

Liste des tableaux**153**

Notations

a_s	Coefficient d'amortissement du joint secondaire ($N/m/s$)
c	Jeu radial (m)
C_p	Chaleur spécifique du fluide ($J/kg^\circ C$)
D	Diamètre du cylindre (m)
e, e_1, e_2	Longueur d'un anneau, du stator et du rotor (m)
E	Module d'Young (Pa)
f_0	flèche initiale des ressorts (m)
F_z^i	Action suivant \vec{Z}_0 exercée par l'élément i ($= ff$ pour le film fluide, fe pour le fluide environnant, r pour les ressorts et js pour les joints secondaires) sur le stator (N)
G	Centre de gravité du stator
G_1, I, I_1, J, J_1	Intégrales suivant l'épaisseur du film permettant la prise en compte des variations de viscosité
h	Épaisseur de film (m)
h_c	Coefficient de convection ($W/m^2^\circ C$)
h_e, h_i, h_{moy}	Épaisseur du film sur le rayon extérieur, intérieur et moyen (m)
H_1, H_2	Coordonnée axiale des points appartenant respectivement à la face du stator et du rotor (m)
I_t	Moment d'inertie transverse du stator au centre de gravité G (kg/m^2)
k	Coefficient de conductivité d'un matériau ($W/m^\circ C$)
k_f, k_1, k_2	Coefficient de conductivité du fluide, du stator et du rotor ($W/m^\circ C$)
k_r, k_s	Raideur des ressorts et du joint secondaire (N/m)
ℓ	Longueur de mélange
L	Distance des centres des faces (m)
m	Masse du stator (kg)
M_x^i, M_y^i	Moments suivant \vec{X}_0 et \vec{Y}_0 exercés par l'élément i ($= ff$ pour le film fluide, r pour les ressorts et js pour les joints secondaires) sur le stator (Nm)
M_1, M_2	Points appartenant respectivement à la face du stator et du rotor
N_i	Fonction d'interpolation associée au nœud i
N_λ	Taux de rotation globale des faces du joint ($rad/^\circ C$)
O, O_1	Centre des faces du rotor et du stator
p, \bar{p}	Pression et pression moyenne du fluide dans le film (Pa)

p_{air}	Pression de l'air comprimé (Pa)
p_e, p_i	Pression du fluide situé respectivement à l'extérieur et à l'intérieur du joint (Pa)
$\mathcal{P}, \mathcal{P}_0$	Puissance dissipée dans l'interface et puissance de référence (W)
q, q_i	Flux de chaleur et flux de chaleur nodal (W/m^2)
Q, Q_0	Débit de fuite et débit de référence (m^3/s ou l/h , unité plus couramment utilisée pour les garnitures)
r, θ, z	Coordonnées cylindriques (m, rad, m)
R_i, R_e, R_{moy}	Rayons intérieur, extérieur et moyen de la face de contact (m)
R_h, R_k, R_s	Rayon d'équilibrage et rayon d'action des ressorts et du joint secondaire (m)
R_m	Rayon délimitant la zone annulaire plate sur les faces d'une garniture hydrostatique (m)
R_t	Moyenne géométrique des rugosités moyennes des surfaces de contact (μm)
$S_1, S_2,$	Surfaces du film en contact avec le stator et le rotor
S_e, S_i	Surfaces extérieure et intérieure du film
S_f	Aire de la surface de frottement (m^2)
S_{air}, S_{huile}	Aire de la surface d'action de l'air et de l'huile sur le banc d'essai (m^2)
T, \bar{T}	Température et température moyenne du fluide dans le film ($^{\circ}C$)
T_0, T_1, T_2, T_f	Température de référence et température du stator, du rotor et du fluide environnant ($^{\circ}C$)
T_{moy}	Élévation moyenne de température des faces d'une garniture ($^{\circ}C$)
v_i	Fonction de pondération associée au nœud i
V_i, \bar{V}_i, v'_i	Vitesse, vitesse moyenne et vitesse fluctuante des particules fluides dans la direction i (m/s)
V_r	Vitesse radiale des particules fluides dans le film (m/s)
V_{X_2}, V_{Y_2}	Composantes des vitesses des points appartenant à la face du rotor (m/s)
$\bar{V}_x, \bar{V}_y, \bar{V}_z$	Vitesses moyennes des particules fluides dans le film (m/s)
V_{Z_1}	Vitesse axiale des points appartenant à la face du stator (m/s)
W	Charge axiale ou force de fermeture supportée par le contact (N)
x, y, z	Coordonnées cartésiennes dans le repère \mathfrak{R}_0 (m)
\bar{Z}	Distance à la paroi sans dimension
α_f	Diffusivité thermique du fluide (m^2/s)
β, β_1, β_2	Conicité totale des faces de la garniture ou d'un seul anneau et conicité du stator et du rotor (rad)
β_f	Coefficient de thermoviscosité du fluide ($1/^{\circ}C$)
δ_l, δ_l^+	Épaisseur et épaisseur sans dimension de la couche laminaire
δ_ϵ	Facteur d'interpolation pour la zone de transition laminaire turbulent
$\Delta p = p_e - p_i$	Différence de pression (Pa)

$\Delta R = R_e - R_i$	Largeur de l'interface (m)
ε_M	Diffusivité turbulente (m^2/s)
ε_H	Diffusivité thermique turbulente (m^2/s)
λ	Coefficient de dilatation ($^{\circ}C^{-1}$)
μ, μ_0	Viscosité dynamique du fluide et viscosité dynamique du fluide à la température T_f ($Pa.s$)
ν	Viscosité cinématique du fluide (m^2/s)
ν	Coefficient de Poisson
ρ	Masse volumique du fluide (kg/m^3)
$\bar{\tau}_{xz}, \bar{\tau}_{xz}$	Contraintes de cisaillement dans le fluide suivant \vec{X}_0 et \vec{Y}_0 (N/m^2)
τ, τ_w	Taux de cisaillement local et à la paroi (N/m^2)
τ^*, τ_w^*	Taux de cisaillement local et à la paroi sans dimension
τ_{ij}^R	Tenseur des tensions de Reynolds
ϕ	Fonction de dissipation visqueuse
φ_1	Angle de déphasage entre les vecteurs de mésalignement (rad)
χ_1, χ_2	Angle de mésalignement du stator et du rotor (rad)
χ_2^x, χ_2^y	Projections sur les axes \vec{X}_0 et \vec{Y}_0 du mésalignement du rotor (rad)
χ_1^x, χ_1^y	Projections sur les axes \vec{X}_0 et \vec{Y}_0 du mésalignement du stator (rad)
$\dot{\chi}_1^x, \dot{\chi}_1^y$	Projections sur les axes \vec{X}_0 et \vec{Y}_0 de la vitesse de mésalignement du stator (rad/s)
$\ddot{\chi}_1^x, \ddot{\chi}_1^y$	Projections sur les axes \vec{X}_0 et \vec{Y}_0 de l'accélération de mésalignement du stator (rad/s^2)
ω	Vitesse de rotation du rotor (rad/s)

Nombres sans dimension

$b = \frac{\beta}{\lambda T_{moy}}$	Nombre caractérisant la capacité d'un anneau à se déformer sous l'effet d'une augmentation de température T_{moy}
b_1, b_2	Nombre b du stator et du rotor
B	Coefficient de compensation ou facteur d'équilibrage d'une garniture
B_{tot}	Facteur global d'équilibrage d'une garniture
E, E_0	Efficacité thermique équivalente d'une garniture et efficacité thermique de référence
E_t, E_1, E_2	Efficacité thermique d'un anneau, du stator et du rotor
$G = \frac{\mu R_m \omega (R_e - R_i)}{W}$	Paramètre de service
$L = \frac{\mu R_m \omega \pi (R_e^2 - R_i^2)}{WR_t}$	Nombre de lubrification
$m = \frac{e}{\Delta R} \sqrt{\frac{h \Delta R}{k}}$	Paramètre thermique
$Nu_D = \frac{h_c D}{k_f}$	Nombre de Nusselt pour l'écoulement autour d'un cylindre
$Pr = \frac{C_p \mu}{k_f}$	Nombre de Prandtl

$$Pr^t = \frac{\varepsilon_M}{\varepsilon_H}$$

$$Pe = \frac{\rho C_p Q h_{moy}}{2\pi R_{moy} (R_e - R_i) k_f}$$

$$Re_C = \frac{\rho r \omega h}{\mu}$$

$$Re_C^l, Re_C^t$$

$$Re_D = \frac{\rho \omega D^2}{2\mu}$$

$$Re_P = \frac{\rho Q}{2\mu \pi r}$$

$$Re_P^* = Re_P \frac{h}{\Delta R}$$

$$Re_P^l, Re_P^t$$

$$\alpha = \sqrt{\left(\frac{Re_C}{Re_C^l}\right)^2 + \left(\frac{Re_P}{Re_P^l}\right)^2}$$

Nombre de Prandtl turbulent

Nombre de Peclet dans le film

Nombre de Reynolds de Couette

Nombre de Reynolds limite de régime laminaire et de régime turbulent pour un écoulement de Couette

Nombre de Reynolds associé à un cylindre en rotation dans un fluide

Nombre de Reynolds de Poiseuille

Nombre de Reynolds de Poiseuille modifié

Nombre de Reynolds limite de régime laminaire et de régime turbulent pour un écoulement de Poiseuille

Facteur d'écoulement

Repère

$$\mathfrak{R}_0(O, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$$

Repère orthonormé de référence dont le centre est confondu avec le centre de la face du rotor et l'axe \vec{Z}_0 est aligné avec l'axe de rotation

Indices et exposants

C	Couette
D	Grandeur liée à un cylindre de diamètre D
i	Intérieur
e	Extérieur
l	Laminaire
P	Poiseuille
t	Turbulent
0	Grandeur de référence
1	Grandeur liée au stator
2	Grandeur liée au rotor

Sigles

THD	ThermoHydroDynamique
TEHD	ThermoElastoHydroDynamique

Introduction

Les garnitures mécaniques ou joint d'étanchéité à faces radiales sont utilisés pour assurer l'étanchéité d'arbres tournants lorsque les conditions de vitesse, de température et/ou de pression ne permettent pas l'utilisation de joints classiques en élastomère. Les critères économiques du monde industriel nécessitent des étanchéités dynamiques de plus en plus performantes et conduisent donc à une généralisation de l'emploi des garnitures mécaniques. Les avancées technologiques permanentes permettent l'utilisation des joints d'étanchéité à faces radiales dans des conditions d'exploitation extrêmement sévères [TI] :

hautes pressions : plus de 15MPa ;

hautes et basses températures : de -200 à plus de 400°C ;

grandes vitesses : plus de $10000\text{tr}/\text{min}$;

grands diamètres : supérieur à 500mm ;

pour des durées de vie pouvant atteindre plusieurs dizaines de milliers d'heures.

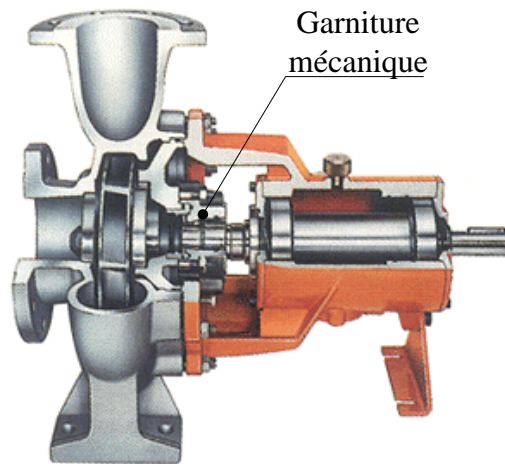


FIG. 1 – Garniture mécanique dans une pompe centrifuge (source Burgmann)

Les garnitures mécaniques sont présentes dans tous les secteurs d'activités : chimie, industrie pétrolière et de transformation, agro-alimentaire, papeterie, transport, nucléaire... Elles sont donc amenées à assurer l'étanchéité de divers fluides liquides, pâteux ou gazeux et éventuellement chargés de particules solides sur de nombreuses machines telles que pompes (figure 1), compresseurs, agitateurs, turbines à gaz.

Dans une logique économique de moindre coût, il est important d'espacer au maximum les opérations de maintenance sur les garnitures mécaniques qui nécessitent de stopper le processus industriel

dans lequel elles interviennent. Cependant, dans le cas de produits dangereux ou toxiques, un défaut d'étanchéité peut avoir de graves conséquences pour le personnel et l'environnement. Il est donc essentiel de cerner les facteurs influant sur les performances et la durée de vie des joints d'étanchéité à faces radiales. La présente étude s'inscrit dans cette démarche.

Constitution et principe de fonctionnement d'une garniture mécanique

Une garniture mécanique se compose principalement d'un ensemble tournant ou rotor lié à l'arbre et d'un ensemble fixe ou stator lié au carter de la machine. Dans l'exemple présenté sur la figure 2, le rotor est fixé de façon rigide à l'arbre. Les étanchéités secondaires, réalisées par des joints toriques, et les ressorts confèrent au stator les degrés de liberté nécessaires à un alignement parfait avec l'élément tournant. Le joint est dit à "stator flottant". Réciproquement, il existe des joints à "rotor flottant", mais nous nous limitons volontairement à l'étude du premier type de garniture.

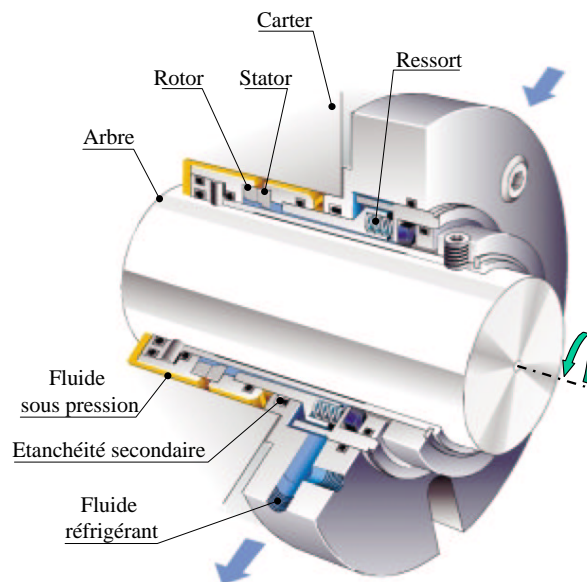


FIG. 2 – Constitution d'une garniture mécanique (Safeseal SBW John Crane)

Les faces de frottement du rotor et du stator constituent la barrière entre les deux milieux. Celles-ci sont maintenues en contact par l'effort exercé par les ressorts et par le fluide sous pression. Les étanchéités statiques entre les autres éléments de la garniture sont assurés par des joints toriques comme sur l'exemple de la figure 2. Sur certains modèles de joint un soufflet métallique ou en élastomère remplace les ressorts et joue le rôle d'étanchéité secondaire.

Une étanchéité efficace implique un débit de fuite nul. Néanmoins, lorsque les critères de fiabilité sont prépondérants, les deux bagues constituant la garniture doivent être séparées par un film fluide très mince (de l'ordre de quelques μm) afin d'éviter l'usure des faces de la garniture tout en limitant la fuite à une valeur acceptable. Le film fluide est fortement cisailé en raison du mouvement relatif des anneaux et de la différence de pression entre l'intérieur et l'extérieur du joint. La puissance dissipée par frottement visqueux génère une élévation de température au sein du film et des éléments contigus. Les conditions de lubrification de l'interface du joint se trouvent alors modifiées en raison de l'évolution de la viscosité du fluide avec la température, des déformations thermoélastiques des éléments du

joint qui peuvent être du même ordre que l'épaisseur du film et de l'apparition, dans certains cas, de changement de phase. Une telle évolution peut aboutir à un comportement instable du joint qui se caractérise par une fuite importante ou bien par le contact des faces entraînant une détérioration rapide. Toutefois l'injection d'un fluide réfrigérant permet, dans certains cas, d'éviter ces situations critiques (figure 2). En revanche, les effets thermiques peuvent être utilisés pour améliorer les performances du joint (fuite réduite, meilleur comportement dynamique...).

Plan du mémoire

Pour entreprendre l'étude des effets thermiques dans les garnitures mécaniques, il a fallu attendre que les phénomènes régissant la lubrification des faces puis le comportement dynamique des joints soient compris. Ces thèmes ont fait l'objet de travaux de recherche à partir, respectivement, des années 60 et 80. C'est donc plus récemment que l'étude du comportement thermique des garnitures mécaniques a été entreprise. La présente étude s'inscrit dans la continuité des travaux entrepris au L.M.S. dans le but de mieux comprendre les phénomènes thermiques dans les garnitures mécaniques à stator flottant dont les faces sont séparées par un liquide incompressible. La majorité du travail consiste en une modélisation numérique originale du problème. Une partie expérimentale a en outre été entreprise dans une optique de validation du modèle numérique.

Le premier chapitre fait l'objet d'un état de l'art sur les garnitures mécaniques. Les problèmes propres à la lubrification des faces sont tout d'abord passés en revue. Puis, les principaux travaux concernant le comportement dynamique de l'élément flottant d'une garniture sont rappelés. Finalement, la littérature traitant des effets thermiques dans les joints d'étanchéité à faces radiales est détaillée. Les aspects théoriques et expérimentaux sont abordés. Un soin particulier est apporté à l'étude des conditions d'échanges entre le fluide et les solides constituant le joint. Ce chapitre permet de dégager les principales hypothèses nécessaires à la modélisation théorique du problème thermique dans les garnitures mécaniques.

Le film fluide séparant les faces de frottement d'un joint est généralement très mince ce qui permet d'une part de considérer l'écoulement laminaire et d'autre part de négliger les termes d'inertie dans les équations de Navier Stokes. Dans le cas des garnitures hydrostatiques utilisées notamment dans certaines applications nucléaires, l'épaisseur du film est supérieure à $10\mu m$. Il convient alors de remettre en cause les hypothèses classiques de la lubrification. C'est le but du chapitre 2. A partir de la littérature, les limites de régime laminaire et turbulent sont fixées pour le cas des garnitures. L'intensité des effets d'inertie est quantifiée. Finalement un modèle de turbulence est choisi puis intégré dans les équations de conservation du fluide.

La modélisation théorique des effets thermiques dans les garnitures mécaniques est présentée dans le chapitre 3. Les vitesses et les positions des faces du joint sont tout d'abord exprimées. Dans un second temps, les équations de la dynamique du stator flottant sont établies. Puis les équations de conservation dans le fluide sont adaptées pour tenir compte de la faible épaisseur du film. Les conditions aux limites utilisées sont ensuite présentées. Finalement la méthode numérique de résolution est détaillée.

Le modèle théorique est exploité dans le chapitre 4 dans le cadre d'une étude visant à quantifier l'influence des différents paramètres pouvant affecter les performances d'une garniture mécanique. L'effet des conditions d'exploitation et de la conception du joint est étudié dans un premier temps. Puis l'influence de certains défauts géométriques sur le comportement d'une garniture est abordée. Une dernière partie montre dans quelle mesure le régime d'écoulement dans le film fluide peut affecter les conditions de fonctionnement d'un joint d'étanchéité à faces radiales.

Le but du chapitre 5 est de valider le modèle numérique. Pour cela, des relevés de température par thermographie infrarouge ont été effectués sur un joint expérimental développé à cet effet. Le nouveau dispositif d'essais et les techniques expérimentales utilisées sont décrits dans une première partie. Puis les résultats obtenus sont confrontés aux prédictions théoriques.

Finalement les principaux résultats et l'ensemble des conclusions dégagées dans le document sont synthétisées dans un dernier chapitre. Les perspectives ouvertes par la présente étude sont ensuite envisagées.

Chapitre 1

Étude bibliographique

1.1 Lubrification des faces

Les faces d'une garniture mécanique sont lubrifiées par le fluide environnant qui s'introduit dans le contact. Suivant la conception du joint et les conditions de fonctionnement, le régime de lubrification peut être [Leb91] :

mixte : Il se caractérise par un contact partiel des aspérités. La charge appliquée au contact est supportée à la fois par les aspérités et le fluide sous pression ;

hydrodynamique : Il se caractérise par une séparation totale des faces du joint. La charge appliquée au contact est alors uniquement supportée par le fluide.

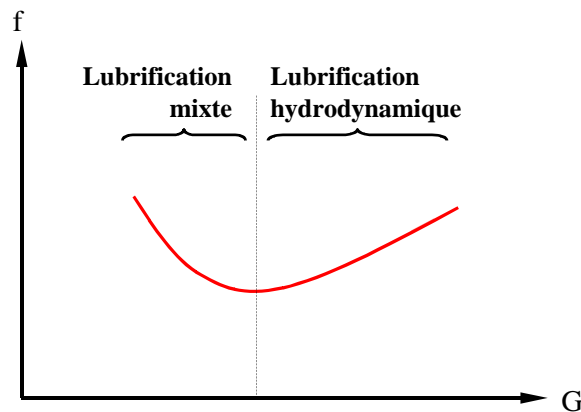
Dans le cadre des joints à faces radiales, il est commode de présenter ces deux types de lubrification à partir d'un graphe $f - G$ où f est un facteur de frottement et G le paramètre de service ou "duty parameter" :

$$G = \frac{\mu R_{moy} \omega (R_e - R_i)}{W}$$

Le paramètre G est l'équivalent du nombre de Sommerfeld utilisé pour les paliers dans lequel μ , R_{moy} , R_e , R_i , ω et W sont respectivement la viscosité dynamique du fluide, le rayon moyen, le rayon extérieur et le rayon intérieur du joint, la vitesse de rotation et la charge axiale supportée par les faces de la garniture [Nau67]. Il représente le rapport entre la portance hydrodynamique et la charge appliquée au contact. Plus G est petit plus le contact est chargé. L'allure générale d'un graphe $f - G$ est présenté sur la figure 1.1. Dans la zone de lubrification mixte, le facteur de frottement décroît à mesure que les effets hydrodynamiques tendent à séparer les faces. Lorsque les faces sont complètement séparées, le facteur f atteint un minimum puis augmente avec les effets hydrodynamiques ce qui est typique d'un frottement visqueux [Leb91].

Suivant les auteurs et les matériaux des anneaux du joint utilisé, la transition du régime de lubrification mixte vers le régime de lubrification hydrodynamique ne se produit pas toujours à la même valeur du paramètre de service G . En 1999, Lubbinge [Lub99] montre que de nombreux paramètres, qui ne sont pas pris en compte dans G , tels que la rugosité des faces, affectent cette transition. Récemment, Vezjak et Vizintin [VV01] ont défini un nouveau nombre sans dimension L qu'ils appellent "Nombre de Lubrification" :

$$L = \frac{\mu R_{moy} \omega \pi (R_e^2 - R_i^2)}{W R_t}$$

FIG. 1.1 – Allure typique d'un graphe $f - G$

où $R_t = \sqrt{R_{a1}^2 + R_{a2}^2}$. R_{a1} et R_{a2} sont les rugosités moyennes du stator et du rotor du joint. Suite à de nombreux essais avec différents matériaux, ils ont observé que le changement de régime de lubrification se produit toujours pour $L \simeq 10^{-2}$ alors que G n'est pas constant.

Dans la suite de cette étude, nous ne nous intéresserons qu'à la littérature traitant des joints fonctionnant sans contact.

1.1.1 Existence d'un film lubrifiant

Des études expérimentales, comme celle de Summer-Smith en 1961 [SS61], ont permis d'envisager l'existence d'un film fluide séparant les faces du joint. En effet, cet auteur a observé, sur une garniture expérimentale, que lorsque le paramètre de service G est supérieur à $5 \cdot 10^{-8}$, l'usure des faces devient négligeable bien que le joint testé soit conçu pour fonctionner en régime de lubrification mixte.

Denny [Den61] a été le premier à prouver expérimentalement l'existence d'un film lubrifiant entre les anneaux d'une garniture. Il utilise pour cela un joint expérimental dont le stator est équipé de deux segments isolés qui permettent de mesurer l'épaisseur du film par une technique capacitive. Il observe, pour certaines conditions de fonctionnement, des épaisseurs de l'ordre du micromètre.

Plus tard, de nombreux auteurs [BB79, DP86, dCGB⁺87, TLF92, LZG93] ont mesuré la distance séparant les faces d'un joint par différentes techniques (capacitive, optique ou inductive). Ils ont observé que, dans certains cas, un film fluide de quelques μm pouvait se former entre le rotor et le stator d'une garniture justifiant ainsi le fonctionnement en régime hydrodynamique.

1.1.2 Champ de pression dans le film

Dans le cas où les surfaces du joint sont séparées par un film mince lubrifiant, il est possible d'écrire les équations de conservation dans l'interface fluide. En supposant le fluide isovisqueux, newtonien et continu, le film très mince, il est possible d'intégrer les équations de Navier Stokes et d'obtenir le champ des vitesses du fluide. En reportant ce résultat dans l'équation de conservation de la masse intégrée suivant l'épaisseur du film, on obtient l'équation de Reynolds. Dans la géométrie particulière présentée sur la figure 1.2, cette équation prend la forme [FND⁺90] :

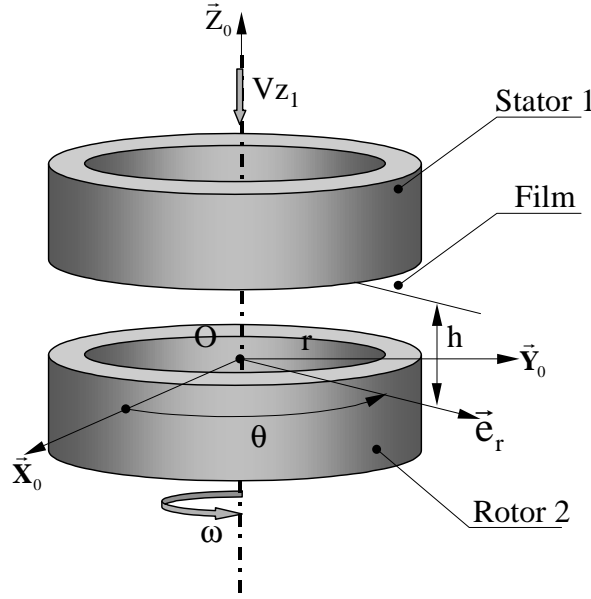


FIG. 1.2 – Systèmes d'axes

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(rh^3 \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{h^3}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 6\mu r \omega \frac{\partial h}{\partial \theta} + 12\mu r V_{Z_1} \quad (1.1)$$

dans laquelle r , θ , h et V_{Z_1} représentent respectivement les coordonnées du point courant, l'épaisseur locale de film et la vitesse axiale de stator.

Lorsque les faces des anneaux du joint sont parfaitement alignées et parallèles et que le stator est immobile, le champ de pression s'exprime aisément :

$$p(r) = (p_e - p_i) \frac{\ln \left(\frac{r}{R_i} \right)}{\ln \left(\frac{R_e}{R_i} \right)} + p_i \quad (1.2)$$

où p_e et p_i sont les pressions aux rayons extérieur R_e et intérieur R_i . Dans cette configuration précise, la pression dans le film est indépendante de l'épaisseur de film h et des conditions de fonctionnement. Le film ne peut être maintenu que si les actions s'exerçant sur le stator équilibrent exactement l'effort d'ouverture dû au champ de pression, ce qui est impossible. Mais cette configuration ne se rencontre jamais dans la réalité. En effet, les faces du joint ne sont jamais parfaitement parallèles, le stator est mobile, le fluide n'est pas isovisqueux et le milieu peut être diphasique (cavitation ou vaporisation).

Baucoup d'auteurs ont travaillé sur la détermination du champ de pression par des méthodes numériques ou analytiques. Notamment, Etsion et Sharoni [ES80], [SE81] ont résolu analytiquement, dans l'hypothèse d'un joint étroit, l'équation 1.1 pour différentes configurations géométriques. Citons également l'ouvrage de Lebeck [Leb91] qui regroupe l'ensemble de ses travaux sur la lubrification de l'interface d'une garniture.

Dans la suite, les principaux paramètres influant sur l'allure du champ de pression dans le film fluide vont être présentés.

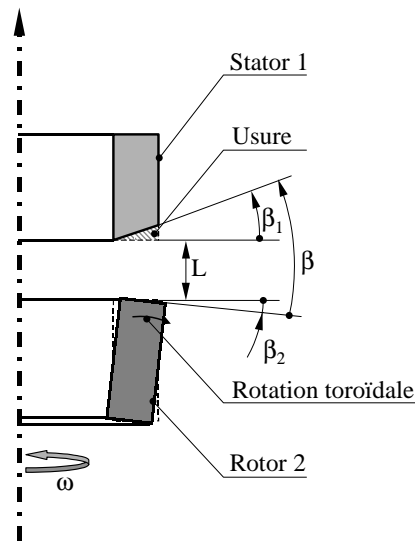


FIG. 1.3 – Origine et mesure de la conicité radiale

1.1.3 Influence de la géométrie des faces

Les faces de contact des anneaux d'une garniture mécanique ne sont en général pas parfaitement planes et alignées. Il est possible de répertorier cinq types de défaut géométrique [Leb91] :

- rugosité ;
- conicité radiale ;
- mésalignement ;
- ondulations ;
- encoches et rainures.

L'effet des rugosités ne sera pas abordé ici car il ne s'inscrit pas dans le cadre de l'étude.

Conicité radiale

Sous l'effet de la pression du fluide environnant et des gradients de température générés par dissipation visqueuse, les anneaux d'un joint se déforment de façon significative. Doust et Parmar [DP86] ont quantifié expérimentalement ces distortions et ont montré qu'elles tendent à faire tourner de façon toroïdale les sections droites du stator et du rotor créant une face de contact conique (Fig. 1.3). L'usure des surfaces lors de la période de rodage peut également générer des surfaces de contact coniques [Leb91]. Nous noterons β_1 et β_2 l'angle du cône formé par les surfaces (ou conicité des surfaces) du stator et du rotor. La conicité totale qui sera notée β est généralement de l'ordre de 10^{-3} rad .

Dans le cas où les faces du joint sont alignées et le stator immobile, l'équation de Reynolds 1.1 se réduit à :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(rh^3 \frac{\partial p}{\partial r} \right) = 0 \quad (1.3)$$

En supposant le joint étroit, l'équation 1.3 se simplifie et la pression p s'exprime facilement en fonction de l'épaisseur de film h :

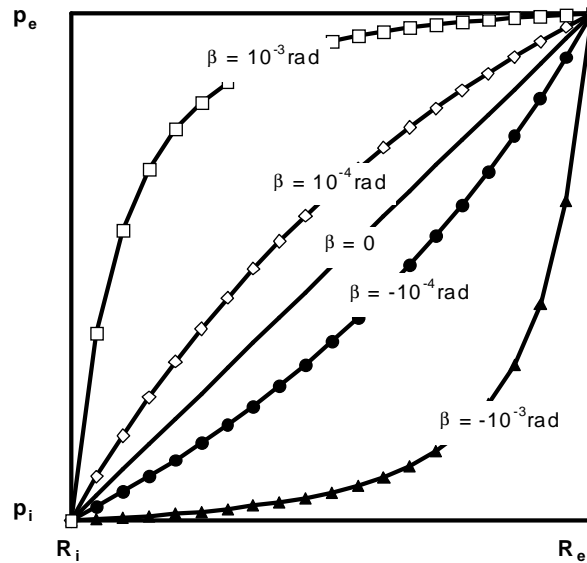


FIG. 1.4 – Allure du champ de pression dans l'interface fluide pour différentes valeurs de la conicité β , une épaisseur minimale de film $h_{min} = 1\mu m$ et $R_e - R_i = 0.005m$

$$p(h) = (p_e - p_i) \frac{h_e^2 h_i^2}{h^2 (h_i^2 - h_e^2)} + p_i \frac{h_i^2}{h_i^2 - h_e^2} - p_e \frac{h_e^2}{h_i^2 - h_e^2} \quad (1.4)$$

où h_e et h_i représentent l'épaisseur à l'extérieur et à l'intérieur du joint.

Si le fluide sous pression se situe sur le rayon extérieur, le film lubrifiant forme un convergent dans le sens de la fuite lorsque $\beta > 0$ (voir figure 1.3) et un divergent dans le cas contraire. Les figures 1.4 et 1.5 montrent l'influence de la conicité et de l'épaisseur du film sur l'allure du champ de pression. D'une façon générale, lorsque les faces du joint forment un convergent dans le sens de la fuite, la situation est favorable au maintien du film lubrifiant. En effet, lorsque l'épaisseur du film fluide diminue, la force d'ouverture due à la pression interfaciale augmente s'opposant ainsi au rapprochement des faces.

Lorsque les faces du joint sont parfaitement alignées, immobiles et coniques le champ de pression dans le film fluide dépend uniquement de la géométrie de l'interface et est au maximum égal à la pression d'alimentation. On parle de pression hydrostatique. Pour certaines applications telles que le nucléaire où une grande fiabilité est requise, le joint dit "hydrostatique" s'est imposé [May89]. Il présente des faces relativement larges et coniques convergentes dans le sens de la fuite. Ce type de garniture fonctionne sans contact donc ne s'use pas mais conduit en revanche à un débit de fuite relativement important du fait des pressions mises en jeu (de l'ordre de $15MPa$) et de l'épaisseur du film. Certains auteurs ont cherché à contrôler dynamiquement la conicité d'une des faces du joint de façon à éviter le contact des faces lors de fonctionnements transitoires [SMK⁺87].

Mésalignement

La réalisation pratique et les conditions de montage des garnitures ne permettent pas un alignement parfait de l'axe des anneaux du joint avec l'axe de rotation de l'arbre. On parle alors de mésalignement qu'on quantifie avec l'angle χ_2 pour le rotor et χ_1 pour le stator (Fig. 1.6). Lorsque le rotor

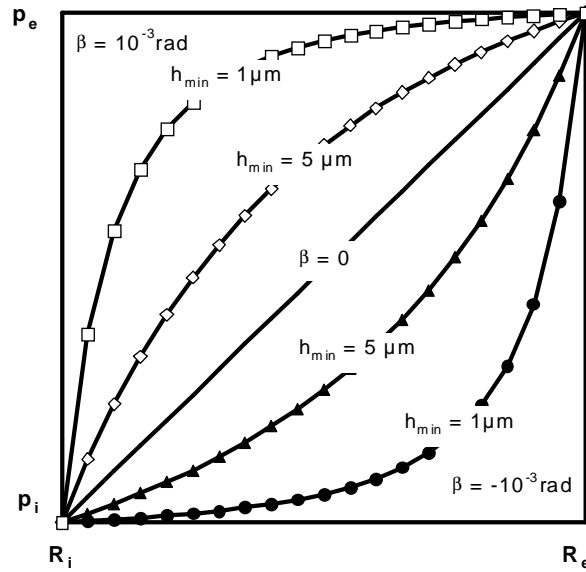


FIG. 1.5 – Allure du champ de pression dans l'interface fluide pour différentes valeurs de l'épaisseur de film mini h_{min} , une conicité $\beta = \pm 10^{-3} \text{rad}$ et $R_e - R_i = 0.005m$

est mésaligné, l'axe de mésalignement (O, \vec{X}_2) tourne avec l'arbre.

Dans l'hypothèse où le stator est immobile, l'équation de Reynolds 1.1 devient :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(rh^3 \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{h^3}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 6\mu r \omega \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (1.5)$$

Le film présente des variations d'épaisseur circonférentielles. Lorsque le fluide est entraîné dans une zone convergente sa pression augmente par effet "coin d'huile" ou effet hydrodynamique [SE81]. Dans la zone divergente sa pression chute et peut devenir inférieure à la pression de vapeur saturante, il y a alors changement de phase ou cavitation. Lorsque de la cavitation apparaît, Lohou et Godet [LG73] ont montré que la force d'ouverture est amplifiée par rapport au cas purement hydrostatique. L'effet du mésalignement augmente avec la viscosité du fluide μ et la vitesse de rotation du joint ω (équation 1.5). Lorsque le rotor est mésaligné, le champ de pression n'est plus symétrique par rapport à l'axe de rotation et l'élément flottant du joint est soumis à des moments qui tournent avec l'arbre et peuvent exciter des modes vibratoires [GE83]. Le stator, qui fait l'objet d'une liaison flexible avec son support, n'est alors plus immobile.

Ondulations

Lorsque le champ de température dans les anneaux du joint ou l'action des éléments élastiques n'est pas axisymétrique, les faces de contact peuvent présenter des ondulations [Leb91]. Le procédé d'élaboration des anneaux peut également conduire à l'apparition d'ondulations [Lub99]. La figure 1.7 présente un anneau dont la face est ondulée de façon exagérée.

L'effet des ondulations est similaire à celui du mésalignement. Les variations d'épaisseur dans la direction circonférentielle conduisent à des surpressions et des dépressions et/ou de la cavitation au sein du film fluide. Comme pour le cas du mésalignement, lorsque le fluide change de phase dans la zone divergente, il y a un gain de portance. Lebeck a effectué de nombreux travaux à ce sujet [Leb91].

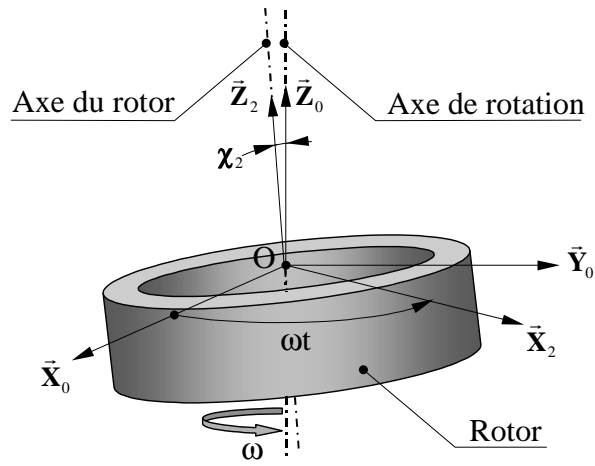


FIG. 1.6 – Mésalignement du rotor

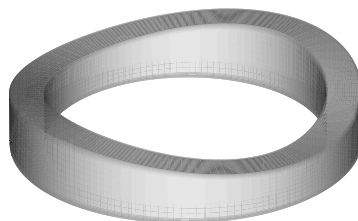


FIG. 1.7 – Ondulations sur la face du rotor



FIG. 1.8 – Face rainurée d’une garniture thermohydrodynamique Burgmann

Les travaux expérimentaux de Denny [Den61] mettent en évidence le gain de portance apporté par un anneau ondulé.

Encoches ou rainures

Pour améliorer la lubrification, le refroidissement ou la portance des joints, des encoches ou rainures profondes devant l’épaisseur moyenne du film peuvent être réalisées sur une des faces du joint [Leb91]. De nombreux exemples de joints rainurés sont présentés dans l’article de Lai et Netzel [LN99]. Dans son ouvrage sur les garnitures mécaniques, Mayer consacre un important paragraphe aux garnitures dites "thermohydrodynamiques" [May77]. Une des faces du joint présente des rainures circulaires qui favorisent le refroidissement du joint (figure 1.8). Selon Mayer, le champ de température non uniforme conduirait à l’apparition d’ondulations qui augmenteraient la capacité de charge de la garniture. Ceci a été en partie confirmé par les champs pression obtenus numériquement par Person [Per97].

1.1.4 Influence du mouvement des anneaux

L’élément flottant de la garniture (dans notre cas, le stator) peut vibrer sous l’effet de l’excitation due à un mésalignement initial du rotor du joint ou de vibrations parasites de la machine [GE83]. Le champ de pression dans le film fluide est alors obtenu en résolvant l’équation 1.1. Le terme $12\mu r V_{Z_1}$ représente l’effet d’écrasement généré par le mouvement vibratoire du stator. Cet aspect sera développé plus en détail dans le paragraphe 1.2 sur le comportement dynamique des garnitures.

1.1.5 Influence de la viscosité du fluide

La viscosité du fluide influence de façon significative l’allure du champ de pression dans le cas d’effets hydrodynamique et d’écrasement. Cependant, elle est très sensible aux variations de températures. Selon Frêne et al. [FND⁺90], la viscosité de l’eau décroît de 2.5% par degré au voisinage de 20°C et, pour certaines huiles minérales, cette décroissance peut atteindre 10 à 15% par degré. La figure 1.9 met en évidence l’influence de la température sur la viscosité d’une huile ISO VG 46 [Che97].

L’augmentation de température générée par frottement visqueux dans l’interface étant non négligeable, le fluide ne peut être considéré comme isovisqueux dans le film lubrifiant. La loi de variation

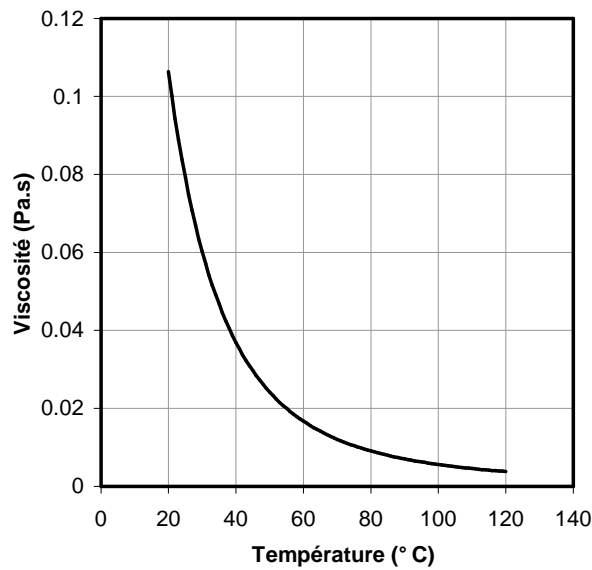


FIG. 1.9 – Evolution de la viscosité dynamique d'une huile ISO VG 46 avec la température

de la viscosité la plus souvent utilisée dans les modélisations est du type exponentielle [Dan00] :

$$\mu(T) = \mu_0 e^{-\beta_f(T-T_0)} \quad (1.6)$$

où μ_0 est la viscosité à la température T_0 et β_f le coefficient de thermoviscosité. Cette loi n'est cependant pas vérifiée sur de grands intervalles de température. On préférera la relation de Mac Coull et Walther pour les huiles [FND⁺90] :

$$\log_{10} \log_{10}(v(T) + a) = -m \log_{10}(T) + n \quad (1.7)$$

dans laquelle v est la viscosité cinématique du fluide et a , m et n des constantes empiriques.

1.1.6 Influence du changement de phase

Orcutt a effectué de nombreuses mesures sur un joint expérimental lubrifié à l'eau [Orc69]. Il a mis en évidence l'existence d'une zone annulaire de vapeur due à l'échauffement généré par cisaillement du fluide. Il a observé, dans ces conditions, un faible couple de frottement qu'il attribue à la séparation totale des faces due au gain de portance apporté par le changement de phase. En effet, selon Orcutt la chute de pression dans l'interface du joint se produit majoritairement dans la zone gazeuse qui est plus visqueuse (du point de vue cinématique) que la zone liquide. Ceci conduit à une augmentation globale de la pression moyenne dans l'interface par rapport au cas où le fluide reste liquide (figure 1.10). Plusieurs auteurs [HWBK78, Leb91] ont confirmé par des modèles théoriques les prédictions d'Orcutt.

1.1.7 Conclusions sur la lubrification des faces

Dans certaines configurations de fonctionnement (valeur élevée du paramètre G) ou pour des joints de conception particulière (hydrostatique, thermohydrodynamique ...) un film fluide sépare les faces de la garniture. Le calcul de grandeur telle que le débit de fuite nécessite la détermination du

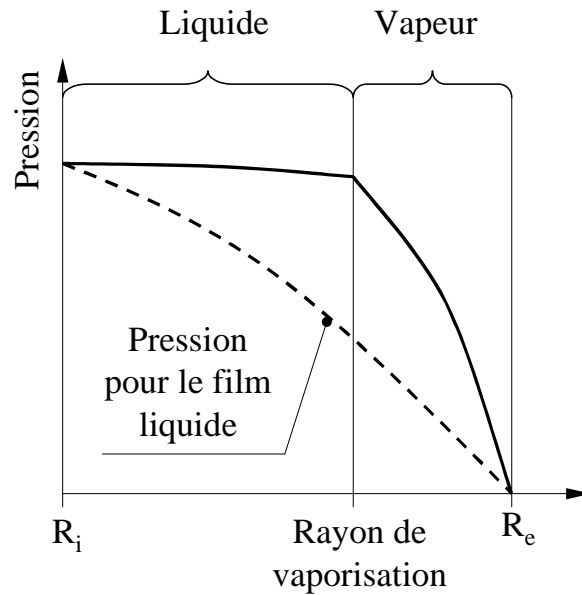


FIG. 1.10 – Allure du champ de pression dans l'interface d'une garniture en cas de changement de phase [Orc69]

champ de pression dans l'interface. La littérature met en évidence que celui-ci dépend essentiellement de :

- la géométrie et du mouvement des faces du joint ;
- la viscosité du fluide ;
- l'existence de changement de phase.

Il devient alors indispensable de s'intéresser au comportement dynamique des garnitures dont dépend le mouvement des anneaux et aux effets thermiques qui contrôlent les déformations thermoélastiques des faces du joint, la vaporisation et la viscosité du lubrifiant.

1.2 Comportement dynamique

1.2.1 Modèle à 3 degrés de liberté

L'élément flottant d'une garniture est lié de façon élastique à son support par des ressorts et un joint torique ou un soufflet métallique. En outre, un système anti-rotation bloque le mouvement angulaire suivant l'axe de rotation du joint. La plupart des études théoriques sur le comportement dynamique considère que le stator (ou le rotor, le cas échéant) possède alors trois degrés de liberté par rapport à son support (figure 1.11) :

- une translation suivant \vec{Z}_0 ;
- deux rotations dans le plan perpendiculaire à l'axe de rotation.

L'amplitude du déplacement axial est mesuré par la distance L et les amplitudes des rotations par les angles χ_x^1 et χ_y^1 . Les éventuelles translation du stator suivant \vec{X}_0 et \vec{Y}_0 ne sont généralement pas prises en compte.

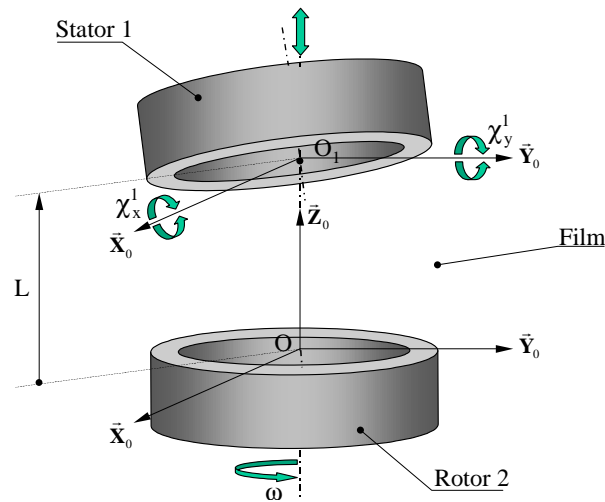


FIG. 1.11 – Mouvements possibles du stator flottant d'une garniture

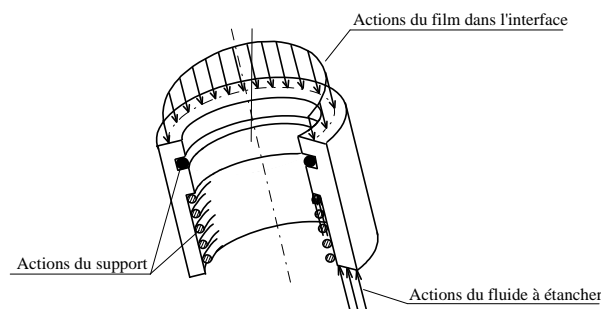


FIG. 1.12 – Actions mécaniques s'exerçant sur le stator flottant d'une garniture [Per97]

1.2.2 Actions mécaniques mises en jeu

L'élément flottant du joint est soumis aux actions du fluide lubrifiant l'interface, de la liaison élastique avec le support et du fluide environnant [PTF97a, Per97]. L'ensemble de ces actions est schématisé sur la figure 1.12.

La résultante axiale du champ de pression dans le film fluide tend à écarter les faces du joint, c'est la force d'ouverture. Elle doit équilibrer la force de fermeture exercée par les éléments élastique et le fluide environnant. Il est possible de définir un facteur d'équilibrage ou coefficient de compensation $B = \frac{S_h}{S_f}$ où S_h est la surface soumise à l'action du fluide environnant et S_f est la surface de frottement sur laquelle agit le film lubrifiant [TI]. Lorsque $B \geq 1$ la garniture est dite non-compensée. C'est-à-dire que la force d'ouverture ne peut compenser la force de fermeture et que les faces du joint sont le siège d'un régime de lubrification mixte (sauf en présence d'effets hydrodynamiques et de cavitation, cf § 1.1). Une garniture sans contact est généralement de type compensée, soit $B < 1$.

Des études théoriques comme celles de Metcalfe [Met80] ou Green et Etsion [GE83] ont mis en évidence que le champ de pression dans le film fluide s'oppose au mésalignement relatif des anneaux du joint. Les éléments élastiques quant à eux tendent à ramener l'élément flottant dans sa position initiale.

