



**HAL**  
open science

# ONDES ET INSTABILITÉS BASSE-FRÉQUENCE DANS UN PLASMA GYROTROPE. APPLICATION À L'INSTABILITÉ D'INTERCHANGE DANS LES MAGNÉTOSPHERES DES PLANETES GÉANTES

Nicolas André

► **To cite this version:**

Nicolas André. ONDES ET INSTABILITÉS BASSE-FRÉQUENCE DANS UN PLASMA GYROTROPE. APPLICATION À L'INSTABILITÉ D'INTERCHANGE DANS LES MAGNÉTOSPHERES DES PLANETES GÉANTES. Astrophysique [astro-ph]. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2003. Français. NNT: . tel-00010486

**HAL Id: tel-00010486**

**<https://theses.hal.science/tel-00010486v1>**

Submitted on 7 Oct 2005

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ TOULOUSE III – PAUL-SABATIER  
U.F.R. PHYSIQUE CHIMIE AUTOMATIQUE

## THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ TOULOUSE III  
(SCIENCES)

Discipline : Planétologie - Physique des plasmas spatiaux

par

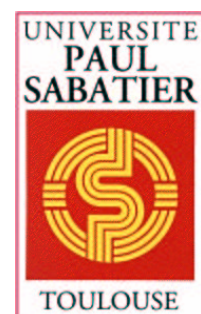
**Nicolas ANDRÉ**

# ONDES ET INSTABILITÉS BASSE-FRÉQUENCE DANS UN PLASMA GYROTROPE APPLICATION À L'INSTABILITÉ D'INTERCHANGE DANS LES MAGNÉTOSPHÈRES DES PLANÈTES GÉANTES

Soutenue le 25 novembre 2003 devant le Jury :

Pr ..... Président  
Pr ..... Invité  
Dr ..... Examineur  
Dr K. Ferrière ..... Directrice de thèse  
Dr ..... Rapporteur  
Dr ..... Rapporteur  
Dr M. Dougherty ..... Directrice de thèse

Laboratoire d'Astrophysique de l'Observatoire Midi-Pyrénées  
UMR 5572  
14, avenue E.-Belin  
31400 Toulouse  
FRANCE





# Remerciements

J'aimerais remercier ici tous ceux qui ont contribué à la réussite de cet effort de longue haleine. Une thèse, c'est un peu à l'image d'un match de rugby, au coup de sifflet final on est heureux car on a tout donné...

...vient alors l'heure des congratulations et de la très attendue troisième mi-temps

Un **grand** merci :

## A la charnière

*Les demis : chargés d'organiser le jeu, de gérer la distribution du ballon et d'entretenir la motivation, poste incontournable au rugby.*

Katia Ferrière, pour sa disponibilité, sa présence et son soutien en toutes occasions. Grâce à son indéniable pédagogie, j'ai sincèrement apprécié marcher (courir) à ses côtés. J'espère qu'elle aura pris autant de plaisir que moi à mener ce travail. A l'ancienne, comme je me l'imaginais étant plus petit, avec un crayon et une feuille de papier...

Michèle Dougherty, pour son grand sens des relations humaines, son application à me mettre dans les meilleures conditions de travail et son souci du bon déroulement de ma thèse. Je retournerai toujours avec plaisir à l'Imperial College. Merci aussi de m'avoir fait vivre 'de l'intérieur' le passage de relais entre Galileo et Cassini...

## Aux trois-quarts

*Les centres : chargés de la transmission du ballon, rapides et perfor(m)ants, petite tendance parfois à trop conserver le ballon.*

Tous les scientifiques, avec qui j'ai travaillé ou eu des discussions intéressantes, que ce soit de très près ou de très loin. Geza Erdős, Abigail Rymer, Bob Forsyth, Elizabeth Lucek, Norbert Krupp, Bill Kurth, Fran Bagenal, Barry Mauk, Philippe Louarn...

*Les ailiers : chargés de terminer le travail en bout de ligne, une fois que (presque) tout est fait, et de payer dignement leur réussite en cas d'essai.*

Toutes les personnes rencontrées lors des conférences, que j'espère croiser encore à chaque nouvelle occasion. Pour les animations nocturnes, Frank à Boulder, Baptiste à Nice, le quinze de la rose à l'EGS...

*L'arrière : chargé de rassurer l'équipe, dernier rempart en cas d'effondrement de la défense, et en même temps premier contre-attaquant.*

Tous mes amis, de Lorraine, de Toulouse et de Londres, sportifs ou beaucoup moins, pour m'avoir soutenu et permis d'apprécier à leur juste valeur les moments de repos.



### Aux avants

*Les piliers : ceux qui sont en première ligne et qui ne ménagent pas leur peine.*

François Rincon, pour son incroyable curiosité scientifique, sa patience sans limites pour les problèmes d'informatique en tout genre (SOS Dépannage) et le partage quotidien des humeurs, bonnes ou mauvaises. Un permanent de la recherche je l'espère, il le mérite...

Daniel Santos-Costa, dont l'arrivée m'aura permis de partager plus que mon enthousiasme au travers de discussions scientifiques et de décompresser lors des maintes occasions où celà s'avérait nécessaire. Je suis très content pour la suite de son parcours, qui promet quelques retrouvailles arrosées...

Paul Hanlon, pour les nombreux bons moments partagés, et ses solides épaules qui ne m'ont jamais fait défaut lorsqu'il le fallait (normal pour quelqu'un originaire de Rugby). Courage pour la fin de la thèse...

*Les secondes lignes : chargés de la récupération du ballon, travailleurs de l'ombre mais néanmoins essentiels.*

Etienne Pallier, pour son assistance plus qu'informatique, et surtout Sylvestre Maurice, pour ses conseils et ses sauvetages de dernière minute. A toute l'équipe de Dynamique des Fluides Astrophysiques aussi, dont la dynamique fait plaisir à voir. Sans oublier l'équipe administrative du Laboratoire d'Astrophysique.

*Les troisièmes lignes : chargés de la conservation du ballon, partagés entre les tâches défensives et offensives.*

Les étudiants du laboratoire d'Astrophysique que j'ai côtoyés durant ces trois ans et qui m'ont permis de relativiser : Ghislain, Grégory, Pascal, Sylvie, Ana, Marie, Fabrice et Isabelle, pour les moments de détente, la convivialité des repas, les confidences. Sans oublier les étudiants de l'Imperial College, tout particulièrement Rob et Stéphane.

### Et encore à :

*Les sponsors et les supporters : chargés du soutien de l'équipe, dans les bons et les mauvais moments, véritable XVIème homme.*

Michel Blanc, pour m'avoir permis de réaliser cette thèse dans les meilleures conditions, m'avoir fait découvrir très tôt la communauté Cassini, la confiance qu'il m'a témoignée et son charisme, en toute simplicité. Ses passages au laboratoire auront toujours été accueillis avec le plus grand des plaisirs.

*L'arbitre : chargé d'évaluer la partie et du coup de sifflet final, grande connaissance du jeu et sens critique approprié.*

Le jury de thèse, les rapporteurs, les examinateurs et le président.

*Les spectateurs : qui fournissent les recettes à l'équipe et lui permettent de continuer à pratiquer au plus haut niveau. Plus il y en a et plus l'équipe a envie de se transcender. Continuez à répondre présent !*

Le ministère de la Recherche et de l'Education Nationale, au travers du financement de mon travail de thèse et de tous ceux qui s'y sont investis.

Comme dans toute équipe, il y a des ratés, des passes mal assurées, de la frustration peut-être, mais aussi beaucoup de réussite, de partage et de fierté. J'espère que ce dernier

essai sera transformé! Petit clin d'oeil au passage à la coupe du monde de rugby, qui se termine les jours de la soutenance...

Et moi dans tout ça? reste le ballon, souvent glissant, capricieux, imprévisible, trop gonflé, trop mou, mais du moment qu'on ne l'oublie pas en route il va au bout. Et en redemande.



# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>3</b>
<b>Introduction</b>	<b>13</b>
<b>I Les magnétosphères planétaires</b>	<b>17</b>
<b>1 Généralités</b>	<b>19</b>
1.1 Système Solaire . . . . .	19
1.1.1 Présentation . . . . .	19
1.1.2 Champs magnétiques planétaires . . . . .	21
1.2 Vent solaire . . . . .	22
1.2.1 Concept . . . . .	22
1.2.2 Propriétés . . . . .	23
1.3 Magnétosphères . . . . .	24
1.3.1 Définition . . . . .	24
1.3.2 Morphologie . . . . .	25
1.3.3 Similitudes . . . . .	28
1.3.4 Différences . . . . .	31
1.4 Corotation-convection . . . . .	33
1.4.1 Circulation induite par le vent solaire . . . . .	33
1.4.2 Circulation induite par la rotation planétaire . . . . .	35
1.4.3 Comparaison entre les deux types de circulation . . . . .	35
<b>2 La magnétosphère de Jupiter</b>	<b>39</b>
2.1 Jupiter : la planète . . . . .	39
2.2 L'environnement spatial de Jupiter . . . . .	40
2.2.1 Le champ magnétique jovien . . . . .	40
2.2.2 Les anneaux . . . . .	40
2.2.3 Les satellites galiléens . . . . .	41
2.2.4 Les tores de gaz neutre et de plasma . . . . .	42
<i>Le tore de Io</i> . . . . .	42
<i>Au voisinage de Europe</i> . . . . .	43
2.3 Magnétosphères en rotation rapide . . . . .	44
2.3.1 Effets de la force centrifuge . . . . .	44
2.3.2 Ecart à la corotation . . . . .	45
2.4 Equilibre et circulation du plasma magnétosphérique . . . . .	47
2.4.1 Configuration de la magnétosphère . . . . .	47
2.4.2 Circulation du plasma magnétosphérique . . . . .	48

<b>3</b>	<b>La magnétosphère de Saturne</b>	<b>51</b>
3.1	Saturne : la planète . . . . .	51
3.2	L'environnement spatial de Saturne . . . . .	52
3.2.1	Le champ magnétique saturnien . . . . .	53
3.2.2	Les anneaux . . . . .	53
3.2.3	Les principaux satellites . . . . .	54
	<i>Les satellites de glace</i> . . . . .	54
	<i>Titan</i> . . . . .	54
3.2.4	Les tores de gaz neutre et de plasma . . . . .	55
3.3	Équilibre et circulation du plasma magnétosphérique . . . . .	58
3.3.1	Configuration de la magnétosphère . . . . .	58
3.3.2	Circulation du plasma magnétosphérique . . . . .	59
<b>4</b>	<b>Le transport du plasma</b>	<b>61</b>
4.1	Évidence observationnelle du transport . . . . .	61
4.2	Mécanismes . . . . .	62
4.2.1	Rappel de la problématique . . . . .	62
4.2.2	Instabilité centrifuge et mécanisme d'interchange . . . . .	62
	<i>Concept</i> . . . . .	62
	<i>Interchange stricte</i> . . . . .	62
	<i>Modes de quasi-interchange</i> . . . . .	63
	<i>Équilibrage de la pression totale</i> . . . . .	63
	<i>Interchange généralisée</i> . . . . .	64
	<i>Approche rigoureuse</i> . . . . .	64
4.3	Signatures observationnelles du mécanisme d'interchange . . . . .	65
4.4	Conclusions . . . . .	67
<b>II</b>	<b>Ondes et instabilités dans un plasma gyrotrope</b>	<b>69</b>
<b>1</b>	<b>Problématique</b>	<b>71</b>
1.1	Phénomènes ondulatoires . . . . .	71
1.2	Approches macroscopique et microscopique . . . . .	71
1.3	Plasmas magnétosphériques . . . . .	72
1.4	Plan de l'étude . . . . .	73
<b>2</b>	<b>Équations générales</b>	<b>77</b>
2.1	Équations de l'électromagnétisme . . . . .	77
2.2	Théorie Magnétohydrodynamique . . . . .	78
2.2.1	Équation de continuité . . . . .	78
2.2.2	Équation du mouvement . . . . .	78
	<i>Équation générale</i> . . . . .	78
	<i>La force magnétique</i> . . . . .	79
	<i>La force de pression thermique</i> . . . . .	79
	<i>Résultat</i> . . . . .	81
	<i>Équilibre</i> . . . . .	82
2.2.3	Équation d'induction . . . . .	82
	<i>L'approximation du champ gelé</i> . . . . .	83
	<i>Loi d'Ohm généralisée</i> . . . . .	83
2.2.4	Fermeture des équations . . . . .	84

2.3	Théorie cinétique . . . . .	84
2.3.1	Approximation du centre guide . . . . .	84
2.3.2	Équation de Vlasov . . . . .	86
2.4	Système de coordonnées . . . . .	88
<b>3</b>	<b>Équations perturbées</b>	<b>91</b>
3.1	Équations fluide . . . . .	91
3.1.1	Équation de continuité . . . . .	91
3.1.2	Équation du mouvement . . . . .	92
	<i>Problématique</i> . . . . .	92
	<i>Expressions des perturbations</i> . . . . .	92
	<i>Résultat</i> . . . . .	94
3.1.3	Équation d'induction . . . . .	95
3.2	Fermeture du système . . . . .	95
3.2.1	Problématique . . . . .	95
3.2.2	Équations d'état . . . . .	96
3.3	Théorie cinétique . . . . .	96
<b>4</b>	<b>Modes de quasi-interchange</b>	
	<b>dans la théorie double-adiabatique</b>	<b>99</b>
4.1	Rappels sur le cas homogène . . . . .	99
4.1.1	Relation de dispersion . . . . .	99
4.1.2	Modes double-adiabatiques . . . . .	101
	<i>Paramètres firehose et miroir double-adiabatiques</i> . . . . .	101
	<i>Mode d'Alfvén</i> . . . . .	101
	<i>Modes compressionnels</i> . . . . .	102
	<i>Classification</i> . . . . .	102
4.1.3	Instabilités double-adiabatiques . . . . .	104
4.1.4	Cas particuliers . . . . .	106
4.2	Propriétés des modes de quasi-interchange . . . . .	106
4.3	Relation de dispersion . . . . .	110
4.3.1	Equation perturbée du mouvement . . . . .	110
4.3.2	Relation de dispersion 1D . . . . .	113
4.4	Cas 1D en l'absence de rotation . . . . .	115
4.4.1	Solutions de la relation de dispersion 1D . . . . .	115
4.4.2	Connections avec les modes double-adiabatiques . . . . .	116
4.4.3	Stabilité à $\mathbf{k}_{\parallel} = \mathbf{0}$ . . . . .	117
4.4.4	Stabilité $\forall \mathbf{k}_{\parallel}$ . . . . .	118
4.5	Conclusions . . . . .	126
<b>5</b>	<b>Retour sur les équations d'état</b>	<b>127</b>
5.1	Équations d'état exactes . . . . .	127
5.2	Limite de la théorie double-adiabatique . . . . .	131
5.3	Plasma proton-électron . . . . .	132
5.4	Plasma multi-espèces . . . . .	132
5.5	Généralisation . . . . .	135
5.6	Conclusions . . . . .	138
A5	Annexe A . . . . .	138
B5	Annexe B . . . . .	140
C5	Annexe C . . . . .	142

<b>6</b>	<b>Formalisme mixte MHD-cinétique dans le cas des plasmas homogènes</b>	<b>145</b>
6.1	Relation de dispersion . . . . .	145
6.1.1	Plasma proton-électron . . . . .	145
6.1.2	Plasma multi-espèces . . . . .	147
6.1.3	<i>Commentaires</i> . . . . .	148
6.2	Étude de stabilité . . . . .	149
6.2.1	Mode d'Alfvén . . . . .	150
6.2.2	Modes compressionnels . . . . .	150
6.3	Modes compressionnels . . . . .	152
6.3.1	Résultats analytiques . . . . .	152
	$\mathbf{k}_\perp = 0$ . . . . .	152
	$k_\parallel = 0$ . . . . .	153
6.3.2	Résultats numériques pour un plasma proton-électron . . . . .	154
	<i>Méthode</i> . . . . .	154
	<i>Résultats à un <math>k_\parallel</math> donné</i> . . . . .	154
	<i>Dépendance en <math>k_\parallel</math></i> . . . . .	157
6.3.3	Résultats numériques pour un plasma multi-espèces . . . . .	160
	<i>Méthode</i> . . . . .	160
	<i>Plasma saturnien</i> . . . . .	160
	<i>Plasma jovien</i> . . . . .	162
6.4	Conclusions . . . . .	164
<b>7</b>	<b>Formalisme mixte MHD-cinétique dans le cas des plasmas stratifiés en rotation</b>	<b>167</b>
7.1	Relation de dispersion générale . . . . .	167
7.2	Modes de quasi-interchange . . . . .	169
7.2.1	Retour sur le cas homogène . . . . .	169
7.2.2	Effet de la stratification et modes de quasi-interchange . . . . .	170
7.2.3	Relation de dispersion des modes de quasi-interchange . . . . .	170
7.3	Étude de stabilité dans le cas sans rotation . . . . .	171
7.3.1	Classification . . . . .	172
7.3.2	Nombre de solutions instables . . . . .	173
7.4	Identification des modes dans le cas sans rotation . . . . .	185
7.4.1	Point de vue quasi-interchange . . . . .	185
7.4.2	Point de vue pseudo-MHD . . . . .	191
7.4.3	Connections . . . . .	195
7.5	Conclusions . . . . .	200
<b>8</b>	<b>Généralisation aux plasmas multi-espèces et application au tore de Io</b>	<b>201</b>
8.1	Problématique . . . . .	201
8.2	Extension des résultats . . . . .	201
8.2.1	Relation de dispersion . . . . .	201
8.2.2	Critère de stabilité dans le cas sans rotation . . . . .	203
8.3	Données observationnelles sur les populations de plasma . . . . .	205
8.3.1	Observations du plasma froid . . . . .	205
8.3.2	Observations des populations énergétiques . . . . .	207
8.4	Résultats . . . . .	209

8.5	Validation du formalisme . . . . .	211
8.6	Conclusions . . . . .	213
<b>9</b>	<b>Généralisation</b>	
	<b>aux fonctions de distribution</b>	
	<b>non bi-Maxwelliennes</b>	<b>215</b>
9.1	Intérêt . . . . .	215
9.2	Relation de dispersion dans les plasmas homogènes . . . . .	216
9.3	Etude de stabilité . . . . .	217
	9.3.1 Mode d'Alfvén . . . . .	217
	9.3.2 Modes compressionnels . . . . .	218
9.4	Applications . . . . .	222
	9.4.1 Fonction de distribution kappa avec cône de perte . . . . .	222
	9.4.2 Instabilité firehose . . . . .	225
	9.4.3 Instabilité miroir . . . . .	225
9.5	Quelques mots sur le cas des plasmas stratifiés . . . . .	228
9.6	Conclusions . . . . .	229
<b>III</b>	<b>La mission Cassini/Huygens</b>	<b>231</b>
<b>1</b>	<b>Présentation</b>	<b>233</b>
1.1	La mission et ses objectifs . . . . .	233
	1.1.1 La mission . . . . .	233
	1.1.2 Les objectifs . . . . .	234
1.2	Le satellite et son instrumentation plasmas et champs . . . . .	235
	1.2.1 Le satellite . . . . .	235
	1.2.2 Les magnétomètres . . . . .	235
	1.2.3 Les autres instruments plasmas et champs électromagnétiques . . . . .	236
	1.2.4 Groupe de travail MAPS . . . . .	237
1.3	La trajectoire . . . . .	239
<b>2</b>	<b>Le survol de Jupiter :</b>	
	<b>aperçu général</b>	<b>241</b>
2.1	Généralités . . . . .	241
2.2	Données magnétomètres . . . . .	242
2.3	Identification des frontières magnétosphériques . . . . .	245
	2.3.1 Observations dans le vent solaire . . . . .	246
	2.3.2 Observations dans la magnétogaine . . . . .	249
	2.3.3 Observations dans la magnétosphère . . . . .	252
	2.3.4 Exemples de traversée de l'onde de choc . . . . .	253
2.4	Influence du vent solaire . . . . .	255
<b>3</b>	<b>Mode miroir</b>	<b>259</b>
3.1	Généralités sur le mode miroir . . . . .	259
3.2	Magnétogaines planétaires . . . . .	260
3.3	Analyse par variance minimum . . . . .	262
3.4	Identification du mode miroir dans la magnétogaine . . . . .	263
	3.4.1 Période du 3 au 12 janvier 2001 . . . . .	264
	3.4.2 Période du 19 au 21 janvier 2001 . . . . .	265



3.4.3	Période du 18 au 22 février 2001 . . . . .	266
3.4.4	Interprétation . . . . .	267
3.5	Étude multi-instrumentale . . . . .	269
3.6	Les différentes formes d'onde du mode miroir . . . . .	270
3.7	Conclusions . . . . .	274
<b>Conclusions</b>		<b>275</b>
<b>Liste des publications</b>		<b>293</b>
<b>Liste des communications</b>		<b>295</b>

# Introduction

Le choix de s'intéresser à travers cette thèse aux systèmes planétaires de Jupiter et de Saturne en ce début de XXI<sup>e</sup> siècle est loin d'être anodin, pour de multiples raisons, à la fois scientifiques et plus personnelles.

Du point de vue scientifique, la fin récente de la mission Galileo dans l'environnement spatial de Jupiter et l'arrivée prochaine de la mission Cassini/Huygens dans celui de Saturne consacrent l'avènement de l'exploration planétaire et d'une époque où la démesure des projets est à l'égal de l'ambition des scientifiques. Les mondes Jovien et Saturnien, véritables systèmes solaires miniatures, auront dévoilé dans quelques années certains de leurs mystères et bien plus encore sur notre Système Solaire. Participer à cette aventure exploratoire unique est une chance et une opportunité rare.

Mon étonnement pour la planétologie est double et remonte maintenant à quelques années, mais le souvenir en reste toujours aussi fermement ancré dans ma mémoire. Le cadre de cette rencontre fut des plus banals, à une heure où les nouvelles de notre monde envahissent généralement le temps de la digestion. Premières photos, premier déclic et premier étonnement, scientifique celui-ci. La longue chevauchée de Voyager 2 s'arrêtait à Neptune en 1989, mais ne devait constituer pour moi que le début d'un intérêt grandissant pour les planètes géantes, si lointaines et pourtant devenues si accessibles de par l'ingéniosité humaine, source du second étonnement, technologique celui-là. J'ai eu la chance de développer ces deux aspects au cours de mon itinéraire et le travail de thèse présenté par la suite en est une concrétisation.

L'étude des systèmes planétaires est multidisciplinaire et les différentes approches thématiques permettant de compléter pièce par pièce le puzzle de la connaissance de ces systèmes sont étroitement liées. L'étude du système et de ses composantes peut être abordée à travers l'étude de sa géophysique interne, de sa géophysique externe et de son histoire, en tenant compte des interactions du système avec son environnement extérieur. L'étude de la géophysique interne du système englobe l'étude des surfaces et de la structure interne de ses composantes, l'étude de la géophysique externe du système se consacre à l'étude des atmosphères gazeuses et de l'environnement plasma et champs électromagnétiques du système, tandis que l'étude de son histoire s'intéresse à son origine, sa formation et son évolution. Pour être complet, on mentionnera à la frontière de toutes ces thématiques l'exobiologie, étude de l'origine de la vie et de la vie extraterrestre. La figure de la page suivante illustre de façon très schématique cette approche multi-disciplinaire des systèmes planétaires. Quelques illustrations du couplage inter-disciplinaire de cette approche sont également données dans le paragraphe suivant, de façon non-exhaustive et très simplifiée.

Les atmosphères interagissent avec les surfaces à travers des échanges d'énergie et de matière (exemple de la météorologie) et leur évolution contraint l'apparition ou non de la vie (échappement de l'atmosphère de Mars). Les atmosphères et les surfaces constituent un réservoir de plasma important pour l'environnement spatial (création des ionosphères,

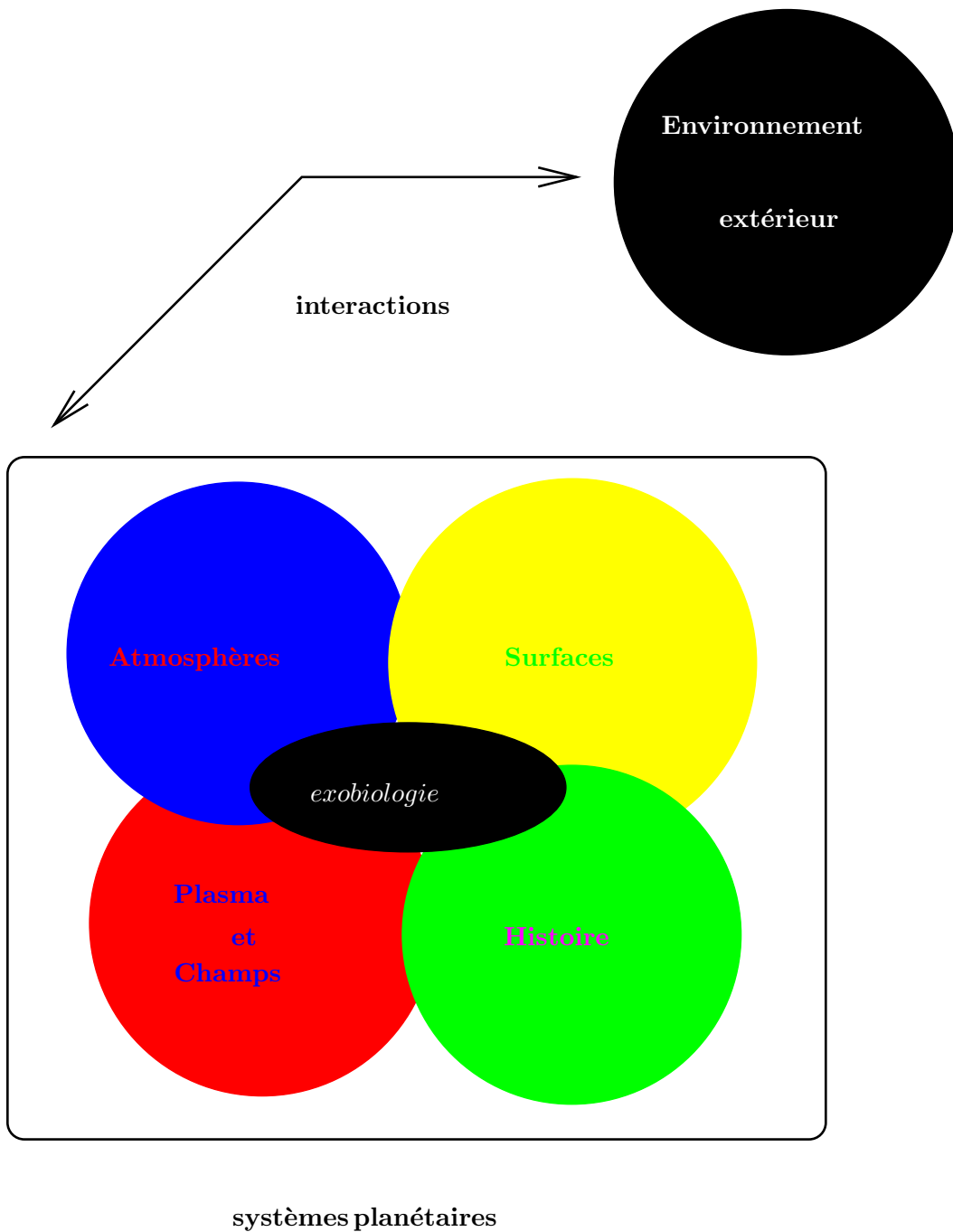


FIG. 1 – Interprétation personnelle de l'étude multi- et inter-disciplinaire des systèmes planétaires. Cette étude permet de définir la notion de planétologie comparée.

bombardement des surfaces par des particules chargées). La structure interne des planètes peut être à l'origine d'un champ magnétique intrinsèque qui va régir le comportement du plasma et former une cavité autour du système, la magnétosphère. L'environnement extérieur, par exemple le Soleil et le Système Solaire, agit sur les atmosphères en les irradiant avec des photons, sur les magnétosphères en les immergeant dans le vent solaire, sur les surfaces en les soumettant au bombardement météoritique ou encore sur l'évolution du système planétaire en la liant à celle du Soleil.

Les systèmes planétaires des planètes géantes sont extrêmement intéressants à étudier, de par la diversité et la complexité des couplages qui existent entre leurs différentes composantes. Cette thèse aborde l'étude des systèmes de Jupiter et de Saturne au travers de l'étude de leur magnétosphère, cavité dans le vent solaire, créée et dominée par le champ magnétique intrinsèque de la planète. Cette cavité n'est pas entièrement vide : elle contient dans le cas des magnétosphères des planètes géantes un plasma qui provient essentiellement de sources internes variées (satellites, anneaux, tores de gaz). Ce plasma est attaché aux lignes de champ magnétique et entraîné avec elles par la rapide rotation planétaire.

Les observations satellitaires ont montré que le plasma magnétosphérique, créé localement, était présent dans toutes les régions de la magnétosphère, mettant ainsi en avant la nécessité d'un transport radial de plasma à travers le système. Les théories actuelles s'accordent à penser que le mécanisme responsable de ce transport est lié au développement d'une instabilité d'interchange, c'est-à-dire d'une instabilité de type Rayleigh-Taylor dans laquelle l'accélération centrifuge tient le rôle de la gravité. Le développement de cette instabilité donne alors lieu à un échange de tubes de flux magnétique, les tubes de flux remplis de plasma nouvellement créé se dirigeant vers l'extérieur de la magnétosphère pour être remplacés par des tubes de flux plus vides revenant vers la planète.

