



HAL
open science

Transducteurs mono-éléments pour l'imagerie ultrasonore haute résolution : modélisation, réalisation et caractérisation

Pierre Marechal

► **To cite this version:**

Pierre Marechal. Transducteurs mono-éléments pour l'imagerie ultrasonore haute résolution : modélisation, réalisation et caractérisation. Acoustique [physics.class-ph]. Université François Rabelais, 2004. Français. NNT : . tel-00010031v2

HAL Id: tel-00010031

<https://theses.hal.science/tel-00010031v2>

Submitted on 14 Feb 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UNIVERSITÉ FRANÇOIS RABELAIS – TOURS

Ecole Doctorale Santé, Sciences, Technologies

Année Universitaire 2003/2004

THESE POUR L'OBTENTION DU TITRE DE
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE TOURS

en : **Sciences de l'ingénieur**

Spécialité : **Ultrasons**

Présentée et Soutenue publiquement par

Pierre MARÉCHAL

le 17 décembre 2004

**TRANSDUCTEURS MONO-ÉLÉMENTS
POUR L'IMAGERIE ULTRASONORE HAUTE RESOLUTION :
MODELISATION, REALISATION ET CARACTERISATION**

Directeur de Thèse : **Marc LETHIECQ**

JURY :

Frédéric COHEN-TENOUDJI	<i>Professeur des Universités</i>	Rapporteur	Université de Paris 7
Dragan DAMJANOVIC	<i>Maître d'Enseignement et de Recherche</i>	Examinateur	École Polytechnique Fédérale de Lausanne
Bertrand DUBUS	<i>Directeur de Recherches</i>	Rapporteur	CNRS (IEMN, Lille)
Marc LETHIECQ	<i>Professeur des Universités</i>	Directeur de thèse	Université de Tours
Franck LEVASSORT	<i>Maître de Conférences</i>	Co-directeur	Université de Tours
Louis Pascal TRAN-HUU-HUE	<i>Professeur des Universités</i>	Examinateur	Université de Tours

REMERCIEMENTS

Ce travail de thèse a été effectué au sein du *LUSSE/GIP ULTRASON* dans les locaux de l'*EIVL* à Blois et de la faculté de médecine à Tours. Tout d'abord je remercie messieurs Léandre Pourcelot et Frédéric Patat de m'avoir accueilli et accordé leur confiance.

J'exprime mes remerciements à monsieur Marc Lethiecq pour la direction qu'il a donné à mes recherches et à messieurs Louis-Pascal Tran-Huu-Hue et Franck Levassort qui m'ont encadré pendant ces 3 années. Leur bonne humeur communicative et leur disponibilité ont été un réel plaisir et m'ont permis d'aborder mon travail de recherche de façon ludique. J'ai pu découvrir le monde de Matlab, les pays merveilleux de KLM et *ATILA* pour la modélisation et l'optimisation de transducteurs focalisés.

Je remercie particulièrement pour toute leur attention messieurs Bertrand Dubus et Frédéric Cohen-Tenoudji pour avoir accepté d'évaluer ce travail, monsieur Dragan Damjanovic pour avoir accepté d'examiner mon rapport, pour les échanges électroniques, téléphoniques et leurs conseils.

J'exprime ma reconnaissance à Marion Bailly et Danny Carre pour les réalisations d'outils et de transducteurs, à Jean-Marc Grégoire (à quand la triple impulsion ?) et Frédéric Ossant (je sais ce que tu fais avec les lapins !) pour leur disponibilité et leurs contributions dans ma formation dans le domaine de l'imagerie ultrasonore.

Mes remerciements vont à tous les membres du laboratoire que j'ai pu côtoyer quasi quotidiennement à Blois (bien que pas toujours très réveillé) : mon recruteur en DEA Serge Dos Santos (d'un enthousiasme débordant) et mes co-encadrants de l'époque Jean-Marc Girault (qui a traité le signal de bien des noms) et François Vander Meulen (à nos conversations lynchiennes) qui m'ont donné envie de continuer dans la recherche ; les thésards d'alors Jérôme Guyonvarch et Michel Vila et leurs échanges amicalement belliqueux ; mes co-thésards Bachar Kanj et Vincent Loyau pour leur *funky spirit* ; Catherine Chenu (à ton super bouquin de matériaux), Lionel Haumesser (si Fourier savait ça !), Emmanuel Le Clézio pour les parties de ping-pong et Mickael Lemâtre avec qui je pratique parfois la course aux trains ; Olivier Bou-Matar pour son appétit et son engouement pour la recherche (et ses cours pratiques de dynamique des groupes) ; Guy Feuillard pour ses cours d'acoustique et modélisation de transducteur (*funky Guy speaking*) ; Didier Constantin pour sa compréhension devant mon nombrilisme informatique aggravé des 8 derniers mois ; les nouveaux thésards (bon courage !) Thomas Goursolle (c'est réconfortant de voir arriver

un autre euivélien au labo), Thomas Delaunay (merci monsieur calembour), Jérôme Fortineau (à notre circuit de visite de Blois *by night* et aux sangliers volants).

Merci à ceux que j'ai pu voir plus épisodiquement à Tours à tous les niveaux : Stéphanie Lepaire pour nos discussions musicales et cinématographiques ; Isabelle Bronchard pour le jour heureux où elle m'a annoncé qu'il me restait plus de 30 jours de congés ; mes co-thésards tourangeaux Matthieu Biard, Yassine Mofid, Mohamad Nasser-Eddin pour les bons moments passés ensemble ; les jeunes thésards Mélouka Elkateb, Guillaume Férin, Rachel Libgot, Emmanuelle Mandard, Denis Rouvre, Catherine Roux, Grégory Souchon ; les jeunes docteurs et leur bonne humeur expansive Alain Boucaud, Matthias Lebertre, Samuel Callé (*Wampas forever*) ; les docteurs un peu moins jeunes pour leurs conseils avisés et leur humour bigarré ou un peu *british* Dominique Certon, Jean-Paul Chemla, Marielle Defontaine, Denis Kouamé, Jean-Pierre Remenieras, Franck Teston et les autres cités précédemment qui se reconnaîtront ; Anton Sebastampillai et Frédéric Védrenne pour leur patience lors de mes mesures désordonnées.

J'adresse ma gratitude à tous les partenaires du projet européen *PIRAMID* qui m'ont permis de découvrir les matériaux piézo-électriques depuis leur fabrication jusqu'à leurs applications. En particulier je remercie *Ferroperm Piezoceramics* au Danemark (merci à Erling Ringgaard pour les échantillons et nouvelles compositions), l'*Institut Jozef Stefan* en Slovénie (merci à Janez Holc pour les nombreux essais et échantillons réalisés), le *Laboratoire de Céramiques de l'EPFL* en Suisse (merci à Sandrine Gentil pour son accueil lors de mon stage) et *Vermon* à Tours (merci à Nicolas Félix pour les échanges et les réalisations de transducteurs).

Merci aux enseignants et personnels de l'*EIVL* qui ont essayé de faire de moi un ingénieur, qui m'ont soutenu pour mon parcours en 3^{ème} cycle et accueilli dans leurs locaux. Merci aux enseignants de l'IUT de Blois qui m'ont accordé leur confiance et permis d'enseigner à mon tour.

Merci enfin à Joseph Fourier et Claude Elwood Shannon sans qui je n'aurais pas fait ce travail, à Isaac Asimov qui m'a permis de m'évader, aux inventeurs du télégraphe et du transistor et à tous ceux qui s'en sont inspiré.

Merci enfin à tous mes amis anciens euivéliens ou d'ailleurs pour les moments de détente, ma famille pour ses encouragements et à Céline pour son soutien et sa patience.

SOMMAIRE

INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE I : MATERIAUX POUR LA HAUTE FREQUENCE.....	5
I MATÉRIAUX PIÉZO -ÉLECTRIQUES	5
I.1 SPÉCIFICATIONS GÉNÉRALES.....	5
I.2 CARACTÉRISATION.....	7
I.2.1 Résonateur libre.....	9
I.2.2 Résonateur chargé.....	10
I.3 POLYMÈRES ET COPOLYMÈRES.....	10
I.4 FILM CÉRAMIQUE ÉPAIS.....	12
I.4.1 Film seul.....	12
I.4.2 Film sur substrat.....	13
I.5 COMPOSITES.....	14
I.1.1 Composite 1-3.....	16
I.1.2 Composite 2-2.....	17
I.1.3 Collage interdigital.....	17
I.1.4 Composite 0-3.....	18
I.6 SPHÈRE CREUSE	18
II FABRICATION DE TRANSDUCTEURS HAUTE FRÉQUENCE.....	19
II.1 TRANSDUCTEURS À FOCALISATION SPHÉRIQUE	19
II.2 SCHÉMA EN COUPE.....	20
II.3 INFLUENCE ET CARACTÉRISTIQUES DU CÂBLE	20
II.4 SYNTHÈSE DES RÉSULTATS PUBLIÉS.....	24
III PERFORMANCE.....	26
III.1 MODÉLISATION.....	26
III.2 OPTIMISATION.....	27
III.3 RÉSULTATS ET COMPARAISON.....	28
IV CARACTÉRISATION DU TRANSDUCTEUR.....	30
IV.1 MATÉRIAUX PASSIFS.....	30
IV.2 MESURES ÉLECTRO-ACOUSTIQUES.....	32
IV.3 MESURE DU CHAMP DE PRESSION	32
V CONCLUSION ET PERSPECTIVES	34

BIBLIOGRAPHIE.....	35
CHAPITRE II : MODELISATION TRIDIMENSIONNELLE D'UN TRANSDUCTEUR ULTRASONORE MONO-ELEMENT FOCALISE.....	43
I MODÉLISATION PAR ÉLÉMENTS FINIS	43
I.1 EQUATIONS DE RÉOLUTION PAR ÉLÉMENTS FINIS.....	43
I.1.1 Principe – Equation.....	43
I.1.2 Prise en compte des pertes.....	44
I.1.3 Ecriture généralisée de la matrice de rigidité	45
I.2 MÉTHODES DE RÉOLUTION	46
I.2.1 Méthode des différences finies	47
I.2.2 Développement en série de Taylor.....	48
I.3 OPTIMISATION DU MAILLAGE	50
I.3.1 Analyse modale – Densité du maillage	50
I.3.2 Analyse en régime harmonique – Impédance	53
I.3.3 Analyse en régime transitoire – Ajustement du maillage.....	53
I.3.4 Maillage optimal – Synthèse.....	56
I.4 LIMITES DE LA MODÉLISATION.....	57
I.4.1 Limitations en nombre de pas de temps et nombre de nœuds.....	57
I.4.2 Pas de temps et condition de convergence.....	58
II FORMULATION ANALYTIQUE DE LA PROPAGATION.....	59
II.1 SPÉCIFICATIONS DE RAYONNEMENT	60
II.1.1 Equation de Helmholtz-Kirchhoff.....	60
II.1.2 Conditions aux limites – Hypothèses	61
II.1.3 Réponse impulsionnelle en diffraction.....	63
II.2 INTÉGRALE DE RAYLEIGH.....	64
II.2.1 Formulation générale.....	64
II.2.2 Formulation axisymétrique.....	65
II.3 EXPRESSION DE LA VITESSE NORMALE	68
II.3.1 Expression générale de la vitesse normale.....	68
II.3.2 Onde plane.....	68
II.3.3 Profil circulaire	69
II.3.4 Profil quelconque	69
III RÉOLUTION NUMÉRIQUE DE L'INTÉGRALE DE RAYLEIGH.....	70
III.1 FORMULATION FRÉQUENTIELLE.....	70
III.1.1 Décomposition en ondes planes dans un repère cartésien – Transformée de Fourier bidimensionnelle	71

III.1.2 Décomposition en ondes planes dans un repère cylindrique – Transformée de Hankel.....	72
III.2 FORMULATION SPATIALE	75
III.2.1 Discrétisation dans un repère cartésien	75
III.2.2 Discrétisation dans un repère cylindrique	77
IV CONCLUSION.....	78
IV.1 TABLEAU RÉCAPITULATIF.....	78
IV.2 SCHÉMA DE PRINCIPE – UTILISATION	80
BIBLIOGRAPHIE :	80
CHAPITRE III : INFLUENCE D'UNE LENTILLE DE FOCALISATION ACOUSTIQUE SUR LA REPONSE ELECTRO-ACOUSTIQUE.....	87
I CARACTÉRISATION DE LA RÉPONSE ÉLECTRO-ACOUSTIQUE.....	87
I.1 SENSIBILITÉ.....	88
I.1.1 Focalisation	88
I.1.2 Excitation électrique.....	89
I.1.3 Généralisation.....	89
I.2 DURÉE D'UNE EXCITATION GAUSSIENNE.....	90
I.2.1 Expression temporelle	91
I.2.2 Expression spectrale.....	91
I.2.3 Relations et valeurs typiques.....	92
I.3 INDICE DE PERFORMANCE	93
I.4 OPTIMISATION	94
II INFLUENCE D'UNE LENTILLE ACOUSTIQUE.....	96
II.1 CONFIGURATIONS.....	96
II.1.1 Initialisation	96
II.1.2 Transducteurs avec et sans lame adaptatrice.....	97
II.2 PROPRIÉTÉS DE LA LENTILLE.....	101
II.2.1 Focalisation optique	102
II.2.2 Propriétés géométriques et acoustiques.....	104
II.2.3 Focalisation effective.....	105
II.3 SIMULATIONS.....	106
II.3.1 Méthode des éléments finis.....	106
II.3.2 Modélisation KLM étendue à l'axisymétrie.....	113
III RÉSULTATS	124
III.1. CHAMP RAYONNÉ PAR LA SOURCE.....	125

III.1 CHAMP DANS L'AXE.....	126
III.2.1 Comparaison des différents modèles	126
III.2.2 Influence de l'impédance acoustique de la lentille.....	127
III.3 CHAMP DANS LE PLAN FOCAL.....	130
III.3.1 Comparaison des différents modèles	131
III.3.2 Influence de l'impédance acoustique de la lentille.....	132
III.4 RÉPONSE ÉLECTRO-ACOUSTIQUE AU POINT FOCAL.....	134
III.4.1 Comparaison des différents modèles	134
III.4.2 Influence de l'impédance acoustique de la lentille.....	135
III.5 RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX.....	137
III.5.1 Propriétés piézo-électriques.....	137
III.5.2 Configurations de transducteurs.....	138
III.5.3 Comparaison entre les modèles.....	139
III.5.4 Comparaison entre expérience et modèle.....	141
III.6 PERSPECTIVES.....	142
IV CONCLUSION.....	143
BIBLIOGRAPHIE :.....	144

CHAPITRE IV : DEVELOPPEMENT ET CARACTERISATION DE FILMS EPAIS POUR TRANSDUCTEUR MONO-ELEMENT.....147

I FABRICATION ET OPTIMISATION DES PROPRIÉTÉS DE PMN-PT PAR COULAGE EN BANDE OU "TAPE CASTING" ... 147

I.1 PROCÉDÉ DE FABRICATION	148
I.1.1 Composition.....	148
I.1.2 Formulation du mélange.....	148
I.1.3 Homogénéisation du mélange.....	149
I.1.4 Filtrage du mélange	149
I.1.5 Dégazage	149
I.1.6 Coulage.....	150
I.1.7 Séchage.....	150
I.1.8 Mise en forme	150
I.1.9 Déliantage et frittage	151
I.1.10 Dépôt d'électrodes.....	152
I.1.11 Polarisation	152
I.2 CARACTÉRISATION.....	153
I.2.1 Permittivité diélectrique	153
I.2.2 Caractéristiques électro-mécaniques	154

II FABRICATION D'UNE STRUCTURE INTÉGRANT UN FILM ÉPAIS PZT/PGO PAR SÉRIGRAPHIE OU "SCREEN PRINTING"	156
II.1 PROCÉDÉ DE FABRICATION.....	157
II.1.1 Film piézo-électrique – Compositions.....	157
II.1.2 Electrode arrière.....	158
II.1.3 Substrat.....	159
II.1.4 Couche de protection.....	162
II.2 CARACTÉRISATION ET GÉOMÉTRIE	162
II.2.1 Caractérisation des structures multicouches réalisées.....	162
II.2.2 Géométrie des structures multi-couches retenues	164
III CARACTÉRISATION DES ÉCHANTILLONS – COMPARAISON.....	165
III.1.1 Echantillon PMN-PT 65/35 (coulage en bande)	165
III.1.2 Structure PZT-PGO/Or/PZT poreux (sérigraphie).....	167
III.1.3 Echantillon de polymère PVDF	169
III.1.4 Echantillon de titanate de plomb PT.....	170
III.1.5 Synthèse des résultats.....	172
IV CONCLUSION.....	173
BIBLIOGRAPHIE :	173
CHAPITRE V : REALISATION ET CARACTERISATION DE TRANSDUCTEURS HAUTE FREQUENCE.....	177
I CARACTÉRISATION DU PARYLÈNE EN HAUTE FRÉQUENCE.....	177
I.1 FABRICATION DES ÉCHANTILLONS.....	178
I.1.1 Film épais	178
I.1.2 Substrat.....	178
I.1.3 Dépôt de parylène.....	179
I.2 CARACTÉRISATION FONCTIONNELLE	180
I.3 RÉSULTATS.....	181
II CONCEPTION ET FABRICATION DES TRANSDUCTEURS HF.....	183
II.1 MILIEU ARRIÈRE (BACKING) UTILISÉ	183
II.2 LENTILLE.....	184
II.3 A SSEMBLAGE ET FABRICATION	184
III CARACTÉRISATION DES TRANSDUCTEURS	186
III.1 CARACTÉRISTIQUES EN ÉMISSION-RÉCEPTION.....	186

III.1.1 Dans l'axe.....	186
III.1.2 Dans le plan focal.....	188
III.1.3 Vitesse longitudinale effective dans la lentille.....	189
III.2 RÉPONSE ÉLECTRO-ACOUSTIQUE AU POINT FOCAL.....	191
III.3 COMPARAISON SIMULATION / EXPÉRIENCE.....	193
III.3.1 Rayonnement dans l'axe et dans le plan focal.....	193
III.3.2 Réponse au point focal.....	194
IV TESTS DANS UN ÉCHOGRAPHE (IMAGES).....	195
IV.1 MISE EN PLACE DANS UN ÉCHOGRAPHE.....	195
IV.2 IMAGE DE LA PEAU D'UN AVANT-BRAS.....	197
IV.3 IMAGE D'UN POUCE.....	199
V CONCLUSION.....	199
BIBLIOGRAPHIE :.....	200
CONCLUSION.....	201
ANNEXE 1 : PIEZO-ELECTRICITE ET NOTATIONS.....	205
A1.1 RAPPELS SUR L'ÉLASTICITÉ DES MILIEUX CONTINUS.....	205
A1.1.1 NOTIONS DE CRISTALLOGRAPHIE.....	205
A1.1.2 TENSEUR DES CONTRAINTES.....	206
A1.1.3 TENSEUR DE DÉFORMATIONS.....	207
A1.1.4 LOI DE HOOKE.....	208
A1.2 PROPRIÉTÉS ÉLECTRIQUES.....	209
A1.3 EQUATIONS CONSTITUTIVES DE LA PIÉZO-ÉLECTRICITÉ.....	209
A1.3.1 EQUATIONS ET GRANDEURS CONSTITUTIVES.....	210
A1.3.2 DÉFINITION DES PERTES MÉCANIQUES, PIÉZO-ÉLECTRIQUES ET DIÉLECTRIQUES.....	211
A1.3.3 RÉDUCTION DU NOMBRE DE COEFFICIENTS DE PERTES.....	212
A1.4 COUPLAGE ÉLECTRO-MÉCANIQUE.....	213
A1.4.1 COEFFICIENTS DE COUPLAGE.....	213
A1.4.2 COUPLAGE ÉPAISSEUR.....	214
BIBLIOGRAPHIE :.....	215

ANNEXE 2 : PROPRIETES DES TRANSDUCTEURS ULTRASONORES.....	217
A2.1 SPÉCIFICATIONS ÉLECTRO-ACOUSTIQUES	217
A2.1.1 SENSIBILITÉ – PERTES D'INSERTION	217
A2.1.2 INTENSITÉ ACOUSTIQUE – NORME	218
A2.1.3 RÉOLUTION AXIALE – BANDE PASSANTE.....	219
A2.1.4 CONTRASTE.....	219
A2.1.5 CRITÈRES DE CARACTÉRISATION – INDICES DE PERFORMANCE.....	219
A2.2 CARACTÉRISATION DU CHAMP DE PRESSION RAYONNÉ.....	220
A2.2.1 RÉOLUTION LATÉRALE	221
A2.2.2 PROFONDEUR DE CHAMP	221
BIBLIOGRAPHIE :.....	221
ANNEXE 3 : MODELISATION ET OPTIMISATION DE TRANSDUCTEUR.....	223
A3.1 MODÉLISATION DE LA TRANSDUCTION.....	223
A3.1.1 MODÉLISATION UNIDIMENSIONNELLE.....	223
A3.1.2 SCHÉMA ÉLECTRIQUE ÉQUIVALENT KLM	224
A3.1.3 STRUCTURE MULTICOUCHE – NOTATION MATRICIELLE	225
A3.2 OPTIMISATION D'UN TRANSDUCTEUR.....	227
A3.2.1 ADAPTATION ACOUSTIQUE	228
A3.2.1.1 Milieu arrière.....	229
A3.2.1.2 Milieu avant	229
A3.2.1.3 Approche analytique harmonique	229
A3.2.1.4 Approche analytique impulsionnelle	231
A3.2.2 ADAPTATION ÉLECTRIQUE.....	232
A3.2.2.1 Régime harmonique	232
A3.2.2.2 Régime impulsionnel.....	232
A3.2.3 ADAPTATION GLOBALE.....	233
BIBLIOGRAPHIE :.....	233
ANNEXE 4 : CARACTERISATION DE LIGNE DE PROPAGATION.....	235
A4.1 SCHÉMA ÉLECTRIQUE ÉQUIVALENT.....	235
A4.2 LIGNE SANS PERTES	236

A4.3 LIGNE AVEC PERTES	237
A4.3.1 EXPRESSIONS FACTORISÉES.....	237
A4.3.2 FAIBLES PERTES.....	237
A4.4 ANALOGIE ÉLECTRO-ACOUSTIQUE.....	238
A4.4.1 EXPRESSIONS GÉNÉRALES.....	238
BIBLIOGRAPHIE :.....	240
ANNEXE 5 : FOCALISATION ACOUSTIQUE.....	241
A5.1 FOCALISATION.....	241
A5.1.1 LENTILLE ACOUSTIQUE	241
A5.2 FONCTION DE TRANSFERT.....	243
A5.2.1 FOCALISATION GÉOMÉTRIQUE.....	243
A5.2.1.1 Intégrale de Rayleigh.....	244
A5.2.1.2 Développement limité du terme de distance.....	244
A5.2.1.3 Développement limité du terme de déphasage.....	245
A5.2.2 FOCALISATION ACOUSTIQUE.....	247
A5.2.2.1 Identification du terme de déphasage.....	247
A5.2.2.2 Comparaison des expressions typiques.....	249
BIBLIOGRAPHIE :.....	250
ANNEXE 6 : PIEZO-ELECTRICITE ET DIAGRAMMES DE PHASE.....	251
A6.1 STRUCTURE CRISTALLINE.....	251
A6.2 DIAGRAMMES DE PHASE.....	252
BIBLIOGRAPHIE :.....	254

INTRODUCTION

Les techniques d'imagerie médicale et de contrôle non destructif ultrasonores ont connu un développement important ces dernières décennies. Les nombreuses publications et innovations sur ces sujets attestent que ce domaine a engendré un grand intérêt aussi bien en recherche que pour le développement de produits commerciaux. Les transducteurs électro-acoustiques sont au cœur de ces innovations et leurs performances sont régulièrement améliorées afin d'obtenir des images ou des contrôles de meilleure qualité. L'aptitude d'un transducteur ultrasonore à satisfaire les exigences de l'application envisagée est conditionnée en grande partie par les performances électro-acoustiques de sa partie active. Cette fonction de conversion étant généralement réalisée par un matériau piézo-électrique, dont les performances intrinsèques doivent être choisies en fonction de l'application.

Les développements récents dans le domaine des matériaux piézo-électriques tels que les mono-cristaux, composites, structures intégrées et aussi les nouvelles compositions de céramiques offrent de nombreuses perspectives. En particulier, les applications ultrasonores en haute fréquence (à partir de 20 MHz) sont en plein développement. L'imagerie intravasculaire, de la peau ou de l'œil autour de 20 à 30 MHz est maintenant régulièrement utilisée pour le diagnostic médical. Les résolutions spatiales pour une image ou la précision des contrôles sont directement reliées à la bande de fréquence de fonctionnement et à la géométrie du transducteur. Cependant, l'augmentation de la fréquence implique une miniaturisation des éléments constituant le transducteur, en particulier pour le matériau piézo-électrique. L'enjeu est alors de développer de nouvelles technologies de mise en œuvre telles que la sérigraphie ou le coulage en bande pour obtenir des films piézo-électriques de quelques dizaines de micromètres d'épaisseur, tout en gardant des propriétés électromécaniques équivalentes à celles obtenues par les procédés classiques.

L'objectif de cette thèse s'intègre dans cette perspective dont le but est de concevoir et réaliser des transducteurs mono-éléments pour une application en imagerie médicale haute résolution. Pour cela, une partie importante de modélisation a également été développée pour un transducteur mono-élément muni d'une lentille acoustique. Les principales étapes suivies peuvent être détaillées de la façon suivante : caractérisation de matériaux piézo-électriques pour la fabrication de transducteurs haute fréquence ; étude et optimisation d'une focalisation acoustique ; caractérisation des performances électro-acoustiques et du rayonnement ; réalisation de transducteurs pour l'imagerie avec des nouvelles compositions et techniques de fabrication.

La présentation de ce travail a été décomposée en cinq chapitres :

Dans le premier chapitre, un bilan est fait sur les matériaux piézo-électriques actuellement disponibles et la technologie des transducteurs pour les applications haute fréquence. Puis, à l'aide d'outils de modélisation qui sont rappelés, les différents matériaux piézo-électriques existants sont étudiés dans un assemblage de type transducteur mono-élément dont les performances sont alors optimisées. De cette façon, les matériaux permettant de fabriquer les meilleurs transducteurs sont identifiés. Enfin, les méthodes de caractérisation (réponse électro-acoustique et champ de rayonnement) des transducteurs sont décrites et les particularités dues aux applications haute fréquence sont précisées le cas échéant.

Au cours du deuxième chapitre, la modélisation du comportement d'un transducteur est développée. Grâce à la méthode des éléments finis, qui permet de prendre en compte et de quantifier les contributions radiales, les champs de déplacements et de pression générés à la surface d'un transducteur mono-élément axisymétrique sont déterminés. Cette méthode est décrite dans son principe, et les méthodes utilisées pour la résolution numérique sont détaillées. Différents paramètres tels que le maillage de la structure multicouche ont été optimisés en comparant plusieurs configurations. Ces premiers résultats sont ensuite propagés dans un milieu fluide homogène à partir de la formulation intégrale de Rayleigh. La résolution numérique de cette intégrale est effectuée en prenant en compte la géométrie axisymétrique de la source. Les différentes méthodes de résolution sont finalement comparées en fonction du type de résultat recherché, de sa précision et du temps de calcul.

A l'aide des outils développés dans le chapitre II, dans le troisième chapitre on s'attache en premier lieu à caractériser la réponse électro-acoustique obtenue au point focal. Ainsi, elle est évaluée au moyen d'estimateurs de la sensibilité et de durées caractéristiques de la réponse impulsionnelle. Deux configurations typiques de transducteurs haute fréquence focalisés avec une lentille sont étudiées. L'influence de l'impédance acoustique de cette lentille sur la réponse électro-acoustique à la distance focale est évaluée pour une distance focale constante. Une modélisation unidimensionnelle basée sur le schéma KLM est introduite comme une méthode alternative à la modélisation par éléments finis. Les résultats en terme de champ rayonné et de réponse électro-acoustique sont comparés pour ces deux modèles appliqués aux deux configurations choisies. Pour finir, des résultats expérimentaux sont obtenus afin de valider et comparer les deux modèles développés.

Les deux derniers chapitres concernent la réalisation des transducteurs haute fréquence. Dans le quatrième, l'élaboration de matériaux piézo-électriques pour la haute fréquence est décrite. A cet effet, en collaboration avec d'autres laboratoires dans le cadre d'un projet européen, des technologies de films épais (de quelques dizaines de micromètres) ont été développées par coulage en bande et par sérigraphie. Pour la première technique, des compositions de type PMN-PT ont été élaborées. Les conditions de synthèse des échantillons sont détaillées et la composition chimique optimale est déterminée. Puis, pour la seconde technique, des structures intégrées multicouches à base de PZT/PGO sont réalisées par sérigraphie. Ces technologies sont décrites puis les meilleurs échantillons obtenus par ces deux méthodes sont caractérisés de façon fonctionnelle. Les propriétés électro-mécaniques et la fréquence de résonance obtenues sont comparées avec celles d'échantillons de référence réalisés par des procédés de fabrication classiques ainsi qu'avec celles d'un film polymère (PVDF) et d'un disque de titanate de plomb (PT).

L'objectif du cinquième et dernier chapitre est de concevoir des transducteurs intégrant les matériaux et structures piézo-électriques décrits dans le chapitre précédent, puis d'en évaluer les performances. Les propriétés des différents éléments passifs qui constituent les transducteurs ainsi que les méthodes d'assemblage sont spécifiées. Les caractérisations des transducteurs en émission-réception dans l'axe, dans le plan focal et au point focal permettent de comparer leurs performances. Pour l'un des transducteurs, théorie (modèle KLM étendu) et résultats expérimentaux sont comparés. Ils sont finalement testés dans un échographe haute fréquence développé au laboratoire, puis les images obtenues sont comparées et discutées.

CHAPITRE I : MATERIAUX POUR LA HAUTE FREQUENCE

Le but de ce premier chapitre est double. Il s'agit dans un premier temps de faire un état de l'art sur la technologie des matériaux et transducteurs pour les applications haute fréquence (au-delà de 20 MHz). La configuration principale retenue pour cette étude est un transducteur mono-élément pour des applications en imagerie médicale. D'un point de vue théorique, les différents matériaux piézo-électriques existants ont été intégrés dans une telle configuration pour comparer les performances obtenues. Au cours de ce chapitre, différents rappels et explications sont donnés concernant la modélisation et la caractérisation des transducteurs en précisant si nécessaire les spécificités dues aux applications haute fréquence [1-4].

I Matériaux piézo-électriques

Après quelques explications générales concernant les matériaux piézo-électriques disponibles pour la transduction ultrasonore (propriétés principales, caractérisation électromécaniques, résonateur libre ou chargé), un état de l'art concernant les matériaux piézo-électriques dédiés pour les applications haute fréquence est décrit.

1.1 Spécifications générales

Pour les matériaux piézo-électriques, en particulier pour les applications médicales, deux des propriétés les plus importantes sont le coefficient de couplage effectif du principal mode de vibration utilisé k_{eff} et l'impédance acoustique Z .

Le coefficient de couplage k_{eff} représente l'activité piézo-électrique du matériau pour le mode de vibration considéré, en d'autres termes, la capacité du matériau à convertir l'énergie électrique en énergie acoustique (et réciproquement). Ce facteur de couplage dépend non seulement des propriétés du matériau actif, mais aussi de sa géométrie. Pour les applications d'imagerie médicale, les modes de vibrations utiles sont longitudinaux, c'est-à-dire le long de la direction de polarisation, selon laquelle sont définies les épaisseurs (*Tableau A1.5, Annexe 1*). Lorsque les dimensions latérales de l'élément actif sont grandes devant l'épaisseur, le coefficient de couplage en mode épaisseur k_t est utilisé [5]. La valeur de la permittivité diélectrique est aussi un paramètre de première importance pour ce qui est de l'adaptation électrique (*Annexe 3*).

La *Figure I.1* donne les valeurs du coefficient de couplage en épaisseur k_t en fonction de l'impédance acoustique Z pour une large gamme de matériaux piézo-électriques disponibles et utilisés pour la fabrication de transducteurs. Le *Tableau I.1* donne les définitions des abréviations utilisées. On peut observer qu'aucun des matériaux n'offre des caractéristiques idéales, à savoir un coefficient de couplage important et une impédance acoustique faible. La zone correspondante est délimitée par le carré rouge sur la *Figure I.1 (a)*. Le meilleur compromis doit donc être trouvé parmi ces matériaux. Pour la plupart des applications médicales, les céramiques PZT sont utilisées pour leur coefficient de couplage élevé, même si leur impédance acoustique est importante, puisqu'elle peut être adaptée à l'aide de lames intermédiaires entre l'élément actif et le milieu de propagation (*Annexe 3*). Pour une application donnée, les propriétés telles que la permittivité diélectrique et la taille de grain permettent de choisir un matériau spécifique. Une large plage de propriétés peuvent être trouvées avec des constantes diélectriques relatives faibles (quelques centaines) à très importantes (plusieurs milliers), avec des tailles de grain de l'ordre du micromètre. Pour un transducteur mono-élément, une permittivité diélectrique moyenne (zone en bas à gauche) permet une bonne adaptation d'impédance électrique au système d'émission-réception (typiquement 50Ω), alors que les éléments de barrette nécessitent une permittivité diélectrique plus importante (*Figure I.1 (b)*, en haut à gauche).

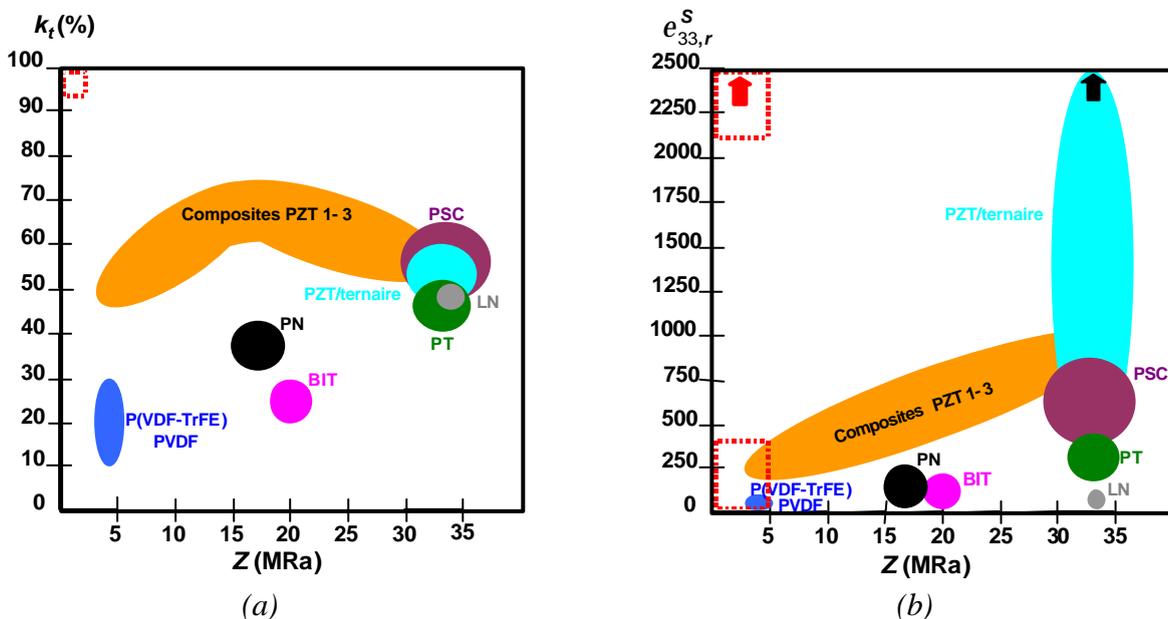


Figure I.1 : (a) Coefficient de couplage électro-mécanique en mode épaisseur k_t . (b) Permittivité diélectrique relative à déformation constante $e_{33,r}^S$, en fonction de l'impédance acoustique Z pour une large gamme de matériaux piézo-électriques disponibles.

PZT	Zirconate Titanate de Plomb	PT	Titanate de Plomb	PSC (PMN-PT et PZN-PT)	Mono-cristaux à base de Plomb
LN	Niobate de Lithium	PN	Niobate de Plomb	Composites PZT 1-3	Composites PZT et polymère
BIT	Titanate de Bismuth	PVDF	Polymère	P(VDF-TrFE)	Copolymère

Tableau I.1 : Abréviations utilisées.

1.2 Caractérisation

La mesure de l'impédance électrique complexe en fonction de la fréquence est réalisée sur un échantillon piézo-électrique vibrant selon un mode dominant (*Annexe 1*). Cette mesure, grâce à un schéma électrique équivalent, permet d'obtenir les propriétés diélectriques, mécaniques et piézo-électriques par ajustements successifs. Dans certains cas, le standard de la piézo-électricité [5] peut être utilisé, et les courbes expérimentales sont ensuite exploitées directement en utilisant ces formules simples. L'équipement standard est constitué d'un analyseur de réseaux, avec un kit d'impédance qui comprend un ressort pour réaliser les contacts électriques avec le matériau piézo-électrique. La qualité du contact électrique est de grande importance, en particulier pour les mesures en haute fréquence, notamment pour éviter une impédance de contact trop élevée, tout en évitant de perturber la résonance du mode caractérisé.

La *Figure I.2 (b)* montre la résonance typique d'un disque piézo-électrique fabriqué par coulage en bande (*tape-casting*), avec une fréquence d'anti-résonance autour de 50 MHz. Pour la haute fréquence, le procédé de fabrication consiste souvent à déposer l'élément piézo-électrique sur un substrat (*Figure I.2 (a)*), qui en amortit la résonance observée sur l'impédance électrique. Avec un schéma électrique équivalent, tel que le schéma KLM [6] (*Annexe 3*) adapté aux structures multicouches (substrat, électrodes et élément piézo-électrique), les différentes propriétés acoustiques sont paramétrées. Connaissant les propriétés acoustiques des électrodes et du substrat, la procédure d'ajustement permet d'obtenir les propriétés de la couche piézo-électrique (*Figure I.2 (c)*) [7, 8] comme le décrit l'équation (I.6).

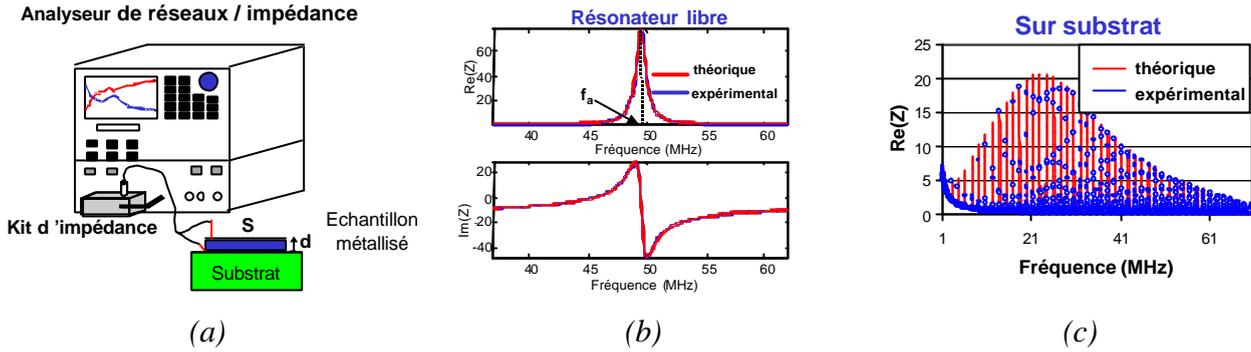


Figure I.2 : (a) Protocole expérimental pour la mesure d'impédance électrique. (b) Impédances complexes expérimentale et théorique (ajustée) typique d'un disque piézo-électrique en condition de résonateur libre. (c) Partie réelle de l'impédance expérimentale et théorique (ajustée) d'un film épais haute fréquence sur substrat d'alumine.

Les paramètres typiques caractérisés sont les suivants :

- Les fréquences d'anti-résonance f_a et de résonance f_r qui correspondent respectivement au maximum de la partie réelle de l'impédance et de l'admittance.
- Le coefficient de couplage en épaisseur correspondant à la vibration selon le premier mode épaisseur peut être calculé avec $k_t = \sqrt{\frac{p}{2} \frac{f_r}{f_a} \cotan\left(\frac{p}{2} \frac{f_r}{f_a}\right)}$.
- La vitesse longitudinale est donnée par : $c_l = 2e_p f_a$, avec e_p l'épaisseur de l'élément piézo-électrique.
- La permittivité diélectrique est obtenue à partir de la capacité bloquée $C_0 = \frac{\mathbf{e}^S S}{e_p}$, avec S la surface active délimitée par les électrodes.
- Les pertes mécaniques sont données par $\mathbf{d}_m = \frac{\Delta f}{f_a}$, avec Δf la largeur à mi-hauteur du pic d'anti-résonance sur le spectre.
- Les pertes diélectriques \mathbf{d}_e apparaissent sous forme d'un décalage sur les courbes de résistance, et la mesure peut en être faite à deux fois la fréquence d'anti-résonance.

Les pertes ($\mathbf{d}_{m,S}$, $\mathbf{d}_{p,d}$, et $\mathbf{d}_{e,e}$) respectivement mécaniques, piézo-électriques et diélectriques pour les matériaux piézo-électriques [9] ont été définies sur les paramètres (\mathbf{g}^E , d , et \mathbf{e}^T). Celle retenue ne prend en compte que les pertes mécaniques et diélectriques sur les paramètres (\mathbf{c}^E et \mathbf{e}^S), afin de minimiser les redondances d'influence de paramètres (Annexe I).

L'expression complexe de la vitesse longitudinale est donnée en première approximation par les relations (A1.30) et (A1.31) :

$$c_l \approx c_l' \left(1 + j \frac{\mathbf{d}}{2} \right) \quad (\text{I.1})$$

La partie réelle de la vitesse est donnée en fonction du coefficient élastique à déplacement constant selon la direction 3 et de la masse volumique, alors que les pertes globales \mathbf{d} sont fonction de la partie réelle du coefficient de couplage k_t^2 , et des pertes mécaniques \mathbf{d}_m et diélectriques \mathbf{d}_e :

$$\text{avec : } c_l' \approx \sqrt{\frac{C_{33}^D}{\rho}} \quad (\text{I.2})$$

$$\text{et } \mathbf{d} = (1 - k_t^2) \mathbf{d}_m + k_t^2 \mathbf{d}_e \quad (\text{I.3})$$

I.2.1 Résonateur libre

La résonance en mode épaisseur pour un échantillon de dimensions latérales importantes au regard de l'épaisseur est déduite de la modélisation par un schéma électrique équivalent. Par exemple, celui décrit par [6] (Annexe 3) donne l'expression complexe de l'impédance électrique d'un élément piézo-électrique en résonateur libre :

$$Z_e(f) = \frac{1}{j2\mathbf{p}fC_0} \left(1 - k_t^2 \frac{\tan\left(\frac{e_p \mathbf{p} f}{c_l}\right)}{\frac{e_p \mathbf{p} f}{c_l}} \right) \quad (\text{I.4})$$

Par la suite, on note \mathbf{q}_p le demi déphasage de propagation dans la couche :

$$\mathbf{q}_p = \frac{ke_p}{2} = \frac{e_p \mathbf{p} f}{c_l} \quad (\text{I.5})$$

Cette expression de l'impédance électrique mesurée aux bornes de l'élément piézo-électrique n'est valable que pour les conditions de mesures standard [5], c'est-à-dire en résonateur libre, avec des milieux avant et arrière d'impédance nulle. L'influence possible des électrodes n'est pas prise en compte.

1.2.2 Résonateur chargé

Dans le cas de milieux avant et arrière d'impédance acoustique non nulle, *Zhang et al.* [10] et *Naik et al.* [11] ont développé l'expression de l'impédance mesurée aux bornes de l'élément piézo-électrique Z_e . Cette dernière se trouve modifiée par la prise en compte des impédances ramenées à l'avant et à l'arrière :

$$Z_e(f) = \frac{1}{j2p f C_0} \left(1 - k_t^2 \frac{\tan(\mathbf{q}_p)}{\mathbf{q}_p} \frac{(z_{av} + z_{ar}) \cos^2 \mathbf{q}_p + j \sin(2\mathbf{q}_p)}{(z_{av} + z_{ar}) \cos(2\mathbf{q}_p) + j(1 + z_{av} z_{ar}) \sin(2\mathbf{q}_p)} \right) \quad (\text{I.6})$$

avec :

$$z_{av} = \frac{Z_{av}}{Z_p} \quad \text{et} \quad z_{ar} = \frac{Z_{ar}}{Z_p}, \text{ les impédances ramenées à l'avant et l'arrière normalisées}$$

par l'impédance acoustique l'élément piézo-électrique Z_p ,

$$Z_{e,n} = Z_n \frac{Z_L + Z_n \text{th}(j\mathbf{q}_n)}{Z_n + Z_L \text{th}(j\mathbf{q}_n)}, \text{ l'impédance ramenée à l'entrée de la couche } n \text{ (avant ou arrière)}$$

d'impédance caractéristique Z_n et de charge Z_L ,

et $\mathbf{q}_n = k e_n$, le déphasage induit par la propagation longitudinale dans la couche n .

Plusieurs auteurs ont proposé des méthodes de mesure spécifiques pour obtenir les propriétés haute fréquence des matériaux piézo-électriques [12-15].

1.3 Polymères et copolymères

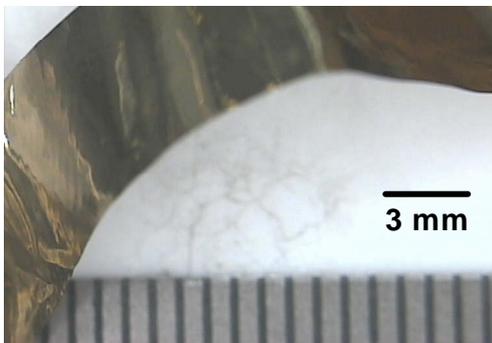
Les polymères piézo-électriques tels que le PVDF [16] ou ses copolymères [17, 18] sont disponibles en films avec des épaisseurs de plusieurs micromètres. Grâce à ces faibles épaisseurs, ils peuvent être directement utilisés pour des applications haute fréquence. Leur coefficient de couplage est relativement faible (de 15 à 30 %), ainsi que leur permittivité diélectrique relative (autour de 5). Ces deux dernières propriétés ont tendance à donner une sensibilité relativement faible, et rendent l'adaptation électrique difficile. Cependant, leur impédance acoustique (entre 4 et 5 MRa) est relativement proche de celle des tissus (1,5 MRa). L'adaptation d'impédance acoustique n'est pas indispensable car le gain obtenu (en terme de sensibilité et de bande passante) peut être relativement faible pour des difficultés technologiques importantes correspondant à l'ajout d'une lame adaptatrice de très faible épaisseur. Le *Tableau 1.2* résume les principales propriétés électromécaniques de ces matériaux relevées dans différentes publications.

Matériau	$\epsilon_{33,r}^S$	c_l (m/s)	k_t (%)	d_e (%)	d_m (%)	Z (MRa)	Réf.
PVDF	6,0	2200	15 à 20	–	10,0	3,9	[17]
P(VDF-TrFE)	5,0	2400	30	–	4,0	4,5	[17]
PVDF	5,0	2200	15	25	7,7	3,9	[18]
P(VDF-TeFE)	5,5	2200	21	19	6,0	4,2	[18]
P(VDF-TrFE)	4,0	2400	30	12	4,0	4,5	[18]
P(VDF-TrFE)	4,1	2380	29	6,9	4,0	4,6	[19]

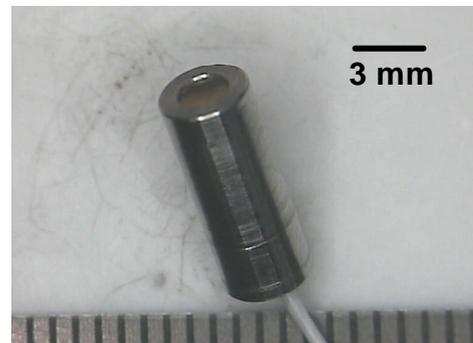
$\epsilon_{33,r}^S$: permittivité diélectrique relative à déformation constante; c_l : vitesse longitudinale; k_t : coefficient de couplage en mode épaisseur; d_e : pertes diélectriques; d_m : pertes mécaniques; Z: impédance acoustique.

Tableau I.2 : Propriétés principales de films copolymères P(VDF-TeFE) et P(VDF-TrFE).

Le second avantage de ces polymères est leur facilité de mise en forme due à leur flexibilité (*Figure I.3 (a)*), ce qui permet de réaliser une focalisation géométrique de l'élément piézo-électrique assez facilement, et évite ainsi l'addition d'une lentille de focalisation (*Figure I.3 (b)*).



(a)



(b)

Figure I.3 : (a) Film copolymère P(VDF-TrFE). (b) Transducteur haute fréquence basé sur ce film.

Bien que le coefficient de couplage en mode épaisseur k_t soit relativement faible, le transfert d'énergie mécanique en énergie acoustique reste relativement efficace grâce à une impédance acoustique relativement proche de celle des tissus à caractériser. Ainsi, ces polymères sont toujours couramment utilisés pour la fabrication de transducteurs haute fréquence dans la gamme de 20 à 100 MHz.

1.4 Film céramique épais

De nombreux procédés sont possibles et ont été développés [20] tels que la sérigraphie (*screen-printing*) [21], le coulage en bande (*tape casting*) [22, 23], le recouvrement par rotation ou trempage (*spin or dip coating*) [24, 25], ou les techniques de dépôt par pulvérisation (*spray*) [26] pour fabriquer des films épais de céramiques piézo-électriques (de quelques dizaines de micromètres). Les trois premières techniques sont largement utilisées, en particulier pour les applications d'imagerie. Dans chaque cas, ces échantillons (généralement de forme circulaire) sont fabriqués directement dans leur forme finale, évitant ainsi les délicates opérations d'usinage qui peuvent être critiques avec l'apparition de fissures ou cassures. Ces bandes peuvent d'ailleurs être utilisées pour fabriquer des échantillons de géométrie quelconque pour de nombreuses applications.

1.4.1 Film seul

Différents échantillons ont été réalisés par coulage en bande (*Figure 1.4*) et leurs propriétés ont été caractérisées en vue d'une comparaison avec celles obtenues pour les céramiques massives.

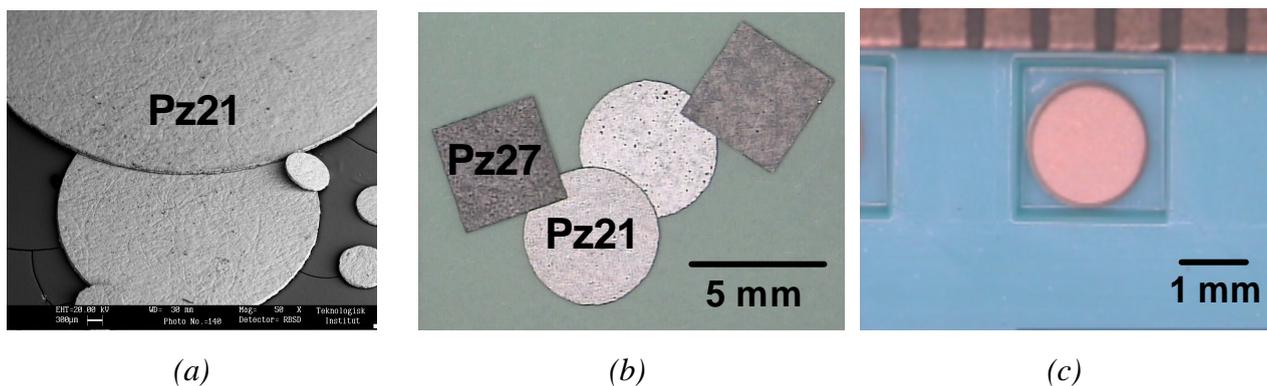


Figure 1.4 : Photographies d'échantillons réalisés par (a) et (b) Ferroperm Piezoceramics (Danemark), et par le (c) Laboratoire de Céramique (EPFL, Suisse).

Le *Tableau 1.3* résume plusieurs caractéristiques représentatives d'échantillons réalisés par coulage en bande, dont le coefficient de couplage en mode épaisseur k_t est légèrement plus faible que celui des céramiques massives, mais leurs performances finales permettent tout de même de les intégrer dans la fabrication de transducteurs haute fréquence délivrant des performances satisfaisantes.

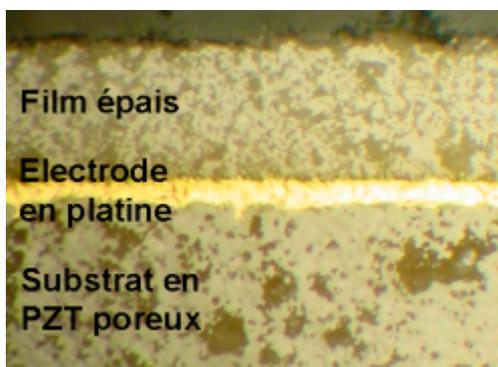
Matériau	$\epsilon_{33,r}^S$	k_t (%)	f_a (MHz)	r (kg/m ³)	d_m (%)	Réf.
PNNZT (PZ21)	1920	43	33,9	7420	4,7	[27]
PZT (PZ29)	1035	35,5	34,1	6900	6,0	[27]
PZT	675	43	46	-	3,6	[21]

$\epsilon_{33,r}^S$: permittivité diélectrique relative à déformation constante; k_t : coefficient de couplage en mode épaisseur; f_a : fréquence d'anti-résonance; r : masse volumique; d_m : pertes mécaniques.

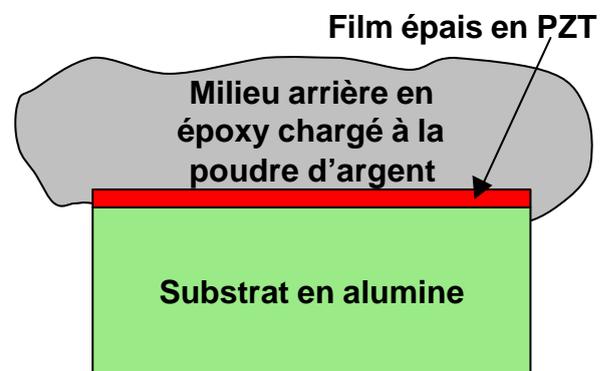
Tableau I.3 : Propriétés d'échantillons réalisés par coulage en bande.

I.4.2 Film sur substrat

Les substrats pour le dépôt de film épais par sérigraphie peuvent être utilisés de deux façons. La première consiste à choisir le substrat de façon à ce qu'il satisfasse directement la fonction de milieu arrière pour le transducteur [28]. De nombreuses conditions sont nécessaires en terme d'impédance acoustique relative à celle du transducteur et de température de frittage pour le film épais (généralement au-delà de 900°C) tout en évitant la détérioration du substrat. Le PZT poreux peut être un bon choix (*Figure I.5 (a)*). Cette méthode conduit à un transducteur intégré. La seconde peut être de choisir un matériau intermédiaire tel qu'un substrat en alumine (Al₂O₃) schématisé sur la *Figure I.5 (b)* [29]. Le futur milieu arrière constitué de résine époxy chargée avec de la poudre d'argent est collé sur l'autre face de l'élément piézo-électrique (*Figure I.5 (b)*). En effet, la fraction volumique de poudre d'argent permet d'ajuster l'impédance acoustique désirée du milieu arrière. Finalement, le substrat en aluminium est usiné et/ou attaqué chimiquement, et une nouvelle électrode est déposée sur la face avant du film épais. Cette méthode permet d'optimiser le choix de ces deux matériaux et d'optimiser les performances du futur transducteur.



(a) Substrat en PZT poreux



(b) Substrat intermédiaire

Figure I.5 : (a) Photographie d'une section en coupe d'un film épais sérigraphié sur un substrat PZT poreux. (b) Schéma du procédé de sérigraphie avec un substrat intermédiaire.

Dans ces deux cas, les propriétés des films piézo-électriques épais sont données dans le *Tableau I.4*, où les performances obtenues sont relativement bonnes mais la reproductibilité reste un problème important à résoudre. De plus, le choix du matériau et de l'épaisseur de l'électrode arrière peuvent influencer les propriétés de façon importante.

Matériau	Procédé	Substrat	e (μm)	$\epsilon_{33,r}^S$	c_l (m/s)	k_t (%)	d_e (%)	d_m (%)	Z (MRa)	Réf.
PZT/PGO	<i>Screen printing</i>	PZT	35,5	334	3240	47	4,7	4,8	-	[28]
PZT/PGO	<i>Screen printing</i>	Al_2O_3	39	342	3940	39,7	2,0	1,5	-	[28]
PZT	<i>Spin coating</i>	Al	20	220	3950	24,4	-	-	21,8	[29]

e : épaisseur du film ; $\epsilon_{33,r}^S$: permittivité diélectrique relative à déformation constante ; c_l : vitesse longitudinale ; k_t : coefficient de couplage en mode épaisseur ; d_e : pertes diélectriques ; d_m : pertes mécaniques ; Z : impédance acoustique.

Tableau I.4 : Propriétés d'échantillons sérigraphiés sur différents substrats.

1.5 Composites

En combinant une phase piézo-électrique (céramique de type PZT) et un polymère d'impédance acoustique faible, il est possible d'obtenir simultanément pour un même matériau les deux spécificités recherchées décrites dans le paragraphe 0 (impédance acoustique faible et coefficient de couplage élevé). Différents arrangements spatiaux définis par les connectivités entre les deux phases sont possibles (*Figure I.6*) [30]. Ils définissent et influencent directement les performances du matériau homogénéisé. Pour les applications haute fréquence, les piézo-composites de connectivités 1-3, 2-2 et 0-3 ont été principalement étudiés.

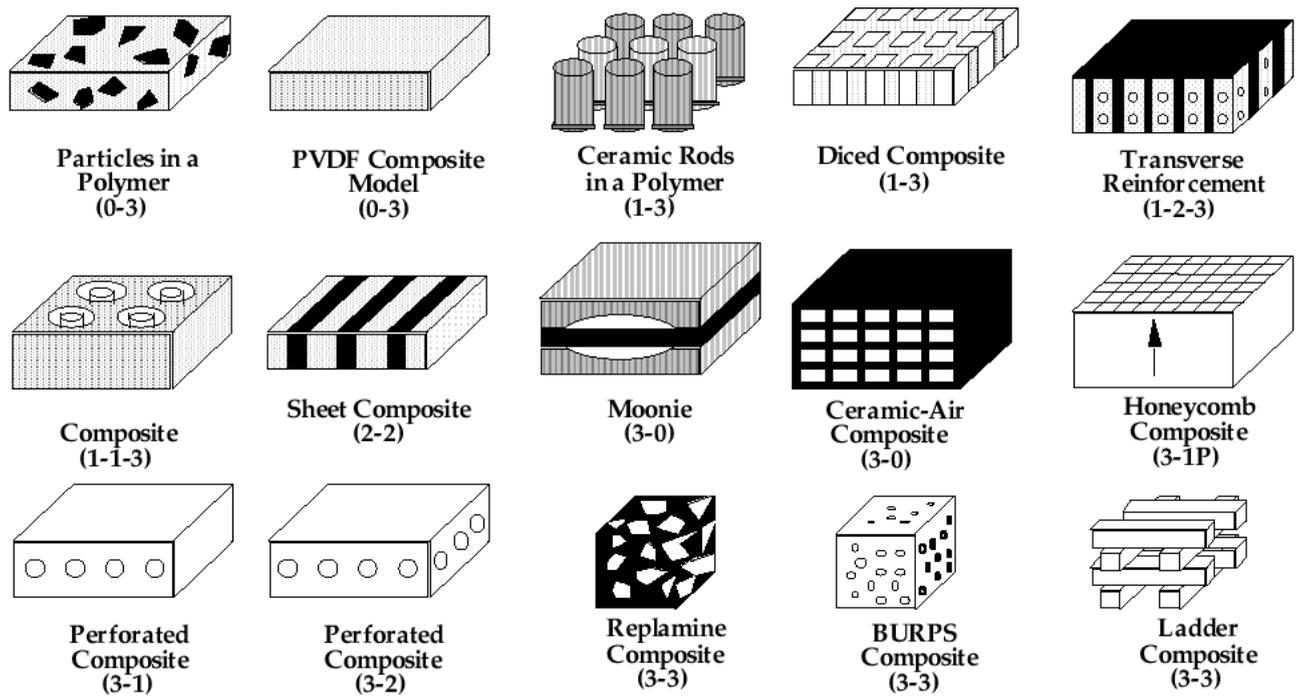


Figure I.6 : Schémas de différents composites réalisés et les connectivités correspondantes [31].

La connectivité 1-3 est d'un grand intérêt car elle permet d'obtenir de très bonnes performances électro-mécaniques (Figure I.7 (a)). Cette connectivité correspond à des barreaux de céramique (Figure I.7 (b)) noyés dans une matrice polymère. Par exemple, pour une fraction volumique de céramique autour de 40 %, la valeur obtenue pour le k_t est plus importante que celle de la céramique seule (Figure I.7 (c)).

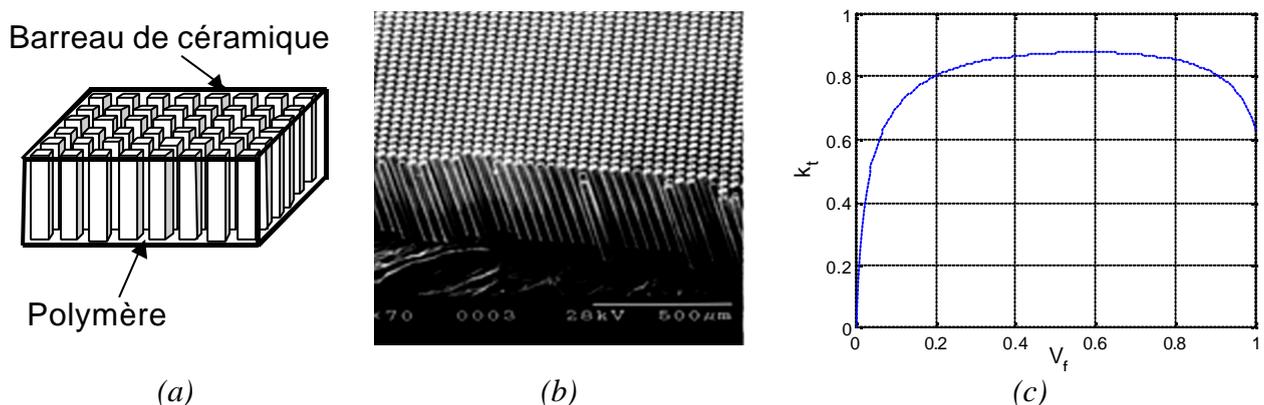


Figure I.7 : (a) Représentation schématique et (b) photographie d'un échantillon de composite 1-3. (c) Variation typique du facteur de couplage en mode épaisseur k_t pour un piézo-composite 1-3 en fonction de la fraction volumique de céramique V_f [32].

I.1.1 Composite 1-3

Le procédé le plus commun pour la fabrication de piézo-composite 1-3 est la technique de découpage matriciel de l'élément piézo-électrique et le remplissage par une matrice passive polymère (*dice and fill*) qui est apparue au milieu des années 80 [33]. Cette méthode consiste à découper l'élément actif sur 80 % de son épaisseur, avec un pas suffisamment faible pour éviter les modes de résonance indésirables tels que les couplages inter-éléments et lobes de rayonnement latéraux. Le remplissage par le polymère effectué (*Figure I.7 (a)*), la face inférieure est alors usinée et des électrodes sont déposées en face arrière et avant.

D'autres méthodes telles que le moule perdu (*lost mould*), le dépôt en fusion (*fused deposition*), ou les techniques d'injection / moulage ont été largement utilisées [34-36].

En haute fréquence, la périodicité engendrée par la méthode de fabrication (c'est-à-dire l'échelle spatiale) limite la vibration en mode épaisseur pur généralement autour de 25 MHz. Une méthode alternative consiste à développer des fibres de céramique (de faibles diamètres) qui sont alignées de façon aléatoire en vue de palier aux effets néfastes induits par la périodicité spatiale. De la même façon que pour les composites 1-3, elles sont entourées d'une matrice polymère [37, 38]. Le *Tableau I.5* résume quelques résultats de propriétés de fibres et de composites. Des fractions volumiques de fibre relativement importantes sont nécessaires pour obtenir un mode de vibration en épaisseur correct [39]. Les performances obtenues (telles que le k_t) pour les piézo-composites sont légèrement plus importantes que celles des céramiques massives, grâce à une impédance acoustique plus faible.

Composite	V_f (%)	f (μm)	k_t (%)	$\epsilon_{33,r}^S$	r (kg/m^3)	c_l (m/s)	d_e (%)	d_m (%)	e (μm)	Réf.
PZT	45	17	60	201	3300	3943	0,1	1	32	[39]
PSMT	68	35	51	120	5480	3390	–	34	31	[40]
PLZT	66	25	55	930	–	2900	–	50	35	[41]

V_f : fraction volumique de fibre; f : diamètre de fibre; k_t : coefficient de couplage en mode épaisseur; $\epsilon_{33,r}^S$: permittivité diélectrique à déformation constante; r : masse volumique; c_l : vitesse longitudinale; d_e : pertes diélectriques; d_m : pertes mécaniques; e : épaisseur du composite.

Tableau I.5 : Propriétés des piézo-composites 1-3 intégrant de la fibre de céramique.

I.1.2 Composite 2-2

Les piézo-composites de connectivité 2-2 (*Figure I.8 (a)*) correspondant à l'alternance de couches de céramique piézo-électrique et de polymère ont aussi été développés pour les applications haute fréquence, en particulier pour les barrettes linéaires. Pour cela, l'épaisseur de chaque couche doit être très faible. Pour fabriquer une barrette linéaire à 30 MHz, une première étape de la fabrication a été décrite par *Ritter et al.* [42] : des éléments de céramique polie (d'épaisseur proche de 30 μm) ont été collés avec de la résine époxy contenant des micro-sphères de polystyrène (de diamètre d'environ 6 μm) pour réguler l'épaisseur de la couche de polymère. Afin de diminuer encore les épaisseurs, la technologie de coulage par bande pour déposer des films épais alternés avec une fine couche de carbone sacrificielle a été développée récemment [23]. Avec un chauffage progressif, la couche de carbone est éliminée, puis le composite est fritté. Enfin, l'espace entre chaque couche de céramique est rempli par de la résine époxy sous vide (*Figure I.8 (b)*). Avec de tels matériaux, des barrettes linéaires avec une fréquence centrale au-delà de 35 MHz sont envisageables.

I.1.3 Collage interdigital

Une autre méthode consiste en un collage interdigital (*interdigital pair bonding*) [43]. Ce procédé consiste à découper deux céramiques en composites 2-2, avec une largeur de découpe légèrement plus importante que l'épaisseur d'une couche de céramique (*Figure I.8 (a)*). Les deux parties du composite 2-2 sont ainsi obtenues. L'une des deux est remplie de polymère, puis la seconde est insérée en quinconce comme décrit sur la *Figure I.8 (b)*. L'étape finale consiste à découper les parties supérieure et inférieure de l'assemblage ainsi réalisé (entre les pointillés, *Figure I.8.(c)*). Les épaisseurs respectives obtenues de céramique et de polymère sont de 36 et 4 μm , donnant une fraction volumique de céramique importante. Ce procédé peut aussi être répété dans les directions perpendiculaires pour donner des piézo-composites 1-3 pour des applications haute fréquence.

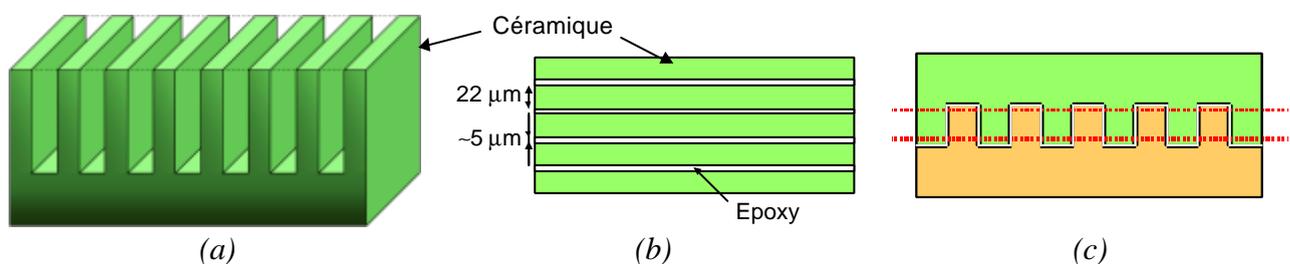


Figure I.8 : (a) Schéma d'un échantillon de piézo-composite 2-2. (b) Section vue de dessus et (c) section vue de côté d'un échantillon de piézo-composite 2-2 réalisé par collage interdigital.

I.1.4 Composite 0-3

Les composites de connectivité 0-3 correspondent à des particules de céramiques noyées dans une matrice polymère (*Figure I.9*). Des couches fines peuvent être obtenues par des procédés de coulage en bande (*tape-casting*) ou sérigraphie (*screen-printing*). De plus, comme pour les matériaux piézo-électriques polymères, la mise en forme est facilitée par la matrice polymère. Les propriétés effectives correspondant à cette connectivité sont relativement faibles. En effet, pour obtenir des performances électro-mécaniques intéressantes, une fraction volumique importante est nécessaire (plus de 60%) [44, 45], ce qui conduit à un mélange de connectivités 0-3 et 3-3 et limite la flexibilité.

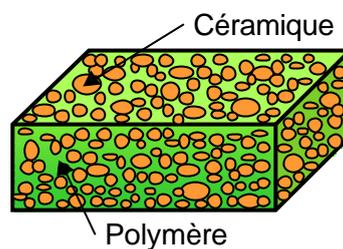


Figure I.9 : Représentation schématique d'un échantillon piézo-composite 0-3.

I.6 Sphère creuse

Des sphères creuses en titanate de plomb (quelques millimètres de diamètre) [36] sont fabriquées en utilisant des billes sacrificielles de polystyrène qui sont roulées dans une poudre de céramique dont elles se recouvrent. L'épaisseur déposée peut-être contrôlée (*Figure I.10 (a)*). Après le déliantage et le frittage (*sintering*), la sphère creuse en titanate de plomb est immergée partiellement dans une pâte qui peut être facilement éliminée (*Figure I.10 (b)*). L'épaisseur usinée et polie de cette pâte permet d'ajuster le diamètre de l'échantillon (*Figure I.10 (c)*). Les variations d'épaisseur de la sphère sont relativement faibles (environ 10 %). Pour terminer, la calotte sphérique est retirée (*Figure I.10 (d)*), les électrodes sont déposées et l'échantillon est polarisé (*Figure I.10 (e)*).

Les caractéristiques d'un échantillon réalisé en utilisant cette méthode d'élaboration ont été évaluées par *Meyer et al.* [36] (*Tableau I.6*).

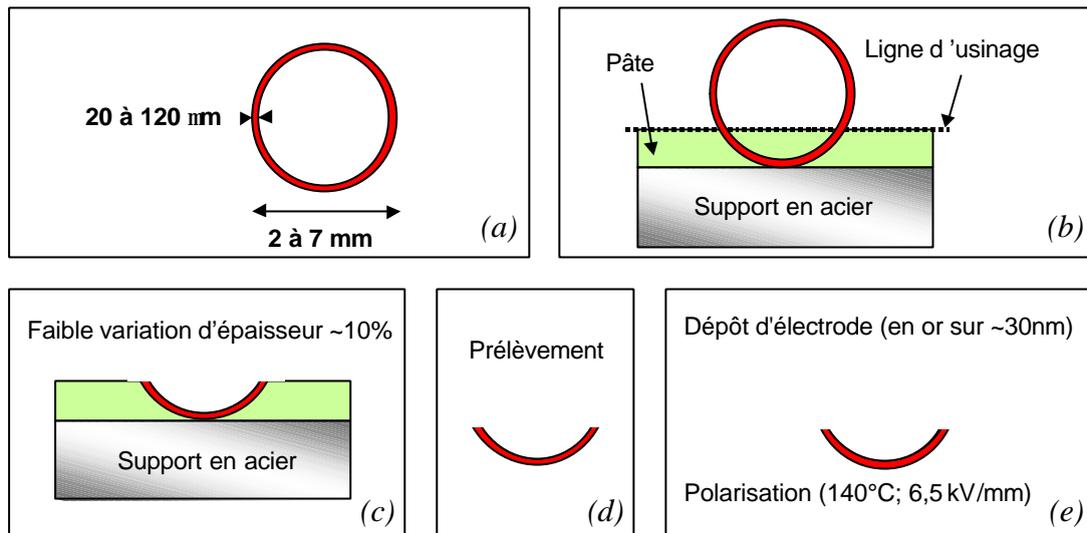


Figure I.10 : Etapes de fabrication d'une calotte sphérique à partir d'une sphère creuse.

Matériau	$\epsilon_{33}^S/\epsilon_0$	f_a (MHz)	k_t (%)	d_{33} (pC/N)	d_e (%)	d_m (%)	Réf.
PT	280	~50	48 à 52	68	< 2	12 à 17	[36]

$\epsilon_{33,r}^S$: permittivité diélectrique relative à déformation constante; f_a : fréquence d'anti-résonance ;

k_t : coefficient de couplage en mode épaisseur; d_{33} : coefficient piézo-électrique;

d_e : pertes diélectriques; d_m : pertes mécaniques.

Tableau I.6 : Propriétés piézo-électriques des calottes sphériques.

II Fabrication de transducteurs haute fréquence

Dans ce paragraphe, les différentes méthodes utilisées pour la fabrication de transducteurs haute fréquence sont décrites. L'importance des propriétés du câble coaxial en haute fréquence est mise en évidence. Enfin, une synthèse des propriétés de transducteurs haute fréquence fabriqués et publiés sera faite.

II.1 Transducteurs à focalisation sphérique

Le procédé de mise en forme de céramiques et mono-cristaux qui suit, a été précisément décrit par *Lockwood et al.* [46] et a permis d'augmenter significativement la sensibilité des transducteurs focalisés, en comparaison aux plus classiques piézo-polymères. En premier lieu, la céramique massive est collée sur un substrat malléable, typiquement une couche époxy conductrice. Le composite bi-couche est alors chauffé et pressé sur un support de forme sphérique dont le rayon de courbure est la distance focale. Le bi-couche est ensuite refroidi et retiré du support et enfin collé

sur un milieu arrière atténuant. Depuis ce procédé de fabrication développé il y a une dizaine d'années, plusieurs variantes ont été utilisées et ont fait l'objet de publications. L'étape de mise en forme pour la focalisation par pressage avec une bille métallique reste l'étape primordiale pour incurver une fine couche de matériau piézo-électrique, que ce soit un cristal, une céramique ou un film polymère.

II.2 Schéma en coupe

La focalisation d'un transducteur mono-élément peut s'opérer par focalisation de l'élément actif (*Figure I.11 (a)*) comme décrit dans le paragraphe précédent, ou par ajout d'une lentille acoustique (*Figure I.11 (b)*) [47]. Dans le cas d'une focalisation avec une lentille, une lame adaptatrice plane peut être collée en premier lieu sur un élément piézo-électrique plat, puis la lentille est ajoutée par moulage (*Figure I.11 (b)*). Pour un transducteur pressé focalisé, l'addition d'une lame adaptatrice d'épaisseur constante est plus délicate : elle est déposée par rotation (*spin coating*) pour une résine époxy chargée, ou par évaporation pour une couche de parylène (*Chapitre 5*). Les contacts électriques sont repris sur l'électrode de la face arrière de l'élément piézo-électrique, ou bien directement sur le milieu arrière si ce dernier est conducteur, et sur l'électrode en face avant. Un câble coaxial est finalement ajouté. Les propriétés et l'optimisation des performances d'un transducteur de ce type sont rappelées en *Annexe 3*.

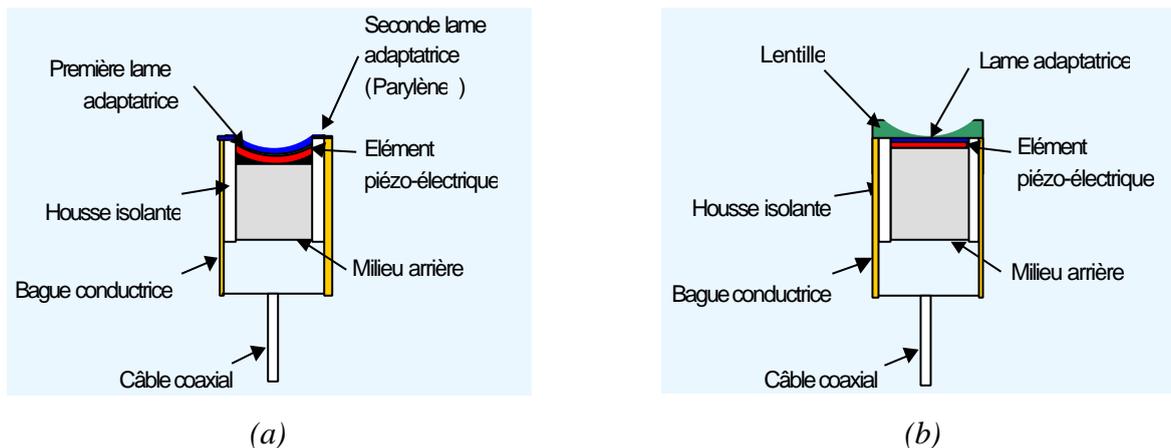


Figure I.11 : Transducteurs focalisés par (a) mise en forme ou (b) ajout d'une lentille sphérique.

II.3 Influence et caractéristiques du câble

Le câble reliant le transducteur au système d'émission-réception a une influence sur la transmission de puissance et celle-ci devient critique en haute fréquence. En effet, dès lors que la fréquence de

travail s'approche du premier mode de résonance du câble (obtenu pour une longueur de câble égale à une demie longueur d'onde), l'adaptation d'impédance ne va plus de soit : il faut considérer l'impédance ramenée à l'entrée du câble donnée par l'équation (I.7). Les propriétés du câble choisi (impédance caractéristique, constante de propagation et longueur) doivent être prises en compte lors de la procédure d'optimisation [48, 49]. Sur la *Figure I.12*, les réponses électro-acoustiques temporelles et spectrales d'un transducteur mono-élément sont superposées pour des longueurs de câble de 0, 1 et 2 m.

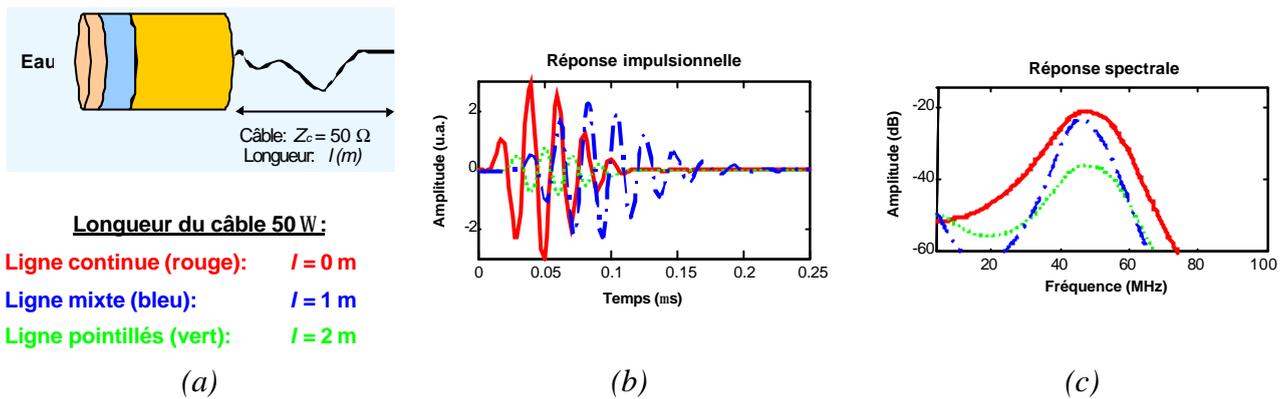
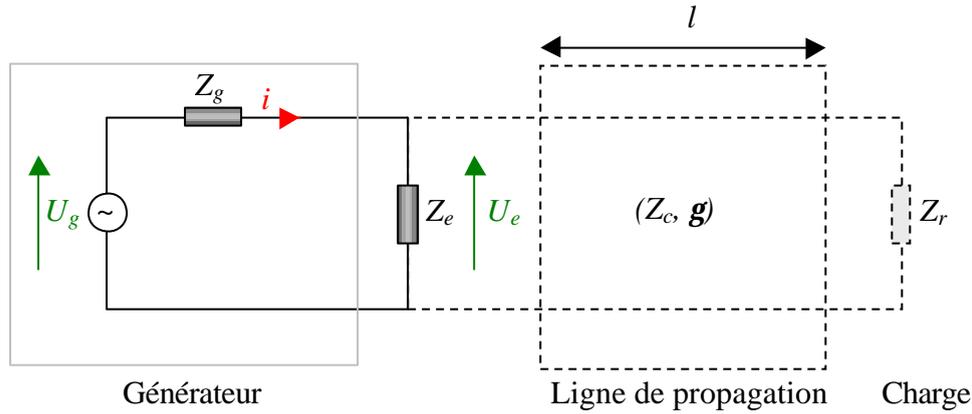


Figure I.12 : (a) Transducteur câblé (b) Réponses électro-acoustiques temporelles et (c) spectrales.

Pour une vitesse de propagation typique $v = 2 \cdot 10^8$ m/s, et une fréquence centrale $f_0 = 50$ MHz, les longueurs de 0, 1 et 2 m (*Figure I.12 (a)*) correspondent respectivement à zéro, un quart et une demie longueur d'onde. On observe bien la dégradation de la réponse impulsionnelle (*Figure I.12 (b)*) et son spectre (*Figure I.12 (c)*). Le câble a donc une influence sur la sensibilité et la bande passante, et sa longueur (pour une impédance caractéristique donnée) est un paramètre à prendre en compte lors de la réalisation d'un transducteur haute fréquence. Ainsi, l'impédance ramenée du transducteur à l'entrée du câble Z_e (équation (I.7)) doit être prise en compte. Comme illustré en pointillés sur la *Figure I.13*, elle dépend de la charge en bout de ligne Z_r vue à travers le câble de longueur l et de paramètres secondaires (Z_c , \mathbf{g}), où Z_c et \mathbf{g} sont respectivement l'impédance et la constante de propagation caractéristiques de la ligne.

La charge électrique vue par le générateur ("ramenée à ses bornes") est donnée par l'impédance d'entrée de la ligne de transmission Z_e , qui elle-même dépend de celle de la charge Z_r .

$$Z_e = Z_c \frac{Z_r + Z_c \operatorname{th}(\mathbf{g}l)}{Z_c + Z_r \operatorname{th}(\mathbf{g}l)} \quad (\text{I.7})$$



Intensité :	Tension en sortie de générateur :	Puissance transmise :
$i = \frac{U_g}{Z_g + Z_e} = \frac{U_e}{Z_e}$	$U_e = U_g \frac{Z_e}{Z_g + Z_e}$	$P_t = U_g^2 \frac{Z_e}{(Z_g + Z_e)^2}$

Figure I.13 : Schéma d'adaptation d'impédance électrique entre le générateur et le transducteur.

Dans le cas de l'illustration de la *Figure I.13*, le transducteur est connecté en bout de ligne de propagation. L'impédance de charge est alors celle ramenée à l'entrée du transducteur (I.4), lui-même chargé en face avant et en face arrière (I.6).

Connaissant la longueur de la ligne, deux mesures en régime harmonique permettent de caractériser complètement la ligne, avec les paramètres secondaires (Z_c, \mathbf{g}) de cette ligne :

En court-circuit : $Z_r = 0$ donne $Z_{e,0} = Z_c \operatorname{th}(\mathbf{g}l)$ (I.8)

En circuit ouvert : $Z_r \rightarrow +\infty$ donne $Z_{e,\infty} = \frac{Z_c}{\operatorname{th}(\mathbf{g}l)}$ (I.9)

Les paramètres du câble sont alors donnés par :

$$Z_c = \sqrt{Z_{e,0} Z_{e,\infty}} \quad (I.10)$$

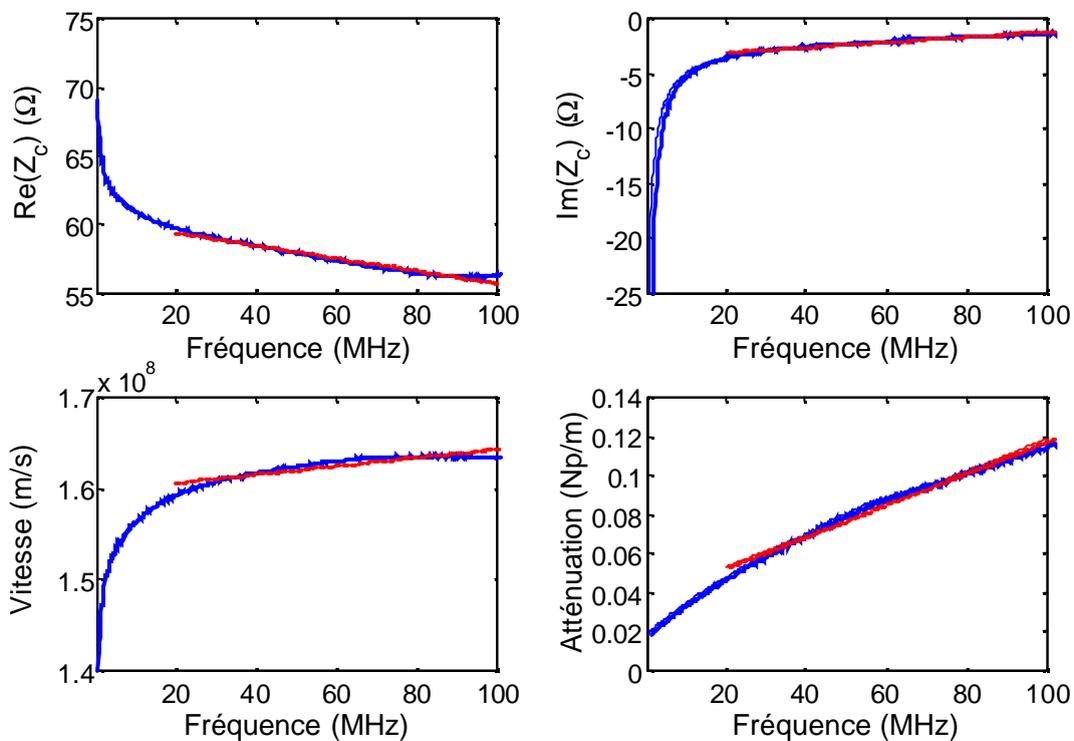
et $\operatorname{th}(\mathbf{g}l) = \sqrt{\frac{Z_{e,0}}{Z_{e,\infty}}}$ (I.11)

d'où $\mathbf{g} = \frac{1}{l} \operatorname{Arcth} \left(\sqrt{\frac{Z_{e,0}}{Z_{e,\infty}}} \right)$, avec $\mathbf{g} = \mathbf{a} + jk$ (I.12)

Les parties réelle et imaginaire de la constante de propagation \mathbf{g} donnent respectivement l'atténuation \mathbf{a} (en Np/m) et le nombre d'onde k (en rad/m). Ce dernier permet de remonter à la vitesse de l'onde électro-magnétique v (en m/s) dans la ligne.

Ces caractéristiques connues, on peut alors déterminer la longueur de câble optimale pour réaliser une adaptation d'impédance électrique optimale. On montre que la puissance transmise est maximale lorsque $Z_e = Z_g^*$, et l'adaptation est donc réalisable en régime harmonique.

Ce formalisme d'impédance ramenée est aussi utilisé pour les lignes de propagations acoustiques qui font l'objet d'un schéma électrique équivalent (*Annexe 4*) au même titre que le schéma KLM pour l'élément piézo-électrique (*Annexe 3*). Cependant, l'impédance d'entrée est une fonction complexe de la fréquence. En effet, elle dépend de celle à l'entrée du multi-couche à base de l'élément piézo-électrique (I.6) et des caractéristiques de la ligne de propagation électrique (I.7). Pour l'imagerie haute fréquence, l'adaptation d'impédance réalisée est donc nécessairement le résultat d'un compromis large bande.



Ajustements linéaires dans la bande de fréquence de 20 à 100 MHz:

$$Re(Z_c) = 60 - 4,7 \cdot 10^{-8} f \quad (\Omega)$$

$$Im(Z_c) = -3,5 + 2,4 \cdot 10^{-8} f \quad (\Omega)$$

$$v = 1,6 \cdot 10^8 + 4,7 \cdot 10^{-2} f \quad (\text{m/s})$$

$$a = 3,6 \cdot 10^{-2} + 8,2 \cdot 10^{-10} f \quad (\text{Np/m})$$

Figure I.14 : Paramètres secondaires du "câble 50 W" utilisés pour les transducteurs haute fréquence, caractérisés en fonction de la fréquence de 1 à 100 MHz (trait plein bleu) puis ajustés linéairement de 20 à 100 MHz (trait pointillés rouges).

Le câble utilisé pour la fabrication de transducteurs est donc caractérisé de 1 à 100 MHz (*Figure I.14*) et possède des caractéristiques secondaires qui ont été identifiées en fonction de la fréquence. L'intérêt d'une telle caractérisation est de montrer que les paramètres secondaires identifiés sont le plus souvent des paramètres moyens sur une bande de fréquence donnée, et au mieux régis par un ajustement linéaire ou quadratique. Ainsi, dans la bande de fréquence utile pour les transducteurs haute fréquence, c'est-à-dire de 20 à 100 MHz, la partie réelle de l'impédance caractéristique varie de manière linéaire décroissante, de $Re (Z_c) = 60$ à 56Ω . La partie imaginaire de l'impédance caractéristique évolue de $Im (Z_c) = -3,5$ à $-1,5 \Omega$ et peut être négligée. La vitesse de propagation est déterminée autour de $v = 1,6.10^8$ m/s. L'atténuation suit une loi d'évolution affine avec la fréquence de $a = 0,048$ à $0,116$ Np/m.

Ce câble possède donc une impédance caractéristique Z_c réelle (la partie imaginaire est négligée) proche à 10 ou 20 % près de celle typique de 50Ω recherchée et est décroissante avec la fréquence. De plus, l'atténuation évolue linéairement avec la fréquence. Ces différences significatives entre les caractéristiques escomptées et celles effectives doivent être prises en compte pour la réalisation d'une ligne de transmission adaptée à la charge sur une large bande de fréquence qu'est le transducteur haute fréquence.

II.4 Synthèse des résultats publiés

Dans les *Tableau I.7* et *Tableau I.8* qui suivent, sont synthétisés des résultats publiés sur les transducteurs haute fréquence utilisant les matériaux et/ou les procédés décrits dans les sections précédentes. Le *Tableau I.7* spécifie essentiellement les caractéristiques (procédé de fabrication, dimensions et matériau utilisé), tandis que le *Tableau I.8* donne les performances correspondantes (de ces mêmes transducteurs) telles que la bande passante et la sensibilité [50, 51]. Concernant la sensibilité, la comparaison entre les valeurs n'est pas toujours possible puisque la définition varie selon les méthodes de mesures utilisées.

Sur ces neuf transducteurs haute fréquence, une large gamme de fréquences centrales est représentée (de 31 à 200 MHz). La majorité des transducteurs ont été conçus pour avoir un f_{number} compris entre 2 et 3 (*Annexe 2*). Une résine époxy chargée à l'argent a été utilisée la plupart du temps pour le milieu arrière. Le parylène, dont le dépôt est homogène, d'épaisseur uniforme et reproductible, est souvent utilisé pour la lame adaptatrice en face avant.

Matériau	e (μm)	f_c (MHz)	Mise en forme	$f_{number}/$ F (mm)	Z_{ar} (MRa)	Z_{av1} (MRa)	Z_{av2} (MRa)	Réf.
P(VDF-TrFE)	17	34	pressé	2,7/6	15 (Ag epoxy)	non	non	[19]
PVDF	9	48,1	pressé	2-3/-	3,15 (epoxy pur)	non	non	[39]
Cristal LN	–	78	pressé	2/-	5,9 (Ag epoxy)	7,3 (Ag epoxy)	2,6 (Parylène)	[50]
Cristal LN	60	44,5	lentille	2-3/-	5,9 (Ag epoxy)	7,3 (Ag epoxy)	non	[39]
Cristal LN	–	200	pressé	1,15/0,8	4,3 (Ag epoxy)	non	non	[51]
Céramique PT	32	45,1	pressé	2-3/-	5,9 (Ag epoxy)	3 (Parylène)	non	[39]
Fibre composite	32	31	pressé	-/17,5	Polymère poreux	non	non	[40]
Sphère creuse PT	70-90	39,8	–	-/1.43	6 (Ag epoxy)	Parylene	non	[36]
Film épais PZT	–	72	pressé	-/2.8	Ag epoxy	non	non	[29]

e : épaisseur du matériau piézo-électrique; f_c ; fréquence centrale du transducteur; f_{number} : rapport distance focale / diamètre; F : distance focale; Z_{ar} : impédance acoustique du milieu arrière; Z_{av1} et Z_{av2} : impédances acoustiques des première et seconde lames adaptatrices.