1.2.3 Entraînement dynamique

Pour des raisons de réalisation et de montage, il existe toujours un mésalignement entre l'axe de rotation du joint et l'axe de la face du rotor. Grâce à ses trois degrés de liberté, l'anneau flottant doit s'adapter et suivre les défauts d'alignement du rotor qui fait l'objet d'une liaison rigide avec l'arbre. On parle d'entraînement dynamique. Lorsque le mésalignement relatif entre les deux anneaux est constant au cours du temps le mode d'entraînement est stable. C'est le fonctionnement normal et souhaité des garnitures mécaniques sans contact [Leb91, Per97]. Toutefois, si le stator présente un mésalignement initial, le mésalignement relatif des anneaux ne peut être constant et il est alors périodique.

Kittmer et Metcalfe ont pu vérifier expérimentalement le fonctionnement en mode d'entraînement dynamique stable sur un joint à stator flottant [KM80]. Deux types de méthodes ont été utilisées pour modéliser le comportement dynamique des joints sans contact. La première technique consiste à résoudre les équations du mouvement du stator flottant à chaque pas de temps sans faire d'hypothèse sur le comportement du joint. Plusieurs auteurs ont utilisé ce type de méthode non-linéaire [Ets82, TF84]. Etsion et Green [GE83] sont à l'origine de la seconde technique. Ils proposent de linéariser le problème en s'intéressant aux petites perturbations autour d'une position d'équilibre du stator flottant. Cela leur permet de déterminer la réponse d'un joint à stator flottant fonctionnant en mode d'entraînement dynamique stable [GE85]. De la même façon, Person et al. [PTF97a], pour l'étude des garnitures thermohydrodynamiques, recherchent la position d'équilibre stable de l'élément flottant. D'une manière générale, les études théoriques ont confirmé que l'entraînement dynamique stable est le mode de fonctionnement normal des garnitures sans contact.

1.2.4 Critères de stabilité

L'article de Green et Etsion [GE85] constitue probablement la référence la plus importante concernant les limites de stabilité du fonctionnement en mode d'entraînement dynamique des garnitures mécaniques sans contact. Ils ont définis deux principaux critères de stabilité. D'une part la vitesse de rotation doit rester inférieure à une valeur critique qui est en général bien supérieure à la vitesse de rotation nominale d'une garniture (plusieurs dizaines de milliers de tours par minute). D'autre part, la conicité globale de l'interface doit former un convergent suffisamment important dans le sens de l'écoulement pour assurer la stabilité axiale du joint. Ceci a déjà été évoqué dans la section précédente 1.1.

1.2.5 Conclusions sur le comportement dynamique

L'ensemble des travaux portant sur le comportement dynamique des garnitures d'étanchéité pour liquides ont validé l'hypothèse du fonctionnement en mode d'entraînement dynamique stable. Cependant, il faut noter que toutes les études théoriques ont considéré le problème isotherme.

1.3 Effets thermiques

Sous l'effet du mouvement relatif des anneaux, le film lubrifiant séparant les faces d'une garniture est fortement cisailé. Il en résulte une élévation de température au voisinage de l'interface. Les joints d'étanchéité industriels sont intégrés dans une structure complexe, et le calcul du champ de température des éléments d'une garniture passe par l'étude des échanges thermiques avec tout l'environnement du joint : échange par convection avec le fluide, l'air et éventuellement un fluide

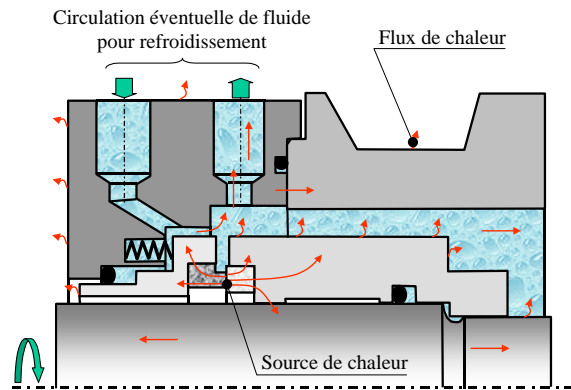


FIG. 1.13 – Mécanismes d'échange dans une garniture mécanique [Leb91]

réfrigérant, échange par conduction avec l'arbre et le carter. Lebeck [Leb91] a fait une très bonne synthèse des différents mécanismes d'échanges autour des garnitures (figure 1.13).

De nombreuses études expérimentales ont permis de mettre en évidence l'influence des effets thermiques sur les performances des joints d'étanchéité à faces radiales. Certaines seront passées en revue de façon à dégager les principaux phénomènes. Nous nous intéresserons ensuite aux études concernant les coefficients d'échange entre le fluide et les éléments d'une garniture. Puis, les principales modélisations concernant les transferts de chaleur et les déformations thermoélastiques sont présentées.

1.3.1 Mise en évidence expérimentale

Gradients de température

Denny [Den61] est un des premiers à effectuer des mesures de température dans une garniture mécanique. Il utilise pour cela trois thermocouples affleurant à la surface du stator. Il ressort de son étude que la température augmente globalement avec la vitesse de rotation. De plus, ces résultats montrent que la température augmente dans le sens de la fuite. Il observe des gradients radiaux de température pouvant atteindre une dizaine de degrés.

Plus tard, Orcutt [Orc69] utilise un joint expérimental doté d'un rotor en quartz. Il peut ainsi faire des relevés de température dans l'interface de la garniture au moyen d'un pyromètre qu'il déplace radialement. Il observe également que la température augmente dans le sens de la fuite jusqu'à un maximum coïncidant avec le rayon où l'eau se vaporise. Les variations radiales de température atteignent plusieurs dizaines de degrés.

Digard de Cuisard et al. [dCGB⁺87] ont mis en évidence l'importance des gradients de température axiaux grâce à une garniture équipée de thermocouples. Ils mesurent des différences de température dans la direction axiale sur le stator jusqu'à 30°C.

Tournerie et al. [TRF91] présentent en 1991 une nouvelle méthode de mesure de température dans l'interface d'une garniture qui est ensuite améliorée par Reungoat [Reu94]. Ils effectuent des relevés de température par thermographie infrarouge au travers du stator transparent en fluorure de calcium (CaF_2) qui équipe un joint expérimental. A la différence d'Orcutt qui utilisait un pyromètre donnant une valeur ponctuelle de température, ils utilisent une caméra infrarouge de façon à obtenir un champ de température. Leurs résultats montrent, notamment, que la température dans l'interface augmente dans le sens

de la fuite. De plus, la température augmente lorsque les conditions de fonctionnement deviennent plus sévères.

Déformations thermoélastiques

Par un procédé interférométrique, Orcutt [Orc69] observe la géométrie de l'interface sur une garniture équipée d'un rotor transparent. Les faces du joint initialement planes forment un convergent dans le sens de la fuite. Il attribue cela à l'effet combiné de l'usure et des déformations thermoélastiques.

Doust et Parmar [DP86] sont probablement les seuls à avoir quantifié expérimentalement l'amplitude des déformations thermoélastiques. Ils présentent, en 1986 des résultats obtenus sur un joint équipé de thermocouples et de douze capteurs de proximité capacitifs. Ils montrent que le champ de température qui s'établit lors du fonctionnement provoque une rotation toroïdale des faces qui tend à les rendre coniques. Cette rotation atteint $600\mu rad$ lorsque le joint fonctionne à $3000tr/min$. Ils s'intéressent au cas du régime transitoire en 1987 [DP87]. Leur essai met en évidence que la rotation des faces du joint devient maximale lors du démarrage puis décroît jusqu'à la valeur correspondant au régime permanent. Le pic atteint au démarrage est de l'ordre de 1,5 fois la valeur finale.

Instabilités thermiques

Lors de ses essais sur une garniture lubrifiée à l'eau, Orcutt observe une fuite cyclique quand la limite eau vapeur se situe près du rayon extérieur [Orc69]. A partir de la figure 1.10, il est possible d'interpréter ce phénomène périodique : lorsque le film est entièrement liquide, la force d'ouverture diminue et le contact entre les faces se produit sur le rayon extérieur. A ce moment la température augmente et le fluide vaporise de nouveau. Donc les faces s'écartent et la température baisse jusqu'à ce que la frontière eau vapeur atteigne le rayon extérieur.

Digard de Cuisard et al. [dCGB⁺87] étudient le comportement d'une garniture mécanique alimentée sur le rayon intérieur en régime transitoire. Ils montrent que si la conicité initiale des faces du joint est trop faible, les effets thermiques conduisent à un fonctionnement instable. La puissance dissipée dans l'interface du joint et l'élévation de température qui en découle atteignent des niveaux anormalement élevés et provoquent une rotation des faces du joint jusqu'à obtenir un film divergent dans le sens de l'écoulement. La fuite devient alors non négligeable.

En 1987, Salant et al. présentent les résultats obtenus avec un joint à conicité variable [SMK⁺87]. En fait, un actionneur piézoélectrique fait tourner la face du stator en fonction de la température mesurée. Lorsque le joint n'est pas asservi, la température de l'interface présente des oscillations d'une amplitude d'environ $15^{\circ}C$ pour les conditions de fonctionnement les plus défavorables. Les auteurs attribuent ce phénomène cyclique au couplage existant entre l'épaisseur de film, la puissance dissipée et les déformations. Le contrôle de la conicité permet de limiter les oscillations.

Parmar [Par92] utilise des résultats expérimentaux obtenus par Doust et Parmar en 1987 [DP87] mais non présentés. Pour des conditions de fonctionnement particulières, les températures et les épaisseurs de film des rayons intérieur et extérieur oscillent de façon stable avec une période d'environ 2 secondes. Il qualifie ce phénomène "thermal cycling".

Brunetière et al. [BTFC99] observent sur une garniture expérimentale alimentée par l'intérieur, que lorsque les conditions de fonctionnement sont sévères, la température et la puissance dissipée atteignent une valeur maximale peu après le démarrage avant de chuter brutalement. Cicone et al. [CTBF00] montrent au moyen d'un modèle analytique de calcul des déformations, que ceci est lié à un changement de conicité des faces du joint. En effet, le film devenu divergent lors du démarrage redevient convergent au moment de la chute de température.

Conclusions sur les études expérimentales

D'une manière générale, les études expérimentales montrent que la puissance dissipée dans l'interface d'une garniture conduit à des gradients de températures non négligeables ($> 10^\circ\text{C}$) sur les surfaces de contact mais aussi dans les anneaux du joint. Les déformations qui en résultent tendent à faire tourner les faces de la garniture affectant ainsi la conicité initiale. Lorsque les conditions de fonctionnement sont sévères les effets thermiques peuvent générer des phénomènes néfastes à la durée de vie du joint (thermal cycling ou film divergent).

1.3.2 Evaluation des coefficients d'échanges

Selon Lebeck [Leb91], la majeure partie de la chaleur générée dans l'interface du joint est évacuée par convection avec le fluide environnant. Par suite, le coefficient de convection est aussi important que la conductivité thermique des matériaux du joint pour la détermination du champ de température.

La capacité d'un fluide, en mouvement autour d'un solide chauffé, à évacuer la chaleur est généralement quantifiée par le nombre sans dimension de Nusselt. Dans le cas d'un solide cylindrique de diamètre D , le nombre de Nusselt s'exprime :

$$Nu_D = \frac{h_c D}{k_f} \quad (1.8)$$

où h_c est le coefficient de convection sur la surface du cylindre et k_f la conductivité thermique du fluide. Les études expérimentales sur le sujet ont permis d'exprimer le nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement $Re_D = \frac{\rho \omega D^2}{2\mu}$ et du nombre de Prandtl du fluide $Pr = \frac{C_p \mu}{k_f}$. ρ , μ , C_p et ω représentent respectivement la masse volumique, la viscosité dynamique, la chaleur spécifique du fluide et la vitesse de rotation du cylindre.

Formules empiriques

Dans son ouvrage sur les garnitures, Lebeck [Leb91] conseille l'utilisation de la formule empirique proposée par Becker [Bec63]. Celui-ci s'est intéressé aux transferts de chaleur autour d'un cylindre horizontal en rotation dans l'eau. A partir de ses résultats expérimentaux, il montre que le nombre de Nusselt vérifie l'équation suivante :

$$Nu_D = 0.133 Re_D^{2/3} Pr^{1/3} \quad (1.9)$$

De plus, il montre que sa formulation est en bonne corrélation avec les résultats obtenus par d'autres auteurs pour de l'eau et de l'huile. Les limites de validité de l'équation 1.9 sont :

$$\begin{aligned} 10^3 < Re_D < 100 \cdot 10^3 & \text{ pour de l'eau} \\ 500 < Re_D < 15 \cdot 10^3 & \text{ pour de l'huile} \end{aligned}$$

Selon Nau [Nau90], la forme du chapeau (carter) a une grande influence sur les échanges de chaleur autour d'une garniture. Il préconise alors d'utiliser les formulations de Gazley [Gaz58] et Tachibana et al. [TFM63]. Ces deux études portent sur l'évaluation des transferts thermiques entre un cylindre en rotation dans un tube et le fluide les séparant. Cette configuration est plus proche de celle d'une garniture que celle étudiée par Becker. L'équation de Gazley est difficilement utilisable car elle fait intervenir de nombreux paramètres. De plus, elle présente des écarts avec les points expérimentaux

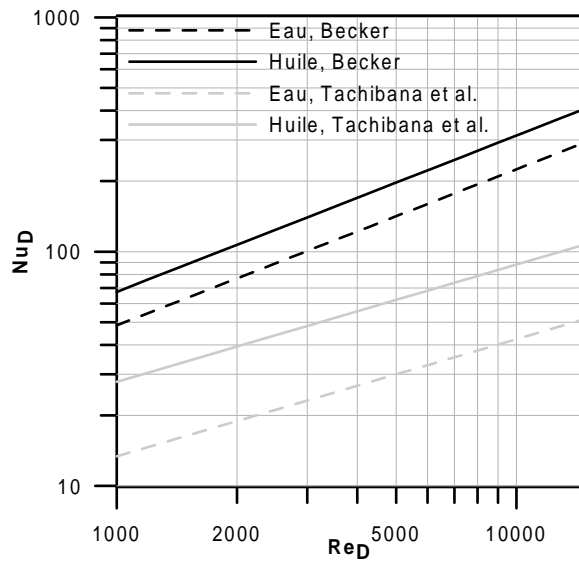


FIG. 1.14 – Nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds obtenus avec les formules de Becker [Bec63] et Tachibana et al. [TFM63] avec $\frac{c}{D} = 0.92$

obtenus par Gazley. Tachibana et al., quand à eux, proposent une formule empirique simple qui est en bon accord avec leurs mesures :

$$Nu_D = 0.25 Re_D^{1/2} Pr^{1/4} \left(\frac{D}{c} \right)^{1/2} \quad (1.10)$$

où c est le jeu radial entre le cylindre et le tube. Il faut noter que l'équation 1.10 a été reformulée de façon à être exprimée en fonction des mêmes paramètres que ceux utilisés par Becker (équation 1.9). La formule de Tachibana et al. est valable sur l'intervalle :

$$10^4 < 2Re_D^2 \left(\frac{c}{D} \right)^3 < 10^9 \text{ pour de l'air et de l'huile, avec } 0.033 < \frac{c}{D} < 0.92$$

La figure 1.14 présente l'évolution du nombre de Nusselt calculé avec les équations 1.9 et 1.10 pour de l'eau ($Pr = 6.75$) et de l'huile ($Pr = 130$) dans le cas où $c/D = 0.92$. Les 2 formules conduisent à des résultats très différents.

Coefficients d'échange dans les garnitures

La littérature se limitant à l'étude de configurations géométriques simples, plusieurs auteurs sont récemment intéressés à la détermination des coefficients d'échange sur des garnitures mécaniques.

Doane et al. [DMB91] équipent le stator d'une garniture industrielle de 9 thermocouples. Ils effectuent des mesures de température à différentes vitesses avec de l'eau. Au moyen d'un modèle basé sur les différences finies, ils calculent la température dans l'anneau en utilisant les températures expérimentales comme conditions aux limites. Par extrapolation, ils déterminent les températures sur les surfaces extérieures du stator, puis les flux de chaleur et les nombres de Nusselt locaux. Leurs résultats montrent d'une part que le nombre de Nusselt augmente avec la vitesse de rotation et d'autre

part qu'il décroît lorsque la distance avec le contact augmente. En effet, l'augmentation de vitesse entraîne l'apparition de turbulence qui favorise les échanges plus particulièrement pour les points situés près du rotor. Ils calculent également un nombre de Nusselt moyen pour le stator qui est en bonne corrélation avec l'équation :

$$Nu_D = 0.036Re_D^{4/5}Pr^{1/3} \quad (1.11)$$

Plus tard, Phillips et al. [PJM97] entreprennent le même genre d'étude. A l'aide d'un thermocouple mobile, les auteurs mesurent la température dans l'enceinte du joint et vérifient que la température de l'eau est à peu près uniforme qu'il y ait circulation forcée ou non. Par l'intermédiaire de 44 thermocouples noyés dans le stator, les auteurs mesurent les températures dans l'anneau et extrapolent celles des surfaces par des fonctions de degré 2. Ils en déduisent les nombres de Nusselt locaux. Comme Doane et al. [DMB91], Phillips et al. obtiennent des nombres de Nusselt plus élevés près du contact. Les formules de Becker (équation 1.9) et Doane et al. (équation 1.11) donnent des résultats plus proches des points expérimentaux que la formule de Gazley [Gaz58]. Merati et al. [MOPJ99] présentent une modélisation numérique sur un logiciel CFD (Computational Fluid Dynamics) du banc d'essais de Phillips et al. Les températures mesurées et calculées sont assez proches. Cependant les auteurs ne comparent pas les nombres de Nusselt théoriques et expérimentaux qui semblent ne pas suivre les mêmes tendances.

Lebeck et al. [LNSS98] effectuent des essais à différentes vitesses, différentes pressions, avec de l'eau et de l'huile sur une garniture industrielle. La température dans le fluide est mesurée par un thermocouple mobile piloté par ordinateur. Dans le stator, six thermocouples placés à différents rayons et mobiles axialement permettent d'établir une cartographie des températures de l'anneau. Ils observent que les gradients de température au sein du fluide environnant restent faibles quelle que soit l'orientation du jet de refroidissement. Ces essais servent de base de données pour le développement et la validation d'un modèle numérique type CFD. Shirazi et al. [SSLN98] présentent les comparaisons théorie expérience. Les résultats numériques sont généralement en bon accord avec les mesures. Pour un des cas, les auteurs présentent l'allure des nombres de Nusselt locaux. Ceux-ci augmentent en s'approchant du contact. De plus, Shirazi et al. comparent la valeur moyenne du nombre de Nusselt sur la surface extérieur du rotor obtenue avec le modèle numérique aux valeurs calculées avec les formules de Tachibana et al. (équation 1.10) et de Becker (équation 1.9). Contrairement à celle de Tachibana et al., la formule empirique de Becker donne un résultat très proche de celui obtenu avec le modèle numérique.

Conclusions sur les coefficients d'échange

Les formules empiriques disponibles pour l'évaluation des coefficients d'échange dans les garnitures ont été développées sur des configurations géométriques simples. Des études récentes ont fait ressortir que le nombre de Nusselt sur le stator du joint augmente lorsqu'on s'approche de l'interface. Cependant plusieurs auteurs montrent que la formule 1.9 de Becker [Bec63] permet de retrouver la valeur moyenne du nombre de Nusselt sur le rotor et le stator avec une assez bonne précision. De plus, l'ensemble des études sur les garnitures mettent en évidence que le fluide dans l'enceinte du joint est à peu près à température uniforme indépendamment du type de réfrigération. Il faut noter que pour tous les travaux cités précédemment l'écoulement autour du joint ou du cylindre est turbulent. Récemment, Merati et al. [MPP01] ont montré expérimentalement que l'écoulement autour d'une garniture pouvait être le siège de tourbillons de Taylor. Ce genre d'écoulement est observé lors de la transition laminaire turbulent pour un cylindre en rotation à l'intérieur d'un autre. Les conditions de brassage du fluide

et donc les coefficients d'échange sont très sensibles à l'existence de tourbillons dans l'écoulement. Dans ce cas les formules empiriques présentées précédemment ne sont plus valables.

1.3.3 Modélisations des phénomènes thermiques

Une fois les conditions aux limites déterminées, le calcul des températures dans les solides est un problème classique de transfert de chaleur. La difficulté majeure réside alors dans la détermination de la puissance dissipée dans le film lubrifiant. Beaucoup d'auteurs ont utilisé une formulation simplifiée ou empirique de la puissance dissipée. Une autre solution, plus précise mais qui a été moins exploitée, consiste à résoudre l'équation de l'énergie dans le film fluide. Cette méthode est plus rigoureuse mais évidemment plus coûteuse en temps de calcul. D'autre part, en posant certaines hypothèses simplificatrices sur les transferts de chaleurs, des auteurs ont réussi à mettre au point des modèles purement analytiques. Il est possible de classer les différentes modélisations en trois catégories :

Modèles approchés : La température dans le film et les anneaux du joint est déterminée analytiquement ;

Modèles semi-numériques : La puissance dissipée dans le film est estimée par une méthode approchée et introduite dans un modèle numérique de transferts de chaleur ;

Modèles numériques : La résolution numérique de l'équation de l'énergie dans le film est couplée à un modèle numérique de transferts de chaleur.

De plus, lorsque les phénomènes thermiques sont pris en compte dans un modèle, on parle de modèle THD (ThermoHydroDynamique). Si le modèle tient compte des déformations thermoélastiques, il est alors TEHD (ThermoElastoHydroDynamique).

Modèles approchés

Dans les modèles approchés, les auteurs font généralement des hypothèses simplificatrices sur les transferts de chaleur, de façon à obtenir une expression analytique de la température dans les anneaux du joint.

Le modèle le plus simple consiste à supposer que la température dans le film et les anneaux est indépendante du rayon et dépend uniquement de la coordonnée axiale. C'est l'hypothèse de l'ailette qui a été utilisée par plusieurs auteurs [Lym69, Buc89, CRT96]. La chaleur entrant sur la face de frottement de l'anneau est évacuée par convection avec le fluide environnant. Il existe alors une solution analytique au problème. Cette répartition simple de température permet de calculer les déformations thermoélastiques analytiquement en supposant que les sections droites des éléments de la garniture ne se déforment pas [CTBF00].

Cependant, Buck montre que le modèle de l'ailette n'est utilisable que si le rapport entre la longueur de l'anneau et la largeur de l'interface est supérieur à 4 [Buc89]. En supposant le joint étroit (développable) et le flux de chaleur entrant sur la face de contact uniforme, il propose une solution analytique du champ de température dans un anneau. Il utilise pour cela un développement en série de fonctions harmoniques.

Dumbrava et Morariu [DM87] proposent un modèle THD purement analytique destiné à l'étude du régime permanent des garnitures sans contact. Ils supposent, d'une part, que la chaleur évacuée par la fuite du joint est négligeable, ce qui permet une formulation simplifiée de l'équation de l'énergie dans le film fluide :

$$k_f \frac{\partial T}{\partial z} + \mu \frac{r^2 \omega^2}{h^2} = 0$$

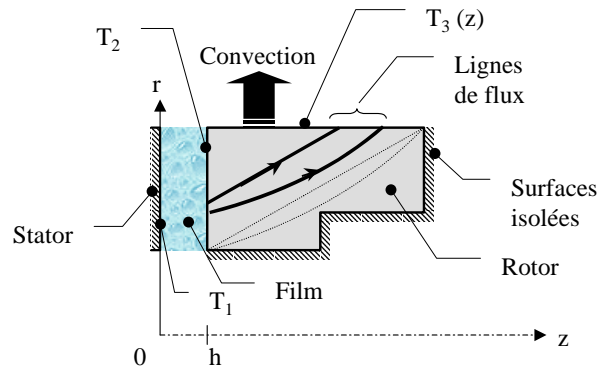


FIG. 1.15 – Modèle THD de Dumbrava et Morariu [DM87]

D'autre part, ils considèrent que la température des faces est constante et que celle du fluide est la moyenne des deux. Ils obtiennent ainsi, une expression analytique de la différence de température des faces, en fonction de la vitesse de rotation ω . Afin d'obtenir une solution analytique du problème, ils supposent que la chaleur générée dans l'interface du joint est totalement évacuée au travers du rotor en suivant des lignes de flux elliptiques ou rectilignes et transmise intégralement au fluide environnant par convection (figure 1.15). Ils montrent que les deux types de lignes de flux conduisent à des résultats proches.

En 1992, Pascovici et Etsion reprennent l'hypothèse des lignes de flux rectilignes [PE92]. Cependant, leur modèle présente plusieurs évolutions importantes qui le rendent beaucoup plus réaliste. La température des faces du joint est une fonction de la coordonnée radiale r et la viscosité du fluide dépend de sa température moyenne suivant l'épaisseur du film. La détermination de l'angle des lignes de flux par rapport à l'axe du joint, paramètre important, reste arbitraire. Les mêmes auteurs s'intéressent au cas du joint mésaligné en 1993 [EP93]. Ils montrent que la variation circonférentielle de température des faces reste faible.

Le modèle très astucieux de Pascovici et Etsion conduit cependant à des résultats approximatifs pour certaines conditions de fonctionnement. Notamment, Etsion et Groper [EG94] montrent, sur un exemple précis, que les variations radiales de température sur les faces du joint sont surestimées jusqu'à 33% contrairement au modèle de Buck [Buc89]. Afin de pallier à ce problème, Pascovici et Cicone [PC97] proposent une amélioration au modèle en considérant le stator isolé et non plus isolant. Afin de conserver une solution analytique au problème, ils supposent que les échanges entre les zones chaude et froide du film fluide s'effectuent suivant des demi cercles concentriques au travers du stator. Les variations radiales de température sont ainsi atténuées et se rapprochent de celles obtenues par Etsion et Groper.

Modèles semi-numériques

C'est ce type de modélisation qui est le plus souvent rencontré dans la littérature. La puissance dissipée dans l'interface est issue d'une solution approchée de l'équation de l'énergie ou de données empiriques. Suivant les auteurs le flux de chaleur est constant dans l'interface ou varie radialement. Le champ de température dans les anneaux est calculé par une méthode numérique.

Metcalfé [Met73] fut un des premiers à s'intéresser aux problèmes thermiques dans une garniture mécanique. Dans son étude, il découpe le film en élément de largeur Δr sur lequel il suppose la température du fluide constante. Il détermine la puissance dissipée dans chaque élément à l'aide de

formules analytiques obtenues dans l'hypothèse d'un fluide isovisqueux. A partir de là, il détermine les champs de température et les déformations des anneaux par une méthode éléments finis. Le processus est itératif car il faut réajuster l'épaisseur de film de façon à assurer l'équilibre axial du joint et la répartition de chaleur entre le stator et le rotor.

Li [Li76] utilise également la méthode des éléments finis pour déterminer la température et les déplacements des éléments d'une garniture sous l'effet d'une source de chaleur uniforme dans l'interface. La répartition rotor-stator est ajustée à chaque noeud de façon à trouver la même température sur les deux éléments. Li suppose que toute la chaleur est évacuée par convection avec le fluide environnant.

En 1984, Salant et Key [SK84] résolvent le problème TEHD en utilisant une expression analytique de la pression et de la puissance totale dissipée dans l'interface. Pour cela, ils supposent que les faces de la garniture sont alignées et restent coniques (ou plates) lors du fonctionnement, que la viscosité est constante dans le film et que la fuite est négligeable (écoulement de Couette). Ils calculent, sur le logiciel éléments finis "ANSYS", des coefficients d'influence qui lient par une relation linéaire la déformation des faces à la pression et aux flux de chaleur. La position d'équilibre thermique est déterminée par un processus itératif qui calcule l'épaisseur de film assurant l'équilibrage axial du joint.

Doust et Parmar [DP86] présentent, en 1986, une méthode de calcul du champ de température et des déformations dans le stator et le rotor d'un joint expérimental. Ils considèrent que les surfaces en contact avec le fluide environnant sont le siège d'échange par convection et que les autres surfaces sont isolées. Ils imposent sur la surface de contact une température uniforme déterminée à partir de résultats expérimentaux puis résolvent le problème en utilisant les équations intégrales de frontière, dans le cas du fonctionnement en régime permanent. Pour l'étude des démarrages [DP87], ils imposent, sur les surfaces de contact, soit un échelon de température, soit un échelon de flux de chaleur. L'échelon de flux, condition plus réaliste, permet la corrélation avec des résultats expérimentaux. Ils effectuent cette fois leurs calculs par la méthode des éléments finis.

Zeus [Zeu90] utilise, en 1990, une expression analytique de la puissance dissipée dans l'interface d'une garniture. Il prend également en compte la puissance dissipée par agitation du fluide environnant et montre que celle-ci devient prépondérante pour des vitesses de rotation élevées. Les champs de température des éléments du joint sont calculés par la méthode des éléments finis.

Dans son ouvrage, Lebeck [Leb91] présente un modèle permettant l'étude des phénomènes thermiques dans les garnitures. Le flux de chaleur, calculé par une expression empirique, est supposé uniforme dans l'interface du joint. Le champ de température dans les anneaux est déterminé de façon numérique par la méthode des différences finies.

Zhu [Zhu99] estime la puissance dissipée dans le joint par une formule analytique et l'introduit dans un modèle éléments finis qui calcule les températures et les déplacements des anneaux. Les échanges sur les surfaces du rotor et du stator de la garniture se font par convection soit avec le fluide haute pression soit avec le fluide basse pression (atmosphère). La confrontation des résultats numériques à des résultats expérimentaux obtenus sur une garniture industrielle est plutôt satisfaisante.

Shirazi et al. [SSLN98] puis Merati et al. [MOPJ99] présentent des modèles beaucoup plus sophistiqués où le fluide environnant est pris en compte (voir §1.3.2). La puissance dissipée introduite dans le code de calcul est celle mesurée sur un banc d'essais. Les conditions aux limites utilisées étant beaucoup plus réalistes que celles des modèles classiques, les résultats obtenus sont relativement précis.

Tous les travaux théoriques présentés dans ce paragraphe supposent le problème axisymétrique. En effet, l'utilisation de formule globale de la puissance dissipée permet difficilement la prise en compte de phénomènes tridimensionnels.

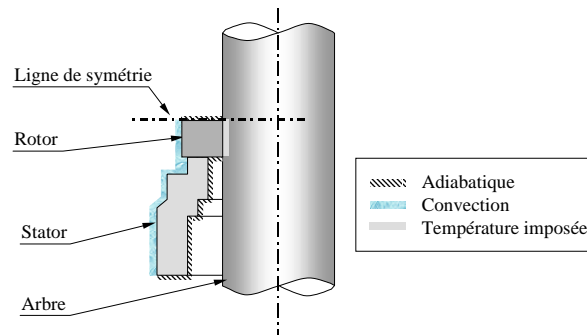


FIG. 1.16 – Conditions aux limites utilisées par Knoll et al. [KPH94]

Modèles numériques

La littérature sur les modèles numériques traitant des effets thermiques dans les garnitures mécaniques est beaucoup moins riche. En effet, la résolution de l'équation de l'énergie dans le film est beaucoup plus complexe et plus lourde en temps de calcul que l'utilisation de formule globale simplifiée.

Modèle de Knoll, Peeken et Höft [KPH94]

Knoll et al. sont probablement les premiers à résoudre l'équation de l'énergie dans le film fluide séparant les faces d'une garniture. Ils présentent les équations du problème qui sont simplifiées en tenant compte de la faible épaisseur du film lubrifiant. Leur modèle tient compte des variations de viscosité du lubrifiant suivant l'épaisseur du film et de l'apparition éventuelle de changement de phase. Ils utilisent la méthode des éléments finis pour résoudre les équations de transfert de chaleur et d'élasticité dans les anneaux du joint et les équations propres au film fluide. Dans leur modèle, la distance des faces de la garniture est ajustée de façon à assurer l'équilibrage des forces de fermeture et d'ouverture. Les conditions aux limites utilisées sont présentées sur la figure 1.16. Knoll et al. imposent une condition d'échange par convection sur les surfaces en contact avec le fluide. Les surfaces exposées à l'air sont isolées en raison du faible coefficient d'échange avec l'air. La face commune au rotor et à l'arbre est à température constante égale à celle du fluide environnant. Ceci suppose que l'arbre est très bien refroidi et très conducteur.

Ils présentent des résultats obtenus pour un stator dont la face est initialement ondulée (ondulations d'amplitude $< 0.5\mu m$) et un rotor lisse, les faces du joint étant alignées. Leurs résultats montrent que les déformations thermoélastiques tendent à augmenter l'amplitude des ondulations du stator (de l'ordre de quelques μm) et à rendre les faces coniques (écoulement convergent). Il en résulte différentes choses. D'une part, le champ de pression présente des pics dus à l'effet de coin produit par les ondulations et le fluide change de phase dans les zones divergentes. Les zones gazeuses se situent, en aval, près du rayon intérieur. La portance du joint se trouve ainsi augmentée. D'autre part, les champs de température du film et des faces présentent d'importants gradients circonférentiels. Leurs calculs conduisent à des différences de température des faces, au travers du film, de plusieurs dizaines de degrés. Ceci tend à justifier la prise en compte de la variation de viscosité suivant l'épaisseur.

Knoll et al. ont comparé leurs résultats numériques à des données expérimentales. La température mesurée en un point est assez proche de la valeur calculée. Cependant, des différences apparaissent sur le débit de fuite et la puissance totale dissipée. Selon les auteurs, les écarts s'expliquent de la façon suivante :

- les valeurs de coefficient d'échange calculées par des formules empiriques ne sont précises qu'à

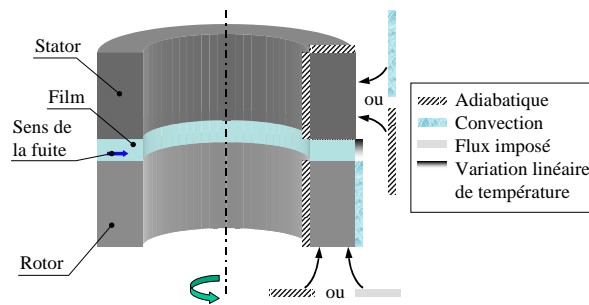


FIG. 1.17 – Conditions aux limites utilisées par Danos et al. [Dan00, TDF01]

$\pm 20\%$;

- le calcul de la puissance dissipée par turbulence dans le fluide environnant est basée sur des hypothèses non réalistes ;
- la température du fluide environnant ne peut être considérée constante ;
- la prise en compte des rugosités et des ondulations du rotor permettrait une meilleure estimation du débit de fuite.

De plus, il faut noter que le nombre de noeuds utilisés par les auteurs pour le maillage du film est relativement faible. Ceci nuit certainement à la précision des calculs.

Modèle de Danos et al. [Dan00, TDF01]

En 1997, Person et al. [Per97, PTF97b] présentent une modélisation THD pour les garnitures mécaniques sans contact dans laquelle le stator est supposé isolant. Danos et al. reprennent le modèle et le complètent en ajoutant la résolution de l'équation de conduction de la chaleur dans le stator. Les équations résolues dans le film mince sont similaires à celles de Knoll et al. Dans cette étude, la géométrie de l'interface est fixe car les déformations ne sont pas prises en compte. De plus, les phénomènes de changement de phase ne sont pas traités. Les équations sont résolues par la méthode des différences finies ce qui limite la méthode à des domaines de forme simple (maillages rectangulaires). Les conditions aux limites les plus couramment utilisées par Danos et al. sont présentées sur la figure 1.17. Cependant la modélisation permet d'utiliser tout type de conditions aux limites. Il est intéressant de remarquer que la condition utilisée sur le rayon d'entrée du fluide est une variation linéaire de température suivant l'épaisseur du film. Ceci signifie que le fluide a été réchauffé par les solides chauds avant d'entrer dans le contact. De plus, Danos et al. se placent dans le cas d'une garniture à stator flottant fonctionnant en mode d'entraînement dynamique stable. Ainsi, le problème est stationnaire pour le rotor. En s'appuyant sur les résultats d'Etsion et Pascovici [EP93], ils supposent que le champ de température du stator est axisymétrique, son inertie thermique gommant les éventuelles variations circumférentielles.

Danos et al. comparent leur modèle numérique au modèle approché de Pascovici et Etsion [PE92]. Lorsque la conicité des faces du joint est faible (de l'ordre de $10^{-4} rad$) les résultats de deux modélisations sont proches. Dès que la conicité augmente, d'importants écarts sont constatés. Comme le montrent Etsion et Groper [EG94], le modèle analytique surestime la température et le gradient radial de température dans l'interface.

Danos et al. présentent également une importante étude paramétrique afin d'évaluer l'influence des conditions de fonctionnement, du fluide, des matériaux des anneaux, des conditions aux limites et de la géométrie de l'interface. Ils montrent que l'huile plus visqueuse et moins conductrice que l'eau tend à accroître les gradients de température dans le film et les solides. Des matériaux conducteurs tels

que le carbure de silicium tendent à uniformiser et à réduire les températures. Danos et al. montrent qu'en augmentant le coefficient de convection sur le rotor de 2000 à 5000 $W/m^2\text{°C}$, l'augmentation globale de température est d'environ 85°C pour 100°C initialement. L'influence des coefficients d'échange semble donc modérée. Ils étudient également le cas du rotor mésaligné et ondulé. Les variations circonférentielles de température restent faibles car la distance des faces est importante de façon à éviter le changement de phase. Ils s'intéressent au cas de joint à encoches et montrent que celles-ci favorisent globalement le refroidissement du joint, plus particulièrement sur la zone annulaire où se situe les encoches. Cependant, le modèle reste limité car en général on ne connaît pas a priori la géométrie du film. Il semble nécessaire de prendre en compte les déformations thermoélastiques comme l'ont fait Knoll et al. [KPH94].

Danos et al. ont également développé un modèle THD axisymétrique pour l'étude des régimes transitoires associés aux démarrages.

Conclusions sur les modélisations des phénomènes thermiques

De nombreux auteurs ont travaillé sur la modélisation des effets thermiques. Face à la complexité de la forme des anneaux des joints et grâce à l'existence de nombreux logiciels, la plupart des auteurs ont utilisé la méthode des éléments finis pour résoudre le problème thermoélastique dans les solides. Quelques auteurs ont proposé des méthodes analytiques qui ne sont utilisables que dans quelques cas particuliers. La majorité des auteurs a utilisé une formule globale ou simplifiée de la puissance dissipée exploitable uniquement dans les cas axisymétriques. Knoll et al. [KPH94] puis Person et al. [Per97, PTF97b] et Danos et al. [Dan00, TDF01] ont effectivement résolu l'équation de l'énergie dans le film. Knoll et al. montrent que les variations circonférentielles de température dues à des ondulations sont telles qu'une modélisation tridimensionnelle est nécessaire.

1.4 Conclusions

Dans les garnitures hydrostatiques, thermohydrodynamiques ou lorsque le paramètre de service G dépasse une certaine valeur, le fluide présent dans le contact sépare totalement les faces du joint. La détermination des performances de la garniture nécessite le calcul du champ de pression dans l'interface. Celui-ci dépend essentiellement de la géométrie et du mouvement des faces du joint, de la viscosité du fluide et de l'apparition éventuelle de changement de phase.

De nombreux travaux, tant expérimentaux que théoriques, portent sur le comportement dynamique de l'élément flottant d'une garniture, c'est-à-dire sur le mouvement des faces du joint. L'ensemble des travaux montre qu'une garniture mécanique sans contact fonctionne normalement en mode d'entraînement dynamique stable. L'élément flottant s'adapte au mésalignement éventuel de l'autre anneau de sorte que l'épaisseur du film est constante dans le temps dans un repère fixé à l'élément lié de façon rigide à son support.

Plusieurs études expérimentales montrent que l'échauffement dû au cisaillement du film fluide conduit à des gradients de température non négligeables ($> 10\text{°C}$) sur les surfaces de contact mais aussi dans les anneaux du joint. Les conséquences de cette élévation non uniforme de température sont une chute de la viscosité du fluide et des déformations thermoélastiques des anneaux qui se traduisent par une modification de la conicité des faces de la garniture. Le couplage entre les différents phénomènes peut conduire à des instabilités thermiques.

Les mécanismes de transferts de chaleur dans l'environnement d'une garniture sont relativement complexes. Plusieurs auteurs ont cherché à déterminer les coefficients d'échanges entre les anneaux d'un joint et le fluide environnant. Les nombres de Nusselt caractérisant les échanges fluide solides

sont sensibles à de nombreux paramètres et ne sont pas uniformes sur l'ensemble des surfaces du rotor et du stator. Cependant, la formule empirique de Becker permet une assez bonne estimation des coefficients d'échange moyens.

De nombreux auteurs ont développé des modèles plus ou moins complexes (analytiques ou numériques) de comportement thermique des garnitures. D'une manière générale, la méthode des éléments finis est utilisée pour résoudre les problèmes thermoélastiques dans les anneaux du joint. Pour les configurations axisymétriques, les modèles utilisant une détermination simplifiée de la puissance dissipée permettent une estimation assez satisfaisante des champs de température. Lorsque les faces du joint présentent des ondulations ou des encoches, il est nécessaire de résoudre l'équation de l'énergie dans le film fluide. Cette méthode plus rigoureuse est malheureusement plus lourde tant dans la mise en oeuvre que dans l'utilisation.

Chapitre 2

Caractérisation de l'écoulement dans le film

Certaines garnitures comme les joints hydrostatiques, sont principalement conçues pour assurer une chute de pression tout en maintenant les faces suffisamment écartées pour éviter le contact et l'usure. La fonction étanchéité est alors secondaire et est mise en œuvre par d'autres joints placés en aval. Ce type de configuration se rencontre notamment sur les pompes primaires de centrales nucléaires [May89]. Le tableau 2.1 donne les valeurs indicatives des dimensions et des caractéristiques de fonctionnement de telles garnitures. Face à de telles valeurs, il est légitime de remettre en cause les hypothèses d'écoulement laminaire et de forces d'inertie négligeables utilisées pour le calcul du champ de pression dans l'interface d'une garniture (cf §1.1).

Rayon extérieur R_e	$\sim 0.150m$
Rayon intérieur R_i	$\sim 0.110m$
Épaisseur du film h	$\geq 10^{-5}m$
Fluide	Eau à $60^\circ C$
Viscosité dynamique μ	$4.965.10^{-4}Pa.s$
Masse volumique ρ	$1000kg/m^3$
Différence de pression Δp	$15.10^6 Pa$
Vitesse de rotation ω	$1500tr/min$
Débit de fuite Q	$\geq 400l/h$

TAB. 2.1 – Valeurs indicatives des dimensions et des conditions de fonctionnement d'une garniture hydrostatique de pompe primaire

Le but de ce chapitre est de caractériser précisément les conditions d'écoulement dans un film mince en étudiant les limites de changement de régime d'écoulement et l'intensité des forces d'inertie. Si les hypothèses classiques de la lubrification s'avèrent non valides, des modèles adaptés seront alors proposés.

2.1 Régime d'écoulement dans l'interface

Dans une garniture mécanique sans contact, l'écoulement a deux composantes principales. Un écoulement circonférentiel de Couette dû au mouvement du rotor et un écoulement radial de Poiseuille

généralisé par le gradient de pression. Les deux composantes influent sur la transition entre les régimes d'écoulement laminaire et turbulent.

En l'absence de gradient de pression, le régime d'écoulement dans l'interface est alors gouverné par le nombre de Reynolds de Couette Re_C :

$$Re_C = \frac{\rho r \omega h}{\mu} \quad (2.1)$$

Lorsque $Re_C < Re_C^l$ l'écoulement est laminaire. Il devient turbulent quand $Re_C > Re_C^t$. Dans le cas des garnitures d'étanchéité, aucune étude expérimentale n'a été menée pour déterminer les nombres de Reynolds limites Re_C^l et Re_C^t . Cependant, il est possible de se référer aux quelques études théoriques traitant des écoulements turbulents dans les joints. Selon Yasuna et Hughes [YH94], l'écoulement dans le film fluide devient turbulent pour $Re_C > 3000$. Lin et Yao [LY96], quant à eux, considèrent que le nombre de Reynolds limite Re_C^t est 1000. Les écoulements turbulents ont été plus largement étudiés dans les butées hydrodynamiques, qui présentent une géométrie assez proche de celle des garnitures mécaniques et où l'écoulement de Couette est prédominant. Des études expérimentales ont permis d'observer la transition laminaire turbulent, qui se manifeste par des discontinuités ou des évolutions anormales de la puissance dissipée et de la température [Gre75]. En 1977, Frêne [Frê77] présente des résultats expérimentaux obtenus pour des régimes d'écoulement laminaire et turbulent. Il observe que la turbulence apparaît lorsque : $\min(Re_C) > 800$ et $4100 < \max(Re_C) < 5000$. Il retient alors dans son étude théorique les valeurs 1000 et 2000 pour les nombres de Reynolds limites. Plus tard, Souchet [Sou91] se penche également sur le comportement thermique des butées en régime laminaire et turbulent. Il utilise 900 et 1600 comme valeurs des nombres de Reynolds de transition. Dans son ouvrage, Szeri [Sze98] considère le régime laminaire lorsque $Re_C < 500$ et turbulent quand $Re_C > 800$. Daily et Nece [DN60] ont travaillé sur l'écoulement entre un disque en rotation et une paroi fixe. A partir de leurs résultats expérimentaux, ils proposent des formules empiriques qui permettent de déterminer un nombre de Reynolds de transition laminaire turbulent :

$$Re_C^l = Re_C^t = \left(\frac{\pi}{0.04} \right)^{4/3} \left(\frac{h}{r} \right)^{-1/9}$$

Dans le cas des garnitures, le rapport h/r varie entre 10^{-5} et 2.10^{-4} qui correspondent respectivement à des nombres de Reynolds limites de 1208 et 866.

Lorsque la vitesse de rotation du joint est nulle, la garniture est une butée hydrostatique. L'interface est le siège d'un écoulement de Poiseuille dont le nombre de Reynolds caractéristique est :

$$Re_p = \frac{\rho Q}{2\mu\pi r} \quad (2.2)$$

où Q est le débit de fuite du joint. Selon Bassini et Piccigallo [BP92], l'écoulement dans une butée hydrostatique circulaire devient turbulent lorsque $Re_p > 2300$. Tabatai et Pollard [TP87] se sont intéressés à l'écoulement entre deux disques parallèles. Leurs résultats montrent qu'il existe une zone de transition entre le régime laminaire et turbulent délimité par les nombres $Re_p^l = 600$ et $Re_p^t = 1000$.

Le tableau 2.2 montre que la littérature n'est pas unanime quant aux valeurs des nombres de Reynolds caractérisant les changements de régime d'écoulement. Les valeurs de Souchet pour l'écoulement de Couette semblent intermédiaires et peuvent être retenues. Pour Re_p , il semble plus réaliste d'utiliser les limites observées expérimentalement par Tabatai et Pollard que la valeur théorique de Bassani et Piccigallo. En résumé, nous choisissons : $Re_C^l = 900$, $Re_C^t = 1600$, $Re_p^l = 600$ et $Re_p^t = 1000$.

Dans la réalité, les garnitures fonctionnent avec une vitesse de rotation et un gradient de pression donné. La transition du régime d'écoulement laminaire vers le régime d'écoulement turbulent est

Couette	Re_C^l	Re_C^t
Daily et Nece [DN60]	866 → 1208	
Frêne [Frê77]	1000	2000
Souchet [Sou91]	900	1600
Yasuna et Hughes [YH94]		3000
Lin et Yao [LY96]		1000
Szeri [Sze98]	500	800
Poiseuille	Re_P^l	Re_P^t
Tabatai et Pollard [TP87]	600	1000
Bassani et Piccigalo [BP92]		2300

TAB. 2.2 – Valeurs des nombres de Reynolds limite

gouvernée par les deux nombres de Reynolds Re_P et Re_C . Afin de généraliser, il est possible de définir un vecteur nombre de Reynolds de composantes Re_P et Re_C . Les limites de changement de régime peuvent alors être caractérisées par une norme de ce vecteur que nous appellerons α ou facteur d'écoulement :

$$\alpha = \sqrt{\left(\frac{Re_C}{Re_C^l}\right)^2 + \left(\frac{Re_P}{Re_P^l}\right)^2} \quad (2.3)$$

L'écoulement est alors turbulent lorsque $\alpha > 1$. La fin du régime laminaire se situe à $\alpha = Re_C^l/Re_C^t = 9/16$ ou $\alpha = Re_P^l/Re_P^t = 3/5$ suivant que l'écoulement est purement de Couette ou de Poiseuille. Nous choisissons de prendre la moyenne de ces deux valeurs comme limite soit $\alpha = 93/160$. Finalement, les limites de changement de régime dans le repère Re_C, Re_P sont matérialisées par des ellipses de même excentricité. Des vecteurs nombres de Reynolds limités par la même ellipse ont la même norme et sont donc équivalents (figure 2.1). Un tel choix peut sembler restrictif face à la complexité du couplage des écoulements et des phénomènes qui régissent le changement de régime mais il a au moins le mérite de prendre en compte les deux composantes de l'écoulement.

