



HAL
open science

ESTIMATION DES LOIS DE FIABILITE EN MECANIQUE PAR LES ESSAIS ACCELERES

Ouahiba Tebbi

► **To cite this version:**

Ouahiba Tebbi. ESTIMATION DES LOIS DE FIABILITE EN MECANIQUE PAR LES ESSAIS ACCELERES. Autre. Université d'Angers, 2005. Français. NNT: . tel-00009407

HAL Id: tel-00009407

<https://theses.hal.science/tel-00009407>

Submitted on 7 Jun 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**ESTIMATION DES LOIS DE FIABILITE EN MECANIQUE
PAR LES ESSAIS ACCELERES**

Thèse de Doctorat

Spécialité : Sciences pour l'ingénieur

ECOLE DOCTORALE D'ANGERS

Présentée et soutenue publiquement

Le 09 mars 2005

A l'Institut des Sciences et Techniques de l'Ingénieur d'Angers

Par Mme Ouahiba TEBBI

Devant le jury ci-dessous :

Abdelkhalak EL HAMI	Rapporteur	Professeur à l'INSA de Rouen
Olivier GAUDOIN	Rapporteur	Professeur à l'INP de Grenoble
Yves DUTUIT	Examineur	Professeur à l'Université Bordeaux I
Bernard DUMON	Examineur	Professeur à l'Université d'Angers
Fabrice GUERIN	Examineur	Maître de Conférences à l'Université d'Angers (HDR)
Pierre DARFEUIL	Invité	Turbo Méca -TARBES

Directeur de thèse : **Bernard DUMON**

Co-encadrant : **Fabrice GUERIN**

Laboratoire : **Laboratoire en Sécurité de Fonctionnement, Qualité et Organisation
(UPRES EA 3858)
62, avenue Notre Dame du Lac
F-49000 ANGERS
Tél. 02-41-22-65-00**

ED 363

Remerciements

Il m'a été très difficile d'écrire cette page par souci d'oublier les nombreuses personnes qu'il me faut citer pour leur aide, leur accueil, leur soutien... ! Qu'elles soient toutes assurées de ma plus profonde reconnaissance même si leur nom n'y figure pas !

Je teins à exprimer mes plus vifs remerciements à monsieur Bernard DUMON qui fut pour moi un directeur de thèse attentif et disponible malgré ses responsabilités nombreuses. Je lui suis très reconnaissante pour la liberté qu'il a bien voulu me laisser. Sa compétence, sa clairvoyance, son humanisme, m'ont beaucoup appris.

Je suis extrêmement reconnaissante à monsieur Fabrice GUERIN mon co-encadreur, pour l'aide qu'il m'a fournie à mes débuts dans la recherche (en particuliers en mécanique) et pour ses avis toujours éclairés, pour sa grande disponibilité ainsi que son dynamisme et son ouverture d'esprit. J'ai beaucoup appris à son contact.

Mille mercis à vous deux, Bernard et Fabrice, pour la confiance que vous m'avez témoignée tout au long de ces années de thèse. Je vous remercie pour votre contribution au développement et à la présentation de ce mémoire et surtout pour votre soutien continu. Vous m'avez offert une ouverture vers d'autre domaine que les statistiques, ouverture que j'ai beaucoup appréciées.

Je remercie monsieur le Abdelkhalak EL HAMI, professeur à l'INSA de Rouen, pour l'intérêt qu'il a manifesté pour mon travail, pour ses questions constructives et ses précieux conseils. Je le remercie d'avoir accepté de juger ce travail en tant que rapporteur et président de jury.

Je remercie monsieur Olivier GAUDOIN, professeur à l'INP de Grenoble, pour l'attention qu'il a accordée à mon travail, pour le temps qu'il a bien voulu consacrer à ce mémoire, sa lecture attentive, entre autres, du manuscrit et enfin pour ses questions et remarques constructives et intéressantes. Ses commentaires ainsi que ses recommandations m'ont été d'une grande importance dans l'amélioration de la qualité de ce manuscrit.

Je remercie Monsieur Yves DUTUIT, professeur à l'université Bordeaux 1, pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail et ses encouragements. Je lui suis reconnaissante d'avoir accepté d'être examinateur de ce travail.

Je remercie Monsieur Pierre DARFEUIL, Ingénieur à Turbo Méca, pour son point de vue industriel très encourageant. Je le remercie d'avoir accepté notre invitation.

Je remercie chacun des membres du département Qualité & Sécurité de Fonctionnement pour leur disponibilité et leur soutien. Je remercie tout particulièrement Abdelsamad KOBİ et Rida HAMBLI pour leur aide et leur soutien surtout à la préparation de la soutenance.

La réalisation de certains essais de fatigue n'aurait pas été rapide sans l'aide précieuse de mes deux camarades thésards Pascal LANTIENI et Daniel LEPADATU. Je leur souhaite ainsi que mes autres camarades thésards tout le courage pour finir leur thèse.

Merci à mes amis pour l'affectueuse amitié dont ils ont toujours fait preuve. Je pense particulièrement à mes amis : Théodore et sa femme Anita, Hamida et son mari Marc, Smahane, Yasmina, Zohra, Fayçal (bon courage pour la dernière ligne de ta thèse) et enfin Haouari (toutes mes félicitations pour ton doctorat).

Un merci tout particulier à mon cher époux Essaïd pour sa confiance, son soutien et son amour. Je pense aussi à mon petit poussin Lokmann, sa naissance a rempli ma vie de joie et de bonheur et a créé en moi de nouveaux sentiments très agréables (c'est la maternité).

Enfin j'adresse toute mon affection à mes très chers parents, mes frères et sœurs. Malgré mon éloignement depuis de nombreuses années, leur amour, leur soutien, leur confiance me portent et guident tous les jours.

Résumé

Le premier objectif fixé en début de ma thèse est de bien comprendre le contexte industriel et théorique de la fiabilité mécanique ainsi que les méthodes employées, afin de prouver l'efficacité de la méthodologie adoptée. Nous présentons en détails les caractéristiques des systèmes mécaniques ayant un effet direct sur l'évaluation de leur fiabilité. Après, nous passons en revue les principales méthodes d'évaluation de la fiabilité mécanique. Deux types de méthodes d'évaluation de la fiabilité sont présentés, la démarche traditionnelle et la méthode probabiliste, avec quelques commentaires sur leurs limites d'utilisation.

Ensuite, nous présentons essentiellement les méthodes d'estimation de la fiabilité par les essais dans le cycle de développement d'un produit. Différentes catégories d'essais interviennent dans les études conceptuelles, les programmes de développement et les processus de fabrication. Nous montrons que les essais accélérés sont les plus courts avec un avantage certain économiquement.

La dernière partie, est consacrée à l'étude des méthodes d'essais accélérés et leurs applications en mécanique. En particulier, nous considérons l'application des modèles standards de vie accélérée (SVA) à des composants soumis au dommage par fatigue, en menant des analyses théoriques, par simulation et expérimentales. Pour cela, nous avons développé un modèle d'essai de fatigue à partir des modèles d'endommagement par fatigue, ce modèle a été validé par des outils de simulation. Ensuite nous avons appliqué les modèles SVA selon deux types de plans d'expériences, un plan d'essai par régression et un deuxième avec endommagement préalable accéléré. Des approches paramétrique, semi-paramétrique et non paramétrique sont utilisées pour estimer les paramètres des modèles en question.

Cette étude a permis d'estimer la fiabilité des systèmes soumis à des dégradations mécaniques, dans les conditions normales d'utilisation et pour la première fois de démontrer l'applicabilité des modèles SVA avec des données réelles des plans d'expériences dans le domaine de la mécanique.

Mots clés: Basquin, Dommage par Fatigue, Essais de fiabilité, Estimation, Fiabilité, Miner, Modèle Standard de vie accélérée, Plan d'expériences, Tests de vie accélérée.

Abstract

The beginning of my thesis aims at understanding industrial and theoretical context of the mechanical reliability as well as the methods used, in order to demonstrate the efficiency of the adopted methodology. For that, we analysed the mechanical systems characteristics, which have a direct effect on the evaluation of their reliability and we also review the main methods of evaluation of the mechanical reliability including comments on their limits of use.

Then, we present specifically the methods of estimating reliability by designing tests during the lifetime of product. Various techniques of tests are useful in the conceptual studies, the programs of development and the manufacturing processes. We show that the accelerated life testing has an unquestionable advantage economically.

The last part presents basic concept of mathematical models for accelerated Life tests and their application to mechanical product. In particular, we consider the application of the Standard Accelerated Life Testing Models (SALT) to components subjected to fatigue damage, by leading theoretical analyses, by simulation and experimental. For that, a model of simulation of fatigue data is built using a damage model and validated by simulation. To apply the SALT models, we consider tow designs of experiments, the first plan by regression and the second one with previously accelerated damage. To estimate unknown parameters of the models, we use parametric, semi-parametric and non-parametric approaches.

This study allowed predicting reliability of mechanical systems, subjected to more severe environment, under normal operating conditions and for the first time to demonstrate the use of SALT models in one mechanical problem, with analytical and real failure data.

Key words: Accelerated Life Testing, Basquin, Design of experiments, Estimation, Fatigue damage, Miner, Reliability, Reliability Testing, Standard accelerated life model.

Table des matières

1	Introduction générale	14
2	Concepts généraux de la fiabilité mécanique et Problématique	20
2.1	Objectifs et intérêts de la fiabilité en mécanique	20
2.2	Principales caractéristiques probabilistes de la fiabilité.....	20
2.2.1	Fonction fiabilité ou fonction de survie.....	20
2.2.2	Taux de défaillance instantané.....	22
2.2.3	Temps moyen de bon fonctionnement.....	22
2.2.4	Principales lois de probabilité utilisées en fiabilité.....	23
2.2.4.1	<i>La loi exponentielle.....</i>	<i>23</i>
2.2.4.2	<i>La loi normale (Laplace-Gauss).....</i>	<i>24</i>
2.2.4.3	<i>La loi Log-normale (ou de Galton).....</i>	<i>25</i>
2.2.4.4	<i>La loi de Weibull.....</i>	<i>25</i>
2.2.4.5	<i>La loi Gamma.....</i>	<i>26</i>
2.2.4.6	<i>La loi uniforme.....</i>	<i>27</i>
2.2.4.7	<i>La loi du Khi-deux.....</i>	<i>27</i>
2.2.4.8	<i>La loi de Birnbaum-Saunders.....</i>	<i>27</i>
2.3	Spécificité de la fiabilité en mécanique.....	28
2.3.1	Les différentes phases du cycle de vie d'un produit	28
2.3.1.1	<i>Taux de défaillance pour des composants électroniques.....</i>	<i>29</i>
2.3.1.2	<i>Taux de défaillance pour des composants mécaniques.....</i>	<i>30</i>
2.3.2	Complexité des phénomènes physiques de dégradation.....	31
2.3.2.1	<i>Fatigue des matériaux.....</i>	<i>31</i>
2.3.2.2	<i>Rupture par fissuration.....</i>	<i>31</i>
2.3.2.3	<i>Fluage.....</i>	<i>31</i>
2.3.2.4	<i>L'usure et l'érosion.....</i>	<i>31</i>
2.3.3	Recueils de données de fiabilité	32
2.3.3.1	<i>Données de fiabilité disponibles pour des composants électroniques.....</i>	<i>33</i>
2.3.3.2	<i>Données de fiabilité pour des composants mécaniques.....</i>	<i>34</i>
2.3.3.3	<i>Limite d'utilisation des bases de données mécaniques.....</i>	<i>35</i>
2.3.4	Fiabilité système- Modélisation de la fiabilité des équipements mécaniques	36
2.3.4.1	<i>Procédure générale.....</i>	<i>36</i>
2.3.4.2	<i>Illustration.....</i>	<i>37</i>
2.3.4.3	<i>Conclusion.....</i>	<i>39</i>
2.4	Généralités sur les méthodes d'évaluation de la fiabilité d'un composant mécanique	40
2.4.1	Problématique	40
2.4.2	Approche déterministe.....	41
2.4.3	Approche probabiliste.....	42
2.4.3.1	<i>L'approche probabiliste de la théorie " Contrainte- Résistance".</i>	<i>43</i>
2.4.3.2	<i>Méthode d'Estimation de la fiabilité par les essais.....</i>	<i>45</i>
2.5	Conclusions.....	46

Table des matières (suite)

3	Les Essais en Fiabilité.....	50
3.1	Introduction sur les essais de fiabilité	50
3.2	Les essais dans le cycle de développement d'un produit	51
3.3	Principaux types d'essais de fiabilité	53
3.3.1	Les essais aggravés	53
3.3.2	Les essais d'estimation de la fiabilité	55
3.3.2.1	<i>Les essais de détermination et de démonstration</i>	56
3.3.2.2	<i>Les Essais Accélérés</i>	57
3.3.2.3	<i>Les Essais Bayésiens</i>	58
3.3.3	Les essais de deverminage	61
3.3.4	Conclusions.....	62
3.4	Méthode d'estimation de la fiabilité par les essais	63
3.4.1	Objectifs de la méthode	63
3.4.2	Étapes de la démarche	63
3.4.2.1	<i>Études préalables</i>	63
3.4.2.2	<i>Réalisation des Essais de Fiabilité</i>	63
3.4.2.3	<i>Traitements statistiques des résultats acquis</i>	64
3.4.2.4	<i>Décision sur les actions à mettre en place</i>	64
3.5	Exemple numérique d'essais de démonstration.....	64
3.5.1	Essai classique.....	65
3.5.2	Essais bayésiens	66
3.5.2.1	<i>Essai bayésien sans connaissance</i>	66
3.5.2.2	<i>Essai bayésien avec connaissance correcte</i>	67
3.5.2.3	<i>Essai bayésien avec connaissance incorrecte</i>	68
3.5.3	Essai accéléré	69
3.5.4	Conclusion	70
3.5.5	Tableau récapitulatif	70
3.6	Conclusions.....	71
4	Estimation des lois de fiabilité par les essais accélérés	74
4.1	État de l' Art sur les Essais Accélérés "Accelerated Life Testing"	74
4.1.1	Définition	74
4.1.2	Hypothèses de base des Essais Accélérés.....	74
4.1.3	Définition d'un plan d'essais accélérés	75
4.1.3.1	<i>Types de stress appliqués</i>	76
4.1.3.2	<i>Types de chargement</i>	76
4.1.3.3	<i>Mode et mécanisme de défaillance</i>	78
4.1.3.4	<i>Modèles de vie accélérée</i>	79
4.1.4	Modèles statistiques de vie accélérée	79
4.1.4.1	<i>Introduction</i>	79
4.1.4.2	<i>Modèles d'accélération usuels (Relations Durée de vie-Stress)</i>	81
4.1.4.3	<i>Estimation des caractéristiques des modèles statistiques de vie accélérée</i>	84
4.1.4.4	<i>Modèle standard de vie accélérée</i>	86

Table des matières (suite)

4.2	Les modèles standard de vie accélérés appliqués aux composants mécaniques ..	90
4.2.1	Introduction	90
4.2.2	Rappels sur l'endommagement par fatigue.....	91
4.2.2.1	<i>Description de l'endommagement par fatigue</i>	<i>91</i>
4.2.2.2	<i>Facteurs influençant la tenue en fatigue.....</i>	<i>93</i>
4.2.2.3	<i>Cumul du dommage par fatigue</i>	<i>94</i>
4.2.3	Construction d'une loi d'accélération.....	96
4.2.4	Étude des modèles SVA en mécanique	98
4.3	Plan d'essai accéléré par régression	101
4.3.1	Définition du plan d'essai	101
4.3.2	Applications des modèles SVA.....	101
4.3.2.1	<i>Application du modèle SVA paramétrique.....</i>	<i>101</i>
4.3.2.2	<i>Application du modèle SVA semi-paramétrique.....</i>	<i>103</i>
4.3.2.3	<i>Application du modèle semi-paramétrique à hasards proportionnelles (modèle de Cox).....</i>	<i>104</i>
4.3.3	Exemples par simulation d'un essai de fatigue	106
4.3.3.1	<i>Exemple d'application d'un modèle paramétrique</i>	<i>106</i>
4.3.3.2	<i>Exemple d'application d'un modèle semi-paramétrique.....</i>	<i>109</i>
4.3.3.3	<i>Exemple d'application du modèle de Cox.....</i>	<i>110</i>
4.3.3.4	<i>Analyse des résultats du premier plan d'essai.....</i>	<i>112</i>
4.4	Plan d'essai accéléré avec endommagement préalable	113
4.4.1	Définition du plan d'essai	113
4.4.2	Application du modèle SVA	115
4.4.2.1	<i>Application du modèle SVA paramétrique.....</i>	<i>115</i>
4.4.2.2	<i>Application du modèle SVA non paramétrique</i>	<i>116</i>
4.4.3	Exemples par simulation et Analyse	118
4.5	Exemples expérimentaux d'application des Modèles standards de Vie Accéléré à la Mécanique.....	120
4.5.1	Introduction.....	120
4.5.2	Plan d'essai accéléré par régression	120
4.5.2.1	<i>Expérimentation.....</i>	<i>120</i>
4.5.2.2	<i>Application du modèle SVA paramétrique.....</i>	<i>122</i>
4.5.2.3	<i>Application du modèle SVA semi-paramétrique.....</i>	<i>123</i>
4.5.2.4	<i>Analyse des résultats.....</i>	<i>124</i>
4.5.3	Plan d'essai accéléré avec endommagement préalable	125
4.5.3.1	<i>Expérimentation.....</i>	<i>125</i>
4.5.3.2	<i>Application du modèle SVA paramétrique.....</i>	<i>127</i>
4.5.3.3	<i>Application du modèle SVA non paramétrique</i>	<i>128</i>
4.5.3.4	<i>Analyse des résultats.....</i>	<i>129</i>
4.6	Conclusions.....	130
5	Conclusion générale et perspectives.....	132
5.1	Conclusion générale	132
5.2	Perspectives	135

Bibliographie.....	137
Glossaire.....	147
Annexes	155
Annexe A. Quelques méthodes d'analyse prévisionnelle de la fiabilité d'un produit.....	155
Annexe B. Bases de données sur des systèmes électroniques et mécaniques	157
Annexe C. Approche probabiliste de la théorie "Contrainte-Résistance"	164

Liste des Figures

Chapitre 2

Figure 2.1. Fonction de fiabilité.....	21
Figure 2.2. Propriété sans mémoire de la loi exponentielle.....	24
Figure 2.3. Courbe en baignoire.....	28
Figure 2.4. La courbe du taux de défaillance en mécanique.....	30
Figure 2.5. Réducteur de vitesse	37
Figure 2.6. Exemple d'une modélisation du réducteur en schéma bloc	38
Figure 2.7. Présentation graphique de la fiabilité du système et de ses composants	39
Figure 2.8. Approche classique déterministe	41
Figure 2.9. Diagramme de Warmer.....	44
Figure 2.10. Évaluation de la probabilité de défaillance instantanée d'un composant mécanique	45

Chapitre 3

Figure 3.1. Cycle de Maturation des produits.....	51
Figure 3.2. Croissance de la fiabilité au cours de développement d'un produit.....	52
Figure 3.3. Maturation des produits par les essais aggravés.....	53
Figure 3.4. Profil d'essai aggravé.....	54
Figure 3.5. Définition des zones caractéristiques du produit.....	55
Figure 3.6. Principe des essais accélérés	57
Figure 3.7. Courbe en baignoire.....	58
Figure 3.8. Principe d'un Essai Bayésien	60
Figure 3.9.a. Profil d'essai de deverminage.....	61

Chapitre 4

Figure 4.1. Risque de ne pas reproduire le mode de défaillance d'origine ([Daniel,1999])	74
Figure 4.2. Représentation graphique des distributions de vie à différents niveaux de température exprimée en Kelvin (tiré de [Vassilious and Mettas, 2001])	75
Figure 4.3. Chargement de contrainte indépendant du temps (contrainte constante)	77
Figure 4.4. Représentations graphiques des chargements en fonction du temps.....	78
Figure 4.5. Classification des modèles de vie accélérée.....	79
Figure 4.6. Représentations graphiques d'un Modèle Statistique de vie Accéléré.....	80
Figure 4.7. Définition de la fonction de transfert.....	87
Figure 4.8. a. Propagation de la fissuration	91
Figure 4.9. Courbe de Wöhler (pour $\sigma_m=0$).....	92
Figure 4.10. Diagramme d'endurance de Goodman-Smith.....	93
Figure 4.11.a. Exemple de diagramme d'évolution de la limite de rupture selon la température (tiré de [Brand and al., 1992]).....	94
Figure 4.12. Évolution du dommage jusqu'à rupture suivant la règle de Miner	94
Figure 4.13. Cumul d'endommagement appliqué à la fatigue.....	95
Figure 4.14. Construction simplifiée de la courbe de Wöhler à partir du modèle de Basquin.....	96
Figure 4.15. Sévérisation du cycle de contrainte	97
Figure 4.16. Fonction de transfert dans le cas de la fatigue	99

Liste des Figures (suite)

Figure 4.17. Définition du plan d'essai par régression.....	101
Figure 4.18. Droites d'Henry des 4 séries d'essai.....	107
Figure 4.19. Fonction de fiabilité estimée par le modèle paramétrique	108
Figure 4.20. Estimation de la fonction de survie par le modèle semi-paramétrique.....	110
Figure 4.21. Fonction de fiabilité estimée par le modèle de Cox	111
Figure 4.22. Exemple de propagation d'incertitude.....	112
Figure 4.23. Définition du plan d'essai avec endommagement préalable.....	113
Figure 4.24. Définition du plan d'essai par régression.....	114
Figure 4.25. Exemple d'application du modèle paramétrique.....	119
Figure 4.26. Exemple d'application du modèle non-paramétrique.....	119
Figure 4.27.a. Déformation du trombone	120
Figure 4.28. Les 3 niveaux de déformation.	120
Figure 4.29. Les droites d'Henry	122
Figure 4.30. Fonction fiabilité par un modèle SVA paramétrique.....	123
Figure 4.31. Fonction de fiabilité par un modèle SVA semi-paramétrique.....	124
Figure 4.32. Les 2 niveaux de déformation	125
Figure 4.33. Fonction fiabilité estimée par un modèle SVA paramétrique.....	128
Figure 4.34. Fonction de fiabilité estimée par un modèle SVA non paramétrique.....	129

Liste des Tableaux

Tableau 2.1. Recueils de données de fiabilité en électronique	33
Tableau 2.2. Recueils de données de fiabilité en mécanique.....	34
Tableau 2.3. Paramètres de la loi de défaillance des éléments du réducteur (distribution de Weibull)	38
Tableau 3.1. Durée optimale pour chaque type d'essai de fiabilité	70
Tableau 4.1. Modèles usuels de la courbe de Wöhler	92
Tableau 4.2. Points caractéristiques de la courbe de Whöler	96
Tableau 4.3. Paramètres de simulation.....	106
Tableau 4.4. Résultats de simulation d'essais de fatigue	107
Tableau 4.5. Paramètres de simulation.....	109
Tableau 4.6. Résultats de simulation.....	109
Tableau 4.7. Paramètres de simulation.....	118
Tableau 4.8. Résultats des simulations.....	119
Tableau 4.9. Résultats Expérimentaux du premier plan d'essai.....	121
Tableau 4.10. Résultats expérimentaux	126

CHAPITRE 1

Introduction Générale

1 INTRODUCTION GENERALE

L'enjeu de ces prochaines années sera la généralisation et l'extension de garantie à deux ans minimum des produits de grande consommation. Cette démarche rentre dans l'harmonisation européenne et est favorisée par une directive de la communauté européenne. [Directive 1999/44/CE].

Ainsi, pour évaluer la fiabilité de leurs produits, les entreprises doivent mettre en œuvre des méthodes d'évaluation appropriées :

- A partir de banques de données de fiabilité de composants connaissant l'architecture du système, et éventuellement de la simulation de son fonctionnement. Cette méthode donne de bons résultats dans le domaine de l'électronique mais de plus mauvais résultats dans le domaine de la mécanique, d'autant que certains composants ne figurent pas dans les recueils de données disponibles (voir [Doyle, 1992], [Leemis, 1994], [BT-HRD, 1995], [EIREDA, 1998], [MIL-HDBK-217 F, 1995] etc.)
- A partir des retours garanties. Cette méthode permet d'obtenir une bonne estimation de la fiabilité mais uniquement sur des produits déjà en vente (fiabilité opérationnelle). On ne peut corriger les fautes qu'a posteriori, ce qui peut donner une mauvaise image de l'entreprise. Ce retour d'expérience riche en information, peut servir par contre pour le développement de futurs produits, pour éliminer les défaillances constatées sur les produits antérieurs mais également dans l'évaluation du niveau de fiabilité prévisionnelle. L'institut de maîtrise des risques et de sûreté de fonctionnement a montré que moins de 10% des industriels français, effectuant des évaluations préliminaires de fiabilité, pratiquaient une exploitation exhaustive de leur propre retour d'expérience ; de ce fait, ils ne peuvent décider de manière totalement rationnelle de la pertinence de leurs choix de politique d'exploitation des matériels mis en œuvre et en particulier de la maintenance (voir [Lannoy and Procaccia, 1994], ...)
- A partir de l'avis d'experts quand on n'a aucune connaissance sur la fiabilité d'un nouveau composant ou système. En effet, à défaut d'autres informations utiles, ces experts donnent par exemple un intervalle approximatif contenant le taux de défaillance ou le temps moyen avant la première défaillance du matériel, désigné par le MTTF ou encore émettent un avis sur son fonctionnement ou pas au bout d'une période donnée ([Lannoy and Procaccia, 2001],...).
- En réalisant des essais de qualification ou de détermination sur le nouveau produit afin de vérifier ses performances avant de lancer la production. Si le nombre d'essais est suffisant, cette méthode permet d'obtenir une bonne estimation de la fiabilité. Cependant le contexte économique actuel ne permet pas de tester suffisamment de produits et de consacrer suffisamment de temps pour observer des défaillances de moins en moins probables. Les industriels ne peuvent plus se permettre de tels coûts financiers. A l'extrême, certains systèmes se fabriquent à l'unité, ce qui rend les politiques d'essai difficiles. Ainsi, cette problématique a été la source, pour la communauté scientifique, de nombreuses voies de recherche ([Afnor, 1981], [Afnor, 1988], [Biolini, 1997], [Nelson, 1990], [Crowe and Feinberg, 2001], [ASTE, 1993], [O'Connor, 2003], [Ligeron and M. Neff, 1984], [Pagès and Gondran, 1980], [Villemeur, 1988]),

Que le système soit simple ou complexe, qu'il s'agisse d'une automobile ou d'une centrale nucléaire, la connaissance des caractéristiques de fiabilité est essentielle : elle conditionne la maintenance, les durées de vie et un niveau de sécurité acceptable. L'usure et le renouvellement des équipements engendrent des coûts, qu'il s'agit de gérer de manière optimale. C'est pour ces raisons qu'un nouveau champ d'investigation s'est développé afin de réduire les coûts. Celui-ci est basé principalement sur la modélisation stochastique des apparitions des défaillances au cours du temps et sur l'estimation statistique des paramètres des modèles à partir des résultats d'essai.

Les premiers travaux ont consisté à étudier les essais réalisés en conditions normales d'utilisation du produit, provoquant des temps d'essai importants, et avec des tailles d'échantillon élevées. Par la suite des travaux ont été menés pour réduire les tailles d'échantillon et temps d'essai. En effet, le coût d'une campagne d'essais dépend de deux paramètres essentiels : le nombre d'essais et le temps nécessaire à leur réalisation. L'objectif industriel étant de faire des essais à moindre coût, on distingue donc deux méthodes :

- Réduction en volume (le nombre de produits testés) en considérant qu'une entreprise a toujours une connaissance a priori (avis d'experts, similitude avec des produits antérieurs, banques de données, ...) sur le nouveau produit. P. Sander, R. Badoux, H. Procaccia, C. Clarotti, A. Lannoy, J. Ringler, ... ([Sander and Badoux, 1991], [Procaccia et al., 1992], [Procaccia and Morilhat, 1996], [Clarotti, 1998], [Ringler, 1979], [Lannoy and Procaccia, 1994]) ont proposé d'intégrer toute la connaissance disponible sur la fiabilité des systèmes testés dans les plans d'essais, à l'aide des statistiques bayésiennes, permettant de réduire le nombre de produits à tester. Il serait donc possible d'évaluer les performances du produit en effectuant un minimum d'essais. Toutefois, dans bien des cas, cela ne suffit pas puisque le produit ayant un niveau de fiabilité élevé, si les essais sont réalisés dans les conditions normales cela demande beaucoup trop de temps pour constater des défaillances.
- Réduction en temps par la sévérisation des conditions d'essai pour accélérer les processus de défaillances. W. Nelson, E. Elsayed, O'Connor, H. Caruso, Kececioglu, P. Hoang, V. Bagdonavicius, M. Nikulin, ... ([Nelson, 1990], [Shyur et al., 1999], [O'Connor, 2003], [Caruso and Dasgupta, 1998], [kececioglu, 1994], [Hoang, 2003], [kececioglu, 1993], [Bagdonavicius and Nikulin, 2002], ...) ont proposé d'utiliser les essais accélérés (sévérisation des conditions d'essai permettant de provoquer les défaillances plus rapidement) pour estimer la fiabilité d'un produit.

Mon travail de thèse est développé autour de ces derniers types d'essais.

Dans la littérature, plusieurs méthodes d'essais accélérés sont proposées. Malheureusement, la production scientifique française dans ce domaine est très pauvre comparée à la production anglo-saxonne. On trouve une littérature abondante sur l'application des méthodes et modèles d'essais accélérés dans le domaine de l'électronique pour lequel on considère le taux de défaillance constant et les données de retour d'expériences précises et nombreuses, de plus des bases de données de fiabilité plus au moins récentes et exactes sont disponibles ce qui permet de prévoir la fiabilité de composants nouveaux. La situation n'est pas la même pour des composants mécaniques, pas de grandes études menées pour évaluer le plus précisément possible la fiabilité d'un système à l'aide des essais accélérés.

Dans le cadre de ma thèse, nous nous sommes intéressés à la sévèrisation des essais de pièces mécaniques soumises à la fatigue. Le dimensionnement de ce type de pièces s'effectue en considérant la limite d'endurance qui est caractérisée par une courbe de Wöhler. Cette courbe permet de définir l'amplitude de la contrainte à ne pas dépasser pour éviter une rupture avant un temps donné (nombre N de cycles) correspondant à la durée de vie ([Ford et al., 1961], [Ligeron, 1979], [Little and Ekvall, 1979], [Catuneau and Mihalache, 1989], [Doyle, 1992], [Lalanne, 1999], etc.)

Ainsi, mon travail de recherche porte essentiellement sur l'estimation de la fiabilité des systèmes mécaniques par les essais accélérés. En particulier je propose d'étudier les modèles standards de vie accélérée, notés SVA, appliqués aux composants soumis au dommage par fatigue. Ces modèles ont été décrits par Bagdonavicius et Nikulin ([Bagdonavicius et al., 2000], [Bagdonavicius and Nikulin, 2002],...) et sont basés sur la définition d'une fonction de transfert. J'indique la signification mécanique de cette fonction et applique les modèles SVA paramétrique, semi-paramétrique et non paramétrique selon deux plans d'essais nous permettant d'estimer la loi de fiabilité dans les conditions normales d'utilisation des pièces mécaniques testées ([Tebbi et al., 2004a], [Tebbi et al., 2004b], [Tebbi et al., 2004c],...).

Le premier objectif fixé en début de ma thèse est de bien comprendre le contexte industriel et théorique de la fiabilité mécanique ainsi que les méthodes employées, afin de prouver l'efficacité de la méthodologie adoptée. Pour cela nous avons passé en revue les principales méthodes d'évaluation de la fiabilité mécanique avec quelques commentaires sur leurs limites d'utilisation et nous avons analysé les caractéristiques des systèmes mécaniques qui ont un effet direct sur l'évaluation de leur fiabilité.

Le second objectif est d'utiliser les méthodes d'évaluation de la fiabilité des composants mécaniques par les essais accélérés. Ces essais permettent d'évaluer les paramètres de sûreté de fonctionnement donnés par les caractéristiques comportementales telles que les performances opérationnelles, fiabilité, durées de vie, ..., dans les conditions normales d'emploi, cela dans des délais compatibles avec les contraintes calendaires associées à la phase de développement.

Au final, mon travail de thèse constituera :

- Un rappel de l'ensemble des outils de modélisation et les méthodes destinées au développement et à la mise en œuvre, dès la phase de conception, d'un système mécanique.
- Un manuel de recommandation sur la mise en œuvre d'essais accélérés, réalisés pour acquérir le comportement d'un nouveau matériel mécanique au cours du temps et/ou à estimer sa fiabilité (ou durée de vie) dans son environnement d'exploitation dans un contexte coût/délai acceptable.
- Un guide sur les différentes formes d'essais accélérés et les modèles analytiques de ces essais tout en précisant les limites d'application des modèles analytiques inventoriés ainsi que les recommandations de mise en œuvre des différentes formes d'essais pour les industriels.

Ce document est organisé de la manière suivante :

□ Dans le deuxième chapitre, je présente les principales caractéristiques des systèmes mécaniques qui peuvent influencer le calcul de la fiabilité. Ces caractéristiques peuvent être résumées en quelques points:

1. *La notion du taux de défaillance constant n'existe pas,*
2. *Le recueil de l'information sur la fiabilité est plus difficile,*
3. *Les défaillances ont des origines très variées (la durée de vie des composants est principalement conditionnée par les problèmes de fatigue avec une forte influence des différentes contraintes),*
4. *Le système mécanique est de plus en plus complexe et performant.*
5. *Un endommagement ou une rupture d'un composant peut entraîner l'arrêt global du système avec des détériorations irréversibles .*

Ensuite, je présente, d'une façon générale, deux philosophies d'évaluation de la fiabilité des systèmes industriels : la démarche déterministe traditionnelle, où chaque paramètre est caractérisé par une valeur unique, et les méthodes probabilistes, où chaque paramètre est caractérisé par une distribution de probabilité.

□ Le troisième chapitre porte sur l'étude de la méthode d'estimation de la fiabilité par les essais. Cette méthode est applicable aux composants et aux systèmes, elle est basée sur l'évaluation d'une probabilité de défaillance instantanée, qui permet un suivi permanent de l'évolution de la fiabilité des systèmes mécaniques. Je présente les différentes techniques d'essai de fiabilité en les situant dans le cycle de développement d'un produit.

□ Le quatrième chapitre est consacré à l'étude des méthodes d'essais accélérés et leurs applications en mécanique. Ces méthodes sont largement utilisées en électronique mais très peu en mécanique. Les changements technologiques, la demande pour le développement rapide de nouveaux produits et le besoin de toujours améliorer la fiabilité des produits, nécessitent de développer de meilleures méthodes d'essais accélérés en mécanique. Les résultats de ces essais sont utilisés pour faire des prévisions sur la durée de vie, la loi de fiabilité ou la performance des produits en question en conditions normales d'utilisation.

Dans ce chapitre, je montre que pour des systèmes mécaniques, la planification des essais accélérés utilisant un phénomène physique de dégradation est conditionnée par un certain nombre de facteurs importants. De nombreux problèmes statistiques intéressants se posent lors de la modélisation des phénomènes physiques de dégradation, de l'utilisation d'information provenant des domaines de l'ingénierie ou de la physique, de la planification de tests accélérés et de la quantification de l'incertitude.

J'aborde la spécificité de la mécanique et je mets en évidence les lacunes des lois d'accélération courantes. Pour palier celles-ci, je propose de bâtir un modèle de simulation paramétrique à partir des modèles d'endommagement mécanique qui caractérisent les vitesses de dégradation en fonction des paramètres de sévèrisation : cycle de contrainte, température, etc.

Pour illustration, je traite le cas de système soumis à la fatigue pour lequel nous construisons une équation d'accélération basée sur le modèle de Basquin, la distribution paramétrique des durées de vie est supposée log-normale. Par conséquent, nous choisissons

d'appliquer, le modèle standard de vie accéléré selon deux plans d'expériences avec des méthodes d'estimation paramétriques, semi-paramétriques et non-paramétriques élaborées par Bagdonavicius et Nikulin ([Bagdonavicius et al., 2000], [Bagdonavicius and Nikulin, 2002],...). Le premier plan d'essai consiste à déterminer les paramètres du modèle SVA à partir de résultats d'essais effectués uniquement dans des conditions sévères et de déduire par régression la loi de fiabilité en conditions normales d'utilisation. Le second plan est basé sur l'idée que pour des systèmes hautement fiables les défaillances nécessaires pour l'estimation de la fiabilité dans les conditions normales sont obtenues par un essai avec deux groupes de composants: le premier groupe est testé sous un stress accéléré et le deuxième sous un stress échelonné : sous un stress accéléré jusqu'à un certain moment et sous le stress nominal après ce moment.

- Le cinquième chapitre présente les conclusions de notre travail et des perspectives ouvertes concernant l'utilisation et l'application des essais accélérés en mécanique.
- Ensuite, nous avons regroupé une bibliographie riche mais non exhaustive, de livres et d'articles se rapportant au sujet.
- Un glossaire est inséré à la fin du document, pour aider le lecteur à mieux comprendre certains termes techniques et statistiques. Ce glossaire est suivi de plusieurs annexes pouvant apporter des informations complémentaires sur certaines notions mentionnées dans le document.

CHAPITRE 2

Concepts généraux de la fiabilité mécanique et problématique

2 CONCEPTS GÉNÉRAUX DE LA FIABILITÉ MÉCANIQUE ET PROBLÉMATIQUE

2.1 Objectifs et intérêts de la fiabilité en mécanique

L'analyse de la fiabilité constitue une phase indispensable dans toute étude de sûreté de fonctionnement. A l'origine, la fiabilité concernait les systèmes à haute technologie (centrales nucléaires, aérospatial). Aujourd'hui, la fiabilité est devenue un paramètre clé de la qualité et d'aide à la décision, dans l'étude de la plupart des composants, produits et processus "grand public": Transport, énergie, bâtiments, composants électroniques, composants mécaniques....

De nombreux industriels travaillent à l'évaluation et l'amélioration de la fiabilité de leurs produits au cours de leur cycle de développement, de la conception à la mise en service (conception, fabrication et exploitation) afin de développer leurs connaissances sur le rapport Coût/Fiabilité et maîtriser les sources de défaillance.

L'analyse de la fiabilité dans le domaine de la mécanique est un outil très important pour caractériser le comportement du produit dans les différentes phases de vie, mesurer l'impact des modifications de conception sur l'intégrité du produit, qualifier un nouveau produit et améliorer ses performances tout au long de sa mission.

En mécanique, l'analyse de la fiabilité apporte des réponses à plusieurs interrogations : Quels sont les composants qui provoquent la panne du système mécanique ? Quelles sont les influences des incertitudes sur les données, en particulier sur la performance du produit ? Quel niveau de contrôle de qualité doit-on satisfaire ? Quelles sont les paramètres qui interviennent dans le dimensionnement de la structure pour une précision donnée? Comment optimiser l'utilisation du matériel ? etc.

2.2 Principales caractéristiques probabilistes de la fiabilité

Ce paragraphe est un recueil de principaux éléments probabilistes permettant de mesurer la fiabilité. Nous pouvons trouver plus de détails dans les ouvrages suivants :[Procaccia et al., 1992], [Bon, 1995], [Ayyub and Mccuen, 1997], [Hoang, 2003], [Biroolini, 1997], [Villemeur, 1988],[Pagès and Gondran, 1980], [Afnor, 1988].

2.2.1 Fonction fiabilité ou fonction de survie

La fiabilité d'un dispositif au bout d'un temps t correspond à la probabilité pour que ce dispositif n'ait pas de défaillance entre 0 et l'instant t .

En désignant par T la variable aléatoire caractérisant l'instant de défaillance du dispositif, la fiabilité s'exprime par la fonction $R(t)$ – de l'anglais "Reliability"- telle que:

$R(t) = \text{Prob}(\text{qu'une entité } E \text{ soit non défaillante sur la durée } [0 ; t], \text{ en supposant qu'elle n'est pas défaillante à l'instant } t = 0)$

$$R(t) = P(T \geq t) = 1 - F(t) \quad (2.1)$$

$F(t)$ est la fonction de répartition de la variable T .

On note que, la variable "temps" doit être considérée comme une unité d'usage. En effet, dans le cas de certains dispositifs particuliers, il conviendra de considérer: une distance parcourue (kilomètre), nombre de tours, nombre de sollicitations, ...

La fonction de fiabilité a, en général, la forme suivante (figure 2.1):

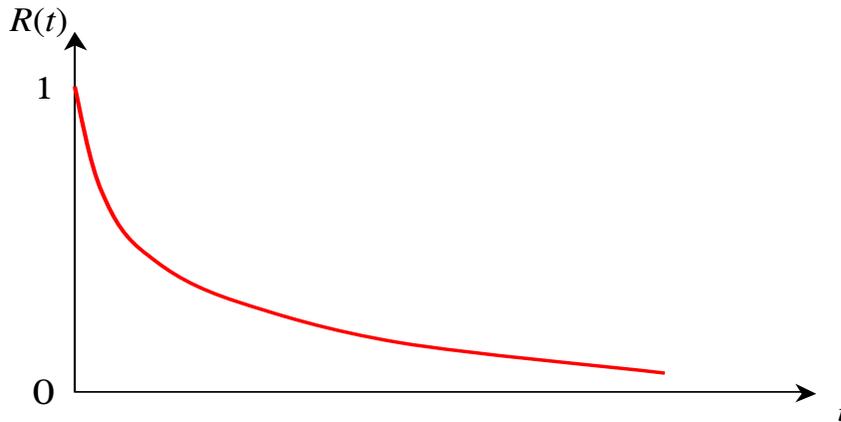


Figure 2.1. Fonction de fiabilité

La caractéristique contraire de la fiabilité est appelée défiabilité ou probabilité de défaillance du système. Elle est le complément à 1 de la fiabilité.

Dans le cas particulier où l'étude porte sur des matériels fonctionnant à la sollicitation (démarreur, air-bag, interrupteur, munition), la mesure de la Fiabilité est assimilée à la probabilité que le matériel fonctionne au moment de sa sollicitation. En pratique, on mesure plutôt la probabilité de défaillance à la sollicitation, notée $p = 1 - R$.

Une estimation de cette probabilité eu vu d'un test de N matériels est définie par le rapport du nombre de défaillances à la sollicitation et le nombre total de sollicitations.

$$\hat{p} = \frac{k}{N} \quad (2.2)$$

Avec

- N : nombre de matériels testés
- k : nombre de matériels n'ayant pas fonctionné à la sollicitation
- p : probabilité de défaillance à la sollicitation

La défaillance à la sollicitation correspond au fait que le matériel testé refuse de changer d'état lorsqu'on le lui demande : marche-arrêt, ouverture-fermeture, mise à feu, ...

Un estimateur de la fiabilité est donné par: $\hat{R} = 1 - \hat{p} = \frac{N - k}{N}$

2.2.2 Taux de défaillance instantané

L'écriture mathématique du taux de défaillance à l'instant t , noté $\lambda(t)$, est la suivante :

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\Delta t} \cdot \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{R(t)} \right) \quad (2.3)$$

Physiquement le terme $\lambda(t)\Delta t$, mesure la probabilité qu'une défaillance d'un dispositif se produise dans l'intervalle de temps $[t, t + \Delta t]$ sachant que ce dispositif a bien fonctionné jusqu'à l'instant t .

Le taux de défaillance d'un dispositif à l'instant t est donc défini par:

$$\begin{aligned} \lambda(t) &= -\frac{dR(t)}{dt} \cdot \frac{1}{R(t)} \\ &= \frac{dF(t)}{dt} \cdot \frac{1}{R(t)} \\ &= \frac{f(t)}{R(t)} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Sa connaissance suffit à déterminer la fiabilité, grâce à la formule suivante :

$$R(t) = \exp \left\{ - \int_0^t \lambda(s) \cdot ds \right\} \quad (2.5)$$

2.2.3 Temps moyen de bon fonctionnement

Le temps moyen de bon fonctionnement (ou de défaillance ou de panne) correspond à l'espérance de la durée de vie T , on le note MTTF (en anglais *Mean Time To Failure*):

$$MTTF = E[T] = \int_0^{+\infty} t \cdot f(t) dt = \int_0^{+\infty} R(u) du \quad (2.6)$$

Par définition le MTTF est la durée de vie moyenne du système.

Note : les autres caractéristiques de fiabilité que nous n'avons pas citées sont bien décrites dans toute bibliographie traitant le sujet de la fiabilité: [Droesbeke et al, 1989], [Procaccia et al., 1992], [Ayyub and Mccuen, 1997], [Hoang, 2003], [Biolini, 1997], [Villemeur, 1988],[Pagès and Gondran, 1980], [Afnor, 1988], [Bon, 1995], etc.

2.2.4 Principales lois de probabilité utilisées en fiabilité

Dans ce paragraphe, nous présenterons quelques distributions de vie qui interviennent le plus fréquemment dans l'analyse des données de vie et qui sont communes à plusieurs disciplines. Nous parlerons en particuliers des lois continues. Nous énoncerons les principales propriétés de ces lois (densité de probabilité, fonctions fiabilité et taux de défaillance) ainsi que leur application en fiabilité ([Afnor, 1988], [Ayyub and Mccuen, 1997], [Birolini, 1997], [Hoang, 2003], [Leemis, 1994], [Procaccia et al., 1992], [Pagès and Gondran, 1980], [Villemeur, 1988]). Il y a également d'autres lois de fiabilité spécifiques à un domaine particulier, nous parlerons de la loi de Birnbaum et Saunders qui caractérise des défaillances dues à la propagation de fissure par fatigue ([Birolini, 1997], [Owen and Padgett, 1998]).

2.2.4.1 La loi exponentielle

Cette loi a de nombreuses applications dans plusieurs domaines. C'est une loi simple, très utilisée en fiabilité dont le taux de défaillance est constant. Elle décrit la vie des matériels qui subissent des défaillances brutales.

La densité de probabilité d'une loi exponentielle de paramètre λ s'écrit :

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (2.7)$$

La fonction fiabilité :

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad (2.8)$$

Le taux de défaillance est constant dans le temps :

$$\lambda(t) = \lambda \quad (2.9)$$

Propriétés sans mémoire de la loi exponentielle :

Une propriété principale de la loi exponentielle est d'être sans mémoire ou "Memoryless property" en anglais ([Bon, 1995], [Leemis, 1994]) :

$$P(T \geq t + \Delta t | T \geq t) = \frac{e^{-\lambda \cdot (t + \Delta t)}}{e^{-\lambda t}} = e^{-\lambda \cdot \Delta t} = P(T \geq \Delta t) \quad t > 0, \Delta, > 0 \quad (2.10)$$

Comme l'indique la figure 2.2, ce résultat montre que la loi conditionnelle de la durée de vie d'un dispositif qui a fonctionné sans tomber en panne jusqu'à l'instant t est identique à la loi de la durée de vie d'un nouveau dispositif. Ceci signifie qu'à l'instant t , le dispositif est considéré comme neuf (ou "as good as new" en anglais), de durée de vie exponentielle de paramètre λ .

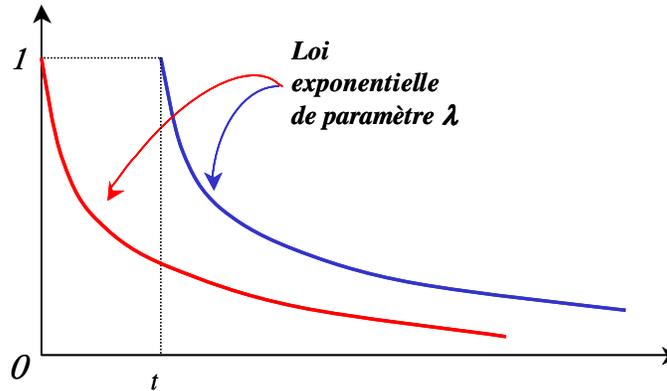


Figure 2.2. Propriété sans mémoire de la loi exponentielle

2.2.4.2 La loi normale (Laplace-Gauss)

La loi normale est très répandue parmi les lois de probabilité car elle s'applique à de nombreux phénomènes. En fiabilité, la distribution normale est utilisée pour représenter la distribution des durées de vie de dispositifs en fin de vie (usure) car le taux de défaillance est toujours croissant. On ne l'utilisera que si la moyenne des durées de vie est supérieur à 3 fois l'écart type. En effet, t est toujours positif, alors que la variable normale est définie de $-\infty$ à $+\infty$; la restriction imposée réduit la probabilité théorique de trouver une durée de vie négative à environ 0.1 %.

La densité de probabilité d'une loi normale de moyenne μ et d'écart-type σ s'écrit :

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (2.11)$$

La fonction de répartition s'écrit :

$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (2.12)$$

La fiabilité est donnée par: $R(t) = 1 - \Phi((t-\mu)/\sigma)$

Où Φ est la fonction de répartition de la loi normale centrée ($\mu=0$) réduite ($\sigma=1$):

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad (2.13)$$

2.2.4.3 La loi Log-normale (ou de Galton)

Une variable aléatoire continue et positive T est distribuée selon une loi log-normale si son logarithme népérien est distribué suivant une loi normale. Cette distribution est largement utilisée pour modéliser des données de vie, en particulier les défaillances par fatigue en mécanique.

La densité de probabilité d'une loi log-normale de paramètres positifs μ et σ est :

$$f(t) = \frac{1}{\sigma t \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\log(t) - \mu}{\sigma} \right)^2}, t > 0 \quad (2.14)$$

La fonction fiabilité:

$$R(t) = 1 - \Phi\left(\frac{\log(t) - \mu}{\sigma}\right) \quad (2.15)$$

$$R(t) = 1 - \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_0^t \frac{1}{x} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\log(x) - \mu}{\sigma} \right)^2} dx \quad (2.16)$$

Φ : Fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

Le domaine de définition n'étant jamais négatif, il n'y a aucune limitation à l'emploi de la distribution log-normale en fiabilité. Le taux de défaillance est croissant dans le début de vie puis décroissant en tendant vers zéro et la distribution est très dissymétrique.

2.2.4.4 La loi de Weibull

C'est la plus populaire des lois, utilisée dans plusieurs domaines (électronique, mécanique,...). Elle permet de modéliser en particulier de nombreuses situations d'usure de matériel. Elle caractérise le comportement du système dans les trois phases de vie : période de jeunesse, période de vie utile et période d'usure ou vieillissement. Dans sa forme la plus générale, la distribution de Weibull dépend des trois paramètres suivants : β , η et γ . La densité de probabilité d'une loi de Weibull a pour expression :

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t - \gamma}{\eta} \right)^{\beta - 1} e^{-\left(\frac{t - \gamma}{\eta} \right)} \quad t \geq \gamma \quad (2.17)$$

où : β est le paramètre de forme ($\beta > 0$)

η est le paramètre d'échelle ($\eta > 0$)

γ est le paramètre de position ($\gamma \geq 0$)

La fonction fiabilité s'écrit:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} \quad (2.18)$$

Le taux de défaillance est donnée par:

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} \quad (2.19)$$

Suivant les valeurs de β , le taux de défaillance est soit décroissant ($\beta < 1$) soit constant ($\beta = 1$), soit croissant ($\beta > 1$). La distribution de Weibull permet donc de représenter les trois périodes de la vie d'un dispositif décrites par la courbe en baignoire.

Le cas $\gamma > 0$ correspond à des dispositifs dont la probabilité de défaillance est nulle jusqu'à un certain âge γ .

2.2.4.5 La loi Gamma

La loi gamma est la loi de l'instant d'occurrence du $\alpha^{\text{ème}}$ évènement dans un processus de Poisson.

Soit $\{T_i\}_{i=1,\alpha}$ le vecteur représentant les durées inter-évènements (les temps entre les défaillances successives d'un système). Si ces durées sont des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées selon une loi exponentielle de paramètre β , alors le temps cumulé d'apparition de α défaillances suit une loi Gamma de paramètre (α, β) . Sa densité de probabilité s'écrit :

$$f(t) = \frac{\beta^\alpha \cdot t^{\alpha-1} \cdot e^{-\beta t}}{\Gamma(\alpha)} \quad t \geq 0, \alpha \geq 1 \text{ et } \beta \geq 0 \quad (2.20)$$

Le taux de défaillance est donné par :

$$\lambda(t) = \frac{\beta^\alpha \cdot t^{\alpha-1} \cdot e^{-\beta t}}{\int_t^\infty \Gamma(\alpha) f(u) du} \quad (2.21)$$

La loi gamma est très utilisée dans l'approche bayésienne, elle est la conjuguée naturelle de la loi exponentielle de paramètre λ .

Un cas particulier intéressant consiste, pour un entier naturel n fixé, à choisir les paramètres: $\alpha = n/2$ et $\beta = 1/2$. La loi obtenue est celle du Khi-deux à n degrés de liberté.

