



Ruissellement en conditions de mouillage partiel

Thomas Podgorski

► To cite this version:

Thomas Podgorski. Ruissellement en conditions de mouillage partiel. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2000. Français. $\langle$ NNT : $\rangle$. $\langle$ tel-00003231 $\rangle$

HAL Id: tel-00003231

<https://theses.hal.science/tel-00003231v1>

Submitted on 4 Aug 2003

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

THESE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE PARIS 6

Spécialité :

PHYSIQUE DES LIQUIDES

présentée

par M. Thomas PODGORSKI

pour obtenir le grade de DOCTEUR DE L'UNIVERSITE PARIS 6

Sujet de la thèse :

Ruissellement en conditions de mouillage partiel

Soutenue le 18 octobre 2000 à l'ESPCI

devant un jury composé de :

M. François CHARRU	Rapporteur
M. David QUERE	Rapporteur
Mme Françoise BROCHARD	Examineur
M. Yves COUDER	Examineur
M. Michel LANCE	Examineur
M. Laurent LIMAT	Directeur de Thèse
M. Vincent BAUJAT	Membre invité
M. Jean-Marc FLESSELLES	Membre invité

à Perrine

Table des matières

Remerciements	5
Introduction	8
Motivations	10
Rappels historiques	10
Plan de l'étude	12
I Zones sèches dans un film en écoulement	15
1 Introduction	16
2 Phénoménologie	20
2.1 Dispositifs expérimentaux	20
2.1.1 Montages	20
2.1.2 Systèmes physico-chimiques	23
2.1.3 Techniques expérimentales	27
2.2 Observations préliminaires	28
2.2.1 Description qualitative	28
2.2.2 Critère existant et premières mesures	30
2.2.3 Forme d'une zone sèche isolée	32
3 Etude quantitative	36
3.1 Ordres de grandeur - modèle simple	36
3.1.1 Ordres de grandeur	36
3.1.2 Modèle simple de zone sèche	37
3.1.3 Débit critique	42
3.2 Rayon de courbure d'une zone sèche	47
3.2.1 Comparaison qualitative	47
3.2.2 Mesures de rayon de courbure	48
3.3 Débit critique de couverture	51
3.3.1 Protocole	51
3.3.2 Mesures	53

4	Modèle étendu	57
4.1	Mise en forme du problème – Hypothèses	57
4.2	Equations constitutives	58
4.2.1	Ecoulement dans le film	58
4.2.2	Ecoulement dans le bourrelet	59
4.2.3	Conservation de la masse	60
4.2.4	Equilibre normal à la ligne de contact	61
4.3	Solution exacte à θ petit et α grand	65
4.4	Cas général	66
4.4.1	Equation différentielle	66
4.4.2	Approximation parabolique	66
4.4.3	Equations sans dimensions	67
4.4.4	Cas limites	68
4.4.5	Résolution numérique	69
4.4.6	Comparaison à l'expérience	72
4.4.7	Débit critique	77
II	Ruissellement de gouttes sur un plan incliné	80
1	Introduction	81
2	Etude exploratoire	84
2.1	Dispositif expérimental	84
2.1.1	Montage	84
2.1.2	Fluides et surfaces	85
2.1.3	Méthodes de visualisation et de mesure	86
2.2	Régimes d'écoulement	89
3	Vitesse de ruissellement d'une goutte	93
3.1	Physique du phénomène	93
3.2	Mesures et observations	98
4	Régime de gouttes pointues	102
4.1	Origine du phénomène	102
4.2	Mesures de l'angle au sommet	105
III	Ecoulement sur une cascade de tubes horizontaux	109
1	Introduction	110

2 Dispositifs expérimentaux	112
2.1 Montages	112
2.2 Systèmes d'acquisition et techniques de mesure	115
2.2.1 Mesures de l'état de mouillage	115
2.2.2 Mesures de répartition de débit	119
3 Résultats et commentaires	120
3.1 Physionomie de l'écoulement - Régimes	120
3.2 Caractérisation des régimes	122
3.2.1 Hystérésis de la fraction sèche	122
3.2.2 Caractérisation à débit croissant	126
3.2.3 Caractérisation à débit décroissant	127
3.3 Mesures de débit critique	131
Conclusion	134
Annexes	138
A Modèles de ruisselet : comparaison et validité	139
A.1 Caractéristiques des différents modèles	140
A.1.1 <i>Trickle</i> de Duffy et Moffatt	141
A.1.2 Ruisselet semi-circulaire ($B \rightarrow 0$)	142
A.1.3 Ruisselet plat ($B \rightarrow \infty$)	143
A.2 Comparaison des trois modèles	144
A.3 Limite de validité du modèle de bourrelet semi-circulaire	147
B <i>Phys. Fluids</i> 11, 845-852 (1999)	150
Bibliographie	158
Résumé - Summary	164

Remerciements

Ma première rencontre avec Laurent Limat remonte au mois de janvier 1996. J'étais alors élève de troisième année de l'ESPCI, et un heureux tirage au sort m'avait permis de choisir un stage au titre accrocheur, mais assez énigmatique pour moi à l'époque : "Dynamique d'une allée de colonnes liquides". J'ai alors pris beaucoup de plaisir pendant quelques semaines à faire « danser » ces fameuses colonnes liquides, et il me reste un excellent souvenir de cette première immersion dans un laboratoire de recherche. C'est à l'issue de ce stage que j'ai pris la décision d'opter pour un DEA de Physique des Liquides l'année suivante. Je m'étais convaincu, au contact de Laurent et de Christian Counillon — un stagiaire de DEA de l'époque — que cette famille de problèmes mélangeant des effets hydrodynamiques, des phénomènes interfaciaux et physico-chimiques ou des caractéristiques propres aux systèmes dynamiques étaient du plus grand intérêt. De plus, l'aspect expérimental de ces problèmes avait séduit mon âme de bricoleur : j'avais découvert avec bonheur un domaine de la physique où il était possible de réaliser des expériences à taille humaine, sur un coin de paillasse, en fouillant les fonds de tiroirs pour y dénicher un morceau de tube de la bonne longueur. J'avais retrouvé en partie cette image de chercheur-inventeur-bricoleur façon professeur Tournesol qui avait bercé mon enfance.

J'avais au cours de ce premier stage court énormément apprécié la grande liberté que m'avait laissé Laurent dans l'organisation et les orientations de mon travail. Ses nombreuses suggestions, sa grande culture scientifique et son souci d'expliquer simplement des phénomènes complexes m'avaient également séduit. J'ai donc accepté sans hésiter le stage de DEA qu'il me proposait, en collaboration avec la SIDEM qui cherchait à éclaircir le problème de l'écoulement dans ses échangeurs de chaleur, quasiment inobservable en site industriel. Au cours de toutes ces années, j'ai énormément appris aux côtés de Laurent et je lui en suis réellement reconnaissant.

Au début de mon DEA, j'ai fait la connaissance de Jean-Marc Flesselles, qui

venait d'arriver au laboratoire. Pendant les quatre années qui ont passé depuis, Jean-Marc m'a constamment soutenu, encouragé, stimulé et je l'en remercie vivement. J'ai beaucoup apprécié ses remarques et suggestions, d'un style différent, mais très complémentaire de celui de Laurent, tant pour les aspects expérimentaux que théoriques. Par ailleurs, son souci de rigueur dans la rédaction d'articles et la présentation orale m'a permis de faire de gros progrès en matière de communication scientifique.

L'ensemble du travail accompli depuis ce DEA n'aurait pas été possible sans le concours de Vincent Baujat, Directeur Technique de la SIDEM, qui a la suite de notre première collaboration a accepté de s'engager sur une plus longue période en cofinçant ma thèse. Outre l'apport financier qui a permis cette étude, Vincent nous a apporté une mine de problèmes scientifiques fascinants. Le problème de l'écoulement dans un échangeur de chaleur est en effet d'une grande richesse, mélangeant des aspects liés au mouillage, au ruissellement, aux instabilités, aux impacts de gouttes ou aux systèmes dynamiques... Il a également eu le mérite d'accepter de découpler les problèmes liés à l'échange de chaleur pour se focaliser sur les problèmes purement hydrodynamiques. Cette décision est assez courageuse, puisqu'elle éloigne sensiblement l'étude des conditions de fonctionnement des dispositifs industriels. Ceci révèle un souci louable de compréhension des différents phénomènes physiques qui régissent le mouillage sous écoulement d'un faisceau de tube, indépendamment des effets liés à l'évaporation. Je lui dois de sincères remerciements pour m'avoir donnée l'opportunité de réaliser ce travail.

Dans l'environnement du laboratoire, de nombreuses personnes ont également contribué à ma formation et à mon travail, en premier lieu Marc Fermigier qui est une des personnes qui ont éveillé mon attirance pour l'hydrodynamique grâce au cours qu'il donne en deuxième année à l'ESPCI. Par la suite, les remarques qu'il a pu me faire "en passant" m'ont souvent été utiles. Je remercie également Patrice Jenffer pour son aide et ses conseils pour la conception des dispositifs expérimentaux, ainsi que Denis Vallet et Olivier Brouard pour leur réalisation technique et pour m'avoir enseigné les principes élémentaires d'utilisation de machines-outils. Cette partie technique de ma thèse fut plutôt agréable et distrayante.

J'ai également beaucoup apprécié d'avoir pu travailler avec quelques visiteurs au laboratoire, parmi lesquels Christophe Clanet, de l'*IRPHE*, expérimentateur hors pair ou Howard Stone, de *Harvard University*, théoricien brillant et efficace.

Parce qu'un laboratoire est aussi un lieu de vie et de convivialité, il faut également citer tous ceux qui ont contribué à rendre ces années joyeuses et agréables. Les thésards ou ex-thésards Anne, Bérengère, Eric, Fred, Juan, Philippe, Thomas, Vincent vont désormais me manquer, ainsi que Pierrette, toujours prête à rendre service, Françoise, toujours agréable et de bonne humeur, même lorsque je l'ennuyais avec mes problèmes informatiques à des heures indécentes, et plus généralement tous les membres du laboratoire PMMH.

Enfin, ma femme Christelle a été d'une infinie patience et d'un grand soutien au cours des difficiles derniers mois de ce travail, ainsi que ma fille Perrine, qui a souvent monté la garde derrière la porte en attendant mon retour du laboratoire.

Introduction

Dans la plage de température et de pression où nous évoluons quotidiennement, de nombreux composés existent à l'état liquide. L'existence de cet état de la matière résulte d'un subtil équilibre entre les forces d'attraction entre les molécules et l'agitation thermique qui tend à les disperser. Au contraire, l'état solide est dominé par les forces de cohésion tandis que dans l'état gazeux règne l'agitation thermique. Une conséquence intéressante de l'existence de forces de cohésion relativement importantes dans les liquides est la tendance des molécules à préférer s'entourer autant que possible de molécules semblables plutôt qu'être en contact avec un autre composé. Il résulte de ceci que toute augmentation de la surface de contact entre deux composés ou de la surface libre d'un liquide requiert de l'énergie, fournie par exemple en appliquant une force. On désigne cette énergie (par unité de surface) ou cette force (par unité de longueur) associée à l'interface considérée par le terme de *tension de surface*. C'est par exemple à cause de l'existence d'une tension de surface forte entre l'huile et l'eau qu'il est nécessaire d'agiter une vinaigrette pendant sa préparation. Sans utilisation d'un stabilisateur ou d'un tensio-actif approprié que l'on peut trouver dans la moutarde et qui permet de réduire considérablement la répulsion entre les deux ingrédients, une vinaigrette au repos revient tôt ou tard vers son état d'équilibre dans lequel une couche d'huile surnage sur un film de vinaigre.

Lorsque l'on dépose un liquide sur un support solide, trois phases (solide, liquide, gaz) sont en présence, et donc trois interfaces auxquelles sont associées trois tensions de surface traduisant les affinités relatives des différentes phases entre elles. Suivant les valeurs relatives de ces tensions de surface, le système peut avoir énergétiquement intérêt à recouvrir tout le solide d'un film de liquide (si le contact entre liquide et gaz et entre liquide et solide est plus favorable que le contact solide-gaz). On parle dans ce cas de *mouillage total*. Si au contraire la création d'interface liquide-gaz est défavorisée, le liquide ne s'étale que sur une partie de la surface. On parle alors de

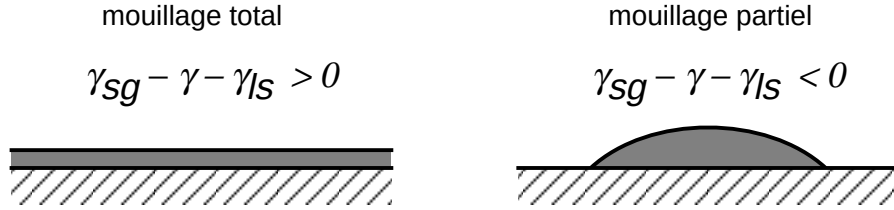


FIG. 1 – *Suivant les valeurs des tensions interfaciales en présence, le mouillage d'un liquide déposé sur un substrat solide peut être soit total (le liquide s'étale sur toute la surface), soit partiel (le liquide se regroupe sous forme de gouttes ou de flaques laissant une partie de la surface sèche). γ : tension interfaciale liquide-gaz; γ_{sg} : tension interfaciale solide-gaz; γ_{ls} : tension interfaciale liquide-solide*

mouillage partiel (fig. 1).

Les problèmes faisant intervenir des phénomènes de mouillage sont extrêmement répandus dans la vie courante. Les liquides usuels tels que l'eau ou les liquides organiques ordinaires présentent en général des propriétés de mouillage dit «partiel» sur la plupart des surfaces dans leur état habituel — c'est à dire n'ayant pas subi de traitement ou de nettoyage particulier. De ce fait, nous sommes habitués à voir les liquides se rassembler sous forme de gouttes ou de flaques, laissant une partie de la surface sèche, plutôt qu'à les voir s'étaler uniformément. Ce phénomène peut d'ailleurs revêtir un aspect non dénué d'esthétique, quand la rosée forme des cha-pelets de perles sur les fils d'une toile d'araignée ou que l'eau de pluie forme des ruisselets zigzagant sur le pare-brise d'une voiture.

Plus prosaïquement, ces propriétés de mouillage partiel sont exploitées et renforcées pour certains usages dans lesquels on cherche à réduire le contact entre la surface et le liquide (traitements anti-tache ou anti-adhésif, textiles imperméables ou déperlants, vitres «autonettoyantes» ...). Dans d'autres applications, au contraire, on cherche à obtenir un mouillage optimal de la surface par un film uniforme. L'objectif peut être dans ce cas de recouvrir un substrat d'un film uniforme statique qui éventuellement séchera sur place (peintures, émulsions photographiques, dépôt de produits phyto-sanitaires sur les plantes etc...). On peut également rechercher le maintien d'un film liquide en écoulement permanent sur la surface comme dans certains échangeurs de chaleur. La situation est alors considérablement plus complexe, car un problème d'hydrodynamique du film en écoulement se superpose au phénomène de mouillage.

Motivations

L'existence de problèmes de mouillage pouvant compromettre le bon fonctionnement d'échangeurs de chaleur a motivé le démarrage du travail présenté ici, en relation avec la *Société Internationale de Dessalement d'Eau de Mer* (SIDEM). Un certain nombre d'unités de dessalement d'eau de mer conçues et mises en service par la SIDEM ont pour élément central un échangeur de chaleur constitué de tubes métalliques horizontaux chauffés sur lesquels ruisselle de l'eau de mer qui s'y évapore partiellement. Si un métal fraîchement décapé est en général bien mouillé par l'eau car son énergie de surface est forte, un métal exposé quelques instants à l'air s'oxyde rapidement en surface et voit ainsi son énergie de surface diminuer significativement, au point de ne plus être mouillé que partiellement par l'eau. Pour des raisons thermodynamiques, le rendement de ces installations est optimal lorsque l'épaisseur du film liquide ruisselant sur les tubes est mince et le débit faible. Malheureusement, ce régime de fonctionnement est contradictoire avec le maintien d'un film d'eau stable sur toute la surface dont une partie est inévitablement asséchée. Il en résulte une diminution de la surface efficace du dispositif, et de dégradation de ses performances. En amont de problèmes spécifiquement liés à la thermodynamique, il existe donc un vrai problème de stabilité hydrodynamique d'un film ruisselant sur une surface inclinée en présence de zones sèches, réclamant une étude spécifique.

Rappels historiques

L'étude du ruissellement dans une géométrie aussi complexe que celle d'un échangeur de chaleur tubulaire nécessite une compréhension claire des problèmes de mouillage sous écoulement et de stabilité d'un film liquide ruisselant sur une surface de géométrie plus simple, telle qu'un plan incliné. Alors que quelques équations de base sur les phénomènes capillaires ont été établies il y a environ deux siècles, notamment par Laplace et Young [87] (fig. 2), ce n'est que plus récemment que les problèmes de mouillage ou démouillage ont réellement commencé à être étudiés. Ce regain d'intérêt pour le sujet semble coïncider avec une meilleure maîtrise technique de la fabrication de surfaces de bonne qualité, condition nécessaire à la réalisation d'expériences de mouillage bien contrôlées et reproductibles [21].

Cet essor de la physique du mouillage s'est principalement opéré dans les années 1970 et 1980. Un axe d'étude important est motivé par la physique subtile de la

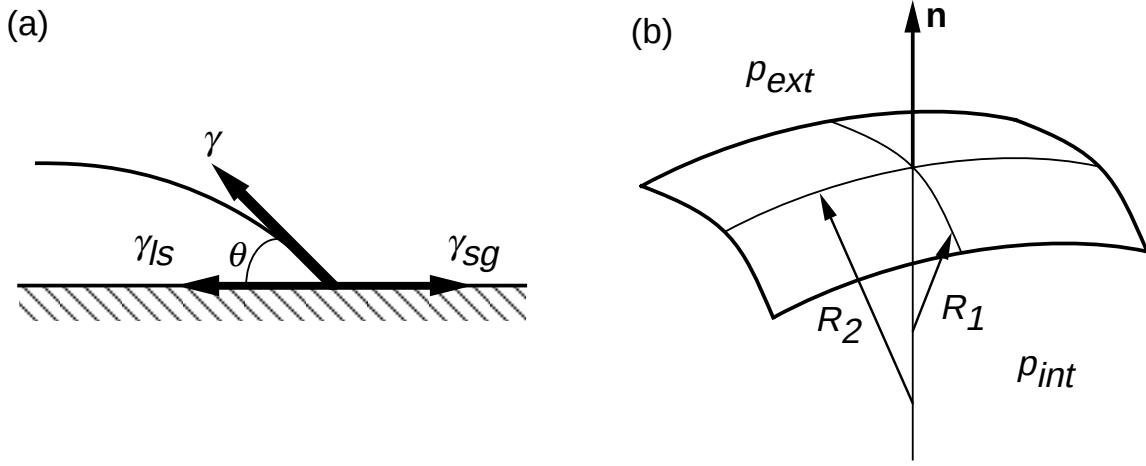


FIG. 2 – Lois fondamentales de la capillarité. (a) Loi d'Young: l'angle de contact à l'équilibre θ est défini par l'équilibre des tensions interfaciales à la ligne de contact $\gamma \cos \theta + \gamma_{ls} - \gamma_{sg} = 0$. (b) Loi de Laplace: il existe une différence de pression de part et d'autre d'une interface définie par $p_{int} - p_{ext} = \gamma(1/R_1 + 1/R_2)$ où R_1 et R_2 sont les rayons de courbure principaux de l'interface au point considéré.

ligne de contact et de la modélisation de l'angle de contact en régime statique [21, 27] avec notamment l'interprétation son hystérésis [6, 21, 41]. L'évolution de l'angle de contact dynamique avec la vitesse de déplacement du fluide a également reçu une attention particulière du fait de son importance pratique [20, 21, 23, 26, 27, 84]. Les problèmes industriels d'enduction d'une surface par un fluide ou *coating* font en effet intervenir des lignes de contact pouvant se déplacer à grande vitesse sur le substrat. La déformation importante de l'interface liquide-air peut alors conduire à un entraînement d'air préjudiciable au *coating* [7, 8, 43]. La douloureuse question des conditions aux limites à appliquer au voisinage d'une ligne de contact suscite aujourd'hui encore une abondante littérature [8, 28, 77]. Certains auteurs se sont intéressés au problème de la stabilité d'une région sèche dans un film statique [80], ainsi qu'aux conditions de nucléation d'un trou dans un film mince [44, 76]. Le thème du *mouillage* proprement dit, c'est à dire l'étalement d'un fluide sur un substrat initialement sec a reçu une attention particulière et est à présent bien compris [21, 22, 39, 42], de même que le phénomène inverse de dé mouillage, ouverture d'un trou se produisant lorsque l'épaisseur d'un film liquide est suffisamment faible en conditions de mouillage partiel [10–15, 65].

Plus récemment, on s'est intéressé à des problèmes de mouillage dans des situa-

tions plus complexes, tant du point de vue des états de surface que des géométries d'écoulement, faisant notamment intervenir des effets tridimensionnels, ce qui était assez peu le cas auparavant. Huppert a ouvert une voie en 1982, en rapportant des observations de la déstabilisation d'un front de liquide avançant sur un plan incliné conduisant à la formation de doigts liquides [40]. Ce sujet est depuis étudié de façon soutenue, de manière expérimentale, numérique ou théorique [38, 53, 73, 78, 79, 81–83]. Une instabilité de même nature est également observée dans des expériences de centrifugation d'une goutte posée sur un plateau tournant (*spin coating*) [52], principe utilisé pour l'enduction du revêtement d'écrans de télévision par exemple.

Le mouillage de surfaces hétérogènes est également un sujet actif. On cherche dans ce cas à comprendre l'influence de défauts de mouillabilité de la surface sur la progression d'une ligne de contact, et sur le piégeage éventuel de liquide autour de ces défauts, ainsi que l'hystérésis de l'angle de contact d'un point de vue microscopique [57–61]. Enfin, l'écoulement d'un ruisseau sur une surface inclinée peut donner lieu à un phénomène esthétique de «méandrage» comme on l'observe parfois sur les vitres. Quelques observations en ont été faites [16, 55], cependant le sujet ne semble pas épuisé.

On constate que le problème de l'existence, de la stabilité et de l'évolution d'une zone sèche, non plus dans un film statique sur un plan horizontal comme dans les expériences de mouillage classiques, mais au sein d'un film s'écoulant sous l'effet de la gravité sur une surface inclinée n'a pas reçu une attention très soutenue, malgré les fortes implications industrielles qui en découlent. D'autre part, la notion de zone sèche dans un film en écoulement généralise les études sur le démouillage sur plan horizontal. Malgré la présence de ces phénomènes dans de nombreux dispositifs expérimentaux et industriels, il n'en a été fait que quelques tentatives de modélisation [36, 85]. Nous montrons cependant que faute d'observations expérimentales, ces modèles s'appuient en fait sur des hypothèses non vérifiées dans la réalité (cf. partie I, chapitre 2). Il s'agit donc d'un champ d'investigation très ouvert.

Plan de l'étude

Comme nous venons de le voir, la description du devenir à long terme d'un film s'écoulant sur une surface de géométrie simple telle qu'un plan incliné, en particulier

l'existence de zones sèches dans ce film et leur stabilité, est quasiment absente de la littérature. Il nous a donc paru nécessaire de réaliser une expérience dans ces conditions et d'essayer de comprendre les mécanismes régissant l'équilibre d'une ligne de contact stationnaire soumise à l'influence d'un écoulement permanent en amont. Dans une première partie, nous exposons des résultats expérimentaux concernant la forme et la stabilité d'une zone sèche au sein d'un film s'écoulant à débit constant sur un plan incliné. Nous y présentons une modélisation relativement simple qui permet néanmoins de capturer quantitativement et qualitativement l'essentiel des phénomènes observés et qui contient les principaux ingrédients physiques régissant le comportement du système. Une tentative de modélisation plus approfondie, rendant compte d'une grande partie d'effets plus subtils observés dans les expériences est également présentée.

Dans une deuxième partie, du fait que nous disposions de conditions expérimentales opportunes, nous avons pu rendre compte de phénomènes originaux qui peuvent se produire lorsqu'une goutte de liquide coule sur un plan incliné, à la manière d'une goutte de pluie sur une vitre. Nous y montrons qu'une goutte peut présenter des aspects qualitativement différents suivant sa vitesse de descente faisant intervenir des singularités et des instabilités non rapportés dans la littérature à notre connaissance, et incontestablement d'une grande esthétique. Nous interprétons les observations à l'aide d'arguments faisant intervenir des problèmes d'angle de contact dynamique à l'arrière de la goutte, non sans rapport avec certaines expériences de *coating*.

Enfin, la troisième partie de ce document présente une expérience de ruissellement sur une rangée de tubes horizontaux disposés en cascade, en rapport direct avec les échangeurs de chaleur de la SIDEM.¹ Nous y mettons notamment en évidence l'existence d'un mécanisme de désorganisation spontanée du débit en deçà d'un débit critique semblable à une transition de phases par certains aspects, qui conduit à l'apparition de zones sèches stationnaires dans le dispositif. Nous constatons également que le taux de couverture de la surface par l'écoulement présente un fort hystérésis en fonction du débit.

En annexe sont placés un chapitre discutant de la validité de certaines hypothèses des modèles présentés aux chapitres 3 et 4 de la partie I, en comparant plusieurs modèles de ruisseau s'écoulant sur un plan incliné, ainsi que le texte d'un article

1. Une partie seulement de ces résultats est présentée ici, l'essentiel faisant l'objet d'un document séparé d'accès restreint pour des raisons de secret industriel.

présentant les premières séries d'expériences de ruissellement sur plan incliné, et le modèle simple associé (*Phys. Fluids* **11**, 845-852, 1999) [62],

Première partie

Zones sèches dans un film en écoulement

Chapitre 1

Introduction

Le mouillage et le dé mouillage sont des phénomènes aujourd'hui bien connus de par l'attention particulière qu'ils ont reçue tant du point de vue industriel que fondamental.

Les conditions d'équilibre statique d'un trou axisymétrique (zone sèche) au sein d'un film liquide statique reposant sur une surface horizontale sont clairement établies depuis les travaux de Taylor et Michael [80]. Ces auteurs ont calculé et mesuré expérimentalement le diamètre d'équilibre d'un trou en fonction de l'épaisseur du film. Ils montrent notamment en supposant un équilibre entre la gravité et les forces interfaciales, qu'il existe une épaisseur critique de film au delà de laquelle il n'existe plus de solution d'équilibre pour un trou dans un film, quel que soit son diamètre : les forces interfaciales ne peuvent compenser les effets gravitaires qui tendent à étaler le film.

Cette épaisseur vaut :

$$h_c = 2\sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}} \sin \frac{\theta}{2} \quad (1.1)$$

où γ est la tension de surface du liquide, ρ sa masse volumique et θ son angle de contact d'équilibre sur le substrat. Cette épaisseur critique, correspondant à l'équilibre d'un trou de diamètre infini, est également donnée par Lamb [47]. On peut retrouver ce résultat simplement en calculant l'épaisseur d'équilibre d'une flaque de liquide de grandes dimensions, ou encore en équilibrant forces capillaires et pression hydrostatique au voisinage du bord d'une telle flaque (Fig. 1.1)

Pour des épaisseurs de film inférieures à h_c , il existe un rayon d'équilibre R pour les zones sèches calculable numériquement en fonction de l'épaisseur de la couche de

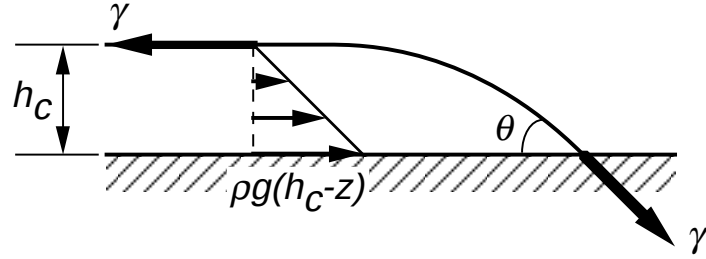


FIG. 1.1 – *Equilibre d'une flaque de liquide de grandes dimensions. L'épaisseur d'équilibre h_c résulte de la compétition entre la tension de surface, qui tend à provoquer une rétraction du film, et la gravité qui tend à l'étaler par l'intermédiaire de la pression hydrostatique : $\gamma(1 - \cos \theta) = \rho g h_c^2 / 2$.*

liquide h [80]. Pour un angle de contact sans hystérésis, cette solution est instable : les trous de diamètre supérieur (resp. inférieur) s'agrandissent (resp. se contractent). Le cas de films minces, et plus spécifiquement de la nucléation de trous dans ces films par des fluctuations thermiques a ensuite été étudié par Sharma et Ruckenstein [75].

Alors qu'elle est le prolongement naturel des travaux de Taylor et Michael, la question d'un trou dans un film en écoulement sur une surface inclinée a reçu assez peu d'attention, malgré son intérêt industriel considérable. De nombreux échangeurs de chaleur par exemple font intervenir un fluide, généralement de l'eau, ruisselant par gravité sur des surfaces en conditions de mouillage partiel. En amont de problèmes spécifiquement liés à la thermodynamique et à l'échange de chaleur, il est crucial dans ces systèmes de pouvoir assurer le mouillage de la plus grande surface possible, pour des raisons évidentes de rendement et d'efficacité du dispositif.

Par analogie avec la situation du film sur un plan horizontal où les zones sèches sont de symétrie circulaire, on peut s'attendre à observer des zones sèches s'étendant à l'infini vers le bas du fait de la présence de l'écoulement qui impose une direction privilégiée. Enfin, de même qu'il existe une épaisseur critique au delà de laquelle un film horizontal est stable, il doit exister sur un plan incliné un débit critique au delà duquel le film devient stable et repousse les zones sèches en recouvrant toute la surface aux temps longs.

Deux questions se posent alors concernant la structure et la stabilité de ces écoulements :

- Quelle est la forme des éventuelles zones sèches pouvant exister au sein du film ?

- Quel est le débit minimal requis pour repousser ces zones sèches et couvrir une plaque inclinée d'un film liquide ininterrompu?

Des tentatives de réponse à ces questions ont été publiées dans la littérature, souvent en vue de fournir des critères applicables en milieu industriel, à partir des années 60 [2, 3, 36, 54, 85, 86].

A notre connaissance, la première tentative de modélisation a été effectuée par Hartley et Murgatroyd [36, 54]. Leur analyse consiste à déterminer un débit critique de couverture d'une plaque inclinée en supposant un équilibre entre le flux de quantité de mouvement et la tension de surface au sommet d'une zone sèche. Les hypothèses retenues ne reposent visiblement sur aucune observation expérimentale et en particulier ignorent une caractéristique essentielle de ces écoulements qui est la formation d'un bourrelet liquide au voisinage de la ligne de contact (cf. Chapitre 2). Les prévisions de leur critère sont d'ailleurs très différentes des mesures expérimentales comme nous le constaterons par la suite.

S. D. R. Wilson a établi plus tard un modèle plus complet [85], en tenant compte des effets gravitaires liés à la présence d'un bourrelet dont la présence est remarquée dans des expériences de Ponter *et al.* [64], et de certains effets de courbure de la ligne de contact. Ce modèle fait un pas considérable dans la bonne direction en permettant la prédiction d'une dimension caractéristique de zone sèche (près du sommet seulement) et d'un débit critique. Le détail est cependant parfois contestable, notamment les hypothèses concernant les ordres de grandeur des différentes forces à prendre en compte dans la modélisation. Il en résulte des prédictions n'allant pas dans la même direction que les observations expérimentales, ni même que l'intuition : de façon surprenante, ce modèle prévoit notamment que la taille de la zone sèche augmente avec le débit, et diminue quand l'angle de contact et donc le caractère non mouillant du système augmentent.

Enfin, très récemment, à la suite de nos premières expériences, Wilson, Duffy et Davis ont modélisé une zone sèche très allongée dans la direction de la pente, en termes d'équations de lubrification [86]. Cette analyse n'est cependant pas valide près du sommet de la zone sèche où se situe le problème de stabilité. Par ailleurs, leur analyse dans l'approximation de lubrification présente l'inconvénient majeur de ne pas faire intervenir l'angle de contact et donc la physique du mouillage. Il s'agit pourtant d'un paramètre essentiel du système comme on peut le constater dans les expériences.

Les différentes tentatives de modélisation apportent donc des réponses peu satisfaisantes ou trop partielles. Par ailleurs, il n'existe pas à notre connaissance d'étude expérimentale de ces phénomènes dans la littérature, en dehors de quelques photographies anecdotiques de Ponter *et al.* [64]. Cette rareté des observations a visiblement nui aux précédentes tentatives de modélisation qui ont manqué de données quantitatives concernant les ordres de grandeurs de différents paramètres du problème. Une telle étude semble donc nécessaire à une meilleure compréhension physique des phénomènes.

Nous avons donc entrepris une exploration expérimentale systématique de la forme et de la stabilité de zones sèches dans un film ruisselant sur un plan incliné. Nous en proposons une modélisation simple reposant sur un équilibre entre gravité et capillarité qui rend bien compte des observations pour des faibles angles de contact et/ou de fortes inclinaisons de la plaque. Un modèle plus complet est également proposé, qui tient compte d'effets négligés en première approximation. Ce nouveau modèle rend bien compte de déviations observés par rapport au modèle initial.

Chapitre 2

Phénoménologie

2.1 Dispositifs expérimentaux

2.1.1 Montages

Afin d'étudier la forme et la stabilité de zones sèches au sein d'un film en écoulement, il convenait de mettre au point un dispositif permettant de faire ruisseler un film liquide à débit constant sur un plan incliné. Deux montages ont été successivement utilisés au cours de ce travail, le deuxième ayant été conçu afin de remédier aux principaux défauts de la première version et d'améliorer la précision et la reproductibilité des résultats.

Le principe général des montages est représenté en figure 2.1. Une photographie des deux versions du dispositif est reproduite en figure 2.2. L'élément central est une plaque de verre de 20 cm de côté dans la première version de l'expérience et de 40 cm de côté dans la deuxième sur laquelle ruisselle le liquide. L'inclinaison α de cette plaque est réglable entre 0 et 90. Ce réglage est approximatif dans le premier montage, et l'angle α est mesuré *a posteriori*, tandis que dans le deuxième montage, un réglage fin et continu de l'angle est possible grâce à un système de tige de poussée reliée à une vis.

La plaque de verre est traitée dans sa partie inférieure de façon à réaliser une surface partiellement mouillée par le fluide. La partie supérieure, ainsi que les bords latéraux, sont laissés nus, ce qui permet d'assurer un mouillage total du fluide utilisé sur le verre, et donc des conditions aux limites bien définies, en particulier un film uniforme en amont de la zone traitée. Les caractéristiques physico-chimiques du

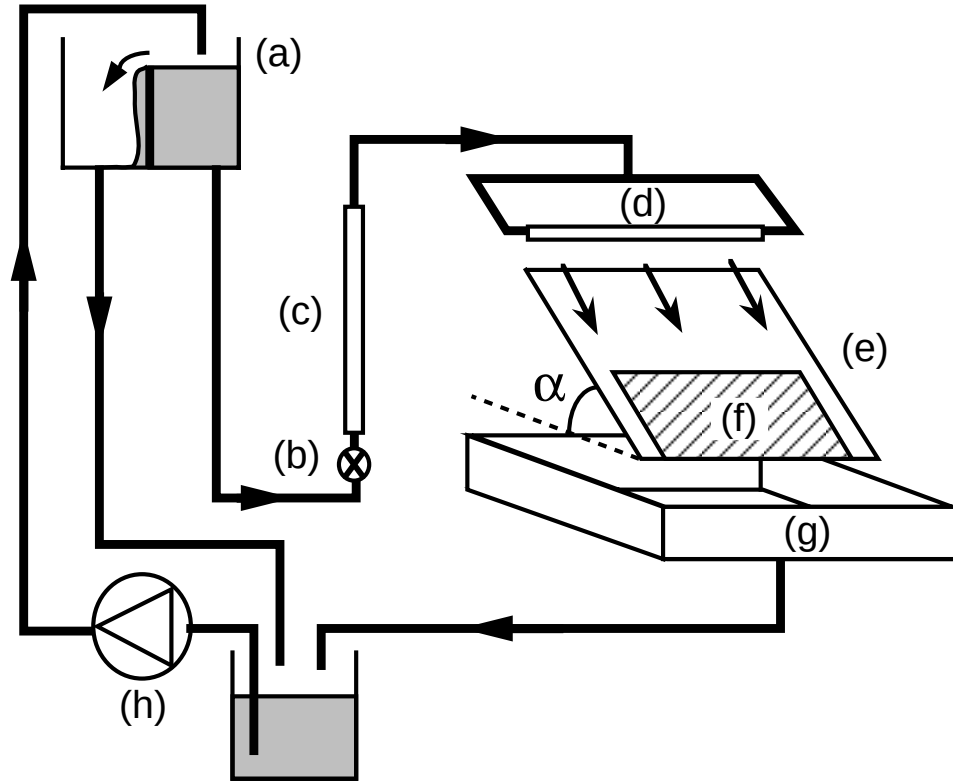


FIG. 2.1 – Principe du montage expérimental de ruissellement sur plan incliné. *a* : réservoir à niveau constant ; *b* : vanne de précision ; *c* : débitmètre à flotteur Brooks ; *d* : injecteur ; *e* : plaque de verre ; *f* : zone traitée ; *g* : collecteur ; *h* : pompe à membrane KNF.

traitement de surface ainsi que sa réalisation technique sont décrites dans la section suivante.

Le liquide est injecté au sommet de la plaque sur toute sa largeur sous la forme d'un film grâce à un injecteur approprié. Dans le premier montage, cet injecteur est un simple tube de laiton de 5 mm de diamètre percé de trous de 1 mm tous les 5 mm, et alimenté par les deux extrémités. Ce dispositif est suffisant pour assurer un débit homogène sur toute la largeur de la plaque, pourvu que celle-ci ne soit pas trop importante (dans le cas contraire, la différence relative de pression entre le centre du tube et les extrémités devient non négligeable du fait de la perte de charge). Pour le deuxième montage, dont la largeur d'écoulement est plus importante, un injecteur spécifique a été conçu. Il s'agit d'un réservoir rectangulaire muni d'une fente de largeur réglable suivie par une partie plane inclinée de 30° rejoignant la plaque de verre

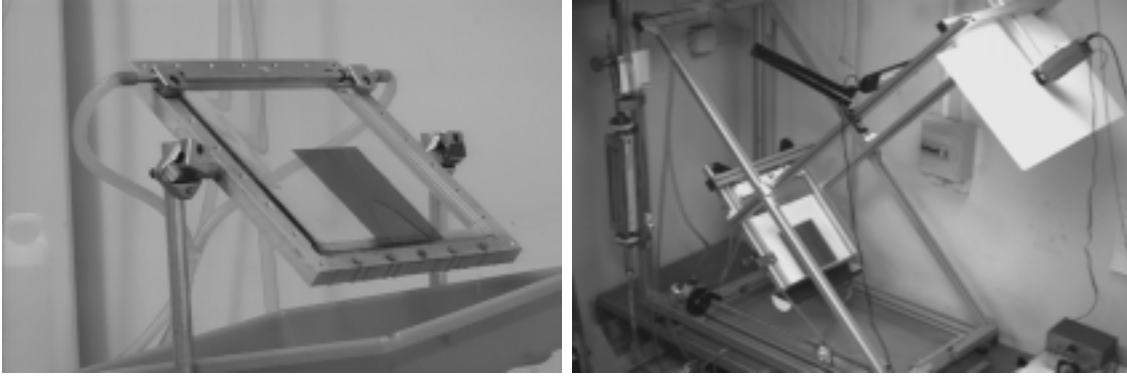


FIG. 2.2 – Les deux versions du montage expérimental. On remarque notamment la différence des systèmes d'injection et le cadre beaucoup plus imposant du deuxième montage assurant un meilleur contrôle de l'inclinaison de la plaque. La partie traitée des plaques de verre est matérialisée par un carré sombre. On y devine la présence d'une zone sèche sur la photographie de gauche.

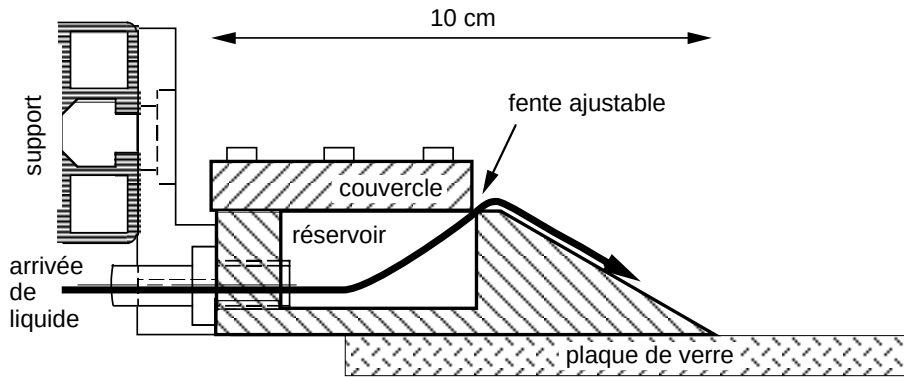


FIG. 2.3 – Coupe de l'injecteur réalisé pour le deuxième montage expérimental.

(voir fig. 2.3). Le volume du réservoir est suffisamment important pour que la vitesse du liquide qui y transite soit négligeable, et la pression approximativement uniforme. Moyennant un réglage soigné de la largeur de la fente et de son horizontalité, on obtient des débits d'une grande uniformité sur toute la largeur de la plaque.

Les autres éléments du système d'injection sont une pompe à membrane (KNF) alimentant un réservoir à niveau constant, qui d'une part amortit les fluctuations de débit de la pompe, d'autre part permet de maintenir constante la pression d'alimentation de l'injecteur. Le liquide est envoyé à l'injecteur via une vanne de régulation du débit et un débitmètre à flotteur.

L'écoulement est observé par l'intermédiaire d'une caméra CCD disposée perpen-

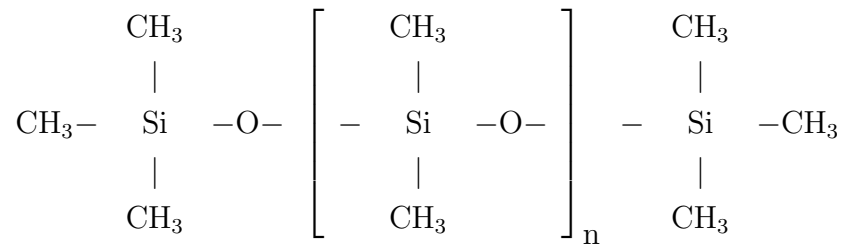
diculairement à la plaque et reliée à un magnétoscope et à un ordinateur par l'intermédiaire d'une carte d'acquisition video. Dans le deuxième montage expérimental, le support de la caméra est solidaire du cadre de maintien de la plaque de verre, la position de la caméra est donc fixe par rapport à la plaque quelle que soit son inclinaison. Les techniques d'acquisition et de traitement d'images seront exposées plus en détail au 2.1.3.

2.1.2 Systèmes physico-chimiques

Fluides

Une étude fine des phénomènes requiert des conditions expérimentales relativement “propres” et reproductibles. C'est principalement pour cette raison que l'on a retenu pour fluide le Poly-DiMéthyl-Siloxane (PDMS) communément nommé “huile silicone”. Ce fluide est transparent et incolore, peu volatil, ce qui permet de s'affranchir de problèmes d'évaporation au cours de l'expérience qui pourraient engendrer des gradients de température et de tension de surface.

Sa formule chimique générale est la suivante :



où n est le degré de polymérisation.

La viscosité augmente avec ce degré de polymérisation. Les huiles silicones sont ainsi disponibles dans une gamme de viscosité allant de celle de l'eau pour les chaînes les plus courtes, à plusieurs dizaines de milliers de fois celle de l'eau pour des degrés de polymérisation n de quelques milliers.

Les huiles utilisées sont commercialisées par Rhône-Poulenc sous la référence 47V suivie d'un nombre désignant la viscosité cinématique approximative en mm^2/s . Les propriétés intéressantes de ces huiles sont regroupées dans le tableau 2.1. Les huiles 47V10 et 47V20 sont celles qui ont été utilisées dans nos expériences.

	Huile Rhodorsil 47V10	Huile Rhodorsil 47V20
Viscosité cinématique ν (mm ² /s)	9,84 ± 0,02	18,5 ± 0,1
Masse volumique ρ (g/cm ³)	0,93	0,95
Viscosité dynamique η (cp)	9,16 ± 0,02	17,6 ± 0,1
Tension superficielle γ (mN/m)	20,5	20,6
Coefficient viscosité-température ¹	0,57	0,59
Longueur capillaire $l_c = \sqrt{\gamma/(\rho g)}$ (cm)	0,150	0,149
Vitesse capillaire $U_c = \gamma/\eta$ (cm/s)	223,8	117,0

TAB. 2.1 – Principales caractéristiques des huiles silicones Rhodorsil

Par ailleurs, la densité varie peu d’une huile à l’autre (de l’ordre de 1 g/cm³), ainsi que la tension de surface, de l’ordre de 20 mN/m. Cette tension de surface très basse, liée au caractère exceptionnellement apolaire de la molécule, lui confère une grande stabilité dans le temps vis à vis d’éventuelles pollutions (l’eau, par exemple, est au contraire un solvant de nombreux composés “contaminants” présents dans l’atmosphère qui modifient sa tension superficielle au cours du temps). Cette basse tension superficielle est également responsable de propriétés de mouillage quasi-total sur la plupart des substrats, en particulier le verre propre, qui est une surface de haute énergie. Cette propriété est utilisée pour réaliser des conditions d’injection uniformes dans nos expériences : l’huile est injectée dans la partie supérieure de la plaque où le verre est à nu.

Parmi les autres propriétés remarquables de ces huiles, on signalera une variation de viscosité avec la température assez modérée. Par ailleurs, leur formule chimique ne présentant pas de fonctions facilement oxydables, contrairement à de nombreux composés organiques courants, les huiles silicones ne vieillissent pas sous l’action des agents atmosphériques. Cette caractéristique est essentielle pour la réalisation d’expériences présentant des surfaces libres. Enfin, pour les huiles de viscosité inférieure à 1000 mm²/s et des taux de cisaillement inférieurs à 10³ s⁻¹, ce

1. Coefficient viscosité-température = 1 – viscosité à 99° / viscosité à 38°.

qui est toujours le cas dans nos expériences où les vitesses mises en jeu sont faibles, le comportement rhéologique est parfaitement newtonien.

Surfaces

Notre étude de zones sèches sur un plan incliné nécessitent des conditions de mouillage partiel bien contrôlées. Les huiles silicones ayant une tension de surface très basse, et mouillant la plupart des substrats courants, on est amené à rechercher un traitement de surface approprié pour obtenir un angle de contact non nul.

