti-lacet en Yscale	AmAL_DYscale	[0.8 1.2]
Raideur longitudinale des articulations élastiques	ArEl_Kx	[0.8 1.2]
Raideur latérale des articulations élastiques	ArEl_Ky	[0.8 1.2]
Raideur verticale des articulations élastiques	ArEl_Kz	[0.8 1.2]
Raideur autour de x des articulations élastiques	ArEl_Kal	[0.8 1.2]
Raideur autour de y des articulations élastiques	ArEl_Kbe	[0.8 1.2]
Raideur autour de z des articulations élastiques	ArEl_Kga	[0.8 1.2]
Amortissement longitudinal des articulations élastiques	ArEl_Dx	[0.8 1.2]
Amortissement latéral des articulations élastiques	ArEl_Dy	[0.8 1.2]
Amortissement vertical des articulations élastiques	ArEl_Dz	[0.8 1.2]
Amortissement autour de x des articulations élastiques	ArEl_Dal	[0.8 1.2]
Amortissement autour de y des articulations élastiques	ArEl_Dbe	[0.8 1.2]
Amortissement autour de z des articulations élastiques	ArEl_Dga	[0.8 1.2]

TABLE V.3 – Paramètres de l'analyse de sensibilité et leur intervalle de variation

la dernière partie compare les résultats de la méthode développée à ceux de la méthode de Morris classique.

#### V.3.4.a Analyse de sensibilité de référence

L'analyse de Morris de référence comporte 10 trajectoires et 4 niveaux par paramètre. Le nombre de trajectoires est faible, mais il permet de limiter les temps de calcul. L'analyse a nécessité 231 évaluations du modèle pour un temps processeur de 11 jours et 10 h.

Les résultats de l'analyse sont présentés Figure V.13. Le graphe indique en ordonnée l'effet des 22 paramètres, classés en abscisse selon leur influence, sur la vitesse limite du véhicule. On constate une forte influence de l'amortissement de l'amortisseur anti-lacet modifié avec la méthode Yscale et de la raideur de l'amortisseur anti-lacet. L'effet des autres paramètres est inférieur au moins d'un rapport 3. On les considère comme négligeables par rapport aux 2 paramètres les plus influents.

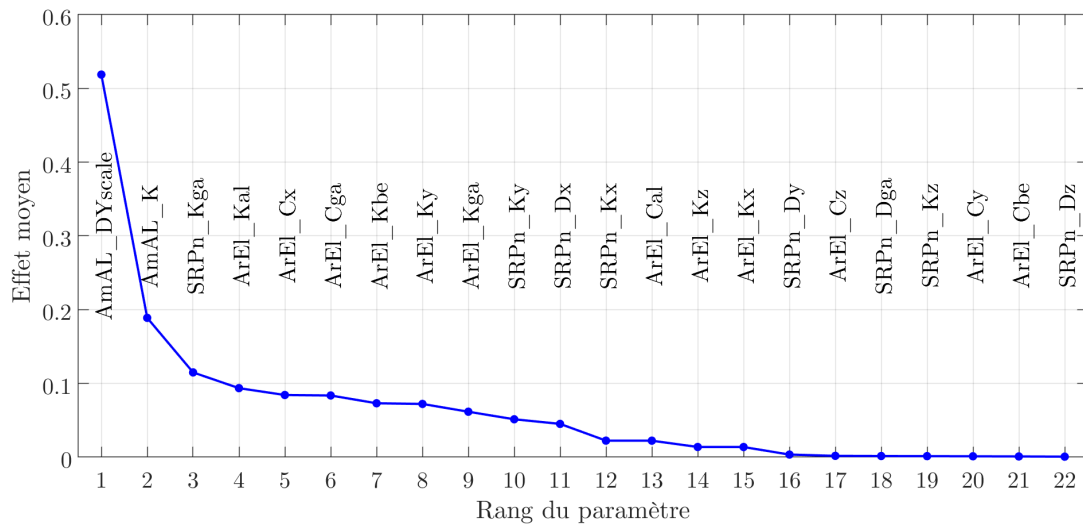


FIGURE V.13 – Effets de référence des 22 paramètres sélectionnés sur la vitesse limite calculés avec la méthode de Morris

#### V.3.4.b Sélection des points de linéarisation

On cherche maintenant à appliquer la méthode d'analyse de sensibilité par analyses équivalentes au véhicule ferroviaire avec comme calculs de remplacement des analyses modales. Il faut donc choisir les points de linéarisation, définir les modes observés ainsi que la(les) grandeur(s) modale(s) étudiée(s).

Pour rappel, un point de linéarisation est un vecteur des états (déplacement et vitesse aux bornes des composants) autour desquels les caractéristiques non-linéaires des composants vont être linéarisées. Le choix des points de linéarisation est plus compliqué pour l'exemple industriel ferroviaire que pour l'exemple académique présenté [section III.4](#). Pour l'exemple académique de l'oscillateur de Duffing, les points de linéarisation étaient des échantillons de la distribution des déplacements du degré de liberté  $x_1$ . La distribution des déplacements avait été obtenue à partir d'un calcul temporel nominal. Le modèle ferroviaire a quant à lui plusieurs paramètres non-linéaires, et des corrélations sont possibles entre les états aux bornes des différents composants. Les points de linéarisation ne doivent donc pas être choisis par une sélection d'échantillons indépendants dans chaque densité de probabilité des états. Ils doivent être sélectionnés parmi les combinaisons d'états possibles. Il a donc été choisi de prendre des points de linéarisation parmi les vecteurs solutions de l'intégration temporelle nominale aux différents instants de temps. L'exemple d'application possède 17401 points d'intégration donc 17401 points de linéarisation potentiels.

La solution choisie pour effectuer cette sélection est de comparer tous les vecteurs d'état entre eux avec une norme, puis de construire une base réduite de points de linéarisation avec les vecteurs les plus éloignés. Cette base serait alors une représentation de tous les états possibles du système et aurait éliminé les états

similaires (vecteurs d'état proches). Pour illustrer cette solution, un exemple en deux dimensions est proposé Figure V.14 avec 5 vecteurs. Chaque vecteur d'état constitue un point de linéarisation potentiel représenté par un point noir dans l'espace à deux dimensions. On choisit arbitrairement le 1er vecteur comme 1er point de la base de points de linéarisation. Il est représenté par un point rouge sur le schéma. On calcule alors les distances de tous les autres points à ce premier point de la base, distances représentées par des traits rouges en pointillés. Le vecteur ayant la distance maximale au premier point de la base, le vecteur V4, représenté par un point bleu sur la droite de la Figure, est ajouté à la base, dès lors constituée de deux points de linéarisation. Il reste trois vecteurs à classer (V2, V3 et V5). Pour la deuxième étape, on garde en mémoire la distance de ces vecteurs restant avec le premier point de la base, et on calcule leur distance au deuxième point de la base. Ces distances sont représentées par des traits pointillés bleus sur la partie droite de la Figure V.14. On constate que les vecteurs V2 et V5 sont les vecteurs les plus éloignés respectivement du deuxième et du premier point de la base, mais qu'ils sont aussi respectivement les plus proches du premier et du deuxième point de la base. La distance de chaque vecteur à la base est alors considérée comme étant la plus petite distance parmi la distance entre le vecteur et le premier point de la base, et la distance entre le vecteur et le deuxième point de la base. Pour le vecteur V2, la distance du vecteur à la base est égale à la distance du vecteur au premier point de la base ; pour le vecteur V5, la distance du vecteur à la base est égale à la distance du vecteur au deuxième point de la base ; et pour le vecteur V3, la distance du vecteur à la base est égale à la distance du vecteur au premier point de la base. Une fois la distance de chaque vecteur à la base calculée, on ajoute à la base le vecteur ayant la plus grande distance à la base, soit le vecteur V3, représenté par un point vert sur la partie droite de la Figure.

L'algorithme utilisé pour construire la base de vecteurs dans un cas général est le suivant :

1. Le premier vecteur  $V_{t1}$  de la réponse temporelle  $V = (V_{t1}, V_{t2}, \dots, V_{t17401})$  du véhicule est ajouté à la base  $B$  initialement vide des points de linéarisation. La base des points de linéarisation est alors composée de ce seul vecteur  $B = B_1 = V_{t1}$ , où  $B_1$  est la notation utilisée pour désigner le premier vecteur de la base ;
2. La base  $B$  contenant  $nb$  points de linéarisation est comparée à tous les vecteurs de la réponse temporelle. Cette comparaison est effectuée en calculant la distance euclidienne  $d(B_i, V_{tj})$  de chaque vecteur  $B_i$  d'indice  $i = 1, \dots, nb$  de la base à chaque vecteur  $V_{tj}$  d'indice  $j = 1, \dots, 17401$  de la réponse temporelle  $V$  :

$$d(B_i, V_{tj}) = \frac{\|V_{tj} - B_i\|}{(\|V_{tj}\| \cdot \|B_i\|)^{1/2}} \quad (\text{V.1})$$

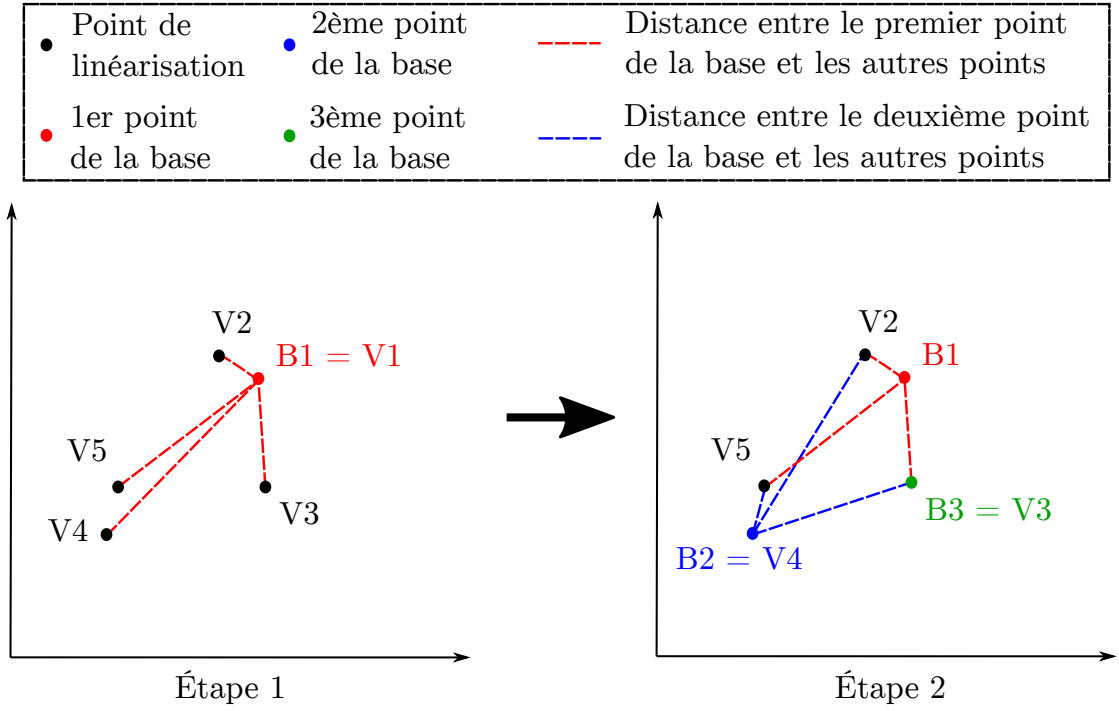


FIGURE V.14 – Schéma de la sélection des points de linéarisation pour l'analyse de sensibilité équivalente

Une matrice  $D$  regroupant toutes les distances calculées est alors obtenue :

$$D = \begin{bmatrix} d(B_1, V_{t1}) & \cdots & d(B_{nb}, V_{t1}) \\ d(B_1, V_{t2}) & \cdots & d(B_{nb}, V_{t2}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d(B_1, V_{t17401}) & \cdots & d(B_{nb}, V_{t17401}) \end{bmatrix} \quad (\text{V.2})$$

- On calcule pour tous les vecteurs de la réponse temporelle leur distance minimale  $d_{min}(B_i, V_{tj})$  aux vecteurs de la base, et on regroupe les distances minimales obtenues dans le vecteur  $D_{min}$  :

$$D_{min} = \begin{bmatrix} d_{min}(B, V_{t1}) \\ d_{min}(B, V_{t2}) \\ \vdots \\ d_{min}(B, V_{t17401}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \min_{i=1, \dots, nb} d(B_i, V_{t1}) \\ \min_{i=1, \dots, nb} d(B_i, V_{t2}) \\ \vdots \\ \min_{i=1, \dots, nb} d(B_i, V_{t17401}) \end{bmatrix} \quad (\text{V.3})$$

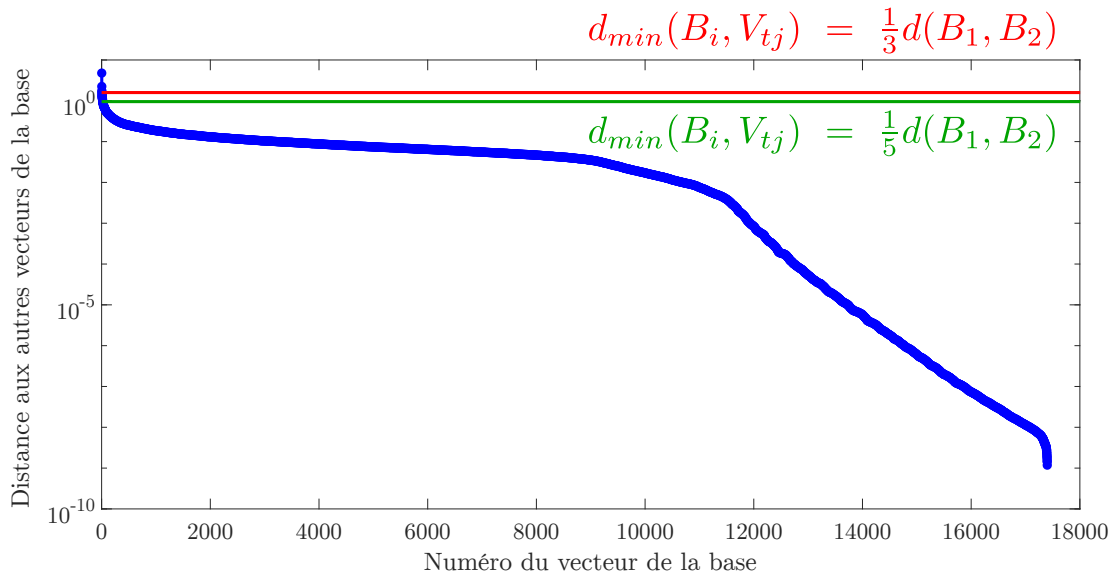
- On ajoute à la base le vecteur ayant la distance  $d_{min}$  maximale, ie  $B_{nb+1} = \{V_{tj} \mid d_{min}(B, V_{tj}) = \max(D_{min})\}$  ;
- On répète les étapes 2 à 4 jusqu'à avoir une base ordonnée contenant tous les vecteurs de la réponse temporelle. Cette base est organisée de manière à avoir des vecteurs les plus éloignés possibles des vecteurs précédents au début de la base ;

6. On trace la distance  $d_{min}$  de chaque vecteur ajouté à la base aux vecteurs déjà présents dans la base. Pour le véhicule ferroviaire d'application, ce tracé est disponible [Figure V.15a](#) avec la courbe bleue. La distance est en ordonnée alors que le numéro du vecteur de la base est en abscisse. On constate que la distance des nouveaux vecteurs ajoutés à la base diminue fortement pour l'ajout des premiers vecteurs avant d'atteindre un plateau où cette distance diminue lentement. La décroissance de la distance s'accélère à nouveau pour les 7000 derniers vecteurs. Ainsi, l'information complémentaire apportée par l'ajout de nouveaux vecteurs dans la base décroît rapidement au début puis plus lentement. Un agrandissement des résultats pour les 200 premiers vecteurs de la base est disponible [Figure V.15b](#). La décroissance initiale rapide peut permettre de sélectionner un nombre limité de points de linéarisation ;
7. La dernière étape consiste donc à tronquer la base pour réduire le nombre de points de linéarisation. Deux exemples de limite pour la sélection des points de linéarisation sont représentés sur les [Figure V.15a](#) et [Figure V.15b](#). En rouge, la limite est fixée à  $1/3$  de la distance du 2ème vecteur de la base au 1er vecteur de la base. Cette limite retourne 4 points de linéarisation. La droite verte délimite les vecteurs dont la distance est inférieure à  $1/5$  de la distance du 2ème vecteur de la base au 1er vecteur de la base de ceux dont la distance est supérieure à  $1/5$  de la distance du 2ème vecteur de la base au 1er vecteur de la base. Cette limite retourne 19 points de linéarisation représentés par des points oranges [Figure V.16](#) et tracés sur l'accélération latérale du bogie avant (en ordonnée) en fonction du temps (en abscisse) tracée en bleu. Les points de linéarisation sont répartis le long de la phase d'instabilité. On pourrait également envisager de tronquer la base en fonction du temps disponible et donc du nombre de points de linéarisation utilisables si ce critère est atteint en premier. Toutefois, cette technique est susceptible de retourner des résultats dont la précision n'est pas suffisante.

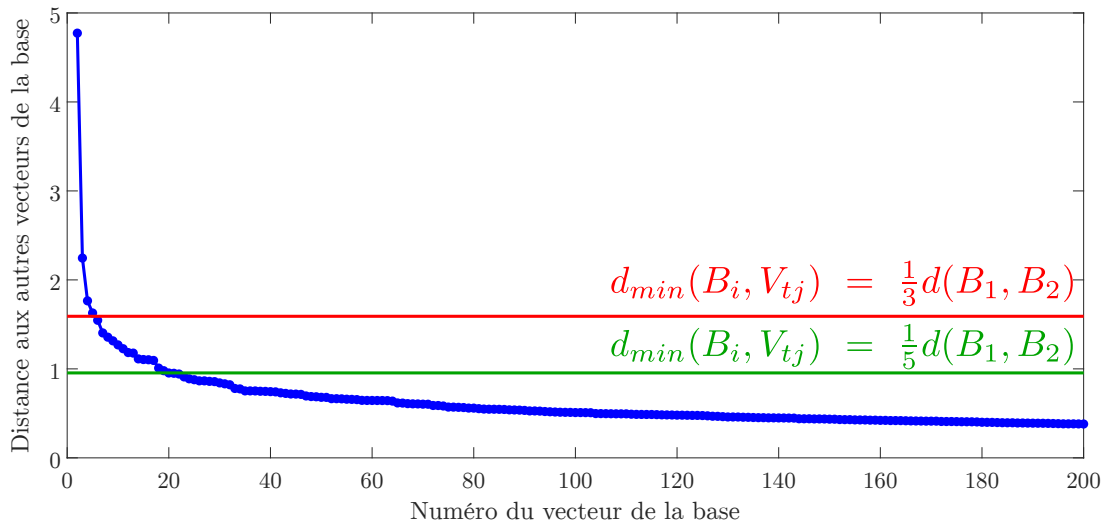
Cette méthode permet donc de sélectionner les points de linéarisation et de minimiser le nombre nécessaire de ces points, cependant les calculs qu'elle implique nécessitent un temps de calcul important. En effet, pour l'exemple d'application, l'ordonnancement des 17401 points d'intégration a coûté 6 h et 46 min. Il est possible de réduire les temps de calcul en arrêtant la construction de la base dès que la distance du vecteur ajouté est sous la limite fixée ou que le nombre de points de linéarisation maximum est atteint.

#### V.3.4.c Sélection des modes

Pour chaque point de linéarisation, SIMPACK a calculé les modes complexes du modèle linéarisé du véhicule. Le critère MPC (Modal Phase Collinearity), qui permet de déterminer la complexité d'un mode [[Heylen 98](#)], a été calculé pour chaque



(a) Pour tous les vecteurs de l'intégration temporelle



(b) Pour les 200 premiers vecteurs de la base

FIGURE V.15 – Distance (en ordonnée) des nouveaux vecteurs ajoutés à la base (en abscisse) par rapport aux vecteurs déjà présents dans la base

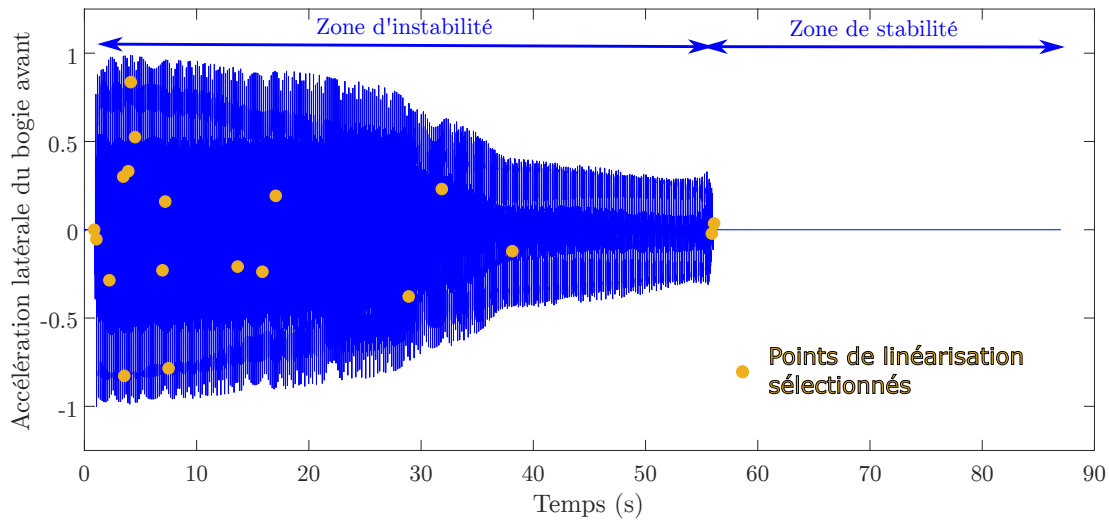


FIGURE V.16 – Représentation des 19 points de linéarisation obtenus avec l’algorithme de choix des points en orange sur l’accélération du bogie avant en fonction du temps en bleu

mode. Le MPC prend une valeur entre 0 et 100, 0 représentant un mode complexe et 100 un mode réel. L’histogramme des MPC des modes de tous les points de linéarisation a été tracé Figure V.17 avec la valeur du MPC en abscisse et l’effectif correspondant aux intervalles de valeurs en ordonnée. On constate qu’une grande partie des modes, un peu plus de la moitié, a un MPC compris entre 95 et 100, et que plus la valeur de MPC diminue, plus le nombre de modes est faible. Les modes réels ont donc été calculés puis utilisés pour la suite de l’analyse. En supprimant les modes de corps rigide et les modes sur-amortis, le nombre de modes utilisés varie entre 75 et 82 en fonction du point de linéarisation. Si on choisit d’utiliser la limite retournant 19 points de linéarisation, il faut alors calculer 1497 modes. Les modes calculés pour les véhicules ferroviaires contiennent des modes de translation, de lacet, de tangage, et de roulis des essieux, de la caisse et des bogies, ainsi que de nombreux modes locaux, pour lesquels un seul composant des suspensions vibre. Or, lorsque le véhicule est en instabilité, il subit un mouvement de lacet et de roulis. Il semble alors raisonnable d’émettre l’hypothèse que les modes ne participent pas tous à la réponse du véhicule. De plus, le temps d’enregistrement et de traitement des résultats d’une analyse augmente avec le nombre de sorties étudiées. Pour améliorer la précision des résultats et réduire leur temps de traitement, on cherche donc à limiter le nombre de modes utilisés pour l’étude. La méthode de sélection des modes envisagée est le calcul d’un indice de participation à partir de la projection de la réponse temporelle sur les bases modales. Cette méthode est présentée dans un premier paragraphe. On vérifie ensuite la validité de la projection, la validité de l’hypothèse d’un faible nombre de modes participant à la réponse, et enfin on vérifie que les modes sélectionnés avec la méthode sont cohérents avec le comportement dynamique du véhicule.

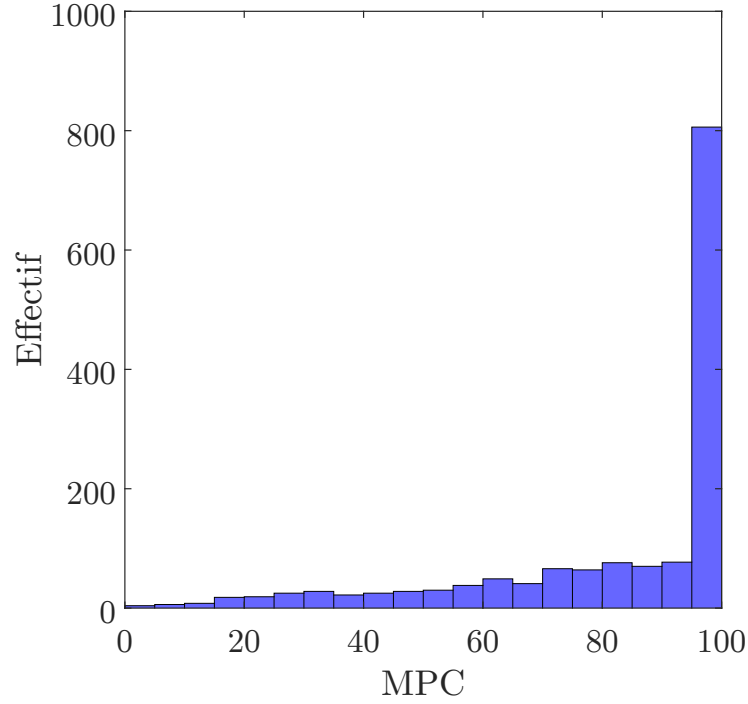


FIGURE V.17 – Histogramme du MPC des modes de tous les points de linéarisation

### Méthode de sélection des modes

La réponse temporelle locale  $U(t)$  de la structure à l'instant  $t$  est projetée sur les modes du véhicule  $\phi_{t_i}$  à chaque point de linéarisation  $t_i$  sélectionné :

$$U(t) = \phi_{t_i} Q_{t_i}(t) + \varepsilon(t), \quad t \in [t_i - \Delta t, t_i + \Delta t] \quad (\text{V.4})$$

$\varepsilon$  est l'erreur de projection.  $\Delta t$  est le demi intervalle de temps d'observation de la réponse temporelle de part et d'autre du point de linéarisation. Le signal d'accélération latérale du bogie étant proche d'un signal périodique de période environ 0.2 s, l'intervalle  $\Delta t$  a été choisi de façon à ce que la réponse temporelle locale contiennent deux ou trois périodes de ce signal soit 0.6 s. Les coordonnées modales  $Q_{t_i}$  représentent le poids des modes dans la réponse temporelle autour du point de linéarisation  $t_i$ . Les modes calculés avec SIMPACK n'étant pas normalisés, les valeurs de  $Q_{t_i}$  changent avec la normalisation des modes. La grandeur  $Q_{t_i}$  a donc été normalisée par l'amplitude de la réponse temporelle pour déterminer la participation des modes à cette réponse indépendamment de la normalisation choisie pour les modes. La normalisation du poids des modes procure l'indice de participation suivant pour chaque mode :

$$I_p(t) = \frac{\|\phi_{t_i} Q_{t_i}(t)\|}{\|U(t_i - \Delta t, t_i + \Delta t)\|} \quad (\text{V.5})$$

où  $\|\cdot\|$  représente la norme Euclidienne. Cet indice varie en fonction de l'instant de temps observé. Pour avoir un unique indicateur de participation pour chaque mode, les vecteurs propres se voient attribuer comme indice de participation la valeur maximale de leur participation au cours du temps autour du point de linéarisation :

$$I_p = \max_t \left( \frac{\|\phi_{t_i} Q_{t_i}(t)\|}{\|U(t_i - \Delta t, t_i + \Delta t)\|} \right) \quad (\text{V.6})$$

Ce choix permet de prendre en compte tous les modes ayant une influence, même ponctuelle, sur la réponse temporelle. Plus l'indice  $I_p$  est élevé, plus le mode participe à la réponse dynamique du véhicule. Seuls les modes ayant une contribution à la réponse temporelle supérieure à une limite fixée sont retenus pour chaque point de linéarisation. On obtient donc une base modale réduite avec des modes obtenus à différents points de linéarisation. Cette méthode de sélection des modes a été appliquée sur le véhicule ferroviaire étudié. Elle a mené à la sélection de 350 modes. La validité de son utilisation a été vérifiée avec différentes méthodes.

### Vérifications de la validité des modes sélectionnés

Une fois la projection effectuée et les modes sélectionnés en fonction de leur indice de participation, on vérifie les résultats trouvés et les hypothèses émises.

