



**HAL**  
open science

# Refroidissement Raman et vols de Lévy: Atomes de césium au nanoKelvin

Jakob Reichel

► **To cite this version:**

Jakob Reichel. Refroidissement Raman et vols de Lévy: Atomes de césium au nanoKelvin. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1996. Français. NNT : . tel-00004691

**HAL Id: tel-00004691**

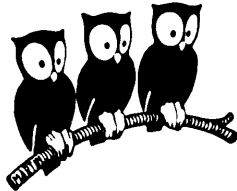
**<https://theses.hal.science/tel-00004691>**

Submitted on 16 Feb 2004

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE  
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE



THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS VI  
spécialité : Physique Quantique

présentée par  
**Jakob REICHEL**

pour obtenir le titre de  
Docteur de l'Université Paris VI

Sujet de la thèse :

**REFROIDISSEMENT RAMAN ET VOLS DE LÉVY :  
ATOMES DE CÉSIUM AU NANOKELVIN**

Soutenue le 28 juin 1996 devant le jury composé par :

M. Claude COHEN-TANNOUJDI	Président
M. Wolfgang ERTMER	Rapporteur
M. Philippe GRANGIER	Rapporteur
M. Alain ASPECT	Examineur
M. Theodor HÄNSCH	Examineur
M. Jean-Michel RAIMOND	Examineur
M. Christophe SALOMON	Directeur de Thèse



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>vii</b>
<b>1 Le principe du refroidissement Raman</b>	<b>1</b>
1.1 Principe du refroidissement Raman . . . . .	1
1.2 Propriétés des transitions Raman sélectives en vitesse . . . . .	3
1.2.1 Fréquence de Rabi effective $\overline{\Omega}$ . . . . .	3
1.2.2 Condition de résonance . . . . .	4
1.2.3 Calcul du profil d'excitation d'une impulsion Raman . . . . .	4
1.3 Profils d'excitation de quelques types d'impulsion Raman . . . . .	7
1.3.1 Impulsion carrée . . . . .	7
1.3.2 Impulsion Blackman . . . . .	10
1.3.3 Comparaison des impulsions carrée et Blackman . . . . .	12
1.3.4 Autres types d'impulsion . . . . .	13
1.4 Les impulsions de pompage optique . . . . .	13
1.5 Bilan de vitesses du cycle élémentaire de refroidissement . . . . .	14
1.6 Programme de simulations Monte-Carlo . . . . .	16
1.6.1 L'algorithme . . . . .	16
1.6.2 Profils d'excitation utilisés dans le programme . . . . .	17
<b>2 Théorie du refroidissement Raman</b>	<b>19</b>
2.1 Introduction . . . . .	19
2.1.1 Deux régimes de refroidissement . . . . .	19
2.1.2 Equation de taux . . . . .	20
2.2 Modélisation des éléments du refroidissement subrecoil . . . . .	22
2.2.1 La vitesse maximale . . . . .	22
2.2.2 La séquence d'impulsions . . . . .	23
2.3 Piégeage et recyclage . . . . .	28
2.3.1 Un «piège» dans l'espace des vitesses . . . . .	28
2.3.2 Phases de piégeage et phases de diffusion hors du piège . . . . .	29
2.3.3 Distributions des temps de piégeage et des temps de premier retour	30
2.3.4 Distribution des temps de piégeage . . . . .	30
2.3.5 Distribution des temps de retour dans le piège . . . . .	34

2.4	Lois de puissance et sommes de Lévy . . . . .	35
2.4.1	Rappel : le théorème de la limite centrale . . . . .	35
2.4.2	Le théorème de la limite centrale généralisé . . . . .	36
2.4.3	Propriétés intéressantes des sommes de Lévy pour $0 < \mu < 1$ . . . . .	38
2.4.4	« Loi d'arrosage temporel » associée à une distribution $P(\tau)$ . . . . .	39
2.4.5	Résumé . . . . .	41
2.5	Compétition entre piégeage et diffusion hors du piège . . . . .	42
2.5.1	Importance de l'exposant $\mu$ . . . . .	42
2.5.2	Expression asymptotique de la proportion $f$ d'atomes piégés . . . . .	43
2.6	La distribution en vitesse . . . . .	44
2.6.1	Introduction . . . . .	44
2.6.2	Rôle de filtrage et recyclage . . . . .	44
2.6.3	Différents types de distribution . . . . .	45
2.6.4	Expression exacte de la distribution du module de la vitesse . . . . .	46
2.6.5	Probabilité $E(t)$ d'entrée dans le piège . . . . .	47
2.6.6	La distribution en vitesse aux temps longs : cas $\mu < 1$ . . . . .	49
2.6.7	La distribution en vitesse aux temps longs : cas $\mu > 1$ . . . . .	55
2.7	Conclusion . . . . .	60
<b>3</b>	<b>Optimisation du refroidissement Raman</b>	<b>63</b>
3.1	Valeur optimale de l'exposant $\alpha$ . . . . .	64
3.2	Optimisation analytique de la largeur $v_0$ du trou Raman . . . . .	65
3.2.1	Choix de la grandeur physique à optimiser . . . . .	65
3.2.2	Dépendance en $v_0$ de la hauteur $h(v_0, \Theta)$ . . . . .	66
3.2.3	Valeur optimale de la largeur $v_0$ du trou Raman . . . . .	67
3.2.4	Discussion physique . . . . .	67
3.3	Optimisation dans les conditions d'une expérience : simulations Monte-Carlo . . . . .	72
3.3.1	Conditions des simulations . . . . .	72
3.4	Optimisation numérique du refroidissement unidimensionnel . . . . .	73
3.4.1	Cas d'une séquence d'impulsions Blackman . . . . .	76
3.4.2	Cas d'une séquence d'impulsions carrées . . . . .	80
3.4.3	Comparaison aux prédictions du modèle . . . . .	83
3.4.4	Conclusion . . . . .	83
3.5	Optimisation numérique du refroidissement tridimensionnel . . . . .	84
3.5.1	Rôle de la gravité . . . . .	84
3.5.2	Optimisation en absence de gravité : cas d'une séquence d'impulsions Blackman . . . . .	85
<b>4</b>	<b>Le dispositif expérimental</b>	<b>89</b>
4.1	Introduction . . . . .	89
4.2	Application du refroidissement Raman aux atomes de césium . . . . .	89
4.3	Schéma simplifié du dispositif . . . . .	92

4.4	Le piège magnéto-optique . . . . .	95
4.4.1	Les lasers . . . . .	95
4.4.2	Les autres éléments du piège . . . . .	96
4.5	Le système de détection . . . . .	98
4.5.1	Le faisceau sonde . . . . .	98
4.5.2	La photodiode . . . . .	100
4.6	Le système de refroidissement Raman . . . . .	101
4.6.1	Les diodes verrouillées en phase . . . . .	101
4.6.2	Les autres éléments du système . . . . .	109
4.7	La gestion par ordinateur . . . . .	113
4.7.1	Le matériel . . . . .	113
4.7.2	Le programme . . . . .	115
4.7.3	La séquence temporelle . . . . .	115
<b>5</b>	<b>Résultats préliminaires</b>	<b>119</b>
5.1	Introduction . . . . .	119
5.2	Spectroscopie Raman à faisceaux parallèles . . . . .	119
5.2.1	Méthode de détection . . . . .	119
5.2.2	Compensation du champ magnétique et largeur instrumentale . . .	120
5.2.3	Profils d'excitation . . . . .	122
5.3	La distribution en vitesse . . . . .	125
5.4	Effet d'une seule impulsion de refroidissement . . . . .	128
<b>6</b>	<b>Résultats expérimentaux</b>	<b>131</b>
6.1	Première série d'expériences . . . . .	131
6.1.1	Les paramètres de l'expérience . . . . .	131
6.1.2	La séquence d'impulsions de refroidissement . . . . .	132
6.1.3	Résultats du refroidissement à petit désaccord . . . . .	133
6.2	Deuxième série d'expériences : refroidissement optimisé . . . . .	137
6.3	Comparaison de la performance des impulsions Blackman et créneau . . . .	137
6.3.1	Conditions expérimentales . . . . .	137
6.3.2	Résultats de l'expérience . . . . .	139
6.3.3	Comparaison aux prédictions du modèle . . . . .	141
6.4	Optimisation du refroidissement . . . . .	142
6.4.1	Conditions de l'expérience . . . . .	143
6.4.2	Optimum du refroidissement . . . . .	144
6.4.3	Comparaison aux impulsions Blackman . . . . .	144
6.4.4	Compromis largeur-remplissage . . . . .	144
6.4.5	Comparaison aux prédictions du modèle . . . . .	146
6.5	Conclusion . . . . .	148

<b>7</b>	<b>Aller plus loin</b>	<b>149</b>
7.1	Les résultats obtenus . . . . .	149
7.2	Effets quantiques liés à la délocalisation . . . . .	150
7.3	Refroidissement Raman dans un piège . . . . .	151
<b>A</b>	<b>Calcul de la proportion <math>f(\Theta)</math> d'atomes piégés</b>	<b>155</b>
A.1	Expression exacte de la proportion $f$ d'atomes piégés . . . . .	155
A.2	Cas où $\langle \mu \rangle$ est fini ( $\mu > 1$ ) . . . . .	156
A.3	Cas où $\langle \mu \rangle$ est infini ( $\mu < 1$ ) . . . . .	156
	<b>Bibliographie</b>	<b>159</b>
	<b>Remerciements</b>	<b>162</b>

# Introduction

L'histoire récente du refroidissement d'atomes est marquée par les abaissements successifs de ses températures limites. Depuis les premières propositions du refroidissement laser en 1975, formulées indépendamment par Hänsch et Schawlow [1] pour les atomes libres et par Wineland et Dehmelt [2] pour les ions piégés, plusieurs générations d'expériences se succédèrent dont chacune révéla des mécanismes physiques originaux et ouvrit en même temps un nouveau champ d'applications, impensables encore quelques années plus tôt. Vers la fin des années quatre-vingt, ce furent la première réalisation d'une mélasse optique et d'un piège magnéto-optique [3, 4] et la découverte des mécanismes sub-Doppler [5, 6], plus efficaces que le refroidissement Doppler [7]. En refroidissement laser, l'échelle naturelle de vitesse est la *vitesse de recul*

$$v_{\text{rec}} = \frac{\hbar k}{M} \quad (1)$$

qui est la vitesse communiquée à un atome de masse  $M$  initialement au repos par l'absorption ou l'émission d'un photon d'impulsion  $\hbar k$ . Les mécanismes sub-Doppler conduisent à des vitesses moyennes de 3 à 4 vitesses de recul. Les nombreuses applications de ces basses températures vont de l'interférométrie atomique [8, 9, 10] jusqu'à la métrologie [11, 12], où la fontaine à atomes froids est en train de surpasser les jets atomiques et de devenir l'étalon de référence pour la définition de la seconde. Elle offre actuellement un gain en précision d'un facteur 10 par rapport aux meilleures horloges à jet atomique et devrait à terme atteindre un gain d'un facteur 100 [12, 13].

Un autre grand événement tout récent fut l'observation de la condensation de Bose-Einstein d'un gaz d'atomes dilué [14, 15]. Cet effet purement quantique nécessite que la longueur d'onde de de Broglie  $\lambda_{\text{dB}} = h/(Mv)$  soit supérieure à la distance moyenne entre atomes. Dans les expériences actuelles, cette condition est atteinte en deux étapes : une première phase de refroidissement sub-Doppler dans un piège magnéto-optique modifié (*dark SPOT*) et une mélasse optique produit d'abord un ensemble d'atomes ayant une densité dans l'espace de phases  $n\lambda_{\text{dB}}^3 \sim 10^{-5}$ , où  $n$  est la densité atomique. Cet ensemble d'atomes est ensuite transféré dans un piège magnétique, dans lequel la méthode du refroidissement évaporatif fournit les 5 ordres de grandeur supplémentaires nécessaires pour atteindre le seuil de condensation.

La prochaine étape sera très certainement l'amélioration des conditions expérimentales de production des condensats. Le nombre d'atomes dans le condensat est encore relative-



ment faible (entre  $2 \cdot 10^3$  [14] et  $5 \cdot 10^5$  [15]) et son taux de production est lent, variant entre 7 et 70 secondes. Le refroidissement laser *sous la vitesse du recul* est une stratégie prometteuse pour améliorer ces conditions. Contrairement au refroidissement évaporatif qui conduit à une perte de plusieurs ordres de grandeur sur le nombre d'atomes, le refroidissement sub-recul ne présente pas a priori de mécanisme de perte. Il pourrait soit intervenir avant le refroidissement évaporatif pour le rendre plus efficace, soit le remplacer complètement dans une méthode purement optique comme le « laser à atomes » [16, 17]. Mais l'utilité du refroidissement est plus large. Citons la production de jets atomiques lents ou de fontaines de divergence très faible, ou l'étude d'effets quantiques apparaissant avec des atomes très délocalisés dans un réseau lumineux, comme les oscillations de Bloch.

Pour ces raisons, il est important de déterminer expérimentalement et théoriquement les conditions optimales du refroidissement sub-recul d'atomes libres à une, deux et trois dimensions. C'est l'objet de ce mémoire.

L'idée générale du refroidissement sub-recul est simple [18]. Le mécanisme de dissipation du refroidissement laser est l'émission spontanée. Puisque le photon spontané d'un cycle de refroidissement est émis dans une direction aléatoire, il y a une probabilité non-nulle pour que le module de la vitesse atomique après l'émission soit inférieure à une certaine valeur  $v_0$ , avec  $v_0 < v_{\text{rec}}$ . S'il existe un mécanisme qui recycle de façon sélective les atomes dont la vitesse est supérieure à  $v_0$ , ceux-ci peuvent atteindre la région  $|v| < v_0$  lors d'un cycle ultérieur. Ainsi, au cours d'un grand nombre de cycles, une grande partie des atomes s'accumulera dans la région  $|v| < v_0$ .

Plusieurs méthodes de refroidissement sub-recul ont été proposées [19, 20, 21, 22] et deux d'entre elles ont été démontrées expérimentalement. La première est la méthode des résonances noires sélectives en vitesse (sigle anglais VSCPT) qui fut démontrée pour la première fois à Paris en 1988 sur un jet d'hélium métastable [19]. Dans cette méthode, un effet d'interférence quantique conduit à un taux d'excitation quadratique en vitesse autour de  $v = 0$  [19, 23]. Les distributions en vitesse atomique obtenues par la méthode des résonances noires ont atteint des demi-largeurs à  $1/\sqrt{e}$  de  $\delta v = v_{\text{rec}}/6$  à une dimension [24],  $\delta v = v_{\text{rec}}/4$  à deux dimensions [25] et  $\delta v = v_{\text{rec}}/5$  à trois dimensions [26].

La deuxième méthode, le refroidissement Raman, fut démontrée pour la première fois à Stanford en 1992 [22] sur des atomes de sodium. Mécanisme impulsif, ce type de refroidissement tire parti de l'extrême résolution des transitions Raman entre deux niveaux stables. Il peut être appliqué à une grande classe d'espèces atomiques. Dans sa première démonstration, le refroidissement Raman a atteint  $\delta v = v_{\text{rec}}/4$  à une dimension, puis  $\delta v = 1.2 v_{\text{rec}}$  à deux dimensions et  $\delta v = 2.3 v_{\text{rec}}$  à trois dimensions pour des atomes libres [27] et  $0.65 v_{\text{rec}}$  pour des atomes confinés dans un piège dipolaire [28, 29].

Le principe du refroidissement sub-recul ne contient pas de limite autre que celle imposée par le temps d'interaction  $\Theta$ . Pour les applications possibles du refroidissement sub-recul, la connaissance quantitative de cette limite est très importante. La première théorie permettant d'évaluer l'efficacité du refroidissement sub-recul pour un temps d'interaction donné fut développée pour le refroidissement VSCPT [30]. Elle se sert d'un concept statistique connu sous le nom de « vols de Lévy ». Cette théorie souligne l'im-

portance de la dépendance en vitesse du profil d'excitation responsable de la sélection des atomes à recycler.

Au début de ce travail, il n'existait pas de théorie quantitative pour le refroidissement Raman. Il nous est vite apparu que la théorie développée pour le refroidissement VSCPT pouvait être étendue au refroidissement Raman, qui offre de plus des possibilités nouvelles. En effet, la forme du profil d'excitation dépend des impulsions Raman et peut être modifiée en choisissant la forme temporelle, le désaccord et la durée de ces impulsions pour optimiser le refroidissement. La première partie de ce mémoire présente cette théorie, qui fournit pour la première fois des prédictions quantitatives pour les températures que le refroidissement Raman est capable de produire en fonction de la dimension et du temps d'interaction. La théorie prédit en plus la forme optimale du profil d'excitation en fonction de la dimension, ce qui conduit à un choix de type d'impulsion différent de celui des premières expériences.

Nous avons testé avec succès ces prédictions dans une expérience de refroidissement unidimensionnel utilisant des atomes de césium et un dispositif qui utilise uniquement des diodes lasers [31]. Cette expérience, qui fait l'objet de la deuxième partie du présent mémoire, est plus que la démonstration d'un principe. La température unidimensionnelle atteinte dans cette expérience est de l'ordre du nanoKelvin ( $\delta v \sim v_{\text{rec}}/10$ ) et constitue la plus basse température cinétique jamais mesurée. A cette température, les atomes sont délocalisés sur plusieurs longueurs d'onde optique, ce qui a permis la mise en évidence d'effets quantiques prédits pour un tel système depuis plusieurs dizaines d'années [32].

Ce mémoire expose dans son premier chapitre le principe du refroidissement Raman d'atomes libres. Il présente ensuite la théorie statistique du refroidissement sub-recul, se focalisant en particulier sur le cas du refroidissement Raman. La partie théorique s'achève par l'étude de l'optimum du refroidissement pour un temps d'interaction fixe, qui est présentée au troisième chapitre. Cette étude se sert de la description établie au chapitre précédent et s'appuie de plus sur une étude systématique par simulations Monte-Carlo pour donner des prédictions quantitatives de l'optimum du refroidissement en une, deux et trois dimensions. La partie expérimentale commence par la description du dispositif au chapitre 4. Ce chapitre discute en particulier le verrouillage en phase de deux diodes laser et la gestion complète de l'expérience par ordinateur, qui sont des points clés de notre dispositif. Le chapitre 5 présente des résultats préliminaires, en particulier l'utilisation des transitions Raman sélectives en vitesse pour mesurer des vitesses atomiques extrêmement faibles. Cette technique est à ce jour la méthode de vélocimétrie en physique atomique la plus performante. Nous présenterons au chapitre 6 les résultats du refroidissement unidimensionnel. Ils ont été obtenus en deux étapes : dans une première série d'expériences en 1994 [33], nous avons démontré le refroidissement Raman d'atomes de césium en utilisant une séquence d'impulsions « traditionnelle ». Cette expérience nous a permis d'atteindre une dispersion en vitesse de  $\delta v = v_{\text{rec}}/3$ . Dans la deuxième série d'expériences, entreprise un an plus tard après l'amélioration du dispositif, nous avons appliqué la nouvelle théorie pour optimiser et simplifier en même temps la séquence d'impulsions. Ainsi nous avons obtenu le résultat  $\delta v \sim v_{\text{rec}}/10$  déjà évoqué plus haut. Dans un dernier chapitre nous

essayons d'examiner brièvement les possibilités ouvertes par les résultats théoriques et expérimentaux de ce travail. Nous pensons que l'application de ces techniques aux atomes piégés constitue une voie d'avenir.

# Chapitre 1

## Le principe du refroidissement Raman

### 1.1 Principe du refroidissement Raman

Le refroidissement Raman est un procédé impulsif qui combine de façon astucieuse deux mécanismes physiques différents pour remplir les deux fonctions fondamentales du refroidissement subrecul, sélection et recyclage. La méthode nécessite un système atomique à trois niveaux (figure 1.1) comprenant deux niveaux stables  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$  et un niveau  $|e\rangle$  de courte durée de vie. On trouve de tels systèmes par exemple dans les métaux alcalins, qui possèdent deux niveaux hyperfins dans l'état fondamental. Dans leur cas, l'écart des niveaux  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$  correspond à une fréquence dans le domaine des micro-ondes alors que les fréquences de transition  $|1\rangle \rightarrow |e\rangle$  et  $|2\rangle \rightarrow |e\rangle$  sont des fréquences optiques. Sur les atomes, qui se trouvent initialement dans l'état fondamental  $|1\rangle$ , on envoie une impulsion lumineuse provenant de deux faisceaux laser qui se propagent en sens opposé. Si la différence  $\omega_a - \omega_b$  des fréquences des deux lasers est proche de la fréquence  $\omega_{\text{HFS}}$  de la transition  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ , et si les fréquences  $\omega_a$  et  $\omega_b$  sont suffisamment désaccordées des transitions optiques  $|1\rangle, |2\rangle \rightarrow |e\rangle$ , les niveaux  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$  se comportent comme un système à deux niveaux couplé par une transition à deux photons dont la sensibilité en vitesse (effet Doppler) est deux fois celle de la transition optique. Ainsi, si la différence  $\omega_a - \omega_b$  est désaccordée au rouge de la résonance à deux photons  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$  :

$$\delta = \omega_a - \omega_b - \omega_{\text{HFS}} < 0, \quad (1.1)$$

les atomes possédant une certaine vitesse  $+v$  selon l'axe des faisceaux se trouvent en résonance grâce à l'effet Doppler et subissent un changement de vitesse de  $2\hbar k$  dans la direction opposé à  $v$  lorsqu'ils font la transition  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ . Si on échange les directions des deux faisceaux, les atomes ayant une vitesse  $-v$  de signe opposé deviennent résonantes et sont à leur tour ramenés vers  $v = 0$ . Cette *transition Raman sélective en vitesse* sélectionne donc les atomes d'une certaine vitesse (en les envoyant vers le niveau  $|2\rangle$ ) et introduit en même temps une force qui freine les atomes rapides. Comme  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$  sont des niveaux stables, la largeur de la transition — et donc la sélectivité en vitesse — ne sont limitées que par la durée de l'impulsion. Une *impulsion de pompage optique*

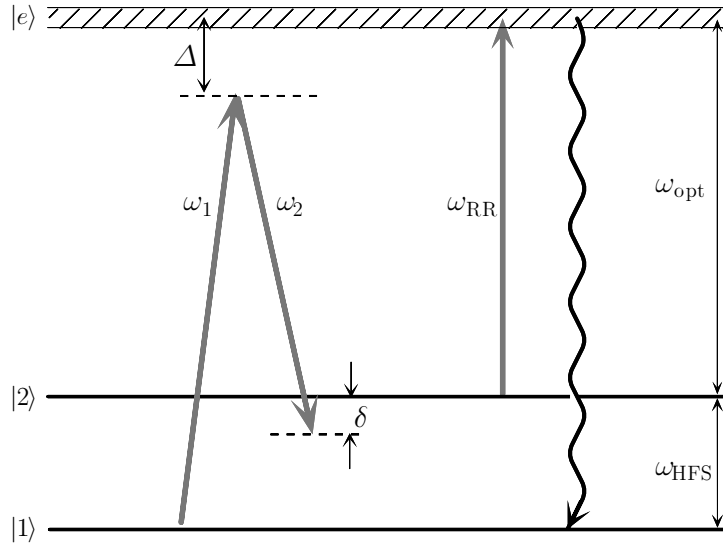


FIG. 1.1 –

Schéma des niveaux et transitions utilisés dans le refroidissement Raman.

*Level scheme and transitions used in Raman cooling.*

résonnante avec la transition  $|2\rangle \rightarrow |e\rangle$  recycle ensuite les atomes du niveau  $|2\rangle$  en les excitant vers le niveau  $|e\rangle$ , d'où l'émission spontanée les ramène de façon irréversible au niveau  $|1\rangle$  en leur donnant une chance d'atteindre une vitesse  $v < v_0$  par le recul aléatoire du photon spontané. En utilisant une *séquence de refroidissement* comprenant plusieurs cycles élémentaires *sélection Raman — pompage optique* pour différentes valeurs de la durée, du désaccord  $\delta$ , et de la direction des impulsions Raman (figure 1.2), on peut créer un champ lumineux qui excite tous les atomes ayant une vitesse  $v$  supérieure à  $v_0$ , sans perturber ceux dont la vitesse est inférieure à  $v_0$ . Ce champ constitue un « piège » dans l'espace des vitesses d'où les atomes y tombant ne peuvent plus sortir. Si la séquence de refroidissement est répétée un grand nombre de fois, le piège se remplit grâce à l'émission spontanée.

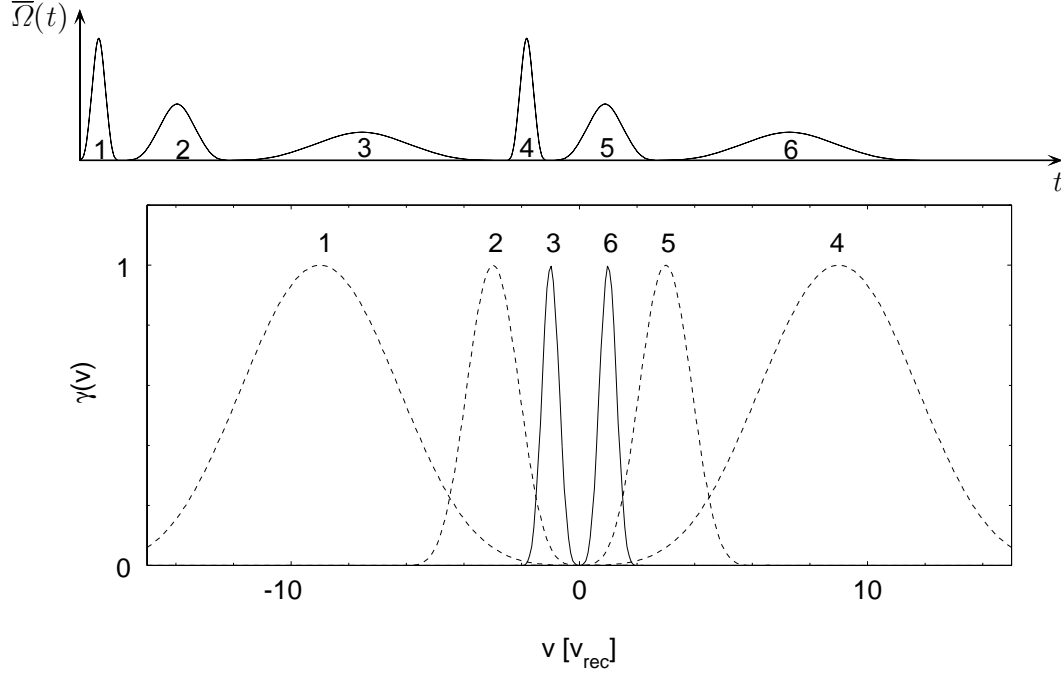


FIG. 1.2 –

Séquence de refroidissement : plusieurs impulsions Raman successives (a) sont utilisées pour définir un profil d'excitation (b) qui constitue un « piège » dans l'espace des vitesses.

*A series of Raman pulses (a) is used to produce an excitation profile (b) which constitutes a "trap" in velocity space.*

## 1.2 Propriétés des transitions Raman sélectives en vitesse

### 1.2.1 Fréquence de Rabi effective $\bar{\Omega}$

Notons  $\Omega_a$  et  $\Omega_b$  les fréquences de Rabi<sup>1</sup> des deux faisceaux Raman. Si le désaccord  $\Delta = |\omega_a - \omega_1| \approx |\omega_b - \omega_2|$  est grand devant le désaccord Raman  $\delta = \omega_1 - \omega_2 - \omega_{\text{HFS}}$  et devant les fréquences de Rabi à un photon des faisceaux Raman,  $\Omega_a$  et  $\Omega_b$ , la fréquence de Rabi effective de la transition à deux photons  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$  est donnée par [34] :

$$\bar{\Omega} = -\frac{\Omega_a \Omega_b^*}{2\Delta} \quad \text{si } \Delta \gg \Omega_a, \Omega_b, \delta. \quad (1.2)$$

Nous allons supposer dans la suite que les fréquences de Rabi des deux faisceaux sont identiques.

<sup>1</sup>La définition adoptée pour la fréquence de Rabi est  $\hbar\Omega/2 = -\mathbf{d}\mathcal{E}/2$ ,  $\mathbf{d}$  étant l'élément de matrice du dipôle atomique et  $\mathcal{E}$  l'amplitude (complexe) du champ électrique.

### 1.2.2 Condition de résonance

Soient  $\mathbf{k}_a$  et  $\mathbf{k}_b$  les vecteurs d'onde des faisceaux Raman. Le désaccord effectif de la transition Raman pour un atome en mouvement et pour des directions arbitraires de  $\mathbf{k}_a$  et  $\mathbf{k}_b$  vaut [34]

$$\delta_{\text{at}} = \delta - \frac{|\Omega_a|^2 - |\Omega_b|^2}{4\Delta} - (\mathbf{k}_a - \mathbf{k}_b) \cdot \mathbf{v} - \frac{\hbar(\mathbf{k}_a - \mathbf{k}_b)^2}{2M}, \quad (1.3)$$

$M$  étant la masse et  $\mathbf{v}$  la vitesse atomique. La première fraction de la formule est le déplacement lumineux, le deuxième terme correspond à l'effet Doppler et le troisième est le déplacement de recul. La dépendance en  $\mathbf{v}$  est la plus forte quand les deux faisceaux Raman se propagent en sens opposé. Dans ce cas, le désaccord effectif devient, pour  $k = |\mathbf{k}_a| \approx |\mathbf{k}_b|$  et pour  $\Omega_a = \Omega_b$ ,

$$\delta_{\text{at}} = \delta - 2\mathbf{k}_a \cdot \mathbf{v} - 2kv_{\text{rec}} \quad (1.4)$$

et la condition de résonance

$$\delta_{\text{at}} = 0 \quad (1.5)$$

s'écrit

$$\delta = \omega_1 - \omega_2 - \omega_{\text{HFS}} = 2k(v + v_{\text{rec}}), \quad (1.6)$$

$v = \mathbf{v}\mathbf{k}_a/|\mathbf{k}_a|$  étant la projection de la vitesse atomique sur l'axe Raman. Comme les deux niveaux  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$  ont des durées de vie longues devant la durée de l'expérience, la sélectivité en vitesse n'est limitée que par la durée de l'impulsion Raman : on peut sélectionner des classes de vitesse très fines au moyen d'impulsions Raman suffisamment longues.

### 1.2.3 Calcul du profil d'excitation d'une impulsion Raman

La probabilité d'excitation en fonction de la vitesse induite par une impulsion Raman,  $\gamma(v)$ , joue un rôle crucial pour l'efficacité du refroidissement. Il est évident, par exemple, que l'excitation parasite à  $\gamma(v = 0)$  intégrée sur toute la durée du refroidissement doit rester inférieure à 1 : si cette condition n'est pas respectée, un atome piégé au début sera perdu à coup sûr avant la fin de l'expérience et le refroidissement ne pourra pas être efficace. En plus de cette première condition, il sera démontré dans le chapitre suivant que la dépendance en  $v$  de  $\gamma(v < v_{\text{rec}})$  est un des paramètres déterminants du refroidissement.

#### Excitation par une impulsion de faible puissance

Soit  $\overline{\Omega}(t)$  le profil temporel de la fréquence de Rabi effective d'une impulsion Raman et  $\delta_{\text{at}}$  son désaccord. Comme le système est équivalent à un système à deux niveaux, on

peut calculer la probabilité pour un atome de passer de l'état  $|1\rangle$  à l'état  $|2\rangle$  en résolvant l'équation de Schrödinger pour un tel système,

$$\frac{dC_1}{dt} = -i\frac{\overline{\Omega}(t)}{2}C_2 \quad (1.7)$$

$$\frac{dC_2}{dt} = i\delta_{\text{at}}C_2 - i\frac{\overline{\Omega}(t)}{2}C_1, \quad (1.8)$$

où  $C_i = \langle i | \psi \rangle$ , avec  $i = 1, 2$  et  $|\psi\rangle$  étant le vecteur d'état du système.

Dans le cas d'une impulsion de faible puissance, c'est-à-dire sous la condition

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\overline{\Omega}(t')}{2} dt' \ll 1, \quad (1.9)$$

on peut supposer que la population de l'état  $|2\rangle$  reste faible et remplacer dans l'équation (1.8)  $C_1$  par 1. On en déduit que la probabilité pour l'atome de passer de l'état  $|1\rangle$  à l'état  $|2\rangle$  est

$$\gamma(\delta_{\text{at}}) = |C_2(t = +\infty)|^2 = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\overline{\Omega}(t')}{2} e^{-i\delta_{\text{at}}t'} dt' \right|^2, \quad (1.10)$$

la relation entre  $\delta_{\text{at}}$  et la vitesse atomique étant donné par (1.4). On voit donc que le profil d'excitation d'une impulsion de faible puissance est donné par le carré de la transformée de Fourier de la fréquence de Rabi<sup>2</sup>. On en déduit notamment qu'il n'existe pas d'impulsion dont le profil d'excitation  $\gamma(v)$  est à support compact.

### Relation largeur-durée—Unité naturelle de temps

La largeur caractéristique en fréquence  $\delta\omega_p$  d'une impulsion de faible saturation est inversement proportionnelle à sa durée  $\tau$ . Le produit des deux grandeurs est donc une constante qui ne dépend que du type de l'impulsion (par exemple, impulsion carrée, triangulaire, gaussienne...), et que nous appellerons  $2\varepsilon_p$  :

$$\delta\omega_p \tau = 2\varepsilon_p. \quad (1.11)$$

Notons que  $\varepsilon_p$  ne dépend pas des paramètres atomiques comme masse, fréquence ou longueur d'onde de la transition.

L'effet Doppler relie la largeur en fréquence  $\delta\omega_p$  à une certaine largeur en vitesse  $\delta v_p$  donnée par  $\delta\omega_p = 2k\delta v_p$ . La relation entre  $\delta v_p$  et  $\tau$  est

$$\delta v_p \tau = \frac{\varepsilon_p}{k}. \quad (1.12)$$

---

<sup>2</sup>Dans le cas de la transition Raman, la fréquence de Rabi  $\overline{\Omega}$  est proportionnelle au produit des amplitudes de champ des deux faisceaux laser, qui sont supposées égales.  $\overline{\Omega}$  est donc proportionnelle à l'intensité des faisceaux.



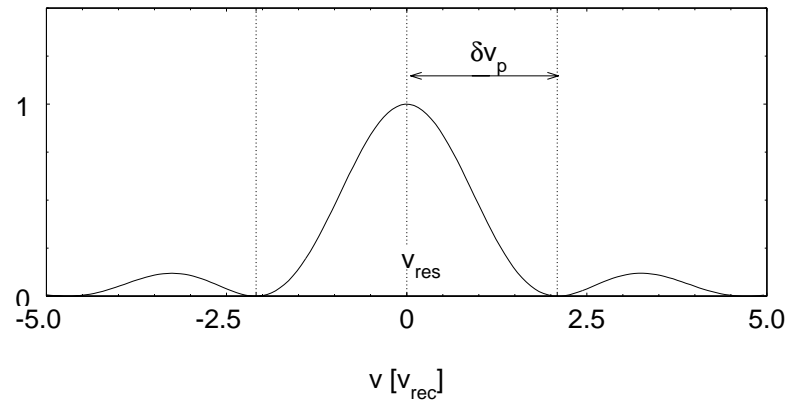


FIG. 1.3 –

La largeur caractéristique  $\delta v_p$  du profil d'excitation d'une impulsion est défini comme l'écart entre le maximum et le premier minimum du profil.

Si nous exprimons  $\delta v_p$  en unités de la vitesse de recul et  $\tau$  en unités d'un « temps de recul »  $t_{\text{rec}}$  défini par

$$t_{\text{rec}} = \frac{1}{k v_{\text{rec}}} = \frac{\hbar}{2E_{\text{rec}}}, \quad (1.13)$$

$E_{\text{rec}} = M v_{\text{rec}}^2 / 2$  étant l'énergie de recul, nous arrivons de nouveau à une relation indépendante des paramètres atomiques :

$$\boxed{\frac{\delta v_p}{v_{\text{rec}}} \frac{\tau}{t_{\text{rec}}} = \varepsilon_p.} \quad (1.14)$$

Le temps de recul  $t_{\text{rec}}$  est une unité naturelle du temps pour le refroidissement laser. Sa valeur pour le césium est

$$t_{\text{rec}} \approx 38.5 \mu\text{s}. \quad (1.15)$$

### Définition de la largeur caractéristique

Dans toute la suite, nous utiliserons comme définition de la largeur  $\delta v_p$  l'écart en vitesse entre la vitesse résonnante  $v_{\text{res}}$  et le premier minimum du profil d'excitation (figure 1.3). Avec cette définition, la largeur en  $v_{\text{rec}}$  d'une impulsion carrée de durée  $\tau$  et de faible saturation vaut par exemple  $\varepsilon_p = \pi$ , quelle que soit l'espèce atomique et quelle que soit la fréquence de la transition du refroidissement.

### Remarque

Comme le refroidissement Raman exige une excitation aussi faible que possible à  $v = 0$ , la vitesse résonnante sera souvent choisi telle que le premier zéro du profil

d'excitation se situe à  $v = 0$ . Avec notre définition de la largeur, cette condition s'écrit  $\delta v_p = v_{\text{res}}$ .

### Cas où les impulsions sont puissantes. Condition d'impulsion $\pi$

Pour faire le meilleur usage du temps limité de refroidissement, on demande des impulsions Raman une probabilité d'excitation aussi élevée que possible à leur fréquence de résonance. En résolvant l'équation (1.8) pour  $\delta_{\text{at}} = 0$ , on trouve que la probabilité d'excitation  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$  vaut 1 lorsque

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \overline{\Omega}(t') dt' = (2k + 1)\pi, \quad k \in N^0. \quad (1.16)$$

Pour le refroidissement, il faut donc utiliser des impulsions dont la fréquence de Rabi effective  $\overline{\Omega}(t)$  remplit la condition d'impulsion  $\pi$  ( $k = 1$  dans l'équation (1.16)).

Dans le cas d'une impulsion  $\pi$ , et plus généralement quand la saturation est forte, l'équation de Schrödinger (1.8) n'admet plus en général de solution analytique. Pour obtenir la probabilité d'excitation en fonction du désaccord d'une impulsion  $\overline{\Omega}(t)$  donnée, il faut donc avoir recours à une résolution numérique.

## 1.3 Profils d'excitation de quelques types d'impulsion Raman

### 1.3.1 Impulsion carrée

La forme de l'impulsion carrée définie par

$$\overline{\Omega}(t) = \begin{cases} \Omega_0 & \text{si } 0 \leq t \leq \tau \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.17)$$

est non seulement la plus simple imaginable, mais aussi celle qui donne l'impulsion  $\pi$  la plus courte possible pour une valeur maximale donnée de la fréquence de Rabi. Cette durée vaut

$$\tau = \frac{\pi}{\Omega_0}. \quad (1.18)$$

### Profil d'excitation à faible saturation

Dans le régime de faible saturation ( $\Omega_0 \ll \pi/\tau$ ), la probabilité d'excitation de l'impulsion carrée est donnée par la transformée de Fourier de  $\overline{\Omega}(t)$  (figure 1.4) :

$$\gamma(\delta_{\text{at}}) \propto \frac{\sin^2(\delta_{\text{at}}\tau/2)}{\delta_{\text{at}}^2} \quad (1.19)$$

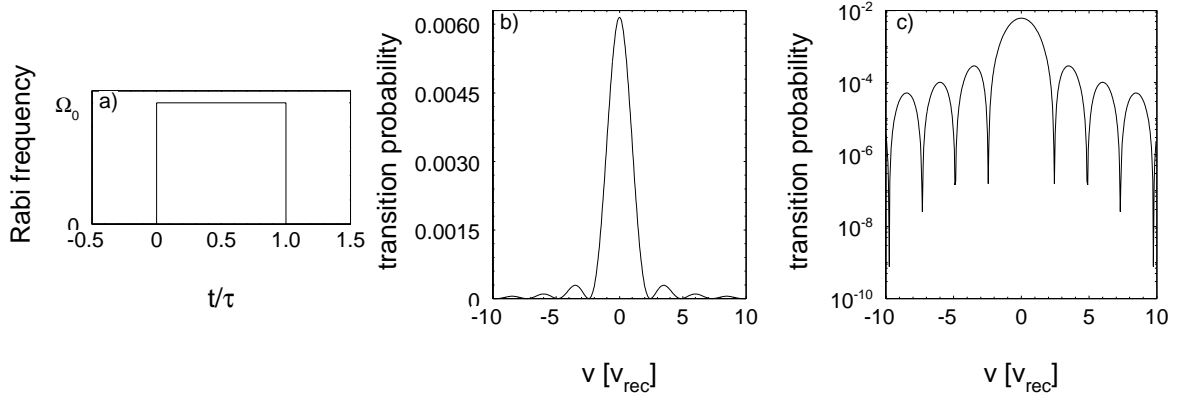


FIG. 1.4 –

L'impulsion carrée et son profil d'excitation à faible saturation ( $\Omega_0\tau/\pi = 0.05$ ). La durée de l'impulsion vaut  $\tau = 1.3 t_{\text{rec}}$ , correspondant à  $50 \mu\text{s}$  pour le césium. a) Profil temporel. b) Profil d'excitation, échelle linéaire. c) Profil d'excitation en échelle logarithmique.

*A square pulse and its excitation profile at weak saturation.*

L'écart  $\delta v_p$  en vitesse entre la vitesse résonnante et le premier minimum du profil d'excitation est donnée par

$$\frac{\delta v_p}{v_{\text{rec}}} \frac{\tau}{t_{\text{rec}}} = \pi. \quad (1.20)$$

Le produit largeur-durée  $\varepsilon_p$  (cf. 1.2.3) vaut

$$\varepsilon_p = \pi \quad (1.21)$$

pour l'impulsion carrée à faible saturation.

### Profil d'excitation, cas de l'impulsion $\pi$

Dans le cas d'une impulsion  $\pi$ , l'allure générale de  $\gamma$  change peu (figure 1.5 a)), mais les zéros se rapprochent de  $\delta_{\text{at}} = 0$  et le poids relatif des bandes latérales augmente (figure 1.5 b)). (Cette tendance se poursuit quand  $\Omega_0\tau$  excède la valeur  $\pi$ .) La probabilité d'excitation au premier maximum latéral vaut environ 12% pour l'impulsion  $\pi$ . L'écart  $v_0$  de l'impulsion  $\pi$  peut être calculé analytiquement avec le résultat

$$\varepsilon_p = \frac{\sqrt{3}}{2}\pi. \quad (1.22)$$

Le premier zéro se rapproche du maximum d'un facteur  $\sqrt{3}/2 \approx 0.87$ .

### Remarque

La dépendance en saturation des zéros, et plus généralement des minima des profils d'excitation est une propriété que l'on observe aussi pour d'autres types d'impulsion et qui pose une difficulté expérimentale à cause de la difficulté de connaître

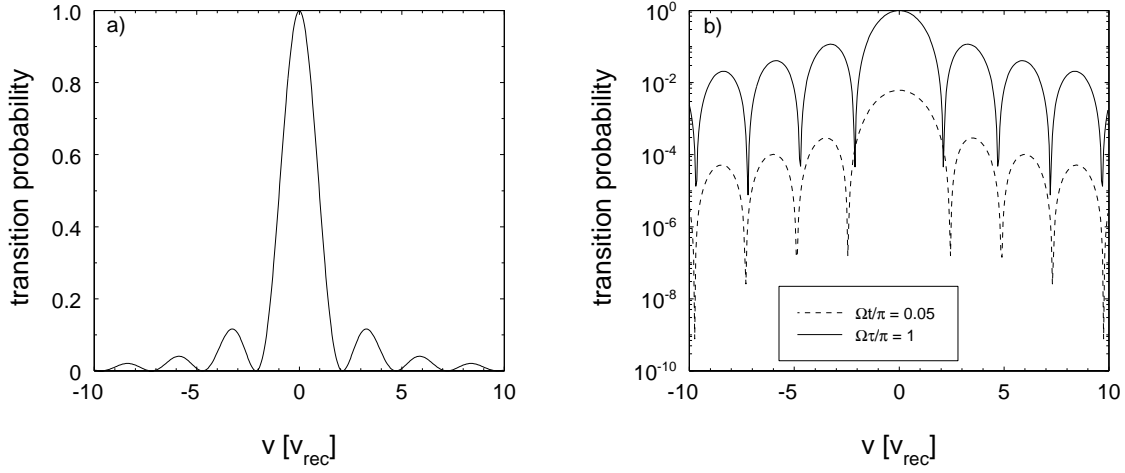


FIG. 1.5 –

a) Profil d'excitation d'une impulsion  $\pi$  carrée de durée  $\tau = 1.3 t_{\text{rec}}$  ( $50 \mu\text{s}$  pour le césium). b) Comparaison des profils d'excitation d'impulsions carrées à faible et forte saturation.

*Excitation profile of a square  $\pi$ -pulse (a);  $\pi$ -pulse vs. weak-saturation profile (b).*

exactement l'intensité d'un faisceau laser et de la tenir constante d'un jour à l'autre avec une bonne précision. En effet, comme ce sont les minima des profils d'excitation qu'il faut placer à  $v = 0$ , la bonne position des impulsions dépend de la puissance.

### Utilisation de l'impulsion carrée pour le refroidissement

A première vue il semblerait que les impulsions carrées étaient un mauvais choix pour le refroidissement Raman à cause de leurs bandes latérales prononcées. (Les premières expériences du refroidissement Raman ont écarté leur usage pour cette raison). Pourtant, comme on verra dans la suite, de telles impulsions peuvent au contraire conduire au refroidissement optimal, à condition de respecter l'égalité

$$v_{\text{res}} = \delta v_p, \quad (1.23)$$

c'est-à-dire, de placer leurs zéros très exactement à  $v = 0$ . Le fait qu'une bande latérale excite dans ce cas l'atome « dans le mauvais sens » n'est pas trop grave dans la mesure où cette bande latérale se trouve dans la région  $v < v_{\text{rec}}$ . En effet, dans cette région de l'espace des vitesses, le mécanisme prépondérant est le filtrage, et non la friction.

### Dépendance en vitesse du profil d'excitation au voisinage des zéros

Il sera important dans la suite de connaître la dépendance en vitesse autour de  $v = 0$  du profil  $\gamma(v)$ . Comme la vitesse résonnante est choisie de façon à remplir la condition  $v_{\text{res}} = \delta v_p$ , il s'agit de la partie de  $\gamma(v)$  autour de son premier minimum. Le profil d'excitation de l'impulsion carrée à faible saturation est le carré du sinus cardinal et varie donc en  $v^2$

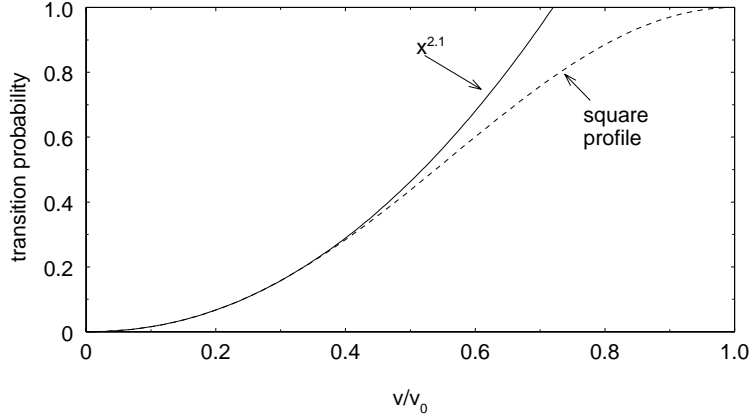


FIG. 1.6 –

Profil d'excitation d'une impulsion carrée et son meilleur ajustement par une loi de puissance  $\gamma(v) \propto \left(\frac{v}{v_0}\right)^\alpha$ . Pour  $0 \leq v \leq 0.4 v_0$ , on obtient le meilleur ajustement pour  $\alpha \approx 2.1$ .

*Square pulse excitation profile fitted by a power law.*

autour de son premier zéro. Pour l'impulsion  $\pi$ , nous avons déterminé numériquement la meilleure valeur de l'exposant  $\alpha$  dans un ajustement par une loi de puissance du type

$$\gamma(v) \propto \left(\frac{v}{v_0}\right)^\alpha. \quad (1.24)$$

Le résultat est  $\alpha \approx 2.1$  pour des vitesses  $v/v_{\text{res}}$  entre 0 et 0.4 (figure 1.6). Pour  $v/v_{\text{res}} = 0.8$  on trouve  $\alpha \approx 1.7$  (la valeur diminue puisque  $\gamma(v)$  possède un maximum en  $v = v_{\text{res}}$ ). La valeur de  $\alpha$  ne dépend donc pas beaucoup de la saturation.

### 1.3.2 Impulsion Blackman

Comme le spectre d'une impulsion reste voisin de sa transformée de Fourier si la saturation n'est pas trop forte, le profil d'excitation  $\gamma(v)$  d'une impulsion finie en temps (fonction « à support compact ») contient toujours des bandes latérales. Un problème équivalent à la réduction de ces bandes latérales pour une impulsion de durée fixe est bien connu dans le domaine du traitement du signal<sup>3</sup>. Il se trouve que l'impulsion dite de Blackman, donnée par la formule [35, 36]

$$\bar{\Omega}(t) = \Omega_0 \left( 0.5 \cos\left(2\pi \frac{t}{\tau}\right) + 0.08 \cos\left(4\pi \frac{t}{\tau}\right) + 0.42 \right) \quad (1.25)$$

produit une transformée de Fourier dont les bandes latérales sont particulièrement faibles (figure 1.7). (Les coefficients de la formule (1.25) sont des coefficients approchés, qui sont obtenus en minimisant la première bande latérale de la transformée de Fourier.)

<sup>3</sup>Il s'agit du problème de la « fenêtre » appropriée pour la transformation de Fourier d'un échantillon de données.

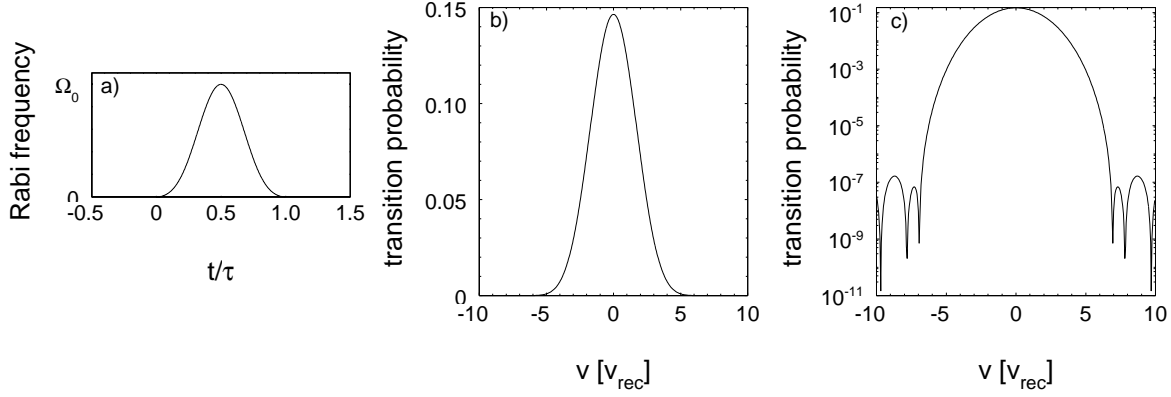


FIG. 1.7 –

L'impulsion Blackman et son profil d'excitation à faible saturation ( $\int_0^\tau \overline{\Omega}(t) dt / \pi = 0.25$ ). La durée de l'impulsion vaut  $\tau = 1.3 t_{\text{rec}}$ , correspondant à  $50 \mu\text{s}$  pour le césium. a) Profil temporel. b) profil d'excitation, échelle linéaire. c) profil d'excitation en échelle logarithmique.

*The Blackman pulse and its excitation profile at weak saturation.*

### Profil d'excitation, cas de l'impulsion $\pi$

La figure 1.8 montre le profil d'excitation d'une impulsion  $\pi$  de forme Blackman. Comme dans le cas de l'impulsion carrée, les bandes latérales se rapprochent de  $v_{\text{res}}$  et deviennent plus importantes quand on augmente la puissance des faisceaux Raman, mais il subsiste un facteur  $5 \cdot 10^4$  entre le pic principal et les bandes latérales.

#### Remarque

Grâce à la faible probabilité d'excitation partout dans les ailes, le positionnement de l'impulsion Blackman dans l'espace des vitesses est moins critique que celui de l'impulsion carrée si la vitesse résonnante est suffisamment loin de  $v = 0$ . Même si l'on place la première bande latérale à  $v = 0$ , les atomes piégés peuvent « survivre » plus de 1000 impulsions sans être expulsés. Si au contraire la vitesse résonnante  $v_{\text{res}}$  est égale ou inférieure à  $\delta v_p$  (le premier minimum a été placé à  $v = 0$ ), la forte variation de la largeur en fonction de la saturation conduit au problème déjà discuté pour l'impulsion carrée.

Le produit largeur-durée vaut

$$\varepsilon_p = \delta v_p \tau \approx 6.99 \quad (1.26)$$

pour une impulsion  $\pi$  de type Blackman. (La définition de la largeur utilisée est toujours l'écart entre maximum et premier minimum).

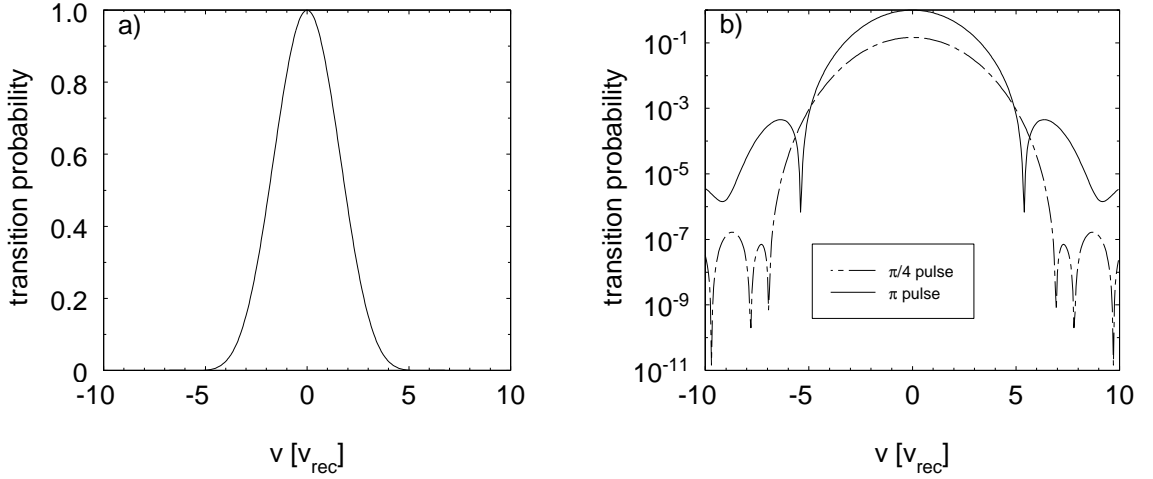


FIG. 1.8 –

a) Profil d'excitation d'une impulsion  $\pi$  Blackman de durée  $\tau = 1.3t_{\text{rec}}$  ( $50 \mu\text{s}$  pour le césium). b) Comparaison des profils d'excitation d'impulsions Blackman à faible et forte saturation.  
*Excitation profile of a Blackman  $\pi$ -pulse (a) ;  $\pi$ -pulse vs. weak-saturation profile (b).*

### Dépendance en vitesse du profil d'excitation au voisinage des zéros

Si l'on essaie d'ajuster, comme pour l'impulsion carrée, le profil d'excitation par une loi de puissance proportionnelle à  $v^\alpha$ , on trouve que la valeur de l'exposant  $\alpha$  obtenu dans l'ajustement varie entre 2.5 et 4 selon l'intervalle de l'ajustement et la saturation. Pour une impulsion  $\pi$  dans l'intervalle  $[0, v_{\text{res}}/2]$ , on obtient

$$\alpha \approx 3.3 \quad (1.27)$$

(figure 1.9). Pour la même vitesse résonnante, le profil  $\gamma(v)$  d'une impulsion Blackman part donc plus lentement que celui d'une impulsion carrée.

### 1.3.3 Comparaison des impulsions carrée et Blackman

L'aire de l'impulsion Blackman définie par (1.25) est

$$\int_0^\tau \overline{\Omega}(t) dt = 0.42\Omega_0\tau. \quad (1.28)$$

La durée d'une impulsion  $\pi$  Blackman est donc d'un facteur  $1/0.42 \approx 2.38$  plus longue que celle d'une impulsion  $\pi$  carrée de même amplitude  $\Omega_0$  : le « coût temporel » de l'impulsion Blackman est plus élevé que celui de l'impulsion carrée.

La figure 1.10 confronte les profils d'excitation des impulsions carrée et Blackman.

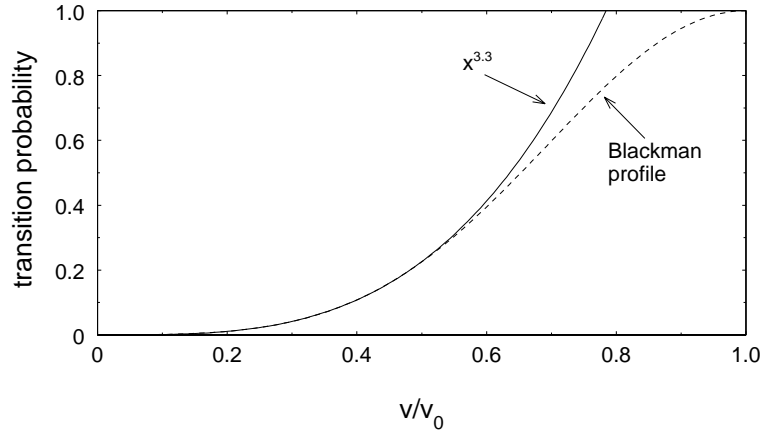


FIG. 1.9 –

Profil d'excitation d'une impulsion Blackman et son meilleur ajustement par une loi de puissance  $\gamma(v) \propto \left(\frac{v}{v_0}\right)^\alpha$  dans l'intervalle  $0 \leq v \leq 0.5 v_0$ . On obtient le meilleur ajustement pour  $\alpha \approx 3.3$ .

*Blackman-pulse excitation profile fitted by a power law.*

### 1.3.4 Autres types d'impulsion

Nous avons consacré la majeure partie de cette discussion aux deux types d'impulsion, carrée et Blackman, qui ont été utilisées dans les expériences. Cependant, le choix de formes est vaste et d'autres types d'impulsion pourraient s'avérer utile pour le refroidissement. La figure 1.11 montre, à titre d'exemple, le profil d'excitation d'une impulsion triangulaire, qui serait facile à mettre en œuvre dans une expérience. Ses bandes latérales sont intermédiaires entre celles des impulsions carrée et Blackman. Son profil d'excitation est plus étroit que celui d'une impulsion Blackman de la même durée ; son « cout temporel » est donc plus faible. Cependant, le faible écart entre les bandes latérales pourrait rendre son positionnement délicat.

Les impulsions que nous avons considérées maintiennent une valeur constante du désaccord laser pendant toute la durée de l'impulsion. Une extension possible serait l'utilisation d'impulsions à désaccord balayé. Il est possible par exemple d'accomplir un passage adiabatique rapide  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$  avec un choix approprié de  $\delta(t)$ . Cette technique est utilisée actuellement pour l'expérience du refroidissement Raman dans un piège dipolaire.

## 1.4 Les impulsions de pompage optique

Les atomes se trouvant dans le niveau  $|2\rangle$  suite à l'excitation Raman doivent être recyclés pour participer aux cycles suivants et pour obtenir une nouvelle chance d'atteindre une vitesse proche de  $v = 0$ . Ceci est accompli en les excitant par un faisceau laser résonnant vers le niveau  $|e\rangle$ , d'où ils peuvent retomber, soit dans le niveau  $|1\rangle$  — dans ce cas le recyclage est terminé — soit dans le niveau  $|2\rangle$ , où ils restent en résonance, sont



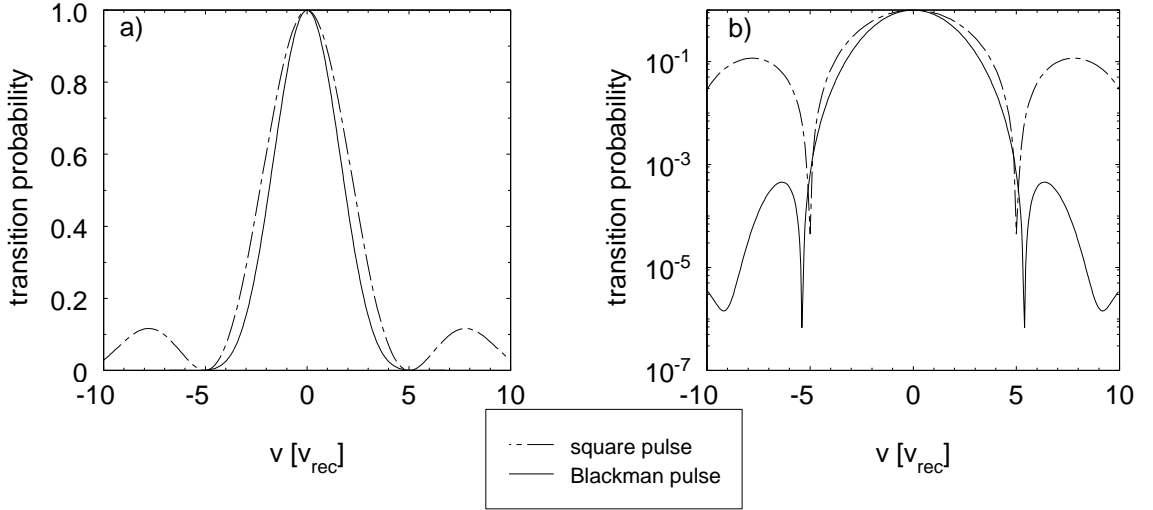


FIG. 1.10 –

Comparaison des profils d'excitation de deux impulsions  $\pi$  de même amplitude  $\Omega_0$  et de forme carrée et Blackman. a) Echelle linéaire. b) Les mêmes données en représentation logarithmique.

de nouveau excités, et obtiennent une nouvelle chance de se désexciter vers le niveau  $|1\rangle$ . Le nombre moyen de cycles nécessaires pour atteindre le niveau  $|1\rangle$  dépend du rapport de branchement  $\xi$  du niveau excité  $|e\rangle$ , qui donne la probabilité de la transition spontanée  $|e\rangle \rightarrow |1\rangle$  pour un atome se trouvant initialement dans l'état  $|e\rangle$ . Plus  $\xi$  est proche de 1, plus le recyclage est rapide et le nombre de photons spontanées petit.

Le recyclage est un processus rapide comparé à la sélection : pour une impulsion Raman d'une largeur typique de l'ordre de la vitesse de recul, l'ordre de grandeur de la durée est donnée par le temps de recul  $t_{\text{rec}}$ , (typiquement quelques dizaines de microsecondes), alors que l'échelle de temps du pompage optique est la durée de vie de l'état excité  $\Gamma^{-1}$ , qui est environ trois ordres de grandeur plus petite.

## 1.5 Bilan de vitesses du cycle élémentaire de refroidissement

Le changement de la vitesse atomique  $\Delta v = v_f - v_i$  selon l'axe des faisceaux Raman au cours d'un cycle élémentaire *transition Raman-pompage optique*, comprend une contribution déterministe, que nous appelons  $\Delta v_d$ , et une contribution aléatoire, de valeur moyenne nulle et de variance  $\Delta v_a$ . La valeur de  $\Delta v_d$  dépend de la direction relative

$$\eta = \frac{\mathbf{k}_a \cdot \mathbf{k}_{\text{RR}}}{|\mathbf{k}_a \cdot \mathbf{k}_{\text{RR}}|} \quad (1.29)$$

du faisceau de pompage optique.

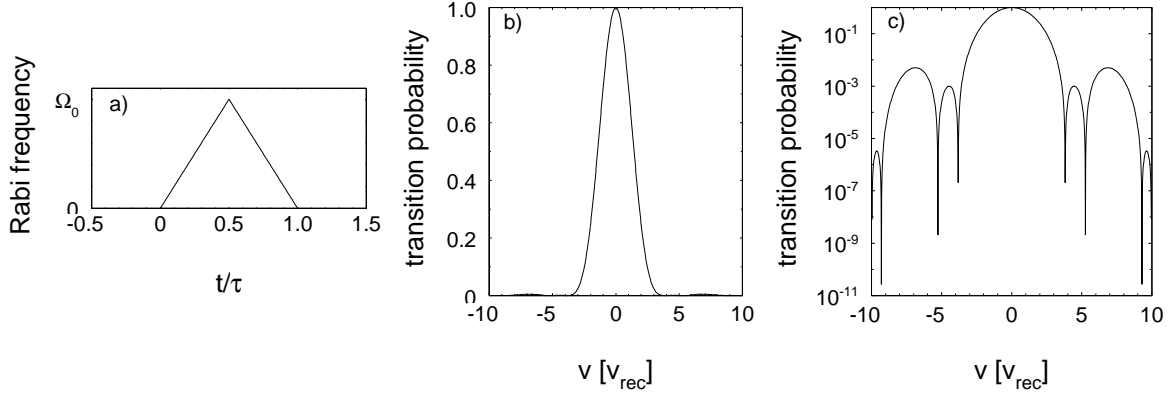


FIG. 1.11 –

Impulsion Raman triangulaire. a) Profil temporel. b) Profil d'excitation pour une durée de l'impulsion de  $\tau = 1.3 t_{\text{rec}}$ , correspondant à  $50 \mu\text{s}$  pour le césium. Echelle linéaire. c) même profil d'excitation en échelle logarithmique.

- Si le faisceau de pompage se propage dans la direction du faisceau Raman *a* (*i.e.*, si  $\eta = 1$ ), on a

$$\Delta v_d = 3 v_{\text{rec}}. \quad (1.30)$$

- Si le faisceau de pompage se propage dans la direction du faisceau Raman *b* (*i.e.*, si  $\eta = -1$ ),  $\Delta v_d$  vaut

$$\Delta v_d = v_{\text{rec}}. \quad (1.31)$$

Si le rapport de branchement  $\xi$  est égal à 1, la valeur maximale de contribution aléatoire vaut  $\max(\Delta v_a) = \pm v_{\text{rec}}$ . La vitesse atomique change donc d'au maximum

$$\max(|\Delta v|) = \Delta v_d + \max(\Delta v_a) = \begin{cases} 4 v_{\text{rec}} & \text{si } \eta = 1 \\ 2 v_{\text{rec}} & \text{si } \eta = -1 \end{cases} \quad (1.32)$$

et le changement minimal est

$$\min(|\Delta v|) = \Delta v_d - \max(\Delta v_a) = \begin{cases} 2 v_{\text{rec}} & \text{si } \eta = 1 \\ 0 & \text{si } \eta = -1 \end{cases} \quad (1.33)$$

Cette situation est représentée sur la figure 1.12.

Si le rapport de branchement  $\xi$  est inférieur à 1, il n'existe plus de maximum ou minimum de  $\Delta v$ , mais on peut écrire des équations analogues à (1.32) et (1.33) pour les valeurs caractéristiques de  $\Delta v$  en remplaçant  $\max(\Delta v_a)$  par la valeur caractéristique  $\Delta v_a$ . Indépendamment de  $\xi$ , la valeur moyenne de  $\Delta v$  est

$$\langle |\Delta v| \rangle = \begin{cases} 3 v_{\text{rec}} & \text{si } \eta = 1 \\ v_{\text{rec}} & \text{si } \eta = -1 \end{cases} \quad (1.34)$$

Pour déposer l'atome, en moyenne, aussi près de  $v = 0$  que possible, il faut donc utiliser la direction relative  $\eta = 1$  si la vitesse atomique est supérieure à  $2 v_{\text{rec}}$  et la direction  $\eta = -1$  sinon.