Il a été observé empiriquement au laboratoire que certaines encres permanentes utilisées dans les stylos pour la rétroprojection présentent des caractéristiques oléophobes intéressantes [60, 61]. Une première série d'expériences a donc été conduite sur des plaques de verre enduites d'encre bleue gracieusement fournie par Staedtler-Mars GmbH (ref.: Lumocolor T317-3). Ces encres contiennent entre autres composés des résines polymériques qui sont responsables de leur caractère hydrophobe et oléophobe.

Par la suite, des expériences mieux contrôlées ont été réalisées sur des plaques enduites d'un film de polymère acrylique fluoré présentant des propriétés oléophobes plus prononcées, un état de surface de meilleure qualité et une plus grande facilité d'application. Ces polymères commercialisés par 3M sous la marque Fluorad constituent des résines de protection destinées à l'industrie électronique. Deux polymères ont été utilisés, de références FC732 et FC725.

Les plaques de verre à traiter sont préalablement lavées dans une solution savonneuse et rincées à l'eau distillée et à l'acétone afin d'éliminer toute trace d'huile. Leur surface est ensuite décapée à l'acide sulfochromique pendant environ 1/2 h pour obtenir une surface de silice exempte de contaminants. Les plaques sont ensuite rincées à l'eau distillée et séchées à l'étuve avant enduction.

La technique d'enduction de l'encre Staedtler et du polymère FC732 (dilué dans un solvant fluoré spécifique, le HFE 7100) est assez rudimentaire : le revêtement est simplement appliqué au pinceau, en plusieurs passes régulières. L'état de surface ainsi obtenu n'est pas exempt de défauts, notamment de fluctuations d'épaisseur du revêtement visibles grâce aux légères irisations qu'elles entraînent. La présence d'irisations visibles indiquent qu'elles sont de faible amplitude (de l'ordre des longueurs d'ondes lumineuses). On vérifie d'ailleurs dans les expériences que les phénomènes observés ne dépendent pas de l'orientation des coups de pinceau : leur influence est

substrat	θ_a (°)	θ_r (°)	$\Delta\theta$ (°)	γ_{sg} (mN/m)	couleur
Staedtler Lumocolor T317-3	30	15	15	NC	bleu
3M FC 732	55	40	15	11	incolore
3M FC 725	52	40	12	13	incolore

TAB. 2.2 – *Caractéristiques des substrats.* θ_a : angle de contact d’avancée; θ_r : angle de contact de recul; $\Delta\theta$: amplitude de l’hystérésis; γ_{sg} : tension superficielle du revêtement. Les valeurs indiquées dans le tableau pour les angles de contact sont des moyennes. Ils peuvent fluctuer de quelques degrés ($\pm 5^\circ$) en fonction de la qualité du revêtement masi également d’une huile à l’autre. En pratique, ils sont mesurés pour chaque expérience.

mineure. Le FC725, dilué dans de l’acétate d’éthyle à la dilution 1/6, est appliqué par raclage : un petit volume de solution (environ 1 ml) est déposé sur la surface à traiter puis étalé à l’aide d’un racloir en plastique souple. L’évaporation du solvant étant assez lente (environ 10 mn pour un séchage total), les éventuelles irrégularités disparaissent par nivellement pendant le séchage. On obtient ainsi des surface d’une grande uniformité, qui ne présentent visuellement aucun défaut.

Les angles de contact des huiles sur les différents substrats sont mesurés à partir de prises de vue de profil de gouttes posées sur la plaque. L’inclinaison est lentement augmentée, jusqu’à ce que les gouttes se mettent en mouvement à une vitesse tout juste perceptible (inférieure à 1 mm/s). On peut alors raisonnablement estimer que l’angle de contact est très proche de l’angle d’avancée statique à l’avant de la goutte, et très proche de l’angle de recul statique à l’arrière. Au sens strict, les angles de contact diffèrent des angles statiques dès que la vitesse de la ligne de contact est non nulle. Cependant, l’écart à l’angle statique est de l’ordre de $(10^{-2}Ca)^{1/3}$ où Ca est le nombre capillaire $\eta V/\gamma$ et V la vitesse de la ligne de contact dans la gamme d’angles où l’on se situe [8], si bien qu’on peut considérer la mesure comme correcte. Cette mesure peut être faite soit de façon directe, en mesurant l’angle entre la tangente à la surface libre au point de contact et le plan incliné, soit en ajustant un arc de cercle sur l’interface au voisinage de la ligne de contact et en calculant l’angle d’intersection de ce cercle avec le plan support de l’écoulement, connaissant la position du centre du cercle et son rayon. Cette dernière méthode est plus précise pour les petites gouttes fortement courbées.

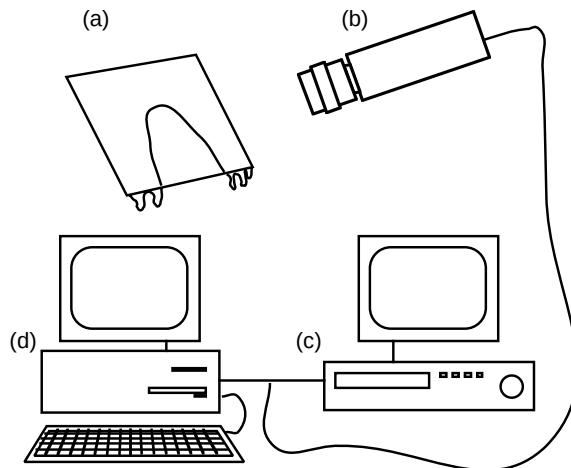


FIG. 2.4 – Chaîne d’acquisition d’images. *a* : plan incliné ; *b* : caméra CCD COHU ; *c* : magnétoscope S-VHS et moniteur ; *d* : Macintosh et carte d’acquisition Scion LG-3

Les caractéristiques des différents revêtements et en particulier les angles de contact moyens des huiles silicones sur ces substrats sont reportés dans le tableau 2.2. On notera que la gamme d’angles de contact accessible en changeant de revêtement est non négligeable, les phénomènes de mouillage faisant généralement intervenir des puissances de θ supérieures à 1.

Outre la meilleure qualité des revêtements fluorés par rapport à l’encre Staedtler — l’hystérésis de l’angle de contact $\Delta\theta$ est beaucoup plus faible en valeur relative, leur aptitude au vieillissement et notamment leur résistance au contact prolongé avec l’huile silicone est incomparablement meilleure.

2.1.3 Techniques expérimentales

Dans la plupart de nos expériences, nous nous intéresserons à la forme et à la stabilité de lignes de contact stationnaires. Nous n’avons donc a priori pas de contrainte sur les temps d’obturation. Le système de mesure est relativement simple et constitué d’une caméra CCD (COHU) munie d’un objectif de 25 mm de focale et placée perpendiculairement à la plaque de verre à une distance d’environ 1 m. Cette caméra est reliée à un Macintosh G3 par une carte d’acquisition Scion LG-3 (fig. 2.4).

Les huiles silicones étant transparentes et incolores, une visualisation permettant

de distinguer clairement les zones mouillées des zones sèches requiert des conditions d'éclairage soignées. La réflexion de lumière sur la surface libre du liquide étant indésirable, on a recours à un éclairage diffus et indirect grâce à un écran blanc diffusant placé autour de l'objectif de la caméra (voir fig. 2.2). Il existe alors un léger contraste entre la partie sèche de la plaque et le film liquide.

Les images sont digitalisées (768×512 pixels) et exploitées grâce au logiciel de traitement d'images NIH Image 1.6 qui permet d'effectuer diverses opérations de traitement ou de mesure². Des macros que nous avons spécialement écrites pour l'analyse de ces expériences permettent en particulier d'extraire des contours de zones sèches par une technique de détection de bord (lignes de contact). Cette technique consiste à marquer les zones de fort gradient d'intensité sur les images en les convoluant avec un opérateur gradient. D'autres macros permettent d'ajuster des profils modèles sur le profil de zones sèches expérimental afin de les tester et d'en déterminer des grandeurs caractéristiques, telles que des dimensions ou des rayons de courbure.

2.2 Observations préliminaires

2.2.1 Description qualitative

Dans les premières expériences, nous nous sommes attachés à caractériser les phénomènes se produisant lorsqu'un film d'huile s'écoule sur une plaque initialement sèche, dont la surface a été enduite d'encre Staedtler. Le débit est graduellement augmenté à partir d'un débit nul jusqu'à un débit critique pour lequel les zones sèches sont repoussées et la plaque finalement recouverte d'un film liquide uniforme [17, 35, 63, 67].

Cette séquence d'événements, qui survient à chaque démarrage d'expérience est reproduite sur la figure 2.5. A la sortie de l'injecteur, le liquide est soumis à la classique instabilité de digitation : la ligne de contact initialement rectiligne et horizontale se déstabilise selon un processus identifié par Huppert [40] et étudié par de nombreux auteurs [38, 53, 73, 78, 79, 81–83]. Cette instabilité conduit à la formation de doigts liquides qui avancent plus vite que le film en amont. Lorsque l'écoulement aborde la zone non mouillante de la plaque de verre, les creux des doigts cessent

2. Scion Image 1.6 en est une version spécialement dédiée à la carte d'acquisition utilisée

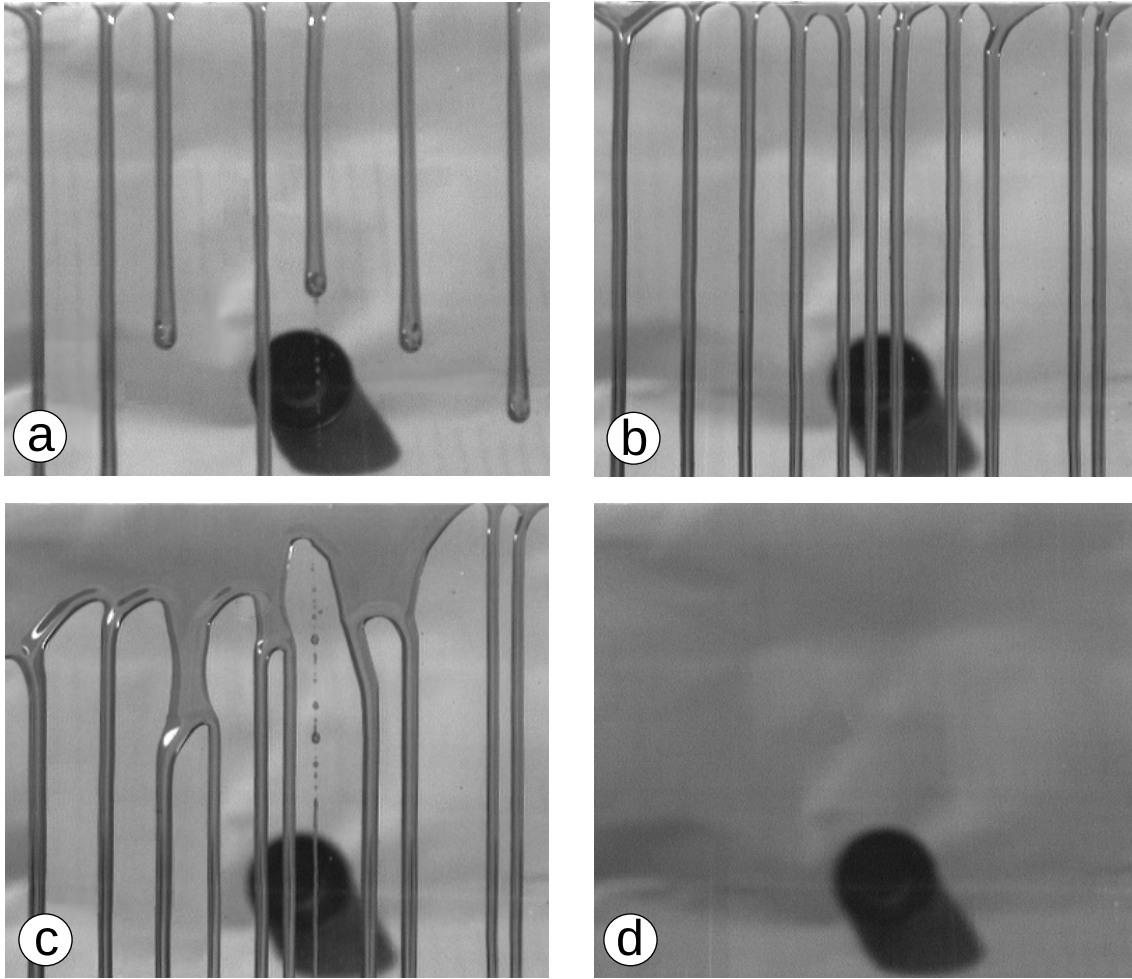


FIG. 2.5 – Séquence à débit croissant de ruissellement sur un plan incliné en conditions de mouillage partiel. a : doigts de liquide produits par l'instabilité de digitation ; b : réseau stationnaire de zones sèches et de ruisselets pour un débit constant inférieur au débit critique ; c : mise en mouvement des arches liquide quand le débit critique est atteint ou dépassé (transitoire) ; d : plaque totalement recouverte par un film liquide uniforme pour débit constant supérieur au débit critique (Le disque noir est le reflet de l'objectif de la caméra).

d'avancer tandis que les doigts poursuivent leur avancée sur la plaque. On aboutit ainsi à la formation d'un motif stationnaire et plus ou moins régulier de ruisselets séparés par des «arches» sèches dont la largeur est de l'ordre du cm (Fig. 2.5-b).

Lorsqu'on augmente le débit, les frontières de l'écoulement restent stationnaires dans un premier temps (avec un éventuel ajustement de l'épaisseur des ruisselets qui canalisent le débit), puis, au delà d'un certain débit Γ_c , les lignes de contact

délimitant les zones sèches deviennent instables et sont repoussées par le film (Fig. 2.5-c). Cela conduit au recouvrement de toute la plaque par un film liquide en écoulement uniforme. On peut ainsi définir un débit critique de recouvrement d'une plaque par un film Γ_c (débit volumique par unité de largeur de l'écoulement). Ce débit critique n'est toutefois pas très bien défini comme on peut le deviner en observant la figure 2.5-c où l'on constate que les arches ne se mettent pas en mouvement au même débit critique. Les mesures quantitatives commentées au 2.2.2 confirment ce fait.

2.2.2 Critère existant et premières mesures

La littérature consacrée aux transferts de chaleur fait état d'un critère de stabilité établi par Hartley et Murgatroyd en 1964 [36]. Ce critère repose sur un simple équilibre de forces au sommet d'une zone sèche.

Les auteurs supposent que cet équilibre repose essentiellement sur une égalité entre les forces interfaciales et le flux de quantité de mouvement dans le film en amont de la zone sèche (Fig. 2.6). Cet équilibre s'écrit :

$$\gamma(1 - \cos \theta) = \int_0^h \rho u^2 dy \quad (2.1)$$

où h désigne l'épaisseur du film liquide et u la vitesse du fluide en amont de la zone sèche, supposée non perturbée par la présence de celle-ci.

En considérant que l'écoulement dans le film est un écoulement visqueux de type «demi-Poiseuille», la vitesse locale vaut :

$$u(y) = \frac{\rho g \sin \alpha}{\eta} \left(hy - \frac{y^2}{2} \right) \quad (2.2)$$

En combinant les équations 2.1 et 2.2, on obtient l'expression du débit critique de stabilité :

$$\Gamma_c = \int_0^h u(y) dy = \frac{1}{3} \left(\frac{15}{2} \right)^{3/5} \left[\frac{\gamma(1 - \cos \theta)}{\rho} \right]^{3/5} \left[\frac{\eta}{\rho g \sin \alpha} \right]^{1/5} \quad (2.3)$$

La prévision de ce critère est comparée à une série de mesures en figure 2.7, mesuré selon le protocole décrit en 2.2.1. L'expérience montre un débit critique inférieur d'un ordre de grandeur au moins au critère de Hartley et Murgatroyd, ce

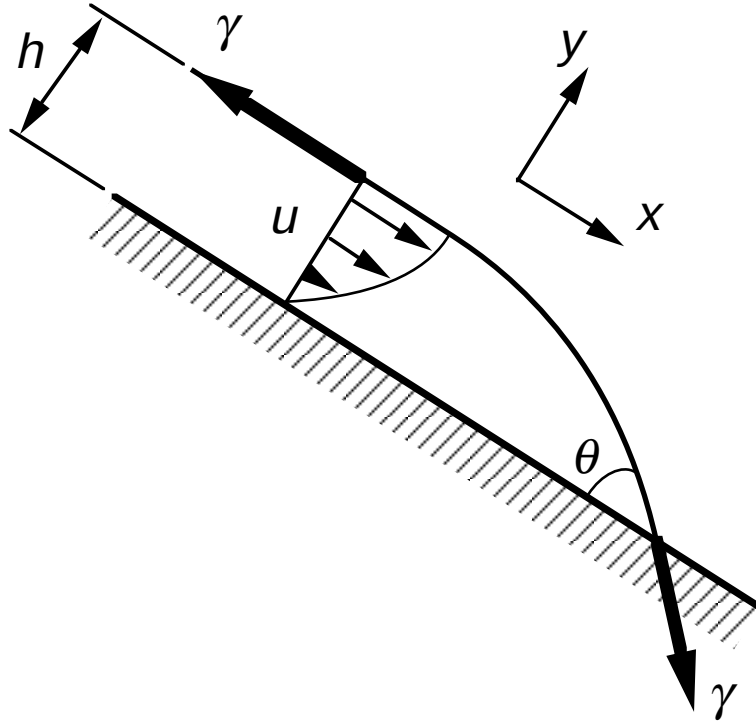


FIG. 2.6 – Forces en présence au voisinage de la ligne de contact dans l'hypothèse de Hartley et Murgatroyd. Un volume de contrôle de fluide incluant la ligne de contact est soumis à la tension de surface et au flux de quantité de mouvement qui a pour conséquence l'existence d'une pression dynamique au point d'arrêt.

qui laisse supposer qu'il repose sur des hypothèses inadaptées qu'il faudra remettre en cause dans la modélisation ultérieure.

D'autre part, on constate que l'erreur commise sur la mesure du débit critique est très importante et ne permet pas de dégager une quelconque tendance lorsque l'inclinaison α varie. L'amplitude de cette barre d'erreur est essentiellement due à l'existence de phénomènes d'interaction entre zones sèches voisines, chacune perturbant l'écoulement au voisinage des autres, et également à des problèmes d'accrochage de la ligne de contact à la frontière entre la partie du verre resté nu et la zone traitée, où existent de nombreux défauts d'épaisseur du revêtement.

Pour toutes ces raisons, il a paru indispensable d'orienter la suite des expériences vers l'étude de l'équilibre d'une zone sèche unique et isolée afin d'éviter tout risque d'interaction avec des arches voisines qui peuvent influencer sur sa stabilité. Par ailleurs, l'absence de voisines devrait permettre à une zone sèche d'adopter une forme non contrainte sans effets de saturation qui limitent sa largeur. Il faut pour cela découpler

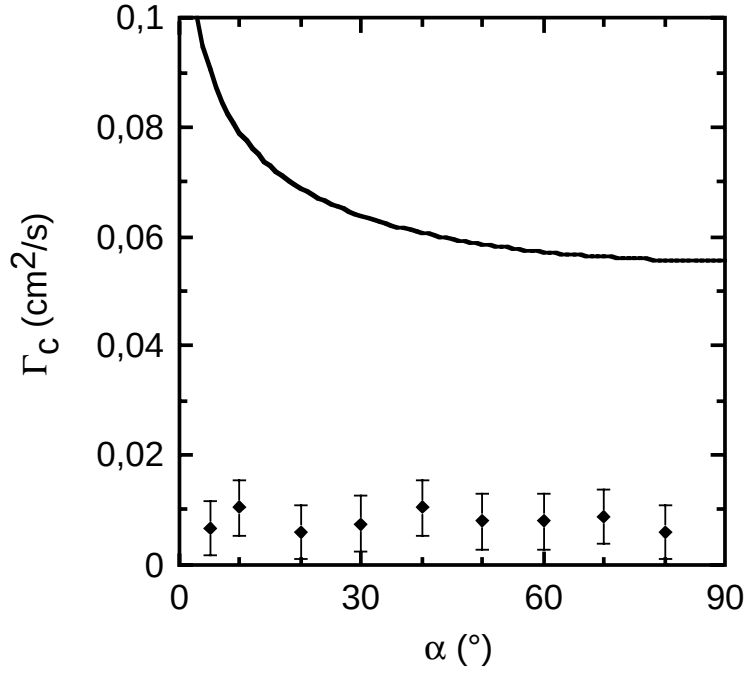


FIG. 2.7 – Mesures de débit critique de couverture de la plaque pour une huile 47V10 sur un substrat d'encre Staedtler (mesures de G. Reydellet [67]). La ligne continue représente la prévision du critère de Hartley et Murgatroyd [36].

le phénomène de formation de zone sèche de l'instabilité de digitation qui impose une certaine périodicité spatiale. Enfin, il est nécessaire d'éviter que la ligne de contact ne s'ancre sur d'éventuels défauts situés à la frontière de la zone traitée, et donc de faire en sorte que la zone sèche se forme dans la partie centrale du revêtement non mouillant.

2.2.3 Forme d'une zone sèche isolée

Protocole suivi

Lorsque l'écoulement se produit sur une plaque initialement sèche, l'instabilité de digitation évoquée en 2.2.1 se produit et force l'apparition de multiples zones sèches sur la partie traitée de la plaque.

Pour étudier une zone sèche isolée sans interaction avec d'éventuelles voisines, on est amené à suivre le protocole suivant :

- Un fort débit est imposé, supérieur au débit critique de couverture Γ_c de la

- plaque, afin de supprimer toute zone sèche et obtenir un film uniforme ;
- le débit est ensuite réduit à une valeur bien inférieure au seuil de mouillage. L'épaisseur du film diminue alors sensiblement et on obtient ainsi un film uniforme *métastable* sur toute la plaque ;
- il suffit alors de perturber localement le film pour qu'il se déstabilise et se perce, laissant apparaître un point sec. Cette perturbation est réalisée en soufflant ponctuellement et brièvement de l'air comprimé à l'aide d'une pipette au centre de la zone traitée ;
- la zone sèche initialement ponctuelle s'étend alors par démouillage jusqu'à atteindre une forme caractéristique d'arche stationnaire.

La zone sèche ainsi mise en place s'étend dans la partie centrale homogène du revêtement de surface déposé sur le support, et est donc à l'abri des éventuels défauts de surface pouvant exister à la frontière avec la partie non traitée, qui pourraient localement accrocher la ligne de contact.

Une fois la zone sèche formée, on peut enregistrer l'évolution de sa forme stationnaire lorsque l'on augmente le débit par petits incréments jusqu'à atteindre à nouveau le débit critique de couverture. L'évolution de la forme d'une arche mise en place par cette procédure est très reproductible. A chaque incrément de débit, la forme de la ligne de contact s'ajuste en avançant légèrement sur la zone sèche. L'évolution d'une zone sèche obtenue en faisant croître le débit est présentée en figure 2.8 pour différentes inclinaisons. La dépendance de la forme de la ligne de contact envers les paramètres débit Γ et inclinaison α est sensible : alors que la forme générale est qualitativement identique d'une image à l'autre, la courbure de la ligne de contact augmente nettement avec le débit et l'inclinaison du plan. En d'autres termes, conformément à l'intuition, plus les effets dus à l'écoulement (via le débit Γ) et à la gravité (via l'inclinaison α) sont importants, plus la surface occupée par la zone sèche sur le substrat est faible.

Outre la forme caractéristique de la ligne de contact, on perçoit sur cette figure la non-uniformité de l'épaisseur de la couche liquide : au voisinage de la ligne de contact, un bourrelet de quelques millimètres d'épaisseur est visible, qui grossit lorsque l'on s'éloigne du sommet de l'arche. Ce bourrelet collecte le liquide en provenance du film en amont, qui est dévié de sa direction initiale pour contourner la zone sèche. Il n'est nullement fait mention de cette caractéristique de l'écoulement dans les références les plus anciennes [36,54], alors que l'on peut penser que les dimensions de

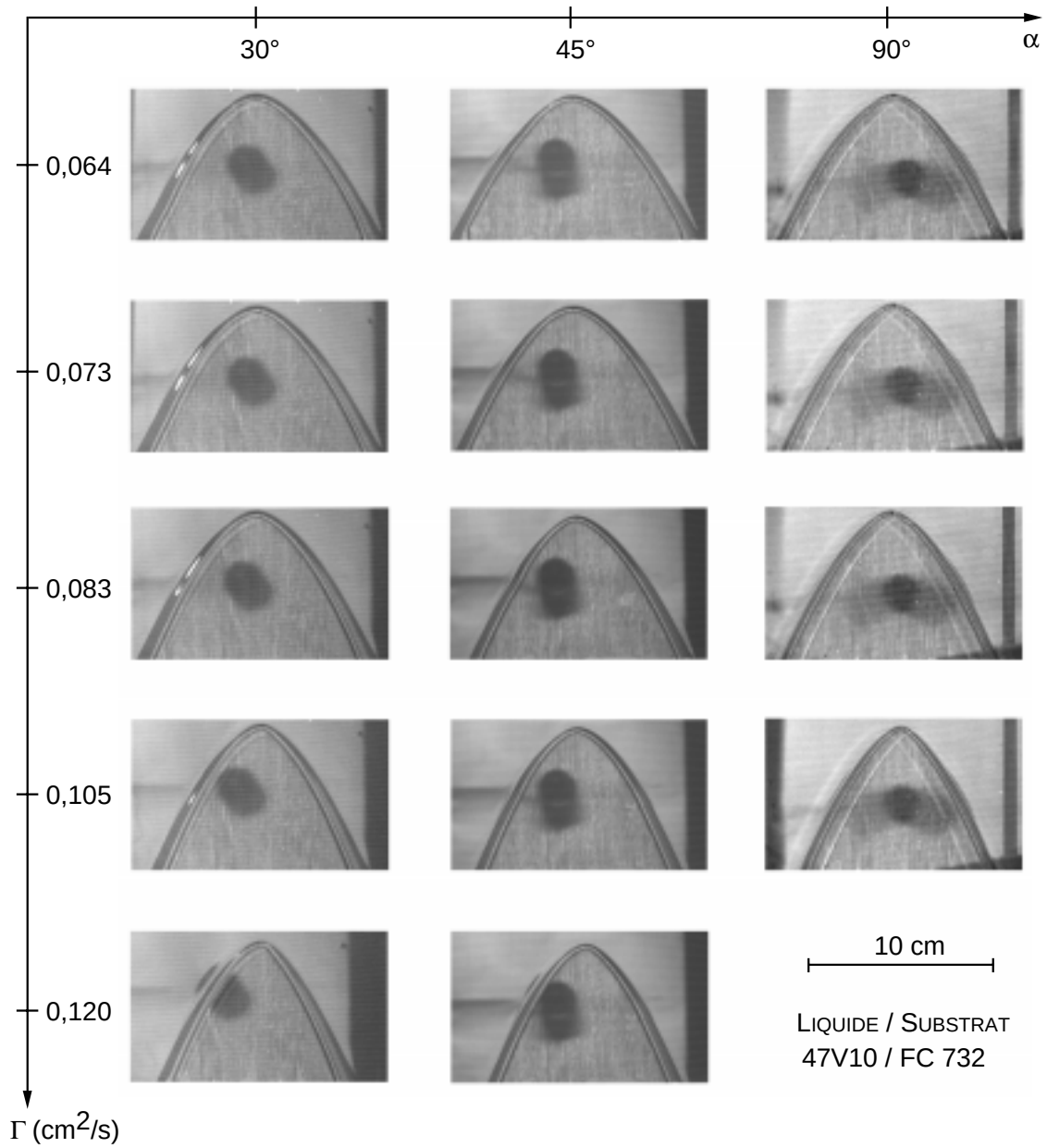


FIG. 2.8 – Modifications d'aspect d'une zone sèche isolée en fonction du débit et de l'inclinaison de la plaque (huile 47V10 / substrat FC 732). La courbure de la ligne de contact augmente avec le débit et l'inclinaison. Le jeu d'ombres et de reflets permet de distinguer un bourrelet liquide bien délimité, longeant la ligne de contact et surplombant la zone sèche à la manière d'une voûte. Il est en nette surépaisseur par rapport au film situé au dessus. La tache noire visible sur les photographies est le reflet de l'objectif de la caméra.

ce bourrelet lui font jouer un rôle important dans la stabilité d'une telle configuration d'écoulement.

Il est d'ailleurs intéressant de noter à ce stade et à des fins de modélisation que la déformation de l'interface due à la présence d'une ligne de contact est très localisée au voisinage de celle-ci. Les photographies de la figure 2.8 montrent que le film liquide reste imperturbé jusqu'à une distance de quelques millimètres seulement de la ligne de contact : son épaisseur paraît constante et on peut penser que les lignes de courant restent dirigées selon la ligne de plus grande pente jusqu'aux limites du bourrelet visible. On a donc affaire à un écoulement divisé en deux zones distinctes, un *film uniforme* et un *bourrelet*, séparés par une région de transition très étroite.

Chapitre 3

Etude quantitative

3.1 Ordres de grandeur - modèle simple

3.1.1 Ordres de grandeur

Les observations qualitatives du chapitre précédent nous permettent d’appréhender les ordres de grandeur des forces susceptibles de jouer un rôle dominant dans l’équilibre d’une zone sèche. Les grandeurs physiques relatives à l’écoulement et leurs valeurs typiques dans les expériences sont regroupées dans le tableau 3.1.

Un certain nombre de grandeurs sans dimensions peuvent être construites pour caractériser cet écoulement. Ces nombres figurent dans le tableau 3.2 ainsi qu’une estimation de leurs valeurs à partir des données du tableau 3.1.

Ces nombres sans dimension montrent que le bourrelet liquide bordant la ligne de contact est principalement soumis à un équilibre entre la gravité qui tend à le faire descendre sur la zone sèche et les effets capillaires ($Bo \sim 1$) qui tendent à ouvrir le film.

On peut, en première approximation, négliger les effets du flux de quantité de mouvement sur ce bourrelet ($We \ll 1$ et $Fr \ll 1$) contrairement à l’hypothèse choisie par Hartley et Murgatroyd [36], qui présument un équilibre entre effets capillaires et effets inertiels. Les ordres de grandeurs de ces nombres sans dimension suffisent à expliquer la non validité de leur critère dans les conditions de nos expériences.

Par ailleurs, le nombre de Reynolds étant toujours faible, on peut raisonnablement penser que les écoulements dans le film et dans le bourrelet peuvent être traités comme des écoulements purement visqueux.

Nom	Symbole	Valeur typique
Débit linéique	Γ	0–0,1 cm ² /s
Epaisseur du film	h_f	0,3 mm
Vitesse moyenne dans le film	$V_f = \Gamma/h_f$	0–3 cm/s
Viscosité dynamique	η	10–20 cp
Largeur du bourrelet	L	3 mm
Epaisseur du bourrelet	H	1 mm
Section du bourrelet	S	2 mm ²

TAB. 3.1 – *Grandeurs caractéristiques de l’écoulement. L’épaisseur du film h_f est évaluée dans l’hypothèse d’un écoulement de type demi-Poiseuille dans le film.*

Nom	Symbole et définition	Valeur typique
Reynolds (film)	$Re = \frac{\text{Effets inertiels}}{\text{Effets visqueux}} = \frac{\rho\Gamma}{\eta}$	10^{-2} –1
Capillaire	$Ca = \frac{\text{Effets visqueux}}{\text{Effets capillaires}} = \frac{\eta V_f}{\gamma}$	10^{-3} – 10^{-2}
Bond (bourrelet)	$Bo = \frac{\text{Effets gravitaires}}{\text{Effets capillaires}} = \frac{\rho g S}{\gamma}$	1
Weber (bourrelet)	$We = \frac{\text{Effets inertiels}}{\text{Effets capillaires}} = \frac{\rho V_f^2 h_f}{\gamma}$	0,06
Froude (bourrelet)	$Fr = \frac{\text{Effets inertiels}}{\text{Effets gravitaires}} = \frac{V_f^2 h_f}{g S}$	0,06

TAB. 3.2 – *Nombres sans dimension de l’écoulement.*

3.1.2 Modèle simple de zone sèche

Un modèle simple, reposant sur quelques hypothèses découlant d’observations préliminaires robustes, permet de rendre compte des principales caractéristiques des zones sèches et d’appréhender les principaux effets physiques gouvernant le système. Ce modèle a été décrit dans une publication [62] reproduite en annexe.

Hypothèses

Les observations expérimentales qualitatives et les ordres de grandeur analysés précédemment permettent de jeter les bases d’un modèle simple de zone sèche isolée. L’essentiel de la physique gouvernant les phénomènes observés est contenu dans les

hypothèses suivantes :

1. L'écoulement peut être divisé en deux régions bien identifiées sur les photographies de la figure 2.8 :
Un film d'épaisseur uniforme h_f dans lequel la vitesse est également uniforme dans le plan de l'écoulement, et dirigée selon la ligne de plus grande pente ;
Un bourrelet bordant la zone sèche, qui collecte le liquide provenant du film. Les lignes de courant dans ce bourrelet sont supposées parallèles à la ligne de contact (la région de transition entre film et bourrelet où s'opère la déflexion des lignes de courant est supposée de dimensions négligeables).
2. L'équilibre du bourrelet dans la direction perpendiculaire à la ligne de contact résulte essentiellement d'un équilibre entre son poids et les forces interfaciales ($Bo \sim 1$).
3. Les écoulements dans le film et dans le bourrelet sont traités dans l'approximation de Stokes.
4. Enfin le protocole suivi pour l'étude de la forme des zones sèches (nucléation à bas débit, puis croissance du débit par paliers), permet de considérer que l'angle de contact est uniforme et proche de l'angle d'avancée θ_a .

Nous supposerons également dans ce modèle que la section du bourrelet est approximativement semi-circulaire. Nous montrons en annexe A que cette approximation suffit à estimer correctement les différentes relations entre les paramètres géométriques du bourrelet jusqu'à des nombres de Bond de l'ordre de 1. Au delà, on ne peut plus négliger l'aplatissement du bourrelet sous l'effet de la gravité. L'hypothèse de bourrelet de section semi-circulaire paraît raisonnable pour la plupart des situations expérimentales où la largeur du bourrelet n'excède pas quelques millimètres. Une justification plus détaillée de la validité de cette hypothèse est présentée en annexe A.

Equations

Les notations utilisées ici sont définies sur la figure 3.1.

Selon les hypothèses retenues, l'équilibre d'un bourrelet liquide bordant une zone sèche stationnaire résulte de l'égalité des forces de gravité et de tension de surface projetées dans la direction perpendiculaire à la ligne de contact, qui fait un angle ψ

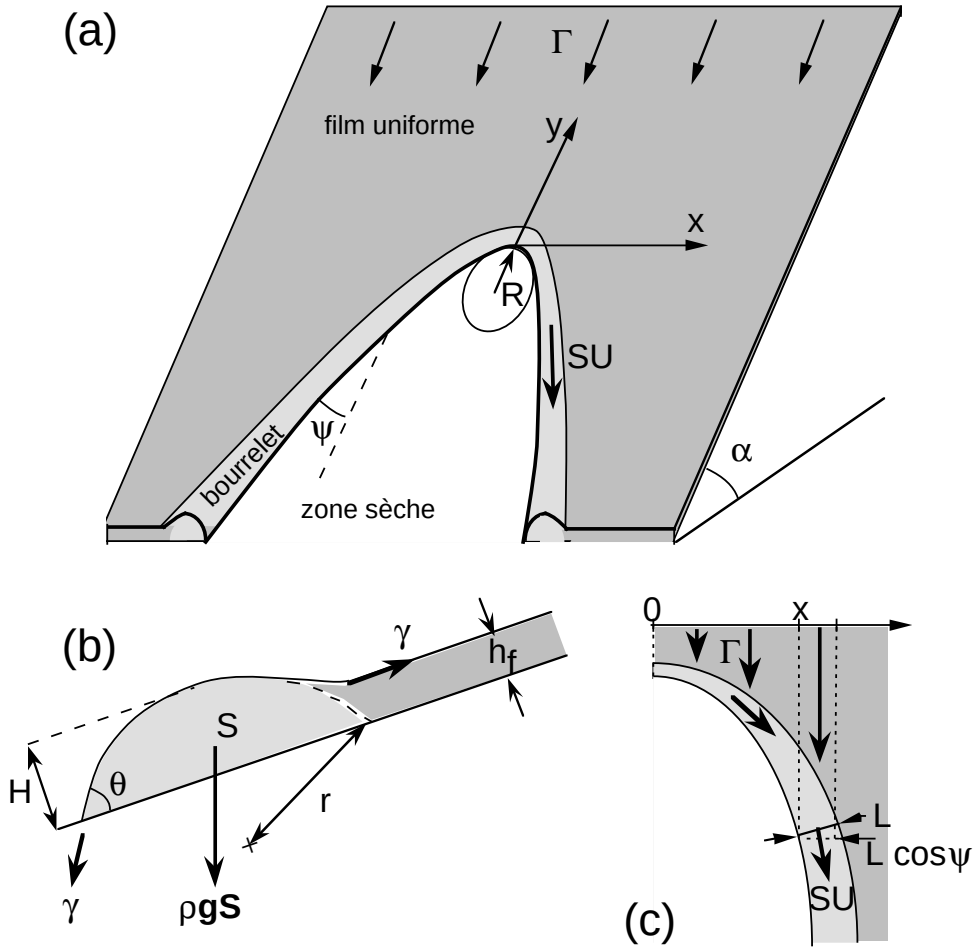


FIG. 3.1 – Notations utilisées dans le modèle. a : schéma général de l'écoulement ; b : section du bourellet liquide ; c : conservation de la masse.

avec la ligne de plus grande pente (fig. 3.1-b) :

$$\gamma(1 - \cos \theta) = \rho g S(\psi) \sin \alpha \sin \psi \quad (3.1)$$

Le bourrelet collecte le liquide provenant du film qui est dévié au voisinage de la zone sèche. La conservation de la masse implique que le flux entrant soit égal au flux sortant (fig. 3.1-c) :

$$\Gamma(x + L \cos \psi) = SU \quad (3.2)$$

où x désigne l'abscisse d'un point de la ligne de contact, l'origine étant au sommet de l'arche, et U la vitesse moyenne du fluide dans le bourrelet à l'abscisse considérée (moyennée sur une section normale à la ligne de contact). L est la largeur locale du bourrelet. On se place dans la limite d'un bourrelet mince, pour lequel on supposera $L \cos \psi \ll x$. Dans ces conditions, l'équation de conservation devient :

$$\Gamma x = SU \quad (3.3)$$

Le nombre de Reynolds étant faible, on suppose que l'écoulement à l'intérieur du bourrelet est gouverné par un équilibre entre gravité et frottement visqueux. Dans ces conditions, l'équation de Navier-Stokes se ramène à :

$$\eta \Delta u = \rho g_{\parallel} \quad (3.4)$$

où u est la vitesse locale du fluide et $g_{\parallel}$ la composante de la gravité parallèle à la ligne de contact : $g_{\parallel} = g \sin \alpha \cos \psi$.

Sans préjuger de la forme de la surface libre, ni du profil de vitesse dans le bourrelet, on peut écrire le terme visqueux (membre de gauche dans l'équation précédente) sous la forme :

$$\eta \Delta u = \frac{\eta}{m} \frac{U}{H^2} \quad (3.5)$$

où H est la hauteur de ce bourrelet (épaisseur maximale sur la section), et m un *facteur de forme* qui prend en compte la forme du bourrelet et les détails de l'écoulement à l'intérieur de celui-ci.

Si l'on fait intervenir la vitesse capillaire $U_c = \gamma/\eta$ et la longueur capillaire $l_c = \sqrt{\gamma/(\rho g)}$, on peut exprimer la vitesse moyenne dans le bourrelet sous la forme :

$$\frac{U}{U_c} = m \frac{H^2}{l_c^2} \sin \alpha \cos \psi \quad (3.6)$$

Les expressions exactes du facteur de forme m et de la hauteur du bourrelet H dépendent des hypothèses que l'on fait sur le profil d'interface. Dans le cas d'une section semi-circulaire, la relation entre H et S est immédiate :

$$H^2 = S f_1(\theta) \quad (3.7)$$

avec

$$f_1(\theta) = \frac{(1 - \cos \theta)^2}{\theta - \sin \theta \cos \theta} \quad (3.8)$$

On peut alors écrire :

$$\frac{U}{U_c} = m f_1(\theta) \frac{S(\psi)}{l_c^2} \sin \alpha \cos \psi \quad (3.9)$$

La valeur du paramètre m peut être estimée en calculant le profil de vitesse dans un ruisseaulet de section semi-circulaire dans l'approximation de lubrification, valable pour des angles de contact modérés [62]. Le détail de ce calcul figure dans la publication reproduite en Annexe B. Cette estimation dépend très peu de la valeur de l'angle de contact, et est comprise entre 0,23 et 0,24 pour la gamme d'angles de contacts disponible dans les expériences.

Forme et dimensions d'une zone sèche

En combinant les équations 3.1, 3.3 et 3.9, on peut extraire les équations de la ligne de contact, paramétrées par l'angle ψ ,

$$x = R \frac{\cos \psi}{\sin^2 \psi} \quad (3.10)$$

$$y = \frac{R}{3} \left(\frac{1 - 3 \cos^2 \psi}{\sin^3 \psi} - 1 \right) \quad (3.11)$$

avec

$$R = mf_2(\theta) \frac{l_c^2}{\sin \alpha} \frac{U_c}{\Gamma} \quad (3.12)$$

$$f_2(\theta) = \frac{(1 - \cos \theta)^4}{\theta - \sin \theta \cos \theta} \quad (3.13)$$

Les notations réduites suivantes peuvent être introduites :

$$\Gamma^* = \frac{\Gamma}{f_1(\theta)(1 - \cos \theta)^2 U_c l_c} \quad (3.14)$$

$$R^* = \frac{R}{l_c} \quad (3.15)$$

On peut alors exprimer la relation 3.12 sous une forme simple :

$$R^* = \frac{m}{\Gamma^* \sin \alpha} \quad (3.16)$$

L'angle ψ peut être facilement éliminé des équations 3.10 et 3.11 pour obtenir une relation directe du type $y = f(x)$, cependant la lisibilité ne s'en trouve pas améliorée.

Ces relations peuvent par contre être développées au voisinage du sommet de l'arche ($\psi \sim \pi/2$), on obtient alors une approximation parabolique de la forme de la zone sèche :

$$y = -\frac{x^2}{2R} \quad (3.17)$$

R apparaît alors comme le *rayon de courbure* de la ligne de contact au sommet de l'arche.

Notons qu'un développement loin du sommet ($\psi \rightarrow 0$) conduit à la relation très différente

$$y = -\frac{2}{3}x \left(\frac{x}{R}\right)^{1/2} \quad (3.18)$$

Il est donc probable que l'approximation parabolique ne soit valable que très près du sommet.

3.1.3 Débit critique

Le modèle de forme d'une zone sèche qui vient d'être présenté admet une solution quelles que soient les conditions de débit et d'inclinaison et ne permet donc pas d'ob-

tenir une estimation du débit critique au delà duquel les zones sèches sont repoussées par l'écoulement. Il est donc nécessaire de recourir à des hypothèses supplémentaires pour rendre compte de l'observation expérimentale d'un débit critique. On peut ainsi distinguer théoriquement deux cas limites, en fonction de l'inclinaison de la plaque α .

Cas d'une plaque quasi-horizontale ($\alpha \rightarrow 0$)

Lorsque le film s'écoule sur une plaque faiblement inclinée, les observations montrent que le bourrelet bordant la zone sèche est quasiment inexistant : l'épaisseur du film, qui varie comme $(\sin \alpha)^{-1/3}$ est comparable à celle du bourrelet qui est sensiblement aplati par les effets gravitaires. Par ailleurs, la vitesse d'écoulement est alors très faible, et la composante de la gravité parallèle au plan de l'écoulement $g \sin \alpha$ est négligeable devant la composante normale $g \cos \alpha$, responsable de l'existence d'une pression hydrostatique dans le film.

Le profil d'interface dans une direction perpendiculaire à la ligne de contact est alors qualitativement très semblable à celui d'un film statique déposé sur un plan horizontal. Cette situation a été étudiée par Taylor et Michael [80], et on peut supposer que leur analyse est en partie valable ici, du moins du point de vue des forces mises en présence : tension interfaciale et pression hydrostatique. Ces forces ne suffisent pas à déterminer la forme d'une zone sèche dans le cas d'une inclinaison faible — mais non nulle — car l'écoulement, même très lent, impose une direction privilégiée. De ce point de vue, l'inclinaison $\alpha = 0$ est un cas singulier. En revanche, on peut supposer que ces deux forces suffisent à en déterminer la limite de stabilité : lorsque le débit augmente, l'épaisseur du film augmente jusqu'au point où les effets capillaires ne permettent plus de résister à la pression du film.

Pour un film statique sur un plan horizontal, l'épaisseur critique au delà de laquelle plus aucun trou ne peut subsister quelle que soit sa taille est donnée par l'équation 1.1. Par ailleurs, l'épaisseur d'un film en écoulement sur un plan incliné en régime visqueux est reliée au débit et à la pente par une relation généralement attribuée à Nüsselt [56], et qui s'obtient en intégrant un demi profil de Poiseuille :

$$h_f = \left(\frac{3\eta\Gamma}{\rho g \sin \alpha} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.19)$$

En identifiant les relations 1.1 et 3.19, on obtient l'expression d'un débit critique

Γ_c correspondant à un film d'épaisseur critique h_c :

$$\Gamma_c = \frac{8}{3} U_c l_c \sin^3 \frac{\theta}{2} \sin \alpha \quad (3.20)$$

On s'attend donc pour une plaque quasi-horizontale à observer une dépendance linéaire entre le débit critique et $\sin \alpha$. Par ailleurs, on voit apparaître le débit caractéristique $U_c l_c$, que l'analyse dimensionnelle impose dès que l'on met en compétition des effets gravitaires et capillaires.

Cas d'une plaque fortement inclinée ($\alpha \rightarrow \pi/2$)

Lorsque l'inclinaison de la plaque est non négligeable, les zones sèches ont une allure semblable à celles de la figure 2.8, avec un bourrelet bien délimité et nettement plus épais que le film, et une courbure de la ligne de contact qui augmente avec le débit. Nous avons modélisé ci-dessus la forme d'une arche dans ce régime (section 3.1.2), cependant ce modèle ne prévoit pas de limite d'existence des arches.

On peut toutefois établir plusieurs critères pour tenter d'expliquer pourquoi les zones sèches disparaissent à rayon de courbure fini (ou débit fini).

Le modèle présenté précédemment ne prend pas en compte les effets de la courbure du bourrelet dans le plan de l'écoulement. Cependant, si la courbure de la ligne de contact est importante (typiquement si son rayon de courbure R devient du même ordre que le rayon du bourrelet r), la composante des forces interfaciales parallèle au bourrelet et à la ligne de contact a une résultante dirigée vers le bas, orthogonale à la ligne de contact (Fig. 3.2). Cette force supplémentaire pourrait alors rompre l'équilibre entre le poids du bourrelet et les composantes des forces interfaciales contenues dans une section droite du bourrelet tel qu'il a été écrit plus haut (eq. 3.1).