#### 1. Vérification de la validité de la projection

Dans un premier temps, l'erreur de projection moyenne sur l'intervalle de projection a été calculée pour vérifier la validité de la projection modale. Pour 17 des points de linéarisation, l'erreur de projection est inférieure à 6%. La faible valeur de l'erreur de projection, malgré un modèle fortement non-linéaire et des modes calculés à partir du modèle linéarisé, permet de valider la projection modale. Aux deux points de linéarisation restants, l'erreur de projection, toujours relativement faible, est comprise entre 6% et 8%. Cette légère augmentation peut être due au fait que ces points de linéarisation sont proches de la transition entre la zone d'instabilité du véhicule et la zone de stabilité. On considère que la projection demeure valide ;

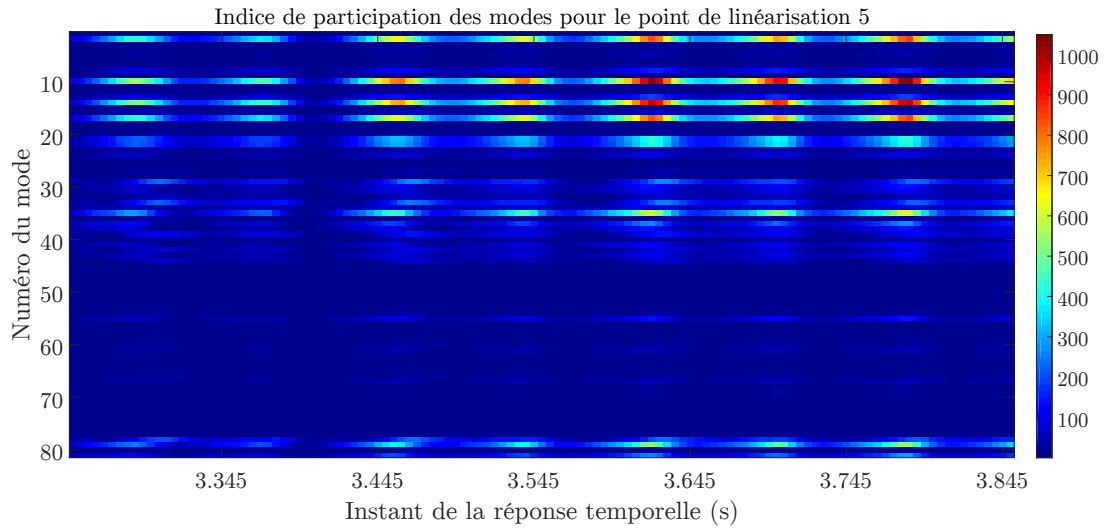
#### 2. Vérification du nombre de modes participant à la réponse

La [Figure V.18](#) représente les indices de participation des modes à la réponse temporelle pour deux points de linéarisation  $t_i$  différents : le point de linéarisation 5 à  $t_5 = 3.55$  s et le point de linéarisation 13 à  $t_{13} = 15.86$  s. L'abscisse donne l'instant de temps observé, l'ordonnée le numéro du mode de la base modale  $\phi_{t_i}$ , et l'échelle de couleur la contribution  $I_p$ . Les modes ayant une contribution importante à la réponse temporelle contiennent donc du rouge sur la ligne indiquant leur contribution au cours du temps. Visuellement, on constate que peu de modes ont un indice de participation élevé. En effet, pour le point de linéarisation 5 ([Figure V.18a](#)), 8 modes sur 81 ont une contribution importante. Le point de linéarisation 13 ([Figure V.18b](#)) fournit 9 modes participant à la réponse temporelle sur les 77 modes du

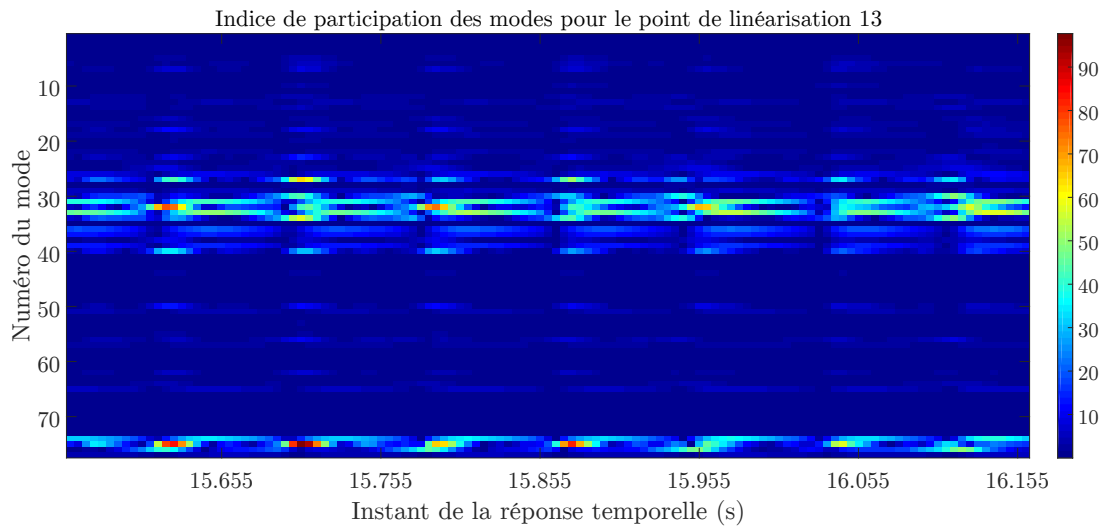
véhicule. L'hypothèse affirmant que seul un faible nombre de modes participent à la réponse temporelle semble donc se confirmer. Pour vérifier quantitativement cette hypothèse, les indices de participation ont été tracés en fonction des modes pour les différents points de linéarisation, dont un exemple est visible [Figure V.19](#) pour le point de linéarisation 5. Les modes sont rangés en abscisse selon la valeur de leur indice de participation, de manière décroissante. Le mode avec l'indice le plus élevé est donc le mode de rang 1. On constate que cette courbe décroît rapidement. Le tracé donne des résultats similaires pour tous les points de linéarisation. En fonction du point, entre 20 et 40 modes ont un indice de participation supérieur à 10% de l'indice de participation maximal, soit 25% à 50% des modes. Tous les modes ne participent donc pas à la réponse dynamique du véhicule, mais le nombre de mode participant à la réponse est un peu plus élevé que celui initialement attendu. La limite pour la sélection des modes est fixée à 10% de l'indice de participation maximal. On trace également l'évolution de l'erreur de projection en fonction des modes sélectionnés pour la projection. Cette courbe d'erreur est tracée en bleu [Figure V.20](#) pour le point de linéarisation 5. Le mode ayant l'indice de participation le plus élevé est sélectionné en premier, puis, parmi les modes restants, le mode ayant l'indice suivant le plus élevé est ajouté à la base de projection, et ainsi de suite. A chaque ajout, la réponse dynamique est à nouveau projetée sur la base modale. On remarque que l'erreur de projection diminue lentement. Pour le point de linéarisation pris en exemple, il faut 65 modes, soit 84% des modes, pour avoir une erreur de projection inférieure à 5%. L'hypothèse d'un faible nombre de modes participant à la réponse pourrait donc être fautive. Cependant, la courbe [Figure V.20](#) contient de nombreux paliers où l'erreur de projection ne diminue pas malgré l'ajout de modes dans la base de projection. Cela pourrait donc aussi suggérer une mauvaise sélection des modes participant à la réponse ;

### 3. Vérification de la fréquence des modes sélectionnés

Parmi les modes possédant un fort indice de participation on retrouve des modes à très haute fréquence : les 4 derniers modes de fréquences supérieures à 2000 Hz qui correspondent à des vibrations des traverses de la voie. L'influence de ces modes n'avait pas été envisagée, mais une forte sollicitation des traverses lors du passage du train sur la voie est plausible. Toutefois, comme seul le comportement du véhicule nous intéresse dans cette étude, ces modes ont été supprimés des modes sélectionnés et n'ont donc pas été utilisés pour l'analyse de sensibilité. Une fois les modes des traverses supprimés, on cherche à déterminer la fréquence des modes du véhicule ayant un indice de participation élevé. Sur la [Figure V.21](#), la courbe bleue indique l'indice de participation en ordonnée à gauche en fonction des modes en abscisse, tandis que la courbe verte en pointillés indique la fréquence des modes en ordonnée à droite. A l'exception des modes de fréquence supé-



(a) Point de linéarisation 5



(b) Point de linéarisation 13

FIGURE V.18 – Calcul de l'indice de participation des modes à la réponse temporelle par projection pour plusieurs points de linéarisation

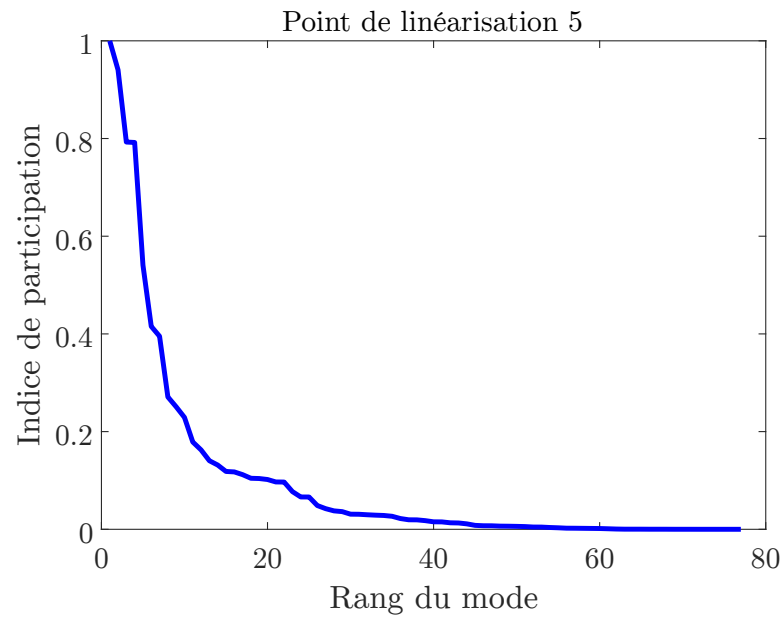


FIGURE V.19 – Valeur de l'indice de participation des modes rangés par ordre décroissant de leur indice de participation pour le 5ème point de linéarisation

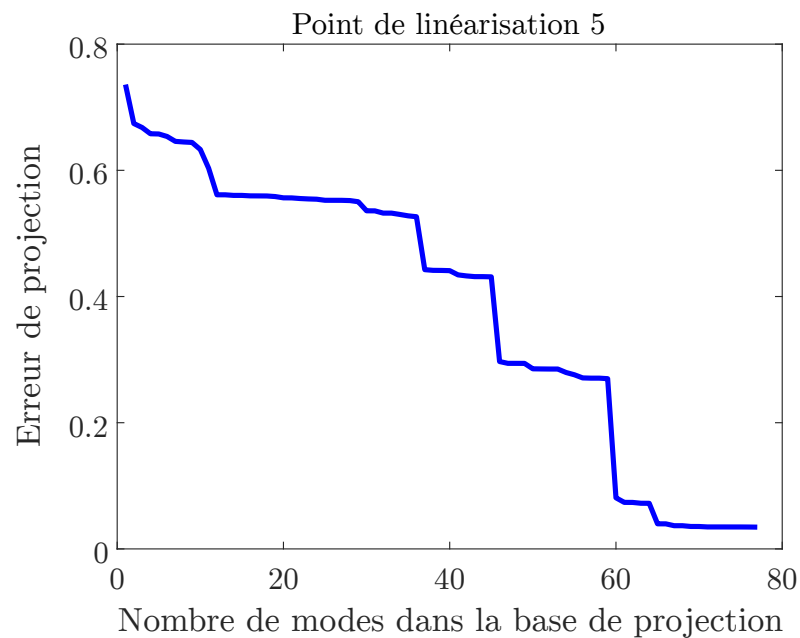


FIGURE V.20 – Évolution de l'erreur de projection en fonction du nombre de modes utilisés pour la projection. Les modes sont ajoutés aux modes de projection en fonction de l'importance de leur indice de participation.

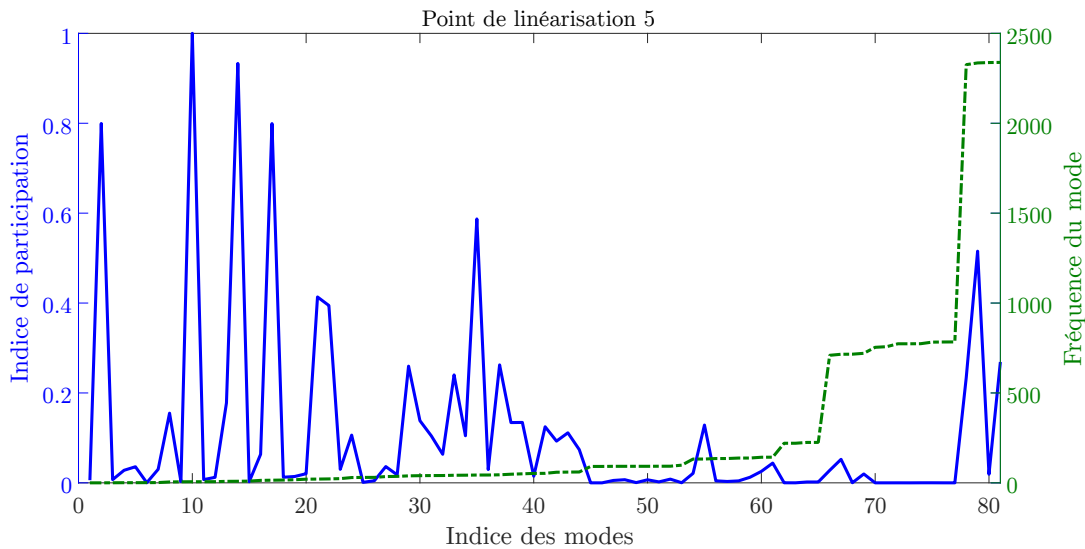


FIGURE V.21 – Indice de participation et fréquence des modes du véhicule en fonction de leur indice

rieure à 2000 Hz qui ont été supprimés de la base modale, un seul mode de fréquence supérieure à 100 Hz, le mode 55, a un indice de participation plus élevé que la valeur limite fixée précédemment, soit 10% de l'indice de participation maximal. Les modes ayant un indice de participation élevé sont donc majoritairement situés en basses fréquences. Cette observation correspond à l'expérience des ingénieurs d'ALSTOM, qui ont constaté un rôle important des basses fréquences dans le comportement dynamique des trains lorsqu'ils sont en instabilité. Contrairement à la vérification précédente, cette vérification vient renforcer la confiance que l'on peut accorder à la sélection des modes avec l'indice de participation ;

#### 4. Vérification de la déformée des modes sélectionnés

Une dernière vérification est effectuée en visualisant sous SIMPACK la déformée des modes ayant un indice de participation élevé. Les modes ayant un indice de participation élevé contiennent un grand nombre de modes de lacet et de roulis des essieux, des bogies, et de la caisse qui correspondent au comportement attendu pour un véhicule instable, mais aussi quelques modes de tangage, et de translation verticale et longitudinale. On retrouve également des modes de couplage entre des mouvements de lacet et des mouvements de tangage ou de translation verticale des éléments structuraux. L'indice de participation ne semble donc pas assez sélectif.

Certains doutes persistent sur l'adéquation de l'indice de participation à la sélection des modes représentant la réponse du véhicule. Les résultats de l'analyse de sensibilité avec ce critère sont tout de même présentés dans la [section V.3.4.e](#).

Pour compléter l'étude, un deuxième critère de sélection des modes est envisagé pour la présentation des résultats de l'analyse de sensibilité équivalente. Les modes sont sélectionnés de manière à faire diminuer l'erreur de projection le plus rapidement possible. Une boucle est effectuée sur le nombre de mode à chaque point de linéarisation. La réponse temporelle est projetée sur chaque mode, puis le mode pour lequel l'erreur de projection est la plus faible est sélectionné, ce mode étant le premier de la base de projection. Ensuite, le mode permettant de réduire au maximum l'erreur de projection est ajouté à la base. Le processus continue jusqu'à ce que tous les modes aient été ordonnés dans la base de projection. La base modale est alors tronquée pour garder les premiers modes permettant de diminuer l'erreur de projection à 20%.

La [Figure V.22a](#) montre l'évolution de l'erreur de projection, en ordonnée, en fonction du nombre de modes de la base modale tronquée construite avec la méthode décrite ci-dessus, en abscisse. L'erreur de projection diminue beaucoup plus rapidement qu'avec une base modale construite avec les indices de participation. Ce résultat semble confirmer qu'un nombre limité de modes participent à la réponse dynamique du véhicule.

On trace ensuite la fréquence des modes en fonction de leur importance dans la base modale construite à partir de l'erreur de projection. Le résultat est fourni [Figure V.22b](#) avec la fréquence des modes en ordonnée et leur rang dans la base modale en abscisse. Cette courbe montre que les modes permettant de faire diminuer significativement l'erreur de projection (ceux de rang 1 à 29) ne contiennent pas de modes très hautes fréquences (toutes les fréquences sont inférieures à 100 Hz). L'intervalle fréquentiel des modes sélectionnés par minimisation de l'erreur de projection est donc conforme aux fréquences attendues par les ingénieurs.

On vérifie finalement la déformée des modes sélectionnés. On retrouve des modes de lacet et de roulis qui semblent a priori représenter le comportement des véhicules instables, mais des modes de translation longitudinale et verticale et de tangage sont toujours présents. La base modale tronquée obtenue avec l'indice de participation et celle obtenue par minimisation de l'erreur de projection présentent des modes en commun qui ne sont pas nécessairement des modes de lacet.

### V.3.4.d Grandeur modale observée

Plusieurs grandeurs sont observables à la suite d'un calcul modal : la fréquence des modes, leur déformée, leur amortissement, et leur facteur de participation. Il convient alors de savoir laquelle est liée à la sortie temporelle observée, c'est à dire la vitesse limite. Quelle grandeur modale est influencée par les mêmes paramètres et correspond à un équivalent modal de la vitesse limite ? Comme pour l'exemple d'application de la méthode sur un modèle académique [section III.4.2](#), l'utilisation du facteur de participation avait été envisagée car cette grandeur dépend de la fréquence, de la déformée, de l'amortissement modal et de l'excitation du système. Le facteur de participation aurait permis de prendre en compte toutes les gran-

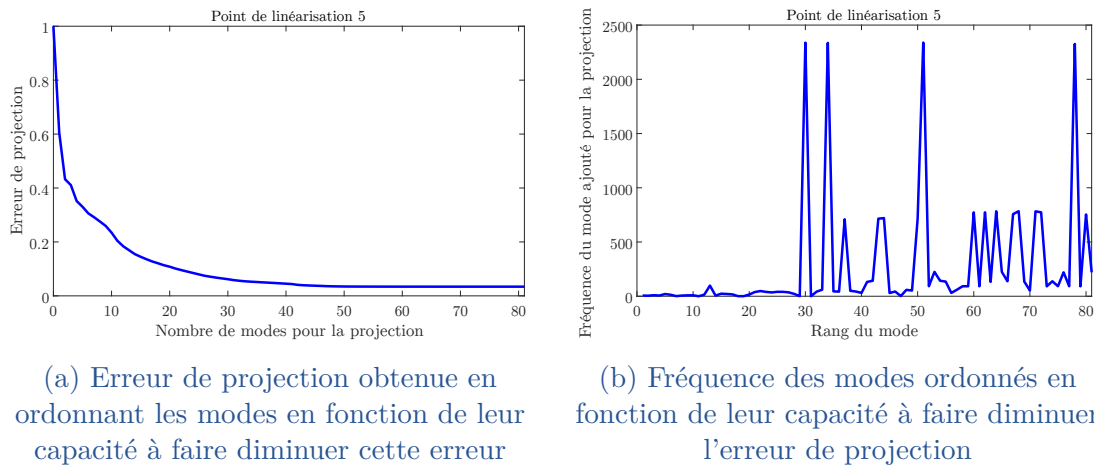


FIGURE V.22 – Évolution de l'erreur de projection en fonction du nombre de modes dans la base de projection et fréquence des modes quand les modes sont ordonnés en fonction de leur capacité à faire diminuer l'erreur de projection

deurs modales et la complexité de la réponse dynamique du véhicule, cependant il nécessite de connaître la masse modale qui n'est pas accessible à l'utilisateur dans SIMPACK. Une alternative a donc été trouvée.

La vitesse limite est déterminée en observant la décroissance de l'accélération latérale des bogies du véhicule lorsque ce dernier effectue des lacets cinématiques. De plus, l'amortissement modal décrit la vitesse de décroissance des oscillations des modes. Les grandeurs modales choisies sont donc l'amortissement modal des modes sélectionnés avec la projection. Cette grandeur est disponible dans les sorties SIMPACK.

#### V.3.4.e Comparaison aux résultats de référence

Une analyse de sensibilité de l'amortissement modal des modes sélectionnés aux paramètres de la [Tableau V.3](#) est réalisée avec la méthode de Morris. Comme pour l'analyse de référence présentée [section V.3.4.a](#), le calcul a été effectué avec 10 trajectoires et 4 niveaux pour chaque paramètre. A chaque changement de paramètre, une analyse modale est effectuée pour les 19 points de linéarisation. Les modes n'ayant pas toujours le même rang, ils sont appariés entre les différentes analyses à l'aide du critère MAC [[Heylen 98](#)].

#### Sensibilité de chaque sortie modale aux paramètres

L'analyse équivalente fournit la sensibilité de toutes les sorties modales sauf celles pour lesquelles les modes n'ont pas pu être appariés pour toutes les analyses. De nombreuses sorties, 20%, n'ont pas pu être appariées et n'ont donc pas servi pour l'analyse. La sensibilité est tracée pour les 30 sorties les plus sensibles [Figure V.23](#) pour la méthode utilisant la sélection par indice de participation. Les sorties classées en fonction de leur sensibilité maximale aux paramètres sont en

abscisse. Les paramètres sont classés selon leur influence en ordonnée. La sensibilité est donnée par un rectangle dont la taille et la couleur dépendent de sa valeur. La largeur du rectangle augmente avec la valeur de la sensibilité et l'échelle de couleur est présentée à droite de la Figure : du rouge pour les paramètres influents, au bleu pour les paramètres peu influents. Seule la première sortie modale présente une sensibilité importante à deux paramètres, qui sont la raideur de l'amortisseur anti-lacet et la raideur latérale de l'articulation élastique. Les autres sorties ont des sensibilités d'un ordre de grandeur différent de celui de la première sortie. La sortie sensible correspond à l'amortissement modal d'un mode de lacet du bogie avant au point de linéarisation 19 à  $t_i = 56.11$  s. En normalisant l'indice de participation des modes de chaque point de linéarisation par l'indice de participation maximal du point de linéarisation, ce mode obtient un indice de participation normalisé de 0.6260 pour son point de linéarisation. Il s'agit du 4ème mode le plus influent du point de linéarisation. Pourtant, si on calcule les indices de l'influence de tous les paramètres sur toutes les sorties, appelés dans la suite de la section indice de sensibilité globale, en moyennant les indices de sensibilité des paramètres pour chaque sortie modale observée, l'influence globale des paramètres sera fortement similaire à la sensibilité de cet unique mode. Or, on s'intéresse à la sensibilité des modes les plus influents sur le comportement du véhicule et pas à la sensibilité des modes les plus sensibles aux paramètres sélectionnés.

Pour éviter ce biais, la sensibilité  $S_k(m, t_i)$  de chaque mode  $m$  au paramètre  $k$  pour le point de linéarisation  $t_i$  a subi une série de transformations :

1. La sensibilité  $S_k(m, t_i)$  au paramètre  $k$  de la sortie  $m$  pour le point de linéarisation  $t_i$  est normalisée par la sensibilité maximale de la sortie  $m$  au même point de linéarisation  $t_i$ . La sensibilité normalisée du mode  $m$  au paramètre  $k$  pour le point de linéarisation  $t_i$  est donc :

$$Sn_k(m, t_i) = \frac{S_k(m, t_i)}{\max_{k=1, \dots, 5} S_k(m, t_i)} \quad (V.7)$$

2. La sensibilité normalisée du mode  $m$  est pondérée par la participation de la sortie modale à la réponse temporelle pour tous les paramètres, puis la sensibilité  $S_k(t_i)$  au paramètre  $k$  des modes du point de linéarisation  $t_i$  est obtenue en moyennant les sensibilités au paramètre  $k$  de tous les modes sélectionnés au point  $t_i$  :

$$S_k(t_i) = \frac{1}{nbm} \sum_{m=1}^{nbm} Sn_k(m, t_i) \cdot Ipn(m, t_i) \quad (V.8)$$

avec  $nbm$  le nombre de modes sélectionnés du point de linéarisation  $t_i$ .

Cette étape favorise la sensibilité des modes participant le plus à la réponse temporelle pour le point  $t_i$  ;

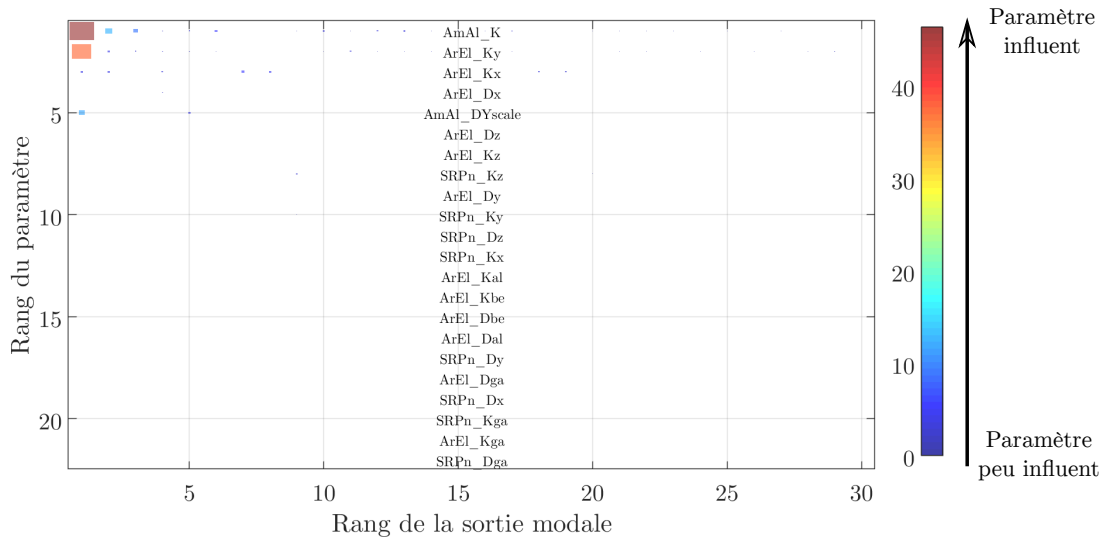


FIGURE V.23 – Sensibilité des 20 sorties modales les plus sensibles pour l'analyse de sensibilité par analyses linéaires équivalente

3. Ensuite, on normalise la sensibilité au paramètre  $k$  de tous les modes du point de linéarisation  $t_i$  par la sensibilité maximale du point de linéarisation. Cette sensibilité normalisée s'écrit :

$$Sn_k(t_i) = \frac{S_k(t_i)}{\max_{k=1,\dots,5} S_k(t_i)} \quad (\text{V.9})$$

4. L'avant dernière étape consiste à déterminer l'influence du paramètre  $k$ , notée  $S_k$ , sur toutes les sorties modales en moyennant les sensibilités au paramètre  $k$  des 19 points de linéarisation :

$$S_k = \frac{1}{19} \sum_{t_i=1}^{19} Sn_k(t_i) \quad (\text{V.10})$$

Les deux étapes précédentes permettent de donner le même poids aux sensibilités de chaque point de linéarisation ;

5. Enfin, pour pouvoir comparer le rang des paramètres à ceux obtenus avec l'analyse de Morris de référence, la sensibilité de toutes les sorties de tous les points de linéarisation au paramètre  $k$  est une dernière fois normalisée par la sensibilité maximale :

$$Sn_k = \frac{S_k}{\max_{k=1,\dots,5} S_k} \quad (\text{V.11})$$

Pour l'analyse de sensibilité équivalente où les modes sont sélectionnés par minimisation de l'erreur de projection, l'influence des paramètres a un ordre de grandeur qui change aussi fortement en fonction du mode. Les résultats globaux

sont aussi déterminés par la sensibilité de l'amortissement modal du mode de lacet du bogie avant au point de linéarisation 19 à  $t_i = 56.11$  s. Contrairement à l'analyse de sensibilité où la sélection des modes s'effectue grâce à un indice de participation, le mode qui domine les résultats est le mode de rang 1 pour le point de linéarisation 19, c'est à dire le mode qui explique une part importante de la réponse temporelle à ce point de linéarisation. Cependant, ce point de linéarisation n'a pas plus d'importance que les autres points de linéarisation et rien ne justifie qu'il domine les résultats globaux. On effectue donc sur les indices de sensibilité des modes des transformations similaires à celles effectuées dans le cadre d'une sélection des modes par indice de participation. A l'exception de l'étape 2 où l'indice de participation est remplacé par un autre coefficient de pondération, les étapes de transformation sont les mêmes. Le coefficient de participation choisi doit représenter l'importance du mode dans la réponse temporelle du véhicule. Pour chaque mode, le coefficient de participation a été choisi égal à l'erreur de projection obtenue lors de l'ajout du mode dans la base de projection. Pour les modes du point de linéarisation 5, les coefficients correspondent aux valeurs supérieures à limite de sélection des modes fixée à 0.2 de la courbe bleue [Figure V.22a](#). Les modes sélectionnés au début de la projection ont ainsi un coefficient de participation important tandis que les modes sélectionnés à la fin ont un coefficient de participation faible et proche du coefficient des modes sélectionnés juste avant ou juste après.

### Sensibilité globale aux paramètres

Une fois la pondération et la normalisation des indices de sensibilité des modes effectuée, les résultats globaux sont comparés à ceux de l'analyse de référence pour les deux méthodes de sélection des modes. Cette comparaison est représentée [Figure V.24](#). L'abscisse représente chacune des trois analyses de sensibilité effectuées. La première colonne montre les résultats de l'analyse de référence, la deuxième ceux de l'analyse de sensibilité linéaire équivalente par sélection des modes avec l'indice de participation, et la dernière colonne ceux de l'analyse de sensibilité linéaire équivalente avec sélection des modes par minimisation de l'erreur de projection. Les 22 paramètres pris en compte dans les analyses sont listés en ordonnée. La sensibilité aux paramètres des grandeurs observées pour chacune des analyses est représentée par un rectangle dont la couleur et la taille dépendent de la valeur de la sensibilité. Les résultats sont normalisés par rapport à la sensibilité maximum obtenue pour chaque méthode d'analyse de sensibilité. L'échelle de couleur utilisée est tracée sur la droite de la Figure. Les paramètres fortement influents sur les sorties d'une analyse possèdent un large rectangle rouge sur la colonne correspondant à l'analyse, tandis que les paramètres peu influents possèdent un court rectangle bleu. Ainsi, l'amortissement de l'amortisseur anti-lacet modifié avec la méthode Yscale, qui avait été identifié comme le paramètre le plus influent sur la vitesse limite de stabilité [section V.3.4.a](#), est représenté par un large rectangle rouge sur la première colonne. Le deuxième paramètre le plus influent, la raideur de l'amor-

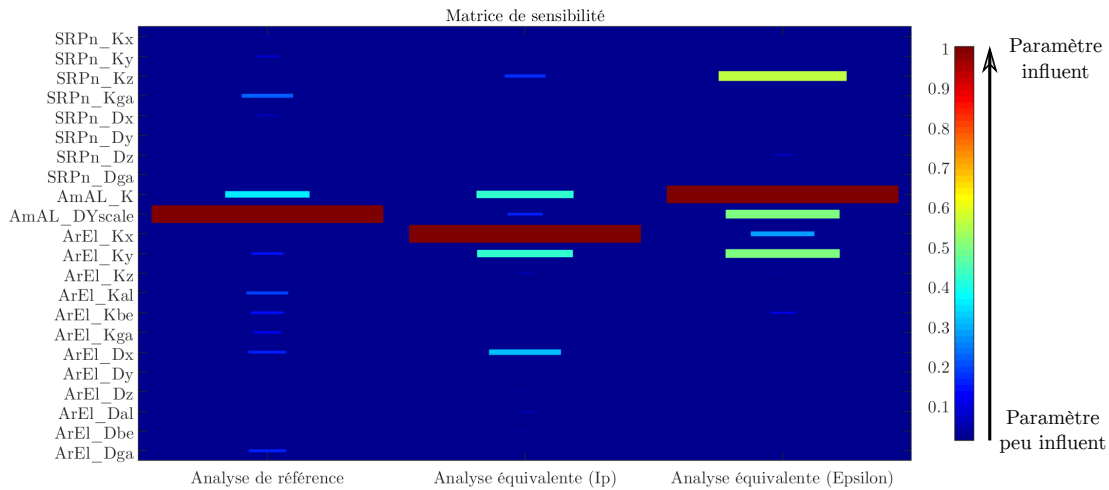


FIGURE V.24 – Comparaison des résultats de l’analyse de sensibilité de référence et de l’analyse de sensibilité par analyses modales équivalentes pour deux méthodes de sélection des modes

tisseur anti-lacet, est représenté par un rectangle bleu clair de taille moyenne. Les 20 autres paramètres, peu influents, sont signalés par des petits rectangles bleu foncé sur la première colonne.

Les résultats de l’analyse équivalente avec l’indice de participation, situés sur la deuxième colonne, montrent la raideur longitudinale de l’articulation élastique comme étant le paramètre le plus influent alors que l’analyse de référence le décrit comme un paramètre non influent. De même, l’amortissement de l’amortisseur anti-lacet modifié en Yscale a un rang opposé à celui obtenu avec l’analyse de référence. En effet, il est classé comme paramètre non influent avec la méthode équivalente par indice de participation alors qu’il est classé premier avec la méthode de référence. Seule la raideur de l’amortisseur anti-lacet a une sensibilité similaire. Les résultats de cette méthode équivalente sont donc à l’opposé des résultats de l’analyse de référence.

Les résultats de l’analyse équivalente avec minimisation de l’erreur de projection sont plus proches de ceux de l’analyse de référence. Le paramètre le plus influent est considéré comme étant la raideur de l’amortisseur anti-lacet. Les sorties sont également sensibles à l’amortissement de l’amortisseur anti-lacet modifié en Yscale. Par contre, trois autres paramètres considérés comme non influents par l’analyse de référence, la raideur verticale du soufflet des ressorts pneumatiques, et les raideurs longitudinale et latérale de l’articulation élastique, sont considérés comme influents avec cette analyse équivalente. On pourrait qualifier ces paramètres de faux positifs. Malgré ces faux positifs, cette méthode équivalente permet de réduire à 5 le nombre de paramètres, soit une division par 4 du nombre de paramètres, tout en conservant les paramètres influents dans la liste finale des paramètres.

Plusieurs explications peuvent justifier la différence entre les résultats obtenus :

- L’hypothèse que les mouvements de lacet du véhicule instable puisse être représentés par les modes de lacet du véhicule pourrait être inexacte. En effet, un véhicule ayant dépassé sa vitesse limite présente un comportement complexe. Les oscillations du train ne sont pas uniquement dues aux vibrations forcées apparaissant lorsque le véhicule roule sur des défauts de voie, elles sont dues à la forme conique du contact roue-rail et à la variation du rayon des éléments au contact. Pour l’étude de la vitesse limite, on pourrait envisager de remplacer les intégrations temporelles par d’autres analyses que les analyses modales. Les analyses de remplacement pourraient être celles envisagées dans la première stratégie décrite [section V.3.4](#), soit la réponse impulsionnelle du modèle linéarisé en plusieurs points de linéarisation. Des intégrations temporelles beaucoup plus courtes, à partir desquelles on étudierait la vitesse de décroissance des oscillations de lacet pour déterminer la vitesse limite, pourraient aussi être envisagées. La méthode des analyses modales équivalentes pourrait être plus adaptée à des études de critères de conception comme celui du confort. Cette alternative propose une perspective intéressante pour l’utilisation de la méthode.
- Les résultats pourraient être bruités par le fait que les modes de lacet sont souvent couplés à d’autres mouvements. Les mouvements de translation verticale régulièrement associés aux mouvements de lacet pourraient par exemple expliquer l’influence importante de la raideur verticale du soufflet des ressorts pneumatiques.
- Le choix des points de linéarisation ne serait pas pertinent. L’algorithme utilisé permet de sélectionner des points de linéarisation très différents les uns des autres. Les points de linéarisation sont donc diversifiés et contiennent toutes les situations possibles, mais ils peuvent également représenter des situations extrêmes peu présentes ou peu influentes tout au long de la simulation. Or, les vecteurs des états les plus fréquents ont potentiellement plus d’influence sur le comportement du système que les points de linéarisation rares. Un autre système de sélection des vecteurs d’état devrait donc être essayé.
- Les modes sélectionnés pour l’application étaient ceux possédant un indice de participation élevé à au moins un instant de temps autour du point de linéarisation. Il serait peut-être préférable de prendre les modes ayant un indice de participation moyen élevé autour du point de linéarisation. On pourrait également utiliser un autre critère de sélection comme la proximité des modes avec les déformées opérationnelles calculables avec SIMPACK à partir de la réponse temporelle.
- De nombreux modes n’ont pas pu être utilisés pour le calcul des sensibilités faute d’avoir été appariés. Il manque donc des informations pour les résultats. Or, un mode qui disparaît suite à un changement de paramètre indique que le paramètre a beaucoup d’effet sur le mode. On pourrait envisager d’accorder une sensibilité fixe importante lors de la perte d’un mode.

