



Recalage non rigide d'images par approches variationnelles statistiques - Application à l'analyse et à la modélisation de la fonction myocardique en IRM

Caroline Petitjean

► To cite this version:

Caroline Petitjean. Recalage non rigide d'images par approches variationnelles statistiques - Application à l'analyse et à la modélisation de la fonction myocardique en IRM. Interface homme-machine [cs.HC]. Université René Descartes - Paris V, 2003. Français. NNT : . tel-00003631

HAL Id: tel-00003631

<https://theses.hal.science/tel-00003631>

Submitted on 28 Oct 2003

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE RENE DESCARTES - PARIS V
Centre Universitaire des Saints-Pères
UFR DE MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE

*Thèse présentée en vue de l'obtention du grade de Docteur
de l'Université RENE DESCARTES - PARIS V*

Discipline : Sciences de la Vie et de la Matière

Spécialité : Mathématiques - Informatique

Par **Caroline PETITJEAN**

Sujet de la thèse :

**Recalage non rigide d'images
par approches variationnelles statistiques
Application à l'analyse et à la modélisation
de la fonction myocardique en IRM**

Soutenue le 24 septembre 2003 devant le jury composé de :

Madame le Professeur	Christine GRAFFIGNE	Président
Madame le Professeur	Isabelle MAGNIN	Rapporteur
Monsieur le Professeur	Philippe CINQUIN	Rapporteur
Monsieur le Professeur	Laurent COHEN	Examineur
Monsieur le Professeur	Philippe CLUZEL	Examineur
Monsieur le Docteur	Nicolas ROUGON	Examineur
Madame le Professeur	Françoise PRÊTEUX	Directeur de thèse

Remerciements

Je souhaite tout d'abord exprimer mes sincères remerciements à Madame le Professeur Françoise Prêteux, Responsable de l'Unité de Projets ARTEMIS de l'Institut National des Télécommunications et directeur de cette thèse, pour m'avoir accueillie au sein de son équipe. Qu'elle soit assurée de ma reconnaissance pour la qualité de la formation dont elle m'a fait bénéficier et pour ses conseils avisés et visionnaires.

Je tiens à remercier tout particulièrement Monsieur le Docteur Nicolas Rougon, Maître de Conférences au sein de l'Unité de Projets ARTEMIS pour m'avoir encadré avec compétence et disponibilité tout au long de cette thèse. Ses connaissances étendues du traitement de l'image ont été un support et une inspiration pour cette thèse.

A Madame Isabelle Magnin, Directrice de Recherche à l'INSERM, qui a accepté de s'intéresser à ce travail et apporter son jugement en tant qu'instigatrice du réseau d'excellence e-Heart, je tiens à exprimer mes sincères remerciements pour sa lecture approfondie du manuscrit et ses conseils qui ont permis d'en améliorer le contenu.

A Monsieur Philippe Cinquin, Professeur à l'Institut Albert Bonniot de Grenoble, qui a accepté la lourde tâche de rapporteur, je souhaite exprimer toute ma reconnaissance pour avoir éclairé de son expertise le travail présenté.

Que Monsieur Philippe Cluzel, Professeur au Service de Radiologie Centrale de l'Hôpital de la Pitié-Salpêtrière, qui a apporté l'expertise médicale en imagerie cardiaque, soit assuré de ma profonde reconnaissance pour m'avoir initié à l'anatomie cardiaque en toute disponibilité malgré un emploi du temps chargé. Je le remercie aussi de toutes ses suggestions lors de nos nombreuses discussions et de son aide pour l'acquisition du corpus de séquences IRM. Que le reste de son équipe soit également remercié.

A Madame Christine Graffigne, Professeur à l'Université Paris V, je tiens à témoigner mon respect et mes remerciements pour l'aide apportée pour simplifier certaines procédures administratives.

A Monsieur Laurent Cohen, Directeur de Recherche au CNRS, qui m'a fait l'honneur de participer à ce jury, je souhaite témoigner mon respect et toute ma reconnaissance.

Je tiens aussi à associer à mes remerciements :

- les Docteurs Catalin Fetita et Titus Zaharia, Maîtres de Conférence au sein de l'Unité de projets ARTEMIS, et le Docteur Marius Preda, Chef de Projets à ARTEMIS, dont j'ai particulièrement apprécié l'aide et le soutien tout au long de cette thèse ;*

- mes collègues d'ARTEMIS, le Docteur Mihai Mitrea, les doctorants Sylvain Chevalier, Diane Perchet et Olfa Triki-Bchir, ainsi que les stagiaires Imen Ayari, Aurélie Beaufigli, Sorin Duta, Carlos Martin, Son Minh Tran et Laurent Wertz, pour nos nombreux échanges qui m'ont permis d'élargir mon horizon ;
- Mesdames Evelyne Taroni et Nicole Teste pour leur attention, leur bonne humeur et leur disponibilité tout au long de cette thèse ;
- tous ceux qui, parmi mes collègues ou mes amis, ont accepté de passer une IRM cardiaque. Qu'ils sachent que, sans les désagréables minutes passées dans l'imageur, je n'aurais pu disposer des données nécessaires à cette thèse.

Enfin, c'est l'occasion de remercier ma famille, Marc, et mes amis, dont le soutien a été précieux tout au long de cette thèse.

A mes parents

Résumé

L'analyse quantitative de la fonction contractile myocardique constitue un enjeu majeur pour le dépistage, le traitement et le suivi des maladies cardio-vasculaires, première cause de mortalité dans les pays développés. Aujourd'hui, l'Imagerie par Résonance Magnétique (IRM) est une modalité privilégiée pour l'exploration dynamique du cœur : d'une part, l'IRM anatomique conventionnelle (ciné-IRM) renseigne sur l'évolution de la géométrie des parois ; d'autre part, l'IRM par marquage tissulaire permet d'accéder à des informations cinématiques à l'intérieur du muscle cardiaque. L'exploitation quantitative de ces données est toutefois actuellement limitée en raison de la quasi-absence de méthodologies fiables, robustes et reproductibles d'estimation de mouvement non rigide à partir de séquences d'images acquises dans ces deux modalités. Cette thèse se propose de démontrer que les techniques de recalage non rigide informationnel constituent un cadre approprié pour l'estimation dense des déformations myocardiques, leur quantification à des fins diagnostiques, et leur modélisation en vue d'établir une référence numérique de normalité. Ses contributions concernent (i) l'élaboration d'une méthode générique non supervisée d'estimation du mouvement myocardique à partir de séquences d'IRM de marquage ; (ii) le développement d'un outil de quantification des déformations à l'échelle du voxel, du segment myocardique et du myocarde, intégrant une étape de segmentation dynamique du cœur par recalage des séquences ciné-IRM ; (iii) la construction d'un modèle statistique de contraction d'un cœur sain.

L'estimation dense des déplacements myocardiques en IRM de marquage repose sur une approche variationnelle de recalage non rigide iconique par optimisation d'une fonctionnelle composée d'un critère de similarité inter-image et d'un terme de régularisation. La prise en compte robuste des variations de topologie et d'intensité du réseau de marquage conduit à privilégier des critères de similarité statistiques, valides dans des contextes mono- et multimodaux. Afin de surmonter les limitations des mesures classiques, telle l'information mutuelle, dans le cas de statistiques conjointes complexes ou de grandes déformations (*e.g.* déformations systoliques), nous proposons de recourir à des mesures entropiques généralisées hors du cadre de Shannon. Nous nous intéressons spécifiquement aux f -informations, d'où nous dérivons des mesures généralisées normalisées originales, parmi lesquelles les f -informations exclusives. Pour chaque classe, nous établissons les expressions générales de leur gradient variationnel sur des espaces de mouvement non paramétriques et paramétriques, et mettons en évidence des comportements asymptotiques spécifiques. Dans le cas de f -informations paramétriques, nous proposons enfin un schéma de sélection du paramètre optimal. L'ajout à ces métriques de fonctionnelles de régularisation classiques permet d'aboutir à des modèles bien posés. Nous privilégions ici des stabilisateurs géométriques, favorisant une régularisation intra-régionale. Après validation sur des données simulées, cette approche est appliquée à l'estimation non paramétrique du mouvement cardiaque sur des séquences acquises sur des volontaires sains et des patients atteints de pathologies diverses, montrant des performances robustes vis-à-vis de la technologie de marquage tissulaire.

La quantification des déformations myocardiques à partir des champs de déplacement ainsi estimés repose sur le calcul de paramètres de déformation, dérivés soit directement du champ (ordre 0), soit du tenseur des déformations associé (ordre 1). Par construction, ces paramètres sont disponibles, à l'échelle du pixel ou du segment myocardique, à un instant donné du cycle cardiaque (*e.g.* télésystole) ou tout au long de celui-ci. L'obtention de mesures localisées nécessite néanmoins une segmentation préalable du myocarde. Celle-ci est effectuée sur une séquence d'images ciné-IRM, acquise conjointement aux données d'IRM de marquage. Une segmentation de la première image est obtenue par morphologie mathématique. Le masque anatomique résultant est ensuite propagé sur les images suivantes par déformation au moyen du champ estimé par recalage non rigide inter-images. La validation des quantifications dans le cas non pathologique nécessite de disposer de valeurs de référence. A cette

fin, une synthèse approfondie de la littérature médicale est effectuée, aboutissant à l'identification d'intervalles de confiance pour chaque paramètre. La comparaison des mesures obtenues par notre méthode à ces valeurs de référence a montré une excellente corrélation. En outre, l'accès à des mesures à tout instant du cycle cardiaque permet de mettre en évidence des comportements régionaux spécifiques qui ne sont pas systématiquement relevés dans la littérature cardiologique : propagations longitudinale et circonférentielle de la contraction, mouvement paradoxal du septum, translation initiale de l'apex vers la base. Pour des cœurs pathologiques (*e.g. cardiomyopathies*), les expériences ont montré la pertinence d'une analyse quantitative multiparamétrique pour localiser et caractériser les zones atteintes.

La dernière partie de ce travail décrit le modèle statistique d'un cœur sain. Le principe consiste en une analyse en composantes principales d'estimées non paramétriques de déplacement obtenues par recalage non rigide sur une base de 11 volontaires sains, préalablement alignés sur une référence anatomique commune. La procédure d'alignement est effectuée en deux temps : (i) compensation de forme à partir des données ciné-IRM par recalage non rigide de chaque image sur l'image en systole d'un patient de référence, (ii) composition des champs de déplacements par la transformation ainsi identifiée. Cet atlas peut être utilisé pour dériver des modèles quantitatifs pour les paramètres de déformation. Par ailleurs, l'intégrer au processus de recalage des données d'IRM de marquage conduirait à une description plus compacte du mouvement myocardique.

Mots clés : Estimation de mouvement non rigide ; recalage non rigide statistique ; f -information ; f -information exclusive ; quantification des déformations ; atlas statistique de mouvement ; imagerie cardiaque ; ciné-IRM ; IRM de marquage ; fonction contractile myocardique.

Table des matières

Introduction	1
I Fondements médicaux et radiologiques	5
1 Le cœur	7
1.1 Anatomie et physiologie	7
1.1.1 Architecture du myocarde et relation anatomie - dynamique	8
1.1.2 Activité électrique du cœur	8
1.1.3 Vascularisation du cœur	9
1.1.4 Conclusion	9
1.2 Pathologies cardiaques	10
1.2.1 Altération de la fonction myocardique contractile	10
1.2.2 Evaluation de la fonction myocardique contractile	11
1.2.3 Ischémie	11
1.2.4 Cardiomyopathies	11
1.3 Imagerie cardiaque	12
1.3.1 Plans de coupe	12
1.3.2 Modalités d'imagerie	13
1.4 Conclusion	14
2 L'imagerie par résonance magnétique	17
2.1 L'IRM conventionnelle	17
2.1.1 Principe physique de la résonance magnétique nucléaire	17
2.1.2 Création d'une image IRM	18
2.1.2.1 Codage de position des protons	18
2.1.2.2 Influence des constantes physiques et des paramètres d'acquisition	19
2.1.3 L'interprétation en contraste	20
2.1.3.1 La séquence d'Echo de Spin	20
2.1.3.2 La séquence d'Echo de Gradient	21
2.1.3.3 La qualité de l'image et le bruit	22
2.1.3.4 Temps d'acquisition	22
2.1.4 Les séquences d'acquisition	23
2.1.4.1 Définition d'une séquence	23
2.1.4.2 Choix de l'angle de basculement	23
2.1.4.3 Les séquences ultra-rapides	24
2.2 L'IRM cardiaque	24
2.2.1 Les séquences de l'IRM conventionnelle	25
2.2.2 L'IRM de marquage	25

2.2.2.1	Marquage tissulaire par impulsion sélective	26
2.2.2.2	Marquage tissulaire par modulation spatiale de l'aimantation : la séquence SPAMM	27
2.2.2.3	Marquage tissulaire par train d'impulsions : la séquence DANTE . . .	28
2.2.2.4	Marquage tissulaire par approche hybride DANTE/SPAMM	28
2.2.2.5	Marquage tissulaire sans perte de contraste : la technique CSPAMM .	28
2.2.3	L'IRM à contraste de phase	30
2.2.3.1	Le principe de l'IRM à contraste de phase	30
2.2.3.2	Approche hybride PC-IRM et IRM de marquage	30
2.2.4	L'IRM de diffusion	30
2.2.4.1	Le principe de l'IRM de diffusion	30
2.2.4.2	L'IRM de diffusion cardiaque	31
2.3	Conclusion	31

II Estimation des déformations myocardiques 33

3 Méthodes d'estimation du mouvement cardiaque en IRM de marquage 35

3.1	Approches par flot optique	36
3.2	Approches par segmentation des <i>tags</i> et reconstruction du champ de déplacement . . .	38
3.2.1	Segmentation des contours du myocarde	39
3.2.2	Segmentation et suivi des <i>tags</i>	39
3.2.2.1	Ajustement d'un modèle densitométrique de tag	39
3.2.2.2	Segmentation par contours actifs	40
3.2.3	Modélisation paramétrique du champ de déplacement	40
3.2.4	Modélisation stochastique du champ de déplacement	41
3.3	Approche par analyse de la phase des images harmoniques	42
3.3.1	Application de la contrainte du flot optique à la phase	42
3.3.2	La méthode HARP	42
3.4	Estimation des déformations de la paroi libre du VD	43
3.5	Conclusion	44

4 Recalage non rigide d'images médicales 45

4.1	Introduction	45
4.1.1	Contexte et objectifs du recalage d'images médicales	45
4.1.2	Typologie des méthodes de recalage	45
4.2	Approches par primitives géométriques	46
4.2.1	Mise en correspondance d'amers ponctuels	46
4.2.1.1	Les fonctions radiales	46
4.2.1.2	L'algorithme du point le plus proche itéré (ICP)	48
4.2.2	Mise en correspondance d'amers de dimension supérieure	49
4.3	Approches iconiques	49
4.3.1	Critères de similarité	49
4.3.2	Correction de contraste	52
4.3.3	Espaces de transformations	52
4.3.3.1	Transformations globales	53
4.3.3.2	Transformations locales	53
4.3.4	Modèles comportementaux de transformations	54
4.3.4.1	Modèles physiques et EDP	54

4.3.4.1.1	Modèle élastique linéaire	54
4.3.4.1.2	Modèle hyperélastique	55
4.3.4.1.3	Modèle fluide	55
4.3.4.1.4	Réduction du temps de calcul	56
4.3.4.2	Régularisation géométrique - Régularisation robuste	57
4.3.4.3	Régularisation par filtrage explicite : Les méthodes des démons	57
4.3.4.4	Régularisation bayésienne	58
4.4	Approches hybrides géométriques et iconiques	59
4.5	Préservation de la topologie	59
4.5.1	Estimation du jacobien	60
4.5.2	Estimation conjointe de l'inverse de la transformation	60
4.5.3	Modèles préservant intrinsèquement la topologie	61
4.6	Prise en compte des grands déplacements	62
4.6.1	Décomposition hiérarchique des images	62
4.6.2	Décomposition hiérarchique du champ de déplacement	62
4.6.3	Modèles avec prise en compte des grands déplacements	63
4.7	Conclusion	63
5	Recalage non rigide par mesures d'information généralisées	65
5.1	Mesures informationnelles généralisées	65
5.1.1	Le cadre de Shannon	65
5.1.2	Entropie généralisée	66
5.1.2.1	Entropie intégrale	67
5.1.2.2	Entropie non intégrale	67
5.1.3	Divergence généralisée	69
5.1.3.1	f -divergence	69
5.1.3.1.1	f -divergence intégrale	69
5.1.3.1.2	f -divergence non intégrale	70
5.1.3.1.3	Dualité des f -divergences intégrales et non-intégrales	71
5.1.3.2	Divergence de Jeffreys	71
5.1.3.3	Distance de Bregman	71
5.1.3.4	Divergence de Jensen	72
5.1.4	Informations généralisées	72
5.1.5	Informations normalisées	73
5.1.5.1	Informations normalisées dans le cadre de Shannon	73
5.1.5.2	Informations normalisées généralisées	74
5.2	Recalage non rigide variationnel par mesures d'information généralisées	74
5.2.1	Dérivée variationnelle des mesures d'information généralisées	76
5.2.1.1	Mesures par f -informations intégrales	76
5.2.1.2	Mesures par f -informations non intégrales	80
5.2.2	Dérivée variationnelle de mesures d'information normalisées généralisées	82
5.2.2.1	Informations normalisées dans le cadre de Shannon	82
5.2.2.2	Informations normalisées généralisées	83
5.2.2.3	Optimisation de la métrique d'information	84
5.2.3	Régularisation du premier ordre	86
5.2.3.1	Régularisation linéaire élastique	87
5.2.3.2	Régularisation avec préservation des discontinuités	87
5.2.3.3	Régularisation géométrique	88
5.2.4	Mise en œuvre numérique	88

5.3	Validation	89
5.3.1	Critères de validation	89
5.3.2	Mesure de référence	89
5.3.2.1	Variabilité morphologique	90
5.3.2.2	Variabilité photométrique	91
5.3.2.3	Variabilité technologique	91
5.4	Résultats expérimentaux	91
5.4.1	Matériel	91
5.4.2	Validation sur des données simulées	92
5.4.3	Intérêt des métriques d'information généralisées	93
5.4.4	Application aux images cardiaques RM	95
5.5	Conclusion	96

III Quantification et modélisation des déformations myocardiques 111

6	Quantification des déformations myocardiques	113
6.1	Quantification des déformations myocardiques : outils et méthodes	113
6.1.1	Systèmes de coordonnées anatomiques	113
6.1.2	Paramètres de déformation	114
6.1.2.1	Déplacements directionnels et torsion	114
6.1.2.2	Déformations normales	114
6.1.2.3	Cisaillements	116
6.1.2.4	Valeurs propres et vecteurs propres du tenseur des déformations	117
6.1.3	Visualisation des mesures	117
6.2	Régionalisation des mesures	118
6.2.1	Segmentation dynamique du myocarde	118
6.2.2	Modèle segmentaire du myocarde	119
6.3	Quantifications des déformations myocardiques : Etat de l'art	120
6.3.1	Population et matériel	122
6.3.2	Méthodes	122
6.3.3	Contraction radiale du VG	123
6.3.4	Rotation du VG	124
6.3.5	Contraction longitudinale du VG	125
6.3.6	Déformations normales	126
6.3.7	Déformations dans la direction des fibres et normale aux fibres	128
6.3.8	Cisaillements	128
6.3.9	Eléments propres du tenseur des déformations	129
6.3.10	Déformations du VD	129
6.3.11	Synthèse	130
6.4	Résultats expérimentaux	131
6.4.1	Contraction radiale	132
6.4.2	Rotation du VG	133
6.4.3	Contraction longitudinale et contraction radiale en grand axe	133
6.4.4	Déformations normales	134
6.4.5	Eléments propres du tenseur des déformations	137
6.4.6	Cas pathologiques	137
6.5	Conclusion	137

7	Modèle statistique des déformations myocardiques	145
7.1	Construction du modèle statistique	145
7.1.1	Alignement spatio-temporel des données sur la référence	145
7.1.2	Analyse en composantes principales	146
7.1.3	Résultats expérimentaux	147
7.2	Utilisation du modèle à des fins de quantification	148
7.3	Utilisation du modèle à des fins d'analyse	153
7.3.1	Résultats expérimentaux	158
7.4	Conclusion	159
	Conclusion et perspectives	163
A	Le complexe QRS de l'ECG	167
B	Recalage non rigide et <i>morphing</i>	169
B.1	Panorama des techniques de <i>morphing</i>	169
B.1.1	Ajustement d'une grille déformable	169
B.1.2	Mise en correspondance de segments	170
B.1.3	Mise en correspondance de points	170
B.1.4	Approches par modèles physiques	170
B.1.5	<i>Morphing</i> 3D	170
B.2	Relation avec le recalage non rigide	171
C	Rappels de mécanique des milieux continus	173
C.1	Le tenseur des déformations	173
C.2	Interprétation de ε_2	174
C.3	Interprétation du cisaillement	174
D	L'entropie de Shannon comme limite de f-entropies paramétriques	175
D.1	Entropie de Havrda-Charvát	175
D.2	Entropie de Rényi	175
E	Recalage non rigide par mesures d'information généralisées : utilisation d'estimées de Parzen locales	177
E.1	f -information intégrales	177
E.2	f -informations non intégrales	178
E.3	Informations de Shannon normalisées	179
E.4	Informations normalisées généralisées	179
F	Application à l'analyse d'images faciales	181
	Liste de publications et communications associées	187
	Bibliographie	201

Table des figures

1.1	L'anatomie du cœur (d'après (Netter, 1969)).	8
1.2	Les parois du VG.	9
1.3	Orientation des fibres musculaires au sein de la paroi du VG (d'après (Croisille, 1998)).	10
1.4	Le système cardio-necteur (d'après (Netter, 1969)).	10
1.5	La vascularisation du cœur.	11
1.6	Définition des plans de coupe petit axe et grand axe.	13
1.7	Le mouvement apparent : le mouvement de contraction à l'instant t_2 observé dans le plan P résulte non seulement de la contraction radiale du VG mais aussi de sa contraction longitudinale.	14
1.8	Images RM cardiaques.	14
2.1	Principe du codage spatial dans une direction : (a) application d'un champ magnétique uniforme, (b) application d'un gradient de champ magnétique (d'après (Bas, 1995)). .	19
2.2	Influence de TR et TE sur le contraste en T1 et T2 pour différents tissus du cerveau : (1) substance blanche, (2) substance grise, (3) liquide céphalo-rachidien (d'après (Bas, 1995)).	21
2.3	Signal observé lors d'une séquence d'Echo de Spin (d'après (Reeder, 1997)).	21
2.4	Séquence d'Echo de Spin.	22
2.5	Séquence d'Echo de Gradient.	23
2.6	Evolution de l'aimantation longitudinale M_z après suppression de l'impulsion d'inversion-récupération.	24
2.7	Images cardiaques extraites d'une séquence ciné-IRM.	25
2.8	Coupes petit axe du cœur en ciné-IRM et en IRM de marquage au même instant et au même niveau de coupe.	26
2.9	La séquence SPAMM. Les pointillés indiquent un second gradient facultatif.	27
2.10	Evolution temporelle du vecteur d'aimantation lors d'une séquence SPAMM avec un angle de basculement $\phi = 90^\circ$	27
2.11	Les deux principales séquences de marquage tissulaire en IRM.	28
2.12	Comparaison entre images SPAMM (a) et CSPAMM (b) à différents instants du cycle cardiaque.	29
2.13	Répartition des techniques de marquage tissulaire dans les publications entre 1991 et 2002.	31
3.1	Images petit axe extraites d'une séquence d'IRM de marquage illustrant les déformations systoliques.	36
3.2	Deux séquences petit axe marquées orthogonalement et une séquence grand axe (Source : Department of Biomedical Engineering, John Hopkins University, Baltimore, MA). . .	37
3.3	Modèle densitométrique gaussien d'une ligne de tag.	39
3.4	L'approche inverse : le correspondant du point P_0 à t_1 (P_1 ou P'_1) ne peut être connu ; seule la composante perpendiculaire à la ligne de <i>tag</i> non déformée $\mathbf{n}\varphi$ peut être estimée.	41

3.5	Image d'IRM de marquage et son spectre, sur lequel on peut observer la répétition d'un motif due à l'échantillonnage réalisé par les <i>tags</i>	43
5.1	Entropie de Rényi $H_r(X)$ d'une loi de Bernoulli X pour différents ordres r	68
5.2	Information mutuelle et information exclusive de deux variables aléatoires.	73
5.3	Processus de validation. Pour alléger les notations, le déplacement $\mathbf{u}_{t_0, t_1}^{atlas}$ est noté $\mathbf{u}^{atlas}$	91
5.4	Histogrammes marginal et conjoint typiques des images ciné-IRM et IRM de marquage.	93
5.5	Recalage d'images (a) petit axe et (b) grand axe par f -information exclusive. Une grille synthétique déformée par $\mathbf{u}^*$ permet de mieux apprécier les déplacements estimés.	94
5.6	Recalage par I_α -information exclusive pour une paire d'images SPAMM simulées ($\alpha = 1.2$).	97
5.7	Recalage par I_α -information exclusive pour une paire d'images CSPAMM simulées ($\alpha = 1.2$).	98
5.8	Recalage par I_α -information exclusive pour une paire d'images DANTE simulées ($\alpha = 1.2$).	99
5.9	Evolution de l'opposé du critère de I_α -information (<i>ligne pointillée - échelle de droite</i>) et du critère I_α -information exclusive (<i>ligne pleine - échelle de gauche</i>) ($\alpha = 2.0$) lors du recalage multirésolution (3 niveaux). Pour souligner l'accélération de convergence en utilisant une information exclusive, un nombre fixe d'itérations a été imposé à chaque niveau de résolution. Les sauts observés correspondent au passage à un niveau de résolution supérieure.	100
5.10	Influence de la métrique d'information sur le recalage non rigide d'images ciné-IRM à la télédiastole et la télésystole [Source : Medical Imaging Laboratory - John Hopkins University (prospero.bme-mri.jhu.edu/~emcveigh/LabIntro/)].	101
5.11	Relation entre niveaux de coupe et grille de marquage pour la construction d'une géométrie de données 3D à partir de séries de coupes sous incidence perpendiculaire.	102
5.12	Interpolation entre deux paires de coupes grand axe et petit axe. Le pixel interpolé (en gris) est obtenu par l'application du masque (zone hachurée) dans le sens 1, puis le sens 2.	103
5.13	Evolution du champ de déplacement sur une séquence petit axe pour un volontaire sain. L'échelle temporelle est exprimée en % de la durée totale du cycle cardiaque.	104
5.14	Evolution du champ de déplacement sur une séquence grand axe pour un volontaire sain. L'échelle temporelle est exprimée en % de la durée totale du cycle cardiaque.	105
5.15	Champs de déplacement systolique et diastolique sur une séquence petit axe, pour un volontaire sain, en systole (en haut) et en diastole (en bas).	106
5.16	Champs de déplacement systolique et diastolique sur une séquence grand axe, pour un volontaire sain, en systole (en haut) et en diastole (en bas).	107
5.17	Champ systolique 3D pour un volontaire sain observé aux niveaux basal / médian / apical.	108
5.18	Cohérence de recalage en utilisant une I_α -information exclusive ($\alpha = 1.2$) pour le recalage non rigide d'images IRM de marquage.	109
5.19	Evolution du champ de déplacement sur une séquence petit axe pour un patient atteint d'une ischémie. Echelle temporelle en % de la durée totale du cycle cardiaque.	110
6.1	Les deux systèmes de coordonnées usuels du VG. Le système RCL comprend les directions radiale (R), circonférentielle (C) et longitudinale (L). Le système RFNF associe les directions radiale (R), colinéaire à la fibre (F) et normale à la fibre (NF).	114
6.2	Déformations normales (<i>en haut</i>) et cisaillements (<i>en bas</i>). Un élément de volume non-déformé (<i>à gauche</i>) subit des déformations élémentaires dont la direction est indiquée par une flèche.	115
6.3	Dépendance de la déformation normale par rapport à la direction <i>et</i> aux variations spatiales. Une déformation dans une direction donnée peut engendrer un étirement ou un raccourcissement.	115

6.4	Angle de cisaillement entre les directions $\mathbf{v}$ et $\mathbf{w}$	117
6.5	Modes de représentation des paramètres de déformation : dense, segmentaire et temporelle.	118
6.6	Construction d'un masque de segmentation dynamique.	119
6.7	Le grand axe du cœur et les trois principaux niveaux de coupe petit axe : apical, médian et basal.	120
6.8	Les trois niveaux de coupe petit axe et le modèle 16 segments du VG préconisé par l'AHA.	122
6.9	La représentation en œil de bœuf du modèle 16 segments du VG préconisé par l'AHA. Le 17ème segment, associé à l'apex, est facultatif.	123
6.10	Propagation circonférentielle de la contraction radiale. Afin de mieux souligner la propagation, les mesures ont été normalisées à l'unité sur chaque segment.	133
6.11	Propagation longitudinale de la contraction radiale. Afin de mieux souligner la propagation, les mesures ont été normalisées à l'unité sur chaque niveau.	134
6.12	Déplacement radial instantané (en m/s) pour la moyenne des volontaires sains. L'abscisse est exprimée en % du cycle cardiaque.	135
6.13	Angle de rotation instantané (en degrés/s) pour la moyenne des volontaires sains. L'abscisse est exprimée en % du cycle cardiaque.	135
6.14	Déplacement radial (en mm) pour la moyenne des volontaires sains. L'abscisse est exprimée en % du cycle cardiaque.	136
6.15	Angle de rotation (en degrés) pour la moyenne des volontaires sains. L'abscisse est exprimée en % du cycle cardiaque.	136
6.16	Cartes de contraction radiale locales et segmentaires aux niveaux de coupe apical, médian et basal. Des valeurs élevées pour un volontaire sain (resp. faibles) indiquent une contraction vers l'intérieur (resp. l'extérieur) du myocarde. L'échelle temporelle est exprimée en % du cycle cardiaque.	138
6.17	Cartes de torsion locales et segmentaires aux niveaux de coupe apical, médian et basal (images en couleur) pour un volontaire sain. Des valeurs élevées (resp. faibles) indiquent une déformation dans le sens horaire (resp. trigonométrique). L'échelle temporelle est exprimée en % du cycle cardiaque.	139
6.18	Cartes de contraction radiale et longitudinale obtenues sur des images grand axe pour un cœur sain. L'échelle temporelle est exprimée en % du cycle cardiaque.	140
6.19	Déformation normale radiale E_{rr} instantanée (en %) pour la moyenne des volontaires sains. L'échelle temporelle est exprimée en % du cycle cardiaque.	141
6.20	Déformation normale circonférentielle E_{cc} instantanée (en %) pour la moyenne des volontaires sains. L'échelle temporelle est exprimée en % du cycle cardiaque.	141
6.21	Déformation normale radiale E_{rr} cumulée (en %) pour la moyenne des volontaires sains. L'échelle temporelle est exprimée en % du cycle cardiaque.	142
6.22	Déformation normale circonférentielle E_{cc} cumulée (en %) pour la moyenne des volontaires sains. L'échelle temporelle est exprimée en % du cycle cardiaque.	142
6.23	Valeur propre maximale E_1 pour la moyenne des volontaires sains. L'échelle temporelle est exprimée en % du cycle cardiaque.	143
6.24	Valeur propre minimale E_3 pour la moyenne des volontaires sains. L'échelle temporelle est exprimée en % du cycle cardiaque.	143
6.25	Déplacement radial instantané (en m/s) pour la moyenne des volontaires sains (pointillé) et la CMD (trait gras).	144
6.26	Angle de rotation instantané (en degrés/s) pour la moyenne des volontaires sains (pointillé) et la CMD (trait gras).	144
7.1	Alignement spatial des champs de déplacement du corpus sur une référence anatomique commune.	146

7.2	Modèle de déplacement moyen aux niveaux de coupe apical, médian et basal. L'échelle temporelle est exprimée en % de la durée totale du cycle cardiaque.	149
7.3	Première composante principale de déplacement aux niveaux de coupe apical, médian et basal. L'échelle temporelle est exprimée en % de la durée totale du cycle cardiaque.	150
7.4	Deuxième composante principale de déplacement aux niveaux de coupe apical, médian et basal. L'échelle temporelle est exprimée en % de la durée totale du cycle cardiaque.	151
7.5	Troisième composante principale de déplacement aux niveaux de coupe apical, médian et basal. L'échelle temporelle est exprimée en % de la durée totale du cycle cardiaque.	152
7.6	Evolution des trois premières valeurs propres moyennées sur les trois niveaux de coupe en proportion des autres. L'échelle temporelle est exprimée en % de la durée totale du cycle cardiaque.	153
7.7	la contraction radiale du modèle moyen des déplacements aux niveaux de coupe apical, médian et basal. L'échelle temporelle est exprimée en % de la durée totale du cycle cardiaque.	154
7.8	la rotation du modèle moyen des déplacements aux niveaux de coupe apical, médian et basal. L'échelle temporelle est exprimée en % de la durée totale du cycle cardiaque.	155
7.9	Evolution du vecteur propre associé à la valeur propre maximale E_1 du modèle moyen des déplacements aux niveaux de coupe apical, médian et basal. L'échelle temporelle est exprimée en % de la durée totale du cycle cardiaque.	156
7.10	Evolution du vecteur propre associé à la valeur propre minimale E_2 du modèle moyen des déplacements aux niveaux de coupe apical, médian et basal. L'échelle temporelle est exprimée en % de la durée totale du cycle cardiaque.	157
7.11	Proportion de chaque valeur propre de la variance totale pour chaque niveau de coupe (en moyenne pour chaque instant du cycle cardiaque). La droite en pointillés indique la moyenne.	159
7.12	Comparaison des résultats obtenus par recalage non rigide non paramétrique et paramétrique orienté atlas au niveau apical.	160
7.13	Comparaison des résultats obtenus par recalage non rigide non paramétrique et paramétrique orienté atlas au niveau médian.	161
7.14	Comparaison des résultats obtenus par recalage non rigide non paramétrique et paramétrique orienté atlas au niveau basal.	162
A.1	L'électrocardiogramme et les événements P, QRS et T.	167
F.1	Histogrammes marginal (à gauche) et conjoint (à droite) typiques des images de visage.	182
F.2	Recalage non rigide d'images présentant une variation de pose importante par I_α -information et I_α -information exclusive ($\alpha = 1.2$). SC représente la somme des cartes d'amplitude de gradient des images considérées.	183
F.3	Recalage non rigide d'images de visages présentant des variations de pose et d'expression importantes par information exclusive ($f = f_{KL}$).	184
F.4	Recalage non rigide d'images de visages présentant une forte variation de pose par I_α -information exclusive ($\alpha = 1.1$).	184
F.5	Recalage non rigide d'images de visages présentant de fortes variations d'éclairement par information exclusive ($f = f_{KL}$).	184
F.6	Recalage d'images de visages inter-individu sans variation de pose par information exclusive ($f = f_{KL}$).	185

Liste des tableaux

2.1	Valeurs de T1 et T2 à 1.5T (d'après (Pickens, 2000; Duerinckx et Kumar, 2000)). . . .	20
2.2	Les séquences rapides et ultra-rapides.	24
4.1	Quelques fonctions radiales U classiques.	48
5.1	Quelques f -divergences intégrales classiques.	70
5.2	Quelques f -divergences non intégrales classiques.	71
5.3	Coefficients pondérateurs de la force statistique (5.61) pour différentes mesures d'information de Shannon normalisées.	82
5.4	Coefficients pondérateurs des forces statistiques (5.64a) pour différentes mesures d'information normalisées généralisées.	84
5.5	Schéma d'optimisation alternée.	86
5.6	Paramètres d'acquisition des séquences IRM de marquage du corpus expérimental. . .	92
6.1	Travaux relatifs à la mesure des déformations du VG (<i>en haut</i>) et du VD (<i>en bas</i>) à partir d'images d'IRM de marquage. Dans chaque tableau, les études médicales (EM) sont en partie supérieure et les études techniques (ET) en partie inférieure. <i>Population</i> : Nb désigne le nombre de volontaires sains. L'âge moyen est donné $\pm$ l'écart-type. M/F désigne le nombre d'hommes/femmes. <i>Pathologies</i> : CMH=Cardiomyopathie hypertrophique, IM=Infarctus/ischémie myocardique, CMD=Cardiomyopathie dilatée, SA=Sténose aortique, HVD=Hypertrophie du VD, HPC=Hypertension pulmonaire chronique. <i>Paramètres d'acquisition</i> : FOV= <i>Field of view</i> (mm), ST=Epaisseur de coupe (mm), TS=Espace inter-tag (mm), SR=Résolution spatiale (mm), TpR=Résolution temporelle (ms), TR/TE/ ϕ =Temps de répétition (ms)/Temps d'écho (ms)/Angle de basculement (degrés). <i>Différenciation régionale</i> : d=dense, R=Radiale, C=Circonférentielle, L=Longitudinale, T=Temporelle. <i>Type de paramètre</i> : V=Vitesse, D=Déplacement, E=Elongation, S=Déformation. <i>Type de segmentation du VD</i> : 3S=Trois segments, A=Anatomique.	121
6.2	Déplacement radial maximal (en mm) mentionné dans les articles (Young et al., 1994) (n=12) et (Moore et al., 2000) (n=31). Une valeur positive indique un déplacement vers l'intérieur du myocarde.	124
6.3	Angle de rotation maximal mentionné dans les articles (Young et al., 1994) (n=12), (Park et al., 1996), (Allouche et al., 2001a) (n=15), (Stuber et al., 1999a; Nagel et al., 2000) (n=12). Une valeur positive (resp. négative) indique une rotation dans le sens trigonométrique (resp. horaire).	125
6.4	Déplacement longitudinal maximal (en mm) mentionné dans les articles (Young et al., 1994) (n=12), (Moore et al., 2000) (n=31), (Dong et al., 1994) (n=6) et (Rogers et al., 1991) (n=19). Une valeur positive indique un déplacement de la base vers l'apex. . . .	125

6.5	Déformation normale radiale maximale (en %) mentionnée dans les articles (Young et al., 1994) (n=12), (Moore et al., 2000) (n=31), (Bogaert et Rademakers, 2001) (n=87), (Kuijter et al., 2002) (n=10).	126
6.6	Déformation normale circonférentielle maximale (%) mentionnée dans les articles (Clark et al., 1991) (n=10), (Kramer et al., 1994) (n=10), (Young et al., 1994) (n=12), (Moore et al., 2000) (n=31) et (Kuijter et al., 2002) (n=10).	127
6.7	Variation transmurale de la déformation circonférentielle maximale (en %) mentionnée dans les articles (Clark et al., 1991) (n=10), (Kramer et al., 1994) (n=10), (Moore et al., 2000) (n=31) et (Bogaert et Rademakers, 2001) (n=87). Δ est la différence absolue entre les valeurs épicaudique et endocaudique.	127
6.8	Déformation normale longitudinale maximale (en %) mentionnée dans les articles (Young et al., 1994) (n=12), (Moore et al., 2000) (n=31), (Bogaert et Rademakers, 2001) (n=87), (Kramer et al., 1994) (n=10) et (Kuijter et al., 2002) (n=10).	128
6.9	Déformation maximale selon la direction des fibres (F) et normale aux fibres (NF) (en %) mentionnée dans les articles (MacGowan et al., 1997) (n=10) et (Bogaert et Rademakers, 2001) (n=87).	129
6.10	Cisaillements circonférentiel-longitudinal (E_{cl}), circonférentiel-radial (E_{cr}) et longitudinal-radial (E_{lr}) maximaux (en %) mentionnés dans les articles (Young et al., 1994) (n=12) et (Bogaert et Rademakers, 2001) (n=87).	130
6.11	Valeur propre maximale E_1 mentionnée dans les articles (Young et al., 1994) (n=12) et (Moore et al., 2000) (n=31).	130
6.12	Valeur propre minimale E_3 mentionnée dans les articles (Young et al., 1994) (n=12) et (Moore et al., 2000) (n=31).	131
6.13	Angle de la direction propre $\mathbf{v}_3$ associée à E_3 par rapport à la direction circonférentielle, mentionné dans les articles (Young et al., 1994) (n=12) et (Moore et al., 2000) (n=31).	131
6.14	Raccourcissement de la PLVD (en %) dans le plan du petit axe mentionné dans les articles (Klein et al., 1998) (n=16) et (Fayad et al., 1998) (n=10).	132
6.15	Raccourcissement de la PLVD (en %) dans le plan du grand axe mentionné dans les articles (Naito et al., 1995) (n=9) et (Fayad et al., 1998) (n=10).	132
7.1	Valeurs du paramètre Θ pour chaque individu du corpus d'apprentissage.	158

Notations

$\mathbf{u}$	Vecteur (minuscule gras)
$\mathbf{A}$	Matrice (majuscule gras)
$\mathbf{I}$	Matrice identité
$\det \mathbf{A}$	Déterminant de la matrice $\mathbf{A}$
$\mathbf{A}^T$	Transposée de la matrice $\mathbf{A}$
$\text{tr}(\mathbf{A})$	Trace de la matrice $\mathbf{A}$
∇	Gradient
$\nabla \cdot$	Divergence
∇^2	Laplacien
$\ \cdot \ _e$	Norme quelconque d'un espace de Hilbert
$\langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathcal{L}^2}$	Produit scalaire usuel sur $\mathcal{L}^2(\mathbb{R}^n)$
$J(\cdot)$	Jacobien
$\partial_j a^i$	Dérivée partielle par rapport à la variable x_j de la i -ème composante du vecteur $\mathbf{a}$
$D \subset \mathbb{R}^d$	Support de l'image ($d = 2, 3$)
$\Omega = [0 \dots 2^b - 1]$	Valeurs d'intensité prises par les pixels, b étant le nombre de bits par pixel.
$\psi : D \rightarrow \Omega$	Fonction de luminance d'une image
S	Image source
T	Image cible
$\mathcal{T}(\mathbb{R}^n)$	Espace des déplacements sur $\mathbb{R}^n$
$\varphi(\cdot)$	Transformation spatiale de $\mathcal{T}(\mathbb{R}^n)$
$\mathbf{u}(\cdot)$	Champ de déplacement tel que $\varphi(\mathbf{x}) = \mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in D$
$\mathbf{v}(\cdot)$	Champ vitesse
$\mathbf{p}_i, \mathbf{q}_i$	Famille d'amers
$\mathbf{E}$	Tenseur des déformations
λ, μ	Coefficients de Lamé
λ^*, μ^*	Coefficients de viscosité
E_Y, ν	Module d'Young et coefficient de Poisson
$H(\cdot)$	Entropie
$H_S(\cdot)$	Entropie de Shannon
$H_r(\cdot)$	Entropie de Rényi
$D_f(\cdot, \cdot)$	Divergence
$D_{KL}(\cdot, \cdot)$	Divergence de Kullback-Leibler
$I_f(\cdot, \cdot)$	Information
$I(\cdot, \cdot)$	Information mutuelle
$I_r(\cdot, \cdot)$	Information de Rényi
$\star$	Convolution sur l'espace des intensités Ω^2
$*$	Convolution spatiale sur D
ε	Elongation

Introduction

Première cause de mortalité dans les pays occidentaux, les maladies cardiovasculaires (CV) constituent un enjeu de santé publique de première importance. En France, elles sont à l'origine de près de 170 000 décès chaque année (32% des décès). Selon la classification internationale établie par l'Organisation Mondiale de la Santé, ces maladies se répartissent en 4 familles :

- les cardiopathies ischémiques : il s'agit de maladies liées à l'atteinte des artères coronaires, dont l'infarctus du myocarde est le plus fréquent (120 000 cas par an). Elles représentent 27% des décès liés à l'appareil circulatoire (45 000 décès annuels) (Hercberg et Tallec, 2000) ;
- les autres formes de cardiopathies : elles comprennent notamment les cardiomyopathies (CM), pathologies du muscle cardiaque dont la plupart sont d'étiologie inconnue ;
- les maladies vasculaires cérébrales ;
- les maladies des artères, artérioles et capillaires.

La lutte contre les maladies CV revêt des formes multiples. Des campagnes de prévention visant les facteurs favorisant des cardiopathies ischémiques ont permis une légère baisse de la prévalence des maladies CV. Elles sont associées à de programmes de dépistage en vue d'orienter le patient vers un traitement adapté. Les objectifs généraux des traitements sont : l'amélioration des symptômes et de la qualité de vie, la prévention de l'aggravation de l'insuffisance cardiaque, l'amélioration du pronostic vital, la prévention des complications et le traitement de causes spécifiques. Le traitement des cardiopathies ischémiques est principalement médicamenteux¹. Le traitement des CM dépend de la forme de la pathologie, à savoir dilatée ou ischémique. La CM dilatée (CMD) - la plus commune des CM - entraîne une altération de la fonction contractile myocardique. Principale indication des transplantations cardiaques, elle ne possède pas de traitement spécifique. Aussi celui-ci est-il symptomatique (*i.e.* reprend les indications du traitement de l'insuffisance cardiaque). Un traitement par stimulation cardiaque est néanmoins en cours d'évaluation. Dans les CM hypertrophiques, l'augmentation de volume du cœur, liée essentiellement à la paroi, provoque des troubles en phase de relaxation et peut entraîner une obstruction à l'éjection du sang. L'implantation d'un *pacemaker* permet de réduire l'obstruction et les symptômes. Un nouveau traitement (alcoolisation septale), proposé aux patients rebelles aux thérapies médicamenteuses et à la stimulation, consiste à réduire la taille du septum en provoquant un infarctus localisé par injection d'alcool (Sigwart, 1995; Lakkis et al., 2000).

Les cardiopathies, qu'elles soient ou non ischémiques, se caractérisent par une altération de la fonction myocardique. Celle-ci peut être d'origines diverses : altération de la vascularisation dans un territoire tissulaire (*ischémie*), trouble de la fonction musculaire (*cardiomyopathies*), troubles de la conduction électrique (entre autres *sarcoidoses*, maladies de système touchant plusieurs organes). L'analyse quantitative de la fonction contractile myocardique constitue donc un enjeu majeur pour le dépistage, le traitement et le suivi de ces maladies. Toutefois, les modalités d'imagerie cardiaque de

¹Il peut s'agir de diurétiques (favorisant l'élimination du sel), de digitaliques (renforçant la contractilité du ventricule gauche), d'anticoagulants, ou d'inhibiteurs de l'enzyme de conversion (bloquant l'action d'une enzyme à l'origine d'une constriction des vaisseaux sanguins).

référence utilisées actuellement en routine clinique (échographie et scintigraphie) ne permettent pas d'accéder aux déformations à l'intérieur du myocarde. A cet égard, l'Imagerie par Résonance Magnétique (IRM) s'affirme comme une modalité privilégiée pour l'exploration dynamique de la fonction cardiaque : d'une part, l'IRM anatomique conventionnelle (ciné-IRM) renseigne sur la motilité des parois et la géométrie des cavités ; d'autre part, l'IRM par marquage tissulaire (*tagged MRI*) permet d'accéder à des informations cinématiques à l'intérieur du muscle cardiaque, offrant une alternative non invasive aux techniques par marqueurs opaques implantés qui ont été employées pour l'évaluation de la fonction myocardique chez certains animaux. Le passage d'une appréciation qualitative à une analyse quantitative des données d'IRM cardiaque constitue aujourd'hui un enjeu crucial pour l'étude de la viabilité myocardique. Cette évolution suppose toutefois de lever le verrou méthodologique que constituent la segmentation et l'estimation de mouvement des structures cardiaques, en particulier en vue du développement de logiciels de traitement d'images dédiés, opérationnels en routine clinique. La quasi-absence de tels logiciels participe du fait que la fonction contractile du cœur humain est encore mal connue. En outre, les efforts de recherche mené jusqu'ici en ce sens ont été principalement concentrés sur le ventricule gauche, le cœur droit demeurant un territoire très peu exploré.

Cette thèse aborde cet ensemble de problématiques dans une perspective méthodologique unifiée, contrée sur la notion de recalage statistique d'images. Spécifiquement, nous proposons de mettre en place un cadre variationnel générique pour le recalage non rigide d'images par mesures d'information généralisées et de démontrer sa pertinence pour l'estimation dense des déformations sur l'ensemble du muscle cardiaque, leur quantification à des fins diagnostiques, et leur modélisation en vue d'établir une référence numérique de normalité. Nos contributions concernent (i) l'élaboration d'une méthode générique non supervisée d'estimation du mouvement myocardique à partir de séquences d'IRM de marquage ; (ii) le développement d'un outil de quantification des déformations à l'échelle du voxel, du segment myocardique et du myocarde, intégrant une étape de segmentation dynamique du cœur par recalage des séquences ciné-IRM ; (iii) la construction d'un modèle statistique de contraction d'un cœur sain.

Ce mémoire est structuré de la manière suivante :

- La première partie s'attache à présenter les fondements médicaux et radiologiques de notre travail. Le Chapitre 1 rappelle brièvement quelques notions essentielles d'anatomo-pathologie et d'imagerie cardiaques. Le Chapitre 2, dédié à l'IRM, expose ensuite les principes généraux de cette modalité avant d'aborder les technologies d'IRM cardiaque, et notamment l'IRM par marquage tissulaire.
- La deuxième partie de ce document traite des méthodologies d'estimation des mouvements myocardiques en imagerie cardiaque. Le Chapitre 3 présente un état de l'art des méthodes d'estimation des déformations myocardiques en IRM de marquage. La quasi-absence de méthode de référence fiable, robuste et reproductible pour l'estimation de mouvement non rigide met en évidence l'apport potentiel des techniques statistiques de recalage non rigide dans ce contexte. Un état de l'art des méthodes de recalage non rigide est donc réalisé au Chapitre 4, soulignant la polyvalence, mais aussi les limitations des approches statistiques fondées sur des critères d'information de Shannon. Le Chapitre 5 s'attaque à ces limitations en établissant un cadre variationnel générique de recalage non rigide par mesures d'information généralisées, valide sur des espaces de transformations paramétriques et non paramétriques. Les performances de ces modèles pour l'estimation non paramétrique dense des déplacements myocardiques en IRM de marquage sont ensuite évaluées en détail.
- La dernière partie de ce travail est consacrée à la quantification et à la modélisation des déformations myocardiques. Le Chapitre 6 traite du calcul des paramètres de déformation à partir des déplacements estimés, et de la validation clinique des mesures résultantes pour le cœur sain

et pathologique. Enfin, le Chapitre 7 est consacré à la modélisation de la contraction d'un cœur sain. Nous décrivons ainsi une approche générique de construction d'un modèle statistique (atlas) de mouvement du myocarde. Ce dernier est utilisé pour dériver des modèles de référence quantitatifs pour les paramètres de déformation, et intégré au processus de recalage des données d'IRM de marquage, autorisant alors une description plus compacte des déplacements sur un espace paramétrique de mouvement adapté à la cinématique cardiaque.

- Une conclusion synthétise les résultats obtenus et dégage quelques perspectives envisageables à ce travail.

Première partie

Fondements médicaux et radiologiques

Chapitre 1

Le cœur

Ce chapitre est consacré à l'étude du cœur, le moteur de la circulation sanguine. Dans une première partie sont présentées l'anatomie et la physiologie cardiaques, et en particulier les relations anatomie - dynamique, l'activité électrique et la vascularisation. Les cardiopathies à l'origine d'une altération de la fonction contractile myocardique (ischémie, cardiomyopathies) font l'objet d'une deuxième partie. Dans une troisième partie, les principaux outils d'aide au diagnostic de ces pathologies, *i.e.* les modalités de l'imagerie cardiaque, sont présentés.

1.1 Anatomie et physiologie

Situé entre les deux poumons dans le médiastin antérieur, le cœur est une pompe propulsant le sang dans le corps. Il est composé de quatre cavités (Figure 1.1) : deux cavités droites, l'oreillette droite (OD) et le ventricule droit (VD) et deux cavités gauches, l'oreillette gauche (OG) et le ventricule gauche (VG). Les cavités droites et gauches sont totalement séparées par une cloison, le septum. Les oreillettes (ou atriums) sont reliées aux ventricules par l'intermédiaire de valves : la valve mitrale à gauche et la valve tricuspide à droite.

Ces quatre cavités sont entourées par un muscle, le myocarde, lui-même entouré d'une membrane appelée péricarde. Les parois interne et externe du myocarde sont respectivement nommées endocarde et épicaarde. La pointe du cœur est appelée apex, et la partie haute est appelée base. L'axe apex-base est appelé grand axe et le plan qui lui est perpendiculaire est appelé plan petit axe. Les parois du VG sont divisées en segments myocardiques appelés antérieur, latéral, inférieur¹ et septal (Figure 1.2).

Les parties droite et gauche fonctionnent en parallèle selon le schéma suivant :

- la partie droite reçoit des veines caves qui s'abouchent dans l'OD un sang non hématosé et l'envoie depuis le VD dans les poumons par l'artère pulmonaire,
- la partie gauche du cœur reçoit par les veines pulmonaires qui s'abouchent dans l'OG le sang oxygéné provenant des poumons, et le propulse dans la circulation générale par l'artère aorte.

Au repos, le cycle cardiaque dure environ 800 ms (75 battements par minute) et se décompose en deux phases : la diastole (environ 60% du cycle cardiaque) et la systole (40% du cycle cardiaque). Pendant la diastole, les ventricules se remplissent du sang provenant des oreillettes. Pendant la systole, les deux ventricules se contractent et se vident dans leurs artères respectives à raison de 5 à 6 litres par minute. Les termes protosystole et télésystole (resp. protodiastole et télédiastole) désignent le début et la fin de la systole (resp. diastole).

La pression sanguine dans l'aorte étant environ quatre fois plus importante que dans l'artère pulmonaire, le VG est plus développé (muscle plus important, paroi plus épaisse) que le VD. Aussi, une

¹La paroi inférieure est également appelée *postérieure* (notamment en échocardiographie) mais le terme *inférieure* est recommandé (Cerqueira et al., 2002).

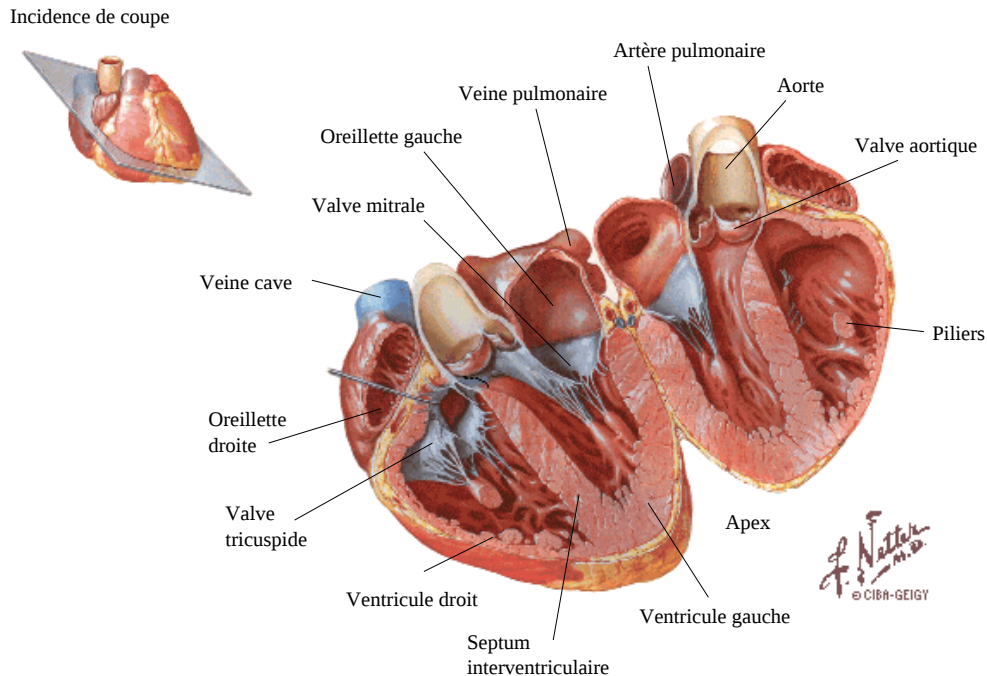


FIG. 1.1 – L'anatomie du cœur (d'après (Netter, 1969)).

atteinte au VG peut altérer de manière significative les performances cardiaques.

1.1.1 Architecture du myocarde et relation anatomie - dynamique

Le myocarde a une structure complexe (Figure 1.3) (Mourad et al., 2001). Il est constitué de fibres musculaires, dont le développement reflète l'activité mécanique des cavités cardiaques : les fibres atriales sont moins épaisses que les fibres ventriculaires. Ces dernières se répartissent en trois types (Bouchet et Cuilleret, 1983) :

- les *fibres communes*, superficielles, situées sous l'épicarde, ont un trajet spiralé de la surface externe du cœur vers l'apex, où elles réalisent un tourbillon. Leur contraction entraîne un mouvement de torsion ;
- les *fibres propres* entourent chaque ventricule : à droite, elles parcourent obliquement le ventricule jusqu'aux piliers, à gauche elles encerclent horizontalement le VG et se perdent dans le septum ainsi que dans les piliers ;
- les *fibres inter-ventriculaires* proviennent des fibres propres et complètent la portion musculaire de la cloison inter-ventriculaire.

Les déformations subies par le VG sont corrélées à la structure des fibres dans le myocarde. Elles se composent de : (i) une contraction radiale accompagnée d'un épaissement pariétal, (ii) une torsion du myocarde autour de l'axe apex-base, (iii) une diminution longitudinale le long de l'axe apex-base. Dans le VD, l'orientation longitudinale des fibres entraîne un mouvement prédominant dans cette direction.

1.1.2 Activité électrique du cœur

Le système électrique du cœur, appelé système cardio-necteur, est responsable de l'automatisme cardiaque (Figure 1.4). Les influx électriques sont initiés au noeud de Keith-Flack, dans la paroi de l'OD, lieu de réglage de la fréquence de contraction. L'influx se propage rapidement, et les deux oreillettes se contractent à l'unisson. Un retard est pris au noeud d'Ashaw-Tawara, au bas de la cloison inter-auriculaire, qui permet aux oreillettes de se contracter et de se vider complètement avant que ne

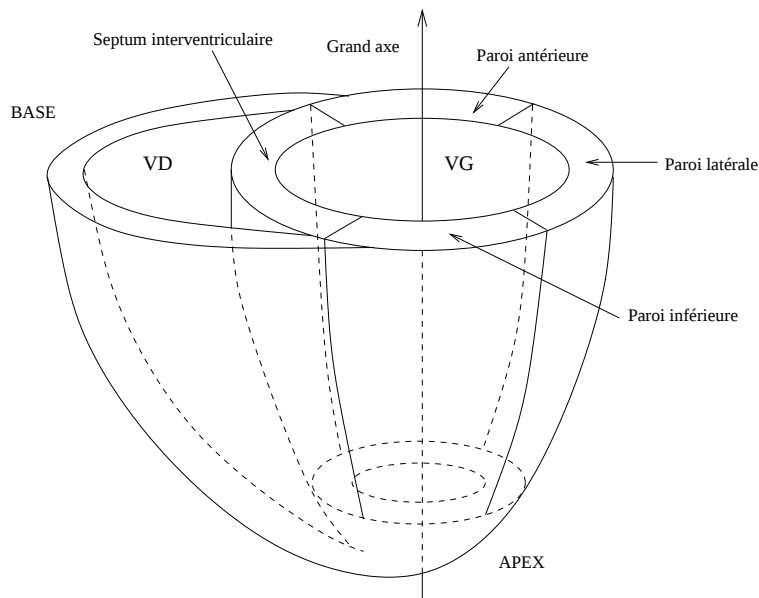


FIG. 1.2 – Les parois du VG.

début la contraction ventriculaire. Le signal de contraction se propage ensuite jusqu'à l'extrémité de chaque ventricule, le long des branches du faisceau de His (ou faisceau auriculo-ventriculaire) dans le septum. L'onde d'excitation remonte ensuite et s'étend dans les parois ventriculaires par les myofibres de conduction cardiaque du réseau de Purkinje.

La relation entre activités mécanique et électrique est peu connue ; elle a été étudiée récemment dans (Wyman et al., 1999 ; Samli et al., 2001 ; Faris et al., 2001).

1.1.3 Vascularisation du cœur

La vascularisation artérielle du cœur est assurée par deux artères dites coronaires, ainsi nommées parce qu'elles entourent le cœur, comme une couronne, à la jonction atrio-ventriculaire (Figure 1.5). L'artère coronaire gauche, la plus importante des deux coronaires, est issue du bord gauche de l'aorte et se divise en deux branches après un tronc d'origine très court : la branche inter-ventriculaire antérieure (IVA) et la branche circonflexe. La branche IVA descend le long de la paroi antérieure, entre les deux ventricules et s'achève aux environs de l'apex. La branche circonflexe chemine entre l'oreillette et le ventricule gauches, pour finir à la face postéro-latérale du ventricule gauche. L'artère coronaire droite est issue du bord droit de l'aorte ascendante, passe par le sillon atrio-ventriculaire antérieur et se termine sur la face postérieure du cœur.

Le sang ayant irrigué le myocarde est collecté dans deux groupes de veines cardiaques :

- superficielles : formant le système principale, annexé aux artères coronaires,
- profondes : formant le système accessoire, entièrement intra-myocardique.

1.1.4 Conclusion

Le cœur est un système complexe reposant sur des mécanismes mécanique, électrique, chimique et physiologique intercorrélés. Les atteintes cardiaques peuvent donc être de multiples ordres. Nous nous intéressons particulièrement à la fonction myocardique contractile et aux processus de sa dégradation. Les cardiomyopathies et l'ischémie, principales causes de cette altération sont présentées dans le paragraphe suivant. Afin de permettre une exploration cardiaque sous ces divers aspects, plusieurs modalités d'imagerie cardiaque sont utilisées en routine clinique et en recherche (Paragraphe 1.3).

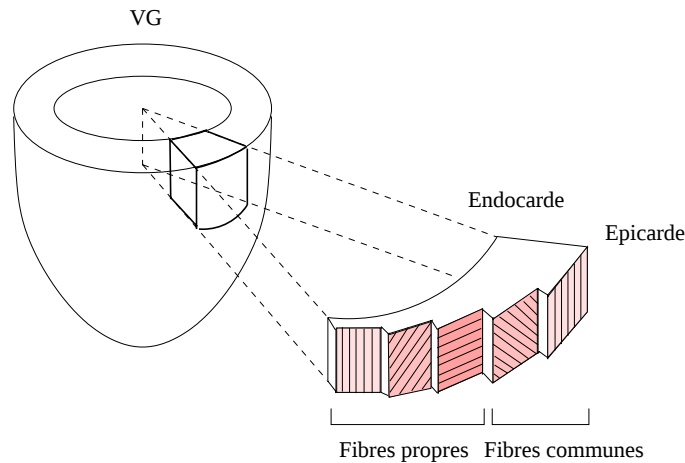


FIG. 1.3 – Orientation des fibres musculaires au sein de la paroi du VG (d'après (Croisille, 1998)).

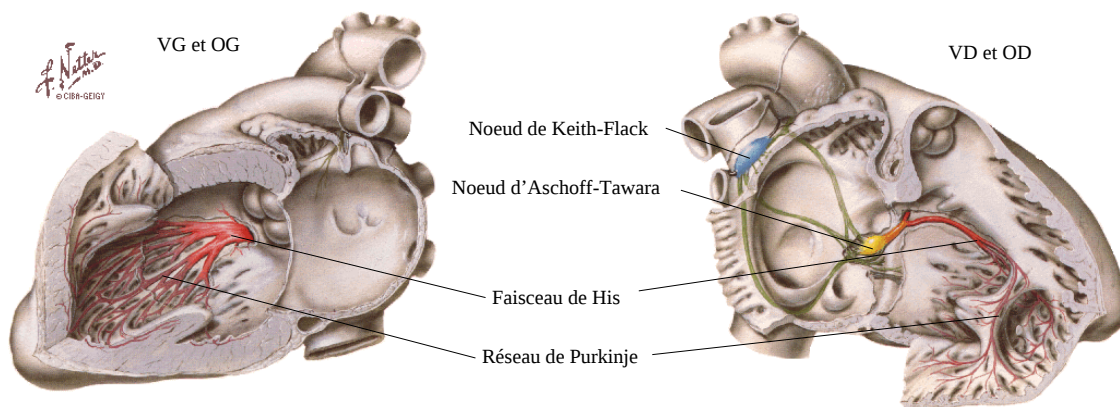


FIG. 1.4 – Le système cardio-necteur (d'après (Netter, 1969)).

1.2 Pathologies cardiaques

1.2.1 Altération de la fonction myocardique contractile

L'altération de la fonction myocardique contractile peut provenir d'un défaut de contractilité myocardique causé directement par une pathologie (cardiomyopathie, myocardite, ischémie, origines toxiques, métaboliques, inflammatoires) ou d'une surcharge mécanique du ventricule. Il peut s'agir d'une surcharge volumétrique, résultant d'une augmentation du volume télédiastolique ventriculaire. Le ventricule doit alors éjecter à chaque systole une quantité anormalement élevée de sang pour maintenir un débit systémique suffisant. Ce phénomène se produit notamment dans le cas des valvulopathies régurgitantes (insuffisance mitrale, aortique, tricuspidiennne). La surcharge peut également être barométrique, résultat alors de l'élévation des pressions systémiques (hypertension artérielle) et/ou d'un obstacle à la vidange ventriculaire (rétrécissement aortique, pulmonaire).

Lors d'une altération de la fonction contractile, on cherche à mettre en évidence les anomalies localisées de la cinétique des parois ventriculaires : diminution de l'amplitude de contraction (hypokinésie), abolition de la contraction (akinésie), mouvement paradoxal par expansion d'une région en période de systole (dyskinésie) (Daubert, 1998).

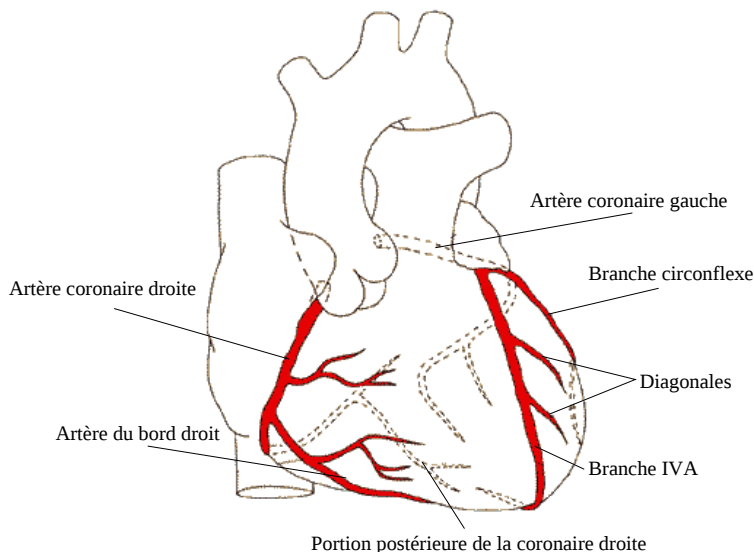


FIG. 1.5 – La vascularisation du cœur.

1.2.2 Evaluation de la fonction myocardique contractile

L'analyse quantitative de la fonction myocardique contractile est restreinte à l'évaluation de l'épaisseur pariétale, en télédiastole et en télésystole. Ces indices de contractilité sont généralement complétés par des mesures de débit, à savoir les volumes télédiastoliques et télésystoliques. En outre, deux paramètres sont couramment calculés : la fraction de raccourcissement (FR) et la fraction d'éjection (FE). Ces quantités sont définies par :

$$FR = \frac{D_{TD} - D_{TS}}{D_{TD}}$$

où D_{TD} (resp. D_{TS}) représente le diamètre de la cavité du VG en télédiastole (resp. télésystole), et par :

$$FE = \frac{V_{TD}^2 - V_{TS}^2}{V_{TD}^2}$$

où V_{TD} (resp. V_{TS}) représente le volume de la cavité du VG en télédiastole (resp. télésystole).

Même si ces indices sont très utilisés en routine clinique, il apparaît qu'une analyse des déformations myocardiques à des échelles spatiales et temporelles plus fines permettrait une meilleure discrimination des régions altérées (Götte et al., 2001). Cette analyse fait l'objet du Chapitre 6.

1.2.3 Ischémie

L'ischémie désigne l'arrêt ou la diminution de l'apport en sang et consécutivement en oxygène dans un territoire donné - à cause de l'occlusion d'une artère coronaire par exemple. Une de ses conséquences possibles est l'infarctus, qui est un foyer circonscrit de nécrose tissulaire.

1.2.4 Cardiomyopathies

Les cardiomyopathies (CM) sont définies comme des affections du myocarde associées à une dysfonction ventriculaire. On distingue les CM primitives ou idiopathiques (sans cause connue) des CM secondaires (ischémiques, infectieuses, endocrines, infiltratives, toxiques, dysimmunitaires...). Il existe trois principaux types d'altération fonctionnelle du myocarde : (i) les cardiomyopathies dilatées, (ii) les cardiomyopathies hypertrophiques, et (iii) les cardiomyopathies restrictives.

La **cardiomyopathie dilatée** (CMD), la plus commune des CM, est la première cause de transplantation cardiaque en France (Legalery, 2001) et possède une origine familiale dans 25% des cas (Schoen, 1997). Sa prévalence est de 0.36%. Elle est caractérisée par :

- une dilatation du VG ou des deux ventricules, avec des diamètres télédiastoliques augmentés et des parois d'épaisseur normale ;
- une augmentation de la masse myocardique ;
- une altération de la fonction ventriculaire gauche systolique, traduite par une diminution de la fraction d'éjection globale.

L'hypokinésie des parois du VG est homogène dans les cardiomyopathies primitives alors qu'il peut exister des hypokinésies segmentaires dans les formes ischémiques.

La **cardiomyopathie hypertrophique** (CMH) touche entre 0.2% et 0.02% de la population (Braunwald, 1992). Elle est caractérisée par un cœur lourd hypercontracté, contrairement à celui flasque et hypocontracté de la CMD. La masse du cœur est augmentée en raison d'une hypertrophie myocardique touchant préférentiellement le VG, typiquement asymétrique, prédominant sur le septum interventriculaire. L'hypertrophie touche parfois le VD (30% des cas). Les volumes ventriculaires gauches sont normaux ou réduits malgré l'épaississement anormal des parois du VG. Les troubles sont principalement diastoliques. Un mouvement systolique antérieur de la grande valve mitrale venant au contact du septum hypertrophié peut provoquer un gradient de pression intraventriculaire. Dans ce cas, la CMH est dite obstructive.

La **cardiomyopathie restrictive** (CMR) est la moins fréquente des CM. Elle est caractérisée par une altération de la fonction diastolique (le terme restrictif s'applique au remplissage du VG) dû à une rigidité anormale du myocarde, et une fonction systolique normale, au moins en phase initiale. Elle est généralement secondaire à un processus infiltratif (sarcoïdose, radiothérapie, etc.).

Parmi les CM ne rentrant pas dans cette classification, on trouve les CM des maladies de système, et en particulier la sarcoïdose. La sarcoïdose cardiaque entraîne le plus souvent une CMR, tout en ressemblant dans certains cas à une CMD. L'atteinte cardiaque est diagnostiquée cliniquement chez 5% des patients alors qu'elle est présente à l'autopsie chez 20 à 30% des patients. La maladie est donc rarement diagnostiquée avant la mort. La mort subite étant une des manifestations les plus communes chez 60% des patients, disposer d'une méthode non invasive permettant un diagnostic précoce de la sarcoïdose myocardique serait de grande valeur.

1.3 Imagerie cardiaque

L'imagerie cardiaque joue un rôle fondamental dans le diagnostic, les soins et la thérapeutique. Dans ce paragraphe, nous présentons les plans de coupe couramment utilisés puis les principales modalités que sont l'échocardiographie, la scintigraphie isotopique, l'angiographie par rayons X (coronarographie) et l'imagerie par résonance magnétique (IRM) (L'expertise collective, 1996).

1.3.1 Plans de coupe

L'orientation du cœur et la sélection et l'épaisseur des plans de coupe diffèrent selon les modalités d'imagerie, et parfois au sein d'une même modalité. Pour faciliter les comparaisons inter-modalité, la Société Américaine de Cardiologie (AHA) (Cerqueira et al., 2002) a défini un ensemble de plans de coupe standard : ils consistent en un système de plans deux à deux orthogonaux, formés des incidences petit axe, grand axe horizontal (également appelé 4 cavités) et grand axe vertical (Figure 1.6). Une épaisseur de coupe inférieure à 1 cm est également recommandée.

L'incidence petit axe est couramment employée mais nécessite quelques précautions. En effet, le mouvement de contraction longitudinale peut atteindre plus d'1 cm à la base (Chapitre 6). Ce mouvement apparent (*through-plane motion*) est illustré sur la Figure 1.7.

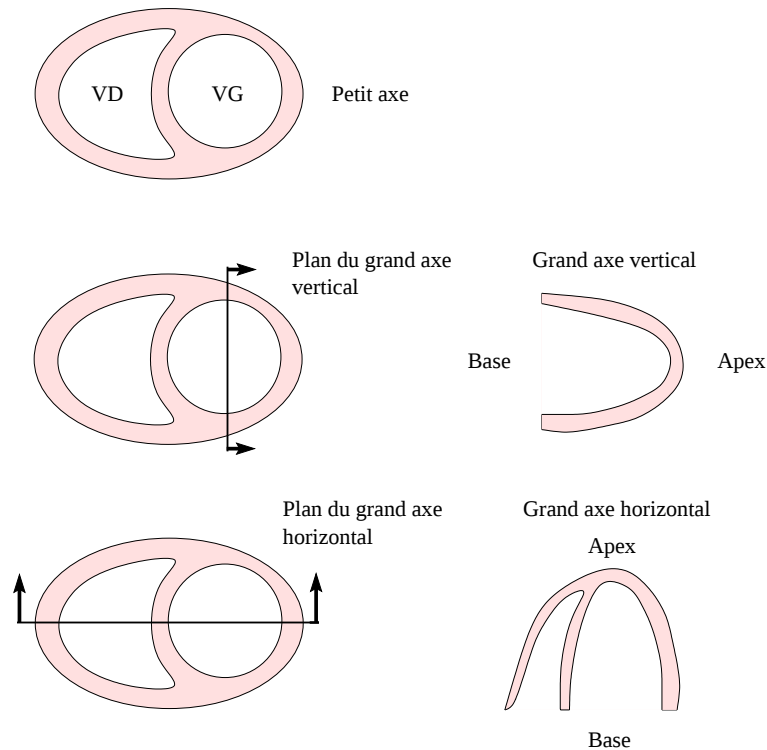


FIG. 1.6 – Définition des plans de coupe petit axe et grand axe.

1.3.2 Modalités d'imagerie

L'**échocardiographie** permet d'évaluer la fonction systolique ventriculaire gauche et les pathologies valvulaires. Cet examen, le plus communément utilisé en cardiologie, fournit des images de résolution médiocre, de qualité variable selon l'échogénicité des patients, et limitant la visualisation du cœur à certaines incidences. Cette limitation peut être résolue par l'échocardiographie transœsophagienne, technique cependant invasive au cours de laquelle une sonde ultrasonore est introduite dans l'œsophage.

La **scintigraphie** myocardique est aujourd'hui l'examen de routine le plus performant pour le diagnostic des maladies coronariennes (Chagnon et Duvauferrier, 1997). Elle nécessite l'injection d'un traceur radioactif, le plus utilisé étant le thallium 201, et permet d'accéder à des informations de perfusion myocardique.

Une **angiographie par rayons X** peut être réalisée afin de dépister une maladie coronarienne à l'origine d'une ischémie myocardique. Elle permet l'exploration, par l'intermédiaire d'un cathéter introduit dans l'aorte, des artères coronaires. L'objectif de cet examen invasif est d'apprécier la sévérité et la diffusion de l'atteinte artérielle coronaire ainsi que son impact sur la fonction ventriculaire gauche.

L'**IRM** est un examen non invasif fournissant des données de résolutions spatiales et temporelles élevées, sous n'importe quelle incidence. L'IRM anatomique (ciné-IRM) permet d'avoir accès à des informations sur la cinématique des parois endo- et épicaudiques. Cependant, il existe des variantes de l'IRM conventionnelle permettant une étude précise de la fonction segmentaire transmurale (en particulier l'IRM de marquage et l'IRM à contraste de phase), ce qu'aucun examen ne permet de faire (Duerinckx et Kumar, 2000).

L'apport de l'IRM conventionnelle (Figure 1.8) en diagnostic cardiaque est intéressant pour certaines affections du myocarde, notamment les CMH (Crochet et Hage, 1995). L'IRM permet en effet de préciser la sévérité et la localisation de l'hypertrophie en cas d'échec de l'échocardiographie chez

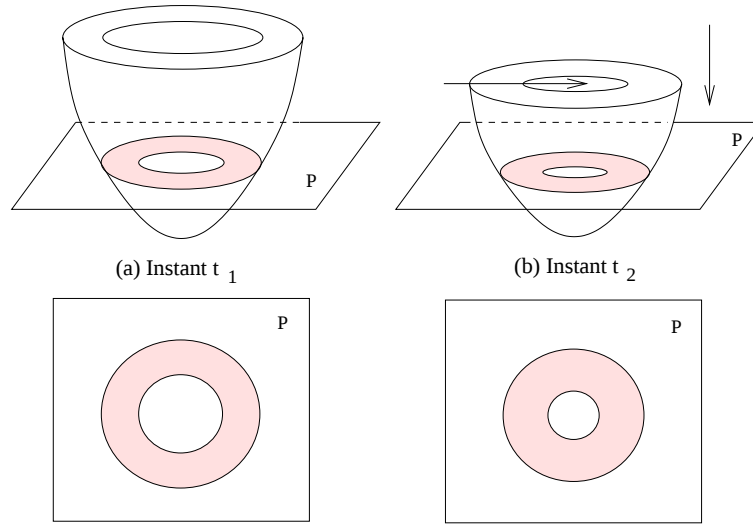


FIG. 1.7 – Le mouvement apparent : le mouvement de contraction à l'instant t_2 observé dans le plan P résulte non seulement de la contraction radiale du VG mais aussi de sa contraction longitudinale.

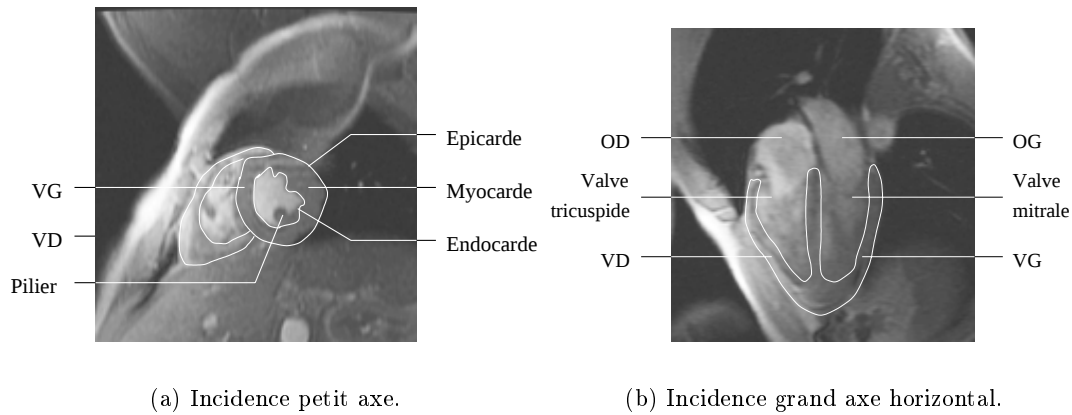


FIG. 1.8 – Images RM cardiaques.

les patients peu échogènes. L'IRM permet également de mesurer directement le gradient de pression du VG (Tasu et al., 2000), témoin de la capacité du cœur à éjecter le sang qu'il contient, constituant ainsi une alternative non invasive à la technique de cathétérisme habituellement utilisée. En ce qui concerne l'ischémie, l'examen d'IRM n'est actuellement pas pratiqué en routine clinique (Angioi et David, 1998; Koch et al., 1999; Nagel et Fleck, 1999), bien qu'elle permette une visualisation conjointe du VD, utile dans le cas d'infarctus biventriculaires : dans 25% des cas, l'infarctus touche la paroi libre du VD (Daubert, 1998).

1.4 Conclusion

L'analyse quantitative de la fonction contractile du cœur se limite en routine clinique au calcul de l'épaisseur pariétale. En outre, les modalités d'imagerie permettent d'accéder aux déformations myocardiques qualitativement mais pas quantitativement. Il peut donc être intéressant de pouvoir estimer précisément les déformations myocardiques afin d'améliorer la détection des différences régionales de la fonction. Le chapitre suivant présente donc le principe de l'IRM et les techniques particulières de l'IRM

cardiaque, en particulier l'IRM de marquage, la modalité de référence pour l'imagerie dynamique des déformations.

Chapitre 2

L'imagerie par résonance magnétique

Ce chapitre présente dans une première section les techniques de l'IRM conventionnelles et dans un second temps celles spécifiques à l'imagerie cardiaque.

2.1 L'IRM conventionnelle

L'IRM est fondée sur le principe de la résonance des atomes d'hydrogène sous l'action de certaines ondes radiofréquences (RF). Le phénomène de résonance magnétique nucléaire (RMN) a été observé par Purcell et Bloch en 1946 (Prix Nobel de Physique en 1952) et appliqué à l'anatomie humaine il y a une vingtaine d'années.

2.1.1 Principe physique de la résonance magnétique nucléaire

L'atome d'hydrogène est l'atome le plus abondant dans le corps humain. Son noyau est composé d'un proton, de charge $+e$ et de masse m . Ce proton a la propriété de tourner sur lui-même : ce mouvement de précession, nommé *spin*, est caractérisé par un moment magnétique $\boldsymbol{\mu}$ et un moment cinétique $\mathbf{J}$ tels que $\boldsymbol{\mu} = \gamma \mathbf{J}$, γ désignant le rapport gyromagnétique, caractéristique du proton.

Placés dans un champ magnétique statique intense $\mathbf{B}_0$ (typiquement $\|\mathbf{B}_0\|=1.5\text{T}$ soit 20 000 fois celui produit par la Terre), les protons s'alignent selon la direction de $\mathbf{B}_0$ en précessant à la vitesse angulaire ω_0 donnée par la relation de Larmor (Hinshaw et Lent, 1983) :

$$\omega_0 = \gamma B_0 \quad . \quad (2.1)$$

ω_0 est appelée fréquence de résonance ou fréquence de Larmor. L'alignement selon $\mathbf{B}_0$ peut être parallèle (Sud-Nord) ou antiparallèle (Nord-Sud), ces deux états correspondant à des niveaux discrets d'énergie respectifs E_p et E_a tels que $E_p > E_a$. Les protons se répartissent sur ces deux niveaux selon une distribution de Boltzmann (Wright, 1997) :

$$\frac{N_p}{N_a} = \exp\left(\frac{E_a - E_p}{kT}\right)$$

N_p (resp. N_a) étant le nombre de protons dans l'état d'énergie E_p (resp. E_a), k la constante de Boltzmann et T la température absolue. De plus :

$$E_a - E_p = \gamma \hbar \|\mathbf{B}_0\| \quad ,$$

$\hbar$ désignant la constante de Planck réduite ($\hbar = h/2\pi$). Les protons sont donc plus nombreux dans la position parallèle et génèrent un vecteur d'aimantation noté $\mathbf{M}$ de même sens que celui du champ

magnétique $\mathbf{B}_0$. En choisissant pour direction du champ magnétique l'axe z , les deux composantes longitudinale M_z et transversale M_{xy} sont alors telles que $M_z = \|\mathbf{M}\| := M$ et $M_{xy} = 0$.

L'application d'un champ magnétique supplémentaire $\mathbf{B}_1$, induit par un courant sinusoïdal exciteur à la fréquence de Larmor ω_0 du proton, modifie l'aimantation globale : le vecteur $\mathbf{M}$ bascule d'un angle d'autant plus élevé que l'excitation est intense et longue. En général, l'angle de basculement (*flip angle*) vaut 90° ou 180° . L'impulsion RF associée permettant de faire basculer la composante M_z est dite longitudinale et possède une direction perpendiculaire à celle du champ $\mathbf{B}_0$.

La suppression de l'excitation s'accompagne d'un retour du vecteur d'aimantation $\mathbf{M}$ à sa position d'équilibre : la composante longitudinale M_z croît vers sa valeur d'équilibre M et la composante transversale M_{xy} décroît selon un mouvement de spirale à la vitesse ω_0 . Ce phénomène de relaxation est gouverné selon les équations de Bloch (Wright, 1997) :

$$M_z = M(1 - e^{-\frac{t}{T_1}}) \quad , \quad (2.2)$$

$$|M_{xy}| = Me^{-\frac{t}{T_2}} \quad , \quad (2.3)$$

T_1 et T_2 étant respectivement les temps caractéristiques de récupération pour la composante M_z et de décroissance pour la composante M_{xy} ¹. La diminution de M_{xy} induit dans une bobine réceptrice un signal sinusoïdal amorti ou FID (*Free Induction Decay*) à la fréquence de résonance ω_0 , qui est le signal RMN. L'énergie ainsi émise est proportionnelle à la densité de spins du volume étudié. Le spectre de ce signal est obtenu par transformée de Fourier.

2.1.2 Création d'une image IRM

2.1.2.1 Codage de position des protons

- **La sélection d'une coupe : Codage spatial dans une direction**

Soumis au champ magnétique $\mathbf{B}_0$, tous les protons du volume résonnent à la fréquence ω_0 . Une discrimination spatiale selon l'axe z entre ces protons est effectuée en appliquant dans cette direction un gradient de champ magnétique $\mathbf{G}_z = \mathbf{B}_0 + gz\mathbf{i}_z$, g étant une constante et $\mathbf{i}_z$ le vecteur orthonormé directeur : les protons précessent ainsi à une vitesse $\omega = \gamma(B_0 + gz)$ proportionnelle à leur ordonnée z (Figure 2.1). L'application d'une excitation sélective à la fréquence du plan de coupe souhaité permet dès lors d'obtenir le signal RMN correspondant aux points de cette coupe.

L'étape suivante consiste à coder les points du plan sélectionné dans les deux directions restantes.

- **Lecture du plan image : Codage de phase et codage de fréquence**

Après sélection du plan de coupe perpendiculairement à l'axe z , le codage des points de ce plan en x et en y est réalisé par l'application successive de deux gradients de champs magnétiques $\mathbf{G}_x$ et $\mathbf{G}_y$.

Pendant l'application du gradient $\mathbf{G}_x$, les protons précessent à des fréquences différentes, proportionnelles à leur abscisse x et donc se déphasent. Après suppression de $\mathbf{G}_x$, les protons précessent de nouveau à la même fréquence, tout en conservant leur déphasage. L'application ultérieure du gradient $\mathbf{G}_y$ entraîne une précession des protons à des fréquences différentes, proportionnelles à leur ordonnée y : chaque proton peut dès lors être caractérisé par sa phase et sa fréquence. La fréquence et la phase de précession sont respectivement proportionnelles aux coordonnées y et x . Le gradient $\mathbf{G}_x$ induit ainsi un codage de phase et le gradient $\mathbf{G}_y$ un codage de fréquence.

En pratique, le gradient $\mathbf{G}_x$ est appliqué avant la lecture du signal et le gradient $\mathbf{G}_y$ pendant la lecture du signal. Le temps séparant la première impulsion longitudinale de la lecture du signal est

¹ T_1 est une mesure de la quantité de réalignement des protons sur le champ magnétique externe $\mathbf{B}_0$; c'est pourquoi il est également appelé *temps de relaxation spin-réseau*. T_2 mesure la quantité de réalignement des protons entre eux ; il est également appelé *temps de relaxation spin-spin*.