Tableau I.7 : Synthèse des résultats publiés sur les transducteurs haute fréquence – Géométrie et propriétés.

Matériau	D (mm)	Adaptation	BP (%)	Δz (μm)	Δr (μm)	IL (dB)	Réf.
P(VDF-TrFE)	2,2	non	70	51	–	–	[19]
PVDF	3	non	118	–	–	–45,6	[39]
Cristal LN	3	oui	73	–	–	–13,5	[50]
Cristal LN	3	oui	74	–	–	–21,3	[39]
Cristal LN	0,7	–	22	12	14	–18	[51]
Céramique PT	3	oui	47	-	-	–23,7	[39]
Fibre composite	5	non	118	-	-	–29,3	[40]
Sphère creuse PT	2	non	33	-	-	–20,1	[36]
Film épais PZT	1	non	52	20	295	–46	[29]

D : diamètre; *Adaptation* : ajout d'une inductance et un transformateur; BP : bande passante (–6 dB); Δz : résolution axiale; Δr : résolution radiale; IL : pertes d'insertion.

Tableau I.8 : Synthèse des résultats publiés sur les transducteurs haute fréquence – Performances.

En accord avec les propriétés synthétisées sur la *Figure I.1* pour les matériaux piézo-électriques, les transducteurs mono-éléments intégrant du niobate de lithium LN ou du titanate de plomb PT donnent actuellement les meilleures performances pour l'imagerie médicale. Le procédé de focalisation de l'élément actif semble donner de meilleures performances que celui de focalisation par ajout d'une lentille acoustique [50]. En effet, l'atténuation due à la variation d'épaisseur de la lentille diminue la sensibilité de plusieurs décibels (-6 dB selon *Cannata et al.* [50]). De plus, le cristal de niobate de lithium LN semble être un bon candidat pour l'usinage, car il n'est pas limité par la taille de grain. Enfin, au regard des performances relevées, le transducteur fabriqué avec du niobate de lithium LN et doté de deux lames adaptatrices est le plus performant, et permet d'atteindre des fréquences élevée (autour de 80 MHz).

III Performance

Au cours de cette partie, un processus d'optimisation basé sur la minimisation d'un indice de performance est détaillé après une brève explication des principales étapes de modélisation d'un transducteur de configuration simple. Les différents modèles utilisés sont détaillés dans l'*Annexe 3* et dans les deux chapitres qui suivent. Cette procédure donne les propriétés de chaque élément constitutif du transducteur (excepté celles du matériau piézo-électrique) permettant d'obtenir un compromis satisfaisant pour un transducteur (en imagerie) en terme de sensibilité et de résolution axiale. Enfin, ces explications préliminaires permettent avant tout, dans le cadre de ce premier chapitre, de comparer théoriquement les meilleures performances possibles de transducteurs mono-éléments haute fréquence intégrant les principaux matériaux piézo-électriques disponibles, en particulier les mono-cristaux piézo-électriques.

III.1 Modélisation

Le comportement électro-acoustique d'un transducteur inclut l'impédance d'entrée électrique (qui conditionne le transfert d'énergie entre le système d'émission-réception et le transducteur), la réponse temporelle (dont l'amplitude est liée à la sensibilité et la durée à la résolution axiale et au contraste axial), et la réponse spectrale (qui définit la fréquence centrale et la bande passante) en émission-réception. Ces réponses peuvent être données en faisant l'hypothèse d'une vibration uniaxiale et en utilisant des circuits électriques équivalents tels que KLM [6, 52] (*Annexe 3*) ou autre [53]. Toutes les couches du transducteur sont prises en compte, depuis l'excitation électrique jusqu'au milieu de propagation. La méthode des éléments finis permet aussi de répondre à ce

besoin, en particulier pour des géométries de dimensions supérieures, comme nous le détaillerons dans le chapitre suivant.

Le champ de pression rayonné (*Annexe 2*) permet de définir la résolution latérale, inversement proportionnelle à la taille de la source, et le contraste latéral, inversement proportionnel à la résolution à $-n$ dB (le niveau de pression exprimé en dB, en référence à la pression dans l'axe). L'apparition de lobes secondaires, ou de recouvrement, ont tendance à diminuer le contraste.

Le calcul de champ de pression peut être effectué en appliquant le principe de Huygens, c'est-à-dire que la surface source est supposée être la somme des contributions ponctuelles pour chaque élément de surface [54]. Pour une géométrie simple (circulaire, annulaire ou rectangulaire), les résultats analytiques sont connus et permettent d'obtenir des résultats rapidement [55, 56], aussi bien en terme de sensibilité que de résolution à -6 dB ou de contraste à -20 , -30 , ou -40 dB [57]. Au cours des chapitres 2 et 3, les différentes étapes de la modélisation seront détaillées.

III.2 Optimisation

Des méthodes basées sur la minimisation d'un indice de performance ont été développées [58, 59], en addition aux résultats analytiques [60, 61] détaillés dans les *Annexes 2* et *3*. La difficulté principale est en premier lieu le choix des paramètres pertinents, et en second lieu le poids accordé à chacun d'entre eux. Ces paramètres sont choisis en fonction de l'application et indépendants de la configuration du transducteur. De plus, leur calcul ne requiert que la réponse électro-acoustique du transducteur. Pour l'imagerie médicale, le meilleur compromis entre une haute sensibilité et une bonne résolution latérale doit être déterminé. Pour quantifier ces propriétés, comme décrit sur la *Figure I.15*, les trois paramètres suivants sont définis sur la réponse électro-acoustique : d_6 (résolution axiale), d_{30} (niveau de contraste axial) et amp (sensibilité).

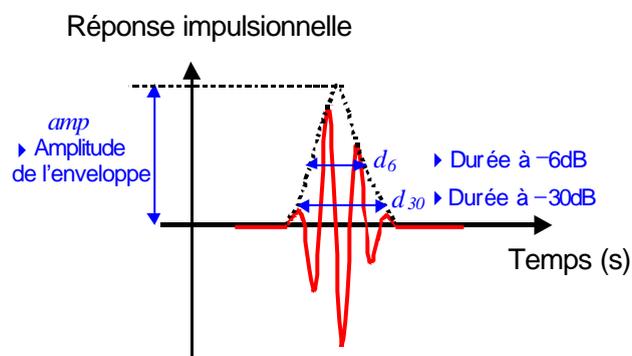


Figure I.15 : Paramètres utilisés pour le calcul d'un indice de performance à partir de la réponse électro-acoustique d'un transducteur en émission-réception.

Les poids des paramètres notés (\mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{g}) sont appliqués à (d_6 , d_{30} , amp). Différents essais sur des configurations test ont montré que le triplet (\mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{g}) = (8, 8, 3) donne un indice de performance adapté aux contraintes de l'imagerie médicale. L'indice de performance est ainsi défini :

$$IP = \mathbf{a} \frac{d_6}{T_0} + \mathbf{b} \frac{d_{30}}{T_0} - \mathbf{g} amp T_0 \quad (\text{I.13})$$

où T_0 est la période correspondant à l'inverse de la fréquence centrale du transducteur. D'autres indices de performance peuvent être définis [58, 62]. A partir de la configuration initiale du transducteur, la réponse électro-acoustique puis l'indice de performance IP résultant sont calculés en utilisant par exemple le modèle KLM (Annexe 3). Avec une méthode de minimisation, telle que la méthode du simplexe, les caractéristiques du transducteur sont modifiées par itération de façon à obtenir la configuration optimisée selon l'indice de performance IP (I.13).

III.3 Résultats et comparaison

Les principaux matériaux piézo-électriques utilisés pour la fabrication de transducteur mono-élément sont comparés : le copolymère P(VDF-TrFE), le mono-cristal LiNbO_3 (LN), la céramique au titanate de plomb PbTiO_3 (PT), la céramique $\text{Pb}(\text{Zr}_{0,47}\text{Ti}_{0,53})\text{O}_3$ (PZT), et un mono-cristal $0,67\text{Pb}(\text{Mg}_{(1/3)}\text{Nb}_{(2/3)})\text{O}_3-0,33\text{PbTiO}_3$ (PMN-33%PT).

Pour toutes ces simulations de transducteurs mono-élément haute fréquence, trois paramètres ont été fixés : la fréquence centrale du transducteur ($f_0 = 50$ MHz), la surface active de l'élément piézo-électrique ($D = 3$ mm, soit une surface $S = 7$ mm²), et la longueur du câble coaxial ($L = 1,5$ m). L'épaisseur du matériau actif est ajustée pour atteindre la fréquence centrale recherchée, et une lame adaptatrice est considérée pour toutes ces optimisations. Une inductance et un transformateur sont aussi pris en compte (Figure I.16) dans le processus d'optimisation. Le Tableau I.9 donne tous les paramètres extraits de la littérature des matériaux piézo-électriques pour les simulations.

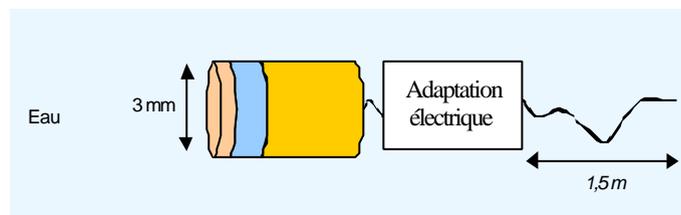


Figure I.16 : Schéma d'un transducteur mono-élément simulé.

Matériau	$\epsilon_{33,r}^S$	k_t (%)	\mathbf{r} (kg/m ³)	c_l (m/s)	\mathbf{d}_e (%)	\mathbf{d}_m (%)	Z (MRa)	Réf.
P(VDF-TrFE)	4,1	33	1932	2380	6,9	4,0	4,6	[19]
LN	28	49	4640	7340	0,1	0,01	34,1	[39]
PT	200	49	6900	5200	0,9	0,83	35,9	[39]
PZT	800	50	7900	4390	2,5	2,7	34,7	[63]
PMN-33%PT	712	62	8060	4645	–	–	37,4	[64]

$\epsilon_{33,r}^S$: permittivité diélectrique relative à déformation constante; k_t : coefficient de couplage en mode épaisseur; \mathbf{r} : masse volumique ; c_l : vitesse longitudinale; \mathbf{d}_e : pertes diélectriques; \mathbf{d}_m : pertes mécaniques ; Z : impédance acoustique.

Tableau I.9. : Caractéristiques des matériaux piézo-électriques utilisés pour les simulations de transducteurs mono-éléments haute fréquence.

L'optimisation des performances pour chaque transducteur permet de déterminer les caractéristiques de la lame adaptatrice (impédance acoustique et épaisseur), du milieu arrière (impédance acoustique seulement, car ce milieu est considéré semi-infini), la valeur de l'inductance et le rapport de transformation. Ces résultats sont résumés dans le *Tableau I.10*, avec les valeurs des pertes d'insertion (calculées comme étant le rapport entre les puissances reçue et émise par le générateur en émission-réception), et une bande passante relative à –6 dB.

Ces simulations ne prennent pas en compte les possibilités de focalisation avec l'addition d'une lentille. Ces résultats permettent, pour une configuration identique, de quantifier le gain et de comparer les matériaux piézo-électriques comme l'illustrent les réponses impulsionnelles présentées sur la *Figure I.17*. Compte tenu d'un k_t relativement faible, les transducteurs à base de P(VDF-TrFE) ont une sensibilité relativement faible en comparaison avec les autres simulations. Les résultats pour le PT et le PZT sont similaires. L'adaptation électrique permet de compenser les différences de constantes diélectriques. Le transducteur simulé à partir du mono-cristal LN donne une bande passante semblable, mais une sensibilité plus faible car sa permittivité diélectrique est faible. Pour finir, celui à base du cristal PMN-PT permet d'obtenir un meilleur compromis en terme de sensibilité et de bande passante.

Matériau	e (μm)	Z_{ar} (MRa)	Z_{avl} (MRa)	e_{avl} ($\lambda/4$)	Adaptation	BP (%)	IL (dB)
P(VDF-TrFE)	22,4	1,2	2	1,5	oui	71	26
LN	69,6	4,5	4	1,2	oui	70	23,4
PT	51,0	4,3	4,3	1,2	oui	53	19,7
PZT	43,1	4	4,2	1,2	oui	54	20,6
PMN-33%PT	44,3	2,7	4	1,0	oui	68	22

e : épaisseur du matériau piézo-électrique; Z_{ar} et Z_{avl} : impédances acoustiques du milieu arrière et de la lame adaptatrice; e_{avl} : épaisseur de la lame adaptatrice exprimée en quart d'onde; BP : bande passante relative à -6 dB; IL : pertes d'insertion.

Tableau I.10 : Dimensions et paramètres acoustiques des transducteurs mono-éléments haute fréquence.

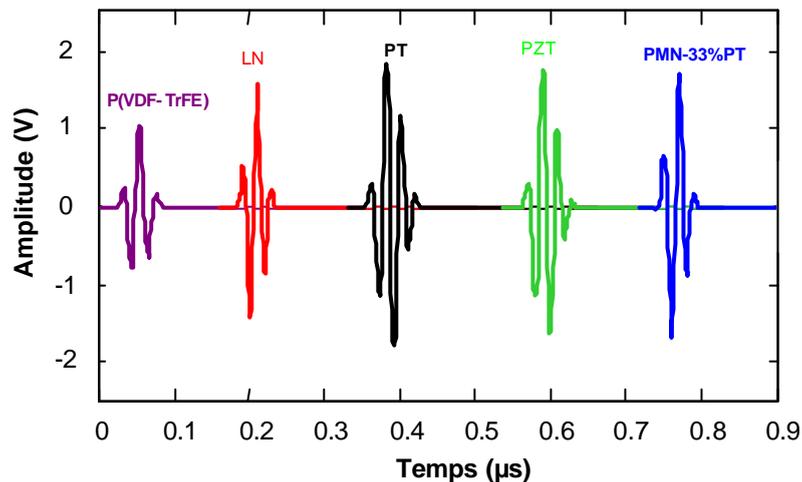


Figure I.17 : Réponses électro-acoustiques des transducteurs mono-éléments simulés.

IV Caractérisation du transducteur

Dans cette dernière partie, les méthodes existantes de caractérisation de matériaux passifs et de transducteurs spécifiques à la haute fréquence sont rappelées. Les définitions standard des caractéristiques des réponses électro-acoustiques et du diagramme de rayonnement sont rappelées dans l'Annexe 2.

IV.1 Matériaux passifs

La spectroscopie acoustique est généralement utilisée pour mesurer les propriétés haute fréquence des matériaux passifs. Une mesure en émission réception, décrite par *Selfridge* permet d'obtenir les

propriétés approximatives des matériaux [65]. Une autre méthode décrite par *Wang et al.* [66, 67] consiste à effectuer une mesure en transmission. Ces mesures, en émission-réception ou en transmission permettent de déterminer la vitesse longitudinale et l'atténuation, ainsi que la vitesse transverse pour la seconde méthode. Le dispositif expérimental pour la mesure en transmission est présenté sur la *Figure I.18*. Une attention particulière doit être apportée à l'atténuation dans l'eau qui ne peut pas être négligée en haute fréquence :

$$a_{eau} = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ dB/mm}/(\text{MHz})^2$$

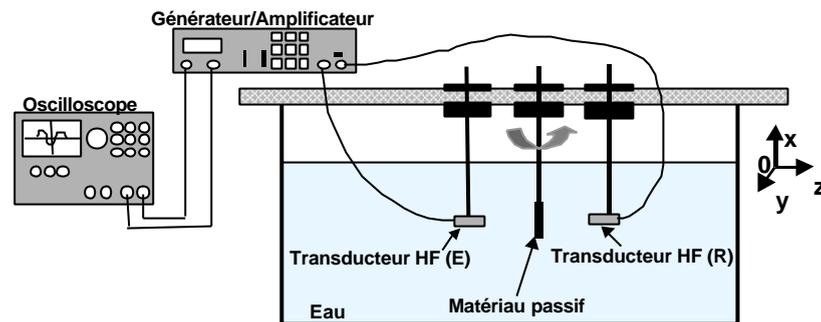


Figure I.18 : Dispositif de mesure de la vitesse longitudinale et de l'atténuation par transmission.

Plus récemment, une méthode alternative pour caractériser les couches passives fines a été publiée par *Wang et al.* [68]. Cette méthode est bien adaptée à la caractérisation de lames adaptatrices (épaisseur d'une dizaine de micromètres) pour les applications haute fréquence. Le principe consiste à déposer une couche (à peu près quart d'onde) sur un substrat parfaitement connu (propriétés acoustiques et dimensions). Ensuite, le signal transmis est utilisé dans son intégralité (somme des échos de transmission et réflexions multiples u_i en sortie de la couche analysée) pour obtenir la vitesse de phase et l'atténuation comme illustré sur la *Figure I.19* :

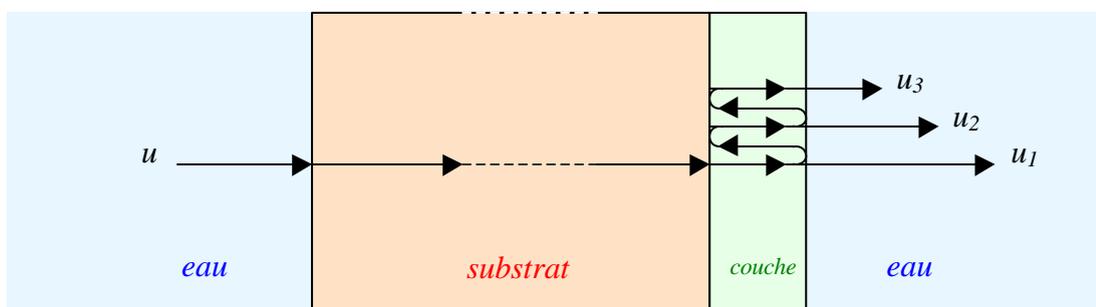


Figure I.19 : Dispositif expérimental pour la caractérisation de couche fine par transmission [68].

IV.2 Mesures électro-acoustiques

L'impédance électrique d'entrée peut être mesurée directement en utilisant un analyseur de réseaux ou d'impédance, la face avant du transducteur étant en contact avec un milieu d'impédance proche de celle de tissus biologiques ou de l'eau. Les plages de fréquences utilisées vont typiquement d'un dixième de la fréquence de résonance de l'élément piézo-électrique, jusqu'à deux fois cette même fréquence.

La mesure de l'écho obtenu en réponse à une excitation est obtenue en excitant le transducteur avec une impulsion de fréquence au moins double de celle de résonance de l'élément actif, et en mesurant l'écho réfléchi sur un miroir acoustique (impédance grande devant celle du milieu de propagation) immergé dans l'eau. L'écho reçu est caractérisé : la durée à -6 dB de l'enveloppe, le spectre et la bande passante à -6 dB sont calculés. Si un train d'onde est émis à la place d'une impulsion, la sensibilité peut aussi être déterminée, comme décrit sur la *Figure I.20*, avec le rapport des amplitudes de l'écho et du train d'onde pour une fréquence donnée. Cette caractérisation n'a rien de spécifique aux mesures en haute fréquence. Bien qu'elle ne soit pas spécifique au domaine de la haute fréquence, la mesure de la résolution axiale et de la sensibilité permet d'évaluer la performance du transducteur.

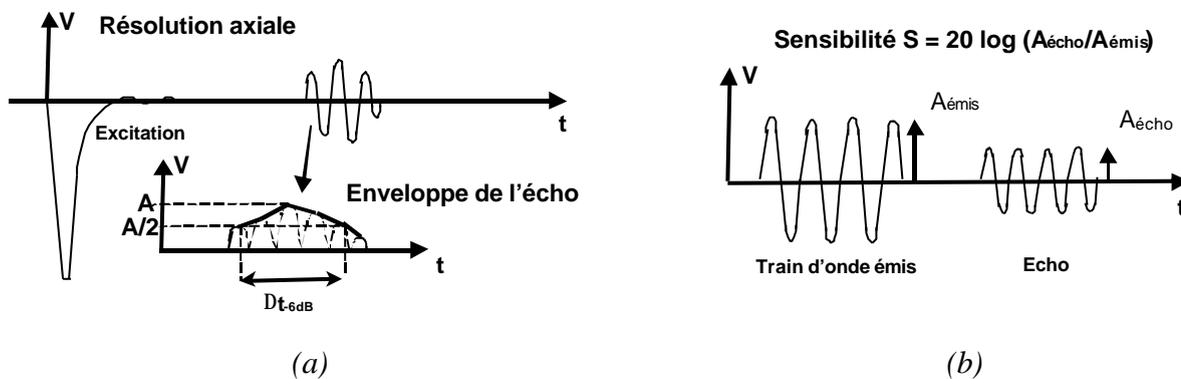


Figure I.20 : Mesures de (a) résolution axiale et de (b) sensibilité

IV.3 Mesure du champ de pression

Le champ rayonné peut être mesuré en transmission à l'aide d'un hydrophone en réception qui balaye un demi plan contenant l'axe de symétrie du transducteur. Pour chaque point balayé, l'amplitude de l'écho reçu est enregistrée. Le diamètre effectif de l'hydrophone doit être le plus faible possible : plus faible que la largeur du faisceau et plus faible que la longueur d'onde dans l'eau, de façon à éviter les effets de diffraction. Ces conditions deviennent difficilement applicables

pour la caractérisation de transducteurs haute fréquence (au-delà de 20 MHz). Dans le cas d'une mesure en émission-réception, la cible utilisée doit aussi être de petites dimensions ; typiquement, on prend une pointe d'aiguille ou une bille de très faible diamètre. De plus, elle ne doit pas être source d'écho parasite. La résolution radiale et la profondeur de champ sont mesurées comme spécifié sur les illustrations *Figure I.21*.



Figure I.21 : Mesure du champ rayonné : (a) résolution radiale et (b) profondeur de champ.

Spécifiquement pour les transducteurs haute fréquence, une méthode alternative consiste à utiliser des fantômes incluant des fils de tungstène de quelques micromètres de diamètre avec différents espacements axiaux et radiaux connus (typiquement de 30 à 500 μm) dans un gel. Les images obtenues permettent d'évaluer les résolutions effectives avec le transducteur intégré dans un dispositif d'imagerie.

Par ailleurs, un émetteur laser peut être utilisé pour mesurer par interférométrie les déplacements d'ondes acoustiques. Avec cette méthode, la sensibilité atteint jusqu'à $1 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$ [69] et permet d'obtenir une excellente résolution spatiale pour des applications haute fréquence (typiquement 10 nm à 100 MHz). La variation de phase entre le rayon optique réfléchi sur le miroir et celui de référence correspond à un déplacement. Pour un transducteur focalisé, une membrane métallisée très fine peut être disposée perpendiculairement à l'axe de propagation du transducteur. Pour chaque valeur, le déplacement est mesuré sur la membrane et le champ rayonné est reconstruit [70]. Une autre possibilité est d'utiliser le dispositif expérimental décrit sur la *Figure I.22*, où le faisceau optique et le miroir sont perpendiculaires à l'axe de symétrie du transducteur [71]. Dans ce cas, la variation de phase est seulement due à la variation de l'indice optique induit par la source de pression acoustique. Il s'agit d'une méthode de mesure intégrale : les données sont collectées pour plusieurs positions radiales dans le plan normal à l'axe de symétrie, et une reconstruction tomographique permet d'obtenir le champ de pression.

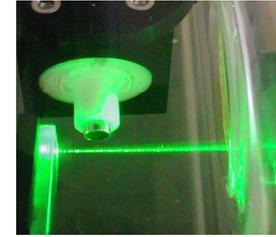
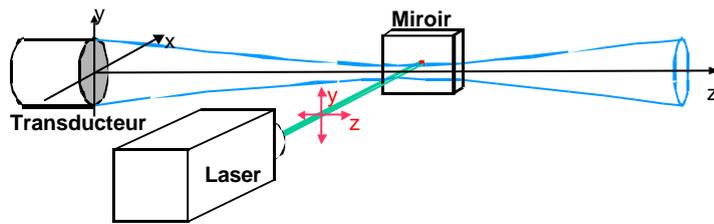


Figure I.22 : Dispositif expérimental pour la mesure de pression acoustique par méthode optique.

Ce processus de mesure peut être répété à différentes profondeurs pour obtenir le champ rayonné dans un espace (r, z) défini [72, 73]. En utilisant cette technique, des mesures ont été effectuées (Figure I.23) sur un transducteur mono-élément avec une fréquence centrale de 20 MHz [67].

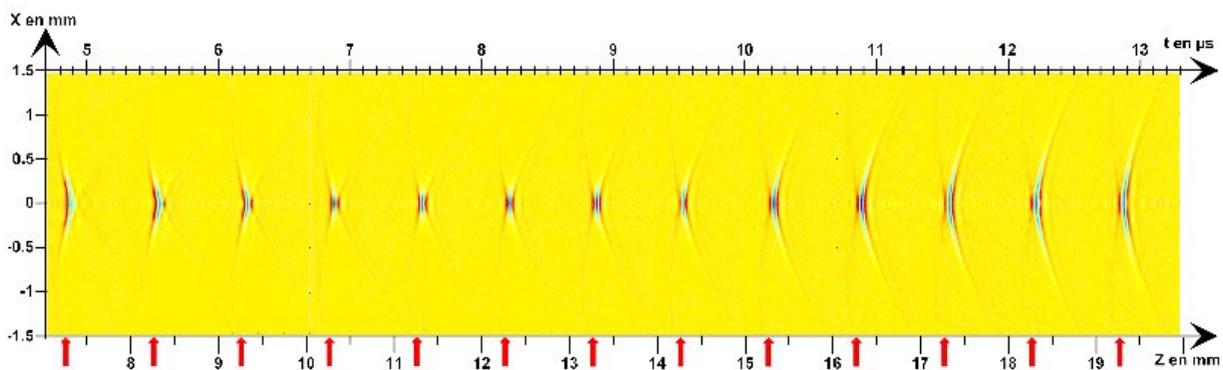


Figure I.23 : Evolution du faisceau acoustique (transducteur à 20 MHz) de 7 à 19 mm.

V Conclusion et perspectives

Les transducteurs mono-éléments ont été le sujet d'intérêt de nombreux projets de recherche dans les années passées, et plusieurs technologies de fabrication ont été développées, dont un certain nombre sont maintenant industrialisées. Les dimensions typiques à retenir sont données pour une fréquence centrale f_0 autour de 50 MHz, un f_{number} de 2,5, une distance focale F de 7,5 mm, et une bande passante relative de 60 %. Ainsi, on obtient un rayon du disque piézo-électrique a de 1,5 mm et une épaisseur de cet élément actif e de 45 μm . Les résolutions axiale Δz et radiale Δr correspondantes sont respectivement de 30 et 75 μm , et la profondeur de champ DOF est d'environ 1,3 mm. Les transducteurs haute fréquence produits en premier lieu étaient à base de polymère, mais plus récemment, ceux fabriqués à base de céramique ou de mono-cristal ont montré de meilleures performances. Actuellement, l'utilisation de niobate de lithium directement pressé pour la focalisation équipé de deux lames adaptatrices donne de très bons résultats, avec une fréquence

de résonance atteignant les 80 MHz comme l'a publié *Cannata et al.* [50]. Cependant, d'un point de vue purement théorique, les cristaux de types PMN-PT délivrent les meilleurs résultats en terme de compromis entre la sensibilité et la résolution axiale.

Bibliographie

1. Sherar M.D., Noss M.B., Foster F.S., *Ultrasound backscatter microscopy images the internal structure of living tumour spheroids.* Nature, 1987. **330**: p. 493-495.
2. Foster F.S., Pavlin C.J., Harasiewicz K.A., Christopher D.A., Turnbull D.H., *Advances in ultrasound biomicroscopy.* Ultrasound in Medicine and Biology, 2000. **26**(1): p. 1-27.
3. Ermet H., Vogt M., *High frequency ultrasonic imaging and its applications in skin.* SPIE Conference on Ultrasonic Transducer Engineering, 1999. **3664**: p. 44-55.
4. Berson M., Grégoire J.M., Gens F., Rateau J., Jamet F., Vaillant L., Tranquart F., Pourcelot L., *High frequency (20 MHz) ultrasonic devices: advantages and applications.* European Journal of Ultrasound, 1999. **10**: p. 53-63.
5. IEEE Std., *Standard on Piezoelectricity ANSI/IEEE Std. 176-1987.* IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1996. **43**(5): p. 719-772.
6. Krimholtz R., Leedom D.A., Matthei G.L., *New equivalent circuit for elementary piezoelectric transducers.* Electronic letters, 1970. **6**: p. 398-399.
7. Lukacs M., Olding T., Sayer M., Tasker R., Sherrit S., *Thickness mode material constants of a supported piezoelectric film.* Journal of Applied Physics, 1999. **85**(5): p. 2835-2843.
8. Tran-Huu-Hue L.P., Levassort F., Vander-Meulen F., Holc J., Kosec M., Lethiecq M., *Preparation and electromechanical properties of PZT/PGO thick films on alumina substrate.* Journal of the European Ceramic Society, 2001. **21**(10-11): p. 1445-1449.
9. Holland R., *Representation of dielectric, elastic, and piezoelectric losses by complex coefficients.* IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics, 1967. **14**(1): p. 18-20.
10. Zhang Y., Wang Z., Cheeke J.D.N., *Resonant spectrum method to characterize piezoelectric films in composite resonators.* IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 2003. **50**(3): p. 321-333.
11. Naik R.S., Lutsky J.J., Reif R., Sodini C.G., *Electromechanical coupling constant extraction of thin-film piezoelectric materials using a bulk acoustic wave resonator.* IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1998. **45**(1): p. 257-263.

12. Foster F.S., Ryan L.K., Turnbull D.H., *Characterization of lead zirconate titanate for use in miniature high-frequency (20-80 MHz) transducers*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1991. **38**(5): p. 446-453.
13. Tran-Huu-Hue L.P., Levassort F., Lethiecq M., Certon D., Patat F., *Characterization of the piezoelectric and dielectric relaxation parameters of 0-3 composite and PVDF materials in thickness mode*. Ultrasonics, 1997. **34**(4): p. 317-324.
14. Tran-Huu-Hue L.P., Levassort F., Felix N., Damjanovic D., Wolny W., Lethiecq M., *Comparison of several methods to characterize the high frequency behavior of piezoelectric ceramics for transducer applications*. Ultrasonics, 2000. **38**(1-8): p. 219-223.
15. Zipparo M.J., Shung K.K., Shrout T.R., *Piezoceramics for high frequency (20 to 100 MHz) single-element imaging transducers*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1997. **44**(5): p. 1038-1048.
16. Kawai M., *The piezoelectricity of PolyVinilyDene Fluoride*. Japanese Journal of Applied Physics, 1969. **8**: p. 975-976.
17. Foster F.S., Harasiewicz K.A., Sherar M.D., *A history of medical and biological imaging with polyvinylidene fluoride (PVDF) transducers*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 2000. **47**(6): p. 1363-1371.
18. Brown L.F., *Design considerations for piezoelectric polymer ultrasound transducers*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 2000. **47**(6): p. 1377-1396.
19. Levassort F., Tran-Huu-Hue L.P., Feuillard G., Lethiecq M., *Characterisation of P(VDF-TrFE) material taking into account dielectric relaxation: application to modelling of high frequency transducers*. Ultrasonics, 1998. **36**(1-5): p. 41-45.
20. Wolny W.W., *Piezoceramic thick films - Technology and applications - State of art in Europe*. IEEE International Symposium on the Applications of Ferroelectrics, 2001: p. 257-262.
21. Thiele E.S., Setter N., *Lead zirconate titanate particle dispersion in thick-film ink formulations*. Journal of the American Ceramic Society, 2000. **83**(6).
22. Mc Nulty T., Janas V.F., Safari A., *Multilayered multifunctional ceramic materials by tape casting*. IEEE Proceedings of the Ultrasonics Symposium, 1996: p. 755-758.
23. Kwon S., Hachenberger W., Rehrig P., Snook K., Rhee S., Shrout T.R., *Ceramic/polymer 2-2 composites for high frequency transducers by tape-casting*. IEEE Proceedings of the Ultrasonics Symposium, 2003: p. 366-369.

24. Gentry K.L., Zara J.M., Bu S., Eom C., Smith S.W., *Thick film sol PZT transducer using dip coating*. IEEE Proceedings of the Ultrasonics Symposium, 2000. **2**: p. 977-980.
25. He X.Y., Ding A.L., Zheng X.S., Qiu P.S., Luo W.G., *Preparation of PZT(53/47) thick films deposited by a dip-coating process*. Microelectronic Engineering, 2003. **66**: p. 865-871.
26. Kobayashi M., Olding T.R., Zou L., Sayer M., Jen C.K., Rehman A.U., *Piezoelectric thick film ultrasonic transducers fabricated by spray technique*. IEEE Proceedings of the Ultrasonics Symposium, 2000. **2**: p. 985-989.
27. Levassort F., Tran-Huu-Hue L.P., Lethiecq M., Bove T., Wolny W., *New piezoceramics films for high resolution medical imaging applications*. IEEE Proceedings of the Ultrasonics Symposium, 2000. **2(6)**: p. 1125-1128.
28. Kosec M., Holc J., Levassort F., Tran-Huu-Hue L.P., Lethiecq M., *Screen-printed Pb(Zr,Ti)O₃ thick films for ultrasonic medical imaging applications*. Proceeding of the 34th International Symposium on Microelectronics, 2001: p. 195-200.
29. Lukacs M., Sayer M., Foster S., *Single element high frequency (<50 MHz) PZT sol gel composite ultrasound transducers*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 2000. **47(1)**: p. 148-159.
30. Newnham R.E., Skinner D.P., Cross L.E., *Connectivity and piezoelectric-pyroelectric composites*. Material Research Bulletin, 1978. **13**: p. 525-536.
31. Safari A., *Novel piezoelectric ceramics and composites for sensor and actuator applications*. Material Research Innovations, 1999: p. 263-269.
32. Smith W.A., *Modeling 1-3 composite piezoelectrics: Hydrostatic response*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1993. **40(1)**: p. 41-49.
33. Savakus H.P., Klicker K.A., Newnham R.E., *PZT-Epoxy piezoelectric transducers: a simplified fabrication procedure*. Material Research Bulletin, 1981. **16**: p. 677-680.
34. Janas V.F., Safari A., *Overview of fine-scale piezoelectric ceramic/polymer composite processing*. Journal of the American Ceramic Society, 1995. **78(11)**: p. 2945-2955.
35. Su B., Pearce D.H., Button T.W., *Routes to net shape electroceramic devices and thick films*. Journal of the European Ceramic Society, 2001. **21**: p. 2005-2009.
36. Meyer R.J.Jr, Newnham R.E., Alkoy S., Ritter T., Cochran J.Jr, *Pre-focused lead titanate >25 MHz single-element transducers from hollow spheres*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 2001. **48(2)**: p. 488-493.

37. Jadidian B., Janas V., Safari A., French J., Weitz G., Luke J., Cass R., *Development of fine scale piezoelectric ceramic/polymer composites via incorporation of fine PZT fibers*. IEEE Proceedings of the Ultrasonics Symposium, 1996: p. 31-34.
38. Meyer R.J.Jr, ShROUT T.R., Yoshikawa S., *Development of ultra-fine scale piezoelectric fibers for use in high frequency 1-3 transducers*. IEEE Proceedings of the Ultrasonics Symposium, 1996: p. 547-550.
39. Snook K.A., Zhao J.Z., Alves C.H.F., Cannata J.M., Chen W.H., Meyer R.J., Ritter T.A., Shung K.K., *Design, Fabrication, and evaluation of high frequency, single-element transducers incorporating different materials*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 2002. **49**(2): p. 169-176.
40. Li K., Chan H. L.W., Choy C. L., *Samarium and manganese-doped lead titanate ceramic fiber/epoxy 1-3 composite for high-frequency transducer application*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 2003. **50**(10): p. 1371-1376.
41. Chan H.L.W., Li K., Choy C.L., *Piezoelectric ceramic fibre/epoxy 1-3 composites for high-frequency ultrasonic transducer applications*. Materials Science and Engineering B, 2003. **99**: p. 29-35.
42. Ritter T.A., ShROUT T.R., Tutwiler R., Shung K.K., *A 30-MHz piezo-composite ultrasound array for medical applications*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 2002. **49**(2): p. 217-230.
43. Liu R., Knapik D., Harasiewicz K.A., Foster F.S., *Fabrication of 2-2 Piezoelectric composites by Interdigital Pair Bonding*. IEEE Proceedings of the Ultrasonics Symposium, 1999: p. 973-976.
44. Levassort F., Lethiecq M., Certon D., Patat F., *A matrix method for modeling electroelastic moduli of 0-3 piezo-composites*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1997. **44**(2): p. 445-452.
45. Levassort F., Lethiecq M., Desmare R., Tran-Huu-Hue L.P., *Effective electroelastic moduli of 3-3(0-3) piezocomposites*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1999. **46**(4): p. 1028-1034.
46. Lockwood G.R., Turnbull D.H., Foster F.S., *Fabrication of spherically shaped ceramic transducers*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1994. **41**(2): p. 231-235.

47. Cannata J.M., Ritter T.A., Chen W.H., Shung K.K., *Design of focused single element (50-100 MHz) transducers using lithium niobate*. IEEE Proceedings of the Ultrasonics Symposium, 2000.
48. Chen W.H., Cao P.J., Maione E., Ritter T., Shung K.K., *Optimization of pulse transmission in a high frequency ultrasound imaging system*. IEEE Proceedings of the Ultrasonics Symposium, 2001: p. 995-998.
49. Ritter T.A., Shung K.K., Geng X., Lopath P.D., Tutwiler R., ShROUT T.R., *Composite ultrasound transducer arrays for operation above 20 MHz*. SPIE Conference on Ultrasonic Transducer Engineering, 1999. **3664**: p. 67-75.
50. Cannata J.M., Ritter T.A., Chen W.C., Silverman R.H., Shung K.K., *Design of efficient, broadband single-element (20-80 MHz) ultrasonic transducers for medical imaging applications*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 2003. **50**(11): p. 1548-1557.
51. Knapik D. A., Starkoski B., Pavlin C.J., Foster F.S., *A 100-200 MHz ultrasound biomicroscope*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 2000. **47**(6): p. 1540-1549.
52. Van Kervel S.J.H., Thijssen J.M., *A calculation scheme for the optimum design of ultrasonic transducers*. Ultrasonics, 1983. **21**: p. 134-140.
53. Lockwood G.R., Foster F.S., *Modeling and optimization of high-frequency ultrasound transducers*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1994. **41**(2): p. 225-230.
54. Kino G.S., *Acoustic waves: devices imaging and analog signal processing*. 1987: Processing Prentice-Hall Inc Englewood Cliffs New Jersey. Chap. 3.
55. Penttinen A., Luukkala M., *The impulse response and pressure nearfield of a curved ultrasonics radiators*. Journal of Physics D, 1976. **9**: p. 1547-1557.
56. Selfridge A.R., Kino G.S., Khury-Yakub B.T., *A theory for the radiation pattern of a narrow strip acoustic transducer*. Applied Physics Letters, 1980. **37**: p. 35-36.
57. Foster F.S., Pavlin C.J., Lockwood G.R., Ryan L.K., Harasiewicz K.A., Berube L., Rauth A.M., *Principles and applications of ultrasound backscatter microscopy*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1993. **40**(5): p. 608-617.
58. Thijssen J.M., Verhoef W.A., Cloostermans M.J., *Optimisation of ultrasonic transducers*. Ultrasonics, 1985: p. 41-46.

59. Rhyne T. L., *Computer optimization of transducer transfer functions using constraints on bandwidth, ripple and loss*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1996. **43**(6): p. 1136-1149.
60. Desilets C.S., Fraser J.D., Kino G.S., *The design of efficient broadband piezoelectric transducers*. IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics, 1978. **25**: p. 115-125.
61. Mc Keighen R.E., *Design guidelines for medical ultrasonic arrays*. SPIE Proceeding of the Ultrasonic Transducer Engineering Conference, 1998. **3341**: p. 2-18.
62. Desmare R., Tran-Huu-Hue L.P., Levassort F., Lethiecq M., *Optimisation method for ultrasonic transducers used in medical imaging*. Journal Revista de Acustica, 2003. **33**.
63. Felix N., Tran-Huu-Hue L.P., Walker L., Millar C., Lethiecq M., *The application of high permittivity piezoelectric ceramics to 2D array transducers for medical imaging*. Ultrasonics, 2000. **38**: p. 127-130.
64. Zhang R., Jiang B., Cao W., *Orientation dependence of piezoelectric properties of single domain $0.67\text{Pb}(\text{Mn}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})\text{O}_3\text{-}0.33\text{PbTiO}_3$ crystals*. Applied Physics Letters, 2003. **82**(21): p. 3737-3739.
65. Selfridge A.R., *Approximate material properties in isotropic materials*. IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics, 1985. **32**(3): p. 381-394.
66. Wang H., Ritter T.A., Cao W., Shung K.K., *Passive materials for high frequency ultrasound transducers*. SPIE Conference on Ultrasonic Transducer Engineering, 1999. **3664**: p. 35-42.
67. Grégoire J.M., *Echographie haute-résolution : technologie et applications en dermatologie et ophtalmologie*. Thèse de doctorat en Science de la Vie et de la Santé. Université François Rabelais. Académie d'Orléans-Tours, 2002.
68. Wang H., Cao W., *Characterizing ultra-thin matching layers of high-frequency ultrasonic transducer based on impedance matching principle*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 2004. **51**(2): p. 211-215.
69. Royer D., Dieulesaint E., *Mesures optiques de déplacement d'amplitude 10^{-4} à 10^2 Angström. Application aux ondes élastiques*. Revue de Physique Appliquée, 1989: p. 833-846.
70. Royer D., Casula O., *Quantitative imaging of transient acoustic fields by optical heterodyne interferometry*. IEEE Proceedings of the Ultrasonics Symposium, 1994: p. 1153-1162.
71. Jia X., Quentin G., Lassoued M., *Optical heterodyne detection of pulsed ultrasonic pressures*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1993. **40**(1): p. 67-69.

72. Bou Matar O., Pizarro L., Certon D., Remenieras J.P., Patat F., *Characterization of airborne transducers by optical tomography*. Ultrasonics, 2000. **38**: p. 787-793.
73. Remenieras J.P., BouMatar O., Callé S., Patat F., *Acoustic pressure measurement by acousto-optic tomography*. IEEE Ultrasonics Symposium Proceedings, 1991.

CHAPITRE II : MODELISATION TRIDIMENSIONNELLE D'UN TRANSDUCTEUR ULTRASONORE MONO-ELEMENT FOCALISE

Dans ce chapitre, nous allons mettre en œuvre les moyens de modélisation du diagramme de rayonnement d'un transducteur ultrasonore focalisé afin d'améliorer à la fois la sensibilité et la résolution latérale au point focal. L'objet de la modélisation est un transducteur circulaire plan focalisé au moyen d'une lentille acoustique concave. La prise en compte de cette lentille nécessite l'utilisation de modèles 3D tels que la modélisation par éléments finis. Celle-ci permet de prendre en compte la géométrie axisymétrique et les vibrations radiales induites lors de la transduction qui viennent s'ajouter au premier mode de vibration longitudinale recherché. Si les éléments finis permettent de modéliser la transduction dans une structure mécanique de géométrie quelconque, ils sont peu performants pour ce qui est de la propagation dans un milieu fluide homogène. Nous avons donc développé et implémenté sous différentes formes que nous comparerons un code de propagation basé sur l'intégrale de Rayleigh.

I Modélisation par éléments finis

La modélisation par éléments finis consiste à résoudre l'équation de la dynamique sur de petits éléments, de faibles dimensions devant la longueur d'onde d'intérêt. Le découpage usuellement adopté est basé sur des éléments quart d'onde, et doit être adapté et optimisé à la configuration géométrique et à la méthode de résolution. Nous avons utilisé le logiciel ATILA développé par l'ISEN de Lille et commercialisé par la société CEDRAT TECHNOLOGIES qui permet d'intégrer la piézo-électricité ainsi que les pertes électriques ou mécaniques dans les matériaux [1]. Dans un premier temps, nous avons ainsi calculé la pression générée à la surface du transducteur ou après propagation sur quelques longueurs d'onde dans le milieu de propagation.

1.1 Equations de résolution par éléments finis

1.1.1 Principe – Equation

La résolution par éléments finis consiste à résoudre l'équation de la dynamique pour des volumes élémentaires élastiques sur lesquels des forces sont appliquées. Ainsi, l'équation de la dynamique se note de façon générale :

$$[M][\ddot{U}] + [C][\dot{U}] + [K][U] = [F] \quad (\text{II.1})$$

où $[M]$ la matrice de masse généralisée,

$[C]$ la matrice d'amortissement généralisée,

$[K]$ la matrice de rigidité généralisée,

$[U], [\dot{U}], [\ddot{U}]$ le vecteur déplacement, ses dérivées temporelles première et seconde,

$[F]$ le vecteur de forces généralisées.

La résolution de l'équation (II.1) sans second membre ($[F] = [0]$) et sans amortissement ($[C] = [0]$) permet de déterminer les modes propres de la structure modélisée.

1.1.2 Prise en compte des pertes

La matrice de rigidité pour un matériau piézo-électrique (Equation A1.7) est constituée de la matrice de rigidité mécanique s^E , la matrice piézo-électrique d , et la matrice diélectrique e^T :

$$\begin{cases} s^E = s^E - js^E'' \\ d = d - jd'' \\ e^T = e^T - je^T'' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{d}_m = -s^E'' / s^E \\ \mathbf{d}_p = -d'' / d \\ \mathbf{d}_e = -e^T'' / e^T \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

1.1.2.1 Pertes constantes

Pour la résolution en régime harmonique, l'amortissement est inclus dans la composante imaginaire du terme de rigidité $[K]$ sous forme d'une fonction linéaire avec la fréquence f :

$$\text{Im}([K]) = \mathbf{w}[C] = 2\mathbf{p}f[C]$$

et induit des pertes indépendantes de la fréquence :

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}_0$$

1.1.2.2 Pertes dispersives

Pour la résolution en régime transitoire, l'amortissement est inclus dans la composante imaginaire du terme de rigidité $[K]$ sous forme d'une constante :

$$\text{Im}([K]) = \mathbf{w}_0[C] = 2\mathbf{p}f_0[C]$$

et induit des pertes directement linéairement dépendantes de la fréquence :

$$\mathbf{d} = \frac{f}{f_0} \mathbf{d}_0 \quad (\text{II.3})$$

Ces pertes se retrouvent incluses dans le terme de rigidité sous forme de composante imaginaire :

$$[K] = [K'] + j[K''] = [K'] \cdot (1 + j\mathbf{w}[K']^{-1}[C]) = [K'] \cdot (1 + j\mathbf{d}) \quad (\text{II.4})$$

I.1.3 Ecriture généralisée de la matrice de rigidité

L'équation de la dynamique se résume alors à l'équation matricielle qui suit :

$$[M][\ddot{U}] + [C][\dot{U}] + [K'] [U] = [F] \quad (\text{II.5})$$

$$\Leftrightarrow -\mathbf{w}^2 [M] [U] + j\mathbf{w}[C][U] + [K'] [U] = [F]$$

$$\Leftrightarrow ([K] - \mathbf{w}^2 [M]) [U] = [F] \quad \text{avec } [K] = [K'] + j\mathbf{w}[C]$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} [K_{uu}] - \mathbf{w}^2 [M_s] & [K_{u\Phi}] & [K_{uf}] & [K_{ul}] & -[L] \\ [K_{u\Phi}]^t & [K_{\Phi\Phi}] & [0] & [0] & [0] \\ [K_{uf}]^t & [0] & [K_{ff}] & [K_{fl}] & [0] \\ [K_{ul}]^t & [0] & [K_{fl}]^t & [K_{ll}] & [0] \\ -\mathbf{r}^2 c^2 \mathbf{w}^2 [L]^t & [0] & [0] & [0] & [H] - \mathbf{w}^2 [M_f] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ \Phi \\ \mathbf{f} \\ I \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ -q \\ -f \\ -f_b \\ \mathbf{r}c^2 \mathbf{y} \end{bmatrix}$$

avec les scalaires :

\mathbf{r} la masse volumique du fluide (kg/m^3),

c la vitesse dans le fluide (m/s),

\mathbf{w} la pulsation (rad/s),

les vecteurs des valeurs nodales :

U de déplacement,

Φ de potentiel électrique,

\mathbf{f} de potentiel magnétique,

I de courant d'excitation,

P de pression,

F de forces appliquées,

q de charges électriques,

f du flux magnétique réduit au travers des limites du domaine magnétique,

f_b du flux magnétique réduit vu pour le courant induit,

\mathbf{y} de dérivée normale de la pression à la surface de la structure,

et les matrices :

$[K_{uu}]$ de rigidité,

$[K_{u\Phi}]$ de couplage piézo-électrique,

$[K_{uf}]$ de couplage piézo-magnétique,

$[K_{ul}]$ de couplage source-structure,

$[K_{\Phi\Phi}]$ diélectrique,

$[K_{fl}]$ de couplage de source magnétique,

$[K_{ff}]$ de (pseudo-)rigidité magnétique,

$[K_{ll}]$ d'inductance dans le vide,

$[M_s]$ de masse consistante de la structure,

$[H]$ de (pseudo-)rigidité du fluide,

$[M_f]$ de (pseudo-)masse consistante du fluide,

$[L]$ de couplage à l'interface solide-fluide (matrice de connectivité).

1.2 Méthodes de résolution

La résolution de l'équation de la dynamique (II.5) pour la configuration choisie peut se faire soit par une méthode de résolution en régime harmonique, soit par une méthode de résolution en régime transitoire. Dans notre cas, la propagation dans un milieu fluide ne peut se faire en régime harmonique qu'à la condition de disposer des éléments absorbants en champ lointain, ce qui nécessite un maillage très important du milieu fluide. Une résolution en régime transitoire est préférée, ne nécessitant un maillage que sur une distance plus courte, permettant d'éviter les perturbations d'un écho sur le fond du maillage fluide. Le schéma de résolution général reste toujours le même [1, 2], basé soit sur une écriture en différences finies, soit développé en série de Taylor. Ces formalismes de résolution sont basés sur l'hypothèse que la solution exacte et ses dérivées sont continues. Comme l'illustre le schéma *Figure II.1*, la méthode de résolution itérative pour déterminer la solution $[U]$ de l'équation de la dynamique (II.5) est paramétrée en temps par les indices (k, q) et ses dérivées temporelles d'ordre (m, p) en exposant :

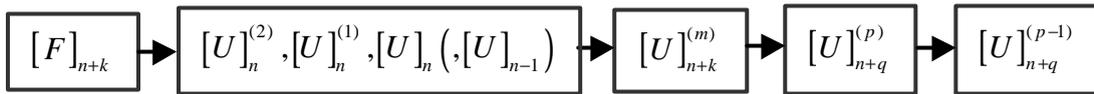


Figure II.1 : Schéma général de résolution en régime transitoire.

Ainsi, le vecteur de force (excitation) $[F]_{n+k}$ permet, au moyen de l'équation de la dynamique (II.5), de déterminer successivement les vecteurs (réponses) $[U]_{n+k}^{(m)}$, $[U]_{n+q}^{(p)}$, et $[U]_{n+q}^{(p-1)}$. Ces derniers sont respectivement un déplacement, une vitesse ou une accélération selon que les nombres de dérivées temporelles (m , p et $p-1$) valent 0, 1 ou 2.

I.2.1 Méthode des différences finies

I.2.1.1 Ecriture générale

Les méthodes de résolution en régime transitoire sont basées sur une même écriture itérative de l'équation de la dynamique. La plus connue pour sa simplicité est la méthode des différences finies, et consiste en une écriture discrète de la dérivation relativement au temps :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = u^{(1)}(t) = \dot{u}(t) = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{u(t+dt) - u(t)}{dt} \quad (\text{II.6})$$

devient selon le schéma de résolution considéré :

$$\dot{u}(t_n) = \frac{u(t_n + \Delta t) - u(t_n)}{\Delta t} \quad \text{ou} \quad \dot{u}(t_n) = \frac{u(t_n) - u(t_n - \Delta t)}{\Delta t}$$

$$\text{ou} \quad \dot{u}(t_n) = \frac{u(t_n + \Delta t) - u(t_n - \Delta t)}{2\Delta t}.$$

Le pas de temps est noté Δt et l'instant considéré $n\Delta t$ est noté t_n . La dernière méthode, moyenne des deux expressions précédentes, est appelée différence centrale. La même démarche est utilisée pour les dérivées d'ordre supérieur, et l'équation (II.5) devient :

$$[M] \frac{\sum_{k=1}^{k_{a,\max}} a_k [U]_{n-k+2}}{(\Delta t)^2} + [C] \frac{\sum_{k=1}^{k_{b,\max}} b_k [U]_{n-k+2}}{\Delta t} + [K'] [U]_n = [F]_{n+1}$$

Les paramètres a_k et b_k dépendent de la méthode choisie, et $k_{a,\max}$ et $k_{b,\max}$ sont le nombre de coefficients pris en compte.

1.2.1.2 Différence centrale

La méthode des différences finies repose sur ce type de formalisme, et la méthode de la différence centrale en est une des variantes. La somme des coefficients a_i et b_i reste nulle, privilégiant soit l'instantanéité et la simplicité (parfois instable), soit la stabilité (avec un effet mémoire, conditionné par le nombre de termes entrant en compte, ici limité à 3) et la complexité de la formulation :

$$[\dot{U}]_n = \frac{[U]_{n+1} - [U]_{n-1}}{2\Delta t} \quad \text{d'où} \quad k_{a,max} = 3 \text{ et } (a_1, a_2, a_3) = (1/2, 0, -1/2)$$

$$\text{et} \quad [\ddot{U}]_n = \frac{[U]_{n+1} - 2[U]_n + [U]_{n-1}}{(\Delta t)^2} \quad \text{d'où} \quad k_{b,max} = 3 \text{ et } (b_1, b_2, b_3) = (1, -2, 1)$$

Cette méthode tient son nom de l'expression de la dérivée au premier ordre qui est donnée par la moyenne des dérivées numériques locales exprimées pour deux indices consécutifs. La condition de convergence est satisfaite si $\pi f_{\max} \Delta t < 1$.

Le schéma de résolution consiste à exprimer pour chaque itération n , la grandeur $[U]_{n+1}$ en fonction de l'excitation $[F]_{n+1}$, de $[U]_{n-1}$, de $[U]_n$ et ses dérivées première et seconde relativement au temps.

Les paramètres correspondants au schéma de résolution (*Figure II.1*) sont identifiés : les indices sont obtenus pour $(k, q) = (1, 0)$ et les dérivées d'ordre $(m, p) = (0, 2)$.

1.2.2 Développement en série de Taylor

Il existe d'autres méthodes basées sur un développement en série de Taylor, auquel cas l'écriture de la méthode de résolution peut s'écrire de façon générale. La condition de convergence de ces méthodes est déterminée par le nombre de termes pris en compte lors du développement en série. Encore une fois, plus le développement est long (plus la méthode de résolution est complexe), meilleures sont la convergence et la précision du résultat numérique :

$$[U]_{n+1}^{(m)} = \sum_{k=0}^{k_{\max}} \frac{(\Delta t)^k}{k!} [U]_n^{(m)}$$

et les dérivées d'ordre m supérieur à 2 déterminées par différences finies avec k_{termes} coefficients :

$$[U]_n^{(m)} = \sum_{k=0}^{k_{\text{termes}}} a_k [U]_{n+k}^{(2)} \quad \text{avec } m > 2, \text{ et } k_{\text{termes}} \geq m-1$$

1.2.2.1 Méthode de Newmark

La méthode de Newmark de paramètres (\mathbf{b}, \mathbf{g}) consiste à utiliser un développement de Taylor pour déterminer la grandeur dérivée à l'ordre m pour l'incrément de temps $n+1$, en fonction de l'incrément n et des dérivées d'ordre supérieur ou égal à m (avec $m \leq 2$) :

$$[U]_{n+1} = [U]_n + \Delta t [\dot{U}]_n + \frac{(\Delta t)^2}{2} [\ddot{U}]_n + (6\mathbf{b}) \frac{(\Delta t)^3}{6} \frac{[\ddot{U}]_{n+1} - [\ddot{U}]_n}{\Delta t} \quad (\text{II.7})$$

$$\text{et } [\dot{U}]_{n+1} = [\dot{U}]_n + \Delta t [\ddot{U}]_n + (2\mathbf{g}) \frac{(\Delta t)^2}{2} \frac{[\ddot{U}]_{n+1} - [\ddot{U}]_n}{\Delta t} \quad (\text{II.8})$$

A partir de l'expression de $[U]$ et de ses dérivées par rapport au temps à l'instant $n+1$, l'équation de la dynamique est résolue par itérations successives. Pour chaque itération n , la grandeur $[U]_{n+1}^{(2)}$ est calculée en fonction de l'excitation $[F]_{n+1}$, de $[U]_n$ et ses dérivées première et seconde relativement au temps. Les paramètres correspondants au schéma de résolution (*Figure II.1*) sont identifiés : les indices sont obtenus pour $(k, q) = (1, 1)$ et les dérivées d'ordre $(m, p) = (2, 1)$. La convergence est obtenue à la condition où $\mathbf{g} \geq \frac{1}{2} \geq \mathbf{b}$ s'écrit $\pi f_{\max} \Delta t < 1/(2\mathbf{g} - 4\mathbf{b})^2$. Cependant, des valeurs $\mathbf{g} > \frac{1}{2}$, induisent un amortissement numérique qui se traduit par un filtrage passe-bas et donc une modification du spectre. La formulation de Newmark paramétrée par (\mathbf{b}, \mathbf{g}) permet de retrouver les formulations connues sous le nom de méthode de la différence centrale $(0, \frac{1}{2})$, méthode de l'accélération moyenne $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ ou méthode de l'accélération linéaire $(\frac{1}{6}, \frac{1}{2})$.

1.2.2.2 Méthode de Wilson- q

L'introduction du paramètre q a pour but de palier aux oscillations observées autour de la solution exacte. Elle consiste donc à prendre des incréments de temps non entiers afin de moyenniser les perturbations. Ainsi, le développement en série de Taylor est écrit pour le pas de temps modifié $q\Delta t$, pondéré avec $1 \leq q \leq 2$. En effet, pour toute fonction dérivable, le critère de convergence est fonction du pas de temps et de l'ordre du développement en série de Taylor. Pour un ordre fixé, ce qui est le cas pour la méthode de Wilson- q , le critère de convergence se limite donc au pas de temps :

$$[U]_{n+1}^{(m)} = \frac{[U]_{n+q}^{(m)} + (q-1)[U]_n^{(m)}}{q} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{[U]_{n+q}^{(m)} - [U]_n^{(m)}}{q\Delta t} = [U]_n^{(m+1)}$$

En particulier pour $m = 2$, un développement en série de Taylor pour l'indice $n+q$ donne :

$$[U]_{n+q} = [U]_n + q\Delta t [\dot{U}]_n + \frac{(q\Delta t)^2}{2} [\ddot{U}]_n + \frac{(q\Delta t)^3}{6} \frac{[\ddot{U}]_{n+q} - [\ddot{U}]_n}{q\Delta t} \quad (\text{II.9})$$

$$\text{et } [\dot{U}]_{n+q} = [\dot{U}]_n + q\Delta t [\ddot{U}]_n + \frac{(q\Delta t)^2}{2} \frac{[\ddot{U}]_{n+q} - [\ddot{U}]_n}{q\Delta t} \quad (\text{II.10})$$

La stabilité de cette méthode est difficile à démontrer, mais est prouvée pour des valeurs de q supérieures à 1,366. Pour chaque itération n , la grandeur $[U]_{n+q}^{(2)}$ est calculée en fonction de l'excitation $[F]_{n+q}$, de $[U]_n$ et ses dérivées première et seconde relativement au temps. Les paramètres correspondants au schéma de résolution (*Figure II.1*) sont identifiés : les indices sont obtenus pour $(k, q) = (q, q)$ et les dérivées d'ordre $(m, p) = (2, 1)$.

1.3 Optimisation du maillage

Afin de déterminer les maillages radial et longitudinal optimaux, nous avons effectué des modélisations par éléments finis de configurations comparables avec différents modèles mono-modaux. Nous avons ainsi étudié par une analyse modale les modes propres de vibration de structures cylindriques sans pertes. De même, l'impédance d'un disque piézo-électrique avec pertes en résonateur libre a été calculée par une résolution harmonique dans le vide, et comparée avec celle établie par le standard IEEE [3] (*Equation A2.19*). Enfin, le déplacement à la surface d'un transducteur axisymétrique multicouche mono-élément a été calculé par une résolution transitoire et a été comparé à celui obtenu par une modélisation avec le schéma KLM (*Figure A2.4*).

1.3.1 Analyse modale – Densité du maillage

Une analyse modale a été réalisée sur chacune des couches constituant le transducteur mono-élément étudié, respectivement le milieu arrière, le disque piézo-électrique, la lame adaptatrice, et la lentille acoustique (*Annexe 5*). Les fréquences des modes propres de vibration relevés ont été comparées à celles données par le standard IEEE [3], *Brissaud* [4-6] et *Lunde et Vestrheim* [7].

1.3.1.1 Modes épaisseurs

Afin de satisfaire l'hypothèse de vibration unidimensionnelle, les fréquences des modes longitudinaux (selon l'épaisseur) ont été déterminées suite à une analyse modale réalisée avec les déplacements radiaux bloqués et comparées avec la formule classique :

$$f_{n\text{longitudinal}} = n \frac{c_l}{2e} \quad (\text{II.11})$$

où $f_{n, \text{longitudinal}}$ est la fréquence du $n^{\text{ième}}$ mode longitudinal, c_l la vitesse longitudinale et e l'épaisseur.

1.3.1.2 Modes radiaux

Les résultats obtenus pour les fréquences des modes radiaux ont été comparés aux formulations théoriques (II.12) et (II.13) données respectivement par *Brissaud* [4-6] et *Lunde et Vestrheim* [7]. La formulation usuelle (II.12) est approchée, tandis que la formulation (II.13) est plus précise et inclut un terme correctif du second ordre :

$$f_{n \text{ radiale}} = \frac{\mathbf{q}_n c_p}{2\mathbf{p}a} \quad (\text{II.12})$$

$$\text{et } f_{n \text{ radiale}} = \frac{\mathbf{q}_n c_p}{2\mathbf{p}a} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{3} \left(\frac{c_p}{c_l} \frac{\mathbf{q}_n e}{2a} \right)^2} \quad (\text{II.13})$$

où :

a est le rayon du disque,

\mathbf{q}_n est la $n^{\text{ième}}$ solution de : $\mathbf{q} J_0(\mathbf{q}) - (1 - \mathbf{n}) J_1(\mathbf{q}) = 0$, et J_n est la $n^{\text{ième}}$ fonction de Bessel,

$$c_p = \sqrt{\frac{E}{\mathbf{r}(1 - \mathbf{n}^2)}},$$

$$\text{et } c_l = \sqrt{\frac{c_{33}^D}{\mathbf{r}}},$$

avec E le module d'Young, \mathbf{n} le coefficient de Poisson, \mathbf{r} la masse volumique et c_{33}^D le coefficient d'élasticité à induction électrique constante selon la direction épaisseur.

1.3.1.3 Résultats

La condition d'échantillonnage de Shannon a été appliquée pour une bande passante allant de 0 à $f_{\max} = 2f_0$, où f_{\max} est la fréquence maximale définie comme le double de celle de la fréquence d'anti-résonance fondamentale f_0 . Le maillage basique de longueur quart d'onde a donc été affiné par le coefficient K jusqu'à obtenir une convergence numérique des résultats obtenus :

$$e_{\text{maille, min}} \leq K \frac{\mathbf{l}_0}{4} \quad \text{et} \quad \mathbf{l}_0 = \frac{c_l}{f_0} \quad (\text{II.14})$$

où K est le coefficient d'ajustement du maillage de base quart d'onde ($0 < K \leq 1$), c_l la vitesse longitudinale et f_0 la fréquence de la fréquence traitée.

Les résultats calculés ont été limités au premier harmonique, et le maillage a été optimisé pour une telle configuration. En effet, par la suite, la modélisation effectuée se restreindra à la bande de fréquence d'intérêt utile, de 0 à $2f_0$, où f_0 est la fréquence du premier mode épaisseur (Tableau II.1). La densité de maillage du milieu arrière absorbant n'a pas été accrue car l'information propagée doit être atténuée. Cependant, pour l'élément actif et ceux situés en face avant, la densité du maillage est renforcée de façon à permettre la non altération du spectre utile.

Matériau	Milieu arrière	Disque piézo-électrique	Lame adaptatrice	Unité
Maillage pour le mode épaisseur	0,8	0,4	0,5	$\frac{I_0}{4}$
Mode épaisseur (IEEE [3])	2,178	43,48	88,462	MHz
Mode épaisseur (Eléments finis)	2,178	43,661	88,483	MHz
Maillage pour le mode radial	0,2	0,2	0,2	$\frac{I_0}{4}$
Mode radial ([4])	0,456	1,070	0,535	MHz
Mode radial ([7])	0,448	1,070	0,535	MHz
Mode radial (Eléments finis)	0,444	1,230	0,535	MHz

Tableau II.1 : Comparaison des fréquences propres calculées par ATILA et par les modèles [3-7].

Des méthodes de mesure optique ou d'impédancemétrie permettent de vérifier expérimentalement les résultats obtenus ci-dessus. Les fluctuations d'amplitude par interférométrie (*amplitude-fluctuation electronic speckle pattern interferometry, AF-ESPI*) et la vibrométrie laser par effet Doppler (*laser Doppler vibrometer, LDV*) décrites et utilisées par *Huang et al.* [8] permettent de retrouver ces résultats avec une très bonne précision.

I.3.2 Analyse en régime harmonique – Impédance

Un transducteur composé seulement d'un milieu arrière absorbant et d'un disque piézo-électrique est analysé en régime harmonique dans le vide. Après ajustement du maillage du disque piézo-électrique, puis du milieu arrière, le résultat obtenu est comparé par superposition à celui calculé par le modèle unidimensionnel KLM. Les paramètres de densité de maillage (II.14) pour le milieu arrière et pour l'élément piézo-électrique $K_{mar} = 0,8$ et $K_p = 0,25$ sont suffisant pour obtenir une excellente convergence. Les courbes d'impédance obtenues (Figure II.2) témoignent d'un ajustement parfait entre ces deux résultats.

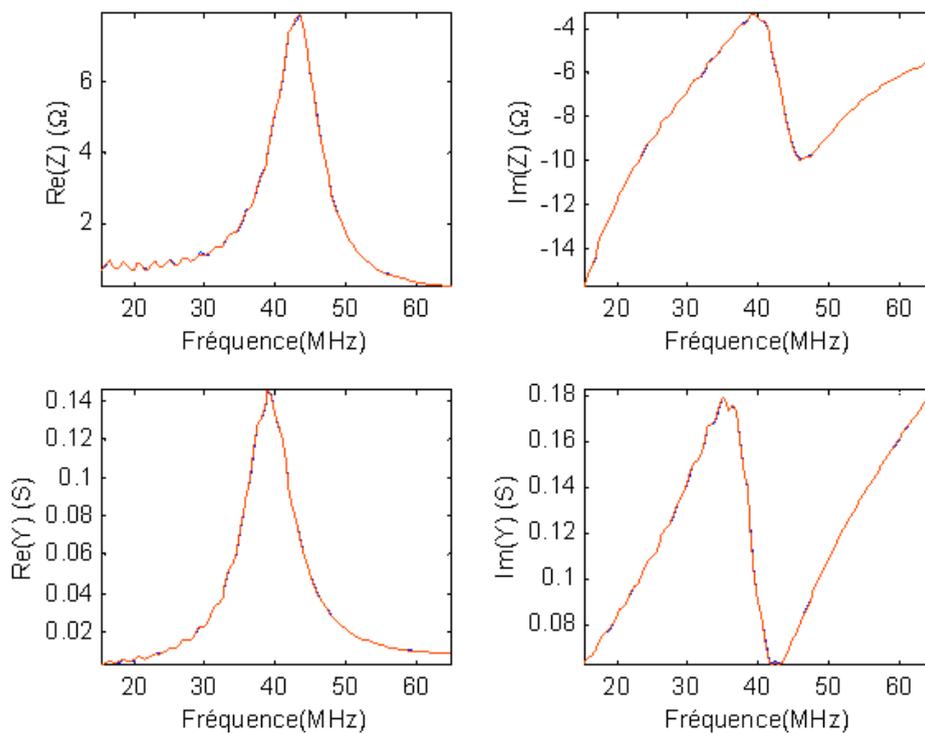


Figure II.2 : Superposition des parties réelle et imaginaire des impédance et admittance calculées avec ATILA (bleu) et KLM (rouge) pour un transducteur constitué d'un milieu arrière, et d'un disque piézo-électrique, dans le vide.

De façon similaire, les maillages des lames adaptatrices ajoutées en face avant sont ajustés jusqu'à observer la convergence sur le spectre d'impédance calculé par le modèle KLM.

I.3.3 Analyse en régime transitoire – Ajustement du maillage

Le déplacement impulsionnel est calculé à la surface du transducteur par une analyse en régime transitoire, et le résultat obtenu est comparé à celui donné par un modèle unidimensionnel KLM

(Annexe 3). Après plusieurs tests, la méthode de résolution de Wilson- \mathbf{q} est choisie avec le paramètre $\mathbf{q} = 2$. Elle est la seule méthode de résolution qui converge (avec $\mathbf{q} = 2$) vers la solution exacte pour les matériaux piézo-électriques avec pertes ([1], Chapitre I.2, p.16). Le maillage est alors ajusté avec le paramètre densité du maillage (II.14) couche par couche, depuis l'élément actif, jusqu'au milieu de propagation fluide.

1.3.3.1 Dans le vide

Afin d'ajuster le paramètre de densité du maillage (II.14) du disque piézo-électrique K_p , une analyse en régime transitoire a été effectuée. Un disque piézo-électrique dans le vide, avec des pertes dispersives, est excité avec une demie arche de sinus de fréquence f_{exc} (impulsion très large bande : $f_{exc} > 20f_0$). Le paramètre de densité de maillage (II.14) est accru $K_p = 0,25$ de façon à limiter le déphasage observé après quelques périodes (Figure II.3 (a)). La réponse temporelle résultante a une enveloppe en exponentielle décroissante, et un spectre faisant ressortir principalement la composante fondamentale et le troisième harmonique (Figure II.3 (b)).

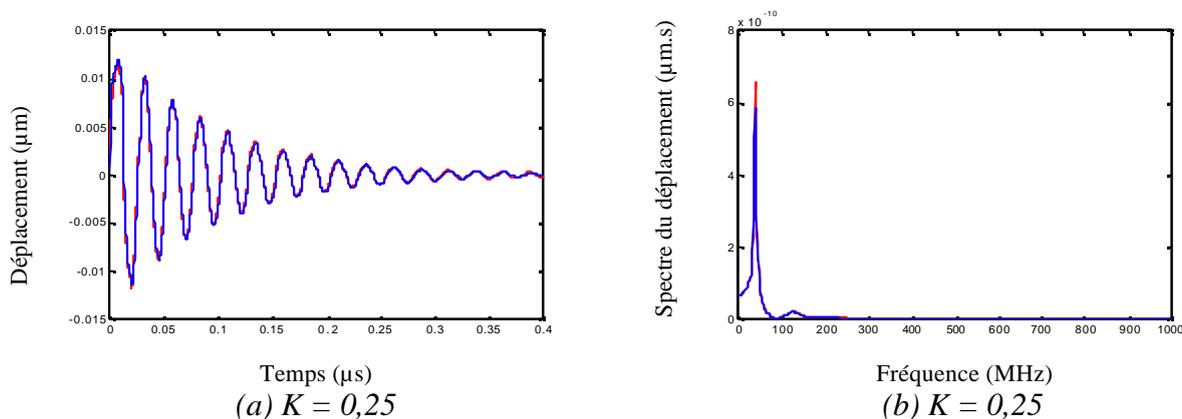


Figure II.3 : Comparaison (a) des déplacements et (b) spectres correspondants calculés avec les modèles ATILA (bleu, $K_p = 0,25$) et KLM (rouge) à la surface du disque piézo-électrique dans l'air.

De la même manière, les maillages des milieux passifs avant et arrière sont ajustés jusqu'à observer la convergence sur le fondamental du spectre donné par le modèle KLM.

1.3.3.2 Dans l'eau

Enfin, le maillage est ajusté pour le milieu fluide de propagation étudié : l'eau. Le déplacement temporel et son spectre (Figure II.4 (a) et (b)) montrent un bon accord entre les résultats ATILA et

KLM avec une densité de maillage (II.14) du milieu fluide ajustée à $K_{eau} = 0,8$. L'allure est relativement fidèle pour le fondamental, malgré un léger décalage, mais le troisième harmonique est déjà complètement atténué. En effet, le coefficient d'ajustement de densité du maillage K_{eau} n'est pas suffisant pour le troisième harmonique, ni pour les harmoniques d'ordre supérieur. Leur calcul précis nécessiterait une densité de maillage $K_{eau,n} < K_{eau}/n$ propre à l'harmonique n traité.

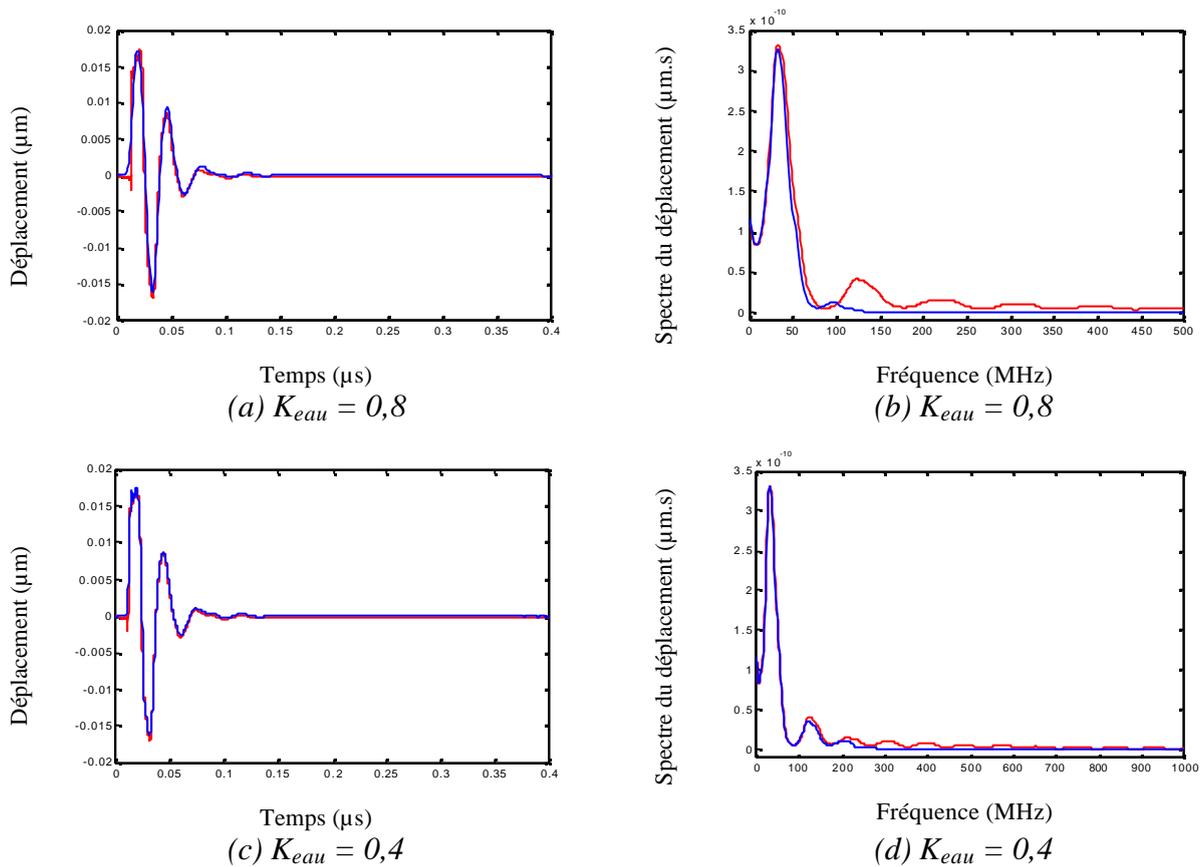


Figure II.4 : Comparaison (a), (c) des déplacements et (b), (d) spectres correspondants calculés dans l'eau avec les modèles ATILA (bleu) et KLM (rouge) pour des coefficients de densité de maillage (a), (b) $K_{eau} = 0,8$ et (c), (d) $K_{eau} = 0,4$ à la surface d'un transducteur constitué d'un milieu arrière, d'un disque piézo-électrique, et de 2 lames adaptatrices.

Avec une densité de maillage (II.14) du milieu fluide ajustée à $K_{eau} = 0,4$, le déplacement temporel et son spectre (Figure II.4 (c) et (d)) montrent un accord parfait pour le fondamental. L'allure du troisième harmonique est correcte, mais le cinquième est très atténué. En conséquence, cette densité de maillage sera celle retenue pour le fluide. On retiendra de façon générale pour la résolution en

régime transitoire qu'une densité du maillage fluide $K_{eau} = 0,4$ (soit une maille de longueur $e_{maille} = l/10$) permet d'obtenir le fondamental de façon précise [9].

I.3.4 Maillage optimal – Synthèse

La densité de maillage a été exprimée à partir du critère d'échantillonnage de Shannon, en fonction de la fréquence maximale de travail, soit $f_{max} = 2f_0$. Le maillage quart d'onde résultant de cette condition d'échantillonnage minimal (II.14) a été ajusté en fonction de l'analyse effectuée.

Analyse	Milieu arrière	Disque piézo-électrique	Lame adaptatrice et lentille	Milieu avant fluide: Eau	Unité
Modale	0,8	0,4	0,5 et 0,3	–	$\frac{l_0}{4}$
Harmonique	0,8	0,25	0,25	–	$\frac{l_0}{4}$
Transitoire	0,8	0,25	0,25	0,4	$\frac{l_0}{4}$
Optimal pour tout type d'analyse	$\frac{l_0}{5}$	$\frac{l_0}{16}$	$\frac{l_0}{16}$	$\frac{l_0}{10}$	m

Tableau II.2 : Paramètre K de densité de maillage longitudinal (II.14), selon le type d'analyse et le type de matériau.

Les critères de convergence sont variables selon le type d'analyse : une analyse modale converge dès lors que la fréquence de résonance étudiée est stable, tandis que pour une analyse harmonique ou transitoire, c'est la convergence du spectre qui est recherchée, en $f = 0$ à $2f_0$. De plus, les méthodes de résolution ne sont pas sujettes aux mêmes critères de convergence. Ces différences de critères de convergence et de méthodes de résolution expliquent notamment la raison pour laquelle la densité de maillage est moins importante (K plus élevé) pour une analyse modale. En conclusion de cette sous-partie, on peut remarquer que les densités de maillage varient peu selon le type d'analyse (Tableau II.2). On retiendra donc le maillage le plus contraignant des trois types d'analyses possibles, soit l'analyse transitoire : un maillage en $l_0/5$ pour le milieu arrière absorbant, $l_0/16$ pour l'élément piézo-électrique et les lames adaptatrices, et $l_0/10$ pour le milieu avant fluide. Pour ce qui est du maillage radial, on retiendra un maillage en $l_{radial}/20$ (Tableau II.1) par rapport

au premier mode radial, permettant de représenter de façon satisfaisante l'évolution du déplacement à la surface en fonction de la position radiale. La *Figure II.5 (a)* illustre le déplacement obtenu à la surface du transducteur (*Figure II.6 (a)*), constitué de : ① une onde plane, perturbée par ② une onde de bord émise par le côté du disque qui se propage ③ jusque dans l'axe du transducteur. Le spectre résultant (*Figure II.5 (b)*) comporte différentes composantes : ④ la principale centrée autour de la fréquence centrale du transducteur f_0 est perturbé par des composantes très basse fréquence, notamment ⑤ en $r = 0$ et ⑥ en $r = a$, où a est le rayon du transducteur.

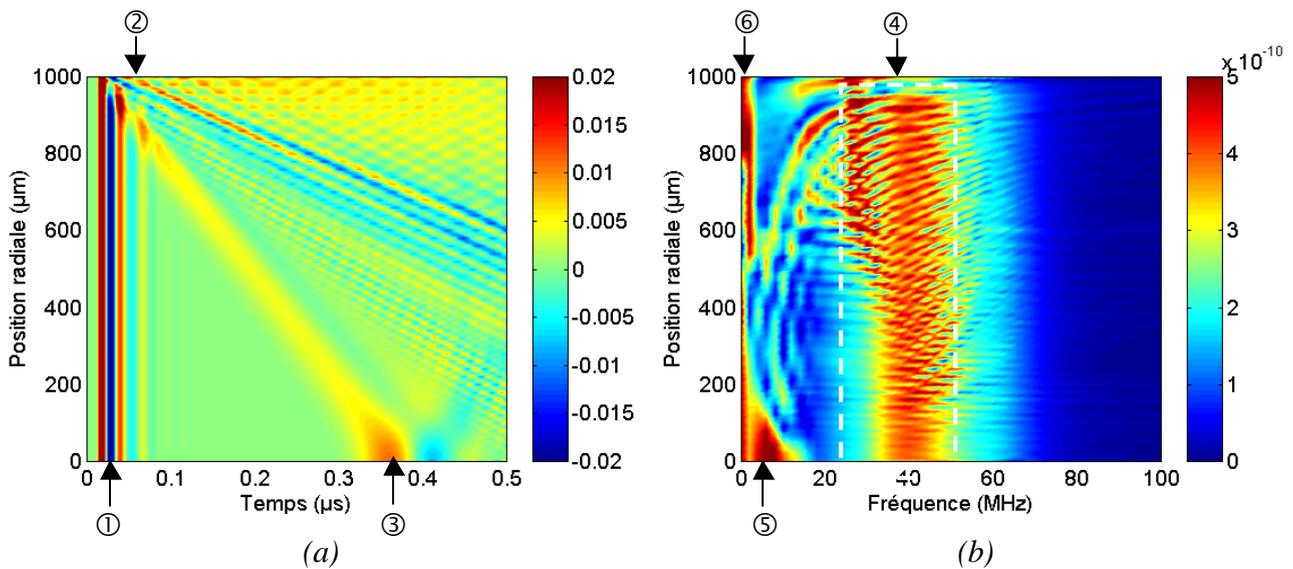


Figure II.5 : (a) Déplacement et (b) spectre correspondant dans l'eau calculé avec ATILA à la surface du transducteur constitué d'un milieu arrière, d'un disque piézo-électrique, et de deux lames adaptatrices en fonction de la position radiale r .

1.4 Limites de la modélisation

1.4.1 Limitations en nombre de pas de temps et nombre de nœuds

La résolution en régime transitoire permet d'obtenir le résultat escompté, mais une bonne précision nécessite un maillage dans les directions radiale et longitudinale relativement dense. Le maillage défini avec des éléments quadrilatères décrits par 8 nœuds engendre donc un nombre de nœuds fonction des nombres de mailles dans les directions radiale n_{radial} et longitudinale $n_{longitudinal}$. Le nombre de nœuds du maillage est réduit à 10^5 nœuds, limitant la géométrie du transducteur modélisé. Par densification du maillage, on observe que le temps de calcul est quasiment proportionnel au nombre de mailles dans les directions radiale n_{radial} et longitudinale $n_{longitudinal}$.

Par ailleurs, le temps de propagation est limité à 2000 pas de temps [1], soit un temps maximal égal à $t_{max} = 2000 \cdot \Delta t$, ce qui limite la valeur du pas de temps Δt du signal de durée donnée $t_{signal} < t_{max}$. La méthode de résolution utilisée étant itérative, le temps de calcul t_{calcul} est quasiment proportionnel à l'encombrement mémoire $E_{mémoire}$. Ce dernier est lui-même proportionnel au nombre de pas temporels $n_{temporel}$, et dépend des nombres de mailles dans les directions radiale n_{radial} et longitudinale $n_{longitudinal}$. Des essais successifs ont permis de réaliser un ajustement en loi de puissance 1,2 et 2,6 respectivement pour les nombres de mailles n_{radial} et $n_{longitudinal}$:

$$t_{calcul} \sim E_{mémoire} \sim n_{temporel} (n_{radial})^{1,2} (n_{longitudinal})^{2,6} \quad (\text{II.15})$$

Afin de repousser la fréquence de coupure f_c et de préserver la bande spectrale utile de la réponse du modèle de 0 à f_{max} , le pas de temps est réduit de façon à ce que les 2000 pas de temps disponibles soient utilisés. D'autre part, si l'encombrement mémoire $E_{mémoire}$ dépasse la capacité de mémoire vive disponible $C_{mémoire}$, le temps de calcul est très fortement accru. Il reste donc à ajuster le nombre de points du maillage de façon à ne pas dépasser la capacité de mémoire vive disponible $E_{mémoire} < C_{mémoire}$, le tout en obtenant au moins la fréquence de coupure désirée $f_c > f_{max}$, pour la dimension temporelle, comme pour les dimensions spatiales.

1.4.2 Pas de temps et condition de convergence

Les méthodes de résolution utilisées en régime transitoire nécessitent un échantillonnage temporel donné par le pas de temps $\Delta t = 1/f_e$ suffisamment faible de façon à satisfaire la condition d'échantillonnage de Shannon :

$$f_{max} \leq \frac{1}{2} f_e \Leftrightarrow \Delta t \leq \frac{1}{2f_{max}} \quad (\text{II.16})$$

avec f_e et f_{max} respectivement les fréquences d'échantillonnage et maximale et Δt le pas de temps.

D'autre part, des phénomènes d'atténuation numérique sont observés lors de la propagation sur plusieurs longueurs d'onde, en particulier dans un milieu fluide. La *Figure II.6* illustre l'évolution de la fréquence de coupure à -6 dB f_c pour un pas de temps Δt donné par l'équation (II.16), en fonction de la distance Δz parcourue. A partir de $400 \mu\text{m}$ de propagation, soit 12λ , la fréquence de coupure f_c devient inférieure à la fréquence d'anti-résonance du disque piézo-électrique f_0 . On observe alors un filtrage du spectre utile de $f = 0$ à la fréquence de coupure $f_c < f_{max}$, avec initialement $f_{max} = 2f_0$. La tendance observée en fonction du pas de temps Δt est similaire.

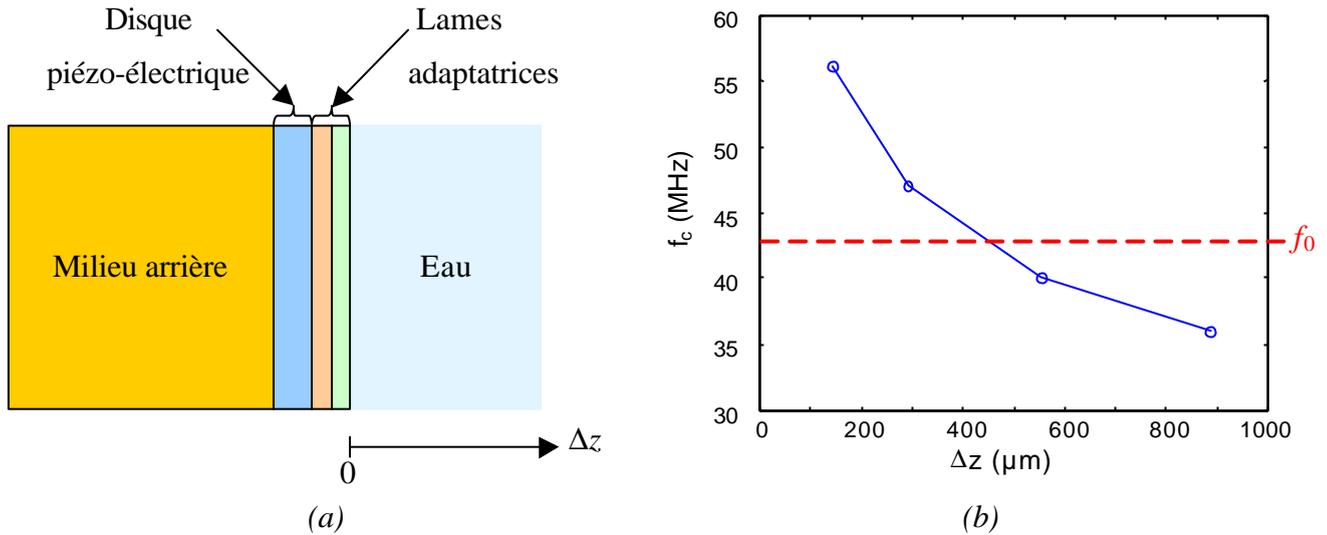


Figure II.6 : (a) Transducteur constitué d'un milieu arrière (orange), d'un disque piézo-électrique (bleu), et de deux lames adaptatrices (rouge et verte) avec de l'eau en face avant (bleu clair).
 (b) Fréquence de coupure f_c relevée sur la fonction de transfert en fonction de la distance de propagation Δz pour un pas de temps $\Delta t = 1$ ns, soit $f_e = 1$ GHz pour $f_0 = 43,5$ MHz.

Ce dernier est donc réduit par des essais successifs, et ce jusqu'à obtenir une réponse électro-acoustique stable pour le premier harmonique sur tout le spectre utile (de 0 à $f_{max} = 2f_0$) à la surface du transducteur. La fréquence de coupure f_c peut ainsi être décrite par une fonction puissance de la distance parcourue et du pas de temps Δt :

$$f_c = (\Delta z)^{-a} (\Delta t)^{-b} \quad (\text{II.17})$$

où f_c est la fréquence de coupure à -6 dB, Δz la distance parcourue, Δt le pas de temps, et a et b des paramètres réels positifs décrivant l'évolution décroissante caractéristique en x^{-n} respectivement pour la distance parcourue Δz et le pas de temps Δt . En conséquence de ces observations, la propagation en milieu fluide est réduite à zéro, et la pression ou le déplacement sont relevés directement à l'interface solide/fluide. La fréquence de coupure f_c dépend alors essentiellement du pas de temps Δt choisi pour la résolution.

II Formulation analytique de la propagation

Les limitations de la modélisation par éléments finis au niveau du maillage du milieu fluide conduisent à envisager une solution annexe pour le calcul de la propagation du champ de pression généré par le transducteur. Chacun des points relevés à la surface du transducteur est considéré comme un point source rayonnant dans un milieu semi-infini. La propagation est considérée dans le

cadre du développement linéaire des équations de l'acoustique, dans un milieu fluide homogène non dispersif, non atténuant. L'atténuation peut cependant être aisément prise en compte par l'ajout d'une composante imaginaire au terme de vitesse longitudinale (*Annexe I*). Les hypothèses et la formulation de cette approche de la propagation sont ici décrites de façon analytique.

II.1 Spécifications de rayonnement

II.1.1 Equation de Helmholtz-Kirchhoff

La résolution de la propagation dans un milieu fluide (selon la théorie de l'acoustique linéaire) est basée sur l'équation de Helmholtz inhomogène qui régit la propagation de l'onde de pression p générée par une force f :

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\mathcal{F} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta p + k^2 p = -\mathcal{F} \quad (\text{II.18})$$

où p est la pression, c la célérité, t le temps et \mathcal{F} la fonction source.

L'écriture de cette équation dans un milieu fermé donne la formulation intégrale de Helmholtz-Kirchhoff faisant intervenir la fonction de Green g :

$$p = \iint_S \left(p_s \frac{\partial g}{\partial n} - g \frac{\partial p_s}{\partial n} \right) dS \quad (\text{II.19})$$

où p_s est la pression sur la surface source, g est la fonction de Green, n la direction normale à la surface et $S = S_r \cup \pi \cup S_s$ la surface fermée d'intégration.

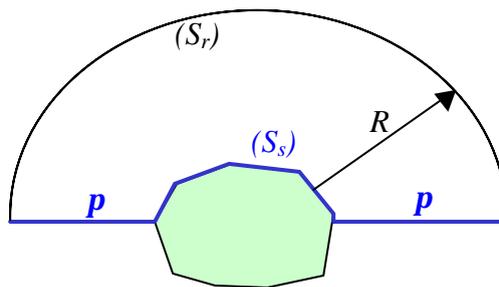


Figure II.7 : Source (S_s) rayonnant dans un espace fermé délimité par le plan (\mathbf{p}) environnant la source et la surface (S_r) située à la distance R en champ lointain [10].