2.2.4.6 La loi uniforme

C'est une loi utilisée dans l'approche bayésienne pour modéliser l'avis d'experts face à une situation donnée. La densité de probabilité et la fiabilité d'une loi uniforme sur $[0, a]$ sont données par les formules suivantes:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{a} & \text{si } 0 \leq t \leq a \\ 0 & \text{si } t > a \end{cases} \quad (2.22)$$

Plus généralement, la distribution de probabilité d'une loi uniforme sur $[a, b]$ s'écrit:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{si } a \leq t \leq b \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.23)$$

2.2.4.7 La loi du Khi-deux

La loi du Khi-deux, ou loi de Pearson, ne sert pas à modéliser directement la fiabilité, mais essentiellement au calcul des limites de confiance lors des estimations par intervalle de confiance. Elle est caractérisée par un paramètre positif ν appelé degrés de liberté et définie que pour des valeurs positives.

La densité de probabilité d'une loi de Khi-deux à ν degrés s'écrit :

$$f(t) = \frac{1}{2^{\frac{\nu}{2}} \Gamma(\frac{\nu}{2})} t^{\frac{\nu}{2}-1} e^{-\frac{t}{2}} \quad t \geq 0 \quad (2.24)$$

La loi du Khi-deux est décrite par une table statistique.

2.2.4.8 La loi de Birnbaum-Saunders

Pour caractériser des défaillances dues à la propagation de fissure par fatigue, Birnbaum et Saunders (1969) ont proposé une distribution de vie basée sur deux paramètres ([Biolini, 1997], [Owen and Padgett, 1998]). Cette distribution, pour une variable aléatoire non négative T , est obtenue en tenant compte des caractéristiques de base du processus de fatigue. La variable aléatoire T représente les instants de défaillance.

La densité de probabilité d'une loi Birnbaum et Saunders de paramètres α et β est donnée par la formule :

$$f(t) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\alpha^2\beta t^2} \cdot \frac{t^2 - \beta^2}{\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{\beta}{t}\right)^{\frac{1}{2}}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2\alpha^2}\left(\frac{t}{\beta} + \frac{\beta}{t} - 2\right)\right] \quad (2.25)$$

Avec $t > 0$; $\alpha > 0$, $\beta > 0$

La fonction de fiabilité est donnée par la formule:

$$R(t) = 1 - \Phi \left\{ \frac{1}{\alpha} \left[\left(\frac{t}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{\beta}{t} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\} \quad \alpha > 0, \beta > 0 \quad (2.26)$$

Où Φ est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

2.3 Spécificité de la fiabilité en mécanique

Dans ce paragraphe, nous abordons la spécificité des composants mécaniques dans les études des durées de vie, nous mettons en évidence certains paramètres pouvant influencer l'évaluation de leur fiabilité.

2.3.1 Les différentes phases du cycle de vie d'un produit

L'évolution du taux de défaillance d'un produit pendant toute sa durée de vie est caractérisée par ce qu'on appelle en analyse de fiabilité la *courbe en baignoire*. (figure 2.3)

Le taux de défaillance est élevé au début de la vie du dispositif. Ensuite, il diminue assez rapidement avec le temps (taux de défaillance décroissant), cette phase de vie est appelée période de jeunesse. Après, il se stabilise à une valeur qu'on souhaite aussi basse que possible pendant une période appelée période de vie utile (taux de défaillance constant). A la fin, il remonte lorsque l'usure et le vieillissement font sentir leurs effets, c'est la période de vieillissement (taux de défaillance croissant):

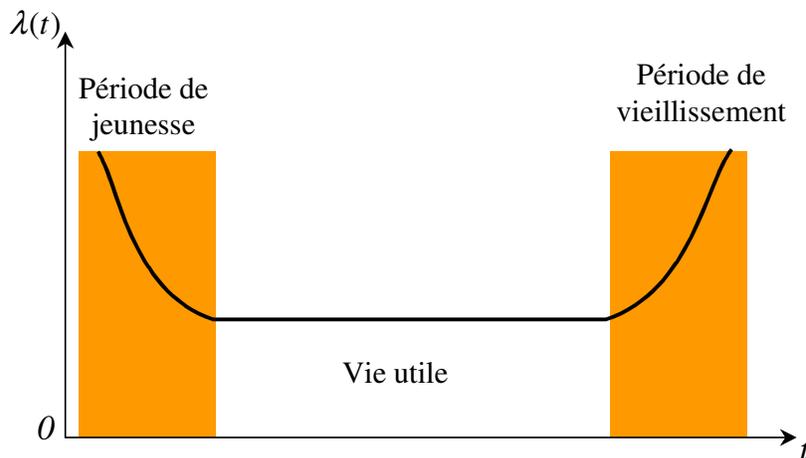


Figure 2.3. Courbe en baignoire

De nombreux éléments, tels que les composants électroniques, ont un taux de défaillance qui évolue de cette manière là.

Pour souligner la particularité des composants mécaniques dans l'analyse de la fiabilité par rapport aux composants électroniques, nous allons comparer l'évolution du taux de défaillance dans les deux cas.

2.3.1.1 Taux de défaillance pour des composants électroniques

L'expérience a montré que pour des composants électroniques la courbe, représentant le taux de défaillance en fonction du temps t , a la même allure que la courbe en baignoire (figure 2.3). Elle est donc composée de trois phases ([Pagès and Gondran, 1980],...):

(1) Phase 1

La première phase définit la période de jeunesse, caractérisée par une décroissance rapide du taux de défaillance. Pour un composant électronique cette décroissance s'explique par l'élimination progressive de défauts dus aux processus de conception ou de fabrication mal maîtrisés ou à un lot de composants mauvais. Cette période peut être minimisée pour les composants vendus aujourd'hui. En effet, les fabricants de composants électroniques se sont engagés à vérifier la qualité de leurs produits en sortie de fabrication.

(2) Phase 2

La deuxième phase définit la période de vie utile généralement très longue. Le taux de défaillance est approximativement constant. Le choix de la loi exponentielle, dont la propriété principale est d'être sans mémoire, est tout à fait satisfaisant. Les pannes sont dites aléatoires, leur apparition n'est pas liée à l'âge du composant mais à d'autres mécanismes d'endommagement. Les calculs prévisionnels de fiabilité se font presque souvent dans cette période de vie utile.

(3) Phase 3

La dernière phase est la période de vieillissement, elle est caractérisée par une augmentation progressive du taux de défaillance avec l'âge du dispositif. Ceci est expliqué par des phénomènes de vieillissement tels que l'usure, l'érosion, etc. Cette période est très nettement au-delà de la durée de vie réelle d'un composant électronique. Parfois, on réalise des tests de vieillissement accélérés pour révéler les différents modes de défaillance des composants.

2.3.1.2 Taux de défaillance pour des composants mécaniques

Les composants mécaniques sont soumis, dès le début de leur vie, au phénomène d'usure ou de vieillissement. Si on trace la courbe du taux de défaillance, en fonction du temps, on obtient une courbe qui ne présente pas le plateau de la figure 2.3; la période de vie utile (taux de défaillance constant) n'existe pas ou elle est réduite. Le taux de défaillance du dispositif est une fonction non linéaire du temps et ceci dans chaque phase de sa vie (voir figure 2.4, [Doyle, 1992] , [McLean, 2000]):

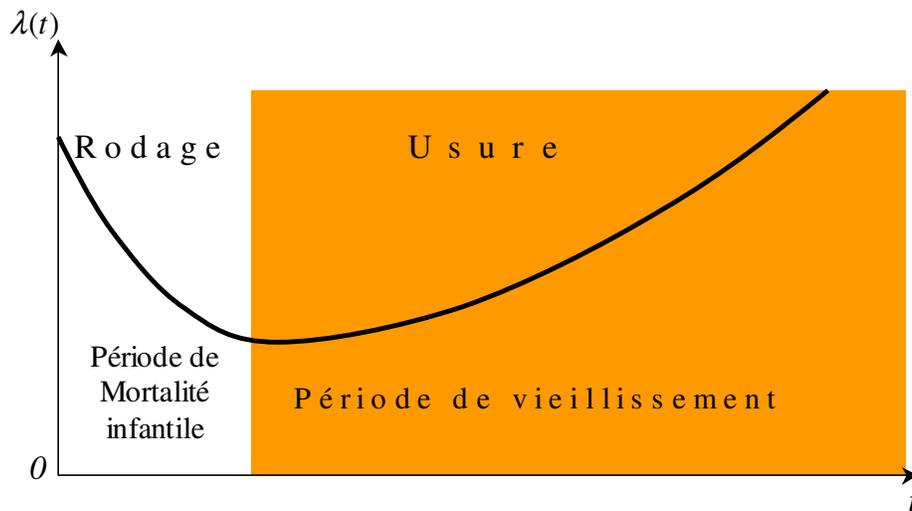


Figure 2.4. La courbe du taux de défaillance en mécanique

- La première phase définit la période de *mortalité infantile*. C'est une durée de vie en principe très courte. Elle est décrite par une décroissance progressive du taux de défaillance avec le temps dû à une amélioration des caractéristiques internes (caractéristiques de défauts) et des interfaces, par un rodage préalable des pièces. Par conséquent il n'est pas souhaitable de tester les composants mécaniques dans cette période de leur vie.
- La dernière phase définit la période de vieillissement qui comporte la majorité de la vie du dispositif. Elle est caractérisée par une augmentation progressive du taux de défaillance. Les pièces mécaniques sont soumises à des phénomènes de vieillissement multiples qui peuvent agir en combinaison: corrosion, usure, déformation, fatigue, et finalement perte de résilience ou fragilisation.

Contrairement aux composants électroniques les calculs de la fiabilité pour des composants mécaniques se font essentiellement dans la période de vieillissement, en utilisant des lois de probabilité dont le taux de défaillance est fonction du temps telles que la loi Log-normale, Weibull, etc.

2.3.2 Complexité des phénomènes physiques de dégradation

Les composants mécaniques sont caractérisés par de multiples mécanismes de dégradation souvent complexes, d'origines variées (fissuration, fluage, usure, fissuration par fatigue, etc.). Ces modes de dégradation font intervenir plusieurs paramètres :

- Caractéristiques matériaux (limite élastique, limite à la rupture, limite d'endurance, limite de fatigue, ténacité, dureté,...),
- Caractéristiques dimensionnelles (géométrie,...),
- Sollicitations extérieures (température, chargement, pression, ...).
- Forte interaction entre le composant et son environnement, etc.

Les effets dus au fluage, à l'usure et à la corrosion peuvent être maîtrisés par des dimensionnements de pièces correctes et des traitements de surfaces appropriés. Les problèmes majeurs de la fiabilité en mécanique proviennent essentiellement des contraintes trop élevées et des phénomènes de fatigue. Par conséquent l'analyse de la fiabilité des structures et des systèmes mécaniques devient de plus en plus une procédure complexe ([Ford et al., 1961], [Ligeron, 1979], [Lalanne, 1999], [Little and Ekvall, 1979], [Doyle, 1992] ,etc.).

2.3.2.1 *Fatigue des matériaux*

La fatigue des matériaux consiste en la dégradation ou la modification des propriétés mécaniques des matériaux, suite à l'application répétée d'un chargement cyclique ou non, conduisant à une rupture. Le comportement du système est caractérisé par une courbe dite courbe de Wöhler.

2.3.2.2 *Rupture par fissuration*

Le phénomène de rupture par fissuration, comme son nom l'indique, conduit à la rupture du matériau mécanique à cause de l'évolution d'une fissure existante, par exemple la propagation d'un défaut de fabrication ou la présence de défauts internes. Cette évolution est provoquée par une application répétée d'un chargement cyclique. L'étude du comportement d'une fissure sous contrainte est la base de la mécanique de la rupture.

2.3.2.3 *Fluage*

Le fluage est un mécanisme de dégradation lié au chargement et à la température conduisant à une déformation du matériau (allongement ou élongation). Ce mécanisme intervient dès que la température du matériau dépasse 0.3 à 0.4 fois la température absolue de fusion (environ 400°C pour les aciers)

2.3.2.4 *L'usure et l'érosion*

Ces deux modes sont liés au frottement entre deux pièces mécaniques provoquant l'augmentation du jeu entre elles (élimination de matière).

2.3.3 Recueils de données de fiabilité

Parmi les problèmes rencontrés lors du calcul prévisionnel de la fiabilité des systèmes mécaniques, les plus fréquents sont la quasi absence de normalisation et de standardisation internationales et l'absence des données de vie sur les composants des systèmes mécaniques. Ceci est principalement dû à la complexité des composants, comme nous l'avons bien expliqué dans le paragraphe précédent.

En électronique, un domaine où le calcul de la fiabilité est pratiqué depuis de nombreuses années, les bases de données de fiabilité sont disponibles et nombreuses. En revanche, en mécanique les recueils de données existants sont moins reconnus qu'en électronique, et moins nombreux mais ils sont tout de même très utilisés surtout ces dernières années.

En pratique, on utilise souvent des bases de données connues, mais il est préférable, quand cela est possible de recueillir les données de retours d'expériences auprès des fabricants des composants que l'on utilise. Cependant, ces données sont difficiles à obtenir pour des composants mécaniques. Les constructeurs ne s'efforcent pas de les collecter systématiquement, du fait qu'il est difficile de trouver une métrique de sûreté de fonctionnement. Dans le cas où elles existeraient, elles sont conservées confidentiellement.

Les recueils de données de fiabilité les plus connus pour des dispositifs électroniques et mécaniques sont présentés dans les tableaux 2.1 et 2.2 des paragraphes suivants. Des exemples de feuilles de calculs pour chaque domaine sont donnés en annexe (Annexe B).

Dans la majorité des recueils, les données de fiabilité sont fournies sous forme de taux de défaillance constants principalement pour les composants électroniques et sous forme de durées de vie moyennes, valeurs minimales et maximales ou de probabilité de bon fonctionnement, en particulier pour les composants mécaniques

Ces recueils sont mis à jour régulièrement pour tenir compte des évolutions technologiques.

2.3.3.1 Données de fiabilité disponibles pour des composants électroniques

Dans ce paragraphe nous présentons les bases de données les plus utilisées pour des composants électroniques, elles sont regroupées dans le tableau suivant (tableau 2.1), pour plus d'explication voir l'annexe B:

Source	Titre	Editeur	Dernière version
IEEE STD	IEEE Guide to the Collection and Presentation of Electrical, Electronic Sensing Component and Mechanical Equipment Reliability Data for Nuclear Power Generating Stations.	Institution of Electrical and Electronic Engineers, New York, USA.	IEEE STD500,1984.
MIL-HDBK-217	Military Handbook-Reliability Prediction of Electronic Equipment.	United States Department Of Defense.	MIL-HDBK-217F, notice 2, 28 Février 1995.
BT-HRD	Handbook for Reliability Data.	BritishTelecommunic ations.	HRD 5,1995.
EPRD	Electronic Parts Reliability Data.	Reliability Analysis Center, RAC,NEW YORK, USA.	EPRD 97, 1997.
GJB	Chinese Military Standard.	Beijing Yuntong Forever Sci.-Tech.	GJB/Z229B,1998 .
RDF (CNET)	Recueil de Données de Fiabilité.	Centre National d'Etudes des Télécommunications, UTE, Paris, France.	RDF 2000-UTE. C80-810, Juillet 2000.
Telcordia/Bellcore	Reliability Prediction Procedure for Electronic Equipment.	Telcordia Technologies, New Jersey, USA.	Telcordia SR-332 Issue1, Mai 2001.

Tableau 2.1. Recueils de données de fiabilité en électronique

2.3.3.2 Données de fiabilité pour des composants mécaniques

Les principales bases de données de fiabilité en mécanique sont présentées dans le tableau suivant (tableau 2.2, [Doyle, 1992] , [Leemis, 1994],...):

Source	Titre	Éditeur	Dernière version
AVCO	"Failure Rates".	D.R.Earles&M.F.Eddins AVCO Corporation, USA.	Avril 1962.
NPRD	Nonelectronic Parts Reliability Data.	Reliability Analysis Center, RAC, New York, USA.	NPRD 97, 1997.
NSWC	Handbook of Reliability Prediction Procedures for Mechanical Equipment.	Carderock Division, Naval Surface Warfare Center, United States Navy.	NSWC-98/LE1, 1998.
EIREDA	European Reliability Industry Data Handbook	European Commission and Electricité de France CRETE UNIVERSITY PRESS	1998
FARADA	Failure Rate Data	GIDEP-Government Industry Data Exchange Program (USA)	Mil-STD-1556 B, 24 février 1986

Tableau 2.2. Recueils de données de fiabilité en mécanique

(1) AVCO

L'AVCO est un manuel américain très ancien regroupant des tables de données de fiabilité pour des composants mécaniques : des durées de vie moyennes, des taux de défaillance génériques sous forme de nombre de défaillances par million d'heures et par million de cycles en fonction des conditions d'environnement (généralement, on trouve des intervalles $[\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$ avec un certain niveau de confiance).

(2) NPRD

Le NPRD est un rapport du centre RAC "Reliability Analysis Center" très utilisé pour évaluer la fiabilité des composants et dispositifs non électroniques, c'est un complément du MIL-HDBK-217. Il fournit des taux de défaillance moyens pour une large variété de composants non couverts par le MIL-HDBK-217 (plus de 25000 composants): des composants mécaniques, électromécaniques ou physico-chimiques.

Les données collectées, depuis l'année 1970 jusqu'à 1994, sont représentées par des tableaux contenant : une présentation du composant, son niveau de qualité (militaire, commercial ou inconnu), des conditions d'environnement et d'utilisation du composant, des sources de données, des taux de défaillance moyen par millions d'heures ainsi que des intervalles de confiances, des nombres de pannes observées, le nombre d'heures de fonctionnement (en million), etc.

L'hypothèse d'une loi exponentielle pour les temps de défaillance n'est pas souvent adoptée car la majorité des composants présentés dans le manuel ont une distribution de durée de vie Weibull ou Log-normale. Le manuel présente des méthodes qui permettent de calculer les paramètres des lois considérées. L'annexe B donne un extrait du NPRD 1997.

(3) *NSWC*

Le NSWC est un catalogue publié par la Marine des États-Unis "Naval Surface Warfare Center", il fournit des modèles de taux de défaillance, supposés constants, pour des classes fondamentales de composants mécaniques tels que les ressorts, les moteurs, les freins, les embrayages, etc.

Les modèles du taux de défaillance incluent des facteurs pouvant avoir un impact sur la fiabilité des composants. Ces facteurs tiennent compte des modes de défaillance et des paramètres qui les engendrent, par exemple les caractéristiques matériaux, les conditions d'environnement, les forces appliquées, etc. Ces paramètres constituent des données d'entrée pour les modèles de taux de défaillance.

Le NSWC est une norme relativement nouvelle et seule dans son genre. Néanmoins l'un de ces inconvénients est dû au fait que les modèles présentés exigent une quantité suffisante de données d'entrée, ce qui n'est pas toujours disponible.

(4) *EIREDA*

Le manuel EIREDA (European Reliability Industry Data Handbook) donne des taux de défaillance, supposés constants, pour des produits mécaniques et électroniques en fonctionnement et en sollicitation, à l'usage des centrales nucléaires.

(5) *FARADA*

Le FARADA (Failure Rate Data) fournit des données de fiabilité pour des composants de toutes natures : une estimation des taux de défaillance, nombre de pannes observées, type de pièce, mode d'utilisation, etc.

2.3.3.3 Limite d'utilisation des bases de données mécaniques

La comparaison de ces cinq recueils de données de fiabilité pour des composants mécaniques mène à quelques résultats intéressants :

Le NPRD-97 est le plus utilisé, il offre plus d'information nécessaire à une évaluation simple de la fiabilité. Ses données proviennent de l'utilisation réelle des composants, c'est pour cette raison qu'elles sont jugées bonnes, néanmoins elles sont toutes données en nombre de défaillance par million d'heures, ce qui n'est pas une mesure adéquate pour certains équipements (de durées de vie cycliques).

Le NSWC-98 présente des données plus récentes, comparé aux autres manuels, il peut offrir une alternative plus précise si les données d'entrées sont de plus en plus disponibles.

Le document AVCO contient des données de vie pour des composants utilisés dans des environnements divers. Néanmoins, ces données datent de 1962, or depuis l'évolution des

technologies n'a pas cessé d'avancer, en particuliers dans le domaine de la science des matériaux, et la performance des systèmes augmente de plus en plus.

En fin, nous pouvons citer le IEEE STD 500 qui offre des données pour des matériels utilisés dans les centrales nucléaires. Il y a plus de données pour des composants électriques et électroniques que les composants mécaniques.

Ces recueils de données de fiabilité sont fondés soit sur des résultats d'exploitation ou des résultats d'essais en laboratoire. Le processus de dégradation des équipements (modes, mécanismes et causes de défaillance), les conditions d'utilisation et l'évolution des technologies sont des paramètres nécessaires pour le calcul des taux de défaillance et l'élaboration des modèles prévisionnels de la fiabilité, or il est difficile de les prendre tous en considération. Les données sont souvent inappropriées aux systèmes et environnements réels.

Par conséquent, aucune de ces sources de données ne fournit des données parfaites pour une évaluation plus précise de la fiabilité, les informations recueillies ne permettent qu'une exploitation partielle des données, cependant elles restent toujours utiles pour de nouvelles conceptions.

2.3.4 Fiabilité système- Modélisation de la fiabilité des équipements mécaniques

2.3.4.1 Procédure générale

La détermination de la fiabilité d'un système électronique, mécanique ou autre nécessite tout d'abord de connaître la loi de la fiabilité (ou la loi de défaillance) de chacun des composants intervenant dans le système ([Bon, 1995], [Cox and Oakes, 1984], [Cocozza-Thivent, 1997], [Pagès and Gondran, 1980]). Ceci est simple pour certains types de systèmes tels que les systèmes électroniques, or ce n'est pas le cas pour des systèmes mécaniques à cause de la complexité de la structure du système étudié. Les systèmes mécaniques sont des ensembles d'éléments technologiques liés par des relations statiques et dynamiques assez complexes.

Pour un système électronique chaque composant a un poids important dans la fiabilité du système, la fiabilité du système est donc calculée en fonction de la fiabilité de tous ses composants. Les calculs sont effectués sous l'hypothèse que les taux de défaillance sont constants dans le temps, une hypothèse acceptable pour la plupart des composants, ce qui rend les calculs beaucoup plus simple. La détermination des taux de défaillance des composants est effectuée soit à partir des modèles développés dans des bases de données disponibles, soit à partir d'essais effectués sur les composants ou bien à partir des résultats d'exploitation des produits.

La fiabilité d'un système mécanique, contrairement à l'électronique, repose sur la fiabilité de quelques composants élémentaires responsables de son dysfonctionnement, dits composants "responsables" ou "critiques" (parfois un seul), contribuant presque totalement à la probabilité de défaillance de l'ensemble Voir ([Doyle, 1992] et [DEBRAY, 2000]). Les autres composants pouvant être considérés de probabilité de défaillance pratiquement nulle. L'identification de ces composants se fait en effectuant des analyses qualitatifs, telles que l'APR (Analyse Préliminaire des Risques) et l'AMDEC (Analyse de Modes de défaillance, de leurs Effets et de leurs Criticité), et des analyses quantitatives telles que l'analyse par arbres de

défaillance (voir Annexe A). Ensuite, nous en créerons un modèle à partir d'un diagramme de fiabilité, par exemple sous forme d'un schéma bloc. Le taux de défaillance du système sera donc calculé en fonction de l'architecture du système donnée par ce schéma.

Le plus souvent, les systèmes mécaniques sont considérés à configuration série, Du fait qu'on garde que les composants critiques. Dans ce cas et lorsque les composants du système sont supposés indépendants, les caractéristiques de fiabilité sont les suivantes :

- La fiabilité $R(t)$ d'un système mécanique non réparable est le produit des fiabilités des composants "critiques", la défaillance de l'un de ces éléments entraîne la défaillance du système:

$$R(t) = \prod_{i=1}^n R_i(t) \quad (2.27)$$

- Le taux de défaillance $\Lambda(t)$ du système est approximativement égal à la somme des taux de défaillance individuels ($\lambda_i(t), i=1, \dots, n$) :

$$\Lambda(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(t) \quad (2.28)$$

2.3.4.2 Illustration

À l'aide d'un exemple tiré de [Bertshe and Gisbert, 1999], nous éclaircissons la procédure. Soit le réducteur de vitesse, représenté par la figure 2.5.

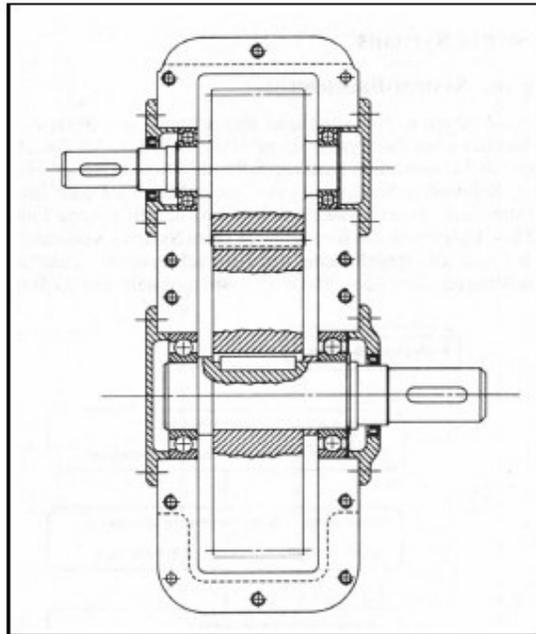


Figure 2.5. Réducteur de vitesse

(1) Données

Les différents composants critiques vis-à-vis de la fiabilité sont les suivants: deux roues dentées, un engrenage, deux roulements et deux joints à lèvres. Bertsche et Lechner proposent de leurs associer comme loi de défaillance la distribution de Weibull dont les paramètres figurent dans le tableau 2.3 (η s'exprime en tours d'arbre d'entrée), en supposant les paramètres de décalage nuls ($\gamma=0$).

Composant		Mode de défaillance	η	β
Composant 1	Roue dentée 1	Rupture de la roue dentée 1	38.000	1,4
Composant 2	Roue dentée 2	Rupture de la roue dentée 2	70.500	1,8
Composant 3	Engrenage	Pitting de l'engrenage	1.966.600	1,3
Composant 4	Roulement 1	Défaillance du roulement 1	9.100.000	1,11
Composant 5	Roulement 2	Défaillance du roulement 2	15.200.000	1,11
Composant 6	Joint à lèvres radial 1	Défaillance du joint à lèvres radial 1	66.000.000	1,0
Composant 7	Joint à lèvres radial 2	Défaillance du joint à lèvres radial 2	6.000.000	1,0

Tableau 2.3. Paramètres de la loi de défaillance des éléments du réducteur (distribution de Weibull)

(2) Modélisation du système

En général, un système se représente sous forme d'un schéma bloc. Ceci sous-entend qu'une analyse topologique préalable du système doit être réalisée. La défaillance de tel composant entraîne-t-elle la défaillance du système ?. Si la réponse est affirmative alors ce composant doit être associé en série.

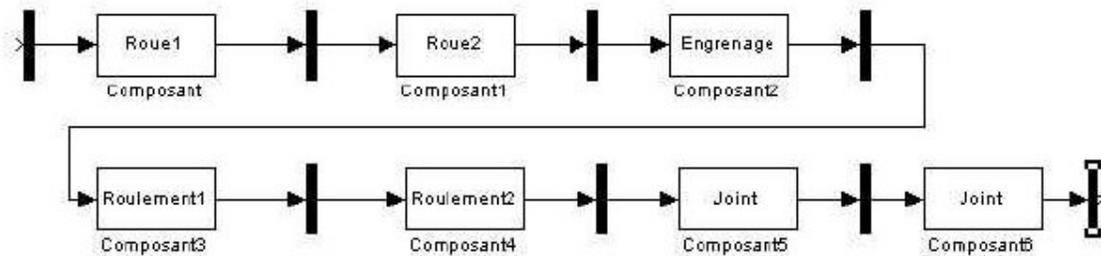


Figure 2.6. Exemple d'une modélisation du réducteur en schéma bloc

(3) *Calcul et résultats*

La fiabilité du système est calculée en fonction des fiabilités des sept composants qui le constituent :

$$R(t) = \prod_{i=1}^7 R_i(t) \text{ où } R_i(t) = \exp\left(-\left(\frac{t}{\alpha_i}\right)^{\beta_i}\right) \quad t \geq 0 \quad i=1, \dots, 7$$

Les résultats sont représentés par un seul graphique (voir figure 2.7).

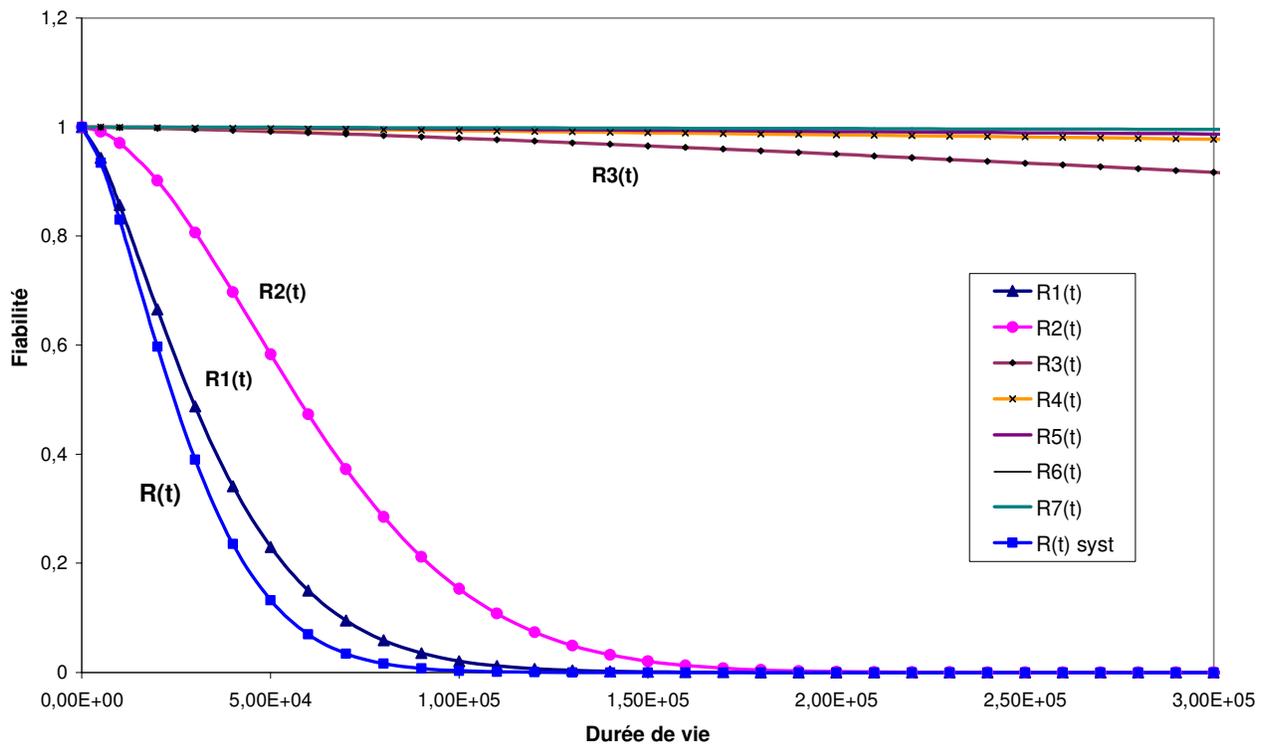


Figure 2.7. Présentation graphique de la fiabilité du système et de ses composants

On remarque que la courbe des deux premiers composants (les deux roues dentées) sont prépondérantes. Il en résulte que la fiabilité du réducteur de vitesse dépend principalement de la fiabilité des deux roues dentées.

2.3.4.3 Conclusion

À partir d'un exemple simple, nous avons montré que la fiabilité d'un système mécanique dépend principalement de la fiabilité d'un ou deux composants. Ainsi, la fiabilité mécanique consiste principalement en l'étude des composants.

2.4 Généralités sur les méthodes d'évaluation de la fiabilité d'un composant mécanique

([Afnor, 1981], [Afnor, 1988], [ASTE, 1993], [Catuneau and Mihalache, 1989], [Birolini, 1997], [Doyle, 1992], [Ligeron, 1979], [Mclinn, 1998], [Pagès and Gondran, 1980], [Procaccia and Morilhat, 1996], [Salzman et al., 2003], [Villemeur, 1988],...)

2.4.1 Problématique

On définit la théorie de la fiabilité des structures mécaniques (systèmes ou composants) comme un ensemble de méthodes, basées sur des concepts probabilistes et des techniques d'optimisation directement issues de la recherche, destinées à estimer la fiabilité (probabilité de bon fonctionnement ou de succès) ou un autre indicateur de fiabilité (taux de défaillance, probabilité de défaillance, marges de sécurité,...) d'un élément de structure ou de la structure elle-même permettant ainsi de maîtriser, à coûts de calcul réduits, les issues possibles d'un dimensionnement ([Procaccia and Morilhat, 1996]).

L'évaluation et l'optimisation de la fiabilité des structures mécaniques sont indispensables pour concevoir des systèmes de plus en plus performants. Pour cela, plusieurs méthodes sont définies, leur utilisation est conditionnée par la connaissance de certaines données, les outils disponibles et les objectifs à atteindre.

La fiabilité des systèmes mécaniques peut être déterminée à partir des modèles de taux de défaillance développés dans des bases de données. C'est l'approche la plus simple et la plus directe. Or et comme nous l'avons expliqué, les sources de données sur les taux de défaillance de composants mécaniques ne sont pas très nombreuses et aucune d'elles ne fournit des données parfaites pour une évaluation plus précise de la fiabilité (le taux de défaillance est souvent supposé constant). Les informations recueillies ne permettent qu'une exploitation partielle des données. Cependant, elles restent toujours utiles pour de nouvelles conceptions.

Par définition, la fiabilité est l'aptitude d'un dispositif à accomplir une fonction requise, dans des conditions (contraintes) données, durant un intervalle de temps donné [Norme CEI 271, 1974]. Les conditions sont les contraintes physiques, chimiques et mécaniques subies par les dispositif du fait de son environnement. Le temps est exprimé au sens large, ce sera bien souvent un nombre de cycles ou une caractéristique qui exprime la durée de vie [Ligeron, 1979]. Cependant, deux approches de calcul sont possibles :

1. On fixe le temps et la contrainte est une variable aléatoire. Par exemple, pour un nombre de cycle fixe (n), la contrainte est une variable aléatoire de distribution normale.
2. On fixe la contrainte et le temps est une variable aléatoire. Par exemple, pour un niveau de contrainte constant, le nombre de cycle jusqu'à rupture (N) est une variable aléatoire de loi log-normale.

Pour garantir une conception sûre et compétitive, le dimensionnement et l'évaluation de la fiabilité d'une structure se font en prenant en compte simultanément toutes les informations concernant les composants. Dans les paragraphes suivants, nous présentons les principes généraux des différentes méthodes de calcul de la fiabilité des structures mécaniques, les méthodes déterministe et probabiliste.

2.4.2 Approche déterministe

De manière générale, le dimensionnement de structure se fait en considérant un mode de défaillance donné, et est basée sur l'établissement d'un modèle mécanique caractérisant son état en fonction des variables de conception de la structure : chargement, géométrie, caractéristiques matériaux, caractéristiques de l'environnement, etc. ([Afnor, 1981] [Procaccia and Morilhat, 1996], [Doyle, 1992] , [Ligeron, 1979], [Mclinn, 1998],]

Le modèle mécanique reliant ces variables de conception, est composé de deux termes :

- Un premier terme donnant l'état de sollicitation de la structure, décrit par des variables de sollicitation, en fonction d'un mode de ruine donné (chargement, caractéristiques matériau, géométrie, contrainte environnementales,..). Ce terme est désigné par " Contrainte " et noté C .
- Un deuxième terme caractérisant la capacité de la matière choisie pour réaliser la structure, à résister aux contraintes exercées. Elle est décrite par des variables ressources (ténacité du matériau, limite élastique, etc.)et directement liée au mode de ruine étudié. Ce terme est désigné par " Résistance " et est noté R .

Depuis le 20^{ième} siècle les analyses mécaniques de dimensionnement et de conception des structures mécaniques sont fondées sur l'approche classique de la méthode " Contrainte - Résistance" (" Stress-strength" en anglais). Cette approche est basée sur un calcul déterministe d'un coefficient appelé *coefficient de sécurité*, définit par:

$$K = \frac{\text{Paramètre de résistance de la structure}}{\text{Contrainte appliquée}} = \frac{R}{C} \quad (2.29)$$

Les termes R et C , comme le montre la figure 2.8, sont assimilées à des valeurs moyennes (du fait des hétérogénéités de la matière, des erreurs de précision sur le dimensionnement, l'environnement, etc.) ou à des valeurs caractéristiques définies expérimentalement (telles que la résistance minimum à la contrainte et la contrainte maximum appliquée). Ce coefficient caractérise la qualité de conception des structures et permet de se prémunir contre les modes de défaillance envisageables sur une structure durant sa durée de vie.

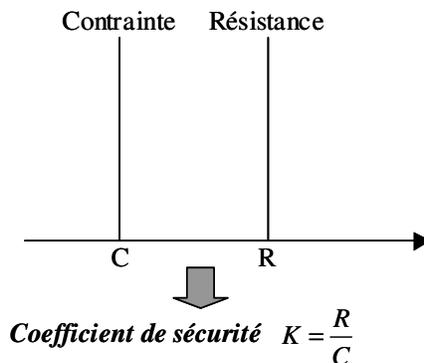


Figure 2.8. Approche classique déterministe

Le coefficient de sécurité fournit une mesure qualitative de la probabilité de défaillance. Le risque est évalué sous forme d'un jugement binaire. On donne une valeur a priori K_0 , $1 < K_0 \leq 10$, imposé par des réglementations et des normes. Ensuite, on la compare avec le rapport R/C :

- Si $K \geq K_0$ le dimensionnement est acceptable
- Si $K < K_0$ le dimensionnement est inacceptable

Le coefficient de sécurité est établi essentiellement sur la base de l'expérience ou l'intuition des experts et d'observations physiques, ceci mène souvent à des surdimensionnements. Il n'a de valeur que dans le domaine pour lequel il a été vérifié par l'expérience, son extension à d'autres conditions peut entraîner des échecs ou accidents.

De plus en assimilant R et C à des valeurs moyennes, on néglige le caractère incertain des variables du modèle mécanique, dans la conception ou pendant la vie de la structure (une variabilité des caractéristiques matériaux, une incertitude sur le modèle mécanique, la présence de défauts physiques, etc.), par conséquent il devient impossible d'une part d'aborder le problème de prévision de fiabilité d'une structure, surtout pour des structures mécaniques assez complexes, et d'autre part d'optimiser la conception ou d'augmenter les performances du produit fabriqué.

Le lecteur peut trouver plus de détails sur cette méthode dans les références suivantes: [Afnor, 1981], [Procaccia and Morilhat, 1996], [Doyle, 1992], [Ligeron, 1979], [Mclinn, 1998], etc. .

2.4.3 Approche probabiliste

Aujourd'hui les systèmes mécaniques sont de plus en plus performants et les facteurs de sécurité ne prennent pas en compte les fluctuations des différentes variables qui agissent sur les structures. Par exemple lorsque l'on cherche, à alléger une structure, ce qui revient à diminuer le coefficient de sécurité, quel risque prenons-nous ? Pour répondre à cette interrogation les concepteurs ont réalisé la nécessité de mettre en œuvre une analyse moins expérimentale que celle utilisant des coefficients de sécurité. Il s'agit donc de l'analyse de la fiabilité par des méthodes probabilistes, tenant compte de la dispersion des variables de conception (de sollicitations et de ressources) décrites pas des distributions probabilistes.

Mayer, dès 1926 propose de considérer chaque paramètre incertain entrant dans le calcul des structures comme une variable aléatoire caractérisée par une distribution de probabilité, mais c'est essentiellement après la seconde guerre mondiale que la théorie probabiliste va évoluer ([Procaccia and Morilhat, 1996]).

La démarche probabiliste permet la modélisation réaliste et la quantification des effets des incertitudes sur la performance du système à travers le concept de la probabilité de défaillance ou de dysfonctionnement, notée P_f (c'est le complément par rapport à 1 de la probabilité de bon fonctionnement). Ainsi, elle permet d'orienter les opérations de maintenance, en fonction de l'influence des incertitudes sur les paramètres du système.

Une démarche probabiliste dans le processus de conception de produit nouveau est une méthodologie composée d'un ensemble d'outils mécaniques et statistiques très puissants, permettant principalement:

- Le calcul et l'optimisation de la fiabilité d'une structure afin d'améliorer la qualité de ses composants,
- L'étude de l'effet des variations des caractéristiques matériaux, des variations des dimensions et des variations de l'environnement, sur la durée de vie d'une structure.
- Le dimensionnement d'une structure par rapport à un objectif de fiabilité donné en calculant sa probabilité de défaillance.

Plusieurs approches probabilistes sont mises en œuvre pour évaluer la probabilité de défaillance des structures. Elles bénéficient à ce jour d'un grand intérêt économique et industriel. En France, des laboratoires d'ingénierie mécanique et des industriels se sont entièrement investis, dans l'amélioration des méthodes existantes et dans la recherche de nouvelles méthodologies. Ces travaux leur permettent d'atteindre des objectifs de fiabilité plus précise et de rentabiliser leurs investissements. Parmi ces établissements, nous citons : le Centre Technique des Industries Mécaniques (CETIM), l'institut français de mécanique avancé, Réseau des Centres Techniques Industriels, la société INTES, Renault, PSA Peugeot CITROEN, etc.

Dans ce paragraphe nous allons introduire deux grandes familles de méthodes probabilistes d'évaluation de la fiabilité mécanique en environnement stressant. Celle qui repose sur l'approche probabiliste de la théorie "Contrainte-Résistance" (souvent appliquée en phase de conception) et celle qui repose sur la méthode d'estimation des lois de fiabilité ou de certaines caractéristiques statistiques telles que les durées de vie moyennes des structures elles-mêmes, à taux de défaillance instantané fonction du temps (basée sur des essais de fiabilité ou des résultats d'exploitation et applicable tout au long du cycle de développement de la structure).

2.4.3.1 L'approche probabiliste de la théorie " Contrainte- Résistance "

Contrairement à l'approche déterministe décrite par un coefficient de sécurité défini par un simple rapport de deux caractéristiques physiques : $\frac{R}{C}$, cette méthode est basée sur la comparaison probabiliste de la Résistance et la Contrainte, considérées cette fois-ci comme des variables aléatoires, en utilisant leurs distributions de probabilité ou tout simplement leurs paramètres représentatifs.

Pour simplifier, prenons le cas élémentaire d'une structure ayant une résistance R et soumise à un chargement unique C par rapport à un mode de défaillance donné. On définit la probabilité de défaillance P_f de la structure par la probabilité que la résistance à la contrainte soit inférieure à la contrainte appliquée pendant la mission (la durée de vie de la structure). Nous pouvons synthétiser cela par le schéma suivant, appelé diagramme de Warmer (figure 2.9)

$$P_f = P(R \leq C) = \iint_{D_f} f_{R,C}(r,c) dr dc \quad (2.30)$$

Où est le domaine de défaillance de la structure.

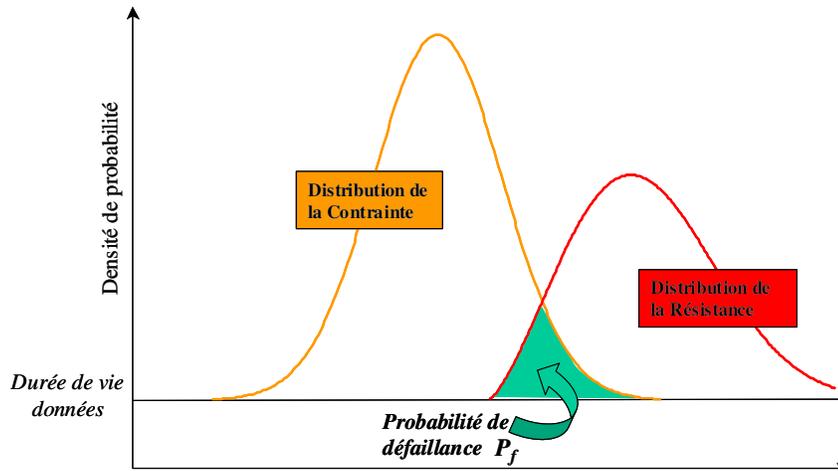


Figure 2.9. Diagramme de Warmer

La fiabilité, ou la probabilité de bon fonctionnement de la structure est ainsi définie par la probabilité pour que la résistance \$R\$ soit supérieure à la contrainte appliquée.

$$P_R = 1 - P_f = P(R > C) \quad (2.31)$$

Plusieurs méthodes de calculs de \$P_f\$ sont proposées suivant la nature des distributions des variables de conception. Ces méthodes peuvent être classées en trois catégories:

- a) *Méthodes directes* : basées sur un calcul, analytique ou numérique, de la probabilité de défaillance (intégration directe); mises en œuvre avec des distributions simple telle que la loi normale ([Afnor, 1981]).
- b) *Méthodes d'approximation* : basée sur une approximation de la loi de distribution des variables de conception par une loi continue normale. Le calcul de \$P_f\$ est alors effectué à partir d'indice de fiabilité. Les méthodes les plus utilisées sont First/Seconde Order Reliability Methods connues sous le nom FORM/SORM ([Ayyub and Mccuen, 1997], [Madsen et al., 1986], [Castillo et al., 1999]).
- c) *Méthodes par simulation* : basée sur un calcul approximatif de la probabilité de défaillance selon la méthode de Monte-Carlo ([afnor, 1981], [Ayyub and Mccuen, 1997], [Villemeur, 1988]);

Le cas où l'on plus de deux variables de conception est présenté en détails annexe (Annexe C), le lecteur y trouvera aussi un inventaire des différentes méthodes de calcul de la probabilité de défaillance.

2.4.3.2 Méthode d'Estimation de la fiabilité par les essais

Cette méthode est basée sur un Traitement Statistique des Données de Vie (voir [Afnor, 1981], [Afnor, 1988], [ASTE, 1993]), [Birolini, 1997], [Catuneau and Mihalache, 1989], [Ligeron and et M. Neff, 1984], [Pagès and Gondran, 1980], [Salzman et al., 2003], [Villemeur, 1988]), afin de les ajuster à une distribution de vie théorique pour évaluer la probabilité de défaillance.

On désigne par T la variable aléatoire positive représentant la durée de vie du produit étudié. Comme c'est indiqué par la figure 2.10, pour un niveau de contrainte donné, la probabilité de défaillance à la date t est ainsi représentée par la fonction de répartition F , :

$$P(T \leq t) = F(t) \tag{2.32}$$

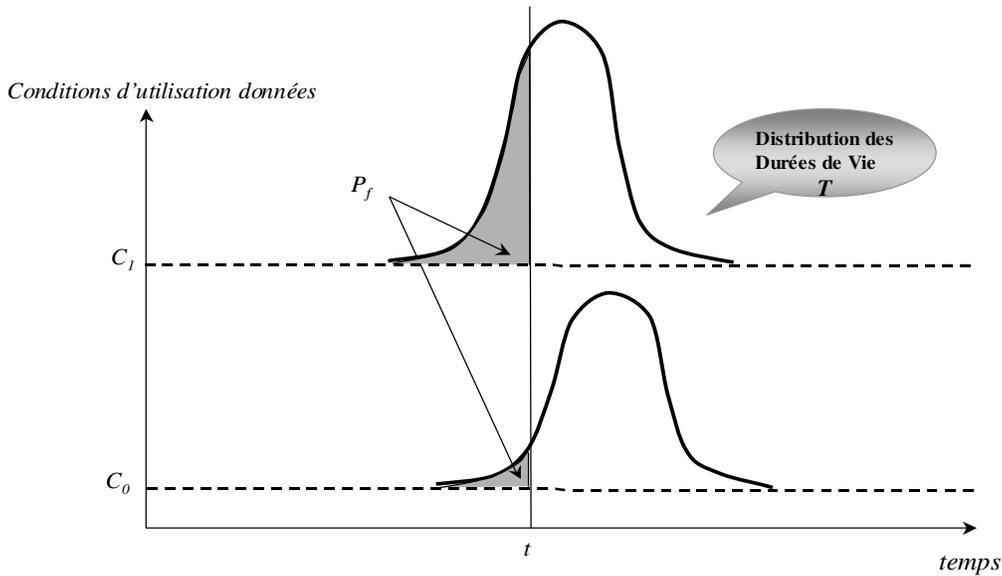


Figure 2.10. Évaluation de la probabilité de défaillance instantanée d'un composant mécanique

La fiabilité, qui représente la probabilité de non-défaillance jusqu'à l'instant t , se caractérise aussi par le taux de défaillance $\lambda(t)$ et elle s'écrit :

$$R(t) = P(T > t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(s) ds\right) \tag{2.33}$$

Ainsi, les produits au cours de leur exploitation verront leur taux de défaillance évoluer dans le temps.

Suivant la nature des données disponibles, des méthodes d'estimation et d'analyse statistique sont proposées. Les données statistiques utilisées proviennent soit d'essais en laboratoires (Essais de Fiabilité) ou de résultats d'exploitation (bases de données disponibles, retour d'expériences, etc.). Or l'un des problèmes que l'on rencontre lors de l'évaluation de la fiabilité mécanique est le manque de bases de données mécaniques, par conséquent nous allons diriger notre étude vers le premier point concernant les essais de fiabilité.

L'introduction des essais de fiabilité dans le processus de développement de produits nouveaux permet d'améliorer la fiabilité opérationnelle, avant de disposer des données du retour d'expérience.

Un autre objectif principal des essais de fiabilité est d'obtenir des données de vie pour des produits mécaniques (instants de défaillance, nombre de cycles à la rupture,..) en phase de conception, dans des délais raisonnables afin d'ajuster des lois de probabilité pour évaluer et améliorer la fiabilité du produit tout au long de sa vie (de la conception à la mise en service). Parmi les essais de fiabilité les plus utilisés, on cite les essais accélérés, les essais aggravés, les essais bayésiens etc. Cette méthode d'évaluation de la fiabilité mécanique, sera étudiée en détail par la suite.

2.5 Conclusions

Le calcul de la fiabilité mécanique présente des limitations et cela pour plusieurs raisons, la notion du taux de défaillance constant n'existe pas, l'absence de modèles satisfaisants pour décrire certains processus complexes de dégradation et de leur interaction, la quasi absence de normalisation et de standardisation internationales et le manque de données (Le système mécanique est de plus en plus performant).

En électronique, un domaine où la fiabilité est pratiquée depuis de nombreuses années, les bases de données de fiabilité sont disponibles et nombreuses. En revanche, en mécanique les recueils de données existants sont moins reconnus qu'en électronique et moins nombreux. Elles ne permettent qu'une exploitation partielle des données, cependant elles restent toujours utiles pour de nouvelles conceptions et le deviennent de plus en plus surtout ces dernières années.

La fiabilité d'un système mécanique, contrairement à l'électronique, repose sur la fiabilité de quelques composants élémentaires responsables de son dysfonctionnement parfois un seul, contribuant presque totalement à la probabilité de défaillance de l'ensemble. Les autres composants pouvant être considérés de probabilité de défaillance pratiquement nulle.

On peut considérer deux grandes familles de méthodes permettant d'évaluer la fiabilité mécanique. La première est la méthode déterministe traditionnelle "Contrainte-Résistance", où chaque paramètre est caractérisé par une valeur unique, est basée sur l'utilisation de coefficient de sécurité déterministe. Ce coefficient est introduit dans les calculs afin de respecter des marges importantes et garantir leur intégrité. Cette méthode est remise en question, depuis la fin de la deuxième guerre mondiale, par l'émergence des méthodes probabilistes des structures.

Les méthodes probabilistes se divisent, elles aussi, en deux groupes. Le premier groupe est représenté par la méthode probabiliste "Contrainte-Résistance" où chaque paramètre est caractérisé par une distribution de probabilité : l'existence de deux variables qui caractérisent

l'environnement et la résistance à l'environnement, conduit à l'existence d'un risque de défaillance P_f . L'évaluation de la fiabilité des structures consiste à estimer ce risque à partir de la « probabilisation » d'un modèle physique de dégradation (modèles mécaniques). On détermine la probabilité que la résistance à la contrainte de la structure soit supérieure aux contraintes appliquées pendant toute la mission considérée. Cette probabilité est ensuite comparée à une valeur limite qui traduit le niveau de dégradation acceptable. Les modèles mécaniques, permettant une modélisation théorique et numérique des comportements d'une structure (fatigue, mécanique de la rupture...), sont donnés soit explicitement soit par calculs éléments finis.