L'objectif de cette thèse est d'étudier théoriquement l'instabilité d'interchange dans les plasmas magnétosphériques caractérisant les environnements spatiaux de Jupiter et de Saturne. Cette thèse prolonge l'effort théorique engagé ces dernières années à l'Observatoire Midi-Pyrénées, en préparation à la mission Cassini, et qui avait fait l'objet de la thèse de *Christophe Zimmer* [1997]. Son travail avait consisté à définir de manière cohérente l'instabilité d'interchange et à en déterminer les propriétés exactes dans le cas de plasmas isotropes, et ce, à l'aide de la magnétohydrodynamique idéale. Comme les plasmas spatiaux sont généralement très peu collisionnels, j'ai été amené à étendre l'étude de *christophe Zimmer* à des plasmas anisotropes. Cette extension constitue l'objectif principal de ma thèse, et ses résultats seront utilisés lors de l'exploitation des données de la mission Cassini.

La première partie de cette thèse présente le contexte physique de l'étude réalisée, des propriétés générales des magnétosphères planétaires au délicat problème du transport radial du plasma dans les magnétosphères de Jupiter et de Saturne, en passant par une brève description de ces deux environnements.

La seconde partie, la plus fournie, concerne la mise en place d'un formalisme d'étude théorique des ondes et instabilités basse-fréquence dans les plasmas peu collisionnels, en vue de l'appliquer à l'étude de l'instabilité d'interchange. La difficulté de l'étude de tels plasmas apparaît dans le problème de la fermeture du système des équations des théories fluide et cinétique. Une première approche simple, purement fluide, est tout d'abord menée, avant d'être remise en question et délaissée au profit d'une approche plus compliquée mais exacte. La présentation de cette approche exacte, hybride entre les théories purement fluide et purement cinétique, puis sa validation et son application à l'étude des plasmas magnétosphériques de Jupiter et de Saturne sont réalisées étape par étape.

Enfin, la troisième partie concerne l'analyse des données obtenues par les magnétomètres de Cassini à l'occasion du survol de Jupiter en décembre - janvier 2001. Cette analyse s'attache plus particulièrement à identifier des signatures de fluctuations liées à l'instabilité miroir dans l'environnement spatial de Jupiter, instabilité identifiée de manière théorique au cours de la seconde partie.

Première partie

Les magnétosphères planétaires



# Chapitre 1

## Généralités

### 1.1 Système Solaire

#### 1.1.1 Présentation

Notre Système Solaire se compose d'une étoile, le Soleil, autour de laquelle gravitent neuf planètes, Mercure, Vénus, la Terre, Mars, Jupiter, Saturne, Uranus, Neptune et Pluton, de la plus proche à la plus éloignée. Notre Système Solaire inclut également les satellites de ces planètes, des populations d'astéroïdes et de comètes et le milieu interplanétaire, composé de gaz (neutre et ionisé), de poussières et de rayons cosmiques. La plupart de ces corps gravitent autour du Soleil dans son plan équatorial. Notre Système Solaire constitue un environnement extrêmement complexe et varié, dont l'observation et la compréhension connaissent des progrès considérables depuis l'avènement de l'ère spatiale.

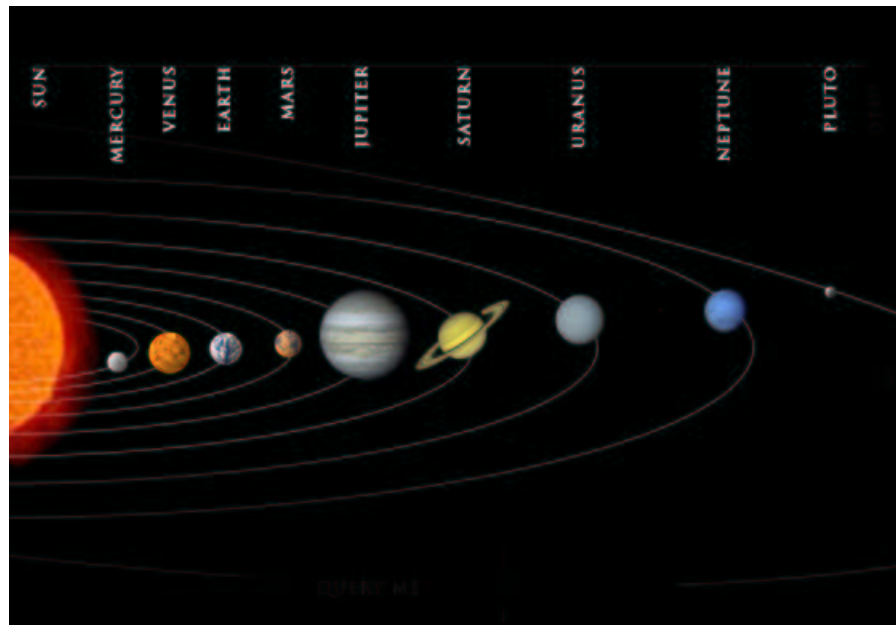


FIG. 1.1 – Représentation (hors échelle) des planètes de notre Système Solaire.

Les planètes de notre Système Solaire peuvent être regroupées en trois grandes familles, suivant leurs caractéristiques physiques :



**les planètes telluriques** Mercure, Vénus, la Terre et Mars. Elles ont toutes une surface compacte et solide, fortement cratérisée. Ces planètes possèdent peu de satellites et pas d'anneaux. Vénus, la Terre et, dans une moindre mesure, Mars ont une atmosphère; Mercure, quant à elle, en est pratiquement dépourvue. Leur densité est relativement élevée.

**les planètes géantes** Jupiter et Saturne, les planètes gazeuses, et Uranus et Neptune, les planètes glacées, possèdent une atmosphère épaisse, de nombreux satellites et des anneaux. Leur densité est faible.

**les transneptuniens** Pluton est le représentant le mieux connu de ces corps qui orbitent au-delà de l'orbite de Neptune. Les propriétés de Pluton sont sans doute plus proches de celles des planètes telluriques.

	Soleil	Mercure	Vénus	Terre	Mars
distance (UA)		0.387	0.723	1	1.524
excentricité		0.206	0.007	0.017	0.093
inclinaison <sup>1</sup>		7.0°	3.4°	0.0°	1.8°
inclinaison <sup>2</sup>		0°	177.3°	23.45°	25.19°
masse (kg)	2 10 <sup>30</sup>	3.3 10 <sup>23</sup>	4.9 10 <sup>24</sup>	6.0 10 <sup>24</sup>	6.4 10 <sup>23</sup>
rayon (km)	695 508	2440	6052	6378	3397
densité (g cm <sup>-3</sup> )	1.41	5.43	5.24	5.51	3.94
	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune	Pluton
distance (UA)	5.203	9.537	19.191	30.069	39.482
excentricité	0.048	0.054	0.047	0.009	0.249
inclinaison <sup>1</sup>	1.3°	2.5°	0.77°	1.77°	17.1°
inclinaison <sup>2</sup>	3.12°	26.73°	97.86°	29.58°	119.61°
masse (kg)	1.9 10 <sup>27</sup>	5.7 10 <sup>26</sup>	8.7 10 <sup>25</sup>	1 10 <sup>26</sup>	1.3 10 <sup>22</sup>
rayon (km)	71 492	60 268	25 559	24 764	1195
densité (g cm <sup>-3</sup> )	1.33	0.70	1.30	1.76	1.1

TAB. 1.1 – Paramètres physiques des planètes du Système Solaire : distance moyenne au Soleil, excentricité de l'orbite, inclinaison<sup>1</sup> du plan orbital par rapport au plan de l'écliptique, inclinaison<sup>2</sup> du plan équatorial par rapport au plan orbital, masse de la planète, rayon équatorial et densité moyenne de la planète. L'unité astronomique, UA, égale à la distance moyenne Terre-Soleil vaut 1.49598 10<sup>11</sup> m. Dans le cas des planètes géantes, le rayon équatorial est défini par rapport à une atmosphère de 1 bar. Référence : Cox [2000].

Cette classification s'explique à partir de l'évolution du Système Solaire et de la formation des planètes. L'origine du Soleil et des planètes est l'effondrement gravitationnel d'un nuage de gaz et de poussières, qui donne naissance au Soleil et crée un disque d'accrétion. Ce disque est stratifié chimiquement, en conséquence des différences de température régnant dans le système. En effet, à grande distance du Soleil, au niveau de l'orbite actuel de Jupiter, la température est suffisamment basse pour que les éléments volatils (comme l'hydrogène et l'hélium) se condensent et, encore à plus grande distance, pour que des glaces d'eau, de méthane ou d'ammoniac se forment. Plus proche

de l'étoile, du fait des températures plus élevées, les éléments volatils se subliment et seuls des éléments réfractaires (à base de silicates, de carbone ou d'oxyde de fer) peuvent exister. L'accrétion répétée des petits corps présents dans le disque forment les planètes telluriques et les noyaux des planètes géantes, et l'attraction gravitationnelle permet aux noyaux des planètes géantes de constituer leur atmosphère gazeuse. Une fois le Soleil entré dans sa phase Tauri, un fort vent stellaire balaye ce qui reste de la composante gazeuse dans le système.

Depuis ces dernières années, de nombreux systèmes extra-solaires ont été mis en évidence. Les exoplanètes découvertes se comptent par dizaines, ouvrant la voie à un nouveau champ d'investigation et à de nouvelles perspectives quant à l'étude comparative des systèmes planétaires et la compréhension de notre Système Solaire.

### 1.1.2 Champs magnétiques planétaires

Parmi les planètes du Système Solaire, Mercure, la Terre et les planètes géantes possèdent toutes un champ magnétique propre (intrinsèque). L'origine de ces champs magnétiques constitue un vaste sujet d'étude en physique planétaire. La principale interprétation à l'heure actuelle de la présence de ces champs magnétiques repose sur l'effet dynamo. Par cet effet, les mouvements non-uniformes d'un milieu conducteur génèrent des courants électriques dont les champs magnétiques associés renforcent le champ original, à condition qu'un tel champ existe (dont la source proviendrait du champ magnétique du nuage interstellaire à l'origine du Système Solaire). Pour que cet effet puisse être mis en oeuvre à l'intérieur des planètes, il faut donc nécessairement que ces dernières possèdent un fluide conducteur en mouvement et une source d'énergie pour entretenir le mouvement (*Stevenson [1983], Hughes [1983]*) :

- La conductivité du milieu est due à la présence de fer (sous forme d'alliage) fluide dans les noyaux de la Terre et de Mercure, et à la métallisation induite par de fortes pressions de l'hydrogène (Jupiter, Saturne) ou de l'eau (Neptune, Uranus) en profondeur dans l'atmosphère des planètes géantes.
- Le fluide est en mouvement sous l'action combinée de cellules convectives et de la rotation planétaire.
- La source d'énergie qui entretient les mouvements convectifs est due soit à la radioactivité naturelle de l'uranium, du plutonium et du plomb dans les noyaux des planètes telluriques, soit à la libération d'énergie gravitationnelle par contraction dans le cas des planètes géantes.

La connaissance de l'origine du champ magnétique des planètes permet de remonter à l'histoire et à l'évolution de ces dernières, mais également à leur structure interne.

Par ailleurs, le champ magnétique des planètes subit des variations importantes sur de longues échelles temporelles (retournement, variations séculaires *Connerney et Acuna [1982], Russell et al. [2001a]*), ainsi que spatialement (anomalies magnétiques de surface). Au champ magnétique d'origine interne s'ajoute un champ d'origine externe, dont les contributions proviennent de l'environnement plasma et champs électromagnétiques planétaires.

	Mercure	Terre	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune
moment magnétique champ de surface (G)	0.0007	1	20000	600	50	25
dipôle à l'équateur	?	0.31	4.28	0.22	0.23	0.14
minimum	?	0.24	3.2	0.18	0.08	0.1
maximum	?	0.68	14.3	0.84	0.96	0.9
inclinaison du dipôle (°)	?	+11.3	-9.6	-0.0	-59	-47
période de rotation (h)	1407.51	23.93	9.92	10.66	17.64	16.11

TAB. 1.2 – Caractéristiques des champs magnétiques planétaires du Système Solaire : moment magnétique par rapport au moment magnétique terrestre ( $8.10^{15} \text{ T m}^3$ ), champ de surface en gauss ( $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$ ) du dipôle à l'équateur, minimum et maximum, inclinaison de l'axe du dipôle magnétique par rapport à l'axe de rotation et période de rotation planétaire. Référence : *Bagenal* [1992] et *Cox* [2000].

## 1.2 Vent solaire

### 1.2.1 Concept

L'expansion continue de la couronne solaire dans l'espace interplanétaire se traduit par un flux radial continu de particules ionisées. La différence de pression existant entre la couronne solaire et le milieu interstellaire permet à la matière d'échapper à l'attraction gravitationnelle du Soleil. Cette matière constitue un plasma d'ions (principalement des protons, à 95 %, avec environ 4 % de particules alpha) et d'électrons, le vent solaire.

L'idée qu'un vent solaire parcourt le milieu interplanétaire remonte aux années 1950, mais il a fallu attendre les mesures des premières sondes au milieu des années 60 pour confirmer observationnellement sa présence.

Ce plasma, le vent solaire, emporte avec lui le champ magnétique coronal solaire avec des vitesses importantes, de l'ordre de  $400 \text{ km s}^{-1}$  typiquement. A distance suffisante du Soleil, ce champ devient ce qu'on appelle le champ magnétique interplanétaire.

Le mouvement radial du plasma coronal vers l'extérieur et la force de Coriolis due à la rotation solaire que le plasma subit introduisent un mouvement azimutal du plasma dans le sens opposé à la rotation solaire. Dans le plan équatorial solaire, la conséquence de cet effet consiste en l'enroulement des lignes de champ magnétique interplanétaire, dont le pied reste ancré dans la photosphère solaire, en une forme de spirale d'Archimède, la spirale de Parker.

C'est ainsi qu'au niveau de l'orbite terrestre, la direction du champ magnétique interplanétaire projeté dans le plan de l'écliptique<sup>1</sup> fait un angle de  $45^\circ$  avec la direction Terre-Soleil (autrement dit, les composantes radiale et azimutale du champ magnétique interplanétaire dans ce plan sont à peu près égales). Au-delà de cette distance, l'angle entre la direction du champ projeté dans ce même plan et la direction planète-Soleil devient de plus en plus droit.

<sup>1</sup>Le plan de l'écliptique coïncide avec le plan orbital terrestre, voir tableau 1.1

Le champ magnétique interplanétaire structure le milieu interplanétaire en deux hémisphères séparés par une couche neutre, qui oscille de part et d'autre du plan équatorial solaire, et dont la forme rappelle celle d'une jupe de ballerine. Des secteurs de polarités magnétiques opposées le long du plan de l'écliptique apparaissent au cours de cette oscillation, suivant si le sens du champ magnétique est dirigé vers le Soleil ou dans la direction opposée.

### 1.2.2 Propriétés

Les propriétés du vent solaire dépendent de la distance par rapport à sa source, le Soleil, et sont le reflet de l'activité solaire. Le vent solaire apparaît dès lors très variable, tant spatialement que temporellement.

En première approximation, la dépendance radiale des propriétés du vent solaire dans le plan de l'écliptique a les caractéristiques suivantes :

- La vitesse radiale du vent solaire est constante dans tout le milieu interplanétaire.
- La densité du vent solaire varie inversement avec le carré de la distance au Soleil :  $n \propto \frac{1}{r^2}$ .
- la composante radiale du champ magnétique interplanétaire varie inversement avec le carré de la distance au Soleil :  $B_r \propto \frac{1}{r^2}$ .
- la composante azimuthale du champ magnétique interplanétaire varie inversement avec la distance au Soleil :  $B_\phi \propto \frac{1}{r}$ .

De plus, différents types de vent solaire sont rencontrés au niveau de différentes régions de la couronne solaire, avec des vitesses d'expansion différentes, comprise entre 250 et 2000 km/s.

Propriétés à 1 A.U.	Vent solaire lent	Vent solaire rapide
vitesse	400 km s <sup>-1</sup>	750 km s <sup>-1</sup>
densité	10 cm <sup>-3</sup>	3 cm <sup>-3</sup>
champ magnétique radial	3 nT	3 nT
température des protons	4 10 <sup>4</sup> K	2 10 <sup>5</sup> K
température des électrons	1.3 10 <sup>5</sup> K	1 10 <sup>5</sup> K
composition (He/H)	1-30 %	5%

TAB. 1.3 – Propriétés des vents solaires lent et rapide au niveau de l'orbite terrestre.

Ces différents vents solaires vont interagir les uns avec les autres au cours de leur expansion et créer des perturbations dans le milieu interplanétaire. Par exemple, lorsque le vent solaire lent interagit avec le vent solaire rapide, il se forme une région de compression en amont du vent solaire rapide qui peut dégénérer en onde de choc interplanétaire. D'autres perturbations liées à l'activité solaire sont observées dans le vent solaire, telles celles produites par l'éjection à grande vitesse et localisée de matière coronale.

Après avoir présenté le vent solaire et quelques-unes de ses propriétés, nous allons nous intéresser plus particulièrement à son interaction avec les composantes du Système Solaire.

### 1.3 Magnétosphères

De manière générale, l'interaction entre le vent solaire et les environnements spatiaux des corps du Système Solaire se traduit entre autre par des échanges de masse, de quantité de mouvement et d'énergie, et témoigne d'une grande variabilité spatio-temporelle. Cette interaction est différente suivant que ces corps possèdent ou non un champ magnétique et/ou une atmosphère. On distingue ainsi quatre types d'interactions :

	avec atmosphère	sans atmosphère
avec champ magnétique	Terre, Jupiter, Saturne, Uranus, Neptune	Mercure (Ganymède)
sans champ magnétique	Mars, Vénus, comètes (Titan)	Lune, astéroïdes <sup>1</sup>

Dans le cas de la Lune et des astéroïdes, ni le champ magnétique interplanétaire, ni le plasma du vent solaire ne s'accumule en amont de l'obstacle ; le sol lunaire absorbe le plasma et le champ magnétique diffuse dans l'intérieur lunaire, peu conducteur. En aval par contre, une cavité vide de plasma se forme. Dans le cas de Mars, de Vénus et des comètes, le vent solaire agit directement avec l'atmosphère planétaire, l'ionisant et l'entraînant par échappement dans l'écoulement. Le champ magnétique interplanétaire s'accumule en amont du corps. Les autres types d'interactions possibles, faisant intervenir des corps pourvus d'un champ magnétique, sont ceux qui nous intéressent tout particulièrement par la suite. Le résultat de ce type d'interaction particulier consiste en la formation d'une magnétosphère. Nous nous focaliserons surtout par la suite sur les magnétosphères de la Terre, Jupiter et Saturne, planètes pourvues, en plus d'un champ magnétique, d'une atmosphère.

#### 1.3.1 Définition

La magnétosphère est la cavité issue de l'interaction du vent solaire et du champ magnétique planétaire, qui constitue un obstacle à la propagation du vent solaire. Toutes les planètes du système solaire possédant un champ magnétique ont donc une magnétosphère, à savoir Mercure, la Terre, Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune (Ganymède, satellite de Jupiter, possède également une magnétosphère, issue de l'interaction non pas du vent solaire mais du plasma magnétosphérique jovien avec son champ magnétique propre).

Toute magnétosphère est structurée en différentes régions et composée de plasmas de différentes caractéristiques et origines. Le couplage entre les différentes régions, notamment à leur interface où les échanges sont très importants, est à l'origine de la dynamique de la magnétosphère.

<sup>1</sup>Il n'est pas impossible que certains astéroïdes possèdent un champ magnétique (par exemple Gaspra, *Kivelson et al.* [1995])

### 1.3.2 Morphologie

La configuration de toute magnétosphère se décompose en les régions distinctes suivantes :

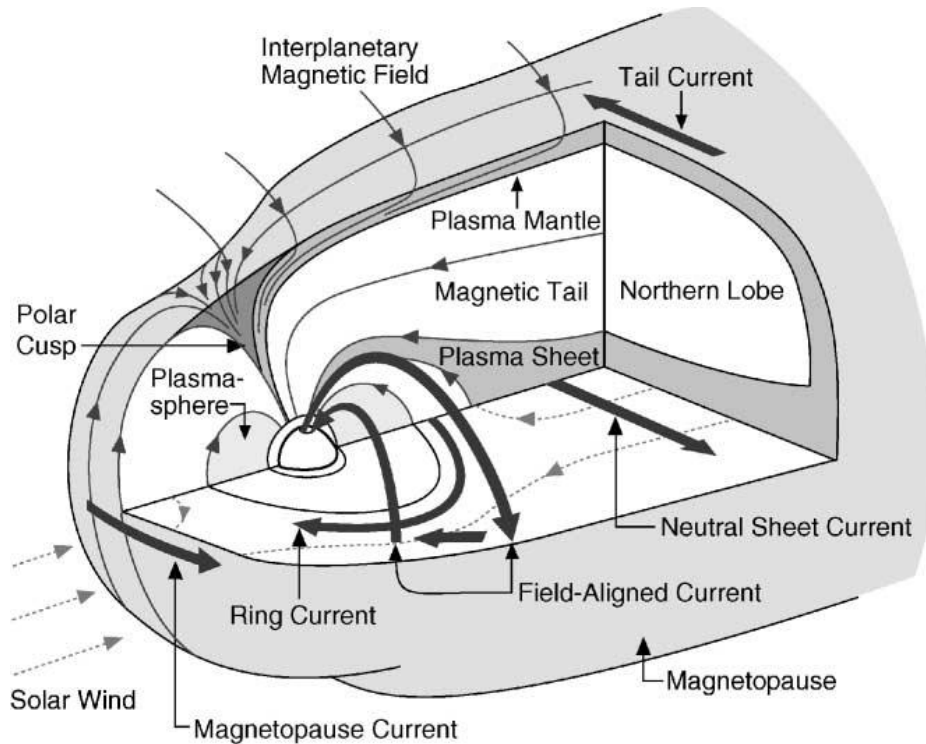


FIG. 1.2 – Principales régions et systèmes de courants présents dans une magnétosphère. De Russell [2001]. D'après Kivelson et Russell [1996].

**Le choc (bow shock)** Puisque le vent solaire (**solar wind**) est supersonique, un choc détaché se forme lors de son interaction avec le champ magnétique planétaire, en amont de la planète. En amont du choc, une région contenant des particules énergétiques et des ondes associés au choc lui-même peut apparaître, le **pré-choc (foreshock)**. La géométrie d'un choc est déterminée par l'angle entre la normale au choc et le champ magnétique en amont du choc, en particulier, on parle de choc quasi-parallèle (respectivement quasi-perpendiculaire) lorsque cet angle est nul (respectivement droit).

**La magnétogaine (magnetosheath)** En aval de l'onde de choc, le plasma du vent solaire préalablement décéléré et chauffé au niveau du choc est ensuite ré-accélééré et contourne la magnétosphère dans cette région très turbulente.

**La magnétopause (magnetopause)** C'est la frontière entre les champs magnétiques planétaire et interplanétaire (**interplanetary magnetic field**). Historiquement, une telle frontière a été proposée par *Chapman et Ferraro*, dès 1940. Sa position est déterminée par l'équilibre entre la pression (essentiellement dynamique) du vent solaire et la pression (magnétique et plasma) à l'intérieur de la magnétosphère. La magnétopause constitue une surface de discontinuité tangentielle du champ magnétique, relativement étanche au plasma du vent solaire.

**Les cornets polaires (polar cusps)** Connectés à l'ionosphère de haute latitude, ils sont le lieu d'entrée de particules issues du vent solaire. L'intensité du champ magnétique y est pratiquement nulle.

**Le manteau de plasma (plasma mantle)** En aval des cornets polaires, proche de la magnétopause, cette région est constituée de plasma de la magnétogaine qui diffuse à travers la magnétopause. Cette région est de plus partiellement connectée aux lignes de champ interplanétaire.

**La plasmasphère (plasmasphere)** C'est une région composée de plasma entraîné par la rotation planétaire. Le plasma y est très dense et de faible énergie.

**Les ceintures de radiation (radiation belts)** Ce sont des régions où s'accumulent des particules chargées très énergétiques et piégées par le champ magnétique planétaire. Ces particules énergétiques peuvent pénétrer profondément dans les matériaux et être la cause de dégâts importants sur les satellites et leurs instruments, ou encore les spatonautes.

**La queue magnétosphérique (magnetic tail)** En conséquence de leur interaction avec le vent solaire, les lignes de champ magnétique planétaire s'étirent radialement et forment une région très étendue en aval de la planète.

**Le feuillet de plasma (plasma sheet)** C'est une région située au centre de la queue magnétique et constituée de lignes de champ magnétique fermées, qui piègent le plasma provenant du vent solaire, de la plasmasphère ou de l'ionosphère. Il peut être instable (lorsque le plasma s'accumule) et le siège de phénomènes de reconnection, à l'origine des 'sous-orages magnétiques' dans le cas terrestre.

**Les lobes magnétiques (magnetic lobes)** Ce sont des régions dépeuplées de particules et dominées par la pression magnétique, situées de part et d'autre du feuillet de plasma.

**L'ionosphère (ionosphere)** Pour les corps pourvus d'une atmosphère, l'ionisation des gaz de la haute atmosphère par différentes sources d'ionisation (rayonnement électromagnétique, précipitation de particules chargées) produit une région composée de particules ionisées (ions et électrons libres), l'ionosphère, qui se couple avec la magnétosphère. Elle n'est cependant pas considérée comme une région de la magnétosphère, mais comme une région à part entière, au même titre que l'atmosphère.

Une magnétosphère planétaire s'organise en temps local (LT), à partir du point subsolaire (12h00 LT) qui se trouve à l'intersection de la magnétopause et de la ligne planète-Soleil. Cette organisation en temps local définit :

- **Le côté jour (dayside)**, qui correspond aux régions de la magnétosphère connectées aux régions de la surface planétaire illuminées par le Soleil. Ce côté correspond au secteur local 06h00-18h00 LT.
- **Le côté nuit (nightside)**, qui correspond aux régions de la magnétosphère connectées aux régions de la surface planétaire plongées dans l'obscurité. Ce côté correspond au secteur 18h00-06h00 LT.
- **Le secteur aube (dawn)**, qui correspond à 06h00 LT, demi-plan perpendiculaire à la ligne planète-Soleil et passant par le centre planétaire. Le plasma de la

plasmasphère traverse ce demi-plan lorsqu'il passe du côté nuit au côté jour de la magnétosphère.

- **Le secteur crépuscule (dusk)**, qui correspond à 18h00 LT, second demi-plan défini à partir du plan perpendiculaire à la ligne planète-Soleil et passant par le centre planétaire. Le plasma de la plasmasphère traverse ce demi-plan lorsqu'il passe du côté jour au côté nuit de la magnétosphère.

Des courants électriques circulent aux interfaces entre les différentes régions, en circuit fermé. Notre intention n'est pas de décrire tous les différents courants observés, mais d'en donner quelques-uns nécessaires par la suite :

**Les courants de magnétopause (magnetopause currents)**, qui circulent sur la magnétopause, en raison directions opposées des champs magnétiques de part et d'autre de cette frontière.

**Les courants annulaires (ring currents)**, qui proviennent des différences de vitesses dans les mouvements de dérive des ions et des électrons piégés par le champ magnétique planétaire.

**Les courants de Birkeland (field-aligned currents)**, courants alignés, qui circulent le long des lignes de champ magnétique et qui connectent la magnétosphère avec l'ionosphère.



### 1.3.3 Similitudes

Les magnétosphères des planètes possèdent des caractéristiques communes, mais également de grandes différences. Leur étude comparative est alors d'autant plus intéressante qu'elle permet de valider certaines approches théoriques avec des conditions observationnelles différentes et de contraindre d'autres approches.

Chaque magnétosphère constitue un laboratoire de physique unique. Cependant, de nombreux éléments communs à toutes les magnétosphères du Système Solaire sont observés, tels que :

- les émissions aurorales, dues à l'interaction de particules chargées accélérées le long des lignes de champ magnétique avec les neutres de l'atmosphère planétaire.