La relation d'Euler donne:

$$\frac{\partial p_s}{\partial n} = -\mathbf{r} \frac{\partial v_n}{\partial t} = -j\omega \mathbf{r} v_n = -jkZ_0 v_n \quad (\text{II.20})$$

II.1.2 Conditions aux limites – Hypothèses

II.1.2.1 Condition de Sommerfeld

La condition de rayonnement de Sommerfeld (II.21) permet de faire l'hypothèse d'une contribution nulle de la surface située en champ lointain (S_r). Ainsi, l'intégration de Helmholtz-Kirchhoff (II.19) sur une surface fermée (S) est réduite à une intégration sur la surface source (S_s) et le plan radial environnant (π). Cette nouvelle surface d'intégration est notée S' :

➤ Condition de divergence :
$$\lim_{R \rightarrow +\infty} R \left(\frac{\partial p}{\partial R} - ikp \right) = 0 \quad (\text{II.21})$$

➤ Pression nulle en champ lointain :
$$\lim_{R \rightarrow +\infty} Rp = 0 \quad (\text{II.22})$$

d'où une surface d'intégration donnée par $S' = \mathbf{p} \cup S_s$.

II.1.2.2 Condition de baffle

Les conditions aux limites, dites conditions de baffle, permettent d'aboutir à différentes formulations de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff au moyen de l'expression de la fonction de Green g_0 . Ces fonctions de Green sont basées sur l'hypothèse du rayonnement direct de points sources. Cette approche, si elle est valide pour une source plane, n'est qu'approchée dans le cas d'une source focalisée. En effet, les réflexions multiples de la source sur elle-même ne sont pas prises en compte. *Cathignol et Sapozhnikov* [11] ont développé une fonction de Green intégrant les réflexions primaires sur la source pour une configuration fortement focalisée ; cette approche ne sera cependant pas développée dans ce chapitre.

Les différentes conditions de baffle ont été explicitées avec la fonction de Green g_0 , solution de l'équation de Helmholtz (II.18), en fonction du rapport des impédances acoustiques de la source Z_s et du milieu de propagation Z_0 :

➤ Baffle rigide (*rigid baffle surface*): $Z_s \gg Z_0$ Condition de Neumann homogène

$$\frac{\partial g}{\partial n} = 0 \text{ et } g = 2g_0 \quad (\text{II.23})$$

➤ Baffle adapté (*pressure release surface*): $Z_s = Z_0$ Condition mixte

$$\frac{\partial g_0}{\partial n} = \frac{\partial g}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial n} = \left(\frac{1}{R} + jk \right) \frac{e^{-jkR}}{4\mathbf{p}R} \cos \mathbf{q} \text{ et } g_0 = \frac{e^{-jkR}}{4\mathbf{p}R} \quad (\text{II.24})$$

➤ Baffle mou (*unbaffled surface*): $Z_s \ll Z_0$ Condition de Dirichlet homogène

$$\frac{\partial g}{\partial n} = 2 \frac{\partial g_0}{\partial n} \text{ et } g = 0 \quad (\text{II.25})$$

II.1.2.3 Généralisation

De façon plus générale, le champ de pression est défini par :

$$p = \frac{jkZ_0}{2p} \iint_s \left(\mathbf{a}(\mathbf{q}) + \frac{\mathbf{b}(\mathbf{q})}{jkR} \right) \frac{e^{-jkR}}{R} v_n dS \quad (\text{II.26})$$

où k est le nombre d'onde (rad/m), $Z_0 = \mathbf{r}_0 c_0$ l'impédance acoustique (MRa) du milieu de propagation, R la distance (m) entre la source et le point considéré, et les coefficients \mathbf{a} et \mathbf{b} sont imposés par les conditions aux limites, dépendant du rapport des impédances acoustiques de la surface Z_s et du milieu de propagation Z_0 . Les coefficients \mathbf{a} et \mathbf{b} décrivent la fonction de Green propre à la configuration étudiée [12, 13] et peuvent être définis de façon généralisée [10, 14, 15] en fonction du coefficient de réflexion Γ :

$$\Gamma = \frac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0}$$

$$\text{d'où } \mathbf{a}(\mathbf{q}) = \frac{1+\Gamma}{2} + (1-\Gamma) \frac{\cos \mathbf{q}}{2} \quad \text{et} \quad \mathbf{b}(\mathbf{q}) = (1-\Gamma) \frac{\cos \mathbf{q}}{2}$$

Il en résulte l'expression généralisée de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff en fonction du coefficient de réflexion à la surface du transducteur [16] :

$$p = \frac{jkZ_0}{4p} \iint_s \left((1+\Gamma + (1-\Gamma)\cos \mathbf{q}) + \frac{(1-\Gamma)\cos \mathbf{q}}{jkR} \right) \frac{e^{-jkR}}{R} v_n dS \quad (\text{II.27})$$

Baffle	$\Gamma(Z_0)$	Condition	Intégrale	$\mathbf{a}(\mathbf{q})$	$\mathbf{b}(\mathbf{q})$
Rigide	+1	$Z_s \gg Z_0$	Rayleigh	1	0
Adapté	0	$Z_s = Z_0$	Kirchhoff	$\frac{1 + \cos \mathbf{q}}{2}$	$\frac{\cos \mathbf{q}}{2}$
Mou	-1	$Z_s \ll Z_0$	Sommerfeld	$\cos \mathbf{q}$	$\cos \mathbf{q}$

Tableau II.3 : Valeurs des coefficients \mathbf{a} et \mathbf{b} en fonction du rapport entre Z_s et Z_0 .

Cette expression généralisée, qui satisfait les trois conditions aux limites et les rapports d'impédance associés (Tableau II.3), peut aussi s'écrire directement en fonction des impédances acoustiques de la surface Z_s et du milieu de propagation Z_0 :

$$p = \frac{jkZ_0}{2p} \iint_s \frac{Z_s + Z_0 \cos \mathbf{q} \left(1 + \frac{1}{jkR} \right)}{Z_s + Z_0} \frac{e^{-jkR}}{R} v_n dS \quad (\text{II.28})$$

Une hypothèse simplificatrice couramment utilisée consiste à négliger la contribution apportée par le terme $\mathbf{b}(\mathbf{q})$. Cette approximation est valide si $kR \gg 1$. On obtient alors l'expression du champ de pression (II.26) directement en fonction du facteur d'obliquité $\mathbf{a}(\mathbf{q})$.

$$p = \frac{jkZ_0}{2\mathbf{p}} \iint_S \mathbf{a}(\mathbf{q}) \frac{e^{-jkR}}{R} v_n dS \quad (\text{II.29})$$

La plupart du temps, la formulation de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff considérée est l'intégrale de Rayleigh. Cette hypothèse de baffle rigide valable pour $Z_s \gg Z_0$ impose une propagation unidirectionnelle. De plus, la plupart des résultats expérimentaux sont en très bon accord avec cette formulation.

$$p = \frac{jkZ_0}{2\mathbf{p}} \iint_S \frac{e^{-jkR}}{R} v_n dS \quad (\text{II.30})$$

La résolution de l'intégrale de Rayleigh peut se faire de façon analytique, sous certaines conditions. La première est de donner une expression correcte de la vitesse normale v_n à la surface du transducteur. La seconde condition concerne les possibilités d'intégration analytiques qui ne sont connues que pour des configurations géométriques bien précises, telles qu'une source plane axisymétrique, ou dans le cadre d'approximations, typiquement l'approximation de champ lointain.

II.1.3 Réponse impulsionnelle en diffraction

L'approche de la réponse impulsionnelle en diffraction est largement utilisée pour l'analyse des champs acoustiques transitoires. Cette approche consiste à exprimer l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff (II.19) dans le domaine temporel sous forme d'un double produit de convolution entre la fonction de Green g propre aux conditions aux limites et la vitesse normale v_n à la source étudiée :

$$p = jkZ_0 \iint_S \left(g + \frac{1}{jk} \frac{\partial g}{\partial n} \right) v_n dS$$

$$\Leftrightarrow p = jkZ_0 \left(g + \frac{1}{jk} \frac{\partial g}{\partial n} \right)_{x y t} *** v_n \quad (\text{II.31})$$

La fonction de Green et sa dérivée normale exprimées dans le domaine temporel s'écrivent :

$$g_0 = \frac{1}{4\mathbf{p}R} \mathbf{d} \left(t - \frac{R}{c} \right) \quad (\text{II.32})$$

$$\text{et } \frac{\partial g_0}{\partial n} = \frac{1}{4\mathbf{p}} \left(\mathbf{d} \left(t - \frac{R}{c} \right) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{R} \right) - \mathbf{d}' \left(t - \frac{R}{c} \right) \frac{1}{cR} \frac{\partial R}{\partial n} \right) \quad (\text{II.33})$$

avec \mathbf{d} la fonction Dirac, \mathbf{d}' sa dérivée et R la distance entre le point source et celui d'intérêt :

$$R = \sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 + (z - z_s)^2} \quad (\text{II.34})$$

Les dérivées normales $\partial/\partial n$ de la distance R , et de son inverse $1/R$ sont données par :

$$\frac{\partial R}{\partial n} = \frac{\partial R}{\partial z_s} = \frac{z_s - z}{R} = -\cos \mathbf{q}$$

$$\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{R} \right) = \frac{\partial}{\partial z_s} \left(\frac{1}{R} \right) = \frac{z - z_s}{R^3} = \frac{\cos \mathbf{q}}{R^2}$$

L'expression (II.31) devient :

$$p = \frac{jkZ_0}{2\mathbf{p}R} \left(\mathbf{a}(\mathbf{q})\mathbf{d} \left(t - \frac{R}{c} \right) + \frac{\mathbf{b}(\mathbf{q})}{jkR} \left(\mathbf{d} \left(t - \frac{R}{c} \right) \cos \mathbf{q} + \frac{R \cos \mathbf{q}}{c} \mathbf{d}' \left(t - \frac{R}{c} \right) \right) \right)_{x y t}^{***} v_n \quad (\text{II.35})$$

Cette formulation générale de la réponse impulsionnelle de diffraction est équivalente à celle développée dans le cadre de l'approche harmonique. Ce formalisme a été développé par *Guyomar et Powers* pour les différentes conditions aux limites [17], et pour une source plane [18] ou focalisée [19]. De la même façon que précédemment, un développement couramment utilisé consiste à ne prendre en compte que la contribution du facteur d'obliquité $\mathbf{a}(\mathbf{q})$. Dans l'hypothèse où l'approximation $kR \gg 1$ est valide, l'équation (II.35) devient :

$$p = \frac{jkZ_0}{2\mathbf{p}R} \mathbf{a}(\mathbf{q})\mathbf{d} \left(t - \frac{R}{c} \right)_{x y t}^{***} v_n \quad (\text{II.36})$$

L'expression obtenue ici a été largement développée et étudiée par *Stepanishen* [20-25] et *Harris* [26, 27], notamment avec les hypothèses de distribution de vitesse normale uniforme sur la surface source, dans un repère cartésien ou cylindrique, avec une source plane ou focalisée.

II.2 Intégrale de Rayleigh

II.2.1 Formulation générale

L'intégrale de Rayleigh (II.30) peut être développée dans le cas d'une formulation dans un repère cartésien, auquel cas elle devient :

$$p = \frac{jkZ_0}{2\mathbf{p}} \iint_{x_s, y_s} \frac{e^{-jkR}}{R} v_n dx_s dy_s \quad (\text{II.37})$$

Dans le cadre d'un développement limité basé sur l'hypothèse de champ lointain (II.38), le terme de distance R est exprimé en fonction de la distance R_M , pour une source de dimensions x_m par y_m :

$$x_m, x \ll R \quad \text{et} \quad y_m, y \ll R \quad (\text{II.38})$$

Les positions des points sources (x_s, y_s, z_s) sont définies respectivement sur $[0, x_m]$, $[0, y_m]$ et $[0, z_m]$. L'expression (II.34) donnant la distance R entre le point source et le point considéré se développe en factorisant par R_M :

$$R = \sqrt{R_M^2 - 2xx_s - 2yy_s + x_s^2 + y_s^2} \quad \text{avec } R_M = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z_s)^2}$$

$$R \approx R_M - \frac{xx_s}{R_M} - \frac{yy_s}{R_M} + \frac{x_s^2}{2R_M} + \frac{y_s^2}{2R_M}$$

Dans l'hypothèse où les termes du second ordre sont négligeables, soit :

$$x_m, y_m \ll 2\sqrt{1R_M}$$

L'équation (II.37) devient alors :

$$p(x, y, z) = \frac{jkZ_0}{2p} \frac{e^{-jkR_M}}{R_M} v_n \operatorname{sinc}\left(\frac{kxx_m}{2R_M}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{kyy_m}{2R_M}\right) x_m y_m \quad (\text{II.39})$$

Le fenêtrage rectangulaire spatial de la source fait apparaître les fonctions sinus cardinal selon les axes x et y . Ces fonctions dépendent de la taille de la source (x_m, y_m) et sont caractérisées par une largeur de lobe principal et un niveau relatif des lobes secondaires. Par ailleurs, la largeur du lobe principal et la hauteur relative des lobes secondaires peuvent être optimisées par un fenêtrage adéquat. En effet, le compromis entre le niveau des lobes secondaires et la résolution peut être modifié en imposant un profil de vitesse v_n apodisé [27-29].

De manière plus générale, la pression rayonnée décrite par l'intégrale de Rayleigh (II.37) s'écrit aussi sous la forme d'un produit de convolution (II.36), équivalent à un produit de la fonction de Green g et de la vitesse normale v_n exprimées dans le domaine de Fourier. Soit, dans le cadre de l'approximation de Fresnel, en fonction du profil $s(x, y)$ de la source en vitesse (ouverture) :

$$p(x, y, z) = TF_{x,y} \left\{ \frac{jkZ_0}{2p R_M} e^{-jkR_M} \right\} TF_{x,y} \{v_n\} = Z_0 e^{-jkz} TF_{x,y} \{s\} \quad (\text{II.40})$$

avec $p_0 = Z_0 v_0$ et $v_n = s(x, y) v_0$, où p_0 est la pression de référence, Z_0 l'impédance acoustique du milieu de propagation, et v_0 la vitesse de référence.

II.2.2 Formulation axisymétrique

Dans un repère cylindrique, le changement de variable (x, y, z) en (r, \mathbf{q}, z) pour une source de rayon a permet d'effectuer un développement en fonction de Bessel :

$$p = \frac{jkZ_0}{2p} \iint_{r_s, \mathbf{q}_s} \frac{e^{-jkR}}{R} v_n r_s d r_s d \mathbf{q}_s \quad (\text{II.41})$$

Le terme de distance est donné par :

$$R = \sqrt{(z - z_s)^2 + r^2 + r_s^2 - 2rr_s \cos(\mathbf{y} - \mathbf{y}_s)} \quad (\text{II.42})$$

où (r_s, \mathbf{y}_s, z_s) et (r, \mathbf{y}, z) sont les coordonnées cylindriques du point source et du point image.

La formulation axisymétrique de l'intégrale de Rayleigh a été largement discutée [30, 31] et comparée à des travaux antérieurs pour une source plane [22] ou focalisée [32-34]. Les analogies et conditions de validité des différents modèles ont été établies et sont limitées à des sources faiblement focalisées $F \ll a$ et/ou de rayon grand devant la longueur d'onde $ka \gg 1$. L'approche qui suit consiste donc à établir une formulation approchée uniquement basée sur l'hypothèse de champ lointain, sans autre restriction.

II.2.2.1 Source plane

Un développement limité de (II.42), avec $z_s = 0$ et basé sur l'hypothèse de champ lointain [35] permet d'intégrer la dépendance angulaire sur \mathbf{y}_s de $[0, 2\mathbf{p}]$:

$$R = z + \frac{r^2 + r_s^2}{2z} - \frac{rr_s}{z} \cos(\mathbf{y} - \mathbf{y}_s) \quad (\text{II.43})$$

L'intégrale (II.41) incluant une fonction de Bessel est déduite du développement (II.43) :

$$p(r, z) = jkZ_0 e^{-jk\left(z + \frac{r^2}{2z}\right)} \int_0^a e^{-j\frac{kr_s^2}{2z}} J_0\left(\frac{kr r_s}{z}\right) v_n \frac{r_s}{R} dr_s \quad (\text{II.44})$$

Un autre développement, basé sur une approche angulaire donne :

$$R = \sqrt{R_{obs}^2 + r_s^2 - 2rr_s \cos(\mathbf{y} - \mathbf{y}_s)} \quad \text{avec } R_{obs}^2 = z^2 + r^2 \text{ et } r = R_{obs} \sin \mathbf{q}$$

$$\text{d'où } R = R_{obs} - r_s \sin \mathbf{q} \cos(\mathbf{y} - \mathbf{y}_s) \quad (\text{II.45})$$

Le rayonnement angulaire au point de coordonnées polaires (R_{obs}, \mathbf{q}) devient donc :

$$p(R_{obs}, \mathbf{q}) = jkZ_0 \frac{e^{-jkR_{obs}}}{R_{obs}} \int_0^a J_0(kr_s \sin \mathbf{q}) v_n r_s dr_s \quad (\text{II.46})$$

Ce résultat peut s'écrire sous la forme d'une transformée de Hankel (notée *TH*) du profil radial de vitesse normale $v_n(r)$:

$$p(R_{obs}, \mathbf{q}) = jkZ_0 \frac{e^{-jkR_{obs}}}{R_{obs}} \frac{TH\{v_n\}}{(\sin \mathbf{q})^2} \quad (\text{II.47})$$

Plus particulièrement, dans le cas d'un profil de vitesse homogène sur la surface source ($v_n = v_0$) :

$$p(R_{obs}, \mathbf{q}) = p_0 jka^2 \frac{e^{-jkR_{obs}}}{R_{obs}} J_{1c}(ka \sin \mathbf{q}) \quad (\text{II.48})$$

II.2.2.2 Source focalisée

L'expression axisymétrique obtenue dans un repère cylindrique peut être étendue au cas d'une source focalisée avec un retard pur \mathbf{j}_s et la fonction de transfert correspondante incluse dans l'intégrale (II.44) :

$$p(r, z) = jkZ_0 e^{-jk\left(z + \frac{r^2}{2z}\right)} \int_0^a e^{-j\mathbf{j}_s} e^{-j\frac{kr_s^2}{2z}} J_0\left(\frac{kr r_s}{z}\right) v_n \frac{r_s}{R} dr_s \quad (\text{II.49})$$

Typiquement, pour une source focalisée sphérique de distance focale F , ce retard s'écrit :

$$z_s = F - \sqrt{F^2 - r_s^2} \quad (\text{II.50})$$

Cette expression peut être étendue au cas d'une source focalisée géométriquement avec $z_d = z - z_s$ la distance modifiée entre les points sources et le point cible :

$$p(r, z) = jkZ_0 \int_0^a e^{-jk\left(z_d + \frac{r^2 + r_s^2}{2z_d}\right)} J_0\left(\frac{kr r_s}{z_d}\right) v_n(r_s) \frac{r_s}{R_d} dr_s \quad (\text{II.51})$$

Dans le cadre d'une focalisation par une source circulaire et d'une approximation de champ lointain et/ou de source faiblement focalisée $z_d \ll z$, les deux formulations conduisent à la même formule approchée :

$$\frac{1}{R_d} \simeq \frac{1}{R} \quad \text{et} \quad \frac{1}{z_d} \simeq \frac{1}{z},$$

En faisant un développement limité sur le terme de retard de focalisation, on obtient :

$$z_s = F - \sqrt{F^2 - r_s^2} \simeq \frac{r_s^2}{2F}$$

$$\text{d'où : } p(r, z) = jkZ_0 e^{-jk\left(z + \frac{r^2}{2z}\right)} \int_0^a e^{-j\frac{kr_s^2}{2}\left(\frac{1}{z} - \frac{1}{F}\right)} J_0\left(\frac{kr r_s}{z}\right) v_n(r_s) \frac{r_s}{R} dr_s \quad (\text{II.52})$$

Avec l'hypothèse d'une vitesse constante sur toute la surface d'intégration de la source $v_0 = v_n(r_s)$, on retrouve la formulation donnée par *Lucas et Muir* [34], et plus particulièrement, l'expression de la pression dans l'axe se résume à :

$$p(0, z) = p_0 \frac{F}{F - z} \left(1 - e^{j\frac{ka^2}{2}\left(\frac{1}{z} - \frac{1}{F}\right)} \right) e^{-jkz} \quad (\text{II.53})$$

Par ailleurs, des formulations plus précises de la pression dans l'axe, dérivées des formulations de [32, 33] ont été spécifiées et comparées [36, 37]. La formulation simplifiée de *Lucas et Muir* (II.53)

permet d'obtenir une très bonne approximation du champ de pression dans l'axe et de retrouver la distance focale effective et le gain de focalisation correspondant.

II.3 Expression de la vitesse normale

Les résultats de propagation sont obtenus à partir de sources calculées en déplacement u ou en pression p . Dans les deux cas, nous avons développé les expressions de la vitesse normale à la surface pour pouvoir utiliser l'intégrale de Rayleigh (II.30).

II.3.1 Expression générale de la vitesse normale

Les sinus et cosinus des angles définissant la normale à la surface dépendent du profil de la source sont notés respectivement $\sin \mathbf{q}_n$ et $\cos \mathbf{q}_n$.

➤ Dans le premier cas (source en déplacement selon r et z), la vitesse normale est obtenue à partir de la dérivée par rapport au temps de la reconstitution du déplacement normal à la surface à partir des projections selon r et z :

$$v_n = j\omega \frac{\partial u}{\partial n} = j\omega(u_z \cos \mathbf{q}_n + u_r \sin \mathbf{q}_n) \quad (\text{II.54})$$

➤ Dans le second cas (source en pression), le système d'équation d'Euler incompressible donne la relation entre vitesse et pression pour un fluide :

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho_0 \frac{\partial v_n}{\partial t} \Leftrightarrow -jk_n p = -j\omega \rho_0 v_n \quad (\text{II.55})$$

Il en résulte une relation entre la dérivée de la pression par rapport à la normale et l'accélération normale à la surface. La vitesse normale est alors calculée en utilisant la projection de la pression sur la normale à la surface:

$$v_n = \frac{p}{Z_0} \frac{k_n}{k} = \frac{p}{Z_0} \cos(\mathbf{q}_n - \mathbf{q}_k) \quad (\text{II.56})$$

II.3.2 Onde plane

Pour un profil plan, les sinus et cosinus des angles définissant la normale à la surface, selon z sont exprimés par :

$$\sin \mathbf{q}_n = 0 \text{ et } \cos \mathbf{q}_n = 1 \quad (\text{II.57})$$

➤ Dans le cas d'une source en déplacement selon r et z , la vitesse normale v_n est obtenue à partir de la dérivée par rapport au temps du déplacement normal à la surface u_z :

$$v_n = j\omega u_z \quad (\text{II.58})$$

➤ Dans le cas d'une source en pression, la vitesse normale v_n est calculée en utilisant la projection de la pression sur la normale à la surface :

$$v_n = \frac{p}{Z_0} \frac{k_z}{k} = \frac{p}{Z_0} \sqrt{1 - \left(\frac{k_r}{k}\right)^2} \quad (\text{II.59})$$

II.3.3 Profil circulaire

Dans le cas d'un profil circulaire décrit par $P(r) = R_c - \sqrt{R_c^2 - r^2}$, les sinus et cosinus des angles définissant la normale à la surface sont déterminés de façon directe en fonction de la position radiale r et du rayon de courbure R_c :

$$\sin \mathbf{q}_n = \frac{r}{R_c} \quad \text{et} \quad \cos \mathbf{q}_n = \sqrt{1 - \left(\frac{r}{R_c}\right)^2} \quad (\text{II.60})$$

II.3.4 Profil quelconque

Dans le cas général d'une fonction quelconque décrivant le profil donnant les positions des points sources $P(r)$, les sinus et cosinus de l'angle par rapport à la normale sont donnés par :

$$\sin \mathbf{q}_n = \frac{P'(r)}{\sqrt{(P'(r))^2 + 1}} \quad \text{et} \quad \cos \mathbf{q}_n = \frac{1}{\sqrt{(P'(r))^2 + 1}} \quad (\text{II.61})$$

Plus particulièrement dans le cas d'un profil polynomial d'ordre m , noté $P_m(r)$:

$$P_m(r) = \sum_{k=0}^m a_k r^k$$

$$\text{d'où} \quad P'_m(r) = \frac{dP_m(r)}{dr} = \sum_{k=1}^m k a_k r^{k-1} \quad (\text{II.62})$$

Les formulations de la vitesse normale v_n en fonction du déplacement u ou de la pression p s'en trouvent modifiées en conséquence. Cependant, ces formulations généralisées restent valables avec un profil quelconque analytique $P(r)$ ou ajusté par un polynôme d'ordre m noté $P_m(r)$.

➤ Dans le premier cas (source en déplacement selon r et z), la vitesse normale est obtenue à partir de la dérivée par rapport au temps de la reconstitution du déplacement normal à la surface à partir des projections selon r et z .

$$v_n = j\omega \frac{\partial u}{\partial n} = j\omega \frac{u_z + P'(r)u_r}{\sqrt{(P'(r))^2 + 1}} \quad (\text{II.63})$$

➤ Dans le second cas (source en pression), la vitesse normale est calculée en utilisant la projection de la pression sur la normale à la surface:

$$v_n = \frac{p}{Z_0} \frac{k_n}{k} = \frac{p}{Z_0} \cos(\mathbf{q}_n - \mathbf{q}_k) = \frac{p}{Z_0} \frac{\frac{k_z}{k} + P'(r) \frac{k_r}{k}}{\sqrt{(P'(r))^2 + 1}} = \frac{p}{Z_0} \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{k_r}{k}\right)^2} + P'(r) \frac{k_r}{k}}{\sqrt{(P'(r))^2 + 1}} \quad (\text{II.64})$$

Ces formulations permettent de retrouver le rayonnement propre à la *source géométrique* simulée avec ATILA. Les coordonnées des points source doivent être prises en compte par le terme de distance R (II.42), mais aussi au niveau de la dérivation par rapport à la normale de la surface source comme défini ci-dessus pour une source en déplacement (u_r, u_z) ou en pression p .

Le calcul de la vitesse normale repose sur la précision de celui du vecteur d'onde radial k_r . Ce dernier est déterminé par transformée de Fourier bidimensionnelle ou par transformée de Fourier-Bessel, appelée aussi transformée de Hankel.

III Résolution numérique de l'intégrale de Rayleigh

Les différentes formulations de l'intégrale de Rayleigh présentées par la suite ont été développées pour des configurations géométriques particulières : source rectangulaire ou axisymétrique, plane ou focalisée. Pour plus de commodité et pour alléger les notations, le terme de déphasage $e^{j\mathbf{w}t}$ de pulsation harmonique \mathbf{w} sera sous-entendu, et le terme de pression p décrit seulement en fonction des trois dimensions spatiales (x, y, z).

III.1 Formulation fréquentielle

La résolution de l'intégrale de Rayleigh nécessite la connaissance de la fonction de répartition de la vitesse normale à la surface du transducteur. En pratique, elle est souvent considérée constante, car seule sa valeur moyenne sur la surface de réception est évaluée. Il existe cependant des moyens de mesure, telle que l'interférométrie laser, permettant d'établir une cartographie de la vitesse normale v_n . Plus particulièrement, pour un configuration axisymétrique une reconstruction tomographique permet de retrouver le profil radial de la vitesse normale v_n .

Par ailleurs, l'échantillonnage fréquentiel et la bande passante de l'excitation doivent satisfaire la condition d'échantillonnage de Shannon (Equation (II.16)) :

$$\Delta x \leq \frac{1}{2f_{x,\max}} \quad (\text{II.65})$$

III.1.1 Décomposition en ondes planes dans un repère cartésien – Transformée de Fourier bidimensionnelle

La formulation intégrale de Rayleigh peut aussi être écrite sous la forme d'un produit de convolution :

$$p(x, y, z) = j\omega R \frac{e^{-jkR}}{2pR} * v_n(x, y, z_s) \quad (\text{II.66})$$

$$\text{avec: } R = \sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 + (z - z_s)^2}$$

Ce produit de convolution dans le domaine spatial bidimensionnel s'écrit sous la forme d'un produit dans le domaine des fréquences spatiales comme décrit par [38-42]. Il se fait par transformée de Fourier, et son calcul numérique avec la FFT (*Fast Fourier Transform*). La fonction de Green g et la vitesse normale v_n sont décomposées en ondes planes :

$$TF_{x,y} \{g(x, y)\} = g(k_x, k_y) \Leftrightarrow TF_{x,y} \left\{ \frac{e^{-jkR}}{2pR} \right\} = -j \frac{e^{-jk_z(z-z_s)}}{k_z}$$

$$TF_{x,y} \{v_n(x, y, z_s)\} = v_n(k_x, k_y, z_s)$$

La propagation dans la direction z se fait par application de l'opérateur de propagation :

$$p(k_x, k_y, z) = j\omega R \left(-j \frac{e^{-jk_z(z-z_s)}}{k_z} \right) v_n(k_x, k_y, z_s) \quad (\text{II.67})$$

$$\text{soit } p(k_x, k_y, z) = Z_0 \frac{k}{k_z} v_n(k_x, k_y, z_s) e^{-jk_z(z-z_s)}$$

On retrouve l'équation (II.59) qui donne la relation entre vitesse normale et pression :

$$p(k_x, k_y, z) = p(k_x, k_y, z_s) e^{-jk_z(z-z_s)} \quad (\text{II.68})$$

avec:

$$e^{-jk_z(z-z_s)} = e^{-jk_z \Delta z} \quad \text{l'opérateur de propagation,} \quad (\text{II.69})$$

$$\text{et } k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} \quad \text{le nombre d'onde selon la direction } z. \quad (\text{II.70})$$

L'algorithme de propagation se résume en trois étapes: le passage du domaine spatial à celui des nombres d'ondes, l'application de l'opérateur de propagation, puis le retour du domaine des pulsations spatiales à celui de l'espace.

$$p(x, y, z + \Delta z) = TF_{k_x, k_y, \omega}^{-1} \left\{ TF_{x, y, z} \{ p(x, y, z) \} e^{-jk_z \Delta z} \right\} \quad (\text{II.71})$$

L'algorithme, s'il est relativement simple dans sa formulation analytique, pose de nombreux problèmes dans son implémentation numérique : l'échantillonnage de la source, la décomposition

en ondes planes de la fonction de Green g entraîne des singularités autour de ses pôles [41]. Le pas d'échantillonnage (spatial et temporel) doit être suffisamment fin pour limiter le repliement spectral. La taille de la source (y compris les contributions nulles) doit être suffisante pour permettre la distinction des différentes contributions dans le domaine des fréquences. Ces contraintes et leurs optimisations ont été largement étudiées dans les années 1990 notamment par *Orofino* [43-47], et *Wu* [48-52]. Une alternative à la décomposition en ondes planes avec la FFT qui consiste à exprimer analytiquement la fonction de Green g dans un repère cylindrique est proposée et décrite par *Christopher* [53].

III.1.2 Décomposition en ondes planes dans un repère cylindrique – Transformée de Hankel

La transformée de Fourier bidimensionnelle est donnée par :

$$p(k_x, k_y, z, \mathbf{w}) = \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int p(x, y, z, \mathbf{w}) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (\text{II.72})$$

La transformée de Fourier-Bessel ou de Hankel est obtenue par une expression en coordonnées cylindriques du nombre d'onde :

$$\begin{cases} k_r = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \\ \mathbf{f} = \text{Arctan}\left(\frac{k_y}{k_x}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k_x = k_r \cos \mathbf{f} \\ k_y = k_r \sin \mathbf{f} \end{cases}$$

et de la position radiale, soit :

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \mathbf{q} = \text{Arctan}\left(\frac{y}{x}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = r \cos \mathbf{q} \\ y = r \sin \mathbf{q} \end{cases}$$

On obtient alors:

$$p(k_r, z, \mathbf{w}) = \int_0^{+\infty} p(r, z, \mathbf{w}) \left[\int_0^{2\pi} e^{-jk_r r \cos(q-\mathbf{f})} d\mathbf{q} \right] r dr$$

$$\text{soit: } p(k_r, z, \mathbf{w}) = \int_0^{+\infty} p(r, z, \mathbf{w}) J_0(k_r r) r dr = TH \{ p(r, z, \mathbf{w}) \} \quad (\text{II.73})$$

III.1.2.1 Propagation par produit d'opérateur échantillonné en fréquence (FSC)

De la même façon que dans un repère cartésien, l'opérateur de propagation [54] est donné par :

$$H(k_r, z) = e^{-jk_z z} = \begin{cases} e^{-jz\sqrt{k^2 - k_r^2}}, & |k_r| \leq k \\ e^{-z\sqrt{k_r^2 - k^2}}, & |k_r| > k \end{cases} \quad (\text{II.74})$$

L'application de cet opérateur de propagation est appelé algorithme FSC (*Frequency Sampled Convolution*), ou de convolution avec échantillonnage fréquentiel, et permet un calcul rapide de la source propagée.

Une extension de cette écriture consiste à réduire le domaine des nombres d'ondes à celui "utile" pour la propagation, en éliminant les ondes évanescentes, atténuées après propagation sur seulement quelques longueurs d'onde. Plus particulièrement, l'angle d'ouverture est limité par une approximation géométrique issue de la théorie des rayons, et son implémentation permet un calcul très rapide, au prix d'une détérioration de la précision.

III.1.2.2 Propagation par produit d'opérateur échantillonné dans l'espace (SSC)

L'opérateur de propagation défini par l'algorithme SSC (*Spacially Sampled Convolution*), ou de convolution avec échantillonnage spatial [55], permet un calcul certes moins rapide, mais avec une précision bien meilleure :

$$h(r, z) = \frac{jk}{2p} \left(\frac{z}{d} - \frac{z}{jkd^2} \right) \frac{e^{-jkd}}{d} \quad \text{où} \quad d = \sqrt{r^2 + z^2} \quad (\text{II.75})$$

De plus, ce formalisme permet d'appliquer la fonction identité résultante au calcul de la transformée de Hankel discrète (*Discrete Hankel Transform*, DHT) puis de sa réciproque (*Inverse Discrete Hankel Transform*, IDHT) à la source convoluée avec son opérateur de propagation. En effet, tout comme pour la FFT dont le domaine de passage est pseudo fréquentiel, mais dont la réciproque résulte bien en une fonction identité, la DHT permet de passer dans un domaine de pseudo nombre d'onde, d'y effectuer l'opération de propagation et de revenir dans le domaine spatial "identité", à la propagation près.

III.1.2.3 Implémentation de la transformée de Hankel discrète (DHT)

Semblable à la transformée de Fourier rapide (FFT), un algorithme de calcul rapide de transformée de Hankel discrète (DHT) a été développé par *Johnson* en 1988 [56], et implémenté par *Christopher* en 1991 [54]. Cet algorithme intègre sur une section de façon analogue le fenêtrage rectangulaire de la source, cependant sans périodiser la source, évitant ainsi les problèmes de repliement spatial inhérents à la FFT.

➤ L'implémentation de la DHT se fait en 3 étapes :

① Un rééchantillonnage de la source sur les zéros de la fonction J_0 de Bessel, noté j_n , pour les indices de 1 à N , et regroupés dans un vecteur $[j_0]$.

$$[f] = f\left(\frac{a}{j_{0,N}}[j_0]\right) \quad \text{ou} \quad f(n) = f\left(\frac{a}{j_{0,N}}j_{0,n}\right)$$

② Le calcul des coefficients $Y(n,m)$ de la matrice passage dans le domaine des nombres d'onde k_r .

$$[Y] = 2J_0\left(\frac{[j_0][j_0]^t}{j_{0,N}}\right)\left(J_1^2([j_0])\right)^{-1} \quad \text{ou} \quad Y(m,n) = 2\frac{J_0(j_{0,m}j_{0,n}/j_{0,N})}{J_1^2(j_{0,n})}$$

③ La source dans le domaine des nombres d'onde k_r est donné par le produit de la matrice de passage normalisée:

$$[F] = \frac{2pa^2}{j_N^2}[Y][f] \quad \text{ou} \quad F(m) = \frac{2pa^2}{j_N^2} \sum_{n=1}^{N-1} Y(m,n) f(n)$$

➤ Réciproquement, l'implémentation de l'IDHT se fait en 3 étapes :

① Un rééchantillonnage de la source sur les zéros de la fonction J_0 de Bessel, noté j_n , pour les indices de 1 à N , et regroupés dans un vecteur $[j_0]$.

$$[F] = F\left(\frac{[j_0]}{2pa}\right) \quad \text{ou} \quad F(m) = F\left(\frac{j_m}{2pa}\right)$$

② Le calcul des coefficients $Y(n,m)$ de la matrice passage dans le domaine des nombres d'onde k_r .

$$[Y] = 2J_0\left(\frac{[j_0][j_0]^t}{j_{0,N}}\right)\left(J_1^2([j_0])\right)^{-1} \quad \text{ou} \quad Y(n,m) = 2\frac{J_0(j_{0,n}j_{0,m}/j_{0,N})}{J_1^2(j_{0,m})}$$

③ La source dans le domaine des nombres d'onde k_r est donné par le produit de la matrice de passage normalisée:

$$[f] = \frac{1}{2pa^2}[Y][F] \quad \text{ou} \quad f(n) = \frac{1}{2pa^2} \sum_{m=1}^{N-1} Y(n,m) F(m)$$

III.2 Formulation spatiale

III.2.1 Discrétisation dans un repère cartésien

Cette formulation discrète a l'avantage de pouvoir s'appliquer à n'importe quel type de surface, et repose sur l'hypothèse de champ lointain, dont la formulation simplifiée est connue sous le nom d'approximation de Fresnel. La méthode consiste à découper la source en petits éléments devant la distance de champ lointain [57, 58] :

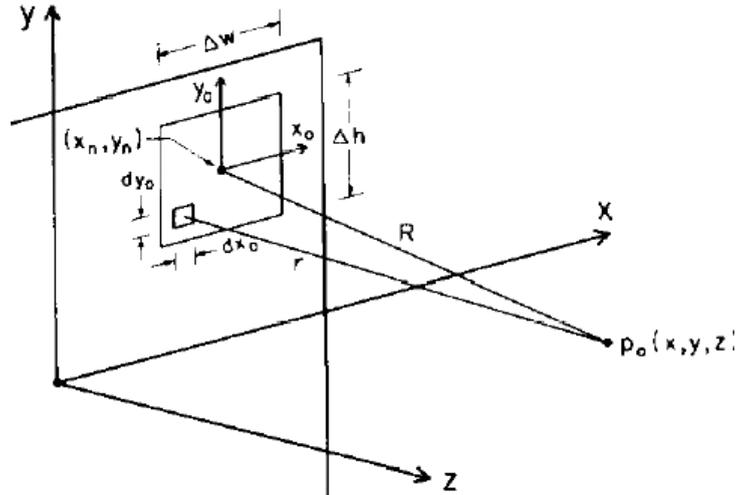


Figure II.8 : Découpage de la source en éléments de petites dimensions [57].

L'approximation de Fresnel s'écrit :

$$z \gg L_{cp} \quad \text{où} \quad L_{cp} = \frac{a^2}{\lambda} \quad \text{pour une source circulaire de rayon } a.$$

Le découpage en éléments discrets de la surface dans les directions x et y est donnée par :

$$\Delta x_m = \sqrt{\frac{\lambda z}{M}}$$

et $\Delta y_n = \sqrt{\frac{\lambda z}{N}}$ où M et N sont les multiplicateurs de la distance de champ proche.

III.2.1.1 Source rectangulaire

La fonction d'ouverture rectangulaire $s_{f,m,n}$ pour chaque élément de surface est donnée par :

$$s_{f,m,n}(x, y) = \prod_{-\Delta x_m/2}^{+\Delta x_m/2} (x) \prod_{-\Delta y_n/2}^{+\Delta y_n/2} (y) \quad (\text{II.76})$$

$$\text{avec } \prod_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} (x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in [-\Delta x/2, +\Delta x/2] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

L'élément de surface intégré est noté $I_{m,n}$:

$$I_{m,n} = \iint_S \frac{e^{-jkR}}{R} s_{\square,m,n} dS \quad (\text{II.77})$$

L'expression de l'intégrale de Rayleigh discrétisée s'écrit alors :

$$p(x, y, z) = \frac{jkZ_0}{2\mathbf{p}} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N v_{\perp,m,n} I_{m,n} \quad (\text{II.78})$$

Après intégration sur l'élément de surface considéré, la pression est alors donnée par la double somme selon les directions x et y [57]:

$$p(x, y, z) = \frac{jkZ_0}{2\mathbf{p}} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{e^{-jkR_{m,n}}}{R_{m,n}} v_{\perp,m,n} \text{sinc}\left(\frac{kx'_m \Delta x_m}{2R_{m,n}}\right) \text{sinc}\left(\frac{ky'_n \Delta y_n}{2R_{m,n}}\right) \Delta x_m \Delta y_n \quad (\text{II.79})$$

où $x'_m = x - x_m$, $y'_n = y - y_n$ et $z'_{m,n} = z - z_{m,n}$ sont les distances selon les directions x , y et z entre le point d'observation (x, y, z) et le centre de l'élément d'intégration $(x_m, y_n, z_{m,n})$, et $R_{m,n} = \sqrt{x'^2_m + y'^2_n + z'^2_{m,n}}$ est le module de cette distance.

III.2.1.2 Source circulaire plane

Ce formalisme est étendu à une géométrie circulaire plane, puis focalisée [58] avec l'expression de l'opérateur de rotation :

$$M_{\mathbf{j}_m} = \begin{bmatrix} \sin \mathbf{j}_m & \cos \mathbf{j}_m & 0 \\ -\cos \mathbf{j}_m & \sin \mathbf{j}_m & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ainsi, pour une source circulaire, on obtient :

$$I_{m,n} = \int_{(\mathbf{j}_m - \Delta \mathbf{j})(r_n - \Delta r)}^{(\mathbf{j}_m + \Delta \mathbf{j})(r_n + \Delta r)} \frac{e^{-jkR_{\circ,m,n}}}{R_{\circ,m,n}} M_{\mathbf{j}_m} \{s_{\square,m,n}\} r dr d\mathbf{j}$$

avec $R_{\circ,m,n} = \sqrt{z^2 + r^2 + r_n^2 - 2rr_n \cos(\mathbf{j} - \mathbf{j}_m)}$ la distance entre le point source et le point image pour une source circulaire, et $\mathbf{j}_m = x_m/r_n = (m+0,5)\Delta x/r_n$ est la position angulaire correspondant au centre de l'élément source situé en (r_n, \mathbf{j}_m) .

III.2.1.3 Source circulaire focalisée

Pour une source circulaire focalisée sphérique de rayon de courbure R_c , l'élément d'intégration $I_{m,n}$ devient :

$$I_{m,n} = \int_{(j_m - \Delta j)(r_n - \Delta r)}^{(j_m + \Delta j)(r_n + \Delta r)} \frac{e^{-jkR_{(m,n)}}}{R_{(m,n)}} M_{j_m} \{s_{\square,m,n}\} r dr d\mathbf{j}$$

où $R_{(m,n)} = \sqrt{(z - z_n)^2 + r^2 + r_n^2 - 2rr_n \cos(\mathbf{j} - \mathbf{j}_m)}$ est la distance pour une source incurvée entre le point source (r_n, \mathbf{j}_m, z_n) et le point image (r, \mathbf{j}, z) , et $z_n = R_c - \sqrt{R_c^2 - r_n^2}$ la position selon z d'un point source situé à la position radiale r_n .

III.2.2 Discrétisation dans un repère cylindrique

III.2.2.1 Source plane

La formulation intégrale de (II.44) développée pour une source plane discrète échantillonnée sur N points de coordonnées cylindriques $(r_n, 0)$ est intégrée sur la source axisymétrique selon \mathbf{j} , puis exprimée en fonction de la vitesse normale discrétisée $v_{\perp,n}$:

$$p(r, z) = jkZ_0 e^{-jk\left(z + \frac{r^2}{2z}\right)} \sum_{n=1}^N e^{-j\frac{kr_n^2}{2z}} J_0\left(\frac{kr r_n}{z}\right) v_{\perp,n} \frac{r_n}{R_n} \Delta r_n \quad (\text{II.80})$$

L'expression (II.80) se simplifie dans le cas où le découpage de la source est suffisamment fin (hypothèse de champ lointain satisfaite) :

$$\text{Si } N \gg \frac{pa^2}{lz},$$

$$\text{alors } p(r, z) = jkZ_0 e^{-jk\left(z + \frac{r^2}{2z}\right)} \sum_{n=1}^N e^{-j\frac{kr_n^2}{2z}} v_{\perp,n} \frac{r_n}{R_n} \Delta r_n.$$

III.2.2.2 Source focalisée

L'écriture discrétisée de la formulation intégrale (II.49) d'une source focalisée par un retard pur j_n est donnée par :

$$p(r, z) = jkZ_0 e^{-jk\left(z + \frac{r^2}{2z}\right)} \sum_{n=1}^N e^{+j j_n} e^{-j\frac{kr_n^2}{2z}} J_0\left(\frac{kr r_n}{z}\right) v_{\perp,n} \frac{r_n}{R_n} \Delta r_n \quad (\text{II.81})$$

Cette expression est étendue au cas d'une source sphérique focalisée géométriquement (II.51) par le déphasage induit par la distance modifiée entre les points sources (r_n, z_n) et le point cible (r, z) :

$$p(r, z) = jkZ_0 \sum_{n=1}^N e^{-jk \left((z-z_n) + \frac{r^2 + r_n^2}{2(z-z_n)} \right)} J_0 \left(\frac{kr r_n}{z-z_n} \right) v_{\perp, n} \frac{r_n}{R_n} \Delta r_n \quad (\text{II.82})$$

IV Conclusion

L'objectif visé au cours de ce chapitre a été d'établir une modélisation axisymétrique d'un transducteur mono-élément focalisé. Dans cette optique, un outil de modélisation hybride éléments finis / code de propagation a été développé. Les différents codes de propagation utilisés tirent avantages de la géométrie du transducteur, et du résultat recherché, plan ou ponctuel. Il en résulte un outil de modélisation de la transduction et du rayonnement d'un transducteur focalisé permettant de déterminer la réponse électro-acoustique du transducteur.

IV.1 Tableau récapitulatif

Les différentes méthodes abordées pour la résolution numérique de l'intégrale de Rayleigh (paragraphe 0) sont synthétisées dans le *Tableau II.4* qui suit :

Formulation	Géométrie	Source focalisée	Résultat	Précision	Temps de calcul
Transformée de Fourier discrète 2D dans un repère cartésien (FFT 2D)	Quelconque	Non	Plan	-	+
Transformée de Hankel discrète dans un repère cylindrique (DHT-SSC)	Axisymétrique	Oui	Plan radial	++	++
Intégration numérique dans un repère cartésien (NIM)	Quelconque	Oui	Point	++	-
Intégration numérique dans un repère cylindrique (NIM axisymétrique)	Axisymétrique	Oui	Point	++	+++

Tableau II.4 : Récapitulatif des codes de propagation : Appréciation précision/temps de calcul.

Les méthodes de propagation utilisées sont basées sur l'intégrale de Rayleigh (II.30). Chacune des formulations développées, selon que le résultat recherché en plan ou ponctuel, permet d'obtenir un certain compromis entre précision et temps de calcul (*Tableau II.4*).

Les formulations dans le domaine spectral (FFT 2D et DHT) permettent de propager un plan à chaque pas de calcul. Ainsi, dans le cas où le résultat recherché est un plan, ces méthodes sont performantes en terme de temps de calcul. Plus particulièrement, la méthode basée sur la FFT 2D permet de traiter une géométrie plane quelconque, mais nécessite une capacité mémoire et une puissance de calcul importantes. De plus, des problèmes de repliement spectral viennent s'ajouter si la source n'est pas entourée d'une "zone tampon" suffisamment importante, qui nécessite elle aussi des capacités mémoire. Pour une configuration axisymétrique, on préférera utiliser la méthode basée sur la DHT, permettant une économie importante des capacités mémoires et contournant le problème du repliement avec un algorithme prenant en compte implicitement une source finie entourée d'une "zone tampon". La formulation SSC de la DHT a été retenue pour son meilleur compromis précision/temps de calcul, bien que la DHT-FSC donne des résultats acceptables [59].

L'approche de la formulation dans le domaine spatial, plus classique consiste à procéder à une intégration numérique d'une multitude de contributions en champ lointain, aisées à calculer. La NIM s'adapte à toute sorte de géométrie plane ou non, du moment que les contributions secondaires de la source peuvent être négligées. Elle permet de calculer un point image à la fois, et comporte l'avantage d'être très performante en terme de temps de calcul, pour un encombrement mémoire minime. La précision peut être poussée à la limite de celle du logiciel utilisé pour peu que l'on découpe la source plus finement au prix d'un temps de calcul augmenté en conséquence. Ici encore, pour une configuration de source axisymétrique, la NIM est formulée dans un repère cylindrique et permet de réaliser une seule intégration, l'intégration angulaire étant formulée implicitement. Il en résulte un temps de calcul encore réduit, et une meilleure précision pour ce type de géométrie.

Le sujet de l'étude étant un transducteur circulaire mono-élément focalisé, on utilisera donc par la suite les formulations axisymétriques spectrale (DHT) ou spatiale (NIM axisymétrique) de l'intégrale de Rayleigh. La première sera préférée à la seconde, pour le calcul d'un plan radial car plus rapide. La seconde est, quant à elle, mieux adaptée pour le calcul du champ dans l'axe du transducteur.

IV.2 Schéma de principe – Utilisation

Les moyens de modélisation traditionnellement utilisés se limitent à une hypothèse de vibration unidimensionnelle. Pour pallier à cette restriction, une modélisation par éléments finis a été mise en place ; son principe de résolution, et une optimisation du maillage ont été détaillés en première partie. La réponse obtenue a été comparée et vérifiée à la surface du transducteur, mais un filtrage de l'excitation est constaté au cours de la propagation dans le fluide. En conséquence, un code de propagation linéaire dans un milieu fluide homogène a été développé pour relayer la résolution par éléments finis de la transduction dans le solide (*Figure II.9*). La réponse électro-acoustique en émission peut alors être déterminée en n'importe quel point de l'espace. Typiquement, le champ de pression est calculé dans l'axe et autour du point focal. En particulier, la réponse électro-acoustique est caractérisée au point focal et ce en fonction de différentes configurations.

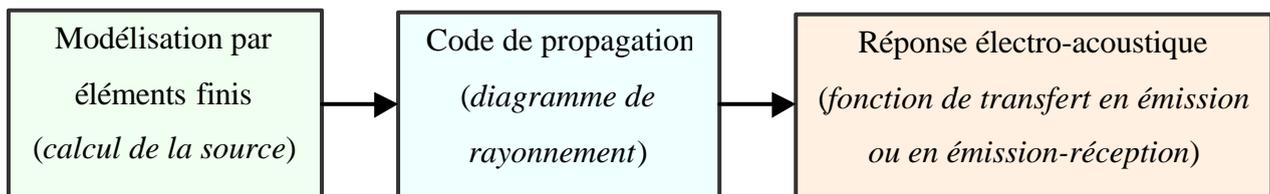


Figure II.9 : Schéma de principe de la modélisation du rayonnement d'un transducteur.

Les performances du transducteur seront alors évaluées et comparées pour des configurations géométriques et acoustiques de la lentille de focalisation variables en vue de déterminer celle optimale pour une application donnée (l'imagerie médicale). C'est l'objet du chapitre qui suit.

Bibliographie :

1. ISEN L.A., *Finite element code for piezoelectric and magnetostrictive transducer and actuator modeling*. Documentation ATILA. Laboratoire d'Acoustique. Institut Supérieur d'Electronique du Nord, 1997.
2. Wilson E., *Dynamic analysis by numerical integration*. Computer and Structure, Inc., 1998. **20**(http://www.csiberkeley.com/Tech_Info/20.pdf): p. 1-12.
3. IEEE Std., *Standard on Piezoelectricity ANSI/IEEE Std. 176-1987*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1996. **43**(5): p. 1-55.
4. Brissaud M., *Characterization of piezoceramics*. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control, 1991. **38**(6): p. 603-617.

5. Moffett M.B., Ricketts D., *Comments on "Characterization of piezoceramics"*. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control, 1993. **40**(6): p. 825.
6. Brissaud M., *Author's reply*. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control, 1993. **40**(6): p. 826-827.
7. Lunde P., Vestrheim M., *Comparison of models for radial and thickness modes in piezoceramic disks*. IEEE Proceedings of the Ultrasonics Symposium, 1994: p. 1005-1008.
8. Huang C.H., Lin Y.C., Ma C.C., *Theoretical analysis and experimental measurement for resonant vibration of piezoceramic circular plate*. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control, 2004. **51**(1): p. 12-24.
9. Abboud N.N., Wojcik G.L., Vaughan D.K., Mould J., Powell D.J., Nikodym L., *Finite element modeling for ultrasonic transducers*. SPIE Proceeding of the Ultrasonic Transducer Engineering Conference, 1998.
10. Sbaï J.M., *Application de l'approche de la réponse impulsionnelle à la modélisation du rayonnement de transducteurs acoustiques de structure arbitraire*. Thèse de doctorat en Electronique. Université de Valenciennes et du Hainaut Cambresis. Académie de Lille, 1996.
11. Cathignol D., Sapozhnikov O.A., *On the application of the Rayleigh integral on the calculation of the field of a concave focusing radiator*. Acoustical Physics, 1999. **45**(6): p. 735-742.
12. Archer-Hall J.A., Basher A.I., Hazelwood A.J., *A means for computing the Kirchhoff surface integral for a disk radiator as a single integral with fixed limits*. Journal of the Acoustical Society of America, 1979. **65**(6): p. 1568-1570.
13. Archer-Hall J.A., Gee D., *A single integral computer method for axisymmetric transducers with various boundary conditions*. Non Destructive Testing International, 1980. **13**(3): p. 95-101.
14. Piwakovski B., Delannoy B., *Method for computing spatial pulse response: Time-domain approach*. Journal of the Acoustical Society of America, 1989. **86**(6): p. 2422-2432.
15. Piwakovski B., Sbaï K., Delannoy B., *Computer-aided computing of acoustic field radiated from arbitrarily structured transducer arrays*. IEEE Ultrasonics Symposium, 1994: p. 983-986.
16. Pesqué P., Fink M., *Effect of the planar baffle impedance on the radiation of a phased array element theory and experimentation*. IEEE Proceedings of the Ultrasonics Symposium, 1984: p. 1034-1038.

17. Guyomar D., Powers J., *Boundary effects on transient radiation fields from vibrating surfaces*. Journal of the Acoustical Society of America, 1985. **77**(2): p. 907-915.
18. Guyomar D., Powers J., *Transient radiation from axially symmetric sources*. Journal of the Acoustical Society of America, 1986. **79**(2): p. 273-277.
19. Guyomar D., Powers J., *Transient fields radiated by curved surfaces - Application to focusing*. Journal of the Acoustical Society of America, 1984. **76**(5): p. 1564-1572.
20. Stepanishen P.R., *An approach to computing time-dependent interaction forces and mutual impedances between pistons in a rigid planar baffle*. Journal of the Acoustical Society of America, 1970. **49**(1): p. 283-292.
21. Stepanishen P.R., *The transient response of arrays of transducers*. Journal of the Acoustical Society of America, 1971. **50**(3): p. 964-974.
22. Stepanishen P.R., *The time-dependent force and radiation impedance on a piston in a rigid infinite planar baffle*. Journal of the Acoustical Society of America, 1971. **49**(3): p. 841-849.
23. Stepanishen P.R., *The impulse response and mutual radiation impedance between a circular piston and a piston of arbitrary shape*. Journal of the Acoustical Society of America, 1973. **54**(3): p. 746-754.
24. Stepanishen P.R., *Asymptotic behavior of the acoustic nearfield of a circular piston*. Journal of the Acoustical Society of America, 1976. **59**(4): p. 749-754.
25. Stepanishen P.R., *Acoustic transients from planar axisymmetric vibrators using the impulse response approach*. Journal of the Acoustical Society of America, 1981. **70**(4): p. 1176-1181.
26. Harris G.R., *Review of transient field theory for a baffled planar piston*. Journal of the Acoustical Society of America, 1981. **70**(1): p. 10-20.
27. Harris G.R., *Transient field of a baffled planar piston having an arbitrary vibration amplitude distribution*. Journal of the Acoustical Society of America, 1981. **70**(1): p. 186-204.
28. Jeong M.K., *A Fourier transform-based sidelobe reduction method in ultrasound imaging*. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control, 2000. **47**(3): p. 759-763.
29. Harris F.J., *On the use of windows for harmonic analysis with the Discrete Fourier Transform*. IEEE Proceedings, 1978. **66**(1): p. 51-83.

30. Chen X., Schwarz K.Q., *Radiation pattern of a focused transducer: A numerically convergent solution*. Journal of the Acoustical Society of America, 1993. **94**(5): p. 2979-2991.
31. Coulouvrat F., *Continuous field radiated by a geometrically focused transducer: numerical investigation and comparison with an approximate model*. Journal of the Acoustical Society of America, 1993. **94**(3): p. 1663-1675.
32. Williams A.O.Jr., *Acoustic intensity distribution from a piston source*. Journal of the Acoustical Society of America, 1945. **17**(3): p. 219-227.
33. O'Neil H.T., *Theory of focusing radiators*. Journal of the Acoustical Society of America, 1949. **21**(5): p. 516-526.
34. Lucas B.G., Muir T.G., *The field of a focusing source*. Journal of the Acoustical Society of America, 1982. **72**(4): p. 1289-1296.
35. Kino G.S., *Acoustic waves: devices, imaging, and analog signal*. Prentice-Hall, Inc. ed. 2000.
36. Hamilton M.F., Gee D., *Comparison of three transient solutions for the axial pressure in a focused sound beam*. Journal of the Acoustical Society of America, 1992. **92**(1): p. 527-532.
37. Cathignol D., Sapozhnikov O.A., Zhang J., *Lamb waves in piezoelectric radiator as a reason for discrepancy between O'Neil's formula and experiment*. Journal of the Acoustical Society of America, 1997. **101**(3): p. 1286-1297.
38. Stepanishen P.R., Guigli J., *Acoustic scattering and transmission of wide-band plane waves by fluid loaded plates*. Journal of the Acoustical Society of America, 1980. **68**(3): p. 980-988.
39. Stepanishen P.R., Benjamin K.C., *Forward and backward projection of acoustic fields using FFT methods*. Journal of the Acoustical Society of America, 1982. **71**(4): p. 803-812.
40. Stepanishen P.R., Forbes M., Letcher S., *The relationship between the impulse response and angular spectrum methods to evaluate acoustic transient fields*. Journal of the Acoustical Society of America, 1991. **90**(5): p. 2794-2798.
41. Williams E.G., Maynard J.D., *Numerical evaluation of the Rayleigh integral for planar radiators using the FFT*. Journal of the Acoustical Society of America, 1982. **72**(6): p. 2020-2030.
42. Williams E.G., *Numerical evaluation of the radiation from un baffled, finite plates using the FFT*. Journal of the Acoustical Society of America, 1983. **74**(1): p. 343-347.

43. Orofino D.P., Pedersen P.C., *Efficient angular spectrum decomposition of acoustic sources - Part I: Theory*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 1993. **40**(3): p. 238-249.
44. Orofino D.P., Pedersen P.C., *Efficient angular spectrum decomposition of acoustic sources - Part II: Results*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 1993. **40**(3): p. 250-257.
45. Christopher P.T., *Comments on "Efficient angular spectrum decomposition of acoustic sources - Part I and II"*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 1994. **41**(4): p. 568-569.
46. Pedersen P.C., Orofino D.P., *Author's reply [on "Efficient angular spectrum decomposition of acoustic sources - Part I and II"]*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 1994. **41**(4): p. 570-571.
47. Orofino D.P., Pedersen P.C., *Evaluation of angle-dependent spectral distortion for infinite, planar elastic media via angular spectrum decomposition*. Journal of the Acoustical Society of America, 1993. **93**(3): p. 1235-1248.
48. Wu P., Kazys R., Stepinski T., *Analysis of the numerically implemented angular spectrum approach based on the evaluation of two-dimensional acoustic fields - Part I: Errors due to the discrete Fourier transform and discretization*. Journal of the Acoustical Society of America, 1996. **99**(3): p. 1339-1348.
49. Wu P., Kazys R., Stepinski T., *Analysis of the numerically implemented angular spectrum approach based on the evaluation of two-dimensional acoustic fields - Part II: Characteristics as a function of angular range*. Journal of the Acoustical Society of America, 1996. **99**(3): p. 1349-1359.
50. Wu P., Kazys R., Stepinski T., *Erratum: Analysis of the numerically implemented angular spectrum approach based on the evaluation of two-dimensional acoustic fields - Part I and II*. Journal of the Acoustical Society of America, 1996. **101**(4): p. 2395-2396.
51. Assad J., Rouvaen J.M., *Comments on "Analysis of the numerically implemented angular spectrum approach based on the evaluation of two-dimensional acoustic fields - Part I and II"*. Journal of the Acoustical Society of America, 1997. **101**(6): p. 3800.
52. Wu P., Kazys R., Stepinski T., *Response to "Comments on "Analysis of the numerically implemented angular spectrum approach based on the evaluation of two-dimensional acoustic fields - Part I and II""*. Journal of the Acoustical Society of America, 1996. **101**(6): p. 3804-3805.

-
53. Christopher P.T., *A solution to the longstanding problem associated with discrete Fourier transform-based, diffractive computation*. Journal of the Acoustical Society of America, 1993. **94**(6): p. 3515-3517.
 54. Christopher P.T., Parker K.J., *New approaches to the linear propagation of acoustic fields*. Journal of the Acoustical Society of America, 1991. **90**(1): p. 507-521.
 55. Waag R.C., Campbell J.A., Ridder J., Mesdag P.R., *Cross-sectional measurement and extrapolations of ultrasonic fields*. IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics, 1985. **32**(1): p. 26-35.
 56. Johnson H.F., *An improved method for computing a discrete Hankel transform*. Computer Physics Communications, 1987. **43**: p. 181-202.
 57. Ocheltree K.B., Frizzell L.A., *Sound field calculation for rectangular sources*. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control, 1989. **36**(2): p. 242-248.
 58. Lee C., Benkeser P.J., *A computationally efficient method for the calculation the the transient field of acoustic radiators*. Journal of the Acoustical Society of America, 1994. **96**(1): p. 545-551.
 59. Marechal P., Levassort F., Tran-Huu-Hue L.P., Lethiecq M., *Electro-acoustic response at the focal point of a focused transducer as a function of the acoustical properties of the lens*. Proceeding of the 5th World Congress on Ultrasonics, 2003: p. 535-538.

CHAPITRE III : INFLUENCE D'UNE LENTILLE DE FOCALISATION ACOUSTIQUE SUR LA REPONSE ELECTRO-ACOUSTIQUE

La focalisation d'une source ultrasonore permet d'améliorer localement la sensibilité et la résolution latérale et donc la qualité d'image dans une zone définie. L'amélioration des performances sera ici évaluée sur la réponse électro-acoustique au travers de la sensibilité, la résolution et le contraste. Un indice établissant la pondération des grandeurs évaluées permet de déterminer le compromis optimal pour l'imagerie. Dans un deuxième temps, des configurations sont établies afin de déterminer l'influence d'une focalisation acoustique au moyen d'une lentille. La modélisation du transducteur et les propriétés des couches le constituant sont alors détaillées. En particulier, la lentille est caractérisée par ses paramètres géométriques et acoustiques. Dans un troisième temps, les champs de pression rayonnés et la réponse électro-acoustique au point focal sont comparés en fonction du modèle et de l'impédance acoustique de la lentille, pour une distance focale F et un rayon de source a constants. Les résultats de simulation sont alors confrontés aux résultats expérimentaux. Enfin, les perspectives des modèles développés sont envisagées.

I Caractérisation de la réponse électro-acoustique

La qualité de l'image obtenue avec un transducteur ultrasonore intégré dans un système d'imagerie dépend des caractéristiques de la réponse électro-acoustique. Pour cela, des paramètres de sensibilité, résolution axiale et contraste axial évalués sur la réponse électro-acoustique doivent être pris en compte pour élaborer un transducteur adapté à l'imagerie haute résolution. Ces paramètres dépendent de la chaîne de transmission constituée par les différentes couches fonctionnelles du transducteur : les caractéristiques géométriques et propriétés acoustiques doivent être optimisées. Des corrélations entre ces paramètres peuvent être établies dans des cas simples, et permettent d'établir les tendances observées la plupart du temps. L'énergie acoustique délivrée par le transducteur étant finie, la résolution axiale et le contraste axial peuvent être améliorés au détriment de la sensibilité. Ce compromis est établi par la pondération des paramètres mentionnés précédemment en minimisant un indice de performance (*Equation 1.6, Chapitre I*). La minimisation de cet indice de performance est effectuée au moyen d'une optimisation itérative.

1.1 Sensibilité

La sensibilité amp est déterminée à partir de la fonction de transfert $H_t(f)$ du transducteur :

$$amp = \max\left(\text{env}\left(TF^{-1}\{H_t(f)\}\right)\right) \quad (\text{III.1})$$

où $\text{env}(x(t)) = |THilbert(x(t))|$ est l'enveloppe du signal réel $x(t)$ définie par le module de sa transformée de Hilbert.

La fonction de transfert du transducteur $H_t(f)$ est une fonction qui s'étend de part et d'autre de la fréquence centrale f_0 du transducteur. Afin de s'affranchir de la dépendance fréquentielle de la sensibilité amp (III.1), l'évaluation de la sensibilité est normalisée par f_0 :

$$amp_n = \frac{amp}{f_0} \quad (\text{III.2})$$

Pour des configurations spécifiques, la réponse électro-acoustique peut aussi être évaluée de façon à prendre en compte des fonctions de transfert amont (excitation électrique) et/ou aval (focalisation) du transducteur [1].

1.1.1 Focalisation

Dans le cas d'une évaluation de la réponse impulsionnelle résultant d'une source focalisée, la fonction de transfert de propagation $H_p(f)$ jusqu'au point focal doit être prise en compte :

$$amp_p = \max\left(\text{env}\left(TF^{-1}\{H_t(f)H_p(f)\}\right)\right) \quad (\text{III.3})$$

La fonction de transfert de propagation $H_p(f)$ est évaluée grâce au code de propagation basé sur l'intégrale de Rayleigh (*Chapitre II*), et dépend essentiellement de la géométrie de la source et de la fréquence centrale f_0 . Ainsi, pour une source focalisée, la normalisation n'est plus effective, puisque le gain de focalisation G dépend de la fréquence centrale f_0 et de la géométrie du transducteur. Comme l'ont montré *Lucas et Muir* [2], la formule approchée du gain de focalisation G dépend de la longueur d'onde \mathbf{l} (donc de la fréquence centrale f_0), de la surface S de la source de rayon a et de la distance focale F :

$$G \simeq \frac{ka^2}{2F} = \frac{S}{\mathbf{l}F} = \frac{Sf_0}{Fc_0},$$

avec $S = \mathbf{p} a^2$, la surface de la source et $\mathbf{l} = c_0 / f_0$ la longueur d'onde.

La sensibilité (III.3) pour une source focalisée dépend donc de la fréquence centrale f_0 . Pour obtenir une évaluation de la sensibilité indépendante de la fréquence, la sensibilité doit être normalisée par la fréquence centrale f_0^2 :

$$amp_{p,n} = \frac{amp_p}{f_0^2} \simeq \frac{Gamp}{f_0^2} = \frac{Samp_n}{Fc_0} \quad (\text{III.4})$$

Ainsi, l'évaluation de la sensibilité avec $amp_{p,n}$ (III.4) est indépendante de la fréquence centrale f_0 du transducteur. Seule intervient la géométrie de la source, avec sa surface active S et sa distance focale F .

I.1.2 Excitation électrique

Afin d'optimiser la réponse électro-acoustique du transducteur pour une excitation électrique donnée de spectre $H_e(f)$, celle-ci peut être prise en compte au niveau de la fonction de transfert en émission. Par définition, la réponse impulsionnelle est $h(t) = TF^{-1}\{H(f)\}$, autrement dit elle est la réponse à une impulsion de Dirac $\mathbf{d}(t)$. La réponse à une excitation quelconque $V_e(t)$ résulte donc du produit de convolution de cette excitation par la réponse impulsionnelle $h(t)$:

$$h_e(t) * h(t) \Leftrightarrow H_e(f) \cdot H_t(f)$$

On définit alors la sensibilité résultant de l'excitation électrique $U(t)$:

$$amp_e = \max\left(\text{env}\left(TF^{-1}\{H_e(f)H_t(f)\}\right)\right) \quad (\text{III.5})$$

Dans ce cas, la sensibilité n'est plus fonction de la fréquence centrale f_0 , et la normalisation de la sensibilité par f_0 (III.2) n'est plus nécessaire :

$$amp_{e,n} = amp_e \quad (\text{III.6})$$

I.1.3 Généralisation

De façon plus générale, la sensibilité peut intégrer les fonctions de transfert inhérentes aux protocoles de simulation ou de mesure. Ainsi, par la suite, la sensibilité prise en compte pour les configurations focalisées intègre le spectre de l'excitation électrique $H_e(f)$ (très large bande) et la fonction de transfert de propagation $H_p(f)$, propre à la source focalisée :

$$amp_{ep} = \max\left(\text{env}\left(TF^{-1}\{H_e(f)H_t(f)H_p(f)\}\right)\right) \quad (\text{III.7})$$

La sensibilité étant ici fonction de la fréquence centrale f_0 , son évaluation est normalisée par f_0 :

$$amp_{epn} = \frac{amp_{pe}}{f_0} \quad (\text{III.8})$$

La sensibilité définie précédemment (III.1) peut aussi être évaluée avec des fonctions de transfert amont et aval, induisant ou non une dépendance de la fréquence centrale f_0 . Cependant, l'évaluation de la sensibilité peut être adaptée et normalisée selon que la sensibilité est évaluée sur la réponse impulsionnelle d'un transducteur plan (III.1), sur la réponse impulsionnelle d'un transducteur focalisé (III.3), sur la réponse à une excitation d'un transducteur plan (III.5), ou sur la réponse à une excitation d'un transducteur focalisé (III.7). On peut donc proposer une évaluation de la sensibilité normalisée généralisée, selon la fonction de transfert envisagée (*Tableau III.1*).

	Transducteur plan	Transducteur focalisé
Réponse impulsionnelle	f_0 (III.1) et (III.2)	f_0^2 (III.3) et (III.4)
Réponse à une excitation	1 (III.5) et (III.6)	f_0 (III.7) et (III.8)

Tableau III.1 : Facteur de normalisation de la sensibilité selon la fonction de transfert.

La sensibilité normalisée $amp_{x,n}$ peut ainsi s'écrire en fonction puissance p de la fréquence centrale, où le facteur puissance p est adapté selon la configuration envisagée dans le *Tableau III.1* :

$$amp_{x,n} = \frac{amp_x}{f_0^p} \quad (III.9)$$

1.2 Durée d'une excitation gaussienne

D'une façon générale, les propriétés temporelle (durée) et spectrale (bande passante) d'un signal quelconque sont reliées. Ces liens sont ici rappelés pour le cas d'un signal dit gaussien, c'est-à-dire avec une enveloppe gaussienne. Le spectre d'une excitation gaussienne centrée en $f = f_0$ et sa formulation temporelle centrée en $t = t_0$ sont liés par la transformée de Fourier :

$$\begin{aligned} u(f) = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{f-f_0}{s_f} \right)^2} e^{j2p f_0 t_0} &\Leftrightarrow u(t) = \sqrt{2ps_f} e^{-2(s_f p (t-t_0))^2} e^{j2p f_0 (t-t_0)} \\ &\Leftrightarrow u(t) = \frac{1}{\sqrt{2ps_t}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t-t_0}{s_t} \right)^2} e^{j2p f_0 (t-t_0)} \end{aligned} \quad (III.10)$$

Les écritures spectrale ou temporelle (III.10) d'un signal gaussien sont liées par la correspondance entre les écart-types temporel s_t et spectral s_f :

$$s_t = \frac{1}{2ps_f} \quad (III.11)$$

Ainsi, la durée et la bande passante peuvent être évaluées indifféremment avec les expressions temporelle ou spectrale du signal gaussien.

I.2.1 Expression temporelle

La durée relative (ou normalisée) à la période T_0 du signal à $-n$ dB est notée $d_{n,r}$ et s'écrit directement en fonction de l'écart-type temporel \mathbf{s}_t :

$$d_{n,r} = \frac{d_n}{T_0} = \left(\frac{d}{T_0} \right)_{-ndB} = 2\sqrt{\frac{n \ln(10)}{10}} \frac{\mathbf{s}_t}{T_0} \quad (\text{III.12})$$

Ainsi, à -6 et -30 dB, l'expression (III.12) donne :

$$\frac{d_6}{T_0} = \frac{2\sqrt{2 \ln(2)} \mathbf{s}_t}{T_0} \quad \text{et} \quad \frac{d_{30}}{T_0} = \frac{2\sqrt{3 \ln(10)} \mathbf{s}_t}{T_0} \quad (\text{III.13})$$

I.2.2 Expression spectrale

De même, la bande passante relative (ou normalisée) à $-n$ dB est notée $\Delta f_{n,r}$ et s'écrit :

$$\Delta f_{n,r} = \frac{\Delta f_n}{f_0} = \left(\frac{\Delta f}{f_0} \right)_{-ndB} = 2\sqrt{\frac{n \ln(10)}{10}} \frac{\mathbf{s}_f}{f_0} \quad (\text{III.14})$$

A partir des expressions de la durée normalisée (III.12), de la bande passante normalisée (III.14) et du lien entre les écarts-types temporel et spectral (III.11), on déduit la correspondance entre la bande passante Δf_n et la durée de l'excitation d_n :

$$d_n = \frac{n \ln(10)}{5p \Delta f_n} \quad (\text{III.15})$$

Ainsi, à -6 dB, on retrouve bien la relation entre la durée d_6 et la bande passante à mi-hauteur Δf_6 utilisée pour caractériser la résolution axiale (paragraphe A2.1.3, *Annexe 2*) :

$$d_6 = \frac{4 \ln(2)}{p \Delta f_6} \simeq \frac{0,88}{\Delta f_6} \quad \text{et} \quad d_{30} = \frac{6 \ln(10)}{p \Delta f_{30}} \simeq \frac{4,4}{\Delta f_{30}} \quad (\text{III.16})$$

Pour un signal gaussien, on retrouve bien la dualité temps-fréquence formalisée par la relation (III.11). Plus concrètement, elle est illustrée par la relation entre durée et bande passante à $-n$ dB (III.15) : plus la durée de l'excitation est courte, plus la bande passante est importante et réciproquement.

I.2.3 Relations et valeurs typiques

I.2.3.1 Facteur de forme

Pour une excitation gaussienne, les durées d_n et d_6 ou les bandes passantes Δf_n et Δf_6 sont proportionnelles (III.17), de façon identique :

$$\frac{d_n}{d_6} = \frac{\Delta f_n}{\Delta f_6} = \sqrt{\frac{n \ln(10)}{20 \ln(2)}} \quad (\text{III.17})$$

La valeur du rapport (III.17) est simplement proportionnelle à la racine carrée de n . Ce rapport constitue un facteur de forme et permet de déterminer si la réponse caractérisée est proche d'une gaussienne. Ainsi, pour $n = -30$ dB on obtient $d_{30} / d_6 = 2,23$.

I.2.3.2 Durée et bande passante relative

La durée d_n (III.16) normalisée par T_0 est exprimée en fonction de la bande passante $\Delta f_{6,r} = \Delta f_6 / f_0$:

$$\frac{d_n}{T_0} = \frac{2\sqrt{5n \ln(10) \ln(2)}}{5p} \frac{f_0}{\Delta f_6} \approx \frac{0,36\sqrt{n}}{\Delta f_{6,r}} \quad (\text{III.18})$$

L'expression (III.18) permet de déterminer la durée à $-n$ dB (pour une réponse proche d'une gaussienne) en fonction de la bande passante relative à -6 dB (Figure III.1 (a)).

Ainsi, pour $n = -6$ et -30 dB on obtient respectivement (Figure III.1 (b)) :

$$\frac{d_6}{T_0} \approx \frac{0,88}{\Delta f_{6,r}} \quad \text{et} \quad \frac{d_{30}}{T_0} \approx \frac{1,97}{\Delta f_{6,r}} \quad (\text{III.19})$$

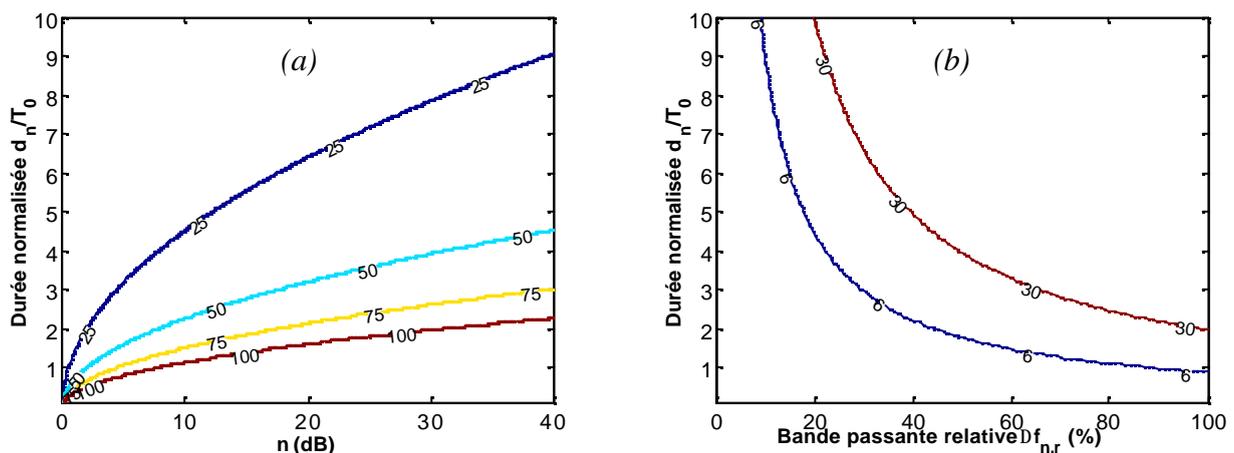


Figure III.1 : (a) Durée normalisée en fonction du seuil à $-n$ dB pour une bande passante relative à -6 dB de 25, 50, 75 et 100 % ; (b) Durée normalisée en fonction de la bande passante relative à $-n$ dB pour des seuils à -6 et -30 dB.

1.3 Indice de performance

La mise en place d'un indice de performance a pour objectif de caractériser la réponse électro-acoustique d'un transducteur. L'indice de performance (I.13) basé sur une évaluation de la résolution axiale (d_6), du contraste axial (d_{30}) et de la sensibilité (amp) a été généralisé de façon à prendre en compte les fonctions de transfert données par le *Tableau III.1*. Ces paramètres ont été pondérés par 3 coefficients ($\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{g}$) = (8, 8, 3) et évalués relativement à la fréquence centrale $f_0 = 1/T_0$ avec le facteur puissance p adéquat pour la fonction de transfert prise en compte :

$$IP = \mathbf{a}d_6f_0 + \mathbf{b}d_{30}f_0 - \mathbf{g}\frac{amp_x}{f_0^p} \quad (\text{III.20})$$

Ainsi, la réponse électro-acoustique d'un transducteur peut être évaluée avec un schéma équivalent. Plus particulièrement, le schéma KLM (*Annexe 3*) permet de prendre en compte le spectre de l'excitation $H_e(f)$ et de modéliser la fonction de transfert $H_t(f)$. Le code de propagation développé au cours du *Chapitre 2* permet quant à lui de calculer la fonction de transfert de propagation $H_p(f)$. Ainsi, la sensibilité amp_x de la réponse électro-acoustique peut être évaluée selon la fonction de transfert $H(f)$ étudiée. Pour plus de stabilité durant l'optimisation, les durées d_6 et d_{30} sont évaluées par rapport à celles d'une gaussienne équivalente, avec respectivement 76,1 et 99,1 % de la surface de l'enveloppe [1, 3].

L'indice de performance normalisé pour les différentes fonctions de transfert (III.20) peut alors être développé indifféremment avec les expressions temporelle ou spectrale du signal gaussien :

$$IP = \left(2\mathbf{a}\sqrt{2\ln(2)} + 2\mathbf{b}\sqrt{3\ln(10)}\right)\frac{\mathbf{s}_t}{T_0} - \mathbf{g}amp_x T_0^p \quad (\text{III.21})$$

ou

$$IP = \frac{\mathbf{a}\sqrt{2\ln(2)} + \mathbf{b}\sqrt{3\ln(10)}}{\mathbf{p}}\frac{f_0}{\mathbf{s}_f} - \mathbf{g}\frac{amp_x}{f_0^p} \quad (\text{III.22})$$

Comme l'illustrent les relations (III.21) ou (III.22), l'indice de performance appliqué à un signal gaussien permet d'évaluer l'écart-type temporel \mathbf{s}_t ou spectral \mathbf{s}_f et la sensibilité amp_x normalisée par f_0^p . Cependant, pour un signal quelconque, le rapport entre l'écart-type et la durée n'est pas connu, d'où la nécessité d'un tel indice de performance qui différencie la durée à -6 et à -30 dB.

1.4 Optimisation

A partir des formulations équivalentes (III.21) et (III.22), l'optimisation de la réponse électro-acoustique peut s'opérer aussi bien sur la réponse temporelle que sur le spectre. L'influence de la durée de la réponse est donc prépondérante (paramètres \mathbf{a} et \mathbf{b}). La sensibilité est évaluée avec le troisième terme (paramètre \mathbf{g}) qui prend en compte la sensibilité intrinsèque basée sur la réponse impulsionnelle du transducteur (résultante de la transduction et de l'adaptation d'impédance, *Annexe 3*). Par ailleurs, comme l'illustre la *Figure III.2* la prise en compte de l'excitation électrique (fonction de transfert H_e) et/ou d'une focalisation (fonction de transfert H_p) peut venir pondérer la réponse impulsionnelle (fonction de transfert H_t). L'évaluation de la sensibilité peut alors être adaptée (III.9) à la configuration étudiée. Les variations de l'indice de performance sont relativement complexes car les grandeurs évaluées sont très souvent corrélées, et l'optimal recherché est le résultat d'un compromis.

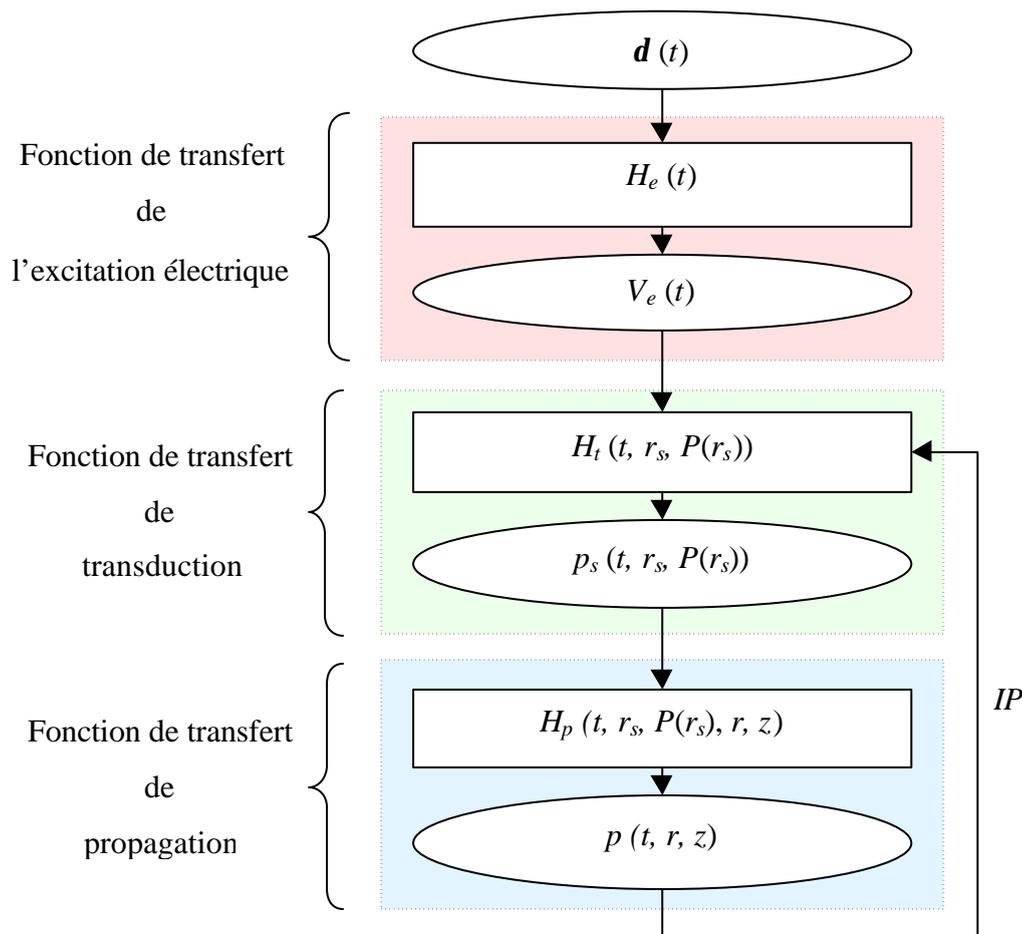


Figure III.2 : Procédure incrémentale d'optimisation des propriétés du transducteur en émission avec les fonctions de transfert optionnelles d'excitation électrique et/ou de propagation.

Ainsi, concernant la sensibilité, l'efficacité de l'élément piézo-électrique à la source de l'excitation est décrite par le coefficient de couplage en épaisseur k_t . Ses propriétés diélectriques, son k_t , et les impédances ramenées des charges acoustiques en faces arrière et avant décrivent son impédance électrique Z_e (I.4) qui intervient au niveau du rendement électrique à l'émission (*Figure I.13*). Son impédance acoustique est un élément important pour l'adaptation d'impédance des milieux arrière et avant, et pour l'optimisation du rendement acoustique à l'émission et à la réception.

Par ailleurs, les adaptations d'impédances électrique et acoustique exercent une influence sur la durée de l'excitation. L'optimisation du coefficient de réflexion à chaque interface permet d'éviter les perturbations sur l'impulsion (milieu arrière absorbant) d'émission et d'augmenter la bande passante (lames adaptatrices en face avant). Le milieu arrière, dès lors qu'il est suffisamment atténuant et long, permet d'éviter le retour de l'impulsion absorbée. Les épaisseurs des lames avant d'adaptation et des collages (non négligeables en haute fréquence) permettent d'ajuster le compromis sensibilité/bande passante selon l'indice de performance envisagé.

Enfin, et c'est l'objet du paragraphe suivant, le résultat global de la transduction est focalisé afin d'améliorer la sensibilité. Comme décrit précédemment (*Figure I.11, Chapitre I*), deux types de focalisation sont envisagées : par mise en forme de l'élément actif (que l'on nommera focalisation géométrique) ou par ajout d'une lentille sur un élément piézo-électrique plan (que l'on nommera focalisation acoustique).

Si l'optimisation selon le critère de performance IP (I.6) est aisée pour une configuration plane unidimensionnelle avec le schéma KLM (*Annexe 3*), elle ne va pas de soi pour une configuration focalisée : une modélisation axisymétrique est nécessaire.

II Influence d'une lentille acoustique

La modélisation de la géométrie axisymétrique du transducteur mono-élément est requise pour déterminer le profil source à la surface de la lentille (*Chapitre II*). Pour cela, une modélisation par éléments finis avec le logiciel ATILA a été choisie et développée. L'inconvénient majeur d'une telle méthode de modélisation réside dans le temps de calcul, et la difficulté de la mise en place d'une procédure itérative d'optimisation. Une méthode alternative basée sur le modèle KLM a également été développée et modifiée par approches successives, de façon à prendre en compte la fonction de transfert due à la lentille acoustique.

L'objectif de ces modélisations est de déterminer l'influence d'une lentille acoustique pour deux types de configuration : la première est basée sur un élément piézo-électrique avec un milieu arrière absorbant et un milieu avant permettant de réaliser l'adaptation d'impédance et de focaliser. La seconde configuration comporte en plus une lame adaptatrice entre l'élément piézo-électrique et la lentille de focalisation acoustique, en vue d'améliorer la sensibilité et la résolution axiale. L'influence des propriétés acoustiques de la lentille est étudiée à distance focale F constante et un rayon de source a constant.

II.1 Configurations

II.1.1 Initialisation

Les configurations étudiées sont basées sur une céramique piézo-électrique en titanate de plomb (Pz34 de *Ferroperm Piezoceramics*), choisie pour ses propriétés diélectriques bien adaptées aux transducteurs mono-éléments, en haute fréquence (*Tableau III.2*). En effet, la constante diélectrique à déformation constante dans la direction de l'épaisseur ($\epsilon_{33,r}^s = 154$) permet généralement de réaliser une bonne adaptation électrique autour de la résonance avec le générateur (50Ω). Pour cela, le rayon du disque piézo-électrique a été fixé à $a = 1,125$ mm, et son épaisseur à $e_p = 50$ μm . Le premier mode épaisseur donne une fréquence de résonance à $f_0 = 43$ MHz. Par contre l'impédance acoustique de la céramique élevée doit être adaptée en face arrière pour l'absorption, et en face avant pour la transmission. Des itérations successives à l'aide du modèle unidimensionnel KLM (*Annexe 3*) et de l'indice de performance (III.9) permettent une optimisation des couches avant et arrière pour une application en imagerie médicale haute résolution. Cette optimisation conduit à une impédance du milieu arrière $Z_{ar} = 3,8$ MRa, $Z_{lamel} = 6,8$ MRa, et $Z_{lamel2} = 2,2$ MRa. Le compromis sensibilité / bande passante est déterminé par l'indice de performance modulable choisi.

\mathbf{r} (kg/m ³)	c_{11}^E (GPa)	c_{12}^E (GPa)	c_{13}^E (GPa)	c_{33}^E (GPa)	c_{44}^E (GPa)	e_{13} (C/m ²)	e_{15} (C/m ²)	e_{33} (C/m ²)	\mathbf{e}_{11}^S, r	\mathbf{e}_{33}^S, r
7550	188,4	80,2	82,3	127,2	58,9	3,81	2,31	6,87	181	154

\mathbf{r} : masse volumique ; c_{ij}^E : tenseur d'élasticité à champ électrique constant ; e_{ij} : tenseur de piézo-électricité ; \mathbf{e}_{ii}^S, r : permittivité diélectrique relative à déformation constante.

Tableau III.2 : Propriétés du disque piézo-électrique en Pz34 utilisé pour les simulations

II.1.2 Transducteurs avec et sans lame adaptatrice

La configuration initiale (milieu arrière et élément piézo-électrique) ainsi établie sert de base à l'étude de l'influence des paramètres acoustiques et géométriques de la lentille. Les propriétés de la lame adaptatrice sont optimisées dans le cadre de la configuration initiale équipée en face avant de deux lames adaptatrices. Les caractéristiques acoustiques résultantes pour les deux lames adaptatrices (d'épaisseur quart d'onde) sont synthétisées dans le *Tableau III.3*. L'optimisation de la configuration initiale a permis de définir les impédances acoustiques des différents éléments constitutifs. La densité de maillage longitudinal a été optimisée pour un calcul en régime transitoire et pour chacune des couches constituant le transducteur (*Chapitre II*). Par la suite, la densité de maillage longitudinal pour la lentille a été ajustée par rapport à celle de la seconde lame adaptatrice. Elle a été réévaluée pour l'épaisseur maximale, et la valeur indiquée (16 mailles par longueur d'onde) dans le *Tableau III.3* a été réduite à la valeur minimale de 9 mailles par longueur d'onde.

Matériau	Milieu arrière	Disque piézo-électrique	Première lame adaptatrice	Seconde lame adaptatrice	Milieu avant
Z (MRa)	3,8	35	6,8	2,2	1,5
\mathbf{r} (kg/m ³)	1815	7550	3930	1035	1000
c_l (m/s)	2120	4630	1725	2100	1490
c_t (m/s)	1005	2675	850	1060	–
l_l / λ (u.a.)	9	1/2	1/4	1/4	-
n_l / λ (mailles)	5	16	16	16	8

Z : impédance acoustique ; \mathbf{r} : masse volumique ; c_l : vitesse longitudinale ; c_t : vitesse transverse ; l_l / λ : épaisseur normalisée par la longueur d'onde ; n_l / λ : nombre de mailles par longueur d'onde.

Tableau III.3 : Propriétés acoustiques, épaisseur et densité du maillage des éléments constitutifs du transducteur mono-élément.

Le découpage radial de la source a été affiné jusqu'à obtenir la convergence du champ de déplacement relevé à la surface de la lentille, soit un échantillonnage de 3 mailles par longueur d'onde. Seules les caractéristiques de la première lame adaptatrice seront retenues pour la configuration avec lame et lentille en face avant (*Figure III.3 (b)*). On retiendra que pour une seconde lame adaptatrice, l'impédance acoustique optimisée se situe à $Z_2 = 2,2 \text{ MRa}$ [4]. Deux configurations de transducteurs ont donc été étudiées : la première est constituée d'un milieu arrière, d'un élément piézo-électrique, et d'une lentille acoustique (*Figure III.3 (a)*) ; la seconde est constituée d'un milieu arrière, d'un élément piézo-électrique, d'une lame adaptatrice et d'une lentille acoustique (*Figure III.3 (b)*).