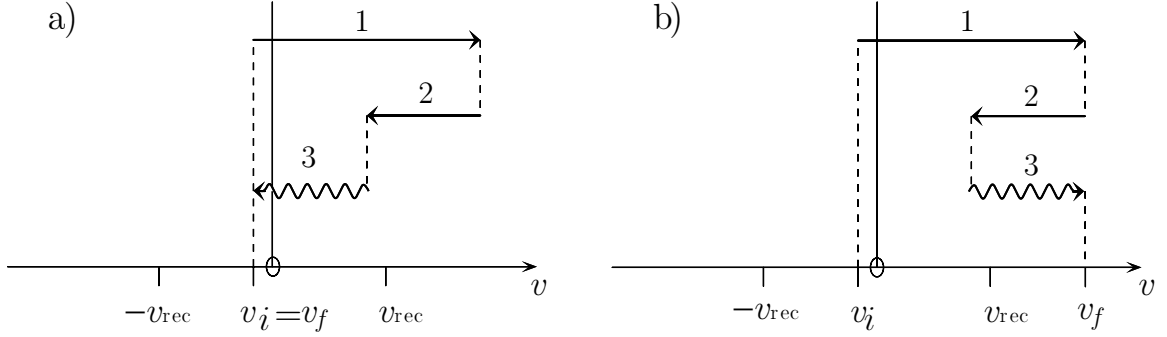


FIG. 1.12 –

Les deux cas extrêmes du bilan des vitesses lors d'un cycle élémentaire du refroidissement Raman. Dans cet exemple, le rapport de branchement vaut  $\xi = 1$ , et le faisceau de pompage est parallèle au faisceau Raman  $b$  ( $\eta = -1$ ).

*Combined velocity change of an elementary Raman cooling cycle in its two limiting cases.*

### Remarque

La condition de superposer le faisceau de pompage optique aux faisceaux Raman n'est pas indispensable. On peut même utiliser plusieurs faisceaux de pompage simultanément. Dans ce cas, la direction des photons de pompage devient aléatoire à l'absorption comme à l'émission et il faut inclure leur action dans la partie aléatoire  $\Delta v_a$  du bilan des vitesses.

## 1.6 Programme de simulations Monte-Carlo

A la fin de chaque cycle élémentaire *excitation Raman — pompage optique*, l'émission spontanée détruit d'éventuelles cohérences dans la fonction d'onde atomique. Par conséquent, le refroidissement Raman se prête facilement à une simulation Monte-Carlo classique. Dans une telle simulation, la vitesse atomique  $v$  est la seule variable atomique prise en compte. Lors de chaque cycle élémentaire, cette vitesse est modifiée avec une certaine probabilité qui dépend du profil d'excitation de l'impulsion Raman  $\gamma(v)$ .

### 1.6.1 L'algorithme

Nous avons mis au point un programme de simulation qui, malgré la simplicité de son algorithme, donne une description du refroidissement qui est très proche de la réalité. Le programme reçoit un certain nombre de paramètres, dont les plus importants sont le nombre d'atomes et les types, largeurs et vitesses résonnantes des impulsions Raman qui constituent la séquence de refroidissement. Pour chaque atome, l'algorithme suivant est appliqué :

1. La vitesse atomique initiale  $v_0$  est tirée au sort suivant une loi gaussienne.

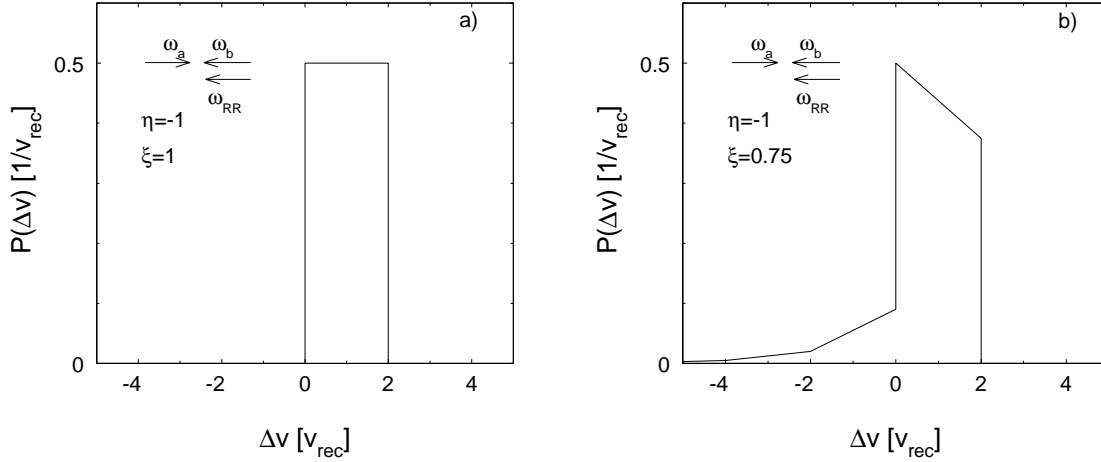


FIG. 1.13 –

Distribution du changement de vitesse par un cycle élémentaire de refroidissement. La direction du faisceau de pompage optique est opposée à celle du faisceau Raman  $a$ ; le rapport de branchement vaut  $\xi = 1$  pour la figure a) et  $\xi = 0.75$  pour la figure b). L'apparition de valeurs négatives de  $\Delta v$  pour  $\xi < 1$  indique un chauffage; cependant la probabilité d'un tel événement est de l'ordre de 15% seulement.

*Probability distribution of the net velocity change in an elementary Raman cooling cycle.*

2. Pour chaque impulsion Raman de la séquence, le programme décide en fonction du profil d'excitation et de la vitesse atomique  $v$  (en utilisant un nombre aléatoire) si l'atome est excité ou non. Si l'excitation a lieu, la vitesse atomique est modifiée en tenant compte des directions des faisceaux. Cette procédure fait intervenir des nombres aléatoires pour déterminer le nombre de cycles de fluorescence sur la transition de pompage (en fonction du rapport de branchement  $\xi$ ) et la direction des photons spontanés.
3. Cette séquence est répétée  $N_{\text{rep}}$  fois.

On obtient ainsi la vitesse atomique après  $N_{\text{rep}}$  répétitions de la séquence. Cette vitesse est discrétisée et stockée dans un tableau pour constituer une distribution en vitesse.

### 1.6.2 Profils d'excitation utilisés dans le programme

Pour simuler le refroidissement avec des impulsions réalistes, les profils d'excitation des impulsions sont calculés à l'avance en résolvant numériquement l'équation de Schrödinger (1.8) (des exemples ont été donnés sur les figures du paragraphe 1.2.3). Le programme utilise des tableaux qui contiennent ces profils  $\gamma(v)$  sous forme discrétisée.

Pour vérifier les prédictions du modèle, il est parfois utile d'utiliser des profils d'excitation « théoriques » (figure 1.14), qui ne correspondent pas à une impulsion temporelle réelle, mais qui ont une forme analytique simple (*cf.* (2.7)) au chapitre suivant). Ce type de profil est utilisé uniquement au chapitre 2.

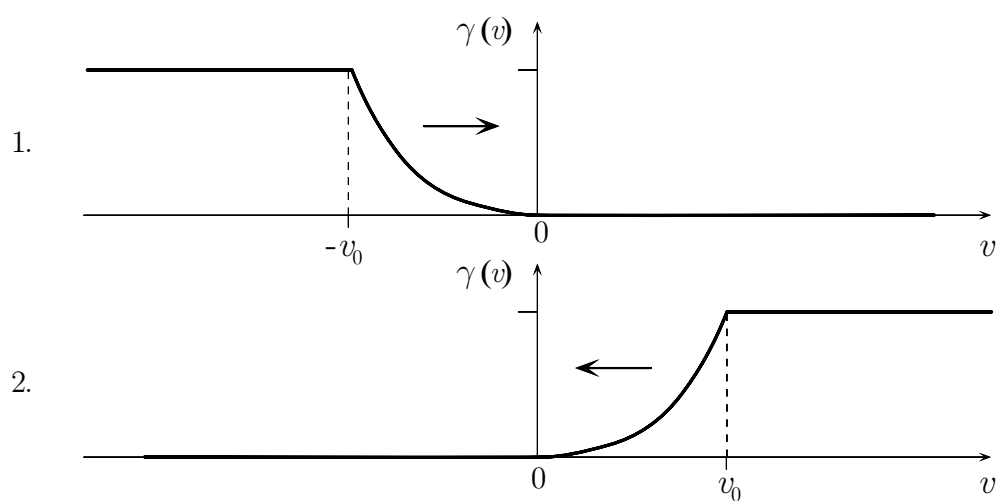


FIG. 1.14 –

Profils d'excitation utilisés pour les simulations du chapitre 2. Le premier profil correspond à une impulsion hypothétique à vitesse résonnante négative et pousse les atomes vers les vitesses positives. Le second profil simule une simple inversion de la direction des faisceaux Raman.

*Excitation profiles used for the Monte-Carlo simulations in chapter 2.*

# Chapitre 2

## Théorie du refroidissement Raman subrecul

### 2.1 Introduction

#### 2.1.1 Deux régimes de refroidissement

Nous avons vu au chapitre précédent que le cycle élémentaire du refroidissement Raman — une impulsion Raman suivie d’une impulsion de pompage optique — entraîne un « saut » aléatoire de la vitesse atomique dont la valeur moyenne  $\Delta v_d$  est de l’ordre de la vitesse de recul. On peut distinguer deux régimes de refroidissement, régis par des mécanismes différents, suivant que la vitesse initiale de l’atome est plus grande ou plus petite qu’une vitesse caractéristique  $v_{\max}$ , qui est de l’ordre de  $\Delta v_d$  (la valeur précise de  $v_{\max}$  sera discutée plus bas) :

- $v > v_{\max}$  : régime super-recul. On peut dans ce cas négliger la contribution aléatoire, en moyenne nulle, au changement de vitesse. Le module de la vitesse atomique décroît avec chaque excitation. Si la probabilité d’excitation Raman par unité de temps est une constante  $1/\tau_0$ , indépendante de la vitesse, l’atome subit une décélération constante  $a = -\Delta v_d/\tau_0$  dans la direction opposée à sa vitesse. Pour amortir une vitesse initiale  $v$ , il faut un temps  $t$  de l’ordre  $t = \tau_0 v/\Delta v_d$ . Passé ce temps, l’atome se trouve dans le deuxième régime :
- $v \leq v_{\max}$  : régime subrecul. Ici, la vitesse atomique est du même ordre ou plus petite que la valeur moyenne  $\Delta v_d$  des sauts en vitesse. Une fois que l’atome a atteint ce régime, il ne peut plus le quitter (puisque le signe du changement de vitesse est toujours opposé à celui de la vitesse), même si le module de la vitesse peut maintenant croître au cours d’un cycle élémentaire individuel (*cf.* figure 1.12). Typiquement, la vitesse atomique change de signe après chaque excitation : les impulsions de refroidissement «jouent au tennis» avec l’atome jusqu’à ce qu’il «tombe dans le trou Raman», en atteignant une vitesse si faible que la prochaine excitation ne se produit qu’après un temps beaucoup plus grand que  $\tau_0$ .

Alors que le régime super-recul, aussi appelé « régime déterministe », est complètement caractérisé par l'accélération  $a$ , le régime subrecul soulève un certain nombre de questions : quelle largeur et quelle hauteur de la distribution en vitesse peut-on atteindre en un temps d'interaction  $\Theta$  donné ? Quelle fraction  $f$  des atomes contient le pic qui s'établit autour de  $v = 0$ , et comment sa largeur varie-t-elle avec  $\Theta$  ? Suffit-il de prolonger  $\Theta$  pour confiner une fraction de plus en plus grande des atomes dans un pic de plus en plus fin, ou au contraire un état stationnaire s'établit-il aux temps longs ? Comment ces propriétés dépendent-elles de la forme des impulsions Raman (par exemple carrées ou Blackman) et de la dimension du refroidissement ?

### 2.1.2 Equation de taux

Une première approche (*cf.* [22]) consiste à modéliser schématiquement le profil d'excitation  $\Gamma'(v)$  des impulsions Raman comme un puits carré de demi-largeur  $v_0$  (fig. 2.1) :

$$\Gamma'(v) = \begin{cases} 0 & \text{pour } |\mathbf{v}| \leq v_0 \\ \frac{1}{\tau_0} & \text{pour } |\mathbf{v}| > v_0 \end{cases} \quad (2.1)$$

La région  $|\mathbf{v}| \leq v_0$  constitue un « piège » dans l'espace des vitesses : les atomes qui y entrent ne peuvent plus en sortir.

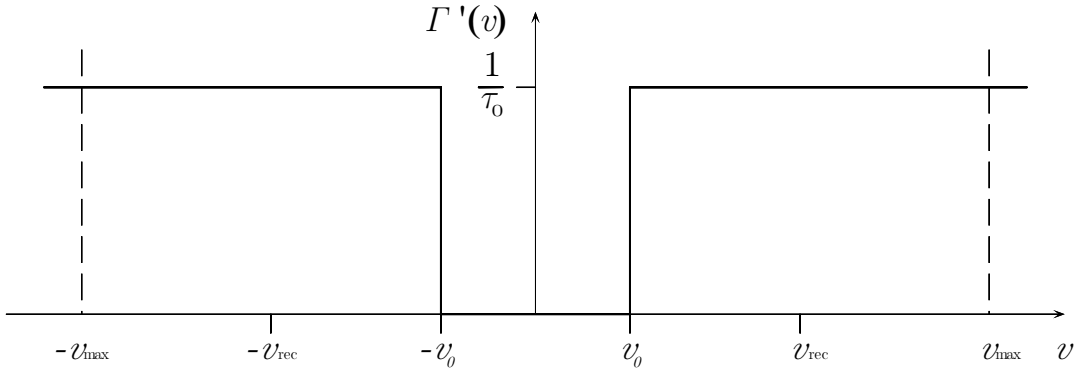


FIG. 2.1 –

Profil d'excitation en forme de puits carré.

*Square-well excitation profile.*

Le mécanisme de friction du refroidissement Raman confine les atomes dans une région de l'espace des vitesses dont le rayon  $v_{\max}$  est de l'ordre de  $v_{\text{rec}}$ . On conjecture alors que, pour  $v_0 \ll v_{\max}$ , la fraction des atomes qui tombe dans le puits par unité de temps est proportionnelle au rapport des deux volumes de l'espace des vitesses de rayon  $v_{\max}$  et  $v_0$ .

On en déduit une équation de taux pour la proportion  $\hat{f}(\Theta)$  d'atomes en dehors du puits en fonction du temps d'interaction  $\Theta$  :

$$\frac{d}{d\Theta} \hat{f}(\Theta) = -\frac{1}{\tau_0} \left( \frac{v_0}{v_{\max}} \right)^D \hat{f}(\Theta), \quad (2.2)$$

$D$  étant la dimension de l'espace. On trouve alors que la fraction  $f(\Theta) = 1 - \hat{f}(\Theta)$  des atomes à l'intérieur du puits atteint asymptotiquement la valeur stationnaire 1 :

$$f(\Theta) = 1 - \exp\left(-\frac{\Theta}{\tau_e}\right) \quad \text{avec} \quad \tau_e = \tau_0 \left( \frac{v_{\max}}{v_0} \right)^D \quad (2.3)$$

La fraction des atomes «non-piégés» (*i.e.*, qui ont une vitesse supérieure à  $v_0$ ) décroît exponentiellement, avec la constante de temps  $\tau_e$  : tous les atomes vont s'accumuler dans un pic froid dont la largeur  $\sigma(\Theta)$ , égale à  $v_0$ , ne dépend pas de  $\Theta$  :

$$\sigma(\Theta) = v_0. \quad (2.4)$$

Pour un  $v_0$  donné, il suffit donc d'un temps d'interaction de quelques  $\tau_e$  pour atteindre l'état stationnaire  $f = 1$  à quelques pour cent près. Par conséquent, la valeur optimale de  $v_0$  pour une durée d'interaction  $\Theta$  fixe est donnée par

$$\tau_e((v_0)_{\text{opt}}) = \Theta \quad \Rightarrow \quad (v_0)_{\text{opt}} = v_{\max} \left( \frac{\tau_0}{\Theta} \right)^{\frac{1}{D}} \quad (2.5)$$

$(v_0)_{\text{opt}}$  caractérise aussi bien la largeur du puits dans le profil d'excitation que la largeur de la distribution finale en vitesse. La densité dans l'espace des vitesses tend elle aussi vers une constante,

$$h = \frac{1}{v_0^D}. \quad (2.6)$$

Ce modèle représente l'état des connaissances en 1992, quand nous avons commencé notre expérience. Nous allons voir au cours de ce chapitre qu'une telle modélisation du refroidissement est insuffisante à plusieurs égards et ne peut pas servir de base pour une compréhension approfondie du refroidissement Raman. Par exemple, le fait de traiter le taux d'excitation  $\Gamma'(v)$  comme une constante sur une région finie (de rayon  $v_0$ ) autour de  $v = 0$ , que cette constante soit zéro ou non, entraîne automatiquement l'existence d'une limite supérieure à la densité dans l'espace des vitesses, qui est simplement la valeur donnée par (2.6). Or, tous les profils d'excitation réels croissent de façon continue à partir de  $v = 0$ . Nous allons voir que dans ce cas il n'y a pas de limite à  $h$  autre que celle imposée par un temps d'interaction limité, et que celle-ci n'est pas correctement décrite par (2.6). Le résultat (2.6) est donc un artefact provenant d'une simplification trop brutale de la situation physique. Il en est de même pour l'équation (2.4) qui affirme que la largeur du pic de la distribution en vitesse est identique à la largeur  $v_0$  du « trou Raman » dans le profil d'excitation : pour les profils d'excitation plus réalistes que (2.1), la largeur du pic



peut atteindre des valeurs beaucoup plus petites que  $v_0$ , limitées uniquement par le temps  $\Theta$  disponible.

Nous avons donc suivi une autre approche pour décrire le refroidissement. Cette approche a été développée pour étudier le refroidissement VSCPT aux temps longs [30, 24] ; sa généralisation au cas du refroidissement Raman, suggérée d'abord par F. Bardou fin 1994, s'est avérée très fructueuse [31, 37]. Elle repose sur une description statistique qui établit des liens entre le refroidissement subrecul et les processus de diffusion anormaux (« vols de Lévy »). Pour la première fois, cette approche donne une compréhension quantitative de la performance et des limites d'un tel refroidissement. Sa présentation fait l'objet du présent chapitre.

## 2.2 Modélisation des éléments du refroidissement subrecul

Nous avons vu au chapitre précédent que le cycle élémentaire *excitation Raman* — *pompage optique* du refroidissement produit un changement aléatoire  $\delta v$  de la vitesse atomique, et nous avons étudié la distribution de probabilité de  $\delta v$  dans quelques cas typiques. Grâce à l'émission spontanée qui intervient dans le pompage optique, on peut négliger toute cohérence entre les états quantiques de l'atome avant et après un cycle élémentaire de refroidissement. L'évolution temporelle de la vitesse d'un atome lorsqu'il subit une série de tels cycles est alors un phénomène purement statistique : on peut la décrire comme une marche au hasard de l'atome dans l'espace des vitesses (figure 2.2). La longueur de chaque saut en vitesse est de l'ordre de  $\Delta v_d \sim v_{\text{rec}}$ . La probabilité par unité de temps d'un saut dépend de  $v$  et tend vers zéro quand  $v \rightarrow 0$ .

### 2.2.1 La vitesse maximale

Comme nous l'avons déjà vu au chapitre 1, la vitesse atomique ne peut pas devenir arbitrairement grande car le signe du changement de vitesse est toujours opposé au signe de la vitesse elle-même. Quelle est donc la vitesse maximale  $v_{\text{max}}$  qu'un atome déjà froid peut atteindre ? La vitesse  $v_{\text{max}}$  est atteinte quand un atome ayant une vitesse initiale très proche de 0 subit une excitation et que le changement de vitesse dû à l'émission spontanée va dans le même sens que le changement de vitesse stimulé  $\Delta v_d$ .  $v_{\text{max}}$  dépend du rapport de branchement  $\xi$  (cf. 1.5) :

- $\xi = 1$  : Dans ce cas, un seul photon spontané est émis. Le module de la vitesse atomique ne peut dépasser la valeur  $v_{\text{max}} = \Delta v_d + v_{\text{rec}}$  qui varie entre  $2 v_{\text{rec}}$  et  $4 v_{\text{rec}}$  selon la taille du « saut stimulé »  $\Delta v_d$ .
- $\xi < 1$  : La probabilité pour l'émission de  $N$  photons spontanés est  $(1 - \xi)^{N-1} \xi$  pour  $N > 1$ . Des valeurs arbitrairement élevées de  $N$  peuvent apparaître en principe, mais la probabilité pour de tels événements décroît très vite avec  $N$ . Dans cette situation, la vitesse  $v_{\text{max}}$  n'a plus le sens d'un maximum absolu, mais elle caractérise

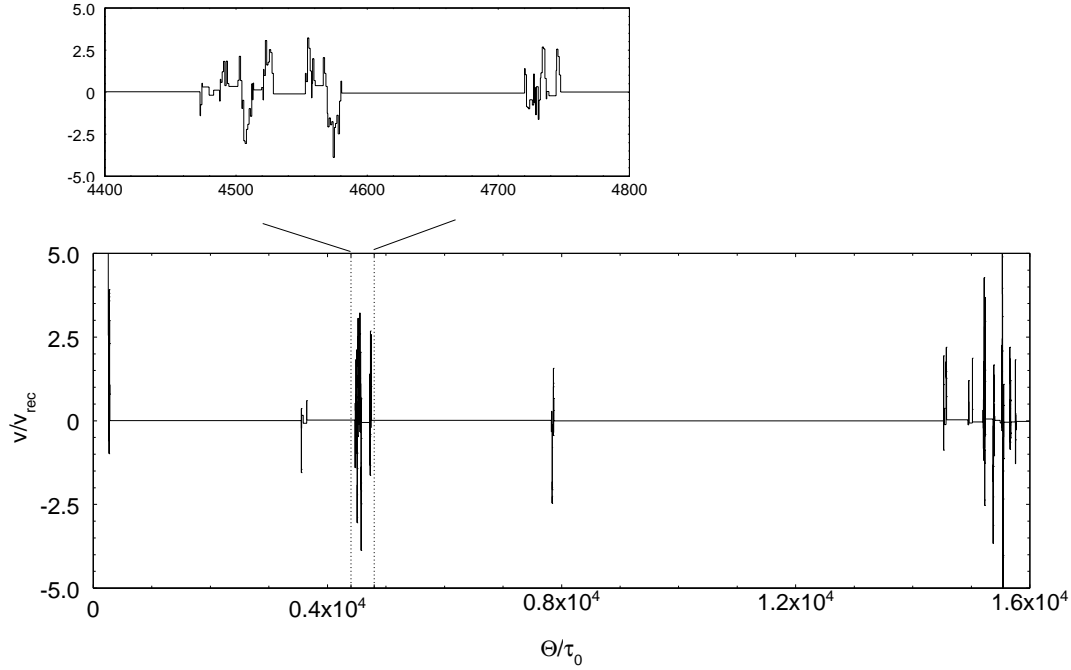


FIG. 2.2 –

Simulation Monte-Carlo : Evolution temporelle de la vitesse d'un atome soumis au refroidissement Raman unidimensionnel. L'abscisse donne le temps d'interaction  $\Theta$  en unités de la durée  $\tau_0$  de la séquence d'impulsions. L'exposant du profil d'excitation (2.7) est  $\alpha = 2$ , la largeur du trou Raman vaut  $v_0 = v_{\text{rec}}$ . *Example of a single atom's velocity evolution during one-dimensional Raman cooling with  $\alpha = 2$ .*

la décroissance de probabilité des vitesses élevées. Son ordre de grandeur est de quelques  $v_{\text{rec}}$ , comme précédemment pour  $\xi = 1$ , pour des valeurs réalistes de  $\xi$  (*cf.* 1.5). Par exemple, pour la valeur  $\xi = 0.75$ , qui est celle de notre expérience, la figure 1.13 du chapitre 1 montre que la probabilité d'atteindre une vitesse supérieure à  $4 v_{\text{rec}}$  est négligeable.

Nous modéliserons cet ensemble de phénomènes par des «murs» qui empêchent l'atome de diffuser au delà de la valeur  $v_{\text{max}}$  et qui le réfléchissent dès que  $|\mathbf{v}|$  atteint  $v_{\text{max}}$  (fig. 2.3).

### Remarque

$v_{\text{max}}$  se manifeste aussi comme largeur de la distribution en vitesse stationnaire qui s'établit au cours du refroidissement lorsque le profil d'excitation ne possède pas de trou Raman ( $v_0 = 0$ ) (figure 2.4).

## 2.2.2 La séquence d'impulsions

Le mécanisme du refroidissement Raman repose sur la répétition d'une séquence d'impulsions Raman. Aux temps longs devant la durée  $\tau_0$  de cette séquence, on peut la décrire

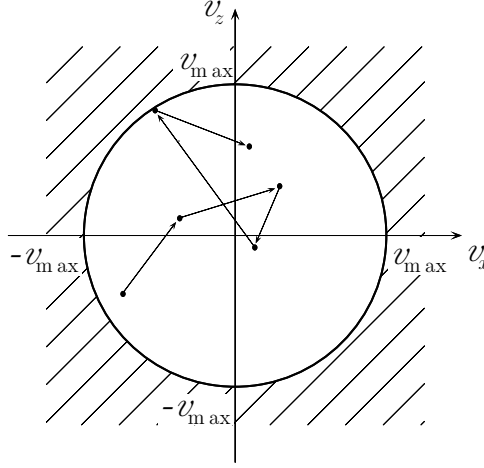


FIG. 2.3 –

Le mouvement des atomes au cours du refroidissement est décrit comme une diffusion dans une région limitée de l'espace des vitesses.  $v_{\max}$  est la vitesse maximale qu'un atome peut atteindre au cours de sa diffusion.

*Atomic movement is described as diffusion in a bounded region of velocity space.*

par un profil d'excitation continu en temps. Nous étudions des profils  $\Gamma'(v)$  de la forme suivante (cf. fig. 2.5) :

$$\Gamma'(v) = \begin{cases} \frac{1}{\tau_0} \left( \frac{v}{v_0} \right)^\alpha & \text{pour } |v| \leq v_0 \\ \frac{1}{\tau_0} & \text{pour } |v| > v_0 \end{cases} \quad (2.7)$$

Ce type de profil permet d'étudier les différentes formes d'impulsion, caractérisées par des valeurs de l'exposant  $\alpha$  différentes.

### Remarques

- Le puits carré (2.1) étudié plus haut est un cas particulier de (2.7), correspondant à  $\alpha = \infty$ .
- Le processus d'excitation du refroidissement VSCPT peut être décrit par le même modèle et correspond à  $\alpha = 2$  [30].

### Relation entre $v_0$ et $\tau_0$ pour une séquence d'impulsions Raman

Le refroidissement Raman à  $D$  dimensions se fait en répétant une séquence de  $N$  impulsions disposées sur  $D$  axes. Pour simplifier, on va supposer que les impulsions sont les mêmes sur chaque axe, et pour les deux signes de la vitesse résonnante. Il y a donc une « demi-séquence » élémentaire de  $n$  impulsions. La séquence complète s'obtient en

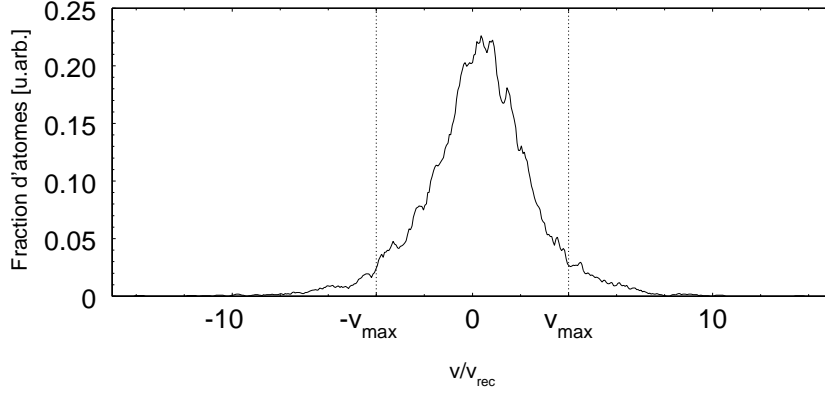


FIG. 2.4 –

Simulation Monte-Carlo : Distribution de la composante  $v_x$  de la vitesse atomique après  $10 \tau_0$  de refroidissement Raman tridimensionnel, utilisant un profil d'excitation sans trou Raman ( $v_0 = 0$  dans l'équation (2.7)). Le rapport de branchement de l'état excité vaut  $\xi = 0.75$ . La largeur de cette distribution est indépendante de la distribution initiale et ne change pas pour des temps d'interaction plus longs. Plus de 90% des atomes se trouvent dans l'intervalle  $[-v_{\max}, v_{\max}]$  avec  $v_{\max} = 4 v_{\text{rec}}$ .

répétant ces mêmes impulsions avec leurs vitesses de résonance opposées, puis pour les autres axes. Le nombre total d'impulsions est

$$N = 2Dn. \quad (2.8)$$

Soient  $v_1, \dots, v_n$  les vitesses résonnantes des  $n$  impulsions, que nous supposons toutes d'un même type (Blackman, carrée ou autre) et  $\tau_1, \dots, \tau_n$  leurs durées. La durée totale de la séquence est

$$T = \sum_{i=1}^N \tau_i = 2D \sum_{i=1}^n \tau_i. \quad (2.9)$$

La constante  $\tau_0$  dans (2.7) est de l'ordre de la durée de la séquence :

$$\tau_0 \approx T. \quad (2.10)$$

La vitesse résonnante de chaque impulsion est choisie de telle manière qu'un minimum du profil d'excitation se trouve à  $v = 0$ . En utilisant la largeur  $\delta v_p$  définie dans le paragraphe 1.2.3 (*cf.* figure 1.3), on a donc  $\delta v_{p_i} = v_{\text{resi}}$  et par conséquent

$$\varepsilon_p = \tau_i v_{\text{resi}} \quad (2.11)$$

(*cf.* 1.2.3).

On choisit la vitesse résonnante de la première impulsion suffisamment grande pour exciter les atomes les plus rapides :  $v_{\text{res1}} \approx v_{\max}$ . La vitesse résonnante de la dernière impulsion, d'autre part, donne la largeur du trou Raman, c'est-à-dire, la constante  $v_0$  de l'équation (2.7) :  $v_{\text{resn}} \approx v_0$ . Si l'écart entre  $v_{\text{res1}}$  et  $v_{\text{resn}}$  est grand, on ajoute des impulsions intermédiaires pour assurer un bon recouvrement des profils d'excitation. Quand on

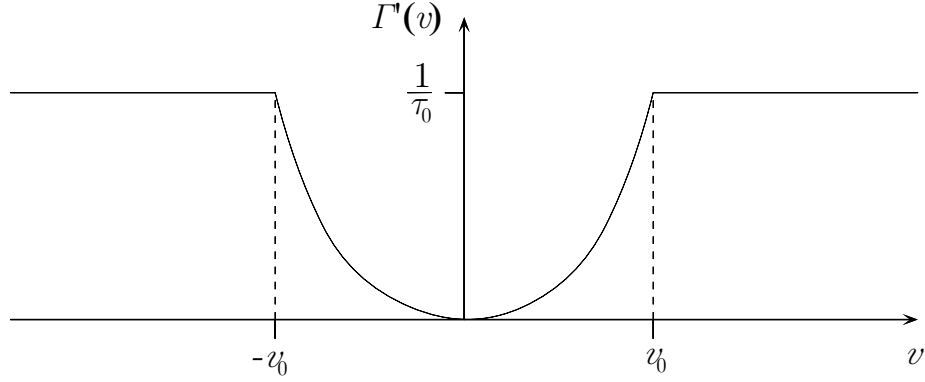


FIG. 2.5 –

Le profil d'excitation utilisé dans le modèle.

*The type of excitation profile used in the model.*

change la position  $v_{\text{res}n}$  de la dernière impulsion, il faut changer les position de tous les autres impulsions de la même proportion pour maintenir le recouvrement. Compte tenu de (2.11), on a donc  $T \propto \tau_{0n} \propto 1/v_{\text{res}n}$ . En utilisant (2.10), on trouve

$$\tau_0 \propto \frac{1}{v_0}. \tag{2.12}$$

En introduisant la constante de proportionnalité  $\varepsilon$ , cette relation importante s'écrit :

$$\boxed{v_0 = \varepsilon/\tau_0 \quad \text{avec} \quad \varepsilon \propto 2D\varepsilon_p.} \tag{2.13}$$

$v_0$  est proportionnel à  $\tau_0$  avec une constante de proportionnalité qui dépend du type des impulsions.

**Exemple** Prenons par exemple un rapport constant entre les vitesses résonnantes d'impulsions voisines :

$$\frac{v_i}{v_{i+1}} = r. \tag{2.14}$$

(Des valeurs de  $r$  entre 2 et 4 donnent un bon recouvrement.) Le rapport des durées d'impulsions voisines est donc également constant :

$$\frac{\tau_{i+1}}{\tau_i} = \frac{1}{r} \tag{2.15}$$

Les durées des impulsions forment une suite géométrique. La durée totale de la séquence est donc

$$\tau_0 \approx 2D R\tau_1. \tag{2.16}$$

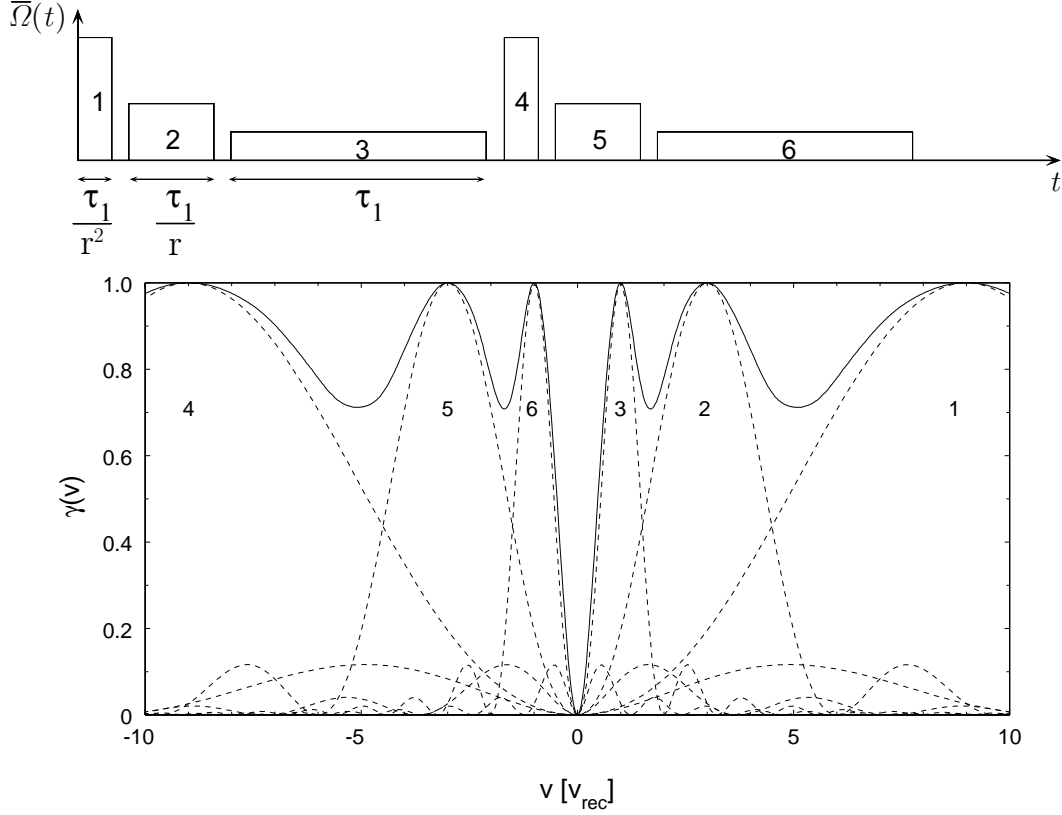


FIG. 2.6 –

Profil d'excitation créé par des impulsions carrées (le rapport des vitesses résonnantes d'impulsions voisines est  $r = 3$ ). En haut : Séquence temporelle des impulsions Raman. Les impulsions 4 à 6 sont identiques aux impulsions 1 à 3, mais les directions des deux faisceaux Raman sont échangées pour changer le signe de la vitesse résonnante. En bas : le profil d'excitation créé par cette séquence. Les courbes pointillées représentent la probabilité d'excitation des impulsions individuelles. La courbe en trait continu est la probabilité de subir au moins une excitation au cours de la séquence des six impulsions montrées.

où la constante  $R$  est donnée approximativement par la somme de la série géométrique :

$$R \approx \frac{1}{1 - 1/r} \quad (2.17)$$

si  $N_p$  est grand (ce qui est le cas quand  $v_1 \ll v_{\max}$ ).

### Remarque

Dans l'équation (2.13) nous avons négligé la durée des impulsions de pompage optique, ce qui est assez bien justifié dans notre expérience. Si on ne fait pas cette approximation, la durée  $\tau_0$  de la séquence n'est plus en toute rigueur inversement proportionnelle à la largeur  $v_0$  du trou Raman, mais contient en plus un terme additif qui dépend du nombre d'impulsions.

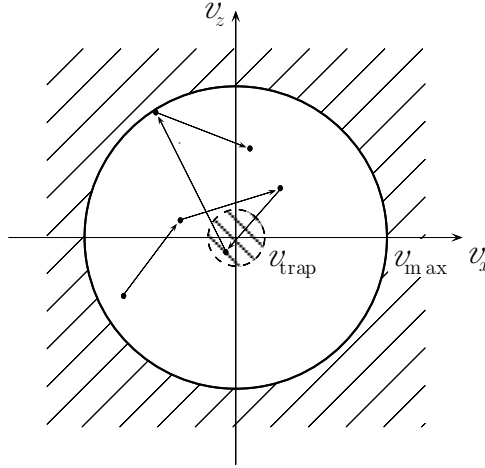


FIG. 2.7 –

Le « piège » dans l'espace des vitesses.

*The "trap" in velocity space.*

## 2.3 Une nouvelle description : piégeage et recyclage

### 2.3.1 Un «piège» dans l'espace des vitesses

Introduisons dans l'espace des vitesses une zone définie par

$$|\mathbf{v}| < v_{\text{trap}} \quad (2.18)$$

que nous appellerons un piège (figure 2.7). Un atome sera «dans le piège» quand il satisfait (2.18).

$v_{\text{trap}}$  est un paramètre «technique», comparable au  $\varepsilon$  du calcul infinitésimal, son choix est arbitraire. Les résultats du modèle (par exemple, la hauteur du pic dans la distribution en vitesse) ne dépendent pas du choix particulier fait pour  $v_{\text{trap}}$ .

#### Hypothèses sur le piège

- Nous supposons que le rayon  $v_{\text{trap}}$  du piège est petit devant  $v_{\text{rec}}$ . Comme les atomes entrent dans le piège suite à une émission spontanée, qui introduit une dispersion en vitesse grande devant la largeur du piège, ils «arrosent» le piège de manière uniforme.
- Pour les mêmes raisons, un atome se trouvant dans le piège va le quitter à coup sûr lors de la prochaine excitation. Nous négligerons donc la probabilité que l'atome effectue un ou plusieurs sauts à l'intérieur du piège.

### Remarque

On peut tester l'hypothèse d'arrosage uniforme par une simulation Monte-Carlo (figure 2.8). Pour connaître la probabilité  $\Pr(v)$  pour un atome de se retrouver à la vitesse  $v$  après un saut en vitesse, on effectue du refroidissement sur un ensemble d'atomes et on mesure, pendant une période de quelques  $\tau_0$ , la vitesse après l'émission spontanée, à chaque fois qu'un atome subit une excitation Raman. Dans le cas de la figure 2.8, on voit que cette distribution, qu'on pourrait appeler une « loi d'arrosage en vitesse »<sup>1</sup>, varie peu pour  $|v| < v_{\text{rec}}/2$ . D'autres simulations sous des conditions différentes (notamment pour d'autres valeurs de la largeur initiale) donnent des résultats similaires. Les simulations confirment donc l'hypothèse de l'arrosage uniforme et donnent en plus toute la loi d'arrosage en vitesse, même en dehors du piège.

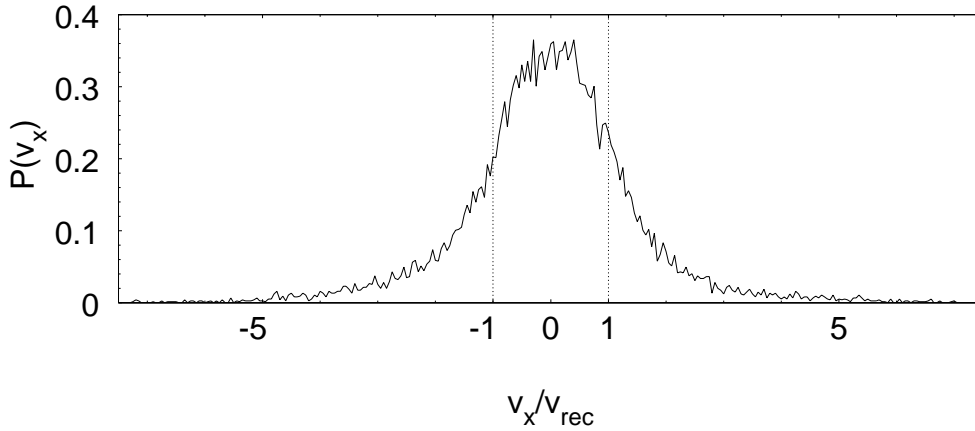


FIG. 2.8 –

Simulation Monte-Carlo : Distribution de probabilité de la vitesse atomique  $v_x$  après un « saut » (vitesse initiale  $(v_x)_0 = 0$ ). La distribution varie de moins de 12% dans la région  $|v_x| < v_{\text{rec}}/2$ , sa demi-largeur à  $1/\sqrt{e}$  est  $1.0 v_{\text{rec}}$ . Pour cette figure, la période d'observation est de  $10 \tau_0$ , la largeur de la distribution initiale est  $v_{\text{rms}} = v_{\text{rec}}/10$ , et les paramètres du profil d'excitation sont  $v_0 = v_{\text{rec}}/2$  et  $\alpha = 4$ . Le rapport de branchement vaut  $\xi = 0.75$ . En répétant cette mesure pour une distribution initiale plus large ( $v_{\text{rms}} = 5 v_{\text{rec}}$ ), on trouve que l'allure de la courbe reste similaire avec des ailes plus importantes et une largeur légèrement plus élevée (demi-largeur à  $1/\sqrt{e}$  de  $1.15 v_{\text{rec}}$  au lieu de  $1.0 v_{\text{rec}}$ ).

### 2.3.2 Phases de piégeage et phases de diffusion hors du piège

La vitesse atomique varie aléatoirement au cours du temps,  $|\mathbf{v}|$  passant successivement de valeurs inférieures à  $v_{\text{trap}}$  à des valeurs supérieures à  $v_{\text{trap}}$ . L'évolution au cours du temps apparaît donc comme une succession de phases de piégeage (notés  $P$  sur la figure 2.9) alternant avec des phases de diffusion hors du piège (notés  $H$ ).

<sup>1</sup>Une telle distribution est voisine de la distribution stationnaire discuté dans le paragraphe 2.2.1 (cf. figure 2.4).



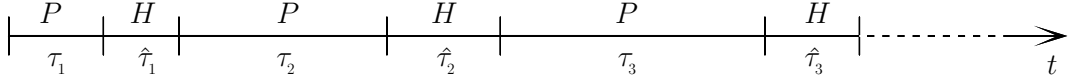


FIG. 2.9 –

Evolution au cours du temps de la vitesse atomique. Des phases de piégeage, notés  $P$ , alternent avec des phases de diffusion hors du piège, notés  $H$ .

*Time evolution of the atomic velocity : alternating phases of trapping (denoted  $P$ ) and diffusion outside the trap ( $H$ ).*

Nous noterons  $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots$  les durées des phases de piégeage et  $\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2, \hat{\tau}_3, \dots$  les durées des phases de diffusion hors du piège. Les  $\hat{\tau}_i$  sont en fait des temps de premier retour dans le piège. Les  $\tau_i$  sont des variables aléatoires indépendantes, de même que les  $\hat{\tau}_i$ .

### 2.3.3 Distributions des temps de piégeage et des temps de premier retour

Nous noterons  $P(\tau)$  la distribution des temps de piégeage et  $\hat{P}(\hat{\tau})$  la distribution des temps de premier retour. Un premier problème à résoudre est de déterminer ces deux distributions à partir des caractéristiques ( $\Gamma'(v), v_{\max}, \dots$ ) qui définissent le modèle.

Une fois  $P(\tau)$  et  $\hat{P}(\hat{\tau})$  calculés, on peut alors s'intéresser au temps total passé dans le piège et hors du piège après  $N$  phases alternées de piégeage et de diffusion hors du piège

$$T_N = \sum_{i=1}^N \tau_i \quad \hat{T}_N = \sum_{i=1}^N \hat{\tau}_i. \quad (2.19)$$

La comparaison de  $T_N$  et  $\hat{T}_N$  permettra de voir si l'atome passe la majeure partie de son temps dans le piège ou hors du piège, et d'évaluer ainsi l'efficacité du refroidissement.

À première vue, le problème peut paraître trivial. En effet, on sait que, sous des conditions très générales, la somme d'un grand nombre de variables aléatoires indépendantes suit une distribution gaussienne, comme l'exprime le *théorème de la limite centrale* (voir 2.4.1). Or, nous allons voir que les distributions  $\hat{P}(\hat{\tau})$  et, en particulier,  $P(\tau)$  peuvent être si large que ce théorème ne s'applique plus et doit être remplacé par un autre. Les caractéristiques du refroidissement subrecul sont étroitement liées à cette apparition de distributions larges dans son comportement statistique.

### 2.3.4 Distribution des temps de piégeage

Pour faciliter le calcul, nous allons supposer que  $v_{\text{trap}} \leq v_0$ . Ainsi on pourra se limiter, à l'intérieur du piège, à la partie variant en  $v^\alpha$  de  $\Gamma'(v)$ . Nous supposons de plus que la

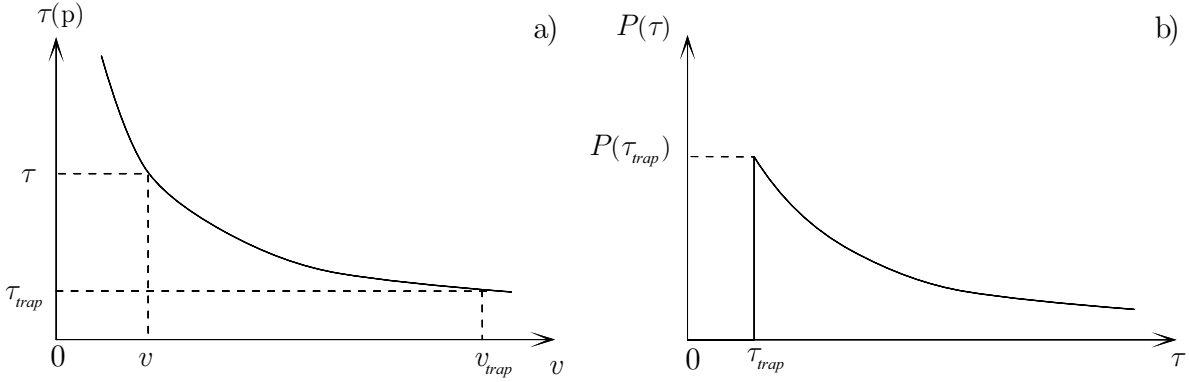


FIG. 2.10 –

a) Relation entre vitesse atomique et temps de séjour à cette vitesse. b) Distribution des temps de piégeage.

probabilité de saut par unité de temps  $\Gamma'(v)$  ne dépend que du module  $v = |\mathbf{v}|$  de la vitesse  $\mathbf{v}$ .

Considérons un atome qui est entré dans le piège. Comme l'arrosage du piège est uniforme, toutes les valeurs de  $\mathbf{v}$  ont la même probabilité. La probabilité  $\Pi(v)dv$  que le module de la vitesse atomique soit compris entre  $v$  et  $v + dv$  s'écrit donc, compte tenu de l'élément de volume correspondant à  $v \leq |\mathbf{v}| \leq v + dv$  qui varie comme  $Dv^{D-1}dv$  :

$$\Pi(v) = \frac{Dv^{D-1}}{v_{\text{trap}}^D}. \quad (2.20)$$

Commençons par supposer que le temps de séjour  $\tau$  dans le piège d'un atome de vitesse  $v$  est relié à  $v$  de manière parfaitement déterministe :

$$\tau(v) = \frac{1}{\Gamma'(v)}, \quad (2.21)$$

c'est-à-dire, compte tenu de (2.7),

$$\tau(v) = \frac{A}{v^\alpha} \quad \text{avec} \quad A = \tau_0 v_0^\alpha. \quad (2.22)$$

La figure 2.10 a) donne les variations de  $\tau(v)$  avec  $v$ .  $\tau(v)$  varie entre une valeur minimale

$$\tau_{\text{trap}} = \frac{A}{v_{\text{trap}}^\alpha} = \frac{\tau_0 v_0^\alpha}{v_{\text{trap}}^\alpha} \quad (2.23)$$

atteinte pour  $v = \pm v_{\text{trap}}$  et l'infini.

Comme on connaît  $\Pi(v)$  et la fonction qui relie  $v$  à  $\tau$ , on peut déduire  $P(\tau)$ .  $\Pi(v)$  et  $P(\tau)$  sont des *densités* de probabilité, il faut donc appliquer la règle de substitution :

$$P(\tau) = \Pi(v(\tau)) \frac{dv}{d\tau} = \frac{D}{\alpha} \frac{\tau_{\text{trap}}^{\frac{D}{\alpha}}}{\tau^{1+\frac{D}{\alpha}}} \quad \text{avec} \quad \tau_{\text{trap}} = \tau_0 \left( \frac{v_0}{v_{\text{trap}}} \right)^\alpha \quad (2.24)$$

On trouve ainsi que  $P(\tau)$  décroît avec  $\tau$  suivant une loi de puissance avec un exposant  $1 + (D/\alpha) > 1$  (figure 2.10 b)).

Le calcul précédent peut être généralisé au cas où la relation entre  $\tau$  et  $v$  n'est pas déterministe comme dans (2.21). Il est plus réaliste par exemple de considérer que, pour un atome de vitesse  $v$ ,  $\tau$  est une variable aléatoire, dont la loi de probabilité  $P(\tau|v)$  est donnée par :

$$P(\tau|v) = \Gamma'(v)e^{-\Gamma'(v)\tau}. \quad (2.25)$$

Une telle loi conduit à  $\langle \tau \rangle = 1/\Gamma'(v)$  pour un atome de vitesse  $v$ . Le calcul conduisant à (2.24) peut être repris et on trouve que  $P(\tau)$  n'est plus alors en toute rigueur donné par une loi de puissance, sauf pour  $\tau \rightarrow \infty$ , où l'on obtient [24]

$$P(\tau) \underset{\tau \rightarrow \infty}{\sim} \frac{D}{\alpha} \Gamma\left(\frac{D}{\alpha}\right) \frac{\tau_{\text{trap}}^{\frac{D}{\alpha}}}{\tau^{1+\frac{D}{\alpha}}} = \frac{B}{\tau^{1+\frac{D}{\alpha}}}. \quad (2.26)$$

Ici,  $\Gamma$  est la fonction gamma et nous avons introduit

$$B = \frac{D}{\alpha} \Gamma\left(\frac{D}{\alpha}\right) \tau_{\text{trap}}^{\frac{D}{\alpha}}. \quad (2.27)$$

On retrouve bien (2.24) au facteur  $\Gamma(D/\alpha)$  près (les valeurs de  $\Gamma(D/\alpha)$  varient entre 1 et 3.6 pour  $D/\alpha$  entre 1 et 4).

### Discussion physique

Le calcul précédent montre que, pour  $\tau \rightarrow \infty$ , la distribution des temps de piégeage varie comme  $\tau^{-(1+\mu)}$  :

$$P(\tau) \underset{\tau \rightarrow \infty}{\sim} \tau^{-(1+\mu)} \quad (2.28)$$

où l'exposant

$$\mu = \frac{D}{\alpha} \quad (2.29)$$

contient toute la dépendance liée à la dimension d'espace  $D$  et à la forme du profil d'excitation (exposant  $\alpha$ ).

La décroissance de  $P(\tau)$  est d'autant plus lente que  $\mu$  est petit. Une décroissance plus lente entraîne des phases de piégeage potentiellement plus longues, et par conséquent un refroidissement plus efficace. Pour  $\alpha$  fixé, on voit donc que le piégeage est d'autant moins efficace que la dimension est élevée. Ceci se comprend facilement : les phases de piégeage plus longues qu'une certaine durée  $\tau$  apparaissent pour les atomes tombant dans le piège avec une vitesse plus petite qu'une certaine valeur  $v(\tau)$  correspondante. Or, le poids statistique de la région  $v < v(\tau)$  diminue en valeur relative comme  $v(\tau)^D$  quand  $D$

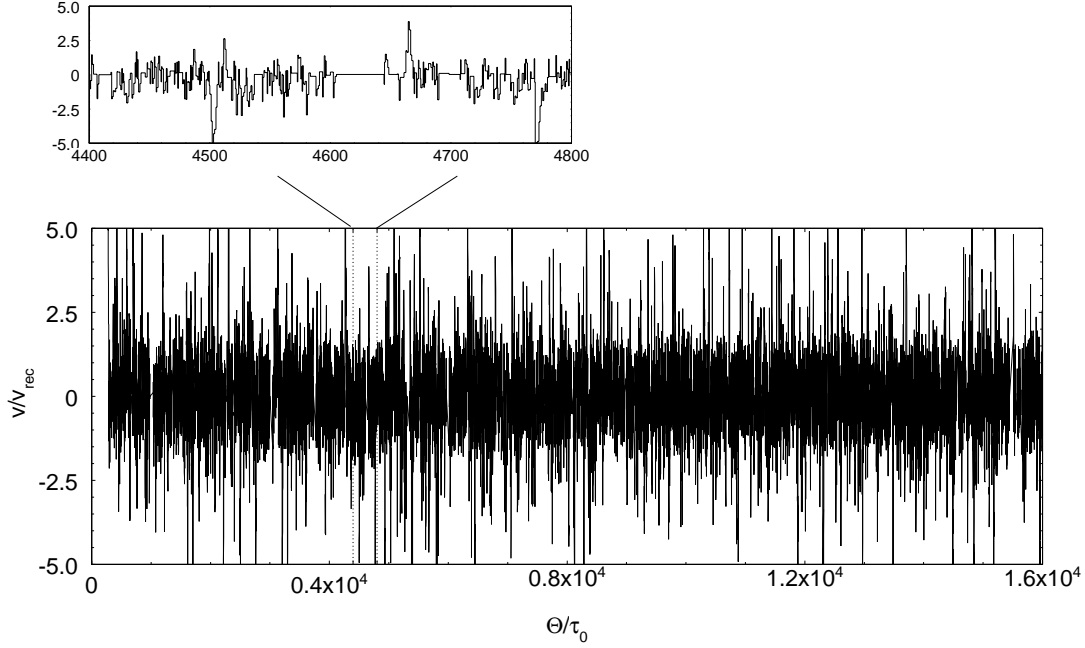


FIG. 2.11 –

Simulation Monte-Carlo : Evolution temporelle de la vitesse d'un atome soumis au refroidissement Raman unidimensionnel. L'exposant  $\alpha$  du profil d'excitation est ici  $\alpha = 0.5$ , tous les autres paramètres sont identiques à ceux de la figure 2.2. Noter la différence importante des deux figures, qui souligne l'importance de l'exposant  $\alpha$ .

*Evolution of a single atom's velocity, as in figure 2.2, but for  $\alpha = 0.5$ . Note the striking difference between the two figures.*

augmente. Pour  $D$  fixé,  $\mu$  est d'autant plus petit que  $\alpha$  est grand. Les phases de piégeage les plus longues apparaissent donc quand  $\Gamma'(v)$  croît très lentement avec  $v$ .

$P(\tau)$  est normalisée (puisque  $\mu > 0$ ), mais sa décroissance avec  $\tau$  est si lente que la valeur moyenne  $\langle \tau \rangle$  est infinie pour  $\mu < 1$  :

$$\langle \tau \rangle = \int_{\tau_{\text{trap}}}^{\infty} \tau P(\tau) d\tau = \int_{\tau_{\text{trap}}}^{\infty} \frac{B}{\tau^{\mu}} d\tau = \begin{cases} \infty & \text{pour } \mu \leq 1 \\ \frac{B}{\mu - 1} \tau_{\text{trap}}^{1-\mu} = \frac{\mu}{\mu - 1} \Gamma(\mu) \tau_{\text{trap}} & \text{pour } \mu > 1 \end{cases} \quad (2.30)$$

Dans le cas  $\mu < 1$ , il est donc clair qu'on ne peut pas appliquer le théorème de la limite centrale (cf. 2.4.1) pour calculer la somme  $T_N = \sum_{i=1}^N \tau_i$ .

Les conséquences de ce phénomène pour le refroidissement sont grandes. Les figures 2.2 et 2.11 en donnent une idée : tous deux donnent des exemples d'évolution temporelle de la vitesse d'un atome au cours du refroidissement à une dimension. La seule différence entre les deux exemples est la valeur de l'exposant  $\alpha$ , qui vaut 2 pour la figure 2.2 et 1/2 pour fig. 2.11. Le paramètre  $\mu = D/\alpha$  est donc inférieur à 1 pour la première figure et supérieur à 1 pour la deuxième. La différence entre les deux figures est frappante.

Dans le cas  $\mu > 1$ , aucun des plusieurs milliers d'événements se distingue clairement des autres, la courbe ressemble à du bruit pur. Dans le cas  $\mu < 1$ , en revanche, on distingue clairement 3 ou 4 événements dominants qui occupent plus de 90% du temps, alors que les phases d'évolution rapide (qui contiennent, ici aussi, plusieurs milliers d'événements) ne sont responsables que d'une très petite partie de l'évolution. Il s'agit là d'un phénomène universel qui signale l'apparition de statistiques dites de Lévy, dont nous abordons la discussion après l'analyse du temps de retour dans le piège.

### 2.3.5 Distribution des temps de retour dans le piège

Au cours de sa diffusion, l'atome explore toute la région accessible (délimitée par  $v_{\max}$ ) de l'espace des vitesses. La probabilité d'atteindre une vitesse spécifique  $|\mathbf{v}_n| < v_{\max}$  après  $n$  sauts est indépendante de  $\mathbf{v}$  et des valeurs antérieures  $\mathbf{v}_i$  ( $i < n$ ) de la vitesse (voir 2.3.1). La probabilité  $P$  de trouver l'atome dans une certaine région de l'espace des vitesses définie par  $|\mathbf{v}| < v_{\text{trap}}$  est donc simplement donnée par le rapport des volumes

$$P = \left( \frac{v_{\text{trap}}}{v_{\max}} \right)^D. \quad (2.31)$$

On peut montrer que, comme  $P$  ne dépend ni de  $n$ , ni de  $\mathbf{v}_n$ , le nombre moyen  $\langle N \rangle$  de sauts nécessaires pour atteindre le piège est [24]

$$\langle N \rangle = \left( \frac{v_{\max}}{v_{\text{trap}}} \right)^D. \quad (2.32)$$

Ceci est vrai en particulier pour un atome situé initialement à l'intérieur du piège :  $\langle N \rangle$  est le nombre moyen de sauts pour un premier retour dans le piège.

#### Discussion physique

Si la durée  $\tau(v)$  séparant deux sauts successifs est indépendante de  $v$ , c'est-à-dire si  $v_{\text{trap}} \geq v_0$ , on déduit de (2.32) que le temps moyen de premier retour dans le piège est

$$\langle \hat{\tau} \rangle = \tau_0 \langle N \rangle = \tau_0 \left( \frac{v_{\max}}{v_{\text{trap}}} \right)^D. \quad (2.33)$$

Dans le cas contraire, la dépendance en  $v_{\text{trap}}$  de  $\langle \hat{\tau} \rangle$  est plus compliquée, mais  $\langle \hat{\tau} \rangle$  reste toujours fini. Cependant,  $\langle N \rangle$ , et par conséquent  $\langle \hat{\tau} \rangle$ , croissent vite avec la dimension  $D$ .

#### Remarque

Le fait que le mécanisme de refroidissement subrecul soit automatiquement couplé à une force de friction pour les vitesses plus élevées, qui limite le temps de retour

$\langle \hat{\tau} \rangle$ , est un avantage du refroidissement Raman. En effet, certaines configurations du refroidissement VSCPT ne disposent pas d'une telle force et on peut montrer [24, 37] que dans ce cas la distribution des temps de premier retour obéit, comme celle des temps de piégeage, à une loi de puissance du type (2.26). Une telle situation, défavorable à cause de l'apparition de temps de retour très longs, entraîne un refroidissement inefficace, surtout aux dimensions  $D > 1$ .

## 2.4 Lois de puissance et sommes de Lévy

Nous avons trouvé dans le paragraphe 2.3.4 précédent que la distribution  $P(\tau)$  des temps de piégeage a une décroissance très lente, décrite par une loi de puissance en  $\tau^{-(1+\mu)}$  pour  $\tau \rightarrow \infty$ ,  $\mu$  pouvant être plus petit que 1. Tout en étant normalisables, ces distributions sont si larges que la valeur moyenne  $\int_0^\infty \tau P(\tau) d\tau$  est infinie pour  $\mu \leq 1$ . Pour calculer la distribution du temps total passé dans le piège  $T_N = \sum_{i=1}^N \tau_i$  après  $N$  entrées et sorties, il n'est plus alors possible d'appliquer le théorème de la limite centrale (cf. 2.4.1), qui n'est valable que pour des variables aléatoires ayant une valeur moyenne  $\langle \tau \rangle$  finie (et qui prédit dans ce cas que la valeur moyenne de la somme  $T_N$  est  $T_N = N \langle \tau \rangle$  pour  $N \gg 1$ ).

Il se trouve que les distributions de sommes de variables aléatoires indépendantes, décrites toutes par une même loi ayant un comportement en  $\tau^{-(1+\mu)}$  ont été étudiées en détail par le mathématicien français Paul Lévy et obéissent à un théorème de la limite centrale généralisé. Ce paragraphe regroupe quelques résultats essentiels de ces études, que nous appliquerons ensuite au problème du refroidissement subrecul. Nous insisterons sur la signification physique des résultats plutôt que sur leur démonstration, le lecteur souhaitant plus d'informations sur ce domaine de recherche pouvant les trouver dans les ouvrages de P. Lévy [38] et de B. V. Gnedenko et A. N. Kolmogorov [39], ou encore dans des articles de revue plus récents comme celui de P. Bouchaud et A. Georges [40] qui contient aussi quelques-unes du nombre croissant d'applications physiques de ce type de statistiques.

### 2.4.1 Rappel : le théorème de la limite centrale

Soit  $(\tau_i)_{i \in \mathbb{N}}$  une suite de variables aléatoires indépendantes de  $\mathbb{R}^+$ , distribuées toutes selon une même loi  $P(\tau)$  normalisée :  $\int_0^\infty P(\tau) d\tau = 1$ , dont la valeur moyenne  $\langle \tau \rangle = \int_0^\infty \tau P(\tau) d\tau$  et le deuxième moment  $\sigma^2 = \int_0^\infty \tau^2 P(\tau) d\tau$  sont finies. On introduit la nouvelle variable

$$u_N = \frac{T_N - N \langle \tau \rangle}{\sigma \sqrt{N}}. \quad (2.34)$$

Le théorème de la limite centrale exprime alors que la distribution de probabilité de  $u_N$  est donnée dans la limite des grands  $N$  par

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \Pr\{u_a \leq u_N \leq u_b\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{u_a}^{u_b} e^{-u^2/2} du, \quad (2.35)$$

quelle que soit la distribution  $P(\tau_i)$  des  $\tau_i$ .

Le théorème prédit donc en particulier que la valeur moyenne de  $T_N$  est proportionnelle à  $N$  :

$$\langle T_N \rangle = N \langle \tau \rangle \quad (2.36)$$

### Remarque

Ce théorème, dont la validité s'étend même, sous certaines conditions, (*condition de Lindberg*), aux suites de variables aléatoires ayant des distributions différentes, est à la base de la grande importance de la distribution gaussienne pour les phénomènes aléatoires.

## 2.4.2 Le théorème de la limite centrale généralisé

Soit maintenant comme distribution des  $\tau_i$  une loi  $P(\tau)$  normalisée qui varie en loi de puissance pour  $\tau$  suffisamment grand :

$$P(\tau) \underset{\tau \rightarrow \infty}{\sim} \frac{B}{\tau^{1+\mu}}, \quad (2.37)$$

où  $B$  et  $\mu$  sont positifs ( $B > 0$  car  $P$  est une probabilité et  $\mu > 0$  pour que  $P(\tau)$  soit normalisable).

Si  $0 < \mu \leq 1$ , la valeur moyenne de  $\tau$ ,  $\langle \tau \rangle = \int_0^\infty \tau P(\tau) d\tau$ , diverge. Nous appellerons une telle distribution  $P(\tau)$  une *distribution large*. Si  $1 < \mu \leq 2$ ,  $\langle \tau \rangle$  est finie, mais le deuxième moment  $\langle \tau^2 \rangle = \int_0^\infty \tau^2 P(\tau) d\tau$  diverge. Le théorème de la limite centrale généralisé s'applique à chacune des deux situations précédentes, c'est-à-dire au cas où  $0 < \mu \leq 2$ . Le cas  $\mu > 2$ , pour lequel  $\langle \tau \rangle$  et  $\langle \tau^2 \rangle$  sont finies, relève du théorème de la limite centrale habituel ((2.34) et (2.35)). Nous discuterons surtout le cas  $\mu \leq 1$ , le plus inhabituel des deux. Dans le cas  $1 < \mu \leq 2$ , l'existence d'une valeur moyenne suffit pour traiter la distribution comme une distribution habituelle dans le cadre de notre application.

### Sommes de Lévy

Soit

$$T_N = \sum_{i=1}^N \tau_i \quad (2.38)$$

une somme de variables aléatoires indépendantes, décrites toutes par la même loi  $P(\tau)$ , de comportement asymptotique (2.37) avec  $0 < \mu \leq 2$ .  $T_N$  est appelée « somme de Lévy ».

La question qui se pose est la suivante : peut-on, par un changement d'échelle sur  $T_N$ , et éventuellement après un recentrage, définir à partir de  $T_N$  une nouvelle variable  $u_N$ , telle que la distribution de probabilité de  $u_N$  soit indépendante de  $N$ , pour des valeurs suffisamment grandes de  $N$  ?

### Changement de variables $T_N \rightarrow u_N$

Deux cas sont à distinguer :

–  $0 < \mu \leq 1$  :  $\langle \tau \rangle$  et  $\langle \tau^2 \rangle$  sont infinis. On introduit

$$u_N = \begin{cases} \frac{T_N}{N^{1/\mu}} & \text{si } \mu < 1 \\ \frac{T_N}{N \ln N} & \text{si } \mu = 1 \end{cases} . \quad (2.39)$$

–  $1 < \mu \leq 2$  :  $\langle \tau \rangle$  est fini,  $\langle \tau^2 \rangle$  est infini. On introduit

$$u_N = \begin{cases} \frac{T_N - N \langle \tau \rangle}{N^{1/\mu}} & \text{si } 1 < \mu < 2 \\ \frac{T_N - N \langle \tau \rangle}{\sqrt{N \ln N}} & \text{si } \mu = 2 \end{cases} . \quad (2.40)$$

### Distribution de probabilité de $u_N$ — Lois de Lévy

Le théorème de la limite centrale généralisé exprime que  $u_N$  est distribué, à la limite  $N \rightarrow \infty$ , suivant une loi  $\mathcal{L}_\mu^B(u)$  indépendante de  $N$  :

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \Pr\{u_a \leq u_N \leq u_b\} = \int_{u_a}^{u_b} \mathcal{L}_\mu^B(u) du. \quad (2.41)$$

$\mathcal{L}_\mu^B(u)$  est une fonction de  $u$ , appelée loi de Lévy, ne dépendant que des paramètres  $\mu$  et  $B$  caractérisant le comportement asymptotique (2.37) de  $P(\tau)$ .