Le rayon $r(\psi)$ du bourrelet est relié à sa section $S(\psi)$ par la relation géométrique suivante dans l'hypothèse d'un bourrelet semi-circulaire :

$$S(\psi) = r^2(\psi)(\theta - \sin \theta \cos \theta)$$

La section étant donnée par la relation 3.1, on en déduit :

$$r(\psi) = \frac{l_c}{\sin^{1/2} \alpha \sin^{1/2} \psi} \left(\frac{1 - \cos \theta}{\theta - \sin \theta \cos \theta} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.21)$$

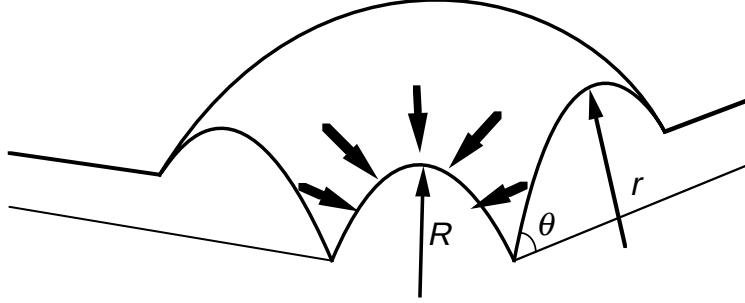


FIG. 3.2 – Section du bourrelet dans une situation de courbure forte. Le rayon de courbure R de la ligne de contact devenant du même ordre que le rayon du bourrelet r , une force non négligeable résultant de la courbure dans le plan de l'écoulement tend à refermer la zone sèche.

Quant au rayon de courbure de la ligne de contact au sommet de l'arche, il est donné par la relation 3.12. Si l'on suppose que l'équilibre du bourrelet n'est plus possible quand $R \sim r(\pi/2)$, c'est à dire quand les deux rayons sont du même ordre de grandeur au sommet de l'arche, on obtient à partir des équations 3.21 et 3.12 l'expression suivante du débit critique :

$$\Gamma_c \sim m \frac{(1 - \cos \theta)^{7/2}}{(\theta - \sin \theta \cos \theta)^{1/2}} \frac{U_c l_c}{\sin^{1/2} \alpha} \quad (3.22)$$

A petit angle de contact, la dépendance est en $\theta^{11/2}$ pour ce critère.

Un autre critère peut être construit en supposant que l'épaisseur du film h_f , qui est donnée par la relation 3.19, ne peut dépasser la hauteur du bourrelet H (reliée à S par la relation 3.7). Au delà, le film doit nécessairement «déborder» au dessus du bourrelet et envahir la zone sèche. On obtient pour $H(\pi/2) = h_f$ une autre expression du débit critique :

$$\Gamma_c \sim \frac{1}{3} \frac{(1 - \cos \theta)^{9/2}}{(\theta - \sin \theta \cos \theta)^{3/2}} \frac{U_c l_c}{\sin^{1/2} \alpha} \quad (3.23)$$

La dépendance en θ à petit angle de contact est cette fois en $\theta^{9/2}$.

Dans les deux expressions 3.22 et 3.23, le débit critique est proportionnel à $U_c l_c \sin^{-1/2} \alpha$. Ce groupe dimensionnel peut être retrouvé par un argument suggéré par de Gennes. Cet argument consiste à dire qu'au seuil, la vitesse moyenne d'écoulement

dans le film Γ/h_f est égale à la vitesse de dé mouillage d'un film en l'absence d'écoulement imposé. Cette vitesse, analysée par Brochard *et al.* [15, 65] est de la forme $U_d \sim \theta^3 U_c$. On déduit de cette égalité :

$$\Gamma_c \sim \theta^{9/2} \frac{U_c l_c}{\sin^{1/2} \alpha} \quad (3.24)$$

Enfin, un dernier critère émane d'un modèle récent d'instabilité de digitation d'une ligne de contact se propageant sur un plan incliné proposé par Moyle, Chen et Homsy [53]. Lorsqu'un front de mouillage se propage sous l'effet de la gravité, la ligne de contact se déstabilise pour donner naissance à un réseau de doigts liquides avançant plus vite que les creux intermédiaires [40], à la manière de ce qui se produit au démarrage de nos expériences (cf. Fig. 2.5). Moyle *et al.* proposent un modèle basé sur la théorie de lubrification, faisant intervenir un paramètre de glissement au voisinage de la ligne de contact en mouvement et un paramètre C désigné sous le nom de *contact slope* :

$$C = (3Ca)^{-1/3} \tan \theta \quad (3.25)$$

où $Ca = \eta V_f / \gamma$ est le nombre capillaire basé sur la vitesse du fluide dans le film.

Leur analyse, théorique et numérique, montre pour plusieurs valeurs du paramètre de glissement que les creux des doigts liquides sont immobiles pour $C > 1,0$ (comme sur la figure 2.5-b), et qu'ils ont une vitesse non nulle pour $C < 1,0$ (comme sur la figure 2.5-b), conduisant au recouvrement de la surface aux temps longs. On est donc tenté de considérer le critère $C = 1,0$ comme une limite de stabilité des zones sèches.

La vitesse moyenne dans le film étant égale à $V_f = \Gamma/h_f$, et l'épaisseur du film étant donnée par l'équation 3.19, un calcul simple conduit à :

$$\Gamma_c = \frac{1}{3} \tan^{9/2} \theta \frac{U_c l_c}{\sin^{1/2} \alpha} \quad (3.26)$$

On voit ainsi apparaître une nouvelle fois la dépendance en $U_c l_c \sin^{-1/2} \alpha$, ainsi qu'une dépendance en $\theta^{9/2}$ à petit θ comme dans plusieurs autres critères.

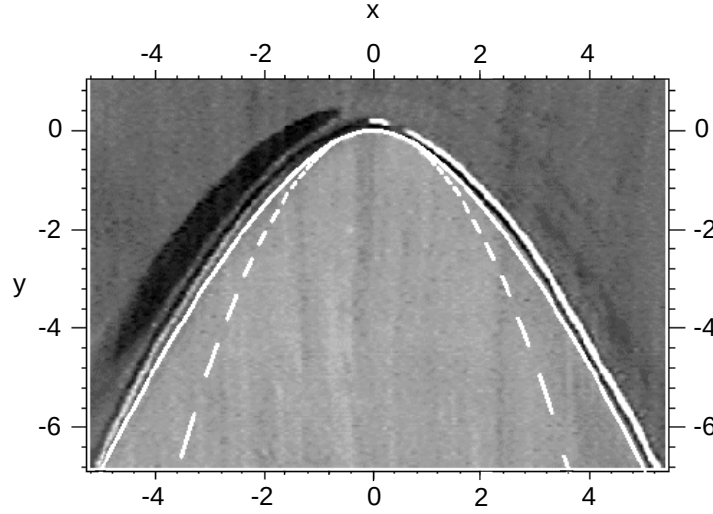


FIG. 3.3 – *Superposition du modèle de forme d’arche à une zone sèche expérimentale ($\alpha = 30^\circ$, $\Gamma = 5,9 \times 10^{-3} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$, huile 47V20 sur substrat Staedtler). La forme modèle (trait continu) a été superposée en ajustant le rayon de courbure ($R = 0,95 \text{ cm}$). La courbe en trait discontinu est une parabole de même rayon de courbure au sommet. L’échelle est en centimètres.*

3.2 Rayon de courbure d’une zone sèche

3.2.1 Comparaison qualitative

Le profil donné par les équations 3.10 et 3.11 peut être ajusté sur les profils de zones sèches expérimentales en ajustant la valeur du rayon de courbure R comme le montre la figure 3.3. L’accord obtenu est excellent : les déviations n’excèdent généralement pas le millimètre et sont le plus souvent dues à des irrégularités des arches expérimentales liées à de petites inhomogénéités de l’état de surface du substrat.

La parabole de même rayon de courbure au sommet (eq. 3.17) s’éloigne rapidement de la forme expérimentale et n’en est donc qu’une approximation valable au voisinage immédiat de l’apex. Les zones sèches ont donc une forme *non triviale* remarquablement bien décrite par le modèle simple exposé en 3.1.2 dans toute la gamme de paramètres explorée expérimentalement.

3.2.2 Mesures de rayon de courbure

En ajustant le profil modèle aux arches expérimentales, on détermine la valeur expérimentale du rayon de courbure R qui peut être comparée à la prévision de l'équation 3.12.

Une série de mesures brutes de rayon de courbure R en fonction du débit d'alimentation Γ est tracée en figure 3.4-a pour l'huile 47V20 sur une plaque recouverte d'encre Staedtler, avec un angle de contact d'avancée de $\theta_a = 30^\circ$. Comme le prévoit le modèle, R diminue quand l'inclinaison α et le débit Γ augmentent. On peut noter que pour les premiers points de chaque série (en partant de la droite sur la figure), le rayon R varie peu. Ce phénomène est lié au protocole suivi pour mettre en place les zones sèches : elles sont nucléées à bas débit et atteignent leur forme stationnaire par récession de la ligne de contact. L'angle de contact est alors probablement proche de l'angle statique de recul θ_r . Pendant les premiers stades de l'augmentation de débit qui suit, le bourrelet a la possibilité de grossir sans qu'un mouvement de la ligne de contact soit nécessaire, du fait de l'existence d'un hystérésis de l'angle de contact. Quand l'angle d'avancée θ_a est atteint, la ligne de contact peut commencer à se déformer et le rayon R diminue progressivement.

Les résultats peuvent être renormalisés comme le suggère l'équation 3.16. On voit sur la figure 3.4-b qu'ils sont en bon accord avec le modèle, avec un coefficient $m = 0,30$ compatible avec l'estimation que l'on peut faire du facteur de forme (voir [62] et Annexe B). La valeur théorique de 0,23 retenue pour m a été calculée dans la limite des hypothèses de lubrification, et n'est donc valable que pour des angles de contacts très faibles. Cette hypothèse peut expliquer en partie le faible écart existant entre la valeur théorique de m et la valeur déduite de l'expérience.

Des résultats obtenus pour des angles de contacts plus importants sont reproduits sur les figures 3.5 et 3.6. En figure 3.5, on peut comparer les résultats pour deux huiles de viscosités différentes (47V10 et 47V20), ruisselant sur un substrat FC732 (angles de contacts d'avancée respectifs : $\theta_a = 52^\circ$ et $\theta_a = 53^\circ$). La figure 3.6 montre une série de résultats couvrant une gamme d'inclinaisons très large ($\alpha = 15^\circ$ à 90°), pour une huile 47V20 sur un substrat FC725 (angle de contact $\theta_a = 47^\circ$). Dans tous ces résultats à angle de contact proche de 50° , l'accord avec le modèle est toujours excellent pour une inclinaison α proche de la verticale et quelle que soit la valeur de la viscosité. Le coefficient m est très proche de 0,3 dans tous les cas (cf tableau 3.3).

Pour des inclinaisons plus faibles, on constate un décalage entre les données

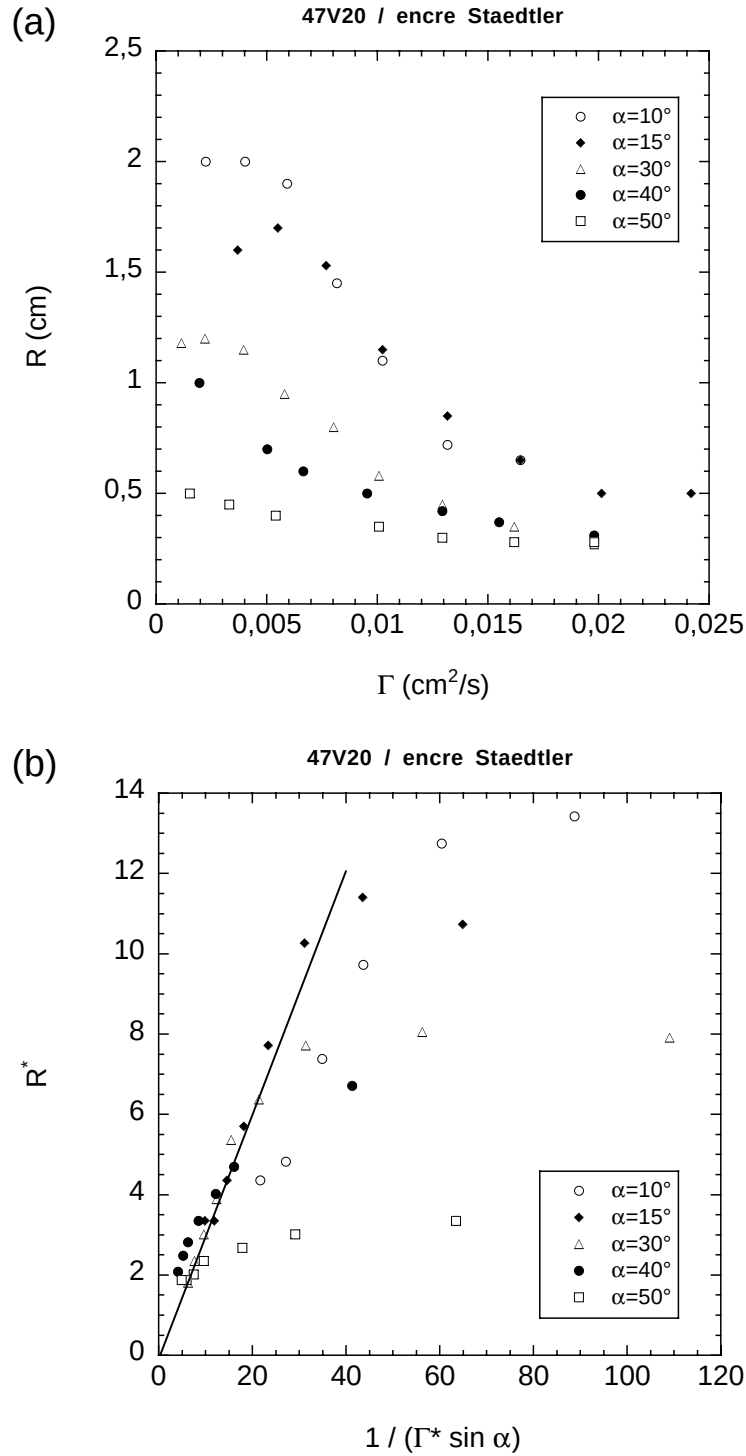


FIG. 3.4 – Mesures de rayon de courbure d'une zone sèche en faisant varier le débit Γ et l'inclinaison α . a : rayon de courbure en fonction du débit; b : résultats adimensionnés $R^* = f(1/(\Gamma^* \sin \alpha))$. Coefficient directeur de la droite : $m = 0,30$

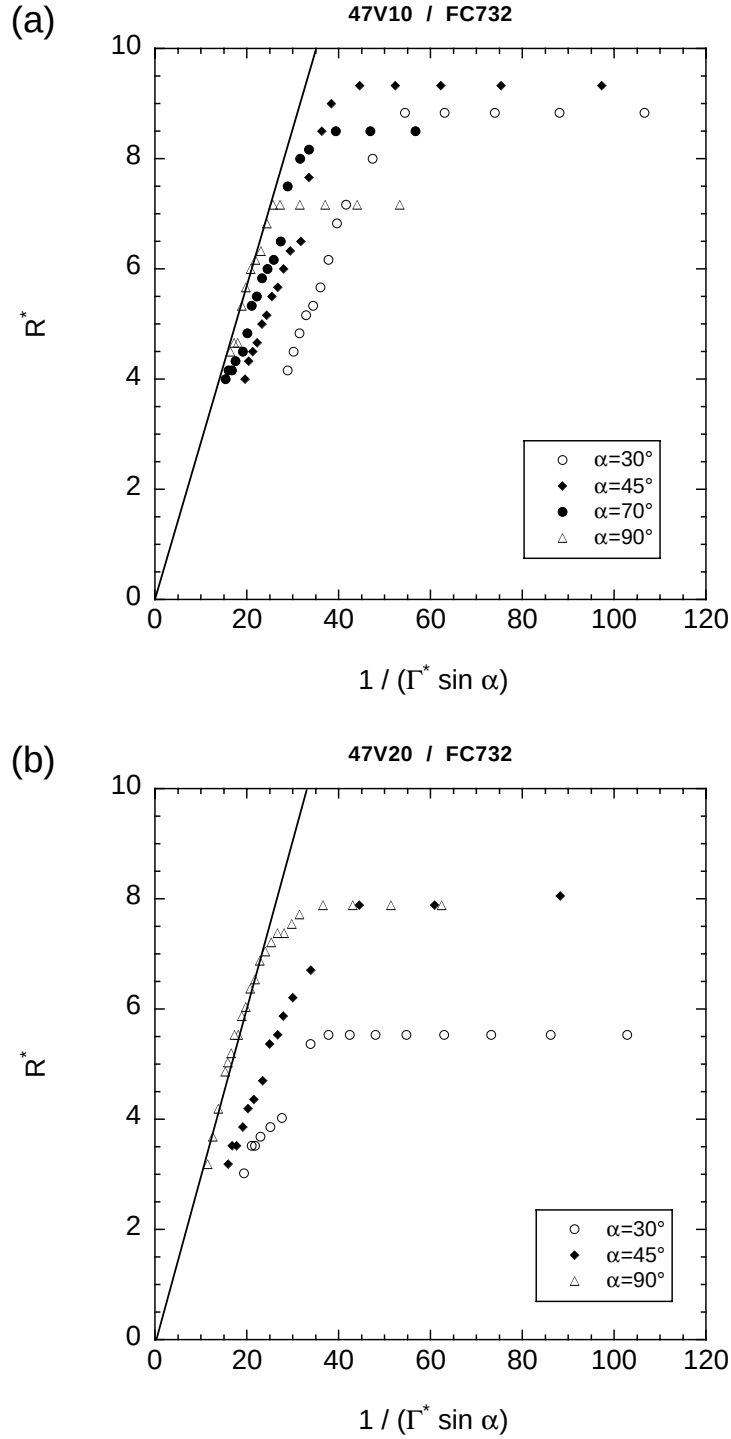


FIG. 3.5 – $R^* = f(1/(\Gamma^* \sin \alpha))$ mesuré pour des zones sèches sur un substrat FC732 et deux huiles 47V10 (a) et 47V20 (b) de viscosités différentes. Coefficients directeur des droites: $m = 0,29$ (huile 47V10) et $m = 0,30$ (huile 47V20)

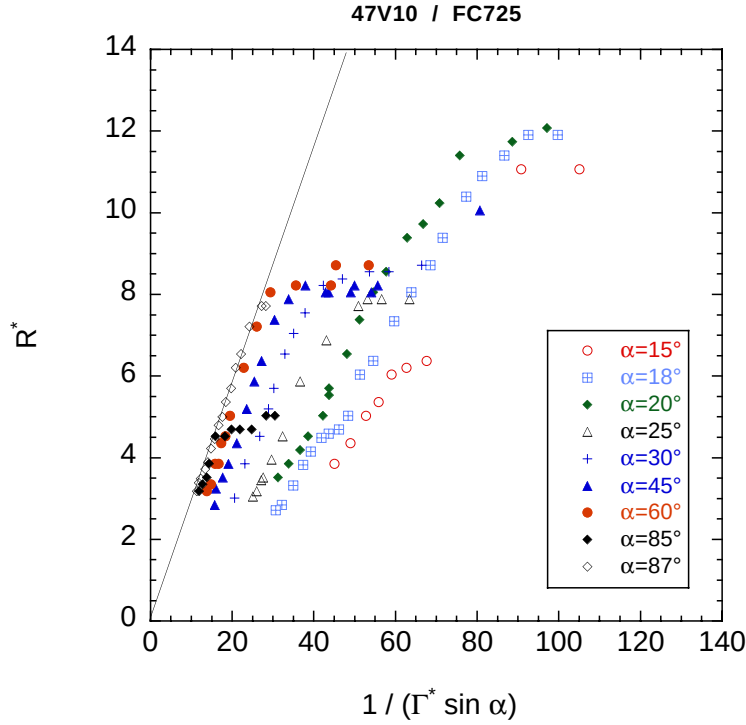


FIG. 3.6 – $R^* = f(1/(\Gamma^* \sin \alpha))$ mesuré pour des zones sèches sur un substrat FC725 et une huile 47V20. Coefficient directeur de la droite : $m = 0,29$

expérimentales et le modèle, d'autant plus grand que l'inclinaison est faible. Ce décalage qui n'était pas observé dans les premières expériences à faible angle de contact est imputable à divers effets négligés dans le modèle simple exposé précédemment, et qui jouent un rôle significatif dès que θ devient plus important. Une modélisation plus poussée entreprise pour tenter de rendre compte de ces phénomènes est exposée au chapitre 4.

3.3 Débit critique de couverture

3.3.1 Protocole

Par définition, le débit critique de couverture d'un plan incliné est le débit au delà duquel les zones sèches deviennent instables et ne peuvent plus exister de manière stationnaire au sein du film en écoulement. Une estimation de ce débit critique peut être obtenue pour chaque inclinaison α en notant la position du dernier point de

Système	$\eta(cp)$	$\theta_a(^{\circ})$	m
47V20 / Staedtler	17,6	30	0,30
47V10 / FC732	9,16	52	0,29
47V20 / FC732	17,6	53	0,30
47V20 / FC725	17,6	47	0,29

TAB. 3.3 – Valeurs expérimentales du coefficient directeur m en fonction des paramètres des expériences.

données de chaque série présente sur les figures 3.4, 3.5 et 3.6. Ce point représente la dernière zone sèche stationnaire observée lorsqu'on fait croître lentement le débit pour chaque valeur de α .

Cette méthode est cependant assez peu précise. D'une part, elle ne fournit qu'une borne inférieure pour le débit critique (les points des figures 3.4, 3.5 et 3.6 sont obtenus avec des incréments de débit finis), d'autre part, la statistique est probablement insuffisante, puisque la mesure ainsi faite ne porte que sur une zone sèche, placée en un point particulier de la plaque. On ne prend ainsi pas en compte d'éventuelles inhomogénéités du traitement de surface ou du débit d'alimentation¹.

On a donc eu recours à un protocole particulier pour effectuer des mesures plus précises du débit critique :

- Un débit important supérieur à Γ_c est d'abord imposé, afin de recouvrir la plaque ;
- le débit est ensuite graduellement diminué, tout en essayant de forcer manuellement l'apparition de zones sèches en soufflant en divers endroits de la plaque avec un jet d'air comprimé pour former des trous de tailles différentes (de quelques millimètres à quelques centimètres) ;
- dès qu'une des zones sèches ainsi formées résiste à l'écoulement et n'est plus emportée par celui-ci, le débit est enregistré comme borne supérieure de Γ_c ;
- quand des trous de n'importe quelle taille résistent en n'importe quel endroit de la plaque, le débit est enregistré comme borne inférieure de Γ_c .

1. Remarquons cependant que ces éventuelles inhomogénéités ont peu d'influence sur la forme globale d'une zone sèche, qui est un objet étendu spatialement, et qui réalise de lui même une moyenne. La faible dispersion des mesures de rayon de courbure confirme d'ailleurs cette appréciation.

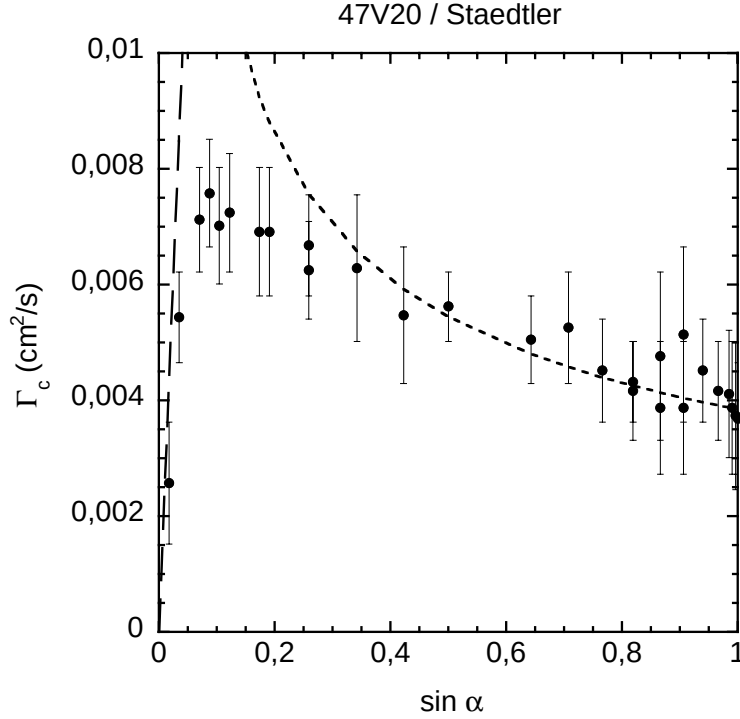


FIG. 3.7 – Débit critique de couverture pour une huile 47V20 sur une substrat Staedtler ($\theta_a = 20^\circ$). La droite en tirets représente la limite à faible inclinaison (exacte), la courbe en pointillés est un ajustement d'une loi en $U_c l_c / \sqrt{\sin \alpha}$ valable pour les grandes inclinaisons.

On obtient ainsi un débit critique avec une barre d'erreur raisonnable, beaucoup plus faible que celle obtenue lors des mesures présentées en section 2.2.2 qui étaient fortement soumises aux interactions entre zones sèches voisines.

3.3.2 Mesures

Deux séries de mesures du débit critique Γ_c en fonction de l'inclinaison α présentées ci-dessous ont été faites en suivant le protocole décrit précédemment (Fig. 3.7 et 3.8). Dans les deux situations, le liquide est une huile 47V20, sur des substrats Staedtler et FC732, avec des angles de contact d'avancée respectifs de $\theta_a = 20^\circ$ et $\theta_a = 53^\circ$.

Dans les deux cas, le débit présente une croissance rapide à faible inclinaison (on peut extrapoler Γ_c à 0 pour $\alpha = 0$), puis passe par un maximum pour une inclinaison assez faible de l'ordre de 10° , et enfin décroît lentement pour atteindre un minimum local lorsque la plaque est verticale ($\sin \alpha = 1$).

A ce stade, on peut donc faire quelques remarques qualitatives importantes :

- Il existe une inclinaison pour laquelle le mouillage d’une plaque inclinée par un film liquide est le plus difficile à réaliser, aux alentours de 10° . Cette valeur — non intuitive — est intéressante au plan industriel : suivant les exigences (film mince et grande vitesse d’écoulement ou au contraire film épais et faible vitesse), on aura intérêt à se placer plutôt nettement au dessus ou plutôt en dessous ;
- dans la partie au delà de ce maximum de Γ_c , le débit critique varie assez peu (de 50 % à peine pour $\theta_a = 20^\circ$ et de 15 % environ pour $\theta_a = 53^\circ$), tandis que $\sin \alpha$, et donc la composante de la gravité dans le plan de l’écoulement, varie d’un ordre de grandeur ;
- à faible inclinaison, au contraire, la stabilité des zones sèches est fortement influencée par la gravité.

Sur ces deux séries de données, on a superposé la loi théorique à faible inclinaison donnée par l’équation 3.20, linéaire en $\sin \alpha$. Il s’agit d’une loi exacte, sans paramètre ajustable. Cette loi limite rend bien compte des données à $\theta_a = 20^\circ$ pour les plus faibles inclinaisons, la pente théorique étant trop forte pour les données à $\theta_a = 53^\circ$. Dans ce dernier cas, on peut probablement soupçonner une influence d’effets de courbure des zones sèches qui peuvent être du même ordre de grandeur que les effets capillaires dans la direction normale à la ligne de contact. Comme on le verra dans le chapitre 4 consacré à une modélisation étendue, ces effets prennent de l’importance dès que l’angle de contact devient significatif.

On a également superposé à ces données une loi du type $\Gamma_c = k U_c l_c / \sqrt{\sin \alpha}$ semblable dimensionnellement aux différents critères présentés en 3.1.3, où k est une fonction de l’angle de contact. Cette loi est ajustée sur les données expérimentales de façon à assurer un bon accord à forte inclinaison. Ce type de loi fonctionne dans une gamme assez large d’inclinaisons pour l’angle de contact le plus faible (Fig. 3.7), tandis que sa validité est plus douteuse à fort angle de contact (Fig. 3.8). Le coefficient d’ajustement de la loi en $U_c l_c / \sqrt{\sin \alpha}$ est de $k_{20} = 2,21 \times 10^{-4}$ pour $\theta_a = 20^\circ$ et de $k_{53} = 4,42 \times 10^{-3}$ pour $\theta_a = 53^\circ$. L’ordre de grandeur de ces coefficients est compatible avec les différents critères de stabilité évoqués en page 44 et suivantes. Le seul paramètre variant entre ces deux séries de mesures étant l’angle de contact, on peut estimer la dépendance en θ du débit critique, en supposant un facteur k de la forme $k \sim \theta^n$ à l’ordre le plus bas. L’exposant de l’angle de contact d’après les

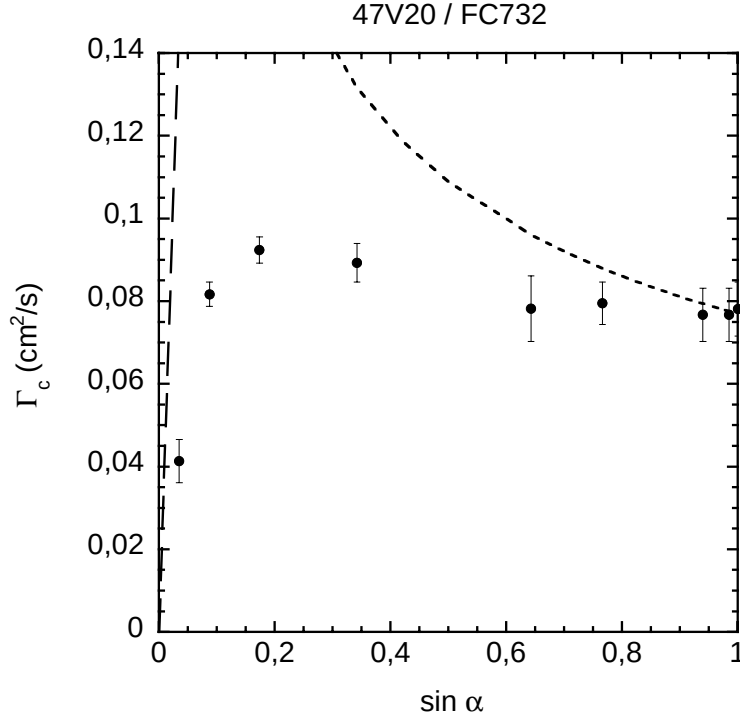


FIG. 3.8 – Débit critique de couverture pour une huile 47V20 sur une substrat FC732 ($\theta_a = 53^\circ$). La loi en $U_c l_c / \sqrt{\sin \alpha}$ pour les fortes inclinaisons est valable dans une gamme très restreinte d'angles α .

expériences vaut :

$$n = \frac{\ln(k_{20}/k_{53})}{\ln(20/53)} = 3,07 \simeq 3$$

On peut vérifier sur la figure 3.9 que les données sont effectivement compatibles avec une loi en θ^3 , du moins pour les fortes inclinaisons. Les différents critères présentés en section 3.1.3 présentent malheureusement une dépendance en θ plus forte que l'expérience ne le montre, avec des exposants allant de 9/2 à 11/2. La plupart de ces critères sont basés sur la comparaison de deux grandeurs supposées prépondérantes, ou deux forces supposées en limite d'équilibre au seuil. Il semble donc que la réalité soit plus complexe, en particulier qu'un nombre plus important d'effets interviennent et soient tous du même ordre de grandeur au voisinage du débit critique. Une modélisation plus fine des phénomènes est donc nécessaire à une meilleure compréhension de l'origine physique de l'existence d'un débit critique. Une proposition en est faite au chapitre suivant.

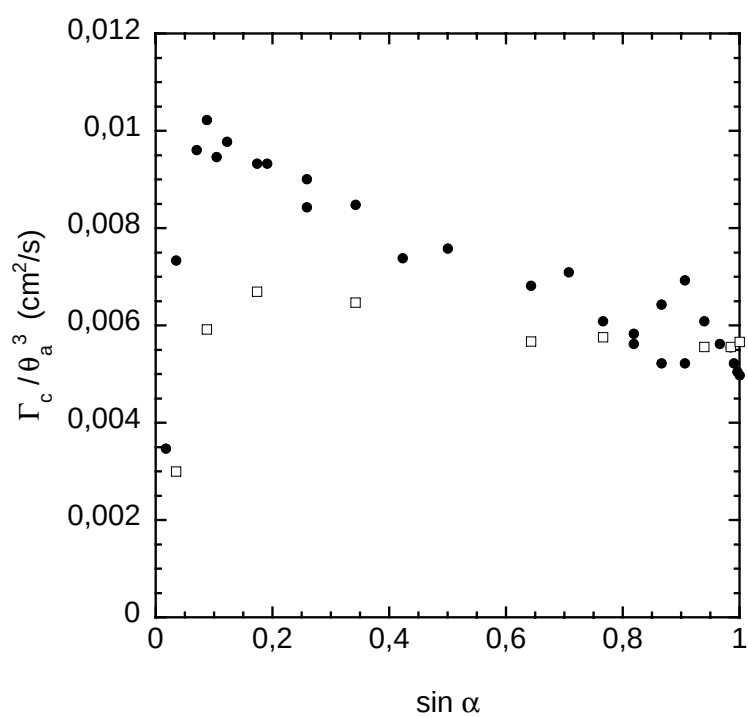


FIG. 3.9 – *Essai de rescaling en θ des données précédentes. ● : $\theta_a = 20^\circ$; □ : $\theta_a = 53^\circ$.*

Chapitre 4

Modèle étendu

4.1 Mise en forme du problème – Hypothèses

Les expériences montrent que des zones sèches stationnaires peuvent exister au sein d'un film liquide s'écoulant le long d'un plan incliné. Ces zones sèches sont délimitées par une ligne de contact le long de laquelle se forme un bourrelet liquide, en surépaisseur par rapport au film uniforme non perturbé qui s'écoule loin de la région sèche (en pratique, le film est uniforme en tout point distant de plus de quelques millimètres de la ligne de contact).

Le bourrelet liquide est une région dans laquelle l'épaisseur h de liquide mesurée par rapport à la plaque varie continument, passant de l'épaisseur du film non perturbé h_f à un maximum local H , puis diminuant jusqu'à 0 au niveau de la ligne de contact, où l'interface liquide-air fait un angle θ avec la surface solide (angle de contact). Cette variation d'épaisseur s'accompagne d'une incurvation des lignes de courant, qui sont dirigées selon la ligne de plus grande pente dans le film non perturbé et parallèles à la ligne de contact au voisinage immédiat de celle-ci (localement inclinée d'un angle ψ par rapport à la ligne de plus grande pente).

On peut facilement se convaincre que le champ de vitesse réel dans un tel système est certainement complexe et qu'une résolution exacte et analytique du problème complet est inaccessible : du fait des variations d'épaisseur, le problème est tridimensionnel, il fait intervenir une surface libre et une ligne triple (ligne de contact). Chacune de ces caractéristiques apporte son lot de difficultés compliquant considérablement le traitement mathématique du problème.

Nous avons préféré adopter une approche qui privilégie la physique des phénomènes

observés, en mettant en évidence le rôle joué par les différentes forces mises en jeu dans le problème : gravité, tension de surface, contraintes visqueuses.

Pour cela, on a admis que l'on pouvait distinguer deux régions distinctes dans l'écoulement :

1. un **film** d'épaisseur uniforme h_f dans lequel le liquide s'écoule selon la ligne de plus grande pente ;
2. un **bourrelet** dans lequel le champ de vitesse est essentiellement parallèle à la ligne de contact et alimenté par le film situé en amont.

Dans toute cette étude théorique, on suppose que le nombre de Reynolds du film en écoulement $Re = \Gamma/\nu$, le nombre de Weber We et le nombre de Froude Fr sont suffisamment faibles pour que les effets inertiels soient négligeables devant les effets visqueux, capillaires ou gravitaires. Cette hypothèse est en accord avec les conditions dans lesquelles ont été réalisées les expériences (cf. 3.1.1).

Par ailleurs, l'angle de contact θ est supposé uniforme le long de la ligne de contact délimitant la zone sèche. Le protocole suivi dans les expériences, conduites en faisant croître progressivement le débit, suggère que θ soit partout égal ou proche de l'angle de contact statique d'avancée θ_a .

4.2 Equations constitutives

4.2.1 Ecoulement dans le film

L'écoulement dans un film uniforme peut être caractérisé par son nombre de Reynolds $Re_f = \rho\Gamma/\eta$. On s'intéresse ici à des situations expérimentales dans lesquelles la viscosité η est supérieure ou égale à 10 cp et le débit linéique Γ toujours inférieur à 0.1 cm²/s. On a donc toujours $Re_f < 1$: l'écoulement est dominé par les effets visqueux.

Suivant l'analyse de Nüsselt [56], on peut donc considérer que les équations de Navier-Stokes se réduisent à un équilibre entre gravité et viscosité. Les conditions aux limites de vitesse nulle à la paroi solide et de contrainte nulle à la surface libre conduisent à un profil de vitesse semi-parabolique et à la relation 3.19 entre l'épaisseur du film et le débit que l'on rappelle ici :

$$h_f = \left(\frac{3\eta\Gamma}{\rho g \sin \alpha} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4.1)$$

4.2.2 Écoulement dans le bourrelet

Cas général

Dans la limite des faibles nombres de Reynolds, l'écoulement dans le bourrelet résulte d'un équilibre entre les effets gravitaires et les effets visqueux. L'expression générale de la vitesse moyenne dans le bourrelet U a déjà été établie au Chapitre 3 :

$$\frac{U}{U_c} = m \frac{H^2}{l_c^2} \sin \alpha \cos \psi \quad (4.2)$$

où m est un facteur de forme et H la hauteur locale du bourrelet.

Les expressions de m et H dépendent de la forme exacte du bourrelet. Ils peuvent s'exprimer de manière simple dans le cas limite correspondant à un bourrelet de petite largeur, peu soumis aux effets de la gravité (*bourrelet de section semi-circulaire*). Une analyse quantitative de la validité de cette hypothèse fait l'objet de l'annexe A. On y montre que cette hypothèse sur la forme de l'interface, qui peut paraître restrictive, permet de décrire avec une bonne précision les caractéristiques du bourrelet, même pour des nombres de Bond proches de l'unité, ce qui n'était pas évident au premier abord.

Bourrelet de section semi-circulaire

Le calcul de H et m pour un bourrelet de section semi-circulaire dans la limite des hypothèses de lubrification a déjà été évoqué dans le cadre du modèle simple évoqué au 3.1.2. On obtient dans ce cas $m \simeq 0,23$ dans toute la gamme d'angles de contact explorée expérimentalement [62]. La vitesse U vérifie donc :

$$\frac{U}{U_c} = m f_1(\theta) \frac{S(\psi)}{l_c^2} \sin \alpha \cos \psi \quad (4.3)$$

avec

$$f_1(\theta) = \frac{(1 - \cos \theta)^2}{\theta - \sin \theta \cos \theta} \quad (4.4)$$

4.2.3 Conservation de la masse

Le bourrelet liquide collecte le liquide provenant du film à travers la surface fictive le séparant de ce dernier. Afin de s'affranchir des problèmes de largeur finie du bourrelet, on ne prend plus ici pour référence la ligne de contact comme dans le modèle simple, mais la ligne de séparation entre le film et le bourrelet (voir figure 4.1). On note $\mathcal{L}$ cette frontière entre la surface libre du bourrelet et celle du film, ψ l'angle local entre cette courbe et la ligne de plus grande pente, et x l'abscisse d'un point quelconque de cette ligne de séparation, comptée à partir du sommet de la zone sèche.

Considérons une portion de bourrelet liquide comprise entre le sommet de l'arche d'abscisse 0 et une abscisse x quelconque (figure 4.1). la conservation de la masse implique que le débit sortant de cette portion de bourrelet soit égal au débit fourni par le film entre les abscisses 0 et x :

$$\Gamma x = SU \quad (4.5)$$

Contrairement au cas du modèle simple développé au chapitre 3, cette relation de conservation est ici exacte quelle que soit la largeur du bourrelet.

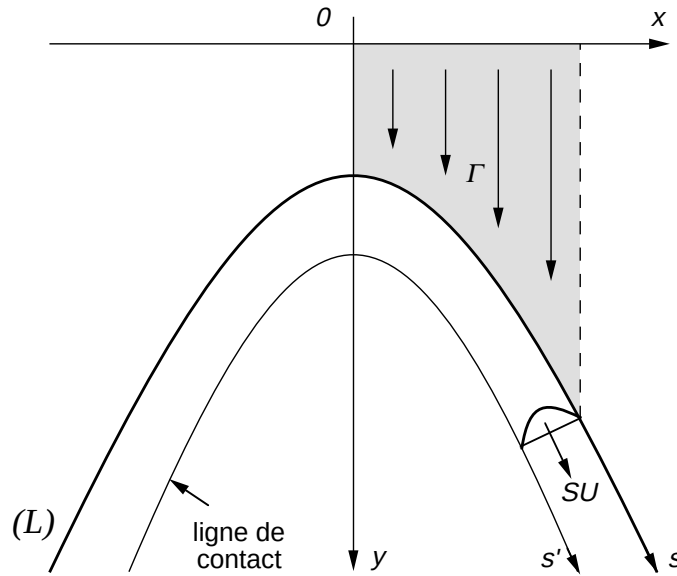
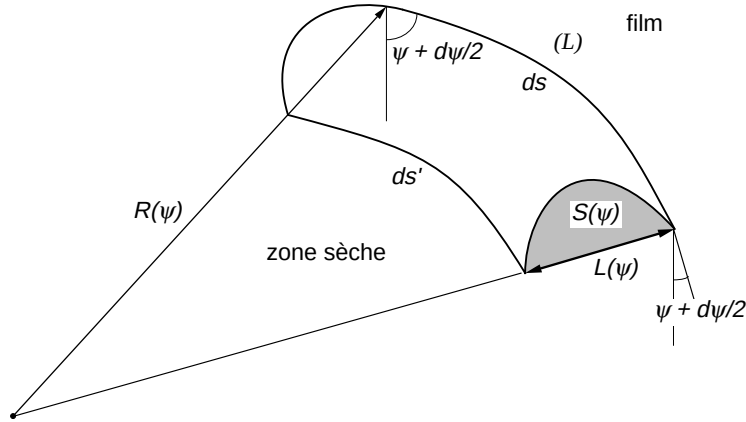


FIG. 4.1 – Conservation de la masse : le bourrelet collecte le débit du film sur une largeur x .

FIG. 4.2 – *Élément de bourrelet considéré dans la modélisation. - notations.*

4.2.4 Équilibre normal à la ligne de contact

Nous allons écrire ici la condition d'équilibre d'un élément de volume du bourrelet défini par deux points de $\mathcal{L}$ situés en $\psi + d\psi/2$ et $\psi - d\psi/2$ (voir figure 4.2). Cet élément est délimité par deux sections droites orthogonales à la ligne de contact — et à $\mathcal{L}$ — d'aire $S(\psi)$ (on considère ici que la variation de section S engendre des corrections négligeables de forces intervenant dans l'équilibre du bourrelet¹). L'élément de volume considéré est également limité par un segment de $\mathcal{L}$ de longueur ds et un segment de la ligne de contact de longueur $ds' = ds(1 - L(\psi)/R(\psi))$, où $L(\psi)$ est la largeur locale du bourrelet et $R(\psi)$ le rayon de courbure local de $\mathcal{L}$. Nous prendrons donc explicitement en compte la courbure locale du bourrelet dans le plan de l'écoulement.

Effet de la gravité

Le volume de cet élément est égal à $S(\psi)(ds + ds')/2 = S(\psi)ds(1 - L(\psi)/2R(\psi))$. Son poids, projeté dans la direction perpendiculaire à $\mathcal{L}$ et sur le plan $\mathcal{P}$ tend à

1. La variation de section S et donc du rayon r du tube que constitue le bourrelet engendre un gradient de pression capillaire $\gamma(1/r(s + ds/2) - 1/r(s - ds/2))/ds$. La force associée à ce gradient de pression est cependant très faible comparée aux autres forces mises en jeu. Si le rayon passe de 2 mm au sommet de l'arche à un rayon de 1 cm à une distance de 10 cm du sommet (ce qui est l'ordre de grandeur de ce qu'on observe expérimentalement), le gradient de pression vaut environ 20 dyn/cm³, que l'on peut comparer aux forces de gravité $\rho g \sim 1000$ dyn/cm³

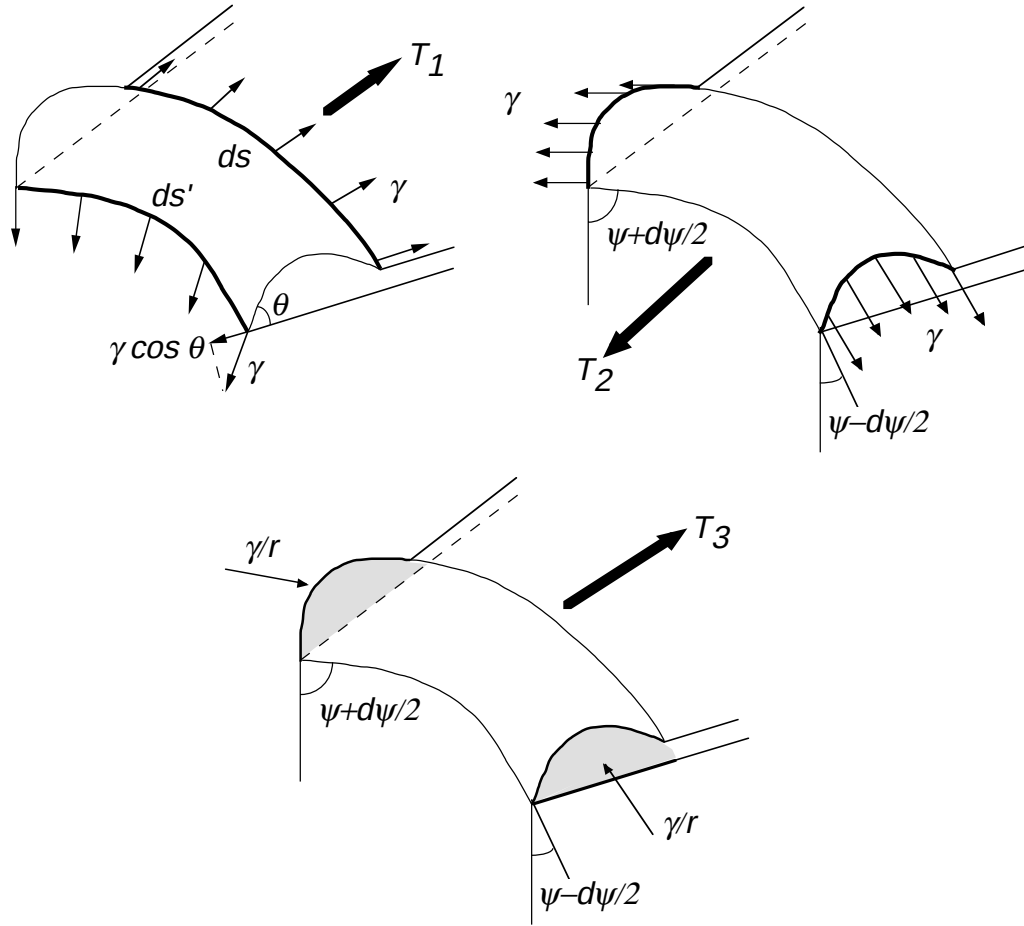


FIG. 4.3 – Forces capillaires s'exerçant sur le bourrelet et leurs résultantes respectives T_1 , T_2 et T_3)

«refermer» la zone sèche et est égal à :

$$W = \rho g \sin \alpha \sin \psi S ds \left(1 - \frac{L(\psi)}{2R(\psi)} \right)$$

Effets capillaires

La tension de surface s'exerce orthogonalement au bourrelet sur la ligne de contact et sur la ligne $\mathcal{L}$ (fig. 4.3). Il en résulte une force tendant à ouvrir la zone sèche :

$$T_1 = \gamma(ds - ds' \cos \theta)$$

La tension de surface s'exerce également sur l'interface à l'extrémité de l'élément

de bourrelet (fig. 4.3). Considérant que le bourrelet a une section approximativement semi-circulaire, la tension de surface s'exerce sur deux arcs de longueur $r(\psi)\theta$ où $r(\psi)$ est le rayon local du bourrelet². La projection de ces deux forces d'intensité $\gamma r(\psi)\theta$ sur la normale à $\mathcal{L}$ conduit à une résultante tendant à faire descendre le bourrelet :

$$T_2 = 2\gamma r(\psi)\theta d\psi$$

La courbure de l'interface liquide-air a pour conséquence l'existence d'une surpression à l'intérieur du bourrelet conformément à la loi de Laplace. Pour estimer l'effet de cette surpression, nous considérons que le rayon de courbure de l'interface est essentiellement égal au rayon $r(\psi)$. Autrement dit, on ne prend en compte que la courbure du bourrelet dans un plan perpendiculaire à la ligne de contact. Un calcul plus correct consisterait à calculer la pression capillaire dans un tore³ de grand rayon $R(\psi)$ et de petit rayon $r(\psi)$.