Le deuxième groupe est composé des méthodes probabilistes qui consistent à évaluer la probabilité de défaillance des systèmes et son évolution au cours du temps, en mettant au point un modèle de fiabilité, qui permet de distinguer les composants à haut risque des composants moins sensibles.

Le premier type des méthodes probabilistes, donne une évaluation ponctuelle de la fiabilité à un certain stade de développement du produit, ceci ne permet pas le suivi de l'évolution temporelle de la fiabilité et la maîtrise de la maturité de nouveaux produits durant tout leur *cycle de développement*, surtout que les enjeux actuels de compétitivité industrielle en termes d'innovation, de délai de développement, de sûreté de fonctionnement,... imposent de mettre en œuvre des stratégies de qualification de produit, de plus en plus efficaces et rigoureuses.

Face à ces problèmes, les mécaniciens ont décidé d'orienter leurs recherches vers l'analyse de fiabilité basée sur les méthodes probabilistes donnant une probabilité de défaillance en fonction du temps. La prise en compte de l'évolution de la fiabilité dans le temps et du vieillissement afin d'optimiser les stratégies de maintenance et d'améliorer les performances des systèmes, revient à construire et maîtriser la fiabilité du produit durant tout le cycle de vie et dans des conditions d'utilisation et d'environnement spécifiées, à partir des *Essais de Fiabilité*.

En France, jusque dans les années 80, l'entreprise PEUGEOT dimensionnait traditionnellement ses véhicules pour qu'ils résistent à des longs kilométrages et de très mauvaises conditions de roulage sur les pistes d'Afrique des années 1950, le principe était basé sur l'idée que le client le plus sévère ne devait jamais casser une pièce. Une telle approche générait souvent des pièces surdimensionnées et donc plus lourdes que nécessaire. Cette période est révolue, la meilleure approche est alors probabiliste, elle est particulièrement bien adaptée à leurs problématiques de tenue des pièces en clientèle. Le succès de la démarche chez PEUGEOT dépend essentiellement de la connaissance précise de la clientèle. Elle est difficile à obtenir car elle nécessite des campagnes de mesures en vraies grandeurs très coûteuses. Malgré cela, comme par le passé une part importante de leurs efforts va dans ce sens ([Perrou, 2000], [Perrou, 2003]).

En dehors de l'identification du comportement mécanique de matériaux et de structures complexes, l'intérêt pratique de la méthode d'estimation de la fiabilité par les essais est de permettre la prévision de la durée de vie des structures, de leurs fluctuations, et plus généralement d'accéder à des analyses de risque. Ce point intéresse particulièrement les partenaires industriels des différents laboratoires ainsi que les personnes et organismes impliqués dans la réglementation.

Le couplage mécanique et fiabilité est le seul moyen permettant l'analyse des structures réelles avec des comportements complexes. Néanmoins, ce couplage pose des difficultés numériques qui freinent l'application des méthodes fiabilistes.

Dans le chapitre suivant, nous présentons les différentes techniques d'essai de fiabilité en les situant dans le cycle de développement d'un produit, ensuite nous donnerons des détails sur la méthode d'estimation de la fiabilité et le rôle de certains types d'essais, dans sa mise en œuvre.

CHAPITRE 3

Les Essais en Fiabilité

3 LES ESSAIS EN FIABILITE

L'efficacité de la construction de la fiabilité d'un produit à travers les essais permet le suivi de son évolution dans les divers stades de son développement afin de le rendre plus mature. Toutefois, cette procédure nécessite une collaboration entre l'ingénierie de l'environnement (conditions d'emploi, modèles de dégradation mécaniques, ..) et l'ingénierie de fiabilité (caractéristiques de Sécurité de Fonctionnement).

Dans ce chapitre nous présentons un certain nombre d'essai de fiabilité de plus en plus efficaces et très utilisés, en les situant dans le cycle de développement d'un produit, il s'agit des essais aggravés, des essais accélérés et les essais bayésiens. ([Afnor, 1981], [Afnor, 1988], [Birolini, 1997], [Nelson, 1990], [Crowe and Feinberg, 2001], [ASTE, 1993], [O'Connor, 2003], [Ligeron and M. Neff, 1984], [Pagès and Gondran, 1980], [Villemeur, 1988]),

3.1 Introduction sur les essais de fiabilité

Les essais de fiabilité sont destinés à vérifier ou compléter les données de fiabilité existantes ou à les élaborer lorsqu'elles ne sont pas disponibles, et ceci en procédant à des tests sur un certain nombre d'entités.

La norme UTE C20-321 [Afnor, 1988] définit les différents types d'essais de fiabilité :

Les essais de fiabilité sont en général des *essais de conformité* en fiabilité. Ils s'appliquent en général dans l'un des cas suivants :

- Modèles d'étude ou prototypes,
- Lot de présérie,
- Lot (ou lots) de production.

Quant à leur réalisation, différentes mesures sont prises :

- La population doit être homogène : les dispositifs sont de même type, produit par les mêmes moyens et dans des conditions similaires, afin que les essais soient représentatifs,
- Le choix des dispositifs à mettre en essai doit être fait dans la population concernée selon un échantillonnage aléatoire,
- Durant le déroulement des essais les dispositifs sont exposés aux mêmes contraintes que les équipements livrables.

Des essais de différents types peuvent être effectués. Nous les distinguons en fonction:

- **De leur objectif** qui peut être soit la mesure de taux de défaillance et l'ajustement d'un modèle de loi de fiabilité, ou le contrôle d'homologation, de maintenance et réduction du temps de fabrication, ou bien faire des analyses technologiques des défaillances et maîtrise des causes de défauts.
- **Des contraintes appliquées** qui peuvent être constantes (normales ou fortes), cycliques ou échelonnées.
- **De la procédure ou des résultats attendus.** Sur un échantillon de dispositifs de taille définie, on choisit à l'avance : un critère d'arrêt (l'essai est terminé lorsque tous les dispositifs sont défaillants : essai complet), une durée limitée (l'essai est arrêté au bout

d'un temps fixé à l'avance, avec ou sans remplacement des produits défectueux : essai tronqué ou censure de type I), un nombre de défaillance limité (l'essai est arrêté au bout d'un nombre de défaillances fixé à l'avance, avec ou remplacement des produits défectueux : essais censurés de type II), ou pas de critère préalable relatif à la durée de l'essai ou au nombre maximal de défaillances (l'arrêt n'est décidé qu'en fonction des résultats cumulés au cours de l'essai : essai progressif ou séquentiel).

- **Du type de produit.** Composant ou équipement.
- **Du coût d'essai.** Le coût d'une campagne d'essais dépend de deux paramètres essentiels : le nombre d'essai et le temps d'un essai. L'objectif industriel étant de faire des essais aux moindres coûts, il faudrait donc soit réduire les tailles d'échantillons ou réduire les durées d'essais; pour chaque solution est accordé un certain type d'essai.

3.2 Les essais dans le cycle de développement d'un produit

Les essais de fiabilité sont réalisables au cours du cycle de vie du produit, ils interviennent dans les études conceptuelles, les programmes de développement et les processus de fabrication (voir figure. 3.1)

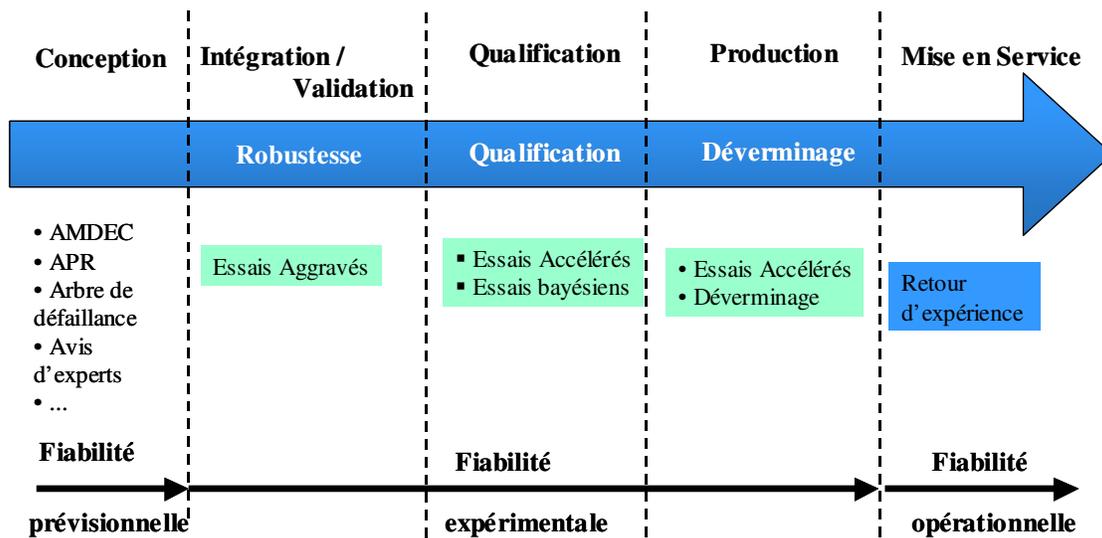


Figure 3.1. Cycle de Maturation des produits

L'analyse de la fiabilité d'un produit au cours de son cycle de développement se fait en trois grandes phases :

1. Estimation prévisionnelle de la fiabilité :

Cette phase consiste dès le début du projet à étudier la fiabilité à travers des analyses qualitatives (APR, AMDEC, ...) et quantitatives (Arbre de défaillance, Diagramme de fiabilité, ...). Pour des systèmes plus complexes, il est possible de modéliser la fiabilité par des réseaux de Petri (RdP) ou chaînes de Markov. Nous donnons en annexe plus de détails sur cette phase (voir Annexe A).

2. Estimation expérimentale

Dès que le développement du produit est suffisamment avancé et que l'on dispose des premiers prototypes, il est possible de réaliser des essais de robustesse afin de connaître les faiblesses et les marges de conception. Une fois que le produit est mature (marges suffisantes), une campagne d'essai peut être menée pour estimer la fiabilité. Pour finir, lors de la production, l'élimination des défauts de jeunesse (dérive process, composant faible, ...) est opérée par un essai de déverminage.

3. Estimation opérationnelle de la fiabilité

Une fois que le produit est en exploitation, une estimation de la fiabilité est réalisée à partir des données de retour d'expériences (REX).

L'ensemble des essais de fiabilité (robustesse, qualification et déverminage) contribue largement à la croissance de la fiabilité du produit au cours de son développement et de sa production (voir figure 3.2).

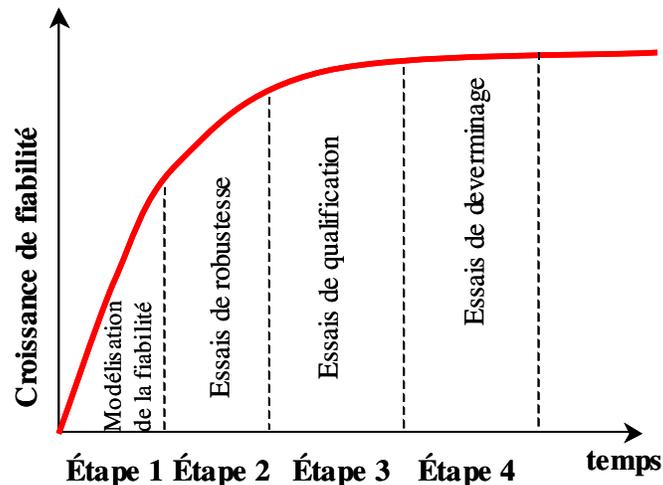


Figure 3.2. Croissance de la fiabilité au cours de développement d'un produit

Les dernières techniques d'essais développées consistent à accélérer cette croissance de fiabilité par l'utilisation d'**essais accélérés** et **hautement accélérés** [Crowe and Feinberg, 2001]. Ainsi, on peut citer :

- Essais de robustesse tels que les tests de vie accélérée, connus sous l'acronyme HALT (Highly **Accelerated** Life Test)
- Essais d'estimation tels que les tests de vie hautement accélérée, connus sous l'acronyme ALT (**Accelerated** Life Test)
- Essais de déverminage tels que les essais de déverminage aggravé, connus sous l'acronyme HASS (Highly **Accelerated** Stress Screen)

3.3 Principaux types d'essais de fiabilité

3.3.1 Les essais aggravés

Les essais aggravés ou *Hautement Accélérés* sont utilisés en phase de conception avant la phase de qualification sur les premiers sous-ensembles disponibles à l'état de maquettes (des composants de conception très récente). Leur application permet, en un temps réduit, d'accélérer la maturation des performances du produit, de construire et d'améliorer leur robustesse, d'accélérer la croissance de fiabilité, dès la réalisation des premiers prototypes, et ainsi de maîtriser les sources de défaillance afin d'apporter des corrections.

Par rapport aux essais de qualification classique largement employés depuis longtemps par les industriels, les essais aggravés sont considérés comme de nouvelles méthodes et bénéficient à ce jour d'une expérience limitée en France. Ils sont devenus une nécessité pour les entreprises fabriquant du matériel électronique, électromécanique, et très récemment des produits mécaniques. En effet l'extension des essais aggravés aux équipements mécaniques devient une nécessité incontournable pour les constructeurs.

Le principe de ce type d'essais consiste à appliquer au produit des contraintes échelonnées, progressives et croissantes, jusqu'à l'apparition d'une défaillance, et ensuite effectuer des analyses technologiques et correctives de cette défaillance afin d'augmenter la fiabilité du produit et par conséquent de diminuer le taux de défaillance (voir figure 3.3).

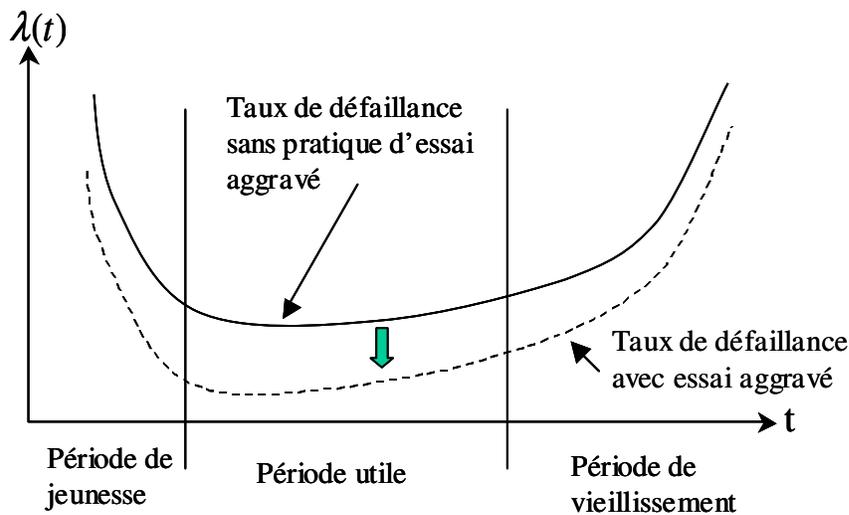


Figure 3.3. Maturation des produits par les essais aggravés

Les contraintes à appliquer peuvent être :

- Climatiques : Température, humidité, etc.
- Électriques : Cycles ON-OFF, surtension, intensité de courant, etc.
- Mécaniques : Torsion/flexion, chocs mécaniques, vibrations, etc.
- Autres, spécifiques aux produits : par exemple pour des produits électroniques on trouve, décharges électrostatiques, champs magnétiques/électriques, rayonnement, etc.

A chaque défaillance on effectue les analyses technologiques afin de déterminer si celle-ci est la conséquence d'une faiblesse latente, dans ce cas on réalise les actions correctives nécessaires, ou si la limite technologique est atteinte, dans ce cas l'essai est fini. Cette procédure est décrite par la figure 3.4. Au cours de l'essai on peut également s'intéresser à la limite de fonctionnement.

On note que :

- Limite fonctionnelle : limite au-delà de laquelle le fonctionnement du produit est dégradé (défaillance réversible)
- Limite technologique : limite au-delà de laquelle le produit est défaillant (défaillance irréversible)

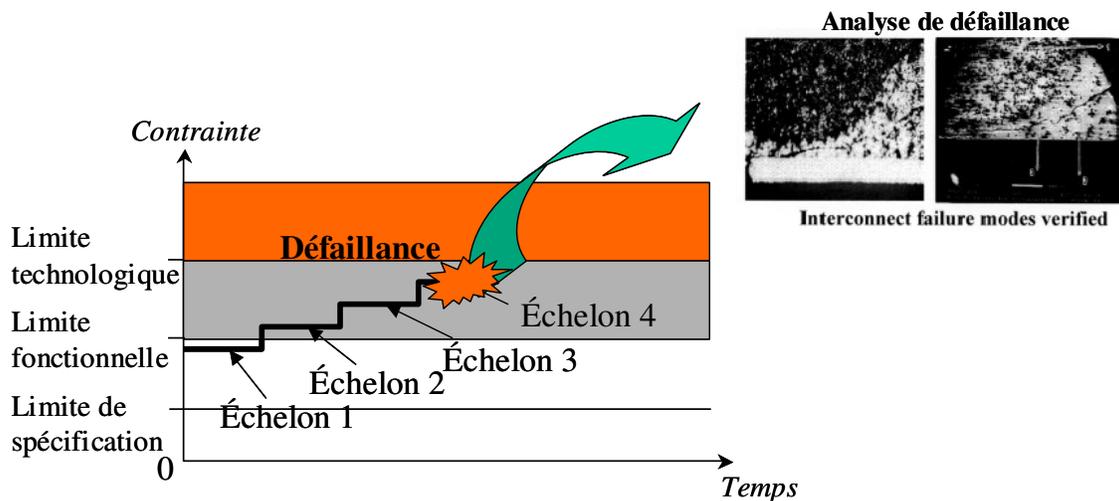


Figure 3.4. Profil d'essai aggravé

Ainsi, lors de l'essai aggravé nous pouvons mettre en évidence, pour une contrainte donnée, quatre zones caractéristiques du fonctionnement du produit (voir figure 3.5, [ASTE, 1993] et [McLean, 2000]) qui sont:

- Zone correspondant à la spécification** : c'est le domaine de définition du produit, ces limites sont définies de façon contractuelle entre le constructeur et le client.
- Zone de fonctionnement optimal** : c'est un domaine où le fonctionnement est assuré, la limite de ce domaine marque l'apparition des premières défaillances du système.
- Zone de fonctionnement dégradé** : c'est un domaine où le système ne remplit plus sa mission totalement ceci de façon irréversible, le fonctionnement redevient normal quand le niveau de contrainte est baissé.
- Zone de destruction (défaillance)** : c'est un domaine où le système ne remplit plus et définitivement plus sa mission.

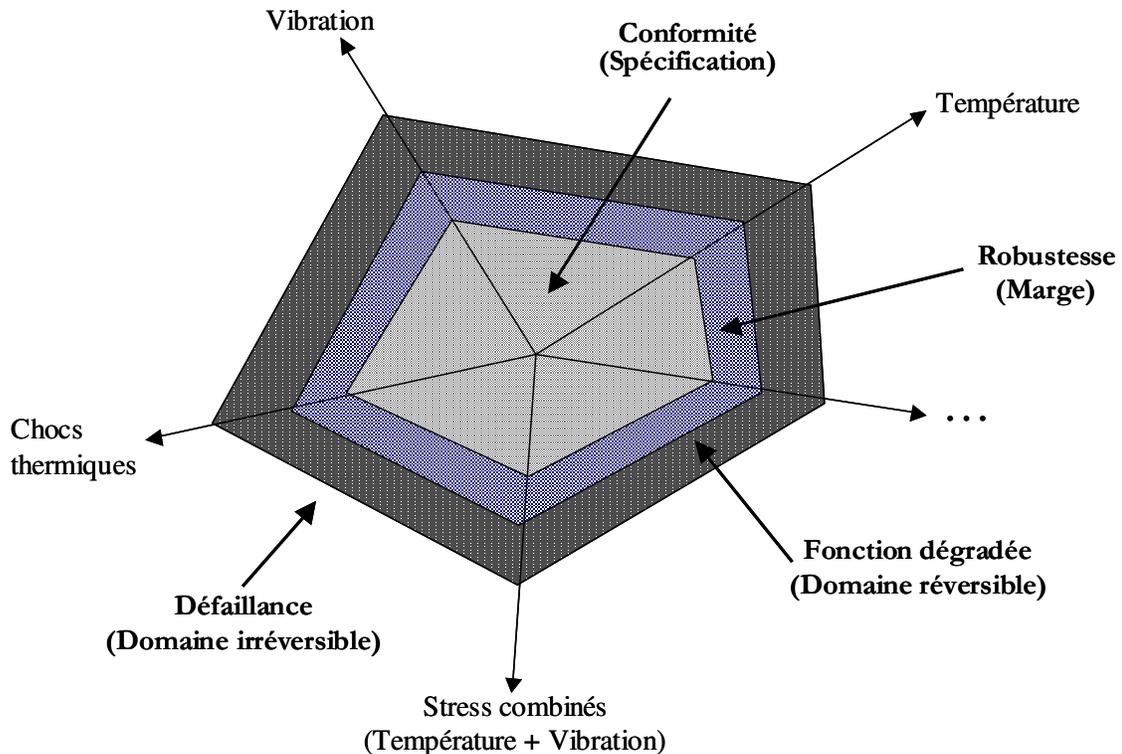


Figure 3.5. Définition des zones caractéristiques du produit

Ainsi, l'essai aggravé nous permet :

- D'obtenir les limites inhérentes aux technologies utilisées,
- De mettre en évidence des défaillances en dehors des spécifications,
- D'apporter des corrections au produit en phase de conception,
- D'obtenir un produit stabilisé et mature dès les premiers exemplaires du produit dans des délais réduits,
- De présenter en qualification un produit de robustesse améliorée.

De nombreux essais aggravés existent comme : STRIFE (STREss for LIFE en anglais) et HALT (Highly Accelerated Life Test en anglais) ([ASTE, 1993] [McLean, 2000]).

Les essais aggravés type HALT, proposé par Greg Hobbs, sont les plus utilisés dans l'industrie. Ils sont très recommandés voire imposés par certains donneurs d'ordre. Ils ne mettent en œuvre que deux contraintes d'environnement : la température et les vibrations.

3.3.2 Les essais d'estimation de la fiabilité

Ces essais consistent à mesurer la fiabilité en phase de conception et de production. La détermination des paramètres d'une loi de fiabilité pour un système nécessite de connaître les temps de défaillance d'un échantillon de taille n de systèmes en nombre suffisant. Or dans le cas d'un système très fiable, il sera nécessaire d'attendre très longtemps pour obtenir tous les temps de défaillance. Dans une application industrielle, il est inconcevable d'avoir une durée d'essai aussi importante. C'est ainsi que l'on trouve les essais accélérés et bayésiens.

3.3.2.1 Les essais de détermination et de démonstration

Les essais d'estimation classiques consistent à vérifier que les objectifs de fiabilité sont respectés en reproduisant les conditions d'utilisation du produit (cycle de marche/arrêt, température, humidité, ...). Pour cela, on dispose de deux stratégies d'essai :

1. Les essais de détermination consistant à déterminer la valeur d'une caractéristique (taux de défaillance, MTTF, probabilité de défaillance, ...) ou les paramètres de la loi de mortalité d'un système. Dans ce cas, on considère pour différents plans d'essais, l'estimation ponctuelle et par intervalle de confiance des paramètres de la fiabilité. Pour cela, il faut disposer d'échantillons, ce qui est l'objectif d'un plan d'essai de fiabilité, et l'estimateur dépendra des caractéristiques des essais. L'adoption d'un type de plan d'essai dépendra bien entendu du type d'équipements envisagés.

2. Les essais de démonstration permettant de montrer si la valeur d'une caractéristique de fiabilité d'un système est conforme ou non aux objectifs fixés. Par exemple, on considère un plan d'essai qui consiste à déterminer le temps cumulé d'essai assurant un $MTTF$ d'un système supérieur à une valeur objective $MTTF_0$ (en considérant un faible nombre de défaillances pour un niveau de confiance donné). Ou dans certains cas, on recherche la taille de l'échantillon n à tester vérifiant que la probabilité de défaillance d'un système est inférieure à une valeur objective (en considérant un faible nombre de défaillances) pour un niveau de confiance donné.

Les essais les plus fréquemment utilisés sont caractérisés par plusieurs paramètres :

- n : le nombre d'éléments soumis à l'essai,
- M : plans d'essais pour lesquels les éléments défaillants ne sont pas remplacés,
- V : plans d'essais pour lesquels les éléments défaillants sont immédiatement remplacés par des éléments neufs,
- r : nombre de défaillances que l'on désire observer a priori au cours de l'essai,
- T : durée a priori de l'essai.

Les plans d'essais sont alors notés de la manière suivante [Pagès and Gondran, 1980]:

- $[n, M]$: essais non censurés, poursuivis jusqu'à la défaillance des n éléments,
- $[n, M, T]$ et $[n, V, T]$: essais censurés où le critère d'arrêts est une durée (type I),
- $[n, M, r]$ $[n, V, r]$: essais censurés où le critère d'arrêt est un nombre de défaillances (type II),
- $[n, M, (r, T)]$ $[n, V, (r, T)]$: plans mixtes pour lesquels les observations sont conduites jusqu'à la r -ième défaillance si celle-ci a lieu à un instant $t_r < T$, ou jusqu'au temps T sinon.

On trouve une littérature abondante (voir [Pagès and Gondran, 1980], [Bon, 1995], [ASTE, 1993], [Biolini, 1997], [Afnor, 1988], [Ligeron and Neff, 1984], ...) sur ces essais appliqués aux taux de défaillance, MTTF et à la probabilité de défaillance.

3.3.2.2 Les Essais Accélérés

Lorsque le matériel considéré est très fiable, les défaillances constituent des évènements rares et le traitement du retour d'expérience pour l'estimation des paramètres de la fiabilité ne permet pas d'obtenir un échantillon comportant des défaillances. Ceci sera d'autant plus sensible à la taille de la population du matériel.

Ainsi, la nécessité de connaître le comportement d'un produit de longue durée de vie avant sa mise en service conduit bien souvent à appliquer des essais accélérés ou Tests de Vie Accélérée (en anglais *Accelerated Life Testing*), en qualification et en production.

Le principe des essais accélérés est de soumettre le produit à des sollicitations d'utilisation ou d'environnement amplifiées par rapport aux valeurs attendues en utilisation opérationnelle afin d'estimer des caractéristiques comportementales (loi de fiabilité, performances opérationnelles, ...) du produit dans les conditions normales d'emploi à partir des conditions accélérées d'utilisation et cela dans des délais compatibles avec les contraintes calendaires associées à la phase de développement. Le passage des conditions accélérées (ou sévèrisées) aux conditions normales en ce qui concerne la durée de vie s'effectue à l'aide d'une loi appelée loi d'accélération (voir figure 3.6). (voir [Nelson, 1990], [O'Connor, 2003], [Caruso and Dasgupta, 1998], [Vassiliou and Mettas, 2001]).

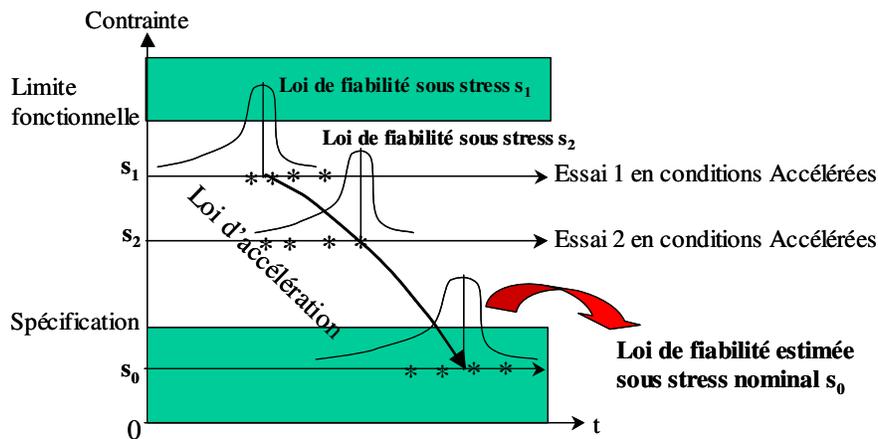


Figure 3.6. Principe des essais accélérés

En général, les conditions nécessaires à la réalisation des essais accélérés, se résument en quatre points essentiels :

- Choix des contraintes à appliquer et de leurs niveaux (les niveaux de contraintes doivent rester inférieurs aux valeurs limites technologiques).
- Connaître le phénomène physique de dégradation (les mécanismes de défaillances provoqués doivent être représentatifs des conditions normales d'emploi),
- Connaître le modèle analytique reliant la vitesse de dégradation à l'amplitude des sollicitations appliquées (connaître la loi d'accélération).
- Connaître la valeur des paramètres intervenant dans ces modèles (estimation des modèles et de leurs paramètres).

Les essais accélérés permettent entre autre (voir figure 3.7):

- D'accélérer les mécanismes d'endommagement,
- De réduire la durée nécessaire pour estimer certaines caractéristiques comportementales du produit dans les conditions normales d'emploi (obtenir rapidement la fiabilité opérationnelle du produit, voir figure 3.7),
- De mesurer l'influence des contraintes d'utilisation et d'environnement sur le produit, pendant son cycle de vie,
- De s'assurer des marges de conception.

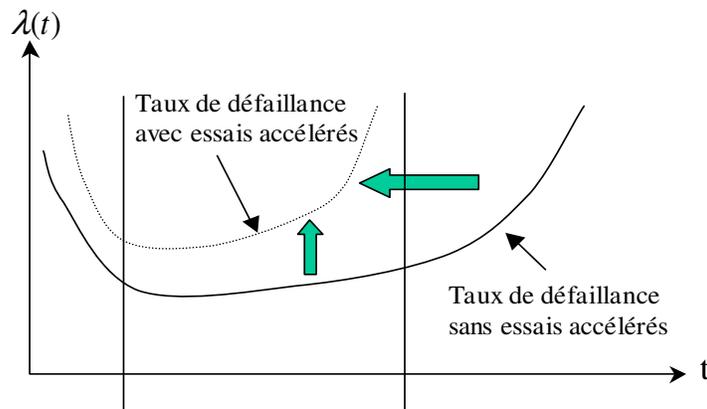


Figure 3.7. Courbe en baignoire

3.3.2.3 Les Essais Bayésiens

Les techniques bayésiennes sont utilisées pour réduire la taille des essais d'estimation, améliorer l'estimation des paramètres de la fiabilité du produit par l'intégration du passé (données disponibles sur le produit concerné) et traiter le cas « zéro » défaillance observée, difficile à traiter avec une approche statistique classique qui demanderait une taille d'échantillon grande.

Il existe de nombreux travaux traitant les techniques bayésiennes. Nous pouvons citer les travaux fondamentaux : [Robert, 1992], [Robert, 2001], [Congdon, 2001], [Ibrahim et al., 2001]...et les travaux concernant les applications à la fiabilité : [Ringler, 1979], [Procaccia et al., 1992], [Procaccia and Morilhat, 1996], [Lannoy and Procaccia, 1994], [Lannoy and Procaccia, 2001], [Sander and Badoux, 1991], [Marts and Walter, 1982], [Ross, 2003]....

Dans un plan d'essai bayésien, les résultats d'essais réalisés au cours du cycle de développement sont combinés avec un modèle de fiabilité « a priori », pour obtenir un modèle « a posteriori », par le biais du théorème de Bayes. Le modèle a priori est construit à l'aide des informations connues, acquises avant la mise en œuvre du premier essai (avis d'expert, informations provenant des études préalables telles que les analyses prévisionnelles, les AMDEC,...).

Les essais de fiabilité classiques sont destinés à fournir des échantillons nécessaires pour estimer des caractéristiques de fiabilité (les paramètres d'une loi de vie, taux de défaillance, etc.). Les informations contenues dans ces échantillons sont appelées *informations objectives*.

En plus des informations objectives, on dispose parfois d'informations supplémentaires de nature subjective (*informations subjectives*) telles que des données sur des matériels de technologies similaires à celle du matériel que l'on étudie.

S'il est possible de traduire cette information subjective en attribuant aux paramètres à évaluer, une distribution de probabilité « a priori », il sera possible, en utilisant le théorème de Bayes, de combiner l'information subjective et l'information objective afin de construire une distribution « a posteriori » des paramètres considérés. Il est indispensable d'utiliser un modèle « a priori » simple permettant un traitement analytique du modèle « a posteriori ».

La procédure à suivre dans la mise en œuvre d'un plan d'essai bayésien est une procédure mixte utilisant l'expertise et les résultats antérieures. Elle se résume en trois étapes principales:

- Rassembler toutes les données disponibles sur le produit concerné : Avis d'expert, études prévisionnelles, Architecture du système, Matériels de technologies similaires,....
- Traduire ces données dans un modèle de fiabilité « a priori » (Construction d'une loi a priori sur les paramètres). On note que, le problème le plus difficile à résoudre dans le cadre des techniques bayésiennes reste la modélisation de la connaissance a priori.
- Combiner ce modèle « a priori » avec les résultats d'essai (informations issues des tests) pour obtenir le modèle « a posteriori » en utilisant le *théorème de Bayes*.

A l'issue d'un essai bayésien, on obtient la distribution du paramètre θ fournie par le théorème de Bayes. Cette distribution est donnée, dans le cas de variables aléatoire continue, par la formule:

$$g(\theta / T) = \frac{f(T / \theta) \cdot g(\theta)}{\int_{D(\theta)} f(T / \theta) \cdot g(\theta) \cdot d\theta} \quad (3.1)$$

Avec :

- θ : Vecteur des paramètres inconnus de la loi de durée de vie (taux de défaillance, taux de réparation, etc....),
- T : Résultats d'essai (instants de défaillance, ...)
- $g(\theta)$: Densité de probabilité a priori du paramètre θ ,
- $f(T / \theta)$: Fonction de vraisemblance de l'échantillon,
- $g(\theta / T)$: Densité de probabilité a posteriori du paramètre θ (c'est une densité de probabilité conditionnelle qui dépend de l'information disponible).
- $D(\theta)$: Domaine de définition de la variable aléatoire θ .

Une estimation a posteriori du paramètre θ peut être calculée par des méthodes classiques ainsi que la taille optimale de l'échantillon à tester.

Les résultats d'un essai bayésien permettront:

- 1) D'améliorer l'estimation des paramètres inconnus et de sa précision (minimisation de la variance des estimateurs).
- 2) De proposer une région (ou intervalle) de crédibilité à un certain niveau $(1-\alpha)$, c'est un sous-ensemble de valeurs accessible du paramètre θ tel que la probabilité pour qu'il contienne θ soit égale à $(1-\alpha)$. Cette région permet donc de conclure lorsque le paramètre est proche d'une valeur critique établie par contrat entre le fournisseur et le client.
- 3) De démontrer si des hypothèses émises par l'analyse concernant le paramètre θ sont exactes ou non en réalisant des tests d'hypothèses a posteriori (exemple : « le taux de défaillance est inférieur à 10^{-8} »).
- 4) De prendre de meilleures décisions (analyse décisionnelle) telles que le choix d'une action corrective parmi un ensemble d'actions possibles (politique de maintenance, acceptation des matériels, s'investir dans un matériel neuf, etc.) en prenant en compte les différents coûts.

L'organigramme suivant (voir figure 3.8) résume le principe de la technique d'essais bayésiens , à l'itération suivante, la connaissance a posteriori devient la connaissance a priori et ainsi de suite jusqu'à l'exploitation de tous les essais.

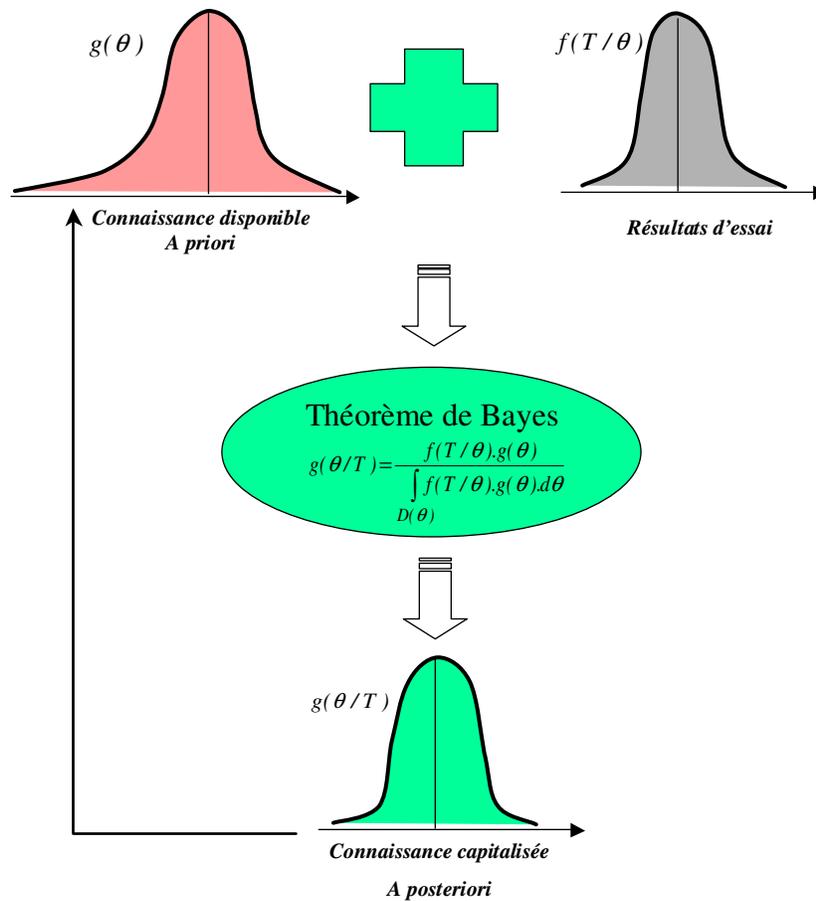


Figure 3.8. Principe d'un Essai Bayésien

Pour plus de détails, le lecteur pourra se reporter aux ouvrages suivants : [Procaccia et al., 1992], [Lannoy and Procaccia, 1994], [Sander and Badoux, 1991], [Usureau et al., 2004].

3.3.3 Les essais de deverminage

Le deverminage est un test qualitatif ayant pour objectif d'éliminer tous les défauts latents de la période de jeunesse. Pour cela, on soumet les produits sortant de fabrication à des sollicitations d'environnement (climatiques, vibratoires,...) pendant une durée donnée de manière à faire apparaître les défauts de jeunesse (composants faibles, défauts latents de fabrication, ou faiblesses de conception pour les produits nouveaux) et à éliminer ou réparer les entités fragiles, afin que la valeur du taux de défaillance prévue pour la durée de vie utile soit atteinte rapidement (voir figures 3.9.a, [ASTE, 1993], [kececioglu and Sun, 1999]).

Il faut noter que le profil de deverminage doit être adapté à la nature du matériel et à son cycle de vie.

A l'issue de l'opération de deverminage, tous les produits de la production triée se trouvent dans la période utile (voir figure 3.9.b).

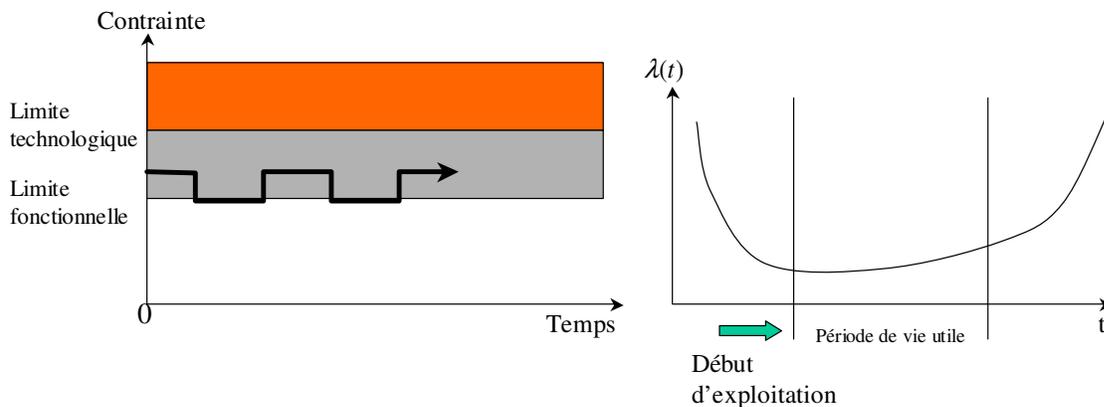


Figure 3.9.a. Profil d'essai de deverminage Figure 3.9.b. Principe d'un de deverminage

Il existe de nombreuses techniques d'essai de deverminage dont : Burn-in, ESS- Environmental Stress Screen, HASS- Highly Accelerated Stress Screen, HASA- Highly Accelerated Stress Audit, etc. ([ASTE, 1993], [kececioglu and Sun, 1999], [Vassiliou and Mettas, 2001]).

Les opérations de deverminage peuvent être réalisées aux niveaux : composants, sous-ensembles, ensembles ou systèmes, elles peuvent être effectuées sur la totalité de la production (cas d'un essai HASS) ou sur des échantillons uniquement (cas d'un essai HASA Audit). Le programme de deverminage doit être déterminé en fonction des technologies et des processus d'assemblage utilisés. Les niveaux des sollicitations appliquées doivent être compatibles avec les résistances technologiques.

Par rapport aux techniques classiques de déverminage (type burn-in) le HASS (parfois appelé déverminage aggravé) définit un profil de déverminage avec des contraintes supérieures aux valeurs définies dans les spécifications du produit en se reposant sur les résultats des essais HALT (capitalisation des résultats obtenus par le HALT) sans pour autant consommer de la durée de vie du produit. Les marges de robustesses construites par le HALT, rendent le déverminage rapide, efficace et économique.

3.3.4 Conclusions

Contrairement aux essais classiques de la fiabilité, la méthodologie des essais de robustesse, types aggravé et accéléré, est devenue à ce jour un outil indispensable pour les industriels qui souhaitent améliorer leurs produits, elle permet de rendre abordable la construction de robustesse d'un produit nouveau, elle permet également de réduire le temps de développement entre le début du projet et la qualification finale:

- Les essais aggravés ne s'appuient sur aucun modèle analytique, ils ont pour objectif essentiel de favoriser la robustesse d'un produit par l'exploration de ses marges fonctionnelles, et non pas d'estimer la fiabilité de ce produit dans des conditions normales d'utilisation. Les essais aggravés ont donc une vocation complémentaire à celle des essais accélérés.
- Les essais accélérés ont une part très importante plus particulièrement dans le processus du développement du produit de longue durée, ils permettent d'une part de s'assurer de la conformité du produit aux exigences de qualité et d'autre part de réduire sa durée de vie afin d'estimer sa fiabilité dans des conditions normales d'utilisation à partir des conditions accélérées. Contrairement aux essais aggravés, les niveaux de contraintes appliquées dans les essais accélérés doivent rester inférieurs aux valeurs limites technologiques. Les essais accélérés ont l'avantage d'intervenir dans les deux phases de qualification et production du projet de développement du produit.

La prise en compte du passé et des résultats d'essais dans l'estimation de la fiabilité par les essais bayésiens permet d'améliorer la précision et la qualité des estimations de fiabilité et de réduire le nombre d'essais à effectuer. Ces essais ne sont précis que si on dispose d'une information a priori, or ceci n'est pas possible pour certains produits.

3.4 Méthode d'estimation de la fiabilité par les essais

3.4.1 Objectifs de la méthode

L'objectif principal de cette méthode est d'estimer la fiabilité ou la probabilité de défaillance d'un composant en fonction du temps, tout au long de sa mission. Pour cela, on fait l'hypothèse que la durée de vie du produit étudié est une variable aléatoire continue et positive, qu'on note T , de fonction de répartition F et de densité de probabilité f . Les essais de fiabilité les plus utilisés dans l'application de la méthode sont les essais de robustesse tels que les essais accélérés et les essais bayésiens. Les résultats d'essais aggravés (limites technologiques et de destruction) sont aussi utilisés pour définir les plans d'essais.

3.4.2 Étapes de la démarche

Cette démarche est composée de quatre étapes principales: la première étape consiste à réaliser des études préalables sur le produit considéré (une analyse préliminaire et une analyse mécanique), les informations obtenues à la suite de ces études constituent les données d'entrée pour la deuxième étape. Ces données sont des éléments essentiels pour la réalisation des essais de fiabilité lors de la deuxième étape. Les essais permettent de collecter des données sur les caractéristiques comportementales du produit. La troisième étape consiste à explorer et étudier statistiquement les résultats d'essais afin d'aboutir à des critères de qualification efficaces et d'améliorer la fiabilité des produits. La dernière étape consiste à mettre en œuvre des mesures de corrections sur le produit en fonction des résultats obtenus.

3.4.2.1 Études préalables

C'est une étape indispensable pour le déroulement de la procédure. En effet, il est très important de bien mener les études préliminaires afin de mettre en œuvre des actions correctives si cela est nécessaire. Cette étape est constituée de deux parties principales :

- Analyse préliminaire du produit à étudier: physique des défaillances (APR, AMDEC, ...), caractéristiques technologiques et fonctionnelles du produit, paramètres d'environnement, avis d'experts..., la définition de toutes ces notions est donnée en annexe (voir Annexe A)
- Analyse Mécanique du produit : choix et nature des contraintes applicables, choix des limites de résistance, formulation des modèles mécaniques, ...

3.4.2.2 Réalisation des Essais de Fiabilité

Les Essais de Fiabilité occupent une place très importante dans le cycle de développement d'un produit nouveau. Le plus souvent, ce sont les essais de maturation des performances qui sont réalisés, afin d'aboutir à de bons résultats (accélérer le processus de maturation, atteindre plus rapidement les objectifs de fiabilité).

La réalisation de ces essais en laboratoire permet de collecter et explorer des données sur les caractéristiques comportementales du produit (durées de vie, taux de défaillance,...) afin de vérifier la conformité du produit avec la spécification contractuelle et d'estimer des caractéristiques de sûreté de fonctionnement (estimation de la loi de fiabilité).

3.4.2.3 Traitements statistiques des résultats acquis

Après avoir construit une banque de données comportementales, il est nécessaire d'effectuer des traitements statistiques sur ces données, il s'agit donc de:

- Ajuster à une distribution de vie théorique, qui décrit la durée de vie du dispositif, validation et estimation des paramètres de cette loi ;
- Estimer la probabilité de défaillance ou de bon fonctionnement sur une période donnée ;
- Estimer et encadrer d'autres caractéristiques statistiques de fiabilité (taux de défaillance, MTTF,...) par intervalles de confiance, tests d'hypothèse, ...

3.4.2.4 Décision sur les actions à mettre en place

Pour garantir la conformité des produits aux exigences de qualité, on définit des actions correctives afin d'améliorer la conception du produit, augmenter leur fiabilité, assurer leur robustesse, ... et par conséquent aboutir à un produit mature en fin de développement. Ceci sera simple si les concepteurs participent aux essais et élaborent des solutions d'amélioration du produit.

3.5 Exemple numérique d'essais de démonstration

Pour démontrer un certain objectif de fiabilité d'un matériel avec un certain niveau de confiance, on construit un plan d'essai de fiabilité. Cela consiste à déterminer le type d'essai à réaliser et ces paramètres : durée d'essai, nombre de matériels mis en essai, nombre de défaillances observées, etc..

L'un des avantages majeurs des essais de fiabilité sur les composants, en particulier pour les composants électroniques, est de pouvoir maîtriser le couple : le nombre de pièces n et le temps d'essais T pour le même produit ($n \cdot T$). Cela est possible lorsque la loi de fiabilité est une loi exponentielle, c'est à dire à taux de défaillance constant (ce qui est confirmé par l'expérience), donc sans phénomène de vieillissement contrairement à la mécanique. Cela est vrai pour la vie utile des composants électroniques, c'est à dire que la période de jeunesse est passée (ils sont déverminés) et que la période de vieillissement (usure) n'est pas atteinte. Compte tenu des faibles valeurs des taux de défaillance, on est amené à procéder à des essais accélérés pour des questions de délai et de coût.

Dans le but de démontrer l'efficacité et l'intérêt des essais accélérés, nous avons simulé trois types d'essais de fiabilité sur des composants électroniques à taux de défaillance constant: essai classique, essais bayésiens et essais accélérés. Il s'agit de déterminer le type d'essai qui fournit le temps minimum d'essais par rapport à l'objectif de fiabilité spécifié.

Nous supposons que la loi de mortalité des matériels est exponentielle et que la spécification contractuelle de la fiabilité est exprimée par un temps moyen de bon fonctionnement minimum :

$$MTTF_{\min} = 10000 \text{ heures}$$

Ce qui correspond à un taux de défaillance maximum:

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{MTTF_{\min}} = 10^{-4} \text{ panne/h}$$

Ce qui suppose que pour chaque matériel testé une seule défaillance est admise pendant une durée de fonctionnement de 10000h, 417 jours environ.

On considère que sur un échantillon de n composants, r défaillances sont observées sur une durée d'essai T . La durée cumulée de fonctionnement pour l'ensemble des n composants est égale au produit $n \cdot T$, avec remplacement instantané d'appareils défectueux par des neufs.

Le problème est de trouver la durée d'essai T pour laquelle, si aucune défaillance n'est observée ($r=0$), un taux de défaillance maximum souhaité fixé à l'avance ($\lambda_{\max} = 10^{-4} \text{ panne/h}$) peut être garanti à ($1-\alpha = 95\%$) de niveau de confiance.

La rédaction de cette partie s'appuie sur les références : [Biolini, 1997], [Pagès and Gondran, 1980], [Berger, 1988], [leemis, 1994], [Nelson, 1990] et autres.

3.5.1 Essai classique

Pour tester un matériel fiable dont les défaillances sont rares on ne peut pas utiliser des plans d'essais censurés par un nombre de défaillance (essai censuré type 2) mais seulement des plans d'essais censurés par un temps d'observation (essai censuré type 1 ou tronqué), afin d'éviter des coûts excessifs.

Dans le cas où il n'y a aucune défaillance (cas « zéro défaut »), il est nécessaire d'utiliser un intervalle de confiance unilatéral. Pour un plan d'essai censuré [n, V, T] pour lequel les composants sont immédiatement remplacés par des neufs, nous avons :

- 1) Une estimation sans biais de λ est donnée par :

$$\hat{\lambda} = \frac{r}{n \cdot T} \tag{3.2}$$

Où r est le nombre total de défaillance observée sur l'intervalle de temps $[0, T]$

- 2) La borne supérieure d'un intervalle de confiance unilatéral à gauche à ($1-\alpha$) de niveau de confiance est donnée par :

$$\lambda_{+} = \frac{\chi^2_{1-\alpha}(2r+2)}{2nT} \tag{3.3}$$

Où $\chi^2_{1-\alpha}(2r+2)$ est le quantile d'ordre $1-\alpha$ de la loi χ^2 à $2r+2$ degrés de liberté.

λ_{+} est bien défini pour $r=0$

Ainsi le temps d'essai est donné par:

$$T = \frac{\chi_{1-\alpha}^2(2r+2)}{2n\lambda_+} \quad (3.4)$$

Pour 0 défaillance à 95% de niveau de confiance, $\lambda_{max} = 10^{-4}$ panne/h et un échantillon de taille 20, le temps optimum nécessaire pour effectuer le test est :

$$T = \frac{\chi_{0.95}^2(2)}{2 \cdot 20 \cdot 10^{-4}} = \frac{5,99}{4 \cdot 10^{-3}} \approx 1498 \text{ heures}$$

Ce qui est équivalent à **62 jours** d'essai environ !

3.5.2 Essais bayésiens

3.5.2.1 Essai bayésien sans connaissance

Supposons que l'on n'ait a priori aucune information sur la valeur réelle du paramètre λ avant le début des essais sur ce matériel et qu'on désire utiliser la technique bayésienne, il est alors nécessaire d'intégrer cette absence d'information dans la loi a priori, dite non-informative. Une approche intuitive consiste à considérer que toutes les valeurs possibles du paramètre λ seraient équiprobables, il s'agit donc d'une loi uniforme. Nous prenons une loi a priori uniforme non-informative sur $[0, +\infty[$ (loi uniforme impropre). Selon l'hypothèse de Laplace on considère que λ est distribué suivant une loi uniforme dans l'intervalle $[0, K]$ sur lequel on fera tendre K vers l'infini :

$$g(\lambda) = 1 \quad \forall \lambda \geq 0$$

La loi a posteriori du paramètre λ est une loi Gamma de paramètres ($a=r+1$, $b=nT$).