A partir des données du tableau 2.1, il est possible de calculer le facteur d'écoulement sur le rayon intérieur et extérieur d'une garniture hydrostatique en supposant les faces planes. La figure 2.2 présente l'évolution en fonction de l'épaisseur de film du facteur d'écoulement. Les courbes obtenues montrent qu'une faible variation de la distance des centres peut conduire à l'apparition de turbulence. Il faut noter qu'en réalité les faces du joint sont coniques donc que l'épaisseur de film est plus importante sur le rayon extérieur, ce qui peut favoriser le changement de régime d'écoulement. L'hypothèse de régime laminaire dans l'interface est donc remise en cause pour de telles garnitures.

2.2 Intensité des effets d'inertie

En lubrification, les termes d'inertie dans les équations de Navier Stokes sont généralement négligés du fait de la géométrie particulière de l'écoulement. Selon Szeri [Sze98], les termes d'inertie et les termes "turbulents" sont du même ordre de grandeur et donc il ne peut y avoir de turbulence si les effets d'inertie sont totalement négligeables. Cependant, la prise en compte des termes d'inertie complique énormément le problème et il est intéressant d'étudier leurs effets dans la mesure où, dans notre cas, les niveaux de turbulence atteints sont très faibles (figure 2.2). L'influence des termes d'inertie sur l'écoulement radial, puis l'effet centrifuge dû à la rotation du joint seront étudiés successivement.

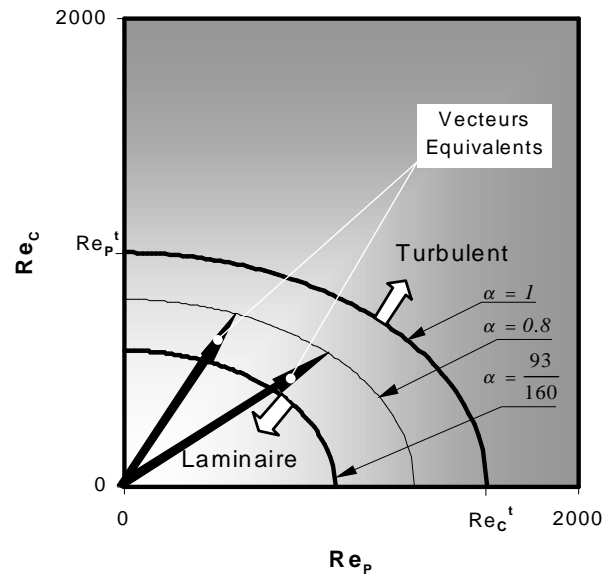


FIG. 2.1 – Limites entre les différents régimes d'écoulements

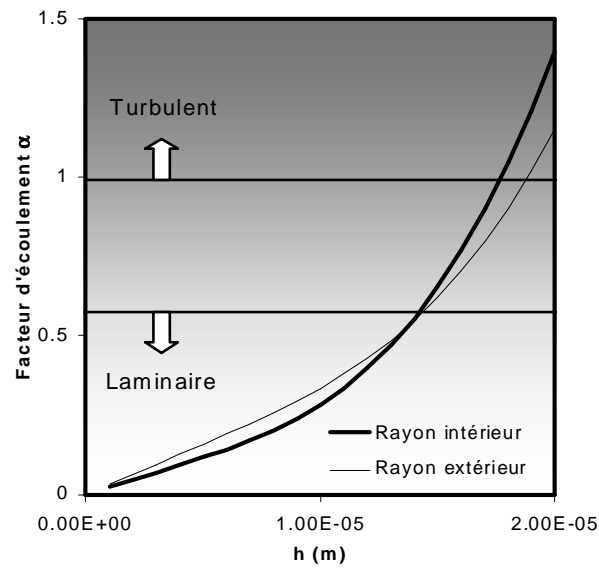


FIG. 2.2 – Evolution du facteur d'écoulement sur le rayon intérieur et extérieur d'une garniture en fonction de l'épaisseur de film

2.2.1 Écoulement radial

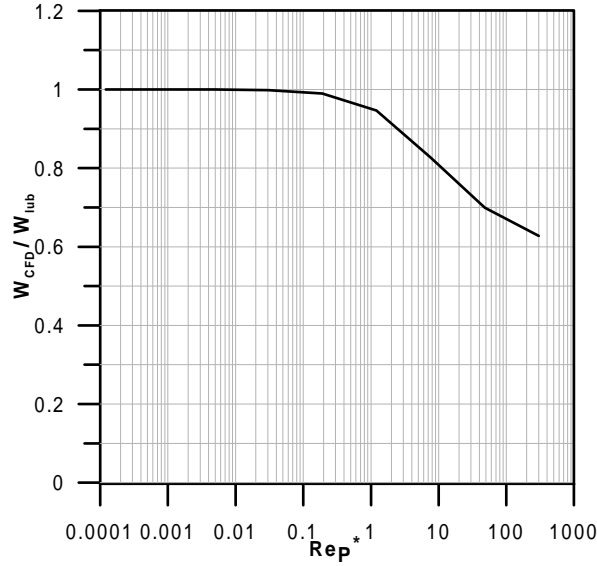


FIG. 2.3 – Influence du nombre de Reynolds modifié Re_p^* sur l'intégrale du champ de pression

Supposons les faces du joint planes et parallèles, la vitesse de rotation nulle, le film mince et l'écoulement laminaire. La composante sur r des équations de Navier-Stokes se réduit à :

$$\rho V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} \quad (2.4)$$

où V_r est la vitesse radiale du fluide. Le membre de gauche est le terme d'inertie. Afin de généraliser le problème, utilisons une forme sans dimension des variables :

$$V_r = \tilde{V}_r \frac{Q}{2\pi R_e h}, \quad r = \tilde{r} \Delta R + R_i \text{ et } z = \tilde{z} h$$

ΔR est la largeur de l'interface. Ceci conduit à poser :

$$p = \tilde{p} \frac{\mu Q \Delta R}{2\pi h^3}$$

Il vient alors :

$$Re_p^* \tilde{V}_r \frac{\partial \tilde{V}_r}{\partial \tilde{r}} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\partial^2 \tilde{V}_r}{\partial \tilde{z}^2} \quad (2.5)$$

Le facteur du membre de gauche est le nombre de Reynolds modifié $Re_p^* = Re_p \frac{h}{\Delta R}$. Lorsqu'il est petit devant 1, le terme d'inertie est négligeable. A partir du tableau 2.1, il est possible de montrer que $0.03 < Re_p^* < 0.5$ lorsque h varie de 10 à 20 μm . Ces valeurs ne sont pas négligeables devant 1 et il convient d'étudier plus précisément l'influence de ce paramètre. Pour cela, l'intégrale du champ de pression W_{lub} obtenue en utilisant l'équation de Reynolds 1.3 est comparée à l'intégrale du champ de pression W_{CFD} obtenue en résolvant les équations de Navier-Stokes avec un logiciel CFD.

La figure 2.3 présente le rapport entre W_{lub} et W_{CFD} en fonction du nombre de Reynolds modifié. L'erreur commise sur le calcul du champ de pression en négligeant le terme d'inertie est inférieure à 5% lorsque $Re_p^* = 0.5$.

2.2.2 Effet centrifuge

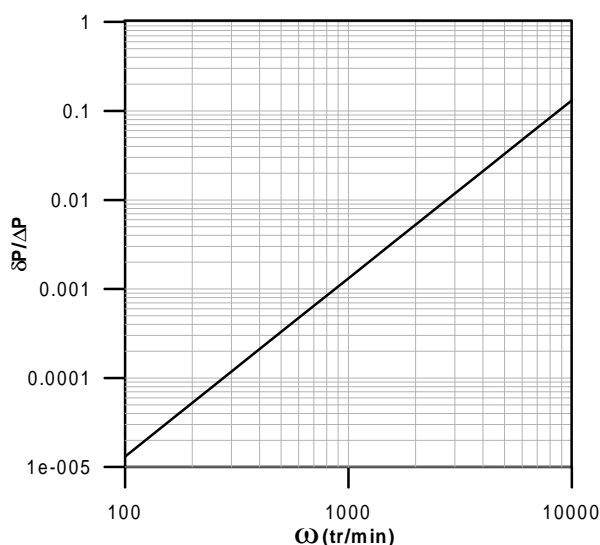


FIG. 2.4 – Influence de la vitesse de rotation sur le champ de pression

Le mouvement de rotation du rotor du joint tend à centrifuger les particules de fluide vers le rayon extérieur de la garniture. Ceci se traduit par une modification de l'allure du champ de pression. Nau [Nau90] a étudié l'influence de cet effet. Pour cela, il isole une particule fluide en supposant la pression constante suivant l'épaisseur du film, le fluide isovisqueux et en ne tenant compte que du terme d'inertie centrifuge. Il montre que le débit de fuite du joint dépend du gradient radial de pression mais également d'un terme faisant intervenir la vitesse de rotation. Il identifie ce terme à une variation de pression δp qui s'exprime :

$$\delta p = 0.3\rho\omega^2 r\Delta R \quad (2.6)$$

Afin d'évaluer l'influence des effets centrifuges, la variation de pression δp dû au mouvement rotatif est comparée à la différence totale de pression Δp . Les données utilisées sont celles du tableau 2.1. La figure 2.4 met en évidence que les effets centrifuges sont négligeables ($< 0.3\%$) devant le gradient de pression total pour une vitesse de rotation de 1500tr/min .

2.2.3 Conclusions

La prise en compte des termes d'inertie nécessite la résolution d'une forme simplifiée des équations de Navier-Stokes fortement couplées entre-elles. Aussi, l'effet de chacune des composantes de l'écoulement dans le film fluide séparant les faces d'une garniture a été étudié. Pour l'exemple présenté dans le tableau 2.1, les termes d'inertie n'influent pas de façon significative sur les résultats. Étant donné la complexité de la résolution du problème, il semble raisonnable de négliger les effets d'inertie.

2.3 Modélisation de la turbulence dans les films minces

Dans cette introduction, nous nous référons à l'ouvrage de Hinze sur la turbulence [Hin59]. Lorsque le nombre de Reynolds d'un écoulement devient élevé, des structures tourbillonnaires de

différentes tailles apparaissent au sein du fluide. Les particules décrivent alors des trajectoires imprévisibles. Pour étudier de tels écoulements, il est alors nécessaire de décomposer les grandeurs caractéristiques F en une partie fluctuante f' et une valeur moyenne \bar{F} . Soit :

$$F = \bar{F} + f'$$

Le but de cette formulation est de déterminer l'écoulement moyen. La valeur moyenne de F est définie de la façon suivante :

$$\bar{F} = \frac{1}{\mathbf{T}} \int_0^{\mathbf{T}} F(t + \tau) d\tau \text{ avec } \mathbf{T}_1 < \mathbf{T} < \mathbf{T}_2 \quad (2.7)$$

\mathbf{T}_1 est l'échelle de temps des plus petites structures de la turbulence et \mathbf{T}_2 est l'échelle de temps des variations lentes de l'écoulement. Les moyennes respectent les règles suivantes :

$$\overline{F + G} = \bar{F} + \bar{G}, \overline{FG} = \bar{F}\bar{G} \text{ et } \overline{\frac{\partial F}{\partial \xi}} = \frac{\partial \bar{F}}{\partial \xi}$$

Pour la suite, il est supposé que le milieu est continu, que le fluide est newtonien et incompressible. Donc, dans le cadre de cette étude, seules la pression p , les composantes de la vitesse V_i et la température T présentent une partie fluctuante :

$$p = \bar{p} + p', V_i = \bar{V}_i + v'_i \text{ et } T = \bar{T} + t' \quad (2.8)$$

Il faut maintenant mettre les équations de conservation sous une nouvelle forme de façon à ne faire intervenir que les valeurs moyennes des grandeurs physiques (expressions 2.8). Pour cela, la valeur moyenne des équations, au sens de la définition 2.7, sera exprimée. Dans un but de simplification de langage, nous utiliserons le verbe "moyenner". Ceci fera l'objet du paragraphe suivant, avant que soient abordés les modèles de turbulence propres à la lubrification.

2.3.1 Equations de conservation

Equation de conservation de la masse

La conservation de la masse, pour un fluide incompressible, se traduit par :

$$\frac{\partial V_i}{\partial x_i} = \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial v'_i}{\partial x_i} = 0$$

En moyennant cette équation, il vient les deux résultats suivants :

$$\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial v'_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.10)$$

qui traduisent respectivement la conservation de la masse pour l'écoulement moyen et l'écoulement fluctuant.

Equations de conservation de la quantité de mouvement

L'introduction de la loi de comportement d'un fluide newtonien dans les équations de conservation de la quantité de mouvement conduit aux équations de Navier-Stokes :

$$\rho \left(\frac{\partial V_i}{\partial t} + V_j \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2.11)$$

Ici, les forces de volumes (pesanteur) ont été négligées. Une fois moyennées, les équations 2.11 prennent la forme suivante :

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial t} + \bar{V}_j \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{V}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{\rho v'_i v'_j} \right] \quad (2.12)$$

Le terme entre crochets représente le tenseur des contraintes de cisaillement d'un écoulement turbulent τ'_{ij} . Le terme complètement à droite est le tenseur des tensions de Reynolds τ^R_{ij} . Il introduit 6 inconnues supplémentaires. La résolution du problème est alors impossible sans introduire de nouvelles équations. En 1877, Boussinesq propose une relation entre les tensions de Reynolds et le gradient des vitesses moyennes [Hin59] :

$$\tau^R_{ij} = -\overline{\rho v'_i v'_j} = \rho \varepsilon_M \left(\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{V}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.13)$$

Le problème consiste alors à déterminer l'expression de la viscosité turbulente ε_M .

Equation de conservation de l'énergie

La conservation de l'énergie dans un fluide newtonien incompressible s'exprime de la manière suivante :

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + V_i \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k_f \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \mu \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{V}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.14)$$

où ρ , C_p , μ et k_f sont respectivement la masse volumique, la capacité calorifique, la viscosité dynamique et le coefficient de conductivité thermique du fluide. Le membre de gauche représente la quantité de chaleur transportée par convection, le premier terme de droite, la quantité de chaleur évacuée par conduction et le dernier terme, la quantité de chaleur générée par dissipation visqueuse. Cette équation doit être moyennée dans le cas d'un écoulement turbulent :

$$\rho C_p \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{V}_i \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} + \overline{v'_i \frac{\partial T}{\partial x_i}} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k_f \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right) + \phi \quad (2.15)$$

ϕ représente la fonction de dissipation :

$$\phi = \mu \left[\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{V}_j}{\partial x_i} \right) + \overline{\frac{\partial v'_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial v'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v'_j}{\partial x_i} \right)} \right] \quad (2.16)$$

Par analogie avec ce qui a été proposé par Boussinesq pour les équations de Navier-Stokes, il est possible d'introduire un coefficient de diffusivité thermique turbulente [Hin59] :

$$-\overline{v'_i \frac{\partial T}{\partial x_i}} = \varepsilon_H \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i}$$

Ce terme permet de prendre en compte le caractère diffusif de la turbulence qui favorise les échanges en raison du mouvement fluctuant. Introduisons le nombre de Prandtl turbulent Pr^t qui est le rapport entre la viscosité turbulente ε_M et la diffusivité thermique turbulente ε_H :

$$Pr^t = \frac{\varepsilon_M}{\varepsilon_H}$$

L'équation de l'énergie se met alors sous la forme suivante :

$$\rho C_p \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{V}_i \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[k_f \left(1 + \frac{\varepsilon_M}{Pr^t \alpha_f} \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right] + \phi \quad (2.17)$$

où α_f est la diffusivité thermique du fluide. Le problème consiste à déterminer le nombre de Prandtl turbulent et la fonction de dissipation pour le cas des films minces.

Nombre de Prandtl turbulent

Une hypothèse simplificatrice connue sous le nom d'analogie de Reynolds consiste à supposer une complète analogie entre le transport de quantité de mouvement et le transport de chaleur [Hin59]. Ceci conduit à un nombre de Prandtl turbulent égal à 1.

Kays et Crawford [KC93] présentent dans leur ouvrage des résultats expérimentaux mettant en défaut l'analogie de Reynolds. Cependant, dans le cas de l'eau le nombre de Prandtl turbulent est quasiment constant et égal à 0.85, sauf très près des parois où il présente une augmentation brusque. Dans le cadre de la lubrification, beaucoup d'auteurs choisissent un nombre de Prandtl turbulent constant. Huebner [Hue74], Suganami et Szeri [SS79] et Bouard [Bou95] ont supposé l'analogie de Reynolds vérifiée, soit $Pr^t = 1$. Safar et Szeri [SS74] ont préféré un nombre de Prandtl turbulent de 0.769. Il faut noter que ces auteurs ont étudiés des mécanismes lubrifiés à l'huile.

Fonction de dissipation

La fonction de dissipation ϕ (équation 2.16) utilisée dans l'équation de l'énergie représente la quantité de chaleur générée par le cisaillement du fluide dû au champ de vitesse moyen (premier terme) et au champ de vitesse fluctuant (deuxième terme). Pour résoudre le problème, il faut exprimer le second terme de la fonction de dissipation en fonction du champ de vitesse moyen. Selon Hinze [Hin59], la fonction de dissipation d'énergie turbulente F_{dt} et la fonction de création d'énergie turbulente F_{ct} s'expriment :

$$F_{dt} = -\nu \overline{\frac{\partial v'_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial v'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v'_j}{\partial x_i} \right)}$$

$$F_{ct} = -\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} \overline{v'_i v'_j}$$

En tenant compte de l'hypothèse de Boussinesq 2.13 dans l'expression de F_{ct} , il vient :

$$F_{ct} = \varepsilon_M \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{V}_j}{\partial x_i} \right)$$

Lorsque la turbulence est homogène, c'est à dire que l'énergie turbulente est constante dans toutes les directions, la création et la dissipation d'énergie s'annulent, soit :

$$F_{ct} + F_{dt} = 0$$

Dans le cas de la lubrification, l'hypothèse de turbulence homogène est généralement vérifiée dans les directions parallèles aux parois. Cependant, cette hypothèse n'est plus valide suivant l'épaisseur

du film. En effet, le mouvement turbulent est nul à la paroi. De nombreux auteurs ont quand même retenu cette hypothèse afin de simplifier la résolution de l'équation de l'énergie [SS74, SS79, Sou91, Bou95, Sze98]. La fonction de dissipation prend alors la forme :

$$\phi = \mu \left[\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{V}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{F_{ct}}{\nu} \right] = \mu \left(1 + \frac{\epsilon_M}{\nu} \right) \left[\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{V}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2.18)$$

Vohr, dans une discussion sur l'article de Safar et Szeri [SS74], fait remarquer que cette hypothèse n'est pas juste. Il propose d'intégrer l'équation de l'énergie suivant l'épaisseur afin de conserver la forme simplifiée 2.18 de la fonction de dissipation sans faire l'hypothèse de turbulence homogène au travers du film. Cependant, cette formulation globale ne permet pas le calcul de la température au travers du film.

2.3.2 Modèles de turbulence

Dans le cadre des films minces, plusieurs modèles ont été développés. Seuls les modèles dit à "0 équation", c'est-à-dire qui n'introduisent pas d'équation différentielle supplémentaire, seront présentés. Ils sont plus faciles à mettre en œuvre et leur efficacité a été démontrée dans de nombreuses études.

Modèle de Constantinescu

Constantinescu [Con59] est le premier auteur à proposer un modèle de turbulence pour les problèmes de lubrification. Sa théorie est basée sur le modèle de longueur de mélange de Prandtl. La viscosité turbulente est formulée de la façon suivante :

$$\epsilon_M = \ell^2 \left| \frac{\partial \bar{V}}{\partial z} \right|$$

la longueur de mélange ℓ est analogue au libre parcours moyen de la théorie cinétique des gaz. Le second terme est le gradient de vitesse suivant l'épaisseur du film. Selon Prandtl, la longueur de mélange est proportionnelle à la distance à la paroi :

$$\ell = k \min(z, h - z)$$

En supposant que l'écoulement comporte trois couches, deux couche laminaires près des parois où la viscosité turbulente est négligée devant la viscosité dynamique et une couche turbulente où la viscosité turbulente est prépondérante, Constantinescu a pu exprimer le champ des vitesses dans le film.

D'après Szeri [Sze98], le fait d'avoir négligé la couche intermédiaire où les viscosités turbulente et dynamique sont du même ordre conduit à des variations brutales du taux de cisaillement qui ne sont pas réalistes.

Modèle de Ng, Pan et Elrod

En 1964, Ng [Ng64] propose un modèle de lubrification turbulente basée sur la formulation de viscosité turbulente de Reichardt :

$$\frac{\epsilon_M}{\nu} = k \left(\tilde{Z} \sqrt{\tau_w^*} - \delta_l^+ \tanh \frac{\tilde{Z} \sqrt{\tau_w^*}}{\delta_l^+} \right)$$

où \tilde{Z} et τ_w^* sont des expressions sans dimension de la distance à la paroi et du taux cisaillement à la paroi τ_w :

$$\tilde{Z} = \min\left(\frac{z}{h}, 1 - \frac{z}{h}\right), \tau_w^* = \frac{h^2 |\tau_w|}{\mu \nu} \text{ et } \delta_l^+ = \frac{\delta_l}{h} \sqrt{\tau_w^*}$$

δ_l est la distance à la paroi où les effets laminaires et turbulents sont de même intensité.

En supposant le taux de cisaillement constant près de la paroi, Ng a intégré le champ de vitesse. Il a estimé les valeurs des constantes permettant de reproduire au mieux la "loi de paroi" :

$$k = 0.4 \text{ et } \delta_l^+ = 10.7$$

En outre, Ng a montré que les valeurs choisies conduisent à un facteur de friction à la paroi en très bonne corrélation avec les données expérimentales de Nikuradse pour l'écoulement de Poiseuille en conduite cylindrique et avec les mesures de Robertson pour l'écoulement de Couette. Le modèle de Ng s'avère donc efficace près de la paroi ($0 < \tilde{Z}\sqrt{\tau_w^*} = z^+ < 1000$) mais présente des dérives par rapports aux résultats expérimentaux lorsque l'hypothèse de cisaillement constant n'est plus vérifiée ($z^+ > 1000$).

Pour pallier à ce problème, Ng et Pan [NP65] proposent de calculer la viscosité turbulente en utilisant le taux de cisaillement local τ et non plus celui à la paroi τ_w , soit :

$$\frac{\varepsilon_M}{\nu} = 0.4 \left(\tilde{Z}\sqrt{\tau^*} - 10.7 \tanh \frac{\tilde{Z}\sqrt{\tau^*}}{10.7} \right) \quad (2.19)$$

Ng et Pan, linéarisent le problème en supposant que l'écoulement est une petite perturbation d'un écoulement de Couette. Cette hypothèse a été retenue principalement dans le but d'étudier des paliers hydrodynamiques. Lorsque de forts gradients de pression apparaissent au sein du film, le taux de cisaillement local τ peut s'annuler en certains points. La théorie de Ng et Pan prédit alors une viscosité turbulente nulle en ces points, même si l'écoulement est fortement turbulent.

Afin de pouvoir étudier tout type d'écoulement, Elrod et Ng [EN67] imposent à la viscosité turbulente d'évoluer de façon croissante avec la distance à la paroi, dans chaque demi canal. Notons ε_w cette nouvelle viscosité et ε_R la viscosité calculée avec la formule de Reichardt 2.19, soit d'après Elrod et Ng :

$$\varepsilon_w(z) = \max(\varepsilon_R(z')) \begin{cases} \forall z' \leq z \text{ si } z \leq h/2 \\ \forall z' \geq z \text{ si } z \geq h/2 \end{cases}$$

Dans le but de mieux modéliser la turbulence en dehors de la couche limite (soit "loin" des parois), Elrod et Ng utilisent le modèle de Clauser qu'ils ont adaptés à la lubrification :

$$\varepsilon_C = \frac{1}{56} \sqrt{\left[\int_0^h (\bar{V}_x - V_{x,max}) dz \right]^2 + \left[\int_0^h (\bar{V}_y - V_{y,max}) dz \right]^2}$$

où $V_{x,max}$ et $V_{y,max}$ sont les composantes de la vitesse maximale du fluide suivant l'épaisseur du film. La viscosité turbulente s'exprime finalement :

$$\varepsilon_M = \min(\varepsilon_w, \varepsilon_C)$$

Le modèle d'Elrod et Ng permet d'étudier une plus large gamme d'écoulements turbulents que le modèle de Ng et Pan. Il est malheureusement plus lourd à mettre en œuvre en raison de son caractère non-linéaire.

Modèle de Hirs (Bulk flow theory)

En 1973, Hirs propose de modéliser la turbulence dans les films minces en s'appuyant sur des caractéristiques globales de l'écoulement. Sa méthode est basée sur des observations expérimentales de Blasius. Dans le cas d'un écoulement de Poiseuille en conduite, Blasius montre que le taux de cisaillement τ_w sur la paroi inférieure est une fonction de la vitesse moyenne d'écoulement \tilde{V} :

$$\frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho\tilde{V}^2} = n \left(\frac{\rho\tilde{V}h}{\mu} \right)^m$$

n et m sont des constantes déterminées expérimentalement. La même relation avec des constantes empiriques différentes existe pour l'écoulement de Couette. En étudiant l'équilibre d'un petit élément de fluide de hauteur h , Hirs obtient une équation différentielle liant les vitesses moyennes de l'écoulement aux gradients de pression par l'intermédiaire des constantes expérimentales.

La théorie de Hirs est intéressante car elle repose sur des constantes expérimentales faciles à mesurer. Cependant, elle ne fait intervenir que des vitesses moyennes qui ne permettent pas de remonter aux champs des vitesses dans le fluide. La résolution de l'équation de l'énergie dans le film est donc impossible avec cette méthode, sauf de façon globale.

Choix d'un modèle

Le film fluide séparant les faces d'une garniture est le siège d'un écoulement de Couette circonférentiel et d'un écoulement de Poiseuille radial. Le modèle de Hirs permet de traiter ce genre de problème mais est inadapté au calcul du champ de température. L'utilisation du modèle d'Elrod et Ng s'impose donc.

2.4 Modélisation de la transition laminaire turbulent

La viscosité turbulente calculée avec le modèle d'Elrod et Ng ne s'annule que lorsque la vitesse du fluide est nulle. Pour pouvoir étudier des écoulements allant du régime laminaire au régime turbulent, plusieurs auteurs, comme par exemple Szeri [Sze98], utilisent un facteur d'échelle ou d'interpolation δ_ε devant la viscosité turbulente. Celui-ci vaut 0 pour le régime laminaire et 1 pour le régime turbulent. Dans la zone de transition, δ_ε évolue progressivement de 0 à 1 suivant une fonction qui doit permettre de reproduire au mieux ce qui se passe dans la réalité. Notons $\alpha^l = 93/160$ la valeur du facteur d'écoulement correspondant à la fin du régime laminaire et $\alpha^t = 1$ la valeur associée au début du régime turbulent. Le facteur δ_ε évolue alors de la façon suivante :

$$\begin{cases} \delta_\varepsilon = 0 & \text{si } \alpha < \alpha^l \\ \delta_\varepsilon = f(\alpha) & \text{si } \alpha^l \leq \alpha \leq \alpha^t \\ \delta_\varepsilon = 1 & \text{si } \alpha > \alpha^t \end{cases} \quad (2.20)$$

Szeri utilise pour la fonction d'interpolation f une loi en puissance :

$$f(\alpha) = 1 - \left(\frac{\alpha^t - \alpha}{\alpha^t - \alpha^l} \right)^{1/8} \quad (2.21)$$

Celle-ci conduit à des variations brutales près de la limite du régime turbulent (figure 2.5). Pour obtenir une évolution plus douce, une loi en sinus a été choisie :

$$f(\alpha) = 0.5 \left[1 - \cos \left(\frac{\alpha^t - \alpha}{\alpha^t - \alpha^l} \pi \right) \right] \quad (2.22)$$

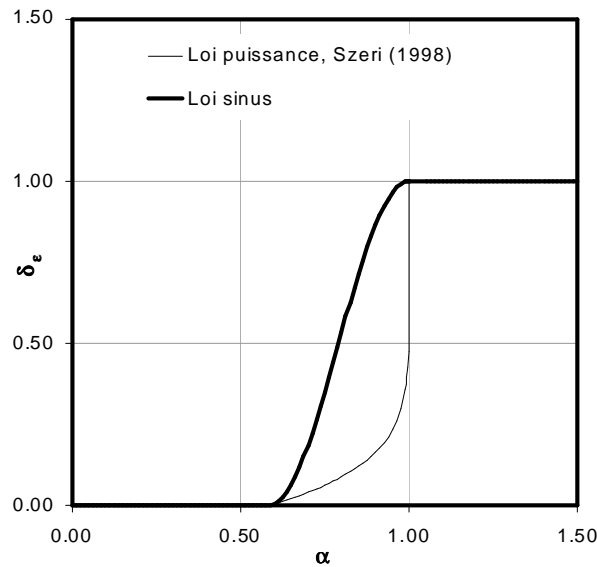


FIG. 2.5 – Comparaison des fonctions d’interpolation en puissance (2.21) et en sinus (2.22)

Dans le but de valider le choix de la loi sinus, celle-ci a été comparée aux données disponibles dans la littérature. Pour pouvoir effectuer les comparaisons, les nombres de Reynolds de transition ont été ajustés à ceux de l’article de référence. Missimer et Thomas [MT83] présentent en 1983 une étude théorique sur la transition laminaire turbulent dans un écoulement de Couette entre deux plans. Le facteur de friction calculé par leur modèle est en bon accord avec les mesures de Reichardt (figure 2.6). Le facteur de friction est le rapport entre le taux de cisaillement à la paroi τ_w et l’énergie cinétique du mouvement moyen $\rho V_w^2/2$ où V_w est la vitesse de la paroi mobile. La courbe obtenue en utilisant la loi sinus est proche de celle de Missimer et Thomas.

Patel et Head [PH69] ont effectué des mesures de facteur de friction pour un écoulement de Poiseuille entre 2 plans. Celui-ci est calculé en utilisant la vitesse moyenne de l’écoulement V . La loi sinus suit parfaitement les données expérimentales jusqu’à un nombre de Reynolds $Re_P \simeq 2000$ correspondant au milieu de la zone de transition laminaire turbulent (figure 2.7). Pour les nombres de Reynolds plus élevés, le modèle théorique surestime le facteur de friction. Le modèle d’Elrod et Ng n’est probablement pas suffisamment représentatif des écoulements à faible nombre de Reynolds.

La figure 2.8 présente la comparaison entre les valeurs du facteur de friction mesurées par Tabatai et Pollard [TP87] sur un écoulement de Poiseuille entre deux disques et les valeurs calculées avec la loi sinus. La courbe théorique est d’une manière générale plus élevée mais elle reproduit les mêmes tendances. Tabatai et Pollard signalent que la précision de leurs mesures dans la zone laminaire est mauvaise et que leurs points ne corroborent pas avec la courbe théorique bien connue $12/Re_P$.

2.5 Conclusions

Le film fluide séparant les faces d’une garniture mécanique est le siège d’un écoulement circonférentiel de Couette et d’un écoulement radial de Poiseuille. Les limites des régimes laminaire et turbulent sont caractérisées par des nombres de Reynolds propres à chaque écoulement. Parmi les valeurs disponibles dans la littérature, celles qui semblaient les plus réalistes ont été retenues et introduites dans un facteur α qui permet de prendre en compte les effets combinés de l’écoulement circonfé-

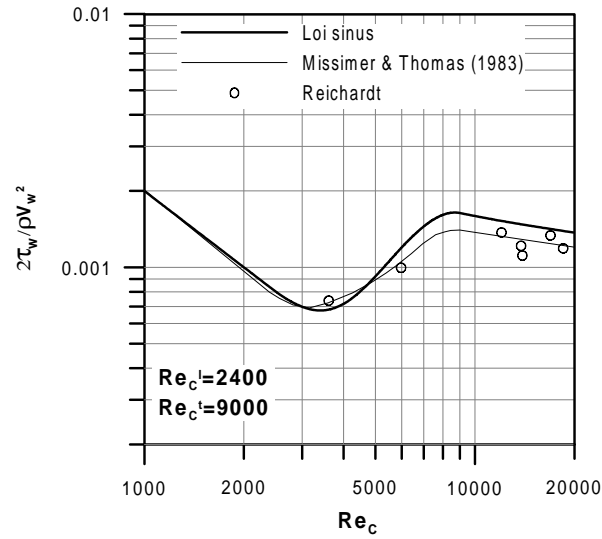


FIG. 2.6 – Comparaison des facteurs de friction pour un écoulement de Couette entre 2 plans

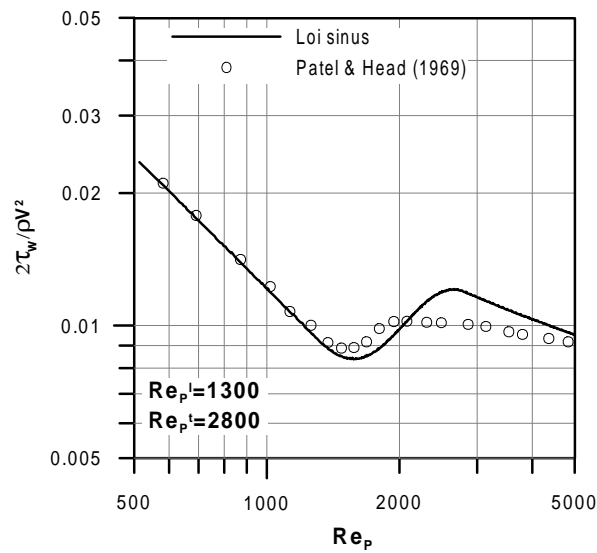


FIG. 2.7 – Comparaison des facteurs de friction pour un écoulement de Poiseuille entre 2 plans

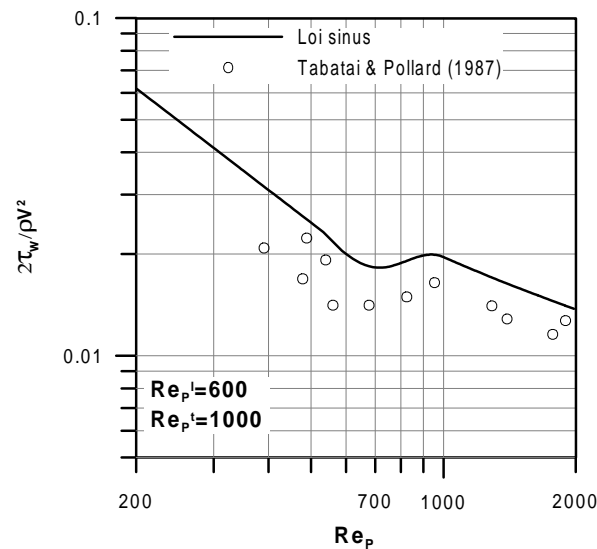


FIG. 2.8 – Comparaison des facteurs de friction pour un écoulement de Poiseuille entre 2 disques

rentiel et radial. Par l'intermédiaire de ce facteur d'écoulement, il a été montré que, pour certaines applications, une garniture hydrostatique peut fonctionner en régime non laminaire. Les niveaux de turbulence atteints restent toutefois assez faibles, ce qui permet de négliger les effets d'inertie.

Les équations de conservations dans le fluide ont été moyennées de façon à être adaptées à la résolution d'écoulements turbulents. L'hypothèse de Boussinesq a permis d'introduire le concept de viscosité turbulente. Pour simplifier l'équation de l'énergie, la turbulence est supposée homogène et le nombre de Prandtl Pr^t constant et égal à 0.85 pour de l'eau. Le modèle de turbulence d'Elrod et Ng semble le mieux adapté à notre problème. Cependant, il surestime le facteur de friction pour de faibles valeurs du nombre de Reynolds.

Pour que les équations de conservation soient utilisables pour des régimes d'écoulement quelconques, un facteur d'échelle ou facteur d'interpolation δ_ε module la valeur de la viscosité turbulente. Dans la zone de transition laminaire turbulent, la loi d'interpolation sinusoidale qui a été choisie pour le facteur δ_ε permet de reproduire les tendances des observations expérimentales.

Chapitre 3

Modélisation du film lubrifiant

Le but de ce chapitre est d'établir les équations générales permettant de résoudre le problème TEHD dans le cas d'un joint fonctionnant en régime permanent. Nous nous appuyerons pour cela sur les conclusions des chapitres précédents (1 et 2). Il est tout d'abord nécessaire d'exprimer les positions et les vitesses des faces du joint. Ensuite, le bilan des actions mécaniques mises en jeu permettra d'établir les équations de la dynamique de l'élément flottant de la garniture. Puis, les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie seront exprimées dans le film lubrifiant. Elles conduiront aux équations aux dérivées partielles permettant le calcul de la pression, des vitesses et de la température des particules fluides. Nous discuterons ensuite des conditions aux limites du problème. Finalement, les techniques numériques de résolution utilisées seront présentées.

3.1 Modèle géométrique et cinématique du joint

Nous nous limitons ici à l'étude d'une garniture à stator flottant. La cinématique du joint est décrite par un modèle à 3 degrés de liberté (une translation axiale et deux rotations dans le plan de contact) avec l'hypothèse d'un fonctionnement dans le mode d'entraînement dynamique stable qui est le mode de fonctionnement usuel des garnitures mécaniques sans contact (cf § 1.2). Le modèle utilisé a déjà été défini dans plusieurs études précédentes [TF84, PTF97a, Per97].

3.1.1 Description du modèle

Nous utiliserons, dans tout ce qui suit, l'indice 1 pour les éléments qui se rapportent au stator du joint et l'indice 2 dans le cas du rotor.

Soit $\mathfrak{R}_0(O, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$ un repère fixe dont l'axe (O, \vec{Z}_0) est aligné avec l'axe de rotation du rotor (figure 3.1). Nous supposons que le centre de la face du rotor est confondu avec le point O . L'angle et l'axe de mésalignement du rotor par rapport à son axe de rotation seront respectivement notés χ_2 et (O, \vec{X}_2) . En outre, \vec{X}_2 et \vec{X}_0 seront supposés confondus à l'instant initial.

Dans le cas du fonctionnement en mode d'entraînement dynamique stable, le stator présente un mésalignement d'angle constant χ_1 et d'axe (R_1, \vec{U}_1) tournant avec le rotor avec un déphasage constant φ_1 par rapport à \vec{X}_2 . Le point R_1 est situé sur l'axe de rotation (O, \vec{Z}_0) du joint. Nous noterons L_{R1} la distance de R_1 à O_1 , centre de la face du stator, et L_R la distance de R_1 à O . Celles-ci restent constantes au cours du temps.

Il convient de remarquer que les angles de mésalignement χ_1 et χ_2 sont en général très petits devant 1.

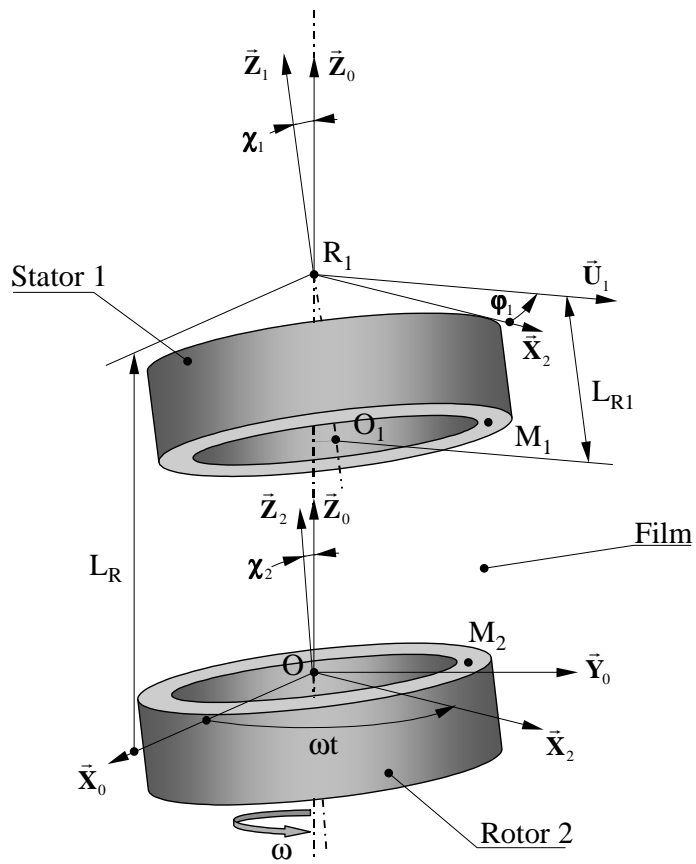


FIG. 3.1 – Modèle géométrique et cinématique d'un joint à stator flottant

3.1.2 Coordonnées des points des faces du joint dans le repère fixe

Soit M_2 un point appartenant à la face du rotor (Figure 3.1). En l'absence de mésalignement, nous obtenons :

$$\overrightarrow{OM_2} = x\vec{X}_0 + y\vec{Y}_0 + z_2\vec{Z}_0$$

où z_2 représente les variations éventuelles d'épaisseur dues à la conicité, à la présence de rainures ou aux déformations thermoélastiques. z_2 est en général très petit devant les autres dimensions (x et y). Le vecteur de petite rotation représentant le mésalignement s'exprime :

$$\begin{aligned}\chi_2\vec{X}_2 &= \chi_2 [\cos(\omega t)\vec{X}_0 + \sin(\omega t)\vec{Y}_0] \\ &= \chi_2^x\vec{X}_0 + \chi_2^y\vec{Y}_0\end{aligned}$$

Nous obtenons alors le déplacement du point M_2 dû au mésalignement :

$$\vec{U}(M_2) = \vec{U}(O) + \chi_2\vec{X}_2 \wedge \overrightarrow{OM_2}$$

En négligeant les termes $\chi_2^x z_2$ devant y et $\chi_2^y z_2$ devant x , la position du point M_2 , pour le joint mésaligné s'exprime :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OM_2} &= x\vec{X}_0 + y\vec{Y}_0 + (z_2 + \chi_2^x y - \chi_2^y x)\vec{Z}_0 \\ &= x\vec{X}_0 + y\vec{Y}_0 + H_2\vec{Z}_0\end{aligned}$$

En notant L la distance des centres des faces, nous pouvons exprimer de la même manière la position d'un point M_1 appartenant à la face du stator :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OM_1} &= x\vec{X}_0 + y\vec{Y}_0 + (z_1 + L + \chi_1^x y - \chi_1^y x)\vec{Z}_0 \\ &= x\vec{X}_0 + y\vec{Y}_0 + H_1\vec{Z}_0\end{aligned}$$

où les projections dans le repère fixe du mésalignement du stator s'expriment :

$$\chi_1^x = \chi_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \text{ et } \chi_1^y = \chi_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$$

3.1.3 Vitesses des points des faces du joint dans le repère fixe

Le vecteur vitesse de rotation du rotor par rapport au repère fixe s'exprime $\vec{\Omega}_{2/0} = \omega\vec{Z}_0$. Nous en déduisons la vitesse d'un point M_2 appartenant à la face du rotor :

$$\begin{aligned}\vec{V}_{2/0}(M_2) &= \omega\vec{Z}_0 \wedge \overrightarrow{OM_2} \\ \vec{V}_{2/0}(M_2) &= \begin{cases} V_{X_2} &= -\omega y \\ V_{Y_2} &= \omega x \\ V_{Z_2} &= 0 \end{cases}\end{aligned}$$

Le vecteur vitesse de rotation du stator par rapport au repère fixe est le suivant :

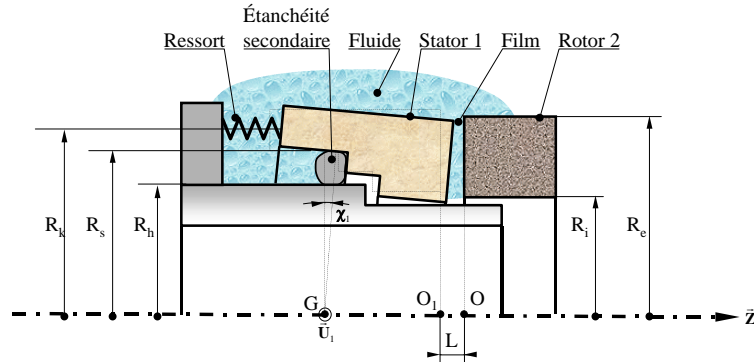


FIG. 3.2 – Bilan des actions mécaniques s'exerçant sur le stator

$$\begin{aligned}\vec{\Omega}_{1/0} &= \frac{d}{dt} (\chi_1 \vec{U}_1) \\ &= \dot{\chi}_1^x \vec{X}_0 + \dot{\chi}_1^y \vec{Y}_0\end{aligned}$$

où $\dot{\chi}_1^x = -\omega \chi_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$ et $\dot{\chi}_1^y = \omega \chi_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$. L'expression de la vitesse d'un point M_1 appartenant à la face du stator est alors :

$$\vec{V}_{1/0}(M_1) = \begin{cases} V_{X_1} &= 0 \\ V_{Y_1} &= 0 \\ V_{Z_1} &= \dot{\chi}_1^x y - \dot{\chi}_1^y x \end{cases}$$

3.2 Modèle dynamique du joint

Le modèle dynamique du joint repose sur l'hypothèse du fonctionnement en mode d'entraînement dynamique stable qui a été présenté dans le paragraphe précédent (§ 3.1). De plus, nous considérerons que le centre de gravité G de l'élément flottant est situé dans le plan de l'étanchéité secondaire. Ceci revient à considérer que le point R_1 défini sur la figure 3.1 est confondu avec le centre de gravité du stator. Le modèle dynamique présenté est similaire à celui utilisé par Person et al. [PTF97a, Per97].

3.2.1 Bilan des actions mécaniques

L'élément flottant d'une garniture est soumis à des actions mécaniques de quatre origines différentes (Figure 3.2) :

- l'action du film lubrifiant séparant les faces du joint ;
- l'action du fluide environnant ;
- l'action des éléments élastiques (ici, des ressorts) ;
- et l'action de l'étanchéité secondaire.

L'action de la pesanteur qui est en général négligeable devant les efforts mis en jeu n'est pas prise en compte. Étant donné les possibilités de mouvement du stator, nous ne nous intéressons ici qu'à la résultante suivant \vec{Z}_0 et aux moments en G suivant \vec{X}_0 et \vec{Y}_0 des actions mécaniques.

Le champ de pression au sein du film est généré par la différence de pression entre le fluide et l'extérieur (effet hydrostatique), la géométrie et le mouvement relatif des surfaces du joint (effet

hydrodynamique et d'écrasement). Il tend globalement à écarter et aligner les faces du joint. L'action mécanique résultante est la suivante :

$$\begin{aligned}\vec{M}_x^{ff}(G) &= \left[\iint_{S_1} py dx dy \right] \vec{X}_0 \\ \vec{M}_y^{ff}(G) &= - \left[\iint_{S_1} px dx dy \right] \vec{Y}_0 \\ \vec{F}_z^{ff} &= \left[\iint_{S_1} p dx dy \right] \vec{Z}_0\end{aligned}$$

dans laquelle S_1 représente la face du stator limitée par les rayons R_i et R_e (figure 3.2).

L'action du fluide sous pression environnant le joint est insensible aux mouvements du stator. Elle se résume à une force de fermeture constante :

$$\vec{F}_z^{fe} = -\pi [(R_e^2 - R_h^2) p_e + (R_h^2 - R_i^2) p_i] \vec{Z}_0$$

dans laquelle les pressions du fluide situé à l'extérieur et à l'intérieur du joint sont respectivement notées p_e et p_i .

Les ressorts assurent une force de fermeture initiale qui maintient les faces en contact lorsque les pressions mises en jeu sont nulles. De plus, en admettant que l'action des ressorts est uniformément répartie sur le rayon R_k , il est possible d'exprimer les moments de rappel qui s'opposent au mésalignement du stator :

$$\begin{aligned}\vec{M}_x^r(G) &= -\frac{k_r R_k^2 \chi_1^x}{2} \vec{X}_0 \\ \vec{M}_y^r(G) &= -\frac{k_r R_k^2 \chi_1^y}{2} \vec{Y}_0 \\ \vec{F}_z^r &= -k_r (f_0 + L) \vec{Z}_0\end{aligned}$$

f_0 et k_r représentent respectivement la flèche initiale et la raideur des ressorts.

Comme les ressorts, le joint secondaire en élastomère s'oppose au mésalignement du stator et tend à rapprocher les faces de la garniture. Étant donné la nature du matériau constituant le joint torique, les efforts ont, de plus, une composante d'amortissement :

$$\begin{aligned}\vec{M}_x^{js}(G) &= - \left[\frac{k_s R_s^2 \chi_1^x}{2} + \frac{a_s R_s^2 \chi_1^x}{2} \right] \vec{X}_0 \\ \vec{M}_y^{js}(G) &= - \left[\frac{k_s R_s^2 \chi_1^y}{2} + \frac{a_s R_s^2 \chi_1^y}{2} \right] \vec{Y}_0 \\ \vec{F}_z^{js} &= -k_s L \vec{Z}_0\end{aligned}$$

k_s et a_s représentent respectivement le coefficient de raideur et le coefficient d'amortissement du joint.