Dans l'hypothèse où l'on se place, la pression capillaire dans le bourrelet vaut donc $\gamma/r(\psi)$. Cette pression s'applique sur les deux sections droites délimitant l'élément de bourrelet (fig. 4.3), d'aire $S = r^2(\theta - \sin\theta \cos\theta)$ dans la limite d'une section semi-circulaire. En projetant les deux forces correspondantes dans la direction qui nous intéresse, on obtient la résultante suivante, tendant à ouvrir la zone sèche :

$$T_3 = \frac{\gamma}{r(\psi)} S d\psi = \gamma r(\psi)(\theta - \sin\theta \cos\theta) d\psi$$

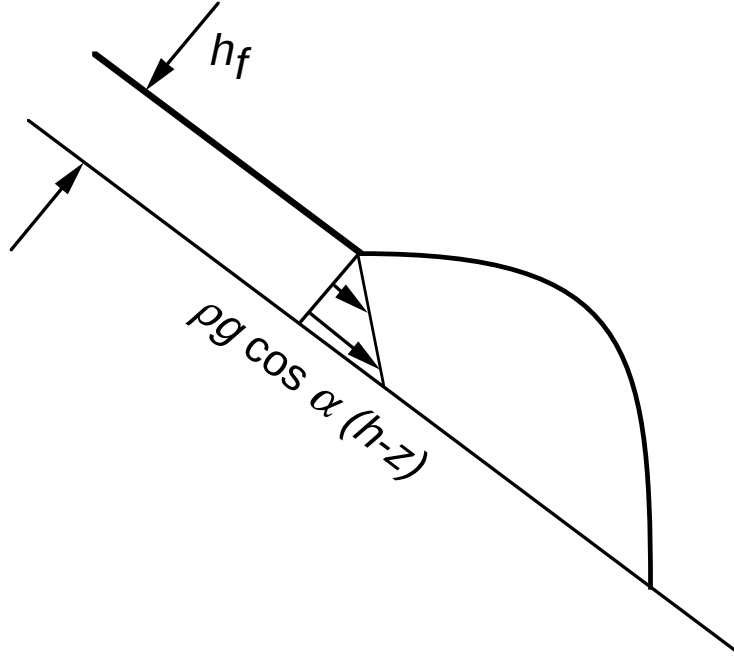
Effet de pression du film

Enfin le film exerce une pression hydrostatique due à la composante de la gravité $g_\perp$ orthogonale à $\mathcal{P}$, qui se traduit par l'existence d'une force poussant le bourrelet vers le bas (Fig. 4.4), dont la résultante vaut :

$$P_h = \rho g \cos\alpha \frac{h_f^2}{2} ds$$

En faisant intervenir la relation 3.19, on obtient :

2. On néglige ici aussi la variation locale de $r(\psi)$, qui introduit une correction d'ordre supérieur.
 3. On peut montrer que ce calcul introduit une correction d'ordre supérieur en $1/R$.

FIG. 4.4 – *Effet de la pression hydrostatique dans le film.*

$$P_h = \frac{1}{2} \rho g \cos \alpha \left(\frac{3\eta\Gamma}{\rho g \sin \alpha} \right)^{\frac{2}{3}} ds$$

Cette expression montre explicitement que la force de pression s'appliquant sur le bourrelet est d'autant plus forte que l'inclinaison est faible, et constitue donc une contribution bien identifiée au décalage des mesures de rayon de courbure observé.

Il faudrait également en toute rigueur tenir compte de l'existence d'une pression hydrostatique dans le bourrelet, cependant, outre le fait que son calcul est délicat, la prise en compte de cette pression est incompatible avec l'hypothèse de bourrelet de section semi-circulaire qui est une limite valable à petit Bo .

Condition d'équilibre

L'équilibre du bourrelet dans la direction perpendiculaire à la ligne de contact impose que la somme de ces forces soit nulle :

$$W - T_1 + T_2 - T_3 + P_h = 0$$

Compte tenu du fait que $ds = R(\psi)d\psi$, que $L(\psi) = 2r(\psi)\sin\theta$ et que $S = r^2(\theta - \sin\theta\cos\theta)$ dans l'approximation de bourrelet semi-circulaire, on peut écrire l'équation d'équilibre normal sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \gamma(1 - \cos\theta) = \rho g S(\psi) \sin\alpha \sin\psi & \left(1 - \frac{S(\psi)^{\frac{1}{2}}}{R(\psi)} \frac{\sin\theta}{(\theta - \sin\theta\cos\theta)^{\frac{1}{2}}} \right) \\ & + \frac{1}{2} \rho g \cos\alpha \left(\frac{3\eta\Gamma}{\rho g \sin\alpha} \right)^{\frac{2}{3}} + \gamma \frac{S(\psi)^{\frac{1}{2}}}{R(\psi)} (\theta - \sin\theta\cos\theta)^{\frac{1}{2}} \quad (4.6) \end{aligned}$$

On reconnaît dans cette équation l'équation d'équilibre de base du modèle simple présenté précédemment (Eq. 3.1), assortie de corrections en $S(\psi)^{1/2}/R(\psi)$ due aux différents effets de courbure du bourrelet, et d'une correction liée à la prise en compte de la pression hydrostatique du film (3^e terme du membre de droite).

4.3 Solution exacte à θ petit et α grand

Dans le cas d'un angle de contact faible, on peut négliger les termes correctifs liés à la courbure du bourrelet dans l'équation 4.6. Par ailleurs, pour une inclinaison α significative de la plaque, le terme lié à la pression hydrostatique est négligeable devant le poids du bourrelet.

On retrouve alors l'équation d'équilibre du modèle simple :

$$\gamma(1 - \cos\theta) = \rho g S(\psi) \sin\alpha \sin\psi \quad (4.7)$$

En combinant cette relation avec l'expression de la vitesse dans le bourrelet supposé de profil semi-circulaire 4.3 et l'équation de conservation 4.5, on établit le profil de zone sèche déjà énoncé au chapitre 3 :

$$x = R \frac{\cos\psi}{\sin^2\psi} \quad (4.8)$$

$$y = \frac{R}{3} \left(\frac{1 - 3\cos^2\psi}{\sin^3\psi} - 1 \right) \quad (4.9)$$

avec

$$R = mf_2(\theta) \frac{l_c^2}{\sin \alpha} \frac{U_c}{\Gamma} \quad (4.10)$$

$$f_2(\theta) = \frac{(1 - \cos \theta)^4}{\theta - \sin \theta \cos \theta} \quad (4.11)$$

R étant le rayon de courbure de $\mathcal{L}$ à l'apex.

4.4 Cas général

4.4.1 Equation différentielle

On peut substituer $R(\psi)$ par $ds/d\psi$ dans l'équation 4.6. Par ailleurs, la forme différentielle de l'équation de conservation de masse 4.5 s'écrit :

$$\Gamma dx = d(S(\psi)U(\psi)) \quad (4.12)$$

ou encore

$$\Gamma ds \sin \psi = mf_1(\theta) \frac{U_c}{l_c^2} \sin \alpha (2SdS \cos \psi - S^2 \sin \psi) \quad (4.13)$$

d'où

$$\frac{ds}{d\psi} = mf_1(\theta) \frac{U_c}{\Gamma l_c^2} \sin \alpha (2S \frac{dS}{d\psi} \cot \psi - S^2) \quad (4.14)$$

En injectant cette relation dans l'équation d'équilibre 4.6, on obtient une équation différentielle en S régissant le système :

$$\mathcal{A}S^2 \frac{dS}{d\psi} \cos \psi + \mathcal{B}S \frac{dS}{d\psi} \cot \psi + \mathcal{C}S^3 \sin \psi + \mathcal{D}S^2 + \mathcal{E}S^{\frac{3}{2}} \sin \psi + \mathcal{F}S^{\frac{1}{2}} = 0 \quad (4.15)$$

Où $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}, \mathcal{E}, \mathcal{F}$ sont des fonctions de U_c, l_c, α, Γ et θ que l'on n'explicitera pas ici vu la complexité de l'équation 4.15 que l'on ne tentera pas de résoudre.

4.4.2 Approximation parabolique

L'équation différentielle 4.15 établie en section précédente n'est pas soluble analytiquement, et sa résolution numérique est peu aisée. On est donc amené à simplifier les équations en se limitant à une étude au voisinage du sommet de l'arche,

soit pour ψ voisin de $\pi/2$, ou encore pour $\epsilon = \psi - \pi/2$ petit. On considère qu'au voisinage du sommet, la courbe $\mathcal{L}$ peut être approchée par une parabole de rayon $R(\psi = \pi/2) = R$. De même, on notera par la suite $S = S(\psi = \pi/2)$.

On peut alors faire les approximations suivantes :

$$\sin \psi \simeq 1 \quad (4.16)$$

$$\cos \psi \simeq \frac{x}{R} \quad (4.17)$$

La vitesse moyenne d'écoulement dans le bourrelet 3.6 s'exprime alors sous la forme :

$$U = m f_1(\theta) S \frac{\rho g \sin \alpha}{\eta} \frac{x}{R} \quad (4.18)$$

En combinant ce résultat avec l'équation de conservation 4.5 on a :

$$\Gamma = m f_1(\theta) \frac{S^2}{R} \frac{U_c}{l_c^2} \sin \alpha \quad (4.19)$$

Dans la limite de ces approximations, on peut également réécrire l'équilibre normal 4.6 sous la forme suivante, valable près du sommet :

$$\begin{aligned} \gamma(1 - \cos \theta) = \rho g S \sin \alpha \left(1 - \frac{S^{\frac{1}{2}}}{R} \frac{\sin \theta}{(\theta - \sin \theta \cos \theta)^{\frac{1}{2}}} \right) \\ + \frac{1}{2} \rho g \cos \alpha \left(\frac{3\eta\Gamma}{\rho g \sin \alpha} \right)^{\frac{2}{3}} + \gamma \frac{S^{\frac{1}{2}}}{R} (\theta - \sin \theta \cos \theta)^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (4.20)$$

4.4.3 Equations sans dimensions

Le résultat du calcul dans la limite des petits θ (Eq. 4.10) suggère le passage aux variables sans dimension suivantes :

$$\Gamma^* = \frac{\Gamma}{f_1(\theta)(1 - \cos \theta)^2 U_c l_c} \quad (4.21)$$

$$R^* = \frac{R}{l_c} \quad (4.22)$$

S peut être éliminé de l'équation 4.20 à l'aide de la relation 4.19. En introduisant les grandeurs sans dimension Γ^* et R^* , on trouve la relation implicite reliant le rayon

de courbure R^* aux différents paramètres physiques et géométriques du système :

$$\begin{aligned}
 1 = \left(\frac{\Gamma^*}{m} R^* \sin \alpha \right)^{\frac{1}{2}} &- m^{-\frac{3}{4}} \Gamma^{\frac{3}{4}} R^{*- \frac{1}{4}} \sin^{\frac{1}{4}} \alpha \frac{\sin \theta (1 - \cos \theta)^{\frac{1}{2}}}{(\theta - \sin \theta \cos \theta)^{\frac{1}{2}}} \\
 &+ m^{-\frac{1}{4}} \Gamma^{\frac{1}{4}} R^{*- \frac{3}{4}} \sin^{-\frac{1}{4}} \alpha \frac{(\theta - \sin \theta \cos \theta)^{\frac{1}{2}}}{(1 - \cos \theta)^{\frac{1}{2}}} \\
 &+ \frac{3^{\frac{2}{3}}}{2} \Gamma^{\frac{2}{3}} \cos \alpha \sin^{-\frac{2}{3}} \alpha (f_1(\theta))^{\frac{2}{3}} (1 - \cos \theta)^{\frac{1}{3}} \quad (4.23)
 \end{aligned}$$

L'équation simplifiée $1 = (\Gamma^* R^* \sin \alpha / m)^{\frac{1}{2}}$ représente la limite à θ petit précédemment évoquée (cf. eq. 4.10). Les termes supplémentaires apparaissant dans l'équation 4.23 représentent respectivement :

- la correction du terme de gravité liée à la courbure du bourrelet
- la correction du terme capillaire liée à la courbure du bourrelet
- la correction liée à la prise en compte de la pression hydrostatique dans le film

4.4.4 Cas limites

Grand rayon de courbure $R^* \gg 1$

Pour les grands rayons de courbure, l'équation réduite 4.23 se simplifie en :

$$1 \simeq \left(\frac{\Gamma^*}{m} R^* \sin \alpha \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{3^{\frac{2}{3}}}{2} \Gamma^{\frac{2}{3}} \cos \alpha \sin^{-\frac{2}{3}} \alpha (f_1(\theta))^{\frac{2}{3}} (1 - \cos \theta)^{\frac{1}{3}} \quad (4.24)$$

On en déduit immédiatement une relation explicite pour R^* :

$$R^* \simeq m \left(1 - \frac{3^{\frac{2}{3}}}{2} \Gamma^{\frac{2}{3}} \cos \alpha \sin^{-\frac{2}{3}} \alpha (f_1(\theta))^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{2}{3}} (1 - \cos \theta)^{\frac{1}{3}} (\Gamma^* \sin \alpha)^{-1} \quad (4.25)$$

On retrouve dans cette limite le résultat du modèle simple $R^* = m(\Gamma^* \sin \alpha)^{-1}$ corrigé d'un facteur faisant intervenir les effets de pression hydrostatique du film.

Petit rayon de courbure $R^* \ll 1$

Dans ce cas, et pour des débits suffisamment faibles, on a essentiellement :

$$1 \simeq m^{-\frac{1}{4}} \Gamma^{*\frac{1}{4}} R^{*-\frac{3}{4}} \sin^{-\frac{1}{4}} \alpha \frac{(\theta - \sin \theta \cos \theta)^{\frac{1}{2}}}{(1 - \cos \theta)^{\frac{1}{2}}} \quad (4.26)$$

et donc :

$$R^* \simeq m^{-\frac{1}{3}} \Gamma^{*\frac{1}{3}} \sin^{-\frac{1}{3}} \alpha \frac{(\theta - \sin \theta \cos \theta)^{\frac{2}{3}}}{(1 - \cos \theta)^{\frac{2}{3}}} \quad (4.27)$$

La forme au sommet de l'arche est essentiellement gouvernée par un équilibre entre les différentes composantes des forces capillaires : les composantes tangentielles tendent à refermer la zone sèche, tandis que les composantes normales tendent à l'ouvrir.

4.4.5 Résolution numérique

La relation 4.23 est équivalente à un polynôme de degré 7 en $R^{*\frac{1}{4}}$. Dans le cas général, il est impossible d'obtenir une expression analytique explicite de R^* en fonction de Γ^* et des autres paramètres du système. On est donc amené à résoudre numériquement cette équation.

La résolution est effectuée à l'aide du logiciel MATHEMATICA 3.0. Elle consiste à tracer la courbe représentant la relation implicite 4.23 entre le débit Γ^* et le rayon de courbure R^* dans un repère $((\Gamma^* \sin \alpha)^{-1}, R^*)$ pour un angle de contact donné et en faisant varier α de manière discrete. Cette représentation permet de mettre en évidence les variations d'une grandeur mesurable expérimentalement — le rayon de courbure R — en fonction d'une combinaison des paramètres de contrôle de l'expérience — le débit Γ et l'inclinaison de la plaque α . Par ailleurs, elle permet la comparaison avec le modèle limite à faible angle de contact exposé plus haut, qui est représenté graphiquement par la première bissectrice de ce repère.

Un exemple de résolution numérique de l'équation 4.23 pour $\theta = 47^\circ$ et $m = 0,29$ (correspondant aux conditions des expériences réalisées avec l'huile 47V20 sur le substrat FC725) est donné en figure 4.5. D'un point de vue qualitatif, les solutions de ce nouveau modèle semblent présenter les mêmes caractéristiques que les mesures

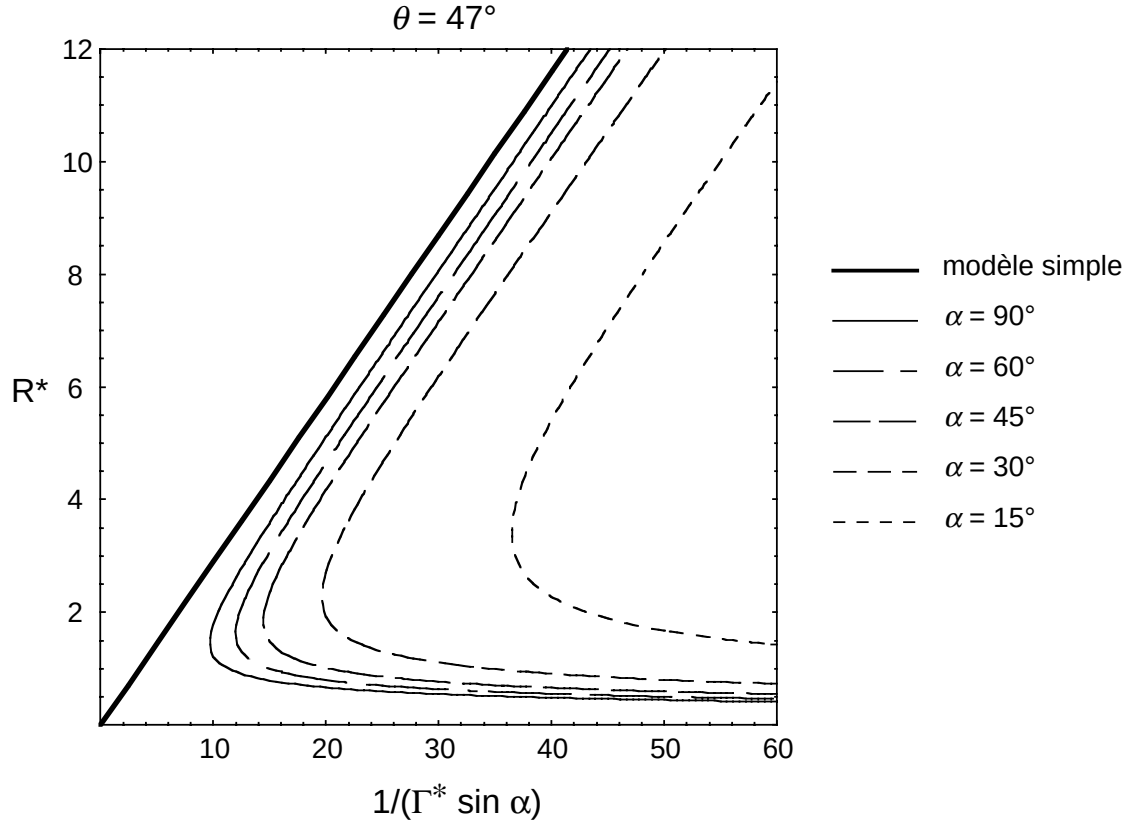


FIG. 4.5 – Exemple de résolution numérique de l'équation 4.23 pour $\theta = 47^\circ$ et $m = 0,29$. La droite en trait épais représente le modèle simple, les courbes sont le résultat de la résolution numérique de la relation implicite entre Γ^* et R^* pour différentes valeurs de l'inclinaison α . Noter pour chaque valeur de α l'existence de deux solutions, au dessus d'une borne inférieure définissant un débit critique.

expérimentales :

- les courbes correspondant aux différents angles d'inclinaison α se décalent vers la droite, d'autant plus que α est faible ;
- pour chaque valeur de α , il existe une valeur minimale de $1/(\Gamma^* \sin \alpha)$, et donc une valeur maximale du débit Γ pour qu'il y ait existence de solutions, que l'on est tenté d'identifier au débit critique Γ_c .

Une caractéristique remarquable du nouveau modèle est l'existence de deux branche de solutions au delà de la valeur critique de $1/(\Gamma^* \sin \alpha)$:

- une branche croissante quasi-linéaire et parallèle à la droite représentative du modèle simple. Cette branche correspond à l'expérience et asymptotiquement

à la solution limite 4.25;

- une branche décroissante à petit rayon de courbure R^* non observée expérimentalement, correspondant asymptotiquement à la solution limite 4.27. Nous montrons dans le paragraphe suivant que cette solution est instable vis à vis de petites perturbations sur R .

On remarque également que la courbe correspondant à $\alpha = 90^\circ$ est légèrement décalée par rapport au modèle simple. Cependant, ce décalage reste faible, de l'ordre de 10% dans la gamme $4 < R^* < 8$ correspondant à la plupart des expériences. L'erreur commise sur les mesures et leur dispersion sont du même ordre.

Stabilité des solutions

Pour établir le caractère stable ou instable des deux branches de solutions, nous nous intéresserons aux expressions asymptotiques 4.24 et 4.26 de l'équation d'équilibre. Ces équations représentent un équilibre de forces s'appliquant sur le bourrelet, le membre de gauche représentant les forces dirigées vers le haut, et tendant à ouvrir la zone sèche, tandis que le membre de droite représente les forces dirigées vers le bas, tendant à refermer la zone sèche sur elle même.

En passant tous les termes dans le membre de gauche, on obtient la force globale F s'exerçant sur le bourrelet et dirigée vers le haut (nulle à l'équilibre). On note F_1 son expression dans le cas des grands rayons de courbure, et F_2 dans le cas des petits R^* . Ces expressions s'écrivent :

$$F_1 = 1 - \left(\frac{\Gamma^*}{m} R^* \sin \alpha \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{3^{\frac{2}{3}}}{2} \Gamma^{*\frac{2}{3}} \cos \alpha \sin^{-\frac{2}{3}} \alpha (f_1(\theta))^{\frac{2}{3}} (1 - \cos \theta)^{\frac{1}{3}} \quad (4.28)$$

$$F_2 = 1 - \left(\frac{\Gamma^*}{m} \right)^{\frac{1}{4}} R^{*- \frac{3}{4}} \sin^{-\frac{1}{4}} \alpha \frac{(\theta - \sin \theta \cos \theta)^{\frac{1}{2}}}{(1 - \cos \theta)^{\frac{1}{2}}} \quad (4.29)$$

Une fluctuation dR du rayon de courbure tend donc à produire une force dF sur le bourrelet (Fig. 4.6). Le signe de cette force détermine la stabilité du bourrelet : une force de même signe que dR tend à amplifier le déséquilibre, tandis qu'une force de signe opposé ramène le système vers sa position d'équilibre.

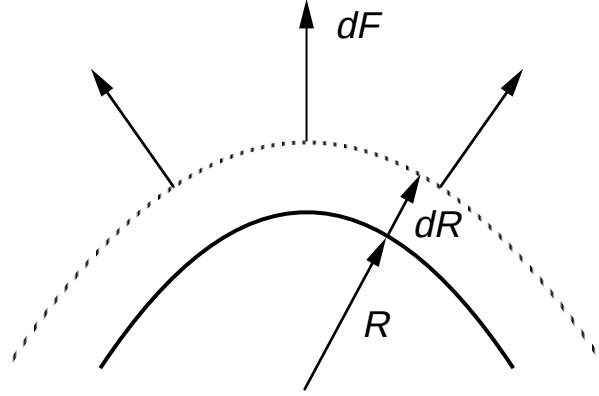


FIG. 4.6 – Force de déséquilibre apparaissant en réaction à une modification du rayon de courbure.

Dérivons F_1 et F_2 par rapport à R^* :

$$\frac{\partial F_1}{\partial R^*} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\Gamma^*}{mR^*} \sin \alpha \right)^{\frac{1}{2}} < 0 \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial R^*} = \frac{3}{4} \left(\frac{\Gamma^*}{m} \right)^{\frac{1}{4}} R^{*-7/4} \sin^{-1/4} \alpha \frac{(\theta - \sin \theta \cos \theta)^{\frac{1}{2}}}{(1 - \cos \theta)^{\frac{1}{2}}} > 0 \quad (4.31)$$

La branche 1 ($R^* \gg 1$) est donc stable tandis que la branche 2 ($R^* \ll 1$) est instable. On comprend donc mieux pourquoi la branche 1 est observée expérimentalement, tandis que la branche 2 ne l'est pas. On constate ainsi que le point de disparition des solutions est également un point de changement de stabilité. Les courbes représentatives $R^* = f(1/(\Gamma^* \sin \alpha))$ de la figure 4.5 ont donc les caractéristiques d'une bifurcation noeud-col.

4.4.6 Comparaison à l'expérience

Remarques sur les effets de largeur finie du bourrelet et la comparaison aux données expérimentales

Dans les calculs précédents, on s'est intéressé aux paramètres géométriques de la courbe $\mathcal{L}$: position x , angle ψ , rayon de courbure $R(\psi)$, pour des raisons de simplicité des équations (essentiellement de l'équation de conservation de masse).

Cependant, la courbe $\mathcal{L}$ est moins bien définie expérimentalement que la ligne de contact, et il est plus commode d'observer et de relever la position et la forme de

cette dernière.

Ces deux courbes sont décalées d'une distance égale à la largeur du bourrelet $L(\psi)$ dont il faudrait théoriquement tenir compte lors de la comparaison des observations expérimentales aux prévisions du modèle :

$$L(\psi) = 2S(\psi)^{\frac{1}{2}} \frac{\sin \theta}{(\theta - \sin \theta \cos \theta)^{\frac{1}{2}}} \quad (4.32)$$

Cependant, quelques mesures du rayon de courbure effectuées sur la frontière expérimentale bourrelet–film ($\mathcal{L}$) en ajustant le profil donné par le modèle simple (équations 3.10 et 3.11) montrent, bien qu'elles soient moins précises, que ce rayon est très peu différent de celui de la ligne de contact, l'écart étant inférieur à la précision des mesures.

Notons à ce stade que même dans le cas où les mesures de rayon de courbure présentent un décalage avec la loi de variation donnée par le modèle simple (eq. 3.12), la forme des zones sèches est toujours aussi bien représentée par le profil du modèle simple. Il ne sera donc pas utile dans la confrontation du nouveau modèle à l'expérience de mesurer R à l'aide d'un éventuel profil modifié⁴, mais simplement de vérifier que la nouvelle loi de variation théorique de R correspond bien au comportement observé.

On peut tenter d'estimer l'erreur commise en mesurant R par un ajustement du profil sur la ligne de contact et non sur la frontière extérieure $\mathcal{L}$ du bourrelet que ce modèle étendu est censé décrire. Supposons que la forme qualitative prévue par la théorie soit très voisine de celle prévue par le modèle simple et que seule l'expression du rayon R soit modifiée. Dans ce cas, l'abscisse d'un point quelconque de $\mathcal{L}$ varie de la façon suivante avec l'angle ψ :

$$x = R \frac{\cos \psi}{\sin^2 \psi} \quad (4.33)$$

L'abscisse x_{LC} d'un point de la ligne de contact est déduite en soustrayant $L \cos \psi$:

$$x_{LC} = R \frac{\cos \psi}{\sin^2 \psi} - L \cos \psi \quad (4.34)$$

D'après l'équation 4.32 et les prévisions du modèle simple, L peut d'exprimer

4. Notre analyse n'a d'ailleurs pas permis d'établir le profil modifié des zones sèches, puisqu'on s'est restreint à une étude au voisinage du sommet de l'arche dans l'approximation parabolique.

sous la forme :

$$L(\psi) = \frac{l_c}{\sqrt{\sin \psi} \sqrt{\sin \alpha}} \frac{\sin \theta (1 - \cos \theta)^{1/2}}{(\theta - \sin \theta \cos \theta)^{\frac{1}{2}}} \quad (4.35)$$

On obtient finalement :

$$x_{LC} = \left(R - \frac{l_c \sin^{3/2} \psi}{\sqrt{\sin \alpha}} \frac{\sin \theta (1 - \cos \theta)^{1/2}}{(\theta - \sin \theta \cos \theta)^{\frac{1}{2}}} \right) \frac{\cos \psi}{\sin^2 \psi} - L \cos \psi \quad (4.36)$$

$$= (R - L_{\pi/2} \sin^{3/2} \psi) \frac{\cos \psi}{\sin^2 \psi} - L \cos \psi \quad (4.37)$$

Lorsque le profil du modèle simple est superposé sur les lignes de contact expérimentales, la valeur du rayon est ajustée de façon à ce que le profil théorique recouvre la ligne de contact expérimentale sur la plus grande partie de l'image, et en particulier jusqu'aux limites de celle-ci où la ligne de contact fait un angle d'environ $\pi/6$ avec la verticale (voir photographies de la figure 2.8 en page 34). Par conséquent, on mesure ainsi un paramètre de la ligne de contact $R_{exp} \simeq R - L_{\pi/2} \sin^{3/2}(\pi/6)$ où R est le rayon de la frontière $\mathcal{L}$ dans le modèle étendu. On commet donc une erreur relative égale à :

$$\Delta R \simeq \frac{L_{\pi/2} \sin^{3/2}(\pi/6)}{R} \quad (4.38)$$

Une application numérique montre que cette erreur est comprise entre 3% pour les premiers points de données de chaque série où $R^* \sim 10$, à environ 10% au voisinage du débit critique où $R^* \sim 3$, et ce quelle que soit la valeur de l'angle de contact. L'incertitude de mesure de R est du même ordre de grandeur.

Pour la comparaison du modèle étendu à l'expérience, on utilisera donc les mesures de rayon de courbure des figures 3.5, 3.6 sans correction, en admettant que l'on sous-estime ainsi le rayon de courbure de la courbe $\mathcal{L}$ de quelques %.

Confrontation du modèle à l'expérience

Afin de comparer quantitativement le modèle aux résultats expérimentaux, on a porté sur les figures 4.7 et 4.8 le rayon de courbure mesuré expérimentalement en fonction du rayon donné par la résolution numérique de l'équation 4.23. Pour une meilleure comparaison visuelle avec les décalages des données représentées sur les figures des pages 50 et 51, le même rapport d'aspect a été conservé.

On constate que le décalage entre les différentes séries de données est pratiquement supprimé pour les inclinaisons supérieures à $\alpha = 30^\circ$. Le modèle prévoit donc

quantitativement les décalages observés expérimentalement dans cette gamme d'inclinaisons. Soulignons que le seul paramètre ajustable du modèle est le facteur m qui détermine la pente de la courbe $R^* = f(1/(\Gamma^* \sin \alpha))$ dans la branche supérieure de solutions, et que la valeur de ce paramètre $m \simeq 0,3$, déterminée expérimentalement, est très proche de l'estimation théorique qu'on peut en faire (cf. Chapitre 3).

Pour les inclinaisons plus faibles que 30° , il subsiste un décalage, montrant que le nouveau modèle est insuffisant dans la gamme $0^\circ < \alpha < 30^\circ$. On peut dans ces situations penser que l'hypothèse de bourrelet de section semi-circulaire n'est plus valide (voir Annexe A) et que la séparation entre le bourrelet et le film n'est plus aussi bien définie.

Globalement, le modèle permet de bien comprendre l'origine physique des décalages observés dans les expériences par rapport à un modèle simple ne prenant en compte que le poids du bourrelet et les composantes de la tension interfaciale orthogonales à la ligne de contact. Les effets de pression hydrostatique du film et de courbure de la

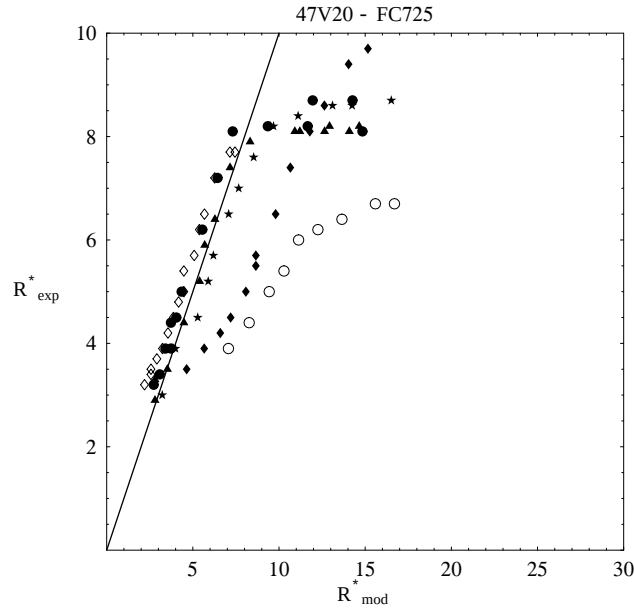


FIG. 4.7 — Comparaison des rayons de courbure expérimentaux au rayon prévu par la théorie pour l'huile 47V20 sur un substrat FC725 ($\theta_a = 47^\circ$ et $m = 0,29$). Légende: $\diamond$: $\alpha = 87^\circ$; $\bullet$: $\alpha = 60^\circ$; $\blacktriangle$: $\alpha = 45^\circ$; $\star$: $\alpha = 30^\circ$; $\blacklozenge$: $\alpha = 20^\circ$; $\circ$: $\alpha = 15^\circ$.

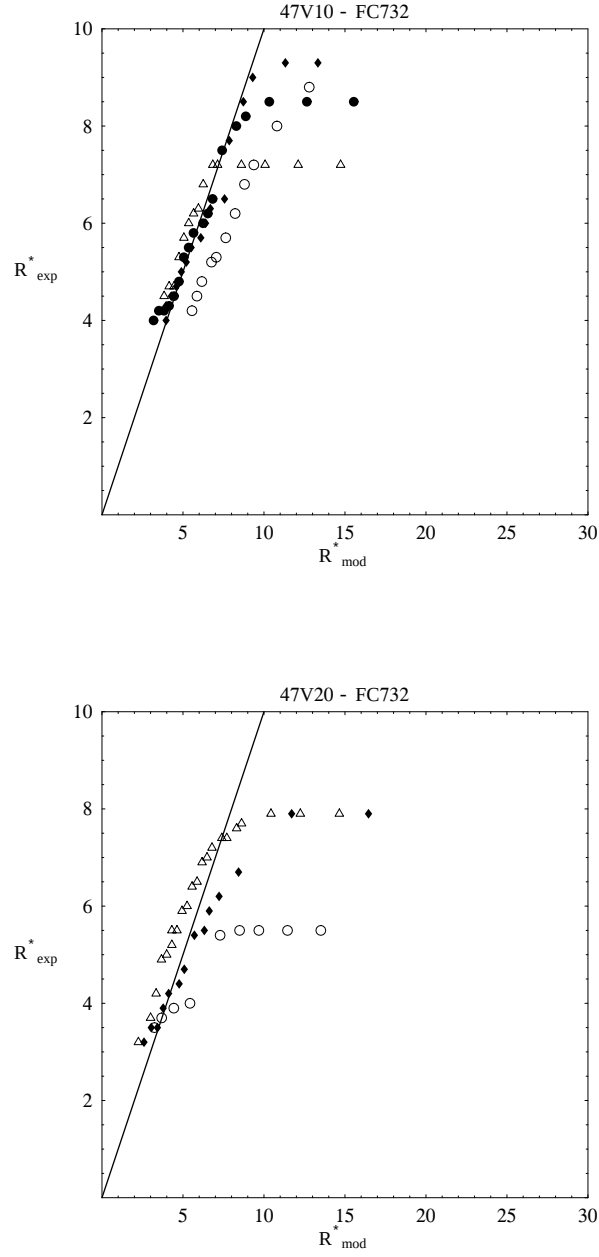


FIG. 4.8 – Rayon de courbure expérimental en fonction du rayon théorique pour le substrat FC732 (huile 47V10: $\theta_a = 52^\circ$ et $m = 0, 29$; huile 47V20: $\theta_a = 53^\circ$ et $m = 0, 30$). Légende: $\triangle$: $\alpha = 90^\circ$; $\bullet$: $\alpha = 70^\circ$; $\blacklozenge$: $\alpha = 45^\circ$; $\circ$: $\alpha = 30^\circ$.

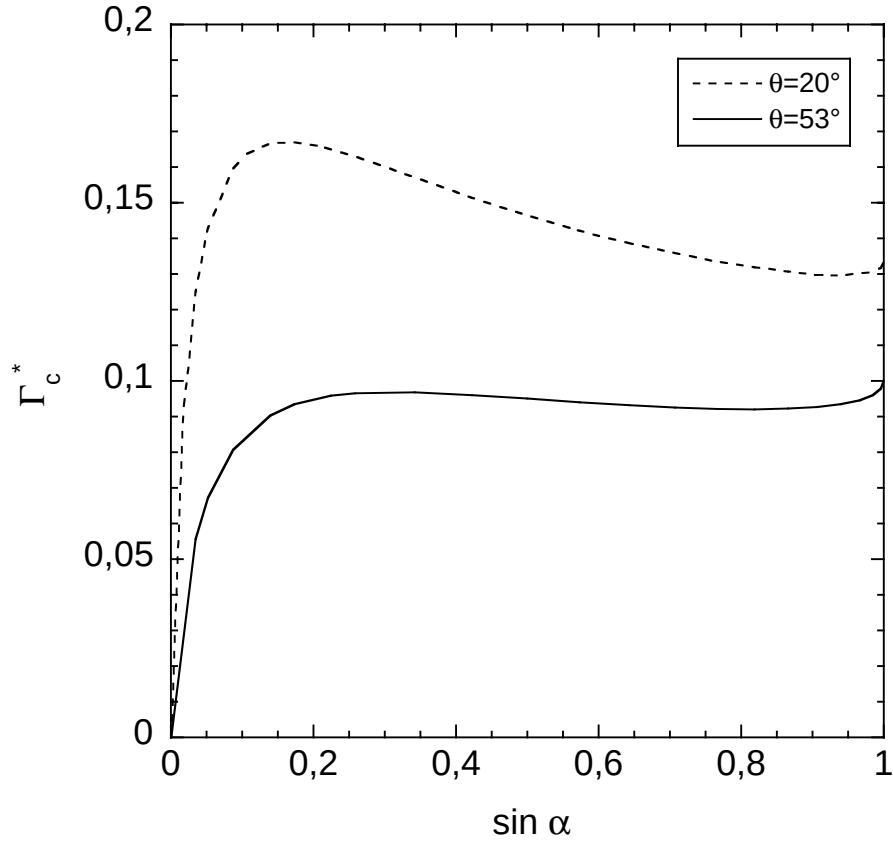


FIG. 4.9 – Calcul numérique du débit critique Γ_c^* pour deux angles de contact différents.

ligne de contact permettent de rendre compte qualitativement et quantitativement de ces décalages pour des inclinaisons supérieures à 30° .

4.4.7 Débit critique

Le débit critique correspondant à l'extremum des courbes de la figure 4.5 peut être évalué numériquement pour toute inclinaison α . La figure 4.9 montre le résultat de ce calcul pour les deux valeurs de l'angle de contact correspondant aux mesures présentées en pages 53 et 55. Qualitativement, les courbes sont très semblables aux courbes expérimentales, présentant une partie croissant très vite à faible inclinaison, un maximum vers $\sin \alpha = 0,1$ à $0,2$ et une décroissance lente vers les grandes valeurs de α . De même que dans l'expérience, le maximum de Γ_c est plus marqué à faible angle de contact.

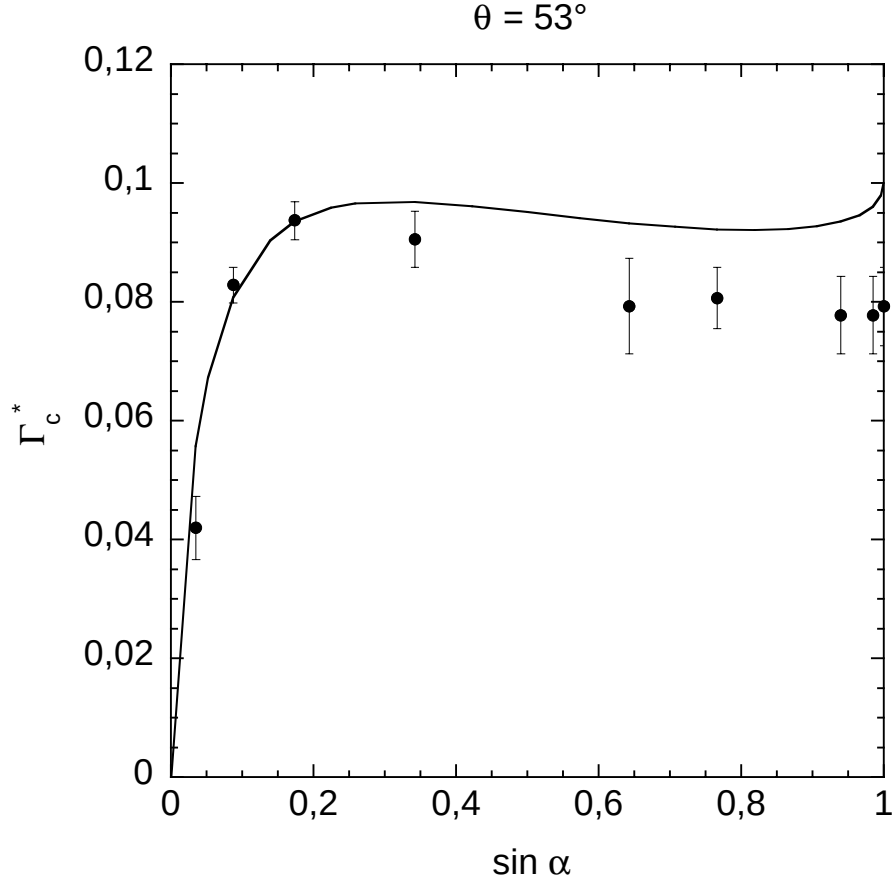


FIG. 4.10 – Comparaison du débit critique expérimental à la prévision du modèle (huile 47V20 sur substrat FC732 : $\theta = 53^\circ$ et $m = 0,30$). Noter qu'il n'y a pas de paramètre ajustable dans le modèle en dehors de m qui est fixé de manière indépendante par les mesures de rayon de courbure.

Si l'on compare quantitativement la prévision du modèle aux résultats expérimentaux, on constate que l'accord est excellent pour $\theta_a = 53^\circ$ (Fig. 4.10), compte tenu du fait qu'une fois encore le seul paramètre ajustable est m , qui est fixé par les mesures de rayon de courbure. Dans toute la gamme d'inclinaison, l'écart entre théorie et expérience est inférieur à 20%.

Pour $\theta_a = 20^\circ$ (Fig. 4.11), l'accord quantitatif est moins favorable, puisqu'il y a un écart significatif entre les mesures et la courbe théorique, qui prévoit un débit critique plus faible d'un facteur 4 en moyenne. Nous n'avons pas d'explication satisfaisante pour rendre compte de cette différence. On pourrait soupçonner un effet d'hétérogénéités de surface dans les expériences sur un substrat d'encre Staedtler :

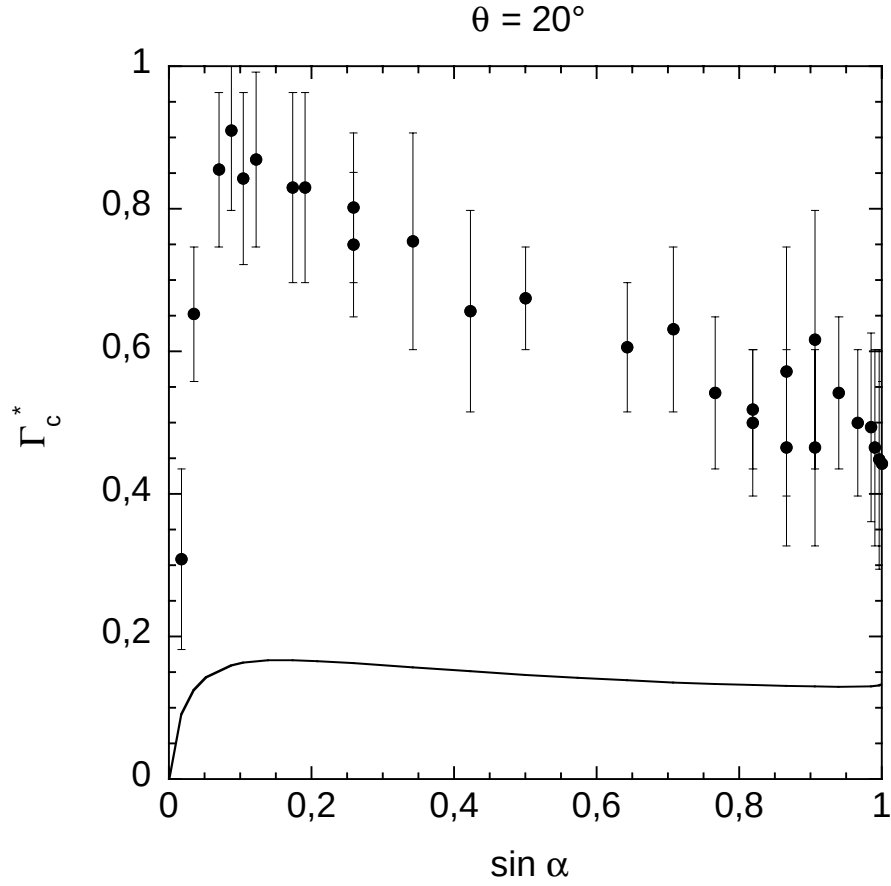


FIG. 4.11 – Comparaison du débit critique expérimental à la prévision du modèle (huile 47V20 sur substrat Staedtler : $\theta = 20^\circ$ et $m = 0,30$).

ces surfaces présentent en effet de très petites aspérités (résultant de l'évaporation du solvant) qui ont une influence mineure sur la forme des zones sèches dont l'échelle est bien supérieure à la taille de ces aspérités, mais qui pourraient retenir une ligne de contact en limite de stabilité et ainsi repousser quelque peu le débit critique. Il est cependant peu probable qu'il soit augmenté d'un facteur 4.