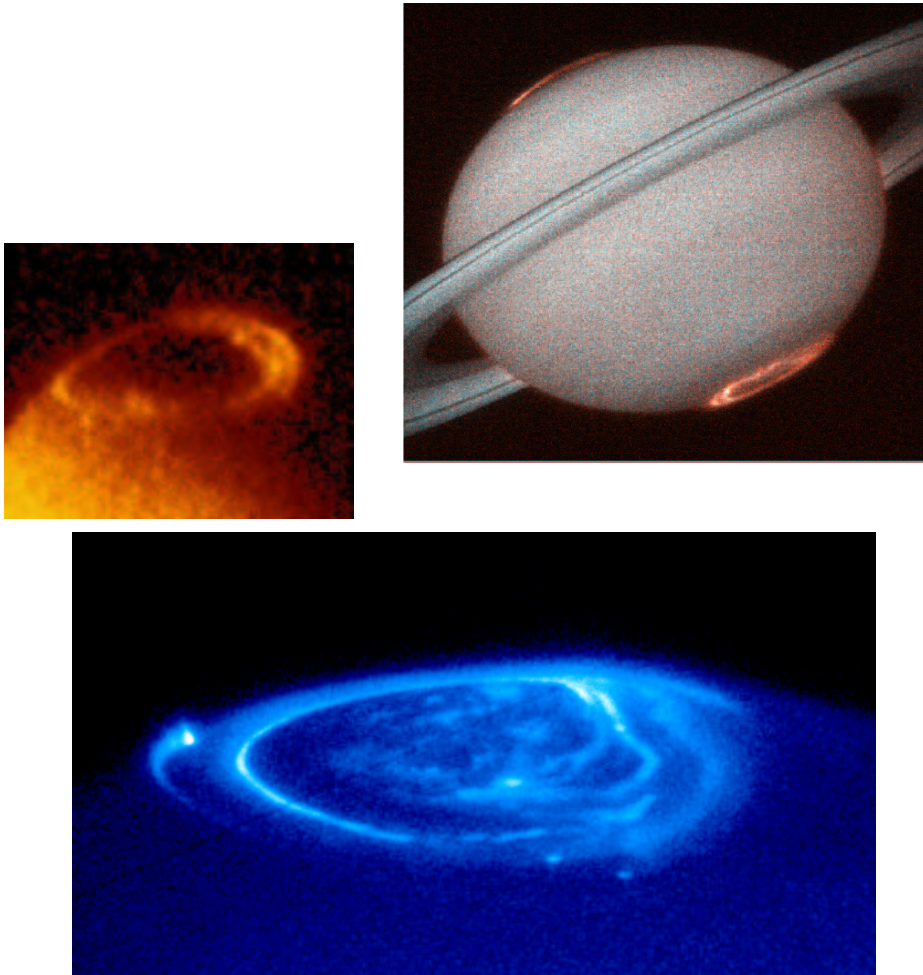


FIG. 1.3 – Émissions aurorales dans l'ultraviolet. En haut à gauche : cas terrestre (mission Polar), en haut à droite : cas de Saturne (HST) et en bas : cas de Jupiter (HST). Crédits photographiques : NASA/JPL/University of Iowa et Space Telescope Science Institute.

- la présence de particules chargées piégées par le champ magnétique planétaire, telles les particules très énergétiques rencontrées dans les ceintures de radiation.
- la présence de plasma de plus faible énergie, dans les feuillets de plasma.

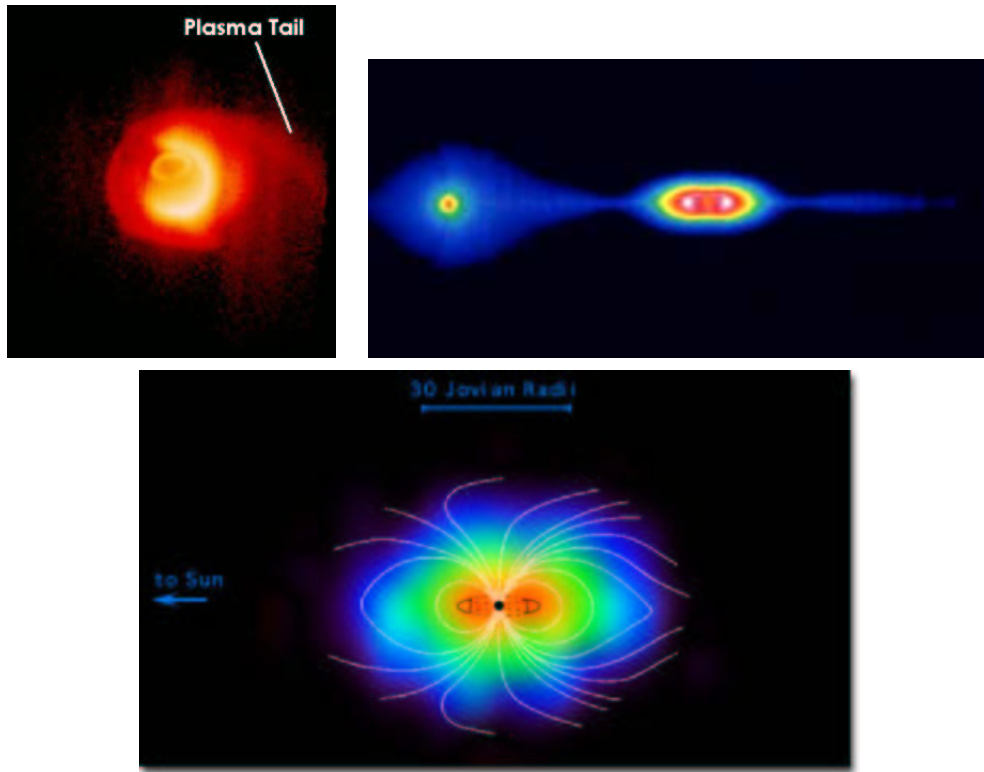


FIG. 1.4 – Technique d'imagerie neutre magnétosphérique. En haut à gauche : plasmasphère terrestre (mission Image, *Burch et al.* [2001]). En haut à droite : magnétosphère de Saturne (au centre) et tore de gaz neutre de Titan (*Dandouras et al.* [1999]). En bas : magnétosphère interne de Jupiter (mission Cassini, *Krimigis et al.* [2002]).

- le large spectre d'émissions radio, produites par les interactions entre les différentes régions de la magnétosphère et témoins des processus microphysiques à l'oeuvre dans les plasmas magnétosphériques.

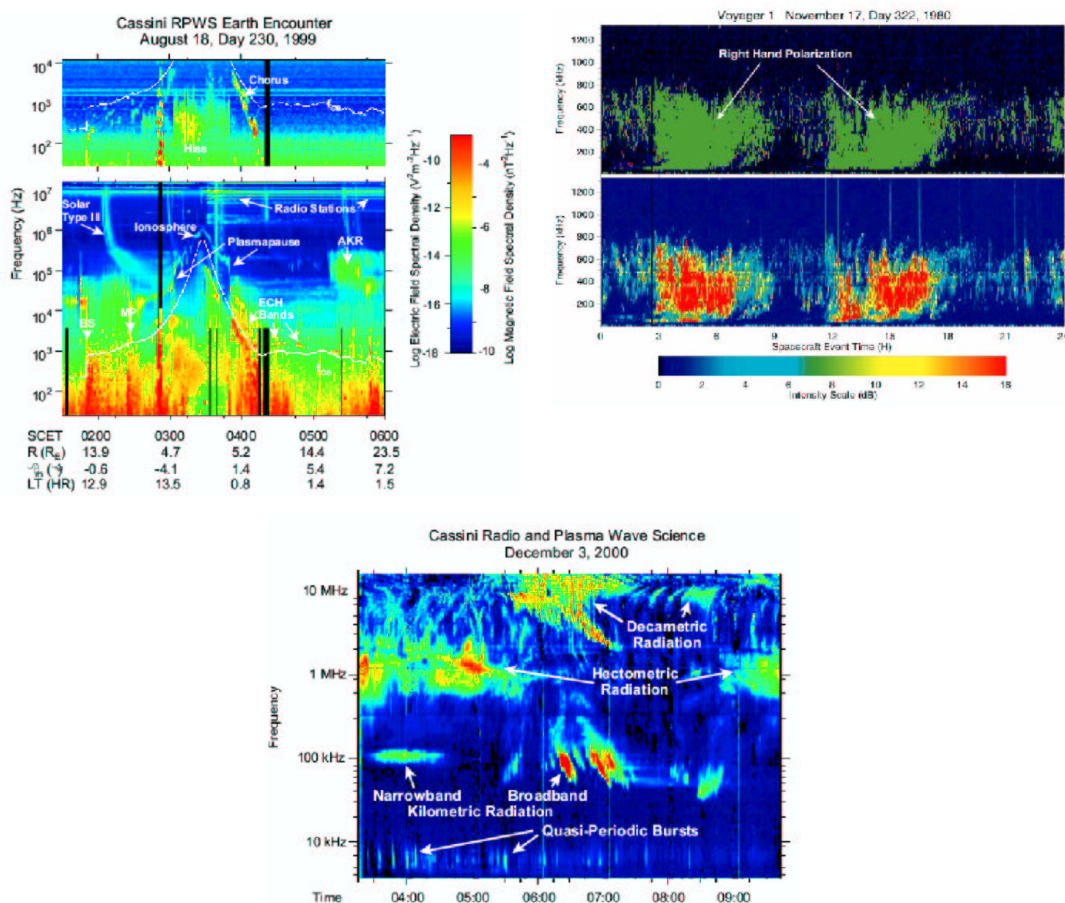


FIG. 1.5 – Diagrammes temps-fréquence des émissions radio. En haut à gauche : cas terrestre (Cassini, instrument RPWS). En haut à droite : cas de Jupiter (Cassini, instrument RPWS). En bas : cas de Saturne (Voyager, instrument PWS).

- la présence d'ondes, de chocs, de processus d'accélération et d'énergétisation du plasma.

### 1.3.4 Différences

Les différences entre les magnétosphères justifient néanmoins l'attention toute particulière qui doit être portée à chacune d'entre elle et enrichissent également la complexité de notre Système Solaire. Ces différences proviennent entre autres des facteurs suivants :

- La pression dynamique du vent solaire qui change en fonction de la distance au Soleil. Elle est approximativement inversement proportionnel au carré de cette distance, et ne vaut plus que 4 % (1 %) de sa valeur près de la Terre au niveau de Jupiter (Saturne). Or plus cette pression dynamique est faible, plus la magnétosphère est étendue.
- Les angles entre l'axe magnétique, l'axe de rotation planétaire et le plan ecliptique.
- L'orientation du champ magnétique interplanétaire au niveau des orbites planétaires, qui influence les propriétés de la magnétogaine et de l'onde de choc.
- Le moment magnétique des planètes. Plus il est grand et plus la magnétosphère est étendue.
- Les sources de plasma présentes à l'intérieur de la magnétosphère : ionosphères, satellites naturels, anneaux, tores de gaz neutres, qui s'ajoute à la source extérieur que constitue le vent solaire. Dans le cas de la Terre, le plasma magnétosphérique est d'origine solaire ou ionosphérique. Dans le cas des planètes géantes, les sources sont plus variées et plus nombreuses, principalement d'origine interne à la magnétosphère. La pression des particules ainsi créée s'ajoute à la pression magnétique planétaire pour contrebalancer la pression dynamique du vent solaire, ce qui étend la magnétosphère du côté jour.
- L'influence du vent solaire et de la rotation planétaire sur la dynamique des magnétosphères planétaires : phénomènes de reconnection magnétique contrôlée par le champ magnétique interplanétaire dans le cas terrestre, magnétosphères essentiellement en corotation dans le cas des planètes géantes, qui sont des rotateurs rapides comme les pulsars.
- Le caractère multiphasique de certains environnements spatiaux : présence de tores de gaz neutre, d'anneaux, de surfaces solides des satellites naturels. Le plasma résultant des interactions continues entre ces différentes composantes dans le cas des magnétosphères des planètes géantes, dont les environnements constituent des mini systèmes solaires, en reflète la complexité.

	Mercure	Terre	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune
densité du plasma ( $\text{cm}^{-3}$ )	1	1-4000	> 3000	100	3	2
sources principales de plasma	H <sup>+</sup> VS	O <sup>+</sup> , H <sup>+</sup> ionosphère	O <sup>n+</sup> , S <sup>n+</sup> Io	O <sup>+</sup> , H <sub>2</sub> O <sup>+</sup> , H <sup>+</sup> Dione, Téthys	H <sup>+</sup> nuage H	N <sup>+</sup> , H <sup>+</sup> Triton
sources secondaires de plasma	Na <sup>+</sup> surface	H <sup>+</sup> VS	H <sup>+</sup> ionosphère	N <sup>+</sup> , H <sup>+</sup> Titan	H <sup>+</sup> VS	H <sup>+</sup> VS
distance subsolaire	3.5 R <sub>m</sub>	7-15 R <sub>e</sub>	45-130 R <sub>j</sub>	18-25 R <sub>s</sub>	27 R <sub>u</sub>	26 R <sub>n</sub>

TAB. 1.4 – Propriétés des sources de plasma des magnétosphères du Système Solaire. VS signifie vent solaire. Distance entre le point subsolaire et le centre de la planète en rayon planétaire, calculée à partir de l'équilibre entre la pression (magnétique et plasma) à l'intérieur de la magnétosphère planétaire et la pression dynamique du vent solaire.

	Terre	Jupiter	Saturne
VS, ionosphère	0.2 kg s <sup>-1</sup>	Io	1245 kg s <sup>-1</sup>
			Rhéea 0.12 kg s <sup>-1</sup>
			Dione 0.49 kg s <sup>-1</sup>
			Titan 1.70 kg s <sup>-1</sup>

TAB. 1.5 – Taux de production des sources principales de plasma des magnétosphères terrestre, jovienne et saturnienne. VS signifie vent solaire. Sources : *Hill et Dessler* [1991], *Cravens* [1997] et *Eviatar et Richardson* [1986].

## 1.4 Corotation-convection

Les régions composées de plasma magnétosphérique et décrites auparavant ne sont pas indépendantes et communiquent entre elles grâce à une circulation à grande échelle. Cette circulation peut être induite et modulée par des processus d'origine externe ou interne à la magnétosphère. L'énergie nécessaire à la mise en place de cette circulation provient soit du vent solaire, soit de la rapide rotation planétaire. La circulation du plasma s'organise alors différemment suivant le processus à l'oeuvre.

### 1.4.1 Circulation induite par le vent solaire

La circulation induite par le vent solaire fait appel au modèle de magnétosphère ouverte de *Dungey* [1961], et met en oeuvre des phénomènes de reconnection magnétique à la magnétopause. La nappe de courants qui sépare le milieu interplanétaire et la magnétosphère (courants de magnétopause) peut être déstabilisée par des gradients de champ magnétique et permettre localement la reconnection des champs magnétiques interplanétaire et planétaire. Cette reconnection est influencée, entre autre, par la direction du champ magnétique interplanétaire. Ce mécanisme est plus efficace lorsque les champs de part et d'autre de la magnétopause ont des directions opposées.

Les lignes de champ présentes dans l'environnement magnétosphérique sont classées en trois catégories :

- Les lignes de champ planétaires fermées, c'est-à-dire connectées à leurs deux extrémités à la planète; les pieds de ces lignes de champ sont situés dans les régions de basse latitude au niveau de l'atmosphère planétaire.
- Les lignes de champ interplanétaires, ouvertes aux deux extrémités; ces lignes contournent simplement la magnétosphère.
- Les lignes de champ mixtes, avec une extrémité connectée à la planète et l'autre se prolongeant dans le vent solaire; les pieds de ces lignes sont situés dans les régions de haute latitude au niveau de l'atmosphère planétaire.

Les lignes de champ mixtes permettent le transfert d'impulsion, de masse et d'énergie du vent solaire vers la magnétosphère, comme illustré simplement sur la figure 1.6.

Du côté jour, une ligne de champ interplanétaire (ligne 0\* sur la figure, à gauche) se reconnecte avec une ligne de champ planétaire (ligne 0). La ligne de champ résultante (ligne 1), liée à l'écoulement du vent solaire à une extrémité, est emportée vers le côté nuit de la magnétosphère, dans la direction antisolaire (lignes 2, 3, 4, 5). Elle se reconnecte ensuite dans la queue magnétosphérique (ligne 6), donnant naissance à une ligne de champ planétaire fermée (ligne 7) et à une autre ligne de champ interplanétaire (lignes 7\*). La conservation du flux magnétique implique alors que le plasma piégé sur la ligne de champ planétaire 7 se dirige vers le côté jour de la magnétosphère, tandis que le plasma piégé sur la ligne 7\* est transporté dans le sens de l'écoulement du vent solaire. On voit ainsi que deux sites de reconnection existent, l'un situé à la frontière magnétosphérique côté jour et l'autre dans la queue lointaine. Ces deux sites, dénommés points neutres en X du fait de la topologie du champ magnétique en leur voisinage, définissent ainsi une ligne (un segment) neutre.

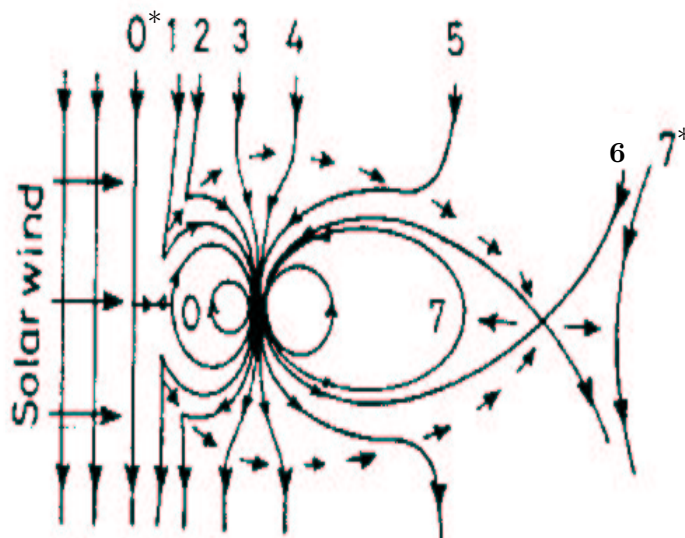


FIG. 1.6 – Circulation du plasma dans la magnétosphère induite par le vent solaire. Topologie des différentes lignes de champ planétaire et interplanétaire (*Glassmeier* [2001]).

Dans l'ionosphère, couplée électromagnétiquement à la magnétosphère, la circulation du plasma s'organise en deux grands vortex. Le plasma situé dans les régions de haute latitude (qui correspondent aux lignes de champ mixtes) circule vers le côté nuit, tandis que le plasma des régions de plus basse latitude (qui correspondent aux lignes de champ fermées) circule vers le côté jour, comme illustré sur la figure 1.7.

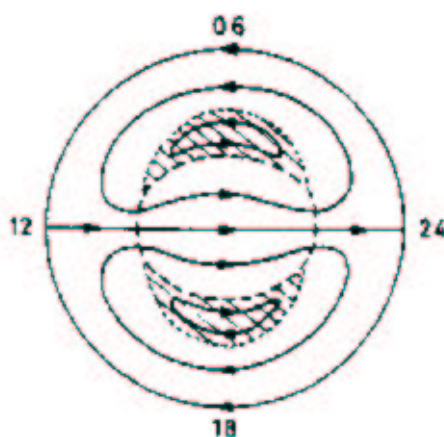


FIG. 1.7 – Circulation du plasma dans l'ionosphère planétaire due à la circulation magnétosphérique induite par le vent solaire, en vue polaire magnétique. La circulation est dirigée du côté jour vers le côté nuit dans les régions de haute latitude, et inversement dans celles de plus basse latitude. D'après *Glassmeier* [2001].

La circulation du plasma magnétosphérique induite par le vent solaire, la convection magnétosphérique, est le processus dominant à l'oeuvre dans les magnétosphères de la Terre et de Mercure, au-delà de leur plasmasphère.

### 1.4.2 Circulation induite par la rotation planétaire

La circulation induite par la rotation planétaire est due à la force d'entraînement de l'atmosphère neutre de la planète sur les pieds ionosphériques des lignes de champ, qui est ensuite transmise par la tension magnétique jusqu'à la magnétosphère.

La planète transmet sa rotation aux lignes de champ et au plasma en plusieurs étapes, faisant intervenir le couplage entre l'atmosphère, l'ionosphère et la magnétosphère. La rotation planétaire est transmise à l'atmosphère neutre par viscosité. Ensuite les particules neutres de l'atmosphère présentes dans l'ionosphère, conductrice, transfèrent leur moment angulaire aux ions via des collisions. Les collisions exercent une force de friction sur les ions, cette force de friction crée un courant de dérive qui est à l'origine de l'apparition d'un champ électrique dirigé vers le pôle et d'une dérive électrique des ions dans le sens du mouvement des neutres. Les ions sont accélérés jusqu'à la vitesse de corotation. Le champ électrique de corotation créé dans l'ionosphère est transmis le long des lignes de champ jusqu'à la magnétosphère, forçant les lignes de champ magnétique ainsi que le plasma qui leur est attaché à la corotation.

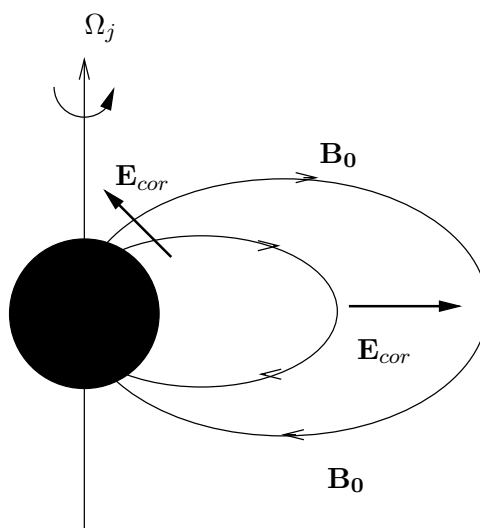


FIG. 1.8 – Champs électriques de corotation dans l'ionosphère et dans la magnétosphère en rotation.

Ce couplage atmosphère/ionosphère/magnétosphère est primordial et présenté ici de manière simplifiée (*Pontius [1995], Huang et Hill [1989]*). Cette circulation domine dans la plasmasphère et dans la majorité des régions magnétosphériques de Jupiter et de Saturne. Dans ce cas précis, on parle de magnétosphères en corotation.

Le cas des magnétosphères de Neptune et d'Uranus est plus ambigu, et dépend de l'alignement de leur axe magnétique et de rotation avec la direction du vent solaire.

### 1.4.3 Comparaison entre les deux types de circulation

On se propose d'illustrer ici l'influence respective des deux systèmes de circulation, induite par le vent solaire et par la rotation planétaire, en estimant les différentes vitesses acquises par le plasma à travers chacun de ces systèmes.



La vitesse de convection induite par le vent solaire (VS) peut être approximée en utilisant la conservation du flux de matière et le gel des lignes de champ dans le plasma (elles subissent la même compression que le plasma, en tout cas dans la géométrie considérée ici), par :

$$v_{convection} \simeq \frac{\rho_{VS}}{\rho_{MP}} v_{VS} \simeq \frac{B_{VS}}{B_{MP}} v_{VS}. \quad (1.1)$$

Le rapport  $B_{VS}/B_{MP}$  entre les intensités du champ magnétique interplanétaire et du champ magnétique juste à l'intérieur de la magnétosphère côté jour vaut environ 1/5 pour la Terre, Jupiter et Saturne. On obtient donc pour chaque planète :

$$\begin{aligned} v_{convection} &\simeq 0.2 v_{VS} \\ v_{convection} &\simeq 80 \text{ km s}^{-1}. \end{aligned}$$

La vitesse de corotation du plasma s'écrit quant à elle en fonction du taux de rotation planétaire,  $\Omega_P$ , et de la distance à la planète,  $r$  :

$$v_{corotation} = \Omega_P r.$$

On obtient juste à l'intérieur de la magnétosphère côté jour les vitesses de corotation suivantes :

- $v_{corotation} \simeq 5 \text{ km s}^{-1}$  dans le cas de la Terre ( $r = 11 R_e$ );
- $v_{corotation} \simeq 750 \text{ km s}^{-1}$  dans le cas de Jupiter ( $r = 60 R_j$ );
- $v_{corotation} \simeq 20 \text{ km s}^{-1}$  dans le cas de Saturne ( $r = 18.5 R_s$ ).

La comparaison des différentes vitesses obtenues montre que même avec une efficacité de 10 % la vitesse de convection induite par le vent solaire est supérieure à celle induite par la rotation planétaire dans le cas terrestre. Dans le cas de Jupiter, c'est clairement la rotation planétaire qui domine, tandis que le cas de Saturne est intermédiaire.

Hormis dans les régions situées dans la queue magnétosphérique distante, on note que l'influence de la rotation planétaire sur la circulation magnétosphérique est à priori largement dominante dans la magnétosphère de Jupiter (*Brice et Ioannidis* [1970]). L'influence du vent solaire peut néanmoins s'étendre jusqu'à l'intérieur de la magnétosphère moyenne<sup>2</sup> de Jupiter sous certaines conditions (*Khurana* [2001]).

Si l'on tient compte de l'efficacité de la pénétration du vent solaire à l'intérieur de la magnétosphère de Saturne, on constate que la circulation du plasma dans cette dernière est plutôt dominée par la rotation planétaire.

Dans le cas de la Terre, une représentation de la superposition des deux systèmes de circulation est donnée par la figure 2.8.

---

<sup>2</sup>Voir chapitre 2.4.1

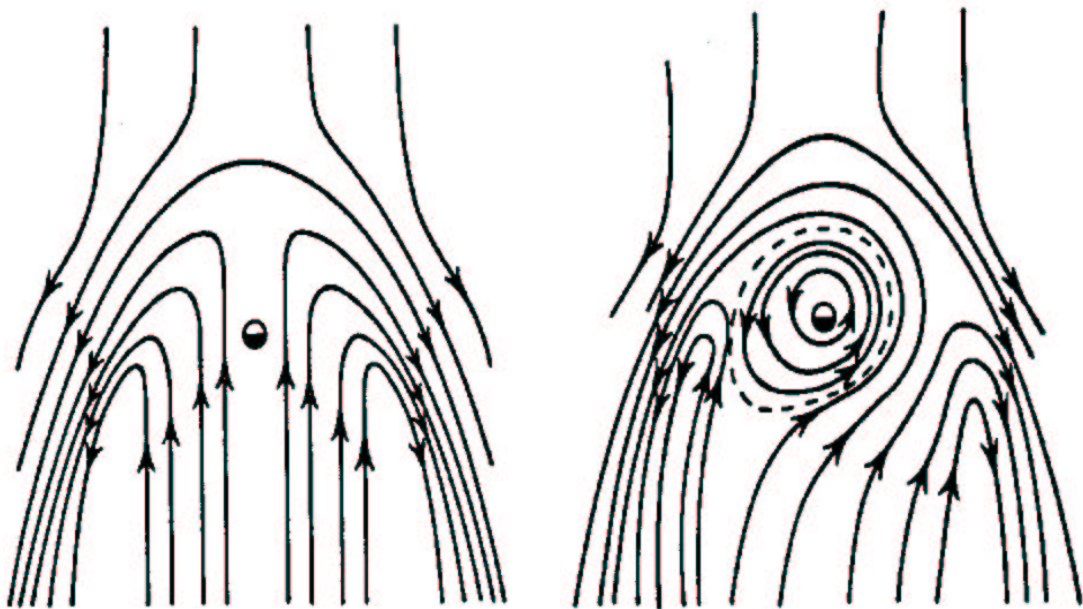


FIG. 1.9 – A gauche : lignes de courant du plasma résultantes de la circulation induite par le vent solaire. A droite : lignes de courant du plasma résultantes de la superposition des circulation induites par le vent solaire et par la rotation planétaire. D'après *Glassmeier* [2001]. Voir également *Lyons et Williams* [1984].



## Chapitre 2

# La magnétosphère de Jupiter

### 2.1 Jupiter : la planète

Jupiter est la planète la plus grande ( $R_j = 71\,492$  km voir tableau 1.1) et la plus massive ( $M_j = 1.9 \cdot 10^{27}$  kg) du Système Solaire.

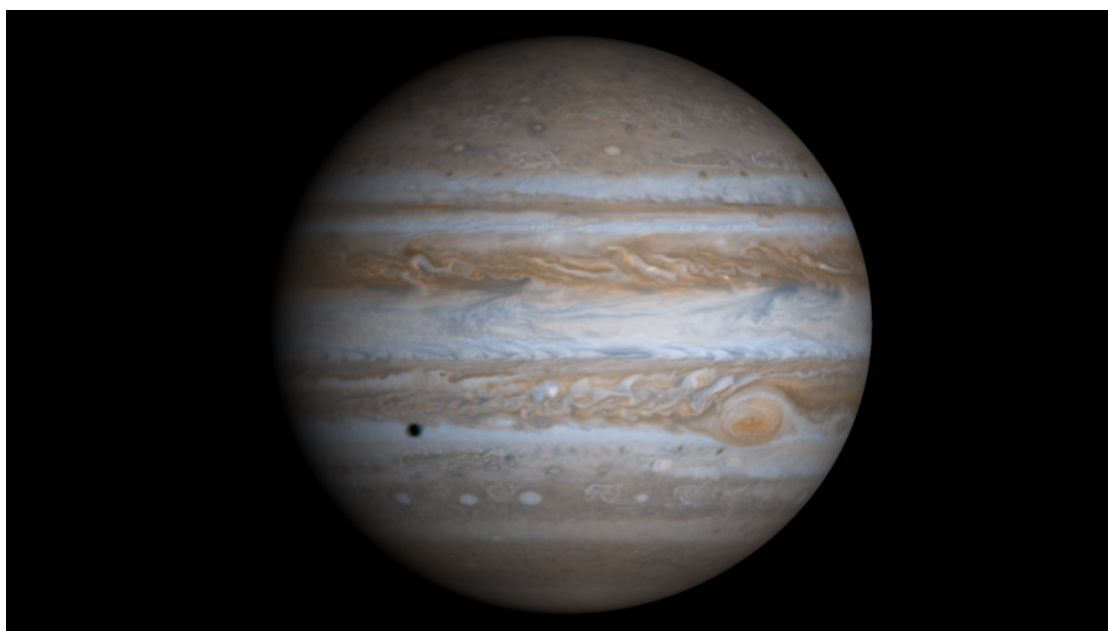


FIG. 2.1 – La planète Jupiter, telle qu’observée par la sonde Cassini le 7 décembre 2000. Crédits photographiques : NASA/JPL/University of Arizona, NASA planetary photojournal.

Jupiter possède une épaisse atmosphère, essentiellement constituée d’hydrogène et d’hélium, avec de petites quantités de méthane, d’ammoniaque et de vapeur d’eau. Cette atmosphère est extrêmement dynamique. Les couches nuageuses qui la composent semblent former des bandes multicolores parallèles à l’équateur de la planète. Les nuages ont des vitesses qui dépassent très souvent la vitesse imposée par la rotation différentielle de la planète et de gigantesques tempêtes se développent régulièrement dans les couches atmosphériques.