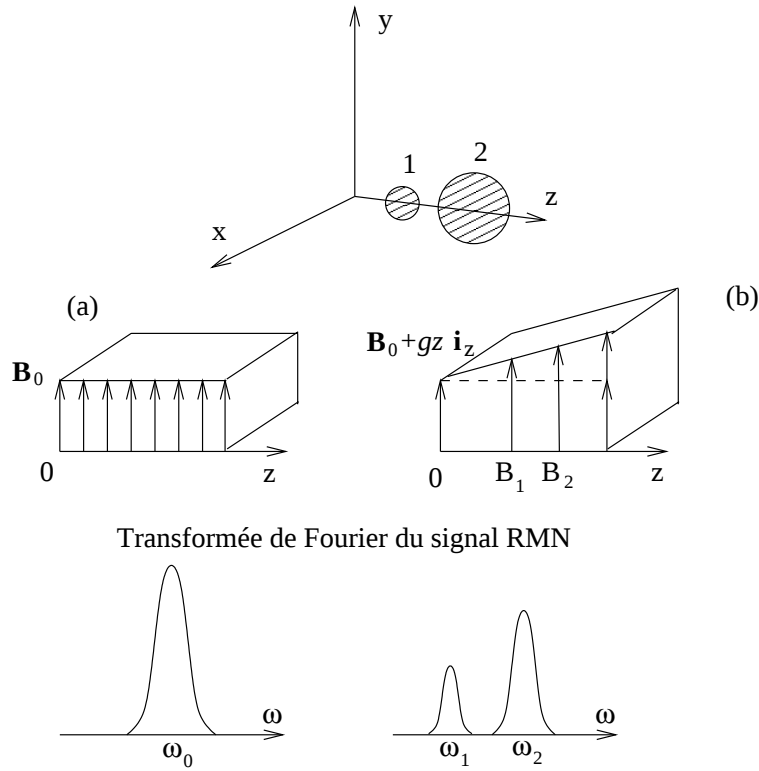


FIG. 2.1 – Principe du codage spatial dans une direction : (a) application d'un champ magnétique uniforme, (b) application d'un gradient de champ magnétique (d'après (Bas, 1995)).

appelé temps d'écho (TE). Le codage de phase $\mathbf{G}_x$ doit être répété autant de fois que l'on désire de lignes, avec une période appelée temps de répétition (TR).

2.1.2.2 Influence des constantes physiques et des paramètres d'acquisition

Pour un élément de volume donné, de multiples facteurs conditionnent donc l'intensité du signal RMN acquis. Il s'agit :

- de paramètres intrinsèques, liés à la nature même des tissus contenus dans cet élément de volume : densité de protons, temps de relaxation T1 et T2 ;
- de paramètres extrinsèques, liés à l'appareil de mesure lui-même et à la séquence d'acquisition : intensité du champ principal $\mathbf{B}_0$ qui définit en partie l'intensité du signal RMN, nature et grandeurs caractéristiques des séquences de gradient utilisées (TE, TR...).

L'intensité du signal en un point image correspond à la moyenne des intensités des signaux dans les volumes échantillons contenant ce point. Ce moyennage tient compte de l'épaisseur de la coupe et peut ainsi être responsable d'effets de volume partiel.

Le choix des paramètres TR et TE permet d'obtenir des images plus ou moins dépendantes de T1 ou T2. T1 et T2 sont caractéristiques d'un milieu donné ; ils sont plus courts dans un solide que dans un liquide, reflétant le fait que les échanges d'énergie sont plus rapides dans un solide (tableau 2.1). Dans le myocarde, $T1 \approx 800\text{ms}$ et $T2 \approx 45\text{ms}$ (Duerinckx et Kumar, 2000).

La valeur du temps de répétition TR séparant deux impulsions longitudinales à 90° détermine la pondération du contraste en T1, en limitant la croissance de la composante longitudinale. La valeur du temps d'écho TE détermine la pondération du contraste en T2, en exprimant les variations de la composante transversale dont la décroissance est en T2 pour la séquence d'Echo de Spin (*cf.* Section 2.1.3.1). La Figure 2.2 illustre l'influence de TR (respectivement TE) sur le contraste en T1 (respecti-

Tissu	T1 (ms)	T2 (ms)
Graisse	260	80
Rein	500	40
Substance blanche	780	90
Myocarde	800	45
Muscle	870	45
Substance grise	900	100
LCR	2400	160

TAB. 2.1 – Valeurs de T1 et T2 à 1.5T (d'après (Pickens, 2000; Duerinckx et Kumar, 2000)).

vement T2) pour différencier plusieurs tissus. On peut noter que le contraste en T1 est d'autant plus fort que TR est court et le contraste en T2 est d'autant plus fort que TE est long.

Un compromis reste à réaliser entre un fort contraste et un bon rapport signal sur bruit (RSB) : celui-ci est en effet d'autant meilleur que TR est long (*cf.* Section 2.1.3.3).

Finalement, une séquence avec :

- un TE court et un TR court donnera une image pondérée en T1, puisque ce seront les effets de T1 qui vont dominer,
- un TE long et un TR long donnera une image pondérée en T2,
- un TE court et un TR long donnera un contraste pondéré en densité d'hydrogène (*Proton Density* (PD)) puisque la mesure de l'écho sera alors assez voisine de l'aimantation M de départ, sans que celle-ci soit influencée ni par les effets de T1, ni par ceux de T2 (Bas, 1995).

2.1.3 L'interprétation en contraste

2.1.3.1 La séquence d'Echo de Spin

La relaxation transversale est caractérisée par le temps T2. Cependant, du fait des hétérogénéités spatiales du champ magnétique $\mathbf{B}_0$, le signal de relaxation transversale observé ne correspond pas au temps T2 réel des tissus, mais à un temps $T2^*$ inférieur à T2. Les protons précessent ainsi à des valeurs légèrement différentes et se déphasent.

Pour annuler ces artefacts et obtenir des images en T2 vrai, une impulsion RF transversale à 180° , permettant d'inverser l'aimantation M_{xy} , est appliquée après la première impulsion longitudinale à 90° . Le déphasage provoqué par l'impulsion à 90° est inversé sans que le sens de rotation ne soit modifié ; le signal émis est donc opposé (Figure 2.3), d'où le nom d'écho.

Cette séquence, représentée sur la Figure 2.4 avec les paramètres TR et TE, est appelée Echo de Spin ou *Spin Echo* (SE).

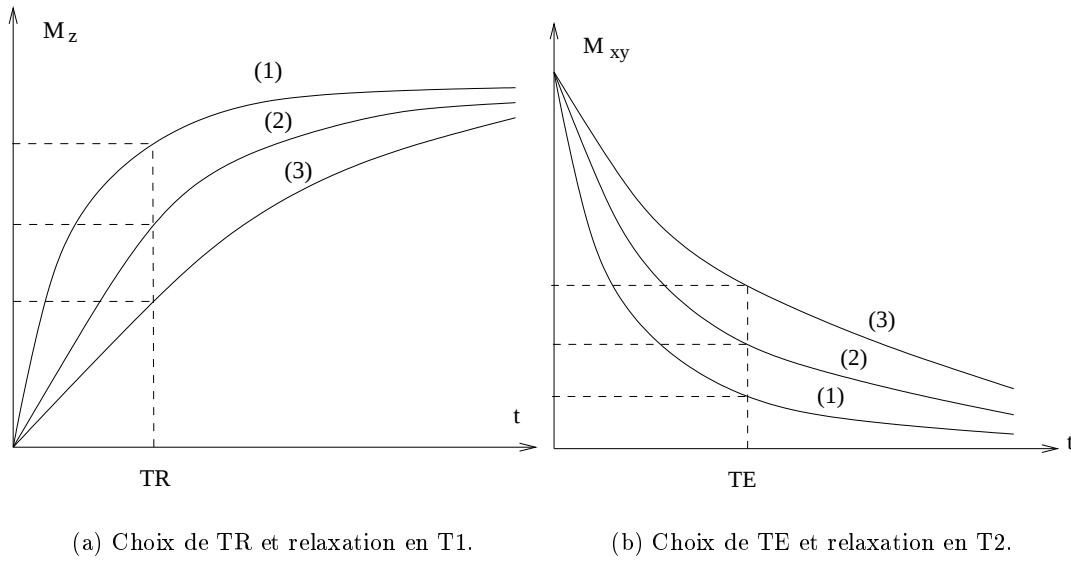


FIG. 2.2 – Influence de TR et TE sur le contraste en T1 et T2 pour différents tissus du cerveau : (1) substance blanche, (2) substance grise, (3) liquide céphalo-rachidien (d'après (Bas, 1995)).

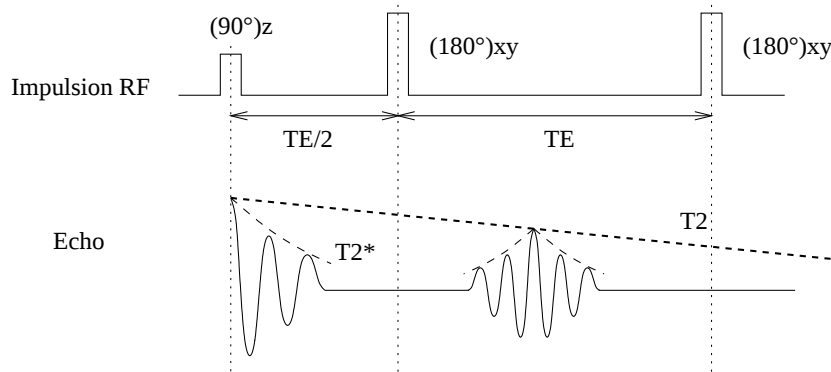


FIG. 2.3 – Signal observé lors d'une séquence d'Echo de Spin (d'après (Reeder, 1997)).

2.1.3.2 La séquence d'Echo de Gradient

La séquence d'Echo de Gradient ou *Gradient Echo* (GE)² n'utilise pas d'impulsion d'inversion et ne permet donc pas d'éliminer les hétérogénéités du champ magnétique ; ainsi les images obtenues seront en $T2^*$. L'écho est obtenu par application consécutive, lors du codage de fréquence, d'un gradient de champ magnétique et de l'inverse de ce champ : le premier gradient déphase les aimantations et le deuxième les rephase (Figure 2.5).

L'intérêt de cette séquence réside dans le fait qu'il est possible d'utiliser des angles de basculement faibles et de diminuer ainsi les temps de répétition. Ainsi, le contraste des images obtenues par séquence GE dépend de TR, de TE et de l'angle de basculement. Si l'angle de basculement est proche de 90° , l'influence des paramètres TR et TE est similaire à celle d'une séquence de Spin Echo. Si l'angle est plus faible, le contraste est en $T2^*$.

²La séquence de base d'Echo de Gradient porte un nom différent selon les constructeurs : GRASS pour General Electric (*GRAdient echo in Steady State*), FAST pour Picker (*Fourier Acquired Steady State*), FFE pour Philips (*Fast Field Echo*), FISP pour Siemens (*Fast Imaging with Steady Precession*).

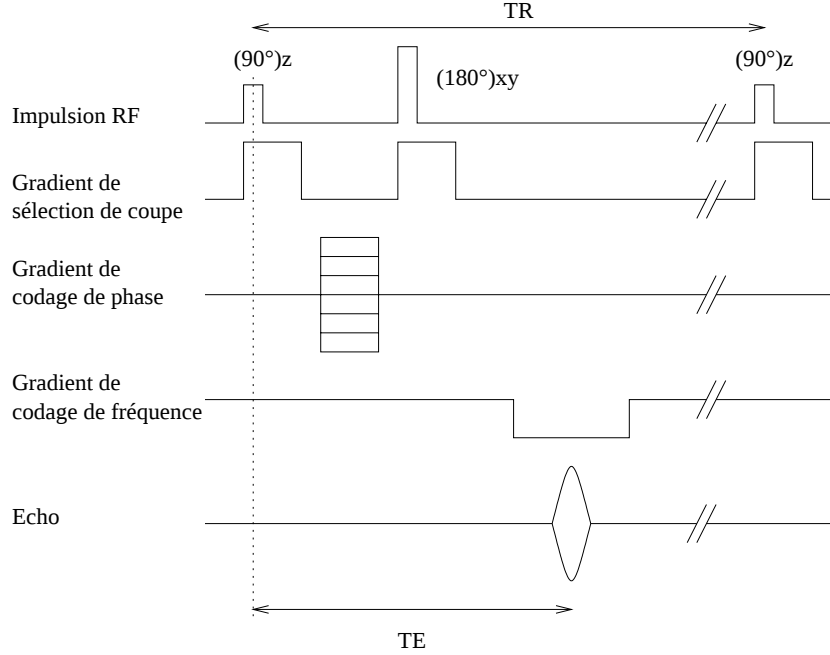


FIG. 2.4 – Séquence d'Echo de Spin.

2.1.3.3 La qualité de l'image et le bruit

On montre (Wright, 1997) que le RSB est proportionnel à l'intensité du champ magnétique statique B_0 , au temps d'acquisition T_a et à la résolution spatiale R selon l'équation (2.4) :

$$RSB \sim \frac{B_0 \sqrt{T_a}}{R} \quad (2.4)$$

Un compromis doit donc être trouvé entre un bon RSB , une résolution R satisfaisante et une vitesse d'acquisition raisonnable.

La principale source du bruit dans l'image RM est la création d'une force électro-motrice dans le récepteur par le corps lui-même. La nature gaussienne de ce bruit (Wright, 1997) peut être exploitée dans le cadre de modèles de recalage ou de segmentation.

2.1.3.4 Temps d'acquisition

Le temps d'acquisition T_a est défini par (Bas, 1995) :

$$T_a = N n \text{ TR}$$

Il dépend ainsi du temps de répétition TR , de la taille de la matrice (qui définit le nombre N de pas de codage de phase, *i.e.* le nombre de lignes de l'image ; typiquement $N = 256$) et du nombre d'accumulations n . Celui-ci représente le nombre d'acquisitions effectuées pour obtenir un signal de qualité suffisante ; plus il est élevé, meilleur est le RSB, mais plus le temps d'acquisition est important.

La réduction du temps d'acquisition par diminution du temps de répétition a un impact variable selon le type de séquence utilisé. En Echo de Spin, elle entraîne une diminution du RSB. La technique employée par la séquence d'écho de gradient permet de résoudre ce problème : elle emploie des angles de basculement faibles qui autorisent des TR très courts tout en conservant un bon rapport signal/bruit.

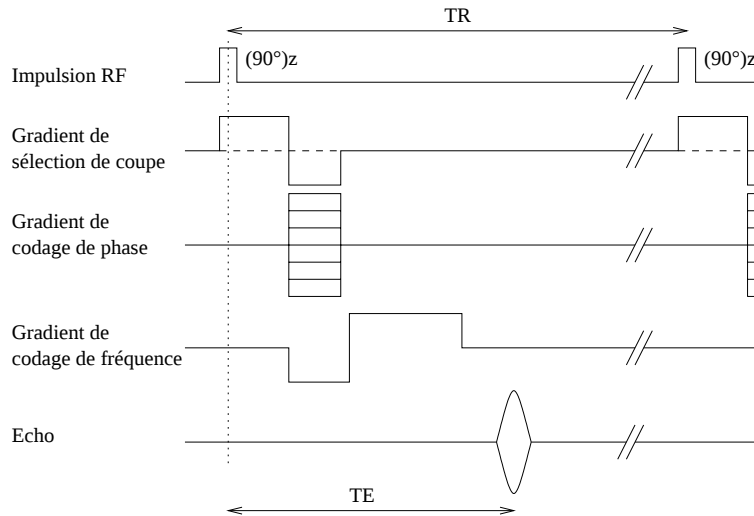


FIG. 2.5 – Séquence d'Echo de Gradient.

2.1.4 Les séquences d'acquisition

2.1.4.1 Définition d'une séquence

Les séquences d'Echo de Spin et d'Echo de Gradient précédemment décrites sont rarement utilisées telles quelles : de nombreuses améliorations concernant la qualité de l'image et le temps d'acquisition ont été apportées et intégrées à différentes variantes. D'une manière générale, une séquence est caractérisée par 4 paramètres :

- l'angle de basculement de l'impulsion RF,
- le type de l'écho (Echo de Spin ou Echo de Gradient),
- le temps de répétition TR,
- le temps d'écho TE.

Les deux types d'écho définissent les familles de séquences :

- les séquences d'Echo de Spin et leurs variantes rapides (*Fast Spin Echo* (FSE) ou *Turbo Spin Echo* (TSE)),
- les séquences d'Echo de Gradient et leurs variantes rapides (*Fast Gradient Echo* (FGE) ou *Turbo Gradient Echo* (TGE)),
- et les séquences hybrides SE-GE (très rapides).

Il existe ainsi de très nombreuses séquences en IRM, chacune étant adaptée à l'organe à étudier et aux pathologies à détecter. Ces séquences sont paramétrables, la nature des modifications étant laissées à l'appréciation du radiologue.

2.1.4.2 Choix de l'angle de basculement

L'impulsion à 90° (ou saturation-récupération) est l'impulsion standard. Le choix d'un angle plus faible lors de séquence d'Echo de Gradient permet de diminuer le temps de répétition et par conséquent les temps d'acquisition.

L'impulsion à 180° (ou inversion-récupération) est également utilisée : la composante longitudinale M_z s'inverse et revient à sa position initiale après suppression de l'impulsion (Figure 2.6). Dans ce cas, l'absence de composante dans le plan transversal ne produit pas de signal mesurable : une impulsion à 90° est donc appliquée après un temps d'inversion TI afin de basculer la composante M_z dans le plan transversal et mesurer ainsi sa valeur.

L'augmentation de la dynamique des variations de l'aimantation dans l'intervalle $[-M, +M]$ au lieu de

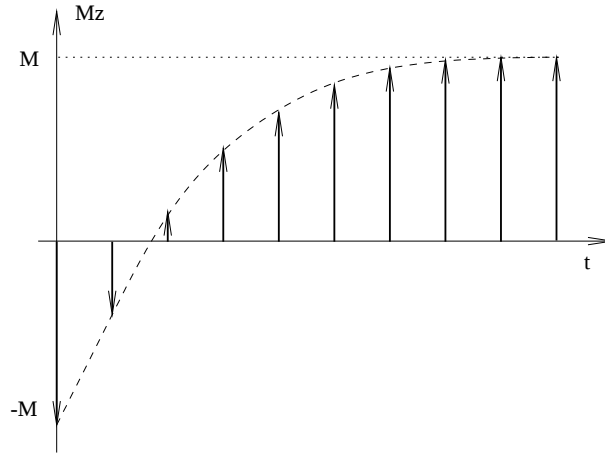


FIG. 2.6 – Evolution de l'aimantation longitudinale M_z après suppression de l'impulsion d'inversion-récupération.

Séquences de base	Séquences rapides	Séquences ultra-rapides
Echo de Spin (SE)	Turbo Spin Echo (TSE)	TGSE, GRASE Echo Planar (EPI)
Echo de Gradient (GE)	Turbo Gradient Echo (TGE)	

TAB. 2.2 – Les séquences rapides et ultra-rapides.

$[0, +M]$ permet d'accroître le contraste différentiel. D'autre part, en choisissant un TI correspondant à l'annulation de la composante longitudinale d'un tissu donné, il est possible de s'affranchir du signal de ce tissu : la séquence STIR (*Short TI Inversion Recovery*) annule ainsi le signal de la graisse ; la séquence FLAIR (*FLuid Attenuated Inversion Recovery*), celui du liquide céphalo-rachidien.

2.1.4.3 Les séquences ultra-rapides

Deux types de séquences ultra-rapides permettent de faire décroître le temps d'acquisition de plusieurs dizaines de minutes à quelques (dizaines de) secondes (Tableau 2.2). Les premiers correspondent à une combinaison des deux séquences Turbo SE et Turbo GE, d'où les terminologies : TGSE (*Turbo Gradient Spin Echo*) et GRASE (*GRradient And Spin Echo*). Le second type est constitué la séquence EPI (*Echo Planar Imaging*), qui permet d'acquérir toutes les lignes du plan spectral en une seule fois.

2.2 L'IRM cardiaque

La qualité du signal en terme de RSB, et les résolutions temporelle et spatiale élevées autorisées par le développement des séquences rapides et ultra-rapides, font de l'IRM une modalité pertinente pour l'exploration quantitative du cœur. Les séquences utilisées en IRM cardiaque se répartissent en 3 classes :

- les séquences conventionnelles précédemment décrites, qui se subdivisent, selon l'apparence du sang sur les images, en séquences dites de sang noir et celles dites de sang blanc,
- l'IRM à contraste de phase, d'abord utilisée en Angiographie par Résonance Magnétique (ARM) sans injection, qui permet d'obtenir des images de la vitesse des éléments mobiles de la zone imagée,

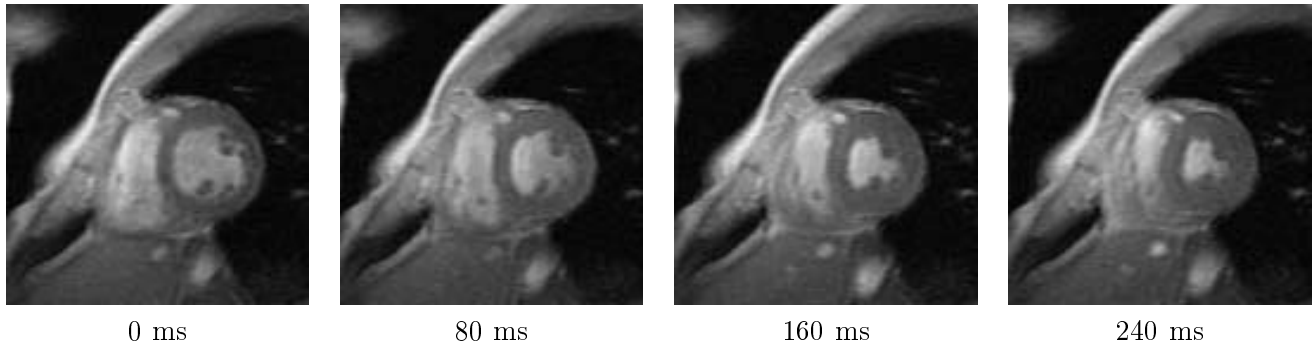


FIG. 2.7 – Images cardiaques extraites d'une séquence ciné-IRM.

- l'IRM de diffusion, qui est encore une modalité expérimentale, permet d'accéder à des informations directionnelles de diffusivité des tissus, corrélée à l'orientation des fibres.

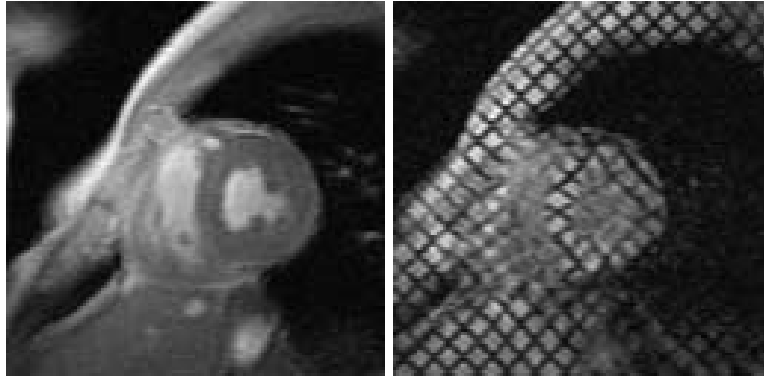
2.2.1 Les séquences de l'IRM conventionnelle

La séquence de **sang noir** de base est la séquence d'Echo de Spin synchronisée à l'onde R de l'électrocardiogramme (ECG) (*cf.* Annexe A). Le signal obtenu ne contient pas de contribution d'écoulements fluides ; ainsi le sang apparaît noir. Les séquences de sang noir utilisent une double inversion de recouvrement appliquée avant la séquence FSE proprement dite, qui permet d'annuler le signal du sang. Si ces séquences permettent d'obtenir un très bon contraste entre myocarde et cavités, elles n'autorisent toutefois qu'une étude statique des structures myocardiques. Elles sont utilisées pour l'étude des valves aortiques, la caractérisation des masses cardiaques, le diagnostic de dysplasie ventriculaire droite arythmogène (Corneau, 1999).

Les séquences de **sang blanc** sont dérivées de la séquence d'Echo de Gradient. Synchronisée à l'ECG, elles autorisent une visualisation dynamique (ciné-IRM), et permettent ainsi d'apprécier le fonctionnement dynamique du cœur sur un cycle cardiaque complet (Figure 2.7). Le mouvement du cœur dû à la respiration, de l'ordre de 2-3 cm, provoque des artefacts, qui peuvent être éliminés en réduisant l'acquisition d'une séquence à une apnée, dont la durée varie entre 15 et 20 secondes (techniques de *segmented k-space*). La résolution temporelle typique vaut ainsi 45 ms et la résolution spatiale $1.48 \times 1.48 \text{ mm}^2$. Cependant, la qualité des images est dégradée par le mouvement du sang, responsable d'une altération de contraste entre les cavités cardiaques et le myocarde. Le domaine d'application de ces séquences concerne ainsi essentiellement le fonctionnement des valves, l'évaluation de l'état des parois et l'épaississement pariétal du myocarde à partir des contours épi- et endocardiques.

2.2.2 L'IRM de marquage

Préalablement à la séquence de ciné-IRM, il est possible d'intégrer sur chaque image un marquage physique sous forme de lignes (*tags*) se déformant avec le tissu marqué au cours de son évolution (Figure 2.8). Cette modalité est appelée IRM de marquage ou IRM marquée (*tagged MRI*) (Zerhouni et al., 1988; Axel et Dougherty, 1989b). Alors qu'une image en ciné-IRM fournit des indications anatomiques (géométrie des parois du myocarde), l'IRM marquée permet d'obtenir des informations cinématiques sur les déplacements intramyocardiques (en particulier sur leurs composantes non-radiales), et d'accéder de manière non-invasive à des mesures de la fonction contractile des ventricules. Initialement dédiée au cœur, l'IRM de marquage est aujourd'hui utilisée dans d'autres contextes d'imagerie dynamique, médical, d'une part, pour mesurer les déformations de la langue (Stone et al., 2001) et des tissus pulmonaires (Chen et al., 2001; Napadow et al., 2001) et industriel d'autre part (Tsushima et al.,



(a) Ciné-IRM.

(b) IRM de marquage.

FIG. 2.8 – Coupes petit axe du cœur en ciné-IRM et en IRM de marquage au même instant et au même niveau de coupe.

2003).

Dans la suite de ce paragraphe, nous présentons le principe original du marquage tissulaire, avant de détailler les différentes séquences spécifiques à cette modalité.

2.2.2.1 Marquage tissulaire par impulsion sélective

Le principe du marquage tissulaire consiste à appliquer une impulsion RF *sélective* accompagnée d'un gradient de champ magnétique dans une ou plusieurs sections du tissu, préalablement à l'acquisition de l'image RM (Zerhouni et al., 1988). La fréquence de l'impulsion RF permet de sélectionner un plan perpendiculaire au plan de l'image. L'impulsion fait basculer d'un angle ϕ compris entre 90° et 180° la composante longitudinale M_z de l'aimantation des protons de ce plan. Après suppression de l'excitation, la relaxation sur la position d'équilibre entraîne une croissance de M_z (Figure 2.6), son passage par zéro produisant une ligne noire (appelée *tag*) lors de l'intersection avec le plan de l'image.

Une conséquence du phénomène de désaimantation est la diminution progressive du contraste des *tags* (*fading out*) à mesure que la composante longitudinale croît, suivie de leur disparition complète lorsque M_z atteint sa position d'équilibre, *i.e.* lorsque t tend vers T1. La valeur caractéristique de T1 pour le myocarde (800ms) permet l'étude d'une partie du cycle cardiaque, en particulier de la phase de contraction (300-400ms). Une observation sur tout le cycle nécessite *en théorie* plusieurs acquisitions sur plusieurs cycles cardiaques, en supposant celui-ci périodique.

L'acquisition de l'image RM doit être réalisée avant que la zone perturbée par les excitations RF ne retrouve toute son aimantation originelle, et s'effectuer orthogonalement aux plans des *tags*. L'intersection de ces plans avec l'image donnera des lignes noires.

L'intensité ψ de l'image marquée au pixel $\mathbf{x}$ est donnée par (Guttman et al., 1994) :

$$\psi(\mathbf{x}) = D_0(\mathbf{x}) \left(e^{-TE/T2(\mathbf{x})} [1 - \cos(\phi(\mathbf{x})) e^{-TR/T1(\mathbf{x})} + [\cos(\phi(\mathbf{x})) - 1] e^{-TD/T1(\mathbf{x})} \right) \quad (2.5)$$

où D_0 est la densité de protons et TD le temps séparant le marquage de l'acquisition RM.

Une telle méthode permet d'obtenir une image marquée selon des directions radiales ou parallèles, avec au maximum trois lignes de tag. Ses performances sont largement dépassées par la technique suivante, avec laquelle la création de plans de tags est systématisée.

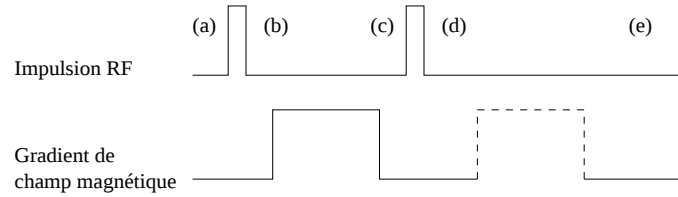


FIG. 2.9 – La séquence SPAMM. Les pointillés indiquent un second gradient facultatif.

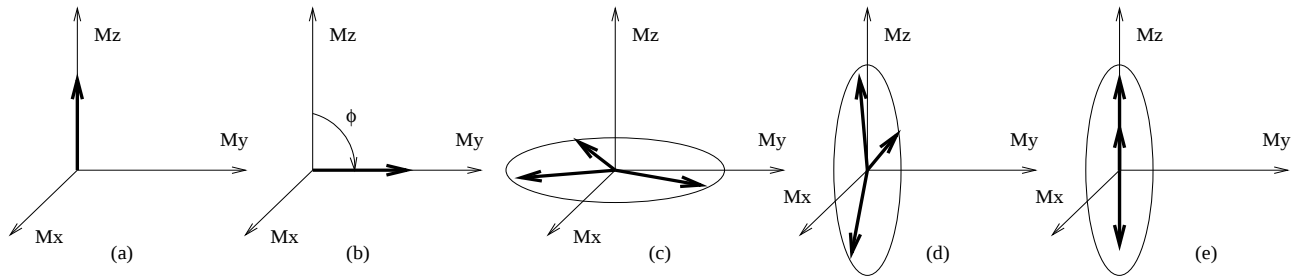


FIG. 2.10 – Evolution temporelle du vecteur d'aimantation lors d'une séquence SPAMM avec un angle de basculement $\phi = 90^\circ$.

2.2.2.2 Marquage tissulaire par modulation spatiale de l'aimantation : la séquence SPAMM

Avec la technique SPAMM (*SPAtial Modulation of Magnetization*), introduite Axel *et al.* (Axel et Dougherty, 1989b), la suppression du signal de précession est systématisée en modulant spatialement l'aimantation pour obtenir une série de lignes organisée dans une géométrie parallèle (SPAMM 1D) ou rectangulaire (SPAMM 2D). Son principe consiste à appliquer deux impulsions RF *non sélectives* séparées par un gradient de champ magnétique (Figure 2.9).

L'évolution du vecteur d'aimantation est illustrée sur la Figure 2.10. Dans l'état initial, *i.e.* après application d'un gradient de champ magnétique statique, l'aimantation est longitudinale (a). A la première impulsion, le vecteur d'aimantation bascule d'un angle ϕ (égal à 90° dans l'exemple) (b). L'application du gradient de champ magnétique déphase les vecteurs d'aimantation des protons situés dans un certain plan : la phase de la composante transversale est modulée spatialement (c). La deuxième impulsion, identique à la première, produit une aimantation longitudinale modulée (d). Un éventuel second gradient permet d'éliminer la composante transversale (e). Le résultat obtenu est un marquage à motif sinusoïdal dont l'amplitude initiale est déterminée par l'angle de basculement de l'impulsion RF et dont la période est inversement proportionnelle à l'amplitude et à la durée du gradient. Les impulsions ne sont donc pas sélectives, par opposition à celle employée dans la technique précédente.

L'avantage de cette méthode est l'obtention via une séquence unique d'un marquage de lignes parallèles couvrant totalement l'image. De plus, l'utilisation conjointe de deux gradients selon des directions orthogonales et d'une troisième impulsion RF à la séquence permet d'obtenir une grille de *tags*. Toutefois le profil sinusoïdal du motif augmente le bruit sur l'image et ne facilite pas la détection, les contours des *tags* apparaissant flous.

Ce problème est finalement résolu par l'emploi d'une séquence de train d'impulsions séparées par des gradients de champ magnétique (Figure 2.11), permettant d'affiner les frontières des *tags* (Axel et Dougherty, 1989a). Les amplitudes relatives des impulsions RF sont déterminées par l'amplitude et la durée des gradients, et pondérés par des coefficients binomiaux (*e.g.* 1-2-1 ou 1-4-6-4-1).

S'appuyant sur les méthodes originelles de Axel et Zerhouni, Bolster *et al.* ont proposé une technique permettant un marquage radial, adapté à la géométrie de révolution du VG en coupe petit axe (Bolster

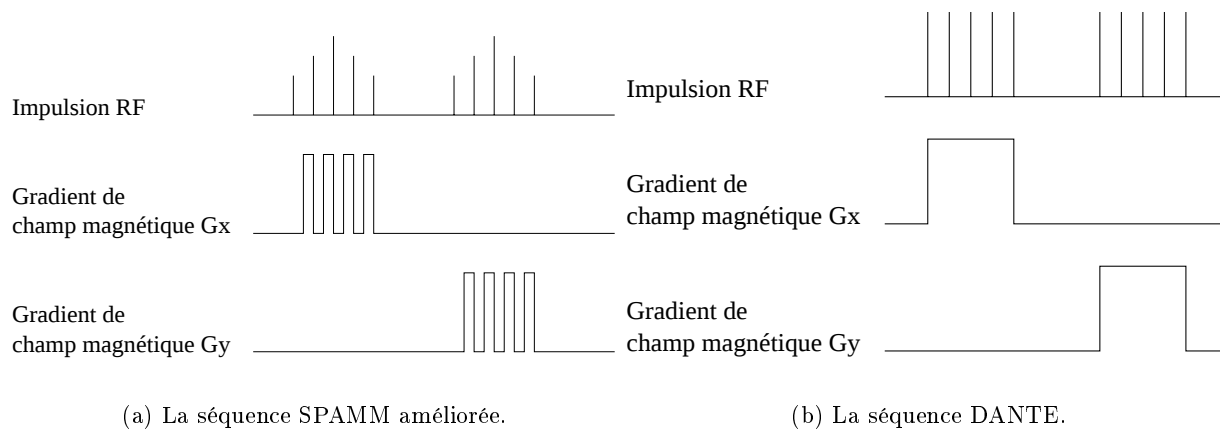


FIG. 2.11 – Les deux principales séquences de marquage tissulaire en IRM.

et al., 1990). Les lignes radiales apparaissent en pointillé : en moyenne, quatre points répartis sur l'épaisseur du myocarde, de l'épicarde à l'endocarde permettent d'accéder à des mesures éparées de déplacement.

2.2.2.3 Marquage tissulaire par train d'impulsions : la séquence DANTE

La technique DANTE (*Delays Alternating with Nutations for Tailored Excitations*) (Mosher et Smith, 1990) est similaire à la technique SPAMM améliorée dans la mesure où elle emploie également une séquence de trains d'impulsions. Le train d'impulsions, d'amplitudes constantes, est ici appliqué en présence d'un gradient de champ magnétique. La séquence DANTE, illustrée sur la Figure 2.11, permet également d'obtenir un marquage en grille.

Comme dans les méthodes précédentes, l'épaisseur des *tags* et l'espace entre *tags* sont paramétrables. La distance entre deux *tags* est déterminée par l'amplitude du gradient de champ magnétique et le délai entre chaque impulsion : plus cette amplitude est importante et plus le délai est long, plus les *tags* sont proches. Leur épaisseur est inversement proportionnelle à la longueur du train d'impulsions.

Pour un temps d'acquisition fixé, la séquence DANTE permet d'obtenir des *tags* moins larges qu'une séquence SPAMM : dans (Mosher et Smith, 1990), une expérience à paramètres fixés (même délai entre impulsions, même amplitude et durée du gradient) conduit à des *tags* d'épaisseur 0.07 mm pour la séquence DANTE contre 0.53 mm pour la séquence SPAMM.

2.2.2.4 Marquage tissulaire par approche hybride DANTE/SPAMM

Une technique combinant les méthodes SPAMM et DANTE est proposée dans (McVeigh et Atalar, 1992). A partir d'une séquence DANTE, une nouvelle séquence est construite : entre chaque impulsion, le gradient de champ est diminué, sans toutefois devenir nul. Le temps d'acquisition est ainsi plus court que les méthodes précédentes.

2.2.2.5 Marquage tissulaire sans perte de contraste : la technique CSPAMM

La méthode CSPAMM (*Complementary SPAMM*), développée dans (Fischer et al., 1993), permet de garantir la persistance des *tags* pendant l'intégralité du cycle cardiaque (Figure 2.12). Cette méthode utilise deux séquences de marquage, dont les images associées donnent par soustraction une image RM marquée sans artefact de perte de contraste. Une technique d'optimisation de l'angle de basculement permettant d'améliorer le contraste est également proposée.

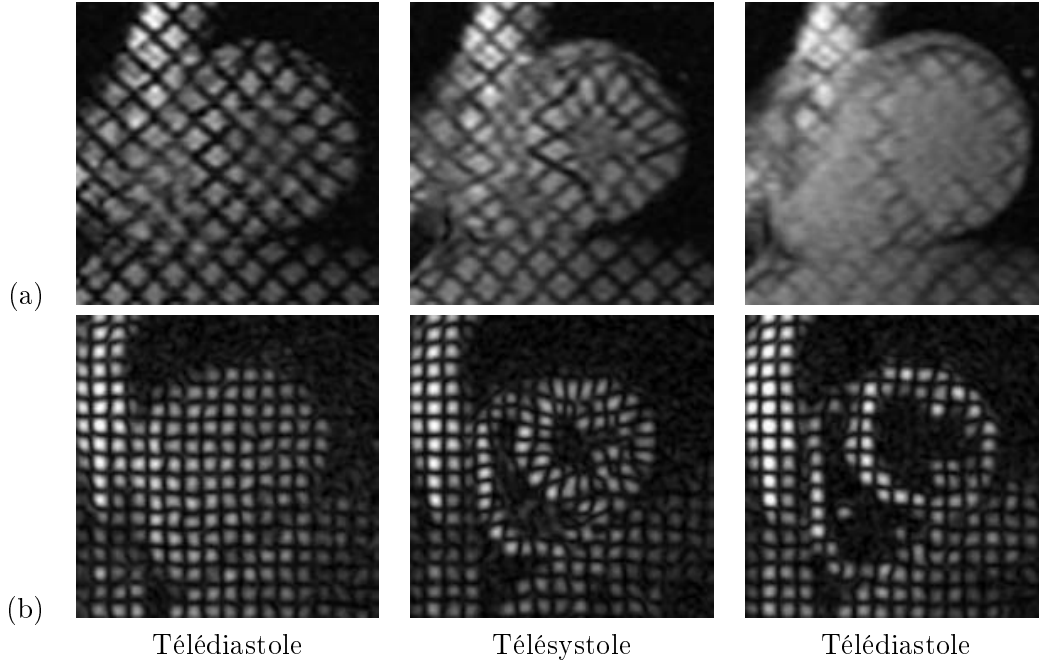


FIG. 2.12 – Comparaison entre images SPAMM (a) et CSPAMM (b) à différents instants du cycle cardiaque.

Après une excitation classique, la composante longitudinale de l'aimantation M_z croît exponentiellement selon T_1 . Après une séquence de marquage suivie d'une excitation, M_z se compose de deux termes, la fonction TAG représentant la modulation :

$$M_z(\mathbf{x}, t) = \underbrace{M_0(1 - e^{-t/T_1})}_{Q_R} + \underbrace{M_{ss}TAG(\mathbf{x})e^{-t/T_1}}_{Q_T} ,$$

M_{ss} désignant la valeur de la composante M_z avant la séquence de marquage. Le terme Q_R représente la relaxation longitudinale en T_1 ; le terme Q_T contient l'information de marquage. Le principe de CSPAMM est de séparer ces deux composantes en appliquant deux grilles de marquage différentes TAG_A et TAG_B ; les images obtenues A et B sont soustraites l'une de l'autre, l'image différence ($A - B$) devenant indépendante du phénomène de relaxation :

$$(A - B) \propto M_{ss} [TAG_A(\mathbf{x}) - TAG_B(\mathbf{x})] e^{-t/T_1}$$

L'amplitude maximum est obtenue lorsque $TAG_A(\mathbf{x}) + TAG_B(\mathbf{x}) = 0$, la différence ($A - B$) étant alors proportionnelle à $2Q_T$. Pour réaliser ces grilles, deux séquences, fondées sur le principe de SPAMM (Figure 2.9), sont nécessaires : l'une est identique à une séquence SPAMM (avec par exemple $\phi = 90^\circ$) ; l'autre diffère par la deuxième impulsion, d'amplitude opposée, qui provoque un basculement $-\phi$.

De plus, l'addition des deux acquisitions $(A + B) \propto 2Q_R$ fournit une image sans aucune information de marquage, adaptée à la segmentation dynamique du myocarde. Cependant la double acquisition entraîne l'allongement du temps d'acquisition qui nécessite plusieurs apnées par niveau de coupe. L'approche récente de (Stuber et al., 1999b) ne nécessite qu'une seule apnée par niveau, grâce à l'emploi d'une séquence EPI. Cette approche intègre un concept de suivi du plan de coupe (*Slice Following* (SF)) qui permet d'éviter le problème causé par le déplacement longitudinal du cœur.

2.2.3 L'IRM à contraste de phase

2.2.3.1 Le principe de l'IRM à contraste de phase

Le contraste de phase (*Phase Contrast* (PC-IRM)) (Pelc et al., 1991) repose sur le fait que les spins des tissus en mouvement ont une phase différente de celles des spins statiques. Cette technique utilise des séquences d'impulsions spécifiques permettant d'obtenir des images à valeurs complexes dont la phase dépend linéairement de la vitesse eulérienne du flux circulant.

Plus précisément, des spins se déplaçant à une vitesse v ont un déphasage ϕ proportionnel à v et au premier moment temporel du gradient G de champ magnétique (2.6) :

$$\phi = v\gamma \int_0^{TE} tG(t)dt \quad . \quad (2.6)$$

La vitesse peut donc être estimée dans une direction donnée en mesurant le déphasage entre deux acquisitions réalisées avec des moments différents. L'altération du gradient $G(t)$ par des courants parasites est la principale source d'erreur.

Cette technique ne souffre pas du phénomène de désaimantation intrinsèque à l'IRM de marquage et permet d'éviter le problème d'ouverture pour la détermination du champ de vitesse eulérien sur le myocarde. Mais la nature bruitée des images, le temps d'acquisition prolongé, et la manque de logiciels de reconstruction de la vitesse en limite l'utilisation clinique en estimation des déformations myocardiques.

2.2.3.2 Approche hybride PC-IRM et IRM de marquage

Perman *et al.* (Perman et al., 1995) présentent une nouvelle méthode d'acquisition combinant les principes de l'IRM marquée (séquence DANTE) et de l'IRM à contraste de phase. Elle consiste à acquérir simultanément des images RM selon un certain plan (petit axe) et des images de vitesse selon un plan perpendiculaire (grand axe, *cf.* Section 1.3.1). L'avantage de cette approche est la prise en compte du problème du mouvement apparent, permettant d'obtenir le champ de déplacement 3D réel d'un point.

2.2.4 L'IRM de diffusion

2.2.4.1 Le principe de l'IRM de diffusion

Cette technique, datant du début des années 1980, a largement contribué à l'établissement d'une cartographie fonctionnelle cérébrale avant d'être appliqué à l'étude du cœur en 1995. Elle repose sur les propriétés de diffusion des molécules d'eau dans les tissus. L'IRM de diffusion permet d'avoir accès au tenseur de diffusion $\mathbf{D}$ en chaque point de l'image RM en s'appuyant sur la réduction d'intensité du signal MR, qui résulte de la modulation de l'aimantation produite par une paire de gradients de champs magnétiques distincts de signes opposés. Le tenseur $\mathbf{D}$ est relié à l'intensité du signal RM selon :

$$\log \left(\frac{\psi_k}{\psi_0} \right) = -\Delta \mathbf{k}^T \mathbf{D} \mathbf{k}$$

où ψ_k et ψ_0 sont les intensités du signal atténué et non-atténué, respectivement, Δ la durée de la diffusion, $\mathbf{k}$ la modulation de l'aimantation produite par le gradient, pendant un temps $\delta \ll \Delta$, avec $\|\mathbf{k}\| = \int_0^\delta \gamma \|g\| dt$. La diffusion est un processus lent : dans le myocarde, le temps de diffusion est de 800ms, soit un cycle cardiaque entier (Tseng et al., 2000). Ainsi, l'étude du myocarde par IRM de diffusion est statique.

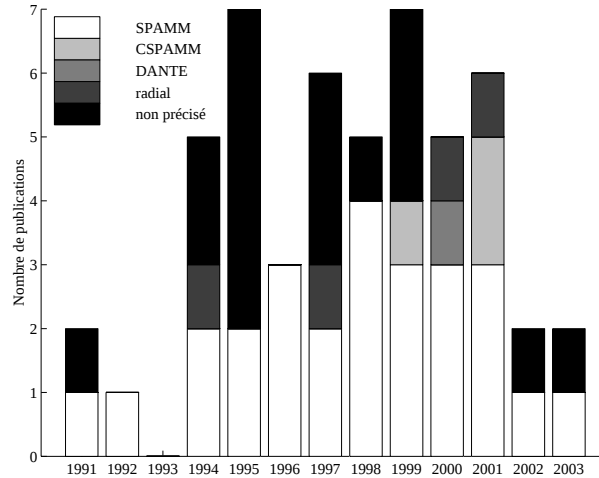


FIG. 2.13 – Répartition des techniques de marquage tissulaire dans les publications entre 1991 et 2002.

2.2.4.2 L'IRM de diffusion cardiaque

Les études de la littérature comparent des résultats obtenus en IRM de diffusion cardiaque avec des données histologiques (Hsu et al., 1998; Scollan et al., 1998; O'Dell et al., 1997). Elles montrent (i) la grande corrélation entre données histologiques et données IRM de diffusion concernant les fibres myocardiques, et (ii) que le vecteur propre du tenseur de diffusion associé à la valeur propre maximale indique l'orientation des fibres. Reese *et al.* remarquent que la déformation du ventricule altère ses propriétés de diffusion (Reese et al., 1995; Tseng et al., 1999). Ils utilisent les directions des fibres obtenues en IRM de diffusion et les champs de déplacement obtenus en IRM à contraste de phase à des fins de quantification (*cf.* Chapitre 6) (Tseng et al., 2000).

2.3 Conclusion

De nombreuses améliorations ont été apportées en IRM de marquage depuis la méthode pionnière de Zerhouni *et al.* (Zerhouni et al., 1988). La technique CSPAMM alliée au suivi de coupe résout non seulement le problème de la perte de contraste du signal de marquage mais également celui du mouvement apparent; cette technique n'est cependant pas disponible en routine clinique à l'heure actuelle.

Malgré d'importants développements matériels, il n'existe pas de logiciel permettant l'estimation des déformations myocardiques en routine clinique. Les séquences d'images disponibles en clinique présentent en effet des aspects complexes : (i) le phénomène de désaimantation des *tags* induit une variation de l'intensité, (ii) le flux sanguin dans les cavités myocardiques provoque des variations de la topologie locale du réseau de marquage, (iii) la résolution, tant transversale qu'axiale, reste mauvaise : entre 2 et 5 *tags* sont réellement présents sur le myocarde, ce qui peut se révéler insuffisant pour estimer les déformations complexes intramyocardiques (Nash, 1998); l'acquisition d'un faible nombre de coupes petit axe le long du grand axe (entre 5 et 8 selon les dimensions du cœur) peut nuire à l'estimation d'un champ 3D. D'autre part, les post-traitements développés doivent être robustes au protocole de marquage, *i.e.* prendre en compte les différences entre technologies même si la prédominance du SPAMM est claire : sur 51 publications traitant de l'estimation et/ou de la quantification de la fonction contractile myocardique en IRM de marquage, la moitié a utilisé la technique de SPAMM (Figure 2.13). Le chapitre suivant présente un état de l'art des méthodes permettant l'estimation des déformations myocardiques en IRM de marquage.

Deuxième partie

Estimation des déformations myocardiques

Chapitre 3

Méthodes d'estimation du mouvement cardiaque en IRM de marquage

De par son caractère non invasif et sa résolution spatio-temporelle élevée, l'IRM de marquage offre un contexte unique pour l'étude quantitative de la fonction contractile du myocarde. L'enjeu méthodologique sous-jacent réside donc dans le développement de techniques robustes, fiables et reproductibles d'estimation du mouvement non rigide dans des séquences d'images issues de cette modalité, autorisant une caractérisation quantitative des déformations du myocarde au cours d'un cycle cardiaque, et en particulier pendant la systole (Figure 3.1).

D'une manière générale, les méthodes d'estimation des déformations sont tributaires :

- de la technologie de marquage tissulaire : la plupart des méthodes proposées à ce jour exploitent des données de marquage tissulaire avec perte de contraste (SPAMM, DANTE). Cette désaimantation inhérente des *tags* est souvent intégrée dans les modèles. *A contrario*, les méthodes traitant des images obtenues sans perte de contraste (CSPAMM) sont encore peu nombreuses (Allouche et al., 2001b; Allouche, 2001; Allouche, 2002; Ennis et al., 2001).
- du motif du marquage : il peut être constitué d'un ensemble de lignes parallèles, d'une grille rectangulaire, ou plus rarement d'une grille polaire à géométrie radiale.
- la nature des coupes acquises : si certaines méthodes n'utilisent que des images petit axe, d'autres exploitent également des images grand axe, permettant ainsi l'estimation de déplacements 3D. L'association de deux séquences petit axe marquées orthogonalement et d'une séquence grand axe est fréquente (Figure 3.2) : chaque plan de *tag* fournit des informations sur le mouvement perpendiculaire à son orientation.

En fonction des caractéristiques d'acquisition, des méthodologies choisies et des applications, les approches proposées dans la littérature estiment des déformations spatio-temporelles différentes :

- au niveau spatial, certaines permettent d'estimer les déformations à la fois sur le VG et le VD (Haber et al., 2000; Osman et Prince, 2000a; Öztürk et McVeigh, 2000), alors que d'autres sont totalement dédiées au VG. La dimension du champ de déplacement estimé (2D ou 3D) est également variable, principalement en fonction des coupes acquises ;
- au niveau temporel, certaines permettent d'estimer un champ de déplacement entre deux images arbitraires de la séquence (par exemple entre les images en télédiastole et télésystole). D'autres sont restreintes à des mesures de déplacement instantanées entre deux images consécutives. Enfin, selon les applications et la technologie d'acquisition considérée, le champ de déplacement est estimé sur un cycle cardiaque complet ou seulement pendant la systole.

Si de nombreuses synthèses bibliographiques relatives à la modélisation et l'analyse de la fonction

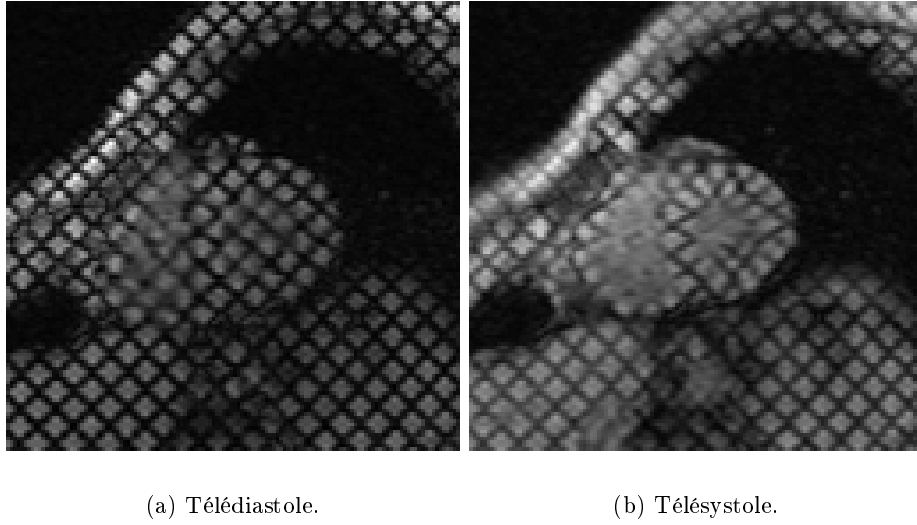


FIG. 3.1 – Images petit axe extraites d’une séquence d’IRM de marquage illustrant les déformations systoliques.

pariétale sont disponibles (O’Dell et McCulloch, 2000; Frangi et al., 2001; Amini et Prince, 2001), il n’existe qu’un seul état de l’art concernant les différentes méthodes d’estimation de mouvement du VG en IRM de marquage (Kerwin et al., 2000). Ces approches se structurent en trois familles : (i) les techniques de flot optique, (ii) les méthodes opérant une segmentation des *tags* suivie d’une interpolation dense du champ des déplacements, (iii) les approches par analyse de la phase des images harmoniques.

3.1 Approches par flot optique

Le flot optique est la mesure du déplacement d’un pixel entre deux images. L’estimation de ce champ en tout point d’une image constitue un problème inverse mal posé, dont la résolution a motivé de nombreux développements (Barron et al., 1994; Stiller et Konrad, 1999; Haussecker et Spies, 1999). Nous restreignons ici notre propos aux seules approches formulées dans le contexte de l’IRM de marquage.

La mesure du flot repose sur une hypothèse de stationnarité locale du signal d’intensité ψ au cours de la séquence. Au premier ordre, elle fait intervenir la dérivée particulaire de ψ par rapport à la variable d’évolution t :

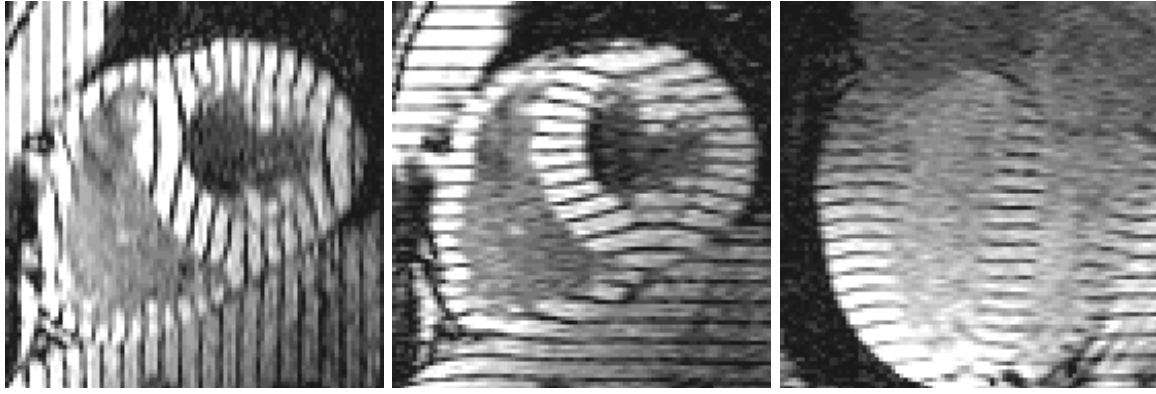
$$\frac{d}{dt}\psi(\mathbf{x}(t), t) = \frac{\partial\psi}{\partial t} + \mathbf{v}^T \nabla \psi \quad (3.1)$$

où $\mathbf{v} = \mathbf{x}_t$ représente le flot optique. L’équation du flot optique standard (SOF) est alors :

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} + \mathbf{v}^T \nabla \psi = 0 \quad . \quad (3.2)$$

Dans le contexte de l’IRM de marquage, cette équation est manifestement invalide en cas de désaimantation des *tags*, qui induit une dérive temporelle du contraste. Prince et McVeigh (Prince et McVeigh, 1992) définissent une équation du flot optique modifiée qui prend en compte la désaimantation en $T1$ des *tags*. En notant :

$$\tilde{\psi}(\mathbf{x}(t), t) := \frac{\partial}{\partial t}\psi(\mathbf{x}(t), t) - \frac{d}{dt}\psi(\mathbf{x}(t), t)$$



(a) Petit axe vertical.

(b) Petit axe horizontal.

(c) Grand axe.

FIG. 3.2 – Deux séquences petit axe marquées orthogonalement et une séquence grand axe (Source : Department of Biomedical Engineering, John Hopkins University, Baltimore, MA).

l'équation (3.2) se réécrit sous la forme :

$$\tilde{\psi}(\mathbf{x}(t), t) + \mathbf{v}^T \nabla \psi = 0 \quad .$$

Dans cette nouvelle approche, appelée flot optique à intensité variable (*Variable Brightness Optical Flow* (VBOF)), les variations ψ de l'intensité de l'image au cours de la séquence sont modélisées en prenant en compte les paramètres du processus d'imagerie (2.5) : le temps d'écho TE, le temps de répétition TR, la densité de protons D_0 , le temps de relaxation longitudinal $T1$ et le temps de relaxation transversal $T2$. Si les résultats sont meilleurs qu'avec le flot optique standard pour les premières images d'une séquence, l'approche par VBOF est limitée par la nécessité de connaître les paramètres D_0 , $T1$ et $T2$, par sa sensibilité aux paramètres RM et par l'accumulation des erreurs d'estimation au cours du temps qui rend son utilisation impossible sur de longues séquences.

Dans le but d'améliorer la précision de l'estimation et de réduire sa dépendance vis-à-vis des paramètres RM, Gupta a mis en œuvre le flot optique de Gennert et Negahdaripour qui modélise la variation locale d'intensité par une transformation linéaire de paramètres $m(\mathbf{x}, t)$ et $c(\mathbf{x}, t)$ (Gupta et Prince, 1995) :

$$\frac{d}{dt} \psi(\mathbf{x}(t), t) = m(\mathbf{x}, t) \psi(\mathbf{x}, t) + c(\mathbf{x}, t) \quad (3.3)$$

Cette expression est injectée dans l'équation de contrainte (3.2). Le flot $\mathbf{v}$ et les paramètres $m(\mathbf{x}, t)$ et $c(\mathbf{x}, t)$ sont estimés par régularisation dans un cadre variationnel. Le choix empirique des paramètres de régularisation se révélant délicat, les auteurs proposent d'utiliser la formulation de l'intensité de l'image marquée (2.5) pour exprimer les paramètres $m(\mathbf{x}, t)$ et $c(\mathbf{x}, t)$. Comme dans la formulation du VBOF, ceux-ci dépendent alors des paramètres d'acquisition :

$$\begin{aligned} m_t(\mathbf{x}, t) &= -\frac{1}{T1} \\ c_t(\mathbf{x}, t) &= \frac{1}{T1} D_0(\mathbf{x}) e^{-\frac{TE}{T2(\mathbf{x})}} [1 - \cos(\phi(\mathbf{x}))] e^{-\frac{TR}{T1(\mathbf{x})}} \end{aligned}$$

Gupta propose de n'utiliser que l'expression de $m(\mathbf{x}, t)$ et d'estimer $c(\mathbf{x}, t)$ et $\mathbf{v}$ avec l'approche variationnelle précédente. Il montre alors que l'algorithme est robuste vis-à-vis des erreurs sur $T1$.

Dans (Gupta et al., 1997), le caractère mal-posé du problème d'estimation du flot optique est résolu en supposant classiquement que la vitesse est constante au voisinage de chaque pixel. Mathématiquement, cette hypothèse implique l'annulation de la dérivée partielle du gradient de l'image, conduisant à la contrainte du deuxième ordre :

$$\frac{d}{dt} \nabla \psi = \mathbf{0} \quad .$$

En associant cette contrainte à l'équation du flot optique (3.2), on obtient le modèle de flot optique à contraintes multiples (MCOF), décrit par le système surdéterminé suivant :

$$\begin{pmatrix} \nabla \psi^T \\ \nabla \psi_x^T \\ \nabla \psi_y^T \end{pmatrix} \mathbf{v} + \begin{pmatrix} \psi_t \\ \psi_{xt} \\ \psi_{yt} \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (3.4)$$

L'originalité de l'approche est d'appliquer la contrainte (3.4) à des images harmoniques extraites du spectre de l'image marquée par SPAMM 2D (*cf.* Section 3.3). Cette méthode, dénommée *Bandpass Optical Flow* (BPOF), possède de nombreux avantages : elle est non-itérative et évite de recourir à une régularisation explicite susceptible d'entraîner des artefacts de lissage au voisinage des contours. Cette méthode n'a cependant pas été validée sur des images réelles.

Denney et Prince (Denney, 1994; Denney et Prince, 1994) cherchent à identifier, dans un espace paramétrique, une fonction d'intensité permettant d'optimiser les résultats du SOF. À partir d'une formulation stochastique du SOF, ils construisent une mesure de performance du flot optique, fonction de la covariance de l'erreur sur le champ estimé. La fonction d'intensité optimale est celle qui minimise cette mesure de performance. Cette approche possède des temps de calcul prohibitifs pour une utilisation clinique ; en outre, elle dépend du choix *a priori* d'une classe de fonctions paramétriques particulières.

Dougherty *et al.* (Dougherty et al., 1999) proposent une technique hiérarchique d'estimation du flot optique. Chaque image $\psi(t)$ de la séquence est décomposée dans une pyramide gaussienne ($\psi_k(t)$). Une pyramide laplacienne est ensuite construite à partir des différences $L_k(t)$, filtrées par un laplacien, entre les images d'un niveau de résolution $\psi_k(t)$ et celles interpolées du niveau précédent $\psi_{k-1}^\uparrow(t)$. On minimise ensuite classiquement, à chaque niveau de résolution, l'erreur quadratique entre deux images consécutives $L_k(t)$ et $L_k(t+1)$ par une méthode de Gauss-Newton. Le champ de déplacement estimé à chaque niveau de résolution sert d'initialisation pour le niveau suivant. Cette méthode permet de réduire légèrement l'erreur d'estimation par rapport à une méthode n'utilisant pas de prétraitement, notamment pour les images en fin de séquence, pour lesquelles le contraste *tags*/tissu est presque nul.

Toutes ces méthodes permettent l'obtention d'un champ de déformation dense tant sur le VG que sur le VD. Cependant, certains algorithmes nécessitent une connaissance *a priori* des caractéristiques des tissus, ce qui peut être source d'erreurs. D'autre part, de par son caractère local, le flot optique n'est généralement pas adapté au traitement des grandes déformations, telles que celles qui se produisent pendant la systole. La déformation totale doit être synthétisée en additionnant les déformations successives entre chaque paire d'images, avec les risques d'accumulation d'erreurs associés.

3.2 Approches par segmentation des *tags* et reconstruction du champ de déplacement

Cette classe d'approches regroupe la majorité des méthodes d'estimation de mouvement du VG. La plupart d'entre elles requiert une segmentation préalable de l'endocarde et de l'épicarde afin de ne

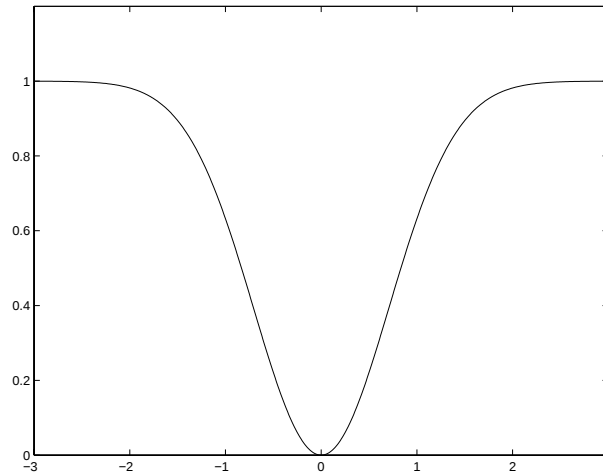


FIG. 3.3 – Modèle densitométrique gaussien d'une ligne de tag.

prendre en compte que les *tags* inclus dans le myocarde. Elles se décomposent en deux étapes :

- la segmentation et le suivi des *tags* ;
- l'obtention d'un champ de déplacement dense par modélisation paramétrique ou stochastique.

3.2.1 Segmentation des contours du myocarde

Cette étape, nécessaire pour délimiter la région d'intérêt, est délicate : la région entourant l'épicarde est mal définie en raison de la présence du VD, et la stagnation du sang dans la cavité ventriculaire en fin de systole rend difficile la détection de l'endocarde. Dans de nombreux cas, la segmentation est effectuée manuellement et nécessite un travail fastidieux et non reproductible (Kraitchman et al., 1995; Young et al., 1995).

Une méthode de segmentation semi-automatique, développée par Guttman *et al.* et intégrée au logiciel *Findtags* (Guttman et al., 1997; Guttman et al., 1994) est largement utilisée. La détection des contours du myocarde est effectuée par suppression des *tags* aux moyens d'une fermeture morphologique suivie d'un filtrage de Sobel. Une estimation optimale des frontières est ensuite obtenue en minimisant une fonction non-linéaire combinant plusieurs fonctions de coût locales. Malgré de bonnes performances, cet algorithme peut avoir un comportement aberrant en certains points et une correction interactive est souvent nécessaire sur l'épicarde, et plus occasionnellement sur l'endocarde.

Deux méthodes, l'une fondée sur une variante des contours actifs (Guttman et al., 1995), l'autre utilisant une règle de décision au sens du maximum *a posteriori* permettant de valider si un point appartient au myocarde (Denney, 1999), permettent de s'affranchir de cette étape de segmentation de l'endocarde et de l'épicarde : l'étape suivante de segmentation des *tags* est automatiquement limitée au muscle myocardique.

3.2.2 Segmentation et suivi des *tags*

3.2.2.1 Ajustement d'un modèle densitométrique de tag

Le profil densitométrique d'une ligne de *tag* peut être modélisé par une gaussienne (Atalar et McVeigh, 1994) (Figure 3.3). La position des *tags* est estimée par ajustement de ce modèle sur les données par des méthodes de moindres carrés (Guttman et al., 1994) ou par estimation au sens du maximum de vraisemblance (Denney, 1999).

3.2.2.2 Segmentation par contours actifs

Les contours actifs (*snakes*) (Kass et al., 1988; Rougon, 1993) sont largement utilisés pour segmenter les *tags* (Kumar et Goldgof, 1994; Kraitchman et al., 1995; Guttman et al., 1995; Young et al., 1995; Radeva et al., 1996; Amini et al., 1998a; Amini et al., 2001; Huang et al., 1999). Dans la formulation initiale de Kass *et al.*, le snake est une courbe (ici ouverte) se déformant en minimisant itérativement une fonctionnelle comprenant un terme de régularisation de type membrane-plaque mince et un terme d'adéquation aux données.

Cette formulation peut être adaptée aux problèmes posés par la segmentation des *tags*. Le terme d'adéquation aux données est généralement proportionnel à l'intensité de l'image; ainsi le minimiser revient à chercher les zones sombres, *i.e.* les lignes de *tags*. La plupart des auteurs prévoient une énergie d'interaction (en $1/x^2$) avec l'utilisateur pour le traitement des points aberrants. La segmentation préalable des contours du VG permet d'ignorer les pixels hors du myocarde. Les variantes comprennent l'approche d'Amini *et al.* (Amini et al., 1998a; Amini et al., 1998b; Amini et al., 2001; Wang et al., 2001) qui utilisent une représentation paramétrique du contour par B-splines, dont les propriétés fortement régularisantes permettent de s'affranchir de l'énergie interne. Radeva *et al.* (Radeva et al., 1996) définissent un modèle volumétrique de B-solide via un produit tensoriel 3D de B-splines dont chaque surface isoparamétrique correspond à un plan d'acquisition ou à un plan de tag. Ce modèle permet un suivi simultané des lignes de *tags* à différents niveaux de coupes. L'adjonction d'une dimension temporelle à cette représentation (Huang et al., 1999) permet de connaître les déformations du LV et leurs variations à chaque instant.

Les limitations de ces approches concernent (i) le traitement des grandes déformations, en raison des minima locaux de l'énergie totale, et (ii) la détermination des hyperparamètres (coefficients d'élasticité, paramètres de régularisation).

3.2.3 Modélisation paramétrique du champ de déplacement

L'estimation du mouvement du VG à partir de *tags* 1D nécessite de résoudre un problème d'ouverture (Figure 3.4). Considérer l'intersection des lignes de *tags* 2D dans des images petit axe permettrait de reconstruire cette correspondance avec une résolution grossière, s'il n'y avait le mouvement du cœur orthogonal au plan d'acquisition de l'image. La prise en compte de ce mouvement, si elle n'est pas intégrée au protocole d'imagerie (technique du suivi de coupe en CSPAMM), nécessite un traitement spécifique.

Aussi la plupart des méthodes sont-elles fondées sur une estimation du champ de déplacement opposé au champ réel : la trajectoire estimée est celle du point du plan déformé vers le plan non déformé, ce qui permet de calculer la composante du champ dans la direction perpendiculaire aux lignes de *tags*. Ce calcul, réalisé sur deux séquences petit axe marquées orthogonalement et une séquence grand axe dont les *tags* sont perpendiculaires au grand axe du cœur, permet de retrouver le champ de déplacement en 3D. L'inconvénient de ces approches réside dans la nécessité d'acquisitions multiples et surtout dans l'impossibilité d'estimer un champ entre deux images présentant des lignes de *tags* déformées (Declerck et al., 1998; Öztürk et McVeigh, 1999; Clarysse et al., 2000).

L'utilisation d'un système de coordonnées adapté à la géométrie du VG permet de simplifier les calculs, de décrire avec un minimum de paramètres les mouvements du cœur et de faciliter l'extraction des paramètres d'intérêt. Deux représentations ont été proposées : (i) le système de coordonnées ellipsoïdales (*prolate spheroidal*) (Young et al., 1995; O'Dell et al., 1995), dont les surfaces à coordonnées constantes sont respectivement des ellipses, des hyperboles et des plans, et (ii) le système de coordonnées planisphériques, construit par Declerck *et al.* (Declerck et al., 1998) à partir des systèmes de coordonnées sphériques et cylindriques. Dans ce système, la transformation peut être décrite aisément par trois mouvements élémentaires : un mouvement de contraction radiale, une rotation des points du myocarde, une élévation des points du VG dans l'axe apex-base (Park et al., 1996). D'autres méthodes

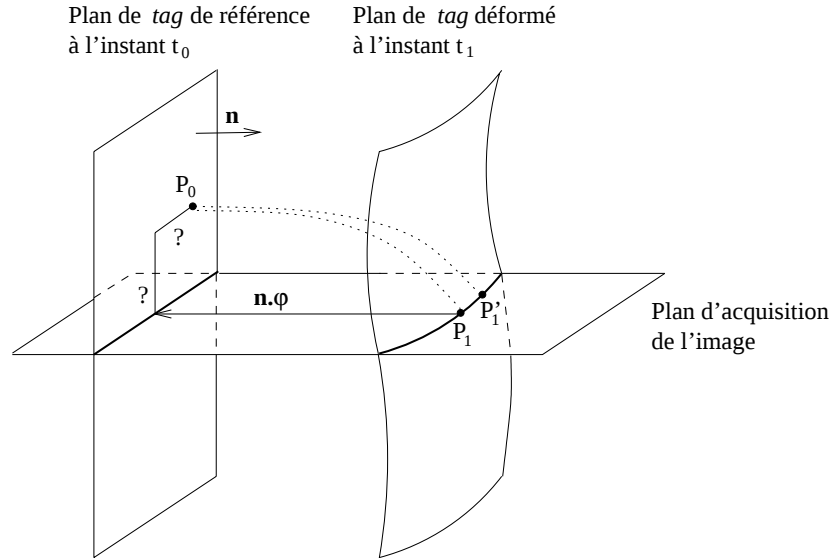


FIG. 3.4 – L’approche inverse : le correspondant du point P_0 à t_1 (P_1 ou P'_1) ne peut être connu ; seule la composante perpendiculaire à la ligne de tag non déformée $\mathbf{n}\varphi$ peut être estimée.

utilisent le repère cartésien et peuvent donc s’appliquer également à l’étude des mouvements du VD (Clarysse et al., 2000; Öztürk et McVeigh, 1999; Öztürk et McVeigh, 2000).

A partir des mesures éparées obtenues sur les tags, l’obtention d’un champ de déplacement dense est effectuée par interpolation sur un espace de fonctions paramétriques. De nombreux choix sont possibles :

- une base d’éléments finis utilisant des fonctions d’interpolation choisies de manière heuristique (Young et al., 1995) ;
- une série sinusoïdale spatio-temporelle (Clarysse et al., 2000) ;
- une série de Fourier spatiale (Allouche et al., 2001b) ;
- un développement en série en coordonnées ellipsoïdiques après recalage rigide préalable (O’Dell et al., 1995) ;
- un produit tensoriel de B-splines (Declerck et al., 1998; Öztürk et McVeigh, 1999).

La modélisation paramétrique du champ de déplacement conduit à une description compacte, plus facilement interprétable et permet un calcul analytique des déformations.

3.2.4 Modélisation stochastique du champ de déplacement

Denney et Prince (Denney et Prince, 1995) exploitent des informations *a priori* sur les mouvements du cœur, afin d’établir un modèle stochastique du champ de déplacement. Ils considèrent en outre que les mesures sont bruitées par un bruit blanc gaussien de variance σ_1 . Le modèle du champ de déplacement utilise deux hypothèses physiologiques :

- hypothèse de lissage : le cœur étant constitué de fibres musculaires, les déplacements de deux points spatialement proches sont similaires en amplitude et en direction. Ainsi, la différence des valeurs du champ de déplacement en deux pixels voisins est modélisée par un bruit blanc gaussien de variance σ_2 .
- hypothèse isochorique : le myocarde étant constitué principalement d’eau, il est approximativement incompressible. Cela se traduit en modélisant la somme des différences entre deux valeurs du champ de déplacement en deux pixels voisins par un bruit blanc gaussien de variance σ_3 .

Le champ de déplacement est calculé par un estimateur de Fisher à partir des trois hypothèses précédentes. Les performances en terme de précision dépendent du choix des paramètres des modèles (variances σ_i), choisis de manière empirique, ainsi que de la segmentation des contours et des *tags*. Le temps de calcul important limite l'utilisation clinique de cette méthode. Dans (Denney, 1996), cette approche est appliquée à des données obtenues par PC-IRM. Denney montre que l'incorporation de mesures de déplacement obtenues par IRM de marquage permet de réduire l'erreur par rapport à une estimation fondée sur les seules données PC-IRM.

3.3 Approche par analyse de la phase des images harmoniques

3.3.1 Application de la contrainte du flot optique à la phase

Il peut être intéressant d'utiliser l'information d'orientation contenue localement dans la phase d'une image. Celle-ci est en effet moins sensible que l'intensité aux variations locales de contraste (Fleet et Jepson, 1990), et en particulier à la désaimantation des *tags*. Le concept de flot optique appliqué à la phase (Fleet et Jepson, 1990; Fleet et Jepson, 1993; Barron et al., 1994) repose sur la même hypothèse de stationnarité que le flot optique standard dérivé de l'intensité, *i.e.* la différence entre les phases de deux points analogues dans deux images d'une séquence est faible.

Soient ϕ_1 et ϕ_2 les phases respectives des images ψ_1 et ψ_2 . Le déplacement $\mathbf{u}$ en un point $\mathbf{x}$ de l'image est alors (Fleet et Jepson, 1993) :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \frac{[\phi_1(\mathbf{x}) - \phi_2(\mathbf{x})]_{2\pi}}{\omega(\mathbf{x})} \quad (3.5)$$

$\omega(\mathbf{x})$ étant une mesure de la fréquence au voisinage de $\mathbf{x}$ et $[\cdot]_{2\pi}$ désignant une détermination angulaire sur un intervalle d'amplitude 2π .

3.3.2 La méthode HARP

En théorie, une seule image suffit à estimer le champ de déplacement (Osman et Prince, 1998a; Osman et Prince, 1998b; Nguyen et al., 1998; Osman et Prince, 2000a; Osman et Prince, 2000b; Bayram et al., 2001). Une image marquée par un réseau de *tags* ψ_{tag} peut se modéliser par :

$$\psi_{tag}(\mathbf{x}, t) = c(t) \psi_0(\mathbf{x}) TAG(\mathbf{x})$$

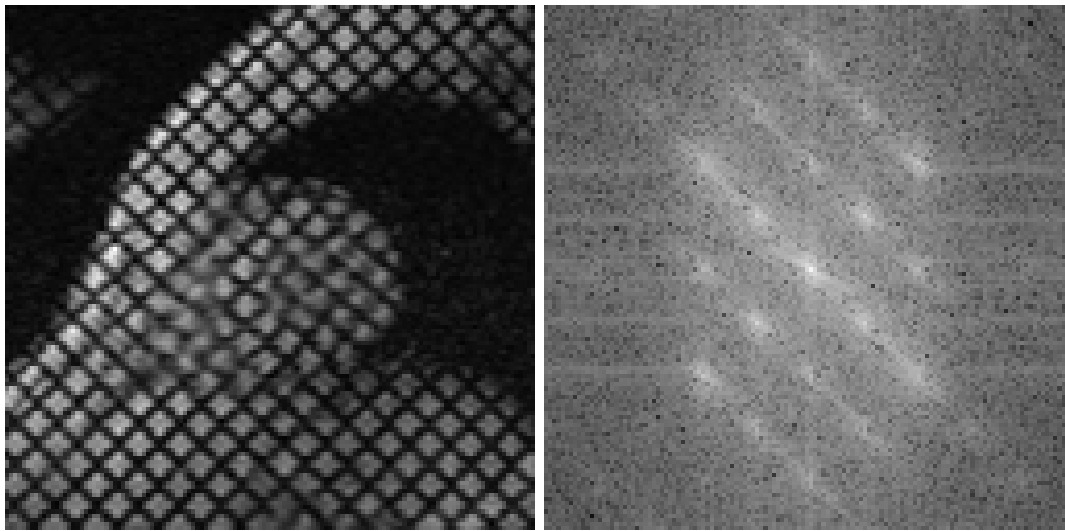
où ψ_0 représente l'image non marquée, TAG le motif de marquage (1D ou 2D), modélisé généralement par une fonction cosinus ou un peigne de Dirac, et $c(t)$ un coefficient d'atténuation temporelle des *tags*. Ainsi, l'image $\psi_{tag}^0 := \psi_{tag}(\cdot, 0)$ déformée par une transformation φ s'écrit :

$$\psi_{tag}^0 \circ \varphi(\mathbf{x}, t) = c(t) \psi_0(\varphi(\mathbf{x})) TAG(\varphi(\mathbf{x}))$$

L'opération de marquage entraîne une périodisation du spectre de l'image non marquée à la fréquence inverse de la période des *tags* et dans une direction orthogonale à celle des *tags* (Figure 3.5). L'image marquée se décompose ainsi en une somme d'images harmoniques ψ_k aux différentes fréquences ω_k , chacune contenant des informations sur le mouvement dans une direction.

Une image harmonique à la fréquence ω_k est obtenue par filtrage passe-bande dans le plan de Fourier. La transformée de Fourier inverse ψ_k est une image complexe :

$$\psi_k(\mathbf{x}, t) = c(t) \psi_0(\mathbf{x}) e^{j\omega_k^T \mathbf{x}} \quad (3.6)$$



(a) Image d'IRM de marquage.

(b) Spectre correspondant.

FIG. 3.5 – Image d'IRM de marquage et son spectre, sur lequel on peut observer la répétition d'un motif due à l'échantillonnage réalisé par les *tags*.

Sa phase ϕ_k est : $\phi_k(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\omega}_k^T \mathbf{x}$. Pour une image déformée, on a :

$$\psi_{tag,k}^0(\varphi(\mathbf{x}), t) = c(t) \psi_0(\varphi(\mathbf{x})) e^{j\boldsymbol{\omega}_k^T \varphi(\mathbf{x})} \quad (3.7)$$

Le champ de déplacement $\mathbf{u}$ recherché est ainsi relié à la phase de l'image par :

$$\boldsymbol{\omega}_k^T \mathbf{u}(\mathbf{x}) = \phi_{tag,k}^0(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\omega}_k^T \mathbf{x}$$

Le raisonnement est appliqué à deux images harmoniques correspondant à deux fréquences de directions orthogonales afin d'obtenir les deux coordonnées du champ des déplacements. En pratique, cette méthode n'est pas appliquée à une image unique avec une grille de *tags* mais à deux images ayant des motifs de marquage orthogonaux, acquises au même instant du cycle cardiaque. Notons également qu'une segmentation du myocarde peut être obtenue à partir de l'amplitude de l'image complexe.

Cette approche, dénommée *Harmonic Phase MRI* (HARP), numériquement très performante (Garot et al., 2000), ne nécessite pas d'intervention manuelle et peut s'adapter aisément à l'analyse du mouvement du VD. Cependant, elle reste sensible aux artefacts et requiert une double acquisition des images marquées dans les deux directions. Les développements en cours concernent l'acquisition directe du spectre par le scanner et l'extension en 3D.

3.4 Estimation des déformations de la paroi libre du VD

La minceur des structures du VD et leurs géométries complexes rendent difficile l'étude des déformations de la paroi libre du VD (Oldershaw et Bishop, 1995). Aussi, les travaux à ce sujet sont-ils peu fréquents dans la littérature. Les méthodes employées se différencient par la nature de la modélisation géométrique du VD. Celles ne modélisant pas le VD utilisent un simple marquage supervisé des points à l'intersection des *tags* (Naito et al., 1995; Klein et al., 1998). Le VD peut être modélisé par éléments

finis (Young et al., 1996; Fayad et al., 1998; Haber et al., 1998) ou par des surfaces de type quadrique (Sacks et al., 1993; Denslow et al., 1996; Pham et al., 2001; Pham, 2002; Vincent et al., 1999; Vincent, 2001).

3.5 Conclusion

Parmi les nombreuses méthodes permettant l'estimation des déformations myocardiques en IRM de marquage, il n'existe pas de technique de référence, chacune d'entre elles imposant un compromis entre résolution spatiale, robustesse aux artefacts, variations d'intensité, changements de topologie locale, prise en compte des grandes déformations, connaissance *a priori* des paramètres d'acquisition, précision d'interpolation et degré de supervision (Declerck et al., 1999). Le choix d'une méthode dépend de l'application ciblée. Enfin, la plupart de ces approches ne satisfont pas aux critères de viabilité clinique : fiabilité, robustesse, reproductibilité, absence de supervision et rapidité.

Par contraste, les techniques statistiques de *recalage non rigide* émergent comme des candidats potentiels de par leur propriétés remarquables : insensibles à la désaimantation des *tags* et ne nécessitant pas de segmentation préalable, elles peuvent estimer de manière fiable et non supervisée des déformations non rigides de grande amplitude. Avant d'étudier plus en détail ce cadre statistique, nous effectuons dans le chapitre suivant un état de l'art des méthodes de recalage non rigide.

Chapitre 4

Recalage non rigide d'images médicales

4.1 Introduction

4.1.1 Contexte et objectifs du recalage d'images médicales

La nécessité de fusionner les informations fournies par les différentes modalités d'imagerie médicale, anatomiques (tomographie à rayons X (TDM), IRM, angiographie numérique, imagerie ultrasonore) ou fonctionnelles (tomographie par émission monophotonique (SPECT), tomographie par émission de positons (PET), IRM fonctionnelle (IRMf)), le besoin d'évaluer de manière exacte l'évolution d'une pathologie sur des images d'un même patient acquises à des moments différents pour une modalité donnée dans le cadre d'un suivi thérapeutique, la construction d'atlas anatomiques ou de modèles anatomo-fonctionnels individualisés et l'indexation automatique des structures anatomiques imagées définissent les objectifs du recalage. Il existe plusieurs types de recalage :

- le recalage monomodal intra-patient sert à la détection, la caractérisation, la quantification et le suivi des lésions ou des pathologies,
- le recalage multimodal intra-patient permet de fusionner des informations anatomiques et/ou fonctionnelles obtenues par diverses modalités sur un même patient,
- le recalage inter-patient est utilisé lors de la construction d'atlas anatomiques,
- le recalage atlas-données monomodales, qui vise à mettre en correspondance données symboliques et données numériques, permet l'étiquetage automatique par transport d'une carte d'attributs indexés.

4.1.2 Typologie des méthodes de recalage

Soient S une image source et T une image modèle ou cible définies sur un domaine $D \subset \mathbb{R}^d$ et à valeurs dans un ouvert Ω . Recaler S sur T consiste à trouver une transformation spatiale $\varphi : D \rightarrow D$ sur un espace fonctionnel $\mathcal{T}$ tel que $S^\varphi := S \circ \varphi$ soit similaire à T au sens d'un critère prédéfini. Le problème peut s'exprimer de manière équivalente en terme de champ de déplacement $\mathbf{u}$ tel que :

$$\varphi := \mathbf{I} + \mathbf{u}$$

où $\mathbf{I}$ est la fonction identité. Ainsi, pour tout point $\mathbf{x} \in D$, on recherche un champ $\mathbf{u}$ tel que :

$$S^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) := S(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) \text{ soit similaire à } T(\mathbf{x}) \quad .$$

Les critères conditionnant le choix d'une méthode de recalage concernent la nature des primitives à mettre en correspondance (intensité des pixels, structures géométriques particulières...), la mesure de similarité, et l'espace des transformations envisagées (paramétriques ou non paramétriques).

De nombreux états de l'art des méthodes de recalage en général (Brown, 1992; Glasbey et Mardia, 1998) ou spécifiques à l'imagerie médicale (Maurer et Fitzpatrick, 1993; Van den Elsen et al., 1993; Maintz et Viergever, 1998; Hill et al., 2001; Thompson et Toga, 2000; Pluim et al., 2003) et en particulier à l'imagerie cardiaque (Makela et al., 2002) sont disponibles dans la littérature. Il en ressort que les méthodes de recalage non rigide se répartissent en deux grandes classes :

- les méthodes géométriques : elles procèdent par appariement de structures géométriques homologues (points, lignes, surfaces) présentes dans les images et fournissent un champ de déplacement épars ;
- les méthodes iconiques : elles utilisent l'information de luminance au niveau pixel et fournissent un champ de déplacement dense.

Après l'étude de ces deux classes de méthodes, deux points essentiels du recalage seront approfondis : la préservation de la topologie et la prise en compte des grands déplacements.

4.2 Approches par primitives géométriques

Ces méthodes procèdent en deux étapes. La première est une étape de segmentation, visant à extraire de chacune des images des structures homologues ou amers : il peut s'agir de points (Bookstein, 1989; Rohr et al., 1996; Rohr et al., 1999; Fornefett et al., 1999; Davis et al., 1997), de courbes (Davatzikos et al., 1996; Peckar et al., 1999), ou de surfaces (Szeliski et Lavallée, 1996; Thompson et Toga, 1996; Yamany et al., 1998) anatomiquement pertinents et présentant une certaine invariance morphologique. La segmentation s'effectue généralement de manière supervisée; cependant, dans le cas où les structures d'intérêt correspondent à des points remarquables de la géométrie de l'objet, la segmentation peut être automatisée (Thirion, 1996a; Thirion, 1994). Dans un deuxième temps, on recherche la transformation effectuant le meilleur appariement de ces structures au sens d'un critère donné.

Les approches par primitives géométriques sont également utilisées dans des problématiques de synthèse de déformations de type *morphing* (*cf.* Annexe B).

4.2.1 Mise en correspondance d'amers ponctuels

Les méthodes classiquement employées pour apparier deux ensembles d'amers ponctuels sont l'interpolation/approximation par des fonctions radiales et les algorithmes de type ICP (*Iterative Closest Point*).

4.2.1.1 Les fonctions radiales

Soient $\mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^d$ (resp. $\mathbf{q}_i \in \mathbb{R}^d$) ($i = 1..n$) les n amers ponctuels de l'image source S (resp. modèle T). On recherche une transformation spatiale $\varphi : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$ interpolante, *i.e.* telle que :

$$\forall i \in \llbracket 1, n \rrbracket \quad \varphi(\mathbf{p}_i) = \mathbf{q}_i \quad (4.1)$$

sur un espace fonctionnel paramétrique $\mathcal{T}$ de dimension finie. Les composantes φ_k ($k = 1..d$) de la transformation sur cet espace sont généralement recherchées séparément. Dans le cas des espaces de fonctions radiales, φ_k se compose d'un terme polynomial p_k^M de degré M et d'un terme radial R_k :

$$\varphi_k(\mathbf{x}) := p_k^M(\mathbf{x}) + R_k(\mathbf{x}) \quad . \quad (4.2)$$

Le terme polynomial permet de décrire des déformations à longue portée alors que le second modélise des déformations locales au voisinage des amers $\mathbf{p}_i$. Plus précisément, on a :

$$\begin{aligned} p_k^M(\mathbf{x}) &= \sum_{i=0}^M a_{k,i} p_i^{base}(\mathbf{x}) \\ R_k(\mathbf{x}) &= \sum_{j=1}^n w_{k,j} U(\|\mathbf{x} - \mathbf{p}_j\|) \end{aligned}$$

les fonctions $(p_i^{base})_{0 \leq i \leq M}$ formant une base de polynômes et U désignant une fonction radiale. Les coefficients $\mathbf{a}_k := (a_{k,i})_{0 \leq i \leq M}$ et $\mathbf{w}_k := (w_{k,j})_{0 \leq j \leq n}$ décrivent alors complètement la transformation φ_k . La détermination de ces coefficients utilise, en plus des contraintes d'interpolation (4.1), la condition de normalisation supplémentaire :

$$\forall k \in \llbracket 1, d \rrbracket, \forall j \in \llbracket 1, M \rrbracket \quad \sum_{i=1}^n w_{k,i} p_j^{base}(\mathbf{q}_i) = 0 \quad . \quad (4.3)$$

En définissant les matrices $\mathbf{K}_n$ de terme général $K_{ij} := U(\|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j\|)$ et $\mathbf{P}_{n,M}$ de terme général $P_{ij} := p_j^{base}(\mathbf{p}_i)$, et le vecteur $\mathbf{v}_k$ composé de la k -ième coordonnée des points $\mathbf{q}_i$, la condition (4.1) se ré-exprime sous la forme :

$$\forall k \in \llbracket 1, d \rrbracket \quad \mathbf{K}_n \mathbf{w}_k + \mathbf{P}_{n,M} \mathbf{a}_k = \mathbf{v}_k \quad .$$

La condition (4.3) impose : $\mathbf{P}_{n,M}^T \mathbf{w} = \mathbf{0}$. En notant finalement $\mathbf{a} = (\mathbf{a}_k)_{1 \leq k \leq d}$, $\mathbf{w} = (\mathbf{w}_k)_{1 \leq k \leq d}$ et $\mathbf{v} = (\mathbf{v}_k)_{1 \leq k \leq d}$ on est amené à résoudre le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} \mathbf{K}_n \mathbf{w} + \mathbf{P}_{n,M} \mathbf{a} &= \mathbf{v} \\ \mathbf{P}_{n,M}^T \mathbf{w} &= \mathbf{0} \end{cases} \quad .$$

La fonction U peut prendre différentes formes (Tableau 4.1), certaines étant paramétrées pour pouvoir contrôler l'influence locale des amers. Les paramètres peuvent être adaptatifs en fonction du point (Ruprecht et Müller, 1995).