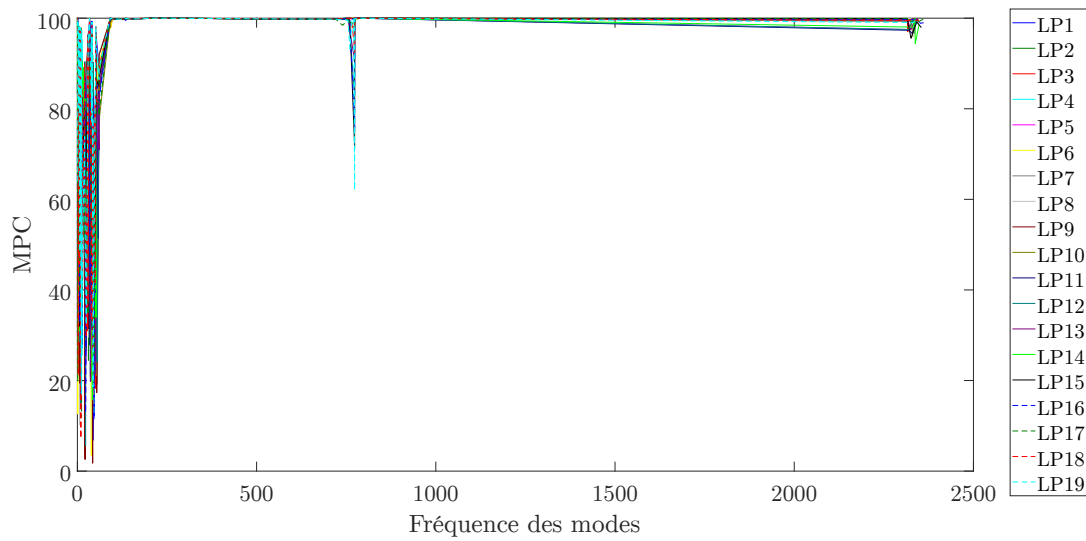


FIGURE V.25 – MPC en fonction de la fréquence des modes pour chaque point de linéarisation noté LP dans la légende

- De plus, les calculs ont été faits avec les modes réels. L'utilisation des modes complexes pourrait potentiellement améliorer les résultats. En effet, bien qu'ils soient peu nombreux à être très complexes, les modes complexes sont situés en basse fréquence, c'est à dire les fréquences d'intérêt de l'étude actuelle. La Figure V.25 représente l'indice MPC des modes en ordonnée en fonction de leur fréquence en abscisse pour les 19 points de linéarisation. On constate en effet que la chute des courbes de MPC pour les modes complexes est située en basse fréquence.

### Influence du nombre de points de linéarisation

Pour vérifier l'influence du nombre de points de linéarisation sur les résultats des analyses de sensibilité par analyses linéaires équivalentes, l'influence des paramètres sur les sorties a été tracée pour un nombre croissant de points de linéarisation, Figure V.26 pour l'analyse avec sélection des modes par indice de participation et Figure V.27 pour l'analyse avec sélection des modes par minimisation de l'erreur de projection. Sur les deux figures, les colonnes 1 à 19 présentent les sensibilités des sorties avec respectivement 1 à 19 points de linéarisation. Le nombre de points de linéarisation est indiqué en abscisse. Le nom du paramètre est écrit en ordonnée. Comme sur les matrices de sensibilité précédentes, la sensibilité est fournie par un rectangle dont les dimensions et la couleur dépendent de la valeur de la sensibilité, l'échelle de couleur étant affichée à droite de la Figure. La convention adoptée est toujours le rouge pour les paramètres influents, le bleu pour les paramètres négligeables, et le reste des couleurs du dégradé de l'arc en ciel pour les influences intermédiaires.

On constate [Figure V.26](#) que la sensibilité des paramètres est relativement constante avec l'ajout des points de linéarisation pour la méthode de sélection des modes grâce à l'indice de participation. En effet, le paramètre le plus influent est la raideur longitudinale de l'articulation élastique primaire quelle que soit la colonne de la matrice observée. Seule la raideur latérale de l'articulation élastique primaire change de façon notable de sensibilité entre les résultats avec un point de linéarisation et les résultats avec deux points. Il semblerait donc qu'un ou deux points de linéarisation suffisent à obtenir les résultats définitifs, qui ne correspondent pas aux résultats de référence. Cette surprenante absence d'influence du nombre de points de linéarisation pourrait s'expliquer par une mauvaise sélection de ces points. On pourrait envisager de sélectionner les points de linéarisation en fonction de leur occurrence lors de l'intégration temporelle. Cela nécessiterait de regrouper les points de linéarisation selon un critère de proximité entre les points. Chaque groupe fournirait alors un point de linéarisation pour l'analyse de sensibilité équivalente dont l'importance dans les résultats serait pondérée par la taille du groupe.

La sensibilité des paramètres obtenue avec une sélection des modes par minimisation de l'erreur de projection varie un peu plus avec l'augmentation du nombre de points de linéarisation qu'avec la sélection des modes par indice de participation. En effet, pour le premier point de linéarisation, dont les résultats sont colonne 1, les paramètres sont classés dans l'ordre suivant : raideur verticale du soufflet des ressorts pneumatiques, amortissement de l'amortissement anti-lacet modifié en Yscale, raideur de l'amortisseur anti-lacet, raideur latérale de l'articulation élastique, et enfin raideur longitudinale de l'articulation. L'ajout progressif de points de linéarisation permet de diminuer l'influence de 2 faux positifs : la raideur verticale du ressort pneumatique et la raideur longitudinale de l'articulation. Toutefois, l'influence de l'amortissement de l'amortisseur anti-lacet, sensé être la source principale de variabilité de la sortie d'après l'analyse de référence, diminue également avec l'augmentation du nombre de points de linéarisation. Dans le cas de la sélection des modes par minimisation de l'erreur de projection, l'influence des points de linéarisation est donc un peu plus visible qu'avec la sélection des modes par indice de participation. Ainsi, la méthode de sélection des points de linéarisation n'est peut-être pas totalement inadaptée, cependant l'augmentation du nombre de points de linéarisation ne permet pas de réduire le nombre de paramètres sélectionnés.

### **Comparaison des temps de calculs**

Le temps processeur d'une analyse modale n'est pas disponible dans le journal du calcul modal. Seul le temps fourni dans l'interface de gestion des calculs SIMPACK est accessible à l'utilisateur. Ce temps prend en compte la durée nécessaire pour le chargement du modèle, pour les étapes de pré-traitement du problème, pour le calcul modal, et pour l'écriture des fichiers de résultats. Le temps annoncé sera donc plus important que le temps nécessaire au calcul modal seul, et le gain de temps final de la méthode équivalente sera minimisé. Une première comparaison des temps de calcul à toutefois été effectuée.

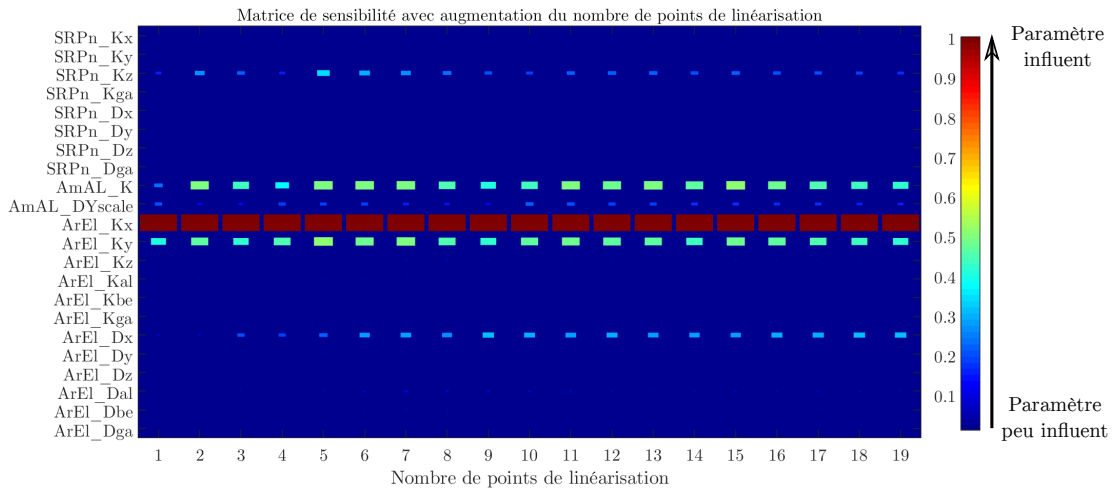


FIGURE V.26 – Sensibilité des paramètres avec un nombre croissant de points de linéarisation pour la méthode d’analyse de sensibilité équivalente avec sélection des modes par indice de participation

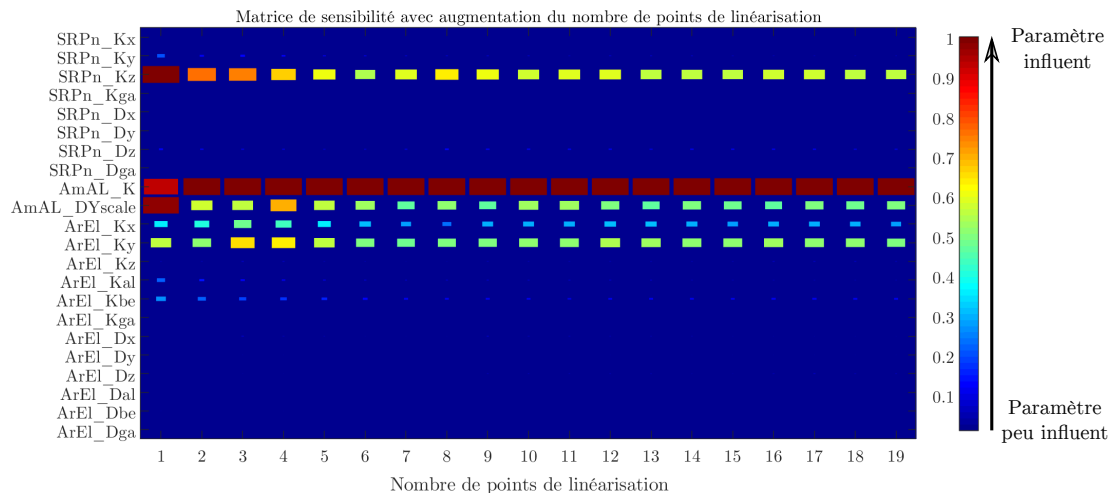


FIGURE V.27 – Sensibilité des paramètres avec un nombre croissant de points de linéarisation pour la méthode d’analyse de sensibilité équivalente avec sélection des modes par minimisation de l’erreur de projection

L'analyse de sensibilité par analyses modales équivalentes a nécessité un temps de calcul de 2 jours et 6 h ou 54 h pour 231 évaluations des 19 points de linéarisation, soit 4389 analyses modales, alors que l'analyse de sensibilité utilisant les intégrations temporelles a duré 274 h (voir [section V.3.4.a](#)). Au temps de calcul des analyses modales, il faut ajouter le temps d'ordonnancement des points de linéarisation pour leur sélection, soit 6 h et 46 min, et le temps de l'intégration temporelle nominale pour le calcul des bases modales de référence aux points de linéarisation et pour l'analyse de sensibilité énergétique, soit 1 h et 20 min. Les temps de calcul ont donc été divisés par un facteur légèrement supérieur à 4 pour l'exemple d'application. Le gain de temps est perfectible si tous les points de linéarisation ne sont pas ordonnancés. Si les calculs avaient été réalisés avec une limite d'un facteur 3 pour la sélection des points de linéarisation, il y aurait eu seulement 4 points de linéarisation et 11 h de temps de calcul pour les 924 analyses modales des 231 évaluations des 4 points de linéarisation. Les temps de calcul auraient été diminués d'un facteur légèrement supérieur à 14.

Ainsi, cette différence de temps de calcul entre les deux méthodes dépend de trois paramètres :

- Le nombre de points de linéarisation sélectionnés. Il ne sera peut-être pas toujours possible d'obtenir les résultats avec peu de points de linéarisation.
- La durée des simulations temporelles. Pour l'exemple d'application, la durée simulée était de 87 s, mais cette durée varie en fonction de l'étude réalisée.
- Le nombre de faux-positifs restants à l'issue de l'analyse de sensibilité par analyses linéaires équivalentes.

Il est donc difficile de quantifier en avance de phase le gain de temps possible avec la méthode d'analyse de sensibilité par analyses linéaires équivalentes. Ce gain dépend du problème.

### V.4 TOLÉRANCEMENT DES COMPOSANTS DES SUSPENSIONS

Le [chapitre IV](#) décrit une méthode de dimensionnement des tolérances pour un système non-linéaire coûteux en temps de calcul. Cette méthode commence par le développement d'une approximation du modèle étudié, appelée méta-modèle. Le méta-modèle fournit une estimation de la réponse d'intérêt du système. Il est construit à partir d'échantillons de la réponse du modèle pour différentes valeurs d'un petit nombre de paramètres influents. Les paramètres en question peuvent être déterminés avec les méthodes d'analyses de sensibilité développées [chapitre III](#). Le méta-modèle est alors utilisé pour évaluer la sortie du modèle dans tout l'espace de conception. Les zones éventuellement disjointes respectant les critères de conception sont ensuite détectées, puis divisées en zones de forme simple avec une méthode de partitionnement des données. Un algorithme décrit [section IV.4](#) permet alors de maximiser les tolérances dans chaque zone simple où les critères de

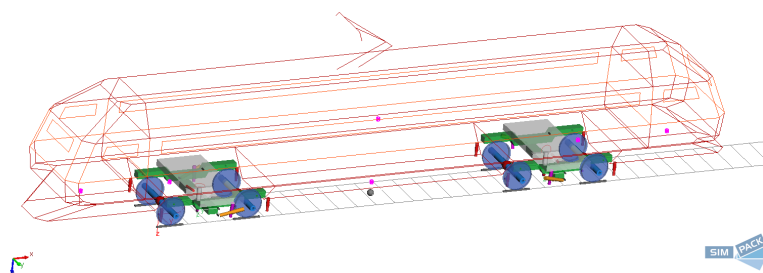


FIGURE V.28 – Capture d’écran du modèle ferroviaire utilisé pour l’application industrielle de la méthode de tolérancement

conception sont respectés, et ainsi de sélectionner la zone offrant le dimensionnement des tolérances le moins coûteux. Cette méthode de dimensionnement des tolérances est appliquée dans la section suivante sur un modèle de véhicule ferroviaire. La première partie de la section décrit le modèle ferroviaire utilisé. La partie suivante présente la construction du méta-modèle. La section se termine par la détermination des zones de respect des critères de conception et des tolérances correspondantes, ainsi que l’évolution de ces tolérances en fonction du niveau d’exigence sur la valeur de la sortie.

#### V.4.1 Véhicule ferroviaire étudié et espace de conception

La méthode de dimensionnement des tolérances a été appliquée sur un véhicule ferroviaire de transport de passagers composé d’une seule voiture, et de deux bogies, l’un porteur, l’autre moteur, comportant chacun deux essieux (voir Figure V.28). Il s’agit d’un modèle simplifié avec deux étages de suspension, en effet le modèle regroupe différents éléments de liaison du véhicule réel dans un même composant du modèle. La suspension primaire comprend 4 amortisseurs verticaux et 2 ressorts avec 6 degrés de liberté. La suspension secondaire possède un ressort, un amortisseur latéral, 2 amortisseurs verticaux, et 2 amortisseurs anti-lacet. Plusieurs composants ont un comportement non-linéaire. Le moteur du bogie moteur est pris en compte dans la définition de la masse et des inerties du bogie.

On s’intéresse à plusieurs critères de conception. La voie de circulation du véhicule est différente en fonction de la sortie étudiée.

Pour l’étude de confort, le véhicule roule à vitesse constante sur une voie d’un peu plus de 13 km, comprenant de nombreuses irrégularités, et composée de courbes et de sections droites. Le critère de confort de la caisse est calculé avec la méthode décrite dans la norme EN12299 [EN12299 09].

Pour l’étude concernant les efforts au niveau du contact roue-rail, le véhicule circule à vitesse constante sur une section droite puis sur une courbe précédée d’une zone de transition, la voie étant d’une longueur totale de 1.5 km. Les irrégularités

sont également modélisées. Les sorties d'intérêt utilisées sont la somme des efforts de guidage et la charge maximale à la roue calculées selon la norme EN14363 [EN14363 05].

Enfin, la vitesse limite de stabilité du véhicule est étudiée avec un scénario de simulation similaire à celui utilisé [section V.3.1](#), avec une simulation s'arrêtant au bout de 100 s simulées.

On cherche à déterminer la complexité de l'évolution des critères de conception du véhicule en fonction des paramètres. Pour chaque sortie d'intérêt, on choisit deux paramètres considérés comme influents par les ingénieurs d'ALSTOM et on observe l'espace de conception, c'est-à-dire l'évolution de la sortie d'intérêt en fonction du changement de ces deux paramètres. Pour le critère de confort, les raideurs latérale et verticale non-linéaires de la suspension secondaire sont sélectionnées comme paramètres et sont modifiées avec la méthode Yscale décrite [section V.2.1](#). Pour les deux critères de sécurité, on utilise les raideurs longitudinale et latérale non-linéaires de la suspension primaire, modifiées une fois encore avec la méthode Yscale. Pour le dernier critère, celui de la vitesse limite, on fait varier la raideur de l'amortisseur anti-lacet ainsi que la caractéristique non-linéaire de son amortissement en Yscale. Les objectifs sont de maximiser la vitesse limite et le critère de confort, et de minimiser la charge maximale à la roue ainsi que la somme des efforts de guidage.

Des cartes de l'évolution de ces grandeurs en fonction des variations des paramètres choisis sont tracées [Figure V.29](#). Pour chaque figure, l'abscisse et l'ordonnée fournissent la valeur relative des deux paramètres qui ont été modifiés. La valeur de la sortie est indiquée par une couleur dont l'échelle est fournie à droite. Les objectifs à atteindre pour les sorties sont matérialisés par les couleurs proches du bleu. On constate que les espaces de conception du véhicule sont non-linéaires, et possèdent des zones disjointes de solutions équivalentes. Le caractère non-linéaire des espaces de conception et disjoint des zones respectant les contraintes de conception, appelées zones de faisabilité, rend la recherche du point de conception nominal et de ses tolérances compliquée et coûteuse. Pour l'application de la méthode de tolérancement, le critère de sécurité de la charge maximale à la roue, noté  $Q_{max}$  dans le reste de la section et visible [Figure V.29c](#), a été utilisé. Son espace de conception représente les cas les plus complexes rencontrés dans le domaine ferroviaire à cause de son caractère fortement non-linéaire et des zones disjointes. Il permet ainsi de tester l'algorithme de tolérancement pour un cas industriel. Dans la suite de la section, les paramètres utilisés pour l'étude de tolérancement sont notés X1 pour la raideur longitudinale de la suspension primaire et X2 pour la raideur latérale de la suspension primaire. La durée de la simulation pour l'évaluation de la charge maximale à la roue est de 6 min et 35 s.

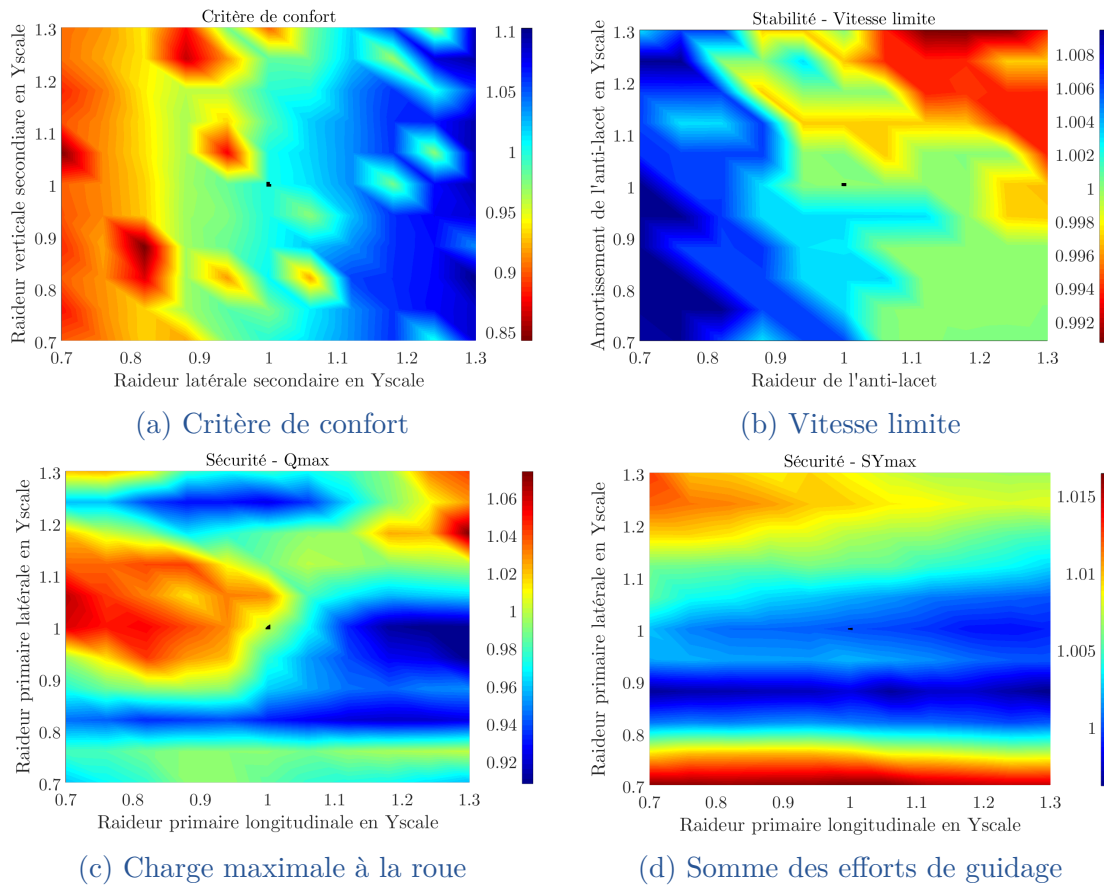


FIGURE V.29 – Évolution des critères de conception du véhicule en fonctions de deux paramètres

## V.4.2 Méta-modèle du véhicule

La méthode de calcul des tolérances utilisée nécessite de balayer l'espace des paramètres pour connaître la valeur de la sortie sur tout l'espace de conception. L'obtention de cette sortie est coûteuse. La première étape de détermination des tolérances consiste donc à réduire les temps d'obtention de la sortie à l'aide d'un modèle d'approximation. Plusieurs méthodes d'approximation des modèles numériques, évoquées [section IV.3](#) sont disponibles. Pour les modèles non-linéaires, comme les modèles ferroviaires, les méthodes les plus adaptées sont la régression par processus Gaussien (GP), la méthode de régression basée sur les vecteurs supports (SVR), et la méthode des réseaux de neurones. Les réseaux de neurones étant assez coûteux en temps de calcul, la méthode n'a pas été retenue. Les deux méthodes restantes (GP et SVR) ont été appliquées à un modèle ferroviaire pour être comparées.

Un certain nombre d'échantillons de l'espace de conception ont été calculés pour la construction des méta-modèles. Un quadrillage de l'espace des paramètres, visible [Figure V.30](#), a été réalisé avec 11 valeurs possibles pour chacun des deux paramètres. Il y a donc 121 échantillons au total dont 61, représentés par des cercles sur la [Figure V.30](#), sont dédiés à l'entraînement des méta-modèles, et 60, représentés par des losanges sur la [Figure V.30](#), sont dédiés à leur validation.

Dans un premier temps, la détermination des paramètres des deux méthodes d'approximation des modèles sélectionnées a été réalisée à l'aide de ces échantillons. Dans un deuxième temps, le méta-modèle le plus performant sur ces premiers échantillons est exploité pour comparer plusieurs méthodes d'échantillonnage appelées *space-filling designs* en anglais. Ces méthodes consistent en différentes techniques de répartition des échantillons de façon à couvrir au maximum l'espace des paramètres.

### V.4.2.a Méta-modèle par la méthode des vecteurs supports

Déterminer les valeurs des paramètres d'un méta-modèle consiste à estimer, à partir des données existantes, les valeurs qui reproduisent le mieux les données d'entraînement. Le premier méta-modèle envisagé est basé sur la méthode SVR. Pour rappel, les paramètres à ajuster, évoqués [section IV.3.4](#), sont :

- la largeur de la zone insensible  $\varepsilon$  ;
- le terme d'équilibrage  $C$  ;
- les paramètres de la fonction noyau choisie.

Les paramètres ont été choisis avec les mêmes méthodes que celles utilisées pour l'exemple académique [section IV.4.3](#). La largeur de la zone insensible a été fixée à une faible valeur  $1e^{-5}$  car ce paramètre dépend du bruit des données d'entrée et que, pour un modèle numérique, ce bruit est nul. Le terme d'équilibrage a été choisi selon les recommandations de Cherkassky et Ma [[Cherkassky 04](#)]. Sa valeur

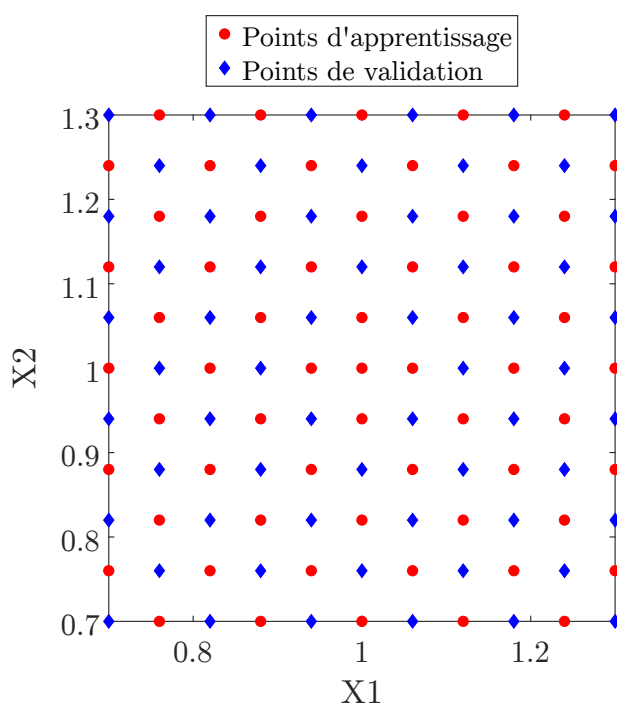


FIGURE V.30 – Quadrillage de l’espace des paramètres pour la construction des méta-modèles

dépend de la valeur de la sortie aux points d’entraînement :

$$C = \max(|\mu_{Q_{max}} + 3\sigma_{Q_{max}}|, |\mu_{Q_{max}} - 3\sigma_{Q_{max}}|) \quad (\text{V.12})$$

avec  $\mu_{Q_{max}}$  la moyenne des échantillons de la sortie et  $\sigma_{Q_{max}}$  l’écart-type des échantillons de la sortie. Pour les applications ferroviaires, un noyau Gaussien a aussi été choisi :

$$k_{ij} = \exp\left(-\frac{1}{2l^2}\|x_i - x_j\|^2\right) \quad (\text{V.13})$$

Ce noyau nécessite la détermination du paramètre  $l$  appelé paramètre de portée. La fonction MATLAB *fitrsvm* a également permis d’optimiser la valeur de ce paramètre pour le méta-modèle du véhicule ferroviaire étudié.

Une visualisation du méta-modèle obtenu est disponible Figure V.31. Les points d’entraînement du modèle sont représentés par des ronds rouges et les points de validation par des losanges bleus. La surface colorée représente la variation de la sortie calculée à l’aide du méta-modèle de régression par vecteurs supports (axe vertical) en fonction des deux paramètres (axes du plan horizontal). Le modèle est proche des points de validation, sauf dans la zone où les deux paramètres ont une valeur proche de 1.3 fois leur valeur initiale. Le modèle ne permet pas de reproduire l’augmentation soudaine de la sortie. Une deuxième source d’erreur vient de la zone où le paramètre X2 vaut entre 0.7 et 0.8 pour toutes les valeurs du paramètre X1. Cette zone n’est pas assez régulière par rapport aux résultats réels obtenus

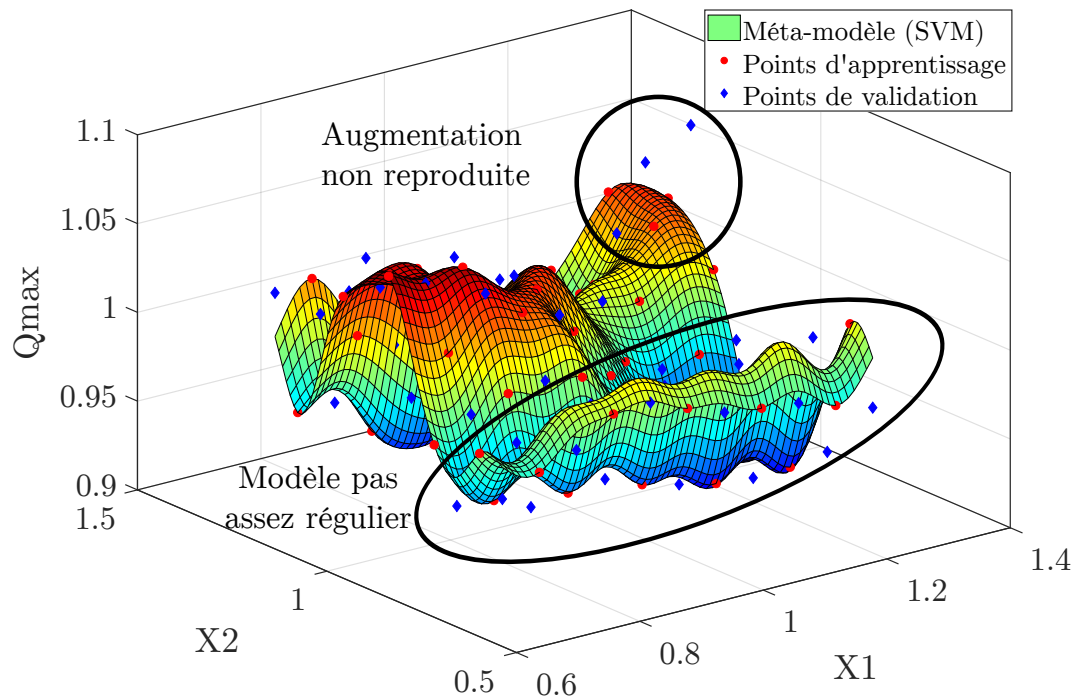


FIGURE V.31 – Méta-modèle avec vecteurs support du véhicule ferroviaire

Méta-modèle	Métriques d'erreur		
	RAAE	RMAE	RMSE
SVR	0.3134	1.3444	0.0163

TABLE V.4 – Valeurs des métriques d'erreur pour le méta-modèle avec vecteurs supports du véhicule ferroviaire

avec SIMPACK. Pour vérifier quantitativement la validité du méta-modèle SVR, l'erreur relative moyenne absolue (notée RAAE pour Relative Average Absolute Error), l'erreur relative maximum absolue (notée RMAE pour Relative Maximum Absolute Error), et l'erreur moyenne quadratique (notée RMSE pour Root Mean Square Error) ont été calculées par rapport aux valeurs trouvées avec SIMPACK. Les valeurs de ces métriques d'erreur ont été reportées [Tableau V.4](#). Les erreurs trouvées sont faibles. Ainsi, le méta-modèle retourne des prédictions de qualité dans l'espace des paramètres étudié malgré les deux zones de qualité moindre.

#### V.4.2.b Méta-modèle par processus gaussien

Le deuxième méta-modèle envisagé a été construit avec la méthode par processus gaussien. Pour rappel, les paramètres de ce méta-modèle sont :

- la fonction de covariance  $k$  et ses paramètres ;
- la variance du bruit  $\sigma$  ;
- les paramètres de la fonction de base  $m(x)$ .