3.2.2 Equations de la dynamique

Le principe fondamental de la dynamique appliqué au stator du joint conduit aux relations vectorielles suivantes :

$$\begin{aligned} m\vec{\Gamma}_{1/0}(G) &= \sum \vec{F}_{ext \rightarrow 1} \\ \frac{d}{dt} [\vec{\sigma}_{1/0}(G)] &= \sum \vec{M}_{ext \rightarrow 1}(G) \end{aligned}$$

où m , $\vec{\Gamma}_{1/0}(G)$ et $\vec{\sigma}_{1/0}(G)$ sont respectivement la masse du stator, l'accélération du centre de gravité et le moment cinétique du stator exprimé en G . En projetant ces relations sur les 3 axes correspondant aux degrés de liberté du stator et en utilisant l'hypothèse d'entraînement dynamique stable, il vient :

$$\begin{aligned} I_t \ddot{\chi}_1^x &= M_x^{ff}(G) + M_x^r(G) + M_x^{js}(G) \\ I_t \ddot{\chi}_1^y &= M_y^{ff}(G) + M_y^r(G) + M_y^{js}(G) \\ 0 &= F_z^{ff} + F_z^{fe} + F_z^r + F_z^{js} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Les accélérations angulaires du stator s'expriment $\ddot{\chi}_1^x = -\omega^2 \chi_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ et $\ddot{\chi}_1^y = -\omega^2 \chi_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$. I_t représente le moment d'inertie transverse du stator au point G .

3.3 Equations de conservation dans le film lubrifiant

Les principes de conservation appliqués localement à un écoulement de fluide conduisent à des équations aux dérivées partielles mettant en jeu les différentes grandeurs du fluide. Pour les établir dans le cas du film séparant les faces d'une garniture mécanique, nous utiliserons les hypothèses suivantes :

1. le fluide est un milieu continu ;
2. le fluide est incompressible ;
3. le fluide est newtonien ;
4. le fluide adhère parfaitement aux parois ;
5. l'épaisseur h du film est très petite devant les autres dimensions (si le rayon extérieur du joint est noté R , on a généralement : $h/R \leq 2.10^{-4}$) ;
6. les forces de volumes et d'inertie sont négligeables devant les forces visqueuses.

3.3.1 Conservation de la quantité de mouvement

En reportant la loi de comportement d'un fluide newtonien dans les équations de conservation de la quantité de mouvement, nous obtenons les équations de Navier-Stokes 2.11. L'étude d'écoulements non laminaires nécessite d'utiliser une forme moyenne de ces équations. En tenant compte de l'hypothèse de Boussinesq (2.13), elles prennent la forme :

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial t} + \bar{V}_j \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(1 + \delta_\varepsilon \frac{\varepsilon_M}{\nu} \right) \left(\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{V}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.2)$$

Les hypothèses 4, 5 et 6 permettent de simplifier les équations 3.2 et de les intégrer analytiquement [FND⁺90] :

$$\bar{V}_x = \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \left(I - \frac{I_1 J}{J_1} \right) + V_{X_2} \left(1 - \frac{J}{J_1} \right) \quad (3.3)$$

$$\bar{V}_y = \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \left(I - \frac{I_1 J}{J_1} \right) + V_{Y_2} \left(1 - \frac{J}{J_1} \right) \quad (3.4)$$

dans lesquelles I et J sont des intégrales suivant l'épaisseur du film qui permettent de tenir compte de la variation de viscosité dynamique et turbulente du fluide :

$$I(z) = \int_{H_2}^z \frac{\xi d\xi}{\mu \left(1 + \delta_\varepsilon \frac{\varepsilon_M}{\nu}\right)} \text{ et } I_1 = I(H_1)$$

$$J(z) = \int_{H_2}^z \frac{d\xi}{\mu \left(1 + \delta_\varepsilon \frac{\varepsilon_M}{\nu}\right)} \text{ et } J_1 = J(H_1)$$

De plus, on montre que la pression est constante dans l'épaisseur du film ($\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} = 0$).

Il est également possible d'exprimer les contraintes de cisaillement au sein du film :

$$\bar{\tau}_{xz} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \left(z - \frac{I_1}{J_1} \right) - \frac{V_{X_2}}{J_1}$$

$$\bar{\tau}_{yz} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \left(z - \frac{I_1}{J_1} \right) - \frac{V_{Y_2}}{J_1}$$

3.3.2 Conservation de la masse

En reportant les expressions 3.3 et 3.4 dans l'équation de conservation de la masse 2.9 et en l'intégrant suivant l'épaisseur du film, il vient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(G_1 \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(G_1 \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(V_{X_2} \frac{I_1}{J_1} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(V_{Y_2} \frac{I_1}{J_1} \right) + V_{Z_1} \quad (3.5)$$

où G_1 est une intégrale suivant l'épaisseur :

$$G_1 = \int_{H_2}^{H_1} \left(z - \frac{I_1}{J_1} \right) \frac{z dz}{\mu \left(1 + \delta_\varepsilon \frac{\varepsilon_M}{\nu}\right)}$$

L'équation 3.5 est plus généralement appelée équation de Reynolds généralisée ou équation de la mécanique des films minces visqueux généralisée.

3.3.3 Conservation de l'énergie

D'après le paragraphe 2.3.1 la conservation de l'énergie dans un écoulement s'exprime :

$$\rho C_p \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{V}_i \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[k_f \left(1 + \frac{\delta_\varepsilon \varepsilon_M}{Pr^* \alpha_f} \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right] +$$

$$\mu \left(1 + \delta_\varepsilon \frac{\varepsilon_M}{\nu} \right) \left[\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{V}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.6)$$

L'épaisseur du film étant très petite devant les autres dimensions (hypothèse 5), de nombreux termes de l'équation 3.6 sont négligeables. Il vient alors :

$$\rho C_p \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{V}_x \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \bar{V}_y \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} + \bar{V}_z \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left[k_f \left(1 + \frac{\delta_\varepsilon \varepsilon_M}{Pr^* \alpha_f} \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right] +$$

$$\mu \left(1 + \delta_\varepsilon \frac{\varepsilon_M}{\nu} \right) \left[\left(\frac{\partial \bar{V}_x}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{V}_y}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (3.7)$$

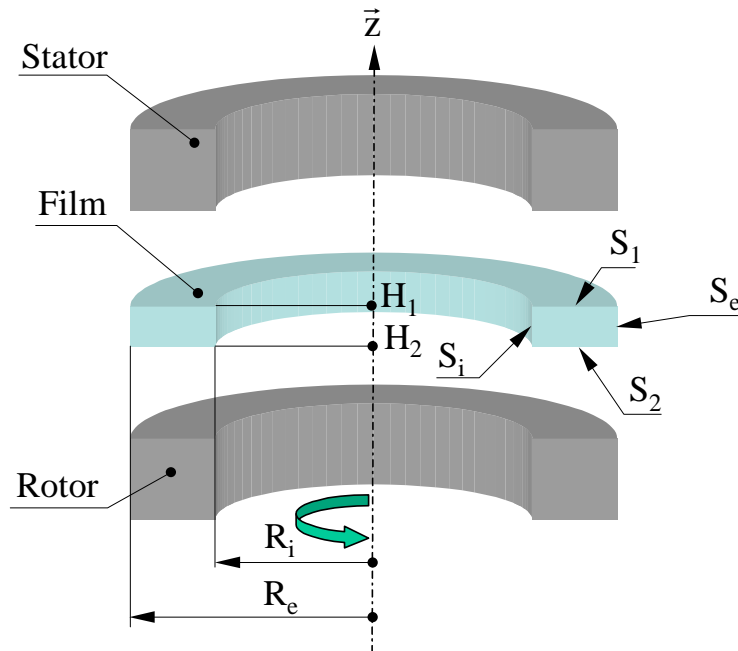


FIG. 3.3 – Dénomination des frontières du film

L'hypothèse de fonctionnement en mode d'entraînement dynamique stable signifie que les grandeurs caractéristiques du film (épaisseur, pression, température ...) sont fixes dans un repère lié au rotor dans la mesure où le stator ne présente pas de mésalignement initial, ce que nous supposons vérifié. La dérivée temporelle de température s'exprime alors en fonction des dérivées spatiales :

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = -\omega \frac{\partial \bar{T}}{\partial \theta} = \omega y \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} - \omega x \frac{\partial \bar{T}}{\partial y}$$

De cette façon, l'équation de l'énergie 3.7 ne présente plus de dérivée temporelle et caractérise donc un régime stationnaire.

3.4 Conditions aux limites

Pour pouvoir résoudre les équations de conservation précédemment établies, il est nécessaire d'énoncer les conditions aux limites du problème. La dénomination des frontières du film est spécifiée sur la figure 3.3.

Les pressions du fluide sont imposées sur les rayons extérieur et intérieur du joint :

$$\bar{p} = \bar{p} \text{ sur } S_i$$

$$\bar{p} = \bar{p} \text{ sur } S_e$$

Pour résoudre le problème thermique, nous imposons la continuité des flux de chaleur et des températures à l'interface entre le film et les anneaux du joint. C'est-à-dire que :

$$-k_f \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} = -k_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} \text{ et } \bar{T} = T_1 \text{ sur } S_1$$

$$-k_f \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} = -k_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} \text{ et } \bar{T} = T_2 \text{ sur } S_2$$

où T_1 , k_1 , T_2 et k_2 sont respectivement la température et la conductivité thermique du stator et du rotor de la garniture.

Dans le cas du joint fonctionnant en mode d'entraînement dynamique stable, le film garde une géométrie constante dans un repère lié au rotor. Le flux de chaleur échangé avec les solides est fixe dans un repère lié au rotor. Dans ces conditions le stator est soumis à un flux de chaleur tournant. Il a été montré que les variations de températures cycliques due à la rotation du flux de chaleur affecte une très faible épaisseur de matière près de la face du stator [EP93]. Une hypothèse souvent utilisée [Dan00, TDF01] est de considérer que le champ de température du stator est axisymétrique. Ceci revient à dire que les variations de flux sont suffisamment rapides pour que l'inertie thermique du stator rende négligeables les oscillations de température.

Sur la surface d'entrée du fluide dans le film, qui correspond à la surface S_e sur la figure 3.3 si $p_e > p_i$, une température est imposée. Nous retiendrons l'hypothèse qui a déjà été utilisée dans plusieurs études [PTF97b, Per97, Dan00, TDF01] et qui consiste à imposer une variation linéaire de température entre les faces du joint sur le rayon d'alimentation. Ceci permet de tenir compte de l'échauffement probable du fluide au voisinage des solides avant son entrée dans le film. Cette condition s'exprime :

$$\bar{T}(z) = (T_1 - T_2) \frac{z - H_2}{H_1 - H_2} + T_2 \text{ sur la frontière d'entrée}$$

L'équation de l'énergie 3.7 étant d'ordre 1 en x et y , il n'y a donc pas de condition sur la frontière de sortie du fluide.

3.5 Résolution numérique

Le but de cette partie est de présenter la mise en œuvre numérique du modèle théorique de garniture mécanique.

3.5.1 Méthode numérique

Les équations de conservation dans les films minces se traduisent par des équations aux dérivées partielles qui n'ont en général pas de solution analytique. Il faut alors avoir recours à des méthodes numériques pour résoudre de tels problèmes. Trois grands types de méthodes existent :

- les méthodes aux approximations d'équations ou aux différences finies ;
- les méthodes d'approximation de solution (parmi lesquelles on trouve la méthode des éléments finis) ;
- les méthodes des volumes de contrôles ou volumes finis.

Choix d'une méthode numérique

La méthode des différences finies s'appuie sur un découpage du domaine parallèlement aux axes de coordonnées. Les dérivées spatiales de la grandeur inconnue s'expriment ensuite aisément, en effectuant, par exemple, un développement de Taylor [Pou88]. Le calcul est très facile à mettre en œuvre. Cependant, la méthode de découpage ne peut s'appliquer qu'à des domaines de formes simples, ce qui est le cas de la plupart des contacts lubrifiés. Pour ces raisons, la méthode des différences finies a été largement utilisée pour la résolution des problèmes de lubrification.

Dans la méthode des éléments finis, la solution est représentée par une série de fonctions d'interpolation définies sur des éléments de forme simple (triangles ou quadrilatères en 2D). Les coefficients de ces fonctions, qui sont les valeurs de la grandeur inconnue aux nœuds du maillage, sont choisis de façon à annuler les résidus introduits par l'interpolation. Cette méthode, très lourde à mettre en place, a été moins utilisée pour les problèmes de lubrification mais elle s'est imposée dès que les domaines ont pris des formes complexes. Huitric et al. [Hui93, BHT93, THBF94], notamment, ont retenu la méthode des éléments finis pour analyser les joints d'étanchéité à faces rainurées pour gaz. En outre, notons que, dans le cas des garnitures mécaniques, la majorité des auteurs a retenu cette méthode numérique non pas pour l'analyse du film fluide mais pour l'étude des phénomènes thermoélastiques dans les anneaux du joint.

La méthode des volumes finis consiste à exprimer le bilan de la grandeur étudiée (masse, énergie, quantité de mouvement) sur un volume de contrôle [Pat80]. Les volumes sont généralement rectangulaires et parallèles aux lignes de coordonnées. Cependant, il est possible d'utiliser des volumes de diverses formes. Elle offre l'avantage d'assurer une conservation intégrale exacte des grandeurs quelle que soit la taille du maillage. Cette méthode est très rarement utilisée en lubrification.

Peu d'auteurs ont cherché à comparer les différentes méthodes numériques pour la résolution des problèmes de films minces. Nicolas [Nic72] a montré que, pour la résolution de l'équation de Reynolds, la méthode des éléments finis est plus précise que la méthode des différences finies avec un nombre de nœuds plus faible mais judicieusement placés. Gero et Mc Ettles [GE86] ont également comparé ces deux méthodes pour la résolution de l'équation de Reynolds. Ils arrivent à la conclusion que les deux techniques numériques sont équivalentes, tant du point de vue de la précision que du temps de calcul. Notons cependant que la méthode des éléments finis nécessite généralement un plus grand espace mémoire du fait de l'utilisation de méthodes de résolution directe (voir § 3.5.3) ce qui peut être pénalisant pour des problèmes tridimensionnels.

Cependant, afin de pouvoir étudier des garnitures mécaniques à encoches, il est préférable de s'orienter vers la méthode des éléments finis qui n'est pas restrictive au niveau de la forme du domaine étudié. De plus, la résolution du problème thermoélastique dans les anneaux est réalisée avec la méthode des éléments finis (cf § 3.5.4). Donc pour faciliter le couplage fluide solides, il semble préférable d'utiliser la même méthode numérique et le même maillage pour le film et les anneaux.

Méthode des éléments finis

La discrétisation d'un problème par la méthode des éléments finis peut être obtenue de deux façons [DT84] : soit par une méthode variationnelle, soit par la méthode des résidus pondérés. La méthode variationnelle est basée sur la minimisation d'une fonctionnelle. Notre choix s'est orienté vers les résidus pondérés car il n'existe pas de fonctionnelle facile à obtenir en lubrification.

La conservation d'une grandeur physique dans un domaine Ω se traduit par une équation aux dérivées partielles :

$$L(u) + F = 0 \text{ sur } \Omega \quad (3.8)$$

La quantité $R(u)$ appelée résidu s'exprime de la façon suivante :

$$R(u) = L(u) + F$$

Le résidu s'annule évidemment quand la fonction inconnue u est solution de l'équation aux dérivées partielles 3.8. La méthode des résidus pondérés consiste à rechercher des fonctions u qui annulent la forme intégrale :

$$\int_{\Omega} v R(u) d\Omega = \int_{\Omega} v (L(u) + F) d\Omega = 0$$

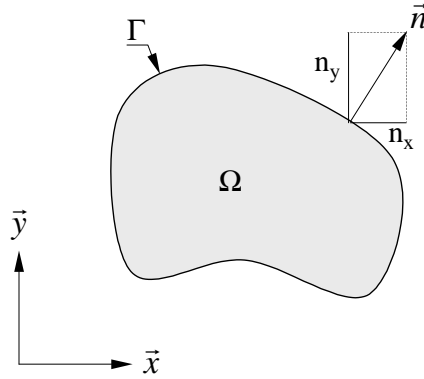


FIG. 3.4 – Domaine d'intégration pour les formules de Green

où v est une fonction de pondération quelconque. Lorsque les équations aux dérivées partielles du problème sont d'ordre 2, il est intéressant d'effectuer une intégration par parties par la méthode de Green, de façon à réduire l'ordre des dérivées. Par exemple :

$$\int_{\Omega} v \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} d\Omega = - \int_{\Omega} \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} d\Omega + \oint_{\Gamma} v \frac{\partial u}{\partial x} n_x d\Gamma \quad (3.9)$$

où n_x est la projection sur \vec{x} de la normale au domaine Ω de contour Γ (figure 3.4). La fonction de pondération est généralement choisie de façon à annuler l'intégrale de contour. Cette nouvelle forme intégrale est appelée forme intégrale faible.

La méthode des éléments finis consiste à découper le domaine d'étude Ω en n_e éléments. Ceux-ci recouvrent tout le domaine sans avoir de partie commune. Les noeuds du maillage sont les angles des éléments. Une fonction d'interpolation N_i est associée à chaque noeud i . Elle est définie par morceaux et de façon continue sur tous les éléments contenant le noeud i . La fonction N_i vaut 1 au noeud i et 0 aux autres noeuds. Il existe alors une forme approchée de la grandeur u :

$$u \approx \hat{u} = \sum_1^{n_n} N_i u_i \quad (3.10)$$

où u_i est la valeur de la grandeur au noeud i et n_n le nombre de noeuds du maillage. En remplaçant u par sa forme approchée \hat{u} dans la forme intégrale, il est possible de déterminer les valeurs nodales u_i en utilisant autant de fonctions de pondération v_j que de valeurs nodales inconnues. Il vient alors le système d'équations suivant :

$$K_{ji} u_i = f_j \text{ avec } K_{ji} = \int_{\Omega} v_j L(N_i) d\Omega \text{ et } f_j = - \int_{\Omega} v_j F d\Omega \quad (3.11)$$

3.5.2 Discrétisation des équations de conservation

Equation de la mécanique des films minces visqueux

L'équation de la mécanique des films mince visqueux 3.5, traduit la conservation de la masse dans le film lubrifiant. C'est une équation de type elliptique qui se prête tout à fait à l'utilisation de la méthode de discrétisation de Bubnov-Galerkin. Les fonctions de pondérations utilisées dans la méthode

de Bubnov-Galerkin sont les fonctions d'interpolations N_i . La formulation faible de l'équation 3.5 prend alors la forme :

$$\left(\int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial x} G_1 \frac{\partial N_j}{\partial x} d\Omega + \int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial y} G_1 \frac{\partial N_j}{\partial y} d\Omega \right) P_j = \int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial x} V_{X_2} \frac{I_1}{J_1} d\Omega + \int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial y} V_{Y_2} \frac{I_1}{J_1} d\Omega - \int_{\Omega} N_i V_{Z_1} d\Omega \quad (3.12)$$

L'inconnue P_j est la valeur de la pression aux noeuds du maillage. Les intégrales de contour introduites par les formules de Green 3.9 ont disparu car les fonctions de poids utilisées sont nulles sur le bord du domaine. En effet, la pression étant connue sur les bords, les fonctions d'interpolation des noeuds situés sur le bord ne sont pas utilisées comme fonction de pondération. Le système d'équations issu de la méthode de Bubnov-Galerkin est symétrique et défini positif, ce qui réduit le temps d'obtention (seulement la moitié des termes hors de la diagonale de la matrice sont calculés) et de résolution de celui-ci.

Equation de l'énergie

L'équation 3.7 traduit la conservation de l'énergie dans le film lubrifiant. L'utilisation de la méthode de Bubnov-Galerkin pour cette équation est déconseillée en raison des termes convectifs dans le membre de gauche [ZT91]. En effet, la solution numérique risque de présenter des oscillations. Il est préférable, pour ce type de problème, d'utiliser un schéma "upwind". C'est-à-dire que les fonctions de poids v_i utilisées tiennent compte du sens de l'écoulement. L'obtention de la forme discrète de l'équation de l'énergie est détaillée dans l'annexe A. Elle s'exprime de la façon suivante :

$$\left\{ \int_{\Omega} \rho C_p v_i \left[(\bar{V}_x + \omega y) \frac{\partial N_j}{\partial x} + (\bar{V}_y - \omega x) \frac{\partial N_j}{\partial y} + \bar{V}_z \frac{\partial N_j}{\partial z} \right] d\Omega \right\} T_j + \left\{ \int_{\Omega} \frac{\partial v_i}{\partial z} k_f \left(1 + \frac{\delta_\varepsilon \varepsilon_M}{Pr \alpha_f} \right) \frac{\partial v_j}{\partial z} d\Omega \right\} T_j = \int_{\Omega} v_i \mu \left(1 + \delta_\varepsilon \frac{\varepsilon_M}{\nu} \right) \left[\left(\frac{\partial \bar{V}_x}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{V}_y}{\partial z} \right)^2 \right] d\Omega \quad (3.13)$$

Notons que l'intégrale de surface issue de l'intégration par partie du terme de conduction disparaît car la température sera supposée connue sur les bords du domaine. De plus, la fonction d'interpolation N_j du terme de conduction est remplacée par une fonction de pondération v_j pour des raisons de précision numérique (cf annexe A). Le schéma "upwind" utilisé nécessite un maillage avec des éléments hexaédriques linéaires, c'est-à-dire des cubes à 8 noeuds. Par conséquent, des quadrilatères à 4 noeuds seront utilisés pour l'équation de Reynolds.

3.5.3 Résolution des systèmes d'équations

La discrétisation d'une équation aux dérivées partielles 3.8 par la méthode des éléments finis conduit à un système d'équations 3.11. La résolution s'effectue généralement par une méthode directe. Actuellement, les méthodes frontales sont parmi les plus performantes tant du point du temps de calcul que de l'espace mémoire nécessaire au stockage (annexe B). L'algorithme de Davis et Duff basé sur les méthodes frontales et décrit dans les rapports techniques [DD94] et [DD97] a été utilisé pour résoudre les systèmes d'équations issus de la discrétisation de l'équation de Reynolds et de l'équation de l'énergie.

3.5.4 Couplage fluide solides

La chaleur générée par cisaillement dans le film mince est évacuée par les solides environnant qui vont se déformer sous l'effet des gradients thermiques. Dans le cas du régime stationnaire, l'équation de la conduction de la chaleur dans les solides se traduit par :

$$\text{div } \vec{q} = 0 \quad (3.14)$$

\vec{q} étant le vecteur flux de chaleur, la loi de Fourier donne :

$$\vec{q} = -k \overrightarrow{\text{grad}} T \quad (3.15)$$

dans laquelle k est la conductivité thermique du matériau. Les déplacements \vec{u} résultants d'un chargement thermique s'expriment par l'équation de Lamé-Navier [HP82] :

$$\frac{1}{2(1+\nu)} \overrightarrow{\text{grad}} \text{div } \vec{u} + \frac{(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \Delta \vec{u} - \lambda \overrightarrow{\text{grad}} T = \vec{0} \quad (3.16)$$

ν et λ représentent respectivement le coefficient de Poisson et le coefficient de dilatation linéaire du matériau.

La résolution du problème thermoélastique dans les éléments contigus au film lubrifiant semble difficilement envisageable. D'une part, une garniture mécanique est composée de nombreux éléments de formes complexes (voir figure 1.13, page 29). D'autres part les conditions aux limites sont difficiles à prendre en compte. De plus, un tel choix imposerait de résoudre les équations 3.14 et 3.16 dans tous les éléments à chaque itération du processus numérique ce qui conduirait à un temps de calcul prohibitif.

Le régime étant permanent et les propriétés des matériaux supposées constantes, les équations à résoudre sont linéaires. Il est alors possible d'utiliser la méthode des coefficients d'influence. Cette méthode est basée sur l'utilisation de matrices de "rigidité" qui sont déterminées par un calcul hors ligne sur un code éléments finis existant. Supposons l'ensemble tournant du joint maillé et les conditions aux limites adéquates appliquées sur les surfaces. Imposons sur le nœud i de la face de contact un flux de chaleur unitaire. Il en résulte une variation de température t_{ij} et un déplacement axial d_{ij} au nœud j . En parcourant ainsi tous les nœuds du maillage, nous obtenons les matrices de coefficients d'influence qui lient le vecteur flux de chaleur nodale q_j aux températures et déplacements nodaux T_i et u_i^z de la façon suivante :

$$T_i = t_{ij} q_j + T_i^0 \quad (3.17)$$

$$u_i^z = d_{ij} q_j \quad (3.18)$$

T_i^0 est la température de la face de frottement pour un flux de chaleur nul.

Cette méthode présente plusieurs avantages :

1. L'utilisation d'un code éléments finis existant (CASTEM2000 par exemple) permet de prendre en compte avec précision la forme des solides et les conditions aux limites associées. Salant et Key [SK84] ont utilisé cette technique pour l'étude de joints industriels.
2. Une fois les matrices calculées, elles peuvent être utilisées pour différentes conditions de fonctionnement dans la mesure où les conditions aux limites restent inchangées.
3. La résolution du problème de lubrification dans l'interface est partiellement découplée du reste.

3.5.5 Algorithme de résolution

Les différentes méthodes numériques présentées précédemment sont réunies dans un algorithme global qui permet la résolution du problème TEHD dans une garniture mécanique sans contact. L'organigramme est présenté sur la figure 3.5. Les cases grisées représentent les points importants nécessitant la résolution d'un système d'équations. Notons que le langage FORTRAN a été utilisé pour programmer l'algorithme.

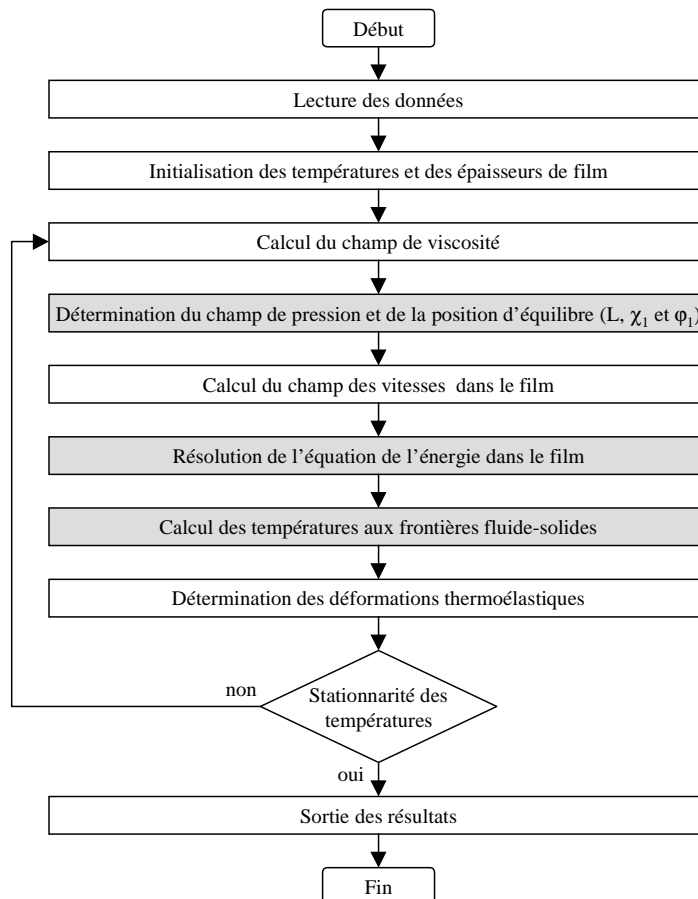


FIG. 3.5 – Organigramme de résolution

La première étape consiste à lire les fichiers de données concernant les paramètres géométriques et de fonctionnement, les maillages et les matrices de coefficients d'influence. Les épaisseurs de film et les températures sont ensuite initialisées. La loi de thermoviscosité du fluide permet alors de calculer le champ de viscosité. La position d'équilibre du stator flottant est déterminée par la méthode de Newton-Raphson qui couple la résolution de l'équation de Reynolds généralisée 3.12 à la résolution des équations de la dynamique du stator 3.1. Cette technique est identique à celle utilisée par Person [Per97]. Lorsque le régime n'est pas laminaire, il existe une boucle interne supplémentaire qui calcule le facteur d'écoulement α , le champ de viscosité turbulente et le cas échéant le facteur d'interpolation δ_e . Le champ des vitesses du fluide s'exprime alors aisément à partir des équations 3.3 et 3.4. La vitesse axiale \bar{V}_z du fluide est déterminée à partir de l'équation de conservation de la masse 2.9. La température du fluide est ensuite calculée par résolution de l'équation de conservation de l'énergie

3.13. La température sur les frontières du fluide est calculée de façon à vérifier les conditions aux limites du problème (cf § 3.4). Les matrices de coefficients d'influences thermiques 3.17 sont intégrées dans un système linéaire dont la résolution donnent la température des faces du joint assurant la continuité des flux de chaleur entre le fluide et les solides. Les déplacements des anneaux dus aux gradients thermiques sont données par les matrices de coefficients d'influence élastique 3.18. Si les températures du film sont stationnaires par rapport aux valeurs précédentes, les résultats numériques sont stockées dans des fichiers. Sinon, un nouveau champ de viscosité est calculé et l'ensemble du processus est répété. Sur un PC équipé d'un processeur Pentium III cadencé à 450 MHz et de 128 Mo de RAM, les temps de calcul varient de 5 à 24 heures, suivant le fluide étudié, pour un cas tridimensionnel où l'écoulement est laminaire.

3.6 Conclusions

L'ensemble des équations caractérisant le comportement TEHD d'une garniture d'étanchéité sans contact a été présenté. Le modèle repose sur l'hypothèse d'un fonctionnement stationnaire en régime d'entraînement dynamique stable. La résolution du problème s'effectue numériquement par un processus itératif faisant intervenir la méthode des éléments finis et des coefficients d'influence. L'exploitation puis la validation du modèle par confrontation avec des résultats expérimentaux font l'objet des chapitres suivants.

Chapitre 4

Étude de cas

Le but de ce chapitre est d'exploiter le modèle numérique en étudiant l'influence des différents paramètres pouvant affecter les performances d'une garniture mécanique. Nous nous intéresserons tout d'abord aux paramètres de conception et de fonctionnement. Pour cela le problème sera supposé axisymétrique. Dans un second temps, l'effet de défauts géométriques (mésalignement et ondulations) sera étudié dans une configuration tridimensionnelle. Puis, l'influence d'un régime d'écoulement non-laminaire sera abordée. Dans ce chapitre, la garniture sera modélisée par deux anneaux refroidis sur la périphérie extérieure par le fluide environnant. Cette géométrie et ces conditions aux limites simples ne nuisent pas à la généralité du problème et facilitent l'interprétation des résultats.

4.1 Influence des paramètres de conception et de fonctionnement

Les performances d'une garniture mécanique sont sensibles à certains paramètres de fonctionnement tels que la vitesse de rotation, la pression, la température et les caractéristiques du fluide lui-même. De plus, la longueur des anneaux, le facteur d'équilibrage de la garniture et les matériaux utilisés pour les anneaux interviennent également dans le comportement du joint. Cette liste n'est pas exhaustive mais le nombre de paramètres est tel qu'il n'est pas envisageable de tous les étudier. Notre choix s'est orienté vers ceux dont l'influence est la plus significative ou la plus intéressante du point de vue de l'industriel. Pour limiter le nombre de cas étudiés, les paramètres varient autour des valeurs associées à un cas de référence.

Les propriétés des matériaux utilisés dans l'étude paramétrique sont présentées dans le tableau 4.1. Les abréviations G, F, CT, SiC et A correspondent respectivement à Carbone graphite imprégnation métal, Fonte Ni-résist, Carbure de Tungstène liant nickel, Carbure de Silicium de type SiSiC et Oxyde d'Aluminium (Al_2O_3) ou Alumine. D'après les Techniques de l'Ingénieur [TI], ces matériaux sont parmi les plus couramment utilisés dans les garnitures mécaniques.

Quatre différents fluides seront utilisés dans le cadre de cette étude. Leurs principales propriétés

Matériau	G	F	CT	SiC	A
Module d'Young E (GPa)	25	100	600	400	350
Coefficient de Poisson ν	0.2	0.2	0.25	0.17	0.23
Conductivité thermique k ($W/m^\circ C$)	15	50	65	150	30
Coefficient de dilatation λ ($10^{-6}/^\circ C$)	4	15	4.8	4.3	8

TAB. 4.1 – Caractéristiques des matériaux utilisés dans l'étude paramétrique

Fluide	Eau	Huile légère	Huile	Huile lourde
Masse volumique $\rho(kg/m^3)$	1000	840	850	880
Capacité calorifique $C_p(W/kg^\circ C)$	4180	2000	2000	2000
Conductivité thermique $k_f(W/m^\circ C)$	0.65	0.14	0.14	0.14
Viscosité dynamique à $40^\circ C$ $\mu_0(Pa.s)$	$7.05.10^{-4}$	0.0176	0.08	0.19
Coefficient de thermoviscosité $\beta_f(1/^\circ C)$	0.0175	0.028	0.045	0.041

TAB. 4.2 – Caractéristiques des fluides utilisés dans l'étude paramétrique

sont présentées dans le tableau 4.2. La loi de thermoviscosité de ces fluides est supposée de type exponentielle :

$$\mu(T) = \mu_0 e^{\beta_f(T-T_f)}$$

La géométrie du problème et les conditions aux limites retenues pour cette étude paramétrique sont présentées sur la figure 4.1. Les valeurs des différents paramètres du cas de référence sont spécifiées dans le tableau 4.3. Pour simplifier le problème, le coefficient d'échange est supposé constant sur toute la surface de contact fluide rotor et fluide stator. Celui-ci est calculé par la formule empirique de Becker qui s'approche assez bien des valeurs mesurées sur les garnitures mécaniques (cf § 1.3.2). Le coefficient d'échange s'exprime :

$$h_c = \frac{0.133k_f}{2R_e} \left(\frac{2\rho\omega R_e^2}{\mu} \right)^{2/3} \left(\frac{C_p\mu}{k_f} \right)^{1/3} \quad (4.1)$$

A partir du bilan des actions mécaniques agissant sur le stator flottant effectué dans le paragraphe 3.2, l'équilibre axial de la garniture se traduit par l'équation :

$$\pi(R_e^2 - R_i^2)p_{moy} = k_r f_0 + \pi(R_e^2 - R_h^2)p_e$$

où p_{moy} représente la pression moyenne dans l'interface du joint. On définit alors le facteur global d'équilibrage B_{tot} et le facteur d'équilibrage B du joint, de la façon suivante :

$$B_{tot} = \frac{p_{moy}}{p_e} = \frac{k_r f_0}{\pi(R_e^2 - R_i^2)p_e} + \frac{R_e^2 - R_h^2}{R_e^2 - R_i^2} \quad (4.2)$$

$$B = \frac{p_{moy}}{p_e} - \frac{k_r f_0}{\pi(R_e^2 - R_i^2)p_e} = \frac{R_e^2 - R_h^2}{R_e^2 - R_i^2} \quad (4.3)$$

Pour qu'un film mince sépare les faces de la garniture, B_{tot} doit être inférieur à 1, ce qui est vérifié dans le cas de référence ($B_{tot} = 0.8$). Les industriels utilisent généralement le facteur d'équilibrage B plutôt que B_{tot} . La valeur du facteur d'équilibrage utilisée dans le cas de référence est typique d'une garniture dite "compensée". Selon Wallace [Wal90], les ressorts doivent générer une action mécanique équivalente à une pression moyenne dans l'interface comprise entre 0.1 et 0.3MPa. Dans le cas de référence, les ressorts choisis conduisent à une pression moyenne de 0.2MPa dans l'interface.

Avant de présenter les résultats obtenus dans le cas de référence puis dans l'étude paramétrique, nous allons nous attacher à la quantification des phénomènes thermiques dans les anneaux du joint. Ceux-ci jouent un rôle très important dans le comportement des garnitures [DP86]. En outre, notons que dans la suite de l'étude la température est présentée sous forme relative par rapport à la température initiale du fluide environnant, soit $T - T_f$.

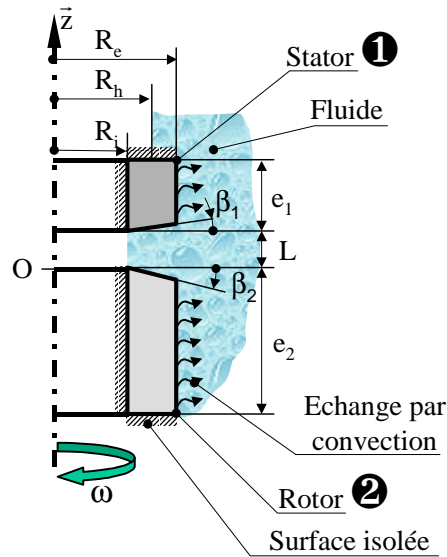


FIG. 4.1 – Configuration du problème

Paramètres de conception	
Rayon intérieur R_i	0.04m
Rayon extérieur R_e	0.045m
Longueur du stator e_1	0.02m
Longueur du rotor e_2	0.02m
Conicité initiale du stator β_1	$10^{-4}rad$
Conicité initiale du rotor β_2	0
Rayon hydraulique R_h	0.04156m
Facteur d'équilibrage B	0.7
Raideur des ressorts k_r	26700N/m
Flèche initiale des ressorts f_0	$10^{-2}m$
Matériau du stator	G
Matériau du rotor	SiC
Paramètres de fonctionnement	
Vitesse de rotation	2000tr/min
Pression intérieure p_i	0
Pression extérieure p_e	2MPa
Fluide	huile
Température du fluide T_f	40°C
Coefficient d'échange h_c	937W/m ² C

TAB. 4.3 – Géométrie et paramètres de fonctionnement du cas de référence

4.1.1 Quantification des phénomènes thermiques dans les anneaux

En 1989, Buck [Buc89] étudie les phénomènes thermiques dans les garnitures mécaniques. Il suppose que le flux de chaleur est uniforme dans l'interface et que toute la chaleur est évacuée par convection avec le fluide environnant. Il définit un paramètre sans dimension E_t caractérisant le comportement thermique des anneaux qu'il appelle efficacité thermique. C'est le rapport entre le flux de chaleur entrant sur la face de contact et la chaleur évacuée par convection dans le cas où l'anneau est à température constante T_{moy} . T_{moy} représente l'élévation moyenne de température de la face du joint par rapport au fluide environnant sous l'effet du flux de chaleur entrant q . Dans le cas d'un anneau de forme cylindrique dont toute la périphérie est refroidie par le fluide, E_t s'exprime :

$$E_t = \frac{q(R_e^2 - R_i^2)}{2h_c T_{moy} e R_e} \quad (4.4)$$

Les dimensions de l'anneau sont définies sur la figure 4.2. $R_i = R_e - \Delta R$ est le rayon intérieur de l'anneau. Plus la valeur de l'efficacité thermique E_t est proche de 1 plus la température de l'anneau est uniforme.

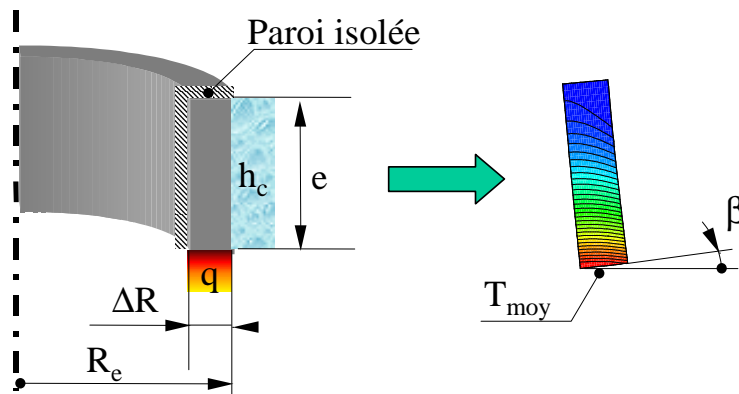


FIG. 4.2 – Anneau cylindrique soumis à un flux de chaleur et refroidie par convection

Buck montre que l'efficacité thermique de l'anneau dépend d'un paramètre sans dimension m et d'un paramètre géométrique $e/\Delta R$ car il a supposé l'anneau suffisamment fin pour qu'il soit développable. Mais, en toute généralité, le problème dépend également d'un deuxième paramètre géométrique $R_e/\Delta R$. Le nombre sans dimension m est l'équivalent du nombre de Biot adapté à notre problème et s'exprime :

$$m = \frac{e}{\Delta R} \sqrt{\frac{h_c \Delta R}{k}} \quad (4.5)$$

k étant le coefficient de conductivité du matériau de l'anneau. La figure 4.3 présente l'évolution de l'efficacité thermique E_t d'un anneau en fonction du paramètre m pour différentes valeurs de $e/\Delta R$. Nous avons déterminé ces courbes sur un code éléments finis en prenant $R_e/\Delta R = 9$ (valeur correspondant au cas de référence). Lorsque m est petit l'efficacité thermique tend vers 1. En effet, lorsque m est petit soit le coefficient d'échange est petit soit la conductivité thermique du matériau est grande, ce qui conduit à une uniformisation de la température. En revanche, un faible facteur de conduction k avec un grand coefficient de convection h_c , qui entraînent une valeur de m élevée, favorisent l'apparition de gradients thermiques et conduisent donc à de faibles valeurs de E_t . Lorsque le rapport $e/\Delta R$ augmente, les courbes convergent vers une courbe limite qui correspond à une distribution unidimensionnelle de température dans la direction axiale.

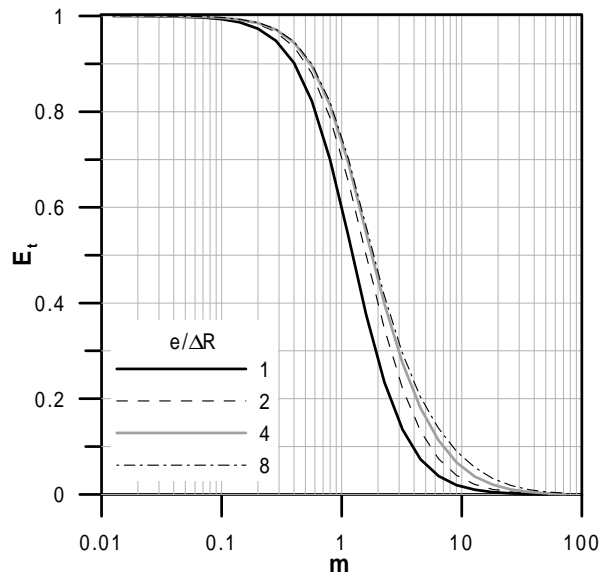


FIG. 4.3 – Efficacité thermique d'un anneau en fonction de m pour différentes valeurs de $e/\Delta R$

Doust et Parmar [DP86] ont montré que le principal effet des gradients thermiques, du point de vue des déformations, est de rendre la face de contact du joint conique (figure 4.2). Pour quantifier ces déformations, ils introduisent le taux de rotation d'un anneau. C'est en fait le rapport entre la conicité β de la face de l'anneau sur l'augmentation moyenne de température T_{moy} . Ce nombre est proportionnel au coefficient de dilatation λ du matériau. Il est alors possible d'introduire un nombre sans dimension b caractérisant les capacités de l'anneau à ce déformer :

$$b = \frac{\beta}{\lambda T_{moy}} \quad (4.6)$$

La figure 4.4 présente l'évolution de ce nombre b en fonction de l'efficacité thermique de l'anneau pour différentes valeurs du rapport $e/\Delta R$. Ces courbes ont été déterminées au moyen d'un code éléments finis. Pour cela, la face arrière de l'anneau est liée à un deuxième anneau très souple (module d'Young négligeable devant celui de l'anneau rigide). Les déplacements de la face arrière de cet anneau souple sont quant à eux bloqués. De cette façon, l'anneau rigide peut se dilater librement. Comme on peut s'y attendre, lorsque l'efficacité thermique est proche de 1, l'anneau ne se déforme pas ou peu car la température est presque uniforme dans l'anneau. En revanche lorsque E_t est petit, l'anneau est très sensible à l'effet d'un flux de chaleur. Notons que nous parlons ici de déformations au sens de rotation de la face de contact. Bien évidemment, lorsque la température de l'anneau augmente, il se dilate mais cela n'a pas d'influence directe sur le comportement du joint.

Dans le but d'interpréter plus facilement les résultats présentés dans la suite de cette étude, nous spécifierons les valeurs de E_t et b pour le stator et le rotor du joint pour chaque nouvelle condition de fonctionnement. Les valeurs associées au cas de référence sont présentées dans le tableau 4.4. Les valeurs du nombre b ont été obtenues en supposant les anneaux libres de se dilater. Cette hypothèse est justifiée dans le cas du stator flottant qui fait l'objet d'une liaison souple avec son support. Pour le rotor, cette hypothèse est plus discutable car il est généralement lié de façon rigide à l'arbre. Les modes de fixation du rotor sur l'arbre étant divers et variés, nous avons choisi de le laisser libre de se dilater pour que l'étude reste générale. Notons que le rotor étant plus conducteur, son efficacité

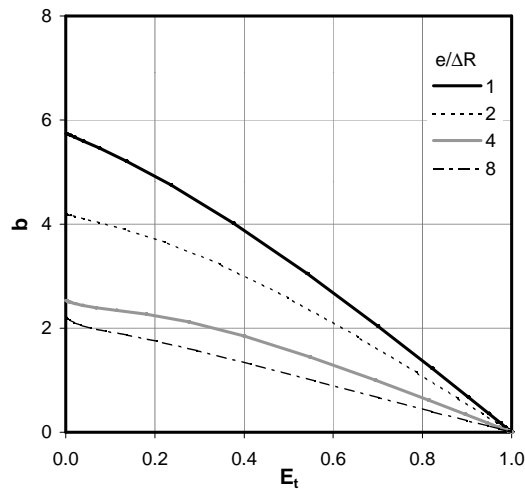


FIG. 4.4 – Evolution de b pour un anneau en fonction de son efficacité thermique E_t pour différentes valeurs de $e/\Delta R$

thermique est plus élevée que celle du stator, en conséquence, il se déformera moins sous l'effet d'une augmentation de température.

Efficacité thermique du stator E_1	0.404
Nombre b du stator b_1	1.842
Efficacité thermique du rotor E_2	0.847
Nombre b du rotor b_2	0.509

TAB. 4.4 – Valeurs de l'efficacité thermique et du nombre b du rotor et du stator dans le cas de référence

4.1.2 Cas de référence - Effet des déformations

Le champ de température au sein du film fluide dans le cas de référence est présenté sur la figure 4.5. A titre de comparaison, le champ de température obtenu pour les mêmes conditions de fonctionnement et en négligeant les déformations est présenté sur la figure 4.6. Les résultats montrent que, dans le cas étudié, les déformations thermoélastiques tendent à accroître la conicité globale du film dans le sens de la fuite. Comme le montrent les figures 1.4 et 1.5 du chapitre 1, si la conicité du film augmente, l'épaisseur minimale du film doit augmenter pour que l'action du champ de pression dans l'interface équilibre les forces qui tendent à rapprocher les faces de la garniture. Ceci est favorable au maintien du film fluide mais conduit à une élévation du débit de fuite. En effet, l'épaisseur du film évolue entre 1 et $4\mu\text{m}$ dans le cas TEHD alors qu'elle reste inférieure au micron dans le cas THD. Par conséquent, la dissipation visqueuse et donc la température dans le fluide sont largement surestimées lorsque les déformations sont négligées (85°C pour 55°C soit une erreur de 54%). Notons que les courbes isothermes obtenues dans le cas TEHD indiquent que la majorité de la chaleur générée dans le film est évacuée par le rotor qui est dix fois plus conducteur que le stator.

La figure 4.7 présente l'évolution de la température à l'épaisseur moyenne du film pour les deux cas précédents. Afin de valider notre étude, le même calcul a été effectué avec le modèle THD développé par Danos [Dan00]. Les résultats obtenus avec les deux modélisations sont en très bonne

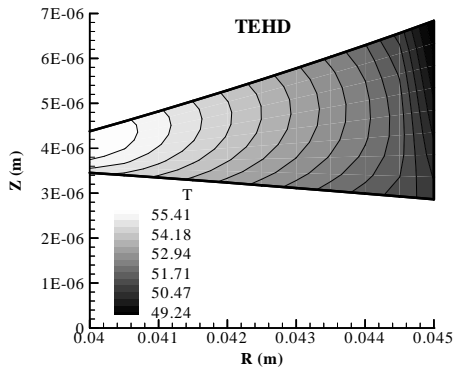


FIG. 4.5 – Champ de température dans le film pour le cas de référence

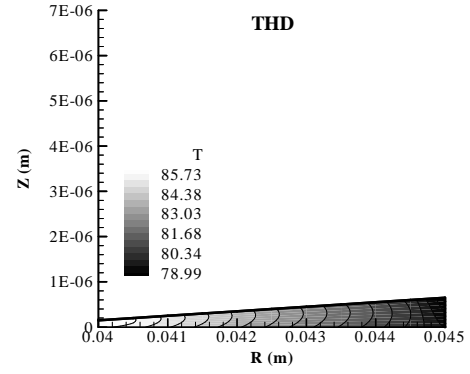


FIG. 4.6 – Champ de température dans le film pour le cas de référence en négligeant les déformations

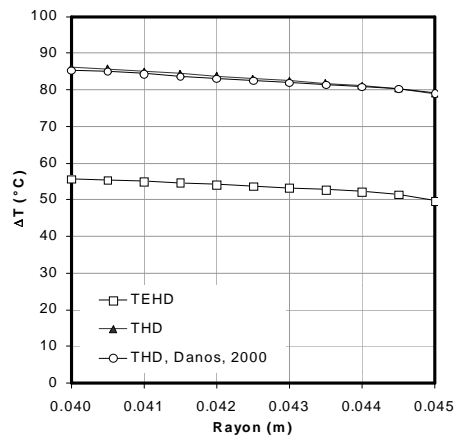


FIG. 4.7 – Influence des déformations thermoélastiques sur la température dans le film

corrélation.