■ **Cas particulier de la spline de plaque mince** Lorsque U est une spline de plaque mince, la fonctionnelle d'énergie de déformation du deuxième ordre définie par (4.4) est minimale sur l'espace des transformations de la forme (4.2).

$$\mathcal{J}(\varphi) = \sum_{k=1}^d \sum_{\alpha_1 + \dots + \alpha_d = 2} \frac{2}{\alpha_1! \dots \alpha_d!} \int_{\mathbb{R}^d} \left(\frac{\partial^2 \varphi_k}{\partial x_1^{\alpha_1} \dots \partial x_d^{\alpha_d}} \right)^2 d\mathbf{x} \quad . \quad (4.4)$$

La spline de plaque mince est ainsi l'interpolant le plus lisse des solutions du problème d'interpolation (4.1). Cette propriété en justifie les nombreux cas d'utilisation (J. Duchon, 1976; Bookstein, 1989; Arad et al., 1994; Rohr et al., 1999), qui font d'elle la fonction radiale la plus employée.

Dans certains cas, il peut être utile de rechercher la transformation optimale comme solution d'un problème non plus d'interpolation mais d'approximation des points $\mathbf{q}_i$ par $\varphi(\mathbf{p}_i)$ (Rohr et al., 1996). Cela équivaut à minimiser une fonctionnelle $\mathcal{J}_\xi(\varphi)$ définie par :

$$\mathcal{J}_\xi(\varphi) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \|\mathbf{q}_i - \varphi(\mathbf{p}_i)\|^2 + \xi \mathcal{J}(\varphi) \quad .$$

Nom	Références	$U(x)$	Condition
Multiquadratique	(Fang et al., 1996) (Ruprecht et Müller, 1995)	$(x^2 + c^2)^\alpha$	$0 < \alpha < 1, c \geq 0$
Log déplacé	(Lee et al., 1997)	$\log(\sqrt{x^2 + c^2})$	$c^2 \geq 1$
Spline de plaque mince	(J. Duchon, 1976) (Arad et al., 1994) (Rohr et al., 1999)	$x^2 \log(x^2)$	
Gaussienne	(Arad et al., 1994)	$\exp(-x^2/\sigma^2)$	$\sigma > 0$
Spline élastique	(Davis et al., 1997)	solution des éq. de Navier-Stokes	
Spline volumique	(Nielson, 1993)	x^3	

TAB. 4.1 – Quelques fonctions radiales U classiques.

Le paramètre $\xi > 0$ permet ainsi de réaliser un compromis entre exactitude de la transformation sur les amers et faible énergie de déformation. La minimisation de $\mathcal{J}_\xi$ relativement aux paramètres $\mathbf{a}$ et $\mathbf{w}$ définissant la transformation φ conduit alors au système linéaire suivant :

$$\begin{cases} (\mathbf{K}_n + \xi \mathbf{I}_n) \mathbf{w} + \mathbf{P}_{n,M} \mathbf{a} &= \mathbf{v} \\ \mathbf{P}_{n,M}^T \mathbf{w} &= \mathbf{0} \end{cases} \quad (4.5)$$

où $\mathbf{I}_n$ désigne la matrice identité de taille n .

Dans (Rohr et al., 1999), Rohr *et al.* intègrent à la fonctionnelle d'énergie $\mathcal{J}_\xi$ deux termes supplémentaires : un terme d'incertitude sur la localisation des amers et un terme d'orientation des amers. L'introduction de ces deux termes supplémentaires, couplée à l'utilisation conjointe d'amers et de quasi-amers, qui sont des points arbitrairement placés sur les bords des objets présents dans l'image, permet d'introduire des contraintes anatomiques, pertinentes notamment dans le cas de structures rigides, comme par exemple les os.

■ **Restriction du support des fonctions radiales** Le support des fonctions radiales étant infini, le domaine d'influence de chaque point s'étend à l'ensemble de l'image. Cette influence peut être réduite en utilisant des fonctions radiales à support compact, telles que les fonctions de Wendland, *i.e.* des polynômes annulés à l'extérieur d'une boule de $\mathbb{R}^d$ (Schaback, 1995). Elles sont utilisées pour l'animation faciale en codage vidéo (Soligon et al., 1997) et en recalage non rigide d'images médicales (Fornefett et al., 1999), où leur intérêt réside dans la prise en compte de déformations localisées, en particulier pour la détection de lésions.

4.2.1.2 L'algorithme du point le plus proche itéré (ICP)

Dans sa formulation originale (Besl et McKay, 1992; Zhang, 1994), cet algorithme consiste à :

1. Pour tout point $\mathbf{p}_i$ de l'ensemble de départ, trouver le point $\mathbf{q}_j$ le plus proche dans l'ensemble d'arrivée ;
2. A partir de ces appariements, estimer une transformation rigide par approximation aux moindres carrés ;

3. Appliquer cette transformation à l'ensemble de départ ;

4. Itérer jusqu'à ce que les distances entre les points des deux ensembles soient suffisamment faibles.

Dans (Subsol, 1995), cet algorithme est étendu aux transformations non rigides et à des ensembles de lignes.

4.2.2 Mise en correspondance d'amers de dimension supérieure

Les méthodes suivantes sont principalement employées en recalage d'images cérébrales et souvent adaptées à la géométrie du cerveau. Pour cette raison, elles ne sont que succinctement présentées ici ; le lecteur intéressé pourra se reporter à (Thompson et Toga, 2000) pour plus d'informations.

Les courbes utilisées pour de la mise en correspondance sont essentiellement des lieux de courbure maximale, appelés lignes de crêtes (Subsol, 1999). Leur extraction s'effectue en utilisant l'algorithme des *Marching Lines* (Subsol, 1995; Thirion et Gourdon, 1992) ou en utilisant une représentation paramétrique (B-splines) de la surface (Guezic et al., 1997). La mise en correspondance est effectuée par hachage géométrique (Guezic et al., 1997) ou par algorithme ICP étendu (Subsol, 1995).

Les amers surfaciques sont des amers très utilisés en recalage d'images cérébrales. Les modèles déformables constituent la principale méthode de segmentation des surfaces (Davatzikos et al., 1996; Thompson et Toga, 1996; Peckar et al., 1999). La mise en correspondance est réalisée par un algorithme de distance minimale (Szeliski et Lavallée, 1996) ou via un modèle élastique (Davatzikos et al., 1996; Peckar et al., 1999) (*cf.* Section 4.3.4.1.1).

4.3 Approches iconiques

Le principe des méthodes iconiques est de chercher une transformation maximisant un critère de similarité au niveau pixel entre deux images. Dans la suite, les principaux critères de similarité, les différents espaces de transformation et les modèles comportementaux de transformations sont présentés.

4.3.1 Critères de similarité

Différentes études comparant les principaux critères de similarité proposés ont été réalisées dans (Roche et al., 1999) et (Penney et al., 1998). Le choix d'un critère dépend de la relation unissant les deux images, et en particulier des modalités dans lesquelles elles sont acquises.

En recalage monomodal, les critères choisis reposent sur l'hypothèse que les deux images sont, après recalage, similaires au niveau photométrique. Les critères pertinents en ce sens sont alors :

- l'erreur absolue (norme L^1) :

$$\| S^\varphi - T \|_{L^1} := \int_D |S(\varphi(\mathbf{x})) - T(\mathbf{x})| d\mathbf{x}$$

- l'erreur quadratique (norme L^2) (*Sum of Squared Differences* (SSD)) (M. Lefébure and L.D. Cohen, 2001; F. Richard and L.D. Cohen, 2002; F. Richard, L.D. Cohen, 2003) :

$$\| S^\varphi - T \|_{L^2} := \int_D |S(\varphi(\mathbf{x})) - T(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x}$$

- l'entropie de Shannon de l'image différence :

$$H_S(S^\varphi - sT) := - \int_\Omega p(i) \log(p(i)) di$$

$p(\cdot)$ étant la densité de probabilité de l'image différence $S^\varphi - sT$ et $s \geq 0$ un paramètre de correction de contraste à estimer.

Sous l'hypothèse qu'une dépendance affine relie les intensités des images, le critère optimal est (Roche et al., 1999) :

- le coefficient de corrélation normalisé ¹ :

$$\rho(S^\varphi, T) = \frac{Cov(S^\varphi, T)}{\sqrt{Var(S^\varphi)Var(T)}} = \frac{\int_D (S(\varphi(\mathbf{x})) - \bar{S}^\varphi)(T(\mathbf{x}) - \bar{T})d\mathbf{x}}{\sqrt{\int_D (S(\varphi(\mathbf{x})) - \bar{S}^\varphi)^2 d\mathbf{x}} \sqrt{\int_D (T(\mathbf{x}) - \bar{T})^2 d\mathbf{x}}}$$

où $\bar{S}^\varphi = \frac{1}{|D|} \int_D S(\varphi(\mathbf{x}))d\mathbf{x}$ et $\bar{T} = \frac{1}{|D|} \int_D T(\mathbf{x})d\mathbf{x}$ désignent les moyennes de S^φ et T .

Le choix effectif d'un critère peut être effectué en étudiant la distribution d'erreur de recalage en fonction de la modalité considérée : en IRM, la source de bruit la plus importante provient de la force électromotrice créée dans la bobine de réception et on montre qu'elle peut être caractérisée par un processus gaussien (Wright, 1997). La SSD, minimale pour une distribution d'erreur de recalage gaussienne, semble donc particulièrement adaptée à cette modalité.

Dans le cadre du recalage multimodal, les relations entre les cartes de luminance des images sont plus complexes, voire non fonctionnelles, et ne sont en général pas connues explicitement. Cela suggère de modéliser les images comme des distributions et d'utiliser des mesures de similarité non-locales fondées sur une analyse de la corrélation. Deux approches ont été proposées : (i) des critères statistiques globaux, comme le rapport de corrélation, et (ii) des mesures issues de la théorie de l'information, parmi lesquelles les plus utilisées sont l'entropie conjointe et l'information mutuelle.

- l'entropie de Shannon conjointe (Collignon et al., 1995b; Collignon et al., 1995a; Studholme et al., 1995) :

$$H_S(S^\varphi, T) := - \int_{\Omega^2} p(i_1, i_2) \log(p(i_1, i_2)) di_1 di_2 \quad .$$

$p(\cdot, \cdot)$ représente la densité de probabilité de la variable aléatoire conjointe (S^φ, T) .

- l'uniformité inter-image (Nikou et al., 1999) : l'hypothèse de base considère qu'à une zone uniforme de S^φ associée à un tissu particulier, correspond une zone de T . L'image de référence T est alors partitionnée en G classes, qui peuvent être les niveaux de gris. Pour $g \in \llbracket 1, G \rrbracket$, soit $D_g = \{\mathbf{x} \in D | T(\mathbf{x}) = g\}$ l'ensemble des pixels de l'image T appartenant à la classe g . L'uniformité inter-images est alors définie par :

$$UI(S^\varphi, T) := \sum_{g=1}^G \frac{N_g \sigma_g}{N \mu_g}$$

Dans cette expression, $N_g = |D_g|$, N désigne le nombre total de pixels ($N = \sum_g |D_g|$) et μ_g (resp. σ_g) représente la moyenne (resp. l'écart-type) de S^φ pour la classe g :

$$\sigma_g = \sqrt{\sum_{\mathbf{x} \in D_g} (S(\varphi(\mathbf{x})) - \mu_g)^2} \quad \text{et} \quad \mu_g = \frac{1}{N_g} \sum_{\mathbf{x} \in D_g} S(\varphi(\mathbf{x}))$$

Dans le cas d'une dépendance fonctionnelle, le critère optimal est :

- le rapport de corrélation (Roche et al., 1998b; Roche et al., 1998a; Roche et al., 2000; Hermosillo et al., 2001) :

$$\eta(S^\varphi | T) := \frac{Var[E(S^\varphi | T)]}{Var(S^\varphi)} \quad .$$

¹Le coefficient de corrélation (*correlation coefficient*) est souvent appelé inter-corrélation (*cross-correlation*) à tort ; en effet l'inter-corrélation est définie par $r(\mathbf{d}) = \int_D (S^\varphi(\mathbf{x}) - \bar{S})(T(\mathbf{x} - \mathbf{d}) - \bar{T})d\mathbf{x}$ et très peu utilisée sous cette forme comme critère de similarité en recalage. Sa valeur en zéro définit le coefficient de corrélation.

Lorsqu'aucune hypothèse autre que statistique n'est faite sur la relation entre les deux images, le critère optimal est (Roche et al., 1999) :

- l'information mutuelle (IM) ((Viola, 1995a; Maes et al., 1997; Viola et Wells, 1997; Thévenaz et Unser, 2000) en recalage quasi-rigide, (Maintz et al., 1998) en recalage non rigide), également utilisée en recalage monomodal (Rueckert et al., 1998; Rueckert et al., 1999c) :

$$I(S^\varphi, T) := H(S^\varphi) + H(T) - H(S^\varphi, T) = \int_{\Omega^2} p(i_1, i_2) \log \frac{p(i_1, i_2)}{p(i_1)q(i_2)} di_1 di_2$$

$H(S^\varphi)$ (resp. $H(T)$) représentant l'entropie marginale de S^φ (resp. T) de densité $p(\cdot)$ (resp. $q(\cdot)$), et $H(S^\varphi, T)$ l'entropie de la distribution conjointe (S^φ, T) de densité $p(\cdot, \cdot)$.

Notons que les critères fondés sur des normes L^1 ou L^2 peuvent être étendus à un cadre robuste (Huber, 1981; Black et Rangarajan, 1996), en utilisant un M-estimateur ρ , *i.e.* une fonction symétrique, définie positive avec un minimum unique en zéro, et généralement choisie subquadratique (Nikou et al., 1999; Hellier et al., 2000).

Le recalage par IM a donné lieu à de nombreux développements tant méthodologiques qu'applicatifs, du fait de ses bonnes performances et de sa polyvalence (aucune hypothèse sur la relation unissant les deux images). Deux cadres d'optimisation ont été proposés, selon la nature du schéma d'estimation des distributions de probabilité marginales et conjointes utilisé :

- l'approche la plus employée repose sur des estimées empiriques par histogrammes et des techniques de maximisation directes (*i.e.* non variationnelles), telles que la méthode de Powell associée à un algorithme de recherche de Brent 1D (Collignon et al., 1995a; Maes et al., 1996; Maes et al., 1997; Maes et al., 1999; Pluim et al., 1999; Pluim et al., 2000a; Pluim et al., 2000b; Pluim, 2000).
- une approche alternative utilise des estimées non-paramétriques de type Parzen-Rosenblatt. Ce choix permet d'exprimer la dérivée variationnelle de l'IM sous forme analytique, rendant ainsi possible l'utilisation de techniques de descente de gradient (Viola, 1995a; Viola et Wells, 1995; Viola, 1995b; Viola et Wells, 1997; Wells et al., 1996; Wells et al., 1995). Dans le cas de transformations paramétriques, ces techniques peuvent être conjuguées à des schémas d'échantillonnage spatial stochastiques, aboutissant à des algorithmes numériquement très performants.

A partir de ces développements fondamentaux, les études menées ont cherché à accroître le caractère local des techniques de recalage par IM : les développements, conduits le plus souvent dans un contexte paramétrique, ont concerné soit des transformations d'ordre plus élevé (souvent polynomiales) (Meyer et al., 1998; Rueckert et al., 1998; Rueckert et al., 1999c; Rueckert et al., 1999b; Rueckert et al., 1999a), soit des modèles paramétriques par morceaux d'ordre faible couplés à des techniques d'optimisation hiérarchiques (multigrilles) (Gaens et al., 1998; Maintz et al., 1998). Récemment, le cadre variationnel fondé sur l'estimation de Parzen-Rosenblatt établi pour des modèles paramétriques a été étendu à des transformations non paramétriques (Hermosillo, 2002; Hermosillo et al., 2001; Chef d'Hotel et al., 2001), aboutissant à une théorie mathématiquement bien posée (Faugeras et Hermosillo, 2001) de recalage non rigide par maximisation de l'IM².

D'autre part, on a cherché à identifier des métriques de similarité informationnelles plus efficaces³. Toutes les études menées concernent des transformations paramétriques. Une première approche consiste à adapter les mesures informationnelles génériques à une application spécifique. Les solutions

²Comme souligné dans (Hermosillo et al., 2001; Chef d'Hotel et al., 2001), le choix de l'estimation de Parzen-Rosenblatt permet de calculer analytiquement les dérivées variationnelles sur des espaces fonctionnels non paramétriques d'autres mesures de similarité statistiques ou informationnelles, telles que le rapport de corrélation ou le critère de maximum de vraisemblance.

³Ici, la notion de performance d'une méthode de recalage peut être définie en terme de régularité, de précision et de robustesse des estimées par rapport au bruit, au sous-échantillonnage et à la requantification (Likar et Pernuš, 2001).

proposées s'appuient sur la construction de distributions de probabilité conjointes/marginales *a priori* via un apprentissage supervisé sur un ensemble de données recalées. Le modèle *a priori* peut alors être exploité directement dans un schéma de maximum de vraisemblance (recalage supervisé (Leventon et Crimson, 1998)), ou combiné en plus à une mesure d'IM pour déboucher sur un critère entropique biaisé (Likar et Pernuš, 1999; Likar et Pernuš, 2001). Une autre approche consiste à inclure des informations spatiales dérivées des données dans les métriques par IM, par exemple en les pondérant par un terme relié au gradient de l'image à recaler (Pluim et al., 2000a).

D'autres mesures entropiques ont été étudiées, en particulier : (i) des métriques informationnelles normalisées fondées sur l'entropie de Shannon, telle que le coefficient de corrélation entropique (Maes et al., 1997) ou l'information mutuelle normalisée (Studholme et al., 1999); (ii) des mesures informationnelles généralisées dans la classe des f -divergences, construites à partir d'entropies généralisées (f -entropies) (Pluim, 2000; Pluim et al., 2001; He et al., 2001; Y. He and A.B. Hamza and H. Krim, 2003). Dans les deux cas, des études expérimentales ont montré que ces mesures pouvaient fournir des résultats supérieurs à l'IM pour des transformations paramétriques (Studholme et al., 1999; Pluim, 2000).

4.3.2 Correction de contraste

Des images à recaler issues de modalités distinctes diffèrent généralement par leurs propriétés photométriques. Cela peut également être le cas dans un cadre monomodal : une image en fin d'une séquence de ciné-IRM est plus claire qu'une image en début de séquence à cause de la relaxation en T2; on peut aussi chercher à recaler des données PD sur des données T1 ou T2. Une solution proposée pour prendre en compte l'hétérogénéité des distributions d'intensité consiste à effectuer une correction photométrique conjointement au recalage. On aboutit alors à des approches incrémentales, dans lesquelles, à chaque itération, l'estimation de la fonction de recalage photométrique et celle de la transformation géométrique sont effectuées successivement.

Dans un cadre monomodal, la transformation photométrique est modélisée par une application linéaire (Thévenaz et al., 1998), une affinité (Feldmar et al., 1997) ou un polynôme (Guimond et al., 1999b). Dans les deux premiers cas, la transformation géométrique associée reste rigide ou affine.

Dans un cadre multimodal, l'alignement photométrique est modélisé par deux polynômes (Guimond et al., 1999b). Ces approches ont été suggérées pour le cas du recalage entre images RM de pondérations différentes (T1, T2, PD) ou entre une image RM et une image scanner, c'est-à-dire pour des mises en correspondance anatomo-anatomiques. Il n'a pas été proposé de modèles pour des recalages anatomo-fonctionnels, qui seraient pourtant les plus à mêmes de bénéficier d'une telle correction.

4.3.3 Espaces de transformations

La transformation φ peut être non-paramétrique ou paramétrique. Dans le cas non-paramétrique, la transformation est déterminée explicitement en chaque pixel. Dans le cas paramétrique, la transformation peut être de portée variable. Elle est dite globale si elle s'applique à l'image entière; elle est locale si chaque sous-région de l'image possède sa propre transformation. En général, la transformation recherchée est une composition $\varphi = \varphi_{local} \circ \varphi_{global}$ des deux types. La représentation sous forme paramétrique autorise en outre des calculs analytiques d'une précision subpixelique.

Un recalage par transformation globale constitue souvent une étape préliminaire permettant d'éliminer les différences dues à des translations, rotations ou changements d'échelle et ainsi d'aligner globalement les structures. Généralement, une transformation de faible dimension (rigide ou affine) suffit. Dans un second temps, une mise en correspondance plus locale en considérant un espace de transformations de dimension supérieure, est nécessaire en imagerie médicale dynamique, du fait : (i) de la nature intrinsèquement non rigide de la majorité des composants anatomiques (muscles, vaisseaux, fluides); (ii) de la forte variabilité inter-individuelle; (iii) des altérations anatomiques et fonctionnelles induites

par les pathologies et lésions; (iv) de la diversité, au sein d'une modalité donnée, des technologies et protocoles d'acquisition des données d'imagerie, sources d'une importante variabilité photométrique. Dans la suite, on considérera donc que les transformations globales sont au plus affines, et que les transformations locales sont de dimension supérieure.

4.3.3.1 Transformations globales

Une transformation globale s'écrit sous la forme générale :

$$\varphi_{global}(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{t}$$

où $\mathbf{A}$ est une matrice $d \times d$ et $\mathbf{t}$ un vecteur de dimension d . La forme de la matrice $\mathbf{A}$ permet de distinguer les différents types de transformation. Si $\mathbf{A}$ est une matrice orthogonale directe (*i.e.* telle que $\mathbf{A}\mathbf{A}^T = \mathbf{I}$ et $\det \mathbf{A} = 1$), la transformation est dite rigide. L'ajout d'un facteur d'échelle global conduit aux similitudes. Si $\mathbf{A}$ est quelconque, la transformation est affine, et permet l'étirement et le cisaillement des structures à déformer. En général, une transformation rigide suffit pour un recalage global.

4.3.3.2 Transformations locales

Ce type de transformations permet d'appréhender des déformations locales. Dans le cas paramétrique, la déformation est composée sur une base de fonctions hiérarchiques définies soit ponctuellement (sur D ou une tessellation de D), soit régionalement via une grille sous-jacente de points de contrôle recouvrant D .

Dans le cas d'une décomposition ponctuelle sur une base de fonctions hiérarchiques, la transformation s'écrit :

$$\varphi_{local}(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\theta}^T \mathbf{B}(\mathbf{x})$$

$\mathbf{B}(\mathbf{x})$ désignant un vecteur contenant les fonctions de base et $\boldsymbol{\theta}$ un vecteur de coefficients à estimer. Les bases usuelles sont des bases d'ondelettes (Musse et al., 1999; Wu, 1997; Wu et al., 2000; Amit, 1994) ou des fonctions cosinus discret (Ashburner et Friston, 1999).

Pour une décomposition sur une base de fonctions à support borné D_B , les déplacements $\boldsymbol{\theta}$ obtenus aux nœuds d'une grille $\mathcal{G}$ permettent de définir la transformation. Celle-ci s'écrit alors :

$$\varphi_{local}(\mathbf{x}) = \mathbf{x} + \sum_{i | (\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \in D_B} \theta_i B(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)$$

où $(\mathbf{x}_i)_{i \in \mathcal{G}}$ désigne la famille des points de contrôle, $\boldsymbol{\theta} = (\theta_i)_{i \in \mathcal{G}}$ les déplacements à estimer, et B la base de fonctions. Un choix classique consiste en une grille formée de nœuds uniformément répartis et une famille de fonctions définies comme produits tensoriels de B-splines (Szeliski et Shum, 1996; Rueckert et al., 1999c; Kybic et Unser, 2000) (*Free Form Deformations* (FFD)). Ce choix est optimal en terme de complexité numérique, de précision et de décorrélation des paramètres (Kybic, 2001).

Dans une représentation par morceaux, le domaine image D est subdivisé en régions (maillage quadrangulaire ou triangulaire) sur lesquelles sont estimées des transformations affines, rigides, voire de simples translations (mise en correspondance de blocs) (Gaens et al., 1998; Ashburner, 2000; Rezk-Salama et al., 1999). Cette subdivision peut être adaptative en s'appuyant sur un masque de segmentation (Szeliski et Shum, 1996; Hellier et al., 2000; Hellier et al., 2001). Le problème posé par ce type de modèle réside dans la continuité du champ de déplacement aux bords des sous-domaines : elle peut être explicitement imposée (Hellier, 2000), ou garantie par l'utilisation de fenêtres gaussiennes (Gaens et al., 1998).

4.3.4 Modèles comportementaux de transformations

Le problème du recalage est intrinsèquement mal posé. Il faut donc introduire une contrainte de sous-espace restreignant le domaine de résolution du problème et permettant de restaurer les conditions d'unicité et de stabilité des solutions vis-à-vis des données. Si l'espace des transformations est non paramétrique, la théorie de la régularisation, déterministe ou stochastique (le plus souvent dans un cadre bayésien), fournit un formalisme mathématique approprié pour l'obtention de modèles bien posés. Selon les cas, on aboutit à des modèles variationnels, des modèles par équations aux dérivées partielles (EDP), ou des approches probabilistes. Dans un cadre paramétrique, cet *a priori* est en général inutile sur des espaces de faible dimension.

4.3.4.1 Modèles physiques et EDP

Dans une approche variationnelle régularisée du problème de recalage, une force externe $\mathbf{F}$, dérivée du critère de similarité, est appliquée pour déformer l'image source vers l'image modèle. La régularisation s'exprime en contraignant la déformation par des forces internes dépendant des propriétés comportementales *a priori* des transformations considérées.

4.3.4.1.1 Modèle élastique linéaire

La loi de comportement d'un milieu continu élastique isotrope en petites déformations relie linéairement le tenseur des déformations $\mathbf{E}$ et le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ selon la loi de Hooke :

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\mu\mathbf{E} + \lambda\text{tr}(\mathbf{E})\mathbf{I} \quad . \quad (4.6)$$

Dans cette expression, le tenseur des déformations $\mathbf{E}$ est défini par (*cf.* Annexe C.1) :

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{u}^T + \nabla\mathbf{u} + \nabla\mathbf{u}^T\nabla\mathbf{u}) \quad . \quad (4.7)$$

L'hypothèse de petites déformations permet de négliger le terme quadratique. On obtient alors un tenseur des déformations linéarisé $\mathbf{E}_{\text{linéaire}}$:

$$\mathbf{E}_{\text{linéaire}} := \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{u}^T + \nabla\mathbf{u}) \quad . \quad (4.8)$$

Les coefficients de Lamé $\lambda \geq 0$ et $\mu \geq 0$ déterminent les propriétés élastiques du matériau déformé. Ils s'expriment en fonction du module d'Young E_Y et du coefficient de Poisson ν :

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\nu E_Y}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\ \mu &= \frac{E_Y}{2(1+\nu)} \end{aligned}$$

E_Y et ν décrivent respectivement la rigidité et la compressibilité du matériau. Plus E_Y (respectivement ν) est important, plus le matériau est résistant (respectivement compressible). Le coefficient E_Y , homogène à une pression, varie entre 10^5 et 10^{10} ; la valeur maximale de ν (0.5), coefficient sans unité, correspond à un matériau parfaitement incompressible.

L'équilibre mécanique est décrit par l'équation statique :

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{F} = \mathbf{0} \quad (4.9)$$

où $\mathbf{F}$ désigne le champ des forces volumiques externes.

A partir de la loi de Hooke (4.6), de l'équation d'équilibre (4.9) et de la définition du tenseur des déformations linéarisé (4.8), on peut montrer que le champ de déplacement $\mathbf{u}$ vérifie l'EDP de Navier :

$$\mu \nabla^2 \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)) \quad . \quad (4.10)$$

Cette équation, valable uniquement sous hypothèse de petites déformations, fait intervenir un terme hyperbolique de propagation $\mu \nabla^2 \mathbf{u}$ et une contrainte de préservation du volume $\nabla (\nabla \cdot \mathbf{u})$.

Le problème peut également être exprimé sous forme variationnelle en terme de minimisation d'une fonctionnelle d'énergie : celle-ci comporte un terme de similarité $\mathcal{S}$ ainsi qu'un terme de régularisation $\mathcal{R}$ permettant de rendre le problème bien posé :

$$\mathcal{J}(\mathbf{u}) := \mathcal{S}(S^{\mathbf{u}}, T) + \xi \mathcal{R}(\mathbf{u}) \quad (4.11)$$

$\xi > 0$ permettant l'ajustement entre similarité et régularisation, et :

$$\mathcal{R}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \int_D [\lambda \operatorname{tr}(\mathbf{E}_{\text{linéaire}}(\mathbf{u}))^2 + 2\mu \operatorname{tr}(\mathbf{E}_{\text{linéaire}}(\mathbf{u})^2)] d\mathbf{x} \quad (4.12)$$

Le modèle élastique linéaire a été utilisé pour la première fois par Bajcsy (Bajcsy et Kovačič, 1989), pour recalibrer des images scanner du cerveau avec pour mesure de similarité le coefficient de corrélation. Miller *et al.* (Miller et al., 1993) utilisent également ce modèle avec la SSD, pour construire un atlas cérébral à partir d'images IRM.

Ses principales limitations résident dans son impossibilité à prendre en compte de grandes déformations et à garantir un caractère homéomorphique à la transformation⁴. Leur traitement nécessite de recourir à des modèles comportementaux non-linéaires. Deux types de solutions ont été proposés : le modèle fluide (Christensen et al., 1994) et le modèle hyperélastique (Rabbitt et al., 1995).

4.3.4.1.2 Modèle hyperélastique

Le modèle hyperélastique (Rabbitt et al., 1995; Richard, 2000) reprend la formulation de la fonctionnelle d'énergie (4.11) sans l'hypothèse des petites déformations. L'expression du terme de régularisation est identique à (4.12), mais fait intervenir cette fois le tenseur des déformations non linéarisé (4.7). Les équations d'Euler-Lagrange conduisent alors à un problème aux limites non linéaire. Une approche par éléments finis est utilisée pour calculer la solution (Rabbitt et al., 1995). Dans (Richard, 2000), l'auteur se ramène, par l'intermédiaire d'une famille de solutions approchées, à une équation différentielle ordinaire (EDO) qu'il discrétise par la méthode de Galerkin, sans toutefois mettre en œuvre sa solution de manière explicite.

4.3.4.1.3 Modèle fluide

L'adoption d'un modèle comportemental fluide permet de garantir l'annulation de la force interne lorsque les deux images sont mises en correspondance, conduisant à une déformation exacte. Ce modèle s'appuie sur la vitesse eulérienne, notée $\mathbf{v}$ et définie par :

$$\mathbf{v} := \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \mathbf{u}^T \mathbf{v} \quad . \quad (4.13)$$

Celle-ci vérifie, dans ce cadre, l'EDP de Navier-Stokes :

$$\mu^* \nabla^2 \mathbf{v} + (\lambda^* + \mu^*) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)) + \nabla p + \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad (4.14)$$

⁴En pratique, le choix $\mu \gg 1$ permet toutefois de générer des transformations homéomorphes (Wang et Staib, 1998).

où λ^* et μ^* sont des coefficients de viscosité, p représente la pression et ρ la masse volumique du fluide considéré. Dans le cas d'écoulements laminaires, pour lesquels les trajectoires des particules sont parallèles, les termes de pression ∇p et d'inertie $\rho(d\mathbf{v}/dt)$ sont négligés. L'équation (4.14) se simplifie sous la forme :

$$\mu^* \nabla^2 \mathbf{v} + (\lambda^* + \mu^*) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)) \quad . \quad (4.15)$$

Cette équation de Navier-Stokes simplifiée est analogue à l'EDP de l'élasticité linéaire (4.10), le champ de déplacement $\mathbf{u}$ étant remplacé par la vitesse eulérienne $\mathbf{v}$. La résolution du système couplé (4.13, 4.15), équivalente à une estimation incrémentale de $\mathbf{u}$, est effectuée selon le schéma suivant :

1. Initialisation : $\mathbf{u} = \mathbf{0}$, $t = 0$ et pas de temps δt tel que la condition Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) soit respectée ;
2. Calcul de la force $\mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{u}(\mathbf{x}, t))$;
3. Si $\|\mathbf{F}\|$ est inférieur à un seuil prédéfini, arrêt des itérations.
4. Intégration en $\mathbf{v}$ de l'EDP linéaire (4.15) entre t et $t + \delta t$ pour la force $\mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{u}(\mathbf{x}, t))$, avec la condition $\mathbf{v} = \mathbf{0}$ sur la frontière ∂D du domaine D ;
5. Intégration en $\mathbf{u}$ de (4.13) selon un schéma d'Euler explicite ;
6. $t = t + \delta t$ et retour à 2.

La condition aux bords ($\mathbf{v} = \mathbf{0}$ sur ∂D) implique un champ de déplacement $\mathbf{u}$ nul sur les frontières ∂D . Elle permet d'assurer que les frontières du domaine déformé sont bien celles du domaine original D .

Au cours des itérations, la transformation tend à devenir non inversible et la topologie n'est alors plus préservée (Christensen et al., 1996). Pour résoudre ce problème, un test sur le jacobien de la transformation permet d'arrêter les itérations lorsque celui-ci est proche de zéro. Le schéma précédent est alors réinitialisé avec un incrément de déplacement nul et une vitesse $\mathbf{v}$ correspondant à l'état précédent.

4.3.4.1.4 Réduction du temps de calcul

Le principal inconvénient du modèle élastique, et plus encore du modèle fluide, est leur mise en œuvre : la résolution des EDP (4.10) et (4.15), par différences finies ou, *a fortiori*, par éléments finis conduit à des temps de calcul prohibitifs. Dans le cas du modèle fluide, Bro-Nielsen (Bro-Nielsen et Gramkow, 1996) propose une méthode permettant de réduire de manière notable le temps de calcul, fondée sur le calcul analytique de la fonction de Green de l'EDP (4.15). Soit $\mathbf{L}$ l'opérateur linéaire opérant sur $\mathbf{v}$ impliqué dans le membre de gauche de (4.15) ; cette équation se réécrit $\mathbf{L}\mathbf{v} = \mathbf{F}$. Ses solutions sont entièrement déterminées par la réponse impulsionnelle de $\mathbf{L}$. Notons $\mathbf{g}_i$ (resp. κ_i) ($i \in \mathbb{N}$) les fonctions (resp. valeurs) propres de $\mathbf{L}$ dont les expressions sont calculables analytiquement. La décomposition de $\mathbf{v}$ sur la base des fonctions propres s'écrit :

$$\mathbf{v} = \sum_{i=0}^{+\infty} a_i \mathbf{g}_i \quad . \quad (4.16)$$

Il s'ensuit :

$$\mathbf{L}\mathbf{v} = \sum_{i=0}^{+\infty} a_i \mathbf{L}\mathbf{g}_i = \sum_{i=0}^{+\infty} a_i \kappa_i \mathbf{g}_i = \mathbf{F}$$

Les fonctions propres formant une base orthonormale, il vient :

$$\langle \mathbf{F}, \mathbf{g}_j \rangle = \sum_{i=0}^{+\infty} a_i \kappa_i \langle \mathbf{g}_i, \mathbf{g}_j \rangle = a_j \kappa_j \quad .$$

L'application d'une force impulsionnelle $\mathbf{F} = \delta \mathbf{x}_1(\mathbf{c})$ de direction $\mathbf{x}_1$ au centre $\mathbf{c}$ de l'image permet de déterminer les coefficients de la décomposition a_i :

$$a_i = \frac{1}{\kappa_i} \langle \mathbf{F}, \mathbf{g}_i \rangle = \frac{1}{\kappa_i} g_i^{\mathbf{x}_1}(\mathbf{c}) \quad .$$

On obtient ainsi l'expression analytique de l'opérateur $\mathbf{L}^{-1}$ dans la direction $\mathbf{x}_1$:

$$\mathbf{v} = \sum_{i=0}^{+\infty} \frac{1}{\kappa_i} g_i^{\mathbf{x}_1}(\mathbf{c}) \mathbf{g}_i \quad .$$

L'expression de l'opérateur $\mathbf{L}^{-1}$ dans les autres directions de l'espace s'obtient de manière similaire. La mise en œuvre nécessite la troncature de la décomposition (4.16) à un ordre donné.

4.3.4.2 Régularisation géométrique - Régularisation robuste

Les techniques devenues classiques de régularisation avec préservation des discontinuités sont également utilisées en recalage non rigide. On peut citer en particulier les techniques géométriques, fondées sur l'utilisation d'un tenseur de contraintes dérivé des données (Hermosillo et al., 2001) et les approches robustes (Hellier et al., 2000) par fonction d'influence (ϕ -fonction), conduisant à des EDP de type diffusion anisotrope. Les premières garantissent le respect des discontinuités des données favorisant une régularisation intra-régionale au sens des régions de l'image. Les secondes garantissent la préservation des discontinuités du champ de déplacement $\mathbf{u}$.

4.3.4.3 Régularisation par filtrage explicite : Les méthodes des démons

Contrairement aux approches par modèles physiques ou par régularisation géométrique/robuste où le processus de lissage est mis en œuvre conjointement à l'étape d'approximation des données, la régularisation par filtrage explicite repose sur une séparation de ces deux étapes

L'idée de Thirion (Thirion, 1995b; Thirion, 1995a; Thirion, 1996b) repose sur le principe des démons de Maxwell en thermodynamique. Des attracteurs, appelés démons, sont positionnés en des points spécifiques disséminés sur l'image cible T (*e.g.* des points de contour d'un objet d'intérêt). Ceux-ci déforment l'objet de l'image source S , en exerçant une force vers l'intérieur s'ils se trouvent au sein de cet objet, vers l'extérieur sinon.

L'algorithme de Thirion consiste à calculer, pour chaque démon $\mathbf{P}$ placé sur l'image modèle T , la force $\mathbf{F}(\mathbf{P})$ exercée en $\mathbf{P}$ sur l'objet de l'image source S . Celle-ci est obtenue sous l'hypothèse de stationnarité locale de la luminance entre les deux images, via une équation de contrainte du flot optique du premier ordre, modifiée de manière à garantir une expression bien définie dans les zones uniformes (Thirion, 1995b) :

$$\mathbf{F}(\mathbf{P}) = \frac{(S - T) \nabla T}{\nabla T^2 + (S - T)^2} \quad .$$

Le déplacement élémentaire associé à la force $\mathbf{F}(\mathbf{P})$ est estimé via un principe d'action/réaction et utilisé pour construire la transformation φ . Dans le cas paramétrique, φ est estimée en interpolant le champ de déplacement élémentaire sur l'espace des transformations considérées. Cette opération équivaut à un filtrage passe-bas. Dans le cas non-paramétrique, le champ de déplacement est lissé par un filtre passe-bas, dont le paramètre contrôle la déformabilité du modèle. En se fondant sur les relations existant entre filtrage gaussien et régularisation de Tikhonov (Nielsen et al., 1997), Thirion choisit un filtre gaussien.

La méthode des démons est à l'origine de nombreux développements (Thirion et Calmon, 1997; Dawant et al., 1998; Guimond et al., 1999a; Guimond et al., 1999b; Cachier et al., 1999; Pennec et al., 1999). Thirion et Calmon (Thirion et Calmon, 1997) utilisent un recalage rigide par la méthode des démons pour détecter et quantifier des lésions, en particulier celles du cerveau dues à la sclérose en plaques. Une segmentation 3D du cerveau est réalisée dans (Dawant et al., 1998) en combinant un recalage affine par information mutuelle et un recalage non rigide non paramétrique par démons. Dans (Cachier et al., 1999; Pennec et al., 1999), les auteurs se placent dans le cadre de l'estimation du flot optique. Pour résoudre ce problème inverse, ils mettent en œuvre une descente de gradient couplée à une approche multiéchelle. Ils montrent alors que l'algorithme des démons est une approximation d'une descente de gradient du second ordre sur critère SSD. L'algorithme des démons est appliqué au recalage multimodal dans (Guimond et al., 1999b) après une correction d'intensité adaptative des images. Cachier (Cachier et al., 2003) présente un cadre général intégrant les démons comme cas particulier. Afin d'intégrer des contraintes géométriques à un recalage iconique sans nécessiter de segmentation, il propose de minimiser une fonctionnelle $\mathcal{J}$ composée d'un terme de similarité et d'un terme de régularisation, augmentée d'un terme $\|C - \varphi\|^2$, C désignant une correspondance géométrique entre les points. L'algorithme PASHA consiste en l'optimisation alternée de $\mathcal{J}$: la minimisation de $\mathcal{S}(S^\varphi, T) + \xi_2 \|C - \varphi\|^2$ permet de trouver C , puis celle de $\mathcal{S}(S^\varphi, T) + \xi_1 \mathcal{R}(\varphi)$ permet de trouver φ , ξ_1 et ξ_2 désignant des pondérations. Les démons correspondent au cas où $\xi_2 = 0$, $\mathcal{S}$ étant la SSD et $\mathcal{R}$ représentant le filtrage gaussien.

4.3.4.4 Régularisation bayésienne

Cette approche (Ashburner et Friston, 1999; Gee et Bajcsy, 1999; Machado et al., 1999) s'appuie sur le théorème de Bayes, qui précise la relation entre probabilités marginales et conditionnelles de deux variables aléatoires X et Y :

$$P(X|Y) = \frac{P(Y|X)P(X)}{P(Y)} \quad . \quad (4.17)$$

Considérons X comme la variable à estimer et Y l'observation effectuée. Dans le cadre du recalage, X est le champ de déplacement $\mathbf{u}$ et Y représente les deux images S et T . En tenant compte du fait que $P(Y)$ est constant dans ce cas, la formule (4.17) devient :

$$P(\mathbf{u}|S, T) \propto P(S, T|\mathbf{u})P(\mathbf{u}) \quad .$$

Pour estimer la probabilité d'observer le champ $\mathbf{u}$ connaissant les deux images S et T , il faut estimer la probabilité $P(S, T|\mathbf{u})$ d'observer conjointement les images connaissant $\mathbf{u}$, d'une part, et la probabilité marginale $P(\mathbf{u})$, d'autre part. La distribution conjointe des images conditionnellement à $\mathbf{u}$ exprime la relation entre les deux images recalées. Pour des images RM, elle peut être modélisée par un bruit additif gaussien de moyenne μ et de variance σ :

$$P(S, T|\mathbf{u}) \propto \exp \left(-\frac{1}{\sigma^2} \int_{\Omega} (T(\mathbf{x}) - S^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) - \mu)^2 d\mathbf{x} \right) \quad .$$

La distribution $P(\mathbf{u})$ définit le modèle de déformation *a priori*. Le champ $\mathbf{u}$ peut alors être estimé au sens du maximum *a posteriori* (MAP) :

$$\hat{\mathbf{u}} = \arg \max_{\mathbf{u}} P(\mathbf{u}|S, T) \quad .$$

Un exemple permet de montrer la plus grande généralité de l'approche bayésienne par rapport à la régularisation déterministe. Supposons que $P(\mathbf{u})$ et $P(S, T|\mathbf{u})$ soient des distributions de Gibbs,

i.e. s'écrivant sous la forme $P(X) \propto e^{-H(X)}$, H étant le potentiel associé. L'estimation MAP fournit le maximum de $e^{-H_1(S,T,\mathbf{u})}e^{-H_2(\mathbf{u})}$, soit le minimum du potentiel $H_1(S,T,\mathbf{u}) + H_2(\mathbf{u})$, formulation similaire à celle de la régularisation avec le terme d'attache aux données et le terme régularisant, sans imposer de contrainte de différentiabilité des potentiels.

4.4 Approches hybrides géométriques et iconiques

Les approches géométriques par amers et iconiques présentées auparavant peuvent être mises en œuvre conjointement. Dans (Christensen et al., 1997; Joshi et Miller, 2000; Hellier et Barillot, 2000; Cachier et al., 2001; Johnson et Christensen, 2002), l'utilisation des amers est ainsi couplée à une approche fondée sur l'intensité. A une fonction de coût comportant un terme d'attache aux données pixels et un terme de régularisation est ajouté un terme spécifique de mise en correspondance des amers.

Dans (Christensen et al., 1997) est mise en œuvre une estimation conjointe de la transformation φ et d'une transformation affine (matrice $\mathbf{A}$, translation $\mathbf{t}$) mettant en correspondance les amers. Les n amers $\mathbf{p}_i$ de l'image S sont reliés à leurs analogues $\mathbf{q}_i$ dans l'image T par :

$$\varphi(\mathbf{p}_i) = \mathbf{A}\mathbf{q}_i + \mathbf{t} + \eta(\mathbf{q}_i)$$

$\eta(\mathbf{q}_i)$ étant un bruit blanc gaussien de covariance $\mathbf{C}_i$, représentant l'erreur de localisation des amers. Le terme additionnel de la fonction de coût s'écrit alors :

$$\mathcal{J}_3 = \sum_{i=1}^n [\mathbf{A}\mathbf{q}_i + \mathbf{t} - \varphi(\mathbf{p}_i)]^T \mathbf{C}_i^{-1} [\mathbf{A}\mathbf{q}_i + \mathbf{t} - \varphi(\mathbf{p}_i)] \quad .$$

Dans (Hellier et Barillot, 2000), un champ $\mathbf{u}^l$ est défini par appariement des amers ; ainsi pour chaque couple $(\mathbf{p}_i, \mathbf{q}_i)$ d'amers, on a : $\mathbf{u}_i^l := \mathbf{q}_i - \mathbf{p}_i$. Le terme de coût additionnel correspond dans ce cas à une estimation robuste de ce champ au moyen d'un M-estimateur ρ :

$$\mathcal{J}_3 = \sum_{i=1}^N \rho(|\mathbf{u} - \mathbf{u}_i^l|)$$

Dans le cadre du recalage monomodal d'images RM de cerveau, cette contrainte, appliquée aux sillons corticaux modélisés par des rubans actifs, permet d'améliorer de manière objective le résultat du recalage.

4.5 Préservation de la topologie

La préservation de la topologie des structures à recaler est un point important du problème de recalage. Dans le cadre d'un recalage inter-patient, le besoin d'une telle propriété dépend directement de la variabilité morphologique des structures anatomiques à recaler : dans le cerveau humain, les noyaux sont identiques du point de vue topologique chez tous les individus, ce qui n'est pas le cas des sillons corticaux. La conservation des structures peut également être nécessaire lors d'un recalage atlas-données ou intra-patient, mono- ou multimodal, sauf dans le cas de comparaison pré-/post-opératoire ou d'apparition ou disparition de matière.

Si l'application requiert une conservation de la topologie, la transformation recherchée doit être un homéomorphisme. La littérature du recalage propose de nombreux exemples, notamment en imagerie cérébrale (Christensen et al., 1996; Christensen et al., 1997; Trounev, 1998; Thirion, 1999; Musse et al., 2000; Musse, 2000). Il est possible de contraindre la transformation afin qu'elle préserve la topologie

sur des domaines continus. Mais, comme souligné dans (Musse, 2000), la discrétisation des modèles continus ne permet plus de garantir cette propriété. Ainsi, peu de méthodes garantissent véritablement le caractère homéomorphe de la transformation.

4.5.1 Estimation du jacobien

Le jacobien $J(\varphi)$ de la transformation φ est le déterminant de la matrice des dérivées partielles d'ordre 1 de φ . C'est une mesure différentielle de la variation infinitésimale de volume au voisinage d'un point déformé par la transformation. Si $J(\varphi)$ est non nul sur le domaine D , alors φ est inversible sur D . Plus précisément, si $J(\varphi)$ est positif, les angles sont conservés par la transformation ; si $J(\varphi)$ est négatif, les angles sont inversés (Bass, 1978).

En pratique, un test sur le jacobien pratiqué à chaque itération permet de vérifier sa positivité, et, dans le cas contraire, d'activer un processus local permettant de rétablir la bijectivité (Bro-Nielsen et Gramkow, 1996; Christensen et al., 1996; Christensen et al., 1997). Les valeurs du jacobien sont également utilisées pour démontrer *a posteriori* le caractère homéomorphique de la transformation (Christensen, 1999; Joshi et Miller, 2000). Musse rappelle que cette condition n'est valable en théorie que dans le domaine continu (Musse, 2000).

4.5.2 Estimation conjointe de l'inverse de la transformation

Bien que sans fondement mathématique, l'estimation conjointe de la transformation et de son inverse est une solution intéressante pour imposer une contrainte de bijectivité. L'approche itérative de Thirion (Thirion, 1998; Dawant et al., 1998; Thirion, 1999) consiste à estimer conjointement la transformation φ effectuant un recalage de S sur T et la transformation γ effectuant un recalage de T sur S . A chaque itération, la transformation résiduelle $R = \varphi \circ \gamma$ est calculée et équirépartie sur les estimées courantes des deux transformations. Cette mise en œuvre de la contrainte de bijectivité est plus robuste et numériquement moins complexe que le calcul du jacobien.

L'approche de Christensen (Christensen, 1999; Christensen et Johnson, 2001; Johnson et Christensen, 2002) consiste à construire une fonctionnelle en prenant en compte (i) un critère classique de similarité, (ii) une contrainte de difféomorphie, et (iii) une contrainte d'inversibilité. Soit γ l'inverse de la transformation φ . On introduit tout d'abord une fonction de coût symétrique mesurant la similarité entre les images S et T :

$$\|S^\varphi - T\|_{L^2} + \|T^\gamma - S\|_{L^2} \quad (4.18)$$

conjointement à une décomposition des champs de déplacement $\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \varphi(\mathbf{x}) - \mathbf{x}$ et $\mathbf{w}(\mathbf{x}) = \gamma(\mathbf{x}) - \mathbf{x}$ en séries de Fourier. Ce critère ne garantit pas à lui seul que γ soit l'inverse de φ . Aussi est-il augmenté par le terme :

$$\int_D \|\mathbf{u}(\mathbf{x}) - \tilde{\mathbf{w}}(\mathbf{x})\|^2 d\mathbf{x} + \int_D \|\mathbf{w}(\mathbf{x}) - \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x})\|^2 d\mathbf{x} \quad (4.19)$$

avec $\varphi^{-1}(\mathbf{x}) = \mathbf{x} + \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x})$ et $\gamma^{-1}(\mathbf{x}) = \mathbf{x} + \tilde{\mathbf{w}}(\mathbf{x})$. Pour assurer le caractère difféomorphique des transformations φ et γ , un modèle élastique ou fluide est introduit via la troisième fonction de coût symétrique à minimiser :

$$\int_D \|\mathbf{L}\mathbf{u}(\mathbf{x})\|^2 d\mathbf{x} + \int_D \|\mathbf{L}\mathbf{w}(\mathbf{x})\|^2 d\mathbf{x} \quad (4.20)$$

où $\mathbf{L}$ est l'opérateur linéaire définissant le modèle choisi. La minimisation du critère obtenu par combinaison linéaire de (4.18), (4.19), et (4.20) permet d'obtenir les fonctions φ et γ recherchées. Cette approche est limitée par le fait que le critère (4.19) étant une moyenne, les égalités $\min_D J(\varphi) = 1/\max_D J(\gamma)$ et $\min_D J(\gamma) = 1/\max_D J(\varphi)$ ne sont pas assurées.

4.5.3 Modèles préservant intrinsèquement la topologie

Dans le cadre des modèles élastique et fluide, les objets sont continûment déformés sous l'action de forces externes qui n'affectent pas leur topologie. La résolution des équations non linéarisées est toutefois très coûteuse, et la linéarisation du problème, nécessaire en pratique, fait perdre la propriété de conservation de topologie.

Dans le cas de grandes déformations, considérer la transformation φ comme somme de l'identité et du champ de déplacement $\mathbf{u}$ ne permet pas d'assurer un caractère homéomorphique. Ce problème est résolu en modélisant la transformation φ comme la concaténation Φ_n de n homéomorphismes ϕ_k de faibles amplitudes, dont l'expression récursive est (Trouvé, 1998) :

$$\begin{aligned} \forall k \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket \quad \Phi_{k+1} &= \phi_k \circ \Phi_k \\ \Phi_0 &= \mathbf{I} \end{aligned}$$

Par construction, les Φ_k sont des homéomorphismes. En remplaçant chaque transformation ϕ_k par son expression $\mathbf{I} + \mathbf{u}_k$, il vient :

$$\begin{aligned} \forall k \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket \quad \Phi_{k+1} - \Phi_k &= \mathbf{u}_k \circ \Phi_k \\ \Phi_0 &= \mathbf{I} \end{aligned} \quad (4.21)$$

On peut alors définir un coût de déformation par :

$$\mathcal{I}(\mathbf{u}_0, \dots, \mathbf{u}_{n-1}) = \sum_{k=0}^{n-1} \|\mathbf{u}_k\|_e \quad .$$

En passant à la limite continue, l'équation (4.21) devient :

$$\begin{aligned} \forall t \in [0, 1] \quad \frac{\partial \Phi(t)}{\partial t} &= \mathbf{u}(t, \Phi(t)) \\ \Phi(0) &= \mathbf{I} \end{aligned}$$

avec $\varphi = \Phi(1)$ et $\Phi(t)$ homéomorphisme ($t \in [0, 1]$). Le coût de déformation devient alors :

$$\mathcal{I}(\mathbf{u}) = \int_0^1 \|\mathbf{u}(t)\|_e dt$$

Trouvé montre qu'on peut alors définir une distance d entre l'identité et la transformation φ recherchée (Trouvé, 1995) :

$$d(\mathbf{I}, \varphi) = \inf_{\Phi(1)=\varphi} \mathcal{I}(\mathbf{u}) \quad .$$

Cette distance n'est pas définie pour tous les homéomorphismes mais sur un sous-ensemble $\mathcal{A}$ ayant une structure de groupe. Elle peut alors être intégrée à une formulation variationnelle, dans laquelle φ est recherchée comme une minimisation sur $\mathcal{A}$ de cette fonctionnelle :

$$\mathcal{J}(\varphi) := \mathcal{S}(S^\varphi, T) + d(\text{Id}, \varphi)^2$$

Cette minimisation peut être effectuée par descente de gradient conduisant à une EDP dont le modèle fluide est un cas particulier.

4.6 Prise en compte des grands déplacements

Dans de nombreuses situations de recalage, il est possible de rencontrer des grands déplacements. Le concept d'amplitude d'un déplacement s'appréhende de manière géodésique en terme de longueur de trajectoire. La définition même de grands déplacements en terme de nombre de pixels dépend des applications ; dans le cadre du recalage médical, un déplacement supérieur à 5 pixels est considéré comme grand. La plupart des modèles étant construits pour de petits mouvements, il est donc nécessaire d'ajouter une étape de prise en compte des grands déplacements.

Le concept de multirésolution consiste à représenter un signal selon différents niveaux de détail, ou de résolution, et la représentation adéquate variant selon les applications. Lorsque deux images sont de tailles réduites, l'hypothèse des petits déplacements est valide ; la multirésolution est donc un moyen de traiter les grandes déformations. Appliqué au recalage non rigide (Lester et Arridge, 1999), l'adoption d'une stratégie multirésolution revient à traiter d'abord les déformations globales, puis à recaler de manière plus fine en prenant en compte les déformations locales. Cette approche (Bajcsy et Kovacic, 1989), systématiquement employée dans les algorithmes de recalage, est mise en œuvre selon deux modes :

- une décomposition hiérarchique des images (Hellier et al., 2000; Thirion, 1995b; Thirion, 1995a; Thirion, 1996b) ;
- et/ou une décomposition paramétrique du champ de déplacement sur une base de fonctions hiérarchiques (Christensen, 1999; Christensen et al., 1997; Musse et al., 1999; Szeliski et Lavallée, 1996; Feldmar et al., 1997).

Dans tous les cas, la multirésolution permet d'accélérer la convergence de l'algorithme et donc de diminuer le temps de calcul.

4.6.1 Décomposition hiérarchique des images

La multirésolution spatiale (ou décomposition hiérarchique des images) consiste à construire deux familles d'images (S_k) et (T_k) sous forme d'une structure pyramidale par filtrage et sous-échantillonnage successifs. Le filtre gaussien est le plus employé, l'utilisation du filtrage spline étant le plus souvent restreinte au recalage affine (Unser et al., 1993; Thévenaz et al., 1998; Thévenaz et Unser, 2000). Une décomposition multirésolution optimale sur une base d'ondelettes est également proposée dans (Musse, 2000).

La mise en œuvre des méthodes itératives de recalage non rigide dans un cadre multirésolution nécessite de déterminer la projection φ_k sur le k -ième niveau de la pyramide de la transformation optimale φ_{k+1}^* estimée au niveau $k+1$. Cette projection sert d'initialisation pour le recalage au niveau k . Dans le cas de transformations non paramétriques, φ_k est déterminée par interpolation de φ_{k+1}^* . Sur des espaces de transformations paramétriques, la projection est effectuée par mise à l'échelle des paramètres via des lois dépendant du modèle paramétrique considéré.

4.6.2 Décomposition hiérarchique du champ de déplacement

Lorsque la transformation est décomposée sur une famille de sous-espaces emboîtés, une stratégie multirésolution peut être mise en œuvre en augmentant incrémentalement la dimension du sous-espace considéré jusqu'à l'ordre souhaité (Musse et al., 1999; Wu et al., 2000). Une autre stratégie, de type multigrille, peut s'appliquer dans le cas où la transformation est modélisée par des déplacements aux nœuds d'une grille régulière. La multirésolution consiste alors à augmenter la résolution de la grille de la même manière que la résolution des images (Rueckert et al., 1999c; Szeliski et Shum, 1996).

4.6.3 Modèles avec prise en compte des grands déplacements

Les modèles fluide et hyperélastique permettent intrinsèquement de prendre en compte des grands déplacements, indépendamment d'une mise en œuvre hiérarchique. En effet, tous deux ne font pas d'hypothèse de linéarité du tenseur de déformations.

4.7 Conclusion

La profusion de méthodes de recalage non rigide est à l'image des nombreuses applications du recalage. Dans le cadre de l'estimation des déformations myocardiques en IRM de marquage, l'absence de repères anatomiques dans le myocarde et la contrainte d'une supervision réduite voire nulle rendent les méthodes géométriques mal adaptées à une mise en œuvre en routine clinique. D'autre part, dans le cadre du recalage iconique, les variations d'intensité et de topologie locale induit par la perte de contraste du motif de marquage et le flux sanguin imposent un critère de similarité qui ne soit pas fondé sur une relation photométrique entre les images. Ainsi, le cadre des mesures issues de la théorie de l'information s'avère le plus adapté à l'application ciblée.

Dans le chapitre suivant, nous mettrons en place un cadre variationnel original fondé sur des mesures d'information généralisées de la classe Ali-Silvey, qui offre un cadre plus large que celui des mesures pré-citées, et nous proposons des nouvelles mesures informationnelles généralisées normalisées.

Chapitre 5

Recalage non rigide par mesures d'information généralisées

Les mesures d'information généralisées constituent une extension des mesures entropiques construites dans le cadre axiomatique de Shannon, conduisant à une généralisation des principes de décision statistique fondée sur la métrique de Kullback. Après une présentation générale des modes de construction de ces mesures et de leurs propriétés, nous montrons comment elles peuvent être employées en tant que critères de similarité à des fins de recalage non rigide sur des espaces de transformations paramétriques et non paramétriques, et conduisent à des modèles variationnels bien posés. Ces résultats sont étendus à des mesures informationnelles normalisées généralisées que nous définissons, pour lesquelles nous mettons en évidence un comportement asymptotique spécifique. Un exemple important est constitué par les f -informations exclusives. Les modèles variationnels génériques ainsi dérivés font l'objet d'une validation expérimentale sur des données simulées, avant d'être appliqués à l'estimation du mouvement myocardique en ciné-IRM et IRM de marquage sur des cas sains et pathologiques.

5.1 Mesures informationnelles généralisées

Dans la suite, on notera X et Y des variables aléatoires continues de densités de probabilité respectives p^X et p^Y sur un univers Ω . Nous considérerons également les variables aléatoires continues associées : (i) la variable conjointe (X, Y) définie sur $\Omega \times \Omega$, de densité de probabilité $p^{X,Y}$; et (ii) les variables conditionnelles $X|Y$ et $Y|X$ définies sur Ω , de densités de probabilité respectivement notées $p^{X|Y}$ et $p^{Y|X}$.

5.1.1 Le cadre de Shannon

L'entropie de Shannon (également appelée *entropie différentielle*) de la variable aléatoire X , notée $H_S(X)$, est définie par :

$$H_S(X) := - \int_{\Omega} p^X(x) \log p^X(x) dx \quad . \quad (5.1)$$

C'est une mesure de l'incertitude de X : plus une variable est aléatoire, plus son entropie est élevée.

En notant que $X|Y$ est une variable aléatoire, l'entropie conditionnelle de Shannon de X connaissant Y , notée $H_S(X|Y)$, est définie par :

$$\begin{aligned} H_S(X|Y) &= -E_Y \left(\int_{\Omega} p^{X|Y}(x|y) \log p^{X|Y}(x|y) dx \right) \\ &= - \int_{\Omega^2} p^{X,Y}(x, y) \log p^{X|Y}(x|y) dx dy \quad . \end{aligned} \quad (5.2)$$

L'entropie conjointe de Shannon de (X, Y) est définie de manière similaire :

$$H_S(X, Y) := - \int_{\Omega^2} p^{X,Y}(x, y) \log p^{X,Y}(x, y) dx dy \quad . \quad (5.3)$$

Si X et Y sont indépendants, la propriété suivante est vérifiée :

$$H_S(X, Y) := H_S(X) + H_S(Y) \quad . \quad (5.4)$$

Le gain d'information entre une paire de variables aléatoires continues X et Y peut être mesuré par les concepts d'*entropie relative* et d'*information mutuelle* (IM) :

- l'entropie relative, ou divergence de Kullback-Leibler (KL), entre X et Y , notée $D_{KL}(X \parallel Y)$ ¹, est définie par :

$$D_{KL}(X \parallel Y) := \int_{\Omega} p^X(x) \log \frac{p^X(x)}{p^Y(x)} dx \quad . \quad (5.5)$$

On peut noter que D_{KL} n'est pas symétrique.

- l'IM entre X et Y est une mesure entropique symétrique, notée $I(X, Y)$, qui quantifie la réduction de l'incertitude sur Y connaissant X (et vice-versa). Plusieurs définitions équivalentes sont possibles :

$$I(X, Y) := H_S(X) + H_S(Y) - H_S(X, Y) \quad , \quad (5.6a)$$

$$= H_S(X) - H_S(X|Y) \quad , \quad (5.6b)$$

$$= H_S(Y) - H_S(Y|X) \quad . \quad (5.6c)$$

L'IM est également l'entropie relative entre la distribution conjointe (X, Y) et la distribution produit $(X \times Y)$:

$$I(X, Y) := \int_{\Omega^2} p^{X,Y}(x, y) \log \frac{p^{X,Y}(x, y)}{p^X(x)p^Y(y)} dx dy = D_{KL}((X, Y) \parallel X \times Y) \quad . \quad (5.7)$$

L'IM est ainsi une mesure de la distance statistique entre les deux variables potentiellement dépendantes X et Y (représentées par leur densité conjointe $p^{X,Y}$) et le cas où ces variables sont indépendantes (représenté par la densité produit $p^X p^Y$).

L'entropie de Shannon est un cas limite d'entropies plus générales. Elles induisent les divergences, à partir desquelles sont définies des informations. Ces différentes notions sont développées dans les sections suivantes.

5.1.2 Entropie généralisée

L'entropie est définie en premier lieu pour des mesures de probabilité (Basseville, 1996). Cette approche est plus générale que le cadre théorique des variables aléatoires et permet d'établir une correspondance simple entre entropie et divergence (*cf.* Section 5.1.3). Sous sa forme la plus générale, l'entropie d'une mesure de probabilité est définie par rapport à une mesure de référence, d'où la terminologie d'*entropie relative*. Deux classes d'entropies peuvent être définies, appelées *entropies intégrales* et *non intégrales*.

¹L'utilisation de la double barre dans la notation $D_{KL}(X \parallel Y)$ souligne le fait que la mesure est non symétrique et évite la confusion avec les probabilités conditionnelles.

5.1.2.1 Entropie intégrale

Définition 1 (Entropie intégrale d'une mesure de probabilité). *L'entropie intégrale d'une mesure de probabilité μ par rapport à la mesure de référence ν , notée $H_{f,\nu}$, est ² :*

$$H_{f,\nu}(\mu) := - \int f \left(\frac{d\mu}{d\nu} \right) d\nu \quad (5.8)$$

où $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction continue et convexe ³.

Cette définition peut être appliquée à une variable aléatoire continue X de densité de probabilité p^X en utilisant les dérivées de Radon-Nikodym $\frac{d\mu}{dx} \equiv p^X(x)$ et $\frac{d\nu}{dx} \equiv 1$:

Définition 2 (Entropie intégrale d'une variable aléatoire). *L'entropie intégrale d'une variable aléatoire X de densité de probabilité p^X , notée $H_f(X)$, est :*

$$H_f(X) := - \int_{\Omega} f(p^X(x)) dx \quad . \quad (5.9)$$

où $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction continue et convexe.

L'entropie de Shannon est un cas particulier de la définition 2 qui correspond à métrique de Kullback $f(x) := f_{KL}(x) = x \log x$.

Si f est définie par $f(x) = \frac{x^\alpha - x}{\alpha - 1}$ ($\alpha > 0$, $\alpha \neq 1$), l'entropie est appelée entropie de Havrda-Charvát et notée H_{HC}^α :

$$H_{HC}^\alpha(X) := \frac{1}{\alpha - 1} \left(1 - \int_{\Omega} p(x)^\alpha dx \right) \quad .$$

L'entropie de Havrda-Charvát admet comme limite l'entropie de Shannon (cf. Annexe D.1) :

$$\lim_{\alpha \rightarrow 1} H_{HC}^\alpha(X) = H_S(X) \quad .$$

D'autres fonctions f ont été proposées dans la littérature de la théorie de l'information. Le lecteur intéressé trouvera de nombreux exemples dans (Taneja, 1989).

5.1.2.2 Entropie non intégrale

Définition 3 (Entropie non intégrale d'une mesure de probabilité). *L'entropie non intégrale d'une mesure de probabilité μ par rapport à la mesure de référence ν , notée $H_{\psi,\nu}$, est définie par :*

$$H_{\psi,\nu}(\mu) := - \log \psi^{-1} \left(\int \frac{d\mu}{d\nu} \psi \left(\frac{d\mu}{d\nu} \right) d\nu \right)$$

où $\psi : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction monotone continue.

Comme pour les entropies intégrales, cette définition peut être appliquée à des variables aléatoires continues en utilisant les dérivées de Radon-Nikodym. On obtient ainsi :

²Dans (Basseville, 1996) une définition supplémentaire est présentée. Etant équivalente à (5.8), cette définition n'a pas été reproduite afin d'alléger la présentation.

³Selon (Vajda, 1989), la fonction f doit également vérifier les conditions suivantes :

- (i) f est bornée sur $\mathbb{R}^{+*}$;
- (ii) Il existe un point de $\mathbb{R}^{+*}$ en lequel f est strictement convexe.

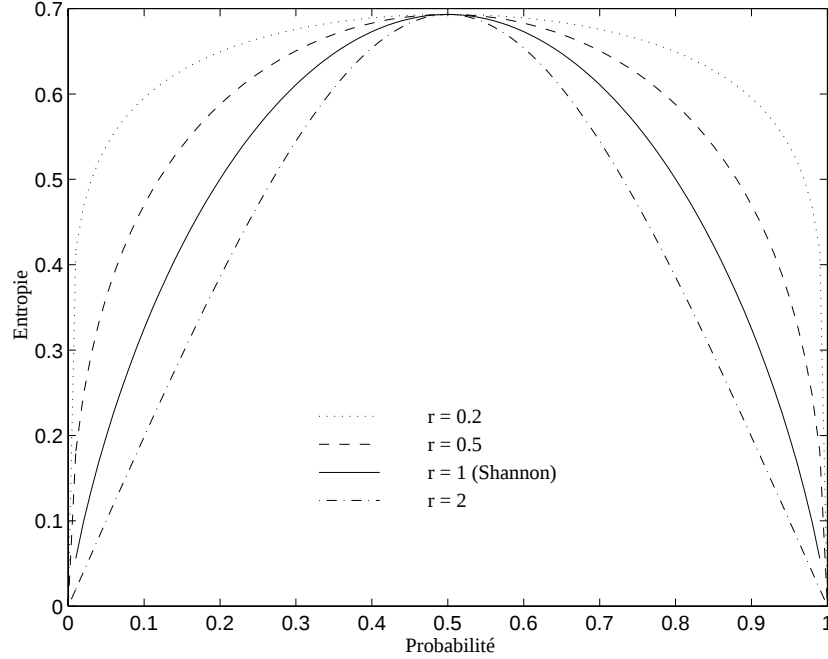


FIG. 5.1 – Entropie de Rényi $H_r(X)$ d'une loi de Bernoulli X pour différents ordres r .

Définition 4 (Entropie non intégrale d'une variable aléatoire). *L'entropie non intégrale d'une variable aléatoire X de densité de probabilité p^X , notée $H_\psi(X)$, est :*

$$H_\psi(X) := -\log \psi^{-1} \left(\int_{\Omega} p^X(x) \psi(p^X(x)) dx \right) . \quad (5.10)$$

où $\psi : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction monotone continue.

Le choix de $\psi(x) := \psi_{KL}(x) = \log x$ correspond à l'entropie de Shannon. On peut noter que l'entropie de Shannon admet aussi bien une formulation intégrale que non intégrale.

Si ψ est définie par $\psi(x) = x^{r-1}$, l'entropie associée est appelée entropie de Rényi d'ordre r et notée H_r . Elle est définie pour $r > 0$ et $r \neq 1$ par :

$$H_r(X) := \frac{1}{1-r} \log \left(\int_{\Omega} p^X(x)^r dx \right) .$$

L'entropie de Shannon est également un cas particulier de l'entropie de Rényi (*cf.* Annexe D.2) :

$$\lim_{r \rightarrow 1} H_r(X) = H_S(X) .$$

L'entropie de Rényi d'ordre r est représentée sur la Figure 5.1 pour une loi de Bernoulli. Il apparaît que l'ordre r permet d'ajuster la mesure d'incertitude, qui, pour $r < 1$ (resp. $r > 1$), est supérieure (resp. inférieure) à celle de l'entropie de Shannon. Cette remarque se généralise à toutes les entropies paramétriques, qu'elles soient ou non intégrales.

De nombreuses autres entropies non intégrales ont été définies et le lecteur intéressé pourra se reporter à (Taneja, 1989).

5.1.3 Divergence généralisée

La notion de similarité entre mesures de probabilité est formalisée par le concept de *divergence*, très proche de celui d'entropie relative. Il existe plusieurs possibilités pour définir la divergence. Nous nous intéressons principalement à l'approche la plus directe, qui consiste à considérer les mesures de probabilités séparément. Une autre approche, mentionnée à la fin de ce paragraphe, consiste à comparer des combinaisons de distributions de probabilité; elle aboutit ainsi à des définitions fondées sur des combinaisons d'entropie.

5.1.3.1 f -divergence

Définition 5 (f -divergence). *Etant données deux mesures de probabilité μ et ν , une f -divergence D_f est définie par :*

$$D_f(\mu, \nu) := -H_{f,\nu}(\mu)$$

où $f : \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}$ est une fonction continue et convexe sur $\mathbb{R}^+$.

La définition 5 est celle des divergences de la classe d'Ali-Silvey. De même que les entropies sont divisées en mesures intégrales et non intégrales, on distingue les f -divergences intégrales et non intégrales.

5.1.3.1.1 f -divergence intégrale

Définition 6 (f -divergence intégrale de mesures de probabilité). *La f -divergence intégrale D_f de deux mesures de probabilité μ et ν est définie par :*

$$D_f(\mu, \nu) := \int f\left(\frac{d\mu}{d\nu}\right) d\nu \quad .$$

avec $f : \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}$ fonction continue et convexe.

Cette définition peut également être appliquée à des variables aléatoires continues en utilisant les dérivées de Radon-Nikodym. Soient X et Y de telles variables de densités de probabilité respectives p^X et p^Y , telles que $\frac{d\mu}{dx} \equiv p^X(x)$ et $\frac{d\nu}{dx} \equiv p^Y(x)$, on obtient :

Définition 7 (f -divergence intégrale de variables aléatoires). *La f -divergence intégrale D_f d'une paire de variables aléatoires continues X et Y de densités de probabilité respectives p^X et p^Y est définie par :*

$$D_f(X \parallel Y) = \int_{\Omega} p^Y(x) f\left(\frac{p^X(x)}{p^Y(x)}\right) dx$$

avec $f : \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}$ fonction continue et convexe.

Le choix de $f = f_{KL}$ renvoie à la divergence de Kullback-Leibler (5.5). Si f est définie par $f(x) = f_{I_\alpha}(x) := \frac{x^\alpha - \alpha x + \alpha - 1}{\alpha(\alpha - 1)}$ pour $\alpha \neq \{0, 1\}$, on obtient la I_α -divergence :

$$I_\alpha(X \parallel Y) := \frac{1}{\alpha(\alpha - 1)} \left(\int_{\Omega} \frac{p^X(x)^\alpha}{p^Y(x)^{\alpha-1}} dx - 1 \right) \quad .$$

Elle vérifie la propriété suivante :

$$\lim_{\alpha \rightarrow 1} I_\alpha(X \parallel Y) = D_{KL}(X \parallel Y) \quad .$$

D'autres f -divergences intégrales ont été définies dans la littérature. Quelques-unes sont présentées dans le Tableau 5.1.

Nom	$f(x)$	$D_f(X \parallel Y)$	Condition
Kolmogorov	$ x - 1 $	$\int_{\Omega} p^X(x) - q^Y(x) dx$	
Kullback-Leibler	$x \log x$	$\int_{\Omega} q^Y(x) \log \frac{p^X(x)}{q^Y(x)} dx$	
I_{α} -divergence	$\frac{x^{\alpha} - \alpha x + \alpha - 1}{\alpha(\alpha - 1)}$	$\frac{1}{\alpha(\alpha - 1)} \left(\int_{\Omega} \frac{p^X(x)^{\alpha}}{q^Y(x)^{\alpha - 1}} dx - 1 \right)$	$\alpha \neq 0, \alpha \neq 1$
χ_{α} -divergence	$ x - 1 ^{\alpha}$	$\int_{\Omega} \frac{ p^X(x) - q^Y(x) ^{\alpha}}{q^Y(x)^{\alpha - 1}} dx$	$\alpha \geq 1$
Matusita	$ x^{\alpha} - 1 ^{1/\alpha}$	$\int_{\Omega} p^X(x)^{\alpha} - q^Y(x)^{\alpha} ^{1/\alpha} dx$	$0 < \alpha \leq 1$

TAB. 5.1 – Quelques f -divergences intégrales classiques.

5.1.3.1.2 f -divergence non intégrale

Définition 8 (f -divergence non intégrale de mesures de probabilité). La f -divergence non intégrale D_{ψ} entre deux mesures de probabilité μ et ν est définie par :

$$D_{\psi}(\mu, \nu) / = \log \psi^{-1} \left(\int \frac{d\mu}{d\nu} \psi \left(\frac{d\mu}{d\nu} \right) d\nu \right)$$

avec $\psi : \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}$ fonction monotone continue.

Définition 9 (f -divergence non intégrale de variables aléatoires). La f -divergence non intégrale D_{ψ} d'une paire de variables aléatoires X et Y de densités de probabilité respectives p^X et p^Y est définie par :

$$D_{\psi}(X \parallel Y) = \log \psi^{-1} \left(\int_{\Omega} p^X(x) \psi \left(\frac{p^X(x)}{p^Y(x)} \right) dx \right)$$

avec $\psi : \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}$ fonction monotone continue.

Le choix de $\psi = \psi_{KL}$ permet de retrouver à nouveau la divergence de KL. De même que l'entropie de Shannon, la divergence de KL appartient aux classes de divergences intégrales et non intégrales.

Si ψ est définie par $\psi(x) = x^{r-1}$ ($r > 0, r \neq 1$), on obtient la divergence de Rényi :

$$D_r(X \parallel Y) := \frac{1}{r-1} \log \left(\int_{\Omega} p^X(x)^r p^Y(x)^{1-r} dx \right) .$$

Elle vérifie la propriété suivante :

$$\lim_{r \rightarrow 1} D_r(X \parallel Y) = D_{KL}(X \parallel Y) .$$

D'autres divergences non intégrales ont été définies dans la littérature. Quelques-unes sont présentées dans le Tableau 5.2.

Nom	$\psi(x)$	$D_\psi(X \parallel Y)$	Condition
Kullback-Leibler	$\log x$	$\int_{\Omega} q^Y(x) \log \frac{p^X(x)}{q^Y(x)} dx$	
Rényi	x^{r-1}	$\frac{1}{r-1} \log \left(\int_{\Omega} p^X(x)^r q^Y(x)^{1-r} dx \right)$	$r \neq 1, r > 0$
Bhattacharyaa	$x^{-1/2}$	$-2 \log \int_{\Omega} \sqrt{p^X(x) q^Y(x)} dx$	

TAB. 5.2 – Quelques f -divergences non intégrales classiques.

5.1.3.1.3 Dualité des f -divergences intégrales et non-intégrales

Les relations de dualité apparaissent lors de l'étude des relations entre f -divergences intégrales et non intégrales, et des propriétés d'invariance des f -divergences. Dans les deux cas, la notion clé est celle de *fonction miroir* de la fonction f , notée $\check{f}$:

$$\check{f}(x) := x f\left(\frac{1}{x}\right) \quad . \quad (5.11)$$

A partir des Définitions 7 et 9, on établit la relation suivante entre f -divergences intégrales et non intégrales :

$$\psi(x) = -\check{f}\left(\frac{1}{x}\right) \quad . \quad (5.12)$$

Par ailleurs, les f -divergences ne sont pas symétriques, mais vérifient la propriété de pseudo-symétrie suivante :

$$D_f(\mu, \nu) = D_{\check{f}}(\nu, \mu) \quad . \quad (5.13)$$

Ainsi, quantifier la similarité de la mesure μ par rapport à la mesure de référence ν pour la métrique f équivaut à quantifier la similarité de la mesure ν par rapport à la mesure μ pour la métrique miroir $\check{f}$. Ces propriétés de dualité seront exploitées dans la Section 5.2, lors du calcul des dérivées variationnelles des mesures d'informations généralisées.

5.1.3.2 Divergence de Jeffreys

Des pseudo-distances entre variables aléatoires peuvent être obtenues en symétrisant les f -divergences. Dans le cadre de Shannon, la divergence de Jeffreys est obtenue à partir de la divergence de KL :

Définition 10 (Divergence de Jeffreys). *La divergence de Jeffreys (ou J -divergence) entre deux variables aléatoires X et Y , notée $D_J(X, Y)$, est définie par :*

$$D_J(X, Y) := D_{KL}(X \parallel Y) + D_{KL}(Y \parallel X) \quad .$$

Cette définition s'étend directement à toute f -divergence, intégrale ou non intégrale.

5.1.3.3 Distance de Bregman

La distance de Bregman mesure la similarité entre deux distributions de probabilité p^X et p^Y par la différence entre l'information de X et son approximation linéaire autour de p^Y .

Définition 11 (Distance de Bregman). *La distance de Bregman entre deux variables aléatoires X et Y , notée $D_B(X, Y)$, est définie par :*

$$D_B(X \parallel Y) := H_f(Y) - H_f(X) + \nabla H_f(Y, X - Y)$$

où ∇H_f est la dérivée de Gâteaux de la f -entropie H_f .

Lorsque H_f est une entropie intégrale, ∇H_f s'écrit simplement :

$$\nabla H_f(Y, X - Y) = - \int_{\Omega} f'(p^Y(x))(p^X(x) - p^Y(x)) dx \quad .$$

Dans le cas particulier $H_f = H_S$, D_B correspond à la divergence de KL. Dans le cas général ($f \neq f_{KL}$), la distance de Bregman ne coïncide pas avec la f -divergence associée D_f à l'entropie choisie H_f .

5.1.3.4 Divergence de Jensen

La comparaison du contenu informationnel de combinaisons de distributions est également un moyen de mesurer la similarité entre distributions de probabilité. De nouvelles notions de divergence fondées sur des combinaisons de f -entropies sont ainsi introduites.

Définition 12 (Divergence de Jensen). *Soit $\beta \in]0, 1[$. La divergence de Jensen entre deux variables aléatoires X et Y , notée $D_J^\beta(X, Y)$, est définie par :*

$$D_J^\beta(X \parallel Y) := H_f(\beta X + (1 - \beta)Y) - \beta H_f(X) - (1 - \beta) H_f(Y) \quad .$$

Lorsque $H_f = H_S$, la divergence de Jensen peut s'écrire en fonction de la divergence de KL selon :

$$D_J^\beta(X \parallel Y) = \beta D_{KL}(X \parallel \beta X + (1 - \beta)Y) + (1 - \beta) D_{KL}(Y \parallel \beta X + (1 - \beta)Y) \quad .$$

Une généralisation de la divergence de Jensen à n variables aléatoires a été proposée dans le cadre de Shannon, conduisant à la divergence de Jensen-Shannon (Lin, 1991) :

Définition 13 (Divergence de Jensen-Shannon). *Soient n variables aléatoires $(X_i)_{1 \leq i \leq n}$. La divergence de Jensen-Shannon généralisée, notée $JS_W(X_1, \dots, X_n)$, est définie par :*

$$JS_W(X_1, \dots, X_n) = H_S \left(\sum_{i=1}^n w_i X_i \right) - \sum_{i=1}^n w_i H_S(X_i)$$

où $(w_i)_{1 \leq i \leq n}$ sont des coefficients positifs tels que $\sum_{i=1}^n w_i = 1$.

D'autres divergences peuvent être définies en utilisant d'autres processus de combinaisons. Le lecteur intéressé pourra se reporter à (Basseville, 1996) pour plus d'informations.

5.1.4 Informations généralisées

Les informations sont un cas particulier des divergences. Elles se construisent en définissant l'information entre mesures de probabilité comme la similarité entre la mesure conjointe, qui synthétise leur contenu informationnel global, et la mesure produit, qui correspond au cas d'indépendance. Nous limitons ici notre étude aux f -divergences, d'où les f -informations intégrales et non intégrales se déduisent en effectuant dans les définitions 7 et 9 les substitutions formelles $p^X(x) \leftarrow p^{X,Y}(x, y)$ et $p^Y(y) \leftarrow p^X(x)p^Y(y)$.

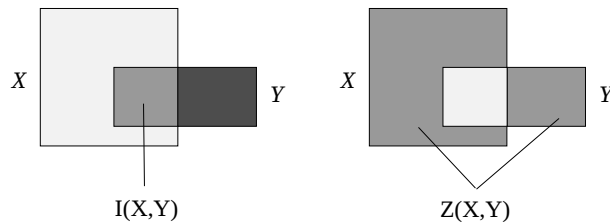


FIG. 5.2 – Information mutuelle et information exclusive de deux variables aléatoires.

Définition 14 (f -information intégrale entre variables aléatoires). La f -information intégrale I_f entre deux variables aléatoires continues X et Y de densités de probabilité respectives p^X et p^Y est définie par :

$$I_f(X, Y) := D_f((X, Y) \parallel X \times Y) = \int_{\Omega^2} p^X(x) p^Y(y) f\left(\frac{p^{X,Y}(x, y)}{p^X(x) p^Y(y)}\right) dx dy$$

avec $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ fonction continue et convexe.

Définition 15 (f -information non intégrale entre variables aléatoires). La f -information non intégrale I_ψ entre une paire de variables aléatoires continues X et Y de densités de probabilité respectives p^X et p^Y est définie par :

$$I_\psi(X, Y) := D_\psi((X, Y) \parallel X \times Y) = \log \psi^{-1} \left(\int_{\Omega} p^{X,Y}(x, y) \psi \left(\frac{p^{X,Y}(x, y)}{p^X(x) p^Y(y)} \right) dx dy \right)$$

avec $\psi : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ fonction monotone continue.

5.1.5 Informations normalisées

5.1.5.1 Informations normalisées dans le cadre de Shannon

Des mesures d'information normalisées ont été proposées pour résoudre le problème du recouvrement des images (cf. Chapitre 4) : le *coefficient de corrélation entropique* (ECC) (Maes et al., 1997) :

$$ECC(X, Y) := \frac{2I(X, Y)}{H_S(X) + H_S(Y)} \quad , \quad (5.14)$$

et l'*information mutuelle normalisée* (Studholme et al., 1999) :

$$Y(X, Y) := \frac{H_S(X) + H_S(Y)}{H_S(X, Y)} \quad . \quad (5.15)$$

Une mesure non normalisée a également été proposée dans (Maes et al., 1997) :

$$Z(X, Y) := H_S(X, Y) - I(X, Y) \quad . \quad (5.16)$$

Sachant que l'IM mesure le gain d'information résultant de l'observation conjointe des deux variables aléatoires X et Y par rapport à une observation séparée, et que l'entropie conjointe mesure le contenu informationnel de la variable conjointe elle-même, Z peut être interprété comme une mesure de l'information exclusivement contenue dans X et Y lors d'une observation conjointe (Figure 5.2). Pour cette raison, nous désignons dans la suite Z sous le nom d'*information exclusive*.

5.1.5.2 Informations normalisées généralisées

Dans le cadre de Shannon, l'IM entre une variable X et elle-même se réduit à l'entropie de Shannon de X , i.e. le gain d'information est simplement le contenu informationnel de la variable :

$$I(X, X) = H_S(X) \quad .$$

Cette égalité n'est pas vérifiée pour une f -information arbitraire ($f \neq f_{KL}$). En effet :

$$I_f(X, X) = \int_{\Omega} (p^X(x))^2 f\left(\frac{1}{p^X(x)}\right) dx \neq - \int_{\Omega} f(p^X(x)) dx = H_f(X) \quad .$$

En s'appuyant sur cette remarque et en tenant compte de (5.6a), nous nous proposons de généraliser les mesures d'information normalisées (5.14,5.15) et l'information exclusive (5.16) à des métriques f arbitraires en remplaçant dans leurs définitions $H_S(X)$ par $I(X, X)$ puis en généralisant la notion d'information à des métriques f arbitraires ($I \rightarrow I_f$). Cela conduit aux définitions suivantes :

– *Coefficient de corrélation entropique généralisé :*

$$ECC_f(X, Y) := 2 \frac{I_f(X, Y)}{I_f(X, X) + I_f(Y, Y)} \quad . \quad (5.17)$$

– *Information mutuelle normalisée généralisée :*

$$Y_f(X, Y) := \frac{I_f(X, X) + I_f(Y, Y)}{I_f(X, X) + I_f(Y, Y) - I_f(X, Y)} \quad . \quad (5.18)$$

– *Information exclusive généralisée :*

$$Z_f(X, Y) := I_f(X, X) + I_f(Y, Y) - 2I_f(X, Y) \quad , \quad (5.19)$$

Par construction, ces mesures vérifient : $ECC_{f_{KL}} = ECC$, $Y_{f_{KL}} = Y$ et $Z_{f_{KL}} = Z$.

5.2 Recalage non rigide variationnel par mesures d'information généralisées

Les notations associées aux images $S^{\mathbf{u}}$ et T dans les calculs suivants pouvant induire des confusions, nous désignons dorénavant l'image modèle T par I_1 et l'image source S par I_2 .