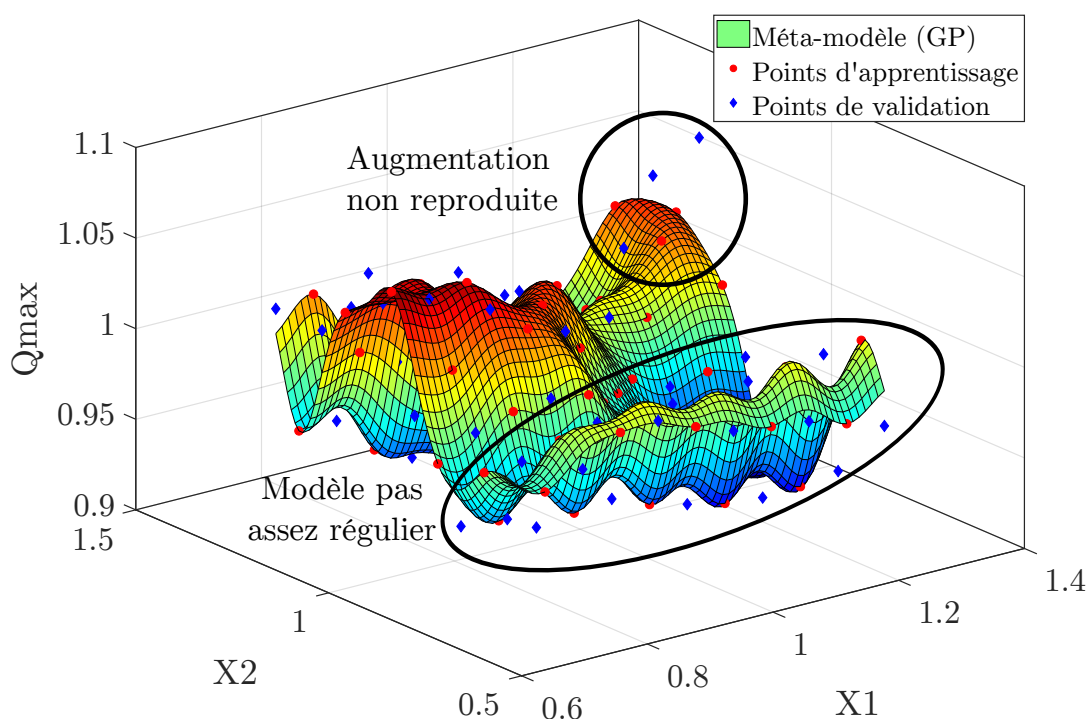


FIGURE V.32 – Méta-modèle GP avec un unique paramètre de portée d'un véhicule ferroviaire

Comme pour l'exemple académique décrit [section IV.4.1](#), les réponses des véhicules ferroviaires sont non-linéaires. Le modèle, utilisant des fonctions de base quadratiques  $m(x) = \beta h(x)$  telles que  $h(x) = (1, x, x^2)$  et  $\beta$  les coefficients du polynôme, a donc été construit avec un noyau gaussien :

$$k(x_i, x_j) = \sigma_{Q_{max}}^2 \exp\left(-\frac{1}{2l^2}(x_i - x_j)^T(x_i - x_j)\right) \quad (\text{V.14})$$

avec :

- $l$  le paramètre de portée de la fonction noyau ;
- $\sigma_{Q_{max}}$  le paramètre d'échelle de la fonction noyau, écart-type du signal ;
- $x_i$  et  $x_j$  deux points de l'espace des paramètres.

L'ajustement des paramètres a aussi été effectué par maximisation de la vraisemblance des données observées avec la fonction *fitrgp* de MATLAB. Les valeurs obtenues après optimisation sont  $l = 0.2667$ ,  $\sigma_{Q_{max}} = 0.8726$ , et  $\sigma = 0.0192$ . L'allure du méta-modèle obtenu par processus Gaussien est visible [Figure V.32](#). Comme pour le méta-modèle par vecteurs supports, les points d'entraînement du modèle sont représentés par des ronds rouges et les points de validation par des losanges bleus. La surface colorée représente la variation de la sortie calculée à partir du méta-modèle par processus gaussien (axe vertical) en fonction des deux paramètres (axes du plan horizontal). Le modèle est fortement similaire à celui obtenu avec la méthode SVR et possède les deux mêmes zones d'erreur importante.

Méta-modèle	Métriques d'erreur		
	RAAE	RMAE	RMSE
GP avec 1 paramètre de portée	0.3236	1.4124	0.0165

TABLE V.5 – Valeurs des métriques d'erreur pour le méta-modèle GP avec un paramètre de portée du véhicule ferroviaire

Pour comparer quantitativement les méta-modèles SVR et GP, les erreurs du nouveau méta-modèle ont également été calculées. Elles sont disponibles [Tableau V.5](#). Ces valeurs sont légèrement supérieures à celle du méta-modèle SVR. Même si le modèle est légèrement moins performant pour la prédiction de la sortie, la méthode de régression par processus gaussien fournit également l'intervalle de prédiction à 95% ce qui n'est pas le cas pour la méthode SVR. Cet intervalle a été tracé [Figure V.33](#) pour les deux zones d'erreur importante décrites précédemment. L'intervalle de prédiction est représenté par une surface grise, les prédictions du méta-modèle sont tracées par une ligne bleue, et les points d'observation et de validation pour lesquels on connaît la valeur réelle de la sortie sont indiqués par une étoile rouge. La valeur prédite par le modèle est comprise dans un intervalle pouvant aller jusqu'à  $\pm 5\%$  de la valeur prédite. On constate [Figure V.33a](#) que dans la zone irrégulière du modèle, l'intervalle de prédiction comprend néanmoins les valeurs réelles de la sortie. Cependant, pour la zone comprenant une augmentation soudaine de la sortie, [Figure V.33b](#), le point  $X1 = 1.3$  et  $X2 = 1.18$  a une valeur de sortie réelle située en dehors de l'intervalle de prédiction. Une information supplémentaire est donc disponible avec la méthode GP.

Pour essayer d'améliorer le méta-modèle, une autre fonction noyau, nécessitant un paramètre de portée pour chaque variable, a été utilisée. La formulation du noyau est la suivante :

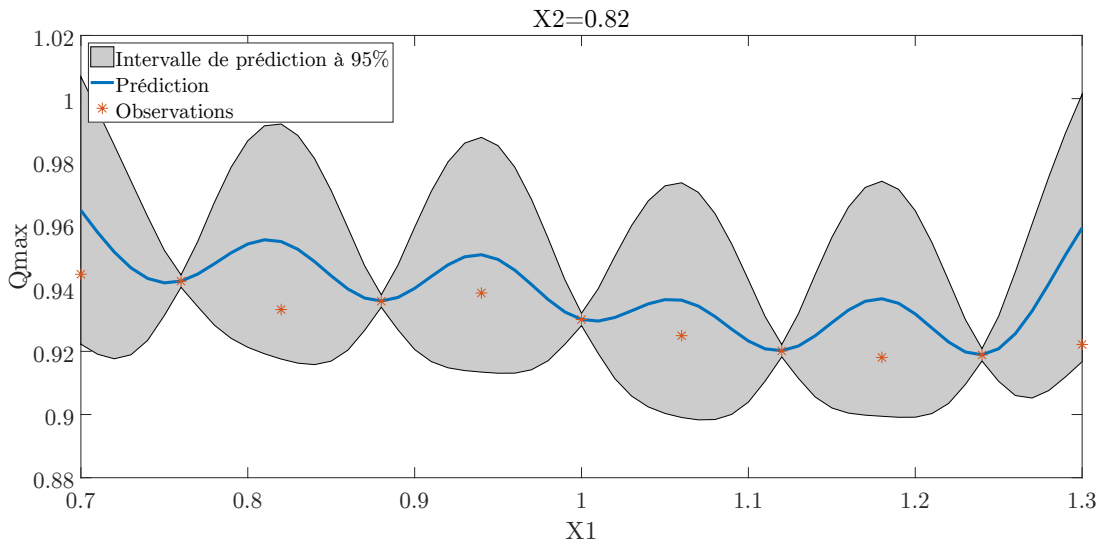
$$k(x_i, x_j) = \sigma_{Qmax}^2 \exp \left( -\frac{1}{2l_1^2} (x_{i,1} - x_{j,1})^2 - \frac{1}{2l_2^2} (x_{i,2} - x_{j,2})^2 \right) \quad (V.15)$$

où :

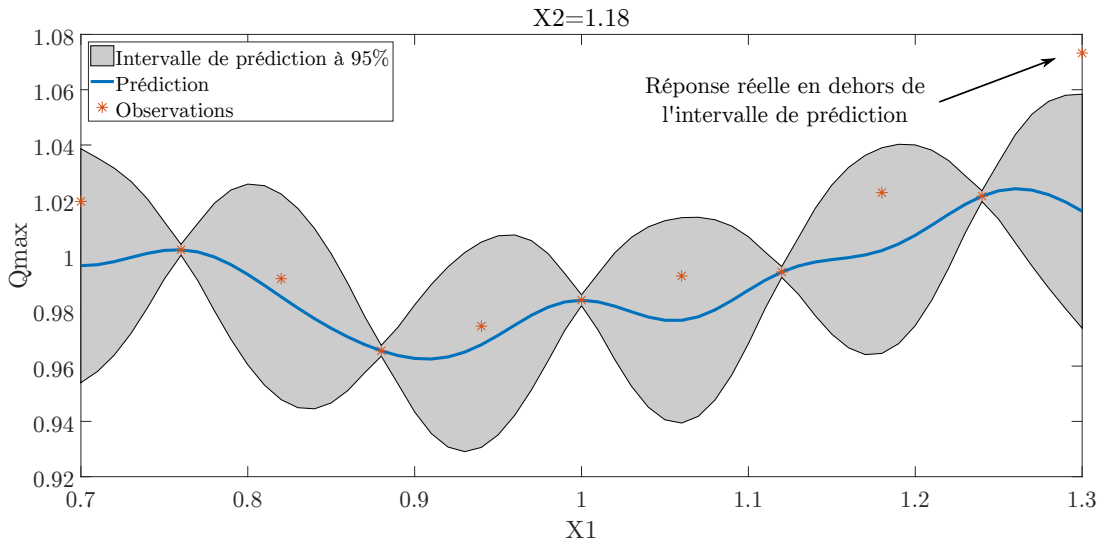
- $l_p$ , avec  $p = [1, 2]$ , est le paramètre de portée du paramètre  $p$  ;
- $\sigma_{Qmax}$  est l'écart type de la fonction noyau ;
- $x_i = (x_{i,1}, x_{i,2})$  et  $x_j = (x_{j,1}, x_{j,2})$  sont deux points de l'espace des paramètres dont chaque composante représente la valeur d'une variable.

Les paramètres ont été fixés à  $l_1 = l_2 = 0.2667$ ,  $\sigma_{Qmax} = 0.8726$ , et  $\sigma = 0.0192$ . Les valeurs choisies correspondent à celles des paramètres optimisés pour le méta-modèle avec un paramètre de portée.

L'allure du méta-modèle obtenu avec cette nouvelle fonction de covariance est visible [Figure V.34](#). Les points d'entraînement du modèle sont toujours représentés par des ronds rouges et les points de validation par des losanges bleus. La surface colorée représente la variation de la sortie calculée à partir du nouveau méta-modèle



(a) Prédiction pour  $X1 = [0.7, 1.3]$ ,  $X2 = 0.82$



(b) Prédiction pour  $X1 = [0.7, 1.3]$ ,  $X2 = 1.18$

FIGURE V.33 – Intervalle de prédiction à 95% du méta-modèle par processus gaussien avec un paramètre de portée pour le véhicule ferroviaire

Méta-modèle	Métriques d'erreur		
	RAAE	RMAE	RMSE
GP avec 2 paramètres de portée	0.1963	1.0783	0.0110

TABLE V.6 – Valeurs des métriques d'erreur pour le méta-modèle par processus gaussien avec deux paramètres de portée

(axe vertical) en fonction des deux paramètres (axes du plan horizontal). Le modèle ne suit toujours pas l'augmentation rapide de la sortie pour la zone avec des valeurs élevées pour les deux paramètres. Par contre, la zone précédemment irrégulière située entre  $X_2 = 0.7$  et  $X_2 = 0.8$  pour toutes les valeurs de  $X_1$  est désormais plus lisse. Une vérification quantitative de l'amélioration des performances du modèle a été effectuée avec le calcul des métriques d'erreur regroupés [Tableau V.6](#). Les trois erreurs du modèle à deux paramètres de portée sont plus faibles que celles du modèle avec une fonction noyau à paramètre de portée unique. Ces erreurs sont également plus faibles que celles du méta-modèle SVR, et le méta-modèle GP retourne un intervalle de prédiction à 95%. On représente à nouveau [Figure V.35](#) cet intervalle par une surface grise pour les deux zones étudiées. De même que pour le méta-modèle précédent, les prédictions sont tracées par une ligne bleue, et les points d'observation pour lesquels on connaît la valeur réelle de la sortie sont indiqués par une étoile rouge. L'intervalle de prédiction à 95%, approximativement  $\pm 3\%$  de la valeur prédite, est légèrement moins large qu'avec le modèle précédent et plus régulier. Il ne comprend par contre toujours pas la valeur réelle de la zone d'augmentation soudaine de la sortie (voir [Figure V.35b](#)). L'intervalle de prédiction à 95%, qui correspond à  $\pm 3\%$  de la valeur prédite, correspond également à presque  $\pm 17\%$  de la variation totale de la sortie réelle (charge maximale réelle à la roue comprise entre 1.0733 et 0.9076). Cette incertitude est donc tout de même un peu large face à la variation totale de la sortie dans l'espace des paramètres.

Si on augmente le nombre de points d'apprentissage à 121 pour la construction du méta-modèle, l'intervalle de prédiction à 95% diminue. Ces intervalles sont visibles [Figure V.36](#). La largeur de l'intervalle est comprise entre 0.25% de la valeur prédite [Figure V.36b](#) et 2% de la valeur prédite [Figure V.36a](#). Cependant, le modèle n'a pas été validé. En effet, aucun point de validation n'était disponible dans le maillage initial pour vérifier que les prédictions à d'autres points que ceux utilisés pour l'entraînement du modèle étaient incluses dans l'intervalle. On peut également noter que le nombre de points d'apprentissage a été doublé, donc le coût d'apprentissage a été doublé, pour une réduction de l'intervalle de prédiction de 1%. Il faut donc trouver le bon compromis entre les coûts de calcul et la précision souhaitée.

Le méta-modèle GP avec deux paramètres de portée et construit avec 61 points d'apprentissage étant le plus précis et le moins coûteux, il est utilisé dans la suite du chapitre. Pour la détermination des tolérances, l'évaluation de la sortie pour un maillage ayant un pas de 0.01 d'un espace de conception à deux paramètres compris

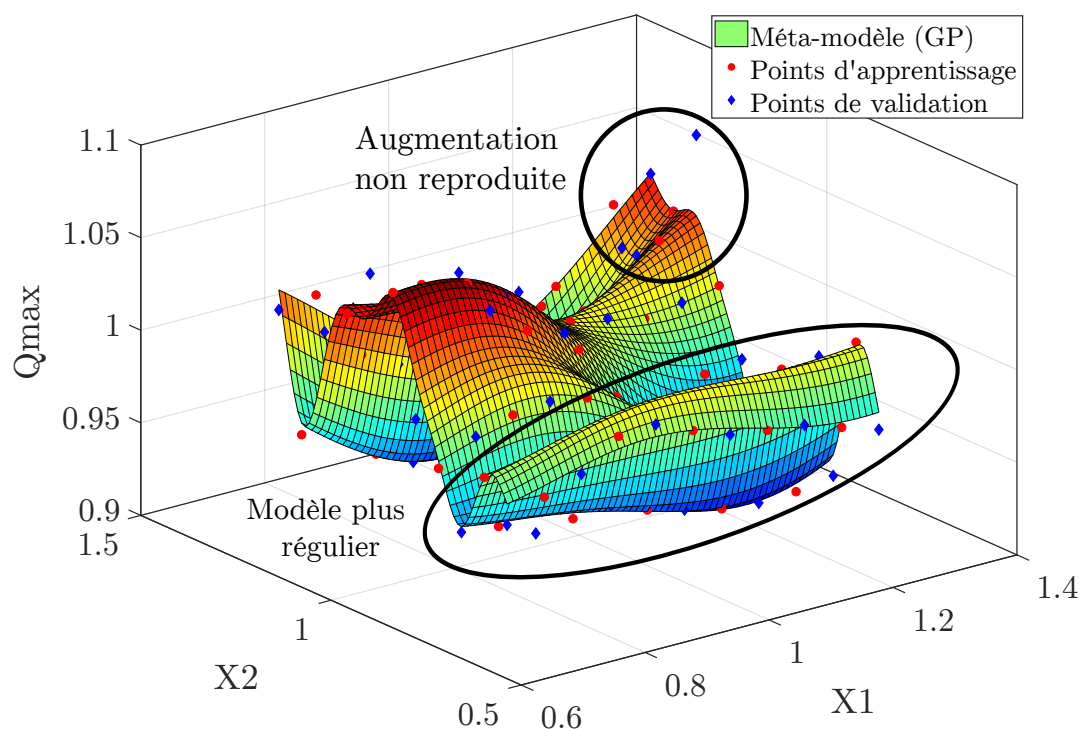
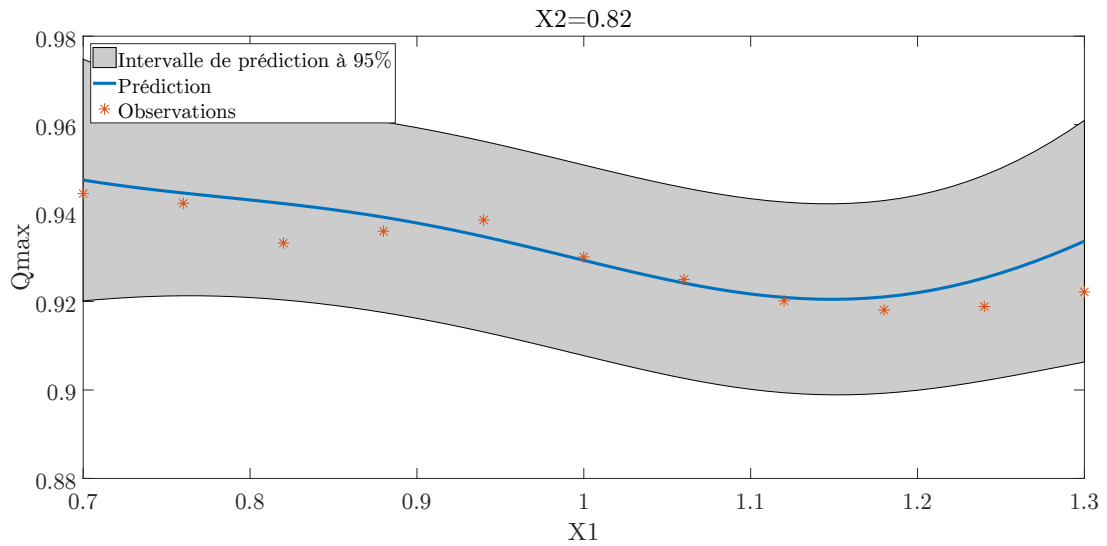
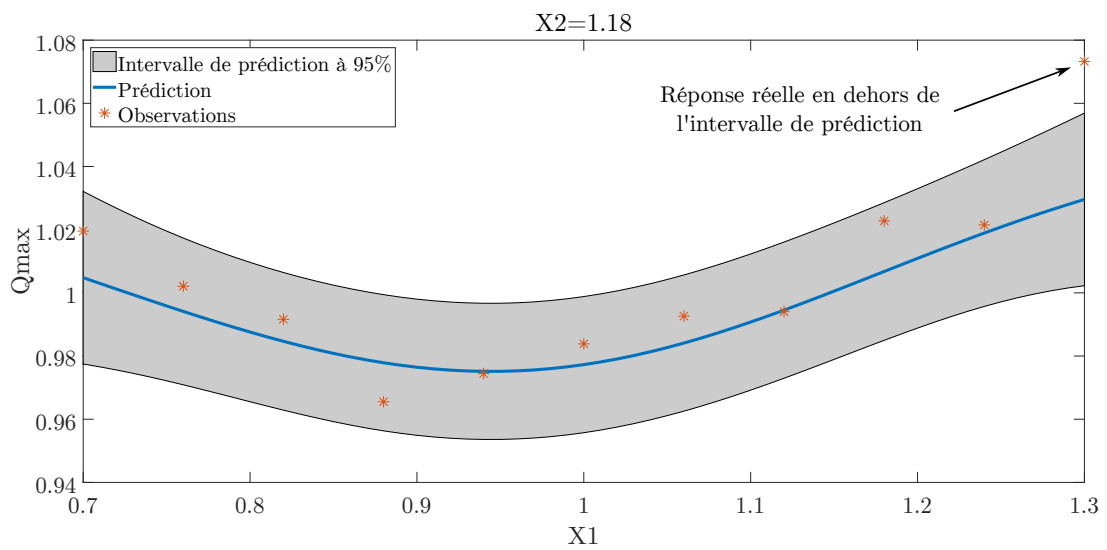


FIGURE V.34 – Méta-modèle GP avec deux paramètres de portée et 61 points d'apprentissage d'un véhicule ferroviaire

dans l'intervalle  $[0.7, 1.3]$ , coûterait avec le modèle réel 17 jours (3721 évaluations du modèle avec 6 min et 35 s par évaluation). Sur ce même maillage, l'exécution du méta-modèle coûte 0.054 s. Cependant, il faut aussi prendre en compte le coût de construction du méta-modèle. Il dépend du coût d'une évaluation du modèle réel, ainsi que du nombre d'échantillons nécessaires pour son entraînement et sa validation. De plus, le nombre d'échantillons dépend de la taille de l'espace de conception étudié (nombre de paramètres). Pour l'exemple étudié, cette construction s'est appuyée sur 121 échantillons soit un coût de 13 h et 17 min, et la détermination des paramètres du méta-modèle a pris 1 min. L'évaluation de la sortie sur l'espace de conception a donc été diminuée d'un facteur 30. Le gain est ainsi considérable à condition que le coût d'obtention du méta-modèle reste raisonnable. Dans un premier temps, les méthodes d'analyse de sensibilité présentées [chapitre III](#) permettent d'atteindre un nombre raisonnable de paramètres, et donc de diminuer le nombre d'échantillons utilisés pour la construction du modèle d'approximation. En effet, un méta-modèle ne serait pas réalisable sur un espace de conception non réduit tel que l'espace de conception initial à 91 paramètres du modèle décrit [section V.3.1](#). Dans un deuxième temps, le nombre d'échantillons nécessaires peut être optimisé pour une précision donnée du méta-modèle, ou vice-versa, avec des méthodes d'échantillonnage de l'espace des paramètres.

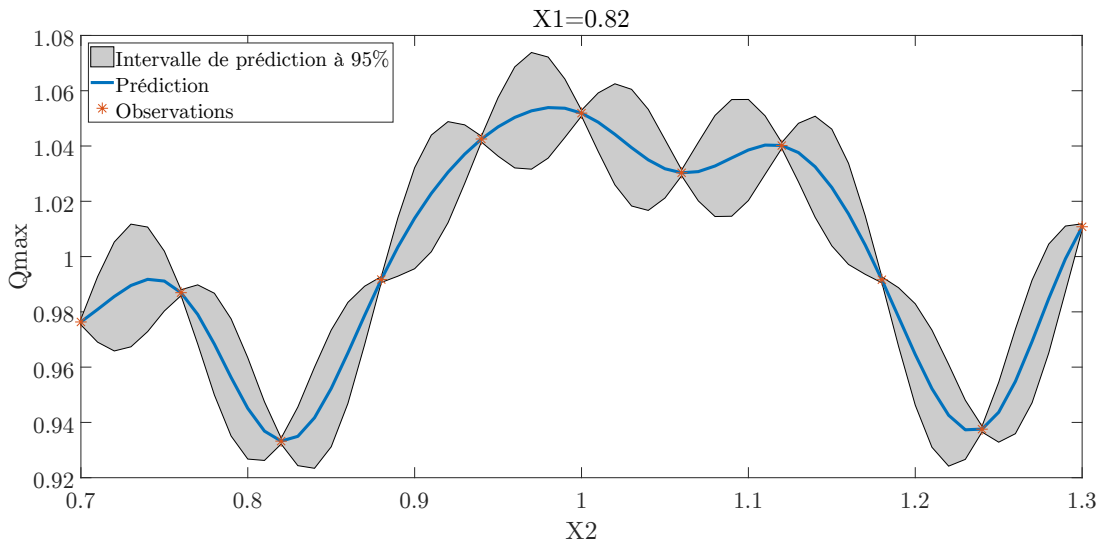


(a) Prédiction pour  $X1 = [0.7, 1.3]$ ,  $X2 = 0.82$

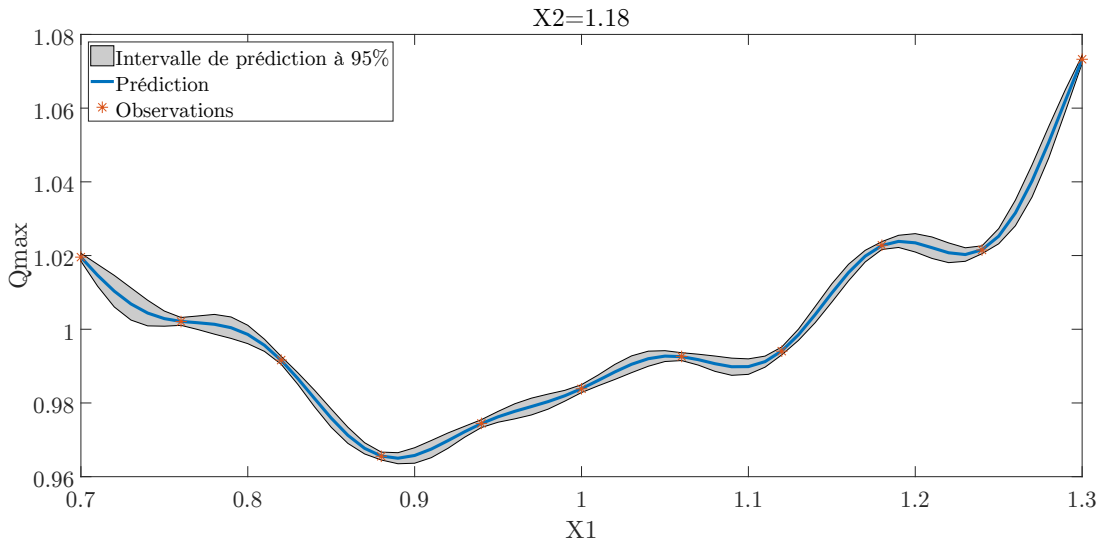


(b) Prédiction pour  $X1 = [0.7, 1.3]$ ,  $X2 = 1.18$

FIGURE V.35 – Intervalle de prédiction à 95% du méta-modèle par processus gaussien avec deux paramètres de portée et 61 points d'apprentissage pour le véhicule ferroviaire



(a) Prédiction pour  $X_1 = 0.82$ ,  $X_2 = [0.7, 1.3]$



(b) Prédiction pour  $X_1 = [0.7, 1.3]$ ,  $X_2 = 1.18$

FIGURE V.36 – Intervalle de prédiction à 95% du méta-modèle par processus gaussien avec deux paramètres de portée et 121 points d'apprentissage

## V.4.2.c Méthode d'échantillonnage

Pour diminuer le coût d'obtention du modèle d'approximation, plusieurs méthodes d'échantillonnage de l'espace des paramètres évoquées [section IV.4.2](#) ont été testées et leurs performances ont été comparées pour un nombre de points d'apprentissage identique à celui du maillage initial de l'espace. Les erreurs relatives moyenne et maximale et l'erreur quadratique moyenne du méta-modèle GP avec deux paramètres de portée ont ainsi été comparées pour 3 méthodes d'échantillonnage issues des méthodes *space-filling designs* : l'échantillonnage par hypercube latin, noté LHS, l'échantillonnage uniforme, et la méthode du maximum d'entropie, notée MaxEnt. Faute de temps, la sortie des 61 points d'apprentissage obtenus avec chaque méthode a été estimée par régression linéaire entre les deux points les plus proches du nouvel échantillon d'apprentissage parmi les 121 points où la sortie SIMPACK est connue. Les paramètres du méta-modèle ont été recalculés avec les points d'apprentissage de chaque méthode d'échantillonnage. Les erreurs calculées pour chaque méthode sont classées [Tableau V.7](#). La première ligne du tableau contient les erreurs relatives moyennes, la deuxième ligne les erreurs relatives maximales, et la troisième ligne les erreurs quadratiques moyennes. La première colonne contient les erreurs obtenues pour le maillage initial de l'espace des paramètres. Les trois colonnes suivantes contiennent respectivement les erreurs obtenues avec la méthode d'échantillonnage par hypercube latin, avec la méthode uniforme, et avec la méthode du maximum d'entropie. Les 3 méthodes d'échantillonnage étudiées ont une erreur relative moyenne et une erreur quadratique moyenne proches de celles obtenues avec le maillage initial, la méthode LHS montrant des résultats légèrement meilleurs que ceux des autres méthodes pour le métrique RAAE tandis que la méthode MaxEnt montre une meilleure performance avec le métrique RMSE. La méthode uniforme a une erreur relative maximale supérieure à celle du maillage initial. Au contraire, la méthode LHS a une erreur maximale légèrement inférieure à celle obtenue avec l'échantillonnage initial, et la méthode du maximum d'entropie a une erreur maximale nettement inférieure, malgré l'approximation utilisée pour le calcul des sorties aux points d'apprentissage. La méthode MaxEnt offre donc une bonne approximation globale pour 61 échantillons et minimise l'erreur maximale. L'échantillonnage uniforme ne fournit les meilleurs résultats pour aucun métrique.

Métrique d'erreur	Méthode d'échantillonnage			
	Maillage initial	LHS	Uniforme	Entropie max
RAAE	0.1963	0.1907	0.2193	0.2037
RMAE	1.078	1.031	1.094	0.6638
RMSE	0.0110	0.01077	0.01259	0.01037

TABLE V.7 – Métriques d'erreur pour différentes méthodes d'échantillonnage

L'allure de la réponse prédite par le méta-modèle obtenu avec la méthode d'échantillonnage du maximum d'entropie est représentée [Figure V.37b](#) avec une surface colorée. La valeur de la réponse prédite est donnée par l'axe vertical, les valeurs des paramètres sont données par les axes dans le plan horizontal. Les points d'apprentissage sont tracés par des cercles rouges et les points de validation par des losanges bleus. En observant les deux zones étudiées pour chaque méta-modèle, on remarque que la zone d'augmentation subite de la sortie est mieux représentée qu'avec l'échantillonnage initial grâce à un point d'apprentissage proche du maximum observé de la réponse, tandis que pour la deuxième zone, le modèle d'approximation est trop régulier et ne suit pas assez la variation réelle des données. La faible valeur de l'erreur maximale du méta-modèle avec maximum d'entropie est donc très probablement liée à la meilleure estimation de la sortie dans la zone d'augmentation rapide de la sortie. On trace également l'intervalle de prédiction à 95% par une surface grise pour les deux zones de référence [Figure V.38](#). Les prédictions sont toujours tracées par une ligne bleue, et les points d'observation et de validation du maillage initial pour lesquels on connaît la valeur réelle de la sortie sont indiqués par une étoile rouge. L'intervalle de prédiction à 95%, moins large qu'avec les modèles précédents, est approximativement  $\pm 2\%$  de la valeur prédite, malgré de nombreux points réels se situant en dehors de cet intervalle. Cette méthode d'échantillonnage semble donc améliorer l'estimation des valeurs extrêmes mais pas l'erreur moyenne, ni étonnamment la confiance qui peut être accordée aux résultats. De plus, en traçant les points d'apprentissage et de validation dans l'espace des paramètres, respectivement par des cercles rouges et des losanges bleus avec le paramètre X1 en abscisse et le paramètre X2 en ordonnée [Figure V.37a](#), on peut se demander si les résultats ne sont pas meilleurs grâce à la proximité des points d'apprentissage et de validation. En effet, pour le maillage initial de l'espace des paramètres visible [Figure V.30](#), les points étaient plus espacés.