Une estimation ponctuelle du paramètre λ est sonnée par :

$$\hat{\lambda} = \frac{r+1}{n \cdot T} \quad (3.5)$$

Il est possible de calculer un intervalle de confiance unilatéral (à gauche) de λ à niveau $(1-\alpha)$:

$$1-\alpha = \int_0^{\lambda_+} \frac{(nT)^{r+1}}{\Gamma(r+1)} \lambda^r e^{-nT\lambda} d\lambda \quad (3.6)$$

λ_+ est le quantile d'ordre $(1-\alpha)$ de la loi $\Gamma(r+1, nT)$. En effectuant un changement de variable [Pagès and Gondran, 1980], on se ramène au calcul du quantile d'une loi de Khi-deux à $(2r+2)$ de degrés de liberté. La borne supérieure de l'intervalle de confiance est :

$$\lambda_+ = \frac{\chi_{1-\alpha}^2(2(r+1))}{2nT} = \frac{\chi_{1-\alpha}^2(2r+2)}{2nT} \quad (3.7)$$

On retrouve donc l'équation (2.3)

Ainsi, Pour 0 défaillance à 95% de niveau de confiance, $\lambda_{max} = 10^{-4}$ panne/h et avec un échantillon de taille 20, le temps nécessaire, calculé à partir de la loi a posteriori, pour effectuer le test est : **T=1498 heures, soit 62 jours** environ.

Pour un plan d'essai bayésien sans connaissance, nous trouvons le même résultat que dans un essai classique.

3.5.2.2 Essai bayésien avec connaissance correcte

Nous interrogeons un expert sur le temps moyen avant la première défaillance du matériel, désigné par le MTTF. Il nous donne un intervalle de confiance à 95%.

$$MTTF \in [MTTF_{min}, MTTF_{max}] = [10^4, 2 \cdot 10^4]$$

En sachant que pour une loi exponentielle : $MTTF = \frac{1}{\lambda}$ alors l'intervalle correspondant pour le paramètre λ est :

$$[\lambda_{min}, \lambda_{max}] = \left[\frac{1}{MTTF_{max}}, \frac{1}{MTTF_{min}} \right]$$

$$\lambda_{min} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ panne / h}$$

$$\lambda_{max} = 10^{-4} \text{ panne / h}$$

Autrement dit, la probabilité de se tromper en affirmant que le paramètre se trouve dans cet intervalle est de 5%.

Nous prenons comme loi a priori, pour le paramètre λ , loi Gamma de paramètre a et b (loi conjuguée de la loi exponentielles). Dans ce cas, les paramètres a et b peuvent s'interpréter comme le nombre de défaillances observées et le temps cumulé d'observation (temps d'essai).

Les paramètres de la loi a priori sont obtenus par les résolution des équations suivantes (méthode des fractiles) [Berger, 1988]:

$$\int_0^{\lambda_-} g(\lambda) d\lambda = \frac{\alpha}{2}$$

$$\int_{\lambda_-}^{+\infty} g(\lambda) d\lambda = \frac{\alpha}{2} \quad (3.8)$$

En utilisant le logiciel Excel, nous calculons alors les valeurs des paramètres a et b tels que l'intervalle de confiance bilatéral défini à partir de (2.8) corresponde à l'information a priori. On obtient la loi a priori Gamma de paramètres:

$$a = 27$$

$$b = 36.10^4$$

La loi a posteriori est une loi gamma de paramètres $(a+r, b+nT)$:

$$g(\lambda/r, T) = \Gamma_{a+r, b+n.T}(\lambda) = \Gamma_{27, 36.10^4+n.T}(\lambda)$$

Nous cherchons alors T tel que :

$$\int_{\lambda_-}^{\lambda_+} g(\lambda/r, T) d\lambda = 1 - \alpha \quad (3.9)$$

Pour 0 défaillance, à 95% de niveau de confiance et avec un échantillon de taille 20, le temps nécessaire pour effectuer le test est :

T=38 heures, soit 2 jours environ.

3.5.2.3 Essai bayésien avec connaissance incorrecte

Un expert nous fournit un intervalle de confiance à 95% pour le MTTF:

$$MTTF \in [MTTF_{min}, MTTF_{max}] = [5.10^3, 2.10^4]$$

l'intervalle correspondant pour le paramètre λ est :

$$\lambda_{min} = 5.10^{-5} \text{ panne / h}$$

$$\lambda_{max} = 2.10^{-4} \text{ panne / h}$$

Comme dans l'exemple précédent nous considérons une loi a priori Gamma de paramètres a et b. Les valeurs des paramètres a et b sont calculées de la même manière que pour un essai bayésien avec une connaissance correcte:

$$a = 8$$

$$b = 66667$$

La loi a posteriori est: $g(\lambda/r, T) = \Gamma_{8, 66667+n.T}(\lambda)$

Pour 0 défaillance, à 95% de niveau de confiance et avec un échantillon de taille 20, le temps nécessaire, calculé à partir de la loi a posteriori, pour effectuer le test est :

T=3456 heures, soit 144 jours environ.

3.5.3 Essai accéléré

Nous avons effectué des essais accélérés en température, la loi d'Arrhenius est adoptée comme loi d'accélération (voir chapitre 4) afin d'extrapoler la valeur des taux de défaillance vers des températures inférieures à celles de l'essai.

Le coefficient d'accélération FA pour passer d'une température plus élevée T^A à une température plus faible T^N est :

$$FA = \frac{\tau^N}{\tau^A} = \exp \left\{ \frac{E_a}{k} \left(\frac{1}{T^N} - \frac{1}{T^A} \right) \right\} \quad (3.10)$$

Où τ^N est la durée de vie moyenne du composant sous les conditions normales (T^N) et τ^A est la durée de vie moyenne sous les conditions accélérées (T^A).

Avec: E_a énergie d'activation ($E_a = 0.5$ eV), k constante de Boltzmann ($8.616 \cdot 10^{-5}$ eV/K), T température absolue (°K) (à ne pas confondre avec la variable aléatoire T qui représente la durée de vie).

En reprenant l'exemple précédent avec un échantillon de 20 composants, un taux de défaillance maximum $\lambda_{max} = 10^{-4}$ panne / h et une température de 100°C en fonctionnement accéléré, le coefficient d'accélération en passant à une température de fonctionnement normal de 20°C est:

$$FA = \exp \left\{ 5800 \left(\frac{1}{20+273} - \frac{1}{100+273} \right) \right\} = 70$$

Le taux de défaillance dans les conditions accélérées et dans le cas d'un intervalle de confiance unilatéral à gauche, de niveau de confiance ($1-\alpha$), s'exprime par la relation:

$$\lambda_{max} = \frac{\chi_{1-\alpha}^2 (2r+2)}{2n \cdot \tau^A \cdot FA} \quad (3.11)$$

Ainsi le temps d'essai T en conditions accélérées est donnée par:

$$\tau_A = \frac{\chi_{1-\alpha}^2 (2r+2)}{2n \cdot \lambda_{max} \cdot FA} \quad (3.12)$$

Le temps d'essai, pour 0 défaillance et 95% de niveau de confiance, est: **T=21 heures, soit un jour environ.** Dans ces conditions l'essai est possible et plus court.

3.5.4 Conclusion

Les résultats obtenus montrent que l'essai accéléré est le plus court et économiquement avantageux.

3.5.5 Tableau récapitulatif

Le tableau 3.1 résume les résultats obtenus pour les trois types d'essai simulés:

Types d'essais	Taux de défaillance λ	Durée d'essai	Résultat (heure)
Essai Classique	$\lambda_+ = \frac{\chi_{1-\alpha}^2(2r+2)}{2nT}$	$T = \frac{\chi_{1-\alpha}^2(2r+2)}{2n\lambda_{\max}}$	1498
Essai Accéléré	$\lambda_{\max} = \frac{\chi_{1-\alpha}^2(2r+2)}{2n\tau^N} = \frac{\chi_{1-\alpha}^2(2r+2)}{2n\tau^A \cdot AF}$	$FA = \frac{\tau^N}{\tau^A} = \exp\left\{\frac{E_a}{k}\left(\frac{1}{T^N} - \frac{1}{T^A}\right)\right\}$ $T = \frac{\chi_{1-\alpha}^2(2r+2)}{2n \cdot \lambda_{\max} \cdot FA}$	21
Essais Bayésiens	<i>Distribution a priori de λ</i>	<i>Distribution a posteriori de λ</i> $T \text{ vérifie } \int_0^{\lambda_+} g(\lambda/r, T) d\lambda = 1 - \alpha$	
Sans connaissance	$g(\lambda) = 1 \text{ sur } [0, +\infty[$	$g(\lambda/r, T) = \Gamma_{(r+1, nT)}(\lambda) = \Gamma_{(1, nT)}(\lambda)$	1498
Avec connaissance correcte	$MTTF \in [10^4, 2.10^4]$ $\lambda_{\min} = 5.10^{-5} \text{ panne/h}$ $\lambda_{\max} = 10^{-4} \text{ panne/h}$ $g(\lambda) = \Gamma_{a,b}(\lambda) = \Gamma_{27, 36 \cdot 10^4}(\lambda)$	$g(\lambda/r, T) = \Gamma_{a+r, b+nT}(\lambda) = \Gamma_{27, 36 \cdot 10^4 + nT}(\lambda)$	38
Avec connaissance incorrecte	$MTTF \in [5.10^3, 2.10^4]$ $\lambda_{\min} = 5.10^{-5} \text{ panne/h}$ $\lambda_{\max} = 2.10^{-4} \text{ panne/h}$ $g(\lambda) = \Gamma_{a,b}(\lambda) = \Gamma_{8, 66667}(\lambda)$	$g(\lambda/r, T) = \Gamma_{a+r, b+nT}(\lambda) = \Gamma_{8, 66667 + nT}(\lambda)$	3456

Tableau 3.1. Durée optimale pour chaque type d'essai de fiabilité

3.6 Conclusions

La prise en compte de l'évolution de la fiabilité dans le temps permet d'optimiser les stratégies de maintenance et d'améliorer les performances des systèmes. L'efficacité de la construction de la fiabilité d'un produit à travers les essais nécessite une collaboration entre l'ingénierie de l'environnement (conditions d'emploi, modèles de dégradation mécaniques, ...) et l'ingénierie de fiabilité (caractéristiques de Sûreté de Fonctionnement). Il existe différentes catégories d'essais qui interviennent dans les études conceptuelles, les programmes de développement et les processus de fabrication. À travers un exemple numérique nous avons montré que les essais accélérés sont les plus courts et économiquement avantageux. En mécanique, il n'y a pas de grandes études menées dans ce domaine, ceci est principalement dû à :

- La situation n'est pas la même pour des composants mécaniques,
- Des systèmes mécaniques très fiables et très complexes
- Des populations d'échantillons moins nombreuses,
- Des mécanismes d'endommagement multiples : fatigue, fluage, ... ,
- Des essais longs, coûteux et de mise en œuvre compliquée...
- Absence fréquente de composants standard.

Quant à leur application, les difficultés rencontrées dans quelques travaux effectués, proviennent de deux points essentiels :

- La modélisation mathématique de l'influence de l'environnement sur le comportement du système : cela peut s'expliquer par la multitude des mécanismes d'endommagement.
- L'estimation de la fiabilité dans des conditions de fonctionnement réelles à partir des conditions d'essais accélérées (définition d'une loi d'accélération).

Les changements technologiques, la demande pour le développement rapide de nouveaux produits et le besoin de toujours améliorer la fiabilité des produits, nécessitent de développer de meilleures méthodes d'essais accélérés.

Des tests en laboratoire avec des taux d'utilisation renforcés ou avec des niveaux supérieurs de contraintes (par exemple la température ou l'humidité) sont utilisés afin d'accélérer la rupture de différents produits.

Les résultats de ces tests sont ensuite utilisés pour faire des prévisions sur la durée de vie, la loi de fiabilité ou la performance des produits en conditions normales d'utilisation.

De nombreux problèmes statistiques intéressants se posent lors de la modélisation des phénomènes physiques de dégradation, de l'utilisation d'information provenant des domaines de l'ingénierie ou de la physique, de la planification de tests accélérés et de la quantification de l'incertitude.

Les avantages des essais accélérés en mécanique sont multiples, ils permettent un gain de temps conséquent et une réduction des coûts importante.

Malheureusement, la production scientifique française dans le domaine des essais accélérés est très pauvre comparée à la production anglo-saxonne .

Dans le chapitre suivant, nous étudierons l'application des essais accélérés à la mécanique. Les méthodes d'essais accélérés bien que connues depuis de nombreuses années, sont pour l'instant les méthodes de qualification les plus recherchées en industrie (en particulier pour des systèmes mécaniques). Elles sont utilisées en particulier pour estimer la fiabilité des systèmes de haute fiabilité. Elles deviennent de plus en plus populaires grâce à leurs deux avantages fondamentaux : un gain de temps et réduction des coûts.

CHAPITRE 4

Estimation des lois de Fiabilité par les Essais Accélérés

4 ESTIMATION DES LOIS DE FIABILITE PAR LES ESSAIS ACCELERES

4.1 État de l'Art sur les Essais Accélérés "Accelerated Life Testing"

4.1.1 Définition

La méthode des Essais Accélérés (ou Tests de Vie Accélérés) est une des approches les plus communes pour obtenir la loi de fiabilité ou autre caractéristique comportementale (taux de défaillance, temps de défaillance, etc.) des produits (systèmes ou composants) dans des délais plus courts. Brièvement, ces essais consistent à réduire les durées de vie des produits par l'accélération des dégradations provoquant la défaillance. Pour cela, les niveaux de stress subis par le produit sont augmentées afin d'obtenir des données de vie plus rapidement, qui seront utilisées pour estimer la fiabilité dans les conditions normales de fonctionnement.

4.1.2 Hypothèses de base des Essais Accélérés

Pour réaliser un essai accéléré, il faut vérifier les hypothèses suivantes :

- Le fonctionnement du produit dans les conditions accélérées doit faire intervenir les mêmes phénomènes de dégradation que dans les conditions normales d'utilisation. Autrement dit, les mécanismes de défaillances provoqués en conditions accélérées doivent être représentatifs des conditions normales d'emploi (voir figure 4.1).

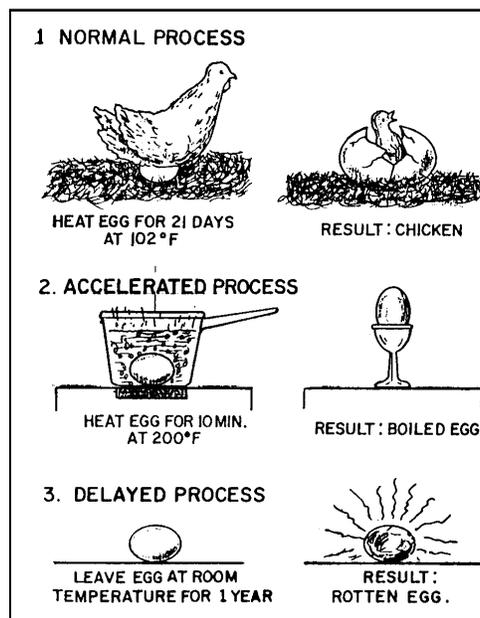


Figure 4.1. Risque de ne pas reproduire le mode de défaillance d'origine ([Daniel,1999])

- Les contraintes augmentées devront être celles qui conduisent à la même défaillance majeure que celle constatée en fonctionnement réel.
- Les phénomènes d'interaction doivent être pris en compte.
- La distribution des durées de vie en conditions accélérées devra avoir la même forme que celle constatée en conditions normales (même loi de fiabilité mais de paramètres d'échelles différents, voir figure 4.2).

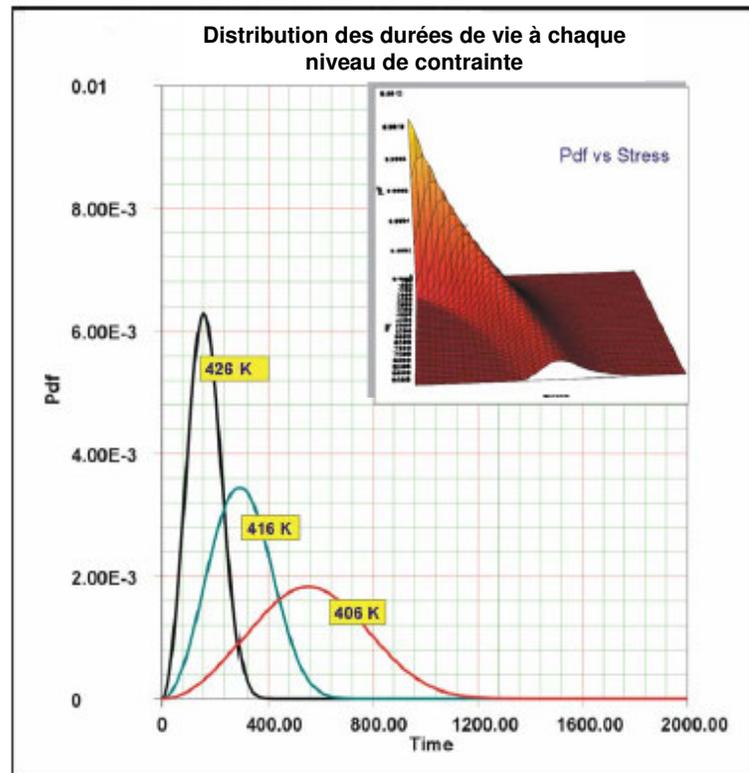


Figure 4.2. Représentation graphique des distributions de vie à différents niveaux de température exprimée en Kelvin (tiré de [Vassilious and Mettas, 2001])

Dans ce chapitre nous étudierons les différentes formes d'essais accélérés ainsi que les modèles statistiques et physiques, utilisés dans leur construction.

4.1.3 Définition d'un plan d'essais accélérés

La définition d'un plan d'essai accéléré dépend de plusieurs paramètres (voir [Hoang, 2003], [Nelson, 1990], [Vassilious and Mettas, 2001],...) :

- **Stress accélérés et limites opérationnelles:** on appelle stress l'ensemble des conditions et facteurs susceptibles d'affecter le bon fonctionnement d'un produit. Les stress peuvent être de toute nature (mécaniques, électroniques, climatiques...) et leurs durées de manifestation de tout ordre (constante, échelonnée, progressive, cyclique ou aléatoire). Les nombres et les niveaux des stress appliqués sont choisis en fonction du produit étudié avec la conservation du mécanisme de défaillance d'origine tout en accélérant suffisamment l'essai. Les stress sont parfois désignés par les termes : *contraintes* et *sollicitations*. Les limites opérationnelles du produit sont déterminées par un essai aggravé par exemple (donnant les niveaux de stress extrêmes à ne pas dépasser afin d'éviter les fonctionnements dégradés des produits)
- **Modes et mécanismes de défaillance :** dans un essai accéléré les mécanismes d'endommagement provoqués doivent être représentatifs des conditions normales d'emploi. Chaque mode de défaillance peut être provoqué par un ou plusieurs types de contraintes.

- **Nombre de dispositifs** testés à chaque niveau de contrainte, donnant la précision des estimations.
- **Un modèle de vie accélérée**, qui relie les durées de vie sous les conditions accélérées à celles sous les conditions normales d'utilisation, permettant d'analyser les résultats d'essai pour estimer la fonction de fiabilité dans les conditions nominales.

4.1.3.1 Types de stress appliqués

Les essais accélérés peuvent s'appliquer à toutes les catégories de matériels en employant différents types de contraintes (mécaniques, électroniques, climatiques...) les plus adaptées vis-à-vis des modes de défaillance attendus sur ces matériels. Les contraintes généralement mises en œuvre, soit *seules*, soit en *combinaison*, sont les suivantes :

- *Contraintes mécaniques* : torsion, flexion, flexion rotative, chocs mécaniques, vibrations, vibrations acoustiques, traction/compression, etc. La fatigue est le mode de dégradation stress le plus communément utilisé pour les composants mécaniques qui sont testés sur des pots vibrants. Quand ceux-ci sont soumis également à la température on considère le mode de dégradation par fluage.
- *Contraintes électriques* : cela inclue la tension, l'intensité du courant, l'électromigration, ... La tension est le stress électrique le plus courant puisqu'il génère rapidement des défaillances.
- *Contraintes climatiques* (ou environnementales) : La température et les cycles thermiques sont les stress les plus communément utilisés. Il est nécessaire d'appliquer des niveaux appropriés pour conserver les modes de défaillance d'origine. L'humidité est également un stress utilisé mais il génère des mécanismes de défaillance lents comme la corrosion. D'autres stress peuvent être appliqués comme les ultraviolets, brouillard salin, poussières, température, humidité, etc.
- *Contraintes spécifiques* au matériel.

4.1.3.2 Types de chargement

Les contraintes choisies dans la réalisation des essais accélérés, peuvent être augmentées de différentes manières : constante, échelonnée, progressive, cyclique ou aléatoire etc. Ces différents types de chargement sont classifiés, selon l'application de la contrainte dans le temps, en deux classes principales: chargement indépendant du temps et chargement fonction du temps. Le choix du profil de stress dépend des conditions d'utilisation du produit, de ses limitations technologiques (ne pas dépasser ses limites opérationnelles, par exemple afin de conserver le mode de défaillance d'origine, voir figure 4.1), etc.

(1) *Chargement indépendant du temps*

On soumet chaque composant à un niveau de contrainte constant (supérieur à la normale). Pour chaque niveau de contrainte on test le même nombre de composants, on aura donc autant d'échantillon que de niveaux de contraintes (voir figure 4.3, [Nelson, 1990]).

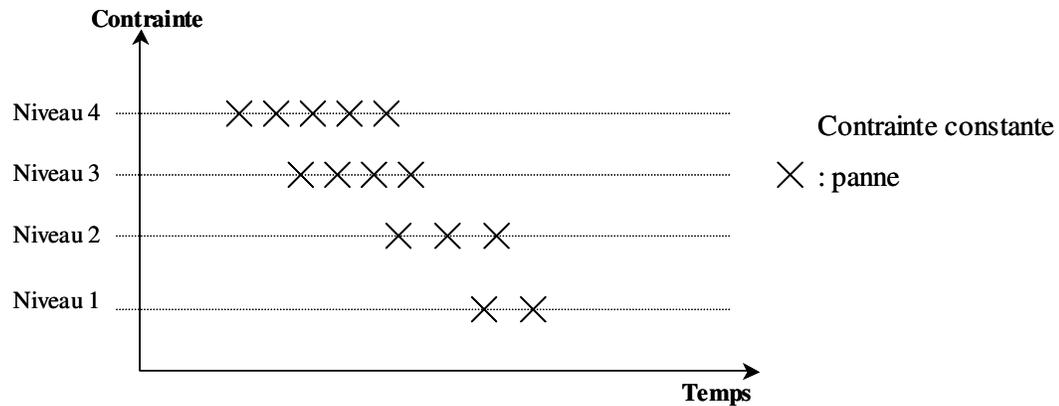


Figure 4.3. Chargement de contrainte indépendant du temps (contrainte constante)

Ce type de chargement est très utilisé, en particulier dans les essais accélérés :

- La plupart des produits sont supposés fonctionner sous un stress constant dans les conditions normales d'utilisation.
- Il est plus facile de réaliser des essais à contrainte constante.
- Il existe une grande famille de modèles pour analyser les échantillons obtenus.

(2) *Chargement fonction du temps*

C'est le cas où la contrainte choisie, évolue en fonction du temps. Elle peut être augmentée d'une manière échelonnée, progressive, cyclique ou aléatoire etc. (voir figure 4.4):

- *Contrainte échelonnée* : la contrainte est appliquée de manière échelonnée par niveaux croissants ou décroissants dans le temps (par paliers) jusqu'à l'apparition d'une défaillance. Chaque échantillon est soumis à un échelonnement différent en terme de niveaux de contrainte et en terme de durée.
- *Contrainte progressive* : la contrainte est augmentée de manière linéaire dans le temps (croissance linéaire). Là encore les échantillons sont soumis à des accélérations différentes.
- *Contrainte cyclique* : la contrainte est appliquée selon une amplitude et une fréquence données (comme un courant alternatif).
- *Contrainte aléatoire*.

Les contraintes échelonnées et progressives sont utilisées le plus souvent dans les essais aggravés.

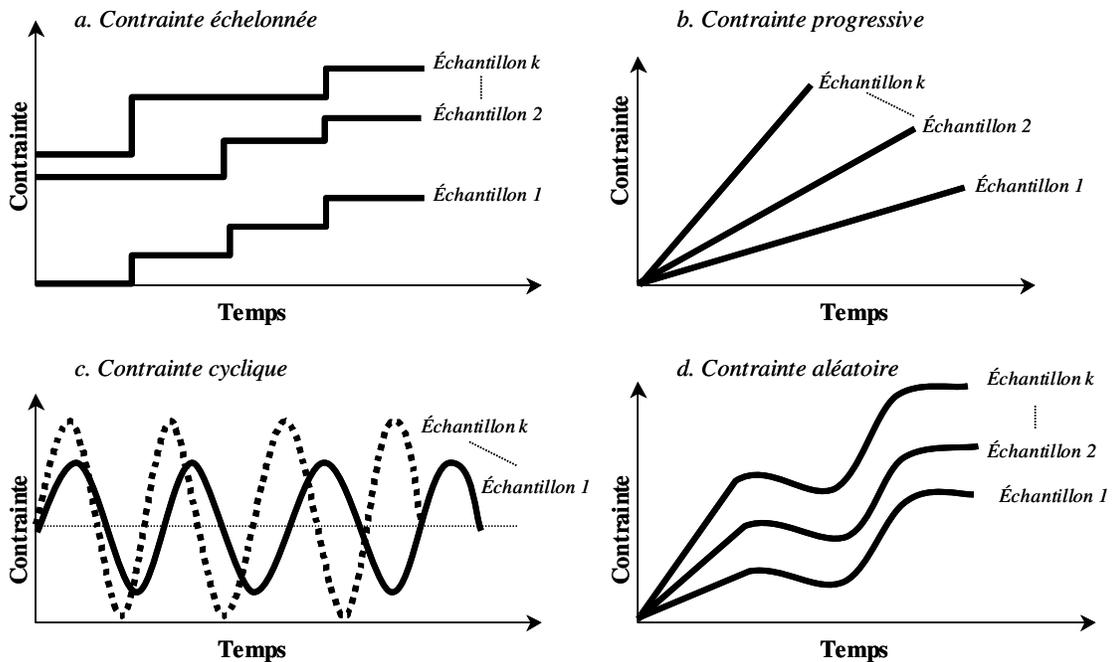


Figure 4.4. Représentations graphiques des chargements en fonction du temps

4.1.3.3 Mode et mécanisme de défaillance

L'analyse des contraintes appliquées et des conséquences qu'elles peuvent entraîner (telle qu'une dégradation d'une caractéristique, déformation, rupture, etc.) est une des tâches à laquelle on est confronté lors de la réalisation des essais accélérés.

D'une manière générale, le mode de défaillance, quelle que soit son origine, est défini comme l'effet par lequel une défaillance est observée sur un élément du système.

De même, on définit le mécanisme de défaillance par le processus physique, chimique ou autre ayant entraîné une défaillance. Il est mis en évidence par une analyse physique ou chimique.

Un essai accéléré ne doit engendrer aucun mode de défaillance supplémentaire et ne doit pas modifier les mécanismes de base des défaillances.

Dans le cas où le produit serait sujet à plusieurs modes de défaillance, il est plus intéressant d'estimer la fonction de fiabilité pour chacun d'eux pour construire la fonction de fiabilité globale. Or, ce n'est pas toujours possible, par exemple quand on a très peu de défaillances pour certains modes. Il est toujours possible d'estimer directement la fiabilité globale, sans différencier les modes de défaillance.

4.1.3.4 Modèles de vie accélérée

Pour obtenir la loi de fiabilité dans les conditions nominales, il est nécessaire d'utiliser *un modèle de vie accélérée* permettant de l'estimer à partir des résultats d'essais accélérés. Il existe différentes classes (voir figure 4.5) de modèles de vie accélérée :

1. *Les modèles expérimentaux*, déterminés par des plans d'expériences permettant d'étudier les effets des variables (facteurs), de leurs combinaisons et de leurs interactions sur la performance du système (voir [Phadke, 1999], Glossaire).
2. *Les modèles physiques*, définis à partir de ceux de dégradation (chimique, mécanique, ...). ([Guérin et al., 2001a], [Lalanne, 1999], [Meeker and Escobar, 1993])
3. Les modèles statistiques caractérisés par des approches d'estimation paramétriques, semi-paramétriques et non paramétriques ([Bagdonavicius and Nikulin, 1995b], [Bagdonavicius and Nikulin, 1995a], [Bagdonavicius and Nikulin, 1997], [Nelson, 1990], [O'Connor, 2003], [Bagdonavicius et al., 2000], [Bagdonavicius and Nikulin, 2001], [Bagdonavicius and Nikulin, 2002], [Basu and Ebrahimi, 1982], [Devarajan and Ebrahimi, 1998], [Caruso and Dasgupta, 1998], [Owen and Padgett, 1998], [Vassilios and Mettas, 2001], [Hoang, 2003], [Shyur et al., 1999], ...).

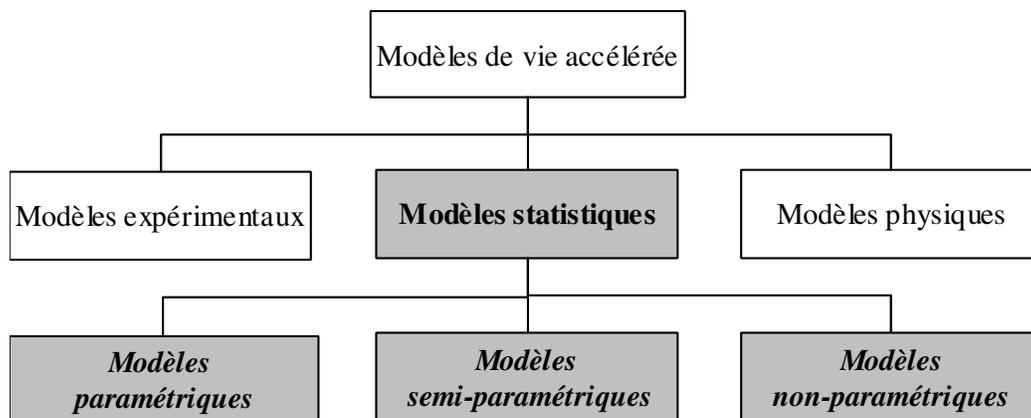


Figure 4.5. Classification des modèles de vie accélérée

On trouve une littérature abondante sur l'application des modèles de vie accélérée dans le domaine de l'électronique (voir [Caruso and Dasgupta, 1998], [Nelson, 1990], [O'Connor, 2003], [Vassilios and Mettas, 2001], ...) mais moins nombreuse dans celui de la mécanique ([Guerin et al., 1999], [Tebbi et al., 2001a], [Nelson, 1990], [Augé, 1998], [Zhang, 2002],...).

4.1.4 Modèles statistiques de vie accélérée

4.1.4.1 Introduction

Les modèles statistiques de vie accélérée sont généralement utilisés quand la relation exacte entre les contraintes appliquées et le temps de défaillance du composant est difficile à déterminer selon des principes physico-chimiques. Dans ce cas les composants sont soumis à différents niveaux de contraintes et les temps de défaillance sont utilisés pour ajuster une distribution de vie la plus adéquate. Les temps de défaillance ont le même type de loi à chaque niveau de contrainte, en particuliers dans les conditions normales de fonctionnement.

Les modèles Statistiques de Vie Accélérée peuvent s'appliquer à plusieurs domaines comme celui du vivant (sciences médicales), de l'électronique, ... et de la mécanique. Ce qui différencie les diverses applications se sont les lois de fiabilité utilisées, les stress employés pour sévérer les essais et la nature des lois d'accélération.

Dans la littérature, on trouve plusieurs définitions théoriques des modèles Statistiques de Vie Accélérée ([Nelson, 1990], [Bagdonavicius and Nikulin, 1995a], [Hoang, 2003]). En général, ils sont constitués de deux composantes principales, la figure 4.6 illustre ce genre de modèles:

- **Un modèle analytique** "Durée de vie-stress" appelée aussi *équation d'accélération ou modèle d'accélération*, traduisant la durée de vie « nominale » du produit soumis à l'essai en fonction des niveaux de contraintes appliquées. cette durée de vie « nominale » est représentée par une caractéristique de loi de fiabilité telle que la moyenne, la médiane, l'écart-type, un quantile ou un quelconque paramètre de la loi. Parfois le modèle analytique est défini par ce qu'on appelle une *loi d'accélération*, cette loi traduit la vitesse de dégradation d'un système en fonction des stress. D'autre part, la durée de vie « nominale » du produit est inversement proportionnelle à sa vitesse de dégradation ([Nelson, 1999]).

- **Une distribution statistique des durées de vie**: Dans un test accéléré, un modèle analytique seul, ne décrit pas le comportement des durées de vie du produit. À chaque niveau de contrainte (stress) le système a une distribution statistique de vie. D'où la combinaison : équation d'accélération et distribution de vie de base.

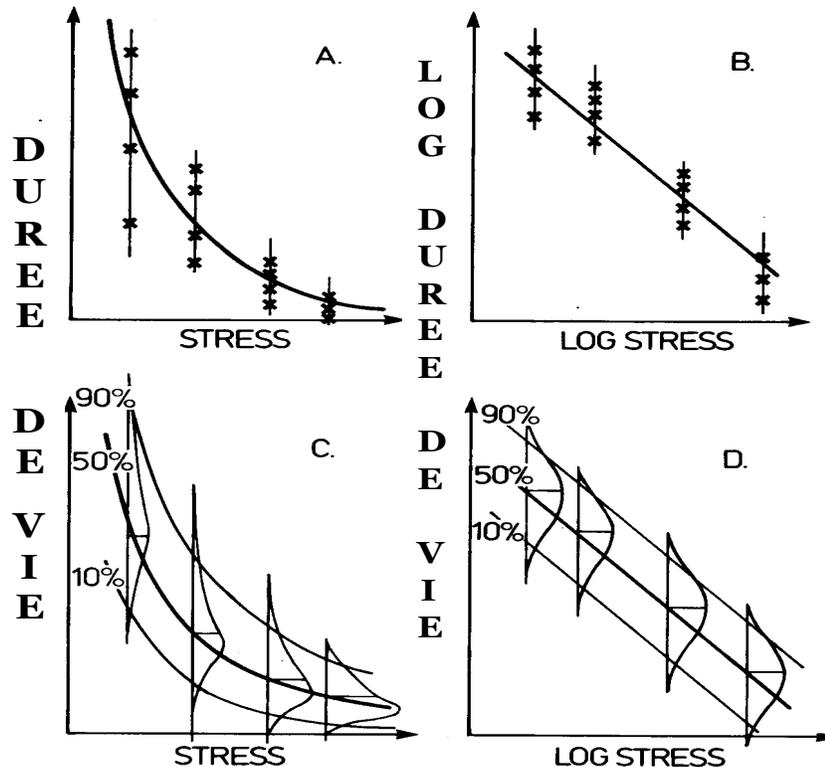


Figure 4.6. Représentations graphiques d'un Modèle Statistique de vie Accéléré (durée de vie en fonction de la contrainte, tirée de [Nelson,1990])

Aussi, on peut définir un *Facteur d'Accélération* entre la durée de vie « nominale » τ_1 du produit sous les conditions nominales et la durée de vie « nominale » τ_2 sous les conditions accélérées:

$$FA = \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{\tau_{normale}}{\tau_{accélérée}} \quad (4.1)$$

Cette valeur signifie que la durée de vie « nominale » τ_1 est " *FA* fois" plus grande que la durée de vie « nominale » τ_2 .

4.1.4.2 Modèles d'accélération usuels (Relations Durée de vie-Stress)

Dans la littérature ([Nelson,1990], [MIL-HDBK-217F,1995]) on trouve une grande variété de modèles d'accélération, définis pour chaque type de composants et matériaux. Nous présentons quelques modèles d'accélération les plus utilisés pour des stress à profil constants. Désormais, la durée de vie « nominale » est représentée par la moyenne.

(1) Modèle d'Arrhenius

Le modèle d'Arrhenius est utilisé lorsque le mécanisme d'endommagement est sensible à la température (en particulier : Diélectrique, semi-conducteur, batterie, lubrifiant et graisse, plastique et filament de lampe incandescente).

La vitesse moyenne de dégradation d'un système sensible à la température est donnée par la loi:

$$v = A' e^{\left(-\frac{E_a}{kT}\right)} \quad (4.2)$$

Avec :

- A' : constante positive propre à l'essai
- T : température absolue en °K
- E_a : énergie d'activation en eV (Elle varie entre 0.4 et 0.7 eV, cela dépend du matériau et de ses mécanismes d'endommagement)
- k : constante de Boltzmann ($8.6171 \cdot 10^{-5}$ eV/°K)

La relation d'Arrhenius modélise la durée de vie moyenne τ du produit en fonction de la température T :

$$\tau = A e^{\left(\frac{E_a}{kT}\right)} \quad (4.3)$$

Avec A une constante propre à l'essai, à estimer à partir des résultats d'essais.

Si on applique une transformation logarithmique à cette relation on obtient:

$$\log(\tau) = \beta_0 + \frac{\beta_1}{T} \quad (4.4)$$

avec : $\beta_0 = \log(A)$ et $\beta_1 = \frac{E_a}{k}$

Soit : $\log(\tau(x)) = \beta_0 + \beta_1 x$ où $x = \frac{1}{T}$

Cette dernière relation est importante car la transformation logarithmique des modèles d'accélération suivants se ramènera toujours à cette forme linéaire.

Le facteur d'accélération d'Arrhenius entre la durée de vie τ_1 pour une température T_1 et la durée de vie τ_2 pour une température T_2 est :

$$FA = \frac{\tau_1}{\tau_2} = e^{B \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)} \quad (4.5)$$

(2) Modèle de puissance inverse

Le modèle de puissance inverse est utilisé lorsque le mécanisme d'endommagement est sensible à un stress particulier (par exemple : Diélectrique, roulement à billes ou rouleaux, composants optoélectroniques, composants mécaniques soumis à la fatigue et filament de lampe incandescente).

Le modèle de puissance inverse décrit la cinétique d'une dégradation sous stress constant V , la durée de vie τ est donnée par l'équation:

$$\tau = \frac{A}{V^\gamma} \quad (4.6)$$

Avec: V un stress quelconque, A et γ des constantes dépendant de la défaillance et de l'essai (elles sont estimées à partir des résultats d'essai)

Si on applique une transformation logarithmique à cette relation on obtient :

$$\log(\tau) = \beta_0 - \beta_1 \log(V) \quad (4.7)$$

Avec: $\beta_0 = \log(A)$ et $\beta_1 = \gamma$

Soit: $\log(\tau(x)) = \beta_0 + \beta_1 x$ où $x = -\log(V)$

Le facteur d'accélération entre la durée de vie moyenne τ_1 pour un stress V_1 et la durée de vie moyenne τ_2 pour un stress V_2 est :

$$FA = \frac{\tau_1}{\tau_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma \quad (4.8)$$

- Cas particulier : modèle Coffin-Manson

C'est un modèle relativement simple dans sa forme et applicable au problème de pièces soumises à la fatigue avec variation de la température. La durée de vie moyenne des pièces, représentée par le nombre moyen de cycle à la rupture, est donnée par la formule :

$$N(T) = \frac{A}{T^B} \quad (4.9)$$

Avec: A et B des constantes caractéristiques des pièces, de leur défaillance et de l'expérience, à estimer à partir des résultats d'essais.

(3) Modèle d'Eyring généralisé

Le modèle d'Eyring est utilisé lorsque le mécanisme d'endommagement est sensible à la température et autre stress (en particulier : Composants électriques, conducteur aluminium et composants mécaniques soumis à la rupture).

L'équation d'Eyring, décrivant la cinétique d'une dégradation sous une température T et un stress particulier V, est donnée par la formule suivante :

$$\tau = \left(\frac{A}{T} \right) e^{\left(\frac{B}{kT} \right)} e^{\left(V \left(C + \frac{D}{kT} \right) \right)} \quad (4.10)$$

- T : température absolue en degrés Kelvin
- V : stress quelconque
- k : constante de Boltzmann ($k=8.6171 \times 10^{-5}$ électron-volt par degrés)
- A,B,C et D : Constantes dépendant de la défaillance et de l'essai (à estimer à partir des résultats d'essais).

La durée de vie en logarithme népérien (ou décimal) est donnée par l'équation :

$$\log \tau(V,T) = \beta_0 - \log(T) + \beta_1 \frac{1}{T} + \beta_2 V + \beta_3 \frac{V}{T} \quad (4.11)$$

Avec : $\beta_0 = \log(A)$, $\beta_1 = \frac{B}{k}$, $\beta_2 = C$ et $\beta_3 = \frac{D}{k}$

Soit: $\log \tau(x_1, x_2) = \beta_0 + \log(x_1) + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_1 x_2$ où $x_1 = \frac{1}{T}$, $x_2 = V$

- Cas particulier : modèle de Peck

Dans ce modèle, la vitesse de dégradation d'un système sensible à la température ainsi qu'à l'humidité est donnée par la relation :

$$v = AH^m e^{\left(\frac{-E_a}{kT}\right)} \quad (4.12)$$

Avec:

- m : constantes propre à l'essai dépendante de la défaillance de la pièce à estimer à partir des résultats d'essais

- T: température absolue

- H: niveau d'humidité

La durée de vie moyenne τ pour une température T et un niveau d'humidité H est donnée par :

$$\tau = AH^{-m} e^{\left(\frac{E_a}{kT}\right)} \quad (4.13)$$

La durée de vie moyenne en logarithme népérien (ou décimal) s'écrit:

$$\log \tau(H, T) = \beta_0 + \beta_1 \log\left(\frac{1}{H}\right) + \beta_2 \frac{1}{T} \quad (4.14)$$

Avec $\beta_0 = \log(A)$, $\beta_1 = m$, $\beta_2 = \frac{E_a}{k}$

Soit: $\log \tau(H, T) = \beta_0 + \beta_1 \log(x_1) + \beta_2 x_2$ avec $x_1 = \frac{1}{H}$ et $x_2 = \frac{1}{T}$

4.1.4.3 Estimation des caractéristiques des modèles statistiques de vie accélérée

L'analyse statistique du modèle de vie accélérée consiste à estimer les paramètres du modèle qui décrivent le comportement du produit, dans des conditions quelconques à partir des conditions initiales. Les techniques d'estimation, dépendent des composantes du modèle statistique, c'est à dire de la connaissance du type de distribution de vie initiale et du choix de la loi d'accélération.

Les modèles statistiques de vie accélérée se prêtent à divers types d'estimation: paramétrique, non-paramétrique et semi-paramétrique. D'où la classification donnée par la figure 4.5.

(1) Estimation paramétrique

L'estimation *paramétrique* qui, ayant retenu une forme de distribution de durée de vie de base spécifiée (par exemple la loi exponentielle ou la loi de Weibull) cherche à en estimer les paramètres par des méthodes classiques telle que la méthode du maximum de vraisemblance.

Le modèle d'un test de vie accélérée est dit paramétrique si l'on connaît à la fois la distribution de probabilité de la variable aléatoire durée de vie du produit, pour chaque niveau de stress et l'équation d'accélération, qui relie un des paramètres de cette distribution et les contraintes d'accélération (choix de certaines classes de fonctions pour la vitesse de dégradation r).

Les modèles paramétriques utilisés dans les tests de vie accélérée, ont été largement étudiés et appliqués dans plusieurs domaines en particuliers en Électronique. Voir par exemple : [Singpurwalla, 1971], [Basu and Ebrahimi, 1982], [Vierlt, 1988], [Nelson, 1990], [Nelson and Meeker, 1991], [Vierlt and Spencer, 1991], [Nelson and Macarthur, 1992], [Meeker and Escobar, 1993], etc.

(2) Estimation semi-paramétrique

L'estimation *semi-paramétrique*, qui pour des modèles analytiques de la forme précédente cherche à estimer l'influence des contraintes appliquées sans faire d'hypothèse sur la forme de distribution de base (il est néanmoins possible d'estimer la distribution de base).

Les modèles semi-paramétriques de vie accélérée ont été bien étudiés par Bagdonavicius & Nikulin ([Bagdonavicius and Nikulin, 1995b], [Bagdonavicius and Nikulin, 1995a], [Bagdonavicius and Nikulin, 1997], [Bagdonavicius et al., 2000], [Bagdonavicius and Nikulin, 2001], [Bagdonavicius and Nikulin, 2002]). Ils généralisent les modèles les plus souvent utilisés en analyse de survie. Ils ont pour objectif d'estimer la fonction de survie d'un produit dans les conditions nominales à partir de celle dans des conditions accélérées, en supposant la connaissance d'une équation d'accélération, la fonction de survie étant inconnue.

De nombreux modèles semi-paramétriques sont appliqués dans plusieurs domaines. L'un des plus utilisés, en particulier pour des applications biomédicales, est le *modèle à risque proportionnel*, introduit par Cox en 1972. Ce modèle permet de prendre en considération simultanément plusieurs variables (contraintes) pour décrire la durée de vie moyenne des produits testés en multidimensionnel. Ce modèle introduit par Cox, ne suppose aucune forme de la distribution de vie.

(3) Estimation non-paramétrique

Le modèle statistique de vie accélérée est considéré comme non paramétrique si la fonction de survie est inconnue et aucune forme paramétrique du modèle analytique n'est supposée.

Ainsi, l'estimation *non paramétrique* (ou *fonctionnelle*), vise à déterminer l'une ou plusieurs des différentes fonctions caractérisant la distribution de base observée (Fonction de répartition ou taux de défaillance le plus souvent) sans faire d'hypothèse sur celle-ci. Elle suppose une relation fonctionnelle entre la distribution de durée de vie et les niveaux des stress sans émettre d'hypothèses sur la forme paramétrique de cette distribution.

Les modèles non-paramétriques sont largement utilisés pour des données biomédicales et rarement pour des données d'ingénierie. Ils ont été considérés par [Basu and Ebrahimi, 1982], [Sethuraman and Singpurwalla, 1982], [Nelson, 1983], [Shaked and Singpurwalla, 1983], [Tsiatis, 1990], [Ying, 1993], [Ling and Ying, 1995] et autres...

4.1.4.4 Modèle standard de vie accélérée

Le but des essais accélérés est d'estimer la fiabilité des composants sous les conditions normales d'utilisation, en utilisant les données de ces essais. Pour cela, les modèles statistiques de vie accélérée sont les modèles les plus appropriés. Nous étudierons un cas particulier de ce type de modèles, il s'agit du modèle Standard de Vie Accélérée (noté SVA) défini par Bagdonavicius et Nikulin. Ce modèle permet de déterminer de quelle façon la fonction de fiabilité (ou une autre caractéristique) change quand le stress varie en utilisant une fonction de transfert ([Bagdonavicius and Nikulin, 1995b], [Bagdonavicius and Nikulin, 1995a], [Bagdonavicius and Nikulin, 1997], [Bagdonavicius et al., 2000], [Bagdonavicius and Nikulin, 2001], [Bagdonavicius and Nikulin, 2002]).

Supposons que l'on ait des systèmes très fiables ne permettant pas d'observer des défaillances pendant un temps t donné d'essai. Pour estimer la loi de fiabilité, il est nécessaire de procéder à des Essais Accélérés au cours desquels les systèmes subissent des stress supérieurs à ceux qu'ils supportent dans les conditions normales d'utilisation.

Dans le cas général, les stress s peuvent évoluer en fonction du temps et peuvent être multidimensionnels (combinaison de plusieurs stress). Dans le cas unidimensionnel, on a :

$$\begin{aligned} s: [0, +\infty[&\rightarrow B \subset \mathbb{R}^m \\ t \rightarrow s(t) &= (s_1(t), s_2(t), \dots, s_m(t)) \end{aligned} \tag{4.15}$$

Supposons que la durée de vie $T_{s(.)}$ d'un produit sous le stress $s(.)$ soit une variable aléatoire de fonction de survie :

$$R_{s(.)}(t) = Prob(T_{s(.)} > t), \quad t \geq 0 \tag{4.16}$$

Soit R_{s_0} la fiabilité sous le stress usuel : $s_0 \in \mathcal{E}_0 \subset \mathcal{E}$ (\mathcal{E} un ensemble de stress constants), $R_{s_0}^{-1}$ sa fonction réciproque.

La *fonction de transfert* est définie par :

$$\begin{aligned} f: [0, +\infty[\times \mathcal{E} &\rightarrow [0, +\infty[\\ (t, s(.)) &\rightarrow f_{s(.)}(t) = (R_{s_0}^{-1} \circ R_{s(.)})(t) \end{aligned} \tag{4.17}$$

Cette fonction permet d'évaluer la fiabilité d'un produit, sous des stress expérimentalement indisponibles, à partir de la fiabilité du même produit sous des conditions particulières d'utilisation.

La définition de f peut être traduite par l'équation suivante :

$$P(T_{s_0} \geq f_{s(\cdot)}(t)) = \text{Prob}(T_{s(\cdot)} \geq t) \quad (4.18)$$

$f_{s(\cdot)}(t)$ est appelée ressource utilisée sous le stress $s(\cdot)$ jusqu'à l'instant t .

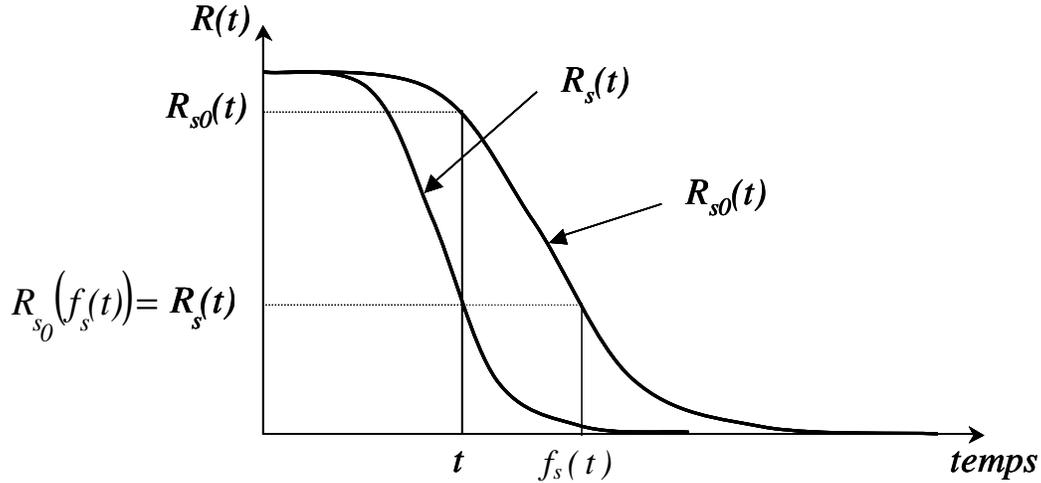


Figure 4.7. Définition de la fonction de transfert

Le modèle statistique de vie accélérée est défini sur ε s'il existe une fonction positive $r : \varepsilon \rightarrow \mathbb{R}^+$ telle que pour tout $s(\cdot) \in \varepsilon$:

$$\frac{d}{dt} f_{s(\cdot)}(t) = r[s(t)] \quad (4.19)$$

L'équation (4.18) implique :

$$R_{s(\cdot)}(t) = R_{s_0} \left(\int_0^t r[s(\tau)] d\tau \right) \quad (4.20)$$

Dans le cas où $s(\cdot)$ est constant l'équation (4.19) devient :

$$R_s(t) = R_{s_0}(r(s).t) \quad (4.21)$$

On note que $r(s_0) = 1$. Le stress **ne change que l'échelle**.

Le modèle Standard de Vie Accélérée est défini par l'équation (4.20) quand le stress dépend du temps et par le modèle (4.21) lorsque le stress est constant. La fonction $r(\cdot)$ représente physiquement le taux d'accroissement de la vitesse de dégradation.

Considérons un plan d'essai classique consistant à utiliser plusieurs niveaux de stress constant $s_1, s_2, \dots, s_k : s_1 < s_2 < \dots < s_k$ et s_0 ($s_0 < s_1$) le stress usuel qui ne sera pas utilisé. Si la fonction r est complètement inconnue alors la fonction de fiabilité R_{s_0} ne peut être déterminée. Donc, il est nécessaire de choisir r dans une certaine classe de fonctions. Nikulin considère une forme exponentielle. Si l'équation (4.21) est vérifiée sur un ensemble de stress \mathcal{E} , alors pour tous s_1, s_2 appartenant à \mathcal{E}_0 :

$$R_{s_2}(t) = R_{s_1}(\rho(s_1, s_2)t) \quad (4.22)$$

Où $\rho(s_1, s_2) = r(s_2)/r(s_1)$ est le facteur d'accélération permettant de passer de s_1 à s_2

Supposons dans un premier temps que le stress $s \in \mathcal{E}_0 \subset \mathbb{R}^+$ soit unidimensionnel. Le taux de changement d'échelle est déterminé par la dérivée :

$$\delta(s) = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\rho(s, s+\Delta s) - \rho(s, s)}{\Delta s} = \frac{d \log(r(s))}{ds} \quad (4.23)$$

Donc pour tout $s \in \mathcal{E}$

$$r(s) = e^{\int_{s_0}^s \delta(v) dv} \quad (4.24)$$

Supposons que $\delta(s)$ soit proportionnelle à une fonction connue $u(s)$ du stress :

$$\delta(s) = \beta_1 u(s) \quad (4.25)$$

Avec $\beta_1 > 0$

Alors

$$r(s) = e^{\beta_0 + \beta_1 z(s)} \quad (4.26)$$

où $z(s)$ est une fonction connue, β_0 et β_1 sont des paramètres inconnus à estimer.