$\mathcal{L}_\mu^B(u)$  n'a pas d'expression analytique simple sauf dans des cas particuliers. L'allure des variations de  $\mathcal{L}_\mu^B(u)$  avec  $u$  est schématiquement représentée sur la figure 2.12 pour le cas  $0 < \mu < 1$ . Dans ce cas,  $\mathcal{L}_\mu^B(u)$  vaut zéro pour  $u = 0$  et décroît pour  $u \rightarrow \infty$  de la même manière que la distribution élémentaire  $P(\tau)$  :

$$\mathcal{L}_\mu^B(u) \underset{u \rightarrow \infty}{\sim} \frac{B}{u^{1+\mu}} \quad \text{si } 0 < \mu < 1. \quad (2.42)$$

Le maximum de  $\mathcal{L}_\mu^B(u)$  est atteint pour une abscisse de l'ordre de  $\tau_B$  défini par

$$B = \mu \tau_B^\mu. \quad (2.43)$$



Dans le cas de la distribution des temps de piégeage, la valeur de  $\tau_B$  est  $\tau_B = \tau_{\text{trap}}$  dans le cas de la relation déterministe (2.24) et  $\tau_B = \Gamma(\mu)^{1/\mu} \tau_{\text{trap}}$  dans le cas de la relation probabiliste (2.26).

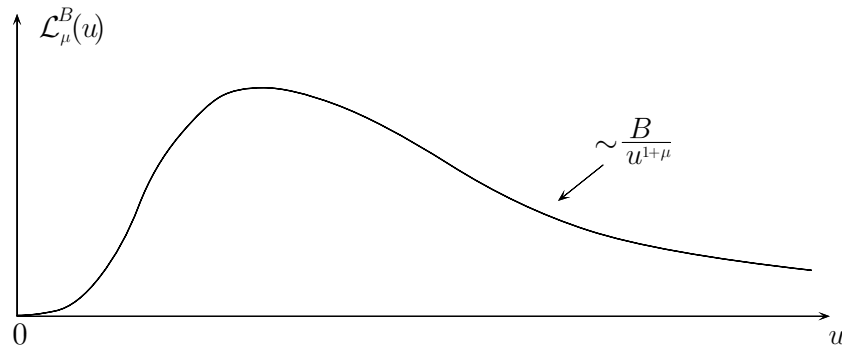


FIG. 2.12 –

Allure des lois de Lévy pour  $\mu < 1$ .

### Remarque

Nous nous sommes limités ici au cas où la variable  $\tau$  varie entre 0 et  $+\infty$ . Le théorème de la limite centrale généralisé s'applique aussi aux variables aléatoires variant entre  $-\infty$  et  $+\infty$ . Les lois de Lévy ont dans ce cas un paramètre supplémentaire, qui dépend de l'asymétrie de la distribution  $P(\tau)$ .

### 2.4.3 Propriétés intéressantes des sommes de Lévy pour $0 < \mu < 1$

Nous présentons ici quelques une des propriétés tout à fait inhabituelles qui caractérisent les sommes de Lévy dans le cas  $\mu < 1$ .

#### Dépendance en $N$ d'une somme de Lévy $T_N$

La forme (2.39) du changement de variables  $T_N \rightarrow u_N$  et le fait que  $u_N$  soit distribué suivant une loi indépendante de  $N$  quand  $N \rightarrow \infty$  montrent que  $T_N$  varie en  $N^{1/\mu}$  quand  $N \rightarrow \infty$ . Une telle variation est beaucoup plus rapide que celle qui apparaîtrait si  $\langle \tau \rangle$  était finie, qui serait en  $N \langle \tau \rangle$ . Par exemple, si  $\mu = 1/4$ ,  $T_N$  varie en  $N^4$ .

#### Ordre de grandeur du terme le plus grand dans une somme de Lévy

Soit  $T_N = \sum_{i=1}^N \tau_i$  une somme de variables aléatoires indépendantes, distribuées selon la même loi  $P(\tau)$ , et soit  $\tau_M$  le terme le plus grand de la somme. On peut montrer que, si

$P(\tau)$  est une distribution large du type (2.37) avec  $\mu < 1$ ,  $\tau_M$  croît avec  $N$  comme  $N^{1/\mu}$ , c'est-à-dire, aussi vite que la somme  $T_N$  elle-même. Ce comportement est très différent de celui d'une somme associée à une distribution étroite, pour laquelle le plus grand terme ne croît que très lentement avec  $N$ . (Par exemple,  $\tau_M$  croît comme  $\ln N$  si  $P(\tau) \propto \exp(-\tau)$ , et encore plus lentement si  $P(\tau)$  est une gaussienne,  $P(\tau) \propto \exp(-\tau^2)$ .)

On peut aller plus loin et démontrer que pour une somme de Lévy avec  $\mu < 1$  *le plus grand terme de la somme est de l'ordre de grandeur de la somme elle-même*. Ce comportement caractéristique des sommes de Lévy ressort bien sur la figure 2.2 (page fig-rawalkla) illustrant l'évolution temporelle de la vitesse atomique au cours du refroidissement : bien que plus de 1600 sauts de vitesse soient représentés sur la figure, on n'en distingue clairement que 4 ou 5, les autres étant de taille tellement plus petite qu'il faut changer d'échelle pour les distinguer.

#### 2.4.4 « Loi d'arrosage temporel » associée à une distribution $P(\tau)$

Considérons un phénomène répétitif qui se reproduit un nombre illimité de fois, les délais  $\tau_i$  entre deux événements successifs étant des variables aléatoires indépendantes, toutes décrites par une même loi  $P(\tau)$ . Portons sur l'axe du temps les positions temporelles des événements,  $E_i =$  (figure 2.13). Nous obtenons ainsi à partir de  $P(\tau)$  un ensemble aléatoire infini et discret de points sur l'axe  $t$  (*processus ponctuel*).

##### Remarque

L'axe pourrait tout aussi bien être un axe de position, les  $\tau_i$  étant par exemple des longueurs des sauts d'une particule effectuant une marche au hasard unidirectionnelle, ou encore les longueurs d'un ensemble d'allumettes de différentes tailles qu'on mettrait bout à bout.  $E_i$  serait dans ces cas, la distance parcourue après  $i$  sauts, ou la longueur totale d'une suite de  $i$  allumettes, respectivement.

On considère maintenant plusieurs réalisations différentes de cet ensemble aléatoire de points (figure 2.13). Quelle est la probabilité  $A(t) dt$  de trouver un point dans un petit intervalle  $[t, t + dt]$ ? En d'autres termes, quelle est la densité de points sur l'axe  $t$ ? On peut également considérer  $A(t)$  comme une *loi d'arrosage temporel* associée à la distribution  $P(t)$ . Notons qu'une telle distribution n'est pas normalisée : l'intégration sur  $t$  donnerait le nombre total d'événements, qui est infini.

La probabilité  $A(t) dt$  ainsi définie ne présume en rien du nombre événements qui se sont produits entre  $t = 0$  et  $t$ . On s'intéresse à la probabilité de trouver un événement dans l'intervalle  $[t, t + dt]$ , *quel que soit* le nombre d'événements antérieurs. Il faut donc calculer la probabilité

$$A_N(t) dt = \Pr\left\{t \leq \sum_{i=1}^N \tau_i \leq t + dt\right\} \quad (2.44)$$

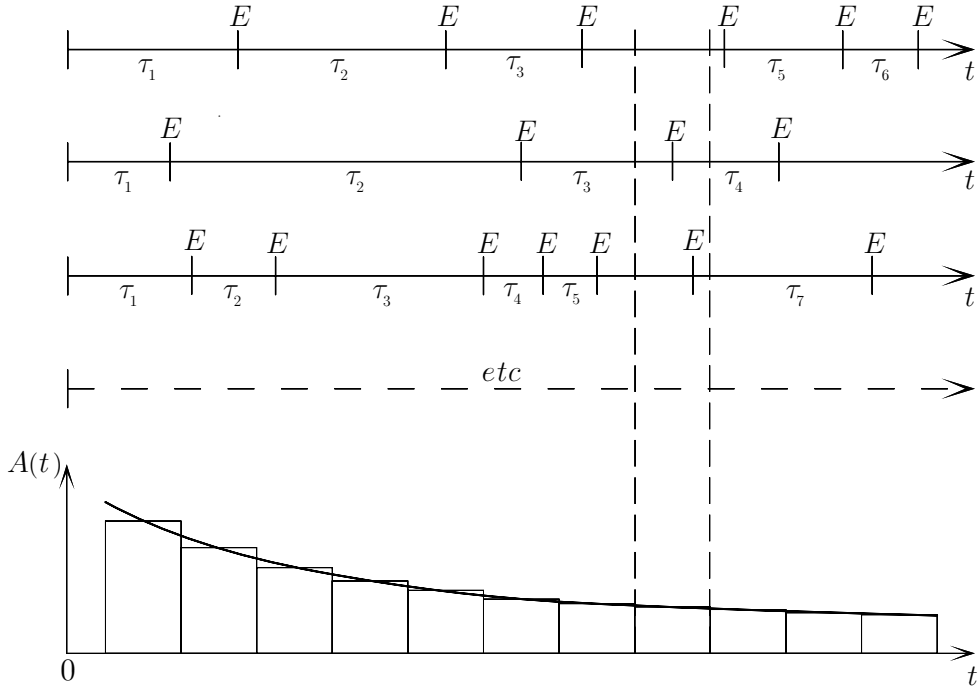


FIG. 2.13 –

« Loi d’arrosage temporel » associée à une distribution de probabilité.

pour que le point  $E_N$  de la figure 2.13 soit dans l’intervalle  $[t, t + dt]$ , puis sommer  $A_N(t)$  sur  $N$  de 1 à l’infini.

**Cas d’une distribution  $P(\tau)$  étroite**

Si la valeur moyenne  $\langle \tau \rangle$  et la variance existent, on peut appliquer le théorème de la limite centrale ((2.34) et (2.35)) à la somme  $A_N(t)$  et on obtient, en remplaçant la somme sur  $N$  par une intégrale et en effectuant une approximation valable pour  $N \rightarrow \infty$ , le résultat intuitif

$$\lim_{t \rightarrow \infty} A(t) = \frac{1}{\langle \tau \rangle}. \tag{2.45}$$

La densité d’événements sur l’axe  $t$  tend donc aux temps longs vers une constante égale à  $1/\langle \tau \rangle$ , comme on l’attend puisque la distance moyenne entre événements est  $\langle \tau \rangle$ .

**Remarque**

L’existence d’une variance finie n’est pas indispensable à l’obtention du résultat (2.45). Il a été calculé [24] que la même loi est valable pour les distributions en loi de puissance (2.37) avec  $1 < \mu < 2$  pour lesquelles  $\langle \tau \rangle$  est fini mais  $\sigma^2$  est infini.

### Cas d'une distribution $P(\tau)$ large

Soit maintenant  $P(\tau)$  une loi de puissance aux grandes valeurs de  $\tau$  :

$$P(\tau) \underset{\tau \rightarrow \infty}{\sim} \frac{B}{\tau^{1+\mu}} = \frac{\mu \tau_B^\mu}{\tau^{1+\mu}} \quad (2.46)$$

avec  $0 < \mu < 1$ . Il faut alors utiliser le théorème de la limite centrale généralisé ((2.39) et (2.41)) pour obtenir  $A_N(t)$  qui vaut

$$A_N(t) = \frac{1}{N^{1/\mu}} \mathcal{L}_\mu^B \left( \frac{t}{N^{1/\mu}} \right). \quad (2.47)$$

Pour obtenir la loi d'arrosage  $A(t)$ , on somme sur  $N$  et on remplace cette somme par une intégrale :

$$A(t) = \int_1^\infty A_N(t) dN, \quad (2.48)$$

un calcul de quelques lignes (voir [24] ou [37]), faisant intervenir, après une approximation valable pour grandes valeurs de  $t$ , une expression connue [40] pour le « moment d'ordre  $-\mu$  » d'une loi de Lévy, donne le résultat

$$A(t) \underset{t \rightarrow \infty}{\sim} \frac{\sin \pi \mu}{\pi} \frac{1}{\tau_B} \left( \frac{\tau_B}{t} \right)^{1-\mu}. \quad (2.49)$$

On trouve que (2.49) est homogène à l'inverse d'un temps, comme il se doit pour une probabilité par unité de temps, et décroît, quand  $t$  augmente, comme  $(\tau_B/t)^{1-\mu}$ . La figure 2.14 donne une illustration numérique de  $A(t)$ .

### Discussion physique

La décroissance de  $A(t)$  avec  $t$  est une manifestation du fait que, au fur et à mesure que  $t$  croît, des intervalles de temps  $\tau$  de plus en plus grands peuvent apparaître. Il se produit donc moins d'événements aux temps longs qu'aux temps courts. La densité des points associés à ces événements décroît, l'arrosage est moins dense.

Le fait que  $A(t)$  dépende de  $t$  montre qu'il n'y a plus d'invariance du processus par translation dans le temps : le processus a une « histoire ». On pourrait en étudiant  $A(t)$  déterminer à quelle date il a commencé.

#### 2.4.5 Résumé

Les sommes de  $N$  variables aléatoires distribuées suivant une loi large, appelés sommes de Lévy, montrent un comportement statistique surprenant et très différent du cas habituel décrit par le théorème de la limite centrale. Ils croissent comme  $N^{1/\mu}$ , plus vite qu'une

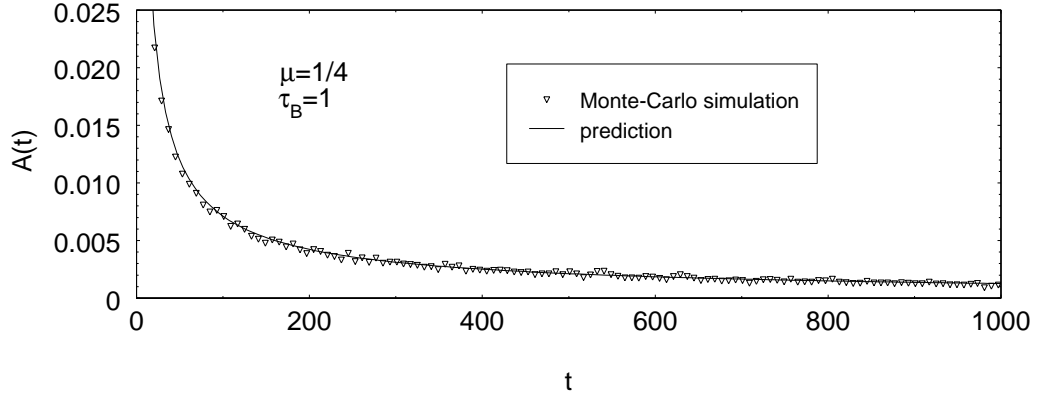


FIG. 2.14 –

Simulation Monte-Carlo : loi d'arrosage  $A(t)$  obtenue à partir de 20000 sommes de variables aléatoires distribués selon une loi de puissance du type (2.46) avec  $\mu = 1/4$  et  $\tau_B = 1$ . La courbe en trait continu représente la prédiction de la formule (2.49).

somme aléatoire habituelle, dont la croissance est nécessairement en  $N$ . Une somme de Lévy est dominée, même dans la limite  $N \rightarrow \infty$ , par un petit nombre de termes très grands.

La loi d'arrosage  $A(t)$  montre de façon particulièrement claire les différences entre sommes aléatoires habituelles et sommes de Lévy. Elle sera très importante pour la description statistique du refroidissement subrecul. En effet, l'équation (2.49) donnant  $A(t)$  et la proportionnalité  $T_N \propto N^{1/\mu}$  sont les seuls résultats de la statistique de Lévy qui interviennent dans les calculs suivants.

## 2.5 Compétition entre piégeage et diffusion hors du piège

Revenons maintenant au problème de piégeage dans l'espace des vitesses. Nous avons trouvé au paragraphe 2.3.4 que la distribution  $P(\tau)$  des temps de piégeage était une loi de puissance du type (2.37) dont l'exposant  $\mu$  pouvait être plus petit que 1, ce qui entraîne une valeur moyenne infinie de  $\tau$ . Au paragraphe 2.4 nous avons étudié quelques-unes des propriétés surprenantes de ce type de distributions. Voyons maintenant comment ces propriétés vont influencer le comportement du refroidissement subrecul aux temps longs.

### 2.5.1 Importance de l'exposant $\mu$

Supposons d'abord que l'exposant  $\mu = D/\alpha$  soit inférieur à 1, de sorte que la valeur moyenne de  $\tau$  est infinie. La valeur moyenne des temps de premier retour  $\hat{\tau}$ , donnée par

(2.33), reste finie. C'est ce qui se passe, par exemple, quand les impulsions Raman sont du type Blackman ( $\alpha \approx 4$ ), quelle que soit la dimension  $D = 1, 2$  ou  $3$ . Dans ce cas, on a

$$T_N = \sum_{i=1}^N \tau_i \propto N^{1/\mu} \quad \hat{T}_N = \sum_{i=1}^N \hat{\tau}_i \propto N \langle \hat{\tau} \rangle \quad (2.50)$$

Le temps total passé dans le piège,  $T_N$ , croît donc beaucoup plus rapidement que le temps total passé hors du piège. On s'attend alors à ce que la fraction  $f$  des atomes piégés tende vers 1 quand le temps d'interaction  $\Theta$  tend vers l'infini :

$$\lim_{\Theta \rightarrow \infty} f(\Theta) = 1 \quad \text{pour} \quad 0 < \mu < 1. \quad (2.51)$$

Si au contraire  $\mu$  est supérieur à 1, de sorte que  $\langle \tau \rangle$  et  $\langle \hat{\tau} \rangle$  sont finis, les sommes  $T_N$  et  $\hat{T}_N$  croissent avec  $N$  comme  $N \langle \tau \rangle$  et  $N \langle \hat{\tau} \rangle$ , respectivement, et on s'attend à trouver une fraction seulement des atomes dans le piège aux temps longs :

$$\lim_{\Theta \rightarrow \infty} f(\Theta) = \frac{\langle \tau \rangle}{\langle \tau \rangle + \langle \hat{\tau} \rangle} \quad \text{pour} \quad \mu > 1. \quad (2.52)$$

## 2.5.2 Expression asymptotique de la proportion $f$ d'atomes piégés

En raisonnant sur la dépendance en  $N$  des sommes  $T_N$  et  $\hat{T}_N$ , nous avons trouvé que dans le cas  $\mu < 1$  la proportion  $f$  d'atomes piégés tend vers 1 aux temps longs. Un calcul plus élaboré, présenté dans l'appendice A, permet d'obtenir en plus la loi de puissance décrivant comment  $f$  tend vers 1 et le préfacteur de cette loi de puissance :

$$\boxed{\lim_{\Theta \rightarrow \infty} f(\Theta) = 1 - \frac{\sin \pi \mu}{\pi} \frac{\langle \hat{\tau} \rangle}{\tau_B} \left( \frac{\tau_B}{\Theta} \right)^{1-\mu}} \quad (2.53)$$

Rappelons que la valeur de  $\tau_B$  est  $\tau_{\text{trap}}$  dans le cas d'une relation déterministe entre  $v$  et  $\tau(v)$ , et  $\Gamma(\mu)^{1/\mu} \tau_{\text{trap}}$  si la relation est statistique.

### Discussion physique

Ainsi on trouve que tous les atomes sont piégés uniquement si

$$\boxed{\mu = \frac{D}{\alpha} < 1.} \quad (2.54)$$

Par exemple, les deux types d'impulsion que nous avons étudiés en détail au chapitre 1, l'impulsion carrée ( $\alpha \approx 2$ ) et l'impulsion Blackman ( $\alpha \approx 4$ ), remplissent toutes deux le

critère (2.54) pour le refroidissement en une et deux dimensions, mais seule l'impulsion Blackman le remplit pour  $D = 3$ . Un tel résultat, qui n'était pas évident a priori, est une conséquence de la compétition entre piégeage et diffusion hors du piège : la distribution des temps de piégeage « écrase » celle des temps de diffusion uniquement si elle est large, ce qui est le cas seulement si  $\mu < 1$ .

## 2.6 La distribution en vitesse

### 2.6.1 Introduction

Le but des paragraphes suivants est de montrer comment il est possible de calculer la distribution en vitesse  $\rho(\mathbf{v})$  des atomes piégés. Nous pourrions ainsi déterminer la largeur  $\delta v$  des structures étroites de cette distribution et voir si  $\delta v$  tend vers 0 quand le temps d'interaction tend vers l'infini. Nous étudions également la hauteur des pics correspondants (densité en  $v = 0$  dans l'espace des vitesses) ainsi que la proportion d'atomes dans ces pics.

### 2.6.2 Rôle de filtrage et recyclage

#### Largeur du pic et largeur « filtrable » $v_\Theta$

Une première question concerne la largeur qu'on peut obtenir, en un temps  $\Theta$  fixé, par le seul effet du filtrage par le profil d'excitation  $\Gamma'(v)$ . Considérons une distribution d'atomes initialement uniforme dans l'espace des vitesses, et supposons qu'un atome soit « perdu » dès la première excitation qu'il subit. Les atomes qui restent au bout d'un temps  $\Theta$  sont donc ceux pour lesquels la probabilité d'excitation intégrée sur toute la période de 0 à  $\Theta$  reste faible. C'est le cas pour tous les atomes dont la vitesse est plus petite qu'une valeur  $v_\Theta$  définie par

$$\Gamma'(v_\Theta)\Theta = 1. \quad \iff \quad v_\Theta = v_0 \left( \frac{\tau_0}{\Theta} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (2.55)$$

$v_\Theta$  donne donc la largeur de la structure la plus étroite qu'on peut obtenir par l'effet de filtrage au bout d'un temps  $\Theta$  : si les atomes quittant le piège n'y revenaient jamais plus, ceux qui resteraient auraient une vitesse inférieure à  $v_\Theta$ . Or, les atomes sortent du piège et y retournent en permanence. C'est d'ailleurs grâce à ce « recyclage » que la densité en  $v = 0$  peut croître au cours du temps et qu'on obtient un refroidissement et non seulement une sélection. En fait, à un instant  $\Theta$  donné, le piège contient des atomes qui peuvent y être entrés pour la dernière fois à n'importe quel instant  $\Theta - \tau$ , avec  $0 \leq \tau \leq \Theta$ . Si  $\tau \ll \Theta$ , ces atomes peuvent avoir une vitesse très supérieure à  $v_\Theta$ , puisque  $v$  n'est limité que par la condition  $\Gamma'(v)\tau \leq 1$ , exprimant que l'atome reste piégé pendant  $\tau$ . La distribution  $\rho(\mathbf{v})$  peut donc avoir des ailes qui s'étendent jusqu'à  $v_{\max}$ . Quelle est l'importance de ces ailes ? Dans la sphère de rayon  $v_{\max}$ , la majorité des atomes est-elle contenue dans la sphère de rayon  $v_\Theta$  ou hors de cette sphère ?

### La hauteur « remplissable »

Une deuxième question concerne la croissance du pic dans  $\rho(\mathbf{v})$  au cours du temps. Elle est d'abord limitée par le taux d'excitation  $\Gamma'$  : la valeur maximale de  $\Gamma'$  est  $1/\tau_0$  ; un atome ne peut pas avoir, en moyenne, plus qu'une chance par  $\tau_0$  d'atteindre le piège. La densité en  $v = 0$  peut donc augmenter, par unité de temps, d'au maximum

$$\boxed{\max(\dot{\rho}) \sim \frac{1}{v_{\max}^D \tau_0}} \quad (2.56)$$

puisque l'arrosage est uniforme sur tout le volume de rayon  $v_{\max}$ . L'équation (2.56), qui prédit une croissance de la hauteur du pic linéaire en  $\Theta$ ,

$$h_m = \max(\dot{\rho}) \Theta \quad (2.57)$$

suppose que tous les atomes sont excités au taux maximal  $1/\tau_0$ . Or, ceci ne peut être vrai que lorsque le pic contient très peu d'atomes. Si au contraire le pic contient déjà une grande proportion des atomes, le nombre d'atomes disponible à l'arrosage est plus petit et le pic croît plus lentement. Quelle est donc le taux de croissance réel du pic ?

### 2.6.3 Différents types de distribution

Toute l'information sur la distribution en vitesse atomique est contenue dans la distribution de probabilité du vecteur  $\mathbf{v}$ , que nous appellerons  $\rho(\mathbf{v})$ . De  $\rho(\mathbf{v})$  on déduit la distribution du module  $v$  de la vitesse,  $\mathcal{P}(v)$ , qui à trois dimensions et en coordonnées sphériques  $(v, v_\theta, v_\phi)$  s'écrit

$$\mathcal{P}(v) = \int \int_{v_\theta v_\phi} \rho(v, v_\theta, v_\phi) v^2 \sin v_\theta dv_\theta dv_\phi \quad (2.58)$$

Une information complémentaire est apportée par la distribution en vitesse selon un axe. Celle-ci peut être soit intégrée sur tout le plan perpendiculaire, par exemple

$$\int \int_{v_y v_z} \rho(v_x, v_y, v_z) dv_y dv_z, \quad (2.59)$$

soit donné pour une valeur spécifique des composantes perpendiculaires, par exemple

$$\pi_x(v_x) = \rho(v_x, v_y = 0, v_z = 0). \quad (2.60)$$

Nous choisissons  $\pi_x(v_x)$ , pour laquelle il est plus facile de donner une expression générale.

Pour simplifier les calculs, nous supposons que la distribution  $\rho$  a la symétrie sphérique et ne dépend que du module  $v = |\mathbf{v}|$  de la vitesse :

$$\rho(\mathbf{v}) = \rho(v). \quad (2.61)$$



Dans ce cas,  $\mathcal{P}(v)$  contient à elle seule toute l'information sur la distribution en vitesse. La relation entre les différentes distributions devient alors simplement

$$\rho(\mathbf{v}) = \pi(v) = \begin{cases} \frac{1}{2}\mathcal{P}(v) & \text{pour } D = 1 \\ \frac{1}{2\pi v}\mathcal{P}(v) & \text{pour } D = 2 \\ \frac{1}{4\pi v^2}\mathcal{P}(v) & \text{pour } D = 3 \end{cases} . \quad (2.62)$$

$\pi(v)$  représente la distribution en vitesse selon n'importe quel axe passant par  $\mathbf{v} = 0$ . Introduisons la constante  $\lambda_D$  qui donne le volume d'un sphère de rayon 1 à  $D$  dimensions :

$$\lambda_D = \begin{cases} 2 & \text{pour } D = 1 \\ \pi & \text{pour } D = 2 \\ \frac{4\pi}{3} & \text{pour } D = 3 \end{cases} . \quad (2.63)$$

Avec cette définition, la relation entre les distributions s'écrit :

$$\rho(\mathbf{v}) = \pi(v) = \frac{1}{D\lambda_D v^{D-1}}\mathcal{P}(v). \quad (2.64)$$

## 2.6.4 Expression exacte de la distribution du module de la vitesse

### Hypothèse simplificatrice

Nous supposons dans ce paragraphe que le lien entre la vitesse  $v$  et le temps de piégeage  $\tau(v)$  est déterministe comme dans l'équation (2.21).

### Etablissement de l'expression donnant $\mathcal{P}(v)$

L'arrosage en vitesse du piège est uniforme (*cf.* 2.3.1), et la probabilité pour qu'un atome entrant dans le piège ait un module de vitesse compris entre  $v$  et  $v + dv$  est donné par l'équation (2.20), soit

$$\Pi(v) = \frac{Dv^{D-1}}{v_{\text{trap}}^D}. \quad (2.65)$$

( $\Pi(v)$  est normalisée,  $\int_0^{v_{\text{trap}}} \Pi(v) dv = 1$ .) Introduisons la probabilité  $E(t) dt$  pour que l'atome entre dans le piège entre les instants  $t$  et  $t + dt$ . Cette définition ne présume en rien du nombre d'entrées et sorties que l'atome a pu faire avant l'instant  $t$ . On en déduit que

$$\Pi(v)E(t) dv dt \quad (2.66)$$

est la probabilité pour que l'atome entre dans le piège entre  $t$  et  $t + dt$ , avec le module de sa vitesse compris entre  $v$  et  $v + dv$ .

Considérons alors les atomes se trouvant dans le piège à l'instant  $\Theta$ . Un atome de vitesse  $v$  a pu entrer pour la dernière fois à n'importe quel instant  $\Theta - \tau$ , pourvu que  $t$  soit inférieur à  $\tau(v)$ . Si  $\tau$  était supérieur à  $\tau(v)$ , l'atome aurait certainement quitté le piège avant l'instant  $\Theta$ . Deux cas sont alors à considérer suivant que  $v > v_\Theta$  ou  $v < v_\Theta$ ,  $v_\Theta$  étant donné par (2.55) qui exprime que  $\tau(v_\Theta) = \Theta$ . Si  $v > v_\Theta$ , on a  $\tau(v) < \Theta$  et les atomes de vitesse  $v$  se trouvant dans le piège à l'instant  $\Theta$  peuvent y être entrés pour la dernière fois à n'importe quel instant compris entre  $\Theta - \tau(v)$  et  $\Theta$ . Si  $v < v_\Theta$ ,  $\tau(v) > \Theta$  et les atomes correspondants peuvent être entrés pour la dernière fois à n'importe quel instant entre 0 et  $\Theta$ . On en déduit

$$\mathcal{P}(v, \Theta) = D \frac{v^{D-1}}{v_{\text{trap}}^D} \left( Y(v - v_\Theta) \int_0^{\tau(v)} E(\Theta - \tau) d\tau + Y(v_\Theta - v) \int_0^\Theta E(\Theta - \tau) d\tau \right), \quad (2.67)$$

où  $Y(x)$  est la fonction de Heaviside ( $Y(x) = 0$  pour  $x < 0$  et  $Y(x) = 1$  pour  $x > 0$ ).

Le calcul de  $\mathcal{P}(v, \Theta)$  nécessite donc au préalable d'évaluer  $E(t)$ .

### Remarques

- Dans la formule (2.67), qui est un des résultats centraux de la description statistique du refroidissement, le type — étroit ou large — des distributions n'intervient qu'à un seul endroit : dans la loi d'arrosage  $E(t)$ .
- On peut calculer à partir de (2.67) la probabilité  $\int_0^{v_{\text{trap}}} \mathcal{P}(v, \Theta) dv$  pour qu'un atome se trouve dans le piège avec n'importe quelle valeur de  $v < v_{\text{trap}}$ . On retrouve alors l'équation (2.53) donnant la proportion d'atomes piégés  $f(\Theta)$ . On a donc bien

$$f(\Theta) = \int_0^{v_{\text{trap}}} \mathcal{P}(v, \Theta) dv, \quad (2.68)$$

ce qui veut dire que  $\mathcal{P}(v, \Theta)$  est correctement normalisée.

### 2.6.5 Probabilité $E(t)$ d'entrée dans le piège

Le calcul de  $E(t)$  est très voisin de celui de la loi d'arrosage temporel  $A(t)$  présenté au paragraphe 2.4.4.

#### Loi d'arrosage temporel associée à deux distributions

Reprenons l'image de phases alternantes de piégeage et diffusion hors du piège (figure 2.15). Les points  $E_i$  désignent les instants où l'atome entre dans le piège et les points  $S_i$  ceux où il en sort. Chaque point  $E$  est entre deux points  $S$  et vice versa. L'intervalle  $E_i S_i$  vaut  $\tau_i$ , l'intervalle  $S_i E_{i+1}$  vaut  $\hat{\tau}_i$ .

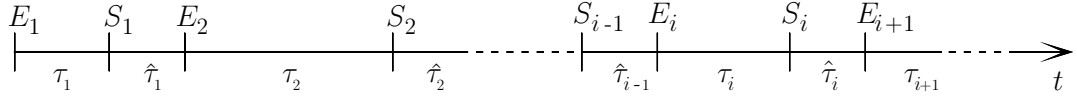


FIG. 2.15 –

Phases de piégeage alternant avec des phases de diffusion hors du piège.

On considère plusieurs réalisations différentes de ces deux ensembles aléatoires et on se pose la question suivante : quelle est la probabilité moyenne  $E(t) dt$  de trouver un point E, quel que soit son numéro  $i$ , dans l'intervalle  $[t, t + dt]$ ? En d'autres termes, quelle est la densité de points E sur l'axe du temps ?

Pour répondre à cette question, on considère la distribution  $P(\tau + \hat{\tau})$  des intervalles  $\tau_i + \hat{\tau}_i$  entre deux points de piégeage  $E_i$  et  $E_{i+1}$ .

**Cas où  $\langle \tau \rangle$  est fini ( $\mu > 1$ )**

Si  $\langle \tau \rangle$  et  $\langle \hat{\tau} \rangle$  sont finies, la valeur moyenne de l'intervalle entre deux points E,  $\langle \tau + \hat{\tau} \rangle$ , est également finie et donnée par

$$\langle \tau + \hat{\tau} \rangle = \langle \tau \rangle + \langle \hat{\tau} \rangle. \tag{2.69}$$

$E(t)$  vaut donc simplement (cf. 2.4.4)

$$E(t) = \frac{1}{\langle \tau \rangle + \langle \hat{\tau} \rangle}. \tag{2.70}$$

La densité moyenne des points E est l'inverse de la distance moyenne entre deux points E consécutifs et ne dépend pas du temps.

**Cas où  $\langle \tau \rangle$  est infini ( $\mu < 1$ )**

Comme les  $\tau_i$  et les  $\hat{\tau}_i$  sont des variables aléatoires indépendantes,  $P(\tau + \hat{\tau})$  est le produit de convolution des distributions  $P(\tau)$  et  $\hat{P}(\hat{\tau})$ . On peut montrer [24, 37] que la convolution d'une distribution large du type (2.37) avec une distribution dont la valeur moyenne  $\langle \hat{\tau} \rangle$  est finie, est elle-même une distribution large du même type aux temps longs devant  $\langle \hat{\tau} \rangle$  :

$$P(\tau + \hat{\tau}) \underset{\tau + \hat{\tau} \rightarrow \infty}{\sim} \frac{B}{(\tau + \hat{\tau})^{1+\mu}}. \tag{2.71}$$

Pour la loi d'arrosage de  $P(\tau + \hat{\tau})$  on retrouve donc simplement la loi d'arrosage associée à  $P(\tau)$  que nous avons déjà calculé (cf. (2.49)) :

$$E(t) \underset{t \rightarrow \infty}{\sim} A(t) = \frac{\sin \pi \mu}{\pi} \frac{1}{\tau_B} \left( \frac{\tau_B}{t} \right)^{1/\mu}. \quad (2.72)$$

Ce résultat revient à dire qu'aux temps longs, on peut négliger  $\hat{\tau}_i$  devant  $\tau_i$ . La probabilité d'entrée dans le piège aux temps longs *ne porte donc aucune trace* de la diffusion hors du piège et ses paramètres  $v_{\max}$  et  $\langle \hat{\tau} \rangle$ .

### Remarque

On peut également calculer  $E(t)$  dans le cas où  $P(\tau)$  et  $\hat{P}(\hat{\tau})$  sont toutes deux des distributions larges aux exposants  $\mu$  et  $\hat{\mu}$ , respectivement, avec  $\mu, \hat{\mu} < 1$ . On trouve par exemple pour le cas  $\mu < \hat{\mu}$  une loi d'arrosage  $E(t)$  qui est la somme de (2.72) et d'un terme correctif qui dépend de la différence  $|\mu - \hat{\mu}|$  et qui est négligeable aux temps longs [24, 37].

### 2.6.6 La distribution en vitesse aux temps longs : cas où $\langle \tau \rangle$ est infini ( $\mu < 1$ )

En insérant les formules pour  $E(t)$  que nous venons d'obtenir dans l'expression exacte (2.67), nous pouvons maintenant calculer la distribution en vitesse dans les deux cas  $\mu < 1$  et  $\mu > 1$  sans autres approximations.

#### Calcul de $\rho(v, \Theta)$

Pour  $\mu < 1$ , il faut utiliser l'expression (2.72) de  $E(t)$  avec  $\tau_B = \tau_{\text{trap}}$ . Les deux intégrales dans (2.67) sont élémentaires et on trouve en utilisant la relation (2.64) entre  $\rho(v)$  et  $\mathcal{P}(v)$  et en réexprimant  $\Theta$  grâce à (2.55) :

$$\rho(v, \Theta) = \frac{\sin \pi \mu}{\pi \mu} \frac{1}{\lambda_D v_\Theta^D} \left( Y(v - v_\Theta) \left( 1 - \left( 1 - \left( \frac{v_\Theta}{v} \right)^\alpha \right)^\mu \right) + Y(v_\Theta - v) \right). \quad (2.73)$$

On constate que cette expression ne dépend plus de  $v_{\text{trap}}$  et  $\tau_{\text{trap}}$ .

#### Allure des variations avec $v$ de $\rho(v, \Theta)$ et $\mathcal{P}(v, \Theta)$

$\rho(v)$  est constant pour  $v \leq v_\Theta$  avec la valeur

$$\rho_{\max} = \frac{\sin \pi \mu}{\pi \mu} \frac{1}{\lambda_D v_\Theta^D} = \frac{\sin \pi \mu}{\pi \mu} \frac{1}{\lambda_D v_0^D} \frac{\Theta^\mu}{\tau_0^\mu}. \quad (2.74)$$

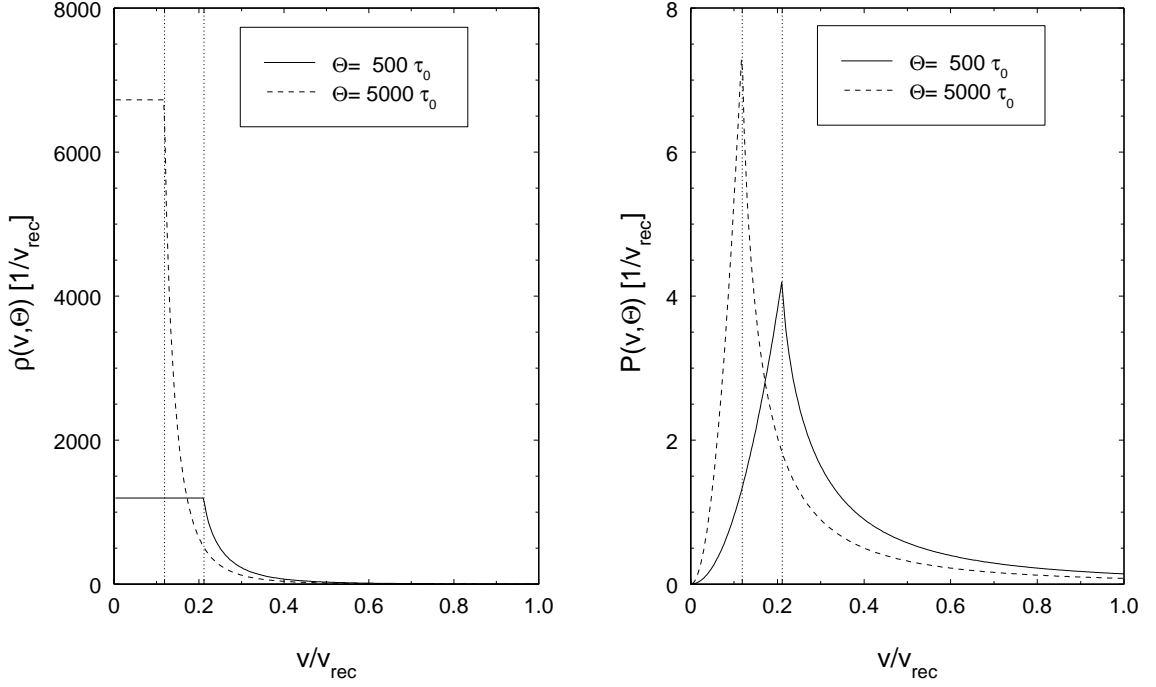


FIG. 2.16 –

Distributions d'une composante de la vitesse (à gauche) et du module de la vitesse (à droite) pour le cas  $\mu < 1$ . Exemple du refroidissement à 3 dimensions avec  $\alpha = 4$  et une largeur du trou Raman de  $v_0 = v_{\text{rec}}$ . Le temps d'interaction est  $\Theta = 500 \tau_0$  pour les courbes en trait continu et  $\Theta = 5000 \tau_0$  pour les courbes en trait pointillé.

*Typical velocity distributions for  $\mu < 1$ . Right : distribution of one velocity component, left : distribution of the velocity modulus.*

Remarquons que  $\lambda_D v_\Theta^D$  n'est autre que le volume à  $D$  dimensions d'un sphère de rayon  $v_\Theta$  dans l'espace des vitesses. L'équation (2.74) exprime donc tout simplement que la densité en  $\mathbf{v} = 0$  obtenue après un temps  $\Theta$  correspond à une proportion  $\sin \pi \mu / \pi \mu$  des atomes dans un volume de rayon  $v_\Theta$ .

A partir de  $v = v_\Theta$ ,  $\rho$  décroît avec une tangente verticale et se simplifie pour donner une loi de puissance pour  $v \gg v_\Theta$  :

$$\rho(v, \Theta) = \begin{cases} \rho_{\max} & \text{pour } v \leq v_\Theta \\ \mu \rho_{\max} \left( \frac{v_\Theta}{v} \right)^\alpha & \text{pour } v \gg v_\Theta \end{cases} \quad (2.75)$$

Tous ces résultats sont regroupés sur la figure 2.16. Si l'on prenait une distribution statistique de valeurs de  $\tau(v)$  pour un  $v$  donné, au lieu de la relation déterministe (2.21), les points anguleux de cette figure seraient arrondis [37].

Nous avons aussi représenté sur la figure 2.16 les variations avec  $v$  de la distribution

$\mathcal{P}(v)$  du module  $v$ , qui s'obtient en multipliant  $\rho(v, \Theta)$  par  $D\lambda_D v^{D-1}$ .  $\mathcal{P}(v, \Theta)$  croît entre 0 et  $v_\Theta$  comme une loi de puissance en  $v^{D-1}$  et atteint en  $v = v_\Theta$  sa valeur maximale

$$\mathcal{P}(v_\Theta, \Theta) = \mathcal{P}_{\max} = D\lambda_D v_\Theta^{D-1} \rho_{\max} = \frac{\sin \pi \mu}{\pi \mu} \frac{D}{v_\Theta} = \frac{\sin \pi \mu}{\pi \mu} \frac{D}{v_0} \left( \frac{\Theta}{\tau_0} \right)^{\frac{1}{\alpha}}. \quad (2.76)$$

Pour  $v > v_\Theta$ ,  $\mathcal{P}(v, \Theta)$  décroît en partant avec une tangente verticale, puis en variant dans les ailes comme une loi de puissance en  $v^{D-\alpha-1}$  :

$$\mathcal{P}(v, \Theta) = \begin{cases} \mathcal{P}_{\max} \left( \frac{v}{v_\Theta} \right)^{D-1} & \text{pour } v < v_\Theta \\ \mathcal{P}_{\max} & \text{pour } v = v_\Theta \\ \mu \mathcal{P}_{\max} \left( \frac{v_\Theta}{v} \right)^{\alpha-D+1} & \text{pour } v \gg v_\Theta \end{cases} \quad (2.77)$$

### Largeur de la distribution en vitesse $\rho(\mathbf{v})$ et proportion $r(\Theta)$ des atomes dans le pic

La figure 2.16, qui donne les variations d'après (2.73) de  $\rho(\mathbf{v})$  lorsque  $\mathbf{v}$  se déplace le long d'un axe passant par l'origine, montre clairement que  $\rho(\mathbf{v})$  possède un pic de largeur  $v_\Theta$ . Calculons la proportion  $r(\Theta)$  d'atomes « dans le pic », c'est-à-dire, ayant leur vitesse dans la sphère de rayon  $v_\Theta$  :

$$r(\Theta) = \int_0^{v_\Theta} \mathcal{P}(v) dv = \mathcal{P}_{\max} \frac{v_\Theta}{D} = \frac{\sin \pi \mu}{\pi \mu}. \quad (2.78)$$

On voit ainsi que  $r(\Theta)$  peut atteindre des valeurs appréciables, de l'ordre 1 si  $\pi \mu < 1$ . Notons d'ailleurs que les ailes de  $\rho(\mathbf{v}, \Theta)$  et de  $\mathcal{P}(v, \Theta)$  varient en  $1/\Theta^{1-\mu}$  et tendent donc vers zéro quand  $\Theta \rightarrow \infty$ .

En conclusion, on peut donc dire que pour  $\mu < 1$  la contribution des ailes de  $\rho(\mathbf{v})$  devient négligeable aux temps longs et que  $v_\Theta$  caractérise aussi bien les atomes piégés que les atomes dans le pic.

### Gain de densité transitoire dans l'espace des phases

En général, les atomes auxquels on applique le refroidissement subrecul ont été au préalable piégés et prérefroidis. Souvent ils occupent dans l'espace des positions un volume de rayon de l'ordre d'une fraction de millimètre et dans l'espace des impulsions un volume dont le rayon, de 3 à 5  $Mv_{\text{rec}}$ , est de l'ordre de l'impulsion  $Mv_{\text{max}}$ . (Ce sont les paramètres typiques d'un ensemble atomique préparé dans un piège magnéto-optique.) Leur vitesse initiale est alors suffisamment faible pour qu'on puisse négliger les variations du volume

spatial qu'ils occupent pendant le temps  $\Theta$  [24]. Le gain  $G$  dans l'espace des phases réalisé après un temps  $\Theta$  coïncide alors avec le rapport des densités dans l'espace des vitesses.

$$G(\Theta) = \frac{\rho_{\max}(\Theta)}{1/(\lambda_D v_{\max}^D)} = \frac{\sin \pi \mu}{\pi \mu} \left( \frac{v_{\max}}{v_\Theta} \right)^D = \frac{\sin \pi \mu}{\pi \mu} \left( \frac{v_{\max}}{v_0} \right)^D \left( \frac{\Theta}{\tau_0} \right)^\mu. \quad (2.79)$$

Remarquons cependant qu'il s'agit d'un gain transitoire seulement, puisque l'expansion du nuage atomique continue.

### Comparaison avec une simulation Monte-Carlo

Les prédictions précédentes peuvent être testées en les comparant aux résultats de simulations Monte-Carlo du type de celles décrites dans le paragraphe 1.6. De telles simulations sont indépendantes du modèle et des approximations utilisés pour obtenir les formules présentés dans les paragraphes précédents.

Les figures 2.17 à 2.19 montrent le résultat d'une telle simulation faite en trois dimensions avec un nombre total de  $4 \cdot 10^5$  atomes. Les paramètres de  $\Gamma'(v)$  sont  $\alpha = 4$ ,  $D = 3$  et  $v_0 = v_{\text{rec}}$ . On a donc  $\mu = D/\alpha = 3/4$ . Regardons d'abord la figure 2.17 qui donne la distribution  $\mathcal{P}(v)$  pour plusieurs valeurs du temps d'interaction  $\Theta$  entre  $50 \tau_0$  et  $1000 \tau_0$ . On voit bien comment le maximum, tout en augmentant, se rapproche de  $v = 0$ , tandis que les ailes diminuent. Ce comportement apparaît clairement aussi sur la figure 2.18 donnant la distribution  $\sigma(v)$  d'une composante de la vitesse intégrée sur les autres composantes. (Ce type de distribution est celui qu'on obtient dans une expérience quand des transitions Raman sélectives en vitesse sont utilisées pour la mesure.) La proportion d'atomes ayant le module de leur vitesse compris dans l'intervalle  $[0, v_0]$  augmente de 82% à 90% entre  $100 \tau_0$  et  $1000 \tau_0$ . C'est donc la majeure partie des atomes qui contribuent au refroidissement, comme on l'attend pour un exposant  $\mu$  inférieur à 1. Comme prévu, la distribution présente une variation plus lente autour du maximum à la place du pic « angulaire » de l'équation (2.73), qui est dû à la relation déterministe (2.21) supposée en déduisant cette équation. Le comportement dans les ailes correspond bien aux lois de puissance prédits par (2.75) et (2.77), comme le montre la figure 2.20 qui donne comme exemple la distribution  $\rho(v)$  pour  $\Theta = 1000 \tau_0^2$  et son ajustement pour  $v > 0.25 v_{\text{rec}}$  par une loi de puissance en  $1/v^\alpha = 1/v^4$ .

La simulation permet de tester, en plus de la forme des distributions en vitesse, les prédictions (2.74) et (2.55) pour la hauteur et la largeur du pic en fonction du temps. La figure 2.19 a) montre l'évolution de  $\rho_{\max}$  mesurée dans la simulation et son ajustement par une loi de puissance en  $\Theta^\mu$ , telle que la prédit l'équation (2.74). On constate un bon accord, tout comme pour l'évolution de la demi-largeur à  $1/\sqrt{e}$  présentée sur la

---

<sup>2</sup>Cette courbe a été obtenue à partir de  $\mathcal{P}(v)$  en appliquant l'équation (2.64). Ce procédé donne pour  $\rho(v)$  un meilleur rapport signal-bruit que la méthode directe consistant par exemple à enregistrer  $\rho(v_x, |v_y| < dv, |v_z| < dv)$  ( $dv$  étant l'intervalle de discrétisation). Nous avons vérifié, en mesurant des distributions  $\pi$  et  $\sigma$  sur plusieurs axes, que la distribution  $\rho$  possède en bonne approximation la symétrie sphérique et que l'application de l'équation (2.64) est donc justifiée.

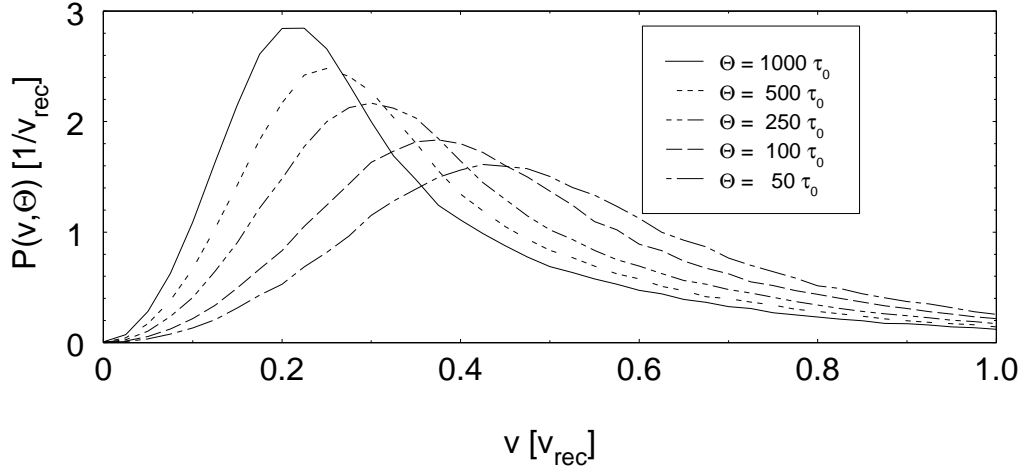


FIG. 2.17 –

Simulation Monte-Carlo : Distribution du module  $v$  de la vitesse pour un ensemble de  $4 \cdot 10^5$  atomes soumis au refroidissement tridimensionnel. Les paramètres du profil d'excitation sont  $\alpha = 4$  et  $v_0 = v_{\text{rec}}$ . La proportion d'atomes dans l'intervalle  $[0, v_0]$  est  $f \approx 0.82$  pour  $\Theta = 100 \tau_0$  et  $f \approx 0.90$  pour  $\Theta = 1000 \tau_0$ . Cette simulation est à comparer au résultat analytique représenté sur la figure 2.16.

*Monte-Carlo simulation illustrating the analytical result of fig. 2.16.*

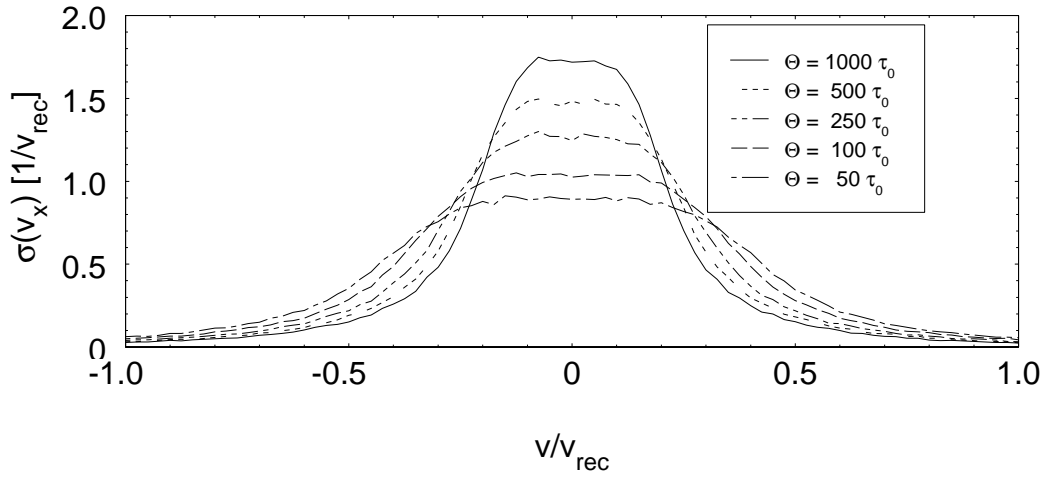


FIG. 2.18 –

Distribution de composante  $v_x$  de la vitesse intégrée sur  $v_y$  et  $v_z$  pour la simulation de la figure 2.17 ( $D = 3$ ,  $\alpha = 4$ ). Les courbes montrent comment, au cours du temps d'interaction, les ailes diminuent et la hauteur augmente.



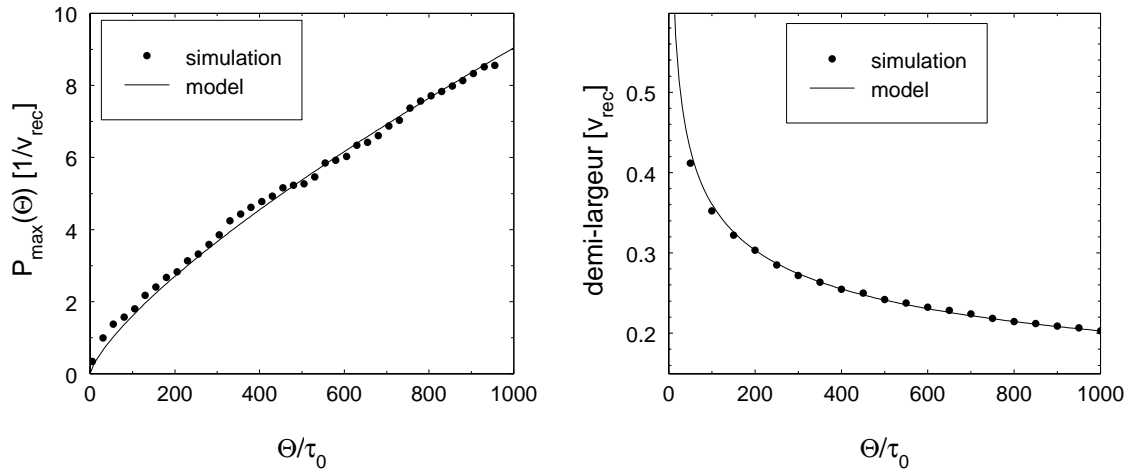


FIG. 2.19 –

Evolution temporelle de la hauteur (à gauche) et de la demi-largeur à  $1/\sqrt{e}$  de la distribution  $\rho$  et leurs ajustements par les lois de puissance prédites par le modèle.

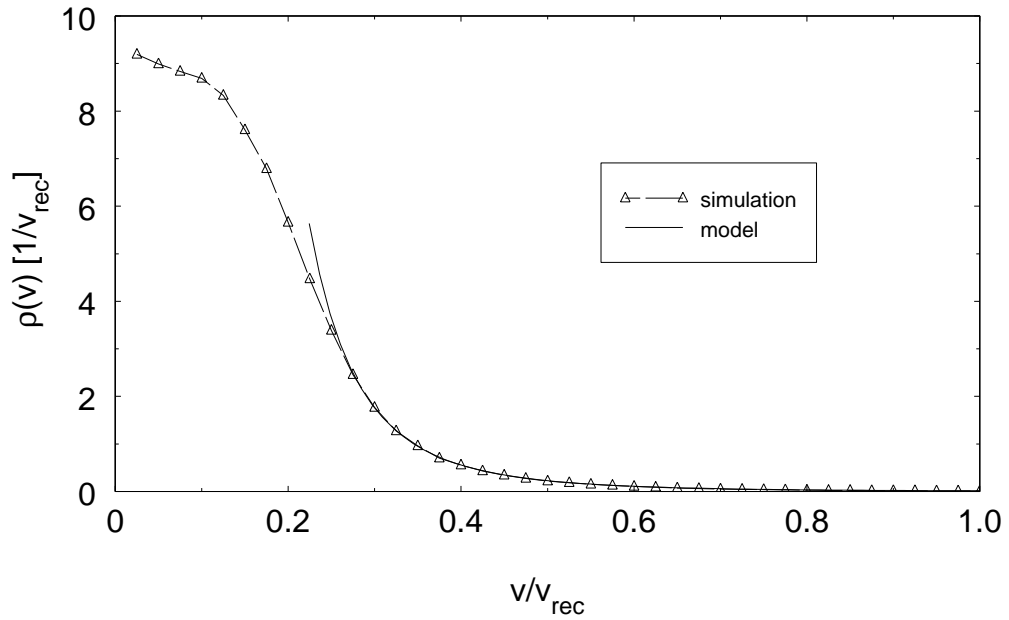


FIG. 2.20 –

Distribution en vitesse  $\rho(v, \Theta = 1000 \tau_0)$  pour la simulation de la figure 2.17 (ronds). La courbe en trait pointillé est l'ajustement pour  $v > 0.25 v_{\text{rec}}$  de cette distribution par une loi de puissance en  $1/v^\alpha$  avec  $\alpha = 4$ .

figure 2.19 b), qui est ajustée par une loi en  $\Theta^{1/\alpha}$  en accord avec l'équation (2.55) donnant la largeur « filtrable ». Ce dernier résultat est particulièrement important car il confirme que la largeur du pic décroît aussi vite que le permet le filtrage.

Nous avons exécuté des simulations analogues pour d'autres valeurs des paramètres  $\mu$  et  $v_0$ , qui confirment tous les prédictions du modèle de la même manière que celles présentées ici. En résumé, on peut donc dire que toutes les lois de puissance prédites par le modèle pour le cas  $\mu < 1$  se trouvent en bon accord avec les résultats des simulations Monte-Carlo. Les simulations, indépendantes des approximations du modèle (approximation des temps longs, lien déterministe entre  $v$  et  $\tau(v)$ ), permettent d'ailleurs d'obtenir des informations complémentaires à celles fournis par le modèle.

### 2.6.7 La distribution en vitesse aux temps longs : étude du cas où $\langle \tau \rangle$ est fini ( $\mu > 1$ )

Nous supposons maintenant  $\mu > 1$ , c'est-à-dire  $\alpha < D$ . La distribution des temps de piégeage possède alors une valeur moyenne finie, donnée par (2.30).

#### Calcul de $\rho(v, \Theta)$

Il faut ici utiliser l'expression (2.70) de  $E(t)$ , qui contient la valeur moyenne  $\langle \hat{\tau} \rangle$ . En choisissant  $v_{\text{trap}} = v_0$ , on peut la remplacer par l'expression (2.33) et on obtient

$$\rho(\mathbf{v}, \Theta) = \frac{1}{\lambda_D v_{\text{trap}}^D} \frac{1}{\langle \tau \rangle + \langle \hat{\tau} \rangle} (Y(v - v_\Theta) \tau(v) + Y(v_\Theta - v) \Theta) \quad (2.80)$$

$$= \frac{v_0}{\lambda_D v_{\text{max}}^D} \left( Y(v - v_\Theta) \frac{1}{v^\alpha} + Y(v_\Theta - v) \frac{1}{v_\Theta^\alpha} \right) \quad (2.81)$$

On constate que  $v_{\text{trap}}$  et  $\tau_{\text{trap}}$  ont disparu de l'équation. Par contre,  $v_{\text{max}}$  est apparu, ce qui n'était pas le cas précédemment pour  $\mu < 1$ .

#### Allure des variations avec $v$ de $\rho(v, \Theta)$ et $\mathcal{P}(v, \Theta)$

La figure 2.21 donne les variations de  $\rho(\mathbf{v}, \Theta)$ . Comme précédemment, on a un plateau pour  $v \leq v_\Theta$  :

$$\rho_{\text{max}} = \frac{1}{\lambda_D v_{\text{max}}^D} \left( \frac{v_0}{v_\Theta} \right)^\alpha = \frac{1}{\lambda_D v_{\text{max}}^D} \frac{\Theta}{\tau_0}. \quad (2.82)$$

$\rho_{\text{max}}$  croît maintenant comme  $\Theta$ , et non plus comme  $\Theta^\mu$ .

#### Remarque

Ce fait suffit déjà pour conclure que, d'après le raisonnement du paragraphe 2.6.2, le pic ne peut pas contenir une fraction significative des atomes. (Nous verrons cette conclusion confirmée dans le paragraphe suivant.)

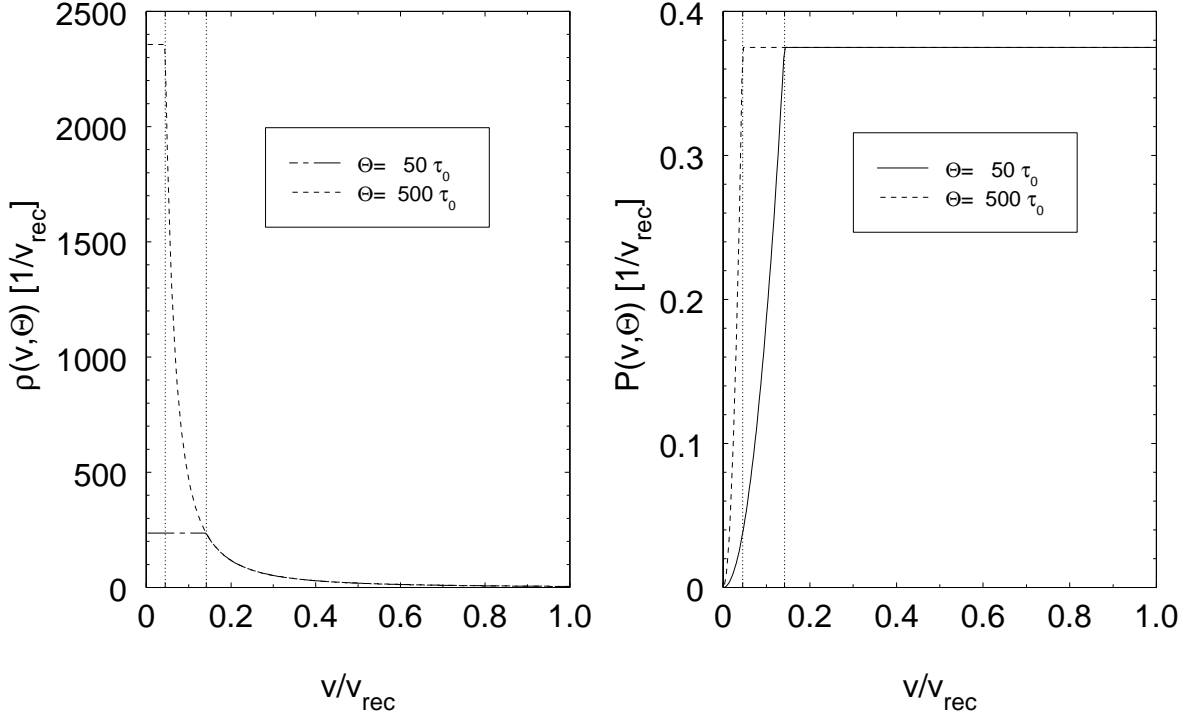


FIG. 2.21 –

Distributions d'une composante de la vitesse (à gauche) et du module de la vitesse (à droite) pour le cas  $\mu > 1$ . Exemple du refroidissement en 3 dimensions avec  $\alpha = 2$  et une largeur du trou Raman de  $v_0 = v_{\text{rec}}$ . La vitesse maximale vaut  $v_{\text{max}} = 2 v_{\text{rec}}$ . Le temps d'interaction est de  $\Theta = 50 \tau_0$  pour les courbes en trait continu et  $\Theta = 500 \tau_0$  pour les courbes en trait pointillé. A la différence du cas  $\mu < 1$ , les courbes pour différents valeurs de  $\Theta$  sont ici identiques pour  $v > v_{\Theta}$ , seule change l'abscisse  $v_{\Theta}$  en dessous de laquelle les courbes sont tronquées.

*Typical velocity distributions for  $\mu > 1$ . Right : distribution of one velocity component, left : distribution of the velocity modulus.*

Pour  $v > v_{\Theta}$ ,  $\rho$  décroît comme  $1/v^{\alpha}$ , comme pour  $\mu < 1$  :

$$\rho(v > v_{\Theta}, \Theta) = \frac{1}{\lambda_D v_{\text{max}}^D} \left( \frac{v_0}{v} \right)^{\alpha}. \quad (2.83)$$

La distribution pour  $v > v_{\Theta}$  est donc une fonction *qui ne dépend pas du temps*. Il y a là une différence importante avec le cas  $\mu < 1$  : pour  $\mu < 1$ , toute la courbe  $\rho(\mathbf{v}, \Theta)$  change quand  $\Theta$  croît, les ailes diminuant et le pic augmentant. Par contre, pour  $\mu > 1$ , on a une courbe fixe indépendante de  $\Theta$ , qui est tronquée pour  $v < v_{\Theta}$  à la valeur qu'elle atteint en  $v = v_{\Theta}$  (figure 2.21) :

$$\rho(v, \Theta) = \begin{cases} \rho_{\text{max}} & \text{pour } v \leq v_{\Theta} \\ \rho_{\text{max}} \left( \frac{v_{\Theta}}{v} \right)^{\alpha} & \text{pour } v > v_{\Theta} \end{cases}. \quad (2.84)$$

Quand  $\Theta$  change, seul change l'abscisse  $v_\Theta$  en dessous de laquelle la courbe est tronquée.

La figure 2.21 donne les variations de  $\mathcal{P}(v, \Theta)$ . Nous avons choisi le cas du refroidissement en trois dimensions avec  $\alpha = 2$ , ce qui explique pourquoi les ailes, qui varient en  $v^{D-\alpha-1}$ , sont ici indépendantes de  $v$ .

$$\mathcal{P}(v, \Theta) = \begin{cases} \mathcal{P}_{\max} \left( \frac{v}{v_\Theta} \right)^{D-1} & = \frac{Dv^{D-1} \Theta}{v_{\max}^D \tau_0} & \text{pour } v < v_\Theta \\ \mathcal{P}_{\max} & = \frac{Dv_0^\alpha}{v_{\max}^D} v_\Theta^{D-\alpha-1} & \text{pour } v = v_\Theta \\ \mathcal{P}_{\max} \left( \frac{v}{v_\Theta} \right)^{D-\alpha-1} & = \frac{Dv_0^\alpha}{v_{\max}^D} v^{D-\alpha-1} & \text{pour } v \gg v_\Theta \end{cases} \quad (2.85)$$

Comme  $\rho(\mathbf{v}, \Theta)$ ,  $\mathcal{P}(v, \Theta)$  ne dépend pas de  $\Theta$  pour  $v > v_\Theta$ .

### Largeur de la distribution en vitesse $\rho(\mathbf{v})$ et proportion $r(\Theta)$ des atomes dans le pic

Comme dans le cas précédent ( $\mu < 1$ ),  $\rho(\mathbf{v}, \Theta)$  présente un pic de largeur  $v_\Theta$  et des ailes variant en  $v^{-\mu}$ . Cependant, à la différence du cas  $\mu < 1$ ,  $v_\Theta$  diminue ici plus rapidement que  $\rho_{\max}$  n'augmente. Par conséquent, la proportion des atomes contenus dans le pic ne tend pas vers 1 comme pour  $\mu < 1$ , mais devient au contraire de plus en plus faible, comme le montre l'intégrale

$$r(\Theta) = \int_0^{v_\Theta} \mathcal{P}(v) dv = \frac{v_0^\alpha}{v_{\max}^D} v_\Theta^{D-\alpha} = \left( \frac{v_0}{v_{\max}} \right)^D \left( \frac{\tau_0}{\Theta} \right)^{\mu-1}. \quad (2.86)$$

Comme  $\mu > 1$ ,  $r(\Theta)$  tend vers zéro comme  $1/\Theta^{\mu-1}$  quand  $\Theta \rightarrow \infty$ . Il n'est donc pas possible de mettre dans le pic une proportion des atomes aussi grande que l'on veut. Ce résultat apparaît d'ailleurs clairement sur la figure 2.21 correspondant au cas  $D = 3, \alpha = 2$ .  $\mathcal{P}_{\max}$  est alors indépendant de  $v$  et  $\Theta$  et l'aire de 0 à  $v_\Theta$ , *i.e.*,  $r(\Theta)$ , est négligeable devant l'aire de 0 à  $v_{\text{trap}}$ , *i.e.*,  $f(\Theta) \approx \mathcal{P}_{\max} v_{\text{trap}}$ . On peut dire encore que  $\mathcal{P}(v)$  tend pour  $\Theta \rightarrow \infty$  vers une fonction qui présente une singularité à  $v = 0$ , mais dont l'intégrale<sup>3</sup>  $\int_0^v \mathcal{P}(v') dv'$  est petite devant 1 pour  $v < v_{\text{trap}}$ .