On cherche à comparer en dernier lieu les performances des méthodes d'échantillonnage en fonction du nombre de points d'apprentissage utilisés. La [Figure V.39a](#) et la [Figure V.39c](#) regroupent l'erreur relative moyenne et l'erreur quadratique moyenne (en ordonnée) en fonction du nombre de points d'apprentissage (en abscisse) pour les trois méthodes d'échantillonnage étudiées. Les courbes rouges concernent les résultats avec la méthode d'échantillonnage uniforme, les courbes bleues ceux de la méthode LHS, et les courbes jaunes ceux de la méthode du maximum d'entropie. La [Figure V.39b](#) fournit les mêmes informations pour l'erreur relative maximale. On constate que, quel que soit le type d'erreur observée, les méthodes d'échantillonnage uniforme et avec maximum d'entropie sont légèrement plus performantes que la méthode LHS pour 10 points d'apprentissage. Cependant, pour les trois types d'erreur, les courbes des trois méthodes se rejoignent rapidement et ont la même tendance. Aucune méthode d'échantillonnage ne fait diminuer l'une des erreurs plus rapidement que les deux autres méthodes et ne permet de réduire significativement le nombre de points d'apprentissage. Il est donc difficile de conclure quant à la méthode d'échantillonnage la plus adaptée pour le problème étudié. Comme pour le système académique étudié [chapitre IV](#), le nombre

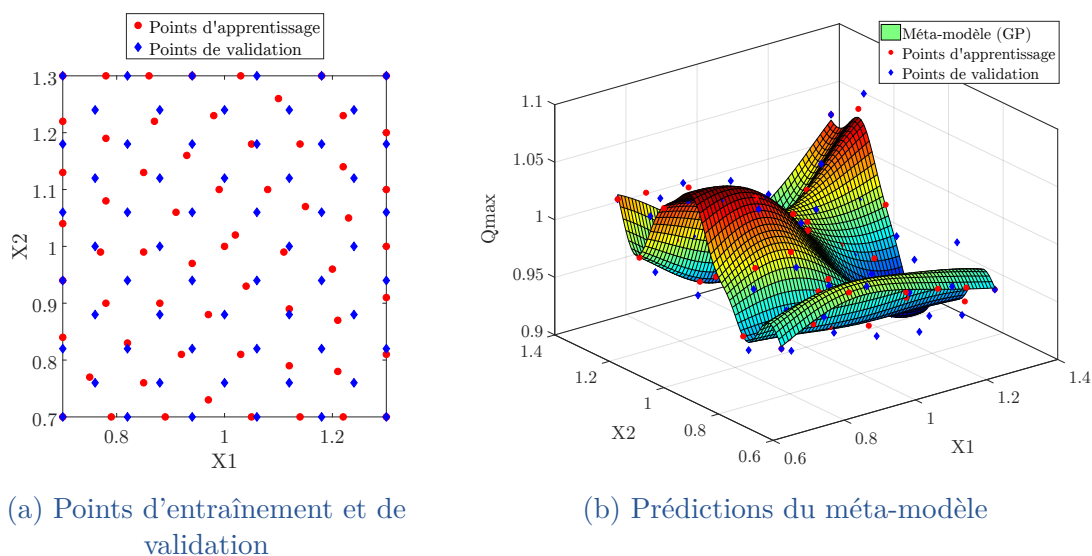


FIGURE V.37 – Méta-modèle GP avec deux paramètres de portée et la méthode d'échantillonnage du maximum d'entropie

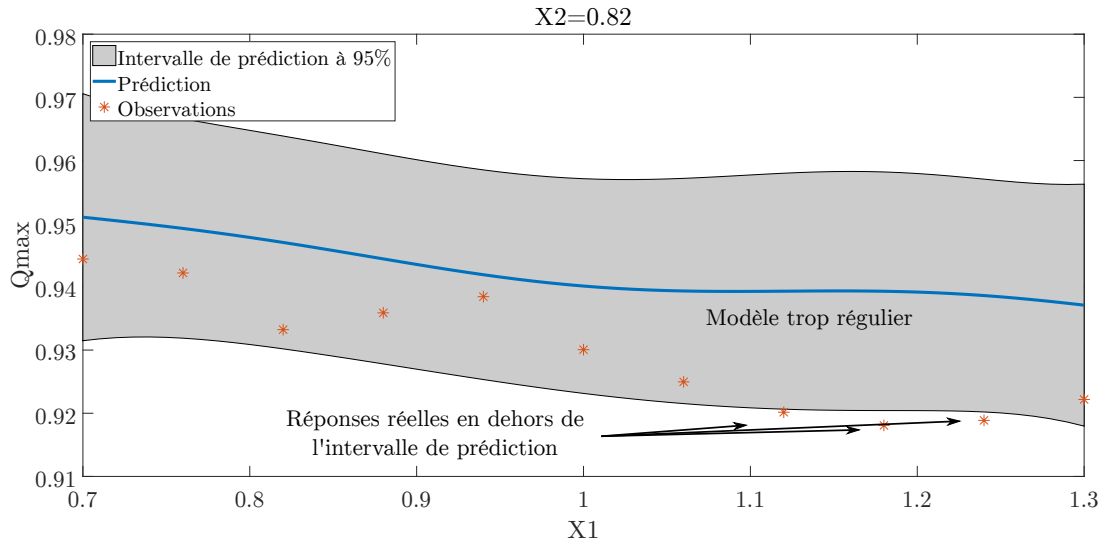
de points semble avoir une influence plus importante sur l'erreur d'approximation que la méthode d'échantillonnage, et 60 points d'échantillonnage fournissent également une précision correcte.

Au regard des résultats obtenus, des points sélectionnés pour la validation des méta-modèles, et de l'approximation utilisée pour calculer la valeur de la sortie aux points d'apprentissage des nouvelles méthodes d'échantillonnage, le méta-modèle obtenu avec le maillage initial a été conservé dans la suite de ce chapitre. Quelle que soit la méthode d'échantillonnage envisagée, il pourrait être plus judicieux de commencer la création du méta-modèle avec un faible nombre de points et améliorer le méta-modèle en ajoutant des échantillons d'apprentissage dans les zones de l'espace des paramètres ayant une erreur importante avec les méthodes d'échantillonnage adaptatif (*adaptive sampling* en anglais) par exemple [Garud 17, Liu 18]). Cette méthode nécessiterait cependant d'optimiser le méta-modèle plusieurs fois et serait ainsi plus coûteuse.

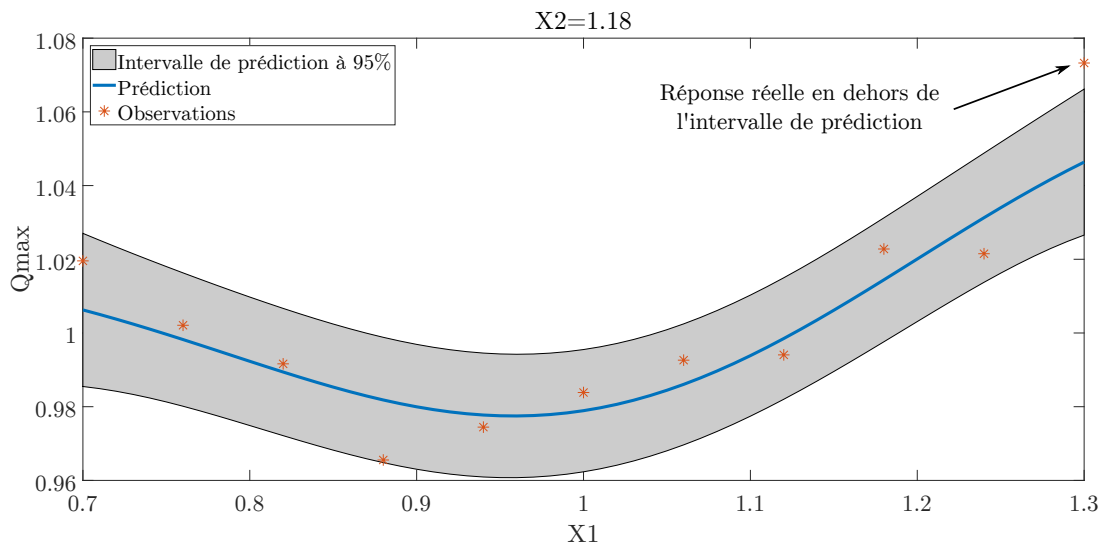
### V.4.3 Détermination des tolérances des composants

#### V.4.3.a Zones de faisabilité et leur centre

Une fois le méta-modèle créé, la charge maximale à la roue peut être estimée à tous les points du domaine de conception. L'objectif de conception fixé est une charge maximale à la roue inférieure à 0.96. L'étape de partitionnement des

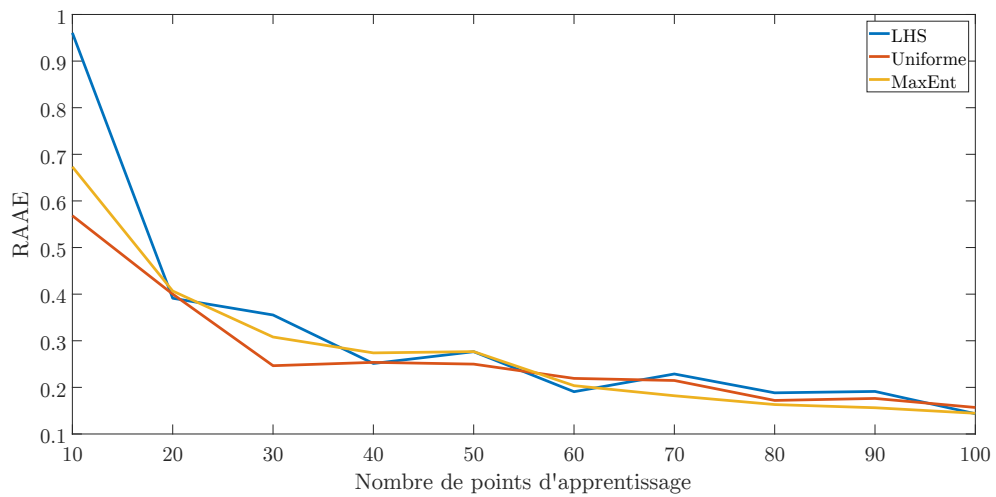


(a) Prédiction pour  $X_1 = [0.7, 1.3]$ ,  $X_2 = 0.82$

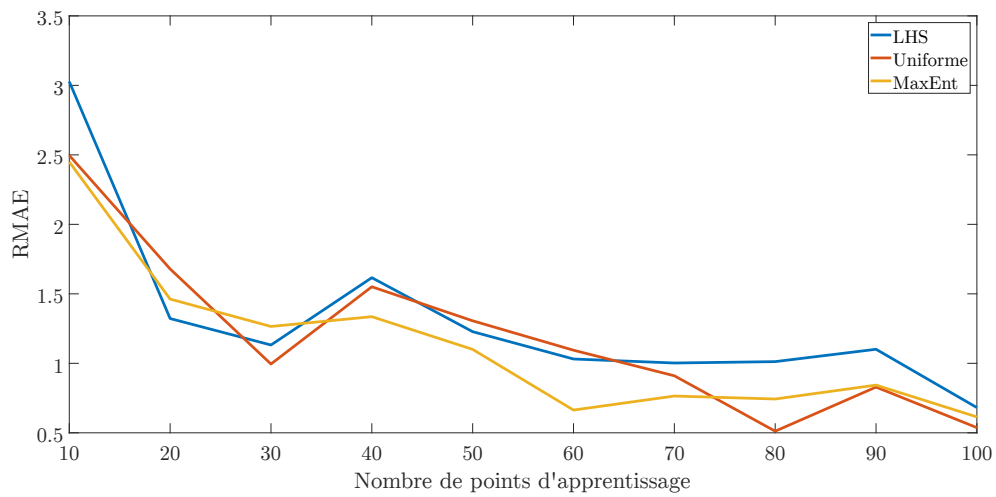


(b) Prédiction pour  $X_1 = [0.7, 1.3]$ ,  $X_2 = 1.18$

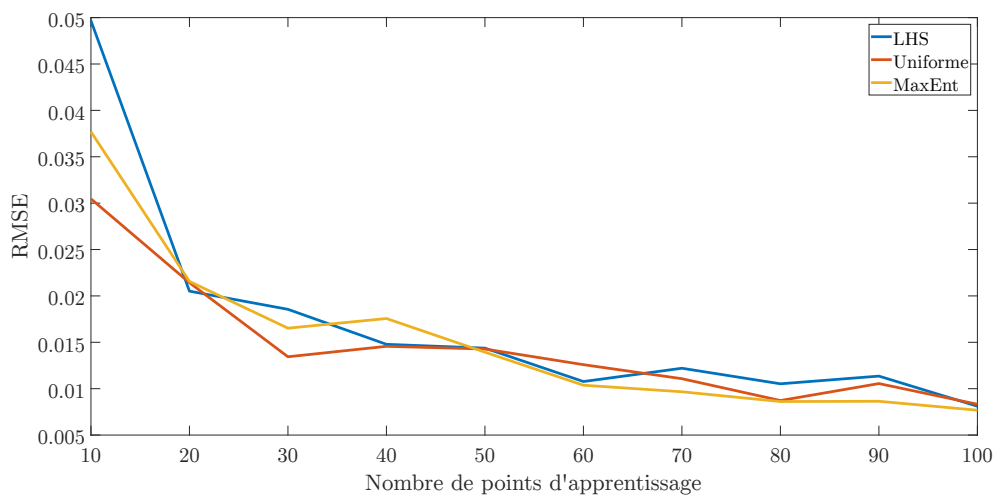
FIGURE V.38 – Intervalle de prédiction à 95% des prédictions du méta-modèle par processus gaussien avec deux paramètres de portée et la méthode d'échantillonnage du maximum d'entropie



(a) Erreur relative moyenne



(b) Erreur relative maximale



(c) Erreur quadratique moyenne

FIGURE V.39 – Évolution de l'erreur de modélisation en fonction du nombre de points d'apprentissage pour le véhicule ferroviaire

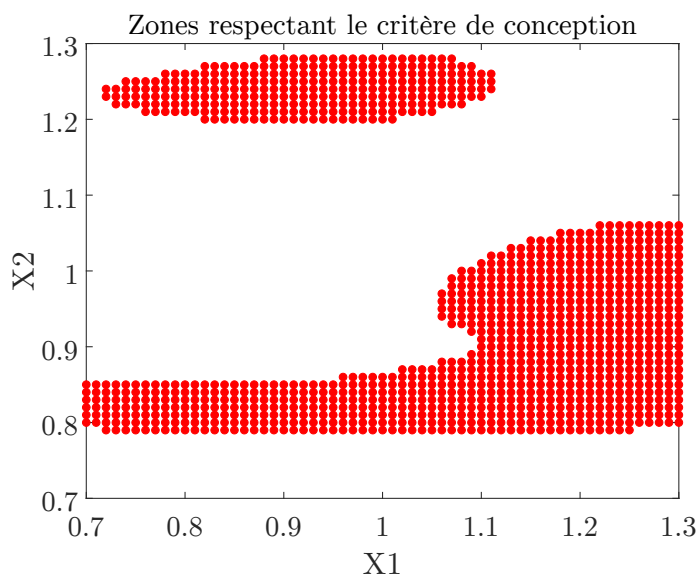


FIGURE V.40 – Zones de faisabilité du domaine de conception (en rouge) pour le critère de charge maximale à la roue

zones de faisabilité et de détermination des centres des partitions (détaillée [section IV.4.4](#)) peut alors être appliquée au véhicule ferroviaire étudié.

La sortie  $Q_{max}$  est donc estimée avec le méta-modèle sur un maillage assez dense de l'espace des paramètres. La valeur de la charge est calculée pour des paramètres ayant une valeur située dans l'intervalle  $[0.7, 1.3]$  avec un pas de 0.01. Seuls les points de l'espace de conception respectant le critère de conception sont conservés. On obtient deux zones de faisabilité, visibles [Figure V.40](#), qui sont de dimension différente. L'une des zones, située en haut à gauche de la [Figure V.40](#), est de forme simple. L'inscription dans la zone d'un rectangle représentant des tolérances est aisée. En revanche, l'autre zone de faisabilité a une forme géométrique plus complexe pour laquelle plusieurs solutions de tolérancement sont possibles. Cette zone doit donc être divisée en plusieurs espaces, suffisamment simples pour y inscrire des tolérances. Le partitionnement retenu doit éviter de retourner des clusters qui mèneraient à une même solution de conception finale mais doit proposer toutes les alternatives existantes.

La méthode de partitionnement de l'espace de faisabilité décrite [section IV.4.4](#), qui utilise l'algorithme k-médoïdes, a donc été appliquée. Les 4 critères de validité des partitions disponibles dans MATLAB ont été comparés sur l'exemple industriel d'application pour choisir un nombre de clusters compris entre 2 et 20. Pour rappel, ces critères sont les critères Calinski-Harabasz (CH), Silhouette (SWC), Davies-Bouldin (DB), et Gap. Deux groupes de résultats ont été obtenus. Les critères CH et Gap donnent des résultats similaires : ils proposent un nombre élevé de partitions, respectivement 16 et 14 clusters. Le partitionnement est tracé [Figure V.41a](#) pour le critère CH. Chaque groupe de points d'une même couleur représente un

cluster dans l'espace des paramètres avec le paramètre X1 en abscisse et le paramètre X2 en ordonnée. Les croix noires représentent le centre de la partition dans laquelle la croix se situe. On constate que les partitions 1, 7 et 9 ont des centres proches qui risquent de mener à des solutions de tolérancement fortement similaires. Il ne semble donc pas nécessaire de lancer l'algorithme de tolérancement pour ces trois centres de cluster, car cela allongerait inutilement le temps de calcul, qui dépend du nombre de partitions. Une seule de ces partitions suffirait. Contrairement aux deux critères précédents, les critères SWC et DB conseillent tous les deux uniquement 3 clusters. Les partitions sont représentées par des groupes de points de même couleur [Figure V.41b](#) avec leur centre sous forme de croix noire. Les centres sont suffisamment éloignés pour mener à des solutions de conception différentes. Ces critères sont donc plus adaptés que les deux précédents pour des calculs rapides, comme c'était le cas pour l'exemple d'application académique. Dans la suite de la section, pour toutes les études faisant intervenir un partitionnement de l'espace de faisabilité, le nombre de partitions a été déterminé à l'aide du critère Silhouette, et le partitionnement a ensuite été effectué avec la fonction *kmedoids* de MATLAB.

#### V.4.3.b Tolérances possibles pour chaque zone de faisabilité

Une fois les centres des partitions obtenus, l'algorithme de conception robuste et de tolérancement décrit [section IV.4.5](#) peut être lancé pour chaque centre obtenu. Pour rappel, cet algorithme sélectionne un centre de cluster, fixe initialement les tolérances des paramètres à cet unique point, puis étend les tolérances progressivement dans chaque direction jusqu'à atteindre le dernier échantillon de l'espace des paramètres appartenant à la zone de faisabilité. L'expansion des tolérances à chaque étape de l'algorithme est tracée sur [l'annexe A](#). L'algorithme peut également s'étendre dans une ou plusieurs directions privilégiée(s) si certaines tolérances sont plus difficiles à réaliser. Cela permet de maximiser les tolérances les plus coûteuses. De plus, l'algorithme calcule également pour chaque partition la moyenne et l'écart-type de la sortie pour mesurer respectivement la performance de la solution et sa robustesse.

Pour l'exemple ferroviaire étudié, on considère dans un premier temps que les deux paramètres ont un coût de réalisation similaire. L'extension des tolérances n'est privilégiée dans aucune direction. Trois alternatives de tolérancement sont obtenues, une pour chaque partition. Les tolérances évaluées sont représentées [Figure V.42](#) par des rectangles noirs dans l'espace des paramètres avec X1 en abscisse et X2 en ordonnée. La valeur de la sortie étudiée est représentée par une couleur dont l'échelle est donnée à droite de la Figure. On obtient les intervalles de tolérancement suivants avec un point de conception nominal centré dans les intervalles :

- pour le cluster 1 :  $X1 \in [1.1, 1.3]$  et  $X2 \in [0.8, 1.01]$ , soit la solution de conception  $X1 = 1.2 \pm 0.1$  et  $X2 = 0.905 \pm 0.105$  ;

- pour le cluster 2 ,  $X1 \in [0.88, 1.01]$  et  $X2 \in [1.2, 1.28]$ , soit la solution de conception  $X1 = 0.945 \pm 0.065$  et  $X2 = 1.24 \pm 0.04$  ;
- et pour le cluster 3 ,  $X1 \in [0.72, 1.25]$  et  $X2 \in [0.79, 0.85]$ , soit la solution de conception  $X1 = 0.985 \pm 0.265$  et  $X2 = 0.82 \pm 0.03$ .

Ces tolérances sont exprimées en pourcentage dans le [Tableau V.8](#) où chaque ligne représente une solution de conception, et où la première et la deuxième colonnes représentent respectivement les valeurs de X1 et X2, et leurs tolérances. Le Tableau regroupe également les valeurs moyennes et les écarts-type de la sortie Qmax pour chaque solution dans les colonnes 3 et 4. Le cluster 1 obtient la charge maximale moyenne à la roue la plus faible et des tolérances proches et relativement larges pour les deux paramètres avec une variation raisonnable de sa performance visible sur la valeur de l'écart-type. Le cluster 2 offre une solution plus robuste mais avec des tolérances moins larges pour les deux paramètres. Enfin, le cluster 3 permet d'élargir grandement la tolérance de X1 mais impose une faible marge sur la valeur de X2 et fournit la solution la moins robuste avec l'écart-type le plus élevé. Une fois le méta-modèle obtenu, il est donc possible de choisir avec l'algorithme décrit un des trois points de conception en fonction du compromis souhaité. Cet algorithme a coûté 2 s pour un espace de conception avec 2 paramètres et 3 partitions.

Cluster	Solution et tolérances		Performance	
	X1	X2	Moyenne	Écart-type
1	$1.2 \pm 8\%$	$0.905 \pm 11\%$	0.9300	0.0020
2	$0.94 \pm 6\%$	$1.24 \pm 3\%$	0.9389	0.00062
3	$0.985 \pm 26\%$	$0.82 \pm 3\%$	0.9395	0.0030

**TABLE V.8** – Solutions de conception robuste et leurs tolérances obtenues sans paramètre privilégié

Dans un deuxième temps, on étudie les résultats obtenus en privilégiant l'extension des tolérances pour un des paramètres. Au lieu d'étendre les tolérances progressivement dans chaque direction, l'algorithme étend au maximum les tolérances dans la direction liée au paramètre à privilégier, puis étend les tolérances du paramètre restant.

Si le paramètre X1 est privilégié, on obtient les solutions de conception suivantes :

- pour le cluster 1, le point de conception nominal et ses tolérances sont :  $X1 = 1.200 \pm 0.1$  et  $X2 = 0.905 \pm 0.105$  ;
- pour le cluster 2, le point de conception nominal propose une tolérance nulle pour le paramètre X2, ce qui n'est pas réalisable ;
- pour le cluster 3, le point de conception nominal et ses tolérances sont :  $X1 = 1 \pm 0.3$  et  $X2 = 0.825 \pm 0.025$ .

Ces solutions sont tracées [Figure V.43a](#) avec les mêmes représentations que celles utilisées [Figure V.42](#). Les tolérances en pourcentage, la performance et la robustesse sont regroupées dans le [Tableau V.9](#) avec le même formalisme que pour le

Cluster	Solution et tolérances		Performance	
	X1	X2	Moyenne	Écart-type
1	$1.2 \pm 8\%$	$0.905 \pm 11\%$	0.9300	0.0020
2	/	/	/	/
3	$1 \pm 30\%$	$0.825 \pm 3\%$	0.9371	0.0016

TABLE V.9 – Solutions de conception robuste et leurs tolérances obtenues en privilégiant le paramètre X1

Cluster	Solution et tolérances		Performance	
	X1	X2	Moyenne	Écart-type
1	$1.215 \pm 2\%$	$0.92 \pm 14\%$	0.9293	0.00074
2	$0.945 \pm 6\%$	$1.24 \pm 3\%$	0.9383	0.00062
3	$0.985 \pm 26\%$	$0.82 \pm 3\%$	0.9395	0.0030

TABLE V.10 – Solutions de conception robuste et leurs tolérances obtenues en privilégiant le paramètre X2

Tableau V.8. Pour les clusters 1 et 3, les solutions trouvées et les performances sont similaires à celles obtenues quand aucun paramètre n'est privilégié. En revanche, la solution du cluster 2 se dégrade fortement. La solution n'est plus robuste.

Si le paramètre X2 est privilégié, on obtient les solutions de conception suivantes :

- pour le cluster 1, le point de conception nominal et ses tolérances sont : X1 =  $1.215 \pm 0.035$  et X2 =  $0.92 \pm 0.13$  ;
- pour le cluster 2, le point de conception nominal et ses tolérances sont : X1 =  $0.945 \pm 0.065$  et X2 =  $1.24 \pm 0.04$  ;
- pour le cluster 3, le point de conception nominal et ses tolérances sont : X1 =  $0.985 \pm 0.265$  et X2 =  $0.82 \pm 0.03$ .

Les tolérances obtenues sont encore une fois représentées par des rectangles noirs Figure V.43b. Les tolérances en pourcentage et les mesures de performance sont fournies Tableau V.10. La solution du cluster 1 devient plus robuste que dans le cas où aucun paramètre n'est prioritaire au dépend de la largeur de la tolérance pour la paramètre X1. Les solutions des autres clusters sont similaires à celles obtenues dans le cas où aucun paramètre n'est prioritaire.

On constate sur l'exemple d'application que privilégier un paramètre retourne des résultats différents de ceux de l'analyse où tous les paramètres ont le même coût de fabrication pour les tolérances. Les tolérances des paramètres privilégiés sont plus élevées avec cette dernière version de l'algorithme, cependant l'augmentation reste très faible. De plus, elle s'accompagne régulièrement d'une diminution très forte des tolérances de l'autre paramètre.

Ainsi, l'algorithme proposé fournit des solutions alternatives dans toutes les zones de faisabilité de l'espace des paramètres pour la conception du véhicule ferroviaire étudié. Le temps nécessaire à l'obtention de ces solutions dépend de la

taille et du nombre des zones de faisabilité, ainsi que du pas du maillage de l'espace des paramètres utilisé pour calculer la sortie dans l'espace de conception. Pour l'exemple étudié, le temps de calcul s'élève à 0.041 s sans privilégier l'un des paramètres. Ce temps de calcul et les solutions de conception devraient être comparés à celui d'un algorithme d'optimisation pour s'assurer des performances de l'algorithme proposé.

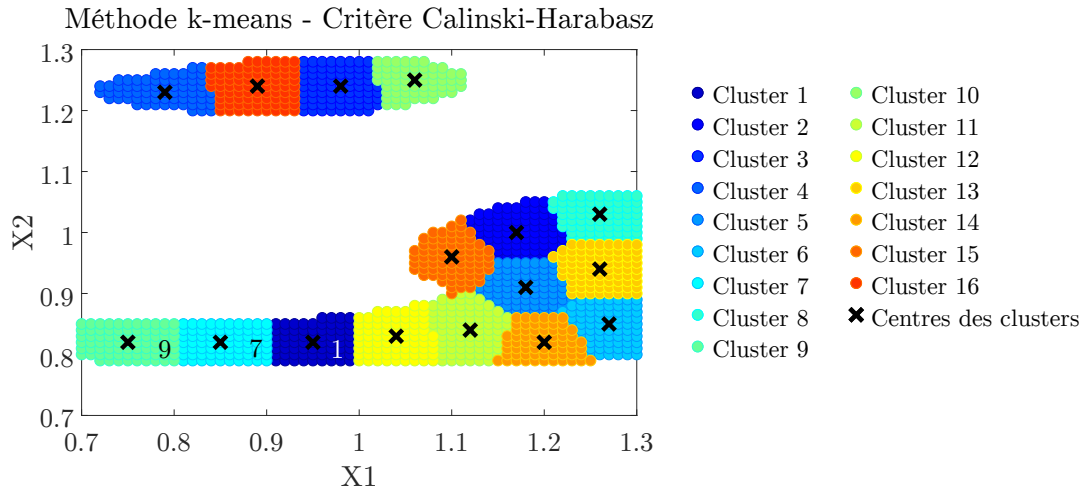
#### V.4.3.c Compromis valeur de la sortie/largeur des tolérances

On cherche finalement à déterminer si une exigence légèrement moins forte sur la valeur de la sortie peut mener à une augmentation conséquente des tolérances pour certaines solutions de conception. On considère que le point de conception nominal  $X_n = (X1_n, X2_n)$  est centré dans l'intervalle de tolérances, ie. la valeur des paramètres appartient à  $X_n \pm \Delta X$ .

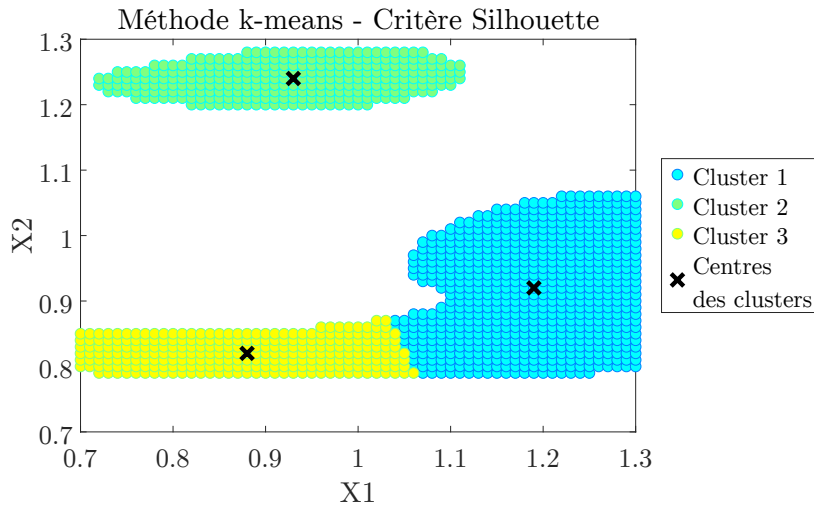
Les résultats de cette analyse sont présentés [Figure V.44](#). La demi-tolérance  $\Delta X$  est tracée en pourcentage de la valeur nominale  $X_n$  des paramètres en ordonnée. L'abscisse détermine la diminution de l'exigence sur la sortie, allant de 0 jusqu'à +5% de la valeur initiale de  $Q_{max}$ . La courbe bleue indique les demi-tolérances obtenues pour le paramètre X1, tandis que la rouge indique celles obtenues pour le paramètre X2. Ces courbes sont tracées pour les trois partitions détectées par la méthode de partitionnement des données dans le domaine de faisabilité.

La [Figure V.44a](#) fournit les courbes des tolérances pour le cluster 1. Pour le paramètre X1, la courbe de tolérance augmente presque linéairement avec une pente faible en fonction de la diminution de l'exigence sur la sortie. Il en est de même pour le début de la courbe de tolérance pour X2. En revanche, à partir de 4% de relâchement de la contrainte sur la sortie, la tolérance sur le paramètre X2 augmente de façon plus prononcée. Il est donc beaucoup plus avantageux de relâcher d'1% l'exigence sur la sortie lorsque cette dernière est fixée initialement à  $0.96 + 4\% = 0.9984$  que lorsque cette exigence est fixée initialement à  $0.96 + 1\% = 0.9696$ . Une seconde interprétation de la courbe permet de déterminer qu'un gain important sur la tolérance de X2 nécessite de diminuer l'exigence sur la sortie d'au moins 5%. De plus, un gain important sur la tolérance du paramètre X1 n'est pas possible pour des diminutions d'exigence aussi faibles sur la sortie. Un gain intéressant sur les tolérances des paramètres est donc réalisable dans certains cas pour une diminution des exigences sur la sortie raisonnable.

Les [Figure V.44b](#) et [Figure V.44c](#) fournissent les courbes des tolérances pour les clusters 2 et 3 respectivement. Les tolérances pour certains points de la courbe sont représentées par un rectangle noir dans l'espace de conception. On constate sur ces deux figures que la tolérance d'un paramètre diminue dans certains cas avec la diminution des exigences. Ce phénomène avait déjà été constaté pour l'exemple académique et des solutions pour l'éviter avait été proposées [section IV.4.6](#).