Par exemple, si on considère $\delta(s) = \beta_1/s$ et $\beta_1 > 0$ alors on obtient le modèle de puissance inverse, déjà présenté dans le paragraphe 4.1.4.2 :

$$r(s) = e^{\beta_0 + \beta_1 \log(s)} = \alpha s^{\beta_1} \quad (4.27)$$

avec $\alpha = e^{\beta_0}$

Ce modèle est appliqué dans le cas de système soumis au phénomène mécanique de fatigue.

Maintenant, considérons que le stress $s \in \varepsilon_0 \subset \mathbb{R}^m$ soit multidimensionnel ($s = (s_1, \dots, s_m)^T$). Le taux de changement d'échelle $\delta_i(s)$ selon le stress i est déterminé par :

$$\delta_i(s) = \lim_{\Delta s_i \rightarrow 0} \frac{\rho(s, s + \Delta s_i e_i) - \rho(s, s)}{\Delta s_i} = \frac{\partial \log(r(s))}{\partial s_i} \quad (4.28)$$

où $e_i = (0, \dots, 1, \dots, 0)^T$. L'unité est dans la i ème coordonnée

Si on généralise le cas unidimensionnel (4.2), on obtient $\delta_i(s)$:

$$\delta_i(s) = \sum_{j=1}^{k_i} \beta_{ij} u_{ij}(s) \quad (4.29)$$

Alors

$$r(s) = e^{\beta_0 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{k_i} \beta_{ij} z_{ij}(s)} \quad (4.30)$$

où $z_{ij}(s)$ sont des fonctions connues, β_0 et β_{ij} sont des paramètres inconnus à estimer.

Par exemple, si on considère $\delta_1(s_1) = 1/s_1 + (\beta_{11} + \beta_{12}s_2)/s_1^2$ et $\delta_2(s_2) = \beta_{21} + \beta_{22}/s_1$ alors on obtient le modèle Eyring, présenté dans le paragraphe 4.1.4.2 :

Ainsi, dans tous les cas considérés les expressions (4.20) et (4.21) peuvent s'écrire :

$$R_{s(.)}(t) = R_{s_0} \left(\int_0^t e^{\beta^T z(\tau)} d\tau \right) \quad (4.31)$$

Où

$$R_s(t) = R_{s_0} \left(e^{\beta^T z.t} \right) \quad (4.32)$$

Où $\beta = (\beta_0, \dots, \beta_m)^T$ est le vecteur de paramètres,

$z(t) = (z_0(t), z_1(t), \dots, z_m(t)) = (z_0(s(t)), z_1(s(t)), \dots, z_m(s(t)))$ et $z = (z_0(s), z_1(s), \dots, z_m(s))$ sont des vecteur des fonctions connues du stress (avec $z_0=1$).

Dans les paragraphes suivants, nous étudierons l'application des modèles SVA à la mécanique et plus particulièrement aux systèmes soumis à l'endommagement par fatigue.

4.2 Les modèles standard de vie accélérés appliqués aux composants mécaniques

(voir [Tebbi et al., 2004a], [Tebbi et al., 2004b] et [Tebbi et al., 2004c])

4.2.1 Introduction

Dans notre étude, nous montrons que pour des systèmes mécaniques, la planification des essais accélérés utilisant un phénomène physique de dégradation est conditionnée par trois facteurs importants :

- Le mécanisme d'endommagement (Mode d'endommagement conservé à différents niveaux de stress)
- Les paramètres d'accélération associés à un mode précis (température, humidité, chargement, ...)
- La distribution de vie du produit et ses paramètres.

Ces trois facteurs constituent les principes de base de la construction de notre modèle. Nous proposons par la suite de l'appliquer à un exemple de pièce mécanique soumise à la fatigue.

En mécanique, il est courant de définir la loi de fiabilité par une distribution de type Weibull, Log-normale ou Birnbaum-Saunders qui caractérisent correctement les durées de vie des systèmes soumis à des dégradations mécaniques ([Owen and Padgett, 1998], [Hoang, 2003]).

La défaillance constatée est bien souvent une rupture de pièces mais les mécanismes d'endommagement sous jacents peuvent être de nature totalement différente. Cela dépend essentiellement des conditions d'utilisation du système et des stress qui y seront appliqués.

En effet, la combinaison des paramètres d'accélération tel que la température, la corrosion, un chargement cyclique, ... agit différemment selon le niveau de chacun des stress en provoquant des mécanismes de dégradation différents (fluage, fatigue-corrosion, fatigue, ...). Aussi, les mécaniciens ont l'habitude de définir des modèles de dégradation en fonction des stress prépondérants pour caractériser la durée de vie des systèmes.

Dans ce paragraphe, nous proposons de bâtir un modèle de simulation paramétrique à partir d'un modèle d'endommagement mécanique. Pour illustration, nous traitons le cas des systèmes soumis au mode d'endommagement par fatigue pour lequel nous construisons une équation d'accélération basée sur le modèle de Basquin. La distribution paramétrique des durées de vie est supposée log-normale.

4.2.2 Rappels sur l'endommagement par fatigue

4.2.2.1 Description de l'endommagement par fatigue

Domage par fatigue

On appelle *dommage par fatigue* la modification des caractéristiques d'un matériau, tenant essentiellement à la formation de fissures (figure 4.8.a) et résultant de l'application de cycle de contrainte (chargement cyclique de la contrainte $\sigma (\sigma = \sigma_m + \sigma_a \cos \omega t)$, voir figure 4.8.b) conduisant à une rupture ([Bompas-Smith, 1973], [Doyle, 1991], [Kececioglu et al., 1998], [Little and Ekvall, 1979], [Shigley, 1972], [Lalanne, 1999]).

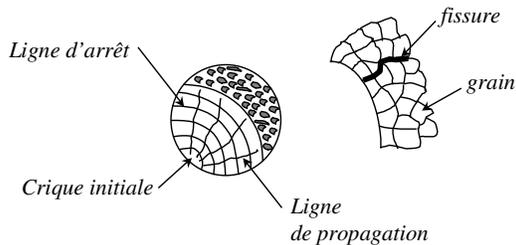


Figure 4.8. a. Propagation de la fissuration

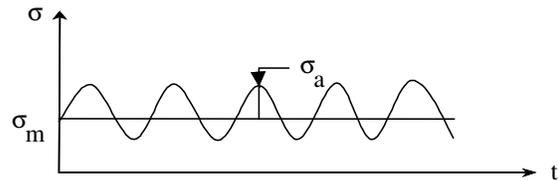


Figure 4.8.b. Cycle de contrainte

Courbe de Wöhler

Une pièce soumise, dans des conditions bien précises, à une contrainte généralement de moyenne nulle, dont les valeurs extrêmes sont $\pm\sigma_a$ se rompra au bout d'un nombre de cycles N . La courbe qui donne la variation de la contrainte appliquée σ_a en fonction du nombre de cycles à la rupture N , pour une contrainte moyenne fixe, est appelée courbe de fatigue ou courbe de Wöhler (voir figure 4.9). Cette courbe partage le plan en deux régions : une région située au-dessus de la courbe pour laquelle les pièces sont rompues, et une région située en dessous pour laquelle il n'y a pas de ruptures.

La courbe de Wöhler peut être décomposée en 3 domaines de fatigue : fatigue oligocyclique (pour des valeurs de N comprises entre 0 et 10^4 à 10^5 cycles), fatigue limitée (N compris entre 10^4 et 10^6 à 10^7 cycles) et fatigue illimitée (N tend vers l'infini). Elle présente généralement une asymptote horizontale qui correspond à une contrainte dont la valeur est par définition, la *limite de fatigue* σ_D (la plus grande amplitude de contrainte à moyenne nulle pour laquelle il n'est pas observé de rupture après un nombre infini de cycles). Cette limite peut ne pas exister ou mal définie pour certains matériaux à haute résistance tels que les aciers à haute résistance. Dans ce cas, on introduit, la *limite d'endurance*.

Le dimensionnement de pièces soumises à la fatigue s'effectue en considérant la *limite d'endurance* caractérisée par l'amplitude de la contrainte à ne pas dépasser pour éviter une rupture avant un temps donné (nombre N de cycles fini) correspondant à la durée de vie. Cette limite, si $\sigma_m=0$, est notée $\sigma_D(N)$. Pour les grands nombre de cycle $\sigma_D(N) \approx \sigma_D$. On conserve dans ce cas la notation σ_D ([Brand and al., 1992], [Bathias and Baïlon, 1997], [Lalanne, 1999]).

Aspect statistique de la courbe de Wöhler

L'expérience montre qu'il y a une dispersion importante des durées de vie. En fixant la contrainte d'amplitude on obtient une distribution normale des $\log(N)$ dans le domaine de fatigue limitée et en fixant le nombre de cycle, la contrainte d'amplitude suit une loi normale (figure 4.9, [Bompas-Smith, 1973], [Lalanne, 1999], [Shigley, 1972]).

par conséquent, on donne en général la courbe de Wöhler médiane. On représente en abscisse le nombre de cycles N à 50% de rupture (la loi de $\log(N)$ est normale, l'espérance et la médiane sont égales).

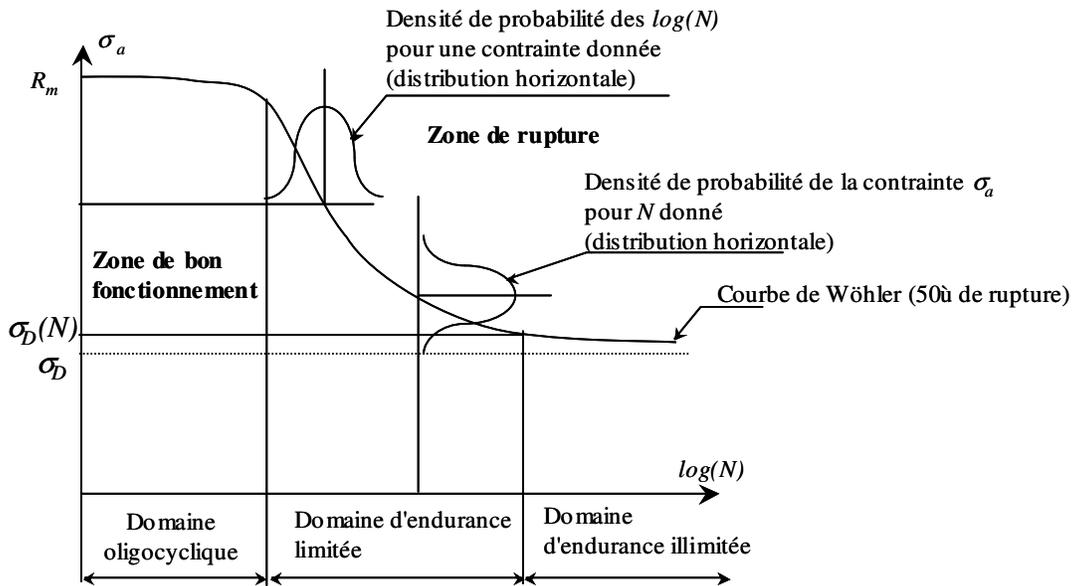


Figure 4.9. Courbe de Wöhler (pour $\sigma_m=0$)

Représentation analytique de la courbe de Wöhler

Dans la littérature (voir entre autre [Lalanne, 1999]), on trouve de nombreux modèles caractérisant en partie ou complètement la courbe de Wöhler. Nous pouvons citer :

Nom de modèle	Domaines modélisés	Equation
Basquin	endurance limitée	$N\sigma_a^B=A$
Strömeyer	endurances limitée et illimitée	$\sigma_a = \sigma_D + \left(\frac{A}{N}\right)^B$
Bastenaire	Fatigue oligocyclique, endurances limitée et illimitée	$(N+B)(\sigma_a - \sigma_D) e^{A(\sigma_a - \sigma_D)} = C$

Tableau 4.1. Modèles usuels de la courbe de Wöhler

Nota : A, B et C sont des paramètres dépendant du matériau et des conditions d'essai à estimer.

4.2.2.2 Facteurs influençant la tenue en fatigue

De nombreux facteurs affectent les résultats d'une courbe de fatigue ([Lalanne, 1999], [Lemaitre and Chaboche, 1996], [Sendeckyj, 2001]). Le plus significatif est sans doute l'état de surface. En effet, la rupture de fatigue a toujours pour origine l'existence d'une fissure et on a constaté que la plupart des fissures de fatigue commençaient à la surface de l'échantillon. Par conséquent, les rayures d'usinage ou de polissage diminuent la limite de fatigue : une surface rugueuse peut abaisser la résistance à la fatigue de 15 à 20%.

Un autre facteur modifiant la limite de fatigue est la superposition à la contrainte alternée d'une contrainte moyenne σ_m constante (voir figure 4.8.b). La présence d'une contrainte à moyenne non nulle modifie la durée de vie de la pièce à l'essai, en particulier quand cette contrainte moyenne est relativement grande par rapport à la contrainte d'amplitude. Les diagrammes d'endurance (d'abscisse σ_m et d'ordonnée σ_a , voir figure 4.10) permettent de prendre en compte les contraintes pour lesquelles σ_m est différente de zéro et sont issues des courbes de Wöhler. Une bonne approximation des points expérimentaux est la droite de Goodman-Smith [Brand et al., 1992]:

$$\sigma_a = \sigma_D \left[1 - \frac{\sigma_m}{R_m} \right] \tag{4.33}$$

Où R_m représente la limite à la rupture (contrainte maximale provoquant une rupture brutale dès le premier cycle, figure 4.9).

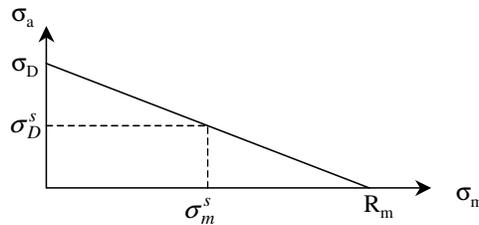


Figure 4.10. Diagramme d'endurance de Goodman-Smith

La fréquence des contraintes cycliques a relativement peu d'influence sur la limite de fatigue. Les phénomènes de corrosion ou une élévation de la température peuvent également diminuer de façon très importante la limite de fatigue d'un matériau. Ainsi, on trouve des courbes d'évolution des caractéristiques matériaux en fonction de la température T (voir figure 4.11.a et Figure 4.11.b).

Par conséquent, l'influence de la contrainte moyenne en intégrant la température sur la contrainte d'amplitude admissible est décrite par la loi de Goodman-Smith modifiée ([Brand, 1999]): $\sigma_a(T, \sigma_m) = \sigma_a(T) \left[1 - \frac{\sigma_m}{R_m} \right]$ avec $\sigma_a(T, \sigma_m)$ est la contrainte d'amplitude admissible pour une température T et une contrainte moyenne non nulle. $\sigma_a(T)$ la contrainte d'amplitude admissible pour une température T donnée et une contrainte moyenne nulle, elle est décrite par les courbes données ci-dessous (voir figure 4.11.a et Figure 4.11.b).

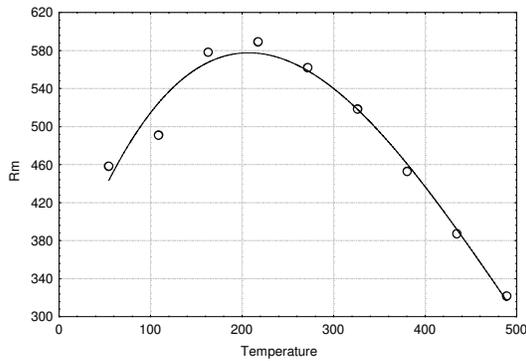


Figure 4.11.a. Exemple de diagramme d'évolution de la limite de rupture selon la température (tiré de [Brand and al., 1992])

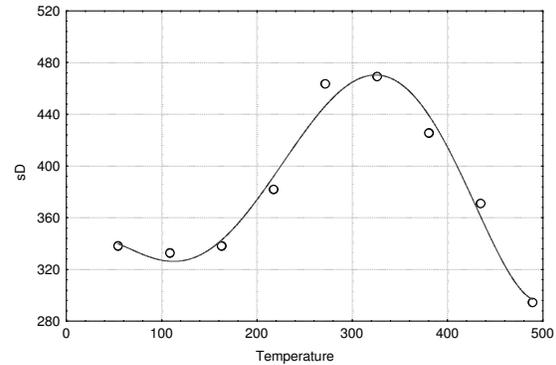


Figure 4.11.b. Exemple de diagramme d'évolution de la limite d'endurance selon la température (tiré de [Brand and al., 1992])

Enfin, d'une façon générale, les impuretés internes ou superficielles, les hétérogénéités locales, les gros grains et les tensions internes abaissent la résistance à la fatigue. Ainsi, dans la problématique des essais accélérés, nous utiliserons ces facteurs influents pour sévérer les conditions d'essai.

4.2.2.3 Cumul du dommage par fatigue

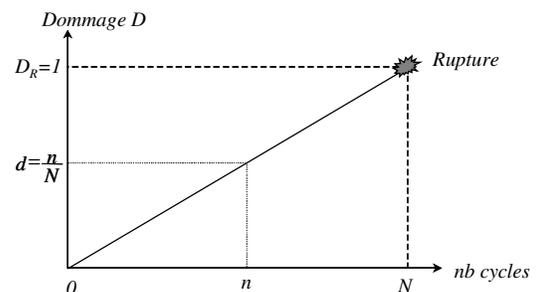
Toute pièce soumise à des contraintes cycliques subit une altération de ses propriétés mécaniques. Selon le niveau de contrainte et le nombre de cycles effectués, cette altération est partielle ou totale pouvant aller jusqu'à la rupture de la pièce ([Lalanne, 1999], [Lemaitre and Chaboche, 1996]).

Ainsi, on définit un critère d'endommagement D (voir figure 4.12) représentant le degré de dommage subi par la pièce variant de 0% (à la mise en service) à 100% (correspondant à l'endommagement critique D_R au moment de la rupture). Il existe de nombreuses lois de cumul d'endommagement mais la plus utilisée est celle de Miner.

La règle de Miner (voir figure 4.12) régit la sommation des dommages partiels qui caractérisent les détériorations du matériau pour chaque cycle de variation de contrainte. On considère que l'endommagement D est égal à :

- 0 lorsque $n=0$
- 1 lorsque $n=N_{Rupture}$
- Et varie linéairement entre les deux états

Figure 4.12. Évolution du dommage jusqu'à rupture suivant la règle de Miner



Cette loi définit le dommage emmagasiné par la pièce à chaque cycle dépendant uniquement du niveau de contrainte σ . Pour n cycles, on appelle dommage partiel d au niveau de contrainte σ :

$$d = \frac{n}{N} \tag{4.34}$$

Où N représente le nombre de cycles à rupture au niveau de contrainte σ (voir figure 4.12).

A ce niveau de contrainte σ , la rupture intervient d'une manière déterministe lorsque $n=N$, soit quand $d=1$ (limite d'endurance). Le nombre N pourrait aussi correspondre au nombre de cycles provoquant 50% de rupture donnée par la courbe de Wöhler.

Les dommages partiels d_i s'additionnent linéairement. Si on applique sur une pièce k contraintes σ_i pendant n_i cycles, le dommage cumulé D s'écrit :

$$D = \sum_{i=1}^k d_i = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} \tag{4.35}$$

La rupture se produit pour $D=1$. La figure 4.13 montre une application du cumul d'endommagement à la fatigue en considérant la courbe de Wöhler.

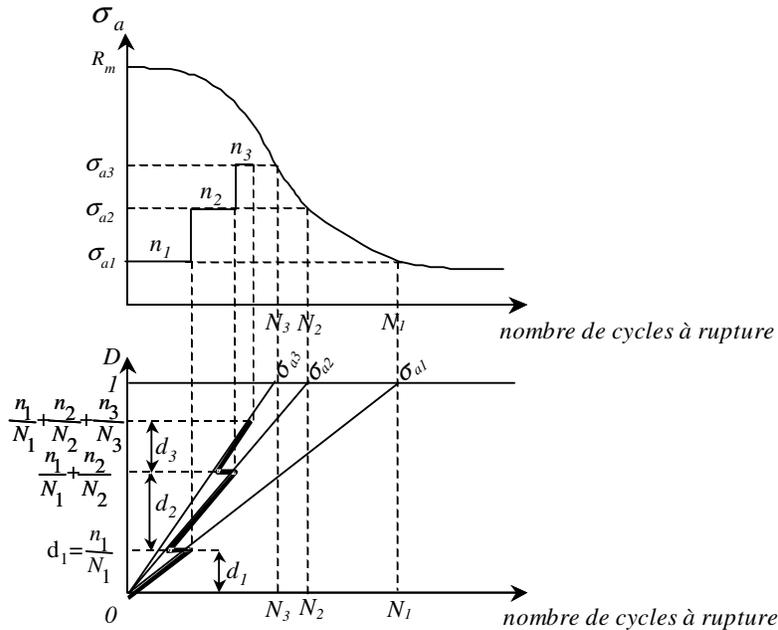


Figure 4.13. Cumul d'endommagement appliqué à la fatigue

Dispersion du dommage à la rupture

Dans le cas de la fatigue, on montre bien que le nombre de cycles à rupture est une variable aléatoire caractérisée par une loi normale (pour les $\log(N)$). Ainsi, le dommage $D = \sum d_i$ à la rupture (voir figure 4.9), dépendant du nombre de cycles à rupture, est une variable aléatoire.

La valeur $D_R = 1$ n'est donc qu'une moyenne. Le dommage obtenue à la rupture D_R peut, en pratique varier dans un domaine assez large. On trouve dans la littérature, que D_R suit une loi normale (dans le cas de son application à la fatigue limitée) de moyenne 0,98 et d'écart type 0,3. L'étude de la dispersion de la somme $\sum d_i$ à la rupture a fait l'objet de multiple travaux ([Ford et al., 1961], [Lalanne, 1999], [Kececioglu et al, 1998], [Liegeron, 1979]).

4.2.3 Construction d'une loi d'accélération

Dans la suite du paragraphe, nous allons appliquer les SVA à la fatigue dans le domaine d'endommagement limité (voir figure 4.13). Pour cela, nous avons besoin de simuler des résultats d'essai de fatigue. Nous proposons donc de développer un modèle simplifié de simulation de données de fatigue. Celui-ci dépendra de trois paramètres d'accélération couramment utilisés: la température, la contrainte d'amplitude σ_a et la contrainte moyenne σ_m .

Le modèle proposé est basé sur celui de Basquin représenté en échelle bi-logarithmique par une droite permettant une construction simplifiée de la courbe de Wöhler à partir de 2 points caractéristiques ([Bompas-Smith, 1973], [Shigley, 1972], [MIL-HDBK-217 F, 1995]).

Pour les aciers	Pour $N=10^3$ on a $0,95R_m$	Pour $N=10^7$ on a σ_D (données à recueillir dans les bases de données)
Pour les aluminiums	Pour $N=10^4$ on a $0,8R_m$	Pour $N=10^8$ on a σ_D (données à recueillir dans les bases de données)

Tableau 4.2. Points caractéristiques de la courbe de Whöler

Ainsi, connaissant deux points de la courbe, on peut déduire les paramètres A et B du modèle de Basquin.

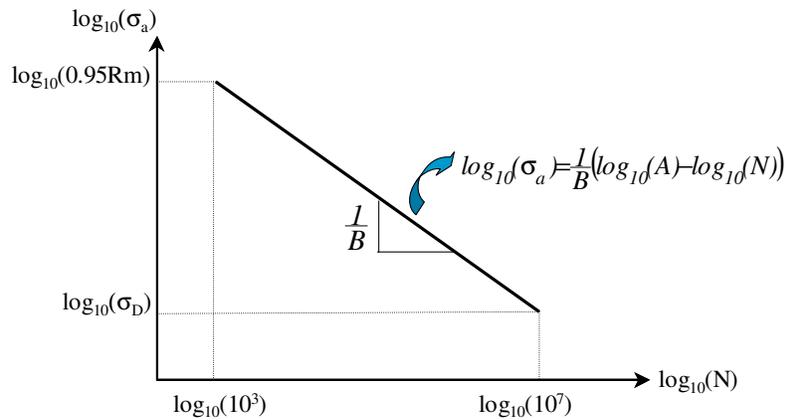


Figure 4.14. Construction simplifiée de la courbe de Wöhler à partir du modèle de Basquin

Ainsi, cette représentation permet, par exemple pour les aciers, de déterminer le nombre **moyen** de cycles d'endurance \bar{N} pour une amplitude de contrainte σ_a choisie :

$$\bar{N} = 1000 \left[\frac{0.95 R_m}{\sigma_a} \right] \left(\frac{4}{\log_{10} \left(\frac{0.95 R_m}{\sigma_D} \right)} \right) \quad (4.36)$$

Considérons maintenant un cycle de contrainte plus complexe de la forme suivante : $\sigma = \sigma_m + \sigma_a \cos \omega t$.

Pour pouvoir intégrer la température dans le modèle il faut que celle-ci soit inférieure au tiers de la température de fusion du métal afin d'éviter les phénomènes de fluage ([Lemaitre and Chaboche, 1996]).

La limite d'endurance varie selon la température mais également en fonction du profil de mission et plus précisément avec la contrainte moyenne. L'influence de la contrainte moyenne σ_m , en intégrant la température T, sur la contrainte d'amplitude admissible σ_a est décrite par la loi de Goodman-Smith modifiée. Ainsi, pour sévérer les essais nous augmentons la contrainte moyenne σ_m , la contrainte d'amplitude σ_a et la fréquence (voir figure 4.15).

Cette élévation a pour effet de diminuer la limite d'endurance σ_D . Il est indispensable que les ruptures dans les conditions sévérées soient obtenues pour des nombres de cycles supérieurs à 10^3 cycles (pour des raisons de validité de modèle).

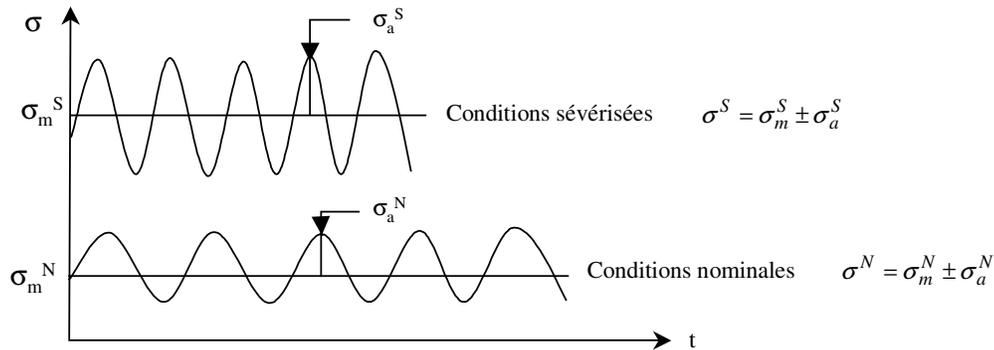


Figure 4.15. Sévérification du cycle de contrainte

Ainsi, nous obtenons le modèle d'accélération suivant donnant le nombre **moyen** de cycles d'endurance en fonction des caractéristiques matériaux, permettant d'appliquer les modèles SVA à la fatigue :

$$\bar{N}(\sigma_a, \sigma_m, T) = 1000 \left(\frac{0.95 Rm(T) - \sigma_m}{\sigma_a} \right)^{\left(\frac{4}{\log_{10} \left(\frac{0.95 Rm(T)}{\sigma_D(T)} \right)} \right)} \quad (4.37)$$

Avec :

- $Rm(T) = 5.6918 \cdot 10^{-6} * T^3 - 8.4214 \cdot 10^{-3} * T^2 + 2.7563 * T + 3.1736 \cdot 10^2$ (relation tirée des diagrammes de la figure 4.11)
- $\sigma_D(T) = -3.7827 \cdot 10^{-12} * T^6 + 6.5324 \cdot 10^{-9} * T^5 - 4.3603 \cdot 10^{-6} * T^4 + 1.3970 \cdot 10^{-3} * T^3 - 2.1832 \cdot 10^{-1} * T^2 + 15.513 * T - 49.697$ (relation sont tirée des diagrammes de la figure 4.11)

L'aspect statistique de la courbe de Wöhler sera défini en considérant un écart-type constant de la loi normale des $\log(N)$ dans le domaine de fatigue limitée. Lalanne [Lalanne, 1999] propose de considérer la valeur 0.2 pour les aciers.

4.2.4 Étude des modèles SVA en mécanique

En considérant l'application des SVA à la fatigue, la fonction de fiabilité $R_{s0}(n)$ du nombre aléatoire de cycles à la rupture N , avec n représentant un nombre de cycles quelconque, appartient à la famille de lois loi log-normales de paramètres positifs v et η :

$$R_{s0}(n) = 1 - \Phi \left(\log \left(\left(\frac{n}{\eta} \right)^v \right) \right) \quad (4.38)$$

Avec Φ la fonction de répartition de la loi normale standard ,

v et η les paramètres de la loi.

Alors, pour un stress constant s , la loi de fiabilité, définie par la relation (4.32), s'écrit compte tenu de (4.38) :

$$R_s(n) = 1 - \Phi \left(\log \left(\left(\frac{r(s).n}{\eta} \right)^v \right) \right) = 1 - \Phi \left(\log \left(\left(\frac{e^{\beta^T z}.n}{\eta} \right)^v \right) \right)$$

$$\text{Soit} \quad R_s(n) = 1 - \Phi \left(\frac{\log(n) - \gamma^T z}{\sigma} \right) \quad (4.39)$$

où $\gamma^T = (\gamma_0, \dots, \gamma_m)$, $\gamma_0 = \log(\eta) - \beta_0$, $\gamma_i = -\beta_i$ et $\sigma = 1/v$

Nous retrouvons la fonction de survie d'une distribution log-normale (de paramètres $\gamma^T z$ et σ) des N sous le stress s.

Si le stress considéré est la *contrainte d'amplitude*, alors le modèle SVA est vérifié s'il existe une fonction r telle que :

$$\frac{d}{dt} f_{\sigma_a}(n) = r [\sigma_a(n)] \quad (4.40)$$

cela signifie que la vitesse d'utilisation de la ressource à l'instant n ne dépend que de la valeur de la contrainte appliquée à cette instant n.

Dans le cas de la fatigue, la fonction r peut être déduite de l'endommagement.

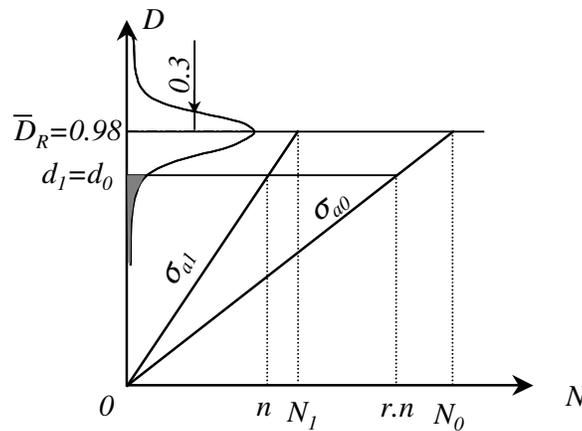


Figure 4.16. Fonction de transfert dans le cas de la fatigue

Ainsi, considérons un test de 2 pièces à des niveaux de contraintes d'amplitude différents σ_{a0} et σ_{a1} de telle manière qu'à l'issue de celui-ci elles soient endommagées identiquement (respectivement d_0 et d_1 , voir figure 4.16). Pour respecter l'équivalence d'endommagement partiel ($d_1 = d_0$), la fonction r doit vérifier :

$$\frac{n}{N_1} = \frac{r.n}{N_0} \quad (4.41)$$

avec : N_0 et N_1 les nombres moyen de cycles à rupture aux niveaux de contrainte σ_{a0} et σ_{a1} .

d'où

$$r = \frac{N_0}{N_1} \quad (4.42)$$

Nous pouvons dire que r représente le facteur d'accélération permettant de passer des conditions accélérées aux conditions nominales.

Si on considère le modèle de Basquin pour caractériser la courbe de Wöhler, l'endommagement partiel $d(\sigma_a)$ s'écrit :

$$d(\sigma_a) = \frac{n}{N} = \frac{n}{A(\sigma_a)^{-k}} \quad (4.43)$$

D'où la vitesse d'endommagement définie par :

$$\dot{d}(\sigma_a) = \frac{d}{dn} d(\sigma_a) = \frac{1}{A}(\sigma_a)^k \quad (4.44)$$

$\dot{d}(\sigma_a)$ étant la dérivée de $d(\sigma_a)$ par rapport à n .

Ainsi, la relation (4.42) s'écrit :

$$r(\sigma_{a1}) = \left(\frac{\sigma_{a1}}{\sigma_{a0}} \right)^k = \frac{\dot{d}(\sigma_{a1})}{\dot{d}(\sigma_{a0})} \quad (4.45)$$

Pour faire l'analogie avec ce qu'exprime Nikulin à propos de r , nous pouvons dire que ce terme correspond au taux d'accroissement de la vitesse d'endommagement sous conditions accélérées par rapport aux conditions nominales.

Ainsi, la fonction de survie $R_{\sigma_{a1}}(n)$, définie par la relation (4.39), s'écrit :

$$R_{\sigma_{a1}}(n) = 1 - \phi \left(\log \left(\left(\frac{r(\sigma_{a1}) \cdot n}{N_0} \right)^v \right) \right) = 1 - \phi \left(\log \left(\left(\frac{n}{N_1} \right)^v \right) \right) \quad (4.46)$$

Avec N_0 et N_1 représentent les nombres de cycles moyens à rupture sous les contraintes σ_{a0} et σ_{a1} .

Dans les paragraphes suivants, nous appliquerons le modèle SVA selon deux plans d'expériences avec des méthodes d'estimation paramétriques, semi-paramétriques et non-paramétriques développées par Bagdonavicius et Nikulin ([Bagdonavicius and Nikulin, 1995a], [Bagdonavicius and Nikulin, 1997], etc.).

4.3 Plan d'essai accéléré par régression

4.3.1 Définition du plan d'essai

Ce plan consiste à déterminer les paramètres de la fonction r à partir des résultats d'essais effectués uniquement dans des conditions sévères et de déduire par régression la fonction de survie en conditions nominales (figure 4.17).

Ainsi, on réalise des essais dans les conditions sévères s_1, s_2, \dots, s_n et on détermine les paramètres β du modèle (4.32) permettant d'estimer la fiabilité $R_{s_0}(n)$ sous les conditions normales d'utilisation des nombres de cycles à la rupture.

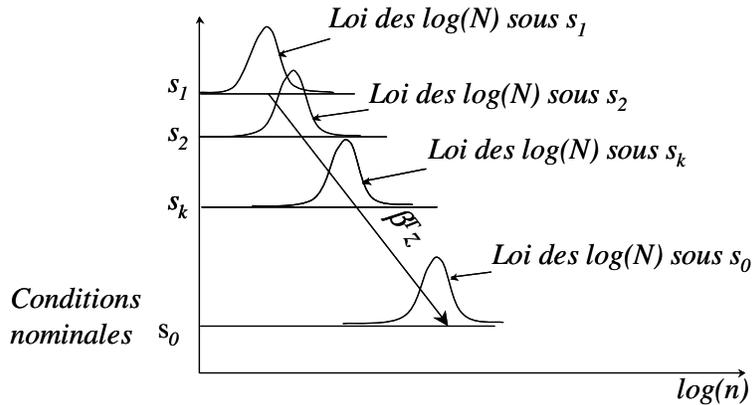


Figure 4.17. Définition du plan d'essai par régression

4.3.2 Applications des modèles SVA

Lorsqu'on utilise ce plan d'expériences, il est impossible d'estimer R_{s_0} si la fonction r est complètement inconnue, même si l'on connaît la famille de distributions à laquelle elle appartient. Donc la fonction r doit être choisie dans une certaine classe de fonction, un choix possible est celui donné par l'équation (4.30) et que l'on peut écrire : $r(s) = e^{\beta^T z(s)}$

Par conséquent et pour illustrer ce premier plan d'essai, nous allons considérer deux types d'estimation de la fiabilité dans le modèle (4.32):

- Paramétrique
- Semi-paramétrique

A titre comparatif, nous considérons également l'application du modèle semi-paramétrique de Cox ou à hasards proportionnels.

4.3.2.1 Application du modèle SVA paramétrique

L'estimation paramétrique d'un modèle SVA consiste à prendre une loi statistique particulière pour estimer la fiabilité ([Bagdonavicius and Nikulin, 1995a], [Bagdonavicius and Nikulin, 1997], [Bagdonavicius and Nikulin, 2001], [Caruso and Dasgupta, 1998], [Bagdonavicius et al., 2000], [Vassiliou and Mettas, 2001], [Hoang, 2003]). Dans le cas de la

fatigue, la loi la plus appropriée pour caractériser la fiabilité est la loi normale, lorsque l'on considère la distribution des $\log(N)$.

$$R_{s_0}(u) = 1 - \Phi\left(\frac{u - \mu}{\sigma}\right) \quad (4.47)$$

Où $u = \log(n)$

Φ représente la fonction de répartition de la loi normale standard

μ la moyenne des $\log(N)$

σ l'écart type des $\log(N)$

Considérons un essai dans lequel on fixe la durée maximale d'expérience $\log(l_i)$ (exprimé en nombre de cycle pour la fatigue) du $i^{\text{ème}}$ échantillon (de taille n_i) sous stress sévéré s_i pour lequel m_i défaillances sont observées (avec $i=1, \dots, k$ et $z^{(i)} = z_{i0}, \dots, z_{im}$).

Donc le modèle (4.32) devient :

$$R_s(u) = 1 - \Phi\left(\frac{u - \gamma^T z}{\sigma}\right) \quad (4.48)$$

Avec $u = \log(n)$, $\gamma = (\gamma_0, \dots, \gamma_m)$, $\gamma_0 = \log(\mu) - \beta_0$

La vraisemblance de l'échantillon est définie par :

$$L(\gamma, \sigma) = \prod_{i=1}^k \left[\prod_{j=1}^{m_i} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{u_{ij} - \gamma^T z^{(i)}}{\sigma} \right)^2} \right] \times \left(1 - \Phi\left(\frac{u_i - \gamma^T z^{(i)}}{\sigma}\right) \right)^{n_i - m_i} \quad (4.49)$$

Avec :

$U_{ij} = \log(N_{ij})$ les logarithmes des nombres de cycles à rupture de la $j^{\text{ème}}$ unité sous le stress s_i

$U_i = N_i$ le logarithme du nombre de cycles de la censure sous le stress s_i

Par le maximum de vraisemblance, nous obtenons des estimateurs de $\hat{\gamma}$ et $\hat{\sigma}$ permettant d'estimer la fonction de survie dans les conditions nominales :

$$\hat{R}_{s_0}(u) = 1 - \Phi\left(\frac{u - \hat{\gamma}^T z^{(0)}}{\hat{\sigma}}\right) \quad (4.50)$$

avec $z^{(0)}$ représente le vecteur de stress dans les conditions nominales.

4.3.2.2 Application du modèle SVA semi-paramétrique

La méthode semi-paramétrique (voir [Bagdonavicius and Nikulin, 1995b], [Bagdonavicius and Nikulin, 2000], [Basu and Ebrahimi, 1982], [Devarajan and Ebrahimi, 1998]) consiste à ne faire aucune hypothèse sur la loi statistique de fiabilité et à supposer que la fonction $r(\cdot)$ appartienne à une classe de fonction exponentielle de la forme : $r(z) = e^{\beta^T z}$. Pour cela, on estime fonction de survie par l'estimateur de Kaplan-Meier.

Considérons plusieurs niveaux de stress, la fonction de survie sous le stress s_i est :

$$R_{s_i}(u) = R_{s_0}(e^{\beta^T z} \cdot u)$$

Notons $K_i(\eta)$ le nombre de défaillances observées du $i^{\text{ème}}$ échantillon de taille n_i dans l'intervalle $[0, \eta]$, et $S_i(\eta)$ le nombre de survivants avant le nombre de cycles η . $N_{i1} \leq \dots \leq N_{imi}$ représentent les nombres de cycles à rupture du $i^{\text{ème}}$ échantillon sous stress s_i (avec $m_i = K_i(u_i)$).

Supposons que β soit connu, les variables aléatoires : $e^{\beta^T z_i \log(N_{ij})}$ ($i=1, \dots, k ; j = 1, \dots, m_i$) peuvent être considérées comme des pseudo-ruptures observées dans un essai où $n = \sum_{i=1}^k n_i$ pièces avec la fonction de survie R_{s_0} ont été testées et $n_i - m_i$ parmi elles ont été censurées au moments $e^{\beta^T z_i \log(l_i)}$. Soit le nombre total de défaillances observées dans l'intervalle $[0, \eta]$:

$$K(\eta, \beta) = \sum_{i=1}^k K_i(e^{-\beta^T z_i \eta}) \quad (4.51)$$

et le nombre total de survivants avant l'instant η :

$$S(\eta, \beta) = \sum_{i=1}^k S_i(e^{-\beta^T z_i \eta}) \quad (4.52)$$

La fonction de fiabilité de base peut être estimée par l'estimateur de Kaplan-Meier :

pour tous $x \leq \max_i (e^{\beta^T z_i \log(l_i)})$

$$\hat{R}_{s_0}(x) = \prod_{\eta \leq x} \left(1 - \frac{\Delta K(\eta, \beta)}{S(\eta, \beta)} \right) = \prod_{\eta \leq x} \left(1 - \frac{\sum_{j=1}^k \Delta K_j(e^{-\beta^T z_j \eta})}{\sum_{j=1}^k \Delta S_j(e^{-\beta^T z_j \eta})} \right) \quad (4.53)$$

Où $\Delta K(\eta, \beta) = K(\eta, \beta) - K(\eta-, \beta)$ et $\Delta K_j(\eta, \beta) = K_j(\eta) - K_j(\eta-)$

La fonction de vraisemblance de l'échantillon est définie par :

$$L(\beta) = \prod_{i=1}^k \prod_{j=1}^{m_i} \left[\hat{R}_{s_0}(e^{\beta^T z_i \log(n_{ij}-)}) - \hat{R}_{s_0}(e^{\beta^T z_i \log(n_{ij})}) \right] \times \left(\hat{R}_{s_0}(e^{\beta^T z_i u_i}) \right)^{n_i - m_i} \quad (4.54)$$

Où $\hat{R}_{s_0}(w-) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \hat{R}_{s_0}(w - \varepsilon)$ (la fonction \hat{R}_{s_0} admet une valeur limite à gauche)

u_i : valeur observée de $\log(N_i)$

u_{ij} : valeur observée de $\log(N_{ij})$

Par le maximum de vraisemblance, nous obtenons une estimation de $\hat{\beta}$ permettant d'estimer la fonction de survie dans les conditions nominales (pour plus de détails voir [Bagdonavicius and Nikulin, 1995b], [Bagdonavicius and Nikulin, 1997]).

4.3.2.3 Application du modèle semi-paramétrique à hasards proportionnelles (modèle de Cox)

Le modèle de Cox est un sous modèle du modèle SVA généralisé où la ressource utilisée est le taux de défaillance. On suppose que le taux de défaillance à un certain niveau de stress accéléré est donné en fonction du taux de défaillance de base ([Bagdonavicius and Nikulin, 1995b], [Bagdonavicius and Nikulin, 1997], [Hoang, 2003], [Shyur et al., 1999]...):

$$\lambda(u, z) = \lambda_0(u) e^{\beta^T z} \quad (4.55)$$

Avec $u =$ valeur observée de $\log(N)$ et $\lambda_0(\cdot)$ est le taux de défaillances dans les conditions normales (taux de défaillance de base inconnu). β est le vecteur des coefficients inconnus de la régression.

Ainsi, la fiabilité dans les conditions normales est définie par :

$$R_{s_0}(u) = e^{-\int_0^u \lambda(x,z) e^{-\beta^T z} dx} \quad (4.56)$$

L'estimation du vecteur β peut se faire indépendamment de celle de $\lambda_0(\cdot)$. supposons qu'on a un échantillon aléatoire de taille n , les n pièces sont testées sous différents niveaux de stress. Soit N_1, N_2, \dots, N_k les instants de défaillance. On considère la vraisemblance partielle suivante :

$$L(\beta) = \prod_{i=1}^k \frac{e^{\beta^T z^{(i)}}}{\sum_{j \in S(u_i)} e^{\beta^T z^{(j)}}} \quad (4.57)$$

Où $S(u_i)$, représente le nombre d'unités survivantes ou non censurées au moment u_i (valeur observée de $\log(N_i)$) et $z^{(i)}$ est le vecteur des covariables (stress) au niveaux i .

Cox traite Par le maximum de vraisemblance, nous obtenons un estimateur $\hat{\beta}$.

Pour estimer le taux de défaillance de base $\lambda_0(\cdot)$, nous donnerons une estimation de la fonction de survie dans les conditions sévèrisées à l'aide de l'estimateur de Kaplan-Meier. En effet, l'estimateur de Kaplan-Meier est l'estimateur le plus direct de la fonction de survie, il est cohérent, de plus il maximise la vraisemblance.

Notons $K_i(\eta)$ le nombre de défaillances observées du $i^{\text{ème}}$ échantillon dans l'intervalle $[0, \eta]$, et $S_i(\eta)$ le nombre de survivants avant le nombre de cycles η (en logarithme):

$$\text{Pour } i=1, k \quad K_i = \text{card} \{i / \log(N_i \leq \eta)\} \quad \text{et} \quad S_i = \text{card} \{i / \log(N_i \geq \eta)\}$$

N_{i1}, \dots, N_{imi} représentent les nombres de cycles à rupture du $i^{\text{ème}}$ échantillon sous stress s_i . (avec $m_i = K_i(u_i)$).

La fonction de fiabilité peut être estimée par l'estimateur de Kaplan-Meier :

$$\hat{R}_{s_i}(x) = \prod_{\eta \leq x} \left(1 - \frac{\Delta K_i(\eta)}{s_i(\eta)} \right) \quad (4.58)$$

$$\text{Où } \Delta K_i = K_i(\eta) - K_i(\eta^-)$$

Connaissant $\hat{R}_{s_i}(\eta)$ il est possible d'estimer les taux de défaillance à chaque niveau de stress s_i par :

$$\hat{\lambda}_i(\eta) = \left(- \frac{\frac{d\hat{R}_{s_i}(\eta)}{d\eta}}{\hat{R}_{s_i}(\eta)} \right) \text{ pour } \eta \in \{u_{i1}, \dots, u_{in_i}\} \quad (4.59)$$

qui peut être approximée par :

$$\hat{\lambda}_i(\eta) = \frac{\hat{R}_{s_i}(\eta) - \hat{R}_{s_i}(\eta - \Delta\eta)}{\hat{R}_{s_i}(\eta) \Delta\eta} \text{ pour } \eta \in \{u_{i1}, \dots, u_{in_i}\} \quad (4.60)$$

Où $\hat{R}_{s_i}(\eta)$ et $\hat{R}_{s_i}(\eta - \Delta\eta)$ représentent 2 valeurs successives décalées de $\Delta\eta$.

Finalement, nous pouvons obtenir une estimation du taux de défaillance de base $\lambda_0(\eta)$ pour chaque niveau de stress:

$$\hat{\lambda}_0(\eta) = \hat{\lambda}_i(\eta) e^{-\hat{\beta}^T z^{(i)}} \text{ pour } \eta \in \{u_{i1}, \dots, u_{in_i}\} \quad (4.61)$$

Une estimation de la fonction de survie sous les conditions nominales est donnée par :

$$\hat{R}_{s_0}(x) = e^{-\sum_{(i,j):(1,1)}^{u_{ij} \leq x} \hat{\lambda}_0(u_{ij}) \Delta u_{ij}} \quad (4.62)$$

4.3.3 Exemples par simulation d'un essai de fatigue

4.3.3.1 Exemple d'application d'un modèle paramétrique

Pour illustrer le modèle paramétrique, nous allons considérer l'exemple d'une sévérisation par la température T et la contrainte d'amplitude σ_a . Les paramètres de simulation sont donnés dans le Tableau 4.3.

	température °C	Contrainte d'amplitude σ_a en MPa	Limite à la rupture R_m en Mpa (valeur issue de la figure 4.11.a)	Limite d'endurance σ_b en Mpa (valeur issue de la figure 4.11.b)	Moyenne \bar{N} tirée de l'équation (4.37)	$\mu = \log(\bar{N})$	Ecart-type σ proposé par Lalanne [Lalanne, 1999]
conditions normales s_0	50	330	435	330	$9,4 \cdot 10^6$	6,97	0,2
Essai 1	100	400	514	341	$1,68 \cdot 10^5$	5,23	0,2
Essai 2	100	450	514	341	$8,26 \cdot 10^3$	3,92	0,2
Essai 3	200	400	577	368	$1,45 \cdot 10^6$	6,16	0,2
Essai 4	200	450	577	368	$9,59 \cdot 10^4$	4,98	0,2

Tableau 4.3. Paramètres de simulation

CHAPITRE 4. Estimation des lois de fiabilité par les essais accélérés

A partir de ces paramètres, nous simulons des valeurs de $\log(N_{ij})$ dans le domaine de fatigue limitée, avec les distributions normales suivantes :

- Essai 1 : $\log(N_{1j})$ selon $N(5.23; 0.2)$
- Essai 2 : $\log(N_{2j})$ selon $N(3.92; 0.2)$
- Essai 3 : $\log(N_{3j})$ selon $N(6.16; 0.2)$
- Essai 4 : $\log(N_{4j})$ selon $N(4.98; 0.2)$

Les résultats de simulation sont donnés dans le tableau 4.4

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Essai 1	4,863	5,056	5,066	5,071	5,083	5,156	5,171	5,184	5,192	5,195	5,237	5,240	5,335	5,361	5,373	5,379	5,451	5,520	5,636	5,803
Essai 2	3,718	3,729	3,788	3,805	3,834	3,881	3,939	3,948	3,955	3,996	3,999	4,002	4,016	4,069	4,075	4,103	4,124	4,163	4,225	4,304
Essai 3	5,595	5,733	5,786	5,883	5,942	6,001	6,032	6,067	6,095	6,101	6,138	6,148	6,166	6,194	6,268	6,330	6,386	6,402	6,432	6,643
Essai 4	4,545	4,606	4,631	4,743	4,878	4,882	4,887	4,910	4,934	4,955	5,022	5,027	5,071	5,075	5,081	5,164	5,183	5,295	5,374	5,500

Tableau 4.4. Résultats de simulation d'essais de fatigue

Des 4 séries d'essais simulés, nous pouvons tracer les droites d'Henry (figure 4.18). l'hypothèse σ constant pour les différents niveaux de stress est acceptée.