Du point de vue expérimental, ce type de refroidissement n'est pas intéressant quand il s'agit de préparer un grand nombre d'atomes à très faible vitesse, puisque l'équation (2.86) montre que le nombre d'atomes dans le pic tend vers zéro au cours du temps. En revanche, si le but est d'obtenir rapidement une grande densité dans l'espace des vitesses, et que le nombre d'atomes y contribuant n'est pas d'importance primaire, le refroidissement avec  $\mu > 1$  peut être utile puisque le gain en densité est rapide (équation (2.82)).

<sup>3</sup>Plus précisément, il faut calculer  $\lim_{v_1 \rightarrow 0} \int_{v_1}^v \mathcal{P}(v') dv'$

### Remarques

- Comme  $r(\Theta)$  tend vers zéro, sa valeur devient, aux temps longs, inférieure à  $1/N_a$ ,  $N_a$  étant le nombre d’atomes. L’existence d’un pic de hauteur  $\rho_{\max}$  est dans ce cas un artefact de calcul, puisque le nombre d’atomes contenu dans le pic est alors inférieur à 1 ! En réalité, la croissance du pic doit s’arrêter quand le pic ne contient plus qu’un seul atome. Cet état est atteint plus ou moins tôt selon le nombre d’atomes  $N_a$ .
- La valeur  $\mu = D/\alpha = 3/2$  (cf. figure 2.21) correspond au cas du refroidissement VSCPT tridimensionnel, qui a été étudié expérimentalement [26]. Le gain obtenu dans l’expérience d’un facteur 16 par rapport à la distribution initiale montre la viabilité du refroidissement même pour  $\mu > 1$ .

### Gain de densité dans l’espace des phases

En supposant, comme pour  $\mu < 1$ , que le volume spatial occupé par les atomes change peu au cours de  $\Theta$ , on obtient

$$G = \left( \frac{v_0}{v_\Theta} \right)^\alpha = \frac{\Theta}{\tau_0}. \quad (2.87)$$

On réalise donc un gain rapide, bien que la proportion d’atomes  $y$  contribuant soit faible. Ce type de refroidissement peut être intéressant dans son régime transitoire, où le nombre d’atomes contenus dans le pic n’est pas encore négligeable.

### Comparaison avec une simulation Monte-Carlo

Comme pour  $\mu < 1$ , comparons ces prédictions aux résultats d’une simulation Monte-Carlo. Nous avons choisi cette fois  $\alpha = 2$  pour avoir un exposant  $\mu = D/\alpha = 3/2$  supérieur à 1. Les autres conditions sont identiques à celles de la simulation du paragraphe 2.6.6 ( $D = 3$ ,  $v_0 = v_{\text{rec}}$ ). Le nombre d’atomes dans la simulation a été augmenté à  $10^6$  pour réduire les fluctuations statistiques.

La figure 2.22 montre la distribution  $\mathcal{P}(v)$  du module de la vitesse obtenue dans la simulation. Son intégrale dans l’intervalle  $[0, v_0]$  ne varie que très peu au cours du temps, elle est de  $0.45 \pm 0.01$ , pour toutes les valeurs de  $\Theta$  entre  $100 \tau_0$  et  $1000 \tau_0$ . La distribution  $\mathcal{P}(v)$  elle-même est constante,  $\mathcal{P}_{\max} \approx 0.5$ , dans une intervalle qui s’étend de  $v \approx 0.5 v_{\text{rec}}$  jusqu’à une vitesse de plus en plus proche de zéro quand  $\Theta$  augmente. La proportion des atomes contenus dans une intervalle  $[0, v_m]$  est donc majorée par le produit  $v_m \mathcal{P}_{\max}$  : par exemple, la proportion des atomes dans l’intervalle  $[0, v_{\text{rec}}/10]$  reste inférieure à 5% quel que soit  $\Theta$ . Ce comportement est radicalement différent de celui de la simulation pour  $\mu < 1$  présentée dans le paragraphe 2.6.6, pour laquelle la proportion d’atomes dans une intervalle continue toujours à augmenter. Malgré cela, la densité  $\rho_{\max}$  (fig. 2.25) est élevée, plus élevée en fait que celle obtenue auparavant pour  $\mu < 1$ . Pour  $\Theta = 1000 \tau_0$  par exemple, elle atteint la valeur  $\rho_{\max} \approx 40$ , alors qu’on avait  $\rho_{\max} \approx 10$  sous les mêmes conditions pour  $\mu = 3/4$ . Encore une fois, un petit nombre d’atomes contribue à ce phénomène : on

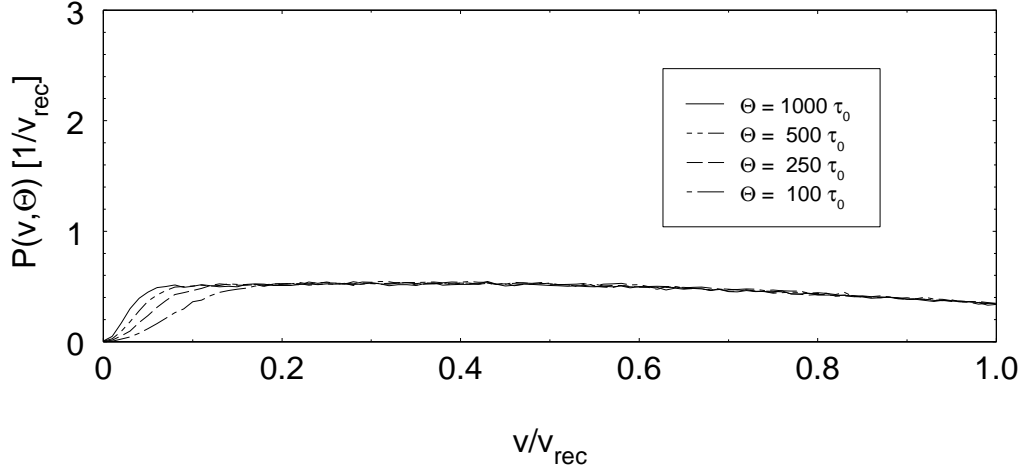


FIG. 2.22 –

Simulation Monte-Carlo : Distribution du module  $v$  de la vitesse pour un ensemble de  $10^6$  atomes soumis au refroidissement tridimensionnel. Les paramètres du profil d'excitation sont  $\alpha = 2$  et  $v_0 = v_{\text{rec}}$ . La proportion d'atomes piégés dans l'intervalle  $[0, v_0]$  est  $f \approx 0.45$  et ne varie que très peu avec le temps d'interaction. Cette simulation est à comparer au résultat analytique représenté sur la figure 2.21.

*Monte-Carlo simulation illustrating the analytical result of fig. 2.21.*

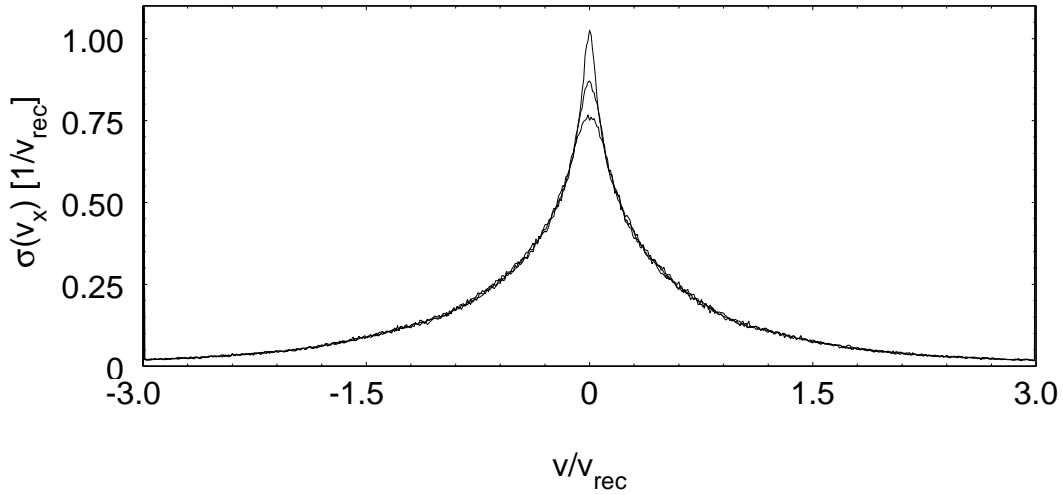


FIG. 2.23 –

Distribution  $\sigma(v_x)$  de la composante  $v_x$  de la vitesse atomique intégrée sur  $v_y$  et  $v_z$  pour la simulation de la figure 2.22 ( $D = 3$ ,  $\alpha = 2$ ). Les courbes correspondent aux temps d'interaction  $\Theta/\tau_0 = 100, 250, 1000$ . Elles montrent clairement que la distribution en vitesse n'évolue plus, sauf à l'intérieur d'une petite zone autour de  $v = 0$ . NB. Comme il s'agit d'une distribution intégrée sur deux axes, la prédiction de croissance linéaire avec  $\Theta$ , faite pour la distribution  $\rho$ , ne s'applique donc pas ici (*cf.* fig. 2.25).

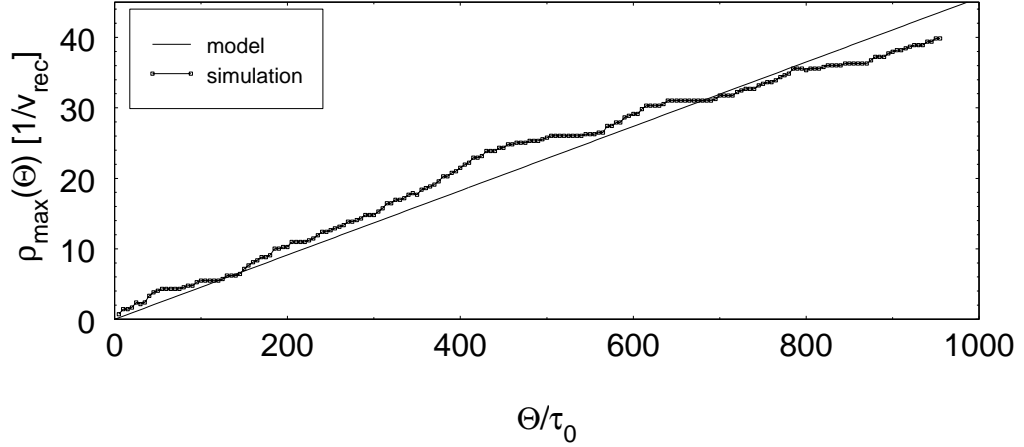


FIG. 2.24 –

Simulation Monte-Carlo pour  $\mu = 3/2$  : évolution de la hauteur  $\rho_{\max}$  (carrés). L'équation (2.82) prédit une croissance linéaire ( $\propto \Theta$ ) de  $\rho_{\max}$ . L'ajustement des données par une droite (courbe en trait plein) donne un accord satisfaisant. (NB. Les fluctuations statistiques sont plus importantes ici que sur la figure 2.19 car le nombre d'atomes dans le pic est plus petit.) Le préfacteur obtenu dans l'ajustement correspond à  $v_{\max} \approx 1.75 v_{\text{rec}}$ , une valeur compatible avec les conditions de la simulation (*cf.* fig. 2.4). La même valeur du préfacteur a été utilisée pour calculer la distribution stationnaire  $\rho(v)$  (*cf.* fig. 2.25).

trouve que la proportion des atomes contribuant au pic défini par  $\rho > 10$  est d'environ 1.5%.

## 2.7 Conclusion

La description du refroidissement subrecul comme un piégeage dans l'espace des vitesses, et l'étude des distributions de temps passé dans le piège et hors du piège permettent d'établir des expressions quantitatives pour les grandeurs caractéristiques du refroidissement, notamment la proportion d'atomes piégés et la distribution en vitesse des atomes aux temps longs. Nous avons calculé ces expressions pour le cas général du refroidissement à  $D$  dimensions avec un profil d'excitation dont la courbure au voisinage de  $v = 0$  dépend d'un exposant  $\alpha$ . Il est apparu alors que toutes les grandeurs caractéristiques du refroidissement dépendent de façon cruciale du paramètre

$$\mu = \frac{D}{\alpha}$$

qui signale l'apparition d'une *loi large* dans la distribution des temps de piégeage lorsque sa valeur est inférieure à 1. Nous avons vu comment les résultats surprenants de la statistique associée aux lois larges (statistique de Lévy) se reflètent dans le comportement statistique des atomes refroidis. En effet, le refroidissement n'est efficace que quand  $\mu$  est inférieur à 1, c'est-à-dire quand la distribution des temps de piégeage est décrite par une loi large. Dans

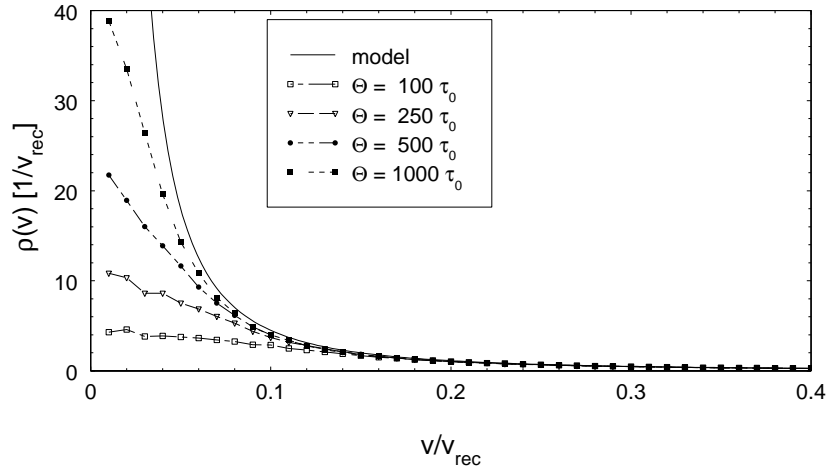


FIG. 2.25 –

Distribution  $\rho(v) = \pi(v)$  pour  $\mu = 3/2$  : prédiction du modèle (courbe en trait continu), calculée en utilisant le préfacteur obtenu dans la figure précédente, confronté aux simulations pour différentes valeurs de  $\Theta$ . Les courbes issues de la simulation s'approchent en effet de la courbe stationnaire calculée, en accord avec le modèle.

ce cas, on peut refroidir une proportion des atomes aussi grande qu'on veut en dessous d'une vitesse aussi petite qu'on veut si  $\Theta$  est suffisamment grand. En revanche, pour  $\mu > 1$ , la croissance du pic dans la distribution en vitesse est rapide, mais la proportion des atomes en dessous d'une vitesse donnée tend vers une constante inférieure à 1 quand  $\Theta \rightarrow \infty$ .





## Chapitre 3

# Optimisation du refroidissement Raman

Nous avons vu au chapitre précédent que l'inégalité  $\mu = D/\alpha < 1$  est une condition *sine qua non* pour un refroidissement efficace. Si cette condition est remplie, l'équation (2.78) montre qu'une grande partie des atomes piégés est concentrée, aux temps longs, dans un pic de la distribution en vitesse autour de  $v = 0$ , dont la largeur décroît en  $\Theta^{1/\alpha}$ . La proportion des atomes piégés elle-même, donnée par l'équation (2.53), approche avec la même condition la valeur asymptotique de 1. Si l'on dispose d'un temps de refroidissement  $\Theta$  illimité, on peut donc refroidir tous les atomes à des vitesses aussi basses qu'on veut : quelles que soient les valeurs des paramètres  $(\tau_0, v_0, \alpha)$  qui caractérisent le profil d'excitation, la fraction  $f$  des atomes piégés tend vers 1 et la largeur du pic tend vers 0, sous la seule condition que  $\mu$  soit inférieur à 1. Or, dans une expérience réelle, le temps disponible pour le refroidissement est toujours limité, par exemple par la chute des atomes dans le champ de pesanteur, par des processus parasites qui réchauffent les atomes déjà refroidis, ou par les collisions avec le gaz résiduel. La question se pose alors de connaître les valeurs des paramètres  $(\tau_0, v_0, \alpha)$  qui conduisent au meilleur résultat de refroidissement possible en un temps  $\Theta$  donné. Ce chapitre répondra à la question en appliquant le modèle statistique du chapitre 2. L'optimisation repose sur l'idée d'un meilleur compromis entre les deux mécanismes fondamentaux du refroidissement subrecul, filtrage et recyclage. En effet, plus le filtrage est fort (*i.e.*, plus  $\alpha$  et  $v_0$  sont petits), plus le pic sera fin, mais plus il faudra du temps pour le remplir, puisque l'émission spontanée couvre tout l'intervalle de rayon  $v_{\max} \gg v_0$ , et que le nombre de tentatives nécessaires pour atteindre la région  $v < v_0$  augmente donc quand  $v_0$  diminue. Au cours de ce chapitre nous allons traduire cette idée en formules quantitatives, puis confirmer les prédictions qui en découlent par des simulations Monte Carlo. Ces deux approches donnent des informations complémentaires : le modèle statistique, d'une part, fournit une image très instructive du mécanisme de refroidissement et donne une description quantitative en forme de lois de puissance pour les grandeurs caractéristiques du refroidissement, ainsi que l'ordre de grandeur de leurs préfacteurs. Les simulations Monte-Carlo, d'autre part, dépendent peu du modèle utilisé pour décrire le refroidissement et fournissent des données très proches du résultat d'une expérience. En particulier, elles ne supposent pas l'approximation des temps

d'interaction longs et donnent donc des prédictions quantitatives dans toute la gamme des temps, même là où le modèle n'est pas applicable. Ainsi les simulations établissent le lien entre le modèle et l'expérience. La méthode du refroidissement Raman montrera alors sa pertinence car elle permet d'adapter le mécanisme même du refroidissement aux conditions expérimentales pour obtenir un refroidissement optimal.

### 3.1 Valeur optimale de l'exposant $\alpha$

Nous avons déjà vu (*cf.* 2.5.1) qu'une valeur de  $\mu$  inférieure à 1 est nécessaire pour que tous les atomes puissent être piégés aux temps longs. On a donc comme première condition

$$\alpha \geq D. \quad (3.1)$$

Cette condition assure un refroidissement efficace, mais elle ne garantit pas un refroidissement rapide. Considérons alors l'équation (2.55), qui décrit comment la largeur  $v_\Theta$  du pic — contenant une grande fraction des atomes puisque  $\mu$  est inférieur à 1 — décroît avec  $\Theta$  :

$$v_\Theta = v_0 \left( \frac{\tau_0}{\Theta} \right)^{1/\alpha}. \quad (3.2)$$

Plus  $\alpha$  est petit, plus la largeur décroît vite avec  $\Theta$ . C'est donc la plus petite valeur de  $\alpha$  encore compatible avec (3.1) qui assure un refroidissement à la fois efficace et aussi rapide que possible : la valeur optimale de l'exposant  $\alpha$  est simplement donnée par

$$\alpha = D \quad (3.3)$$

Par exemple, l'impulsion carrée ( $\alpha \approx 2$ ) constitue l'optimum pour le refroidissement à deux dimensions. Pour  $D = 1$ , un profil partant linéairement avec  $v$  autour de  $v = 0$  serait encore plus rapide, mais en absence d'une impulsion produisant ce profil, l'impulsion carrée constitue un meilleur choix que l'impulsion Blackman.

#### Remarque

Les paramètres  $\alpha$  et  $\tau_0$  ne sont pas indépendants. En effet, nous avons vu que le paramètre  $\varepsilon = \tau_0 v_0$  introduit au paragraphe 2.2.2 dépend du type de l'impulsion (carrée, Blackman, ou autre) et donc de l'exposant  $\alpha$ . Or, le changement de  $\varepsilon$  modifie (2.55) d'un facteur multiplicatif, alors que la dépendance en  $\alpha$  est exponentielle. En outre, ce facteur multiplicatif ne peut pas être très grand à cause de l'augmentation de  $\tau_0$  qu'il entraîne : si les impulsions deviennent trop longues en temps, leur cadence devient faible et le refroidissement inefficace. Le changement de  $\alpha$  l'emporte donc très vite sur le changement de  $\varepsilon$ , ce qui apparaît d'ailleurs très clairement dans les simulations (*cf.* 3.4.2) aussi bien que dans l'expérience (voir par exemple la figure 6.7).

## 3.2 Optimisation analytique de la largeur $v_0$ du trou Raman

### 3.2.1 Choix de la grandeur physique à optimiser

Le sens précis du « meilleur refroidissement » dépend de l'application envisagée : les expériences visant à observer des effets quantiques collectifs demandent une densité dans l'espace de phases la plus élevée possible, ce qui veut dire pour le refroidissement qu'il faut maximiser la hauteur du pic dans la distribution en vitesse (en général avec une contrainte supplémentaire sur le nombre minimal d'atomes contribuant à cette hauteur). Pour d'autres applications, par exemple en métrologie ou en interférométrie atomique, il est plus important d'avoir le plus grand nombre d'atomes possible dans un certain intervalle de vitesses, ce qui revient à optimiser non la hauteur mais l'intégrale de la distribution en vitesse sur cet intervalle<sup>1</sup>. Nous allons ici chercher l'optimum de la hauteur du pic, avec la condition supplémentaire que ce pic contienne une fraction significative des atomes. Nous pouvons donc limiter la recherche au cas  $\mu < 1$  puisque nous avons déjà montré que, pour  $\mu > 1$ , le nombre d'atomes dans le pic tend vers zéro. L'optimisation donnera la meilleure valeur de  $v_0$  en fonction de  $\alpha$  et du temps  $\Theta$ .

L'expression (2.74) donnant  $\rho_{\max}(\Theta)$  ne présente pas de maximum en fonction de  $v_0$  car elle s'applique dans la limite des temps si longs que  $f$  a atteint sa valeur stationnaire, égale à 1. Afin d'obtenir une expression pour  $\rho_{\max}(\Theta)$  valable aux temps intermédiaires qui nous intéressent ici, il faudrait revenir sur l'approximation faite pour obtenir l'expression (2.72) de  $E(t)$  et recalculer  $\rho_{\max}(\Theta)$  en utilisant une expression plus précise de  $E(t)$ . Plutôt que d'effectuer un tel calcul (qui est possible, mais lourd [?]), nous allons établir une expression alternative pour la hauteur  $h(\Theta)$  du pic qui est valable dans le régime où  $v_\Theta$  caractérise une fraction significative des atomes et qui conduit au même résultat que le calcul plus rigoureux présenté dans [?] à des préfacteurs de l'ordre 1 près.

Pour obtenir l'expression donnant  $h(\Theta)$ , on constate d'abord que la hauteur du pic est d'autant plus grande que la proportion  $r(\Theta)$  des atomes dans le pic — qui est aussi, à un facteur multiplicatif près, la proportion  $f$  d'atomes piégés puisque  $\mu$  est inférieur à 1 — est plus élevée et que la largeur  $v_\Theta$  du pic dans lequel les atomes sont concentrés est plus petite. Nous allons donc optimiser la grandeur suivante :

$$h(v_0, \Theta) = \frac{f(v_0, \Theta)}{v_\Theta^D}. \quad (3.4)$$

La grandeur  $h(v_0, \Theta)$  ainsi définie est proportionnelle à la hauteur de la distribution en vitesse  $\rho(\mathbf{v})$ . Maximiser  $h(v_0, \Theta)$  revient à concentrer le plus possible d'atomes dans un pic aussi étroit que possible.

Deux effets différents vont déterminer l'optimum de la largeur  $v_0$  du trou Raman :

1. Plus  $v_0$  est petit, plus les atomes mettront du temps pour « tomber dans le trou Raman » à cause du caractère aléatoire de l'arrosage par l'émission spontanée

---

<sup>1</sup>Si l'intervalle est suffisamment étroit, les deux conditions convergent.

(cf. 2.3.5). Cet effet s'exprime par la dépendance en  $v_0$  de la proportion  $f$  d'atomes piégés.

2. Pour donner une valeur plus petite de  $v_0$ , les impulsions qui créent le profil d'excitation doivent être plus longues.  $\tau_0$  augmente donc et le taux d'excitation maximal  $1/\tau$  diminue, ce qui allonge le temps d'interaction nécessaire. Cet effet est codé par l'expression (2.13) qui relie  $v_0$  à  $\tau_0$  :

$$\tau_0 = \frac{\varepsilon}{v_0}. \quad (3.5)$$

Afin de trouver l'optimum de  $v_0$ , nous allons d'abord rendre la dépendance en  $v_0$  explicite dans la formule (3.4) donnant la hauteur  $h$ , puis chercher la valeur de  $v_0$  qui maximise  $h$ .

### 3.2.2 Dépendance en $v_0$ de la hauteur $h(v_0, \Theta)$

Si  $\Theta$  est suffisamment grand, la valeur optimale de  $v_0$  sera petite devant  $v_{\max}$  (nous le vérifions ci-dessous). Nous pouvons donc choisir  $v_{\text{trap}} = v_0$  (ce qui implique, d'après (2.23),  $\tau_{\text{trap}} = \tau_0$ ). Dans ce cas, la formule (2.33) pour  $\langle \hat{\tau} \rangle$  s'applique :

$$\langle \hat{\tau} \rangle = \tau_0 \left( \frac{v_{\max}}{v_0} \right)^D. \quad (3.6)$$

En insérant cette expression dans l'équation (2.53) donnant  $f(\Theta)$ , et en utilisant la définition (3.2) de  $v_\Theta$ , on obtient à partir de (3.4) l'expression suivante pour  $h(v_0, \Theta)$  :

$$h(\Theta) = \frac{1}{v_0^D} \left( \left( \frac{\Theta}{\tau_0} \right)^\mu - \frac{\sin \pi \mu}{\pi} \left( \frac{v_{\max}}{v_0} \right)^D \left( \frac{\Theta}{\tau_0} \right)^{2\mu-1} \right). \quad (3.7)$$

#### Remarques

- Aux temps très longs — plus précisément, pour

$$\left( \frac{\Theta}{\tau_0} \right)^{1-\mu} \gg \frac{\sin \pi \mu}{\pi} \left( \frac{v_{\max}}{v_0} \right)^D, \quad (3.8)$$

on peut négliger le deuxième terme, qui croît moins vite que le premier pour  $1/2 < \mu < 1$  et s'annule pour  $0 < \mu < 1/2$ . On obtient donc une expression asymptotique très simple,

$$h(\Theta) \underset{\Theta \rightarrow \infty}{\sim} \frac{1}{v_0^D} \left( \frac{\Theta}{\tau_0} \right)^\mu \quad \text{pour} \quad \mu < 1, \quad (3.9)$$

qui est proportionnelle à l'expression obtenue en 2.6.6 pour  $\rho_{\max}$ . En plus de cette expression asymptotique, (3.7) donne la première correction à apporter à (3.9) aux temps intermédiaires.

- Pour le cas  $\alpha = \infty$ , on obtient une constante  $h_\infty = \frac{1}{v_0^D}$ , en accord avec la solution de l'équation de taux (cf. 2.1.2).

### 3.2.3 Valeur optimale de la largeur $v_0$ du trou Raman

L'équation (3.7) contient encore la constante de temps  $\tau_0$ , qui dépend de  $v_0$ . Pour trouver la valeur optimale de  $v_0$ , nous allons utiliser (3.5) pour éliminer  $\tau_0$  de (3.7) et chercher le maximum de  $h$  :

$$\frac{d}{dv_0} h(v_0, \Theta) = 0. \quad (3.10)$$

On obtient le résultat suivant pour la valeur optimale  $(v_0)_{\text{opt}}$  de la largeur du trou Raman pour un temps d'interaction  $\Theta$  donné :

$$(v_0)_{\text{opt}} = \left( c_1 v_{\text{max}} \right)^{\frac{D}{1+D-\mu}} \left( \frac{\varepsilon}{\Theta} \right)^{\frac{1-\mu}{1+D-\mu}} \quad (3.11)$$

avec

$$c_1 = \left( \frac{\sin \pi \mu}{\pi} \frac{1 + 2D - 2\mu}{D - \mu} \right)^{\frac{1}{D}} \quad (3.12)$$

En insérant ce résultat dans (2.55) et dans (3.7), on obtient la valeur optimale de la largeur  $v_\Theta$  :

$$(v_\Theta)_{\text{opt}} = \left( c_1 v_{\text{max}} \right)^{\frac{D-\mu}{1+D-\mu}} \left( \frac{\varepsilon}{\Theta} \right)^{\frac{1}{1+D-\mu}} \quad (3.13)$$

Avec les expressions (3.11), (3.13), nous avons donc obtenu, à l'aide de la description par des statistiques de Lévy, des prédictions analytiques pour les valeurs optimales des paramètres du refroidissement subrecoil en fonction du temps d'interaction  $\Theta$ .

### 3.2.4 Discussion physique

#### Evolution de la largeur optimale

Les représentations graphiques (figures 3.1 et 3.2) montrent d'abord qu'on peut concentrer une grande proportion des atomes dans un pic plus étroit que la vitesse de recul<sup>2</sup>, dans des temps  $\Theta$  réalistes de quelques dizaines de millisecondes, à une, deux et trois dimensions. La chute de la largeur  $v_\Theta$  avec  $\Theta$  est plus dramatique pour le refroidissement à une dimension qu'à trois dimensions, comme on l'attend puisque le temps de retour dans le piège est beaucoup plus élevé à trois dimensions qu'à une dimension (*cf.* paragraphe 2.3.5).

<sup>2</sup>Ce résultat justifie le choix fait plus haut en 3.2.2 pour  $v_{\text{trap}}$ .

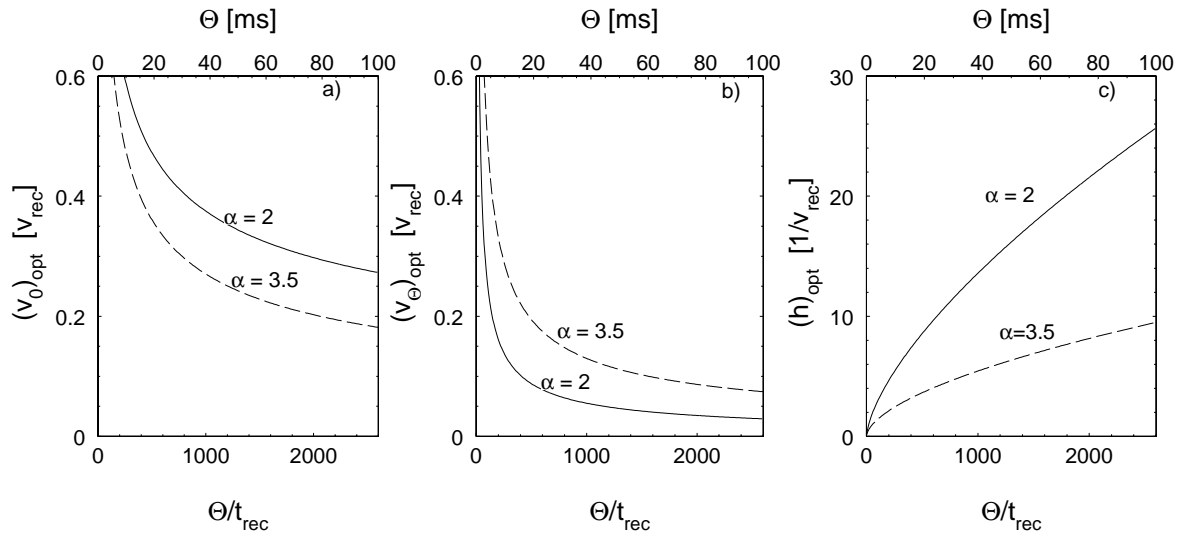


FIG. 3.1 –

Optimum du refroidissement Raman unidimensionnel. a) Optimum de la largeur  $v_0$  du trou Raman. b) Optimum de la largeur du pic de la distribution en vitesse. c) Optimum de la hauteur du pic. Les courbes en trait pointillé sont calculés pour le cas d'une séquence d'impulsions Blackman : l'exposant  $\alpha$  vaut  $\alpha = 3.5$  et la durée de la séquence (*cf.* 5.2.3) est donnée par  $\tau_0 = \epsilon/v_0$  avec  $\epsilon = 20.7$  ( $\tau_0 = 0.83 \text{ ms} \times v_0/v_{\text{rec}}$  pour le césium). Les courbes continues correspondent au cas des impulsions carrées,  $\alpha = 2$  et  $\epsilon = 8.1$  (*i.e.*,  $\tau_0 = 0.32 \text{ ms} \times v_0/v_{\text{rec}}$  pour le césium). Dans les deux cas, la vitesse maximale vaut  $v_{\text{max}} = 2 v_{\text{rec}}$ .

*Calculated optimum of one-dimensional Raman cooling with Blackman pulses (dashed lines) and square pulses (solid lines).*

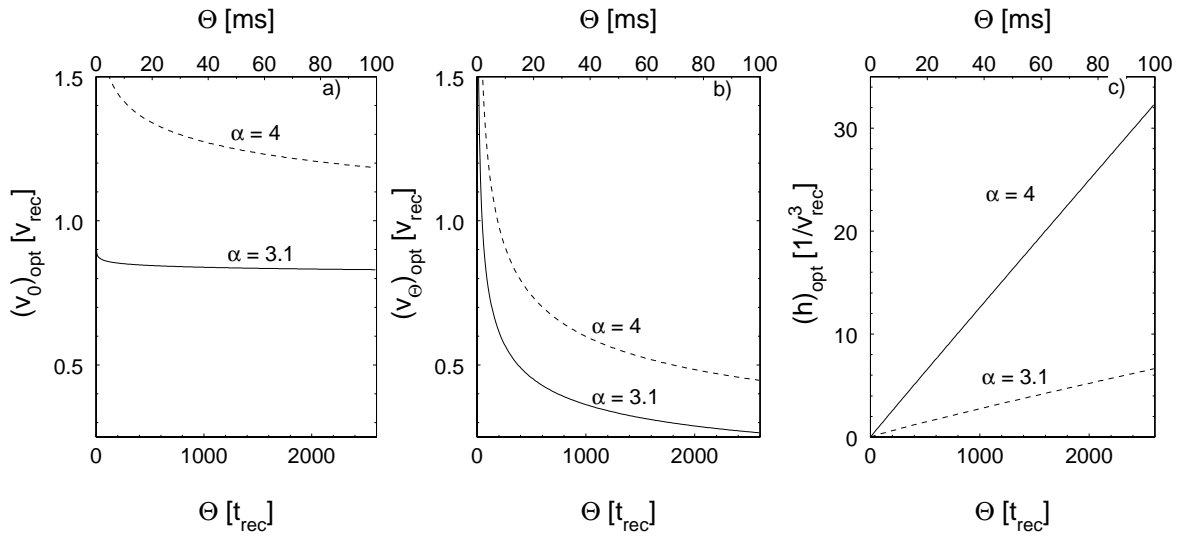


FIG. 3.2 –

Optimum du refroidissement Raman tridimensionnel. a) Optimum de la largeur  $v_0$  du trou Raman. b) Optimum de la largeur du pic de la distribution en vitesse. c) Optimum de la hauteur du pic. Les courbes en trait pointillé sont calculés pour  $\alpha = 4$ , les courbes en trait continu pour  $\alpha = 3.1$ . Dans les deux cas, la vitesse maximale vaut  $v_{\text{max}} = 2 v_{\text{rec}}$  et nous avons choisi  $\varepsilon = 62.2$ , la valeur pour une séquence d'impulsions Blackman.

*Calculated optimum of three-dimensional Raman cooling with  $\alpha = 4$  (dashed lines) and  $\alpha = 3.1$  (solid lines).*



**Optimum de la largeur pour le refroidissement unidimensionnel** A une dimension, un exposant  $\alpha = 1$  donnerait les meilleurs résultats selon la théorie. Cependant, il paraît difficile de trouver une impulsion dont le profil d'excitation en fonction de la vitesse varie linéairement autour d'un zéro. En pratique, la valeur la plus petite de l'exposant  $\alpha$  est celle de l'impulsion carrée,  $\alpha \approx 2$ . La décroissance de la largeur  $v_\Theta$  est alors

$$(v_\Theta)_{\text{opt}} \propto \frac{1}{\Theta^{2/3}} \quad \text{pour} \quad D = 1, \alpha = 2. \quad (3.14)$$

et la valeur optimale pour un temps réaliste de 20 ms est

$$(v_\Theta)_{\text{opt}} \approx 0.08 v_{\text{rec}} \quad \text{pour} \quad \Theta = 519 t_{\text{rec}} (= 20 \text{ ms pour le césium}) \quad (3.15)$$

Pour l'atome de césium, une telle largeur correspond à une température unidimensionnelle<sup>3</sup> de  $T=1.6$  nK.

### Largeur optimale du trou Raman à une dimension

Le modèle prédit aussi la largeur optimale du trou Raman  $(v_0)_{\text{opt}}$ , c'est-à-dire, la vitesse résonnante des impulsions les plus proches de  $v = 0$ . La figure 3.1, qui donne  $(v_0)_{\text{opt}}$  en même échelle que  $v_\Theta$ , montre que dans les conditions de l'optimum, la largeur  $v_\Theta$  de la distribution en vitesse est toujours inférieure à la largeur optimale du trou Raman qui la produit, d'un facteur variant entre 2 et 10. A une dimension et pour  $\Theta = 20$  ms, la valeur optimale est

$$\begin{aligned} (v_0)_{\text{opt}} &= 0.45 \quad \text{pour} \quad \alpha = 2 \\ (v_0)_{\text{opt}} &= 0.35 \quad \text{pour} \quad \alpha = 3.5 \end{aligned} \quad (3.16)$$

**Optimum de la largeur pour le refroidissement tridimensionnel** Le cas de l'impulsion carrée dans le refroidissement à trois dimensions correspond à  $\mu = D/\alpha \approx 1.5$  et conduit donc à un mauvais remplissage d'après les résultats du paragraphe 2.6.7. En revanche, l'impulsion Blackman est très proche de l'optimum grâce à son exposant  $\alpha$  entre 3 et 4 (*cf.* 1.3. En supposant la valeur favorable  $\alpha \approx 3$ , nous obtenons pour l'optimum de la largeur  $v_\Theta$  à trois dimensions la dépendance

$$(v_\Theta)_{\text{opt}} \propto \frac{1}{\Theta^{1/3}} \quad \text{pour} \quad D = 3, \alpha \approx 3. \quad (3.17)$$

La décroissance optimale est donc plus lente qu'à une dimension : pour gagner un facteur 2 en largeur, il faut allonger le temps d'interaction d'un facteur 8. La valeur optimale de  $v_\Theta$  pour un temps d'interaction de 20 ms est

$$(v_\Theta)_{\text{opt}} \approx 0.44 v_{\text{rec}} \quad \text{pour} \quad \Theta = 519 t_{\text{rec}} (= 20 \text{ ms pour le césium}). \quad (3.18)$$

Elle est donc environ 5 fois plus élevée que la largeur qu'on obtient à une dimension pour le même temps d'interaction. Toutefois, une telle valeur de la vitesse correspond à une

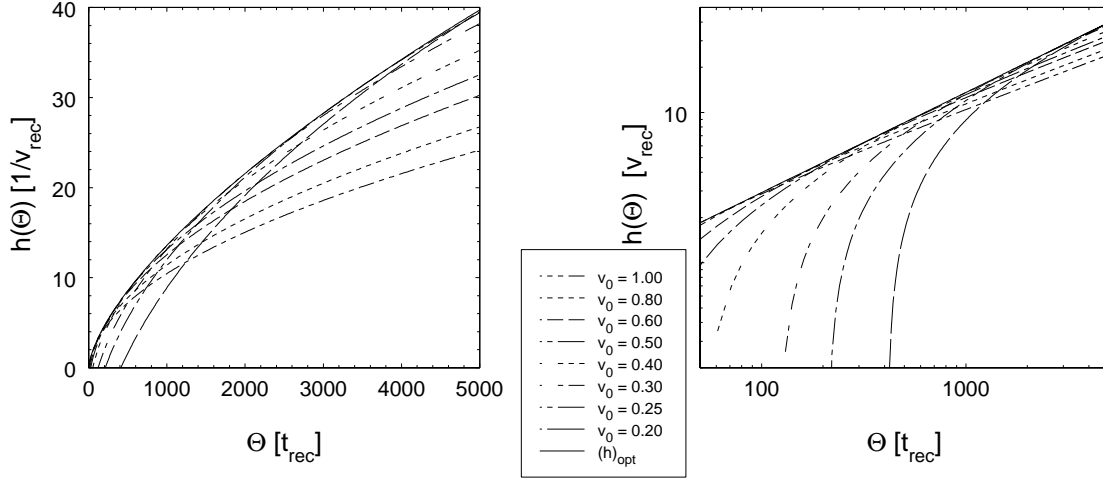


FIG. 3.3 –

Refroidissement optimisé *vs.* refroidissement sans optimisation : évolution de l’optimum de la hauteur  $(\rho_{\max})_{\text{opt}}$  (courbe en trait continu) et des hauteurs pour quelques valeurs fixes de  $v_0$ . (Cas du refroidissement unidimensionnel avec  $\alpha = 2$ .) Représentation en échelle linéaire (à gauche) et logarithmique (à droite). La courbe représentant  $(h)_{\text{opt}}(\Theta)$  est la caustique de l’ensemble des courbes donnant  $h(\Theta)$  pour des valeurs fixes de  $v_0$ .

température effective de 38 nK pour le césium, un facteur 80 plus basse que la température limite d’une mélasse optique.

La largeur optimale  $(v_\Theta)_{\text{opt}}$  décroît en  $1/\Theta^{1+D-\mu}$ , plus rapidement que la largeur que l’on obtient pour une valeur fixe de  $v_0$ . La hauteur présente un comportement analogue, illustré sur la figure 3.3 pour le cas  $D = 1, \alpha = 2$  : chacune des courbes en trait pointillé représente l’évolution de  $h(\Theta)$  pour une valeur fixe de  $v_0$ . La courbe en trait continu est la hauteur optimale  $(h(\Theta))_{\text{opt}}$ . Elle apparaît comme *caustique* de l’ensemble des courbes pour  $v_0$  fixe. La figure 3.3 b) donnant les mêmes courbes en représentation logarithmique montre clairement comment la nature de la fonction  $(h(\Theta))_{\text{opt}}$  dépend de l’existence d’un régime transitoire pour chacune des fonctions  $h(\Theta)$  : pour  $\Theta \rightarrow \infty$ , tous les  $h(\Theta)$  obéissent à la même loi de puissance en  $\Theta^\mu$  et ne se distinguent que par leur préfacteur, ce qui veut dire que leurs représentations logarithmiques sont des droites parallèles et ne se croisent plus. Cela veut dire qu’en utilisant la valeur optimale de  $v_0$ , on se trouve toujours dans le régime transitoire où la croissance de la hauteur est plus rapide que  $\Theta^\mu$ .

### Largeur optimale du trou Raman à trois dimensions

Comme dans le cas du refroidissement unidimensionnel, la largeur de la distribution est plus petite que la largeur  $v_0$  du trou Raman qui la produit (*cf.* figure 3.2). A trois

<sup>3</sup>Cette température est définie par  $k_B T/2 = M v^2/2$ .

dimensions, on trouve

$$\begin{aligned} (v_0)_{\text{opt}} &= 1.3 & \text{pour } \alpha &= 4 \\ (v_0)_{\text{opt}} &= 0.84 & \text{pour } \alpha &= 3.1 \end{aligned} \quad (3.19)$$

Quand  $\alpha$  est proche de la valeur critique  $\alpha = 3$  qui sépare le régime des statistiques de Lévy de celui des statistiques normales, on constate que  $(v_0)_{\text{opt}}$  ne dépend que très faiblement du temps.

### 3.3 Optimisation sous les conditions d'une expérience : simulations Monte-Carlo

Ayant obtenu des prédictions analytiques pour l'optimum du refroidissement, nous allons maintenant étudier le même problème par la méthode numérique des simulations Monte-Carlo. Cette analyse complémentaire permet non seulement de vérifier les prédictions du modèle statistique, mais aussi d'étudier une situation très proche de celle d'une expérience réelle. En particulier, la validité des simulations n'est pas limitée aux temps longs.

Le reste du présent chapitre étudie les résultats de simulations dans deux cas importants : d'abord le cas du refroidissement à une dimension avec un temps d'interaction de l'ordre de 20 ms, ce qui est la situation de notre expérience. Ensuite nous étudierons le cas du refroidissement tridimensionnel et donnerons une prédiction quantitative dans ce cas encore peu exploré par l'expérience.

#### 3.3.1 Conditions des simulations

Les grandes lignes du programme de simulation ont été exposés dans le paragraphe 1.6. Ici, les paramètres principaux des simulations sont les suivants :

*Profil d'excitation* : Nous n'utilisons plus la forme simplifiée (2.7), mais une séquence de profils d'excitation d'impulsions  $\pi$  comme nous l'avons décrite au chapitre précédent (cf. 2.2.2)<sup>4</sup> et comme nous l'utiliserons dans l'expérience. Les profils des impulsions individuelles sont obtenus en résolvant numériquement l'équation différentielle (1.8) pour le type d'impulsion temporelle en question. Dans les comparaisons avec la théorie, nous prenons la vitesse résonnante  $v_1$  de la dernière impulsion comme valeur approximative de  $v_0$ . La somme des durées de tous les impulsions d'une séquence donne  $\tau_0$ .

*Direction du faisceau de pompe optique* : Nous supposons ce faisceau colinéaire aux faisceaux Raman, comme c'est le cas dans l'expérience. Sa direction relative est  $\eta = 1$  si la vitesse résonnante est supérieure à  $2v_{\text{rec}}$  et  $\eta = -1$  sinon.

---

<sup>4</sup>En particulier, les vitesses résonnantes des impulsions successives sur un axe forment une suite géométrique, comme décrit dans le paragraphe (cf. 2.2.2), avec un facteur  $r = 3$ .

*Rapport de branchement  $\xi$  du niveau  $|e\rangle$*  :  $\xi$  est l'un des facteurs déterminant  $v_{\max}$ . Nous utilisons la valeur  $\xi = 0.75$ , qui est celle de la transition du césium utilisée dans notre expérience.

*Efficacité des impulsions Raman* : Nous supposons la probabilité d'excitation d'une impulsion à sa vitesse résonnante égale à 1 (impulsion  $\pi$ ). Si cette condition n'est pas remplie dans une expérience, la conséquence en est simplement de modifier le temps d'interaction effectif.

*Impulsions de pompage optique* : La somme des temps de pompage  $\tau_{\text{RR}}$  est supposée négligeable devant la durée de la séquence. (La même remarque s'applique que pour l'efficacité des impulsions Raman<sup>5</sup>.) Leur efficacité dans la simulation est 100%.

*Nombre d'atomes dans la simulation  $N_a$*  : Ce paramètre technique est important car il détermine le bruit de mesure. Pour obtenir l'évolution de la hauteur du pic  $\rho_{\max}$  avec un rapport signal/bruit suffisant, le nombre d'atomes requis varie entre quelques  $10^4$  et plusieurs  $10^6$  selon la largeur du pic et la proportion des atomes qu'il contient. Le temps d'exécution du programme est proportionnel à  $N_a$  et varie entre quelques minutes et plusieurs heures sur une station de travail du type Sun SPARCstation 10.

### 3.4 Optimisation numérique du refroidissement unidimensionnel

Le refroidissement unidimensionnel est le plus rapide en ce qui concerne le remplissage et la décroissance de la largeur du pic. Le temps moyen de retour dans le piège (2.33) s'écrit pour  $D = 1$  :

$$\langle \hat{\tau} \rangle = \tau_0 \frac{v_{\max}}{v_{\text{trap}}} \quad (3.20)$$

Il ne croît donc qu'en  $1/v_{\text{trap}}$  quand  $v_{\text{trap}}$  tend vers 0. La hauteur remplissable (2.57) — toujours linéaire en  $\Theta$ , mais avec un préfacteur dépendant de la dimension — vaut

$$h_m(\Theta) = \frac{1}{v_{\max} \tau_0} \Theta = \frac{v_0}{v_{\max} \varepsilon} \Theta. \quad (3.21)$$

pour le refroidissement unidimensionnel. Quand on diminue  $v_0$  d'un facteur 2, la croissance maximale de la hauteur devient deux fois plus lente. La largeur filtrable  $v_\Theta$  (2.55) est quant à elle indépendante de la dimension.

Nos simulations utilisent les deux types d'impulsion, carrée et Blackman, que nous avons déjà étudiés.

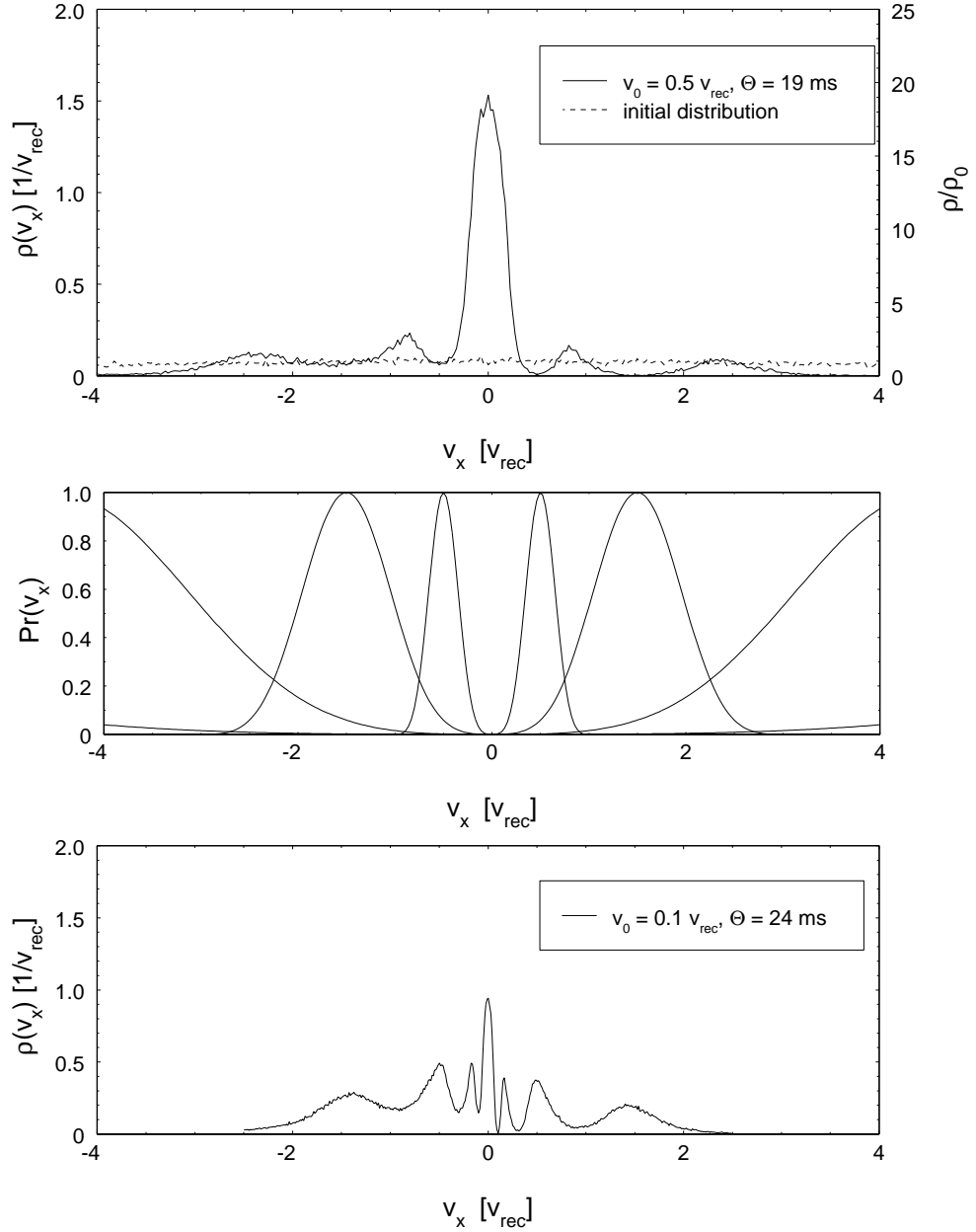


FIG. 3.4 –

Résultat des simulations Monte-Carlo du refroidissement unidimensionnel utilisant des impulsions Blackman. a) Distribution en vitesse  $\rho(v_x)$  pour  $\Theta = 497 t_{\text{rec}}$  (19 ms pour le césium) et  $v_0 = v_{\text{rec}}$ . Cette valeur de  $v_0$  est proche de l'optimum pour la valeur de  $\Theta$  donnée. La distribution a une demi-largeur à  $1/\sqrt{e}$  de  $\delta v = 0.28 v_{\text{rec}}$  et contient 77% des atomes dans l'intervalle  $[-\delta v, \delta v]$ . Sa hauteur est environ 20 fois celle de la distribution initiale. b) Partie centrale de la séquence d'impulsions Blackman utilisée pour obtenir le résultat montré en haut. La durée de cette séquence de 8 impulsions est  $20.7 t_{\text{rec}}$  (0.80 ms) et elle est répétée 24 fois. c) Distribution en vitesse pour  $v_0 = 0.1 v_{\text{rec}}$  et  $\Theta = 629 t_{\text{rec}}$  (24 ms). Exemple d'un filtrage trop fort.

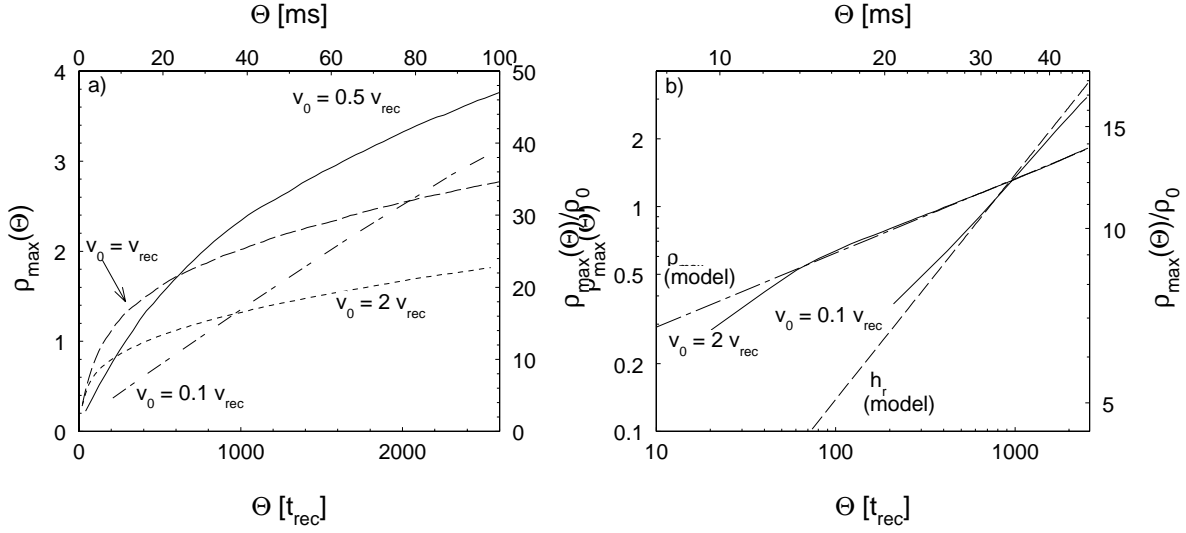


FIG. 3.5 –

Simulation du refroidissement unidimensionnel utilisant des impulsions Blackman. a) Evolution de la hauteur  $\rho_{\max}(\Theta)$  pour plusieurs valeurs de  $v_0$ . Cette figure montre que, pour  $\Theta = 20$  ms ( $520 t_{\text{rec}}$ ), la valeur de  $v_0$  qui maximise la hauteur est comprise entre  $v_0 = v_{\text{rec}}$  et  $v_0 = 0.5 v_{\text{rec}}$ . b) Extrait des données de a) en représentation logarithmique (courbes en trait continu) et leurs ajustements par des lois de puissance (courbes pointillées). L'évolution de la hauteur pour  $v_0 = v_{\text{rec}}$  atteint après une croissance initiale rapide le régime des temps longs où  $\rho_{\max}$  varie en  $\Theta^\mu$  : c'est ce que montre la courbe marquée «  $\rho_{\max}$  » qui est un ajustement pour  $\Theta > 100 t_{\text{rec}}$  par une loi de puissance avec  $\mu = 1/3$ . La hauteur pour  $v_0 = 0.1 v_{\text{rec}}$  reste dans le régime de croissance rapide pour toutes les valeurs de  $\Theta$  représentées, comme l'indique son ajustement par une courbe linéaire en  $\Theta$ .

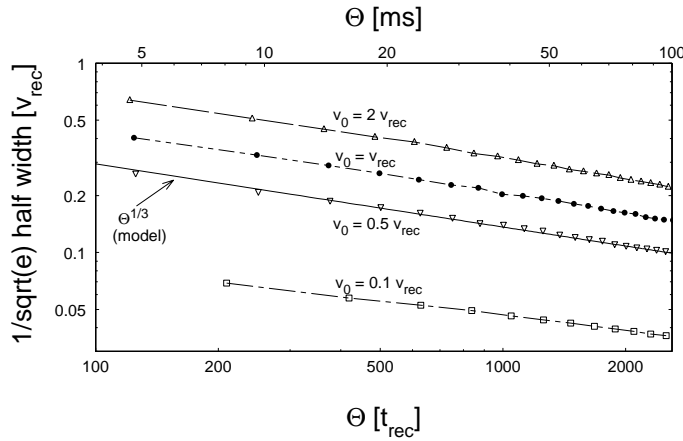


FIG. 3.6 –

Simulation du refroidissement unidimensionnel utilisant des impulsions Blackman : décroissance de la demi-largeur à  $1/\sqrt{e}$  des distributions en vitesse  $\rho(v)$  pour plusieurs valeurs de  $v_0$  en représentation logarithmique. Les courbes sont en bonne approximation parallèles, ce qui indique qu'elles suivent des lois de puissance avec le même exposant et des préfacteurs différents, comme le prédit la formule (2.55) pour  $v_\Theta$ . La courbe en trait continu donne, à titre d'exemple, l'ajustement pour  $v_0 = v_{\text{rec}}$  par une loi de puissance en  $\Theta^{1/3}$ .

### 3.4.1 Cas d'une séquence d'impulsions Blackman

Les figures 3.4–3.6 regroupent les résultats des simulations pour le refroidissement unidimensionnel utilisant des impulsions Blackman. La figure 3.4 montre pour commencer les distributions en vitesse pour des temps  $\Theta$  comparables (19 ms et 24 ms), mais des valeurs différentes de la vitesse résonnante  $v_0$  de la dernière impulsion,  $v_0 = 0.5 v_{\text{rec}}$  pour la distribution en haut de la figure et  $v_0 = v_{\text{rec}}/10$  pour la courbe en bas. La distribution pour  $v_0 = 0.5 v_{\text{rec}}$  — nous allons voir qu'elle est proche de l'optimum — donne un exemple d'un pic « bien rempli » : le pic, d'une demi-largeur à  $1/\sqrt{e}$  de  $\delta v = 0.18 v_{\text{rec}}$ , contient 47% des atomes dans l'intervalle  $[-\delta v, \delta v]$ . Sa hauteur est environ 20 fois celle de la distribution initiale, qui est ici comme dans toutes les simulations suivantes une distribution gaussienne de largeur  $v_{\text{rms}} = 5 v_{\text{rec}}$  (courbe pointillé sur la même figure). En revanche, la distribution pour  $v_0 = v_{\text{rec}}/10$  montre un résultat typique pour ce qu'on obtient quand la largeur du trou Raman est trop étroite par rapport au temps d'interaction disponible. Ici, le pic central, bien qu'étroit ( $\delta v = 0.05 v_{\text{rec}}$ ), est deux fois moins haut que celui pour  $v_0 = 0.5 v_{\text{rec}}$  (malgré un temps d'interaction légèrement plus long) et ne contient que 8.3% des atomes, la majorité des autres atomes étant étalés sur une région de plusieurs  $v_{\text{rec}}$ .

#### Evolution de la hauteur

Nous avons effectué des simulations pour plusieurs valeurs de  $v_0$ . Sur la figure 3.5 la hauteur  $\rho_{\text{max}}$  du pic froid est portée en fonction de  $\Theta$  pour les différents valeurs de  $v_0$ . On retrouve ici le comportement prédit par le modèle d'un ensemble de courbes se coupant en changeant de pente et maximisant ainsi la hauteur chacune pour une valeur différente de  $\Theta$ . Une comparaison plus quantitative en est donné sur la figure 3.5 b) qui répète les résultats des simulation pour  $v_0 = 2 v_{\text{rec}}$  et  $v_0 = 0.1 v_{\text{rec}}$  en échelle logarithmique, et les confronte aux lois de puissance prédites par le modèle. La courbe correspondant à  $v_0 = 2 v_{\text{rec}}$  montre la transition entre un régime initiale de croissance rapide et un deuxième régime, dans lequel nous avons effectué un ajustement par une loi de puissance en  $\Theta^{1/3}$  comme le prédit le modèle pour  $D = 1$  et  $\alpha = 3$ . L'accord dans le deuxième régime est excellent. Il en est de même pour les courbes pour  $v_0/v_{\text{rec}} = 1$  et 0.5, qui ne sont pas montrées ici pour ne pas rendre la figure illisible : comme prévu, elles sont toutes décrites, dans le régime des temps longs, par la même loi de puissance en  $\Theta^\mu$ , avec un préfacteur dépendant de  $v_0$ .

#### Remarque

On peut se demander pourquoi la courbe pour  $v_0 = 0.1 v_{\text{rec}}$  montre un comportement si différent. La réponse devient claire quand on regarde la distribution en vitesse en bas de la figure 3.4, qui correspond en fait au cas  $v_0 = 0.1 v_{\text{rec}}$  et  $\Theta = 24$  ms : nous avons déjà constaté plus haut que cette distribution ne contient qu'une faible proportion des atomes dans le pic, et que la plupart des autres atomes

---

<sup>5</sup>Voir à ce sujet la remarque à la fin du paragraphe 2.2.2

sont étalés sur la région où  $v \gg v_0$ , ou la probabilité d'excitation est élevée, ce qui veut dire que les conditions sont remplies pour une croissance linéaire en temps au taux maximal (2.6). C'est en effet ce qu'on trouve, en bonne approximation, quand on ajuste  $\rho_{\max}(\Theta)$  pour  $v_0 = 0.1 v_{\text{rec}}$  par une fonction linéaire en  $\Theta$  : le préfacteur qu'on trouve est compatible avec l'équation (2.6) pour une valeur  $v_{\max} \approx 2 v_{\text{rec}}$  qui est réaliste. On peut donc dire que pour  $v_0 = 0.1$  le trou Raman est tellement étroit que le temps  $\Theta \leq 100$  ms considéré ici ne suffit pas pour le remplir significativement, de sorte que  $\rho_{\max}(\Theta)$  demeure dans le régime linéaire.

### Evolution de la largeur

L'évolution de la largeur  $\delta v(\Theta)$  présentée sur la figure 3.6 montre un comportement très simple : elle vérifie l'équation (2.55) pour toutes les valeurs de  $v_0$  et de  $\Theta$ . (La figure donne un exemple d'ajustement par la loi de puissance *ad hoc* en  $1/\Theta^{1/\alpha}$  avec  $\alpha = 3$ .) Ce comportement ne dépend pas de la proportion des atomes contenus dans le pic.

### Remarque

Si une application spécifique demande une largeur (ou « température ») particulièrement petite sans que le nombre d'atomes soit d'importance primaire, on peut donc, en rapprochant la vitesses résonnante  $v_0$  plus proche de zéro, obtenir des distributions comme celle en bas de la figure 3.4 qui présentent des structures très étroites avec une densité non optimisée, mais bien plus élevée que celle de la distribution initiale. Ceci constitue déjà un gain considérable par rapport à une simple sélection.

### Optimum pour $\Theta = 20$ ms

La meilleure valeur de  $v_0$  pour un temps  $\Theta$  donné est celle qui conduit à la hauteur  $\rho_{\max}(\Theta)$  la plus élevée. La figure 3.5 indique ainsi que la valeur optimale de  $v_0$  pour une séquence d'impulsions Blackman avec un temps d'interaction de l'ordre de 20 ms ( $520 t_{\text{rec}}$ ) est située entre  $v_0 = v_{\text{rec}}$  et  $v_0 = 0.5 v_{\text{rec}}$ . L'optimum du gain en hauteur est

$$\frac{h}{h_0} \approx 22 \quad (3.22)$$

Dans ces conditions, le pic possède une largeur

$$\delta v \approx 0.2 \pm 0.05 v_{\text{rec}} \quad (3.23)$$

et contient entre 50 et 80 pour cent des atomes. La distribution en vitesse montrée en haut de la figure 3.4 est en fait proche de cet optimum.



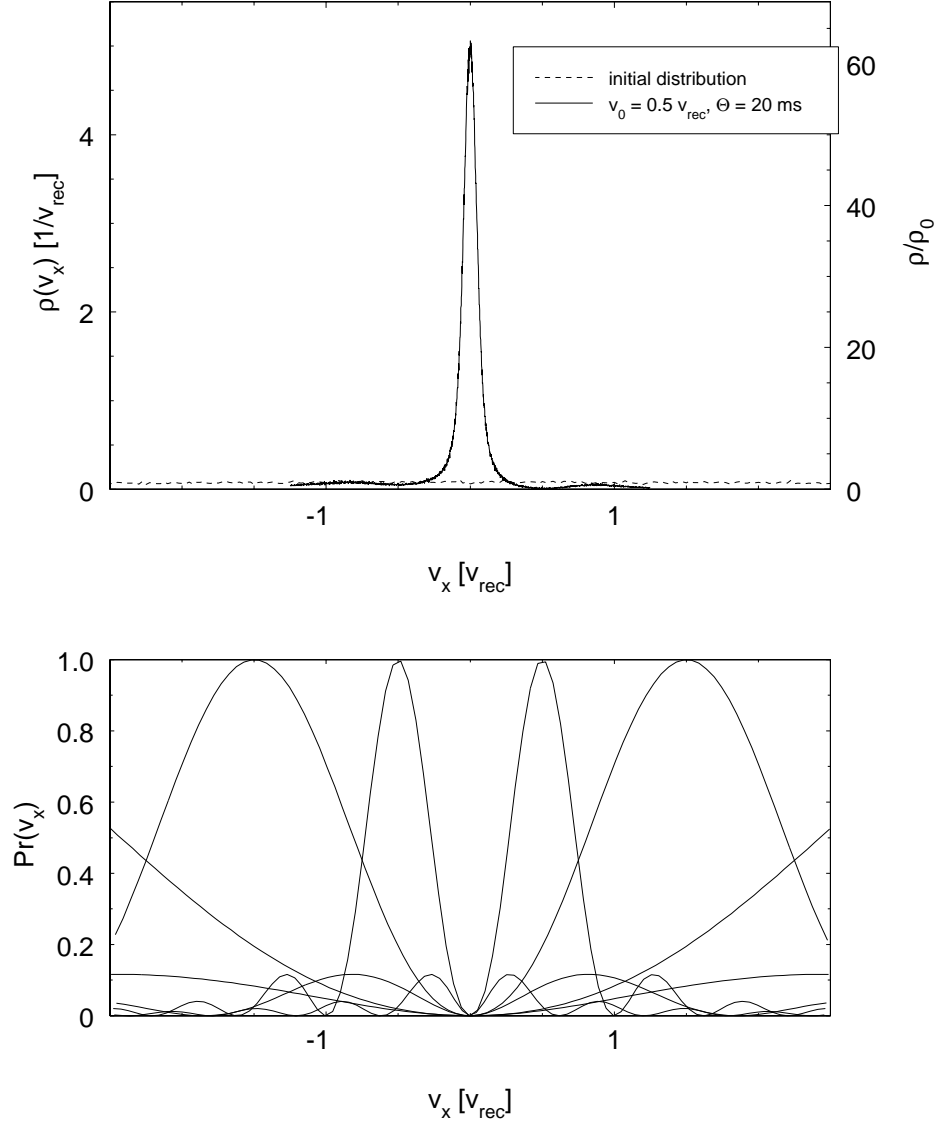


FIG. 3.7 –

Résultat des simulations Monte-Carlo du refroidissement unidimensionnel utilisant des impulsions carrées. a) Distribution en vitesse  $\rho(v_x)$  pour  $\Theta = 525 t_{\text{rec}}$  (20 ms pour le césium) et  $v_0 = 0.5 v_{\text{rec}}$ . Cette valeur de  $v_0$  est proche de l'optimum pour la valeur de  $\Theta$  donnée. La distribution a une demi-largeur à  $1/\sqrt{e}$  de  $\delta v = 0.05 v_{\text{rec}}$  et contient 40% des atomes dans l'intervalle  $[-\delta v, \delta v]$ . Sa hauteur est environ 60 fois celle de la distribution initiale. b) Partie centrale de la séquence d'impulsions carrées utilisée pour obtenir le résultat montré en haut. La durée de cette séquence de 8 impulsions est  $16 t_{\text{rec}}$  (0.63 ms) et elle est répétée 32 fois.