Deuxième partie

Ruissellement de gouttes sur un plan incliné

Chapitre 1

Introduction

Le ruissellement de gouttes sur une surface partiellement mouillée par un liquide est un phénomène aussi courant que fascinant. Les mouvements de gouttes de pluie sur un vitre ou sur un pare-brise de voiture sous l'effet de la gravité ou du vent en sont un exemple accessible dans la vie courante. Bien que les conditions ne soient en général pas idéales, notamment du fait de la faible viscosité de l'eau qui entraîne des vitesses importantes et d'hétérogénéités des surfaces qui rendent son trajet plus ou moins irrégulier, un observateur attentif remarque qu'une goutte peut adopter diverses formes lors de son écoulement. Il n'est pas question de faire une étude précise de ces phénomènes sur des surfaces courantes, cependant on peut remarquer l'existence de régimes qualitativement différents :

- des gouttes statiques, de taille apparemment trop petite pour avancer ;
- des gouttes de taille intermédiaire et de forme arrondie ou ovale avançant à vitesse quasi-constante ;
- des gouttes plus grosses qui s'étirent en s'écoulant et peuvent relarguer des gouttelettes satellites dans leur sillage.

Des phénomènes similaires sont observables sur le dispositif d'étude des zones sèches sur plan incliné, à l'arrêt de l'expérience. En effet, lorsque l'alimentation en fluide est interrompue, le film liquide recouvrant la plaque est drainé sous l'effet de la gravité et se brise en gouttes sur la partie de la plaque ayant reçu un traitement de surface non mouillant. On constate alors l'existence des divers régimes d'écoulement mentionnés ci-dessus, dans des conditions d'observation bien meilleures que dans la vie courante. Les caractéristiques physico-chimiques exceptionnelles des huiles silicones et des revêtements de surface dont nous disposons assurent une grande

homogénéité du système (contrairement au cas de gouttes d'eau sur du verre par exemple), et les vitesses mises en jeu sont suffisamment faibles pour permettre une visualisation de l'écoulement d'une goutte à l'aide d'un matériel relativement simple. Nous avons ainsi pu entreprendre une étude systématique de certains phénomènes de ruissellement de gouttes remarquables tant par les formes de gouttes que par certains régimes dynamiques mis en jeu.

Les problèmes de forme d'une goutte statique sur un plan incliné ou s'écoulant à faible vitesse ont fait l'objet de plusieurs travaux [5, 29, 33], mettant notamment en évidence l'existence d'une inclinaison critique en deçà de laquelle une goutte reste statique. D'autres auteurs se sont intéressés à l'accrochage d'une goutte et à la déformation de la ligne de contact qui en résulte [57, 74]. L'interaction goutte-surface dans des conditions de mouillage extrêmement faible (les angles de contacts étant proches de 180°) a récemment fait l'objet de travaux originaux de Richard et Quéré [68, 69]. Dans ces conditions de mouillage quasi-nul, on peut observer d'étonnantes gouttes «roulantes» ou «rebondissantes».

Enfin, une autre catégorie de problèmes fait intervenir les changements de topologie se produisant lors du pincement d'une goutte se séparant en deux ou se détachant d'une masse liquide [30, 31, 37]. Les phénomènes de détachement de gouttes qui interviennent notamment lors de la transition entre jets et gouttes [9, 50] se produisent également dans les expériences que nous allons présenter, dans certains régimes d'écoulement à grande vitesse.

A notre connaissance, la littérature ne rapporte cependant pas d'étude des différents régimes d'écoulement d'une goutte sur un plan incliné en conditions de mouillage partiel. Il n'est d'ailleurs curieusement pas fait mention de ces différentes formes de gouttes que l'on peut observer fugitivement dans la vie courante.

Ces phénomènes font intervenir de subtils effets de mouillage et de dé mouillage dynamique qui ont un rapport direct avec certains processus industriels d'enduction [8]. Blake et Ruschak rapportent notamment des expériences de mouillage et de dé mouillage dynamique d'un substrat que l'on plonge à vitesse constante ou que l'on retire d'un bain de liquide [7]. Dans ces expériences, une ligne de contact dynamique rectiligne et orthogonale à la direction de l'écoulement à faible vitesse peut, à vitesse plus importante, adopter une forme en dents de scie dont la pointe libère éventuellement des gouttes (ou des bulles) dans son sillage. Ces phénomènes sont reliés aux problèmes d'entraînement d'air pouvant compromettre les processus

industriels d'enduction de surfaces à haute vitesse rencontrés notamment dans les industries photographiques et papetières.

En faisant varier les propriétés physiques des fluides et des surfaces (viscosité, tension de surface et angle de contact), et les paramètres de l'écoulement (taille des gouttes, inclinaison du support), nous avons réalisé une étude du ruissellement de gouttes sur un plan incliné. Nous mettons ainsi en évidence l'existence de trois régimes d'écoulement (gouttes *ovales*, *pointues* ou *perlantes*) et de seuils de transition en nombre capillaire entre les différents régimes, dépendant essentiellement de l'angle de contact. Nous proposons également une interprétation des transitions observées en termes d'angle de contact dynamique, rapprochant ainsi certaines caractéristiques des gouttes des travaux de Blake et Ruschak sur l'entraînement d'air.

Chapitre 2

Etude exploratoire

2.1 Dispositif expérimental

2.1.1 Montage

Le dispositif expérimental utilisé pour l'observation de gouttes glissant sur un plan incliné est assez semblable à celui décrit dans la partie précédente concernant l'étude de zones sèches sur plan incliné. Le principe en est schématisé sur la figure 2.1.

Le support de l'écoulement est une plaque de verre de 20 cm de côté traitée en surface afin de lui attribuer des propriétés de mouillage partiel vis à vis du fluide utilisé.

Les gouttes sont émises dans la partie supérieure de la plaque par une pipette en verre (pipette Pasteur) dont l'orifice est d'un diamètre de l'ordre du millimètre. Afin de contrôler la taille des gouttes, on peut fixer à l'extrémité de la pipette un embout découpé dans une feuille de plastique qui force la taille de la goutte. On parvient, avec ce système rudimentaire, à faire varier le volume des gouttes dans une gamme de 2 à 20 mm³, correspondant à un diamètre de 1,5 à 3,5 mm.

Le liquide est injecté à débit constant à travers un débitmètre à flotteur Brooks muni d'une vanne de précision. Le dispositif décrit ci-dessus permettant de produire des gouttes de taille constante (à quelques % près), la fréquence d'émission des gouttes est constante et de l'ordre du hertz. Elle est éventuellement ajustée au cours de l'expérience via une modification du débit, de façon à éviter que deux gouttes successives ne soient trop proches l'une de l'autre et interagissent.

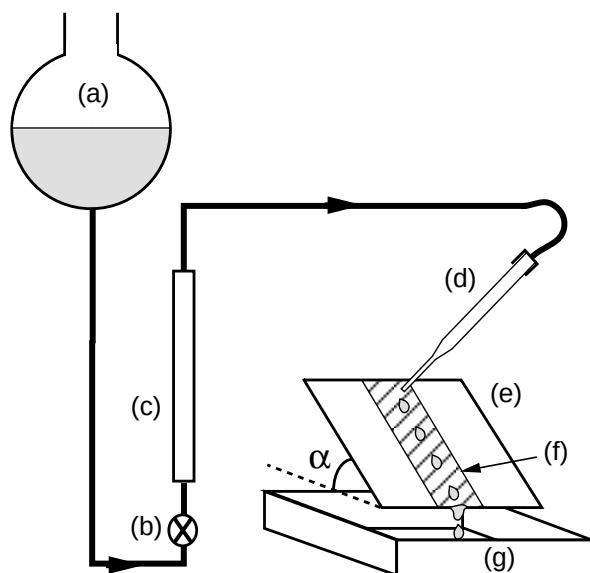


FIG. 2.1 – Principe de l'expérience de ruissellement de gouttes. *a* : réservoir de liquide ; *b* : vanne ; *c* : débitmètre à flotteur Brooks ; *d* : pipette d'injection ; *e* : plaque de verre $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$; *f* : zone d'écoulement (enduite de fluoropolymère ; *g* : collecteur.

2.1.2 Fluides et surfaces

Comme dans l'expérience décrite dans la partie précédente, on a retenu pour cette étude les huiles silicones ou PDMS pour leurs propriétés physico-chimiques intéressantes (voir 2.1.2). On a utilisé pour les expériences décrites ci-dessous les huiles de références 47V2, 47V10 et 47V50 dont les caractéristiques sont regroupées dans le tableau 2.1. Quelques mesures ont également été effectuées avec de l'eau ruisselant sur une feuille de polyacrylate (film transparent pour rétroprojection 3M, réf. PP2410).

Les viscosités η reportées dans le tableau 2.1 ont été mesurées à l'aide de viscosimètres à capillaire de Ubbelohde, les masses volumiques ρ ont été vérifiées en pesant une fiole jaugée de 50 cm^3 sur une balance de précision 1 mg. Les angles de contact ont été mesurés par visualisation de profil d'une goutte de liquide posée sur une plaque, en inclinant suffisamment le support pour que la goutte commence à avancer à une vitesse tout juste détectable, comme exposé précédemment. On notera que la mesure des angles de contact de l'eau est beaucoup moins précise, du fait de la plus grande hétérogénéité du substrat. Les tensions de surfaces sont données par le fabricant.

fluide	substrat	η (cP)	ρ (g/cm ³)	θ_a (°)	θ_r (°)	γ (mN/m)
47V2	FC725	$2,35 \pm 0,01$	$0,877 \pm 0,002$	45 ± 2	35 ± 2	18,7
47V10	FC725	$9,16 \pm 0,02$	$0,931 \pm 0,002$	52 ± 2	42 ± 2	20,5
47V50	FC725	$50,2 \pm 0,1$	$0,958 \pm 0,002$	53 ± 2	43 ± 2	20,7
eau	PA	$0,891 \pm 0,002$	$1,000 \pm 0,002$	100 ± 5	30 ± 5	72

TAB. 2.1 – *Fluides et substrats utilisés dans les expériences de ruissellement de gouttes*

Ce choix de couples fluide/substrat permet de faire varier significativement des paramètres comme la viscosité η ou la tension superficielle γ . La variation d'angle de contact d'un système à l'autre peut paraître faible, cependant les phénomènes de mouillage font généralement intervenir des puissances élevées des angles de contact [21, 62]. L'étendue de la gamme d'angles de contact dont on dispose ici peut donc suffire à observer l'effet de l'angle de contact dans nos expériences.

2.1.3 Méthodes de visualisation et de mesure

Le mouvement des gouttes est enregistré à l'aide d'une caméra CCD munie d'un objectif macro placée à quelques centimètres au dessus de la plaque, perpendiculairement à celle-ci. Les fluides et les supports utilisés étant parfaitement transparents, la production d'images de bonne qualité requiert un éclairage adapté. On n'a pu ici utiliser un éclairage par écran diffusant tel que celui décrit dans la partie précédente du fait de la présence de l'objectif de la caméra très proche du substrat où il se reflète de façon gênante.

La solution retenue consiste à placer derrière la plaque de verre un masque¹ permettant de créer un gradient d'éclairement perpendiculaire à la direction de l'écoulement. Les gouttes se comportent alors comme de petites lentilles, qui dévient les rayons lumineux les traversant et décalent les niveaux de gris. Les gouttes appa-

1. Les masques ont été produits à partir de fichiers PostScript spécialement écrits par Jean-Marc Flesselles pour réaliser un dégradé de gris paramétrable (largeur et amplitude), et imprimés sur transparent. Le langage PostScript permet de réaliser ce genre de figure avec une précision, une qualité et une souplesse impossibles à obtenir avec la plupart des logiciels de dessin, le tout en quelques lignes de programmation seulement...

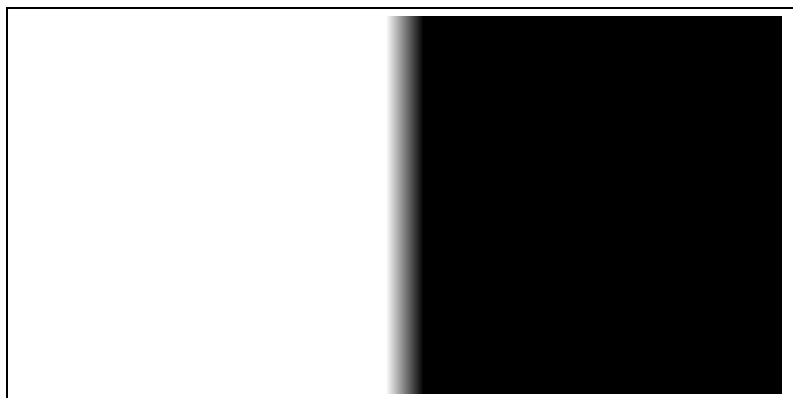


FIG. 2.2 – *Exemple de masque permettant de réaliser un gradient d'éclairement perpendiculaire à la direction de l'écoulement (grandeur nature).*

raissent alors clairement sur le fond inhomogène, produisant la remarquable impression de relief visible sur la figure 2.4. Pour un maximum de contraste, le gradient d'éclairement est choisi de façon à passer du blanc au noir sur une distance de l'ordre du diamètre des gouttes. Un exemple de masque est reproduit en grandeur nature en figure 2.2.

Les vitesses des gouttes étant de l'ordre du centimètre par seconde et l'échelle des images de l'ordre de 200 pixels/cm, l'acquisition d'images en mode entrelacé avec un déphasage de $1/50$ s entre les demi-trames paire et impaire entraîne un décalage de l'image de la goutte de quelques pixels entre ces deux demi-trames. On est donc conduit à désentrelacer les images, c'est à dire à séparer la demi-trame impaire de la demi-trame paire pour le traitement (voir fig. 2.3). Par ailleurs, pour éviter un flou consécutif au déplacement de la goutte pendant l'acquisition d'une demi-trame, l'obturateur de la caméra est réglé sur $1/500$ s, ce qui réduit le déplacement de la goutte pendant la prise de vue à moins de 1 pixel.

Le mouvement des gouttes est enregistré sous forme de séquences d'une vingtaine d'images, avec un taux d'acquisition de 1 à 10 images/s suivant la vitesse mise en jeu. Le logiciel d'acquisition permet d'incruster sur les images l'instant d'acquisition avec une précision de 10^{-3} s. Connaissant l'échelle des images, on peut alors mesurer le déplacement, et donc la vitesse des gouttes avec une précision meilleure que le %.

Cette précision est d'ailleurs mise à profit pour calculer la fréquence d'émission des gouttes par la pipette d'injection, et leur masse. En effet, le débit d'injection est connu avec une assez bonne précision grâce au débitmètre à flotteur. Via la vitesse

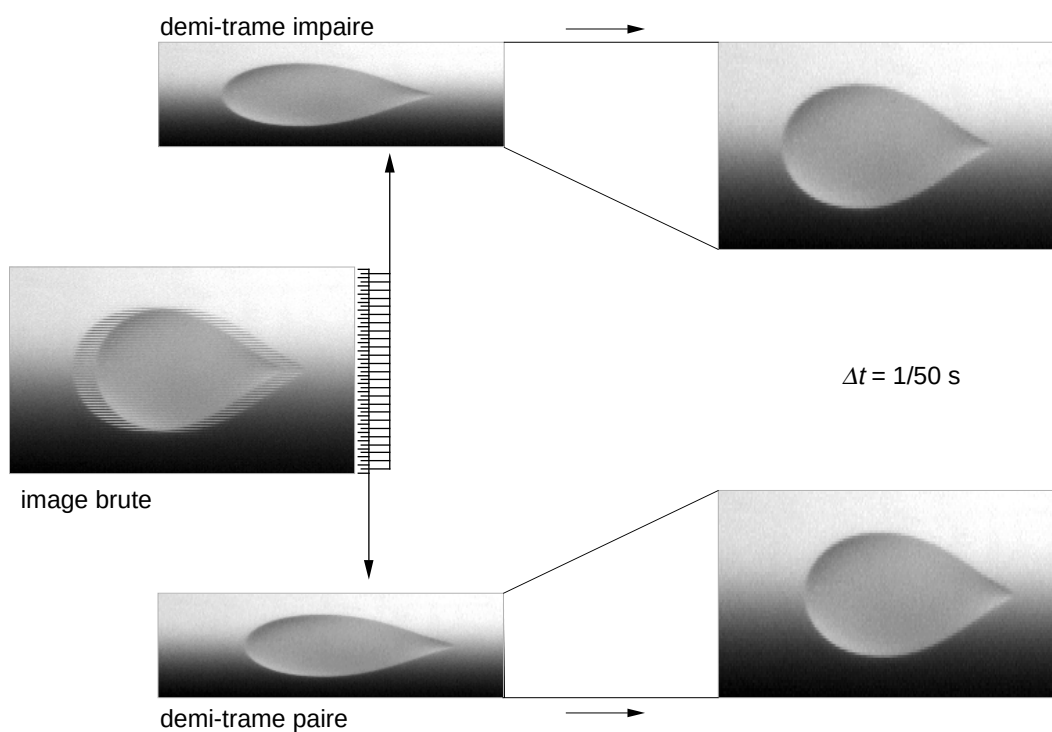


FIG. 2.3 – Principe utilisé pour désentrelacer des images : les lignes paires et impaires des images brutes sont séparées et dédoublées afin de créer deux nouvelles images de mêmes dimensions que l'originale. Ces deux images présentent un décalage temporel de $1/50$ s.

des gouttes et la distance séparant deux gouttes consécutives, grandeurs déterminées avec précision, on accède à la fréquence d'émission. En divisant le débit par cette fréquence, on obtient la masse des gouttes². Les fréquences d'émission dans nos expériences sont de l'ordre du Hz, et les masses de gouttes comprises entre 2 et 20 μg .

2.2 Régimes d'écoulement

Les gouttes sont lâchées à quelques millimètres au dessus de la plaque, dans sa partie supérieure où elles se déposent pratiquement sans impact. Après un parcours de quelques millimètres, elles atteignent un régime permanent (forme et vitesse constantes) qui se maintient jusqu'au bas de la plaque servant de support à l'expérience.

Pour un couple fluide/substrat donné et une taille de gouttes fixée, nous avons observé les modifications de l'écoulement en faisant varier l'inclinaison de la plaque α . A masse de goutte fixée, la vitesse de la goutte n'est alors fonction que de cette pente α . Cette relation sera discutée plus en détail au chapitre suivant.

Les différents régimes d'écoulement sont visibles sur la figure 2.4. A faible inclinaison ou faible vitesse, les gouttes ont une forme arrondie classique, qui s'allonge légèrement quand la vitesse augmente [5, 29]. Au delà d'un seuil de vitesse ou d'inclinaison, la ligne de contact se déforme nettement à l'arrière de la goutte et forme un *coin* ou une *pointe* (fig. 2.4-c). L'angle de ce coin devient plus prononcé à mesure que la vitesse augmente, jusqu'à atteindre une valeur critique pour laquelle un *cusp* apparaît à l'arrière de la goutte³, formant une queue qui se déstabilise et relargue régulièrement des petites gouttelettes dans le sillage (fig. 2.4-f). Ces gouttelettes sont trop légères pour glisser et restent accrochées à la surface. Quand la

2. Contrairement aux apparences, cette méthode est plus fiable que la méthode directe qui consisterait à mesurer la fréquence par comptage de gouttes et la masse par pesée. Cette méthode nécessiterait une moyenne sur un grand nombre de gouttes et un temps très long masquant les dérives et les fluctuations du système d'injection. Avec notre méthode, on effectue au contraire une mesure instantanée qui permet de corriger les fluctuations de masse d'un point de données à l'autre dans l'analyse qui va suivre.

3. La forme de ces gouttes rappelle alors la représentation classique, mais erronée, des larmes ou des gouttes de pluie que l'on peut voir sur certaines cartes météorologiques. Les gouttes d'eau en chute libre dans l'air sont en effet sphériques lorsqu'elles sont petites, et ont plutôt une forme de bérêt basque retourné lorsqu'elles sont déformées par l'écoulement d'air, mais la tension de surface interdit qu'elles puissent présenter les fortes courbures d'interface liées à l'existence d'une pointe.

vitesse augmente encore, les gouttelettes émises deviennent plus grosses (fig. 2.4-g), pouvant même donner lieu à des comportements spatio-temporels périodiques d’une richesse croissante (fig. 2.4-h).

Par la suite, on dénomera les trois régimes d’écoulement observés sous les noms de gouttes *ovales* (fig. 2.4-a,b), gouttes *pointues* (fig. 2.4-c,d,e) et gouttes *perlantes* (fig. 2.4-f,g,h).

Notons qu’il est assez remarquable d’observer des lignes de contact anguleuses telles que celles qui définissent le régime de gouttes pointues. La tension de surface s’oppose en effet naturellement à l’existence de très fortes courbures des interfaces telles que celle que l’on observe à l’arrière des gouttes pointues. Cela suppose l’existence de contraintes fortes (probablement d’origine visqueuse) pour compenser les forces interfaciales s’exerçant à la pointe.

La littérature ne mentionne pas à notre connaissance l’existence de ce type de gouttes dans les fluides newtoniens. L’observation de lignes de contact anguleuses se fait néanmoins dans des conditions de mouillage dynamique extrême, à la limite de l’entraînement d’air, où les vitesses mises en jeu imposent des dispositifs expérimentaux assez élaborés [8].

Des phénomènes d’apparence similaire sont en revanche fréquemment observés dans les fluides non newtoniens. On observe par exemple des coins ou des cusps à l’arrière de bulles d’air en ascension dans des fluides viscoélastiques [4, 51] lorsque leur vitesse excède une valeur critique⁴. Cependant, ces systèmes diffèrent du notre par deux aspects essentiels :

1. ils ne font pas intervenir de ligne de contact ;
2. ils se produisent dans des fluides viscoélastiques où la réponse élastique des fluides joue probablement un rôle prépondérant.

Afin de s’assurer que ce régime d’écoulement n’est pas spécifiquement lié à l’utilisation d’huiles silicones — polymères dont on pourrait éventuellement penser qu’ils ont un caractère faiblement non newtonien malgré les spécifications du fabricant — ou au revêtement de surface lui aussi constitué de polymères plus ou moins élastiques, quelques essais ont été réalisés en changeant la nature du liquide et du substrat.

4. A plus haute vitesse, ces systèmes montrent également une oscillation du cusp et une émission périodique de bulles satellites dans le sillage de la bulle principale.s

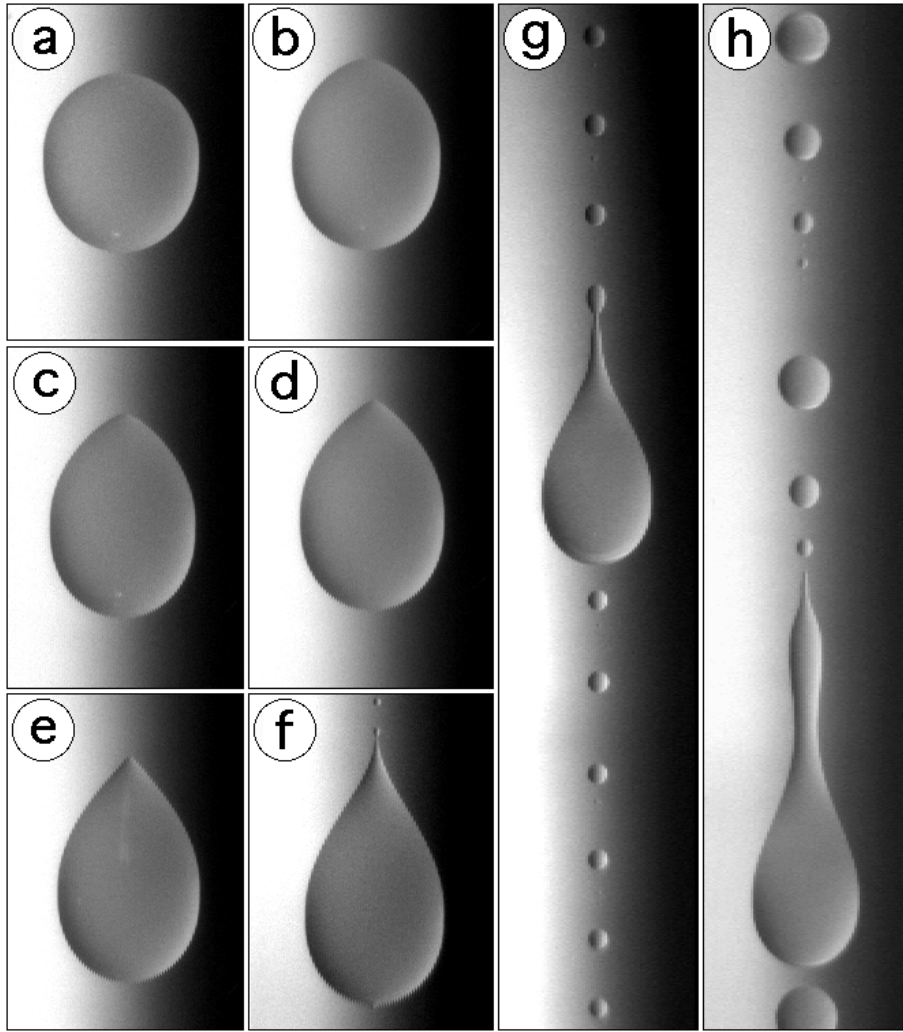


FIG. 2.4 – *Evolution de la forme d'une goutte quand la vitesse augmente (en augmentant l'inclinaison). Les gouttes s'écoulent vers le bas sur cette figure. (a,b: gouttes ovales à faible vitesse ; c-e : gouttes en coin à vitesse intermédiaire, de plus en plus pointues quand leur vitesse augmente ; f: première étape du régime de gouttes perlantes, avec cusp et émission de gouttelettes au dessus d'une deuxième vitesse critique ; g: émission de gouttelettes de taille constante à fréquence constante ; h: émission périodique de séries de gouttelettes à plus grande vitesse)*

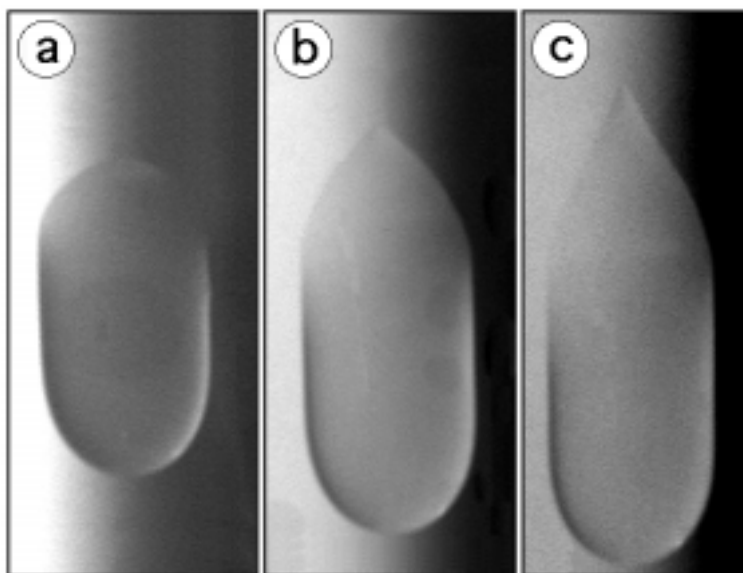


FIG. 2.5 – Gouttes d’eau ruisselant à différentes vitesses sur une feuille de plastique (a : $U = 3,8$ cm/s; b : $U = 7,2$ cm/s; c : $U = 9,6$ cm/s).

La figure 2.5 montre quelques gouttes d’eau ruisselant sur une feuille de polyacrylate. L’hystérésis de l’angle de contact étant très fort (voir tab. 2.1), les gouttes d’eau doivent être suffisamment grosses pour que leur vitesse soit non nulle sur la plaque. Il en résulte une forme allongée qui rappelle les observations de Bikerman [5, 29], à l’exception de la pointe à l’arrière de la goutte.

Bien que les images soient de moins bonne qualité du fait de la vitesse significativement plus importante, on reconnaît sur la figure 2.5 les mêmes régimes d’écoulement que pour les huiles silicones. On n’a pu reproduire ici d’image montrant le régime de gouttes perlantes de manière satisfaisante. Les vitesses mises en jeu sont en effet supérieures à 10 cm/s ce qui rend assez aléatoire la capture d’une image (le champ de la caméra est d’environ 3 cm seulement), sans compter le flou qui devient alors inévitable.

L’eau étant le prototype du fluide newtonien, ces quelques images démontrent la généralité des phénomènes observés, notamment de cette succession de régimes d’écoulement quand la vitesse de la goutte augmente.

Chapitre 3

Vitesse de ruissellement d'une goutte

3.1 Physique du phénomène

Un certain nombre d'idées sur le ruissellement des gouttes peuvent être tirées de l'expérience courante. Nous savons tous par exemple que des gouttes descendent le long d'une pente d'autant plus vite qu'elles sont grosses et lourdes, tandis que les gouttes trop petites restent accrochées au substrat, même par forte inclinaison.

On peut par quelques arguments simples établir une loi rendant qualitativement compte de ces phénomènes. Il est facile de se convaincre qu'une goutte glissant sur une surface inclinée est essentiellement soumise à trois effets qui sont :

1. son propre poids P , qui est la force motrice de cet écoulement ;
2. le frottement visqueux F_η du liquide sur le support, qui s'oppose au mouvement ;
3. des forces interfaciales F_γ à la ligne de contact dont la résultante est non nulle du fait de l'hystérésis de l'angle de contact θ , et qui tendent à ancrer la goutte au support.

L'équilibre de ces forces gouverne la vitesse de la goutte (voir fig. 3.1).

Le poids de la goutte, projeté dans le plan de l'écoulement s'écrit simplement :

$$P = \rho \mathcal{V} g \sin \alpha \quad (3.1)$$

où $\mathcal{V}$ est le volume de la goutte.

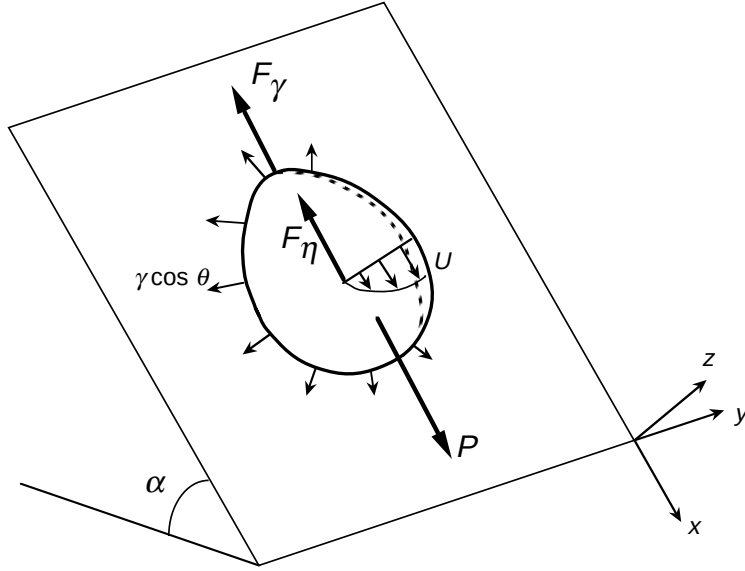


FIG. 3.1 – Forces agissant sur une goutte ruisselant sur un plan incliné.

Pour un écoulement où les effets inertiels sont négligeables, ce qui est le cas ici, vu la petite taille des gouttes et les vitesses mises en jeu, le frottement visqueux peut être raisonnablement estimé par :

$$F_\eta = \int_S \eta \frac{\partial U}{\partial z} dS \sim \eta \frac{U}{h} S \quad (3.2)$$

où S est la surface de la goutte dans le plan de l'écoulement, z la coordonnée dans l'axe perpendiculaire au plan et h son épaisseur moyenne.

En termes d'ordres de grandeur, et si le rapport d'aspect des gouttes est à peu près identique pour toutes les gouttes, on a :

$$\frac{S}{h} \sim \mathcal{V}^{\frac{1}{3}} \quad (3.3)$$

Ce qui conduit à :

$$F_\eta \sim \eta U \mathcal{V}^{\frac{1}{3}} \quad (3.4)$$

Enfin, la résultante de la tension interfaciale à la ligne de contact s'écrit (voir fig. 3.2):

$$F_\gamma = \oint_{\mathcal{L}} \gamma \cos \theta \cos \beta d\mathcal{L} \quad (3.5)$$

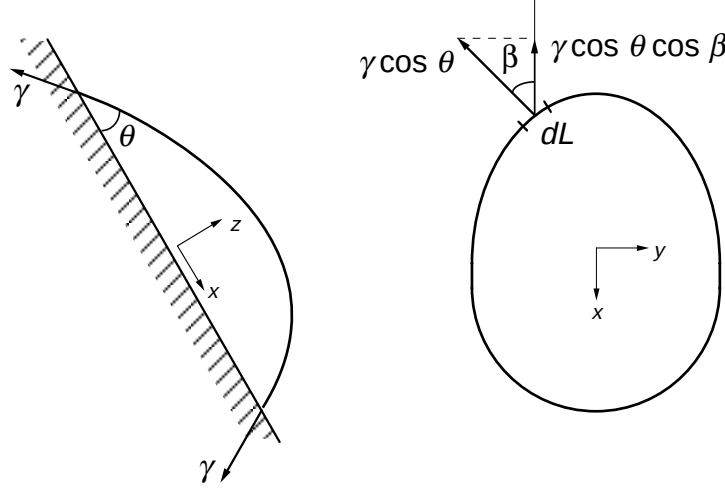


FIG. 3.2 – Tension interfaciale à la ligne de contact.

où $\mathcal{L}$ est le périmètre de la goutte, β l'angle local entre la normale à la ligne de contact et la direction opposée à celle de l'écoulement, et θ l'angle de contact local (non uniforme sur le pourtour de la goutte du fait de l'hystérésis de l'angle de contact et de sa variation avec la vitesse).

On peut réécrire l'équation 3.5 sous la forme :

$$F_\gamma = \gamma \mathcal{L} \Delta_\theta \sim \gamma \mathcal{V}^{\frac{1}{3}} \Delta_\theta \quad (3.6)$$

avec

$$\Delta_\theta = \frac{1}{\mathcal{L}} \oint_{\mathcal{L}} \cos \theta \cos \beta d\mathcal{L}. \quad (3.7)$$

Δ_θ traduit la distribution de l'angle de contact autour de la goutte, et constitue en quelque sorte un facteur de projection moyen de la tension de surface. Ce facteur étant fonction de la forme de la goutte et de l'angle de contact qui dépendent de la vitesse, il n'est pas constant *a priori*.

La condition d'équilibre des forces s'exerçant sur la goutte $P = F_\eta + F_\gamma$ s'écrit alors :

$$\rho \mathcal{V}^{\frac{2}{3}} g \sin \alpha \sim \eta U + \gamma \Delta_\theta \quad (3.8)$$

Il est commode d'introduire les nombres capillaire Ca et de Bond Bo définis par :

$$Ca = \frac{\eta U}{\gamma} \quad (3.9)$$

$$Bo = \frac{\rho g \sin \alpha}{\gamma} \mathcal{V}^{\frac{2}{3}} \quad (3.10)$$

On obtient finalement la relation suivante, gouvernant le mouvement des gouttes :

$$Ca \sim Bo - \Delta_\theta \quad (3.11)$$

Ce résultat approximatif confirme l'intuition et l'expérience courante : on s'attend à ce qu'une goutte aille d'autant plus vite qu'elle est grosse et que la pente est forte. Par ailleurs, on voit qu'il existe un nombre de Bond minimal $Bo_c \sim \Delta_\theta$ en deçà duquel la goutte reste ancrée au support, c'est à dire pour une inclinaison α donnée, un volume critique $\mathcal{V}_c$ de goutte pour que le glissement soit possible, ou encore pour un volume de goutte $\mathcal{V}$ donné une inclinaison critique α_c à partir de laquelle la goutte commence à glisser.

En situation d'équilibre marginal, on peut calculer explicitement Δ_θ en fonction des paramètres de la goutte. Lorsque la goutte est sur le point d'avancer, l'angle de contact est θ_a à l'avant et θ_r à l'arrière comme le montre la figure 3.3.

Avec les notations de cette figure, $\cos \beta d\mathcal{L} = dy$. On a alors :

$$\Delta_\theta = \frac{2}{\mathcal{L}} \left[\gamma \int_0^{w/2} \cos \theta_r dy + \gamma \int_{w/2}^0 \cos \theta_a dy \right] = \frac{1}{\mathcal{L}} w \gamma (\cos \theta_r - \cos \theta_a) \quad (3.12)$$

En écrivant l'égalité des expressions 3.1 et 3.6, on retrouve le résultat établi par Furmidge [33] et redémontré par Dussan et Chow [29], donnant l'expression de l'inclinaison critique α_c à partir duquel une goutte commence à couler :

$$\rho \mathcal{V} g \sin \alpha_c = w \gamma (\cos \theta_r - \cos \theta_a) \quad (3.13)$$

Comme le font remarquer Dussan et Chow [29], cette relation n'est pas prédictive, puisque la largeur de la goutte w n'est pas connue *a priori*. Cependant, Furmidge [33] a vérifié *a posteriori* qu'elle était en excellent accord avec ses résultats expérimentaux.

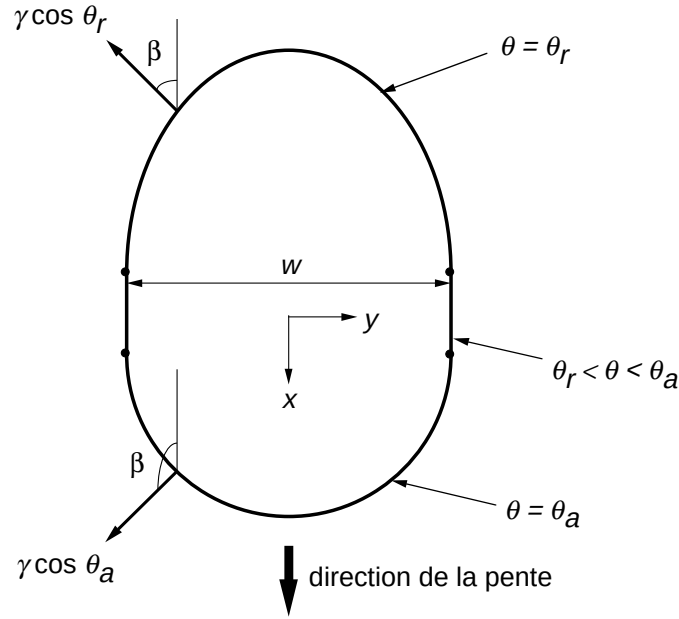


FIG. 3.3 – Vue schématique du contour d'une goutte à l'inclinaison critique ($Bo = Bo_c$). L'angle de contact θ est égal à l'angle d'avancée statique θ_a à l'avant de la goutte et à l'angle de recul θ_r à l'arrière. Quel que soit l'état de la goutte (statique ou en mouvement), il existe une zone de raccordement plus ou moins longue dans laquelle l'angle varie continument entre θ_a et θ_r . Cette gamme d'angle correspondant à une ligne de contact statique, celle-ci est nécessairement perpendiculaire à la direction de l'écoulement (voir par exemple la figure 2.5).

3.2 Mesures et observations

Pour chaque huile silicone, on a effectué une étude systématique en faisant varier l'inclinaison de la plaque et la taille des gouttes. Pour chaque jeu de paramètres, la vitesse des gouttes a été mesurée et leur forme enregistrée. La détermination du régime d'écoulement est parfois ambiguë, en particulier au voisinage de la transition *ovale - pointue* où la distinction visuelle entre un arc d'ovale et un angle très obtus est assez arbitraire. Les mesures de vitesse brutes sont représentées sur les figures 3.4-a, 3.4-b et 3.4-c en fonction de l'inclinaison du support pour différentes masses de gouttes¹.

Pour chaque série de données, il existe une inclinaison minimale à partir de laquelle les gouttes ont une vitesse non nulle. Au delà, la vitesse augmente linéairement avec $\sin \alpha$, la pente étant de plus en plus forte lorsque les différents régimes se succèdent. Enfin, on constate sans surprise que la vitesse est d'autant plus grande que la goutte est grosse.

L'observation suivante est plus remarquable : la transition entre les différents régimes semble se produire à une vitesse indépendante de la taille de la goutte.

Ces données peuvent être renormalisées en introduisant les nombres Ca et Bo de l'équation 3.11. On constate sur la figure 3.5 que pour chaque fluide cette renormalisation regroupe l'ensemble des données sur une seule courbe maîtresse. Ceci confirme l'existence d'une loi de la forme de l'équation 3.11, et impose que Δ_θ dépende assez peu de la taille de la goutte.

Par extrapolation des données du régime de gouttes ovales, on détermine le nombre de Bond critique Bo_c pour chaque liquide (voir tableau 3.1). On détermine également les nombres capillaires de transition ovale-pointue Ca_1 et pointue-perlante Ca_2 qui ne dépendent que des propriétés physiques du fluide et du substrat, mais pas du volume des gouttes qui varie d'un ordre de grandeur dans ces expériences.

Le régime de gouttes pointues délimité par Ca_1 et Ca_2 fait l'objet du chapitre suivant.

1. La masse des gouttes indiquée sur les graphes est une masse moyenne calculée pour chaque série de données. Il existe en réalité de petites fluctuations du système d'injection, liées notamment au fait que la taille des gouttes dépend légèrement de l'inclinaison de la pipette. On a tenu compte de la masse réelle des gouttes pour les calculs de nombre de Bond dans la suite.

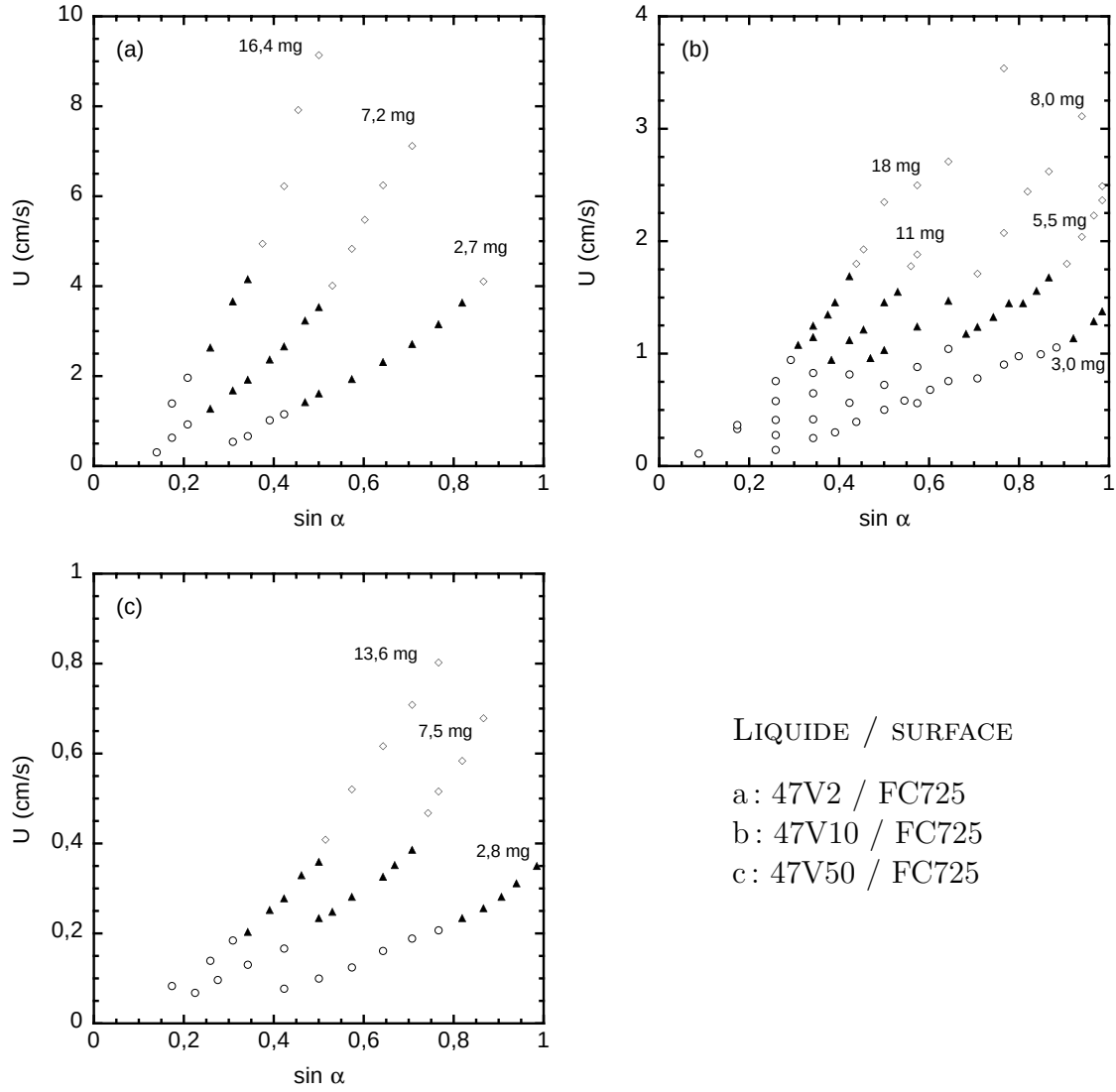


FIG. 3.4 – Vitesse de gouttes de différentes tailles et régimes d'écoulement correspondants en fonction de l'inclinaison de la plaque. ($\circ$: gouttes ovales ; $\blacktriangle$: gouttes pointues ; $\diamond$: gouttes perlantes)

couple fluide/substrat	Bo_c	Ca_1	Ca_2
47V2 / FC725	0, 18	$1,7 \times 10^{-3}$	$5,1 \times 10^{-3}$
47V10 / FC725	0, 16	$4,4 \times 10^{-3}$	$7,8 \times 10^{-3}$
47V50 / FC725	0, 19	$5,0 \times 10^{-3}$	$9,6 \times 10^{-3}$

TAB. 3.1 – Nombre de Bond critique et nombres capillaires de transition

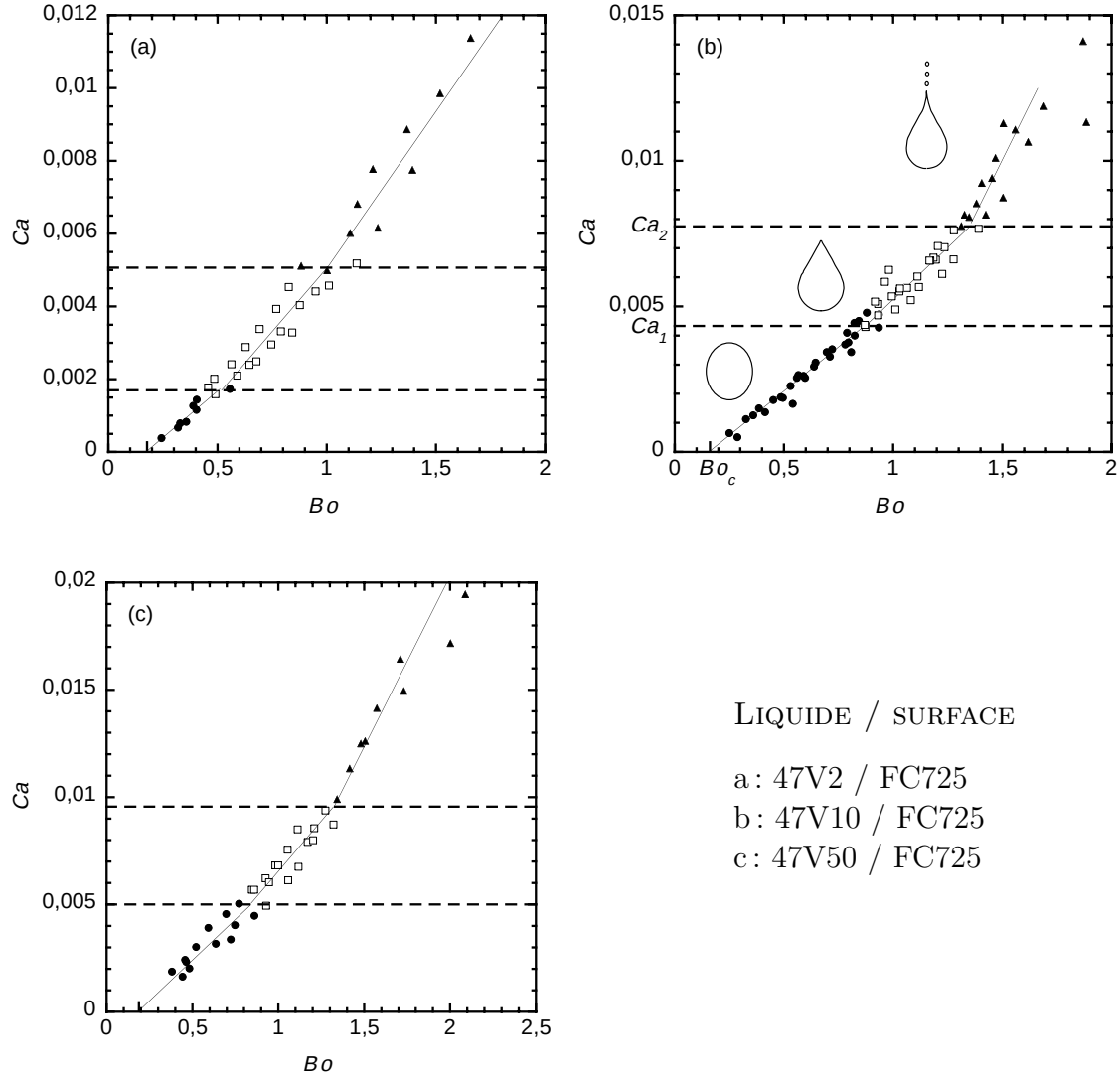


FIG. 3.5 – $Ca = f(Bo)$ et régimes d'écoulement correspondants. ($\circ$: gouttes ovales ; $\blacktriangle$: gouttes pointues ; $\diamond$: gouttes perlantes). Les lignes horizontales matérialisent les transitions entre les différents régimes. Le nombre de Bond critique Bo_c et les nombres capillaires de transition Ca_1 et Ca_2 sont définis sur le graphe (b).