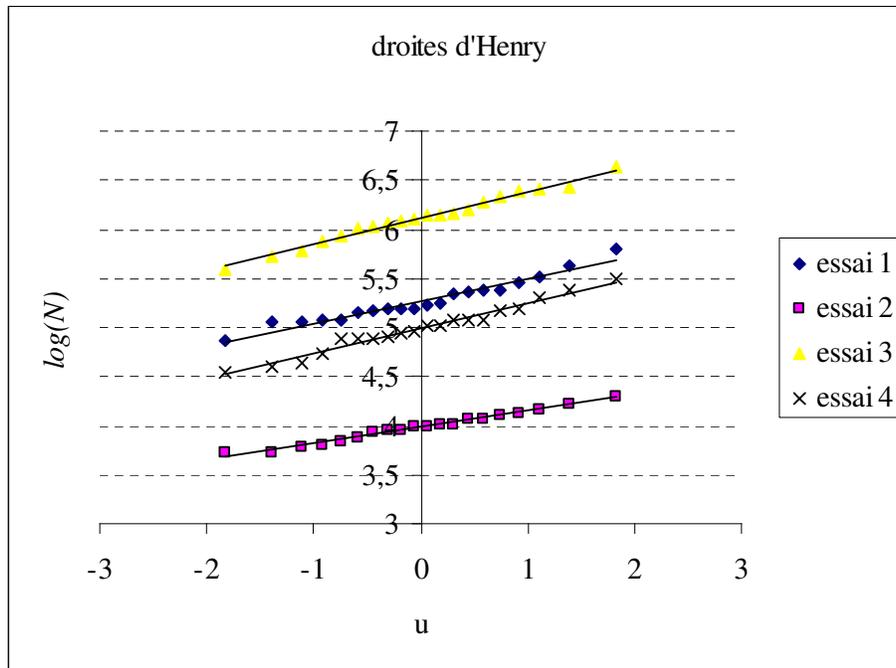


Figure 4.18. Droites d'Henry des 4 séries d'essai

Nous choisissons un modèle d'Eyring pour caractériser le terme $\gamma^T z$ de l'équation (4.48) dépendant de deux stress la température T et la contrainte d'amplitude σ_a :

$$\gamma^T z = \gamma_0 - \log(T) + \gamma_1 \frac{1}{T} + \gamma_2 \sigma_a + \gamma_3 \frac{\sigma_a}{T}$$

En considérant une loi normale pour caractériser la fonction de fiabilité, nous obtenons par le maximum de vraisemblance les résultats suivants pour le vecteur β et l'écart type σ :

$$\begin{aligned} \hat{\gamma}_0 & 8.17 \\ \hat{\gamma}_1 & 5513.53 \\ \hat{\gamma}_2 & 0.02 \\ \hat{\gamma}_3 & -17.76 \\ \hat{\sigma} & 0.22 \end{aligned}$$

D'où la moyenne estimée en conditions nominales :

$$\hat{\mu}^{(0)} = \hat{\gamma}^T z^{(0)} = 8.17 - \log(273+50) + 5513.53 \frac{1}{273+50} + 0.02 \times 330 - 17.76 \frac{330}{273+50} = 7.36$$

Ainsi, nous pouvons estimer la fonction de survie dans les conditions nominales (figure 4.19) :

$$\hat{R}_{s_0}(u) = 1 - \Phi\left(\frac{u - 7.36}{0.22}\right)$$

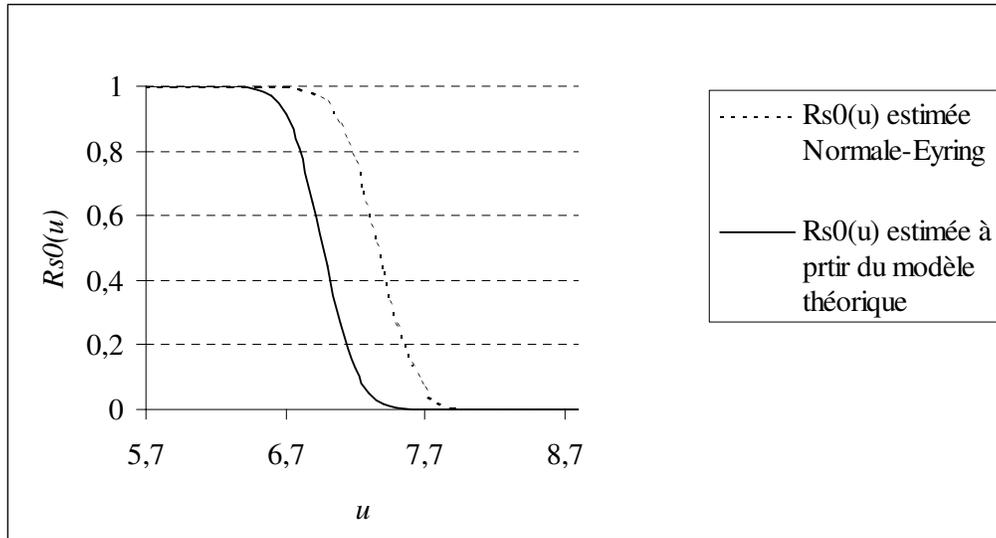


Figure 4.19. Fonction de fiabilité estimée par le modèle paramétrique

On constate que le modèle d'Eyring nous donne des résultats au delà de la zone de fatigue limitée, la moyenne estimée des nombres de cycles à la rupture est égale à $10^{7.36}$. Les résultats obtenus montre que l'estimation paramétrique est mauvaise, cela résulte de la mauvaise hypothèse sur le modèle d'accélération utilisé.

4.3.3.2 Exemple d'application d'un modèle semi-paramétrique.

Pour illustrer le modèle semi-paramétrique, nous considérons seulement la contrainte d'amplitude comme paramètres d'accélération. Les paramètres de simulation sont les suivants :

	température °C	Contrainte d'amplitude σ_a en MPa	Limite à la rupture R_m en Mpa (valeur issue de la figure 4.11.a)	Limite d'endurance σ_b en Mpa (valeur issue de la figure 4.11.b)	Moyenne \bar{N} tirée de l'équation (4.37)	$\mu = \log(\bar{N})$	Ecart-type σ proposé par Lalanne [Lalanne,1999]
Conditions nominales	50	330	435	330	$9,4110^6$	6,97	0,2
Essai 1	50	335	435	330	$5,10 10^6$	6,71	0,2
Essai 2	50	340	435	330	$2,79 10^6$	6,45	0,2

Tableau 4.5. Paramètres de simulation

A partir de ces paramètres, nous simulons des résultats d'essai de fatigue. Nous simulons des valeurs de $\log(N_{ij})$ avec les distributions normales suivantes :

- Essai 1 : $\log(N_{1j})$ selon $N(6.71; 0.2)$
- Essai 2 : $\log(N_{2j})$ selon $N(6.45; 0.2)$

Les résultats de simulation sont donnés dans le tableau 4.6.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Essai1	6,809	6,239	6,799	6,612	6,429	6,774	6,650	6,426	6,879	7,094	6,327	7,010	6,711	7,047	6,960	7,016	6,461	6,891	7,119	6,936
Essai2	6,386	6,076	6,584	6,163	6,274	6,418	6,472	6,402	6,489	6,327	6,568	6,457	6,343	6,428	6,379	6,651	6,612	6,496	6,584	5,954

Tableau 4.6. Résultats de simulation

Nous estimons la fonction de survie dans les conditions nominales par l'estimateur de Kaplan-Meier (eq (4.53)) et nous déduisons par le maximum de vraisemblance (eq (4.54)) le vecteur $\hat{\beta}$:

$$\hat{\beta}_0 = -17,3 \quad \hat{\beta}_1 = 2,95$$

Finalement, nous obtenons une estimation de la fonction de survie dans les conditions nominales (voir figure 4.20).

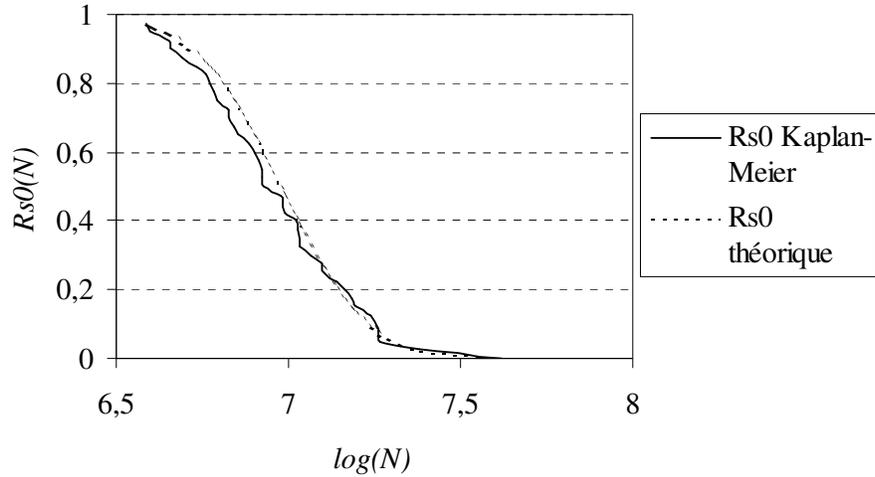


Figure 4.20. Estimation de la fonction de survie par le modèle semi-paramétrique

En comparaison avec le modèle paramétrique, nous constatons que l'estimation semi-paramétrique est meilleure. Elle donne de bons résultats.

4.3.3.3 Exemple d'application du modèle de Cox

Nous considérons les mêmes données de simulation que dans l'exemple précédent (Tableau 4.6). Pour le modèle de Cox, nous considérons également un modèle puissance inverse pour caractériser le taux de défaillance (eq (4.51)):

$$r(\sigma_a) = e^{\beta_0 + \beta_1 \log(\sigma_a)}$$

Par le maximum de vraisemblance partielle (eq (4.57)) nous estimons le vecteur β :

$$\hat{\beta}_0 = 6,9$$

$$\hat{\beta}_1 = -0,91$$

Par l'estimateur de Kaplan-Meier nous estimons les fonctions de fiabilité sous les 2 niveaux de contraintes d'amplitude (eq (4.58)). Cela nous permet d'estimer les taux de défaillance sous les 2 niveaux de stress (eq (4.60)) et de calculer une estimation du taux de défaillance de base par l'équation (4.61). Ensuite, nous estimons la fonction de fiabilité dans les conditions nominales (eq (4.62) et voir figure 4.21).

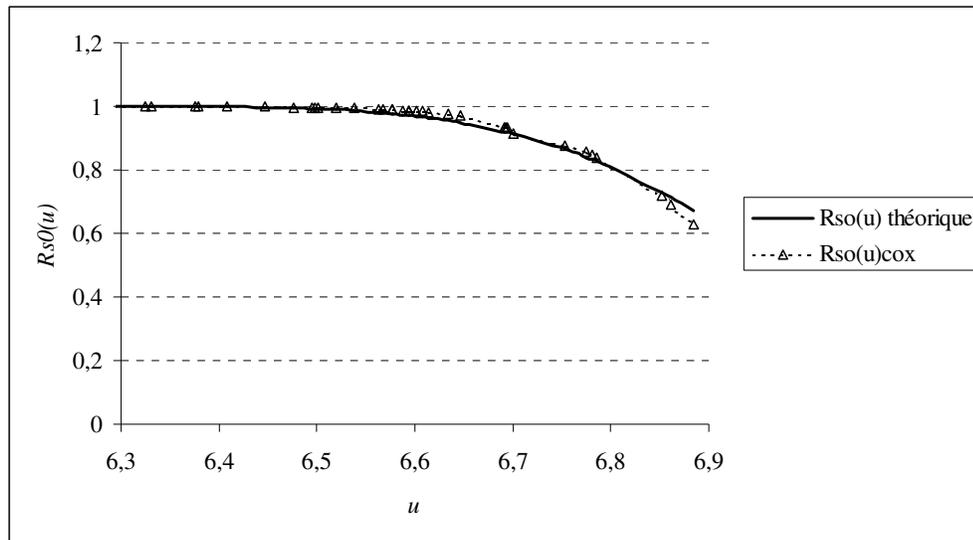


Figure 4.21. Fonction de fiabilité estimée par le modèle de Cox

Nous trouvons une bonne adéquation du modèle semi-paramétrique (modèle de Cox) par rapport à la distribution théorique (ayant servi à générer les valeurs aléatoires $\log(N_{ij})$). Par contre la fonction de fiabilité est connue que partiellement et le modèle utilisé ne permet pas d'extrapoler. Il existe un modèle généralisé ([Bagdonavicius and Nikulin, 1995b], [Hoang, 2003], [Shyur et al., 1999]...) permettant l'extrapolation :

$$\lambda(t,z) = \lambda_0 (te^{\beta^T z}) e^{\beta^T z}$$

4.3.3.4 Analyse des résultats du premier plan d'essai

Nous constatons une bonne adéquation des modèles paramétriques, semi-paramétriques et non paramétriques avec le modèle théorique dans la phase de fatigue limitée. Toutefois, ce type de plan d'essai par régression nécessite une bonne connaissance de la fonction $r(\cdot)$ ce qui n'est pas toujours évident surtout dans les cas où de nombreuses variables sont utilisées pour sévérer les essais. Par conséquent, cela impose de réaliser des essais avec différentes combinaisons de niveaux de stress afin d'estimer les paramètres de $r(\cdot)$. De plus, les niveaux de stress retenus pour réaliser les essais sont relativement élevés par rapport aux conditions nominales et les différentes estimations sont entachées d'incertitude. Cela provoque par régression une plus grande incertitude sur l'estimation de la fonction de survie dans les conditions nominales (voir figure 4.22).

Comme dans tous les modèles de régression, la prédiction de la variable dépendante pour la valeur de s_0 peut être mauvaise car cette valeur n'appartient pas à la région des stress utilisés pendant les expériences.

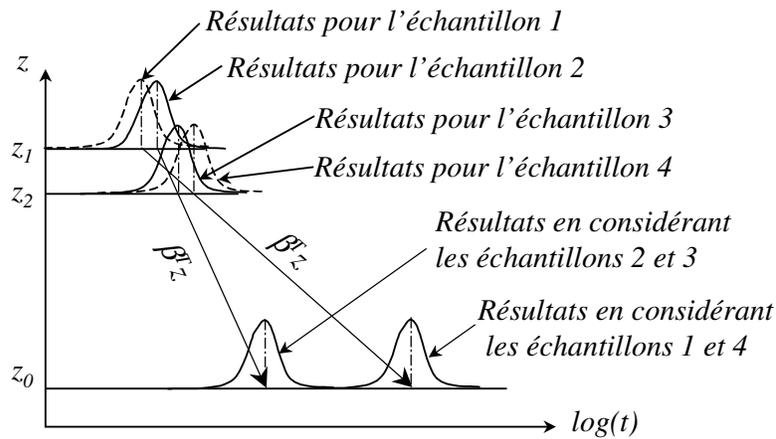


Figure 4.22. Exemple de propagation d'incertitude

Nous proposons d'utiliser le deuxième plan d'expériences dans le cas où la fonction r est complètement inconnue. Il s'agit du plan d'essai avec endommagement préalable. En considère deux types d'estimations : paramétrique et non-paramétrique.

4.4 Plan d'essai accéléré avec endommagement préalable

4.4.1 Définition du plan d'essai

Dans les paragraphes précédents, nous avons montré les difficultés de mener un essai accéléré par régression à l'aide des modèles classiques. Nous présentons [Bagdonavicius et al., 2000] une alternative en partant du principe que pour les systèmes hautement fiables la plupart des défaillances se produiront après l'application d'un certain nombre de cycles n_2 importants. Nous procédons par un essai avec 2 groupes de composants. Le premier groupe sera testé sous un stress sévéré s_1 et le deuxième sous un stress échelonné : sous le stress s_1 jusqu'à un certain nombre de cycles $N_1 < N_2$ et ensuite sous le stress nominal s_0 . Les pièces soumises au stress s_1 emmagasineront beaucoup d'endommagement jusqu'au nombre de cycles N_1 permettant d'obtenir des défaillances dans l'intervalle $[N_1, N_2]$.

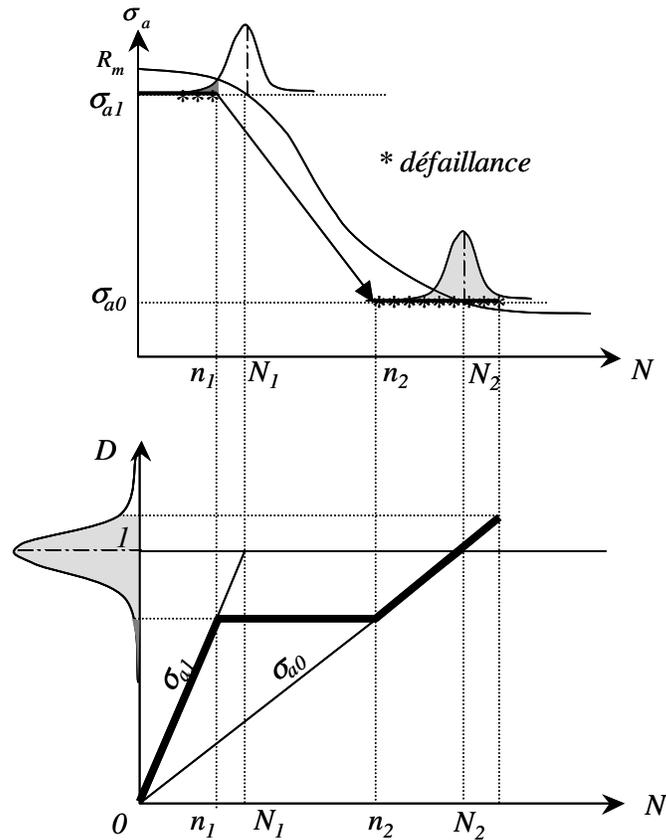


Figure 4.23. Définition du plan d'essai avec endommagement préalable

Dans ce plan d'essai, nous remarquons que le critère de Miner est bien impliqué (voir figure 4.23). En plus, il n'est pas nécessaire de paramétrer la fonction $r(\cdot)$.

Si le premier échantillon est testé sous le stress $s_1 = \sigma_{a_1}$ et le deuxième sous le stress :

$$s_2(n) = \begin{cases} s_1 = \sigma_{a_1} & \text{si } 0 \leq n \leq N_1 \\ s_0 = \sigma_{a_0} & \text{si } N_1 < n \leq N_2 \end{cases}$$

Alors le modèle (4.21) implique que pour le premier échantillon:

$$R_{s_1}(n) = R_{s_0}(r.n) \quad (4.63)$$

et pour le deuxième échantillon:

$$R_{s_2}(n) = \begin{cases} R_{s_0}(r.n) & 0 \leq n \leq N_1 \\ R_{s_0}(rN_1 + n - N_1) & N_1 < n \leq N_2 \end{cases} \quad (4.64)$$

La figure suivante illustre la méthode (f_{s_0}, f_{s_1} et f_{s_2} étant respectivement les densités sous les stress s_0, s_1 et s_2 avec $f_{s_1} = -R_{s_1}'$, $f_{s_2} = -R_{s_2}'$ et $f_{s_0} = -R_{s_0}'$).

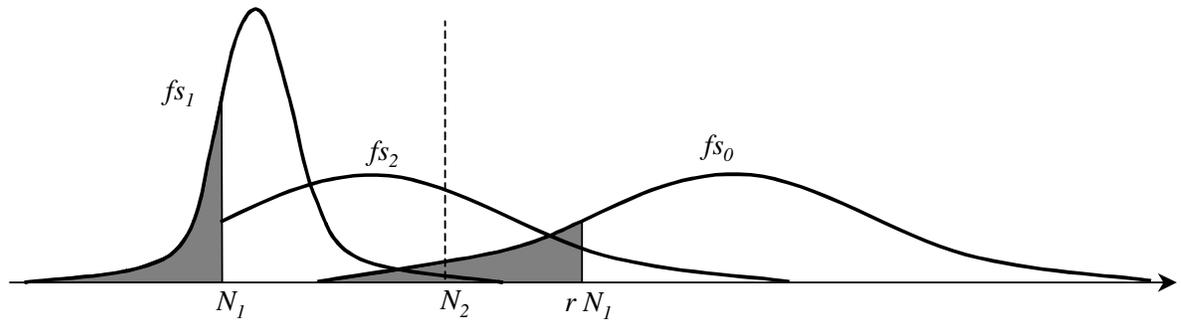


Figure 4.24. Définition du plan d'essai par régression

Le paragraphe suivant présente l'application de ce plan d'essai proposé par Bagdonavicius et Nikulin [Bagdonavicius et al., 2000], dans les cas :

- Paramétrique
- Non paramétrique

Nous considérons la distribution des $\log(N)$ pour estimer la fiabilité dans les conditions normales d'utilisation.

4.4.2 Application du modèle SVA

Expérience

Nous procédons de la manière suivante :

Le premier échantillon de taille n_1 est testé sous stress sévéré s_1 et on obtient les nombres de cycles à rupture aux instants : N_{11}, \dots, N_{1n_1} . Le deuxième échantillon, de taille n_2 , est testé sous le stress s_1 jusqu'au nombre de cycles N_1 et ensuite sous le stress s_0 jusqu'à N_2 . Ainsi, nous obtenons un échantillon censuré des nombres de cycles à rupture N_{21}, \dots, N_{2m_2} (avec $m_2 \leq n_2$) dont k_2 défaillances sous le stress s_1 , $m_2 - k_2$ défaillances sous le stress s_0 et $n_2 - m_2$ systèmes survivants à l'issue de N_2 cycles.

4.4.2.1 Application du modèle SVA paramétrique

Considérons les logarithmes décimales des nombres de cycles à rupture et supposons qu'il suivent une loi normale, la fonction de fiabilité sous le stress usuel est donnée par :

$$R_{s_0}(u) = 1 - \Phi\left(\frac{u - \mu}{\sigma}\right) \quad (4.65)$$

Où $u = \log(n)$ est une valeur observée de la variable aléatoire $\log(N)$

Φ représente la fonction de répartition de la loi normale standard.

μ la moyenne des $\log(N)$

σ l'écart type des $\log(N)$

Donc le modèle (4.21) peut être s'écrire :

$$R_s(u) = R_{s_0}(r \cdot u) = 1 - \Phi\left(\frac{r \cdot u - \mu}{\sigma}\right) \quad (4.66)$$

Ainsi, on obtient

$$R_{s_1}(u) = 1 - \Phi\left(\frac{r \cdot u - \mu}{\sigma}\right) \quad (4.67)$$

$$R_{s_2}(u) = \begin{cases} R_{s_0}(ru) = 1 - \Phi\left(\frac{r \cdot u + u - u_1 - \mu}{\sigma}\right) \\ R_{s_0}(r \log(N_1) + u - \log(N_1)) = 1 - \Phi\left(\frac{r \log(N_1) + u - \log(N_1)}{\sigma}\right) \end{cases} \quad (4.68)$$

La vraisemblance est définie par :

$$L(r, \mu, \sigma) = \prod_{i=1}^{n_1} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r.u_{1i}-\mu}{\sigma}\right)^2} \prod_{j=1}^{k_2} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r.u_{2j}-\mu}{\sigma}\right)^2} \prod_{l=k_2+1}^{m_2} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r.\log(N_1)+u_{2l}-\log(N_1)-\mu}{\sigma}\right)^2} \times \left(1 - \Phi\left(\frac{r.\log(N_1)+\log(N_2)-\log(N_1)-\mu}{\sigma}\right)\right)^{n_2-m_2} \quad (4.69)$$

Où $u_{ij} = \log(n_{ij})$

Par le maximum de vraisemblance, nous déduisons des estimateurs de \hat{r} , $\hat{\mu}$ et $\hat{\sigma}$ permettant d'estimer la fonction de survie dans les conditions nominales :

$$\hat{R}_{s_0}(u) = 1 - \Phi\left(\frac{u - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}}\right) \quad (4.70)$$

Avec $u = \log(n)$ et $n > 0$

4.4.2.2 Application du modèle SVA non paramétrique

Ce dernier cas consiste à ne faire aucune hypothèse de loi de fiabilité. Pour cela, on estime la fonction de survie à l'aide de l'estimateur de Kaplan-Meier en considérant les instants de défaillances $\log(N)$.

Le modèle (4.21) implique que

$$R_{s_1}(u) = R_{s_0}(r.u) \text{ et } \begin{cases} R_{s_2}(u) = R_{s_0}(r.u) & u \leq \log(N_1) \\ R_{s_2}(u) = R_{s_0}(r.\log(N_1) + u - \log(N_1)) & u \geq \log(N_1) \end{cases}$$

Où u représentant le nombre de cycles en échelle logarithmique et $r = \frac{r(s_1)}{r(s_0)}$.

Les nombres de cycles $r.N_{2i}$ et $r.N_{1i}$ peuvent être interprétés comme des moments de défaillance obtenus dans un essai pendant lequel $n_1 + n_2$ systèmes de fonction de fiabilité R_{s_0} ont été observés, $r.N_2$ correspondant à l'instant où ont lieu les $n_2 - m_2$ censures du second échantillon (sous la loi R_{s_0}).

Notons :

- $K_1(l)$ le nombre de défaillances observées du premier échantillon dans l'intervalle $[0, l]$,
- $K_2(l)$ le nombre de défaillances observées du deuxième échantillon dans l'intervalle $[0, l]$,
- $S_1(l)$ le nombre de survivants du premier échantillon avant le nombre de cycles l ,

- $S_2(l)$ le nombre de survivants du deuxième échantillon avant le nombre de cycles l (y compris les n_2-m_2 systèmes censurés).

Soit $K(\eta)$ le nombre total de défaillances dans l'intervalle $[0, \eta]$ (η représentant toujours le nombre de cycles en échelle logarithmique) :

$$K(\eta) = \begin{cases} K_1\left(\frac{\eta}{r}\right) + K_2\left(\frac{\eta}{r}\right) & \eta \leq \log(N_1) \\ K_1\left(\frac{\eta}{r}\right) + K_2(\log(N_1) + \eta - r \cdot \log(N_1)) & \eta > \log(N_1) \end{cases} \quad (4.71)$$

Et $S(\eta)$ le nombre total de survivants avant l'instant η :

$$S(\eta) = \begin{cases} S_1\left(\frac{\eta}{r}\right) + S_2\left(\frac{\eta}{r}\right) & \eta \leq \log(N_1) \\ S_1\left(\frac{\eta}{r}\right) + S_2(\log(N_1) + \eta - r \cdot \log(N_1)) & \eta > \log(N_1) \end{cases} \quad (4.72)$$

La fonction de survie peut être estimée par l'estimateur de Kaplan-Meier :

$$\hat{R}_{s_0}(x) = \prod_{\eta \leq x} \left(1 - \frac{\Delta K(\eta)}{S(\eta)} \right) \quad (4.73)$$

Où $\Delta K(\eta) = K(\eta) - K(\eta^-)$

La fonction de vraisemblance est définie par :

$$L(r) = \prod_{i=1}^{n_1} \left[\hat{R}_{s_0}(r \cdot u_{1i}^-) - \hat{R}_{s_0}(r \cdot u_{1i}) \right] \prod_{i=1}^{k_2} \left[\hat{R}_{s_0}(r \cdot u_{2i}^-) - \hat{R}_{s_0}(r \cdot u_{2i}) \right] \\ \prod_{l=k_2+1}^{m_2} \left[\hat{R}_{s_0}([r \cdot \log(N_1) + u_{2i} - \log(N_1)]^-) - \hat{R}_{s_0}(r \cdot \log(N_1) + u_{2i} - \log(N_1)) \right] \quad (4.74) \\ \left[\hat{R}_{s_0}(r \cdot \log(N_1) + \log(N_2) - \log(N_1)) \right]^{n_2 - m_2}$$

En approximant, la densité de probabilité inconnue $f_{s_0} = -R_{s_0}'$ par: $\hat{R}_{s_0}(u^-) - \hat{R}_{s_0}(u)$, nous obtenons une estimation de r par le maximum de vraisemblance, permettant d'estimer la fonction de survie dans les conditions normales.

4.4.3 Exemples par simulation et Analyse

Pour illustrer ce plan d'essai, nous allons considérer l'exemple d'une sévérisation par la température T et la contrainte d'amplitude σ_a . Les paramètres de simulation sont donnés dans le tableau 4.7 permettant de générer des nombres de cycles à rupture selon le modèle 4.37 dans le domaine de fatigue limitée.

	température °C	Contrainte d'amplitude σ_a en Mpa	Limite à la rupture R_m en Mpa (valeur issue de la figure 4.11.a)	Limite d'endurance σ_D en Mpa (valeur issue de la figure 4.11.b)	Moyenne \bar{N} tirée de l'équation (4.37)	$\mu = \log(\bar{N})$	Ecart-type σ proposé par Lalanne [Lalanne,1999]
conditions nominales s_0	50	330	435	330	$9,41 \cdot 10^6$	6,97	0,2
conditions sévérisées s_1	200	450	577	368	$9,59 \cdot 10^4$	4,98	0,2

Tableau 4.7. Paramètres de simulation

La simulation consiste à reproduire le plan d'essai étudié de la manière suivante :

- Échantillon 1 : 20 valeurs de $\log(N_{1i})$ tirées selon la loi normale $\mathcal{N}(4,98 ; 0,2)$ caractéristique des conditions sévérisées,
- Échantillon 2 : 20 valeurs de $\log(N_{2i})$ tirées selon la loi normale $\mathcal{N}(4,98 ; 0,2)$ jusqu'à $\log(N_i)=5$ et selon la loi $\mathcal{N}(6,97 ; 0,2)$ pour les suivantes.

A l'issue de la simulation, nous traitons les données en considérant les modèles paramétrique et non-paramétrique :

1. Pour le modèle paramétrique, la fonction de fiabilité est caractérisée par une loi normale, les estimateurs μ , σ et r sont donnés par le maximum de vraisemblance (eq (4.69))
2. Pour le modèle non-paramétrique, la fonction de survie dans les conditions nominales est estimée par l'estimateur de Kaplan-Meier (eq (4.73)) et l'estimation de r est obtenue par le maximum de vraisemblance (eq (4.74)).

Cette simulation est répétée 50 fois permettant de calculer la moyenne et l'écart-type sur chacun des estimateurs (voir tableau 4.8).

	Paramètres	Moyenne sur 50 simulations	Ecart-type sur 50 simulations
Estimation paramétrique	$\hat{\mu}$	6,9687	0,015
	$\hat{\sigma}$	0,2136	0,0061
	\hat{r}	1,4048	0,0142
Estimation non paramétrique	\hat{r}	1,3885	0,0584

Tableau 4.8. Résultats des simulations

$\hat{r} = 1.4048$ représente une estimation du facteur d'accélération permettant le passage des conditions accélérées aux conditions nominales. Nous pouvons dire qu'en moyenne la durée de vie de la pièce sous les conditions accélérées représente 71% ($71,18\% = 100 \cdot (1/1.4048)$) de celle en fonctionnement normale ce qui fait un gain temps d'environ 29% en échelle logarithmique. Même conclusion pour $\hat{r} = 1.3885$, nous obtenons un gain de temps de l'ordre de 28% en échelle logarithmique.

A la fin de chaque simulation, nous traçons la fonction de fiabilité estimée $\hat{R}_{s_0}(\cdot)$ des $\log(N)$ dans les conditions nominales dans les cas paramétrique (voir figure 4.25) et non paramétrique (voir figure 4.26).

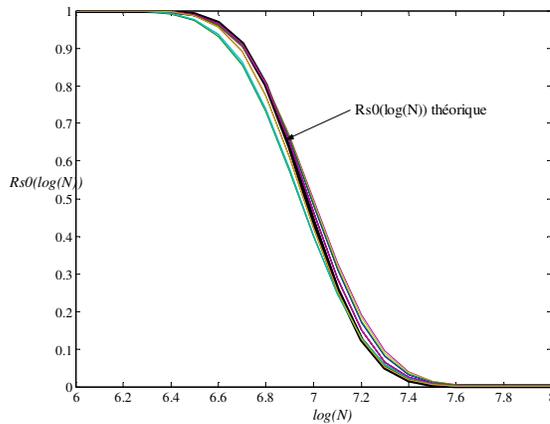


Figure 4.25. Exemple d'application du modèle paramétrique

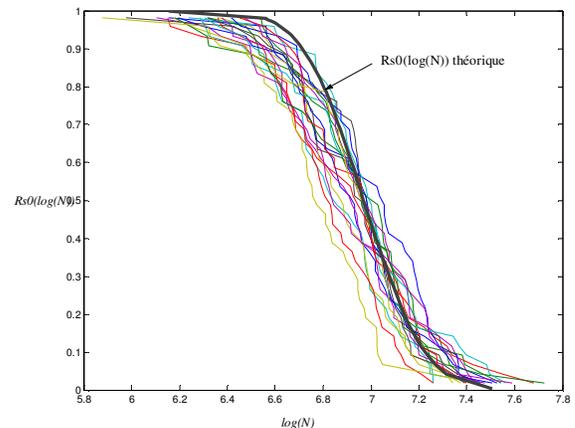


Figure 4.26. Exemple d'application du modèle non-paramétrique

Nous constatons que les estimations par les 2 modèles sont correctes. En effet, il y a une bonne adéquation des modèles paramétriques et non-paramétriques avec le modèle théorique. Ce plan est très séduisant car il nécessite une faible paramétrisation de la fonction r qui peut être source d'erreurs. Dans le cas de petits échantillons, il est assez difficile de comparer les variances des deux estimateurs d'un point de vue théorique. Pour avoir une idée sur cette variance, nous avons généré une vingtaine d'échantillons de la loi normale et construit les estimateurs paramétriques et non paramétrique correspondant. Les variabilités semblent être proches (voir figures 4.25 et 4.26). On montre à travers ces quelques exemples l'intérêt d'utiliser ce plan avec un endommagement préalable permettant d'obtenir de bons résultats.

4.5 Exemples expérimentaux d'application des Modèles standards de Vie Accéléré à la Mécanique

4.5.1 Introduction

Nous allons appliquer le modèle d'essai SVA sur un exemple concret en étudiant la tenue à la déformation d'un trombone papier. Dans cet exemple (proposé par Vassilious [Vassilious and Mettas, 2001]), nous considérons un trombone (figure 4.27.a). L'objectif est d'estimer la fiabilité, en fonction du nombre de cycle à rupture du trombone sous déformation angulaire, en considérant le phénomène de fatigue oligocyclique (voir figure 4.27.b). Les conditions nominales sont supposées être une déformation angulaire de 45° . Exceptionnellement pour cet exemple, les essais en conditions normales sont tout à fait réalisables ce qui n'est pas toujours le cas pour des essais de fatigue industriels en grandeurs réelles. Nous les utilisons donc comme une référence afin de comparer les différentes estimations selon les deux types de plan d'essai accéléré: le plan d'essai par régression et le plan d'essai accéléré avec endommagement accéléré préalable



Figure 4.27.a. Trombone

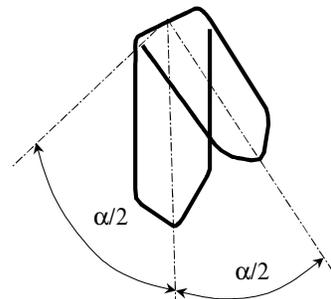


Figure 4.27.b. Déformation du trombone

4.5.2 Plan d'essai accéléré par régression

4.5.2.1 Expérimentation

Les conditions nominales sont supposées être une déformation angulaire de 45° . L'estimation de la fiabilité se fera en réalisant un essai accéléré sous 2 conditions sévères correspondant aux déformations angulaires de 90° et 180° (voir figure 4.28).

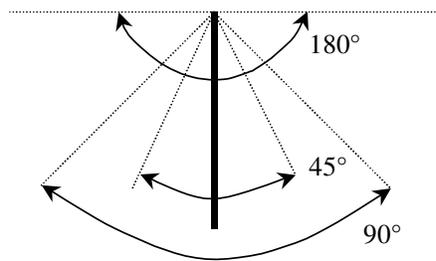


Figure 4.28. Les 3 niveaux de déformation.

Les trombones sont testés sous 3 angles d'ouverture de 45° , 90° et 180° . Les nombres de cycles à rupture sont enregistrés (voir Tableau 4.9). Avec une taille d'échantillon égale à 50 pour chaque angle.

CHAPITRE 4. Estimation des lois de fiabilité par les essais accélérés

N-45°	log(N-45°)	N-90°	log(N-90°)	N-180°	log(N-180°)	F%	R _d (log(N))	z=Φ ⁻¹ (F%)
5	1,609	4	1,386	2	0,693	0,020	0,980	-2,062
5	1,609	4	1,386	2	0,693	0,039	0,961	-1,760
6	1,792	4	1,386	2	0,693	0,059	0,941	-1,565
6	1,792	4	1,386	2	0,693	0,078	0,922	-1,416
6	1,792	4	1,386	2	0,693	0,098	0,902	-1,293
7	1,946	5	1,609	4	1,386	0,118	0,882	-1,187
7	1,946	5	1,609	4	1,386	0,137	0,863	-1,093
8	2,079	5	1,609	4	1,386	0,157	0,843	-1,007
8	2,079	5	1,609	4	1,386	0,176	0,824	-0,929
8	2,079	5	1,609	4	1,386	0,196	0,804	-0,856
8	2,079	5	1,609	4	1,386	0,216	0,784	-0,787
8	2,079	6	1,792	4	1,386	0,235	0,765	-0,722
9	2,197	6	1,792	4	1,386	0,255	0,745	-0,659
9	2,197	6	1,792	4	1,386	0,275	0,725	-0,599
9	2,197	6	1,792	4	1,386	0,294	0,706	-0,541
9	2,197	6	1,792	4	1,386	0,314	0,686	-0,485
9	2,197	6	1,792	4	1,386	0,333	0,667	-0,431
9	2,197	6	1,792	4	1,386	0,353	0,647	-0,377
9	2,197	6	1,792	5	1,609	0,373	0,627	-0,325
10	2,303	6	1,792	5	1,609	0,392	0,608	-0,274
10	2,303	6	1,792	5	1,609	0,412	0,588	-0,223
10	2,303	6	1,792	5	1,609	0,431	0,569	-0,173
11	2,398	6	1,792	5	1,609	0,451	0,549	-0,123
11	2,398	7	1,946	5	1,609	0,471	0,529	-0,074
11	2,398	7	1,946	5	1,609	0,490	0,510	-0,025
11	2,398	7	1,946	5	1,609	0,510	0,490	0,025
12	2,485	7	1,946	5	1,609	0,529	0,471	0,074
12	2,485	7	1,946	5	1,609	0,549	0,451	0,123
12	2,485	7	1,946	5	1,609	0,569	0,431	0,173
13	2,565	7	1,946	6	1,792	0,588	0,412	0,223
13	2,565	7	1,946	6	1,792	0,608	0,392	0,274
13	2,565	8	2,079	6	1,792	0,627	0,373	0,325
14	2,639	8	2,079	6	1,792	0,647	0,353	0,377
14	2,639	8	2,079	6	1,792	0,667	0,333	0,431
14	2,639	8	2,079	6	1,792	0,686	0,314	0,485
14	2,639	8	2,079	6	1,792	0,706	0,294	0,541
15	2,708	8	2,079	6	1,792	0,725	0,275	0,599
15	2,708	8	2,079	6	1,792	0,745	0,255	0,659
15	2,708	8	2,079	6	1,792	0,765	0,235	0,722
15	2,708	8	2,079	6	1,792	0,784	0,216	0,787
15	2,708	9	2,197	6	1,792	0,804	0,196	0,856
16	2,773	9	2,197	6	1,792	0,824	0,176	0,929
16	2,773	9	2,197	6	1,792	0,843	0,157	1,007
17	2,833	10	2,303	7	1,946	0,863	0,137	1,093
18	2,890	11	2,398	7	1,946	0,882	0,118	1,187
18	2,890	11	2,398	7	1,946	0,902	0,098	1,293
18	2,890	12	2,485	7	1,946	0,922	0,078	1,416
18	2,890	13	2,565	8	2,079	0,941	0,059	1,565
21	3,045	13	2,565	8	2,079	0,961	0,039	1,760
23	3,135	13	2,565	8	2,079	0,980	0,020	2,062

Tableau 4.9. Résultats Expérimentaux du premier plan d'essai

Les résultats sont analysés en supposant une distribution normale des $\log(N)$. Ainsi, pour les trois séries d'essais sont tracées les droites d'Henry associées (voir figure 4.29).

Pour chaque échantillon les points sont alignés, nous acceptons donc l'hypothèse de la normalité.

Les moyennes et écart types sont évalués pour chaque série d'essai :

$$\begin{array}{lll} \mu^{(45^\circ)} = 2.4 & \mu^{(90^\circ)} = 1.92 & \mu^{(180^\circ)} = 1.56 \\ \sigma^{(45^\circ)} = 0.37 & \sigma^{(90^\circ)} = 0.33 & \sigma^{(180^\circ)} = 0.36 \end{array}$$

Figure 4.29. Les droites d'Henry

Des droites d'Henry parallèles, l'hypothèse « écart-type » constant sous les différents niveaux de stress est acceptée.

Dans la suite, nous analysons les résultats d'essai accélérés par les modèles SVA suivants :

- Paramétrique
- Semi-paramétrique

4.5.2.2 Application du modèle SVA paramétrique

Le modèle de puissance inverse est choisi pour caractériser la fonction $r(\cdot)$ dépendant de l'angle α :

$$r(\alpha) = e^{\beta_0 + \beta_1 \log(\alpha)}$$

En considérant une distribution normale des $\log(N)$ pour caractériser la fonction de fiabilité, les estimations du vecteur β et de l'écart type σ sont obtenues par le maximum de vraisemblance :

$$\begin{array}{ll} \hat{\beta}_0 & 1.835 \\ \hat{\beta}_1 & -0.2654 \\ \hat{\sigma} & 0.343 \end{array}$$

La moyenne sous conditions nominales est estimée par :

$$\hat{\mu}^{(0)} = e^{1.835 - 0.2654 \times \log(45^\circ)} = 2.28$$

Alors, la fonction de fiabilité estimée sous conditions nominales est définie (voir figure 4.30).

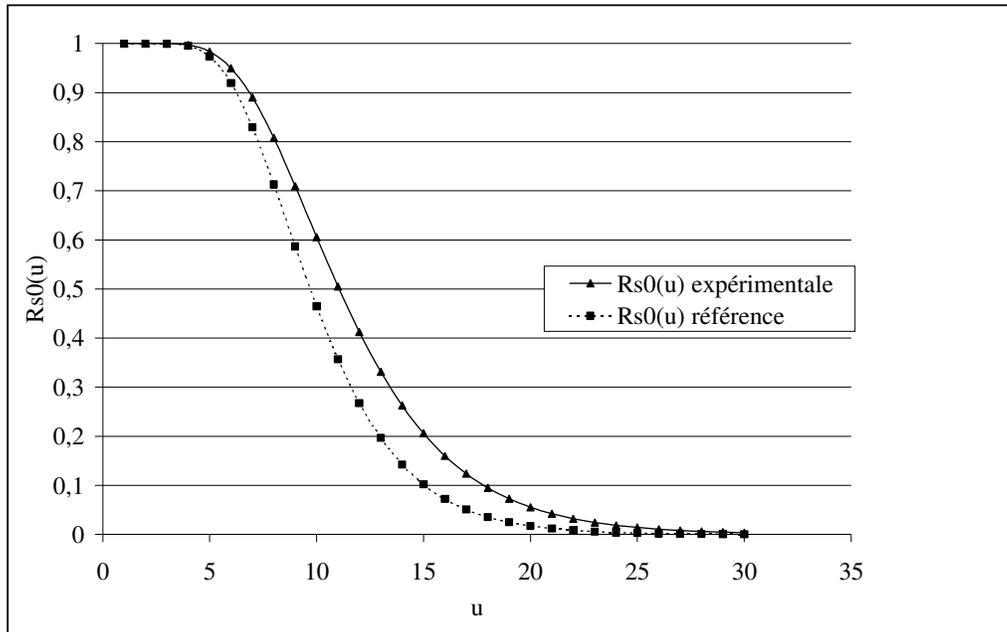


Figure 4.30. Fonction fiabilité par un modèle SVA paramétrique

4.5.2.3 Application du modèle SVA semi-paramétrique

Le modèle puissance inverse est utilisé pour estimer la fonction fiabilité :

$$r(\sigma_a) = e^{\beta^T z} = e^{\beta_0 + \beta_1 \log(\sigma_a)}$$

L'estimateur de Kaplan-Meier est utilisé pour estimer la fonction de fiabilité sous conditions nominales (eq 4.53). Après, le vecteur β est estimé par le maximum de vraisemblance (eq 4.54):

$$\hat{\beta}_0 = -1.0015 \text{ et } \hat{\beta}_1 = 0,272$$

Finalement, la fonction de fiabilité estimée sous conditions nominales est obtenue (voir figure 4.31):

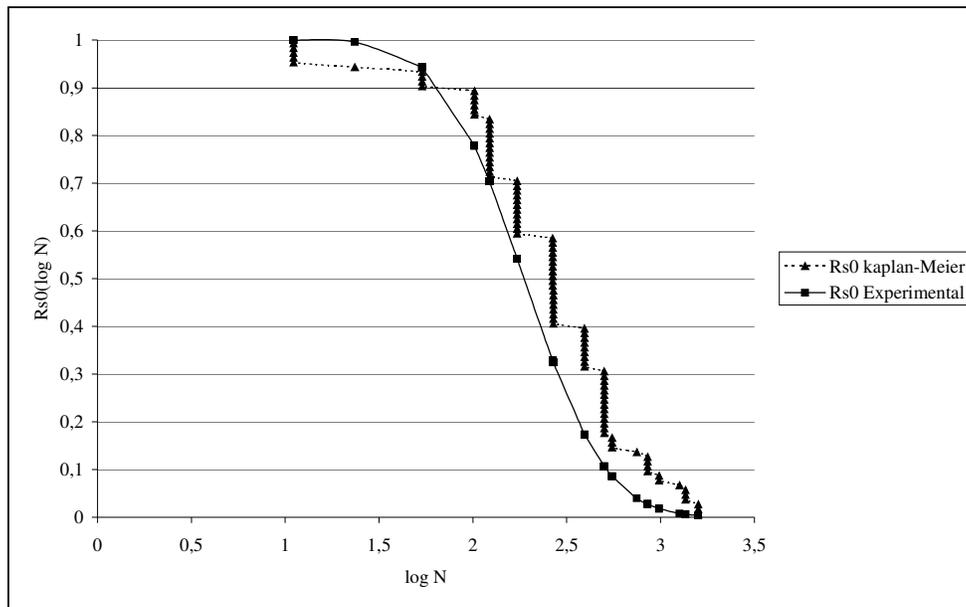


Figure 4.31. Fonction de fiabilité par un modèle SVA semi-paramétrique

4.5.2.4 Analyse des résultats

Dans cet exemple, les essais réalisés en conditions normales ont permis de faire la comparaison entre les différents modèles de manière précise. Nous constatons une bonne adéquation des modèles paramétriques et non paramétriques avec le modèle théorique. Ces résultats confirment notre analyse faite à partir des exemples par simulations.

4.5.3 Plan d'essai accéléré avec endommagement préalable

4.5.3.1 Expérimentation

Nous considérons toujours un trombone (voir figure 4.29). L'objectif est d'estimer la fiabilité, en fonction du nombre de cycle à rupture (phénomène de fatigue oligocyclique, voir figure 4.9), du trombone sous déformation angulaire. Les conditions nominales sont supposées être une déformation angulaire de 45° . L'estimation de la fiabilité cette fois-ci se fera en réalisant un essai accéléré sur 2 échantillons de taille 50. Le premier échantillon sera soumis à une déformation de 90° et le deuxième à 90° pendant 6 cycles et ensuite à une déformation de 45° jusqu'à rupture (voir figure 4.32). Un troisième échantillon est testé uniquement sous une déformation de 45° servant de référence.

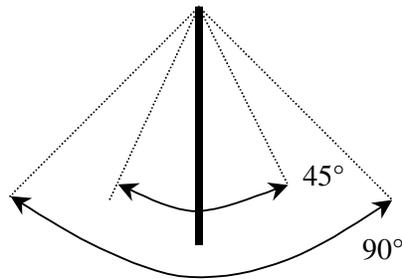


Figure 4.32. Les 2 niveaux de déformation

Les nombres de cycles à rupture sont enregistrés sans censure (voir tableau 4.10) pour les 3 échantillons : $N-45^\circ$, $N-90^\circ$ et $N-90^\circ+45^\circ$.

CHAPITRE 4. Estimation des lois de fiabilité par les essais accélérés

	N-45°	log(N-45°)	R _{so} (log(N-45°)) par Kaplan-Meier	N-90°	log(N-90°)	N 90°+45°	log(N 90°+45°)	
2 ruptures au 5 ^{ème} cycle	5	1,609	0,9861	4	1,386	4	1,386	
	5	1,609	0,9663	4	1,386	4	1,386	
3 ruptures au 6 ^{ème} cycle	6	1,792	0,9464	4	1,386	4	1,386	
	6	1,792	0,9266	4	1,386	4	1,386	
	6	1,792	0,9067	4	1,386	4	1,386	
	7	1,946	0,8869	5	1,609	4	1,386	
	.	7	1,946	0,8671	5	1,609	5	1,609
	.	8	2,079	0,8472	5	1,609	5	1,609
	Etc	8	2,079	0,8274	5	1,609	5	1,609
		8	2,079	0,8075	5	1,609	5	1,609
		8	2,079	0,7877	5	1,609	5	1,609
		8	2,079	0,7679	6	1,792	5	1,609
		9	2,197	0,7480	6	1,792	6	1,792
		9	2,197	0,7282	6	1,792	6	1,792
		9	2,197	0,7083	6	1,792	6	1,792
	9	2,197	0,6885	6	1,792	6	1,792	
	9	2,197	0,6687	6	1,792	7	1,946	
	9	2,197	0,6488	6	1,792	8	2,079	
	9	2,197	0,6290	6	1,792	8	2,079	
	10	2,303	0,6091	6	1,792	8	2,079	
	10	2,303	0,5893	6	1,792	8	2,079	
	10	2,303	0,5694	6	1,792	9	2,197	
	11	2,398	0,5496	6	1,792	9	2,197	
	11	2,398	0,5298	7	1,946	9	2,197	
	11	2,398	0,5099	7	1,946	9	2,197	
	11	2,398	0,4901	7	1,946	10	2,303	
	12	2,485	0,4702	7	1,946	10	2,303	
	12	2,485	0,4504	7	1,946	10	2,303	
	12	2,485	0,4306	7	1,946	10	2,303	
	13	2,565	0,4107	7	1,946	11	2,398	
	13	2,565	0,3909	7	1,946	11	2,398	
	13	2,565	0,3710	8	2,079	11	2,398	
	14	2,639	0,3512	8	2,079	11	2,398	
	14	2,639	0,3313	8	2,079	12	2,485	
	14	2,639	0,3115	8	2,079	12	2,485	
	14	2,639	0,2917	8	2,079	12	2,485	
	15	2,708	0,2718	8	2,079	12	2,485	
	15	2,708	0,2520	8	2,079	12	2,485	
	15	2,708	0,2321	8	2,079	13	2,565	
	15	2,708	0,2123	8	2,079	13	2,565	
	15	2,708	0,1925	9	2,197	13	2,565	
	16	2,773	0,1726	9	2,197	14	2,639	
	16	2,773	0,1528	9	2,197	14	2,639	
	17	2,833	0,1329	10	2,303	14	2,639	
	18	2,890	0,1131	11	2,398	15	2,708	
	18	2,890	0,0933	11	2,398	15	2,708	
	18	2,890	0,0734	12	2,485	15	2,708	
	18	2,890	0,0536	13	2,565	15	2,708	
	21	3,045	0,0337	13	2,565	16	2,773	
	23	3,135	0,0139	13	2,565	18	2,890	

Tableau 4.10. Résultats expérimentaux

Les valeurs en gras dans la colonne « N 90°+45° » représentent les résultats obtenus sous les stress à 90° et les suivantes sous conditions nominales (45°) sans censure.

Les moyennes et écart types sont évalués pour les 2 premiers tests :

$$\begin{array}{ll} \mu^{(45^\circ)} = 2.4 & \mu^{(90^\circ)} = 1.92 \\ \sigma^{(45^\circ)} = 0.37 & \sigma^{(90^\circ)} = 0.33 \end{array}$$

Les résultats sont analysés en supposant une distribution normale des $\log(N)$. Dans le paragraphe précédent, nous avons tracé les droites d'Henry pour les deux séries d'essais 90° et 45°, Nous avons constaté un parallélisme des droites permettant de vérifier l'hypothèse écart type constant (voir figure 4.31).

Dans la suite, nous analysons les résultats d'essai accélérés par les modèles SVA suivants :

- Paramétrique
- Non paramétrique

4.5.3.2 Application du modèle SVA paramétrique

En considérant une loi normale pour caractériser la fonction de fiabilité, nous obtenons par le maximum de vraisemblance (eq (4.69)) les résultats suivants à partir des résultats sur les échantillons 90° et 90°+45° :

$$\begin{array}{ll} \hat{\mu} & 2,36 \\ \hat{\sigma} & 0,385 \\ \hat{r} & 1,18 \end{array}$$

$\hat{r} = 1.18$, nous pouvons dire qu'en moyenne la durée de vie de la pièce sous les conditions accélérées représente 85% ($84,7\% = 100 \cdot (1/1.18)$) de celle en fonctionnement normale ce qui permet un gain de temps d'environ 15% en échelle logarithmique.

De ces résultats, il est possible d'estimer la fonction de survie dans les conditions nominales (figure 4.33).