## 2.2 L'environnement spatial de Jupiter

La description de cet environnement est basée sur une approche multiphasique, des phases solides aux phases plasma, en passant par les phases gazeuses. Cette description débute par les régions les plus proches de la planète et se termine par les plus lointaines. La magnétosphère jovienne se caractérise par le rôle dominant et fondamental que joue le satellite Io dans sa dynamique. L'intense interaction entre la planète, Jupiter, et son satellite, Io, est unique dans notre Système Solaire.

### 2.2.1 Le champ magnétique jovien

Le champ magnétique de Jupiter peut être décrit par un dipôle magnétique dont l'axe est incliné d'environ 11 degrés par rapport à l'axe de rotation planétaire, et dont le centre est décalé d'un dixième de rayon jovien par rapport au centre de la planète et perpendiculairement à l'axe de rotation. Il est néanmoins très perturbé à grande distance par les systèmes de courants qui circulent dans la magnétosphère et perd son caractère dipolaire. Le pôle nord magnétique jovien se trouve dans l'hémisphère nord de Jupiter, à l'inverse du cas terrestre.

### 2.2.2 Les anneaux

Jupiter possède un système annulaire en son plan équatorial, révélé par la sonde Voyager 1 en 1979. Les anneaux de poussières de Jupiter sont peu visibles car très fins. Ils sont constitués de plusieurs divisions :

- le halo (de 1.4 à 1.71  $R_j$ ) est de forme toroïdale, due à l'action des forces électromagnétiques sur des poussières faiblement chargées qui y orbitent.
- l'anneau principal (de 1.71 à 1.81  $R_j$ ) est relativement brillant et de faible épaisseur.
- les anneaux secondaires (de 1.81 à 3.15  $R_j$ ) sont également de faible épaisseur.

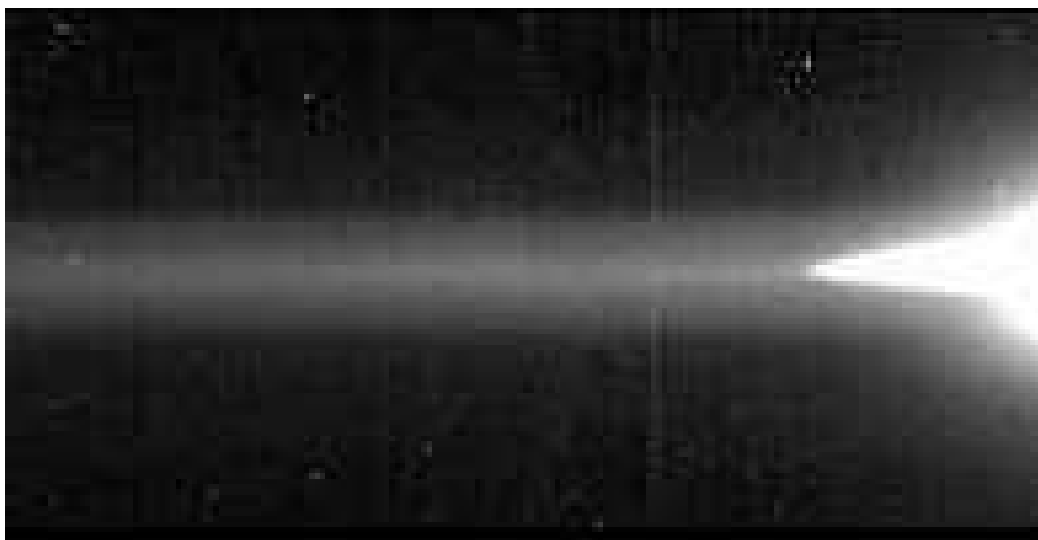
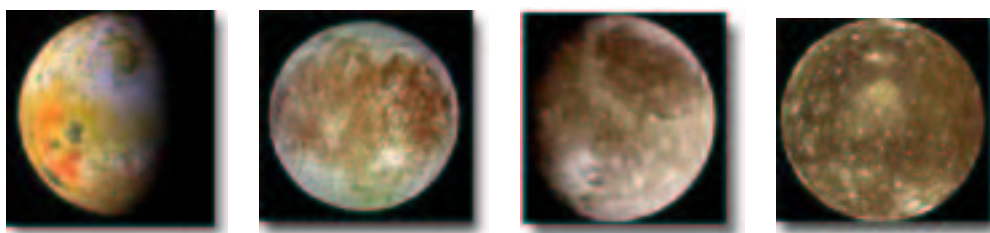


FIG. 2.2 – Système annulaire (Halo, anneau principal et anneaux secondaires) de Jupiter tel qu'observé par l'orbiteur Galileo le 9 novembre 1996. Crédits photographiques : NASA/JPL/Cornell University, NASA planetary photojournal.

La taille des particules qui composent les anneaux n'excède pas quelques centimètres de diamètre, cette dernière étant généralement inférieure pour la plupart à quelques microns. Les systèmes annulaires des planètes de notre Système Solaire (la mission Voyager 2 a mis en évidence de tels systèmes autour de toutes les planètes géantes) proviennent en général du bombardement météoritique de petits satellites naturels de ces planètes. Les débris de ces collisions orbitent autour des planètes et s'organisent en structures plus localisées, sous l'action entre autre de la pression de radiation solaire et de l'attraction gravitationnelle de petits satellites (dénomés satellites bergers) présents dans le voisinage de ces débris.

### 2.2.3 Les satellites galiléens

Jupiter possède 61 satellites (au 28 mai 2003), la plupart étant des corps de faible diamètre ( $< 200$  km). Les quatre satellites majeurs de Jupiter, qui constituent la famille des satellites galiléens, du nom de celui qui les a identifié le premier, sont en orbite autour de la planète, et situés en permanence à l'intérieur de sa magnétosphère. L'étude comparative de ces satellites, tout particulièrement du point de vue de leur histoire et de leur évolution respectives, ainsi que de leurs interactions avec l'environnement de Jupiter, en font des sujets scientifiques privilégiés en planétologie.



	<b>Io</b>	<b>Europe</b>	<b>Ganymède</b>	<b>Callisto</b>
Rayon (km)	1821	1565	2634	2403
Demi gd axe ( $R_j$ )	5.91	9.4	14.99	26.37
Excentricité	0.004	0.009	0.002	0.007
Période (jours)	1.769	3.551	7.155	16.689
Inclinaison ( $^\circ$ )	0.04	0.47	0.21	0.51

TAB. 2.1 – Quelques caractéristiques orbitales des satellites galiléens. Rayon moyen du satellite, demi grand axe, excentricité, période de révolution et inclinaison par rapport à l'équateur planétaire de Jupiter. Références : Cox [2000] et crédits photographiques : NASA/JPL/DLR, NASA planetary photojournal.

Les satellites galiléens possèdent des caractéristiques propres, qui rendent leur étude individuelle également intéressante :

- Io est soumis à de forts effets de marée de la part de Jupiter et de Europe. Il est un des corps les plus actifs du point de vue volcanique du Système Solaire.
- Europe est très intrigante du point de vue de sa surface, très fracturée. Sa surface est riche en glace d'eau. La présence possible d'un océan liquide en profondeur en fait un

candidat privilégié en tant que site de vie extraterrestre et une mission d'observation de ce satellite est à l'étude.

- Ganymède est le plus gros satellite du Système Solaire. Il est également le seul satellite (pour l'instant) où un champ magnétique propre a été détecté. Il possède ainsi une magnétosphère, en interaction avec le plasma magnétosphérique jovien.
- Callisto est un des corps les plus cratérisés du Système Solaire. Sa surface est très ancienne.

## 2.2.4 Les tores de gaz neutre et de plasma

### *Le tore de Io*

La découverte observationnelle d'un tore de sodium atomique autour de Io par *Brown et Chaffee* en 1974, puis les mesures des sondes Pioneer et Voyager ont montré que le plasma présent au voisinage des satellites galiléens bombardait les surfaces et les atmosphères de ces satellites, éjectant des particules neutres, qui en retour pouvaient être ionisées, déterminant ainsi la nature du plasma. L'étude interdisciplinaire des surfaces géologiques et du plasma magnétosphérique prenait alors tout son sens (*Johnson* [1990]).



FIG. 2.3 – Nuage d'atomes de sodium observé au voisinage de Io par la sonde Galileo (Solid-State Imaging). Crédit photographique : NASA/JPL <http://www.jpl.nasa.gov/galileo/>.

Les particules neutres éjectées par Io vont rester gravitationnellement liées au satellite. Si leur énergie n'est pas suffisante pour s'affranchir de son attraction, une atmosphère étendue se forme alors autour de Io. Sinon, ces particules donnent naissance à un tore de gaz neutre autour de Jupiter. Ces particules neutres, espèces dérivées en majorité du soufre et de l'oxygène ( $\text{SO}_2$ ), proviennent essentiellement de l'intense activité volcanique de Io et du bombardement de sa surface par les photons solaires ou par le plasma magnétosphérique. Cet atmosphère de dioxyde de soufre  $\text{SO}_2$  a été observée dans l'infrarouge par Voyager et dans l'ultraviolet par le télescope spatial Hubble (*McGrath et al.* [2000]) ou encore par Cassini (voir figure 2.4). Récemment, la présence des espèces  $\text{SO}_2$ ,  $\text{SO}$  et  $\text{H}_2\text{S}$  a été déduite des instabilités cyclotronique ioniques observées par les magnétomètres de Galileo lors de survols du satellite (*Russell et Kivelson* [2001]), autre illustration de la connection entre l'étude des atmosphères et celle des magnétosphères avancée dans l'introduction.

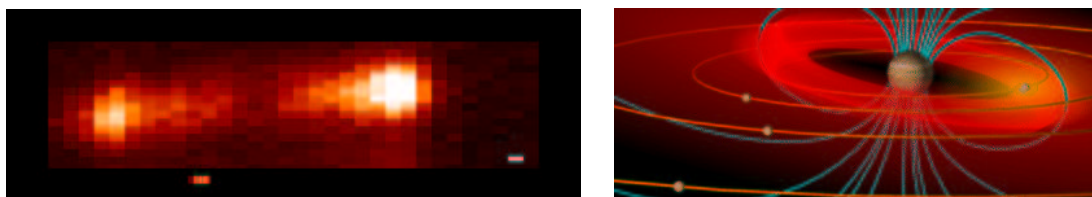


FIG. 2.4 – A gauche : tore de Io observé en ultraviolet par l'instrument UVIS de Cassini. Crédits photographiques : LASP, University of Colorado. A droite : tore de plasma de Io dans la magnétosphère de Jupiter, vue d'artiste par John Spencer, Lowell Observatory.

Les espèces neutres créées vont devenir sources de plasma magnétosphérique<sup>1</sup>. Les particules chargées produites à partir des particules neutres ont un mouvement de gyration autour des lignes de champ magnétique et sont entraînées en rotation autour de Jupiter par le champ électrique de corotation. Leurs vitesses deviennent alors supérieures à la vitesse képlérienne des particules neutres. Ces particules chargées constituent un plasma qui forme un tore, le tore de plasma de Io, révélé par Voyager (*Bridge et al.* [1979]). Les densités observées sont très élevées (*Bagenal et al.* [1994]) et la structure radiale du tore est complexe. Cet environnement est décrit plus en détail dans la partie II, au chapitre 8.

En régime stationnaire, le plasma s'accumule localement dans le tore, avant de disparaître au travers de mécanismes variés. Parmi les mécanismes de pertes possibles du plasma, le transport radial sera détaillé dans le chapitre suivant. Il apparaît nécessaire pour comprendre la durée de vie et la stabilité du tore. Un autre mécanisme de perte est brièvement décrit ici, en relation avec le premier chapitre de cette partie (figure 1.4). Le plasma créé peut se neutraliser (par échange de charge ou recombinaison), transmettant sa vitesse de co-rotation à la particule neutre résultante. Si cette vitesse est supérieure à la vitesse d'échappement de l'attraction gravitationnelle de Jupiter, cet atome énergétiquement neutre (ENA) quitte le système magnétosphérique et peuple le milieu interstellaire s'il n'est pas ré-ionisé avant de traverser la magnétopause. Sinon, il reste en orbite, redistribué à l'intérieur du système, à une position différente de celle où il a été créé. *Crary et al.* [2000] ont estimé que sur la base d'une tonne par seconde de plasma créé au voisinage de Io (*Dessler* [1980], *Hill et al.* [1983]), 200 à 700 kilos le sont près de Io et 100 à 350 dans un nuage de neutre plus étendu, en partie à cause de cette redistribution des neutres.

#### *Au voisinage de Europe*

Récemment a été mise en évidence la présence d'une importante et insoupçonnée population de particules neutres provenant du satellite Europe, en orbite autour de Jupiter. La technique d'imagerie neutre à bord Cassini (caméra INCA) a permis d'estimer le flux d'atomes neutres énergétiques (ENAs d'énergies comprises entre 50 et 80 keV) provenant de la magnétosphère de Jupiter lors du survol de la planète en décembre 2000 - janvier 2001. L'analyse de ces données a indiqué deux régions d'origine de ces particules dominantes : l'atmosphère de Jupiter et le voisinage de Europe (*Mauk et al.* [2002]).

*Lagg et al.* [2003] avait supposé la présence d'un tel tore de gaz neutre au voisinage de Europe à l'aide des données particules énergétiques de Galileo (instrument EPD). Ils estiment la densité de gaz neutre à  $20\text{-}50\text{ cm}^{-3}$ , sur une échelle de hauteur et sur une étendue radiale de  $3 R_j$ . Le contenu total de ce tore de neutres est presque équivalent à celui du

<sup>1</sup>Voir *Skinner et Durrance* [1986], *Lagg et al.* [1998], *Smyth et Marconi* [2000].



tore de neutres de Io. Un tore de plasma avait déjà été mis en évidence par le passé au voisinage de Europe (*Intriligator et Miller* [1982]), vraisemblablement associé à ce tore de gaz neutre. Les conséquences qu'amène la découverte de ce tore de gaz neutre au voisinage d'Europe sur la redistribution du plasma telle que décrite au chapitre 4 ne sont pas encore prises en compte.

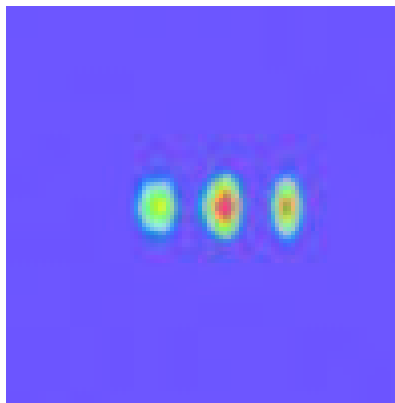


FIG. 2.5 – ENAs, d'énergie 50-80 keV, dans la magnétosphère de Jupiter (*Mauk et al.* [2002]). La tâche centrale est centrée sur Jupiter, les deux autres vers  $9.5 R_j$ .

## 2.3 Magnétosphères en rotation rapide

Quelques principes de base des magnétosphères en rotation rapide et contenant des sources de plasma internes sont présentés dans un premier temps. Ces principes sont communs aux magnétosphères de Jupiter et de Saturne. Ils sont décrits plus en détail dans *Ferrière* [2001]. Les illustrations ne concerneront que Jupiter dans cette partie.

### 2.3.1 Effets de la force centrifuge

Le plasma magnétosphérique en corotation<sup>2</sup> subit l'effet de la force centrifuge. La composante de cette force parallèle aux lignes de champ est dirigée vers l'équateur centrifuge, si bien qu'elle tend à confiner le plasma en un disque centré sur cet équateur. L'échelle de hauteur de ce disque peut être estimée à partir de l'équilibre des forces le long des lignes de champ. Dans le cas de Jupiter, le magnétodisque a une extension latitudinale de l'ordre de  $5 R_j$  (*Connerney et al.* [1981]).

Du fait de l'inclinaison entre les plans équatoriaux magnétique et centrifuge et le plan orbital de Jupiter, les satellites d'observation situés principalement dans le dernier plan ne traversent pas le magnétodisque en permanence, mais pendant des périodes de temps qui se répètent toutes les dix heures (période de rotation planétaire).

La composante de la force centrifuge perpendiculaire aux lignes de champ est à l'origine d'un courant de dérive azimuthal dans le disque de plasma. Ce courant de dérive annulaire entraîne une déformation radiale des lignes de champ magnétique (en vertu de la loi d'Ampère  $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$ ). Ainsi, la présence d'un plasma magnétosphérique soumis à la force centrifuge provoque une déformation de la structure dipolaire du champ magnétique.

<sup>2</sup>cf section 1.5.2

### 2.3.2 Écarts à la corotation

La production locale de plasma et le transport radial de ce dernier, abordé plus en détail au chapitre suivant, vont entraîner des écarts à la corotation stricte du plasma. Ce principe général est apparu pour la première fois dans l'article de *Hill* [1979], avant d'être mis en évidence à travers les observations, et se décrit très brièvement comme suit.

La force de Coriolis associée au mouvement des ions radialement vers l'extérieur ou les forces inertielles associées à l'assimilation des neutres ('pick-up' du plasma) créent un courant de dérive qui induit un champ électrique 'de freinage', opposé au champ électrique de corotation présenté au chapitre 1. La vitesse associée à ce champ induit est donc opposée à la vitesse de corotation et en conséquence le plasma devient sous-corotatif. Le champ électrique 'de freinage' est transmis à l'ionosphère via les lignes de champ magnétique. L'écart effectif à la corotation dépend de la conductivité de l'ionosphère (conductivité de Pedersen); il est d'autant plus faible que la conductivité ionosphérique est importante.

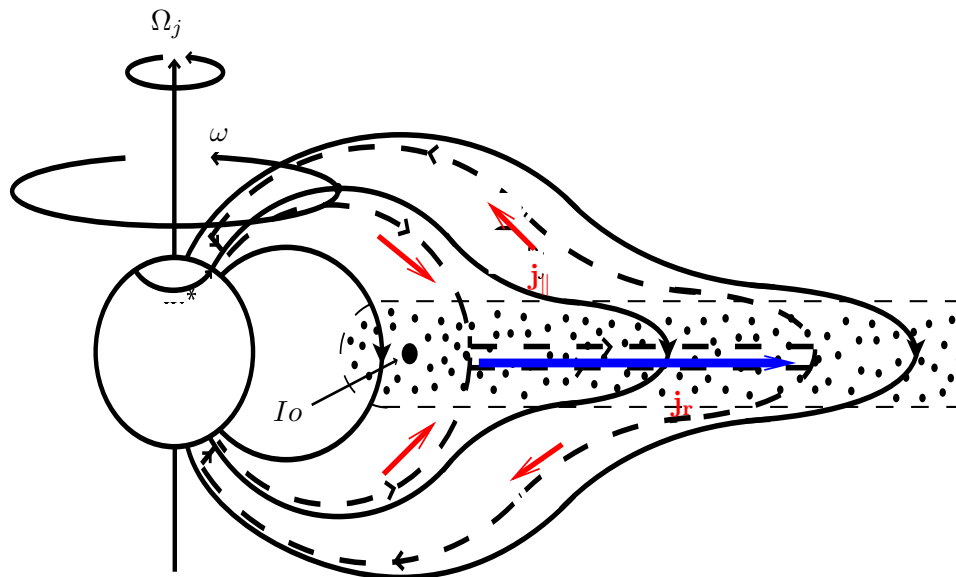


FIG. 2.6 – Coupe méridienne de la magnétosphère de Jupiter, montrant les lignes de champ magnétique (traits gras) étirées par les courants annulaires dans le disque de plasma provenant de Io (en pointillés). Le couplage entre l'atmosphère, l'ionosphère et la magnétosphère est représenté à travers différentes vitesses angulaires, respectivement  $\Omega_J$  et  $\omega$ . Le circuit électrique (tirets) est également représenté par les courants alignés (en rouge) et radial (en bleu), système qui se ferme dans l'ionosphère. Adapté de *Cowley et Bunce* [2001], figure 1.

Des écarts à la corotation importants (5-6 %) sont observés dans le tore de Io, du fait de l'importante production locale de plasma (*Pontius et Hill* [1982], *Brown* [1983]), et dans toute la magnétosphère de Jupiter du fait du transport radial (*Hill* [1980], *McNutt et al.* [1979], *Belcher et al.* [1980]).

La transmission de l'information entre l'ionosphère et la magnétosphère se fait grâce à des courants alignés, observés par Ulysse dans la magnétosphère de Jupiter autour de  $20 R_j$  (*Dougherty et al.* [1993]). Les observations aurorales nous renseignent également sur l'activité magnétosphérique jovienne. Les aurores de Jupiter, au demeurant très structurées, se composent entre autre d'un ovale auroral principal, qui est associé au couplage ionosphère/magnétosphère et aux régions où l'ionosphère n'est plus en mesure de maintenir la pleine corotation du plasma, entre  $15$  et  $30 R_j$  (*Cowley et Bunce* [2001], *Hill* [2001]). Certaines des émissions aurorales plus polaires également pourraient être associées à ce couplage, comme au-delà de  $100 R_j$  du côté crépuscule (*Kivelson et al.* [2002]).

Une des conséquences de la sous-corotation du plasma est la déformation des lignes de champ en dehors du plan méridien, qui se traduit par l'apparition d'une composante azimutale non-nulle du champ magnétique.

## 2.4 Equilibre et circulation du plasma magnétosphérique

### 2.4.1 Configuration de la magnétosphère

Une classification basée sur la morphologie du champ magnétique dans la magnétosphère de Jupiter permet de délimiter trois régions distinctes (*Smith [1992]*) :

**La magnétosphère interne**, qui comprend les régions jusqu'à  $10 R_j$ , où le champ est quasiment dipolaire. Io et Europe orbitent dans ces régions. La production du plasma jovien s'y concentre.

**La magnétosphère moyenne**, délimitée par les frontières du magnétodisque, qui s'étend jusqu'à  $70 R_j$  côté jour et  $100 R_j$  côté nuit, et où les lignes de champ sont très étirées radialement. La composante radiale du champ magnétique domine alors les régions de faible latitude, où le magnétodisque est présent. Dans les régions situées entre  $15-30 R_j$  associées à l'ovale auroral principal de Jupiter s'effectue la transition entre un champ magnétique quasi-dipolaire et un champ déformé par le magnétodisque.

**La magnétosphère externe**, zone tampon, très turbulente, entre la magnétopause et le magnétodisque côté jour. Les lignes de champ y sont de nouveau quasi-dipolaires. Côté nuit, cette région est très étendue et constitue la queue magnétique distante.

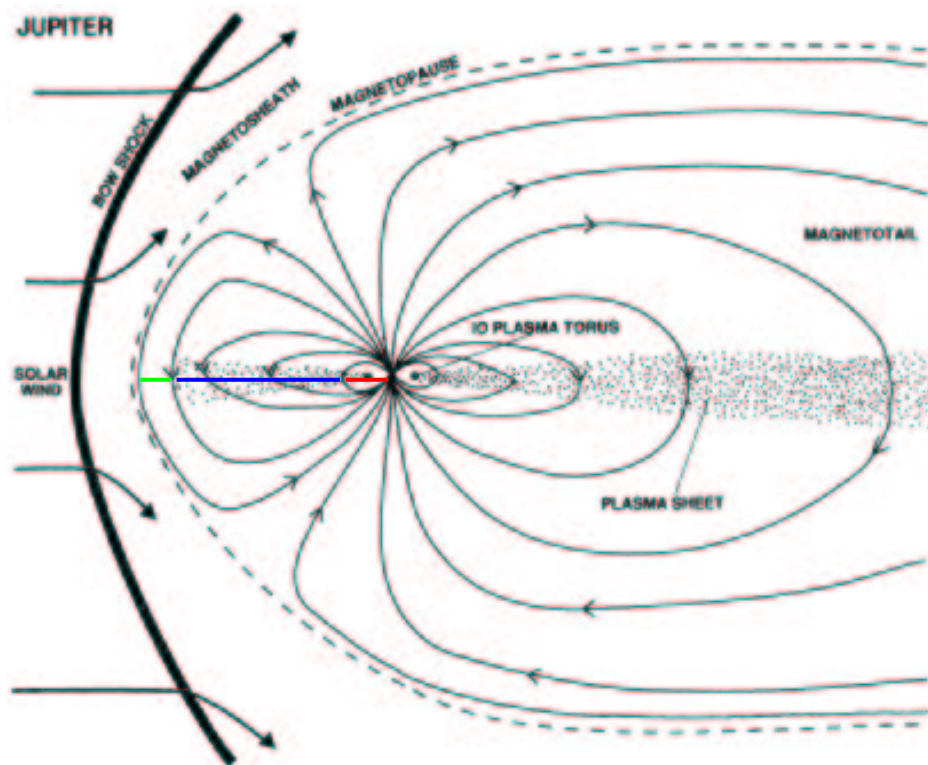


FIG. 2.7 – La magnétosphère de Jupiter, d'après *Bagenal [1992]*. On y voit le tore de plasma de Io (Io plasma torus), le magnétodisque (plasma sheet). L'extension radiale de la magnétosphère interne (moyenne, externe) côté jour est donnée en rouge (bleu, vert).

### 2.4.2 Circulation du plasma magnétosphérique

On se propose d'illustrer la dynamique de la magnétosphère de Jupiter par quelques exemples empruntés à la littérature. La plupart des résultats décrits ici proviennent des observations récentes de Galileo, dont la couverture du système jovien en donne une image de plus en plus cohérente.

*Krupp et al.* [2001] ont confirmé que la circulation du plasma magnétosphérique était dominée jusqu'à des grandes distances ( $> 50 R_j$ ) par la rotation planétaire. Une fois le plasma produit localement dans la magnétosphère interne de Jupiter, les tubes de flux chargés de plasma sont transportés radialement vers l'extérieur de la magnétosphère, de plus en plus rapidement (*Russell* [2000a,b]) à travers le magnétodisque (figure 2.8). Le magnétodisque devient de moins en moins stable au fur et à mesure que le plasma s'y déplace (*Russell* [1999a,b]) et d'importantes distorsions du champ magnétique y apparaissent (figure 2.8).

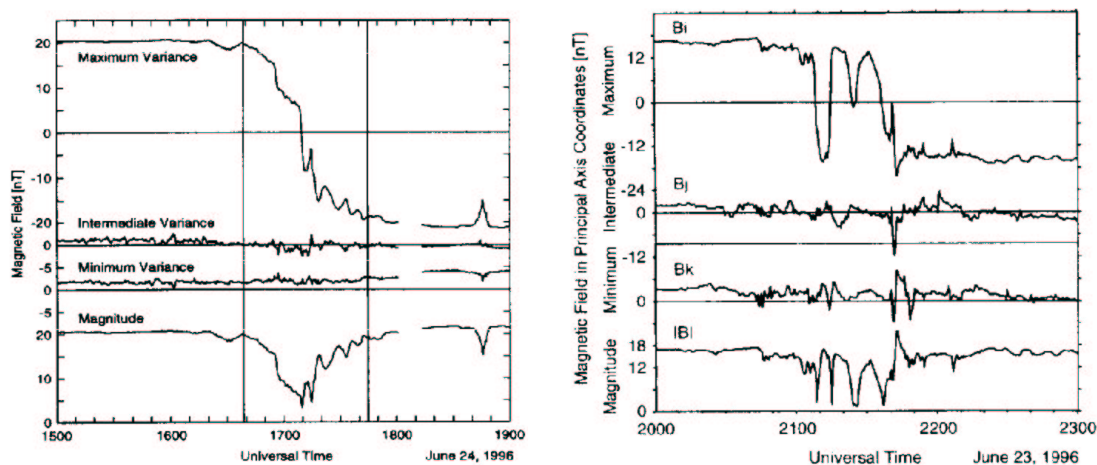


FIG. 2.8 – Fluctuations du champ magnétique mesuré par Galileo lors de passages dans le magnétodisque jovien. A gauche : à  $39.1 R_j$  et 07h17 en temps local. A droite : à  $46 R_j$  et 06h53 en temps local. D'après *Russell et al.* [2000c].

Cette configuration permet à des phénomènes de reconnection magnétique spontanée (*Nishida* [1983], *Russell* [1998] [2000c]) de se produire par intermittence à grande distance de la planète (figure 2.9).

La reconnection magnétique permet aux tubes de flux chargés de plasma de se vider de leur contenu, tout en restant connectés à la planète. Une fois vides, ils retournent vers cette dernière (*Russell et al.* [2000d]) jusque dans le tore de Io (figure 2.10). Associé à ce retour du flux magnétique vers l'intérieur du système, des îlots magnétiques chargés de plasma sont expulsés vers la queue magnétique distante, d'où le plasma jovien quitte la magnétosphère et enrichit le milieu interplanétaire.

Des jets radiaux de particules énergétiques ont ainsi été observés dans la magnétogaine à l'aide des données des particules énergétiques de Galileo (*Krupp et al.* [1998], *Woch et al.* [1999]), se répétant tous les 2.5 à 3 jours. Les données du plasma de plus faible énergie dans cette région sont en accord avec ces résultats (*Frank et al.* [2001]).