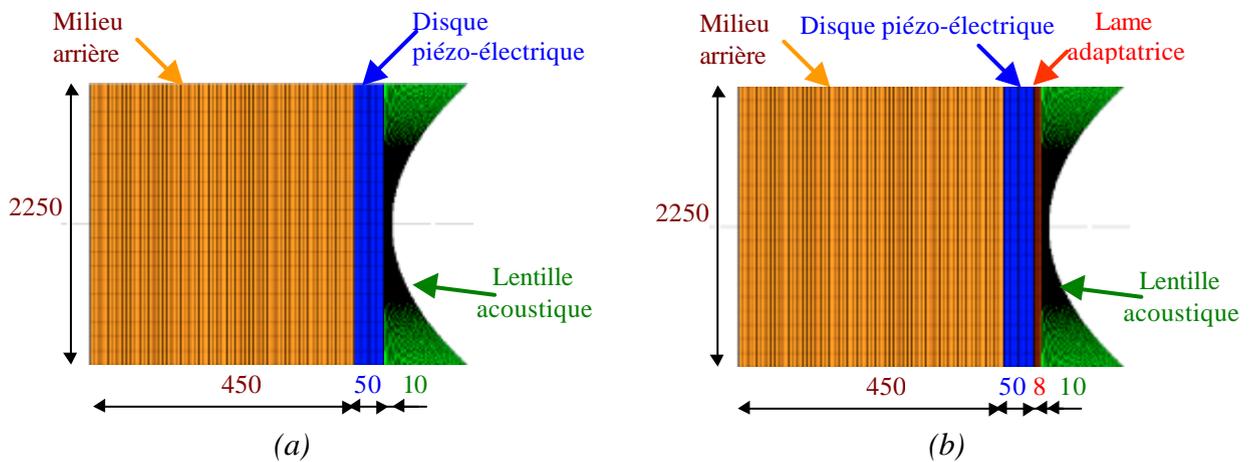


Figure III.3 : Configurations face avant étudiées (a) lentille seule et (b) lame adaptatrice et lentille.

Les courbes d'impédance préliminaires sont calculées dans l'air pour un milieu avant semi-infini (*Figure III.4 (a)*). On peut observer le mode de résonance du disque piézo-électrique amorti par le milieu arrière (résonateur simple amorti : un seul mode résonance). La présence de lames adaptatrices en face avant vient ajouter des modes de résonance et modifie le mode initial du résonateur amorti. Ainsi, l'ajout d'une première lame adaptatrice à la structure fait apparaître deux modes de résonance, puis avec l'ajout d'une seconde lame en fait apparaître un troisième.

Ces résonances bien distinctes dans l'air (dont l'impédance acoustique est très faible) sont lissées dès lors qu'une charge d'impédance proche de celle de l'eau est disposée en milieu avant (*Figure III.4 (b)*). Les courbes d'impédance obtenues pour la configuration avec la lame adaptatrice et la lentille (dont les propriétés acoustiques sont celles de la deuxième lame adaptatrice) sont à mi-chemin entre celles obtenues pour les configurations avec une et deux lames adaptatrices.

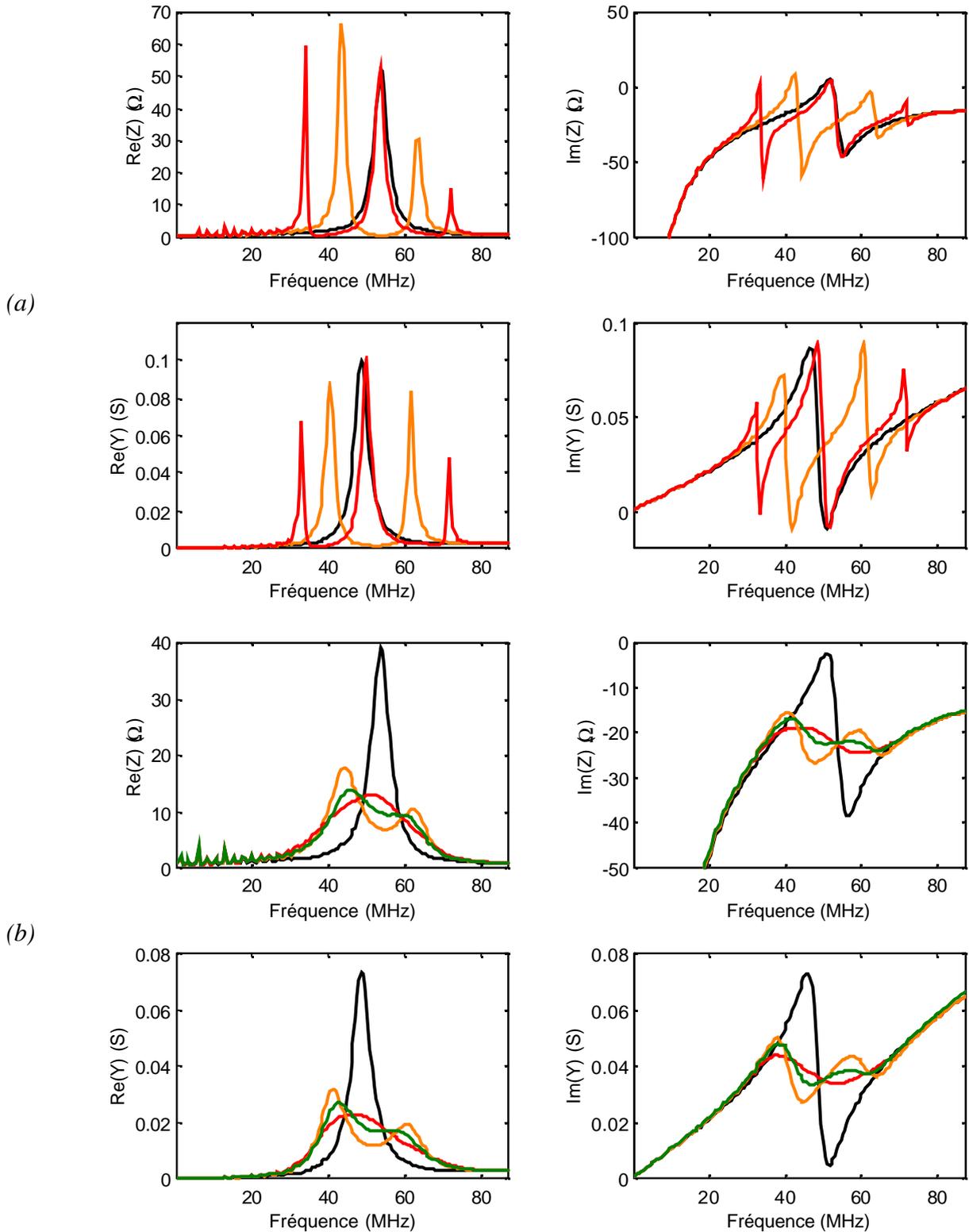


Figure III.4 : Courbes d'impédance pour le milieu arrière et l'élément piézo-électrique seuls (noir), avec la première lame adaptatrice (orange), avec les deux lames adaptatrices (rouge), avec la première lame adaptatrice et la lentille acoustique avec un rayon de courbure $R_{\xi} = 2$ mm (vert) (a) dans l'air, (b) dans l'eau.

Afin d'illustrer l'amélioration de la réponse électro-acoustique en pression, celle-ci a été simulée au moyen du modèle unidimensionnel KLM à l'interface entre la face avant et le milieu de propagation. On peut ainsi observer l'amélioration notable de la réponse électro-acoustique (*Figure III.5 (a)*) : d'amplitude plus importante et de durée plus courte à mesure que la première puis la seconde lame adaptatrice sont ajoutées en face avant. Dans le même temps, le spectre subit aussi des modifications (*Figure III.5 (b)*) : l'ajout d'une première lame adaptatrice permet un élargissement du spectre, au prix d'une dissociation en pics de part et d'autre de la fréquence centrale de l'élément piézo-électrique amorti par le milieu arrière. L'ajout d'une seconde lame adaptatrice permet de retrouver la forme du spectre recherchée, tout aussi large à mi-hauteur, avec un seul pic centré sur la fréquence de résonance légèrement décalé vers les basses fréquences.

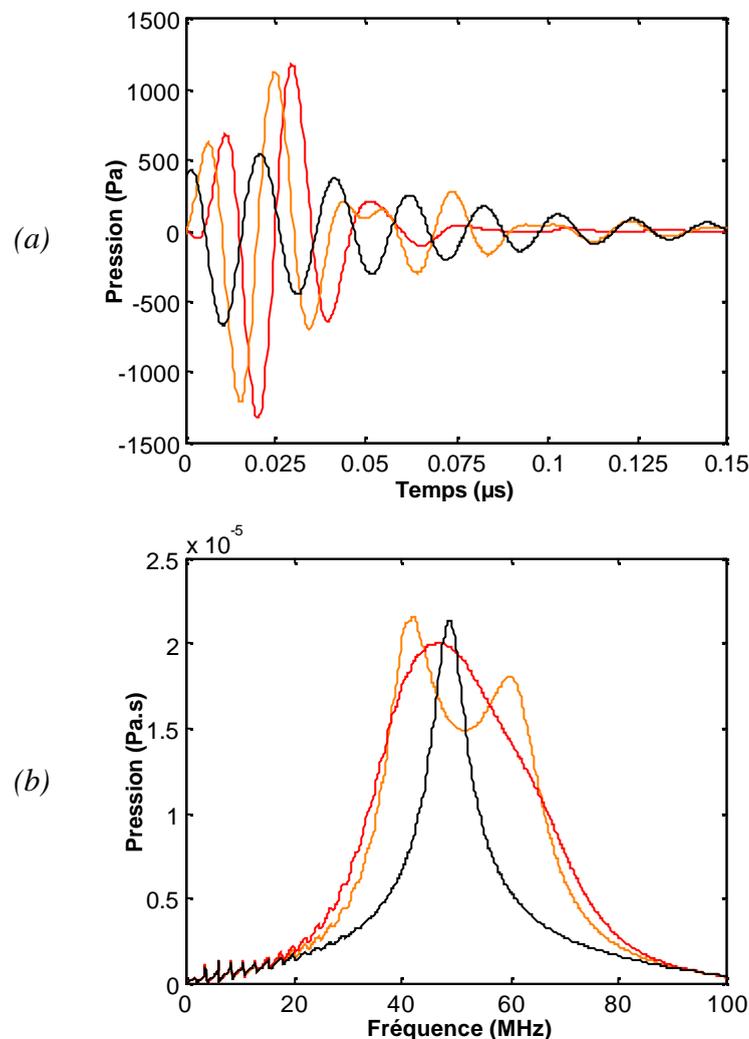


Figure III.5 : Réponses en pression dans l'eau pour le milieu arrière et l'élément piézo-électrique seuls (noir), avec la première lame adaptatrice (orange), avec les deux lames adaptatrices (rouge).

L'ajout de lames adaptatrices en face avant permet donc d'améliorer le compromis entre sensibilité et bande passante. Cet effet a été largement étudié et a été l'objet de nombreux travaux (*Annexe 3*). Le fait d'ajouter une lentille acoustique en face avant, outre qu'il permet d'améliorer la sensibilité et la résolution radiale n'a pas été (à notre connaissance) étudié au sens d'une valeur d'impédance acoustique optimale comme l'ont été les lames adaptatrices d'épaisseur quart d'onde.

En effet, le problème alors posé consiste en une optimisation des caractéristiques acoustiques de la lentille, mais aussi géométriques. Ainsi, l'influence des propriétés géométriques d'une lentille acoustique sphérique est rappelée (*Annexe 5*), et les propriétés acoustiques sont déduites afin d'étudier le paramètre qui fait l'objet de ce chapitre : l'étude de l'influence de l'impédance acoustique de la lentille à distance focale constante.

II.2 Propriétés de la lentille

Les lentilles sont réalisées à partir d'une matrice en résine de type époxy et de diverses charges telles que l'air (époxy poreux) ou l'argent [5-7] sous forme de particules. Ainsi, l'impédance acoustique de la lentille Z_l est modifiée tout en conservant une distance focale F constante. Pour cela, la géométrie de la lentille a été ajustée et ses propriétés ont été déterminées à partir de modèles d'homogénéisation pour des matériaux passifs. Les propriétés homogénéisées (\mathbf{r} , c_l) servent alors de base au calcul du rayon de courbure R_c de la lentille, de manière à garder la distance focale optique F constante (*Annexe 5*).

La focalisation d'une source acoustique est décrite de façon à déterminer dans un premier temps la distance focale (sous-entendue géométrique). Dans un second temps, la focale effective est déduite comme la résultante de ce premier calcul (focalisation géométrique) et de la distance de champ proche (focalisation naturelle).

II.2.1 Focalisation optique

Le formalisme employé pour décrire la focalisation par une lentille acoustique a été emprunté à celui utilisé en optique [8]. La mise en place d'une lentille d'indice de réfraction n_1 entre la source et son image acoustique vient interférer dans la transmission entre les milieux amont et aval respectivement d'indices de réfraction n_0 et n_2 .

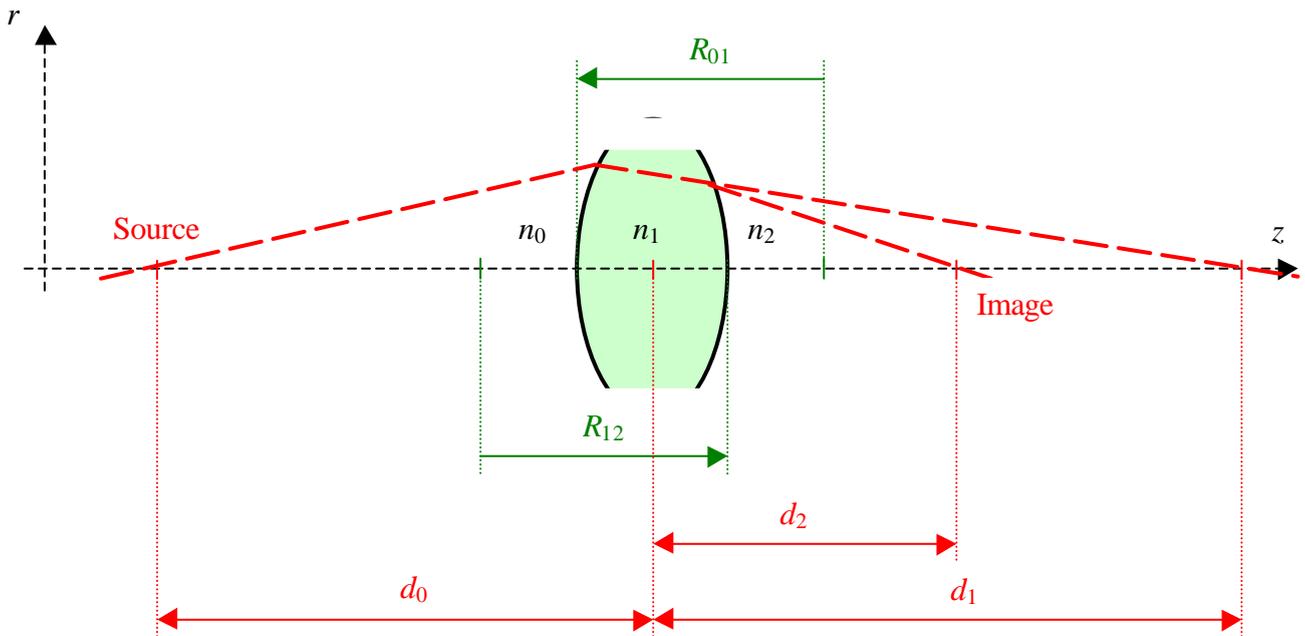


Figure III.6 : Lentille acoustique de focalisation biconvexe en fonction des indices de réfraction des milieux amont (c_0), aval (c_2), et dans la lentille (c_1).

On cherche à déterminer la distance focale image. Pour cela on exprime les relations aux interfaces entre le milieu amont (n_0) et la lentille (n_1), puis entre la lentille (n_1) et le milieu aval (n_2) :

$$\frac{n_1}{d_1} + \frac{n_0}{d_0} = \frac{n_1 - n_0}{R_{01}} \quad (\text{III.23})$$

et

$$\frac{n_2}{d_2} - \frac{n_1}{d_1} = \frac{n_2 - n_1}{R_{12}} \quad (\text{III.24})$$

De (III.23) et (III.24), on déduit la relation générale :

$$\frac{n_0}{d_0} + \frac{n_2}{d_2} = \frac{n_1 - n_0}{R_{01}} + \frac{n_2 - n_1}{R_{12}} \quad (\text{III.25})$$

De façon plus particulière, pour une lentille (n_1) immergée dans un même milieu de propagation amont et aval d'indice de réfraction $n_0 = n_2$:

$$\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_2} = \left(\frac{n_1}{n_0} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_{01}} - \frac{1}{R_{12}} \right)$$

Si on renomme $F = -d_2$ la distance focale aval, $R_1 = R_{01}$ et $R_2 = R_{12}$, les rayons de courbure algébriques amont et aval, $n = n_1 / n_0$, le rapport des indices de réfraction de la lentille et du milieu de propagation, on obtient la relation :

$$F = \frac{1}{(1-n) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{1}{d_0}} \quad (\text{III.26})$$

Avec l'hypothèse d'une source d'onde plane, soit une source positionnée à l'infini ($d_0 \rightarrow +\infty$), on retrouve les expressions approchées développées dans l'Annexe 5 (Tableau A5.1). Dans le cas plus particulier d'un rayon de courbure amont infini ($R_1 \rightarrow +\infty$), on retrouve l'expression approchée usuelle pour une lentille simplement focalisée :

$$F = \frac{R_2}{n-1} \quad (\text{III.27})$$

où le rayon de courbure aval ($R_2 > 0$ pour une lentille convexe et $R_2 < 0$ pour une lentille concave), et $n = n_1 / n_0 = c_0 / c_1$, est le rapport des indices de réfraction du milieu de propagation (n_0, c_0) et de la lentille (n_1, c_1). Dans la configuration étudiée, $n_0 = 1$, et $n = n_1$, c'est pourquoi on appelle n l'indice de réfraction de la lentille. Pour des configurations de lentille standard, cette expression permet d'établir la correspondance entre le rayon de courbure aval R_2 et l'indice de réfraction n . Pour des configurations fortement focalisées, la taille de la source doit être prise en compte (Annexe 5). Il existe par ailleurs d'autres approches géométriques, basées sur la théorie des rayons [9, 10] ou la détermination des caustiques [11].

Le degré de focalisation est défini comme l'inverse du f_{number} . Il permet de définir un compromis entre résolution radiale Δr et profondeur de champ Δp (paragraphe A2.2, Annexe 2) :

$$\left(\frac{\Delta r}{\Delta p} \right)_{-3dB} = 6,89 f_{number} \quad (\text{III.28})$$

Ainsi pour les applications en imagerie médicale, on se fixe un f_{number} compris entre 2 et 3 :

$$2 \leq f_{number} \leq 3, \quad \text{soit} \quad 4a \leq F \leq 6a \quad (\text{III.29})$$

Ici, afin d'obtenir une profondeur d'exploration de 5 à 10 mm, la distance focale F est maximisée dans le cadre de l'équation (III.29). Une distance focale $F = 6,5$ mm est donc choisie.

II.2.2 Propriétés géométriques et acoustiques

Les matériaux composites choisis pour fabriquer la lentille sont élaborés à partir d'une matrice en résine époxy et chargés avec de la poudre d'argent ou de l'air (matériau poreux). Ensuite, un modèle d'homogénéisation (ATA : *Average T-matrix Approximation*) permet de déterminer les vitesses longitudinales et transverses pour des matériaux polymères chargés [5-7]. La masse volumique du matériau homogénéisé est déduite de la fraction volumique de charge. Ainsi, les propriétés acoustiques de lentille (r , c_l) ont été déduites (Figure III.7 (a)) de celles des matériaux constituants par homogénéisation avec le modèle ATA. Les vitesses longitudinales c_l ainsi obtenues sont celles utilisées pour le calcul approché de la distance focale F .

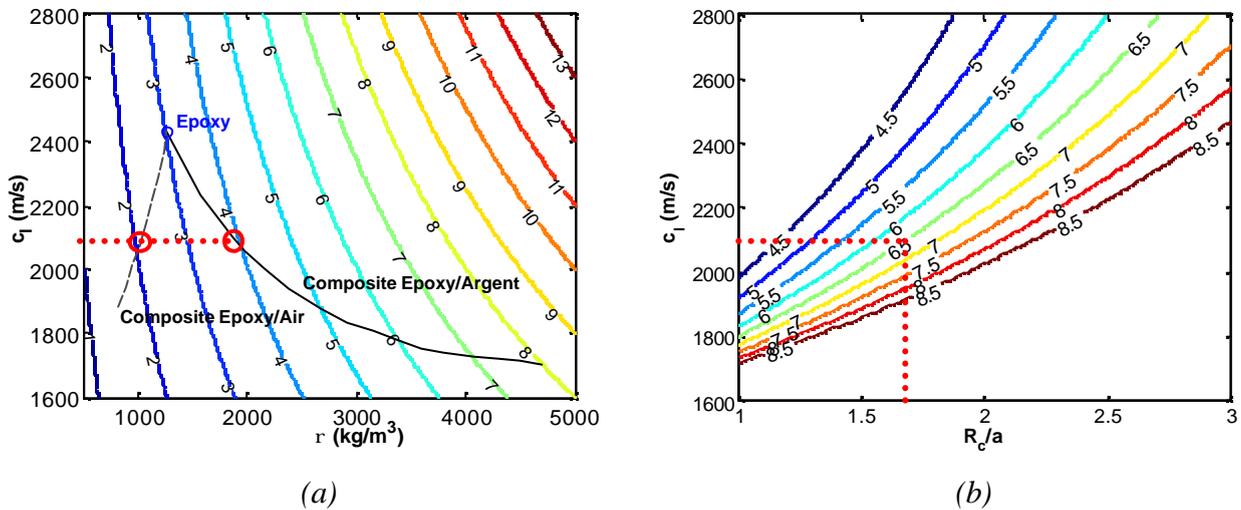


Figure III.7 : (a) Impédance acoustique ($Z_l = 1$ à 13 MRa) en fonction de la masse volumique (r) et de la vitesse longitudinale (c_l) de la lentille. La courbe noire représente les propriétés obtenues pour les composites 0–3 homogénéisés. (b) Distance focale approchée ($F = 4,5$ à $8,5$ mm) en fonction du rayon de courbure (R_c) et de la vitesse longitudinale (c_l) de la lentille.

Dans une première approche (III.27), tous les couples de propriétés géométrique (R_c) et acoustique (c_l) de lentille permettant d'obtenir une telle distance focale $F = 6,5$ mm choisie ont été déterminés (Figure III.7 (b)). Pour les configurations fortement focalisées, il existe des formulations plus précises (Annexe 5) faisant intervenir le rayon de la source a .

A titre d'exemple (Figure III.7 (a)) pour la vitesse longitudinale $c_l = 2100$ m/s, la ligne en pointillés et les ronds donnent l'impédance acoustique de la lentille selon le composite choisi. Les valeurs relevées à $Z_l = 2,2$ MRa et $3,9$ MRa sont respectivement celles retenues pour les configurations avec lame adaptatrice et lentille (Figure III.3 (b)) et avec lentille seule (Figure III.3 (a)).

II.2.3 Focalisation effective

Une fois la focale F déterminée, il reste à évaluer la focale effective z_0 . Cette dernière dépend du rapport F / L_{cp} entre la focale F et la focale naturelle appelée aussi longueur de champ proche L_{cp} [12]. Sa position peut être déterminée en utilisant la formulation de *Lucas et Muir* [2] (A4.10). Lorsque $F / L_{cp} < 0,2$ (en pointillés sur la *Figure III.8 (b)*), la relation $F = z_0$ est effective à 4 % près. Pour un rapport $F / L_{cp} < 2$, une formulation approchée de type (III.30) a été ajustée à 2 % près (III.31). Elle permet d'exprimer simplement la correspondance entre la focale effective z_0 , la focale optique F et la longueur de champ proche L_{cp} :

$$z_0 = \frac{F}{1 + a \left(\frac{F}{L_{cp}} \right)^{2-b}}, \quad (\text{III.30})$$

où les coefficients a et b sont déterminés de façon à donner une erreur relative moyenne minimale pour $0 < F / L_{cp} < 2$, comme l'illustre la *Figure III.8 (a)* qui suit :

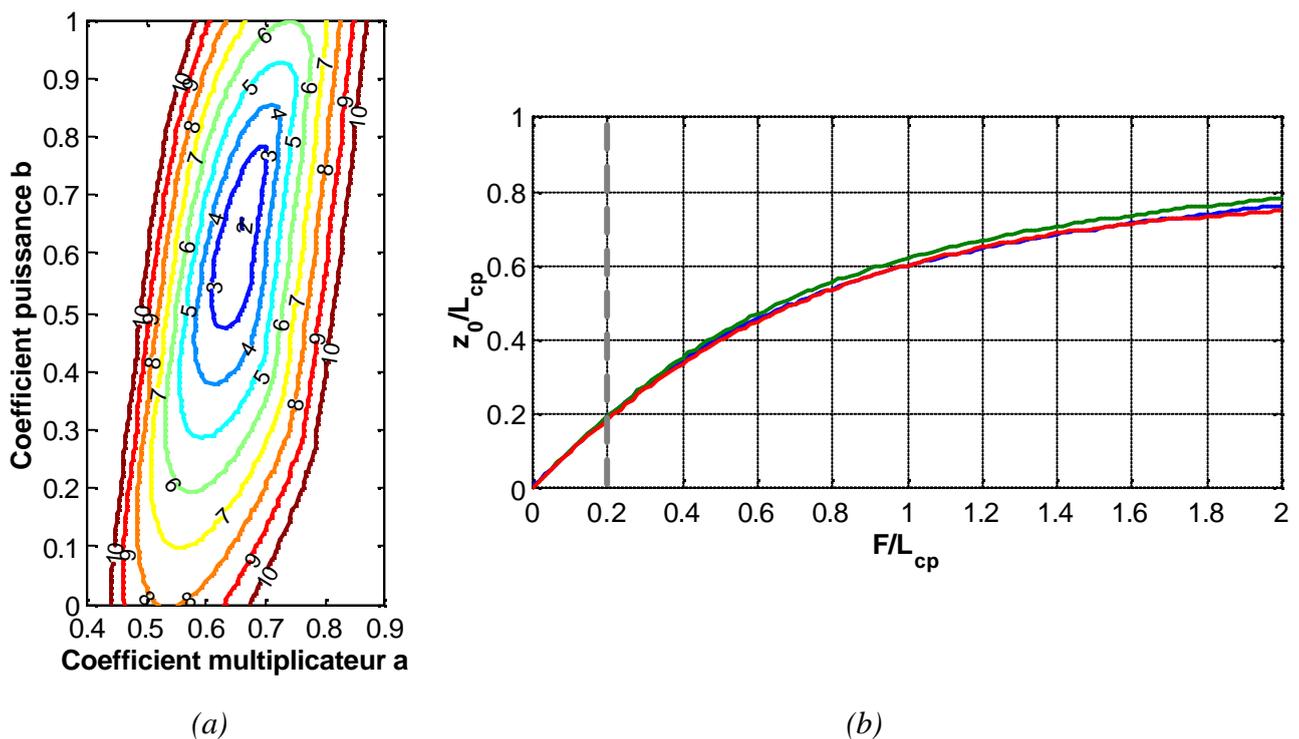


Figure III.8: (a) Erreur relative (%) de l'expression de la distance focale effective z_0 en fonction des coefficients multiplicateur a et puissance b (III.30) par rapport à celle donnée par *Lucas et Muir* [2]. (b) Focale effective normalisée par la distance de champ proche z_0 / L_{cp} en fonction de la focale optique normalisée par la distance de champ proche F / L_{cp} , calculée à partir de la formule de *Lucas et Muir* [2] (bleu), celle du *CAST* [13] (III.32) (verte) et ajustée (III.31) (rouge).

Ainsi, l'optimum recherché est déterminé pour des valeurs proches de $a = b = 2/3$. On retiendra donc cette expression pour la correspondance entre la focale effective z_0 , la focale optique F et la longueur de champ proche L_{cp} :

$$z_0 = \frac{F}{1 + \frac{2}{3} \left(\frac{F}{L_{cp}} \right)^3} \quad (\text{III.31})$$

L'expression (III.31) résultant de l'ajustement est comparée à celle donnée par *Lucas et Muir* (Figure III.8). On y observe bien la zone quasiment linéaire pour $F / L_{cp} < 0,2$ utilisée habituellement, et la bonne concordance (à 2 % près) de l'expression (III.31) pour les valeurs $0,2 < F / L_{cp} < 2$. Cette formulation approchée de la correspondance entre focale optique F et focale effective z_0 est en adéquation avec celle approchée donnée par le CAST [13] (à 4 % près) :

$$z_0 = \frac{\sqrt{1 + 4 \left(\frac{F}{L_{cp}} \right)^2} - 1}{2 \frac{F}{L_{cp}^2}} \quad (\text{III.32})$$

II.3 Simulations

La méthode des éléments finis permet de décrire des géométries complexes et d'en modéliser les modes de vibrations quels qu'ils soient. Une configuration axisymétrique permet d'étudier l'influence de la focalisation par une lentille acoustique sur le transducteur mono-élément étudié. De plus, les contributions des vibrations radiales vont être déterminées et quantifiées relativement aux vibrations longitudinales usuellement les seules prises en compte. Enfin, dans l'hypothèse de contributions radiales négligeables, une modélisation alternative basée sur le schéma unidimensionnel KLM (*Annexe 3*) permet de modéliser le comportement de la lentille acoustique.

II.3.1 Méthode des éléments finis

La méthode de résolution par éléments finis a été détaillée dans le *Chapitre II*. Le maillage optimal déterminé (*Tableau II.2*) est utilisé sur les configurations décrites : la première avec un milieu arrière, un élément piézo-électrique et en face avant une lentille seule (*Figure III.3 (a)*) ; la seconde avec une lame adaptatrice interposée entre l'élément piézo-électrique et la lentille (*Figure III.3 (b)*). Dans cette partie, la géométrie de la lentille (de rayon a et de distance focale F) a été fixée afin d'étudier l'influence de l'impédance acoustique de la lentille Z_l . Pour illustration, on choisit une

lentille avec $R_c = 2$ mm et $c_l = 2100$ m/s (Figure III.7 (b)) et on obtient $Z_l = 3,9$ MRa et 2,2 MRa (Figure III.7 (a)) respectivement pour les configurations avec lentille seule (Figure III.3 (a)) et avec lame adaptatrice et lentille (Figure III.3 (b)). Ces valeurs d'impédance sont proches de celles données par la formulation empirique pour l'imagerie de *Desilets*, soit respectivement $Z_l = 4,3$ MRa et 2,4 MRa pour l'ultime lame adaptatrice (paragraphe A3.2.1, Annexe 3). Le calcul de la transduction dépend de la bande passante de l'excitation électrique aux bornes de l'élément piézo-électrique ; le résultat peut être exprimé en déplacement ou en pression à la surface de la lentille. Deux conditions aux limites ont été imposées : la première consiste à laisser le déplacement radial libre (cas réel), et la seconde consiste à bloquer le déplacement radial (hypothèse simplificatrice).

II.3.1.1 Excitation électrique

L'excitation électrique appliquée est très large bande de façon à exciter l'élément piézo-électrique sur le plus grand nombre possible de modes de vibrations. De plus, la méthode de résolution en transitoire nécessite un pas de temps suffisamment faible devant la période fondamentale de vibration de l'élément piézo-électrique. Ce pas de temps a été diminué jusqu'à obtenir une convergence du résultat obtenu par éléments finis dans une configuration avec les déplacements radiaux bloqués avec celui donné par le modèle unidimensionnel KLM. Ainsi, pour une période fondamentale $T_0 = 1/f_0 = 20$ ns, le pas de temps adéquat a été déterminé pour $dt = 250$ ps. De plus, la forme de l'excitation a été choisie de façon à obtenir la plus large bande possible, soit une demie arche de sinus à la fréquence : $f_{exc} = f_e / 4 = 1$ GHz. L'excitation obtenue produit bien le spectre recherché, uniformément plat sur une plage de fréquence bien plus large que celle du transducteur.

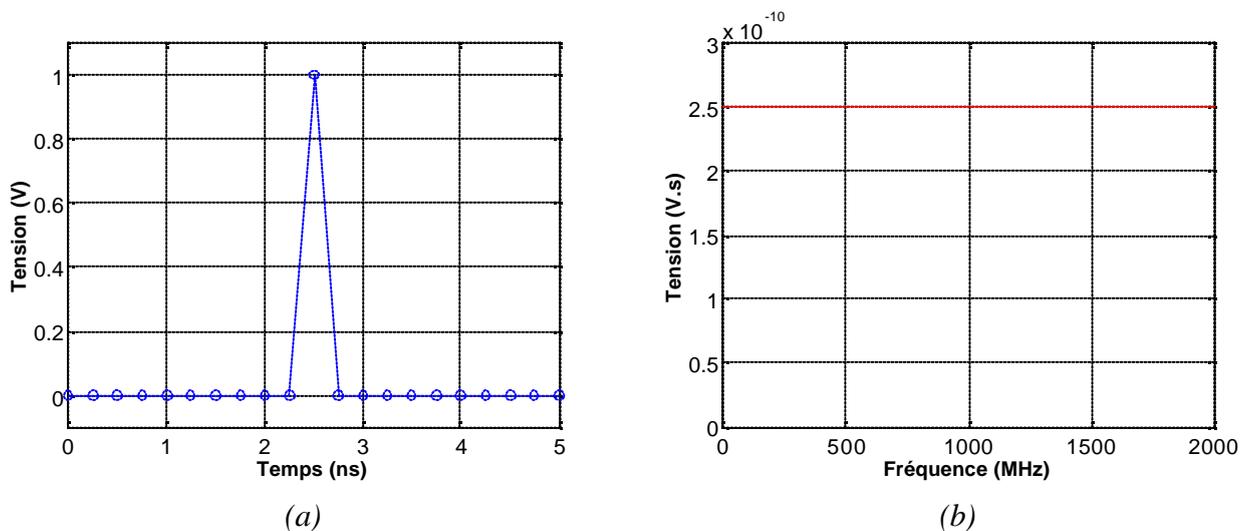


Figure III.9 : Excitation électrique appliquée aux bornes de l'élément piézo-électrique.

II.3.1.2 Déplacement radial libre

Le résultat du calcul avec déplacement radial u_r libre par éléments finis est exprimé en déplacement (Figure III.10) puis en pression (Figure III.11) à la surface de la lentille pour les deux configurations choisies en face avant : avec une lentille seule (Figure III.10 et 11 (a) et (c)) ou bien avec une lame adaptatrice interposée entre l'élément piézo-électrique et la lentille (Figure III.10 et 11 (b) et (d)), et pour les deux types de représentations temporelle (Figure III.10 et 11 (a) et (b)) et spectrale (Figure III.10 et 11 (c) et (d)). Les échelles ont été ajustées de façon à être identiques pour les deux configurations afin de permettre une comparaison plus aisée.

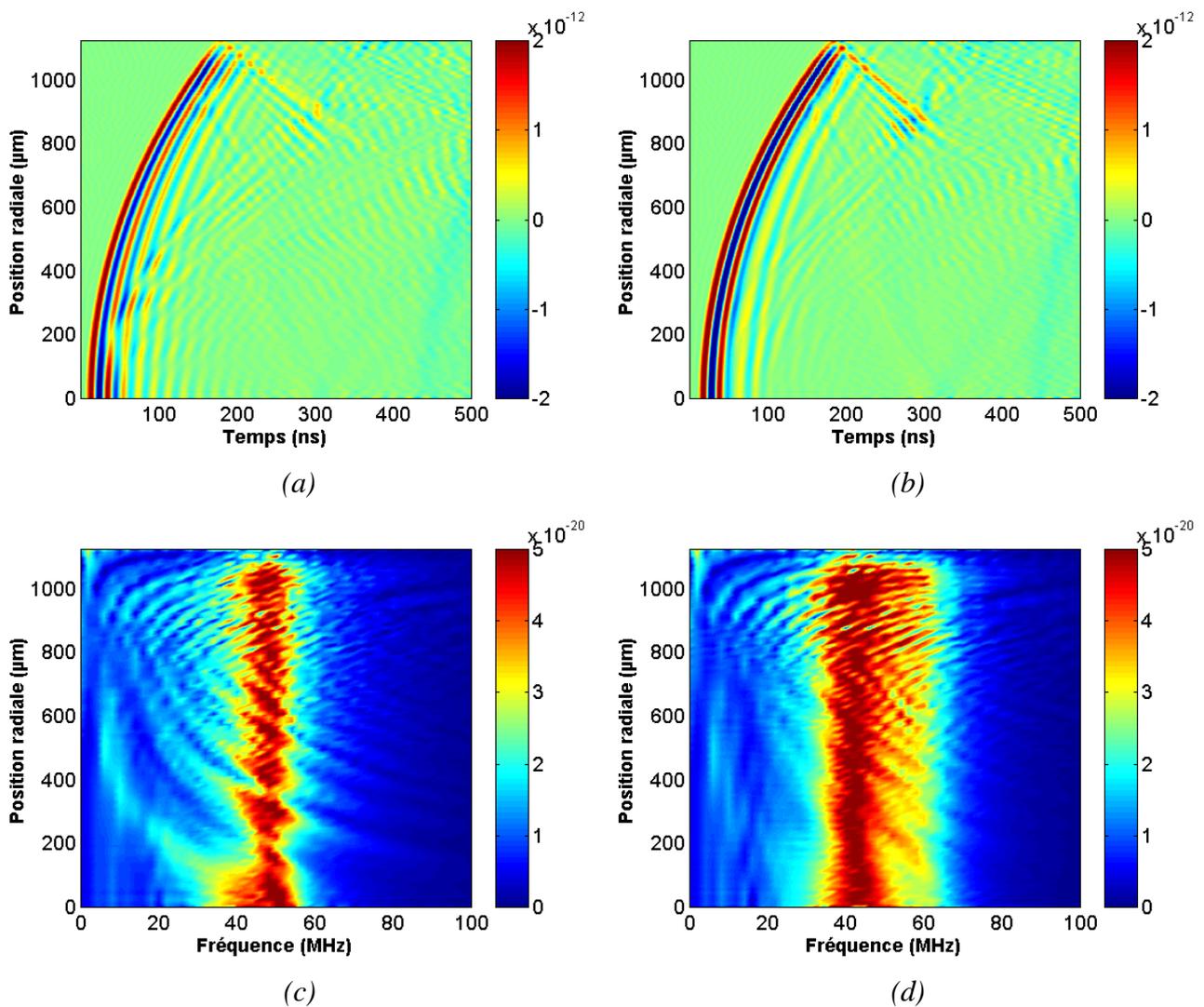


Figure III.10 : (a), (b) Déplacement (m) en fonction du temps t et de la position radiale r et (c), (d) Spectre du déplacement (m.s) en fonction de la fréquence f et de la position radiale r pour les configurations en face avant (a) (c) avec lentille seule ou (b) (d) avec lame adaptatrice et lentille.

L'onde obtenue pour la configuration avec lentille seule (*Figure III.11 (a)*) dure plus longtemps que celle avec lame adaptatrice interposée (*Figure III.11 (b)*). Ce résultat est remarquable aussi au niveau de la bande passante observée sur le spectre (*Figure III.11 (c)* et *(d)*). Ainsi, on relève une bande passante relative moyenne à -6 dB, notée BP_6 , de l'ordre de 40 % pour la première configuration (*Figure III.11 (c)*), tandis qu'elle est d'environ 60 % pour la seconde configuration (*Figure III.11 (d)*). Cette estimation permet d'évaluer l'ordre de grandeur de la durée (III.19) respectivement à 2,2 et 1,5 périodes, en accord avec la représentation (*Figure III.11 (a)* et *(b)*). Par ailleurs, on distingue une pondération du spectre centré à $f_0 = 50$ MHz par un coefficient de transmission que l'on devine avec une décroissance en $1/f$ (en pointillés sur la *Figure III.11 (c)*).

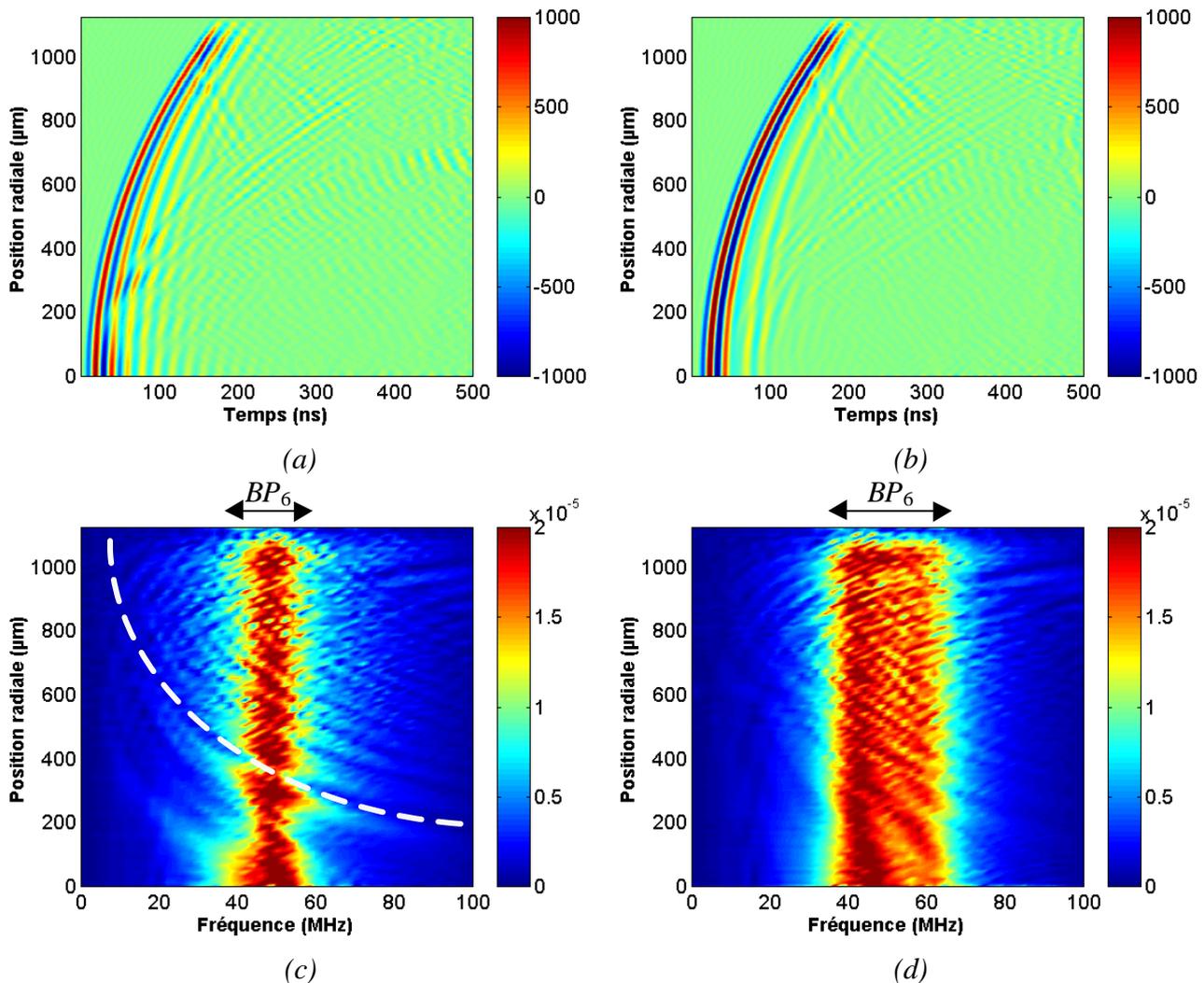


Figure III.11 : (a), (b) Pression (Pa) en fonction du temps t et de la position radiale r et (c), (d) Spectre de la pression (Pa.s) en fonction de la fréquence f et de la position radiale r pour les configurations en face avant (a) (c) avec lentille seule ou (b) (d) avec lame adaptatrice et lentille.

La Figure III.12 reprend le déplacement obtenu par la configuration avec lame adaptatrice et lentille (Figure III.10 (b) et (d)) en échelle logarithmique (dB). Sur la représentation temporelle (Figure III.12 (a)), on peut observer différents phénomènes : ① l'écho de bord commençant au temps $t = 180$ ns, en $r = a$; ② l'écho de double réflexion dans l'épaisseur de la lentille, avec un retard double de celui de l'onde principale ; ③ la superposition entre ces deux échos située au temps $t = 290$ ns, en $r = 800$ à 850 μm ; ④ l'écho de retour du milieu arrière, après une atténuation d'aller-retour (-20 dB) commençant au temps $t = 460$ ns, en $r = 0$. Sur la représentation spectrale de l'onde relevée à la surface de la lentille (Figure III.12 (b)), on observe un mélange des contributions longitudinales pures et des réflexions multiples (loi de réfraction de Snell-Descartes) à l'intérieur de la lentille. Plus particulièrement, on remarque sur le spectre centré à $f_0 = 50$ MHz est perturbé par une famille d'onde générée par les échos parasites ①, ② et ③ pour les positions radiales $r > 800$ μm . Par ailleurs, on observe un étalement du spectre vers les basses fréquences (de 0 à 20 MHz) dû aux échos parasites mentionnés sur la représentation temporelle. Cependant, la bande passante observée sur le spectre en fonction de la position radiale reste relativement constante.

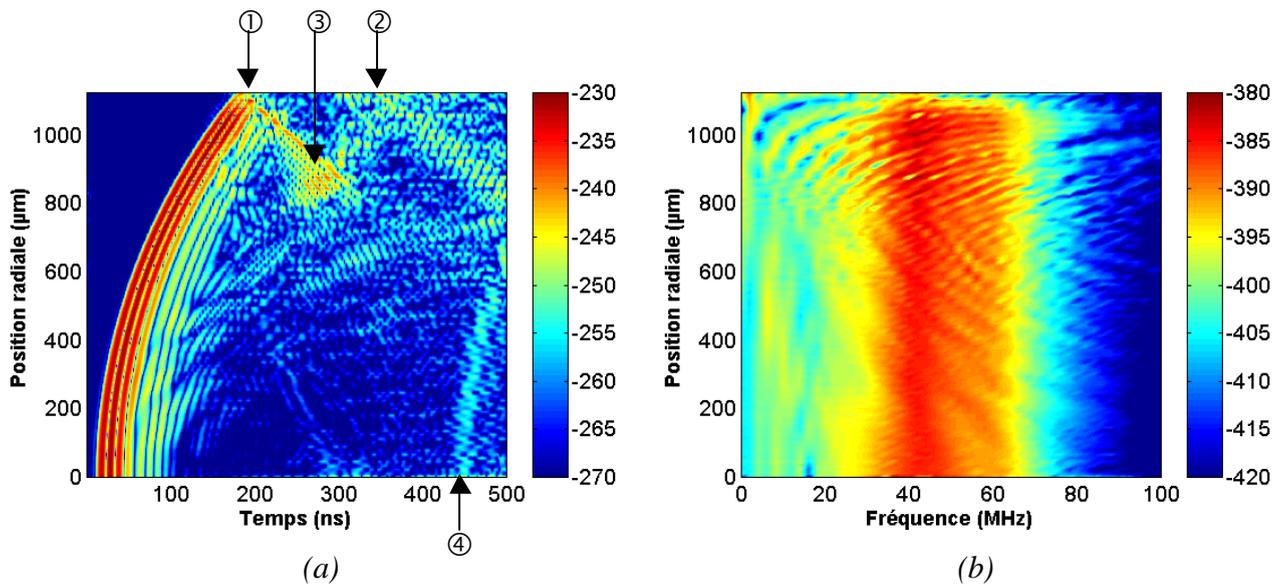


Figure III.12 : (a) Déplacement (t, r) Figure III.10 (b) en échelle dB; (b) Spectre du déplacement (f, r) Figure III.10 (d) en échelle dB, sur une dynamique de 40 dB.

Afin de mieux identifier la composante source de cette allure du contour du spectre (que l'on suppose longitudinale), un calcul avec le déplacement radial bloqué est effectué. Le résultat obtenu est alors comparé avec celui obtenu pour un déplacement radial libre.

II.3.1.3 Déplacement radial bloqué

Sur ces résultats avec déplacement radial bloqué, on observe plus distinctement les phénomènes dus aux contributions longitudinales, aussi bien sur la représentation temporelle que sur le spectre (Figure III.13 et 14). Les cartographies obtenues sont relativement semblables à celles des configurations avec déplacement radial libre (Figure III.10 et 11). Sur la représentation temporelle (Figure III.13 et 14 (a) et (b)), on observe toujours les échos parasites ①, ②, ③ et ④ mentionnés sur la Figure III.12. Le front d'onde principal correspond bien au retard induit par le rayon de courbure de la lentille.

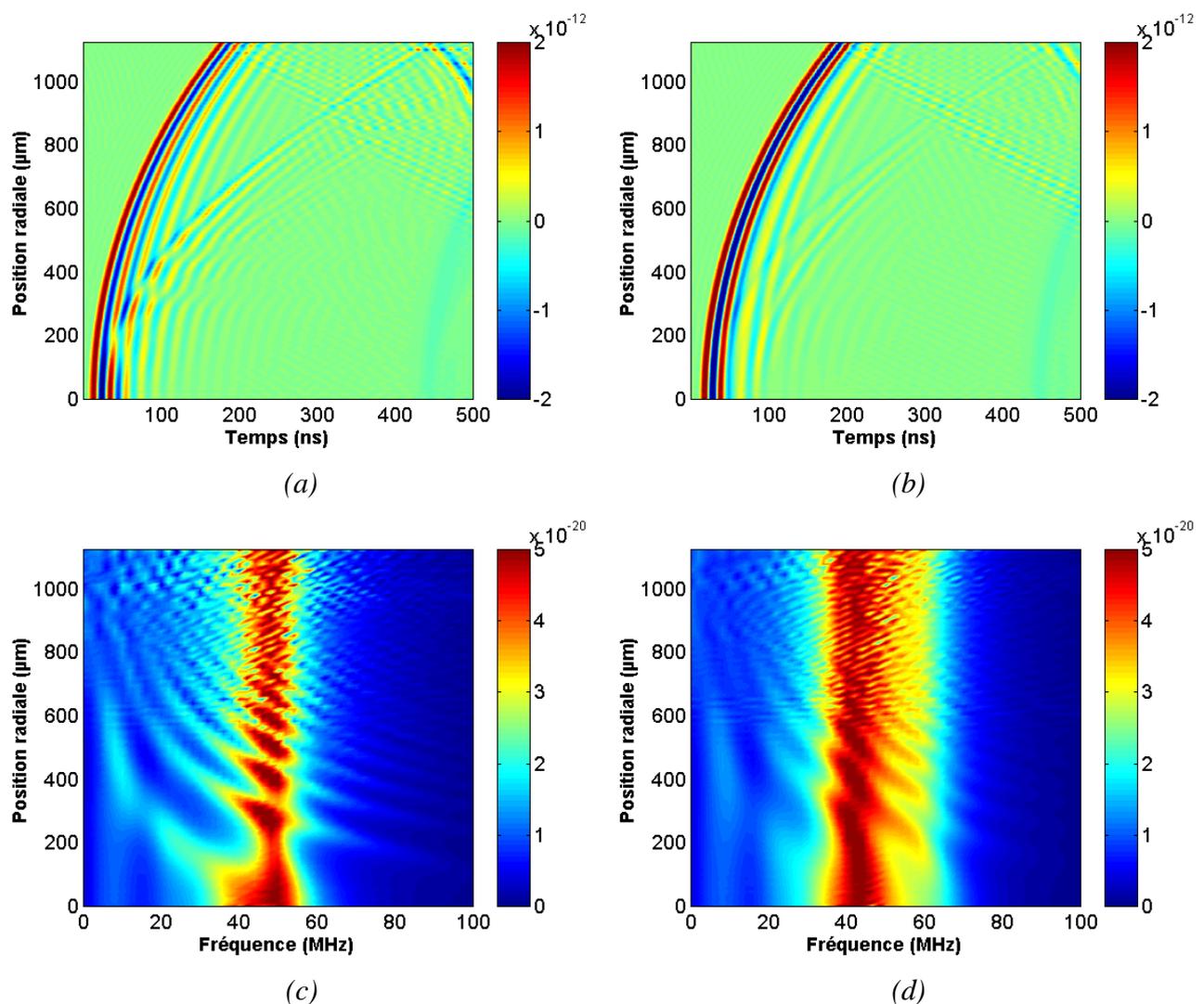


Figure III.13 : (a), (b) Déplacement (m) en fonction du temps t et de la position radiale r et (c), (d) Spectre du déplacement ($m.s$) en fonction de la fréquence f et de la position radiale r pour les configurations en face avant (a) (c) avec lentille seule ou (b) (d) avec lame adaptatrice et lentille.

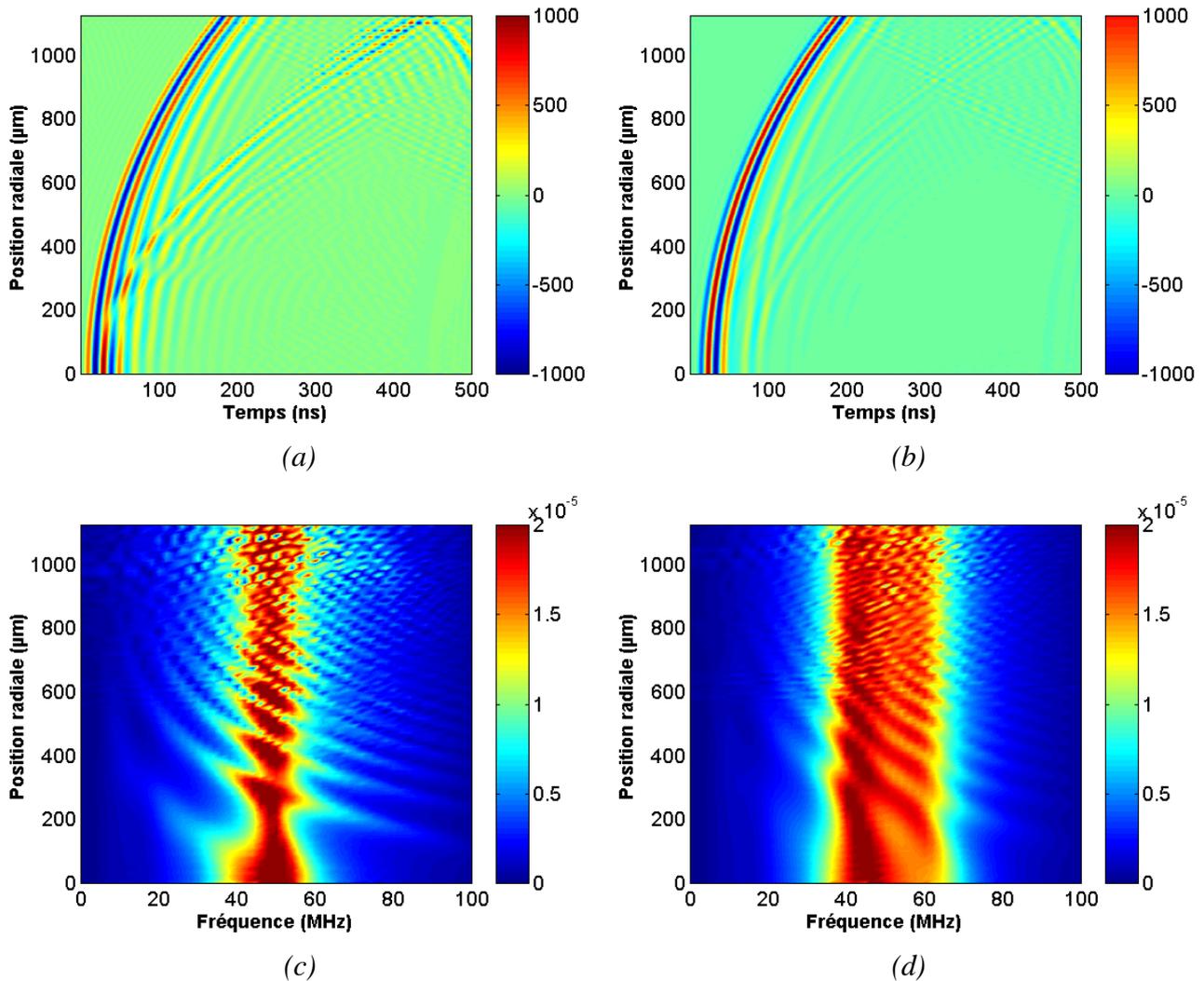
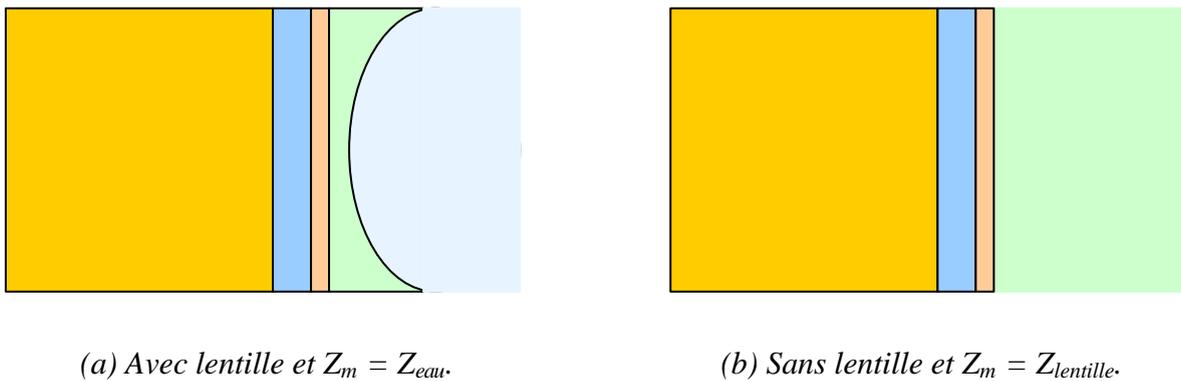


Figure III.14 : (a), (b) Pression (Pa) en fonction du temps t et de la position radiale r et (c), (d) Spectre de la pression ($Pa.s$) en fonction de la fréquence f et de la position radiale r pour les configurations en face avant (a) (c) avec lentille seule ou (b) (d) avec lame adaptatrice et lentille.

Sur la représentation spectrale (*Figure III.13 et 14 (c) et (d)*) de l'onde relevée à la surface de la lentille, on observe les contributions longitudinales résultantes des réflexions multiples aux interfaces de la lentille avec le milieu amont (l'élément piézo-électrique ou la lame adaptatrice) et le milieu aval (l'eau). Le phénomène d'interférence entre les réflexions multiples aux interfaces des ondes longitudinales peut être modélisé de façon simplifiée par la transmission résultant du passage d'une onde dans une lentille. Cette modélisation fait l'objet d'une étude plus détaillée basée sur le modèle KLM (*Annexe 3*).

II.3.2 Modélisation KLM étendue à l'axisymétrie

Le résultat illustré sur la *Figure III.4* suggère que la charge acoustique vue par le transducteur équipé d'une lame adaptatrice et d'une lentille acoustique en face avant est à mi-chemin entre celles obtenues pour les configurations avec une et deux lames adaptatrices. Ceci nous permet de poser raisonnablement l'hypothèse suivante : le transducteur équipé d'une lentille acoustique se comporte, du point de vue de son impédance électrique, comme un transducteur chargé en face avant avec un milieu Z_m de propagation d'impédance acoustique égale à celle de la lentille Z_{lentille} (*Figure III.15*). Afin de vérifier cette hypothèse, les courbes d'impédance obtenues pour une configuration avec lame adaptatrice et lentille dans l'eau en face avant sont superposées et comparées avec celles d'une configuration avec lame adaptatrice dans un milieu d'impédance acoustique égale à celle de la lentille (*Figure III.16*).



(a) Avec lentille et $Z_m = Z_{\text{eau}}$.

(b) Sans lentille et $Z_m = Z_{\text{lentille}}$.

Figure III.15 : (a) Transducteur focalisé constitué d'un milieu arrière, d'un élément piézo-électrique, d'une lame adaptatrice puis d'une lentille acoustique rayonnant dans l'eau.

(b) Transducteur plan constitué d'un milieu arrière, d'un élément piézo-électrique et d'une lame adaptatrice rayonnant dans un milieu d'impédance acoustique égale à celle de la lentille.

L'hypothèse faite est empirique et a été validée dans de nombreuses configurations avec lentille. La réponse obtenue à la surface de la lentille (retard mis à part) est modélisée et vérifiée expérimentalement en procédant avec un milieu équivalent (*Figure III.6*). Une approche plus théorique va être développée afin de montrer la cohérence de cette hypothèse, et éventuellement pour y apporter des corrections induites par la géométrie de la lentille, comme l'ont illustré les résultats des calculs par éléments finis (*Figure III.10* à *Figure III.14*). Afin de vérifier la pertinence de l'hypothèse posée, des calculs préliminaires d'impédance électrique sont donc effectués.

Comme l'illustrent les courbes de la *Figure III.16*, l'impédance électrique d'un transducteur focalisé par une lentille acoustique (*Figure III.15 (a)*) est modélisée par l'intermédiaire d'un transducteur plan de charge électriquement équivalente en face avant (*Figure III.15 (b)*).

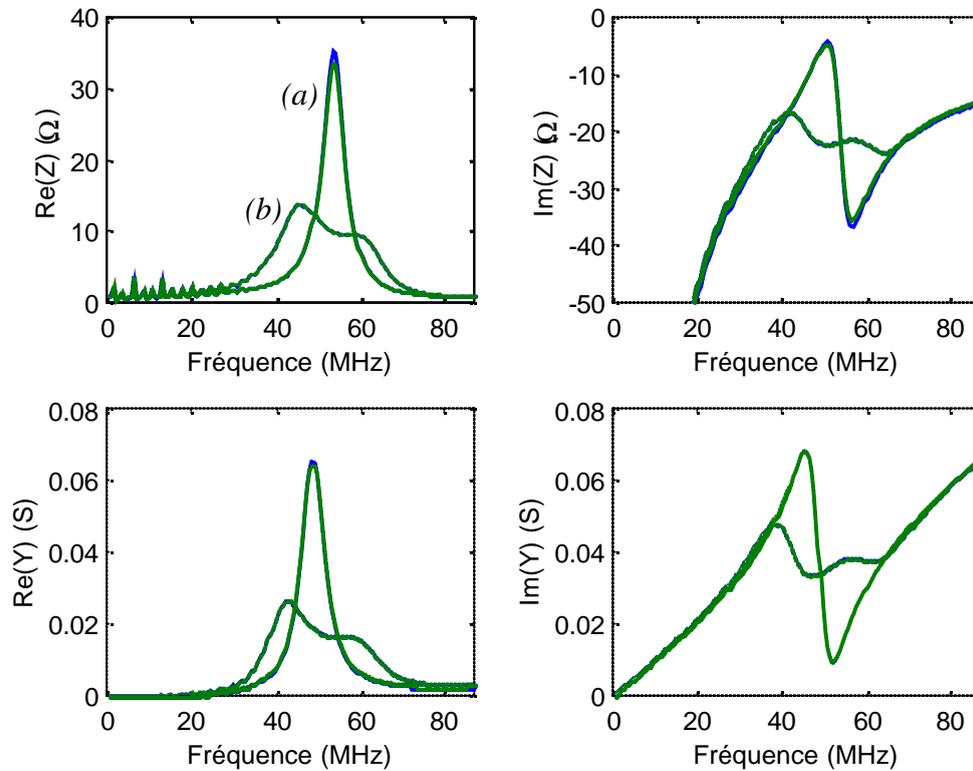


Figure III.16 : Courbes d'impédance pour les configurations (a) avec lentille seule dans l'eau (traits continus) ; (b) avec lame adaptatrice et lentille (traits pointillés) immergées en face avant dans l'eau (vert) ou bien dans un milieu semi-infini d'impédance égale à celle de la lentille (bleu).

Ce résultat s'explique par le fait que la lentille ne possède pas de faces parallèles entre lesquelles l'onde peut entrer en résonance, et est vue par le transducteur comme un milieu semi-infini. D'ailleurs dans le cas d'une modélisation d'un transducteur focalisé par une lentille acoustique, on a vérifié que le milieu semi-infini disposé après la lentille a très peu d'influence sur les courbes d'impédance relevées. Cependant, afin d'obtenir la réponse à la surface de la lentille il est nécessaire de pondérer la réponse du transducteur plan électriquement équivalent par la fonction de transfert de la lentille vers le milieu de propagation. Ainsi, les formulations classiques du coefficient de transmission en incidence normale et oblique sont rappelées. Elles sont alors adaptées au cas de l'interface entre la lentille et le milieu de propagation, l'eau.

II.3.2.1 Coefficient de transmission – Puissance transmise – Adaptation d'impédance

La transmission d'énergie à l'interface entre les deux milieux que sont le transducteur et le milieu de propagation dépend de l'adaptation acoustique entre le transducteur et le milieu de propagation. Le *Tableau A2.1* décrit la pression, la vitesse et l'intensité acoustique comme les analogues des tension, intensité et puissance électriques :

$$p_2 = p_1 \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (\text{III.33})$$

et
$$v_2 = v_1 \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (\text{III.34})$$

soit
$$I_2 = I_1 \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2} \quad (\text{III.35})$$

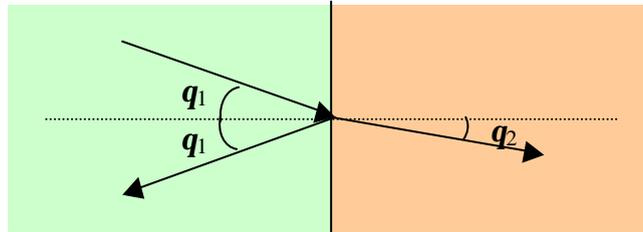


Figure III.17 : Coefficient de transmission en pression en régime harmonique [14].

De manière plus générale, le coefficient de transmission en pression est défini en prenant en compte la loi de réfraction de Snell-Descartes :

$$\frac{\sin \mathbf{q}_1}{c_1} = \frac{\sin \mathbf{q}_2}{c_2} \quad (\text{III.36})$$

Les coefficients de transmission et réflexion en pression en incidence oblique entre deux milieux semi-infinis deviennent alors :

$$T_{1 \rightarrow 2} = \frac{2Z_2'}{Z_2' + Z_1'} \quad \text{avec } Z_i' = \frac{Z_i}{\cos \mathbf{q}_i} \quad (\text{III.37})$$

$$R_{1 \rightarrow 2} = \frac{Z_2' - Z_1'}{Z_2' + Z_1'}$$

Les approches du coefficient de transmission envisagé entre la lentille indexée l et le milieu de propagation indexé m sont schématisées sur la *Figure III.18* : (a) la transmission directe (approche moyenne classique) et (b) la transmission globale (approche locale).

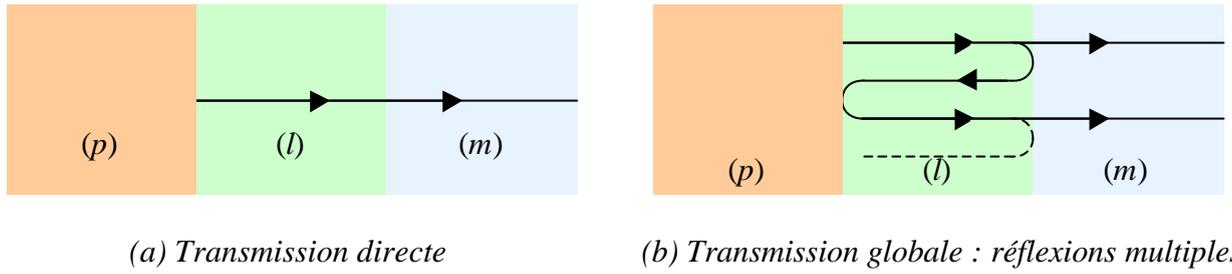


Figure III.18 : Modélisation des transmissions (a) directe et (b) globale.

II.3.2.2 Transmission directe

Le coefficient de transmission direct (*Figure III.18 (a)*), depuis la couche indexée l jusqu'au milieu de propagation indexé m , est donné par:

$$T_{m\text{direct}} = \frac{2Z_m}{Z_m + Z_l} e^{-j\mathbf{j}_l} \quad (\text{III.38})$$

où Z_m et Z_l sont les impédances acoustiques du milieu de propagation et de la lentille, et le terme de retard est décrit par $\mathbf{j}_l = k_l P(r)$. Ce déphasage de propagation dans l'épaisseur de la lentille \mathbf{j}_l dépend de la position radiale r . Il est fonction de $k_l = \mathbf{w} / c_l$ le nombre d'onde longitudinal, (\mathbf{w} la pulsation et c_l la vitesse longitudinale dans la lentille, complexe dans le cas d'une lentille atténuante) et de $P(r)$ le profil radial d'épaisseur de la lentille.

II.3.2.3 Transmission globale

La seconde approche consiste à prendre en compte la formulation globale [15] du coefficient de transmission. Ce dernier est déterminé par la somme de toutes les contributions en transmission à l'interface (*Figure III.18 (b)*). Chacune de ces contributions est déphasée par un multiple impair du déphasage induit par l'épaisseur de la lentille \mathbf{j}_l , résultant en :

$$T_{m,\text{global}} = T_{m\text{direct}} \sum_{n=0}^{+\infty} \left(R_m R_p e^{-j2\mathbf{j}_l} \right)^n = \frac{T_{m\text{direct}}}{1 - R_m R_p e^{-j2\mathbf{j}_l}} \quad (\text{III.39})$$

où $R_m = \frac{Z_m - Z_l}{Z_m + Z_l}$ et $R_p = \frac{Z_p - Z_l}{Z_p + Z_l}$ sont respectivement les coefficients de réflexion normale à l'interface de la lentille d'impédance acoustique Z_l avec le milieu de propagation d'impédance acoustique Z_m et avec l'élément piézo-électrique d'impédance acoustique Z_p .

II.3.2.4 Comparaison

Le coefficient de transmission à travers une couche d'épaisseur variable subit un déphasage dû à la propagation (transmission directe, (III.38)), mais résulte aussi des superpositions des réflexions multiples à ses interfaces (transmission globale, (III.39)). La lentille acoustique modélisée possède une épaisseur variable selon la position radiale r et dépend de son épaisseur au centre e_l , et son profil radial d'épaisseur $P(r)$. Dans le cas d'une lentille sphérique, ce dernier est décrit par le rayon de courbure R_c :

$$P(r) = e_l + R_c - \sqrt{R_c^2 - r^2} \quad (\text{III.40})$$

La configuration en face avant du transducteur simulé est décrite pour des caractéristiques typiques regroupées dans le *Tableau III.4* suivant :

Z_p (MRa)	Z_l (MRa)	Z_m (MRa)	a (μm)	f_0 (MHz)	e_l (μm)	R_c (μm)	c_l (m/s)
35	5	1,5	1125	50	10	2000	2100

Z_p, Z_l, Z_m : impédances acoustiques du disque piézo-électrique, de la lentille, du milieu de propagation ; a : rayon du disque piézo-électrique ; f_0 : fréquence centrale ; e_l, R_c, c_l : épaisseur au centre, rayon de courbure, et vitesse longitudinale de la lentille.

Tableau III.4 : Valeurs numériques de la configuration de transducteur simulé.

Les variations (a) des modules et (b) des phases des coefficients de transmission sont illustrées sur la *Figure III.19* en fonction de la position radiale r et selon l'approche considérée. Ainsi, le module du coefficient de transmission direct $|T_{m,direct}|$ est constant sur le rayon de la source, tandis que le module du coefficient de transmission global $|T_{m,g}|$ suit des variations induites par la phase j_l .

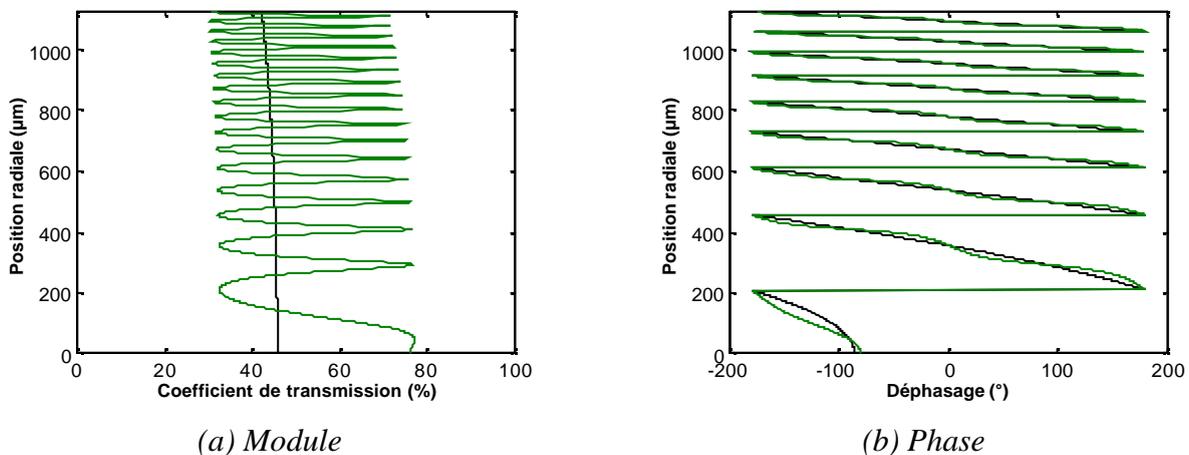


Figure III.19 : Coefficients de transmission direct (noir) et global (vert) à la fréquence centrale f_0 .

Selon que la phase, résultant des réflexions aux interfaces, au dénominateur (III.39) est en phase ou en opposition de phase avec celle au numérateur (III.38), le module du coefficient de transmission global $|T_{m,g}|$ oscille autour de la valeur moyenne donnée par le coefficient de transmission direct $|T_{m,direct}|$. Plus précisément, une écriture de (III.39) sous forme module/phase permet de mieux comprendre ces variations :

$$T_{m,global} = \frac{|T_{m,direct}|}{\sqrt{1 + (R_m R_p)^2 - 2R_m R_p \cos(2j_l)}} e^{-j\left(j_l + \text{Arctan}\left(\frac{R_m R_p \sin(2j_l)}{1 - R_m R_p \cos(2j_l)}\right)\right)} = |T_{m,g}| e^{j\phi} \quad (\text{III.41})$$

Le module du coefficient de transmission global $|T_m|$ (III.41) varie avec la fonction $\cos(2j_l)$, et les variations de phase ϕ (III.41) permettent de déterminer les phases des extrema. La représentation complexe du coefficient de transmission (Figure III.20) fait apparaître plus nettement le rôle de la phase ϕ sur l'amplitude du module $|T_{m,g}|$. Ainsi, les sauts de phase $\phi = -n\pi$ ($n \in \mathbb{N}^*$) correspondent à des minima et les phases $\phi = \pi/2 - n\pi$ ($n \in \mathbb{N}^*$) correspondent à des maxima. En ces points, les phases de (III.38) et (III.41) illustrées Figure III.19 (b) sont égales car la valeur $\sin(2j_l)$ s'annule.

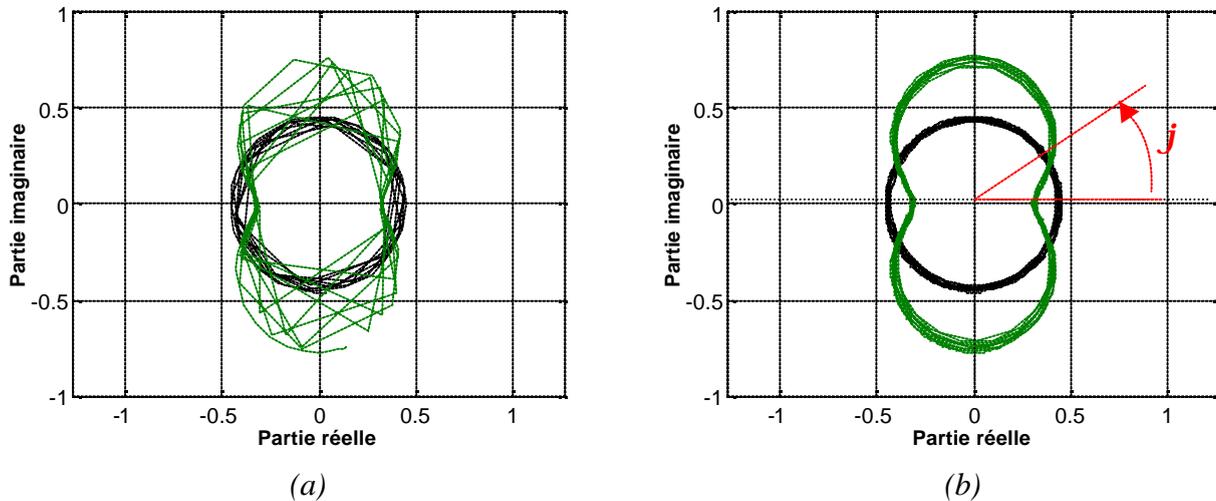


Figure III.20 : Représentation complexe du coefficient de transmission direct (noir) et global (vert) à la fréquence centrale f_0 avec un échantillonnage radial (a) sur 100 points et (b) sur 1000 points.

La position radiale correspondant aux positions des minima et maxima (Figure III.20 (b)) peut alors être déduite à partir de l'équation du profil d'épaisseur (III.40). Ainsi les minima sont obtenus pour $P(r) = n\lambda/2$ et les maxima pour $P(r) = \lambda/4 + n\lambda/2$ avec $n \in \mathbb{N}$. On retrouve bien le résultat classique d'une épaisseur multiple impair d'un quart d'onde pour une transmission optimale.

Le module du coefficient de transmission global varie avec la phase j_l , elle-même fonction de la fréquence de l'excitation f . En conséquence, le coefficient de transmission global $T_{m,g}$ doit donc être déterminé sur la bande passante du transducteur. La *Figure III.21* illustre ses variations sur une plage de fréquence allant de 0 à $2f_0 = 100$ MHz.

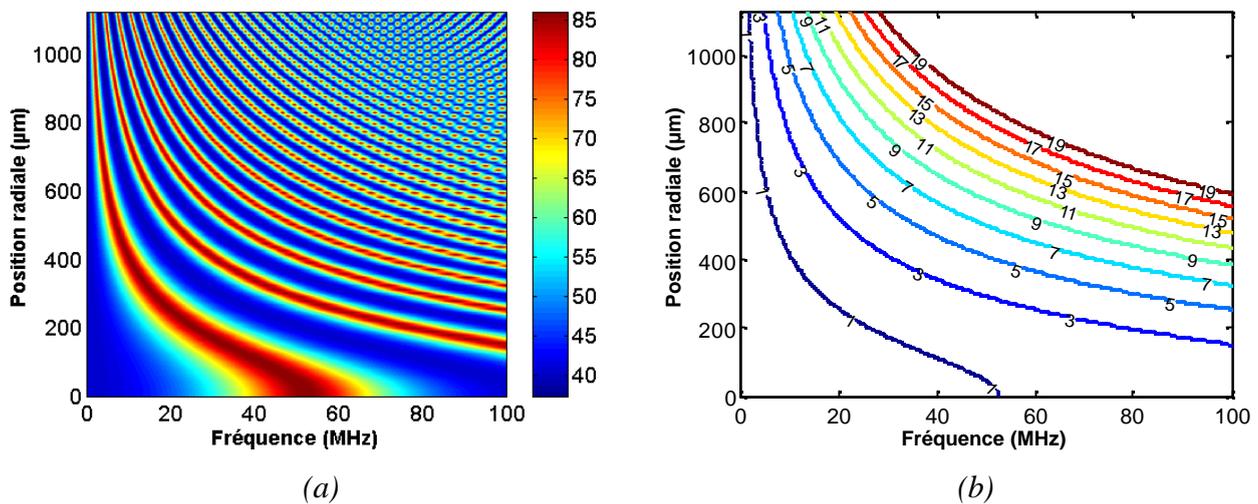


Figure III.21 : (a) Coefficient de transmission global (%) et (b) position des 10 premiers maxima correspondants aux épaisseurs multiples impaires d'un quart d'onde, en fonction de la fréquence f et de la position radiale r .

Ce résultat de transmission globale permet de retrouver l'allure du spectre de la pression relevée à la surface de la lentille pour des configurations de lentille et une fréquence centrale similaires (*Tableau III.4*, modifié avec $Z_l = 3,9$ MRa). En effet, sur le spectre reconstitué à partir du coefficient de transmission (*Figure III.22 (d)*), on retrouve bien les 17 modes de transmission relevés sur le spectre simulé à la fréquence centrale $f_0 = 50$ MHz, (*Figure III.19 (a)*). Les différences relevées s'expliquent par le fait que le coefficient de transmission calculé est pondéré par les fonctions de transfert des couches en amont.

Par ailleurs, sur la représentation temporelle (*Figure III.22 (a) et (b)*), on peut observer l'onde émise par le transducteur (source de pression) calculée avec le modèle KLM, dans un milieu de propagation d'impédance acoustique égale à celle de la lentille : $Z_m = Z_l$. Ce résultat préliminaire est simplement pondéré en amplitude et retardé par le coefficient de transmission direct (III.38) de la lentille (*Figure III.22 (a)*). La pondération par le coefficient de transmission global (III.39) de la lentille (*Figure III.22 (b)*) fait apparaître l'écho d'aller-retour dans l'épaisseur de la lentille.

Sur la représentation spectrale (Figure III.22 (c) et (d)) de l'onde relevée à la surface de la lentille, on observe l'influence des perturbations longitudinales générées par le coefficient de transmission global. En effet, on distingue nettement les effets additifs et soustractifs de l'onde principale avec l'écho d'aller-retour aux interfaces de la lentille (Figure III.22 (d)). Ces effets dépendent du profil épaisseur de la lentille $P(r)$ et de la fréquence f , comme illustré Figure III.21, et viennent modifier l'allure uniforme du spectre selon la position radiale, déterminé avec un coefficient de transmission direct (Figure III.22 (c)). Ce résultat permet ainsi de modéliser avec une bonne précision les variations observées sur les spectres de pression source calculés par éléments finis (Figure III.14).

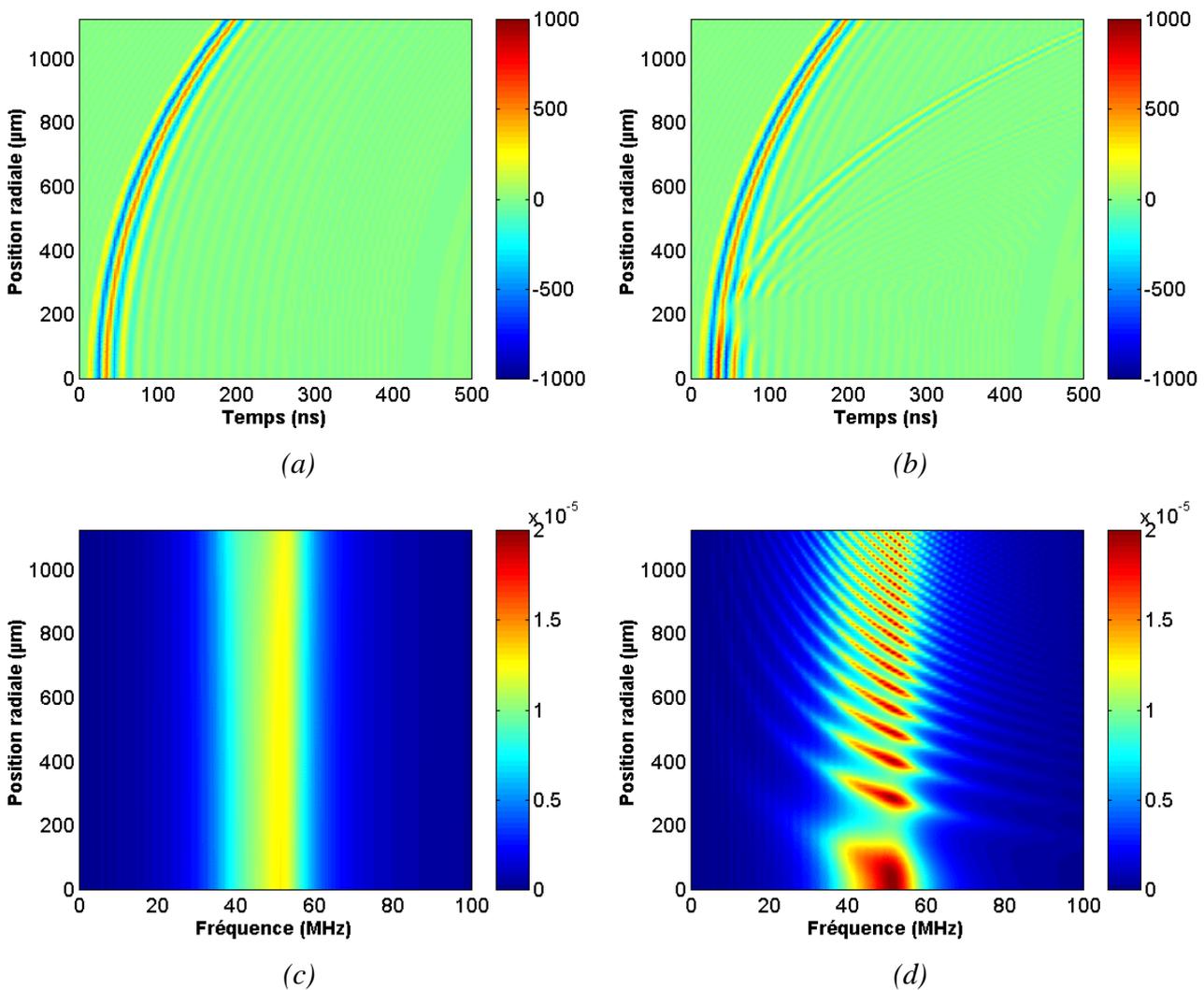


Figure III.22 : (a), (b) Pression (Pa) en fonction du temps t et de la position radiale r et (c), (d) Spectre de la pression (Pa.s) en fonction de la fréquence f et de la position radiale r pondéré par (a), (c) le coefficient de transmission direct (III.38), et (b), (d) le coefficient de transmission global (III.39).

En effet, l'ordre de grandeur du spectre de pression obtenu avec la fonction de transfert globale (*Figure III.22 (d)*) est en bon accord avec celui calculé par le modèle éléments finis (*Figure III.14*), mais une approche plus globale du transducteur multi-couches est nécessaire pour parvenir à modéliser de façon plus juste le spectre de pression obtenu à la surface de la lentille.

Un calcul adéquat de la réponse électro-acoustique d'un transducteur multi-couches équipé d'une lentille en face avant nécessite cependant l'utilisation d'un modèle global prenant en compte les réflexions multiples aux interfaces. Pour cela, le modèle KLM (*Annexe 3*) a été étendu à l'axisymétrie en décomposant le transducteur en de multiples éléments annulaires avec des épaisseurs de lentille variables en fonction de la position radiale.

II.3.2.5 Extension à l'axisymétrie

L'extension du modèle KLM à une source axisymétrique s'effectue en déterminant la surface de l'élément annulaire correspondant à une position radiale donnée. A partir de l'expression du profil de la lentille $P(r)$ (III.40), la surface de l'élément annulaire est déterminée :

$$S = \mathbf{p} \left((r + dr)^2 - r^2 \right) = \mathbf{p} (2r + dr) dr \quad (\text{III.42})$$

De plus, la loi de réfraction de Snell-Descartes est prise en compte à la surface de la lentille. Ainsi, le formalisme du *Chapitre II* est repris avec les équations (II.59) et (II.60) pour déterminer l'angle d'incidence et de transmission à la surface de la lentille en fonction du profil $P(r)$:

$$\cos \mathbf{q}_l = \frac{1}{\sqrt{(P'(r))^2 + 1}} \quad \text{et} \quad \sin \mathbf{q}_l = \frac{P'(r)}{\sqrt{(P'(r))^2 + 1}} \quad (\text{III.43})$$

où $P'(r) = \frac{dP(r)}{dr}$ est la dérivée du profil $P(r)$ par rapport à la position radiale r .

La loi de réfraction de Snell-Descartes est ensuite intégrée dans l'expression de l'impédance acoustique de la couche concernée. Ainsi, les impédances acoustiques d'incidence Z_l' et de transmission Z_0' sont modifiées comme étant le rapport de l'impédance acoustique Z et du cosinus de l'angle $\cos \mathbf{q}$:

$$Z_l' = \frac{Z_l}{\cos \mathbf{q}_l} \quad \text{et} \quad Z_0' = \frac{Z_0}{\cos \mathbf{q}_0} \quad (\text{III.44})$$

où \mathbf{q}_l et \mathbf{q}_0 sont respectivement les angles d'incidence et de transmission liés aux vitesses longitudinales c_l et c_0 par la loi de réfraction de Snell-Descartes.

Le cosinus de l'angle de transmission est défini réel pour un angle d'incidence inférieur à l'angle d'incidence critique $q_{l,c}$ et nul dans le cas contraire :

$$\text{Si } q_l < q_{l,c} = \text{Arc sin}(c_l / c_0),$$

$$\text{alors } \cos q_0 = \sqrt{1 - (c_0 \sin q_l / c_l)^2}, \text{ et } Z_0' = \frac{Z_0}{\sqrt{1 - (c_0 \sin q_l / c_l)^2}}$$

$$\text{sinon } \cos q_0 = 0 \quad \text{et} \quad Z_0' \rightarrow +\infty.$$

Dans le cas où l'angle d'incidence critique $q_{l,c}$ est dépassé, l'impédance du milieu de propagation Z_0' est alors infinie, et la transmission impossible. L'écriture générale développée des angles (III.43) et des impédances acoustiques modifiées (III.44) d'incidence et de transmission est ensuite détaillée pour des profils typiques polynomial ou circulaire.

II.3.2.5.1 Profil polynomial

Dans le cas général d'une expression polynomiale d'ordre m de la fonction profil $P_m(r)$, celle-ci et sa dérivée première $P'_m(r)$ par rapport à la position radiale r s'expriment par :

$$P_m(r) = \sum_{k=0}^m a_k r^k \quad \text{et} \quad P'_m(r) = \frac{dP_m(r)}{dr} = \sum_{k=1}^m k a_k r^{k-1} \quad (\text{III.45})$$

L'avantage d'une expression polynomiale de la fonction profil est sa capacité à s'ajuster à toute forme de profil de lentille. En effet, l'ajustement est d'autant meilleur que le polynôme est d'ordre m élevé. De plus, sa dérivation par rapport à la position radiale se calcule de façon simple, et les expressions des angles d'incidence q_l et de transmission q_0 qui en découlent (III.43) sont faciles à déterminer. Les impédances acoustiques modifiées résultantes (III.44) sont alors déduites.

II.3.2.5.2 Profil circulaire

Selon les expressions analytiques (III.43), les cosinus et sinus de l'angle d'incidence d'une fonction de profil circulaire (III.40) sont simplement données par :

$$\cos q_l = \sqrt{1 - (r / R_c)^2} \quad \text{et} \quad \sin q_l = r / R_c \quad (\text{III.46})$$

Les impédances modifiées deviennent :

$$Z_l' = \frac{Z_l}{\sqrt{1 - (r / R_c)^2}} \quad \text{et} \quad Z_0' = \frac{Z_0}{\sqrt{1 - (c_0 / c_l)^2 (r / R_c)^2}} \quad (\text{III.47})$$

La position radiale r et la fonction profil épaisseur de la lentille $P(r)$ permettent donc d'exprimer la surface active de la contribution annulaire (III.42), ainsi que la loi de réfraction de Snell-Descartes (III.43) et les impédances acoustiques résultantes modifiées (III.44). Ces différents éléments ont été intégrés afin de constituer le modèle KLM étendu à l'axisymétrie [16], illustré *Figure III.23*.

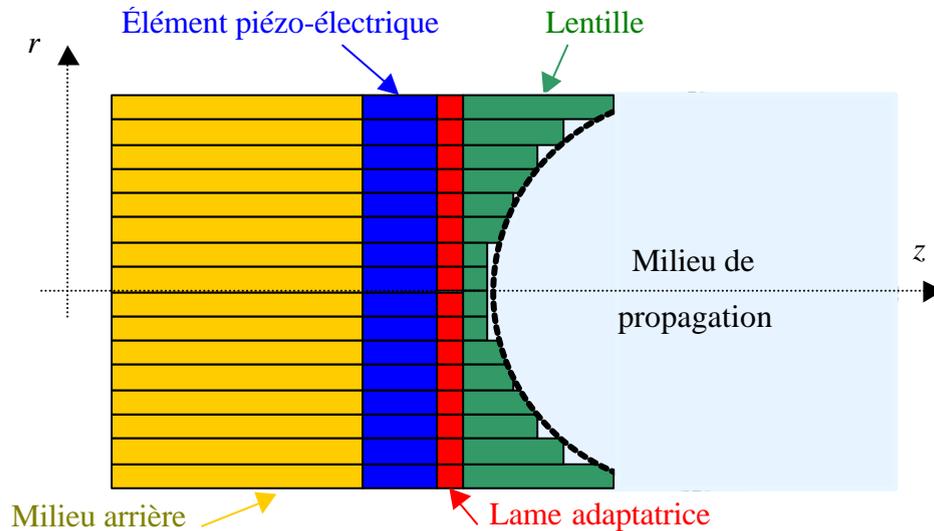


Figure III.23 : Modèle KLM multi-couche étendu à l'axisymétrie par un découpage en contributions annulaires incluant la dépendance radiale de l'épaisseur de la lentille ainsi que la loi de réfraction de Snell-Descartes.