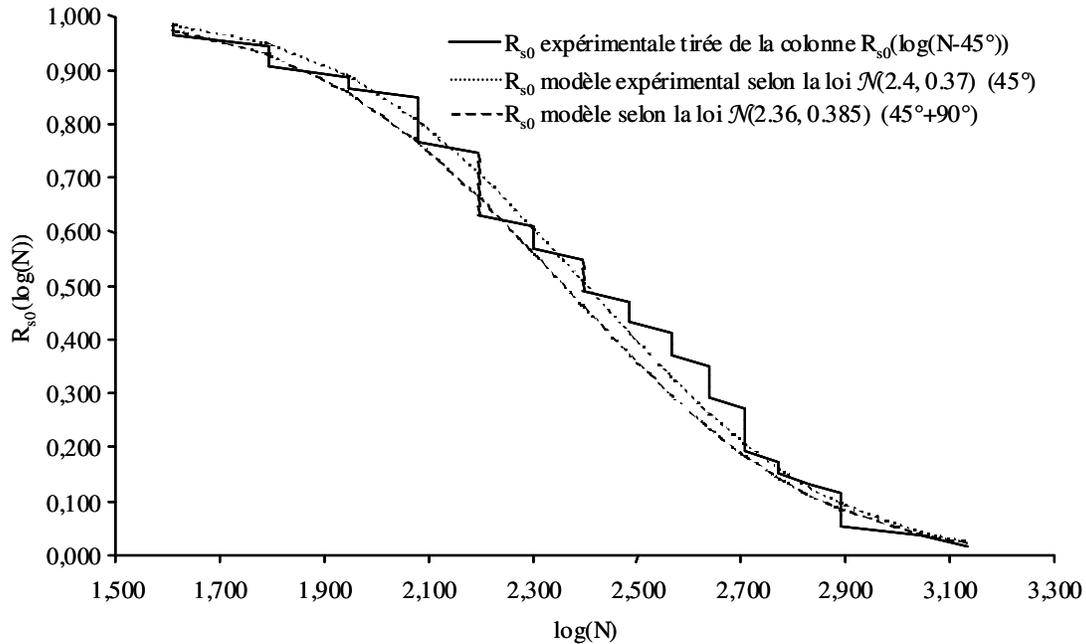


Figure 4.33. Fonction fiabilité estimée par un modèle SVA paramétrique

4.5.3.3 Application du modèle SVA non paramétrique

Si on applique le modèle non-paramétrique aux résultats de simulation expérimentaux du tableau 4.10, il est possible d'estimer la fonction de survie dans les conditions nominales à l'aide de l'estimateur de Kaplan-Meier. Nous obtenons une estimation de r par le maximum de vraisemblance. :

$$\hat{r} = 1,1944$$

Nous pouvons dire qu'en moyenne la durée de vie de la pièce dans les conditions accélérées représente approximativement 84% ($83.72\% = 100 * (1/1.1944)$) de la durée de vie sous un fonctionnement normale ce qui donne une un gain de temps d'environ 16% en échelle logarithmique.

La fonction de survie estimée par l'estimateur Kaplan-Meier est donnée par la figure suivante :

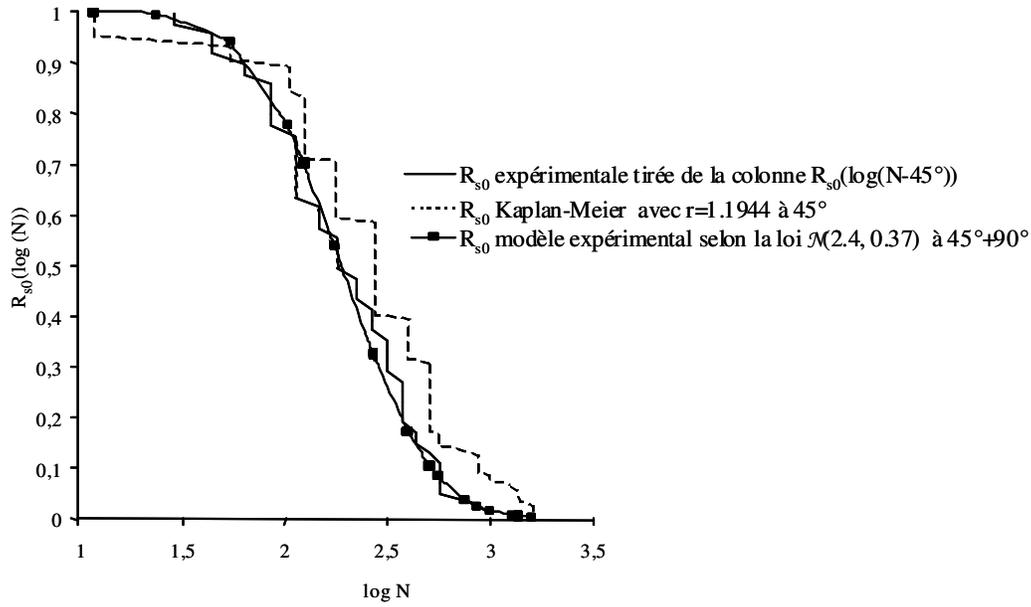


Figure 4.34. Fonction de fiabilité estimée par un modèle SVA non paramétrique

4.5.3.4 Analyse des résultats

Nous constatons une bonne adéquation des modèles paramétriques et non paramétriques avec les résultats de référence (essai à 45°) (le modèle théorique). Ceci confirme nos conclusions faites à partir des exemples par simulation.

4.6 Conclusions

Lors de l'application des essais accélérés pour des composants mécaniques, nous sommes confrontés à plusieurs problèmes. On doit faire un choix des paramètres de sévérisation ce qui implique le choix du modèle d'accélération (par exemple si on considère la température comme facteur d'accélération du mécanisme de défaillance cela nécessite l'utilisation des lois d'Arrhenius, Coffin-Manson, ...). Dans le cas de la mécanique cela est plus complexe, du fait des mécanismes d'endommagement générés. En effet, les paramètres de sévérisation classiques pour accélérer les mécanismes d'endommagement en mécanique peuvent générer différents modes d'endommagement (fatigue pour le cycle de contrainte, du fluage pour la température, de la corrosion pour le brouillard salin, ...), de cinétique variable et combinable. Ainsi, le choix des paramètres de sévérisation et des niveaux doit être fait avec soin pour maîtriser le mode de défaillance et conserver les modes de ruines comparables à ceux existant dans les conditions nominales ainsi que la distribution des durées de vie.

Nous avons présenté une étude complète d'application du modèle standard de vie accélérée à la mécanique en considérant les estimations paramétrique, semi-paramétrique et non-paramétrique. Pour l'analyse, nous avons considéré le mode d'endommagement par fatigue nous permettant d'établir un modèle de simulation.

Ainsi, nous avons pu simuler 2 types de plan d'essai :

- Le premier consiste à déterminer les paramètres du modèle SVA à partir de résultats d'essais effectués uniquement dans des conditions sévérisées et d'estimer par régression la fonction de survie en conditions nominales.
- Le deuxième plan, avec endommagement accéléré préalable, permet de d'estimer la fonction de survie dans les conditions nominales en procédant par un essai où au départ les composants sont testés dans des conditions sévérisés afin de provoquer une dégradation rapide et de finir l'essai dans les conditions nominales.

Les différents exemples (par simulation et expérimentaux) ont montré l'adéquation du modèle SVA à la mécanique.

Toutefois, le premier plan d'essai par régression nécessite une bonne connaissance de la fonction $r(s)$ ce qui n'est pas toujours évident surtout dans les cas où de nombreuses variables sont utilisées pour sévériser les essais.

Aussi, le deuxième plan offre une réelle alternative en proposant une méthodologie où il n'est pas nécessaire de paramétrer la fonction $r(.)$ qui est la réelle difficulté dans une campagne d'essais accélérés.

Néanmoins, dans cette étude nous avons considéré que l'écart-type de la loi de fiabilité est constant quel que soit le niveau de stress. Or, en mécanique ce n'est pas toujours le cas. L'étude peut se poursuivre donc en intégrant ce dernier paramètre.

CHAPITRE 5

Conclusions générales et perspectives

5 CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

5.1 Conclusion générale

L'évaluation et l'optimisation de la fiabilité des structures mécaniques sont indispensables pour concevoir des systèmes de plus en plus performants. Il n'y a pas de méthode unique ou normalisée pour calculer la fiabilité des systèmes mécaniques, comme c'est le cas pour des systèmes électroniques. Le choix de la méthode à appliquer se fait en fonction des objectifs fixés et des outils disponibles.

Dans ce document, nous avons étudié les principales caractéristiques des systèmes mécaniques qui ont un effet direct sur l'évaluation de la fiabilité ceci a fait l'objet du premier chapitre. Après une étude bibliographique approfondie, nous avons constaté que le calcul de la fiabilité mécanique dépend de cinq facteurs essentiels :

1. *La notion du taux de défaillance constant n'existe pas* : Les composants mécaniques sont soumis dès le début de leur vie au phénomène d'usure ou de vieillissement et même au rodage. Le taux de défaillance est une fonction non linéaire du temps dans chaque phase de la vie du dispositif.
2. *Le recueil de l'information de fiabilité est plus difficile* : La fiabilité des systèmes mécaniques peut être déterminée à partir des modèles de taux de défaillance développés dans des bases de données. C'est l'approche la plus simple et la plus directe. Néanmoins, les sources de données sur les taux de défaillance de composants mécaniques ne sont pas très nombreuses et aucune d'elles ne fournit des données parfaites pour une évaluation plus précise de la fiabilité. Les informations recueillies ne permettent qu'une exploitation partielle des données. Cependant, elles restent toujours utiles pour de nouvelles conceptions.
3. *Les défaillances ont des origines particulières* : Les composants mécaniques sont caractérisés par de multiples mécanismes de dégradation souvent complexes, d'origines variées (Fissuration, Fluage, Usure, Fissuration par Fatigue, etc.). Ces modes de dégradation font intervenir plusieurs paramètres et être en interaction. Les problèmes majeurs de la fiabilité en mécanique proviennent essentiellement des contraintes trop élevées et des phénomènes de fatigue. Par conséquent l'analyse de la fiabilité des structures et des systèmes mécaniques devient de plus en plus une procédure complexe.
4. *Le système mécanique est de plus en plus complexe et performant.*
5. *Le choix de la méthode à appliquer pour une évaluation précise de la fiabilité se fait en fonction des objectifs fixés et des outils disponibles.* En effet, deux philosophies sont possibles dans l'évaluation de la fiabilité des systèmes industriels : la démarche déterministe traditionnelle, où chaque paramètre est caractérisé par une valeur unique, et les méthodes probabilistes, où chaque paramètre est caractérisé par une distribution de probabilité. La démarche déterministe, basée sur le calcul d'un coefficient de sécurité (rapport entre la résistance moyenne et la contrainte moyenne), est remise en question depuis la fin de la deuxième guerre mondiale par l'émergence des méthodes probabilistes des structures.

□ Dans le troisième chapitre nous avons présenté la méthode d'estimation de la fiabilité par les Essais. C'est une méthode applicable aux composants et aux systèmes, on n'a pas obligatoirement besoin de modèle mécanique du comportement. Elle est basée sur l'évaluation d'une probabilité de défaillance instantanée, on fixe la contrainte et le temps est une variable aléatoire, ce qui permet un suivi permanent de l'évolution de la fiabilité des systèmes mécaniques.

La prise en compte de l'évolution de la fiabilité dans le temps permet d'optimiser les stratégies de maintenance et d'améliorer les performances des systèmes. L'efficacité de la construction de la fiabilité d'un produit à travers les essais nécessite une collaboration entre l'ingénierie de l'environnement (conditions d'emploi, modèles de dégradation mécaniques,...) et l'ingénierie de fiabilité (caractéristiques de sûreté de fonctionnement). Il existe différentes catégories d'essais qui interviennent dans les études conceptuelles, les programmes de développement et les processus de fabrication. À travers un exemple numérique nous avons montré que les essais accélérés sont les plus courts et économiquement avantageux. Ils permettent un gain de temps conséquent et une réduction des coûts importante. Malheureusement, la production scientifique française dans le domaine des essais accélérés est très pauvre comparée à la production anglo-saxonne.

□ Le quatrième chapitre nous l'avons consacré à l'étude des méthodes d'essais accélérés connues sous l'acronyme Accelerated life testing. C'est un nouveau champ d'investigation qui s'est développé afin de réduire les coûts engendrés par la procédure du renouvellement ainsi que l'usure des équipements mécaniques. Malgré le besoin technologique, ces méthodes sont largement utilisées en électronique mais très peu en mécanique.

Dans ce chapitre, nous avons montré que pour des systèmes mécaniques, la planification des essais accélérés utilisant un phénomène physique de dégradation est conditionnée par un certain nombre de facteurs importants. Par conséquent, de nombreux problèmes statistiques se posent lors de la modélisation des phénomènes physiques de dégradation, de l'utilisation d'information provenant des domaines de l'ingénierie ou de la physique, de la planification de tests accélérés et de la quantification de l'incertitude.

Comme illustration, nous avons proposé de bâtir une loi d'accélération à partir d'un modèle d'endommagement mécanique qui caractérise totalement la vitesse de dégradation en fonction des paramètres de sévérisation : cycle de contrainte, température, etc. Nous avons traité le cas des systèmes soumis à la fatigue pour lequel nous construisons une équation d'accélération basée sur le modèle de Basquin. La distribution paramétrique des durées de vie est supposée log-normale.

Par la suite, nous avons appliqué les modèle SVA dans les domaines de fatigue olygocyclique et limitée, selon deux plans d'expériences, un plan d'expérience par régression et un autre avec endommagement préalable. Nous avons donné la signification mécanique de la fonction de transfert, et par conséquent le facteur d'accélération, caractérisant ces modèles :

i. Domaine de fatigue Limitée

- Simulation des résultats d'essais de fatigue à partir d'un modèle construit sur la base du modèle de Basquin en intégrant les différentes caractéristiques matériaux: R_m , σ_D , et σ_a .
- Réalisation d'essais accélérés en température (T) et contrainte d'amplitude (σ_a).

- Application des modèles SVA paramétrique, semi-paramétrique et non-paramétrique selon les deux plans d'expériences.

ii. Domaine de fatigue oligocyclique

- Réalisation d'essais de fatigue sur trombones y compris en conditions normales.
- Paramètre d'accélération: déformation angulaire.
- Estimation paramétrique et non-paramétrique de la fiabilité selon les deux plans d'expériences.

Pour les deux exemples, le plan d'essai par régression nous a permis d'avoir des estimations paramétrique et semi-paramétrique de la fiabilité mécanique en conditions accélérées en un temps réduit. Néanmoins, il nécessite une bonne paramétrisation de la loi d'accélération, ce qui n'est pas toujours évident surtout dans les cas où de nombreuses variables sont utilisées pour sévérer les essais. Par conséquent, cela impose de réaliser des essais avec différentes combinaisons de niveaux de stress, qu'il faut bien choisir, afin d'estimer les paramètres de la fonction r . En effet, choisir correctement les niveaux de stress de sévérification représente une difficulté pratique pour le plan par régression. En plus, l'application des stress très élevés par rapport aux conditions nominales provoque une plus grande incertitude sur les résultats et risque de modifier le mode de défaillance.

Quant au deuxième plan avec un endommagement préalable, nous le trouvons très intéressant. Il offre une réelle alternative en proposant une faible paramétrisation de la fonction r qui peut être source d'erreur. L'inconvénient majeur de ce plan, c'est qu'il demande un temps d'essai un peu long du fait qu'on est obligé de revenir en condition normale après un certain temps.

Les différents exemples, numériques et expérimentaux, ont montré l'adéquation du modèle SVA à la mécanique. Néanmoins, dans cette étude nous avons considéré que l'écart-type de la loi de fiabilité est constant quel que soit le niveau de stress. Or, en mécanique ce n'est pas toujours le cas. L'étude peut se poursuivre donc en intégrant ce dernier paramètre (thèse de Pascal LANTIENI).

Cette étude a permis d'estimer la fonction de survie dans les conditions normales d'utilisation et pour la première fois de constater l'applicabilité des modèles SVA aux systèmes soumis à des dégradations mécaniques en menant des analyses théoriques, par simulation et expérimentale. C'est la première application avec des données réelles des plans d'expériences. Cette étude a un grand intérêt industriel et économique. Elles a fait l'objet de plusieurs articles dans des revues nationale et internationales, ainsi que des communications dans des congrès nationaux et conférences internationales (voir la liste de mes publications en bibliographie)

5.2 Perspectives

En terme de perspective, nous envisageons plusieurs voies de développement :

- Etendre le travail à d'autres types de dégradation .
- Etudier la définition de la loi d'accélération par éléments finis et les essais accélérés consistant à estimer les paramètres inconnus du modèle numérique.
- Considérer le cas où l'écart-type de la distribution caractérisant la fonction de fiabilité évolue en fonction des niveaux de stress.
- Introduire l'approche bayésienne dans les essais accélérés pour améliorer la précision des estimations des paramètres de modèle SVA.
- Utilisation des modèles de dégradation accélérée .

Bibliographie

BIBLIOGRAPHIE

- [Afnor, 1981] Association française pour le contrôle industriel de la qualité (AFCIQ), Groupe fiabilité (1981). *Guide d'évaluation de la fiabilité mécanique*. Ed Afnor-Ute.
- [Afnor, 1988] Afnor (1988). *Recueil de normes françaises : Fiabilité, Maintenabilité et Disponibilité*. Ed Afnor-Ute.
- [ASTE, 1993] ASTE (1993). *Le rôle des essais dans la maîtrise de la fiabilité*. Ed ASTE.
- [Augé, 1998] Augé, J.-C. (1998). *Utilisation d'un modèle de hasard proportionnel pour estimer la fiabilité de composants mécaniques, modélisation de l'influence de l'environnement sur la fiabilité de vérins hydrauliques et pneumatiques, application aux Essais Accélérés*. Thèse, Ecole Centrale de Lyon.
- [Ayyub and Mccuen, 1997] Ayyub, B. and Mccuen, R. (1997). *Probability, Statistics & Reliability for engineers*. CRC Press New York.
- [Bagdonavicius et al., 2000] Bagdonavicius, V., Gerville-Reache, L., Nikoulina, V., and Nikoulin, M. (2000). Expériences accélérées : analyse statistique du modèle standard de vie accélérée. *Revue de Statistique Appliquée*, vol XLVIII:5–38.
- [Bagdonavicius and Nikulin, 1995a] Bagdonavicius, V. and Nikulin, M. (1995a). On accelerated testing of systems. *European Journal of Diagnosis and Safety in Automation*, vol. 5 n°3:307–316.
- [Bagdonavicius and Nikulin, 1995b] Bagdonavicius, V. and Nikulin, M. (1995b). *Semi-parametric Models in Accelerated Life Testing*. Queen's University.
- [Bagdonavicius and Nikulin, 1997] Bagdonavicius, V. and Nikulin, M. (1997). Transfer functional and semi-parametric regression. *Biometrika*, vol. 84 n°2:365–378.
- [Bagdonavicius and Nikulin, 2001] Bagdonavicius, V. and Nikulin, M. (2001). *Mathematical models in the theory of accelerated experiments*. World Scientific Publishing Co.
- [Bagdonavicius and Nikulin, 2002] Bagdonavicius, V. and Nikulin, M. (2002). *Accelerated life models*. Chapman and Hall/CRC.
- [Bai et al., 1989] Bai, D., Kim, M., and Lee, S. (1989). Optimum simple step-stress accelerated life tests with censoring. *IEEE transaction on reliability*, vol 38 n°2.
- [Barlier et al., 1997] Barlier, C., Bourgeois, R. and Virost, F (1997). *Construction mécanique industrielle*. Ed Foucher.
- [Barlow and Proshan, 1975] Barlow, R.E. and Proshan, F. (1975). *Statistical theory of reliability and life testing probability models*. Holt Rinehart and Winston.
- [Barton, 1994] Barton, R. (1994). Optimum constant-stress accelerated life-test plans. *IEEE transaction on reliability*, vol 43 n°4.

- [Basu and Ebrahimi, 1982] Basu, A. and Ebrahimi, N. (1982). Nonparametric accelerated life testing. *IEEE Trans. On Reliab.*, Vol 31 n° 5:432–435.
- [Bathias and Baillon, 1997] Bathias, C. and Baillon, J-P. (1997). *La fatigue des matériaux et des structures*. Ed Hermes.
- [Berger, 1988] Berger, J.O.C. (1988). *Statistical decision theory and bayesian analysis*. Ed Springer.
- [Bertshe and Lechner, 1999] Bertshe, B. And Lechner, G. (1999). *Zuverlässigkeit im Maschinenbau*. Ed Springer.
- [Biolini, 1997] Biolini, A. (1997). *Quality and reliability of technical systems*. Ed Springer.
- [Bompas-Smith, 1973] Bompas-Smith, J. (1973). *Mechanical Survival : the use of reliability data*. Mc Graw Hill book.
- [Bon, 1995] Bon, J.-L.(1995). *Fiabilité des systèmes: méthodes mathématiques*. Ed Masson.
- [Bonnaud, 2000] Bonnaud. P (2000). Essais accélérés sur l'usure des charbons de moteurs électriques. *Actes de la journée d'étude Société des ingénieurs automobile (SIA) du 07/04/2004. Fiabilité expérimentale : essais accélérés et autres techniques pour démontrer un niveau de fiabilité au moindre coût*. Paris.
- [Brand and al, 1992] Brand, A. , Flavenot, J-F., Gregoire, R. , and Tournier, C. (1992). *Données technologiques sur la fatigue*. édition CETIM.
- [BT-HRD, 1995] *Handbook for Reliability Data*. BritishTelecommunications.
- [CABAU, 1999] CABAU, E. (1999). Introduction à la conception de la sûreté. *Cahier technique Schneider Electric*, n° 144.
- [Caruso and Dasgupta, 1998] Caruso, H. and Dasgupta, A. (1998). A fundamental overview of accelerated testing analytical models. *In IEEE Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium, Tutorial notes*, USA.
- [Castillo et al., 1999] Castillo, E., Sarabia, J.-M., Solares, C., and Gomez, P. (1999). Uncertainty analyses in fault tree and bayesian networks using form/sorm methods. *Reliability Engineering & System Safety*, vol 65:29–40.
- [Catuneau and Mihalache, 1989] Catuneau, V.-M. and Mihalache, A.-N. (1989). *Reliability Fundamentals*. Elsevier.
- [CETIM, 1989] CETIM (1989). *La fiabilité en mécanique au service de la qualité. Recueil de conférences*. Ed CETIM
- [Clarotti, 1998] Clarotti, C. (1998). Les techniques fréquentielle et bayésienne au service le l'ingénieur de sûreté de fonctionnement. Technical report, ISDF.

- [Cocozza-Thivent, 1997] Cocozza-Thivent, C. (1997). *Processus stochastiques et fiabilité des systèmes*. Editeur Springer.
- [Congdon, 2001] Congdon, P. (2001). *Bayesian statistical modelling*. Ed Wiley.
- [Conover, 1999] Conover, W.-J (1999). *Practical nonparametric statistics*. Ed Wiley.
- [Cooke, 1991] Cooke, R. (1991). *Experts in uncertainty : Expert opinion and subjective probability in science*. Oxford University Press.
- [Cox and Oakes, 1984] Cox, D.-R. and Oakes, D. (1984). *Analysis of survival data*. Chapman and Hall.
- [Crowe and Feinberg, 2001] Crowe, D. and Feinberg, A. (2001). *Design for reliability*. Ed CRC Press.
- [Daniel, 1999] Daniel, I.M. (1999). Experimentation and modelling of composite materials, *Journal of Experimental Mechanics*, vol 39, No 1.
- [Debray, 2000] Debray, J. (2000). Analyse de fiabilité et essais accélérés pour la validation de pinces saisie pour véhicules à câbles. *Actes de la journée d'étude Société des ingénieurs automobile (SIA) du 07/04/2000. Fiabilité expérimentale : essais accélérés et autres techniques pour démontrer un niveau de fiabilité au moindre coût*. Paris.
- [Devarajan and Ebrahimi, 1998] Devarajan, K. and Ebrahimi, N. (1998). Nonparametric approach to accelerated life testing under multiple stress. *Naval Research Logistics*, Vol 45:629–644.
- [Directive 1999/44/CE] Directive du Parlement européen et du Conseil, du 25 mai 1999, sur certains aspects de la vente et des garanties des biens de consommation. *Journal officiel n° L 171 du 07/07/1999*. p. 0012 – 0016.
- [Dodson and Nolan, 1999] Dodson, B. and Nolan, D. (1999). *Reliability engineering handbook*. Publishing-Marcel Dekker Inc.
- [Doyle, 1992] Doyle, R. (1991). Mechanical reliability. In *IEEE Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium, Tutorial notes*, USA.
- [Droesbeke et al, 1989] Droesbeke, J.-J., Fichet, B. and Tassi, P. (1989). *Analyse statistique des durées de vie, association pour la statistique et ses utilisations*. Economica.
- [EIREDA, 1998] *The European Industry Reliability Data bank*. Ed Eurostat.
- [Ford et al., 1961] Ford, D., Graff, D., and Payne, A. O. (1961). Some statistical aspects of fatigue life variation. In *Proc 2nd ICAF Symposium : Fatigue aircraft structure*, Paris, France.
- [Guerin and Dumon, 1998] Guerin, F. and Dumon, B. (1998). Réduction du nombre d'essais par la méthode des escaliers couplée au bayésien. In $\lambda\mu I I$, Arcachon, France

[Guerin and Dumon, 1999] Guerin, F. and Dumon, B. (1999). Reduction of the numbers of tests by coupling together the sequential and bayesian methods. In *IEEE SMC'99*, Tokyo, Japan.

[Guerin et al al 2001a] Guerin, F., Dumon, B., and Hambli, R. (2001a). Determining the shape parameter of a Weibull distribution from mechanical damage models, In *IEEE International Conference on Reliability and Maintainability*, Philadelphia, Pennsylvania, USA.

[Guerin et al., 2001b] Guerin, F., Tebbi, O., and Dumon, B. (2001b). Accelerated testing based on mechanical damage model. In *IEEE International Conference on Reliability and Maintainability*, Philadelphia, Pennsylvania, USA.

[Guerin et al., 2001c] Guerin, F., Dumon, B., Hambli, R. and Tebbi, O. (2001c). Reliability Estimation by Accelerated Testing in Mechanics. In *ICOSSAR, 8th International Conference On Structural Safety And Reliability*, Newport, California, USA.

[Guerin et al., 2003a] Guerin, F., Dumon, B., and Usureau, E. (2003a). New methodology of weighting of prior distribution used bayesian approach applied to reliability estimation. In *Probability Method Conference*, Los Angeles, USA.

[Guerin et al., 2003b] Guerin, F., Dumon, B., and Usureau, E. (2003b). Reliability estimation by bayesian method : definition of prior distribution using dependability study. *Journal of Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 82:299–306.

[Hill, 1990] Hill, C. (1990). *Analyse statistique des données de survie*. Ed INSERM.

[Hoang, 2003] Hoang, P. (2003). *Handbook of reliability engineering*. Ed Springer.

[Ibrahim et al., 2001] Ibrahim, J., Chen, M., and Sinha, D. (2001). *Bayesian survival analysis*. Ed Springer.

[Kececioglu, 1993] kececioglu, D. (1993). *Reliability and life testing Handbook vol 1*. Ed Prentice Hall.

[Kececioglu, 1994] kececioglu, D. (1994). *Reliability and life testing Handbook vol 2*. Ed Prentice Hall.

[Kececioglu et al., 1998] Kececioglu, D., Jiang, M., and Sun, F.-B. (1998). A unified approach to random fatigue reliability quantification under random loading. In *IEEE Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium*, USA.

[Kececioglu and Sun, 1999] kececioglu, D. and Sun, F.-B. (1999). *Environmental stress screening: its quantification, optimization and management*. Ed Prentice Hall.

[Lalanne, 1999] Lalanne, C. (1999). *Domage par fatigue - tome 4*. Hermes Science Publications.

[Lannoy and Procaccia, 1994] Lannoy, A. and Procaccia, H. (1994). *Méthodes avancées d'analyse des bases de données du retour d'expérience industriel*. Ed Eyrolles.

[Lannoy and Procaccia, 2001] Lannoy, A. and Procaccia, H. (2001). *L'utilisation du jugement d'expert en sûreté de fonctionnement*. Ed. TEC&DOC.

[Leemis, 1994] Leemis, M.-L. (1994). Probabilistic models and statistical methods in reliability. *In IEEE Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium, Tutorial notes*, USA.

[Lemaitre and Chaboche, 1996] Lemaitre, J. and Chaboche, J. (1996). *Mécanique des matériaux solides*. Ed Dunod.

[Ligeron, 1979] Ligeron, J.-C.(1979). *La fiabilité en mécanique*. Ed DESFORGES.

[Ligeron and et M. Neff, 1984] Ligeron, J.-C. and et M. Neff, A. D. (1984). *La fiabilité en exploitation : Organisation et traitement des données*. Ed Techniques et Documentation-Lavoisier.

[Linn and Ying, 1994] Linn, D.-Y. and Ying, Z. (1994). *Semiparametrical analysis of the additive risk model*. *Biometrika*, vol 81:61-71.

[Linn, 1998a] Linn, J. A. M. (1998a). An inference method for temperature step-stress accelerated life testing. *Quality and Reliability Engineering International*, vol 17.

[Linn, 1998b] Linn, J. A. M. (1998b). Ways to improve the analysis of multi-level accelerated life testing. *Quality and Reliability Engineering International*, vol 14.

[Little and Ekvall, 1979] Little, R. and Ekvall, J. (1979). Statistical analysis of fatigue data. Technical report, *American Society for Testing and Materials*.

[Madsen et al., 1986] Madsen, H., Krenk, S., and Lind., N. (1986). *Method of structural safety*. Ed Prentice-Hall.

[McInn, 1998] McInn, J.-A. (1998). Mechanical reliability. *In IEEE Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium, Tutorial notes*, USA.

[Marts and Walter, 1982] Marts, H. and Walter, R. (1982). *Bayesian reliability analysis*. Ed John Willey& sons.

[Masotti and Morelli, 1998] Masotti, B. and Morelli, M. (1998). Development of the accelerated testing process at otis elevator company. *Quality and Reliability Engineering International*, vol 14.

[Meeker and Escobar, 1993] Meeker, W. Q. and Escobar, L. A. (1993). A review of recent research and current issues in accelerated testing. *International statistical review*, vol 61, n°1: 147-168

[Meeker and Escobar, 1998] Meeker, W. and Escobar, L. (1998). Accelerated degradation tests: modelling and analysis, *Technometrics*, vol 40, n°2.

[MIL-HDBK-217 F, 1995] *Military Handbook-Reliability Prediction of Electronic Equipment* (1995). United States Department Of Defense, notice 2.

[McLean, 2000] McLean, H. (2000). *HALT, HASS HASA Explained: Accelerated Reliability Techniques*. ASQ Quality press.

[Nelson, 1990] Nelson, W. (1990). *Accelerated Testing: Statistical Models, Test Plans and Data Analysis*. Ed. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics.

[Nelson and Meeker, 1991] Nelson, W. and Meeker, W.(1991). Accelerated Testing: Statistical Models, Test Plans and Data Analysis. *Technometrics*, vol 33:236-238.

[Norme CEI 271, 1974] *Commission Electronique Internationale*. Publication n°271. Liste des termes de base, définitions et mathématiques application à la fiabilité. 2^{ème} édition.

[NPRD, 1995] *Non-electronic Parts Reliability Data*. Ed Reliability Analysis Center.

[O'Connor, 2003] O'Connor, P. (2003). Testing for reliability. *Quality and Reliability Engineering international*, vol 19:73-84.

[Owen and Padgett, 1998] Owen, W. J. and Padgett, W. J. (1998). Accelerated test models for system strength based on birnbaum-saunders distributions. *Lifetime Data Analysis*, vol 5:133-147.

[Pagès and Gondran, 1980] Pages, A. and Gondran, M. (1980). *Fiabilité des systèmes*. Ed Eyrolles.

[Prroud, 2000] Perroud. G (2000). Accéder au juste nécessaire par expérimentation adaptée. *Actes de la journée d'étude Société des ingénieurs automobile (SIA) du 07/04/2004. Fiabilité expérimentale : essais accélérés et autres techniques pour démontrer un niveau de fiabilité au moindre coût*. Paris.

[Perroud, 2003] Perroud. G (2003). Prédiction de la fiabilité a priori à partir de retours clients. *Actes de la journée SIA du 12/03/2003. L'exploitation des données du réseau pour estimer et maîtriser la fiabilité*.

[Phadke, 1999] Phadke, M. S. (1999). *Quality engineering using robust design*. Ed Prentice-Hall.

[Procaccia and Morilhat, 1996] Procaccia, H. and Morilhat, P. (1996). *Fiabilité des structures des installations industrielles*. Ed Eyrolles.

[Procaccia et al., 1992] Procaccia, H., Piepszownik, L., and Clarotti, C. (1992). *Fiabilité des équipements et théorie de la décision statistique fréquentielle et bayésienne*. Ed Eyrolles.

[RADC] RADC T64-50: Reliability Prediction for Mechanical and Electromechanical parts

[Ringler, 1979] Ringler, J. (1979). Utilisation des techniques bayésienne dans le cas de système complexe. *Revue de Statistique Appliquée*, vol XXVII n°2.

- [Robert, 1992] Robert, C. (1992). *L'analyse statistique bayésienne*. Edition ECONOMICA.
- [Robert, 2001] Robert, C. P. (2001). *The Bayesian choice*. Ed Springer.
- [Rochon, 1996] Rochon, S. (1996). *Méthodologie de conception fiable des produits industriels associant l'approche expérimentale et l'expertise*. Thèse, Université de Savoie.
- [Ross, 2003] Ross, T. D. (2003). Accurate confidence intervals for binomial proportion and poisson rate estimation. *Computers in biology and medicine*, vol 33:509–531.
- [Salzman et al, 2003] Salzman, R.-H., Packard, M.-H. and Mclinn, J.-A. (2003). Applying probabilistic methods to components design and reliability modeling. In *IEEE Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium, Tutorial notes*, USA.
- [Sander and Badoux, 1991] Sander, P. and Badoux, R. (1991). *Bayesian Methods in Reliability*. Kluwer Academic Publisher.
- [Sendekyj, 2001] Sendekyj, G. P. (2001). Constant life diagrams: a historical review. *International journal of fatigue*, vol 23:347–353.
- [Sethuraman and Singpurwalla, 1982] Sethuraman, J. and Singpurwalla, N.-D.(1982). Testing of hypotheses for distributions in accelerated life tests. *JASA*, vol 77:204-208.
- [Shaked and Singpurwalla, 1983] Shaked, M. and Singpurwalla, N.-D.(1983). Inference for step-stress accelerated life tests. *Technometrics*, vol 33:175-186.
- [Shigley, 1972] Shigley, J.-E (1972). *Mechanical Engineering Design*. ed Mc GRAW Hill.
- [Shyur et al., 1999] Shyur, H.-J., Elsayed, E. A., and Luxhoj, J. T. (1999). A general model for accelerated life testing with time-dependent covariates. *Naval Research Logistics*, vol 46:303–321.
- [Singpurwalla, 1971] Singpurwalla, N.-D.(1971). Inference from accelerated life tests when observations are obtained from censored samples. *Technometrics*, vol 13:161-170.
- [Tang et al., 1996] Tang, L., Sun, Y., and Ong, H. (1996). analysis of step-stress accelerated life test data : A new approach. *IEEE transaction on reliability*, vol 45 n°1.
- [Tebbi et al., 2001a] Tebbi, O., Guerin, F., and Dumon, B. (2001a). Accelerated Testing based on a Mechanical-Damage Model. In *IEEE International Conference on Reliability and Maintainability*, Los Angeles, California, USA
- [Tebbi et al., 2001b] Tebbi, O., Guerin, F., and Dumon, B. (2001b). Étude comparative et critique des modèles d'Essais Séverisés, application à la Mécanique. In *Qualita'2001, 4° congrès international pluridisciplinaire Qualité et Sécurité de Fonctionnement*, Annecy, France.

[Tebbi et al., 2001c] Tebbi, O., Guerin, F., and Dumon, B. (2001c). Comparative study of Accelerated Testing Models with applications in Mechanics. In *Seventh ISSAT International Conference on Reliability and Quality in Design*, Washington, DC, USA.

[Tebbi et al., 2001d] Tebbi, O., Guerin, F., and Dumon, B. (2001d). Comparative study of Accelerated Testing models, applications in Mechanics. In *IEEE SMC'2001, 2001 IEEE International Conference on Systems Man and Cybernetics*, Tucson, Arizona, USA.

[Tebbi et al., 2001e] Tebbi, O., Guerin, F., and Dumon, B. (2001e). Application des Modèles Paramétriques et Semi-Paramétriques d'Essais Accélérés en Mécanique. In *CPI'2001, 2ème Colloque International Conception et Production Intégrées*, Fès, Maroc.

[Tebbi et al., 2002] Tebbi, O., Guerin, F., and Dumon, B. (2002). Analysis of Statistical Models of Accelerated Life Testing in Mechanics. In *λμ 13/ESREL 2002, Colloque Européen de Sûreté de Fonctionnement*, Lyon, France.

[Tebbi et al., 2003a] Tebbi, O., Guerin, F., and Dumon, B. (2003a). Statistical Analysis of Accelerated Experiments in Mechanics Using a Mechanical Accelerated Life Model. In *RAMS'2003, Annual RELIABILITY and MAINTENABILITY Symposium*, Tampa, FL, USA.

[Tebbi et al., 2003b] Tebbi, O., Guerin, F., and Dumon, B. (2003b). Modèle Statistique des tests de vie accélérée pour des pièces mécaniques soumises la fatigue. In *Qualita' 2003, 5° congrès international pluridisciplinaire Qualité et Sûreté de Fonctionnement*, Nancy, France.

[Tebbi et al 2003c] Tebbi, O. Guérin, F.and Dumon, B. (2003c) Reliability testing of Mechanical products-Application of statistical accelerated life testing models. In *9th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering*, University of California, Berkeley, USA.

[Tebbi et al., 2004a] Tebbi, O., Guerin, F., and Dumon, B. (2004a). Estimation de la fiabilité des composants mécaniques par les essais accélérés. In *36ème Journée Statistique appliquée*, Montpellier, France.

[Tebbi et al., 2004b] Tebbi, O., Guerin, F., and Dumon, B. (2004b). Estimation de la fiabilité par les essais accélérés. *Revue Mécanique et Industries*, A paraître:–.

[Tebbi et al., 2004c] Tebbi, O., Guerin, F., and Dumon, B. (2004c). Plan d'essai avec endommagement préalable accéléré appliqué aux composants mécanique. *Revue Statistique Appliquée*, A paraître:–.

[Tsiatis, 1990] Tsiatis, A.-A.(1990) Estimating regression parameters using linear rank tests for censored data. *Ann.Statist*, vol 18:353-372.

[Usureau et al., 2003] Usureau, E., Guerin, F., and Dumon, B. (2003). Demonstration of the reliability of a system using bayesian methods. *Asigurarea Calitati*, vol. IX, n°34.

[Usureau et al., 2004] Usureau, E., Guerin, F., and Dumon, B. (2004). *Démarche bayésienne et applications à la Sûreté de Fonctionnement*. Éditions HERMES Lavoisier. Rédaction des chapitres Modélisation de l'a priori et compatibilité de l'a priori et de la vraisemblance.

- [Vassilious and Mettas, 2001] Vassilious, A. and Mettas, A. (2001). Understanding accelerated lifetesting analysis. In *IEEE Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium, Tutorial notes*, USA.
- [Viertl, 1988] Viertl, R. (1988). *Statistical methods in accelerated life testing*. Vandenhoeck and Ruprecht, Göttingen.
- [Viertl and Spencer, 1991] Viertl, R. and Spencer, F. (1991). Statistical methods in accelerated life testing. *Technometrics*, vol 33:360-362.
- [Villemeur, 1988] Villemeur, A. (1988). *Sûreté de fonctionnement des systèmes industriels : Fiabilité, Facteurs humains et Informatisation*. Collection EdF - Ed Eyrolles.
- [Xiong, 1999] Xiong, C. (1999). Inference on a simple step-stress model with type-ii censored exponential data. *IEEE transaction on reliability*, vol 47 n°2.
- [Yang and Yang, 1998] Yang, K. and Yang, G. (1998). Robust reliability design using environmental stress testing. *Quality and Reliability Engineering International*, vol 14:381–384.
- [Ying, 1993] Ying, Z. (1993). A large sample study of rank estimating for censored regression data. *Ann.Statist*, vol 21:76:99.
- [Zhang, 2002] Zhang, C. (2002). Mechanical component lifetime estimation based on accelerated life testing with singularity extrapolation. *Mechanical System and Signal Processing*, Vol 16:705–718.

Glossaire

GLOSSAIRE

Dans cette partie, nous rappelons (par ordre alphabétique) les définitions des termes liés à la fiabilité et la sûreté de fonctionnement, nécessaire pour comprendre les chapitres précédents. Le lecteur peut trouver plus de détails dans les ouvrages suivants : [Afnor, 1981], [Afnor, 1988], [Ayyub and Mccuen, 1997], [Barlier et al., 1997] , [Bon, 1995], [Birolini, 1997], [Hoang, 2003], [Pagès and Gondran, 1980], [Procaccia et al., 1992], [Villemeur, 1988],...

De nombreuses normes et documents de références proposent une terminologie relative à la sûreté de fonctionnement [Afnor, 1988]. La Commission Electrotechnique Internationale a publié, en outre, la norme IEC 60050 dont un chapitre entier est consacré à la sûreté de fonctionnement. L'EWICS (European Workshop on Industrial Computer Systems)/TC7 a édité un ouvrage très intéressant car il présente à la fois la terminologie et les méthodes communément utilisées en sûreté de fonctionnement, incluant de nombreuses références documentaires.

Selon les domaines d'application, le choix de normes spécifiques est recommandé. A titre d'exemple, la norme NPRD (Non-electronic Reliability Data) traite les systèmes non électroniques, les normes MIL-STD-xxx et DOD-STD-xxx couvrent les aspects sécurité liés aux systèmes militaires, tandis que les normes ECSS de l'ESA sont applicables au domaine spatial.

□ Aptitude

Capacité d'un organisme, d'un système ou d'un processus à réaliser un produit satisfaisant aux exigences relatives à ce produit.

□ Besoin

Ce qui est désiré par un utilisateur. Le contour et l'intensité du besoin évoluent au fil du temps. L'expression des besoins des demandeurs traduit des attentes ponctuelles, souvent contradictoires où se mêlent fréquemment les caractéristiques des objectifs (ce que l'on souhaite) et des moyens (comment satisfaire ces souhaits). L'étude rationnelle des besoins permet de formuler des exigences relatives à l'objectif.

□ Composant

Un composant est une partie d'un système (matériels ou évènements), non décomposable dans le cadre de l'étude, et pour laquelle on dispose d'informations qualitatives (conditions de fonctionnement, modes de défaillance, ...) et quantitatives (fréquences d'apparitions des pannes, durées de bon fonctionnement, ...) suffisantes.

Le type de composants, leurs quantité, leur qualité et leur manière dont ils sont disposés ont un effet direct sur la fiabilité du système.

□ Conception

Ensemble de phases qui permettent :

- D'analyser les besoins à satisfaire

- De spécifier les fonctionnalités externes à réaliser
- De concevoir les composants de la structure

Les termes « conception » et « développement » sont parfois utilisés comme synonymes et parfois utilisés pour définir des étapes différentes du processus global de conception et de développement.

□ Croissance de fiabilité

On peut définir la croissance de fiabilité comme le processus de correction progressive des fautes de conception et de fabrication qui permet d'atteindre une maîtrise maximale des procédés

□ Cycle de développement

Enchaînement des travaux nécessaires à l'élaboration et à la mise en oeuvre d'une solution. Un cycle se décline en phases et en tâches.

□ Cycle de vie du système

Modifications au plan du développement que subit un système depuis sa conception jusqu'à la fin de son utilisation.

Désigne les différentes phases de vie d'un produit, par exemple: conception, production, distribution, consommation (utilisation, entretien, recyclage) et élimination

□ Défaillance

Cessation de l'aptitude d'une unité fonctionnelle à accomplir une fonction requise. Une défaillance est un passage d'un état à un autre, par opposition à une panne qui est un état. On entend par « unité fonctionnelle » soit un système complet, soit l'un quelconque de ses éléments.

Fin de l'aptitude d'un dispositif à remplir sa mission.

La défaillance d'un élément peut être soudaine ou progressive, partielle ou totale.

□ Distribution

L'objectif principal dans toute analyse des données de vie, est d'obtenir une distribution statistique qui décrit le mieux la durée de vie d'un système (ou composant) et ses propriétés. L'observation de l'évolution des pannes du système permet d'avoir des informations sur les lois de probabilité des différentes défaillances.

Les principales lois continues utilisées en fiabilité sont : loi exponentielle, loi de Weibull, la loi normale et la loi log-normale.

□ Disponibilité

Aptitude à être en état d'accomplir une fonction requise dans des conditions données et à un instant donné.

La disponibilité est la probabilité pour qu'un système soit non défaillant à un instant donné. On remarque que pour un système non réparable, la définition de la disponibilité est équivalente à celle de la fiabilité :

Pour les systèmes présentant une architecture simple, les expressions mathématiques "génériques" de la disponibilité permettent de déterminer la disponibilité du système, à partir des informations issues des analyses de fiabilité et de maintenabilité.

□ Dispositif

Désigne un élément ou un composant

□ Durée de vie

La durée de vie d'un système (ou composant) correspond à la date de la première défaillance.

□ Environnement

Configuration de moyens (humains, organisationnels, logiciels, matériels) qui supporte le développement et l'exploitation de systèmes informatiques. Chaque phase du développement s'effectue dans un environnement défini : on distingue les environnements de conception, de production, d'intégration, de validation, d'exploitation sur site pilote.

□ Exigence

Caractéristique mesurable d'une demande formulée par un client à un fournisseur. Une exigence définit, de façon impérative, une caractéristique d'un produit ou d'un service, commandée par un client à un fournisseur.

□ Fiabilité

Dans la publication 271 de la Commission Electronique Internationale, on donne la définition suivante :

« Aptitude d'un dispositif à accomplir une fonction requise, dans des conditions données, pendant une durée donnée. Le terme fiabilité est aussi utilisé comme caractéristique de fiabilité désignant une probabilité de succès ou un pourcentage de succès ».

L'évaluation de la fiabilité d'un élément nécessite des calculs de probabilité.

□ Fournisseur

Organisme ou personne qui procure un produit. Le fournisseur peut être interne ou externe à l'organisme fournisseur. Exemples : producteur, distributeur, détaillant, marchand, prestataire de service.

□ Loi de dégradation

Cette loi traduit la vitesse de dégradation (d'évolution) d'un système en fonction de certains paramètres.

Lorsque le processus de dégradation est défini, il faut en dégager la loi de dégradation. Aucune formule globale ne peut être directement applicable car ces lois vont dépendre de nombreux paramètres :

- De l'environnement appliqué,
- De la nature du matériel,
- De son degré de définition (amortissement mécanique, protection des matériaux)

□ Loi d'accélération

La loi de dégradation n'est pas toujours directement transformable en loi d'accélération, car celle-ci dépend essentiellement des possibilités de simulation du moyen qui peut difficilement reproduire la totalité des contraintes. Il est donc nécessaire de faire un choix des paramètres les plus représentatifs et d'appliquer une loi d'accélération qui suivra au mieux la loi de dégradation, suivant la possibilité des moyens.

□ Maintenabilité

Aptitude d'une entité à être maintenue ou rétablie dans un état dans lequel elle peut accomplir une fonction requise, lorsque la maintenance est accomplie dans des conditions données, avec des procédures et des moyens prescrits.

La maintenabilité est le complément à 1 de la probabilité pour qu'un système ne soit pas réparé dans des conditions données et à un instant donné.

□ Non-conformité

Non-satisfaction d'une exigence. Service rendu ne correspondant pas à une exigence spécifiée.

□ Norme

Règle officielle sur un plan professionnel, national ou international, édictée par un organisme habilité tel que AFNOR, ECMA, ISO, DIN.

□ Objectif

Description quantitative (exigences, délais, coûts) du but que l'on se propose d'atteindre.

□ Performance

Mesure dans laquelle un système ou un composant remplit sa fonction dans le cadre de certaines contraintes.

□ Plans d'expérience

Les plans d'expérience sont conçus pour l'organisation d'essais destinés à évaluer l'influence d'un ou de plusieurs facteurs sur une grandeur observée. Le plan fixe les combinaisons des variantes de facteurs et les conditions d'exécution permettant une interprétation statistique des résultats par des méthodes telles que l'analyse de variance. Ainsi, il est possible de juger si des facteurs contrôlés tels que modes de fabrication, méthodes de mesure, fabricants, conditions d'emplois, etc. ont une influence significative, et si l'association de certains niveaux de facteurs a un effet significatif (mettre en évidence leurs interactions).

Il existe une grande variété de types de plans d'expérience suivant les répartitions et répétitions de facteurs qu'on peut ou veut effectuer.

L'analyse de variance est une technique mathématique qui subdivise la variance totale d'un ensemble de données en composantes associées aux facteurs de variation.

□ Processus de dégradation

Après avoir défini les points sensibles d'un système, on cherche le processus de dégradation qui s'y applique. On peut avoir par exemple :

- Des phénomènes d'usure,
- Des phénomènes de fatigue,
- Des dégradations physico-chimiques, corrosion, évolution des caractéristiques des constituants,
- Etc.

□ Produit

Résultat d'activités ou de processus. Un produit peut être tangible (par exemple, le matériel, le logiciel) ou incorporel (par exemple, la connaissance ou des concepts) ou une combinaison des deux.

En ingénierie de systèmes d'information, un produit est, selon le cas :

- Un système réalisant la totalité des fonctions attendues d'un programme ;
- Un composant plus ou moins élémentaire d'un système;
- Une prestation de service.

□ Projet

Processus unique qui consiste en un ensemble d'activités coordonnées et maîtrisées comportant des dates de début et de fin, entrepris dans le but d'atteindre un objectif conforme à des exigences spécifiques telles que les contraintes de délais, de coûts et de ressources.

Ensemble des moyens nécessaires pour développer (concevoir, construire et mettre en oeuvre) un ouvrage.

Entreprise ayant des objectifs prédéfinis, d'une importance et d'une durée, prédéterminées.

Un projet contient un sous-système de production, qui exécute les tâches de réalisation, et un sous-système de décision, qui contrôle le système de production, appelé gestion de projet.

□ Prototype

Premier exemplaire d'un produit, construit avant la fabrication en série ou un déploiement. Modèle d'essai opérationnel permettant d'évaluer une spécification du système d'information ou de mieux comprendre ou identifier les exigences.

Type, forme ou exemple préliminaire d'un système qui sert de modèle pour les stades ultérieurs ou la version définitive du système.

Un prototype ne comporte pas nécessairement la totalité des composants du système ; par rapport au système final, un prototype peut sacrifier certains aspects pour mettre en évidence les fonctionnalités critiques dont on désire montrer le caractère opérationnel.

□ Rupture

La rupture est la séparation d'un matériau en deux ou plusieurs parties, sous l'action d'une contrainte. Elle peut être brutale ou progressive:

Rupture brutale: due à une modification instantanée des propriétés de la pièce en cas de charge élevée.

Rupture progressive: due à une évolution dans le temps des caractéristiques de la pièce à cause de la Fatigue des matériaux lors d'un chargement cyclique.

□ Sécurité

Aptitude d'une entité à éviter de faire apparaître, dans des conditions données, des événements critiques ou catastrophiques.

□ Structure

Manière dont les parties d'un tout sont arrangées entre elles. Ensemble des interactions (couplages) entre les éléments d'un système.

□ Spécification

Formulation complète, précise et vérifiable, rédigée dans un langage commun au client et au fournisseur, des exigences particulières (fonctions, propriétés, capacités, performances etc.) auxquelles un produit ou un service doit se conformer. Condition essentielle qu'un système doit satisfaire.

Condition ou capacité dont un acteur (utilisateur ou système) a besoin pour résoudre un problème, réaliser un objectif ou remplir un contrat, une norme, une spécification ou d'autres documents formellement imposés.

Forme écrite de la condition ou capacité susvisée.

Description définitive d'un système dans le but de le développer ou de le valider.

□ Sûreté de fonctionnement

La sûreté de fonctionnement est l'aptitude d'une entité à satisfaire une ou plusieurs fonctions requises dans des conditions données.

La sûreté de fonctionnement se caractérise généralement par les paramètres suivants : Fiabilité, Maintenabilité, Disponibilité et Sécurité

On retrouve dans les initiales de ces concepts, le nom de FMDS parfois donné à la sûreté de fonctionnement.

□ Système

Un système est un ensemble d'éléments en interaction en vue d'accomplir une mission.

Un système peut être composé d'un seul élément.

□ Validation

Confirmation et apport de preuves tangibles que les exigences pour une utilisation spécifique ou une application prévue sont satisfaites.

Confirmation par examen et fourniture de preuves objectives que les exigences particulières d'une utilisation spécifique sont remplies.

Les conditions d'utilisation peuvent être réelles ou simulées. La validation concerne le processus d'examen d'un produit en vue d'en déterminer la conformité aux exigences de l'utilisateur. Elle s'effectue normalement sur le produit final dans des conditions d'utilisation définies. Plusieurs validations peuvent être effectuées s'il y a différents usages prévus.