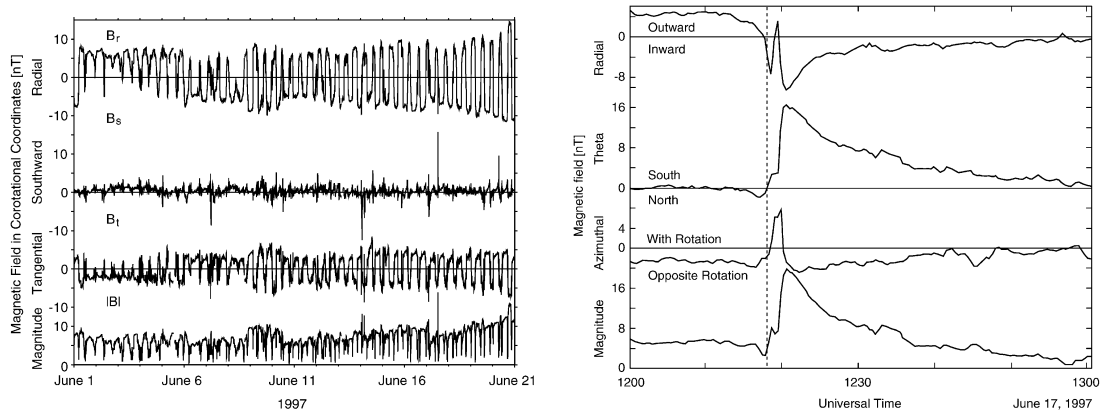


FIG. 2.9 – A gauche : composantes radiale, nord-sud et corotationnelle du champ magnétique jovien (dans un repère centré sur la planète) de  $100 R_j$  à  $60 R_j$  mesuré par Galileo lors de sa huitième orbite, de 01h16 à 03h24 en temps local. Les pics observés dans la composante nord-sud et l'intensité du champ correspondent à des phénomènes de reconnection spontanée (*Russell et al. [2000c]*). A droite : dans le même système de coordonnées, zoom sur un phénomène de reconnection magnétique apparaissant sur la figure de gauche (*Russell et al. [2000c]*).

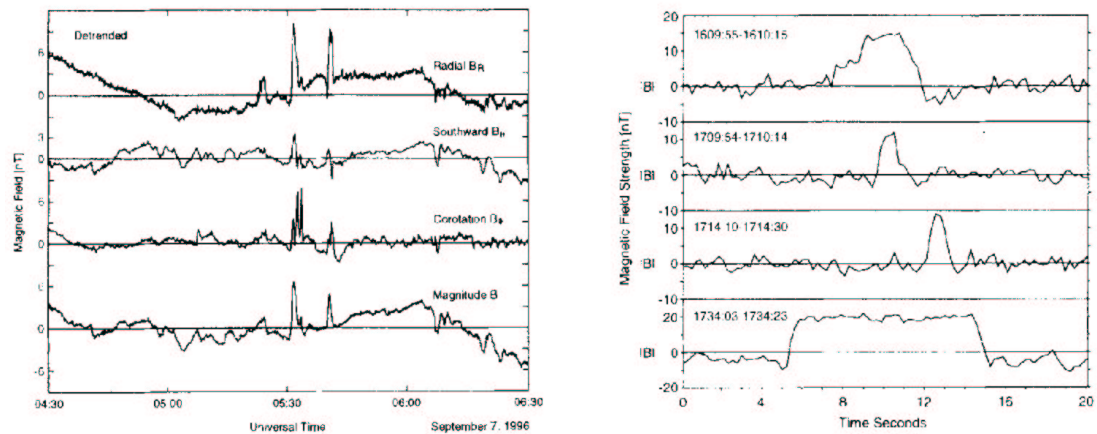


FIG. 2.10 – A gauche : fluctuations des composantes radiale, nord-sud et corotationnelle du champ magnétique jovien observé par Galileo lors de sa seconde orbite, à  $11.5 R_j$ . Vers 05h30 UT, les sauts du champ ont été interprétés comme des tubes de flux vides de plasma s'en retournant vers le tore de Io (*Russell et al. [2000b]*). A droite : fluctuations de l'intensité du champ magnétique observé lors de quatre passages différents de Galileo dans le tore de Io. Mêmes conclusions quant à la nature des sauts observés (*Russell et al. [2000b]*).

La transition entre l'observation de ces jets dirigés radialement vers l'intérieur ou vers l'extérieur de la magnétosphère permet de définir une ligne neutre dans le secteur nuit-aube (*Woch et al.* [2002]). Ces événements présentent quelques analogies avec les sous-orages magnétiques terrestres, hormis qu'ils semblent internes à la magnétosphère. Ils conduisent à une activité magnétosphérique à grande échelle.

*Louarn et al.* [1998, 2000, 2001] ont mis en relation ces jets radiaux de particules avec des 'événements énergétiques' affectant l'activité aurorale de la planète, le tore de plasma de Io et le magnétodisque jovien. Ils définissent ces événements par l'augmentation des émissions aurorales radio, l'apparition de nouvelles émissions dans le tore de Io (n-KOM) et des variations de la densité du magnétodisque observées à grande distance.

Ces événements initient une phase soudaine d'épaississement du magnétodisque sur une période de temps de quelques heures, puis un retour à la normale plus progressif. Ils semblent être associés au développement d'une instabilité et à l'évacuation sporadique de plasma des parties externes du tore de Io (vers  $10 R_j$ ) à travers le magnétodisque. Des injections de particules énergétiques se produisant entre 9 et  $27 R_j$  et décrits par *Mauk et al.* [1997, 1999] correspondent à ce même type de phénomène.

La circulation du plasma à grande échelle peut-être résumée par la figure 2.11.

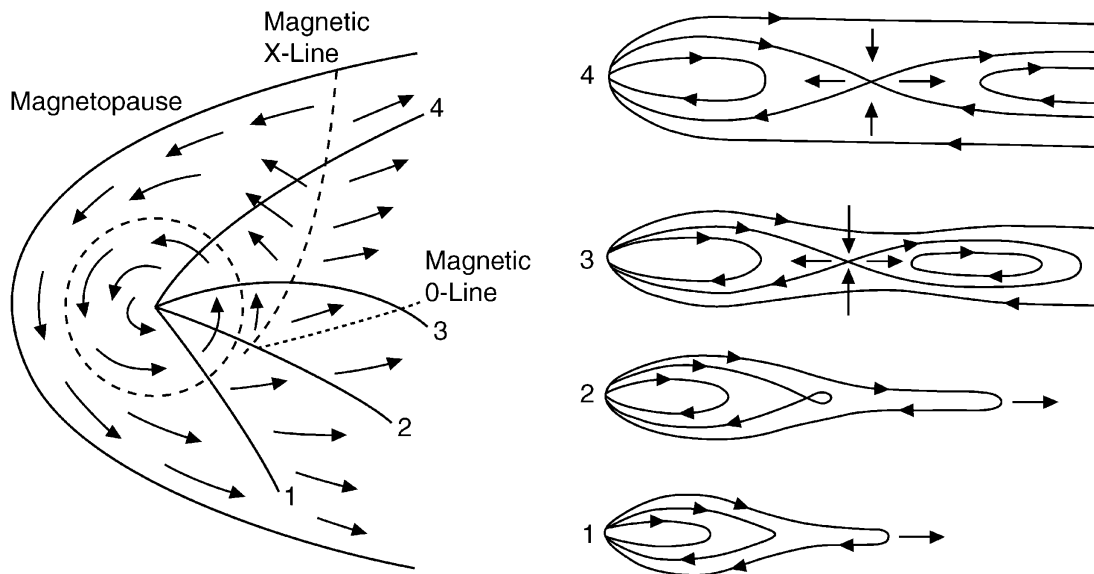


FIG. 2.11 – Circulation à grande échelle du plasma dans la magnétosphère de Jupiter et topologie magnétique des lignes de champ. D'après *Vasyliunas* [1983]. En 1, les lignes de champ magnétique sont de plus en plus étirées. En 2, le magnétodisque apparaît de moins en moins stable, permettant la reconnection magnétique des lignes de champ en 3. En 4, des tubes de flux vides retournent vers la magnétosphère interne, tandis que des îlots de plasma sont expulsés et perdus dans le milieu interplanétaire.

Pour finir, un livre décrivant l'état des connaissances du système jovien est en cours d'édition (communication privée *Fran Bagenal*, lors de la conférence Jupiter : Planet, Satellites and Magnetosphere, Boulder, 2001).

## Chapitre 3

# La magnétosphère de Saturne

### 3.1 Saturne : la planète

Saturne est la seconde planète du Système Solaire en termes de taille ( $R_s = 60268 \text{ km}$ ) et de masse ( $M_s = 5.7 \cdot 10^{26} \text{ kg}$ ).

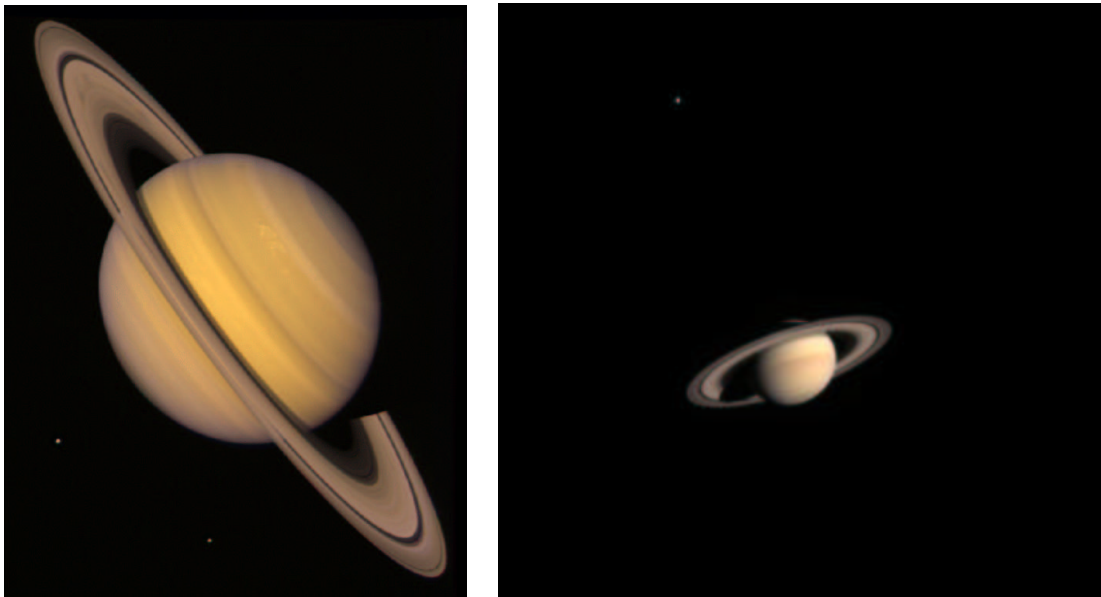


FIG. 3.1 – Saturne telle qu’observée par la sonde Voyager 1 le 18 octobre 1980 (à gauche, distance : 34 millions de km) et le 21 octobre 2002 en compagnie de Titan par la sonde Cassini (à droite, distance : 285 millions de km). Crédits photographiques : NASA/JPL et NASA/JPL/Southwest Research Institute, NASA planetary photojournal.

Saturne possède une épaisse atmosphère d’hydrogène et d’hélium majoritairement, avec de petites quantités d’azote et de méthane. Cette atmosphère est organisée autour d’un système de bandes longitudinales nuageuses, moins marqué que celui de Jupiter cependant. Cette atmosphère est également très dynamique, la présence des vents les plus violents du Système Solaire ( $> 1000 \text{ km h}^{-1}$  à l’équateur) en étant la caractéristique la plus marquante.



### 3.2 L'environnement spatial de Saturne

Alors que l'environnement spatial et la dynamique de la magnétosphère de Jupiter sont surtout marqués par le rôle incontournable qu'y joue Io, la situation est beaucoup plus contrastée dans le cas de Saturne. Son caractère multiphasique est poussé à l'extrême et la dominance des espèces neutres lui confère un statut unique dans le Système Solaire. L'environnement spatial de Saturne est l'un des plus complexes et des plus intéressants à étudier du Système Solaire.

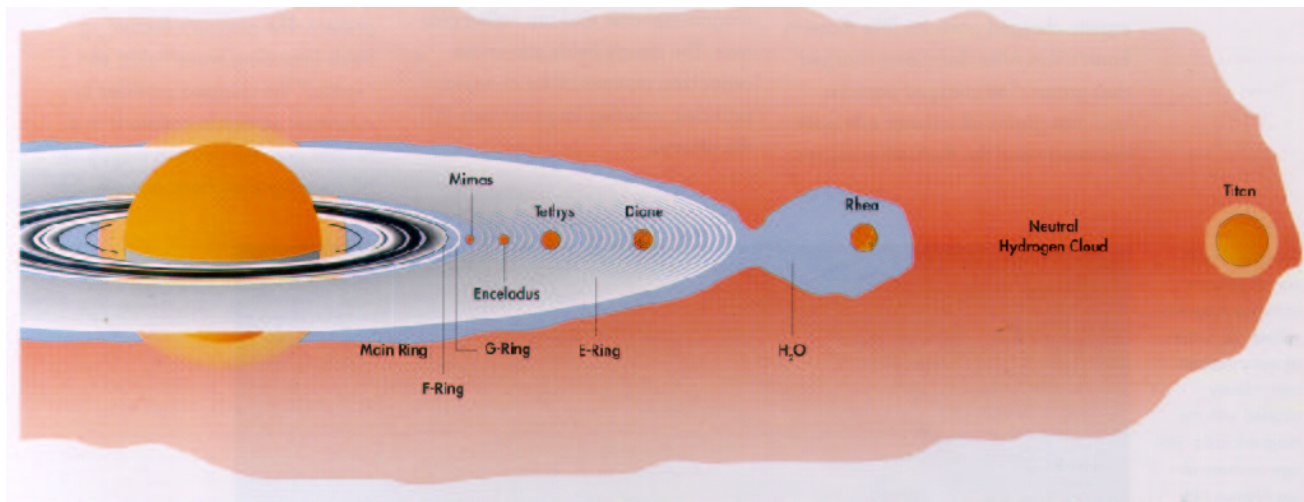


FIG. 3.2 – Environnement spatial de Saturne et ses différentes composantes. D'après *Spilker* [2000].

Les régions proches de la planète, comprises entre 1 et 15  $R_s$ , sont celles où se trouvent les anneaux et les satellites de glace (phase solide), qui contribuent de façons directe et indirecte à la présence de tores de gaz neutre et de plasma. Au delà de 15  $R_s$  orbitent Titan et son énorme tore d'hydrogène.

La limite de 15  $R_s$  est suggérée par la présence de discontinuités dans les observations réalisées par les instruments des sondes Voyager 1 et 2 (*Sittler et al.* [1983]). Par la suite, il sera fait référence à cette limite pour désigner les régions de la magnétosphère interne et celles de la magnétosphère externe de Saturne.

Beaucoup d'inconnues sur le système de Saturne existent encore à l'heure actuelle. L'arrivée de la sonde Cassini dans quelques mois (voir partie III) devrait permettre de pallier à cet état de fait et pourrait bouleverser certaines de nos connaissances. En attendant, un bref inventaire de l'environnement spatial de Saturne est dressé ci-après.

### 3.2.1 Le champ magnétique saturnien

Le champ magnétique de Saturne peut être décrit par un dipôle magnétique dont l'axe de rotation coïncide avec l'axe de rotation planétaire, et dont le centre est décalé vers le nord de  $0.04 R_s$ . L'alignement de ces deux axes pose quelques problèmes quant aux théories de dynamo planétaire actuelles (*Stevenson* [1983]). L'observation d'une composante azimutale du champ magnétique par les sondes spatiales ayant visité Saturne (*Espinosa et al.* [2003a]) révèle l'existence d'une possible anomalie magnétique près de l'équateur planétaire (*Espinosa et al.* [2003b]). Le pôle nord magnétique de Saturne se trouve comme dans le cas de Jupiter dans l'hémisphère nord de la planète.

### 3.2.2 Les anneaux

Le système annulaire de Saturne est le plus complexe et le plus structuré système annulaire des planètes géantes; c'est aussi de loin le plus beau.

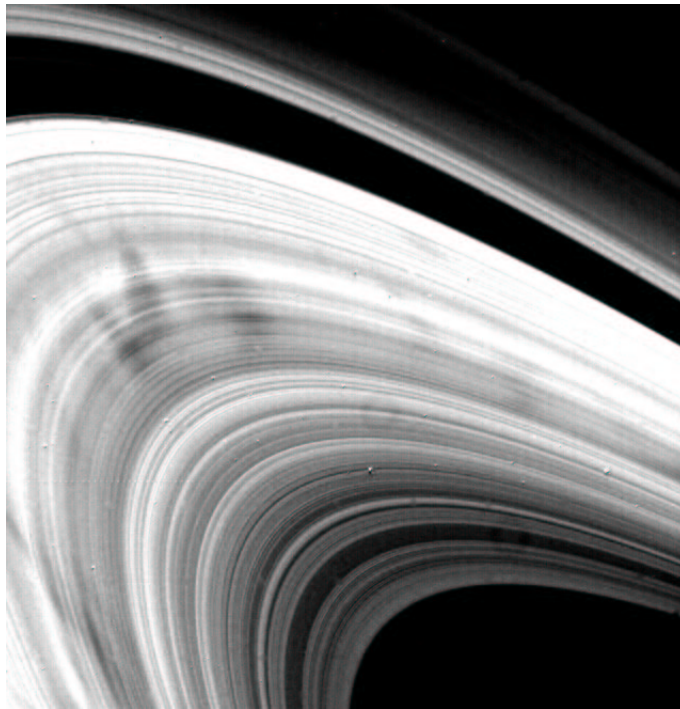


FIG. 3.3 – Système annulaire de Saturne tel qu'observé par la sonde Voyager 2, le 22 août 1981. Crédits photographiques : NASA/JPL, NASA planetary photojournal.

Les observations depuis le sol terrestre ou issues des missions Pioneer et Voyager ont révélé les nombreuses divisions radiales du système, dont voici résumées les positions respectives :

- l'anneau D : autour de  $1.11 R_s$
- l'anneau C : autour de  $1.239 R_s$
- la division de Maxwell
- l'anneau B : de  $1.53$  à  $1.95 R_s$
- la division de Cassini
- l'anneau A : de  $2.03$  à  $2.27 R_s$ , avec la division de Encke autour de  $2.22 R_s$
- l'anneau F : autour de  $2.33 R_s$

- l’anneau G : autour de  $2.82 R_s$
- l’anneau E : de 3 à  $8 R_s$ .

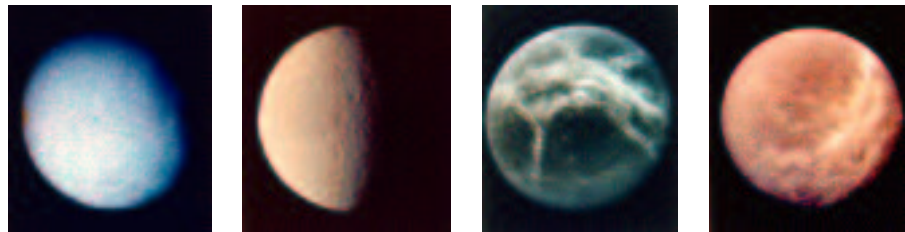
Les anneaux sont composés de poussières et roches de glace, dont la taille varie du micron à quelques mètres de diamètre. Bien que très étendu radialement, le système d’anneaux de Saturne est épais à peine d’une centaine de mètres. De nombreux petits satellites (une dizaine de kilomètres de diamètre) orbitent dans le système. L’origine de l’anneau E pourrait être le satellite Encelade.

### 3.2.3 Les principaux satellites

Saturne possède 31 satellites. Parmi ces satellites, les satellites de glace qui orbitent à l’intérieur de la magnétosphère et Titan, avec son atmosphère (principalement d’azote) plus dense que celle de la Terre, nous intéressent particulièrement.

#### *Les satellites de glace*

Ces satellites orbitent dans la magnétosphère interne de Saturne. Leur surface est essentiellement composée de glace, d’où leur appellation.



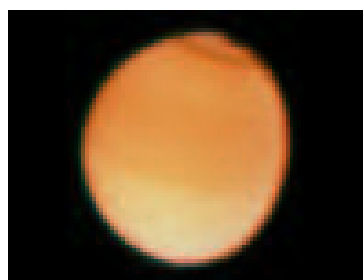
	Encelade	Téthys	Dione	Rhéa
Rayon (km)	249	529	560	764
Demi grand axe ( $R_s$ )	3.9	4.9	6.3	8.8
Excentricité	0.005	0.000	0.002	0.001
Période (h)	1.370	1.888	2.737	4.518
Inclinaison (°)	0.0	1.86	0.02	0.35

TAB. 3.1 – Quelques caractéristiques orbitales des principaux satellites de glace de Saturne. Voir tableau 2.1. Référence : Cox [2000] et crédits photographiques : NASA/JPL, NASA planetary photojournal.

#### *Titan*

Titan est le deuxième plus gros satellite du Système Solaire après Ganymède. Une des particularités de son orbite relativement lointaine de Saturne est que le satellite peut se trouver soit dans le vent solaire, soit dans la magnétogaine ou encore dans la magnétosphère externe de la planète. Les interactions entre Titan et les différents plasmas rencontrés sur son orbite sont de ce fait très variées.

Rayon (km)	2575
demi grand axe ( $R_s$ )	20
Excentricité	0.029
Période (jours)	15.95
Inclinaison ( $^\circ$ )	0.33



Titan

TAB. 3.2 – Quelques caractéristiques orbitales de Titan. Voir tableau 2.1. Référence : *Cox* [2000] et crédits photographiques : NASA/JPL, NASA planetary photojournal.

Titan est peut-être le seul corps du Système Solaire (mis à part la Terre) à avoir des océans liquides à sa surface et à connaître des pluies (principalement d'éthane-méthane).

### 3.2.4 Les tores de gaz neutre et de plasma

Un tore de plasma associé aux satellites Dione et Téthys a été détecté par Pioneer 11 (*Frank et al.* [1980]) et confirmé par Voyager (*Bridge et al.* [1981]). Ces observations ont mis en évidence la présence d'ions lourds dans ce tore, de masse atomique proche de celle de l'oxygène. Ces ions sont issus de la surface des satellites de glace et des anneaux. Les satellites de glace de Saturne jouent un rôle plus passif que Io dans le cas de la magnétosphère jovienne et les espèces du plasma créé par le bombardement ('sputtering') de leur surface dérivent de  $H_2O$  ( $H_2O^+$ ,  $O^+$ ,  $OH^+$ ,  $H^+$ ...). Les densités observées au niveau du plan équatorial de Saturne et des orbites de Dione et Téthys étaient de  $30\text{-}40\text{ cm}^{-3}$ , sur une échelle de hauteur de  $1 R_s$ .

Les observations de Voyager ont également mis en évidence la présence d'un énorme tore asymétrique d'hydrogène neutre ( $H$ ,  $H_2$ ) autour de Titan (*Smyth* [1981]), dans la magnétosphère externe de Saturne, comme suggéré initialement par *Brice and McDonough* [1974]. Ce tore s'étend entre 8 et  $25 R_s$ , sur une échelle de hauteur de  $7 R_s$ , et a une densité de  $20\text{ cm}^{-3}$  au voisinage de Titan (*Broadfoot et al.* [1981]). Un deuxième tore d'hydrogène a également été observé à l'époque au voisinage des anneaux (*Broadfoot* [1981]). Un tore d'azote devrait être associé au tore d'hydrogène de Titan.

Les instruments plasma à bord des sondes n'ont pas permis de résoudre avec exactitude la composition des ions présents dans la magnétosphère de Saturne. Seuls des modèles de distribution de neutres et de plasma incluant l'interaction entre ces différentes phases et contraints par quelques observations permettent à l'heure actuelle de se faire une idée plus précise de la situation. L'évolution de ces modèles dépend à la fois des progrès réalisés en laboratoire quant à la détermination des processus atomiques (recombinaison, ionisation, échange de charge...) et des paramètres associés, et des contraintes apportées par de nouvelles observations. L'image de l'environnement plasma et gaz de Saturne progresse donc de paire avec ces évolutions. Une revue de l'état des connaissances sur le sujet est donnée par *Richardson* [1998a].

Les premières modélisations des tores autour des satellites de glace (*Richardson et al.* [1986]), basées sur les observations des missions Pioneer et Voyager (*Richardson* [1986]), ont été remises en cause par *Shemansky et al.* [1992]. Ces auteurs ont suggéré la présence d'un

nuage d'hydrogène neutre s'étendant à travers toute la magnétosphère de Saturne, avec l'exosphère de Saturne en tant que source principale dans la magnétosphère interne. Leur suggestion était cependant difficile à réconcilier avec les observations plasma (*Richardson et Eviatar* [1987]). En effet, la prise en compte dans les modèles d'une si importante source d'hydrogène dans la magnétosphère interne résulte en la disparition des ions lourds. Cette controverse a été résolue avec l'observation d'un nuage de OH neutre dans les régions internes de la magnétosphère à l'aide du télescope spatial Hubble (*Shemansky et Hall* [1993]), nuage dont des ions lourds vont être produits. Cette observation a permis de passer d'une vision de la magnétosphère de Saturne dominée par le plasma à une vision de la magnétosphère où les particules neutres sont dominantes (*Richardson et al.* [1998a,b]).

Un nouveau modèle des distributions du gaz neutre et du plasma proposé par *Richardson et al.* [1998a] permet de réconcilier toutes les observations, en supposant une importante source de vapeur d'eau ( $1.4 \cdot 10^{27} \text{ H}_2\text{O s}^{-1}$ ) provenant de la surface des satellites de glace et des anneaux. Près de ces derniers, OH et H<sub>2</sub>O sont les espèces neutres majoritaires, tandis que O et H dominent les régions extérieures à 7 R<sub>s</sub>. En ce qui concerne les ions, les protons sont les dominants très près de la planète (< 2 R<sub>s</sub>) et dans la magnétosphère externe, tandis qu'entre 3 et 10 R<sub>s</sub>, on trouve 50% de O<sup>+</sup>, 10-15 % de OH<sup>+</sup> et 10-15 % de H<sub>2</sub>O<sup>+</sup>. D'une façon générale, le gaz neutre a une densité ~10 fois supérieure à celle du plasma (voir figure 3.4).

A l'heure actuelle, l'importante source de vapeur d'eau requise par le modèle de *Richardson* [1998b] reste énigmatique. Le 'sputtering' de la surface des satellites de glace semble incapable de fournir suffisamment de vapeur d'eau (*Jurac et al.* [2001a,b]). Des études récentes ont souligné l'importance des sources associées aux particules de l'anneau E et aux régions situées à l'intérieur de l'orbite d'Encelade (*Jurac et al.* [2002]). Le modèle prédit également plus de protons entre 5 et 8 R<sub>s</sub> que les observations.

La contribution de Cassini à l'estimation précise de la source et de la composition des espèces neutres et ioniques, ainsi que leur densité respective dans la magnétosphère de Saturne sera, à n'en pas douter, déterminante. Elle servira de test aux modèles proposés jusqu'alors et risque de remettre leur validité en question.

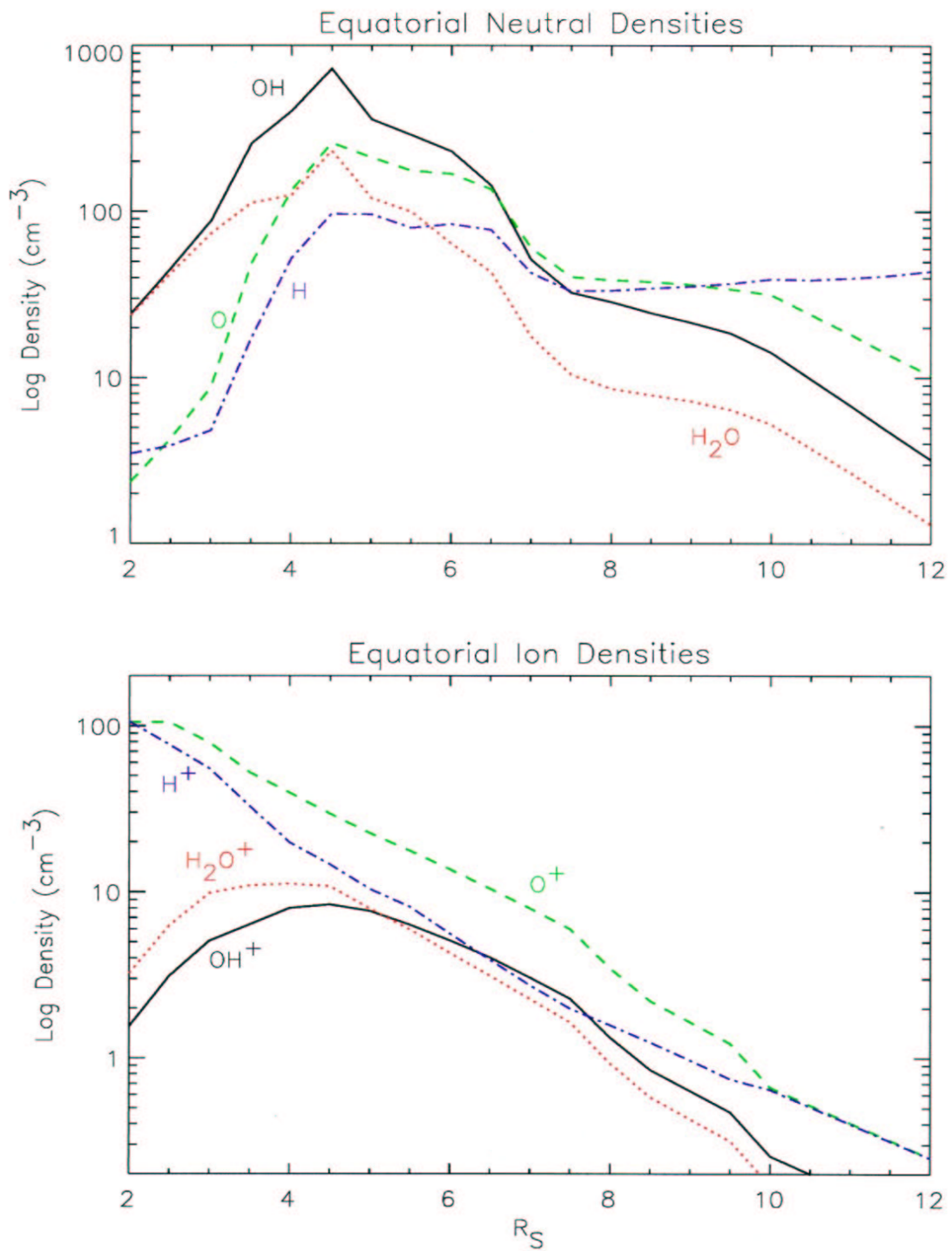


FIG. 3.4 – Densités à l'équateur des espèces neutres et ioniques dans la magnétosphère interne de Saturne, en fonction de la distance radiale à la planète (en  $R_S$ ). D'après Richardson [1998a], tiré de Blanc et al. [2002].