Dans cette section, nous montrons comment les mesures d'information généralisées peuvent être employées en tant que critères de similarité dans le cadre du recalage non rigide iconique. Dans cette optique, nous adoptons une formulation classique du problème de recalage par régularisation déterministe explicite (cf. Chapitre 4). Nous définissons ainsi une solution optimale $\mathbf{u}^*$ comme la solution d'un problème de minimisation :

$$\mathbf{u}^* = \arg \min_{\mathbf{u} \in \mathcal{T}} \mathcal{J}(\mathbf{u}) \quad . \quad (5.20)$$

La fonctionnelle de coût $\mathcal{J}$ est de la forme :

$$\mathcal{J}(\mathbf{u}) = \mathcal{S}(\mathbf{u}) + \xi \mathcal{R}(\mathbf{u}) \quad , \quad (5.21)$$

et consiste en : (i) une fonctionnelle de similarité $\mathcal{S}$, qui quantifie la différence entre les images $I_2^{\mathbf{u}}$ et I_1 , et (ii) une fonctionnelle de régularisation $\mathcal{R}$ qui assure des solutions presque partout régulières. Le paramètre de régularisation $\xi > 0$ permet d'ajuster le compromis entre fidélité aux données et

régularité des solutions. Nous considérons deux classes de fonctionnelles de similarité : d'une part, celles définies à partir de mesures d'information généralisées :

$$\mathcal{S}(\mathbf{u}) = -I_f(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) \quad ; \quad (5.22)$$

d'autre part, celles définies à partir de mesures d'informations normalisées généralisées :

$$\mathcal{S}(\mathbf{u}) = -ECC_f(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) \quad , \quad (5.23)$$

$$\mathcal{S}(\mathbf{u}) = -Y_f(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) \quad , \quad (5.24)$$

$$\mathcal{S}(\mathbf{u}) = Z_f(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) \quad . \quad (5.25)$$

Elles peuvent être mises sous la forme générale :

$$\mathcal{S}(\mathbf{u}) = \int_D S(\mathbf{x}, \mathbf{u}(\mathbf{x})) d\mathbf{x} \quad (5.26)$$

La régularisation est effectuée par des stabilisateurs classiques du premier ordre décrits dans la section 5.2.3. Ils peuvent être mis sous la forme :

$$\mathcal{R}(\mathbf{u}) = \int_D R(\mathbf{x}, \nabla \mathbf{u}(\mathbf{x})) d\mathbf{x} \quad . \quad (5.27)$$

La caractérisation des extrema de $\mathcal{J}$ nécessite le calcul de sa dérivée de Gâteaux, dont la définition dépend du contexte paramétrique ou non-paramétrique.

Modèle non-paramétrique La dérivée de Gâteaux $\nabla_{\mathbf{u}} \mathcal{J}$ est définie par :

$$\nabla_{\mathbf{u}} \mathcal{J}(\mathbf{u}, \mathbf{h}) := \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\mathcal{J}(\mathbf{u} + \epsilon \mathbf{h}) - \mathcal{J}(\mathbf{u})}{\epsilon}$$

pour toute perturbation régulière $\mathbf{h} \in \mathcal{T}$. L'expression sous forme intégrale de $\mathcal{J}$:

$$\mathcal{J}(\mathbf{u}) = \int_D J(\mathbf{u}(\mathbf{x})) d\mathbf{x}$$

permet d'écrire $\nabla \mathcal{J}$ sous la forme :

$$\nabla_{\mathbf{u}} \mathcal{J}(\mathbf{u}, \mathbf{h}) = \int_D \partial_{\mathbf{u}} J(\mathbf{u}(\mathbf{x})) \cdot \mathbf{h}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \langle \partial_{\mathbf{u}} J, \mathbf{h} \rangle_{L^2}$$

où $\langle \cdot, \cdot \rangle_{L^2}$ représente le produit scalaire usuel sur $L^2(\mathbb{R}^n)$, et $\partial_{\mathbf{u}} J(\mathbf{u})$ est appelé première variation du potentiel $J(\mathbf{u})$. Une condition nécessaire pour l'existence d'un extremum de $\mathcal{J}$ sur l'espace des déplacements $\mathcal{T}$ est exprimée par les équations d'Euler-Lagrange :

$$\partial_{\mathbf{u}} J(\mathbf{u}(\mathbf{x})) = \mathbf{0} \quad , \quad \mathbf{x} \in D$$

Dans le cas spécifique des fonctionnelles (5.26) et (5.27), ces équations s'écrivent sous la forme :

$$\partial J(\mathbf{u}) = \frac{\partial \mathcal{S}}{\partial \mathbf{u}} - \xi \nabla \cdot \left(\frac{\partial \mathcal{R}}{\partial \nabla \mathbf{u}} \right) = \mathbf{0} \quad . \quad (5.28)$$

Lorsque le critère de similarité est une mesure d'information généralisée ou normalisée généralisée, la fonctionnelle $\mathcal{S}(\mathbf{u})$ est non quadratique, rendant ainsi les équations d'Euler-Lagrange non linéaires. Une intégration directe de (5.28) n'est donc pas possible et des stratégies de descente de gradient doivent être utilisées :

$$\mathbf{u}_t = -\partial_{\mathbf{u}} J(\mathbf{u}) \quad (5.29)$$

$$\mathbf{u}(t=0) = \mathbf{0} \quad (5.30)$$

L'équation (5.29) définit le recalage comme un processus itératif de déformation de l'image source $I_2^{\mathbf{u}}$ sur la référence I_1 .

Modèle paramétrique Dans le cas où $\mathbf{u} := \mathbf{u}^\Theta$ appartient à un espace de flots réguliers dépendant d'un paramètre $\Theta \in \mathbb{R}^p$, le recalage optimal $\mathbf{u}^*$ est la solution $\mathbf{u}^{\Theta^*}$ du problème de minimisation :

$$\Theta^* = \arg \min_{\Theta} \mathcal{J}(\mathbf{u}^\Theta) \quad .$$

Dans le cas où p est faible, la fonctionnelle stabilisatrice $\mathcal{R}$ n'est pas prise en compte ($\xi = 0$), les contraintes de sous-espace induisant une régularisation explicite. La dérivée de Gâteaux $\nabla_{\Theta} \mathcal{J}$ de $\mathcal{J}$ est alors définie par :

$$\nabla_{\Theta} \mathcal{J}(\mathbf{u}^\Theta, \Pi) := \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\mathcal{J}(\mathbf{u}^{\Theta+\epsilon\Pi}) - \mathcal{J}(\mathbf{u})}{\epsilon}$$

pour toute perturbation paramétrique $\Pi \in \mathbb{R}^p$. En se restreignant aux modèles paramétriques linéaires pour lesquels $\mathbf{u}^\Theta(\mathbf{x}) = \mathbf{B}(\mathbf{x})\Theta$, $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ étant une matrice définissant une base locale de $\mathcal{T}$ (e.g. B-splines, ondelettes...), $\nabla_{\Theta} \mathcal{J}$ s'écrit sous la forme :

$$\nabla_{\Theta} \mathcal{J}(\mathbf{u}^\Theta, \Pi) = \langle \partial_{\Theta} J(\mathbf{u}^\Theta), \Pi \rangle_{\mathcal{L}^2}$$

où $\partial_{\Theta} J(\mathbf{u}^\Theta)$ est la première variation de $\mathcal{J}(\mathbf{u}^\Theta)$ sur $\mathcal{T}$. On obtient les équations d'Euler-Lagrange paramétriques suivantes :

$$\partial_{\Theta} J(\mathbf{u}^\Theta) = \mathbf{0} \quad , \quad \Theta \in \mathbb{R}^p$$

qui s'intègre par descente de gradient sur $\mathbb{R}^p$:

$$\Theta_t = -\partial_{\Theta} J(\mathbf{u}^\Theta) \quad (5.31)$$

$$\Theta(t=0) = \mathbf{0} \quad (5.32)$$

Dans les deux cas, le point fondamental réside dans le calcul des dérivées variationnelles $\frac{\partial S}{\partial \mathbf{u}}$ et $\frac{\partial S(\mathbf{u}^\Theta)}{\partial \Theta}$ pour des mesures informationnelles généralisées et des mesures informationnelles normalisées généralisées. Ce point est abordé dans les deux premières sections, une dernière section détaillant plusieurs stabilisateurs possibles et les dérivées variationnelles correspondantes.

5.2.1 Dérivée variationnelle des mesures d'information généralisées

Soit $\Omega = [0...2^b - 1]$ l'ensemble des valeurs d'intensité prises par les pixels de l'image, où b est le nombre de bits par pixel. Nous considérons en premier lieu les critères de similarité fondés sur des f -informations intégrales. Les résultats sont donnés pour le cas non paramétrique puis le cas paramétrique.

5.2.1.1 Mesures par f -informations intégrales

D'après la Définition 14, la f -information intégrale entre l'image de référence I_1 et l'image déformée $I_2^{\mathbf{u}}$ est :

$$\mathcal{S}(\mathbf{u}) := -I_f(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) = - \int_{\Omega^2} p^{I_1}(i_1) p^{I_2^{\mathbf{u}}}(i_2) f\left(\frac{p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}}}(i_1, i_2)}{p^{I_1}(i_1) p^{I_2^{\mathbf{u}}}(i_2)}\right) di_1 di_2 \quad . \quad (5.33)$$

Ici, $p^{I_1}(i_1)$ (resp. $p^{I_2^{\mathbf{u}}}(i_2)$) représente la probabilité qu'un pixel de l'image I_1 (resp. $I_2^{\mathbf{u}}$) ait l'intensité i_1 (resp. i_2), et $p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}}}(i_1, i_2)$ est la probabilité que les pixels analogues $\mathbf{x}$ de I_1 et $\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})$ de $I_2^{\mathbf{u}}$

aient les intensités i_1 et i_2 , respectivement. Pour simplifier les notations, nous introduisons le *rapport d'indépendance*, noté $\rho^{\mathbf{u}}(i_1, i_2)$ et défini par :

$$\rho^{\mathbf{u}}(i_1, i_2) := \frac{p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}}}(i_1, i_2)}{p^{I_1}(i_1) p^{I_2^{\mathbf{u}}}(i_2)} \quad . \quad (5.34)$$

Considérons une perturbation $\varphi_{\epsilon, \mathbf{h}}$ de la transformation de recalage φ définie par $\varphi_{\epsilon, \mathbf{h}}(\mathbf{x}) = \mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x}) + \epsilon \mathbf{h}(\mathbf{x})$, pour $\epsilon > 0$. La dérivée de Gâteaux du critère perturbé $\mathcal{S}(\mathbf{u} + \epsilon \mathbf{h})$ est calculée comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_f(I_1, I_2^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}})}{\partial \epsilon} &= \frac{\partial}{\partial \epsilon} \int_{\Omega^2} p^{I_1}(i_1) p^{I_2^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}}(i_2) f(\rho^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}(i_1, i_2)) di_1 di_2 \\ &= \int_{\Omega^2} \left[\frac{\partial p^{I_2^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}}(i_2)}{\partial \epsilon} p^{I_1}(i_1) f(\rho^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}(i_1, i_2)) + \right. \\ &\quad \left. f'(\rho^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}(i_1, i_2)) \left(\frac{\partial p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}}(i_1, i_2)}{\partial \epsilon} - \frac{p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}}(i_1, i_2)}{p^{I_2^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}}(i_2)} \frac{\partial p^{I_2^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}}(i_2)}{\partial \epsilon} \right) \right] di_1 di_2 \\ &= \underbrace{\int_{\Omega^2} L_1^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}(i_1, i_2) \frac{\partial p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}}(i_1, i_2)}{\partial \epsilon} di_1 di_2}_{:= A_1} + \\ &\quad \underbrace{\int_{\Omega^2} L_2^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}(i_1, i_2) p^{I_1}(i_1) \frac{\partial p^{I_2^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}}(i_2)}{\partial \epsilon} di_1 di_2}_{:= A_2} \end{aligned} \quad (5.35)$$

où :

$$L_1^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}(i_1, i_2) := f'(\rho^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}(i_1, i_2)) \quad (5.36a)$$

$$\begin{aligned} L_2^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}(i_1, i_2) &:= f(\rho^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}(i_1, i_2)) - \rho^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}(i_1, i_2) f'(\rho^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}(i_1, i_2)) \\ &= \check{f}'\left(\frac{1}{\rho^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}(i_1, i_2)}\right) \end{aligned} \quad (5.36b)$$

Une approche classique, pour exprimer sous forme analytique les dérivées $\frac{\partial p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}}}{\partial \epsilon}$ et $\frac{\partial p^{I_2^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}}}{\partial \epsilon}$ des distributions conjointe et marginale impliquées dans (5.35), consiste à utiliser des estimées non paramétriques. Plus précisément, nous considérons des estimées de Parzen-Rozenblatt globales ou locales :

- Une estimée de Parzen-Rozenblatt globale de noyau $\mathcal{K}$ de la distribution p^I est :

$$p^I(i) \approx \frac{1}{\mu(D)} \int_D \mathcal{K}(I(\mathbf{x}) - i) d\mathbf{x} \quad (5.37)$$

où $\mu(D)$ représente le volume du domaine D .

- Une estimée de Parzen-Rozenblatt locale de noyau $\mathcal{K}$ de la distribution p^I au point $\mathbf{x}_0 \in D$ est :

$$p^I(i, \mathbf{x}_0) \approx \frac{1}{\mathcal{G}_\sigma(\mathbf{x}_0)} \int_D \mathcal{K}(I(\mathbf{x}) - i) G_\sigma(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) d\mathbf{x} \quad (5.38)$$

où G_σ est un noyau gaussien centré de covariance constante $\sigma \mathbf{I}$, et $\mathcal{G}_\sigma(\mathbf{x}_0) := \int_D G_\sigma(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) d\mathbf{x}$. Les estimées locales ont été introduites dans (Faugeras et Hermosillo, 2001) pour gérer plus efficacement les distributions de luminance non stationnaires. Afin de ne pas alourdir l'exposé, nous nous limitons dans la suite aux cas d'estimées de Parzen globales. Le cadre variationnel associé aux estimées de Parzen locales est développé dans l'Annexe E.1.

■ **Calcul de A_1** La distribution d'intensité conjointe $p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}}$ est estimée globalement par un estimateur de Parzen-Rozenblatt de noyau (bidimensionnel) $\mathcal{K}_2$:

$$p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}}(i_1, i_2) \approx \frac{1}{\mu(D)} \int_D \mathcal{K}_2 \left(I_1(\mathbf{x}) - i_1, I_2^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}(\mathbf{x}) - i_2 \right) d\mathbf{x} \quad . \quad (5.39)$$

La dérivée variationnelle de $p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}}$ est alors :

$$\frac{\partial p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}}(i_1, i_2)}{\partial \epsilon} = \frac{1}{\mu(D)} \int_D \frac{\partial \mathcal{K}_2}{\partial y} \left(I_1(\mathbf{x}) - i_1, I_2^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}(\mathbf{x}) - i_2 \right) \nabla I_2^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}(\mathbf{x}) \mathbf{h}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad . \quad (5.40)$$

En passant à la limite $\epsilon \rightarrow 0$, le terme A_1 se réécrit sous la forme convolutive suivante :

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{\mu(D)} \int_D \left[\frac{\partial \mathcal{K}_2}{\partial y} \star L_1^{\mathbf{u}} \right] (I_1(\mathbf{x}), I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) \nabla I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) \mathbf{h}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\ &= \frac{1}{\mu(D)} \int_D \left[\mathcal{K}_2 \star \frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \right] (I_1(\mathbf{x}), I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) \nabla I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) \mathbf{h}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad . \end{aligned} \quad (5.41)$$

où $\star$ désigne l'opérateur de convolution sur l'espace des intensités Ω^2 . De l'identité (5.36a), on tire :

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} &= f''(\rho^{\mathbf{u}}(i_1, i_2)) \frac{\partial}{\partial i_2} (\rho^{\mathbf{u}}(i_1, i_2)) \\ &= f''(\rho^{\mathbf{u}}(i_1, i_2)) \rho^{\mathbf{u}}(i_1, i_2) \left[\frac{1}{p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}}}(i_1, i_2)} \frac{\partial p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}}}(i_1, i_2)}{\partial i_2} - \frac{1}{p^{I_2^{\mathbf{u}}}(i_2)} \frac{\partial p^{I_2^{\mathbf{u}}}(i_2)}{\partial i_2} \right] \end{aligned} \quad (5.42)$$

■ **Calcul de A_2** Comme pour A_1 , la distribution marginale $p^{I_2^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}}$ est estimée globalement par un estimateur de Parzen-Rozenblatt de noyau (monodimensionnel) $\mathcal{K}_1$:

$$p^{I_2^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}}(i_2) \approx \frac{1}{\mu(D)} \int_D \mathcal{K}_1(I_2^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}(\mathbf{x}) - i_2) d\mathbf{x} \quad . \quad (5.43)$$

La dérivée variationnelle de $p^{I_2^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}}$ est alors :

$$\frac{\partial p^{I_2^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}}(i_2)}{\partial \epsilon} = \frac{1}{\mu(D)} \int_D \mathcal{K}_1'(I_2^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}(\mathbf{x}) - i_2) \nabla I_2^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}(\mathbf{x}) \mathbf{h}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad . \quad (5.44)$$

En passant à la limite $\epsilon \rightarrow 0$, le terme A_2 se réécrit sous la forme :

$$\begin{aligned} A_2 &= \frac{1}{\mu(D)} \int_D \left(\int_{\Omega^2} p^{I_1}(i_1) \mathcal{K}_1'(I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) - i_2) L_2^{\mathbf{u}}(i_1, i_2) di_1 di_2 \right) \nabla I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) \mathbf{h}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\ &= \frac{1}{\mu(D)} \int_D \left(\int_{\Omega} \left[\mathcal{K}_1' \star L_2^{\mathbf{u}|i_1} \right] (I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) p^{I_1}(i_1) di_1 \right) \nabla I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) \mathbf{h}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\ &= \frac{1}{\mu(D)} \int_D \left(\int_{\Omega} \left[\mathcal{K}_1 \star \frac{\partial L_2^{\mathbf{u}|i_1}}{\partial i_2} \right] (I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) p^{I_1}(i_1) di_1 \right) \nabla I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) \mathbf{h}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\ &= \frac{1}{\mu(D)} \int_D E_{I_1} \left(\left[\mathcal{K}_1 \star \frac{\partial L_2^{\mathbf{u}|i_1}}{\partial i_2} \right] (I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) \right) \nabla I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) \mathbf{h}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \end{aligned} \quad (5.45)$$

où $E_{I_1}(\cdot)$ représente l'espérance mathématique par rapport à la variable aléatoire I_1 , et $L_2^{\mathbf{u}|i_1}(\cdot) := L_2^{\mathbf{u}}(i_1, \cdot)$ pour toute valeur d'intensité $i_1 \in \Omega$. Le symbole $\star$ représente ici la convolution 1D sur l'espace des intensités Ω . De l'identité (5.36b), on tire :

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_2^{\mathbf{u}|i_1}}{\partial i_2}(i_2) &= -\rho^{\mathbf{u}}(i_1, i_2) f''(\rho^{\mathbf{u}}(i_1, i_2)) \frac{\partial}{\partial i_2} (\rho^{\mathbf{u}}(i_1, i_2)) \\ &= -\rho^{\mathbf{u}}(i_1, i_2) \frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \quad . \end{aligned} \quad (5.46)$$

■ **Calcul de la dérivée variationnelle** La combinaison de (5.41) et (5.45) donne finalement :

$$\begin{aligned}
 \nabla S(\mathbf{u}, \mathbf{h}) &= - \left. \frac{\partial I_f(I_1, I_2^{\mathbf{u}})}{\partial \epsilon} \right|_{\epsilon=0} \\
 &= \frac{-1}{\mu(D)} \int_D \left(\left[\mathcal{K}_2 \star \frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \right] (I_1(\mathbf{x}), I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) + \right. \\
 &\quad \left. \int_{\Omega} \left[\mathcal{K}_1 \star \frac{\partial L_2^{\mathbf{u}|i_1}}{\partial i_2} \right] (I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) p^{I_1}(i_1) di_1 \right) \nabla I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) \mathbf{h}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\
 &= \langle \partial S, \mathbf{h} \rangle_{\mathcal{L}^2}.
 \end{aligned} \tag{5.47}$$

On obtient ainsi :

$$\partial_{\mathbf{u}} S = \frac{-1}{\mu(D)} \left\{ \left[\mathcal{K}_2 \star \frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \right] (I_1(\mathbf{x}), I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) + E_{I_1} \left(\left[\mathcal{K}_1 \star \frac{\partial L_2^{\mathbf{u}|i_1}}{\partial i_2} \right] (I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) \right) \right\} \nabla I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) \tag{5.48}$$

où les expressions de $\frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2}$ et $\frac{\partial L_2^{\mathbf{u}|i_1}}{\partial i_2}$ sont données par (5.42) et (5.46), respectivement.

L'équation (5.48) généralise le résultat obtenu par Chefd'Hotel *et al.* pour l'IM (Chefd'Hotel et al., 2001; Hermosillo, 2002) à une métrique f quelconque. Ce résultat peut être retrouvé en posant $f = f_{KL}$ dans l'équation (5.48) qui se réécrit alors sous la forme simplifiée :

$$\partial_{\mathbf{u}} S^{\text{MI}} = \frac{-1}{\mu(D)} \left[\mathcal{K}_2 \star \frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \right] (I_1(\mathbf{x}), I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) \nabla I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) \tag{5.49a}$$

$$\frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} = \frac{1}{p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}}}(i_1, i_2)} \frac{\partial p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}}}(i_1, i_2)}{\partial i_2} - \frac{1}{p^{I_2^{\mathbf{u}}}(i_2)} \frac{\partial p^{I_2^{\mathbf{u}}}(i_2)}{\partial i_2}. \tag{5.49b}$$

La structure de la dérivée variationnelle (5.48) met clairement en évidence l'action du critère sur le processus de recalage. La force permettant de déformer l'image source est contrôlée localement par deux facteurs : (i) une action locale au niveau de l'intensité $\|\nabla I_2^{\mathbf{u}}\|$, (ii) la variation globale du couplage statistique entre les deux distributions de luminance, induite par les perturbations de la distribution de luminance de l'image déformée $I_2^{\mathbf{u}}$ et modélisée par le rapport d'indépendance $\rho^{\mathbf{u}}$.

Tout d'abord, la dérivée variationnelle opère dans la direction du gradient de l'image déformée $I_2^{\mathbf{u}}$. Cette propriété est générale en recalage non rigide et a précédemment été mise en œuvre pour des critères de similarité tels que la SSD, le maximum de vraisemblance, le rapport de corrélation et l'IM (Hermosillo et al., 2001). De ce fait, les zones d'intensité constante ne sont pas altérées et sont déformées seulement par des interactions le long de leurs frontières.

Ensuite, la dépendance statistique est analysée par deux estimateurs, $L_1^{\mathbf{u}}$ et $L_2^{\mathbf{u}}$.

- Le terme $L_1^{\mathbf{u}}$, défini par (5.36a), mesure la variation du couplage statistique local pour la métrique f . Cette quantité correspond à l'information induite par l'image déformée $I_2^{\mathbf{u}}$ lorsqu'on observe la distribution conjointe $(I_1, I_2^{\mathbf{u}})$.
- Le terme $L_2^{\mathbf{u}}$ correspond à une observation seule de la distribution marginale $I_2^{\mathbf{u}}$. Quantifier cette information implique de :
 - (i) générer une observation conjointe en faisant une hypothèse indépendante pour la variable I_1 ;
 - (ii) mesurer de combien la variable produit $I_1 \times I_2^{\mathbf{u}}$ diverge de la variable conjointe $(I_1, I_2^{\mathbf{u}})$. L'outil statistique approprié pour effectuer cette mesure est la f -divergence de $I_1 \times I_2^{\mathbf{u}}$ par rapport

à $(I_1, I_2^{\mathbf{u}})$, qui fait intervenir l'inverse $(\rho^{\mathbf{u}})^{-1}$ du rapport d'indépendance. D'après la propriété de pseudo-symétrie (5.13), la métrique appropriée est alors la fonction miroir $\check{f}$. Considérer la variation de $(\rho^{\mathbf{u}})^{-1}$ pour la métrique $\check{f}$ donne exactement l'estimateur $L_2^{\mathbf{u}|i_1}$ défini par (5.36b) ;

(iii) répéter ce processus sur tout l'espace d'état Ω de I_1 . La décision s'effectue par moyennage statistique sur l'espace Ω de I_1 , ce qui correspond à une décision au sens du maximum de vraisemblance.

Il est intéressant de noter que l'estimateur $L_2^{\mathbf{u}}$ ne contient pas d'information dans le cadre de Shannon, produisant une contribution nulle dans l'expression de la dérivée variationnelle (5.49a). *A contrario*, l'utilisation de métriques $f \neq f_{KL}$ permet d'exploiter le contenu informationnel de l'image déformée de manière plus exhaustive.

Pour des modèles paramétriques de déplacements linéaires, un calcul similaire permet d'obtenir :

$$\partial_{\Theta} S(\mathbf{u}^{\Theta}) = \frac{-1}{\mu(D)} \int_D \left\{ \left[\mathcal{K}_2 \star \frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \right] (I_1(\mathbf{x}), I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) + \mathbb{E}_{I_1} \left(\left[\mathcal{K}_1 \star \frac{\partial L_2^{\mathbf{u}|i_1}}{\partial i_2} \right] (I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) \right) \right\} \left[(\nabla I_2^{\mathbf{u}})^T \mathbf{B} \right] (\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (5.50)$$

Dans ce cas, la dérivée variationnelle dans l'espace des paramètres du modèle apparaît comme une somme de contributions locales le long de la projection $\left[(\nabla I_2^{\mathbf{u}})^T \mathbf{B} \right]$ du gradient de $I_2^{\mathbf{u}}$ sur la base $\mathbf{B}$ de l'espace des transformations $\mathcal{T}$. Notons que pour $f = f_{KL}$, ce résultat diffère de l'approche par IM proposée par Viola dans un contexte de recalage quasi-rigide (Viola et Wells, 1997). En effet, dans le cadre de notre approche, le critère de similarité (5.33) est optimisé de manière exacte, et non sous forme d'une approximation ergodique comme dans (Viola et Wells, 1997).

Dans le cas de l'IM, cette formulation est :

$$\partial_{\Theta} S(\mathbf{u}^{\Theta}) = \frac{-1}{\mu(D)} \int_D \left\{ \left[\mathcal{K}_2 \star \frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \right] (I_1(\mathbf{x}), I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) \right\} \left[(\nabla I_2^{\mathbf{u}})^T \mathbf{B} \right] (\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (5.51)$$

5.2.1.2 Mesures par f -informations non intégrales

D'après la Définition 15, la forme générale d'un critère de similarité par f -information non intégrale est :

$$\mathcal{S}(\mathbf{u}) := -I_{\psi}(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) = -\log \psi^{-1} \left(\int_{\Omega^2} p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}}}(i_1, i_2) \psi \left(\frac{p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}}}(i_1, i_2)}{p^{I_1}(i_1) p^{I_2^{\mathbf{u}}}(i_2)} \right) di_1 di_2 \right) \quad (5.52)$$

Soit B_{ψ} l'intégrale intervenant dans l'identité (5.52) :

$$B_{\psi}(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) := \int_{\Omega^2} p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}}}(i_1, i_2) \psi \left(\frac{p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}}}(i_1, i_2)}{p^{I_1}(i_1) p^{I_2^{\mathbf{u}}}(i_2)} \right) di_1 di_2 \quad (5.53)$$

La dérivée de Gâteaux de $\mathcal{S}(\mathbf{u})$ sur des espaces de transformations non paramétriques est calculée comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_{\psi}(I_1, I_2^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}})}{\partial \epsilon} &= \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\log \psi^{-1} \left(B_{\psi}(I_1, I_2^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}) \right) \right) \\ &= \frac{(\psi^{-1})' \left(B_{\psi}(I_1, I_2^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}) \right)}{\psi^{-1} \left(B_{\psi}(I_1, I_2^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}) \right)} \frac{\partial B_{\psi}(I_1, I_2^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}})}{\partial \epsilon} \\ &= \frac{(\psi^{-1})' \left(B_{\psi}(I_1, I_2^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}) \right)}{\psi^{-1} \left(B_{\psi}(I_1, I_2^{\mathbf{u}+\epsilon \mathbf{h}}) \right)} (A_1 + A_2) \quad , \end{aligned}$$

où A_1 et A_2 sont définis comme dans (5.35) et font intervenir les deux estimateurs statistiques $L_1^{\mathbf{u}}$ et $L_2^{\mathbf{u}}$ tels que :

$$L_1^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}(i_1, i_2) := \psi\left(\rho^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}(i_1, i_2)\right) + \rho^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}(i_1, i_2)\psi'\left(\rho^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}(i_1, i_2)\right) \quad (5.54a)$$

$$L_2^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}(i_1, i_2) := -\left(\rho^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}(i_1, i_2)\right)^2 \psi'\left(\rho^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}(i_1, i_2)\right) \quad (5.54b)$$

En utilisant l'identité (5.12) entre divergences intégrales et non intégrales sous les deux formes :

$$\begin{aligned} f(x) &= -x\psi(x) \\ \check{f}(x) &= -\psi\left(\frac{1}{x}\right) \end{aligned}$$

les équations (5.54a,5.54b) se réécrivent immédiatement sous la forme :

$$L_1^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}(i_1, i_2) = -f'\left(\rho^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}(i_1, i_2)\right) \quad (5.55a)$$

$$L_2^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}(i_1, i_2) = -\check{f}'\left(\frac{1}{\rho^{\mathbf{u}+\epsilon\mathbf{h}}(i_1, i_2)}\right) \quad (5.55b)$$

identiques au signe près aux expressions (5.36a,5.36b). On constate ainsi que les termes $L_1^{\mathbf{u}}$ et $L_2^{\mathbf{u}}$ pour les f -informations non intégrales sont duaux de leurs homologues pour les f -informations intégrales.

En utilisant des estimées de Parzen globales⁴ des densités de probabilité, on aboutit, par un raisonnement analogue aux f -informations intégrales, au résultat suivant :

$$\partial_{\mathbf{u}} S = \frac{-1}{\mu(D)} \frac{(\psi^{-1})'(B_{\psi}(I_1, I_2^{\mathbf{u}}))}{\psi^{-1}(B_{\psi}(I_1, I_2^{\mathbf{u}}))} \left\{ \left[\mathcal{K}_2 \star \frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \right] (I_1(\mathbf{x}), I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) + \right. \\ \left. E_{I_1} \left(\left[\mathcal{K}_1 \star \frac{\partial L_2^{\mathbf{u}|i_1}}{\partial i_2} \right] (I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) \right) \right\} \nabla I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) \quad (5.56)$$

avec :

$$\frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} = [2\psi'(\rho^{\mathbf{u}}(i_1, i_2)) + \rho^{\mathbf{u}}(i_1, i_2)\psi''(\rho^{\mathbf{u}}(i_1, i_2))] \frac{\partial \rho^{\mathbf{u}}(i_1, i_2)}{\partial i_2} \quad (5.57)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_2^{\mathbf{u}|i_1}}{\partial i_2}(i_2) &= -\rho^{\mathbf{u}}(i_1, i_2) [2\psi'(\rho^{\mathbf{u}}(i_1, i_2)) + \rho^{\mathbf{u}}(i_1, i_2)\psi''(\rho^{\mathbf{u}}(i_1, i_2))] \frac{\partial \rho^{\mathbf{u}}(i_1, i_2)}{\partial i_2} \\ &= -\rho^{\mathbf{u}}(i_1, i_2) \frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \quad . \end{aligned} \quad (5.58)$$

On notera que l'égalité (5.58) est valide dans les cas intégral et non intégral : il s'agit là d'une conséquence directe de la propriété de dualité. De plus, les expressions obtenues sont cohérentes avec le fait que l'IM se rattache à ces deux contextes. En effet, le choix $\psi = \psi_{KL}$ permet de retrouver les équations (5.49a,5.49b). La structure de la dérivée variationnelle dans le cas non intégral est ainsi identique à (5.48).

Pour des modèles de mouvement paramétriques, on obtient :

$$\partial_{\Theta} S(\mathbf{u}^{\Theta}) = \frac{-A(I_1, I_2^{\mathbf{u}})}{\mu(D)} \int_D \left\{ \left[\mathcal{K}_2 \star \frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \right] (I_1(\mathbf{x}), I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) + \right. \\ \left. E_{I_1} \left(\left[\mathcal{K}_1 \star \frac{\partial L_2^{\mathbf{u}|i_1}}{\partial i_2} \right] (I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) \right) \right\} [(\nabla I_2^{\mathbf{u}})^T \mathbf{B}] (\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (5.59)$$

⁴Le cadre variationnel correspondant au choix d'estimées de Parzen locales est développé dans l'Annexe E.2.

Mesure	$w_1(I_1, I_2^{\mathbf{u}})$	$w_2(I_1, I_2^{\mathbf{u}})$	$\kappa(I_1, I_2^{\mathbf{u}})$
IM	1	1	1
ECC	2	$\frac{2}{Y(I_2, I_1)}$	$\frac{1}{H_S(I_2) + H_S(I_1)}$
Y	$Y(I_2, I_1)$	1	$\frac{1}{H_S(I_2, I_1)}$
Z	2	1	1

TAB. 5.3 – Coefficients pondérateurs de la force statistique (5.61) pour différentes mesures d'information de Shannon normalisées.

en notant :

$$A_\psi(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) = \frac{(\psi^{-1})' B_\psi(I_1, I_2^{\mathbf{u}})}{\psi^{-1} B_\psi(I_1, I_2^{\mathbf{u}})} \quad (5.60)$$

Ce flot s'interprète de manière similaire à (5.50).

5.2.2 Dérivée variationnelle de mesures d'information normalisées généralisées

L'ECC et l'IM normalisée (resp. l'information exclusive) sont maximales (resp. minimale) lorsque $X \rightarrow Y$.

5.2.2.1 Informations normalisées dans le cadre de Shannon

Le calcul de la dérivée variationnelle des critères normalisés dans le cadre de Shannon (*cf.* Section 5.1.5.1) est effectué comme dans la section 5.2.1.1 en prenant $f = f_{KL}$. En choisissant des estimées de Parzen globales⁵ et en rappelant que :

- les dérivées perturbées $\frac{\partial p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}} + \epsilon \mathbf{h}}}{\partial \epsilon}$ et $\frac{\partial p^{I_2^{\mathbf{u}} + \epsilon \mathbf{h}}}{\partial \epsilon}$ sont définies par les équations (5.40) et (5.44), respectivement ;
- le gradient variationnel de l'IM est donné par les équations (5.49a, 5.49b),

on obtient un flot de gradient sur des espaces de transformations non paramétriques similaire à (5.49a) avec :

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} = & \kappa(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) \left(w_1(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) \frac{1}{p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}}}(i_1, i_2)} \frac{\partial p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}}}(i_1, i_2)}{\partial i_2} - \right. \\ & \left. w_2(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) \frac{1}{p^{I_2^{\mathbf{u}}}(i_2)} \frac{\partial p^{I_2^{\mathbf{u}}}(i_2)}{\partial i_2} \right) \quad . \end{aligned} \quad (5.61)$$

Comparé à son expression pour l'IM (5.49b), le terme $\frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2}$ implique dans ce cas des coefficients globaux $\kappa(I_1, I_2^{\mathbf{u}})$, $w_1(I_1, I_2^{\mathbf{u}})$ et $w_2(I_1, I_2^{\mathbf{u}})$, qui pondèrent spécifiquement les influences relatives des dérivées des log-vraisemblances $\log p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}}}$ et $\log p^{I_2^{\mathbf{u}}}$. Leurs expressions sont données dans le Tableau 5.3 pour les différentes mesures de Shannon.

⁵Le cadre variationnel des estimées de Parzen locales est développé dans l'Annexe E.3.

Il est intéressant d'étudier le comportement asymptotique de ces coefficients lorsque $\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u}^*$. En supposant le recalage parfait, de telle sorte que les *variables aléatoires* I_1 et I_2^* obéissent à la même distribution, et en rappelant que $H_S(X, X) = H_S(X)$ pour toute variable aléatoire X , on montre aisément que, pour les mesures ECC, Y et Z , les propriétés suivantes sont vérifiées :

$$\lim_{\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u}^*} w_1(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) = 2 \quad , \quad (5.62a)$$

$$\lim_{\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u}^*} w_2(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) = 1 \quad . \quad (5.62b)$$

Par opposition, dans le cas de l'IM, on a trivialement :

$$\lim_{\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u}^*} w_1(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) = \lim_{\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u}^*} w_2(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) = 1 \quad .$$

Ces propriétés suggèrent que l'IM d'une part, et ECC, Y et Z d'autre part, appartiennent à deux classes distinctes de mesures d'information de Shannon. Nous conjecturons donc qu'une meilleure robustesse de la seconde classe vis-à-vis des phénomènes de recouvrement partiel des supports d'images s'explique par la pondération adaptative de $\frac{\partial}{\partial i_2} \log p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}}}$ et $\frac{\partial}{\partial i_2} \log p^{I_2^{\mathbf{u}}}$ par des coefficients vérifiant les propriétés asymptotiques (5.62a) et (5.62b). Notons également que dans le cas des mesures ECC et Y , le coefficient κ agit comme un pas de temps adaptatif lors de la descente de gradient.

Pour des modèles paramétriques de déplacements linéaires, le résultat de la dérivée variationnel est identique à (5.51), le terme $\frac{\partial L_3^{\mathbf{u}}}{\partial i_2}$ ayant la même formulation que 5.61. Les mêmes propriétés asymptotiques peuvent donc être dégagées.

5.2.2.2 Informations normalisées généralisées

Le calcul de la dérivée variationnelle pour des informations normalisées généralisées (*cf.* Section 5.1.5.2) conduit à l'expression :

$$\partial_{\mathbf{u}} S = -\kappa(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) \left(w_1(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) \frac{\partial I_f(I_1, I_2^{\mathbf{u}})}{\partial \mathbf{u}} - w_2(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) \frac{\partial I_f(I_2^{\mathbf{u}}, I_2^{\mathbf{u}})}{\partial \mathbf{u}} \right) \quad (5.63)$$

Pour des f -informations intégrales, $\frac{\partial I_f(I_1, I_2^{\mathbf{u}})}{\partial \mathbf{u}}$ est donné par (5.48) et la dérivée de l'auto-information est définie par :

$$\frac{\partial I_f(I_2^{\mathbf{u}}, I_2^{\mathbf{u}})}{\partial \mathbf{u}} = \frac{1}{\mu(D)} \left\{ \left[\mathcal{K}_1 \star \frac{\partial L_3^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \right] (I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) \right\} \nabla I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) \quad (5.64a)$$

$$L_3^{\mathbf{u}}(i_2) := 2f\left(\frac{1}{p^{I_2}(i_2)}\right) p^{I_2}(i_2) - f'\left(\frac{1}{p^{I_2}(i_2)}\right) \quad (5.64b)$$

les coefficients globaux $\kappa(I_1, I_2^{\mathbf{u}})$, $w_1(I_1, I_2^{\mathbf{u}})$ et $w_2(I_1, I_2^{\mathbf{u}})$ étant définis dans le Tableau 5.4. Comme dans le cadre de Shannon, il est intéressant d'étudier le comportement asymptotique des coefficients κ , w_1 et w_2 lorsque $\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u}^*$. En supposant à nouveau le recalage parfait, on montre que :

$$\lim_{\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u}^*} w_1(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) = 2 \quad ,$$

$$\lim_{\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u}^*} w_2(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) = 1 \quad .$$

Il en résulte que les propriétés asymptotiques des flots de gradient associés aux mesures d'informations normalisées généralisées sont cohérentes vis-à-vis du cadre de Shannon. Dans le cas de modèle de mouvement paramétrique, le résultat est :

$$\partial_{\Theta} S(\mathbf{u}^{\Theta}) = -\kappa(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) \left(w_1(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) \frac{\partial I_f(I_1, I_2^{\mathbf{u}})}{\partial \Theta} - w_2(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) \frac{\partial I_f(I_2^{\mathbf{u}}, I_2^{\mathbf{u}})}{\partial \Theta} \right) \quad (5.65)$$

Mesure	$w_1(I_1, I_2^{\mathbf{u}})$	$w_2(I_1, I_2^{\mathbf{u}})$	$\kappa(I_1, I_2^{\mathbf{u}})$
ECC_f	2	$ECC_f(I_1, I_2)$	$\frac{1}{I_f(I_1, I_1) + I_f(I_2, I_2)}$
Y_f	$Y_f(I_1, I_2)$	$\frac{Y_f(I_1, I_2)}{2} ECC_f(I_1, I_2)$	$\frac{Y_f(I_1, I_2)}{I_f(I_1, I_1) + I_f(I_2, I_2)}$
Z_f	2	1	1

TAB. 5.4 – Coefficients pondérateurs des forces statistiques (5.64a) pour différentes mesures d'information normalisées généralisées.

avec :

$$\frac{\partial I_f(I_2^{\mathbf{u}}, I_2^{\mathbf{u}})}{\partial \Theta} = \frac{1}{\mu(D)} \int_D \left\{ \left[\kappa_2 \star \frac{\partial L_3^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \right] (I_1(\mathbf{x}), I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) \right\} [(\nabla I_2^{\mathbf{u}})^T \mathbf{B}] (\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$

Pour des f -informations non intégrales, la dérivée variationnelle reste identique à (5.63) et l'auto-information est définie par :

$$\frac{\partial I_f(I_2^{\mathbf{u}}, I_2^{\mathbf{u}})}{\partial \mathbf{u}} = \frac{A_\psi(I_1, I_2^{\mathbf{u}})}{\mu(D)} \left\{ \left[\kappa_1 \star \frac{\partial L_3^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \right] (I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) \right\} \nabla I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) \quad (5.66a)$$

$$L_3^{\mathbf{u}}(i_2) := \psi \left(\frac{1}{p^{I_2}(i_2)} \right) - \frac{1}{p^{I_2}(i_2)} \psi' \left(\frac{1}{p^{I_2}(i_2)} \right) \quad (5.66b)$$

avec $A_\psi(I_1, I_2^{\mathbf{u}})$ défini par (5.60). De même, dans le cas de modèle de mouvement paramétrique, le résultat reprend (5.65) avec la dérivée de l'auto-information suivante :

$$\frac{\partial I_f(I_2^{\mathbf{u}}, I_2^{\mathbf{u}})}{\partial \Theta} = \frac{A_\psi(I_1, I_2^{\mathbf{u}})}{\mu(D)} \int_D \left\{ \left[\kappa_2 \star \frac{\partial L_3^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \right] (I_1(\mathbf{x}), I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) \right\} [(\nabla I_2^{\mathbf{u}})^T \mathbf{B}] (\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$

5.2.2.3 Optimisation de la métrique d'information

La métrique d'information f permet d'adapter les processus de décision statistique aux caractéristiques des mesures de probabilités étudiées. Plus précisément, le cadre de Shannon ($f = f_{KL}$) correspond à un mécanisme de décision optimal aveugle (universel), *i.e.* sans connaissance *a priori* sur les statistiques des sources. Par contraste, le choix d'une métrique f spécifique permet d'intégrer *de manière implicite* un *a priori* statistique sur les distributions considérées : on modélise alors non pas la loi des sources, mais la manière optimale dont leur information doit être mesurée en tenant compte de cette loi. A notre connaissance, il n'existe toutefois pas de cadre théorique permettant de déterminer la forme analytique de f pour une loi donnée. Nous avons donc cherché à aborder le problème de sélection d'une métrique optimale de manière plus restreinte en contraignant f à appartenir à un sous-espace fonctionnel prédéfini.

Une classe importante des métriques d'information f est constituée par les métriques paramétriques f_α ($\alpha > 0$), dont des exemples sont donnés dans le Tableau 5.1. En supposant fixée une forme analytique particulière pour f_α (*e.g.* $f_\alpha = f_{I_\alpha}$) et en considérant la fonctionnelle $\mathcal{S}$ comme dépendant en même temps des variables $\mathbf{u}$ et α , *i.e.* sous la forme $\mathcal{S}(\mathbf{u}, \alpha)$, une valeur optimale α^* pour α peut être définie par :

$$\alpha^* = \arg \min_{\alpha} \mathcal{S}(\mathbf{u}, \alpha) \quad .$$

En supposant donné un champ de déplacement $\mathbf{u} \in \mathcal{T}$, l'estimation de α^* s'effectue par descente de gradient selon :

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = -\partial_\alpha \mathcal{S}(\mathbf{u}, \alpha) \quad (5.67)$$

$$\alpha(t=0) = \alpha^{initial} \quad (5.68)$$

où $\partial_\alpha \mathcal{S}$ désigne la première variation de la fonctionnelle $\mathcal{S}$ par rapport à α et $\alpha^{initial}$ la valeur initiale du paramètre α . Lorsque f_α admet la métrique de Kullback comme cas particulier, deux stratégies d'initialisation sont possibles :

- la première consiste à éviter de rester bloqué dans un minimum local en s'éloignant de manière notable du cadre de Shannon, correspondant généralement à $\alpha = 1$. On choisit alors $\alpha^{initial} \gg 1$ ou $\alpha^{initial} \ll 1$ selon la métrique f ;
- la seconde consiste à supposer l'absence initiale de connaissance statistique, pour la laisser progressivement “survir” au cours du processus d'optimisation. On choisit alors $\alpha^{initial} = 1$ correspondant au cadre de décision de Shannon.

Afin d'exploiter au mieux les métriques d'information généralisées, nous privilégierons la première stratégie.

Pour une f -information intégrale, $\partial_\alpha \mathcal{S}$ est donnée par :

$$\partial_\alpha \mathcal{S}(\mathbf{u}, \alpha) = - \int_{\Omega^2} p_1^{I_1}(i_1) p_2^{I_2^\mathbf{u}}(i_2) \frac{\partial f_\alpha}{\partial \alpha}(\rho^\mathbf{u}(i_1, i_2)) di_1 di_2 \quad (5.69)$$

Pour une f -information non intégrale, on obtient :

$$\partial_\alpha \mathcal{S}(\mathbf{u}, \alpha) = - \frac{\frac{\partial \psi_\alpha^{-1}}{\partial \alpha}(B_{\psi_\alpha}(I_1, I_2^\mathbf{u}))}{\psi_\alpha^{-1}(B_{\psi_\alpha}(I_1, I_2^\mathbf{u}))} \int_{\Omega^2} p^{I_1, I_2^\mathbf{u}}(i_1, i_2) \frac{\partial \psi_\alpha}{\partial \alpha} \left(\frac{p^{I_1, I_2^\mathbf{u}}(i_1, i_2)}{p^{I_1}(i_1) p^{I_2^\mathbf{u}}(i_2)} \right) di_1 di_2 \quad (5.70)$$

Pour les informations normalisées généralisées, on obtient :

$$\partial_\alpha \mathcal{S}(\mathbf{u}, \alpha) = -\kappa(I_1, I_2^\mathbf{u}) \left(w_1(I_1, I_2^\mathbf{u}) \frac{\partial I_f(I_1, I_2^\mathbf{u})}{\partial \alpha} - w_2(I_1, I_2^\mathbf{u}) \left(\frac{\partial I_f(I_2^\mathbf{u}, I_2^\mathbf{u})}{\partial \alpha} + \frac{\partial I_f(I_1, I_1)}{\partial \alpha} \right) \right) \quad (5.71)$$

les coefficients globaux $\kappa(I_1, I_2^\mathbf{u})$, $w_1(I_1, I_2^\mathbf{u})$ et $w_2(I_1, I_2^\mathbf{u})$ étant définis dans le Tableau 5.4. Dans le cas de f -informations intégrales, $\frac{\partial I_f(I_1, I_2^\mathbf{u})}{\partial \alpha}$ est donné par (5.69) et les dérivées des auto-informations sont :

$$\frac{\partial I_f(I_n, I_n)}{\partial \alpha} = \int_{\Omega} (p^{I_n}(i_n))^2 \frac{\partial f_\alpha}{\partial \alpha} \left(\frac{1}{p^{I_n}(i_n)} \right) di_n \quad , \quad n = 1, 2$$

Dans le cas de f -informations non intégrales, $\frac{\partial I_f(I_1, I_2^\mathbf{u})}{\partial \alpha}$ est donné par (5.70) et les dérivées des auto-informations sont :

$$\frac{\partial I_f(I_n, I_n)}{\partial \alpha} = \frac{\frac{\partial \psi_\alpha^{-1}}{\partial \alpha}(B_{\psi_\alpha}(I_n))}{\psi_\alpha^{-1}(B_{\psi_\alpha}(I_n))} \int_{\Omega^2} p^{I_n}(i_n) \frac{\partial \psi_\alpha}{\partial \alpha} \left(\frac{1}{p^{I_n}(i_n)} \right) di_n \quad , \quad n = 1, 2$$

avec :

$$B_{\psi_\alpha}(I_n) := \int_{\Omega^2} p^{I_n}(i_n) \psi \left(\frac{1}{p^{I_n}(i_n)} \right) di_n \quad , \quad n = 1, 2 \quad .$$

Initialisation	
$\delta_{\mathbf{u}}$ fixé et $\mathbf{u}^*(\cdot, 0) \leftarrow \mathbf{0}$	[δ_{Θ} fixé et $\Theta^*(\cdot, 0) \leftarrow 0$]
δ_{α} fixé et $\alpha^*(0) \leftarrow \alpha^{initial}$	
$t = 0$	
Optimisation	
Répéter	
1. Pour $\alpha = \alpha^*(t)$ fixé :	
Intégration de (5.29)	[Intégration de (5.31)
avec la condition initiale $\mathbf{u}_0 = \mathbf{u}^*(\cdot, t)$	avec la condition initiale $\Theta_0 = \Theta^*(\cdot, t)$
$\mathbf{u}^*(\cdot, t+1) \leftarrow \mathbf{u}^*$	$\Theta^*(\cdot, t+1) \leftarrow \Theta^*$]
2. Pour $\mathbf{u} = \mathbf{u}^*(\cdot, t+1)$ fixé :	[Pour $\Theta = \Theta^*(\cdot, t+1)$ fixé :]
Intégration de (5.67)	
avec la condition initiale $\alpha_0 = \alpha^*(\cdot, t)$	
$\alpha^*(\cdot, t+1) \leftarrow \alpha^*$	
$t \leftarrow t+1$	
Tant que	
$\ \mathbf{u}^*(\cdot, t+1) - \mathbf{u}^*(\cdot, t)\ \leq \delta_{\mathbf{u}}$	[$\ \Theta^*(\cdot, t+1) - \Theta^*(\cdot, t)\ \leq \delta_{\Theta}$]
$\ \alpha^*(\cdot, t+1) - \alpha^*(\cdot, t)\ \leq \delta_{\alpha}$	

TAB. 5.5 – Schéma d'optimisation alternée.

L'estimation conjointe du déplacement optimal $\mathbf{u}^*$ et du paramètre α^* peut alors être effectuée en intégrant le système d'équations (5.29) (cas non paramétrique) ou (5.31) (cas paramétrique) par le schéma de minimisation alternée décrit dans le Tableau 5.5.

Deux stratégies d'optimisation sont possibles selon que l'intégration 1. (resp. 2.) à α fixé (resp. $\mathbf{u}$ fixé) est effectuée jusqu'à convergence, ou (ii) pendant un nombre fixé d'itérations sans que la convergence soit atteinte. Cette dernière stratégie permet une convergence plus rapide du schéma global.

5.2.3 Régularisation du premier ordre

Garantir le caractère bien posé du problème de recalage nécessite une régularisation explicite lorsque le champ de déplacement $\mathbf{u}$ est recherché sur des espaces fonctionnels non paramétriques ou sur des espaces fonctionnels paramétriques de dimension élevée. Afin de limiter les effets de lissage et d'assurer la stabilité des schémas numériques associés, nous avons privilégié les fonctionnelles de régularisation du premier ordre, n'impliquant que le jacobien $\nabla \mathbf{u}$ du champ de déplacement. Leur forme générale est la suivante :

$$\mathcal{R}(\mathbf{u}) = \int_D R(\mathbf{x}, \nabla \mathbf{u}(\mathbf{x})) d\mathbf{x} \quad .$$

où $R : \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$ est une application sur l'espace $\mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$ des matrices $(n \times n)$ réelles. Le choix de $R(\mathbf{M}) = \text{tr}(\mathbf{M}^T \mathbf{M})$ permet de retrouver la régularisation de Tikhonov du premier ordre. De nombreux autres choix pour R ont été proposés dans la littérature de la vision bas-niveau.

Le critère de recalage (5.21) combinant adéquation aux données et lissage, le champ optimal $\mathbf{u}^*$ est donc tributaire du choix d'une fonctionnelle de régularisation particulière. En d'autres termes, la performance d'un critère de similarité ne peut pas être évaluée *per se*. Mettant ici l'accent sur le critère

de similarité dans le but de démontrer la pertinence des mesures d'information généralisées par rapport aux métriques issues du cadre de Shannon, nous avons adopté vis-à-vis du choix du stabilisateur une attitude “neutre” en recourant à des contraintes de lissage classiques. Une contrainte très utilisée en recalage non rigide est l'élasticité linéaire. Un choix standard en estimation de mouvement est la régularisation semi-quadratique par ϕ -fonction. Ces contraintes étant trop diffusives, nous avons considéré une contrainte de lissage adaptative favorisant une régularisation intra-régionale, précédemment utilisée dans (Chefd'Hotel et al., 2001; Hermosillo, 2002) conjointement au critère d'IM. Ces différentes contraintes sont présentées brièvement dans la suite.

5.2.3.1 Régularisation linéaire élastique

Dans le cadre de l'élasticité linéaire, les déformations suivent la loi de comportement d'un matériau élastique. En notant $\mathbf{E}$ le tenseur des déformations (*cf.* Annexe C.1), ce comportement est décrit par l'énergie de déformation $\mathcal{R}(\mathbf{u})$ définie par :

$$\mathcal{R}(\mathbf{u}) := \int_D \left(\frac{\lambda}{2} (\text{tr}(\mathbf{E}))^2 + \mu \text{tr}(\mathbf{E}^2) \right) d\mathbf{x} \quad .$$

En supposant les déformations faibles, le tenseur $\mathbf{E}$ peut être linéarisé, le stabilisateur se réduisant alors à :

$$\mathcal{R}(\mathbf{u}) := \int_D \left(\frac{\lambda}{8} \text{tr}(\nabla \mathbf{u}^T + \nabla \mathbf{u})^2 + \frac{\mu}{4} \text{tr}((\nabla \mathbf{u}^T + \nabla \mathbf{u})^2) \right) d\mathbf{x} \quad . \quad (5.72)$$

On montre aisément que son gradient variationnel est donné par :

$$-\partial_{\mathbf{u}} R(\mathbf{u}) = \nabla \cdot \left(\frac{\partial R}{\partial \nabla \mathbf{u}} \right) = \mu \nabla^2 \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) \quad . \quad (5.73)$$

L'ajout de forces externes à (5.73) permet de retrouver l'équation de Navier bien connue. Le stabilisateur (5.72) induit des effets fortement diffusifs qui s'exercent de manière homogène et uniforme sur tout le domaine image. En particulier, il ne préserve pas les discontinuités de mouvement, et induit des biais importants sur les zones statiques de l'image, dont le comportement cinématique estimé est “contaminé” par les déplacements des régions mobiles. Bien que visuellement satisfaisantes, les solutions du problème de recalage ainsi obtenues ne possèdent donc pas de signification physique en termes de mouvement des structures anatomiques.

5.2.3.2 Régularisation avec préservation des discontinuités

Le recours à des stabilisateurs non quadratiques permet l'obtention de solutions régularisées avec préservation des discontinuités (Geman et Reynolds, 1992; Charbonnier, 1994). En posant $\mathbf{u} = (u_i)_{1 \leq i \leq d}$, ces derniers s'écrivent sous la forme :

$$\mathcal{R}(\mathbf{u}) := \sum_{1 \leq i \leq d} \phi(\|\nabla u_i\|)$$

où ϕ désigne une fonction C^1 , positive, bornée en 0 et telle que $x \mapsto \phi(\sqrt{x})$ soit concave sur $\mathbb{R}^+$. Leur gradient variationnel est donné par :

$$-\partial_{\mathbf{u}} R(\mathbf{u}) = \nabla \cdot \left(\frac{\partial R}{\partial \nabla \mathbf{u}} \right) = \nabla \cdot \left(\frac{\phi'(\|\nabla u_i\|)}{\|\nabla u_i\|} \nabla \mathbf{u} \right)$$

Bien que nettement moins diffusives que l'élasticité linéaire, ces contraintes sont insensibles aux discontinuités spatiales de l'image, et induisent également des artefacts de lissage inter-régional.

5.2.3.3 Régularisation géométrique

Pour prendre en compte des variations importantes et régionalisées du champ de déplacement, Hermosillo *et al.* (Chefd'Hotel et al., 2001; Hermosillo, 2002) ont proposé d'utiliser le stabilisateur de Nagel-Enkelmann, développé à l'origine pour l'estimation du flot optique. Ce stabilisateur correspond au choix $R(\mathbf{M}) = \frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{M}^T T_I \mathbf{M})$, où T_I représente le tenseur dépendant du gradient de l'image I tel que :

$$T_I = \frac{1}{\|\nabla I\|^2 + 2\beta} [(\beta + \|\nabla I\|^2) \mathbf{I} - \nabla I \nabla I^T] \quad . \quad (5.74)$$

et $\beta > 0$ est un paramètre de contraste. Le tenseur T_I définit un projecteur sur la direction orthogonale au gradient de l'image, inhibant par conséquent la régularisation le long de ∇I . Le stabilisateur de Nagel-Enkelmann favorise ainsi une régularisation intra-régionale, aboutissant à des estimées de déplacement localisées sur les objets de l'image. Cette propriété est particulièrement importante dans le cas de l'estimation du mouvement du myocarde, puisqu'elle permet d'éviter que les mesures de déplacement sur le muscle cardiaque interfèrent avec les estimées sur le thorax par diffusion. Le gradient variationnel de ce stabilisateur est donné par :

$$-\partial_{\mathbf{u}} R(\mathbf{u}) = \nabla \cdot \left(\frac{\partial R}{\partial \nabla \mathbf{u}} \right) = \nabla \cdot (T_I \nabla \mathbf{u}) \quad . \quad (5.75)$$

5.2.4 Mise en œuvre numérique

Lors de la mise en œuvre numérique des modèles variationnels présentés dans la section 5.2, nous avons privilégié la simplicité algorithmique et l'efficacité calculatoire, tout en veillant à préserver une robustesse satisfaisante vis-à-vis des différentes sources de variabilité (bruit, variations photométriques, variations géométriques). Des choix plus élaborés à chaque étape pourraient permettre, en théorie, des améliorations potentielles, dont la portée exacte reste toutefois à quantifier.

- **Estimation des distributions de probabilité** : nous avons adopté une approche empirique classique par histogrammes normalisés quantifiés sur les b bits de la dynamique de l'image ($b = 8$). Les distributions de probabilité marginales sont estimées en sommant le long des lignes et des colonnes de l'histogramme conjoint normalisé préalablement lissé par le noyau de Parzen $\mathcal{K}_2$ ⁶.
- **Calcul des forces statistiques** : nous avons choisi des noyaux de Parzen $\mathcal{K}_1$ et $\mathcal{K}_2$ gaussiens conduisant à des dérivées gaussiennes dans le domaine de la luminance. Ces dernières sont calculées en lissant l'histogramme conjoint par l'approximation RII d'ordre 4 du filtre gaussien proposée dans (Deriche, 1993), puis en estimant les dérivées $\frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2}$ et $\frac{\partial L_2^{\mathbf{u}|i_1}}{\partial i_2}$ par différences finies (DF) centrées⁷. L'espérance $E_{I_1}(\cdot)$ par rapport à la variable aléatoire I_1 est estimée empiriquement comme une moyenne arithmétique par rapport à la variable i_1 .
- **Calcul des dérivées spatiales des images** : les gradients des images ont été calculés de manière robuste par filtrage de Canny-Deriche. Une estimation sub-pixelique est effectuée par interpolation bi/trilinéaire ou par volume partiel (Maes et al., 1997), ces approches conduisant en pratique à des performances similaires.
- **Calcul des forces de régularisation** : nous avons utilisé des DF centrées classiques pour estimer les dérivées partielles du champ de déplacement $\mathbf{u}$.

⁶Comme déjà remarqué dans la littérature, la probabilité (théoriquement invariante) de l'image de référence I_1 dépend alors de l'estimée courante du champ $\mathbf{u}$.

⁷Cette solution a été préférée à un lissage linéaire des cartes $L_1^{\mathbf{u}}$ et $L_2^{\mathbf{u}|i_1}$ par une approximation RII d'ordre 4 des dérivées partielles des noyaux gaussiens, qui aurait nécessité le stockage de ces deux cartes.

- **Discrétisation des schémas variationnels** : une descente de gradient est effectuée par un simple schéma d'Euler explicite avec un pas de temps fixe.
- **Mise en œuvre multirésolution** : afin de traiter les grands déplacements, une stratégie multirésolution classique par pyramides dyadiques gaussiennes pour les images et le champ de déplacement a été adoptée.
- **Test de convergence** : les mesures d'information généralisées ne contenant pas d'information spatiales, un test de convergence à partir de leurs variations au cours des itérations ne serait pas adapté. Nous préférons calculer les variations $\|\mathbf{u}(\cdot, t) - \mathbf{u}(\cdot, t - 1)\|$ des estimées du champ de déplacement entre deux itérations consécutives par rapport à une norme vectorielle $\|\cdot\|$ sur l'espace des transformations $\mathcal{T}$, et décider de la convergence par comparaison à un seuil prédéfini (dépendant du niveau de résolution). En pratique nous avons utilisé la norme suivante :

$$\|\mathbf{u}(\cdot, t) - \mathbf{u}(\cdot, t - 1)\| := \max_{\mathbf{x} \in D} \left(\|\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{u}(\mathbf{x}, t - 1)\|_{L^2} \right) .$$

5.3 Validation

La validation est une étape fondamentale dans l'élaboration d'une méthode d'analyse d'images. Elle consiste en un ensemble de critères à vérifier et une mesure de référence appelée vérité terrain. Cette mesure de référence n'est pas toujours disponible, ce qui est le cas dans le contexte médical qui nous intéresse. La construction contextuelle de la mesure peut ainsi induire une erreur qui devra être prise en compte dans le processus de validation (Jannin et al., 2002).

5.3.1 Critères de validation

Les principaux critères de validation d'un algorithme de recalage sont (Maintz et Viergever, 1998; Jannin et al., 2002) :

- la **précision** : c'est la différence entre la valeur donnée par l'algorithme et la valeur de la vérité terrain ;
- la **reproductibilité** : elle indique le degré de fiabilité de l'algorithme, *i.e.* sa capacité à produire des résultats cohérents à partir d'un ensemble de données probables ;
- la **robustesse** : elle traduit son comportement en présence de perturbations, telles que la variabilité intrinsèque des données, les pathologies ou la variabilité inter-individu ;
- la **complexité** : elle englobe le temps de calcul et les moyens mis en œuvre pour l'intégration clinique (notamment l'interaction avec un opérateur).

Dans la pratique, on recherche un compromis entre précision et complexité minimales, et robustesse et reproductibilité maximales.

5.3.2 Mesure de référence

Différentes pistes sont possibles pour l'obtention d'une mesure de mouvement myocardique de référence :

- **utilisation de l'IRM-PC** (Pelc et al., 1991). L'IRM-PC est censée fournir une vérité terrain, en permettant d'accéder directement aux trois composantes du champ de déplacement en tout point du myocarde. S'agissant d'une modalité émergente, les séquences d'IRM-PC ne sont toutefois pas disponibles sur les imageurs, ce qui rend difficile l'obtention de ce genre d'images conjointement aux données d'IRM de marquage. De plus, le caractère très bruité de ces données rend problématique leur utilisation en tant que référence ;

- **utilisation de marqueurs implantés dans le myocarde.** Le caractère invasif de cette approche, limitée à des modèles animaux, la rend impropre à une validation à grande échelle. Elle ne fournit en outre que des mesures de déplacement éparpillées, concentrées en ces seuls marqueurs ;
- **utilisation de fantômes.** Une seule étude a fait état de l'utilisation d'un fantôme en gélatine à des fins de validation (Moore et al., 1994). Le fantôme est déformé sur une zone de 7 cm par des déformations variant de 1 à 1.2. Les mesures estimées sur les images d'IRM de marquage montrent une erreur de ± 0.003 , ce qui permet aux auteurs de l'étude de conclure sur la validité de la méthode étudiée.
- **simulation de données.** Il s'agit d'utiliser des images typiques, de les déformer par une transformation connue (naturelle ou de synthèse), puis d'estimer cette déformation par la méthode à valider.

Cette dernière méthode semble offrir le meilleur compromis de validation pour notre approche dans le contexte actuel. La transformation synthétique combine un champ de déplacement modélisant les déformations du myocarde (variabilité morphologique) et une transformation d'intensité modélisant la désaimantation des *tags* (variabilité photométrique).

5.3.2.1 Variabilité morphologique

Un champ de déplacement synthétique dense peut être généré aisément à partir d'un ensemble de déplacements aléatoires répartis sur une grille de points par interpolation par spline de plaque mince sur le domaine image (Bookstein, 1989). Afin de générer des déformations réalistes, nous envisageons une autre possibilité. Quelles sont les contraintes dont nous disposons pour rendre une déformation réaliste ? Globalement, la déformation du cœur étant anisotrope, l'amplitude et la direction des déplacements dépendent du plan de coupe : le motif de déformation observé sur une coupe petit axe ne sera pas le même que sur une coupe grand axe. Localement, il est possible d'utiliser des hypothèses anatomiques : l'architecture en fibres musculaires impose un champ de déplacement lisse, donc sans variations rapides d'amplitude ou d'orientation. En outre, il est possible de connaître l'ordre de grandeur des déplacements maximaux subis par le myocarde (ceux-ci peuvent être obtenus dans d'autres modalités, avec d'autres méthodes validées). Le changement de topologie locale des *tags* et le mouvement apparent⁸ doivent également être pris en compte.

En pratique, il existe plusieurs possibilités pour construire des déformations réalistes tout en intégrant les hypothèses précédentes. Le champ des déplacements peut être généré en utilisant une expression analytique, qui sera sans doute complexe (sur le VD en particulier), ou le *résultat d'un recalage*, entre deux formes synthétiques simulant le cœur, ou bien entre images naturelles. Quelle méthode à employer pour ce recalage ? Afin d'éviter le biais dans le processus de validation induit par l'utilisation de notre propre méthode, nous proposons d'utiliser un modèle statistique de déplacement $\mathbf{u}_{t_0, t_1}^{atlas}$. Ce modèle est obtenu par apprentissage statistique à partir de champs de déplacements estimés par recalage non rigide sur une base d'apprentissage $(I_{t_0, i}, I_{t_1, i})$, constituée d'images acquises au même niveau de coupe et au même instant du cycle cardiaque sur des patients différents. La construction de cet atlas et son alignement sur des données à analyser sont décrits en détails dans le Chapitre 7. La méthode est validée en recalant une paire d'images $(I_{t_0}, I_{t_0}^{\mathbf{u}_{t_0, t_1}^{atlas}})$ construite à partir d'une image I_{t_0} hors de la base d'apprentissage.

⁸Sauf pour la technologie CSPAMM-SF qui dispose d'un suivi de coupe (Stuber et al., 1999b), annulant l'effet du mouvement apparent.

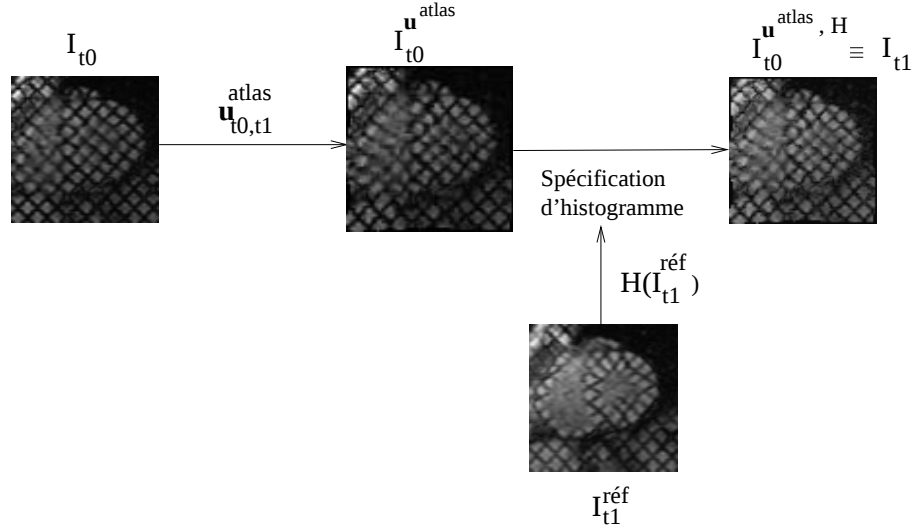


FIG. 5.3 – Processus de validation. Pour alléger les notations, le déplacement $\mathbf{u}_{t0,t1}^{\text{atlas}}$ est noté $\mathbf{u}^{\text{atlas}}$.

5.3.2.2 Variabilité photométrique

Le réalisme nécessite la prise en compte des artefacts intervenant dans le protocole d'acquisition des images, en particulier la désaimantation des *tags*. Cette dernière suit la loi théorique (5.76).

$$M_z = M(1 - e^{-\frac{t}{T1}}) \quad (5.76)$$

L'utilisation de cette loi nécessite toutefois une segmentation préalable des *tags*, source d'artefacts extrinsèques au processus de formation de l'image. De manière alternative, nous proposons d'effectuer une transformation de l'histogramme de $I_{t0}^{\mathbf{u}^{\text{atlas}}_{t0,t1}}$ qui permet de modéliser simultanément la désaimantation des *tags* en T1 et celle de l'image en T2*. Soit I_{t1} l'image de la même séquence que I_{t0} ; la spécification de l'histogramme $H(I_{t1})$ sur l'histogramme de $I_{t0}^{\mathbf{u}^{\text{atlas}}_{t0,t1}}$, permet d'obtenir une image $I_{t0}^{\mathbf{u}^{\text{atlas}}_{t0,t1}, H}$ reflétant une désaimantation réaliste.

5.3.2.3 Variabilité technologique

Finalement, on peut donc envisager une validation sur des images naturelles obtenues à partir de protocoles de marquage différents (SPAMM, DANTE, CSPAMM), déformées par (i) une transformation géométrique simulant les déformations myocardiques en respectant les hypothèses locales formulées plus haut et (ii) une transformation de l'intensité simulant la désaimantation des *tags*. Le processus est résumé dans la Figure 5.3.

5.4 Résultats expérimentaux

5.4.1 Matériel

L'étude a été réalisée sur des données IRM acquises au Service de Radiologie Centrale de l'Hôpital de la Pitié-Salpêtrière (Pr. Ph. Grenier) sur 11 volontaires sains (9 hommes, 2 femmes, âge moyen : 31 ± 4 ans). Pour chaque individu, on a acquis sur un scanner GE 1.5T avec synchronisation à l'ECG une dizaine de séquences d'images SPAMM petit axe (dont 5 ou 6 sont situées entre l'apex et la base du

Paramètre	Valeur
TR/TE/ ϕ	11ms/6ms/10°
FOV	285mm
Résolution spatiale	1.4 × 1.4mm ²
Résolution temporelle	45ms
Epaisseur de coupe	10mm
Espacement inter-coupe	10.5mm
Espacement inter- <i>tags</i>	10mm

TAB. 5.6 – Paramètres d'acquisition des séquences IRM de marquage du corpus expérimental.

cœur), et une huitaine de séquences grand axe (dont environ 4 contenant effectivement les parois libres des deux ventricules). Chaque séquence, acquise pendant une apnée, possède entre 15 et 27 images en fonction du rythme cardiaque. Les paramètres d'acquisition sont résumés dans le Tableau 5.6. Des séquences d'images ciné-IRM ont également été acquises dans des conditions identiques. En particulier, on a veillé à utiliser les mêmes niveaux de coupe que pour les données d'IRM de marquage.

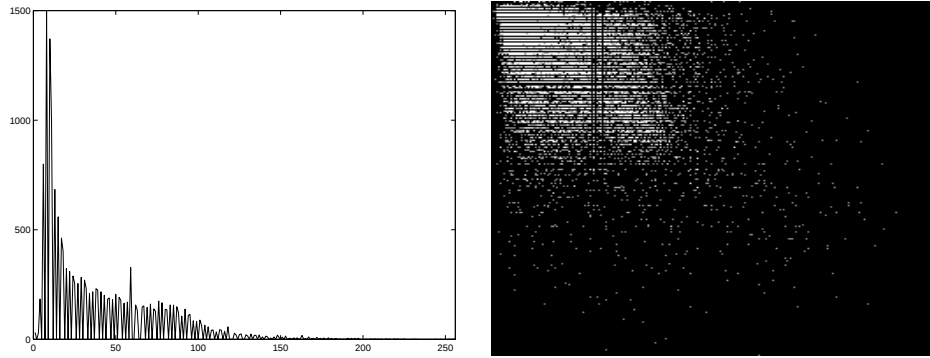
Les séquences d'images cardiaques en ciné-IRM et en IRM marquée consistent en données bruitées et texturées avec des amplitudes de déformation faibles (moins de 10 pixels) à moyennes (10 à 20 pixels). Les propriétés magnétiques des tissus sont à l'origine de la forme trimodale des histogrammes marginaux, dont les pics correspondent à l'ensemble fond/*tag*, au myocarde et au sang. Les histogrammes conjoints des données ciné-IRM ont une forme en queue de comète, qui indique une dépendance quasi-affine (Figure 5.4). Pour les données d'IRM de marquage, la perte de contraste induite par le phénomène de désaimantation des *tags* au cours de la séquence, résulte en un étalement statistique par rapport aux données de ciné-IRM.

5.4.2 Validation sur des données simulées

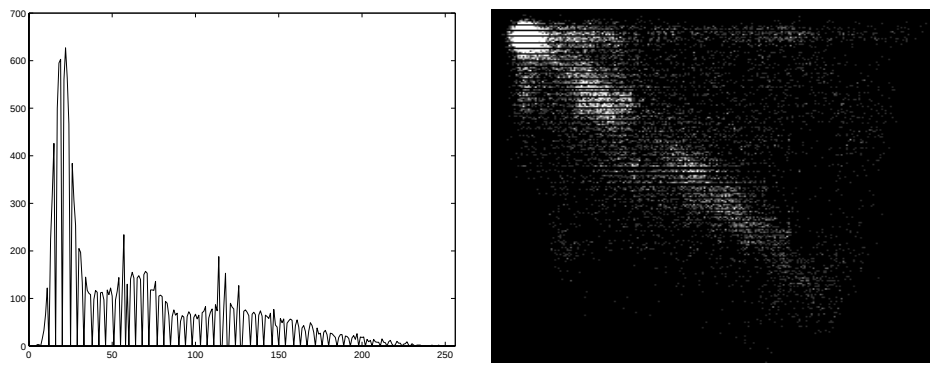
Suivant la stratégie décrite plus haut (Figure 5.3), nous construisons, pour chaque modalité, une paire d'images à recalcr, dont l'image cible est synthétisée par application d'un champ de déplacement connu $\mathbf{u}^{atlas}$ et d'une transformation non linéaire de contraste (spécification d'histogramme). Afin de quantifier l'erreur entre ce champ et le champ estimé $\mathbf{u}^*$, un masque obtenu par seuillage du gradient de l'image cible (filtré par un filtre morphologique) est appliqué afin d'exclure les zones uniformes non informatives. Le critère d'erreur retenu est défini par :

$$\begin{aligned}\epsilon &:= \frac{1}{|D|} \int_D \epsilon_{local}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\ \epsilon_{local}(\mathbf{x}) &:= \|\mathbf{u}^{atlas}(\mathbf{x}) - \mathbf{u}^*(\mathbf{x})\|^2\end{aligned}$$

La Figure 5.6 présente le résultat obtenu pour une image SPAMM. Dans ce cas, l'erreur moyenne est $\epsilon = 0.12 \pm 0.21$ pixels, variant de 0 à 2.29 pixels. La Figure 5.7 présente le résultat pour une image CSPAMM. L'erreur moyenne est alors $\epsilon = 0.16 \pm 0.30$ pixels, variant de 0 à 2.72 pixels. Enfin la Figure 5.8 montre le résultat pour une image DANTE, pour laquelle $\epsilon = 0.14 \pm 0.22$ pixels, variant de 0 à 2.19 pixels. De ces expériences, il ressort que le recalage non rigide non paramétrique par I_α -information exclusive fournit des estimées de déplacement fiables sur le myocarde avec une précision généralement subpixelique indépendamment de la technologie de marquage utilisée.



(a) Image d'IRM de marquage.



(b) Image de ciné-IRM.

FIG. 5.4 – Histogrammes marginal et conjoint typiques des images ciné-IRM et IRM de marquage.

Sur la base de cette validation objective, nous avons réalisé des tests sur des données naturelles. Nous avons ainsi constaté, par vérification interactive systématique, que les correspondances tant aux nœuds que le long des *tags* semblent respectées (Figure 5.5).

5.4.3 Intérêt des métriques d'information généralisées

Nous souhaitons ici évaluer comment le choix de la métrique f (normalisée ou pas) influence les performances du recalage, en terme de fiabilité, vitesse de convergence et robustesse sur des images naturelles.

■ **Influence du critère de similarité** Dans toutes les expériences, les f -informations exclusives ont donné des résultats de recalage satisfaisants, en convergeant notablement plus vite que les f -informations pour une métrique d'information f donnée. La Figure 5.9 montre un exemple d'évolution de la valeur des deux critères pour un nombre fixe d'itérations à chaque niveau de résolution. D'autres expériences menées avec différentes métriques f ont montré que cette accélération de convergence n'est pas due à la forme spécifique de f .

■ **Influence de la métrique d'information** Des tests réalisés en utilisant différentes métriques (Tableaux 5.1, 5.2) nous ont conduit à privilégier la I_α -information, qui sera donc figée pour le reste de l'étude. Pour des images consécutives d'IRM de marquage, les deux métriques I_α et Kullback ont

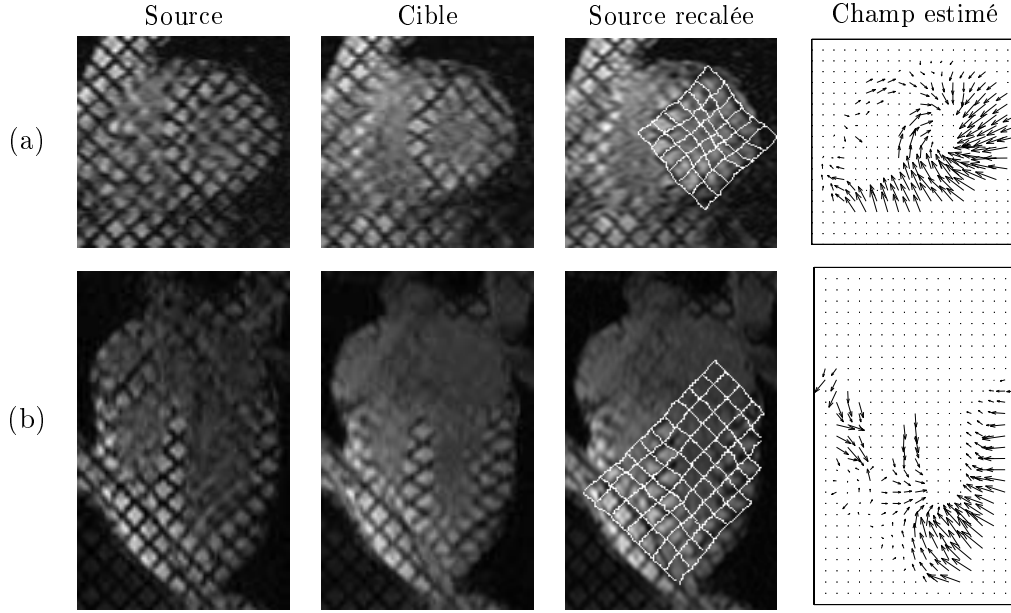


FIG. 5.5 – Recalage d'images (a) petit axe et (b) grand axe par f -information exclusive. Une grille synthétique déformée par $\mathbf{u}^*$ permet de mieux apprécier les déplacements estimés.

fourni les mêmes résultats. Cela peut s'expliquer par le fait que l'amplitude de déformation est dans ce cas relativement faible, et que la grille de marquage introduit de fortes contraintes statistiques qui ôtent toute ambiguïté au problème de recalage.

Concernant les images de ciné-IRM, le recalage a été effectué sur les images de la Figure 5.10, représentant la télédiastole et la téléstole et correspondant donc à une déformation myocardique maximale. Ces paires ont été recalées de manière non rigide dans un cadre multirésolution en utilisant une I_α -information exclusive ($\alpha = 1.2 / 3$ niveaux de résolution). L'influence de la métrique d'information sur les performances de recalage a été étudiée en effectuant le recalage avec l'IM, une information exclusive, et une I_α -information exclusive. Si les résultats sont corrects sur le VG pour les deux critères utilisant la métrique de Kullback, le recalage par IM échoue sur le VD et l'information exclusive sur la pointe de celui-ci. La I_α -information exclusive permet d'obtenir un recalage correct sur les deux ventricules.

Les conclusions sont de portée générale : Lors de l'alignement d'images voisines déformées faiblement, les deux métriques (Kullback et I_α) donnent des résultats similaires. Cependant, la performance d'une I_α -information est meilleure lors du traitement de grandes déformations. Dans ce cas, les métriques de Kullback échouent à recalculer le ventricule droit.

■ **Influence du paramètre α à métrique d'information fixée** Nous avons testé systématiquement, pour une I_α -information, les valeurs de α comprises dans l'intervalle $[0.1 ; 3.0]$. Après test sur l'erreur et inspection visuelle du résultat, nous avons déterminé la valeur de $\alpha = 1.2 \pm 0.1$. D'ailleurs un recalage intégrant une optimisation de α avec $\alpha^{initial}$ aboutit à un α dans cet intervalle.

■ **Conclusion** Les expériences sur des champs de déplacements synthétiques montrent que le recalage non rigide en utilisant des critères d'information généralisés donne des résultats exacts et au moins équivalents à ceux d'un recalage par IM pour des distributions de luminance marginale et

conjointe présentant des degrés de complexité variables. La f -information exclusive permet d'accélérer la convergence. Les métriques d'information $f \neq f_{KL}$, qui permettent une mesure de l'incertitude plus souple que la métrique de Kullback, pourraient se révéler plus efficaces pour le traitement de grandes déformations.

5.4.4 Application aux images cardiaques RM

La méthode a été expérimentée sur différents types d'images⁹ en ciné-IRM et en IRM de marquage, pour des séquences saines et pathologiques, en 2D et en 3D. Le recalage, effectué avec 2 niveaux de résolution, utilise pour métrique une f_α -information exclusive avec α fixé à la valeur constante de 1.2. Le temps d'exécution du traitement de toutes les séquences (petit axe et grand axe) sur un Pentium3 varie entre 30 et 60 minutes selon la longueur des séquences.

Le cas 3D nécessite la construction d'une géométrie 3D des données par intégration de coupes acquises sous des incidences différentes. Cette construction s'appuie sur une relation entre les niveaux de coupe et les grilles de marquage de chaque image : selon une incidence donnée, les images de chaque niveau de coupe correspondent à des lignes de *tags* dans les images acquises selon une incidence perpendiculaire (Figure 5.11). Une fois la correspondance établie, un volume de données est obtenu par interpolation. Celle-ci se ramène à interpoler une zone rectangulaire comprise entre deux coupes sous une incidence donnée, et deux coupes d'incidence perpendiculaire (Figure 5.12). Pour chaque pixel, la valeur interpolée est obtenue par moyenne de chanfrein des valeurs de luminance des pixels voisins, pondérée par un masque.

■ **Séquences saines** Les Figures 5.13 et 5.14 présentent l'évolution des champs de déplacements obtenus sur des séquences petit axe et grand axe respectivement, d'un volontaire sain. Sur la séquence petit axe, les déplacements sont principalement radiaux et localisés sur les parois latérales et inférieures. Le septum subit initialement peu de déplacement. Sa contraction se produit dans l'intervalle [35% ; 42%] du cycle cardiaque alors que les autres parois sont déjà en expansion diastolique. Le mouvement du VD est quasiment perpendiculaire à la paroi du VD en systole, puis devient tangent à celle-ci en diastole.

Sur la séquence grand axe, on observe une contraction principalement longitudinale sur la PLVD, et radiale sur la paroi libre du VG. Dans le septum, les déplacements sont moins importants et sont concentrés dans la partie basale. En protosystole, on observe un déplacement de l'apex vers la base, dans le sens contraire de la contraction globale.

Les Figures 5.16 et 5.15 présentent les champ systoliques et diastoliques d'un volontaire sain, sur trois niveaux de coupe de séquences grand axe et petit axe, respectivement. La comparaison des niveaux petit axe permet de mettre en évidence les sens de rotation opposés à l'apex (sens trigonométrique) et à la base (sens horaire). Concernant les niveaux grand axe, les comportements sont plutôt homogènes, sauf sur le septum, dont le déplacement tend à se devenir longitudinal à mesure que l'on se rapproche du bas du cœur.

La Figure 5.17 présente un champ systolique 3D pour un volontaire sain. Ce champ intègre la composante longitudinale montrant une contraction globale du plan petit axe vers l'apex.

Afin d'estimer la cohérence globale du modèle de recalage, nous avons comparé le champ de déplacement estimé en recalant directement deux images non consécutives, avec le champ cumulé résultant de recalages séquentiels des paires d'images intermédiaires consécutives dans la séquence (Figure 5.18). L'intégration peut être effectuée par la méthode d'Euler ou la méthode de Runge-Kutta (Press et al., 1992). Un modèle de recalage unique (critères de similarité et de régularisation identiques avec des hyperparamètres fixés) a été utilisé. Les cartes d'erreurs en amplitude et en phase, calculées sur la

⁹Les performances de cette méthode ont également été testées pour l'alignement des images de visages sous des conditions d'éclairage arbitraires (*cf.* Annexe F).

région myocardique (Figure 5.18), indiquent que les deux estimées sont similaires. Ce point présente un intérêt clinique. Si toute la séquence est utilisée, le temps d'exécution est trop long pour une telle application. Pour obtenir le champ systolique, le recalage d'une paire d'images suffit et celui-ci est effectué en 30 secondes, ce qui est compatible avec une application clinique.

■ **Séquences pathologiques** La Figure 5.19 présente l'évolution d'un champ de déplacement obtenu sur une séquence pathologique. La patient est atteint d'une ischémie caractérisée par une hypokinésie dans le segment antérieur, qui est détectée par le modèle.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons mis en place un cadre théorique de portée générale pour le recalage non rigide par mesures d'information généralisées. Nous nous sommes intéressés spécifiquement aux f -informations, d'où nous avons dérivé des mesures généralisées normalisées originales, parmi lesquelles les f -informations exclusives. Nous avons ensuite construit un cadre variationnel complet pour leur optimisation sur des espaces de déplacement paramétriques et non paramétriques. Cette approche a été finalement appliquée à l'estimation des déplacements myocardiques dans des séquences d'IRM de marquage. Après une validation objective sur des données de synthèse, de nombreuses expériences effectuées sur des images réelles ont permis d'établir la pertinence et l'efficacité des métriques d'information généralisées dans ce contexte. Dans le chapitre suivant, nous montrons comment les déplacements ainsi estimés peuvent être exploités pour analyser quantitativement les déformations myocardiques.