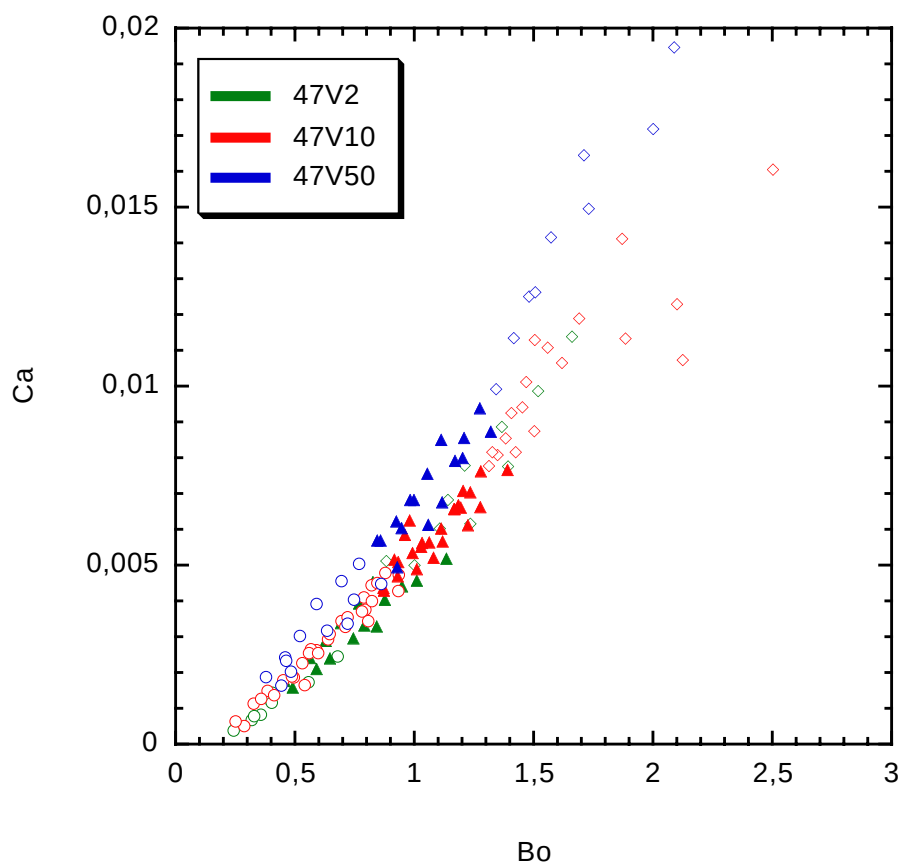


FIG. 3.6 – Ca en fonction de Bo pour l'ensemble des données expérimentales recueillies pour les huiles silicones. $\circ$: gouttes ovales ; $\blacktriangle$: gouttes pointues ; $\diamond$: gouttes perlantes

Chapitre 4

Régime de gouttes pointues

4.1 Origine du phénomène

Les résultats expérimentaux exposés au chapitre précédent montrent que les transitions entre différents régimes d'écoulement se fait à nombre capillaire constant — donc à vitesse constante — indépendamment du volume de la goutte. On est tenté d'en déduire que l'existence de lignes de contact anguleuses dans le régime de gouttes pointues est un phénomène *local*, lié au processus de dé mouillage qui se déroule à l'arrière de la goutte lorsque celle-ci avance. Le volume de la goutte ne semble intervenir que pour imposer la vitesse d'ensemble.

Des phénomènes semblables sont observés dans le contexte d'études appliquées à l'enduction de surface par des liquides (*coating* [46]). Lorsque l'on cherche à déposer un fluide sur un substrat solide qui défile à grande vitesse, un entrainement d'air entre le solide et le liquide se produit si la vitesse d'enduction est trop rapide. A la limite de l'entrainement, la ligne de contact n'est plus rectiligne mais adopte une forme anguleuse. Blake et Ruschak [7] ont également observé ce phénomène en situation de dé mouillage, en tirant un substrat d'un bain. Dans cette situation, la ligne de contact est rectiligne et horizontale à faible vitesse, et prend une forme stationnaire de dents de scie quand la vitesse devient supérieure à un seuil. A plus haute vitesse, la pointe de ces dents de scie émet des gouttelettes qui sont entraînées par le substrat, de façon analogue aux gouttes perlantes observées dans nos expériences.

L'existence d'une vitesse maximale de mouillage ou de dé mouillage peut s'interpréter en termes d'angle de contact dynamique. Il est connu que cet angle dépend de la vitesse de la ligne de contact, ou plus précisément du nombre capillaire Ca [8].

Bien qu'il n'existe pas de théorie générale applicable à tous les couples fluide/substrat, le comportement de l'angle de contact dynamique θ_d est bien représenté par une théorie dite «hydrodynamique» [20, 84] pour de nombreux fluides.

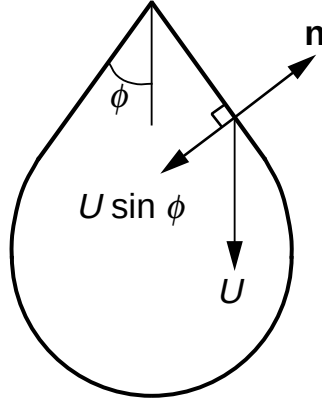
Pour des angles de contact inférieurs à $3\pi/4$, le résultat de Voinov [84] prend la forme suivante :

$$\theta_d^3 - \theta_w^3 = 9Ca \ln \frac{Y}{Y_w} \quad (4.1)$$

où θ_w est l'angle de contact à une distance Y_w microscopique de la ligne de contact, distance à laquelle Voinov tronque son calcul pour éviter la singularité des contraintes visqueuses à la ligne de contact, et Y est la distance macroscopique sur laquelle est défini l'angle de contact dynamique θ_d (de l'ordre du millimètre). De Gennes [21] arrive à un résultat similaire, ainsi que Cox [20], en assimilant Y_w à L_s , distance sur laquelle il fait intervenir un glissement (*slip*) à l'interface liquide-solide (de l'ordre de quelques tailles moléculaires). Pour des raisons de simplification, nous supposons que θ_w est indépendant de la vitesse et donc égal à l'angle de contact statique ($\theta_w = \theta_a$ pour une ligne de contact qui avance, $\theta_w = \theta_r$ pour une ligne de contact qui recule). Dans la réalité, il est probable que θ_w varie avec la vitesse de la ligne de contact, plus faiblement cependant que θ_d , la «rigidité» de l'interface ayant une plus grande influence à petite échelle.

Dans ces conditions, lorsque la vitesse d'une ligne de contact augmente en situation de mouillage dynamique, θ_d augmente jusqu'à atteindre 180° , conduisant à un entrainement d'air sous le liquide. Inversement, dans une situation de démouillage, θ_d diminue jusqu'à atteindre 0° , angle pour lequel le liquide peut ne plus suivre le mouvement du solide qui défile sous lui et commence à entraîner des gouttes, voire tout un film de liquide.

La variation de l'angle de contact dynamique θ_d avec la vitesse est une conséquence de la déformation de la surface libre par les forces hydrodynamiques. On peut considérer en première approximation, à la manière de Blake et Ruschak [7], que cette déformation d'interface est due essentiellement à la composante de la vitesse U normale à la ligne de contact, soit $U \sin \phi$ où ϕ est l'angle entre la ligne de contact et la direction de l'écoulement. Ces auteurs interprètent l'existence de lignes de contact en dents de scie dans leur expérience de retrait d'un substrat d'un bain à vitesse constante comme un moyen pour le système de maintenir un angle de contact nul tout en n'entraînant pas de liquide : grâce au facteur de projection $\sin \phi$, la vitesse normale à la ligne de contact reste en deçà ou à la limite du seuil d'entraînement

FIG. 4.1 – *Schema d'une goutte dans le régime de coins et notations.*

tandis que la vitesse totale est bien au delà. Cette situation est probablement plus favorable énergétiquement, l'entraînement de liquide provoquant une création d'interface et de l'énergie de surface associée conséquente. Les données de Blake et Ruschak semblent en accord avec l'hypothèse $U \sin \phi = U_l$ où U_l est une «vitesse maximale de démouillage» [7] dans le régime de lignes de contact anguleuses. On peut penser que cet argument s'applique également aux gouttes ruisselant sur un plan incliné, dans le régime de gouttes pointues (voir fig. 4.1 pour les notations).

Nous pouvons tenter d'aller plus loin que ce résultat, en introduisant le modèle hydrodynamique d'angle de contact évoqué ci-dessus. En supposant que l'angle de contact dynamique macroscopique à l'arrière de la goutte θ_d est nul ou négligeable devant l'angle de contact statique en régime de gouttes pointues, l'équation 4.1 impose la relation suivante entre le nombre capillaire et l'angle ϕ dans tout ce régime :

$$Ca \sin \phi = \frac{A}{\theta_r^3} \quad (4.2)$$

avec

$$A = \frac{1}{9} \left(\ln \frac{Y}{Y_w} \right)^{-1} \quad (4.3)$$

La section suivante compare quantitativement cette prédiction aux mesures expérimentales.

4.2 Mesures de l'angle au sommet

Lorsque la vitesse des gouttes augmente, l'angle au sommet du coin à l'arrière de la goutte diminue, comme le prévoit l'équation 4.2. La figure 4.2 montre la diminution de cet angle dans le régime de gouttes pointues, lorsque l'on passe progressivement d'une goutte ovale (a) à une goutte perlante (f). Il est intéressant de noter que sur cette figure l'angle au sommet juste avant la transition vers le régime perlant (fig. 4.2-e) est voisin de 60° , soit $\phi \simeq 30^\circ$. Ce résultat est une constante dans nos expériences, comme nous le verrons ci-dessous.

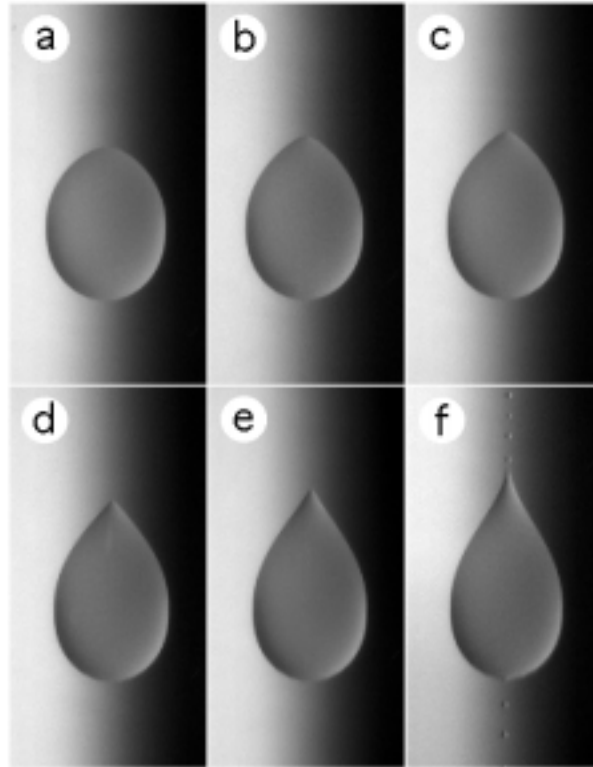


FIG. 4.2 – *Evolution de la forme de la goutte à vitesse croissante dans le régime de gouttes pointues.*

Les données expérimentales recueillies permettent de mesurer le demi-angle au sommet ϕ pour les différentes huiles silicones utilisées avec différentes tailles de gouttes. On a également fait quelques mesures en faisant ruisseler des gouttes d'eau sur un support plastique (polyacrylate). Ces dernières mesures sont certes moins précises du fait de conditions expérimentales moins favorables (liquide et substrat

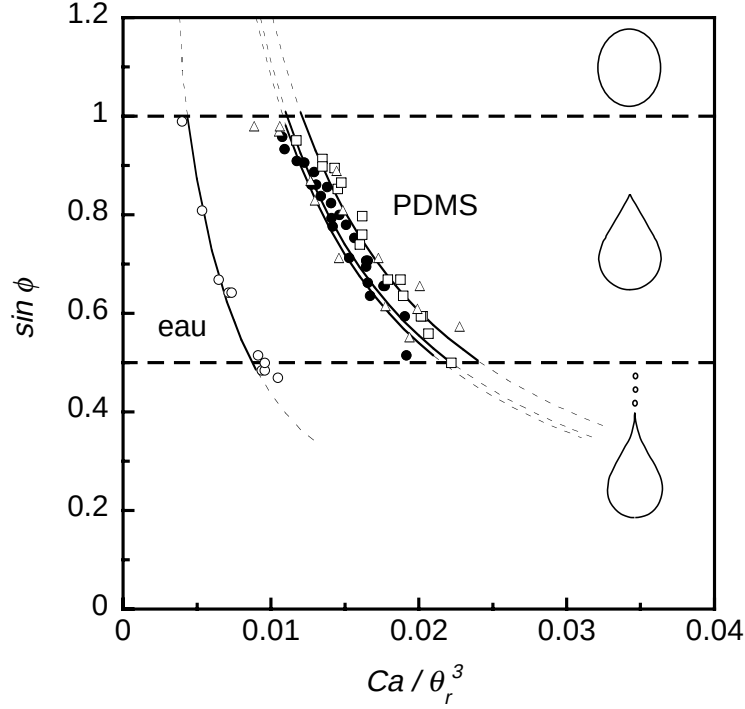


FIG. 4.3 — Variations de $\sin \phi$ en fonction de Ca/θ_r^3 pour différentes tailles de gouttes et différents couples fluide/substrat. ($\triangle$: 47V2/FC725; $\bullet$: 47V10 / FC725; $\square$: 47V50/FC725; $\circ$: eau/PA). Les courbes en traits continus représentent un ajustement d'une loi en $(Ca/\theta_r^3)^{-1}$ sur chaque série de données expérimentales. Les coefficients d'ajustement sont regroupés dans le tableau 4.1

moins bien contrôlés et vitesse des gouttes plus grande rendant la prise de vue plus délicate), mais elles nous ont paru nécessaires à une plus grande généralité des résultats.

Comme le suggère l'équation 4.2, on a reporté sur la figure 4.3 les valeurs expérimentales de $\sin \phi$ en fonction de Ca/θ_r^3 .

On constate que $\sin \phi$ suit une loi en $(Ca/\theta_r^3)^{-1}$ en accord qualitatif avec l'équation 4.2. La constante expérimentale A_{exp} pour chaque couple fluide/substrat, obtenue en ajustant la loi 4.2 sur les données expérimentales, est reportée dans le tableau 4.1, ainsi qu'une estimation théorique A_{th} de cette constante basée sur une longueur de coupure Y_w de l'ordre de 10 tailles moléculaires. On obtient un accord quantitatif quasi-parfait pour les huiles silicones, et des constantes A_{exp} et A_{th} du même ordre de grandeur pour l'eau.

On peut donc raisonnablement penser que l'hypothèse d'angle de contact dy-

couple fluide/substrat	Y_w (nm)	Y (mm)	A_{th}	A_{exp}
47V2 / FC725	10	1	$9,7 \times 10^{-3}$	$1,1 \times 10^{-2}$
47V10 / FC725	20	1	$1,0 \times 10^{-2}$	$1,1 \times 10^{-2}$
47V50 / FC725	60	1	$1,1 \times 10^{-2}$	$1,2 \times 10^{-2}$
eau / PA	1	1	$8,0 \times 10^{-3}$	$3,9 \times 10^{-3}$

TAB. 4.1 – Constantes expérimentales et théoriques intervenant dans l'équation 4.2

namique nul ou très petit dans la partie anguleuse de la goutte est correcte. On confirme ainsi le résultat de Blake et Ruschak de manière quantitative, ces auteurs s'étant limités à vérifier que la composante de vitesse normale à la ligne de contact $\mathbf{U} \cdot \mathbf{n} = U \sin \phi$ est une constante, sans y adjoindre de modèle d'angle de contact dynamique.

Un résultat général se dégage donc à ce stade : une ligne de contact dans un processus de démouillage adopte une forme en dents de scie dès que sa vitesse devient telle que l'angle de contact dynamique est nul (ou très proche de zéro). Ce principe s'applique à toute les géométries d'écoulement faisant intervenir une ligne de contact qui recule : démouillage d'une plaque tirée d'un bain, ruissellement de gouttes... Il serait intéressant de vérifier si ce type de ligne de contact anguleuse peut être observée dans des expériences de démouillage de films liquides sur des surfaces horizontales. La vitesse de démouillage n'est pas constante dans ce cas, mais si elle atteint une vitesse suffisante, le phénomène doit pouvoir être observé, au moins de manière transitoire.

Cette transition a lieu pour $\phi = 90^\circ$, soit un nombre capillaire critique d'apparition de lignes de contact anguleuses :

$$Ca_1 = \frac{A}{\theta_r^3} \quad (4.4)$$

Ce nombre capillaire correspond à la transition de gouttes ovales à gouttes pointues dans nos expériences.

Le régime de gouttes pointues présente une caractéristique remarquable : la gamme d'angles ϕ autorisée est bornée comme on peut le constater sur la figure 4.3. Quels que soient le fluide et le substrat utilisés le régime de gouttes pointues

débute à $\sin \phi \simeq 1$, correspondant à une transition sans discontinuité depuis le régime de gouttes ovales, et cesse pour $\sin \phi \simeq 1/2$ soit $\phi \simeq 30^\circ$. Dès que l'arrière de la goutte atteint cet angle, un cusp apparaît et des gouttelettes sont émises dans le sillage.

Cet angle correspond à un nombre capillaire critique :

$$Ca_2 = 2 \frac{A}{\theta_r^3} = 2Ca_1 \quad (4.5)$$

Il n'est pas fait mention de cet angle critique de 30° dans les travaux de Blake et Ruschak. Cependant, il semble que leurs données publiées soient compatibles avec notre observation.

Nous ne sommes actuellement pas en mesure d'expliquer l'origine de cette transition se manifestant par l'émission de gouttes satellites à $\phi = 30^\circ$. Cependant, des tentatives de calculs basés sur les hypothèses de lubrification et entreprises en collaboration avec H. A. Stone¹ et S. K. Wilson² suggèrent qu'il existe un subtil équilibre entre forces visqueuses, capillaires et de gravité au voisinage de cet angle.

1. *Division of Engineering and Applied Sciences, Harvard University, Cambridge, MA, USA*
 2. *Department of Mathematics, University of Strathclyde, Glasgow, UK*

Troisième partie

Ecoulement sur une cascade de tubes horizontaux

Chapitre 1

Introduction

Dans un certain nombre de processus industriels, on rencontre des échangeurs de chaleur constitués de faisceaux de tubes métalliques horizontaux chauffés, sur lesquels un liquide ruisselle en cascade.

Il importe pour un fonctionnement optimal de l'installation de réaliser un arrosage aussi uniforme que possible de la surface d'échange, en évitant la formation de zones sèches qui ont pour conséquence la dégradation des performances de l'échangeur. Des observations effectuées sur sites industriels suggèrent une tendance au drainage des zones de faible débit au profit des zones de fort débit. Les effets capillaires pourraient alors dominer et conduire au démouillage dans les zones peu alimentées (l'eau mouille en effet très mal l'acier ou les autres métaux utilisés dans la fabrication des tubes). Dans une certaine mesure ces effets peuvent être au moins partiellement compensés par la «pression» exercée par l'écoulement de ruissellement sur ces lignes frontières [34, 36, 54], et qui tend à «étaler» les films.

De nombreuses études sont rapportées dans la littérature des échangeurs de chaleur concernant l'écoulement sur des surfaces chauffées (souvent tubulaires). Cependant, dans la plupart de ces études, le démouillage de la surface intervient à la suite de forts échauffements et éventuellement d'ébullition en surface. Elles ne considèrent donc que des conditions de chauffage «dures» [2, 34, 88]. D'autres se consacrent plutôt à l'étude du transfert de chaleur à travers un film en écoulement sur un tube [1, 18, 66, 70, 71]. D'autres se consacrent plus spécifiquement à l'écoulement sur un tube sans considérations d'échange thermique [25].

Les conditions thermodynamiques des unités de distillation à effets multiples sont cependant relativement plus douces. On évite en particulier de chauffer trop

fortement pour ne pas entraîner une ébullition à la surface du métal, qui provoquerait un entartrage rapide de la surface d'échange : l'évaporation de l'eau se fait à la surface libre. On peut donc penser que les problèmes de démouillage dans ces dispositifs sont davantage liés à des phénomènes purement hydrodynamiques.

Par ailleurs, l'ensemble des études mentionnées plus haut se consacre à l'étude de l'écoulement (en général laminaire) sur un tube unique. Il n'existe pas à notre connaissance d'étude expérimentale de l'écoulement sur une cascade de tubes où le liquide ruisselle d'étage en étage et où des effets de couplage entre les écoulements de fluides à différents étages peuvent probablement être observés.

L'objectif essentiel de cette étude est donc de mettre en évidence et de caractériser les mécanismes purement hydrodynamiques de dégradation de l'homogénéité du débit et d'apparition de zones sèches sur le faisceau de tubes.

Les études réalisées sur plan incliné suggèrent par analogie l'existence d'un débit critique au delà duquel les tubes sont complètement mouillés (bien que ce système soit plus complexe, faisant intervenir en particulier des effets inertiels liés à l'accélération du liquide dans sa chute entre deux tubes successifs). On s'est donc essentiellement attaché dans cette partie du mémoire à mesurer et caractériser ce débit seuil, ainsi que le comportement du système au voisinage de ce seuil.

Pour des raisons de confidentialité, seule une partie des résultats est exposée ici. On y met notamment en évidence le caractère hystérétique du système, ainsi que l'existence d'un mécanisme de dégradation du débit conduisant à la formation de zones sèches stationnaires. D'autres expériences, menées notamment dans un réseau de tubes tridimensionnels ayant fait l'objet d'un montage expérimental spécifique et faisant intervenir des mécanismes d'éjection liées à des déviations de jet de type *tea-pot* [45] sont rapportées dans un document séparé d'accès restreint.

Chapitre 2

Dispositifs expérimentaux

2.1 Montages

Le principe général de l'expérience est représenté en figure 2.1. La partie du montage réservée à l'écoulement que l'on veut étudier est constituée d'une rangée de tubes cylindriques horizontaux disposés les uns sous les autres dans un plan vertical. Ces tubes en acier inoxydable ont un diamètre ϕ de 25 mm et une longueur de 115 cm. Ils sont maintenus sur un bâti en profilés NORCAN par l'intermédiaire de fixations de position réglable, ce qui permet de faire varier la distance entre axes de deux tubes consécutifs de 36 mm à l'infini. La longueur de tube disponible pour l'écoulement entre ses deux fixations est de 105 cm.

Le circuit hydraulique est composé d'une pompe centrifuge puisant l'eau dans un réservoir bas et alimentant un réservoir à niveau constant. L'eau passe ensuite à travers une vanne de régulation et un débitmètre à flotteur Brooks¹ vers le système d'alimentation décrit ci-après. Ce dispositif réalise une injection de liquide sur le premier tube de l'expérience. L'eau ruisselle alors par gravité sur la cascade de tubes et retourne au réservoir bas.

Le réservoir à niveau constant assure une pression constante. La surface libre dans ce bac est située à environ 50 cm au dessus de la sortie du système d'alimentation.

Le dispositif d'alimentation est schématisé en figure 2.2. Il est constitué d'un tube cylindrique de 63 mm de diamètre et 110 cm de long, servant de réservoir. Une centaine de petits tubes souples (injecteurs) de 2 mm de diamètre interne et environ

1. Deux débitmètres couvrant deux gammes de débit différentes sont placés en parallèle. Les gammes utiles sont respectivement 10–95 g.s⁻¹ et 4–30 g.s⁻¹

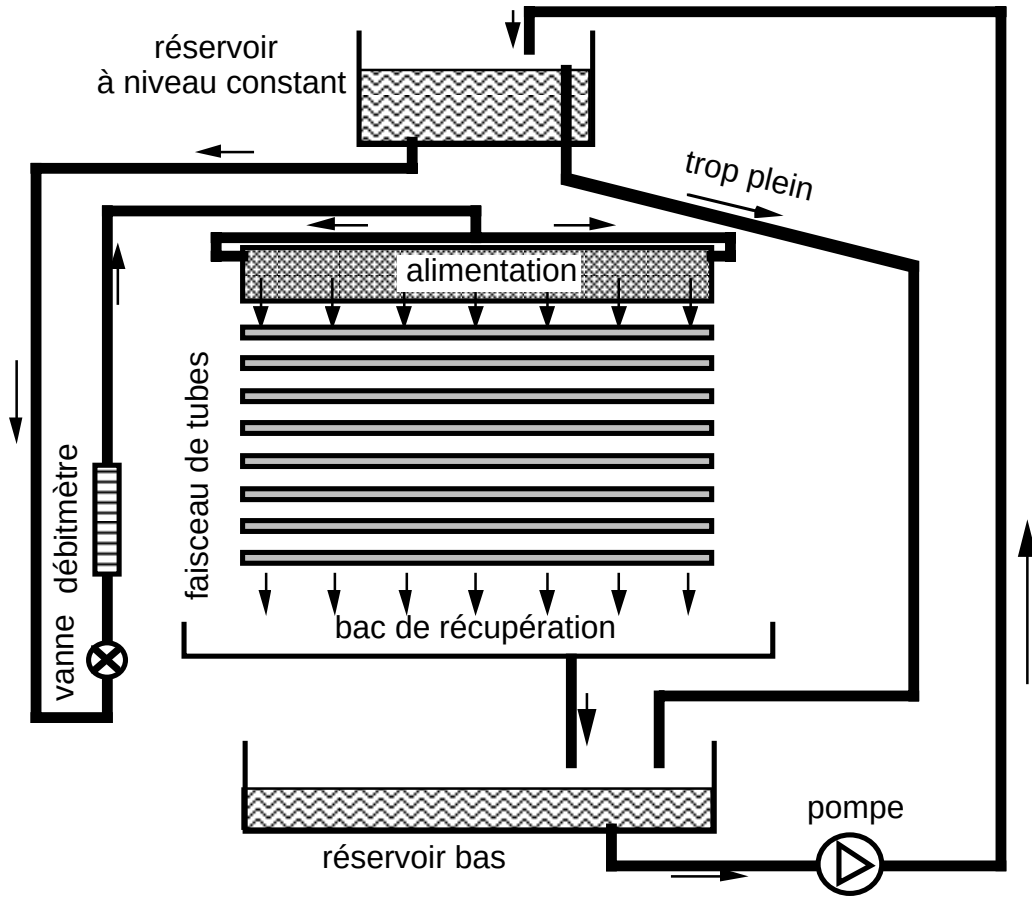


FIG. 2.1 – Schéma de principe de l'expérience de ruissellement sur une cascade de tubes.

30 cm de long² est connectée au tube réservoir selon sa génératrice supérieure à raison d'un tous les centimètres sur les 105 cm de largeur efficace du réseau de tubes. L'autre extrémité des injecteurs est alignée de façon à réaliser une alimentation uniforme du premier tube de la cascade.

Des tests d'homogénéité du débit en sortie du dispositif d'alimentation ont été réalisés. Ils indiquent que les fluctuations de débit local (mesuré en effectuant une moyenne sur une longueur de 10 cm, voir section 2.2.2) sont inférieures à 5% sur toute la largeur de l'écoulement.

2. Les diamètres et longueurs des injecteurs et du tube-réservoir ont été calculés de façon à ce que la perte de charge à travers les injecteurs soit nettement plus importante que la perte de charge le long du tube réservoir. Ceci assure une pression quasi-constante dans le tube-réservoir et donc un débit uniforme en sortie.

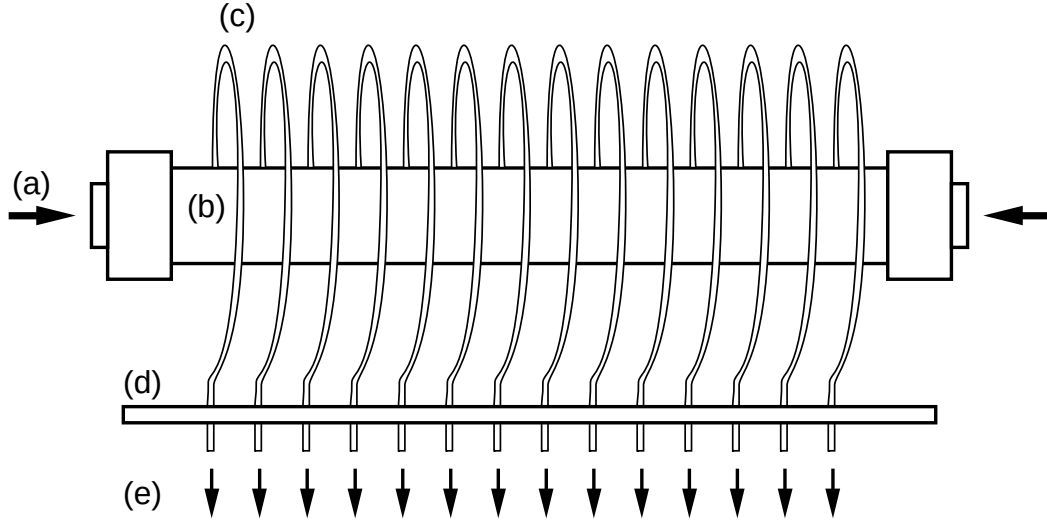


FIG. 2.2 – *Système d'alimentation du réseau de tubes. (a): arrivée de liquide; (b): cylindre-réservoir; (c): tubes injecteurs; (d): barre d'alignement; (e): sortie de liquide vers la cascade de tubes. Tous les tubes injecteurs ne sont pas représentés, pour plus de clarté.*

Dans la caractérisation expérimentale des phénomènes, on n'utilisera pas la valeur du débit total injecté, ni le débit linéique calculé en rapportant le débit total à la largeur du système d'injection, mais plutôt la moitié de cette dernière valeur, qui représente le débit linéique s'écoulant sur chaque face d'un tube et conditionnant donc l'épaisseur du film d'eau. Ce débit vaut :

$$\Gamma = \frac{Q}{2\rho L} \quad (2.1)$$

où Q est le débit massique total injecté (mesuré par l'intermédiaire des débitmètres à flotteur), et L la largeur de l'injecteur (105 cm).

Les expériences ont été réalisées avec de l'eau additionnée d'une petite quantité d'eau de Javel pour éviter la prolifération d'algues dans le circuit.

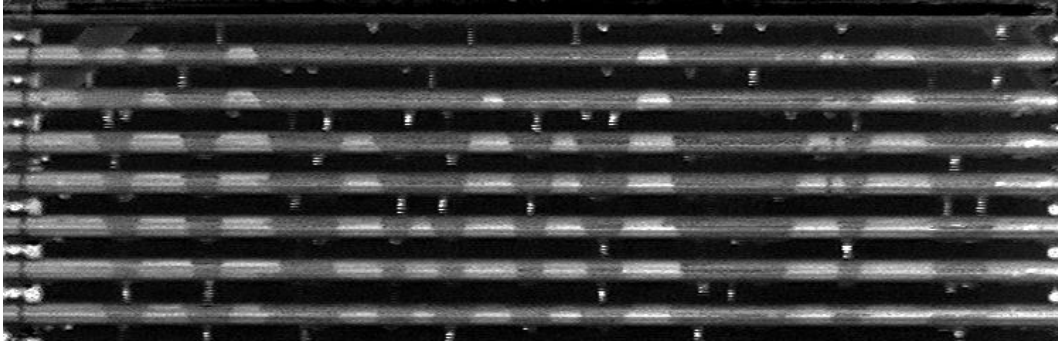


FIG. 2.3 – *Écoulement dans une cascade de tubes. Les zones sèches sont plus claires. Remarquer la propagation des zones sèches d'un tube à l'autre et l'écoulement sous forme de gouttes d'un tube au suivant.*

2.2 Systèmes d'acquisition et techniques de mesure

Les expériences consistent à faire ruisseler de l'eau à débit constant sur la cascade de tubes (on s'intéresse aux états stationnaires du système), et à observer deux caractéristiques principales de l'écoulement. La plus visible est liée à l'existence de zones sèches stationnaires dans le système, telles qu'elles apparaissent sur la figure 2.3. Du point de vue statistique, nous pouvons caractériser ce phénomène par la valeur de la fraction de surface sèche d'un tube, que l'on désignera par la suite par le terme d'*indice d'assèchement*. Une deuxième caractérisation importante du système peut être faite en mesurant la répartition de débit le long d'un tube de l'installation. Cette observation permet de mettre en évidence une éventuelle redistribution du liquide d'un étage à l'autre.

Ces deux caractéristiques sont étudiées à l'aide des techniques décrites dans les sections suivantes, en fonction du débit d'alimentation de l'expérience et de la géométrie de la rangée de tubes (distance entre-axes principalement).

2.2.1 Mesures de l'état de mouillage

S'il est relativement aisé de repérer à l'œil nu la présence d'une zone sèche sur un tube métallique arrosé par de l'eau, notamment grâce à la nature différente de la réflexion de la lumière, il est beaucoup plus délicat en revanche d'enregistrer ce phénomène à l'aide d'une caméra fixe par rapport à l'expérience, et d'obtenir des

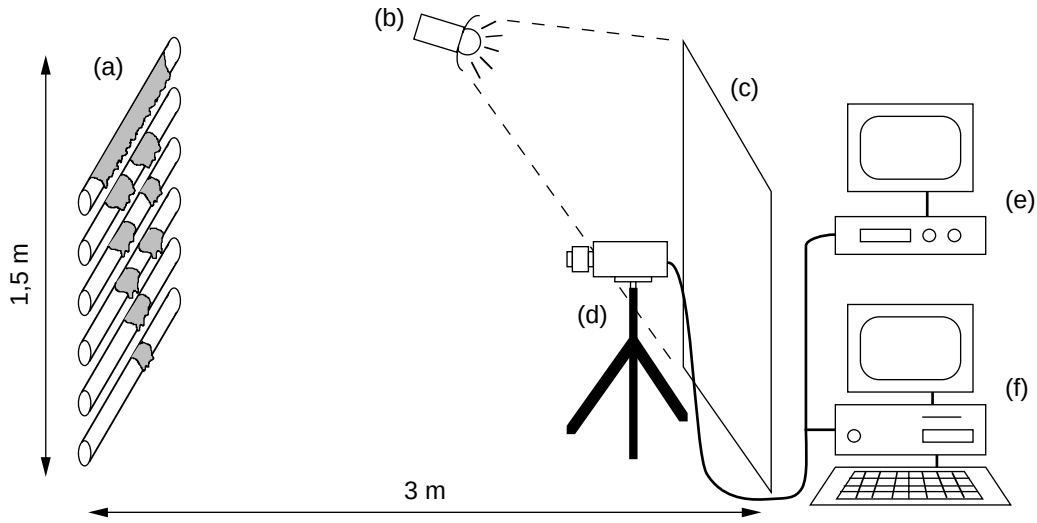


FIG. 2.4 – Système d'éclairage et d'acquisition d'images. (a): cascade de tubes; (b): projecteur; (c): écran rétrodiffusant; (d): caméra CCD (COHU); (e): magnétoscope et moniteur; (f): Macintosh G3 et carte d'acquisition.

conditions de visualisation permettant une mesure systématique et reproductible.

Le principe du système de visualisation et d'acquisition d'images est exposé en figure 2.4. L'utilisation de surfaces métalliques comme celle des tubes requiert des conditions d'éclairage particulier. Tout éclairage directif est en effet à proscrire, pour éviter les réflexions métalliques qui saturent les images. On a donc recours à un éclairage diffus et indirect grâce à un écran blanc de grandes dimensions. Dans ces conditions, les parties sèches de la surface des tubes apparaissent légèrement plus claires que les parties mouillées. Le contraste est faible, mais suffisant pour être exploité à l'aide d'un traitement d'images approprié.

Les images sont produites par une caméra CCD COHU munie d'un objectif de 16 mm de diamètre, et peuvent être enregistrées sur bande video ou sur un ordinateur muni d'une carte d'acquisition. L'éclairement moyen étant assez faible, il est nécessaire d'effectuer une moyenne sur plusieurs images acquises successivement afin de supprimer en grande partie le bruit lié à l'utilisation d'un gain assez fort du capteur CCD.

Les images de l'écoulement sont ensuite exploitées grâce à un ensemble de macros de traitement et d'analyse écrites spécialement pour cette expérience, sous NIH Image. Le but de ce traitement est le repérage des zones sèches sur les tubes et

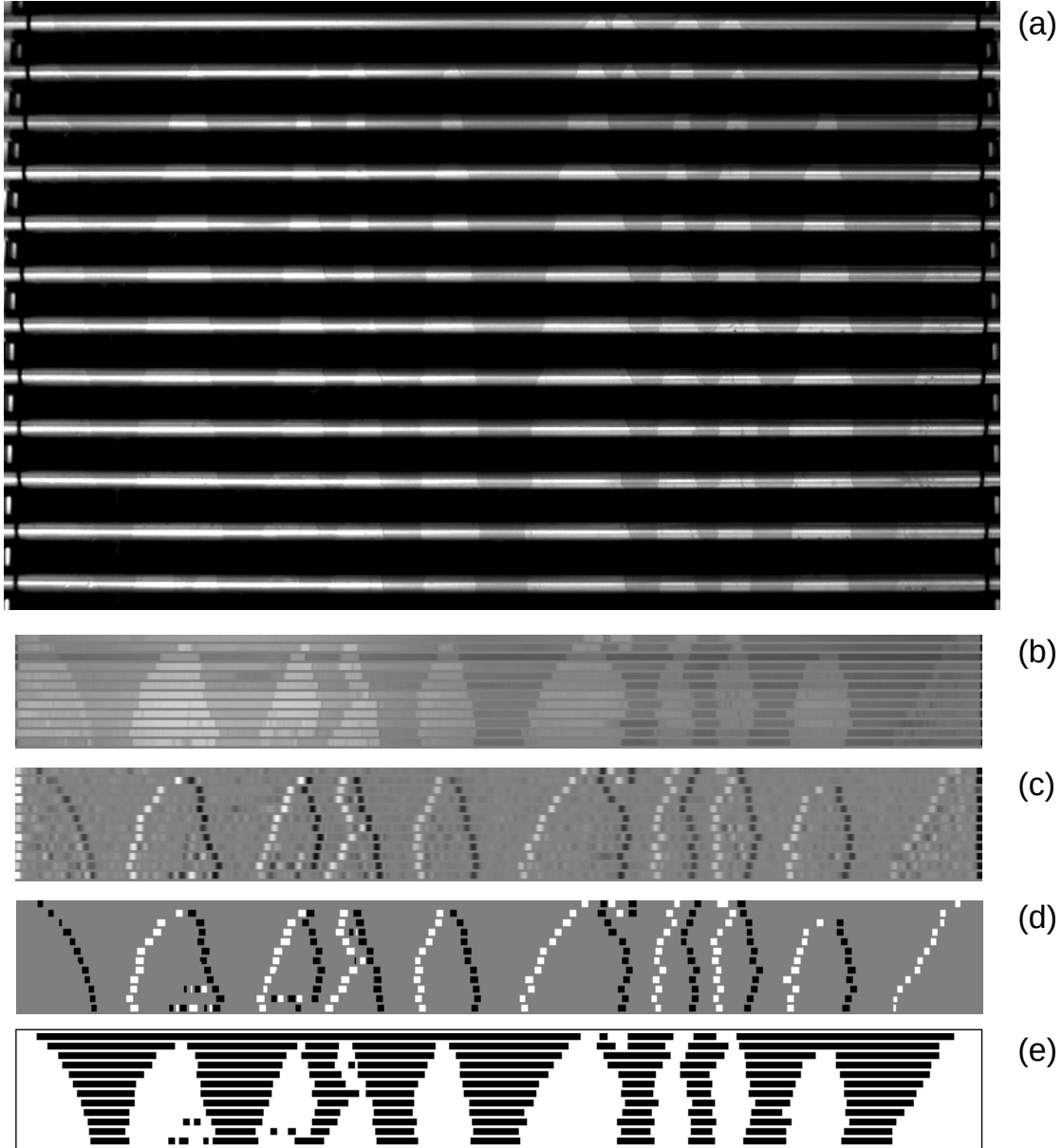


FIG. 2.5 – Principales étapes du traitement d'images. (a) : image brute ; (b) : moyennage sur les lignes de pixels centrales de chaque tube ; (c) : convolution avec un opérateur gradient dans la direction horizontale ; (d) : amplification non linéaire ; (e) : intégration. Par convention, les zones mouillées sont finalement représentées en noir, les zones sèches en blanc.

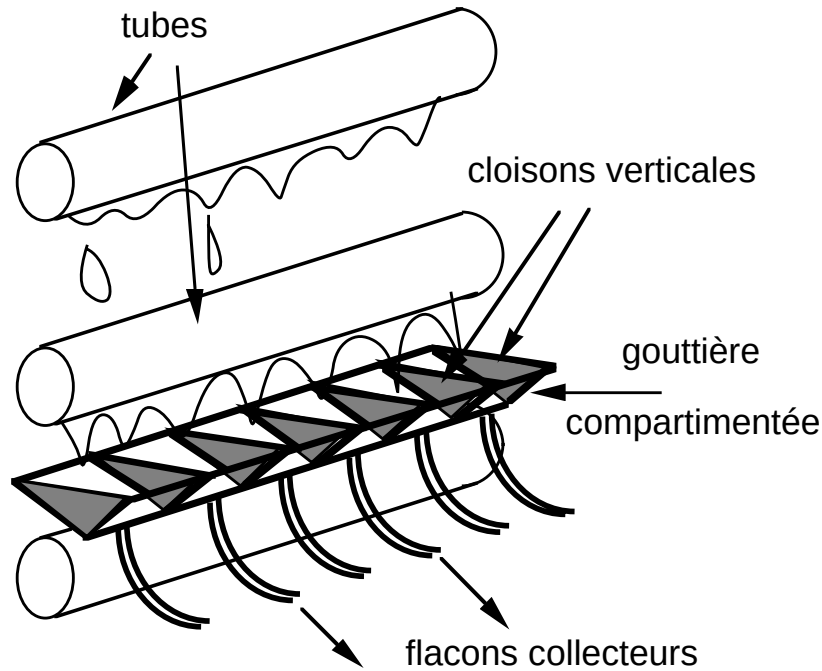
leur marquage afin de pouvoir calculer la surface sèche totale de chaque tube de l'installation.

Plusieurs méthodes ont été utilisées pour marquer les zones sèches. Une première version des macros consistait à supprimer les modulations de grande amplitude de l'éclairement le long d'un tube, opération effectuée en supprimant les premiers modes de Fourier de chaque ligne de l'image dans la direction horizontale, puis à amplifier le contraste. Cette méthode avait l'inconvénient de rendre difficile la détection de zones sèches de grande taille qui étaient atténuées par l'opération de suppression de modulations d'éclairement.