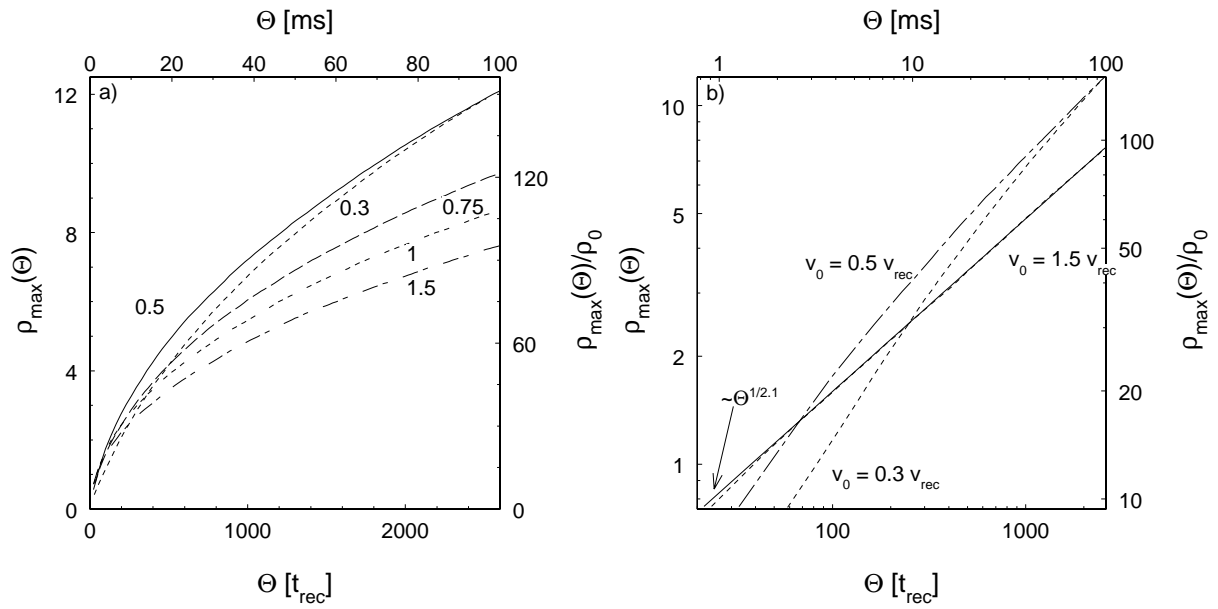


FIG. 3.8 –

Simulation du refroidissement unidimensionnel utilisant des impulsions carrées. a) Evolution de la hauteur  $\rho_{\max}(\Theta)$  pour plusieurs valeurs de  $v_0$ . (Les chiffres indiquent la valeur de  $v_0$  en unités de  $v_{\text{rec}}$ ). b) Extrait des données de a) en représentation logarithmique (courbes en trait pointillé) et ajustement par une loi de puissance en  $\Theta^{1/\alpha}$  avec  $\alpha = 2.1$  (courbe en trait continu). Noter le changement d'échelle par rapport à la figure 3.5.

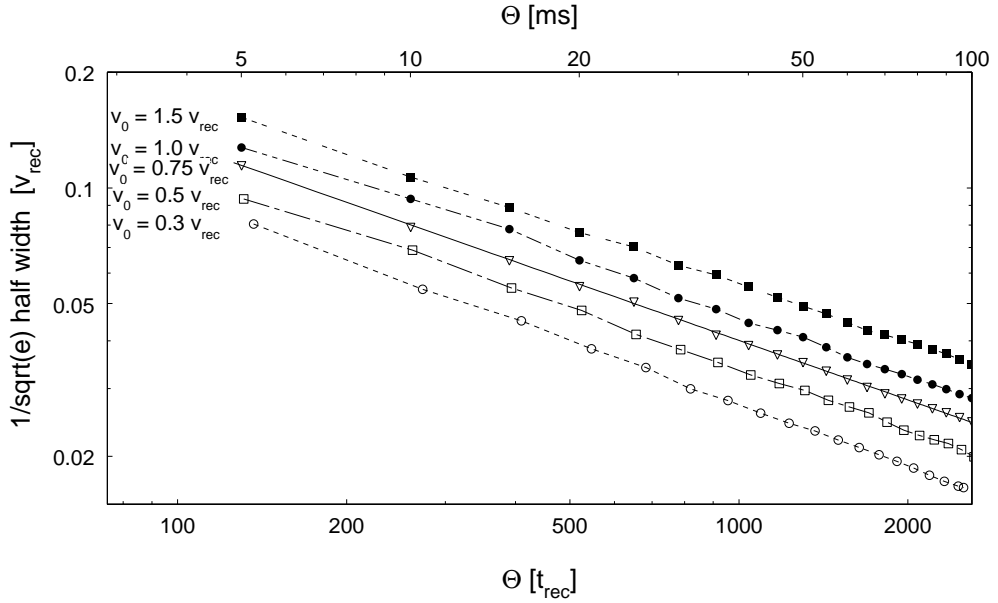


FIG. 3.9 –

Simulation du refroidissement unidimensionnel utilisant des impulsions carrées : décroissance de la demi-largeur à  $1/\sqrt{e}$  des distributions en vitesse  $\rho(v)$  pour plusieurs valeurs de  $v_0$  en représentation logarithmique. La courbe en trait continu donne l'ajustement pour  $v_0 = 0.75 v_{\text{rec}}$  par une loi de puissance en  $\Theta^{1/2}$ .

### 3.4.2 Cas d'une séquence d'impulsions carrées

Nous avons repris les simulations dans des conditions identiques, mais avec une séquence d'impulsions carrées, conduisant à une dépendance quadratique du taux d'excitation autour de  $v = 0$ . L'exposant  $\alpha$  vaut donc 2 maintenant alors qu'on avait des valeurs entre 3 et 4 auparavant pour les impulsions de Blackman.  $\mu = D/\alpha$  est donc plus proche de sa valeur optimale  $\mu = 1$  et on s'attend à un refroidissement plus rapide. La figure 3.7 montre une distribution en vitesse proche de l'optimum pour  $\Theta \approx 20$  ms. La comparaison avec la figure 3.4 montre que cette distribution est en effet à la fois plus haute et plus étroite que celle obtenue pour le même temps d'interaction avec une séquence d'impulsions Blackman. Le pic possède une demi-largeur à  $1/\sqrt{e}$  de  $\delta v = 0.05 v_{\text{rec}}$  et contient 40 pour cent des atomes dans l'intervalle  $[-\delta v, \delta v]$ . Sa hauteur est plus que 60 fois celle de la distribution initiale.

#### Evolution de la hauteur

La figure 3.8 montre l'évolution de la hauteur en fonction du temps. On observe le même comportement qualitatif que dans le cas des impulsions Blackman, mais les hauteurs sont plus élevées et la dépendance de la valeur optimale  $(v_0)_{\text{opt}}$  du temps  $\Theta$  est moins forte : la valeur  $v_0 = 0.5 v_{\text{rec}}$  produit la plus grande hauteur pour une large intervalle de  $\Theta$  entre 10 ms et 100 ms. La représentation logarithmique montre que la croissance de

la hauteur  $\rho_{\max}(\Theta)$  suit la loi de puissance asymptotique prédite par le modèle si  $v_0$  est grand ( $v_0 \geq v_{\text{rec}}$ ), alors que la croissance est plus rapide pour des valeurs plus petites de  $v_0$ , dans l'intervalle  $\Theta < 100$  ms représenté sur la figure.

### Evolution de la largeur

Comme dans le cas des impulsions Blackman, la largeur suit partout la loi de puissance en  $1/\Theta^{1/\alpha}$  (cf. equation (2.55)), mais ici  $\alpha$  vaut 2, la décroissance est donc plus rapide. Pour la largeur optimale du trou Raman,  $v_0 = 0.5 v_{\text{rec}}$ , on obtient en 20 ms un pic d'une largeur  $\delta v$  de  $0.05 v_{\text{rec}}$  (il s'agit de la distribution montrée sur la figure 3.7). Dans un temps d'interaction prolongé de 100 ms, on pourrait même atteindre une largeur  $\delta v \approx 0.016 v_{\text{rec}}$ , qui correspondrait à une température unidimensionnelle de 50 pK.

### Optimum pour $\Theta = 20$ ms

L'optimum du refroidissement aux impulsions carrées est plus « robuste » que celui du refroidissement aux impulsions Blackman : pour un temps d'interaction de  $\Theta = 20$  ms, la hauteur ne change que de 25 pour cent quand la position de la dernière impulsion passe de  $v_0 = v_{\text{rec}}$  à  $v_0 = 0.3 v_{\text{rec}}$ . La largeur du pic diminue d'un facteur 2 environ de  $\delta v = 0.064 v_{\text{rec}}$  pour  $v_0 = v_{\text{rec}}$  à  $\delta v = 0.037 v_{\text{rec}}$  pour  $v_0 = 0.3 v_{\text{rec}}$ . En même temps, le remplissage du pic diminue du même facteur : 42% des atomes dans l'intervalle  $[-\delta v, \delta v]$  pour  $v_0 = v_{\text{rec}}$  contre 26% pour  $v_0 = 0.3 v_{\text{rec}}$ .

### Comparaison aux impulsions Blackman

Largeur et hauteur des distributions obtenues avec des impulsions carrées sont plus favorables que celles obtenues en utilisant des impulsions Blackman. Pour un temps d'interaction de  $\Theta \approx 500 t_{\text{rec}}$  (20 ms pour le césium), on gagne un facteur 3, aussi bien en hauteur qu'en largeur, en remplaçant les impulsions Blackman par des impulsions carrées dans la séquence de refroidissement. Pour un temps d'interaction plus long, le gain est encore plus grand puisque les exposants des lois de puissance décrivant l'évolution temporelle sont plus favorables dans le cas des impulsions carrées. C'est ce que montre la figure 3.10 qui compare l'évolution temporelle de  $\rho_{\max}$  et de  $\delta v$  pour deux séquences d'impulsions, Blackman et carrées, utilisant la même valeur  $v_0 = v_{\text{rec}}$  pour la vitesse résonnante de la dernière impulsion.

La figure 3.11 présente les mêmes données, non pas en fonction du temps, mais en fonction du nombre de séquences de refroidissement. Cette représentation élimine l'influence du « coût temporel », qui est environ 2.6 fois plus élevé pour l'impulsion Blackman. On peut ainsi comparer les résultats qu'on obtiendrait dans un temps donné si les impulsions Blackman et carrée de même largeur caractéristique avaient la même durée. On constate que l'impulsion carrée reste plus favorable pour tous les temps d'interaction représentées. Le coût temporel n'est donc pas décisif pour la performance des deux types d'impul-

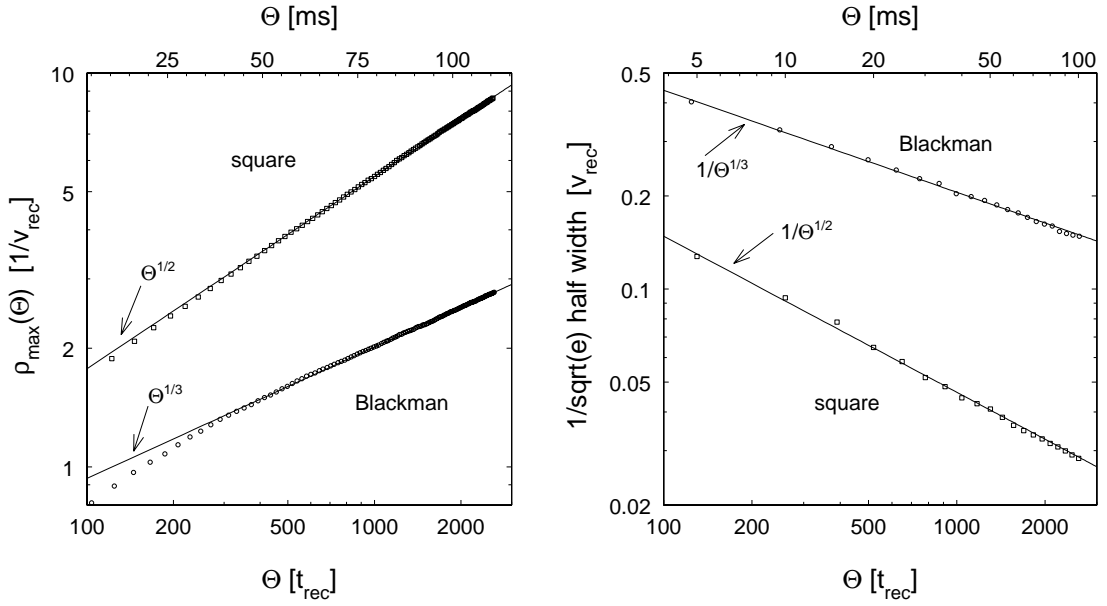


FIG. 3.10 – Evolution de la hauteur  $\rho_{\max}(\Theta)$  et de la largeur  $\delta\nu(\Theta)$  pour le refroidissement unidimensionnel aux impulsions Blackman (ronds) et carrées (carrés).

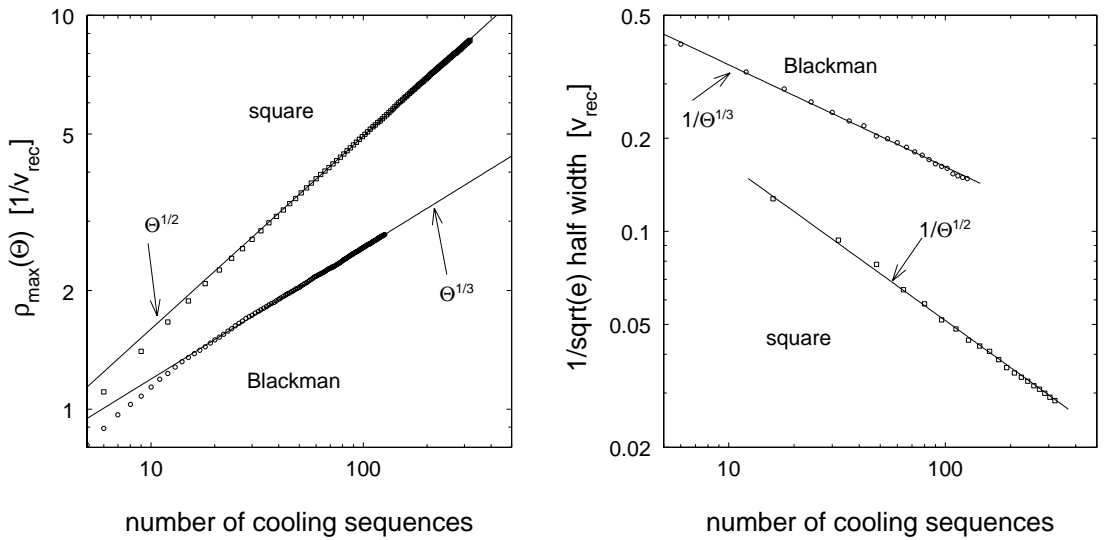


FIG. 3.11 – Evolution de la hauteur  $\rho_{\max}$  et de la largeur  $\delta\nu$  pour le refroidissement unidimensionnel aux impulsions Blackman (ronds) et carrées (carrés), portées en fonction du nombre de répétitions de la séquence d'impulsions. Même dans cette comparaison indépendante de la durée des impulsions, l'impulsion Blackman est moins favorable que l'impulsion carrée : le coût temporel ne joue pas de rôle décisif.

sion. En effet, il ne change que le préfacteur des lois de puissance, et laisse les exposants inchangés.

### 3.4.3 Comparaison aux prédictions du modèle

Le modèle prédit  $(v_0)_{\text{opt}} = 0.3 v_{\text{rec}}$ , il donne donc la bonne valeur de l'optimum à un facteur de l'ordre 2 près. Pour la largeur de la distribution l'accord est encore meilleur, étant limité par la précision avec laquelle nous avons déterminé  $(v_\Theta)_{\text{opt}}$  dans la simulation (environ  $\pm 20\%$ ). Compte tenu des approximations que contient le modèle, un tel accord numérique est satisfaisant. Plus important encore, les simulations confirment les lois de puissance prédites par le modèle pour l'évolution temporelle de  $v_\Theta$  et pour  $h$ . Un tel résultat indique que nous avons en effet trouvé une description pertinente des mécanismes physiques en jeu. Les exposants des lois de puissance pour la hauteur et la largeur sont responsable pour la meilleure performance de l'impulsion carrée dans le refroidissement unidimensionnel. Ces exposants sont directement liés à la compétition entre filtrage et recyclage. Ils dépendent du paramètre  $\alpha$  qui mesure la courbure du profil d'excitation. Si cette courbure est trop forte, les atomes sont expulsés du piège plus vite que l'émission spontanée ne peut les ramener. Si au contraire la courbure est trop faible, les atomes restent trop longtemps aux vitesses relativement loins de  $v = 0$ , leur recyclage est donc retardé inutilement. Comme le temps nécessaire au recyclage dépend de la dimension, la meilleure valeur de l'exposant  $\alpha$  dépend de la dimension  $D$  du refroidissement.

#### Remarque

On pourrait encore améliorer la précision de la prédiction numérique de l'optimum en effectuant d'autres simulations pour des valeurs intermédiaires de  $v_0$ . Le niveau de précision auquel nous nous sommes limités ici représente ce qui paraît utile d'une part pour la compréhension des limites du refroidissement et d'autre part pour l'évaluation des expériences possibles.

### 3.4.4 Conclusion

Les simulations présument des conditions expérimentales idéales dans le sens qu'aucune excitation parasite ne doit intervenir pendant le temps d'interaction, et que les impulsions Raman sont des impulsions  $\pi$ , dont la probabilité d'excitation à résonance vaut 1. Si ces conditions sont remplies en bonne approximation, les simulations prédisent que le refroidissement Raman unidimensionnel aux impulsions carrées peut produire, en un temps d'interaction réaliste de  $500 t_{\text{rec}}$  (environ 20 ms pour le césium), des vitesses moyennes de l'ordre de  $v_{\text{rec}}/20$  pour un nombre important d'atomes de l'ordre du tiers du nombre initial. A cette vitesse moyenne, la longueur d'onde de de Broglie vaut vingt fois la longueur d'onde optique, les atomes sont donc fortement délocalisés dans l'onde laser. Pour le césium, on obtiendrait une longueur d'onde de de Broglie de  $17 \mu\text{m}$ , une vitesse de  $175 \mu\text{m/s}$  et une température unidimensionnelle de  $0.5 \text{ nK}$  !

### 3.5 Optimisation numérique du refroidissement tridimensionnel

Pour refroidir des vitesses non seulement selon un axe, mais dans tout l'espace tridimensionnel des vitesses, l'extension la plus simple de la méthode Raman consiste à répéter la même séquence d'impulsions sur trois axes orthogonaux de l'espace. Le temps nécessaire à la sélection augmente donc d'un facteur 3. Cependant, le temps de retour dans le piège (*cf.* 2.3.5) augmente aussi, et d'un facteur beaucoup plus dramatique, à cause du poids réduit du volume de rayon  $v_{\text{trap}}$  dans l'espace des vitesses :

$$\langle \hat{\tau} \rangle = \tau_0 \left( \frac{v_{\text{max}}}{v_{\text{trap}}} \right)^3. \quad (3.24)$$

Si par exemple la vitesse maximale vaut  $v_{\text{max}} = 2v_{\text{rec}}$ , et qu'on cherche à confiner les atomes à un piège de rayon  $v_{\text{trap}} = 0.2v_{\text{rec}}$ , le temps moyen de premier retour augmente d'un facteur 1000 par rapport au refroidissement unidimensionnel sous les mêmes conditions. Comme la proportion des atomes hors du piège est proportionnelle au temps de premier retour (*cf.* (2.53)), on s'attend donc à un refroidissement beaucoup plus lent qu'à une et deux dimensions.

#### 3.5.1 Rôle de la gravité

L'accélération gravitationnelle interdit la création d'un piège de vitesse constante sur l'axe vertical : les atomes, une fois refroidis à  $v_z = 0$ , sont de nouveau accélérés par la gravitation. Alors que l'accélération gravitationnelle est la même pour toutes les espèces atomiques, la vitesse de recul est inversement proportionnelle à la masse. Pour évaluer l'importance relative des pertes gravitationnelles, considérons le rapport

$$\frac{gt_{\text{rec}}}{v_{\text{rec}}} = \frac{gM^2}{\hbar k^3} \quad (3.25)$$

qui donne la vitesse atteinte dans le champ de pesanteur après le temps  $t_{\text{rec}}$ , en unités de la vitesse de recul. Pour l'hélium métastable, qui est un élément léger ( $M = 6.64 \cdot 10^{-25}$  kg,  $k = 2\pi/1.083 \mu\text{m}$ ), ce rapport vaut

$$\frac{gt_{\text{rec}}}{v_{\text{rec}}} = \frac{g \times 1.87 \mu\text{s}}{92.1 \text{mm/s}} = 2.0 \cdot 10^{-4}. \quad (3.26)$$

On peut donc refroidir pendant 1000  $t_{\text{rec}}$  avant d'atteindre une vitesse verticale de  $0.2v_{\text{rec}}$  à cause de l'accélération gravitationnelle. En effet, le refroidissement VSCPT tridimensionnel de l'hélium métastable a atteint une dispersion en vitesse de  $\delta v \approx v_{\text{rec}}/5$  en un temps d'interaction de  $\Theta \approx 1300 t_{\text{rec}}$  [26].

La situation est très différente pour l'atome de césium, qui est environ 30 fois plus lourd que l'hélium. On trouve

$$\frac{gt_{\text{rec}}}{v_{\text{rec}}} = \frac{g \times 38.5\mu\text{s}}{3.5\text{mm/s}} = 0.11. \quad (3.27)$$

Après un temps de  $t_{\text{rec}}$ , l'atome de césium a déjà atteint une vitesse de  $v_{\text{rec}}/10$ . Comme la durée d'une séquence de refroidissement Raman en trois dimensions est de l'ordre de  $10 t_{\text{rec}}$  déjà pour une largeur  $v_0$  de plusieurs vitesses de recul, il semble difficile de refroidir le césium en-dessous de la vitesse du recul dans un référentiel stationnaire. Pour contourner cette limite, plusieurs voies sont possibles. La première consiste à refroidir les atomes dans un référentiel accéléré, dans le but d'atteindre une *dispersion* en vitesse inférieure à la vitesse de recul. Le « piège » dans l'espace des vitesses n'est alors plus un piège à vitesse fixe, mais un piège à la vitesse gravitationnelle  $gt$ , qui augmente au cours du temps. Cette technique est soumise à la même limitation du temps d'interaction, provenant du diamètre limitée des faisceaux, que le refroidissement unidimensionnel ou bidimensionnel. Une valeur réaliste pour le diamètre maximal des faisceaux est  $D \approx 5$  cm, ce qui impose  $\Theta < 100$  ms indépendamment de l'espèce atomique. A la fin du refroidissement, la vitesse moyenne verticale sera  $v_z \approx 1$  m/s. Si le refroidissement conduit à une dispersion en vitesse inférieure à la vitesse du recul, on obtient donc un jet atomique monocinetique et d'une divergence extrêmement faible.

Une deuxième voie serait le refroidissement tridimensionnel en absence de gravité. Comme un projet d'horloge à atomes froids en satellite est déjà en voie de réalisation (projet « PHARAO » du CNES), la possibilité de cette application du refroidissement Raman n'est pas aussi lointaine qu'il pourrait sembler.

### 3.5.2 Optimisation en absence de gravité : cas d'une séquence d'impulsions Blackman

Comme pour le refroidissement unidimensionnel, nous avons exécuté des simulations pour plusieurs valeurs de la largeur  $v_0$  du trou Raman et pour tout l'intervalle de temps d'interaction réaliste,  $0 < \Theta \leq 100$  ms. La figure 3.12 a) montre des distributions en vitesse selon un axe telles qu'on les mesurerait en utilisant des impulsions Raman (*cf.* 5.3 plus loin), c'est-à-dire, intégrées sur les deux autres axes. Ces distributions correspondent à une largeur du trou Raman de  $v_0 = 1.5 v_{\text{rec}}$  et des temps d'interaction de 19 ms et 101 ms ( $497 t_{\text{rec}}$  et  $2611 t_{\text{rec}}$  respectivement). Les distributions du module de la vitesse sont représentées sur la figure 3.12 b). 60 pour cent des atomes se trouvent dans l'intervalle  $[0, v_{\text{rec}}]$  après 19 ms et 75 pour cent après 101 ms. La distribution initiale (une distribution gaussienne de largeur  $v_{\text{rms}} = 5 v_{\text{rec}}$ ) ne contient que 0.2 pour cent des atomes dans la même intervalle. On voit donc que le refroidissement Raman subrecul est possible à trois dimensions en un temps d'interaction réaliste, à condition de choisir une valeur appropriée de la largeur  $v_0$  du trou Raman. L'effet d'une largeur  $v_0$  trop étroite est illustré sur la figure 3.12 c), qui correspond au cas  $v_0 = v_{\text{rec}}$  avec les mêmes temps d'interaction qu'auparavant.



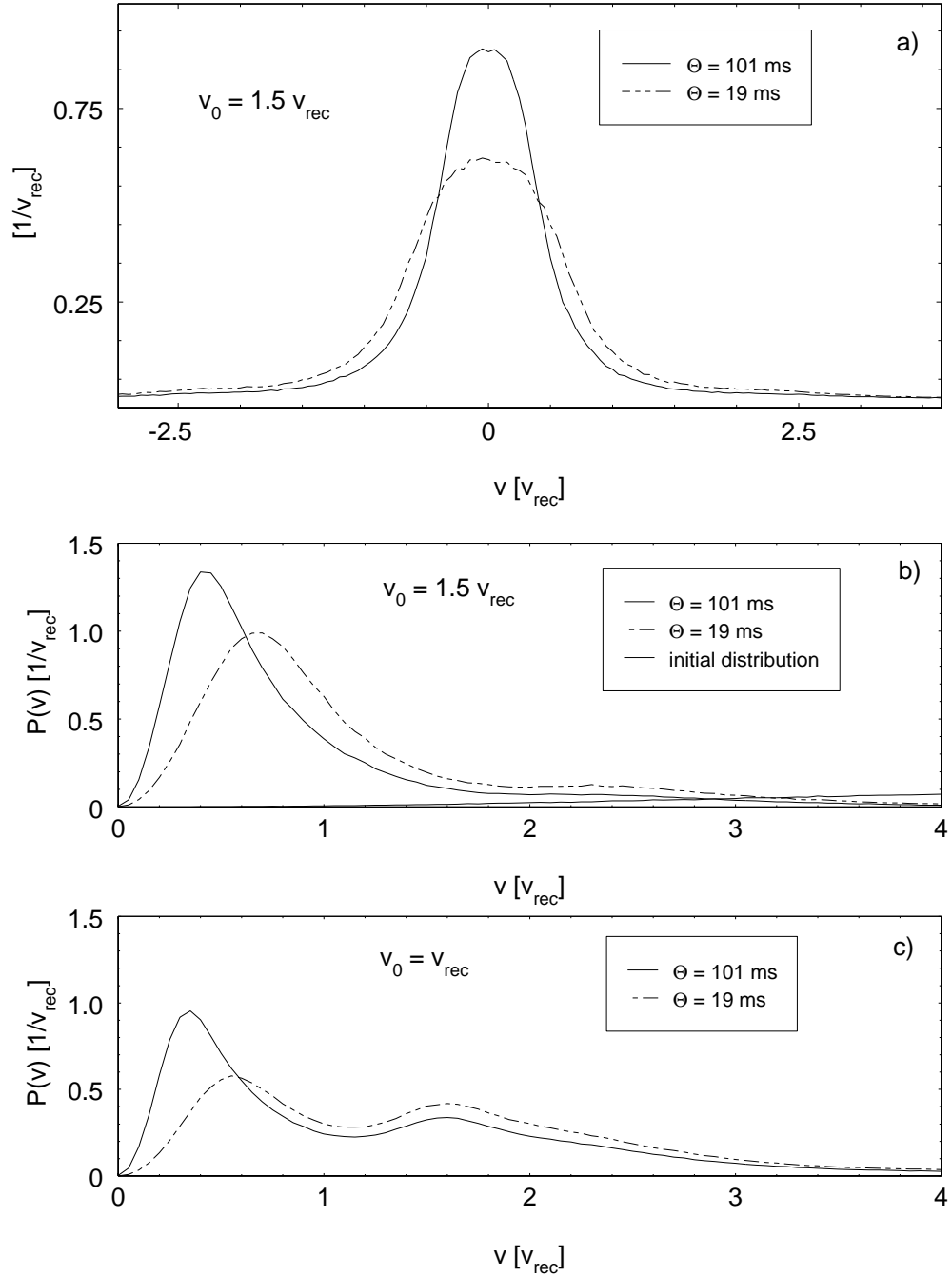


FIG. 3.12 –

Simulation Monte-Carlo : distributions en vitesse après  $\Theta \approx 500 t_{\text{rec}}$  et  $\Theta \approx 2600 t_{\text{rec}}$  (19 ms et 101 ms) de refroidissement Raman tridimensionnel utilisant des impulsions Blackman. a) Distributions selon un axe, intégrées sur les deux axes orthogonaux, pour une largeur du trou Raman de  $v_0 = 1.5 v_{\text{rec}}$ . Cette valeur de  $v_0$  est proche de l'optimum pour des temps d'interaction inférieurs à  $2500 t_{\text{rec}}$ . b) Distributions  $\mathcal{P}(v)$  du module de la vitesse pour les mêmes paramètres. c) Distributions  $\mathcal{P}(v)$  pour  $v_0 = v_{\text{rec}}$ .

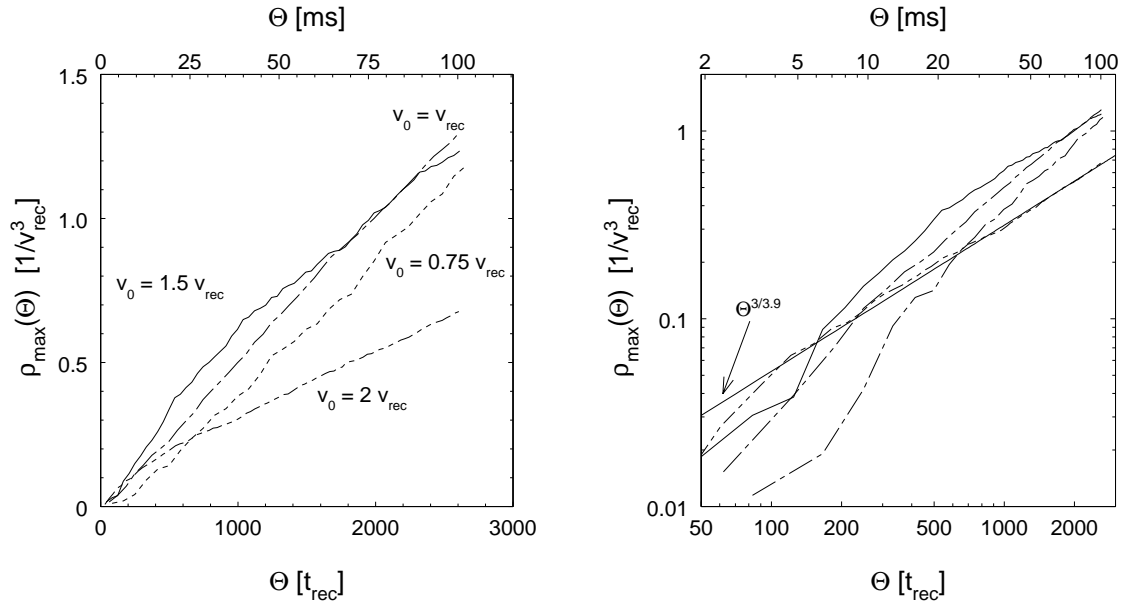


FIG. 3.13 –

Simulation du refroidissement tridimensionnel utilisant des impulsions Blackman : évolution de la hauteur  $\rho_{\max}(\theta)$ .

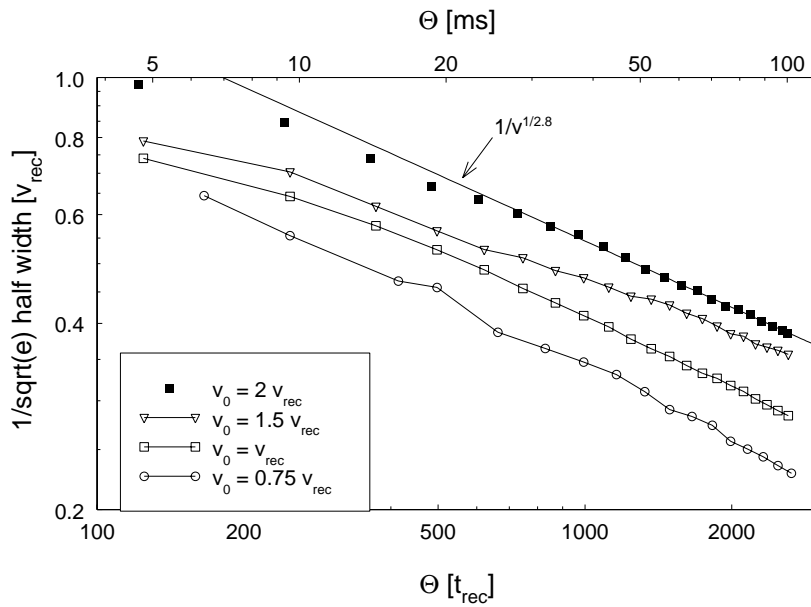


FIG. 3.14 –

Simulation du refroidissement tridimensionnel utilisant des impulsions Blackman : évolution de la demi-largeur à  $1/\sqrt{e}$ .

On constate que ce changement relativement modeste de  $v_0$  provoque une modification importante du résultat : un maximum latéral se développe, et la fraction des atomes dans l'intervalle  $[0, v_{\text{rec}}]$  n'est plus que de 35 pour cent après 19 ms et 50 pour cent après 101 ms. Toutefois, le maximum de la distribution s'est rapproché de zéro, indiquant une largeur plus étroite du pic de la distribution  $\rho(\mathbf{v})$ .

### Evolution de la hauteur

L'évolution de la hauteur  $\rho_{\text{max}}(\Theta)$  pour différentes valeurs de la largeur  $v_0$  du trou Raman (figure 3.13) montre qu'une valeur de  $v_0 = 2v_{\text{rec}}$  est clairement trop grande, alors qu'une valeur de  $v_0 = 0/75 v_{\text{rec}}$  donne un trou Raman trop étroit pour être rempli dans des temps  $\Theta < 2600 t_{\text{rec}}$  (100 ms pour le césium). La hauteur maximale s'obtient pour une largeur  $v_0$  entre  $v_{\text{rec}}$  et  $1.5 v_{\text{rec}}$ , selon le temps d'interaction disponible.

### Evolution de la largeur

La représentation logarithmique de la largeur du pic (figure 3.14) montre un comportement plus compliqué qu'à une dimension : ici, la décroissance en  $1/\Theta^{1/\alpha}$ , avec  $\alpha \approx 3$ , n'est atteinte qu'après un régime initial de décroissance plus lente. Ce comportement pourrait s'expliquer par le fait que le même temps d'interaction correspond à un nombre de répétitions de la séquence trois fois plus petit à trois dimensions qu'à une dimension. Pour  $v_0 = v_{\text{rec}}$ , par exemple, la durée de la séquence est  $\tau = 62 t_{\text{rec}}$ . Un temps de  $250 t_{\text{rec}}$  ne correspond donc qu'à 4 répétitions. Après un si petit nombre de séquences, la distribution en vitesses doit encore porter des traces de la distribution initiale. Toutefois, on constate que les largeurs pour  $\Theta = 500 t_{\text{rec}}$  sont de l'ordre de  $v_{\text{rec}}/2$  et qu'on réalise donc une réduction considérable par rapport à la mélasse optique.

# Chapitre 4

## Le dispositif expérimental

### 4.1 Introduction

Si parmi les méthodes de refroidissement laser, le refroidissement Raman est l'une des plus performantes, son implémentation est d'une certaine complexité technique. Dans la première expérience de refroidissement Raman [22] utilisant des atomes de sodium, les expérimentateurs mirent en œuvre deux lasers à colorant, l'un pour le piège magnéto-optique, l'autre pour les faisceaux Raman. Comme le piège magnéto-optique était alimenté par un jet atomique, l'enceinte à vide était de taille importante. Pour la construction de notre dispositif, nous avons pu profiter de la grande souplesse des diodes lasers et de la simplicité d'une cellule à vapeur à la place du jet atomique. Toutefois, le principe même du refroidissement Raman exige des techniques expérimentales poussées, et nous présentons dans ce chapitre les solutions développées au cours de cette thèse pour obtenir un dispositif souple, relativement compact et très fiable.

### 4.2 Application du refroidissement Raman aux atomes de césium

Le césium étant le plus lourd des métaux alcalins stables, il possède une vitesse de recul très basse :  $v_{\text{rec}} = \hbar k/M = 3.5 \text{ mm/s}$  seulement, où  $M = 2.22 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$  est la masse d'un atome de césium et  $k = 2\pi/\lambda$ , avec  $\lambda = 852.12 \text{ nm}$ , est le module du vecteur d'onde de la transition de refroidissement. La figure 4.1 montre le schéma des niveaux du césium et les transitions utilisées dans notre expérience. Un piège magnéto-optique (MOT, de *Magneto-Optical Trap*) prépare un ensemble d'atomes déjà froids. Comme les atomes froids dans un MOT continuent à diffuser des photons, ce type de piège est incompatible avec le refroidissement subrecul. Après la phase de chargement, il est donc éteint. Les atomes froids se trouvent en chute libre pendant que les impulsions Raman les refroidissent sur un axe horizontal.

Pour calculer la puissance requise des lasers Raman, il faut tenir compte des deux

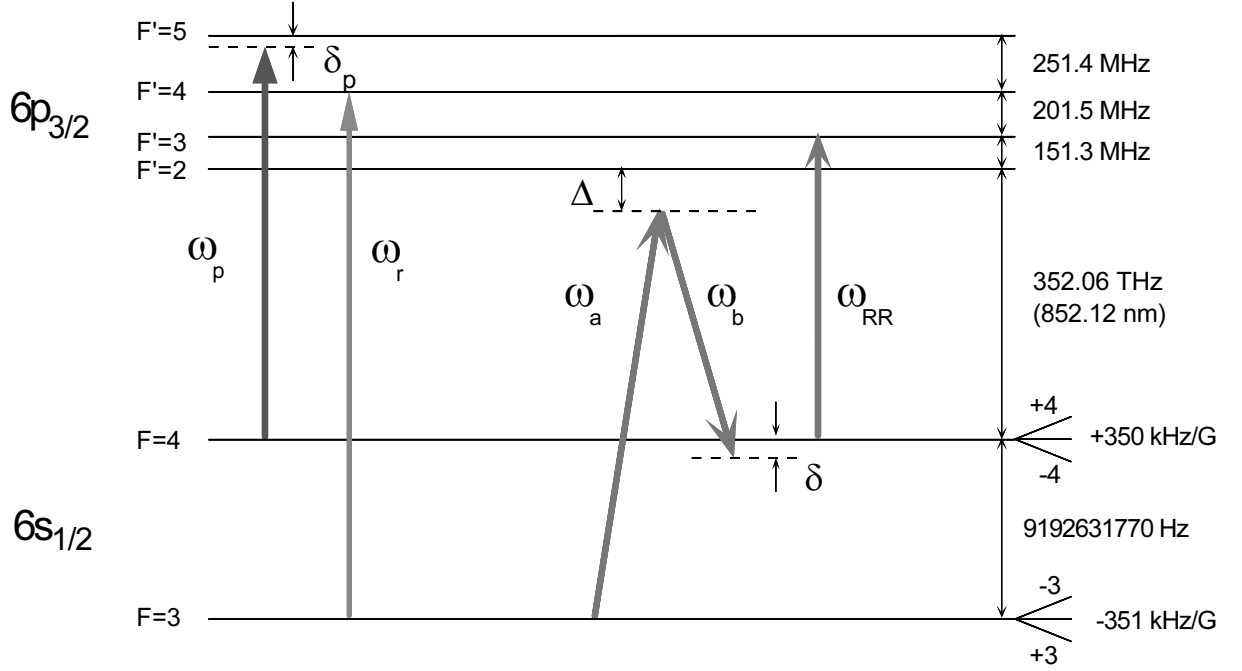


FIG. 4.1 –

Schéma des niveaux et des transitions utilisés pour le refroidissement Raman du césium.  $\omega_p, \delta_p$  : fréquence et désaccord des faisceaux du piège magnéto-optique;  $\omega_r$  : repompeur du piège;  $\omega_a, \omega_b$  : fréquences des faisceaux Raman;  $\Delta$  : désaccord du niveau excité virtuel de la transition Raman;  $\delta$  : désaccord de la transition Raman;  $\omega_{RR}$  : repompeur Raman.

*Level scheme and transitions used in Raman cooling of cesium.  $\omega_p, \delta_p$  : frequency and detuning of the trapping beams;  $\omega_r$  : trap repumper;  $\omega_a, \omega_b$  : frequencies driving the Raman transition;  $\Delta$  : detuning of the virtual excited state;  $\delta$  : detuning of the two-photon transition;  $\omega_{RR}$  : Raman repumper.*

conditions d'une fréquence de Rabi suffisamment élevée et d'une faible excitation résiduelle. Précisons ces conditions : pour le refroidissement Raman il faut d'une part des impulsions Raman longues en temps, dont le profil d'excitation est étroit, et d'autre part des impulsions si courtes en temps que leur profil d'excitation couvre une partie importante de la distribution initiale, c'est-à-dire plusieurs  $v_{\text{rec}}$ . Ce sont les impulsions courtes qui demandent la puissance laser la plus élevée pour être efficace. Plus précisément, si la durée des impulsions les plus courtes est  $\tau_{\text{min}}$ , la condition d'impulsion  $\pi$  s'écrit

$$\bar{\Omega} = \frac{\Omega_1^2}{2\Delta} = \pi\tau_{\text{min}}^{-1}, \quad (4.1)$$

où  $\bar{\Omega}$  est la fréquence de Rabi effective de la transition Raman et  $\Omega_1^2 = \Gamma^2 I / I_{\text{sat}}$ , avec  $I_{\text{sat}} = 2.2 \text{ mW/cm}^2$  pour le césium, est le carré de la fréquence de Rabi de la transition à un photon.  $\tau_{\text{min}}$  est de l'ordre de  $40 \mu\text{s}$  (impulsion Blackman de largeur  $\delta v_p = 2v_{\text{rec}}$ , voir 1.2.3). Nous obtenons la première condition

$$I \geq \frac{2\pi\Delta}{\Gamma^2\tau_{\text{min}}} I_{\text{sat}}, \quad (4.2)$$

qu'on peut aussi exprimer comme condition sur  $\Delta$  pour une intensité  $I$  donnée :

$$\Delta \leq \frac{\Gamma^2 \tau_{\min}}{2\pi} \frac{I}{I_{\text{sat}}} \quad (4.3)$$

La deuxième condition impose une limite sur le nombre  $N_{\text{spont}}$  de photons spontanés émis par atome et par impulsion à cause de l'excitation non-résonnante par un des faisceaux Raman. Calculons d'abord  $N_{\text{spont}}$  : le taux d'excitation  $dN_{\text{spont}}/dt$  pour un faisceau à grand désaccord  $\delta \gg \Gamma$  vaut

$$\frac{dN_{\text{spont}}}{dt} = \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega_1^2}{2\delta^2}. \quad (4.4)$$

Ici, nous avons  $\delta = \Delta$  pour la fréquence  $\omega_a$  et  $\delta = \Delta + \omega_{\text{HFS}}$  pour la fréquence  $\omega_b$ . Pour trouver la valeur  $N_{\text{spont}_a}$  du faisceau  $\omega_a$ , nous intégrons sur une impulsion  $\pi$  (durée  $\tau$ ) :

$$N_{\text{spont}_a} = \int_0^\tau \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega_1^2(t)}{2\Delta^2} dt = \frac{\Gamma}{2\Delta} \int_0^\tau \bar{\Omega}(t) dt = \frac{\pi}{2} \frac{\Gamma}{\Delta}. \quad (4.5)$$

Nous trouvons donc, pour une impulsion Raman  $\pi$ , un nombre de photons spontanés du à l'excitation non-résonnante qui ne dépend ni de la durée, ni de la forme de l'impulsion. Si  $\Delta > \omega_{\text{HFS}}$ ,  $\omega_a$  est plus proche de résonance que  $\omega_b$  et le nombre total de photons spontanés est majoré par  $2N_{\text{spont}_a}$ .

Comme une seule excitation de ce type suffit pour éjecter un atome de la classe de vitesses  $v \approx 0$ , nous imposons la condition

$$\Delta \gg \pi \Gamma N_{\text{puls}}, \quad (4.6)$$

où  $N_{\text{puls}}$  désigne le nombre total d'impulsions Raman pendant la phase de refroidissement. Pour un temps  $\Theta$  de refroidissement donnée, cette condition sera donc plus ou moins restrictive suivant la durée moyenne des impulsions, ce qui implique une dépendance sur la stratégie de refroidissement. Toutefois, les simulations indiquent que pour la valeur typique de  $\Theta \approx 20$  ms, on peut atteindre des vitesses moyennes inférieures à  $v_{\text{rec}}$  avec  $N_{\text{puls}} \sim 100$ .

La figure 4.2 représente les deux conditions. Si nous admettons une probabilité d'excitation non-résonnante de 10% pendant la durée totale de l'expérience, la combinaison des deux conditions donne l'intensité minimale nécessaire :

$$I \geq \frac{20\pi^2 N_{\text{puls}}}{\tau_{\min} \Gamma} I_{\text{sat}}. \quad (4.7)$$

Pour  $N_{\text{puls}} = 100$  et  $\tau_{\min} = 40 \mu\text{s}$ , on trouve  $I \geq 14 I_{\text{sat}} \approx 30 \text{ mW/cm}^2$  et  $\Delta/(2\pi) \approx 16 \text{ GHz}$ . Une diode laser à cavité étendue fournit facilement cette intensité sur un diamètre de faisceau réaliste de l'ordre du centimètre carré.

Nous avons vu dans le chapitre 1 que les déplacements lumineux des différents sous-niveaux Zeeman fondamentaux deviennent égaux pour

$$|\Delta| \gg \omega_{\text{HFS}}. \quad (4.8)$$

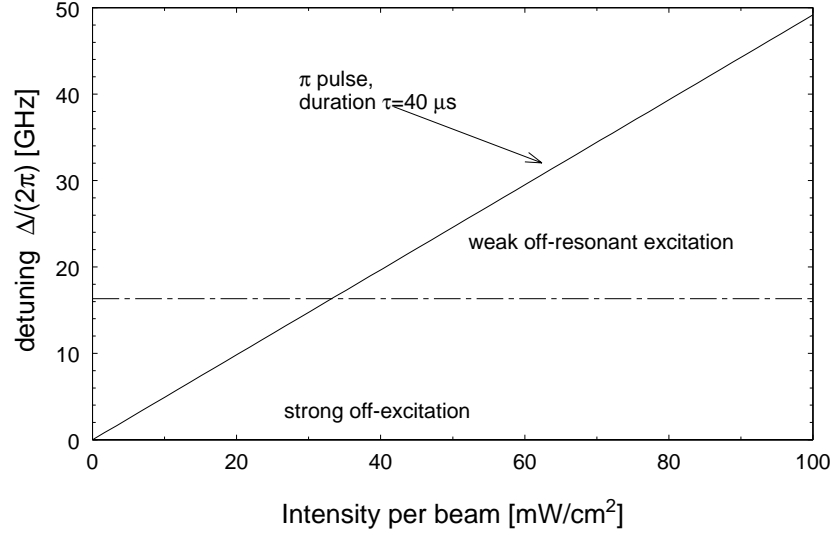


FIG. 4.2 –

Conditions sur la puissance laser et désaccord pour le refroidissement Raman d'atomes de césium. La condition de faible excitation non-résonnante est calculée pour une probabilité d'excitation de 0.1 après 100 impulsions Raman.

*Limitations on detuning and laser power imposed by the  $\pi$ -pulse condition and the condition of weak off-resonant excitation. The lines respectively represent the  $\pi$ -pulse condition for a  $40 \mu\text{s}$  square pulse and an off-resonant excitation probability of 0.1 after 100  $\pi$ -pulses.*

Quand  $\Delta$  prend des valeurs de l'ordre de  $\omega_{\text{HFS}}$ , ceci n'est vrai que pour le cas spécial de polarisations linéaires orthogonales. Comme la fréquence de la transition Raman dépend des différences entre ces déplacements, il serait avantageux d'imposer 4.8 comme troisième condition. Pour atteindre  $|\Delta| = 10\omega_{\text{HFS}}$ , il faudrait une intensité de  $I = 140 \text{ mW}/\text{cm}^2$ , ce qui est à la limite du faisable avec une diode laser monomode. Nous avons travaillé sous deux conditions différentes : dans la première série d'expériences en 1994, nous disposions de  $I \approx 20 \text{ mW}/\text{cm}^2$  par faisceau, le désaccord étant par ce fait limité à  $\Delta \approx -\omega_{\text{HFS}}/2$ . En 1995, après l'installation du système d'amplification décrit dans le paragraphe 4.6.1, la puissance accrue de  $I \approx 70 \text{ mW}/\text{cm}^2$  par faisceau nous a permis d'augmenter le désaccord jusqu'à  $\Delta \approx -3.8\omega_{\text{HFS}} \approx -34 \text{ GHz}$ .

### 4.3 Schéma simplifié du dispositif

La figure 4.4 montre les éléments essentiels du dispositif. La partie optique, montée sur une table optique de 300 par 150 cm, se compose de deux parties majeures. La première, un piège magnéto-optique en cellule, constitue notre source d'atomes pré-refroidis à quelques microKelvins. Ce type de piège est devenu, en quelques années seulement, un véritable outil de travail pour la physique atomique. Proposé par Jean Dalibard en 1986 et réalisé pour la première fois en 1987 aux laboratoires Bell [4], il a fait l'objet de nombreuses études et publications [41, 42, 43] dans le monde entier, dont certaines très détaillées. Ceci justifie

FIG. 4.3 –

Vue d'ensemble du dispositif expérimental avec deux des expérimentateurs, Ekkehard Peik (gauche) et Maxime Ben Dahan (droite).



son traitement plutôt sommaire dans ce chapitre, en insistant toutefois sur quelques points moins habituels de notre montage, tels que la cellule à ultraviole entièrement en verre ou les six faisceaux laser indépendants.

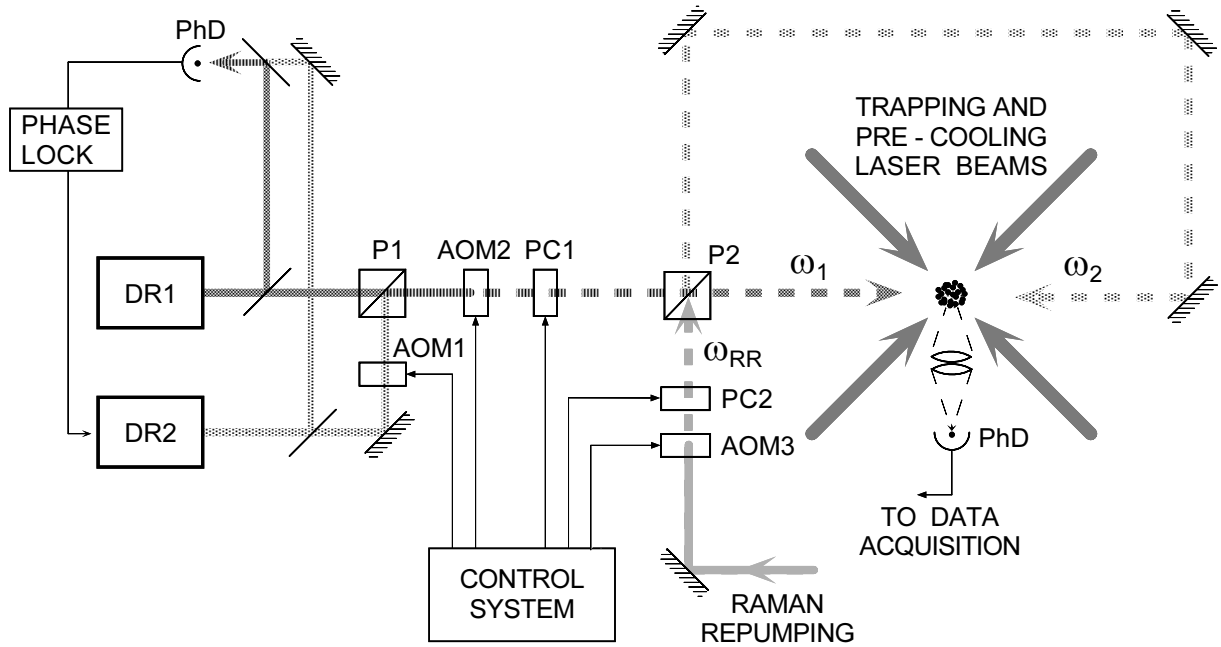


FIG. 4.4 -

Schéma simplifié du dispositif. DR1, DR2 : diodes laser verrouillées en phase. P désigne un cube polariseur, AOM un modulateur acousto-optique, PC une cellule de Pockels et PhD une photodiode.

*Simplified diagram of the experimental setup. The grating-stabilized laser diodes DR1 and DR2 are phase-locked using the beat-note received by the fast photodiode PhD. Their beams are superposed on the polarizing cube P1. AOM1 is used to vary the detuning  $\delta$ , while AOM2 controls the shape of the Raman pulses. Directions of the Raman beams at the output of P2 can be interchanged using the Pockels cell PC1 to turn their polarizations. Similarly, AOM3 pulses the Raman repumping beam and PC3 controls its direction. All parameters are computer-controlled.*

La deuxième partie du dispositif comporte le montage du refroidissement Raman proprement dit. Deux diodes lasers à cavité étendue verrouillées en phase forment le cœur. Elles fournissent les deux faisceaux Raman, dont la différence de fréquence correspond à l'écart des deux niveaux fondamentaux du césium. Cette différence est accordable grâce au modulateur acousto-optique AOM1. Les faisceaux sont superposés dans le cube polariseur PC1 et traversent ensuite un deuxième modulateur acousto-optique qui sert à moduler leur intensité suivant la forme de pulse souhaitée. Le cube polariseur PC2 sépare les deux faisceaux de nouveau pour les envoyer enfin vers la zone d'interaction. Une cellule de Pockels devant le cube permet d'échanger les directions respectives des deux faisceaux en tournant leurs polarisations de  $\pi/2$ . Les impulsions de pompage optique qui suivent les impulsions Raman proviennent d'une troisième diode laser dont le faisceau traverse lui aussi un modulateur acoustique et une cellule de Pockels.

La photodiode PhD1 détecte la fluorescence des atomes lorsqu'ils sont irradiés, à la fin de chaque cycle, par un faisceau sonde (non montré) sur la transition 4 – 5. Ceci permet de déterminer sélectivement le nombre d'atomes dans l'état  $6S, F = 4$ .

Les puissances de tous les faisceaux, ainsi que tous les autres paramètres importants tels que les désaccords des lasers piège et Raman et le gradient du champ magnétique du MOT, sont contrôlés par ordinateur. Des séquences temporelles complexes peuvent ainsi être programmées et modifiées sans intervention sur le montage : l'expérimentateur refroidit ses atomes assis devant l'ordinateur (figure 4.3).

## 4.4 Le piège magnéto-optique

### 4.4.1 Les lasers

Le piège magnéto-optique que nous utilisons (figure 4.5) est similaire à celui décrit dans les thèses de Delphine Grison [44] et Brahim Lounis [45]. Il fonctionne sur la transition  $6S_{1/2}, F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 5$  du césium, un deuxième laser sur la transition  $6S_{1/2}, F = 3 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 4$  prévenant le dépompage des atomes vers le niveau fondamental  $6S_{1/2}, F = 3$ . Pour obtenir les faisceaux du piège, on part d'un laser à cavité Fabry-Pérot [46] verrouillé sur le croisement de niveaux 4 – 4/4 – 5 du spectre d'absorption saturée du Cs. Son faisceau, d'une puissance de quelques milliWatts, traverse un modulateur acousto-optique (AOM4 sur la figure 4.5) en double passage, dont la fréquence RF est contrôlée par l'ordinateur. Il injecte ensuite une diode de puissance du type SDL 5422 (150 mW) dont le faisceau passe par un modulateur (AOM5) de fréquence fixe pour moduler son intensité, puis par un trou de filtrage qui lui confère un profil spatial plus homogène. Viennent ensuite une séquence de lames demi-onde et de cubes polariseurs pour obtenir les six faisceaux indépendants du piège, chacun d'un diamètre de 15 mm et d'une intensité maximale au centre de  $4 \text{ mW/cm}^2$ . Le faisceau repompeur est mélangé aux faisceaux piège dans le premier cube polariseur. Il provient d'une diode à cavité étendue (voir 4.6.1) verrouillée sur une raie d'absorption saturée par détection synchrone. Sa puissance totale est de 4 mW.

Du faisceau piège est dérivé le faisceau sonde en faisant passer l'ordre zéro du AOM5 par un autre modulateur indépendant. Le faisceau résultant est séparé en deux et superposé aux faisceaux de l'axe  $Oz$  du piège comme indique sur la figure 4.5 pour lui donner la polarisation  $\sigma^+ - \sigma^+$  (*cf.* 4.5.1).

Tous les faisceaux du piège sont équipés, en plus des modulateurs acousto-optiques, d'obturateurs mécaniques qui assurent l'extinction complète de toute la lumière résonnante pendant la phase de refroidissement Raman. Cette mesure s'est avérée indispensable pour éviter des déplacements lumineux des niveaux atomiques participants à la transition Raman.

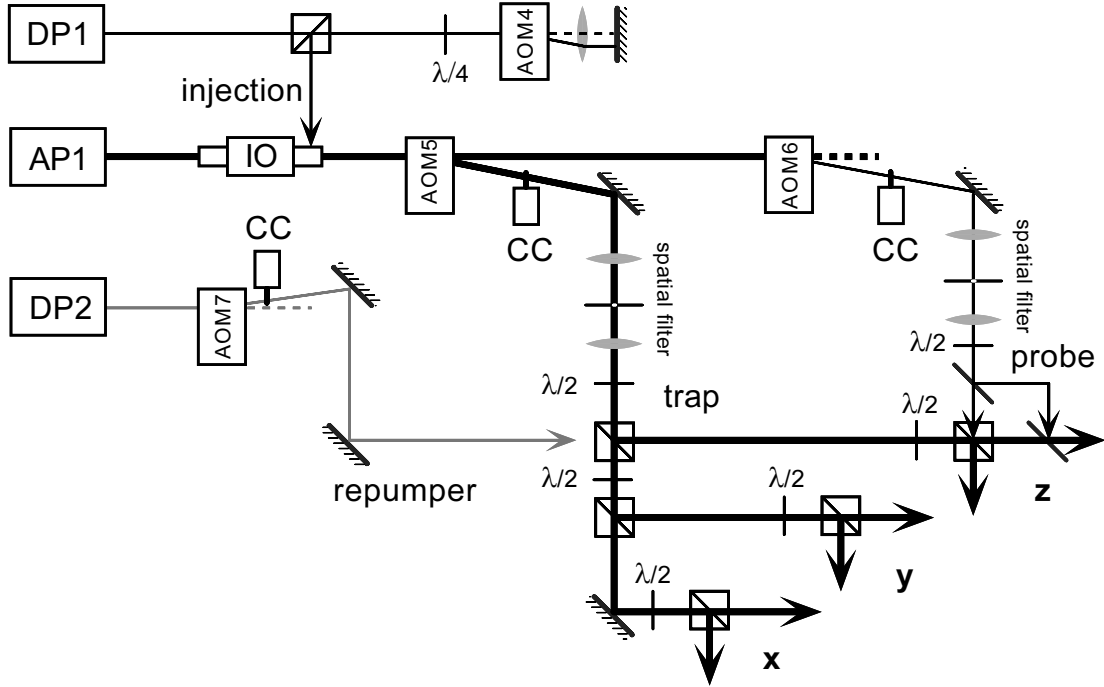


FIG. 4.5 –

Partie optique du piège magnéto-optique. La diode DP1 (laser à cavité Fabry-Pérot) injecte la diode de puissance AP1 pour produire les faisceaux du piège et le faisceau sonde. Ce dernier est superposé à l'axe verticale du piège à l'aide de deux séparatrices de 3%. Le faisceau repompeur est délivré par le laser à cavité étendue (« diode sur réseau » DP2). Pendant le refroidissement Raman, tous les faisceaux sont éteints par les modulateurs acousto-optiques (AOM) et leurs obturateurs mécaniques (CC).

*MOT laser system. DP1 is an Fabry-Pérot extended-cavity laser (ECL) locked on a Cesium transition using saturated-absorption spectroscopy. It injects the 150 mW diode AP1 to provide the six independent trapping beams and the probe beam. DP2, a grating-stabilized ECL, is the trap repumper.*

#### 4.4.2 Les autres éléments du piège

##### La cellule et le système à vide

Nous utilisons un nouveau type de cellule entièrement en verre, développé en collaboration avec l'entreprise Hellma en Allemagne. Il s'agit d'une cellule cubique de 100 mm de côté, fabriquée à partir de plaques de verre Vycor de 6 mm d'épaisseur en utilisant le procédé d'adhérence moléculaire dans un bain d'eau purifiée. Ce type de cellule est presque idéal pour le refroidissement d'atomes. Ses fenêtres sont d'une excellente qualité optique, l'accès optique est presque illimité. De plus, elle est complètement amagnétique et étuvable à plus de 230° C, ce qui garantit un vide de quelques  $10^{-10}$  mbar. S'il reste un « talon d'Achille », c'est l'absence d'un traitement à l'intérieur de la cellule. Comme les méthodes courantes de traitement optique ne sont pas applicables à l'intérieur d'objets creux, il faudrait traiter les plaques avant assemblage. Or, les traitements optiques courants ne résistent pas au chauffage qui est nécessaire pour solidifier les joints obtenus par

l'adhérence moléculaire. Cependant, les réflexions à l'intérieur de la cellule ne sont pas gênantes tant qu'elles n'atteignent pas la zone d'interaction, un critère facile à remplir puisque cette zone est petite.

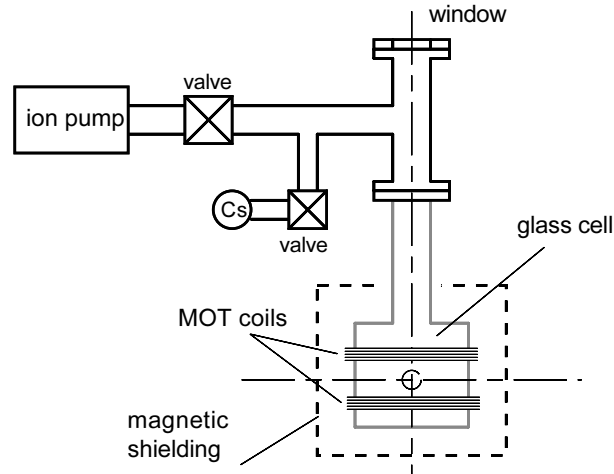


FIG. 4.6 –

Le système à vide.

*The high-vacuum system, containing an ion pump and an externally coated all-glass cell.*

Le système à vide relié à la cellule est très simple (figure 4.6). Ses seuls éléments sont une pompe ionique de 20 l/s et le réservoir de césium. Il n'y a pas de jauge à ultravide : nous utilisons le courant de la pompe pour estimer la pression dans la cellule.

### Les bobines du piège et le blindage magnétique

Deux bobines (100 tours, diamètre 10 cm, distance 5 cm) en configuration anti-Helmholtz (courant en sens opposés) entourent la cellule pour créer le gradient de champ magnétique indispensable pour le fonctionnement du piège magnéto-optique. Nous utilisons un gradient de l'ordre de  $\nabla B_z \sim 15 \text{ G/cm}$ . Les bobines sont coupées par un interrupteur électronique après la phase de piègeage ; le problème de la décroissance du champ sera discuté plus bas au paragraphe 5.2.2.

Dans un champ magnétique, la résonance Raman est décalée en fonction des sous-niveaux  $m$  et  $m'$  initiaux et finaux (*cf.* fig. 5.2). Comme nous l'allons démontrer dans le paragraphe 5.2.2 plus loin, ce décalage vaut  $7 \times 350 \text{ kHz/G} \times 0.5 \text{ G}$  ou 1.2 MHz pour la transition Raman  $|F = 3, m = 3\rangle \rightarrow |F = 4, m = 4\rangle$  dans un champ de  $B = 0.5 \text{ G}$ , de l'ordre du champ terrestre. Dans le cas de faisceaux antiparallèles (*i.e.*, qui se propagent en sens opposés), cet effet limite la sélectivité en vitesse : comme nous l'avons vu plus haut, le désaccord qui correspond à la vitesse de recul vaut 8.2 kHz ; le champ maximal autorisé pour une sélectivité de  $v_{\text{rec}}/10$  est donc  $B_{\text{max}} \approx 0.3 \text{ mG}$ . Pour créer

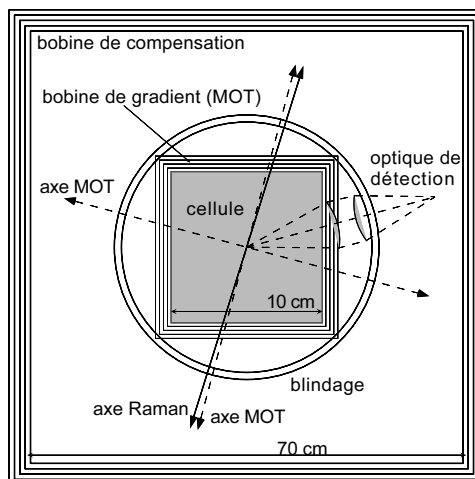


FIG. 4.7 –

La cellule et la région d'interaction, vue de dessus.

*Top view of the vapour cell and interaction region. Vapour cell and MOT coils are enclosed in a cylindrical two-stage mu-metal shield. Additional compensating coils help to reduce the static part of the magnetic field.*

une zone de champ magnétique aussi faible, il ne suffit pas de compenser le champ terrestre, ce qui peut facilement être fait à l'aide de bobines de compensation alimentées par des sources de courant suffisamment stables. Il faut aussi réduire les fluctuations du champ qui peuvent atteindre plusieurs milliGauss dans notre laboratoire, en particulier à la fréquence de 50 Hz du secteur. Ainsi avons-nous ajouté un blindage cylindrique en deux couches de mu-métal [47] autour de la cellule. La figure 4.7 montre la cellule et le système de compensation. La méthode spectroscopique qui nous a permis de mesurer et de compenser le champ précisément dans la zone d'interaction sera présentée plus loin au paragraphe 5.2.2.

### Caractéristiques du piège

Le piège contient typiquement  $4 \cdot 10^7$  dans son état stationnaire, qui est atteint après un temps de chargement de l'ordre d'une seconde.