4.1.3 Influence de la vitesse de rotation

Les cas étudiés dans cette section sont présentés dans le tableau 4.5. La colonne entre les doubles barres représente le cas de référence. Nous utiliserons cette notation pour la suite de l'étude. Comme le montrent les valeurs du tableau, lorsque la vitesse de rotation augmente, les échanges avec le fluide environnant sont améliorés. Par conséquent l'efficacité thermique des anneaux décroît mais leur capacité à se déformer augmente.

Vitesse de rotation (tr/min)	1000	1500	2000	3000	5000	7000
Coefficient d'échange $h_c (W/m^2 \cdot ^\circ C)$	590	773	937	1227	1725	2159
Efficacité thermique du stator E_1	0.501	0.443	0.404	0.351	0.292	0.257
Nombre b du stator b_1	1.582	1.740	1.842	1.967	2.093	2.157
Efficacité thermique du rotor E_2	0.897	0.869	0.847	0.810	0.755	0.713
Nombre b du rotor b_2	0.345	0.435	0.509	0.630	0.808	0.940

TAB. 4.5 – Présentation des cas étudiés

Comme cela est prévisible, la température au sein du film fluide croît avec la vitesse de rotation (figure 4.8). Cependant l'augmentation de température est atténuée par le fait que le coefficient d'échange h_c , la conicité globale des faces et donc l'épaisseur du film évoluent dans le même sens que la vitesse. Par exemple, entre les cas extrêmes, la température est seulement doublée alors que ω est multiplié par 7. La conicité globale du film est environ triplée ce qui est dû à l'effet combiné de l'élévation de température et de l'augmentation du nombre b des anneaux. En conclusion, une vitesse de rotation plus élevée est favorable au maintien d'un film lubrifiant entre les faces du joint au détriment du débit de fuite.

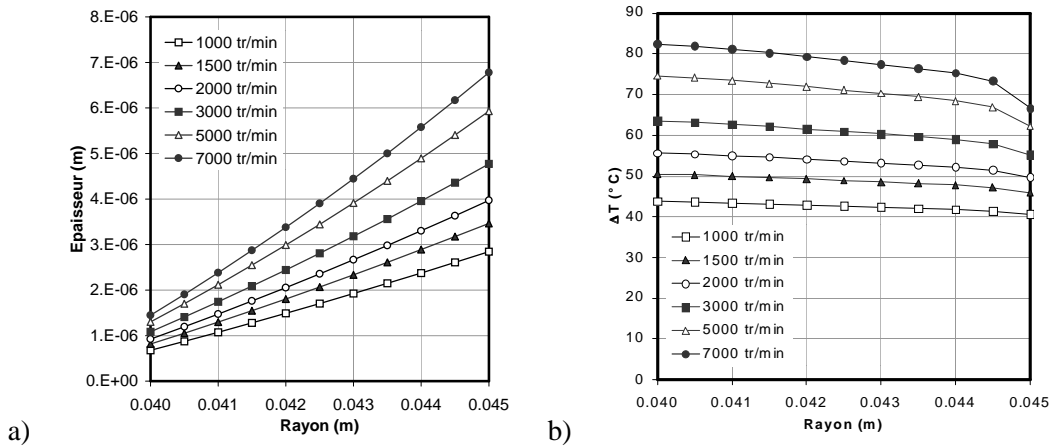


FIG. 4.8 – a) Épaisseur de film et b) température à l'épaisseur moyenne de film pour différentes vitesses de rotation

4.1.4 Influence de la pression du fluide

Le principal effet de la pression du fluide est de modifier le facteur d'équilibrage total B_{tot} (équation 4.2). L'effort exercé par les ressorts et le facteur d'équilibrage B étant constant, une augmentation

de la pression tend à réduire B_{tot} (tableau 4.6). C'est-à-dire que le rapport entre la pression moyenne dans l'interface et la pression du fluide diminue. Par suite l'épaisseur du film fluide augmente pour que les forces axiales appliquées au stator s'équilibrent (figure 1.5). Donc les faces du joint s'écartent sous l'effet de l'augmentation de la pression du fluide ce qui réduit globalement la température dans l'interface comme le montre la figure 4.9. Lorsque la pression est faible, l'épaisseur de film peut devenir très petite et les effets thermiques significatifs. La conicité des faces diminue quand la pression du fluide augmente car les déformations thermoélastiques sont plus faibles. L'augmentation de la pression peut donc nuire à la stabilité du comportement dynamique axial du joint qui est conditionnée par la valeur de la conicité des faces (cf § 1.2). Mais ceci est contrebalancé par le fait que l'épaisseur minimale de film augmente et donc que les risques de contact des faces sont réduits.

Pression du fluide P_e (MPa)	1	1.5	2	3	5	7	15
Facteur d'équilibrage total B_{tot}	0.9	0.833	0.8	0.767	0.74	0.729	0.713

TAB. 4.6 – Présentation des cas étudiés

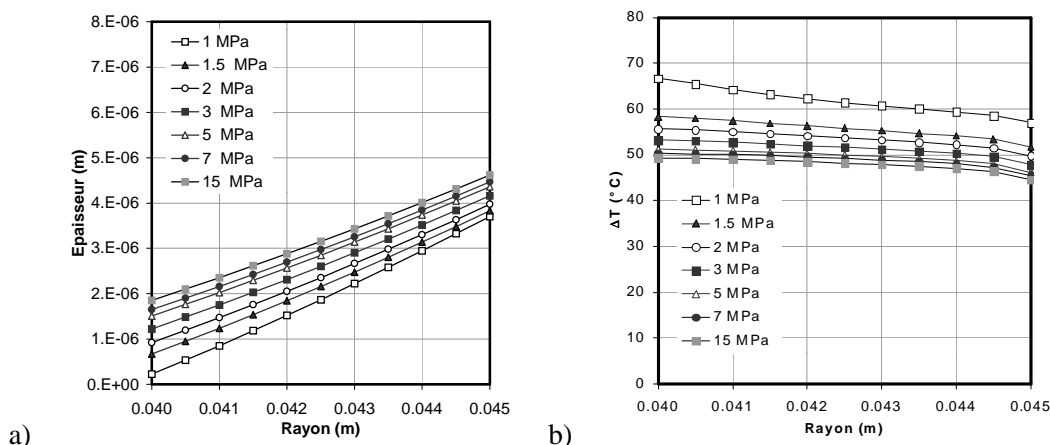


FIG. 4.9 – a) Épaisseur de film et b) température à l'épaisseur moyenne de film pour différentes valeurs de la pression du fluide

L'augmentation de la pression et l'augmentation de l'épaisseur de film qui en résulte conduisent à une élévation importante du débit de fuite de la garniture. Il est alors intéressant de savoir si la proportion de chaleur évacuée par l'écoulement du fluide est significative. Le nombre sans dimension de Peclet est le rapport entre les termes convectifs et de conduction dans l'équation de l'énergie, soit sensiblement le rapport entre la chaleur évacuée par convection et celle évacuée par conduction vers les solides. Il s'exprime de la façon suivante :

$$Pe = \frac{\rho C_p Q h_{moy}}{2\pi R_{moy} (R_e - R_i) k_f}$$

où h_{moy} et R_{moy} sont l'épaisseur moyenne de film et le rayon moyen et Q le débit de fuite. La figure 4.10 montre que ce nombre reste inférieur à 10^{-2} pour la valeur maximale de pression et donc que la chaleur évacuée par convection est négligeable. Cette remarque est valable pour tous les autres cas étudiés dans le paragraphe 4.1 où les valeurs de débit de fuite atteintes sont bien inférieures.

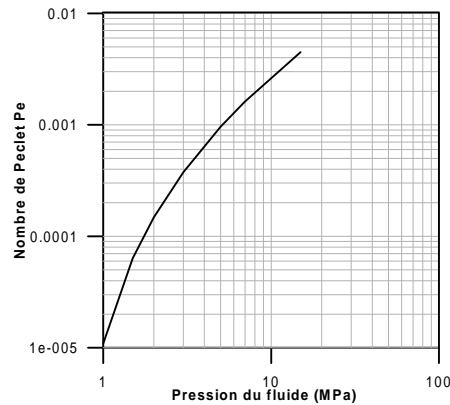


FIG. 4.10 – Evolution du nombre de Peclet dans le film en fonction de la pression du fluide

Température du fluide $T_f(^{\circ}C)$	20	30	40	60	80
Viscosité du fluide $\mu_0(Pa.s)$	0.197	0.125	0.08	0.0325	0.0132
Coefficient d'échange $h_c(W/m^2^{\circ}C)$	694	806	937	1264	1707
Efficacité thermique du stator E_1	0.466	0.434	0.404	0.346	0.294
Nombre b du stator b_1	1.679	1.763	1.842	1.979	2.089
Efficacité thermique du rotor E_2	0.881	0.865	0.847	0.805	0.757
Nombre b du rotor b_2	0.397	0.450	0.509	0.644	0.802

TAB. 4.7 – Présentations des cas étudiés

4.1.5 Influence de la température du fluide

L'augmentation de la température du fluide environnant a pour conséquence de réduire la viscosité initiale μ_0 du fluide (tableau 4.7) et par suite la dissipation d'énergie dans le film. Le fluide étant moins visqueux les échanges fluide solides sont accrus (cf équation 4.1). L'efficacité thermique E_1 et E_2 des anneaux décroît ce qui augmente leur capacité à se déformer. La figure 4.11 présente les hauteurs de film et les augmentations de température ($T - T_f$) à l'épaisseur moyenne pour les différentes valeurs de température initiale d'huile T_f . Comme prévu, l'accroissement de température dans le film diminue sous l'effet combiné de la chute de viscosité et du meilleur refroidissement. Même si les valeurs des nombres b_1 et b_2 augmentent avec la température du fluide périphérique, la conicité globale du film décroît car la différence de température entre le film et le fluide environnant diminue. Finalement, le comportement thermovisqueux du fluide (évolution inverse de la viscosité et de la température) permet d'atténuer l'effet d'une augmentation de température initiale de celui-ci.

4.1.6 Influence du fluide

Les caractéristiques des fluides étudiés sont détaillées dans le tableau 4.2. Le paramètre qui a le plus d'influence est la viscosité initiale du fluide μ_0 qui affecte le coefficient d'échange h_c et donc l'efficacité thermique et le nombre b des anneaux (tableau 4.8). Sachant que l'eau est la moins visqueuse des quatre fluides et que ceux-ci sont rangés par ordre croissant de viscosité, les résultats obtenus (figure 4.8) sont similaires à ceux de la section précédente. Notons tout de même que les effets thermiques dans le cas de l'eau sont très faibles par rapport aux autres fluides d'une part en raison de sa faible viscosité et d'autre part en raison de sa grande capacité à évacuer la chaleur par convection.

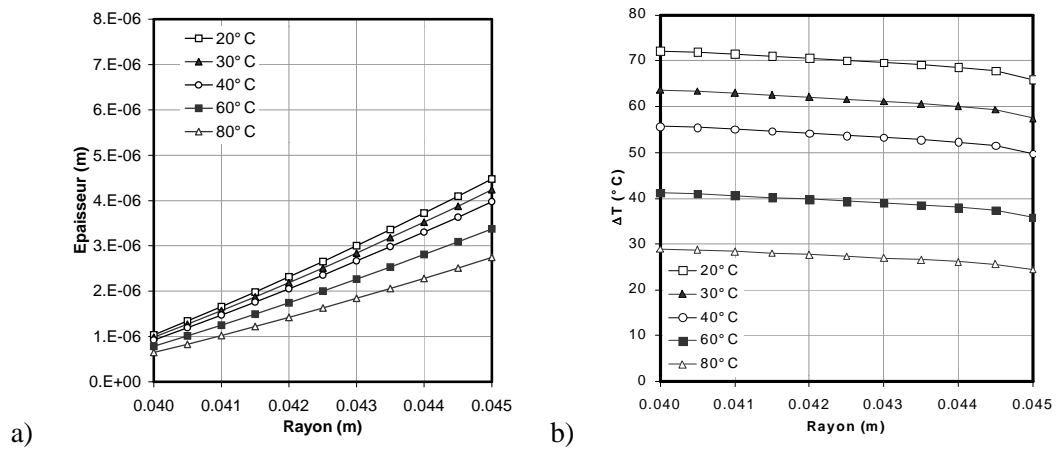


FIG. 4.11 – a) Épaisseur de film et b) température à l'épaisseur moyenne de film pour différentes température du fluide périphérique

Fluide	eau	huile légère	huile	huile lourde
Coefficient d'échange $h_c (W/m^2 \cdot ^\circ C)$	17746	1538	937	718
Efficacité thermique du stator E_1	0.0596	0.311	0.404	0.459
Nombre b du stator b_1	2.401	2.054	1.842	1.699
Efficacité thermique du rotor E_2	0.288	0.774	0.847	0.877
Nombre b du rotor b_2	2.10	0.745	0.509	0.408

TAB. 4.8 – Présentations des cas étudiés

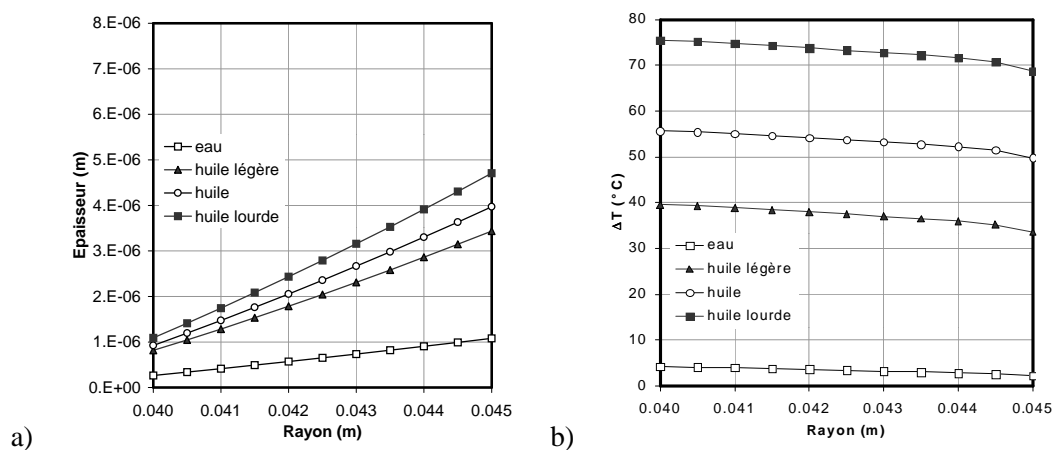


FIG. 4.12 – a) Épaisseur de film et b) température à l'épaisseur moyenne de film pour différents fluides

4.1.7 Influence de la longueur du stator

Longueur du stator e_1 (m)	0.005	0.01	0.02	0.03	0.045
Efficacité thermique du stator E_1	0.825	0.661	0.404	0.275	0.184
Nombre b du stator b_1	1.209	1.803	1.842	1.734	1.755

TAB. 4.9 – Présentation des cas étudiés

L'étude se limite à l'influence de la longueur du stator. Les résultats obtenus en faisant varier celle du rotor auraient été similaires. Les cas étudiés sont présentés dans le tableau 4.9. Plus le stator est long, plus l'efficacité thermique E_1 du stator diminue. En revanche le nombre b du stator reste quasiment constant lorsque e_1 est supérieur à $0.01m$. Comme Buck l'avait déjà observé [Buc89], lorsque la longueur de la surface mouillée de l'anneau est supérieur à 2 fois la largeur du contact, soit $0.01m$, les résultats restent inchangés (figure 4.13). C'est-à-dire que la partie du stator située à une distance supérieure à $2(R_e - R_i)$ de l'interface du joint n'intervient pas dans les échanges de chaleur. Cette zone inactive intervient légèrement dans les déformations car elle joue un rôle de rappel élastique sur la partie déformée. En conclusion, lors de la conception d'une garniture, il n'est pas nécessaire de prévoir une longueur d'échange entre les anneaux et le fluide supérieure à deux fois la largeur du contact, ce qui permet de limiter l'encombrement axial du joint.

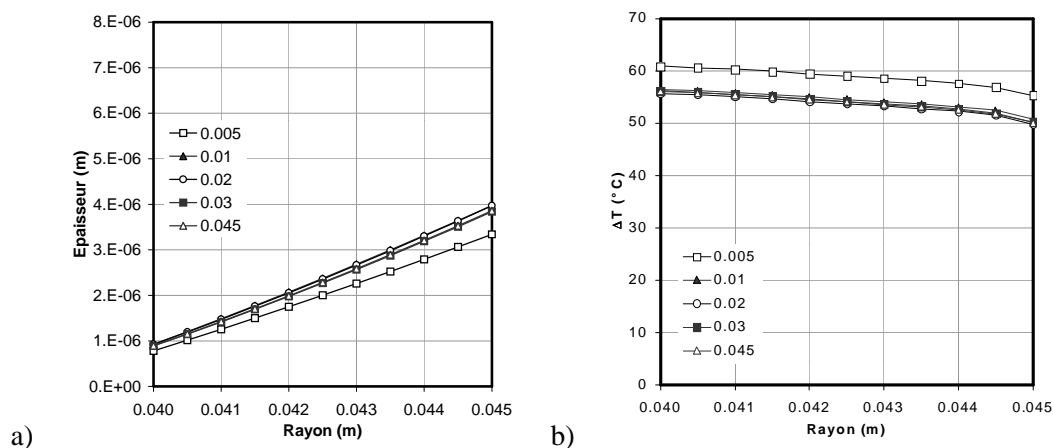


FIG. 4.13 – a) Épaisseur de film et b) température à l'épaisseur moyenne de film pour différentes longueur du stator

4.1.8 Influence du facteur d'équilibrage

Les valeurs de facteur d'équilibrage B étudiées sont 0.6, 0.65, 0.7, 0.75 et 0.8. Les résultats obtenus avec ces différentes valeurs sont présentés sur la figure 4.14. Ce facteur a un effet inverse à celui de la pression. Lorsque B augmente, les faces du joint se rapprochent et donc l'échauffement résultant et par suite la conicité des faces augmentent.

4.1.9 Influence des matériaux des anneaux

Les caractéristiques des matériaux utilisés dans cette étude sont rassemblées dans le tableau 4.1 en début de chapitre. Certains couples de matériaux seulement ont été étudiés en se référant à ceux

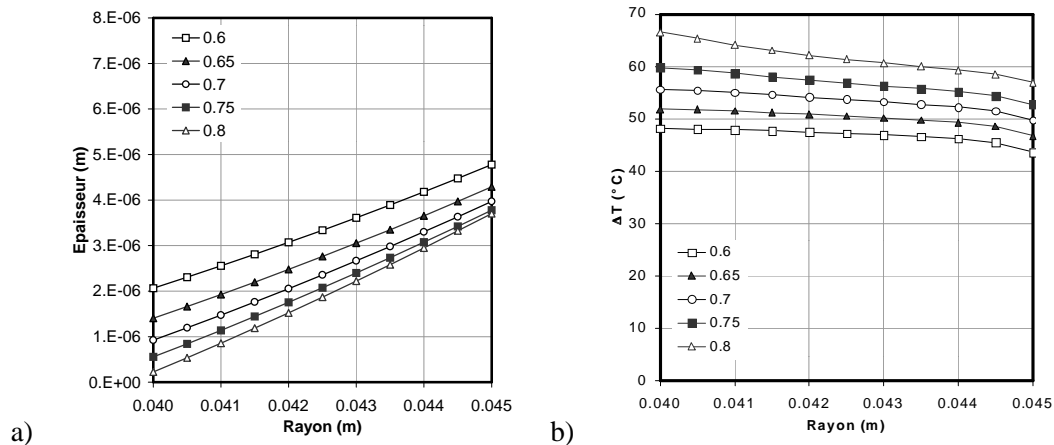


FIG. 4.14 – a) Épaisseur de film et b) température à l'épaisseur moyenne de film pour différentes valeurs du facteur d'équilibrage

Matériau du stator	G	G	G	SiC	SiC
Matériau du rotor	F	CT	SiC	SiC	CT
Efficacité thermique du stator E_1	0.404	0.404	0.404	0.847	0.847
Nombre b du stator b_1	1.842	1.842	1.842	0.509	0.509
Efficacité thermique du rotor E_2	0.661	0.713	0.847	0.847	0.713
Nombre b du rotor b_2	1.105	0.940	0.509	0.509	0.940

TAB. 4.10 – Présentation des cas étudiés

proposés dans la littérature [TI] (tableau 4.10). L'efficacité thermique des anneaux est affectée par les nouvelles valeurs de conductivité thermique. En fait, plus le matériau utilisé est conducteur plus son efficacité thermique est proche de 1 ce qui réduit sa tendance à se déformer. Le couple SiC-SiC est le plus conducteur donc le plus apte à évacuer la chaleur vers le fluide. En revanche, les faces du joint se déforment peu du fait de la grande efficacité thermique des anneaux en SiC. Il en résulte un film fluide plus mince que dans les autres cas et une température plus élevée alors que ceci n'était pas prévisible a priori (figure 4.15). L'utilisation de la fonte, matériau moyennement conducteur mais dont le coefficient de dilatation est le plus élevé des matériaux étudiés, conduit à un film fortement convergent et donc plus épais. Les températures obtenues dans le film fluide sont les plus faibles. Les trois autres couples de matériaux conduisent aux mêmes valeurs de températures. Toutefois, le couple CT-SiC permet d'obtenir un film plus mince et donc une fuite réduite par rapport aux couples SiC-G et CT-G.

4.1.10 Résultats sans dimension

Le nombre de paramètres influant sur le comportement d'une garniture mécanique est très important ce qui rend le travail de conception et d'optimisation difficile. Le but de cette section est de regrouper l'ensemble de ces paramètres dans un seul nombre sans dimension. Ceci permettra en outre de synthétiser les résultats.

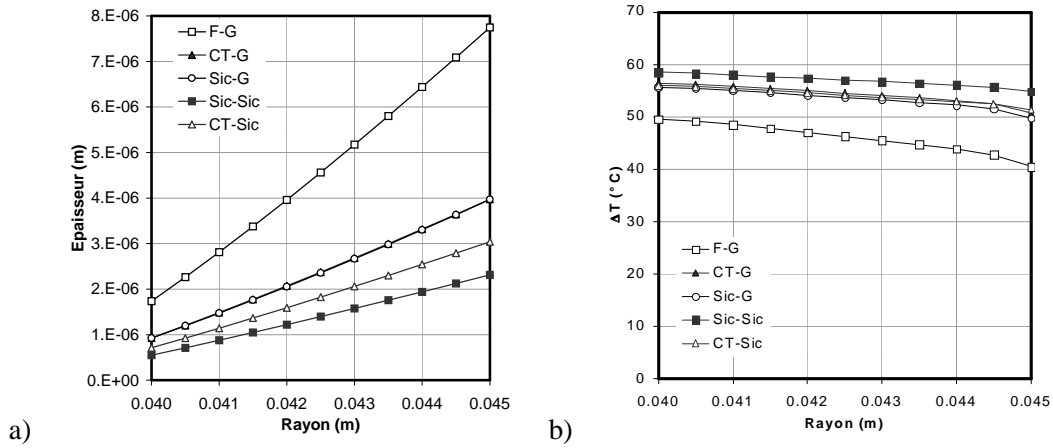


FIG. 4.15 – a) Épaisseur de film et b) température à l'épaisseur moyenne de film pour différents matériaux

Paramètres sans dimension

Regroupons tout d'abord l'efficacité thermique et le nombre b des anneaux en une efficacité thermique du joint équivalente nommée E et un taux de rotation global N_λ des faces du joint. Ces deux paramètres s'expriment de la façon suivante :

$$E = \frac{e_1 E_1 + e_2 E_2}{e_1 + e_2}$$

$$N_\lambda = \lambda_1 b_1 + \lambda_2 b_2$$

où λ_1 et λ_2 sont respectivement les coefficients de dilatation linéaire des matériaux du stator et du rotor.

Cherchons maintenant à déterminer des grandeurs de référence qui permettront d'exprimer les grandeurs physiques réelles sous forme non dimensionnée. Ces valeurs de référence seront indicées 0.

Nous choisissons pour la température de référence $T_0 = 1/\beta_f$, β_f étant le coefficient de thermo-viscosité du fluide étudié. Il vient alors une conicité de référence $\beta_0 = N_\lambda T_0$. L'étude de l'équilibre axial du joint va conduire à l'obtention d'une épaisseur de film de référence h_0 . D'après Pascovici et Cicone [PC98], lorsque le joint est étroit et le fluide isovisqueux, la force d'ouverture due à l'action du fluide dans l'interface s'exprime :

$$W = \pi(R_e^2 - R_i^2)P_e \frac{h_e}{h_e + h_i}$$

où h_e et h_i sont les épaisseurs de film aux rayons extérieur et intérieur. Elle doit annuler la force de fermeture due à l'action du fluide périphérique et des ressorts. Ce qui conduit à l'égalité :

$$W = B_{tot} \pi(R_e^2 - R_i^2)P_e$$

En choisissant comme épaisseur de référence h_0 l'épaisseur moyenne du film et en utilisant la conicité de référence, il vient :

$$h_0 = \frac{\Delta R N_\lambda T_0}{4(B_{tot} - 0.5)}$$

En supposant le film à une température uniforme T_0 et l'épaisseur constante égale à h_0 , la puissance dissipée de référence \mathcal{P}_0 s'exprime :

$$\mathcal{P}_0 = \mu_0 e^{-1} \omega^2 \pi \frac{2(R_e^4 - R_i^4)(B_{tot} - 0.5)\beta_f}{\Delta R N_\lambda}$$

En utilisant l'expression du débit proposée par Pascovici et Cicone [PC98], l'épaisseur moyenne h_0 et la conicité β_0 , il vient pour le débit de référence Q_0 :

$$Q_0 = \frac{\pi R_e P_e N_\lambda^3 \Delta R^2 [1 + 4(B_{tot} - 0.5)^2]^2}{6\mu_0 e^{-1} \beta_f^3 [4(B_{tot} - 0.5)]^3}$$

A partir de la définition de Buck [Buc89], il est possible d'exprimer une efficacité thermique de référence E_0 correspondant à une puissance dissipée \mathcal{P}_0 et une température des faces T_0 :

$$E_0 = \frac{\mathcal{P}_0}{2h_c \pi (e_1 + e_2) R_e T_0} = \frac{2\mu_0 e^{-1} \omega^2 (R_e^4 - R_i^4) (B_{tot} - 0.5) \beta_f}{N_\lambda \Delta R h (e_1 + e_2) R_e}$$

C'est le rapport E/E_0 qui fait intervenir l'ensemble des paramètres de fonctionnement et de conception d'une garniture, qui va nous servir de grandeur d'observation des résultats.

Résultats

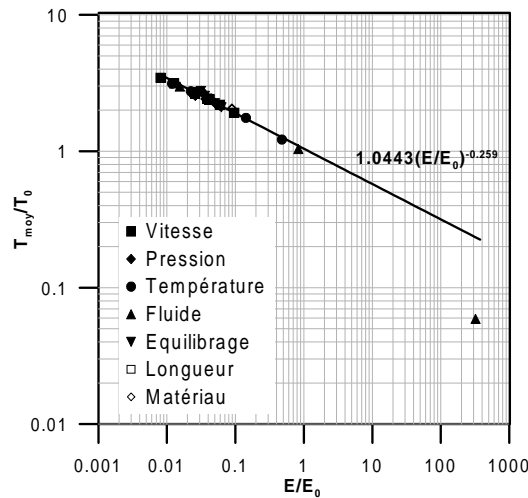


FIG. 4.16 – Evolution de la température sans dimension en fonction de l'efficacité thermique

Les figures 4.16 à 4.18 présentent l'évolution de la température moyenne du film, de la puissance dissipée et du débit de fuite sans dimension en fonction du rapport E/E_0 . Ces graphes montrent que l'ensemble des résultats de l'étude paramétrique peuvent être synthétisés en une seule courbe. Le point situé à $E/E_0 \simeq 300$ correspondant au cas de l'eau est assez éloigné des courbes. En fait, les paramètres de référence ont été définis à partir d'une épaisseur h_0 calculée en supposant la conicité initiale des faces du joint négligeable devant la conicité résultant des déformations. Ceci n'étant pas vérifié dans le cas de la garniture lubrifiée à l'eau, les écarts observés sont logiques.

Lorsque le rapport E/E_0 est inférieur à 1, cela signifie que pour une puissance dissipée dans l'interface égale à \mathcal{P}_0 la température réelle des faces est supérieure à T_0 . Ceci explique l'allure décroissante de la courbe T_{moy}/T_0 . En outre, la température étant supérieure à T_0 les faces sont plus

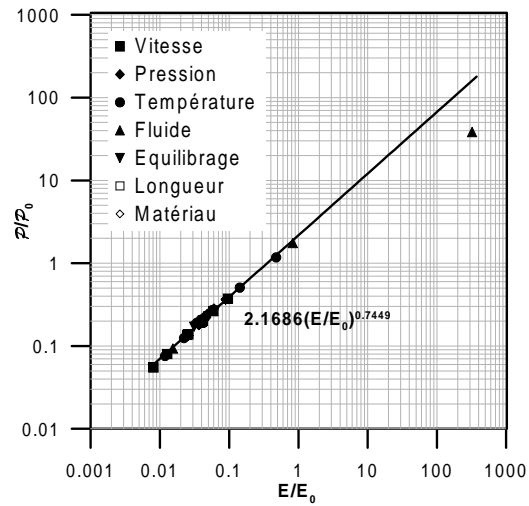


FIG. 4.17 – Evolution de la puissance dissipée sans dimension en fonction de l'efficacité thermique

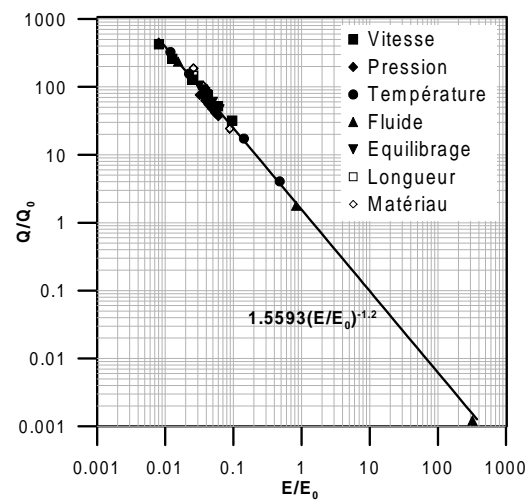


FIG. 4.18 – Evolution du débit de fuite sans dimension en fonction de l'efficacité thermique

coniques donc le film plus épais et le débit plus élevé que dans le cas de référence (figure 4.18). Par le même raisonnement, lorsque le rapport E/E_0 est inférieur à 1, cela signifie que pour une température des faces de T_0 , la puissance dissipée réelle est inférieure à \mathcal{P}_0 , d'où l'allure de la figure 4.17.

L'intérêt de ce travail est qu'à partir de la valeur du rapport E/E_0 , il est possible d'avoir une bonne idée des performances globales d'un joint. Connaissant les dimensions de la garniture, les conditions de fonctionnement, l'efficacité thermique et le nombre b des anneaux, le concepteur pourra facilement calculer le rapport E/E_0 puis une valeur approchée de la température moyenne des faces T_{moy} , de la puissance dissipée \mathcal{P} et du débit de fuite Q à partir des lois empiriques :

$$\begin{aligned} T_{moy} &= 1.0433T_0 \left(\frac{E}{E_0} \right)^{-0.259} \\ \mathcal{P} &= 2.1686\mathcal{P}_0 \left(\frac{E}{E_0} \right)^{0.7449} \\ Q &= 1.5593Q_0 \left(\frac{E}{E_0} \right)^{-1.2} \end{aligned}$$

Ces formules sont valables pour E/E_0 compris entre 0.008 et 1.

4.2 Influence de défauts géométriques

Les anneaux constituant une garniture ne sont jamais parfaitement alignés avec l'axe de rotation de l'arbre de la machine et les faces de contact peuvent présenter des défauts géométriques tels que des ondulations. L'influence de tels paramètres est étudiée dans cette section.

4.2.1 Influence des ondulations

Le procédé de fabrication ou une répartition non axisymétrique de l'action des systèmes de fixation peut conduire à l'apparition d'ondulations sur les faces du rotor et du stator. Dans cette étude, un rotor présentant 2 ondulations sinusoïdales d'amplitude h_o a été modélisé. Les valeurs de h_o retenues sont 0, 0.1, 0.5, 1 et $1.5\mu m$. Les ondulations conduisent à des variations circonférentielles d'épaisseur de film. Lorsque le fluide est entraîné dans une zone convergente, la pression augmente localement par effet "coin d'huile". Réciproquement la pression du fluide décroît dans les zones divergentes. La figure 4.19 met en évidence l'influence de l'amplitude des ondulations sur l'allure du champ de pression. Quand les variations circonférentielles de hauteur de film sont suffisamment importantes, le fluide peut changer de phase dans les zones divergentes lorsque la pression atteint la pression de vapeur saturante ou de cavitation. Ce type de comportement n'étant pas pris en compte dans notre modèle, l'amplitude des ondulations a été volontairement limitée. De plus, la conicité initiale du stator a été prise égale à $10^{-3} rad$ au lieu de $10^{-4} rad$ dans le cas de référence de façon à augmenter l'épaisseur de film et limiter les effets hydrodynamiques dus aux ondulations et éviter ainsi la cavitation.

Les épaisseurs minimales de film sont observées sur le rayon intérieur du joint du fait de la forme conique des faces. La figure 4.20a) présente l'allure de la hauteur minimale de film en fonction de la position angulaire pour les différentes valeurs d'amplitude modélisées. Les variations circonférentielles d'épaisseurs se répartissent de façon quasi symétrique autour du cas sans ondulation. L'amplitude des ondulations est augmentée d'environ 10% par rapport à sa valeur initiale du fait des gradients de température.

Le champ de température du stator étant axisymétrique, c'est sur la surface du rotor que les plus grandes variations circonférentielles de température sont observées (figure 4.20b). Pour les cas étu-

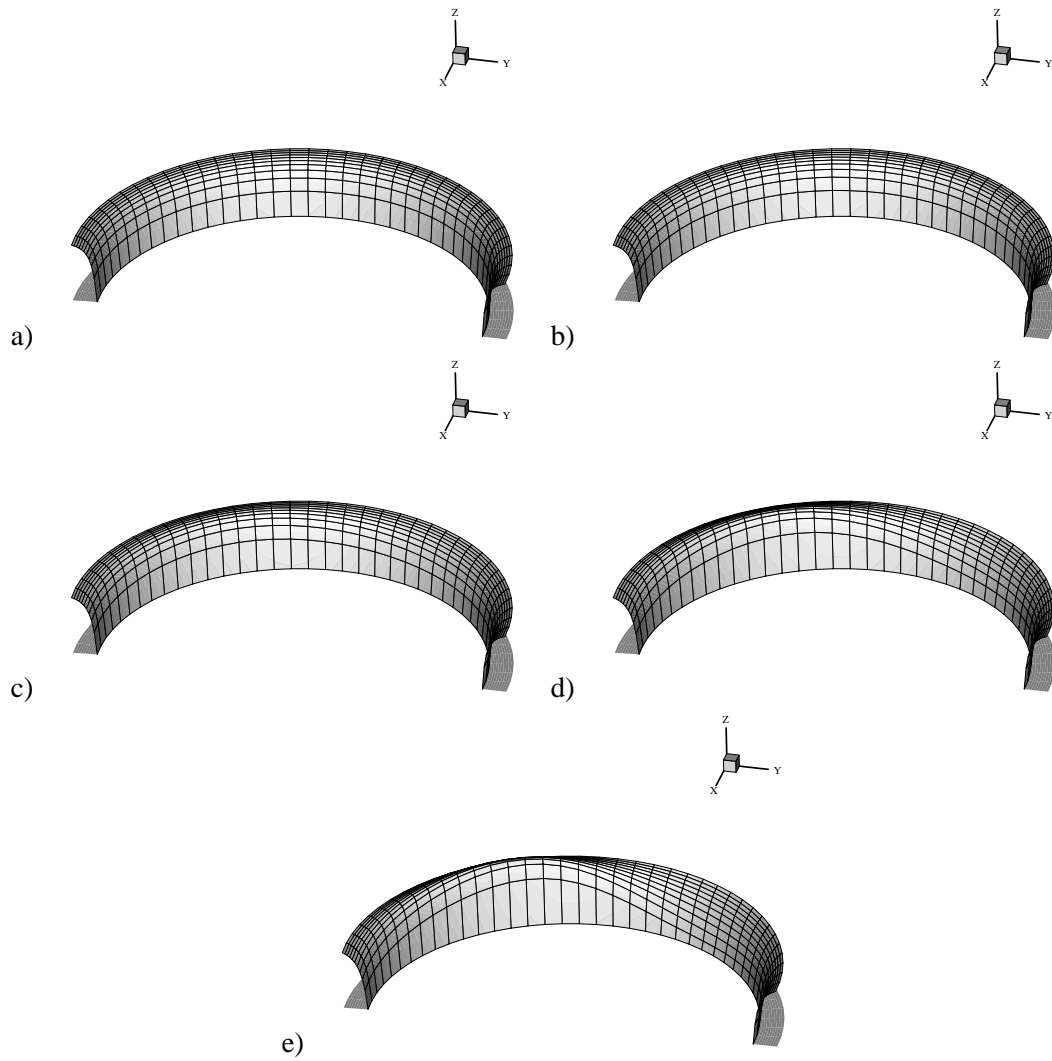


FIG. 4.19 – Demi champ de pression dans le film pour des ondulations d’amplitude a) nulle b) $0.1\mu m$ c) $0.5\mu m$ d) $1\mu m$ e) $1.5\mu m$

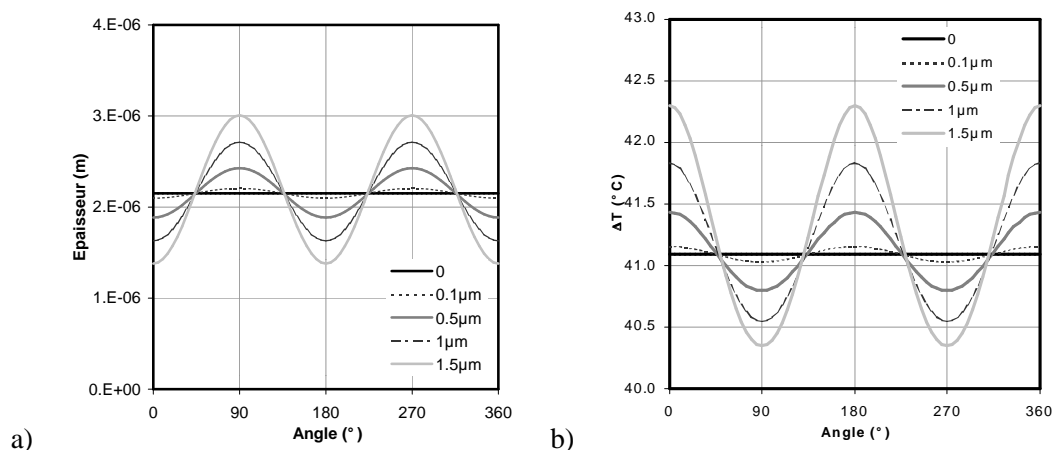


FIG. 4.20 – a) Épaisseur de film et b) température du rotor au rayon intérieur du joint pour différentes amplitudes d'ondulations

diés, celles-ci restent inférieure à 5% de la valeur moyenne de température. Notons que plus les ondulations sont importantes plus la température moyenne du rotor croît.

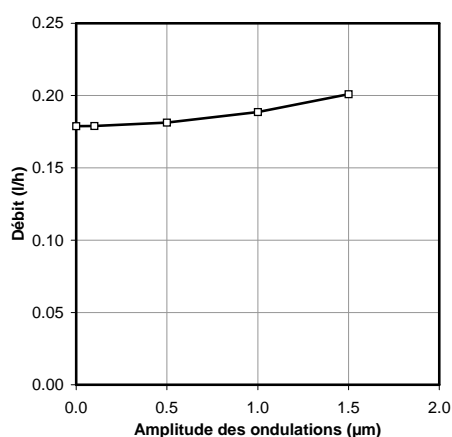


FIG. 4.21 – Influence de l'amplitude des ondulations sur le débit de fuite

Les variations d'épaisseur de film, de pression et de viscosité dues à la présence d'ondulations tendent à accroître le débit de fuite de la garniture (figure 4.21). Cependant l'augmentation maximale observée par rapport au cas axisymétrique est de l'ordre de 10%. Globalement, les cas étudiés montrent que les ondulations affectent peu les performances d'une garniture mécanique. Toutefois il serait souhaitable de prendre en compte la cavitation de façon à traiter des cas plus sévères comme celui étudié par Knoll et al. [KPH94] où des variations circonférentielles de températures notables ont été observées.

4.2.2 Influence du mésalignement

Le montage et la réalisation des éléments d'une garniture mécanique conduisent toujours à un défaut d'alignement entre le rotor et l'arbre de la machine. Le champ de pression dans l'interface qui en résulte tend à aligner les faces du stator flottant et du rotor, s'opposant ainsi à l'action des élé-

ments élastiques constituant la liaison stator support. L'élément flottant suit alors les mouvements de l'élément monté rigide, on parle d'entraînement dynamique (cf § 1.2). La position relative du stator est déterminée en résolvant les équations de la dynamique 3.1. Les valeurs retenues pour le mésalignement initial du rotor χ_2 sont 0 , $2 \cdot 10^{-4}$, $5 \cdot 10^{-4}$ et 10^{-3} rad , la valeur maximale correspondant à un mésalignement assez conséquent. Les caractéristiques de la liaison stator support sont présentées dans le tableau 4.11.

Rayon d'action des ressorts R_k	$0.0435m$
Rayon du joint secondaire R_s	$0.0425m$
Raideur du joint secondaire k_s	$5 \cdot 10^5 N/m$
Coefficient d'amortissement du joint secondaire a_s	$400 N/m/s$

TAB. 4.11 – Caractéristiques des éléments élastiques

La figure 4.22 présentent l'allure de l'épaisseur de film et de la température de la face du rotor au rayon intérieur du joint pour les différentes valeurs de mésalignement. Les variations circonférentielles d'épaisseur de film restent faibles malgré un important mésalignement initial du rotor. En fait, l'action du champ de pression dans le film fluide est prépondérante devant les actions du rappel élastique et de l'inertie ce qui conduit à des faces presque alignées. Par suite, les variations de température dans la direction circonférentielle sont négligeables devant l'élévation moyenne de température. Les exemples traités montrent qu'il est tout à fait légitime d'utiliser une modélisation axisymétrique pour l'étude des phénomènes thermiques même si le rotor est initialement mésaligné. Les nombreuses études théoriques réalisées en supposant le fluide isotherme [GE85, Per97, PTF97a] avaient déjà montré que les faces d'une garniture mécanique fonctionnant en mode d'entraînement dynamique stable sont quasiment alignées. Cependant, aucune étude n'avait encore montré l'influence des effets thermiques dans cette configuration.

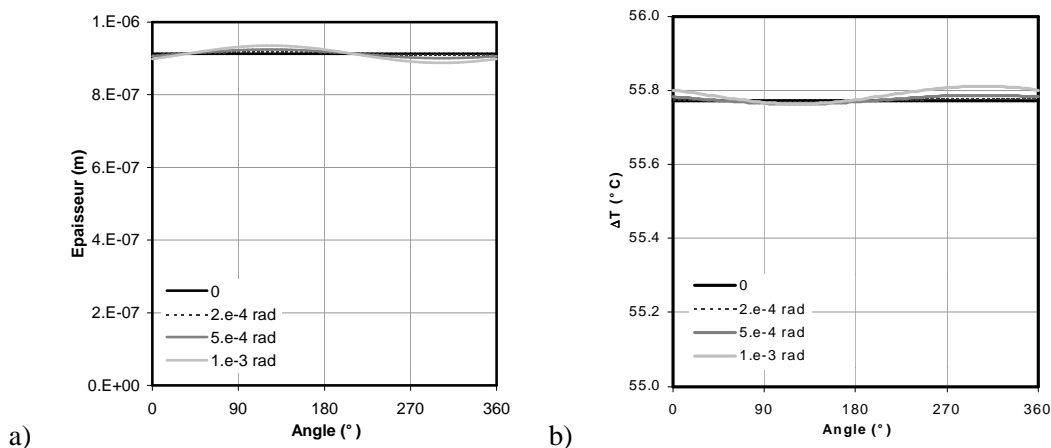


FIG. 4.22 – a) Épaisseur de film et b) température du rotor au rayon intérieur du joint pour différentes valeurs de mésalignement du rotor

4.3 Influence du régime d'écoulement

Dans le chapitre 2, nous avons observé qu'une garniture hydrostatique pouvait être le siège d'un écoulement non laminaire. Aussi, l'influence de la vitesse de rotation sur les performances d'un tel

joint est étudiée dans cette section. La configuration de la garniture et les notations utilisées sont présentées sur le figure 4.23. Au niveau du rayon intérieur de la garniture, les faces de frottement sont planes sur une zone annulaire délimitée par le rayon R_m . De plus, le problème est symétrique car les deux anneaux sont de mêmes dimensions et réalisés tous les deux en alumine (tableau 4.12). Les caractéristiques de ce matériau sont détaillées dans le tableau 4.1. La géométrie et les conditions de fonctionnement du joint hydrostatique sont regroupés dans le tableau 4.12. Les anneaux de la garniture sont refroidies par le fluide situé sur la périphérie extérieure. Le coefficient d'échange h_c est calculé à partir de la formule de Becker 4.1. Les valeurs des vitesses de rotation et des coefficients de convection associés sont présentés dans le tableau 4.13.

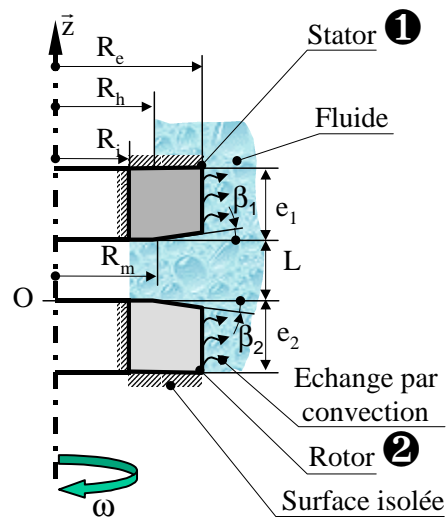


FIG. 4.23 – Configuration du joint hydrostatique

Paramètres de conception	
Rayon intérieur R_i	0.11m
Rayon extérieur R_e	0.15m
Longueur des anneaux e_1, e_2	0.08m
Conicité initiale des faces $\beta_1 = -\beta_2$	$3.49 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$
Rayon de la zone plate R_m	0.12m
Rayon hydraulique R_h	0.1196m
Facteur d'équilibrage B	0.788
Matériau des anneaux	A
Paramètres de fonctionnement	
Pression intérieure p_i	0.2MPa
Pression extérieure p_e	15.5MPa
Fluide	eau
Température du fluide T_f	60°C
Viscosité initiale μ_0	$4.965 \cdot 10^{-4} \text{ Pa.s}$

TAB. 4.12 – Géométrie et paramètres de fonctionnement du joint hydrostatique

Le maillage de l'interface utilisé pour la résolution du problème d'écoulement non laminaire est

Vitesse de rotation (tr/min)	500	1000	1500	2000	2500	3000
Coefficient d'échange $h_c(W/m^2\text{°C})$	11982	19020	24924	30193	35036	39564

TAB. 4.13 – Présentation des cas étudiés

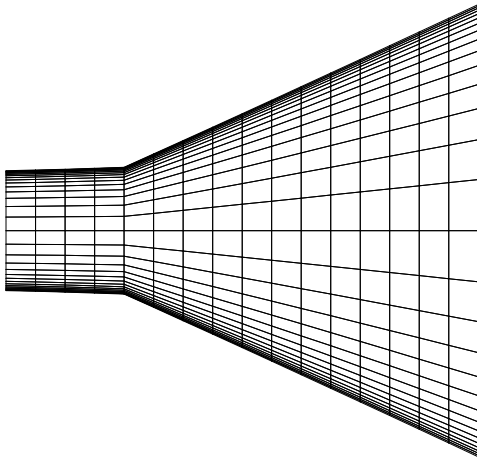


FIG. 4.24 – Maillage du film dans le cas d'un régime d'écoulement non laminaire

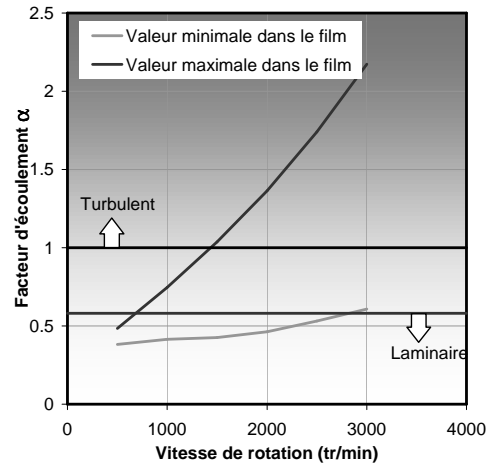


FIG. 4.25 – Evolution de la valeur maximale et minimale du facteur d'écoulement dans le film en fonction de la vitesse de rotation

présenté sur la figure 4.24. Les gradients de viscosité apparente et de vitesse sont localisés près des parois ce qui impose un raffinement du maillage dans ces zones, d'où un nombre d'éléments bien supérieur à celui du cas laminaire.