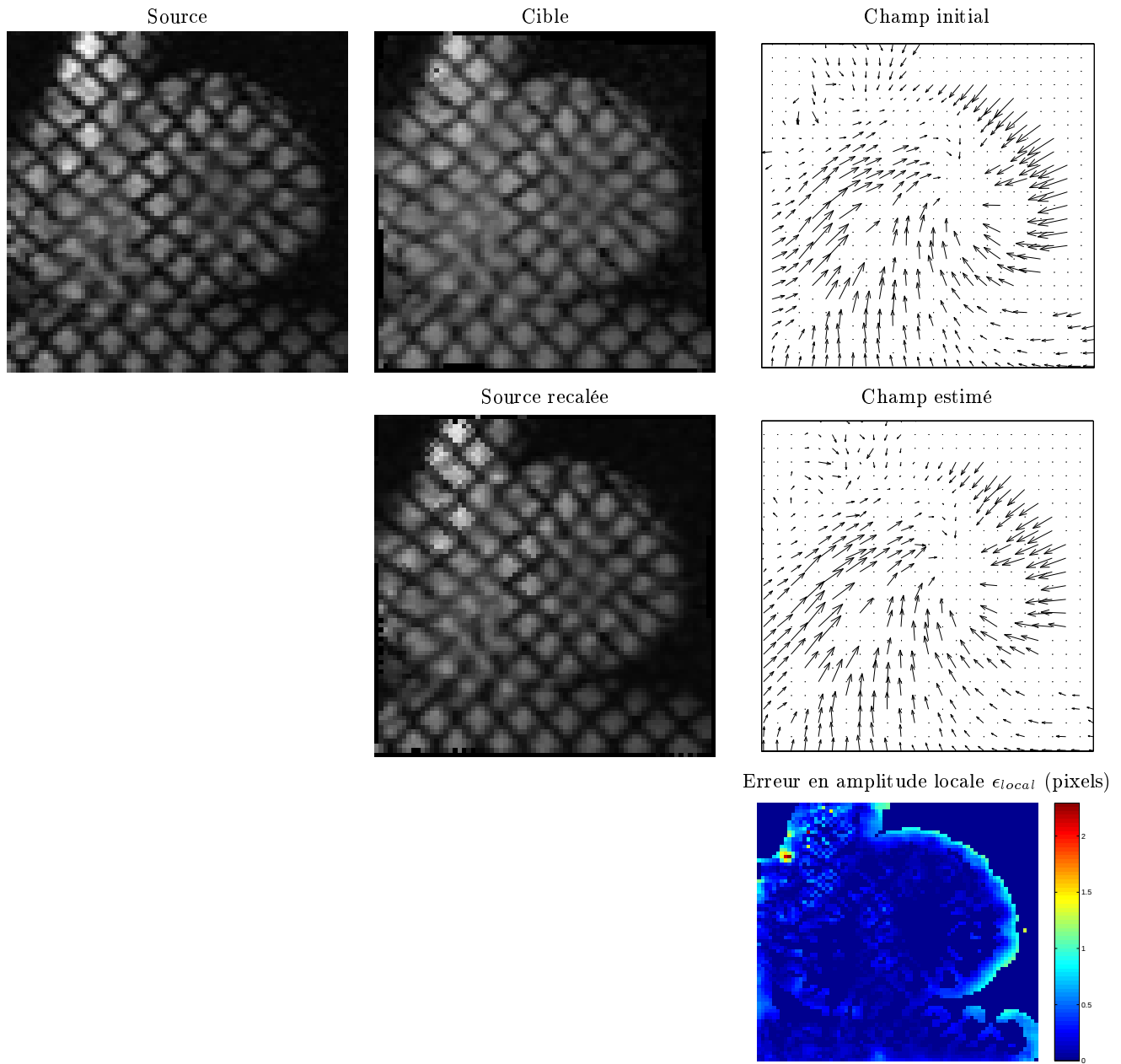


FIG. 5.6 – Recalage par I_α -information exclusive pour une paire d'images SPAMM simulées ($\alpha = 1.2$).

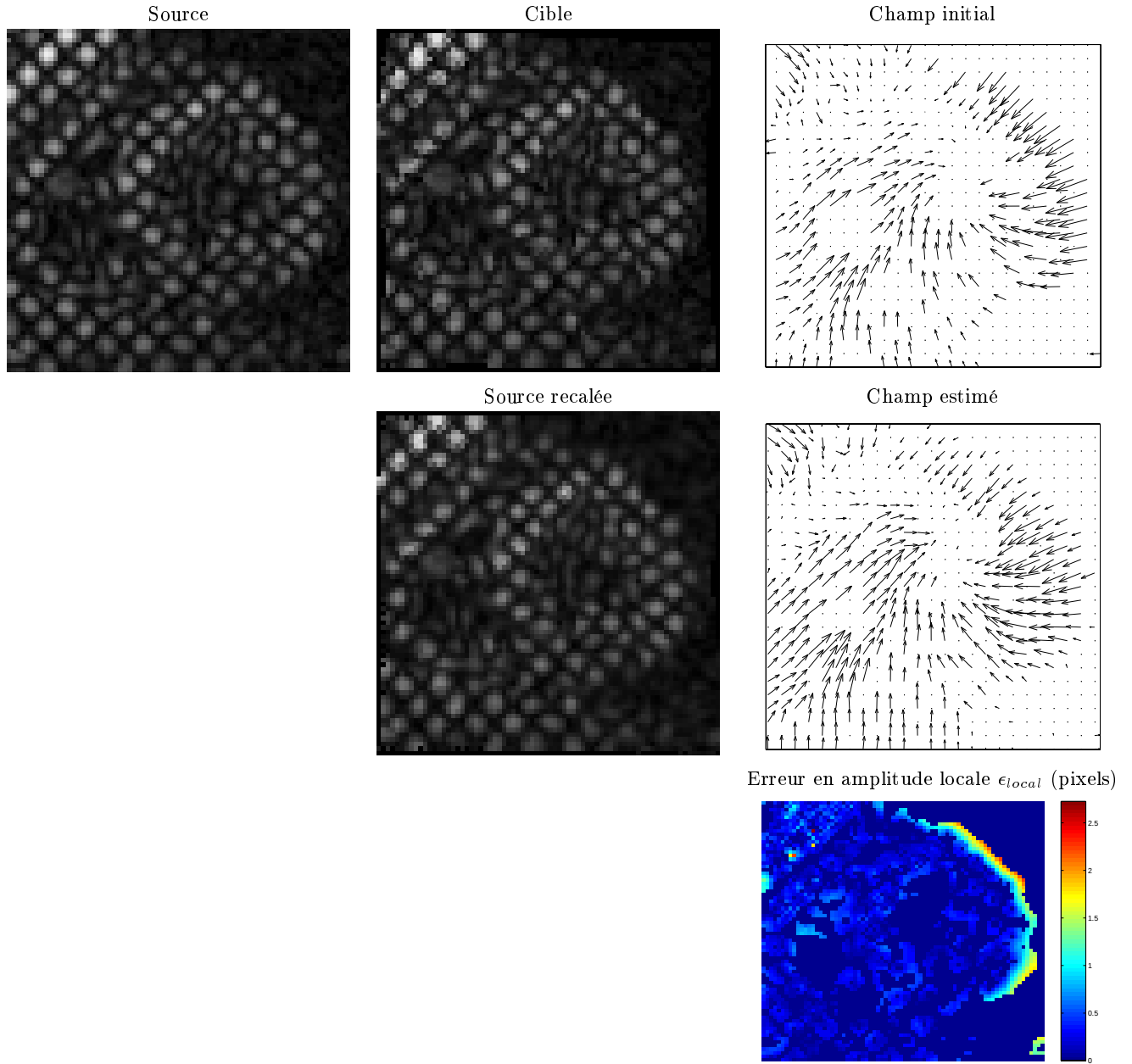


FIG. 5.7 – Recalage par I_α -information exclusive pour une paire d'images CSPAMM simulées ($\alpha = 1.2$).

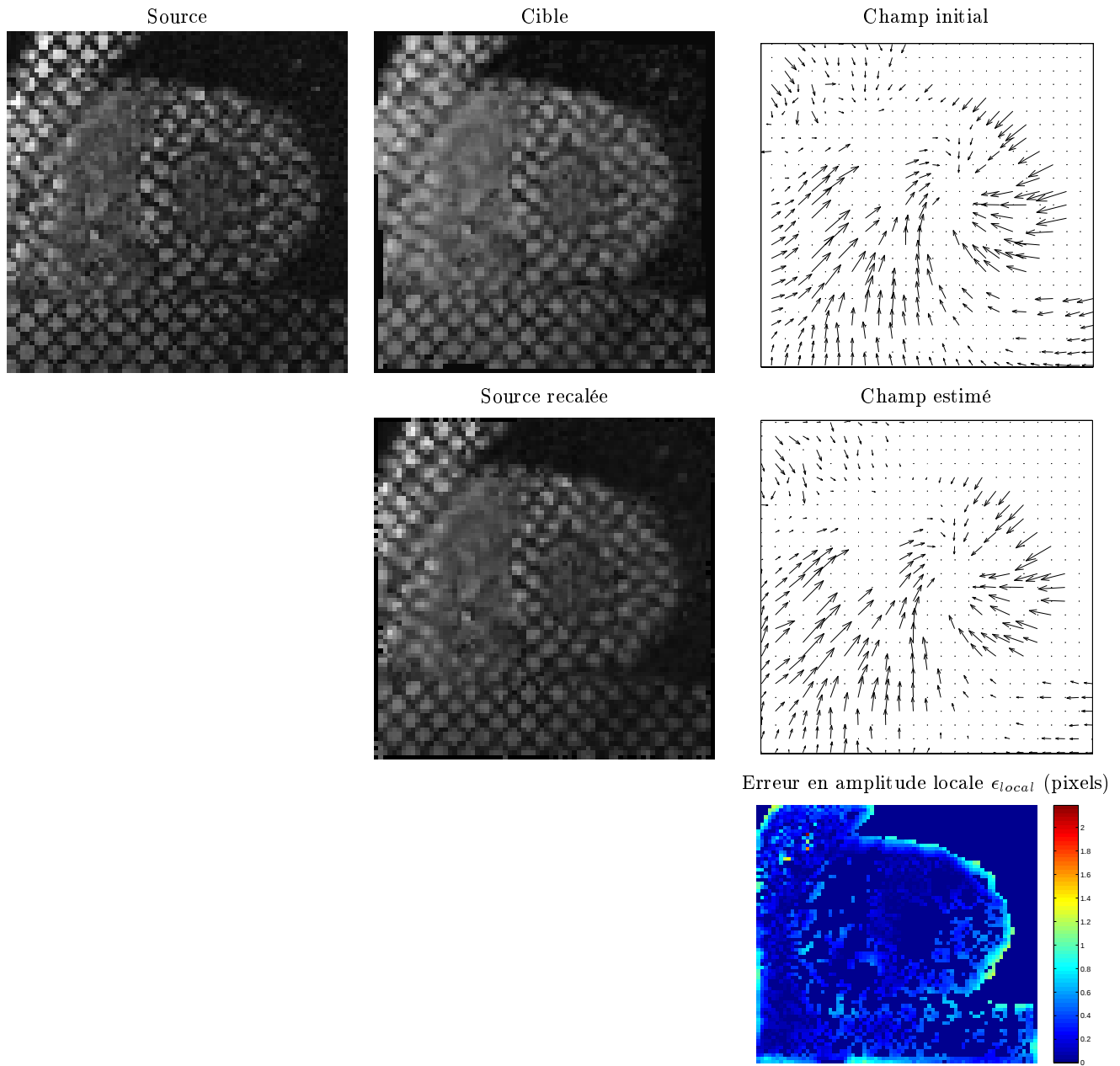


FIG. 5.8 – Recalage par I_α -information exclusive pour une paire d'images DANTE simulées ($\alpha = 1.2$).

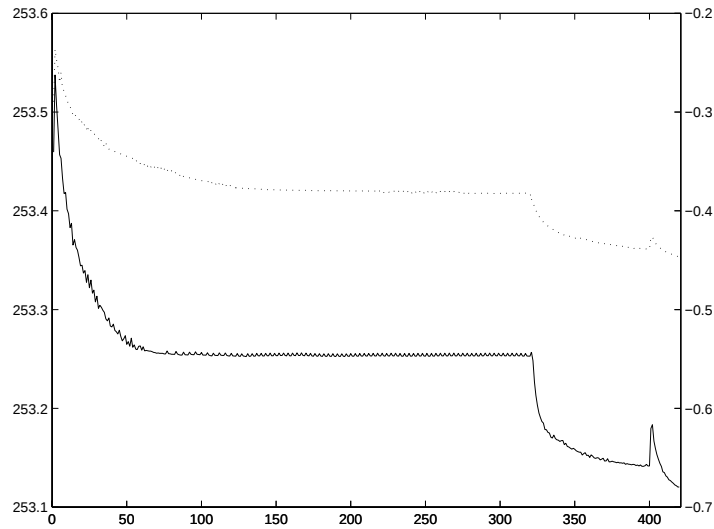
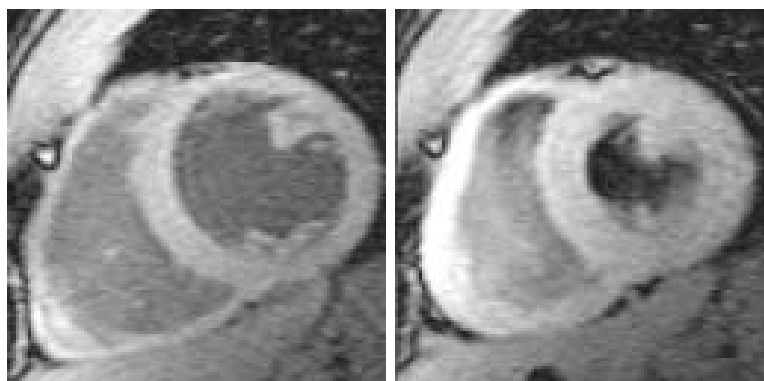
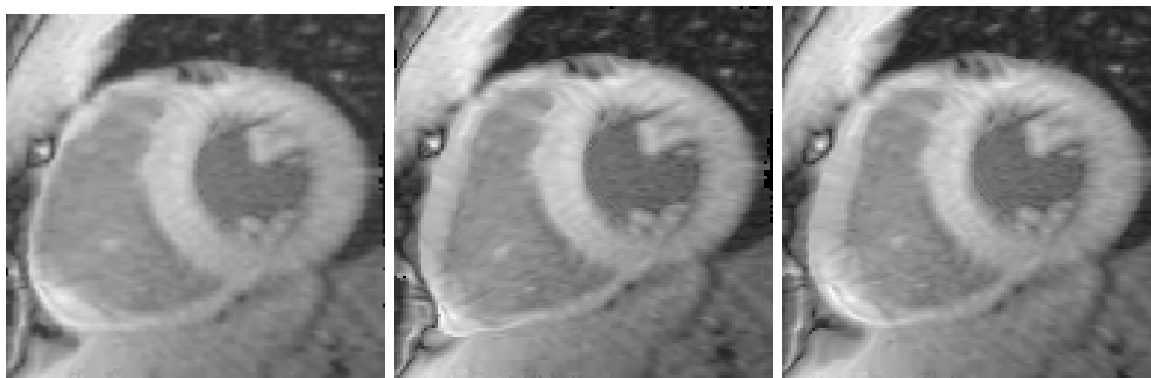


FIG. 5.9 – Evolution de l'opposé du critère de I_α -information (ligne pointillée - échelle de droite) et du critère I_α -information exclusive (ligne pleine - échelle de gauche) ($\alpha = 2.0$) lors du recalage multirésolution (3 niveaux). Pour souligner l'accélération de convergence en utilisant une information exclusive, un nombre fixe d'itérations a été imposé à chaque niveau de résolution. Les sauts observés correspondent au passage à un niveau de résolution supérieure.



(a) Image source (télédiastole)

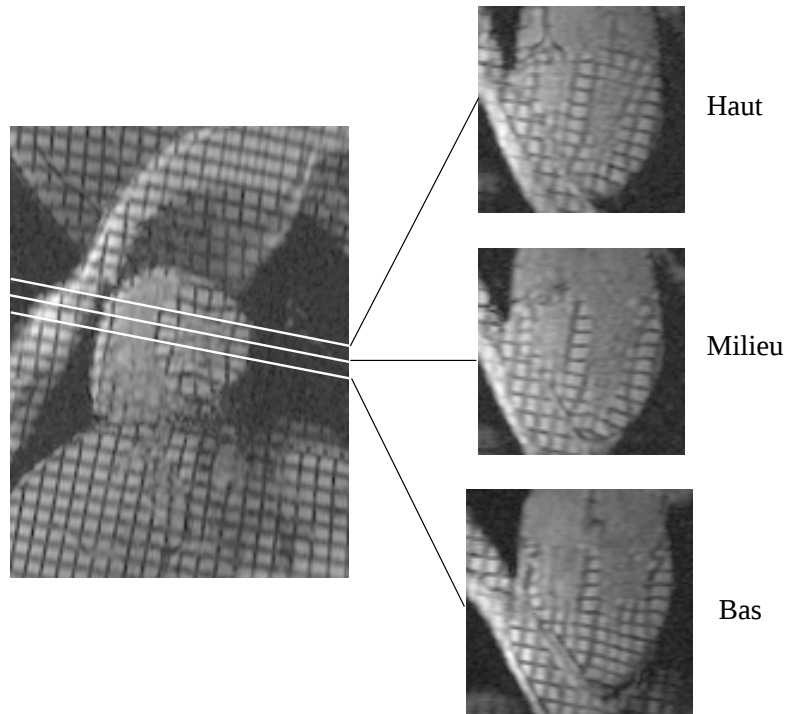
(b) Image cible (télésystole)



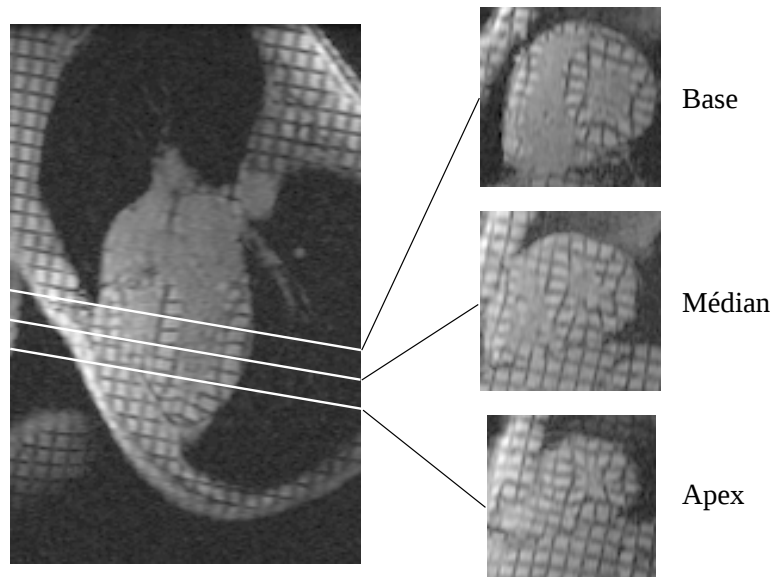
(c) IM.

(d) Information exclusive de
Kullback(e) $I_{1,2}$ -information exclusive

FIG. 5.10 – Influence de la métrique d'information sur le recalage non rigide d'images ciné-IRM à la télédiastole et la télésystole [Source : Medical Imaging Laboratory - John Hopkins University (prospero.bme-mri.jhu.edu/~emcveigh/LabIntro/)].



(a) Coupe petit axe et coupes grand axe correspondant au réseau de marquage.



(b) Coupe grand axe et coupes petit axe correspondant au réseau de marquage.

FIG. 5.11 – Relation entre niveaux de coupe et grille de marquage pour la construction d'une géométrie de données 3D à partir de séries de coupes sous incidence perpendiculaire.

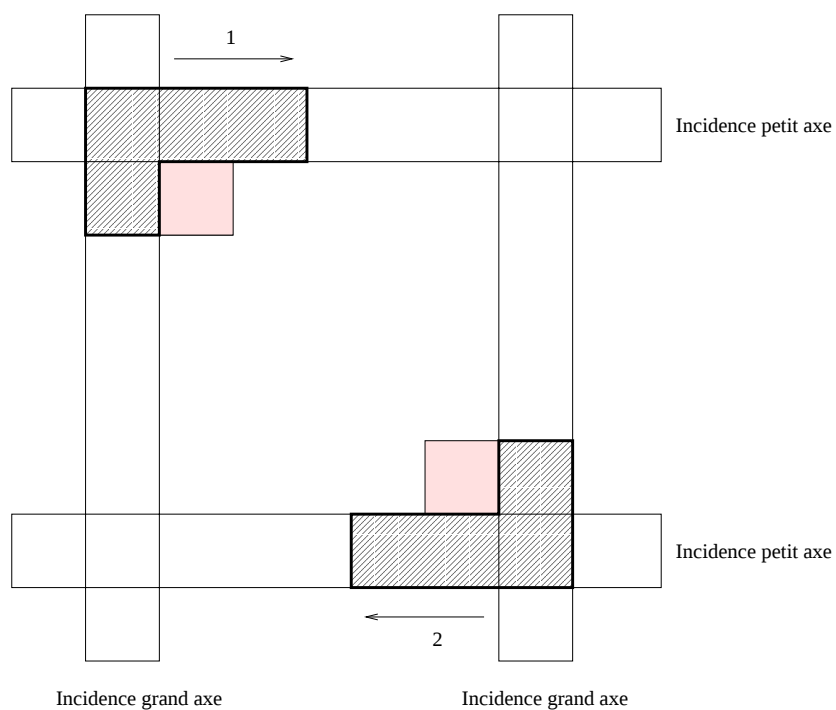


FIG. 5.12 – Interpolation entre deux paires de coupes grand axe et petit axe. Le pixel interpolé (en gris) est obtenu par l'application du masque (zone hachurée) dans le sens 1, puis le sens 2.

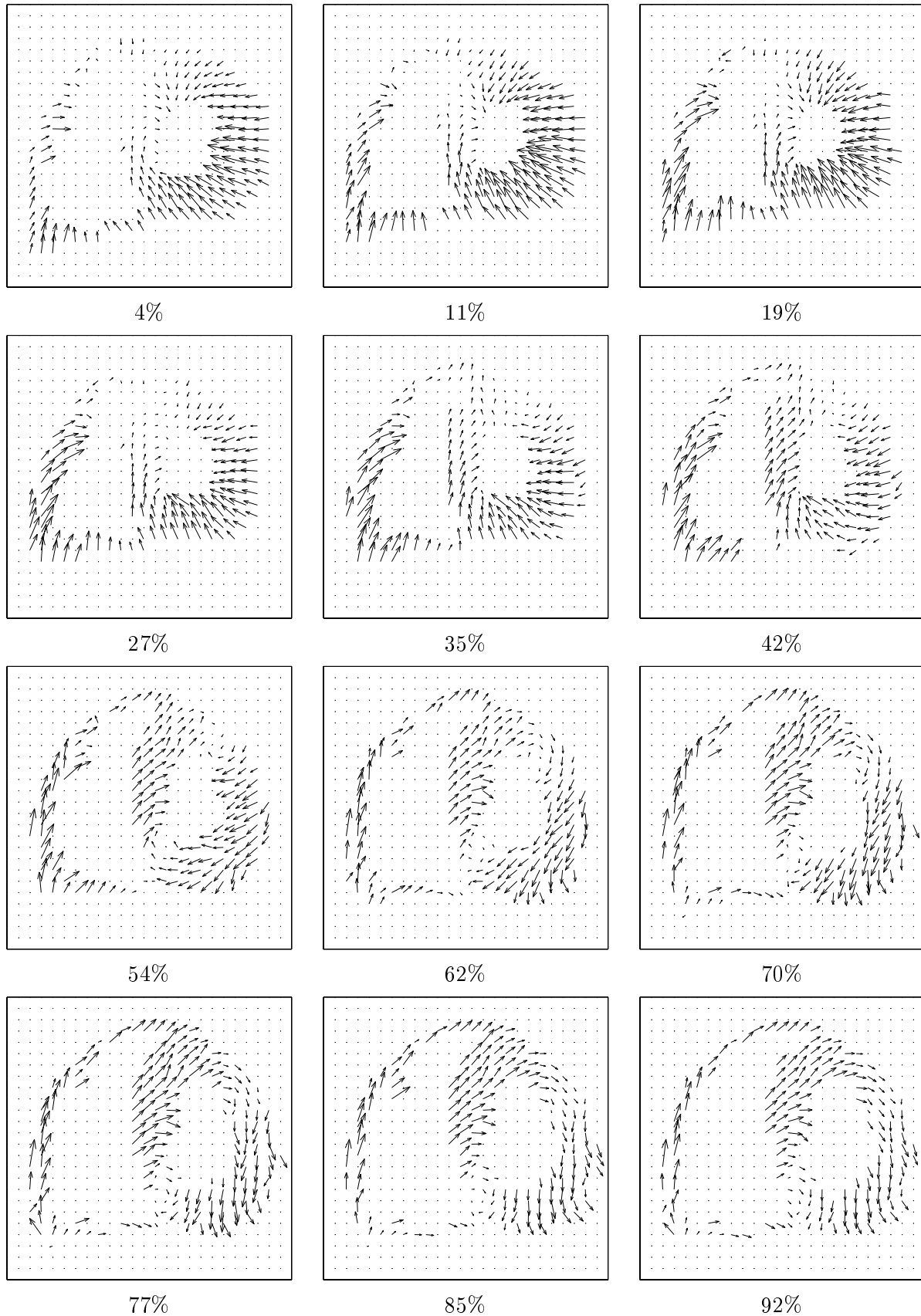


FIG. 5.13 – Evolution du champ de déplacement sur une séquence petit axe pour un volontaire sain. L'échelle temporelle est exprimée en % de la durée totale du cycle cardiaque.

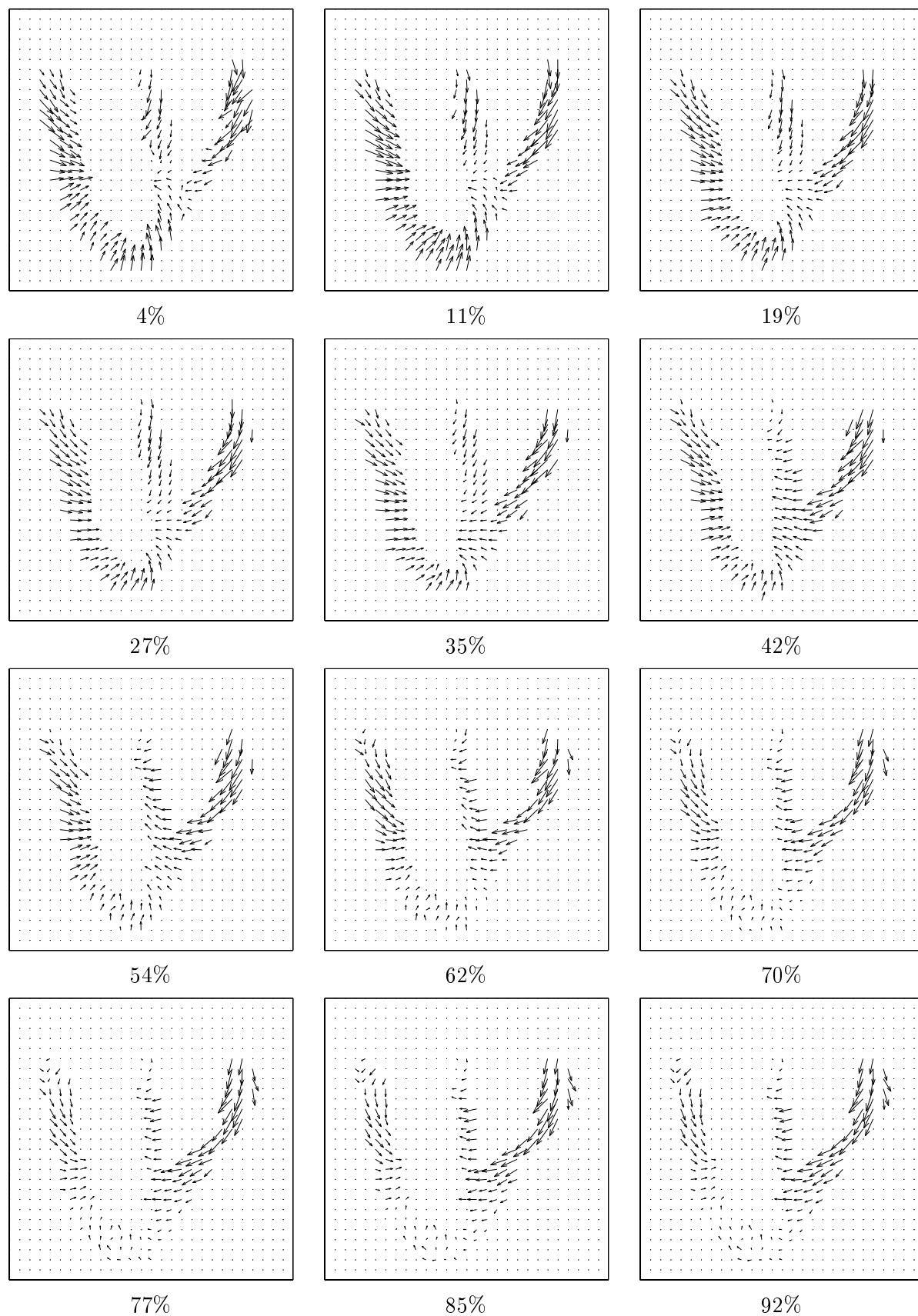


FIG. 5.14 – Evolution du champ de déplacement sur une séquence grand axe pour un volontaire sain. L'échelle temporelle est exprimée en % de la durée totale du cycle cardiaque.

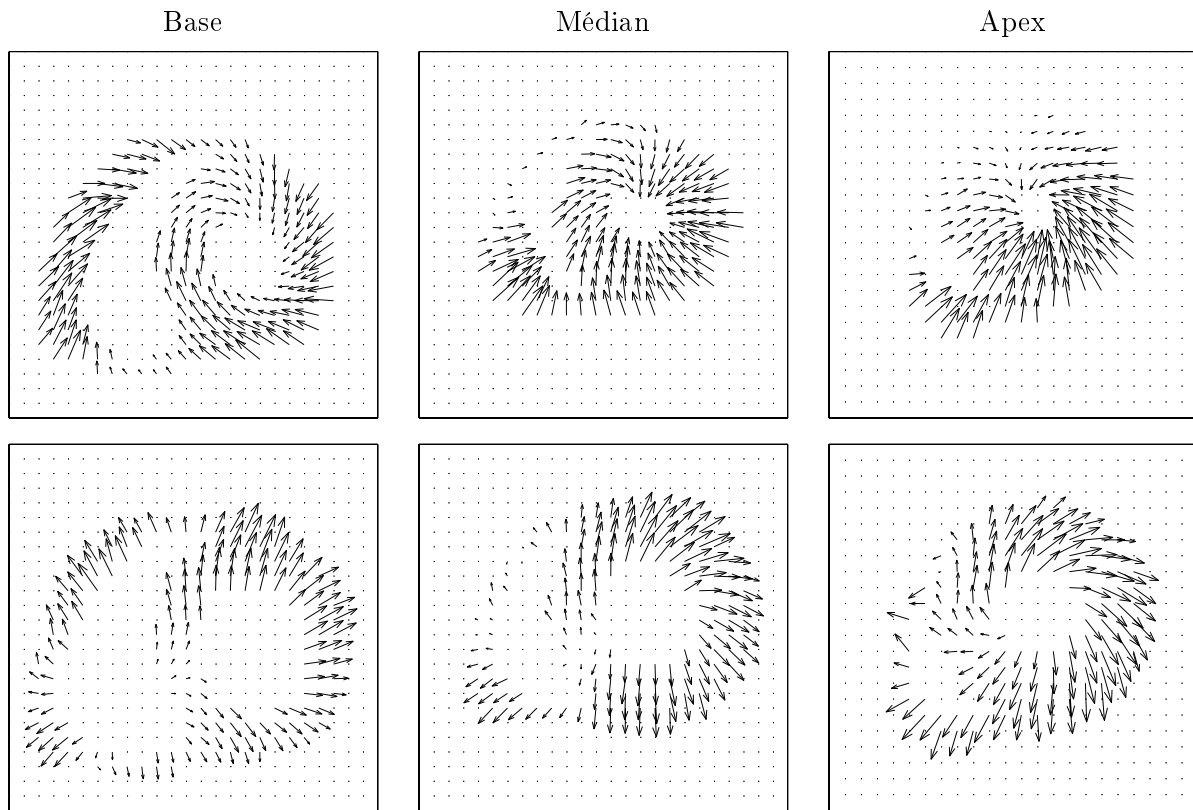


FIG. 5.15 – Champs de déplacement systolique et diastolique sur une séquence petit axe, pour un volontaire sain, en systole (en haut) et en diastole (en bas).

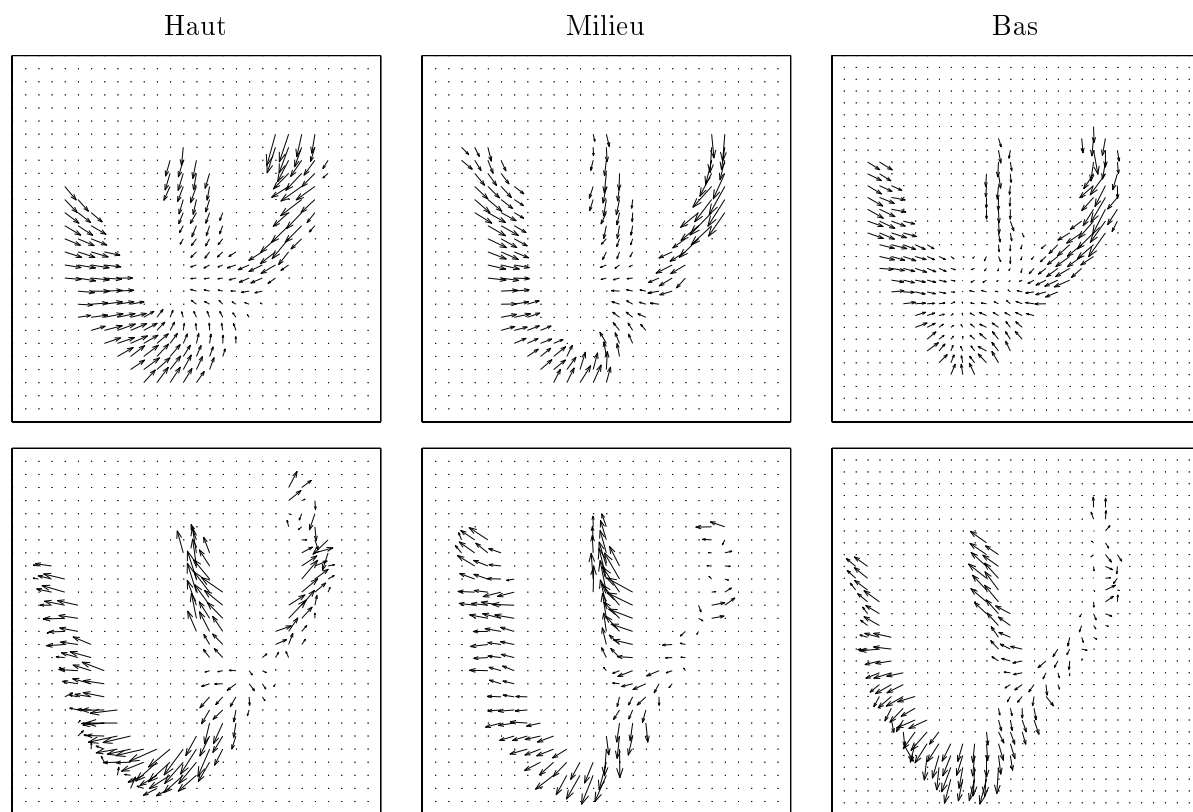


FIG. 5.16 – Champs de déplacement systolique et diastolique sur une séquence grand axe, pour un volontaire sain, en systole (en haut) et en diastole (en bas).

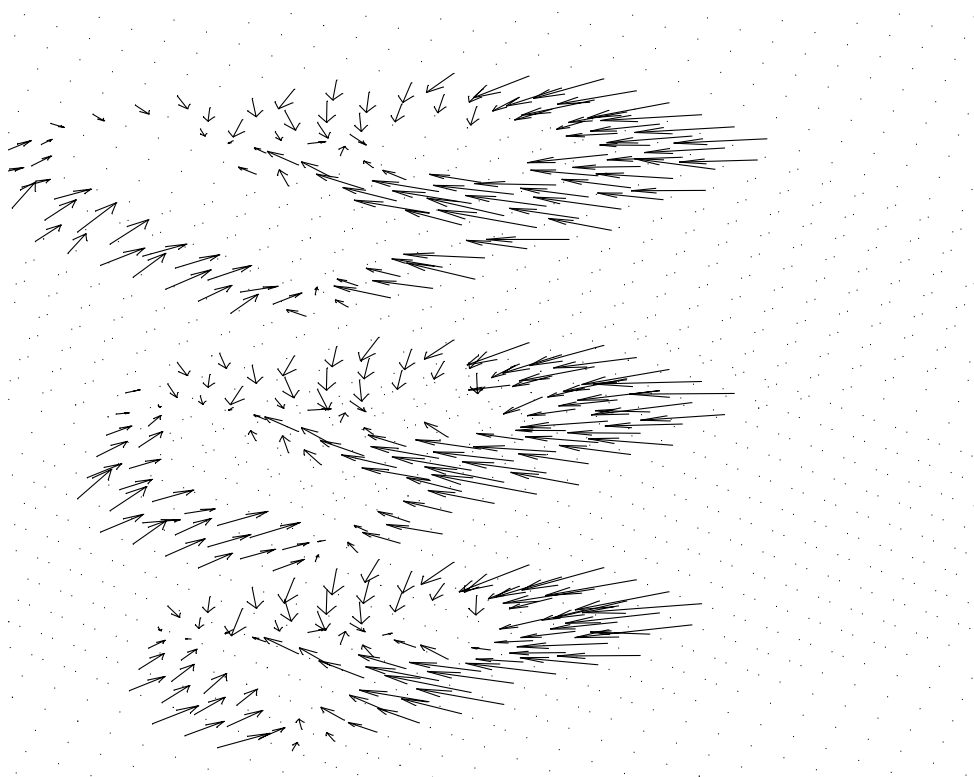
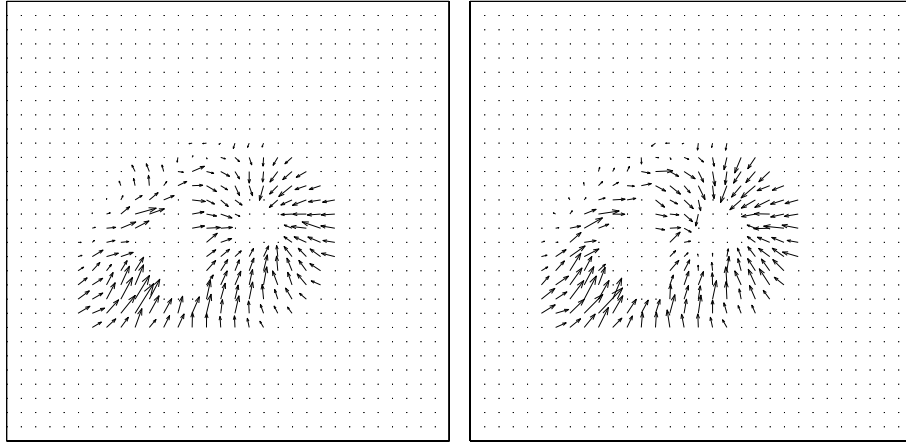
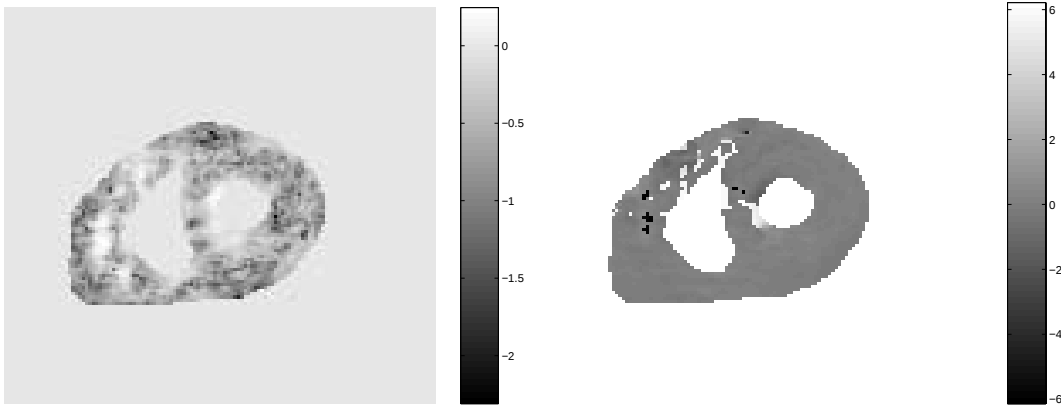


FIG. 5.17 – Champ systolique 3D pour un volontaire sain observé aux niveaux basal / médian / apical.



(a) Champ de déplacement estimé en recalant directement l'image #1 sur l'image #4.

(b) Champ de déplacement cumulé obtenu par recalage de l'image #n sur l'image #(n+1), n=1..3.



(c) Norme L^2 de la différence d'amplitude (échelle log) (variations : (0, 1.7626) - moyenne : 0.063 ± 0.032 (pixels)).

(d) Différence de phase (variations : (0, 6.216) - moyenne : 0.071 ± 0.176 (radians)).

FIG. 5.18 – Cohérence de recalage en utilisant une I_α -information exclusive ($\alpha = 1.2$) pour le recalage non rigide d'images IRM de marquage.

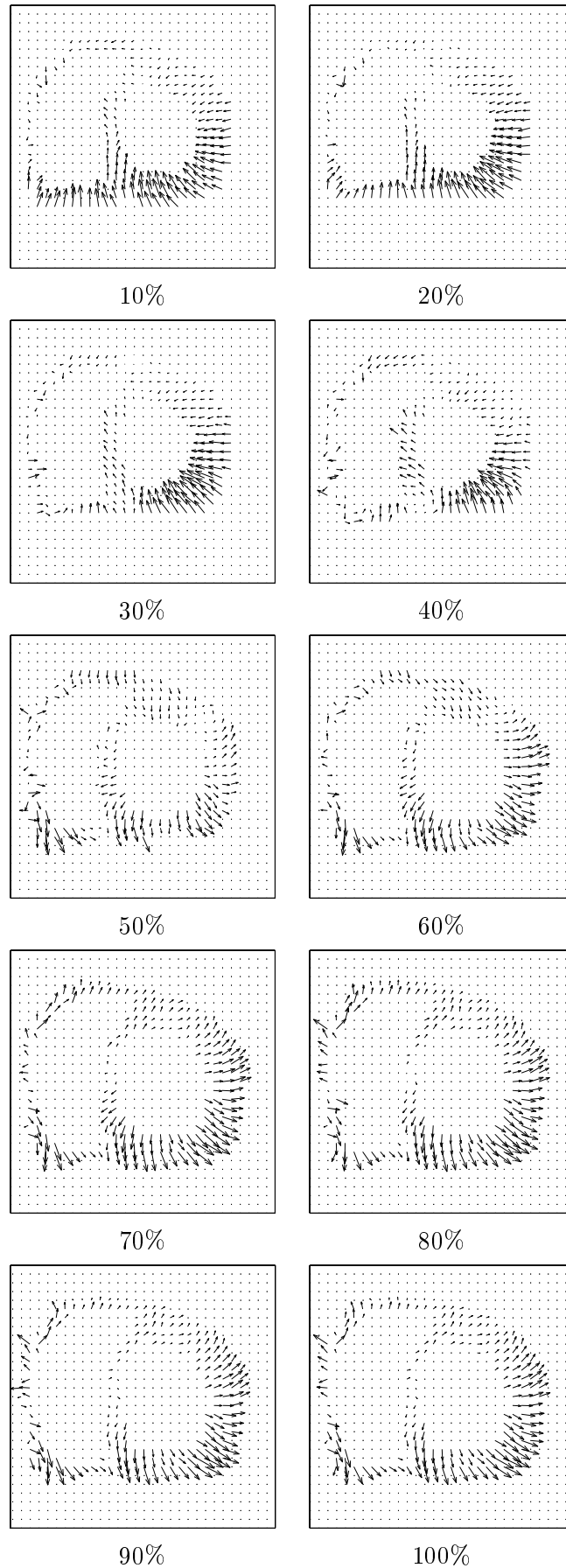


FIG. 5.19 – Evolution du champ de déplacement sur une séquence petit axe pour un patient atteint d'une ischémie. Echelle temporelle en % de la durée totale du cycle cardiaque.

Troisième partie

Quantification et modélisation des déformations myocardiques

Chapitre 6

Quantification des déformations myocardiques

L'estimation d'un champ de déplacement inter-images, cohérent avec la physique du phénomène imagé, ouvre la voie à l'élaboration d'une description quantitative de la déformation du myocarde. Celle-ci repose sur le calcul de paramètres de déformation dans le but :

- d'en caractériser précisément la nature en la décomposant en mouvements élémentaires ;
- d'en mesurer l'écart à des valeurs de référence, et ainsi de différencier un cœur sain d'un cœur pathologique, de caractériser la pathologie et d'obtenir des informations sur les zones atteintes.

Dans ce chapitre, nous définissons tout d'abord les descripteurs de déformation locaux dérivés du champ de déplacement myocardique, le cadre théorique associé étant la mécanique des milieux continus. Les données de quantification obtenues en IRM de marquage sont d'un nouveau type. En particulier, il n'existe pas de valeurs de référence pour le cœur humain sain. A partir d'une synthèse originale de la littérature, nous dégagons ensuite des intervalles de confiance pour divers paramètres de déformation d'intérêt clinique, afin de construire un atlas multi-paramétrique de la fonction myocardique. Enfin, des résultats de quantification sur des cas sains et pathologiques sont présentés et évalués.

6.1 Quantification des déformations myocardiques : outils et méthodes

6.1.1 Systèmes de coordonnées anatomiques

Les déformations du VG sont liées à sa structure fibreuse. Elles se composent d'une contraction radiale accompagnée d'un épaissement pariétal, d'une torsion du myocarde autour de l'axe apex-base, et d'une contraction longitudinale le long de l'axe apex-base (*cf.* Chapitre 1). Ces déformations élémentaires incitent à définir des systèmes de coordonnées adaptés à la géométrie du VG¹ (Figure 6.1), parmi lesquels le repère RCL, formé des directions radiale, circonférentielle et longitudinale, est le plus utilisé. Le repère RFNF, qui utilise la direction des fibres, nécessite de connaître précisément l'orientation de celles-ci. L'IRM de diffusion, qui permet de mesurer cette orientation *in vivo* en systole, n'est pas disponible en routine clinique. Aussi l'orientation locale est-elle inférée à partir de résultats histologiques sur des études de cadavres (Bogaert et Rademakers, 2001), ce qui peut être source d'erreur si les données à analyser ne correspondent pas à la population de référence (MacGowan et al., 1997).

La structure complexe du VD rend difficile l'étude de sa fonction contractile qui demeure à ce jour une question largement ouverte. En particulier, il n'existe pas de système de coordonnées spécifique adapté à la géométrie du VD.

¹Le repère rectangulaire absolu ne se rencontre que dans une seule référence (Park et al., 1996).

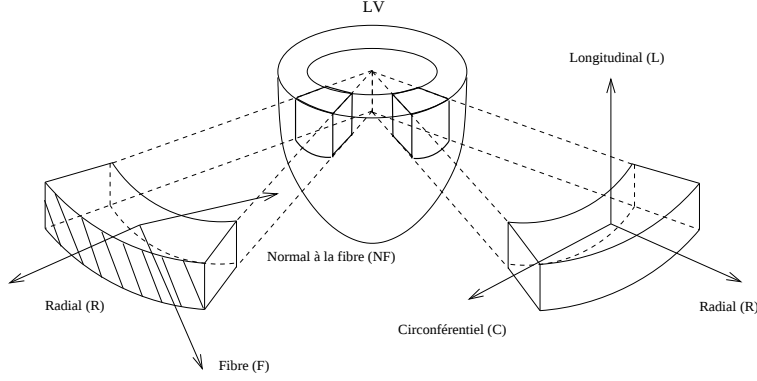


FIG. 6.1 – Les deux systèmes de coordonnées usuels du VG. Le système RCL comprend les directions radiale (R), circonférentielle (C) et longitudinale (L). Le système RFNF associe les directions radiale (R), colinéaire à la fibre (F) et normale à la fibre (NF).

6.1.2 Paramètres de déformation

Les paramètres de déformation se répartissent en paramètres d'ordre 0, déduits directement du champ de déplacement $\mathbf{u}$, et en paramètres d'ordre 1, extraits du tenseur des déformations $\mathbf{E}(\mathbf{u})$ (cf. Annexe C.1) :

$$\mathbf{E}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T + \nabla \mathbf{u}^T \nabla \mathbf{u}) \quad .$$

Les premiers comprennent les déplacements directionnels et la torsion. Les seconds comprennent : les déformations normales (*normal strain*), les cisaillements (*shear strain*), et les valeurs propres et vecteurs propres du tenseur $\mathbf{E}$.

6.1.2.1 Déplacements directionnels et torsion

Le déplacement du myocarde dans une direction particulière $\mathbf{d}$ ($\|\mathbf{d}\| = 1$) est la projection $(\mathbf{d}^t \mathbf{u}) \mathbf{d}$ du déplacement $\mathbf{u}$ sur le vecteur $\mathbf{d}$. Dans le plan du petit axe, les déplacements myocardiques sont estimés dans les directions normale et tangentielle aux frontières du myocarde. Dans le plan du grand axe, on recherche les déplacements longitudinaux, le long de l'axe apex-base, et radiaux, orthogonalement à cet axe. Dans le plan du petit axe, on cherche également à estimer l'angle de rotation locale ou encore la torsion, définie comme la rotation de l'apex relativement à celle de la base.

6.1.2.2 Déformations normales

Les éléments diagonaux du tenseur des déformations $\mathbf{E}$ définissent les *déformations normales* (Figure 6.2). Ils représentent l'étirement (valeurs positives) ou le raccourcissement (valeurs négatives) localement subi par le matériau le long de l'axe de coordonnées considéré. De manière plus générale, une déformation directionnelle le long d'un vecteur unitaire arbitraire $\mathbf{v}$ est définie par $Q_{\mathbf{v}} := \mathbf{v}^t \mathbf{E} \mathbf{v}$. Cette grandeur reflète à la fois la direction de la déformation et l'amplitude des variations spatiales de la distance le long de celle-ci (Figure 6.3).

Trois déformations normales peuvent être calculées pour un champ de déplacement 3D. La mesure de la déformation radiale (resp. circonférentielle/longitudinale) est effectuée soit en calculant le tenseur $\mathbf{E}$ dans le repère de coordonnées RCL, soit en calculant la quantité $Q_{\mathbf{v}}$ en choisissant pour $\mathbf{v}$ le vecteur unitaire dans la direction radiale (resp. circonférentielle/longitudinale).

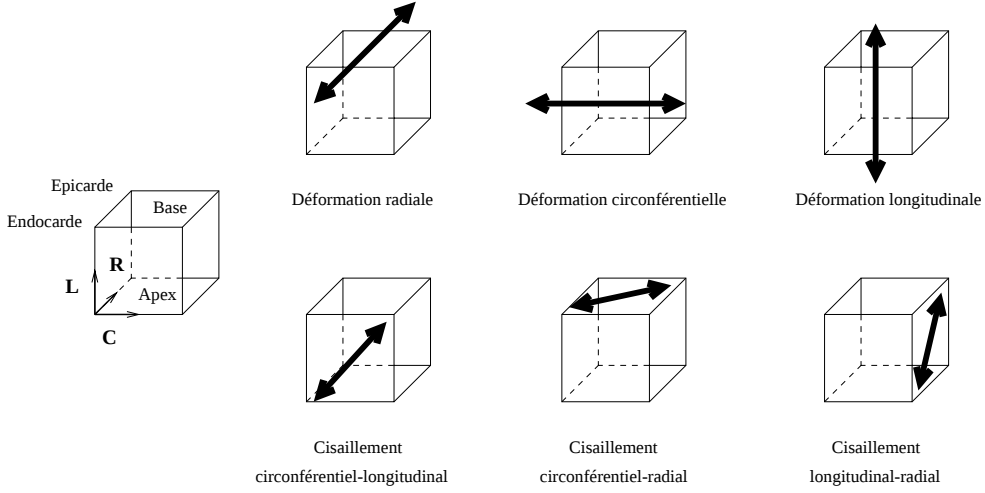


FIG. 6.2 – Déformations normales (*en haut*) et cisaillements (*en bas*). Un élément de volume non-déformé (à *gauche*) subit des déformations élémentaires dont la direction est indiquée par une flèche.

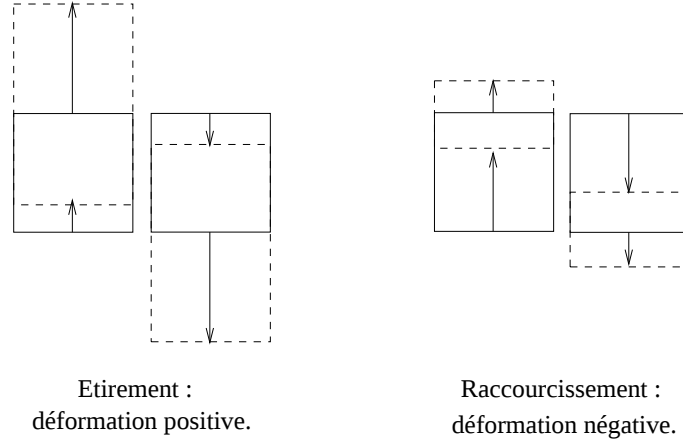


FIG. 6.3 – Dépendance de la déformation normale par rapport à la direction *et* aux variations spatiales. Une déformation dans une direction donnée peut engendrer un étirement ou un raccourcissement.

Un autre paramètre de déformation fréquemment utilisé dans la littérature est l'*élongation* ε , définie par^{2,3} :

$$\varepsilon := \frac{\|\mathbf{dp}_{TS}\| - \|\mathbf{dp}_{TD}\|}{\|\mathbf{dp}_{TD}\|} \quad (6.1)$$

où $\mathbf{dp}_{TS}$ (resp. $\mathbf{dp}_{TD}$) représente la distance en télésystole (resp. télédiastole) entre deux points du myocarde dans la direction $\mathbf{v}$ telle que $\mathbf{dp} = \|\mathbf{dp}\|\mathbf{v}$. Il est intéressant de noter que considérer le carré des distances dans cette définition conduit à une quantité proportionnelle à une déformation dans la direction $\mathbf{v}$ (*cf.* Annexe C.2) :

$$\varepsilon_2 := \frac{\|\mathbf{dp}_{TS}\|^2 - \|\mathbf{dp}_{TD}\|^2}{\|\mathbf{dp}_{TD}\|^2} = 2\mathbf{v}^t \mathbf{E} \mathbf{v} = 2Q_{\mathbf{v}} \quad . \quad (6.2)$$

²On utilise également le paramètre $-\varepsilon$, ce qui permet d'être cohérent avec les définitions des fractions d'éjection et de raccourcissement. Dans ce cas, la convention associant des valeurs positives (resp. négatives) à un étirement (resp. un raccourcissement) est inversée.

³Cette valeur est souvent multipliée par 100 pour obtenir un pourcentage, ce qui sera fait dans toute la suite.

L'élongation est donc parfois calculée selon :

$$\varepsilon = \sqrt{1 + 2Q_{\mathbf{v}}} - 1 \quad (6.3)$$

Dans le cas de petites déformations, une approximation de Taylor à l'ordre 1 dans l'égalité ci-dessus (6.3) permet d'avoir $\varepsilon \approx Q_{\mathbf{v}}$. Cette hypothèse étant toujours faite dans la littérature, nous ne différencierons pas les travaux calculant des déformations directionnelles via le tenseur des déformations $\mathbf{Q}_{\mathbf{v}}$ de ceux mesurant l'élongation ε .

Notons que l'élongation ε a une formulation similaire à celle de la *fraction de raccourcissement*, notée FR et définie par :

$$FR := \frac{D_{TD} - D_{TS}}{D_{TD}}$$

où D_{TD} (resp. D_{TS}) représente le diamètre de la cavité du VG en télédiastole (resp. télésystole). D'autre part, le paramètre ε_2 a une formulation similaire à celle de la *fraction d'éjection*, notée FE et définie par :

$$FE := \frac{V_{TD} - V_{TS}}{V_{TD}}$$

où V_{TD} (resp. V_{TS}) représente le volume de la cavité du VG en télédiastole (resp. télésystole). FE peut également être estimée via la formule de Teicholz (Teicholz et al., 1976) qui utilise une approximation du volume par le carré du diamètre, *i.e.* :

$$FE \approx \frac{D_{TD}^2 - D_{TS}^2}{D_{TD}^2} \quad .$$

L'approximation entre élongation et déformation directionnelle sous hypothèse de faibles déformations implique alors que FE soit le double de FR , ce qui est approximativement vérifié pour des sujets normaux pour lesquels on a $FR = 30 \pm 5\%$ et $FE = 65 \pm 10\%$ (Kevorkian, 2003).

6.1.2.3 Cisaillements

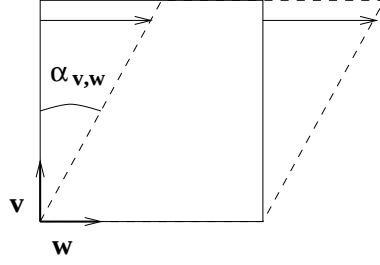
Les éléments anti-diagonaux du tenseur $\mathbf{E}$ sont les *déformations de cisaillement* (Figure 6.2). Ils définissent les variations angulaires localement subies par le matériau entre les deux axes de coordonnées considérés. De manière plus générale, une distortion entre deux vecteurs unitaires $\mathbf{v}$ et $\mathbf{w}$ peut être définie par la quantité $Q_{\mathbf{v},\mathbf{w}} := \mathbf{v}^T \mathbf{E} \mathbf{w}$.

Le tenseur $\mathbf{E}$ étant symétrique, trois cisaillements peuvent être calculés pour un champ de déplacement 3D. La mesure du cisaillement circonférentiel-longitudinal (resp. circonférentiel-radial et longitudinal-radial) est effectuée soit en calculant le tenseur $\mathbf{E}$ dans le repère de coordonnées RCL, soit en calculant la quantité $Q_{\mathbf{v},\mathbf{w}}$ en choisissant pour $\mathbf{v}$ et $\mathbf{w}$ les vecteurs unitaires dans les directions circonférentielle et longitudinale (resp. circonférentielle et radiale, longitudinale et radiale), respectivement.

Comme pour les déformations normales, une autre mesure de cisaillement peut être définie en considérant les distances, notées $\mathbf{dp}_{ED}$ et $\mathbf{dq}_{ED}$ (resp. $\mathbf{dp}_{ES}$ et $\mathbf{dq}_{ES}$), entre deux points en télédiastole (resp. télésystole), positionnés dans les directions $\mathbf{v}$ et $\mathbf{w}$ telles que $\mathbf{dp} = \|\mathbf{dp}\|\mathbf{v}$ et $\mathbf{dq} = \|\mathbf{dq}\|\mathbf{w}$. On montre que (*cf.* Annexe C.3) :

$$\frac{\mathbf{dp}_{ES}^T \mathbf{dq}_{ES} - \mathbf{dp}_{ED}^T \mathbf{dq}_{ED}}{\|\mathbf{dp}_{ED}\| \|\mathbf{dq}_{ED}\|} = 2\mathbf{v}^T \mathbf{E} \mathbf{w} = 2Q_{\mathbf{v},\mathbf{w}} \quad . \quad (6.4)$$

Ainsi, le cisaillement exprime la variation du produit scalaire de $\mathbf{dp}_{ED}$ et $\mathbf{dq}_{ED}$. Il est ensuite possible de calculer l'*angle de cisaillement*, noté $\alpha_{\mathbf{v},\mathbf{w}}$ et défini sur la Figure 6.4. Dans ce cas, $\mathbf{dp}_{ED}$ et $\mathbf{dq}_{ED}$ sont

FIG. 6.4 – Angle de cisaillement entre les directions $\mathbf{v}$ et $\mathbf{w}$.

orthogonaux, ce qui réduit l'égalité (6.4) à :

$$\frac{\mathbf{dp}_{ES}^T \mathbf{dq}_{ES}}{\|\mathbf{dp}_{ED}\| \|\mathbf{dq}_{ED}\|} = 2Q_{\mathbf{v},\mathbf{w}} \quad .$$

On obtient alors :

$$\cos(\pi - \alpha_{\mathbf{v},\mathbf{w}}) = 2Q_{\mathbf{v},\mathbf{w}} \frac{\|\mathbf{dp}_{ES}\| \|\mathbf{dq}_{ES}\|}{\|\mathbf{dp}_{ED}\| \|\mathbf{dq}_{ED}\|}$$

et finalement :

$$\sin \alpha_{\mathbf{v},\mathbf{w}} = \frac{2Q_{\mathbf{v},\mathbf{w}}}{(\varepsilon_p + 1)(\varepsilon_q + 1)}$$

où ε_p (resp. ε_q) représente l'élongation dans la direction $\mathbf{v}$ (resp. $\mathbf{w}$). Dans le cas particulier où $\mathbf{v}$ et $\mathbf{w}$ désignent les axes de coordonnées i et j , l'équation (6.3) devient (Kuijer et al., 2002; Oxenham et al., 2003) :

$$\sin \alpha_{\mathbf{v},\mathbf{w}} = \frac{2E_{ij}}{\sqrt{1 + 2E_{ii}} \sqrt{1 + 2E_{jj}}} \quad .$$

6.1.2.4 Valeurs propres et vecteurs propres du tenseur des déformations

Soient $(E_i)_{1 \leq i \leq d}$ et $(\mathbf{v}_i)_{1 \leq i \leq d}$ les valeurs et vecteurs propres du tenseur $\mathbf{E}$. La valeur propre maximale (resp. minimale) du tenseur $\mathbf{E}$ et le vecteur propre associé représentent l'amplitude et la direction d'étirement (resp. de raccourcissement) maximal. Notons que :

$$Q_{\mathbf{v}_i} = \mathbf{v}_i^T \mathbf{E} \mathbf{v}_i = E_i \quad , \quad i = 1..d$$

et :

$$Q_{\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j} = \mathbf{v}_i^T \mathbf{E} \mathbf{v}_j = E_j \mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_j = 0 \quad \text{si } i \neq j \quad , \quad i, j = 1..d$$

Ainsi, si un segment matériel possède une direction initiale colinéaire à une direction propre du tenseur $\mathbf{E}$, son allongement relatif est la valeur propre de $\mathbf{E}$ associée à cette direction propre. De même, si deux segments matériels sont colinéaires à deux directions propres distinctes de $\mathbf{E}$, ils restent perpendiculaires après déformation.

6.1.3 Visualisation des mesures

Tous les paramètres de déformation précédemment définis peuvent être calculés en chaque point du myocarde à chaque instant du cycle.

Pour chaque paramètre, deux types de valeurs peuvent être considérés : la valeur instantanée ou la valeur totale (*i.e.* cumulée) au cours du cycle. La valeur totale entre deux instants t_0 et t_1

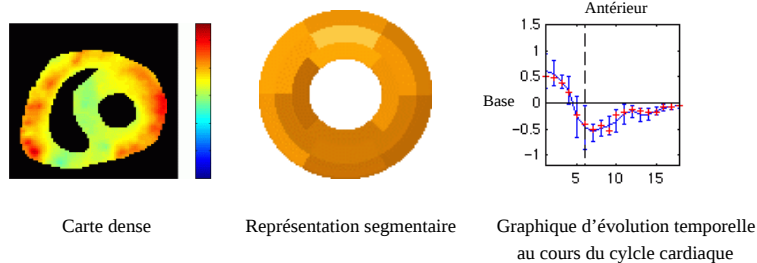


FIG. 6.5 – Modes de représentation des paramètres de déformation : dense, segmentaire et temporelle.

(*e.g.* télédiastole et télésystole) est calculée soit à partir d'un champ de déplacement $\mathbf{u}_{t_0, t_1}^{direct}$ estimé directement entre t_0 et t_1 , soit à partir d'un champ déplacement $\mathbf{u}_{t_0, t_1}^{intgr}$ intégrant les déplacements instantanés $(\mathbf{u}_{t, t+dt})_{t_0 \leq t < t_1}$.

Les paramètres de déformation peuvent être visualisés sous forme de cartes denses à chaque instant du cycle. Ce mode de visualisation requiert de disposer d'une segmentation dynamique du myocarde au cours du cycle cardiaque. A cette fin, nous présentons au paragraphe 6.2.1 une méthode originale par recalage non rigide statistique des images ciné-IRM acquises conjointement aux séquences d'IRM de marquage. Un niveau de résolution de l'ordre du pixel peut toutefois se révéler trop détaillé dans le cadre de la pratique clinique. La représentation segmentaire, obtenue en moyennant les valeurs locales des paramètres de déformation sur des régions anatomiques prédéfinies (segments), fournit au clinicien des informations régionales compactes et concises à chaque instant du cycle cardiaque. Pour chaque segment, l'évolution d'un paramètre au cours du cycle peut enfin être visualisée sous forme de graphe (Figure 6.5). La définition de modèles segmentaires du VG et du VD est abordée au paragraphe 6.2.2.

6.2 Régionalisation des mesures

6.2.1 Segmentation dynamique du myocarde

Le choix d'un stabilisateur géométrique favorisant une régularisation intra-régionale permet de disposer d'estimées de mouvement non biaisées localisées sur le myocarde. Le processus de recalage non rigide inter-image fournit cependant des mesures de mouvement dans les cavités cardiaques et sur les tissus/organes périphériques. Ces mesures, généralement de faibles amplitudes, étant sans intérêt pour la quantification des déformations myocardiques, peuvent être masquées afin d'éviter des calculs inutiles et de clarifier la visualisation.

La présence du motif de marquage rend complexe la segmentation des frontières épicaudiques et endocardiques dans les séquences d'IRM de marquage. En revanche, les frontières du myocarde apparaissent clairement dans les données d'IRM anatomiques. Nous suggérons donc d'extraire une segmentation dynamique du myocarde à partir des séquences de ciné-IRM acquises aux mêmes niveaux et instants du cycle cardiaque que les séquences d'IRM de marquage. A cette fin, nous avons développé une méthode robuste s'inscrivant dans le cadre théorique de recalage non rigide statistique établi au Chapitre 5. Cette méthode comprend trois étapes (Figure 6.6) :

1. Segmentation du myocarde dans la première image de la séquence, correspondant à la télédiastole : nous utilisons pour cela un seuillage suivi d'opérations morphologiques élémentaires (ouverture, fermeture). On obtient ainsi un masque de segmentation $\mathcal{M}$ du myocarde.
2. Extraction d'un champ de déplacement inter-image $(\mathbf{u}_{t, t+1}^*)_{0 \leq t \leq N-1}$ à tout instant du cycle cardiaque par recalage non rigide informationnel. Nous utilisons ici une I_α -information exclusive ($\alpha = 1.2$).

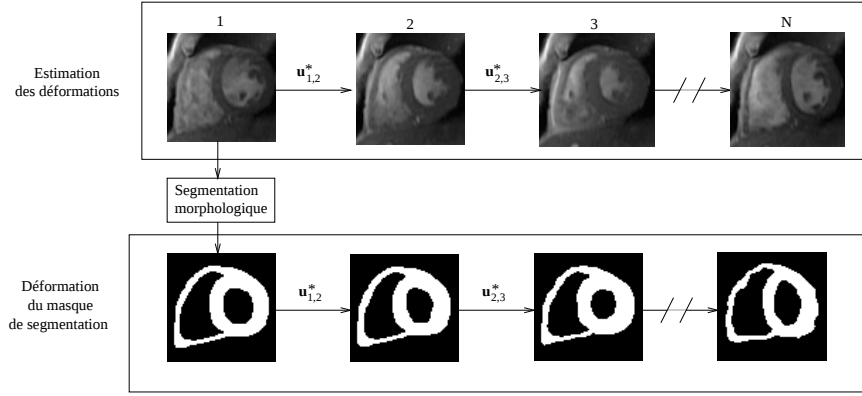


FIG. 6.6 – Construction d'un masque de segmentation dynamique.

3. Génération du masque de segmentation $\mathcal{M}_t$ à tout instant $t > 0$ du cycle par déformation du masque initial par le champ $\mathbf{u}_{0,t}^*$: $\mathcal{M}_t = \mathbf{u}_{0,t}^*(\mathcal{M}_0)$. Ce dernier est obtenu par intégration des déplacements inter-image $\mathbf{u}_{t,t+1}^*$.

6.2.2 Modèle segmentaire du myocarde

Les déformations du myocarde varient selon les régions du VG et du VD, et diffèrent de manière longitudinale (*i.e.* de la base à l'apex), radiale (*i.e.* de l'endocarde à l'épicarde) et circonférentielle (*i.e.* sur les segments septal, antérieur, latéral et inférieur pour le VG). La Société Américaine de Cardiologie (AHA) a défini un modèle de segmentation myocardique prenant en compte ces différences régionales pour toutes les modalités d'imagerie cardiaque. Ce modèle (i) est cohérent avec les observations anatomiques et autopsiques, (ii) est fondé sur les approches existantes de segmentation et de nomenclature myocardiques, (iii) permet un repérage spatial précis via des amers anatomiques quand cela est possible, et (iv) autorise un échantillonnage adéquat du VG ne dépassant pas les limites de résolution des modalités d'imagerie (Cerqueira et al., 2002). Ce modèle spécifie :

- (i) l'orientation et l'épaisseur des plans de coupe ainsi que la nomenclature associée ;
- (ii) la position des segments sur le myocarde et la nomenclature associée ;
- (iii) l'association des segments à des territoires artériels coronaires.

Le point (i) est traité au Chapitre 2. Le point (iii) sort du cadre de cette thèse. Concernant le point (ii), les ventricules sont échantillonnés selon trois plans de coupe perpendiculaires au grand axe du VG (Figure 6.7), divisant le cœur en sections représentant 35%, 35% et 30% de la masse du myocarde, valeurs correspondant aux résultats d'études autopsiques. Le plan basal se situe sous les feuillets de la valve mitrale, le plan médian au niveau des muscles papillaires et le plan apical sous ces muscles avant la fermeture de la cavité.

■ **Modèle segmentaire du VG** Selon le modèle de l'AHA, les sections du VG définies par les plans basal et médian doivent être divisées en six segments de 60° chacun et la section apicale en quatre segments de 90° . Les segments myocardiques sont nommés en fonction de leur position le long du grand axe et dans le plan du petit axe. La jonction des parois du VD est utilisée pour identifier et séparer le septum des parois inférieure et antérieure. La Figure 6.9 illustre les positions et les noms des segments ainsi délimités.

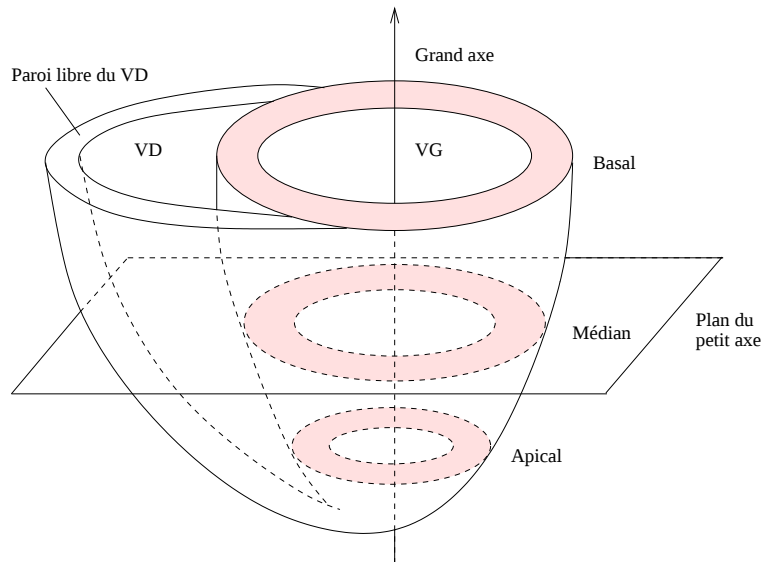


FIG. 6.7 – Le grand axe du cœur et les trois principaux niveaux de coupe petit axe : apical, médian et basal.

Les 16 segments du VG peuvent être visualisés simultanément via un diagramme en œil de bœuf (Figure 6.9). Celui-ci est formé de couronnes concentriques, correspondant chacune à un niveau de coupe, et permet une représentation compacte des paramètres. Ce modèle prévoit également un 17ème segment optionnel, positionné au centre et représentant l'apex.

■ **Modèle segmentaire du VD** Le modèle de l'AHA ne prévoit pas de segmentation standard de la paroi libre du VD (PLVD). En général, dans la direction du grand axe, la segmentation de la PLVD est similaire à celle du VG et inclut les niveaux basal, médian et apical. En coupe petit axe, la PLVD est le plus souvent divisée en trois segments égaux (Naito et al., 1995; Klein et al., 1998). La segmentation proposée dans (Fayad et al., 1998), fondée sur des considérations anatomiques, divise cependant la PLVD en quatre régions : l'infundibulum, le sinus, et les régions médiane et apicale.

6.3 Quantifications des déformations myocardiques : Etat de l'art

Cet état de l'art des méthodes de quantification des déformations myocardiques en IRM de marquage a pour but l'établissement de valeurs de référence relative au cœur sain pour les paramètres de déformation décrits dans la Section 6.1. Il a confronté 20 études médicales (EM), qui s'intéressent aux résultats de quantification et aux aspects matériels de l'expérimentation, et 8 études techniques (ET) qui mettent l'accent sur la phase d'estimation des déformations, publiées entre 1991 et 2003 (Tableau 6.1). Les résultats de ces études sont difficiles à comparer, car ils dépendent non seulement des méthodes d'estimation des déplacements et de calcul des paramètres de déformation, mais aussi de paramètres externes tels que les caractéristiques de la population considérée (âge, sexe, rythme cardiaque...) ou les paramètres d'acquisition en IRM (nombre de coupes, incidence de coupe, résolutions spatiale et temporelle, compensation du mouvement apparent...) et en IRM de marquage (nature du motif de marquage, orientation des *tags*, espacement inter-*tag*...).

Référence	Estimation des dépts.	Population			Paramètres d'acquisition							Différenciation régionale	Type param.				
		Nb	Age	M/F	Patho	FOV	ST	TS	SR	TpR	TR/TE/φ			Tag			
(Clark et al., 1991)	VIDA	10	23 à 34	5/5		240	5	7	0.88	60	RR/20/-	SPAMM	R	C	L	E	
(Rogers et al., 1991)	-	19	56±17	14/5		-	-	-	-	-	RR/30/-	3 lignes SPAMM		C	L	D	
(Kramer et al., 1994)	VIDA	10	27	-	CMH	400	5	7	-	-	RR/20/-	SPAMM	T	C	L	E	
(Dong et al., 1994)	Manuel	6	46±14	5/1	CMH	320	10	-	-	-	-	Radial		C	L	E	
(Young et al., 1994)	SPAMMVU	12	19 à 37	6/6	CMH	240	5	-	-	-	-	SPAMM		C	L	D, S	
(Chai et al., 1997)	Manuel	9	20 à 35	5/6		200	8	-	5.8	-	-/20/-	SPAMM		L	E	E	
(MacGowan et al., 1997)	-	9	-	-	CMD		-	-	-	-	-	Radial	R		S	S	
(Stuber et al., 1999a)	Snakes	11	34±9	-	SA	360	6	-	1.4	35	-/3.4/-	CSPAMM	T		D, V	D, V	
(Garot et al., 2000)	HARP	10	37±10	-	IM	360	8	7	-	-	6.5/2.3/15	SPAMM	d	R	C	L	
(Moore et al., 2000)	FindTags	31	37±11	16/15		360	-	6	-	32.5	6.5/2.1/12	SPAMM	T	R	C	L	
(Nagel et al., 2000)	-	12	29±6	8/4	SA	-	6/8	8	1.4	35	3200/54/-	CSPAMM	T		L	D	
(Bogaert et al., 2000)	-	30	59±7	20/11	IM	-	8	-	-	-	14/8/-	Radial	R	C	L	E	
(Bogaert et Rademakers, 2001)	-	87	44±15	56/31		-	-	-	-	-	-	Radial	R	C	L	E	
(Götte et al., 2001)	SPAMMVU	13	53±7	13/0	IM	220	6	7	-	40	RR/20/-	SPAMM		C	L	E	
(Ennis et al., 2001)	FindTags	3	59±5	-	CMH	-	-	-	-	-	-	CSPAMM	T	C	S	S	
(Dornier et al., 2002)	HARP	20	29±7	-	IM	-	8	7	-	-	7.6/6.2/15	Philips		C	S	S	
(Kuijter et al., 2002)	SPAMMVU	10	46±11	10/0		250	6	7	-	30	10/3.8/15	SPAMM	T	C	L	S	
(Oxenham et al., 2003)	Snakes	31	22/68	-		-	7	-	1	35	-	SPAMM	T		D, S	D, S	
(Park et al., 1996)	Modèle déf.	-	-	-	CMH	-	-	-	-	-	-	SPAMM	d	T	R	L	D
(Declerck et al., 1998)	Paramétriq.	1	-	1/0	IM	320	-	-	-	40	3.6/1.5/12	SPAMM		C	L	D, S	
(Osman et Prince, 2000a)	HARP	1	-	1/0		-	-	-	1.25	32.5	-	SPAMM	d	T		E	E
(Clarysse et al., 2000)	FindTags	1	-	1/0	IM	-	-	-	-	-	10/4/15	DANTE	T	R		S	S
(Allouche et al., 2001a)	Paramétriq.	15	-	14/1		-	8	-	1.17	35	-	CSPAMM	T	R	L	D	D
Segmentation																	
(Naïto et al., 1995)	Manuel	9	32±4	9/0		350	10	12/25	-	-	RR/8/30	2 lignes			3S		
(Young et al., 1996)	SPAMMVU	1	-	-	HVD	400	6	7	-	-	8.3/2.5/-	SPAMM			-		
(Fayad et al., 1998)	SPAMMVU	10	28	5/5	HPC	220	6	-	-	-	8/2.6/15	SPAMM			A		
(Klein et al., 1998)	Manuel	16	25±1	11/5		350	7	7/8	-	-	50/-/-	grid			3S		
(Haber et al., 1998)	SPAMMVU	2	-	-	HVD	260	6	8	-	-	7/2.6/-	SPAMM			-		

TAB. 6.1 – Travaux relatifs à la mesure des déformations du VG (*en haut*) et du VD (*en bas*) à partir d'images d'IRM de marquage. Dans chaque tableau, les études médicales (EM) sont en partie supérieure et les études techniques (ET) en partie inférieure.

Population : Nb désigne le nombre de volontaires sains. L'âge moyen est donné $\pm$ l'écart-type. M/F désigne le nombre d'hommes/femmes.

Pathologies : CMH=Cardiomyopathie hypertrophique, IM=Infarctus/ischémie myocardique, CMD=Cardiomyopathie dilatée, SA=Sténose aortique, HVD=Hypertrophie du VD, HPC=Hypertension pulmonaire chronique.

Paramètres d'acquisition : FOV=Field of view (mm), ST=Epaisseur de coupe (mm), TS=Espace inter-tag (mm), SR=Résolution spatiale (mm), TpR=Résolution temporelle (ms), TR/TE/ ϕ =Temps de répétition (ms)/Temps d'écho (ms)/Angle de basculement (degrés).

Différenciation régionale : d=dense, R=Radiale, C=Circconférentielle, L=Longitudinale, T=Temporelle.

Type de paramètre : V=Vitesse, D=Déplacement, E=Elongation, S=Déformation.

Type de segmentation du VD : 3S=Trois segments, A=Anatomique.

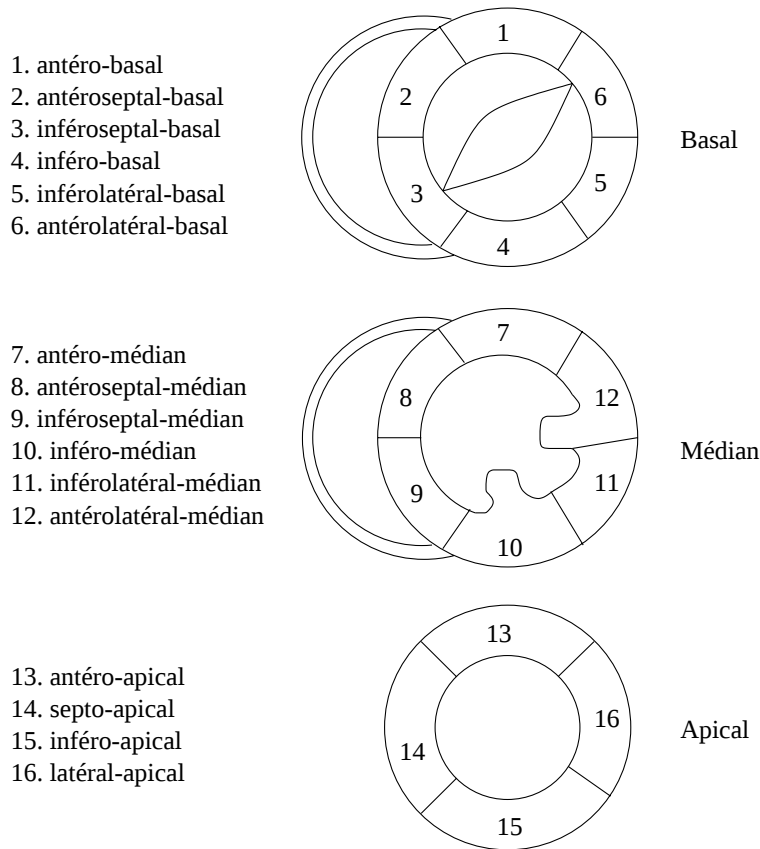


FIG. 6.8 – Les trois niveaux de coupe petit axe et le modèle 16 segments du VG préconisé par l’AHA.

6.3.1 Population et matériel

La plupart des études visent à caractériser une pathologie (infarctus, CMH, CMD, sténose aortique) et utilisent un groupe de contrôle composé de volontaires sains à des fins comparatives. Notre attention a porté sur la caractérisation du cœur sain et nous avons donc retenu le nombre de volontaires sains par étude. Alors que les résultats des ET sont souvent établis pour une seule personne, les EM s’appuient sur une population plus importante (moyenne $\pm$ SD⁴ : 18 ± 20 personnes). L’âge moyen de la population est un paramètre significatif et discriminant (renseigné par 18/20 EM *vs* 2/8 ET). Certaines études ont utilisé un groupe de contrôle ayant le même âge moyen que le groupe pathologique afin d’éliminer les différences dues à l’âge. Le sexe et le rythme cardiaque sont également pertinents.

Parmi les protocoles d’acquisition et de marquage en IRM, les séquences Echo de Gradient et SPAMM sont les plus utilisées. Le motif de marquage peut être linéaire, rectangulaire ou radial, ce dernier étant plus rarement utilisé (3/20 EM et 0/8 ET ont utilisé ce motif). Les images d’IRM de marquage sont acquises dans le plan petit axe et/ou dans le plan grand axe horizontal. Concernant les paramètres d’acquisition, les EM fournissent plus d’informations que les ET, parmi lesquelles l’épaisseur de coupe semble être la plus significative.

6.3.2 Méthodes

■ **Estimation des déplacements** Les méthodes d’estimation des déplacements pour les ET ont été présentées dans le Chapitre 3. Les EM utilisent en général différents logiciels disponibles, tels

⁴Pour alléger le texte, l’écart-type est noté SD dans la suite.

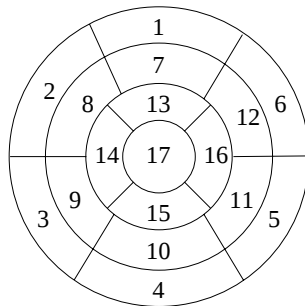


FIG. 6.9 – La représentation en œil de bœuf du modèle 16 segments du VG préconisé par l'AHA. Le 17ème segment, associé à l'apex, est facultatif.

FindTags (Guttman et al., 1994), SPAMMVU (Axel et al., 1992) ou HARP (Osman et Prince, 2000a). Les EM ont souvent recours à la supervision manuelle pour segmenter l'épicaarde et l'endocarde, et pour désigner les intersections des *tags* ou entre *tags* et frontières des ventricules. Ces opérations sont souvent effectuées par deux opérateurs indépendants.

■ **Quantification** Dans les ET, les déformations sont calculées via le tenseur des déformations dans le repère de coordonnées RCL (Young et al., 1994; Declerck et al., 1998; Clarysse et al., 2000) ou via la quantité Q_v (Wang et al., 2001). Dans les EM, le calcul de la déformation via l'élongation est très fréquent (Kramer et al., 1994; Dong et al., 1994; Chai et al., 1997; Garot et al., 2000; Bogaert et Rademakers, 2001; Naito et al., 1995; Fayad et al., 1998; Klein et al., 1998).

■ **Segmentation** L'utilisation du modèle segmentaire est privilégié : seules 2/20 EM et 2/8 ET ont utilisé la représentation dense, mode de visualisation dont l'intérêt reste à confirmer et encore peu familier aux cliniciens. Publiées en 2002, les recommandations de l'AHA n'ont pas été intégrées par la plupart des études. En particulier, les définitions des niveaux de coupe ne sont pas homogènes. Par ailleurs, la différenciation régionale varie d'une étude à l'autre (Tableau 6.1).

■ **Analyse dynamique des paramètres** Les ET, centrées sur l'estimation des déplacements, permettent toujours d'accéder aux déplacements inter-images et donc à une analyse dynamique des paramètres. Dans les EM, les déplacements sont principalement estimés entre la télédiastole et la télésystole, et les paramètres calculés se limitent donc à la systole. Toutes les ET, contre seulement 3/20 EM, ont présenté une évolution temporelle des paramètres (Tableau 6.1). Cette évolution temporelle est limitée à l'évolution des valeurs cumulées (et non pas instantanées) des paramètres de déformations.

■ **Analyse statistique des données** Pour comparer les distributions des mesures entre régions myocardiques ou entre deux groupes de population, le test t de Student, le test U de Mann-Whitney et les outils d'analyse de la variance ANOVA et ANCOVA sont utilisés habituellement.

6.3.3 Contraction radiale du VG

Les valeurs du déplacement radial (en mm) sont listées dans le Tableau 6.2 pour les articles (Young et al., 1994) et (Moore et al., 2000)⁵. Toutes les études confirment que, durant la systole, le myocarde se contracte radialement vers l'intérieur de la cavité. Cependant, une description plus précise de cette contraction peut déboucher sur des conclusions contradictoires.

Concernant le comportement circonférentiel, la contraction radiale est maximale dans les segments antérieur/latéral pour (Declerck et al., 1998; Young et al., 1994; Bogaert et Rademakers, 2001) et

⁵Dans ces études, les valeurs moyennées sont accompagnées de l'écart-type. Ici, seules les moyennes ont été reportées pour alléger le texte ; les valeurs importantes de l'écart-type sont mentionnées dans le texte.

		Septum	Antérieur	Latéral	Inférieur	Moyenne $\pm$ SD
Base	(Young et al., 1994)	5.8	6.5	5.5	5.8	5.4 $\pm$ 1.0
	(Moore et al., 2000)	3.2	5.8	6.0	4.9	
Médian	(Young et al., 1994)	6.1	6.3	5.8	5.7	5.1 $\pm$ 1.2
	(Moore et al., 2000)	3.0	3.7	5.2	5.2	
Apex	(Young et al., 1994)	4.8	4.4	4.8	4.6	4.4 $\pm$ 1.0
	(Moore et al., 2000)	3.9	2.4	4.2	6.3	
Moyenne $\pm$ SD		4.5 $\pm$ 1.3	4.8 $\pm$ 1.6	5.2 $\pm$ 0.7	5.4 $\pm$ 0.6	

TAB. 6.2 – Déplacement radial maximal (en mm) mentionné dans les articles (Young et al., 1994) (n=12) et (Moore et al., 2000) (n=31). Une valeur positive indique un déplacement vers l'intérieur du myocarde.

inférieur/latéral pour (Moore et al., 2000). Concernant le comportement longitudinal, la contraction semble plus importante à la base qu'à l'apex (Young et al., 1994), sans que cela soit évident pour (Moore et al., 2000) ou (Allouche et al., 2001a). Enfin, le seul travail ayant étudié les variations transmuraux de la contraction radiale a conclu que la contraction endocardique est supérieure à la contraction épicaudique (Allouche et al., 2001a).

Les écart-types des valeurs données dans (Moore et al., 2000) sont élevés ($SD_{moyen}=1.6$ mm); en effet, la résolution en terme de *tags* dans la direction radiale est inférieure à celle des autres directions pour les images de cette étude : seuls 2 ou 3 *tags* sont présents dans l'épaisseur du myocarde. Dans (Young et al., 1994), l'écart-type est réduit ($SD_{moyen}=0.9$ mm). La résolution des *tags* semble meilleure, sans qu'il soit possible de la quantifier, l'espacement inter-*tag* n'étant pas spécifié.

Il est difficile de tirer des conclusions concernant la contraction radiale dans ces conditions. Finalement, la contraction radiale est globalement homogène (déplacement moyen de 5 ± 1 mm) quoique légèrement réduite sur le septum et à l'apex.

Les analyses dynamiques révèlent que la contraction radiale augmente de manière monotone mais hétérogène selon le segment et le niveau de coupe. Un comportement spécifique a été souligné pour septum : celui-ci reste déplacé pendant le début de la diastole, alors que les autres segments ont commencé leur dilatation (Allouche et al., 2001a; Declerck et al., 1998). Ce mouvement paradoxal du septum pourrait être causé par le VD (Allouche et al., 2001a).