Le résultat obtenu (*Figure III.24*) avec le modèle KLM étendu à l'axisymétrie est comparé à celui obtenu par éléments finis avec déplacement radial bloqué (*Figure III.14 (a) et (c)*). Le découpage radial de $r = 0$ à a sur 101 points (soit un pas d'échantillonnage $\mathbf{Dr} = \mathbf{1/3}$) est identique à celui pris pour les modèles par éléments finis. Les différences observées entre les deux résultats s'expliquent par un découplage complet (déplacement radial et contrainte radiale nuls) entre les différentes contributions radiales pour le modèle KLM étendu, tandis que ce découplage imposé pour la modélisation par éléments finis n'est que partiel (déplacement radial nul). La comparaison de ces deux résultats permet tout de même de valider ce modèle de substitution à un calcul par éléments finis avec déplacement radial bloqué. De plus, une comparaison des résultats obtenus avec un calcul par éléments finis avec déplacement radial libre (*Figure III.11 (a) et (c)*) et déplacement radial bloqué (*Figure III.14 (a) et (c)*) montre des cartographies de pression relativement semblables. Ce premier résultat obtenu avec le modèle KLM étendu à l'axisymétrie semble donc bien concorder avec les résultats obtenus avec les modélisations par éléments finis avec déplacement radial libre ou avec déplacement radial bloqué.

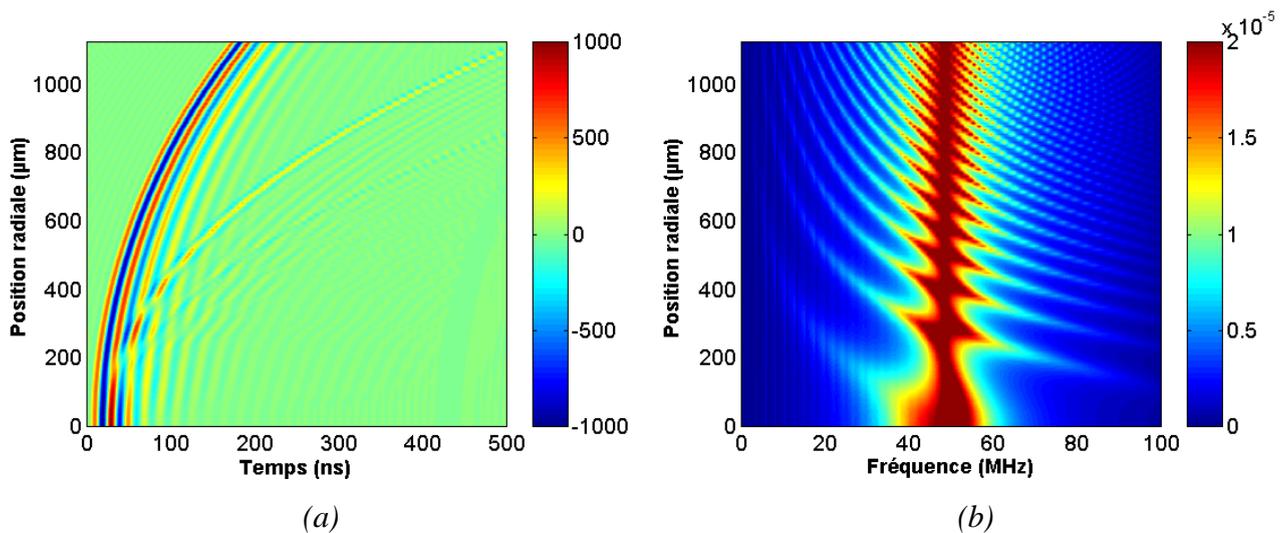


Figure III.24 : Pression (Pa) à la surface de la lentille calculée avec le modèle KLM étendu à l'axisymétrie pour la même configuration que les Figure III.14 et III.22, en fonction de la position radiale et (a) du temps, (b) de la fréquence.

Cette approche théorique permet donc, moyennant quelques adaptations, de modéliser la fonction de transfert du multi-couche qu'est le transducteur par une décomposition en anneaux du profil d'épaisseur de la lentille acoustique. La principale hypothèse d'une telle approche consiste à considérer chacune des positions radiales comme une ligne de transmission (hypothèse de vibration exclusivement longitudinale). Ce dernier modèle basé sur le schéma KLM multi-couche étendu à l'axisymétrie sera celui retenu parmi ceux testés pour prendre en compte la fonction de transfert de la lentille et son incidence sur les milieux amont et aval.

III Résultats

Les configurations (*Figure III.3*) et les différents modèles de sources (ATILA et KLM étendu à l'axisymétrie) décrits dans la partie précédente sont calculés et propagés. Les résultats obtenus pour différentes impédances acoustiques de lentille sont ensuite comparés : en premier lieu, les champs de pressions sont comparés dans l'axe du transducteur ; en deuxième lieu, les champs de pressions sont comparés dans le plan focal ; en troisième lieu, les réponses électro-acoustiques en pression obtenues au point focal sont caractérisées, analysées et comparées. Enfin, les résultats obtenus avec le modèle KLM étendu à l'axisymétrie sont comparés à ceux obtenus expérimentalement.

III.1. Champ rayonné par la source

La propagation des sources calculées par des modélisations axisymétriques de transducteurs équipés de lentilles est effectuée au moyen de la formulation axisymétrique discrétisée de l'intégrale de Rayleigh (II.80) développée dans le *Chapitre II*. Le champ de pression rayonné obtenu après propagation est déterminé pour les deux configurations avec et sans lame adaptatrice (*Figure III.3 et Tableau III.3*). Une cartographie complète du champ de pression est établie dans un premier temps, puis le champ est caractérisé plus particulièrement dans l'axe et dans le plan focal.

Pour illustration, le champ de pression rayonné a été calculé afin d'étudier l'influence de l'impédance acoustique de la lentille pour les deux configurations étudiées dans le paragraphe précédent avec un rayon de courbure $R_c = 2$ mm et une vitesse longitudinale $c_l = 2100$ m/s. Ces caractéristiques géométriques (*Figure III.7*) donnent respectivement une impédance acoustique de la lentille $Z_l = 3,9$ MRa et $2,2$ MRa pour les configurations avec lentille seule (*Figure III.3 (a)*) et avec lame adaptatrice et lentille (*Figure III.3 (b)*).

A échelle de pression équivalente, on peut observer que la configuration avec une lame adaptatrice (*Figure III.25 (b)*) permet d'obtenir une tache focale plus étendue que celle sans lame adaptatrice (*Figure III.25 (a)*). Ce résultat permet de mettre en évidence une amélioration du transfert d'énergie acoustique vers le milieu de propagation par la présence de la lame adaptatrice.

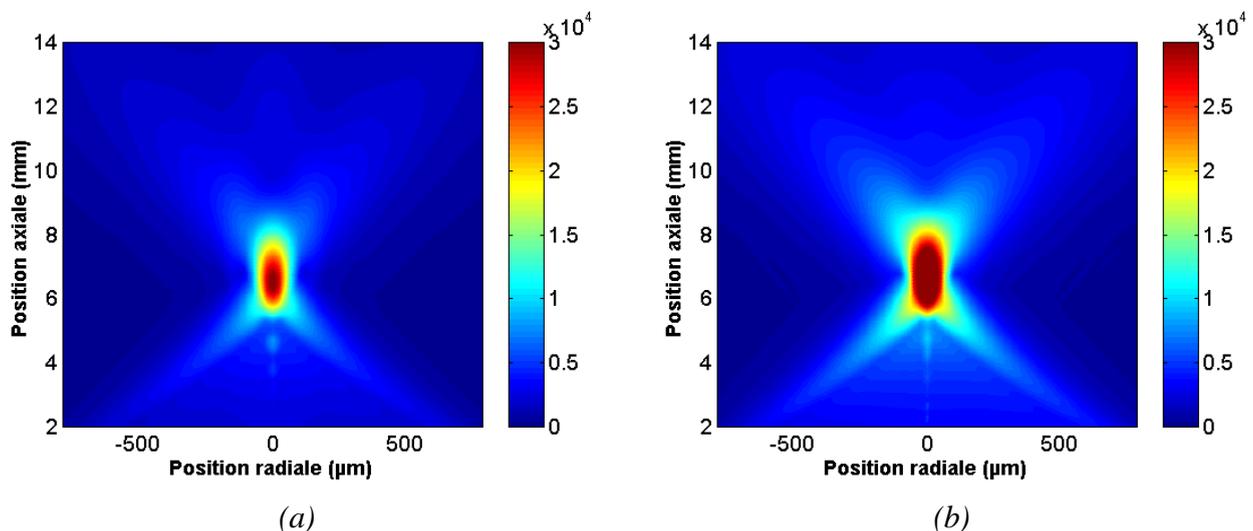


Figure III.25 : Champ de pression (Pa) propagé en fonction de la position radiale r et de la position axiale z , pour les deux configurations de transducteurs (*Figure III.3*) avec (a) lentille seule et (b) lame adaptatrice et lentille, de rayon de courbure $R_c = 2$ mm et de vitesse longitudinale $c_l = 2100$ m/s, calculé pour une source ATILA avec déplacement radial libre.

Les résultats obtenus avec des sources différentes sont en première approche très semblables. Afin de déterminer de façon plus précise l'influence des contributions radiales, et la pertinence du modèle KLM étendu à l'axisymétrie, il est nécessaire de comparer ces résultats et de les quantifier. Par la suite, les performances obtenues sont donc comparées dans l'axe, puis dans le plan focal pour les différents modèles de sources, et ce pour les deux configurations de transducteur choisies (Figure III.3) et pour différentes valeurs d'impédance acoustique de lentille Z_l (Figure III.7).

III.1 Champ dans l'axe

Les champs de pression obtenus dans l'axe sont comparés pour les configurations et les différents modèles de sources. Ensuite, l'influence de l'impédance acoustique de la lentille est étudiée et confrontée selon la configuration et le modèle utilisé.

III.2.1 Comparaison des différents modèles

La comparaison des champs de pression dans l'axe est représentée sur la Figure III.26 pour les différentes sources calculées par le modèle éléments finis (ATILA) avec déplacement radial libre, puis bloqué, et enfin par le modèle KLM étendu à l'axisymétrie.

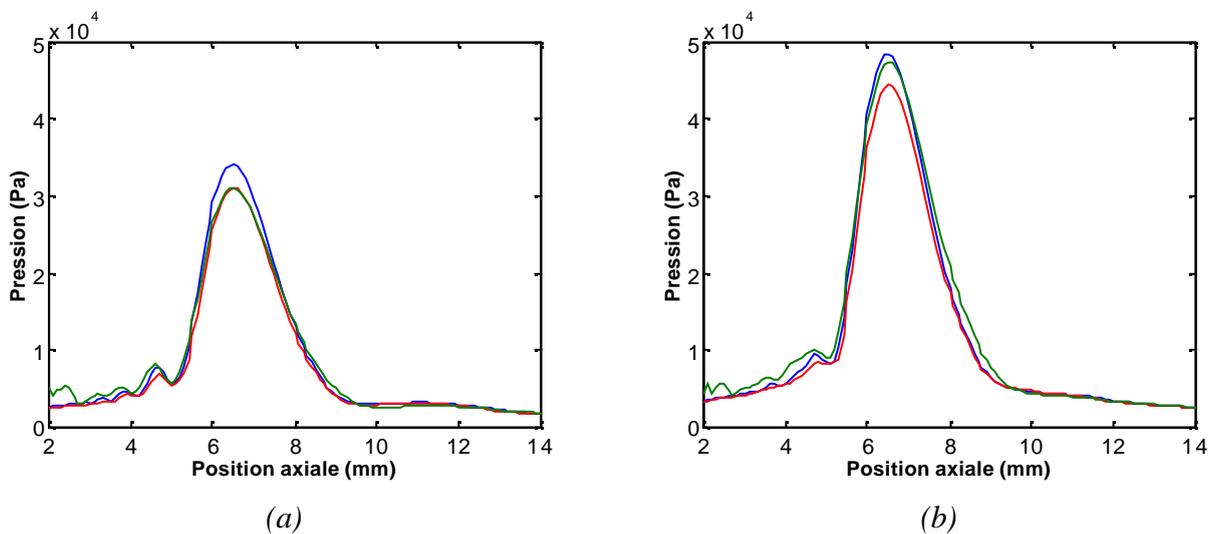


Figure III.26 : Champ de pression propagé dans l'axe pour les deux configurations de transducteurs (Figure III.3) avec (a) lentille seule ; (b) lame adaptatrice et lentille, de rayon de courbure $R_c = 2$ mm et de vitesse longitudinale $c_l = 2100$ m/s. Les sources ont été modélisées par ATILA avec déplacement radial libre (vert), ATILA avec déplacement radial bloqué (rouge), KLM étendu à l'axisymétrie (bleu).

Les résultats obtenus sont proches, et l'écart relatif maximum observé (10 %) se situe au point focal. Ces trois modèles permettent d'observer de nouveau l'influence notable de la lame adaptatrice sur la transmission d'énergie acoustique vers le milieu de propagation : la pression au point focal y est accrue de 40 % environ pour cette configuration de lentille.

Les caractéristiques du champ de pression propagé dans l'axe sont relevées et quantifiées pour chacun des modèles, et pour les deux configurations sans et avec lame adaptatrice. Dans le *Tableau III.5*, on peut constater qu'hormis la pression obtenue au point focal, les caractéristiques obtenues, c'est-à-dire la distance focale F et les profondeurs de champ DOF à -3 et -6 dB sont quasiment identiques. Cette première synthèse de résultats doit également être vérifiée pour d'autres valeurs d'impédance acoustique de la lentille.

Modèle	Lame adaptatrice	p_{max} (kPa)	G	F (mm)	DOF_3 (mm)	DOF_6 (mm)
ATILA avec u_r libre	(a) non	30,8	19,2	6,5	1,60	2,28
	(b) oui	47,2	18,9	6,6	1,58	2,25
ATILA avec u_r bloqué	(a) non	30,8	18,8	6,6	1,50	2,12
	(b) oui	44,2	18,4	6,6	1,46	2,08
KLM étendu à l'axisymétrie	(a) non	33,9	19,7	6,5	1,52	2,13
	(b) oui	48,2	18,9	6,5	1,49	2,07

p_{max} : pression au point focal ; G : gain de focalisation ; F : distance focale ; DOF_3 : profondeur de champ à -3 dB ; DOF_6 : profondeur de champ à -6 dB.

Tableau III.5 : Caractérisation du champ de pression dans l'axe pour les configurations de transducteurs (Figure III.3) avec (a) lentille seule ; (b) lame adaptatrice et lentille, de rayon de courbure $R_c = 2$ mm et de vitesse longitudinale $c_l = 2100$ m/s.

III.2.2 Influence de l'impédance acoustique de la lentille

Les caractéristiques des champs de pressions obtenus dans l'axe sont maintenant comparées et analysées pour les différents modèles, en fonction de l'impédance acoustique de la lentille Z_l .

Ainsi, la distance focale et le gain obtenus par les différents modèles concordent bien, et les tendances observées sont identiques (*Figure III.27*).

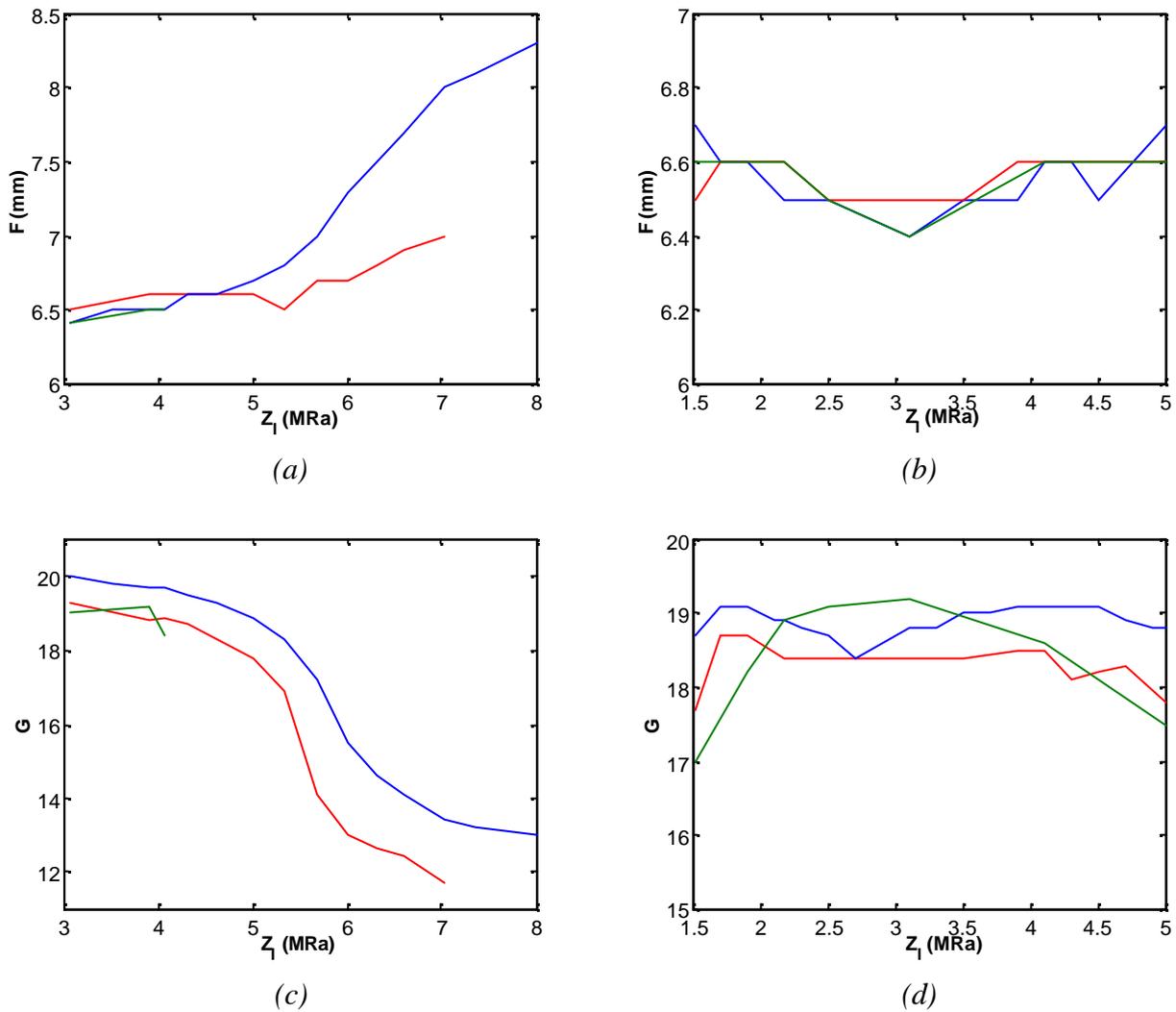


Figure III.27 : (a), (b) Distance focale et (c), (d) gain au point focal, en fonction de l'impédance acoustique de la lentille pour les configurations de transducteurs (Figure III.3) avec (a), (c) lentille seule ; (b), (d) lame adaptatrice et lentille, déterminées avec les modèles éléments finis ATILA avec déplacement radial libre (vert), déplacement radial bloqué (rouge) et KLM étendu à l'axisymétrie (bleu).

On observe une variation significative de la distance focale F selon la valeur de l'impédance acoustique de la lentille Z_l (Figure III.27 (a)). Cependant, la distance focale constante $F = 6,5$ mm a été choisie (III.27) avec une vitesse longitudinale c_l adaptée (Figure III.7 (b)) en accord avec l'impédance acoustique de la lentille Z_l (Figure III.7 (a)). Il en résulte un rapport entre rayon de courbure et rayon de la source R_c/a (Figure III.7 (b)) très proche de 1 pour des valeurs d'impédance acoustique de la lentille $Z_l > 5$ MRa. Ces résultats montrent que la validité de la formulation classique (III.27) de correspondance entre le rayon de courbure R_c et la vitesse longitudinale c_l est

limitée par le rapport R_c/a . Dans le même temps, on observe une très légère diminution du gain de focalisation G (Figure III.27 (c) et (d)), qui est proportionnel à l'inverse de la distance focale F (paragraphe 0). Par ailleurs, les modélisations par éléments finis avec ATILA (Figure III.27 (a) et (c)) n'ont pas donné de résultats convergents pour les configurations avec un rapport R_c/a faible (Figure III.28 (b)). En effet, les valeurs des impédances acoustiques de lentille sont respectivement limitées à $Z_l < 4,1$ MRa pour une modélisation avec déplacement radial libre et à $Z_l < 7$ MRa avec déplacement radial bloqué. Seule la modélisation avec KLM étendu à l'axisymétrie permet d'évaluer les résultats obtenus, dont les premières valeurs ($Z_l < 7$ MRa, soit $R_c/a > 1,09$) sont en bonne adéquation avec celles obtenues avec la modélisation par éléments finis avec ATILA avec déplacement radial bloqué.

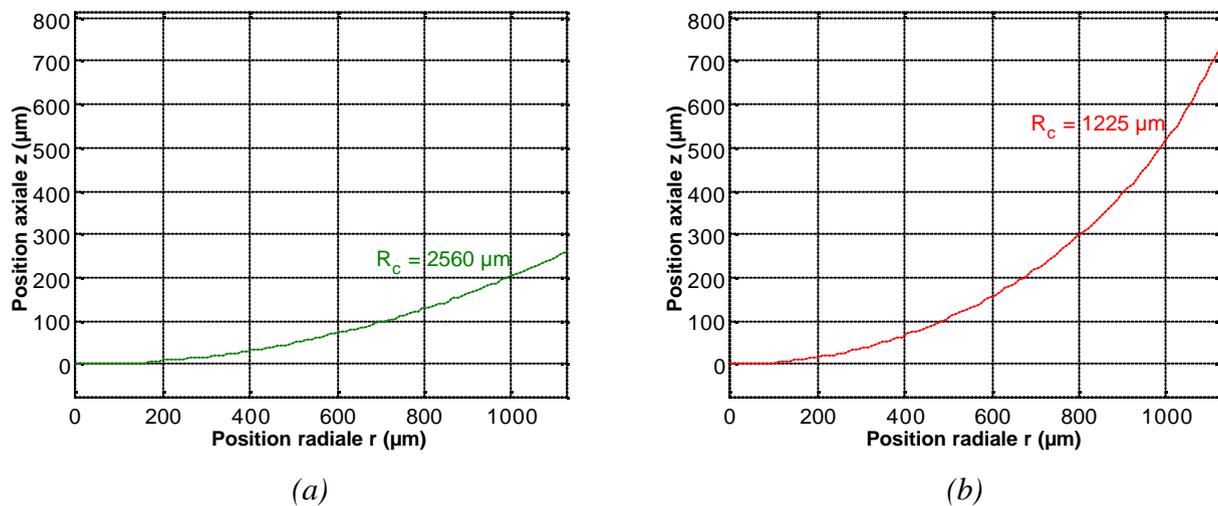


Figure III.28 : Profil radial $P(r)$ de la lentille (III.40) en fonction de son impédance acoustique Z_l donnée par la Figure III.7, avec un rapport entre le rayon de courbure R_c et le rayon de la source a (a) $R_c/a = 2,28$ pour $Z_l = 3$ MRa, et (b) $R_c/a = 1,09$ pour $Z_l = 7$ MRa.

Comme l'illustre la Figure III.29 (a) et (c), la profondeur de champ à -3 ou -6 dB suit la même évolution que la distance focale (Figure III.27). Ce résultat est expliqué par la formule approchée (A2.10) de la profondeur de champ à -3 dB en émission. Ainsi, pour une longueur d'onde λ et un rayon de source a donnés, la profondeur de champ DOF évolue avec le carré de la distance focale F^2 . Par ailleurs, les profondeurs de champ obtenues pour les modèles éléments finis avec déplacement radial libre et bloqué sont relativement en bon accord, avec un écart constant d'environ 10 %. L'écart relatif entre les modèles éléments finis avec déplacement radial bloqué et KLM étendu à l'axisymétrie est bien plus faible encore.

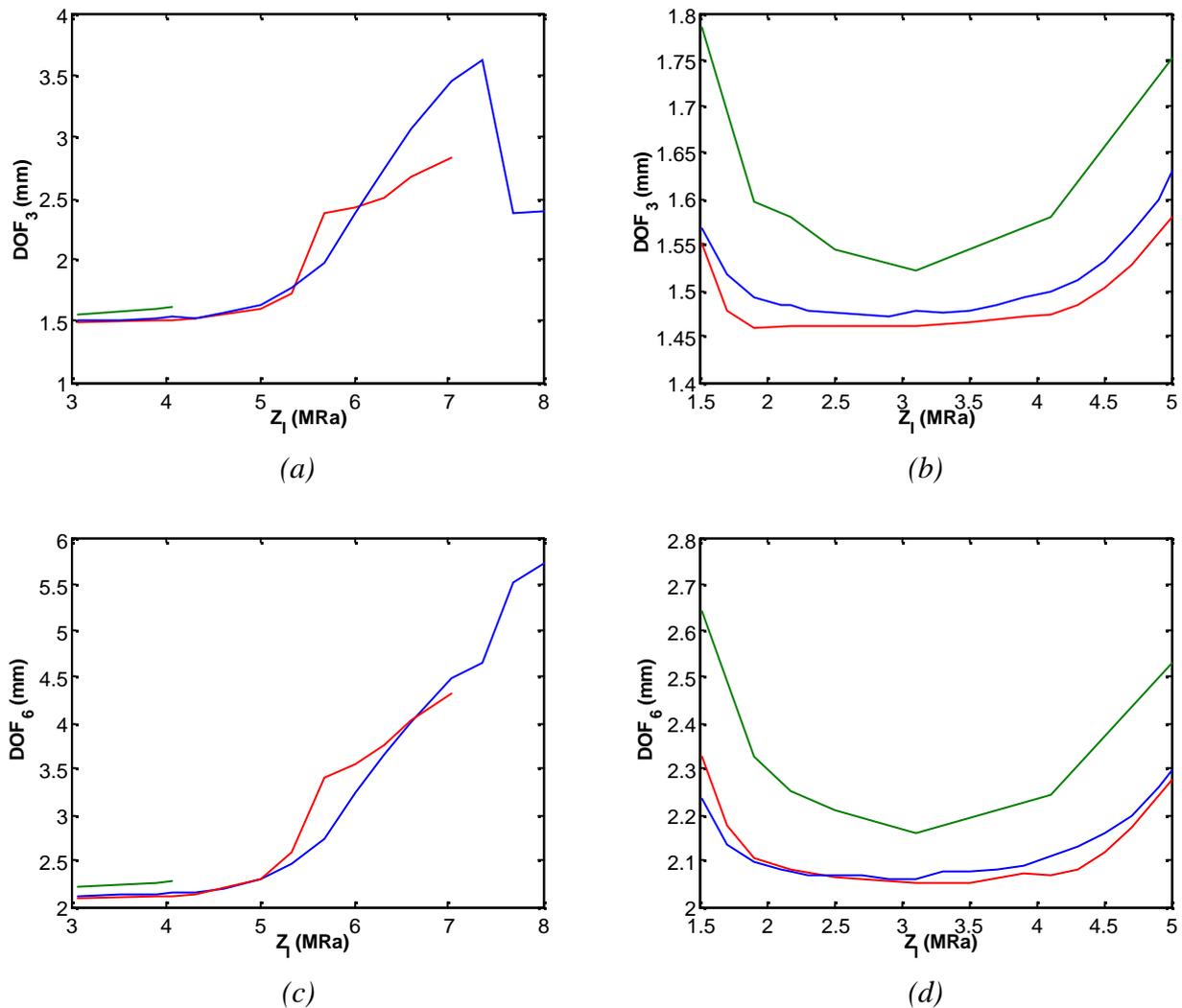


Figure III.29 : Profondeurs de champ à (a), (b) -3 dB, (c), (d) -6 dB du champ de pression dans l'axe, en fonction de l'impédance acoustique de la lentille pour les configurations de transducteurs (Figure III.3) avec (a), (c) lentille seule ; (b), (d) lame adaptatrice et lentille, déterminées avec les modèles éléments finis ATILA avec déplacement radial libre (vert), déplacement radial bloqué (rouge) et KLM étendu à l'axisymétrie (bleu).

III.3 Champ dans le plan focal

Une fois déterminée la distance focale F , le champ de pression dans le plan focal est calculé afin de déterminer les dimensions radiales de la tache focale obtenues pour différents seuils. De façon analogue à la caractérisation du champ de pression dans l'axe, les résultats de propagation des trois modèles de source sont comparés.

III.3.1 Comparaison des différents modèles

Les champs de pression relevés dans le plan focal sont comparés pour une configuration de lentille fixée. L'amélioration apportée par la lame adaptatrice (+40 %) est nette, et l'écart relatif maximum observé entre les différents modèles est le même (10 %), comme l'illustre la *Figure III.30*.

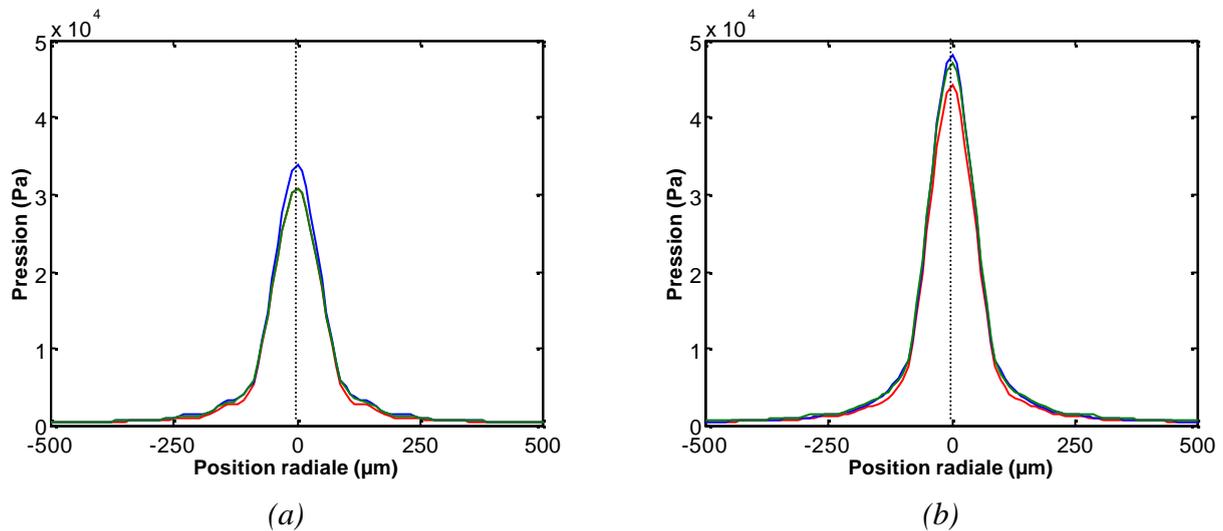


Figure III.30 : Champ de pression calculé dans le plan radial à la distance focale pour les deux configurations de transducteurs (*Figure III.3*) avec (a) lentille seule ; (b) lame adaptatrice et lentille, de rayon de courbure $R_c = 2$ mm et de vitesse longitudinale $c_l = 2100$ m/s. Les sources ont été modélisées par ATILA avec déplacement radial libre (vert), ATILA avec déplacement radial bloqué (rouge), KLM étendu à l'axisymétrie (bleu).

Les caractéristiques du champ de pression relevé dans le plan focal sont quantifiées pour chacun des modèles et configurations (*Figure III.3*). La lame adaptatrice (*Figure III.30*) ne semble pas jouer de rôle au niveau de la dimension radiale de la tache focale pour un seuil donné. Les résultats synthétisés dans le *Tableau III.6* montrent l'absence d'effet de la lame adaptatrice : les largeurs obtenues à -3 , -6 , et -15 dB sont très semblables. Ce n'est qu'à partir de -30 dB que les différences observées deviennent significatives (> 10 %). Ce premier résultat est appelé à être vérifié sur ceux obtenus avec d'autres valeurs d'impédance acoustique de lentille.

Encore une fois, on peut constater que les résultats obtenus sont très semblables pour les trois types de modélisations envisagées : ATILA avec ou sans déplacement radial ou bien KLM étendu à l'axisymétrie.

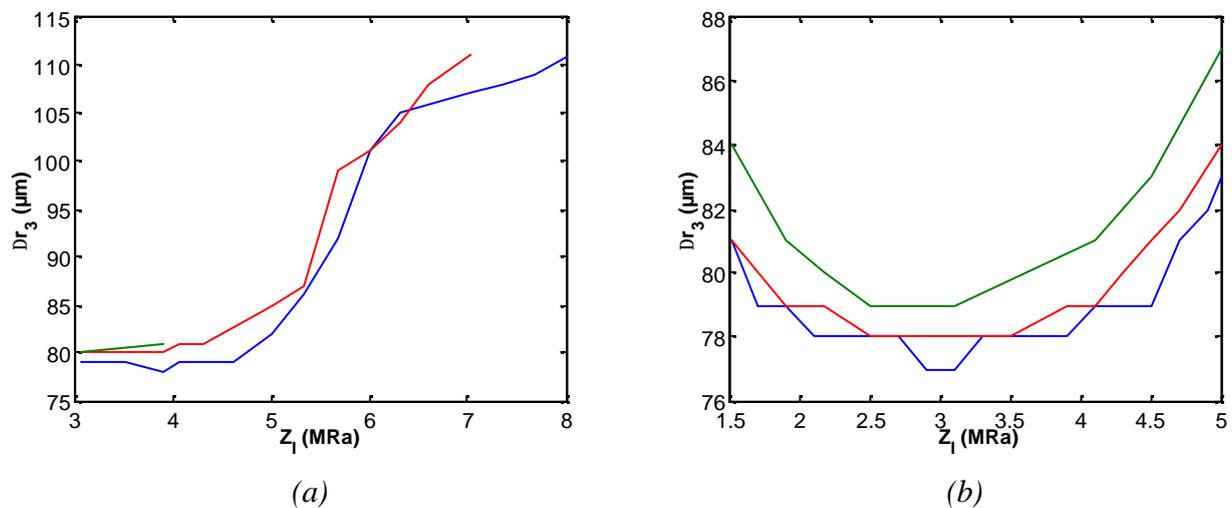
Modèle	Lame adaptatrice	Dr_3 (μm)	Dr_6 (μm)	Dr_{15} (μm)	Dr_{30} (μm)
ATILA avec u_r libre	(a) non	81	114	279	520
	(b) oui	80	113	251	458
ATILA avec u_r bloqué	(a) non	80	113	227	486
	(b) oui	79	111	234	424
KLM étendu à l'axisymétrie	(a) non	78	110	257	500
	(b) oui	78	109	253	449

Dr_3 , Dr_6 , Dr_{15} , Dr_{30} : largeur de la tache focale respectivement à -3 , -6 , -15 et -30 dB.

Tableau III.6 : Caractérisation du champ de pression dans le plan focal pour les configurations de transducteurs (Figure III.3) avec (a) lentille seule ; (b) lame adaptatrice et lentille, de rayon de courbure $R_c = 2$ mm et de vitesse longitudinale $c_l = 2100$ m/s.

III.3.2 Influence de l'impédance acoustique de la lentille

Les caractéristiques du champ de pression obtenu dans le plan focal sont comparées en fonction de l'impédance acoustique de la lentille Z_l . Les résultats donnés par les différents modèles sont comparés (Figure III.31) et montrent une bonne cohérence pour les valeurs de -3 à -6 dB. Au-delà, les valeurs relevées sont perturbées par les rebonds non désirés (Figure III.12). Ce résultat permet donc de visualiser les limites des modèles et de leur cohérence. Par ailleurs, la largeur Dr (Figure III.31) évolue avec la distance focale F (Figure III.27). Ce résultat est expliqué par la formule (A2.9) de la largeur à -3 dB (il existe d'autres formules à -6 , -15 et -30 dB) en émission.



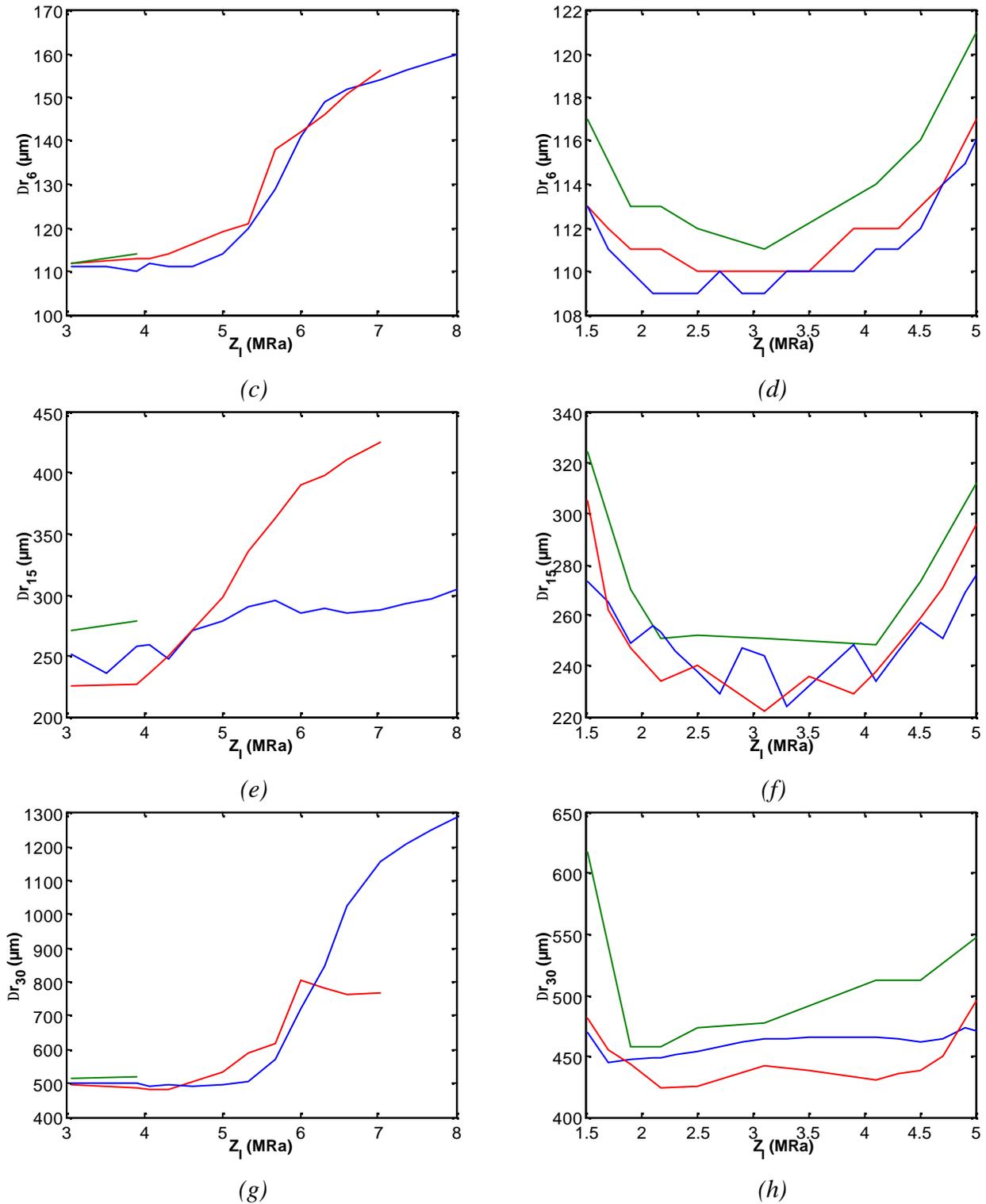


Figure III.31 : Largeurs de la tache focale à (a), (b) -3 dB, (c), (d) -6 dB, (e), (f) -15 dB et (g), (h) -30 dB, en fonction de l'impédance acoustique de la lentille pour les configurations de transducteurs (Figure III.3) avec (a), (c), (e), (g) lentille seule ; (b), (d), (f) (h) lame adaptatrice et lentille, déterminées avec les modèles éléments finis ATILA avec déplacement radial libre (vert), déplacement radial bloqué (rouge) et KLM étendu à l'axisymétrie (bleu).

III.4 Réponse électro-acoustique au point focal

Le champ de pression ayant été caractérisé et la distance focale F déterminée, les réponses électro-acoustiques sont calculées afin de déterminer les durées normalisées par rapport à la période centrale obtenues pour différents seuils. Comme précédemment, les résultats de propagation des trois modèles de source sont comparés. L'écart relatif maximum observé entre les différents modèles est d'environ 10 % jusqu'à un certain seuil de précision du calcul par éléments finis.

III.4.1 Comparaison des différents modèles

Une géométrie de lentille a été choisie (celle définie dans le paragraphe II.3.1) pour effectuer une comparaison des résultats obtenus pour les différents modèles. La réponse électro-acoustique est calculée au point focal pour chacun des modèles, et pour les deux configurations sans et avec lame adaptatrice (Figure III.32). Ainsi, les trois modèles donnent une réponse électro-acoustique très semblable, mis à part que le calcul par éléments finis ATILA avec déplacement radial libre produit un écho résiduel à partir de $t = 1,45 \mu\text{s}$. D'autre part, on peut noter que la lame adaptatrice permet d'obtenir une nette amélioration de la sensibilité et des durées à -3 et -6 dB.

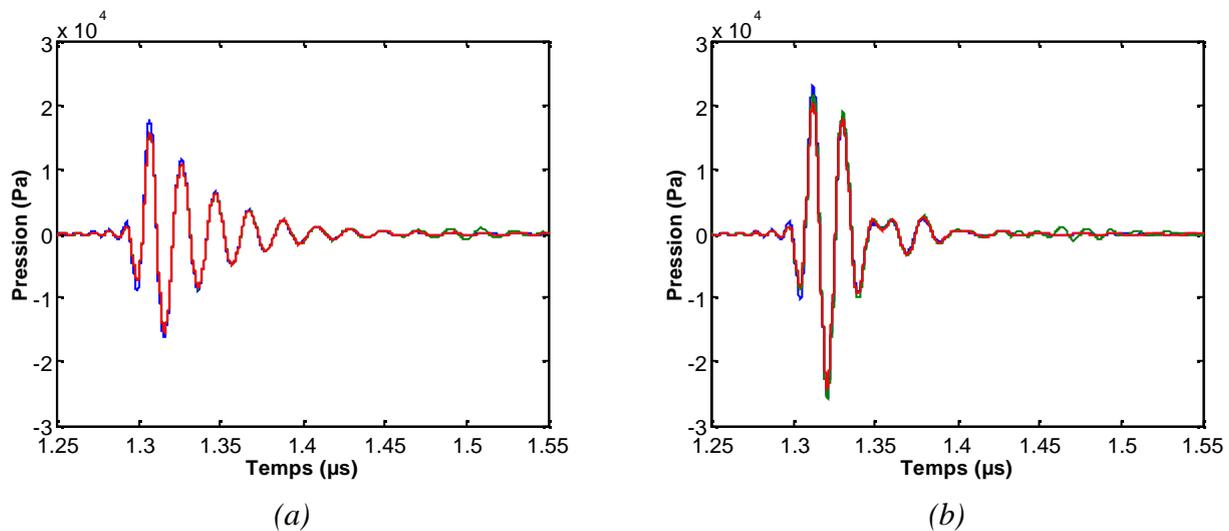


Figure III.32 : Réponses électro-acoustiques en pression obtenues au point focal pour les deux configurations (Figure III.3) avec (a) lentille seule ; (b) lame adaptatrice et lentille, de rayon de courbure $R_c = 2 \text{ mm}$ et de vitesse longitudinale $c_l = 2100 \text{ m/s}$, déterminées avec les modèles éléments finis ATILA avec déplacement radial libre (vert), déplacement radial bloqué (rouge) et KLM étendu à l'axisymétrie (bleu).

Les caractéristiques sont quantifiées et synthétisées dans le *Tableau III.7* en terme de sensibilité et de durée normalisée. La lame adaptatrice permet effectivement une amélioration d'environ 50 % de la sensibilité et des durées normalisées à -3 et -6 dB. Au-delà, les contributions calculées par les deux modèles éléments finis viennent fortement nuancer cette amélioration qui n'excède pas 30 % à -15 dB. La dégradation de la durée normalisée à -30 dB permet d'affirmer que la précision du calcul par éléments finis est comprise entre -15 et -30 dB. Par contre, le modèle KLM étendu à l'axisymétrie fait apparaître une amélioration de l'ordre de 30 % de la durée normalisée à -30 dB.

Modèle	Lame adaptatrice	amp (kPa)	d_3 / T_0	d_6 / T_0	d_{15} / T_0	d_{30} / T_0
ATILA avec u_r libre	(a) non	16,7	2,18	3,63	10,92	23,19
	(b) oui	24,6	1,40	2,20	9,66	24,53
ATILA avec u_r bloqué	(a) non	16,7	2,03	3,26	7,36	22,24
	(b) oui	27,7	1,32	1,97	5,19	24,12
KLM étendu à l'axisymétrie	(a) non	18,7	1,95	3,09	6,34	18,91
	(b) oui	26,3	1,31	1,95	4,71	14,42

amp : amplitude de l'enveloppe de la réponse électro-acoustique ; d_n/T_0 : durée gaussienne équivalente à $-n$ dB normalisée par rapport à la période de la réponse électro-acoustique.

Tableau III.7 : Caractérisation de la réponse électro-acoustique au point focal pour les configurations de transducteurs (Figure III.3) avec (a) lentille seule ; (b) lame adaptatrice et lentille, de rayon de courbure $R_c = 2$ mm et de vitesse longitudinale $c_l = 2100$ m/s.

III.4.2 Influence de l'impédance acoustique de la lentille

L'influence de la valeur de l'impédance acoustique de la lentille sur les durées gaussiennes (paragraphe 0) est évaluée sur la réponse électro-acoustique au point focal (*Figure III.33*). Les courbes illustrant les résultats donnés par les différents modèles ne sont exploitables que pour un seuil n'excédant pas -15 dB ; au-delà la courbe ne fait plus ressortir de tendance particulière. Pour la configuration sans lame adaptatrice (*Figure III.33 (a), (c), (e)*), la modélisation par éléments finis avec déplacement radial bloqué donne un optimum autour de $Z_l = 5,5$ MRa. Le calcul par éléments finis avec déplacement radial libre est divergeant pour $Z_l > 4$ MRa, d'où l'absence de résultats. Le modèle KLM étendu à l'axisymétrie ne donne pas d'optimum, mais la tendance indique un éventuel optimum au-delà de la zone d'investigation ($Z_l > 8$ MRa).

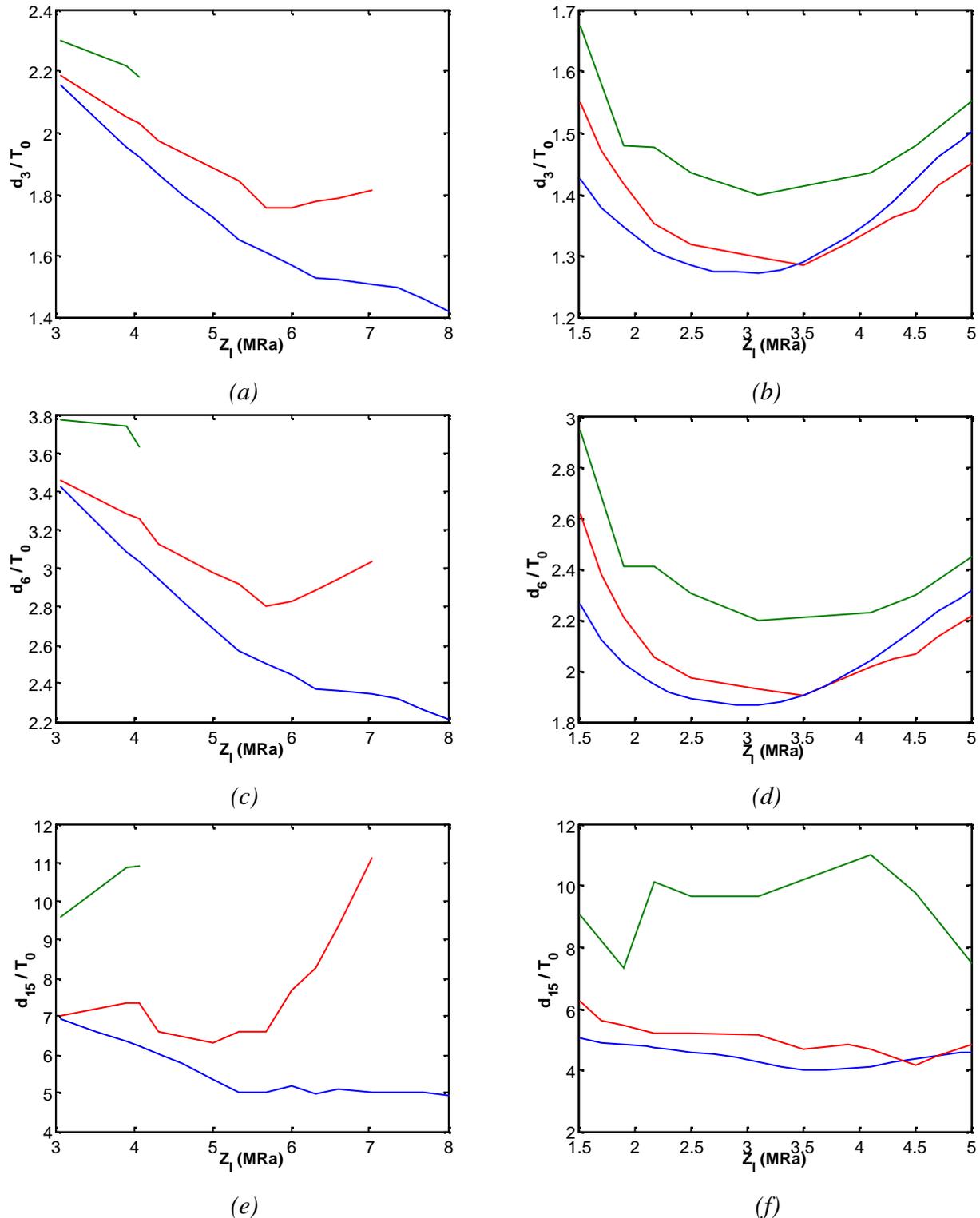


Figure III.33 : Durées normalisées par rapport à la période de la réponse électro-acoustique à (a), (b) -3 dB, (c), (d) -6 dB et (e), (f) -15 dB en fonction de l'impédance acoustique de la lentille pour les configurations de transducteurs (Figure III.3) avec (a), (c), (e) lentille seule ; (b), (d), (f) lame adaptatrice et lentille, déterminées avec les modèles éléments finis ATILA avec déplacement radial libre (vert), déplacement radial bloqué (rouge) et KLM étendu à l'axisymétrie (bleu).

Concernant la configuration avec lame adaptatrice (*Figure III.33 (b), (d), (f)*), les modélisations par éléments finis donnent un optimum pour les durées normalisées à -3 et -6 dB à $Z_l = 3$ MRa avec déplacement radial bloqué et $Z_l = 3,5$ MRa avec déplacement radial libre. Les durées évaluées à -3 et -6 dB pour les modélisations avec déplacement radial libre sont supérieures de 10 à 15 % à celles avec déplacement radial bloqué. Quant à la durée à -15 dB, elle est supérieure de 50 % environ. Ces résultats de modélisation par éléments finis avec déplacement radial libre vont dans le sens logique d'une dégradation des durées dès lors que les contributions radiales non maîtrisées sont prises en compte. Pour ce qui est de la modélisation avec KLM étendu à l'axisymétrie, l'optimum se situe à $Z_l = 3$ MRa pour les durées à -3 et -6 dB et à $Z_l = 3,7$ MRa pour la durée à -15 dB.

III.5 Résultats expérimentaux

Des transducteurs ont été réalisés en coopération avec la société *VERMON* afin de tenter de valider l'approche développée dans la partie précédente. Pour cela, des céramiques piézo-électriques (titanate de plomb) ont été assemblées avec un milieu arrière atténuant et en face avant avec une lame adaptatrice et une lentille pour améliorer la sensibilité et la résolution axiale.

III.5.1 Propriétés piézo-électriques

Des mesures d'impédance effectuées avec l'analyseur de spectre HP4395 (*Chapitre 1, Figure I.2*) ont permis de caractériser une série de 8 échantillons de disques piézo-électriques de titanate de plomb (Pz34 de *Ferroperm Piezoceramics*). Les caractéristiques identifiées ont été moyennées et les écarts à la moyenne quantifiés dans le *Tableau III.8*. Les pertes sont très faibles, et l'écart relatif élevé est dû à la difficulté à ajuster des valeurs aussi faibles. Les autres valeurs sont statistiquement proches, et l'écart relatif n'excède pas 6,3 %.

Z (MRa)	r (kg/m ³)	c_l (m/s)	S (mm ²)	e (μm)	f_a (MHz)	k_t (%)	$\mathbf{e}_{33,r}^S$	\mathbf{d}_m (%)	\mathbf{d}_e (%)
36,4	7520	4840	27,1	229	10,5	38,7	205	0,36	0,35
±0,4	–	±40	±1,7	±5	±0,3	±1,2	±13	±0,25	±0,18

Z : impédance acoustique; r : masse volumique; c_l : vitesse longitudinale; S : surface; e : épaisseur; f_a : fréquence d'anti-résonance; k_t : coefficient de couplage du mode épaisseur; $\mathbf{e}_{33,r}^S$: permittivité diélectrique relative à déformation constante; \mathbf{d}_m : pertes mécaniques; \mathbf{d}_e : pertes diélectriques.

Tableau III.8 : Propriétés électro-acoustiques des échantillons de céramique en titanate de plomb (Pz34 de Ferroperm Piezoceramics) utilisés pour la fabrication de transducteurs.

III.5.2 Configurations de transducteurs

Les propriétés du milieu arrière correspondent à une impédance acoustique $Z_{ar} = 3,3$ MRa et une atténuation $\mathbf{a} = 0,3$ dB/mm/MHz. Ces caractéristiques ont été choisies en adéquation avec les propriétés de l'élément piézo-électrique pour des applications en imagerie haute résolution. Pour un disque piézo-électrique avec une fréquence d'anti-résonance à $f_a = 10,5$ MHz, et un rayon de source $a = 2,95$ mm, la distance focale a été fixée à $F = 16$ mm. Cette distance focale permet d'obtenir un f_{number} compris entre 2 et 3 adapté pour l'imagerie médicale (III.29). La lame adaptatrice a été dimensionnée avec une épaisseur quart d'onde $I/4 = 40$ μm et une impédance acoustique $Z_{lame} = 5$ MRa (paragraphe A3.2.1.4, *Annexe 3*).

La lentille a alors été fabriquée en accord avec la formulation donnant la distance focale approchée F (III.27). Le moulage de la lentille concave focalisée sphérique a été réalisé avec la bille disponible de rayon le plus proche de la valeur calculée. Deux matériaux (polymères purs) ont été utilisés pour la fabrication de la lentille, respectivement avec des impédances acoustiques $Z_l = 2$ et 3 MRa. L'épaisseur de la lentille au centre a été testée en $I/4 = 40$ μm et en $5I/4 = 200$ μm , permettant normalement de maximiser le coefficient de transmission au centre de la lentille (*Figure III.21*).

Trois transducteurs ont ainsi été fabriqués et caractérisés, et deux d'entre eux sont illustrés par la *Figure III.34*. Les résultats expérimentaux obtenus ont été comparés à ceux obtenus par simulation. Toutes ces caractéristiques des lentilles sont résumées dans le *Tableau III.9* suivant :

Transducteur	e_l (μm)	R_c (mm)	F (mm)	f_{number}	Z_l (MRa)
1	40	6,7	16,0	2,7	3
2	200	6,7	16,0	2,7	3
3	40	4,0	16,8	2,8	2

e_l : épaisseur au centre de la lentille ; R_c : rayon de courbure de la lentille ; F : distance focale ; f_{number} : rapport $F/(2a)$; Z_l : impédance acoustique de la lentille.

Tableau III.9 : Caractéristiques et propriétés des lentilles.

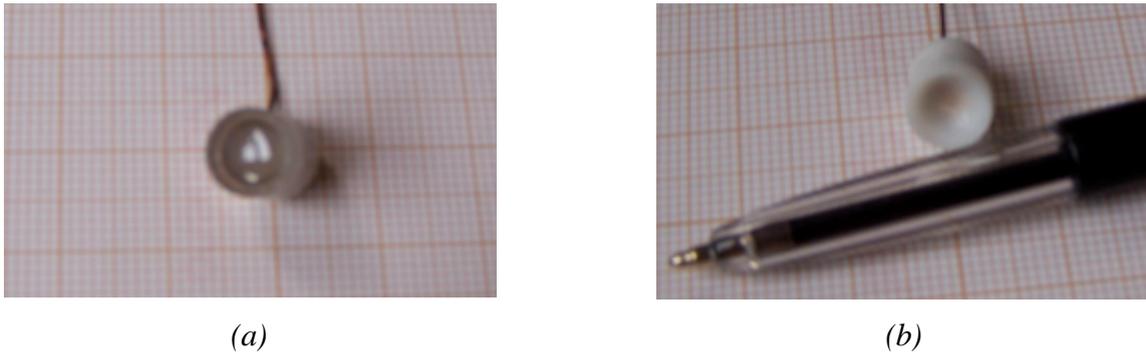


Figure III.34 : Transducteurs à base de titanate de plomb focalisés avec une lentille de rayon de courbure (a) $R_c = 6,7$ mm pour le transducteur 1 et (b) $R_c = 4$ mm le transducteur 3.

III.5.3 Comparaison entre les modèles

Les résultats obtenus pour les deux modèles ATILA avec déplacement radial libre et KLM étendu à l'axisymétrie sont en bon accord, excepté l'écho résiduel observé (*Figure III.35 (a)*) dans le cas de la source calculée par la méthode des éléments finis avec ATILA pour un déplacement radial libre. Cet écho est à l'origine des perturbations observées sur le spectre (*Figure III.35 (b)*).

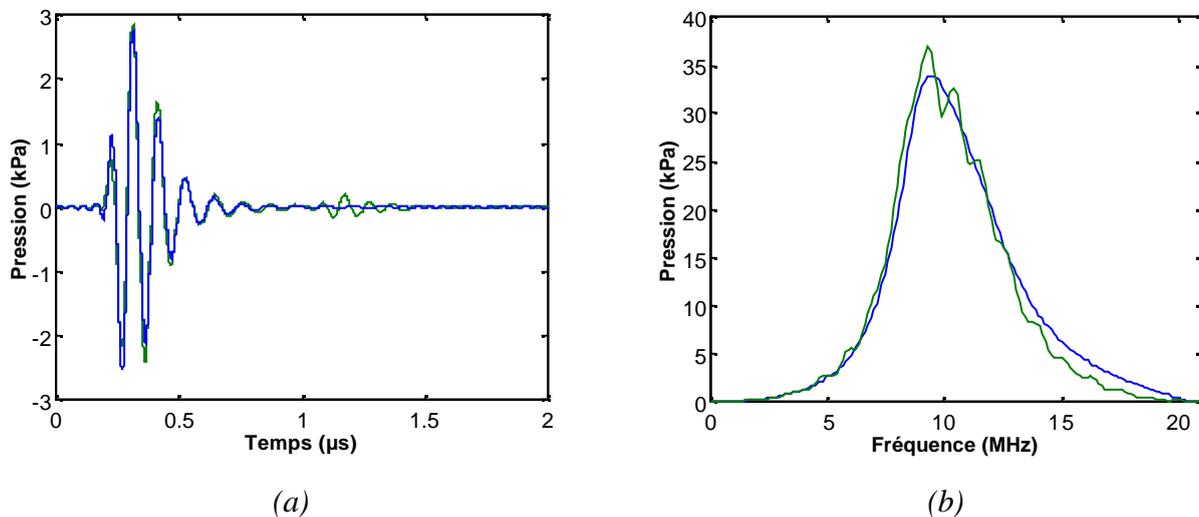


Figure III.35 : (a) Réponses électro-acoustiques en pression et (b) spectres simulés au point focal pour le transducteur 3 (Tableau III.9) obtenus avec les modèles ATILA avec déplacement radial libre (vert) et KLM étendu à l'axisymétrie (bleu).

Les caractéristiques de focalisation obtenues sont alors comparées pour les deux modèles de source utilisés (*Tableau III.10*) et pour les trois transducteurs simulés (*Tableau III.9*).

Transducteur	Méthode	G	F (mm)	DOF_3 (mm)	Δr_3 (μm)	Δz_3 (μm)	Δz_{15} (μm)
1	(a) KLM étendu	11,1	15,2	6,30	372	87	250
	(b) MEF ATILA	10,7	15,1	6,69	385	89	249
2	(a) KLM étendu	11,1	15,2	6,32	373	88	248
	(b) MEF ATILA	10,8	15,1	6,64	383	83	316
3	(a) KLM étendu	10,0	16,3	6,74	399	92	233
	(b) MEF ATILA	9,8	16,2	7,68	421	97	229

G : gain de focalisation ; F : distance focale ; DOF_3 : profondeur de champ à -3 dB ; Δr_3 : résolution radiale ; Δz_3 : résolution axiale ; Δz_{15} : contraste axial à -15 dB.

Tableau III.10 : Caractéristiques de la focalisation en émission des transducteurs 1 à 3 (Tableau III.9), déterminées avec les modèles (a) KLM étendu à l'axisymétrie et (b) éléments finis ATILA avec déplacement radial libre.

Ces résultats montrent ainsi que la modélisation par éléments finis de tous les modes de vibration n'est pas nécessaire pour les configurations choisies ici. Le modèle KLM étendu à l'axisymétrie est donc un outil de modélisation alternatif aux éléments finis satisfaisant, même pour des configurations fortement incurvées. Ainsi, le rapport R_c/a (paragraphe 0) est traduit en terme de courbure de la lentille concave, et décrit par l'angle d'ouverture \mathbf{q}_{\max} :

$$\mathbf{q}_{\max} = \text{Arc sin} \left(\frac{a}{R_c} \right) \quad (\text{III.48})$$

Cet angle atteint les valeurs relativement importantes de 26 (échantillons 1 et 2) et 48 degrés (échantillon 3). Malgré cela, le modèle de type KLM étendu à l'axisymétrie permet de décrire de façon satisfaisante l'effet produit par la lentille, essentiellement longitudinal.

III.5.4 Comparaison entre expérience et modèle

Il reste maintenant à vérifier la cohérence des résultats donnés par les modèles avec les résultats expérimentaux. Ainsi, les résultats expérimentaux relevés en émission-réception pour les transducteurs 1 à 3 sont comparés avec ceux donnés par le modèle KLM étendu à l'axisymétrie. Comme l'illustre la *Figure III.36*, les réponses électro-acoustiques expérimentales et simulées en émission-réception à la distance focale sur une cible plane sont similaires.

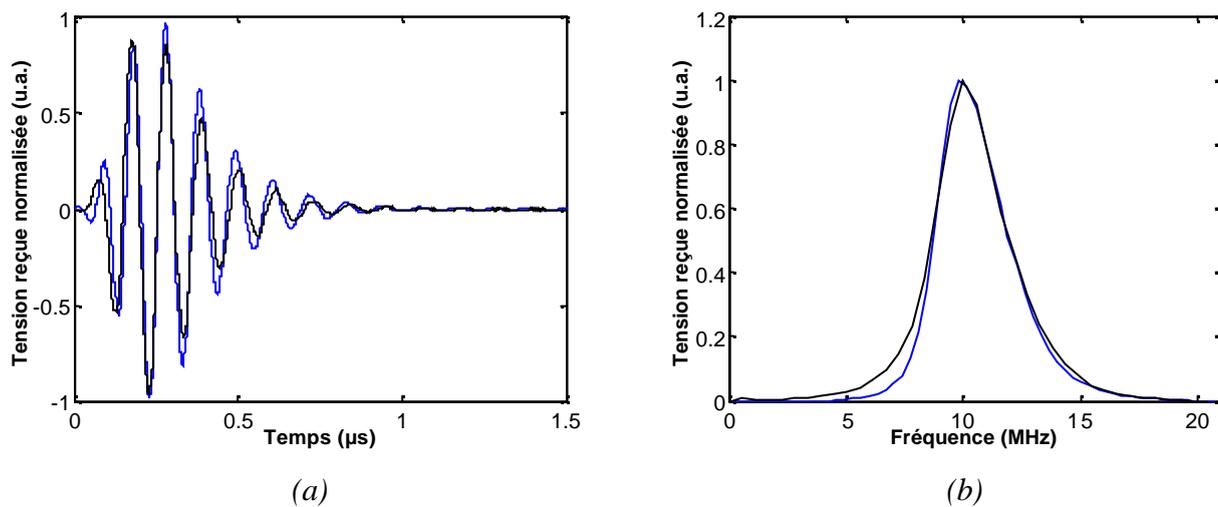


Figure III.36 : (a) Réponses électro-acoustiques en émission-réception et (b) spectres correspondants pour le transducteur 3 (Tableau III.9) simulés avec le modèle KLM étendu à l'axisymétrie (bleu), et comparés avec les résultats expérimentaux (noir).

Les caractéristiques expérimentales obtenues en émission-réception sont comparées avec celles simulées pour les trois échantillons (*Tableau III.11*). Les erreurs relatives maximales relevées sont de 22 % pour la résolution axiale, 15 % pour le contraste axial. Pour la bande passante relative à -6 et -30 dB, les erreurs relatives maximales sont respectivement de 13 et 30 %. L'épaisseur au centre de la lentille qui varie d'une longueur d'onde pour les échantillons 1 et 2, avec respectivement $e_l = I/4$ et $5I/4$ (*Tableau III.9*) ne semble pas être un paramètre critique. Cependant, l'atténuation dans la lentille dépendant de la fréquence centrale et de la distance parcourue, l'épaisseur minimale de la lentille (au centre) peut influencer sur la sensibilité.

Echantillon	Méthode	F (mm)	Δz_6 (μm)	Δz_{30} (μm)	$\Delta f_{6,r}$ (%)	$\Delta f_{30,r}$ (%)
1	(a) KLM étendu	15,1	251	653	26	81
	(b) Expérimentale	15,9	205	566	30	115
2	(a) KLM étendu	15,1	248	640	26	82
	(b) Expérimentale	15,9	213	574	28	109
3	(a) KLM étendu	16,2	219	600	34	83
	(b) Expérimentale	16,2	197	567	33	110

F : distance focale ; Δz_6 : résolution axiale ; Δz_{30} : contraste axial à -30 dB ; $\Delta f_{6,r}$: bande passante relative à -6 dB ; $\Delta f_{30,r}$: bande passante relative à -30 dB.

Tableau III.11 : Caractéristiques en émission-réception des échantillons 1 à 3 (Tableau III.9), déterminées avec le modèle (a) KLM étendu à l'axisymétrie et (b) expérimentalement.

Les valeurs relevées expérimentalement correspondent bien à celles indiquées par les relations entre durée et bande passante à $-n$ dB (III.19). Ainsi, pour une excitation gaussienne, une bande passante relative $\Delta f_{6,r} = 26$ %, et une fréquence centrale $f_0 = 10,5$ MHz donnent une résolution axiale de $\Delta z_6 = 242$ μm et un contraste axial $\Delta z_{30} = 541$ μm , ce qui permet d'obtenir une bonne approximation des valeurs effectivement relevées (bien que sous évaluées de 5 à 15 %). Le rapport entre les valeurs obtenues pour une gaussienne et celles obtenues expérimentalement donnent une estimation du facteur de forme de l'excitation, respectivement 95 % à -6 dB et 85 % à -30 dB (le 100 % correspondant à une gaussienne).

III.6 Perspectives

L'étude réalisée dans cette partie a consisté à optimiser les propriétés acoustiques de la lentille pour une géométrie donnée. Réciproquement, une autre problématique pourrait être une optimisation de la géométrie de la lentille en fonction de ses propriétés acoustiques. En effet, l'atténuation dans la lentille dépendant de la distance parcourue, un compromis reste donc à déterminer en fonction de l'atténuation et de l'amélioration du compromis sensibilité/bande passante sur tout le profil de la surface de la lentille (Figure III.21).

L'épaisseur de la lentille au centre e_l peut être optimisée en fonction de l'atténuation \mathbf{a} dans la lentille et du coefficient de transmission global T_g en terme de compromis entre la sensibilité \mathbf{amp} , la résolution axiale d_6 et le contraste axial d_{30} .

La procédure d'optimisation consiste à faire varier le paramètre étudié (l'impédance acoustique Z_l , l'atténuation \mathbf{a} , l'épaisseur au centre e_l) par itérations successives, et à calculer l'indice de performance IP (I.6) comme spécifié par le schéma *Figure III.2*.

D'autre part, des profils autres que le profil sphérique $P(r)$ peuvent faire l'objet d'une optimisation. Ainsi, le modèle de transduction KLM étendu à l'axisymétrie permet de prendre en compte un profil quelconque (sous condition de dérivabilité : en général ajusté par un polynôme), par ailleurs utilisé pour calculer la fonction de transfert en émission (*Chapitre 2*). En effet, ce profil $P(r)$ joue le rôle d'une interface entre le solide et le liquide, modélisés respectivement par KLM étendu à l'axisymétrie puis par le code de propagation. Il agit donc sur la fonction de transfert lors de la transduction, mais aussi sur la géométrie de la source propagée.

IV Conclusion

Au cours de ce chapitre, un indice de performance a d'abord été défini en vue de caractériser la réponse électro-acoustique émise par le transducteur. Cet indice modulable permet de déterminer un compromis entre sensibilité, résolution et contraste. Il a été étudié dans le cas d'une excitation gaussienne, pour laquelle les durées et bandes passantes sont corrélées. Les relations et ordres de grandeur obtenus sont néanmoins ceux relevés sur les réponses électro-acoustiques classiques et permettent de qualifier la forme de la réponse obtenue.

Ensuite, des configurations typiques de transducteur mono-élément haute fréquence équipé d'une lentille en face avant ont été décrites, et la lentille a été dimensionnée de façon à donner la distance focale voulue. Le champ de déplacement ou de pression délivré à la surface du transducteur a alors été modélisé au moyen d'un logiciel de calcul par éléments finis avec deux conditions aux limites. Des méthodes de modélisation approchées alternatives sont testées, et un modèle KLM étendu à l'axisymétrie a été mis en place. Le résultat obtenu avec ce modèle a été comparé de façon très satisfaisante à celui obtenu avec une modélisation par éléments finis. En effet, seulement une très légère différence a été observée entre les résultats obtenus avec une modélisation par éléments finis avec ou sans le déplacement radial. Ce résultat a permis de quantifier les effets des modes radiaux sur le champ rayonné et sur la réponse électro-acoustique.

Enfin, les sources de pression calculées à la surface de la lentille ont été propagées au moyen d'outils développés dans le chapitre précédent. Les champs de pression rayonnés par les différents modèles de source ont été comparés, en particulier dans l'axe, puis dans le plan focal. Les caractéristiques obtenues ont été décrites en fonction de l'impédance acoustique de la lentille pour une distance focale donnée. Les réponses électro-acoustiques au point focal ont alors été comparées

en fonction de l'impédance acoustique de la lentille, au moyen de caractéristiques dont certaines ont ensuite été regroupées dans l'indice de performance. Pour finir, des résultats expérimentaux ont été comparés à ceux simulés avec le modèle KLM étendu à l'axisymétrie. L'adéquation entre les résultats expérimentaux et simulés permet de valider le modèle KLM étendu à l'axisymétrie qui comporte deux avantages majeurs : il permet de réaliser un calcul de transduction de façon très satisfaisante, et ce plus de 100 fois plus rapidement qu'un modèle par éléments finis. De plus, il se prête bien à une utilisation itérative, utile pour une optimisation des propriétés de la lentille ou de tout autre couche constituant le transducteur.

Bibliographie :

1. Desmare R., *Optimisation de transducteurs ultrasonores à structure multicouche*. Thèse de doctorat en Acoustique. Université du Maine. Académie de Nantes, 1999.
2. Lucas B.G., Muir T.G., *The field of a focusing source*. Journal of the Acoustical Society of America, 1982. **72**(4): p. 1289-1296.
3. Thijssen J.M., Verhoef W.A., Cloostermans M.J., *Optimisation of ultrasonic transducers*. Ultrasonics, 1985: p. 41-46.
4. Marechal P., Levassort F., Tran-Huu-Hue L.P., Lethiecq M., *Electro-acoustic response at the focal point of a focused transducer as a function of the acoustical properties of the lens*. Proceeding of the 5th World Congress on Ultrasonics, 2003: p. 535-538.
5. Berryman J.G., *Long-wavelength propagation in composite elastic media I. Spherical inclusions*. Journal of the Acoustical Society of America, 1980. **68**(6): p. 1809-1819.
6. Berryman J.G., *Long-wavelength propagation in composite elastic media II. Ellipsoidal inclusions*. Journal of the Acoustical Society of America, 1980. **68**(6): p. 1820-1831.
7. Berryman J.G., *Single-scattering approximations for coefficients in Biot's equations of poroelasticity*. Journal of the Acoustical Society of America, 1992. **91**(2): p. 551-571.
8. Tannaka Y., Koshikawa T., *Solid-liquid compound hydroacoustic lens of low aberration*. Journal of the Acoustical Society of America, 1973. **53**(2): p. 590-595.
9. Fink K., *Computer simulation of pressure fields generated by acoustic lens beamformers*. Master of Science in Electrical Engineering Thesis. University of Washington, 1994: p. 1-56.
10. Hughes W.J., Craig J.R., *The focusing properties of an acoustic thin lens and zone plate*. Applied Research Laboratory. Pennsylvania State University, 1996. **TR96**(3): p. 1-33.

11. Cornelius T.A., Williams K.L., *Note on the calculation of the spherically aberrated field of an acoustic lens*. Applied Physics Laboratory. University of Washington, 1992. **TM92**(7): p. 1-39.
12. Kossof G., *Analysis of focusing action of spherically curved transducers*. Ultrasound in Medicine and Biology, 1979. **5**(4): p. 359-365.
13. Baboux J.C., Brissaud M., Charreaux C., Descombes M., Jayet Y., Laracine M., Louail G., Rocher A., Vincent A., *Contrôle non destructif par ultrasons*. Centre d'Actualisation Scientifique et Technique, 1987. **Niveau II**(Tome I).
14. Royer D., Dieulesaint E., *Ondes élastiques dans les solides. Tome 1: Propagation libre et guidée*. Masson ed. 1996.
15. Wang H., Cao W., *Characterizing ultra-thin matching layers of high-frequency ultrasonic transducer based on impedance matching principle*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 2004. **51**(2): p. 211-215.
16. Marechal P., Levassort F., Tran-Huu-Hue L.P., Félix N., Lethiecq M., *Effect of acoustical properties of a lens on the pulse-echo response of a single element transducer*. IEEE Proceedings of the Ultrasonics Symposium, 2004.

CHAPITRE IV : DEVELOPPEMENT ET CARACTERISATION DE FILMS EPAIS POUR TRANSDUCTEUR MONO-ELEMENT

Ce chapitre est consacré à la description du procédé de fabrication et à la caractérisation de films épais piézo-électriques intégrables dans la fabrication de transducteurs mono-éléments haute fréquence. Ces films épais ont des épaisseurs de quelques dizaines de microns. Deux méthodes de fabrication de film épais seront plus particulièrement étudiées : le coulage en bande (*tape casting*) et la sérigraphie (*screen printing*). Des échantillons ont été réalisés par ces méthodes en coopération avec des partenaires du projet européen PIRAMID. Dans la dernière partie de ce chapitre, les meilleurs échantillons seront décrits et caractérisés et leurs performances comparées.

I Fabrication et optimisation des propriétés de PMN-PT par coulage en bande ou "tape casting"

La fabrication de films épais par coulage en bande [1, 2] a été largement explorée au cours des dernières années [3]. L'industrialisation des procédés de fabrication a conduit à l'élaboration de nouveaux matériaux combinant des mailles cristallines piézo-électriques de natures différentes. Certaines de ces combinaisons permettent d'obtenir des propriétés spécifiques telles qu'un fort coefficient de couplage en mode épaisseur k_t et une permittivité diélectrique selon l'épaisseur $\epsilon_{33,r}^s$ élevée. Ainsi, des matériaux piézo-électriques relaxeurs tels que $\text{Pb}(\text{Mg}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})\text{O}_3$, $\text{Pb}(\text{Fe}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})\text{O}_3$ ou $\text{Pb}(\text{Sc}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})\text{O}_3$ (notés respectivement PMN, PFN et PSN), sont associés aux compositions plus classiques $\text{Pb}(\text{Zr}_{(x)}\text{Ti}_{(1-x)})\text{O}_3$ ou PbTiO_3 (respectivement PZT et PT) [4, 5]. Dans cette partie, nous nous intéresserons plus particulièrement à l'association $(1-x)\text{PMN}-x\text{PT}$ [6-10]. Ces compositions prometteuses ont fait l'objet d'études plus approfondies au Laboratoire de Céramique de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (LC-EPFL). Plusieurs compositions ont été développées et des films épais par coulage en bande ont été réalisés et caractérisés en partie au cours d'un séjour que j'ai effectué dans ce Laboratoire.

1.1 Procédé de fabrication

Le procédé de fabrication par coulage en bande se déroule en plusieurs étapes : la première étape consiste à disperser les composants oxydés dans une solution visqueuse constituée d'adjuvants, de solvants et de composants organiques. Ensuite, le mélange obtenu est étalé au moyen d'une racle à l'épaisseur désirée, puis séché à température ambiante ou thermostatée. La pâte ainsi obtenue (*green tape*) peut alors être découpée et mise en forme aux dimensions désirées en prenant en compte un retrait d'environ 20 % lors des étapes de cuisson. Vient alors une première étape de cuisson, le déliantage (*burning out*), pour débarrasser la pâte de ses constituants organiques. La seconde étape de cuisson, le frittage (*sintering*) permet le développement et l'agglomération granulaire et donne la microstructure finale. Des électrodes sont alors déposées (*electroding*) et l'échantillon est polarisé (*poling*). Les différentes étapes de fabrication décrites ci-dessus sont détaillées dans les paragraphes suivants.

1.1.1 Composition

Une série de céramiques à base de PMN-PT est élaborée à partir de la composition générale notée $(1-x)\text{PMN}-x\text{PT}$, en fonction de la fraction molaire x de PT qui a pris successivement pour valeurs 30, 35, 40, 50 et 60 % dans le cadre de notre étude. Ces céramiques combinent deux types de matériaux : l'un est de type ferroélectrique (PT), l'autre de type relaxeur (PMN). La combinaison de ces deux types de propriétés permet d'obtenir une constante diélectrique beaucoup plus importante que celle du PZT classique, tout en conservant des propriétés piézo-électriques comparables voire supérieures. Chacune de ces compositions a donné lieu à la fabrication d'un ou plusieurs échantillons mis en forme puis testés.

1.1.2 Formulation du mélange

La barbotine élaborée avant la mise en forme est constituée d'un mélange à base de poudre de céramique, de solvants, de polymère et de plastifiants décrit par le *Tableau IV.1*. En pratique, ces constituants sont ajoutés au fur et à mesure de l'élaboration du mélange final de façon à en assurer l'homogénéité pour le coulage en bande.

Constituant	Type	Fraction massique (%)
Poudre de PMN et de PT	Céramique	75
Méthyl éthyl kétone (MEK)	Solvant	12
Ethanol (EtOH)	Solvant	6
Polymère "B-79" (PVB)	Polymère	3,9
Polyéthylène glycol (PEG)	Plastifiant	1,5
Dibutyl phthalate (DBP)	Plastifiant	1,5
Emphos PS-21A	Dispersant	0,1

Tableau IV.1 : Formulation de la solution visqueuse pour le coulage en bande.

I.1.3 Homogénéisation du mélange

Les différents constituants sont ajoutés dans un contenant, en volume égal avec des billes de zirconium afin de faciliter le mélange. Les billes sont introduites en premier lieu, puis la poudre de céramique est ajoutée. Viennent ensuite les solvants puis les dispersants. Ce mélange est agité pendant 5 à 10 minutes (*mixing*). Les plastifiants sont alors ajoutés ainsi que la première moitié seulement du polymère afin de mieux solubiliser le polymère dans le mélange solvants/plastifiants et de limiter la viscosité du mélange. L'étape suivante consiste à effectuer un mélange pour permettre une bonne homogénéisation pendant 16 heures à une vitesse constante de 1 tour/s (*milling*) [11, 12]. La seconde moitié du polymère est ensuite ajoutée, puis l'homogénéisation finale du mélange est effectuée à nouveau pendant 3 heures.

I.1.4 Filtrage du mélange

Une fois le mélange et l'homogénéisation effectués, la solution visqueuse obtenue peut être retirée du contenant. Pour cela, il est chauffé à 70°C afin de fluidifier la solution qui peut alors être extraite. Il faut noter qu'environ 75 % en masse du mélange initial est récupéré, 25 % restant à la surface des billes de zirconium et du contenant.

I.1.5 Dégazage

Le mélange récupéré est ensuite placé sous vide pendant quelques minutes afin d'évacuer les gaz dissous lors des étapes de mélange. De retour à pression ambiante, le mélange est prêt pour le coulage en bande.

I.1.6 Coulage

Le coulage en bande est un procédé utilisé pour la fabrication de films épais (de 50 à 1500 μm) sur une surface plane [13]. Il faut cependant prendre en compte le retrait observé lors du séchage (environ 30 %). Cette méthode possède l'avantage d'être simple et facile d'utilisation pour cette gamme d'épaisseurs. La largeur et l'épaisseur de la bande coulée sont déterminées par la position de la racle (*blade*). Un film de polyester revêtu d'une fine couche de silicium est choisi comme surface pour le coulage de la bande. L'épaisseur de la bande après séchage dépend non seulement de l'épaisseur fixée par la racle, mais aussi de la vitesse de son passage et de la viscosité du mélange.

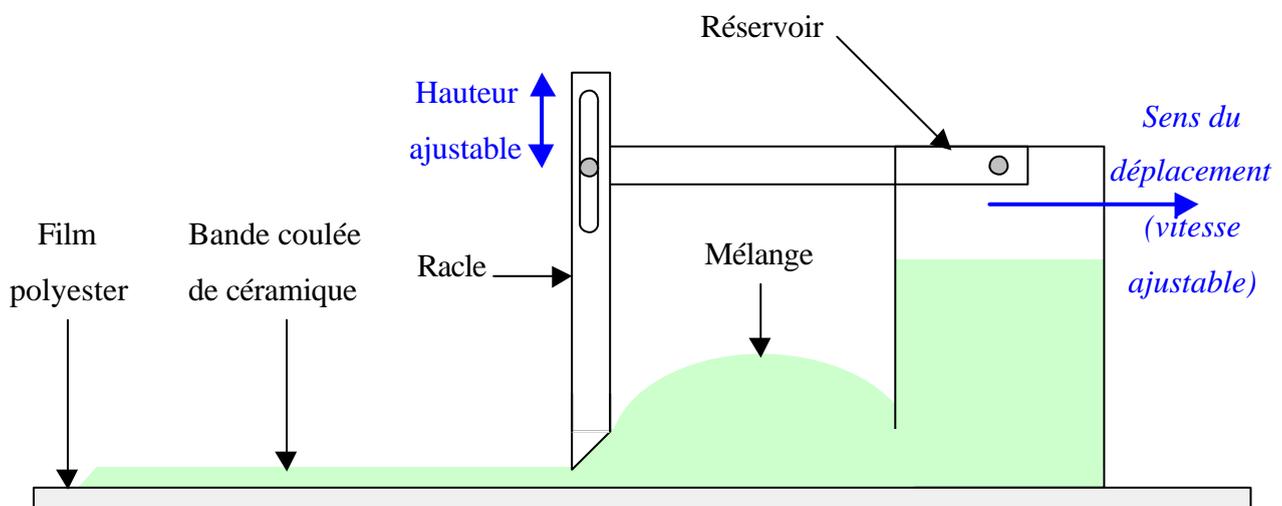


Figure IV.1 : Schéma du dispositif de coulage en bande.

I.1.7 Séchage

Une fois la bande coulée sur le film polyester, elle est laissée à température ambiante pendant environ une heure, puis séchée à 90°C en environnement thermostaté de nouveau pendant une heure, de façon à faire évaporer les solvants résiduels. Cette procédure de séchage en deux temps permet d'éviter une évaporation trop brutale des solvants et l'apparition de craquelures sur la bande.

I.1.8 Mise en forme

Le futur élément piézo-électrique est découpé dans la géométrie voulue, sous forme de disque. Plusieurs disques de la même taille peuvent être empilés par la suite de façon à donner l'épaisseur désirée à l'échantillon final. L'empilement ainsi réalisé est ensuite pressé à chaud (*hot pressing*) pour prendre la forme d'un disque plat ou incurvé [14]. Les principaux paramètres pour le pressage

à chaud sont : la contrainte appliquée \mathbf{s} (MPa), la température T ($^{\circ}\text{C}$) et le temps d'application t (s). Pour la mise en forme de nos échantillons, nous avons appliqué une contrainte de $\mathbf{s} = 20$ MPa à une température $T = 70^{\circ}\text{C}$ pendant un temps $t = 15$ s.

I.1.9 Déliantage et frittage

Pour l'étape de déliantage, l'échantillon réalisé est alors passé au four dans une atmosphère saturée en oxyde de plomb (PbO), de façon à le débarrasser de ses constituants organiques tout en évitant l'évaporation des oxydes solides. La *Figure IV.2 (a)* décrit la progression en température adaptée. L'augmentation progressive de la température permet l'évaporation des solvants et de l'humidité résiduels, ainsi que l'élimination progressive des constituants organiques : polymères et plastifiants. L'échantillon mis en forme est ainsi disposé dans un moule en alumine. Ce support entraîne généralement la déformation des échantillons de faible épaisseur par diffusion de l'oxyde de plomb. Le support et l'environnement proche sont donc saupoudrés d'oxyde de plomb afin de les saturer en plomb. D'autres types de supports sont envisageables, mais leur coût est plus important.

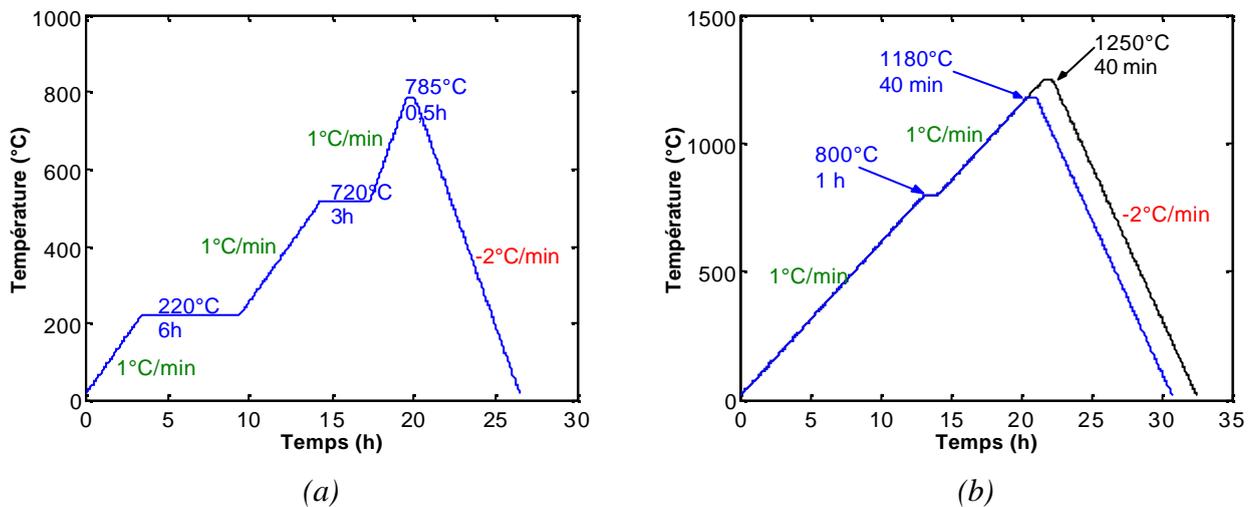


Figure IV.2 : Courbes de montée, stagnation et descente en température en fonction du temps pour (a) la première étape : déliantage (élimination des solvants résiduels et constituants organiques) et (b) la seconde étape : frittage (formation, croissance et agglomération de grains) au LC-EPFL.

La seconde étape de cuisson, le frittage (*sintering*) permet la croissance des grains et leur densification (*Figure IV.2 (b)*). La modification de la température maximale, de la durée du palier, et l'ajout de poudre d'oxyde de magnésium MgO et/ou de plomb PbO permettent d'obtenir des tailles de grains et microstructure différentes [15, 16]. Ainsi, pour les compositions avec une fraction molaire $x < 50$ % de PT, l'ultime palier se situe à $T = 1250^\circ\text{C}$, et pour $x > 50$ % de PT, il se situe à $T = 1180^\circ\text{C}$. Ce cycle de chauffage a donc une durée totale de 33 et 31 heures respectivement pour les fractions molaires de PT inférieure et supérieure à 50 %. La structure granulaire obtenue suite aux cycles de cuisson mentionnés est relativement homogène (*Figure IV.3 (a)*) et permet d'obtenir des tailles de grain de 3 à 4 μm de diamètre en moyenne (*Figure IV.3 (b)*).

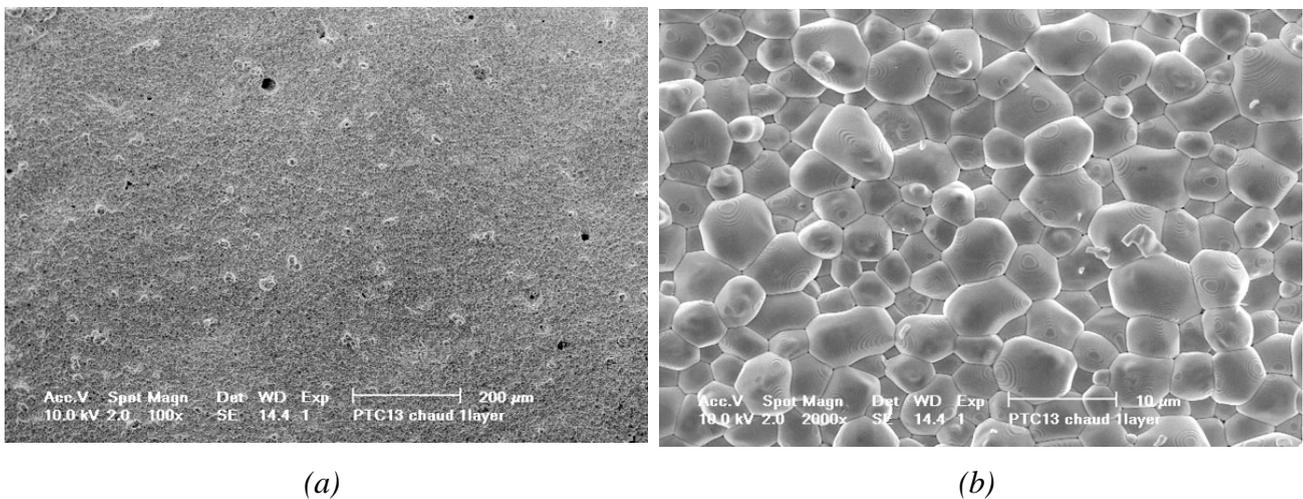


Figure IV.3 : Structure granulaire à la surface de l'échantillon 0,7PMN-0,3PT grossie (a) 70 fois et (b) 1400 fois observée au microscope électronique à balayage (LC-EPFL).

I.1.10 Dépôt d'électrodes

Suite à ces différents traitements thermiques, des électrodes en or sont déposées par pulvérisation sur chaque face du disque. Le temps de dépôt par évaporation (*sputtering*) sous vide partiel à $p = 0,05$ mbar a été fixé à $t = 10$ minutes, ce qui correspond à une épaisseur de $e_{or} = 600$ nm.

I.1.11 Polarisation

Une fois le dépôt des électrodes effectué, le disque est alors polarisé. La polarisation dépend principalement du champ électrique appliqué E (V/mm), de la température T ($^\circ\text{C}$) et du temps d'application du champ t (s). Plusieurs essais ont montré qu'un champ électrique $E = 1$ kV/mm, appliqué à température ambiante pendant 5 minutes permet d'obtenir une polarisation optimale.