La figure 4.25 présente l'évolution des valeurs maximales et minimales du facteur d'écoulement α dans le film en fonction de la vitesse de rotation. Les courbes montrent que pour $500tr/min$, l'écoulement est complètement laminaire. En revanche, pour la vitesse de rotation maximale ($3000tr/min$), l'écoulement est totalement non laminaire. Le maximum du facteur d'écoulement dans le film se situe en général au niveau du rayon extérieur où l'épaisseur est la plus importante. Réciproquement c'est au rayon intérieur que α est le plus faible bien que dans cette zone, la vitesse radiale du fluide soit maximale. Donc dans la majorité des cas étudiés, les particules de fluide qui traversent le film passent d'un écoulement turbulent dans la zone annulaire extérieure à un écoulement laminaire dans la zone annulaire intérieure. Ce passage du régime turbulent au régime laminaire est une "transition inverse" qui est typique des écoulements radiaux accélérés [SVP99].

Les profils de température à l'épaisseur moyenne du film sont présentés sur la figure 4.26b pour les différentes vitesses. Dans tous les cas, la température croît dans le sens de la fuite. Lorsque l'écoulement est laminaire, la dissipation visqueuse se produit majoritairement dans la zone plate près du rayon intérieur où l'épaisseur de film est la plus faible. Au fur et à mesure que la vitesse de rotation augmente, la turbulence apparaît ce qui conduit à une élévation de la viscosité apparente du fluide dans la partie convergente du film. Bien que l'épaisseur du film ne soit pas constante, la dissipation tend à s'uniformiser sous l'effet de la croissance de la turbulence. Par exemple, pour la vitesse de rotation maximale, le profil de température est quasiment linéaire.

Lorsque ω augmente la température et donc la conicité globale du film augmentent (figure 4.26). Cependant, contrairement à ce qui avait été constaté dans les précédentes études effectuées en régime laminaire, l'épaisseur minimale du film diminue. Brunetière et al. [BTF01] ont déjà mis en évidence

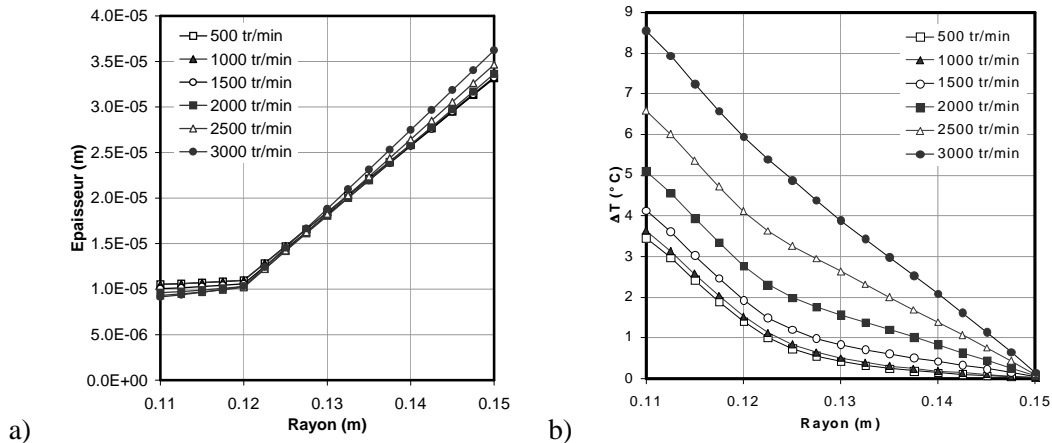


FIG. 4.26 – a) Épaisseur de film et b) température à l'épaisseur moyenne de film pour différentes vitesses de rotation

et expliqué ce phénomène. En fait, l'apparition de turbulence peut conduire localement, près du rayon extérieur du joint, à une viscosité apparente 4 à 5 fois supérieure à la viscosité initiale du fluide. Donc, cette importante augmentation de viscosité tend à créer près du rayon extérieur une chute de pression plus importante que dans le cas où l'écoulement est laminaire et la viscosité apparente du fluide plus faible. C'est-à-dire que pour une même épaisseur de film, la résultante des actions de pression est plus faible dans le cas turbulent que laminaire. Donc pour que les forces d'ouverture et de fermeture s'équilibrent, les faces du joint doivent être plus proches lorsque l'écoulement est turbulent.

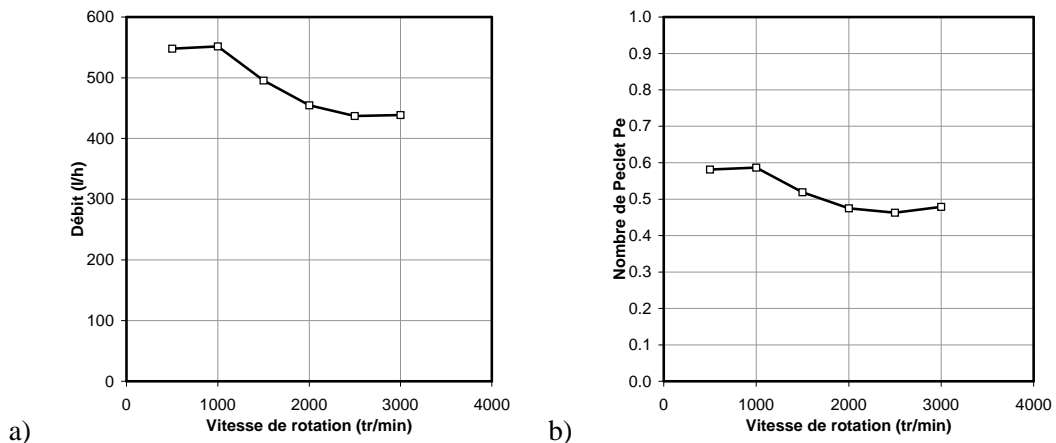


FIG. 4.27 – Evolution a) du débit de fuite et b) du nombre de Peclet en fonction de la vitesse de rotation

Comme la viscosité apparente du fluide augmente et que l'épaisseur minimale du film diminue, le débit de fuite de la garniture décroît lorsque la vitesse de rotation augmente (figure 4.27a). De ce point de vue, l'apparition de turbulence est plutôt favorable au bon fonctionnement du joint. Le débit de fuite de la garniture étudiée est très élevé et il convient d'estimer la quantité de chaleur évacuée par l'écoulement du fluide. Pour cette raison, l'évolution du nombre de Peclet avec la vitesse de rotation est présentée sur la figure 4.27b. Sa valeur reste proche de 0.5, ce qui permet de conclure que la convection et la conduction sont du même ordre de grandeur. Contrairement à ce qui avait été

constaté précédemment dans le cas d'une garniture usuelle, l'écoulement radial du fluide ne peut être négligé dans l'étude de garniture hydrostatique.

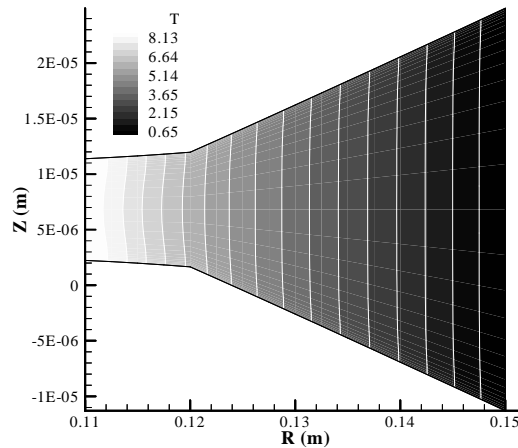


FIG. 4.28 – Champ de température dans le film à $\omega = 3000tr/min$

La figure 4.28 montre l'allure du champ de température dans le film obtenu à une vitesse de rotation de $3000tr/min$. Les courbes isothermes sont toutes quasiment verticales, c'est-à-dire que la température du fluide ne dépend que de la coordonnée radiale et varie très peu au travers de l'épaisseur du film. Ceci est favorisée par l'augmentation de la conductivité apparente du fluide liée à l'apparition de turbulence. Il est donc tout à fait envisageable d'utiliser un modèle de type Bulk flow comme celui de Hirs [Hir73] qui consiste à utiliser une forme moyenne des équations de conservation où les inconnues sont les valeurs moyennes suivant l'épaisseur du film des grandeurs physiques.

4.4 Conclusions

Le but de ce chapitre est de déterminer dans quelle mesure les paramètres de conception et de fonctionnement, les défauts géométriques et le régime d'écoulement dans le film affectent les performances d'une garniture mécanique. Il ressort de cette étude un certain nombre de remarques et de conclusions.

D'une manière générale, la température de la garniture augmente avec la vitesse de rotation, la viscosité du fluide et le facteur global d'équilibrage B_{tot} . Il en résulte, pour la géométrie étudiée, une augmentation de la conicité des faces et par suite de l'épaisseur de film. Une élévation de la température est plutôt favorable au maintien du film fluide mais tend à augmenter le débit de fuite du joint. Toutefois, pour une garniture classique comme celle du cas de référence, le débit de fuite reste suffisamment faible pour que la chaleur évacuée par convection soit négligée.

Les résultats ont mis en évidence que la surface d'échange utile entre le fluide et les solides est de 2 fois la largeur de l'interface, ce qui corrobore les travaux de Buck [Buc89]. Il est ainsi possible de limiter l'encombrement axial de la garniture en utilisant des anneaux dont la longueur est égale à la longueur utile d'échange.

L'utilisation, pour les anneaux, d'un matériau très conducteur comme le SiC, n'est pas un moyen de réduire l'échauffement des faces de frottement. En fait, un grand coefficient de conduction uniformise la température de l'anneau et limite les déformations. Donc les faces sont moins coniques et le film moins épais. Un moyen de réduire la température des faces du joint est d'utiliser des matériaux

avec un grand coefficient de dilation, comme, par exemple, la fonte. Parmi les couples de matériaux étudiés, l'association CT-SiC offre le meilleur compromis entre faible échauffement et fuite réduite. Cependant, les industriels cherchent souvent à limiter les déformations thermoélastiques pour réduire l'influence des conditions de fonctionnement sur les performances de la garniture [Par89]. L'utilisation du Carbure de Silicium est alors conseillée.

Les performances globales d'une garniture mécanique dépendent d'un seul nombre sans dimension qui est E/E_0 . E représente l'efficacité thermique globale des anneaux au sens de la définition proposée par Buck [Buc89]. E_0 est une efficacité thermique de référence qui dépend des paramètres de fonctionnement et de conception de la garniture. A partir des lois d'interpolation proposées dans la présente étude, il est possible de d'obtenir une valeur approchée de l'élévation de température moyenne des faces, de la puissance dissipée et du débit de fuite.

La présence d'ondulations sur la surface du rotor peut conduire à l'apparition de cavitation au sein du film fluide et affecter de façon significative les performances de la garniture. Le modèle présenté ne prend pas en compte le changement de phase donc l'étude de telles conditions de fonctionnement n'a pu être envisagée. Toutefois, les résultats obtenus dans le cas où le film fluide reste complètement liquide montrent que les ondulations ont peu d'effet sur les performances de la garniture mécanique étudiée. En outre, l'influence du mésalignement initial du rotor est négligeable et il est légitime d'utiliser une modélisation axisymétrique pour l'étude des phénomènes thermiques dans les joints d'étanchéité à faces lisses.

L'apparition de turbulence dans le film fluide séparant les faces d'une garniture hydrostatique conduit à une élévation des phénomènes dissipatifs liée à l'augmentation de viscosité apparente du fluide. Bien que la conicité des faces augmente avec la température, l'épaisseur du film diminue. Les phénomènes turbulents dans le fluide conduisent à une légère chute du débit de fuite qui est initialement très élevé dans ce type de garniture. La température du fluide varie très peu dans l'épaisseur du film et un modèle global type "Bulk flow" peut être suffisant pour étudier ce problème.

Dans les garnitures mécaniques industrielles, le rotor et le stator sont généralement constitués d'un ensemble d'éléments réalisés dans des matériaux différents et assemblés par vissage, fretage, collage ou soudage. De plus, les mécanismes de transfert de chaleur sont relativement complexes. Dans l'étude présentée, le rotor et le stator du joint ont été modélisés par un anneau libre de se dilater et refroidi sur toute la périphérie extérieure par le fluide environnant afin de rester général et de faciliter l'interprétation des résultats. Il est donc important de rappeler que les conclusions de cette étude ne sont valables que dans le cas de la géométrie particulière retenue. En outre, nous ne sommes intéressés, pour l'instant, qu'à une garniture pressurisée sur le rayon extérieur, qui est le type de garniture le plus couramment employé. Dans le chapitre suivant, les résultats théoriques seront comparés aux résultats obtenus sur un joint expérimental pressurisé cette fois sur le rayon intérieur.

Chapitre 5

Comparaison théorie expérience

Le but de ce chapitre est de valider le modèle de comportement TEHD de garniture mécanique. Pour cela, des relevés de températures par thermographie infrarouge ont été effectués sur un joint expérimental. Le dispositif d'essai est présenté dans un premier temps. Les essais réalisés puis la modélisation du problème sont décrits. Finalement, les résultats expérimentaux sont comparés aux prédictions théoriques.

5.1 Présentation du dispositif d'essai

5.1.1 Historique

Le laboratoire dispose d'une longue expérience dans l'étude expérimentale des effets thermiques sur les garnitures mécaniques. En particulier, une méthode de mesure par thermographie infrarouge a été développée pour effectuer des relevés de température dans l'interface d'un joint expérimental [TRF91, Reu94, RT94]. Ce dispositif d'essai a permis un certain nombre d'études visant à quantifier les phénomènes thermiques tant en régime établi que dans les périodes transitoires [Reu94, Cic97, BTFC99, CTBF00]. Cependant le banc d'essai utilisé présentait quelques défauts. Notamment la force de fermeture du joint était assurée par un soufflet métallique. Ses caractéristiques mécaniques étant variables dans le temps, il était difficile d'ajuster précisément le facteur d'équilibrage pour se placer en mode de lubrification hydrodynamique. En outre, les nouvelles techniques de commande ont rendu obsolètes le moteur et son asservissement en vitesse. Ceci nous a conduit au développement d'un nouveau dispositif expérimental.

5.1.2 Disposition générale

Une vue d'ensemble du nouveau banc d'essais est présentée sur la figure 5.1. Le dispositif est composé d'une garniture d'étanchéité expérimentale montée sur une broche de précision et entraînée en rotation par un moteur électrique asynchrone. Un asservissement par flux vectoriel permet un contrôle précis de la vitesse de rotation du moteur. Une centrale hydraulique assure la circulation d'huile à pression et température contrôlée dans l'enceinte du joint. Les mesures de température sont effectuées au moyen d'une caméra infrarouge disposée au dessus de la garniture. L'ensemble des données est enregistré sur un PC.

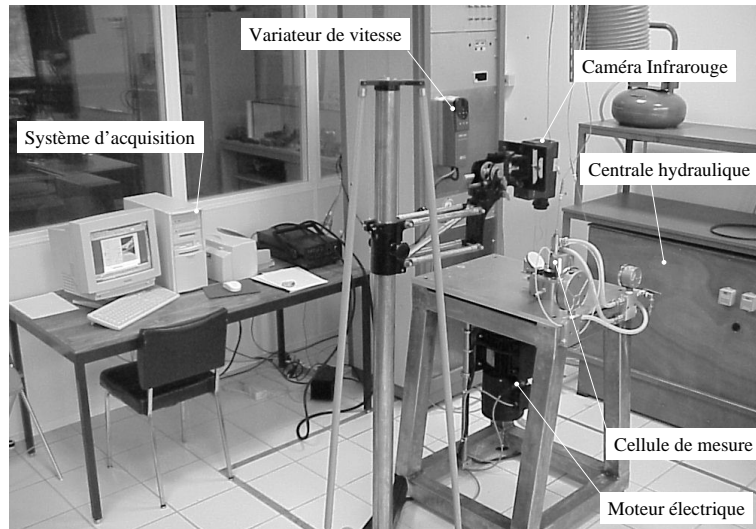


FIG. 5.1 – Vue d'ensemble du dispositif d'essais

5.1.3 Cellule de mesure

Une vue en coupe de la nouvelle garniture expérimentale est présentée sur la figure 5.2. Le joint se compose d'un ensemble tournant fixé sur l'arbre de la broche et d'un stator flottant lié au support. Pour faciliter la visualisation de la périphérie du rotor, la garniture est alimentée en huile sur le rayon intérieur.

Élément tournant

Le rotor de la garniture est réalisé en carbone imprégné métal. Il est fixé sur l'arbre de la broche par l'intermédiaire d'une bride conique originale issue de l'ancien dispositif d'essais [CTBF00]. Le serrage des vis de fixation de la bride conduit à une déformation du rotor qui se traduit par une rotation toroïdale de la face de frottement de façon à rendre l'interface du joint convergente dans le sens de la fuite (figure 5.3). Le réglage du couple de serrage des vis permet d'ajuster la conicité initiale de la face du rotor. Celle-ci est mesurée par interférométrie. En éclairant avec une lumière monochromatique la surface du rotor sur laquelle est placée un disque étalon en verre, des franges d'interférences apparaissent lorsque la distance rotor disque n'est pas uniforme (figure 5.4). Les franges matérialisent alors les différences de niveaux. Compte tenu de la longueur d'onde de la lumière, une frange correspond à $0.3\mu\text{m}$. Si la surface est conique les franges sont circulaires et concentriques.

Élément flottant

Pour pouvoir visualiser l'interface du joint, un disque en fluorine (CaF_2), matériau quasi transparent aux infrarouges, est placé en vis à vis du rotor. Ce disque est solidaire d'un piston annulaire. Des joints toriques, assurant la fonction d'étanchéité secondaire, réalisent une liaison flexible entre le support et le piston qui confère à l'ensemble flottant les degrés de liberté nécessaires à l'entraînement dynamique. La force d'ouverture due à l'huile sous pression dans l'enceinte et l'interface du joint est compensée par l'action de 8 ressorts et de l'air comprimé agissant sur la face arrière du piston. A partir du bilan des actions mécaniques sur l'élément flottant (figure 5.5), il est possible d'exprimer le

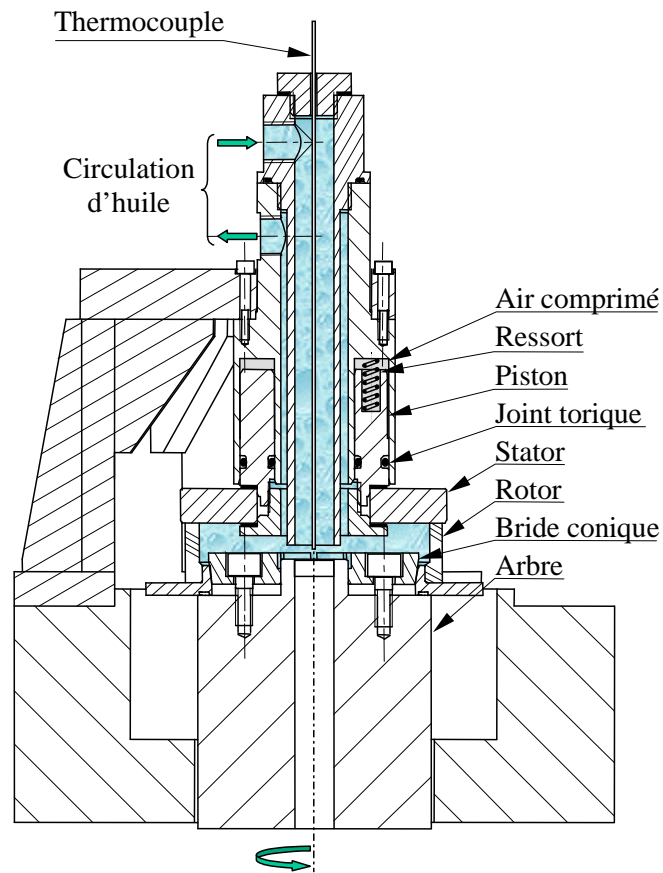


FIG. 5.2 – Vue en coupe de la garniture expérimentale

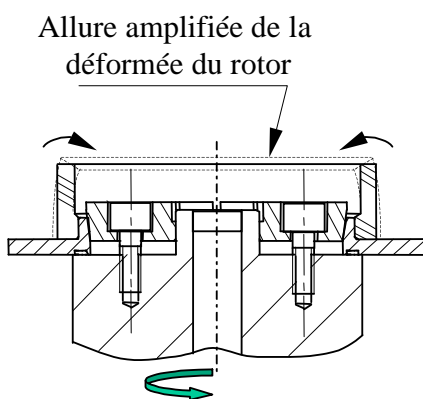


FIG. 5.3 – Déformation du rotor résultant du serrage des vis de fixation de la bride conique



FIG. 5.4 – Exemple de franges d'interférences sur la surface du rotor

facteur global d'équilibrage du joint :

$$B_{tot} = \frac{p_{moy}}{p_i} = \frac{k_r f_0 + S_{air} p_{air} - S_{huile} p_i}{S_f p_i} \quad (5.1)$$

p_{moy} étant la pression moyenne dans l'interface et p_i celle de l'huile dans l'enceinte du joint. $k_r = 1830 N/m$, $f_0 = 10^{-2} m$, $S_{air} = 1.107 \cdot 10^{-3} m^2$, p_{air} , $S_{huile} = 3.294 \cdot 10^{-3} m^2$ et $S_f = 9.173 \cdot 10^{-4} m^2$ représentent respectivement la raideur totale et la flèche initiale des ressorts, la surface d'action et la pression de l'air comprimé, la surface d'action de l'huile et la surface de frottement. Notons que l'action des joints toriques est négligée. Le facteur d'équilibrage B_{tot} est ajusté en modifiant la valeur de la pression de l'air p_{air} agissant sur le piston.

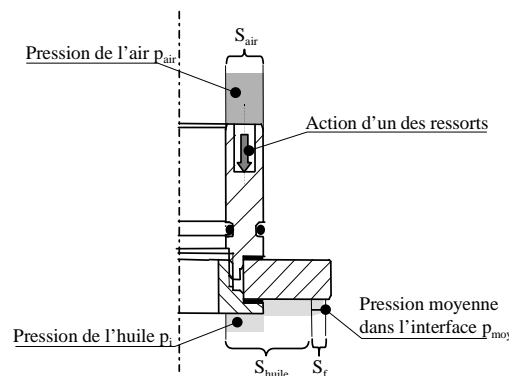


FIG. 5.5 – Bilan des actions mécaniques sur l'élément flottant

5.1.4 Techniques de mesure

Thermographie infrarouge

Pour effectuer les mesures de température, la caméra est placée verticalement au-dessus du joint (figure 5.6). La face supérieure du rotor est ainsi visible, au travers du stator en fluorine et du film lubrifiant. Un miroir disposé à 45° réfléchit l'image de la périphérie de l'anneau de carbone. Un exemple de thermogramme enregistré lors d'un essai est présenté sur la figure 5.7. La même scène en lumière visible est disposée en vis à vis pour faciliter la compréhension. La détermination précise des bords du rotor dans le thermogramme n'étant pas aisée, des repères plus visibles sont placés dans le champ de la caméra.

Les températures sur la face et la génératrice du rotor sont déterminées via la résolution d'équations radiométriques qui intègrent la loi d'étalonnage de la caméra, les caractéristiques des matériaux et des milieux traversés. Celles-ci sont détaillées dans l'annexe C. La résolution de ces équations radiométriques nécessite la connaissance de la température ambiante et de la température de la face supérieure du stator. Pour cela un thermocouple placé à proximité du dispositif d'essai mesure la température de l'air et une pastille noire collée sur le disque en fluorine permet la mesure par thermographie de la température du stator (figure 5.7). Par ailleurs, un autre thermocouple collé sur la face du stator permet de valider la mesure de température de la pastille noire.

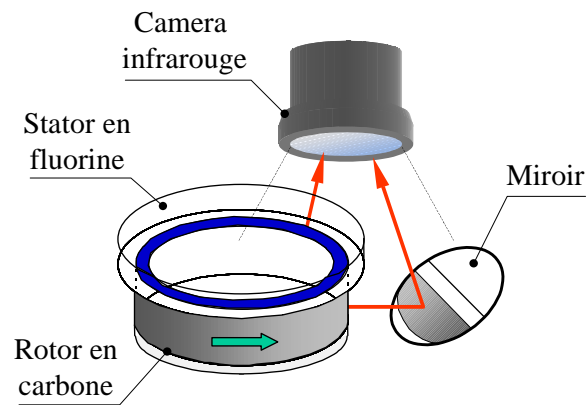


FIG. 5.6 – Disposition de la caméra infrarouge

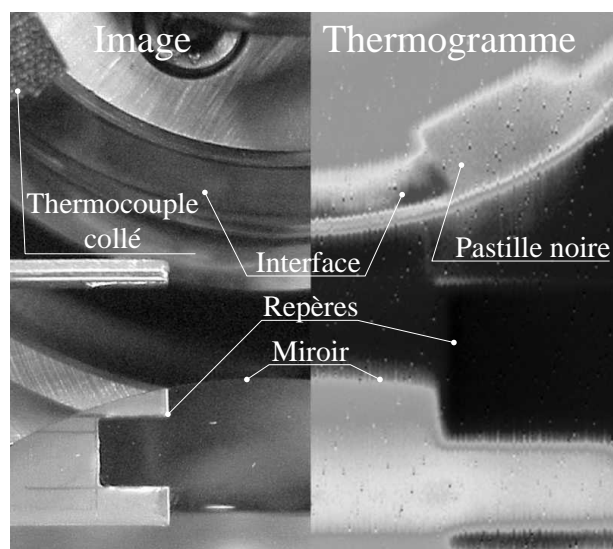


FIG. 5.7 – Image et thermogramme vus par la caméra infrarouge

Mesures annexes

Les conditions de fonctionnement sont évaluées par des mesures complémentaires. Un thermocouple placé dans l'enceinte du joint (figure 5.2) donne la température d'huile. Les pressions d'air comprimé et d'alimentation en huile sont mesurées à l'aide de deux manomètres. Ces valeurs permettent le calcul du facteur d'équilibrage à partir de la formule 5.1.

La vitesse de rotation du moteur qui est affichée sur le boîtier de commande du moteur, est déterminée par l'intermédiaire d'un codeur incrémental. La puissance transmise par la courroie trapézoïdale liant le moteur à la broche étant faible, nous supposons que le glissement fonctionnel de la courroie est négligeable. Donc la vitesse de rotation du joint est supposée égale à celle affichée sur le variateur du moteur.

Le système de commande du moteur fournit un signal qui est une fonction du couple moteur. Grâce à un étalonnage, la relation entre ce signal et le couple disponible sur la broche a pu être déterminée. Puis le couple de fonctionnement à vide (sans le joint) a été mesuré. Lors des essais, nous obtenons la valeur du couple de frottement du joint en soustrayant la valeur du couple de fonctionnement à vide à la valeur totale du couple mesurée.

5.2 Description des essais

Les conditions de fonctionnement retenues lors des essais et un exemple de résultats sont tout d'abord présentés. Puis nous émettrons quelques commentaires sur la précision des mesures.

5.2.1 Conditions de fonctionnement

Les valeurs des paramètres de fonctionnement utilisées lors des essais sont présentées dans le tableau 5.1. Durant les essais tous les paramètres sont restés figés sauf la vitesse de rotation qui peut varier de 600 à 1500 *tr/min*. La pression d'alimentation en huile et les vitesse de rotation restent faibles pour éviter de briser le stator en fluorine, matériau monocristallin très fragile et sensible aux gradients thermiques. La valeur de la conicité initiale du rotor a été choisie suffisamment élevée pour s'assurer que l'espace entre le rotor et stator forme toujours un convergent dans le sens de la fuite qui est nécessaire à l'existence d'un film lubrifiant (cf § 1.1 page 22). En effet, contrairement au cas d'un joint alimenté sur le rayon extérieur (cf chapitre 4), les déformations thermoélastiques tendent à réduire la conicité initiale du joint et peuvent dans certaines conditions conduire à un film divergent [CTBF00]. La pression de l'air a été ajustée de façon à ce que le joint fonctionne en régime de lubrification hydrodynamique. Pour cela, la pression de l'air a progressivement été réduite jusqu'à l'obtention d'une fuite visible qui s'est accompagnée d'une chute de température dans l'interface de la garniture. Seule une mesure de la distance séparant les faces du joint permettrait de s'assurer de l'existence d'un film lubrifiant. Cependant, ce type de mesure est délicat à mettre en œuvre.

Température ambiante T_{amb}	$24 \pm 1^\circ C$
Température d'huile T_{hui}	$35 \pm 1^\circ C$
Pression d'alimentation en huile	$0.052 \pm 0.001 MPa$
Pression d'air p_{air}	$0.15 \pm 0.003 MPa$
Vitesse de rotation	$600 \rightarrow 1500 tr/min$
Conicité initiale à $20^\circ C$	$1.35 \cdot 10^{-3} rad$

TAB. 5.1 – Données de fonctionnement

5.2.2 Exemple de résultats

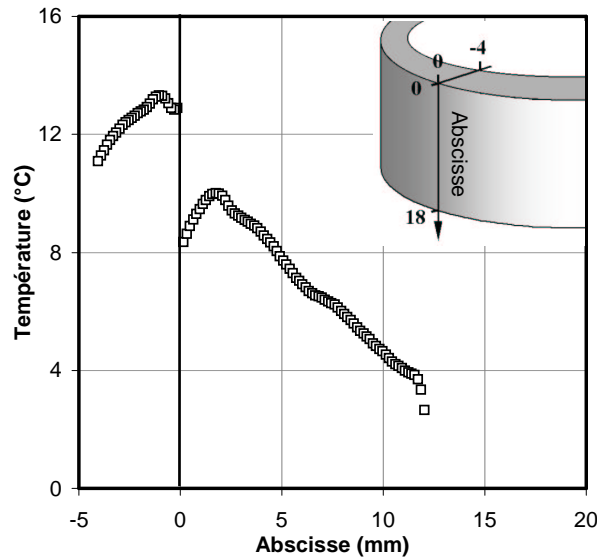


FIG. 5.8 – Champ de température sur le rotor à 600tr/min

La figure 5.8 présente un exemple de résultats obtenus à 600tr/min. Comme dans le chapitre précédent, c'est en fait l'augmentation de température par rapport à la température d'huile ($T - T_{huile}$) qui figure sur le graphe. Les points sur la figure 5.8 représentent le profil de température suivant l'abscisse définie sur la même figure. L'abscisse -4 correspond au rayon intérieur de la face supérieure du rotor et l'abscisse 0 au rayon extérieur. Donc les points situés entre les abscisses -4 et 0 constituent le profil radial de température. Les autres points forment le profil axial de température suivant une génératrice du rotor. Notons que la disposition du miroir ne permet pas de mesurer la température des points du rotor situés entre les abscisses -12 et -18.

Dans l'interface du joint, la température augmente progressivement depuis le rayon intérieur puis atteint un maximum près du rayon extérieur. Sur la périphérie du joint le profil axial de température est légèrement perturbé et ne se raccorde pas avec le profil radial à l'abscisse 0. En fait, la légère fuite du joint conduit à la formation d'un ménisque d'huile à la jonction du rotor et du stator (figure 5.9). L'huile étant moins "transparente" aux infrarouges que l'air, la présence du ménisque justifie la chute de température observée sur le profil axial près du contact. En outre, la projection de gouttes d'huile sur le miroir et la formation d'une fine pellicule d'huile sur le rotor ont conduit à une sous estimation des valeurs de température mesurées sur la périphérie du rotor.

5.2.3 Commentaires

Étant donné le rapport des aires des surfaces de frottement S_f et d'action de l'air S_{air} et d'action de l'huile S_{huile} , la détermination du facteur global d'équilibrage B_{tot} nécessite la connaissance précise de la pression de l'huile p_i dans l'enceinte du joint (équation 5.1). La sensibilité des systèmes de réglage de pression et la précision des manomètres induisent une erreur non négligeable sur le facteur B_{tot} . En outre, du fait des pertes de charge la pression de l'huile p_i dans l'enceinte du joint est inférieure à la pression d'alimentation mesurée par le manomètre. Malheureusement, le dispositif expérimental

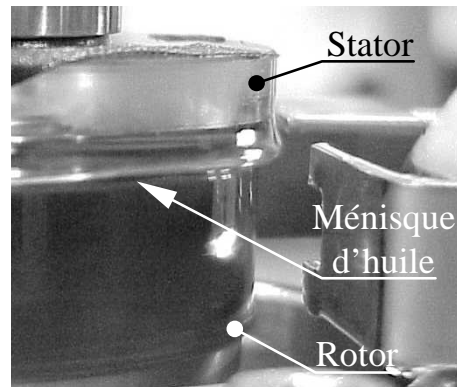


FIG. 5.9 – Observation de la fuite lors des essais

	$k (W/m^{\circ}C)$	$E (GPa)$	ν	$\lambda (10^{-6}/^{\circ}C)$
Carbone (rotor)	15	19	0.35	6.8
Fluorine (stator)	9.7	75.8	0.26	18.8
Acier (arbre, frette et bride)	46	210	0.3	11
Elastomère (joints)	0.4	-	-	-
	$k (W/m^{\circ}C)$	$\rho (kg/m^3)$	$C_p (W/kg^{\circ}C)$	$\mu (35^{\circ}C) (Pa.s)$
Huile TOTAL PRESLIA 46	0.14	850	2000	0.0132

TAB. 5.2 – Caractéristiques des matériaux et de l'huile

n'est pas équipé de capteur de pression dans la garniture. L'évaluation du facteur d'équilibrage B_{tot} implique donc une estimation de la pression d'huile p_i .

La température de la pastille noire mesurée par thermographie est toujours supérieure d'environ $2^{\circ}C$ à celle indiquée par le thermocouple. Cette valeur s'inscrit dans l'intervalle de précision annoncée par le constructeur de la caméra. De plus, les résistances thermiques des contacts thermocouple stator et pastille stator sont différentes et augmentent l'écart observé.

Malgré l'utilisation d'un filtre passe haut, la mesure électrique de couple de frottement est assez perturbée. Il serait intéressant, comme l'ont fait Lebeck et al. [LNSS98], d'équiper le banc d'essais d'un débitmètre et d'un thermocouple sur le tube de retour d'huile pour mesurer la puissance évacuée par le fluide. Cette valeur pourrait être confrontée à celle de la puissance dissipée par frottement.

5.3 Modélisation numérique

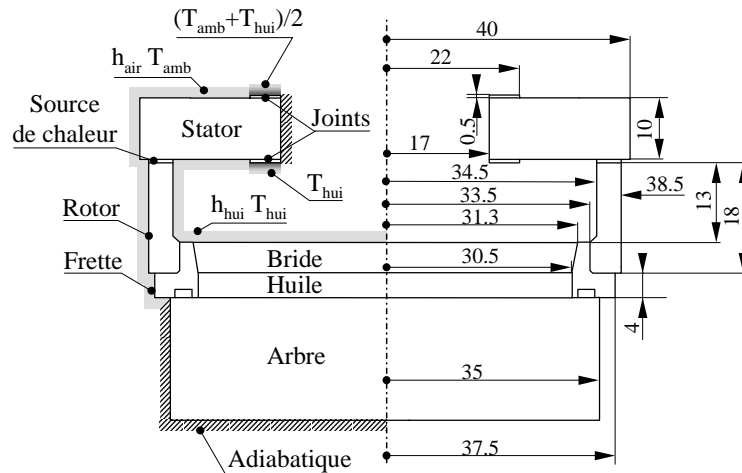
5.3.1 Géométrie du problème et caractéristiques des milieux

Les dimensions du domaine modélisé sont présentées sur la figure 5.10. Les joints en élastomère placés entre le disque en fluorine et le piston sont pris en compte dans le modèle.

L'huile lubrifiante utilisée pour les essais est une huile TOTAL PRESLIA 46, de type ISO VG 46. Sa loi de thermoviscosité est décrite par la loi de Mac Coull et Walther suivante :

$$\mu(T) = \rho 10^{-6} \left(10^{10^{9.48 - 3.712 \log_{10}(T + 273.15)}} - 0.6 \right) \quad (5.2)$$

Les coefficients empiriques intervenant dans la loi 5.2 sont issus de la littérature [Che97]. Les autres

FIG. 5.10 – Dimensions en *mm* et conditions aux limites utilisées

caractéristiques de l'huile, ainsi que celles des matériaux sont résumées dans le tableau 5.2. L'ensemble de ces valeurs est également tiré de la littérature.

5.3.2 Conditions aux limites

Problème thermique

Pour résoudre le problème thermique, les conditions aux limites suivantes sont utilisées :

- Les surfaces mouillées sont le siège d'échanges par convection avec l'huile. Le coefficient d'échange h_{hui} est supposé constant.
- Les échanges avec l'air s'effectuent par convection. Le coefficient d'échange h_{air} est également supposé constant.
- Les faces des joints en élastomère sont à températures constantes. Du côté huile, la température est T_{hui} et du côté piston, la température est la moyenne de la température ambiante et de l'huile $0.5(T_{hui} + T_{amb})$.
- Les surfaces en contact avec de l'air, mais dans des enceintes confinées sont supposées isolées.

Les surfaces sur lesquelles s'appliquent les conditions aux limites sont spécifiées sur la figure 5.10. Les conditions de température constante appliquées sur les joints en élastomère reviennent à considérer que la température de l'écrou de serrage du stator est égale à celle de l'huile et que la température du piston est égale à la moyenne des températures de l'air et de l'huile. C'est-à-dire que le piston et l'écrou de serrage sont supposés parfaitement refroidis par les fluides environnants.

Plusieurs auteurs ([DMB91], [PJM97] et [SSLN98]) ont montré que l'hypothèse de coefficient de convection h_{hui} constant n'est pas réaliste (cf § 1.3.2). Seule la modélisation de l'écoulement dans l'enceinte de joint permettrait de calculer l'évolution de h_{hui} mais ceci n'a pas pu être réalisée dans le cadre de cette étude. Les formules empiriques présentées dans le paragraphe 1.3.2 ne sont pas applicables à la géométrie de la garniture expérimentale. Afin de déterminer, les valeurs des coefficients d'échange h_{air} et h_{hui} les plus réalistes, une modélisation du joint est réalisée sur un code éléments finis existant (CASTEM2000). C'est en fait la même modélisation que celle utilisée pour la détermination des coefficients d'influence qui sont introduits dans le modèle TEHD. L'interface est représentée par un milieu très conducteur dans lequel une source de chaleur est imposée. Pour chaque cas expérimental, la puissance dissipée mesurée a été introduite dans le modèle. Les coefficients d'échanges ont été

déterminés en balayant un intervalle de valeurs de façon à minimiser les écarts entre les températures moyennes mesurées et calculées dans l'interface, sur le stator et sur la périphérie du rotor. Le graphe 5.11 présente les valeurs de h_{air} et h_{huile} calculées pour chaque cas expérimental et les courbes passant au mieux par ces points. Les formules utilisées pour le calcul des coefficients d'échange dans le modèle TEHD sont alors :

$$h_{air} = 0.206N^{0.6749} \quad (5.3)$$

$$h_{huile} = 13.456N^{0.4331} \quad (5.4)$$

N étant la vitesse de rotation exprimée en tr/min .

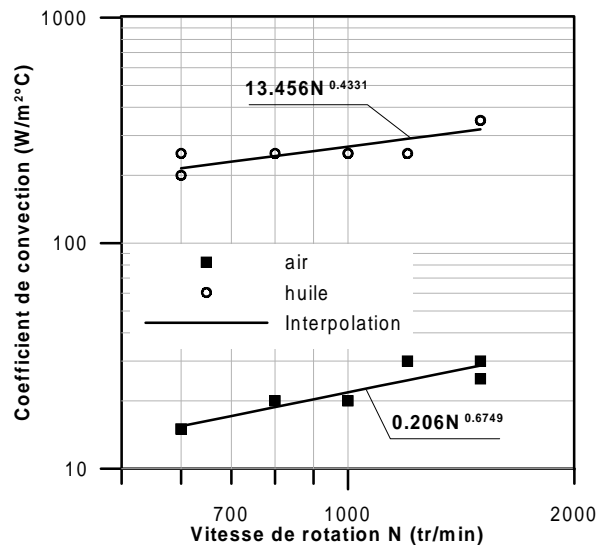


FIG. 5.11 – Coefficient d'échange avec l'air et l'huile en fonction de la vitesse de rotation

Problème élastique

Les joints en élastomère placés entre le piston annulaire et le stator de la garniture sont supposés suffisamment souples pour que le disque en fluorine puisse se dilater librement. La condition utilisée est donc similaire à celle retenue dans le cas des anneaux de l'étude paramétrique (cf chapitre 4).

En ce qui concerne l'ensemble tournant, seuls les déplacements du rotor, de la frette et de la bride ont été étudiés. Pour cela, les déplacements axiaux de la surface de la frette en contact avec l'arbre ont été bloqués. En outre, les degrés de liberté restants ont été supprimés en bloquant partiellement les déplacements de deux points supplémentaires.

Problème mécanique

Pour déterminer la valeur de la pression d'huile p_i dans l'enceinte du joint, nous avons utilisé les critères suivants :

- le facteur global d'équilibrage B_{tot} doit être compris entre 0.5 et 1 de façon à obtenir un film mince entre les faces de la garniture ;
- la perte de charge entre le manomètre et l'enceinte du joint doit être inférieure à la perte de charge observée entre le manomètre et le bac de retour d'huile ($\sim 0.015MPa$) ;

- la rotation du joint favorise l'évacuation de l'huile par effet centrifuge et réduit donc la perte de charge.

Ces critères conduisent à un intervalle de valeurs possibles assez large. Nous avons alors estimé dans cet intervalle des valeurs de p_i arrondies à 0.001MPa qui permettent au modèle TEHD de s'approcher au mieux des résultats expérimentaux. Pour une vitesse de $600\text{tr}/\text{min}$ la pression est prise égale à 0.047MPa et varie linéairement en fonction de la vitesse pour atteindre 0.048MPa à $1500\text{tr}/\text{min}$. Le facteur d'équilibrage global B_{tot} du joint est alors de 0.697 à $600\text{tr}/\text{min}$ et 0.608 à $1500\text{tr}/\text{min}$.

5.3.3 Exemple de résultats

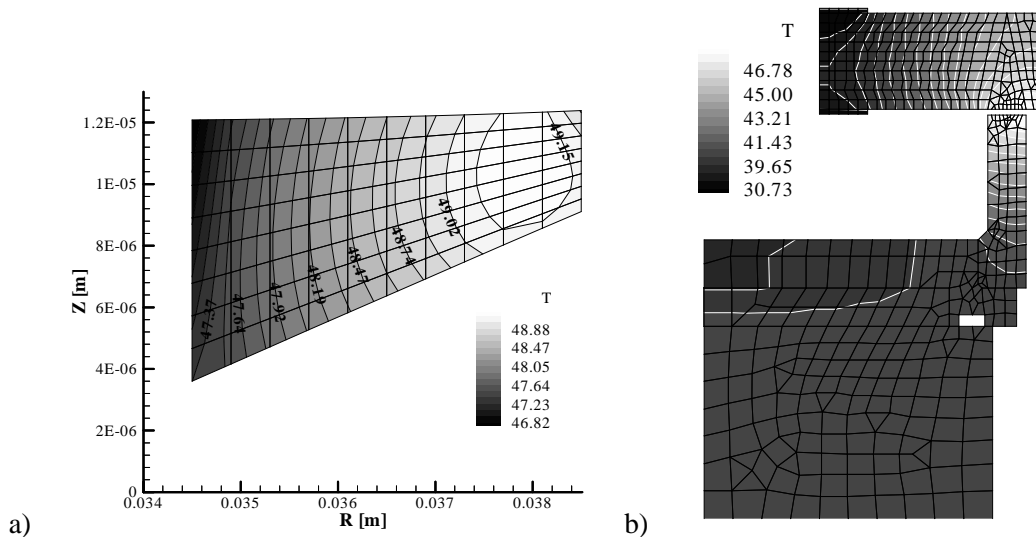


FIG. 5.12 – Champ de température obtenu numériquement dans a) le film lubrifiant b) la structure du joint pour une vitesse de rotation de $600\text{tr}/\text{min}$

A titre d'exemple, les champs de température calculés dans le film et dans l'ensemble de la cellule de mesure pour une vitesse de rotation de $600\text{tr}/\text{min}$ sont présentés sur la figure 5.12. Le champ de température dans le film est calculé avec le modèle TEHD. Les températures des surfaces du rotor et du stator sont ensuite introduites dans le modèle éléments finis propre au calcul des coefficients d'influence pour obtenir le champ de température dans la structure du joint.

Les courbes isothermes dans le fluide indiquent que la proportion de chaleur évacuée par l'élément fixe est équivalente à celle évacuée par l'ensemble tournant. Le champ de température dans la partie centrale du rotor est quasi unidimensionnel (peu de variation dans le sens radial). Dans la partie inférieure de l'anneau de carbone, l'allure des isothermes montre que la frette puis la bride interviennent de façon non négligeable dans l'évacuation de la chaleur vers l'huile. Notons que dans le stator un flux de chaleur important semble transiter au travers des joints en élastomère. Il pourrait être intéressant de prendre en compte, dans le modèle, les solides en contact avec les joints. Pour conclure, cet exemple met en évidence les capacités du modèle TEHD à prendre en compte des configurations réalistes grâce à l'utilisation de la méthode des coefficients d'influence.

5.4 Comparaison des résultats

5.4.1 Profils de température

La figure 5.13 présentent l'allure des profils de température sur le rotor du joint pour différentes vitesses de rotation. Pour les cas a), b) et c) une assez bonne répétabilité des résultats expérimentaux est observée. Cela montre que, malgré le manque de sensibilité des systèmes de réglage de pression, il est possible de reproduire sensiblement les mêmes conditions de fonctionnement d'un cas sur l'autre. Néanmoins, ceci n'a pu être obtenu dans le cas e) où des écarts de température apparaissent dans l'interface entre les deux mesures présentées. Ces écarts sont probablement dus à la légère différence entre les pressions d'air ($\sim 0.05MPa$) appliquées lors de ces deux essais. D'une manière générale, les graphes montrent que la température de la garniture augmente avec la vitesse de rotation.

Le modèle théorique prédit des températures très proches des valeurs mesurées pour les vitesses de 600, 800 et 1500tr/min. Cependant, la température calculée est globalement surestimée par rapport aux températures expérimentales, plus particulièrement dans les cas c) et d). Les profils de température obtenus numériquement ont une allure similaire aux profils mesurés. Notamment, la température dans l'interface augmente dans le sens de la fuite jusqu'à atteindre un maximum près du rayon extérieur du joint. Sur la génératrice du rotor, le modèle numérique donne des valeurs toujours supérieures à celles mesurées. Comme, nous l'avons déjà évoqué précédemment, la présence d'huile sur la périphérie du rotor et sur le miroir conduit à une sous estimation de la température mesurée et peut expliquer les écarts observés.

Les profils expérimentaux de température dans l'interface présentent tous une pente plus importante au niveau du rayon intérieur du rotor. Le modèle numérique ne permet pas de reproduire cette tendance. Il serait donc intéressant d'envisager une nouvelle condition sur la section d'entrée du fluide dans le film mince. En effet, l'évolution linéaire de température qui est imposée sur le rayon intérieur est probablement à l'origine des écarts entre les valeurs calculées et les valeurs mesurées.