Une autre méthode plus fiable a été adoptée. Un exemple de traitement d'images selon ce protocole est présenté en figure 2.5. Les principales étapes en sont les suivantes :

- On calcule la moyenne des quatre ou cinq lignes de pixels centrales de chaque tube (dont la hauteur totale est inférieure à 10 pixels). Cette opération permet d'atténuer encore le bruit de l'image. On obtient ainsi un profil de densité moyen pour chaque tube ;
- une opération de dérivation dans la direction de l'axe des tubes est réalisée en convoluant l'image précédente par un opérateur "échelon" qui permet de faire apparaître un pic positif (noir) à l'emplacement d'une transition sec-mouillé, ou un pic négatif (blanc) pour une transition mouillé-sec ;
- une série de filtres amplificateurs non linéaires³ est ensuite appliquée, de façon à saturer à un niveau de gris de 255 (noir) ou 0 (blanc) les pics correspondant aux transitions entre zones sèches et mouillées et à atténuer les pics de plus faible intensité en les nivelant au niveau de gris moyen de 128. Le résultat de cette opération est une image essentiellement en gris moyen (128), faisant apparaître des pics noirs ou blancs aux frontières des zones sèches ;
- il suffit alors d'intégrer l'image de gauche à droite pour obtenir une carte de l'écoulement dans laquelle la partie mouillée des tubes est représentée en noir et la partie sèche en blanc ;
- on peut alors, en calculant la moyenne de chaque ligne et en normalisant le résultat, obtenir la fraction de surface sèche ou mouillée de chaque tube.

3. Ce filtrage est effectué en appliquant aux niveaux de gris de l'image une fonction du type polynôme d'ordre 3 ou 5 (par exemple $y = 128 + a(x - 128)^3$ où x est le niveau de gris d'origine (0 à 255) et y le niveau de gris résultant (0 à 255, avec saturation à ces valeurs si le résultat du calcul donne une valeur hors de ces bornes).

FIG. 2.6 – *Dispositif de mesure du débit local.*

2.2.2 Mesures de répartition de débit

La répartition des zones sèches ne donnant qu'une information partielle sur l'écoulement, nous avons été conduits à effectuer quelques mesures directes de débit linéique local dans l'ensemble du faisceau, afin notamment de pouvoir corréler l'apparition de zones sèches à une éventuelle modification du débit en amont.

Le dispositif de mesure est constitué d'une gouttière en Altuglas d'une longueur de 105 cm, compartimentée en 15 sections de 7 cm (Fig. 2.6). Cette gouttière est placée sous le tube pour lequel on désire mesurer la répartition de débit pendant une durée de l'ordre de la minute. L'eau collectée dans chaque section de la gouttière est recueillie dans un flacon, pesé séparément à la fin de la mesure.

Ce dispositif permet donc d'obtenir des profils de débit linéique avec une résolution spatiale de 7 cm. Cette résolution peut paraître grossière, cependant il est difficile d'aller au delà, car l'écoulement sous un tube se fait sous forme de gouttes ou de colonnes liquides séparées d'environ 2 cm (voir section 3.1). Il est donc nécessaire d'effectuer une moyenne sur une certaine distance pour éviter d'entacher la mesure par des effets de discrétisation si l'on veut obtenir des profils de débit continus.

Chapitre 3

Résultats et commentaires

3.1 Physionomie de l'écoulement - Régimes

Une caractéristique importante du système étudié réside dans la façon dont le liquide s'écoulant dans le faisceau passe d'un tube à l'autre. L'eau forme un film mince sur le tube, et s'accumule le long de la génératrice inférieure de celui-ci. Le film liquide se déstabilise alors sous les effets contradictoires de la gravité et de la tension interfaciale selon un processus connu sous le nom d'instabilité de Rayleigh-Taylor [32, 48, 49] : des gouttes régulièrement espacées se forment, avec un intervalle d'environ 10 longueurs capillaires¹. Le film étant alimenté en permanence en amont par un débit constant, l'amplitude de l'instabilité de Rayleigh-Taylor croît, conduisant au détachement de gouttes qui accélèrent sous l'effet de la gravité et impactent sur le tube suivant (voir Fig. 3.1). Cet impact distribue le volume de la goutte sur une certaine surface du tube et contribue donc à l'homogénéisation du débit.

Dans la gamme de débit où l'on travaille dans ces expériences, et où fonctionnent généralement les installations industrielles, l'écoulement entre tubes se fait presque toujours sous forme de gouttes qui se détachent d'un tube. Un régime d'écoulement en colonnes ne peut être obtenu qu'aux débits les plus élevés accessibles dans la gamme disponible dans le dispositif expérimental.

En fonction de la valeur du débit, on peut distinguer essentiellement deux configurations pour l'écoulement sur le faisceau de tubes, permettant de définir l'existence

1. L'expression exacte de la longueur d'onde de Rayleigh-Taylor dépend de la géométrie du support. Dans le cas où le rayon du tube sous lequel se développe l'instabilité est grand devant la longueur capillaire, la longueur d'onde vaut $\lambda = 2\pi\sqrt{2\gamma/\rho g}$. Dans les conditions de l'expérience, cette longueur vaut environ 2 cm, ce qui correspond à l'observation (Fig. 3.1).

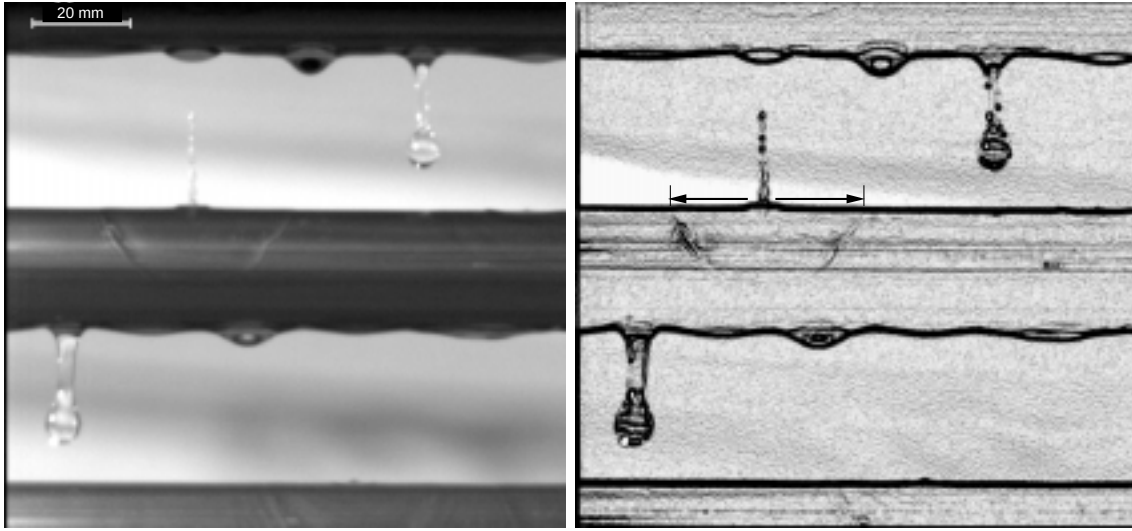


FIG. 3.1 — Photographie en gros plan de l'écoulement d'eau d'un tube à l'autre, réalisée avec un système de vidéo rapide (500 images/s). On distingue les modulations d'épaisseur du film à la base des tubes, liées à l'instabilité de Rayleigh-Taylor. Ces modulations s'amplifient et donnent lieu au détachement de gouttes qui impactent sur le tube suivant. L'image de droite est obtenue par une opération de détection de bords. Les flèches montrent la largeur de la zone d'impact à son maximum, visible grâce à l'onde qui se propage à la surface du film liquide.

d'un débit critique dans ce système.

- A haut débit, chaque tube du faisceau, quelle que soit sa distance de l'étage d'alimentation, est recouvert d'un film liquide continu sur la plus grande partie de sa surface (voir fig. 3.2-a). Les limites de ce film reculent d'un étage à l'autre sous l'effet des forces capillaires et tendent vers une position asymptotique en bas de faisceau. Dans la suite, on désignera cet état par le terme de *régime de nappe*².
- A bas débit, le film d'eau est entrecoupé de zones sèches apparaissant à partir d'une certaine hauteur dans le dispositif (Fig. 3.2-b-e). La position moyenne d'apparition des zones sèches est d'autant plus haute dans le faisceau que le débit est faible. On parlera de *régime de démouillage* pour parler de cet état à débit décroissant, lorsque ces zones sèches ont tendance à s'étendre dans le

2. Notons toutefois que l'utilisation du terme «nappe» est abusive, car le film liquide est interrompu entre deux tubes consécutifs où l'eau s'écoule sous forme de gouttes. Cette dénomination a été retenue car elle décrit qualitativement bien la figure 3.2-a

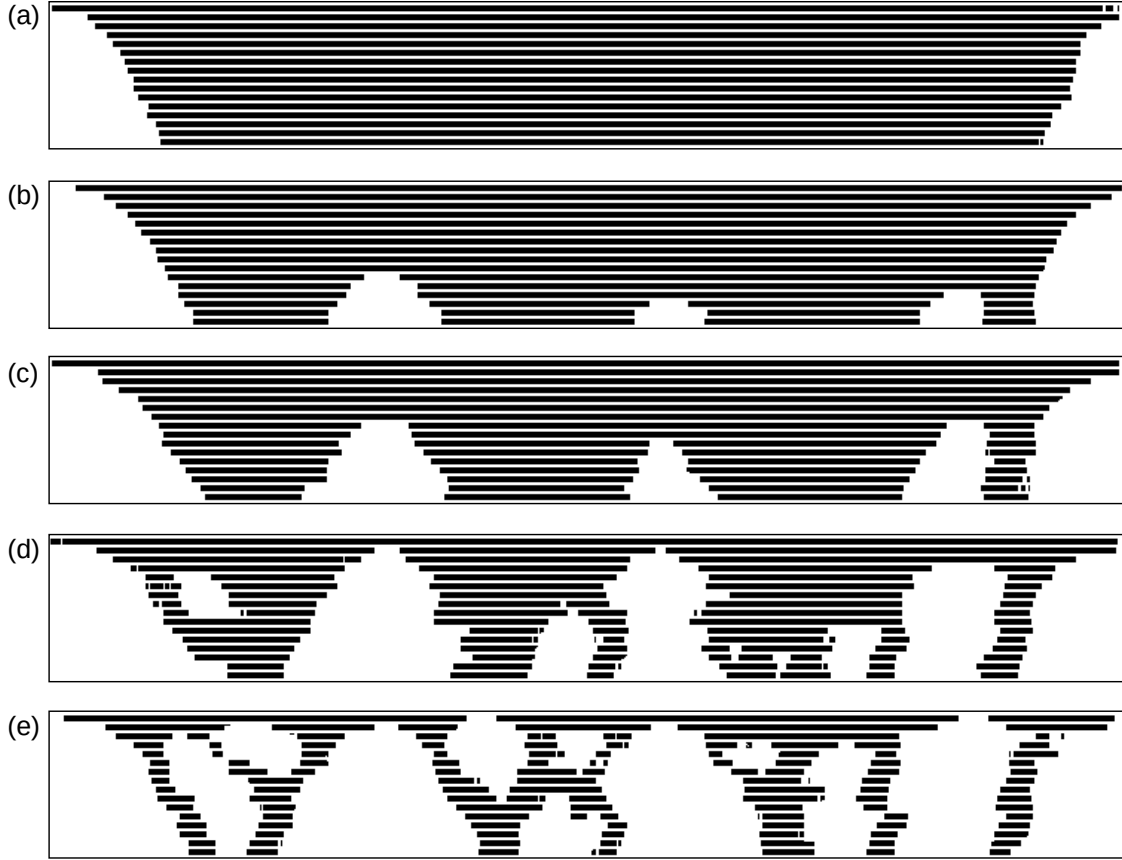


FIG. 3.2 – *Etat de mouillage du réseau de tubes dans une séquence typique de décroissance du débit, pour $d = 25\text{mm}$ et $\Delta h = 45\text{mm}$. (a) : $\Gamma = 0,127\text{ cm}^2/\text{s}$; (b) : $\Gamma = 0,068\text{ cm}^2/\text{s}$; (c) : $\Gamma = 0,060\text{ cm}^2/\text{s}$; (d) : $\Gamma = 0,046\text{ cm}^2/\text{s}$; (e) : $\Gamma = 0,037\text{ cm}^2/\text{s}$.*

dispositif, et de *régime de mouillage* à débit croissant, lorsque l'écoulement a tendance à repousser les zones sèches.

3.2 Caractérisation des régimes

3.2.1 Hystérésis de la fraction sèche

La technique de traitement d'images décrite en 2.2 permet de mesurer la valeur de l'indice d'assèchement f en fonction de la hauteur du tube et de la valeur du

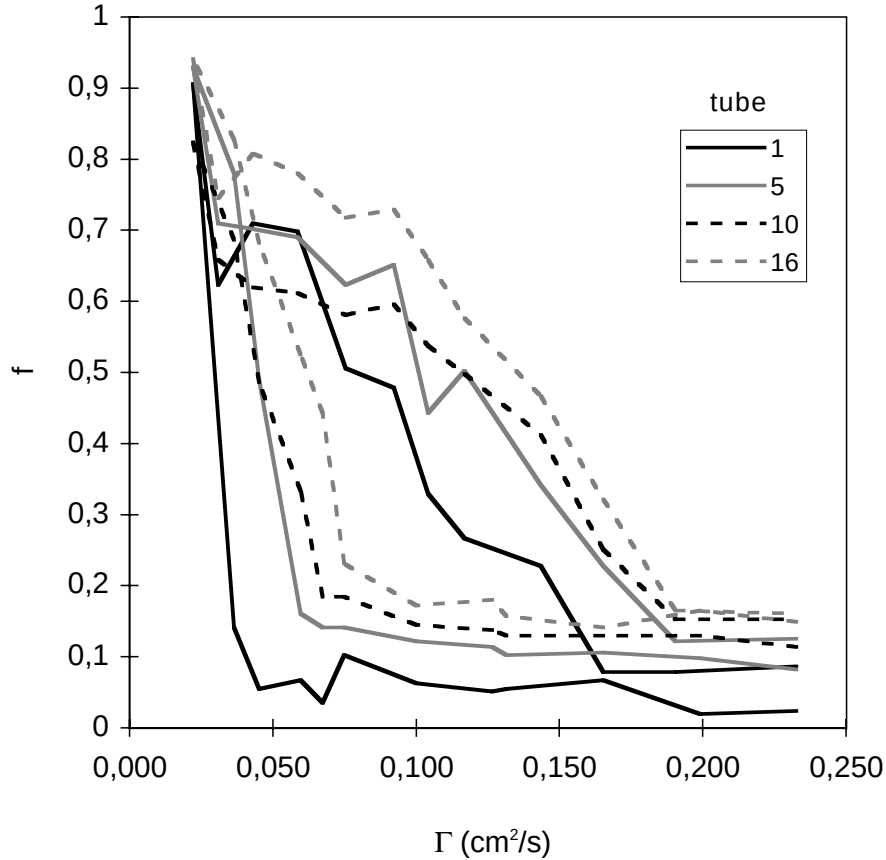


FIG. 3.3 – Cycles d'hystérésis de l'indice d'assèchement en fonction du débit, pour différents étages de l'expérience. Les tubes sont comptés à partir du haut du faisceau (le tube 1 étant situé immédiatement sous l'injecteur). Les cycles se parcourent dans le sens des aiguilles d'une montre.

débit Γ .

L'évolution de cet indice d'assèchement en fonction du débit pour un tube donné est fortement hystérétique comme le montre la figure 3.3.

Ces cycles peuvent être schématisés comme le montre la figure 3.4. Ils sont parcourus dans le sens des aiguilles d'une montre. En partant d'un débit élevé, le régime de nappe peut être maintenu jusqu'à un débit relativement faible Γ_i^- pour lequel des zones sèches apparaissent sur le tube i et font croître fortement la fraction de surface sèche. A débit très faible, le tube est pratiquement sec en totalité ($f \sim 1$). En faisant à nouveau croître le débit à partir de cette situation, le mouillage du tube

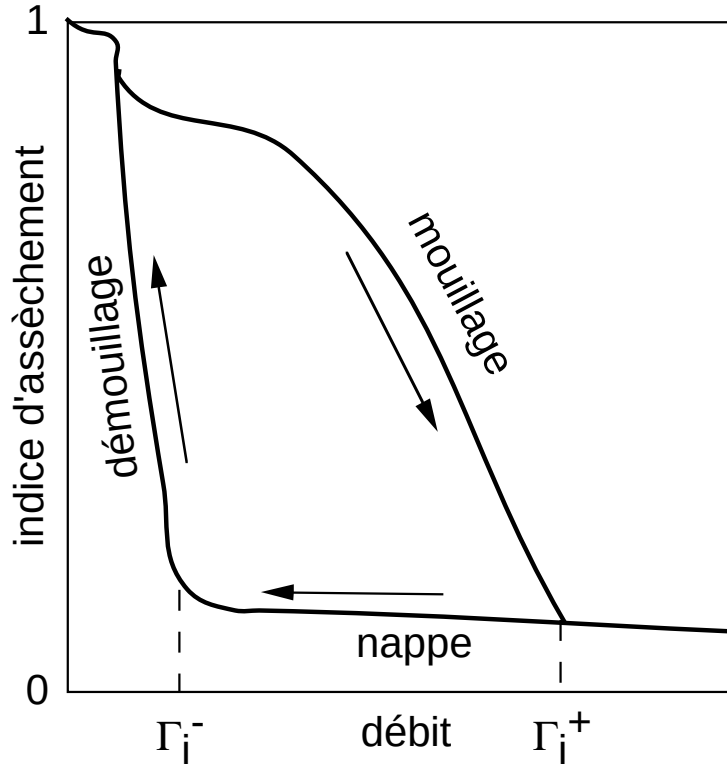


FIG. 3.4 – Schéma du cycles d'hystérésis de l'indice d'assèchement pour un étage donné de l'installation.

est très progressif et se fait par élargissement et coalescence des zones mouillées. Un film d'eau continu n'est réalisé qu'en faisant passer le débit au dessus d'une valeur assez élevée Γ_i^+ .

Comme le montre la figure 3.3, les débits Γ_i^- et Γ_i^+ sont d'autant plus élevés que l'on descend dans la cascade de tubes : les tubes les plus proches de l'alimentation sont les plus faciles à mouiller. Cette évolution de Γ_i^- et Γ_i^+ avec la distance à l'injecteur suggère qu'il existe un mécanisme de dégradation du débit se développant avec la distance parcourue par le liquide.

Les mesures d'indice d'assèchement f peuvent également être représentées en fonction de la hauteur parcourue, pour un débit donné, afin de montrer le développement spatial du phénomène (voir fig. 3.5). Là encore, le comportement hystérétique du système se manifeste, par une allure des courbes qualitativement différente suivant que l'on travaille à débit croissant ou décroissant.

- A débit décroissant, pour les grandes valeurs de Γ , l'écoulement est en régime

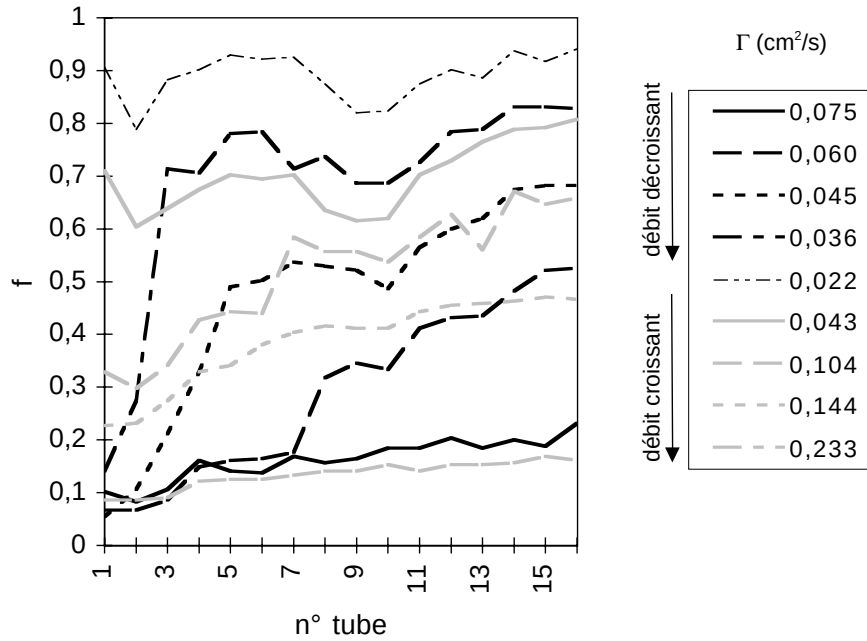


FIG. 3.5 – Evolution de l'indice d'assèchement le long de la cascade de tubes pour différents débits d'alimentation. Les courbes sombres correspondent à la phase de débit décroissant, les courbes claires à un débit croissant.

de nappe et la valeur de l'indice d'assèchement reproduit le profil des limites de la zone mouillée telles qu'elles sont visibles sur la figure 3.2-a. Pour des valeurs plus faibles du débit, un saut de l'indice d'assèchement apparaît à une certaine hauteur, d'autant plus proche de l'injection que le débit est faible.

- Pour les valeurs faibles du débit, l'indice d'assèchement est très élevé partout dans le faisceau de tubes, indiquant que l'écoulement se fait sous la forme de minces ruisselets couvrant une faible fraction de la surface des tubes.
- A débit croissant, le mouillage des tubes se fait en suivant une famille de courbes très différente du régime de dé mouillage à débit décroissant. Les variations sont lentes et réparties sur l'ensemble du montage : on n'observe plus de front lié à l'existence de zones sèches à partir d'une certaine hauteur.

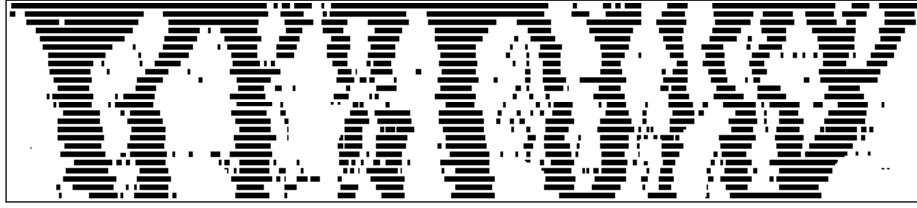


FIG. 3.6 – *Etat du système à débit croissant, pour $\Phi = 25$ mm, $\Delta h = 58$ mm et $\Gamma = 0,067$ cm²/s. L'écoulement s'organise en canaux relativement étroits. L'état asymptotique est atteint après quelques tubes seulement.*

3.2.2 Caractérisation à débit croissant

La figure 3.6 montre la carte typique de l'état de mouillage du faisceau lors d'une séquence de débit croissant. L'écoulement se concentre en de nombreux canaux ou ruisselets relativement étroits et de largeur sensiblement constante sur toute la hauteur de l'installation (l'état asymptotique est rapidement atteint). Cet état n'est pas sans rappeler le réseau de ruisselets observé sur plan incliné (page 29). La figure 3.5 montre que la valeur à laquelle sature l'indice d'assèchement en bas de faisceau est d'autant plus faible que le débit est important, et qu'au delà d'un certain débit, le régime de nappe est atteint sur toute la hauteur.

Un exemple de mesure de cette valeur asymptotique f_{max} de l'indice d'assèchement est représenté en figure 3.7. Différents régimes peuvent être distingués :

- A faible débit, f_{max} décroît assez rapidement du fait d'un élargissement sensible des ruisselets s'écoulant dans le faisceau de tubes ;
- la largeur des ruisselets plafonne ensuite à une valeur visuellement proche du diamètre d'impact des gouttes sur les tubes (voir fig. 3.1). Le débit est trop faible pour que statistiquement deux gouttes voisines tombent dans un intervalle de temps suffisamment faible pour que les zones d'impact fusionnent avant rétractation du liquide. Deux ruisselets voisins ne pouvant fusionner, leur largeur ne peut croître ;
- quand le débit atteint une certaine valeur, l'indice d'assèchement chute brusquement, correspondant à l'établissement du régime de nappe : les ruisselets fusionnent et les zones sèches sont repoussées à l'infini. Cette transition permet de définir un débit critique de mouillage Γ_c^+ . Ce débit critique est la limite de Γ_i^+ pour $i \rightarrow \infty$. Il représente le débit au delà duquel le système est dans un état de mouillage optimal (régime de nappe) quelle que soit sa hauteur ;

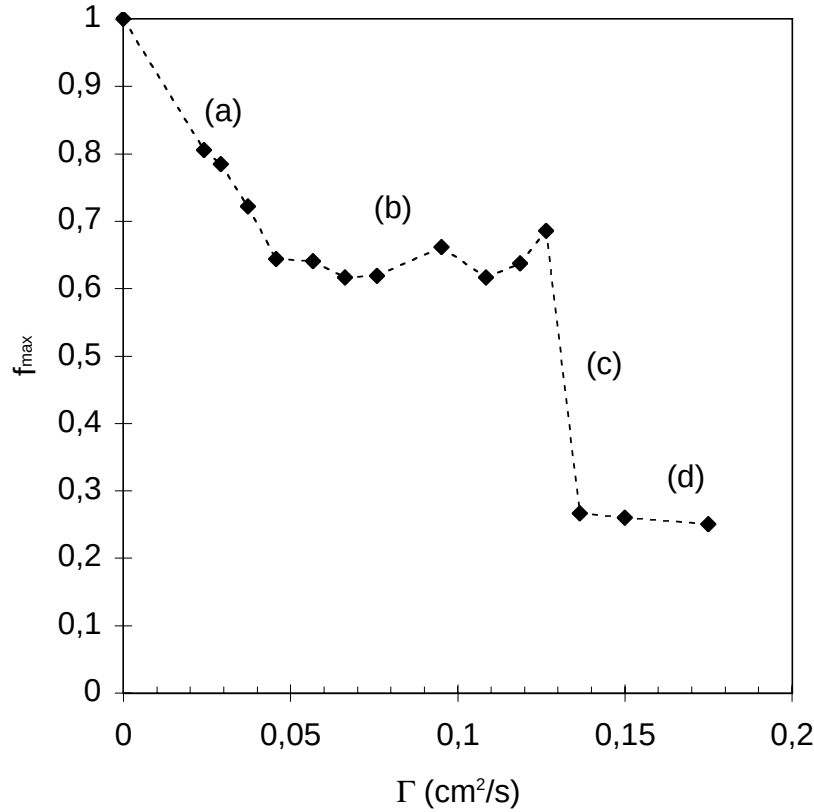


FIG. 3.7 – *Indice d’assèchement asymptotique en fonction du débit, en régime de débit croissant ($\Phi = 25 \text{ mm}$, $\Delta h = 58 \text{ mm}$). (a) : élargissement rapide des ruisselets à faible débit; (b) : plateau correspondant à un état de mouillage indépendant du débit; (c) : transition vers le régime de nappe; (d) : régime de nappe. Le saut (c) se produit à $\Gamma_c = 0,132 \text{ cm}^2/\text{s}$.*

- L’indice d’assèchement évolue ensuite très peu en régime de nappe : les frontières de la nappe sont presque indépendantes du débit.

3.2.3 Caractérisation à débit décroissant

La figure 3.8 représente l’état de mouillage du système pour un débit équivalent à celui de la figure 3.6. On constate que pour un même débit, l’allure de l’écoulement dépend fortement du sens de variation du débit. On a ici affaire à des zones sèches de grandes dimensions (typiquement 10–20 cm de large) apparaissant à une certaine hauteur dans le faisceau, et séparées par de larges zones mouillées.

Il est intéressant de constater que les zones sèches apparaissent presque toutes



FIG. 3.8 – *Etat du système à débit décroissant, pour $\Phi = 25$ mm, $\Delta h = 58$ mm et $\Gamma = 0,067$ cm²/s. Les zones sèches sont assez larges et apparaissent à partir d'une certaine hauteur. Elles s'élargissent assez nettement en allant vers le bas.*

à la même hauteur (à quelques tubes près). Cette hauteur dépendant du débit, elle fournit une bonne caractérisation du système comme on l'expose au 3.2.3. Elle correspond au saut d'indice d'assèchement observé sur la figure 3.5.

Divergence de la hauteur de démouillage

La hauteur d'apparition des zones sèches peut être mesurée en notant la position du saut d'indice d'assèchement f en fonction de la hauteur (Fig. 3.5). Cette mesure a cependant le désavantage de favoriser les zones sèches les plus hautes, et ne permet pas de mesurer la hauteur moyenne à laquelle elles apparaissent.

Une estimation de cette hauteur moyenne d'apparition des zones sèches en régime de débit décroissant peut être obtenue à partir des cycles d'hystérésis de l'indice d'assèchement. Il suffit pour cela d'extrapoler les parties quasi-linéaires du régime de nappe et du régime de démouillage pour obtenir, pour chaque tube, la valeur moyenne du débit d'apparition des zones sèches.

Un exemple de mesure de hauteur moyenne de démouillage en fonction du débit est représenté en figure 3.9. Ces mesures montrent une divergence apparente de la hauteur de démouillage au voisinage d'un certain débit Γ_c^- . On peut obtenir une mesure de ce débit critique en ajustant sur les données une loi de puissance du type $h = (A/(\Gamma_c^- - \Gamma))^n$.

Il est à noter que la valeur de l'exposant n obtenue par cette technique peut fluctuer sensiblement d'une expérience à l'autre du fait du manque de précision et de la dispersion des données. La valeur du débit critique Γ_c^- qui est le paramètre qui nous intéresse en premier lieu, est cependant mieux définie, avec une précision de 10 à 20%.

De manière analogue à ce qui se passe à débit croissant, le débit Γ_c^+ est le débit

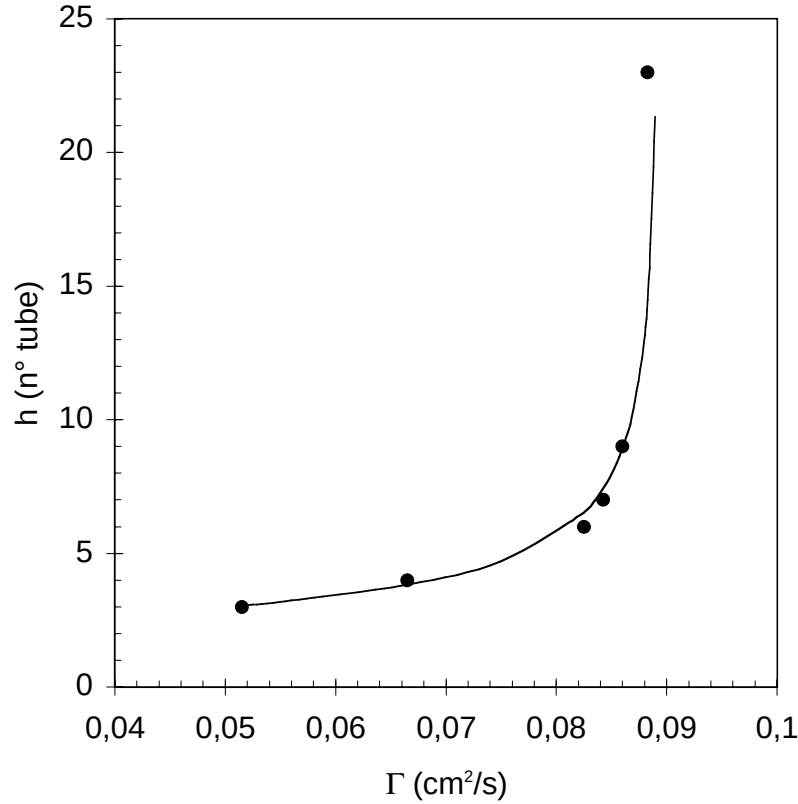


FIG. 3.9 – Hauteur de démouillage en fonction du débit, en régime de débit décroissant. ($\Phi = 25 \text{ mm}$, $\Delta h = 58 \text{ mm}$). La courbe continue représente un ajustement d'une loi du type $h = (A/(\Gamma_c^- - \Gamma))^n$. On a ici $A = 0,443$, $\Gamma_c^- = 0,089 \text{ cm}^2/\text{s}$ et $n = 0,45$.

au dessus duquel le système est en régime de nappe quelle que soit sa hauteur totale : les zones sèches apparaissent virtuellement à une distance infinie de l'injecteur. Par ailleurs, le caractère divergent de la hauteur de démouillage suggère une analogie avec certaines transitions de phases dans lesquelles une longueur de corrélation du système diverge au voisinage de la transition.

Dégradation du débit

Afin de mieux caractériser le mécanisme d'apparition de zones sèches dans le système à débit décroissant, nous avons effectué des mesures de répartition de débit sous chaque tube de l'installation. Un exemple de ces mesures pour deux valeurs du débit respectivement au dessus et en dessous du débit critique Γ_c^+ est montré en

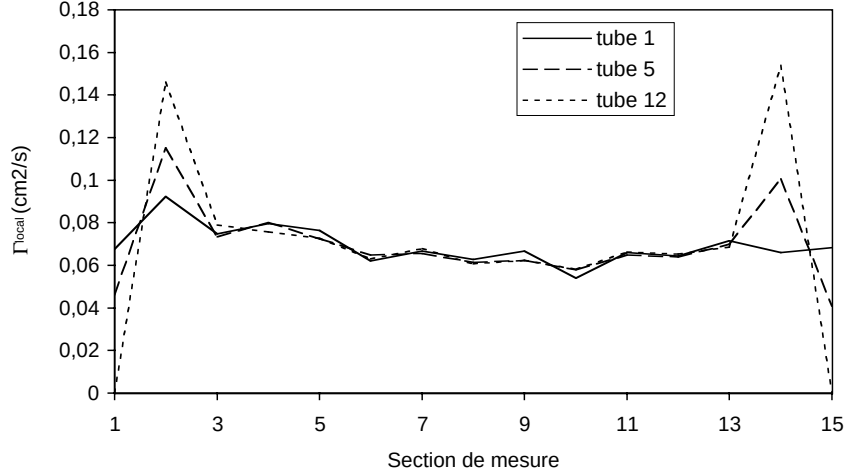


FIG. 3.10 – Mesures de profils de débit linéique local en différents étages de l'expérience, pour un débit d'alimentation $\Gamma = 0,069 \text{ cm}^2/\text{s}$. Tubes de diamètre $\Phi = 25\text{mm}$, distance entre-axes de $\Delta h = 45\text{mm}$. En dehors d'un effet de concentration sur les bords, le débit est constant d'étage en étage.

figures 3.10 et 3.11.

Les mesures de répartition de débit au dessus du débit critique (Fig. 3.10) montrent que cette répartition est constante d'étage en étage : chaque tube reproduit le profil de débit de l'étage précédent. La seule modification visible est une concentration de débit sur les bords de la nappe, liée à l'effet de bord se manifestant par un recul des frontières de la nappe d'un étage à l'autre (Fig. 3.2-a). On comprend ainsi que la hauteur de démouillage soit repoussée à l'infini dans ce régime : le comportement du système est indépendant de la hauteur, en dehors de l'effet de bord.

Lorsque le débit est inférieur à Γ_c^- (Fig. 3.11), on observe au contraire une rapide dégradation du débit d'étage en étage. Les fluctuations du débit à l'étage d'alimentation sont amplifiées et conduisent après un certain parcours au démouillage et à l'apparition de zones sèches. Il existe donc un mécanisme de redistribution du débit qui se manifeste au dessous d'une valeur critique du débit Γ_c^- , et qui conduit à l'appauvrissement des zones de débit plus faibles au profit des zones de fort débit.

Ce phénomène de redistribution semble être lié au mécanisme de formation et de détachement des gouttes à la base des tubes. On peut tenter d'en fournir une explication qualitative : à faible débit, les gouttes se forment séparément, l'instabilité

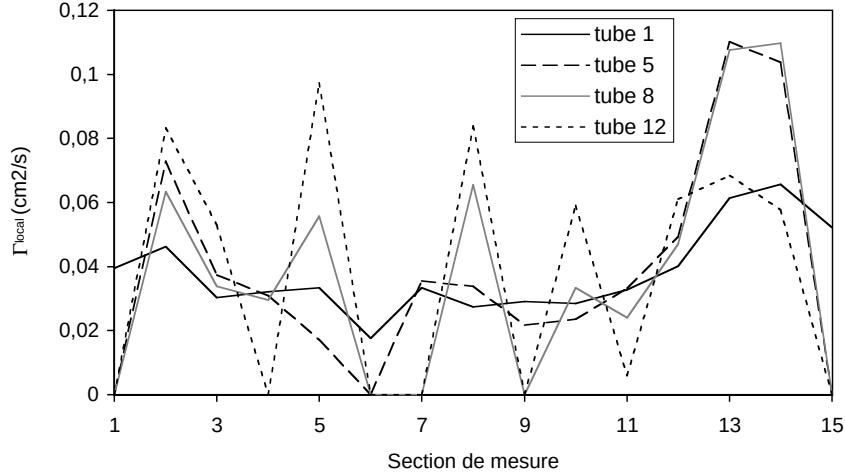


FIG. 3.11 – Mesures de profils de débit linéique local en différents étages de l'expérience, pour un débit d'alimentation $\Gamma = 0,038 \text{ cm}^2/\text{s}$. Tubes de diamètre $\Phi = 25\text{mm}$, distance entre-axes de $\Delta h = 45\text{mm}$. Le débit se dégrade fortement d'étage en étage et conduit à l'apparition de zones non alimentées.

de Rayleigh-Taylor étant beaucoup moins cohérente du fait du manque de liquide. Lorsqu'une goutte se forme, elle a tendance à drainer le liquide autour d'elle, tandis que quand le débit est plus important et la densité de gouttes plus régulière, la distance d'influence d'une goutte est limitée par la présence de ses voisines. Si une goutte draine du liquide sur une distance plus grande que son diamètre d'impact sur le tube suivant, on comprend que le système aille naturellement vers une amplification des fluctuations spatiales de débit. Une modélisation quantitative de ce phénomène reste à établir.

3.3 Mesures de débit critique

Un paramètre clé semblant être le rapport entre le diamètre d'impact d'une goutte et la distance de drainage, il était intéressant de faire varier les conditions d'impact des gouttes en modifiant la distance entre tubes et donc la hauteur de chute. La variation de ce paramètre géométrique peut être une source d'amélioration sensible des performances des installations industrielles, si elle permet d'abaisser les débits critiques et autorise un fonctionnement à plus bas débit.

La figure 3.12 montre l'évolution des débits critiques Γ_c^- et Γ_c^+ en fonction de la

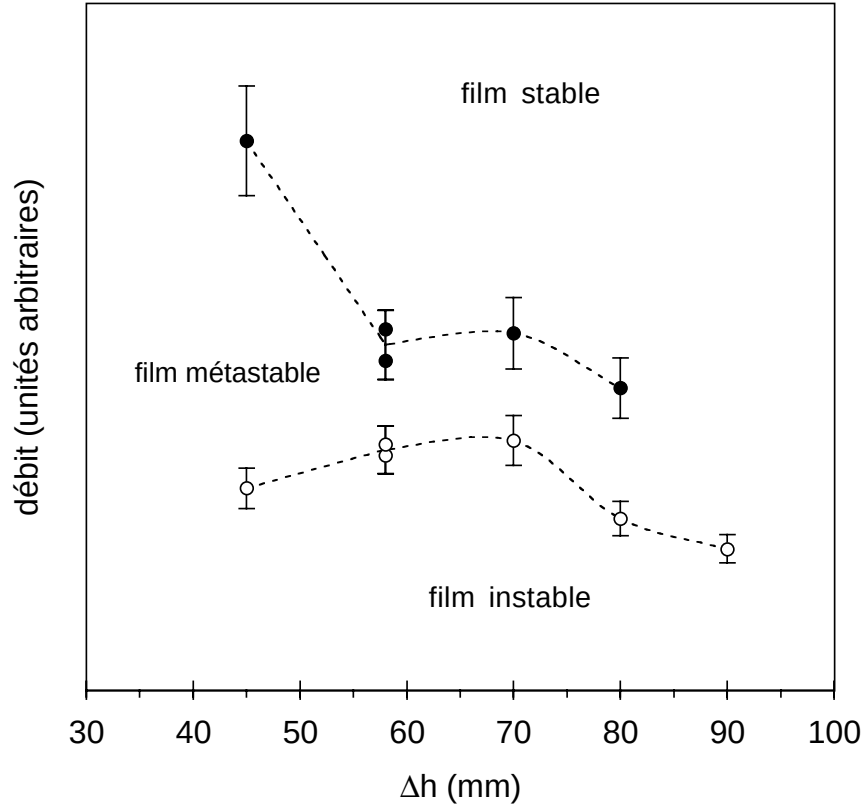


FIG. 3.12 – Evolution des débits seuils avec la distance entre tubes. (●) : débit critique de couverture Γ_c^+ en phase de débit croissant ; (○) : débit critique de démouillage Γ_c^- en phase de débit décroissant. Pour des raisons de confidentialité, l'unité de débit est arbitraire.

distance entre-axes Δh des tubes.

Les résultats montrent que la hauteur de chute entre tubes a un effet important sur le débit critique de mouillage Γ_c^+ (à débit croissant) : il diminue fortement quand Δh passe de 45 à 58 mm, pour ensuite se stabiliser.

Le débit critique de démouillage Γ_c^- évolue globalement plus lentement dans la gamme de distances inter-tubes explorée et diminue d'environ 30 % sur la gamme $45 \text{ mm} < \Delta h < 90 \text{ mm}$.

La situation de référence industrielle est un entraxe de 58 mm. On peut donc espérer un gain faible sur les débits critiques en dilatant légèrement cette distance, au prix d'une augmentation de l'encombrement du dispositif pour le même nombre

total de tubes utilisés.

Conclusion

Ce mémoire présente une contribution à la compréhension de quelques phénomènes de ruissellement en conditions de mouillage partiel. Nous avons abordé de manière expérimentale et théorique plusieurs situations faisant intervenir un liquide s'écoulant en régime permanent sur une surface inclinée, lorsque cohabitent sur le substrat des zones sèches et des zones mouillées où l'écoulement est canalisé. La motivation première de ce travail fut la recherche de conditions optimales de recouvrement d'une surface par un film liquide en écoulement en rapport avec certaines applications industrielles. Plus précisément, dans les échangeurs de chaleur utilisés dans les unités de distillation multi-effets de la SIDEM, où l'on cherche à recouvrir un faisceau de tubes horizontaux d'un film d'eau le plus mince possible pour des raisons d'efficacité thermique, des zones sèches stationnaires peuvent apparaître à bas débit qui réduisent d'autant la surface efficace du dispositif et dégradent ses performances.

Nous avons abordé de manière expérimentale le ruissellement à débit constant d'un film en présence de zones sèches dans la géométrie plus simple d'un plan incliné (Partie I), constatant que la littérature, tant fondamentale qu'appliquée, manquait cruellement de résultats concernant ce problème pourtant bien défini. Cette étude fait intervenir des liquides aux propriétés bien contrôlées de la famille des huiles silicones et des surfaces de bonne qualité à base de polymères fluorés, qui nous ont permis de faire varier divers paramètres tels que la viscosité et l'angle de contact. Nous avons ainsi réalisé des expériences originales sans équivalent dans les littératures fondamentale et appliquée, montrant que dans une certaine gamme de débit pouvaient exister au sein du film en écoulement des zones sèches stationnaires de forme bien définie et reproductible. L'extension spatiale de ces zones sèches est d'autant plus faible que le débit et l'inclinaison du plan d'écoulement sont grands (Chap. 2). Au delà d'un certain débit critique, dépendant de l'inclinaison de la plaque, le système devient instable et évolue vers la couverture complète du support par un

film liquide. On montre expérimentalement que l'évolution du débit critique avec l'inclinaison du support fait apparaître deux régimes limites, respectivement à faible et à forte inclinaison, et qu'il existe une inclinaison pour laquelle le débit critique est maximal (Fig. 3.7). Du point de vue des applications, il s'agit de l'inclinaison la plus défavorable pour couvrir une plaque avec un débit de liquide donné.

Dans une large gamme de paramètres, la forme et la stabilité de ces zones sèches sont gouvernées par l'équilibre d'un bourrelet d'accumulation se formant le long de la ligne de contact. Cette caractéristique fondamentale de l'écoulement n'avait pas été prise en compte dans les premières tentatives de modélisation de Hartley et Murgatroyd [36, 54]. Un autre modèle dû à Wilson [85] a ensuite été publié, mais se basant sur des hypothèses inappropriées aux cas qui nous concernent (forts nombres de Reynolds).

Sur la base d'hypothèses phénoménologiques, nous avons établi un modèle simple permettant de rendre compte de nombreuses caractéristiques de zones sèches observées (Chap. 3). Il repose principalement sur un équilibre entre capillarité et gravité dans la direction orthogonale à la ligne de contact. Ce modèle permet notamment de retrouver la forme non triviale des zones sèches à l'échelle des expériences (Eq. 3.10 et 3.11, page 41). Cette forme est caractérisée par un paramètre géométrique unique qui est le rayon de courbure de la ligne de contact au sommet de la zone sèche. Un bon accord quantitatif est obtenu entre le rayon expérimental et sa prévision théorique, tant que l'angle de contact reste modéré ($\theta < 30^\circ$) ou que l'inclinaison de la plaque servant de support à l'écoulement est forte. Afin de rendre compte des déviations observées par rapport à ce premier modèle lorsque l'angle de contact est plus fort, un modèle étendu a été bâti (Chap. 4), qui prend en compte des termes négligés en première approche. On montre ainsi que les effets de courbure de la ligne de contact et la pression hydrostatique dans le film résultant de la composante de la gravité normale au plan contribuent pour une part non négligeable à la stabilité du bourrelet liquide. Ce nouveau modèle permet de retrouver les caractéristiques géométriques des zones sèches dans une gamme large de paramètres, et d'interpréter l'existence d'un débit critique au delà duquel elles sont emportées par l'écoulement, conduisant ainsi au recouvrement de toute la surface par un film uniforme en écoulement.

Si notre étude théorique ne permet pas de décrire en détail l'écoulement autour d'une zone sèche, notamment de prévoir quantitativement la déflexion des lignes de courant à l'entrée dans le bourrelet ou la forme exacte de la surface libre, elle

permet en revanche de répondre de façon relativement satisfaisante aux problèmes posés en début d'étude : quelle est la forme d'une zone sèche stationnaire dans un film en écoulement, et quelle est le débit minimal requis pour couvrir une plaque d'un film uniforme et stable. Cette approche met bien en évidence les différents effets physiques jouant un rôle significatif dans l'équilibre du système et permet sans doute de faire un grand pas dans la compréhension qualitative des phénomènes impliqués.

Cette étude demanderait à être étendue à des nombres de Reynolds plus élevés qui peuvent être atteints lorsque la viscosité est proche de celle de l'eau. Outre le fait que des effets inertiels peuvent intervenir dans ces situations, le traitement peut en être considérablement compliqué du fait de la possibilité d'existence d'ondes perturbant la surface libre du film [72]. On n'a alors plus affaire à un système stationnaire et le problème s'en trouve considérablement compliqué, l'arrivée périodique de vagues d'épaisseur comparable à celle du bourrelet venant perturber son équilibre.