1.2 Caractérisation

Les échantillons fabriqués par le procédé décrit précédemment sont alors caractérisés et comparés en fonction des fractions molaires de PT et du nombre d'épaisseurs empilées pour la formation des disques fins. Après une mesure préliminaire des caractéristiques géométriques des échantillons, les propriétés diélectriques et acoustiques des échantillons sont déduites des mesures effectuées et présentées ci-après. La permittivité diélectrique relative à contrainte constante $\epsilon_{33,r}^T$ est évaluée en fonction de la température afin de déterminer la température de Curie T_c . Au-delà de cette température critique, la polarisation n'est plus effective et le matériau perd ses propriétés piézo-électriques. Les propriétés acoustiques sont ensuite déduites des mesures d'impédance électrique et ajustées à partir des caractéristiques géométriques de l'échantillon.

1.2.1 Permittivité diélectrique

L'évolution de la permittivité diélectrique relative à contrainte constante $\epsilon_{33,r}^T$ est relevée en fonction de la température. Lorsque la constante diélectrique est maximale, la température de Curie T_c est obtenue (Figure IV.4). Bien qu'elle possède une forte constante diélectrique, la composition PMN-PT 90/10 n'est pas ferroélectrique.

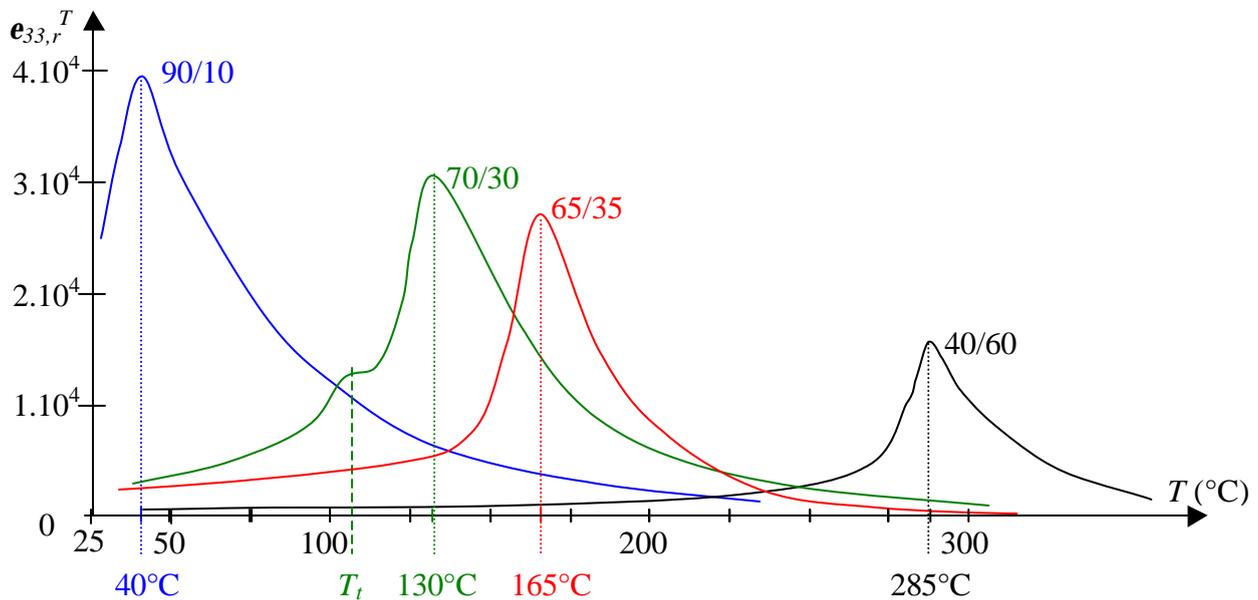


Figure IV.4 : Evolution de la constante diélectrique relative à contrainte constante $\epsilon_{33,r}^T$ en fonction de la température et de la composition du PMN-PT. La température à laquelle la constante diélectrique est maximale est nommée la température de Curie T_c (excepté la composition 90/10), et celle à laquelle on distingue une double inflexion est la température de transition de phase T_i .

La caractérisation des échantillons sera donc limitée aux compositions PMN-PT 70/30, 65/35, et 40/60. Par ailleurs, pour la composition 0,7PMN-0,3PT (70/30) on observe une double inflexion de la courbe à la température T_t . Elle correspond à la transition de phase rhomboédrique vers la phase tétraédrique (*Annexe 6*). On peut constater que la température de Curie T_c croît avec la fraction molaire de PT relativement à celle de PMN tandis que la constante diélectrique relative $\epsilon_{33,r}^T$ décroît comme l'ont montré *Alguero et al.* [17] de l'Institut des Sciences et Matériaux de Madrid (ICMM). Pour une composition donnée, une loi empirique d'évolution de la constante diélectrique relative $\epsilon_{33,r}^S$ peut être ajustée en fonction de la température T et de la fréquence f [10, 18].

I.2.2 Caractéristiques électro-mécaniques

La caractérisation par mesure d'impédance décrite au cours du *Chapitre I* permet, connaissant les dimensions, de remonter aux caractéristiques géométriques, diélectrique et électro-mécaniques du matériau. Elles sont résumées dans le *Tableau IV.2* suivant :

x PT (%)	Couches	e (μm)	S (mm^2)	$\epsilon_{33,r}^S$	\mathbf{r} (kg/m^3)	c_l (m/s)	k_t (%)	f_a (MHz)	\mathbf{d}_m (%)	\mathbf{d}_e (%)
60	4	360	47,6	570	6360	5050	31,0	7,00	2,7	1,6
35	4	390	52,0	1660	7200	4580	45,8	5,88	3,5	4,1
35	6	380	28,2	1750	6920	4715	42,5	6,29	9,0	4,3
30	4	430	47,3	1830	7000	4660	32,1	5,44	3,5	10,8
30	6	455	51,1	1200	7700	4440	40,3	4,85	3,2	5,4
30	8	695	31,7	1400	7530	4485	36,0	3,23	2,5	6,2

e : épaisseur totale; S : surface; $\epsilon_{33,r}^S$: constante diélectrique relative à déformation constante; \mathbf{r} : masse volumique ; c_l : vitesse longitudinale; k_t : coefficient de couplage en mode épaisseur; f_a : fréquence d'anti-résonance; \mathbf{d}_m : pertes mécaniques; \mathbf{d}_e : pertes diélectriques.

Tableau IV.2 : Caractéristiques géométriques, diélectrique et électro-mécaniques des échantillons de $(1-x)$ PMN- x PT en fonction de la fraction molaire x de PT.

Les mesures effectuées sur les échantillons montrent nettement que la composition PMN-PT 65/35 donne les meilleures performances en terme de coefficient de couplage en épaisseur k_t . Ce résultat est en accord avec les travaux de *Kelly et al.* [19, 20] qui ont réalisé un dépôt par la méthode sol-gel. Les autres caractéristiques telles que la constante diélectrique $\epsilon_{33,r}^S$, la vitesse longitudinale c_l et

la masse volumique r varie légèrement selon le nombre de couches empilées. Les caractéristiques obtenues sont comparables à celles obtenues par frittage. Ainsi, la composition 65/35 délivre un coefficient de couplage en épaisseur maximal $k_t = 44\%$. Ses propriétés moyennes relevées sont $\epsilon_{33,r}^s = 1700$, $c_t = 4650$ m/s et $r = 7000$ kg/m³. Pour les trois échantillons PMN-PT 70/30 avec 4, 6 ou 8 couches, on observe une grande variation de la permittivité (Figure IV.5). Elle est plus faible pour 6 et 8 couches malgré une masse volumique plus élevée ; la porosité n'est donc pas la cause principale de cette variation. La qualité des électrodes et/ou la variation d'épaisseur des échantillons qui ne sont pas prises en compte sont très probablement en cause pour ces résultats. Pour les deux échantillons PMN-PT 65/35 (4 et 6 couches, Figure IV.5), les résultats sont comparables et le procédé semble donc reproductible.

Enfin, en comparant les trois échantillons à 4 couches pour les trois compositions (Figure IV.5), on vérifie bien que la constante diélectrique augmente lorsque le taux de titanate de plomb diminue.

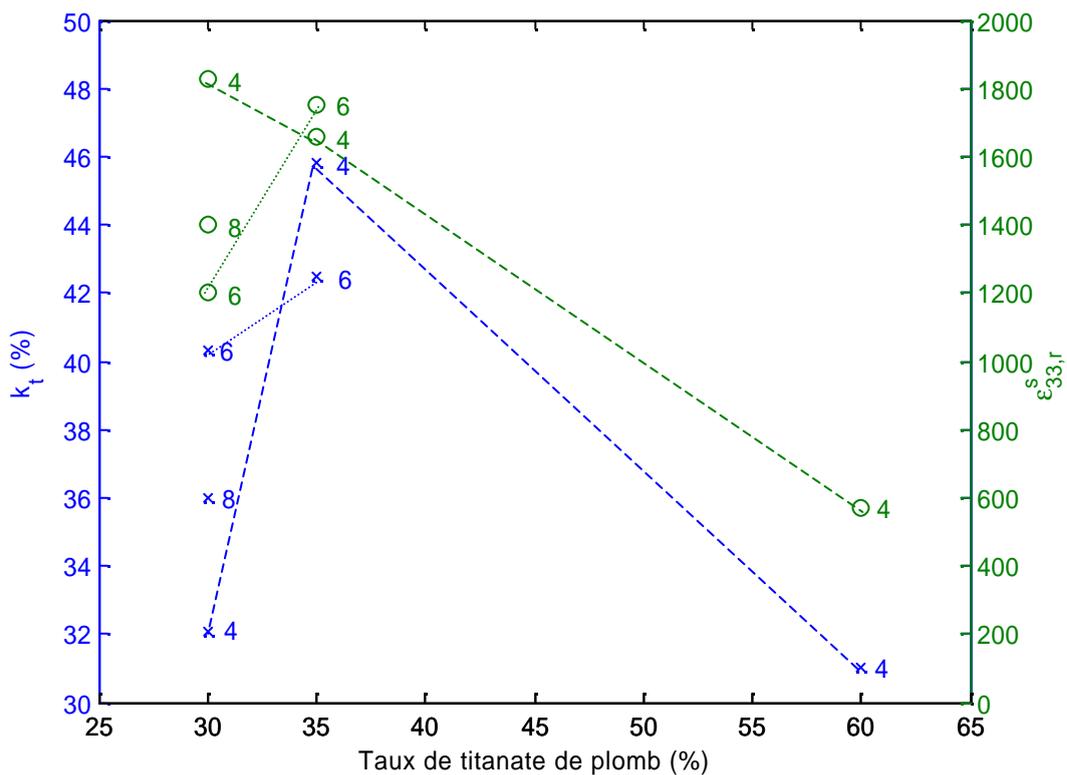


Figure IV.5 : Coefficient de couplage en mode épaisseur k_t (%) et constante diélectrique $\epsilon_{33,r}^s$ (o) en fonction de la fraction molaire x de PT.

II Fabrication d'une structure intégrant un film épais PZT/PGO par sérigraphie ou "screen printing"

Le développement de films épais piézo-électriques a été étudié dans un second temps avec une méthode de dépôt par sérigraphie (*screen-printing*). Ce sujet a été une nouvelle fois développé dans le cadre du projet européen PIRAMID, en coopération avec l'Institut Jozef Stefan (IJS, Ljubljana, Slovénie). La fabrication des structures a été réalisée dans ce laboratoire mais des échanges permanents ont été entretenus avec notre groupe dans le but d'optimiser les propriétés de ces films piézo-électriques (géométrie, caractéristiques électro-mécaniques, structure multicouche). La fabrication de ces film déposés par sérigraphie nécessite un support ; l'idée principale de ce procédé est d'utiliser directement ce substrat comme milieu arrière. Le principe de fabrication de cette structure est schématisé sur la *Figure IV.6*.

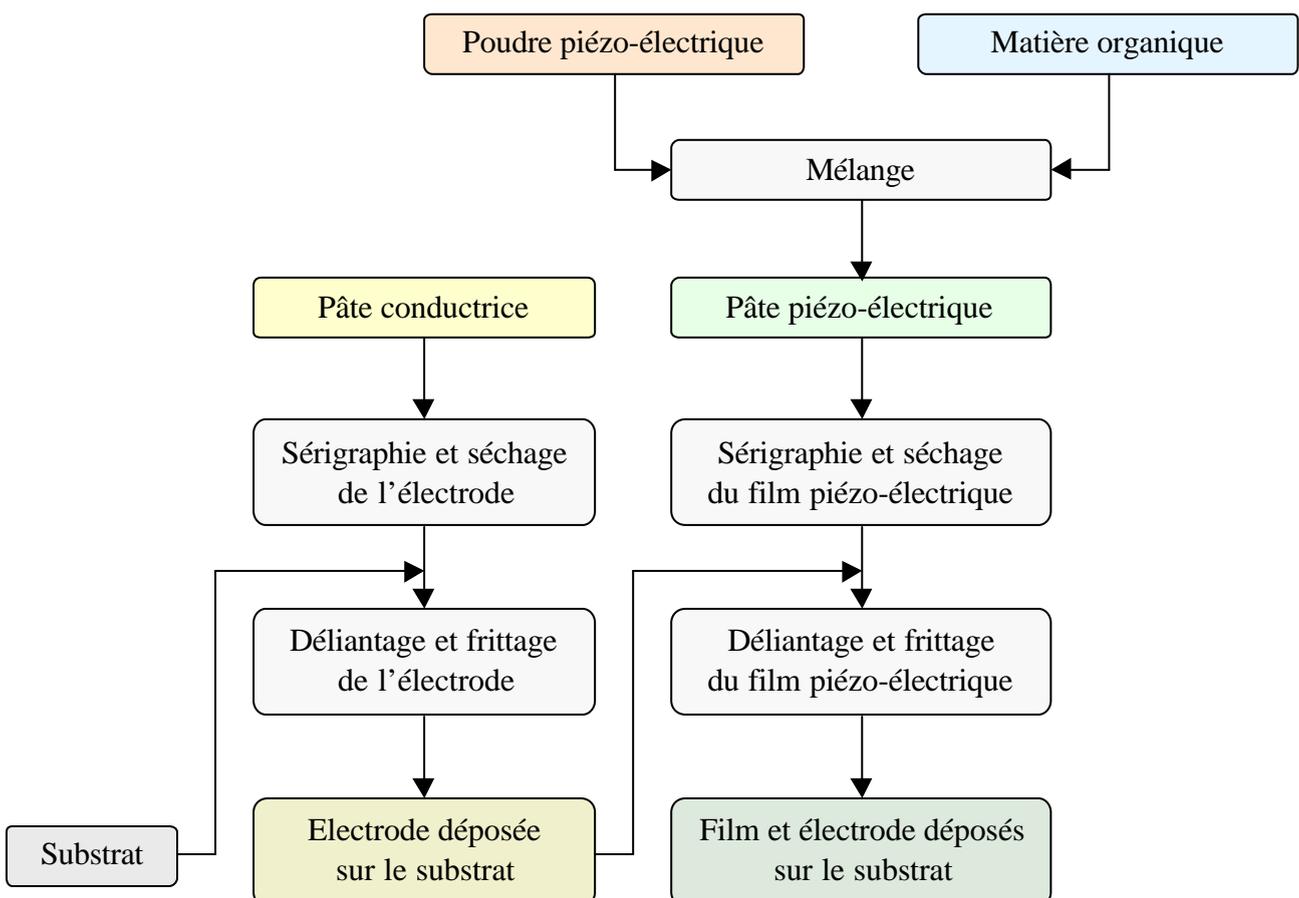


Figure IV.6 : Principe de la fabrication d'une structure intégrée par sérigraphie.

Le point délicat d'une telle fabrication réside dans les étapes de déliantage et frittage qui nécessitent une montée en température à plus de 800°C, favorisant dans le même temps des phénomènes de diffusion indésirables de l'électrode vers les couches contiguës.

La *Figure IV.7* précise la structure multicouche obtenue et l'ordre de grandeur des différentes épaisseurs de chacun des éléments. Les caractéristiques et le choix des compositions des trois premières couches essentielles (le film épais piézo-électrique, l'électrode arrière et le substrat) seront successivement décrites dans les paragraphes suivants. On verra également que l'ajout d'une couche protectrice intermédiaire entre le substrat et l'électrode arrière sera nécessaire pour améliorer les propriétés recherchées.

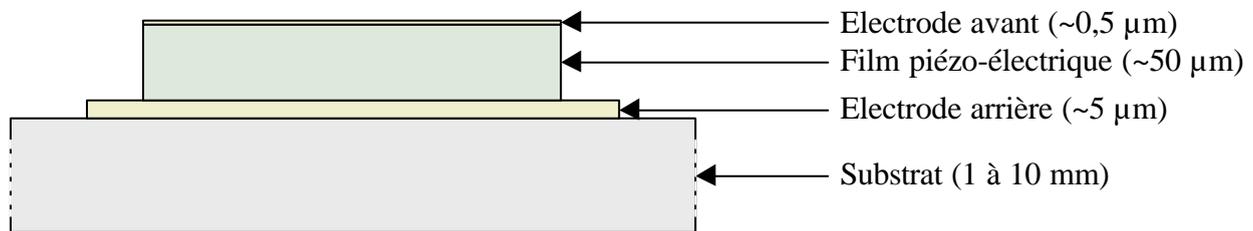


Figure IV.7 : Structure multi-couche élaborée par sérigraphie.

II.1 Procédé de fabrication

II.1.1 Film piézo-électrique – Compositions

Plusieurs films avec des compositions PZT/PGO [21], PNN-PZT (Pz21 de *Ferroperm Piezoceramics*) [22] et PZT/PGO (Pz29 de *Ferroperm Piezoceramics*) ont donc été déposés sur différents substrats (alumine, silicium ou PZT). Ces essais ont permis de déterminer l'incidence des températures et du temps de frittage sur la structure multicouche. Comme indiqué dans le *Tableau IV.3* qui suit, la densité du film reste bonne tant que la température de frittage n'excède pas 850°C.

Le choix d'un dépôt de PZT/PGO permet d'abaisser la température de frittage à 800°C et de contourner ainsi les problèmes de diffusion de l'électrode vers le milieu arrière ou le film PZT.

En effet, l'ajout d'oxydes dopants tels que le germanate de plomb $Pb_5Ge_3O_{11}$ (PGO) permet de favoriser l'agglomération et la croissance des grains de $PbZr_{0,53}Ti_{0,47}O_3$ (PZT) lors de l'étape de frittage [23, 24]. Dans cette partie, nous allons donc nous intéresser en particulier au dépôt d'un film PZT dopé au germanate de plomb (PGO) sur substrat PZT poreux.

Structure du dépôt	Frittage du film	Microstructure
Substrat / Electrode	Température / Temps	Influence
Film épais		
Al ₂ O ₃ / Au PZT dopé PGO	750 à 850°C / 8 h	Densité élevée du film
PZT / Au PZT dopé PGO	800°C / 8 h	Densité élevée du film
PZT / Au	1100°C / 2 h	Densité moyenne du film
PNN-PZT (Pz21)	1200°C / 2 h	Diffusion de l'électrode
(Si/SiO ₂) / (Pt/Au) PZT(Pz29) dopé PGO	850°C / 8 h	Diffusion de l'électrode
(Si/SiO ₂) / (Ti/Pt) PZT(Pz29) dopé PGO	850°C / 8 h	Electrode uniforme

Tableau IV.3 : Essais de structures (substrats / électrode / film), température et temps de frittage.

II.1.2 Electrode arrière

L'électrode arrière est confrontée à des problèmes de diffusion lors de l'étape de frittage du film piézo-électrique déposé, ce qui dégrade les performances électro-mécaniques de ce film. Ainsi, différents dépôts d'électrodes ont été expérimentés et les coupes réalisées ont permis d'en vérifier l'homogénéité et la continuité. Le dépôt de l'électrode se fait par sérigraphie, déliantage et frittage de pâtes d'or (Au), platine (Pt), d'alliages platine/or (Pt/Au) ou titane/platine (Ti/Pt). Suite au dépôt d'électrode, la pâte piézo-électrique est déposée en plusieurs étapes par sérigraphie et séchage jusqu'à l'obtention de l'épaisseur voulue, au maximum 50 µm dans notre cas.

En effet, son impédance acoustique est toujours bien supérieure à celle du film piézo-électrique et du substrat. L'épaisseur optimale (afin de limiter la diffusion) de l'électrode en or est d'environ 10 µm, soit environ 1/5^{ème} de l'épaisseur du film épais déposé par la suite. Avec une telle épaisseur, l'électrode permet d'obtenir de bons contacts électriques et quelques irrégularités peuvent apparaître au cours du frittage sans pour autant nuire à cette fonction essentielle.

II.1.3 Substrat

Le substrat doit, par sa fonction de support, rester neutre lors de l'étape de frittage, et doit aussi servir de milieu arrière au futur transducteur intégré. L'objectif du substrat qui sert de milieu arrière est donc aussi d'absorber l'énergie qu'il reçoit (paragraphe A3.2.1.1, *Annexe 3*). Différents substrats dont les propriétés acoustiques sont plus ou moins en adéquation avec celles du film déposé sont testés (*Tableau IV.3*). Le dépôt sur un substrat en silicium/silice Si/SiO₂ ($Z_{Si} = 10,3$ MRa et $Z_{SiO_2} = 7,6$ MRa) ou en alumine Al₂O₃ ($Z_{Al_2O_3} = 41$ MRa) [24] permet aussi d'obtenir des conditions de frittage intéressantes, mais ne seront pas étudiées dans cette partie. On s'intéresse ici au substrat PZT ($Z_{PZT} = 34$ MRa) dont les propriétés acoustiques sont quasiment identiques à celles du film déposé. Pour une utilisation comme milieu arrière, on cherche à en diminuer l'impédance acoustique Z (par rapport au film épais) et augmenter les pertes d_m . Les propriétés du substrat en terme de masse volumique ρ et d'atténuation α ont alors été modifiées en accord avec celles du film épais en PZT/PGO. Ainsi, un substrat PZT poreux (*Figure IV.8 (a)*) a été élaboré à partir d'un mélange PZT broyé avec des adjuvants organiques formateurs de pores tels que le polyéthylène glycol (PEG), le saccharose (C₁₂H₂₂O₁₁) ou l'oxalate d'ammonium ((NH₄)₂C₂O₄).

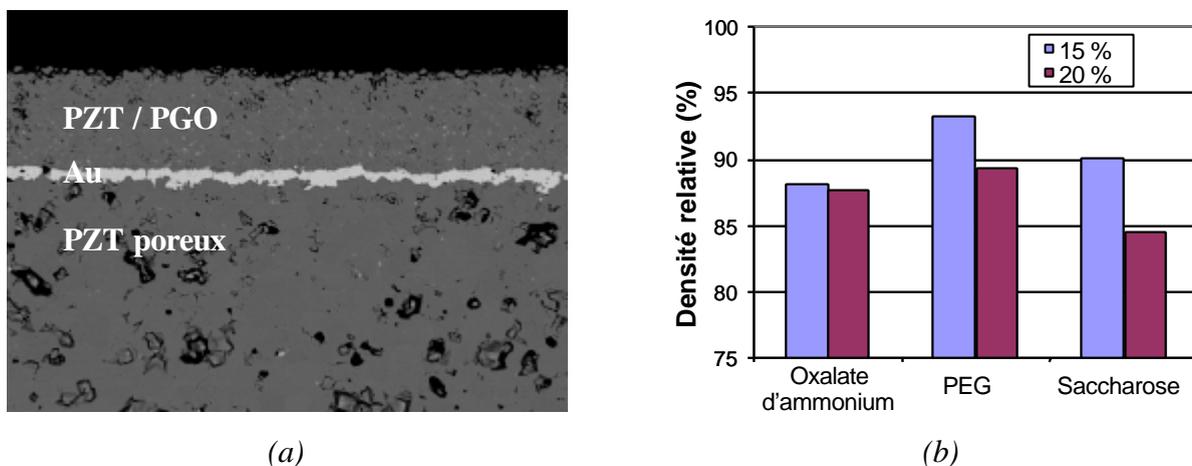


Figure IV.8 : (a) Couche active de PZT dopé au PGO sur substrat PZT poreux [25] et (b) influence des formateurs de pores et de leur taux sur la densité du substrat [26, 27].

Pour tester ces différents adjuvants organiques, des poudres avec différentes fractions volumiques (15 et 20 % en volume) de formateurs de pores ont été mélangées à la poudre de PZT, pressées pour la mise en forme puis frittées pour la densification pendant 2 heures à 1200°C. Les valeurs des densités relatives (rapport entre la masse volumique du PZT poreux et du PZT dense) sont précisées sur la *Figure IV.8 (b)*.

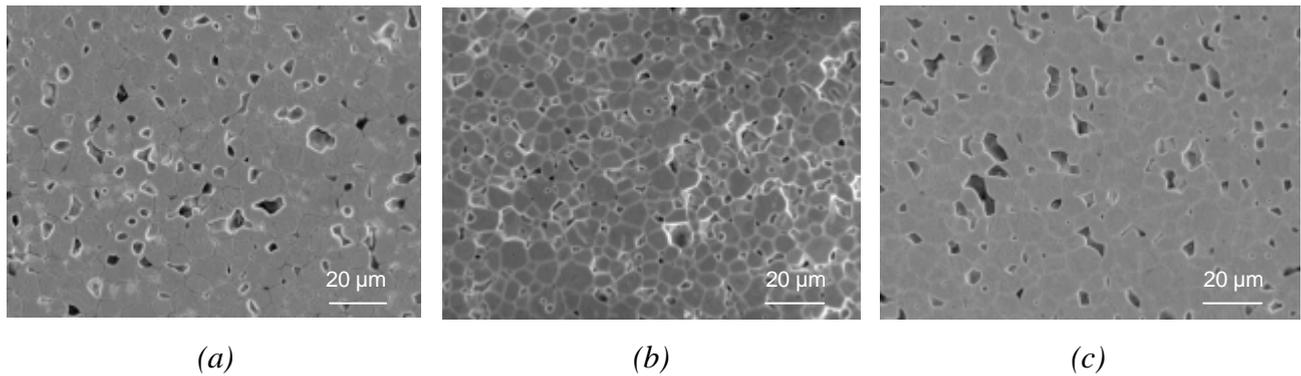


Figure IV.9 : Microstructure des milieux arrières en PZT poreux dont les porosités ont été formées avec (a) de l'oxalate d'ammonium, (b) du polyéthylène glycol et (c) du saccharose [26].

Les taux de porosité des substrats réalisés ont été évalués à partir de la microstructure (*Figure IV.9*) et à partir de la densité (*Tableau IV.4*). Malgré la dispersion des résultats donnés par les deux méthodes d'évaluation de porosité, on peut conclure que l'adjuvant le plus adapté pour la formation de pores dans le substrat est l'oxalate d'ammonium. Il donne respectivement un taux de porosité de 11,9 et 14,7 % pour 15 % de fraction volumique initiale.

Formateur de pores	Mesure de la densité	Analyse de la microstructure
Fraction volumique à 15 %	Porosité (%)	Porosité (%)
–	3	2,9
Oxalate d'ammonium	11,9	14,7
PEG	6,8	4,1
Saccharose	9,9	6,4

Tableau IV.4 : Taux de porosité évalués par analyse de la microstructure et par mesure de la densité [26].

L'oxalate d'ammonium permet donc de remplir la fonction recherchée, c'est-à-dire d'obtenir un taux de porosité relativement important et une répartition uniforme dans le substrat PZT. Par ailleurs, il reste à évaluer l'effet d'une étape supplémentaire de frittage du film piézo-électrique déposé par sérigraphie. Une analyse de la microstructure du substrat après une seconde étape de frittage permet de conclure que ce cycle de frittage supplémentaire n'a pas entraîné de modification de la microstructure du substrat.

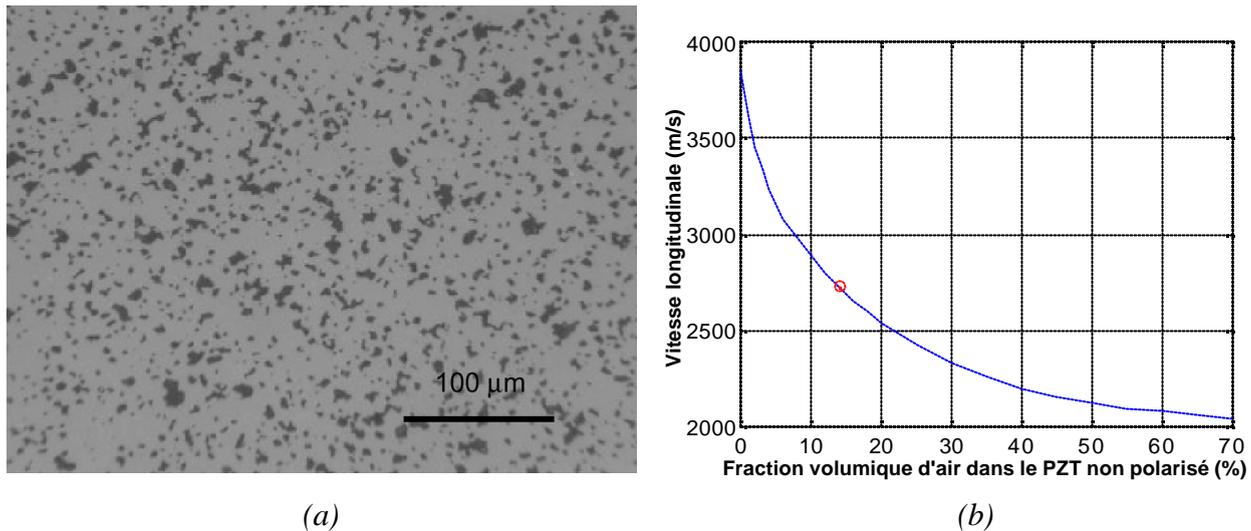


Figure IV.10 : (a) Vue en coupe du substrat en PZT poreux élaboré à partir de poudre de PZT et d'oxalate d'ammonium avec un frittage à 1200°C pendant 2 h [26] ; (b) Modélisation de la vitesse longitudinale dans un substrat de PZT non polarisé poreux en fonction de la fraction volumique d'air pour une connectivité 3-0.

Les propriétés du substrat poreux sont déterminées avec des modèles d'homogénéisation [28] pour un matériau composite PZT/air de connectivité 3-0 (pores fermés visibles sur la *Figure IV.10 (a)*). Pour cela, on évalue le taux de porosité sur plusieurs échantillons (*Figure IV.10 (b)*) à 14 % en moyenne et on en déduit une masse volumique $\rho = 6660 \text{ kg/m}^3$. A partir de la vitesse longitudinale $c_l = 2730 \text{ m/s}$, on en déduit une impédance acoustique effective $Z_{PZT \text{ poreux}} = 18,2 \text{ MRa}$.

Les caractéristiques homogénéisées du substrat sont celles utilisées pour les caractérisations par impédancemétrie du film déposé sur ce substrat. Ce type de substrat poreux élaboré à partir de poudre de PZT et d'oxalate d'ammonium est prometteur pour la réalisation d'un milieu arrière pour le futur transducteur. Afin de pallier au problème de la diffusion rencontré lors de la sérigraphie de l'électrode, la mise en place d'une couche de protection (*barrier layer*) entre le milieu arrière et l'électrode arrière est envisagée.

II.1.4 Couche de protection

La diffusion de la couche conductrice vers le substrat poreux (électrode arrière) lors du frittage pose problème au niveau de l'homogénéité de l'électrode arrière et de sa conduction électrique sur toute la surface active. L'ajout d'une couche de protection intermédiaire (*barrier layer*) s'est révélé judicieux (*Figure IV.12*). De plus, elle permet de constituer une surface plus plane propice à une sérigraphie de qualité de l'électrode arrière. Cette couche possède des propriétés acoustiques très proches de celle du substrat. Elle a la même composition que le futur film épais piézo-électrique, mais n'est pas polarisée.

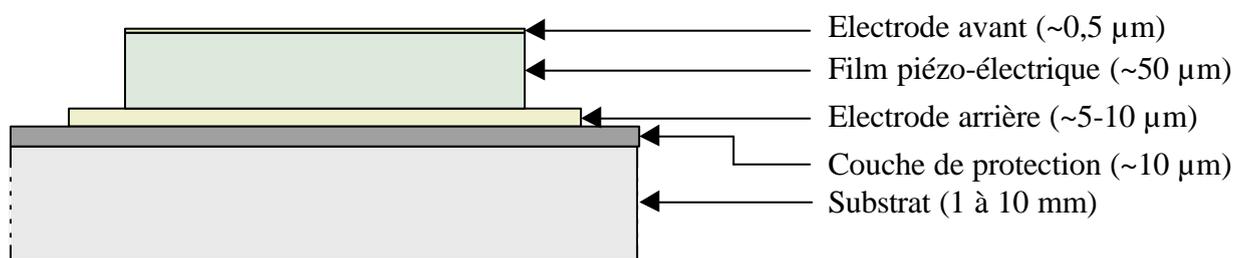


Figure IV.11 : Structure multi-couche élaborée par sérigraphie sur un substrat poreux avec une couche de protection pour éviter la diffusion de l'électrode arrière.

La dernière étape est la polarisation des films épais. Pour les films de composition PZT/PGO, elle a été réalisée dans un bain d'huile chauffé à 150°C avec un champ électrique de 12kV/mm (ce qui correspond à une différence de potentiel d'environ 500 V pour nos films).

II.2 Caractérisation et géométrie

Les structures obtenues ont été caractérisées par mesure d'impédance électrique et les performances électro-acoustiques de différents films déposés sur substrats ont été évaluées et comparées. Enfin, la géométrie des échantillons des structures définitives est décrite.

II.2.1 Caractérisation des structures multicouches réalisées

Plusieurs films piézo-électriques (PZT/PGO, PNN-PZT) ont été déposés par sérigraphie sur des substrats divers à base de PZT (Al_2O_3 , PZT, PZT poreux) comme décrit dans les paragraphes précédents. Le substrat joue le rôle très important de milieu arrière : à cet effet, son impédance acoustique doit être adaptée à celle du substrat tout en ayant une vitesse de propagation la plus faible possible (*Annexe 3*). Ainsi, le substrat en alumine Al_2O_3 est inerte durant l'étape de frittage

mais possède une atténuation trop faible et une vitesse trop élevée pour permettre de réaliser un milieu arrière aux caractéristiques optimales. Par contre, un substrat à base de PZT possède une vitesse longitudinale plus faible et une atténuation pouvant être accrue par l'augmentation du taux de porosité, source de diffusion et donc d'atténuation. Les structures réalisées sur les bases de tels substrats ont été caractérisées et les performances obtenues comparées (Tableau IV.5).

Substrat / Electrode Film	e (μm)	D (mm)	$\epsilon_{33,r}^S$	c_l (m/s)	k_t (%)	f_a (MHz)	f_{struct} (MHz)	d_m
Al ₂ O ₃ / Au PZT/PGO [24]	43	–	365	4200	42	49	25	3
PZT / Au PZT/PGO	35,5	3,1	330	3250	51	45	25	5
PZT / Au PZT/PGO	45	2,5	325	2985	32	31,1	18	1,4
PZT poreux / Pt PNN-PZT (Pz21)	51	1	2250	3580	30	41	30	10
PZT poreux / Au PZT/PGO	50	1,77	466	2605	25	26	18	–
PZT poreux / Au PZT/PGO	50	1,78	480	2745	28	27	19	–
PZT poreux / Au PZT/PGO	55	1,77	377	3335	27	30	22	–
PZT poreux / Au PZT/PGO	80	1,75	820	4400	20	27	18	6

e : épaisseur ; D : diamètre actif ; $\epsilon_{33,r}^S$: permittivité diélectrique relative à déformation constante ; c_l : vitesse longitudinale ; k_t : coefficient de couplage du mode épaisseur ; f_a : fréquence d'anti-résonance du film piézo-électrique ; f_{struct} : fréquence de résonance de la structure intégrée ; d_m : pertes mécaniques.

Tableau IV.5 : Caractéristiques des structures intégrées fabriquées par sérigraphie.

La dispersion des caractéristiques électro-acoustiques est relativement importante sur les échantillons réalisés. La valeur obtenue pour le coefficient de couplage en mode épaisseur k_t dépend fortement de l'homogénéité, du succès de l'étape de frittage et de la densification granulaire. Outre la condition de température de frittage, la constante diélectrique $\epsilon_{33,r}^S$, le coefficient de couplage en mode épaisseur k_t et l'impédance acoustique du film Z_{film} sont des critères de choix du matériau piézo-électrique utilisé pour le dépôt en sérigraphie.

Il apparaît nettement que le film piézo-électrique déposé en PZT/PGO permet d'obtenir une constante diélectrique faible ($\epsilon_{33,r}^S$ autour de 400) bien adaptée pour les transducteurs mono-éléments haute fréquence tandis que celui en PNN-PZT permet d'atteindre une constante diélectrique $\epsilon_{33,r}^S$ aux alentours de 2200 (mieux adaptée à de plus petites surfaces). De plus, les meilleurs coefficients de couplage sont aussi obtenus (~50 %) pour les films en PZT/PGO. C'est donc cette dernière composition qui a été retenue pour la fabrication de transducteurs.

II.2.2 Géométrie des structures multi-couches retenues

Le substrat choisi en PZT poreux a été fabriqué à base de poudre de PZT et d'oxalate d'ammonium, puis fritté à 1200°C pendant 2 h. Il possède une forme cylindrique avec un diamètre de 5 mm et une longueur de 10 mm. Ces dimensions devraient permettre à ce milieu arrière d'être considéré comme un milieu semi-infini (paragraphe A3.2.1.1, *Annexe 3*). Une électrode arrière en or d'environ 10 μm d'épaisseur doit ensuite être déposée sur ce substrat pour assurer la mise sous tension et une reprise de contact électrique sur la face. De plus, une couche de protection intermédiaire a été ajoutée entre le substrat et l'électrode arrière (~10 μm) pour éviter la diffusion du film piézo-électrique vers le substrat lors de l'étape de frittage. Cette couche de protection en PZT a été sérigraphiée en 2 passes puis frittée à 900°C pendant 1 h. Par la suite, c'est l'électrode arrière en or qui a été déposée par sérigraphie en 1 passe puis frittée à 900°C pendant 1 h. Enfin, le film piézo-électrique PZT/PGO a été sérigraphié en 6 passes avant son frittage à 800°C pendant 8 h. Pour finir, une électrode en or a été déposée en face avant par évaporation (*sputtering*) sur une fine épaisseur (< 0,5 μm). Le film épais sérigraphié a ensuite été polarisé comme décrit dans le paragraphe II.1.4. Enfin, une reprise de contact (petite électrode en prolongement de l'électrode supérieure) a été ajoutée pour simplifier la fabrication des futurs transducteurs (*Figure IV.12*).

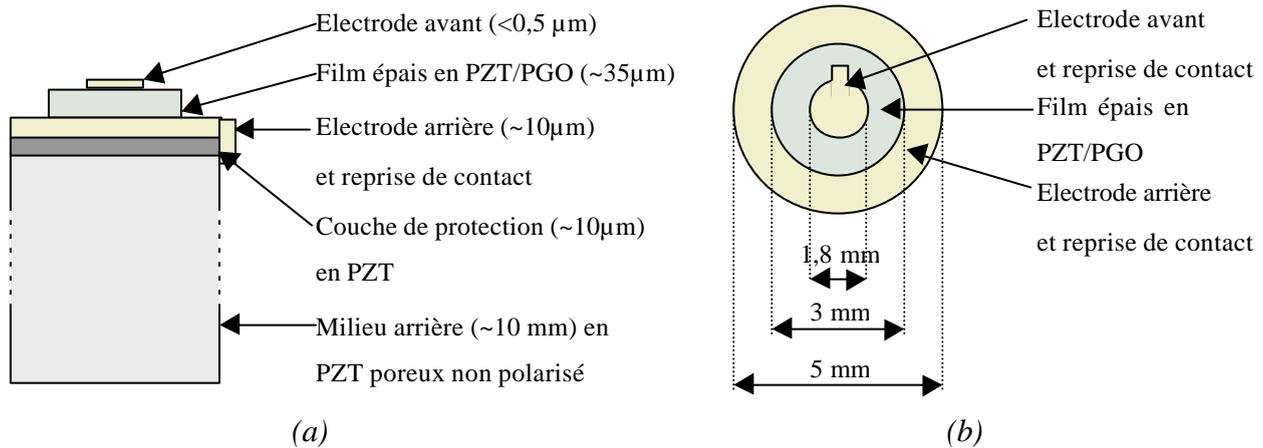


Figure IV.12 : Structure fabriquée par sérigraphie finalisée vue (a) en coupe et (b) de dessus.

A partir des propriétés homogénéisées du substrat en PZT poreux, de celle des électrodes en or et de la connaissance précise des épaisseurs de chacune des couches, l'ajustement d'une mesure d'impédance permet de déduire les propriétés acoustiques du film piézo-électrique seul.

III Caractérisation des échantillons – Comparaison

Dans ce dernier paragraphe du chapitre, les meilleurs échantillons (meilleures performances électromécaniques et résonance à haute fréquence) réalisés par les méthodes de mise en œuvre développées précédemment (par coulage en bande et par sérigraphie) ainsi que deux échantillons de référence seront caractérisés. Le premier échantillon de référence est un film polymère en PVDF fourni par *Solvay*, et le second est un disque de titanate de plomb PT en céramique massive fabriqué par la méthode classique de pressage/frittage par (*Pz34 Ferroperm Piezoceramics*).

III.1.1 Echantillon PMN-PT 65/35 (coulage en bande)

Un échantillon fabriqué à partir d'une composition de PMN-PT 65/35 (celle délivrant les meilleures caractéristiques électro-acoustiques) par coulage en bande est retenu pour la future fabrication d'un transducteur. Cet échantillon possède une épaisseur de $e_p = 75 \mu\text{m}$, un diamètre actif $D = 1,5 \text{ mm}$, soit une surface active $A = 7,1 \text{ mm}^2$ (*Figure IV.13*).

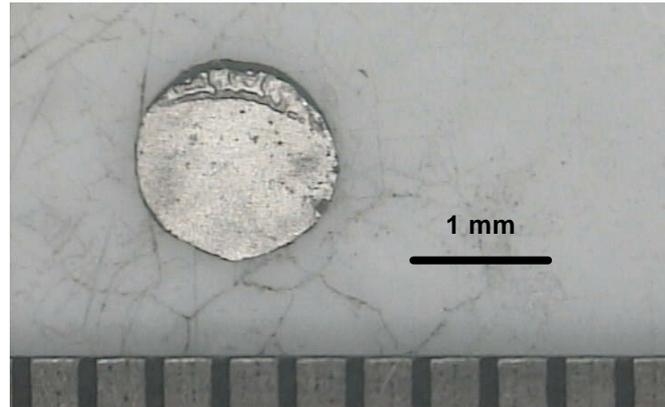


Figure IV.13 : Disque de PMN-PT 65/35 pour les applications haute fréquence.

La caractérisation électro-mécanique par impédancemétrie (paragraphe I.2, *Chapitre I*) permet d'identifier les caractéristiques électro-acoustiques de ce disque (*Figure IV.14*). Elles sont les suivantes : une impédance acoustique $Z_p = 34,7$ MRa, une vitesse longitudinale $c_l = 3890$ m/s, un coefficient de couplage en mode épaisseur $k_t = 42,7$ %, une permittivité diélectrique relative à déformation constante $\epsilon_{33,r}^S = 730$, et des pertes diélectriques $d_e = 4,7$ % et mécaniques $d_m = 6,6$ %.

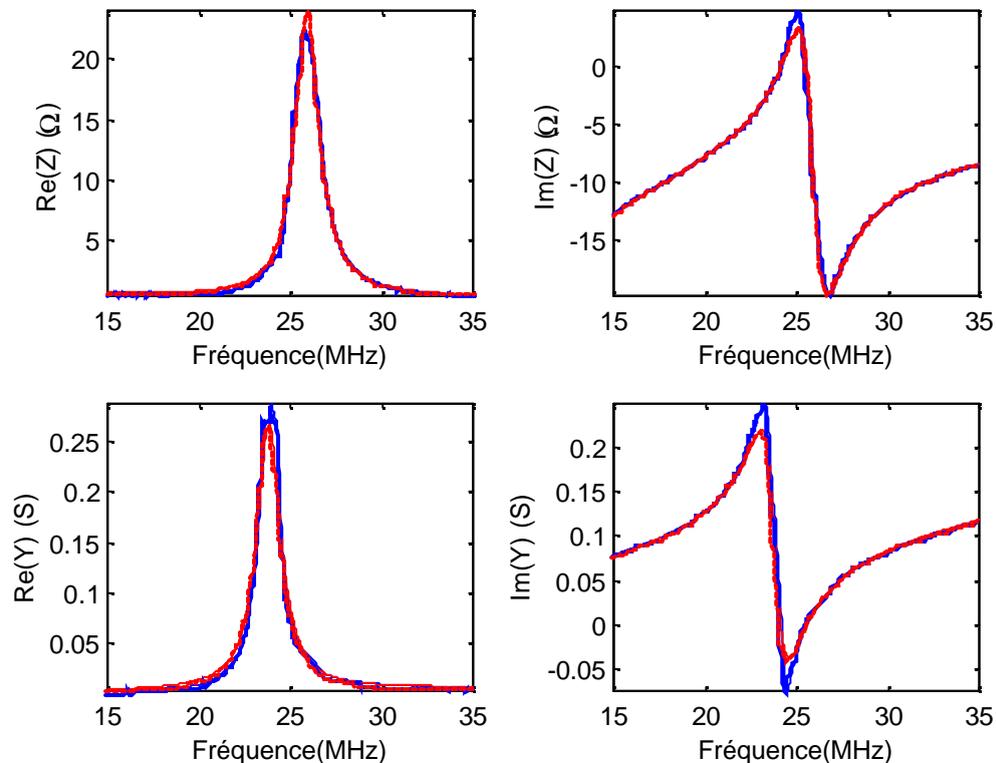


Figure IV.14 : Courbes d'impédance mesurées (trait plein bleu) et ajustées (trait pointillés rouges) de l'échantillon à base de PMN-PT 65/35.

III.1.2 Structure PZT-PGO/Or/PZT poreux (sérigraphie)

La caractérisation par impédancemétrie de la structure finale permet de remonter à ses propriétés électro-acoustiques (*Figure IV.16*). L'épaisseur du film PZT/PGO est évaluée à $e_p = 36 \mu\text{m}$, et la surface active est $A = 2,5 \text{ mm}^2$, ce qui correspond à un diamètre actif $D = 1,8 \text{ mm}$.

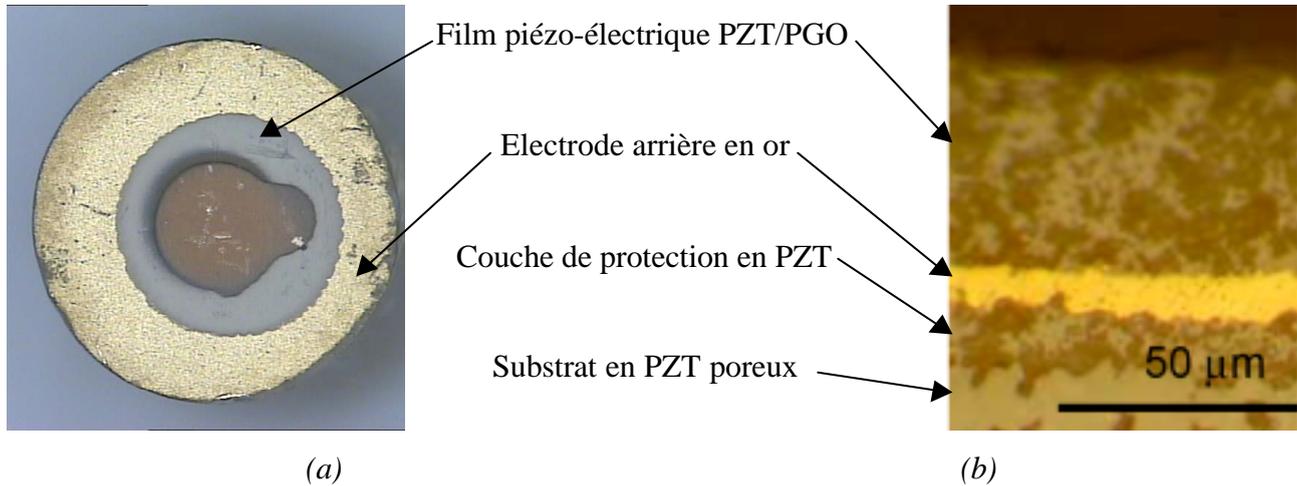


Figure IV.15 : (a) Face supérieure et (b) coupe de la structure multicouche à base de PZT-PGO.

Par ailleurs, ses propriétés électro-acoustiques sont caractérisées par un coefficient de couplage en mode épaisseur $k_t = 44,0 \%$, une permittivité diélectrique relative à déformation constante $\epsilon_{33,r}^S = 425$, et des pertes diélectriques $d_e = 0,05 \%$ et mécaniques $d_m = 9,9 \%$.

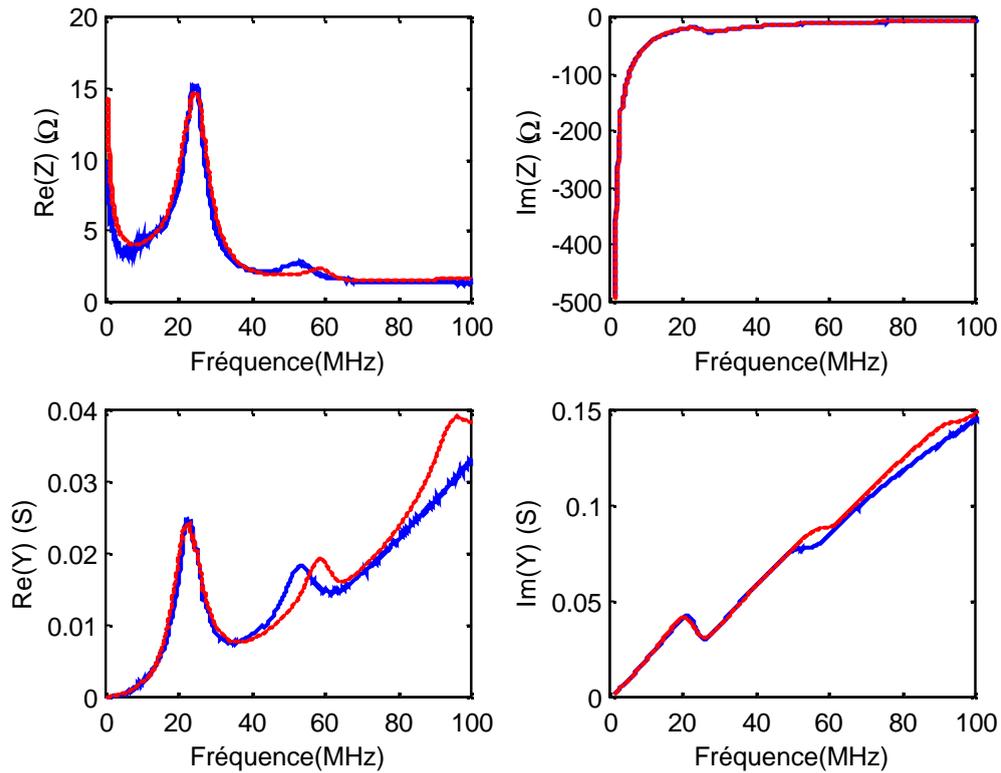


Figure IV.16 : Courbes d'impédance mesurées (trait plein bleu) et ajustées (trait pointillés rouges) de l'échantillon à base de PZT-PGO.

Ainsi, les propriétés géométriques et acoustiques des différentes couches que constituent le substrat en PZT poreux, la couche de protection et les électrodes arrière et avant en or sont synthétisées dans le *Tableau IV.6* qui suit :

Couche	Matériau	e (μm)	Z (MRa)	c_l (m/s)	ρ (kg/m^3)	α (dB/mm/MHz)
Electrode avant	Au	0,5	63,8	3240	19700	0,01
Film piézo-électrique	PZT/PGO	36,3	15,6	2880	5425	–
Electrode arrière	Au	9	63,8	3240	19700	0,01
Couche de protection	PZT	10	14	2600	5385	0,01
Substrat	PZT poreux	10000	18,2	2730	6660	0,28

Tableau IV.6 : Caractéristiques acoustiques ajustées sur les courbes d'impédance du multicouche décrit dans la Figure IV.12 fabriqué par sérigraphie.

Ici, l'impédance acoustique du film piézo-électrique reste inférieure à celle de l'électrode arrière et du substrat poreux. La porosité (fraction volumique) dans le film piézo-électrique a été estimée à 30%. Ceci implique que le film résonne à une fréquence correspondant à un quart de longueur d'onde et non une demi-longueur d'onde (comme un disque en résonateur libre). Ainsi, malgré une épaisseur faible du film piézo-électrique, la résonance de la structure est autour de 20 MHz. Par contre, le coefficient de couplage en mode épaisseur est de 44%, ce qui est comparable aux valeurs de céramiques massives. Les résultats complets sont synthétisés dans le paragraphe III.1.5.

III.1.3 Echantillon de polymère PVDF

De la même façon que pour le disque de PMN-PT, un échantillon de polymère piézo-électrique (PVDF) a été caractérisé. Ce film possède une fréquence de résonance légèrement supérieure à celles des autres échantillons (au-delà de 40 MHz).

Ce type de matériau polymère possède des caractéristiques variables avec la fréquence, en particulier ses propriétés diélectriques. Des lois d'évolution en fonction de la fréquence permettent de décrire les phénomènes de relaxation [29] et d'ajuster les propriétés diélectriques et piézo-électriques du film PVDF plus précisément. Une relaxation diélectrique de type Debye modifiée pour une distribution gaussienne (de paramètre \mathbf{a}) pour un seul temps de relaxation \mathbf{t} donne une description satisfaisante l'évolution de la permittivité diélectrique complexe à déformation constante \mathbf{e}_{33}^S :

$$\mathbf{e}_{33}^S = \mathbf{e}_{33}^{S_\infty} - \frac{\mathbf{e}_{33,\infty}^S - \mathbf{e}_{33,0}^S}{1 + (j\omega\mathbf{t})^{(1-\mathbf{a})}} \quad (\text{IV.1})$$

où $\mathbf{e}_{33,\infty}^S$ et $\mathbf{e}_{33,0}^S$ sont respectivement les permittivités diélectriques à déformation constante lorsque la pulsation ω tend vers l'infini et vers 0, \mathbf{t} est le temps de relaxation et \mathbf{a} est lié à la largeur de la distribution ($0 < \mathbf{a} < 1$). Pour $\mathbf{a} = 0$, on retrouve une relaxation de type Debye simple, et pour $\mathbf{a} = 1$, on retrouve l'hypothèse classique où la constante diélectrique à déformation constante \mathbf{e}_{33}^S n'est plus fonction de la fréquence.

Les valeurs obtenues avec une modélisation sans loi de relaxation permettent cependant d'obtenir une assez bonne approximation des propriétés du film PVDF, hormis pour les pertes diélectriques \mathbf{d}_e (Figure IV.17). Ainsi, l'échantillon caractérisé possède une épaisseur de $e_p = 28 \mu\text{m}$ et une surface active $A = 9,6 \text{ mm}^2$, ce qui correspond à un diamètre actif $D = 3,5 \text{ mm}$. Les caractéristiques électro-acoustiques sont les suivantes : une impédance acoustique $Z_p = 3,9 \text{ MRa}$, une vitesse longitudinale $c_l = 2440 \text{ m/s}$, un coefficient de couplage en mode épaisseur $k_t = 17,5 \%$, une permittivité

diélectrique relative à déformation constante $\epsilon_{33,r}^S = 7$, des pertes diélectriques $d_e = 6,7\%$ et mécaniques $d_m = 8,6\%$ relativement importantes.

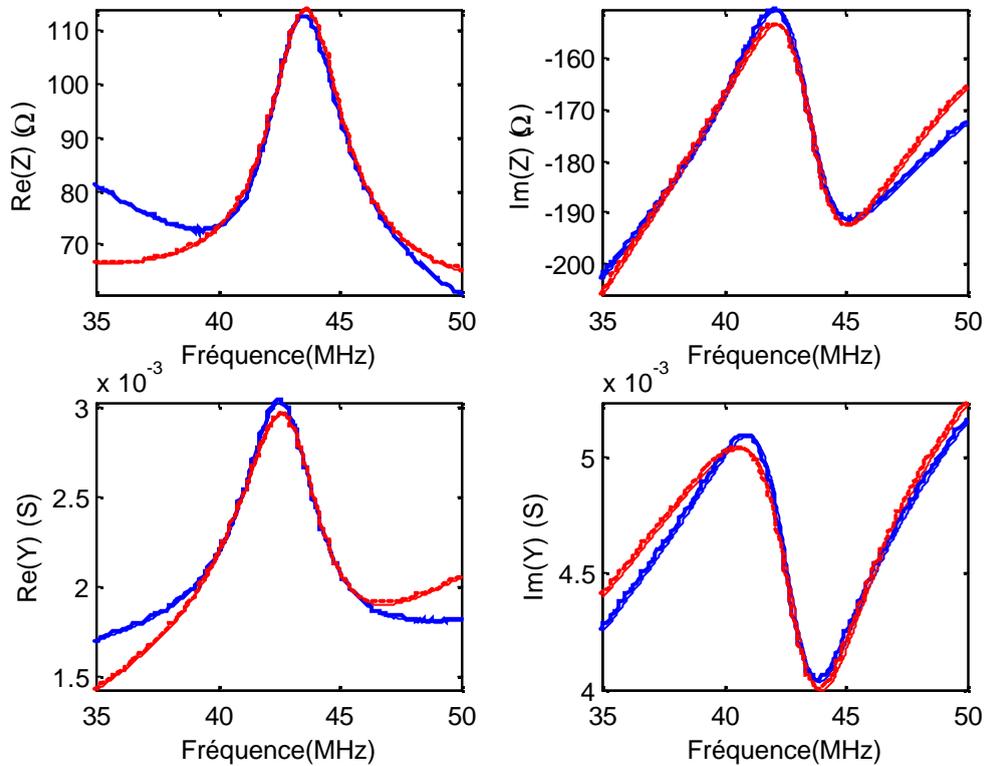


Figure IV.17 : Courbes d'impédance mesurées (trait plein bleu) et ajustées (trait pointillés rouges) du film PVDF.

III.1.4 Echantillon de titanate de plomb PT

Le second échantillon de référence a été fabriqué avec un procédé standard de céramique massive (*Figure IV.18*). L'épaisseur finale obtenue est faible et correspond à une limite inférieure de cette technique.

La caractérisation par impédancemétrie du transducteur finalisé permet de remonter aux caractéristiques électro-acoustiques du transducteur (*Figure IV.19*).

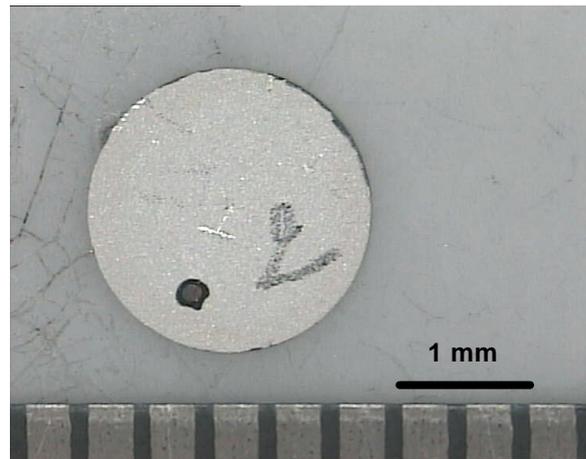


Figure IV.18 : Disque de titanate de plomb PT (Pz34 Ferroperm Piezoceramics).

Une nouvelle fois, c'est un disque en résonance libre qui a été caractérisé par impédancemétrie (*Figure IV.19*). Le coefficient de couplage en mode épaisseur est un peu inférieur ($k_t = 37\%$) à celui d'une céramique massive plus épaisse. Ceci pourrait s'expliquer par une dépolarisation partielle de l'échantillon lors de son usinage. Toutes les caractéristiques sont résumées dans le *Tableau IV.7*.

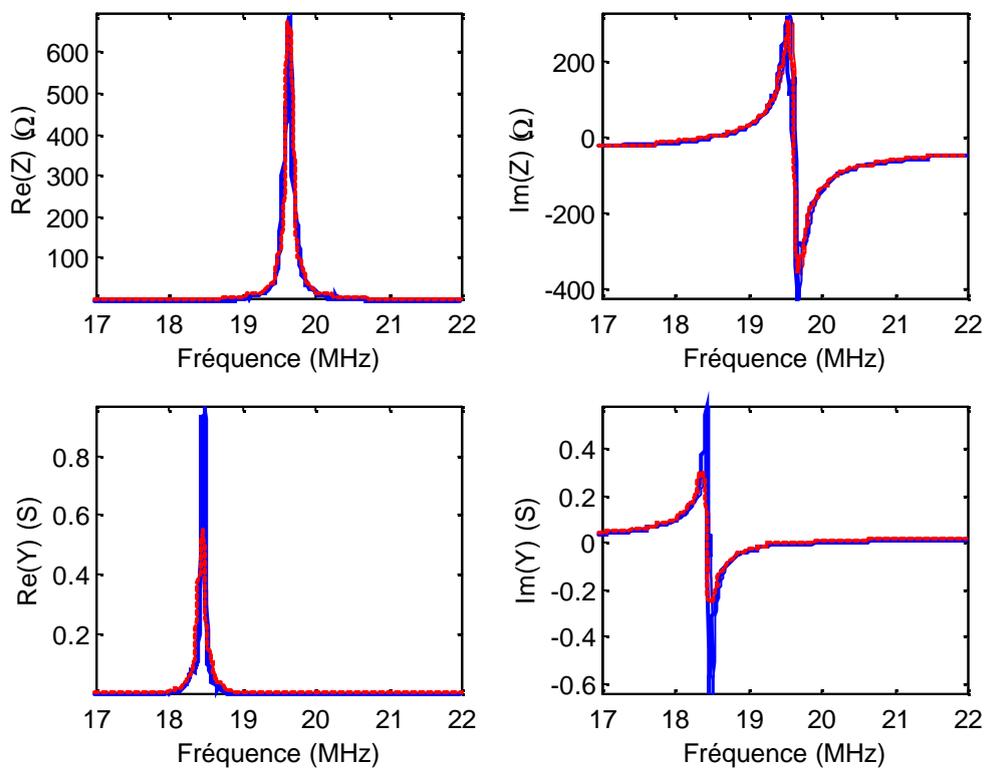


Figure IV.19 : Courbes d'impédance mesurées (trait plein bleu) et ajustées (trait pointillés rouges) de la céramique PT.

III.1.5 Synthèse des résultats

Les épaisseurs et performances électro-acoustiques des différents éléments piézo-électriques correspondant chacun à un procédé de fabrication différent sont synthétisées dans le *Tableau IV.7* suivant :

Matériau	Procédé	Substrat	e (μm)	c_l (m/s)	f_a (MHz)	f_{struct} (MHz)	$\epsilon_{33,r}^S$	k_t (%)	d_e (%)	d_m (%)	Z (MRa)
PMN-PT	Coulage en bande	–	75	3890	25,9	25,9	730	42,7	4,7	6,6	34,7
PZT/PGO	Sérigraphie	PZT	36,3	2880	40,0	24,7	425	44,0	0,05	9,9	15,6
PVDF	Film polymère	–	28	2440	43,0	43,0	7	17,5	6,7	8,6	3,9
PT (Pz34)	Pressage /frittage	–	121	4860	20,1	19,7	195	37,2	0,8	0,6	37,5

e : épaisseur du film ; c_l : vitesse longitudinale ; f_a : fréquence d'anti-résonance du film seul ; f_{struct} : fréquence de résonance de la structure intégrée ; $\epsilon_{33,r}^S$: permittivité diélectrique relative à déformation constante ; k_t : coefficient de couplage en mode épaisseur ; d_e : pertes diélectriques ; d_m : pertes mécaniques ; Z : impédance acoustique.

Tableau IV.7 : Synthèse des propriétés caractéristiques des échantillons retenus pour la fabrication de transducteurs haute fréquence.

Les performances électro-acoustiques évaluées des différents échantillons piézo-électriques permettent d'obtenir une fréquence de résonance théorique de 20 à 42 MHz. La permittivité diélectrique relative à déformation constante $\epsilon_{33,r}^S$ varie de 7 pour le film polymère à 730 pour le film PMN-PT fabriqué par coulage en bande. Cette caractéristique joue un rôle important dans l'adaptation électrique du transducteur avec l'émetteur et le récepteur.

L'impédance acoustique Z_l de ces matériaux varie de 3,9 MRa pour le film polymère (PVDF) à 37,5 MRa pour le film en titanate de plomb (Pz34 *Ferroperm Piezoceramics*) fabriqué par des méthodes traditionnelles. Elle est à la source d'une désadaptation avec le milieu de propagation ($Z_m = 1,5$ MRa) et nécessite la plupart du temps l'ajout de lames adaptatrices en face avant. Cependant, dans le cas du film PVDF, cette adaptation acoustique n'est pas nécessaire.

IV Conclusion

Pour la structure obtenue par sérigraphie PZT/PGO, la fréquence d'anti-résonance f_{struct} est bien plus basse que la fréquence d'anti-résonance du film épais piézo-électrique seul f_a . Ceci s'explique par le fait que les impédances acoustiques de l'électrode et du milieu arrière sont supérieures à celles du film. Pour le disque en titanate de plomb PT, on observe une légère différence entre f_{struct} et f_a car des électrodes de 1 μm d'épaisseur ont été prises en compte.

Les techniques de mise en œuvre telles que le coulage en bande et la sérigraphie ont été décrites, puis les caractéristiques acoustiques des structures réalisées ont été évaluées par impédancemétrie. Enfin, elles ont été comparées et les points forts de chacun des matériaux mis en œuvre ont été discutés. Il reste maintenant à évaluer les performances des transducteurs réalisés en terme de réponse électro-acoustique dans le chapitre suivant.

Bibliographie :

1. Jantunen H., Hu T., Uusimäki A., Leppävuori S., *Tape casting of ferroelectric, dielectric, piezoelectric and ferromagnetic materials*. Journal of the European Ceramic Society, 2004. **24**: p. 1077-1081.
2. Seveyrat L., *Elaboration et caractérisation de films épais piézoélectriques sérigraphiés sur alumine, silicium, aciers inoxydables et vitrocéramiques*. Thèse de doctorat en Electronique, Electrotechnique, Automatique. Université Claude Bernard Lyon 1. Académie de Lyon, 2002.
3. Bove T., Wolny W., Ringgaard E., Pedersen A., *New piezoceramic PZT-PNN material for medical diagnostics applications*. Journal of the European Ceramic Society, 2001. **21**: p. 1469-1472.
4. Yamashita Y., Ichinose N., *Can relaxor piezoelectric materials outperform PZT ? (Review)*. IEEE Proceedings of the Ultrasonics Symposium, 1996: p. 71-78.
5. Yamashita Y., Hosono Y., Harada K., Yasuda N., *Present and future of piezoelectric single crystals and importance of B-site cations for high piezoelectric responses*. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control, 2002. **49**(2): p. 184-192.
6. Noheda B., Cox D.E., Shirane G., Gao J., Ye Z.G., *Phase diagram of the ferroelectric-relaxor $(1-x)\text{PbMg}_{1/3}\text{Nb}_{2/3}\text{O}_3-x\text{PbTiO}_3$* . Physical Review B, 2002. **66**(5): p. 1-10.
7. Gehring P.M., Chen W., Ye Z.G., Shirane G., *A universal phase diagram of PMN-xPT and PZN-xPT*. submitted to Physical Review B, 2003: p. 1-10.

8. Xu G., Viehland D., Li J.F., Gehring P.M., Shirane G., *Evidence of decoupled lattice distortion and ferroelectric polarization in the relaxor system PMN-xPT*. Physical Review B, 2003. **68**(21): p. 1-4.
9. Araujo E.B., Guarany C.A., Yukimitu K., Moraes J.C.S., Hernandez A.C., *Coexistence of monoclinic and tetragonal phases in PMN-PT single crystal*. submitted to Physical Review B, 2004: p. 1-19.
10. Laha A., Krupanidhi S.B., *Dielectric response and impedance spectroscopy of 0,7P(Mg1/3Nb2/3)O3-0,3PbTiO3 thin films*. Materials Science and Engineering, 2003. **98**: p. 204-212.
11. Kong L.B., Ma J., Zhu W., Tan O.K., *Rapid formation of lead magnesium niobate-based ferroelectric ceramics via a high-energy ball milling process*. Materials Research Bulletin, 2001. **37**: p. 459-465.
12. Kong L.B., Ma J., Zhu W., Tan O.K., *Preparation of PMN-PT ceramics via a high-energy ball milling process*. Journal of Alloys and Compounds, 2002. **236**: p. 242-246.
13. Salam L.A., Matthews R.D., Robertson H., *Optimisation of thermoelectric green tape characteristics made by the tape casting method*. Materials Chemistry and Physics, 2000. **62**: p. 263-272.
14. Gentil S., Marechal P., Levassort F., Lethiecq M., Damjanovic D., Setter N., *Relaxor-ferroelectric curved disks prepared by tape casting for medical imaging applications*. Processing of electroceramics of the POLECER Symposium, 2003: p. 62.
15. Guha J.P., Hong D.J., Anderson H.U., *Effect of excess PbO on the sintering characteristics and dielectric properties of Pb(Mg1/3Nb2/3)O3-PbTiO3 based ceramics*. Journal of the American Ceramic Society, 1988. **71**(3): p. 152-154.
16. Guha J.P., *Effect of compositional modifications on microstructure development and dielectric properties of Pb(Mg1/3Nb2/3)O3-PbTiO3 solid solutions*. Journal of the European Ceramic Society, 2003. **23**: p. 133-139.
17. Alguero M., Alemany C., Jiménez B., Holc J., Kosec M., Pardo L., *Piezoelectric PMN-PT ceramics from mechanochemically activated precursors*. Journal of the European Ceramic Society, 2004. **24**: p. 937-940.
18. Kumar P., Sharma S., Thakur O.P., Prakash C., Goel T.C., *Dielectric, piezoelectric and pyroelectric properties of PMN-PT (68:32) system*. Ceramics International, 2004. **30**: p. 585-589.

19. Kelly J., Farrey G., Safari A., *A comparison of the properties of (1-x)PMN-xPT ceramics near the morphotropic phase boundary prepared by sol-gel and columbite precursor methods*. IEEE Ferroelectrics Symposium, 1996: p. 699-702.
20. Kelly J., Leonnard M., Tantigate C., Safari A., *Effect of composition on the electromechanical properties of (1-x)P(Mg1/3Nb2/3)O3-xPbTiO3 ceramics*. Journal of the American Ceramic Society, 1997: p. 1469-1472.
21. Levassort F., Tran-Huu-Hue L.P., Holc J., Bove T., Kosec M., Lethiecq M., *High performance piezoceramic films on substrates for high frequency imaging*. IEEE Proceedings of the Ultrasonics Symposium, 2001.
22. Levassort F., Tran-Huu-Hue L.P., Lethiecq M., Bove T., Wolny W., *New piezoceramic films for high resolution medical imaging applications*. IEEE Proceedings of the Ultrasonics Symposium, 2000.
23. Hayashi T., Inoue T., Akiyama Y., *Low temperature sintering of PZT powders coated with Pb5Ge3O11 by sol-Gel method*. Journal of the European Ceramic Society, 1999. **19**: p. 999-1002.
24. Tran-Huu-Hue P., Levassort F., Vander Meulen F., Holc J., Kosec M., Lethiecq M., *Preparation and electromechanical properties of PZT/PGO thick films on alumina substrate*. Journal of the European Ceramic Society, 2001. **21**: p. 1445-1449.
25. Kosec M., Holc J., Levassort F., Tran-Huu-Hue P., Lethiecq M., *Screen-printed Pb(Zr,Ti)O3 thick films for ultrasonic medical imaging applications*. International Symposium on Microelectronics, 2001: p. 195-200.
26. Holc J., Antic T., Kosec M., *Preparation of porous PZT ceramics*. Processing of electroceramics of the POLECER Symposium, 2003: p. 67.
27. Holc J., Levassort F., Marechal P., Tran-Huu-Hue L.P., Kosec M., *Screen printed PZT thick film on porous PZT substrate*. Processing of electroceramics of the POLECER Symposium, 2003: p. 67.
28. Levassort F., Lethiecq M., Desmare R., Tran-Huu-Hue L.P., *Effective electroelastic moduli of 3-3(0-3) piezocomposites*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1999. **46**(4): p. 1028-1034.
29. Levassort F., *Modélisation, réalisation et caractérisation de composites piézoélectriques de connectivité 0-3 pour la transduction ultrasosnore*. Thèse de doctorat en Science de la Vie et de la Santé. Université François Rabelais. Académie d'Orléans-Tours, 1996.

CHAPITRE V : REALISATION ET CARACTERISATION DE TRANSDUCTEURS HAUTE FREQUENCE

Dans ce dernier chapitre, les caractéristiques des matériaux et structures piézo-électriques (*Tableau IV.7*) sont utilisées pour la fabrication de transducteurs haute fréquence (de 20 à 30 MHz). Pour cela, une méthode de caractérisation de lames d'adaptation d'impédance acoustique est développée. Cette méthode permet d'obtenir les paramètres acoustiques en situation réelle de fonctionnement d'une couche de polymère de quelques dizaines de micromètres d'épaisseur. Puis, l'assemblage et le choix des différents éléments constituant les transducteurs sont précisés (milieu arrière, lame adaptatrice et lentille). Les transducteurs fabriqués sont ensuite caractérisés (diagramme de rayonnement et réponse électro-acoustique au point focal). Ces résultats expérimentaux sont comparés entre eux et avec ceux de la modélisation développée dans le *Chapitre III* pour l'un des cas. Enfin, ces transducteurs sont intégrés dans un échographe développé au laboratoire pour comparer qualitativement leurs performances en situation réelle d'imagerie.

I Caractérisation du parylène en haute fréquence

L'utilisation d'une (ou plusieurs) lame(s) adaptatrice(s) permet d'améliorer la réponse électro-acoustique du transducteur en terme d'amplitude et de durée. Dans notre cas (autour de 30 MHz), la lame adaptatrice quart d'onde fait seulement une dizaine de micromètres d'épaisseur, ce qui rend les propriétés acoustiques difficiles à mesurer avec précision. Le parylène est un bon candidat pour la fabrication de lames adaptatrices en terme de propriétés acoustiques, vieillissement et précision sur l'épaisseur du dépôt. Des méthodes acoustiques ou électriques permettent de déterminer les propriétés du parylène [1-3]. Dans le paragraphe qui suit, la méthode de caractérisation du parylène est basée sur la mesure de l'impédance électrique d'une structure multicouche constituée d'un substrat en résine époxy, d'une couche piézo-électrique avec des électrodes et du film parylène en face avant. Une caractérisation préalable de chaque constituant permet d'identifier précisément les propriétés de chacune des couches (disque piézo-électrique et substrat). Les propriétés de la couche de parylène déposée peuvent alors être déduites au moyen d'un ajustement effectué avec le modèle KLM (*Annexe 3*). Cette méthode de caractérisation est analogue à celle utilisée pour les matériaux piézo-électriques.

1.1 Fabrication des échantillons

La structure multicouche complète est constituée d'un substrat en résine époxy connu sur lequel un film épais en PZT a été collé. Après avoir caractérisé l'ensemble et optimisé l'épaisseur d'une lame parylène, le dépôt est réalisé. Le film épais résonne à une fréquence proche de 30 MHz, ce qui permet de caractériser les propriétés du parylène en condition réelle de fonctionnement en haute fréquence.

1.1.1 Film épais

Le film épais a été fabriqué en PZT (Pz29, *Ferroperm Piezoceramics*) par coulage en bande avec une épaisseur de 65 à 70 μm et des électrodes en platine de 2 μm déposées par sérigraphie. La polarisation du film a été effectuée dans un bain d'huile pendant 2 minutes à 130°C avec un champ électrique de 2 kV/mm.

1.1.2 Substrat

Le substrat en résine époxy, dont les propriétés acoustiques sont connues, est fabriqué avec un diamètre de 12 mm et une longueur de 20 mm. Les propriétés acoustiques du substrat ont été déterminées au préalable. Ainsi, la vitesse longitudinale a été déterminée à partir de la mesure du temps de vol dans le milieu de propagation de référence (l'eau) et dans le milieu à caractériser (le substrat en résine époxy). La mesure d'atténuation effectuée de 3 à 23 MHz montre qu'elle évolue quasi linéairement. Le même comportement est extrapolé jusqu'à 35 MHz. Ces propriétés acoustiques sont données dans le *Tableau V.1* suivant :

Substrat	c_l (m/s)	r (kg/m^3)	Z_{ar} (MRa)	a (dB/mm/MHz)
Résine époxy	2650	1170	3,10	0,56

c_l : vitesse longitudinale ; r : masse volumique ; Z_{ar} : impédance acoustique ; a : atténuation.

Tableau V.1 : Caractéristiques acoustiques du substrat en résine époxy.

Une fine couche d'or d'environ 200 nm a été déposée par vaporisation sur la face supérieure du substrat. Le film PZT a ensuite été collé et pressé en utilisant la même résine époxy que pour la fabrication du substrat.

I.1.3 Dépôt de parylène

Après nettoyage de la face supérieure du disque piézo-électrique, le film de parylène C a été déposé sur toute la surface supérieure de la structure (*Figure V.1 (b)*). Deux portions de la surface active sont protégées lors du dépôt afin de récupérer les contacts électriques en face avant du disque de PZT et du substrat (*Figure V.1*).

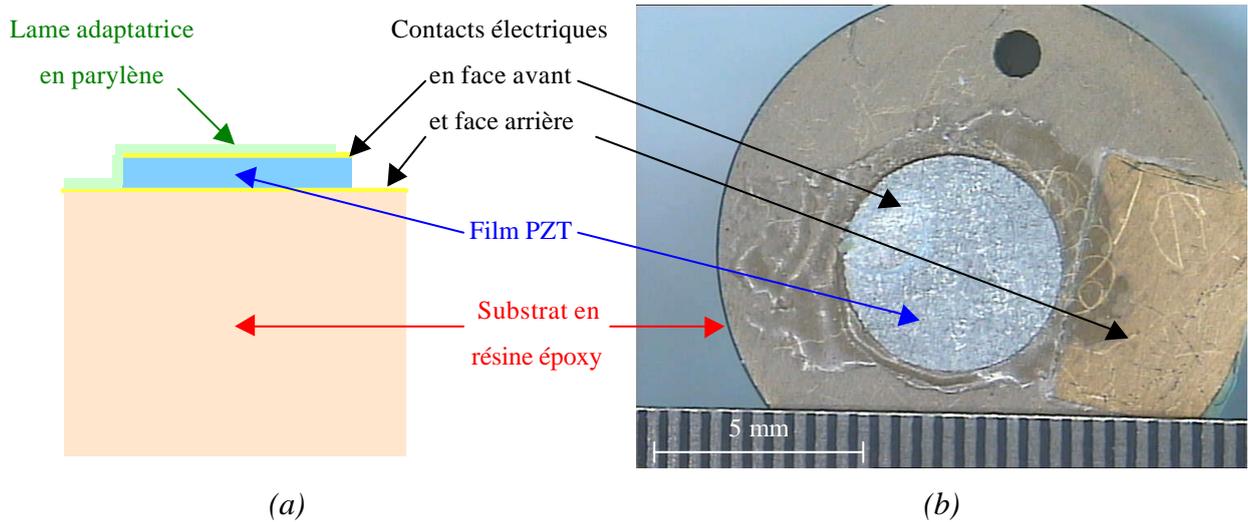


Figure V.1 : Structure multicouche avec une lame adaptatrice en parylène (a) schématisé en coupe et (b) photographié en vue de face.

Afin de déterminer les épaisseurs effectives, une coupe a été réalisée sur l'un des échantillons et des mesures précises ont alors pu être effectuées au microscope électronique à balayage (*Figure V.2*). On peut y distinguer nettement les trois principaux éléments : le substrat, le film en PZT et la lame en parylène. Par ailleurs, on observe aussi les électrodes avant et arrière en platine, la couche adhésive en résine époxy, et l'électrode déposée sur le substrat. Ainsi, l'épaisseur très irrégulière de la couche adhésive a été mesurée en moyenne à $7 \mu\text{m}$, avec localement des épaisseurs nulles permettant la réalisation du contact électrique entre l'électrode en platine de la face arrière du film PZT et celle en face avant du substrat en or.

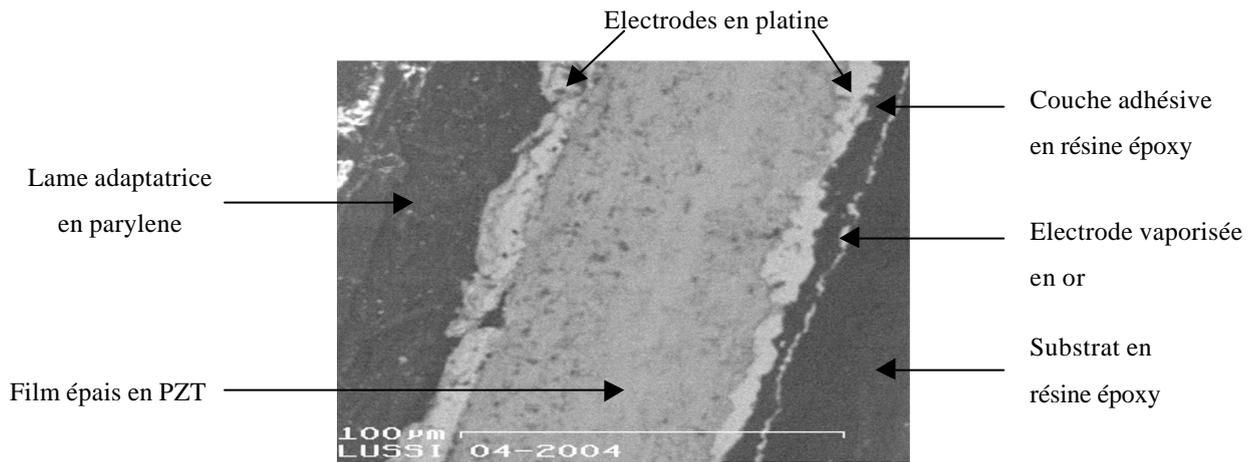


Figure V.2 : Vue en coupe au microscope électronique à balayage de l'un des échantillons fabriqués.

1.2 Caractérisation fonctionnelle

En premier lieu, les propriétés électro-mécaniques des disques de PZT ont été évaluées en condition de résonateur libre. Les dimensions de l'échantillon piézo-électrique (épaisseur faible devant les dimensions latérales) permettent le découplage du mode épaisseur de tout autre mode de résonance. L'utilisation d'un modèle unidimensionnel tel que le schéma électrique équivalent KLM (*Annexe 3*) est valide. La mesure d'impédance effectuée (expérimentale) et l'ajustement résultant (théorique) sont représentées sur la *Figure V.3* pour un disque en résonateur libre, puis sur substrat :

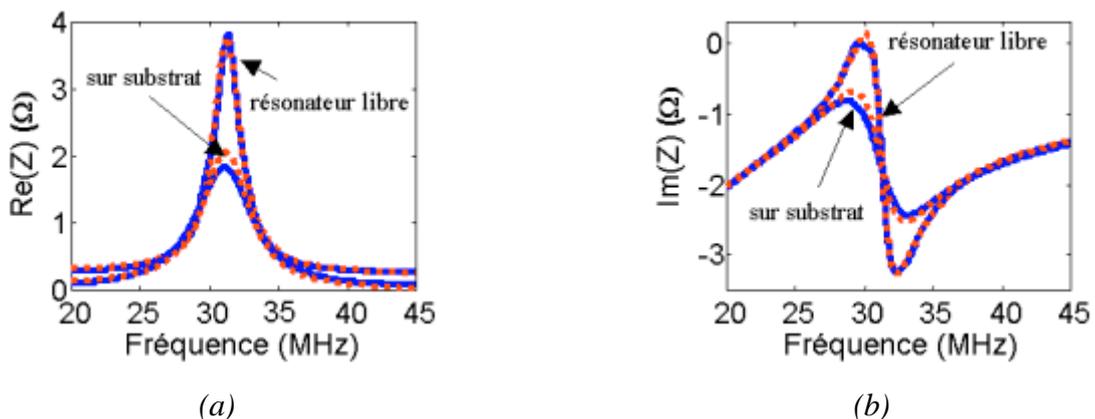


Figure V.3 : Parties (a) réelle et (b) imaginaire des courbes d'impédance expérimentale (trait pointillés rouges) et théorique (trait plein bleu) d'un disque en PZT en résonateur libre, puis sur substrat en résine époxy.

Les caractéristiques du substrat en résine époxy et du film piézo-électrique en PZT ayant été ajustées de façon satisfaisante, les résultats d'ajustement sont regroupés pour cinq échantillons dans le *Tableau V.2*.

Echantillon	e_p (μm)	\mathbf{r} (kg/m^3)	c_l (m/s)	f_a (MHz)	k_t (%)	$\mathbf{e}_{33,r}^S$	\mathbf{d}_m (%)	\mathbf{d}_e (%)
1	67	6810	4960	37,0	40,7	1075	8,4	3,8
2	68	6810	5005	36,8	45,2	1245	9,7	3,7
3	70	6810	5270	37,6	42,8	1240	16,4	3,7
4	66	6810	5015	38,0	44,6	1250	8,9	5,2
5	65	6810	5025	38,7	43,2	1055	10,2	2,2

e_p : épaisseur du film piézo-électrique ; \mathbf{r} : masse volumique ; c_l : vitesse longitudinale ; f_a : fréquence d'anti-résonance ; k_t : coefficient de couplage du mode épaisseur ; $\mathbf{e}_{33,r}^S$: permittivité diélectrique relative à déformation constante ; \mathbf{d}_m : pertes mécaniques ; \mathbf{d}_e : pertes diélectriques.

Tableau V.2 : Caractéristiques électro-mécaniques des films piézo-électriques en PZT.

1.3 Résultats

Les vitesses longitudinales de couches de parylène sont évaluées sur cinq échantillons multicouches intégrant les cinq disques de PZT caractérisés (*Tableau V.2*), avec différentes épaisseurs déposées de 10, 20 et 30 μm . Une fois effectuées les mesures d'impédance, les couches de parylène déposées sont volontairement décollées et leur épaisseur est mesurée plus précisément avec un micromètre. Les mesures et marges d'erreur sur les épaisseurs déposées sont résumées dans le *Tableau V.3* :

Echantillon	$e_{av1,min}$ (μm)	$e_{av1,max}$ (μm)	$c_{l,min}$ (m/s)	$c_{l,max}$ (m/s)
1	12	13	2110	2280
2	20	22	2046	2252
3	21	23	1945	2129
4	29	31	1974	2216
5	29	31	2080	2222

$e_{av1,min}$, $e_{av1,max}$: épaisseurs minimale et maximale mesurées ;
 $c_{l,min}$, $c_{l,max}$: vitesses longitudinales minimale et maximale déduites.

Tableau V.3 : Caractéristiques mesurées et déduites du dépôt en parylène.

Les vitesses longitudinales c_l déduites à partir des épaisseurs de parylène e_{av1} déposées puis mesurées (Tableau V.3) sont illustrées par la Figure V.4 suivante :

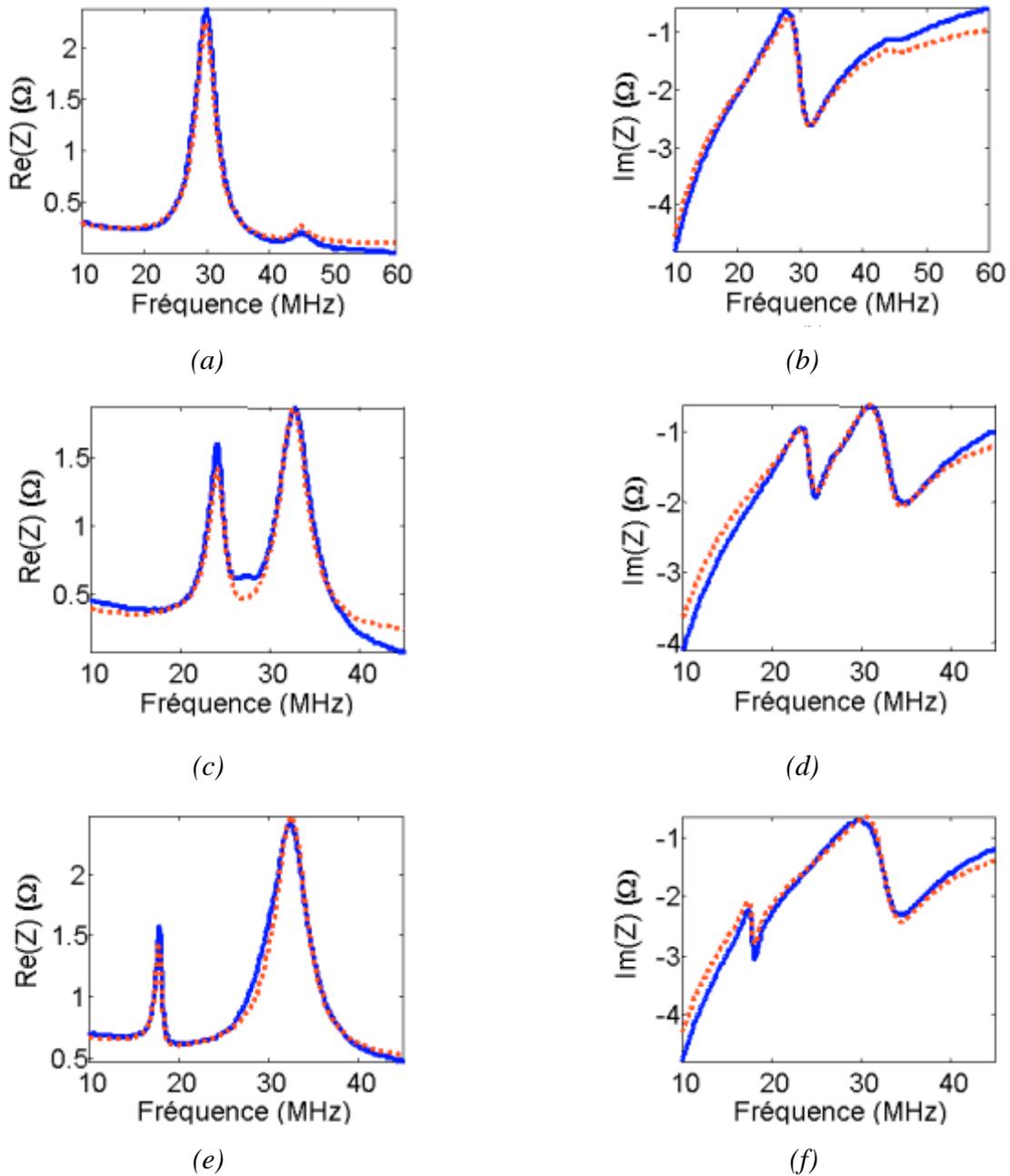


Figure V.4 : Parties (a), (c), (e) réelle et (b), (d), (f) imaginaire de l'impédance expérimentale (trait pointillés rouges) et théorique (trait plein bleu) d'un multicouche constitué d'un substrat, d'un disque en PZT (Pz29), avec en face avant un dépôt de parylène d'épaisseur minimale (a), (b) $12 \mu\text{m}$; (c), (d) $20 \mu\text{m}$; (e), (f) $29 \mu\text{m}$.

En résumé, les caractéristiques moyennes du dépôt de parylène sont données par une vitesse longitudinale $c_l = 2135 \pm 85$ m/s, une masse volumique $\rho = 1289$ kg/m³, soit une impédance acoustique $Z = 2,75 \pm 0,1$ MRa. L'atténuation a été évaluée avec une incertitude relativement importante : $\alpha_l = 0,56 \pm 0,25$ dB/mm/MHz [4]. Les valeurs obtenues pour la vitesse longitudinale c_l sont cohérentes avec celles de la littérature [1, 2] et celles délivrées par les fabricants (*Comelec* [5], et *Onda Corporation* [6]).

Les propriétés acoustiques du parylène sont compatibles avec les exigences des applications en imagerie médicale. L'épaisseur du dépôt pouvant être contrôlée avec une précision de l'ordre du micromètre (*Tableau V.3*), ce matériau est particulièrement bien adapté aux dispositifs haute fréquence.

II Conception et fabrication des transducteurs HF

Avec les matériaux piézo-électriques caractérisés dans le *Chapitre IV (Tableau IV.7)*, des transducteurs haute fréquence sont fabriqués et caractérisés. Six transducteurs sont réalisés : l'un à partir d'un film de polymère piézo-électrique PVDF ; un autre avec le film en PMN-PT obtenu par coulage en bande ; deux sont fabriqués en PZT/PGO déposé par sérigraphie ; enfin, deux sont élaborés avec des disques en titanate de plomb PT. Le choix et les caractéristiques des éléments à ajouter pour la fabrication des transducteurs sont tout d'abord donnés (milieu arrière, lame adaptatrice si besoin, lentille). L'assemblage de ces éléments est ensuite brièvement décrit.