(a) Avec l'algorithme k-means et le critère Calinski-Harabasz



(b) Avec l'algorithme k-means et le critère Silhouette

FIGURE V.41 – Division des zones de faisabilité en partitions et centre des partitions

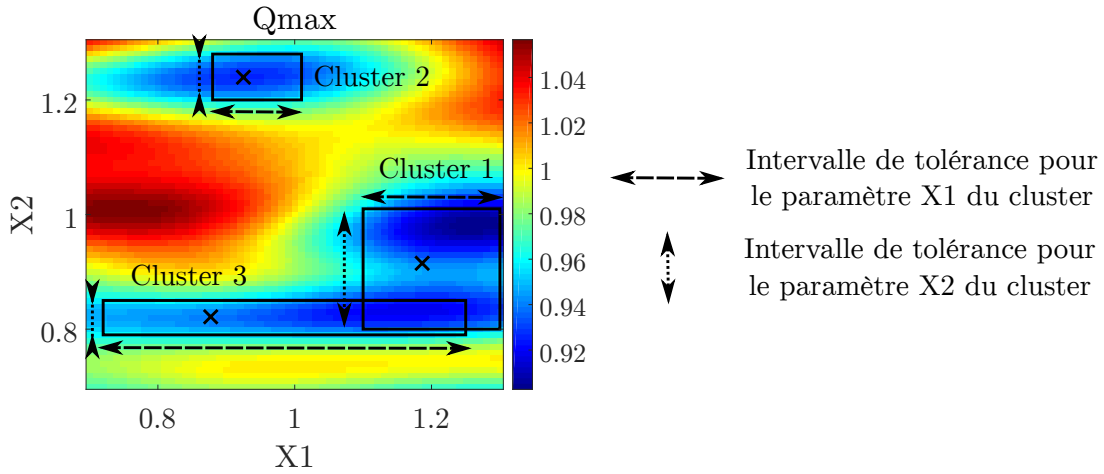
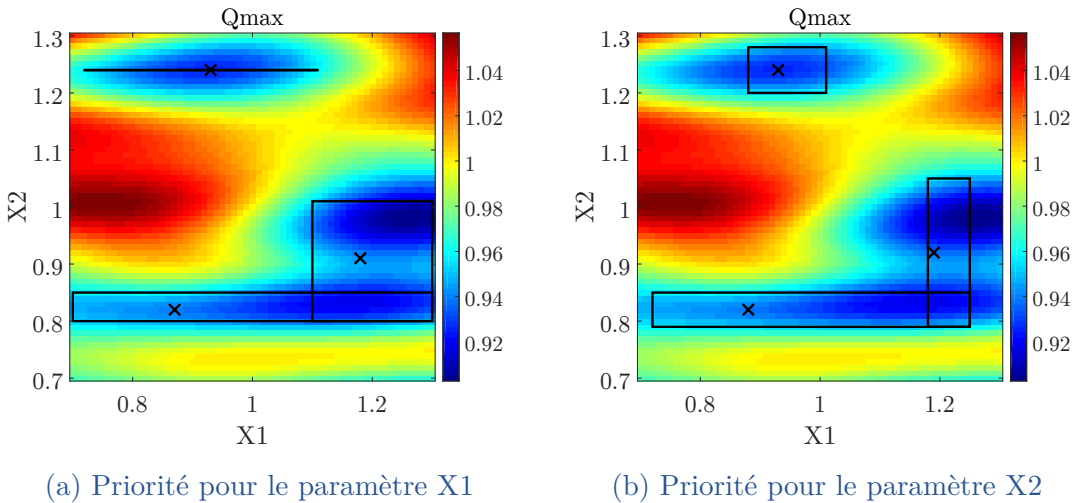


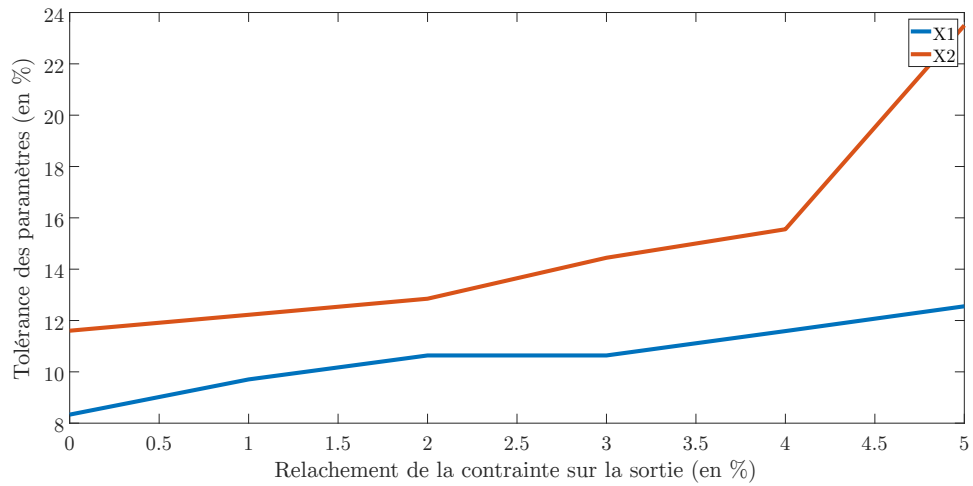
FIGURE V.42 – Tolérances (rectangle noir) associées à chaque partition de l'espace de faisabilité sans privilégier un des paramètres



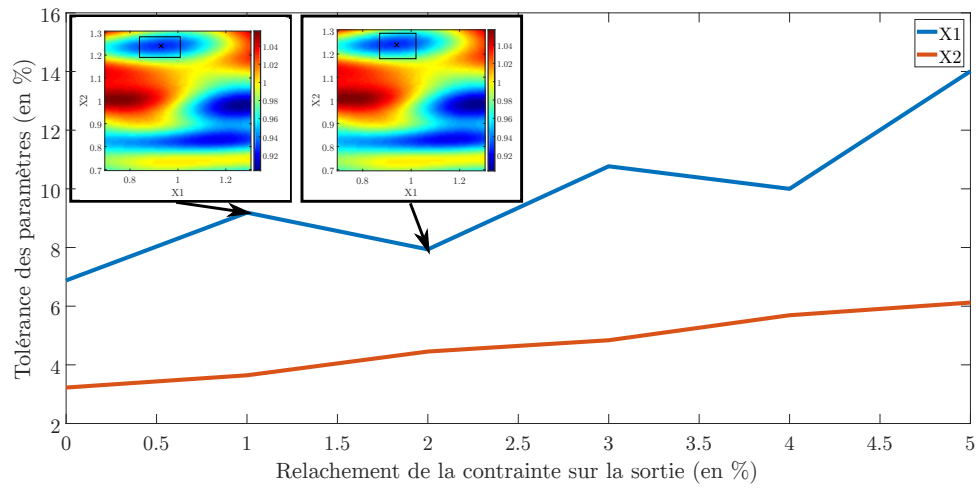
(a) Priorité pour le paramètre X1

(b) Priorité pour le paramètre X2

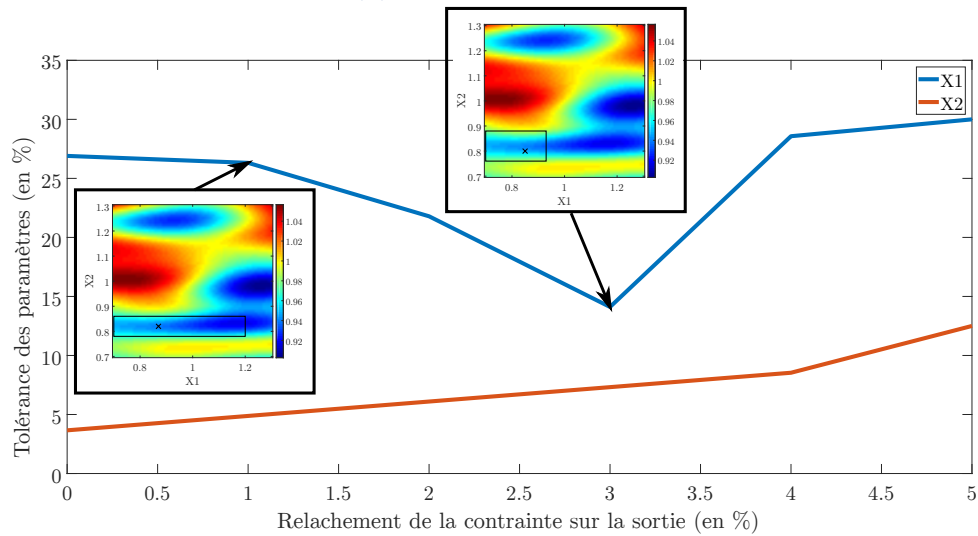
FIGURE V.43 – Tolérances (rectangle noir) associées à chaque partition de l'espace de faisabilité en privilégiant l'expansion d'un des paramètres



(a) Pour la partition 1



(b) Pour la partition 2



(c) Pour la partition 3

FIGURE V.44 – Évolution de la largeur des tolérances sur les paramètres en fonction du relâchement des exigences sur la sortie pour les trois partitions

## V.5 BILAN

Dans la première partie de ce chapitre, deux méthodes de diminution des coûts de l'analyse de sensibilité ont été appliquées à un exemple ferroviaire. La première méthode consiste à déduire les composants influents des échanges énergétiques entre les composants des suspensions lors du calcul temporel nominal. La deuxième méthode développée envisage de remplacer les intégrations temporelles coûteuses par des calculs moins coûteux mais faisant appel à un comportement équivalent du véhicule pour garder les mêmes sensibilités. Les analyses modales en plusieurs points de linéarisation ont été choisies comme calculs de remplacement.

L'application ferroviaire de l'analyse de sensibilité par étude des échanges énergétiques a permis de diminuer par 4 le nombre initial de paramètres avec pour seul coût de calcul une intégration temporelle du modèle nominal. On a donc une réduction rapide du nombre de composants à étudier avec un effort de calcul très faible. La difficulté de cette méthode réside dans le choix de la limite de séparation des composants influents et des composants non influents. En outre, cette étude possède deux inconvénients. Elle ne permet pas de détecter les paramètres influents des composants influents et elle ne peut pas prendre en compte certains paramètres comme les masses ou les inerties des corps solides par exemple. De plus, il faudrait vérifier la qualité des résultats obtenus pour l'utilisation d'autres critères de conception. Enfin, il faudrait également étudier la possibilité d'effectuer ces analyses énergétiques au niveau des paramètres des composants dans chaque direction au lieu des composants eux-mêmes. Cette analyse permettrait de sélectionner directement les paramètres influents. Sa mise en application rapide à partir des données SIMPACK pour les modèles ferroviaires serait possible mais reposerait sur l'hypothèse, pour l'instant injustifiée, qu'il n'existe pas de couplage entre les directions.

L'application de l'analyse de sensibilité par analyses linéaires équivalentes sur un exemple ferroviaire a permis d'aborder des difficultés qui ne s'étaient pas présentées sur l'exemple d'application académique, notamment des difficultés techniques liées aux données disponibles dans SIMPACK. La méthode de sélection des points de linéarisation a été modifiée pour prendre en compte les configurations possibles des états aux bornes des différents composants. Le nombre de modes étant important et celui des modes participant à la réponse temporelle étant limité, une sélection des modes a été mise en place. La méthode de sélection envisagée consistait à projeter la réponse temporelle sur tous les modes et à calculer un indice de participation. Étonnamment, la projection sur un nombre croissant de modes ordonnés par indice de participation décroissant ne retournait pas une erreur de projection en diminution constante. Les modes ont donc été sélectionnés avec une deuxième méthode à comparer à la première. Cette deuxième méthode consistait à projeter la réponse temporelle sur un nombre croissant de modes et à ajouter à chaque étape le mode minimisant l'erreur de projection à la base de projection. Enfin, la matrice de masse modale n'étant pas disponible dans SIMPACK, le facteur de participation n'a pas pu être utilisé comme sortie modale. Parmi les autres

sorties modales possibles, l'amortissement des modes a été retenu. Les résultats obtenus avec les deux méthodes de sélection des modes ont été comparés à des résultats de référence obtenus avec une méthode d'analyse de sensibilité de l'état de l'art. Avec un temps de calcul divisé par 4, l'analyse de sensibilité équivalente a divisé par 4 le nombre de paramètres de l'espace de conception avec la méthode de sélection des modes par minimisation de l'erreur de projection. L'autre méthode de sélection des modes n'a pas fourni de résultats similaires à ceux de l'analyse de référence. Plusieurs explications de la différence entre les résultats de la méthode équivalente retenue et de la méthode de référence ont été proposées suite aux hypothèses et choix effectués : l'impossibilité de représenter le comportement instable du train avec l'amortissement des modes, l'existence de nombreux modes couplant deux types de mouvement, une mauvaise sélection des points de linéarisation en fonction de leur différence, un indice de participation sélectionnant des modes ayant une participation ponctuelle, le manque d'informations suite à l'abandon de l'utilisation des modes non appariés et des modes complexes. Des analyses supplémentaires à effectuer pour améliorer ou comprendre les résultats sont envisageables : remplacer les analyses équivalentes modales par des intégrations temporelles plus courtes étudiant la vitesse de décroissance de l'accélération latérale ou par la fonction de transfert de la réponse impulsionnelle du modèle linéarisé en différents points de linéarisation, appliquer la méthode par analyses modales équivalentes sur un autre critère de conception, sélectionner les points de linéarisation en les regroupant en fonction de leur proximité et en pondérant les résultats en fonction de la taille du groupe, utiliser un indice de participation moyen au lieu de maximum, et enfin utiliser les modes complexes. De plus, un point reste à éclaircir. Lors de la sélection des modes avec l'indice de participation, l'erreur de projection ne diminue pas toujours avec l'ajout d'un nouveau mode influent dans la base de projection. Ce résultat inattendu pourrait venir de la forme des déformées modales. Il faudrait vérifier si les déformées de la base modale peuvent s'exprimer comme la somme pondérée d'autres déformées de la base modale. Si la déformée peut être projetée sur d'autres déformées participant beaucoup à la réponse temporelle, la déformée peut avoir une influence égale mais ne pas apporter d'information supplémentaire lors de la projection sur la réponse temporelle.

Enfin, les méthodes d'analyse de sensibilité retournent parfois des résultats différents pour un même problème. Il faudrait donc vérifier la fiabilité des résultats fournis par la méthode de Morris. Cette vérification devrait s'effectuer avec les intervalles de variation réels des paramètres au lieu de l'intervalle  $\pm 20\%$  utilisé dans ce chapitre pour tous les paramètres. En effet, les paramètres peuvent avoir des plages de variation relative très différentes dans le domaine ferroviaire.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, les propriétés des espaces de conception du véhicule ferroviaire d'application ont été étudiées. Les espaces se sont avérés non-linéaires avec des zones de respect des critères de conception disjointes. Les méthodes globales de conception robuste étant coûteuses, ces propriétés justifient la nécessité du développement de la méthode de dimensionnement des tolérances présentée [chapitre IV](#) qui propose des alternatives de conception à un coût raison-

nable. La méthode développée est divisée en trois étapes. La première consiste à construire une approximation du modèle, puis à mailler l'espace des paramètres pour connaître la sortie sur un quadrillage relativement fin. Les zones de faisabilité sont alors détectées dans la deuxième étape pour être divisées en formes simples auxquelles on attribuera un centre grâce à une méthode de partitionnement des données. Enfin, les tolérances liées à chaque centre, et donc chaque point potentiel de conception, sont alors étendues à partir du centre jusqu'à atteindre les limites de la zone de faisabilité. Cette méthode a ensuite été appliquée à un véhicule ferroviaire. Elle a permis de déterminer les méthodes de méta-modélisation et d'échantillonnages les plus adaptées aux modèles ferroviaires ALSTOM, la méthode par processus Gaussien et l'échantillonnage par maximum d'entropie, de choisir un algorithme de clustering et un critère adapté d'optimisation du nombre de cluster, c'est-à-dire l'algorithme k-médoïdes avec le critère Silhouette, et enfin de trouver différentes combinaisons de deux paramètres et de leurs tolérances pour le respect d'un critère de conception. La méthode développée a aussi été appliquée dans le cas où la réduction des tolérances d'un paramètre est plus coûteuse que pour l'autre paramètre, fournissant des solutions alternatives adaptées aux coûts de réalisation des tolérances. Finalement, une étude des gains de tolérances possibles en fonction du relâchement des contraintes sur les critères de conception a été effectuée.

Deux points de la méthode restent à améliorer. On pourrait optimiser le nombre d'échantillons nécessaires pour la construction du méta-modèle et la précision du modèle d'approximation en utilisant une méthode d'échantillonnage adaptative pour compléter un échantillonnage initial réduit, par exemple en ajoutant les nouveaux échantillons dans les zones du méta-modèle avec le plus d'erreur. L'étude du compromis relâchement des contraintes - gain sur les tolérances pourrait repartir de la solution précédente pour éviter les diminutions des tolérances lors de la diminution des contraintes.

De plus, le coût de la méthode de dimensionnement n'a pas pu être comparé à celui d'une méthode classique de conception robuste, telle que celle des optimums de Pareto, faute de temps. Il faudrait donc réaliser cette étude avec la méthode classique pour déterminer le gain potentiel pour les temps de calculs des alternatives de conception.

Enfin, la méthode de dimensionnement devrait être appliquée à un exemple ferroviaire plus complexe avec par exemple 5 paramètres, des coûts de tolérancement différents selon les paramètres, et plusieurs critères de conception à respecter. Les zones de faisabilité serait plus complexes.

Enfin, il serait très intéressant de dérouler les méthodes d'analyse de sensibilité et de dimensionnement des tolérances développées sur un même exemple d'application. On pourrait alors quantifier le gain de temps global.



---

---

# Chapitre VI

## Conclusions générales et perspectives

---

<b>VI.1</b>	<b>Conclusions</b> .....	192
	VI.1.1 Rappels du contexte et de la problématique.....	192
	VI.1.2 Première contribution de la thèse .....	193
	VI.1.3 Deuxième contribution de la thèse.....	194
<b>VI.2</b>	<b>Perspectives</b> .....	195

## VI.1 CONCLUSIONS

### VI.1.1 Rappels du contexte et de la problématique

L'objectif de cette thèse était de développer une méthode de dimensionnement adaptée aux véhicules ferroviaires d'ALSTOM en terme de performance et de coût. Cette méthode devait fournir en un temps raisonnable la valeur nominale des paramètres et leurs tolérances pour différentes alternatives de conception, et laisser au concepteur le choix du compromis performance-robustesse-tolérances. Le coût des tolérances devait pouvoir être pris en compte dans les solutions proposées. Et la méthode devait aussi permettre d'actualiser facilement le dimensionnement en cas de modification des contraintes sur les critères de conception pour calculer le gain potentiel en cas de réduction des exigences.

Le [chapitre II](#) présente le contexte industriel de la thèse. Les trains sont composés d'éléments structuraux tels que les essieux, les bogies et les caisses, reliés entre eux par un ou plusieurs étage(s) d'éléments de suspension. Ils circulent sur des voies ferrées dont le tracé et les irrégularités engendrent des vibrations transmises à toute la structure. Pour assurer la sécurité et le confort des voyageurs, les ingénieurs d'ALSTOM doivent dimensionner les suspensions des véhicules pour limiter la transmission de ces vibrations. De la phase d'offre à la phase d'homologation, le prototypage virtuel des véhicules est un outil précieux. De nombreux niveaux de détail sont disponibles pour les modèles numériques en fonction de l'objectif de l'étude. Chez ALSTOM, pour la dynamique ferroviaire, les véhicules et la voie sont modélisés par des modèles multi-corps composés de masses, de ressorts et d'amortisseurs, et réalisés avec le logiciel SIMPACK. Ces modèles sont non-linéaires et possèdent un nombre conséquent de paramètres à dimensionner. Ces paramètres sont également soumis à une large plage d'incertitudes. De plus, l'obtention des sorties dynamiques d'intérêt se fait grâce à des intégrations temporelles qui peuvent nécessiter un pas de calcul relativement fin. Une évaluation du modèle est donc coûteuse en temps de calcul. Or, le dimensionnement du véhicule implique de nombreuses évaluations du modèle correspondant. Enfin, la méthode de dimensionnement doit gérer plusieurs critères de conception dans les domaines de la sécurité, de la stabilité et du confort.

Plusieurs approches permettent de dimensionner un système en présence d'incertitudes. Les approches classiques de conception robuste sont coûteuses et fournissent une unique solution ou ne peuvent pas gérer plus de deux ou trois critères de conception. Une solution classique pour réduire le coût d'obtention des résultats numériques est l'analyse de sensibilité qui permet de réduire le nombre de paramètres de l'étude aux paramètres ayant un impact réel sur les sorties de l'étude. Cependant, le coût de ces analyses est rédhibitoire pour les modèles non-linéaires coûteux aux nombreux paramètres de l'entreprise ferroviaire. Les problèmes soulevés par le constructeur ferroviaire sont donc les suivants :

1. Comment identifier les composants critiques des modèles numériques à un coût abordable et réduire ainsi l'espace des paramètres ?

2. Comment déterminer les différentes alternatives robustes de dimensionnement des paramètres et de leurs tolérances en un temps raisonnable ?

La résolution de ces deux problèmes passe par l'atteinte des objectifs suivants :

1. Diminuer les temps de calcul du classement qualitatif des paramètres pour réduire l'espace des paramètres dans un temps raisonnable.
2. Proposer une méthode de détermination d'alternatives de dimensionnement robuste des paramètres et des tolérances prenant en compte plusieurs critères de conception et permettant de quantifier rapidement le gain possible sur les tolérances en cas de diminution des exigences sur les contraintes.

### VI.1.2 Première contribution de la thèse

La solution étudiée pour répondre au premier objectif exposé dans la problématique est développée [chapitre III](#) sur un exemple simple. Son application industrielle à un véhicule ferroviaire est disponible [chapitre V](#).

Le [chapitre III](#) commence par un état de l'art des méthodes d'analyses de sensibilité. Puisque le coût des modèles ferroviaires empêche l'utilisation des méthodes classiques d'analyse de sensibilité pour les trains, la fin de l'état de l'art se concentre sur la réduction des temps de calcul de ces analyses. Ces méthodes ne sont cependant pas suffisantes pour les véhicules ferroviaires.

La suite du chapitre présente donc sur un exemple académique la méthode développée pour le classement des paramètres des modèles ferroviaires. Une comparaison des résultats avec ceux des méthodes classiques d'analyse de sensibilité est effectuée pour l'exemple académique. Les résultats de l'exemple industriel sont comparés avec l'expérience des ingénieurs d'ALSTOM et avec les résultats d'analyses de sensibilité classiques de problèmes simplifiés. Comme pour le modèle ferroviaire d'application [chapitre V](#), l'exemple académique présente un comportement non-linéaire et ses sorties d'intérêt sont évaluées par intégration temporelle. Toutefois, il possède peu de paramètres pour simplifier les calculs et la comparaison. La méthode proposée se divise en deux étapes principales : une première réduction de l'espace des paramètres à partir de l'étude des échanges énergétiques entre les composants, puis une deuxième réduction à l'aide d'une analyse de sensibilité à partir d'analyses équivalentes moins coûteuses.

L'analyse de sensibilité par étude énergétique calcule les variations d'énergie potentielle et dissipée des ressorts et amortisseurs pour le dimensionnement nominal, et considère comme influents les composants subissant les variations les plus importantes. Cette technique permet de réduire le nombre de composants à étudier avec un coût très faible. Elle ne permet par contre pas de classer les paramètres de masse et d'inertie. Une étude de l'influence du dimensionnement nominal sur les résultats a montré que le risque d'éliminer un composant influent existe sur un système avec peu de paramètres comme celui de l'exemple académique. Ce risque est fortement diminué avec l'exemple industriel possédant un nombre de paramètres dix fois plus élevé.

L'analyse de sensibilité à partir d'analyses équivalentes repose sur la substitution des analyses du comportement temporel du système par des analyses qui actionnent les mêmes mécanismes que ceux apparaissant lors de la circulation des trains mais qui sont plus rapides à réaliser. Les analyses de substitution proposées sont un ensemble d'analyses modales en plusieurs points de linéarisation. La sortie modale étudiée est le facteur de participation modale pour l'exemple académique. Ce facteur n'étant pas calculable à partir des sorties modales SIMPACK, l'application de la méthode à l'exemple industriel a utilisé l'amortissement modal. Une méthode de sélection des points de linéarisation est proposée ainsi qu'une méthode de sélection des modes pour le système industriel. Cette deuxième étape d'analyse de sensibilité permet de réduire à nouveau l'espace des paramètres avec un temps de calcul global divisé par 4 par rapport à celui d'une analyse classique, cependant il reste quelques faux positifs dans la liste des paramètres influents. De plus, le gain de temps dépend du nombre de points de linéarisation choisi.

### VI.1.3 Deuxième contribution de la thèse

Le [chapitre IV](#) propose une méthode de dimensionnement répondant au deuxième objectif exposé dans la problématique. La méthode est présentée sur un exemple académique dont l'espace de conception présente les mêmes caractéristiques que ceux des domaines de conception ferroviaire : ils sont non-linéaires et disposent de zones respectant les contraintes de conception disjointes et non convexes. L'application industrielle de la méthode de dimensionnement est déroulée dans la dernière partie du [chapitre V](#).

Pour justifier la nécessité du développement d'une nouvelle méthode, un état de l'art des méthodes de conception robuste a été résumé au début du [chapitre IV](#). Ce résumé montre que les méthodes classiques de conception robuste ne retournent qu'une solution de dimensionnement ou présentent un coût important, et met en avant la stratégie de dimensionnement proposée par Beer et Liebscher [[Beer 08](#)] qui, malgré un coût trop important pour les véhicules ferroviaires, permet d'obtenir des alternatives robustes de dimensionnement des paramètres et de leurs tolérances.

Parmi les solutions disponibles pour réduire les temps de calcul, la simplification du modèle à l'aide d'un méta-modèle a été retenue. Un état de l'art des méthodes de création de modèles d'approximation a donc été effectué pour sélectionner la méthode adaptée aux modèles ferroviaires. La régression par vecteurs supports et la régression par processus gaussien constituent deux solutions envisageables. La comparaison des performances de ces deux méthodes d'approximation sur les exemples académique et industriel a montré que la régression par processus gaussien avec deux paramètres de portée donne régulièrement les résultats les plus précis. L'évaluation de plusieurs méthodes d'échantillonnage laisse penser qu'un maillage régulier est le moyen le plus simple et le plus efficace pour obtenir une erreur faible des méta-modèles.

Une fois le coût d'évaluation du modèle sur l'ensemble de l'espace de conception diminué, la stratégie de conception robuste retenue a été adaptée au dimensionnement des véhicules ferroviaires. Elle se compose des étapes suivantes :

1. Évaluation des sorties sur un maillage dense de l'espace des paramètres ;
2. Sélection des points de conception respectant les contraintes de conception pour déterminer l'espace de faisabilité ;
3. Partitionnement avec l'algorithme k-médoïdes de l'espace de faisabilité en clusters pouvant fournir différentes solutions de dimensionnement et en évitant les redondances, et calcul des centres des partitions ;
4. Extension des tolérances de chaque solution de dimensionnement à partir des centres des clusters. Modulation possible des tolérances en fonction de leur coût, actuellement supposées fixes et évaluées qualitativement ;
5. Évaluation des performances, de la robustesse et de la largeur des tolérances pour chaque solution de dimensionnement ;
6. Quantification du gain possible sur les tolérances si une diminution des exigences sur les contraintes de conception est acceptée.

L'application de cette méthode sur les exemples académique et ferroviaire a montré qu'elle permet de détecter efficacement les différentes alternatives de conception. L'exemple ferroviaire, bien que très simple, avec seulement deux paramètres variables et une sortie étudiés, montre des résultats prometteurs en terme de temps de calcul.

## VI.2 PERSPECTIVES

De nombreuses perspectives d'amélioration sont envisageables pour les travaux de cette thèse.

L'analyse de sensibilité énergétique permet seulement de réduire le nombre de composants, et non le nombre de paramètres. Les performances de la méthode seraient donc accrues si les paramètres associés aux composants étaient étudiés. La solution la plus rapide serait de conserver les variations d'énergie dans chaque direction, ce qui serait possible avec les données issues de SIMPACK, mais elle reposerait sur l'hypothèse qu'il n'y a pas de couplage entre les directions. De plus, les informations obtenues lors de l'analyse énergétique dépendent en partie du point nominal de conception. Pour réduire plus précisément et de façon moins risquée le nombre de paramètres dès cette première analyse de sensibilité, le calcul des énergies pour plusieurs points de conception doit être envisagé. Le nombre de points doit cependant rester suffisamment faible pour ne pas supprimer le net avantage de la méthode en matière de temps de calcul.

Pour réduire l'espace des paramètres avec la méthode d'analyse de sensibilité équivalente, d'autres critères de sélection des points de linéarisation pourraient être testés, comme leur proximité et leur fréquence. En effet, les situations fréquentes sont fortement susceptibles d'avoir plus de poids dans la réponse du véhicule.

La méthode d'analyse de sensibilité équivalente développée fournit actuellement des données limitées sur le classement des paramètres. Or, elle pourrait intégrer l'écart-type des sorties de substitution. Ce nouvel indice devrait fournir les mêmes résultats que l'écart-type des grandeurs temporelles initiales, ce qui permettrait d'avoir une indication sur les interactions éventuelles des paramètres. Cette idée peut même être étendue à l'utilisation de méthodes d'analyse de sensibilité plus précises fournissant une indication quantitative de l'influence des différents paramètres, comme la méthode de Sobol par exemple. Une modification des analyses de substitution serait néanmoins nécessaire pour atteindre ce niveau de précision.

En effet, le remplacement des intégrations temporelles d'un comportement non linéaire par une suite d'analyses modales linéaires rapides ne s'avère pas efficace et précis pour toutes les applications. Quelle que soit la méthode d'analyse de sensibilité ou de criblage choisie, la substitution des analyses temporelles pourrait se faire au profit d'autres analyses temporelles sur un domaine de temps très réduit et pour lesquelles la vitesse de décroissance des oscillations du bogie serait la sortie d'intérêt. Une autre sortie de substitution qui semble prometteuse est l'amplitude des accélérations du bogie d'un véhicule soumis numériquement à des sollicitations simplifiées, par exemple une force d'excitation sinusoidale latérale au niveau des essieux.

Ensuite, les performances de la méthode proposée pour la réduction des temps de calcul de l'analyse de sensibilité pourraient être comparées à celles de la méthode d'analyse de sensibilité par groupe proposée par [Sheikholeslami 19] qui permet de ne pas choisir a priori les groupes.

Enfin, la possibilité de déterminer de façon accélérée l'influence des paramètres n'empêche pas la gestion raisonnée de la complexité des modèles en fonction de la sortie d'intérêt. L'analyse de sensibilité pourrait servir à déterminer le niveau de modélisation optimal de chaque composant. Les composants critiques seraient modélisés finement tandis que les composants moins influents pourraient avoir une modélisation plus grossière.

La méthode de dimensionnement proposée repose sur l'utilisation d'un méta-modèle entraîné avec des points d'apprentissage choisis a priori sans connaître la relation entrées/sorties du modèle. Or, le nombre de points nécessaire dépend fortement de cette relation. L'utilisation d'une méthode d'échantillonnage adaptative de l'espace de conception pourrait donc améliorer la précision du méta-modèle et minimiser les temps de calcul en optimisant la position et le nombre d'échantillons.

La précision du méta-modèle à deux paramètres de portée pourrait aussi potentiellement être améliorée en effectuant une optimisation directe de ses paramètres au lieu de récupérer les valeurs optimisées pour la régression avec un paramètre de portée. Cette optimisation nécessiterait de ne plus utiliser les fonctions de régres-

sion directement disponibles dans MATLAB et d'en développer une permettant de réaliser l'optimisation. L'amélioration de la précision du modèle doit donc être suffisante pour justifier ces nouveaux développements.

En ce qui concerne le calcul des tolérances, la méthode proposée offre actuellement des solutions simples où les tolérances sont indépendantes et où leur coût est modélisé par une relation relative et qualitative. La prise en compte plus précise du coût des tolérances, c'est-à-dire à partir de la relation explicite entre la valeur d'une variable, ses tolérances et son coût, offrirait donc des solutions de conception dont le coût serait plus juste et optimisé. L'ajout de la prise en compte des dépendances entre les paramètres procurerait des solutions de tolérancement plus complexes mais pouvant être des solutions alternatives intéressantes. La définition des tolérances ne formerait plus un hypercube dans l'espace des paramètres. Par exemple, en deux dimensions, le rectangle formé par les tolérances serait remplacé par une forme plus complexe telle qu'une ellipse. La valeur des tolérances d'un paramètre dépendrait alors de la valeur de l'autre paramètre.

La comparaison des performances d'une solution pourrait être perfectionnée et complétée dans la méthode étudiée [chapitre IV](#) et [section V.4](#). En effet, le critère de robustesse choisi est l'écart-type de la réponse, toutefois d'autres métriques sont envisageables et peuvent donner une robustesse différente. Une comparaison des métriques fournirait le plus adapté aux problèmes ferroviaires. De plus, la sélection de la solution la plus intéressante nécessite actuellement une comparaison manuelle des différents critères de performance. La création d'une note de performance globale mettrait en exergue la solution la plus susceptible d'être retenue. Un dernier point d'amélioration envisageable pour la comparaison des performances est de calculer les performances des solutions alternatives à partir d'approches locales car les performances trouvées dépendent de la précision du méta-modèle et de la finesse du maillage pour l'étape de clustering. Utiliser le modèle initial pour le calcul des performances assurerait de faire le bon choix de conception. Enfin, il faudrait simplement actualiser les tolérances à partir de la solution précédente lors de l'étude du compromis entre performance et relâchement des tolérances au lieu de relancer l'algorithme de zéro. Cela permettrait d'éviter la diminution des tolérances en diminuant les exigences sur les performances.

Ensuite, il est nécessaire de dérouler la méthode de dimensionnement sur un exemple ferroviaire plus proche des problèmes rencontrés par ALSTOM. En réalité, l'entreprise recherche des solutions permettant de dimensionner une dizaine de paramètres en fonction de plusieurs critères de conception. Il serait alors préférable de comparer les temps de calcul de la méthode développée avec ceux d'une optimisation multi-objectif retournant le front de Pareto des solutions et prenant en compte les incertitudes pour valider les gains de la méthode.

Pour conclure sur les méthodes développées dans cette thèse, le déroulement successif des deux méthodes proposées dans la thèse sur un exemple unique permettrait de vérifier les résultats obtenus et le gain de temps. Ces méthodes pourraient

alors être combinées avec la parallélisation des calculs et l'utilisation d'un cluster performant pour obtenir des alternatives de conception rapidement.

Les méthodes développées offrent également des perspectives supplémentaires pour l'utilisation des modèles numériques ferroviaires.

La gestion de la visualisation des résultats de la méthode de dimensionnement pour des espaces de conception à plus de deux dimensions offrirait un défi à relever pour aider les concepteurs dans leur prise de décision et aider à la communication des résultats.

En outre, la méthode de tolérancement proposée permet de dimensionner les tolérances des paramètres pour gérer les incertitudes au niveau des composants de suspension. Or, ces incertitudes ne sont pas la seule source de variabilité de la réponse des véhicules (voir [section I.1](#)). Ces autres sources de méconnaissance des modèles devraient donc être prises en compte pour la conception des véhicules ferroviaires puis pour leur homologation.