### 3.3 Équilibre et circulation du plasma magnétosphérique

#### 3.3.1 Configuration de la magnétosphère

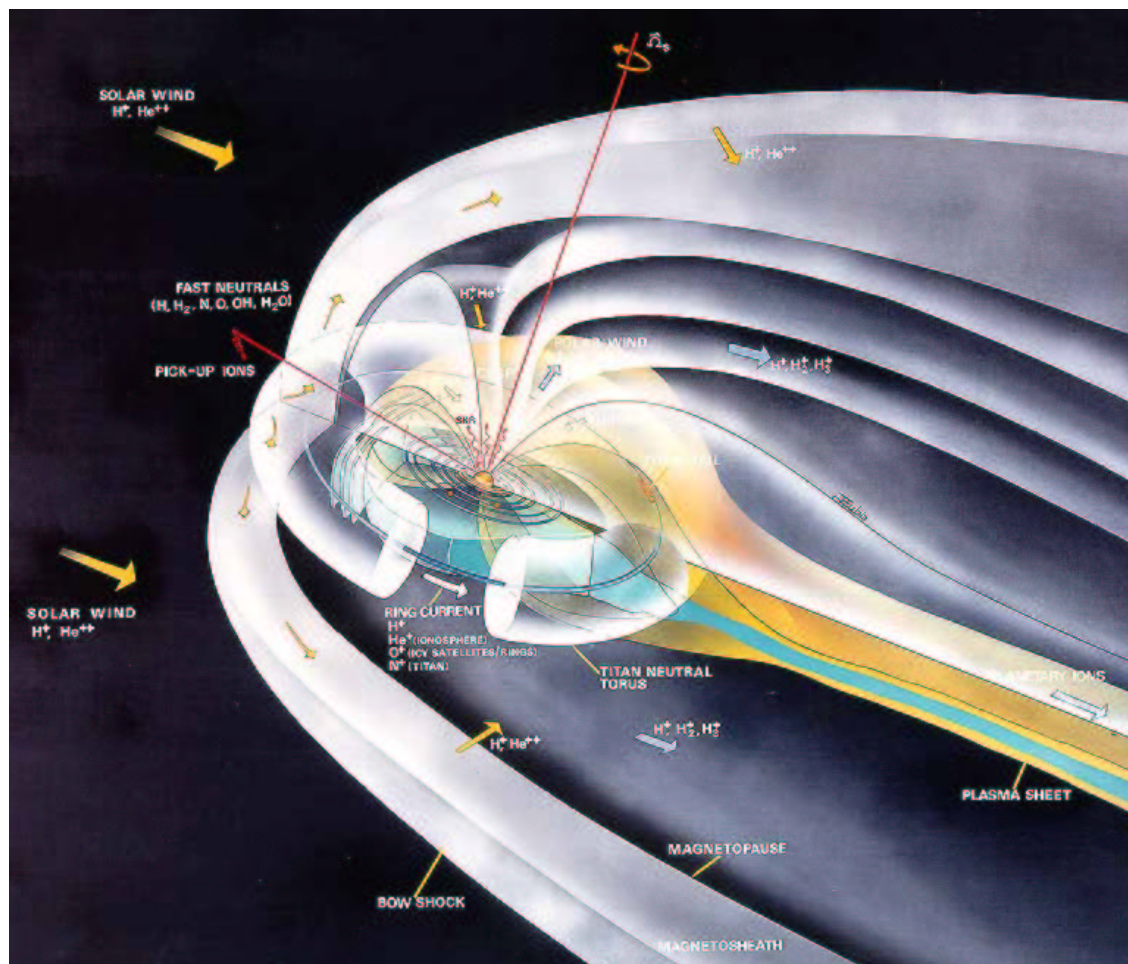


FIG. 3.5 – La magnétosphère de Saturne, vue d'artiste (John Tull, LANL). On remarquera notamment le tore d'hydrogène autour de Titan.

Un feuillet de plasma étendu radialement entre 8 et 15.5  $R_s$  concentre dans le plan équatorial de Saturne, sur une épaisseur de 5-6  $R_s$  (Connerney *et al.* [1983]), le plasma produit par les multiples sources présentes dans la magnétosphère interne. Dans ces régions proches de la planète, le champ magnétique est principalement dipolaire, bien qu'il soit légèrement déformé par les courants annulaires circulant dans le feuillet de plasma (Bunce *et Cowley* [2003]).

Dans la magnétosphère externe, le champ apparaît plus perturbé et les sondes Pioneer, Voyager 1 et Voyager 2 y ont observé des conditions très différentes (Richardson [1995]). Ces différences peuvent s'expliquer par des contraintes externes (pression dynamique du vent solaire) variables ou encore par la présence de Titan, survolé par Voyager 1 et pas par Voyager 2. Ces différences pourraient aussi être dues à l'immersion de la magnétosphère de Saturne dans la queue de la magnétosphère de Jupiter à l'époque de Voyager (Lepping *et al.* [1982], Desch [1983]). De nombreuses structures irrégulières ont été observées dans

la magnétosphère externe de Saturne, assimilées à des régions de plasma détaché du bord externe du feuillet de plasma. Dans ces régions détachées, le plasma y est plus dense et plus froid que dans le milieu ambiant (Goertz [1983]). Des restes de plasma originaire de Titan ont également été identifiés par *Eviatar et al.* [1982] dans cette région, mettant en avant le possible mixage du plasma produit dans la magnétosphère interne avec celui produit dans la magnétosphère externe.

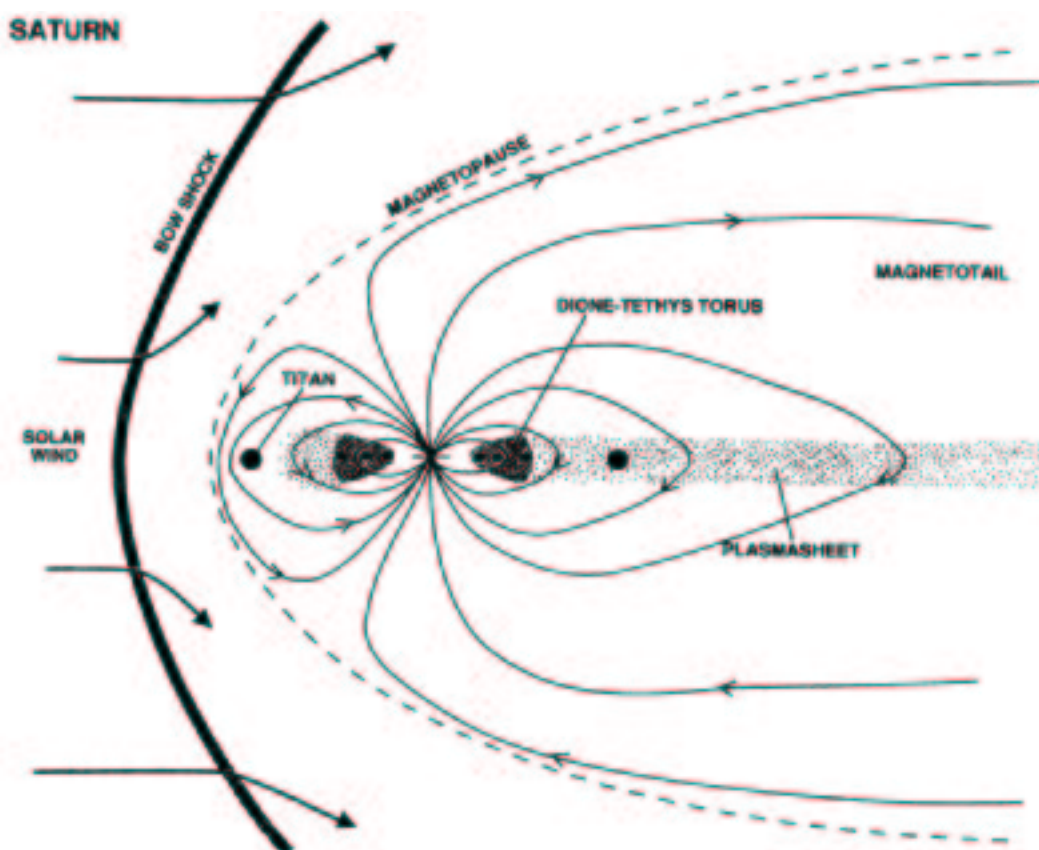


FIG. 3.6 – La magnétosphère de Saturne, d'après *Bagenal* [1992]. On y voit entre autre le tore de gaz neutre et de plasma de dione-Téthys, le feuillet de plasma étendu et Titan, représenté ici orbitant à l'intérieur de la magnétosphère de Saturne.

### 3.3.2 Circulation du plasma magnétosphérique

La circulation du plasma dans la magnétosphère saturnienne est sans doute intermédiaire entre celle existant dans les magnétosphères terrestre et jovienne (cf section 1.5.3). La circulation induite par le vent solaire domine dans la majeure partie de la magnétosphère de la première, tandis que la circulation induite par la rapide rotation planétaire domine la magnétosphère de Jupiter.

Dans le cas de Saturne, la rotation planétaire joue un rôle important dans la circulation du plasma ; elle entraîne le plasma dans son mouvement de corotation. Comme dans la magnétosphère de Jupiter, des écarts à la corotation (cf section 2.3.3) liés au transport du plasma sont observés. Le plasma devient sous-corotatif à partir d'environ  $5.5-8 R_s$  (*Richardson* [1998b]). Juste à l'extérieur de l'orbite de Rhéa, les vitesses azimutales observées



peuvent atteindre 50% seulement de la vitesse de corotation. De même, ces vitesses sont réduites juste au voisinage des satellites Dione et Rhéa, en raison de l'addition locale de plasma dans la magnétosphère.

L'influence du vent solaire apparaît, quant à elle, dans le contrôle des émissions radio kilométriques de Saturne (SKR, *Desch et Rucker* [1983]), et des études récentes prédisent que les émissions aurorales de Saturne ne sont pas associées à la sous-corotation du plasma comme dans le cas de Jupiter, mais sont sans doute plutôt en relation avec le couplage entre la magnétosphère et le vent solaire (*Cowley et Bunce* [2003]).

L'étude de l'importance relative des processus d'origines interne et externe dans la circulation et la dynamique du plasma magnétosphérique est l'un des objectifs de la mission Cassini.

## Chapitre 4

# Le transport du plasma

### 4.1 Évidence observationnelle du transport

D'un point de vue observationnel, il ne fait plus aucun doute qu'un important transport radial du plasma se produit dans les magnétosphères des planètes géantes. Un tel transport permet alors de redistribuer le plasma créé localement dans toute la magnétosphère.

Les mesures plasma in-situ des sondes Pioneer et Voyager dans la magnétosphère de Jupiter ont montré que le tore de plasma de Io se prolonge en un disque, le magnétodisque, s'étendant jusqu'à  $40 R_j$  dans la magnétosphère du côté jour (*Belcher et al.* [1980]). La présence d'ions soufre et oxygène, dont la source initiale ne peut être que le volcanisme de Io, a été observée dans le magnétodisque et témoigne de la redistribution du plasma ionien à travers la magnétosphère. Le tore de Io apparaît très stratifié, avec un maximum de plasma au niveau de l'orbite du satellite ( $6 R_j$ ) et d'importants gradients de densité de part et d'autre, gradients plus prononcés vers la planète que vers l'extérieur. Plus récemment, les mesures de Galileo ont affiné notre connaissance des différents états d'ionisation du soufre et de l'oxygène observés à travers toute la magnétosphère, jusque dans la queue lointaine (*Frank et al.* [2002b]). Les observations font également apparaître que la masse du tore de plasma de Io reste à peu près constante sur une échelle de temps de plusieurs années (*Thomas* [1993]).

L'évidence observationnelle du transport de plasma existe aussi pour la magnétosphère de Saturne, bien qu'elle soit moins forte que pour la magnétosphère de Jupiter. Les mesures in-situ des sondes Pioneer et Voyager dans la magnétosphère de Saturne ont révélé la présence d'ions lourds et d'une importante stratification dans de nombreuses régions de la magnétosphère. Ces ions sont soit issus de  $H_2O$ , dont la source initiale ne peut être que les surfaces des satellites de glace et le système annulaire de Saturne, soit issus de  $N_2$ , dont la source est l'atmosphère de Titan. Le transport radial permet la redistribution et le mélange du plasma créé dans les régions interne et externe de la magnétosphère de Saturne.

La sous-corotation du plasma observé dans différentes régions des magnétosphères de Jupiter (*McNutt et al.* [1979], *Pontius et Hill* [1982]) et de Saturne (*Eviatar et Richardson* [1986], *Eviatar et al.* [1986]) constitue une preuve indirecte du transport radial du plasma (section 2.3.2).

L'apport quasi-continu de matière dans les magnétosphères de Jupiter et de Saturne doit être compensé par des pertes de matière équivalentes. Les pertes de plasma dans

les magnétosphères en rotation rapide peuvent être de différentes natures : écoulement de plasma le long des lignes de champ jusque dans l'ionosphère et l'atmosphère de la planète, pertes par des processus atomiques (échange de charge, recombinaison et création d'ENAs...) ou transport perpendiculaire aux lignes de champ, vers l'intérieur ou l'extérieur de la magnétosphère. L'écoulement le long des lignes de champ est peu important du fait de la concentration de plasma au voisinage de l'équateur centrifuge. De même, les recombinaisons jouent un faible rôle sur les échelles de temps qui nous intéressent. Le mécanisme dominant et qui permet la redistribution du plasma est donc le transport perpendiculaire aux lignes de champ.

## 4.2 Mécanismes

### 4.2.1 Rappel de la problématique

Le problème de l'identification du ou des mécanismes responsables de l'évacuation du plasma créé localement dans les magnétosphères de Jupiter et de Saturne reste une inconnue de la physique de ces systèmes, surtout dans le cas de celle de Saturne beaucoup moins documentée. Les magnétosphères en rotation rapide ont des sources de plasma présentes à l'intérieur de leur plasmasphère. Le plasma ne peut s'accumuler indéfiniment au voisinage de ses réservoirs de plasma et des mécanismes de pertes sont donc à invoquer. La redistribution du plasma observée à travers le système et la stratification du milieu qui en résulte nécessitent la mise en place d'un transport radial du plasma. Dans la plasmasphère de Jupiter et de Saturne, le plasma est en corotation (totale ou partielle) et les lignes de champ sont fermées. En conséquence, le transport perpendiculaire aux lignes de champ du plasma doit faire intervenir des mécanismes de diffusion à travers les lignes de champ ou des instabilités à grande échelle.

### 4.2.2 Instabilité centrifuge et mécanisme d'interchange

#### *Concept*

Le mécanisme le plus généralement invoqué par la communauté pour expliquer le transport du plasma est basé sur l'instabilité centrifuge, une instabilité de type Rayleigh-Taylor dans laquelle la force centrifuge joue le rôle de force gravitationnelle. L'instabilité de Rayleigh-Taylor classique apparaît lorsque un fluide plongé dans un champ de gravité dirigé vers le bas a une densité qui ne décroît pas suffisamment vite vers le haut. Dans ce cas, la configuration est instable et des cellules fluides voisines échangent leurs positions. L'analogie avec l'interchange (échange) de tubes de flux magnétiques plus ou moins denses dans les magnétosphères en rotation rapide est donnée sur la figure 4.1.

L'instabilité centrifuge et le mécanisme d'interchange ont fait l'objet de nombreuses études théoriques, dont voici rappelées certaines approches et leurs résultats.

#### *Interchange stricte*

L'étude de *Gold* [1959] du développement spontané du mécanisme d'interchange dans la magnétosphère terrestre s'est basée sur le déplacement de tubes de flux contenant exactement le même flux magnétique. De tels déplacements, d' 'interchange stricte', laissent en tout point le champ magnétique intact. Les tubes de flux adjacents échangent simplement leur position, en occupant exactement le volume laissé vide par l'autre.

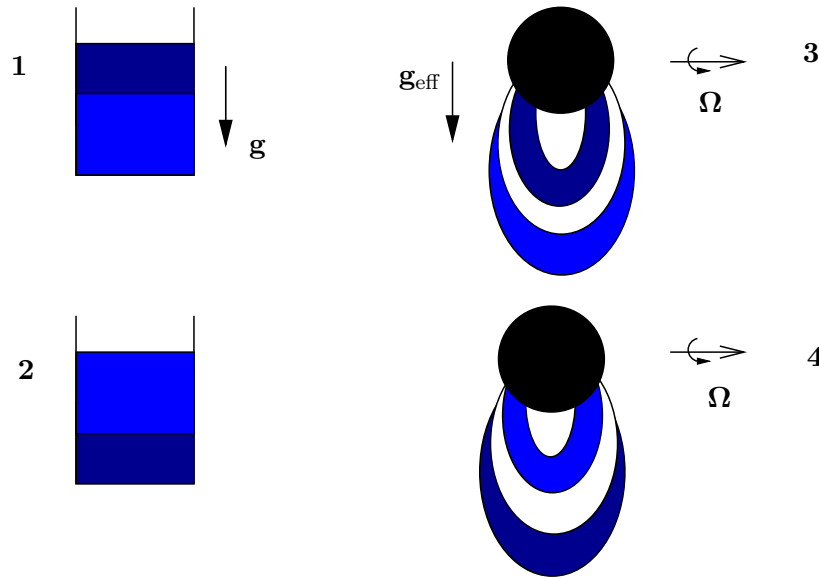


FIG. 4.1 – Illustrations des instabilités de Rayleigh-Taylor classique et centrifuge. En 1 et 2, sous l’action de la force de pesanteur, deux cellules de fluide plus (en violet) ou moins (en bleu) denses échangent leurs positions dans un récipient. En 3 et 4, sous l’action de la force de gravité effective (forces de pesanteur et centrifuge), des tubes de flux magnétique plus (en violet) ou moins (en bleu) remplis de plasma échangent leurs positions dans la magnétosphère en rotation.

#### *Modes de quasi-interchange*

*Newcomb* [1961] s’est intéressé aux modes influencés et déstabilisés par la force de gravitation dans le cas particulier d’un milieu stratifié, avec un champ magnétique rectiligne et perpendiculaire à la force de pesanteur. En considérant des perturbations de petite longueur d’onde par rapport à l’échelle de la stratification, il a montré que les modes lent et d’Alfvén de la MHD idéale sont les plus affectés par les effets de la gravitation lorsque le vecteur d’onde a une composante parallèle au champ magnétique très petite. Il définit ces modes, corrigés par les effets de la gravitation, comme les ’modes de quasi-interchange’ et les distingue selon leur comportement lorsque la composante parallèle du vecteur d’onde devient nulle. Dans cette limite, deux types de mode sont définis : le mode de type 1 consiste en un mouvement strictement perpendiculaire au champ magnétique (interchange pure), et le mode de type 2 en un mouvement strictement parallèle (translation pure). Dans cette limite également, le mode de quasi-interchange de type 1 a une fréquence non-nulle, égale à la fréquence de Brunt-Väisälä (ou Rayleigh-Taylor) magnétique, tandis que le mode de quasi-interchange de type 2 a une fréquence nulle. Cette classification sera reprise dans nos travaux et nous servira de référence.

#### *Équilibrage de la pression totale*

Le concept d’ ’interchange stricte’ introduit par *Gold* [1959] a été remis en cause par *Cheng* [1985]. Les déplacements des tubes de flux à travers le mécanisme d’interchange sont suffisamment lents pour que les tubes de flux s’ajustent à la pression totale (magnétique plus thermique) de leur environnement ambiant. La pression magnétique et l’intensité du champ magnétique varient alors nécessairement lors du déplacement. En tenant compte de cette propriété, *Cheng* [1985] a dérivé le critère local de l’instabilité d’interchange dans un

champ magnétique rectiligne, en supposant les déplacements perpendiculaires au champ magnétique et constants le long des lignes de champ. Le critère qu'il a obtenu est identique au critère obtenu par *Newcomb* [1961] dans le cas du mode de type 1.

#### *Interchange généralisée*

*Southwood et Kivelson* [1987, 1989] ont introduit le concept de l'interchange généralisée pour tenir compte de l'équilibrage de la pression totale lors du déplacement. Ils considèrent des déplacements de tubes de flux qui ne préservent plus que la direction du champ magnétique et permettent à son intensité de varier. Ils font de plus l'hypothèse que les déplacements sont perpendiculaires au champ magnétique et en déduisent un critère de l'instabilité qui coïncide avec celui de *Cheng* [1985] lorsque le champ est rectiligne.

#### *Approche rigoureuse*

Le critère de l'instabilité d'interchange et ses propriétés physiques ont fait l'objet de nombreux débats et remises en cause. Les études mentionnés ci-dessus (et bien d'autres) sont toutes restreintes à des configurations spéciales ou basées sur des hypothèses injustifiées ('interchange stricte', 'interchange généralisée'). Partant de cette difficulté à obtenir une description satisfaisante du mécanisme d'interchange, *Ferrière et al.* [1999] ont repris l'étude rigoureuse des modes de quasi-interchange dans un plasma isotrope. Ils ont mis en place un formalisme d'étude locale des ondes et instabilités basé sur la théorie de la magnétohydrodynamique idéale et en ont dérivé la relation de dispersion dans un plasma en rotation, soumis à la force de gravitation et plongé dans un champ magnétique courbe.

Les résultats principaux de cette étude sont résumés ci-dessous :

- Dans le cas mono-dimensionnel, lorsque la force de gravité (tenant compte de l'accélération centrifuge) et la courbure du champ magnétique sont perpendiculaires au champ magnétique, on obtient une relation de dispersion qui généralise celle de *Newcomb* [1961].
- Dans le cas mono-dimensionnel et en l'absence de rotation, on retrouve la classification type 1 / type 2 de *Newcomb* [1961].
- Lorsqu'on ajoute la rotation, l'étude se complique un peu, avec notamment une subdivision de chaque mode en deux modes affectés de manière différente par la force de Coriolis.

La notion de modes de quasi-interchange introduite par *Newcomb* [1961] dans le cadre particulier d'un champ magnétique rectiligne peut être étendue au cas général tri-dimensionnel (*Ferrière, Zimmer et Blanc* [2001]).

Le mode de quasi-interchange de type 1 est le mode supposé être à l'origine du transport radial du plasma dans les magnétosphères en rotation rapide. Dans un contexte astrophysique, l'instabilité d'interchange a été évoquée dans les disques d'accrétion comme mécanisme possible pour l'accélération de particules et la formation de jets dans les étoiles jeunes ou les noyaux actifs de galaxies (*Lubow et Spruit* [1995], *Kersalé et al.* [2000]). Le mode de quasi-interchange de type 2, quant à lui, donne naissance dans le milieu interstellaire à l'instabilité de Parker (*Ferrière et al.* [1999]), dont on pense qu'elle conduit à la formation de nuages moléculaires et qu'elle joue un rôle dans l'échappement des rayons cosmiques et dans l'amplification du champ magnétique interstellaire.

### 4.3 Signatures observationnelles du mécanisme d'interchange

Lors du passage de Galileo dans le tore de plasma de Io en décembre 1995, des augmentations de l'intensité du champ magnétique, de courte durée et intermittentes, ont été observées par les magnétomètres présents à bord de la sonde (*Kivelson et al.* [1996, 1997]). Les signatures de ces événements sont remarquables de par leurs frontières, très marquées. Les changements observés de l'intensité du champ sont en moyenne de 15 nT, soit 1-2 % du champ ambiant, et leur durée de 26 secondes. Ces signatures (une quinzaine au total) ont été observées à des distances de Jupiter comprises entre 7.7 et 6.03  $R_j$ . Ces événements ont été interprétés comme associés à l'interchange de tubes de flux dans le tore de Io. Les tubes de flux observés sont vides de plasma et se dirigent vers l'intérieur du système. Les instruments plasma de Galileo mettent en évidence de faibles déplacements radiaux de tubes de flux dans ces régions, ainsi que la présence de jets d'électrons le long des lignes de champ magnétique (*Frank et Patterson* [1999, 2002a]).

La signature la mieux définie a été observée le 7 décembre 1995 à 6.03  $R_j$  de Jupiter, proche de la position à laquelle Io orbite. Cet événement particulier se caractérise également par une augmentation des émissions électrostatiques du mode whistler (*Bolton et al.* [1997]), et par un changement du flux et des angles d'attaque des particules énergétiques (*Thorne et al.* [1997], *Xiao* [2003]). Cet événement est présenté sur la figure 4.1, page suivante.

De possibles signatures de l'interchange de tubes de flux ont également été observées au voisinage de Europe (*Volwerk et al.* [1997]). Des dépressions du champ magnétiques ont été ainsi associées au transport vers l'extérieur du système de tubes de flux chargés en plasma ionien.

Dans la plasmasphère terrestre, *Southwood et al.* [2001a] ont également interprété lors du survol de la Terre par Cassini en août 1999 de brèves (1-1.5 s) dépressions (1 nT) du champ magnétique comme étant une possible signature du détachement de la plasmasphère de tubes de flux remplis de plasma, suite au développement de l'instabilité d'interchange. La figure 4.2 présente les observations en question. La mission Cluster II a également permis la détection d'irrégularités de densité de très faible dimension dans les régions externes de la plasmasphère terrestre, associées au mécanisme de formation de la frontière de la plasmasphère mettant en oeuvre l'instabilité d'interchange (*Lemaire* [1999], *Décrou* [2002]).

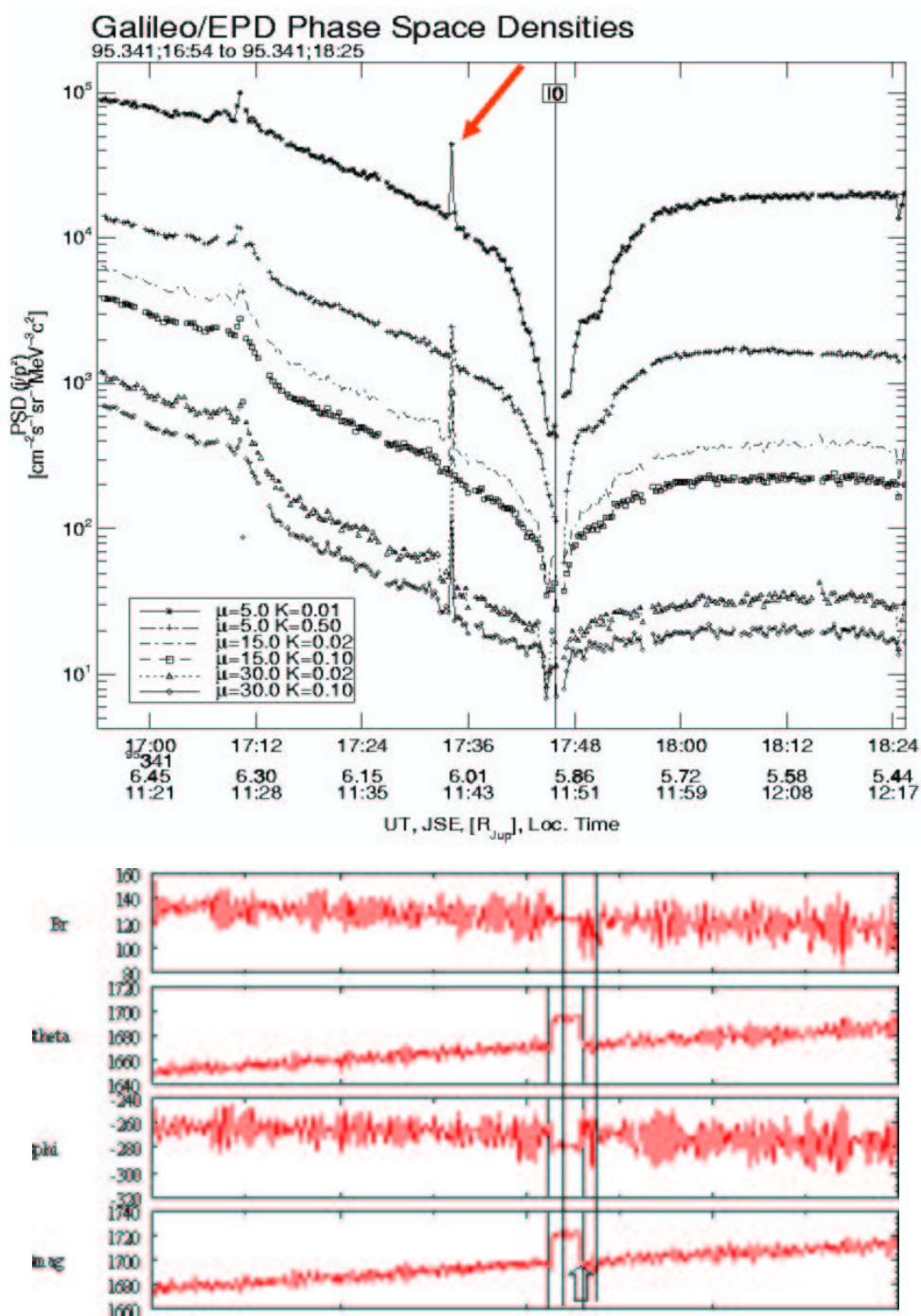


FIG. 4.2 – Signature du mécanisme d’interchange de tubes de flux magnétique vides de plasma dans le tore de Io. En haut : données EPD Galileo (*Krupp* [2003]). En bas : données champ magnétique Galileo en bas. (*Kivelson* [1997]).