Annexes

ANNEXES

Annexe A. Quelques méthodes d'analyse prévisionnelle de la fiabilité d'un produit

Les calculs prévisionnels de fiabilité ont pour objet de vérifier le niveau de fiabilité d'un système en fonction des données de fiabilité de ses constituants et de son architecture matérielle définie par les blocs diagramme de fiabilité.

Les calculs prévisionnels permettent de spécifier les architectures matérielles qui répondent au mieux aux exigences de fiabilité à travers des analyses qualitatives (APR2, AMDEC3, ...) et quantitatives (Arbre de défaillance, Diagramme de fiabilité, ...). Pour des systèmes plus complexes, il est possible de modéliser la fiabilité par des réseaux de Petri (RdP) ou chaînes de Markov.

A.1. L'analyse fonctionnelle

L'analyse fonctionnelle est l'outil de base de la sûreté de fonctionnement. Il s'agit :

- D'identifier les fonctions principales et les fonctions de contraintes ;
- De définir les conditions d'exploitation ;
- De décomposer un système en sous-systèmes ;
- D'identifier les interfaces entre sous-systèmes et milieux extérieurs.

A.2. AMDE (Analyse des Modes de Défaillances et de leurs Effets)

L'AMDE est une méthode inductive d'analyse de système utilisée pour l'étude systématique des causes et des effets des défaillances qui peuvent affecter les composants de ce système. L'AMDE permet de déterminer l'impact de chacune des défaillances sur un ou plusieurs des concepts FMDS. L'AMDE est présentée sous forme de tableaux. L'AMDE est parfois complétée par une analyse de criticité. Elle devient AMDEC (Analyse des Modes de Défaillance, de leurs Effets et de leur Criticité), la Criticité étant une grandeur à trois dimensions égale à la Gravité que multiplie la Probabilité de défaillance et le problème de non détection de la défaillance. La criticité permet d'extraire les modes de défaillance les plus critiques, on représente souvent la criticité sous forme matricielle.

A.3. APR (Analyse Préliminaire des Risques)

L'Analyse Préliminaire des Risques (APR) définit le besoin et les objectifs de la mission, les limites du système, les conditions de succès ou d'échec et leurs scénarios. Elle permet d'identifier les situations potentiellement dangereuses vis-à-vis de la sécurité et d'évaluer la gravité des conséquences

A.4. L'analyse par Arbres de défaillances

Cette méthode a pour objet de déterminer les diverses combinaisons possibles d'événements qui entraînent la réalisation d'un événement indésirable unique. L'arbre de

défaillance est une analyse déductive dont la représentation graphique des combinaisons est réalisée par structure arborescente. Ces arbres de défaillance sont ensuite quantifiés afin de déterminer la probabilité d'occurrence de l'événement supérieur ; cet événement correspond généralement à un événement indésirable pour le système. L'analyse qualitative de l'arbre de défaillance consiste à rechercher les chemins les plus courts (appelés coupes minimales) entre les événements élémentaires et l'événement redouté. L'analyse quantitative permet de déterminer la probabilité d'occurrence de l'événement redouté à partir des coupes minimales et des probabilités d'occurrence des événements élémentaires. La probabilité de défaillance p d'un système est simplement la probabilité que tous les événements de base d'une ou plusieurs coupes minimales apparaissent. On trouvera les principes de construction d'un tel arbre, ainsi que les combinaisons logiques utilisables dans [Pagès and Gondran, 1980], [Biolini, 1997], [Cocozza-Thivent, 1997].

Annexe B. Bases de données sur des systèmes électroniques et mécaniques

B.1. Détails sur les données de fiabilité disponibles pour des composants électroniques

- **IEEE STD**

Un recueil de données de fiabilité observées, concernant des composants électriques, électroniques et mécaniques, pour des systèmes d'énergie nucléaire. Il fournit des taux de défaillance des composants en fonctionnement et sollicitation.

- **MIL-HDBK-217**

Le MIL-HDBK-217 est un document militaire américain connu et accepté à l'échelle mondiale, très utilisé pour le calcul de la fiabilité prévisionnelle des équipements électroniques. Ce fut le premier recueil de données de fiabilité à usage militaire. La première version a été éditée en 1965, il n'a pas été mis à jour depuis 1995.

Le document contient une série de modèles des taux de défaillance empiriques, développés en utilisant des données de vie du retour d'expérience, pour des composants électriques/électroniques et un certain nombre de composants électromécaniques en fonctionnement.

Les prévisions de fiabilité sont exprimés en nombre de défaillances par million d'heures et supposent une distribution exponentielle (taux de défaillance constant). Deux techniques prévisionnelles de la fiabilité sont données dans le manuel : la technique de définition des contraintes appliquées, en anglais "Part Stress Analysis" (PSA), et la technique de décompte des pièces, en anglais "Part Count Analysis" (PCA).

La première technique exige la connaissance des niveaux de contraintes appliquées à chaque partie pour calculer son taux de défaillance, tandis que la deuxième technique suppose des niveaux de contraintes moyens pour fournir une première estimation du taux de défaillance.

Ces deux techniques utilisent les mêmes formules mais pas les mêmes valeurs, la technique PCA utilise des valeurs estimées alors que la PSA utilise des valeurs calculées ou mesurées (fournis par le fabricant).

Les taux de défaillance donnés par le manuel sont fonction des contraintes appliquées et dépendent de certains éléments par des coefficients multiplicateurs. Des modèles détaillés sont donnés pour chaque type de composant tels que les transistors, les résistances, etc. En général, ils ont la forme suivante :

$$\lambda_P = \lambda_b \pi_Q \pi_E \pi_A \dots \quad (0.1)$$

Où: λ_b = Taux de défaillance de base calculé en fonction des contraintes principales de fonctionnement (température, puissance...), π_Q = Facteur lié à la qualité du composant, π_E = Facteur lié aux contraintes d'environnement et π_A = Facteur lié aux contraintes appliquées, ...

Bien que le MIL-HDBK-217 devienne de plus en plus ancien, il reste la technique la plus utilisée en électronique,

- **BT-HRD**

Le BT-HRD est un recueil de données de fiabilité publié par “British Telecommunications” moins détaillé que le MIL-HDBK-217 et tout à fait semblable à RDF 2000. Il fournit des modèles de taux de défaillance pour des systèmes de télécommunication en fonctionnement. Dans le “British Telecom handbook”: le terme “Part Stress Count Analysis” remplace le terme “Part Stress Analysis” utilisé dans le MIL-HDBK-217 ; la forme générale des modèles reste la même ; pour la plupart des composants, le taux de défaillance de base est considéré, constant et indépendant des contraintes externes.

- **EPRD**

Le EPRD est un rapport du centre RAC “Reliability Analysis Center”, un organisme militaire américain travaillant pour “United States Air Force”, donnant des taux de défaillance pour des composants et dispositifs électroniques.

- **RDF (ou CNET)**

Le RDF est un recueil de modèles édité en France par le Centre National d’Études des Télécommunications (CNET), préparé en collaboration avec des représentants de fabricants de composants et des constructeurs d’équipements et des utilisateurs de matériels électroniques.

C’est un modèle universel pour le calcul de la fiabilité prévisionnelle des composants, cartes et équipements électroniques. En particulier il fournit des modèles de taux de défaillance (modèles “Part Stress”) et des durées de vie des composants électroniques en fonctionnement. Le taux de défaillance est donné en fonction de certains paramètres : la technologie, les contraintes de fonctionnement, les contraintes d’environnement, le mode de fonctionnement, les classes de qualification des composants. La dernière version a été publiée par l’Union Technique de l’Électricité en juillet 2000 sous la référence UTE C 80-810.

Nous donnerons par la suite un exemple de feuilles de calcul issu du CNET 1999.

- **GJB**

Le GJB est un document chinois à usage militaire, très puissant pour les calculs prévisionnels de la fiabilité des équipements (composants ou systèmes) électroniques en utilisant des taux de défaillance, MTBF,... Il a été traduit en anglais par Beijing Yuntong Forever Digital controlling Technology co.Ltd.

- **Telcordia/Bellcore**

C'est le document le plus utilisé après le MIL-HDBK-217. C'est un manuel commercial élaboré pour des produits électroniques commerciaux et industriels. A l'origine, c'est la compagnie "the Bell Communications Research" qui élaborait le document Bellcore. En 1997 cette compagnie a été achetée par SAIC, et est devenue "Telcordia Technologies" en 1999.

Telcordia fournit des taux de défaillance, exprimés en nombre de défaillances par billion d'heures, pour des composants électroniques à usage commercial ; beaucoup d'industriels, fabricants ou constructeurs des produits électroniques commerciaux, choisissent maintenant d'utiliser le document Bellcore pour leurs calculs de fiabilité prévisionnelle.

Les modèles de taux de défaillance donnés dans ce manuel sont similaires à ceux donnés par le MIL-HDBK-217. Telcordia soutient l'application des méthodes " Part Stress Analysis" et " Part Count Analysis" utilisées dans le MIL-HDBK-217. Ces deux grandes familles d'analyse sont considérées dans Telcordia comme étant deux simples Méthodes de Calcul. En effet, Telcordia propose dix Méthodes de Calcul différentes, chacune de ces méthodes tient compte d'un certain type de données : des données sur les contraintes appliquées "stress data", des données du déverminage "burn-in" , des données du retour d'expériences ou d'exploitation "Field Data", ou des données d'essai en laboratoire, etc.

B.2. Exemple de feuille de calcul issue des bases de données électroniques, tiré de[CABAU, 1999]

L'exemple suivant est issu du recueil de fiabilité du Centre National d'Études des Télécommunications (CNET 1999) concernant des composants électroniques. Ce recueil permet de calculer le taux de défaillance supposé constant d'un composant en fonction des caractéristiques de l'application (environnement ou taux de charge par exemple), ainsi que du type de composant (nombre de portes, valeur de la résistance, ...).

Prenons par exemple une résistance de 50 k Ω sur une carte électronique placée dans un tableau électrique au sol.

On consulte les tableaux de la figure B.1 pour déterminer les différents facteurs correctifs.

- L'environnement est « Au sol (matériel fixe) »,
- Le facteur multiplicatif relatif à l'environnement est donc :

$$\Pi_E = 2,9$$

- La valeur de la résistance donne le facteur multiplicatif correspondant :

$$\Pi_R = 1$$

- La résistance est sans qualification ce qui donne le facteur multiplicatif relatif au facteur de qualité :

$$\Pi_Q = 7,5$$

- Le facteur de charge ρ est caractéristique de l'application contrairement aux autres facteurs qui sont caractéristiques du composant. Si le facteur de charge est de 0,7 et la température ambiante pour la carte est de 90° C. L'abaque donne

$$\lambda_b = 15/h$$

On obtient alors le taux de défaillance de la résistance en effectuant le produit :

$$\lambda = \lambda_b \cdot \Pi_R \cdot \Pi_E \cdot \Pi_Q \cdot 10^{-9} = 0,33 \cdot 10^{-6}/h$$

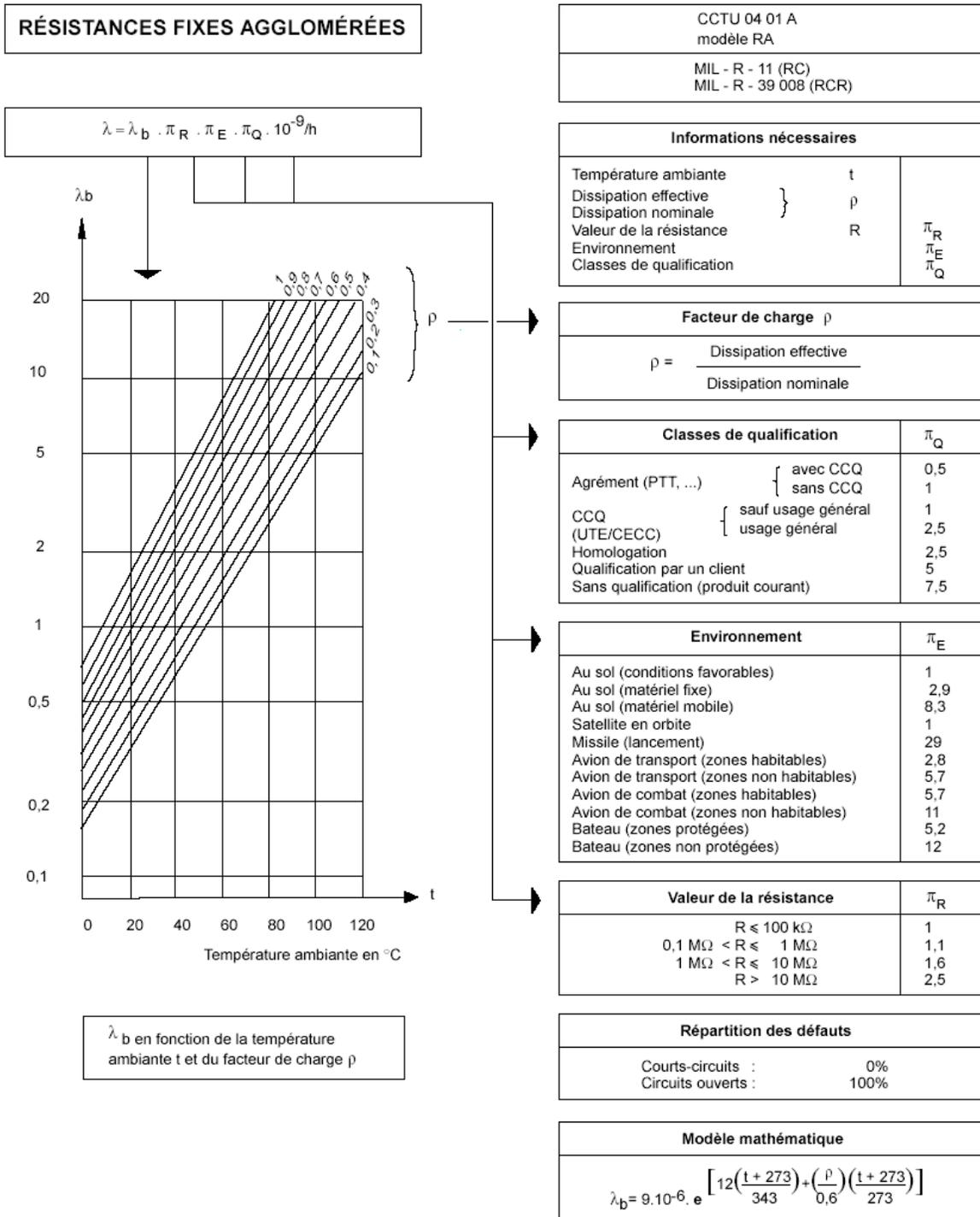


Figure B.1. Exemple de feuille de calcul issue des cahiers du CNET 1999

B.3. Exemple de Base de données mécaniques

A titre d'illustration, les figures B.2 et B.3 donnent un extrait du RAC NPRD 97 concernant les disjoncteurs. Sur la figure B.2, sont donnés quelques ordre de grandeurs du taux de défaillance et du MTTF de quelques composants. Sur la figure B.3, on a une répartition des différents modes de défaillances, on lit par exemple que 34 % des défaillances constatées sont des refus de fermeture. Le tableau de la figure B.3 donne une estimation de la valeur du taux de défaillance (point estimate) en ce qui concerne la fonction thermique (thermal) des disjoncteurs.

On lit successivement :

- L'environnement : ici GF = Ground Fixed = au sol conditions industrielles,
- L'estimation du taux de défaillance : il faut lire $0,335.10^6 h^{-1}$,
- les bornes d'un intervalle de confiance tel que la probabilité que le taux de défaillance s'y trouve est de 0,6 (c'est-à-dire 0,8 - 0,2),
- Le nombre de recueils utilisés pour le calcul : ici 2,
- Le nombre de défaillances observées : ici 3,
- Le nombre d'heures de fonctionnement observées : $8,944.10^6 h$.

La connaissance du taux de défaillance global et de la répartition par mode de défaillance permet de chiffrer la probabilité des différents événements par une simple règle de trois.

Par exemple, pour le mode de défaillance « refus de fermeture », on obtient :

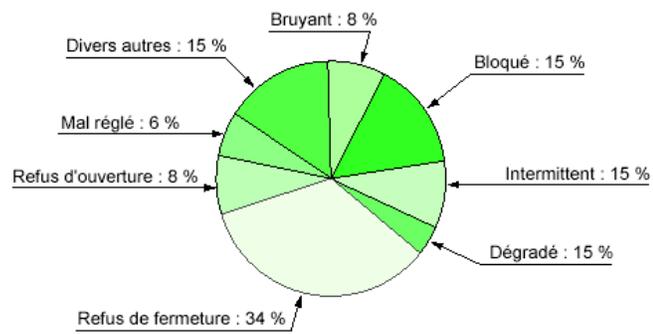
$$0,335.10^6 \cdot (34/100) = 1,17.10^{-7} h^{-1}$$

Une autre approche est parfois plus pertinente : on considère un nombre de manœuvres au lieu de considérer le temps de fonctionnement. Dans ce cas un test portant sur un échantillon de quelques dizaines de produits permet de chiffrer la fiabilité (loi de Weibull).

Le choix dépend du type de défaillances que l'on désire étudier, l'usure des contacts est liée au nombre de manœuvres alors que la corrosion est liée au temps. Le type d'utilisation et les conditions d'environnement sont toujours déterminants.

	Résistances	Micro processeur	Fusible et disj. forte intensité, transfos, câbles (100 m) jeu de barres (10 départs)	Générateur	Coupures brèves EDF
λ (/h)	10^{-9}	10^{-6}	entre 10^{-7} et 10^{-6}	10^{-5}	10^{-3}
MTTF	1000 siècles	100 ans	entre 100 et 1000 ans	10 ans	40 jours

Figure B.2. Ordre de grandeur du taux de défaillance et MTTF de quelques éléments



Component part type	APPL ENV	User code	Point estimate	60 % upper single-side	20 % lower internal	80 % upper internal	% of recs	% of fail	Operating HRS (E6)
Thermal	GF	M	0,335	-	0,171	0,621	2	3	8,944

Figure B.3. Mode de défaillances et données de fiabilité des disjoncteurs

Annexe C. Approche probabiliste de la théorie “Contrainte-Résistance”

C.1. Introduction

L’approche probabiliste de la méthode “ Contrainte-Résistance” est largement utilisée dans plusieurs laboratoires de mécanique ([Afnor, 1981], [Catuneau and Mihalache, 1989], [Doyle, 1992], [Ligeron, 1979], [Mclinn, 1998], [Procaccia and Morilhat, 1996], [Salzman et al., 2003], [Villemeur, 1988],...), plusieurs logiciels ont été développés pour la minimisation des temps de calcul dans l’optimisation mécano-fiabiliste des structures mécaniques qui est indispensable pour concevoir des systèmes de plus en plus performants.

Cette approche est composée de quatre parties principales: une première partie d’analyse préliminaire de la structure à étudier, une deuxième partie d’analyse mécanique basée principalement sur la construction d’un modèle mécanique explicite traduisant la réponse de la structure par rapport à divers scénarios de défaillance, la troisième partie d’analyse statistique formée d’un ensemble d’outils statistiques permettant le calcul de la probabilité de défaillance, à ces trois parties s’ajoute une dernière étape très importante celle de l’analyse critique des résultats qui nous permet de juger la crédibilité et la conformité des résultats obtenus.

Les modèles intervenant dans les trois parties de la démarche probabiliste nécessitent la mise en œuvre de techniques spécifiques pour leur validation et le calage de paramètres à partir de données expérimentales.

C.2. Étapes de la méthode

C.2.1. Analyse préliminaire

C.2.1.1. Paramètres de dimensionnement (les variables de conception)

Les informations disponibles à la conception et nécessaires pour aborder les prévisions de la fiabilité peuvent être répertoriées suivant leur origine, comme suit (voir figure C.1):

- Aléas internes: relatifs à l’état de la structure :
 - Contraintes de fonctionnement (forces internes, mouvement...)
 - Contraintes de qualité (nature des matériaux, états de surface, précision des mesures, ..)
- Aléas externes: relatif à l’environnement
 - Contraintes climatiques (température, pression, humidité..)
 - Contraintes mécaniques (chargement, déformations imposées...)

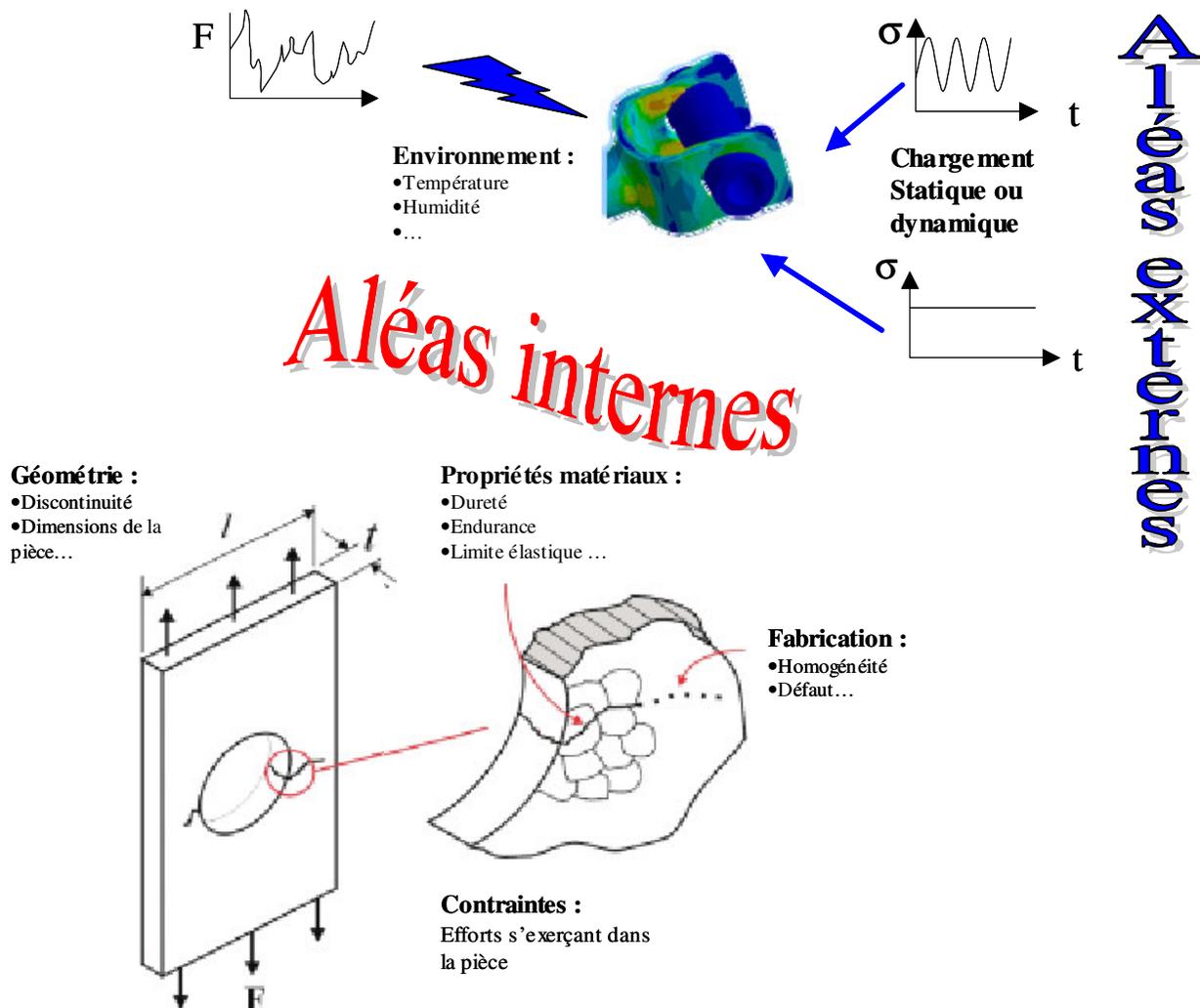


Figure C.1. Aléas internes et externes d'une structure mécanique

C.2.1.2. Étude qualitative des scénarios de défaillance

La défaillance d'une structure peut avoir son origine dans des phénomènes complètement différents : rupture, corrosion, etc.... chacun de ces phénomènes conduisant à la défaillance est appelé *mode de défaillance*. Un enchaînement d'évènements, conduisant à la défaillance, forme un *scénario de défaillance*.

En mécanique on rencontre plusieurs types de défaillances, qui apparaissent suite à un choc, une surcharge, à une fatigue mécanique ou thermique, à un fluage, à l'érosion ou la corrosion mais le plus souvent, on constate la défaillance par la rupture d'une pièce.

Des méthodes d'analyse prévisionnelle de la sûreté de fonctionnement peuvent aider à définir les modes de défaillance et leurs causes pour la structure étudiée, par exemple L'Analyse Préliminaire des Risques (APR) et L'Analyse des Modes de Défaillance, de leurs Effets et de leur Criticité (AMDEC) (voir Annexe B).

Cette étape d'étude qualitative, des scénarios de défaillance, doit être réalisée en présence des différents experts du domaine.

C.2.2. *Analyse mécanique*

C.2.2.1. *Choix et formulation du modèle mécanique*

A chaque mode de défaillance initié est associé un modèle mécanique traduisant la réponse de la structure vis à vis d'un scénario de défaillance (fatigue, Mécanique de la rupture, ...), en fonction des variables de conception de base (chargements, géométrie, caractéristiques matériaux, ...). Il s'agit d'un *modèle de sollicitations*.

Les modèles mécaniques font intervenir des lois de comportement sous sollicitations statiques ou dynamiques, avec éventuellement une évolution de la structure par endommagement et rupture.

Dans le cas où nous ne disposons pas de formules analytiques exactes et simples pour construire ce modèle, plusieurs solutions sont envisageables. Ces solutions peuvent être très lourdes à mettre en œuvre :

- Directement par calculs éléments finis, afin d'obtenir la réponse de la structure pour un ensemble de données fixé;
- Technique des plans d'expérience...
- Définition d'un critère de résistance limite

Le critère de résistance limite (*état limite* ou *critère de défaillance*) fixe le seuil au-delà duquel on décidera qu'il y a défaillance (limite élastique du matériau, ténacité du matériau,...). C'est un choix arbitraire, il se décide entre les concepteurs et les experts. Il s'agit du *modèle de résistance*.

L'état de la structure est qualifié *défaillant* s'il vérifie un des critères de résistance limite par rapport au mode de défaillance considéré, sinon il est dit de *bon fonctionnement*. Les états défaillants ou de bon fonctionnement forment deux domaines complémentaires : le domaine de défaillance (constitué de tous les états défaillants) et le domaine de bon fonctionnement (ou de sûreté). La frontière entre ces deux ensembles est appelée *surface d'état limite*.

C.2.2.2. *Formulation de l'équation d'état limite*

L'équation ou la *fonction d'état limite* est basée sur l'évaluation d'une fonction appelée *fonction d'état* qui caractérise le comportement (ou l'état) du matériau, soit il est en bon fonctionnement soit il est défaillant.

La *fonction d'état* est une relation fonctionnelle liant les variables de conception de la structure représentées par le vecteur $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ caractérisant les chargements subis et la résistance de la structure pour le mode de défaillance considéré. Elle est définie par:

$$Z = G(X) = G(X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_n)$$

Où G est la *transformation mécanique* qui peut être définie analytiquement ou par éléments finis. Z est la *fonction de performance*.

La *fonction d'état limite* est donnée par l'équation :

$$Z = G(X) = G(X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_n) = 0$$

L'ensemble $\{X; Z = 0\}$ définit la surface d'état limite. Elle délimite les deux domaines de défaillance et de sûreté:

Le domaine de bon fonctionnement (ensemble des états de sûreté) de la structure est définie par l'ensemble $\{X; Z > 0\}$ pour toutes les valeurs positives de $G(X)$

Le domaine de défaillance (ensemble des états de défaillance) est défini par l'ensemble $\{X; Z \leq 0\}$ pour toutes les valeurs négatives ou nulles de $G(X)$,

La fonction d'état limite est souvent exprimée sous forme d'une *marge de sécurité* notée souvent M défini par la différence entre le critère de résistance limite et le modèle mécanique, d'où la notion " *Contrainte- Résistance* ":

$$G(X) = R(X_1, X_2, \dots, X_i) - C(X_{i+1}, X_{i+1}, \dots, X_n) = M$$

Où X_1, X_2, \dots, X_i représentent les variables de résistance et $X_{i+1}, X_{i+1}, \dots, X_n$ les variables de sollicitation.

Toutefois, une des difficultés de cette relation " Résistance-Contrainte " est qu'elle ne peut pas être implicite cela dépend de la complexité de la structure. Elle est définie analytiquement par la Résistance des Matériaux ou numériquement par calculs éléments finis.

Dans le cas élémentaire d'une structure ayant une résistance R pour un mode de défaillance déterminé, soumise à un chargement unique C ; la fonction d'état est égale à :

$$M = G(R, C) = R - C$$

La surface d'état limite, le domaine de défaillance ainsi que le domaine de bon fonctionnement sont représentés par le graphe de la figure C.2 :

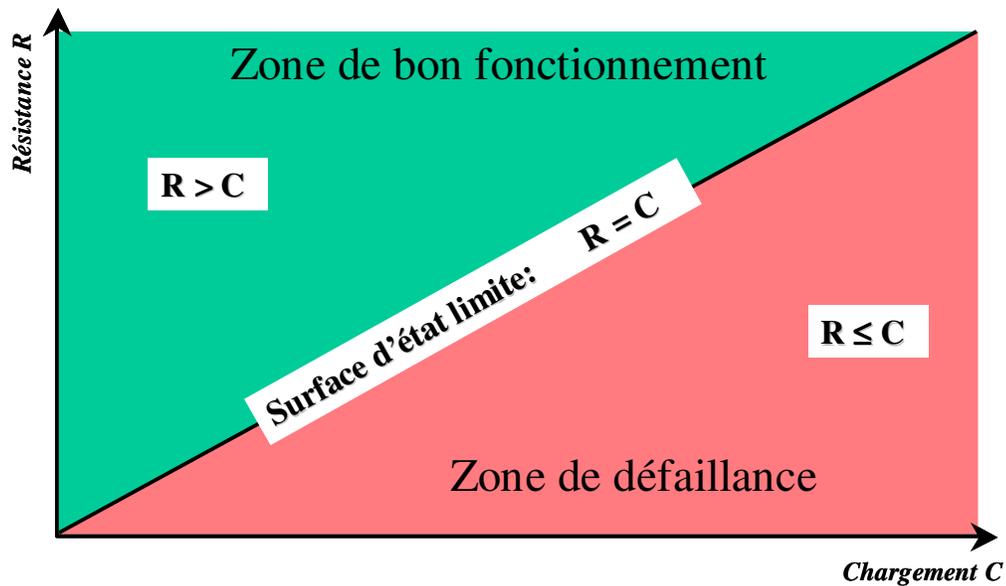


Figure C.2. Cas élémentaire de Fonction d'état d'une structure.

C.2.3. Analyse statistique

C.2.3.1. Variabilité des paramètres de dimensionnement

Les variables de résistance et de sollicitation sont généralement de nature aléatoire (écarts de fabrication, hétérogénéité des matériaux, aléas de l'environnement,...). Pour modéliser cette situation et afin d'assurer une conception fiable des structures, on introduit la notion de variable aléatoire dans la formule de la fonction d'état limite. Ainsi, nous considérons les variables de conception comme des variables aléatoires décrites par des lois statistiques qui tiennent compte de leurs dispersions et de la variabilité mécanique des matériaux, (voir figure C.3). La plupart des paramètres ont une variabilité caractérisée par une loi normale, loi de Weibull, Log-normale ou uniforme, etc.

L'identification d'une distribution statistique (définie par une densité de probabilité ou une fonction de répartition ou bien une moyenne et une variance) est basée sur un recueil de données accompagnée d'une analyse statistique expérimentales en utilisant des techniques mécaniques et statistiques très connues, telles que les Essais mécaniques, les techniques d'estimation ponctuelle et/ou ensembliste, les techniques des Tests d'hypothèse paramétriques et/ou non paramétriques (tests d'adéquation),... et autres. Néanmoins ce n'est pas toujours facile d'estimer la distribution de probabilité des variables de conception, l'un des problèmes majeurs est que les données sur les matériaux, elles ne sont pas disponibles ou pas assez conséquentes.

Pour contourner ces problèmes on a souvent recours soit aux essais mécaniques pour obtenir des données soit aux méthodes de simulation, ces solutions deviennent très difficiles à mettre en œuvre dès que le nombre de variables est important, cela peut engendrer d'autres problèmes (temps de calcul long, coût de l'opération très élevé,...).

La figure C.3 donne Quelques exemples de modèles de variation de certaines variables de conceptions :

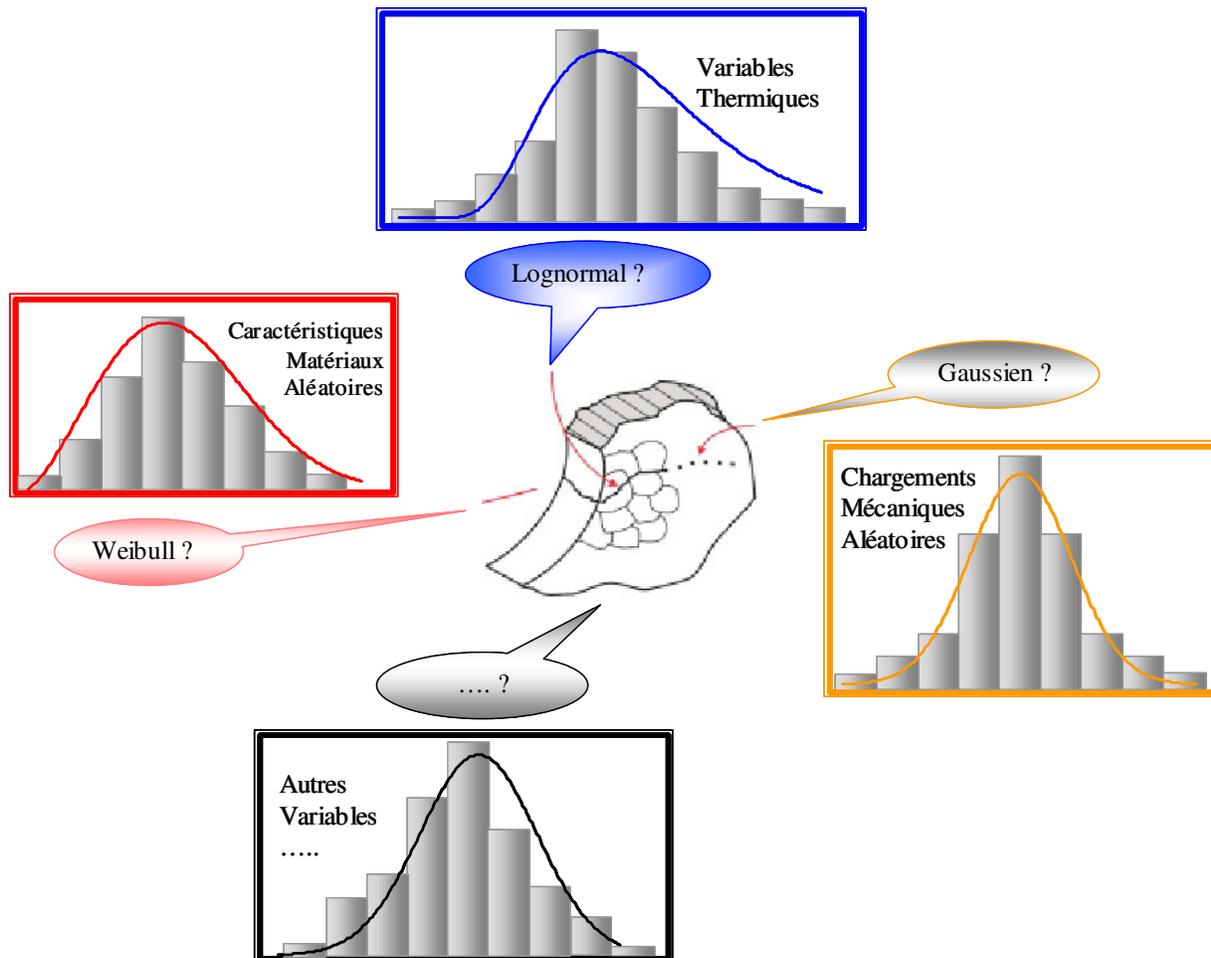


Figure C.3. Modèles de variabilité des paramètres de dimensionnement

C.2.3.2. Calcul de la probabilité de défaillance

Nous supposons que les n variables aléatoires X_1, X_2, \dots, X_n intervenant dans la formule de l'équation d'état $Z = G(X) = G(X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_n)$, ont des densités de probabilité respectivement : $f_{X_1}(\cdot), f_{X_2}(\cdot), \dots, f_{X_n}(\cdot)$. La densité de probabilité du vecteur aléatoire $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ est la densité conjointe des n variables aléatoires : $f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(\cdot)$. La probabilité de défaillance de la structure est définie mathématiquement par :

$$P_f = P(G(X) \leq 0) = \int_{G(x_i) \leq 0} f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n$$

La fiabilité ou la probabilité du bon fonctionnement est :

$$P_R = 1 - P_f = P(G(X) > 0)$$

Dans le cas bidimensionnel simple, avec une résistance R et une contrainte C, la probabilité de défaillance P_f est la probabilité pour que la variable résistance R de la structure soit inférieure à la variable contrainte C :

$$P_f = P(R - C \leq 0) = P(R \leq C) = \iint_{D_f} f_{R,C}(r, c) dr dc$$

Où D_f est le domaine de défaillance de la structure, $f_{R,C}(\cdot)$ est la densité conjointe de R et C

Plusieurs problèmes sont rencontrés lors de l'évaluation de cette intégrale, la densité conjointe n'est pas toujours connue, le domaine de défaillance peut être de géométrie complexe. Des méthodes sont proposées pour le calcul de cette intégrale, de type calcul direct, approché ou par simulation. Ces méthodes sont très nombreuses, nous parlerons des plus utilisées d'entre elles (principe, avantages et inconvénients de la méthode):

1. Méthodes directes

Elles sont basées sur un calcul, analytique ou numérique, de la probabilité de défaillance à partir de la densité conjointe.

Ceci est facile à effectuer quand les lois des variables sont respectivement normale ou log-normale. En cas de distributions quelconques, il faut recourir à des méthodes numériques d'intégration qui permettent d'obtenir cette probabilité graphiquement à partir des transformées de Mellin par exemple.

Ces méthodes directes ont l'avantage d'obtenir une valeur exacte de la probabilité de défaillance. Mais cette exactitude est obtenue dans les cas simples (normale, lognormale, Weibull, Gamma), dans le cas contraire il n'est pas possible de réaliser le calcul directement.

2. Méthodes par approximation

Les méthodes approchées sont basées sur trois points essentiels :

- Approximation de la loi de distribution de la variable G par une loi continue normale (hypothèse de phénomène gaussien, ce qui n'est pas toujours vérifié) et de rechercher les paramètres de cette loi (voir figure C.4) à partir de ceux des lois des variables,
- Calcul de certains indices appelés indices de fiabilité : de nombreux indices ont été définis le plus utilisé a été proposé par Hasofer et Lind, il existe aussi d'autres indices comme l'indice de Cornell (figure C.4), de Veneziano ou de Ditlevse et autres...
- Approximation de la probabilité de défaillance.

Plusieurs méthodes ont été développées dans ce cadre, parmi les quelles on trouve les méthodes First/Second Order Reliability Methods connues sous le nom FORM/SORM et les méthodes utilisant l'Algèbre des variables aléatoires telle que la méthode des moments et

sommes des variances. Des travaux de recherche très avancés et continus sont en cours de réalisation pour étudier en détails ces méthodes et leurs applications en industrie.

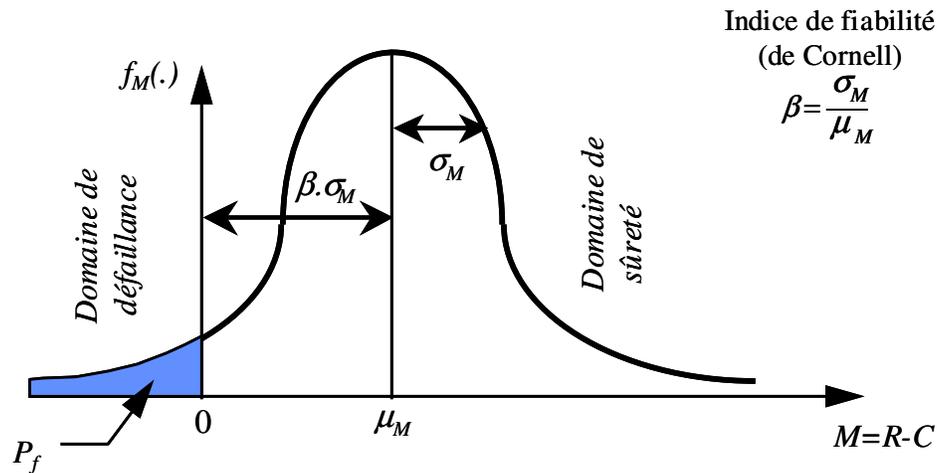


Figure C.4. Définition de la marge de sécurité et indice de fiabilité dans le cas bidimensionnel

La méthode des moments et somme des variances ou algèbre des variables aléatoires ([Ayyub and Mccuen, 1997], [Dodson and Nolan, 1999]) est basée sur la détermination des paramètres de la loi de la variable G , définie comme fonction des variables de conception, en appliquant des transformations et opérations sur les variables aléatoires. Pour cela, on utilise les dérivées partielles de la fonction G à partir du développement de Taylor au voisinage des valeurs moyennes des X_i . Le résultat donne une estimation des paramètres de la loi de la variable G , moyenne et dispersion, en fonction des caractéristiques statistiques des variables de conception. Néanmoins, la connaissance de ces deux paramètres n'est pas suffisante pour le problème de la fiabilité. Aussi, cette méthode est intéressante dans le cas où la fonction d'état est simple et si les variables sont indépendantes entre-elles. Dans le cas contraire la contrainte de temps de calcul est incontournable.

Les méthodes FORM/SORM ([Ayyub and Mccuen, 1997], [Madsen et al., 1986], [Castillo et al., 1999]) sont largement utilisées, leur temps de calcul dépend du nombre de variables et non de la probabilité de défaillance. Pour appliquer ces méthodes, il est nécessaire de transformer les lois des variables de conception en lois normales centrées réduites en utilisant des méthodes telles que les transformations de Nataf ou de Rosenblatt. Les méthodes FORM et SORM sont des méthodes numériques approximatives qui nécessitent une hypothèse très forte concernant la normalité des lois des variables de conception, ce qui n'est pas toujours vérifié en pratique. Vu l'importance de ces méthodes, plusieurs études sont menées pour étudier en détails les différentes étapes de ces méthodes, leur limites d'application et la validité des résultats obtenus selon les données disponibles afin de bien les améliorer selon les besoins industriels.

3. Méthodes par simulation de Monte-Carlo

Elles sont basées sur un calcul approximatif de la probabilité de défaillance selon la méthode de Monte-Carlo, et appliquées en cas d'absence de connaissance explicite de la forme des lois statistiques des variables de conception. Deux méthodes sont proposées:

méthode de simulation directe parfois appelée *Hit or Miss Monte-Carlo* et méthode de simulation conditionnelle (ou de réduction de variance).

La méthode de simulation directe de Monte-Carlo ([Ayyub and Mccuen, 1997], [Villemeur, 1988]) présente l'avantage de pouvoir évaluer la fiabilité quelle que soit la forme des lois statistiques des variables de conception. L'inconvénient majeur est que les probabilités de défaillance à vérifier étant très faibles, il est nécessaire d'effectuer de nombreux tirages engendrant des temps de calcul très importants ([Ayyub and Mccuen, 1997]).

Pour réduire le temps de simulation et corriger les résultats obtenus par les méthodes approximatives de FORM/SORM, des méthodes de réduction de variance sont proposées. L'idée est de ne plus faire de simulation autour des valeurs moyennes des variables aléatoires mais autour du point de défaillance le plus probable trouvé soit avec la méthode FORM ou soit avec SORM. Le nombre de simulation est beaucoup plus faible qu'avec une application directe de la méthode de Monte-Carlo. La principale méthode de réduction de variance est la méthode d'échantillonnage préférentiel (ou importance sampling en anglais). Cette méthode de simulation est applicable à tout problème, elle donne une meilleure précision et un nombre de simulation beaucoup moins important que la méthode directe de Monte-Carlo. Néanmoins, le coût de calculs peut être trop important et inacceptable en pratique.

C.2.3.3. Étude de sensibilité des paramètres de dimensionnement

Les études de sensibilité des paramètres permettent d'obtenir le poids de chaque paramètre sur le calcul de P_f et d'identifier ceux le plus d'influence sur la défaillance et la durée de vie de la structure (figure C.5). La technique utilisée est généralement celle des plans d'expérience qui permettent de construire une base de données des réponses mécaniques calculée en fonction des variables de conception. Elle sera utilisée pour étudier les sensibilités et les influences des variables sur le calcul de P_f et aussi les interactions entre elles.

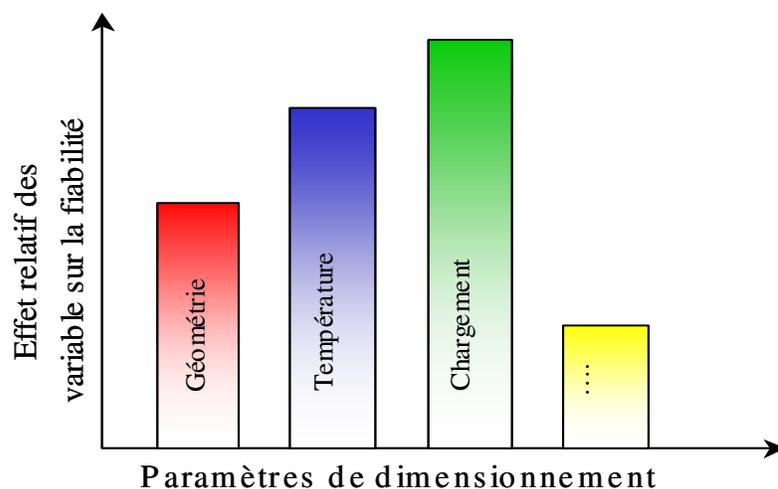


Figure C.5. Analyse de sensibilité des paramètres

C.2.4. Analyse critique des résultats

Les résultats obtenus permettent une optimisation de la conception d'une structure par un dimensionnant plus adéquat et de mesurer le risque que l'on prend en modifiant la valeur du coefficient de sécurité. En cas d'un surdimensionnement par exemple il faudrait définir un autre objectif de fiabilité par rapport au scénario de défaillance choisie. Si on souhaite étudier un autre scénario de défaillance il faut effectuer de nouveaux calculs en définissant le modèle mécanique associé à ce mode de défaillance.

C.3. Schéma de la méthode

Les différentes étapes de démarche probabiliste de la théorie "Contrainte-Résistance" sont représentées par l'organigramme suivant (voir figure C.6).

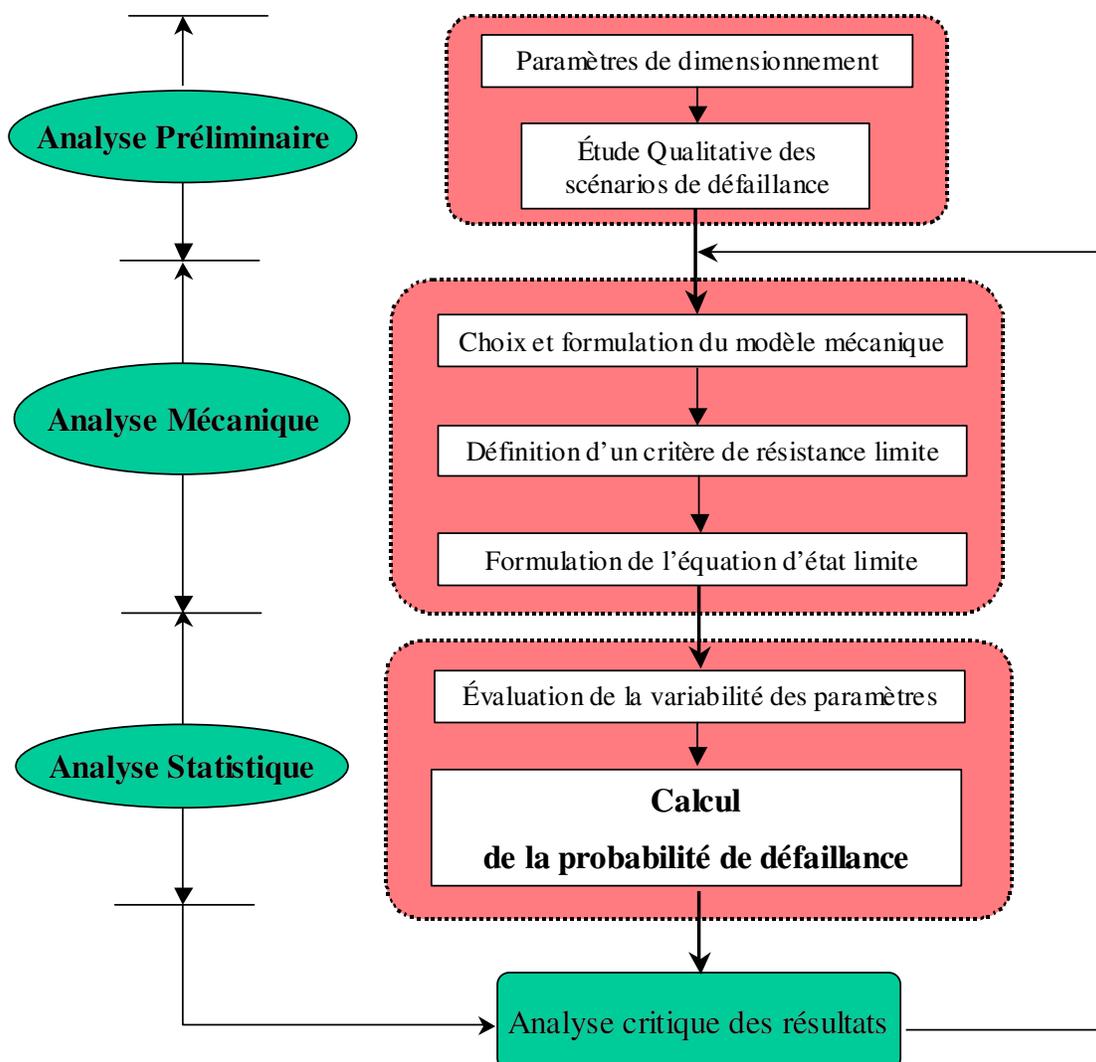


Figure C.6. Organigramme de l'approche probabiliste de la méthode "Contrainte-Résistance".

C.4. Limites d'application de cette méthode

Cette démarche est actuellement adoptée dans divers domaines industriels, parler de ses limites revient à parler des limites des méthodes utilisées dans les deux phases principales qui la constituent : la partie d'analyse mécanique et la partie d'analyse statistique.

Pour l'analyse mécanique, il est difficile de définir un modèle mécanique pour dimensionner une structure complexe (absence de modèles mécaniques satisfaisants pour décrire des modes de dégradation complexes) ou quand le nombre de variables de conception est très grand.

Quant à la partie d'analyse statistique, on rencontre souvent des problèmes lors de l'évaluation de la probabilité de défaillance. Nous avons décrit plusieurs méthodes pour calculer cette probabilité, chaque méthode a ses avantages et ses inconvénients :

Les méthodes directes ont l'avantage d'obtenir une valeur exacte de la probabilité de défaillance. Mais cette exactitude est obtenue dans les cas simples (Normale, lognormale, Weibull, Gamma), dans le cas contraire il n'est pas possible de réaliser le calcul directement.

Les méthodes approchées basées sur l'estimation des paramètres de la loi de la fonction d'état, moyenne et dispersion, en fonction des caractéristiques statistiques des variables de conception sont intéressantes dans le cas où la fonction d'état est simple, dans le cas de fonctions complexes la contrainte de temps de calcul est incontournable.

Cet état de l'art de méthodes de calcul de la probabilité de défaillance n'est pas exhaustif, ce sujet a fait l'objet de plusieurs travaux de recherches. Actuellement plusieurs laboratoires de recherche travaillent pour améliorer les méthodes existantes et en développer d'autres. Des logiciels de calcul sont également mis au point pour résoudre les problèmes de mise en œuvre, des temps de calculs et de nombre de simulations.

En conclusion, bien qu'un dimensionnement prenant en compte les dispersions de résistance de matériaux et de contrainte subie offre une meilleure garantie que s'il n'est basé sur l'utilisation d'un simple coefficient de sécurité (rapport entre la résistance moyenne et la contrainte moyenne), il est plus intéressant d'obtenir des résultats concernant la probabilité de défaillance et la fiabilité, sous formes de distributions et non pas d'évaluations ponctuelles.