## 4.5 Le système de détection

### 4.5.1 Le faisceau sonde

Toutes nos mesures reposent sur la détection de la lumière de fluorescence émise par les atomes sur la transition  $F = 4 \leftrightarrow F' = 5$ . Pour l'exciter nous utilisons un faisceau sonde résonnant avec cette transition, qui est dérivé du faisceau piège comme indiqué sur

la figure 4.5. Il est séparé en deux composants, de polarisation  $\sigma^+$ , qui se propagent en sens opposé selon l'axe  $Oz$ . Cette configuration a plusieurs avantages. D'abord, l'onde stationnaire accélère beaucoup moins les atomes qu'une onde progressive, ce qui prolonge le temps disponible pour la détection. Ensuite, la polarisation  $\sigma^+ - \sigma^+$  conduit à une *transition cyclante* : après quelques cycles de fluorescence, tous les atomes absorbent et émettent sur l'unique transition  $F = 4, m = 4 \leftrightarrow F' = 5, m' = 5$ , ainsi ils ne peuvent pas se désexciter vers le niveau  $F = 3$ , où ils seraient perdus pour la détection. Comme la détection intervient après  $\Theta \sim 30$  ms de chute libre, les atomes détectés ont une vitesse verticale moyenne de  $v_z \sim 300$  mm/s. La direction du faisceau sonde étant verticale, ils restent longtemps dans ce faisceau ; cependant, leur image sur la photodiode de détection se déplace et quitte enfin sa surface sensible. Cet effet limite la durée d'observation à quelques millisecondes pour notre choix de grandissement optique proche de 1 et diamètre de la photodiode de 10 mm.

Une autre considération importante concerne les différentes sources de bruit, de nature optique et électronique, et leurs conséquences pour la détectivité :

- La lumière parasite, lumière ambiante ou faisceaux laser réfléchis ou diffusés par la cellule ou d'autres surfaces, contribue au fond du signal. Alors que la lumière ambiante n'est pas gênante pour un dispositif bien conçu (blindages de carton noir, filtre spectral devant la photodiode...), les fluctuations de l'intensité du faisceau sonde, typiquement quelques pourcents, se traduisent inévitablement par des fluctuations du fond. C'est à cause de ces fluctuations que le fond devient une source de bruit.
- Les atomes de césium non refroidis qui traversent le volume d'observation contribuent au fond du signal par la lumière de fluorescence qu'ils émettent. Cette partie du fond, comme la précédente, est proportionnelle aux fluctuations d'intensité, mais des fluctuations supplémentaires sont provoqués par le nombre variable d'atomes rapides dans le volume d'observation. Estimons rapidement la contribution de ces atomes au signal total : la densité de Cs dans la cellule est de l'ordre de quelques  $10^8$  at/cm<sup>3</sup> [44], leur vitesse moyenne est de l'ordre de quelques centaines de m/s, ou quelques  $10^4 v_{\text{rec}}$ , ce qui entraîne un désaccord Doppler moyen de l'ordre de  $\delta = 100 \Gamma$  par rapport au faisceau sonde résonnant. Ce fait a pour conséquence l'existence d'un optimum de la puissance sonde : en effet, si on l'augmente trop au delà de la valeur  $s = 1$ , le signal utile sature, alors que le fond reste proportionnel à la puissance sonde et continue à croître. La valeur  $s = 1$  constitue un bon compromis : dans ce cas, le taux de fluorescence des atomes lents ( $\delta = 0$ ) est  $\Gamma/4$ , un facteur 2 seulement en dessous du maximum, alors que le taux de fluorescence des atomes rapides,  $\Gamma/2\Omega_1^2/(2\delta^2)$ , est environ  $10^4$  fois plus petit : un seul atome lent contribue autant de signal que  $10^4$  atomes rapides. Si le volume d'observation est de l'ordre de  $0.1$  cm<sup>-3</sup>, le fond provoqué par les atomes rapides est donc équivalent au signal de quelques milliers d'atomes lents, et leur fluctuations, supposées statistiques, sont de l'ordre du signal de 100 atomes lents.
- Le nombre d'atomes lents lui-même n'est pas constant d'un cycle de piégeage à

l'autre : ses variations, d'origines multiples et liées partiellement aux interférences entre les faisceaux du piège, aux vibrations mécaniques etc., sont de l'ordre de quelques pourcents des environ  $4 \cdot 10^7$  atomes piégés. Cette source de bruit se distingue des autres en ce qu'elle est proportionnelle à l'amplitude du signal.

- D'éventuelles fluctuations en fréquence du faisceau sonde s'expriment eux aussi principalement par des fluctuations du signal utile, car pour les atomes lents ces fluctuations sont à comparer à la largeur  $\Gamma$ .
- Il y a enfin des fluctuations électroniques introduites par la photodiode et son circuit convertisseur. Leur contribution au bruit total sera évaluée dans le paragraphe suivant, cependant il est clair qu'elle sera d'autant plus faible que le signal est intense : d'où l'intérêt d'augmenter autant que possible l'angle solide de détection.

A chacune des sources de bruit de cette liste correspondent un certain nombre de mesures qu'on peut prendre pour les réduire : la stabilité mécanique de tout le dispositif est d'importance primordiale car une bonne stabilité réduit à la fois toutes les fluctuations sauf celles d'origine électronique. Le chemin optique du faisceau sonde entre le laser et la région d'interaction doit être aussi court que possible car les courants d'air introduisent des fluctuations supplémentaires de son intensité. Quant au diamètre du faisceau, on peut le réduire à l'aide d'un diaphragme pour réduire le fond sans perdre l'uniformité du profil spatial. Quand une expérience commence, il y a souvent un grand potentiel d'améliorations possibles de cette nature<sup>1</sup>. C'est seulement quand toutes ces mesures élémentaires mais efficaces de *réduction* de bruit ont été prises, qu'il faut envisager des *corrections* du bruit, telles qu'une stabilisation active de l'intensité de la sonde, qui sont souvent assez compliquées et peuvent elles-mêmes introduire de nouvelles sources d'erreur.

## 4.5.2 La photodiode

Une caméra CCD sensible à l'infrarouge nous permet de visualiser en permanence la zone de piégeage. Afin de faire des mesures quantitatives, un système de deux lentilles fait l'image du piège sur une photodiode de Si calibrée. Cette photodiode, du type Hamamatsu S2387-1010, est caractérisée par sa sensibilité de  $\alpha = 0.55 \text{ A/W}$  et un courant de bruit de  $i_{\text{bPHD}} = 3.8 \cdot 10^{-15} \text{ A}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Nous l'utilisons dans un circuit convertisseur courant-tension (figure 4.8) avec une résistance de conversion de  $R = 1 \text{ M}\Omega$ . La bande passante du système est limitée à  $B \approx 5 \text{ kHz}$ . Une lentille d'un diamètre utile de 36 mm et de longueur focale  $f = 50 \text{ mm}$  à une distance de  $f_1 \approx 60 \text{ mm}$  du centre collecte la lumière de fluorescence (voir fig. 4.7), l'angle solide de détection est  $\delta\Omega/4\pi \approx 3 \cdot 10^{-2}$ . Calculons d'abord le signal à la sortie du convertisseur : un atome dans un champ laser résonnant émet une puissance  $P_{\text{1at}} = h\nu(\Gamma/2) s/(s+1)$ , dont la fraction  $\delta\Omega/4\pi$  seulement arrive à la photodiode. Pour une saturation typique de  $s = 1$ , et avec les paramètres du césium,

---

<sup>1</sup>Nous avons insisté sur ces détails parce que l'on retrouve les variations sur ce thème dans presque toutes les expériences de la physique atomique. L'auteur du présent mémoire considère comme un châtement inutile l'obscurité totale qui règne parfois dans les salles de « manip » pour réduire le fond d'un signal de détection.

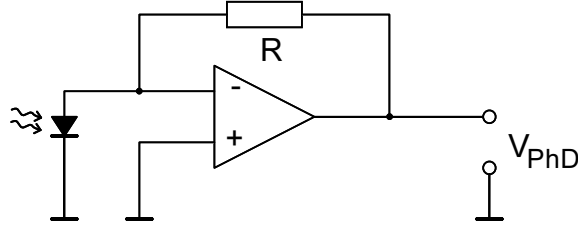


FIG. 4.8 –

Circuit convertisseur courant-tension de la photodiode de détection.

*Current-voltage converter used for the detection photodiode.*

on a  $P_{\text{lat}} = 1.9 \cdot 10^{-12}$  W, la puissance collectée sera donc  $5.7 \cdot 10^{-14}$  W par atome, ce qui produit un courant de  $I_{\text{lat}} = 3.1 \cdot 10^{-14}$  A dans la photodiode. A partir de la tension  $V_{\text{PhD}}$  à la sortie du circuit convertisseur, il est donc facile de remonter au nombre d'atomes piégés :

$$V_{\text{PhD}} = R\alpha \frac{\delta\Omega}{4\pi} NP_{\text{lat}} \quad (4.9)$$

Pour calculer la détectivité, il faut comparer le signal utile par atome,  $RI_{\text{lat}}$  au bruit de la photodiode dans la bande passante,  $V_{\text{bPhD}} = Ri_{\text{bPhD}}\sqrt{B} = R \times 2.7 \cdot 10^{-13}$  A, et au bruit de la résistance de conversion,  $V_{\text{bR}} = \sqrt{4k_{\text{B}}TBR} = \sqrt{R} \times 9.0 \cdot 10^{-9}$  A à température ambiante, qui s'y ajoute quadratiquement. On obtient ainsi la détectivité

$$N_{\text{min}} = \frac{\sqrt{V_{\text{bPhD}}^2 + V_{\text{bR}}^2}}{RI_{\text{lat}}} = \frac{\sqrt{B(i_{\text{bPhD}}^2 + 4k_{\text{B}}T/R)}}{I_{\text{lat}}}$$

Pour  $R = 1 \text{ M}\Omega$ , on obtient  $V_{\text{bR}} = 9.0 \mu\text{V}$ , beaucoup plus important que la tension de bruit  $V_{\text{bPhD}} = 0.1 \mu\text{V}$  de la photodiode elle-même. Nous pouvons donc détecter  $N_{\text{min}} \approx 290$  atomes avec un rapport signal sur bruit de 1. Notons qu'il serait facile d'améliorer la détectivité en remplaçant la résistance par une valeur plus élevée. La limite de détectivité imposée par le bruit de la photodiode dans notre bande passante de  $B = 5 \text{ kHz}$  est  $N_{\text{min}} = 13$  atomes. Elle est donc négligeable devant les fluctuations du fond.

## 4.6 Le système de refroidissement Raman

### 4.6.1 Les diodes verrouillées en phase

Pour exciter la transition Raman entre les états hyperfins  $F = 3$  et  $F = 4$  du césium, il faut deux fréquences lasers  $\omega_a$  et  $\omega_b$ , désaccordées par rapport à la raie  $D_2$  à 852 nm, dont la différence des fréquences  $\omega_a - \omega_b$  est égale à la fréquence « horloge » du Cs,  $\omega_{\text{HFS}}/2\pi = 9.192631770 \text{ GHz}$  (voir figure 4.1). La largeur absolue en fréquence de chacun des deux lasers n'est pas importante ; c'est à la différence des deux fréquences que le critère



de sélectivité en vitesse impose une limite assez sévère : pour atteindre une sélectivité de  $v_{\text{rec}}/20$ , sa largeur doit être inférieure à  $2kv_{\text{rec}}/20 \approx 400$  Hz.

Plusieurs techniques répondent en principe aux critères posés, mais aucune n'avait été démontrée quand nous avons commencé notre expérience, pour la fréquence  $\omega_{\text{HFS}}$  relativement élevée du Cs. La technique que nous avons retenue est celle de verrouillage en phase optique, qui s'applique particulièrement bien aux diodes lasers. Notre système est simple dans son montage optique, facile à utiliser et d'une stabilité remarquable : les lasers restent verrouillés pendant plusieurs heures, voire toute une nuit de « manip ».

Le paragraphe suivant présente quelques indications sur le principe du verrouillage en phase, ensuite nous décrivons notre montage, qui doit beaucoup au travail de Guglielmo Tino pendant son séjour au LKB en 1992/93 [48].

### Principe du verrouillage en phase

La boucle de verrouillage en phase est un cas particulier de boucle d'asservissement entre deux oscillateurs de fréquences  $\omega_R$  et  $\omega_L$  (traditionnellement appelés *oscillateur de référence* et *oscillateur local*), où le signal d'erreur est proportionnel à la différence de phase entre les deux signaux sinusoïdaux  $\omega_R$  et  $\omega_L$  (fig. 4.9 a)). Dans un tel asservissement, comme dans un simple asservissement en fréquence, la fréquence moyenne de l'oscillateur local suit celle de l'oscillateur de référence mais, de plus, l'erreur reste toujours petite devant la valeur  $2\pi$  : l'asservissement est « rigide en phase ». La figure 4.9 b) montre une analogie mécanique de ce phénomène. Les asservissements en phase sont très couramment utilisés dans le domaine des radiofréquences — aussi bien pour les produits grand public tels que les radios FM que pour les appareils de test et de mesure de précision, notamment les synthétiseurs de fréquence. Pour les fréquences optiques, en revanche, cette technique est loin d'avoir atteint la même maturité. Bien que démontrée dès les premières années de l'ère des lasers [49], elle ne pouvait gagner d'importance pratique qu'après l'avènement de lasers stabilisés en fréquence et facilement accordables. En effet, les fréquences optiques sont tellement élevées que les fluctuations en fréquence du laser, même si elles sont très faibles, produisent facilement des fluctuations de phase de plusieurs cycles. (La fréquence d'un laser à colorant typique, par exemple, peut fluctuer de plusieurs centaines de kHz en  $1 \mu\text{s}$  [50].) Par conséquent, le verrouillage en phase optique requiert d'une part un dispositif d'asservissement rapide et à faible délai, d'autre part des lasers de largeur d'émission intrinsèquement étroite et modulables avec une bande passante supérieure à cette largeur. C'est pour cette raison que l'avènement des diodes lasers à cavité étendue a créé un nouveau champ d'application du verrouillage en phase optique aux perspectives prometteuses [51].

### Les lasers à cavité étendue

La largeur de raie d'une diode laser proche-infrarouge monomode est typiquement d'une dizaine à une vingtaine de MégaHertz en fonctionnement libre, due à la petite longueur du cristal qui constitue sa cavité et à la faible durée de vie des photons dans

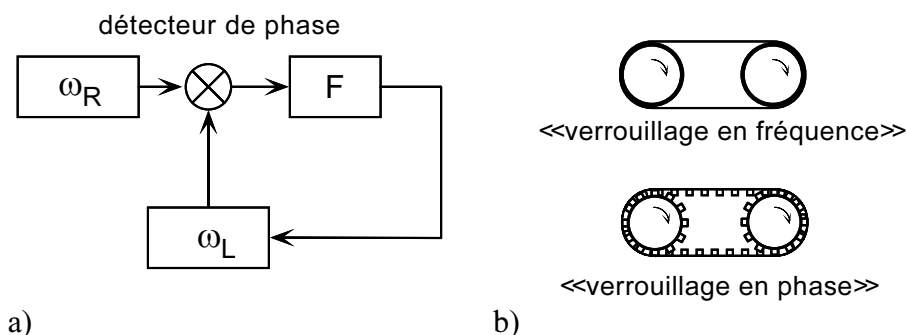


FIG. 4.9 –

a) Principe d'une boucle de verrouillage en phase. L'oscillateur  $\omega_L$  est asservi sur l'oscillateur  $\omega_R$  utilisant un signal d'erreur proportionnel à la différence en phase entre les deux oscillateurs, qui est filtré par le filtre F. b) Analogie mécanique du verrouillage en fréquence (haut) et en phase (bas).

a) Schematic of a phase-locked loop.

cette cavité. Il est en principe possible de réduire cette largeur par des moyens purement électroniques. Cependant, réaliser un asservissement possédant une bande passante supérieure à 20 MHz est une entreprise difficile et il s'avère plus facile de stabiliser la fréquence par autoinjection optique d'une cavité externe, améliorant ainsi le temps de stockage des photons dans la cavité. Si, de plus, la cavité externe contient un élément dispersif tel qu'un réseau de diffraction, cette approche permet en plus d'accorder le laser à toute fréquence souhaitée, alors que les sauts de mode de la diode libre créent des bandes de fréquences inaccessibles.

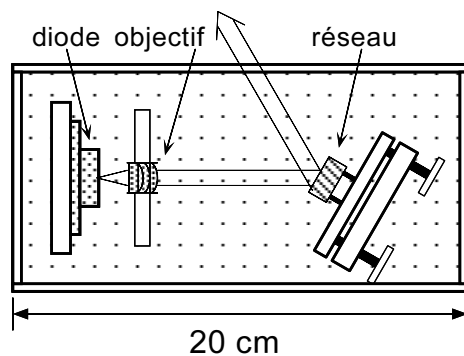


FIG. 4.10 –

Le laser à cavité étendue.

Layout of the grating-stabilized diode laser.

Dans notre cas, la cavité consiste en un réseau de diffraction d'un coté et la face arrière de la diode de l'autre [52, 53] (fig. 4.10). Le réseau de 1200 lignes par millimètre

est monté en position dite de Littrow : le faisceau de premier ordre est renvoyé sur la diode, la réflexion d'ordre zéro constitue le faisceau utile. Le réseau est collé sur une cale piézo-électrique pour le contrôle précis de sa position et monté dans un support de miroir de bonne stabilité. La longueur totale de la cavité est de 10 cm. L'ensemble diode, optique de collimation et réseau est fixé sur une plaque d'aluminium qui forme la base d'un boîtier de protection. Pour réduire l'influence des variations de température dans le laboratoire, ce boîtier est stabilisé à  $0.1^\circ\text{C}$  près à une température supérieure à la température ambiante par un simple circuit de réglage proportionnel utilisant un élément de chauffage. Les diodes sont du type SDL5412 (100 mW) et SDL5422 (150 mW). Le faisceau utile contient environ 50 % de la puissance optique. En modulant la tension de la cale piézo-électrique  $V_{\text{PZT}}$ , on balaye la fréquence sur une plage de 1 à 2 GHz ; cette plage augmente jusqu'à 9 GHz si on module simultanément  $V_{\text{PZT}}$  et le courant d'injection de la diode. Pour caractériser le profil d'émission, le battement entre deux lasers de ce type a été mesuré au LPTF ; la largeur totale à mi-hauteur est autour de 50 kHz [48]. L'ensemble de ces caractéristiques ont fait de ce type de laser un standard : une vingtaine d'exemplaires existent dans notre laboratoire ; des modèles similaires ont été développés dans un grand nombre de laboratoires dans le monde.

### Le système de verrouillage en phase

La figure 4.11 montre un schéma complet de notre système de verrouillage. Les faisceaux des lasers DR1 et DR2 sont superposés sur la photodiode rapide PhD1 (type Ford Aerospace 4502, bande passante 15 GHz). Le faisceau de DR2, de fréquence plus élevée, est de plus envoyé sur la photodiode PhD2 (NewFocus 1437, bande passante 25 GHz) pour observer son battement avec le laser piège. Ce deuxième battement, de fréquence  $\omega_p - \omega_a \approx \omega_{4-5} - \omega_1 = \Delta - \omega_{\text{HFS}}$ , nous permet d'ajuster la fréquence du laser maître DR1 pour obtenir le désaccord  $\Delta$  voulu. Ce laser n'est pas asservi : sa déviation en fréquence reste négligeable devant  $\Delta$ , grâce notamment à la stabilisation en température de son boîtier. Quand la boucle d'asservissement est fermée, la différence des fréquences des deux lasers est fixée à  $\omega_a - \omega_b' = \omega_{\text{HFS}} + 2\pi \times 80\text{ MHz}$ . Le faisceau utile du laser DR2 traverse le modulateur AOM1, dont la fréquence  $\omega_{\text{AOM1}} = 2\pi \times 80\text{ MHz} - \delta$  est pilotée par l'ordinateur. Ainsi on obtient  $\omega_b = \omega_b' + \omega_{\text{AOM1}}$ , de sorte que  $\omega_b - \omega_a = \omega_{\text{HFS}} + \delta$ .

Pour obtenir le signal d'erreur, la fréquence du battement de la photodiode PhD1 est d'abord amplifiée dans l'amplificateur micro-onde A1. Un coupleur directionnel permet d'observer le battement sur l'analyseur de spectre. Le signal amplifié est ensuite mélangé à la fréquence  $\nu_{\text{HFS}}$  provenant d'une chaîne de multiplication de fréquences basée sur un quartz de très bonne stabilité. Le circuit d'un mélangeur (*double balanced mixer*) est représenté sur la figure 4.12. L'action des quatre diodes revient à une multiplication des deux fréquences  $\omega_R$  et  $\omega_L$ , c'est-à-dire à la production des deux fréquences<sup>2</sup>  $\omega_R + \omega_L$  et

<sup>2</sup>En pratique, ce circuit présente des nonlinéarités qui donnent lieu à la production de fréquences supplémentaires d'amplitude plus faible. Cependant, comme il s'agit des fréquences harmoniques, donc bien séparées de  $|\omega_R - \omega_L|$ , celles-ci ne sont pas gênantes pour notre application.

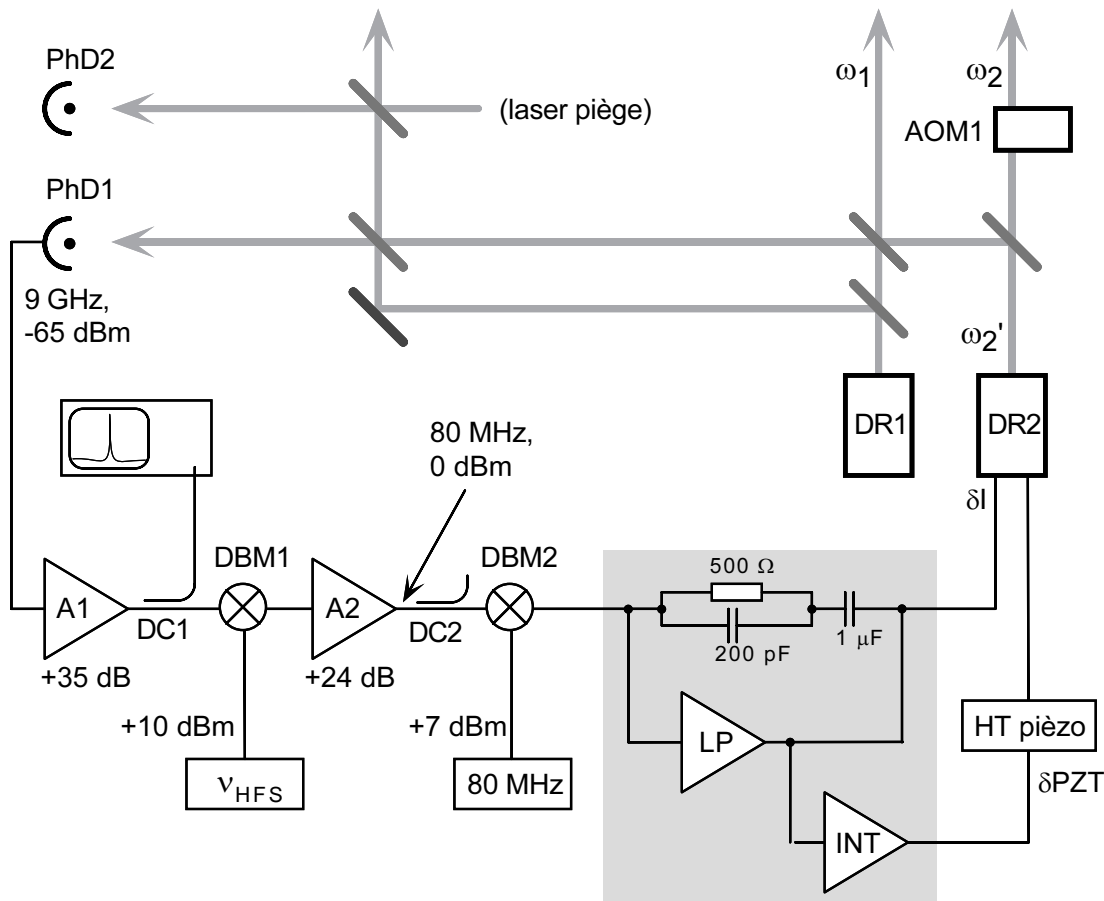


FIG. 4.11 –

Schéma du système de verrouillage en phase. DR1, DR2 : diodes lasers à cavité étendue; PhD1, PhD2 : photodiodes rapides; A1, A2 : amplificateurs; DBM1, DBM2 : mixeurs symétriques. Autres détails dans le texte.

*Setup of the phase-lock system. The 9 GHz beat signal between the two laser beams is detected by the fast photodiode PhD1, amplified in the microwave amplifier A1, mixed down in the double-balanced mixer DBM1 with the frequency  $\nu_{\text{HFS}}$  from a stable quartz-based oscillator, then amplified again (A2) and mixed down to DC in DBM2 using a 80 MHz quartz oscillator. Directional couplers (DC1, DC2) are inserted to observe the beat note and intermediate signal on a spectrum analyzer. The error signal is fed back to the current of DR2 via a passive phase-advance circuit and an active low-pass filter (LP). The low-frequency part is also used to modulate the grating position (HT piézo) after additional integration (INT). The beat frequency of the trapping laser with DR1 or DR2 can be measured using PhD2 to determine the detuning  $\Delta$ .*

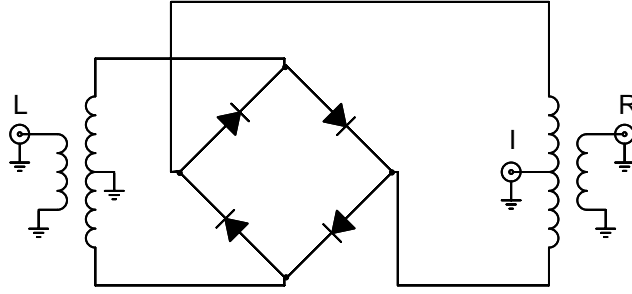


FIG. 4.12 –

Le circuit d'un mélangeur symétrique (*double-balanced mixer*).

*Circuit diagram of a double-balanced mixer.*

$\omega_R - \omega_L$ .  $\omega_R$  et  $\omega_L$  étant des fréquences voisines, la différence  $\omega_R - \omega_L$  est beaucoup plus petite que toutes les autres fréquences,  $\omega_R, \omega_L, \omega_R + \omega_L$ , qui sont supprimées par filtrage. À la sortie du mélangeur on obtient donc la différence des fréquences des deux signaux, c'est-à-dire 80 MHz quand la boucle est fermée. Cette fréquence est de nouveau amplifiée et mélangée au signal d'un oscillateur à quartz à fréquence fixe de 80 MHz. C'est le signal à la sortie de ce deuxième mélangeur qui est proportionnel à la différence de phase entre le battement,  $\omega_a - \omega_b'$ , et la référence,  $\omega_{\text{HFS}} + 2\pi \times 80 \text{ MHz}$ . Il peut donc servir pour fermer la boucle. Pour obtenir à la fois une bande passante élevée et une bonne compensation des dérives lentes, le signal est divisé en trois parties :

- La première partie est injectée au courant du laser esclave, après un circuit passif de compensation de phase qui avance la phase de  $45^\circ$  à 1 MHz. L'entrée de modulation, montrée sur la figure 4.13, est connectée directement à l'entrée de courant de la diode. Cette technique évite les délais de phase normalement introduits par les amplificateurs opérationnels et conduit à une bande passante de l'asservissement de 3 à 4 MHz.
- Un filtre passe-bas actif augmente le gain en-dessous de 300 kHz pour maintenir les lasers asservis même en présence de fortes perturbations acoustiques.
- Les dérives lentes, en particulier d'origine thermique, peuvent entraîner des excursions importantes du courant par rapport à sa valeur initiale, ce qui conduit à un saut de mode du laser. Ces dérives sont facilement compensées en utilisant la partie basse-fréquence du signal d'erreur pour moduler la position du réseau via la tension du piézo. Une bande passante de quelques centaines de Hertz suffit pour suivre ces dérives.

Un atténuateur variable permet de régler le gain total de la boucle. Nous augmentons le gain jusqu'à ce que des bandes latérales, dues au retard de phase de la boucle, apparaissent dans le spectre. Le gain du filtre passe-bas est optimisé expérimentalement pour assurer une bonne plage de capture (de l'ordre de 20 MHz). La figure 4.14 montre le spectre du battement quand la boucle est fermée. Le spectre large permet l'évaluation de la bande

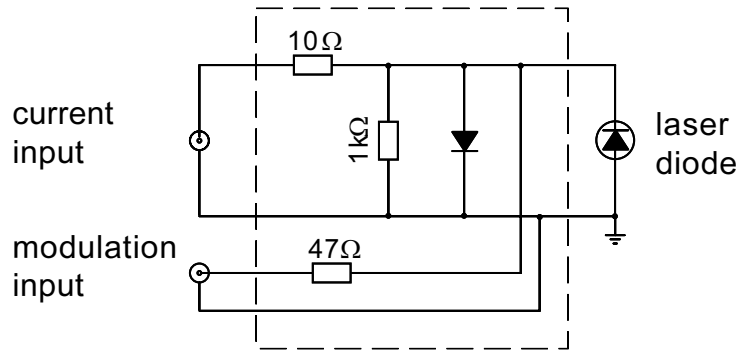


FIG. 4.13 –

Circuit de protection et entrée de modulation rapide d'une diode laser. Les résistances de 10 Ω et de 1 kΩ ainsi que la diode en sens inverse protègent la diode laser contre d'éventuelles surtensions ou mauvaise polarisation du courant.

*Protection circuit and fast modulation input used with the laser diodes. The 10 Ω and 1 kΩ resistors and the reversed diode protect the laser diode against hazards such as voltage transients and wrong current polarization.*

passante : les maxima des bandes latérales se trouvent là où le retard de phase de la boucle atteint 180°. Le spectre à haute résolution montre la pureté spectrale étonnante obtenue par le verrouillage en phase : en effet, la largeur de quelques Hertz observée est totalement limitée par la bande passante de résolution de l'analyseur de spectre !

### L'amplification par injection

Chacun des lasers Raman fournit 20 mW de puissance utile. Puisque nous cherchons à produire des impulsions  $\bar{\Omega}\tau = \Omega_a\Omega_b/(2\Delta)\tau = \pi$  d'une durée qui peut être aussi courte que  $\tau = 50 \mu s$ , cette intensité restreint le désaccord  $\Delta$  à une valeur maximale de l'ordre de  $\Delta/(2\pi) \sim 10$  GHz (voir 4.2). Ce désaccord est plus grand que la structure hyperfine de l'état excité  $\omega_{\text{HFSe}}$ , mais comparable à l'écart hyperfin des niveaux fondamentaux  $\omega_{\text{HFS}}$ . Le refroidissement Raman est possible sous cette condition et nous avons en effet utilisé une valeur de  $\Delta \approx 4.5$  GHz pour toute la première série d'expériences, qui a produit une température unidimensionnelle de 23 nK ([33], voir aussi 6.1). Or, comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, la situation  $\Delta \gg \omega_{\text{HFSe}}$  promet des résultats encore meilleurs, car les pertes par excitation non-résonnante deviennent dans ce cas négligeables et l'efficacité des impulsions augmente. Une plus grande intensité nous permet de plus d'installer un trou de filtrage sur les faisceaux Raman, ceci pour obtenir un profil spatial plus homogène.

Pour la deuxième série d'expériences, nous avons augmenté la puissance des faisceaux Raman en injectant deux diodes de puissance « esclaves » (SDL5422, 150 mW) avec les faisceaux des diodes verrouillées. La facilité d'injection est une propriété remarquable des diodes de ce type : il suffit d'un faisceau injectant de très faible puissance (quelques microWatts) pour qu'elles se verrouillent sur sa fréquence, et cela sur une plage de plusieurs GigaHertz et avec une relation de phase très stable entre le faisceau injectant et le fais-

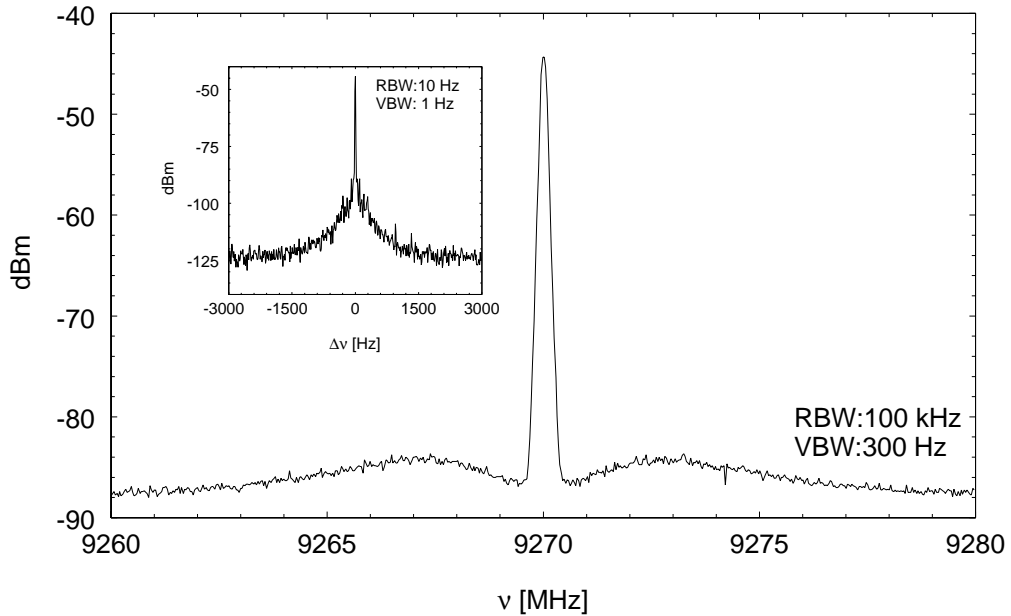


FIG. 4.14 –

Le spectre du battement entre les deux diodes verrouillées en phase.

*Spectrum of the beat signal between the two phase-locked diodes, shown at two different resolution bandwidths.*

ceau esclave. Une manière élégante de réaliser l'injection est d'envoyer le faisceau injectant par la voie de réflexion du second cube polariseur de l'isolateur optique de l'esclave (figure 4.15). Ceci permet d'utiliser toute la puissance disponible pour l'injection avec, de plus, une adaptation automatique de la polarisation.

Pour trouver les paramètres d'injection (courant et température de la jonction) des diodes esclaves, nous observons simultanément les spectres de l'injecteur et de l'esclave à l'aide d'une cavité Fabry-Pérot balayée. Quand la diode esclave n'est pas injectée, on observe deux pics de transmission distincts, dont un se déplace en fonction du courant de la diode esclave alors que l'autre (celui de l'injecteur) reste à une position fixe. Lorsqu'on s'approche de l'injection, le pic de l'esclave se superpose subitement au pic de l'injecteur et devient insensible aux variations de courant sur une plage de plusieurs milliAmpères. Pour vérifier le bon fonctionnement du système d'injection, nous avons enregistré le spectre du battement entre les deux faisceaux injectés par les diodes verrouillés en phase. Nous n'avons constaté aucune différence entre ce spectre et le spectre du battement des faisceaux injectants. Nous pouvons donc conclure qu'un éventuel bruit provenant de l'injection reste inférieur à la résolution de 10 Hz de l'analyseur de spectre. L'élargissement de la transition Raman étant supérieur à 100 Hz à cause du champ magnétique résiduel, la contribution du système des lasers à la largeur est complètement négligeable.

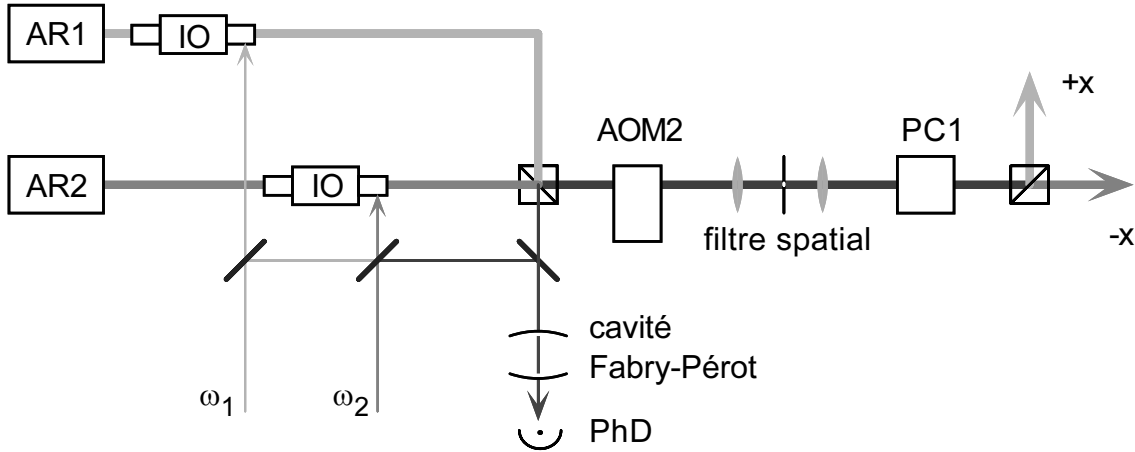


FIG. 4.15 –

Injection et traitement des faisceaux Raman. L'injection des diodes de puissance AR1 et AR2 s'effectue à travers leurs isolateurs optiques (IO). L'ensemble des quatre faisceaux (maîtres et esclaves) est envoyé sur la cavité Fabry-Pérot pour vérifier l'état d'injection. AOM2 : modulateur acousto-optique (impulsions Raman) ; PC1 : cellule de Pockels.

*Injection and Raman beam treatment. Injection of the 150 mW diodes AR1 and AR2 is accomplished through their optical isolators (IO). All four beams (masters and slaves) are analyzed in a tunable Fabry-Pérot cavity to monitor the injection state. AOM2 shapes the Raman pulses, the spatial filter is used to obtain a uniform beam profile. The Pockels cell PC1 and polarizing cube control the respective directions of the two beams.*

## 4.6.2 Les autres éléments du système

### Réalisation d'impulsions Raman arbitraires

Nous disposons maintenant de deux faisceaux continus ayant la puissance et les propriétés spectrales requises ; il nous reste à moduler leur intensité pour obtenir des impulsions de forme variable. Puisque la fréquence de modulation ne dépassera pas quelques MegaHertz (les impulsions les plus courtes ont une durée de quelques dizaines de microsecondes), un modulateur acousto-optique peut remplir cette tâche. Les deux faisceaux sont d'abord superposés à l'aide d'un cube polariseur, ensuite les faisceaux superposés traversent le modulateur AOM2 (*cf.* figure 4.15). Ainsi le décalage en fréquence de 80 MHz qu'introduit le modulateur n'affecte pas la différence des fréquences des deux ondes.

L'intensité de l'ordre un à la sortie du modulateur dépend de la puissance de la radiofréquence à l'entrée RF. Nous utilisons deux mélangeurs RF (*cf.* fig. 4.12) en série pour moduler cette puissance en fonction d'une tension de contrôle. La tension de contrôle est à son tour pilotée par l'ordinateur via un générateur d'impulsions arbitraires. Ainsi l'intensité  $I_i$  ( $i = 1, 2$ ) de chacun des faisceaux Raman devient une fonction non linéaire de la tension de commande  $V(t)$  :  $I_i = T(V)$ . Pour programmer la tension de commande  $V(t)$  d'une impulsion  $I(t)$  donnée (une impulsion Blackman par exemple), il faut donc connaître  $T^{-1}$ , l'inverse de la fonction de transfert. Nous obtenons  $T(V)$  en enregistrant,



au moyen d'une photodiode rapide, la puissance dans l'ordre un lorsque le générateur envoie une impulsion triangulaire d'amplitude maximale. La courbe est ensuite inversée et ajustée par un polynôme. Le programme de contrôle de l'expérience se sert de ce polynôme pour calculer  $V(t)$ . Pour vérifier le fonctionnement du système, on enregistre  $I(t)$  pour plusieurs impulsions de formes et durées différentes et on les compare aux courbes théoriques. La figure 4.16 montre un exemple où nous avons ajusté  $T^{-1}$  par un polynôme d'ordre 5. L'accord est déjà satisfaisant, mais il reste un écart mesurable entre les deux courbes. Cet écart devient négligeable quand on utilise un polynôme d'ordre 7, ce que nous avons fait dans la suite.

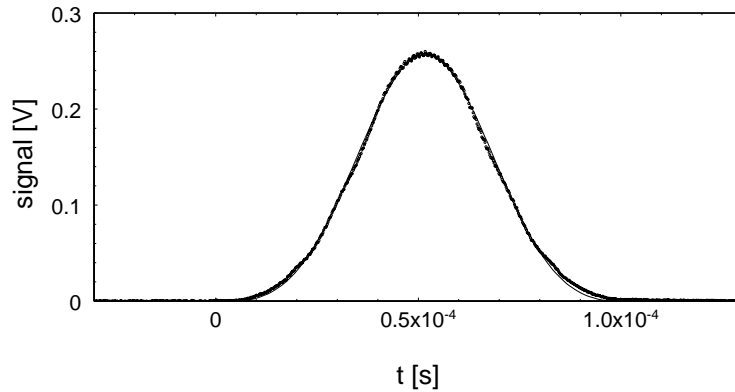


FIG. 4.16 –

Impulsion lumineuse de forme Blackman, mesurée sur une photodiode rapide (ronds), confrontée à une fonction Blackman calculée (courbe en trait continu) de la même durée  $\tau = 100 \mu\text{s}$ .

*A computer-controlled, Blackman-shaped light pulse of  $\tau = 100 \mu\text{s}$  duration, measured on a fast photodiode (solid line), is compared to an ideal Blackman shape (dashed line). The amplitude of the theoretical curve is the only free parameter.*

Au niveau de la cellule, chacun des faisceaux a un diamètre à  $1/\sqrt{e}$  de 4 mm et une intensité maximale au centre de  $I_{1,2} \approx 60 \text{ mW}/\text{cm}^2$ .

### Contrôle rapide de la direction des faisceaux

La durée des impulsions les plus courtes est de l'ordre de  $10 \mu\text{s}$ , aussi bien pour les impulsions Raman que pour celles de pompage optique. Pour pouvoir inverser les directions des faisceaux après chaque paire d'impulsions, il faut donc allumer et éteindre la tension de commande des cellules de Pockels (*cf.* 4.3) avec une cadence de plusieurs dizaines de kiloHertz. Remplir cette condition n'est pas trivial à cause de la tension de commande élevée des cellules, qui est de 8 kV environ. En effet à cette tension, l'énergie stockée même dans des petites capacités comme celles des cables et de la cellule (quelques dizaines de picoFarad) devient considérable. Or, il faut dissiper cette énergie à chaque fois que la cellule est éteinte, et ceci en un temps court devant la durée de l'impulsion, ce qui entraîne des courants élevés. Un circuit électronique pour l'usage sous de telles conditions doit

être très soigneusement conçu. Il faut en particulier éviter les inductances parasites qui conduisent très vite aux surtensions dangereuses.

Nous avons eu recours à la solution représentée sur la figure 4.17, qui comprend deux commutateurs 8 kV transistorisés (type Behlke HTS81) en configuration dite push-pull. Les résistances en série sont indispensables pour ne pas endommager les commutateurs. Cependant, ils limitent aussi la vitesse de commutation. Le circuit est enfermé dans un boîtier isolé et placé sur la table optique à proximité immédiate de la cellule pour réduire la longueur (et donc la capacité) du câble haute-tension.

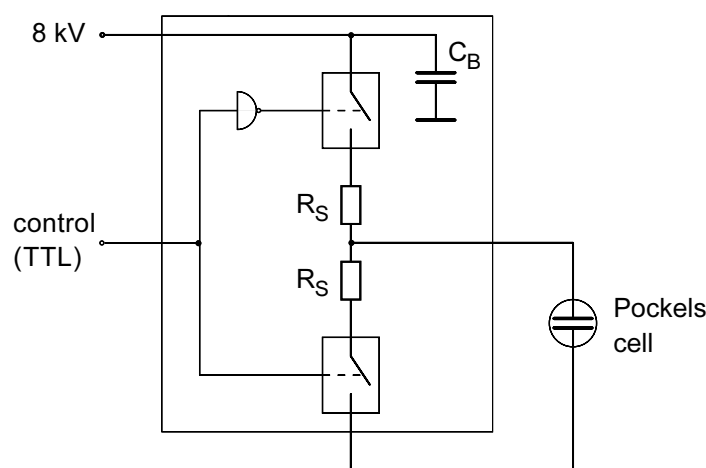


FIG. 4.17 –

Commutateur rapide à haute tension pour piloter une cellule de Pockels.

*High-voltage push-pull circuit for use with the Pockels cells.*

## Le repompeur Raman

Le huitième et dernier laser de notre expérience est destiné au pompage optique des atomes du niveau  $F = 4$  vers le niveau  $F = 3$  après chaque impulsion Raman ; nous l'appelons parfois le « repompeur Raman », pour le distinguer du repompeur du piège. Chacun des deux niveaux excités  $F' = 3$  et  $F' = 4$  peut servir comme niveau excité pour le pompage, nous avons choisi le niveau  $F' = 3$  à cause de son rapport de branchement plus favorable,  $\xi = 0.75$  (au lieu de  $\xi = 0.417$  pour  $F' = 4$ ). La situation semble très simple : le nombre moyen de photons spontanés par atome est 1.33, avec une intensité du faisceau de l'ordre de l'intensité de saturation  $I_0 = 2.2 \text{ mW/cm}^2$ , on attend un temps de pompage de l'ordre de  $4\Gamma^{-1} = 122 \text{ ns}$  [54]. Or, nous avons observé des temps de pompage de plusieurs centaines de microsecondes quand le faisceau de pompage, de polarisation linéaire, n'était présent que dans une seule direction. En revanche, quand on ajoute un faisceau se propageant dans le sens opposé, de polarisation orthogonale et contenant quelques 10% de la puissance, le temps de pompage diminue considérablement. Ce comportement s'explique

par le fait qu'il existe pour une telle transition des *états noirs*, non couplés au champ laser [55] (pour une polarisation linéaire, par exemple, il s'agit des états  $F = 4$ ,  $m = \pm 4$ ). Les atomes se trouvant dans un tel état ne sont dépompés qu'avec une constante de temps beaucoup plus élevée. En présence du deuxième faisceau, les états noirs deviennent sélectifs en vitesse et instables [19], de sorte que le temps de pompage devient plus court pour tous les atomes en dehors d'une certaine classe de vitesse. La figure 4.18 montre la fraction d'atomes restants dans le niveau  $F = 4$  en fonction de la durée de l'impulsion de pompage optique en présence du deuxième faisceau. Comme on l'attend suivant le raisonnement précédent, la courbe expérimentale est bien ajustée par la somme de deux exponentielles avec des constantes de temps très différentes ( $\tau_1 = 4.9 \mu\text{s}$  et  $\tau_2 = 111 \mu\text{s}$  dans le cas de la figure 4.18), alors que l'ajustement par une simple exponentielle donne des erreurs systématiques beaucoup plus grandes.

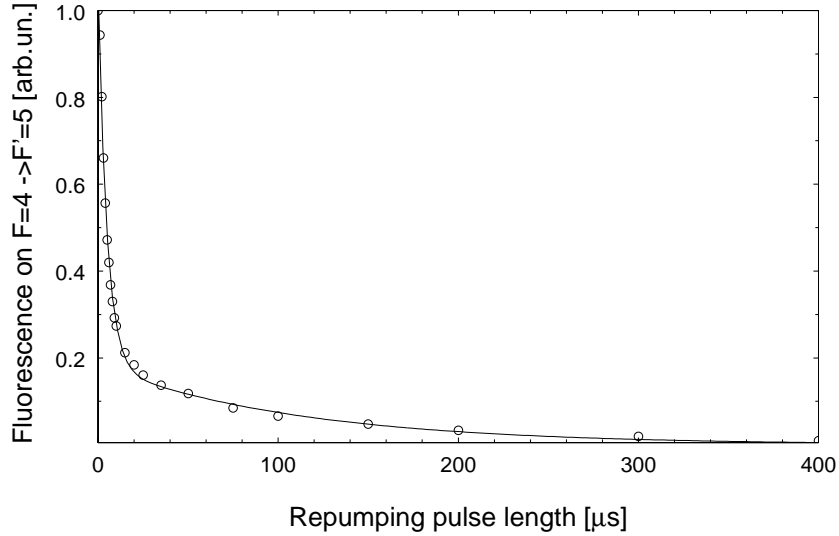


FIG. 4.18 –

Nombre d'atomes restants dans le niveau  $F = 4$  en fonction de la durée du pompage optique. L'intensité du faisceau de pompage est de l'ordre de  $2 \text{ mW}/\text{cm}^2$ .

*Number of atoms remaining in the  $F = 4$  ground state as a function of the repumping pulse length. The intensity of the repumping beam is about  $2 \text{ mW}/\text{cm}^2$ .*

Dans la première série d'expériences, le faisceau de pompage était dérivé du faisceau du piège magnéto-optique et décalé en fréquence par un modulateur acousto-optique à  $255 \text{ MHz}$  en double passage. Comme l'intensité obtenue de cette façon était faible,  $I \approx 1.4 \text{ mW}/\text{cm}^2$ , nous avons opté ensuite pour l'installation d'une diode laser indépendante pour ce faisceau. Il s'agit d'une diode DBR (*Distributed Bragg Reflector*) du type SDL-5712, d'une puissance nominale de  $100 \text{ mW}$ . Les diodes de ce type possèdent une largeur spectrale intrinsèquement fine ( $5 \text{ MHz}$  environ), mais leur extrême sensibilité à la lumière parasite rétro-réfléchiée vers le laser les rend difficile à utiliser en fonctionnement libre. En effet, la lumière diffusée par la face d'entrée d'un isolateur optique peut suffire pour rendre

instable la fréquence et la puissance d'émission. On peut cependant tirer avantage de ce phénomène pour auto-injecter la diode au moyen d'une séparatrice, montée sur une cale piézo-électrique, placée devant la diode à une distance de quelques centimètres. On obtient ainsi un laser à cavité étendue similaire au laser à réseau présenté plus haut. Cependant, la perte de puissance est moins dramatique ici, car il suffit de renvoyer 5 à 10% de la puissance vers la diode pour obtenir une auto-injection stable. Les autres conséquences de l'auto-injection, à part une sensibilité à la lumière parasite très réduite, sont un affinement de la raie d'émission (jusqu'à 100 kHz) et un comportement de balayage modifié à cause des modes de la cavité étendue. Même si notre application ne demande pas une largeur aussi étroite, celle-ci simplifie le verrouillage électronique du laser sur un pic d'absorption saturée.

Le faisceau passe ensuite par un modulateur acousto-optique et par une cellule de Pockels pour contrôler son amplitude et sa direction. Au niveau de la cellule, nous disposons d'une intensité de  $10 \text{ mW/cm}^2$ , ce qui conduit à des temps de pompage d'environ  $20 \mu\text{s}$  pour dépomper les atomes quand 10% de la puissance optique sont appliqués dans le sens opposé.

## 4.7 La gestion par ordinateur

Ayant survolé les paragraphes précédents, le lecteur aura peut-être perçu la complexité de l'expérience. L'intensité, le désaccord et le gradient du champ magnétique du piège, les obturateurs mécaniques, le faisceau sonde, et surtout l'intensité et le désaccord Raman : plusieurs dizaines de paramètres sont à manipuler pendant chaque séquence de refroidissement. Si l'expérience est restée maniable, c'est grâce à un système de contrôle par ordinateur soigneusement conçu et modulaire.

### 4.7.1 Le matériel

L'ordinateur interagit avec l'expérience par l'intermédiaire d'une carte d'entrées et sorties digitales et analogiques et d'un générateur de fonctions arbitraires (figure 4.19). La carte (Keithley DAS-1601) comprend 32 entrées et sorties digitales (TTL), deux convertisseurs digital-analogique et 8 convertisseurs analogique-digital d'une définition de 12 bits (4096 points). Les sorties de cette carte pilotent tous les paramètres du piège magnéto-optique, comme le désaccord, l'intensité ou encore les bobines du gradient magnétique. Cependant, la fréquence de conversion de cette carte, de l'ordre de 100 kHz, n'est pas suffisamment élevée pour produire la séquence de pulses du refroidissement Raman, qui peut contenir des impulsions de  $30 \mu\text{s}$ , nécessitant une bande passante (et par conséquent une cadence du générateur) de l'ordre du MégaHertz. Cette tâche est donc déléguée à un générateur de fonctions arbitraires (construit par A. Clouqueur du laboratoire Kastler Brossel) à deux sorties analogiques (12 bits) et 5 sorties digitales TTL, d'une cadence maximale de 2 MHz et doté de  $2 \times 64 \text{ kMots}$  de mémoire (32 millisecondes à la cadence maximale).

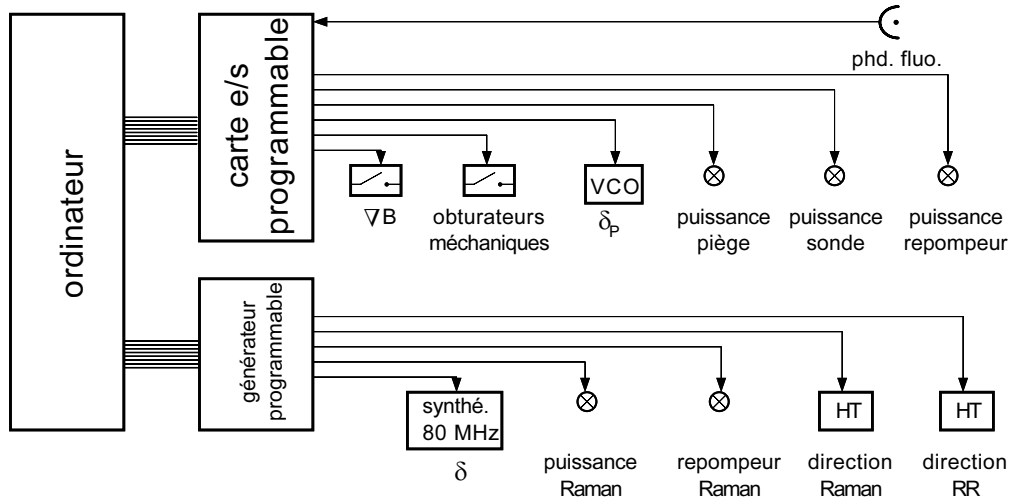


FIG. 4.19 –

Le système de contrôle par ordinateur.

*Computer-control hardware. The computer interacts with the experiment by means of a digital and analog I/O card and a programmable arbitrary waveform generator.*

Ce générateur est lui-même contrôlé par l'ordinateur : quand l'expérimentateur modifie la séquence de refroidissement, par exemple en ajoutant une impulsion Raman, l'ordinateur calcule la nouvelle séquence et la charge dans la mémoire du générateur. Celui-ci sera activé ensuite par un simple signal de déclenchement : de cette façon, l'ordinateur « se débarrasse » des signaux rapides de la séquence de refroidissement. Les sorties digitales du générateur pilotent le repompeur Raman et sa direction, ainsi que la direction relative des deux faisceaux Raman. Ses deux sorties analogiques contrôlent l'enveloppe temporelle (*cf.* 4.6.2) et, via l'entrée de modulation d'un synthétiseur de fréquence, le désaccord des impulsions Raman. Notons que cette technique permettrait même une variation du désaccord pendant la durée de l'impulsion : de telles impulsions à fréquence modulée, connues dans le domaine de la résonance magnétique nucléaire, pourraient s'avérer utile pour le refroidissement Raman parce que leurs spectres ne sont pas soumis aux mêmes contraintes que ceux des impulsions à fréquence constante.

Certains éléments, tels que l'oscillateur (VCO) du modulateur acousto-optique AOM4 (*cf.* figure 4.5), qui contrôle le désaccord des faisceaux du piège, demandent une tension de commande qui peut prendre un petit nombre de valeurs différentes (désaccord du piège, de la mélasse, de sonde). Il existe dans ces cas une solution plus économique qu'un convertisseur digital-analogique : de simples diviseurs de tension fournissent les valeurs différentes, chacun étant connecté au choix à la sortie par un commutateur électronique piloté par des signaux TTL.

## 4.7.2 Le programme

### Les tâches du programme de contrôle

Un programme de contrôle adapté à une expérience comme la nôtre doit remplir plusieurs tâches : d'abord, il dirige les différents éléments de l'expérience suivant une « partition » qui peut être complexe, mais qui doit en même temps rester lisible et accessible à l'expérimentateur, qui n'est pas forcément l'auteur du programme. Cette partition, la séquence temporelle, sera soumise à de nombreux et fréquents changements, que l'architecture du programme doit faciliter autant que possible. Le programme est ensuite outil d'analyse, il affiche les spectres en cours d'acquisition et autres résultats expérimentaux immédiats. La documentation des résultats, enfin, est largement simplifiée si le programme dispose d'un bon système de gestion et d'archivage des données acquises au cours d'une session de manipulation. En effet, le programme « connaît » tous les paramètres de l'expérience en cours, il peut donc les stocker avec les résultats et alléger ainsi la rédaction du cahier de laboratoire, un détail non-négligeable puisque le nombre de spectres enregistrés pendant une seule journée peut atteindre la centaine. Un résultat qui n'est pas documenté sera perdu ; nous verrons plus loin comment le programme contribue à éliminer ce risque.

Un tel programme contient une grande partie de structures générales qui dépendent peu de l'application particulière. S'il est bien conçu, il sera facilement porté d'une expérience à l'autre, en partie ou même dans sa totalité. Ainsi le travail de programmation sera revalorisé.

### L'architecture du programme

Les critères énoncés précédemment se traduisent en quelques règles de programmation, dont la plus importante est celle de *structuration modulaire* : dans un projet complexe comme le nôtre, on peut toujours discerner quelques groupes de tâches bien séparés, comme l'affichage graphique, la gestion des fichiers, l'interaction avec les périphériques, etc. Ces groupes n'interagissent entre eux que par un petit nombre de fonctions et de variables. Des langages de programmation tels que Turbo Pascal, que nous utilisons, offrent des structures pour faciliter le traitement de telles groupes.

## 4.7.3 La séquence temporelle

Les expériences qui seront décrites dans le chapitre suivant utilisent toutes un ensemble initial d'atomes froids de quelques microKelvins ; la grandeur physique détectée est la fluorescence des atomes dans l'état  $F = 4$ . Par conséquent, chaque expérience individuelle comporte les phases suivantes (figure 4.20) :

1. Une première phase de chargement permet d'accumuler en 500 ms environ un ensemble de quelques  $10^7$  atomes dans le piège magnéto-optique. Le temps de chargement nécessaire dépend de la pression de césium dans la cellule. A la fin de cette

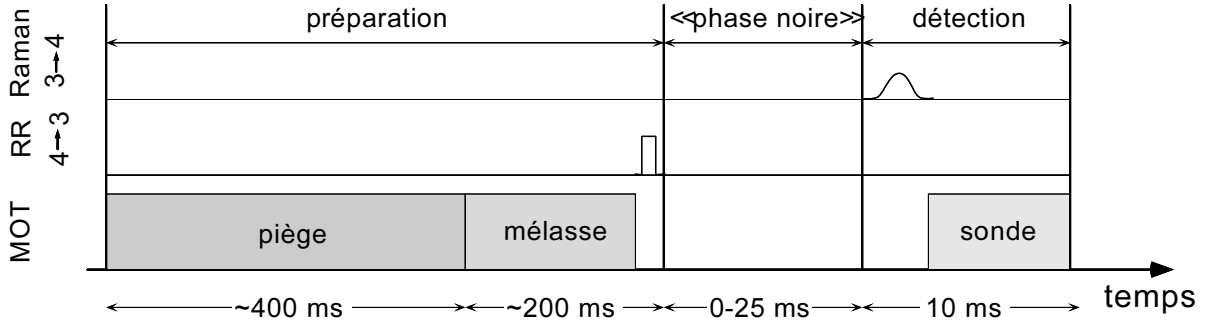


FIG. 4.20 –

La séquence temporelle fondamentale.

*Basic timing sequence.*

- phase, le champ magnétique du piège est coupé et ses faisceaux sont atténués à une intensité variable  $I_{m1}$ .
2. Pendant un temps variable de l'ordre de 150 ms, une première phase de mélasse optique refroidit les atomes davantage pendant que le champ magnétique décroît à zéro.
  3. Il s'ensuit une deuxième phase mélasse à l'intensité  $I_{m2}$  plus faible et au désaccord plus grand ( $\delta_{m2} = -10\Gamma$ ). La fonction de cette phase d'une durée d'environ 5 ms est d'obtenir la température la plus basse possible (voir 5.3).
  4. Avant de couper tous les faisceaux, une phase de pompage optique, de durée très courte (moins de 1 ms), permet de transférer tous les atomes du nuage dans un seul des deux états fondamentaux. Si on désire un ensemble d'atomes dans l'état  $F = 4$ , il suffit de couper les faisceaux du piège et de laisser le repompeur du piège agir seul pendant quelques centaines de microsecondes. Dans le cas contraire, qui est celui du refroidissement Raman, on peut effectuer le pompage en coupant d'abord le repompeur et en gardant les faisceaux du piège, mais dans ce cas le pompage est très lent puisqu'un atome échange un grand nombre de photons sur la transition du piège ( $F = 4 \leftrightarrow F' = 5$ ) avant de tomber dans l'état  $F = 3$ . Un moyen plus rapide consiste en appliquant une impulsion du repompeur Raman (transition  $F = 4 \leftrightarrow F' = 3$ ), qui effectue un pompage complet en moins de 200  $\mu s$ .
  5. Pendant la phase suivante, que nous appelons « phase noire », tous les faisceaux du piège sont coupés et les atomes se trouvent en chute libre dans le champ de pesanteur. C'est pendant cette phase que le refroidissement Raman aura lieu. Sa durée  $t_{\text{noir}}$  est limitée par la condition de garder une fraction significative des atomes dans le volume d'intersection des faisceaux ; l'équation

$$D = \frac{1}{2}gt_{\text{noir}}^2, \quad (4.10)$$

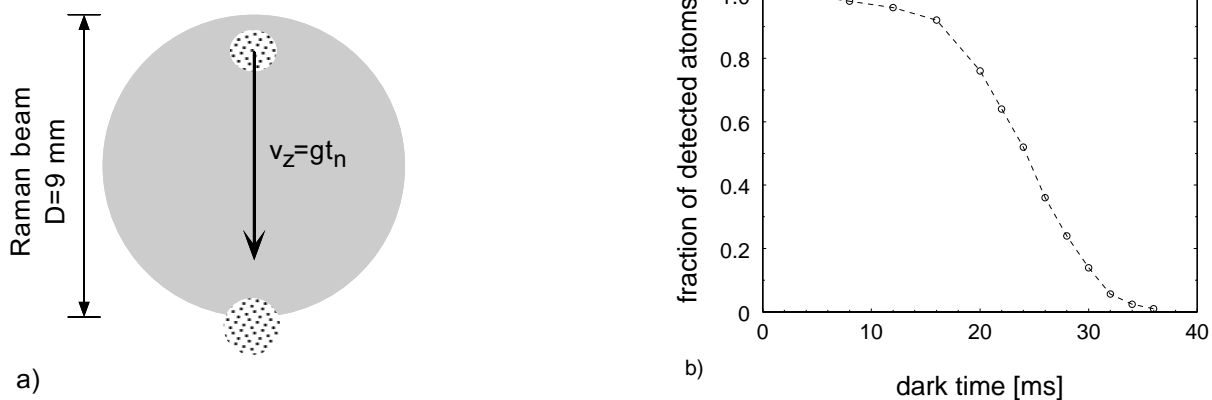


FIG. 4.21 –

a) La chute des atomes dans le faisceau laser limite le temps d'interaction. b) Fluorescence des atomes dans le volume d'interaction en fonction du temps  $t_{\text{noir}}$  de chute libre.

où  $D \approx 1\text{ cm}$  est le diamètre des faisceaux Raman, donne une limite supérieure :  $t_{\text{noir}} \leq 40\text{ ms}$ . Pour déterminer expérimentalement sa valeur maximale, nous avons mesuré la fluorescence des atomes restants dans le volume d'interaction en fonction de  $t_{\text{noir}}$  (figure 4.21).

6. Dans la dernière phase enfin, le faisceau sonde est allumé (*cf.* 4.5.1) et la fluorescence des atomes recueillie par la photodiode est enregistrée par l'ordinateur.

Le programme de contrôle permet bien sûr de varier les durées de toutes les phases ou d'en ajouter d'autres.





# Chapitre 5

## Résultats préliminaires

### 5.1 Introduction

Dans ce chapitre nous présentons de premières applications du dispositif, telles que la mesure et la compensation du champ magnétique résiduel avec une précision de l'ordre de  $100 \mu\text{G}$ , la spectroscopie Raman en absence d'effet Doppler, et la mesure de la distribution en vitesse des atomes issus de la mélasse optique. Ces mesures servent d'une part à expliquer le fonctionnement des divers éléments de l'expérience, d'autre part à établir quelques grandeurs caractéristiques comme la résolution en vitesse des transitions Raman.

### 5.2 Spectroscopie Raman à faisceaux parallèles

Nous étudions d'abord les transitions Raman induites par deux faisceaux se propageant selon un même axe et dans le même sens (*i.e.*,  $\mathbf{k}_a/k_a = \mathbf{k}_b/k_b$  — cette configuration des faisceaux sera appelée « configuration parallèle » dans la suite). Dans ce cas, le déplacement Doppler de la résonance Raman est négligeable, car ce n'est que la différence de deux déplacements presque identiques qui intervient dans la mesure (*cf.* 1.2.2). Ceci nous permet d'analyser, de façon spectroscopique et sans tenir compte du mouvement des atomes, les transitions qui constituent l'élément crucial de notre méthode de refroidissement.

Tous les spectres présentés dans ce paragraphe ont été obtenus pendant la deuxième série d'expériences menée en 1995. On disposait alors de la puissance laser accrue de  $70 \text{ mW}$  par faisceau Raman grâce à l'injection des diodes de puissance, ce qui nous a permis de travailler à un désaccord de  $\Delta \approx -35 \text{ GHz}$ .

#### 5.2.1 Méthode de détection

Ici comme dans toute la suite, le signal que nous détectons est la lumière de fluorescence qu'émettent les atomes dans l'état fondamental  $F = 4$  quand ils sont excités par le faisceau

sonde résonnant avec la transition  $F = 4 \leftrightarrow F' = 5$ . Cette excitation a lieu à la fin de la séquence temporelle (voir 4.7.3), qui commence par les phases de piégeage et de mélasse optique. L'impulsion Raman, de désaccord  $\delta = \omega_1 - \omega_2 - \omega_{\text{HFS}}$ , intervient entre la phase de mélasse et la détection résonnante. Ainsi, si tous les atomes sont pompés dans le niveau  $F = 3$  à la fin de la phase de mélasse, on obtient un signal de fluorescence proportionnel à la probabilité de transition  $\gamma(\delta)$  associée à l'impulsion Raman. En répétant la mesure pour différentes valeurs de  $\delta$ , on constitue un spectre. L'acquisition de tels spectres est automatisée, elle prend un temps de l'ordre de la minute (pour un spectre typique de 100 points) et ne nécessite aucune intervention de l'expérimentateur. Notons qu'il est possible de normaliser l'amplitude des spectres en divisant le signal brut (en Volts à la sortie de la photodiode, voir eq. 4.9) par le signal de fluorescence de tous les atomes, qu'on obtient si on pompe les atomes dans l'état  $F = 4$  plutôt que  $F = 3$ , et sans appliquer d'impulsion Raman. Les spectres obtenus sont d'une excellente qualité spectroscopique, comme le montre par exemple la figure 5.1 : sans effort particulier, nous obtenons ici des raies d'une largeur à  $1/\sqrt{e}$  inférieure à 300 Hz. C'est l'association des atomes froids (temps d'interaction prolongé) aux lasers verrouillés en phase (différence de fréquence extrêmement précise) qui rend possible de tels résultats.