6.3.4 Rotation du VG

Toutes les études convergent sur le fait que le myocarde subit un mouvement de torsion, induit par une rotation dans le sens horaire à la base et une rotation dans le sens trigonométrique à l'apex, vues depuis l'apex (Park et al., 1996; Allouche et al., 2001b; Allouche et al., 2001a; Stuber et al., 1999a; Moore et al., 2000; Declerck et al., 1998). L'examen du Tableau 6.3 fait apparaître que l'amplitude de la rotation est (i) plus grande à l'apex ($10^\circ\pm 2.3^\circ$) qu'à la base ($4.4^\circ\pm 0.4^\circ$), et (ii) plus grande à l'endocarde qu'à l'épicarde (Park et al., 1996; Garot et al., 2000; Allouche et al., 2001a; Moore et al., 2000). La forte variabilité des valeurs à l'apex comparée à celle observées à la base peut provenir de la définition du niveau de coupe apical.

Les analyses dynamiques révèlent que la rotation à la base est amorcée initialement dans le sens trigonométrique, puis s'inverse en milieu de systole⁶ (Young et al., 1994; Park et al., 1996; Moore et al., 2000). L'instant d'inversion du sens de rotation pourrait être altéré par certaines pathologies. Par ailleurs, la base et l'apex n'atteignent pas leur amplitude de rotation maximale respective simul-

⁶L'angle de rotation basal donné dans le Tableau 6.3 est l'angle total de rotation, *i.e.* cumulant les deux rotations dans des sens opposés.

	Base		Médian		Apex	
	Epicarde	Endocarde	Epicarde	Endocarde	Epicarde	Endocarde
(Young et al., 1994)	-4.2°		5.75°		13°	
(Park et al., 1996)	-4.8°	-5°	-	-	8.5°	11°
(Allouche et al., 2001a)	-4°	-4°	5°	5°	9°	12°
(Stuber et al., 1999a; Nagel et al., 2000)	-4.36°		-		6.8°	
Moyenne±SD	-4.4°±0.4°		-5.2°±0.4°		10.0°±2.3°	

TAB. 6.3 – Angle de rotation maximal mentionné dans les articles (Young et al., 1994) (n=12), (Park et al., 1996), (Allouche et al., 2001a) (n=15), (Stuber et al., 1999a; Nagel et al., 2000) (n=12). Une valeur positive (resp. négative) indique une rotation dans le sens trigonométrique (resp. horaire).

		Septum	Antérieur	Latéral	Inférieur	Moyenne±SD
Base	(Young et al., 1994)	11.9	11.3	12.8	14.2	11.2±2.2
	(Moore et al., 2000)	8.1	7.1	8.8	10.6	
	(Dong et al., 1994)	10.8	10.2	9.2	12.3	
	(Rogers et al., 1991)	10.0	12.8	13.3	15.2	
Médian	(Young et al., 1994)	7.1	5.6	6.8	8.3	6.9±1.0
	(Moore et al., 2000)	5.7	5.1	6.7	7.4	
	(Dong et al., 1994)	7.2	7.0	7.9	8.3	
	(Rogers et al., 1991)	5.3	6.8	7.1	8.7	
Apex	(Young et al., 1994)	1.6	0.8	2.0	2.7	2.6±1.3
	(Moore et al., 2000)	3.5	2.3	4.9	4.8	
	(Dong et al., 1994)	2.4	2.4	3.6	3.8	
	(Rogers et al., 1991)	1.0	1.7	0.8	3.0	
Moyenne±SD		6.2±3.6	6.0±3.9	6.9±3.8	8.3±4.2	

TAB. 6.4 – Déplacement longitudinal maximal (en mm) mentionné dans les articles (Young et al., 1994) (n=12), (Moore et al., 2000) (n=31), (Dong et al., 1994) (n=6) et (Rogers et al., 1991) (n=19). Une valeur positive indique un déplacement de la base vers l'apex.

tanément (Nagel et al., 2000), l'apex précédant la base. Ce fait peut être vu comme une conséquence de la première observation.

6.3.5 Contraction longitudinale du VG

Le déplacement longitudinal est le paramètre d'ordre 0 le plus fréquemment calculé, certainement parce qu'il renvoie au problème crucial du mouvement apparent. Le déplacement longitudinal est dirigé vers l'apex et décroît de la base à l'apex (Moore et al., 2000; Young et al., 1994; Dong et al., 1994; Rogers et al., 1991; Park et al., 1996).

Les mesures obtenues sont données dans le Tableau 6.4. (Young et al., 1994; Moore et al., 2000; Dong et al., 1994; Rogers et al., 1991). L'homogénéité des valeurs dans chaque plan petit axe indique ce plan est déplacé de manière plutôt uniforme le long de l'axe apex-base. En outre, le segment inférieur subit un déplacement plus important que les autres à tous les niveaux. Malgré ces observations qualitatives convergentes, on constate une forte variabilité des mesures (jusqu'à 4.5 mm de différence à la base).

Une analyse dynamique montre que le déplacement longitudinal augmente de manière monotone depuis la systole aux niveaux basal et médian, mais pas à l'apex où un déplacement en début de systole vers la *base* a été constaté, en particulier dans le segment antérieur (Moore et al., 2000).

	Septum	Antérieur	Latéral	Inférieur
(Young et al., 1994)	7	11	18.6	12
(Moore et al., 2000)	41	53.6	46.3	38.3
(Bogaert et Rademakers, 2001)	38.9	46.6	35.8	32.8
(Kuijter et al., 2002)	30	31	32	28
Moyenne $\pm$ SD	29.2 $\pm$ 15.6	35.5 $\pm$ 18.9	33.2 $\pm$ 11.4	27.7 $\pm$ 11.3

	Base	Médian	Apex
(Young et al., 1994)	21	17.7	6.5
(Moore et al., 2000)	45	41.7	47.7
(Bogaert et Rademakers, 2001)	35	40.8	42
(Kuijter et al., 2002)	34	29	28
Moyenne $\pm$ SD	33.7 $\pm$ 9.8	32.3 $\pm$ 11.3	31 $\pm$ 18

TAB. 6.5 – Déformation normale radiale maximale (en %) mentionnée dans les articles (Young et al., 1994) (n=12), (Moore et al., 2000) (n=31), (Bogaert et Rademakers, 2001) (n=87), (Kuijter et al., 2002) (n=10).

6.3.6 Déformations normales

La déformation radiale est positive dans toutes les régions pendant la systole (Young et al., 1994; Bogaert et Rademakers, 2001), exprimant ainsi l'épaississement pariétal. Ce constat est en accord avec l'accroissement du déplacement radial de l'épicarde vers l'endocarde (Section 6.3.3). Les valeurs relevées dans les articles (Young et al., 1994; Moore et al., 2000; Bogaert et Rademakers, 2001; Kuijter et al., 2002) sont présentées dans le Tableau 6.5⁷. Pour (Young et al., 1994), la déformation radiale est plus importante à la base et sur la paroi latérale. Pour (Bogaert et Rademakers, 2001) et (Moore et al., 2000), elle est plus importante à l'apex et sur la paroi antérieure. Cette disparité fait écho à l'hétérogénéité des valeurs de déplacement radial. On peut également noter la différence d'ordres de grandeur entre les valeurs mentionnées dans (Young et al., 1994) par rapport aux autres études. La contraction radiale est plus importante à l'endocarde qu'à l'épicarde, ce qui est le cas pour tous les paramètres d'ordre 1 (dans une moindre mesure pour la déformation longitudinale) (Moore et al., 2000).

Comme pour la contraction radiale, l'écart-type est élevé dans l'étude (Moore et al., 2000) ($SD_{moyen}=22.7\%$) comparativement à (Young et al., 1994) ($SD_{moyen}=8\%$) et (Bogaert et Rademakers, 2001) ($SD_{moyen}=1\%$). Notons que, pour cette dernière étude, l'utilisation d'un motif de marquage radial ne permet pas d'accéder directement à la déformation radiale. Celle-ci est donc calculée à partir des contours du myocarde qui sont assez facilement segmentables sur ce type d'images.

La déformation circonférentielle est le paramètre d'ordre 1 le plus fréquemment calculé. Comme le montre le Tableau 6.6, elle est plus importante à l'apex qu'à la base pour tous les segments⁸, et plus importante sur les segments antérieur et latéral que sur le segment inférieur⁹. Les valeurs sur le septum ont la plus forte variabilité inter-études, les écart-types mentionnés par chaque étude n'étant toutefois pas significativement plus importants que pour les autres segments.

⁷Dans les études (Young et al., 1994; Moore et al., 2000; Kuijter et al., 2002), les valeurs sont données pour les quatre segments aux trois niveaux de coupe. Les données de l'étude (Bogaert et Rademakers, 2001) n'étant disponibles que, d'une part, sur chaque segment pour l'ensemble du myocarde, et, d'autre part, à chaque niveau, pour l'ensemble des segments, les valeurs des autres études ont été moyennées afin de pouvoir être comparées aux précédentes.

⁸Ce fait est aussi signalé dans (Bogaert et Rademakers, 2001).

⁹Ce fait est aussi signalé dans (Dornier et al., 2002).

		Septum	Antérieur	Latéral	Inférieur	Moyenne±SD
Base	(Clark et al., 1991)	-32	-22	-32	-23	-21.0±4.2
	(Kramer et al., 1994)	-23	-19	-21	-20	
	(Young et al., 1994)	-19	-20	-21	-18	
	(Moore et al., 2000)	-17	-20	-21	-16	
	(Kuijter et al., 2002)	-18.5	-22	-21	-16	
Médian	(Clark et al., 1991)	-34	-25.5	-27.5	-31.5	-22.5±4.5
	(Kramer et al., 1994)	-23.5	-23	-21	-21	
	(Young et al., 1994)	-20	-22	-21	-19	
	(Moore et al., 2000)	-16	-23	-22	-16	
	(Kuijter et al., 2002)	-20.5	-23	-24	-18	
Apex	(Clark et al., 1991)	-35	-31	-33	-37	-25.3±5.1
	(Kramer et al., 1994)	-27	-21	-26	-22	
	(Young et al., 1994)	-20	-23	-22	-22	
	(Moore et al., 2000)	-18	-24	-24	-23	
	(Kuijter et al., 2002)	-24	-27	-26	-21	
Moyenne±SD		-23.1±6.2	-23.0±3	-24.1±4	-21.6±5.8	

TAB. 6.6 – Déformation normale circonférentielle maximale (%) mentionnée dans les articles (Clark et al., 1991) (n=10), (Kramer et al., 1994) (n=10), (Young et al., 1994) (n=12), (Moore et al., 2000) (n=31) et (Kuijter et al., 2002) (n=10).

	Epicarde	Milieu	Endocarde	Δ
(Clark et al., 1991)	-22	-30	-44	22
(Kramer et al., 1994)	-17.2	-22	-27.2	10
(Moore et al., 2000)	-14	-20	-26	12
(Bogaert et Rademakers, 2001)	-15	n/a	-38	23
Moyenne±SD	-17±3.6	-24±5.3	-33.8±8.7	

TAB. 6.7 – Variation transmurale de la déformation circonférentielle maximale (en %) mentionnée dans les articles (Clark et al., 1991) (n=10), (Kramer et al., 1994) (n=10), (Moore et al., 2000) (n=31) et (Bogaert et Rademakers, 2001) (n=87). Δ est la différence absolue entre les valeurs épicaudique et endocardique.

Pour calculer l'élongation, certains auteurs (Clark et al., 1991; Kramer et al., 1994) ont utilisé les distances entre des paires de *tags* perpendiculaires à l'endocarde, ce qui n'est pas équivalent aux méthodes employées pour calculer la déformation radiale dans (Young et al., 1994; Moore et al., 2000; Kuijter et al., 2002). Ce choix explique certainement les différences constatées entre ces deux groupes d'études, ainsi que les écart-types importants relevés dans (Clark et al., 1991) et (Kramer et al., 1994), la résolution des *tags* étant en outre hétérogène.

Enfin, le raccourcissement circonférentiel est plus important à l'endocarde qu'à l'épicarde (Kramer et al., 1994; Bogaert et Rademakers, 2001; Moore et al., 2000; Clark et al., 1991), comme le montre le Tableau 6.7.

La déformation longitudinale est négative, indiquant un raccourcissement durant la systole (Tableau 6.8¹⁰). Contrairement à l'homogénéité du déplacement longitudinal, la déformation longitu-

¹⁰Dans les études (Young et al., 1994; Moore et al., 2000; Kuijter et al., 2002), les valeurs sont données pour les quatre

	Septum	Antérieur	Latéral	Inférieur
(Young et al., 1994)	-16	-16.6	-17.6	-17.6
(Moore et al., 2000)	-15.6	-16.3	-16	-16
(Bogaert et Rademakers, 2001)	-17.2	-14.6	-17.6	-19.6
(Kuijjer et al., 2002)	-15.5	-16	-17.5	17
Moyenne $\pm$ SD	-16 $\pm$ 0.8	-15.9 $\pm$ 0.9	-17.2 $\pm$ 0.8	-17.5 $\pm$ 1.5

	Base	Médian	Apex
(Kramer et al., 1994)	-14.5	-14	-15.5
(Young et al., 1994)	-16.7	-15.5	-18.7
(Moore et al., 2000)	-15	-14.75	-19
(Bogaert et Rademakers, 2001)	-17.7	-16.4	-18.4
(Kuijjer et al., 2002)	-17	-16	-18
Moyenne $\pm$ SD	-16.2 $\pm$ 1.4	-15.3 $\pm$ 1	-17.9 $\pm$ 1.4

TAB. 6.8 – Déformation normale longitudinale maximale (en %) mentionnée dans les articles (Young et al., 1994) (n=12), (Moore et al., 2000) (n=31), (Bogaert et Rademakers, 2001) (n=87), (Kramer et al., 1994) (n=10) et (Kuijjer et al., 2002) (n=10).

dinale est plus importante à l'apex. Comme souligné dans (Haber et al., 1998), ce constat montre que la base subit principalement une translation et est tirée vers l'apex par les niveaux médians et apicaux du ventricule. Alors que le déplacement longitudinal présente une forte variabilité, la déformation longitudinale apparaît beaucoup plus homogène.

6.3.7 Déformations dans la direction des fibres et normale aux fibres

Impliquant plus de connaissances anatomiques et l'utilisation de résultats d'autopsies, les déformations dans la direction des fibres (F) et dans la direction normale aux fibres (NF) ne sont calculées que dans deux EM (Tableau 6.9). La déformation dans les directions F et NF durant la systole est un raccourcissement, ce qui implique un étirement intensif dans la direction orthogonale (*i.e.* radiale), en supposant la contraction isovolumique. A cause de l'orientation circonférentielle des fibres au milieu de la paroi du VG, nous supposons qu'il existe une corrélation entre le raccourcissement des fibres (15% (MacGowan et al., 1997) ou 21% (Bogaert et Rademakers, 2001) et la déformation circonférentielle (moyenne de 23%). Contrairement à la faible variation transmurale de la déformation dans la direction F, la déformation dans la direction NF croît fortement de l'épicarde à l'endocarde, où elle est 3.2 fois plus importante pour les deux études.

6.3.8 Cisaillements

Seules deux études font état des cisaillements (Bogaert et Rademakers, 2001; Young et al., 1994). Le cisaillement circonférentiel-longitudinal, noté E_{cl} , est associé à la torsion du VG et à l'augmentation du déplacement longitudinal de l'apex à la base. Comme le montre le Tableau 6.10, il est positif dans toutes les régions pendant la systole, l'ordre de grandeur différant selon les études. Le cisaillement circonférentiel-radial, noté E_{cr} , est associé à une augmentation de la rotation et de la contraction

segments aux trois niveaux de coupe. Les données de l'étude (Bogaert et Rademakers, 2001) n'étant disponibles que, d'une part, sur chaque segment pour l'ensemble du myocarde, et, d'autre part, à chaque niveau, pour l'ensemble des segments, les valeurs des autres études ont été moyennées afin de pouvoir être comparées aux précédentes.

	F		NF	
	Epicarde	Endocarde	Epicarde	Endocarde
(MacGowan et al., 1997)	-14	-16	-8	-26
(Bogaert et Rademakers, 2001)	-18	-23.8	-11.6	-37.3

TAB. 6.9 – Déformation maximale selon la direction des fibres (F) et normale aux fibres (NF) (en %) mentionnée dans les articles (MacGowan et al., 1997) (n=10) et (Bogaert et Rademakers, 2001) (n=87).

	Septum			Antérieur			Latéral			Inférieur		
	E_{cl}	E_{cr}	E_{lr}	E_{cl}	E_{cr}	E_{lr}	E_{cl}	E_{cr}	E_{lr}	E_{cl}	E_{cr}	E_{lr}
(Young et al., 1994)	3.3	2	0.3	3	1.3	-1	2.6	2.3	1.6	3.3	0.6	0
(Bogaert et Rademakers, 2001)	11.3	-2.9	12.6	10.7	-4	3.1	8.4	0.4	9.3	8.2	0.4	17.2

radiale de l'épicarde à l'endocarde. En raison de l'inversion du sens de rotation, ses valeurs devraient être opposées à l'apex et à la base, ce qui est bien le cas mais les études diffèrent sur le signe. Les valeurs du cisaillement longitudinal-radial, noté E_{lr} , ne sont pas du tout corrélées entre les deux études. Les différences proviennent vraisemblablement du mode de calcul du cisaillement, via le tenseur de déformation pour (Young et al., 1994) et via une formulation similaire à l'élongation (Bogaert et Rademakers, 2001).

6.3.9 Eléments propres du tenseur des déformations

La valeur propre maximale E_1 (resp. minimale E_3) du tenseur $\mathbf{E}$ et listée dans le Tableau 6.11 (resp. Tableau 6.12) pour les études (Young et al., 1994; Moore et al., 2000), représente l'amplitude associée à la direction d'étirement (resp. de raccourcissement) maximal.

Ces deux études montrent que les variations de E_1 sont similaires à celles de E_{rr} et le vecteur propre associé est approximativement radial, ce qui souligne le fait que l'épaississement maximal se produit dans cette direction. Pour la raison déjà mentionnée, les valeurs de E_1 données dans (Moore et al., 2000) ont donc une forte variabilité ($SD_{moyen}=23\%$ vs. $SD_{moyen}=7.7\%$ pour (Young et al., 1994)) tout comme le déplacement radial et la déformation radiale.

Les valeurs de E_3 sont beaucoup plus homogènes. La direction principale associée à E_3 est située dans le plan circonférentiel-longitudinal, alignée dans la direction générale des fibres subépicardiques (Young et al., 1994; Moore et al., 2000) (Tableau 6.13). Le raccourcissement maximal se produit principalement sur la paroi antérieure et augmente de la base à l'apex.

6.3.10 Déformations du VD

Dans la PLVD, la contraction est principalement longitudinale (Naito et al., 1995; Young et al., 1996; Haber et al., 1998; Klein et al., 1998) et, dans une moindre mesure, radiale. La PLVD est déformée par un mouvement propre qui se superpose au mouvement d'entraînement provoqué par le VG. A cause de la géométrie complexe de la PLVD, il se révèle difficile d'identifier un axe permettant de calculer une contraction directionnelle et une rotation. Aussi la quantification est-elle effectuée dans un plan particulier et non selon une direction particulière. L'élongation est le seul paramètre calculé dans la littérature.

Le raccourcissement dans un plan longitudinal (resp. dans le plan du petit axe) est présenté dans le Tableau 6.15 (resp. Tableau 6.14). Le raccourcissement longitudinal est supérieur au raccourcissement en incidence petit axe. Pour ces deux paramètres, les valeurs sont en général plus élevées aux extrémités

	Base			Médian			Apex		
	E_{cl}	E_{cr}	E_{lr}	E_{cl}	E_{cr}	E_{lr}	E_{cl}	E_{cr}	E_{lr}
(Young et al., 1994)	3.2	-4	1.7	3.5	2.5	0.9	2.5	1.7	1.5
(Bogaert et Rademakers, 2001)	10.6	10.7	8.1	9.6	-3.8	12.2	9	-13.9	11.7

TAB. 6.10 – Cisaillements circonférentiel-longitudinal (E_{cl}), circonférentiel-radial (E_{cr}) et longitudinal-radial (E_{lr}) maximaux (en %) mentionnés dans les articles (Young et al., 1994) (n=12) et (Bogaert et Rademakers, 2001) (n=87).

		Septum	Antérieur	Latéral	Inférieur	Moyenne±SD
Base	(Young et al., 1994)	23	20	26	22	34.5±13
	(Moore et al., 2000)	46	43	53	43	
Médian	(Young et al., 1994)	18	22	22	15	31.6±14.3
	(Moore et al., 2000)	45	54	40	37	
Apex	(Young et al., 1994)	10	8	12	5	30±24.2
	(Moore et al., 2000)	42	69	51	43	
Moyenne±SD		30.6±15.6	36±23.2	34±16.6	27.5±15.9	

TAB. 6.11 – Valeur propre maximale E_1 mentionnée dans les articles (Young et al., 1994) (n=12) et (Moore et al., 2000) (n=31).

(apex et base) qu'au niveau médian.

6.3.11 Synthèse

Les EM et les ET constituent deux approches complémentaires pour la mesure des déformations myocardiques. Les résultats concernant le cœur humain sain mettent en évidence des tendances communes, mais présentent également des disparités.

■ **Résultats sur le cœur humain sain** La contraction radiale est relativement homogène sur le VG et induit un déplacement moyen de 5 ± 1 mm vers l'intérieur du myocarde. C'est dans cette direction que se produit l'étirement le plus important. La torsion du VG résulte d'une rotation dans le sens horaire de $-4.4^\circ\pm 0.4^\circ$ à la base et d'une rotation dans le sens trigonométrique de $10^\circ\pm 2.3^\circ$ à l'apex. Une rotation initiale dans le sens trigonométrique se produit à la base en protosystole. La déformation circonférentielle moyenne est de $-23\pm 4.8\%$. Elle est plus grande à l'endocarde qu'à l'épicarde, à l'apex qu'à la base, et sur les segments antérieur et latéral. La contraction longitudinale met en jeu un déplacement croissant depuis la base (11.2 ± 2.2 mm), via le niveau médian (6.9 ± 1.0 mm), et jusqu'à l'apex (2.6 ± 1.3 mm) (en particulier dans le segment inférieur), et une déformation plutôt uniforme, indiquant que la base est tirée par la région apicale. La direction des fibres ($-27.7^\circ\pm 1^\circ$) est celle dans laquelle se produit le raccourcissement maximal.

Concernant le VD, le raccourcissement est plus important dans le plan du grand axe ($26.9\pm 5.4\%$) que du petit axe ($17\pm 3.4\%$). Dans les deux plans, ces valeurs sont plus élevées à l'apex et la base.

■ **Disparités des résultats sur le cœur humain sain** Les disparités d'ordre qualitatif sont limitées au comportement radial : les résultats des études divergent sur la localisation des régions ayant un fort déplacement radial (apex ou base, segments inférieur ou antérieur).

		Septum	Antérieur	Latéral	Inférieur	Moyenne±SD
Base	(Young et al., 1994)	-22	-23	-25	-25	-22.8±1.6
	(Moore et al., 2000)	-20	-23	-23	-22	
Médian	(Young et al., 1994)	-23	-25	-24	-23	-23.5±1.6
	(Moore et al., 2000)	-21	-26	-24	-22	
Apex	(Young et al., 1994)	-25	-26	-25	-27	-26±1.3
	(Moore et al., 2000)	-24	-28	-27	-26	
Moyenne±SD		-22.5±1.9	-25.1±1.9	-24.9±1.4	-24.2±2.1	

TAB. 6.12 – Valeur propre minimale E_3 mentionnée dans les articles (Young et al., 1994) (n=12) et (Moore et al., 2000) (n=31).

	Moyenne±SD	Max.	Min.
(Young et al., 1994)	-27.0°±8.1°	-17°	-47°
(Moore et al., 2000)	-28.5°±10.7°	-20°	-30°

TAB. 6.13 – Angle de la direction propre $\mathbf{v}_3$ associée à E_3 par rapport à la direction circonférentielle, mentionné dans les articles (Young et al., 1994) (n=12) et (Moore et al., 2000) (n=31).

Au niveau quantitatif, les causes des disparités peuvent être multiples : hétérogénéité des populations, différence de localisation des niveaux de coupe, différences de méthodes de calcul... Aussi ne peut-on envisager d'analyser les disparités quantitatives de chaque paramètre de manière exhaustive. Les deux études les plus complètes (*i.e.* (Moore et al., 2000) et (Young et al., 1994)) mettent en évidence des résultats différents pour le déplacement radial, la contraction longitudinale et la déformation radiale, et homogènes pour les déformations circonférentielle et longitudinale. Concernant les paramètres radiaux, la résolution des *tags* à l'origine du fort écart-type des valeurs de l'étude (Moore et al., 2000) pourrait être également la cause de ces disparités. Par ailleurs, le Tableau 6.4 suggère que les niveaux de coupe semblent être plus distants dans (Young et al., 1994) que dans (Moore et al., 2000), d'où les différences constatées pour la mesure de la contraction longitudinale. Si cette hypothèse se trouve vérifiée, il est normal qu'elle n'ait pas de répercussion sur les déformations circonférentielle et longitudinale, les paramètres d'ordre 1 étant insensibles au mouvement global de translation.

Dans le futur, le respect des recommandations de l'AHA (Cerqueira et al., 2002) constitue une piste pour faciliter la comparaison des résultats de quantification indépendamment de la modalité considérée. En outre, on ne saurait que trop souligner l'importance de certains paramètres (*e.g.* caractéristiques de la population étudiée, espacement entre *tags*), qui devraient être obligatoirement indiqués lors d'une étude.

6.4 Résultats expérimentaux

Les résultats expérimentaux présentés dans cette section sont obtenus à partir des champs de déplacement estimés sur les séquences d'images utilisées au Chapitre 5.

Pour les paramètres d'ordre 0, les champs de vecteurs correspondant aux directions radiale et tangentielle d'analyse du champ de déplacement sont calculés de deux manières différentes : une première méthode consiste à utiliser sur une géométrie polaire à partir du centre de gravité du myocarde. Une deuxième approche, plus originale, utilise le gradient de la distance géodésique sur le masque de segmentation du myocarde, estimée par exemple par une technologie de chanfrein.

Les déformations normales sont dérivées du tenseur des déformations, évalué via une approximation au DF centrées.

	Base	Médian	Apex
(Klein et al., 1998)	-14.3	-12.8	-16.5
(Fayad et al., 1998)	-17.3	-19	-22.4

TAB. 6.14 – Raccourcissement de la PLVD (en %) dans le plan du petit axe mentionné dans les articles (Klein et al., 1998) (n=16) et (Fayad et al., 1998) (n=10).

	Base	Médian	Apex
(Naito et al., 1995)	-34.7	-22.6	-31.3
(Fayad et al., 1998)	-27.6	-20.5	-24.7

TAB. 6.15 – Raccourcissement de la PLVD (en %) dans le plan du grand axe mentionné dans les articles (Naito et al., 1995) (n=9) et (Fayad et al., 1998) (n=10).

Pour l’obtention de valeurs cumulées des paramètres, les deux méthodes d’intégration testées (*i.e.* Euler à pas constant et Runge-Kutta) n’ayant pas révélé de différence significative, nous avons retenu la plus simple, à savoir une intégration d’Euler. Par ailleurs, les séquences acquises ne sont pas exactement périodiques, *i.e.* les premières et les dernières images ne représentent pas le cœur dans un état identique. Pour cette raison, les valeurs cumulées des paramètres peuvent différer de la valeur nulle en fin de cycle.

6.4.1 Contraction radiale

La Figure 6.16 illustre la carte de contraction radiale d’ordre 0 pour un volontaire sain sur trois niveaux de coupe, ainsi que la représentation 16-segments associée. Globalement homogène, la contraction radiale se produit en protosystole sur une large moitié droite du VG : elle concerne principalement la paroi latérale, et la paroi inférieure, en particulier vers l’apex. Le septum, atteint en téléstole, voire en protodiastole, par la propagation, se déforme légèrement vers l’intérieur, donc en contradiction avec le mouvement diastolique d’expansion des autres parois. Ce phénomène se produit surtout aux niveaux apical et médian. L’expansion est diffuse sur toute la longueur de la diastole avec une stagnation en fin de période.

Par ailleurs, une analyse segmentaire permet de mettre en évidence un phénomène de propagation de la contraction radiale totale :

- (i) la contraction se propage de manière *longitudinale*, de la base à l’apex dans le septum, et dans une moindre mesure, de l’apex à la base dans les autres segments (Figure 6.11). On peut remarquer que ce phénomène suit le même chemin que l’impulsion électrique : celle-ci se propage le long des fibres de Purkinje, qui descendent de la base dans le septum, et remontent de la pointe des ventricules à la base dans la paroi libre du VG pendant la dépolarisation des ventricules.
- (ii) pour un niveau de coupe donné, la contraction radiale se propage de manière *circonférentielle* dans le sens horaire, du segment antérieur au septum. (Figure 6.10). Ce phénomène pourrait être relié à l’architecture des fibres myocardiques.

La moyenne des déplacements radiaux instantanés (resp. cumulés) sur l’ensemble des volontaires sains du corpus est présentée à la Figure 6.12 (resp. Figure 6.14). Elle diminue rapidement en phase de systole puis augmente pendant la diastole. Signalons que les courbes obtenues sont comparables à celles obtenues en IRM-PC (Markl et al., 2002).

Les déplacements radiaux cumulés sont plus importants sur les segments latéral et antérieur à la base d’une part, latéral et inférieur à l’apex, d’autre part, que sur les autres segments. La base montre en outre un déplacement radial plus important conformément au comportement relevé dans

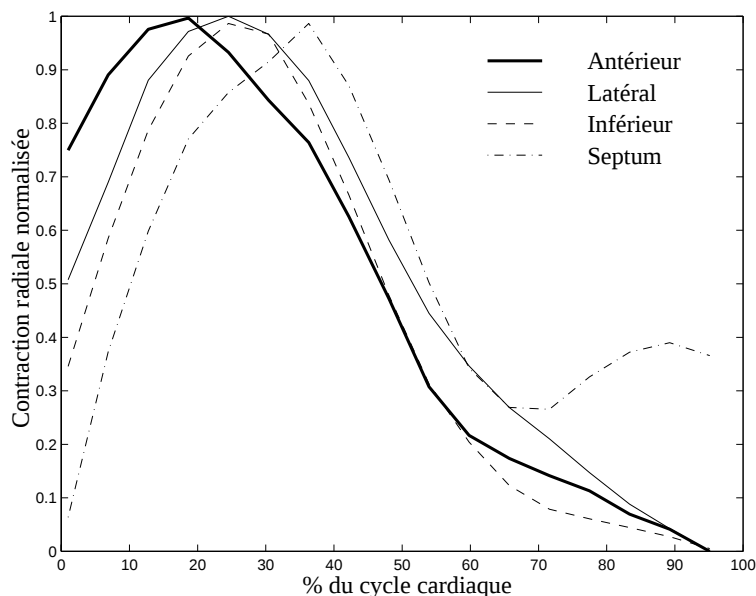


FIG. 6.10 – Propagation circonférentielle de la contraction radiale. Afin de mieux souligner la propagation, les mesures ont été normalisées à l'unité sur chaque segment.

la littérature. On remarque un fort écart-type sur ces valeurs, notamment au niveau des segments les plus mobiles, *i.e.* antérieur et latéral. L'augmentation de l'écart-type en fin de séquence présente dans les déplacements cumulés (absente dans les déplacements instantanés) est un effet de l'intégration.

6.4.2 Rotation du VG

La Figure 6.17 illustre l'évolution de la torsion d'ordre 0 pour un volontaire sain, sur les trois niveaux de coupe apical, médian et basal. Ce mouvement, hétérogène par rapport à la contraction radiale, diffère selon le niveau de coupe :

- (i) A la base, la torsion dans le sens horaire, en particulier sur la paroi inférieure, atteint son amplitude maximale en milieu de systole. En protodiastole, la torsion inverse commence, en particulier sur la paroi latérale.
- (ii) A l'apex, la torsion s'effectue en début de systole dans le sens trigonométrique, en particulier sur la paroi antérieure puis latérale. En télésystole, une torsion dans le sens horaire, localisée sur la paroi antérieure puis latérale, se prolonge en protodiastole. La torsion diastolique est plus importante vers la pointe que vers la base.

La moyenne des rotations instantanées (resp. cumulées) obtenus pour sur l'ensemble des volontaires sains du corpus est présentée à la Figure 6.13 (resp. Figure 6.15). Les valeurs instantanées sont plus élevées à l'apex qu'à la base, en particulier sur les segments antérieur et latéral. Les valeurs cumulées illustrent clairement les sens de rotation opposés à l'apex et à la base.

6.4.3 Contraction longitudinale et contraction radiale en grand axe

Les cartes de contraction longitudinale et radiale en grand axe sont présentées à la Figure 6.18. La contraction longitudinale se produit principalement dans le VD. Dans le VG, la base se déplace vers l'apex de manière longitudinale ce qui est cohérent avec les conclusions de la littérature. On remarque

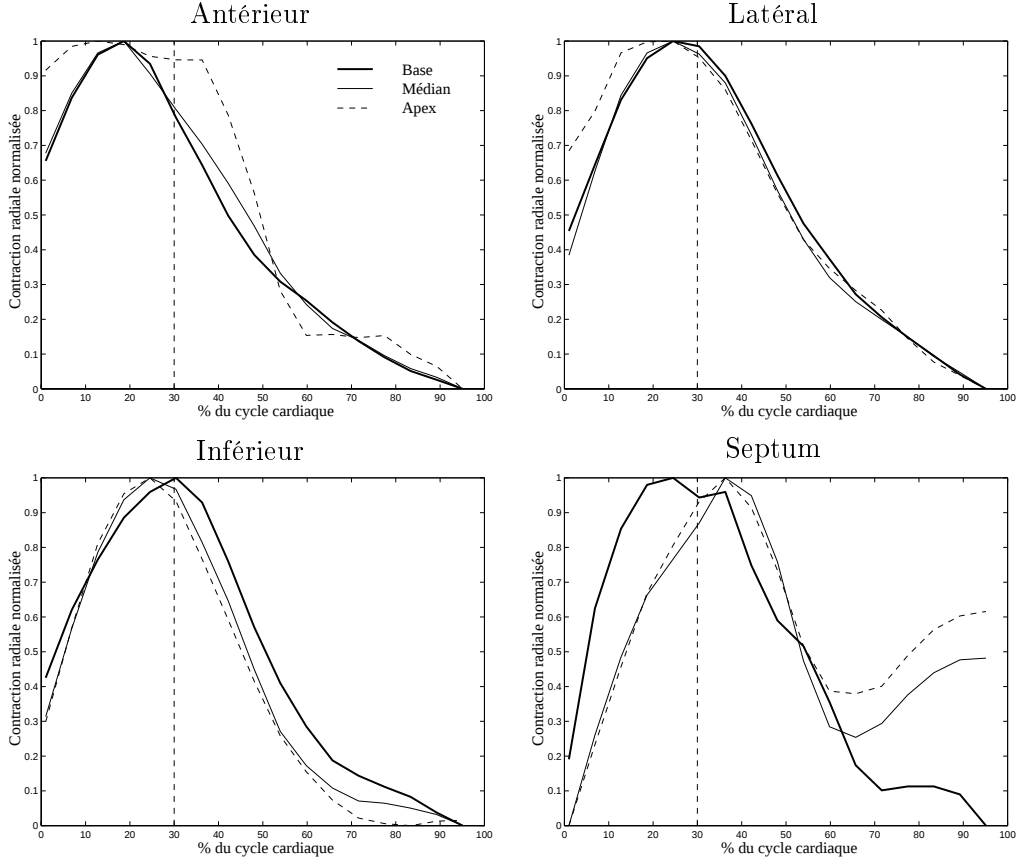


FIG. 6.11 – Propagation longitudinale de la contraction radiale. Afin de mieux souligner la propagation, les mesures ont été normalisées à l'unité sur chaque niveau.

néanmoins un déplacement de l'apex vers la base en début de systole, comportement relevé par (Moore et al., 2000). La contraction radiale apparaît localisée sur les parois libres du VG.

6.4.4 Déformations normales

Les valeurs cumulées des déformations normales radiales E_{rr} et circonférentielles E_{cc} sont respectivement présentées sur les Figures 6.19 et sur les Figures 6.20 en valeurs instantanées, et sur les Figures 6.21 et 6.22 en valeurs cumulées.

Concernant les valeurs instantanées, la déformation circonférentielle montre un comportement plus homogène sur l'ensemble des segments que la déformation radiale. Elle indique un raccourcissement pendant la systole, qui devient étirement durant la diastole. La déformation radiale est en majeure partie positive en systole, mais peut être négative ponctuellement. Les valeurs des écarts-types pour les valeurs instantanées sont plus importantes que pour les paramètres d'ordre 0, en particulier pour la déformation radiale, ce qui nous amène à interpréter ces données avec précautions.

En systole, la déformation radiale cumulée est croissante et en majeure partie positive, la déformation circonférentielle étant quant à elle négative, indiquant un raccourcissement dans cette direction. En diastole, le septum subit clairement un étirement dans la direction circonférentielle. Les écarts-types pour les valeurs instantanées sont plus importantes que pour les paramètres d'ordre 0, en particulier pour la déformation radiale. Ils sont augmentés pour les valeurs cumulées par effet d'intégration. Signalons toutefois que la seule étude présentant des évolutions dynamiques pour les paramètres d'ordre 1 n'a pas fait état des valeurs dynamiques de E_{rr} tant l'écart-type était grand (Moore et al., 2000).

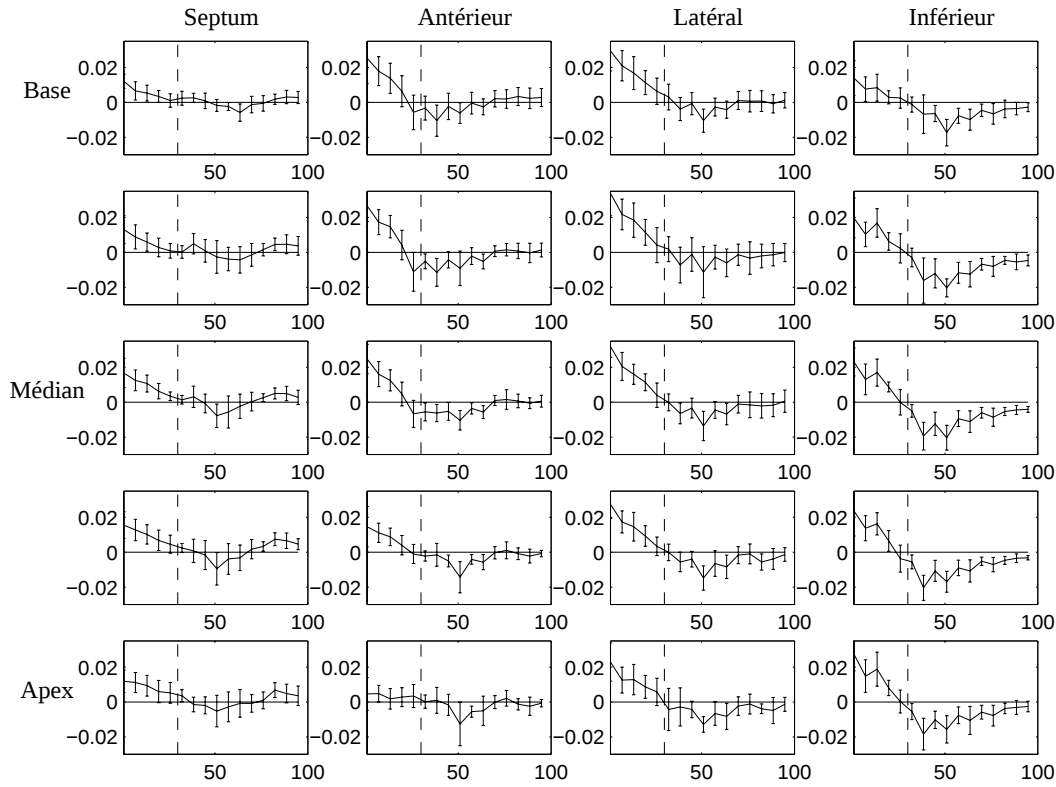


FIG. 6.12 – Déplacement radial instantané (en m/s) pour la moyenne des volontaires sains. L'abscisse est exprimée en % du cycle cardiaque.

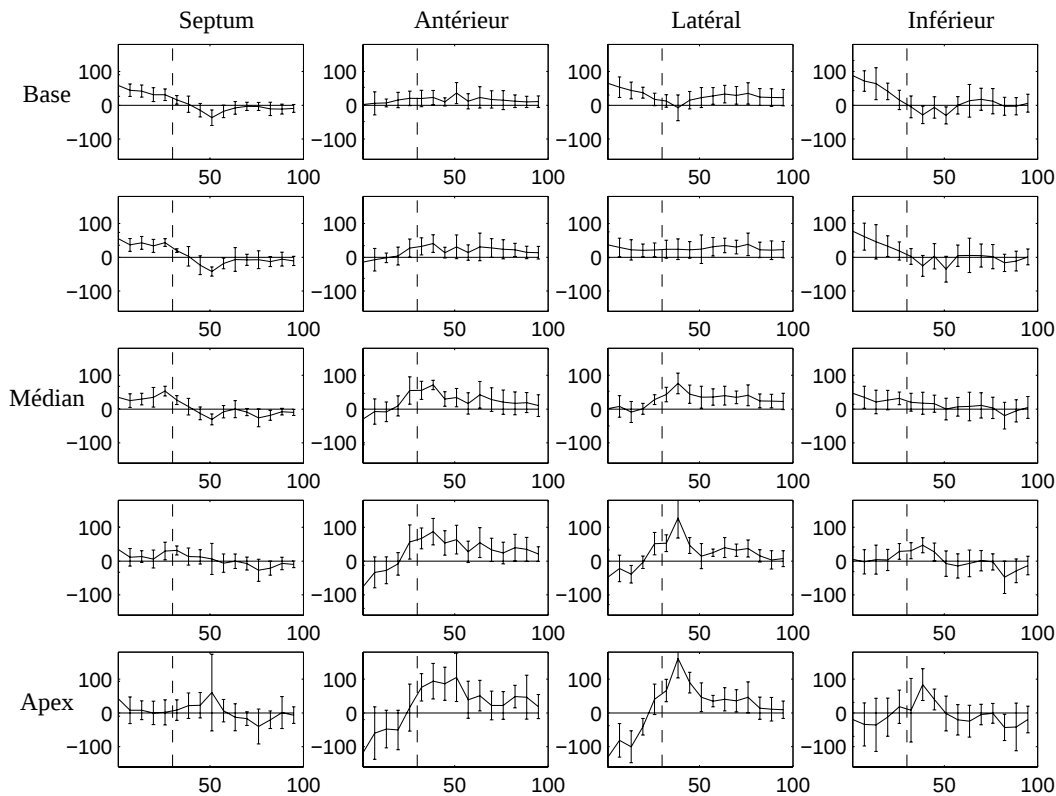


FIG. 6.13 – Angle de rotation instantané (en degrés/s) pour la moyenne des volontaires sains. L'abscisse est exprimée en % du cycle cardiaque.

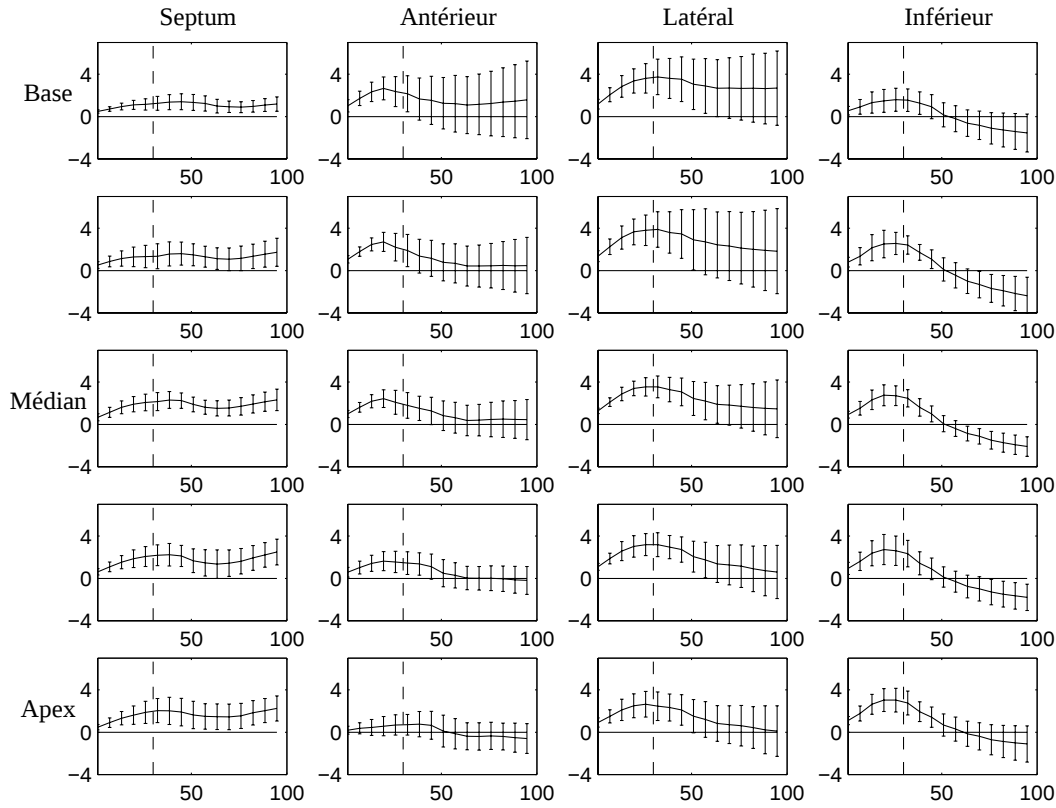


FIG. 6.14 – Déplacement radial (en mm) pour la moyenne des volontaires sains. L'abscisse est exprimée en % du cycle cardiaque.

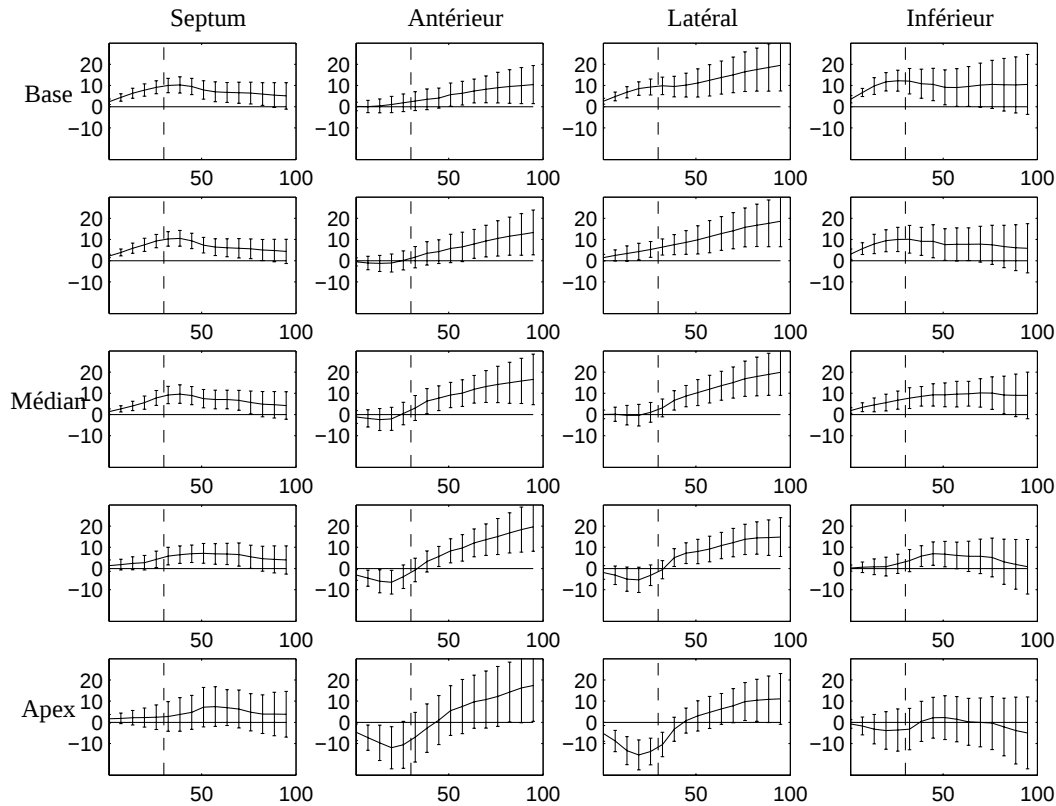


FIG. 6.15 – Angle de rotation (en degrés) pour la moyenne des volontaires sains. L'abscisse est exprimée en % du cycle cardiaque.

6.4.5 Éléments propres du tenseur des déformations

Les valeurs cumulées des valeurs propres maximale E_1 et minimale E_3 du tenseur des déformations sont respectivement présentées sur les Figures 6.24 et 6.24. Elles manifestent une grande homogénéité spatiale et inter-individu.

6.4.6 Cas pathologiques

Pour des raisons techniques, nous n'avons pu analyser qu'un seul cas pathologique relatif à une patiente atteinte de CMD. Les Figures 6.25 et 6.26 représentent conjointement les déplacements radiaux et les angles de torsion instantanés pour la moyenne des volontaires sains, d'une part, et pour le cas de CMD, d'autre part. Ce dernier révèle une hypokinésie généralisée : le mouvement de contraction radiale est globalement réduit, en particulier sur les segments inférieur et septal et à l'apex. La rotation semble globalement moins atteinte que la contraction, sauf à l'apex, où elle est réduite. Ces mesures quantitatives semblent confirmer l'appréciation qualitative mais doivent être confirmées par une étude clinique.

6.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les paramètres de déformations permettant de quantifier les mouvements du myocarde. Après une synthèse de la littérature permettant de dégager des valeurs de références pour ces paramètres, nous avons exposé nos résultats, obtenus sur le corpus de volontaires présenté au Chapitre 5. Sur des cœurs sains, les résultats, confrontés aux valeurs de références, se sont révélés conformes aux tendances communes de la littérature, d'une part, et ont permis de mettre en évidence des comportements régionaux spécifiques qui ne sont pas systématiquement relevés, d'autre part : propagations longitudinale et circonférentielle de la contraction, mouvement paradoxal du septum, translation initiale de l'apex vers la base. Pour le cas pathologique présenté, nous avons dégagé des mesures quantitatives pour localiser et caractériser les zones atteintes.

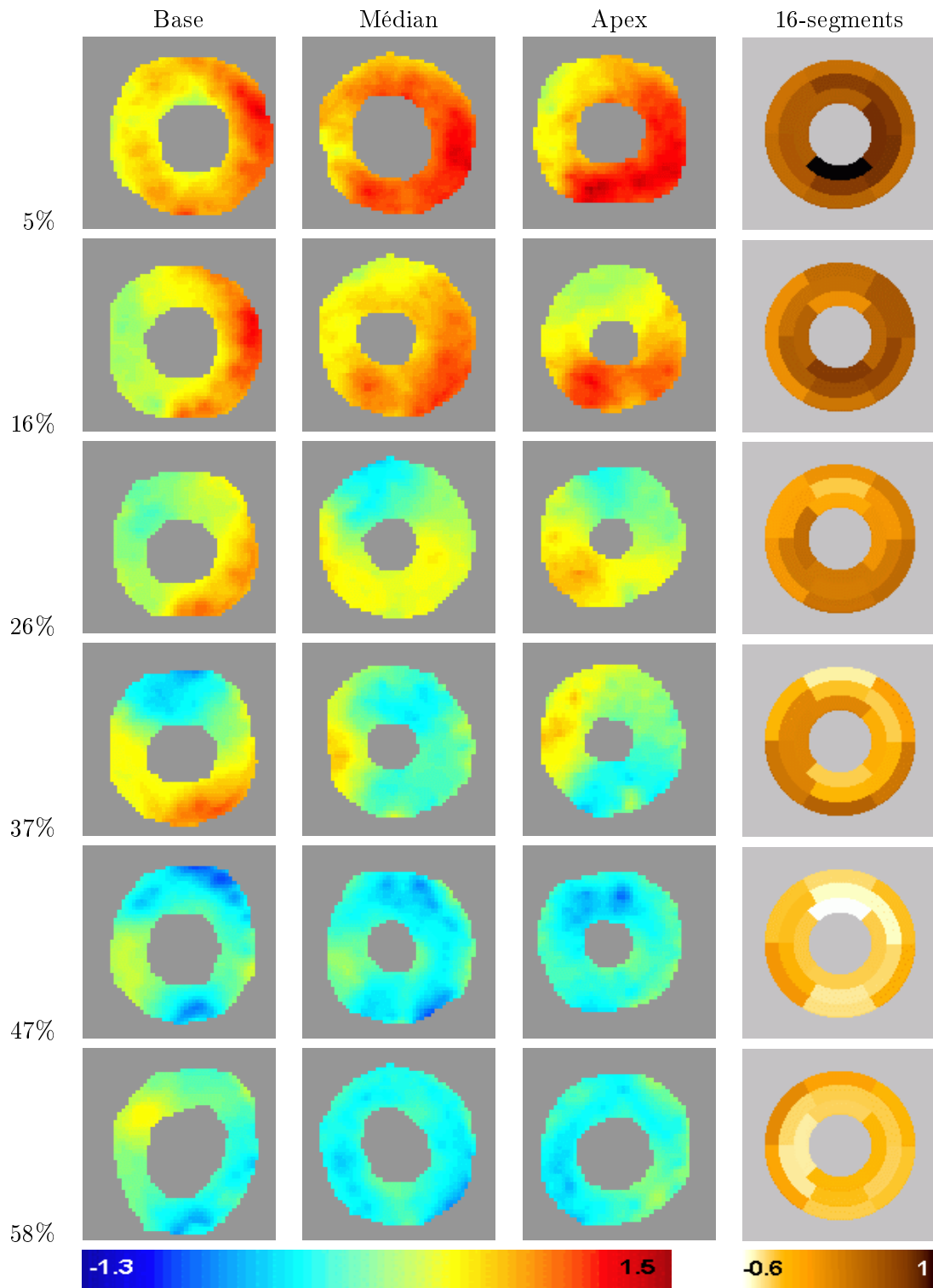


FIG. 6.16 – Cartes de contraction radiale locales et segmentaires aux niveaux de coupe apical, médian et basal. Des valeurs élevées pour un volontaire sain (resp. faibles) indiquent une contraction vers l'intérieur (resp. l'extérieur) du myocarde. L'échelle temporelle est exprimée en % du cycle cardiaque.

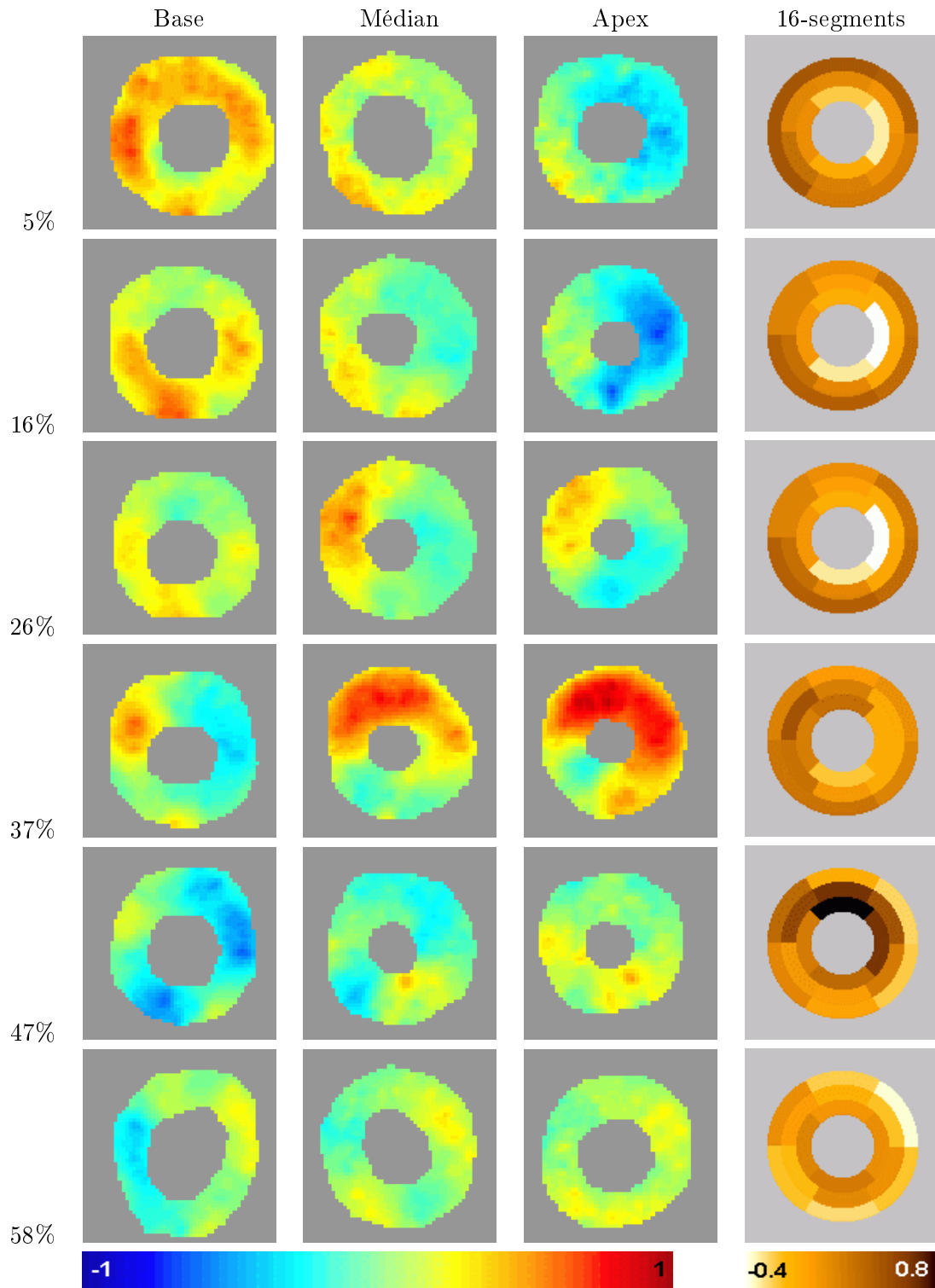


FIG. 6.17 – Cartes de torsion locales et segmentaires aux niveaux de coupe apical, médian et basal (images en couleur) pour un volontaire sain. Des valeurs élevées (resp. faibles) indiquent une déformation dans le sens horaire (resp. trigonométrique). L'échelle temporelle est exprimée en % du cycle cardiaque.

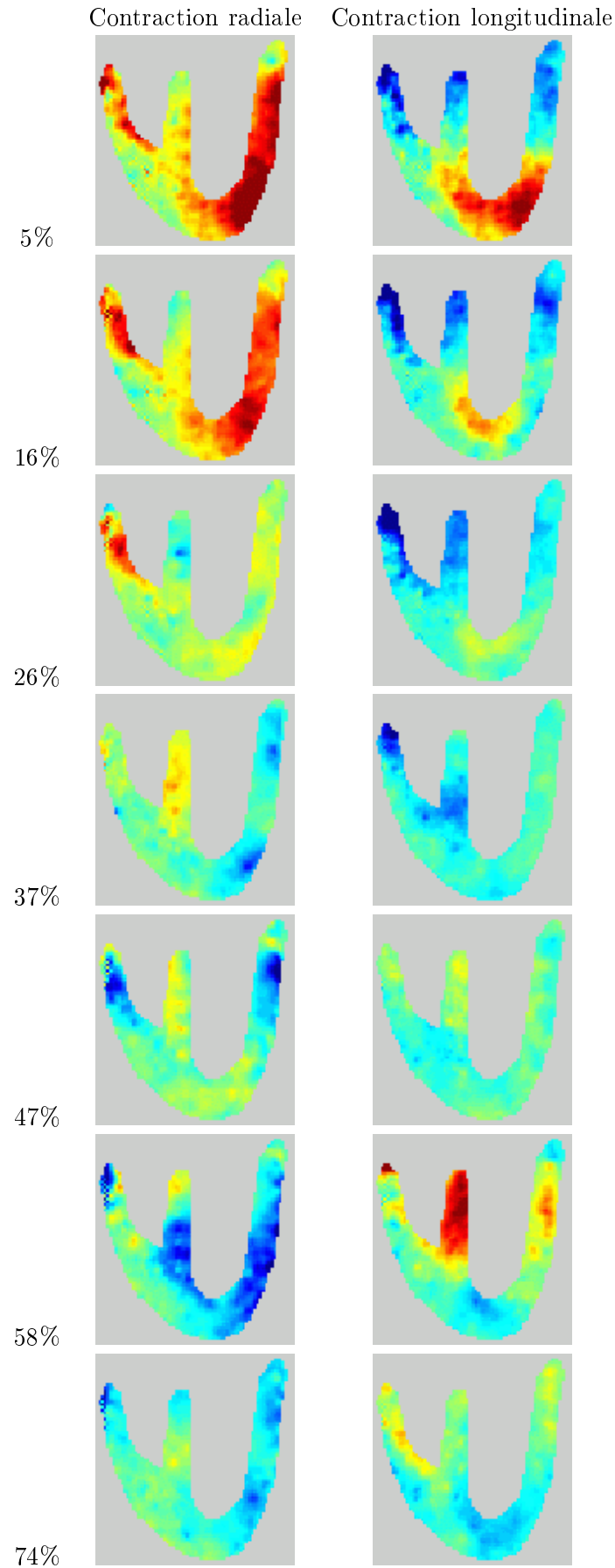


FIG. 6.18 – Cartes de contraction radiale et longitudinale obtenues sur des images grand axe pour un cœur sain. L'échelle temporelle est exprimée en % du cycle cardiaque.

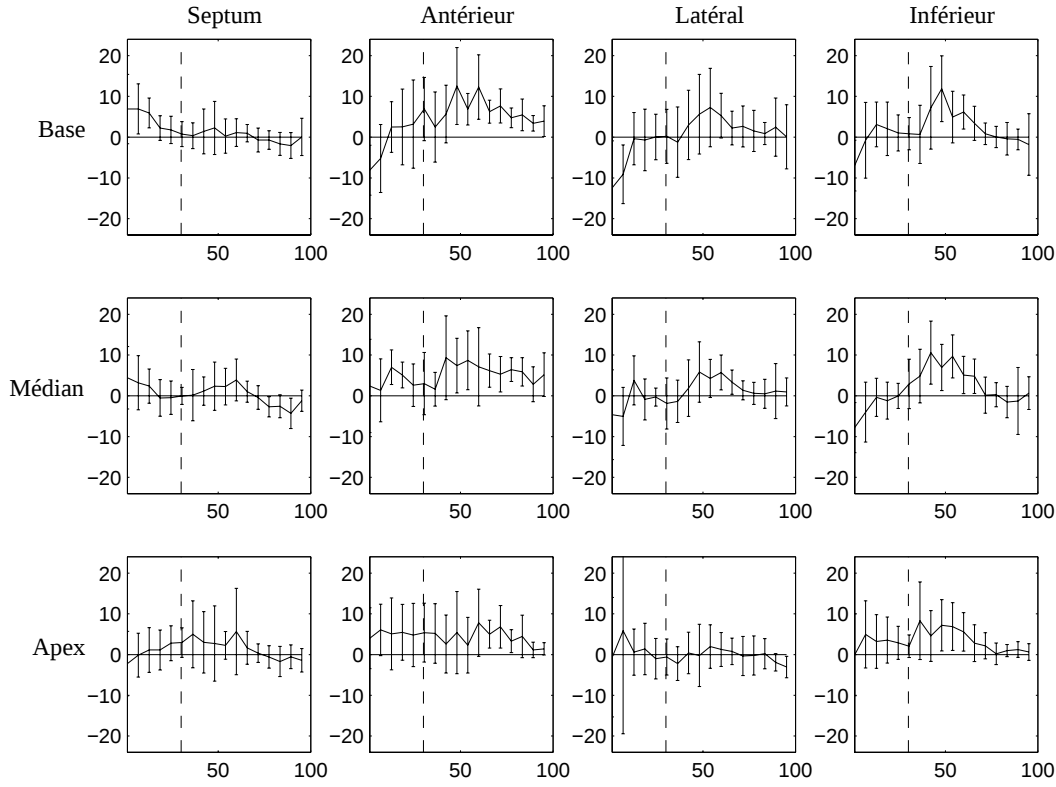


FIG. 6.19 – Déformation normale radiale E_{rr} instantanée (en %) pour la moyenne des volontaires sains. L'échelle temporelle est exprimée en % du cycle cardiaque.

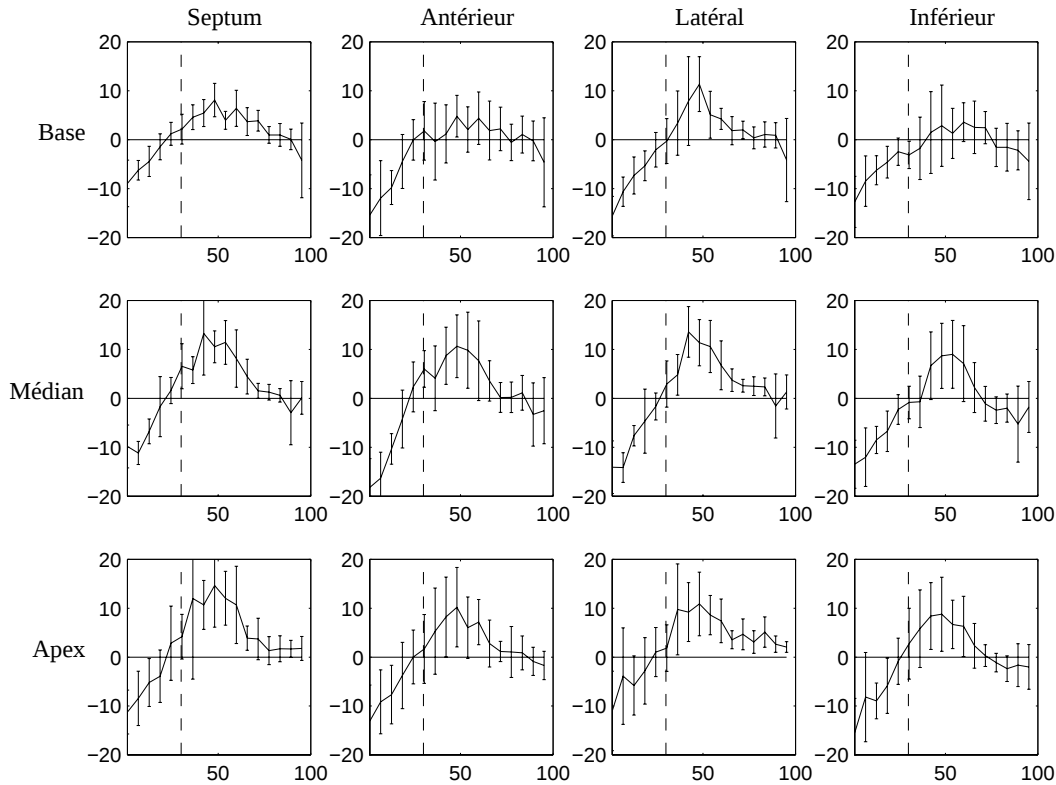


FIG. 6.20 – Déformation normale circonférentielle E_{cc} instantanée (en %) pour la moyenne des volontaires sains. L'échelle temporelle est exprimée en % du cycle cardiaque.

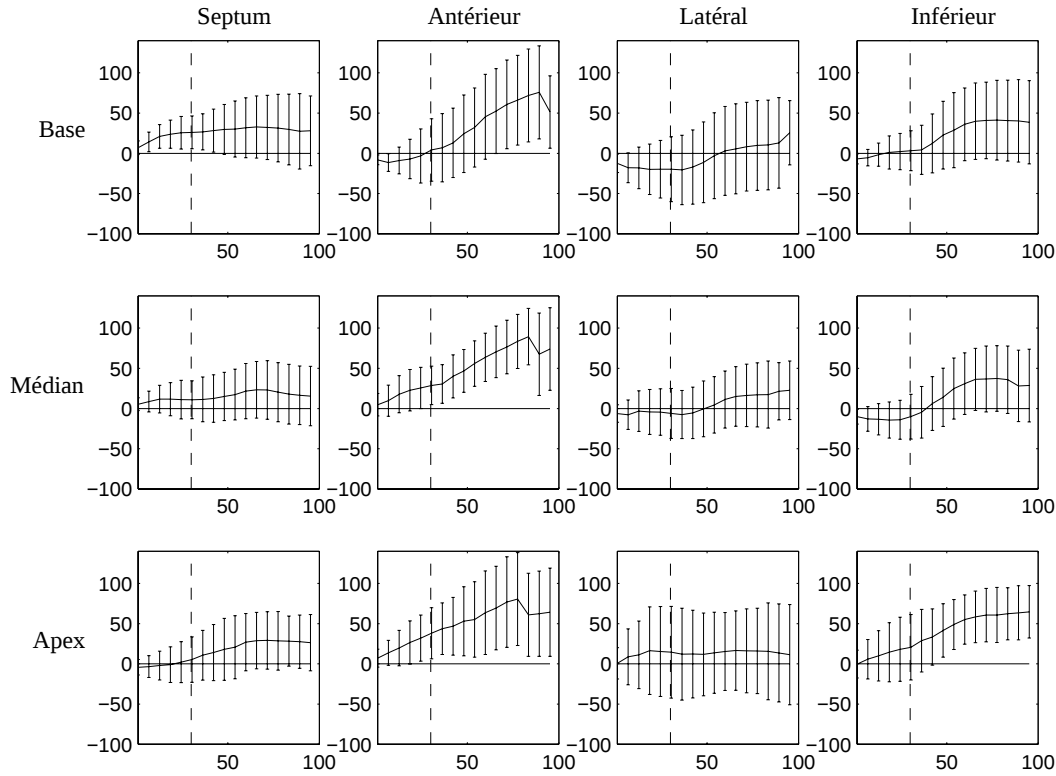


FIG. 6.21 – Déformation normale radiale E_{rr} cumulée (en %) pour la moyenne des volontaires sains. L'échelle temporelle est exprimée en % du cycle cardiaque.

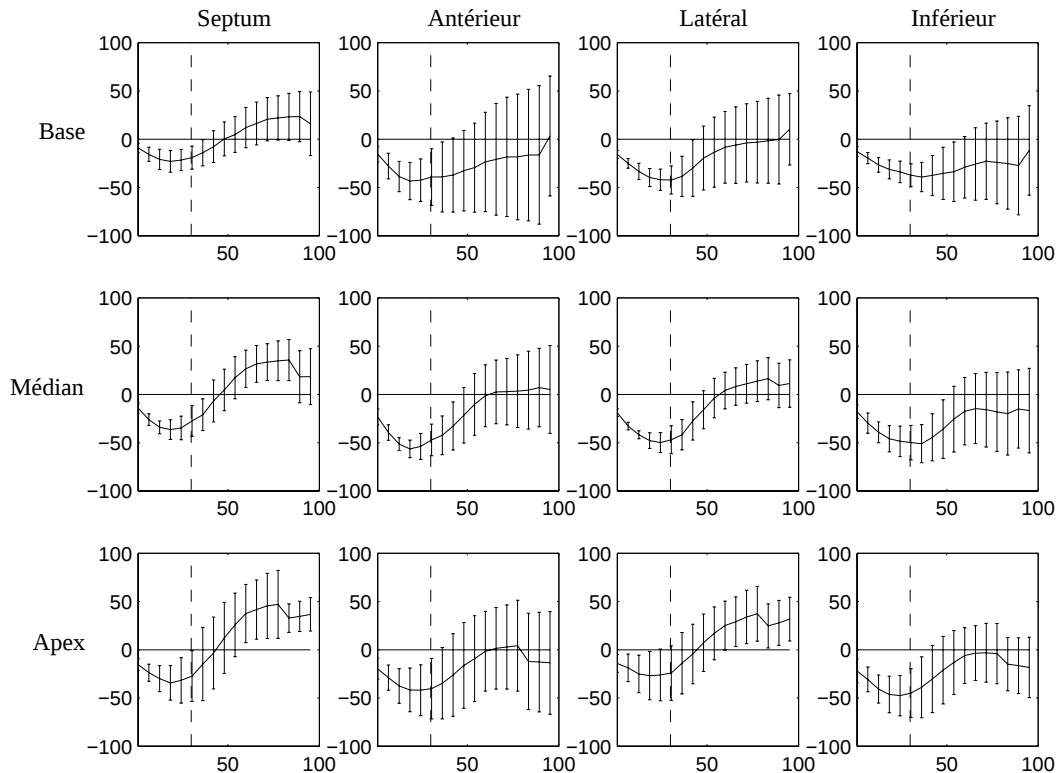


FIG. 6.22 – Déformation normale circonférentielle E_{cc} cumulée (en %) pour la moyenne des volontaires sains. L'échelle temporelle est exprimée en % du cycle cardiaque.

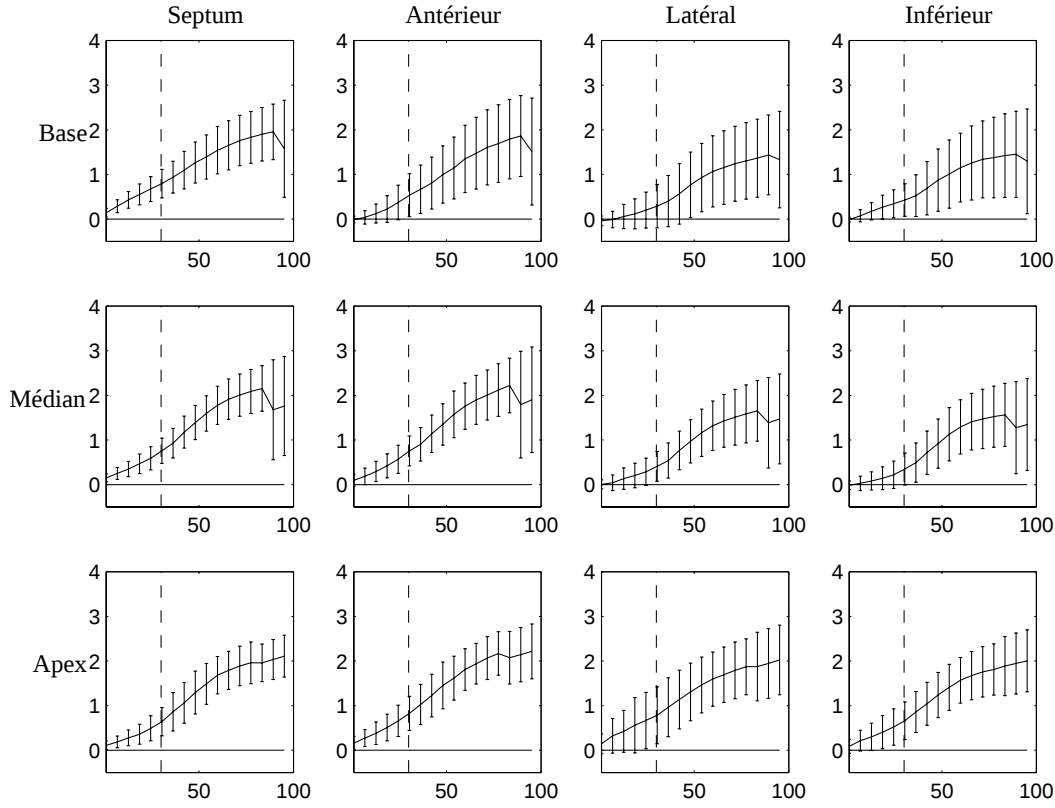


FIG. 6.23 – Valeur propre maximale E_1 pour la moyenne des volontaires sains. L'échelle temporelle est exprimée en % du cycle cardiaque.

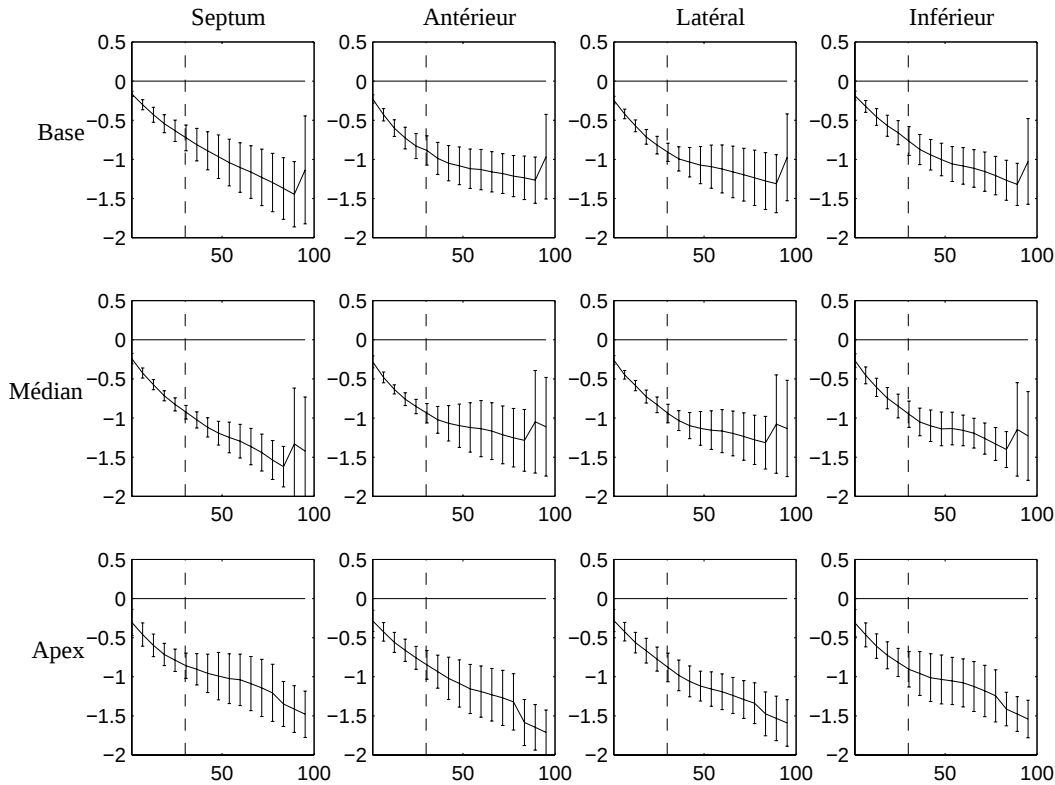


FIG. 6.24 – Valeur propre minimale E_3 pour la moyenne des volontaires sains. L'échelle temporelle est exprimée en % du cycle cardiaque.

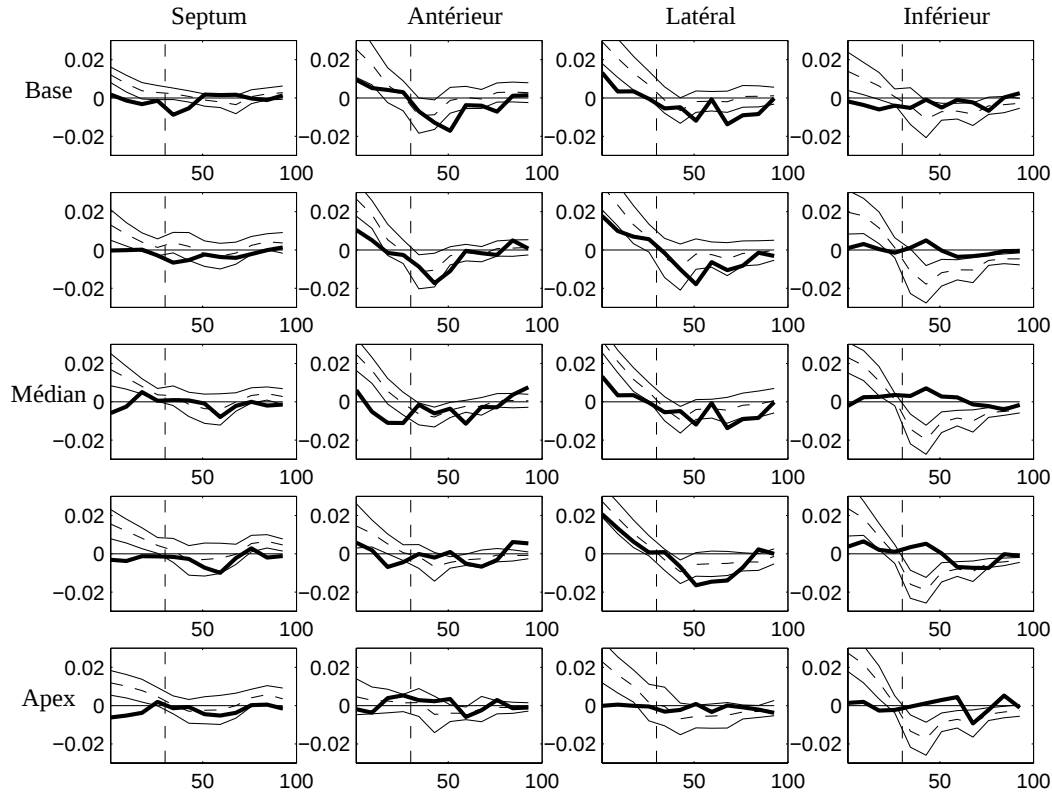


FIG. 6.25 – Déplacement radial instantané (en m/s) pour la moyenne des volontaires sains (pointillé) et la CMD (trait gras).

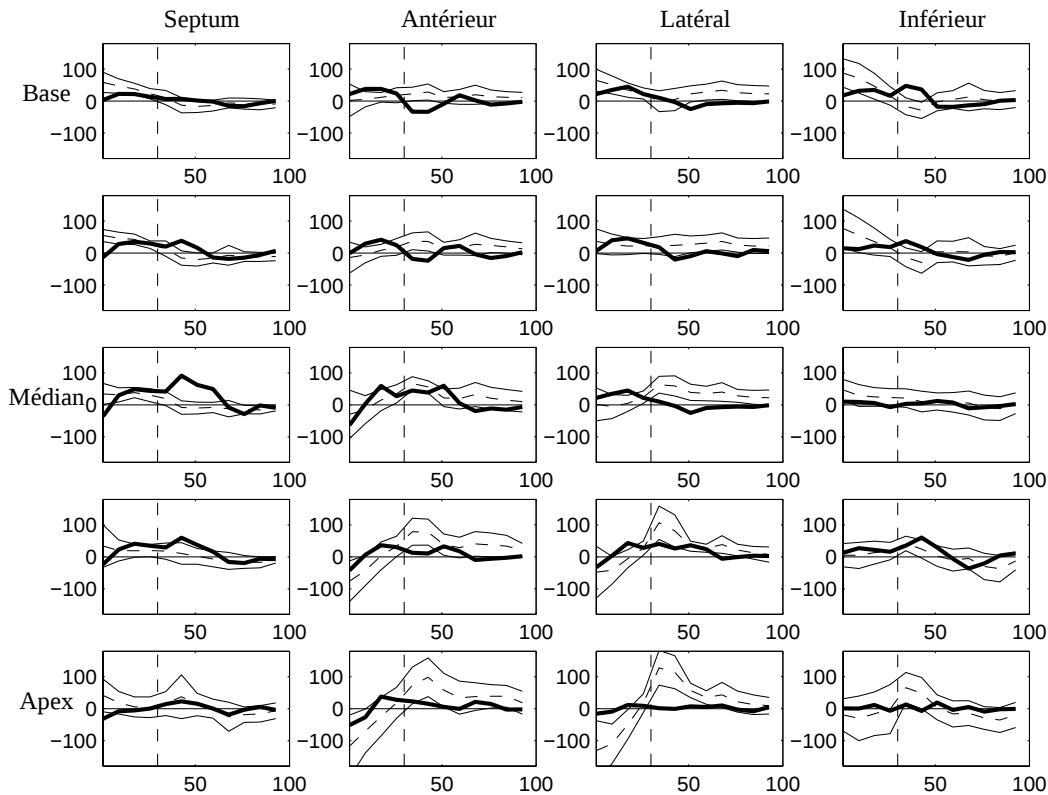


FIG. 6.26 – Angle de rotation instantané (en degrés/s) pour la moyenne des volontaires sains (pointillé) et la CMD (trait gras).

Chapitre 7

Modèle statistique des déformations myocardiques

Les techniques de recalage non rigide par critères d'information généralisés permettent d'obtenir des mesures non paramétriques individualisées du mouvement myocardique. Ces dernières intègrent des informations anatomiques et cinématiques spécifiques au patient étudié. L'examen de ces données révèle une variabilité inter-individuelle importante, dont la prise en compte constitue le point clé en vue de l'élaboration d'un modèle *générique* de la motilité myocardique. Dans ce contexte, ce chapitre décrit la construction d'un modèle statistique (atlas) de mouvement non paramétrique d'un cœur sain et l'utilisation de celui-ci à des fins d'analyse. Ce modèle dense peut être exploité pour dériver des modèles quantitatifs de référence pour les paramètres de déformation. Par ailleurs, son intégration en tant que modèle paramétrique de déplacement au processus de recalage des données d'IRM de marquage conduit à une description plus compacte du mouvement myocardique.

7.1 Construction du modèle statistique

Le modèle statistique est généré, à partir d'une base d'apprentissage de M volontaires sains, par analyse en composantes principales (ACP) des estimées non paramétriques de déplacement obtenues par recalage non rigide d'examens d'IRM de marquage, préalablement alignés sur une référence anatomotemporelle commune. Ce type de modèle est appliqué à la vertèbre dans (Fleute, 2001; Fleute et al., 1999).

7.1.1 Alignement spatio-temporel des données sur la référence

■ **Alignement temporel** L' intervalle temporel inter-images durant l'acquisition des données est constant. Les rythmes cardiaques variant d'un individu à l'autre, les séquences de chaque volontaire ne sont donc pas de longueur identique. La construction d'un atlas dynamique nécessite la définition d'une longueur de référence, choisie ici égale à 17. Pour chaque examen, un alignement temporel des champs de déplacement sur la longueur de référence est alors effectué par interpolation linéaire.

■ **Alignement spatial** Les champs de déplacement composant la base d'apprentissage étant définis sur des supports (myocardes) différents, il est nécessaire de disposer d'une référence anatomique commune (Lorenzo-Valdés et al., 2002; Rao et al., 2003). L'alignement spatial des champs sur cette anatomie de référence permet alors d'éliminer des données de déplacement la composante géométrique liée à la variabilité morphologique et de disposer ainsi d'informations de mouvement pur¹. La référence

¹Cette opération équivaut donc à une *compensation de forme*.

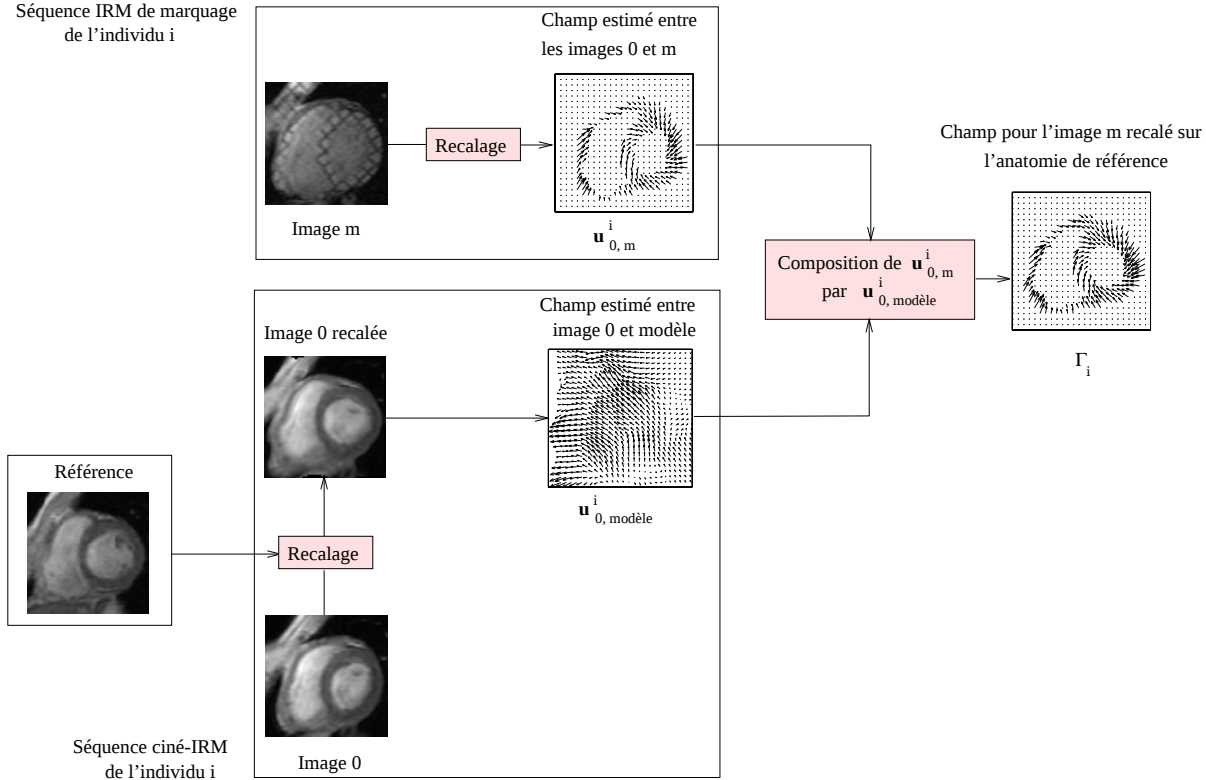


FIG. 7.1 – Alignement spatial des champs de déplacement du corps sur une référence anatomique commune.

anatomique choisie est ici l'image de télédiastole (correspondant à l'instant $t = 0$) d'une séquence ciné-IRM sélectionnée arbitrairement. Pour chaque examen de la base d'apprentissage, un recalage non rigide par I_α -information exclusive des données ciné-IRM à tout instant t du cycle sur cette image de référence est réalisé, et le champ de déplacement estimé est composé par la transformation $u_{t,modèle}$ ainsi identifiée (Figure 7.1).