II.1 Milieu arrière (*backing*) utilisé

Le milieu arrière a été choisi en adéquation avec les caractéristiques acoustiques du matériau piézo-électrique (*Tableau IV.7, Chapitre IV*), mais aussi en fonction des contraintes de la fabrication et des matériaux disponibles.

Ainsi, pour le transducteur à base de PVDF d'impédance acoustique $Z_p = 3,9$ MRa un milieu arrière "léger" a été choisi en vue d'optimiser la résolution axiale. Il a été réalisé à partir d'une résine époxy pure d'impédance acoustique $Z = 3,1$ MRa. Les contacts électriques ont été repris directement sur le film PVDF métallisé.

Les céramiques de PMN-PT et de PT possèdent une impédance acoustique relativement élevée avec respectivement pour valeurs $Z = 34,7$ et $37,5$ MRa. Afin de conserver une bonne résolution axiale, un milieu arrière est choisi avec une impédance acoustique plus élevée que celle utilisée pour le film PVDF. De plus, pour répondre aux contraintes de fabrication, un milieu arrière conducteur est recherché. Il est réalisé à partir d'une résine époxy chargée de poudre d'argent, permettant dans le même temps d'obtenir une conduction électrique et d'augmenter son impédance acoustique, pour atteindre $Z = 6,5$ MRa.

Enfin, la structure à base de PZT/PGO possède déjà un milieu arrière (qui a servi de substrat) en PZT poreux, avec une impédance acoustique $Z = 18$ MRa.

II.2 Lentille

Une lentille acoustique a été ajoutée en face avant afin d'obtenir des performances accrues pour l'imagerie. Les propriétés de la résine de polyuréthane (UR 3430 de Axson) utilisée ont été déterminées par mesure du temps de vol à deux fréquences différentes.

Cette méthode de caractérisation consiste à évaluer le temps de vol sur des échantillons d'épaisseurs de quelques millimètres, à une fréquence donnée, si possible proche des conditions expérimentales. Ainsi, avec une fréquence centrale de transducteur $f = 3,5$ MHz, la vitesse longitudinale c_l a été évaluée à $c_l = 2455 \pm 30$ m/s en 6 points de mesure sur des échantillons de 2 à 3 mm d'épaisseur. Cette même méthode utilisée sur les mêmes échantillons, avec maintenant une fréquence centrale de transducteur $f = 15$ MHz donne une vitesse longitudinale $c_l = 2535 \pm 90$ m/s en 5 points de mesure. On constate que la vitesse longitudinale suit une évolution croissante avec la fréquence. Par extrapolation linéaire de ces résultats à des fréquences $f = 20$ à 25 MHz, on peut très vraisemblablement supposer que la vitesse longitudinale s'approche de $c_l = 2550$ m/s. Par ailleurs, une masse volumique moyenne mesurée $\rho = 1040$ kg/m³ permet de déduire l'impédance acoustique de la lentille $Z = 2,65$ MRa.

II.3 Assemblage et fabrication

La focalisation est effectuée par mise en forme (transducteur à base de PVDF) ou moulage d'une lentille en polyuréthane (transducteurs à base de PT, PMN-PT et PZT/PGO). Les schémas d'assemblage sont ceux décrits sur la *Figure 1.11* du *Chapitre I*. Les caractéristiques acoustiques relatives au milieu arrière, à l'élément piézo-électrique et le cas échéant à la lame adaptatrice sont synthétisées dans le *Tableau V.4* pour chacun des transducteurs fabriqués :

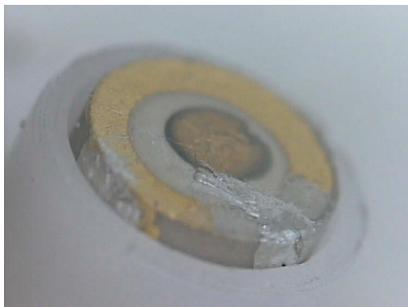
Propriété acoustique	Milieu arrière			Élément piézo-électrique			Lame adaptatrice		
	\mathbf{r} (kg/m ³)	c_l (m/s)	Z (MRa)	\mathbf{r} (kg/m ³)	c_l (m/s)	Z (MRa)	\mathbf{r} (kg/m ³)	c_l (m/s)	Z (MRa)
PMN-PT	2550	2550	6,5	8920	3890	34,7	1290	2135	2,75
PZT/PGO n°1	6660	2730	18,2	5420	2880	15,6	1290	2135	2,75
PZT/PGO n°2	6660	2730	18,2	5420	2880	15,6	–	–	–
PVDF	1170	2650	3,1	1600	2440	3,9	–	–	–
PT n°1	2550	2550	6,5	7720	4860	37,5	1290	2135	2,75
PT n°2	2550	2550	6,5	7720	4860	37,5	–	–	–

\mathbf{r} : masse volumique (kg/m³) ; c_l : vitesse longitudinale (m/s) ; Z : impédance acoustique (MRa).

Tableau V.4 : Caractéristiques acoustiques des éléments constituant les transducteurs.

De plus, pour les transducteurs à base de PZT/PGO, il faut rappeler qu'une couche de protection en PZT poreux et une électrode arrière en or relativement épaisse (paragraphe II.1.4, *Chapitre IV*) ont été sérigraphiées entre l'élément piézo-électrique et le milieu arrière. Enfin, on note que les couches de parylène déposées ont des épaisseurs comprises entre 21 et 29 μm .

La *Figure V.5 (a)* représente une étape intermédiaire de la fabrication du transducteur intégrant la structure PZT/PGO avec la reprise de contacts électriques. Ensuite, une lame adaptatrice en parylène est éventuellement déposée, puis le transducteur est focalisé avec une lentille en polyuréthane. Le choix du rayon de courbure R_c a été fait sur la base de la vitesse moyenne évaluée par temps de vol sur des échantillons (paragraphe II.2). La lentille en polyuréthane (en noir) est réalisée par moulage et le transducteur est finalisé par mise en place de la housse de protection (*Figure V.5 (b)*).



(a)



(b)

Figure V.5 : Transducteurs assemblés (a) PZT/PGO avant et (b) PZT/PGO après l'ajout de la lame adaptatrice et de la lentille.

Les transducteurs à base de PT et PMN-PT ont le même aspect extérieur que celui illustré en PZT/PGO. Seul le transducteur à base d'un film PVDF possède une focalisation géométrique et une face avant métallisée.

III Caractérisation des transducteurs

Dans cette partie, on s'attache à caractériser les performances des transducteurs en émission-réception avec un générateur fabriqué au laboratoire. Ainsi, les échos obtenus en émission-réception sont mesurés pour tous les transducteurs réalisés à base de PMN-PT (par coulage en bande, LC-EPFL), PZT/PGO (par sérigraphie, IJS), PVDF (film polymère, Solvay) et PT (par frittage, Pz34 de *Ferroperm Piezoceramics*). Les performances obtenues en terme de sensibilité et de résolution sont comparées, dans les mêmes conditions expérimentales, entre ces différents transducteurs avec les paramètres définis dans le *Chapitre III*.

III.1 Caractéristiques en émission-réception

III.1.1 Dans l'axe

La tension reçue en émission-réception est mesurée après réflexion sur une cible plane perpendiculaire à l'axe de propagation afin d'évaluer la sensibilité au point focal (le coefficient de réflexion eau-cible est très proche de 1) ainsi que la profondeur de champ pour des seuils typiques à -3 et -6 dB. Ces résultats de la caractérisation du champ dans l'axe du transducteur en émission-réception par réflexion sur une cible plane (*Figure V.6 (a)*) sont comparés à ceux en réflexion sur une bille (*Figure V.6 (b)*). La bille est considérée comme étant quasi-ponctuelle [7] (*Figure V.6 (b)*) dans la mesure où son diamètre $D = 400 \mu\text{m}$ n'excède pas 5 à $10I$ (avec ici $I \geq 50 \mu\text{m}$). Le résultat en émission-réception diffère légèrement de celui obtenu sur une cible plane (*Figure V.6 (a)*), pour laquelle la tension reçue résulte de l'intégration des contributions sur la cible plane. On retiendra ici principalement le résultat sur la bille, ce qui se rapproche des conditions de l'imagerie : la caractérisation de structures de petite taille. Les résultats de caractérisation des transducteurs en émission réception sont synthétisés dans le *Tableau V.5*. Comme l'illustre la *Figure V.6*, la sensibilité est la plus élevée pour les transducteurs à base de PZT/PGO, ceci malgré un degré de focalisation plus faible (inverse du f_{number}) que ceux des autres transducteurs.

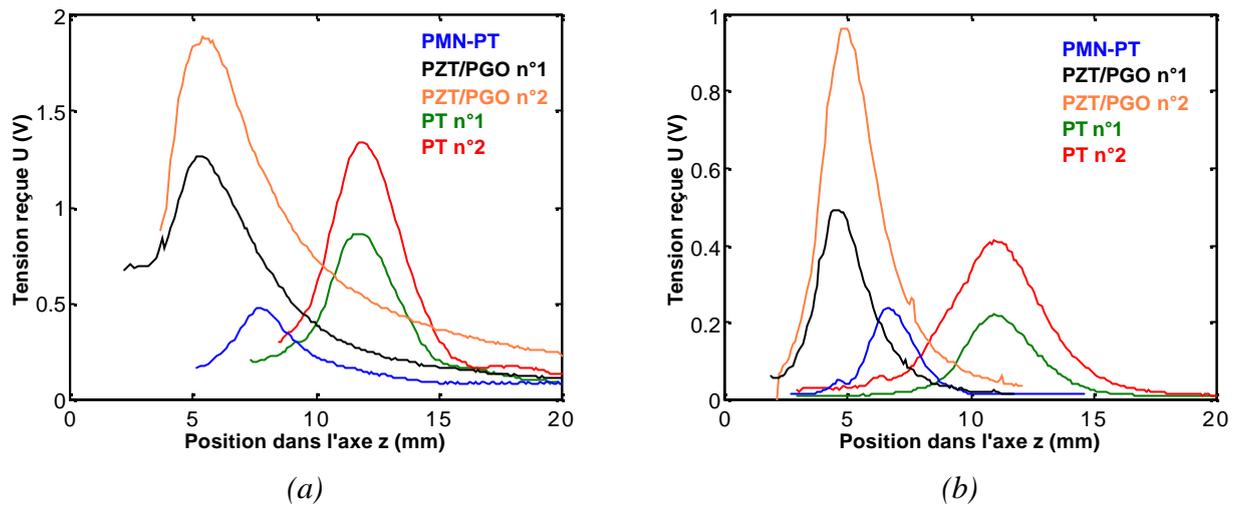


Figure V.6 : Champ dans l'axe en émission-réception (a) sur une cible plane et (b) sur une bille de 400 μm de diamètre.

Transducteur	U_n (dB)	z_0 (mm)	f_{number}	DOF_3 (mm)	DOF_6 (mm)
PVDF	-43	6	2	—	—
PMN-PT	-12	6,7	2,3	1,49	2,16
PZT/PGO n°1	-6	4,6	2,9	1,61	2,38
PZT/PGO n°2	0	4,9	3,1	1,77	2,66
PT n°1	-13	11	2,5	2,26	3,32
PT n°2	-7	11	2,5	2,72	4,31

U_n : tension au point focal normalisée par rapport à la meilleure ; z_0 : distance focale effective ; f_{number} : rapport entre la distance focale F et le diamètre de la source $2a$; DOF_3 : profondeur de champ à -3 dB ; DOF_6 : profondeur de champ à -6 dB.

Tableau V.5 : Caractéristiques du champ dans l'axe en émission-réception sur une bille de 400 μm de diamètre.

Ces mesures donnent un premier aperçu des caractéristiques de rayonnement des transducteurs. Cependant, d'autres caractéristiques doivent être prises en compte telles que les caractéristiques de rayonnement latéral et les caractéristiques de la réponse électro-acoustique.

III.1.2 Dans le plan focal

Le champ est mesuré en émission-réception dans le plan focal (*Figure V.7*), la cible étant la bille de 400 μm de diamètre, afin d'évaluer les largeurs de la tache focale pour des seuils typiques à -6 , -12 , -15 et -30 dB (*Tableau V.6*). La résolution latérale dans le plan focal D_{r_6} est la meilleure pour le transducteur à base de PMN-PT, suivi du transducteur PZT/PGO n°2. Les estimateurs de contraste latéral à -12 , -15 et -30 dB vont dans le même sens.

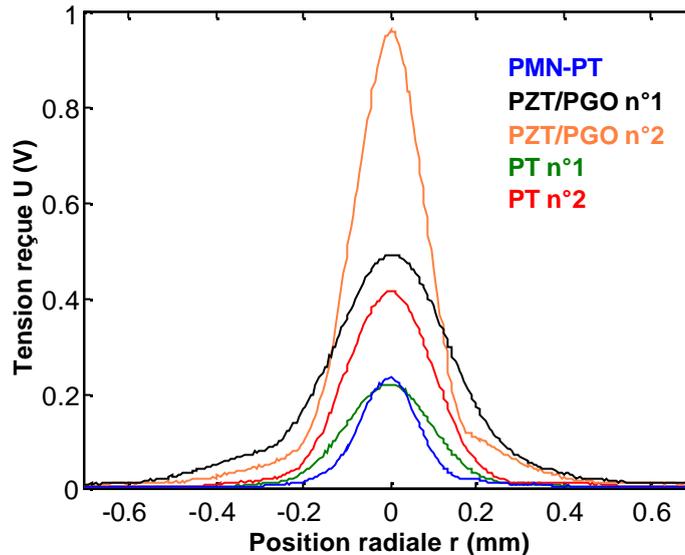


Figure V.7 : Champ dans le plan focal en émission-réception sur une bille de 400 μm de diamètre.

Transducteur	D_{r_6} (μm)	$D_{r_{12}}$ (μm)	$D_{r_{15}}$ (μm)	$D_{r_{30}}$ (μm)
PMN-PT	157	225	256	822
PZT/PGO n°1	319	465	536	1077
PZT/PGO n°2	195	271	305	772
PT n°1	230	331	373	836
PT n°2	238	328	369	661

D_{r_6} , $D_{r_{12}}$, $D_{r_{15}}$, $D_{r_{30}}$: largeur radiale de la tache focale à -6 , -12 , -15 et -30 dB.

Tableau V.6 : Caractéristiques du champ dans le plan focal en émission-réception sur une bille de 400 μm de diamètre.

Ces résultats sont en parfait accord avec les valeurs de f_{number} données dans le *Tableau V.5*. De plus, on peut remarquer que la sensibilité obtenue pour les différents transducteurs est directement liée

au coefficient de couplage en épaisseur k_t du matériau piézo-électrique (Tableau IV.7). En effet, les transducteurs intégrant un film sérigraphié en PZT/PGO présentant la meilleure sensibilité et le plus fort k_t . A partir de ces premières caractéristiques, on remarque que la présence de la lame adaptatrice en parylène sur les transducteurs PT n°1 et PZT/PGO n°1 dégrade les performances en terme de sensibilité relativement à ceux qui n'en ont pas (PT n°2 et PZT/PGO n°2). Cet effet, contraire à celui recherché, peut s'expliquer par le fait que l'impédance acoustique du milieu de propagation vu à travers la lentille est du même ordre de grandeur que celle du parylène. Pour que la lame joue son rôle, il faudrait que son impédance acoustique soit bien plus élevée.

III.1.3 Vitesse longitudinale effective dans la lentille

III.1.3.1 Déduction à partir de la distance focale

Dans un premier temps, à l'aide de la mesure de la distance focale effective z_0 , on remonte à la distance focale dite optique F (paragraphe II.2.3, Chapitre III), et enfin à la vitesse longitudinale c_l dans la lentille (Tableau V.7). Les valeurs obtenues pour chacun des transducteurs sont comparées à celles obtenues à partir du temps de vol (paragraphe II.2).

Transducteur	PMN-PT	PZT/PGO n°1	PZT/PGO n°2	PT n°1	PT n°2
z_0 (mm)	6,7	4,6	4,9	11	11
f_0 (MHz)	25,2	24,4	23,5	19,4	18,9
a (mm)	1,5	0,9	0,9	2,26	2,26
L_{cp} (mm)	39,1	13,4	13,4	67,9	67,9
z_0 / L_{cp}	0,17	0,34	0,36	0,16	0,16
F (mm)	6,9	5,2	5,6	11,3	11,3
R_c (mm)	3,5	2,38	2,38	5,56	5,56
c_l (m/s) avec $F_{approchée}$	3020	2740	2570	2930	2930
c_l (m/s) avec $F_{intégrée}$	2910	2670	2520	2840	2840
c_l (m/s) avec F_{rayon}	2980	2720	2550	2900	2900

z_0 : distance focale effective ; f_0 : fréquence centrale ; a : rayon de la source (électrode supérieure) ; L_{cp} : distance de limite de champ proche ; z_0 / L_{cp} : rapport entre distance focale effective et distance de champ proche ; F : distance focale ; R_c : rayon de courbure ; c_l : vitesse longitudinale.

Tableau V.7 : Correspondance entre distance focale effective z_0 et vitesse longitudinale dans la lentille selon les formulations développées dans le Tableau A5.1 de l'Annexe 5.

Les résultats obtenus à partir de la distance focale effective z_0 montrent une grande dispersion en fonction des transducteurs et de la formulation employée (*Annexe 5*). Plusieurs explications à cela sont envisageables : le mélange et le dégazage de la résine pour la lentille ont été réalisés de façon indépendante pour chacun des types de transducteur (PT, PMN-PT et PZT/PGO), d'où une possible variation des propriétés d'un d'échantillon à l'autre ; la résine peut avoir subi un léger retrait lors du séchage et modifier la courbure de la lentille, ce qui expliquerait l'écart entre la distance focale attendue et celle observée.

Par contre, dans tous les cas, la vitesse longitudinale dans la lentille c_l est supérieure à celle mesurée par temps de vol. En effet, la vitesse longitudinale moyenne déduite (*Tableau V.7*) est évaluée autour de $c_l = 2800$ m/s (*Tableau A5.1, Annexe 5*). Cette valeur permet d'en déduire l'impédance acoustique de la lentille proche de $Z = 2,9$ MRa. Dans ce cadre, la lame de parylène ($Z = 2,75$ MRa) ne joue pas un rôle d'adaptation, et peut avoir un effet néfaste sur la sensibilité dû à son atténuation (diminution de 6 dB) comme on l'observe sur les résultats expérimentaux.

III.1.3.2 Modélisation

Dans un second temps, la tension en émission-réception est simulée à l'aide du modèle KLM étendu à l'axisymétrie. Le paramètre de vitesse longitudinale de la lentille varie sur une plage de $c_l = 2200$ à 3400 m/s, pour les caractéristiques acoustiques et géométriques du transducteur fabriqué en PMN-PT (*Tableau V.4 et V.7*). La distance focale effective z_0 et les profondeurs de champ à -3 et -6 dB sont alors comparées à celle obtenue expérimentalement (en pointillés, *Figure V.8*) :

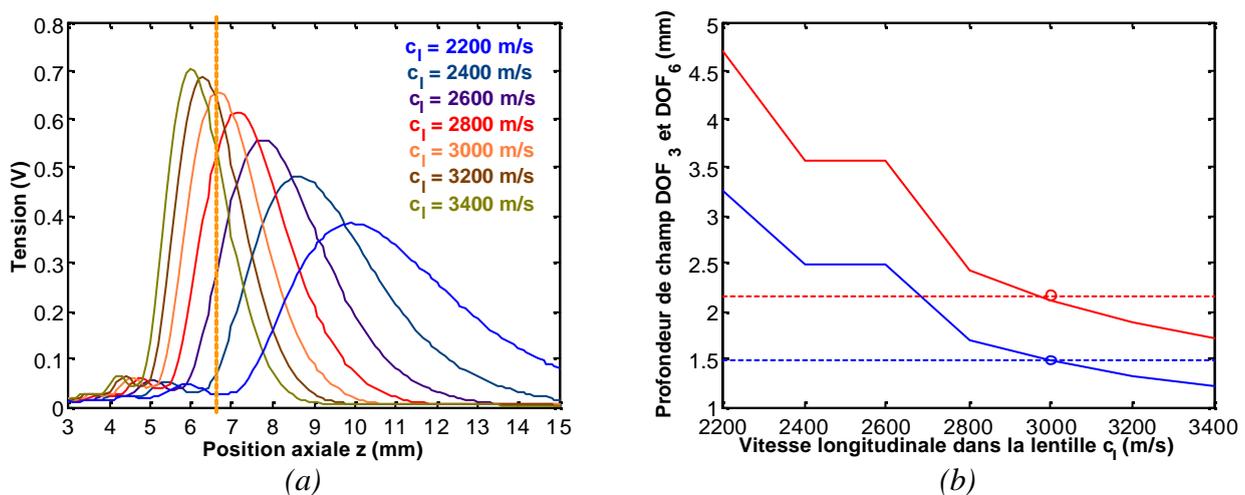


Figure V.8 : Simulation avec le modèle KLM étendu à l'axisymétrie du transducteur PMN-PT : (a) tension en émission-réception en fonction de la distance dans l'axe et (b) profondeur de champ.

Ainsi, on relève la courbe de tension qui donne une distance focale effective proche de celle escomptée à $z_0 = 6,7$ mm, et des profondeurs de champ à -3 et -6 dB proches de celles mesurées respectivement à 1,49 et 2,16 mm. La vitesse longitudinale dans la lentille qui satisfait ces deux critères (vitesse effective) se situe autour de $c_l = 3000$ m/s, comme l'a montré la méthode précédente (Tableau V.7).

III.2 Réponse électro-acoustique au point focal

La réponse électro-acoustique en émission-réception au point focal permet d'évaluer la résolution axiale D_{z_6} , mais aussi les niveaux de contraste axial pour des seuils typiques à -12 , -15 et -30 dB. Le transducteur PVDF présente de très bonnes caractéristiques dans l'axe (Figure V.9 (a)), avec une résolution axiale $D_{z_6} = 18,3$ μm , et des estimateurs de contraste $D_{z_{12}} = 25,4$ μm , $D_{z_{15}} = 28,3$ μm , et $D_{z_{30}} = 80,3$ μm . Cependant, la sensibilité obtenue est très faible relativement aux autres transducteurs (Tableau V.5). Son spectre montre une très large bande passante (Figure V.9 (b)), avec des largeurs relatives à -6 et -30 dB respectivement égales à 134 % et 193 %.

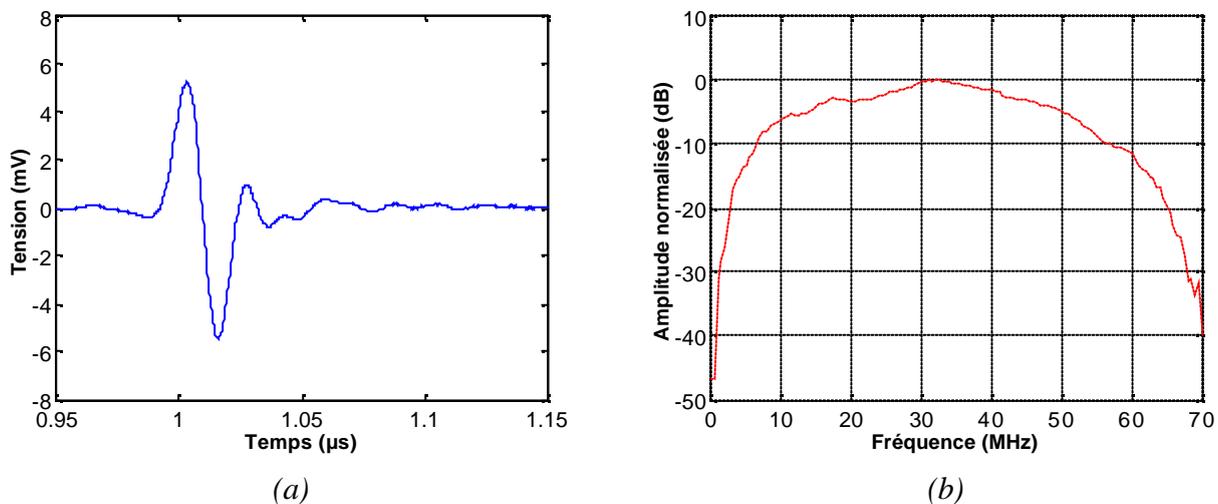


Figure V.9 : Réponse électro-acoustique au point focal en émission-réception sur une cible plane.

En ce qui concerne les transducteurs équipés d'une lentille, la résolution axiale au point focal D_{z_6} est la meilleure pour le transducteur PZT/PGO n°2 suivi du transducteur PZT/PGO n°1. Les estimateurs de contraste axial à -12 , -15 et -30 dB évoluent dans le même sens (Figure V.10).

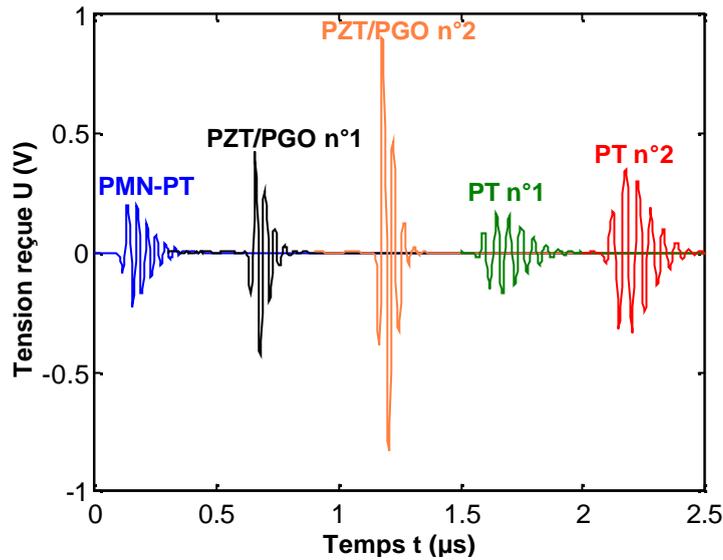


Figure V.10 : Réponse électro-acoustique au point focal en émission-réception sur une bille de 400 µm de diamètre.

Transducteur	D_{z_6} (µm)	$D_{z_{12}}$ (µm)	$D_{z_{15}}$ (µm)	$D_{z_{30}}$ (µm)	f_0 (MHz)	$BP_{6,r}$ (%)	IP
PVDF	18,3	25,4	28,3	80,3	30,8	134	–
PMN-PT	77,1	116,0	133,9	205,5	25,2	31	92
PZT/PGO n°1	49,7	74,8	84,8	129,3	24,4	48	36
PZT/PGO n°2	43,0	70,9	78,0	119,8	23,5	54	34
PT n°1	135,1	190,3	212,1	292,8	19,4	25	36
PT n°2	121,4	173,3	194,9	271,7	18,9	28	33

D_{z_6} , $D_{z_{12}}$, $D_{z_{15}}$, $D_{z_{30}}$: longueur de la réponse électro-acoustique au point focal à -6 , -12 , -15 et -30 dB ; f_0 : fréquence centrale à -6 dB ; $BP_{6,r}$: bande passante relative à -6 dB ; IP : indice de performance.

Tableau V.8 : Caractéristiques de la réponse électro-acoustique au point focal en émission-réception sur une bille de 400 µm de diamètre.

La meilleure bande passante relative à -6 dB notée $BP_{6,r}$ est obtenue avec le transducteur à base de PVDF, et la moins bonne est donnée par un transducteur à base de PT. Il faut également noter que les transducteurs utilisant les films épais de composition PZT/PGO délivrent de bonnes caractéristiques spectrales. Les indices de performance IP (compromis sensibilité / résolution axiale) obtenus pour les transducteurs à base de PZT/PGO et de PT sont comparables.

III.3 Comparaison simulation / expérience

Pour illustration, une comparaison est effectuée en émission-réception sur une cible ponctuelle entre le résultat obtenu par simulation avec le modèle KLM étendu à l'axisymétrie et une mesure. Comme le montre la *Figure V.8*, la vitesse longitudinale effective dans la lentille qui présente le meilleur ajustement se situe à $c_l = 3000$ m/s, ce qui correspond à une impédance acoustique effective $Z = 3,1$ MRa. Le rayon de courbure de la lentille $R_c = 3,5$ mm est resté inchangé. La lame adaptatrice de parylène a été modélisée avec les valeurs ajustées précédemment (paragraphe I.3). Les caractéristiques prises en compte sont celles du *Tableau V.4* pour le milieu arrière, et celles du *Tableau IV.7* pour le disque piézo-électrique.

Les illustrations du champ rayonné (*Figure V.11*) et de la réponse électroacoustique (*Figure V.12*) montrent la cohérence entre la modélisation et l'expérience, et les caractéristiques évaluées sont comparées (*Tableau V.9* et *V.10*).

III.3.1 Rayonnement dans l'axe et dans le plan focal

L'illustration du champ rayonné (*Figure V.11*) et sa caractérisation (*Tableau V.9*) montrent la cohérence et les limites du modèle.

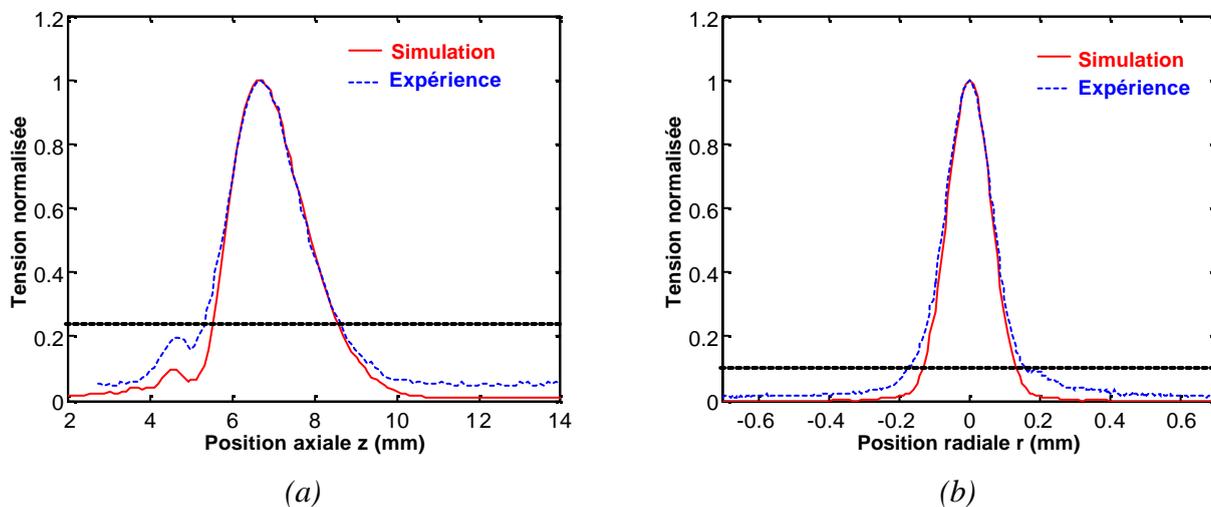


Figure V.11 : Comparaison de la tension normalisée en émission-réception du transducteur PMN-PT obtenue expérimentalement et avec le modèle KLM étendu à l'axisymétrie :
(a) dans l'axe, (b) dans le plan radial et (c) au point focal.

La distance focale obtenue z_0 et les profondeurs de champ à -3 et -6 dB notées DOF_3 et DOF_6 concordent parfaitement étant donné que la vitesse longitudinale dans la lentille c_l a été ajustée sur ces critères. On devine que le modèle et l'expérience vont donner des résultats similaires jusqu'à un seuil de -12 dB (ligne en pointillés, *Figure V.11 (a)*). Les résultats de largeur de la tache focale concordent avec une erreur de 10% au maximum jusqu'à -15 dB (*Tableau V.9*). En dessous d'un seuil de -20 dB (ligne en pointillés, *Figure V.11 (b)*), on observe un élargissement expérimental plus important qu'en théorie.

	z_0 (mm)	DOF_3 (mm)	DOF_6 (mm)	Dr_6 (μm)	Dr_{12} (μm)	Dr_{15} (μm)	Dr_{30} (μm)
KLM étendu	6,7	1,49	2,12	149	207	231	330
Expérience	6,7	1,49	2,16	157	225	256	822

z_0 : distance focale effective ; DOF_3 et DOF_6 : profondeurs de champ à -3 et -6 dB ; Dr_6 , Dr_{12} , Dr_{15} , Dr_{30} : largeur radiale de la tache focale à -6 , -12 , -15 et -30 dB.

Tableau V.9 : Comparaison du champ en émission-réception du transducteur PMN-PT obtenue expérimentalement et avec le modèle KLM étendu à l'axisymétrie.

III.3.2 Réponse au point focal

La réponse électro-acoustique mesurée au point focal est comparée à la simulation (*Figure V.12*) et les courbes sont caractérisées (*Tableau V.10*) :

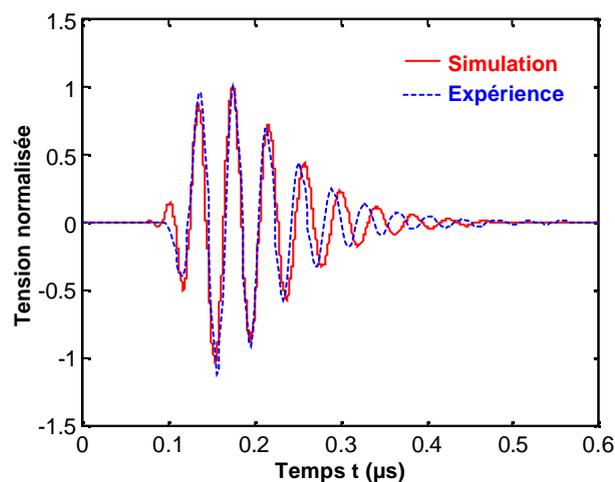


Figure V.12 : Comparaison de la réponse électro-acoustique en émission-réception du transducteur PMN-PT obtenue expérimentalement et avec le modèle KLM étendu à l'axisymétrie au point focal.

	D_{z_6} (μm)	$D_{z_{12}}$ (μm)	$D_{z_{15}}$ (μm)	$D_{z_{30}}$ (μm)	f_0 (MHz)	$BP_{6,r}$ (%)
KLM étendu	97,7	145,1	166,2	264,0	24,3	25
Expérience	77,1	116,0	133,9	205,5	25,2	31

D_{z_6} , $D_{z_{12}}$, $D_{z_{15}}$, $D_{z_{30}}$: longueur de la réponse électro-acoustique au point focal à -6 , -12 , -15 , et -30 dB ; f_0 : fréquence centrale à -6 dB ; $BP_{6,r}$: bande passante relative à -6 dB.

Tableau V.10 : Comparaison de la réponse électro-acoustique en émission-réception du transducteur PMN-PT obtenue expérimentalement et avec le modèle KLM étendu à l'axisymétrie

On peut observer sur la réponse électro-acoustique (*Figure V.12 (a)*) une bonne correspondance entre le modèle et l'expérience. On distingue un décalage qui s'accroît au cours de l'amortissement de l'écho, qui est dû à un léger décalage de la fréquence centrale. D'autre part, le spectre expérimental est plus large, ce qui est cohérent avec l'amortissement légèrement plus important observé sur la réponse temporelle expérimentale. Ces observations expliquent que la modélisation conduise à une surévaluation systématique des longueurs de l'écho (*Tableau V.10*).

IV Tests dans un échographe (images)

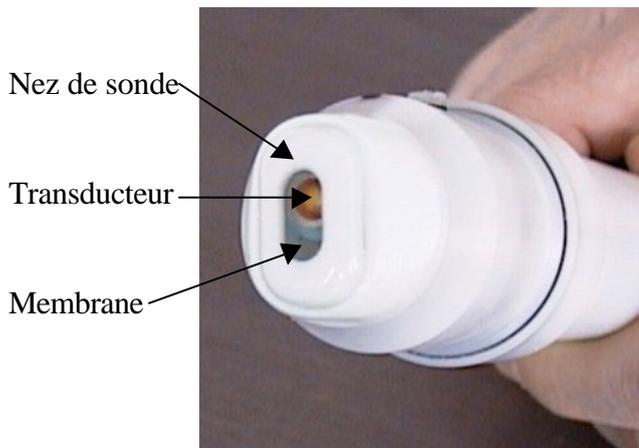
Tous les transducteurs fabriqués (excepté celui intégrant le PVDF qui possède une sensibilité trop faible) ont été intégrés dans un système d'imagerie (20 à 50 MHz). Ils possèdent tous un f_{number} compris entre 2 et 3 adapté à l'imagerie médicale [8]. Ce compromis conditionne le rapport entre résolution axiale et latérale (*Annexe 2*).

IV.1 Mise en place dans un échographe

Les transducteurs réalisés ont été testés avec un échographe haute résolution (*Figure V.13*) développé au laboratoire [9]. Ce système d'imagerie a été développé en vue d'exams cliniques pour l'aide au diagnostic des tissus superficiels tels que la peau [10]. La qualité des images obtenues va permettre d'évaluer les transducteurs et leur technique de fabrication décrite dans ces deux derniers chapitres.



(a)



(b)



(c)

Figure V.13 : (a) Mise en place du transducteur dans la sonde ; (b) Sonde pour balayage mécanique prête à l'utilisation ; (c) Système d'imagerie développé au laboratoire [9].

Les transducteurs sont placés dans la tête de la sonde qui effectue un balayage linéaire de la zone à imager (*Figure V.13 (a)*). L'image est constituée à partir des échos recueillis au cours du balayage du transducteur, avec une fréquence de rafraîchissement de 10 images par seconde. Le transducteur est immergé dans une eau aseptisée, mis en position par rapport au nez de sonde, et confiné par une membrane qui permet d'assurer l'isolation et l'étanchéité de la tête de sonde (*Figure V.13 (b)*). Le positionnement du transducteur est ajusté en fonction de sa distance focale, de façon à obtenir le maximum de sensibilité dans la zone d'intérêt.

IV.2 Image de la peau d'un avant-bras

La *Figure V.14* permet de comparer les images réalisées sur un avant-bras à un emplacement identique. Sur chacune d'entre elles, on distingue l'écho de la membrane derrière laquelle se trouve le transducteur (*Figure V.13 (a)*). On remarque que les zones les plus échogènes sont saturées sur l'image avec une coloration rouge (*Figure V.14 (b) et (c)*).

L'image réalisée avec le transducteur PT n°2 (*Figure V.14 (e)*) correspond à un bon compromis entre résolutions latérale et axiale, avec de plus une bonne sensibilité. On y distingue clairement les différentes couches constituant la peau comme spécifié sur cette figure. Le transducteur PT n°1 (*Figure V.14 (d)*) donne une qualité d'image comparable, mais avec une sensibilité un peu moins bonne. Pour l'image réalisée avec le transducteur PMN-PT (*Figure V.14 (a)*), les résolutions semblent comparables mais la sensibilité est plus faible. Enfin, les images obtenues avec les transducteurs PZT/PGO n°1 et n°2 (*Figure V.14 (b) et (c)*) ont une bien meilleure résolution axiale et une bonne sensibilité. Cette résolution axiale se voit nettement au niveau de l'épiderme qui est très échogène et qui apparaît plus finement sur l'image. Par contre, un écho de fond du milieu arrière vient dégrader la qualité de l'image et la résolution latérale est très largement insuffisante.

La suppression de l'écho de fond du milieu arrière est envisageable par usinage de sa face arrière et ajout d'une résine chargée très atténuante. La faible résolution latérale est simplement la conséquence d'un trop faible diamètre actif de l'élément piézo-électrique, ce qui devrait être modifié sur les prochains échantillons. Dans l'hypothèse où ces deux modifications donneraient satisfaction, la technologie des films sérigraphiés en PZT/PGO serait la plus performante.

La sensibilité du transducteur dépend non seulement de ses caractéristiques électro-mécaniques, mais aussi de l'adaptation électrique avec le générateur et le récepteur. L'adaptation électrique a été évoquée succinctement, notamment en ce qui concerne le câble de liaison entre le transducteur et le système électronique d'émission-réception (paragraphe II.3, *Chapitre I*). Une amélioration notable serait certainement apportée à ce niveau avec la mise en place d'une compensation de la partie imaginaire de l'impédance électrique du transducteur autour de la résonance avec une inductance adéquate. De plus, l'ajout d'un transformateur électrique permettrait d'appliquer un facteur multiplicateur au module de l'impédance du transducteur pour l'adapter à celui du générateur. Ces deux éléments sont souvent utilisés une fois le transducteur finalisé et mis en place dans un système d'imagerie donné. Ils améliorent sensiblement les caractéristiques de la réponse électro-acoustique.

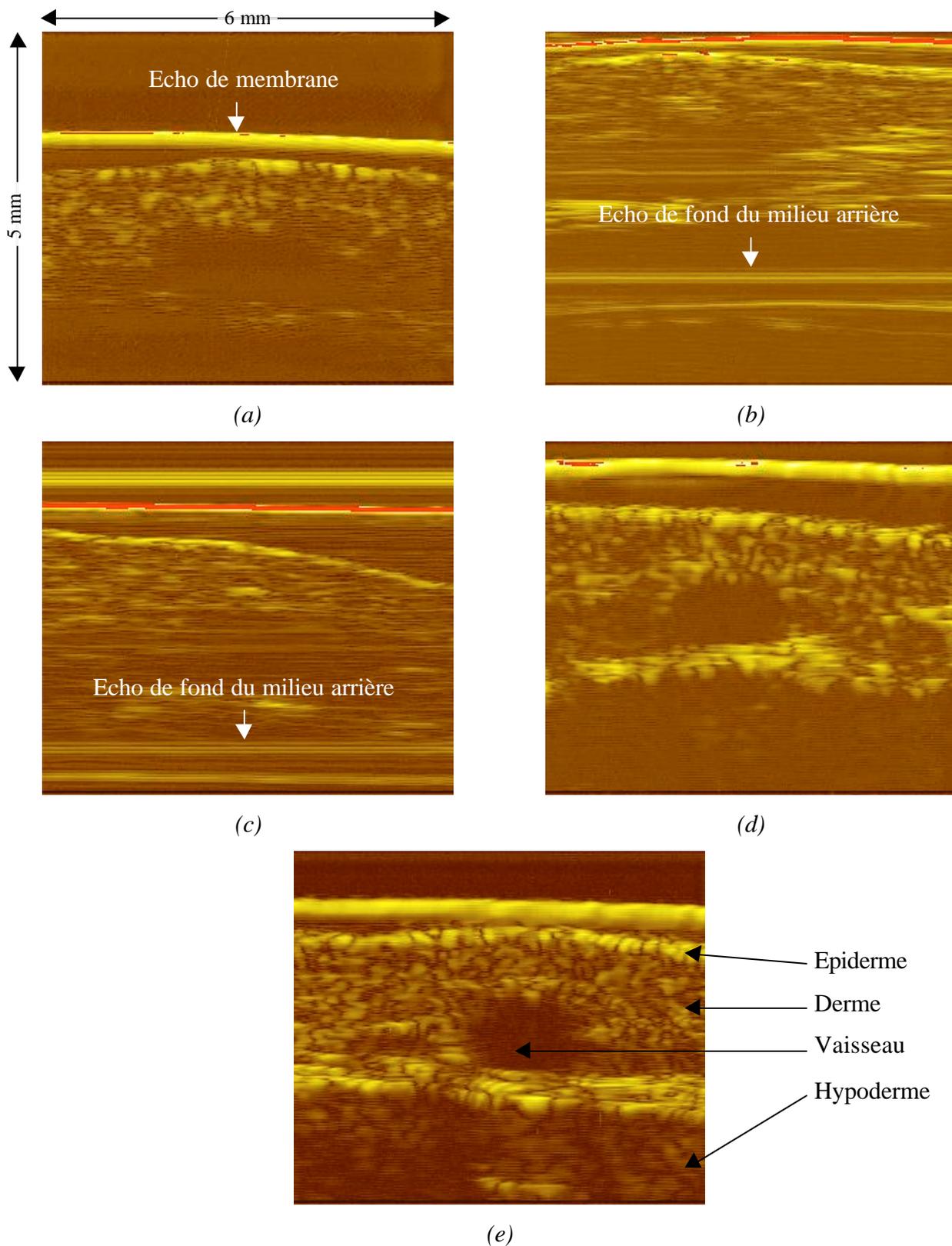


Figure V.14 : Image 6 ´ 5 mm d'un avant-bras avec une veine dans le derme réalisée avec les transducteurs (a) PMN-PT, (b) PZT/PGO n°1, (c) PZT/PGO n°2, (d) PT n°1 et (e) PT n°2.

IV.3 Image d'un pouce

Pour terminer, des images d'un pouce ont aussi été effectuées avec les deux transducteurs PMN-PT et PT n°2, c'est-à-dire ceux donnant les meilleurs compromis sensibilité/résolution axiale/résolution latérale (*Figure V.15*). Le transducteur PT n°2 possède une profondeur de champ à -6 dB de 4,3 mm contre 2,16 mm pour le PMN-PT, ce qui explique les différences sur le bas de l'image (*Figure V.15 (a)*). Sur l'image réalisée avec le transducteur PT n°2 (*Figure V.15 (b)*), on peut facilement repérer le prolongement de l'ongle sous la peau.

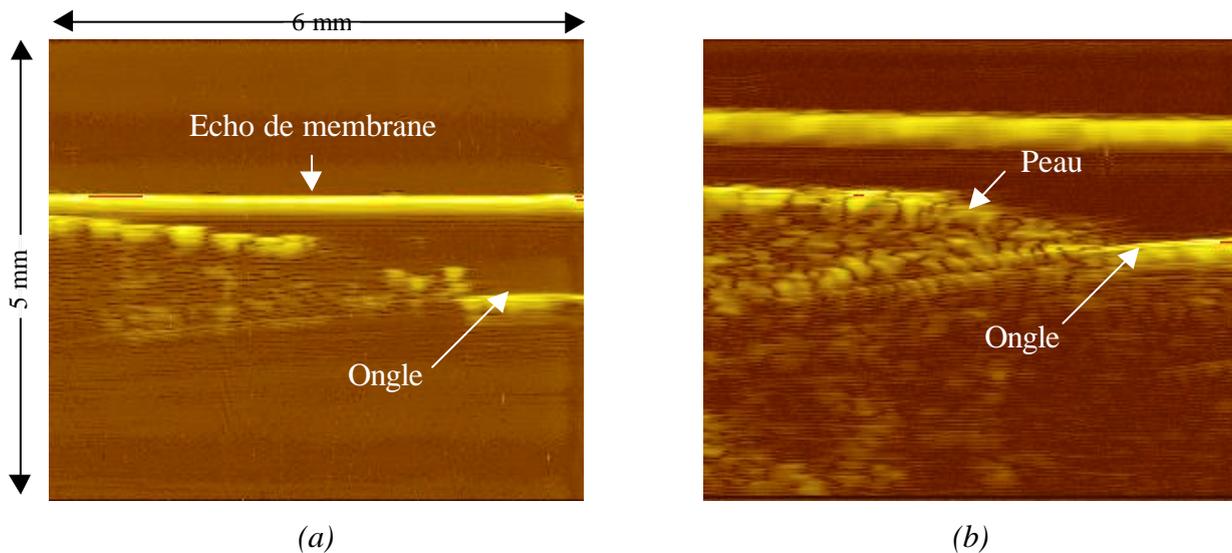


Figure V.15 : Image 6 × 5 mm d'un ongle réalisée avec les transducteurs (a) PMN-PT et (b) PT n°2.

V Conclusion

Six transducteurs haute fréquence ont été réalisés, caractérisés et utilisés dans un échographe haute fréquence. En ce qui concerne le choix des différents éléments passifs constituant ces transducteurs, le parylène ne s'est pas révélé très avantageux pour nos conceptions. En haute fréquence, ce choix est fortement lié à un compromis entre les propriétés et la possibilités de mise en œuvre des matériaux. Toutefois, les propriétés de ce matériau en couche fine ont été évaluées et le parylène reste un candidat de premier choix pour sa facilité de mise en œuvre et la précision sur l'épaisseur déposée. Ce matériau est particulièrement approprié à l'adaptation acoustique de transducteurs ne nécessitant pas l'ajout d'une lentille, tels que ceux dont l'élément piézo-électrique est focalisé par mise en forme.

La comparaison des performances en imagerie des différents transducteurs réalisés montre que ceux intégrant les disques de titanate de plomb, considérés comme référence, délivrent un bon

compromis entre les résolutions axiales et latérales, avec une sensibilité satisfaisante. Pour les technologies de films épais, les résultats sont très encourageants en particulier pour la structure intégrée et le film épais sérigraphié. En effet, la sensibilité et la résolution axiale obtenues sont meilleures que celles des transducteurs de référence. Les défauts observés, tels que les échos de fond de milieu arrière et la faible résolution latérale sont liés à des considérations essentiellement géométriques qui sont en cours de modification. Cette technologie de film épais s'avère donc la plus prometteuse et de nouveaux essais sont en cours afin de le confirmer.

Bibliographie :

1. Hadimioglu B., Khuri-Yakub B.T., *Polymer films as acoustic matching layers*. IEEE International Ultrasonics Symposium, 1990: p. 1337-1340.
2. Thiagarajan S., Martin R.W., Proctor A., Jayawadena I., Silverstein F., *Dual layer matching (20 MHz) piezoelectric transducers with glass and parylene*. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control, 1997. **44**(5): p. 1172-1174.
3. Wang H., Cao W., *Characterizing ultra-thin matching layers of high-frequency ultrasonic transducer based on impedance matching principle*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 2004. **51**(2): p. 211-215.
4. Levassort F., Tran-Huu-Hue L.P., Maréchal P., Ringgaard E., Lethiecq M., *Characterisation of thin layers (Parylene) at high frequency using PZT thick film resonators*. Journal of the European Ceramic Society, 2005 (acceptée, à paraître au printemps 2005).
5. Comelec S.A., www.comelec.ch. La Chaux-de-Fonds, Suisse.
6. Onda Corporation, www.ondacorp.com. Sunnyvale, Etats-Unis.
7. ASTM Std., *Standard Guide for Evaluating Characteristics of Ultrasonic Search Units*. American Society for Testing and Materials, 1992. **E 1065**(92): p. 1-19.
8. Foster F.S., Pavlin C.J., Harasiewicz K.A., Christopher D.A., Turnbull D.H., *Advances in ultrasound biomicroscopy*. Ultrasound in Medicine and Biology, 2000. **26**(1): p. 1-27.
9. Berson M., Grégoire J.M., Gens F., Rateau J., Jamet F., Vaillant L., Tranquart F., Pourcelot L., *High frequency (20 MHz) ultrasonic devices: Advantages and applications*. European Journal of Ultrasound, 1999. **10**: p. 53-63.
10. Lebertre M., *Echographie quantitative haute fréquence : Propriétés du derme humain et potentiel diagnostique*. Thèse de doctorat en Science de la Vie et de la Santé. Université François Rabelais. Académie d'Orléans-Tours, 2001.

CONCLUSION

Le travail réalisé a été effectué dans le cadre d'un projet européen dont l'objectif majeur était le développement de nouvelles technologies de fabrication de matériaux piézo-électriques en film épais pour diverses applications. Dans ce cadre, les deux contributions essentielles de cette thèse ont porté d'une part sur la mise en place d'outils de modélisation du comportement de transducteurs mono-éléments haute fréquence munis d'une lentille acoustique (depuis la vibration de la structure jusqu'au diagramme de rayonnement) ; puis, d'autre part, sur la caractérisation électro-mécanique de ces nouveaux matériaux ou nouvelles structures et le développement et la fabrication de transducteurs pour l'imagerie haute résolution, avec des fréquences centrales de à 20 à 30 MHz.

Pour la première contribution, une modélisation globale du transducteur a été développée en prenant en compte les aspects techniques les plus importants de sa fabrication. Pour cela, deux outils numériques ont dans un premier temps été mis en place : la modélisation par éléments finis (ATILA) du transducteur (de forme axisymétrique) dans son environnement électro-acoustique, puis la propagation dans un milieu fluide homogène à l'aide de l'intégrale de Rayleigh. Ces outils ont été validés pour différents cas particuliers. L'utilisation des éléments finis a ainsi permis de prendre en compte toutes les contributions modales, en particulier le mode radial de la structure. Ces contributions ont pu être quantifiées en comparant, pour une même configuration ces résultats avec ceux obtenus en imposant une vibration unidimensionnelle.

Le champ de déplacement (ou de pression) à la surface du transducteur muni d'une lentille concave a ensuite été utilisé comme source pour être propagé et ainsi obtenir le diagramme de rayonnement dans l'eau. Pour cela, l'intégrale de Rayleigh a été résolue par plusieurs méthodes et une synthèse de ces résultats a été effectuée en terme de compromis entre la précision et le lieu (axe, plan focal...) de l'information, le temps de calcul et la géométrie considérée (axisymétrique ou quelconque). Une attention particulière a été portée à la modélisation d'une structure axisymétrique en utilisant la transformée de Hankel.

Dans l'objectif de calculer les déplacements à la surface du transducteur de façon beaucoup plus rapide qu'avec les éléments finis, une modélisation alternative a été développée sur la base de l'approche multicouche matricielle du schéma unidimensionnel KLM. En effet, avec l'hypothèse de contributions des modes latéraux négligeables, la géométrie sphérique de la lentille a été découpée

en une multitude d'anneaux élémentaires. Cette modélisation permet de simplifier la méthode d'évaluation des caractéristiques de la réponse électro-acoustique au point focal. Elle a été utilisée dans le cas d'un transducteur mono-élément de géométrie axisymétrique et ses résultats ont été comparés avec ceux donnés par une modélisation avec les éléments finis de façon probante.

Ces différents modèles ont été utilisés pour étudier l'influence des propriétés d'une lentille acoustique (notamment son impédance acoustique) sur les performances d'un transducteur haute fréquence, en particulier sur sa réponse électro-acoustique au point focal. Cette étude théorique a été réalisée sur deux configurations données (avec ou sans lame d'adaptation intermédiaire entre la lentille et le matériau piézo-électrique) où seuls deux paramètres ont varié : l'impédance acoustique et le rayon de courbure de la lentille, afin de maintenir une distance focale constante. Les résultats ont montré que l'impédance acoustique du milieu de propagation vu à travers la lentille est pratiquement égale à celle du matériau de la lentille. Ainsi, une éventuelle lame adaptatrice doit tenir compte de ce fait.

La réalisation de transducteurs focalisés de fréquence centrale proche de 10 MHz a permis d'effectuer une validation expérimentale de ces méthodes de simulation. Ils ont montré que le modèle basé sur le schéma unidimensionnel KLM constitue un bon outil de prédiction des propriétés des transducteurs mono-éléments focalisés.

Pour la deuxième partie, regroupant le travail plus expérimental de fabrication de transducteurs haute fréquence, un état de l'art a d'abord été effectué. Un bilan des matériaux actifs ou passifs disponibles et utilisés, ainsi que les différentes techniques de fabrication ont été décrits. Puis pour notre étude, les matériaux piézo-électriques choisis (films épais) et leurs méthodes de fabrication pour la haute fréquence ont été présentés, en particulier par coulage en bande et par sérigraphie. Ainsi, la composition optimale de PMN-PT 65/35 a été identifiée pour une fabrication par coulage en bande. Par ailleurs, une structure multicouche optimisée à base de PZT/PGO a été mise au point par sérigraphie. Des coefficients de couplage en mode épaisseur de plus de 40 % ont été obtenus, résultats proche de ceux obtenus avec des méthodes de fabrication classiques par pressage/frittage. Les échantillons réalisés ayant les meilleures caractéristiques (en terme de fréquence de résonance et coefficient de couplage en épaisseur) ont permis la fabrication de transducteurs qui ont été comparés avec d'autres intégrant des échantillons piézo-électrique de référence (film polymère piézo-électrique PVDF et disque de titanate de plomb PT fabriqué de façon standard par pressage/frittage). La conception et le choix des différents éléments passifs pour la fabrication des transducteurs ont été expliqués et justifiés. Les propriétés de ces éléments ont été

mesurées, en particulier celles de lames d'adaptation en parylène obtenues en haute fréquence (autour de 30 MHz) pour des épaisseurs entre 10 et 30 micromètres en utilisant une technique d'impédancemétrie électrique. Six transducteurs ont ensuite été fabriqués pour des applications d'imagerie médicale haute résolution et ont été caractérisés.

Enfin, des tests d'imagerie avec un échographe haute résolution développé au laboratoire ont été réalisés. Le transducteur à base de PMN-PT offre un bon compromis entre résolution axiale et latérale, tandis que ceux à base de PZT/PGO donnent une très bonne sensibilité et une très bonne résolution axiale, alors que leur résolution latérale qui reste à améliorer. Ces résultats sont encourageants notamment ceux concernant la structure multicouche intégrée à base de PZT/PGO (milieu arrière, film épais piézo-électrique et électrodes). L'amélioration des propriétés de ce transducteur devrait pouvoir se faire assez facilement (résolution latérale, écho de fond de milieu arrière) grâce à la modification du diamètre des électrodes et du milieu arrière.

Les perspectives de ce travail sont prometteuses tant au niveau de l'outil de modélisation mis en place qu'à celui de la réalisation de transducteurs pour la haute fréquence. En effet, la modélisation KLM étendue à l'axisymétrie couplée avec le code de propagation permet d'obtenir un résultat avec une très bonne précision en quelques minutes. La rapidité de cette simulation et la possibilité de son utilisation de manière itérative en font un outil de choix pour une aide au dimensionnement et à l'optimisation des propriétés acoustiques et géométriques de la structure du transducteur. De plus, ce modèle pourra être étendu à des structures axisymétriques plus complexes comme les réseaux annulaires en combinant des retards géométriques et électroniques. Les technologies des films épais (coulage en bande et sérigraphie) qui ont été utilisées dans cette étude ont permis d'obtenir des couches avec de bonnes propriétés électro-mécaniques dont les épaisseurs faibles correspondent à des fréquences de résonance de 25 à 50 MHz. Pour la technologie de films sérigraphiés, un substrat de plus faible impédance acoustique reste à trouver, permettant à la couche piézo-électrique de résonner en demi-longueur d'onde et non en quart de longueur d'onde, ce qui permettrait de doubler la fréquence de fonctionnement. Enfin, ces technologies qui ont permis de développer des films épais plans pourraient être adaptées pour obtenir des films de forme quelconque, en particulier des coupelles qui éviteront l'ajout de lentille acoustique. Ces méthodes pourront également être comparées à d'autres techniques telles que les dépôts sol-gel.

ANNEXE 1 : PIEZO-ELECTRICITE ET NOTATIONS

Cette première annexe est consacrée à l'introduction des différentes grandeurs (élastiques, et électrique) et leurs notations qui seront régulièrement utilisées dans le document. A travers le couplage entre ces deux types de grandeurs, la piézo-électricité et les relations correspondantes sont également introduites. Enfin, on définira de façon détaillée les différents couplages électromécaniques [1] en particulier celui lié au mode épaisseur.

A1.1 Rappels sur l'élasticité des milieux continus

A1.1.1 Notions de cristallographie

Il existe 7 systèmes cristallins résultant du classement des réseaux suivant leur symétrie (monoclinique, triclinique, orthorhombique, trigonal, tétragonal, hexagonal et cubique). De ces différents systèmes cristallins résultent 32 classes de symétrie ponctuelle des cristaux. Des tenseurs vont être définis en vue d'établir la loi d'élasticité linéaire (hypothèse de petites déformations) de la mécanique du solide appelée loi de Hooke, ainsi que les équations constitutives de la piézo-électricité linéaire. La première loi établit une relation de proportionnalité directe entre contrainte et déformation, tandis que la seconde établit les liens entre les grandeurs mécaniques et électriques. Ces équations font intervenir les tenseurs d'élasticité et de piézo-électricité, dont le nombre de coefficients indépendants dépend de la classe de symétrie du matériau.

Le nombre de constantes de rigidité impliquées dans la loi de Hooke dépend de la classe de symétrie du matériau. Comme illustré par le *Tableau A1.1*, plus le nombre de symétries est important plus il existe de liens entre les différentes constantes, simplifiant ainsi l'écriture tensorielle. Il en est de même pour le nombre de constantes piézo-électriques indépendantes, comme le décrit la norme IEEE [1].

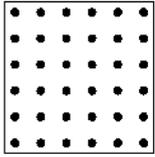
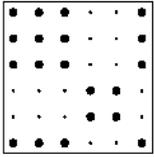
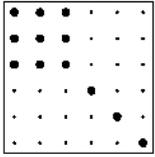
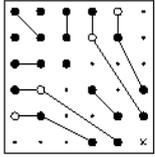
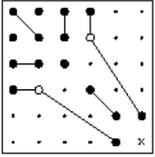
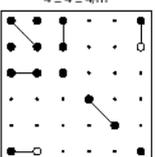
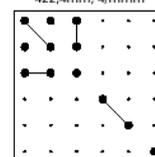
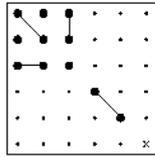
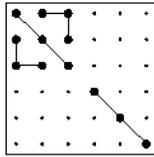
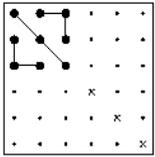
<p>Triclinique</p>  <p>21 Axes quelconques</p>	<p>Monoclinique</p>  <p>13 $Ox_3 // A_2$ ou $\perp M$ Ox_1 quelconque</p>	<p>Orthorhombique</p>  <p>9 $Ox_1, Ox_2, Ox_3 // A_2, A_2', A_2''$</p>	
<p>Trigonal</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>$3 \bar{3}$</p>  <p>7 $Ox_3 // A_3$ Ox_1 quelconque</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>$32 \bar{3}m \bar{3}m$</p>  <p>6 $Ox_3 // A_3$ $Ox_1 // A_2$ ou $\perp M$</p> </div> </div>		<p>Tetragonal</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>$4 \bar{4} 2/m$</p>  <p>7 $Ox_3 // A_4$ Ox_1 quelconque</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>$\bar{4}2m$ $422, 4mm, 4/mmm$</p>  <p>6 $Ox_3 // A_4$ $Ox_1 // A_2$ ou $\perp M$</p> </div> </div>	
<p>Hexagonal</p>  <p>5 $Ox_3 // A_6, Ox_1$ quelconque</p>	<p>Cubique</p>  <p>3 $Ox_i // A_2$</p>	<p>Isotrope</p>  <p>2 Axes quelconques</p>	
<p>Composante composantes</p> <ul style="list-style-type: none"> - non nulle : ● ○ - égales : ●● - égales à $(c_{11} - c_{12})/2$: x - nulle : - - opposées : ●○ <p>A_n désigne un axe de symétrie d'ordre n et M un miroir. La symétrie par rapport à la diagonale principale n'est pas mentionnée. Le nombre de composantes indépendantes est indiqué en bas, à droite de chaque ensemble.</p>			

Tableau A1.1 : Systèmes cristallins et classes de symétrie [2].

A1.1.2 Tenseur des contraintes

Considérant un cube de volume élémentaire appartenant à un solide déformable infini et un repère orthonormé $(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$, les composantes du tenseur des contraintes sont représentées sur ses différentes faces. L'équilibre établi entre le milieu extérieur et l'élément de volume considéré se traduit par des efforts exercés sur chacune des faces. Ces efforts, ramenés par unité de surface sont appelés contraintes.

Chacune des composantes T_{ij} du tenseur de contrainte T est la contrainte exercée parallèlement à l'axe \vec{x}_i sur la surface normale à l'axe \vec{x}_j (Figure A1.1). Ces neuf composantes $(i, j) \in \llbracket 1; 3 \rrbracket^2$ constituent le tenseur des contraintes (de rang 2). La tension mécanique exercée sur une surface de normale \vec{n} s'écrit $T_i = \sum_{j=1}^{j=3} T_{ij} n_j = T_{ij} n_j$, si la sommation implicite des indices répétés est utilisée (notation d'Einstein).

Le tenseur des contraintes est symétrique, $T_{ij} = T_{ji}$ (les rotations ne sont pas prises en compte). Nous avons alors 6 composantes indépendantes, réparties pour moitié entre les composantes normales T_{ii} et tangentiellles T_{ij} .

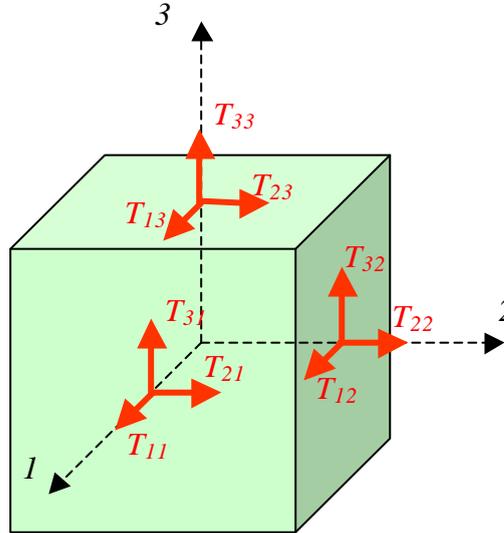


Figure A1.1 : Notation des contraintes sur un volume élémentaire.

A1.1.3 Tenseur de déformations

Considérant un solide de forme quelconque au repos, et M et N deux points de ce solide infiniment proches l'un de l'autre. La position du point M est donnée par le vecteur \overline{OM} , où O est l'origine du repère $(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \overline{x_3})$. Dès lors qu'une contrainte est appliquée au solide, le segment MN subit une élongation, mais aussi une rotation. Après déformation, le point M est déplacé en M' , repéré par le vecteur $\overline{OM}' = \overline{OM} + \overline{MM}'$, où \overline{MM}' traduit le déplacement de M . Si on note également \overline{NN}' le déplacement de N après déformation, on peut écrire :

$$\overline{NN}' = \overline{MM}' + d\vec{u} \quad \text{avec} \quad d\vec{u} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial x_i} dx_i \quad \text{pour de petites déformations.}$$

Pour chacune des composantes, on peut aussi écrire la relation suivante :

$$du_j = \frac{\partial u_j}{\partial x_i} dx_i \quad (\text{A1.1})$$

La dérivée partielle $\frac{\partial u_j}{\partial x_i}$ est appelée gradient des déplacements. Ce tenseur de rang 2 peut être décomposé en une partie antisymétrique notée \mathbf{W}_{ij} et une partie symétrique noté \mathbf{S}_{ij} telles que :

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{et} \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{A1.2})$$

La partie antisymétrique \mathbf{W}_{ij} représente la rotation et la partie symétrique la déformation pure. En effet, elle est nulle pour tout mouvement d'ensemble, de translation ou de rotation. La partie symétrique S_{ij} est le tenseur des déformations, symétrique, et de rang 2. De même que pour le tenseur des contraintes, le nombre de composantes indépendantes est réduit à 6. Les déformations sont de 2 types : les composantes diagonales (S_{11} , S_{22} , S_{33}) qui décrivent un allongement dans chacune des directions des axes principaux, et les composantes non diagonales (S_{12} , S_{13} , S_{23}) qui décrivent un mouvement de cisaillement.

A1.1.4 Loi de Hooke

En régime élastique, le milieu satisfait la loi de Hooke qui exprime la proportionnalité entre contrainte et déformation, d'où la formulation :

$$T_{ij} = c_{ijkl} S_{kl} \quad (\text{A1.3})$$

La loi de Hooke (A1.3), établie dans le cadre des équations de la mécanique linéaire, résulte d'un développement de Taylor de l'expression de la contrainte en fonction de la déformation au premier ordre, valide pour des petites déformations.

Le tenseur de rigidité élastique c_{ijkl} qui relie celui des contraintes T_{ij} à celui des déformations S_{ij} est de rang 4. Compte tenu des relations de symétrie des tenseurs T_{ij} et S_{kl} , le tenseur de rigidité élastique peut être décrit par 36 composantes indépendantes. Pour simplifier l'écriture, une notation contractée des indices est adoptée :

ij ou kl	p ou q
11	1
22	2
33	3
23 ou 32	4
13 ou 31	5
12 ou 21	6

Tableau A1.2 : Notation matricielle.

Les notations tensorielles sont réduites à une notation matricielle pour c_{ijkl} qui devient c_{pq} et vectorielle pour T_{ij} et S_{kl} qui deviennent T_p et S_q ($S_q = S_{kl}$ si $k = l$ et $S_q = 2S_{kl}$ si $k \neq l$).

L'écriture de la loi de Hooke se résume alors à un produit matriciel :

$$[T] = [c][S] \quad \Leftrightarrow \quad [S] = [s][T] \quad (\text{A1.4})$$

La matrice des rigidités est symétrique par rapport à la diagonale principale, ce qui porte à 21 le nombre de composantes indépendantes. Selon la classe de symétrie, ce nombre de coefficients peut être encore réduit. Pour un solide isotrope, la matrice de rigidité est entièrement décrite par un couple de constantes : le module d'Young et le coefficient de Poisson (E, ν) ou bien les coefficients de Lamé (λ, μ) selon l'écriture considérée (A1.4) pour la loi de Hooke [2].

A1.2 Propriétés électriques

De façon similaire aux grandeurs mécaniques, le déplacement électrique D_i et le champ électrique E_j sont reliés par le tenseur de permittivité ϵ_{ij} .

$$[D] = [\epsilon][E] \quad (\text{A1.5})$$

Ce tenseur de rang 2 est symétrique, et comporte donc 6 composantes indépendantes. En prenant en compte la classe de symétrie du matériau, ce nombre de constantes peut-être réduit ; dans le cas d'un solide isotrope, une seule constante suffit.

A1.3 Equations constitutives de la piézo-électricité

En prenant le cas d'une maille cristalline piézo-électrique, l'équilibre électrostatique est observé au repos, car les positions des barycentres des charges positives et négatives coïncident. Dès lors qu'une force est appliquée sur l'une des faces de la maille, l'équilibre électrostatique est perturbé, et un dipôle électrique est induit par la non coïncidence des barycentres des charges positives et négatives. La polarisation ainsi générée est l'effet piézo-électrique direct. Réciproquement pour l'effet indirect, l'application d'un potentiel fait apparaître une contrainte interne, entraînant une déformation régie par la loi de Hooke (A1.4).

Découvert en 1880 par Pierre et Jacques Curie, l'effet piézo-électrique est décrit par un système d'équations liant les grandeurs mécaniques (contraintes et déformations) et les grandeurs électriques (déplacement et champ électrique). L'analogie entre les grandeurs mécaniques et électriques (*Tableau A1.3*) permet de les regrouper dans une même écriture matricielle, avec les coefficients adéquats.

Mécanique		Electrique	
Force	F	\mathbf{f}	Potentiel
Déplacement	u	q	Charge
Contrainte	T	E	Champ électrique
Déformation	S	D	Déplacement électrique

Tableau A1.3 : Analogie électro-mécanique.

A1.3.1 Equations et grandeurs constitutives

Les relations élastique (A1.4) et électrique (A1.5) définies précédemment sont liées par l'effet piézo-électrique, défini par des constantes du même nom. Suivant les variables indépendantes choisies, 4 systèmes d'équations peuvent être établis :

$$\begin{bmatrix} T \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^E & -e^t \\ e & \mathbf{e}^s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ E \end{bmatrix} \quad (\text{A1.6})$$

$$\begin{bmatrix} S \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s^E & d^t \\ d & \mathbf{e}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ E \end{bmatrix} \quad (\text{A1.7})$$

$$\begin{bmatrix} T \\ E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^D & -h^t \\ -h & \mathbf{b}^s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ D \end{bmatrix} \quad (\text{A1.8})$$

$$\begin{bmatrix} S \\ E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s^D & g^t \\ -g & \mathbf{b}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ D \end{bmatrix} \quad (\text{A1.9})$$

avec :

$$[T] = [T_{11}, T_{22}, T_{33}, T_{23}, T_{13}, T_{12}]^T, \text{ le vecteur contrainte,}$$

$$[S] = [S_{11}, S_{22}, S_{33}, 2S_{23}, 2S_{13}, 2S_{12}]^T, \text{ le vecteur déformation,}$$

$$[E] = [E_1, E_2, E_3]^T, \text{ le vecteur champ électrique,}$$

$$[D] = [D_1, D_2, D_3]^T, \text{ le vecteur déplacement électrique,}$$

$$[c] \text{ et } [s], \text{ les matrices de coefficients élastiques,}$$

$$[e] \text{ et } [b], \text{ les matrices de coefficients diélectriques,}$$

$$[d], [e], [g] \text{ et } [h], \text{ les matrices de coefficients piézo-électriques.}$$

Les exposants E , D , T et S accolés aux termes dans la matrice indiquent la grandeur considérée constante pour la détermination de cette variable.

A l'aide de considérations thermodynamiques, les relations permettant d'établir la correspondance entre les différentes constantes considérées (Tableau A1.4) sont établies [2].

Constantes élastiques et diélectriques

$$[c^E][s^E] = [c^D][s^D] = I_6 \quad (A1.10)$$

$$[b^S][e^S] = [b^T][e^T] = I_3 \quad (A1.11)$$

Constantes élastiques et diélectriques modifiées	Constantes piézo-électriques
$[c^D] = [c^E] + [e]^t [h] \quad (A1.12)$	$[e] = [d][c^E] \quad (A1.16)$
$[s^D] = [s^E] - [d]^t [g] \quad (A1.13)$	$[d] = [e^T][g] \quad (A1.17)$
$[e^T] = [e^S] + [d]^t [e] \quad (A1.14)$	$[g] = [h][s^D] \quad (A1.18)$
$[b^S] = [b^T] - [g]^t [h] \quad (A1.15)$	$[h] = [b^S][e] \quad (A1.19)$

Tableau A1.4 : Correspondance entre les différentes constantes [2].

A1.3.2 Définition des pertes mécaniques, piézo-électriques et diélectriques

Les notations matricielles des différents tenseurs ont été décrites pour des matériaux sans pertes. Ces dernières ont été introduites sous la forme d'un angle de perte sur les constantes mécaniques (A1.20), piézo-électriques et diélectriques (A1.21).

Ainsi, pour les constantes élastiques à champ électrique constant :

$$s^E = |s^E| e^{j\mathbf{j}_{m,s^E}} = s^{E'} - js^{E''} = s^{E'}(1 - j\mathbf{d}_{m,s^E}) \quad (A1.20)$$

avec $\tan \mathbf{j}_{m,s^E} = \frac{s^{E''}}{s^{E'}} = \mathbf{d}_{m,s^E}$

Holland [3], et plus récemment Mezheritsky [4], ont défini et énoncé les conditions de satisfaction des lois de la thermodynamique, pour les pertes sur le second système d'équations (A1.7) :

$$\left\{ \begin{array}{l} s^E = s^{E'} - js^{E''} \\ d = d' - jd'' \\ \mathbf{e}^T = \mathbf{e}^{T'} - j\mathbf{e}^{T''} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} s^E = s^{E'}(1 - \mathbf{d}_{m,s^E}) \\ d = d'(1 - \mathbf{d}_{p,d}) \\ \mathbf{e}^T = \mathbf{e}^{T'}(1 - \mathbf{d}_{e,e^T}) \end{array} \right\} \quad \text{ou} \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{d}_{m,s^E} = s^{E''}/s^{E'} \\ \mathbf{d}_{p,d} = d''/d' \\ \mathbf{d}_{e,e^T} = \mathbf{e}^{T''}/\mathbf{e}^{T'} \end{array} \right. \quad (A1.21)$$

Par commodité, la correspondance entre les pertes définies par (A1.21) et celles utilisées par Lethiecq et al. [5] pour le premier système d'équations (A1.6) est établie :

➤ Pour les constantes élastiques :

$$c^E = \frac{1}{s^E} = \frac{1}{s^{E'} - js^{E''}} = \frac{s^{E'} + js^{E''}}{|s^E|} = c^{E'}(1 + j\mathbf{d}_{m,c^E})$$

$$\text{avec } \mathbf{d}_{m,c^E} = \frac{S^{E''}}{S^{E'}} = \mathbf{d}_{m,s^E} = \mathbf{d}_m \quad (\text{A1.22})$$

➤ Pour les constantes piézo-électriques :

$$e = dc^E = d'c^E (1 - j\mathbf{d}_{p,d})(1 + j\mathbf{d}_m) = e'(1 + j\mathbf{d}_{p,e})$$

$$\text{avec } \mathbf{d}_{p,e} = \frac{\mathbf{d}_m - \mathbf{d}_{p,d}}{1 + \mathbf{d}_m \mathbf{d}_{p,d}}$$

et réciproquement :

$$\mathbf{d}_{p,d} = \frac{\mathbf{d}_m - \mathbf{d}_{p,e}}{1 + \mathbf{d}_m \mathbf{d}_{p,e}} \quad (\text{A1.23})$$

➤ Pour les constantes diélectriques :

$$\mathbf{e}^S = \mathbf{e}^T - d^t dc^E = \mathbf{e}^T (1 - j\mathbf{d}_{e,e^T}) - d^t d'c^E (1 - j\mathbf{d}_{p,d})^2 (1 + j\mathbf{d}_m) = \mathbf{e}^S (1 - j\mathbf{d}_{e,e^S})$$

$$\text{avec } \mathbf{d}_{e,e^S} = \frac{\mathbf{e}^T \mathbf{d}_{e,e^T} - d^t d'c^E (2\mathbf{d}_{p,d} - \mathbf{d}_m (1 + \mathbf{d}_{p,d}^2))}{\mathbf{e}^T \mathbf{d}_{e,e^T} - d^t d'c^E (1 + \mathbf{d}_{p,d}^2 + 2\mathbf{d}_{p,d} \mathbf{d}_m)}$$

et réciproquement :

$$\mathbf{d}_{e,e^T} = \mathbf{d}_{e,e^S} + \frac{d^t d'c^E}{\mathbf{e}^T \mathbf{d}_{e,e^T}} (2\mathbf{d}_{p,d} - \mathbf{d}_m (1 + \mathbf{d}_{p,d}^2) - \mathbf{d}_{e,e^S} (1 + \mathbf{d}_{p,d}^2 + 2\mathbf{d}_{p,d} \mathbf{d}_m)) \quad (\text{A1.24})$$

A1.3.3 Réduction du nombre de coefficients de pertes

En pratique, l'identification des termes de pertes se fait sur le système d'équation (A1.6) et se limite aux constantes mécaniques et diélectriques : on considère $\mathbf{d}_{p,e} = 0$ [6, 7]. La correspondance des termes de pertes entre les systèmes d'équations (A1.6) et (A1.7) se réduit donc :

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_{p,d} &= \mathbf{d}_m \\ \mathbf{d}_{e,e^S} &= \frac{\mathbf{e}^T \mathbf{d}_{e,e^T} - d^t d'c^E (\mathbf{d}_m - \mathbf{d}_m^3)}{\mathbf{e}^T \mathbf{d}_{e,e^T} - d^t d'c^E (1 + 3\mathbf{d}_m^2)} = \frac{\mathbf{e}^T \mathbf{d}_{e,e^T} - d^t d'c^E (\mathbf{d}_m - \mathbf{d}_m^3)}{\mathbf{e}^S \mathbf{d}_{e,e^S}} = \mathbf{d}_e \end{aligned} \quad (\text{A1.25})$$

Le coefficient de pertes sur les constantes élastiques à déplacement électrique constant c^D est donné par \mathbf{d} :

$$\begin{aligned} c^D &= c^E + \frac{e^t e}{\mathbf{e}^S} = c^E (1 + j\mathbf{d}_m) + \frac{e^t e (1 + j\mathbf{d}_e)}{\mathbf{e}^S (1 + \mathbf{d}_e^2)} = c^D (1 + j\mathbf{d}) \\ \mathbf{d} &= \frac{c^E \mathbf{d}_m + \frac{e^t e \mathbf{d}_e}{\mathbf{e}^S (1 + \mathbf{d}_e^2)}}{c^D} \end{aligned} \quad (\text{A1.26})$$

A1.4 Couplage électro-mécanique

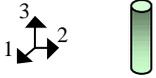
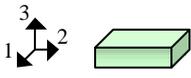
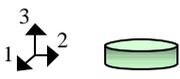
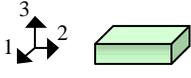
Un matériau piézo-électrique est caractérisé dynamiquement par son coefficient de couplage, c'est-à-dire son aptitude à transformer l'énergie électrique en énergie mécanique et réciproquement [8].

$$k = \frac{E_m}{\sqrt{E_e E_d}}$$

où E_m , E_e et E_d représentent respectivement les énergies mutuelle d'interaction élastique-électrique, élastique et diélectrique.

A1.4.1 Coefficients de couplage

Différents coefficients de couplage sont privilégiés ou non selon la polarisation et la configuration géométrique. Les principaux cas pratiques sont décrits dans le *Tableau A1.5* qui suit, avec une direction de polarisation toujours selon l'axe 3 :

Forme de l'échantillon	Mode de résonance	Direction de vibration	Coefficient de couplage
	<i>Barreau</i>		$k_{33} = \frac{d_{33}}{\sqrt{e_{33}^T s_{33}^E}}$
	<i>Transverse</i>		$k_{31} = \frac{d_{31}}{\sqrt{e_{33}^T s_{11}^E}}$
	<i>Radial</i>		$k_p = k_{31} \sqrt{\frac{2}{1-n^p}}$
	<i>Epaisseur</i>		$k_t = \frac{e_{33}}{\sqrt{c_{33}^D e_{33}^S}}$

$n^p = -s_{12}^E / s_{11}^E$ est le coefficient de Poisson plan ([1], p.35)

Tableau A1.5 : Couplages électro-mécaniques en fonction de la forme de l'échantillon.

A1.4.2 Couplage épaisseur

Si on considère un échantillon de dimensions latérales grandes devant l'épaisseur, la plaque vibre selon l'axe de l'épaisseur, usuellement noté axe 3. Le champ électrique E_3 appliqué dans cette direction entraîne une vibration longitudinale, et une vitesse particulière selon cette même direction. L'hypothèse d'une vibration unidimensionnelle est vérifiée dans le cadre des spécifications du standard IEEE sur la piézo-électricité [1].

Dans ce cas, on définit les grandeurs utiles à la caractérisation du mode épaisseur : coefficient de couplage, pertes et vitesse longitudinale notamment.

➤ Par définition, le coefficient de couplage selon le mode épaisseur est donné par :

$$k_t = \frac{e_{33}}{\sqrt{c_{33}^D e_{33}^S}} \quad (\text{A1.27})$$

$$\text{avec } c_{33}^E = c_{33}^D - \frac{e_{33}^2}{e_{33}^S} = c_{33}^E (1 + jd_m)$$

Par identification des parties réelles, on détermine :

$$c_{33}^E = c_{33}^D (1 - k_t^2) \quad (\text{A1.28})$$

$$\text{avec } k_t^2 = \frac{e_{33}^2}{c_{33}^D e_{33}^S} \frac{1}{1 + d_e^2}$$

➤ Par identification des parties imaginaires, on en déduit l'expression des pertes sur le coefficient élastique à déplacement constant selon la direction 3 :

$$\text{avec } c_{33}^D = c_{33}^E + \frac{e_{33}^2}{e_{33}^S} = c_{33}^D (1 + jd)$$

$$d = (1 - k_t^2) d_m + k_t^2 d_e \quad (\text{A1.29})$$

➤ La vitesse des ondes longitudinales et les pertes relatives sont données par :

$$c_l = \sqrt{\frac{c_{33}^D}{\mathbf{r}}} = c_l (1 + jd_c)$$

Par identification des parties réelle et imaginaire, on détermine la partie réelle et les pertes sur la vitesse des ondes longitudinales ainsi que leur expression usuelle au premier ordre [1] :

$$c_l = \sqrt{\frac{c_{33}^D}{\mathbf{r}}} \sqrt{\frac{\sqrt{1 + d^2} + 1}{2}} \approx \sqrt{\frac{c_{33}^D}{\mathbf{r}}} \quad (\text{A1.30})$$

$$\text{et } d_c = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + d^2} - 1}{\sqrt{1 + d^2} + 1}} \approx \frac{d}{2} \quad (\text{A1.31})$$

Bibliographie :

1. IEEE Std., *Standard on Piezoelectricity ANSI/IEEE Std. 176-1987*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1996. **43**(5): p. 1-55.
2. Royer D., Dieulesaint E., *Ondes élastiques dans les solides. Tome 1: Propagation libre et guidée*. Masson ed. 1996.
3. Holland R., *Representation of dielectric, elastic, and piezoelectric losses by complex coefficients*. IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics, 1967. **14**(1): p. 18-20.
4. Mezheritsky A.V., *Elastic, dielectric, and piezoelectric losses in piezoceramics: How it works together*. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control, 2004. **51**(6): p. 695-707.
5. Lethiecq M., Tran-Huu-Hue L.P., Patat F., Pourcelot L., *Measurement of losses in five piezoelectric ceramics between 2 and 50 MHz*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1993. **40**(3): p. 232-237.
6. Audrain P., *Etude des pertes dans les matériaux piézoélectriques*. Mémoire de diplôme d'études approfondies en Acoustique Appliquée. Université du Maine. Académie de Nantes, 1997.
7. Tran-Huu-Hue L.P., Audrain P., Levassort F., Lethiecq M., *Influence of the different loss parameters on piezoelectric material performances*. Ferroelectrics Proceedings of the fourth ECAPD, 1999. **224**(1-4): p. 177-184.
8. Berlincourt D.A., Curran D.R., Jaffe H., *Piezoelectric and piezomagnetic materials and their function in transducers*. New-York Academic Press ed. Physical Acoustics, ed. W.P. Masson. Vol. 1A. 1964.

ANNEXE 2 : PROPRIETES DES TRANSDUCTEURS ULTRASONORES

Dans cette annexe, les différentes grandeurs et caractéristiques liées à la réponse électro-acoustique et au champ de pression émis par un transducteur focalisé sont rappelées.

A2.1 Spécifications électro-acoustiques

Par une analogie électro-acoustique (*Tableau A2.1*), dans le cadre de l'hypothèse d'onde plane, et pour une section de surface constante, les expressions des grandeurs acoustiques sont identifiées à des variables électriques.

Électrique		Acoustique	
Tension	U	p	Pression
Intensité	I	v	Vitesse
Impédance électrique	Z	Z	Impédance acoustique
Puissance électrique	P	I	Intensité acoustique

Tableau A2.1 : Analogie électro-acoustique.

En vue du dimensionnement et de l'optimisation des différents couches constituant le transducteur (*Annexe 3*), différents critères d'évaluation sont définis. La réponse électro-acoustique délivrée par le transducteur est qualifiée pour une excitation électrique donnée.

A2.1.1 Sensibilité – Pertes d'insertion

La sensibilité amp_{ij} est définie par une fonction de transfert, c'est-à-dire par le rapport d'amplitude d'une grandeur physique i résultante de la transduction ultrasonore relativement à une grandeur génératrice j . Elle peut s'exprimer par le rapport d'un déplacement u_0 , d'une vitesse v_0 , d'une pression p_0 ou d'une intensité acoustique I_0 sur la tension d'émission U_e . Dans le cadre des hypothèses d'onde plane et d'excitation harmonique à la pulsation ω , il existe des correspondances simples entre ces différentes grandeurs à la surface du transducteur :

➤ Sensibilité en pression (Pa/V) :

$$amp_{p_0, U_e} = \frac{p_0}{U_e} \quad (A2.1)$$

➤ Sensibilité en vitesse ($m/s/V$) :

$$amp_{v_0, U_e} = \frac{v_0}{U_e} = \frac{P_0}{Z_0 U_e} \quad (A2.2)$$

➤ Sensibilité en déplacement (m/V) :

$$amp_{u_0, U_e} = \frac{u_0}{U_e} = \frac{P_0}{\rho Z_0 U_e} \quad (A2.3)$$

➤ Sensibilité en intensité acoustique ($W/m^2/V$)

$$amp_{I_0, U_e} = \frac{I_0}{U_e} = \frac{P_0^2}{2Z_0 U_e} \quad (A2.4)$$

La sensibilité en émission-réception, est évaluée au travers de la perte d'insertion notée IL et exprimée en dB. Elle décrit le rapport entre la tension d'émission U_e et celle reçue après réflexion U_{er} sur une cible parfaitement réfléchissante, et doit prendre en compte les effets de la diffraction lorsqu'ils sont significatifs :

$$IL = 20 \log \left(\frac{U_{er}}{U_e} \right) \quad (A2.5)$$

Le rapport entre la tension U_g délivrée par le générateur d'impédance Z_g (en général 50Ω) et celle en entrée de ligne U_e (d'impédance Z_e) est décrite par un pont diviseur de tension :

$$U_e = U_g \frac{Z_g}{Z_g + Z_e} \quad (A2.6)$$

Un rapport similaire peut être établi entre le récepteur (U_r, Z_r) et le transducteur en mode de réception (U_{er}, Z_e).

A2.1.2 Intensité acoustique – Norme

L'intensité de l'impulsion (W/cm^2), moyennée sur sa durée I_{SPTA} (*sound pressure time averaged intensity*) est un des paramètres d'exposition les plus utilisés. Aux Etats-Unis, la norme en vigueur pour les instruments de diagnostic fixe la valeur maximale autorisée pour l'intensité moyenne d'impulsion à 100 mW/cm^2 .

$$I_{SPTA} = \frac{1}{T} \int_0^T p v dt$$

En régime harmonique, avec l'hypothèse d'onde plane, selon [1] on obtient :

$$I_{SPTA} = \frac{p^2}{2Z_0}$$

Cette norme (bien que peu restrictive en terme de forme d'impulsion) est largement utilisée pour toutes les applications d'imagerie médicale.

A2.1.3 Résolution axiale – Bande passante

La réponse d'un transducteur dépend de l'excitation électrique qui lui a été envoyée, et la résolution axiale dépend donc directement de ce paramètre. Pour s'en affranchir, cette dernière est évaluée sur la réponse impulsionnelle à -3 dB en émission, ou bien à -6 dB (mi-hauteur) en émission-réception. Traditionnellement, elle est mesurée sur la réponse impulsionnelle à la surface du transducteur, évitant ainsi les problèmes de diffraction [2]. Une autre approche plus réaliste, incluant les effets de diffraction, consiste à évaluer cette résolution axiale au point focal (point focal naturel si le transducteur est plan, ou au point focal géométrique si celui-ci est focalisé), en considérant en ce dernier point une cible ponctuelle parfaitement réfléchissante.

Le spectre déterminé par transformée de Fourier de cette réponse impulsionnelle permet également de déterminer la fréquence de fonctionnement f_0 du transducteur (maximum du module du spectre) et sa bande passante Δf , typiquement à -6 dB en émission-réception.

La résolution axiale en émission-réception $(\Delta z)_{-6dB}$ s'exprime à partir de la durée de l'écho à -6 dB notée $(\Delta t)_{-6dB}$ et de la vitesse de l'onde dans le milieu de propagation c_0 (Figure A2.1). De plus, il existe une correspondance approchée valable pour une excitation quasi-gaussienne avec la bande passante relative $(\Delta f/f_0)_{-6dB}$:

$$(\Delta z)_{-6dB} = \frac{c_0 (\Delta t)_{-6dB}}{2} \simeq \frac{0,88\lambda}{2(\Delta f / f_0)_{-6dB}} \quad (A2.7)$$

A2.1.4 Contraste

La qualité d'une image, liée entre autres à celle de la réponse impulsionnelle du transducteur, est conditionnée par sa "compacité spatiale" ou bien son contraste. De la même façon que la résolution axiale, cette qualité se traduit par une condition de minimisation de la durée à $-n$ dB (avec $n > 6$). Traditionnellement, la durée de la traîne est évaluée à -20 , -30 ou -40 dB.

A2.1.5 Critères de caractérisation – Indices de performance

La qualité d'une image échographique est liée à celle de la réponse du transducteur. Si l'on ne s'intéresse qu'à la réponse électro-acoustique, celle-ci est évaluée en terme de sensibilité, résolution, et traîne, qui conditionne en grande partie le contraste, la définition, et la netteté de

l'image. Il s'agit alors de choisir différents estimateurs (décorrélés) correspondant à chacune des contraintes énoncées. Plusieurs indices de performance ont été définis à cet effet [2-4], et leur utilisation demande à être adaptée pour chaque type d'application envisagée.

A2.2 Caractérisation du champ de pression rayonné

Le champ de pression obtenu est caractérisé en émission par la fonction de transfert entre source et un point de l'espace. En acoustique linéaire, la caractérisation en émission-réception est obtenue en prenant le carré de la fonction de transfert considérée, autrement dit le double du seuil en émission sur une échelle en Décibels. Ainsi, les résolutions et profondeurs de champ sont relevées à -3 dB en émission ou à -6 dB en émission-réception. Les expressions approchées de la résolution latérale et de la profondeur de champ sont directement proportionnelles à la longueur d'onde et ont été vérifiées expérimentalement [5-7]. La résolution et la profondeur de champ peuvent changer de plusieurs ordres de grandeur selon la fréquence. Les émissions en haute fréquence permettent ainsi d'obtenir de meilleures résolutions, au détriment de la profondeur de champ, et au prix d'une atténuation accrue dans le milieu de propagation. La profondeur d'exploration est donc réduite en conséquence.