5.4.2 Puissance dissipée

L'évolution de la puissance dissipée dans l'interface du joint en fonction de la vitesse de rotation est présentée sur la figure 5.14. Comme les températures, elle augmente avec la vitesse. Les écarts entre les valeurs de puissance dissipée mesurées et calculées corroborent les observations faites sur les profils de température. Pour les vitesses de rotation de 1000 et 1200tr/min où la température calculée est surestimée, le modèle conduit à une puissance dissipée supérieure aux valeurs expérimentales. Lorsque les profils de température sont en bonne corrélation (600, 800 et 1500tr/min) la puissance dissipée calculée est assez proche des points expérimentaux. Finalement, les résultats numériques sont satisfaisants car les écarts observés sont inférieurs à l'intervalle de précision des mesures de puissance dissipée.

5.4.3 Evolution de température

La figure 5.15 présente l'évolution de la température au rayon moyen du rotor et la température sur la face supérieure du stator en fonction de la vitesse de rotation du joint. La température calculée sur le rayon moyen suit les tendances décrites par les points expérimentaux. L'écart maximal observé est de $4^{\circ}C$ à 1200tr/min soit une erreur de 20% sur l'estimation de la température. Pour les autres valeurs de vitesse, les prédictions du modèle numérique sont satisfaisantes.

En revanche, les températures calculées sur la face supérieure du stator peuvent être jusqu'à deux fois supérieures à celles mesurées. Notons que la résistance thermique des contacts thermocouple

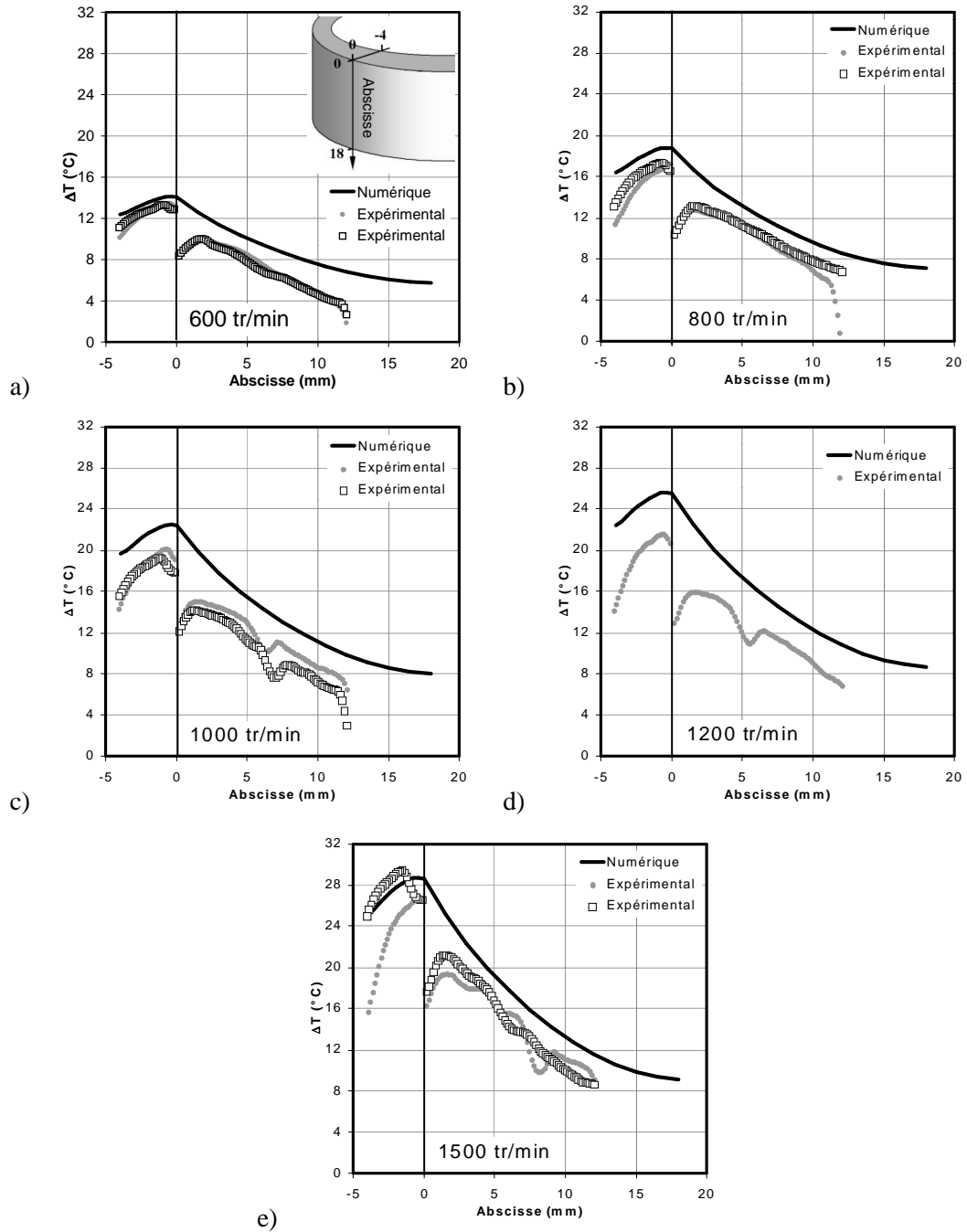


FIG. 5.13 – Profils de température numérique et expérimentaux sur le rotor à a) 600tr/min b) 800tr/min c) 1000tr/min d) 1200tr/min e) 1500tr/min

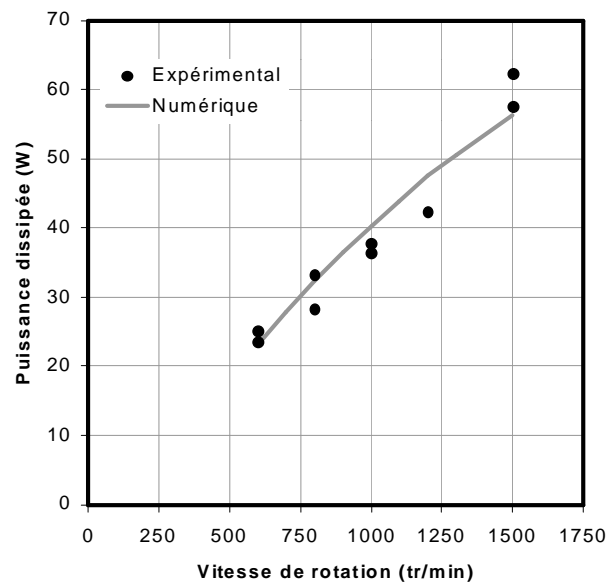


FIG. 5.14 – Evolution de la puissance dissipée dans l'interface du joint en fonction de la vitesse de rotation

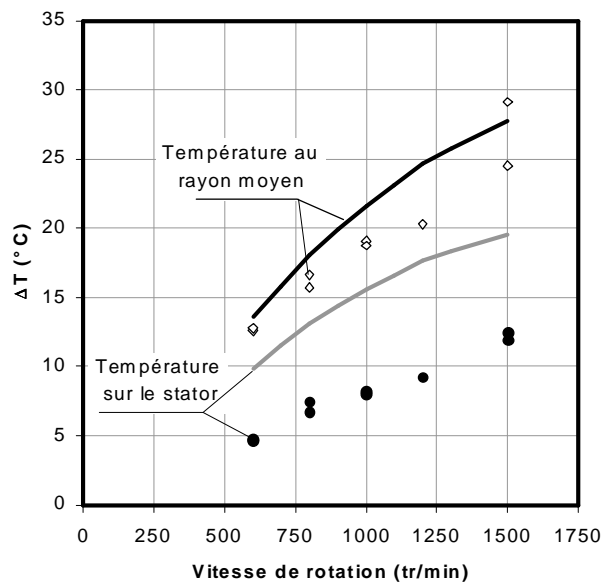


FIG. 5.15 – Evolution de la température sur le rayon moyen du rotor et sur la face supérieure du stator en fonction de la vitesse de rotation

stator et pastille noire stator conduisent certainement à une sous estimation de la température mesurée. De plus, les conditions d'échanges avec l'air sont peut être sous évaluées ce qui expliquerait la valeur élevée de la température calculée.

5.4.4 Conclusions sur la comparaison des résultats

Le modèle numérique nécessite la connaissance précise des paramètres de fonctionnement et des conditions aux limites. Les techniques de mesure utilisées sur le banc d'essais actuel ne permettent pas la détermination précise de la pression de l'huile dans l'enceinte du joint. La valeur de la pression p_i qui conditionne la valeur du facteur global d'équilibrage a donc été ajustée par exploration d'un intervalle de valeurs possibles. De plus, les conditions d'échanges entre l'huile, l'air et les solides ont été modélisées de façon simplifiée par un coefficient de convection constant.

Compte tenu de ces remarques, la confrontation des résultats numériques et expérimentaux est satisfaisante. Le modèle numérique permet de reproduire les tendances observées expérimentalement. Toutefois, il semble que la condition de variation linéaire de température utilisée sur la section d'entrée du joint ne soit pas la mieux adaptée.

5.5 Conclusions

Le nouveau dispositif expérimental développé au laboratoire a été présenté. Il permet la mesure du champ de température dans l'interface et sur la périphérie du rotor du joint par thermographie. Un système d'équilibrage pneumatique de la force d'ouverture permet de moduler le facteur d'équilibrage B_{rot} de la garniture de façon à fonctionner en régime de lubrification mixte ou hydrodynamique. L'obtention d'un film mince stable entre les faces du joint qui n'était pas envisageable avec l'ancien dispositif d'essai est maintenant possible. Malgré le manque de sensibilité des systèmes de réglage de pression, une bonne répétabilité des mesures a été obtenue.

Toutefois, les expériences ont montré que deux améliorations importantes devraient être apportées au banc d'essais. D'une part, il faudrait mesurer la pression du fluide directement dans l'enceinte du joint et non pas en amont pour s'affranchir des erreurs dues aux pertes de charges. D'autre part, la mesure de couple de frottement n'étant pas très précise, l'utilisation d'une deuxième technique de mesure serait appréciable. Il est envisageable par exemple de placer un débitmètre et un thermocouple sur le tube de sortie du fluide de façon à mesurer la puissance évacuée par l'huile. Remarquons, en outre, que l'existence d'un film lubrifiant entre les faces de la garniture n'est justifiée que par des observations globales (fuite, chute de température...). Il pourrait être intéressant d'intégrer un système de mesure d'épaisseur au dispositif expérimental.

La comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux est satisfaisante. Notamment, l'ensemble des tendances observées expérimentalement sont reproduites par le modèle numérique. Les écarts observés seront certainement réduits en apportant les quelques améliorations aux banc d'essais et en affinant les conditions aux limites sur le modèle numériques. En particulier, une détermination plus précise des conditions d'échange fluides solides favoriserait l'obtention de meilleurs résultats. En outre, les résultats expérimentaux semblent remettre en cause la condition appliquée sur la section du fluide dans l'interface de la garniture.

Pour l'instant, seule l'influence de la vitesse de rotation a été étudiée. Il serait donc intéressant d'entreprendre une étude paramétrique de plus grande ampleur.

Conclusions et perspectives

Les garnitures mécaniques sont des étanchéités dynamiques pour arbres tournants. Les exigences économiques font qu'elles sont de plus en plus utilisées dans l'industrie. Depuis une quarantaine d'années, un effort permanent de recherche contribue à mieux comprendre leur fonctionnement et augmenter au maximum leur fiabilité, d'une part pour espacer les opérations de maintenance, et d'autre part pour éviter les fuites dans le cas de fluides toxiques ou dangereux. De nombreux travaux ont montré que les phénomènes thermiques dans les joints d'étanchéité à faces radiales sont non négligeables et sont au coeur des principes qui gouvernent leur fonctionnement. Dans cette optique, une modélisation a été développée pour l'étude des garnitures mécaniques à stator flottant et dont les faces sont séparées par un liquide incompressible. Ce modèle permet le calcul du champ de pression, des vitesses et de la température du fluide dans l'interface d'un joint, tout en tenant compte des déformations thermoélastiques des solides.

Dans tous les problèmes de modélisation, la difficulté majeure réside dans la détermination des conditions aux limites mais également des hypothèses simplificatrices. Un état de l'art des travaux portant sur les garnitures mécaniques a permis de dégager les orientations à suivre pour le développement du modèle. Une hypothèse classique de la lubrification est de supposer l'écoulement laminaire. Dans le cas des garnitures dites "hydrostatiques" ceci n'est plus vérifié en raison de l'épaisseur importante du film et des vitesses mises en jeu. Un facteur d'écoulement original a été introduit pour matérialiser les limites de changement de régime d'écoulement en tenant compte à la fois de l'écoulement dû au mouvement de rotation et de l'écoulement de fuite. De plus, une loi en sinus assure l'interpolation des termes turbulents dans la zone de transition entre les régimes laminaire et turbulent et permet de reproduire les observations expérimentales disponibles dans la littérature. Fort de ces hypothèses, les équations ont pu être discrétisées en utilisant la méthode des éléments finis. Le couplage fluide solide est réalisé par la technique des coefficients d'influence. L'ensemble est regroupé dans un algorithme numérique fortement itératif en raison du caractère non linéaire du problème.

Une étude de cas a permis de déterminer à l'aide du modèle numérique l'influence d'un certain nombre de paramètres de fonctionnement et de conception sur les performances d'une garniture de géométrie simple. Globalement, la température du joint augmente avec la vitesse de rotation, la viscosité du fluide et le facteur global d'équilibrage B_{tot} . Il en résulte une augmentation de la conicité des faces et de l'épaisseur de film. Donc, une augmentation de température permet d'éviter le contact des faces mais conduit à un débit de fuite plus élevé. D'autres paramètres comme le choix des matériaux ou la longueur des anneaux de la garniture mécanique affectent les performances du joint. Notamment, un matériau très conducteur conduit à une température plus élevée. En fait, les faces du joint sont moins coniques et le film plus mince car la température quasi uniforme de l'anneau, du fait du grand coefficient de conduction, limite les déformations. De plus, l'étude paramétrique a mis en évidence que la longueur des anneaux n'a plus d'influence lorsqu'elle est supérieure à deux fois la largeur de la face de frottement. C'est-à-dire que la surface d'échange utile entre le fluide périphérique et les solides atteint une asymptote.

Le nombre de facteurs influant sur le comportement d'une garniture mécanique est très important et rend difficile le travail de conception et d'optimisation. Aussi un nombre sans dimension E/E_0 qui regroupe l'ensemble des paramètres de conception et de fonctionnement a été proposé. Il permet de synthétiser l'ensemble des résultats et de déterminer de façon approchée la température moyenne des faces, le débit de fuite et la puissance dissipée.

L'influence de défauts géométriques circonférentiels comme des ondulations ou un mésalignement initial de la face du rotor a également été étudié. Les variations circonférentielles de température qui en résultent sont très petites devant l'augmentation générale de température du joint. Ceci est particulièrement vrai dans le cas du mésalignement, où sous l'effet des actions hydrodynamiques les anneaux de la garniture se retrouvent quasiment alignés. Notons toutefois que les cas avec ondulations ont volontairement été choisis peu sévères pour éviter l'apparition de changement de phase.

Lorsque l'écoulement dans le film fluide devient turbulent la viscosité apparente du fluide croît ce qui augmente la dissipation visqueuse et la température. En revanche, l'effet de la turbulence conduit à une réduction du débit qui est initialement très important dans les garnitures hydrostatiques.

A la lumière des résultats présentés, il est possible de justifier la validité de certaines hypothèses simplificatrices couramment utilisées dans les études traitant des problèmes thermiques dans les garnitures :

- il est légitime d'utiliser un modèle axisymétrique pour l'étude de joints à faces lisses et coniques car les variations circonférentielles induites par un mésalignement initial du rotor sont négligeables ;
- en dehors du cas des garnitures hydrostatiques, la chaleur évacuée par convection dans le film est négligeable ;
- pour des fluides comme l'eau en écoulement laminaire ou turbulent, la température est quasiment constante au travers de l'épaisseur du film.

Notons que la validité de ces hypothèses est vérifiée pour des configurations similaires à celle utilisée dans la présente étude.

Afin de valider le modèle théorique, un dispositif d'essais a été développé au cours de cette étude. Des mesures de température dans l'interface et sur la périphérie du rotor sont effectuées par thermographie infrarouge. Un système d'équilibrage pneumatique permet d'ajuster la force de fermeture du joint pour se placer dans les conditions de lubrification voulues. Cependant, les expériences ont montré que le nouveau dispositif d'essai présente quelques imperfections. Notamment, la pression de l'huile est mesurée trop en amont de la cellule de mesure. L'erreur due aux pertes de charges ne permet pas de calculer avec précision la valeur du facteur global d'équilibrage du joint. Néanmoins, la confrontation des résultats numériques et expérimentaux est plutôt satisfaisante. En particulier, le modèle permet de reproduire les tendances observées expérimentalement. Les écarts qui apparaissent peuvent être imputés à l'incertitude sur les conditions aux limites introduites dans le modèle théorique. Notons que cette comparaison a permis de mettre en avant les capacités du modèle à traiter des configurations très réalistes.

Le travail présenté a permis de dégager un certain nombre de conclusions et apporte ainsi sa contribution à la compréhension des principes gouvernant le fonctionnement des garnitures mécaniques. Mais il ouvre surtout la voie à des nombreux prolongements.

Il serait important de prendre en compte le changement de phase dans le film fluide pour pouvoir étudier des rotors à encoches ou présentant des ondulations dans des conditions de fonctionnement sévères. La majorité des garnitures fonctionne en régime de lubrification mixte aussi la modélisation des aspérités est une perspective fortement intéressante.

Le résolution du problème thermique pour des garnitures fonctionnant en régime turbulent nécessite un nombre de nœuds prohibitif. Les variations de température suivant l'épaisseur du film étant

négligeable, il est envisageable de développer un modèle de type "Bulk flow" qui permettrait d'une part de reproduire les relevés expérimentaux de facteur de friction et d'autre part de prendre en compte les effets d'inertie tout limitant le nombre de noeuds.

Quelques améliorations rendraient les mesures sur le dispositif expérimental beaucoup plus fiables. Notamment, il est impératif de mesurer la pression de l'huile dans l'enceinte du joint pour connaître précisément la valeur du facteur d'équilibrage. En outre, comme l'avait déjà suggéré Reungoat [Reu94], il serait intéressant de mesurer la quantité de chaleur évacuée par l'huile. Il est ensuite envisageable d'entreprendre une campagne de mesures de plus grande envergure qui constituerait une base de données pour la validation de modèles numériques. En effet, pour tous les problèmes abordés dans la présente étude (thermique, turbulence...), il existe trop peu de résultats expérimentaux exploitables dans la littérature.

Plusieurs auteurs ont montré que des phénomènes importants se produisent pendant les périodes transitoires de démarrage ou de changement de conditions de fonctionnement. Tous les résultats présentés dans cette étude ont été obtenus en supposant le régime de fonctionnement permanent. Il serait donc intéressant d'étendre la modélisation aux problèmes transitoires et compléter ainsi les travaux de Danos [Dan00] et Cicone et al. [CTBF00].

Annexe A

Résolution de l'équation de l'énergie dans les films minces par la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis s'avère très efficace pour la résolution de problèmes thermoélastiques et plus généralement pour la résolution d'équations aux dérivées partielles de type elliptique (comme l'équation de Reynolds). Une façon classique de discrétiser un problème est d'utiliser la méthode de Bubnov-Galerkin qui conduit à des systèmes linéaires symétriques définis positifs. Cependant lorsque l'équation à résoudre comporte des termes convectifs (c'est-à-dire des dérivées premières de la grandeur inconnue), la méthode de Bubnov-Galerkin peut conduire à des solutions présentant des oscillations. En lubrification des problèmes apparaissent lors du traitement par la méthode des éléments finis de l'équation de l'énergie ou de l'équation de Reynolds pour des fluides compressibles avec de grands nombres de compressibilité. Nous nous limiterons ici au cas de l'équation de l'énergie en régime stationnaire.

Pour un fluide incompressible et newtonien en écoulement laminaire, la conservation de l'énergie se traduit par :

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + V_i \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k_f \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) = \phi \quad (\text{A.1})$$

où ϕ est la fonction de dissipation visqueuse (ou terme source de chaleur). Le premier terme représente l'énergie transportée par convection et fait apparaître des dérivées premières de la température qui posent problème lors de la résolution .

En s'intéressant à la résolution de l'expression unidimensionnelle de l'équation de l'énergie, les problèmes rencontrés avec la méthode de Bubnov-Galerkin seront mis en évidence. Puis les différentes techniques qui permettent de pallier à ces problèmes seront présentées. L'extension de ces méthodes à des problèmes multidimensionnels sera ensuite abordée puis appliquée aux cas des films minces.

A.1 Problème unidimensionnel

Ramenée à une dimension, l'équation A.1 en régime stationnaire s'exprime :

$$\rho C_p V \frac{dT}{dx} - k_f \frac{d^2T}{dx^2} = \phi \quad (\text{A.2})$$

Plaçons nous tout d'abord dans un cas simple où les coefficients de l'équation sont constants et le terme de dissipation nul. De plus, le maillage utilisé est supposé régulier et les fonctions d'interpolation linéaires.

Dans la méthode des éléments finis, la fonction inconnue T est approchée par des fonctions d'interpolations $N_j(x)$ et les valeurs T_j aux noeuds du maillage, soit :

$$T(x) \approx \hat{T}(x) = \sum_1^{n_n} N_j(x) T_j$$

où n_n est le nombre de noeuds du maillage. La méthode des résidus pondérés conduit à un système linéaire du type :

$$K_{ij} T_j = f_i$$

dans lequel les différents termes sont obtenus par intégration sur le domaine d'étude Ω du produit des résidus par une fonction de poids v_i :

$$K_{ij} = \rho C_p V \int_{\Omega} v_i \frac{dN_j}{dx} dx + k_f \int_{\Omega} \frac{dv_i}{dx} \frac{dN_j}{dx} dx$$

Le terme de conduction a été intégré par parties.

A.1.1 Méthode de Bubnov-Galerkin

La méthode de Bubnov-Galerkin consiste à utiliser des fonctions de poids et d'interpolations identiques ($v_i = N_i$). Il en résulte, entre les noeuds voisins, l'équation aux différences suivantes [ZT91] :

$$(-Pe - 1)T_{i-1} + 2T_i + (Pe - 1)T_{i+1} = 0 \quad (\text{A.3})$$

où Pe est le nombre de Peclet du maillage :

$$Pe = \frac{\rho C_p V L_e}{2k_f}$$

L_e est la longueur d'un élément. Comme il n'y a pas de source de chaleur, le sens physique indique que :

$$\min(T_{i-1}, T_{i+1}) \leq T_i \leq \max(T_{i-1}, T_{i+1}) \quad (\text{A.4})$$

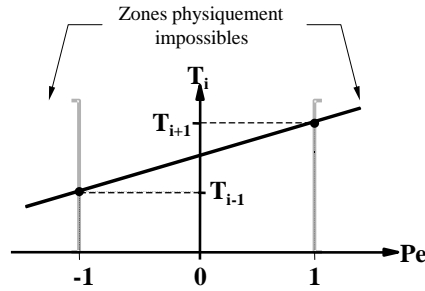
La figure A.1 présente l'évolution de la valeur de T_i en fonction de Pe . Il apparaît clairement que si $|Pe| > 1$ la relation A.4 n'est plus vérifiée. Ceci conduit à des oscillations. Une solution pour remédier à cela est de diminuer la valeur du nombre de Peclet. C'est-à-dire qu'il faut raffiner le maillage de façon à ce que L_e soit suffisamment faible pour que $|Pe| \leq 1$. Si dans l'écoulement les phénomènes convectifs sont prépondérants, la suppression des oscillations peut nécessiter un nombre de nœuds prohibitif.

Suite à ce défaut plusieurs schémas, que nous appellerons de façon générale "upwind" ont été développés afin de résoudre le problème en conservant un nombre de nœuds modéré.

A.1.2 Schémas "upwind"

L'équation A.2 sans second membre admet une solution analytique du type :

$$T(x) = A e^{\frac{\rho C_p V x}{k_f}} + B$$

FIG. A.1 – Evolution de la température au noeud i en fonction du nombre de Peclet du maillage

où A et B sont des constantes. Cette solution permet d'exprimer une relation entre les températures des nœuds voisins :

$$(1 - e^{2Pe}) T_{i-1} + (e^{2Pe} - e^{-2Pe}) T_i + (e^{-2Pe} - 1) T_{i+1} = 0$$

En multipliant les différents termes de cette équation par $Pe/(2 \sinh(Pe)^2)$, il vient l'équation aux différences suivantes :

$$[-Pe(\alpha + 1) - 1]T_{i-1} + 2[1 + \alpha Pe]T_i + [-Pe(\alpha - 1) - 1]T_{i+1} = 0 \text{ avec } \alpha = \coth Pe - \frac{1}{Pe} \quad (\text{A.5})$$

Si le nombre de Peclet est nul, $\alpha = 0$ et nous retrouvons l'équation aux différences A.3. La méthode de Bubnov-Galerkin conduit dans ce cas précis à la solution exacte. Si Pe tend vers $\pm\infty$ le facteur α tend vers ± 1 . L'équation A.5 est alors du type différence arrière ou avant suivant le signe de Pe . Les différents schémas "upwind" conduisent à l'équation aux différences A.5 et permettent ainsi de retrouver la solution exacte.

Méthode de Petrov-Galerkin

La méthode de Petrov-Galerkin fut le premier schéma "upwind" introduit. Le principe de cette technique est d'utiliser des fonctions de poids décentrées de façon à augmenter l'influence du nœud situé en amont par rapport à celle du nœud situé en aval de l'écoulement. Les fonctions de pondérations sont du type $v_i = N_i + \alpha \tilde{v}_i$. Pour retrouver l'équation aux différences A.5, les fonctions \tilde{v}_i doivent vérifier les propriétés suivantes [ZT91] :

$$\int_{\Omega_e} \tilde{v}_i dx = \pm \frac{L_e}{2} \text{ et } \int_{\Omega_e} \frac{d\tilde{v}_i}{dx} dx = 0$$

Ω_e étant le domaine de l'élément. Christie et al. [CGMZ76] furent les premiers à utiliser des fonctions décentrées pour les problèmes convectifs et à montrer que la solution exacte est obtenue en chaque nœud si :

$$\alpha = \coth Pe - \frac{1}{Pe}$$

Différentes fonctions \tilde{v}_i ont été proposées suivant les auteurs (figure A.2). Heinrich et al. [HHZM77] choisissent d'utiliser une fonction de degré 2 :

$$\tilde{v}_i = \pm \frac{3}{L_e^2} x(x - L_e)$$

où le signe est $-$ pour le nœud d'abscisse 0 et $+$ pour le nœud d'abscisse L_e . Le degré plus élevé des fonctions de poids implique l'utilisation d'un plus grand nombre de points d'intégration pour le calcul numérique des termes K_{ij} . En 1979, Griffiths et Mitchell [GM79] adoptent une formulation plus simple qui permet d'éviter ce problème :

$$\tilde{v}_i = \frac{L_e}{2} \frac{dN_i}{dx} \quad (\text{A.6})$$

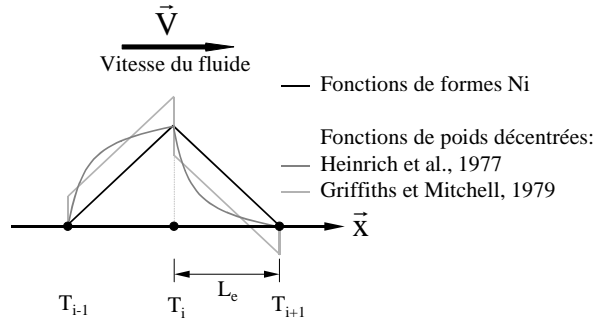


FIG. A.2 – Exemple de fonctions de pondération pour le nœud i

En utilisant les fonctions de pondérations proposées par Griffiths et Mitchell, les termes de la matrice du système linéaire s'expriment :

$$K_{ij} = \rho C_p V \left[\int_{\Omega} N_i \frac{dN_j}{dx} dx + \alpha \frac{L_e}{2} \int_{\Omega} \frac{dN_i}{dx} \frac{dN_j}{dx} dx \right] + k_f \int_{\Omega} \frac{dN_i}{dx} \frac{dN_j}{dx} dx \quad (\text{A.7})$$

Notons que la deuxième intégrale du terme de conduction est nulle et n'apparaît pas dans l'équation A.7 car elle fait intervenir la dérivée seconde de N_i . En présence d'un terme de dissipation, le second membre s'exprime :

$$f_i = \int_{\Omega} N_i \phi dx + \alpha \frac{L_e}{2} \int_{\Omega} \frac{dN_i}{dx} \phi dx \quad (\text{A.8})$$

Diffusion artificielle ou balancing diffusion

La deuxième et troisième intégrale du terme K_{ij} de l'équation A.7 obtenue par la méthode de Petrov-Galerkin sont identiques à un facteur près. Il est alors possible, comme le proposent à la même époque Hughes et Brooks [HB79] et Kelly et al. [KNZH80], de résoudre le problème en introduisant une diffusion artificielle k' dans l'équation de départ :

$$\rho C_p V \frac{dT}{dx} - (k_f + k') \frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \text{ avec } k' = \alpha \rho C_p V \frac{L_e}{2}$$

La discrétisation de cette nouvelle équation par la méthode de Bubnov-Galerkin conduit exactement au même système linéaire que celui obtenu précédemment avec la méthode de Petrov-Galerkin. Cette méthode semble plus simple à mettre en place. Cependant, si le terme source ϕ est non nul, il est nécessaire d'utiliser une fonction de pondération décentrée pour le second membre. De plus, la justification physique de la diffusion artificielle est délicate.

Points de Gauss décentrés

L'intégration des différents termes conduisant au système d'équations peut être réalisée par la méthode de Gauss. Utilisons pour cela des éléments isoparamétriques. A chaque élément est associé un repère local d'axe ξ où les nœuds sont placés en -1 et $+1$. L'intégrale d'une fonction $f(x)$ sur un élément s'exprime alors :

$$\int_{\Omega_e} f(x) dx = \int_{-1}^{+1} f(\xi) \det J(\xi) d\xi \equiv \sum_{j=1}^{n_G} w_j f(\xi_j) \det J(x_j)$$

avec J le jacobien de passage de x à ξ , n_G le nombre de points de Gauss et ξ_j et w_j respectivement les abscisses et poids des points de Gauss. Dans le cas d'une fonction linéaire, l'intégration est exacte avec un seul point de Gauss, soit :

$$\int_{-1}^{+1} f(\xi) \det J(\xi) d\xi = 2f(0) \det J(0)$$

Dans le cas particulier des fonctions décentrées, on montre que :

$$N_i(0) + \alpha \tilde{v}_i(0) = N_i(\alpha)$$

C'est-à-dire que les résultats obtenus avec la méthode de Petrov-Galerkin sont identiques à ceux donnés par la méthode de Bubnov-Galerkin combinés à l'utilisation de points d'intégration de Gauss décentrés. C'est Hughes [Hug78], en 1978, qui a proposé cette méthode.

A.1.3 Exemple de résultat

Lorsque le terme source ϕ de l'équation A.2 est nul, la vitesse constante et le maillage régulier, les trois schémas donnent la solution exacte du problème. Afin de traiter un cas avec dissipation et présentant une solution analytique, nous supposons que :

$$\phi = \sin(\pi x) \text{ et } T(0) = T(1) = 0$$

Dans la suite, l'indice 1 sera utilisé lorsque le terme de dissipation est discrétisé par une technique décentrée et 2 lorsqu'il est discrétisé par la méthode de Bubnov-Galerkin. De plus les abréviations PG, BD et GD sont utilisées pour Petrov-Galerkin, Balancing Diffusion et Gauss décentrée.

Dans l'exemple traité, le maillage est constitué de 20 nœuds et le nombre de Peclet du maillage vaut 10. La méthode de Bubnov-Galerkin, comme prévu conduit à d'importantes oscillations (figure A.3). De très bon résultats sont obtenus avec PG, BD1 et GD1 contrairement à BD2 et GD2. Il apparaît clairement que le terme de dissipation doit être discrétisé par une technique "upwind" comme les autres termes pour des raisons de précision numérique. Des auteurs avaient déjà mis en évidence ce résultat [BH80] et [KNZH80].

A.2 Extension aux problèmes multidimensionnels

Pour étendre les méthodes précédentes à des problèmes bidimensionnel (ou plus généralement tridimensionnel), il existe 2 façons de procéder que nous appellerons méthode du "produit" et méthode "Streamline Upwind Petrov-Galerkin" (SUPG).

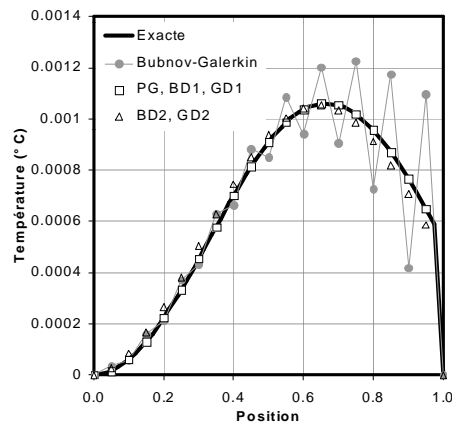


FIG. A.3 – Comparaison des schémas "upwind" à une solution analytique

A.2.1 Méthode du "produit"

Cette méthode ne s'applique qu'à des éléments isoparamétriques carrés. La fonction de forme N_i associée au nœud i d'un élément carré est le produit des fonctions de formes L de l'élément linéaire 1D (figure A.4). Par exemple, pour le nœud 2, il vient :

$$N_2(\xi, \eta) = L_2(\xi)L_1(\eta)$$

Par suite, l'obtention des fonctions de poids décentrées s'effectue en calculant un facteur α pour chacune des directions ξ et η et en utilisant le même principe de produit que pour les fonctions de formes. Pour le nœud 2, il vient :

$$v_2(\xi, \eta) = [L_2(\xi) + \alpha_\xi \tilde{v}_2(\xi)][L_1(\eta) + \alpha_\eta \tilde{v}_1(\eta)] \text{ avec } \tilde{v}_i(\xi) = \frac{dL_i}{d\xi}$$

L'utilisation de points de Gauss décentrés avec la méthode de Bubnov-Galerkin conduit au même résultat :

$$\int_{\Omega_e} w_i f d\Omega = 4N_i(\alpha_\xi, \alpha_\eta) f(0,0) \det J(0,0)$$

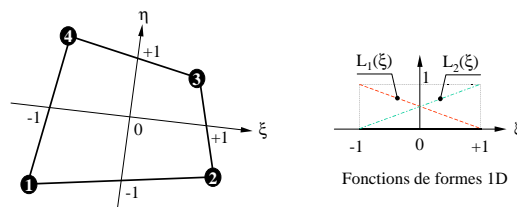


FIG. A.4 – Obtention par produit des fonctions de forme de l'élément 2D

A.2.2 Streamline Upwind Petrov-Galerkin (SUPG)

Cette méthode consiste à décentrer les fonctions de poids suivant les lignes de courant de l'écoulement. Pour le nœud i d'un élément, la fonction de poids s'exprime :

$$v_i = N_i + \frac{\alpha L_e}{2 |\vec{V}|} \left(V_x \frac{\partial N_i}{\partial x} + V_y \frac{\partial N_i}{\partial y} \right)$$

où L_e est la longueur de l'élément suivant la direction de la vitesse et mesurée en passant par le point d'intégration de Gauss [KNZH80]. La figure A.5 présente un exemple de calcul de longueur pour des éléments quadrilatère et triangle.

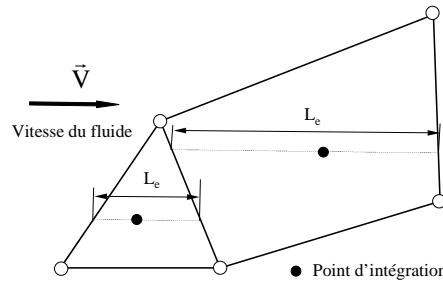


FIG. A.5 – Longueur d'un élément à 3 ou 4 nœuds

Contrairement à la méthode du produit, un seul facteur α est calculé pour tout l'élément. Il fait intervenir L_e et la norme de la vitesse :

$$\alpha = \coth Pe - \frac{1}{Pe} \text{ avec } Pe = \frac{\rho C_p |\vec{V}| L_e}{2k_f}$$

Cette méthode a d'abord été introduite par l'intermédiaire d'une diffusion artificielle anisotrope orientée dans le sens de l'écoulement [HB79] et [KNZH80]. Elle présente l'avantage de s'appliquer indifféremment à des éléments carrés et triangles. La méthode SUPG réduit l'influence des nœuds situés perpendiculairement à l'écoulement par rapport à la méthode produit. Hughes et Brooks [HB79] montrent que la méthode produit tend à lisser exagérément les résultats dans la direction perpendiculaire à l'écoulement. Ils parlent de "crosswind diffusion".

A.3 Application aux films minces

Les écoulements traités en lubrification sont de type film minces, c'est à dire qu'une des dimensions est très faible devant les autres. Ceci permet de simplifier l'équation de l'énergie A.1. Notamment, seul le terme de conduction suivant l'épaisseur du film n'est pas négligeable devant les termes de convection et de dissipation. Intéressons-nous dans un premier temps au cas "1D" qui n'est pas unidimensionnel au sens de l'équation mais plutôt au sens de l'écoulement. Puis le cas des garnitures mécaniques sera abordé dans un but de généralisation.

A.3.1 Cas unidimensionnel

L'équivalent de l'équation de l'énergie unidimensionnelle A.2 est, pour la lubrification :

$$\rho C_p V \frac{\partial T}{\partial x} - k_f \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \phi \quad (\text{A.9})$$

dans le cas où l'écoulement s'effectue suivant x et que la direction y est orientée suivant l'épaisseur du film. Bou Said et Colin [BSC00] ont montré que l'équation A.9 peut se mettre sous la forme suivante :

$$T(x, y) - T(0, y) = \frac{1}{\rho C_p V} \left(\int_0^x \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} dx + \int_0^x \phi dx \right) \quad (\text{A.10})$$

Cette nouvelle équation traduit en quelque sorte le bilan d'énergie suivant une ligne de courant, où 0 est l'abscisse d'entrée du fluide. Cette formulation met bien en évidence que la température en un point dépend uniquement de ce qui se passe en amont. En d'autres termes, la résolution de l'équation de l'énergie pour les films minces nécessite un schéma de type arrière ce qui revient à prendre le coefficient α , introduit précédemment, égal à 1.

Les trois méthodes, Petrov-Galerkin, balancing diffusion et points de Gauss décentrés étant équivalentes, nous n'appliquerons à la lubrification qu'une seule de ces méthodes, par exemple, celle de Petrov-Galerkin. En utilisant les fonctions de poids décentrées proposées par Griffiths et Mitchell [GM79] elle conduit au système linéaire suivant :

$$K_{ij} = \rho C_p V \int_{\Omega} v_i \frac{\partial N_j}{\partial x} d\Omega + k_f \int_{\Omega} \frac{\partial v_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} d\Omega \text{ avec } v_i = N_i + \text{sign}(V) \frac{\Delta x}{2} \frac{\partial N_i}{\partial x} \quad (\text{A.11})$$

Δx étant la longueur de l'élément dans la direction de l'écoulement x . Intéressons-nous au problème simple présenté sur la figure A.6 pour lequel la vitesse est uniforme, le terme de dissipation ϕ nul et le maillage régulier. Les conditions aux limites sont une température nulle aux nœuds 1, 3, 4 et 5 et une température T_2 au nœud 2. En appliquant la méthode de Petrov-Galerkin décrite par l'équation A.11, la température au nœud i s'exprime :

$$T_i = T_2 \frac{Pe - 0.5}{Pe + 1} \text{ } Pe \text{ étant le nouveau nombre de Peclet } Pe = \frac{\rho C_p V \Delta y^2}{2k_f \Delta x}$$

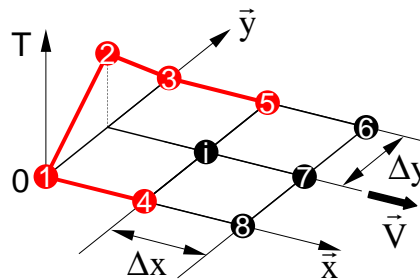


FIG. A.6 – Exemple simple

L'évolution de T_i/T_2 en fonction de Pe est représenté sur la figure A.7 par la courbe appelée PG1. Pour des nombres de Peclet dans l'élément inférieur à 1, la température calculée en i peut devenir négative ce qui est physiquement impossible. En fait, pour de faibles nombres de Peclet, l'application

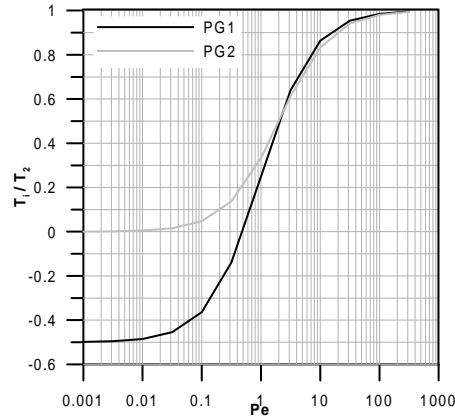


FIG. A.7 – Evolution de la température au nœud i en fonction du nombre de Peclet dans l'élément pour 2 différents schémas de discrétisation

directe de la méthode de Petrov-Galerkin à l'équation de l'énergie A.9 conduit à des oscillations numériques.

Pour remédier à ce problème, on peut s'inspirer de la formulation intégrale A.7 dans laquelle la fonction de poids est égale à la fonction d'interpolation pour le terme de conduction. Cependant, si on remplace v_i par N_i dans le terme de conduction de l'équation A.11, la température calculée en i va dépendre des nœuds avals 6, 7 et 8 ce qui est en désaccord avec l'expression A.10. Une autre solution est de remplacer, dans le terme de conduction, la fonction de forme N_j par la fonction de poids décentrée v_j . Il vient alors une nouvelle formulation intégrale du problème :

$$K_{ij} = \rho C_p V \int_{\Omega} v_i \frac{\partial N_j}{\partial x} d\Omega + k_f \int_{\Omega} \frac{\partial v_i}{\partial y} \frac{\partial w_j}{\partial y} d\Omega \quad (\text{A.12})$$

L'application de cette méthode au problème de la figure A.6 conduit à une nouvelle expression de la température au nœud i :

$$T_i = T_2 \frac{Pe}{Pe + 2}$$

La courbe PG2 représente l'évolution de T_i/T_2 en fonction de Pe sur la figure A.7. Lorsque Pe tend vers 0, le terme de conduction est prépondérant et T_i tend vers 0. Lorsque Pe devient grand, l'influence du terme convectif augmente et T_i s'approche progressivement de T_2 . Cette nouvelle méthode permet de s'affranchir des éventuelles oscillations dues à l'application directe de la méthode de Petrov-Galerkin. Elle sera retenue pour la suite de l'étude.

A.3.2 Généralisation - Cas des garnitures mécaniques

Dans le film mince séparant les faces d'une garniture ou plus généralement dans tout mécanisme lubrifié, l'équation de l'énergie prend la forme :

$$\rho C_p \left(V_x \frac{\partial T}{\partial x} + V_y \frac{\partial T}{\partial y} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) - k_f \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \phi \quad (\text{A.13})$$

La direction z est orientée suivant l'épaisseur du film. Il existe en toute généralité une composante de vitesse. V_z suivant l'épaisseur du film et donc orienté dans le sens de la conduction contrairement

au cas précédent (équation A.10). Ce terme ne sera pas pris en compte dans le schéma upwind et nous montrerons que son influence est négligeable. La forme intégrale discrétisée de l'équation A.13 s'exprime :

$$K_{ij} = \rho C_p \int_{\Omega} v_i \left(V_x \frac{\partial N_j}{\partial x} + V_y \frac{\partial N_j}{\partial y} + V_z \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) d\Omega + k_f \int_{\Omega} \frac{\partial v_i}{\partial z} \frac{\partial v_j}{\partial z} d\Omega \text{ et } f_i = \int_{\Omega} v_i \phi d\Omega$$

Intéressons nous au problème présenté sur la figure A.7. Il s'agit du film mince séparant les faces d'une garniture. Les bords du domaine (faces du joint, section d'entrée) seront supposés à température constante $T = 40^\circ C$. Les faces de la garniture sont parallèles. De plus le fluide est supposé isovisqueux. Ces caractéristiques sont $k = 0.14 W/m^\circ C$, $C_p = 2000 W/kg^\circ C$, $\rho = 850 kg/m^3$ et $\mu = 0.08 Pa.s$.

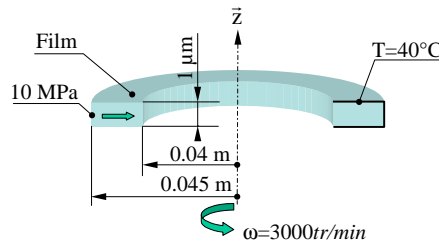


FIG. A.8 – Application à une garniture mécanique

La figure A.9 présente l'évolution de la température du fluide en fonction du rayon à l'épaisseur moyenne du film obtenu en utilisant les fonctions de poids de la méthode produit et de la méthode SUPG. La méthode produit conduit à une solution sans oscillations qui part de $40^\circ C$ augmente jusqu'à une valeur maximale puis décroît avec le terme de dissipation qui est proportionnel au carré du rayon. La solution obtenue avec la méthode SUPG présente des oscillations et n'est donc pas acceptable. Ces oscillations s'expliquent de la façon suivante : les fonctions de poids de la méthode SUPG sont orientées suivant la vitesse du fluide. Dans le problème étudié, la vitesse circumférentielle est beaucoup plus importante que la vitesse radiale. De ce fait, le schéma de discrétisation dans la direction radiale est quasiment équivalent à un schéma centré ou de Bubnov-Galerkin.

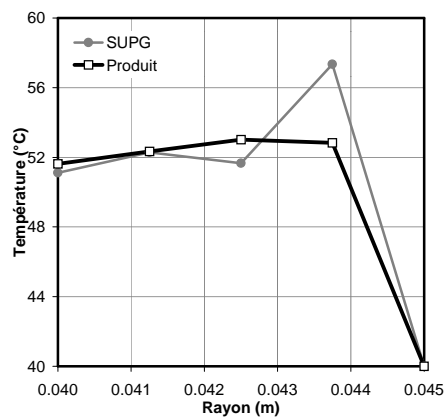


FIG. A.9 – Température à l'épaisseur moyenne du film

Dans le problème étudié, la vitesse V_z est nulle. Cependant si les faces du joint sont coniques ce n'est plus le cas et il est important d'évaluer son ordre de grandeur. En effectuant une analogie entre

les dimensions et les vitesses, il vient :

$$V_z \approx \frac{\omega r \Delta z}{\Delta \theta}$$

ωr étant la vitesse circonférentielle et Δz et $\Delta \theta$ les épaisseurs des éléments suivant z et la circonférence. Le nombre de Peclet du maillage associé à l'écoulement suivant z s'exprime :

$$Pe = \frac{\rho C_p V_z \Delta z}{2k_f} \approx \frac{\rho C_p \omega r \Delta z^2}{2k_f \Delta \theta}$$

A partir des données du problème, on trouve $Pe \approx 0.03 < 1$, sachant qu'il y a 4 éléments dans l'épaisseur et 72 dans la direction circonférentielle. Son effet peut donc être négligé dans le schéma de discrétisation d'autant plus que la valeur de V_z a été surestimée dans ce calcul simplifié.

A.4 Conclusion

Différents schémas " upwind " ont été présentés. Ils ont été développés en se basant sur la résolution de l'équation de l'énergie unidimensionnelle. Le principe est d'utiliser des fonctions de poids décentrées qui augmentent l'influence des nœuds situés en amont dans l'écoulement. D'excellents résultats sont obtenus avec ces méthodes. Pour les problèmes bidimensionnels, l'obtention des fonctions de poids est plus délicate. A partir des formulations unidimensionnelles présentées, il existe deux familles de méthodes : la méthode du " produit " utilisable uniquement pour des éléments carrés et la méthode SUPG utilisable pour des éléments carrés et triangulaires.

Pour résoudre les problèmes de lubrification, ces différents schémas doivent être adaptés. Notamment, le terme de conduction est discrétisé en utilisant une fonction de poids décentrée. Dans le cas des problèmes multidimensionnels, la méthode SUPG s'avère inadaptée et conduit à des oscillations contrairement à la méthode du produit.

La liste des schémas présentés ici n'est pas exhaustive. Nous nous sommes limités aux plus simples à mettre en œuvre. Il existe aussi des méthodes basées sur l'utilisation des moindres carrés comme celle présentée par Donéa [Don91].

Annexe B

Résolution numérique des systèmes d'équations

La conservation d'une grandeur physique dans un domaine Ω se traduit par une équation aux dérivées partielles :

$$L(u) + F = 0 \text{ sur } \Omega \quad (\text{B.1})$$

La discrétisation de l'équation B.1 par la méthode des éléments finis conduit à un système d'équations du type :

$$K_{ji}u_i = f_j \text{ avec } K_{ji} = \int_{\Omega} v_j L(N_i) d\Omega \text{ et } f_j = - \int_{\Omega} v_j F d\Omega \quad (\text{B.2})$$

Les méthodes de résolution des systèmes d'équations sont de deux types :

les méthodes directes qui conduisent à la solution en un nombre d'opérations connu ;

les méthodes itératives qui conduisent à la solution par une succession d'améliorations d'une solution approchée. Le nombre d'opérations n'est pas connu à priori.