### 5.2.2 Compensation du champ magnétique et largeur instrumentale

Comme nous l'avons déjà mentionné dans le paragraphe 4.4.2, la présence d'un champ magnétique se traduit par l'élargissement de la résonance Raman, voire son éclatement en plusieurs pics qui correspondent aux transitions entre les différents sous-niveaux magnétiques déplacés par le champ magnétique. La figure 5.1 montre un spectre en présence d'un champ magnétique parallèle à l'axe verticale  $Oz$  (champ obtenu par inversion du courant des bobines de compensation verticale). Les polarisations des faisceaux Raman, ici comme dans toute la suite, sont linéaires et orthogonales, l'une verticale, l'autre horizontale. Les différentes transitions possibles dans cette situation sont indiquées sur la figure 5.2. Les polarisations choisies conduisent à la règle de sélection  $\Delta m = \pm 1$ . Comme les déplacements de sous-niveaux des deux niveaux fondamentaux  $F = 3$  et  $F = 4$  sont proportionnels à  $m$  avec des constantes de proportionnalité de même magnitude, mais de signe opposé, on trouve que les fréquences de transition sont désaccordés par rapport à  $\nu_{\text{HFS}}$  de la quantité

$$(\Delta\nu)_{m,m'} = (m + m') \times 350 \text{ kHz/G} \times B \quad \text{avec} \quad |m' - m| = 1 \quad (5.1)$$

$m$  et  $m'$  étant les nombres quantiques magnétiques du niveau de départ ( $F = 3$ ) et d'arrivée ( $F' = 4$ ). L'écart entre fréquences  $(\Delta\nu)_{m,m'}$  voisines est alors  $2 \times 350 \text{ kHz/G}$  à cause de la règle de sélection  $\Delta m = \pm 1$ . On trouve ainsi que la magnitude du champ est  $B = 5.9 \text{ mG}$  dans le cas de la figure 5.1.

L'écart maximal par rapport à  $\nu_{\text{HFS}}$  est

$$(\Delta\nu)_{m=3,m'=4} = -(\Delta\nu)_{m=-3,m'=-4} = 7 \times 350 \text{ kHz/G} \times B. \quad (5.2)$$

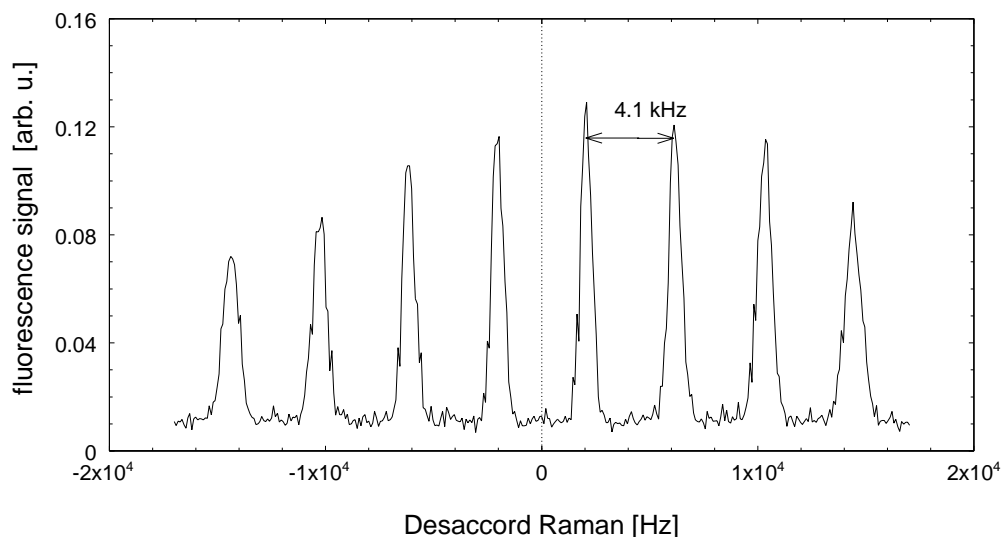


FIG. 5.1 –

Spectre Zeeman en présence d'un champ magnétique vertical. Les polarisations des faisceaux Raman sont orthogonales, l'une verticale et l'autre horizontale.

*Zeeman spectrum in a vertical magnetic field. Raman beam polarizations are mutually orthogonal, one of them being parallel to the magnetic field axis. The field strength can be deduced from the line splitting and is 5.9 mG in this example.*

Pour atteindre une bonne résolution en vitesse, il faut réduire le champ magnétique résiduel à un niveau si faible que cet écart devient négligeable devant le déplacement Doppler que l'on souhaite mesurer. (Rappelons que le déplacement Doppler vaut  $8.2 \text{ kHz}/v_{\text{rec}}$  dans le cas des faisceaux antiparallèles). Calculons alors le champ  $B$  pour lequel l'écart maximal correspond à  $v_{\text{rec}}/10$  :

$$|(\Delta\nu)_{m=3, m'=4}| = 820 \text{ Hz} \Rightarrow B \approx 335 \mu\text{G}. \quad (5.3)$$

Il faut donc obtenir un champ magnétique environ 1000 fois plus faible que le champ terrestre. Notre combinaison de blindage en mu-métal et bobines de compensation permet de remplir cette condition en appliquant la méthode de mesure et de réglage qui sera décrite au paragraphe suivant.

### Mesure et compensation du champ résiduel

La spectroscopie à faisceaux parallèles fournit une mesure très précise du champ magnétique dans la zone d'interaction. Nous l'avons utilisée d'abord pour mesurer la décroissance du champ magnétique après la coupure des bobines du piège magnéto-optique. Comme ces bobines se trouvent à l'intérieur du blindage, l'effet de leur champ est particulièrement fort dans la région d'interaction. La phase de mélasse optique ne sert pas seulement à baisser davantage la température initiale, mais aussi à attendre l'amortissement de ce champ. Pour déterminer la constante de temps d'amortissement, nous avons

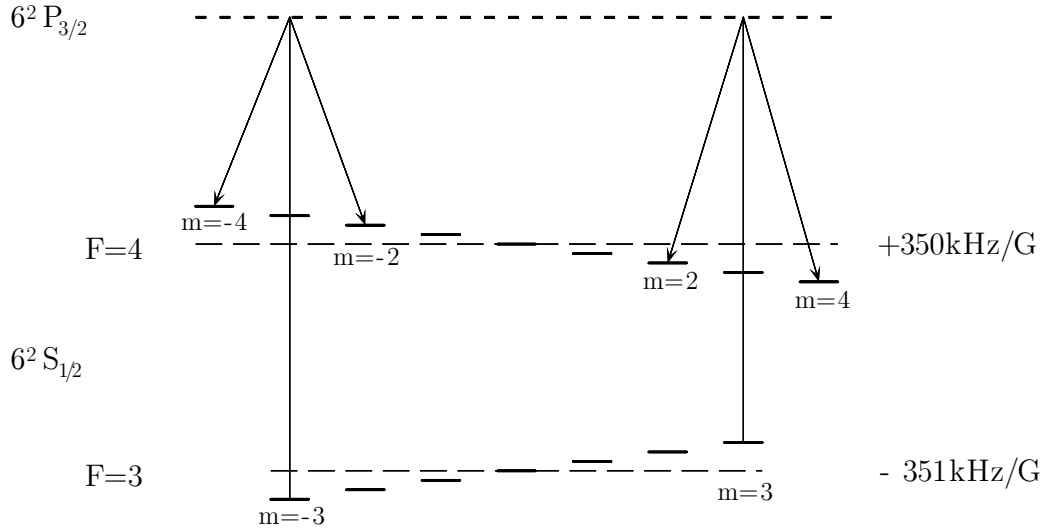


FIG. 5.2 –

Les transitions Raman possibles entre deux états  $F = 3$  et  $F = 4$ .

enregistré des spectres comme celui de la figure 5.1 en fonction de la durée de la phase de mélasse. Le champ magnétique résiduel, déduit de l'écart entre les résonances, est représenté sur la figure 5.3. Ce résultat a été obtenu avec l'ancien dispositif, c'est-à-dire en présence d'une seule couche de blindage. Après l'installation de la deuxième couche, nous avons constaté une constante de temps plus longue, ce qui nous a conduit à utiliser une phase de mélasse de 200 ms : après ce temps, le champ résiduel a atteint sa valeur stationnaire dans la limite de la précision de mesure.

Nous nous servons du même principe pour régler le courant des bobines de compensation. Pour effectuer ce réglage, qui doit être vérifié tous les jours, nous utilisons une impulsion Blackman d'une durée de plusieurs millisecondes pour assurer une bonne résolution spectrale. Le réglage du courant des bobines se fait « en temps réel » en superposant les raies de résonance qui s'affichent sur l'écran, puis en minimisant la largeur de la raie résultante. La figure 5.4 montre un spectre typique après compensation. Sa largeur est de l'ordre de 400 Hz, d'où on déduit que le module du champ magnétique résiduel est inférieur à  $165 \mu\text{G}$ . Dans le cas des faisceaux antiparallèles, cette largeur correspond à une résolution en vitesse de  $v_{\text{rec}}/20$  ou  $175 \mu\text{m/s}$ . Cette technique est à ce jour la méthode de vélocimétrie en physique atomique la plus performante.

### 5.2.3 Profils d'excitation

Pour bien comprendre les propriétés des impulsions Raman qui sont l'élément crucial du mécanisme de refroidissement, nous passons maintenant à l'analyse de leur spectre en fonction de l'intensité, de la durée et de la forme de l'impulsion. Appelons, comme au

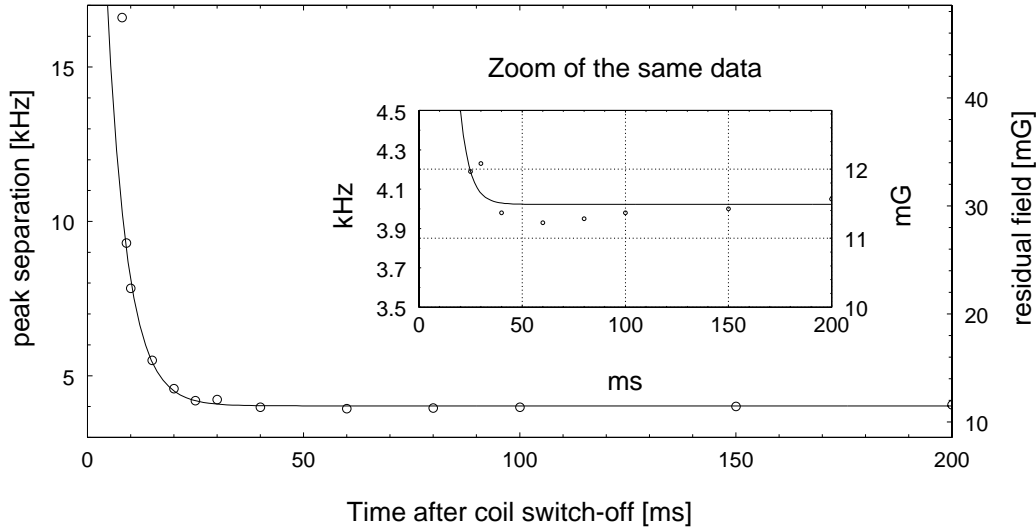


FIG. 5.3 –

Décroissance du champ magnétique des bobines du piège magnéto-optique. Les valeurs mesurées sont ajustées par une exponentielle avec une constante de temps  $\tau = 4.7$  ms. Les bobines de compensation étaient coupées pendant cette expérience.

*Decay of the magnetic field after MOT coil turn-off. Field strengths were deduced from Zeeman spectra measured for different molasses durations. The solid line is an exponential fit, giving a time constant of  $\tau = 4.7$  ms. The constant steady-state field is due to the earth magnetic field (compensation coils were switched off for this measurement).*

chapitre 1,  $\Omega_0$  le maximum (nous dirons aussi « amplitude ») de la fréquence de Rabi effective  $\bar{\Omega}(t)$  et  $I_{\max}$  l'intensité correspondante de chacun des deux faisceaux. (Comme il s'agit d'une transition à deux photons, les deux grandeurs sont proportionnelles.)

La figure 5.5 (ronds) montre le spectre d'une impulsion créneau d'une durée de  $\tau = 50 \mu\text{s}$ , obtenu par spectroscopie à faisceaux parallèles. L'intensité  $I_{\max}$  a été ajustée pour obtenir une probabilité de transition maximale. En balayant l'amplitude  $\Omega_0$  de l'impulsion, on trouve que la fraction d'atomes dans l'état final  $F = 4$  n'atteint jamais la valeur 1, quelle que soit la durée de l'impulsion, et que la probabilité de transition maximale vaut environ 0.6. En effet, du fait de l'existence de sous-niveaux Zeeman dans les deux états fondamentaux du césium, il n'y a non seulement une, mais une multitude de transitions Raman possibles (voir figure 5.2), susceptibles de donner simultanément lieu à des oscillations de Rabi à fréquences différentes grâce aux coefficients de Clebsch-Gordan effectifs qui leur sont associés. Il n'existe donc pas de condition d'impulsion  $\pi$  qui entraîne l'inversion complète de la population. De plus, l'intensité des faisceaux Raman n'est pas constante sur tout leur profil, de sorte que la fréquence de Rabi dépend de la position de l'atome. L'intensité  $I_{\max}$  nécessaire pour obtenir la probabilité de transition maximale est de l'ordre de l'intensité qu'on attend pour une impulsion  $\pi$  dans le cas d'un système à trois niveaux. Au-delà de cette intensité, la fraction d'atomes transférés décroît légèrement pour atteindre la valeur d'environ 0.5 sans présenter d'oscillation prononcée. Dans

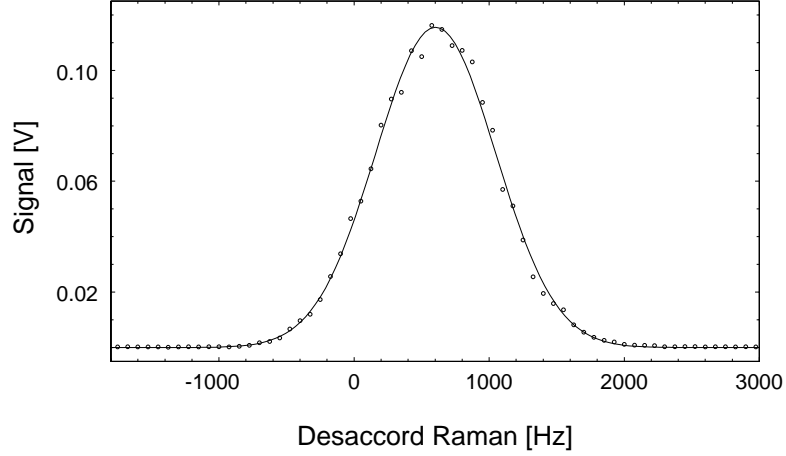


FIG. 5.4 –

Points : Transition Raman  $F = 3 \rightarrow F = 4$  non-sélective en vitesse, après compensation du champ magnétique. Courbe en trait plein : meilleur ajustement par une gaussienne. La largeur de  $\delta v_p \approx 400$  Hz n'est pas limitée par l'impulsion Blackman de durée  $\tau = 5$  ms, mais indique la résolution instrumentale du système.

*Doppler-free Raman transition  $F = 3 \rightarrow F = 4$  after magnetic field compensation (circles) and its best gaussian fit (solid line). Here, the linewidth of  $\delta v_p \approx 400$  Hz is no longer limited by the Raman pulse length of  $\tau = 5$  ms, but rather indicates the instrumental linewidth of our system.*

la comparaison des profils expérimentaux aux profils calculés, nous tenons compte de cet effet en multipliant le profil théorique calculé pour une impulsion  $\pi$  par le facteur expérimental de 0.6. Cette approche simple donne un accord très satisfaisant, comme le montre la confrontation des profils théorique et expérimental sur la figure 5.5.

## Déplacement lumineux différentiel

Il est une autre conséquence de la structure hyperfine que le déplacement lumineux (cf. (1.3)) induit par chacun des faisceaux Raman sur chacune des transitions  $|1\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  et  $|2\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  n'est pas le même pour tous les sous-niveaux magnétiques. Ce *déplacement lumineux différentiel* se traduit par un déplacement de la transition à deux photons  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  qui est proportionnel à la fréquence de Rabi effective  $\bar{\Omega}$  et qui tend vers zéro quand le désaccord  $\Delta$  est grand devant l'écart hyperfin des niveaux fondamentaux et excités. Il faut tenir compte du déplacement différentiel quand on choisit le désaccord  $\delta$  des impulsions Raman de refroidissement car un tel déplacement modifie la vitesse résonnante (cf. (1.3)). Pour déterminer le déplacement lumineux différentiel, nous avons mesuré la fréquence de résonance de la transition Raman en fonction de l'amplitude  $\Omega_0$ . Le déplacement de la résonance est linéaire en  $\Omega_0$  et atteint 4 kHz pour les impulsions les plus puissantes.

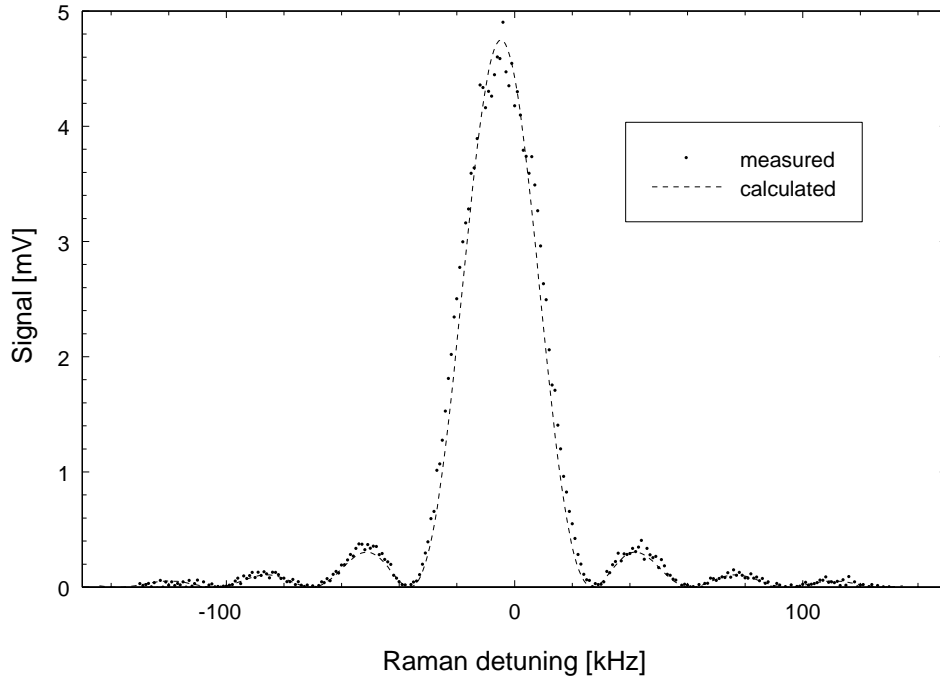


FIG. 5.5 –

Points : signal mesuré par spectroscopie Raman à faisceaux parallèles, utilisant une impulsion carrée de durée  $30 \mu\text{s}$ . Courbe en trait plein : signal calculé pour une impulsion de  $\tau = 30 \mu\text{s}$  (voir 1.3 pour les détails du calcul). L'amplitude du signal calculé est ajustée à celle du signal mesuré.

### Remarque

Quand on extrapole à puissance nulle la courbe montrée sur la figure 5.6, on trouve un décalage de la transition de 500 Hz. Ce décalage représente l'erreur de calibration de notre oscillateur de référence à 9 GHz.

## 5.3 La distribution en vitesse

Revenons maintenant à la configuration antiparallèle des faisceaux Raman. Dans ce cas, si les atomes se trouvent initialement dans le niveau  $F = 3$ , la probabilité d'excitation Raman  $\gamma(\delta)$  vers le niveau  $F = 4$  est une fonction de la vitesse atomique, la condition de résonance étant donné par l'égalité  $\delta = 2k(v_{\text{rec}} + v)$  (voir chapitre 1). Une impulsion Raman transfère donc les atomes d'une classe de vitesse vers le niveau  $F = 4$ , où ils sont ensuite détectés par fluorescence sur la transition  $F = 4 \leftrightarrow F = 5$  à l'aide du faisceau sonde (*cf.* figure 5.7). La largeur de la classe de vitesse est donnée par la largeur du profil d'excitation de l'impulsion Raman : la distribution en vitesse  $\rho_4(v)$  des atomes transférés vers le niveau  $F = 4$  est le produit de la distribution  $\rho_3(v)$  du niveau  $F = 3$  et du profil d'excitation  $\gamma(v)$  de l'impulsion Raman. Comme la fluorescence est proportionnelle au nombre d'atomes dans le niveau  $F = 4$ , le spectre qu'on obtient en balayant  $\delta$  est



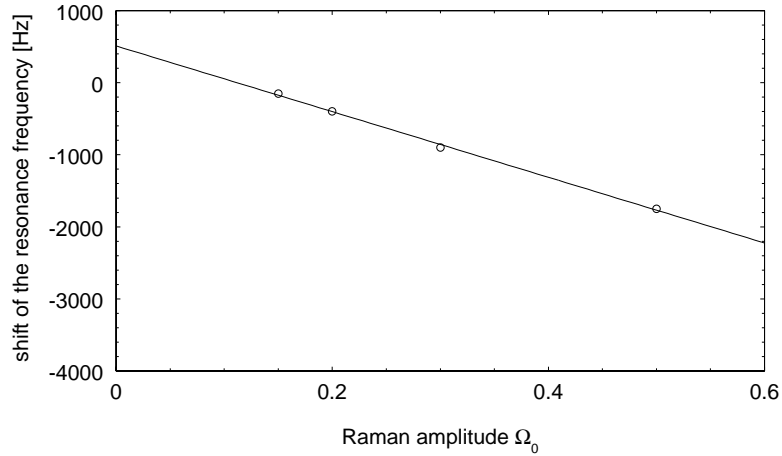


FIG. 5.6 –

Position du centre de la résonance en fonction de l'amplitude de l'impulsion Raman pour une impulsion Blackman de  $200 \mu\text{s}$  et un désaccord  $\Delta = -34 \text{ GHz}$ . L'amplitude est donnée en unités de l'amplitude maximale, qui correspond à une intensité d'environ  $70 \text{ mW/cm}^2$  par faisceau.

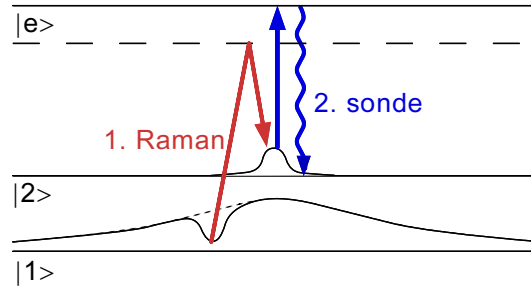


FIG. 5.7 –

Principe de la détection sélective en vitesse.

proportionnel à la convolution de la distribution  $\rho_3(v)$  avec le profil  $P_0(v)$ . Ainsi la largeur de ce profil joue un rôle tout à fait équivalent à celui de la *bande passante de résolution* (RBW) d'un analyseur de spectre radiofréquence. En particulier, un compromis est à faire entre la résolution et le bruit de la mesure, puisqu'une résolution améliorée entraîne un nombre réduit d'atomes à la détection. Mais, comme le montre la figure 5.8, le bruit de notre système de détection est suffisamment faible pour mesurer la distribution même à la résolution maximale de  $v_{\text{rec}}/20$ , avec un rapport signal sur bruit satisfaisant, sans aucun moyennage.

La distribution montrée sur la figure 5.8 représente un résultat typique de la dernière phase du prérefroidissement, c'est-à-dire de la mélasse optique à grand désaccord ( $\delta_p \approx -10\Gamma$ ).

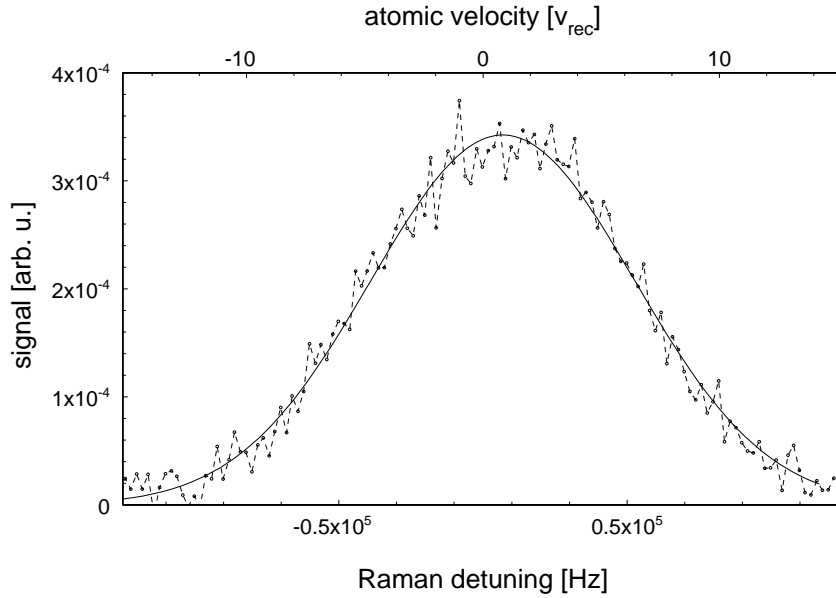


FIG. 5.8 –

Distribution en vitesse des atomes issus de la mélasse, mesurée par excitation Raman sélective en vitesse avec une impulsion Blackman de durée  $\tau = 3$  ms (ronds), sans moyennage. La courbe en trait plein représente le meilleur ajustement par une gaussienne de largeur  $v_{\text{rms}} = 5.6 v_{\text{rec}}$  et centrée à  $+0.8 v_{\text{rec}}$ . La vitesse moyenne différente de zéro s'explique par un léger déséquilibre d'intensité des faisceaux de la mélasse.

*Velocity distribution of atoms released from optical molasses, measured by velocity-selective Raman spectroscopy with a Blackman pulse of duration  $\tau = 3$  ms (circles), without averaging. The solid line is a best gaussian fit, yielding a velocity spread of  $v_{\text{rms}} = 5.6 v_{\text{rec}}$  and a mean velocity of  $+0.8 v_{\text{rec}}$ . The nonzero mean velocity indicates a slight intensity unbalance of the molasses beams.*

## Remarque

La vitesse moyenne dans la mélasse de  $5.6 v_{\text{rec}}$  est plus élevée que la vitesse limite de la mélasse optique. En baissant davantage l'intensité des faisceaux de la mélasse, nous avons obtenu des vitesses moyennes plus proches de cette limite, mais au détriment du nombre d'atomes. Une explication possible est le saut abrupt de désaccord et d'intensité, entre piège et mélasse, présent dans la séquence temporelle de notre expérience. Il serait relativement facile de remédier à cet inconvénient, cependant nous n'avons pas jugé cette amélioration prioritaire, puisque la vitesse moyenne actuelle est largement suffisante pour démarrer le refroidissement Raman. Notons aussi qu'à température plus basse la distribution dévie de la forme gaussienne, devient plutôt triangulaire et présente des ailes aux vitesses élevées.

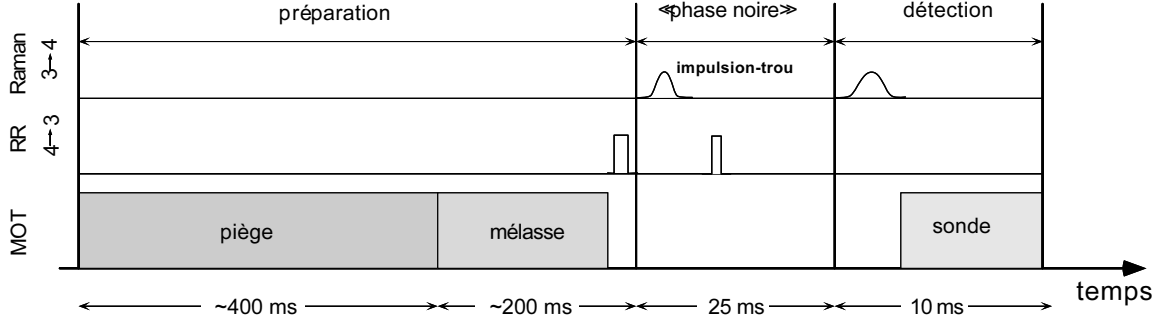


FIG. 5.9 –

Séquence temporelle pour l'observation de l'effet d'une impulsion Raman sur la distribution en vitesse.  
*Timing sequence for the observation of holes burnt in the velocity distribution by a Raman pulse.*

## 5.4 Effet d'une impulsion de refroidissement sur la distribution en vitesse

Avec l'observation de la distribution en vitesse des atomes issus de la mélasse optique, nous avons terminé la mise en place du système de préparation et d'analyse. Pour démontrer l'action mécanique d'une impulsion Raman sur la vitesse atomique, nous allons maintenant appliquer une seule impulsion pour observer le trou qu'elle creuse dans la distribution des vitesses atomiques à la vitesse résonnante correspondante à son désaccord. Après l'excitation à faisceaux parallèles, ceci est un deuxième procédé pour obtenir le profil d'excitation d'une impulsion, utilisant cette fois-ci une configuration de faisceaux rigoureusement identique à celle du refroidissement.

La séquence temporelle adaptée à cette mesure est montrée sur la figure 5.9. Elle s'obtient à partir de celle utilisée pour la simple distribution en vitesse en ajoutant à la « phase noire » une impulsion Raman de vitesse résonnante  $v_{\text{res}}$  fixe, suivie d'une impulsion d'un faisceau supplémentaire, appelé le « pousseur ». Ce faisceau résonnant dérivé du faisceau piège est horizontal et orthogonal aux faisceaux Raman. Il accélère les atomes qui se trouvent dans le niveau  $F = 4$  et les éloigne ainsi de la région d'interaction, si bien qu'ils ne sont plus détectés par le faisceau sonde. Les atomes ayant une vitesse qui les met en résonance avec l'impulsion Raman sont alors transférés au niveau  $F = 4$  (tout en changeant leur vitesse de la quantité  $2v_{\text{rec}}$  correspondante à l'échange des deux photons avec les faisceaux antiparallèles). L'impulsion du pousseur élimine ensuite ces mêmes atomes, de façon à ce que la détection sélective en vitesse ne montre que les atomes qui n'ont pas participé à la première impulsion Raman. La distribution qu'on enregistre présente donc un trou, centré à  $v_{\text{res}}$ , dont la forme, la largeur et la profondeur permettent de remonter aux caractéristiques de l'impulsion Raman.

Nous avons représenté sur la figure 5.10 a) le résultat expérimental pour le cas d'une impulsion créneau d'une durée de  $\tau = 100 \mu\text{s}$ . Le trou, centré à la vitesse  $v \approx -3.6 v_{\text{rec}}$ ,

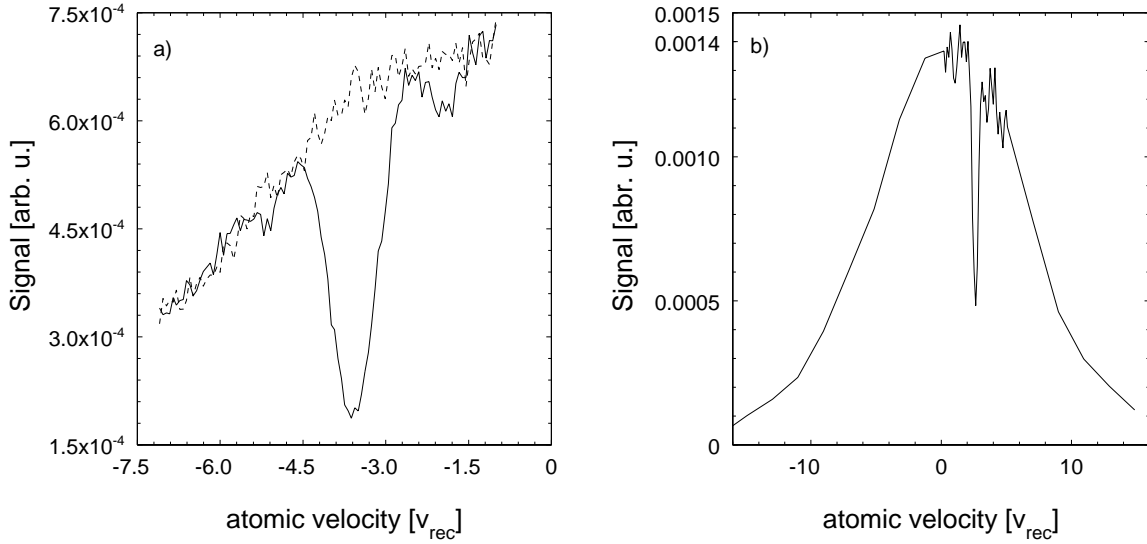


FIG. 5.10 –

a) Trou creusé dans la distribution en vitesse par une impulsion carrée d'une durée de  $100 \mu\text{s}$ . b) Exemple montrant la position d'un trou par rapport à la distribution totale.

a) Hole burnt in the atomic velocity distribution by a  $100 \mu\text{s}$  long square pulse. The efficiency of the pulse is 70%, its half width (from maximum to minimum) is  $\delta v_p \approx 1.1 v_{\text{rec}}$ . b) Example showing the position of a hole with respect to the complete velocity distribution.

est d'une largeur  $\delta v_p \approx 1.1 v_{\text{rec}}$ . Cette largeur est compatible avec la formule  $\delta v_p \tau = \varepsilon_p = \sqrt{3}\pi/2$  établie dans le paragraphe 1.3 pour la largeur d'une impulsion  $\pi$  de forme carrée. De la profondeur du trou on déduit la probabilité d'excitation de l'impulsion, qui est d'environ 70% dans ce cas. On reconnaît aussi les trous moins profonds qui correspondent aux bandes latérales du profil d'excitation de l'impulsion carrée. Même si le rapport signal sur bruit est moins bon que dans le cas de la configuration parallèle, une telle mesure (que nous avons répétée pour différentes formes, durées et amplitudes) montre donc de façon très directe les propriétés essentielles des impulsions Raman.



# Chapitre 6

## Résultats expérimentaux

Ayant caractérisé tous les éléments expérimentaux, nous abordons maintenant l'analyse des résultats du refroidissement Raman unidimensionnel, obtenus au cours de deux séries d'expériences, la première en 1994 et la deuxième en 1995.

### 6.1 Première série d'expériences : la méthode « traditionnelle »

Nous présentons dans les paragraphes suivants les premiers résultats de refroidissement Raman d'atomes de césium, obtenus en 1994. Dans cette première série d'expériences, nous avons exploré les limites liées d'une part à une séquence d'impulsions dont les paramètres très nombreux rendent l'optimisation difficile, d'autre part au désaccord  $\Delta$  inférieur à  $\omega_{\text{HFS}}$  imposé par la puissance de nos lasers Raman. Au cours de cette étude nous avons acquis la maîtrise de la méthode et le savoir-faire indispensable à des applications, par exemple aux atomes piégés (expérience actuellement en cours) [28, 56] ou à la fontaine atomique d'une horloge [11, 12, 57]. C'est le succès de cette expérience qui a initié la recherche de stratégies de refroidissement encore plus performantes.

#### 6.1.1 Les paramètres de l'expérience

Le dispositif utilisé dans ces premières expériences différait en quelques points du dispositif amélioré décrit dans le chapitre 4 :

- Les lasers verrouillés en phase DR1 et DR2 (*cf.* figure 4.11) fournissaient immédiatement les faisceaux Raman, les diodes amplificatrices AR1 et AR2 n'étant pas encore mises en service. De ce fait, la puissance était limitée à 20 mW/cm<sup>2</sup> par faisceau.
- La puissance étant aussi basse, nous n'avons pas utilisé de filtre spatial sur les faisceaux Raman, puisque celui-ci aurait réduit la puissance de moitié. Le profil spatial des deux faisceaux était surtout perturbé par le modulateur acousto-optique AOM2 (figure 4.4), ses variations spatiales sur la région d'interaction étant de l'ordre

de 50%.

- Le repompeur Raman, dérivé du faisceau piège, était d’assez faible intensité (environ  $1.4 \text{ mW/cm}^2$ ).
- La cellule était un ballon en Pyrex de 0.5 litre avec six fenêtres de 2 cm de diamètre en quartz non traité<sup>1</sup>.

La conséquence la plus importante de ces faits est la limitation du désaccord  $\Delta$  qui résulte de l’intensité réduite des faisceaux Raman. Rappelons le calcul présenté dans le paragraphe 4.2 du désaccord  $\Delta$  maximal qui correspond à cette intensité : pour assurer un refroidissement efficace, même les impulsions les plus courtes (durée  $\tau_{\min} \sim 40 \mu\text{s}$ ) doivent avoir une probabilité d’excitation proche de 1. Il en découle la condition

$$\bar{\Omega} = \frac{\Omega_a^2}{2\Delta} = \pi\tau_{\min}^{-1} \quad (6.1)$$

pour la fréquence de Rabi effective. ( $\Omega_a^2 = \Omega_b^2 = \Gamma^2 I/I_{\text{sat}}$ , avec  $I_{\text{sat}} = 2.2 \text{ mW/cm}^2$ , est le carré de la fréquence de Rabi de chacun des deux faisceaux Raman.) Pour  $I = 20 \text{ mW/cm}^2$ , nous obtenons un désaccord maximal de  $\Delta/(2\pi) = 10 \text{ GHz}$ . Or, des valeurs de  $|\Delta|$  autour de  $\omega_{\text{HFS}} \approx 2\pi \times 9.19 \text{ GHz}$  sont à éviter car ils entraînent soit la résonance entre  $\omega_a$  et les transitions  $F = 4 \leftrightarrow F' = 3, 4, 5$  (pour  $\Delta = -\omega_{\text{HFS}}$ ), soit celle entre  $\omega_b$  et les transitions  $F = 3 \leftrightarrow F' = 2, 3, 4$  (pour  $\Delta = +\omega_{\text{HFS}}$ , voir fig. 4.1). Par conséquent, nous avons choisi un désaccord « symétrique » d’environ  $\Delta = -\omega_{\text{HFS}}/2$ .

### 6.1.2 La séquence d’impulsions de refroidissement

La possibilité de composer le profil d’excitation  $\Gamma'(v)$  presque à volonté en choisissant nombre, forme et largeur des impulsions Raman est une des caractéristiques et un avantage du refroidissement Raman. En revanche, l’optimisation de la séquence de refroidissement dans ce vaste espace de paramètres est une entreprise formidable en l’absence d’un modèle théorique directeur. Or, à l’époque de notre première série d’expériences, l’approche statistique exposée dans les chapitres 2 et 3 n’existait pas encore. La seule description théorique du refroidissement Raman, était alors l’équation de taux présentée dans [22] (*cf.* 2.1.2), que les auteurs eux-mêmes qualifiaient de « *crude estimation* ». Dans cette description, le taux d’excitation est  $\Gamma'(v) = 0$  pour  $|v| < v_0$ , où  $v_0$  est une constante qui va déterminer la largeur de la distribution finale. Partout ailleurs,  $\Gamma'(v)$  est égal à une constante  $p_0$  (figure 2.1). C’est cette forme de puits carré que notre première expérience, comme celle des inventeurs de la méthode [22], cherche à reproduire avec des impulsions Blackman : l’impulsion la plus proche de  $v = 0$  est centrée à une vitesse  $v_0 < v_{\text{rec}}$  qui détermine aussi sa largeur et donc sa durée via la condition de faible excitation à  $v = 0$

---

<sup>1</sup>Cette cellule, fabriquée en 1990 par un souffleur de verre de la Scuola Normale de Pise en échange d’une bouteille de champagne, a connu une grande carrière : le premier piège magnéto-optique en cellule de l’Europe, les premières expériences d’optique non-linéaire utilisant des atomes froids [58], et le premier MOT en microgravité [59] se sont tous servis de cette modeste enceinte, qui a figuré à plusieurs reprises en couverture des journaux scientifiques et de vulgarisation.

(*cf.* 1.3). On ajoute des impulsions successivement plus loin de  $v = 0$  et plus courtes en durée pour couvrir toute la distribution initiale. Cette séquence d'impulsions constitue le point de départ d'une optimisation expérimentale au cours de laquelle on varie les vitesses résonnantes, les largeurs ou même le nombre des impulsions. Le fait que l'amplitude des impulsions et leur position en fréquence sont couplées par les déplacements lumineux différentiels constitue une des difficultés de cette procédure. L'optimisation peut viser soit un minimum en largeur, soit un maximum en hauteur de la distribution finale. Le dernier de ces deux critères a l'avantage d'accélérer la procédure d'optimisation, puisqu'il suffit d'enregistrer quelques points seulement de la distribution en vitesse pour déterminer sa hauteur, alors qu'une trentaine de points au moins est nécessaire pour mesurer sa largeur avec une précision suffisante. Toutefois, même dans ce cas, le temps nécessaire de plusieurs minutes pour tester deux ou trois valeurs d'un seul paramètre, ainsi que l'interdépendance des paramètres, rendent illusoire une optimisation systématique qui couvre tout l'espace de paramètres. Il faut se contenter d'en explorer une région plus ou moins large autour de quelques séquences initiales bien choisies.

### 6.1.3 Résultats du refroidissement à petit désaccord

Afin de connaître les propriétés des impulsions de refroidissement, nous avons d'abord analysé leur profil d'excitation par les méthodes de spectroscopie à faisceaux parallèles (5.2.3) et de « trous » dans la distribution en vitesse (5.4). Cette analyse est particulièrement importante à petit désaccord  $\Delta \sim \omega_{\text{HFS}}$  car l'influence de la structure hyperfine  $y$  est plus forte que dans le cas du grand désaccord. La figure 6.1 montre le décalage de la fréquence résonnante dû aux déplacements lumineux différentiels (voir 5.2.3) pour un désaccord  $\Delta = 3.5$  GHz : le décalage peut atteindre plus de 10 kHz ( $1.2 v_{\text{rec}}$ ), deux à trois fois plus que dans l'expérience de deuxième génération (*cf.* fig. 5.6). Les vitesses résonnantes des impulsions de nos séquences de refroidissement tiennent compte de ce décalage.

#### Refroidissement à 23 nK

La figure 6.2 présente le résultat d'une optimisation du type décrit dans le paragraphe précédent : à partir d'une distribution initiale d'une demi-largeur  $v_{\text{rms}} = 5.4 v_{\text{rec}}$  (température  $T_i = 5.9 \mu\text{K}$ ), nous avons obtenu par 7 répétitions de la séquence montrée en bas de la figure une distribution finale d'une demi-largeur  $v_{\text{rms}} = (1.2 \pm 0.1)$  mm/s ou  $0.34 v_{\text{rec}}$  ( $T_f = (23 \pm 5)$  nK). La distribution finale monte 5 fois plus haut que la distribution initiale et l'intervalle  $[-v_{\text{rec}}, v_{\text{rec}}]$  contient 37% des atomes. Le temps pris par le refroidissement Raman est de  $\Theta = 24$  ms, la distribution initiale a été enregistrée après le même temps  $\Theta$ , mais sans appliquer la séquence de refroidissement. Les aires des deux distributions, proportionnelles au nombre d'atomes, sont égales à 5% près : le processus de refroidissement n'entraîne pas de pertes d'atomes. Nous avons aussi enregistré une distribution avec  $\Theta = 0$  pour déterminer la fraction des atomes qui quittent le rayon des faisceaux



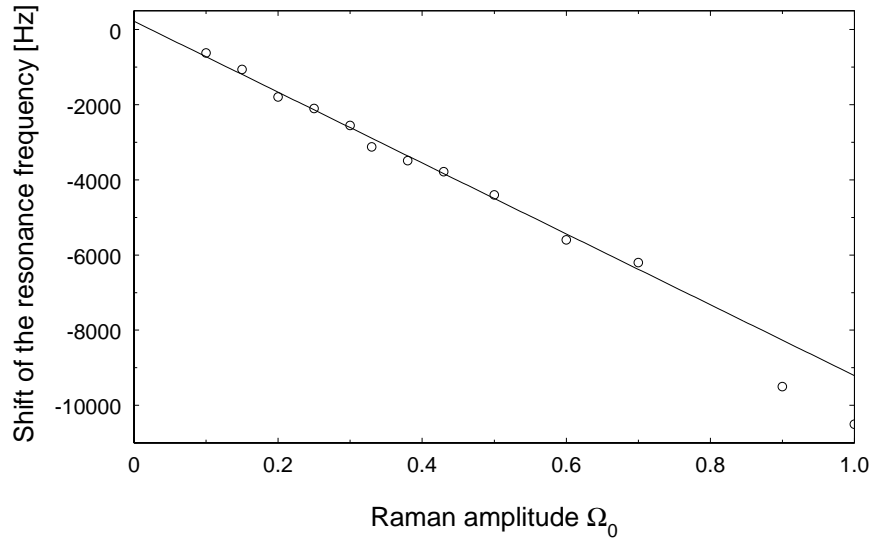


FIG. 6.1 –

Déplacement du centre de la résonance Raman en fonction de la puissance de l'impulsion, obtenu par la méthode des « trous », pour  $\Delta = 3.5$  GHz.

*Shift of the Raman resonance as a function of Raman pulse power for  $\Delta = 3.5$  GHz.*

par accélération gravitationnelle pendant le temps  $\Theta$  ; cette fraction vaut 17% des environ  $4 \cdot 10^7$  atomes pré-refroidis. Le petit pic étroit à  $v = -v_{\text{rec}}$  est un artefact dû à une excitation Raman non-sélective en vitesse provoquée par une réflexion parasite d'un des faisceaux Raman à l'intérieur de la cellule ; nous avons pu éliminer cet effet après la mise en place de la nouvelle cellule (*cf.* 4.4.2), dont la taille plus grande des fenêtres permet de la tourner d'un angle suffisant pour faire passer cette réflexion à l'extérieur de la zone d'interaction.

La distribution finale contient une fraction encore significative d'atomes en dehors du pic central. Ce phénomène ne s'explique pas par l'efficacité réduite des impulsions : en effet, la probabilité d'excitation par séquence est de l'ordre de 0.5 partout dans la zone  $[-v_{\text{rec}}, v_{\text{rec}}]$ , et la séquence est répétée 7 fois, ce qui laisse une chance de  $(1 - 0.5)^7 \approx 0.008$  seulement à un atome de ne pas être excité du tout. Il s'agit donc d'atomes qui ont subi un ou plusieurs cycles d'excitation Raman suivi de pompage optique sans que le hasard de l'émission spontanée ne leur donnât une chance d'atteindre la région  $v \approx 0$ . Cette conclusion est confirmée par l'expérience décrite dans le paragraphe suivant. Nous retrouvons ici dans l'expérience des manifestations de la compétition entre filtrage et recyclage qui est décrite par le modèle statistique et que nous avons aussi rencontré dans le cadre des simulations Monte-Carlo (voir par exemple la figure 3.4 c)).

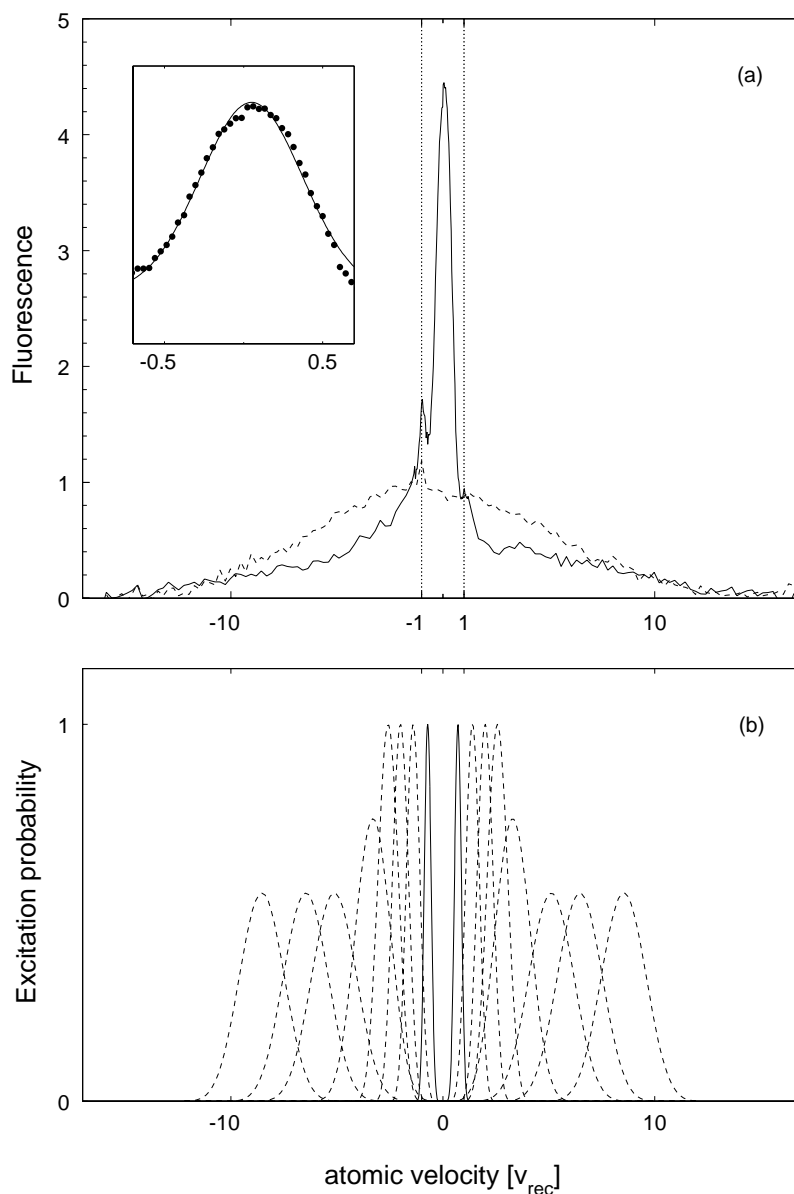


FIG. 6.2 –

a) Résultat du refroidissement unidimensionnel après 7 répétitions de la séquence d'impulsions (b).

a) Raman cooling of cesium atoms using 7 repetitions of the pulse sequence shown in b), with a total duration of  $\Theta = 24$  ms and  $\Delta/(2\pi) = 4.2$  GHz. The inset shows the central peak fitted by a Gaussian curve of width  $v_{\text{rms}} = 1.2 \pm 0.1$  mm/s or  $0.34 v_{\text{rec}}$ . This corresponds to an effective temperature of  $23 \pm 5$  nK. The small and sharp peak near  $v = -v_{\text{rec}}$  is a spurious signal due to non-velocity-selective excitation induced by a stray reflection of one of the Raman beams on a cell window. The dashed curve is the velocity distribution without Raman cooling after the same time  $\Theta$ , corresponding to a temperature of  $5.9 \mu\text{K}$ .

b) The 16 pulse sequence used for Raman cooling. The excitation probability vs velocity is calculated by solving the Schrödinger equation for Blackman pulses.

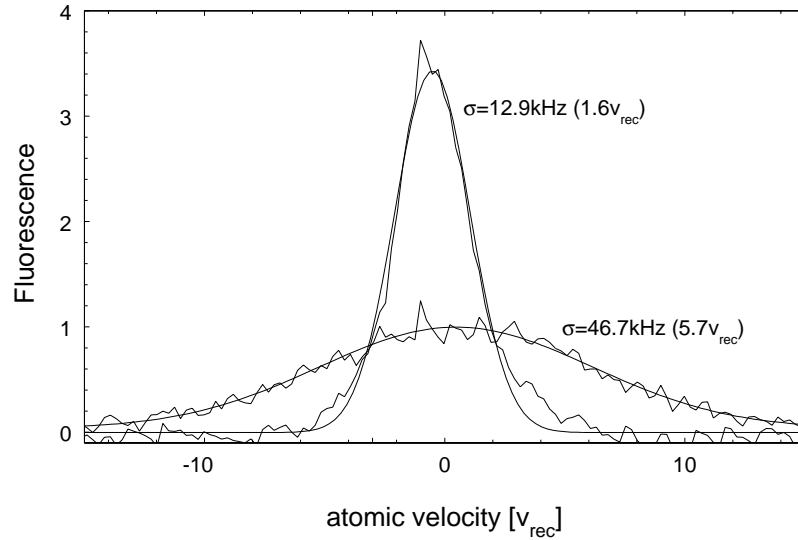


FIG. 6.3 –

Refroidissement efficace à une température de l'ordre de la température de recul. Tous les atomes se trouvent dans le pic, les épaules qui apparaissent sur la figure 6.2 sont absentes.

### Refroidissement efficace à la vitesse de recul

La figure 6.3 montre le résultat du refroidissement avec une séquence d'impulsions qui « s'arrête » avant la vitesse de recul : la dernière impulsion est centrée à  $\pm 1.5 v_{\text{rec}}$ . La séquence est répétée 8 fois. Le résultat est une distribution atomique qui contient la plupart des atomes dans l'intervalle  $[-2v_{\text{rec}}, 2v_{\text{rec}}]$ . 30% des atomes seulement se trouvent en dehors de cette région. Les « épaules » que nous avons observées alors (*cf.* 6.2) sont absentes ici. Nous trouvons donc le raisonnement du paragraphe précédent confirmé par cette expérience : ici, la largeur  $v_0$  du trou Raman est suffisamment grande pour que la proportion  $f$  d'atomes « piégés » dans l'intervalle  $[-v_{\text{rec}}, v_{\text{rec}}]$  approche sa valeur asymptotique, égale à 1, dans le temps d'interaction disponible. Dans le cas de la figure 6.2, en revanche,  $v_0$  est d'un facteur 5 plus petit. La sélection est alors plus forte, de sorte qu'on se trouve encore dans le régime transitoire  $f < 1$ . On retrouve là l'un des résultats centraux du modèle statistique : l'optimum du refroidissement est un compromis entre la largeur du pic et son remplissage.

Le résultat de la figure 6.3 démontre par ailleurs l'utilité du refroidissement Raman comme méthode de pré-refroidissement rapide pour des expériences nécessitant un échantillon atomique plus froid que celui produit par le piège magnéto-optique.

## 6.2 Deuxième série d'expériences : refroidissement Raman optimisé

Les résultats que nous venons de décrire correspondent à l'état de nos connaissances quand naquit l'idée d'appliquer au refroidissement Raman l'approche statistique développée dans le cadre du refroidissement VSCPT. Dans les quelques mois qui suivirent, un déménagement de notre expérience, devenu inévitable pour des raisons de place, nous donna l'occasion d'améliorer le dispositif en installant notamment la nouvelle cellule en verre traitée à l'extérieur, les diodes amplificatrices et le filtre spatial des faisceaux Raman, ainsi qu'une diode laser indépendante pour le repompeur Raman. Parallèlement à ces activités, le modèle statistique prenait forme au cours de nombreuses discussions. Rappelons les plus importantes conséquences du modèle pour la stratégie de refroidissement :

- Le modèle montre le rôle décisif du paramètre  $\mu$  et donc de la forme des impulsions de refroidissement. En particulier, il montre que les impulsions carrées sont mieux adaptées au refroidissement unidimensionnel que les impulsions Blackman.
- Parmi les impulsions de la séquence de refroidissement, la plus grande importance revient à l'impulsion la plus proche de  $v = 0$  car elle détermine la largeur  $v_0$  du trou Raman, qui doit être adaptée au temps d'interaction  $\Theta$ . Les autres impulsions, plus courtes et de profil plus large, servent surtout à recycler les atomes qui échappent à cette impulsion de filtrage. Leurs paramètres sont donc beaucoup moins critiques.

## 6.3 Comparaison de la performance des impulsions Blackman et créneau

Pour étudier l'effet d'une variation de l'exposant  $\alpha$ , nous avons employé la séquence de refroidissement la plus simple imaginable, celle qui ne contient qu'une seule impulsion Raman, centrée successivement à  $v_{\text{res}}$  puis à  $-v_{\text{res}}$ . Les deux formes d'impulsion que nous avons comparées sont l'impulsion Blackman ( $\alpha$  entre 3 et 4), dont l'intérêt repose sur ses très faibles bandes latérales, et l'impulsion carrée ( $\alpha \approx 2$ ), environ deux fois plus courte pour la même largeur caractéristique  $\delta v_p$  et facile à produire expérimentalement. Pour une forme d'impulsion donnée, la séquence ne possède qu'un seul paramètre : la largeur caractéristique  $\delta v_p$  de l'impulsion. (La vitesse résonnante  $v_{\text{res}}$  est déterminé par la condition d'un minimum d'excitation à  $v = 0$ .)

### 6.3.1 Conditions expérimentales

Pour pouvoir comparer les résultats obtenus avec les deux types d'impulsion, nous avons choisi une impulsion Blackman deux fois plus longue que l'impulsion carrée, ce qui conduit à des valeurs de  $v_{\text{res}}$  et  $\delta v_p$  voisines pour les deux types d'impulsion. Pour couvrir une partie aussi grande que possible de la distribution initiale, nous avons choisi une durée  $\tau = 30 \mu\text{s}$  pour l'impulsion carrée, ce qui représente la plus petite valeur possible

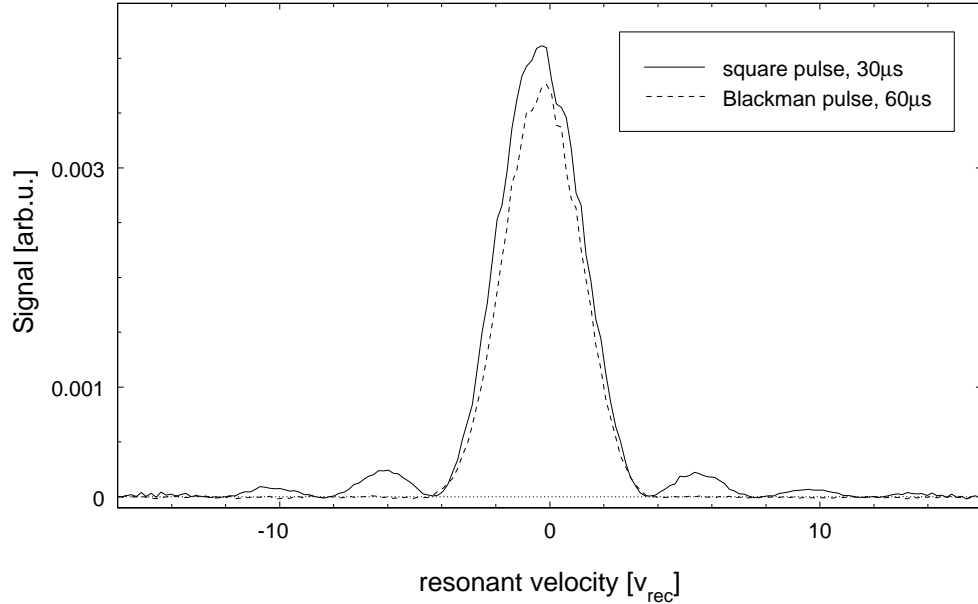


FIG. 6.4 –

Les profils d'excitation des impulsions utilisées pour le refroidissement à une seule impulsion, obtenus par spectroscopie Raman à faisceaux parallèles.

*Excitation profiles of a 30  $\mu$ s square pulse and a 60  $\mu$ s Blackman pulse, obtained using Doppler-free Raman spectroscopy.*

compte tenu de la puissance laser disponible. La vitesse résonnante de cette impulsion vaut  $v_{\text{res}} = 4 v_{\text{rec}}$ . La figure 6.4 confronte les profils d'excitation expérimentaux (*cf.* 5.2) des deux impulsions.

Pour rendre compte des imperfections expérimentales (en particulier de la différence de puissance entre les deux directions  $+x$  et  $-x$ , en conjonction avec les déplacements lumineux différentiels), nous avons varié les vitesses résonnantes de chacune des impulsions autour de sa valeur théorique pour trouver l'optimum, c'est-à-dire le pic refroidi le plus haut. Cette optimisation est importante surtout pour les impulsions carrées, à cause de la variation rapide autour du minimum d'excitation : un déplacement de  $0.25 v_{\text{rec}}$  par rapport à la position optimale entraîne une excitation de 1% à  $v = 0$ , ce qui est beaucoup compte tenu du grand nombre de répétitions. La position des impulsions Blackman est moins critique (*cf.* 1.3). Dans les deux cas, les corrections restent inférieures à ordre de 10% du désaccord de l'impulsion. La position est ajustée à  $0.1 v_{\text{rec}}$  près.

### Remarque

Chaque impulsion Raman est suivie d'une impulsion de pompage optique d'une durée de  $20 \mu$ s. Si on changeait le signe de la vitesse résonnante (et donc la direction relative des faisceaux Raman) après chaque impulsion Raman, on obtiendrait une fréquence de commutation de  $1/(30 \mu$ s +  $20 \mu$ s), au-delà de la fréquence limite

du système d'échange des faisceaux Raman (*cf.* 4.6.2). Nous avons contourné cette limitation technique en appliquant 6 impulsions Raman dans un même sens avant d'intervertir les directions. Une séquence élémentaire comporte donc 6 impulsions Raman « à gauche », puis 6 autres « à droite », chaque impulsion Raman étant suivie d'une impulsion de pompage optique de  $\tau_{RR} = 20 \mu\text{s}$ . Des contraintes électroniques demandent, en plus, un temps mort de  $5 \mu\text{s}$  entre deux impulsions. Ainsi on arrive à une durée de  $720 \mu\text{s}$  pour la séquence élémentaire d'impulsions carrées et de  $1080 \mu\text{s}$  pour celle des impulsions Blackman. Dans les deux cas, la séquence contient 12 impulsions Raman. Pendant le temps d'interaction de  $\Theta \approx 25 \text{ms}$ , on applique un nombre total de 420 impulsions carrées ou 280 impulsions Blackman, et le même nombre d'impulsions de pompage.

Nous avons enregistré la distribution de vitesses atomiques pour plusieurs valeurs de  $\Theta$  entre  $\Theta = 0$  et le temps maximal disponible<sup>2</sup>,  $\Theta \approx 25 \text{ms}$ . Cette valeur de  $\Theta$  correspond à 22 répétitions de la séquence Blackman et à 34 répétitions de la séquence d'impulsions carrées.

### 6.3.2 Résultats de l'expérience

Regardons d'abord le résultat final à  $\Theta = 25 \text{ms}$  (figure 6.5). On constate tout de suite que, pour les impulsions Blackman aussi bien que carrées, la largeur du pic d'atomes froids (courbes en trait continu) est nettement plus petite que la largeur du trou Raman (courbes en trait pointillé). L'ordonnée indique la fluorescence en unités du maximum de la distribution non-refroidie : les impulsions carrées aussi bien que Blackman produisent un gain important à  $v = 0$ . En comparant les deux résultats, on trouve que le pic produit par les impulsions carrées est à la fois le plus haut et le plus fin des deux. L'analyse quantitative donne des largeurs de  $\delta v \approx 1.0 v_{\text{rec}}$  pour l'impulsion Blackman et  $\delta v \approx 0.47 v_{\text{rec}}$  ( $T_{1D} \approx 44 \text{nK}$ ) pour l'impulsion carrée ainsi que des hauteurs en unités de la hauteur de la distribution initiale de  $h/h_0 \approx 3.1$  pour l'impulsion Blackman et  $h/h_0 \approx 5.3$  pour l'impulsion carrée. Ainsi, avec une seule impulsion carrée, on obtient un résultat comparable à celui obtenu dans la première série d'expériences par une séquence beaucoup plus complexe de 8 impulsions Blackman. Outre cette simplification considérable, l'expérience montre clairement que le résultat dépend du type d'impulsion utilisée et que, plus spécifiquement, l'impulsions carrée est mieux adaptée au refroidissement unidimensionnel que l'impulsion Blackman.

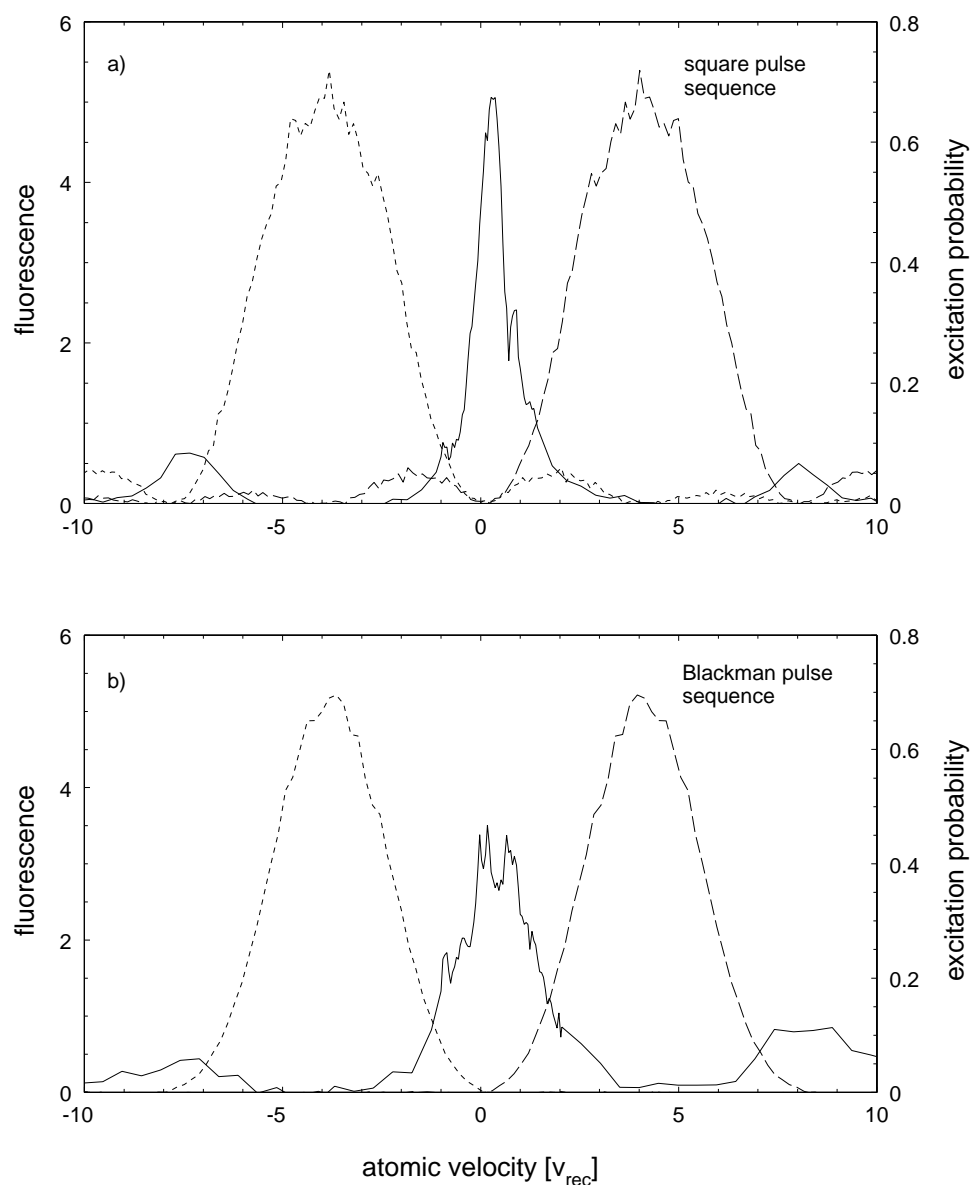


FIG. 6.5 –

Résultat du refroidissement aux séquences à une impulsion. a) Le profil de l'impulsion carrée (courbes en trait pointillé), centré à  $v_{\text{res}} = \pm v_{\text{rec}}$ , et la distribution en vitesse qui résulte de son application pendant 25 ms. b) Profil d'excitation et distribution en vitesse pour le cas d'une impulsion Blackman. La hauteur des distributions est donnée en unités de la hauteur de la distribution initiale.

*Result of Raman cooling using a one-pulse sequence. a) Excitation profile of a  $30 \mu\text{s}$  square pulse centered at  $\pm 4 v_{\text{rec}}$  (dashed curves) and velocity distribution after 25 ms of Raman cooling with these pulses. b) Analogous data for a  $60 \mu\text{s}$  Blackman pulse.*

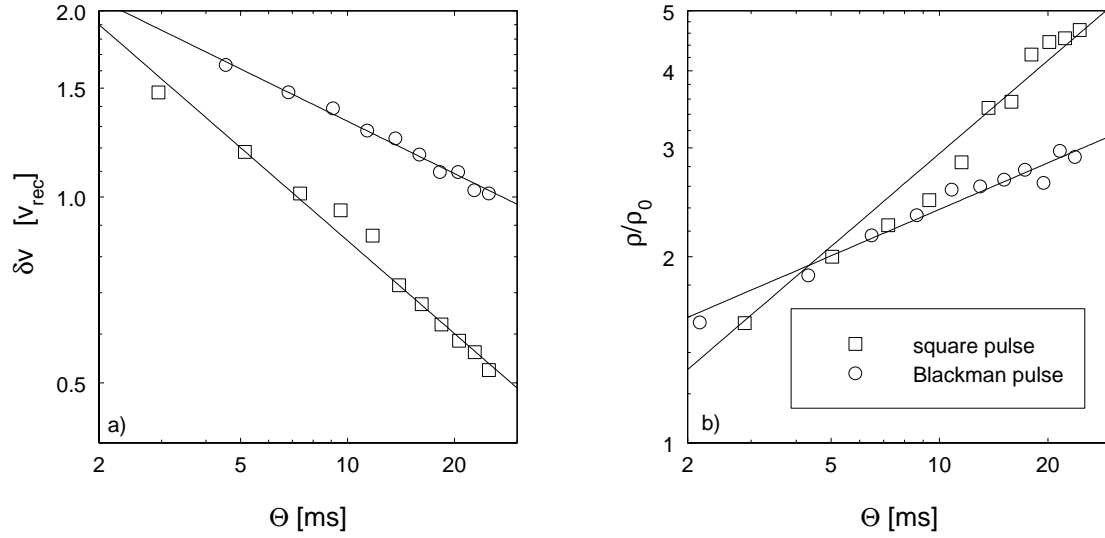


FIG. 6.6 –

Refroidissement à une seule impulsion carrée (carrées) et Blackman (ronds) : a) évolution de la largeur, b) évolution de la hauteur du pic d'atomes froids en fonction du temps d'interaction  $\Theta$ .