De plus, les incertitudes liées au pas de calcul utilisé pour déterminer les sorties numériques peuvent être ajoutées aux incertitudes de la liste [section I.1](#). Ces incertitudes numériques devraient être quantifiées pour mieux déterminer leur influence sur les résultats et les temps de calcul.

Enfin, des mesures expérimentales sont disponibles chez ALSTOM pour les grandeurs dynamiques d'intérêt. Il serait avantageux de les exploiter pour la validation et le recalage des modèles ferroviaires. Le recalage des modèles ferroviaires étant réalisé à partir de signaux temporels, la métrique de recalage devrait alors être choisie avec précaution, par exemple [[Zhan 11](#), [Zhan 12](#)],[[Kraft 13](#)], ou [[Polach 13a](#)]. Plusieurs méthodes de recalage sont envisageables [[Xiong 09](#)]. Les méthodes déterministes minimisent l'écart entre les essais expérimentaux et numériques. Ces méthodes sont simples à mettre en place mais ne peuvent pas gérer les incertitudes. Au contraire, le recalage Bayésien (voir [[Kennedy 01](#)], [[Beck 02](#)] ou plus récemment [[Green 15](#), [Green 17](#)]) met à jour la distribution initiale a priori des paramètres grâce aux données expérimentales. Cependant, cette méthode peut nécessiter de nombreuses évaluations du modèle. Elle a donc fait l'objet d'adaptations pour les modèles coûteux [[Angelikopoulos 15](#), [Higdon 15](#)]. La méthode RFS est quant à elle parfaitement adaptée aux modèles non-linéaires résolus dans le domaine temporel [[Kerschen 01](#), [Kerschen 06](#), [Noel 12](#)] et pourrait être facilement adaptée aux modèles multi-corps ferroviaires. Cependant des méthodes expérimentales supplémentaires seraient nécessaires chez ALSTOM pour appliquer cette méthode.

---

---

## Annexe A

### Étapes de l'algorithme de détermination des différentes solutions de tolérancement

---

Pour la méthode de dimensionnement, une fois le partitionnement effectué et les centres des partitions déterminés, les tolérances maximales associées à chaque centre sont déterminées. Les tolérances sont, dans un premier temps, limitées aux centres des clusters, puis elles s'étendent au fur à mesure dans chaque direction jusqu'à rencontrer la limite de la zone de faisabilité. Cette évolution est représentée sur la [Figure A.1](#) pour l'un des centres de partition de l'application ferroviaire décrite [section V.4](#). Si un composant a des tolérances plus difficiles à réaliser que celles d'un autre composant, l'algorithme peut s'étendre en premier lieu dans la direction correspondant au paramètre de ce composant pour maximiser sa tolérance, puis s'étendre dans les autres directions pour déterminer les tolérances des paramètres des composants restants. L'algorithme peut ainsi prendre en compte le coût de fabrication variable des tolérances des composants.

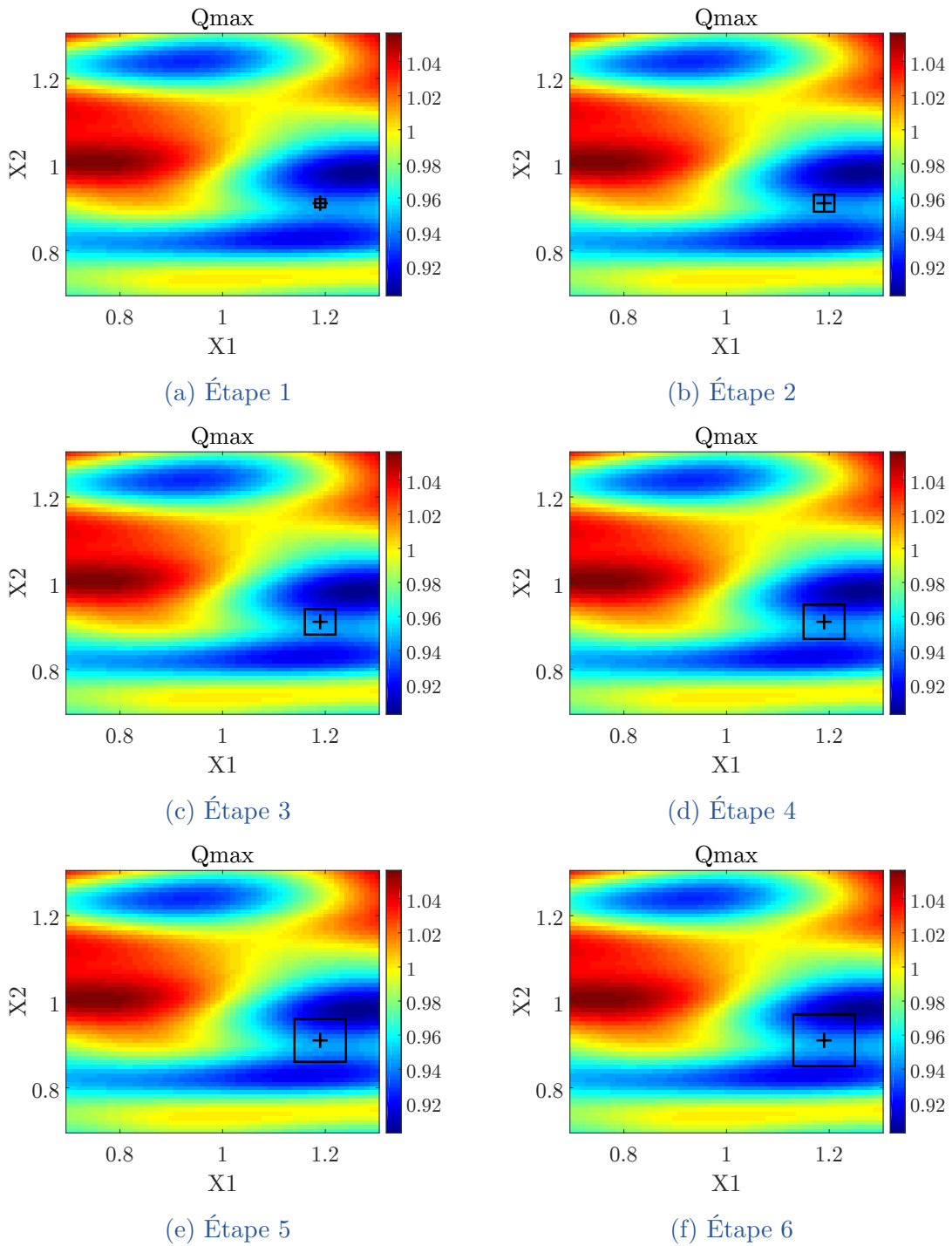


FIGURE A.1 – Évolution des tolérances associées au centre d’une partition au cours des 6 premières étapes de l’algorithme de détermination des différentes solutions de tolérancement

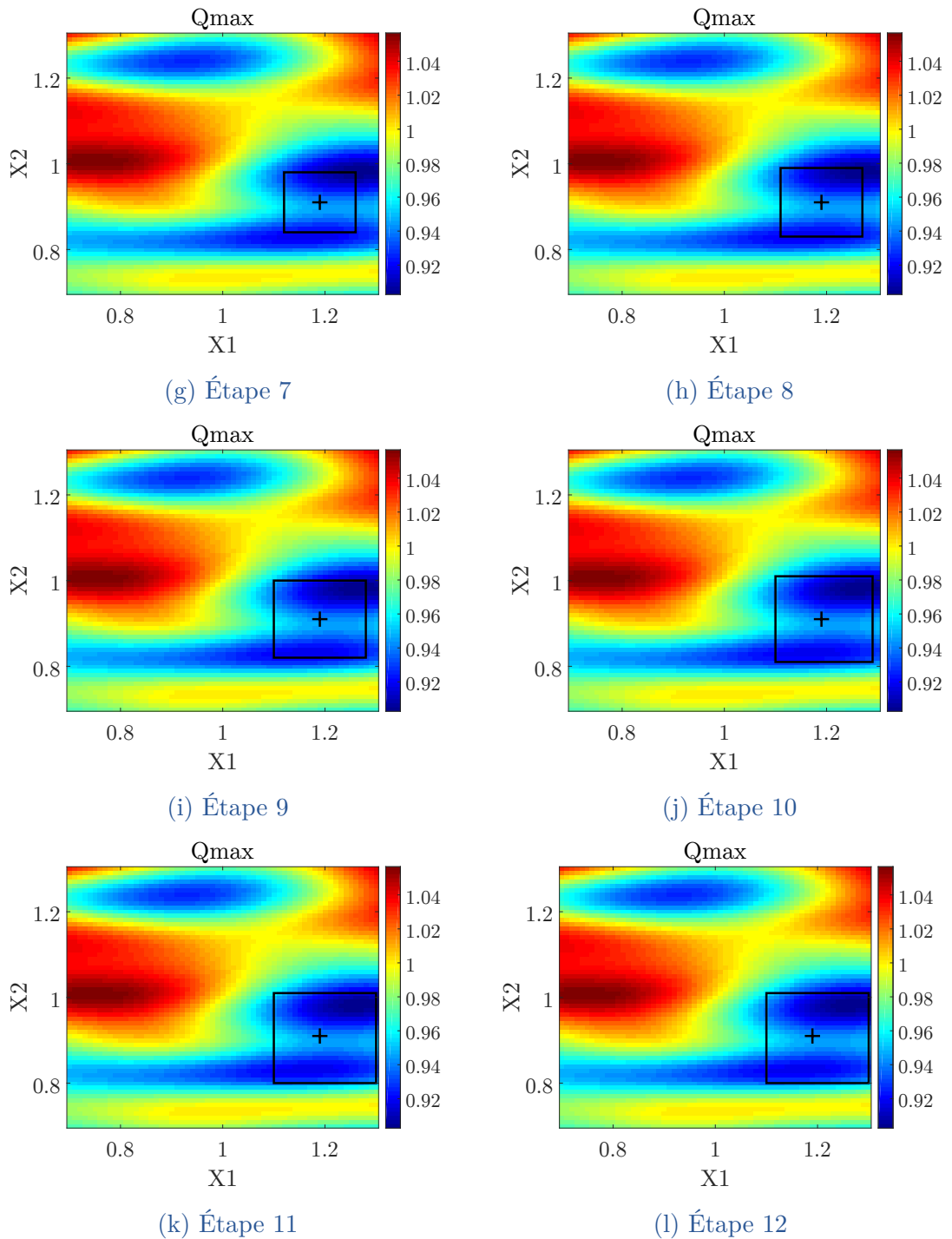


FIGURE A.1 – Évolution des tolérances associées au centre d'une partition au cours des 6 dernières étapes de l'algorithme de détermination des différentes solutions de tolérancement

---

# Bibliographie

- [Alonso 11] A. Alonso, J. G. Giménez & E. Gomez. *Yaw damper modeling and its influence on railway dynamic stability*. *Vehicle System Dynamics*, vol. 49, no. 9, pages 1367–1387, 2011.
- [Angelikopoulos 15] P. Angelikopoulos, C. Papadimitriou & P. Koumoutsakos. *X-TMCMC : Adaptive kriging for Bayesian inverse modeling*. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 289, pages 409–428, jun 2015.
- [Antoulas 05] A. C. Antoulas. *Approximation of Large-Scale Dynamical Systems*. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, 2005.
- [Arenbeck 10] H. Arenbeck, S. Missoum, A. Basudhar & P. Nikraves. *Reliability-Based Optimal Design and Tolerancing for Multibody Systems Using Explicit Design Space Decomposition*. *Journal of Mechanical Design*, vol. 132, no. 2, pages 210101–2101011, 2010.
- [Arthur 07] D. Arthur & S. Vassilvitskii. *K-means++ : The Advantages of Careful Seeding*. *Proceedings of the Eighteenth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms, SODA 2007, New Orleans, Louisiana, USA*, pages 1027–1035, 2007.
- [Asher 15] M. J. Asher, B. F. W. Croke, A. J. Jakeman & L. J. M. Peeters. *A review of surrogate models and their application to groundwater modeling*. *Water Resources Research*, vol. 51, no. 8, pages 5957–5973, aug 2015.
- [Axinte 14] T. Axinte. *Finite Elements Analysis of the Rail-Wheel Rolling Contact*. *Advanced Materials Research*, vol. 1036, pages 559–563, 2014.
- [Ayasse 06] J.-B. Ayasse & H. Chollet. *Handbook of Railway Vehicle Dynamics, chapitre Wheel-Rail Contact*. CRC Press, Taylor & Francis Group, 2006.
- [Basak 07] D. Basak, S. Pal & D. C. Patranabis. *Support Vector Regression*. *Neural Information Processing - Letters and Reviews*, vol. 11, no. 10, pages 203–224, 2007.
- [Batou 15] A. Batou, C. Soize, C. K. Choi & H. H. Yoo. *Robust Design in Multibody Dynamics - Application to Vehicle Ride-comfort Optimization*. *Procedia IUTAM*, vol. 13, pages 90–97, 2015.

- [Beck 02] J. L. Beck & S.-K. Au. *Bayesian Updating of Structural Models and Reliability using Markov Chain Monte Carlo Simulation*. Journal of Engineering Mechanics, vol. 128, no. 4, pages 380–391, apr 2002.
- [Beer 08] M. Beer & M. Liebscher. *Designing robust structures – A nonlinear simulation based approach*. Computers & Structures, vol. 86, no. 10, pages 1102–1122, 2008.
- [Ben Abdesslem 11] M. A. Ben Abdesslem. *Optimisation avec prise en compte des incertitudes dans la mise en forme par hydroformage*. PhD thesis, INSA de Rouen, 2011.
- [Ben-haim 06] Y. Ben-haim. *Info-Gap Decision Theory*. Elsevier, 2006.
- [Bezin 13] Y. Bezin, S. Iwnicki & C. Funfschilling. *DynoTRAIN Railway Vehicle Dynamics and Track Interactions : Total Regulatory Acceptance for the Interoperable Network. D6.3 - Final report on the virtual certification. WP6 - Virtual Certification*. Rapport technique August 2013, 2013.
- [Bigoni 12] D. Bigoni, A. P. Engsig-Karup & H. True. *Comparison of Classical and Modern Uncertainty Quantification Methods for the Calculation of Critical Speeds in Railway Vehicle Dynamics*. In 13th mini Conference on Vehicle System Dynamics, Identification and Anomalies, 2012.
- [Bigoni 13] D. Bigoni, H. True & A. P. Engsig-Karup. *Sensitivity analysis of the critical speed in railway vehicle dynamics*. Vehicle System Dynamics, vol. 52, no. sup1, pages 272–286, may 2013.
- [Bigoni 14] D. Bigoni, A. P. Engsig-Karup & H. True. *Global Sensitivity Analysis of Railway Vehicle Dynamics on Curved Tracks*. In ASME 2014 12th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis, Copenhagen, Denmark, pages 1–10. ASME, jul 2014.
- [Böttcher 13] A. Böttcher. *DynoTRAIN Railway Vehicle Dynamics and Track Interactions : Total Regulatory Acceptance for the Interoperable Network. D5.5 - Final report on model validation process. WP5 - Model building and validation*. Rapport technique January 2011, 2013.
- [Bruni 10] S. Bruni & L. Mazzola. *DynoTRAIN Railway Vehicle Dynamics and Track Interactions : Total Regulatory Acceptance for the Interoperable Network. D5.1 - State-of-the-art of railway vehicle modelling and validation. WP5 - Model building and validation*. Rapport technique January 2011, 2010.

- [Bruni 11] S. Bruni, J. Vinolas, M. Berg, O. Polach & S. Stichel. *Modelling of suspension components in a rail vehicle dynamics context*. *Vehicle System Dynamics*, vol. 49, no. 7, pages 1021–1072, 2011.
- [Buffe 11] F. Buffe, E. Pillet, S. Cogan & M. Guedri. *Robust optimization of a spacecraft structure*. In 12th European Conference on Spacecraft Structures, Materials & Mechanical Testing, numéro 1, pages 1–7, 2011.
- [Calon 16] N. Calon. *Rôle de la couche intermédiaire dans le potentiel de la voie ferrée*. PhD thesis, Université Paris-Est, 2016.
- [Campolongo 99] F. Campolongo, S. Tarantola & A. Saltelli. *Tackling quantitatively large dimensionality problems*. *Computer Physics Communications*, vol. 117, no. 1, pages 75–85, 1999.
- [Campolongo 07] F. Campolongo, J. Cariboni & A. Saltelli. *An effective screening design for sensitivity analysis of large models*. *Environmental Modelling and Software*, vol. 22, no. 10, pages 1509–1518, 2007.
- [Camps-Valls 06] G. Camps-Valls, L. Bruzzone, J. L. Rojo-Álvarez & F. Melgani. *Robust support vector regression for biophysical variable estimation from remotely sensed images*. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 3, no. 3, pages 339–343, 2006.
- [Carlbom 01] P. F. Carlbom. *Combining MBS with FEM for Rail Vehicle Dynamics Analysis*. *Multibody System Dynamics*, vol. 6, no. 3, pages 291–300, 2001.
- [Caro 05] S. Caro, F. Bennis & P. Wenger. *Tolerance Synthesis of Mechanisms : a Robust Design Approach*. *Journal of Mechanical Design*, vol. 127, pages 86–94, 2005.
- [Carrarini 07] A. Carrarini. *Reliability based analysis of the crosswind stability of railway vehicles*. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 95, no. 7, pages 493–509, 2007.
- [Cheli 10] F. Cheli, F. Ripamonti, D. Rocchi & G. Tomasini. *Aerodynamic behaviour investigation of the new EMUV250 train to cross wind*. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 98, pages 189–201, 2010.
- [Cheng 11] Y.-c. Cheng & C. K. Lee. *Robust design of suspension parameters for high speed railway vehicle based on uniform design and kriging interpolation*. *Advanced Mechatronic Systems*, vol. 3, no. 4, pages 268–278, 2011.
- [Cherkassky 04] V. Cherkassky & Y. Ma. *Practical selection of SVM parameters and noise estimation for SVM regression*. *Neural Networks*, vol. 17, no. 1, pages 113–126, jan 2004.

- [Choi 16] C. K. Choi, A. Batou & H. H. Yoo. *Reliability design of multibody systems using sample-based extreme value theory*. Multibody System Dynamics, vol. 37, no. 4, pages 413–440, 2016.
- [(Chuck)Zhang 98] C. (Chuck)Zhang & H.-P. (Ben)Wang. *Robust design of assembly and machining tolerance allocations*. IIE Transactions, vol. 30, no. 1, pages 17–29, jan 1998.
- [Clarke 05] S. M. Clarke, J. H. Griebisch & T. W. Simpson. *Analysis of Support Vector Regression for Approximation of Complex Engineering Analyses*. Journal of Mechanical Design, vol. 127, no. 6, page 1077, 2005.
- [Claus 97] H. Claus & W. Schiehlen. *Modeling and simulation of railway bogie structural vibrations*. Vehicle System Dynamics, vol. 29, no. 1, pages 538–552, aug 1997.
- [de Rocquigny 08] E. de Rocquigny, N. Devictor & S. Tarantola. *Uncertainty in Industrial Practice : A guide to Quantitative Uncertainty Management*. John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, UK, apr 2008.
- [Del Mastro 18] A. Del Mastro. *Transition d'échelle entre fibre végétale et composite UD : propagation de la variabilité et des non-linéarités*. PhD thesis, Université Bourgogne Franche-Comté, November 2018.
- [Diana 02] G. Diana, F. Cheli, A. Collina, R. Corradi & S. Melzi. *The Development of a Numerical Model for Railway Vehicles Comfort Assessment Through Comparison With Experimental Measurements*. Vehicle System Dynamics, vol. 38, no. 3, pages 165–183, sep 2002.
- [Dickinson 76] R. P. Dickinson & R. J. Gelinis. *Sensitivity analysis of ordinary differential equation systems - A direct method*. Journal of Computational Physics, vol. 21, no. 2, pages 123 – 143, 1976.
- [Dietz 98] S. Dietz, H. Netter & D. Sachau. *Fatigue Life Prediction of a Railway Bogie under Dynamic Loads through Simulation*. Vehicle System Dynamics, vol. 29, no. 6, pages 385–402, jun 1998.
- [Ding 15] G. Ding, Y. He, Y. Zou, R. Li, X. Ma & S. Qin. *Multi-body dynamics-based sensitivity analysis for a railway vehicle*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F : Journal of Rail and Rapid Transit, vol. 229, no. 5, pages 518–529, jul 2015.

- 
- [Doltsinis 04] I. Doltsinis & Z. Kang. *Robust design of structures using optimization methods*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 193, no. 23-26, pages 2221–2237, 2004.
- [Doltsinis 05] I. Doltsinis, Z. Kang & G. Cheng. *Robust design of non-linear structures using optimization methods*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 194, no. 12-16, pages 1779–1795, 2005.
- [Dong 94] R. G. Dong, S. Sankar & R. V. Dukkipati. *A finite element model of railway track and its application to the wheel flat problem*. In Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F : Journal of Rail and Rapid Transit, pages 15–19, 1994.
- [Dreyfus 05] G. Dreyfus. *Neural Networks*, volume 2. Springer-Verlag, mar 2005.
- [Duvenaud 14] D. K. Duvenaud. *Automatic Model Construction with Gaussian Processes*. PhD thesis, University of Cambridge, 2014.
- [Eickhoff 95] B. M. Eickhoff, J. R. Evans & A. J. Minnis. *A Review of Modelling Methods for Railway Vehicle Suspension Components*. Vehicle System Dynamics, vol. 24, no. 6-7, pages 469–496, 1995.
- [EN12299 09] EN12299. *Applications ferroviaires - Confort de marche des voyageurs - Mesurage et évaluation*. Norme Européenne, 2009.
- [EN14363 05] EN14363. *Essais en vue de l'homologation du comportement dynamique des véhicules ferroviaires*. Norme Européenne, 2005.
- [Fünfschilling 14] C. Fünfschilling, Y. Bezin & M. Sebès. *DynoTRAIN : Introduction of simulation in the certification process of railway vehicles*. In Transport Research Arena, Paris, Paris, 2014.
- [Fünfschilling 12] C. Fünfschilling, G. Perrin & S. Kraft. *Propagation of variability in railway dynamic simulations : application to virtual homologation*. Vehicle System Dynamics, vol. 50, no. sup1, pages 245–261, 2012.
- [Garud 17] S. S. Garud, I. Karimi & M. Kraft. *Smart Sampling Algorithm for Surrogate Model Development*. Computers & Chemical Engineering, vol. 96, pages 103–114, jan 2017.
- [Gavriloski 14] V. Gavriloski, J. Jovanova, G. Tasevski & M. Djidrov. *Development of a new air spring dynamic model*. FME Transaction, vol. 42, no. 4, pages 305–310, 2014.
- [Gerges 13] Y. Gerges. *Méthodes de réduction de modèles en vibroacoustique non-linéaire*. PhD thesis, Université de Franche-Comté, 2013.
-

- [Green 15] P. Green. *Bayesian system identification of a nonlinear dynamical system using a novel variant of Simulated Annealing*. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 52, pages 133–146, 2015.
- [Green 17] P. Green & S. Maskell. *Estimating the parameters of dynamical systems from Big Data using Sequential Monte Carlo samplers*. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 93, pages 379–396, 2017.
- [Haldar 93] A. Haldar & S. Mahadevan. *First-order and Second-Order Reliability Method*. In Probabilistic Structural Mechanics Handbook : Theory and Industrial Applications, chapitre 3, pages 27–52. Chapman & Hall, New York, 1993.
- [He 02] Y. He & J. McPhee. *Optimization of the Lateral Stability of Rail Vehicles*. Vehicle System Dynamics, vol. 38, no. No. 5, pages 361–390, 2002.
- [Hemez 02] F. Hemez, Y. Ben-Haim & S. Cogan. *Information-Gap Robustness for the Test-Analysis Correlation of a Nonlinear Transient Simulation*. In 9th AIAA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, Atlanta, GA, USA, volume 836. American Institute of Aeronautics and Astronautics, sep 2002.
- [Heylen 98] S. Heylen W. and Lammens & P. Sas. *Modal Analysis : Theory and Testing*. PMA KULeuven, 1998.
- [Higdon 15] D. Higdon, J. D. McDonnell, N. Schunck, J. Sarich & S. M. Wild. *A Bayesian approach for parameter estimation and prediction using a computationally intensive model*. Journal of Physics G : Nuclear and Particle Physics, vol. 42, no. 3, page 034009, mar 2015.
- [Hong 11] W. C. Hong. *Electric load forecasting by seasonal recurrent SVR (support vector regression) with chaotic artificial bee colony algorithm*. Energy, vol. 36, no. 9, pages 5568–5578, 2011.
- [ISO2631-4 01] ISO2631-4. *Vibrations et chocs mécaniques - Evaluation de l'exposition des individus à des vibrations globales du corps*. Norme Internationale, 2001.
- [Jain 10] A. K. Jain. *Data clustering : 50 years beyond K-means*. Pattern Recognition Letters, vol. 31, no. 8, pages 651–666, 2010.
- [Jin 01] R. Jin, W. Chen & T. Simpson. *Comparative studies of metamodelling techniques under multiple modelling criteria*. Structural and Multidisciplinary Optimization, vol. 23, no. 1, pages 1–13, 2001.

- [Jin 06] X. S. Jin, Z. F. Wen, K. Y. Wang, Z. R. Zhou, Q. Y. Liu & C. H. Li. *Three-dimensional train-track model for study of rail corrugation*. Journal of Sound and Vibration, vol. 293, no. 3-5, pages 830–855, 2006.
- [Jones 09] B. Jones & R. T. Johnson. *Design and analysis for the Gaussian process model*. Quality and Reliability Engineering International, vol. 25, no. 5, pages 515–524, jul 2009.
- [Joseph 16] V. R. Joseph. *Space-filling designs for computer experiments : A review*. Quality Engineering, vol. 28, no. 1, pages 28–35, 2016.
- [Kaewunruen 06] S. Kaewunruen & A. M. Remennikov. *Nonlinear finite element modelling of railway prestressed concrete sleeper*. In Proceedings of the 10th East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction, Bangkok, Thailand, volume 4, pages 323–328, 2006.
- [Kalker 67] J. J. Kalker. *On the rolling contact of two elastic bodies in the presence of dry friction*. PhD thesis, Université de Technologie de Delft, 1967.
- [Kalker 82] J. J. Kalker. *A fast algorithm for the simplified theory of rolling contact*. Vehicle system dynamics, vol. 11, no. 1, pages 1–13, 1982.
- [Kennedy 01] M. C. Kennedy & A. O'Hagan. *Bayesian Calibration of Computer Models*. Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Statistical Methodology), vol. 63, pages 425–464, 2001.
- [Kerschen 01] G. Kerschen, J.-C. Golinval & K. Worden. *Theoretical And Experimental Identification of a Non-Linear Beam*. Journal of Sound and Vibration, vol. 244, no. 4, pages 597–613, jul 2001.
- [Kerschen 06] G. Kerschen, K. Worden, A. F. Vakakis & J.-C. Golinval. *Past, present and future of nonlinear system identification in structural dynamics*. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 20, no. 3, pages 505–592, 2006.
- [Kim 03] Y.-G. Kim, C.-K. Park, H.-S. Hwang & T.-W. Park. *Design Optimization for Suspension System of High Speed Train Using Neural Network*. JSME International Journal Series C, vol. 46, no. 2, pages 727–735, 2003.
- [Knothe 93] K. Knothe & S. Grassie. *Modelling of Railway Track and Vehicle/Track Interaction at High Frequencies*. Vehicle System Dynamics : International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, vol. 22, no. 3-4, pages 209–262, jan 1993.

- [Knothe 98] K. Knothe & Y. Wu. *Receptance behaviour of railway track and subgrade*. Archive of Applied Mechanics (Ingenieur Archiv), vol. 68, no. 7-8, pages 457–470, aug 1998.
- [Koensgen 13] E. Koensgen, S. Berger, C. Bouet, L. Jezequel & E. Aubry. *Robust design strategy applied to a vehicle suspension system with high camber angle tyres*. International Journal of Vehicle Design, vol. 62, no. 1, page 42, 2013.
- [Kouroussis 14] G. Kouroussis, N. Pauwels, P. Brux, C. Conti & O. Verlinden. *A numerical analysis of the influence of tram characteristics and rail profile on railway traffic ground-borne noise and vibration in the Brussels Region*. Science of The Total Environment, vol. 482-483, pages 452–460, jun 2014.
- [Kraft 13] S. Kraft, G. Puel, D. Aubry & C. Fünfschilling. *Improved calibration of simulation models in railway dynamics : application of a parameter identification process to the multi-body model of a TGV train*. Vehicle System Dynamics, vol. 51, no. 12, pages 1938–1960, 2013.
- [Kraft 18] S. Kraft, J. Causse & A. Martinez. *Black-box modelling of nonlinear railway vehicle dynamics for track geometry assessment using neural networks*. Vehicle System Dynamics, vol. 3114, pages 1–30, jul 2018.
- [Krishnaswami 03] P. Krishnaswami & A. G. Kelkar. *Optimal design of controlled multibody dynamic systems for performance, robustness and tolerancing*. Engineering with Computers, vol. 19, no. 1, pages 26–34, 2003.
- [Lee 10] K.-K. Lee, C.-K. Park & S.-H. Han. *Robust design of railway vehicle suspension using a process capability index*. Journal of Mechanical Science and Technology, vol. 24, no. 1, pages 215–218, jan 2010.
- [Lee 14] C.-K. Lee & Y.-C. Cheng. *Application of Uniform Design and Quantum-behaved Particle Swarm Optimization in Solving the Sensitivity Problem a Railway Vehicle System*. Procedia Engineering, vol. 79, no. 1st ICM, pages 427–436, 2014.
- [Lemaire 97] M. Lemaire. *Reliability and mechanical design*. Reliability Engineering & System Safety, vol. 55, no. 2, pages 163–170, 1997.
- [Li 06] D. Li, A. Meddah, K. Hass & S. Kalay. *Relating track geometry to vehicle performance using neural network approach*. In Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F : Journal of Rail and Rapid Transit, volume 220, pages 273–281, may 2006.

- 
- [Liu 18] H. Liu, Y.-S. Ong & J. Cai. *A survey of adaptive sampling for global metamodeling in support of simulation-based complex engineering design*. Structural and Multidisciplinary Optimization, vol. 57, no. 1, pages 393–416, jan 2018.
- [Lobo-Guerrero 06] S. Lobo-Guerrero & L. E. Vallejo. *Discrete Element Method Analysis of Railtrack Ballast Degradation during Cyclic Loading*. Granular Matter, vol. 8, no. 3-4, pages 195–204, aug 2006.
- [Ma 18] B. Ma, G. Lei, C. Liu, J. Zhu & Y. Guo. *Robust Tolerance Design Optimization of a PM Claw Pole Motor With Soft Magnetic Composite Cores*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 54, pages 1–4, 2018.
- [Marković 15] N. Marković, S. Milinković, K. S. Tikhonov & P. Schonfeld. *Analyzing passenger train arrival delays with support vector regression*. Transportation Research Part C : Emerging Technologies, vol. 56, pages 251–262, jul 2015.
- [Martowicz 11] A. Martowicz, P. Kurowski, T. Uhl & G. Lasko. *An Application of Response Surface Method To Design Optimization of a Model of Rail Vehicle Considering Uncertainties*. Mechanics and Control, vol. 30, no. 2, pages 85–95, 2011.
- [Maugan 16] F. Maugan, S. Cogan, E. Foltête & A. Hot. *Robust Sensor and Exciter Design for Linear Structures*. In Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series, pages 177–183, 2016.
- [Mazzola 12] L. Mazzola & S. Bruni. *Effect of Suspension Parameter Uncertainty on the Dynamic Behaviour of Railway Vehicles*. Applied Mechanics and Materials, vol. 104, pages 177–185, sep 2012.
- [Mckay 79] M. D. McKay, R. J. Beckman & W. J. Conover. *A Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output From a Computer Code*. Technometrics, vol. 21, no. 2, pages 239–245, feb 1979.
- [McPhail 18] C. McPhail, H. R. Maier, J. H. Kwakkel, M. Giuliani, A. Castelletti & S. Westra. *Robustness Metrics : How Are They Calculated, When Should They Be Used and Why Do They Give Different Results ?* Earth’s Future, vol. 6, no. 2, pages 169–191, feb 2018.
- [Meymand 16] S. Z. Meymand, A. Keylin & M. Ahmadian. *A survey of wheel–rail contact models for rail vehicles*. Vehicle System Dynamics : International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, vol. 54, no. 3, pages 386–428, 2016.
-

- [Morris 91] M. D. Morris. *Factorial Sampling Plans for Preliminary Computational Experiments*. Technometrics, vol. 33, no. 2, pages 161–174, 1991.
- [Morris 06] M. D. Morris. *An Overview of Group Factor Screening*. In Screening, pages 191–206. Springer-Verlag, New York, 2006.
- [Mousavi Bideleh 16] S. M. Mousavi Bideleh & V. Berbyuk. *Global sensitivity analysis of bogie dynamics with respect to suspension components*. Multibody System Dynamics, vol. 37, no. 2, pages 145–174, jun 2016.
- [Mousavi Bideleh 17] S. M. Mousavi Bideleh. *Robustness analysis of bogie suspension components Pareto optimised values*. Vehicle System Dynamics, vol. 55, no. 8, pages 1189–1205, aug 2017.
- [Nefti 04] S. Nefti & M. Oussalah. *A neural network approach for railway safety prediction*. In IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics (IEEE Cat. No.04CH37583), pages 3915–3920. IEEE, 2004.
- [Nejlaoui 13] M. Nejlaoui, A. Houidi, Z. Affi & L. Romdhane. *Multiobjective robust design optimization of rail vehicle moving in short radius curved tracks based on the safety and comfort criteria*. Simulation Modelling Practice and Theory, vol. 30, pages 21–34, 2013.
- [Noel 12] J. P. Noel, G. Kerschen & A. Newerla. *Application of the restoring force surface method to a real-life spacecraft structure*. Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series, vol. 3, pages 1–19, 2012.
- [Orlova 06] A. Orlova & Y. Boronenko. Handbook of Railway Vehicle Dynamics, chapitre The Anatomy of Railway Vehicle Running Gear. CRC Press, Taylor & Francis Group, 2006.
- [Oyan 98] C. Oyan. *Structural strength analysis of the bogie frame in Taipei rapid transit systems*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F : Journal of Rail and Rapid Transit, vol. 212, no. 3, pages 253–262, may 1998.
- [Park 06a] B. H. Park & K. Y. Lee. *Bogie frame design in consideration of fatigue strength and weight reduction*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F : Journal of Rail and Rapid Transit, vol. 220, no. 3, pages 201–206, may 2006.
- [Park 06b] G. J. Park, T. H. Lee, K. H. Lee & K. H. Hwang. *Robust design : An overview*. AIAA Journal, vol. 44, no. 1, pages 181–191, 2006.
- [Park 09] C. Park, Y. Kim & D. Bae. *Sensitivity analysis of suspension characteristics for Korean high speed train*. Journal of Mechanical Science and Technology, vol. 23, no. 4, pages 938–941, apr 2009.