7.1.2 Analyse en composantes principales

■ **Principe** L'ACP permet de construire une représentation de N variables, à partir de la connaissance de M paramètres sur ces variables, dans un sous-espace de l'espace initial, autorisant ainsi une réduction de la dimensionnalité des données. Cette représentation, constituée par un ensemble d'axes (appelés *composantes principales* ou *facteurs*), permet de mettre en évidence les variabilités (dispersions autour des axes) autour d'un modèle moyen.

Soit Γ_i ($i = 1..M$) le vecteur de taille N contenant les valeurs des N variables pour le paramètre i . Notons $\Psi := \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \Gamma_i$ le vecteur moyen et $\Phi_i := \Gamma_i - \Psi$ ($i = 1..M$) les vecteurs individus centrés correspondants. La matrice de covariance C de la famille $(\Phi_i)_{1 \leq i \leq M}$ est alors donnée par :

$$\begin{aligned} C &:= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \Phi_i \Phi_i^T \\ &= A A^T \end{aligned}$$

où A est la matrice de taille $N \times M$ ayant les vecteurs Φ_i pour vecteurs colonnes, *i.e.* $A := [\Phi_1 \ \Phi_2 \ \dots \ \Phi_M]$. L'ACP de la distribution $(\Gamma_i)_{1 \leq i \leq M}$ correspond à une décomposition en valeurs propres de la matrice

C. Les N vecteurs propres de taille N , notés $\mathbf{v}_k$ ($k = 1..N$), sont les vecteurs décrivant au mieux cette distribution, et les valeurs propres, notées λ_k ($k = 1..N$), expriment les variances des données sur les axes propres associés.

■ **Application** Nous cherchons à construire un modèle dense de déplacement en chaque point du myocarde et à chaque instant du cycle cardiaque. Les N variables sont donc ici les composantes du déplacement en chaque pixel *i.e.* $N = d N_D$, où N_D est la taille de l'image (typiquement $N_D = 128 \times 128$), et les paramètres sont les examens composant la base d'apprentissage ($M = 11$). L'ACP est effectuée à chaque niveau de coupe et à chaque instant du cycle cardiaque. En supposant $d = 3$, le vecteur individu $\mathbf{\Gamma}_i$ ($i = 1..M$) s'écrit alors :

$$\mathbf{\Gamma}_i = [(\mathbf{u}_1^i)^T (\mathbf{u}_2^i)^T \dots (\mathbf{u}_{N_D}^i)^T]^T \quad (7.1)$$

$$= [u_{x,1}^i \ u_{y,1}^i \ u_{z,1}^i \dots u_{x,N_D}^i \ u_{y,N_D}^i \ u_{z,N_D}^i]^T \quad (7.2)$$

où $\mathbf{u}_k^i := [u_{x,k}^i \ u_{y,k}^i \ u_{z,k}^i]^T$ désigne le déplacement au pixel k ($k = 1..N_D$) pour l'individu i , après alignement sur la référence anatomique. Le calcul des N vecteurs propres de $\mathbf{C}$ se heurte à une complexité très élevée, rendant impraticable une mise en œuvre directe de l'ACP. Cependant, le nombre d'individus étant très inférieur à la taille du support des champs ($M \ll N$), le problème se révèle être fortement surdéterminé, dans la mesure où seuls $M - 1$ vecteurs propres sont significatifs, les autres étant associés à la valeur propre zéro.

En s'appuyant sur cette remarque, Turk a proposé la démarche suivante (Turk et Pentland, 1991). Soient $(\mathbf{v}_i^*)_{1 \leq i \leq M}$ (resp. $(\lambda_i^*)_{1 \leq i \leq M}$) les M vecteurs (resp. valeurs) propres de la matrice $\mathbf{L} := \mathbf{A}^T \mathbf{A}$:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{v}_i^* = \lambda_i^* \mathbf{v}_i^* \quad . \quad (7.3)$$

En multipliant les deux membres de (7.3) par $\mathbf{A}$, il vient :

$$\mathbf{C} \mathbf{A} \mathbf{v}_i^* = \lambda_i \mathbf{A} \mathbf{v}_i^* \quad .$$

On constate ainsi que les vecteurs $(\mathbf{A} \mathbf{v}_i^*)_{1 \leq i \leq M}$ sont les vecteurs propres de $\mathbf{C}$. Les $M - 1$ vecteurs propres significatifs de $\mathbf{C}$ peuvent donc être calculés à partir de ceux de $\mathbf{L}$. Ces vecteurs sont appelés mouvements propres² et définis par :

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{A} \mathbf{v}_i^* = \sum_{j=1}^M v_{ij}^* \Phi_j$$

où v_{ij}^* désigne la j -ème composante du i -ème vecteur propre de $\mathbf{L}$. La complexité numérique de l'ACP est ainsi considérablement réduite.

Les vecteurs propres sont finalement triés par ordre décroissant des valeurs propres, *i.e.* de contribution à la variabilité du mouvement.

7.1.3 Résultats expérimentaux

L'ACP est effectuée sur les champs de déplacement estimés pour la population décrite dans le Chapitre 5. L'extraction des éléments propres de $\mathbf{L}$ repose sur une décomposition en valeurs singulières de $\mathbf{A}$ (Press et al., 1992), sous la forme :

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{W} \mathbf{V}^T$$

²Dans (Turk et Pentland, 1991), ces vecteurs propres sont appelés *eigenfaces* car l'application concerne la reconnaissance de visages. Ils sont ici dénommés mouvements propres pour *eigenmotions*.

où $\mathbf{U}$ est une matrice à colonnes orthogonales de taille $N \times M$, $\mathbf{W}$ une matrice diagonale de taille M à éléments positifs ou nuls (les valeurs singulières) et $\mathbf{V}$ une matrice orthogonale de taille $M \times M$. Cette décomposition vérifie la propriété : les vecteurs colonnes de $\mathbf{U}$ (resp. $\mathbf{V}$) sont les vecteurs propres de $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$ (resp. $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$). Les valeurs singulières de $\mathbf{A}$ sont alors les racines carrées des valeurs propres de $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$ ou, de manière équivalente, de $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$.

La Figure 7.2 présente le modèle dynamique moyen obtenu aux niveaux de coupe apical, médian et basal. Ce modèle respecte les propriétés générales des champs individuels signalées aux chapitres précédents :

- les rotations basale et apicale s'effectuent en sens opposés ;
- le segment latéral est le plus mobile, en particulier à la base ;
- la contraction du septum est décalée temporellement par rapport aux autres segments, en particulier aux niveaux médian et apical.

Les Figures 7.3-7.5 présentent les trois premières composantes principales pour les niveaux de coupe étudiés. A un niveau donné, on observe une continuité temporelle de la direction de la première composante. Cette propriété ne semble pas vérifiée pour les deux autres. Les valeurs propres associées expliquent, en moyenne sur tout le cycle cardiaque et sur l'ensemble des niveaux de coupe, respectivement 53.1%, 18.9% et 9.4% de la variance totale, soit globalement 81.4%. En outre, la proportion de ces trois valeurs propres par rapport à la variance totale reste quasiment constante tout au long du cycle cardiaque (Figure 7.6).

7.2 Utilisation du modèle à des fins de quantification

En tant que modèle dense, le modèle statistique de déplacement peut être utilisé pour dériver des modèles quantitatifs de référence pour les paramètres de déformation aux diverses échelles d'analyse. Ainsi, les cartes denses de paramètres dérivées du champ moyen constituent en elles-mêmes des références à l'échelle du pixel. De ces cartes peuvent être ensuite extraites des valeurs de référence segmentaires, par moyennage *spatial* dans chaque segment. Ce procédé diffère *a priori* de la démarche adoptée au Chapitre 6, où de telles valeurs ont été obtenues par moyennage des paramètres segmentaires *sur la base d'apprentissage*. Ces deux démarches sont en fait strictement équivalentes pour les paramètres d'ordre 0, et équivalentes sous hypothèse de faibles déplacements pour les paramètres d'ordre 1. Cette hypothèse est vérifiée pour des déplacements entre images consécutives. Compte-tenu de cette remarque, nous restreignons notre discussion aux modèles de paramètres à l'échelle du pixel qui constituent une spécificité de l'approche par atlas.

Les paramètres d'ordre 0 sont présentés aux Figures 7.7 et 7.8. Sur les cartes de contraction radiale sont illustrées les propagations circonférentielle et longitudinale de la contraction ainsi que le mouvement paradoxal du septum. Sur les cartes de rotation, divers phénomènes sont mis en évidence :

- les sens opposés de rotation aux niveaux extrémités ;
- l'avance de l'apex sur la base ;
- la propagation circonférentielle de la rotation.

Les vecteurs propres du tenseur des déformations associés à E_1 et E_2 sont respectivement illustrés aux Figures 7.9) et 7.10. Ils indiquent que :

- la direction d'étirement maximal est radiale sur le VG en systole, sauf sur la paroi latérale, qui commence la dilatation diastolique avant les autres parois, en particulier à la base. Ce phénomène est également présent sur le septum dans une moindre mesure ;
- la direction de raccourcissement maximal est globalement circonférentielle, *i.e.* approximativement celle des fibres en systole, sauf pour le septum et la paroi latérale en télésystole.

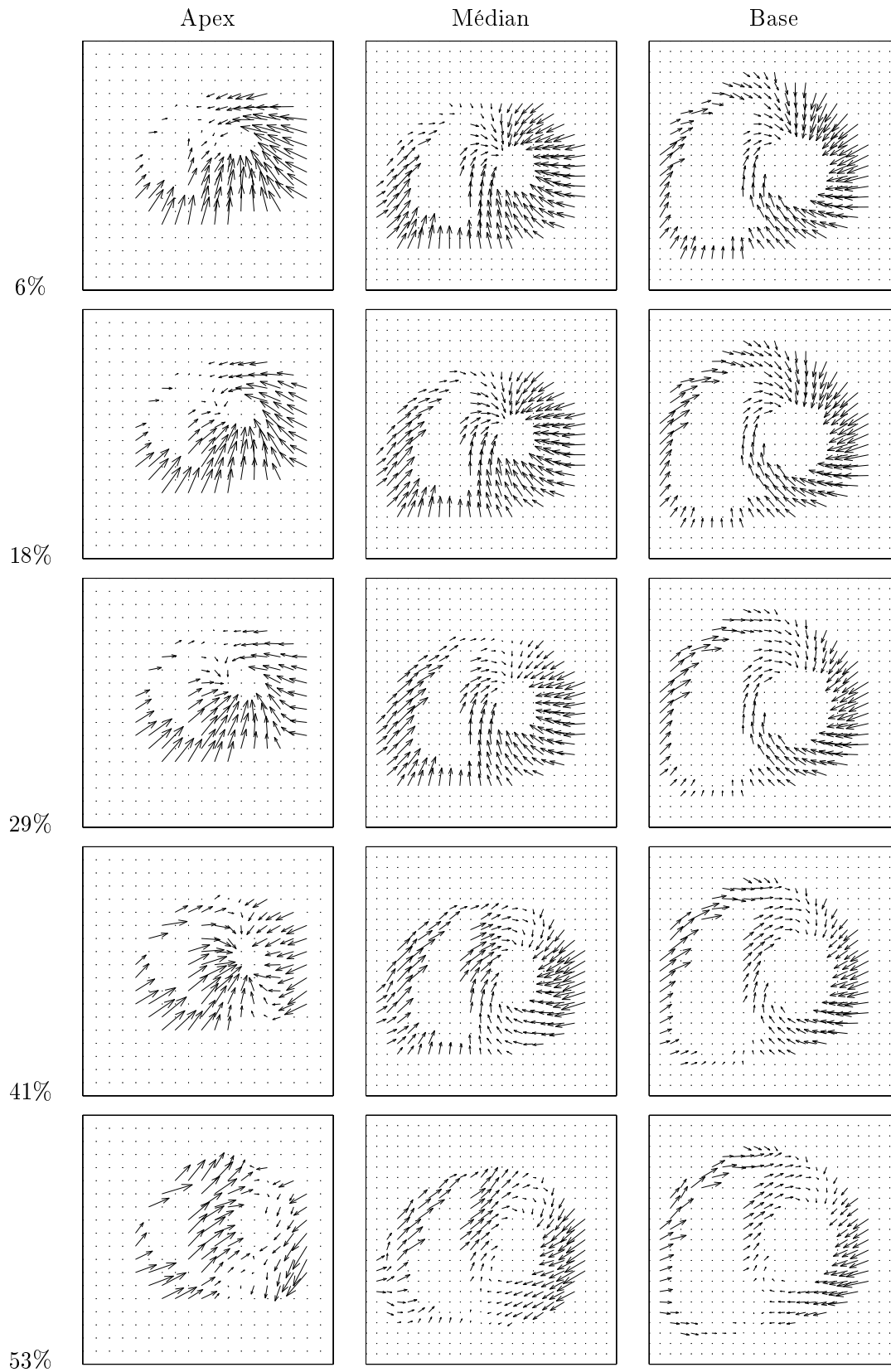


FIG. 7.2 – Modèle de déplacement moyen aux niveaux de coupe apical, médian et basal. L'échelle temporelle est exprimée en % de la durée totale du cycle cardiaque.

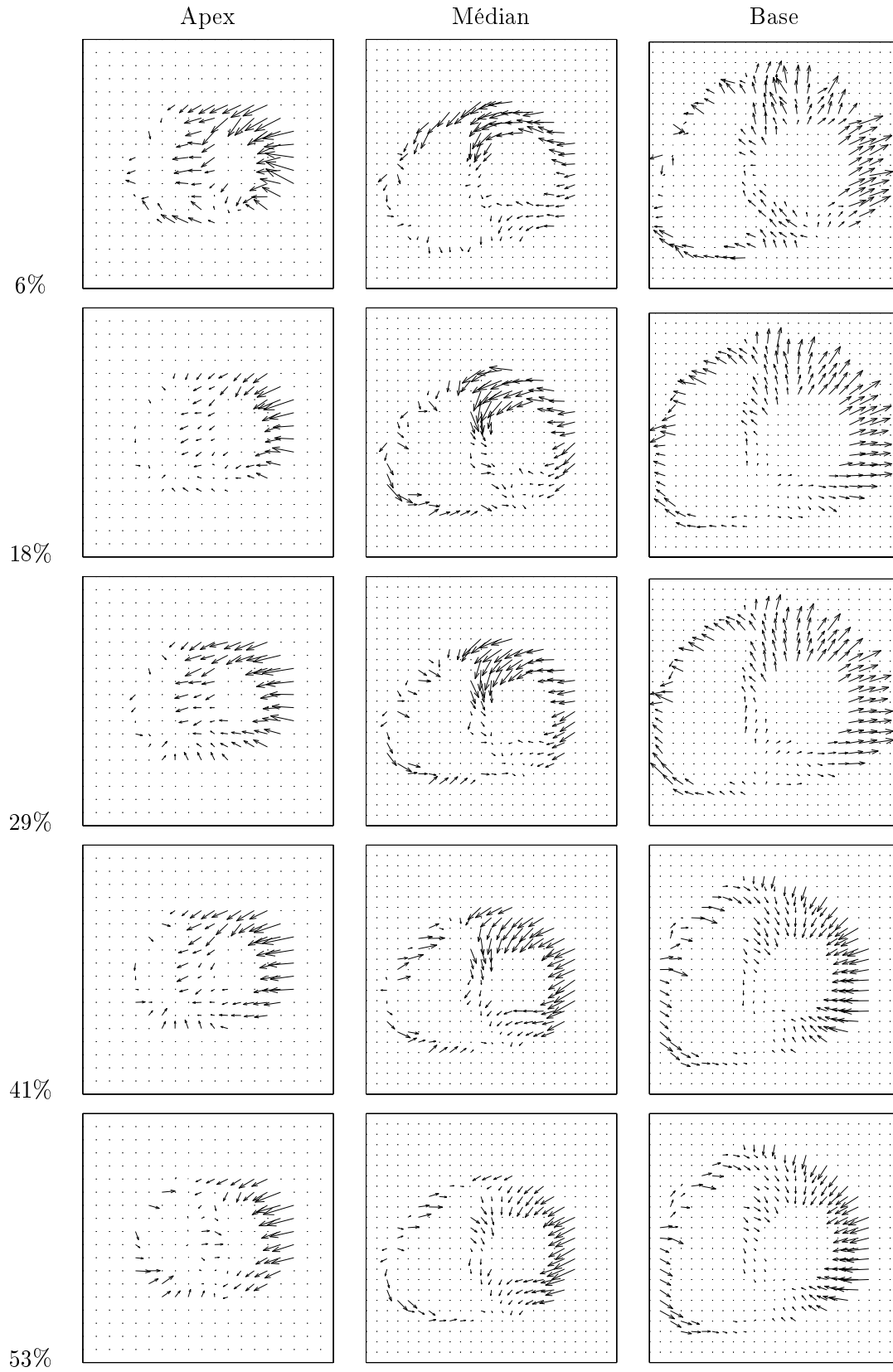


FIG. 7.3 – Première composante principale de déplacement aux niveaux de coupe apical, médian et basal. L'échelle temporelle est exprimée en % de la durée totale du cycle cardiaque.

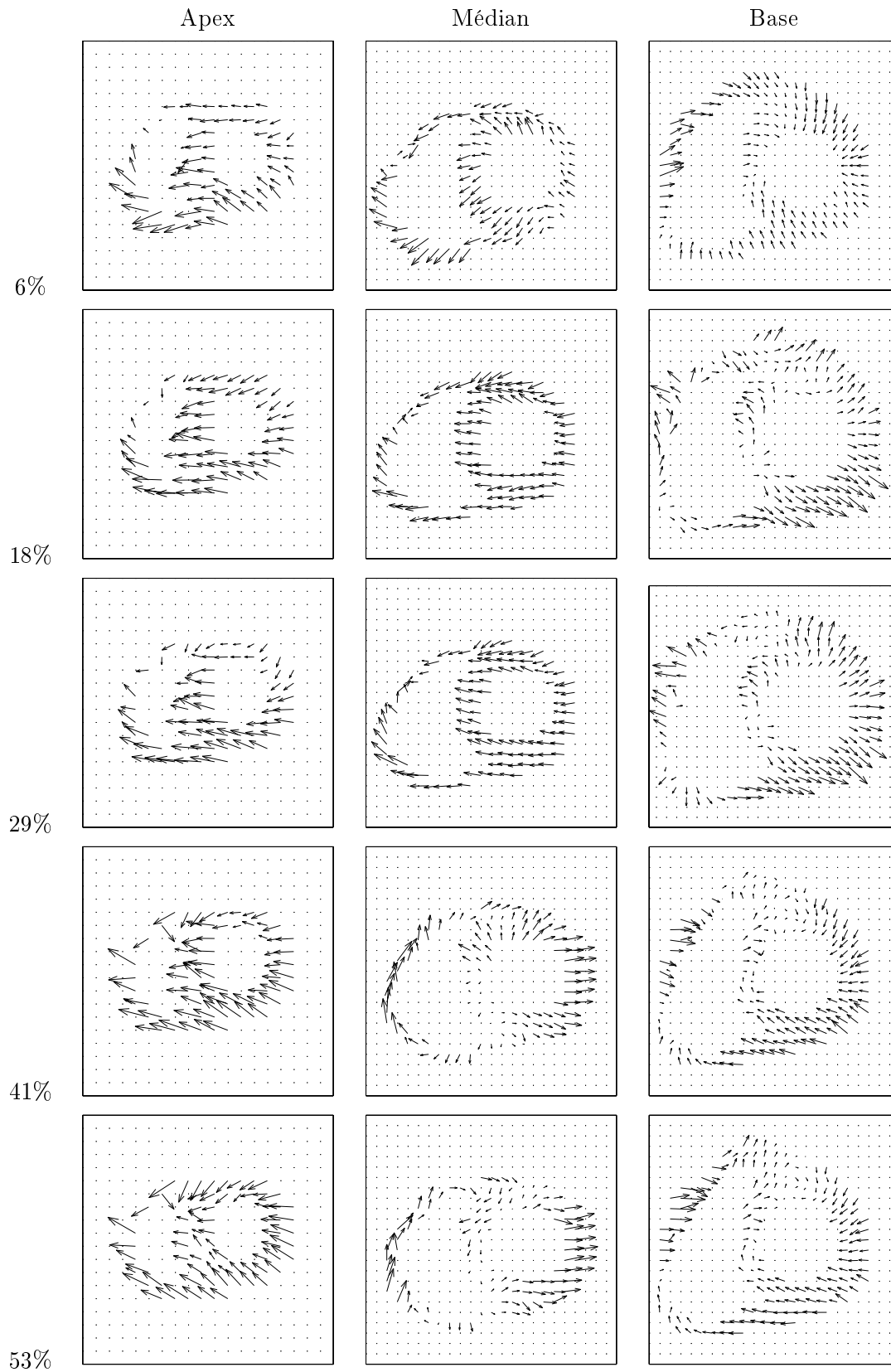


FIG. 7.4 – Deuxième composante principale de déplacement aux niveaux de coupe apical, médian et basal. L'échelle temporelle est exprimée en % de la durée totale du cycle cardiaque.

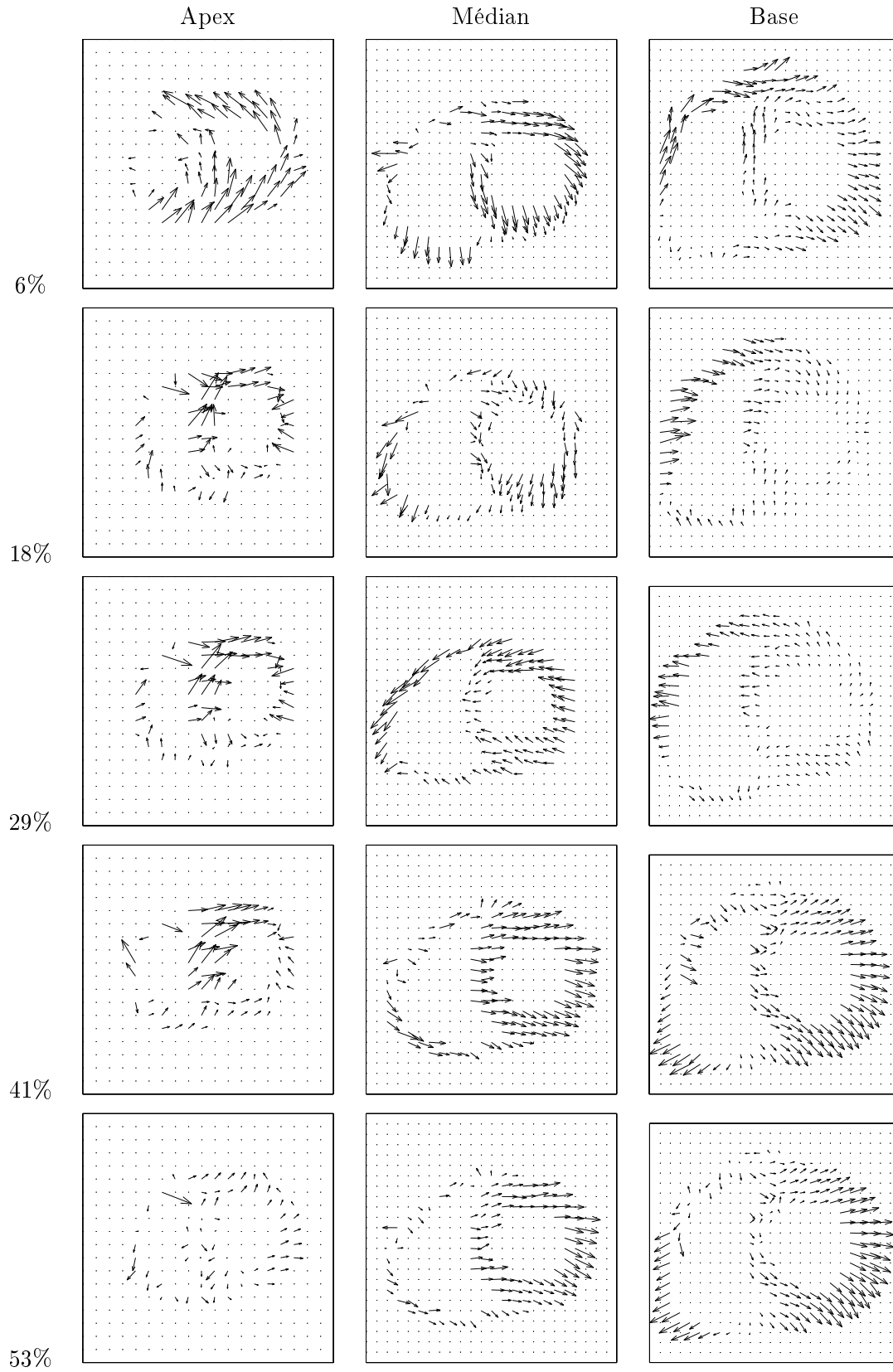


FIG. 7.5 – Troisième composante principale de déplacement aux niveaux de coupe apical, médian et basal. L'échelle temporelle est exprimée en % de la durée totale du cycle cardiaque.

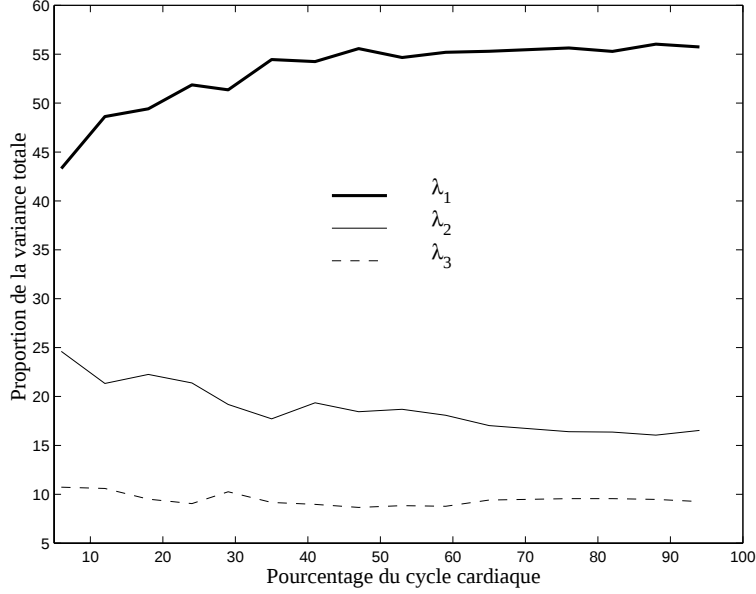


FIG. 7.6 – Evolution des trois premières valeurs propres moyennées sur les trois niveaux de coupe en proportion des autres. L'échelle temporelle est exprimée en % de la durée totale du cycle cardiaque.

7.3 Utilisation du modèle à des fins d'analyse

Les M vecteurs propres de la matrice $\mathbf{L}$ définissent une représentation paramétrique du déplacement sur le myocarde. Par construction, cette base est adaptée à la dynamique cardiaque, ce qui constitue une différence notable par rapport aux approches paramétriques standards utilisant une base unique de fonctions analytiques génériques (*e.g.* B-splines, ondelettes splines, séries de Fourier) à tout instant du cycle et à tout niveau de coupe.

Retenir l'ensemble des vecteurs propres équivaut à conserver toute l'information initiale. En pratique, un nombre $M^* < M$ de mouvements propres se révèle suffisant pour décrire un individu $\mathbf{\Gamma}$ hors de la base d'apprentissage. Différents critères de choix pour M^* peuvent être envisagés. Le premier s'écrit :

$$M^* = \arg \min_{M'} \left\{ \sum_{i=1}^{M'} \frac{\|\lambda_i\|^2}{\sum_{k=1}^M \|\lambda_k\|^2} \leq \vartheta \right\} .$$

où ϑ désigne un seuil prédéfini (en %). Pour $\vartheta=95\%$, le modèle au niveau basal (resp. médian et apical) comporte alors 6 (resp. 7) composantes. Un autre critère de sélection s'appuie sur la représentation sous forme de graphe des valeurs propres λ_i classées par ordre décroissant en fonction de l'indice i . Il consiste à retenir les seules valeurs propres situées avant la rupture de pente. Appliqué au corpus de référence, ce critère conduit à ne conserver que les deux ou trois premières valeurs propres (soit un niveau de variance expliquée moyen de 81%) (Figure 7.11). Un dernier critère consiste à ne conserver que les valeurs propres supérieures à leur moyenne. Il conduit au même résultat que le précédent. Dans le but de prendre en compte au mieux la variabilité des déplacements, nous avons opté pour le premier critère.

A un instant du cycle cardiaque et un niveau de coupe donnés, un vecteur individu $\mathbf{\Gamma}$ peut être exprimé en fonction du modèle moyen $\mathbf{\Psi}$ et d'une combinaison linéaire des composantes principales :

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{\Psi} + \sum_{i=1}^{M^*} \theta_i \mathbf{v}_i \quad (7.4)$$

$$:= \mathbf{\Psi} + \mathbf{V}\Theta \quad (7.5)$$

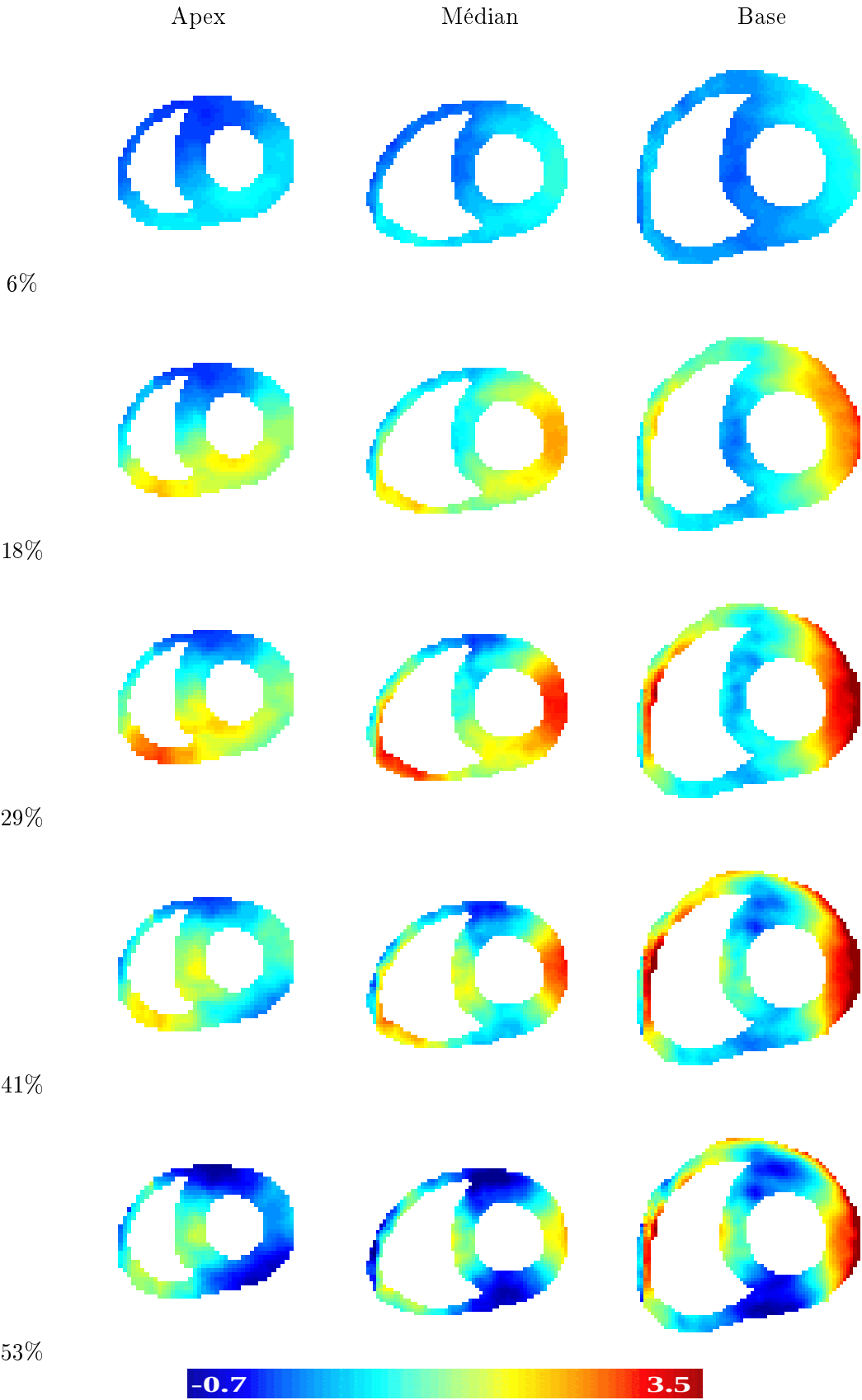


FIG. 7.7 – la contraction radiale du modèle moyen des déplacements aux niveaux de coupe apical, médian et basal. L'échelle temporelle est exprimée en % de la durée totale du cycle cardiaque.

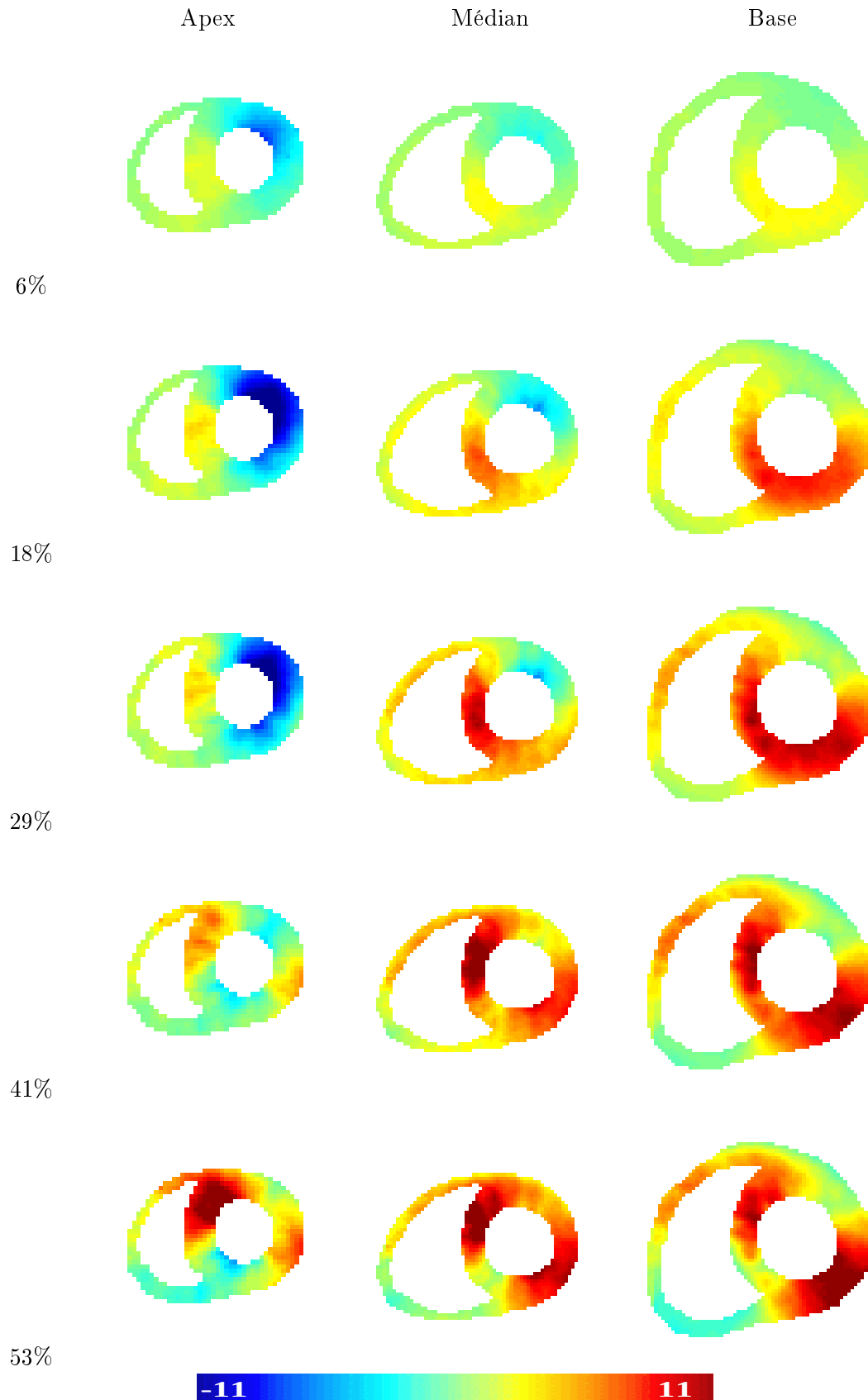


FIG. 7.8 – la rotation du modèle moyen des déplacements aux niveaux de coupe apical, médian et basal. L'échelle temporelle est exprimée en % de la durée totale du cycle cardiaque.

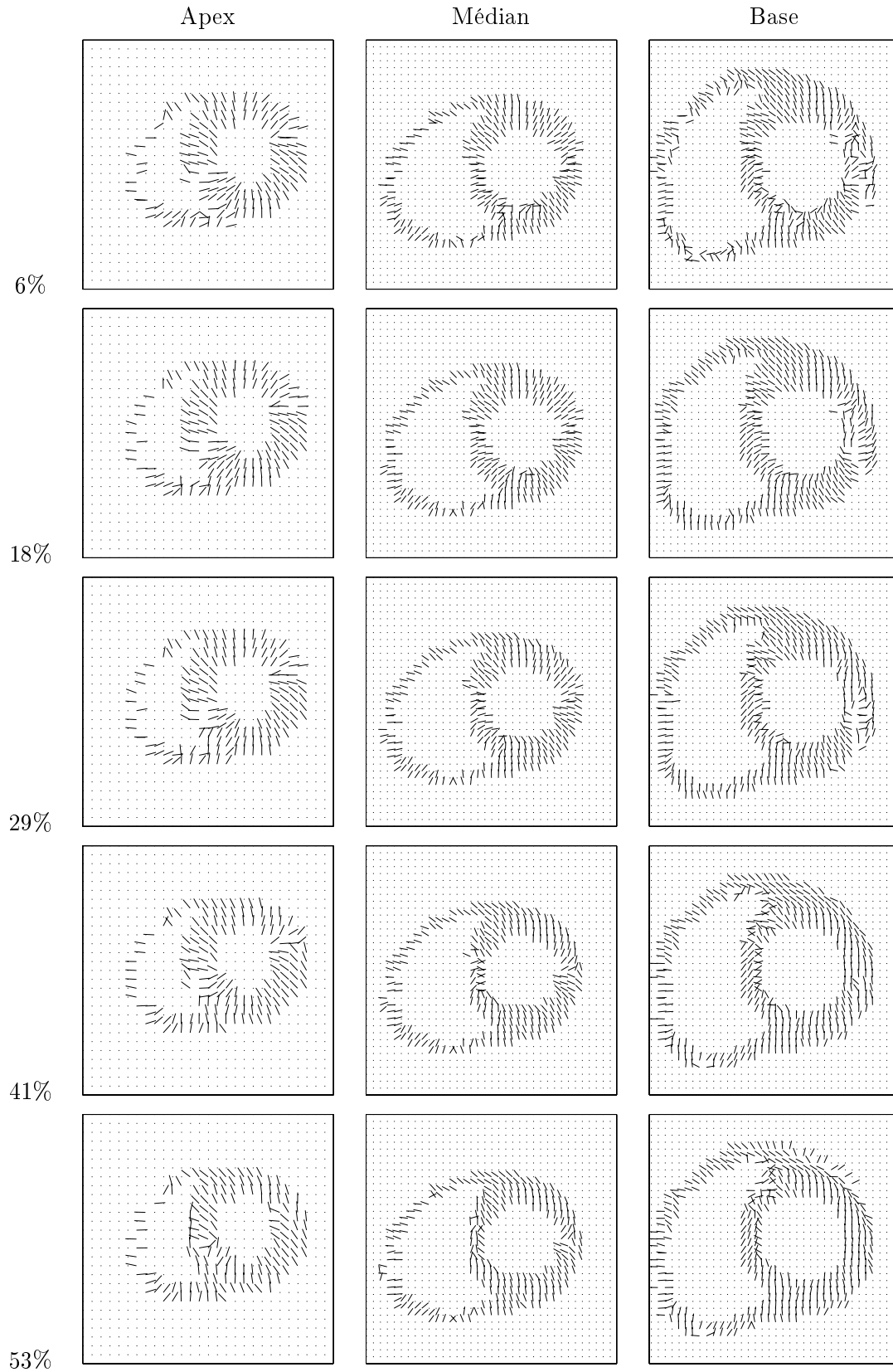


FIG. 7.9 – Evolution du vecteur propre associé à la valeur propre maximale E_1 du modèle moyen des déplacements aux niveaux de coupe apical, médian et basal. L'échelle temporelle est exprimée en % de la durée totale du cycle cardiaque.

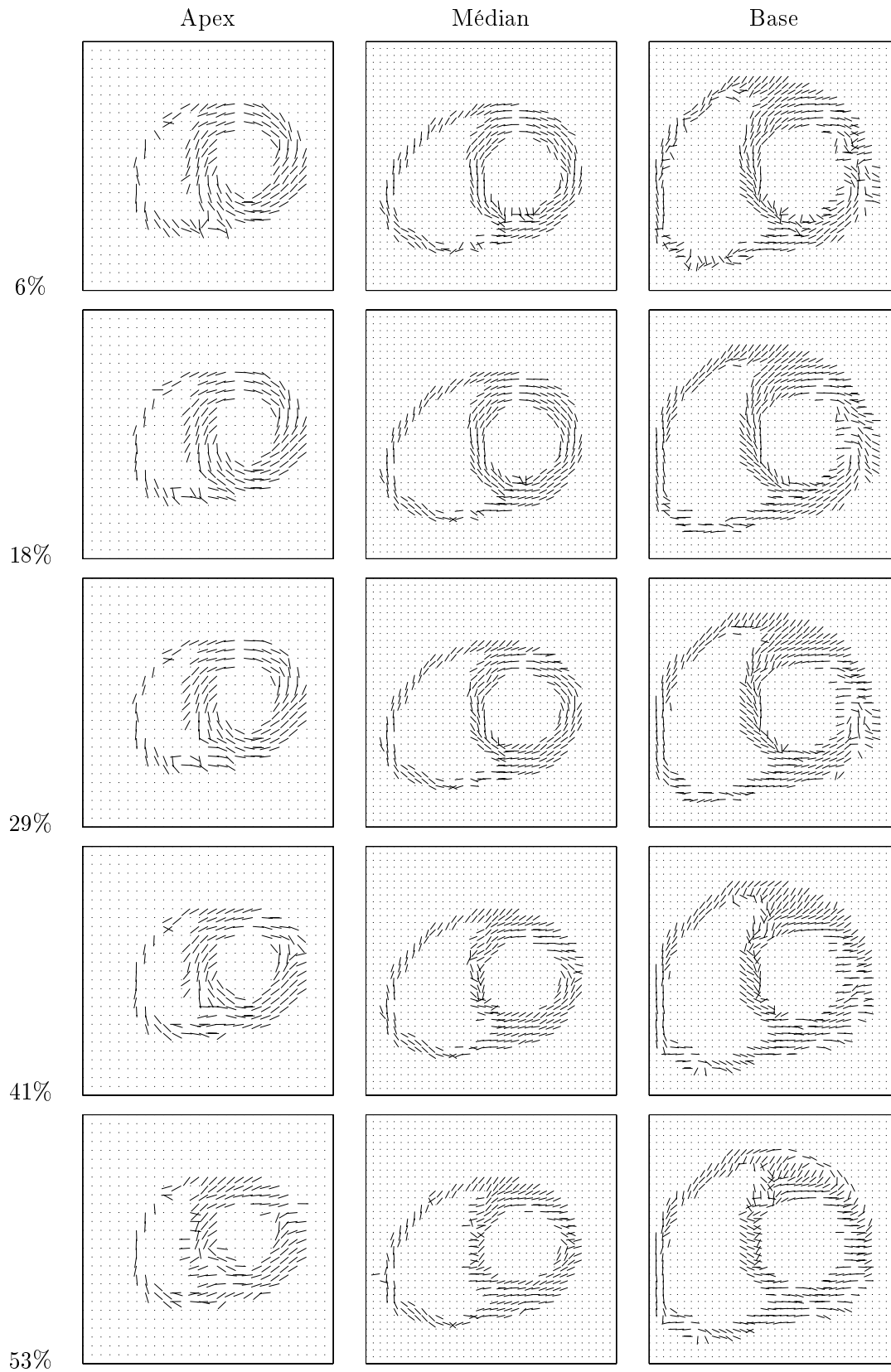


FIG. 7.10 – Evolution du vecteur propre associé à la valeur propre minimale E_2 du modèle moyen des déplacements aux niveaux de coupe apical, médian et basal. L'échelle temporelle est exprimée en % de la durée totale du cycle cardiaque.

Individu	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	θ_7	θ_8	θ_9	θ_{10}
1	-46.76	15.39	27.83	-9.09	25.66	9.89	7.94	4.72	6.17	-5.17
2	20.51	-2.37	-12.54	6.01	-29.98	-6.71	-11.50	8.34	-2.16	1.73
3	-20.62	25.04	13.67	0.38	16.35	4.60	-0.08	4.96	3.50	7.01
4	39.09	38.86	-34.77	20.72	2.95	-5.63	-4.69	-11.68	-1.47	-1.40
5	-37.97	78.91	15.33	4.57	60.60	14.22	20.68	4.17	-13.05	5.49
6	-63.85	-48.05	46.08	-48.96	0.95	20.33	0.05	-7.65	0.75	-2.75
7	232.45	149.76	-126.24	73.58	-21.72	-3.42	-16.20	1.26	0.81	-0.47
8	70.13	32.69	-40.40	26.25	-3.66	-15.56	-12.92	0.90	2.65	-0.17
8	-127.27	-219.59	57.67	-21.00	-34.57	-6.84	4.38	-9.24	-2.50	-5.11
10	-12.10	-14.66	10.59	-39.24	-12.63	-15.69	8.31	-0.15	1.69	0.56
11	-53.61	-55.98	42.77	-13.23	-3.94	4.83	4.02	4.37	3.62	0.27

TAB. 7.1 – Valeurs du paramètre Θ pour chaque individu du corpus d'apprentissage.

où Θ désigne le vecteur de paramètres caractéristique de $\mathbf{\Gamma}$, et $\mathbf{V}$ la matrice formée des M^* composantes principales pour le niveau de coupe et l'instant considérés. A titre indicatif, les valeurs de Θ pour les individus de la base d'apprentissage sont données dans le Tableau 7.1. Notons que cette représentation est totalement indépendante du choix d'un référentiel anatomique particulier et est valide sur l'ensemble du myocarde, contrairement aux descriptions standards centrées sur le VG (*e.g.* (Allouche, 2002)). Sur la base de celle-ci, des estimées *paramétriques* du déplacement myocardique peuvent être extraites par recalage non rigide par I_α -information exclusive des données d'IRM de marquage (*cf.* Chapitre 5). Préalablement, l'atlas de mouvement doit être aligné sur l'anatomie des données traitées. A cette fin, on utilise un schéma analogue à celui employé pour sa construction : un recalage non rigide de l'image de télédiastole de référence sur les données ciné-IRM analysées est effectué à tout instant du cycle ; le déplacement moyen et les composantes principales sont ensuite composées par les transformations ainsi identifiées. Le déplacement moyen ainsi aligné est utilisé pour initialiser la descente en gradient.

Du point de vue numérique, le modèle paramétrique statistique de déplacement à 7 composantes possède une complexité inférieure aux modèles par FFD (16 paramètres) (Rueckert et al., 1999c; Chandrasekara et al., 2002; Kybic, 2001) et par ondelettes splines (Wu et al., 2000). De plus, contrairement à ces modèles qui sont définis sur un support d'extension non nulle, il est ponctuel, ce qui rend son évaluation en chaque pixel particulièrement efficace.

7.3.1 Résultats expérimentaux

Cette technique de recalage non rigide paramétrique orientée atlas a été testée sur des données hors du corpus d'apprentissage et ses résultats systématiquement comparés aux mesures obtenues par recalage non paramétrique utilisant le même jeu d'hyperparamètres. Un atlas de déplacement comprenant 7 composantes à tous les niveaux de coupe et une I_α -information exclusive ($\alpha = 1.2$) ont été utilisés. La Figure 7.12 présente un résultat typique obtenu au niveau apical. Dans ce cas, l'erreur moyenne est $\epsilon = 0.15 \pm 0.22$ pixels, variant de 0 à 1.53 pixels. La Figure 7.13 présente le résultat au niveau médian. L'erreur moyenne est alors $\epsilon = 0.23 \pm 0.34$ pixels, variant de 0 à 3.59 pixels. Enfin, la Figure 7.14 montre le résultat basal, pour lequel $\epsilon = 0.40 \pm 0.59$ pixels, variant de 0 à 3.28 pixels. On constate ainsi que, par rapport à un recalage non paramétrique dont la complexité est égale à la taille de l'image, le recalage paramétrique orienté atlas permet d'estimer un champ de déplacement avec une complexité réduite (7 paramètres) sans perte de précision notable, au prix du coût calculatoire supplémentaire induit par le recalage de l'atlas sur les données.

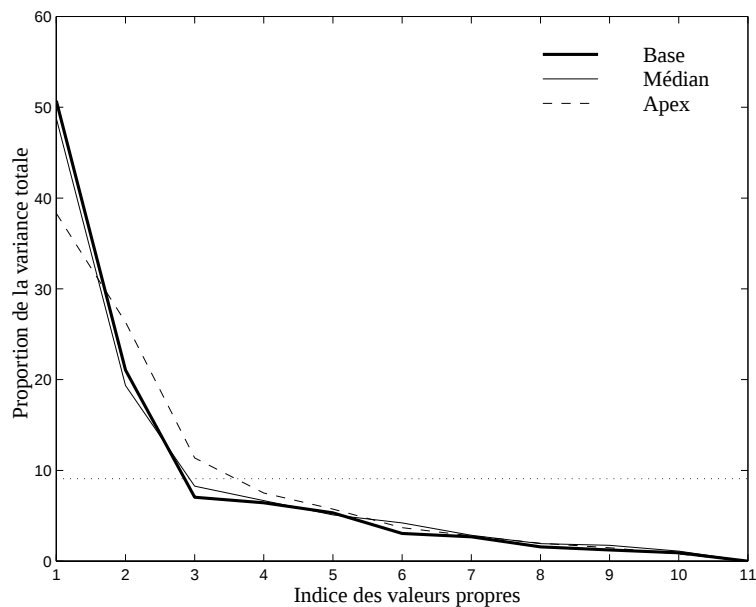


FIG. 7.11 – Proportion de chaque valeur propre de la variance totale pour chaque niveau de coupe (en moyenne pour chaque instant du cycle cardiaque). La droite en pointillés indique la moyenne.

7.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé le principe de construction d'un modèle statistique de déplacement myocardique pour le cœur sain, à partir d'une collection d'estimées de déplacement non paramétriques obtenus par recalage informationnel non rigide sur un corpus d'apprentissage. Nous avons précisé comment ce modèle permet d'extraire des valeurs de référence pour les paramètres de déformation myocardique aux différentes échelles d'analyse. Nous avons ensuite exposé sa mise en œuvre en tant que modèle paramétrique de déplacement adapté à la dynamique cardiaque pour l'estimation des déplacements myocardiques par recalage informationnel non rigide. Les résultats expérimentaux suggèrent qu'une approche orientée atlas permet d'obtenir une description compacte (7 paramètres) de la motilité myocardique, sans perte de précision notable par rapport à une approche non paramétrique. Cette description est en outre indépendante du choix d'un référentiel anatomique particulier.

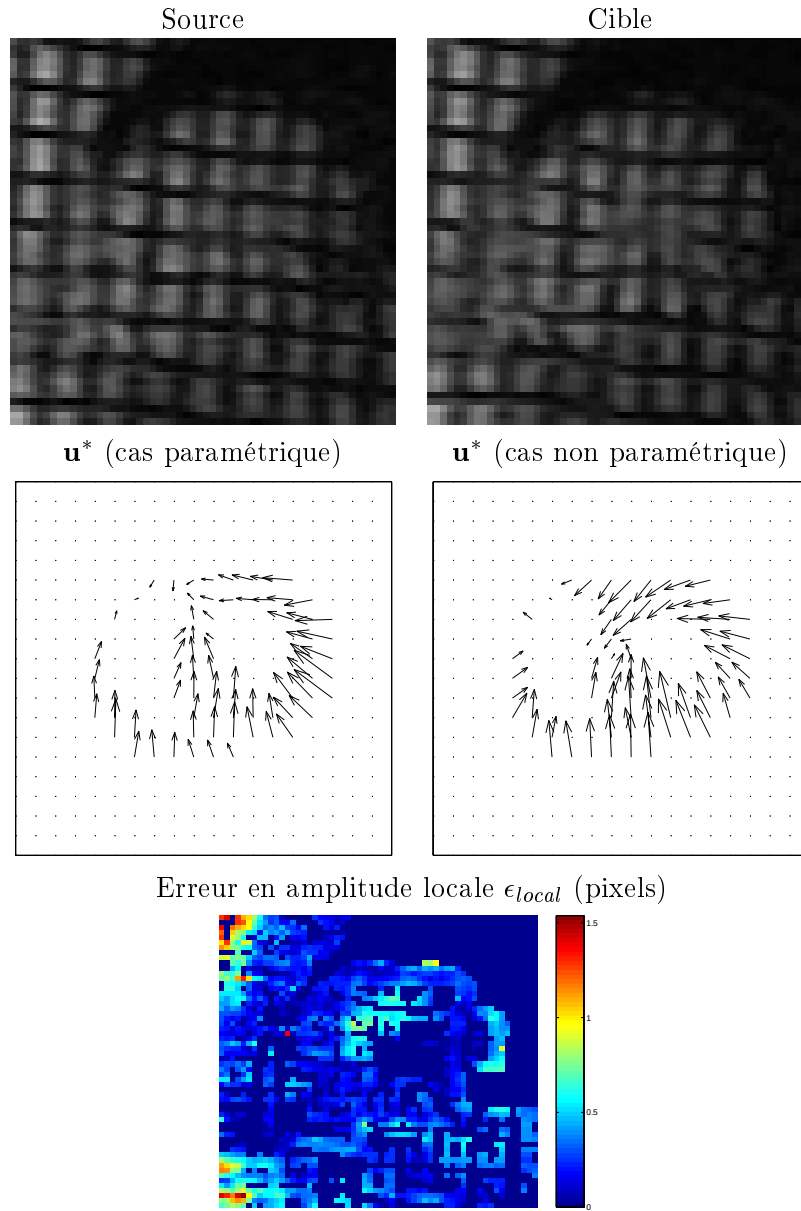


FIG. 7.12 – Comparaison des résultats obtenus par recalage non rigide non paramétrique et paramétrique orienté atlas au niveau apical.

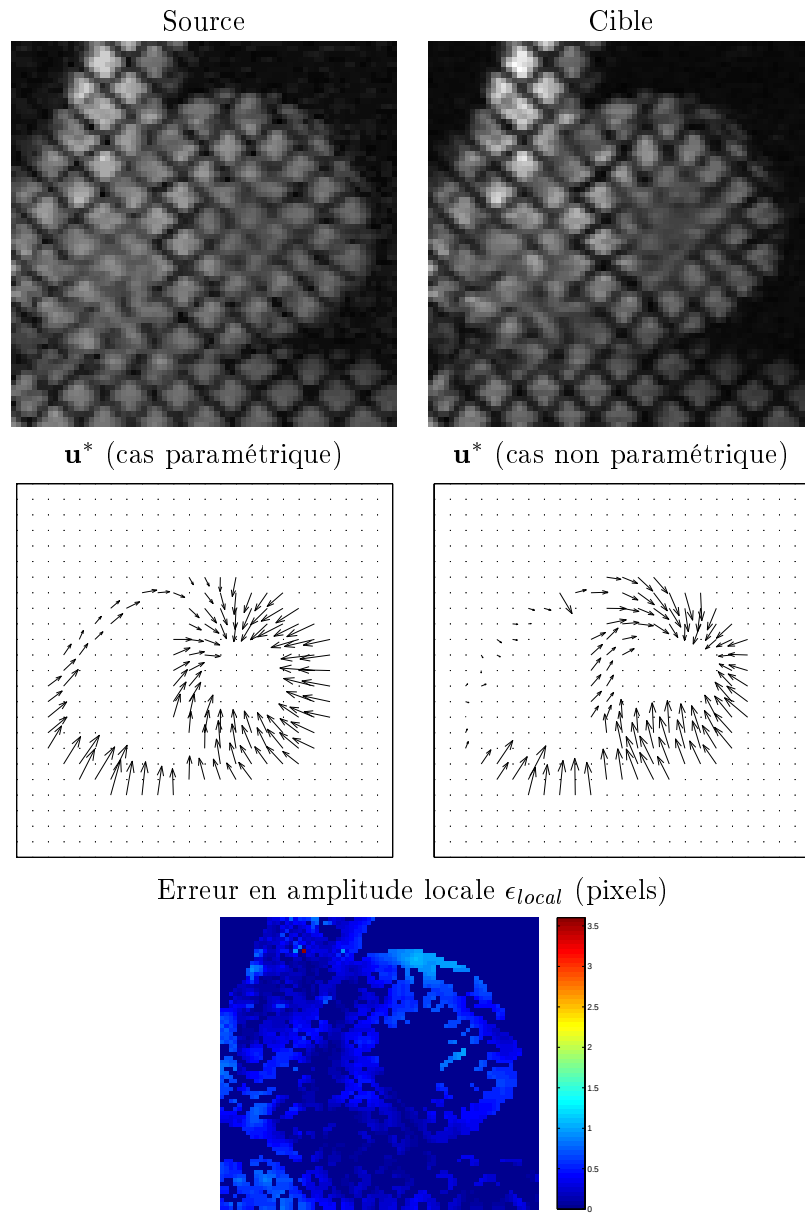


FIG. 7.13 – Comparaison des résultats obtenus par recalage non rigide non paramétrique et paramétrique orienté atlas au niveau médian.

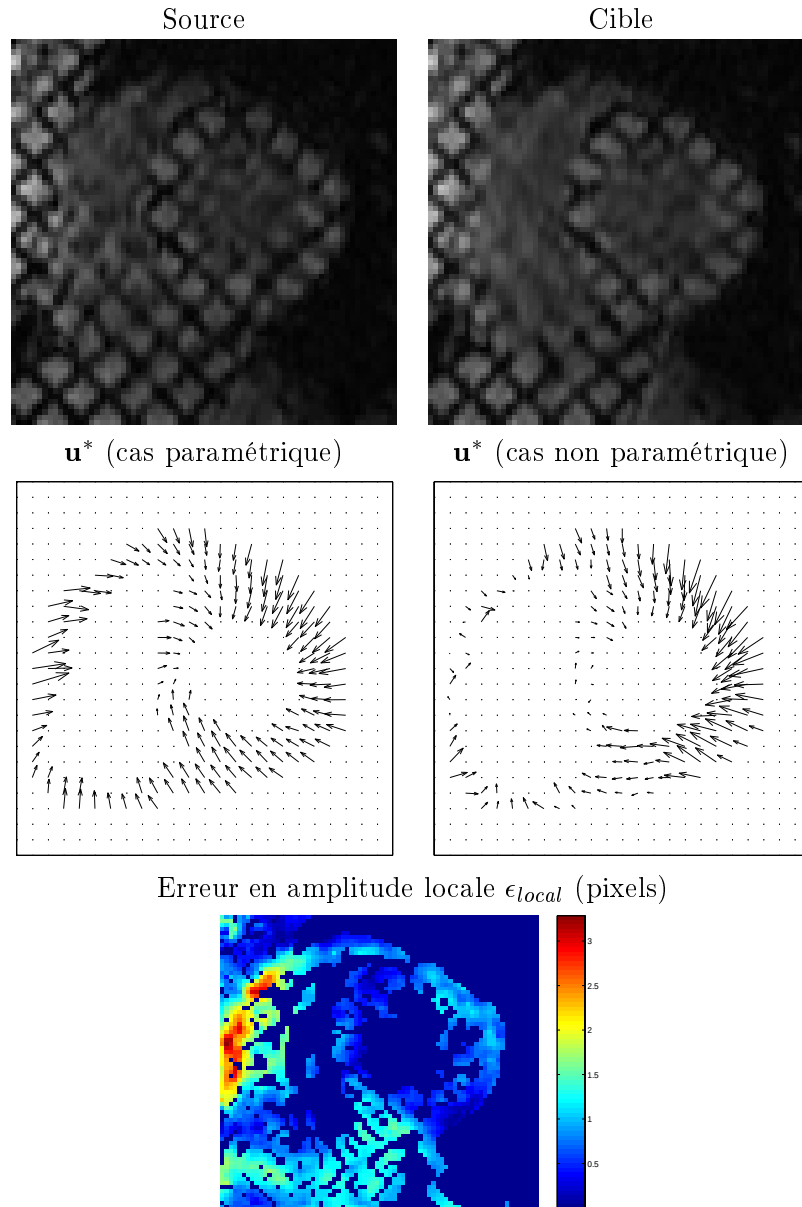


FIG. 7.14 – Comparaison des résultats obtenus par recalage non rigide non paramétrique et paramétrique orienté atlas au niveau basal.

Conclusion et perspectives

Ce travail de thèse a mis en évidence la pertinence et la polyvalence des techniques de recalage non rigide statistique pour l'élaboration d'une méthodologie fiable d'analyse quantitative de la fonction contractile du cœur en IRM. Ses contributions sont de trois ordres :

- (i) l'élaboration d'une méthode générique non supervisée d'estimation du mouvement myocardique à partir de séquences d'IRM de marquage ;
- (ii) le développement d'un outil de quantification des déformations à l'échelle du voxel, du segment myocardique et du myocarde, intégrant une étape de segmentation dynamique du cœur par recalage des séquences ciné-IRM ;
- (iii) la construction d'un modèle statistique de contraction d'un cœur sain, et son utilisation à des fins d'estimation paramétrique des déplacements myocardiques.

L'estimation dense des déplacements myocardiques en IRM de marquage repose sur une approche variationnelle de recalage non rigide iconique, par optimisation d'une fonctionnelle composée d'un critère de similarité inter-image et d'un terme de régularisation. La prise en compte robuste des variations de topologie et d'intensité du réseau de marquage nous a conduit à privilégier des critères de similarité statistiques, valides dans des contextes mono- et multimodaux. Afin de surmonter les limitations des mesures classiques, telle l'information mutuelle, dans le cas de statistiques conjointes complexes ou de grandes déformations (*e.g.* déformations systoliques), nous avons proposé de recourir à des mesures entropiques généralisées hors du cadre de Shannon. Nous nous sommes intéressés spécifiquement aux f -informations, d'où nous avons dérivé des mesures généralisées normalisées originales, parmi lesquelles les f -informations exclusives. Pour chaque classe, nous avons établi les expressions générales de leur gradient variationnel sur des espaces de mouvement non paramétriques et paramétriques, et avons mis en évidence des comportements asymptotiques spécifiques. Dans le cas de f -informations paramétriques, nous avons proposé un schéma de sélection du paramètre optimal. L'ajout à ces métriques de fonctionnelles de régularisation classiques permet d'aboutir à des modèles bien posés. Nous avons privilégié des stabilisateurs géométriques, favorisant une régularisation intra-régionale. Après validation sur des données simulées, cette approche a été appliquée à l'estimation non paramétrique du mouvement cardiaque sur des séquences acquises sur des volontaires sains et des patients atteints de pathologies diverses, montrant des performances robustes vis-à-vis de la technologie de marquage tissulaire.

Dans un deuxième temps, nous nous sommes intéressés à la quantification des déformations myocardiques à partir des champs de déplacement ainsi estimés. Celle-ci repose sur le calcul de paramètres de déformation, dérivés soit directement du champ (ordre 0), soit du tenseur des déformations associé (ordre 1). Par construction, ces paramètres sont disponibles, à l'échelle du pixel ou du segment myocardique, à un instant donné du cycle cardiaque (*e.g.* *télésystole*) ou tout au long de celui-ci. L'obtention de mesures localisées nécessite néanmoins une segmentation préalable du myocarde. Nous avons proposé d'effectuer celle-ci à partir d'une séquence d'images ciné-IRM, acquise conjointement aux données d'IRM de marquage, via une approche originale opérant en deux étapes : segmentation de la première image par morphologie mathématique, puis propagation du masque anatomique résultant sur

les images suivantes par déformation au moyen du champ estimé par recalage non rigide inter-images. La validation des quantifications dans le cas non pathologique nécessite de disposer de valeurs de référence. A cette fin, une synthèse approfondie de la littérature médicale a été effectuée, aboutissant à l'identification d'intervalles de confiance pour chaque paramètre. La comparaison des mesures obtenues par notre méthode à ces valeurs de référence a révélé une excellente corrélation. En outre, l'accès à des mesures à tout instant du cycle cardiaque a permis de mettre en évidence des comportements régionaux spécifiques qui ne sont pas systématiquement relevés dans la littérature cardiologique : propagations longitudinale et circonférentielle de la contraction, mouvement paradoxal du septum, translation initiale de l'apex vers la base. Pour des cœurs pathologiques (*e.g. cardiomyopathies*), les expériences ont montré la pertinence d'une analyse quantitative multiparamétrique pour localiser et caractériser les zones atteintes.

La dernière partie de ce travail a concerné l'élaboration et l'utilisation à des fins d'analyse d'un modèle statistique de cœur sain. Le principe de construction proposé consiste en une analyse en composantes principales d'estimées non paramétriques de déplacement obtenues par recalage non rigide sur une base de 13 volontaires sains, préalablement alignés sur une référence anatomique commune. La procédure d'alignement est effectuée en deux temps : (i) compensation de forme à partir des données ciné-IRM par recalage non rigide de l'image en télédiastole du sujet étudié sur l'image en télédiastole d'un patient de référence, (ii) composition des champs de déplacements par la transformation ainsi identifiée. L'atlas résultant est constitué, pour chaque instant du cycle cardiaque, d'un champ de déplacement myocardique moyen et d'une famille de champs de vecteurs (composantes principales) décrivant la variabilité cinématique. La composante moyenne a permis de dériver des modèles quantitatifs de référence pour les paramètres de déformation.

Par ailleurs, les composantes principales définissent une représentation paramétrique de mouvement adaptée à la cinématique du myocarde. Nous nous sommes attachés à intégrer ce modèle statistique au processus de recalage des données d'IRM de marquage. A cette fin, une étape préalable d'alignement du support de l'atlas sur les données patient est effectuée par recalage non rigide des images ciné-IRM en télédiastole. Les résultats suggèrent un gain en terme de compacité de description du mouvement myocardique.

Ce travail de recherche ouvre des perspectives multiples tant d'un point de vue méthodologique que médical :

- Une question fondamentale concerne la détermination d'une métrique d'information optimale au regard des distributions de probabilités (marginales et conjointes) pour la classe de signaux considérés. Nous avons dans cette thèse adopté une démarche pour partie empirique, consistant tout d'abord à identifier par expérimentation des classes de métriques paramétriques adaptées aux données étudiées, puis, au sein d'une classe donnée, à optimiser la valeur du paramètre par une approche variationnelle. Il serait souhaitable de pouvoir construire une démarche axiomatique permettant la sélection objective d'une classe de métrique optimale sur la base d'hypothèses *a priori* sur les statistiques des données.
- Le cadre variationnel de recalage non rigide informationnel mis en place est de portée générale. Les choix de mise en œuvre effectués pour l'adapter au contexte médical ciblé (*e.g.* choix d'une représentation multirésolution des images, des interpolants, etc.) ont permis de démontrer sa pertinence. Ces choix se sont révélés appropriés dans un contexte applicatif très différent (*i.e.* analyse de visages) suggérant la polyvalence et la robustesse de l'approche. Toutefois, des travaux expérimentaux complémentaires seraient nécessaires pour étudier de manière exhaustive la sensibilité de la méthode par rapport à ses paramètres, et le cas échéant les optimiser dans le cas de l'IRM cardiovasculaire. Ainsi pourrait-t-on, par exemple, préciser l'apport éventuel d'une décomposition des signaux en ondelettes ou sur une base B-splines (en lieu et place de la pyramide

- gaussienne actuellement utilisée) en terme de vitesse de convergence et de précision du recalage.
- Une autre voie d’approfondissement théorique concerne l’optimisation des schémas numériques. Dans un souci de simplicité, nous avons opté pour une discrétisation par DF centrées et pour un schéma d’Euler explicite à pas constant. Il serait intéressant d’étudier les performances de schémas semi-implicites, à pas adaptatif, ou d’ordre supérieur en termes d’accélération de convergence, et d’évaluer dans chaque cas le compromis vitesse/complexité numérique.
 - Enfin, la pertinence des critères informationnels généralisés sur des espaces de transformations paramétriques usuels (B-splines, ondelettes splines, etc.) demanderait à être évaluée de manière approfondie dans un cadre applicatif approprié.
 - Les perspectives médicales sont également nombreuses. La validation clinique doit tout d’abord être poursuivie sur un large corpus, en particulier dans des contextes pathologiques. L’apport de cette méthode peut être intéressant dans plusieurs pathologies, notamment les cardiomyopathies et la sarcoïdose. Pour chacune de ces pathologies, une étude de quantification pourrait permettre de construire un atlas spécifique. Les perspectives portent également sur les études conjointes contraction/perfusion et contraction/activation électrique par du recalage multimodal. Au-delà de l’environnement médical, le caractère générique de cette méthode permet de la transposer dans d’autres de contexte de recalage.

Annexe A

Le complexe QRS de l'ECG

Un électrocardiogramme (ECG) est un enregistrement du champ électrique généré par les cellules myocardiques des oreillettes et des ventricules en fonction du temps. Cette activité correspond à une suite de déflexions appelées P, QRS et T. La dépolarisation des oreillettes lors de leur contraction engendre l'onde P. La dépolarisation rapide des ventricules engendre le complexe QRS. L'onde T de repolarisation lente représente la phase de récupération après la contraction des ventricules.

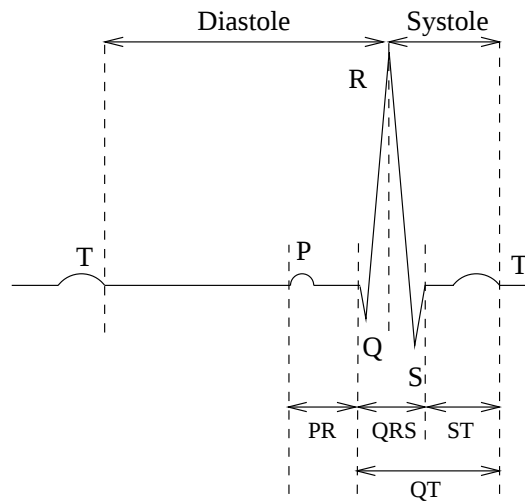


FIG. A.1 – L'électrocardiogramme et les événements P, QRS et T.

L'étude de l'ECG comprend la mesure de la fréquence cardiaque et l'analyse de la morphologie et de la durée des événements P, QRS, T, et des intervalles PR, ST, QT.

Annexe B

Recalage non rigide et *morphing*

Sous le terme générique de *morphing* d'images ou de formes sont regroupés deux types d'applications : (i) la synthèse d'une image à partir d'une image initiale et d'un ensemble de contraintes prédéfinies (*e.g.* changement de l'expression d'un visage), et (ii) la génération d'une séquence d'images intermédiaires à partir de deux images données (*i.e.* interpolation de vues). Dans les deux cas, il s'agit d'estimer une transformation spatiale permettant rendre une image similaire à une autre, problématique proche de celle du recalage. Les techniques de *morphing* d'images cherchent en outre à déterminer une transformation photométrique dans le but de déformer continument la texture d'une image jusqu'à la rendre similaire à une autre. Dans le cadre du *morphing*, une interaction avec l'utilisateur pour désigner et apparier les traits caractéristiques homologues dans les deux images est presque toujours nécessaire. On distingue alors trois classes de transformations selon le type d'amers utilisés (Wolberg, 1998) :

- ajustement d'une grille déformable (*mesh morphing*) ;
- mise en correspondance de segments (*field morphing*) ;
- mise en correspondance de points (*point-based morphing*).

D'autres approches requièrent une supervision réduite, voire nulle ; c'est le cas des méthodes fondées sur un modèle physique. Le *morphing* d'images 3D inclut des méthodes dérivées du *morphing* 2D (*morphing* géométrique) et des méthodes spécifiques (*morphing* de volume).

Nous proposons ici un bref panorama de ces techniques dans le but d'en préciser les relations avec les approches de recalage non rigide.

B.1 Panorama des techniques de *morphing*

B.1.1 Ajustement d'une grille déformable

Cette méthode pionnière (Smythe, 1990) consiste à superposer une grille déformable à l'image source, et à la déformer interactivement de manière à ce que ses nœuds et ses arêtes coïncident avec des objets particuliers de l'image (*e.g.* les yeux, le nez et la bouche dans un visage). Cette opération est également appliquée à l'image modèle, et une transformation de passage d'une grille déformée à l'autre est calculée par interpolation linéaire. Celle-ci est ensuite appliquée à chaque image pour générer deux séquences qui sont finalement fusionnées par mélange linéaire. Malgré des résultats satisfaisants, cette méthode possède un inconvénient majeur : le positionnement manuel des nœuds de la grille sur l'image est long et fastidieux, et peut conduire à des résultats localement incohérents.

B.1.2 Mise en correspondance de segments

Beier et Neely ont proposé une technique fondée sur l'appariement de segments de droite définis dans chaque image par l'utilisateur (Beier et Neely, 1992). L'utilisation de primitives segments permet d'améliorer le réalisme des déformations. Mais le coût calculatoire, proportionnel au nombre de segments est élevé et l'algorithme peut avoir en certains points un comportement inattendu (apparition d'artefacts dénommés *ghosts*).

B.1.3 Mise en correspondance de points

Dans cette classe d'approches, l'utilisateur place des amers ponctuels sur les deux images, dont les positions peuvent être suggérées par des contours actifs (*snakes*) (Haque et al., 2000). La mise en correspondance est ensuite réalisée par interpolation par une fonction radiale. Les fonctions de base usuelles sont les splines de plaque mince (Arad et al., 1994), les splines élastiques (Hassanien et Nakajima, 1998; Haque et al., 2000), et la gaussienne (Arad et al., 1994). Dans ce dernier cas, il est possible de contrôler l'importance de chaque amer au moyen de la variance qui joue le rôle de paramètre d'échelle.

L'appariement peut également être réalisé dans un cadre variationnel classique par minimisation d'une fonctionnelle, composée d'un terme de positionnement des amers de type SSD et d'un terme de régularisation. Un terme supplémentaire fondé sur le jacobien de φ peut être ajoutée afin d'assurer le caractère difféomorphique de la transformation (Lee et al., 1996).

B.1.4 Approches par modèles physiques

Toutes les méthodes pré-citées ont l'inconvénient de nécessiter l'intervention d'un opérateur. Une approche permettant de mettre en correspondance deux formes polygonales avec supervision réduite a été proposée par Sederberg et Greenwood (Sederberg et Greenwood, 1992). Cette méthode repose sur l'utilisation d'un modèle physique : la forme initiale est modélisée par un fil composé d'un matériau élastique, et la transformation optimale est celle qui minimise le travail nécessaire pour étirer et courber cette forme afin de la recaler sur la forme cible (principe de moindre action). Les seuls paramètres à ajuster sont les constantes définissant les propriétés d'élasticité et de flexion du matériau.

Cette approche peut être étendue à l'appariement d'images (Gao et Sederberg, 1998). On modélise alors l'image source comme une grille déformable élastique et on minimise sur l'espace des transformations admissibles le travail total, composé d'un coût de déformation élastique et un coût de "re-coloration", défini via une distance colorimétrique. Cet algorithme est particulièrement performant dans le cas d'images similaires ; aucune intervention de l'utilisateur, hormis l'ajustement des pondérations des termes de coût, n'est alors requise. Lorsque les images diffèrent, et en particulier si les objets n'ont pas la même topologie, le placement supervisé de la grille déformable ou d'amers se révèle nécessaire.

B.1.5 Morphing 3D

Une première classe de *morphing* 3D utilisent, comme en 2D, des mises en correspondance de formes géométriques, par exemple des polygones (*morphing* géométrique). Le placement des formes est toutefois fastidieux, les transformations souvent complexes, et la topologie des objets contrainte par celle des modèles. Le *morphing* géométrique 3D ne convient donc pas à des images représentant des objets complexes ou naturels, qui ne peuvent être aisément représentés par des polygones.

Aussi une deuxième de famille de méthodes utilise-t-elle des données volumétriques. Elles sont regroupées sous le nom de *morphing* de volume.

L'approche de He *et al.* consiste à appliquer une transformée en ondelettes sur les deux ensembles de données volumétriques et d'interpoler entre chaque sous-bande pour reconstruire la forme (He et al.,

1994). Les différences de résultats obtenus, d'une part, dans le domaine spatial et, d'autre part, dans le domaine des ondelettes montrent que cette approche permet de supprimer le bruit de reconstruction.

Dans (Lerios et al., 1995), l'utilisateur spécifie des éléments de contrôle (points, segments, rectangles, parallélépipèdes). L'interpolation entre ces deux ensembles est réalisée par l'approche de (Beier et Neely, 1992). La fusion linéaire des deux volumes ne donnant pas de résultats visuellement corrects, les auteurs proposent une fusion non linéaire utilisant des pondérations sigmoïdes.

B.2 Relation avec le recalage non rigide

Le recalage non rigide d'images et le *morphing* partagent une ambition commune : estimer une transformation spatiale permettant de déformer une image afin de la rendre géométriquement similaire à une autre. Les techniques de *morphing* d'images estiment en outre une transformation photométrique.

Si les méthodes de recalage non rigide se décomposent en deux catégories, iconiques et géométriques, les méthodes de *morphing* sont presque exclusivement de type géométrique. Elles consistent à placer des amers sur les images et à les mettre en correspondance. En *morphing* comme en recalage non rigide, les contours actifs sont utilisés pour assister l'utilisateur dans la mise en place des amers. La transformation recherchée peut être modélisée par des splines de plaque mince ((Arad et al., 1994) pour le *morphing*, (Rohr et al., 1999) pour le recalage) et des splines élastiques ((Hassanien et Nakajima, 1998; Haque et al., 2000) pour le *morphing*, (Davis et al., 1997) pour le recalage). Dans les deux cas, on peut chercher à imposer un caractère difféomorphique à la transformation.

Du point de vue de l'alignement géométrique, les techniques de *morphing* relèvent du même cadre que celles du recalage non rigide. Toutefois leur caractère intrinsèquement interactif limite leur utilisation pour des applications cliniques. En imagerie médicale, elles ont toutefois été suggérées pour générer des images manquantes dans des séquences d'IRM du cerveau (Haque et al., 2000) et à des fins pédagogiques (Bergeron et al., 1994).

Annexe C

Rappels de mécanique des milieux continus

C.1 Le tenseur des déformations

Le mouvement d'un milieu continu déformable peut être analysé selon deux points de vue différents : la description *lagrangienne* consiste à donner la position à tout instant de toutes les particules ; la description *eulérienne* consiste à spécifier le champ des vitesses observé en chaque point fixe du domaine.

Notons $\mathbf{x}(t)$ un point du milieu déformable à l'instant t , $\mathbf{x}'(t')$ son correspondant à l'instant t' , et φ la transformation associée. L'approche lagrangienne relie ces deux points par la notion de *trajectoire* :

$$\mathbf{x}'(t') = \varphi(\mathbf{x}(t)) \quad . \quad (\text{C.1})$$

Afin d'alléger l'écriture, on notera désormais $\mathbf{x}'(t') = \mathbf{x}'$ et $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}$, ces notations étant sans ambiguïté. En supposant φ presque partout différentiable et en notant $\Phi := \nabla \varphi$ le jacobien de la transformation, il vient :

$$d\mathbf{x}' = \Phi(\mathbf{x})d\mathbf{x} \quad .$$

L'opérateur linéaire $\Phi(\mathbf{x})$ est une description locale de la déformation autour du point $\mathbf{x}$. Il vient :

$$||d\mathbf{x}'||^2 = d\mathbf{x}^T d\mathbf{x}$$

et :

$$\begin{aligned} ||d\mathbf{x}'||^2 &= (d\mathbf{x}')^T d\mathbf{x}' \\ &= d\mathbf{x}^T \Phi^T(\mathbf{x})\Phi(\mathbf{x})d\mathbf{x} \end{aligned}$$

Ainsi :

$$||d\mathbf{x}'||^2 - ||d\mathbf{x}'||^2 = d\mathbf{x}^T (\Phi^T \Phi - \mathbf{I})(\mathbf{x})d\mathbf{x} \quad (\text{C.2})$$

où $\mathbf{I}$ représente le tenseur identité. La variation de la métrique induite par la transformation φ en tout point du milieu est ainsi décrite le tenseur des déformations de Green-Lagrange $\mathbf{E}$ défini par :

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) := \frac{1}{2} (\Phi^T \Phi - \mathbf{I})(\mathbf{x}) \quad . \quad (\text{C.3})$$

L'approche eulérienne relie les points $\mathbf{x}$ et $\mathbf{x}'$ par la notion de *déplacement*. En notant $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ le déplacement au point $\mathbf{x}$, il vient :

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x}) \quad . \quad (\text{C.4})$$

Notons $\mathbf{U} := \nabla \mathbf{u}$ le jacobien du champ de déplacement. Il vient :

$$\begin{aligned} d\mathbf{x}' &= d\mathbf{x} + \mathbf{U}(\mathbf{x})d\mathbf{x} \\ &= (\mathbf{I} + \mathbf{U})(\mathbf{x})d\mathbf{x} \end{aligned}$$

Le tenseur Φ peut ainsi s'exprimer en fonction du tenseur $\mathbf{U}$:

$$\Phi(\mathbf{x}) = (\mathbf{I} + \mathbf{U})(\mathbf{x}) \quad . \quad (\text{C.5})$$

Il en résulte une expression équivalente pour le tenseur des déformations $\mathbf{E}$:

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} (\mathbf{U} + \mathbf{U}^T + \mathbf{U}^T \mathbf{U})(\mathbf{x}) \quad .$$

Ce tenseur peut être linéarisé dans le cas de petites déformations, le terme quadratique devenant alors négligeable :

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) \simeq \frac{1}{2} (\mathbf{U} + \mathbf{U}^T)(\mathbf{x}) \quad . \quad (\text{C.6})$$

C.2 Interprétation de ε_2

L'équation (C.2) se réécrit sous la forme :

$$||d\mathbf{x}'||^2 - ||d\mathbf{x}||^2 = d\mathbf{x}^T \mathbf{E}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad .$$

Si l'on note $d\mathbf{x} = ||d\mathbf{x}|| \mathbf{v}$ avec $||\mathbf{v}|| = 1$, on a également :

$$||d\mathbf{x}'||^2 - ||d\mathbf{x}||^2 = 2||d\mathbf{x}||^2 \mathbf{v}^T \mathbf{E} \mathbf{v} \quad .$$

Finalement :

$$\varepsilon_2 = \frac{||d\mathbf{x}'||^2 - ||d\mathbf{x}||^2}{||d\mathbf{x}||^2} = 2\mathbf{v}^T \mathbf{E} \mathbf{v} \quad .$$

C.3 Interprétation du cisaillement

On a :

$$\begin{aligned} d\mathbf{p}_{ES} &= \mathbf{F} d\mathbf{p}_{ED} \\ d\mathbf{q}_{ES} &= \mathbf{F} d\mathbf{q}_{ED} \end{aligned}$$

Le calcul du produit scalaire entre $d\mathbf{p}_{ES}$ et $d\mathbf{q}_{ES}$ donne :

$$\begin{aligned} d\mathbf{p}_{ES}^T d\mathbf{q}_{ES} &= (\mathbf{F} d\mathbf{p}_{ED})^T \mathbf{F} d\mathbf{q}_{ED} \\ &= d\mathbf{p}_{ED}^T \mathbf{F}^T \mathbf{F} d\mathbf{q}_{ED} \\ &= d\mathbf{p}_{ED}^T (2\mathbf{E} + \mathbf{Id}) d\mathbf{q}_{ED} \\ &= 2d\mathbf{p}_{ED}^T \mathbf{E} d\mathbf{q}_{ED} + d\mathbf{p}_{ED}^T d\mathbf{q}_{ED} \end{aligned}$$

Ainsi

$$d\mathbf{p}_{ES}^T d\mathbf{q}_{ES} - d\mathbf{p}_{ED}^T d\mathbf{q}_{ED} = 2d\mathbf{p}_{ED}^T \mathbf{E} d\mathbf{q}_{ED}$$

Finalement :

$$\frac{d\mathbf{p}_{ES}^T d\mathbf{q}_{ES} - d\mathbf{p}_{ED}^T d\mathbf{q}_{ED}}{||d\mathbf{p}_{ED}|| ||d\mathbf{q}_{ED}||} = 2\mathbf{v}^T \mathbf{E} \mathbf{w}$$

Annexe D

L'entropie de Shannon comme limite de f -entropies paramétriques

D.1 Entropie de Havrda-Charvát

Propriété 1. *Soit X une variable aléatoire continue. Alors :*

$$\lim_{\alpha \rightarrow 1} H_{HC}^\alpha(X) = H_S(X) \quad .$$

Démonstration. Soit $f : \alpha \mapsto \int_{\Omega} p^X(x)^\alpha dx$. Cette fonction est différentiable sur $\mathbb{R}$ et, en particulier, en $\alpha = 1$. Sa dérivée f' est donnée par :

$$f'(\alpha) = \int_{\Omega} p^X(x)^\alpha \log p^X(x) dx \quad .$$

On a : $f(1) = 1$ et $f'(1) = \int_{\Omega} p^X(x) \log p^X(x) dx = -H_S(X)$. De plus :

$$\frac{f(\alpha) - f(1)}{\alpha - 1} = -H_{HC}^\alpha(X) \quad .$$

L'égalité suivante conduit au résultat attendu :

$$\lim_{\alpha \rightarrow 1} \frac{f(\alpha) - f(1)}{\alpha - 1} = f'(1) \quad .$$

□

D.2 Entropie de Rényi

Propriété 2. *Soit X une variable aléatoire continue. Alors :*

$$\lim_{r \rightarrow 1} H_r(X) = H_S(X) \quad .$$

Démonstration. Soit $g : r \mapsto \log \left(\int_{\Omega} p(x)^r dx \right)$. Cette fonction est différentiable sur $\mathbb{R}$ et, en particulier, en $r = 1$. Sa dérivée g' est définie par :

$$g'(r) = \frac{1}{\int_{\Omega} p(x)^r dx} \int_{\Omega} p(x)^r \log p(x) dx \quad .$$

On a : $g(1) = 0$ et $g'(1) = \int_{\Omega} p(x) \log p(x) dx$. De plus :

$$\frac{g(r) - g(1)}{r - 1} = -H_r(X) \quad .$$

L'égalité suivante conduit au résultat attendu :

$$\lim_{r \rightarrow 1} \frac{g(r) - g(1)}{r - 1} = g'(1) \quad .$$

□

Annexe E

Recalage non rigide par mesures d'information généralisées : utilisation d'estimées de Parzen locales

Les estimées de Parzen-Rozenblatt locales ont été introduites dans (Faugeras et Hermosillo, 2001) pour traiter de manière plus efficaces les distributions de luminance non stationnaires. Dans ce cas, les équations (5.33) et (5.52) conduisent à des critères de similarité par f -information intégrale et non intégrale *locaux*, notés respectivement $I_f(I_1, I_2^{\mathbf{u}}, \mathbf{x}_0)$ et $I_\psi(I_1, I_2^{\mathbf{u}}, \mathbf{x}_0)$. Des critères de similarité globaux sont obtenus par intégration des critères locaux sur le domaine image D :

$$\mathcal{S}(\mathbf{u}) := -I_f(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) = - \int_D I_f(I_1, I_2^{\mathbf{u}}, \mathbf{x}_0) d\mathbf{x}_0 \quad , \quad (E.1a)$$

$$\mathcal{S}(\mathbf{u}) := -I_\psi(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) = - \int_D I_\psi(I_1, I_2^{\mathbf{u}}, \mathbf{x}_0) d\mathbf{x}_0 \quad . \quad (E.1b)$$

Il en résulte une intégration spatiale supplémentaire dans l'équation (5.35), et, par conséquent, dans la définition des termes A_1 et A_2 , qui seront donc notés A_1^{local} et A_2^{local} , respectivement. De plus, les estimateurs $L_1^{\mathbf{u}+\mathbf{ch}}$ et $L_2^{\mathbf{u}+\mathbf{ch}}$ deviennent des termes locaux $L_1^{\mathbf{u}+\mathbf{ch}}(i_1, i_2, \mathbf{x}_0)$ et $L_2^{\mathbf{u}+\mathbf{ch}}(i_1, i_2, \mathbf{x}_0)$, leurs définitions respectives (5.36a, 5.36b) et (5.54a, 5.54b) restant inchangées.