Selon Dhatt et Touzot [DT84], les méthodes directes requièrent en général moins d'opérations que les méthodes itératives ce qui tend à généraliser leur utilisation dans les codes actuels d'éléments finis.

Le principe des méthodes directes est de décomposer la matrice K en un produit de deux matrices L et U , où L est une matrice triangulaire inférieure et U une matrice triangulaire supérieure :

$$K = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ l_{21} & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ l_{n1} & \cdots & l_{n-1n} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & \cdots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & \cdots & u_{2n} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & u_{nn} \end{pmatrix} \quad (\text{B.3})$$

Dans l'exemple B.3, l'élimination de Gauss est utilisée. Lorsque le système est symétrique défini positif (comme dans le cas de l'équation de Reynolds), il est préférable, pour réduire le nombre d'opérations, d'utiliser la méthode de Cholesky dans laquelle $U = L^T$. Une fois le système décomposé, la résolution est quasiment immédiate par descente puis remontée des matrices triangulaires.

Les équations B.2 montrent que les termes K_{ij} du système sont différents de 0 si les noeuds i et j appartiennent à un même élément. La matrice K est donc en majeure partie remplie de 0, les termes non nuls étant regroupés autour de la diagonale. Afin de limiter le nombre d'opérations et la place utilisée en mémoire, des techniques particulières ont été développées pour stocker uniquement les termes non nuls et ne pas tenir compte des 0 dans la décomposition.

B.1 Méthode de stockage par ligne de ciel

La méthode de stockage par ligne de ciel est la plus connue. Sur l'exemple de la figure B.1, seuls les termes situés dans la zone grisée de la matrice sont mémorisés et utilisés dans la procédure de décomposition. Les performances de cette méthode dépendent de la numérotation des nœuds. En effet, une numérotation optimisée permet de rassembler les termes non nuls de la matrice au plus près de la diagonale. Si le maillage utilisé ne permet pas cette optimisation, il est possible que la zone mémorisée par la méthode de ligne de ciel soit de l'ordre de la taille de la matrice complète, ce qui n'a plus d'intérêt.

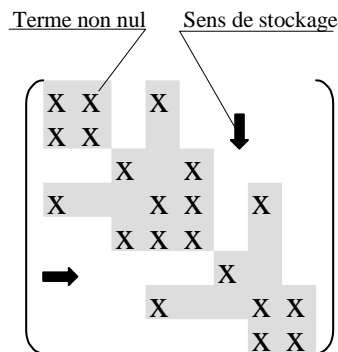


FIG. B.1 – Méthode de stockage par ligne de ciel

B.2 Méthodes frontales

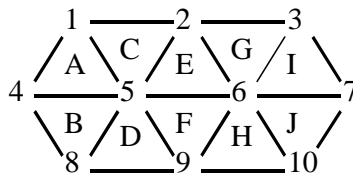


FIG. B.2 – Exemple de domaine triangularisé

Les méthodes frontales permettent de faire totalement abstraction de ce problème. Elles sont cependant beaucoup plus complexe à mettre en œuvre. Duff et al. [DER89] présentent sur un exemple simple la méthode frontale. Prenons le domaine triangularisé de la figure B.2 comme support. Le principe est de déterminer pour chaque élément e , la matrice K_e en utilisant l'expression B.2 où le domaine d'intégration est la surface Ω_e de l'élément. Chaque matrice est pleine et de taille 3×3 . Les matrices élémentaires sont ensuite assemblées dans la matrice totale K . La figure B.3 présente l'allure de K après assemblage des éléments A et B. Le nœud 4 n'intervenant plus dans aucun autre élément, il peut alors être éliminé par la méthode de Gauss (figure B.4). Les termes l et u des matrices triangulaires (couleur gris foncé) peuvent ensuite être stockés en mémoire afin de libérer de la place dans la matrice de travail ou matrice frontale (couleur gris clair). Après assemblage de la matrice élémentaire

de l'élément *C* (figure B.5), le noeud 4 n'intervient plus dans aucun élément et peut être placé en position de pivot puis éliminé (figure B.6). De cette façon, la place mémoire requise pour la matrice frontale est minimale et la numérotation des noeuds n'a pas d'influence sur le temps de calcul. Une telle méthode nécessite au préalable un parcours du maillage pour déterminer la stratégie d'assemblage et l'ordre des noeuds à éliminer. Pour optimiser le temps de calcul, l'utilisation de plusieurs matrices frontales est possible, on parle alors de méthode multifrontale.

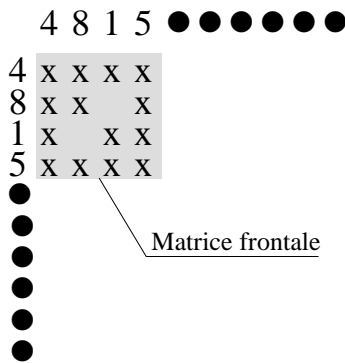


FIG. B.3 – Allure de la matrice après assemblage des triangles *A* et *B*

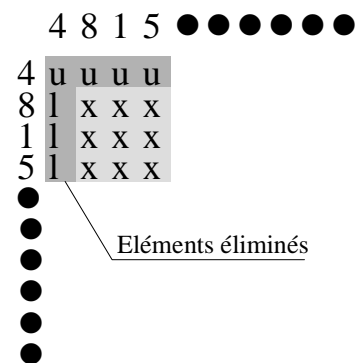


FIG. B.4 – Allure de la matrice après élimination du noeud 4

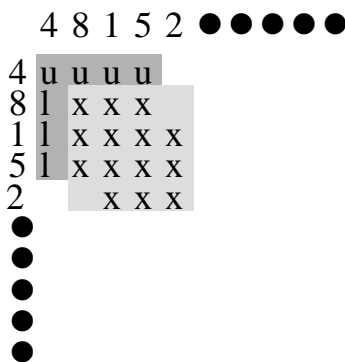


FIG. B.5 – Allure de la matrice après assemblage du triangle *C*

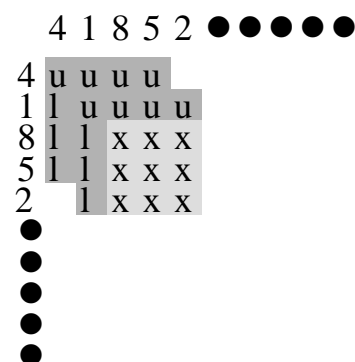


FIG. B.6 – Allure de la matrice après élimination du noeud 1

Davis et Duff ont développé un ensemble de sous-routines mettant en œuvre une technique combinant les méthodes frontales et multifrontales. Elles sont rassemblées dans une bibliothèque nommée UMF-PACK. Le principe de leur méthode est expliqué dans les rapports techniques [DD94] et [DD97]. Leur algorithme est très performant puisqu'il nous a permis dans certains cas de diviser par 100 le temps de calcul par rapport à celui nécessaire avec la méthode de stockage par ligne de ciel.

Annexe C

Calcul de température par thermographie infrarouge

Planck a établi la relation existant entre le flux lumineux émis par un corps noir et sa température. Un corps noir est un corps parfait qui absorbe tous les rayonnements lumineux incidents. Les corps réels ne sont pas des corps noirs mais présentent des propriétés similaires qui dépendent d'un certain nombre de facteurs. Une caméra infrarouge au sens mesureur thermique permet alors d'évaluer la température d'un objet. Celle que nous utilisons sera tout d'abord présentée. Puis, nous détaillerons les facteurs caractéristiques des corps réels. Enfin, les bilans radiatifs propres à notre étude seront établis dans le but de déterminer la température des objets observés.

C.1 Caméra infrarouge

La caméra utilisée dans notre étude expérimentale est une caméra AGEMA 880 SW sensible aux rayonnements situés dans la bande spectrale de 2 à 5 μm c'est-à-dire aux infrarouges de courte longueur d'onde. C'est dans cette bande spectrale que les objets observés émettent le plus de rayonnement pour les températures qui nous concernent. L'observation d'un corps noir avec la caméra conduit à la loi d'étalonnage suivante :

$$I_0 = \frac{R}{e^{\left(\frac{B}{T+273.15}\right)} - F}$$

I_0 étant le signal de la caméra qui est une image du flux lumineux capté. L'indice 0 est utilisé en référence au corps noir. T est la température du corps en $^{\circ}\text{C}$ et R, B et F des constantes d'étalonnage déterminé par un laboratoire spécialisé.

Dans la suite de cette présentation, les flux lumineux seront notés I pour faire référence au signal de la caméra.

C.2 Les corps réels

Les corps intervenant dans une scène thermographique sont soit opaques, soit semi-transparents. Ces deux types présentent chacun leurs propres caractéristiques.

C.2.1 Les corps opaques

La figure C.1 présente l'ensemble des flux lumineux mis en jeu dans le cas d'un corps opaque et va nous permettre de définir les différentes caractéristiques d'un tel corps qui sont :

Le facteur de réflexion ρ : C'est le rapport du flux lumineux réfléchi sur le flux lumineux incident, soit $\rho = I_r/I_i$.

Le facteur d'absorption α : C'est le rapport du flux lumineux absorbé par le corps sur le flux lumineux incident, soit $\alpha = (I_i - I_r)/I_i = 1 - \rho$.

L'émissivité ε : C'est le rapport entre le flux lumineux émis par le corps étudié et le flux lumineux émis par un corps noir à la même température, soit $\varepsilon = I_e/I_0$.

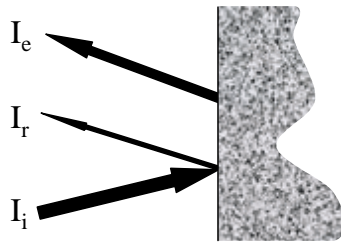


FIG. C.1 – Bilan radiatif sur un corps opaque

Kirchoff a démontré qu'à l'équilibre thermodynamique, un corps absorbe la même portion de rayonnement que celle qu'il émet donc $\varepsilon = \alpha$. Finalement comme $\alpha + \rho = 1$, il suffit de connaître l'émissivité d'un corps opaque pour connaître toutes ces caractéristiques radiatives.

C.2.2 Les corps semi-transparents

Dans le cas des matériaux semi-transparents, les phénomènes sont plus complexes car la surface et l'intérieur du corps agissent sur les flux lumineux comme le montre la figure C.2. En fait, les problèmes de surfaces n'existent que lorsqu'il y a deux milieux semi-transparents en vis-à-vis. Leur surface commune est appelée dioptre. Il existe alors des caractéristiques à cœur et de surface :

L'indice de réfraction n : Il affecte les caractéristiques de réflexion d'un dioptre. Dans le cas de la figure C.2, le facteur de réflexion du dioptre formé par les milieux 1 et 2 d'indice de réfraction respectif n_1 et n_2 , s'exprime :

$$\rho_{1/2} = \frac{(n_2 - n_1)^2}{(n_2 + n_1)^2} = \frac{I_r}{I_i}$$

Le facteur de transmission τ : C'est le rapport entre le flux transmis après la traversée du corps semi-transparent et le flux initial, soit $\tau = I_t/(I_i - I_r)$.

Le facteur d'absorption α : C'est la proportion de flux lumineux absorbé par le matériau lors de sa traversée, soit $\alpha = 1 - \tau$.

L'émissivité ε : Comme précédemment, c'est le rapport entre le flux lumineux émis par le corps étudié et le flux lumineux émis par un corps noir à la même température, soit $\varepsilon = I_e/I_0$.

D'après la loi de Kirchoff, il vient $\varepsilon + \tau = 1$. Donc pour un milieu semi-transparent, il est nécessaire de connaître son indice de réfraction et son émissivité.

Notons que les dioptres sont à l'origine de réflexions multiples qui rendent plus difficile le bilan radiatif. Par exemple, si la face arrière du milieu semi-transparent est un corps opaque, une portion du

flux I_t va être réfléchi vers le dioptre $1/2$. Au passage du dioptre une nouvelle portion de ce flux est réfléchi vers l'intérieur du milieu 2, et ainsi de suite ...

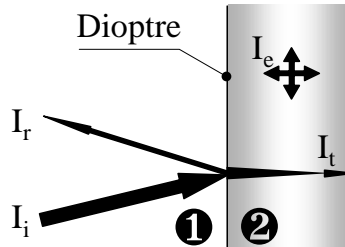


FIG. C.2 – Bilan radiatif sur un corps semi-transparent

C.2.3 Propriétés radiatives des matériaux du joint expérimental

Les caractéristiques des matériaux du joint intervenant dans la scène radiométrique captée par la caméra sont présentés dans le tableau C.1. Ces données ont été déterminées par mesure ou à partir de la littérature par Brunetière [Bru98]. Notons que l'émissivité du carbone est différente suivant qu'il est poli (face de frottement) ou brut (périphérie du rotor). L'air et l'huile sont supposés transparents. L'environnement est considéré comme un corps noir.

Corps	ε	τ	n	ρ
Environnement	1	-	-	0
Carbone poli	0.62	-	-	0.38
Carbone brut	0.72	-	-	0.28
Peinture noire	0.99	-	-	0.01
Air ($< 1m$)	0	1	1.0029	0.0278
Fluorine (10mm)	0.01	0.99	1.405	
Huile ($< 10\mu m$)	0	1	1.33	0.000752

TAB. C.1 – Propriétés radiatives des corps mis en jeu dans l'étude expérimentale [Bru98]

C.3 Bilan radiatif

Sur le dispositif expérimental, trois températures sont mesurées par thermographie : celle de la pastille noire collée sur le stator, celle de la périphérie du rotor et celle de la face de contact. Pour les deux premiers cas, la configuration est simple, puisqu'il s'agit de l'observation directe d'un corps au travers de l'atmosphère. En s'appuyant sur la figure C.3, il vient :

$$I_{cam} = \varepsilon_1 I_0(T_1) + (1 - \varepsilon_1) I_0(T_{amb})$$

I_{cam} est le flux lumineux capté par la caméra, ε_1 l'émissivité du corps 1 et T_{amb} la température ambiante qui est mesurée par thermocouple. La seule inconnue est T_1 température du corps 1 qui obtenue par inversion de la relation.

L'interface de la garniture expérimentale est observée au travers de l'atmosphère, de la fluorine et du film d'huile. Le bilan radiatif du problème est présenté de façon simplifié sur la figure C.4. En effet

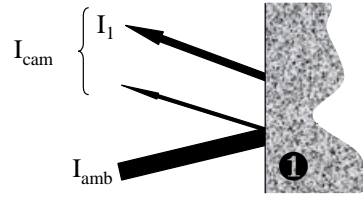


FIG. C.3 – Bilan radiatif pour la pastille noire et la périphérie du rotor

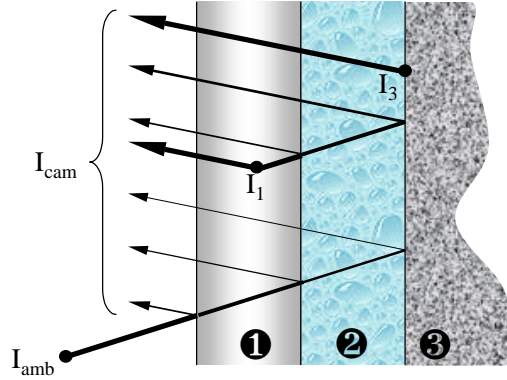


FIG. C.4 – Bilan radiatif pour l'interface

les réflexions multiples dues aux dioptrés ne sont pas représentées. De plus, comme l'huile (milieu 2 sur la figure) est complètement transparente, elle n'émet pas de flux lumineux. Reungoat [Reu94] a effectué le bilan radiatif pour une telle configuration en prenant en compte les effets des dioptrés :

$$I_{cam} = \left(R_1^- + \frac{T_1^2 \rho_3}{1 - \rho_3 R_1^+} \right) I_{amb} + \left(E_1^- + \frac{E_1^+ T_1 \rho_3}{1 - \rho_3 R_1^+} \right) I_1 + \frac{\varepsilon_3 T_1}{1 - 1 - \rho_3 R_1^+} I_3 \quad (C.1)$$

Les différents coefficients intervenant dans l'équation radiométrique s'exprime en fonction des caractéristiques radiatives des matériaux :

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{(1 - \rho_{air/1})(1 - \rho_{1/2})\tau_1}{1 - \rho_{air/1}\rho_{1/2}\tau_1^2} \\ R_1^+ &= \frac{\rho_{1/2} + \tau_1^2 \rho_{air/1}(1 - 2\rho_{1/2})}{1 - \rho_{air/1}\rho_{1/2}\tau_1^2} \\ R_1^- &= \frac{\rho_{air/1} + \tau_1^2 \rho_{1/2}(1 - 2\rho_{air/1})}{1 - \rho_{air/1}\rho_{1/2}\tau_1^2} \\ E_1^+ &= \frac{(1 - \tau_1)(1 - \rho_{1/2})(1 + \tau_1 \rho_{air/1})}{1 - \rho_{air/1}\rho_{1/2}\tau_1^2} \\ E_1^- &= \frac{(1 - \tau_1)(1 - \rho_{air/1})(1 + \tau_1 \rho_{1/2})}{1 - \rho_{air/1}\rho_{1/2}\tau_1^2} \end{aligned} \quad (C.2)$$

$\rho_{air/1}$ est le facteur de réflexion du dioptré air fluorine. Les différents flux lumineux de l'équation C.1

s'exprime en fonction des températures :

$$I_{amb} = I_0(T_{amb}), I_1 = I_0 \left(\frac{T_{past} + T_3}{2} \right) \text{ et } I_3 = I_0(T_3)$$

où T_{past} représente la température de la pastille noire. En fait, la température de la fluorine est supposée uniforme et égale à la moyenne de la température de ces deux faces. L'équation radiométrique C.1 est une équation non linéaire. La détermination de la température inconnue T_3 nécessite l'utilisation de la méthode de Newton.

Bibliographie

- [BB79] B.N. Banerjee and R.A. Burton. Experimental studies on thermoelastic effects in hydrodynamically lubricated face seals. *ASME Transactions, Journal of Lubrication Technology*, 101 :275–282, July 1979.
- [Bec63] K. M. Becker. Measurement of convective heat transfer from a horizontal cylinder rotating in a tank of water. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 6 :1053–1062, 1963.
- [BH80] A.N. Brooks and T.J.R. Hughes. Streamline-upwind / petrov-galerkin methods for advection dominated flows. *Proceeding of 3rd International Conference on F.E.M. in Fluid Flow*, 2 :283–292, 1980. Banff, Canada.
- [BHT93] D. Bonneau, J. Huitric, and B. Tournerie. Finite element analysis of grooved gas thrust bearings and grooved face seals. *ASME Transactions, Journal of Tribology*, 115(3) :348–354, 1993.
- [Bou95] L. Bouard. *Etude Thermohydrodynamique des Paliers à Patins Oscillants en Régime Turbulent*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 1995.
- [BP92] R. Bassani and B. Piccigallo. *Hydrostatic Lubrication*. Elsevier, Tribology Series, 22, 1992.
- [Bru98] N. Brunetière. *Mesure de Température sur un joint d'étanchéité à faces radiales : Mise au Point et Réalisation*. Dea, Université de Poitiers, 1998.
- [BSC00] B. Bou-Saïd and F. Colin. Laplace transform to fight the effect of pecllet number in thermal problems. *International Tribology Conference, JST, Nagasaki*, 2000. paper 3P11-7.
- [BTF01] N. Brunetière, B. Tournerie, and J. Frêne. Influence of fluid flow regime on performances of non contacting liquid face seals. *STLE/ASME International Joint Tribology Conference, San Francisco*, October 2001.
- [BTFC99] N. Brunetière, B. Tournerie, J. Frêne, and T. Cicone. Lubrication regime transitions during start-up in liquid face seals. *BALKANTRIB'99, 3rd International Conference of Tribology*, I :345–352, 1999.
- [Buc89] G.S. Buck. Heat transfer in mechanical seals. *6th International Pump Users Symposium*, pages 9–15, April 1989. Houston, USA, Texas A&M University.
- [CGMZ76] I. Christie, D.F. Griffiths, A.R. Mitchell, and O.C. Zienkiewicz. Finite element methods for second order differential equations with significant first derivatives. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 10 :1389–1396, 1976.
- [Che97] C-I Chen. Typical lubricating oil properties. *Tribology Data Handbook*, pages 3–33, 1997.

- [Cic97] T. Cicone. *Studiul Problemelor Termohidrodinamice ale Etansarilor Frontale cu Fre-care Fluida*. Thèse de doctorat, Université Polytechnique de Bucarest, 1997.
- [Con59] V.N. Constantinescu. On turbulent lubrication. *IMechE*, 173 :881–889, 1959.
- [CRT96] T. Cicone, D. Reungoat, and B. Tournier. Transient temperature distribution in the rotor of a contacting mechanical face seal. *ROTRIB'96, 7th International Tribology Conference*, pages 27–36, 1996.
- [CTBF00] T. Cicone, B. Tournier, N. Brunetière, and J. Frêne. Analysis of lubrication regime transition, experimentally observed in liquid face seals, using an analytical model for thermoelastic face distortion. *16th International Conference on Fluid Sealing, BHR-Group*, pages 449–462, 2000. Brugge, Belgium.
- [Dan00] J-C. Danos. *Lubrification Thermohydrodynamique dans les Joints d'Étanchéité à Faces Radiales*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 2000.
- [dCGB⁺87] J. Digard de Cuisard, M. Gentile, M. Bouchon, B. Tournier, and J. Frêne. Experimental study on lubrication mode in low pressure mechanical face seals. *11th International Conference on Fluid Sealing, BHRA*, pages 370–393, April 1987. Cannes, France.
- [DD94] T.A. Davis and I.S. Duff. An unsymmetric-pattern multifrontal method for sparse *LU* factorization. *TR94-038*, 1994. <http://www.cise.ufl.edu/>.
- [DD97] T.A. Davis and I.S. Duff. A combined unifrontal/multifrontal method for unsymmetric sparse matrices. *TR97-016*, 1997. <http://www.cise.ufl.edu/>.
- [Den61] D.F. Denny. Some measurements of fluid pressures between plane parallel thrust surfaces with special reference to radial-face seals. *Wear*, 4 :64–83, 1961.
- [DER89] I.S. Duff, A.M. Erisman, and J.K. Reid. *Direct Methods for Sparse Matrices*. Monographs on Numerical Analysis. Oxford University Press, 1989.
- [DM87] M.A. Dumbrava and Z. Morariu. Thermohydrodynamic aspects of the double mechanical seals. *11th International Conference on Fluid Sealing, BHRA*, pages 394–406, April 1987. Cannes, France.
- [DMB91] J.C. Doane, T.A. Myrum, and J.E. Beard. An experimental-computational investigation of the heat transfer in mechanical face seals. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 34(4/5) :1027–1041, 1991.
- [DN60] J.W. Daily and R.E. Nece. Chamber dimension effects on induced flow and frictional resistance of enclosed rotating disks. *ASME Transactions, Journal of Basic Engineering*, 82 :217–232, March 1960.
- [Don91] J. Donéa. Generalized galerkin methods for convection dominated transport phenomena. *ASME Transactions, Applied Mechanical Review*, 44(5) :205–214, 1991.
- [DP86] T.G. Doust and A. Parmar. An experimental and theoretical study of pressure and thermal distortions in a mechanical seal. *ASLE Transactions*, 29(2) :151–159, 1986.
- [DP87] T.G. Doust and A. Parmar. Transient thermoelastic effects in a mechanical face seal. *11th International Conference on Fluid Sealing, BHRA*, pages 407–422, April 1987. Cannes, France, paper F4.
- [DT84] G. Dhatt and G. Touzot. *Une Présentation de la Méthode des Eléments Finis*. Collection Université de Compiègne. Maloine S.A. Editeur, 1984.
- [EG94] I. Etsion and M. Groper. The accuracy of analytical solutions for the temperature distribution in mechanical face seals. *14th International Conference on Fluid Sealing, BHR-Group*, pages 341–350, April 1994. Firenze, Italy.

- [EN67] H.G. Elrod and C.W. Ng. A theory for turbulent films and its application to bearings. *ASME Transactions, Journal of Lubrication Technology*, 89(3) :346–362, 1967.
- [EP93] I. Etsion and M. D. Pascovici. A thermohydrodynamic analysis of a misaligned mechanical face seal. *Tribology Transactions*, 36 :589–596, 1993.
- [ES80] I. Etsion and A. Sharoni. Performance of end face seals with diametral tilt and coning - hydrostatic effects. *ASLE Transactions*, 23(3) :279–288, 1980.
- [Ets82] I. Etsion. Dynamic analysis of noncontacting face seals. *ASME Transactions, Journal of Lubrication Technology*, 104(4) :460–468, 1982.
- [FND⁺90] J. Frêne, D. Nicolas, B. Degueurce, D. Berthe, and M. Godet. *Lubrification Hydrodynamique - Paliers et Butées*. Collection DER-EDF. Eyrolles, 1990.
- [Frê77] J. Frêne. Tapered land thrust bearing operating in both turbulent and laminar regimes. *ASLE Transactions*, 21(3) :243–249, 1977.
- [Gaz58] C. Gazley. Heat-transfer characteristics of the rotational and axial flow between concentric cylinders. *Transactions of ASME*, 80 :79–90, 1958.
- [GE83] I. Green and I. Etsion. Fluid film dynamic coefficients in mechanical face seals. *ASME Transactions, Journal of Lubrication Technology*, 105(2) :297–302, 1983.
- [GE85] I. Green and I. Etsion. Stability threshold and steady-state reponse of noncontacting coned-face seals. *ASLE Transactions*, 28(4) :449–460, 1985.
- [GE86] L.R. Gero and C.M. Mac Ettles. An evaluation of finite difference and finite element methods for the solution of the reynolds equation. *ASLE Transactions*, 29(2) :166–172, 1986.
- [GM79] D.F. Griffiths and A.R. Mitchell. On generating upwind finite element methods. *Finite Element Methods for Convection Dominated Flows*, ed. T.J.R. HUGHES, AMD, 34 :91–104, 1979. ASME, New York.
- [Gre75] R.S. Gregory. Operating characteristics of fluid-film thrust bearing subjected to high shaft speeds. *2nd Leeds-Lyon Symposium, Super laminar flow in bearing*, pages 154–162, 1975. Paper VIII (4).
- [HB79] T.J.R. Hughes and A.N. Brooks. A multidimensional upwind scheme with no crosswind diffusion. *Finite Element Methods for Convection Dominated Flows*, ed. T.J.R. HUGHES, AMD, 34 :19–35, 1979. ASME, New York.
- [HHZM77] J.C. Heinrich, P.S. Huyakorn, O.C. Zienkiewicz, and A.R. Mitchell. An upwind finite element scheme for two dimensional convective transport equation. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 11 :131–143, 1977.
- [Hin59] J.O. Hinze. *Turbulence*. Mac Graw-Hill, 1959.
- [Hir73] G.G. Hirs. Bulk flow theory for turbulence in lubricant films. *ASME Transactions, Journal of Lubrication Technology*, 95(2) :137–146, 1973.
- [HP82] J-P. Henry and F. Parsy. *Cours d'élasticité*. Dunod, 1982.
- [Hue74] K.H. Huebner. Solution for the pressure and temperature in thrust bearings operating in the thermohydrodynamic turbulent regime. *ASME Transactions, Journal of Lubrication Technology*, 96(1) :58–68, 1974.
- [Hug78] T.J.R. Hughes. A simple scheme for developing upwind finite elements. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 12 :1359–1365, 1978.

- [Hui93] J. Huitric. *Contribution à l'Étude des Joints d'Étanchéité à Face Radiales Rainurées, en Présence de Fluides Compressibles ou Incompressibles*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 1993.
- [HWBK78] W.F. Hughes, N.S. Winowich, M.J. Birchak, and W.C. Kennedy. Phase change in liquid face seals. *ASME Transaction, Journal of Lubrication Technology*, 100(1) :74–80, 1978.
- [KC93] W.M. Kays and M.E. Crawford. *Convective Heat and Mass Transfer*. Mac Graw-Hill, 1993.
- [KM80] C.A. Kittmer and R. Metcalfe. An inside view of rotary seal dynamics. *Proceedings of the 5th Symposium of Engineering Applications of Mechanics*, pages 201–208, 1980. University of Ottawa.
- [KNZH80] D.W. Kelly, S. Nakasawa, O.C. Zienkiewicz, and J.C. Heinrich. A note on upwinding and anisotropic balancing dissipation in finite element approximations to convective diffusion problems. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 15 :1705–1711, 1980.
- [KPH94] G. Knoll, H. Peeken, and H-W. Höft. Thermohydrodynamic calculation of end face seals. *14th International Conference on Fluid Sealing, BHRGroup*, pages 367–383, April 1994. Firenze, Italy.
- [Leb91] A.O. Lebeck. *Principles and Design of Mechanical Face Seals*. Wiley-Interscience Publication, 1991.
- [LG73] J. Lohou and M. Godet. Angular misalignments and squeeze film effects in radial face seals. *6th International Conference on Fluid Sealing, BHRA*, February 1973. Munich, paper D2.
- [Li76] C-H. Li. Thermal deformation in a mechanical face seal. *ASLE Transactions*, 19(2) :146–152, 1976.
- [LN99] T. Lai and J. Netzel. A review of non-contacting face seals. *The Advancing Frontier of Engineering Tribology, STLE*, pages 131–139, 1999.
- [LNSS98] A.O. Lebeck, M.E. Nygren, S.A. Shirazi, and R. Soulizat. Fluid temperature and film coefficient prediction and measurement in mechanical face seals - experimental results. *Tribology Transactions*, 41(4) :411–422, 1998.
- [Lub99] H. Lubbinge. *On the Lubrication of Mechanical Face Seals*. PhD thesis, University of Twente, 1999. www.ub.utwente.nl/webdocs/wb/1/t0000010.pdf.
- [LY96] J.F. Lin and C.C. Yao. Hydrodynamic lubrication of face seal in a turbulent flow regime. *ASME Transactions, Journal of Tribology*, 118(3) :589–601, 1996.
- [Lym69] A. Lymer. An engineering approach to the selection and application of mechanical seals. *4th International Conference on Fluid Sealing, BHRA*, pages 239–246, 1969. Philadelphia.
- [LZG93] B. Li, J Zhang, and Y. Gu. The calculation and capacitance measurements of fluid film thickness in mechanical face seals. *Lubrication Engineering*, 49(11) :885–893, 1993.
- [May77] E. Mayer. *Garnitures Mécaniques d'Étanchéité*. Dunod, 1977.
- [May89] E. Mayer. Performance of rotating high duty nuclear seals. *Lubrication Engineering*, 45(5) :275–286, 1989.
- [Met73] R. Metcalfe. Performance analysis of axisymmetric flat face mechanical seals. *6th International Conference on Fluid Sealing, BHRA*, February 1973. Munich, paper D1.

- [Met80] R. Metcalfe. Dynamic tracking of angular misalignment in liquid-lubricated end-face seals. *ASLE Transactions*, 24(4) :509–516, 1980.
- [MOPI99] P. Merati, N.A. Okita, R.L. Phillips, and L.E. Jacobs. Experimental and computational investigation of flow and thermal behavior of a mechanical seal. *Tribology Transactions*, 42(4) :731–738, 1999.
- [MPP01] P. Merati, J. De Payva, and R.L. Phillips. Effect of impeller geometry, rotational speed and fluid properties on seal chamber flow. *Tribology Transactions*, 44(3) :451–457, 2001.
- [MT83] J.R. Missimer and L.C. Thomas. Analysis of transitional and fully turbulent plane couette flow. *ASME Transactions, Journal of Lubrication Technology*, 105(2) :364–368, 1983.
- [Nau67] B.S. Nau. Hydrodynamic lubrication in face seals. *3rd International Conference on Fluid Sealing, BHRA*, pages 73–120, April 1967. Cambridge, England, paper E5.
- [Nau90] B.S. Nau. Research in mechanical seals. *Mechanical Seal Practice for Improved Performance, IMechE*, pages 186–213, 1990.
- [Ng64] C.W. Ng. Fluid dynamic foundation of turbulent lubrication theory. *ASLE Transactions*, 7 :311–321, 1964.
- [Nic72] D. Nicolas. *Les Paliers Hydrodynamiques Soumis à un Torseur de Forces Quelconques*. Thèse de docteur-ingénieur, Université Claude Bernard de Lyon, 1972.
- [NP65] C.W. Ng and C.H.T. Pan. A linearized turbulent lubrication theory. *ASME Transactions, Serie D*, 87 :675–688, 1965.
- [Orc69] F.K. Orcutt. An investigation of the operation and failure of mechanical face seals. *ASME Transaction, Journal of Lubrication Technology*, 91(4) :713–725, October 1969.
- [Par89] A. Parmar. Thermal distortion control in mechanical seals. *12th International Conference on Fluid Sealing, BHRA*, pages 109–126, May 1989. Brighton, UK.
- [Par92] A. Parmar. Thermal cycling in mechanical seals - causes, predictions, prevention. *13th International Conference on Fluid Sealing, BHRGroup*, pages 507–526, April 1992. Brugge, Belgium.
- [Pat80] S.V. Patankar. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Mac Graw-Hill, 1980.
- [PC97] M. D. Pascovici and T. Cicone. An improved thd model for a noncontacting, aligned mechanical face seal. *1st World Tribology Congress*, September 1997. London.
- [PC98] M. Pascovici and T. Cicone. *Tribology*. Université polytechnique de Bucarest, 1998.
- [PE92] M.D. Pascovici and I. Etsion. A thermohydrodynamic analysis of a mechanical face seal. *ASME Transactions, Journal of Tribology*, 114(4) :639–645, 1992.
- [Per97] V. Person. *Contribution à l'Etude du Comportement Dynamique et Thermique des Garnitures Mécaniques d'Étanchéité*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 1997.
- [PH69] V.C. Patel and M.R. Head. Some observations on skin friction and velocity profiles in fully developed pipe and channel flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 38 :181–201, 1969.
- [PJM97] R.L. Phillips, L.E. Jacobs, and P. Merati. Experimental determination of the thermal characteristics of a mechanical seal and its operating environment. *Tribology Transactions*, 40(4) :559–568, 1997.
- [Pou88] A. Le Pourhiet. *Résolution Numérique des Equations aux Dérivées Partielles*. Cépaduès Editions, 1988.

- [PTF97a] V. Person, B. Tournerie, and J. Frêne. A numerical study of the stable dynamic behavior of radial face seals with grooved faces. *ASME Transactions, Journal of Tribology*, 119(3) :507–513, 1997.
- [PTF97b] V. Person, B. Tournerie, and J. Frêne. The aspects in misaligned and wavy face seals. *15th International Conference on Fluid Sealing, BHRGroup*, pages 505–519, 1997. Maastricht, Netherlands.
- [Reu94] D. Reungoat. *Analyse de la Température à l'Interface d'une Garniture Mécanique par Mesure par Thermographie Infrarouge*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 1994.
- [RT94] D. Reungoat and B. Tournerie. Temperature measurement by infrared thermography in a lubricated contact : Radiometric analysis. *Eurotherm Seminar n°42, Quantitative InfraRed Thermography*, August 1994. Naples, Italie.
- [SE81] A. Sharoni and I. Etsion. Performance of end face seals with diametral tilt and coning - hydrodynamic effects. *ASLE Transactions*, 24(1) :61–70, 1981.
- [SK84] R.F. Salant and W.E. Key. Development of an analytical model for use in mechanical seal design. *10th International Conference on Fluid Sealing, BHRA*, pages 325–343, April 1984. Innsbruck, Austria.
- [SMK⁺87] R.F. Salant, A.L. Miller, P.L. Kay J. Kozlowski, W.E. Key, M.C. Algrain, and O. Giles. Development of an electronically controlled mechanical seal. *11th International Conference on Fluid Sealing, BHRA*, pages 576–595, April 1987. Cannes, France.
- [Sou91] D. Souchet. *Comportement thermohydrodynamique des butées à patins oscillants en régime laminaire et turbulent*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 1991.
- [SS61] D. Summer-Smith. Laboratory investigation of the performance of a radial face seal. *1st International Conference on Fluid Sealing, BHRA*, April 1961. paper D1.
- [SS74] S. Safar and A.Z. Szeri. Thermohydrodynamic lubrication in laminar and turbulent regimes. *ASME Transactions, Serie F*, 96 :48–56, 1974.
- [SS79] T. Suganami and A.Z. Szeri. A thermohydrodynamic analysis of journal bearings. *ASME Transactions, Journal of Lubrication Technology*, 101(1) :21–27, 1979.
- [SSLN98] S.A. Shirazi, R. Souliisa, A.O. Lebeck, and M.A. Nygren. Fluid temperature and film coefficient prediction and measurement in mechanical face seals - numerical results. *Tribology Transactions*, 41(4) :459–470, 1998.
- [SVP99] A. Singh, B.D. Vyas, and U.S. Powle. Investigations on inward flow between two stationary parallel disks. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 20 :395–401, 1999.
- [Sze98] A.Z. Szeri. *Fluid Film Lubrication, Theory & Design*. Cambridge University Press, 1998.
- [TDF01] B. Tournerie, J.C. Danos, and J. Frêne. Three-dimensional modeling of the lubrication in face seals. *ASME Transactions, Journal of Tribology*, 123(1) :196–204, 2001.
- [TF84] B. Tournerie and J. Frêne. Computer modelling of the functioning modes of non-contacting face-seals. *Tribology International*, 17(5) :269–276, 1984.
- [TFM63] F. Tachibana, S. Fukui, and H. Mitsumura. Heat transfer in an annulus with an inner rotating cylinder. *Bulletin of JSME*, 3(9) :119–123, 1963.
- [THBF94] B. Tournerie, J. Huitric, D. Bonneau, and J. Frêne. Optimisation and performance prediction of grooved face seals for gases and liquids. *14th International Conference on Fluid Sealing, BHRGroup*, April 1994. Florence, Italy.

- [TI] Techniques de l'ingénieur, garnitures mécaniques. B5425.
- [TLF92] B. Tournier, M. Lépine, and J. Frêne. Experimental analysis of the optimum lubrication conditions for mechanical seals. *13th International Conference on Fluid Sealing, BHRGroup*, pages 269–287, April 1992. Brugge, Belgium.
- [TP87] M. Tabatai and A. Pollard. Turbulence in radial flow between parallel disks at medium and low reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 185 :483–502, 1987.
- [TRF91] B. Tournier, D. Reungoat, and J. Frêne. Temperature measurement by infrared thermography in the interface of a radial face seal. *ASME Transactions, Journal of Tribology*, 113(3) :571–576, 1991.
- [VV01] A. Vezjak and J. Vizintin. Experimental study on the relationship between lubrication regime and the performance of mechanical seals. *Lubrication engineering*, 57(1) :17–22, 2001.
- [Wal90] N.M. Wallace. Basic concepts of seal function and design. *Mechanical Seal Practice for Improved Performance, IMechE*, pages 3–35, 1990.
- [YH94] J.A. Yasuna and W.F. Hughes. Squeeze film dynamics of two-phase seals. part ii : Turbulent flow. *ASME Transactions, Journal of Tribology*, 116(3) :479–488, 1994.
- [Zeu90] D. Zeus. Viscous friction in small gaps - calculation for non-contacting liquid or gas lubricated face seals. *Tribology Transactions*, 33(3) :454–462, 1990.
- [Zhu99] G. Zhu. Computer prediction of mechanical seal performance and experimental validation. *IMechE, Part J*, 213 :433–449, 1999.
- [ZT91] O.C. Zienkiewicz and R.L. Taylor. *The Finite Element Method*, volume 2. Mac Graw-Hill, 1991.

Table des figures

1	Garniture mécanique dans une pompe centrifuge (source Burgmann)	13
2	Constitution d'une garniture mécanique (Safeseal SBW John Crane)	14
1.1	Allure typique d'un graphe $f - G$	18
1.2	Systèmes d'axes	19
1.3	Origine et mesure de la conicité radiale	20
1.4	Allure du champ de pression dans l'interface fluide pour différentes valeurs de la conicité β , une épaisseur minimale de film $h_{min} = 1\mu m$ et $R_e - R_i = 0.005m$	21
1.5	Allure du champ de pression dans l'interface fluide pour différentes valeurs de l'épaisseur de film mini h_{min} , une conicité $\beta = \pm 10^{-3} rad$ et $R_e - R_i = 0.005m$	22
1.6	Mésalignement du rotor	23
1.7	Ondulations sur la face du rotor	23
1.8	Face rainurée d'une garniture thermohydrodynamique Burgmann	24
1.9	Evolution de la viscosité dynamique d'une huile ISO VG 46 avec la température	25
1.10	Allure du champ de pression dans l'interface d'une garniture en cas de changement de phase [Orc69]	26
1.11	Mouvements possibles du stator flottant d'une garniture	27
1.12	Actions mécaniques s'exerçant sur le stator flottant d'une garniture [Per97]	27
1.13	Mécanismes d'échange dans une garniture mécanique [Leb91]	29
1.14	Nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds obtenus avec les formules de Becker [Bec63] et Tachibana et al. [TFM63] avec $\frac{c}{D} = 0.92$	32
1.15	Modèle THD de Dumbrava et Morariu [DM87]	35
1.16	Conditions aux limites utilisées par Knoll et al. [KPH94]	37
1.17	Conditions aux limites utilisées par Danos et al. [Dan00, TDF01]	38
2.1	Limites entre les différents régimes d'écoulements	44
2.2	Evolution du facteur d'écoulement sur le rayon intérieur et extérieur d'une garniture en fonction de l'épaisseur de film	44
2.3	Influence du nombre de Reynolds modifié Re_p^* sur l'intégrale du champ de pression	45
2.4	Influence de la vitesse de rotation sur le champ de pression	46
2.5	Comparaison des fonctions d'interpolation en puissance (2.21) et en sinus (2.22)	53
2.6	Comparaison des facteurs de friction pour un écoulement de Couette entre 2 plans	54
2.7	Comparaison des facteurs de friction pour un écoulement de Poiseuille entre 2 plans	54
2.8	Comparaison des facteurs de friction pour un écoulement de Poiseuille entre 2 disques	55
3.1	Modèle géométrique et cinématique d'un joint à stator flottant	58
3.2	Bilan des actions mécaniques s'exerçant sur le stator	60
3.3	Dénomination des frontières du film	64

3.4	Domaine d'intégration pour les formules de Green	67
3.5	Organigramme de résolution	70
4.1	Configuration du problème	75
4.2	Anneau cylindrique soumis à un flux de chaleur et refroidie par convection	76
4.3	Efficacité thermique d'un anneau en fonction de m pour différentes valeurs de $e/\Delta R$	77
4.4	Evolution de b pour un anneau en fonction de son efficacité thermique E_t pour différentes valeurs de $e/\Delta R$	78
4.5	Champ de température dans le film pour le cas de référence	79
4.6	Champ de température dans le film pour le cas de référence en négligeant les déformations	79
4.7	Influence des déformations thermoélastiques sur la température dans le film	79
4.8	a) Épaisseur de film et b) température à l'épaisseur moyenne de film pour différentes vitesses de rotation	80
4.9	a) Épaisseur de film et b) température à l'épaisseur moyenne de film pour différentes valeurs de la pression du fluide	81
4.10	Evolution du nombre de Peclet dans le film en fonction de la pression du fluide	82
4.11	a) Épaisseur de film et b) température à l'épaisseur moyenne de film pour différentes température du fluide périphérique	83
4.12	a) Épaisseur de film et b) température à l'épaisseur moyenne de film pour différents fluides	83
4.13	a) Épaisseur de film et b) température à l'épaisseur moyenne de film pour différentes longueur du stator	84
4.14	a) Épaisseur de film et b) température à l'épaisseur moyenne de film pour différentes valeurs du facteur d'équilibrage	85
4.15	a) Épaisseur de film et b) température à l'épaisseur moyenne de film pour différents matériaux	86
4.16	Evolution de la température sans dimension en fonction de l'efficacité thermique	87
4.17	Evolution de la puissance dissipée sans dimension en fonction de l'efficacité thermique	88
4.18	Evolution du débit de fuite sans dimension en fonction de l'efficacité thermique	88
4.19	Demi champ de pression dans le film pour des ondulations d'amplitude a) nulle b) $0.1\mu m$ c) $0.5\mu m$ d) $1\mu m$ e) $1.5\mu m$	90
4.20	a) Épaisseur de film et b) température du rotor au rayon intérieur du joint pour différentes amplitudes d'ondulations	91
4.21	Influence de l'amplitude des ondulations sur le débit de fuite	91
4.22	a) Épaisseur de film et b) température du rotor au rayon intérieur du joint pour différentes valeurs de mésalignement du rotor	92
4.23	Configuration du joint hydrostatique	93
4.24	Maillage du film dans le cas d'un régime d'écoulement non laminaire	94
4.25	Evolution de la valeur maximale et minimale du facteur d'écoulement dans le film en fonction de la vitesse de rotation	94
4.26	a) Épaisseur de film et b) température à l'épaisseur moyenne de film pour différentes vitesse de rotation	95
4.27	Evolution a) du débit de fuite et b) du nombre de Peclet en fonction de la vitesse de rotation	95
4.28	Champ de température dans le film à $\omega = 3000tr/min$	96

5.1	Vue d'ensemble du dispositif d'essais	100
5.2	Vue en coupe de la garniture expérimentale	101
5.3	Déformation du rotor résultant du serrage des vis de fixation de la bride conique	101
5.4	Exemple de franges d'interférences sur la surface du rotor	101
5.5	Bilan des actions mécaniques sur l'élément flottant	102
5.6	Disposition de la caméra infrarouge	103
5.7	Image et thermogramme vus par la caméra infrarouge	103
5.8	Champ de température sur le rotor à $600tr/min$	105
5.9	Observation de la fuite lors des essais	106
5.10	Dimensions en mm et conditions aux limites utilisées	107
5.11	Coefficient d'échange avec l'air et l'huile en fonction de la vitesse de rotation	108
5.12	Champ de température obtenu numériquement dans a) le film lubrifiant b) la structure du joint pour une vitesse de rotation de $600tr/min$	109
5.13	Profils de température numérique et expérimentaux sur le rotor à a) $600tr/min$ b) $800tr/min$ c) $1000tr/min$ d) $1200tr/min$ e) $1500tr/min$	111
5.14	Evolution de la puissance dissipée dans l'interface du joint en fonction de la vitesse de rotation	112
5.15	Evolution de la température sur le rayon moyen du rotor et sur la face supérieure du stator en fonction de la vitesse de rotation	112
A.1	Evolution de la température au noeud i en fonction du nombre de Peclet du maillage	121
A.2	Exemple de fonctions de pondération pour le noeud i	122
A.3	Comparaison des schémas "upwind" à une solution analytique	124
A.4	Obtention par produit des fonctions de forme de l'élément $2D$	124
A.5	Longueur d'un élément à 3 ou 4 noeuds	125
A.6	Exemple simple	126
A.7	Evolution de la température au noeud i en fonction du nombre de Peclet dans l'élément pour 2 différents schémas de discrétisation	127
A.8	Application à une garniture mécanique	128
A.9	Température à l'épaisseur moyenne du film	128
B.1	Méthode de stockage par ligne de ciel	132
B.2	Exemple de domaine triangularisé	132
B.3	Allure de la matrice après assemblage des triangles A et B	133
B.4	Allure de la matrice après élimination du noeud 4	133
B.5	Allure de la matrice après assemblage du triangle C	133
B.6	Allure de la matrice après élimination du noeud 1	133
C.1	Bilan radiatif sur un corps opaque	136
C.2	Bilan radiatif sur un corps semi-transparent	137
C.3	Bilan radiatif pour la pastille noire et la périphérie du rotor	138
C.4	Bilan radiatif pour l'interface	138

Liste des tableaux

2.1	Valeurs indicatives des dimensions et des conditions de fonctionnement d'une garniture hydrostatique de pompe primaire	41
2.2	Valeurs des nombres de Reynolds limite	43
4.1	Caractéristiques des matériaux utilisés dans l'étude paramétrique	73
4.2	Caractéristiques des fluides utilisés dans l'étude paramétrique	74
4.3	Géométrie et paramètres de fonctionnement du cas de référence	75
4.4	Valeurs de l'efficacité thermique et du nombre b du rotor et du stator dans le cas de référence	78
4.5	Présentation des cas étudiés	80
4.6	Présentation des cas étudiés	81
4.7	Présentations des cas étudiés	82
4.8	Présentations des cas étudiés	83
4.9	Présentation des cas étudiés	84
4.10	Présentation des cas étudiés	85
4.11	Caractéristiques des éléments élastiques	92
4.12	Géométrie et paramètres de fonctionnement du joint hydrostatique	93
4.13	Présentation des cas étudiés	94
5.1	Données de fonctionnement	104
5.2	Caractéristiques des matériaux et de l'huile	106
C.1	Propriétés radiatives des corps mis en jeu dans l'étude expérimentale [Bru98]	137