- [Pecile 17] B. Pecile. *Modèle dynamique d'interaction véhicule-voie ferroviaire en présence de défauts géométriques sur les surfaces en contact*. PhD thesis, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis, 2017.
- [Peng 12] D. Peng, R. Jones, T. Constable, S. Lingamanaik & B. Chen. *The tool for assessing the damage tolerance of railway wheel under service conditions*. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, vol. 57, no. 1, pages 1–13, feb 2012.
- [Perrin 13] G. Perrin, C. Soize, D. Duhamel & C. Funfschilling. *Track irregularities stochastic modeling*. Probabilistic Engineering Mechanics, vol. 34, pages 123–130, 2013.
- [Polach 06] O. Polach, M. Berg & S. Iwnicki. Handbook of Railway Vehicle Dynamics, chapitre Simulation. CRC Press, Taylor & Francis Group, 2006.
- [Polach 13a] O. Polach & J. Evans. *Simulations of Running Dynamics for Vehicle Acceptance : Application and Validation*. International Journal of Railway Technology, vol. 2, no. No. 4, pages 59–84, 2013.
- [Polach 13b] O. Polach, A. Böttcher, D. Vannucci, J. Sima, H. Schelle, H. Chollet, G. Götz, M. Garcia Prada, D. Nicklisch, L. Mazzola, M. Berg & M. Osman. *Validation of Multi-body Models for Simulations in Authorisation of Rail Vehicles*. Proceedings of the 9th International Conference on Railway Bogies and Running Gears, Budapest, 9-12 sept, vol. 120, pages 9–12, 2013.
- [Profillidis 86] V. A. Profillidis. *Applications of finite element analysis in the rational design of track bed structures*. Computers & Structures, vol. 22, no. 3, pages 439–443, jan 1986.
- [Pronzato 12] L. Pronzato & W. G. Müller. *Design of computer experiments : space filling and beyond*. Statistics and Computing, vol. 22, no. 3, pages 681–701, may 2012.
- [Rasmussen 06] C. E. Rasmussen & C. K. I. Williams. Gaussian processes for machine learning, volume 2. MIT press Cambridge, MA, 2006.
- [Ringsberg 01] J. W. Ringsberg & B. L. Josefson. *Finite element analyses of rolling contact fatigue crack initiation in railheads*. In Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F : Journal of Rail and Rapid Transit, volume 215, pages 243–259, jul 2001.
- [Saltelli 08a] A. Saltelli, K. Chan, E. M. Scott *et al.* Sensitivity analysis, volume 1. Wiley New York, 2008.

- [Saltelli 08b] A. Saltelli, M. Ratto, T. Andres, F. Campolongo, J. Cariboni, D. Gatelli, M. Saisana & S. Tarantola. *Global sensitivity analysis : the primer*. John Wiley & Sons, 2008.
- [Santiago 12] J. Santiago, B. Corre, M. Claeys-Bruno & M. Sergent. *Improved sensitivity through Morris extension*. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, vol. 113, pages 52–57, 2012.
- [Santner 03] T. J. Santner, B. J. Williams & W. I. Notz. *The Design and Analysis of Computer Experiments*. Springer-Verlag New York, 2003.
- [Sause 12] M. Sause, A. Gribov, A. Unwin & S. Horn. *Pattern recognition approach to identify natural clusters of acoustic emission signals*. *Pattern Recognition Letters*, vol. 33, no. 1, pages 17–23, jan 2012.
- [Saxena 17] A. Saxena, M. Prasad, A. Gupta, N. Bharill, O. P. Patel, A. Tiwari, M. J. Er, W. Ding & C.-T. Lin. *A review of clustering techniques and developments*. *Neurocomputing*, vol. 267, pages 664–681, dec 2017.
- [Sayeed 18] M. A. Sayeed & M. A. Shahin. *Investigation into Some Design Aspects of Ballasted Railway Track Foundations using Numerical Modelling*. In *Proceedings of the 3rd World Congress on Civil, Structural, and Environmental Engineering*, pages 1–9, apr 2018.
- [Schulz 18] E. Schulz, M. Speekenbrink & A. Krause. *A tutorial on Gaussian process regression : Modelling, exploring, and exploiting functions*. *Journal of Mathematical Psychology*, vol. 85, pages 1–16, aug 2018.
- [Schupp 99] G. Schupp & A. Jaschinski. *Virtual prototyping : the future way of designing railway vehicles*. *International Journal of Vehicle Design*, vol. 22, 1999.
- [Sharma 12] R. C. Sharma. *Parametric analysis of rail vehicle parameters influencing ride behavior*. *International Journal of Engineering, Science and Technology*, vol. 3, no. 8, pages 54–65, aug 2012.
- [Sharma 13] R. C. Sharma. *Sensitivity Analysis of Ride Behaviour of Indian Railway Rajdhani Coach using Lagrangian Dynamics*. *International Journal of Vehicle Structures and Systems*, vol. 5, no. 3, pages 84–89, 2013.
- [Sharma 14] S. K. Sharma, A. Kumar & R. C. Sharma. *Challenges in Railway Vehicle Modelling and Simulations*. In *International Conference on Newest Drifts in Mechanical Engineering (ICNDME)*, pages 453–459, 2014.

- [Sheikholeslami 19] R. Sheikholeslami, S. Razavi, H. V. Gupta, W. Becker & A. Haghnegahdar. *Global sensitivity analysis for high-dimensional problems : How to objectively group factors and measure robustness and convergence while reducing computational cost*. Environmental Modelling & Software, vol. 111, no. June 2018, pages 282–299, jan 2019.
- [Shen 83] Z. Y. Shen, J. K. Hedrick & J. A. Elkins. *A comparison of alternative creep force models for rail vehicle dynamic analysis*. Vehicle System Dynamics, vol. 12, no. 1-3, pages 79–83, 1983.
- [Shewry 87] M. C. Shewry & H. P. Wynn. *Maximum entropy sampling*. Journal of Applied Statistics, vol. 14, no. 2, pages 165–170, jan 1987.
- [Simpson 01a] T. W. Simpson, D. K. J. Lin & W. Chen. *Sampling Strategies for Computer Experiments : Design and Analysis*. International Journal of Reliability and Applications, no. 814, pages 1–37, 2001.
- [Simpson 01b] T. Simpson, J. Poplinski, P. N. Koch & J. Allen. *Metamodels for Computer-based Engineering Design : Survey and recommendations*. Engineering with Computers, vol. 17, no. 2, pages 129–150, 2001.
- [Smola 04] A. J. Smola & B. Olkopf. *A tutorial on support vector regression*. Statistics and Computing, vol. 14, pages 199–222, 2004.
- [Suarez 13a] B. Suarez, J. Felez, J. Maroto & P. Rodriguez. *Sensitivity analysis to assess the influence of the inertial properties of railway vehicle bodies on the vehicle’s dynamic behaviour*. Vehicle System Dynamics, vol. 51, no. 2, pages 251–279, feb 2013.
- [Suarez 13b] B. Suarez, J. M. Mera, M. L. Martinez & J. A. Chover. *Assessment of the influence of the elastic properties of rail vehicle suspensions on safety, ride quality and track fatigue*. Vehicle System Dynamics, vol. 51, no. 2, pages 280–300, feb 2013.
- [Telliskivi 01] T. Telliskivi & U. Olofsson. *Contact mechanics analysis of measured wheel-rail profiles using the finite element method*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F : Journal of Rail and Rapid Transit, vol. 215, no. 2, pages 65–72, mar 2001.
- [Thorsen 10] S. M. Thorsen. *Screening groups of parameters using the Morris method to select parameters for variance based sensitivity analysis*. Procedia - Social and Behavioral Sciences, vol. 2, no. 6, pages 7755–7756, 2010.

- [Tibshirani 01] R. Tibshirani, G. Walther & T. Hastie. *Estimating the number of clusters in a data set via the gap statistic*. Journal of the Royal Statistical Society : Series B (Statistical Methodology), vol. 63, no. 2, pages 411–423, 2001.
- [Torstensson 14] P. T. Torstensson, A. Pieringer & J. C. O. Nielsen. *Simulation of rail roughness growth on small radius curves using a non-Hertzian and non-steady wheel-rail contact model*. Wear, vol. 314, no. 1-2, pages 241–253, 2014.
- [Toumi 16] M. Toumi. *Modélisation numérique du contact roue-rail pour l'étude des paramètres influençant les coefficients de Kalcker : Application à la dynamique ferroviaire*. PhD thesis, Université Paris-Est, 2016.
- [Tsui 92] K.-L. Tsui. *An Overview of Taguchi Method and Newly Developed Statistical Methods for Robust Design*. IIE Transactions, vol. 24, no. 5, pages 44–57, 1992.
- [UIC518 09] UIC518. *Essais et homologation de véhicules ferroviaires du point de vue du comportement dynamique - Sécurité - Fatigue de la voie - Qualité de marche*. Code de l'Union Internationale des Chemins de fer, 2009.
- [Vendramin 13] L. Vendramin, P. A. Jaskowiak & R. J. G. B. Campello. *On the combination of relative clustering validity criteria*. In Proceedings of the 25th International Conference on Scientific and Statistical Database Management - SSDBM, pages 1–12. ACM Press, 2013.
- [Vermeulen 64] P. J. Vermeulen & K. L. Johnson. *Contact of nonspherical elastic bodies transmitting tangential forces*. Journal of Applied Mechanics, vol. 31, page 338, 1964.
- [Vinot 05] P. Vinot, S. Cogan & V. Cipolla. *A robust model-based test planning procedure*. Journal of Sound and Vibration, vol. 288, no. 3, pages 571–585, 2005.
- [Walter 15] M. Walter, T. Spruegel & S. Wartzack. *Least Cost Tolerance Allocation for Systems with Time-variant Deviations*. In Proceedings of the 13th CIRP conference on Computer Aided Tolerancing, volume 27, pages 1–9. Elsevier B.V., 2015.
- [Wang 03] W. Wang, Z. Xu, W. Lu & X. Zhang. *Determination of the spread parameter in the Gaussian kernel for classification and regression*. Neurocomputing, vol. 55, no. 3-4, pages 643–663, oct 2003.
- [Wang 07] G. G. Wang & S. Shan. *Review of Metamodeling Techniques in Support of Engineering Design Optimization*. Journal of Mechanical Design, vol. 129, no. 4, page 370, 2007.

- 
- [Wang 11] W. L. Wang, Y. Huang, X. J. Yang & G. X. Xu. *Non-linear parametric modelling of a high-speed rail hydraulic yaw damper with series clearance and stiffness*. *Nonlinear Dynamics*, vol. 65, no. 1-2, pages 13–34, 2011.
- [Watson 61] G. S. Watson. *A Study of the Group Screening Method*. *Technometrics*, vol. 3, no. 3, page 371, aug 1961.
- [Weidemann 10] C. Weidemann. *State-of-the-Art Railway Vehicle Design with Multi-Body Simulation*. *Journal of Mechanical Systems for Transportation and Logistics*, vol. 3, no. 1, pages 12–26, 2010.
- [Wetzel 10] C. Wetzel & C. Proppe. *On reliability and sensitivity methods for vehicle systems under stochastic crosswind loads*. *Vehicle System Dynamics*, vol. 48, no. 1, pages 79–95, jan 2010.
- [Wu 04] C. H. Wu, C. C. Wei, D. C. Su, M. H. Chang & J. M. Ho. *Travel time prediction with support vector regression*. In *IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems, Proceedings, ITSC*, volume 5, pages 276–281, 2004.
- [Wu 09] F. Wu, J.-Y. Dantan, A. Etienne, A. Siadat & P. Martin. *Improved algorithm for tolerance allocation based on Monte Carlo simulation and discrete optimization*. *Computers & Industrial Engineering*, vol. 56, no. 4, pages 1402–1413, may 2009.
- [Wu 13] B. Wu. *Reliability Analysis of Dynamic Systems : Efficient Probabilistic Methods and Aerospace Applications*. Shanghai Jiao Tong University Press Aerospace Series, 2013.
- [Xie 16] H. Xie, W. Zeng & G.-M. Lin. *Sensitivity analysis of suspension parameters on dynamic performance of a rail vehicle based on a virtual prototype response surface method model*. *Advances in Mechanical Engineering*, vol. 8, no. 9, pages 1–9, sep 2016.
- [Xiong 09] Y. Xiong, W. Chen, K. L. Tsui & D. W. Apley. *A better understanding of model updating strategies in validating engineering models*. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 198, no. 15-16, pages 1327–1337, 2009.
- [Yang 02] H. Yang, L. Chan & I. King. *Support Vector Machine Regression for Volatile Stock Market Prediction*. In *IDEAL*, pages 391–396, 2002.
- [Yang 16] Y. Yang, W. Zeng, W.-s. Qiu & T. Wang. *Optimization of the suspension parameters of a rail vehicle based on a virtual prototype Kriging surrogate model*. *Proceedings of*
-

- the Institution of Mechanical Engineers, Part F : Journal of Rail and Rapid Transit, vol. 230, no. 8, pages 1890–1898, nov 2016.
- [Zang 05] C. Zang, M. Friswell & J. Mottershead. *A review of robust optimal design and its application in dynamics*. Computers & structures, vol. 83, no. 4, pages 315–326, 2005.
- [Zeng 18] Z. Zeng, S. Song, W. Wang, H. Yan, G. Wang & B. Xiao. *Ballast bed resistance characteristics based on discrete-element modeling*. Advances in Mechanical Engineering, vol. 10, no. 6, page 168781401878146, jun 2018.
- [Zhan 11] Z. Zhan, Y. Fu & R.-J. Yang. *Enhanced Error Assessment of Response Time Histories (EEARTH) Metric and Calibration Process*. In SAE Technical Paper, pages 2–15, 2011.
- [Zhan 12] Z.-f. Zhan, J. Hu, Y. Fu, R.-J. Yang, Y.-h. Peng & J. Qi. *Multivariate error assessment of response time histories method for dynamic systems*. Journal of Zhejiang University SCIENCE A, vol. 13, no. 2, pages 121–131, 2012.
- [Zhang 92] H. C. Zhang & M. E. Huq. *Tolerancing techniques : the state-of-the-art*. International Journal of Production Research, vol. 30, no. 9, pages 2111–2135, sep 1992.
- [Zhang 10] J. Zhang, S. Li, N. Bao, G. Zhang, D. Xue & P. Gu. *A robust design approach to determination of tolerances of mechanical products*. CIRP Annals - Manufacturing Technology, vol. 59, no. 1, pages 195–198, 2010.
- [Zhang 14a] J. Zhang, G. F. Ding, Y. S. Zhou, J. Jiang, X. Ying & S. F. Qin. *Identification of key design parameters of high-speed train for optimal design*. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, vol. 73, no. 1-4, pages 251–265, 2014.
- [Zhang 14b] X. Zhang & M. D. Pandey. *An effective approximation for variance-based global sensitivity analysis*. Reliability Engineering & System Safety, vol. 121, pages 164–174, jan 2014.
- [Zhu 12] P. Zhu, F. Pan, W. Chen & S. Zhang. *Use of support vector regression in structural optimization : Application to vehicle crashworthiness design*. Mathematics and Computers in Simulation, vol. 86, no. 800, pages 21–31, dec 2012.
- [Zhu 17] H. Zhu, J. Yang, Y. Zhang, X. Feng, Z. Ma, H. Zhu, Y. Zhang, X. Feng, Z. Ma & J. Yang. *Nonlinear dynamic model of air spring with a damper for vehicle ride comfort*. Nonlinear Dynamics, vol. 89, pages 1545–1568, 2017.

# Liste des figures

II.1	Structure générale des suspensions d'un véhicule ferroviaire <sup>2</sup> .....	11
II.2	Coupe transversale de contact roue-rail <sup>4</sup> .....	11
II.3	Exemples de composants de suspension ferroviaire <sup>6</sup> .....	12
II.4	Structure de la voie ferrée.....	13
II.5	Les défauts de voie.....	14
II.6	Mouvements d'un véhicule ferroviaire.....	15
II.7	Schéma du lacet cinématique d'un essieu.....	15
II.8	Modèles MBS de voie.....	21
III.1	Schéma du principe de l'analyse de sensibilité par différences finies ..	35
III.2	Illustration du maillage d'un espace en deux dimensions pour la méthode de Morris avec 6 niveaux et 4 trajectoires.....	37
III.3	Modèle de l'oscillateur non-linéaire à deux degrés de liberté.....	47
III.4	Efforts aux bornes des ressorts entre le bâti et la masse 1 pour les deux valeurs de $\alpha$ .....	48
III.5	Diagramme de phase des deux DDL de l'oscillateur non-linéaire pour les deux valeurs de $\alpha$ .....	50
III.6	Spectrogramme de la réponse temporelle des deux DDL de l'oscillateur non-linéaire pour les deux valeurs de $\alpha$ .....	52
III.7	Principe de la méthode de criblage utilisée.....	53
III.8	Effets des paramètres de l'oscillateur non-linéaire sur l'amplitude maximale de la masse $m_2$ .....	54
III.9	Indice de sensibilité énergétique de chaque paramètre.....	56
III.10	Variation du rang des paramètres en fonction du point de conception nominal pour une variation de 30% des paramètres.....	57
III.11	Schéma de l'oscillateur linéaire.....	60
III.12	Effets des paramètres de l'oscillateur linéaire sur l'amplitude maximale de la masse $m_2$ .....	60
III.13	Histogramme de l'écart relatif entre les deux bornes du ressort non-linéaire lors de l'intégration temporelle nominale.....	62

III.14	Comparaison des résultats des analyses de référence sur le modèle non-linéaire, de référence sur le modèle linéaire, et équivalente sur le modèle non-linéaire. ....	63
IV.1	Schéma de deux méthodes de calcul de probabilité de défaillance ....	71
IV.2	Illustration du principe de la méthode RBDO .....	73
IV.3	Illustration du principe de la méthode RDO.....	74
IV.4	Schéma de principe du fonctionnement d'un méta-modèle réseau de neurones .....	83
IV.5	Évolution de la sortie du modèle académique sinusoïdal en fonction des paramètres.....	87
IV.6	Couverture de l'espace des paramètres avec 60 points issus de différentes méthodes d'échantillonnage.....	89
IV.7	Méta-modèle SVR de l'exemple académique sinusoïdal .....	92
IV.8	Méta-modèle GP avec un paramètre de portée de l'exemple académique sinusoïdal .....	93
IV.9	Intervalle de prédiction à 95% du méta-modèle par processus gaussien avec un paramètre de portée pour le modèle académique avec $X1 = [0.7, 1.3]$ , $X2 = 0.82$ .....	94
IV.10	Méta-modèle GP avec deux paramètres de portée de l'exemple académique sinusoïdal .....	96
IV.11	Intervalle de prédiction à 95% du méta-modèle par processus gaussien avec deux paramètres de portée et 61 points d'apprentissage pour le modèle académique avec $X1 = [0.7, 1.3]$ , $X2 = 0.82$ .....	97
IV.12	Évolution de l'erreur de modélisation en fonction du nombre de points d'apprentissage pour le modèle académique .....	99
IV.13	Évolution de l'erreur de modélisation en fonction du nombre de points d'apprentissage pour le modèle académique avec une échelle logarithmique .....	100
IV.14	Zones de faisabilité de l'espace de conception pour le modèle académique .....	104
IV.15	Division de l'espace de faisabilité en clusters représentés chacun par une couleur et centres de ces clusters marqués par une croix noire pour différents critères d'optimisation du nombre de clusters.....	105
IV.16	Tolérances des solutions de conception sans priorité sur les paramètres .....	107
IV.17	Tolérances des solutions de conception en privilégiant un paramètre .	108

---

IV.18	Évolution de la largeur des tolérances sur les paramètres du modèle académique en fonction du relâchement des exigences sur la sortie pour les partitions 1 et 2 . . . . .	111
IV.19	Évolution de la largeur des tolérances sur les paramètres du modèle académique en fonction du relâchement des exigences sur la sortie pour les partitions 3 et 4 . . . . .	112
V.1	Modification des caractéristiques non-linéaires sous HELIOS avec un décalage et une échelle . . . . .	119
V.2	Capture d'écran du post-traitement appliqué aux sorties SIMPACK pour le calcul de la vitesse limite de stabilité . . . . .	120
V.3	Visuel de l'interface HELIOS permettant de post-traiter les signaux temporels . . . . .	122
V.4	Comparaison des efforts simulés et expérimentaux au cours du temps avant recalage . . . . .	124
V.5	Comparaison des efforts simulés et expérimentaux au cours du temps après recalage . . . . .	126
V.6	Capture d'écran du modèle ferroviaire utilisé pour l'application industrielle des méthodes d'analyse de sensibilité . . . . .	128
V.7	Accélération latérale du bogie avant du véhicule ferroviaire au cours d'un calcul de vitesse limite de stabilité . . . . .	128
V.8	Influence des paramètres du modèle ferroviaire sur sa vitesse limite en fonction de leur rang avec la méthode des taux d'accroissement . . . . .	130
V.9	Variation maximale de l'énergie potentielle en fonction du rang des composants . . . . .	132
V.10	Variation maximale de l'énergie dissipée en fonction du rang des composants . . . . .	133
V.11	Évolution du rang des composants initialement influents selon l'énergie potentielle au cours d'une analyse Monte-Carlo . . . . .	134
V.12	Évolution du rang des composants initialement influents selon l'énergie dissipée au cours d'une analyse Monte-Carlo . . . . .	135
V.13	Effets de référence des 22 paramètres sélectionnés sur la vitesse limite calculés avec la méthode de Morris . . . . .	138
V.14	Schéma de la sélection des points de linéarisation pour l'analyse de sensibilité équivalente . . . . .	140
V.15	Distance (en ordonnée) des nouveaux vecteurs ajoutés à la base (en abscisse) par rapport aux vecteurs déjà présents dans la base . . . . .	142

---

V.16	Représentation des 19 points de linéarisation obtenus avec l'algorithme de choix des points en orange sur l'accélération du bogie avant en fonction du temps en bleu. ....	143
V.17	Histogramme du MPC des modes de tous les points de linéarisation .	144
V.18	Calcul de l'indice de participation des modes à la réponse temporelle par projection pour plusieurs points de linéarisation. ....	147
V.19	Valeur de l'indice de participation des modes rangés par ordre décroissant de leur indice de participation pour le 5ème point de linéarisation. ....	148
V.20	Évolution de l'erreur de projection en fonction du nombre de modes utilisés pour la projection. Les modes sont ajoutés aux modes de projection en fonction de l'importance de leur indice de participation.	148
V.21	Indice de participation et fréquence des modes du véhicule en fonction de leur indice . . . . .	149
V.22	Évolution de l'erreur de projection en fonction du nombre de modes dans la base de projection et fréquence des modes quand les modes sont ordonnés en fonction de leur capacité à faire diminuer l'erreur de projection. ....	151
V.23	Sensibilité des 20 sorties modales les plus sensibles pour l'analyse de sensibilité par analyses linéaires équivalente . . . . .	153
V.24	Comparaison des résultats de l'analyse de sensibilité de référence et de l'analyse de sensibilité par analyses modales équivalentes pour deux méthodes de sélection des modes. ....	155
V.25	MPC en fonction de la fréquence des modes pour chaque point de linéarisation noté LP dans la légende . . . . .	157
V.26	Sensibilité des paramètres avec un nombre croissant de points de linéarisation pour la méthode d'analyse de sensibilité équivalente avec sélection des modes par indice de participation. ....	159
V.27	Sensibilité des paramètres avec un nombre croissant de points de linéarisation pour la méthode d'analyse de sensibilité équivalente avec sélection des modes par minimisation de l'erreur de projection. .	159
V.28	Capture d'écran du modèle ferroviaire utilisé pour l'application industrielle de la méthode de tolérancement. ....	161
V.29	Évolution des critères de conception du véhicule en fonctions de deux paramètres . . . . .	163
V.30	Quadrillage de l'espace des paramètres pour la construction des méta-modèles . . . . .	165

---

V.31	Méta-modèle avec vecteurs support du véhicule ferroviaire . . . . .	166
V.32	Méta-modèle GP avec un unique paramètre de portée d'un véhicule ferroviaire . . . . .	167
V.33	Intervalle de prédiction à 95% du méta-modèle par processus gaussien avec un paramètre de portée pour le véhicule ferroviaire . . . . .	169
V.34	Méta-modèle GP avec deux paramètres de portée et 61 points d'apprentissage d'un véhicule ferroviaire . . . . .	171
V.35	Intervalle de prédiction à 95% du méta-modèle par processus gaussien avec deux paramètres de portée et 61 points d'apprentissage pour le véhicule ferroviaire . . . . .	172
V.36	Intervalle de prédiction à 95% du méta-modèle par processus gaussien avec deux paramètres de portée et 121 points d'apprentissage	173
V.37	Méta-modèle GP avec deux paramètres de portée et la méthode d'échantillonnage du maximum d'entropie . . . . .	176
V.38	Intervalle de prédiction à 95% des prédictions du méta-modèle par processus gaussien avec deux paramètres de portée et la méthode d'échantillonnage du maximum d'entropie . . . . .	177
V.39	Évolution de l'erreur de modélisation en fonction du nombre de points d'apprentissage pour le véhicule ferroviaire . . . . .	178
V.40	Zones de faisabilité du domaine de conception (en rouge) pour le critère de charge maximale à la roue . . . . .	179
V.41	Division des zones de faisabilité en partitions et centre des partitions	184
V.42	Tolérances (rectangle noir) associées à chaque partition de l'espace de faisabilité sans privilégier un des paramètres . . . . .	185
V.43	Tolérances (rectangle noir) associées à chaque partition de l'espace de faisabilité en privilégiant l'expansion d'un des paramètres . . . . .	185
V.44	Évolution de la largeur des tolérances sur les paramètres en fonction du relâchement des exigences sur la sortie pour les trois partitions . . .	186
A.1	Évolution des tolérances associées au centre d'une partition au cours des 6 premières étapes de l'algorithme de détermination des différentes solutions de tolérancement . . . . .	201
A.1	Évolution des tolérances associées au centre d'une partition au cours des 6 dernières étapes de l'algorithme de détermination des différentes solutions de tolérancement . . . . .	202

---



# Liste des tables

1	Abréviations utilisées pour les composants et les sous-composants d'un véhicule .....	x
2	Abréviations utilisées pour donner la caractéristique étudiée du composant .....	x
3	Abréviations utilisées pour donner la méthode de modification de la caractéristique non-linéaire étudiée .....	x
4	Abréviations utilisées pour donner la direction de la caractéristique étudiée .....	xi
5	Abréviations utilisées pour positionner les composants sur un véhicule .....	xi
III.1	Comparaison des différentes méthodes d'analyse de sensibilité de l'état de l'art .....	42
III.2	Pourcentage des tirages Monte-Carlo dans lesquels les paramètres ont été retenus comme influents .....	58
IV.1	Erreurs pour la régression par processus gaussien avec 1 paramètre de portée .....	92
IV.2	Erreurs pour la régression par processus gaussien avec 1 paramètre de portée .....	94
IV.3	Erreurs pour la régression par processus gaussien avec 2 paramètres de portée .....	95
IV.4	Métriques d'erreur pour différentes méthodes d'échantillonnage .....	96
IV.5	Solutions de conception robustes et leurs tolérances sans priorité sur les paramètres .....	107
IV.6	Solutions de conception robustes et leurs tolérances en privilégiant le paramètre X1 .....	109
IV.7	Solutions de conception robustes et leurs tolérances en privilégiant le paramètre X2 .....	109
V.1	Valeur des écarts entre mesures et valeurs numériques avant et après recalage .....	123
V.2	Pourcentage des tirages Monte-Carlo dans lesquels les composants de véhicule ferroviaire ont été retenus comme influents .....	135

V.3	Paramètres de l'analyse de sensibilité et leur intervalle de variation ..	137
V.4	Valeurs des métriques d'erreur pour le méta-modèle avec vecteurs supports du véhicule ferroviaire .....	166
V.5	Valeurs des métriques d'erreur pour le méta-modèle GP avec un paramètre de portée du véhicule ferroviaire .....	168
V.6	Valeurs des métriques d'erreur pour le méta-modèle par processus gaussien avec deux paramètres de portée.....	170
V.7	Métriques d'erreur pour différentes méthodes d'échantillonnage .....	174
V.8	Solutions de conception robuste et leurs tolérances obtenues sans paramètre privilégié .....	181
V.9	Solutions de conception robuste et leurs tolérances obtenues en privilégiant le paramètre X1 .....	182
V.10	Solutions de conception robuste et leurs tolérances obtenues en privilégiant le paramètre X2 .....	182

**Titre :** Tolérancement robuste des composants de véhicules ferroviaires pour assurer leur performance et le respect des contraintes de conception.

**Mots clés :** Analyse de sensibilité, conception robuste, modélisation, véhicule ferroviaire, tolérances.

**Résumé :** Le niveau de précision requis pour les exigences sur les performances dynamiques des véhicules ferroviaires est souvent difficile à déterminer pour les fabricants. Cela est dû, d'une part, à la complexité des modèles fondés sur la physique et, d'autre part, à la difficulté de recueillir des informations exhaustives quant aux dispersions effectives des caractéristiques des différents composants du véhicule. L'objectif de cette thèse est de développer une méthodologie générique pour déterminer les tolérances de conception admissibles des composants, qui garantiront des performances acceptables ainsi que le respect des contraintes de conception. La première partie de ce travail se concentre sur

la sélection des paramètres de conception influents en utilisant une analyse de sensibilité. Compte tenu de la charge de calcul importante que cela implique, une stratégie est proposée pour réduire les coûts de calcul en remplaçant les analyses non-linéaires effectuées dans le domaine temporel par une série d'analyses modales linéaires à différents points de l'espace de conception. La deuxième partie traite d'une approche d'optimisation des tolérances afin de gérer les coûts et les incertitudes issus de la fabrication des véhicules. La solution proposée est basée sur des méta-modèles et fournit des indicateurs de décision afin d'analyser le compromis entre le coût de réduction des tolérances et l'amélioration des performances.

**Title :** Robust tolerancing of railway vehicle components to insure performance and constraint compliance.

**Keywords :** Sensitivity analysis, robust design, numerical model, railway vehicle, tolerances design.

**Abstract :** The required level of accuracy for the dynamic railway vehicle performance requirements is often difficult for manufacturers to determine. This is due, on the one hand, to the complexity of the physics-based models, and on the other hand, to the difficulty of gathering exhaustive information on the actual dispersion in the characteristics of the various vehicle components. The objective of this thesis is to develop a generic methodology for determining the allowable design tolerances for the components which will guarantee acceptable performance as well as compliance with the design constraints. The first part of this work

focuses on the selection of the dominant design parameters using a sensitivity analysis. Given the large computational burden involved, a strategy is proposed to reduce calculation costs by replacing nonlinear time domain analyses by a series of linear modal analyses at different points in the design space. The second part deals with a tolerance optimization approach in order to manage vehicle manufacturing costs and uncertainties. The proposed solution is based on surrogate models and provides decision-making indicators for analyzing the trade-off between the cost of reducing tolerances and improving performance.