E.1 f -information intégrales

■ **Calcul de A_1^{local}** Supposons que $p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}+\mathbf{ch}}}$ est estimé par un estimateur de Parzen local de noyau de densité (bidimensionnel) $\mathcal{K}_2$ et de noyau spatial G_{σ_2} :

$$p^{I_1, I_2^{\mathbf{u}+\mathbf{ch}}}(i_1, i_2, \mathbf{x}_0) \approx \frac{1}{\mathcal{G}_{\sigma_2}(\mathbf{x}_0)} \int_D \mathcal{K}_2 \left(I_1(\mathbf{x}) - i_1, I_2^{\mathbf{u}+\mathbf{ch}}(\mathbf{x}) - i_2 \right) G_{\sigma_2}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) d\mathbf{x} \quad . \quad (E.2)$$

Comparé à (5.41), l'intégration par rapport à $\mathbf{x}_0$ induit une convolution *spatiale* supplémentaire par le noyau gaussien G_{σ_2} . L'expression résultante de A_1^{local} est :

$$A_1^{\text{local}} = \int_D \left(G_{\sigma_2} * \left[\frac{1}{\mathcal{G}_{\sigma_2}} \frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \star \mathcal{K}_2 \right] \right) (I_1(\mathbf{x}), I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}), \mathbf{x}) \nabla I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) \mathbf{h}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (E.3)$$

où $\frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2}$ est donné par (5.42), et le symbole $*$ désigne la convolution spatiale sur D , par opposition à la convolution $\star$ sur l'espace des intensités Ω^2 .

■ **Calcul de A_2^{local}** De même, supposons que $p^{I_2^{\mathbf{u}+\text{ch}}}$ est estimé par un estimateur de Parzen local de noyau de densité (monodimensionnel) $\mathcal{K}_1$ et de noyau spatial G_{σ_1} :

$$p^{I_2^{\mathbf{u}+\text{ch}}}(i_2, \mathbf{x}_0) \approx \frac{1}{\mathcal{G}_{\sigma_1}(\mathbf{x}_0)} \int_D \mathcal{K}_1(I_2^{\mathbf{u}+\text{ch}}(\mathbf{x}) - i_2) G_{\sigma_1}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) d\mathbf{x} \quad . \quad (\text{E.4})$$

Comme pour A_1^{local} , le calcul de A_2^{local} met en évidence une convolution par le noyau gaussien G_{σ_1} . L'expression résultante de A_2^{local} est :

$$A_2^{\text{local}} = \int_D \left(G_{\sigma_1} * \left(\int_{\Omega} \left[\frac{1}{\mathcal{G}_{\sigma_1}} \frac{\partial L_2^{\mathbf{u}|i_1}}{\partial i_2} \star \mathcal{K}_1 \right] (I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}), \mathbf{x}) p^{I_1}(i_1) di_1 \right) \right) \nabla I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) \mathbf{h}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad . \quad (\text{E.5})$$

■ **Calcul de la dérivée variationnelle** En combinant les deux termes (E.3) et (E.5) et en passant à la limite $\epsilon \rightarrow 0$, on obtient finalement :

$$\begin{aligned} \partial_{\mathbf{u}} S = & - \left\{ \left(G_{\sigma_2} * \left[\frac{1}{\mathcal{G}_{\sigma_2}} \frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \star \mathcal{K}_2 \right] \right) (I_1(\mathbf{x}), I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}), \mathbf{x}) + \right. \\ & \left. G_{\sigma_1} * E_{I_1} \left(\left[\frac{1}{\mathcal{G}_{\sigma_1}} \frac{\partial L_2^{\mathbf{u}|i_1}}{\partial i_2} \star \mathcal{K}_1 \right] (I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}), \mathbf{x}) \right) \right\} \nabla I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (\text{E.6})$$

les expressions de $\frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2}$ et $\frac{\partial L_2^{\mathbf{u}|i_1}}{\partial i_2}$ étant données par (5.42) et (5.46), respectivement. Dans le cas de l'IM, cette expression se simplifie en :

$$\partial_{\mathbf{u}} S = - \left(G_{\sigma_2} * \left[\frac{1}{\mathcal{G}_{\sigma_2}} \frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \star \mathcal{K}_2 \right] \right) (I_1(\mathbf{x}), I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}), \mathbf{x}) \nabla I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) \quad (\text{E.7})$$

Pour des transformations paramétriques linéaires, le résultat est le suivant :

$$\begin{aligned} \partial_{\Theta} S(\mathbf{u}^{\Theta}) = & - \int_D \left\{ \left(G_{\sigma_2} * \left[\frac{1}{\mathcal{G}_{\sigma_2}} \frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \star \mathcal{K}_2 \right] \right) (I_1(\mathbf{x}), I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}), \mathbf{x}) + \right. \\ & \left. G_{\sigma_1} * E_{I_1} \left(\left[\frac{1}{\mathcal{G}_{\sigma_1}} \frac{\partial L_2^{\mathbf{u}|i_1}}{\partial i_2} \star \mathcal{K}_1 \right] (I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}), \mathbf{x}) \right) \right\} [(\nabla I_2^{\mathbf{u}})^T \mathbf{B}] (\mathbf{x}) d\mathbf{x} \end{aligned} \quad (\text{E.8})$$

E.2 f -informations non intégrales

La dérivée variationnelle des critères de similarité par f -information non intégrale pour des transformations non paramétriques se déduit aisément de (5.56), en prenant en compte une convolution spatiale supplémentaire comme pour le cas intégral (E.6). On obtient :

$$\begin{aligned} \partial_{\mathbf{u}} S = & - \frac{(\psi^{-1})'(B_{\psi}(I_1, I_2^{\mathbf{u}}))}{\psi^{-1}(B_{\psi}(I_1, I_2^{\mathbf{u}}))} \left\{ \left(G_{\sigma_2} * \left[\frac{1}{\mathcal{G}_{\sigma_2}} \frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \star \mathcal{K}_2 \right] \right) (I_1(\mathbf{x}), I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}), \mathbf{x}) + \right. \\ & \left. G_{\sigma_1} * E_{I_1} \left(\left[\frac{1}{\mathcal{G}_{\sigma_1}} \frac{\partial L_2^{\mathbf{u}|i_1}}{\partial i_2} \star \mathcal{K}_1 \right] (I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}), \mathbf{x}) \right) \right\} \nabla I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (\text{E.9})$$

les expressions de $\frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2}$ et $\frac{\partial L_2^{\mathbf{u}|i_1}}{\partial i_2}$ étant données par (5.57) et (5.58), respectivement. Pour des transformations paramétriques linéaires, le résultat est le suivant :

$$\begin{aligned} \partial_{\Theta} S(\mathbf{u}^{\Theta}) = & -\frac{(\psi^{-1})'(B_{\psi}(I_1, I_2^{\mathbf{u}}))}{\psi^{-1}(B_{\psi}(I_1, I_2^{\mathbf{u}}))} \left\{ \left(G_{\sigma_2} * \left[\frac{1}{\mathcal{G}_{\sigma_2}} \frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \star \mathcal{K}_2 \right] \right) (I_1(\mathbf{x}), I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}), \mathbf{x}) + \right. \\ & \left. G_{\sigma_1} * E_{I_1} \left(\left[\frac{1}{\mathcal{G}_{\sigma_1}} \frac{\partial L_2^{\mathbf{u}|i_1}}{\partial i_2} \star \mathcal{K}_1 \right] (I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}), \mathbf{x}) \right) \right\} [(\nabla I_2^{\mathbf{u}})^T \mathbf{B}] (\mathbf{x}) d\mathbf{x} \end{aligned} \quad (\text{E.10})$$

E.3 Informations de Shannon normalisées

La dérivée variationnelle des mesures d'information de Shannon normalisées pour des transformations non paramétriques se déduit aisément de (E.6), en prenant $f = f_{KL}$. Le résultat est alors :

$$\partial_{\mathbf{u}} S = - \left\{ \left(G_{\sigma_2} * \left[\frac{1}{\mathcal{G}_{\sigma_2}} \frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \star \mathcal{K}_2 \right] \right) (I_1(\mathbf{x}), I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}), \mathbf{x}) \right\} \nabla I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) \quad (\text{E.11})$$

où $\frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2}$ est donné par l'équation (5.61) et le Tableau 5.3. Pour des transformations paramétriques linéaires, le résultat est le suivant :

$$\partial_{\Theta} S(\mathbf{u}^{\Theta}) = - \int_D \left\{ \left(G_{\sigma_2} * \left[\frac{1}{\mathcal{G}_{\sigma_2}} \frac{\partial L_1^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \star \mathcal{K}_2 \right] \right) (I_1(\mathbf{x}), I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) \right\} [(\nabla I_2^{\mathbf{u}})^T \mathbf{B}] (\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (\text{E.12})$$

E.4 Informations normalisées généralisées

La dérivée variationnelle des mesures d'information normalisées généralisées (5.17-5.19) pour des transformations non paramétriques se déduit aisément de (5.63), en prenant en compte les convolutions spatiales supplémentaires. Pour une f -information intégrale, la dérivée variationnelle $\frac{\partial I_f(I_1, I_2^{\mathbf{u}})}{\partial \mathbf{u}}$ est donnée par (E.6) alors que la dérivée de l'auto f -information devient :

$$\frac{\partial I_f(I_2^{\mathbf{u}}, I_2^{\mathbf{u}})}{\partial \mathbf{u}} = \left\{ G_{\sigma_1} * \left[\frac{1}{\mathcal{G}_{\sigma_1}} \mathcal{K}_1 \star \frac{\partial L_3^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \right] (I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) \right\} \nabla I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) \quad (\text{E.13})$$

avec $L_3^{\mathbf{u}}$ défini par l'équation (5.64a). Pour des transformations paramétriques linéaires, le résultat est le suivant :

$$\frac{\partial I_f(I_2^{\mathbf{u}}, I_2^{\mathbf{u}})}{\partial \Theta} = \int_D \left\{ \left(G_{\sigma_2} * \left[\frac{1}{\mathcal{G}_{\sigma_2}} \frac{\partial L_3^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \star \mathcal{K}_2 \right] \right) (I_1(\mathbf{x}), I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) \right\} [(\nabla I_2^{\mathbf{u}})^T \mathbf{B}] (\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$

Pour une f -information non intégrale, la dérivée de l'auto-information est, dans le cas non-paramétrique :

$$\frac{\partial I_f(I_2^{\mathbf{u}}, I_2^{\mathbf{u}})}{\partial \mathbf{u}} = A_{\psi}(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) \left\{ G_{\sigma_1} * \left[\frac{1}{\mathcal{G}_{\sigma_1}} \mathcal{K}_1 \star \frac{\partial L_3^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \right] (I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) \right\} \nabla I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) \quad (\text{E.14})$$

avec $A_{\psi}(I_1, I_2^{\mathbf{u}})$ défini par (5.60) et $L_3^{\mathbf{u}}$ défini par l'équation (5.66b). Pour des transformations paramétriques linéaires, le résultat est le suivant :

$$\frac{\partial I_f(I_2^{\mathbf{u}}, I_2^{\mathbf{u}})}{\partial \Theta} = A_{\psi}(I_1, I_2^{\mathbf{u}}) \int_D \left\{ \left(G_{\sigma_2} * \left[\frac{1}{\mathcal{G}_{\sigma_2}} \frac{\partial L_3^{\mathbf{u}}}{\partial i_2} \star \mathcal{K}_2 \right] \right) (I_1(\mathbf{x}), I_2^{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) \right\} [(\nabla I_2^{\mathbf{u}})^T \mathbf{B}] (\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$

Annexe F

Application à l'analyse d'images faciales

Un domaine d'application potentiel des techniques de recalage non rigide est l'analyse d'images faciales, dans des contextes de capture de mouvement, d'animation (*morphing*) ou d'authentification biométrique. Dans ce cadre, les méthodes candidates doivent pouvoir prendre en compte des grands déformations, induites par les variations de pose, les différences morphologiques, et les expressions faciales et opérer dans des conditions d'éclairage arbitraires (Malciu, 2001). Le recalage est alors généralement mis en œuvre de manière hiérarchique : une estimée globale de la pose est extraite préalablement à la phase d'alignement local non rigide. Les techniques de recalage non rigide par mesures d'informations généralisées développées pour l'estimation des déplacement myocardiques sont génériques et se sont révélés particulièrement robustes dans le contexte applicatif ciblé. Aussi, avons-nous souhaité évaluer leur performances en analyse d'images faciales. Nous avons concentré notre attention sur la phase d'alignement non rigide, l'estimation de la pose étant réalisée par recalage affine par les mêmes techniques.

Le corpus de données utilisé pour nos expérimentations consiste en une collection de bases standard d'images de visages disponibles sur Internet¹, pour lesquelles l'influence du fond a été minimisée par l'utilisation d'un fond uniforme et/ou d'un cadrage resserré.

Ces images constituent des données bruitées et texturées, présentant des amplitudes de déplacement allant de faibles (3-5 pixels) à élevées (plus de 20 pixels) en fonction des variations de la pose et de l'expression du visage. Leurs histogrammes marginaux sont significativement plus complexes et variables qu'en IRM cardiaque, à cause de textures plus riches et d'éclairages multiples (Figure F.1). Les statistiques conjointes sont non-affines et souvent complexes, rendant le problème de recalage quasiment multimodal.

Deux catégories de test ont été effectuées :

- recalage intra-individuel : il concerne des images relatives aux même individu, acquises avec différentes poses de caméra et de tête, expressions faciales et conditions d'éclairage,
- recalage inter-individuel : il porte sur des images d'individus différents pouvant présenter des différences morphologiques notables acquises avec la même pose et des conditions d'éclairage variables.

Dans tous les cas, nous avons mis en œuvre un recalage non rigide multirésolution (3 niveaux de résolution) sans alignement affine préliminaire, utilisant soit une f -information, soit une f -information exclusive. Deux métriques d'information ont été testées; d'une part, la métrique f_{KL} de Kullback; d'autre part la métrique f_{α}^{HC} associée à la I_{α} -information. La figure F.2 compare les performances de recalage par I_{α} -information et par I_{α} -information exclusive : toutes choses étant égales par ailleurs, la I_{α} -information exclusive permet un résultat plus précis. Les figures F.3 et F.5 présentent les résultats de recalage sur des paires d'images contenant de fortes variations de pose et d'expressions,

¹ Source : AT&T Laboratories, Cambridge, MA (www.uk.research.att.com/facedatabase.html)
University of Bern, Switzerland (iamftp.unibe.ch/pub/Images/FaceImages/)

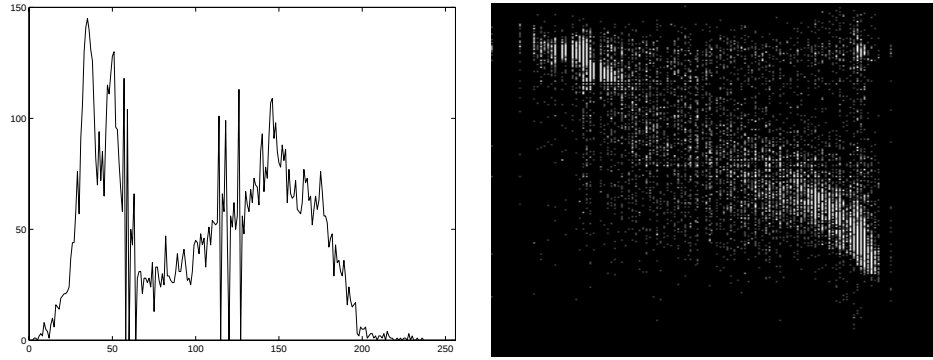


FIG. F.1 – Histogrammes marginal (à gauche) et conjoint (à droite) typiques des images de visage.

et de fortes variations des conditions d'éclairage, respectivement. Dans les deux cas, le recalage est visuellement satisfaisant. Notons que des résultats similaires sont obtenus en utilisant des métriques f informationnelles généralisées.

Le recalage inter-individu est illustré à la Figure F.6. Afin de mieux estimer le résultat du recalage, un ensemble de 20 points issus des spécifications des *MPEG4 Facial Definition Parameters* (Ostermann, 2002) est appliqué à l'image cible. Le même ensemble, appliqué à l'image source puis déformé par le champ estimé, est appliqué à l'image recalée comme élément de comparaison.

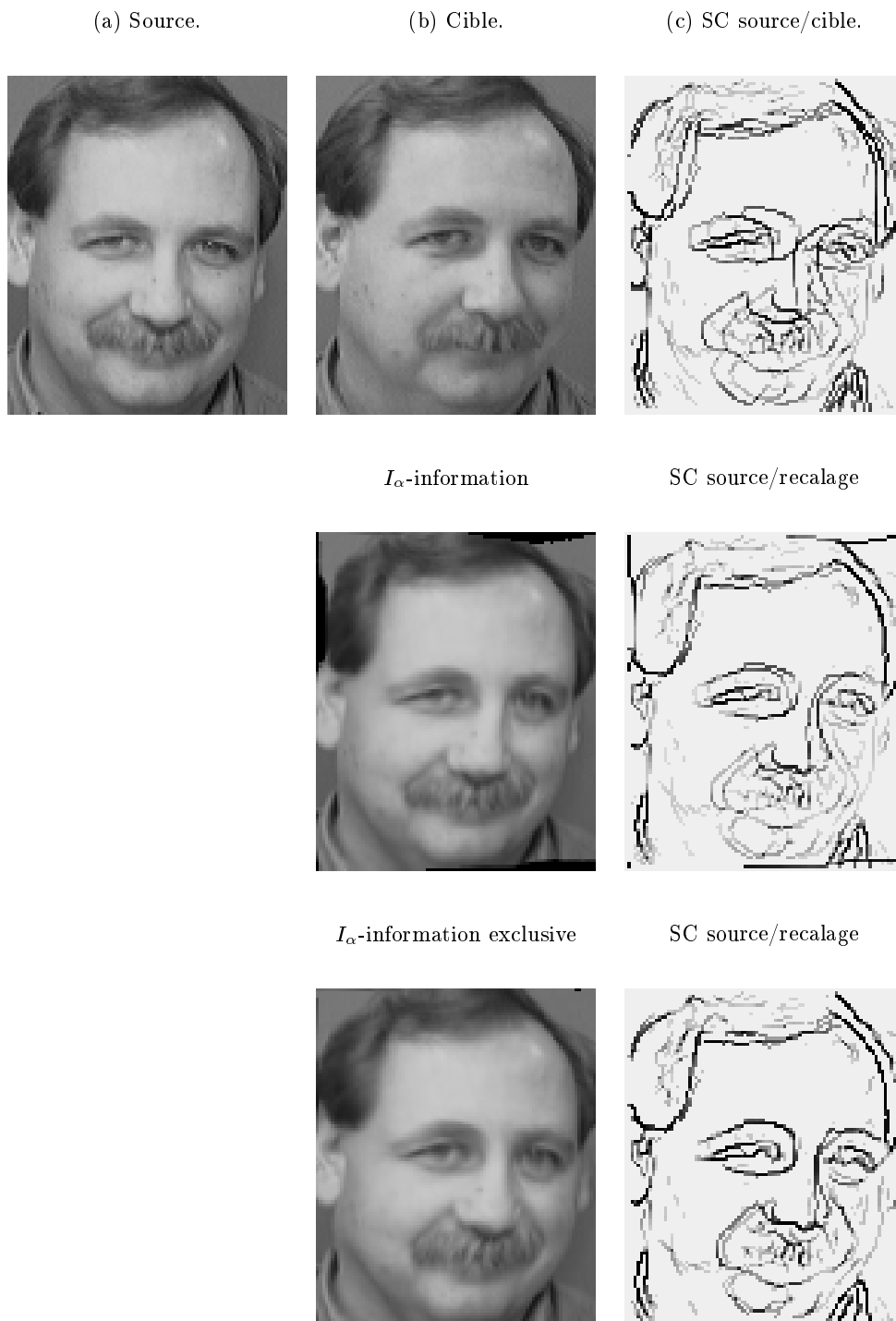


FIG. F.2 – Recalage non rigide d'images présentant une variation de pose importante par I_α -information et I_α -information exclusive ($\alpha = 1.2$). SC représente la somme des cartes d'amplitude de gradient des images considérées.



(a) Source.

(b) Cible.

(c) Source recalée.

FIG. F.3 – Recalage non rigide d'images de visages présentant des variations de pose et d'expression importantes par information exclusive ($f = f_{\text{KL}}$).



(a) Source.

(b) Cible.

(c) Source recalée.

FIG. F.4 – Recalage non rigide d'images de visages présentant une forte variation de pose par I_α -information exclusive ($\alpha = 1.1$).



(a) Source.

(b) Cible.

(c) Source recalée.

FIG. F.5 – Recalage non rigide d'images de visages présentant de fortes variations d'éclairement par information exclusive ($f = f_{\text{KL}}$).

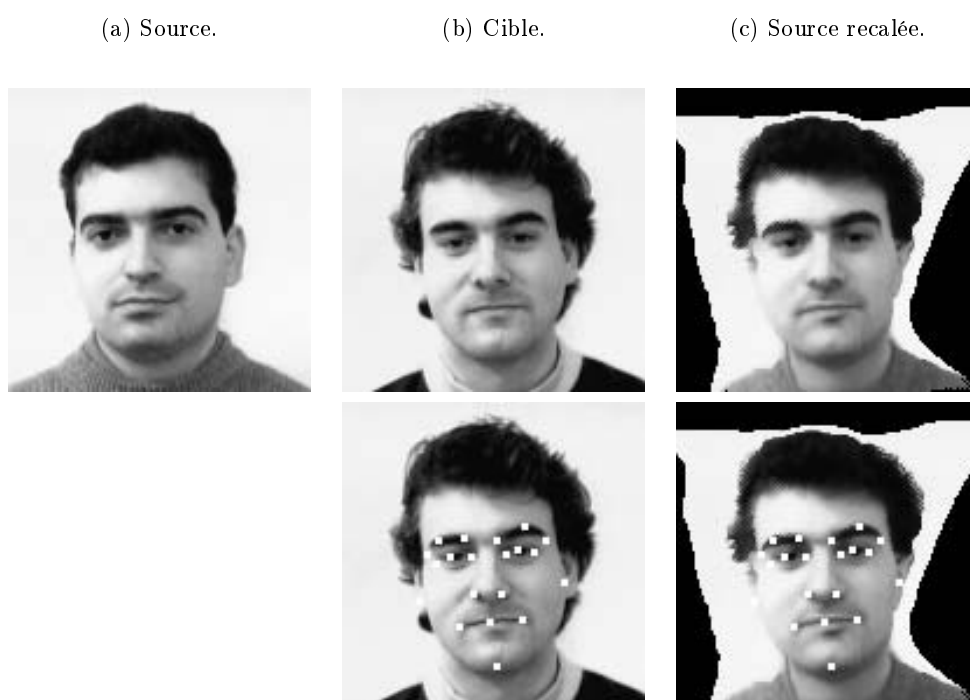


FIG. F.6 – Recalage d'images de visages inter-individu sans variation de pose par information exclusive ($f = f_{\text{KL}}$).

Liste de publications et communications associées

Journaux internationaux

C. Petitjean, Ph. Cluzel, N. Rougon. "Assessment of myocardial function : A review of quantification methods and results using tagged MRI", Soumis à *Journal of Cardiovascular Magnetic Resonance*, septembre 2003.

C. Petitjean, N. Rougon, Ph. Cluzel, F. Prêteux, Ph. Grenier. "Quantification of myocardial function using tagged MR and cine MR images", Soumis à *International Journal of Cardiovascular Imaging*, septembre 2003.

Conférences internationales avec actes

N. Rougon, C. Petitjean, F. Prêteux. "Building a statistical 3D motion atlas for analyzing myocardial contraction in MRI", Accepté à *SPIE Medical Imaging 2004 - Image Processing*, San Diego, USA, 14-19 février 2004.

N. Rougon, C. Petitjean, F. Prêteux. "Variational non rigid image registration using exclusive f-information", *Proceedings IEEE International Conference on Image Processing (ICIP'2003)*, Barcelone, Espagne, 14-17 septembre 2003.

C. Petitjean, N. Rougon, Ph. Cluzel, F. Prêteux, Ph. Grenier. "Measuring myocardial deformations in tagged MR image sequences using information-theoretic non rigid registration", *Proceedings 17th International Congress and Exhibition on Computer Assisted Radiology and Surgery (CARS'2003)*, Londres, UK, 25-28 juin 2003.

C. Petitjean, N. Rougon, Ph. Cluzel, F. Prêteux, Ph. Grenier. "A non rigid registration approach for measuring myocardial contraction in tagged MRI using exclusive f-information", *Proceedings International Conference on Image and Signal Processing (ICISP'2003)*, Agadir, Maroc, 25-27 juin 2003.

C. Petitjean, N. Rougon, Ph. Cluzel, F. Prêteux, Ph. Grenier. "Measuring myocardial deformations in tagged MR image sequences using informational non rigid registration", *Proceedings Second International Workshop on Functional Imaging and Modeling of the Heart (FIMH'2003)*, Lyon, France, 5-6 juin 2003.

Conférences internationales sans actes

C. Petitjean, N. Rougon, Ph. Cluzel, F. Prêteux, Ph. Grenier. "Automated 3D measurement of myocardial contraction from tagged MR sequences", Accepté au *89th Annual Meeting of the Radiological Society of North America (RSNA'2003)*, Chicago, USA, 30 novembre-5 décembre 2003.

C. Petitjean, N. Rougon, Ph. Cluzel, F. Prêteux, Ph. Grenier. "Benchmarking non-rigid registration techniques for the quantitative analysis of myocardial function in tagged-MR imaging", *European Congress of Radiology (ECR'2002)*, Vienne, Autriche, 1-5 mars 2002.

Conférences nationales avec actes

N. Rougon, C. Petitjean, F. Prêteux. "Recalage non-rigide d'images par mesures informationnelles généralisées", *Actes 19ème Colloque GRETSI sur le Traitement du Signal et des Images*, Paris, France, 8-11 septembre 2003.

Conférences nationales sans actes

C. Petitjean, N. Rougon, Ph. Cluzel, F. Prêteux, Ph. Grenier. "Evaluation de techniques de recalage non rigide pour l'analyse quantitative de la fonction contractile myocardique en IRM de marquage", *Journées Francaises de Radiologie (JFR'2002)*, Paris, France, 19-25 octobre 2002.

Communications

C. Petitjean, N. Rougon, F. Prêteux. "Recalage non-rigide d'images par mesures informationnelles généralisées", *GDR Mathématiques des Systèmes Perceptifs et Cognitifs (MSPC), GT Recalage multimodal*, Paris, France, 11 avril 2002.

Rapports de recherche

C. Petitjean, Ph. Cluzel, N. Rougon. "Assessment of myocardial function : A review of quantification methods and results using tagged MRI". *Rapport de Recherche 03009, GET/Institut National des Télécommunications - Unité de Projets ARTEMIS*, Evry, France, août 2003.

C. Petitjean, N. Rougon, F. Prêteux. "Non rigid image registration using generalized information measures". *Rapport de Recherche 02001, GET/Institut National des Télécommunications - Unité de Projets ARTEMIS*, Evry, France, mars 2002.

Bibliographie

- Allouche, C. (2001). Automatic, real-time processing of SPAMM-tagged myocardium images with a software-improved tag resolution. Dans *Meeting of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine (ISMRM'01)*, Glasgow, UK.
- Allouche, C. (2002). *Reconstruction, recalage et modélisation 4D du mouvement du ventricule gauche du cœur humain pour le traitement d'images médicales*. Thèse de doctorat, Université Paris XI.
- Allouche, C., Makram-Ebeid, S., Ayache, N. et Delingette, H. (2001a). A new kinetic modeling scheme for the human left ventricle wall motion analysis with MR-tagging imaging. Dans Katila, T., Magnin, I., Clarysse, P., Montagnat, J. et Nenonen, J., éditeurs, *Functional Imaging and Modeling of the Heart (FIMH'01)*, volume 2230 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 61–68, Helsinki, Finland. Springer.
- Allouche, C., Makram-Ebeid, S., Stuber, M., Ayache, N. et Delingette, H. (2001b). New methods and algorithms for the accurate, real-time, motion analysis of the left ventricle with MRI-tagging. Dans *Computer Assisted Radiology and Surgery (CARS'2001)*, volume 1230, pages 911–916, Berlin, Germany. Elsevier.
- Amini, A., Chen, Y., Curwen, R., Mani, V. et Sun, J. (1998a). Coupled B-snake grids and constrained thin-plate splines for analysis of 2-D tissue deformations from tagged MRI. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 17(3) :344–356.
- Amini, A., Chen, Y., Elayyadi, M. et Radeva, P. (2001). Tag surface reconstruction and tracking of myocardial beads from SPAMM-MRI with parametric B-spline surfaces. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 20(2) :94–103.
- Amini, A. et Prince, J. (2001). *Measurement of cardiac deformations from MRI : Physical and mathematical models*, volume 23 de *Computational Imaging and Vision*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands.
- Amini, A., Radeva, P., Ellayyadi, M., McBride, W., Li, D. et Abendschein, D. (1998b). Non-invasive placement and 3D tracking of myocardial beads with SPAMM-tagged magnetic resonance imaging. *Computers in Cardiology*, 25 :745–748.
- Amit, Y. (1994). A non-linear variational problem for image matching. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 15(1) :207–224.
- Angioi, M. et David, N. (1998). Intérêt de l'imagerie par résonance magnétique en pathologie coronaire. *Sang Thrombose Vaisseaux*, 10(10) :613–617.
- Arad, N., Dyn, N., Reisfeld, D. et Yeshurin, Y. (1994). Image warping by radial basis functions : Application to facial expressions. *CVGIP : Graphical Models and Image Processing*, 56(2) :161–172.
- Ashburner, J. (2000). *Computational Neuroanatomy*. Thèse de doctorat, University College London.
- Ashburner, J. et Friston, K. (1999). Spatial normalization. Dans Toga, A., éditeur, *Brain warping*, chapitre 2, pages 27–44. Academic Press, San Diego, CA.
- Atalar, E. et McVeigh, E. (1994). Optimization of tag thickness for measuring position with magnetic resonance imaging. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 13(1) :152–160.
- Axel, L. et Dougherty, L. (1989a). Heart wall motion : Improved method of spatial modulation of magnetization for MR imaging. *Radiology*, 172(2) :349–350.
- Axel, L. et Dougherty, L. (1989b). MR imaging of motion with spatial modulation of magnetization. *Radiology*, 171(3) :841–845.
- Axel, L., Gonçalves, R. et Bloomgarden, D. (1992). Regional heart wall motion : Two-dimensional analysis and functional imaging of regional heart wall motion with magnetic resonance imaging. *Radiology*, 183 :745–750.
- Bajcsy, R. et Kovačič, S. (1989). Multiresolution elastic matching. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 46 :1–21.
- Barron, J., Fleet, D. et Beauchemin, S. (1994). Performance of optical flow techniques. *International Journal of Computer Vision*, 12(1) :43–77.
- Bas, J.-F. L. (1995). Imagerie par résonance magnétique. *Cours du Collège des Enseignants de Radiologie en France*.

- Bass, J. (1978). *Cours de mathématiques - Tome 1, Fascicule 2*. Masson, Paris, édition 5ème.
- Basseville, M. (1996). Information : entropies, divergences et moyennes. Rapport technique 1020, IRISA.
- Bayram, E., Hamilton, C. et Hundley, W. (2001). MR tagging from a signal processing perspective. Dans *23rd Annual International Conference of the IEEE/EMBS*, volume 3, pages 2488–2491, Istanbul, Turkey.
- Beier, T. et Neely, S. (1992). Feature-based image metamorphosis. Dans *SIGGRAPH'92*, volume 26, pages 35–42, New York, NY.
- Bergeron, B., Sato, L. et Rouse, R. (1994). Morphing as a means of generating variation in visual medical teaching files. *Computers in Biology and Medicine*, 24(1) :11–18.
- Besl, P. J. et McKay, N. D. (1992). A method for registration of 3-D shapes. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(2) :239–256.
- Black, M. et Rangarajan, A. (1996). On the unification of line processes, outlier rejection, and robust statistics with applications to early vision. *International Journal of Computer Vision*, 19(1) :57–91.
- Bogaert, J., Bosmans, H., Maes, A., Suetens, P., Marchal, G. et Rademakers, F. (2000). Remote myocardial dysfunction after acute myocardial infarction : Impact of left ventricular shape on regional function. *Journal of the American College of Radiology*, 35(6) :1525–1534.
- Bogaert, J. et Rademakers, F. (2001). Regional nonuniformity of normal adult human left ventricle. *American Journal of Physiology : Heart and Circulatory Physiology*, 280 :610–620.
- Bolster, B., McVeigh, E. et Zerhouni, E. (1990). Myocardial tagging in polar coordinates with use of stripped tags. *Radiology*, 177 :769–772.
- Bookstein, F. (1989). Principal warps : Thin-plate splines and the decomposition of deformations. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11(6) :567–585.
- Bouchet, A. et Cuilleret, J. (1983). *Anatomie topographique, descriptive et fonctionnelle. Le cou, le thorax*, volume 2. Simep.
- Braunwald, E. (1992). *Heart disease - A Textbook of Cardiovascular Medicine*. W.B. Saunders, Philadelphia, PA.
- Bro-Nielsen, M. et Gramkow, C. (1996). Fast fluid registration of medical images. Dans *Visualization in Biomedical Computing (VBC'96)*, pages 267–276, Hamburg, Germany.
- Brown, L. G. (1992). A survey of image registration techniques. *ACM Computing Surveys*, 24(4) :325–376.
- Cachier, P., Bardinet, E., Dormont, D., Pennec, X. et Ayache, N. (2003). Iconic Feature Based Nonrigid Registration : The PASHA Algorithm. *Computer Vision and Image Understanding - Special Issue on Nonrigid Registration*, 89(2-3) :272–298.
- Cachier, P., Mangin, J.-F., Pennec, X., Rivière, D., Papadopoulos-Orfanos, D., Régis, J. et Ayache, N. (2001). Multipatient registration of brain MRI using intensity and geometric features. Dans *MICCAI'01*, pages 734–742, Utrecht, The Netherlands. Springer-Verlag.
- Cachier, P., Pennec, X. et Ayache, N. (1999). Fast non-rigid matching by gradient descent : Study and improvements of the "demons" algorithm. Rapport technique 3706, INRIA, Sophia-Antipolis.
- Cerqueira, M., Weissman, N., Dilsizian, C., Jacobs, A., Kaul, S., Laskey, W., Pennell, D., Rummerger, J., Ryan, T. et Verani, M. (2002). Standardized myocardial segmentation and nomenclature for tomographic imaging of the heart. *Circulation*, 105 :539–542.
- Chagnon, S. et Duvauferrier, R. (1997). Indications des examens d'imagerie. *Le Concours Médical 1997 (Supplément)*, 26.
- Chai, J.-W., Chen, Y.-T. et Lee, S.-K. (1997). MRI assessment of regional heart wall motion in the longitudinal axis sections of left ventricle by spatial modulation of magnetization. *Chinese Medical Journal*, 60(1) :13–20.
- Chandrashekhara, R., Mohiaddin, R. et Rueckert, D. (2002). Analysis of myocardial motion in tagged mr images using nonrigid image registration. Dans Sonka, M. et Fitzpatrick, J., éditeurs, *SPIE Conference on Medical Imaging : Image Processing*, volume 4684, pages 1168–1179, San Diego, CA. SPIE Press.
- Charbonnier, P. (1994). *Reconstruction d'image : Régularisation avec prise en compte des discontinuités*. Thèse de doctorat, Université de Nice, France.
- Chefd'Hotel, C., Hermosillo, G. et Faugeras, O. (2001). A variational approach to multi-modal image matching. Dans *IEEE Workshop on Variational and Level Set Methods in Computer Vision*, pages 21–38, Vancouver, Canada.
- Chen, Q., Mai, V., Bankier, A., Napadow, V., Gilbert, R. et Edelman, R. (2001). Ultrafast MR grid-tagging sequence for assessment of local mechanical properties of the lungs. *Magnetic Resonance in Medicine*, 45(1) :24–8.
- Christensen, G. (1999). Consistent linear-elastic transformations for image matching. Dans *Information Processing in Medical Imaging (IPMI'99)*, volume 1613 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 224–237, Visegrád, Hungary. Springer.

- Christensen, G. et Johnson, H. (2001). Consistent image registration. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 20(7) :568–582.
- Christensen, G., Joshi, S. et Miller, M. (1997). Volumetric transformation of brain anatomy. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 16(6) :864–877.
- Christensen, G., Rabbitt, R. et Miller, M. (1996). Deformable templates using large deformation kinematics. *IEEE Transactions on Image Processing*, 5(10) :1435–1447.
- Christensen, G., Rabbitt, R. et Miller, M. (1994). 3D brain mapping using a deformable neuroanatomy. *Physics in Medicine and Biology*, 39 :609–618.
- Clark, N., Reichert, N., Bergey, P., Hoffman, E., Brownson, D., Palmon, L. et Axel, L. (1991). Circumferential myocardial shortening in the normal human left ventricle : Assessment by magnetic resonance imaging using spatial modulation of magnetization. *Circulation*, 84 :67–74.
- Clarysse, P., Basset, C., Khouas, L., Croisille, P., Friboulet, D., Odet, C. et Magnin, I. (2000). Two-dimensional spatial and temporal displacement and deformation field fitting from cardiac magnetic resonance imaging. *Medical Image Analysis*, 4(4) :253–268.
- Collignon, A., Maes, F., Delaere, D., Vandermeulen, D., Suetens, P. et Marchal, G. (1995a). Automated multimodality image registration using information theory. Dans Y. Bizais, C. Barillot, R. D. P., éditeur, *International Conference on Information Processing in Medical Imaging (IPMI'95)*, pages 263–274, Brest. Kluwer Academic Publishers.
- Collignon, A., Vandermeulen, D., Suetens, P., et Marchal, G. (1995b). 3D multi-modality medical image registration using feature space clustering. Dans Ayache, N., éditeur, *Computer Vision, Virtual Reality and Robotics in Medicine*, volume 905 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 195–204, Berlin, Germany. Springer-Verlag.
- Cormeau, C. (1999). Introduction to cardiovascular MR imaging - A practical guide to cardiovascular MRI. GE Medical Systems.
- Crochet, D. et Hage, A. (1995). Cardiopathies valvulaires et ischémiques, myocardiopathies et péricardites. Rapport technique, Collège des Enseignants de Radiologie en France.
- Croisille, P. (1998). Biomécanique cœur - vaisseaux. *Cours de l'Université Claude Bernard Lyon 1*.
- Daubert, J.-C. (1998). Infarctus du myocarde. Cours de Cardiologie du CHU de Rennes.
- Davatzikos, C., Prince, J. et Bryan, R. (1996). Image registration based on boundary mapping. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 15(1) :112–115.
- Davis, M., Khotanzad, A., Flamig, D. et Harms, S. (1997). A physics-based coordinate transformation for 3D image matching. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 16(3) :317–328.
- Dawant, B., Thirion, J.-P., Maes, F., Vandermeulen, D. et Demaerel, P. (1998). Automatic 3D segmentation of internal structures of the head in MR images using a combination of similarity and free form transformations. Dans *SPIE Conference on Image Processing*, volume 3338, pages 545–554, San Diego, CA.
- Declerck, J., Ayache, N. et McVeigh, E. (1998). Use of a 4D planispheric transformation for the tracking and the analysis of LV motion with tagged MR images. Rapport technique 3535, INRIA, Sophia-Antipolis.
- Declerck, J., Denney, T., Öztürk, C., O'Dell, W. et McVeigh, E. (1999). LV motion reconstruction from tagged MRI : A comparison. Dans *Meeting of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine (ISMRM'99)*, volume 7, page 1283, Philadelphia, PA.
- Denney, T. (1994). *Stochastic estimation of deformable motion from magnetic resonance tagged cardiac images*. Thèse de doctorat, John Hopkins University, Baltimore, MD.
- Denney, T. (1996). Estimation of left ventricular displacement from magnetic resonance phase contrast and tagging data. Dans *Image and Multidimensional Signal Processing Workshop*, Belize City, Belize.
- Denney, T. (1999). Estimation and detection of myocardial tags in MR images without prior knowledge of myocardial contours. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 18(4) :330–344.
- Denney, T. et Prince, J. (1994). Optimal brightness functions for optical flow estimation of deformable motion. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 3(2) :178–191.
- Denney, T. et Prince, J. (1995). Reconstruction of 3D left ventricular motion from planar tagged cardiac MR images : An estimation theoretic approach. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 14(4) :625–635.
- Denslow, S., Wiles, H., McKellar, L., Wright, N. et Gillette, P. (1996). Right ventricular volume estimation using an ellipsoidal shell model and single-plane magnetic resonance imaging. *Investigative Radiology*, 31(1) :17–25.
- Deriche, R. (1993). Recursively implementing the gaussian and its derivatives. Rapport technique 1893, INRIA, Sophia-Antipolis.
- Dong, S.-J., MacGregor, J., Crawley, A., McVeigh, E., Belenkie, I., Smith, E., Tyberg, J. et Beyar, R. (1994). Left ventricular wall thickness and regional systolic function in patients with hypertrophic cardiomyopathy - A three-dimensional tagged magnetic resonance imaging study. *Circulation*, 90 :1200–1209.

- Dornier, C., Ivancevic, M., Lecoq, G., Righetti, A. et Vallée, J. (2002). Automatic classification of myocardial segments by tag MRI and by use of a healthy myocardial atlas. Dans *European Society for Magnetic Resonance in Medicine and Biology*, page 105, Cannes, France.
- Dougherty, L., Asmuth, J., Blom, A., Axel, L. et Kumar, R. (1999). Validation of an optical flow method for tag displacement estimation. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 18(4) :359–363.
- Duerinckx, A. et Kumar, N. (2000). One-stop MR evaluates function and perfusion - MRI approach to cardiac imaging provides noninvasive diagnostic information about ischemic disease. *Diagnostic Imaging - Cardiovascular Imaging Supplement*.
- Ennis, D., Epstein, F., McVeigh, E. et Arai, A. (2001). MR tagging of the entire cardiac cycle : regional analysis of normal subjects an hypertrophic cardiomyopathy using a new quantity for assessment of regional cardiac function. Dans *Meeting of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine (ISMRM'01)*, Glasgow, UK.
- F. Richard and L.D. Cohen (2002). A new image registration technique with free boundary constraints : application to mammography. Dans A. Heyden, et al., éditeur, *Proceedings 7th European Conference on Computer Vision (ECCV'2002)*, Copenhaguen, Denmark - *Lecture Notes in Computer Science 2353*, volume 4, pages 531–545.
- F. Richard, L.D. Cohen (2003). A new image registration technique with free boundary constraints : application to mammography. *Computer Vision and Image Understanding*, 89(2-3) :166–196.
- Fang, S., Raghavan, R. et Richtsmeier, J. (1996). Volume morphing methods for landmark based 3D image deformation. Dans *SPIE Conference on Medical Imaging : Image Processing*, volume 2710, pages 404–415. SPIE Press.
- Faris, O., Evans, F., Öztürk, C., Ennis, D., Taylor, J. et McVeigh, E. (2001). Correlation between electrical and mechanical activation in the paced canine heart. Dans *Meeting of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine (ISMRM'01)*, Glasgow, UK.
- Faugeras, O. et Hermosillo, G. (2001). Well-posedness of eight problems of multi-modal statistical image matching. Rapport technique 4235, INRIA, Sophia-Antipolis.
- Fayad, Z., Ferrari, V., Kraitchman, D., Young, A., Palevsky, H., Bloomgarden, D. et Axel, L. (1998). Right ventricular regional function using MR tagging : Normals versus chronic pulmonary hypertension. *Magnetic Resonance in Medicine*, 39 :116–123.
- Feldmar, J., Declerck, J., Malandain, G. et Ayache, N. (1997). Extension of the ICP algorithm to non-rigid intensity-based registration of 3D volumes. *Computer Vision and Image Understanding*, 66(2) :193–206.
- Fischer, S., McKinnon, G., Maier, S. et Boesiger, P. (1993). Improved myocardial tagging contrast. *Magnetic Resonance in Medicine*, 30 :191–200.
- Fleet, D. et Jepson, A. (1990). Computation of component image velocity from local phase information. *International Journal of Computer Vision*, 5(1) :77–104.
- Fleet, D. et Jepson, A. (1993). Stability of phase information. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15(12) :1253–1268.
- Fleute, M. (2001). *Shape Reconstruction for Computer Assisted Surgery based on Non-Rigid Registration of Statistical Models with Intra-Operative Point Data and X-ray Images*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble.
- Fleute, M., Lavallée, S. et Julliard, R. (1999). Incorporating a statistically based shape model into a system for computer-assisted anterior cruciate ligament surgery. *Medical Image Analysis*, 3(3) :209–222.
- Fornefett, M., Rohr, K. et Stiehl, H. (1999). Elastic registration of medical images using radial basis functions with compact support. Dans *IEEE International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'99)*, volume 1, pages 402–407, Fort Collins, CO.
- Frangi, A., Niessen, W. et Viergever, M. (2001). Three-dimensional modeling for functional analysis of cardiac images : A review. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 20(1) :2–25.
- Gaens, T., Maes, F., Vandermuelen, D. et Suetens, P. (1998). Non-rigid multimodal image registration using mutual information. Dans W.M. Wells, A. Colchester, S. D., éditeur, *First International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI'98)*, volume 1496 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 1099–1106, Cambridge, MA. Springer Verlag.
- Gao, P. et Sederberg, T. (1998). A work minimization approach to image morphing. *The Visual Computer*, 14(8/9) :390–400.
- Garot, J., Bluemke, D., Osman, N., Rochitte, C., McVeigh, E., Zerhouni, E., Prince, J. et Lima, J. (2000). Fast determination of regional myocardial strain fields from tagged cardiac images using harmonic phase MRI. *Circulation*, 101(9) :981–988.
- Gee, J. et Bajcsy, R. (1999). Elastic matching : Continuum mechanical and probabilistic analysis. Dans Toga, A., éditeur, *Brain warping*, chapitre 11, pages 183–197. Academic Press, San Diego, CA.

- Geman, D. et Reynolds, G. (1992). Constrained restoration and the recovery of discontinuities. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(3) :367–383.
- Glasbey, C. et Mardia, K. (1998). A review of image warping methods. *Journal of Applied Statistics*, 25 :155–171.
- Götte, M., van Rossum, A., Twisk, J., Kuijer, J., Marcus, J. et Visser, C. (2001). Quantification of regional contractile function after infarction : Strain analysis superior to wall thickening in discriminating infarct from remote myocardium. *Journal of the American College of Radiology*, 37(3) :808–817.
- Gueziec, A., Pennec, X. et Ayache, N. (1997). Medical image registration using geometric hashing. *IEEE Computational Science and Engineering*, 4(4) :29–41.
- Guimond, A., Meunier, J. et Thirion, J.-P. (1999a). Average brain models : A convergence study. Rapport technique 3731, INRIA, Sophia-Antipolis.
- Guimond, A., Roche, A., Ayache, N. et Meunier, J. (1999b). Multimodal brain warping using the demons algorithm and adaptive intensity corrections. Rapport technique 3796, INRIA, Sophia-Antipolis.
- Gupta, S. et Prince, J. (1995). On variable brightness optical flow for tagged MRI. Dans *Information Processing in Medical Imaging (IPMI'95)*, pages 323–334, Dordrecht, The Netherlands. Kluwer.
- Gupta, S., Prince, J. et Androutsellis-Theotokis, S. (1997). Bandpass optical flow for tagged MRI. Dans *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP'97)*, volume 3, pages 364–367, San Diego, CA.
- Guttman, M., Prince, J. et McVeigh, E. (1994). Tag and contour detection in tagged MR images of the left ventricle. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 13(1) :74–88.
- Guttman, M., Zerhouni, E. et McVeigh, E. (1995). Fast, contourless tag segmentation and displacement estimation for analysis of myocardial motion. Dans *Joint meeting of Society of Magnetic Resonance/European Society for Magnetic Resonance in Medicine and Biology*, volume 1, page 41, Nice.
- Guttman, M., Zerhouni, E. et McVeigh, E. (1997). Analysis of cardiac function from MR images. *IEEE Computer Graphics and Applications*, pages 30–38.
- Haber, I., Metaxas, D. et Axel, L. (1998). Three-dimensional motion reconstruction and analysis of the right ventricle using tagged MRI. *Medical Image Analysis*, 4(4) :335–355.
- Haber, I., Metaxas, D. et Axel, L. (2000). Using tagged MRI to reconstruct a 3D heartbeat. *Computing in Science and Engineering*, 2(5) :18–30.
- Haque, H., Hassanien, A. et Nakajima, M. (2000). Generation of missing medical slices using morphing technology. *IEICE Transactions on Information and Systems*, E83-D(7) :1400–1407.
- Hassanien, A. et Nakajima, M. (1998). Image morphing of facial images transformation based on Navier elastic body splines. Dans *IEEE Conference on Computer Animation*, volume 7, pages 119–125, Philadelphia, PA.
- Haussecker, H. et Spies, H. (1999). Motion. Dans Jahne, B., Haussecker, H. et Geissler, P., éditeurs, *HandBook of Computer Vision and Applications*, chapitre 13, pages 309–392. Academic Press, San Diego, CA.
- He, T., Wang, S. et Kaufman, A. (1994). Wavelet-based volume morphing. Dans *IEEE Conference on Visualization*, pages 85–92, Washington, DC.
- He, Y., Hamza, A. et Krim, H. (2001). An information divergence measure for ISAR image registration. Dans *IEEE Workshop on Statistical Signal Processing*, pages 130–133, Singapore.
- Hellier, P. (2000). *Recalage non rigide en imagerie cérébrale : méthode et validation*. Thèse de doctorat, Université de Rennes 1.
- Hellier, P. et Barillot, C. (2000). Coupling dense and landmark-based approaches for non-rigid registration. Rapport technique 1368, IRISA.
- Hellier, P., Barillot, C., Memin, E. et Perez, P. (2001). Hierarchical estimation of a dense deformation field for 3-D robust registration. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 20(5) :388–402.
- Hellier, P., Barillot, C., Mémin, E. et Pérez, P. (2000). Estimation robuste 3D d'un champ de déformation pour le recalage non-linéaire inter-sujet d'images cérébrales. *Traitement du signal*, 17(2) :99–112.
- Hercberg, S. et Tallec, A. (2000). Pour une politique nutritionnelle de santé publique en France. Rapport du Ministère de l'Emploi et de la Solidarité.
- Hermosillo, G. (2002). *Variational Methods for Multimodal Image Matching*. Thèse de doctorat, Université de Nice-Sophia-Antipolis.
- Hermosillo, G., Chef d'Hotel, C. et Faugeras, O. (2001). A variational approach to multi-modal image matching. Rapport technique 4117, INRIA Sophia-Antipolis - Projet RobotVis.
- Hill, D., Batchelor, P. G., Holden, M. et Hawkes, D. J. (2001). Medical image registration. *Physics in Medicine and Biology*, 46(3) :1–45.

- Hinshaw, W. et Lent, A. (1983). An introduction to NMR imaging : From the Bloch equation to the imaging equation. *Proceedings of the IEEE*, 71(3) :338–350.
- Hsu, E., Muzikant, A., Matulevicius, S., Penland, R. et Henriquez, C. (1998). Magnetic resonance myocardial fiber orientation mapping with direct histological correlation. *American Journal of Physiology*, 274 :1627–1634.
- Huang, J., Abendschein, D., Dávila-Román, V. et Amini, A. (1999). Spatio-temporal tracking of myocardial deformations with a 4D B-spline model from tagged MRI. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 18(10) :957–972.
- Huber, P. (1981). *Robust Statistics*. Wiley, New York, NY.
- J. Duchon (1976). Interpolation des formations de deux variables suivant le principe de flexion des plaques minces. *Revue Française d'Automatique, Informatique et Recherche Opérationnelle (RAIRO) : Analyse Numérique*, 10(12) :5–12.
- Jannin, P., Fitzpatrick, J., Hawkes, D., X. Pennec, R. S. et Vannier, M. (2002). Validation of medical image processing in image-guided therapy. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 21(12) :1445–1449.
- Johnson, H. et Christensen, G. (2002). Consistent landmark and intensity-based image registration. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 21(5) :450–461.
- Joshi, S. et Miller, M. (2000). Landmark matching via large deformation diffeomorphisms. *IEEE Transactions on Image Processing*, 9(8) :1361–1370.
- Kass, M., Witkin, A. et Terzopoulos, D. (1988). Snakes : Active contour models. *International Journal of Computer Vision*, 1(4) :321–332.
- Kerwin, W., Osman, N. et Prince, J. (2000). Image processing and analysis in tagged cardiac MRI. Dans Bankman, I., éditeur, *Handbook of Medical Imaging*, chapitre 24, pages 375–391. Academic Press, San Diego, CA.
- Kevorkian, J.-P. (2003). Evaluation des dimensions et de la fonction ventriculaire gauche. Rapport de l'Association de Langue Française pour l'Etude du Diabète et des Maladies Métaboliques.
- Klein, S., Graham, T. et Lorenz, C. (1998). Noninvasive delineation of normal right ventricle contractile motion with magnetic resonance imaging myocardial tagging. *Annals of Biomedical Engineering*, 26 :756–763.
- Koch, J.-A., Poll, L., Feindt, P., Godehardt, E., Schwartzkopff, B. et Mödder, U. (1999). MR imaging of the heart and great vessels : Clinical experience with a standard 1.0 tesla system. *Medica Mundi*, 43(4) :2–16.
- Kraitchman, D., Young, A., Chang, C. et Axel, L. (1995). Semi-automatic tracking of myocardial motion in MR tagged images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 14(3) :422–433.
- Kramer, C., Reichek, N., Ferrari, V., Theobald, T., Dawson, J. et Axel, L. (1994). Regional heterogeneity of function in hypertrophic cardiomyopathy. *Circulation*, 90 :186–194.
- Kuijper, J., Marcus, J., Götte, M., van Rossum, A. et Heethaar, R. (2002). Three-dimensional myocardial strains at end-systole and during diastole in the left ventricle of normal humans. *Journal of Cardiovascular Magnetic Resonance*, 4(3) :341–351.
- Kumar, S. et Goldgof, D. (1994). Automatic tracking of SPAMM grid and the estimation of deformation parameters from cardiac MR images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 13 :122–132.
- Kybic, J. (2001). *Elastic Image Registration using Parametric Deformation Models*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland.
- Kybic, J. et Unser, M. (2000). Multidimensional elastic registration of images using splines. Dans *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP'00)*, volume 2, pages 455–458, Vancouver, Canada.
- Lakkis, N., Nagueh, S., Dunn, J., Killip, D. et Spencer, W. (2000). Nonsurgical septal reduction therapy for hypertrophic obstructive cardiomyopathy : one year follow-up. *Journal of the American College of Cardiology*, 36 :852–855.
- Lee, S., Chwa, K., Hahn, J. et Shin, S. (1996). Image morphing using deformation techniques. *Journal of Visualization and Computer Animation*, 7(1) :3–23.
- Lee, S., Wolberg, G. et Shin, S. Y. (1997). Scattered data interpolation with multilevel B-splines. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 3(3) :228–244.
- Legalery, P. (2001). Les cardiomyopathies. Cours de Cardiologie. CHU de Besançon.
- Lerios, A., Garfinkle, C. et Levoy, M. (1995). Feature-based volume metamorphosis. Dans *SIGGRAPH'95*, pages 449–456.
- Lester, H. et Arridge, S. (1999). A survey of hierarchical non-linear medical image registration. *Pattern Recognition*, 32(1) :129–149.
- Leventon, M. et Crimson, W. (1998). Multi-modal volume registration using joint intensity distributions. Dans Wells, W., Colchester, A. et Delp, S., éditeurs, *First International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI'98)*, volume 1496 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 1057–1066, Cambridge, MA. Springer Verlag.
- L'expertise collective (1996). Imagerie médicale en france dans les hôpitaux publics - Imagerie dans les pathologies cardiaques. INSERM.

- Likar, B. et Pernuš, F. (1999). A hierarchical approach to elastic registration based on mutual information. Dans F. Pernuš, S. Kovačič, H. S. et Viergever, M., éditeurs, *Proceedings IEEE Workshop on Biomedical image registration (WBIR'99)*, pages 24–45, Bled, Slovenia.
- Likar, B. et Pernuš, F. (2001). A hierarchical approach to elastic registration based on mutual information. *Image and Vision Computing*, 19(1-2) :33–44.
- Lin, J. (1991). Divergence measures based on the Shannon entropy. *IEEE Transactions on Information Theory*, 37(1) :145–151.
- Lorenzo-Valdés, M., Sanchez-Ortiz, G., Mohiaddin, R. et Rueckert, D. (2002). Atlas-based segmentation and tracking of 3D cardiac MR images using non-rigid registration. Dans *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI'02)*, Lecture Notes in Computer Science, pages 642–650, Cambridge, MA. Springer-Verlag.
- M. Lefébure and L.D. Cohen (2001). Image registration, optical flow and local rigidity. *International Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 14(2) :131–147.
- MacGowan, G., Shapiro, E., Azhari, H., Siu, C., Hees, P., Hutchins, G., Weiss, J. et Rademakers, F. (1997). Noninvasive measurement of shortening in the fiber and cross-fiber directions in the normal human left ventricle and in idiopathic dilated cardiomyopathy. *Circulation*, 96 :535–541.
- Machado, A. M., Campos, M. F. et Gee, J. (1999). Method for estimating the intensity mapping between MRI images. Dans *Information Processing in Medical Imaging (IPMI'99)*, volume 1613 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 496–501, Visegrád, Hungary. Springer.
- Maes, F., Collignon, A., Vandermuelen, D., Marchal, G. et Suetens, P. (1996). Multi-modality image registration by maximization of mutual information. Dans *IEEE/SIAM Mathematical Methods in Biomedical Image Analysis (MMBIA'96)*, pages 14–22, San Francisco, CA.
- Maes, F., Collignon, A., Vandermuelen, D., Marchal, G. et Suetens, P. (1997). Multimodality image registration by maximization of mutual information. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 16(2) :187–198.
- Maes, F., Vandermuelen, D. et Suetens, P. (1999). Comparative evaluation of multiresolution optimization strategies for multimodality image registration by maximization of mutual information. *Medical Image Analysis*, 3(4) :373–386.
- Maintz, J., Meijering, H. et Viergever, M. (1998). General multimodal elastic registration based on mutual information. Dans Hanson, K., éditeur, *SPIE Conference on Medical Imaging : Image Processing*, volume 3338, pages 144–154, San Diego, CA. SPIE Press.
- Maintz, J. et Viergever, M. (1998). A survey of medical image registration. *Medical Image Analysis*, 2(1) :1–36.
- Makela, T., Clarysse, P., Sipila, O., Pauna, N., Pham, Q. C., Katila, T. et Magnin, I. (2002). A review of cardiac image registration methods. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 21(9) :1011–1021.
- Malciu, M. (2001). *Approches orientées modèle pour la capture des mouvements du visage en vision par ordinateur*. Thèse de doctorat, Université Paris V - René Descartes, France.
- Markl, M., Schneider, B. et Hennig, J. (2002). Fast phase contrast cardiac magnetic resonance imaging : improved assessment and analysis of left ventricular wall motion. *Journal of Magnetic Resonance Imaging*, 15 :642–653.
- Maurer, C. R. et Fitzpatrick, J. M. (1993). A review of medical image registration. Dans *Interactive Image-Guided Neurosurgery*, pages 17–44. American Association of Neurological Surgeons, Park Ridge, IL.
- McVeigh, E. et Atalar, E. (1992). Cardiac tagging with breath-hold CINE MRI. *Magnetic Resonance in Medicine*, 28 :318–327.
- Meyer, C., Boes, J., Kim, B. et Band, P. (1998). Evaluation of control point selection in automatic, mutual information driven, 3D warping. Dans Wells, W., Colchester, A. et Delp, S., éditeurs, *First International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI'98)*, volume 1496 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 944–951, Cambridge, MA. Springer Verlag.
- Miller, M., Christensen, G., Amit, Y. et Grenander, U. (1993). Mathematical textbook of deformable neuroanatomies. *Proceedings of the National Academy of Science*, 90(24) :11944–11948.
- Moore, C., Lugo-Olivieri, C., McVeigh, E. et Zerhouni, E. (2000). Three dimensional systolic strain patterns in the normal human left ventricle : Characterization with tagged MR imaging. *Radiology*, 214(2) :453–466.
- Moore, C., Reeder, S. et McVeigh, E. (1994). Tagged MRI in a deforming phantom : Photographic validation. *Radiology*, 190 :765–769.
- Mosher, T. et Smith, M. (1990). A DANTE tagging sequence for the evaluation of translational sample motion. *Magnetic Resonance in Medicine*, 15 :334–339.
- Mourad, A., Biard, L., Caillerie, D., Jouk, P.-S., Raoult, A. et Usson, Y. (2001). Geometrical modelling of the fibre organization in the human left ventricle. Dans Katila, T., Magnin, I., Clarysse, P., Montagnat, J. et Nenonen, J., éditeurs, *Functional Imaging and Modeling of the Heart (FIMH'01)*, volume 2230 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 32–38, Helsinki, Finland. Springer.

- Musse, O. (2000). *Contribution à la mise en correspondance non rigide d'images médicales : une approche paramétrique hiérarchique sous contraintes topologiques*. Thèse de doctorat, Université Strasbourg I, France.
- Musse, O., Heitz, F. et Armspach, J.-P. (1999). Recalage non rigide et dense d'images volumiques par une approche multi-échelle continue. Dans *17ème colloque GRETSI*, pages 937–940, Vannes.
- Musse, O., Heitz, F. et Armspach, J.-P. (2000). Topology preserving deformable image matching using constrained hierarchical parametric models. Dans *Proceedings IEEE International Conference on Image Processing (ICIP'2000)*, Vancouver, Canada, volume 1, pages 505–508.
- Nagel, E. et Fleck, E. (1999). Cardiovascular MRI in non-invasive diagnosis of ischemia. *Medica Mundi*, 43(2).
- Nagel, E., Stuber, M., Burkhard, B., Fischer, S., Scheidegger, M., Boesiger, P. et Hess, O. (2000). Cardiac rotation and relaxation in patients with aortic valve stenosis. *European Heart Journal*, 21 :582–589.
- Naito, H., Arisawa, J., Harada, K., Yamagami, H., Kozuka, T. et Tamura, S. (1995). Assessment of right ventricular regional contraction and comparison with the left ventricle in normal humans : a cine magnetic resonance study with presaturation myocardial tagging. *British Heart Journal*, 74 :186–191.
- Napadow, V., Mai, V., Bankier, A., Gilbert, R., Edelman, R. et Chen, Q. (2001). Determination of regional pulmonary parenchymal strain during normal respiration using spin inversion tagged magnetization MRI. *Journal of Magnetic Resonance Imaging*, 13(3) :467–74.
- Nash, M. (1998). *Mechanics and Material Properties of the Heart using an Anatomically Accurate Mathematical Model*. Thèse de doctorat, The University of Auckland, New Zealand.
- Netter, F. (1969). The CIBA collection of medical illustration, volume 5 : Heart. Ciba.
- Nguyen, T., Reeves, S. et Denney, T. (1998). New magnetic resonance tagging technique for directly measuring the strain tensor of the in-vivo heart. Dans *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP'98)*, volume 1, pages 694–698, Chicago, IL.
- Nielsen, M., Florack, L. et Deriche, R. (1997). Regularization, scale-space and edge detection filters. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 7 :291–307.
- Nielson, G. (1993). Scattered data modeling. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 13 :60–70.
- Nikou, C., Heitz, F., Armspach, J.-P. et Namer, I.-J. (1999). Mesures de similarité robustes pour le recalage d'images médicales volumiques multimodales. *Traitement du signal*, 16(3) :255–272.
- O'Dell, W. et McCulloch, A. (2000). Imaging three-dimensional cardiac function. *Annual Reviews in Biomedical Engineering*, 2 :431–456.
- O'Dell, W., Moore, C., Hunter, W., Zerhouni, E. et McVeigh, E. (1995). Displacement field fitting for calculating 3D myocardial deformations from tagged MR images. *Radiology*, 195 :829–835.
- O'Dell, W., Wedeen, V., Reese, T. et McCulloch, A. (1997). Histological validation of MR diffusion imaging for myocardial fiber architecture analysis. Dans *Meeting of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine (ISMRM'97)*, Vancouver, Canada.
- Oldershaw, P. et Bishop, A. (1995). The difficulty of assessing right ventricular function. *British Heart Journal*, 74 :99–100.
- Osman, N. et Prince, J. (1998a). Angle images for measuring heart motion from tagged MRI. Dans *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP'98)*, volume 1, pages 704–708, Chicago, IL.
- Osman, N. et Prince, J. (1998b). Direct calculation of 2D components of myocardial strain using sinusoidal MR tagging. Dans *SPIE Conference on Medical Imaging : Image Processing*, San Diego, CA. SPIE Press.
- Osman, N. et Prince, J. (2000a). Imaging heart motion using harmonic phase MRI. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 19(3) :186–202.
- Osman, N. et Prince, J. (2000b). An integrated system for measuring regional cardiac function using harmonic phase MRI. Dans *Meeting of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine (ISMRM'00)*, volume 8, page 1551, Denver, CO.
- Ostermann, J. (2002). Face animation in mpeg-4. Dans Pandzic, I. et Forchheimer, R., éditeurs, *MPEG-4 Facial Animation*, pages 17–56. John Wiley and Sons, Chichester, U.K.
- Oxenham, H., Young, A., Cowan, B., Gentles, T., Occleshaw, C., Fonseca, C., Doughty, R. et Sharpe, N. (2003). Age-related changes in myocardial relaxation using three-dimensional tagged magnetic resonance imaging. *Journal of Cardiovascular Magnetic Resonance*, 5(3) :421–430.
- Öztürk, C. et McVeigh, E. (1999). Four dimensional B-spline based motion analysis of tagged cardiac MR images. Dans *SPIE Conference on Medical Imaging : Image Processing*, volume 3660, pages 45–56, San Diego, CA. SPIE Press.
- Öztürk, C. et McVeigh, E. R. (2000). Motion analysis of both ventricles using tagged-MRI in paced canine hearts. Dans *Meeting of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine (ISMRM'00)*, volume 8, page 1612, Denver, CO.

- Park, J., Metaxas, D., Young, A. et Axel, L. (1996). Analysis of left ventricular wall motion based on volumetric deformable models and MRI-SPAMM. *Medical Image Analysis*, 1(1) :53–71.
- Peckar, W., Schnörr, C., Rohr, K. et Stiehl, H. (1999). Parameter-free elastic deformation approach for 2D and 3D registration using prescribed displacements. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 10 :143–162.
- Pelc, N., Herfkens, R., Shimawa, A. et Enzmann, D. (1991). Phase contrast cine magnetic resonance imaging. *Magnetic Resonance Quarterly*, 7(4) :229–254.
- Pennec, X., Cachier, P. et Ayache, N. (1999). Understanding the demon's algorithm : 3D non-rigid registration by gradient descent. Dans *International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI'99)*, pages 597–605, Cambridge, UK.
- Penney, G., Weese, J., Little, J., Desmedt, P., Hill, D. et Hawkes, D. (1998). A comparison of similarity measures for use in 2D-3D medical image registration. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 17(4) :586–595.
- Perman, W., Creswell, L., Wyers, S., Moulton, M. et Pasque, M. (1995). Hybrid DANTE and phase-contrast imaging technique for measurement. *Journal of Magnetic Resonance Imaging*, 5 :101–106.
- Pham, Q.-C. (2002). *Segmentation et mise en correspondance en imagerie cardiaque multimodale conduites par un modèle anatomique bi-cavités du coeur*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble.
- Pham, Q.-C., Vincent, F., Clarysse, P., Croisille, P. et Magnin, I. (2001). A FEM-based deformable model for the 3d segmentation and tracking of the heart in cardiac MRI. Dans *International Workshop on Image and Signal Processing and Analysis*, pages 250–254, Pula, Croatia.
- Pickens, D. (2000). Magnetic resonance imaging. Dans Beutel, J., Kundel, H. et Metter, R. V., éditeurs, *HandBook of Medical Imaging*, volume 1, chapitre 6, pages 373–461. SPIE Press.
- Pluim, J. (2000). *Mutual information based registration of medical images*. Thèse de doctorat, University of Utrecht, The Netherlands.
- Pluim, J., Maintz, J. et Viergever, M. (1999). Mutual information matching and interpolation artefacts. Dans Hanson, K., éditeur, *SPIE Conference on Medical Imaging*, volume 3661, pages 56–65, San Diego, CA. SPIE Press.
- Pluim, J., Maintz, J. et Viergever, M. (2000a). Image registration by maximization of combined mutual information and gradient information. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 19(8) :809–814.
- Pluim, J., Maintz, J. et Viergever, M. (2000b). Interpolation artefacts in mutual information-based image registration. *Computer Vision and Image Understanding*, 77(2) :211–232.
- Pluim, J., Maintz, J. et Viergever, M. (2001). f -information measures in medical image registration. Dans M. Sonka, K. H., éditeur, *Proceedings SPIE Conference on Medical Imaging 2001 : Image Processing, San Diego, CA*, volume 4322, pages 579–587, Bellingham, WA. SPIE Press.
- Pluim, J., Maintz, J. et Viergever, M. (2003). Mutual-information-based registration of medical images : a survey. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 22(8) :986–1004.
- Press, W., Teukolsky, S., Vetterling, W. et Flannery, B. (1992). *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, Cambridge, U.K., édition 2nd.
- Prince, J. et McVeigh, E. (1992). Motion estimation from tagged MR images sequences. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 11(2) :238–249.
- Rabbitt, R., Weiss, J., Christensen, G. et Miller, M. (1995). Mapping of hyperelastic deformable templates using the finite element method. Dans *Vision Geometry IV*, volume 2573 de *SPIE Proceedings*, pages 252–265.
- Radeva, P., Amini, A., Huang, J. et Marti, E. (1996). Deformable B-solids and implicit snakes for localization and tracking of MRI-SPAMM data. Dans *IEEE/SIAM Mathematical Methods in Biomedical Image Analysis (MMBIA'96)*, pages 192–201, San Francisco, CA.
- Rao, A., Sanchez-Ortiz, G., Chandrashekhara, R., Lorenzo-Valdés, M., Mohiaddin, R. et Rueckert, D. (2003). Construction of a cardiac motion atlas from MR using non-rigid registration. Dans Magnin, I., Montagnat, J., Clarysse, P., Nenonen, J. et Katila, T., éditeurs, *Functional Imaging and Modeling of the Heart (FIMH'03)*, volume 2674 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 141–150, Lyon, France. Springer.
- Reeder, S. (1997). *Assessment of myocardial viability with magnetic resonance*. Thèse de doctorat, John Hopkins University, Baltimore, MD.
- Reese, T., Weisskoff, R., Smith, R., Rosen, B., Dinsmore, R. et Wedeen, V. (1995). Imaging myocardial fiber architecture in vivo with magnetic resonance. *Magnetic Resonance in Medicine*, 34 :786–791.
- Rezk-Salama, C., Hastreiter, P., Greiner, G. et Ertl, T. (1999). Non-linear registration of pre- and intraoperative volume data based on piecewise linear transformation. Dans *Erlangen Workshop on Vision, Modeling and Visualization (VMV'99)*, Erlangen, Germany.
- Richard, F. (2000). *Modèles élastiques d'ajustement d'images et applications aux paires bilatérales et temporelles de mammographies*. Thèse de doctorat, Université Paris V - René Descartes, Paris, France.

- Roche, A., Malandain, G. et Ayache, N. (1999). Unifying maximum likelihood approaches in medical image registration. Rapport technique 3741, INRIA, Sophia-Antipolis.
- Roche, A., Malandain, G., Pennec, X. et Ayache, N. (1998a). The correlation ratio as a new similarity measure for multimodal image registration. Dans Wells, W., Colchester, A. et Delp, S., éditeurs, *International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI'98)*, volume 1496 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 1115–1124, Cambridge, MA. Springer Verlag.
- Roche, A., Malandain, G., Pennec, X. et Ayache, N. (1998b). Multimodal image registration by maximization of the correlation ratio. Rapport technique 3378, INRIA, Sophia-Antipolis.
- Roche, A., Pennec, X., Malandain, G., Ayache, N. et Ourselin, S. (2000). Generalized correlation ratio for rigid registration of 3D ultrasound with MR images. Rapport technique 3980, INRIA, Sophia-Antipolis.
- Rogers, W., Shapiro, E., Weiss, J., Buchalter, M., Rademakers, F., Weisfeldt, M. et Zerhouni, E. (1991). Quantification of and correction for left ventricular systolic long axis shortening by magnetic resonance tissue tagging and slice isolation. *Circulation*, 84 :721–731.
- Rohr, K., Fornefett, M. et Stiehl, H. (1999). Approximating thin-plate splines for elastic registration : Integration of landmark errors and orientation attributes. Dans *Information Processing in Medical Imaging (IPMI'99)*, volume 1613 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 252–265, Visegrád, Hungary. Springer.
- Rohr, K., Stiehl, H., Sprengel, R., Beil, W., Buzug, T., Weese, J. et Kuhn, M. (1996). Point-based elastic registration of medical images data using approximating thin-plate splines. Dans *Visualization in Biomedical Computing (VBC'96)*, volume 1131 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 297–306, Hamburg, Germany. Springer.
- Rougon, N. (1993). *Éléments pour la reconnaissance de formes 3D déformables - Application à l'imagerie biomédicale*. Thèse de doctorat, ENST, Paris, France.
- Rueckert, D., Hayes, C., Studholme, C., Summers, P., Leach, M. et Hawkes, D. J. (1998). Non-rigid registration of breast mr images using mutual information. Dans *First International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI'98)*, *Lecture Notes in Computer Science*, pages 1144–1152, Cambridge, MA. Springer-Verlag.
- Rueckert, D., Sonoda, L., Denton, E., Rankin, S., Hayes, C., Leach, M., Hill, D. et Hawkes, D. (1999a). Comparison and evaluation of rigid and non-rigid registration of breast MR images. Dans Hanson, K., éditeur, *SPIE Conference on Medical Imaging*, volume 3661, pages 78–88, San Diego, CA. SPIE Press.
- Rueckert, D., Sonoda, L., Denton, E., Rankin, S., Hayes, C., Leach, M., Hill, D. et Hawkes, D. (1999b). Evaluation of non-rigid registration using free-form deformations for breast MR images. Dans *Proceedings Medical Image Understanding and Analysis'99, Oxford, UK*, pages 101–104.
- Rueckert, D., Sonoda, L., Hayes, C., Hill, D., Leach, M. et Hawkes, D. (1999c). Nonrigid registration using free-form deformations : application to breast MR images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 18(8) :712–721.
- Ruprecht, D. et Müller, H. (1995). Image warping with scattered data interpolation. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 15(2) :37–43.
- Sacks, M., Chuong, C., Templeton, G. et Peshock, R. (1993). In vivo 3-D reconstruction and geometric characterization of the right ventricular free wall. *Annals of Biomedical Engineering*, 21 :263–275.
- Samli, A., Öztürk, C., Faris, O. et Wyman, B. (2001). Analysis of the activation propagation of both ventricles using tagged MRI. Dans *23rd Annual International Conference of the IEEE/EMBS*, volume 1, pages 307–310, Istanbul, Turkey.
- Schaback, R. (1995). Creating surfaces from scattered data using radial basis functions. Dans Dæhlen, M., Lyche, T. et Schumaker, L., éditeurs, *Mathematical Methods in Computer Aided Geometric Design III*, pages 477–496. Vanderbilt University Press.
- Schoen, F. (1997). Pathologic considerations in the surgery of adult heart disease. Dans Edmunds, L., éditeur, *Cardiac Surgery in the Adult*. McGraw-Hill Professional, New York, NY.
- Scollan, D., Holmes, A., Winslow, R. et Forder, J. (1998). Histological validation of myocardial microstructure obtained from diffusion tensor magnetic resonance imaging. *American Journal of Physiology*, 275 :2308–2318.
- Sederberg, T. et Greenwood, E. (1992). A physically-based approach to 2-D shape blending. *Computer Graphics*, 26 :35–42.
- Sigwart, U. (1995). Non-surgical myocardial reduction for hypertrophic obstructive cardiomyopathy. *Lancet*, 346 :211–214.
- Smythe, D. (1990). A two-pass mesh warping algorithm for object transformation and image interpolation. Rapport technique 1030, ILM Computer Graphics Departement, Lucasfilm, San Rafael, CA.
- Soligon, O., Méhauté, A. L. et Roux, C. (1997). Facial expressions simulation with radial basis functions. Dans *International Workshop on synthetic-natural hybrid coding and three dimensional imaging*, pages 233–236, Rhodes, Greece.

- Stiller, C. et Konrad, J. (1999). Estimating motion in image sequences. *IEEE Signal Processing Magazine*, 16(4) :70–91.
- Stone, M., Davis, E., Douglas, A., NessAiver, M., Gullapalli, R., Levine, W. et Lundberg, A. (2001). Modeling the motion of the internal tongue from tagged cine-MRI images. *Journal of the Acoustical Society of America*, 109(6) :2974–82.
- Stuber, M., Scheidegger, M., Fischer, S., Nagel, E. et Steinemann, F. (1999a). Alterations in the local myocardial motion pattern in patients suffering from pressure overload due to aortic stenosis. *Circulation*, 100 :361–368.
- Stuber, M., Spiegel, M., Fischer, S., Scheidegger, M., Danias, P., Pedersen, E. et Boesiger, P. (1999b). Single breath-hold slice-following CSPAMM myocardial tagging. *Magnetic Resonance Materials in Physics, Biology and Medicine*, 9 :85–91.
- Studholme, C., Hill, D. et Hawkes, D. (1995). Multiresolution voxel similarity measures for PET-MRI registration. Dans Y. Bizais, C. Barillot, R. D. P., éditeur, *Proceedings 14th International Conference on Information Processing in Medical Imaging (IPMI'95), Brest, France - Computational Imaging and Vision 3*, pages 287–298, Dordrecht, The Netherlands. Kluwer Academic Publishers.
- Studholme, C., Hill, D. et Hawkes, D. (1999). An overlap invariant entropy measure of 3D medical image alignment. *Pattern Recognition*, 32(1) :71–86.
- Subsol, G. (1995). *Construction automatique d'atlas anatomiques morphométriques à partir d'images médicales tridimensionnelles*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Paris.
- Subsol, G. (1999). Crest lines for curve-based warping. Dans Toga, A., éditeur, *Brain warping*, chapitre 14, pages 241–262. Academic Press, San Diego, CA.
- Szeliski, R. et Lavallée, S. (1996). Matching 3D anatomical surfaces with non-rigid deformations using octree-splines. *International Journal of Computer Vision*, 18(2) :171–186.
- Szeliski, R. et Shum, H.-Y. (1996). Motion estimation with quadtree splines. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18(12) :1199–1210.
- Taneja, I. (1989). On generalized information measures and their applications. Dans Hawkes, P., éditeur, *Advances in Electronics and Electron Physics*, volume 76, pages 327–413.
- Tasu, J.-P., Mousseaux, E., Colin, P., Slama, M., Jolivet, O. et Bittoun, J. (2000). Estimation of the left ventricular peak dp/dt by magnetic resonance imaging. Dans *Meeting of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine (ISMRM'00)*, volume 8, Denver, CO.
- Teicholz, L., Kreulen, T., Herman, M. et Gorlin, R. (1976). Problems in echocardiographic volume determinations : echocardiographic-angiographic correlations in the presence or absence of asynergy. *American Journal of Cardiology*, 37 :7–11.
- Thirion, J.-P. (1994). Extremal points : Definition and application to 3D image registration. Dans *IEEE International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'94)*, pages 587–592, Seattle, WA.
- Thirion, J.-P. (1995a). Fast intensity-based non rigid matching. Dans *Second International Symposium on Medical Robotics and Computer Assisted Surgery (MRCAS'95)*, pages 47–54, Baltimore, MA. Wiley.
- Thirion, J.-P. (1995b). Fast non-rigid matching of 3D medical images. Rapport technique 2547, INRIA, Sophia-Antipolis.
- Thirion, J.-P. (1996a). New feature points based on geometric invariants for 3D image registration. *International Journal of Computer Vision*, 18 :121–137.
- Thirion, J.-P. (1996b). Non-rigid matching using demons. Dans *International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'96)*, pages 245–251, San Francisco, CA.
- Thirion, J.-P. (1998). Image matching as a diffusion process : an analogy with Maxwell's demons. *Medical Image Analysis*, 2(3) :243–260.
- Thirion, J.-P. (1999). Diffusing models and applications. Dans Toga, A., éditeur, *Brain Warping*, chapitre 9, pages 143–155. Academic Press, San Diego, CA.
- Thirion, J.-P. et Calmon, G. (1997). Measuring lesion growth from 3D medical images. Dans *IEEE Nonrigid and Articulated Motion Workshop (NAM'97)*, pages 112–119, Puerto Rico.
- Thirion, J.-P. et Gourdon, A. (1992). The 3D marching lines algorithm and its application to crest lines extraction. Rapport technique 1672, INRIA, Sophia-Antipolis.
- Thompson, P. et Toga, A. (1996). A surface-based technique for warping 3-dimensional images of the brain. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 15(4) :1–16.
- Thompson, P. et Toga, A. (2000). Warping strategies for intersubject registration. Dans Bankman, I., éditeur, *Handbook of Medical Imaging*, pages 569–601. Academic Press, San Diego, CA.
- Thévenaz, P., Ruttimann, U. et Unser, M. (1998). A pyramid approach to subpixel registration based on intensity. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 7(1) :27–40.

- Thévenaz, P. et Unser, M. (2000). Optimization of mutual information for multiresolution image registration. *IEEE Transactions on Image Processing*, 9(12) :2083–2099.
- Trouvé, A. (1995). An approach of pattern recognition through infinite dimensional group action. *Rapport de recherche du LMENS*.
- Trouvé, A. (1998). Diffeomorphisms groups and pattern matching in image analysis. *International Journal of Computer Vision*, 28(3) :213–221.
- Tseng, W., Reese, T., Weisskoff, R., Brady, T. et Wedeen, V. (2000). Myocardial fiber shortening in humans : initial results of MR imaging. *Radiology*, 216(1) :128–139.
- Tseng, W., Reese, T., Weisskoff, R. M. et Wedeen, V. J. (1999). Cardiac diffusion tensor MRI in vivo without strain correction. *Magnetic Resonance in Medicine*, 42(2) :393–403.
- Tsushima, S., A. Hasegawab, T. S., Hiraia, S., Tanakac, Y. et Nakasujic, Y. (2003). Velocity measurement of clay intrusion through a sudden contraction step using a tagging pulse sequence. *Magnetic Resonance Imaging*, 21(6) :673–677.
- Turk, M. et Pentland, A. (1991). Eigenfaces for recognition. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 3(1) :71–86.
- Unser, M., Aldroubi, A. et Eden, M. (1993). The L_2 polynomial spline pyramid. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15(4) :364–379.
- Vajda, I. (1989). *Theory of statistical inference and information*. Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, The Netherlands.
- Van den Elsen, P., Pol, E.-J. et Viergever, M. (1993). Medical image matching - A review with classification. *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*, 12(1) :26–39.
- Vincent, F. (2001). *Gabarits déformables élastiques pour la segmentation et le suivi de mouvement du coeur en Imagerie par Résonance Magnétique*. Thèse de doctorat, INSA Lyon.
- Vincent, F., Clarysse, P., Croisille, P. et Magnin, I. (1999). Segmentation et suivi de mouvement d'objets déformables par région active. Dans *17ème colloque GRETSI*, pages 163–166, Vannes.
- Viola, P. (1995a). *Alignment by maximization of mutual information*. Thèse de doctorat, Massachusetts Institute of Technology (MIT), Cambridge, MA.
- Viola, P. (1995b). Alignment by maximization of mutual information. Rapport technique 1548, Artificial Intelligence Laboratory - Massachusetts Institute of Technology (MIT), Cambridge, MA.
- Viola, P. et Wells, W. (1995). Alignment by maximization of mutual information. Dans *Proceedings IEEE Fifth International Conference on Computer Vision (ICCV'95), Boston, MA*, pages 15–23.
- Viola, P. et Wells, W. (1997). Alignment by maximization of mutual information. *International Journal of Computer Vision*, 24(2) :137–154.
- Wang, Y. et Staib, L. (1998). Integrated approaches to non-rigid registration in medical images. Dans *Fourth IEEE Workshop on Applications of Computer Vision (WACV'98)*, pages 102–108.
- Wang, Y.-P., Chen, Y. et Amini, A. (2001). Efficient LV motion estimation using subspace approximation techniques. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 20(6) :499–513.
- Wells, W., Viola, P., Atsumi, H., Nakajima, S. et Kikinis, R. (1996). Multi-modal volume registration by maximization of mutual information. *Medical Image Analysis*, 1(1) :35–51.
- Wells, W., Viola, P. et Kikinis, R. (1995). Multi-modal volume registration by maximization of mutual information. Dans *Second International Symposium on Medical Robotics and Computer Assisted Surgery (MRCAS'95)*, pages 55–62, Baltimore, MA. Wiley.
- Wolberg, G. (1998). Image morphing : A survey. *Visual Computer*, 14(8/9) :360–372.
- Wright, G. (1997). Magnetic resonance imaging. *IEEE Signal Processing Magazine*, 14(1) :56–66.
- Wu, Y.-T. (1997). *Image Registration Using Wavelet-Based Motion Model And Its Applications*. Thèse de doctorat, University of Pittsburgh, Pittsburgh, PA.
- Wu, Y.-T., Kanade, T., Li, C. et Cohn, J. (2000). Image registration using wavelet-based motion model. *International Journal of Computer Vision*, 38(2) :129–152.
- Wyman, B., Hunter, W., Prinzen, F. et McVeigh, E. (1999). Mapping the propagation of mechanical activation in the paced heart with MRI tagging. *American Journal of Physiology : Heart and Circulatory Physiology*, 276(3) :881–891.
- Y. He and A.B. Hamza and H. Krim (2003). A generalized divergence measure for robust image registration. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 51(5) :1211–1220.
- Yamany, S., Ahmed, M., Hemayed, E. et Farag, A. (1998). Novel surface registration using the grid closest point (GCP) transform. Dans *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP'98)*, volume 3, pages 809–813, Chicago, IL.

- Young, A., Fayad, Z. et Axel, L. (1996). Right ventricular midwall surface motion and deformation using magnetic resonance tagging. *American Journal of Physiology : Heart and Circulatory Physiology*, 271 :2677–2688.
- Young, A., Kraitman, D., Dougherty, L. et Axel, L. (1995). Tracking and finite element analysis of stripe deformation in magnetic resonance tagging. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 14(3) :413–421.
- Young, A., Kramer, C., Ferrari, V., Axel, L. et Reichek, N. (1994). Three-dimensional left ventricular deformation in hypertrophic cardiomyopathy. *Circulation*, 90 :854–867.
- Zerhouni, E., Parish, D., Rogers, W., Yang, A. et Shapiro, E. (1988). Human heart : Tagging with MR imaging - a method for non invasive assessment of myocardial motion. *Radiology*, 169(1) :59–63.
- Zhang, Z. (1994). Iterative point matching for registration of free-form curves and surfaces. *International Journal of Computer Vision*, 13(2) :119–152.