Nous avons tiré profit de l'existence du dispositif de ruissellement sur plan incliné pour explorer le phénomène de ruissellement de gouttes sur un plan incliné (Partie II). Nous avons pu mettre en évidence l'existence de trois principaux régimes d'écoulement (Chap. 2, fig. 2.4). Suivant leur vitesse, les gouttes peuvent adopter une forme ovale plus ou moins allongée, présenter une pointe à l'arrière, ou encore laisser derrière elles des gouttelettes plus petites émises périodiquement. Pour un couple fluide / substrat donné, nous montrons que les transitions entre différents régimes se font à nombre capillaire donné, lui même fonction du nombre de Bond. Le régime de gouttes *pointues* est interprété en termes d'angle de contact dynamique : la transition vers ce régime se produit lorsque la vitesse d'écoulement est telle que l'angle à l'arrière de la goutte atteint une valeur très proche de 0° . L'évolution de l'angle entre la ligne de contact et la direction de l'écoulement à l'arrière de la goutte pointue est ensuite compatible avec le maintien de l'angle de contact à cette valeur, et est en accord avec un modèle hydrodynamique d'angle de contact (Chap. 4). Les phénomènes observés à l'arrière d'une goutte sont ainsi rapprochés de certaines expériences d'entraînement d'air ou de liquide de Blake et Ruschak [7]. Lorsque l'angle de la ligne de contact à l'arrière de la goutte et la direction de l'écoulement atteint une valeur de 30° environ, le régime d'écoulement n'est plus stationnaire et des gouttelettes sont régulièrement émises à la pointe de la goutte. Une interprétation claire de cette deuxième transition reste à établir. Enfin, dans le régime de gouttes *perlantes*, l'émission de gouttelettes se complexifie à mesure

que la vitesse augmente. Dans les premiers stades de ce régime, des gouttelettes de taille constante sont émises à une fréquence donnée, puis leur taille cesse d'être constante et des bifurcations de division de fréquence se produisent : l'émission se fait sous forme de «chapelets» de gouttes périodiques. Une étude intéressante de la dynamique d'émission de gouttelettes se profile, faisant intervenir une variante de l'instabilité de Rayleigh avec des effets de mouillage partiel. Cette étude pourrait avoir des connexions avec les travaux existants sur le gouttage à la sortie d'un robinet (*dripping faucet*) [19].

Enfin, une grande partie de ce travail de thèse a été consacrée à l'étude du ruissellement dans des réseaux de tubes horizontaux, en rapport direct avec les installations de distillation industrielles de la SIDEM, qui a apporté son soutien financier. Une partie restreinte de ce volet de l'étude a été présentée dans ce mémoire, concernant le ruissellement dans un faisceau de tubes horizontaux disposés en cascade. On a pu mettre en évidence la complexité des phénomènes impliqués, notamment l'existence de mécanismes d'instabilité conduisant à la dégradation du débit dans l'installation et à l'apparition de zones sèches au dessous d'un certain débit critique, assimilable à une transition de phases. On a également montré que le comportement du système était fortement hystérétique et que le sens de variation du débit avait une influence décisive sur son état de mouillage.

Ce travail a fait intervenir des techniques expérimentales variées : traitements de surface, traitement d'images, et a requis un effort de conception et de mise au point de plusieurs dispositifs expérimentaux originaux. Ces conditions ont permis une étude expérimentale systématique de plusieurs écoulements types fortement influencés par l'existence de conditions de mouillage partiel. Les aspects théoriques liés à la présence de lignes de contact et de surfaces libres étant par essence d'une grande complexité, nous avons fondé notre analyse sur des bases essentiellement phénoménologiques. Les modèles proposés, bien que basés sur des hypothèses relativement simples voire grossières, permettent de rendre compte qualitativement et quantitativement de nombre de phénomènes observés sans recourir à la simulation numérique directe. Cette démarche, applicable à un grand nombre de phénomènes capillaires, montre qu'il est souvent possible d'aboutir à une compréhension simple, parlante et néanmoins précise de phénomènes de nature complexe.

Annexes

Annexe A

Modèles de ruisselet : comparaison et validité

Les résultats des modèles de zones sèches présentés aux chapitres 3 et 4 dépendent assez fortement des hypothèses faites sur la forme de la surface libre du liquide au voisinage de la ligne de contact. Dans ces modèles, nous avons assimilé le bourrelet liquide formé le long de la ligne de contact à un ruisselet de section semi-circulaire. Cette hypothèse sur la forme du bourrelet reposait d'une part sur des observations qualitatives de l'écoulement, d'autre part sur des arguments dimensionnels comparant la taille du bourrelet à la longueur capillaire (le rapport de ces longueurs formant un nombre de Bond que l'on estime être de l'ordre de 1 dans nos expériences).

Nous allons tenter ici de délimiter le domaine de validité de cette approximation et de montrer qu'elle est applicable dans la majorité des cas expérimentaux où nous sommes placés. Pour cela, un modèle de ruisselet obtenu dans le cadre des approximations de lubrification par Duffy et Moffatt [24] est comparé au deux cas limites que sont un ruisselet de section semi-circulaire tel qu'il a été utilisé dans nos modèles, et un ruisselet «plat» de grande largeur et de section rectangulaire. Ces deux cas limites correspondent respectivement à un petit nombre de Bond (la capillarité domine) et à un grand nombre de Bond (la gravité domine et aplatit le bourrelet).

Cette comparaison est faite en gardant à l'esprit que l'essentiel dans nos modèles n'est pas tant de décrire avec précision la forme du bourrelet que d'estimer correctement les paramètres que sont sa hauteur au centre H , sa section S , la vitesse moyenne de l'écoulement sur une section de bourrelet U et le débit $Q = SU$.

A.1 Caractéristiques des différents modèles

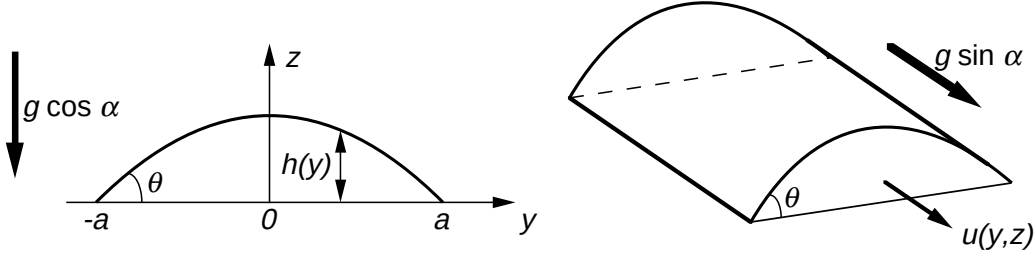


FIG. A.1 – *Ruisselet sur un plan incliné : notations*

La comparaison porte sur trois modèles de ruisselet de largeur constante, s'écoulant parallèlement à la pente sur un plan incliné d'une angle α par rapport à l'horizontale. On néglige donc ici la composante de la gravité orthogonale à la direction de l'écoulement qui existe dans la situation d'un bourrelet bordant une zone sèche étudié dans la partie I, ainsi que l'asymétrie du profil qui peut en résulter. On suppose donc que cette éventuelle asymétrie n'a qu'un effet secondaire sur la hauteur et la section du bourrelet, ou sur le débit de liquide s'écoulant à l'intérieur, du moins tant que sa taille n'excède pas quelques longueurs capillaires.

Les notations communes aux différents modèles sont définies sur la figure A.1. Les seules forces s'exerçant dans la direction de l'écoulement étant la gravité et les contraintes visqueuses, on a dans tous les cas :

$$u(y, z) = \frac{\rho g \sin \alpha}{2\eta} (2hz - z^2) \quad (\text{A.1})$$

Pour des raisons de simplification, on introduit une longueur capillaire effective $l_{c,\alpha}$, basée sur la composante de gravité normale au plan de l'écoulement, et un nombre de Bond B , définis par :

$$l_{c,\alpha} = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g \cos \alpha}} \quad (\text{A.2})$$

$$B = \frac{a}{l_{c,\alpha}} \quad (\text{A.3})$$

où a est la demi-largeur du ruisselet à sa base.

On peut également introduire les grandeurs sans dimension suivantes :

$$H^* = \frac{H}{l_{c,\alpha}} \quad (\text{A.4})$$

$$S^* = \frac{S}{l_{c,\alpha}^2} \quad (\text{A.5})$$

$$Q^* = \frac{Q}{U_c l_{c,\alpha}^2 \tan \alpha} \quad (\text{A.6})$$

A.1.1 *Trickle* de Duffy et Moffatt

Duffy et Moffatt [24] ont établi un modèle analytique de ruisselet s'écoulant en régime visqueux sur une surface inclinée (*viscous trickle*). Ce calcul est effectué dans les hypothèses classiques de la lubrification :

- écoulement de type visqueux (équilibre local entre contraintes visqueuses et composante de la gravité parallèle à l'écoulement),
- variations d'épaisseur du film faibles ($\partial_y h \ll 1$) et gradients (de vitesse, de pression) négligeables dans la direction y ($\partial_y \ll \partial_z, \partial_x$)

La principale limite de ces hypothèses est qu'elles ne s'appliquent qu'à des situations où l'angle de contact θ est petit. Cependant, cette approche a le mérite de donner une solution analytique valable pour tout nombre de Bond. Par ailleurs, on verra par la suite que cette solution est en assez bon accord avec les cas limites $B \rightarrow 0$ et $B \rightarrow \infty$ qui sont des solutions exactes. On dispose ainsi d'un très bon outil pour déterminer la limite de validité de chacun de ces cas limites.

La solution de Duffy et Moffatt fournit le profil de ruisselet suivant :

$$h(y) = l_{c,\alpha} \tan \theta \frac{\cosh B - \cosh \frac{By}{a}}{\sinh B} \quad (\text{A.7})$$

La hauteur au centre ($y = 0$) vérifie donc :

$$H^* = \tan \theta \tanh \frac{B}{2} \quad (\text{A.8})$$

La section du ruisselet est égale à

$$S = \int_{-a}^a h(y) dy = 2l_{c,\alpha}^2 \tan \theta \left(\frac{B}{\tanh B} - 1 \right) \quad (\text{A.9})$$

soit

$$S^* = 2 \tan \theta \left(\frac{B}{\tanh B} - 1 \right) \quad (\text{A.10})$$

Enfin le débit Q dans le ruisselet est donné par la relation :

$$Q = \int_{-a}^a \int_0^{h(y)} u(y, z) dz dy \quad (\text{A.11})$$

soit

$$Q^* = \frac{1}{9} \tan^3 \theta (15B \coth^3 B - 15 \coth^2 B - 9B \coth B + 4) \quad (\text{A.12})$$

A.1.2 Ruisselet semi-circulaire ($B \rightarrow 0$)

Le cas d'un bourrelet de section semi-circulaire a déjà été utilisé dans les modèles de la partie I. Au sens strict, ce modèle n'est valable que pour un bourrelet de dimensions infiniment petites ($B \rightarrow 0$), dont la forme n'est gouvernée que par les effets de tension de surface.

Dans cette limite, le profil de l'interface est le suivant :

$$h(y) = \left(\left(\frac{a}{\sin \theta} \right)^2 - y^2 \right)^{1/2} - \frac{a}{\tan \theta} \quad (\text{A.13})$$

soit une hauteur maximale au centre donnée par :

$$H^* = B \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} \quad (\text{A.14})$$

La section est donnée par

$$S = H^2 \frac{\theta - \sin \theta \cos \theta}{(1 - \cos \theta)^2} \quad (\text{A.15})$$

d'où

$$S^* = B^2 \frac{\theta - \sin \theta \cos \theta}{\sin^2 \theta} \quad (\text{A.16})$$

La vitesse moyenne $U = S^{-1} \int u dS$ a été calculée au chapitre 3.1.2 de la partie I et dans la référence [62]. Elle vaut :

$$U = m \frac{g \sin \alpha}{\nu} H^2 \quad (\text{A.17})$$

où m est un facteur de forme dépendant faiblement de l'angle de contact et valant environ 0,23 dans la gamme d'angles de contact explorée expérimentalement [62].

On en déduit le débit total dans le ruisselet :

$$Q^* = mB^4 \frac{(1 - \cos \theta)^2 (\theta - \sin \theta \cos \theta)}{\sin^4 \theta} \quad (\text{A.18})$$

A.1.3 Ruisselet plat ($B \rightarrow \infty$)

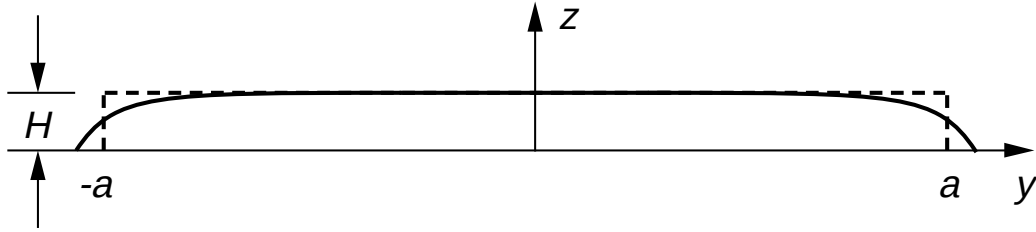


FIG. A.2 – *Modèle de ruisselet à grand nombre de Bond. Profil réel (trait continu) et profil modèle d'épaisseur constante (tirets).*

Lorsque les dimensions du ruisselet sont grandes, il ressent fortement les effets de la gravité qui lui donnent une forme aplatie. Dans la limite $B \rightarrow \infty$, la largeur du ruisselet est très grande devant son épaisseur on peut donc négliger les effets de bord et considérer que le profil de ce ruisselet est rectangulaire, avec une épaisseur de liquide constante égale à l'épaisseur d'équilibre d'une flaque (Fig. A.2. Cette épaisseur est donnée par (voir équation 3.19 page 43) :

$$H^* = 2 \sin \frac{\theta}{2} \quad (\text{A.19})$$

Le calcul de la section est immédiat :

$$S^* = 4B \sin \frac{\theta}{2} \quad (\text{A.20})$$

Enfin l'expression du débit est obtenue facilement :

$$Q^* = \frac{16}{3} B \sin^3 \frac{\theta}{2} \quad (\text{A.21})$$

A.2 Comparaison des trois modèles

Les trois modèles présentés ci-dessus sont comparés ici du point de vue des grandeurs intéressantes pour la modélisation du bourrelet bordant les zones sèches sur un plan incliné, à savoir son épaisseur au centre H , sa section S et le débit de liquide à l'intérieur Q , grandeurs intervenant dans les diverses équations d'équilibre et de conservation des chapitres 3 et 4 de la partie I.

La figure A.3 compare les épaisseurs de ruisselet H^* données par les différents modèles (équations A.8, A.14, A.19), en fonction du nombre de Bond (soit de la taille du ruisselet, toutes choses égales par ailleurs). Pour les faibles nombres de Bond ($B < 1$), le modèle de ruisselet semi-circulaire est en parfait accord avec le modèle de Duffy et Moffatt. Au delà de $B = 2$, cette approximation devient mauvaise, et c'est le modèle de ruisselet plat qui donne la meilleure valeur approchée. On note que la valeur asymptotique du modèle de Duffy et Moffatt n'est pas strictement

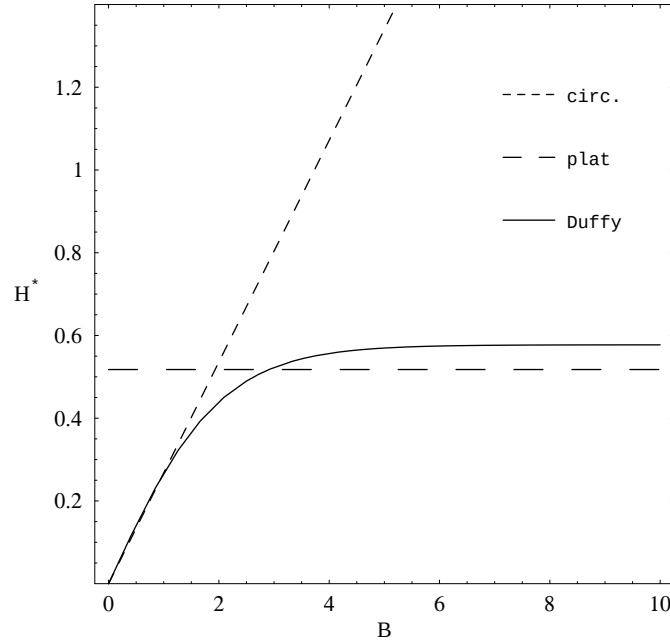


FIG. A.3 – Hauteur au centre du ruisselet pour les différents modèles, calculée pour $\theta = 30^\circ$

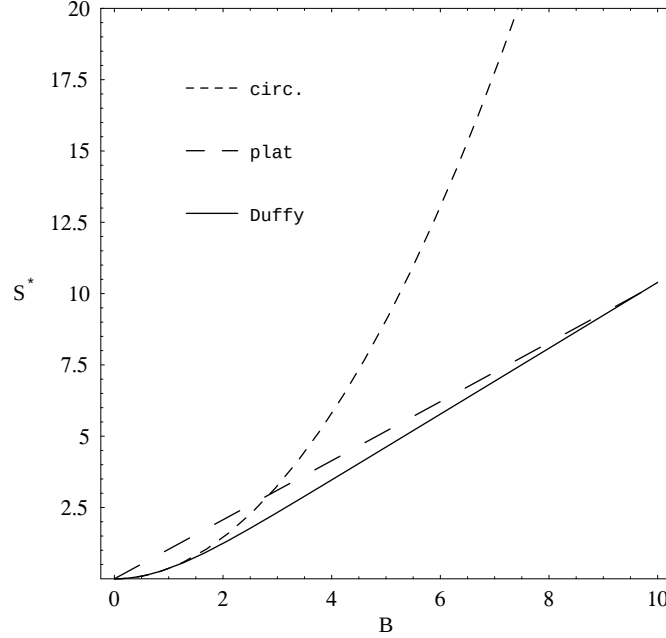


FIG. A.4 – *Section du ruisselet pour les différents modèles, calculée pour $\theta = 30^\circ$*

égale à l'épaisseur du ruisselet plat. Cette différence est liée aux approximations de lubrification, qui ne sont valables qu'à petit θ . Les calculs présentés ici correspondent à $\theta = 30^\circ$, qui n'est déjà plus un angle «petit» pour les fonctions trigonométriques intervenant dans les expressions de H . Pour $B \rightarrow \infty$, c'est le modèle de ruisselet plat qui doit être considéré comme exact, puisqu'il ne fait pas intervenir d'hypothèse sur l'angle de contact.

La section du ruisselet (fig. A.4) dans le modèle semi-circulaire s'écarte du modèle de Duffy et Moffatt à partir de $B = 2$. Au delà de $B = 3$, le modèle de ruisselet plat donne une bonne approximation de la section S^* . La pente asymptotique des modèles de ruisselet plat et de Duffy et Moffatt est légèrement différentes pour les mêmes raisons que ci-dessus, à savoir la validité restreinte aux petits θ du modèle de Duffy et Moffatt.

Enfin on peut également comparer les prévisions de débit Q^* des trois modèles (Fig. A.5). Encore une fois, le modèle de ruisselet semi-circulaire cesse d'être valable à partir de $B = 2$ environ. Le modèle de Duffy et Moffatt n'est pas d'une grande

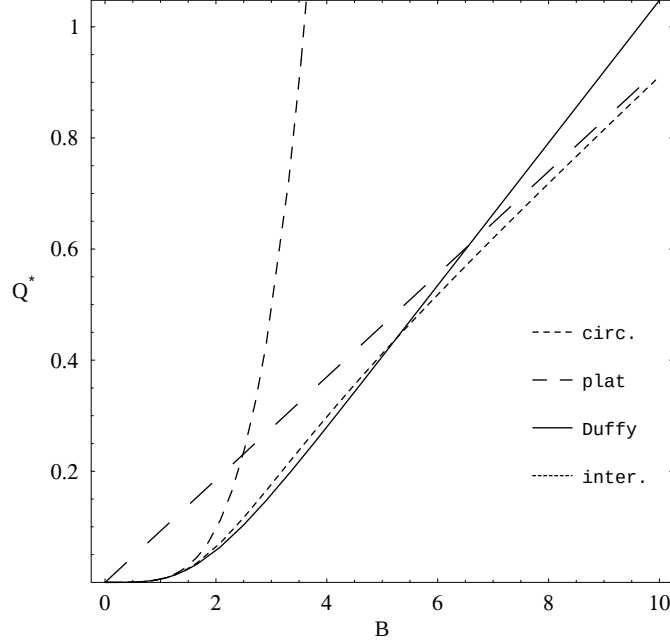


FIG. A.5 – Débit dans le ruisselet pour les différents modèles, calculé pour $\theta = 30^\circ$. L'interpolation donnée par l'équation A.22 est représentée en pointillés.

utilité à grand nombre de Bond, car l'écart de pente avec le modèle de ruisselet plat est trop important du fait de l'approximation de petit angle de contact. Pour cette raison, on a préféré comparer les modèles limites à un modèle interpolé de la façon suivante :

$$\frac{1}{Q_{int}^*} = \frac{1}{Q_{circ}^*} + \frac{1}{Q_{plat}^*} \quad (\text{A.22})$$

Cette interpolation suit les modèles limites pour $B \rightarrow 0$ et $B \rightarrow \infty$, et est en assez bon accord avec le modèle de Duffy dans la partie intermédiaire, où il semble qu'aucun des deux modèles limites ne donne une approximation satisfaisante du débit Q .

A.3 Limite de validité du modèle de bourrelet semi-circulaire

Les résultats de calculs présentés dans la section précédente laissent apparaître que le modèle de ruisselet semi-circulaire n'est plus valable au delà de $B = 2$ environ pour $\theta = 30^\circ$. Pour généraliser ce résultat à tout angle de contact, on peut estimer que la validité de ce modèle limite s'arrête au point où l'épaisseur H prévue est égale à celle prévue par l'autre modèle limite (ruisselet plat).

De l'égalité des équations A.14 et A.19, on déduit un nombre de Bond critique :

$$B_c = \frac{2 \sin \theta \sin \frac{\theta}{2}}{1 - \cos \theta} \quad (\text{A.23})$$

A ce nombre de Bond correspond un débit interpolé dans le bourrelet (eq. A.22) égal à environ la moitié du débit dans le modèle «ruisselet plat», soit un débit de :

$$Q_c = \frac{16 \sin \theta \sin^4 \frac{\theta}{2}}{3 (1 - \cos \theta)} U_c l_{c,\alpha}^2 \tan \alpha \quad (\text{A.24})$$

Au delà de ce débit, le bourrelet ne peut plus être considéré comme semi-circulaire. On peut calculer à partir de quelle abscisse x_c (comptée depuis le sommet d'une zone sèche) cette approximation n'est plus valable. Le débit dans le bourrelet est en effet égal au débit linéique du film Γ collecté sur une largeur x_c (cf. équation 3.3 page 40). On en déduit :

$$x_c = \frac{16 \sin \theta \sin^4 \frac{\theta}{2}}{3 (1 - \cos \theta)} \frac{U_c l_{c,\alpha}^2 \tan \alpha}{\Gamma} \quad (\text{A.25})$$

Un calcul de cette abscisse critique en fonction du débit Γ pour deux angles de contact différents couvrant les deux types de revêtement de surface utilisés dans les expériences est représenté en figure A.6. Pour les deux valeurs de θ , on a tracé l'évolution de x_c en fonction de Γ pour différentes inclinaisons α (10° , 30° , 60° et 80°). Les caractéristiques U_c et l_c sont celles de l'huile silicone 47V20. Les courbes en trait gras montrent la limite d'existence des zones sèches (débit critique Γ_c mesuré expérimentalement). Dans l'ensemble des expériences, la demi-largeur des zones sèches n'excède pas 10 cm. Il faut donc sur la figure A.6 déterminer pour quelles inclinaisons l'abscisse critique x_c définie par l'équation A.25 risque d'être atteinte.

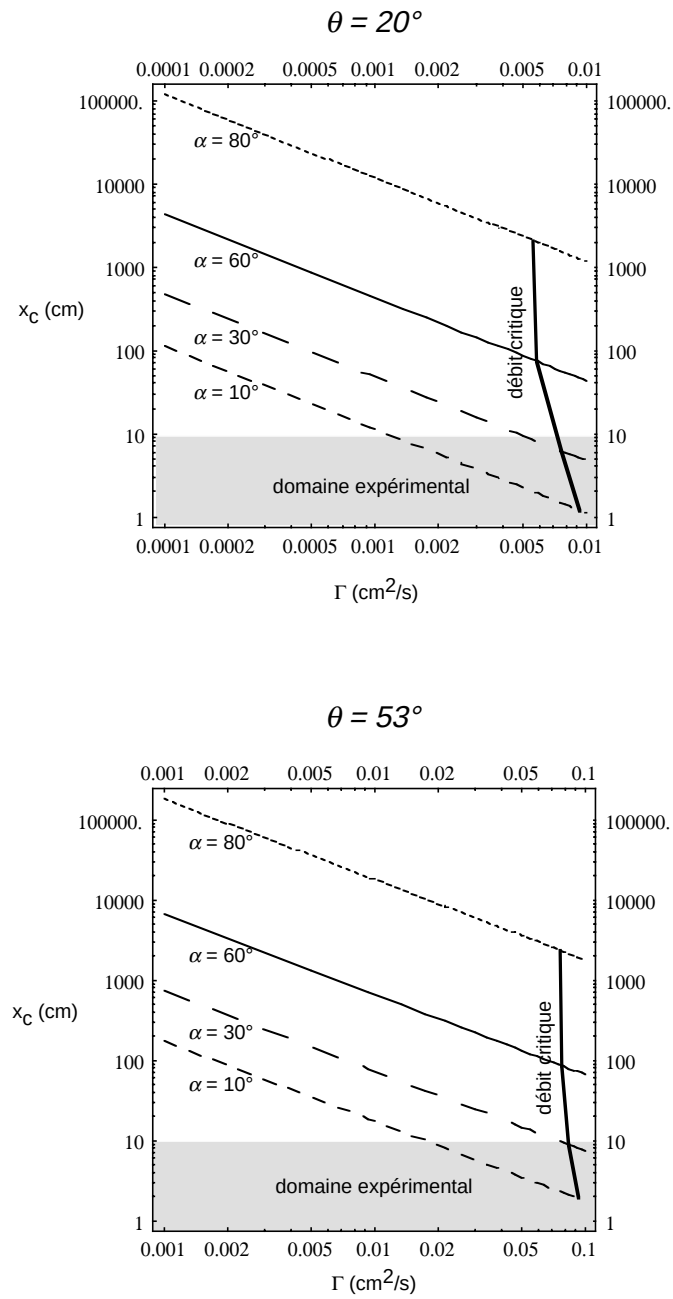


FIG. A.6 – Abscisse à partir de laquelle l'approximation de bourrelet circulaire n'est plus valable, pour $\theta = 20^\circ$ et $\theta = 53^\circ$ (équation A.25). La courbe en trait gras représente la limite expérimentale Γ_c d'existence des zones sèches. Le domaine grisé représente la gamme d'abscisses accessible expérimentalement

Quelle que soit la valeur de l'angle de contact, on constate que x_c est supérieur à 10cm dès que $\alpha > 30^\circ$. Pour des inclinaisons importantes ($\alpha > 60^\circ$), l'abscisse critique est même très grande devant les dimensions de l'expérience ($x_c > 100$ cm).

En conclusion, sauf pour les inclinaisons les plus faibles du plan de l'écoulement, on peut considérer que l'approximation de bourrelet semi-circulaire permet d'en estimer raisonnablement les paramètres intéressants que sont H , S et $Q = SU$.

Annexe B

Phys. Fluids **11**, 845-852 (1999)

insertion

insertion

insertion

insertion

insertion

insertion

insertion

insertion

Bibliographie

- [1] A. AGUNAOUN, A. DAÏF, M. GRISENTI, et R. BARRIOL. « Transfert de chaleur dans un film tombant autour d'un cylindre horizontal ». *Can. J. Chem. Eng.*, 72:961–965, 1994.
- [2] S. G. BANKOFF. « Stability of liquid flow down a heated inclined plate ». *Int. J. Heat Mass Transfer*, 14:377–385, 1971.
- [3] S. G. BANKOFF. « Problems in Interfacial Stability ». *Ann. New York Acad. Sci.*, 404:405–419, 1983.
- [4] A. BELMONTE. « Self-oscillations of a cusped bubble rising through a micellar solution ». to appear in *Rheologica Acta*, 2000.
- [5] J. J. BIKERMAN. « Sliding of drops from surfaces of different roughnesses ». *J. Colloid Sci.*, 5:349, 1950.
- [6] T. D. BLAKE et J. M. HAYNES. Contact-angle hysteresis. Dans *Progress in surface and membrane science*, volume 6. Academic Press, New York, 1973.
- [7] T. D. BLAKE et K. J. RUSCHAK. « A maximum speed of wetting ». *Nature*, 282:489–491, 1979.
- [8] T. D. BLAKE et K. J. RUSCHAK. Wetting : static and dynamic contact lines. Dans S. F. KISTLER et P. M. SCHWEITZER, éditeurs, *Liquid film coating. Scientific principles and their applications*, Chapitre 3, pages 63–97. Chapman & Hall, 1997.
- [9] D. B. BOGY. « Drop formation in a circular liquid jet ». *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 11:207–228, 1979.
- [10] F. BROCHARD, E. RAPHAEL, et L. VOVELLE. « Démouillage en régime inertiel : apparition d'ondes capillaires ». *C. R. Acad. Sci. (Paris)*, 321:367–370, 1995.
- [11] F. BROCHARD, C. REDON, et F. RONDELEZ. « Démouillage : régime de gravité ». *C. R. Acad. Sci. (Paris)*, 306:1143–1146, 1988.
- [12] F. BROCHARD-WYART. Histoires de gouttes : capillarité et mouillage. Dans M. DAOUD et C. WILLIAMS, éditeurs, *La Juste Argile*, Chapitre I., pages 1–42. Les Éditions de Physique, Les Ulis, France, 1995.
- [13] F. BROCHARD-WYART. « Quand les Liquides Démouillent ». *La Recherche*, 286:55–57, 1996.
- [14] F. BROCHARD-WYART et P.-G. de GENNES. « Shocks in an inertial dewetting process ». *C. R. Acad. Sci. (Paris)*, 324:257–260, 1997.

- [15] F. BROCHARD-WYART, J.-M. di MEGLIO, et D. QUÉRÉ. « Démouillage. Etude du retrait d'un film liquide non mouillant déposé sur un plan ou une fibre ». *C. R. Acad. Sci. (Paris)*, 304:553–558, 1987.
- [16] R. BRUINSMA. « The statistical mechanics of meandering ». *J. Phys. France*, 51:829–845, 1990.
- [17] G. CALLEGARI. Stage, 1997.
- [18] M. C. CHYU et A. E. BERGLES. « An analytical and experimental study of falling-film evaporation on a horizontal tube ». *ASME J. Heat Transf.*, 109:983–990, 1987.
- [19] Christophe CLANET et Juan C. LASHERAS. « Transition from dripping to jetting ». *J. Fluid Mech.*, 383:307–326, 1999.
- [20] R. G. COX. « The dynamics of the spreading of liquids on a solid surface. Part 1. Viscous flow ». *J. Fluid Mech.*, 168:169–194, 1986.
- [21] P.-G. de GENNES. « Wetting: static and dynamics ». *Rev. Mod. Phys.*, 57:829–845, 1985.
- [22] P.-G. de GENNES. « Comment s'étale une goutte? ». *Pour la Science*, pages 88–96, 1994.
- [23] P. G. de GENNES, X. HUA, et P. LEVINSON. « Dynamics of wetting: local contact angles ». *J. Fluid Mech.*, 212:55–63, 1990.
- [24] B. R. DUFFY et H. K. MOFFATT. « Flow of a viscous trickle on a slowly varying incline ». *Chem. Eng. J.*, 60:141–146, 1995.
- [25] B. R. DUFFY et S. K. WILSON. « Thin-film and curtain flow on the outside of a rotating horizontal cylinder ». *J. Fluid Mech.*, 394:29–49, 1999.
- [26] E. B. DUSSAN V.. « The moving contact line: the slip boundary condition ». *J. Fluid Mech.*, 77:665–684, 1976.
- [27] E. B. DUSSAN V.. « On the spreading of liquids on solid surfaces. Static and dynamic contact lines ». *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 11:371, 1979.
- [28] E. B. DUSSAN V., E. RAMÉ, et S. GAROFF. « On identifying the appropriate boundary condition at a moving contact line: an experimental investigation ». *J. Fluid Mech.*, 230:97–116, 1991.
- [29] E. B. DUSSAN V. et R. TAO-PING CHOW. « On the ability of drops or bubbles to stick to non-horizontal surfaces of solids ». *J. Fluid Mech.*, 137:1–29, 1983.
- [30] J. EGGERS. « Nonlinear dynamics and breakup of free-surface flows ». *Rev. Mod. Phys.*, 69:865–929, 1997.
- [31] Jens EGGERS, John R. LISTER, et Howard A. STONE. « Coalescence of liquid drops ». *J. Fluid Mech.*, 401:293–310, 1999.
- [32] M. FERMIGIER, L. LIMAT, J. E. WESFREID, P. BOUDINET, et C. QUILLET. « Two-dimensional patterns in Rayleigh-Taylor instability of a thin layer ». *J. Fluid Mech.*, 236:349–383, 1992.
- [33] C. G. L. FURMIDGE. « Studies at phase interfaces. I. The sliding of liquid drops on solid surfaces and theory for spray retention ». *J. Colloid Sci.*, 17:309, 1962.

- [34] E. N. GANIC et M. N. ROPPO. « An experimental study of falling liquid film breakdown on a horizontal cylinder during heat transfer ». *ASME J. Heat Transf.*, 102:342–346, 1980.
- [35] G. GRÉGOIRE. « Etude du mouillage d'une plaque sous écoulement d'huile ». Stage de 3^e année de l'ESPCI, 1996.
- [36] D. E. HARTLEY et W. MURGATROYD. « Criteria for the Break-up of Thin Liquid Layers Flowing Isothermally over Solid Surfaces ». *Int. J. Heat Mass Transfer*, 7:1003–1015, 1964.
- [37] Diane M. HENDERSON, William G. PRITCHARD, et Linda B. SMOLKA. « On the pinch-off of a pendant drop of viscous liquid ». *Phys. Fluids*, 9(3188–3200), 1997.
- [38] L. M. HOCKING. « Spreading and instability of a viscous fluid sheet ». *J. Fluid Mech.*, 211:373–392, 1990.
- [39] R. L. HOFFMAN. « A study of the advancing interface ». *J. Colloid Interface Sci.*, 50:228, 1975.
- [40] H. E. HUPPERT. « Flow and instability of a viscous current down a slope ». *Nature*, 300:427–429, 1982.
- [41] W. JIN, J. KOPLIK, et J. R. BANAVAR. « Wetting hysteresis at the molecular scale ». *Phys. Rev. Lett.*, 78:150–1523, 1997.
- [42] J.-F. JOANNY. « *Le mouillage* ». PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, Paris 6, 1985.
- [43] B. S. KENNEDY et R. BURLEY. « Dynamic fluid interface displacement and prediction of air entrainment ». *J. Colloid Interface Sci.*, 62:48–62, 1977.
- [44] H. S. KHESHGI et L. E. SCRIVEN. « Dewetting: nucleation and growth of dry regions ». *Chem. Engin. Sci.*, 46:519–526, 1991.
- [45] S. F. KISTLER et L. E. SCRIVEN. « The teapot effect: sheet-forming flows with deflection, wetting and hysteresis ». *J. Fluid Mech.*, 263:19–62, 1994.
- [46] Stephan F. KISTLER et Peter M. SCHWEIZER, éditeurs. *Liquid Film Coating*. Chapman & Hall, London, 1997.
- [47] H. LAMB. *Statics*. Cambridge University Press, 2 édition, 1926.
- [48] L. LIMAT. « Instabilité d'un liquide suspendu sous un surplomb solide : influence de l'épaisseur de la couche ». *C. R. Acad. Sci. (Paris)*, 317:563–568, 1993.
- [49] L. LIMAT, P. JENFFER, B. DAGENS, E. TOURON, M. FERMIGIER, et J. E. WESFREID. « Rayleigh-Taylor instability of a thin layer : dynamics of pattern selection ». *Physica D*, 61:166, 1992.
- [50] S. P. LIN et R. D. REIZ. « Drop and spray formation from a liquid jet ». *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 30:85–105, 1998.
- [51] Y. LIU, T. Y. LIAO, et D. D. JOSEPH. « A two-dimensional cusp at the trailing edge of an air bubble rising in a viscoelastic liquid ». *J. Fluid Mech.*, 304:321–342, 1995.

- [52] F. MELO, J. F. JOANNY, et S. FAUVE. « Fingering Instability of Spinning Drops ». *Phys. Rev. Lett.*, 63:1958–1961, 1989.
- [53] D. T. MOYLE, M.-S. CHEN, et G. M. HOMSY. « Nonlinear rivulet dynamics during unstable wetting flows ». *Int. J. Multiphase Flow*, 25:1243, 1999.
- [54] W. MURGATROYD. « The role of shear and form forces in the stability of a dry patch in two-phase film flow ». *Int. J. Heat Mass Transfer*, 8:397–301, 1965.
- [55] T. NAKAGAWA et J. C. SCOTT. « Stream meanders on a smooth hydrophobic surface ». *J. Fluid Mech.*, 149:89–99, 1984.
- [56] W. NÜSSELT. « Die Oberflächenskondensation des Wasserdampfes ». *Z. Ver. Dtsch. Ing.*, 60:541–552, 1916.
- [57] T. ONDARÇUHU. « Total or partial pinning of a droplet on a surface with a chemical discontinuity ». *J. Phys. II France*, 5:227–241, 1995.
- [58] T. ONDARÇUHU et M. VEYSSIÉ. « Dynamics of spreading of a liquid across a surface chemical discontinuity ». *J. Phys II*, 1:75–85, 1991.
- [59] T. ONDARÇUHU et M. VEYSSIÉ. « Relaxation modes of the contact line of a liquid spreading on a surface ». *Nature*, 352, 1991.
- [60] A. PATERSON. « Mouillage de surfaces hétérogènes : Cellule de Hele-Shaw imparfaite ». PhD thesis, Univ. Paris VI, 1991.
- [61] A. PATERSON, M. FERMIGIER, P. JENFFER, et L. LIMAT. « Wetting on heterogeneous surfaces: Experiments in an imperfect Hele-Shaw cell ». *Phys. Rev. E.*, 51(2):1291–1298, 1995.
- [62] T. PODGORSKI, J.-M. FLESSELLES, et L. LIMAT. « Dry arches within flowing films ». *Phys. Fluids*, 11:845–852, 1999.
- [63] T. PODGORSKI, L. LIMAT, J.-M. FLESSELLES, G. CALLEGARI, et P. JENFFER. « Dewetting of flowing films ». Dans P. BOURGIN, éditeur, *Euromech 367 - Fluid Mechanics of Coating Processes*, Second European coating symposium, pages 450–459, Université Louis Pasteur, Strasbourg, France, juillet 1997.
- [64] A. B. PONTER, G. A. DAVIES, T. K. ROSS, et P. G. THORNLEY. « The influence of mass transfer on liquid film breakdown ». *Int. J. Heat Mass Transfer*, 10:349, 1967.
- [65] C. REDON, F. BROCHARD-WYART, et F. RONDELEZ. « Dynamics of Dewetting ». *Phys. Rev. Lett.*, 66(6):715–718, 1991.
- [66] B. REISFELD et S. G. BANKOFF. « Non-isothermal flow of a liquid film on a horizontal cylinder ». *J. Fluid Mech.*, 236:167–196, 1992.
- [67] G. REYDELLET. « Démouillage de films en écoulement ». Stage de Maîtrise, 1996.
- [68] D. RICHARD et D. QUÉRÉ. « Viscous drops rolling on a tilted non-wettable solid ». *Europhys. Lett.*, 48:286–291, 1999.
- [69] D. RICHARD et D. QUÉRÉ. « Bouncing water drops ». *Europhys. Lett.*, 50:768–775, 2000.

- [70] J. T. ROGERS. « Laminar falling film flow and heat transfer characteristics on horizontal tubes ». *Can. J. Chem. Eng.*, 59:213–222, 1981.
- [71] J. T. ROGERS et S. S. GOINDI. « Experimental laminar falling film heat transfer coefficient on a large diameter horizontal tube ». *Can. J. Chem. Eng.*, 67:560–568, 1989.
- [72] C. RUYER-QUIL et P. MANNEVILLE. « Improved modeling film flows down inclined planes ». *Preprint*, 1999.
- [73] L. W. SCHWARTZ. « Viscous flows down an inclined plane: Instability and finger formation ». *Phys. Fluids A*, 1:443–445, 1989.
- [74] M. E. R. SHANAHAN. « Capillary movement of nearly axisymmetric sessile drops ». *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 23:321–327, 1990.
- [75] A. SHARMA et E. RUCKENSTEIN. « Dewetting of Solids by the Formation of Holes in Macroscopic Liquid Films ». *J. Colloid Interface Sci.*, 119:14–29, 1987.
- [76] A. SHARMA et E. RUCKENSTEIN. « Dewetting of Solids by the Formation of Holes in Macroscopic Liquid Films ». *J. Colloid Interface Sci.*, 133:358–368, 1989.
- [77] Y. D. SHIKHMURZAEV. « Moving contact lines in liquid/liquid/solid systems ». *J. Fluid Mech.*, 334:211–249, 1997.
- [78] N. SILVI et E. B. DUSSAN V.. « On the rewetting of an inclined solid surface by a liquid ». *Phys. Fluids*, 28:5–7, 1985.
- [79] M. A. SPAID et G. M. HOMSY. « Stability of newtonian and viscoelastic dynamic contact lines ». *Phys. Fluids*, 8:460–478, 1996.
- [80] G. I. TAYLOR et D. H. MICHAEL. « On making holes in a sheet of fluid ». *J. Fluid Mech.*, 58:625–639, 1973.
- [81] S. M. TROIAN, E. HERBOLZHEIMER, S. A. SAFRAN, et J. F. JOANNY. « Fingering instabilities of driven spreading films ». *Europhys. Lett.*, 10:25–30, 1989.
- [82] S. M. TROIAN, X. L. WU, et S. A. SAFRAN. « Fingering instability in thin wetting films ». *Phys. Rev. Lett.*, 62:1496–1499, 1989.
- [83] I. VERETENNIKOV, A. INDEIKINA, et H.-C. CHANG. « Front Dynamics and fingering of a driven contact line ». *J. Fluid Mech.*, 373:81–110, 1998.
- [84] O. V. VOINOV. « Hydrodynamics of wetting ». *Fluid Dynamics*, 11:714–721, 1976.
- [85] S. D. R. WILSON. « The stability of a dry patch on a wetted wall ». *Int. J. Heat Mass Transfer*, 17:1607–1615, 1974.
- [86] S. K. WILSON, B. R. DUFFY, et S. H. DAVIS. « On a slender dry patch in a liquid film draining under gravity down an inclined plane ». *submitted to Euro. J. Appl. Math.*, 1999.
- [87] T. YOUNG. « An essay on the cohesion of fluids ». *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, 95:65–87, 1805.
- [88] N. ZUBER et F. W. STAUB. « Stability of dry patches forming in liquid films flowing over heated surfaces ». *Int. J. Heat Mass Transfer*, 9:897–905, 1966.

Résumé

L'écoulement d'un fluide sur une surface inclinée en conditions de mouillage partiel existe dans de nombreuses situations de la vie courante et dans des applications industrielles variées. A faible débit, des zones sèches stationnaires peuvent exister au sein d'un film en ruissellement, qui compromettent le fonctionnement de certains échangeurs de chaleur. Nous avons entrepris une étude expérimentale systématique de l'écoulement d'un film d'huile silicone sur un plan incliné convenablement traité pour obtenir un angle de contact statique fini (partie I). Nous montrons que des zones sèches stationnaires de forme bien définie et reproductible existent dans une certaine gamme de débit, et qu'elles sont supprimées au dessus d'un débit critique. Nous proposons une modélisation de ces phénomènes basés sur de subtils équilibres entre les effets de la gravité, de la viscosité et de la capillarité rendant compte des observations dans une large gamme de paramètres. Au premier ordre l'équilibre du bourrelet liquide délimitant une zone sèche résulte d'une compensation de son poids par les effets capillaires, et pour les forts angles de contact et des inclinaisons faibles du plan de l'écoulement, des effets secondaires liés à la courbure de la ligne de contact et à la pression hydrostatique dans le film jouent un rôle non négligeable et déterminent la stabilité du système. Nous avons également abordé le ruissellement de gouttes sur un plan incliné (partie II), pour lequel nous mettons en évidence l'existence de régimes d'écoulement variés. Suivant leur vitesse, les gouttes peuvent être *ovales*, *pointues* ou *perlantes*. Une interprétation de l'existence du régime de gouttes pointues basée sur un modèle d'angle de contact dynamique est proposée. Enfin, nous présentons quelques résultats qualitatifs sur l'écoulement d'eau dans un faisceau de tubes tel qu'on en rencontre dans certains échangeurs de chaleur (partie III).

mots-clés : MOUILLAGE, DÉMOUILLAGE, FILM, SURFACE LIBRE, GOUTTE, CAPILLARITÉ, ANGLE DE CONTACT

Summary

Many everyday situations and industrial applications involve a fluid flowing over an inclined surface under partial wetting conditions. At low flow rate, stationary dry patches can exist within a flowing film, which may lead to a loss of efficiency of certain heat exchangers. We made a systematical experimental study involving a film of silicone oil flowing over an inclined plane, which was properly coated in order to obtain a finite static contact angle (part I). We show that stationary dry arches with a well defined and reproducible shape exist within a range of flow rates. They are swept away by the flow over a critical flow rate. We suggest a model for these phenomena, based on subtle equilibrium between gravity, capillarity and viscosity, which recovers the behaviour of the system in a wide range of parameters. At the lowest order, the equilibrium of the liquid ridge which forms near the contact line results from a balance between its weight and capillary forces, and for high contact angles and low inclinations of the plate, secondary effects arising from the curvature of the contact line and hydrostatic pressure within the film become non-negligible and set the stability of the system. We also studied drops running over an inclined plate (part II), and show various flow regimes. Depending on their velocities, drop can be *oval*, *cornered* or *pearling*. We suggest an interpretation of the existence of cornered drops, based on a model of dynamical contact angles. Finally, we present a few qualitative results on the flow of water over an array of tubes similar to those present in some heat exchangers (part III).

key-words : WETTING, DEWETTING, FILM, FREE SURFACE, DROP, CAPILLARITY, CONTACT ANGLE