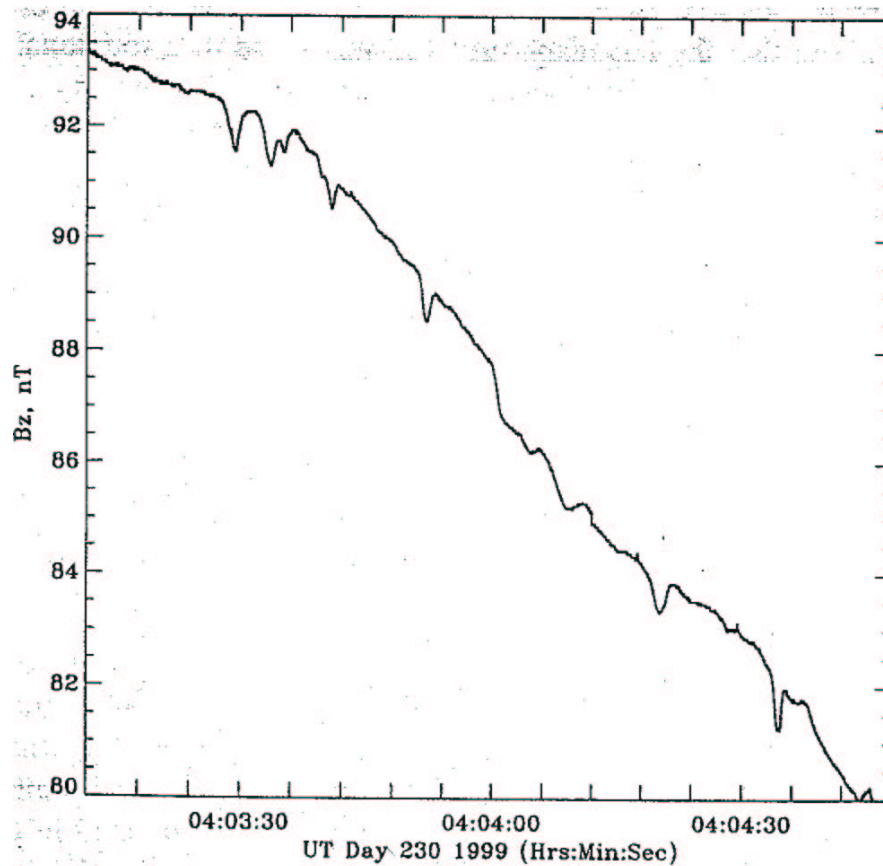


FIG. 4.3 – Dépressions du champ magnétique associées à la signature de l’interchange de tubes de flux dans la plasmasphère terrestre lors du survol de la Terre par Cassini. D’après *Southwood et al.* [2001a].

## 4.4 Conclusions

Il est couramment accepté que le développement de l’instabilité centrifuge et l’interchange de tubes de flux est un (des?) mécanisme responsable du transport radial de plasma dans les magnétosphères des planètes géantes. La présence de forts gradients des paramètres plasma de part et d’autre des régions où le plasma est produit localement, ainsi que l’importance de la force centrifuge, préconisent de façon naturelle le développement de cette instabilité. Les preuves observationnelles récentes de la mise en oeuvre du transport radial du plasma à l’aide du mécanisme de l’interchange dans l’environnement jovien renforce cette théorie. L’étude théorique de l’instabilité apparaît dès lors nécessaire, afin d’interpréter ses propriétés observationnelles et de mieux comprendre les conditions de son développement. La seconde partie de cette thèse se consacre à l’étude de l’instabilité centrifuge, dans un cadre réaliste et représentatif des caractéristiques des magnétosphères géantes.





Deuxième partie

Ondes et instabilités dans un  
plasma gyrotrope



# Chapitre 1

## Problématique

Afin d'étudier le mécanisme d'interchange évoqué précédemment pour expliquer le transport du plasma dans les magnétosphères des planètes en rotation rapide, il convient de fixer le cadre formel dans lequel nous évoluerons. Ce mécanisme se manifestant par le développement de l'instabilité centrifuge, son étude s'inscrit à part entière dans une étude complète des ondes et instabilités basse-fréquence se propageant dans les plasmas magnétosphériques. Nous nous proposons de réaliser une telle étude dans cette partie de la thèse.

### 1.1 Phénomènes ondulatoires

De manière générale, les phénomènes ondulatoires sont multiples et complexes dans les environnements spatiaux, à l'image de la diversité des phénomènes et des interactions entre les composantes de ces systèmes s'y produisant, et en tant que reflet des dynamiques globale et locale de ces environnements.

La compréhension de ces phénomènes est une étape essentielle pour la communauté des physiciens des plasmas spatiaux. Pour ce faire, ils disposent d'un large éventail de théories, décrivant des échelles temporelles et spatiales très différentes. L'interprétation de leurs observations repose sur l'utilisation d'un cadre théorique fixé et les résultats qui en découlent peuvent varier d'une théorie à l'autre.

### 1.2 Approches macroscopique et microscopique

On distingue deux grandes familles de théorie, la théorie fluide et la théorie cinétique, suivant qu'elle s'intéresse au comportement collectif ou particulaire des particules composant le plasma :

- L'approche fluide fait intervenir la description macroscopique du plasma, à l'aide d'un certain nombre de grandeurs globales telles par exemple la densité, la vitesse moyenne, la pression thermique ou les flux de chaleur. Dans le cas des plasmas où le couplage et les termes d'interaction entre les particules sont très importants, ces particules constituent un fluide unique, et il n'est pas nécessaire d'étudier leur dynamique séparément. La théorie de la magnétohydrodynamique (MHD) idéale est ainsi adaptée à la description des phénomènes de grandes échelles temporelles et de grandes échelles spatiales observées dans de tels plasmas, très collisionnels. La théorie Hall-MHD prolonge la MHD idéale et permet de s'intéresser à des échelles

spatiales plus petites. Dans le cas où les couplages entre les particules sont moins importants, une théorie multi-fluide est nécessaire.

- L’approche cinétique permet une description plus fine du plasma, à l’échelle microscopique, en introduisant les fonctions de distribution des vitesses particulières. Cette approche se révèle très délicate à mettre en oeuvre, du fait de la complexité du mouvement des particules chargées dans un champ magnétique non-uniforme. Elle est néanmoins beaucoup plus complète, permettant de s’intéresser aux phénomènes de petites échelles temporelles et spatiales dans les plasmas et de tenir compte des phénomènes d’interactions ondes-particules.

Le problème clef inhérent à l’une ou l’autre de ces approches (fluide ou cinétique) est la fermeture, par des approximations physiques, du système des équations utilisé pour décrire l’état du plasma. Le nombre d’équations nécessaires à une telle description est très élevé (en principe infini), et il convient alors de le ramener à un nombre fini en le tronquant. En général, la fermeture du système se fait soit à l’aide d’hypothèses sur la forme des fonctions de distribution des particules en théorie cinétique, soit à l’aide d’équations d’état des pressions thermiques des espèces composant le plasma en théorie fluide.

Enfin signalons que la plupart des théories utilisées pour contraindre les observations sont linéaires et considèrent généralement le plasma comme un milieu infini et homogène. Leur application en relation avec les observations ne peut être menée qu’avec de multiples précautions et en toute modestie. Malgré cela, leur application pour décrire de nombreux phénomènes a connu des succès indéniables, du moins au niveau qualitatif.

### 1.3 Plasmas magnétosphériques

Le plasma magnétosphérique qui nous intéresse plus particulièrement est très peu collisionnel. En l’absence de collisions, les processus de thermalisation ne sont pas assez efficaces pour rendre le plasma isotrope. En conséquence, la pression thermique du plasma est fortement anisotrope.

Dans le régime basse-fréquence que l’on considère ici, le plasma peut être considéré comme étant gyrotrope. Il apparaît dans ce cas isotrope dans le plan perpendiculaire au champ magnétique, et ce, en raison du mouvement de gyration des particules autour des lignes de champ. Par contre, son comportement est différent le long des lignes de champ. Cet effet nécessite l’introduction d’une anisotropie dans la description de la pression thermique du plasma, à l’aide d’un terme caractérisant la pression perpendiculaire  $P_{\perp}$  et d’un autre caractérisant la pression parallèle  $P_{\parallel}$  à la ligne de champ magnétique.

L’étude des plasmas gyrotropes repose souvent sur une approche cinétique pure. Il existe cependant une théorie purement fluide permettant d’appréhender l’étude de tels plasmas, la théorie double-adiabatique, sur laquelle nous reviendrons.

Par ailleurs, le plasma magnétosphérique des planètes géantes contient de nombreuses espèces de masse et de charge très différentes (cf partie I). Les processus de création de ces espèces sont très variés, pouvant conduire à des formes de fonctions de distribution très complexes.

## 1.4 Plan de l'étude

Nous nous proposons dans cette partie d'étudier l'instabilité centrifuge linéaire à l'origine du mécanisme d'interchange de tubes de flux magnétique dans des plasmas gyrotropes. Seuls *Fazakerley et Southwood* [1993] ont entrepris une telle étude, basée sur le concept de l'interchange généralisée' mis en défaut par *Ferrière et al.* [1999] et sur la théorie double-adiabatique.

Les équations de base fluide et cinétique décrivant les phénomènes basse-fréquence dans les plasmas gyrotropes inhomogènes et en rotation rapide, tels ceux rencontrés dans les environnements planétaires de Jupiter et de Saturne, sont introduites dans le chapitre 2. Le problème de la fermeture du système des équations est également évoqué dans ce chapitre, notamment par introduction de la théorie fluide double-adiabatique et des équations CGL (*Chew, Golberger et Low* [1956]).

Dans le chapitre 3, le système d'équations basse-fréquence fluide et cinétique est perturbé linéairement autour de l'équilibre. Les perturbations des différents paramètres sont alors exprimées en fonction d'un seul et même paramètre, le vecteur déplacement, afin de rendre possible l'obtention de la relation de dispersion des ondes.

Dans le chapitre 4, une première approche basée sur la théorie double-adiabatique et purement fluide est menée, dans laquelle on dérive la relation de dispersion et les propriétés des modes basse-fréquence dans un plasma gyrotrope d'abord homogène, puis stratifié et en rotation. La présentation des modes double-adiabatiques et de leurs instabilités dans un plasma homogène permet de soulever quelques ambiguïtés quant à la validité de l'approche purement fluide. Le lien entre les modes double-adiabatiques et les modes les plus affectés par la stratification (les modes de quasi-interchange), ainsi que le critère de stabilité de ces derniers y sont rapidement décrits.

Dans le chapitre 5, la théorie double-adiabatique reposant sur des hypothèses fortes, les équations d'état des perturbations des pressions thermiques du plasma issues de cette théorie sont comparées aux équations d'état exactes obtenues à l'aide de la théorie cinétique. La théorie double-adiabatique est ainsi mise en défaut lors de cette comparaison. Il apparaît alors nécessaire d'utiliser les expressions exactes des perturbations des pressions thermiques issues de la théorie cinétique pour fermer le système des équations perturbées du chapitre 3. Par la suite, l'étude repose donc sur un formalisme mixte MHD-cinétique. Les expressions exactes des perturbations des pressions thermiques sont calculées pour de simples plasmas proton-électron et pour des plasmas multi-espèces dont les fonctions de distribution à l'équilibre sont bi-Maxwelliennes, puis généralisées aux cas de fonctions non-bi-Maxwelliennes, plus réalistes.

Le chapitre 6 constitue la validation du formalisme d'étude mixte MHD-cinétique dans le cadre d'un plasma homogène bi-Maxwellien. Les relations de dispersion des ondes basse-fréquence dans un plasma gyrotrope proton-électron et multi-espèces y sont calculées. L'analyse et l'identification des modes solutions de ces équations sont menées, par des traitements analytique et numérique. Le traitement analytique met en évidence les instabilités firehose et miroir dans un plasma gyrotrope homogène, tandis que le traitement numérique permet de comparer l'évolution des modes issus de ce formalisme mixte aux modes double-adiabatiques, et ce en fonction du vecteur d'onde.

Le chapitre 7 introduit les effets de la stratification et de la rotation du milieu dans le formalisme mixte MHD-cinétique validé au chapitre précédent. Ce chapitre a pour objectif l'obtention et l'étude des modes de quasi-interchange dans un simple plasma gyrotrope proton-électron, dans le cas bi-Maxwellien, à l'aide du formalisme mixte MHD-cinétique. La relation de dispersion de ces modes est obtenue de deux manières différentes, puis analysée dans le cas où la force de Coriolis est négligée. Le critère d'instabilité des modes de quasi-interchange ainsi que la connection entre ces modes et les modes identifiés dans un plasma homogène au chapitre 6 sont mis en évidence.

Le chapitre 8 étend les résultats théoriques du chapitre 6 aux plasmas gyrotropes multi-espèces, en se focalisant sur l'obtention du critère d'instabilité des modes de quasi-interchange. Une fois obtenu, ce critère d'instabilité est testé à l'aide d'un profil réaliste de distribution du champ magnétique et du plasma dans le tore de Io, dans une tentative de compréhension de l'influence de la structure du tore sur le transport radial du plasma. La difficulté d'un tel exercice et de la modélisation des conditions rencontrées dans cet environnement y est illustrée.

Le chapitre 9, dans la perspective de futurs travaux, montre enfin comment l'hypothèse de fonctions de distribution bi-Maxwelliennes à l'équilibre peut être levée, généralisant l'étude précédente des ondes basse-fréquence, d'abord dans un plasma homogène, puis dans un plasma stratifié.

PLASMAS	GYROTROPES	
	PLASMAS HOMOGÈNES	PLASMAS STRATIFIÉS
<b>Approche fluide</b>	présentation des modes double-adiabatiques  instabilités	modes de quasi-interchange  critère de stabilité
<b>Approche mixte</b>	présentation des modes pseudo-MHD  validation du formalisme mixte MHD-cinétique  comparaison avec l'approche fluide	modes de quasi-interchange  <b>plasma proton-électron</b> critère exact  lien avec les modes pseudo-MHD  <b>plasma multi-espèces</b> extension des résultats application au tore de Io
<b>Généralisation approche mixte</b>	cas non bi-Maxwellien	cas non bi-Maxwellien

TAB. 1.1 – Schéma de l'étude réalisée dans cette partie, à travers l'identification de quelques mots clés.





## Chapitre 2

# Équations générales

Dans ce chapitre, les équations de base permettant de décrire les phénomènes basse-fréquence se produisant dans les plasmas gyrotropes inhomogènes et en rotation sont présentées. Les approches fluide et cinétique y sont brièvement décrites, en mettant l'accent sur leur domaine de validité.

### 2.1 Équations de l'électromagnétisme

Les champs macroscopiques moyens électrique  $\mathbf{E}$  et magnétique  $\mathbf{B}$  sont solutions des équations de Maxwell :

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{j} + \epsilon \mu \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_c}{\epsilon} \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.4)$$

avec  $\rho_c$  la densité de charge électrique et  $\mathbf{j}$  la densité de courant électrique. Si le milieu étudié est composé d'espèces (repérées par l'indice  $s$ ) de charge  $q_s$ , de densité volumique  $n_s$  et de vitesse  $\mathbf{v}_s$ , alors ces quantités s'expriment ainsi :

$$\rho_c = \sum_s q_s n_s \quad (2.5)$$

$$\mathbf{j} = \sum_s q_s n_s \mathbf{v}_s \quad (2.6)$$

Les environnements spatiaux considérés sont des milieux dont les propriétés électrique ( $\epsilon = \epsilon_0$ ) et magnétique ( $\mu = \mu_0$ ) sont celles du vide. De plus, les plasmas de ces environnements sont électriquement neutres ( $\rho_c = 0$ , quasi-neutralité).

Aux basse-fréquence qui nous intéressent, le courant de déplacement, terme en  $\epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$  dans l'équation (2.2), est négligeable par rapport au courant  $\mathbf{j}$ . L'équation (2.2) devient alors :

$$\mathbf{j} = \frac{\nabla \times \mathbf{B}}{\mu_0}, \quad (2.7)$$

et le courant apparaît ainsi associé à la déformation spatiale du champ magnétique.

Une des conséquences de l'équation (2.1) est que le flux magnétique  $\Phi = \int \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$  est le même à travers toutes les sections  $dS$  d'un tube de flux magnétique, un tube de flux étant défini comme l'ensemble des lignes de champ passant par un contour fermé.

## 2.2 Théorie Magnétohydrodynamique

La théorie MHD est consacrée à la description du mouvement d'un fluide dans un champ magnétique. Elle est régie par le couplage entre les équations de l'électromagnétisme et les équations de l'hydrodynamique développées ci-dessous. Elle est valide pour des phénomènes aux échelles temporelles (très supérieures à l'inverse des fréquences plasma<sup>1</sup>  $\omega_p = (m_e \epsilon_0)^{-\frac{1}{2}} / (n_e q_e^2)^{-\frac{1}{2}}$  et des fréquences cyclotroniques  $\omega_c = (|q_e| B) / m_e$ ) et spatiales (très supérieures à la longueur de Debye<sup>2</sup>  $\lambda_{debye} = (\epsilon_0 T)^{-\frac{1}{2}} / (n_e q_e^2)^{-\frac{1}{2}}$  et aux rayons de gyration  $\rho_L = v_\perp / \omega_c$  des particules du plasma) relativement grandes.

### 2.2.1 Équation de continuité

En l'absence de sources et de pertes pour le plasma, l'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{V}), \quad (2.8)$$

avec  $\rho$  la densité totale et  $\mathbf{V}$  la vitesse macroscopique du plasma.

Cette équation peut se mettre sous une forme plus utile pour la suite de l'étude, en introduisant la dérivée convective  $D/Dt = \partial/\partial t + \mathbf{V} \cdot \nabla$  :

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho (\nabla \cdot \mathbf{V}). \quad (2.9)$$

### 2.2.2 Équation du mouvement

*Équation générale*

Dans le référentiel lié à la planète en rotation, l'équation du mouvement s'écrit :

$$\begin{aligned} \rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = & -\nabla \cdot \mathbf{P} + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} \\ & + \rho \mathbf{g} - 2\rho \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}, \end{aligned} \quad (2.10)$$

<sup>1</sup>donnée ici pour les électrons  $m_e$ ,  $n_e$ ,  $e$  la masse, la densité et la charge de l'électron

<sup>2</sup> $T$  la température du plasma

avec  $\mathbf{P}$  le tenseur de pression thermique,  $\mathbf{g}$  la gravité effective et  $\boldsymbol{\Omega}$  le vecteur rotation de la planète.

Le premier terme du membre de droite de l'équation ci-dessus représente la force de pression thermique du plasma, le second la force magnétique, le troisième la force de gravitation effective, qui inclut les contributions du champ de pesanteur de la planète et de la force centrifuge, et le dernier la force de Coriolis.

A ce stade, il apparaît nécessaire de préciser certaines de ces forces, afin de mettre sous une forme physiquement plus parlante l'équation du mouvement (2.10).

#### *La force magnétique*

Cette force, appelée force de Laplace, se décompose en deux termes :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu_0}(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} &= -\nabla P_M + \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} \cdot \nabla \mathbf{B} \\ &= -\nabla_{\perp} P_M + T_M \mathbf{c} \end{aligned} \quad (2.11)$$

avec

$$P_M = \frac{B^2}{2\mu_0}, \quad (2.12)$$

$$T_M = 2P_M \quad (2.13)$$

$$\mathbf{c} = \hat{e}_B \cdot \nabla \hat{e}_B \quad (2.14)$$

représentant respectivement la pression, la tension et la courbure magnétique, avec  $\hat{e}_B$  le vecteur unitaire selon la direction du champ magnétique. La force de Laplace est purement perpendiculaire au champ magnétique.

#### *La force de pression thermique*

Le tenseur des pressions thermiques s'écrit dans un plasma gyrotrope sous la forme :

$$\mathbf{P} = P_{\perp} \mathbf{I} + (P_{\parallel} - P_{\perp}) \hat{e}_B \hat{e}_B, \quad (2.15)$$

avec  $P_{\perp}$  et  $P_{\parallel}$  la pression perpendiculaire et parallèle au champ magnétique, et  $\mathbf{I}$  le tenseur unité.

La force de pression thermique prend alors la forme compliquée :

$$-\nabla \cdot \mathbf{P} = -\nabla_{\perp} P_{\perp} - \nabla_{\parallel} P_{\parallel} + \Delta P \left( \mathbf{c} - \frac{\nabla_{\parallel} B}{B} \right) \quad (2.16)$$

avec

$$\Delta P = P_{\perp} - P_{\parallel}.$$

Elle se décompose alors en une force perpendiculaire au champ magnétique :

$$-\nabla_{\perp} P_{\perp} + \Delta P \mathbf{c} \quad (2.17)$$

(*Ferrière et Blanc* [1996] considère le comportement microscopique des particules dans un champ courbe pour expliquer le second terme de (2.17).

Le mouvement des particules le long de la ligne de champ crée une force centrifuge dirigée dans le sens opposé à la courbure et proportionnelle à l'énergie cinétique parallèle moyenne, d'où le terme  $-P_{\parallel} \mathbf{c}$ .

Du fait de la courbure des lignes de champ, il y a plus de particules en un point donné dont le centre-guide se trouve sur une ligne de champ extérieure que sur une ligne intérieure. La force centrifuge nette due au mouvement de gyration des particules autour des lignes de champ est proportionnelle à l'énergie cinétique perpendiculaire moyenne et dirigée dans le sens de la courbure, d'où le terme  $+P_{\perp} \mathbf{c}$ .)

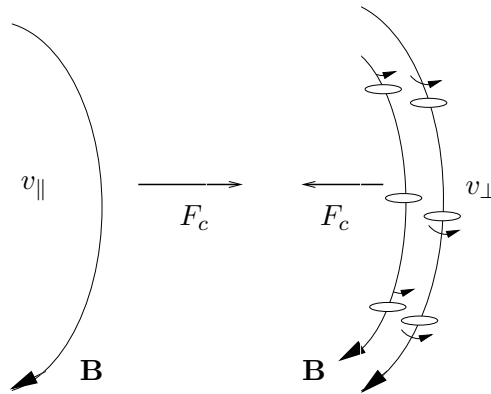


FIG. 2.1 – Section de ligne de champ et de tube de flux magnétique subissant l'effet de l'anisotropie des pressions perpendiculaire et parallèle au champ magnétique, dans la direction perpendiculaire.

et en une force parallèle au champ magnétique :

$$-\nabla_{\parallel} P_{\parallel} - \Delta P \frac{\nabla_{\parallel} B}{B}. \quad (2.18)$$

(Le second terme de cette force est illustré sur la figure 2.2. La pression parallèle est représentée sur la figure s'exerçant sur deux sections de tube de flux de surfaces inégales. Cette pression résulte en une première force dirigée selon la direction moyenne du champ magnétique (ligne centrale) dirigée vers le haut de la figure, dans le sens de la convergence des lignes de champ. La pression perpendiculaire s'exerce sur les parois latérales du tube de flux et résulte en une seconde force dirigée dans la direction opposée à la direction moyenne du champ magnétique. La constance du flux magnétique dans le tube  $\nabla_{\parallel}(BdS) = 0$  permet d'établir le lien entre les surfaces sur lesquelles les forces de pression sont calculées et de retrouver l'expression apparaissant dans (2.18) (cf également *Zimmer* [1997]).)

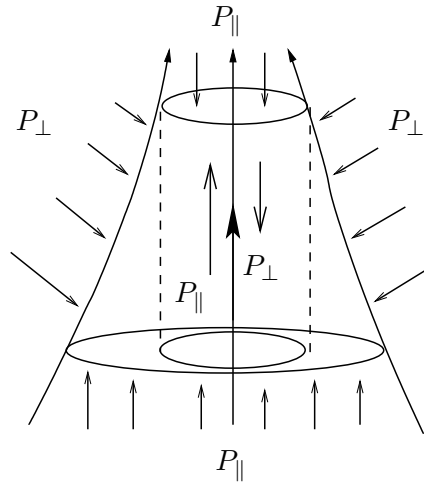


FIG. 2.2 – Section de tube de flux magnétique subissant l'effet de l'anisotropie des pressions perpendiculaire et parallèle au champ magnétique, dans la direction parallèle.

### Résultat

Les expressions (2.11) et (2.16) une fois ré-injectés dans l'équation du mouvement (2.10), on obtient :

$$\rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\nabla_{\perp} P_T - \nabla_{\parallel} P_{\parallel} + T_e \mathbf{c} - \Delta P \frac{\nabla_{\parallel} B}{B} + \rho \mathbf{g} - 2\rho \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}, \quad (2.19)$$

avec

$$\begin{aligned} P_T &= P_M + P_{\perp} \\ T_e &= 2P_M + \Delta P \end{aligned}$$

représentant respectivement la pression totale et la tension magnétique effective (i.e., modifiée par l'anisotropie de pression thermique).

*Équilibre*

À l'équilibre ( $\mathbf{V} = 0$ ), que l'on considère stationnaire ( $\partial/\partial t = 0$ ), l'équation du mouvement se réduit dans les directions perpendiculaire et parallèle au champ magnétique à :

$$-\nabla_{\perp} P_{T0} + T_{e0} \mathbf{c}_0 + \rho_0 \mathbf{g}_{\perp} = 0 \quad (2.20)$$

et

$$-\nabla_{\parallel} P_{\parallel 0} - \Delta P_0 \frac{\nabla_{\parallel} B_0}{B_0} + \rho_0 \mathbf{g}_{\parallel} = 0 \quad (2.21)$$

Dans toute la suite du manuscrit, sauf contre-indication, l'indice 0 repèrera les grandeurs à l'équilibre, non-perturbées (cf chapitre 3).

**2.2.3 Équation d'induction**

En MHD, le courant  $\mathbf{j}$  est relié aux champs électrique et magnétique par la loi d'Ohm :

$$\mathbf{j} = \bar{\sigma} \cdot (\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B}) \quad (2.22)$$

où  $\bar{\sigma}$  est le tenseur de conductivité électrique du plasma.

En éliminant cette équation pour éliminer  $\mathbf{E}$  de (2.4) et en utilisant (2.7) pour exprimer  $\mathbf{j}$  en fonction de  $\mathbf{B}$ , on obtient l'équation générale d'évolution pour  $\mathbf{B}$  :

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) - \nabla \times \left( \frac{1}{\mu_0 \bar{\sigma}} \cdot \nabla \times \mathbf{B} \right). \quad (2.23)$$

Cette équation d'évolution pour  $\mathbf{B}$ , l'équation de l'induction, transcrit le couplage entre le champ de vitesse  $\mathbf{V}$  et le champ magnétique  $\mathbf{B}$ . Le premier terme du membre de droite est un terme de convection, le second un terme de diffusion. Dans le cas d'un milieu peu ou non-collisionnel,  $\sigma$  est très grand et le terme de diffusion est négligeable devant le terme de convection.

L'équation d'évolution pour  $\mathbf{B}$  se réduit ainsi à :

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) \quad (2.24)$$

Cette équation exprime qu'un changement temporel du champ magnétique ne peut être dû qu'à un mouvement du fluide. Le champ magnétique est comme gelé dans le fluide. Cette équation, également dénommée équation du champ gelé, caractérise la MHD idéale. Elle constitue l'équation de l'induction que nous allons utiliser par la suite.

*L'approximation du champ gelé*

Plusieurs conséquences fondamentales découlent de l'équation du champ gelé :

- Deux éléments de matière (fluide) reliés à un instant initial par une même ligne de champ se retrouveront à un instant ultérieur sur une même ligne de champ. Autrement dit, les lignes de champ sont attachées aux éléments de matière.
- Une définition possible de la vitesse d'une ligne de champ est donnée par  $\mathbf{V}_M = \mathbf{E} \times \mathbf{B} / B^2$ . En effet, la loi d'Ohm (2.22), appliquée à un milieu dont la conductivité électrique  $\bar{\sigma}$  est très grande, impose que

$$\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B} = 0, \quad (2.25)$$

pour que le courant  $\mathbf{j}$  reste fini. A partir de cette relation, la vitesse macroscopique du plasma perpendiculaire au champ magnétique est donnée par  $\mathbf{V}_\perp = \mathbf{E} \times \mathbf{B} / B^2$  et la première conséquence de l'équation du champ gelé permet de définir  $\mathbf{V}_M$  comme introduit ci-dessus.

- La masse d'un tube de flux est conservée lors du mouvement. Le mouvement du plasma est donc comparable au mouvement d'un tube aux parois étanches.

*Loi d'Ohm généralisée*

Il convient de revenir sur la validité de la loi d'Ohm donnée en MHD par l'équation (2.25) et sur l'équation de l'induction (2.24).