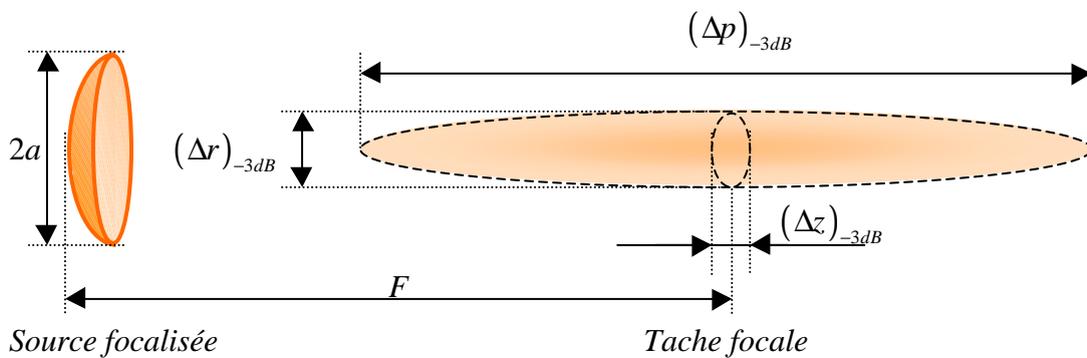


Figure A2.1 : Caractéristiques de la tache focale en émission.

En première approximation pour un fonctionnement en émission, les dimensions de la tache focale de forme ellipsoïdale pour une source axisymétrique sont déterminées par les paramètres $(Dr)_{-3dB}$ et $(Dp)_{-3dB}$ eux-mêmes liés à la longueur d'onde λ et au degré de focalisation $1/f_{number}$. Par commodité, son inverse est défini comme le rapport entre la distance focale F et le diamètre de la source $2a$:

$$f_{number} = \frac{F}{2a} \quad (A2.8)$$

Une attention particulière doit être portée aux caractéristiques géométriques, acoustiques et électriques lors du dimensionnement du transducteur, ce qui permet d'améliorer très sensiblement les performances pour l'imagerie.

A2.2.1 Résolution latérale

La résolution latérale est liée à la largeur du faisceau acoustique, et est optimale à la distance focale. Elle est déterminée à la suite d'approximations généralement vérifiées pour les sources focalisées (Annexe 5). Elle dépend de la longueur d'onde λ et du f_{number} (équation (A2.8)) :

$$(\Delta r)_{-3dB} \approx 1,028 \lambda f_{number} \quad (A2.9)$$

A2.2.2 Profondeur de champ

La profondeur de champ Dp dépend elle aussi des paramètres longueur d'onde λ et f_{number} (équation (A2.8)) :

$$(\Delta p)_{-3dB} \approx 7,08 \lambda f_{number}^2 \quad (A2.10)$$

Comme l'illustrent les relations (A2.9) et (A2.10), le rapport entre la résolution latérale $(\Delta r)_{-3dB}$ et la profondeur de champ $(Dp)_{-3dB}$ est lié au f_{number} ou son inverse, le degré de focalisation.

Bibliographie :

1. Royer D., Dieulesaint E., *Ondes élastiques dans les solides. Tome 1: Propagation libre et guidée*. Masson ed. 1996.
2. Desmare R., *Optimisation de transducteurs ultrasonores à structure multicouche*. Thèse de doctorat en Acoustique. Université du Maine. Académie de Nantes, 1999.
3. Thijssen J.M., Verhoef W.A., Cloostermans M.J., *Optimisation of ultrasonic transducers*. Ultrasonics, 1985: p. 41-46.
4. Tran-Huu-Hue L.P., Desmare R., Levassort F., Lethiecq M., *A KLM circuit based method for modeling multilayer piezoelectric structures*. IEEE Proceedings of the Ultrasonics Symposium, 1997: p. 995-998.
5. Raum K., O'Brien D.Jr., *Pulse-echo field distribution measurement technique for high-frequency ultrasound sources*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1997. **44**(4): p. 810-815.

6. Passman C., Ermert H., *A 100-MHz ultrasound imaging system for dermatologic and ophthalmologic diagnostics*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1996. **43**(4): p. 545-552.
7. Grégoire J.M., *Echographie haute-résolution : technologie et applications en dermatologie et ophtalmologie*. Thèse de doctorat en Science de la Vie et de la Santé. Université François Rabelais. Académie d'Orléans-Tours, 2002.

ANNEXE 3 : MODELISATION ET OPTIMISATION DE TRANSDUCTEUR

Les matériaux piézo-électriques pour la transduction dans le domaine des applications d'imagerie médicale ou de contrôle non destructif sont le plus souvent utilisés selon le mode de vibration en épaisseur. Moyennant des conditions de dimensionnement [1], la modélisation du transducteur pour ce type d'applications peut donc se limiter aux paramètres entrant en compte pour ce mode de vibration uniquement. Une fois un modèle simple établi, des critères et procédures d'optimisation sont également décrits.

A3.1 Modélisation de la transduction

La source émise a été caractérisée en terme de réponse électro-acoustique et de rayonnement (*Annexe 2*), il reste à définir un modèle permettant de calculer cette réponse pour une configuration donnée. Pour cela, une analogie électro-mécanique, basée sur l'hypothèse d'onde plane et de vibration mono-modale permet de définir un schéma électrique équivalent. Une relation directe est établie entre l'excitation électrique à l'émission et la réponse à la surface du transducteur. Une notation matricielle permet alors d'effectuer de façon concise ce calcul, pour une implémentation numérique.

A3.1.1 Modélisation unidimensionnelle

Soit une plaque piézo-électrique mince de surface A et d'épaisseur e_p , polarisée suivant l'axe 3 correspondant à l'épaisseur (*Annexe 1*). Soit U_e la tension appliquée aux borne des électrodes, v_{ar} et v_{av} sont les vitesses de déplacement, et F_{ar} et F_{av} les forces exercées sur les deux faces arrière et avant de la plaque piézo-électrique.

Considérant des dimensions latérales grandes relativement à l'épaisseur, la plaque est considérée comme vibrant selon un mode épaisseur. Cette hypothèse suppose que le champ électrique E_3 entraîne une vibration longitudinale. Autrement dit, le champ électrique et la vitesse de déplacement sont selon l'axe 3, et dans ce cas, le système d'équations constitutives (A1.6) se réduit à :

$$\begin{cases} T_3 = c_{33}^E S_3 - e_{33} E_3 \\ D_3 = e_{33} S_3 + e_{33}^S E_3 \end{cases} \quad (\text{A3.1})$$

A3.1.2 Schéma électrique équivalent KLM

La vibration longitudinale décrite par le système d'équations (A3.1), peut être modélisée par un schéma électrique équivalent. Des schémas basés sur cette hypothèse ont été proposés par *Redwood* (schéma de Mason-Redwood) [2], et *Krimholtz, Leedom et Matthei* (schéma KLM) [3]. Si ces schémas sont équivalents [4], l'un ou l'autre se prête mieux à certaines études.

Le dernier a été retenu pour sa simplicité d'implémentation. L'élément piézo-électrique est ainsi décrit comme un hexapôle, constitué de 2 ports acoustiques et d'un port électrique. Cet élément est donc considéré comme une ligne de propagation de caractéristiques (Z_0, γ) , reliant les ports acoustiques des faces arrière et avant (*Annexe 4*). En son centre, un transformateur électromécanique de rapport F avec deux condensateurs en série C_0 (capacité statique) et C' (capacité dynamique) est relié au port électrique (*Figure A3.2*).

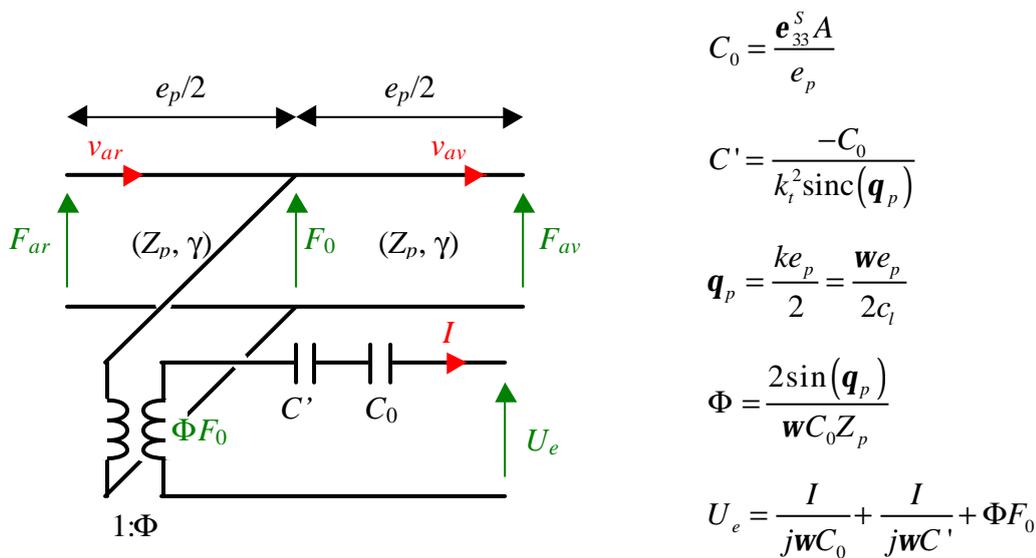


Figure A3.2 : Schéma KLM [3].

Si le matériau piézo-électrique est dans l'air, les impédances de rayonnement en face arrière et en face avant Z_{ar} et Z_{av} peuvent être négligées, les forces aux bornes des ports acoustiques sont alors nulles, et l'impédance électrique du résonateur piézo-électrique libre s'écrit :

$$Z_e = \frac{U_e}{I} = \frac{1}{j\omega C_0} \left(1 - k_t^2 \frac{\tan(\mathbf{q}_p)}{\mathbf{q}_p} \right) \quad (\text{A3.2})$$

L'effet capacitif décrit par le premier facteur de l'équation (A3.2) est plus visible sur l'admittance donnée par $Y = 1/Z_e$.

La Figure A3.3 montre les variations du module de l'admittance Y en fonction de la fréquence :

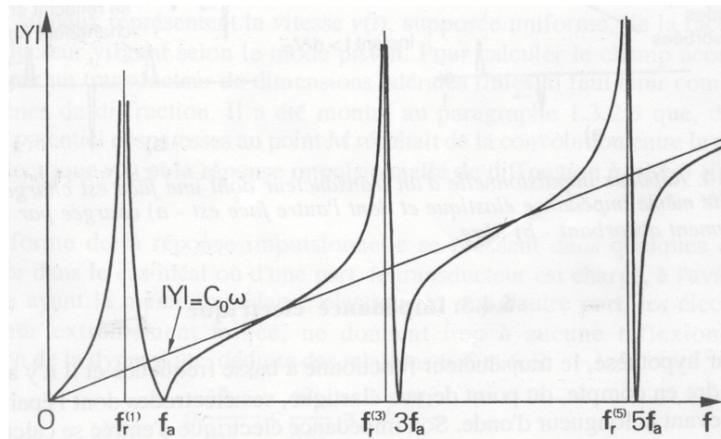


Figure A3.3 : Module de l'admittance pour un élément piézo-électrique en résonateur libre [5].

A3.1.3 Structure multicouche – Notation matricielle

Dans le cas d'un élément piézo-électrique chargé, l'expression obtenue pour l'impédance électrique Z_e se trouve modifiée par les impédances en face arrière et en face avant. A partir du schéma KLM, une notation matricielle [6-8] a été développée afin de faciliter le calcul des fonctions de transfert des différentes couches. Chacun des éléments constituant la chaîne de transmission est alors considéré comme un quadripôle caractérisé par sa matrice chaîne. Grâce à cette écriture, la représentation en hexapôle est ramenée à un quadripôle.

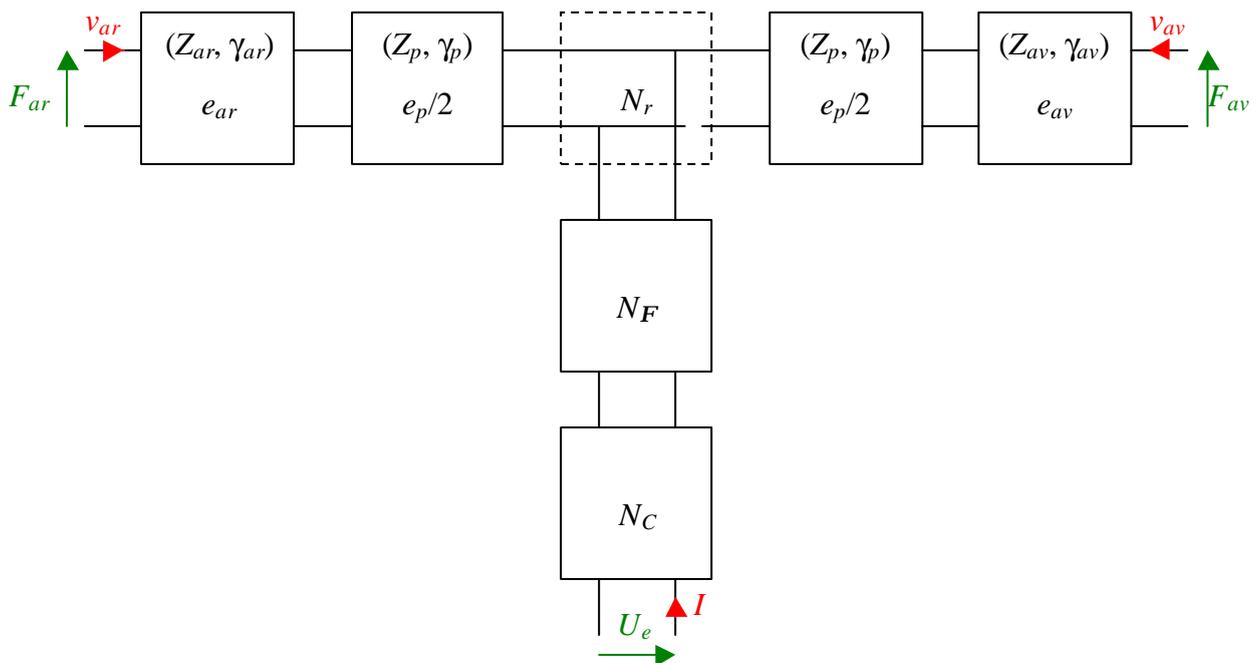


Figure A3.4 : Notation matricielle du modèle KLM.

Sur le port électrique, le transformateur de rapport F est représenté par la matrice notée N_F et les condensateurs en série C_0 et C' par N_C . Sur les ports acoustiques, chacune des couches de propagation est représentée par une ligne de propagation de paramètres secondaires (Z, γ), de longueur e (Annexe 4). Les expressions des matrices de transfert sont détaillées par Oakley [9] ou Desmare [10].

La matrice globale M de transfert entre le port d'émission (le port électrique) et celui de réception (le port acoustique en face avant) est déterminée en ramenant la matrice de transfert de la face arrière notée N_r . Pour déterminer la matrice globale M , il suffit de faire le produit des matrices chaînes :

$$M = N_C N_\Phi N_r N_p N_{av} \quad (\text{A3.3})$$

Cette matrice M permet de positionner le transducteur dans le schéma électrique équivalent suivant (Figure A3.5), et de relier (U_g, I) et (F_0, v_0) en émission, et réciproquement (F_0, v_0) et (U_r, I) en réception. En émission, on établit les relations entre le générateur de tension U_g d'impédance interne Z_g , délivrant une tension d'excitation U_e , et le port acoustique générant une force F_0 aux bornes d'une impédance mécanique Z_m :

$$Z_m = \frac{F_{av}}{v_{av}} = \frac{F_0}{v_0} = AZ_m \quad (\text{A3.4})$$

où A est la surface et Z_m l'impédance acoustique du milieu de propagation semi-infini.

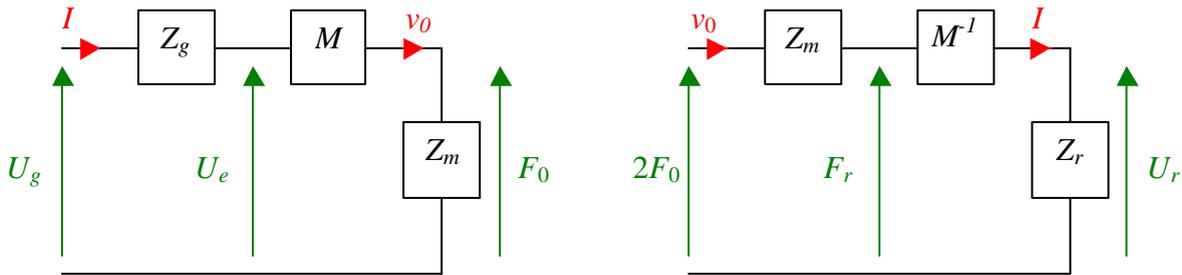


Figure A3.5 : Système en émission-réception.

La matrice de transfert globale est alors déterminée entre le port d'émission et celui de réception :

$$\begin{bmatrix} F_0 \\ v_0 \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} U_e \\ I_e \end{bmatrix} \quad (\text{A3.5})$$

A partir des schémas équivalents établis en émission et en réception, les fonctions de transfert en émission, réception et émission-réception sont déterminées :

➤ *PTE* : pression sur tension d'excitation

$$PTE = \frac{p_0}{U_e} = \frac{F_0}{AU_e} = \frac{Z_m}{A(m_{22}Z_m - m_{12})} \quad (A3.6)$$

➤ *PTG* : pression sur tension de générateur

$$PTG = \frac{p_0}{U_g} = \frac{F_0}{AU_g} = \frac{Z_m}{A(m_{11}Z_g - m_{12} - (m_{21}Z_g - m_{22})Z_m)} \quad (A3.7)$$

➤ *TPR* : tension sur pression en réception

$$TPR = \frac{U_r}{p_0} = \frac{AU_r}{F_0} = \frac{2AZ_r}{m_{11}Z_r - m_{12} - (m_{21}Z_r - m_{22})Z_m} \quad (A3.8)$$

➤ *TRTE* : tension de réception sur tension d'excitation

$$TRTE = \frac{U_r}{U_e} = \frac{2Z_r Z_m}{(m_{11}Z_r - m_{12} - (m_{21}Z_r - m_{22})Z_m)(m_{22}Z_m - m_{12})} \quad (A3.9)$$

➤ *TRTG* : tension de réception sur tension du générateur

$$TRTG = \frac{U_r}{U_g} = \frac{2Z_r Z_m}{(m_{11}Z_r - m_{12} - (m_{21}Z_r - m_{22})Z_m)(m_{11}Z_g - m_{12} - (m_{21}Z_g - m_{22})Z_m)} \quad (A3.10)$$

Les réponses impulsionnelles en émission et en émission-réception sont calculées respectivement par les transformées de Fourier inverses des fonctions *PTG* et *TRTG*.

A3.2 Optimisation d'un transducteur

Les matériaux traditionnellement utilisés pour la transduction ultrasonore ont une impédance acoustique relativement importante comparée à celle du milieu de propagation (tissus biologiques). En conséquence, des couches passives sont ajoutées à la couche active pour réaliser une adaptation d'impédance.

Premièrement, une couche épaisse et atténuante est accolée en face arrière [11]. Cette dernière (*backing*) sert de support mécanique pour l'élément actif et absorbe également une partie de l'énergie. Plus son impédance acoustique Z_{ar} est proche de celle de la couche active Z_p , plus la quantité d'énergie absorbée est élevée (équation (III.28), *Chapitre III*). Il en résulte une meilleure résolution axiale, au prix d'une dégradation de la sensibilité. D'autre part, le produit de l'épaisseur par l'atténuation linéique \mathbf{a} permet de s'assurer que l'écho de fond (parasite) de ce milieu arrière ne revient pas en face avant.

Deuxièmement, en face avant, une adaptation d'impédance est réalisée avec une ou plusieurs lames adaptatrices. Le dimensionnement de ces lames est optimisé en vue de faciliter le transfert d'énergie depuis l'élément actif jusqu'au milieu de propagation. L'épaisseur de ces lames adaptatrices est proche d'un quart d'onde à la fréquence de résonance, et leurs impédances acoustiques sont comprises entre celle de la céramique et celle du milieu de propagation. L'utilisation de lames adaptatrices permet bien d'améliorer la sensibilité du transducteur, mais aussi de diminuer la durée de la résonance, améliorant ainsi la résolution axiale.

Des formules d'adaptation ont été développées sous certaines hypothèses [12-15] et des optimisations développées pour satisfaire des critères propres aux applications [16-19].

L'influence de ces deux éléments avant et arrière sur la réponse impulsionnelle est représentée en fonction du temps et de la fréquence (*Figure A3.6*). Un compromis doit être trouvé pour chaque type d'application, en fonction des compatibilités et des propriétés des matériaux, ainsi que des possibilités de mise en œuvre.

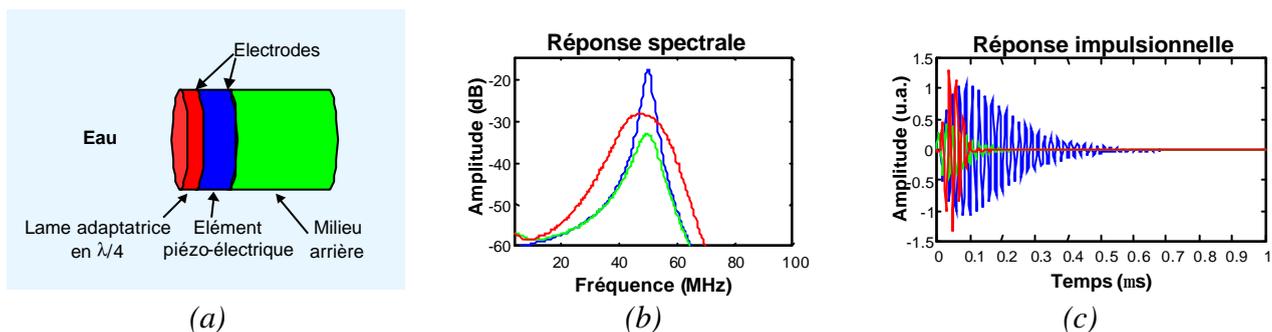


Figure A3.6 : (a) Transducteur mono-élément multi-couche ; (b) Réponse fréquentielle (c) Réponse temporelle : Élément piézo-électrique seul (rouge) ; milieu arrière et élément piézo-électrique (bleu) ; milieu arrière, élément piézo-électrique et lame adaptatrice (vert).

A3.2.1 Adaptation acoustique

Dans cette partie, la configuration d'un transducteur multicouche est optimisée pour un type d'application donnée. Dans un premiers temps, les fonctions des milieux arrière et avant sont décrites. Ensuite, des approches analytiques sont présentées pour des excitations harmonique et impulsionnelle. En dernier lieu, une approche d'optimisation itérative basée sur un critère propre aux contraintes de l'application est présentée : elle nécessite le calcul de la réponse impulsionnelle, et permet une optimisation des paramètres géométrique et acoustiques propres à chaque couche.

A3.2.1.1 Milieu arrière

Le dimensionnement du milieu arrière résulte d'un compromis entre l'absorption de l'énergie envoyée en face arrière (A3.11) et la perte de sensibilité qui en résulte. Cet élément devant respecter un critère d'atténuation, la condition suivante doit être satisfaite :

$$2\mathbf{a}e_{ar}f \geq \text{Seuil} \quad (\text{A3.11})$$

où \mathbf{a} est l'atténuation ramenée par unité de longueur et de fréquence (dB/mm/MHz)

$$\mathbf{a} = \frac{4\mathbf{p} \cdot 10^4}{c_l \ln 10} \mathbf{d}_c \quad (\text{A3.12})$$

où c_l est la vitesse longitudinale (A1.30) et \mathbf{d}_c est l'atténuation relative à la vitesse (A1.31)

Différents milieux arrière ont été testés par *Kossof* [11] et les performances résultantes évaluées. Ainsi, le choix de l'impédance du milieu arrière Z_{ar} découle d'un compromis : une valeur élevée résulte en une forte absorption et une impulsion courte, tandis qu'une valeur relativement faible donne une absorption moindre, mais une impulsion plus longue.

A3.2.1.2 Milieu avant

Une ou plusieurs lames d'adaptation sont ajoutées et dimensionnées de façon à favoriser le transfert d'énergie envoyée en face avant vers le milieu de propagation et à améliorer la résolution axiale. Des formulations analytiques de l'optimisation multicouche en face avant ont été développées pour des configurations données [12-15]. En pratique, l'optimisation d'un critère de performance figé n'assure pas des performances optimales pour une application donnée. En effet, le compromis entre sensibilité et résolution axiale est différent selon l'application envisagée et le critère de performance doit être adapté [16-19].

A3.2.1.3 Approche analytique harmonique

Le transducteur est considéré comme une ligne de propagation constituée de plusieurs segments comme décrit par le modèle KLM. En régime harmonique [20], l'optimisation du coefficient de transmission entre deux milieux semi-infinis donne le résultat classique connu :

$$Z_i = \sqrt{Z_{i-1} Z_{i+1}} \quad (\text{A3.13})$$

La valeur optimale de l'impédance de la couche intermédiaire Z_i est la moyenne quadratique des impédances des couches amont Z_{i-1} et aval Z_{i+1} .

Une approche matricielle permet d'obtenir les résultats d'optimisation pour n couches d'adaptation comprises entre Z_p et Z_m . L'équation (A3.13) est appliquée en cascade sur chacune des couches, et il en résulte un système de n équations à n inconnues, résolu par linéarisation logarithmique :

$$Z_{i-1}'' - 2Z_i'' + Z_{i+1}'' = 0 \quad \text{avec} \quad Z_i'' = \ln Z_i \quad (\text{A3.14})$$

Une écriture matricielle (A3.15) permet un calcul global :

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \ddots & & & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & -1 & 2 & -1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & -1 & 2 & -1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_k \\ \vdots \\ Z_{n-1} \\ Z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_p \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ Z_m \end{bmatrix} \quad (\text{A3.15})$$

L'inversion de la matrice, puis le retour en écriture en puissance par délinéarisation exponentielle permet d'obtenir les expressions des coefficients de pondération en puissance sur Z_p et Z_m .

Les résultats sont synthétisés dans le *Tableau A3.2* :

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
1 couche	$Z_p^{1/2} Z_m^{1/2}$			
2 couches	$Z_p^{2/3} Z_m^{1/3}$	$Z_p^{1/3} Z_m^{2/3}$		
3 couches	$Z_p^{3/4} Z_m^{1/4}$	$Z_p^{1/2} Z_m^{1/2}$	$Z_p^{1/4} Z_m^{3/4}$	
4 couches	$Z_p^{4/5} Z_m^{1/5}$	$Z_p^{3/5} Z_m^{2/5}$	$Z_p^{2/5} Z_m^{3/5}$	$Z_p^{1/5} Z_m^{4/5}$

Tableau A3.2 : Impédances acoustiques optimales en milieux semi-infinis en transmission.

On démontre ainsi que l'impédance acoustique de la lame considérée Z_n est directement fonction de celle de l'élément piézo-électrique Z_p et de celle du milieu de propagation Z_m :

$$Z_n = (Z_p)^P (Z_m)^{1-P} \quad \text{avec} \quad P = \frac{N+1-n}{N+1} \quad (\text{A3.16})$$

où N est le nombre de lames adaptatrices, et n le numéro de la lame considérée ($1 \leq n \leq N$).

A3.2.1.4 Approche analytique impulsionnelle

Pour une optimisation large bande, une condition de bande passante calquée sur le transformateur de Tchebycheff a été adoptée [12]. Les résultats obtenus sont synthétisés dans le *Tableau A3.3* qui suit :

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
1 couche	$Z_p^{1/2} Z_m^{1/2}$			
2 couches	$Z_p^{3/4} Z_m^{1/4}$	$Z_p^{1/4} Z_m^{3/4}$		
3 couches	$Z_p^{7/10} Z_m^{3/10}$	$Z_p^{1/2} Z_m^{1/2}$	$Z_p^{3/10} Z_m^{7/10}$	
4 couches	$Z_p^{47/50} Z_m^{3/50}$	$Z_p^{7/10} Z_m^{3/10}$	$Z_p^{3/10} Z_m^{7/10}$	$Z_p^{3/50} Z_m^{47/50}$

Tableau A3.3 : Impédances acoustiques optimales pour le transformateur de Tchebycheff.

Une autre approche, décrite par *Desilets* [13], consiste réaliser une adaptation d'impédance basée sur le transformateur binomial. L'impédance ramenée au centre de la ligne de transmission du modèle KLM est considérée constante quel que soit le nombre de lames adaptatrices. Les autres hypothèses sont un milieu arrière d'impédance nulle et une désadaptation d'impédance faible :

$$0,5Z_p \leq Z_m \leq 2Z_p$$

A partir de la formule du transformateur binomial ([13], équation 15), on démontre que l'impédance acoustique de la lame considérée Z_n est directement fonction de celle de l'élément piézo-électrique Z_p et de celle du milieu de propagation Z_m :

$$Z_n = (Z_p)^P (Z_m)^{1-P} \quad \text{avec } P = \frac{2^{N+1-n} - 1}{2^{N+1} - 1} \quad (\text{A3.17})$$

où N est le nombre de lames adaptatrices, et n le numéro de la lame considérée ($1 \leq n \leq N$).

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
1 couche	$Z_p^{1/3} Z_m^{2/3}$			
2 couches	$Z_p^{3/7} Z_m^{4/7}$	$Z_p^{1/7} Z_m^{6/7}$		
3 couches	$Z_p^{7/15} Z_m^{8/15}$	$Z_p^{1/5} Z_m^{4/5}$	$Z_p^{1/15} Z_m^{14/15}$	
4 couches	$Z_p^{15/31} Z_m^{16/31}$	$Z_p^{7/31} Z_m^{24/31}$	$Z_p^{3/31} Z_m^{28/31}$	$Z_p^{1/31} Z_m^{30/31}$

Tableau A3.4 : Impédances acoustiques optimales pour le transformateur binomial.

La démarche matricielle employée dans le paragraphe 0 donne aussi les résultats synthétisés dans le *Tableau A3.4* avec les coefficients initiaux de *Desilets* (-1 ; 3 ; -2) pour la configuration avec une lame adaptatrice, en lieu et place des coefficients pour le régime harmonique (-1 ; 2 ; -1).

A3.2.2 Adaptation électrique

L'adaptation électrique est réalisée pour améliorer le transfert d'énergie depuis le générateur d'impédance Z_g jusqu'au transducteur d'impédance d'entrée Z_e ; il en est de même en réception entre le transducteur et le récepteur d'impédance Z_r . La réalisation d'une adaptation électrique est aisée lorsqu'il s'agit d'une excitation harmonique, mais elle demande à être étudiée de façon plus attentive lorsqu'il s'agit d'une excitation impulsionnelle. De la même façon que pour l'adaptation de la ligne de transmission acoustique, elle résulte d'un compromis entre sensibilité et bande passante.

A3.2.2.1 Régime harmonique

On montre qu'en régime harmonique la puissance transmise est optimale lorsque $Z_g = Z_e^*$. Il est fréquent qu'une inductance soit ajoutée en série afin de compenser la partie imaginaire négative due à l'effet capacitif de l'élément piézo-électrique.

Cependant, l'impédance d'entrée est une fonction complexe de la fréquence et dépend de l'environnement acoustique et électrique de l'élément piézo-électrique. Pour l'imagerie haute fréquence, l'adaptation d'impédance réalisée est donc nécessairement le résultat d'un compromis large bande.

A3.2.2.2 Régime impulsionnel

L'optimisation de l'adaptation d'impédance en régime impulsionnel se fait par le choix d'un compromis d'adaptation d'impédance sur la bande passante du transducteur. Dans ce cas le circuit d'adaptation d'impédance ne se limite pas à une simple inductance de compensation, mais est complexifié afin de satisfaire au mieux l'adaptation d'impédance sur bande passante du transducteur.

A3.2.3 Adaptation globale

L'adaptation globale d'impédance est réalisée au cours de la réalisation du transducteur. En premier lieu, le matériau piézo-électrique est choisi, puis des couches d'adaptation sont ajoutées en face arrière pour amortir, et en face avant pour réaliser l'adaptation d'impédance acoustique avec le milieu de propagation. Le compromis entre sensibilité (A3.6) et résolution axiale recherché, donnant la réponse impulsionnelle optimale, est ainsi approché. Ensuite, l'adaptation d'impédance électrique est réalisée sur toute la bande passante entre le système d'émission-réception et le transducteur. Ainsi, l'impédance de sortie du générateur Z_g et celle d'entrée du récepteur Z_r sont adaptées à celle du transducteur multicouches d'impédance d'entrée complexe Z_e .

La chaîne de transmission est ainsi optimisée, depuis le générateur d'impulsion électrique jusqu'au récepteur de l'écho réfléchi du milieu insonifié.

La mise en place d'une modélisation unidimensionnelle sous forme matricielle (*Figure A3.4*) permet d'ajuster chacun des paramètres de cette chaîne de transmission, et de mesurer les bénéfices apportés par chacun des éléments ajoutés pour améliorer la réponse électro-acoustique étudiée.

Bibliographie :

1. IEEE Std., *Standard on Piezoelectricity ANSI/IEEE Std. 176-1987*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1996. **43**(5): p. 1-55.
2. Redwood M., *Transient performance of a piezoelectric transducer*. Journal of the Acoustical Society of America, 1961. **33**(4): p. 527-536.
3. Krimholtz R., Leedom D.A., Matthei G.L., *New equivalent circuit for elementary piezoelectric transducers*. Electronic letters, 1970. **6**: p. 398-399.
4. Sherrit S., Leary S.P., Dolgin B.P., Bar-Cohen Y., *Comparison of the Mason and KLM equivalent circuits for piezoelectric resonators in the thickness mode*. IEEE Proceedings of the Ultrasonics Symposium, 1999: p. 921-926.
5. Royer D., Dieulesaint E., *Ondes élastiques dans les solides. Tome 2: Génération, interaction acousto-optique, applications*. Masson ed. 1996.
6. Van Kervel S.J.H., Thijssen J.M., *A calculation scheme for the optimum design of ultrasonic transducers*. Ultrasonics, 1983. **21**: p. 134-140.
7. Tran-Huu-Hue L.P., Desmare R., Levassort F., Lethiecq M., *A KLM circuit based method for modeling multilayer piezoelectric structures*. IEEE Proceedings of the Ultrasonics Symposium, 1997: p. 995-998.

8. Desmare R., Tran-Huu-Hue L.P., Levassort F., Lethiecq M., *Modeling of multilayer piezoelectric structures*. *Ferroelectrics*, 1999. **224**: p. 623-630.
9. Oakley C.G., *Calculation of ultrasonic transducer Signal-to-Noise Ratios using the KLM model*. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 1997. **44**(5): p. 1018-1026.
10. Desmare R., *Optimisation de transducteurs ultrasonores à structure multicouche*. Thèse de doctorat en Acoustique. Université du Maine. Académie de Nantes, 1999.
11. Kossof G., *The effects of backing and matching on the performance of piezoelectric ceramic transducers*. *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, 1966. **13**(1): p. 20-30.
12. Collin R.E., *Theory and design of wide-band multisection quarter-wave transformers*. *IRE Proceedings*, 1955: p. 179-185.
13. Desilets C.S., Fraser J.D., Kino G.S., *The design of efficient broadband piezoelectric transducers*. *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, 1978. **25**: p. 115-125.
14. Desilets C.S., *Transducers arrays suitable for acoustic imaging*. Ph.D. Thesis, Stanford University, Stanford, 1978.
15. Souquet J., Defranould P., Desbois J., *Design of low-loss wide-band ultrasonic transducers for noninvasive medical application*. *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, 1979. **26**(2): p. 75-81.
16. Inoue T., Ohta M., Takahashi S., *Design of ultrasonic transducers with multiple acoustic matching layers for medical application*. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 1987. **34**(1): p. 8-16.
17. Rhyne T.L., *Computer optimization of transducer transfer functions using constraints on bandwidth, ripple and loss*. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 1996. **43**(6): p. 1136-1149.
18. Mc Keighen R.E., *Optimization of broadband transducer designs by use of statistical design of experiments*. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 1996. **43**(1): p. 63-70.
19. Desmare R., Tran-Huu-Hue L.P., Levassort F., Lethiecq M., *Optimisation method for ultrasonic transducers used in medical imaging*. *Journal Revista de Acustica*, 2003. **33**.
20. Mc Keighen R.E., *Design guidelines for medical ultrasonic arrays*. *SPIE Proceeding of the Ultrasonic Transducer Engineering Conference*, 1998. **3341**: p. 2-18.

ANNEXE 4 : CARACTERISATION DE LIGNE DE PROPAGATION

La transmission d'un signal nécessite un support physique. Ce support physique est caractérisé par des propriétés telles que son impédance caractéristique et sa constante de propagation. La ligne de transmission ainsi décrite est modélisée par un schéma électrique équivalent. Une cellule élémentaire décrit ainsi les propriétés de la ligne de transmission par unité de longueur.

A4.1 Schéma électrique équivalent

La ligne de transmission est modélisée par un quadripôle, avec une tension et un courant d'entrée et de sortie. Ce quadripôle (Figure A4.1 (a)) est lui-même constitué de plusieurs dipôles passifs (Figure A4.1 (b)) appelés paramètres de ligne primaires : R_0 , L_0 , C_0 , G_0 , respectivement la résistance (Ω/m), l'inductance (H/m), la capacité (F/m) et la conductance (S/m) exprimés par longueur élémentaire dx .

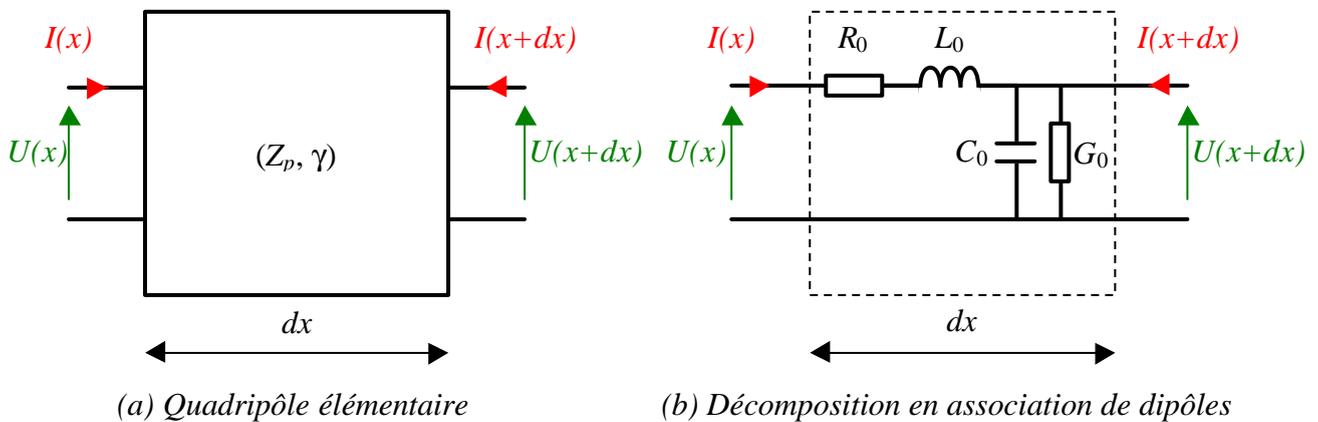


Figure A4.1 : Schéma électrique équivalent d'une ligne de propagation.

Les paramètres secondaires (Z_p , γ), sont exprimés en fonction des paramètres primaires de la ligne (R_0 , L_0 , C_0 , G_0). Ainsi, l'impédance caractéristique et la constante de propagation sont respectivement données par :

$$Z_p = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} \quad (\text{A4.1})$$

et
$$\mathbf{g} = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} \quad (\text{A4.2})$$

De manière pratique, les parties réelle et imaginaire de la constante de propagation sont identifiées :

$$\mathbf{a} = \Re(\mathbf{g}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(R_0 G_0 - \omega^2 L_0 C_0) + \sqrt{(R_0^2 + \omega^2 L_0^2)(G_0^2 + \omega^2 C_0^2)}} \quad (\text{A4.3})$$

et
$$k = \Im(\mathbf{g}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{-(R_0 G_0 - \omega^2 L_0 C_0) + \sqrt{(R_0^2 + \omega^2 L_0^2)(G_0^2 + \omega^2 C_0^2)}} \quad (\text{A4.4})$$

Plus particulièrement, la vitesse de propagation v (m/s) dans la ligne de transmission est exprimée par la relation suivante :

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\left(L_0 C_0 - \frac{R_0 G_0}{\omega^2}\right) + \sqrt{\left(L_0^2 + \frac{R_0^2}{\omega^2}\right)\left(C_0^2 + \frac{G_0^2}{\omega^2}\right)}}} \quad (\text{A4.5})$$

Les paramètres secondaires (Z_p , γ) sont exprimés en fonction des paramètres primaires R_0 , L_0 , C_0 , G_0 , et leur dépendance fréquentielle est mise en évidence. Ce phénomène est à l'origine de distorsions sur le signal après sa propagation dans une ligne de transmission. En particulier, l'atténuation et la vitesse de propagation sont différentes pour chacune des composantes fréquentielles du signal.

A4.2 Ligne sans pertes

Les expressions générales des paramètres secondaires (A4.1) et (A4.2) sont simplifiées dans le cas où les termes dissipatifs des paramètres primaires sont négligeables ($R_0 = G_0 = 0$) :

$$Z_p = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \quad (\text{A4.6})$$

et
$$\mathbf{g} = j\omega\sqrt{L_0 C_0} \quad (\text{A4.7})$$

soit
$$\mathbf{a} = 0$$

et
$$k = \omega\sqrt{L_0 C_0} \quad (\text{A4.8})$$

L'expression de la vitesse de propagation pour une ligne sans pertes s'écrit simplement :

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \quad (\text{A4.9})$$

A4.3 Ligne avec pertes

A4.3.1 Expressions factorisées

Afin de mieux identifier les influences des paramètres dissipatifs, les expressions générales des paramètres secondaires (A4.1) et (A4.2) sont factorisées par celles sans pertes (A4.6) et (A4.7) :

$$Z_p = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \sqrt{\frac{1 + \frac{R_0}{j\omega L_0}}{1 + \frac{G_0}{j\omega C_0}}} \quad (\text{A4.10})$$

$$\text{et } \mathbf{g} = j\omega\sqrt{L_0 C_0} \sqrt{\left(1 + \frac{R_0}{j\omega L_0}\right) \left(1 + \frac{G_0}{j\omega C_0}\right)} \quad (\text{A4.11})$$

Ainsi les parties réelle (A4.3) et imaginaire (A4.4) s'écrivent sous la forme suivante :

$$\mathbf{a} = \omega\sqrt{L_0 C_0} \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\left(-1 + \frac{R_0 G_0}{\omega^2 L_0 C_0}\right) + \sqrt{\left(1 + \left(\frac{R_0}{\omega L_0}\right)^2\right) \left(1 + \left(\frac{G_0}{\omega C_0}\right)^2\right)}} \quad (\text{A4.12})$$

$$\text{et } \mathbf{k} = \omega\sqrt{L_0 C_0} \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\left(1 - \frac{R_0 G_0}{\omega^2 L_0 C_0}\right) + \sqrt{\left(1 + \left(\frac{R_0}{\omega L_0}\right)^2\right) \left(1 + \left(\frac{G_0}{\omega C_0}\right)^2\right)}} \quad (\text{A4.13})$$

L'expression de la vitesse de propagation (A4.5) devient :

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\left(1 - \frac{R_0 G_0}{\omega^2 L_0 C_0}\right) + \sqrt{\left(1 + \left(\frac{R_0}{\omega L_0}\right)^2\right) \left(1 + \left(\frac{G_0}{\omega C_0}\right)^2\right)}}} \quad (\text{A4.14})$$

Les expressions générales sont factorisées par celles sans pertes, faisant ainsi ressortir le facteur de pertes induit par les paramètres primaires dissipatifs R_0 et G_0 .

A4.3.2 Faibles pertes

Dans le cas d'une ligne avec des pertes vérifiant $R_0 \ll \omega L_0$ et $G_0 \ll \omega C_0$, les expressions factorisées (A4.10) à (A4.14) peuvent faire l'objet d'un développement limité. Pour une ligne de transmission avec de faibles pertes, l'approximation consiste à ne retenir que le terme dissipatif G_0 ($R_0 = 0$). Les paramètres secondaires (A4.10) et (A4.11) sont alors approximés par :

$$Z_p \approx \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \left(1 - \frac{G_0}{2j\omega C_0}\right) = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} + j \frac{G_0}{2\omega C_0} \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \quad (\text{A4.15})$$

$$\text{et } \mathbf{g} \approx j\omega\sqrt{L_0C_0} \left(1 + \frac{G_0}{2j\omega C_0} \right) \quad (\text{A4.16})$$

L'identification de la partie réelle de la constante de propagation développée au premier ordre (A4.16) donne l'expression développée au premier ordre de l'atténuation (A4.12) :

$$\mathbf{a} \approx \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \frac{G_0}{2} \quad (\text{A4.17})$$

La partie imaginaire de la constante de propagation développée au premier ordre est l'expression du nombre d'onde obtenue pour une ligne sans pertes (A4.8). Il en est de même pour la vitesse (A4.9). Cependant, l'hypothèse de résistance nulle ($R_0 = 0$) permet d'obtenir une expression de la vitesse faisant clairement apparaître la dépendance fréquentielle :

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_0C_0}} \sqrt{\frac{2}{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{G_0}{\omega C_0}\right)^2}}} \quad (\text{A4.18})$$

Un double développement limité au premier ordre de l'expression de la vitesse (A4.18) met en évidence le phénomène de distorsion :

$$v \approx \frac{1}{\sqrt{L_0C_0}} \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{G_0}{\omega C_0} \right)^2 \right) \quad (\text{A4.19})$$

A4.4 Analogie électro-acoustique

A4.4.1 Expressions générales

Une ligne de transmission acoustique est caractérisée en première approche de façon similaire à une ligne de transmission électrique. Une analogie électro-acoustique (*Tableau A4.1*) établit une correspondance entre une ligne de transmission électrique et une transmission d'onde plane acoustique sans pertes. La correspondance entre les paramètres primaires (L_0 , C_0) et secondaires (Z_p , v) pour une ligne sans perte permet ainsi de modéliser simplement le comportement d'une ligne de transmission.

Électrique		Acoustique	
Impédance caractéristique	$Z_p = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$	$Z_a = \sqrt{\mathbf{r}c_{33}^D}$	Impédance acoustique
Vitesse	$v = \sqrt{L_0 C_0}$	$c_l = \sqrt{\frac{c_{33}^D}{\mathbf{r}}}$	Vitesse
Inductance	$L_0 = \frac{Z_p}{v}$	$\mathbf{r} = \frac{Z_a}{c_l}$	Masse volumique
Capacité	$C_0 = \frac{1}{Z_p v}$	$c_{33}^D = Z_a c_l$	Constante élastique
Pertes électriques	$G_0 = \mathbf{w}C_0 \frac{\Im m(Z_p^2)}{\Re e(Z_p^2)}$	$G_0 = \mathbf{w}c_{33}^D \mathbf{d}_m$	Pertes électriques
Pertes mécaniques	$\mathbf{d}_m = \frac{G_0}{\mathbf{w}C_0}$	$\mathbf{d}_m = \frac{\Im m(Z_a^2)}{\Re e(Z_a^2)}$	Pertes mécaniques
Première résonance	$f = \frac{v}{2l}$	$f = \frac{c_l}{2e}$	Première résonance

Tableau A4.1 : Analogie électro-acoustique

Le développement au premier ordre de l'expression des pertes mécaniques \mathbf{d}_m montre qu'elles décroissent avec la fréquence (Tableau A4.1), alors qu'expérimentalement elles sont mesurées à une fréquence donnée et décrites par une fonction puissance de la fréquence :

$$\mathbf{d}_m = \mathbf{d}_m(\mathbf{w}_0) \cdot \left(\frac{\mathbf{w}}{\mathbf{w}_0} \right)^n$$

Le coefficient n décrivant l'évolution des pertes avec la fréquence vaut typiquement 0 à 1 pour les solides et 1 à 2 pour les fluides. Par commodité, les valeurs du coefficient n sont généralement fixées à $n = 0$ pour les solides et $n = 1$ pour les fluides.

Il convient donc de prendre en compte cette dépendance fréquentielle au niveau du paramètre primaire de pertes considéré :

$$G_0 = \mathbf{w}G_0' \cdot \left(\frac{\mathbf{w}}{\mathbf{w}_0} \right)^n$$

Dans le cas des solides ($n = 0$), la conductance G_0' doit donc être pondérée par la pulsation ω afin de prendre en compte le fait que les pertes mécaniques d_m considérées sont indépendantes de la fréquence. Il en résulte un paramètre primaire G_0 qui est une fonction linéairement croissante avec la fréquence. Ainsi, de façon similaire à un circuit électrique, les couches passives constituant le transducteur sont optimisées pour l'application voulue. Le transducteur peut alors être modélisé dans sa globalité par un schéma électrique équivalent : l'élément piézo-électrique est décrit par un hexapôle avec un schéma de type Mason-Redwood [1] ou KLM [2] (Annexe 2, Figure A2.4) ; les éléments passifs sont décrits par un quadripôle avec une ligne de transmission [3] comme représenté sur la Figure A4.1 avec les constantes données dans le Tableau A4.1.

Ces différents modèles ont été implémentés sous PSPICE [4-7], mais souffrent de distorsion dues notamment à l'expression exacte des grandeurs (impédance caractéristique Z_a , vitesse de propagation c_l et pertes mécaniques d_m) faisant apparaître une dispersion fréquentielle.

Bibliographie :

1. Redwood M., *Transient performance of a piezoelectric transducer*. Journal of the Acoustical Society of America, 1961. **33**(4): p. 527-536.
2. Krimholtz R., Leedom D.A., Matthei G.L., *New equivalent circuit for elementary piezoelectric transducers*. Electronic letters, 1970. **6**: p. 398-399.
3. Royer D., Dieulesaint E., *Ondes élastiques dans les solides. Tome 2: Génération, interaction acousto-optique, applications*. Masson ed. 1996.
4. Morris S.A., Hutchens C.G., *Implementation of Mason's model on circuit analysis programs*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1986. **33**(3): p. 295-298.
5. Leach W.M.Jr., *Controlled source analogous circuits and SPICE models for piezoelectric transducers*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1994. **41**(1): p. 60-66.
6. Puttmer A., Hauptmann P., Lucklum R., Krause O., and Henning B., *SPICE model for lossy piezoceramic transducers*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1997. **44**(1): p. 60-66.
7. Grégoire J.M., *Echographie haute résolution: Technologie et applications en dermatologie et ophtalmologie*. Thèse de doctorat en Science de la Vie et de la Santé. Université François Rabelais. Académie d'Orléans-Tours, 2002.

ANNEXE 5 : FOCALISATION ACOUSTIQUE

Une source acoustique peut être focalisée par différents moyens : par focalisation électronique pour une source multi-éléments, par focalisation géométrique pour une source incurvée, ou par focalisation acoustique avec une lentille acoustique. C'est cette dernière méthode qui nous intéresse ici, et on cherche à établir une correspondance entre une focalisation géométrique (par mise en forme) et une focalisation acoustique (par lentille).

A5.1 Focalisation

On distingue deux types de focalisation illustrées par la *Figure A4.1* dans le cas d'une source concave : l'une est (a) géométrique, l'autre est (b) acoustique. La première donne une distance focale algébrique F égale au rayon de courbure algébrique de la source R_c , tandis que la seconde nécessite un calcul intermédiaire prenant en compte les propriétés acoustiques de la lentille et du milieu de propagation.

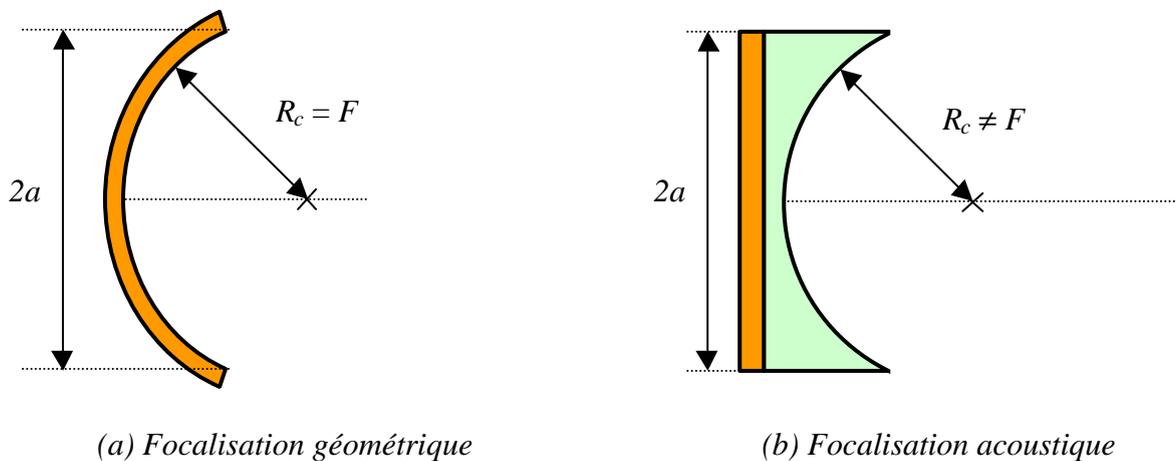


Figure A5.1 : Source acoustique (a) focalisée géométriquement ou (b) avec une lentille acoustique de rayon a et de rayon de courbure R_c .

A5.1.1 Lentille acoustique

La lentille acoustique produit une focalisation par déphasage des points sources d'un plan initialement en phase. Ce déphasage est induit par la différence de vitesse de propagation entre le

milieu environnant de vitesse c_0 et la lentille de vitesse longitudinale c_l . Il en résulte une focalisation équivalente à celle générée par une source focalisée géométriquement. Pour cela, la fonction de transfert de la lentille acoustique est déterminée en fonction de la position radiale r (Figure A5.2).

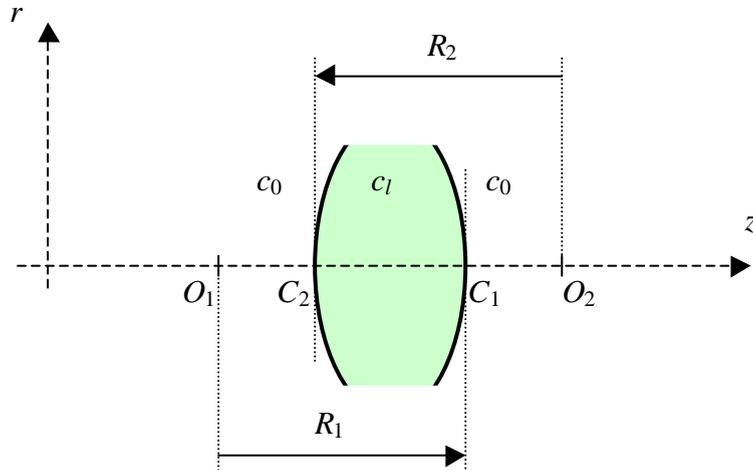


Figure A5.2 : Lentille acoustique de focalisation biconvexe de vitesse longitudinale c_l et de rayons de courbure algébriques amont et aval R_1 et R_2 .

Afin de déterminer le déphasage $\Delta \mathbf{j}$ produit par la propagation dans la lentille, une position radiale r est considérée. L'expression de $\Delta \mathbf{j}$ est développée en fonction des paramètres acoustiques et géométriques de la lentille (k_l , e_l) et du milieu de propagation (k_0 , e_0) :

$$\Delta \mathbf{j} = \mathbf{j}_l - \mathbf{j}_0 = k_l e_l + k_0 (e_0 - e_l) - k_0 e_0 = (k_l - k_0) e_l \quad (\text{A5.1})$$

avec k_l et k_0 respectivement les nombres d'onde dans la lentille et dans le milieu de propagation,

$$e_l = \overline{z_1 z_2} = \overline{O_1 O_2} - \overline{O_1 z_1} + \overline{O_2 z_2} \quad \text{l'épaisseur de la lentille à une position radiale donnée } r,$$

et $e_0 = \overline{O_1 O_2}$ l'épaisseur au centre de la lentille ($r = 0$),

L'épaisseur e_l de la lentille dépend des rayons de courbure algébriques amont R_1 et aval R_2 :

$$R_1 = \overline{O_1 C_1} \quad \text{et} \quad R_2 = \overline{O_2 C_2}$$

avec $R_1 > 0$ et $R_2 < 0$ dans le cas d'une lentille biconvexe illustrée par la Figure A5.2.

En notant z_1 et z_2 les abscisses amont et aval de surface de lentille pour une position radiale r donnée, et O_1 et O_2 celles au centre ($r = 0$), les distances algébriques relatives sont données par :

$$\overline{O_1 z_1} = \overline{O_1 C_1} + \overline{C_1 z_1} = R_1 - R_1 \sqrt{1 - (r / R_1)^2}$$

$$\text{et} \quad \overline{O_2 z_2} = \overline{O_2 C_2} + \overline{C_2 z_2} = R_2 - R_2 \sqrt{1 - (r / R_2)^2}$$

L'expression du déphasage induit par la lentille acoustique peut alors se développer en fonction des nombres d'onde dans la lentille k_l et dans le milieu de propagation k_0 , de l'épaisseur au centre de la lentille e_0 , des rayons de courbure algébriques amont R_1 et aval R_2 :

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{j} &= (k_l - k_0) e_l = (k_l - k_0) (\overline{O_1 O_2} - \overline{O_1 z_1} + \overline{O_2 z_2}) \\ \Leftrightarrow \Delta \mathbf{j} &= (k_l - k_0) e_0 - (k_l - k_0) \left(\left(R_1 - R_1 \sqrt{1 - (r/R_1)^2} \right) - \left(R_2 - R_2 \sqrt{1 - (r/R_2)^2} \right) \right) \end{aligned} \quad (\text{A5.2})$$

Il est intéressant alors de distinguer le terme invariant du déphasage $\Delta \mathbf{j}_0$ du terme dépendant de la position radiale $\Delta \mathbf{j}_r$:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{j} &= \Delta \mathbf{j}_0 + \Delta \mathbf{j}_r, \quad \text{avec} \quad \Delta \mathbf{j}_0 = (k_l - k_0) e_0, \\ \text{et} \quad \Delta \mathbf{j}_r &= (k_0 - k_l) \left(R_1 - R_1 \sqrt{1 - (r/R_1)^2} - R_2 + R_2 \sqrt{1 - (r/R_2)^2} \right), \end{aligned} \quad (\text{A5.3})$$

Le terme de variation de phase relativement à la référence située sur l'axe (en $r = 0$) est donné par l'expression de $\Delta \mathbf{j}_r$.

A5.2 Fonction de transfert

La correspondance entre les fonctions de transfert de focalisation géométrique H_g et acoustique H_a permet d'établir une correspondance entre les deux méthodes. L'expression de la fonction de transfert de focalisation permet sa prise en compte dans la formulation intégrale de Rayleigh (*Chapitre II*) utilisée pour la propagation d'une source focalisée. Par commodité, le nombre d'onde du milieu de propagation est dorénavant noté k au lieu de k_0 .

$$p(r, z, k) = \frac{jkZ_0}{2\mathbf{p}} \iint_S \frac{e^{-jkR}}{R} v_n dS$$

A5.2.1 Focalisation géométrique

Afin de caractériser l'effet d'une focalisation acoustique, la fonction de transfert résultant d'une focalisation géométrique H_g est rappelée pour un rayon de courbure algébrique R_c . Dans ce cas, la fonction de transfert s'exprime par un déphasage pur, et le rayon de courbure algébrique R_c doit coïncider avec la distance focale F :

$$H_g(r) = e^{+j\Delta \mathbf{j}} = e^{+jkz_s} \quad (\text{A5.4})$$

$$\text{où} \quad z_s = R_c \left(1 - \sqrt{1 - (r/R_c)^2} \right)$$

$$\text{et} \quad R_c = F$$

Ce type de focalisation a fait l'objet de nombreuses études dans le cadre du développement de l'intégrale de Rayleigh [1-3].

A5.2.1.1 Intégrale de Rayleigh

La formulation axisymétrique de l'intégrale de Rayleigh permet de développer une expression pour les géométries focalisées (concave ou convexe):

$$\text{soit } p(r, z, k) = \frac{jkZ_0}{2p} \int_0^a \int_0^a \frac{e^{-jkR}}{R} v_n r_s dr_s d\mathbf{y}_s \quad \text{pour une source axisymétrique} \quad (\text{A5.5})$$

avec Z_0 l'impédance acoustique du milieu de propagation,

v_n la vitesse normale à la surface de la source,

$$R = \sqrt{(z - z_s)^2 + r^2 + r_s^2 - 2rr_s \cos(\mathbf{y} - \mathbf{y}_s)} \quad \text{la distance entre le point source et le point image,}$$

respectivement de coordonnées cylindriques (r_s, \mathbf{y}_s, z_s) et (r, \mathbf{y}, z) .

Son développement avec les approximations usuelles de champ lointain et de source faiblement focalisée permettent d'isoler le terme de déphasage induit par la focalisation.

Une formulation sans approximation de l'expression (A5.5) pour la pression dans l'axe, est :

$$p(0, z, k) = jkZ_0 \int_0^a e^{-jk\sqrt{(z-z_s)^2 + r_s^2}} v_n \frac{r_s}{\sqrt{(z-z_s)^2 + r_s^2}} dr_s \quad (\text{A5.6})$$

A5.2.1.2 Développement limité du terme de distance

Dans le cadre de l'approximation de champ lointain, un développement limité au premier ordre selon l'axe z ($z - z_s \gg r$ et $z - z_s \gg a$), permet de décomposer l'écriture du terme de propagation en plusieurs contributions :

$$R = z - z_s + \frac{r^2 + r_s^2}{2(z - z_s)} - \frac{rr_s}{z - z_s} \cos(\mathbf{y} - \mathbf{y}_s)$$

$$\text{soit } \int_0^{2p} e^{-jkR} d\mathbf{y} = 2p e^{-jk\left(z - z_s + \frac{r^2 + r_s^2}{2(z - z_s)}\right)} J_0\left(\frac{kr r_s}{z - z_s}\right)$$

Le terme de déphasage reste invariant lors de l'intégration angulaire, puisqu'il dépend uniquement de la position radiale dans le cas d'une configuration axisymétrique. Ainsi, on obtient :

$$p(r, z, k) = jkZ_0 e^{-jkz} \int_0^a e^{-jk\frac{r^2 + r_s^2}{2(z - z_s)}} J_0\left(\frac{kr r_s}{z - z_s}\right) e^{+jkz_s} v_n \frac{r_s}{R} dr_s$$

Or, pour une focalisation géométrique, le déphasage induit (A5.4) s'exprime en fonction de la position radiale r et de la distance focale F :

$$H_g(r, k) = e^{+j\Delta j_{r,g}} = e^{+jkz_s} = e^{+jkF(1-\sqrt{1-(r/F)^2})}$$

$$\text{d'où } p(r, z, k) = jkZ_0 e^{-jkz} \int_0^a e^{-jk\frac{r^2+r_s^2}{2(z-z_s)}} J_0\left(\frac{kr r_s}{z-z_s}\right) e^{+jk(F-\sqrt{F^2-r_s^2})} v_n \frac{r_s}{R} dr_s. \quad (\text{A5.7})$$

Cette formulation approchée reste valable lorsque $z - z_s \gg (r + a)/2$, soit $z - z_s \gg a/2$ dans l'axe.

Dans le cas de la pression dans l'axe, l'expression (A5.7) obtenue est :

$$p(0, z, k) = jkZ_0 e^{-jkz} \int_0^a e^{-j\frac{kr_s^2}{2(z-z_s)}} e^{+jk(F-\sqrt{F^2-r_s^2})} v_n \frac{r_s}{R} dr_s \quad (\text{A5.8})$$

A5.2.1.3 Développement limité du terme de déphasage

➤ A partir de l'approximation de champ lointain (A5.8) :

En général, l'approximation d'une focale grande devant le rayon d'intégration est faite avec $F \gg r_s$, ce qui permet d'effectuer l'approximation parabolique usuelle, simplifiant l'expression du terme de déphasage :

$$z_s = F - \sqrt{F^2 - r_s^2} \simeq \frac{r_s^2}{2F} \quad (\text{A5.9})$$

$$\text{d'où } H_l(r, k) = e^{+jk(F-\sqrt{F^2-r_s^2})} = e^{+j\frac{kr_s^2}{2F}}.$$

De plus, la contribution $-z_s$ au terme de distance selon z devient négligeable, et (A5.8) devient :

$$p(0, z, k) = jkZ_0 e^{-jkz} \int_0^a e^{-j\frac{kr_s^2}{2}\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{F}\right)} v_n \frac{r_s}{R} dr_s.$$

Cette formulation a l'avantage d'être intégrable :

$$\frac{\partial}{\partial r_s} \left(e^{-j\frac{kr_s^2}{2}\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{F}\right)} \right) = -j\frac{k2r_s}{2} \frac{F-z}{zF} e^{-j\frac{kr_s^2}{2}\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{F}\right)} = -jk \frac{F-z}{zF} e^{-j\frac{kr_s^2}{2}\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{F}\right)} r_s$$

En supposant alors v_n indépendant de la position radiale et $R > z$ on obtient :

$$p(0, z, k) = jkZ_0 e^{-jkz} \frac{zF}{-jk(F-z)} \frac{v_n}{z} \left[e^{-j\frac{kr_s^2}{2}\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{F}\right)} \right]_0^a$$

$$\Leftrightarrow p(0, z, k) = p_0 e^{-jkz} \frac{F}{F-z} \left(1 - e^{-j\frac{ka^2}{2}\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{F}\right)} \right) \quad (\text{A5.10})$$

L'expression de la pression dans l'axe obtenue ici est la même que celle donnée par *Lucas* [2]. En reprenant l'expression ci-dessus, et en notant de nouveau le terme de déphasage $\Delta \mathbf{j}_r$ (A5.3), on montre que le terme de focalisation est donné par :

$$p(0, z, k) = -p_0 e^{-jkz} \frac{F}{F-z} \left[e^{-j\frac{kr_s^2}{2z}} e^{+j\frac{kr_s^2}{2F}} \right]_0^a = -p_0 e^{-jkz} \frac{F}{F-z} \left[e^{-j\frac{kr_s^2}{2z}} e^{+j\Delta \mathbf{j}_r(r_s)} \right]_0^a$$

or $\Delta \mathbf{j}_r(0) = 0$,

d'où
$$p(0, z, k) = p_0 e^{-jkz} \frac{F}{F-z} \left(1 - e^{-j\frac{ka^2}{2z}} e^{+j\Delta \mathbf{j}_r(a)} \right) \quad (\text{A5.11})$$

➤ *A partir de l'expression exacte (A5.6) :*

Un développement limité ($z \gg z_s/2$ et $z^2 \gg a^2$) au numérateur :

$$\sqrt{(z - z_s)^2 + r_s^2} = \sqrt{z^2 + r_s^2} - z_s,$$

et au dénominateur :

$$\sqrt{(z - z_s)^2 + r_s^2} = \sqrt{z^2 + r_s^2}$$

permettent d'effectuer une intégration par parties :

$$p(0, z, k) = -Z_0 \left[e^{-jk\sqrt{z^2+r_s^2}} v_n e^{+j\Delta \mathbf{j}_{r,s}} \right]_0^a - Z_0 \int_0^a e^{-jk\sqrt{z^2+r_s^2}} \left(j \left(\frac{\partial \Delta \mathbf{j}_{r,s}}{\partial r_s} \right) v_n + \frac{\partial v_n}{\partial r_s} \right) e^{+j\Delta \mathbf{j}_{r,s}} dr_s \quad (\text{A5.12})$$

Cette formulation est intéressante car elle fait ressortir un second membre qui fait apparaître la contribution du terme de déphasage dérivé par rapport à r , à la source du facteur de gain de focalisation. Le second terme du second membre de (A5.12) fait ressortir l'influence d'un élément d'intégration du second ordre (vitesse normale v_n dérivée par rapport à r), généralement négligé (hypothèse de vitesse normale v_n constante) :

$$p(0, z, k) = -Z_0 \frac{F}{F-z} \left[e^{-jk(\sqrt{z^2+r_s^2}-z_s)} v_n \right]_0^a - Z_0 \int_0^a e^{-jk(\sqrt{z^2+r_s^2}-z_s)} \frac{\partial v_n}{\partial r_s} dr_s \quad (\text{A5.13})$$

En effet, dans les conditions d'approximations décrites par *Lucas* [2], on retrouve bien le résultat (A5.10) :

$$p(0, z, k) = Z_0 e^{-jkz} \frac{F}{F-z} \left(v_n(0) - e^{-j\frac{ka^2}{2z}} e^{+j\Delta \mathbf{j}_r(a)} v_n(a) \right) - Z_0 e^{-jkz} \int_0^a e^{-j\frac{kr_s^2}{2} \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{F} \right)} \frac{\partial v_n}{\partial r_s} dr_s \quad (\text{A5.14})$$

La contribution du profil de la dérivée par rapport à r de la vitesse normale v_n pour une source focalisée a été isolée dans le membre de droite, et permet, le cas échéant de corriger la formulation de Lucas pour un profil de vitesse normale variable selon la position radiale r .

A5.2.2 Focalisation acoustique

Pour ce qui est de la focalisation acoustique, de la même façon que pour une focalisation géométrique, la fonction de transfert s'exprime par un déphasage. Cependant, le déphasage dépend ici des propriétés acoustiques et géométriques de la lentille (A5.2) :

$$H_a(r) = e^{+j\Delta j_r}$$

Cette fonction de transfert est intégrée sur la surface active du transducteur $r \in [0, a]$ pour aboutir à une correspondance entre la distance focale F et les paramètres acoustiques et géométriques de la lentille (k_l, e_l) et du milieu de propagation (k), mais aussi en fonction des rayons (a, R_1, R_2), respectivement les rayons de la source, de courbure algébrique amont, et aval.

Par identification des termes de déphasage géométrique $\Delta j_{r,g}$ et acoustique Δj_r après intégration (A5.11), on trouve l'expression reliant la distance focale F pour une focalisation avec une lentille acoustique de rayons de courbure amont et aval R_1 et R_2 :

$$\Delta j_{r,g}(a) = k \left(F - F \sqrt{1 - (a/F)^2} \right) \quad (\text{A5.15})$$

$$\text{et} \quad \Delta j_r(a) = (k - k_l) \left(R_1 - R_1 \sqrt{1 - (a/R_1)^2} - R_2 + R_2 \sqrt{1 - (a/R_2)^2} \right) \quad (\text{A5.16})$$

A5.2.2.1 Identification du terme de déphasage

➤ *Formulation de la théorie des rayons :*

Par une méthode de détermination du point d'équiphase au point focal de la lentille, la distance focale F_{rayon} est obtenue [4-6] :

$$F_{\text{rayon}} = \frac{2R - e_a n^2}{2(1 - n)} \quad (\text{A5.17})$$

avec $R = 1 / (1/R_1 - 1/R_2)$ le rayon équivalent,

$$e_a = R_1 - R_1 \sqrt{1 - (a/R_1)^2} - R_2 + R_2 \sqrt{1 - (a/R_2)^2} \quad \text{l'épaisseur de la lentille en } r = a,$$

$$\text{et} \quad n = \frac{c_0}{c_l}.$$

➤ *Formulation intégrée :*

Par égalisation des termes de déphasage (A5.15) et (A5.16), la distance focale $F_{intégrée}$ est obtenue :

$$F_{intégrée} = \frac{((1-n)e_a)^2 + a^2}{2(1-n)e_a} \quad (A5.18)$$

➤ *Approximations :*

Pour un rayon de courbure grand devant celui de la source $R_c \gg a$, les approximations suivantes peuvent être faites au niveau des numérateurs de (A5.17) et de (A5.18) :

$$2R - e_a n^2 \simeq 2R \quad (A5.19)$$

et $((1-n)e_a)^2 + a^2 \simeq a^2 \quad (A5.20)$

De la même manière, un développement limité du retard de propagation z_a à la position radiale $r = a$ en fonction du rayon de courbure géométrique R_c au dénominateur de (A5.18) donne :

Soit $z_a = R_c - R_c \sqrt{1 - \left(\frac{a}{R_c}\right)^2}$, (A5.21)

d'où $z_a = \frac{a^2}{2R_c}$ au premier ordre.

Les approximations (A5.20) et (A5.21) permettent d'écrire la formulation approchée :

$$F_{approchée} = \frac{R}{1-n} \quad (A5.22)$$

Cette formulation approchée (A5.22) donne une très bonne estimation de la distance focale F pour les configurations usuelles, pour lesquelles $R_c/a > 2$ (lignes en pointillés, *Figure A5.3*). Par contre, pour les configurations fortement focalisées, la différence peut devenir significative. Les variations des écarts de $F_{approchée}$ relativement aux formulations intégrée $F_{intégrée}$ (*Figure A5.3 (a)*) et de la théorie des rayons F_{rayon} (*Figure A5.3 (b)*) sont du même ordre de grandeur.

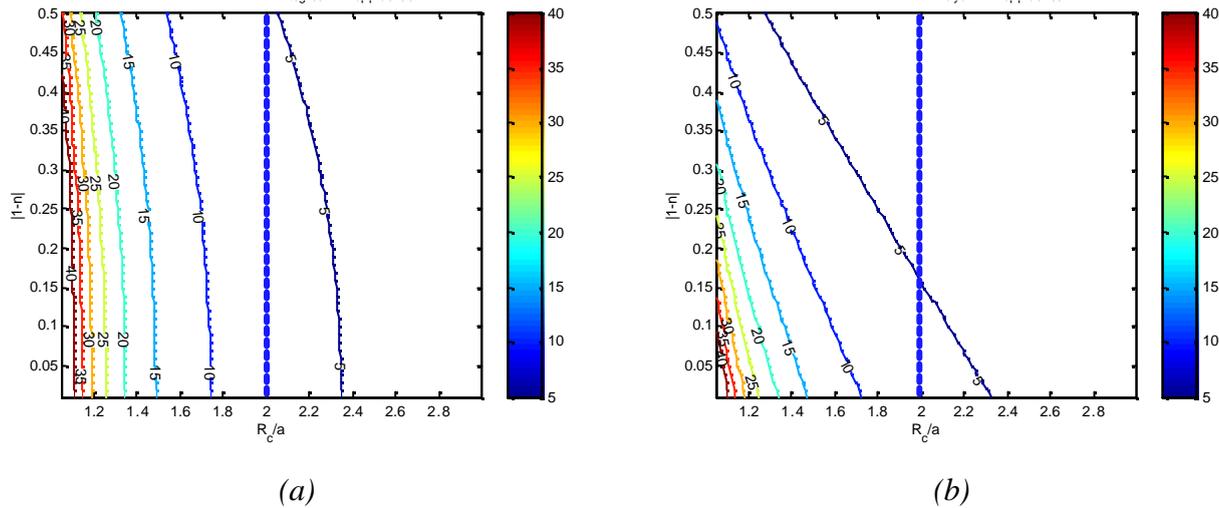


Figure A5.3 : Ecart relatif entre (a) la formulation intégrée $F_{\text{intégrée}}$ et (b) celle de la théorie des rayons F_{rayon} avec celle approchée $F_{\text{approchée}}$ de la distance focale, en fonction de l'écart relatif des vitesses $|1-n|$ et du rapport entre le rayon de courbure et celui de la source R_c/a .

A5.2.2.2 Comparaison des expressions typiques

Les expressions de la théorie des rayons (A5.17), intégrée (A5.18), et approchée (A5.22) établissant la correspondance entre rayon de courbure R_c et distance focale F pour des configurations typiques de lentille sont synthétisées dans le *Tableau A5.1* suivant :

Lentille	R_1	R_2	F_{rayon}	$F_{\text{intégrée}}$	$F_{\text{approchée}}$
Biconvexe	$-R_c$	R_c	$\frac{2R_c - z_a n^2}{4(n-1)}$	$\frac{((n-1)z_a)^2 + a^2}{4(n-1)z_a}$	$\frac{R_c}{2(n-1)}$
Biconcave	R_c	$-R_c$	$\frac{2R_c - z_a n^2}{4(1-n)}$	$\frac{((1-n)z_a)^2 + a^2}{4(1-n)z_a}$	$\frac{R_c}{2(1-n)}$
Convexe	$+\infty$	R_c	$\frac{2R_c - z_a n^2}{2(n-1)}$	$\frac{((n-1)z_a)^2 + a^2}{2(n-1)z_a}$	$\frac{R_c}{n-1}$
Concave	$+\infty$	$-R_c$	$\frac{2R_c - z_a n^2}{2(1-n)}$	$\frac{((1-n)z_a)^2 + a^2}{2(1-n)z_a}$	$\frac{R_c}{1-n}$

Tableau A5.1 : Expressions exactes et approchées de la distance focale en fonction de la forme de la lentille.

Bibliographie :

1. O'Neil H.T., *Theory of focusing radiators*. Journal of the Acoustical Society of America, 1949. **21**(5): p. 516-526.
2. Lucas B.G., Muir T.G., *The field of a focusing source*. Journal of the Acoustical Society of America, 1982. **72**(4): p. 1289-1296.
3. Cathignol D., Sapozhnikov O.A., Zhang J., *Lamb waves in piezoelectric radiator as a reason for discrepancy between O'Neil's formula and experiment*. Journal of the Acoustical Society of America, 1997. **101**(3): p. 1286-1297.
4. Golis M.J., *An analysis of the ultrasonic zone lens*. IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics, 1968. **15**(2): p. 105-110.
5. Yoon Y.J., Barthe P.G., Benkeser P.J., *Variable-focus lens for ultrasound hyperthermia applications*. IEEE Proceedings of the Ultrasonics Symposium, 1990: p. 1661-1664.
6. Yoon Y.J., Benkeser P.J., *Sound field calculations for an ultrasonic linear phased array with a spherical liquid lens*. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1992. **39**(2): p. 268-272.

ANNEXE 6 : PIEZO-ELECTRICITE ET DIAGRAMMES DE PHASE

Cette annexe a pour objectif de rappeler très brièvement d'une part les correspondances entre les classes de symétrie et les structures cristallines. D'autre part, des diagrammes de phases binaires et ternaires permettent de situer les structures cristallines pour des compositions typiques.

A6.1 Structure cristalline

Les matériaux sont regroupés selon leurs classe de symétrie (*Annexe 1*), elles-mêmes subdivisées en sous-catégories décrivant la maille élémentaire :

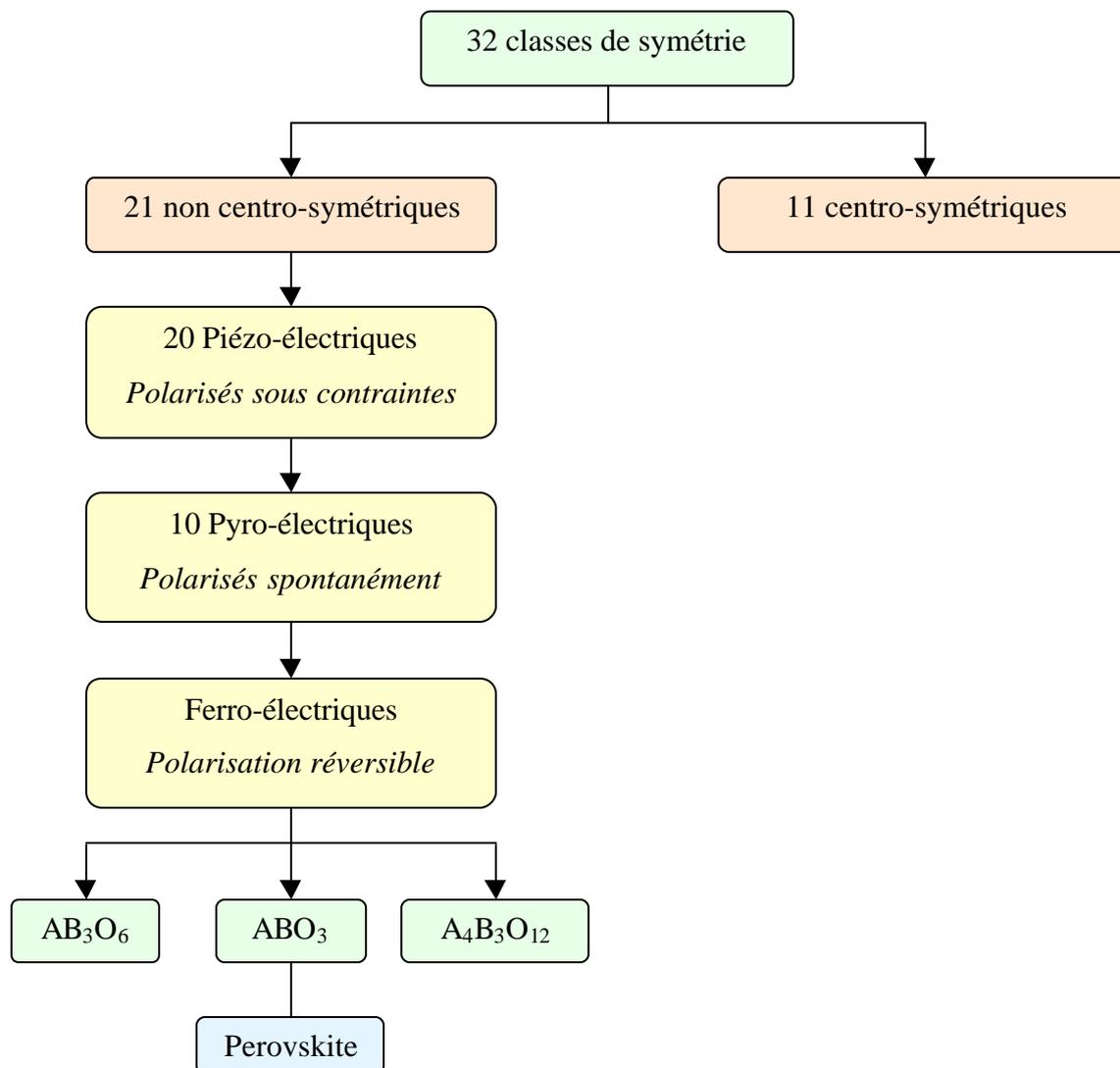


Figure A6.1 : Relations entre les classes de symétrie et les sous-groupes piézo-électriques, pyro-électriques, ferro-électriques, et structures cristallines [1].

Les différents sous-groupes imbriqués sont décrits (Figure A6.1), en passant par les matériaux piézo-électriques, pyro-électriques et ferro-électriques, jusqu'aux structures cristallines existantes. Ces structures cristallines permettent d'obtenir des propriétés piézo-électriques variables, et leur combinaison permet de maximiser certaines caractéristiques. En particulier, la structure cristalline perovskite ABO_3 possède de très bonnes propriétés piézo-électriques, d'autant plus qu'elle est en limite de structure cristalline pyrochlore $A_2B_2O_7$:

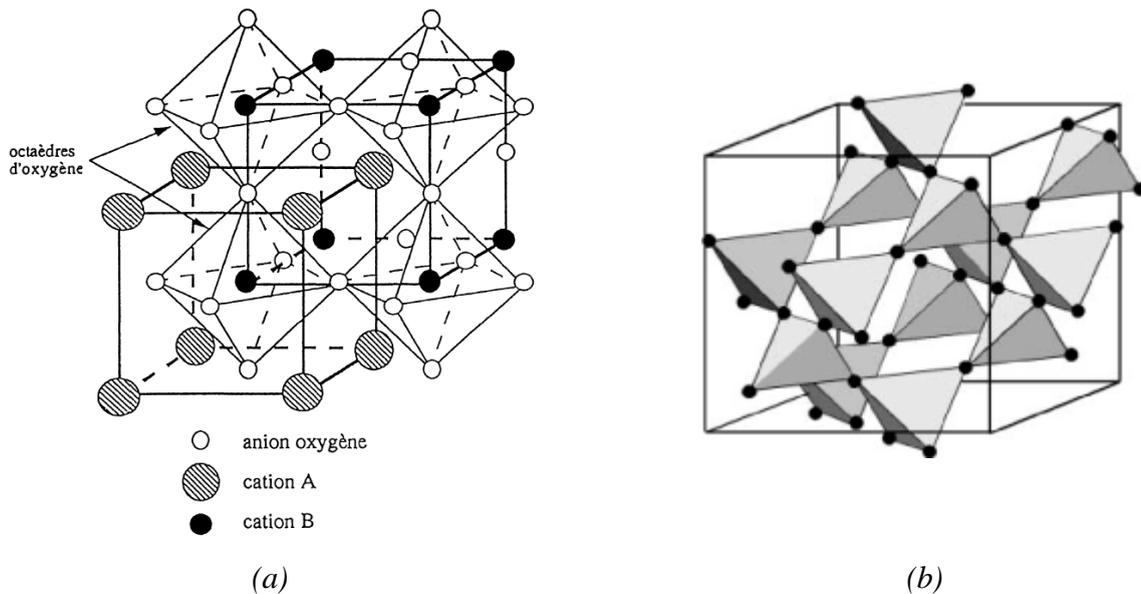
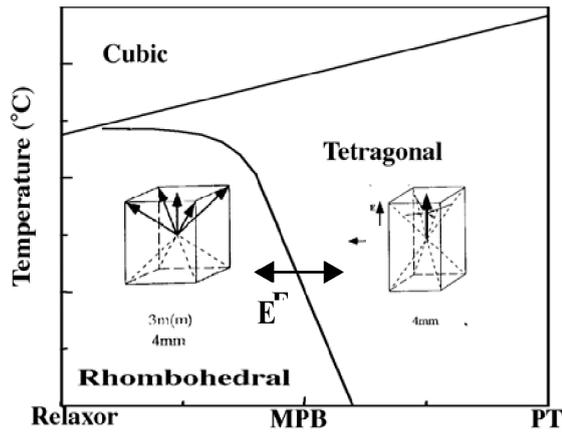


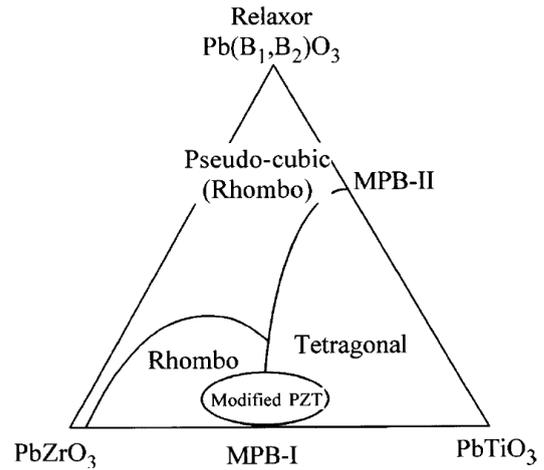
Figure A6.2 : Illustration des mailles élémentaires pour les structures cristallines de type (a) perovskite cubique ABO_3 et (b) pyrochlore $A_2B_2O_7$.

A6.2 Diagrammes de phase

La combinaison de plusieurs mailles élémentaires différentes permet d'obtenir des propriétés piézo-électriques accrues et une permittivité diélectrique élevée. En particulier, la combinaison d'un matériau relaxeur de type $Pb(Zn_{1/3}Nb_{2/3})O_3$ (PZN) ou $Pb(Mg_{1/3}Nb_{2/3})O_3$ (PMN) avec une céramique polycristalline de type $PbTiO_3$ (PT) ou $PbZrO_3$ permet d'obtenir des coefficients de couplage électro-mécanique élevés [2, 3]. Ces caractéristiques font de ces matériaux de bons candidats pour les transducteurs destinés aux applications médicales.



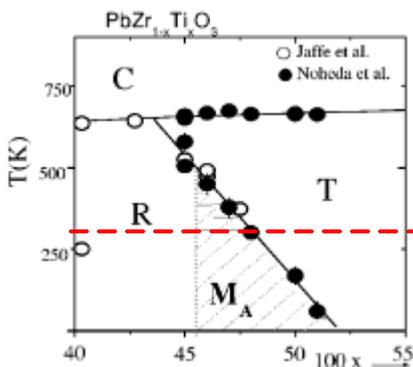
(a) ShROUT [2]



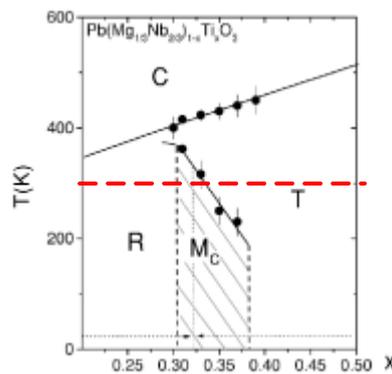
(b) Park [3]

Figure A6.3 : Diagramme de phase typique pour un système (a) binaire relaxeur-PT [2] (b) ternaire relaxeur-PZ-PT [3].

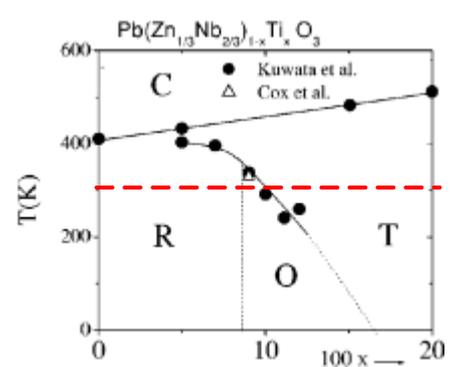
La structure cristalline de la composition obtenue dépend directement de la fraction volumique de relaxeur, de la température et éventuellement des autres constituants en présence. Cette structure conditionne les performances du matériau piézo-électrique finalement polarisé. Ainsi, les performances piézo-électriques optimales se situent à la limite entre deux phases, appelée limite de phase morphotropique (*morphotropic boundary, MPB*). Cette dernière est déterminée par l'étude des diagrammes de phase binaires, qui peuvent être complexifiés à souhait avec l'ajout d'autres constituants. Pour illustration, les diagrammes de phase du PZT (Figure A6.4 (a)), du PMN-PT (Figure A6.4 (b)) et du PZN-PT (Figure A6.4 (c)) ont été extraits des travaux de *La-Orauttapong et al.* [4] et *Noheda et al.* [5].



(a) La-Orauttapong et al. [4]



(b) La-Orauttapong et al. [4]



(c) Noheda et al. [5]

Figure A6.4 : Diagrammes de phase binaires du (a) PZT [4], (b) PMN-PT [4], (c) PZN-PT [5].

Comme l'illustrent les diagrammes de phases (*Figure A6.4*), les phases cubique (C), rhomboédrique (R), et tétragonale (T) obtenues sont bien réparties comme le décrit la *Figure A6.3 (a)*. Par ailleurs, entre les phases R et T, on observe une phase dite monoclinique de transition, notée M_A pour le PZT, M_C pour le PMN-PT, et O pour le PZN-PT [5]. Les réorganisations cristallines et réorientations de direction de polarisation qui résultent de ces phases monocliniques sont décrites par *Shirane et Gehring* [6]. Les propriétés piézo-électriques sont optimisées au sens de la conversion électro-mécanique (*Annexe 1*). Elles dépendent de la direction de polarisation choisie et de sa stabilité dans le temps. Les phases monocliniques sont obtenues à température ambiante (*Figure A6.4*, autour de $T = 300^\circ\text{K}$) avec 46 à 48 % de PT pour le PZT, 31 à 33 % de PT pour le PMN-PT, et 9 à 10 % de PT pour le PZN-PT.

Bibliographie :

1. Gu H., *Processing of $\text{Pb}(\text{Mg}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})\text{O}_3\text{-PbTiO}_3$ by a novel coating approach*. Ph.D. Thesis, Drexel University, Drexel, 2003: p. 1-153.
2. Shrout T.R., Eitel R., Zhang S., Randall C., Alberta E., Rehrig P., *Recent developments in transition temperature (T_c) perovskite crystals*. IEEE Proceedings of the Ultrasonics Symposium, 2003: p. 774-777.
3. Park S.E., Shrout T.R., *Characteristics of relaxor-based piezoelectric single crystals for ultrasonic transducers*. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control, 1997. **44**(5): p. 1140-1147.
4. La-Orauttapong D., Noheda B., Ye Z.G., Gehring P.M., Toulouse J., Cox D.E., Shirane G., *Phase diagram of the ferroelectric-relaxor $(1-x)\text{Pb}(\text{Zn}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})\text{O}_3\text{-xPbTiO}_3$* . Physical Review B, 2002. **65**: p. 1-7.
5. Noheda B., Cox D.E., Shirane G., Gao J., Ye Z.G., *Phase diagram of the ferroelectric-relaxor $(1-x)\text{PbMg}_{1/3}\text{Nb}_{2/3}\text{O}_3\text{-xPbTiO}_3$* . Physical Review B, 2002. **66**(5): p. 1-10.
6. Shirane G., Gehring P.M., *Structure and dynamics of the ferroelectric relaxors $\text{Pb}(\text{Mg}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})\text{O}_3$ and $\text{Pb}(\text{Zn}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})\text{O}_3$* . Journal of the American Ceramic Society, 2002: p. 1-19.