### 6.3.3 Comparaison aux prédictions du modèle

#### Evolution de la largeur

La figure 6.6 a) donne l'évolution de la largeur du pic froid en fonction du temps. La représentation logarithmique des résultats expérimentaux (carrés pour l'impulsion carrée, ronds pour l'impulsion Blackman) fait apparaître deux pentes différentes : comme prévu par le modèle et par les simulations, la largeur de la distribution en vitesse décroît plus rapidement quand des impulsions carrées sont utilisées pour le refroidissement. Un meilleur fit par une loi de puissance du type  $1/\Theta^{1/\alpha}$  donne  $\alpha \approx 3.6$  pour l'impulsion Blackman et  $\alpha \approx 2.0$  pour l'impulsion carrée.

#### Evolution de la hauteur

La figure 6.6 b) montre l'évolution de la hauteur de la distribution en vitesse en unités de la hauteur de la distribution initiale. Malgré le fait que les impulsions ne couvrent qu'une partie de la distribution initiale, le pic produit par les impulsions carrées atteint plus de 5 fois la hauteur de la distribution initiale. Ces données présentent plus de bruit que celles de la largeur, cependant le rapport signal-bruit est suffisant pour discerner les pentes différentes des deux courbes : la hauteur du pic croît plus rapidement dans le cas du refroidissement aux impulsions carrées. Un meilleur fit par une loi de puissance du

<sup>2</sup>Le « temps noir » (temps entre la coupure de la mélasse et le branchement du faisceau sonde) reste constant, il ne diminue pas quand  $\Theta$  diminue. Ainsi la fraction d'atomes perdus par accélération gravitationnelle ne change pas avec  $\Theta$ , ce qui facilite la comparaison des résultats.



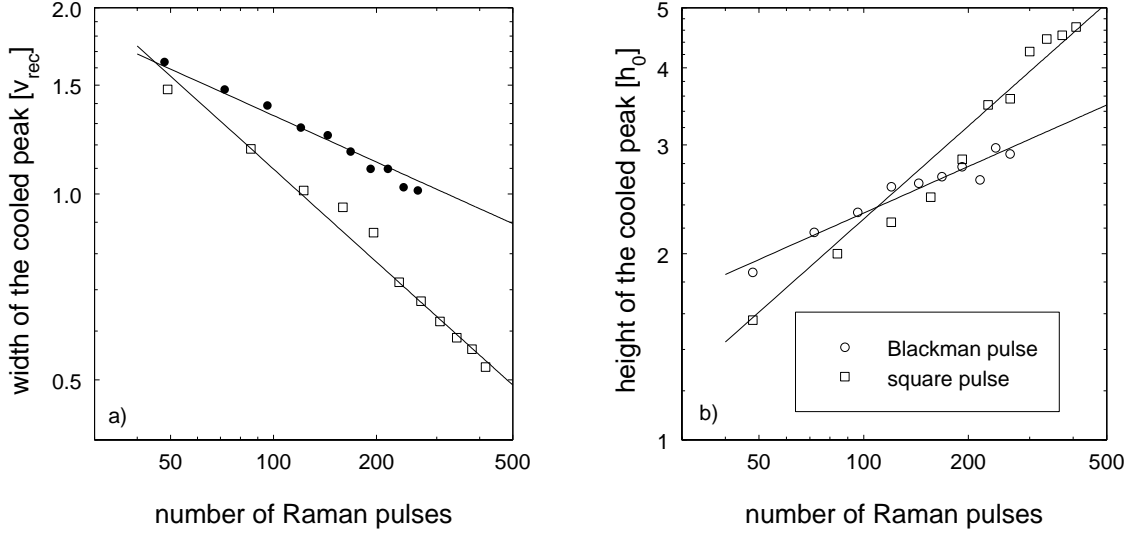


FIG. 6.7 –

Evolution de la largeur (a) et de la hauteur (b) du pic d'atomes froids en fonction du nombre d'impulsions Raman (*cf.* fig. 6.6). L'impulsion carrée reste plus favorable même dans cette comparaison qui élimine l'influence du « coût temporel » des impulsions.

type  $\Theta^{1/\alpha}$  donne des exposants  $\alpha \approx 3.8 \pm 0.2$  pour l'impulsion Blackman et  $\alpha \approx 2.0 \pm 0.2$  pour l'impulsion carrée. Ces valeurs sont compatibles avec la prédiction du modèle et des simulations (*cf.* 1.3 et 3.4). Ces résultats confirment donc une prédiction centrale de notre théorie, l'importance de la forme du profil d'excitation près de  $v = 0$ .

### Rôle du « coût temporel »

Les résultats montrent aussi que le rôle du « coût temporel », plus élevé pour l'impulsion Blackman que pour l'impulsion carrée, est de moindre importance : dans la représentation logarithmique, ce facteur multiplicatif ne contribue qu'un décalage vertical des courbes sans changer leur pente (*cf.* fig. 6.7). Ainsi, même si l'impulsion Blackman avait la même durée que l'impulsion carrée de largeur comparable, le refroidissement aux impulsions carrées donnerait les meilleurs résultats.

## 6.4 Optimisation du refroidissement

La largeur de  $\delta v \approx 0.47 v_{\text{rec}}$  que nous venons de trouver pour le refroidissement à une seule impulsion carrée est supérieure à la largeur optimale prédite par le modèle (eq. 3.13) pour  $\alpha = 2$  et un temps  $\Theta \sim 20$  ms, qui vaut  $(v_{\Theta})_{\text{opt}} \approx 0.09 v_{\text{rec}}$  (*cf.* 3.2.4). En effet, l'impulsion de  $\tau = 30 \mu\text{s}$  avec sa vitesse résonnante  $v_{\text{res}} \approx 4v_{\text{rec}}$  (que nous avons choisie pour couvrir une grande partie de la séquence initiale avec une seule impulsion) donne un trou Raman beaucoup plus large que l'optimum théorique (eq. (3.11)), qui vaut

$(v_0)_{\text{opt}} \approx 0.3v_{\text{rec}}$ . Nous avons donc utilisé des séquences à plusieurs impulsions carrées (*cf.* 2.2.2), dont la dernière se trouve plus proche de  $v = 0$ .

### 6.4.1 Conditions de l'expérience

Comme dans les expériences précédentes, le refroidissement Raman part de la distribution en vitesse d'une mélasse optique à  $\delta = -10\Gamma$ , qui est bien approximée par une gaussienne de largeur caractéristique  $v_{\text{rms}} \approx 5.5v_{\text{rec}}$ . Le temps d'interaction est limité à  $\Theta \approx 25$  ms par la chute libre des atomes dans les faisceaux de refroidissement. La résolution de l'impulsion Raman de sélection, qui est utilisée pour la détection sélective en vitesse, est de l'ordre de  $0.05v_{\text{rec}}$  (demi-largeur à  $1/\sqrt{e}$ ).

#### La séquence d'impulsions

Nous avons utilisé des séquences à deux et trois impulsions de vitesse résonnante différente. Quand la vitesse résonnante  $v_0$  de la dernière impulsion est de l'ordre de la vitesse de recul ou plus grande, nous avons trouvé qu'il suffit d'ajouter une seule impulsion supplémentaire, dont la vitesse résonnante est de l'ordre  $4v_{\text{rec}}$ , pour couvrir toute la distribution initiale. L'ajout d'impulsions supplémentaires n'améliore pas le résultat. En revanche, quand la vitesse résonnante de la dernière impulsion est inférieure à  $0.5v_{\text{rec}}$ , on obtient un pic plus haut en ajoutant une troisième impulsion à une vitesse résonnante intermédiaire.

La durée de l'impulsion centrée à  $v_{\text{res}} \sim 4v_{\text{rec}}$  est de l'ordre de  $30 \mu\text{s}$ . La probabilité de transition des impulsions de cette durée est réduite par rapport aux impulsions plus longues à cause de la puissance laser limitée. Pour compenser cette réduction, nous avons appliqué deux à trois de ces impulsions à la place d'une impulsion seule, ce qui a amélioré le résultat du refroidissement.

Chaque impulsion Raman est suivie d'une impulsion de pompage d'une durée de  $35 \mu\text{s}$ . La direction relative du faisceau de pompage est  $\eta = 1$  si la vitesse de l'impulsion Raman précédente est supérieure à  $2v_{\text{rec}}$  et  $\eta = -1$  sinon. Rappelons qu'on applique toujours un deuxième faisceau de pompage, d'un facteur 10 moins puissant, dans la direction opposée au faisceau de pompage principal pour éviter l'accumulation d'atomes dans des états noirs.

#### Procédure d'optimisation

Comme la vitesse résonnante des impulsions carrées est un paramètre critique (*cf.* 1.3), nous avons optimisé le placement de chacune des impulsions d'une séquence. Notre méthode consistait à supprimer d'abord les impulsions longues et à optimiser la hauteur du pic obtenu par les impulsions courtes isolées en modifiant leurs vitesses résonnantes avec une résolution de  $0.05v_{\text{rec}}$ . Dans un deuxième temps, les impulsions longues étaient remises et optimisées à leur tour.

Quatre séquences d'impulsions ont été optimisés de cette manière. Ils se distinguent essentiellement par la vitesse résonnante de la dernière impulsion. Les valeurs testées sont

$v_0 \approx 0.3 v_{\text{rec}}, 0.9 v_{\text{rec}}, 1.05 v_{\text{rec}}$  et  $1.5 v_{\text{rec}}$ . Les durées de ces impulsions sont, respectivement,  $400 \mu\text{s}, 150 \mu\text{s}, 120 \mu\text{s}$  et  $90 \mu\text{s}$ .

### 6.4.2 Optimum du refroidissement

Nous avons obtenu la meilleure hauteur pour une vitesse résonnante de  $v_0 = 1.05 v_{\text{rec}}$ . La figure 6.8 donne la distribution en vitesse après 26 répétitions de la séquence (*i.e.*,  $\Theta = 20.3 \text{ ms}$ ). Le pic d'atomes froids atteint une hauteur 10 fois plus élevée que celle de la distribution initiale et contient 35% des atomes. Ce pic possède une demi-largeur à  $1/\sqrt{e}$  de  $\delta v = (0.12 \pm 0.01) v_{\text{rec}}$ , ce qui correspond à une température effective  $T_{1\text{D}} = (2.8 \pm 0.5) \text{ nK}$  ( $T_{\text{rec}}/73$ ), presque 10 fois plus basse que la température obtenue avec une seule impulsion.

### 6.4.3 Comparaison aux impulsions Blackman

Nous avons également optimisé le refroidissement avec plusieurs impulsions Blackman. La figure 6.9 montre le meilleur résultat que nous avons obtenu. La séquence consiste en 4 impulsions Blackman centrées à  $-6 v_{\text{rec}}, -3.5 v_{\text{rec}}, -1.45 v_{\text{rec}}, -0.55 v_{\text{rec}}$ . Cette séquence d'une durée de 2.1 ms est répétée 10 fois. La distribution finale est à la fois moins haute et plus large que les distributions obtenues avec des impulsions carrées : le pic monte 6 fois plus haut que la distribution initiale et possède une demi-largeur de  $\delta v \approx 0.21 v_{\text{rec}}$ , ce qui correspond à une température effective  $T_{1\text{D}} \approx 9 \text{ nK}$  ( $T_{\text{rec}}/23$ ), plus de 3 fois celle du refroidissement aux impulsions carrées. En même temps, la proportion d'atomes dans le pic est plus faible et n'atteint que 21%. Ce résultat confirme donc les résultats du refroidissement avec des séquences à une seule impulsion et montre encore une fois le rôle décisif de la forme des impulsions Raman.

### 6.4.4 Compromis largeur-remplissage

Il était déjà apparu au cours de l'analyse théorique que l'optimum est un compromis entre la largeur du pic et le nombre d'atomes qu'il contient. Le phénomène se retrouve dans l'expérience, comme le montre la figure 6.10. Sur cette figure, largeur et hauteur du pic sont représentées en fonction de la position  $v_0$  de la dernière impulsion. On constate que la largeur diminue toujours avec  $v_0$  — de  $\delta v \approx 0.21 v_{\text{rec}}$  pour  $v_0 = 1.5 v_{\text{rec}}$  à  $\delta v \approx 0.06 v_{\text{rec}}$  pour  $v_0 = 0.3 v_{\text{rec}}$  — alors que la hauteur passe par un optimum. La meilleure hauteur est celle obtenue pour  $v_0 = 1.05 v_{\text{rec}}$ . Quand on réduit la largeur du trou Raman à  $v_0 = 0.3 v_{\text{rec}}$ , la hauteur diminue d'un tiers. Cependant, même une distribution qui n'optimise pas la hauteur peut être intéressante pour les applications, comme nous l'avons déjà discuté, par exemple quand la faible dispersion en vitesse est l'objectif principal et le nombre d'atomes est moins important.

La figure 6.11 montre la distribution en vitesse la plus froide que nous avons obtenue avec un remplissage significatif. Il s'agit du cas  $v_0 = 0.3 v_{\text{rec}}$ , tous les autres paramètres étant identiques à celles de l'expérience précédente. On mesure une largeur de  $\delta v \approx 790 \text{ Hz}$

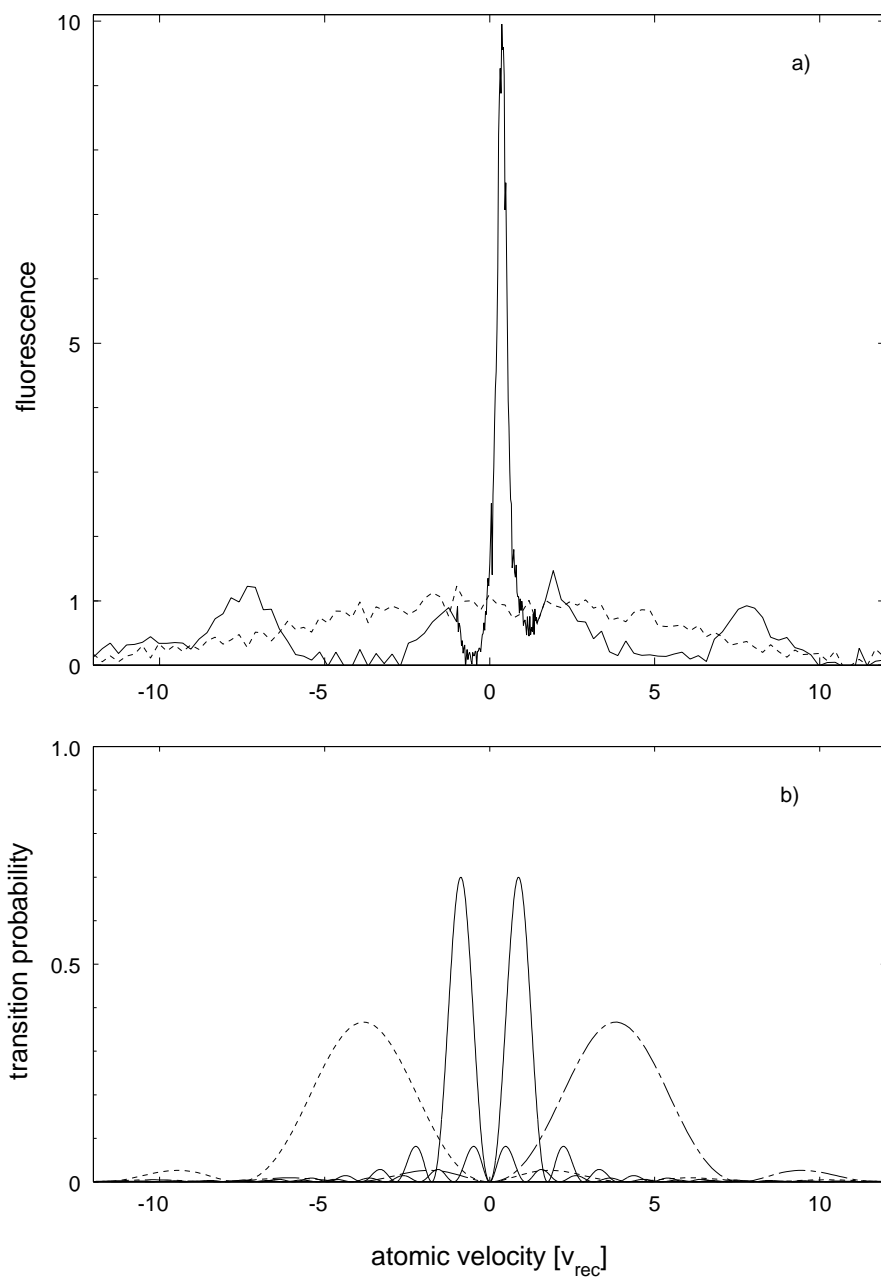


FIG. 6.8 –

a) Optimum expérimental du refroidissement à deux impulsions carrées. Les impulsions sont centrées à  $1.1 v_{\text{rec}}$  et à  $4 v_{\text{rec}}$  (b). Ce résultat correspond à un temps d'interaction  $\Theta \approx 20$  ms, pendant lequel la séquence d'impulsions est répétée 26 fois. La demi-largeur à  $1/\sqrt{e}$  du pic est  $\delta v \approx 0.12 v_{\text{rec}}$ .

*Optimized result using Blackman pulses. The half width obtained after 20 ms is  $\delta v \approx 0.12 v_{\text{rec}}$ .*

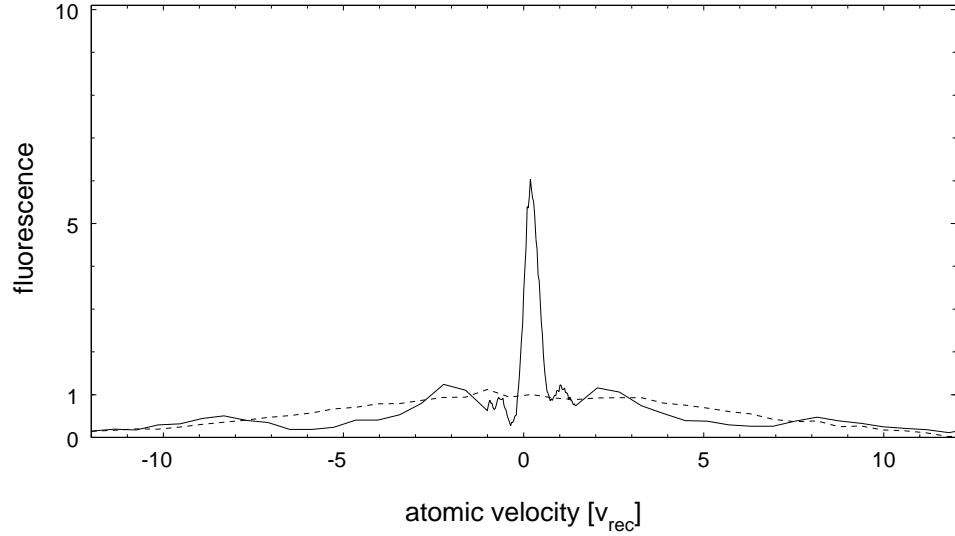


FIG. 6.9 –

Optimum expérimental du refroidissement à plusieurs impulsions Blackman. Les conditions expérimentales sont données dans le texte. La demi-largeur à  $1/\sqrt{e}$  du pic est  $\delta v \approx 0.21 v_{\text{rec}}$ .

*Optimized result using Blackman pulses. The half width is  $\delta v \approx 0.21 v_{\text{rec}}$  after 20.3 ms.*

( $0.097 v_{\text{rec}}$ ). Pour un pic aussi fin, on ne peut plus négliger la largeur de l'impulsion de sélection, qui vaut environ  $\delta v \approx 440$  Hz ( $0.054 v_{\text{rec}}$ ). Après une déconvolution numérique par un programme qui suppose une forme lorentzienne pour la distribution en vitesse (variation dans les ailes en  $1/v^2$ , cf. (2.75)) et une forme gaussienne pour le profil de l'impulsion Blackman de sélection, on trouve une largeur de la distribution en vitesse de  $\delta v \approx 0.063 v_{\text{rec}}$ , ce qui correspond à une température effective de  $T_{\text{1D}} \approx 0.8$  nK. Le gain en hauteur par rapport à la distribution initiale vaut  $h/h_0 \approx 6.4$ , une valeur appréciable même si elle est inférieure à l'optimum.

#### 6.4.5 Comparaison aux prédictions du modèle

Par rapport au refroidissement avec une seule impulsion, l'adaptation de la vitesse résonnante  $v_0$  au temps d'interaction disponible et l'ajout d'impulsions supplémentaires pour couvrir une grande partie de la distribution initiale ont amélioré le résultat d'un facteur 10 en température.

Nous avons enregistré la distribution en vitesse obtenue avec la séquence d'impulsions carrées optimisée ( $v_0 = 1.05 v_{\text{rec}}$ ) pour différentes valeurs de  $\Theta$ . La figure 6.12 donne le résultat en le comparant au résultat obtenu avec une seule impulsion carrée. On constate que les courbes pour les séquences optimisée et à une seule impulsion ont la même pente : seul change le décalage vertical dans la représentation logarithmique, qui correspond à un facteur multiplicatif. C'est le comportement prédit par le modèle : la croissance de la hauteur est bien approximée par une loi de puissance en  $\Theta^{1/2}$  et la décroissance de

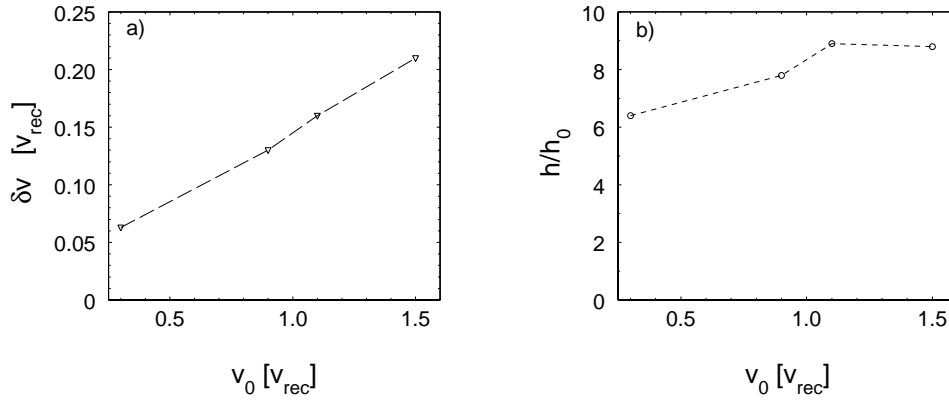


FIG. 6.10 –

Refroidissement à deux impulsions carrées : largeur (a) et hauteur (b) de la distribution en vitesse en fonction de la position  $v_0$  de l'impulsion de filtrage.

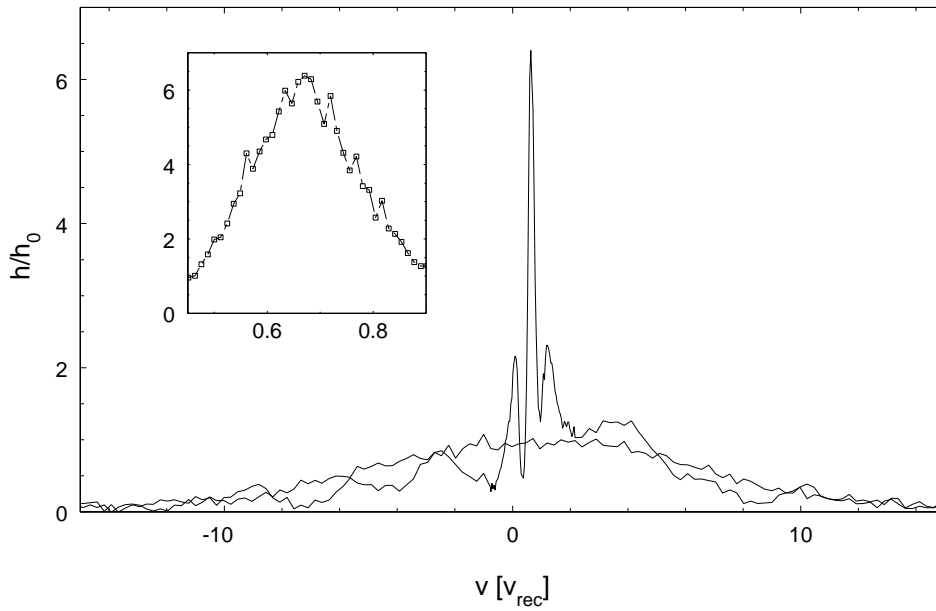


FIG. 6.11 –

Refroidissement à trois impulsions carrées : distribution en vitesse. La largeur du pic après déconvolution est  $\delta v \approx 0.063 v_{\text{rec}}$ , ce qui correspond à une température effective de  $T_{1D} \approx 0.8 \text{ nK}$ .

*Cooling with a sequence of three square pulses. The width of the peak is  $\delta v \approx 0.063 v_{\text{rec}}$  after deconvolution with the probe profile. This velocity spread is equivalent to an effective temperature of  $T_{1D} \approx 0.8 \text{ nK}$ .*

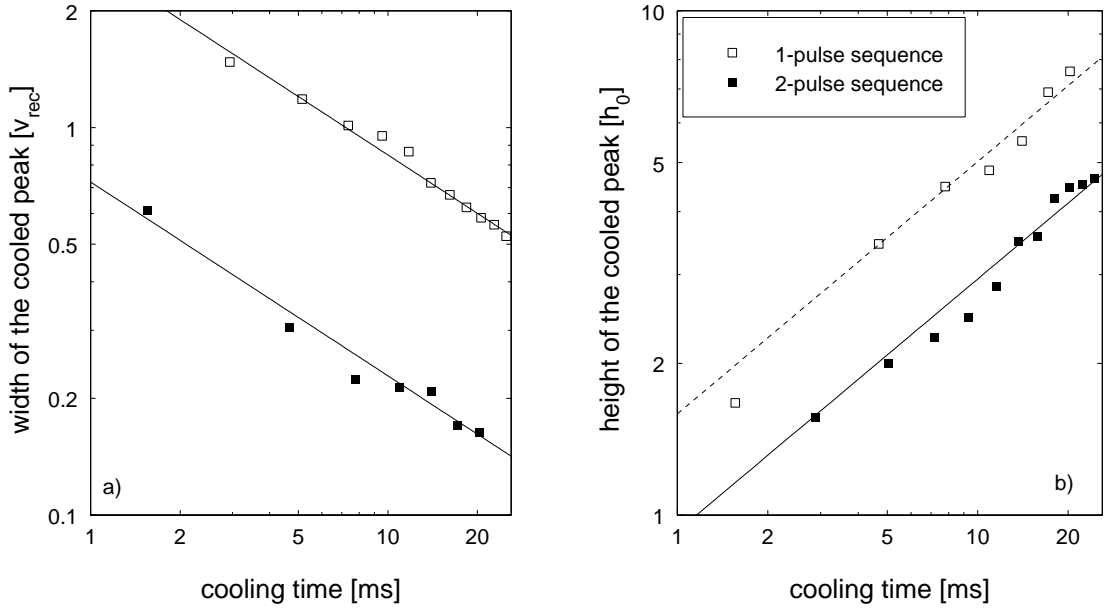


FIG. 6.12 –

Refroidissement à deux impulsions carrées. Evolution de la largeur (a) et de la hauteur (b) du pic d'atomes froids en fonction du temps d'interaction  $\Theta$ . Le résultat du refroidissement à une seule impulsion carrée est répété sur cette figure pour faciliter la comparaison.

la largeur par une loi en  $1/\Theta^{1/2}$ . Les exposants des lois de puissances sont déterminés uniquement par le type d'impulsion (paramètre  $\alpha$ ) et par la dimension  $D$ .

## 6.5 Conclusion

L'importance de cette expérience réside d'une part dans le résultat — les températures atteintes à une dimension sont de l'ordre de  $1\text{ nK}$ , équivalent à une vitesse moyenne de  $250\ \mu\text{m/s}$  et une longueur d'onde de de Broglie de  $\lambda_{\text{dB}} = 12\ \mu\text{m}$ . L'atome est délocalisé sur plus que dix longueurs d'onde optiques. D'autre part, cette expérience confirme la théorie statistique et suit une nouvelle voie en adaptant le profil d'excitation du refroidissement aux conditions expérimentales, en particulier au temps d'interaction  $\Theta$ .

# Chapitre 7

## Aller plus loin

### 7.1 Les résultats obtenus

Nous avons exploré les limites du refroidissement Raman avec des méthodes théoriques et expérimentales. La description théorique par le moyen des statistiques de Lévy a montré l'importance de la forme du profil d'excitation. Il est pertinent de caractériser un tel profil par la largeur  $v_0$  de son « trou Raman » et par l'exposant  $\alpha$  qui donne la courbure du profil à l'intérieur du trou Raman. Pour aboutir au meilleur résultat, il faut

- adapter l'exposant  $\alpha$  à la dimension  $D$  du refroidissement et
- choisir la largeur  $v_0$  en fonction du temps d'interaction  $\Theta$ .

En d'autres termes, le modèle montre que le choix du type d'impulsion dépend de la dimension et que la position des impulsions dépend du temps d'interaction. S'il s'agit de concentrer un nombre maximal d'atomes dans un intervalle de vitesses aussi petit que possible, le meilleur exposant  $\alpha$  est donné par la condition

$$\mu = \frac{D}{\alpha} = 1$$

et l'optimum de  $v_0$  est donné par l'équation 3.11. Nous avons établi les formules qui donnent des prédictions quantitatives de la plus petite largeur,  $(v_\Theta)_{\text{opt}}(D, \Theta)$ , et de la plus grande densité dans l'espace des vitesses,  $(h)_{\text{opt}}(D, \Theta)$ , que l'on peut obtenir pour une proportion significative des atomes. Le temps d'interaction étant limité, dans le cas des atomes libres, par la chute des atomes dans le champ de pesanteur, nous avons calculé les valeurs de  $(v_\Theta)_{\text{opt}}(D, \Theta)$  et de  $(h)_{\text{opt}}(D, \Theta)$  qu'on peut atteindre en un temps d'interaction réaliste  $\Theta < 100$  ms.

Le processus du refroidissement Raman se prête facilement à la simulation numérique par un algorithme du type Monte-Carlo. Nous avons réalisé un programme de ce type qui permet de simuler le refroidissement en une, deux et trois dimensions avec des profils d'excitation arbitraires. Une telle approche est complémentaire du modèle statistique et constitue un test indépendant de ses prédictions. Les résultats des simulations confirment les lois de puissance issues du modèle et donnent des valeurs optimales compatibles avec ses prédictions. Pour le césium, on trouve à une dimension et pour  $\Theta = 20$  ms



$(v_{\Theta})_{\text{opt}} = (0.07 \pm 0.02)v_{\text{rec}}$ , suivant le compromis qu'on fait entre la largeur du pic et le nombre d'atomes qu'il contient. Pour  $\Theta = 100$  ms on trouve  $(v_{\Theta})_{\text{opt}} \sim v_{\text{rec}}/50$ . Ces résultats, qui correspondent respectivement à des températures de  $T_{1\text{D}} \sim 0.5$  nanoKelvin et  $T_{1\text{D}} \sim 80$  picoKelvin, sont prédits pour des impulsions carrées ( $\alpha \sim 2$ ), qui s'avèrent plus favorables que les impulsions Blackman ( $\alpha$  entre 3 et 4). En trois dimensions, en revanche, les impulsions Blackman sont mieux adaptées. Leur utilisation conduit à une largeur finale de la distribution en vitesse tridimensionnelle de l'ordre de  $\delta v \sim v_{\text{rec}}/3$  en 100 ms.

Dans une expérience de refroidissement Raman unidimensionnel d'atomes de césium, nous avons d'abord démontré la grande potentialité de cette méthode pour l'obtention de températures très basses. Nous avons testé les prédictions du modèle et nous nous sommes servis des résultats théoriques pour optimiser le refroidissement. Ainsi nous avons pu atteindre des températures unidimensionnelles de l'ordre du nanoKelvin en utilisant une séquence très simple de deux impulsions carrées. Nous avons obtenu la plus grande hauteur du pic d'atomes froids — un facteur 10 plus haute que la distribution initiale — avec une impulsion de filtrage d'une durée de  $120 \mu\text{s}$ , centrée à la vitesse de recul. Dans ce cas, la demi-largeur à  $1/\sqrt{e}$  du pic était  $\delta v = 0.12 v_{\text{rec}}$ , correspondant à une température de  $T_{1\text{D}} = 2.8$  nK, et le pic contenait 35% des atomes. En utilisant une impulsion de filtrage plus longue, centrée plus proche de  $v = 0$ , nous avons obtenu des températures encore plus basses, mais au détriment de la hauteur et du nombre d'atomes dans le pic. Par exemple, nous avons observé un pic de largeur  $\delta v \approx v_{\text{rec}}/16$  ( $T_{1\text{D}} \approx 0.8$  nK) et 6.4 fois plus haut que la distribution initiale en utilisant une impulsion de filtrage d'une durée de  $400 \mu\text{s}$ .

Une extension évidente de ces expériences est l'application de ce refroidissement aux atomes froids d'une horloge atomique. Au plus long terme, l'horloge satellite actuellement en développement pourrait bénéficier du refroidissement tridimensionnel en microgravité.

## 7.2 Effets quantiques liés à la délocalisation

Aux températures extrêmement basses du refroidissement Raman, les atomes présentent des propriétés très inhabituelles que notre dispositif rend observables. Par exemple, un atome dont la vitesse est définie à  $\delta v = v_{\text{rec}}/10$  près possède une longueur d'onde de de Broglie  $\lambda_{\text{dB}}$  10 fois plus élevée que la longueur d'onde du laser. En plaçant un tel atome dans le potentiel périodique d'une onde lumineuse stationnaire créée par un laser désaccordé, on peut mettre en évidence les phénomènes quantiques liés à la délocalisation de l'atome dans le potentiel périodique, comme les oscillations de Bloch. Notre dispositif, d'une grande souplesse grâce à l'utilisation de diodes lasers et du contrôle complet par ordinateur, permet une telle application. Ainsi, en un temps remarquablement court (un mois de travail expérimental), notre équipe a pu mettre en évidence les oscillations de Bloch des atomes froids dans un réseau optique [32].

### 7.3 Refroidissement Raman dans un piège

Pour atteindre des températures très basses en trois dimensions, une voie prometteuse consiste à appliquer le refroidissement Raman aux atomes confinés dans un piège non-dissipatif. Le temps d'interaction dans un tel piège peut être plusieurs ordres de grandeur plus long que dans le cas des atomes libres. Comme le piège couple les degrés de liberté de position et de vitesse, le refroidissement dans le piège augmente la densité non seulement dans l'espace des vitesses, mais dans l'espace des phases. De plus, un seul axe de refroidissement suffit au refroidissement tridimensionnel, si cet axe n'est pas un axe propre du piège et si les fréquences du piège ne sont pas dégénérées [60].

Dans l'optique de la production d'un gaz de Bosons dégénéré le refroidissement sub-recul d'atomes piégés pourrait s'avérer un outil de choix. Il pourrait accélérer le refroidissement évaporatif ou même le remplacer complètement dans une méthode tout optique. Une telle méthode, baptisée « laser à atomes », a été étudiée récemment par M. Olshani, Y. Castin et J. Dalibard [16]. Dans leur modèle, les atomes occupant les niveaux d'énergie d'un potentiel externe sont excités optiquement avec une probabilité qui dépend du niveau d'énergie et donc de la vitesse atomique  $v$ . Le facteur bosonique peut ensuite conduire à l'émission préférentielle dans un mode donné de la cavité et à l'accumulation des atomes dans ce mode, un effet similaire à la condensation de Bose-Einstein. La possibilité qu'offrent les impulsions Raman de réaliser des probabilités d'excitation proportionnelles à  $v^2$  ou à  $v^4$  conduit à l'abaissement du seuil par rapport à la condensation de Bose-Einstein traditionnelle.

L'application du refroidissement dans un piège est possible à condition que le potentiel du piège soit le même pour tous les sous-niveaux Zeeman des niveaux  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$  qui participent à la transition Raman, ce qui est le cas notamment pour le piège dipolaire [61] et le piège opto-électrique [56] qui combine un faisceau laser très désaccordé et un champ électrique haute tension. Une expérience en cours au laboratoire Kastler Brossel se sert du système de faisceaux Raman décrit dans ce mémoire pour refroidir un ensemble d'atomes de césium confinés dans un piège dipolaire croisé constitué par deux faisceaux provenant d'un laser YAG, chacun d'une puissance de 7 W. Des mesures préliminaires indiquent une densité de  $\sim 10^{12}$  at/cm<sup>3</sup> et une température de  $2\mu\text{K}$ . Tout récemment, l'équipe de M. Kasevich et S. Chu à Stanford a obtenu une température effective de  $0.42 T_{\text{rec}}$  et un gain de densité dans l'espace des phases d'un facteur 320 par rapport au piège magnéto-optique en appliquant le refroidissement Raman à des atomes de sodium confinés dans un piège dipolaire [29].

Quelle température et quelle densité dans l'espace des phases cette méthode peut-elle atteindre ? Il serait très intéressant d'étendre la théorie statistique du refroidissement sub-recul aux atomes piégés pour dégager les lois de puissance qui décrivent l'évolution temporelle de densité et température et pour trouver la séquence optimale du refroidissement impulsif. Les simulations Monte-Carlo peuvent fournir un premier élément de réponse. En effet, si la durée des impulsions Raman est petite devant les périodes d'oscillations dans le piège, l'algorithme de simulation des atomes libres peut être adapté au cas

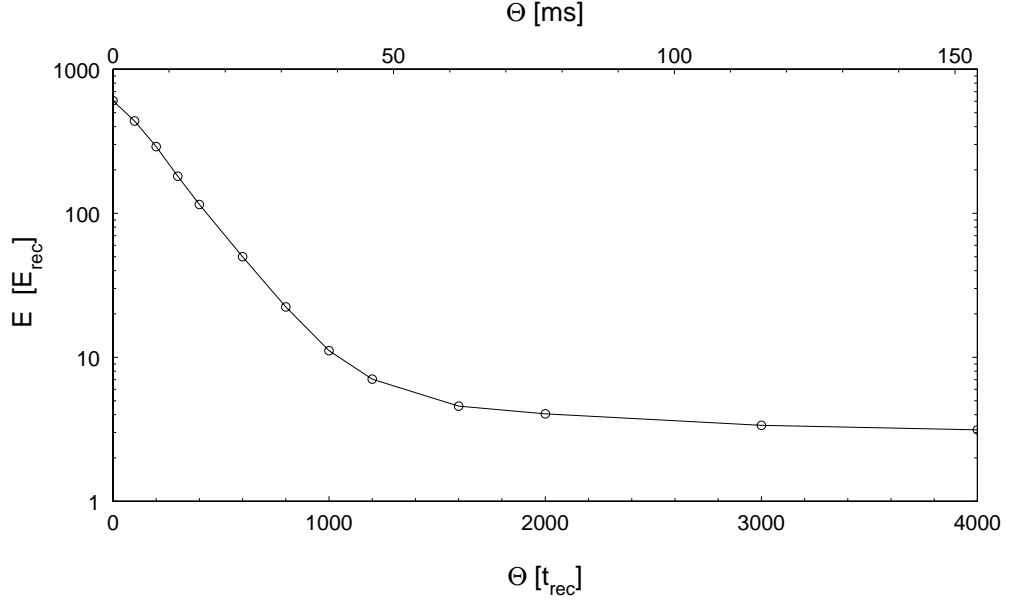


FIG. 7.1 –

Simulation Monte-Carlo du refroidissement d'atomes confinés dans un piège harmonique. Les fréquences du piège sont proches de celles de l'expérience en cours au laboratoire Kastler Brossel ( $\omega_x = 2\pi \times 580$ ,  $\omega_y = \omega_x/\sqrt{2}$  et  $\omega_z = \omega_x/\sqrt{3}$ ). Dans cette simulation, l'axe de refroidissement est l'axe  $(1, 1, 1)$ , la séquence de refroidissement consiste en deux impulsions Blackman centrées à  $+9 v_{\text{rec}}$  et à  $+2.5 v_{\text{rec}}$ , la direction relative du faisceau de pompage est  $\eta = 1$  pour la première impulsion et  $\eta = -1$  pour la deuxième. La durée de cette séquence est  $\tau_0 = 4 t_{\text{rec}}$ , avec  $t_{\text{rec}} = 38.5 \mu\text{s}$  pour le césium. Pendant la durée totale de  $4000 t_{\text{rec}}$  (154 ms), 1000 séquences sont appliquées. La distribution initiale est une gaussienne d'énergie moyenne  $\langle E \rangle = 100 E_{\text{rec}}$  pour chacun des 6 degrés de liberté.

*Monte-Carlo simulation of Raman cooling in a harmonic trap. Shown is the time evolution of the total (potential plus kinetic) energy.*

des atomes piégés en ajoutant simplement le mouvement atomique dans le potentiel du piège. Nous avons réalisé une première série de simulations de ce type en supposant un potentiel harmonique en trois dimensions. Un résultat d'une telle simulation est montré sur la figure 7.1 (les conditions de la simulation se trouvent dans la légende). Cette figure porte la valeur moyenne de l'énergie totale  $\langle E \rangle$  (potentielle et cinétique) d'un atome en fonction du temps d'interaction. On constate une transition entre un premier régime de refroidissement rapide et un deuxième régime plus lent quand l'énergie totale atteint une valeur d'environ  $5 E_{\text{rec}}$ . En un temps de 150 ms, qui est court devant le temps de stockage qu'on peut atteindre dans un piège dipolaire, on atteint une énergie totale de  $3 E_{\text{rec}}$ . Comme cette énergie est équipartie entre les degrés de liberté, on n'a donc qu'une énergie de  $E_{\text{rec}}/2$  par degré de liberté.

Dans un piège dipolaire très désaccordé, des temps d'interaction beaucoup plus longs que les 150 ms de cette simulation sont possibles. Pour déterminer les limites du refroidissement, il faudra donc étendre les simulations aux temps d'interaction plus importants.

La prochaine étape consiste à explorer le régime des impulsions plus longues. Il faudra dans ce cas calculer la probabilité de transition en prenant en compte le changement de la vitesse atomique dû au potentiel du piège pendant la durée de l'impulsion. Une simulation incorporant un tel calcul est possible, mais sera probablement beaucoup plus lente que nos simulations actuelles.

Quand la vitesse diminue et la densité augmente au cours du refroidissement, de nouveaux phénomènes, comme les collisions changeant l'état hyperfin d'un atome et la diffusion multiple des photons de repompage pourraient devenir déterminants pour la limite ultime du refroidissement dans le piège. Si ces problèmes peuvent être surmontés, la méthode de piégeage et refroidissement purement optique présente un avantage certain en terme de souplesse d'utilisation. Les limites des expériences actuelles étant techniques plutôt que fondamentales, on peut s'attendre à l'obtention de températures encore plus basses dans un futur proche et à l'apparition de nouveaux phénomènes, qui ont toujours accompagné l'abaissement des limites du refroidissement laser.



# Annexe A

## Calcul de la proportion $f(\Theta)$ d'atomes piégés

### A.1 Expression exacte de la proportion $f$ d'atomes piégés

Pour obtenir une expression qui soit valable aussi bien pour  $\mu \leq 1$  que pour  $\mu > 1$ , nous devons exprimer  $f$  comme une moyenne d'ensemble, c'est-à-dire comme la probabilité moyenne de trouver, à l'instant  $\Theta$ , l'atome dans le piège ( $v < v_{\text{trap}}$ ).

Un atome dans le piège à l'instant  $\Theta$  y est entré pour la dernière fois à un instant antérieur  $\Theta - \tau$ , avec  $0 \leq \tau \leq \Theta$ , et n'a pas quitté le piège entre  $\Theta - \tau$  et  $\Theta$ . Soit maintenant  $E(t) dt$  la probabilité pour que l'atome entre dans le piège entre les instants  $t$  et  $t + dt$ . On peut alors écrire

$$f(\Theta) = \int_0^{\Theta} d\tau E(\Theta - \tau) \tilde{\Psi}(\tau), \quad (\text{A.1})$$

où  $\tilde{\Psi}(\tau)$  est la probabilité pour que l'atome ne quitte pas le piège pendant un temps  $\tau$ , c'est-à-dire la probabilité pour qu'il reste piégé un temps plus long que  $\tau$ .  $\tilde{\Psi}$  est indépendante de  $\Theta$  puisque les temps de piégeage sont décorrélés :

$$\tilde{\Psi}(\tau) = \int_{\tau}^{\infty} d\tau' P(\tau'). \quad (\text{A.2})$$

Reportons (A.2) dans (A.1) :

$$f(\Theta) = \int_0^{\Theta} d\tau E(\Theta - \tau) \int_{\tau}^{\infty} d\tau' P(\tau'). \quad (\text{A.3})$$

Nous pouvons maintenant déduire des expressions explicites pour  $f$  en utilisant la loi d'arrosage temporel du piège,  $E(t)$ , que nous avons calculé dans le paragraphe 2.6.5.

## A.2 Cas où $\langle \mu \rangle$ est fini ( $\mu > 1$ )

Dans ce cas, il faut utiliser l'expression (2.70) pour  $E(t)$ . Après inversion de l'ordre d'intégration dans (A.3), on obtient, en négligeant un terme qui s'annule pour  $\Theta \gg \langle \tau \rangle$  :

$$f(\Theta) \underset{\Theta \gg \langle \tau \rangle}{\sim} f = \frac{\langle \tau \rangle}{\langle \tau \rangle + \langle \hat{\tau} \rangle}. \quad (\text{A.4})$$

On retrouve le résultat que nous avons obtenu en 2.5.1 en raisonnant sur la dépendance temporelle des sommes  $T_N$  et  $\hat{T}_N$ .

Un calcul analogue pour la proportion d'atomes hors du piège  $\hat{f}$  donnerait

$$\hat{f}(\Theta) \underset{\Theta \gg \langle \hat{\tau} \rangle}{\sim} \hat{f} = \langle \hat{\tau} \rangle / (\langle \tau \rangle + \langle \hat{\tau} \rangle). \quad (\text{A.5})$$

On démontre ainsi que, si  $\langle \tau \rangle$  et  $\langle \hat{\tau} \rangle$  sont finis et si  $\Theta \gg \langle \tau \rangle, \langle \hat{\tau} \rangle$ , moyennes d'ensemble et moyennes temporelles coïncident. Les fractions d'atomes piégés et non piégés sont proportionnelles aux temps moyens passés dans le piège et hors du piège, respectivement.

## A.3 Cas où $\langle \mu \rangle$ est infini ( $\mu < 1$ )

Pour calculer  $f$  dans ce cas, il est plus simple de partir de l'expression

$$\hat{f}(\Theta) = \int_0^\Theta d\tau \hat{E}(\Theta - \tau) \int_\tau^\infty d\tau' P(\tau') \quad (\text{A.6})$$

qui est l'analogie de l'équation (A.3) pour la proportion d'atomes hors du piège. On note d'abord que la probabilité par unité de temps de quitter le piège  $\hat{E}(t)$  est identique à  $E(t)$  aux temps longs, puisque chaque point S est entouré de deux points E :

$$\hat{E}(t) = E(t). \quad (\text{A.7})$$

En inversant l'ordre d'intégration dans (A.6), et en faisant deux approximations pour qui tirent parti du fait que  $\hat{P}(\hat{\tau})$  s'annule vite pour  $\hat{\tau} \gg \langle \hat{\tau} \rangle$  et que  $E(t)$  varie lentement sur l'échelle  $\langle \hat{\tau} \rangle$ , on trouve

$$\hat{f}(\Theta) \underset{\Theta \rightarrow \infty}{\sim} E(\Theta) \langle \hat{\tau} \rangle. \quad (\text{A.8})$$

Ce résultat est satisfaisant pour l'intuition. En effet, puisque  $E(t) = \hat{E}(t)$ , la partie droite de l'égalité (A.8) donne la probabilité de sortir du piège pendant une période  $\hat{\tau}$  (courte devant  $\Theta$ ), ce qui n'est autre, en moyenne, que la proportion d'atomes hors du piège au temps  $\Theta$ , puisque le temps moyen de premier retour, pour un atome qui vient de quitter le piège, est  $\langle \hat{\tau} \rangle$ .

En remplaçant  $E(\Theta)$  par son expression (2.72), on obtient une expression explicite pour  $\hat{f}$  et, grâce à l'égalité  $f = 1 - \hat{f}$ , pour  $f$  :

$$f(\Theta) \underset{\Theta \rightarrow \infty}{\sim} 1 - \frac{\sin \pi \mu \langle \hat{\tau} \rangle}{\pi \tau_B} \left( \frac{\tau_B}{\Theta} \right)^{1-\mu}. \quad (\text{A.9})$$

La valeur de  $\tau_B$  est  $\tau_{\text{trap}}$  dans le cas d'une relation déterministe entre  $v$  et  $\tau(v)$ , et  $\Gamma(\mu)^{1/\mu} \tau_{\text{trap}}$  sinon.





# Bibliographie

- [1] T. W. Hänsch et A. L. Schawlow, *Optics Comm.* **13**, 68 (1975).
- [2] D. Wineland et H. Dehmelt, *Bull. Am. Phys. Soc.* **20**, 637 (1975).
- [3] Jean Dalibard, non publié.
- [4] E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu et D. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987).
- [5] J. Dalibard et C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2023 (1989).
- [6] P. J. Ungar, D. Weiss, E. Riis et S. Chu, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2058 (1989).
- [7] J. P. Gordon et A. Ashkin, *Phys. Rev. A* **21**, 1606 (1980).
- [8] M. Kasevich et S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 181 (1991).
- [9] Fujio Shimizu, Kazuko Shimizu et Hiroshi Takuma, *Phys. Rev. A* **46**, R17 (1992).
- [10] K. Sengstock, U. Sterr, J. H. Müller, D. Bettermann, V. Rieger et W. Ertmer, *Appl. Phys. B* **59**, 99 (1994).
- [11] Mark A. Kasevich, Erling Riis, Steven Chu et Ralph G. DeVoe, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 612 (1989).
- [12] A. Clairon, C. Salomon, S. Guellati et W. D. Phillips, *Europhys. Lett.* **16**, 165 (1991).
- [13] K. Gibble et S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1771 (1993).
- [14] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman et E. A. Cornell, *Science* **269**, 198 (1995).
- [15] K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn et W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [16] M. Olshanii, Y. Castin et J. Dalibard, dans *Laser Spectroscopy XII*, édité par Massimo Inguscio, Maria Allegrini et Antonio Sasso, p. 7, Singapore (1996). World Scientific.
- [17] R. J. C. Spreeuw, T. Pfau, U. Janicke et M. Wilkens, *Europhys. Lett.* **32**, 469 (1995).
- [18] D. E. Pritchard, K. Helmerson, V. S. Bagnato, G. P. Lafyatis et A. G. Martin, dans *Laser Spectroscopy VIII*, édité par W. Persson et S. Svanberg, p. 68. Springer-Verlag, Berlin (1987).
- [19] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste et C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 826 (1988).

- [20] H. Wallis et W. Ertmer, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2211 (1989).
- [21] Klaus Mølmer, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2301 (1991).
- [22] Mark Kasevich et Steven Chu, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1741 (1992).
- [23] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste et C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2112 (1989).
- [24] François Bardou, *Refroidissement laser sub-recul par résonances noires : Expériences avec des atomes d'hélium métastables, Approches Monte-Carlo quantiques et vols de Lévy*, Thèse de Doctorat, Université Paris XI (Orsay) (1995).
- [25] J. Lawall, S. Kulin, B. Saubamea, K. Shimizu, M. Leduc, A. Aspect et C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1915 (1994).
- [26] J. Lawall, S. Kulin, B. Saubamea, N. Bigelow, M. Leduc et C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4194 (1995).
- [27] Nir Davidson, Heun-Jin Lee, Mark Kasevich et Steven Chu, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3158 (1994).
- [28] Heun-Jin Lee, Charles Adams, Nir Davidson, Brent Young, Martin Weitz, Mark Kasevich et Steven Chu, dans *Atomic Physics 14*, édité par D. J. Wineland, C. E. Wieman et S. J. Smith, pp. 258–275. AIP Press, New York (1994).
- [29] H. J. Lee, C. S. Adams, M. Kasevich et S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 2658 (1996).
- [30] F. Bardou, J.-P. Bouchaud, O. Emile, A. Aspect et C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 203 (1994).
- [31] J. Reichel, F. Bardou, M. Ben Dahan, E. Peik, S. Rand, C. Salomon et C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4575 (1995).
- [32] Maxime Ben Dahan, Ekkehard Peik, Jakob Reichel, Yvan Castin et Christophe Salomon, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4508 (1996).
- [33] J. Reichel, O. Morice, G. M. Tino et C. Salomon, *Europhys. Lett.* **28**, 477 (1994).
- [34] Kathryn Moler, David S. Weiss, Mark Kasevich et Steven Chu, *Phys. Rev. A* **45**, 342 (1992).
- [35] R. B. Blackman et J. W. Tukey, *The Measurement of Power Spectra From the Point of View of Communications Engineering*. Dover Publications, New York (1958).
- [36] Frederic J. Harris, *Proc. IEEE* **66**, 51 (1978).
- [37] Claude Cohen-Tannoudji, *Atomes ultrafroids — Approches statistiques et perspectives nouvelles*, Cours de physique atomique et moléculaire, Collège de France (1995).
- [38] Paul Lévy, *Théorie de l'Addition des Variables Aléatoires*. Gautier-Villars, Paris (1954).
- [39] B. V. Gnedenko et A. N. Kolmogorov, *Limit Distributions for Sums of Independent Random Variables*. Addison Wesley, Reading, Massachusetts (1954).
- [40] Jean-Philippe Bouchaud et Antoine Georges, *Phys. Rep.* **195**, 127 (1990).

- [41] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson et C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1571 (1990).
- [42] M. Drewsen, Ph. Laurent, A. Nadir, G. Santarelli, A. Clairon, Y. Castin, D. Grison et C. Salomon, *Appl. Phys. B* **59**, 283 (1994).
- [43] C. G. Townsend, N. H. Edwards, C. J. Cooper, K. P. Zetie, C. J. Foot, A. M. Steane, P. Szriftgiser, H. Perrin et J. Dalibard, *Phys. Rev. A* **52**, 1423 (1995).
- [44] Delphine Grison, *Atomes piégés et refroidis par laser à quelques microkelvins : un piège magnéto-optique dans une cellule de césium et quelques applications*, Thèse de Doctorat, Université Paris VI (1992).
- [45] Brahim Lounis, *Atomes refroidis par laser : de la mélasse au cristal optique*, Thèse de Doctorat, Université Paris XI (Orsay) (1993).
- [46] B. Dahmani, L. Hollberg et R. Drullinger, *Optics Lett.* **12**, 876 (1987).
- [47] T. J. Sumner, J. M. Pendlebury et K. F. Smith, *J. Phys. D : Appl. Phys.* **20**, 1095 (1987).
- [48] G. Santarelli, A. Clairon, S. N. Lea et G. M. Tino, *Optics Comm.* **104**, 339 (1994).
- [49] L. H. Enloe et J. L. Rodda, *Proc. IEEE* **53**, 165 (1965).
- [50] J. L. Hall, M. Long-Sheng et G. Kramer, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-23**, 427 (1987).
- [51] H. R. Telle, D. Meschede et T. W. Hänsch, *Optics Lett.* **15**, 532 (1990).
- [52] M. W. Fleming et A. Mooradian, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-17**, 44 (1981).
- [53] M. de Labacherie et P. Cerez, *Optics Comm.* **55**, 174 (1985).
- [54] R. J. Rafac, C. E. Tanner, A. E. Livingston, K. W. Kukla, H. G. Berry et C. A. Kurtz, *Phys. Rev. A* **50**, R1976 (1994).
- [55] G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi et G. Orriols, *Lett. Nuovo Cimento* **17**, 333 (1976).
- [56] P. Lemonde, O. Morice, E. Peik, J. Reichel, H. Perrin, W. Hänsel et C. Salomon, *Europhys. Lett.* **32**, 555 (1995).
- [57] Stephen N. Lea, André Clairon, Christophe Salomon, Philippe Laurent, Brahim Lounis, Jakob Reichel, Aziz Nadir et Giorgio Santarelli, *Physica Scripta* **T51**, 78 (1994).
- [58] D. Grison, B. Lounis, C. Salomon, J. Y. Courtois et G. Grynberg, *Europhys. Lett.* **15**, 149 (1991).
- [59] B. Lounis, J. Reichel et C. Salomon, *C. R. Acad. Sci. Paris* **316**, 739 (1993).
- [60] Olivier Morice, *Atomes refroidis par laser : du refroidissement sub-recul à la recherche d'effets quantiques collectifs*, Thèse de Doctorat, Université Paris VI (1995).
- [61] Steven Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin et A. Cable, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 314 (1986).

## Remerciements

Cette thèse a été réalisée au Laboratoire Kastler Brossel de l'École normale supérieure. Je remercie ses directeurs successifs, Jacques Dupont-Roc et Michèle Leduc, de m'y avoir accueilli et de m'avoir fait bénéficier de conditions de recherche exceptionnelles.

J'ai eu la chance d'appartenir à l'équipe de Claude Cohen-Tannoudji, qui a su créer un climat de recherche où l'excellence s'associe à un grand enthousiasme et un esprit d'équipe chaleureux. Je le remercie du temps et de l'encouragement qu'il m'a accordés, et en particulier de son aide efficace concernant le financement de mon séjour en France.

Christophe Salomon a été pour moi beaucoup plus qu'un directeur de thèse. Le contact avec lui a été pour moi une source d'inspiration dès notre premier rencontre et l'est resté tout au long de ma thèse. Je remercie Christophe de tout mon cœur de m'avoir si bien guidé avec tout son enthousiasme, son bon sens et son sens de l'humour.

Je remercie Jean Dalibard et Yvan Castin non seulement de leur aide précieuse au cours de ce projet, mais aussi des heures de footing au jardin de Luxembourg, véritable activité « physique » dans le sens le plus large.

Pendant mes premiers mois au LKB, j'ai eu le plaisir de travailler avec Brahim Lounis sur l'expérience d'atomes froids en microgravité. Le fait que Brahim était toujours pressé ne l'a pas empêché de m'initier avec brio aux techniques expérimentales des atomes froids. Avec Guglielmo Tino, j'ai partagé des longues nuits de manip., mais aussi le bonheur des premiers signaux Raman.

Olivier Morice, Ekkehard Peik et Maxime Ben Dahan ont fait comme moi du refroidissement Raman leur cause. Je les remercie d'avoir été des compagnons fidèles sur la longue ascension vers le pic des atomes froids.

Le projet du refroidissement aux impulsions carrées n'aurait vu le jour sans le « coup d'envoi » et l'enthousiasme constant de François Bardou.

Je remercie Hélène Perrin d'avoir relu ce manuscrit et d'avoir corrigé toutes (toutes ?) mes fautes d'accord sans jamais perdre sa gaieté rayonnante, dont je la remercie encore davantage.

La recherche expérimentale, c'est aussi le travail en groupe et je remercie tous ceux qui l'ont rendu si riche et agréable en apportant chacun son style, sa culture, son humour : Carl Aminoff, Markus Arndt, Kirstine Berg-Sørensen, Philippe Bouyer, Pierre Desbiolles, Ralf Dum, Olivier Emile, David Guéry-Odelin, Wolfgang Hänsel, Axel Kuhn, Simone Kulin, John Lawall, Pierre Lemonde, David Meacher, Alain Michaud, Maxim Ol'shanii, Bruno Saubamea, Andrew Steane, Pippa Storey et Pascal Szriftgiser.

André Clairon m'a prêté beaucoup de matériel et encore plus de bons conseils. La partie expérimentale de cette thèse n'aurait pu aboutir sans les services techniques du laboratoire. Je tiens à remercier tous ses membres et en particulier André Clouqueur et Claude Guillaume.

Je remercie MM. Alain Aspect, Wolfgang Ertmer, Philippe Grangier, Theodor W. Hänsch et Jean-Michel Raimond de l'intérêt qu'ils ont bien voulu porter à ces recherches en acceptant de faire partie du jury de soutenance.

Je suis très reconnaissant du support financier accordé par la Communauté Européenne et le Collège de France.

Enfin, je remercie tous les musiciens qui, dans des orchestres ou en quatuor à cordes, ont partagé avec moi la joie de faire vivre une pièce de musique et qui m'ont ainsi aidé à renvoyer la physique dans ses confins.

## Abstract

Subrecoil laser cooling of free atoms leads to temperatures which are limited only by the available interaction time. This thesis presents in its first part a theory of subrecoil cooling using Lévy flight statistics, which is tested by Monte Carlo simulations and applied to the technique of Raman cooling. This work shows the importance of the cooling pulse shape and gives the first quantitative expression for the lowest temperature that can be obtained with good efficiency in a given time. In particular, for one-dimensional cooling, simple square pulses are more efficient than the Blackman pulses used previously. Furthermore, it is shown how theory and simulations can be used to obtain the optimum cooling parameters, such as pulse lengths and detunings.

These new results are applied in a one-dimensional Raman cooling experiment using cesium atoms. The all-diode-laser setup includes a magneto-optical trap in a vapour cell and two lasers phase-locked with a frequency difference of 9.19 GHz to drive the Raman transitions. Using square pulses, the experiment leads to a 1D temperature of 2.8 nK with a tenfold increase in peak height with respect to the initial distribution. Still lower temperatures down to 0.8 nK are obtained with slightly reduced peak height. These are to our knowledge the lowest temperatures achieved in laser cooling. At these temperatures, the atomic wave function is delocalized over more than 10 optical wavelengths.

Applications of such an extremely cold atomic sample range from the observation of Bloch oscillations of atoms in a periodic optical potential to improvement of atomic fountain clocks. Subrecoil cooling of trapped atoms is a promising approach to the production of quantum degenerate gases using solely optical techniques.

## Résumé

Les températures que l'on peut atteindre par refroidissement laser sub-recoil d'atomes libres ne sont limitées que par le temps d'interaction. Cette thèse présente dans sa première partie une théorie du refroidissement sub-recoil qui utilise les vols de Lévy, qui est confirmée par simulations Monte-Carlo et appliquée à la méthode du refroidissement Raman. Ce travail montre l'importance de la forme des impulsions Raman et donne la première expression quantitative de la température la plus basse que l'on peut atteindre avec une bonne efficacité dans un temps donné. En particulier, de simples impulsions carrées sont plus efficaces pour le refroidissement unidimensionnel que les impulsions Blackman utilisées auparavant. De plus, nous montrons comment la théorie et les simulations permettent de déterminer les valeurs optimales des paramètres tels que durée et désaccord des impulsions.

Ces résultats nouveaux sont appliqués dans une expérience de refroidissement Raman unidimensionnel utilisant des atomes de césium. Le dispositif, qui utilise uniquement des diodes laser, comprend un piège magnéto-optique en cellule et deux lasers verrouillés en phase avec une différence de fréquence de 9.19 GHz pour exciter la transition Raman. En utilisant des impulsions carrées, on obtient une température unidimensionnelle de 2.8 nK avec une hauteur du pic à vitesse nulle qui est 10 fois celle de la distribution initiale. Nous avons atteint des températures encore plus basses, jusqu'à 0.8 nK, avec un gain légèrement inférieur. Ces résultats représentent à notre connaissance les plus basses températures atteintes par refroidissement laser. A ces températures, la fonction d'onde atomique est délocalisée sur plus de 10 longueurs d'onde optiques.

Les applications d'un tel ensemble atomique ultrafroid vont de l'observation d'oscillations de Bloch d'atomes dans un potentiel périodique lumineux jusqu'à l'amélioration des horloges atomiques. Le refroidissement sub-recoil d'atomes piégés dans un potentiel lumineux constitue une voie prometteuse pour la production d'un gaz quantique dégénéré avec des techniques purement optiques.

## Mots clefs

Refroidissement laser — Refroidissement subrecoil — Refroidissement Raman — Statistiques de Lévy — Simulations Monte-Carlo — Asservissement en phase — Atomes de césium — Basses températures

## Abstract

Subrecoil laser cooling of free atoms leads to temperatures which are limited only by the available interaction time. This thesis presents in its first part a theory of subrecoil cooling using Lévy flight statistics, which is tested by Monte Carlo simulations and applied to the technique of Raman cooling. This work shows the importance of the cooling pulse shape and gives the first quantitative expression for the lowest temperature that can be obtained with good efficiency in a given time. In particular, for one-dimensional cooling, simple square pulses are more efficient than the Blackman pulses used previously. Furthermore, it is shown how theory and simulations can be used to obtain the optimum cooling parameters, such as pulse lengths and detunings.

These new results are applied in a one-dimensional Raman cooling experiment using cesium atoms. The all-diode-laser setup includes a magneto-optical trap in a vapour cell and two lasers phase-locked with a frequency difference of 9.19 GHz to drive the Raman transitions. Using square pulses, the experiment leads to a 1D temperature of 2.8 nK with a tenfold increase in peak height with respect to the initial distribution. Still lower temperatures down to 0.8 nK are obtained with slightly reduced peak height. These are to our knowledge the lowest temperatures achieved in laser cooling. At these temperatures, the atomic wave function is delocalized over more than 10 optical wavelengths.

Applications of such an extremely cold atomic sample range from the observation of Bloch oscillations of atoms in a periodic optical potential to improvement of atomic fountain clocks. Subrecoil cooling of trapped atoms is a promising approach to the production of quantum degenerate gases using solely optical techniques.

## Résumé

Les températures que l'on peut atteindre par refroidissement laser sub-recoil d'atomes libres ne sont limitées que par le temps d'interaction. Cette thèse présente dans sa première partie une théorie du refroidissement sub-recoil qui utilise les vols de Lévy, qui est confirmée par simulations Monte-Carlo et appliquée à la méthode du refroidissement Raman. Ce travail montre l'importance de la forme des impulsions Raman et donne la première expression quantitative de la température la plus basse que l'on peut atteindre avec une bonne efficacité dans un temps donné. En particulier, de simples impulsions carrées sont plus efficaces pour le refroidissement unidimensionnel que les impulsions Blackman utilisées auparavant. De plus, nous montrons comment la théorie et les simulations permettent de déterminer les valeurs optimales des paramètres tels que durée et désaccord des impulsions.

Ces résultats nouveaux sont appliqués dans une expérience de refroidissement Raman unidimensionnel utilisant des atomes de césium. Le dispositif, qui utilise uniquement des diodes laser, comprend un piège magnéto-optique en cellule et deux lasers verrouillés en phase avec une différence de fréquence de 9.19 GHz pour exciter la transition Raman. En utilisant des impulsions carrées, on obtient une température unidimensionnelle de 2.8 nK avec une hauteur du pic à vitesse nulle qui est 10 fois celle de la distribution initiale. Nous avons atteint des températures encore plus basses, jusqu'à 0.8 nK, avec un gain légèrement inférieur. Ces résultats représentent à notre connaissance les plus basses températures atteintes par refroidissement laser. A ces températures, la fonction d'onde atomique est délocalisée sur plus de 10 longueurs d'onde optiques.

Les applications d'un tel ensemble atomique ultrafroid vont de l'observation d'oscillations de Bloch d'atomes dans un potentiel périodique lumineux jusqu'à l'amélioration des horloges atomiques. Le refroidissement sub-recoil d'atomes piégés dans un potentiel lumineux constitue une voie prometteuse pour la production d'un gaz quantique dégénéré avec des techniques purement optiques.

## Mots clefs

Refroidissement laser — Refroidissement subrecoil — Refroidissement Raman — Statistiques de Lévy — Simulations Monte-Carlo — Asservissement en phase — Atomes de césium — Basses températures