Pour des plasmas non-collisionnels, dans le régime de fréquence caractéristique de la MHD, la loi d'Ohm générale s'écrit de façon plus générale (*Delcroix et Bers [1994]*) :

$$\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B} - \frac{1}{n_e q_e} \mathbf{B} \times \mathbf{j} - \frac{1}{n_e q_e} \nabla \cdot \mathbf{P}_e = 0. \quad (2.26)$$

Dans cette expression, il ne subsiste plus que le champ électrique, le champ électrique d'induction, l'effet Hall et un terme de diffusion lié au tenseur de pression thermique des électrons. En comparant ces différents termes, on obtient :

- Le rapport du terme de diffusion et du terme Hall est proportionnel au rapport de la pression thermique électronique sur la pression magnétique  $\beta_e$ .
- Le rapport du terme d'induction et du terme Hall est proportionnel dans un plasma proton-électron à  $\frac{\mathbf{V}_i}{\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_e}$ , et ce rapport est élevé.
- Le rapport entre le terme d'induction et le terme de diffusion est élevé car on suppose la stratification faible.



L'expression (2.25) nous permet également d'obtenir qu'à l'équilibre :

$$E_{\parallel 0} = 0, \quad (2.27)$$

le champ parallèle électrique étant à l'équilibre équivalent à des termes très petits.

En résumé, dans la limite basse fréquence considérée dans notre étude et en présence d'une faible stratification, la loi d'Ohm (2.25) et l'approximation du champ gelé qui en découle dans la limite non-collisionnelle sont justifiées, de même que l'équation de l'induction (2.24).

### 2.2.4 Fermeture des équations

Le système des équations hydrodynamiques fait intervenir pour chaque équation des termes inconnus. Ainsi l'équation de continuité qui régit l'évolution de la densité dépend de la vitesse, et de même l'équation du mouvement qui régit l'évolution de la vitesse dépend de la pression. Il y a toujours plus d'inconnues que d'équations, et le système est indéterminé. Il est nécessaire de faire une hypothèse sur un des moments hydrodynamiques apparaissant dans une de ces équations, afin de fermer le système des équations magnétohydrodynamiques. Cette hypothèse se fait souvent au niveau de la pression thermique, sous la forme d'équations d'état décrivant son évolution.

Dans un plasma gyrotrope, les équations d'état fréquemment utilisées sont les équations CGL (*Chew, Golberger et Low* [1956]), données par :

$$\frac{D}{Dt} \left( \frac{P_{\perp}}{\rho B} \right) = 0 \quad (2.28)$$

$$\frac{D}{Dt} \left( \frac{P_{\parallel} B^2}{\rho^3} \right) = 0 \quad (2.29)$$

et qui reposent sur l'hypothèse forte que les flux de chaleur parallèles sont nuls. Les équations CGL s'appliquent pour chaque espèce mais également pour le plasma dans son intégralité. Elles ont le mérite d'être simples à utiliser, mais ne sont généralement pas correctes pour décrire des ondes. Le système des équations de continuité, du mouvement et d'induction, complété par les équations d'état CGL pour fermer le système constitue le système d'équations de la théorie double-adiabatique.

## 2.3 Théorie cinétique

### 2.3.1 Approximation du centre guide

Le mouvement d'une particule chargée piégée dans des champs de forces variant peu à l'échelle du rayon de gyration (de Larmor)  $\rho_L$  de la particule peut être décomposé en un mouvement local de gyration rapide autour d'un 'centre-guide' situé sur la ligne de champ magnétique et un mouvement de ce centre-guide, lui-même décomposé en un mouvement

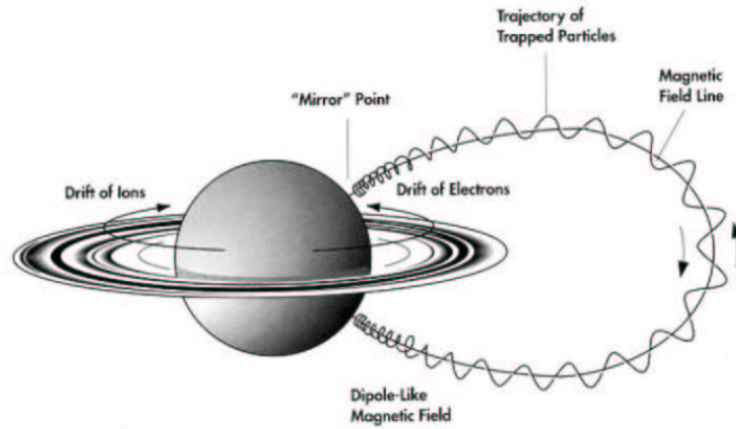


FIG. 2.3 – Mouvement d’une particule chargée piégée le long d’une ligne de champ dans la magnétosphère de Saturne. Le mouvement de gyration d’une particule autour d’une ligne de champ et de son centre-guide le long de la ligne de champ (mouvement de rebond jusqu’au point miroir) sont représentés par une hélice. Un mouvement de dérive perpendiculaire au champ magnétique, par exemple dû au gradient du champ, est représenté ici par un mouvement azimutal, de sens opposé suivant la charge de la particule considérée.

le long de la ligne de champ et en un mouvement de dérive perpendiculaire au champ magnétique (figure 2.3).

La vitesse du centre-guide est donc donnée dans cette décomposition par :

$$\dot{\mathbf{r}}_g = \mathbf{v}_d + v_{\parallel} \hat{\mathbf{e}}_B, \quad (2.30)$$

avec  $\mathbf{r}_g$  sa position,  $\mathbf{v}_d$  sa vitesse de dérive perpendiculaire au champ magnétique et  $v_{\parallel}$  sa vitesse le long de la ligne de champ.

A noter que la décomposition du mouvement d’une particule en le mouvement de son centre-guide s’obtient à l’aide d’un développement asymptotique en  $\rho_L / L \rightarrow 0$ ,  $L$  étant une longueur caractéristique de variation des champs de forces. On considère ainsi que le mouvement de la particule ne s’écarte localement guère du mouvement qu’elle aurait dans des champs de forces stationnaires et homogènes.

Lorsque le champ magnétique varie lentement dans l’espace et dans le temps, le moment magnétique  $\mu \equiv \frac{1}{2} m v_{\perp}^2 / B$  reste constant en première approximation. La conservation de ce premier ‘invariant adiabatique’ conduit à :

$$\dot{v}_{\perp} = \frac{1}{2} \frac{\dot{B}}{B} v_{\perp}. \quad (2.31)$$

Nous utiliserons cette propriété pour en déduire la variation de la vitesse perpendiculaire d'une particule lorsque le champ magnétique varie sous l'effet d'une perturbation.

L'équation du mouvement parallèle du centre-guide permet quant à elle d'obtenir :

$$\dot{v}_{\parallel} = \frac{q}{m} E_{\parallel} - \frac{\frac{1}{2} v_{\perp}^2}{B} \frac{\partial B}{\partial s} + g_{\parallel} - (2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}_{\perp})_{\parallel} + \mathbf{V}_{\perp} \cdot \dot{\hat{e}}_B. \quad (2.32)$$

Le deuxième terme du membre de droite correspond à la force miroir, proportionnelle au premier invariant adiabatique. Cette force constitue une force de freinage due à une convergence des lignes de champ magnétique.

### 2.3.2 Équation de Vlasov

Il est possible de décrire le plasma à l'aide des fonctions de distribution des particules pour chaque espèce du plasma. Ces fonctions de distribution représentent le nombre de particules d'une espèce donnée  $dn$  situées dans un élément de volume  $d\mathbf{r}$  et dans un voisinage  $d\mathbf{v}$  de la vitesse  $\mathbf{v}$ . Elles sont exprimées soit en fonction du temps, de la position de la particule et de sa vitesse totale par  $f(t, \mathbf{r}, \mathbf{v})$ , soit de manière équivalente en fonction du temps, de la position du centre-guide, de la vitesse microscopique de gyration et de la vitesse microscopique de la particule le long de la ligne de champ (qui coïncide avec celle de son centre-guide) par  $f(t, \mathbf{r}_g, \mathbf{v}_{\perp}, v_{\parallel})$ . Par la suite, nous utiliserons la seconde façon de les exprimer, en utilisant en outre des fonctions de distribution moyennées sur la période de gyration,  $f = f(t, \mathbf{r}_g, v_{\perp}, v_{\parallel})$ .

La fonction de distribution de chaque espèce du plasma est gouvernée par l'équation de Vlasov, donnée par :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f + \frac{q}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = 0 \quad (2.33)$$

ou encore par :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \dot{\mathbf{r}}_g \cdot \nabla f + \dot{v}_{\perp} \frac{\partial f}{\partial v_{\perp}} + \dot{v}_{\parallel} \frac{\partial f}{\partial v_{\parallel}} = 0. \quad (2.34)$$

La résolution du système d'équations de Vlasov permet d'obtenir les fonctions de distribution à partir des champs électromagnétiques et d'en déduire les densités de charge et de courant qui interviennent dans les équations de Maxwell. Au final, le système d'équations obtenu est ainsi auto-cohérent.

Les définitions des différents paramètres macroscopiques à partir des fonctions de distribution des particules sont données par les expressions suivantes :

$$n_s \equiv \int f_s \, \mathbf{d}\mathbf{v} \quad (2.35)$$

$$\rho_c = \sum_s q_s \int f_s \, \mathbf{d}\mathbf{v} \quad (2.36)$$

$$\mathbf{V}_s = \int \mathbf{v} f_s \, \mathbf{d}\mathbf{v} \quad (2.37)$$

$$\mathbf{j} = \sum_s q_s \int \mathbf{v} f_s \, \mathbf{d}\mathbf{v} \quad (2.38)$$

$$P_{s\perp} \equiv \int \left(\frac{1}{2} m v_\perp^2\right) f_s \, \mathbf{d}\mathbf{v} \quad (2.39)$$

$$P_{s\parallel} \equiv \int \left(m v_\parallel^2\right) f_s \, \mathbf{d}\mathbf{v} \quad (2.40)$$

$$\mathbf{Q} \equiv \sum_s m_s \int (\mathbf{V}_s - \mathbf{v})(\mathbf{V}_s - \mathbf{v})(\mathbf{V}_s - \mathbf{v}) f_s \, \mathbf{d}\mathbf{v}, \quad (2.41)$$

respectivement pour la densité de l'espèce d'indice  $s$ , pour la densité de charge électrique totale, pour la vitesse de l'espèce d'indice  $s$ , pour la densité de courant électrique totale, pour les pressions thermiques parallèle et perpendiculaire au champ magnétique de l'espèce  $s$  et enfin pour le flux de chaleur (en notation tensorielle).

On définit pour chaque espèce, à partir de la densité et des pressions thermiques, des températures  $T$  et des vitesses thermiques  $v_T$  par les relations :

$$T_\perp = \frac{P_\perp}{n} \quad (2.42)$$

$$T_\parallel = \frac{P_\parallel}{n} \quad (2.43)$$

$$v_{T\perp} = \frac{2T_\perp}{m} \quad (2.44)$$

$$v_{T\parallel} = \frac{T_\parallel}{m} \quad (2.45)$$

où  $m$  est la masse d'une particule de l'espèce considérée.

L'intégration de l'équation de Vlasov sur l'espace des vitesses après multiplication par 1 et  $\mathbf{v}$  permet de retrouver les équations fluide d'ordre 0 et 1, i.e. les équations de continuité et du mouvement, de manière exacte. On peut maintenant revenir sur l'hypothèse sur laquelle repose la dérivation des équations CGL dans un plasma gyrotrope, à savoir que

les flux de chaleur parallèles sont nuls. A l'aide des paramètres définis ci-dessus, cela s'écrit en termes mathématiques :

$$Q_{s\parallel\parallel} \equiv m_s \int v_{\parallel}^3 f_s \, \mathbf{d}\mathbf{v} = 0$$

$$Q_{s\parallel\perp\perp} \equiv m_s \int v_{\parallel} v_{\perp}^2 f_s \, \mathbf{d}\mathbf{v} = 0,$$

pour chaque espèce d'indice  $s$ .

On imagine aisément que cette hypothèse n'est satisfaite que dans des cas particuliers.

## 2.4 Système de coordonnées

On utilise le système de coordonnées introduit par *Ferrière et Blanc*, [1996], adapté aux systèmes magnétosphériques. Ce système est tel que :

$$\mathbf{B}_0 = \nabla\alpha \times \nabla\beta. \quad (2.46)$$

$\alpha$  et  $\beta$  sont les potentiels d'Euler associés au champ magnétique à l'équilibre  $\mathbf{B}_0$ . Ils sont constants le long des lignes de force du champ. La coordonnée  $\zeta$  qui complète le système de coordonnées est choisie de telle sorte que le vecteur unitaire associé  $\hat{e}_{\zeta}$  soit parallèle à  $\mathbf{B}_0$ . Ce choix de  $\zeta$  n'est possible que si le courant électrique n'a pas de composante parallèle à l'équilibre (cf équation (2.27)).

On définit les facteurs d'échelle  $h_{\alpha}$ ,  $h_{\beta}$ ,  $h_{\zeta}$  de telle sorte que les composantes du vecteur déplacement soient reliées aux déplacements curvilinéaires  $\delta\alpha$ ,  $\delta\beta$  et  $\delta\zeta$  par :

$$dr_{\alpha} = h_{\alpha} d\alpha \quad (2.47)$$

$$dr_{\beta} = h_{\beta} d\beta \quad (2.48)$$

$$ds = h_{\zeta} d\zeta. \quad (2.49)$$

Les deux premiers facteurs d'échelle satisfont la relation

$$B_0 = \frac{1}{h_{\alpha} h_{\beta}}. \quad (2.50)$$

Le flux magnétique à travers un tube de flux élémentaire délimité par  $\alpha$  et  $\alpha + d\alpha$  et par  $\beta$  et  $\beta + d\beta$  est ainsi égal à  $d\Phi = d\alpha d\beta$ . Le volume de ce tube de flux entre  $\zeta$  et  $\zeta + d\zeta$  est égal à  $dV = (h_{\zeta}/B_0)(d\Phi d\zeta)$ , d'où on déduit une mesure du volume d'un segment de tube de flux unitaire :

$$V_0 \equiv \frac{h_{\zeta}}{B_0}. \quad (2.51)$$

Les opérateurs gradient, divergence et rotationnel appliqués à un vecteur  $\mathcal{A}$  ou une fonction  $\mathcal{A}$  s'écrivent dans le système de coordonnées curvilignes  $(\alpha, \beta, \zeta)$  :

$$\nabla \mathcal{A} = \frac{1}{h_\alpha} \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial \alpha} \hat{e}_\alpha + \frac{1}{h_\beta} \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial \beta} \hat{e}_\beta + \frac{1}{h_\zeta} \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial \zeta} \hat{e}_\zeta \quad (2.52)$$

$$\nabla \cdot \mathcal{A} = \frac{1}{h_\alpha h_\beta h_\zeta} \left[ \frac{\partial}{\partial \alpha} (h_\beta h_\zeta \mathcal{A}_\alpha) + \frac{\partial}{\partial \beta} (h_\alpha h_\zeta \mathcal{A}_\beta) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (h_\alpha h_\beta \mathcal{A}_\zeta) \right] \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathcal{A} &= \frac{1}{h_\beta h_\zeta} \left[ \frac{\partial}{\partial \beta} (h_\zeta \mathcal{A}_\zeta) - \frac{\partial}{\partial \zeta} (h_\beta \mathcal{A}_\beta) \right] \hat{e}_\alpha \\ &+ \frac{1}{h_\alpha h_\zeta} \left[ \frac{\partial}{\partial \zeta} (h_\alpha \mathcal{A}_\alpha) - \frac{\partial}{\partial \alpha} (h_\zeta \mathcal{A}_\zeta) \right] \hat{e}_\beta \\ &+ \frac{1}{h_\alpha h_\beta} \left[ \frac{\partial}{\partial \alpha} (h_\beta \mathcal{A}_\beta) - \frac{\partial}{\partial \beta} (h_\alpha \mathcal{A}_\alpha) \right] \hat{e}_\zeta \end{aligned} \quad (2.54)$$

[e.g., *Gradshteyn and Ryzhik*, 1980].

Lorsque le champ magnétique à l'équilibre,  $\mathbf{B}_0$ , est plan et invariant perpendiculairement à ce plan, les vecteurs  $\partial \hat{e}_\zeta / \partial i$  et  $\partial \hat{e}_i / \partial \zeta$  sont dans le plan  $(i, \zeta)$  et satisfont les relations suivantes :

$$\frac{\partial \hat{e}_\zeta}{\partial i} = \frac{\partial h_i}{\partial s} \hat{e}_i \quad (2.55)$$

$$\frac{\partial \hat{e}_i}{\partial s} = -(\mathbf{c}_0)_i \hat{e}_\zeta \quad (2.56)$$

pour  $i = \alpha, \beta$ . La courbure magnétique à l'équilibre,  $\mathbf{c}_0$ , est donnée par (2.13) prise à l'équilibre et peut également être exprimée en utilisant (2.45) par :

$$\mathbf{c}_0 = -\frac{1}{h_\zeta} \nabla_\perp h_\zeta \cdot \quad (2.57)$$



## Chapitre 3

# Équations perturbées

Dans ce chapitre, on considère de petites perturbations par rapport à l'équilibre décrit dans le chapitre précédent. Les perturbations des grandeurs  $\mathcal{A}$  sont dénotées par un symbole  $\delta$ . On rappelle que les grandeurs à l'équilibre sont quant à elles repérées par un indice 0, de sorte que :

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_0 + \delta\mathcal{A} .$$

On linéarise alors les équations du chapitre précédent, en supposant que les perturbations sont petites devant les paramètres de l'équilibre :

$$\delta\mathcal{A} \ll \mathcal{A}_0 ,$$

et on leur impose une dépendance temporelle en  $\exp(-i\omega t)$ .

On choisit d'exprimer les grandeurs perturbées en fonction du champ de déplacement  $\delta\mathbf{r} = (1/-i\omega)\delta\mathbf{v}$ .

### 3.1 Équations fluide

#### 3.1.1 Équation de continuité

L'équation (2.9) perturbée s'écrit :

$$\frac{D\rho}{\rho_0} = \frac{\delta\rho}{\rho_0} + \frac{\nabla\rho_0}{\rho_0} \cdot \delta\mathbf{r} = -\nabla \cdot \delta\mathbf{r} , \quad (3.1)$$

avec

$$D\mathcal{A} = \delta\mathcal{A} + \nabla\mathcal{A}_0 \cdot \delta\mathbf{r} \quad (3.2)$$

défini comme ci-dessus pour toute grandeur  $\mathcal{A}$  par la suite. Lorsque les plasmas sont homogènes, cette définition s'écrit tout simplement  $D\mathcal{A} = \delta\mathcal{A}$ .

On peut mettre également cette équation sous la forme :

$$\frac{D\rho}{\rho_0} = \frac{\delta\rho}{\rho_0} + \frac{\nabla\rho_0}{\rho_0} \cdot \delta\mathbf{r} = -(\nabla \cdot \delta\mathbf{r})_{\perp} - (\nabla \cdot \delta\mathbf{r})_{\parallel} , \quad (3.3)$$



en faisant apparaître les compressions perpendiculaire et parallèle au champ magnétique. Ces compressions s'expriment dans le système de coordonnées curvilignes choisi  $(\alpha, \beta, \zeta)$  par :

$$(\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_{\perp} = \left( \frac{\partial \delta \alpha}{\partial \alpha} + \frac{\partial \delta \beta}{\partial \beta} \right) - \frac{\nabla B_0}{B_0} \cdot \delta \mathbf{r}, \quad (3.4)$$

$$(\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_{\parallel} = \hat{e}_{\zeta} \cdot \nabla \delta \mathbf{r} = \frac{\partial \delta s}{\partial s} - \mathbf{c}_0 \cdot \delta \mathbf{r}, \quad (3.5)$$

à l'aide de l'expression (2.53) de la divergence totale du champ de déplacement, défini par ses composantes (2.47)-(2.49), et en utilisant (2.56) pour évaluer la divergence parallèle séparément. L'expression de la divergence parallèle ainsi obtenue est retranchée de celle de la divergence totale et l'expression résultante de cette opération est simplifiée à l'aide des équations (2.56)-(2.57).

### 3.1.2 Équation du mouvement

#### *Problématique*

L'équation (2.19) perturbée s'écrit :

$$\begin{aligned} -\rho_0 \omega^2 \delta \mathbf{r} &= -\delta(\nabla_{\perp} P_T) - \delta(\nabla_{\parallel} P_{\parallel}) \\ &+ \delta T_e \mathbf{c}_0 + T_{e0} \delta \mathbf{c} \\ &- \delta \Delta P \frac{\nabla_{\parallel} B_0}{B_0} - \Delta P_0 \left( \frac{\delta(\nabla_{\parallel} B)}{B_0} - \frac{\nabla_{\parallel} B_0}{B_0} \frac{\delta B}{B_0} \right) \\ &+ \delta \rho \mathbf{g} + 2i\omega \rho_0 \boldsymbol{\Omega} \times \delta \mathbf{r}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Cette équation fait apparaître des perturbations dont le calcul n'est pas trivial. En effet, la courbure magnétique et les gradients parallèle et perpendiculaire se réfèrent à la direction du champ magnétique total  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \delta \mathbf{B}$ . Pour valculer les perturbations de ces quantités, il faut ainsi tenir compte des changements de direction de  $\mathbf{B}$ .

#### *Expressions des perturbations*

Tout d'abord, on calcule la variation du vecteur unitaire  $\hat{e}_{\mathbf{B}}$  sous l'effet d'une perturbation du champ magnétique :

$$\hat{e}_{\mathbf{B}} = \hat{e}_{\zeta} + \delta \hat{e}_{\mathbf{B}}, \quad (3.7)$$

$$\delta \hat{e}_{\mathbf{B}} = \delta \left( \frac{\mathbf{B}}{B} \right)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\delta \mathbf{B}}{B_0} - \frac{\delta B}{B_0} \widehat{e}_\zeta \\
\delta \widehat{e}_B &= \frac{\delta \mathbf{B}_\perp}{B_0}, \tag{3.8}
\end{aligned}$$

car  $\delta \left( \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}}{B^2} \right) = 0$  implique  $\delta \mathbf{B} \cdot \widehat{e}_\zeta = \delta B$ .

Ensuite on calcule à l'aide de ce résultat la variation de la courbure magnétique donnée par (2.14) :

$$\begin{aligned}
\delta \mathbf{c} &= \frac{\delta \mathbf{B}_\perp}{B_0} \cdot \nabla_\perp \widehat{e}_\zeta + \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{\delta \mathbf{B}_\perp}{B_0} \right) \\
&= \frac{1}{h_\alpha} \frac{\partial}{\partial s} \left( h_\alpha \frac{\delta B_\alpha}{B_0} \right) \widehat{e}_\alpha + \frac{1}{h_\beta} \frac{\partial}{\partial s} \left( h_\beta \frac{\delta B_\beta}{B_0} \right) \widehat{e}_\beta - \mathbf{c}_0 \cdot \frac{\delta \mathbf{B}_\perp}{B_0} \widehat{e}_\zeta,
\end{aligned}$$

en utilisant les équations (2.48) et (2.49) pour obtenir la dernière égalité.

Enfin on relie les perturbations des gradients par rapport à  $\mathbf{B}$  aux gradients par rapport à  $\mathbf{B}_0$  des perturbations de la quantité  $\mathcal{A}$  :

$$\begin{aligned}
\delta (\nabla_\parallel \mathcal{A}) &= \delta [(\widehat{e}_B \cdot \nabla \mathcal{A}) \widehat{e}_B] \\
&= (\widehat{e}_\zeta \cdot \nabla \delta \mathcal{A}) \widehat{e}_\zeta + (\delta \widehat{e}_B \cdot \nabla \mathcal{A}_0) \widehat{e}_\zeta + (\widehat{e}_\zeta \cdot \nabla \mathcal{A}_0) \delta \widehat{e}_B \\
&= \nabla_\parallel \delta \mathcal{A} + \nabla_\perp \mathcal{A}_0 \cdot \frac{\delta \mathbf{B}_\perp}{B_0} \widehat{e}_\zeta + \frac{\partial \mathcal{A}_0}{\partial s} \frac{\delta \mathbf{B}_\perp}{B_0}, \tag{3.9}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta (\nabla_\perp \mathcal{A}) &= \delta (\nabla \mathcal{A} - \nabla_\parallel \mathcal{A}) \\
&= \nabla \delta \mathcal{A} - \left( \nabla_\parallel \delta \mathcal{A} + \nabla_\perp \mathcal{A}_0 \cdot \frac{\delta \mathbf{B}_\perp}{B_0} \widehat{e}_\zeta + \frac{\partial \mathcal{A}_0}{\partial s} \frac{\delta \mathbf{B}_\perp}{B_0} \right) \\
&= \nabla_\perp \delta \mathcal{A} - \nabla_\perp \mathcal{A}_0 \cdot \frac{\delta \mathbf{B}_\perp}{B_0} \widehat{e}_\zeta - \frac{\partial \mathcal{A}_0}{\partial s} \frac{\delta \mathbf{B}_\perp}{B_0}. \tag{3.10}
\end{aligned}$$

Les perturbations des gradients font ainsi apparaître, en plus des gradients par rapport à  $\mathbf{B}_0$  des perturbations, les contributions du gradient parallèle et du gradient perpendiculaire de la quantité à l'équilibre, suite au changement de direction du champ  $\mathbf{B}$  lié à la perturbation. Par la suite, les gradients introduits se réfèrent à la direction du champ magnétique  $\mathbf{B}_0$ .

*Résultat*

Les expressions des perturbations des gradients et de la courbure magnétique calculées ci-dessus sont réinjectées dans l'équation perturbée du mouvement (3.6).

Cette dernière s'écrit une fois les termes réarrangés :

$$\begin{aligned}
-\rho_0 \omega^2 \delta \mathbf{r} &= -\nabla_{\perp} \delta P_T - \nabla_{\parallel} \delta P_{\parallel} \\
&+ \delta T_e \mathbf{c}_0 + \delta \rho \mathbf{g} \\
&- \delta \Delta P \frac{\nabla_{\parallel} B_0}{B_0} - \Delta P_0 \nabla_{\parallel} \frac{\delta B}{B_0} \\
&+ B_0 \left[ \frac{1}{h_{\alpha}} \frac{\partial}{\partial s} \left( h_{\alpha} \frac{T_{e0}}{B_0} \frac{\delta B_{\alpha}}{B_0} \right) \hat{e}_{\alpha} + \frac{1}{h_{\beta}} \frac{\partial}{\partial s} \left( h_{\beta} \frac{T_{e0}}{B_0} \frac{\delta B_{\beta}}{B_0} \right) \hat{e}_{\beta} \right] \\
&+ \left[ B_0 \nabla_{\perp} \frac{T_{e0}}{B_0} - T_{e0} \mathbf{c}_0 \right] \cdot \frac{\delta \mathbf{B}_{\perp}}{B_0} \hat{e}_{\zeta} \\
&+ 2i \omega \rho_0 \boldsymbol{\Omega} \times \delta \mathbf{r}.
\end{aligned} \tag{3.11}$$

Les termes du membre de droite représentent successivement :

- les gradients perpendiculaire et parallèle des perturbations de pression totale et parallèle, respectivement ;
- les forces de flottabilité magnétique et gravitationnelle ;
- l'effet de la perturbation d'anisotropie de pression thermique dans un champ magnétique variant le long de la ligne de champ ; l'effet de l'anisotropie de pression thermique initiale suite à une perturbation de l'intensité du champ magnétique variant le long de la ligne de champ ;
- la tension magnétique effective résultant de la déformation de la ligne de champ ;
- un terme compliqué, dû au second termes apparaissant dans les expressions (3.9) et (3.10) des perturbations des gradients des pressions magnétique et thermiques ;
- et la force de Coriolis.

A noter que dans le cas isotrope,  $\Delta P = 0$  et  $T_{e0} = 2 P_{M_0}$ , on retrouve l'équation (22) de *Ferrière et al.* [1999]. Les principales différence entre les cas isotrope et gyrotrope résident dans le remplacement de la tension magnétique par la tension magnétique effective qui tient compte de l'anisotropie du plasma, et dans l'apparition des deux termes propres aux cas des plasmas gyrotropes évoqués ci-dessus.

### 3.1.3 Équation d'induction

L'équation de l'induction perturbée dans l'approximation du champ gelé (2.24) s'écrit :

$$\delta\mathbf{B} = \nabla \times (\delta\mathbf{r} \times \mathbf{B}_0) , \quad (3.12)$$

et s'exprime une fois décomposée dans le système de coordonnées curvilignes  $(\alpha, \beta, \zeta)$  choisi :

$$\frac{\delta B_\alpha}{B_0} = h_\alpha \frac{\partial \delta\alpha}{\partial s} \quad (3.13)$$

$$\frac{\delta B_\beta}{B_0} = h_\beta \frac{\partial \delta\beta}{\partial s} \quad (3.14)$$

$$\frac{\delta B}{B_0} = - \left( \frac{\partial \delta\alpha}{\partial \alpha} + \frac{\partial \delta\beta}{\partial \beta} \right) \quad (3.15)$$

Ainsi, une variation le long de la ligne de champ des déplacements transverses entraîne ainsi une déformation des lignes de champ, tandis qu'une convergence perpendiculaire entraîne un rapprochement des lignes de champ et donc une augmentation de l'intensité du champ magnétique.

L'équation (3.15) se met également sous la forme :

$$\frac{DB}{B_0} = \frac{\delta B}{B_0} + \frac{\nabla B_0}{B_0} \cdot \delta\mathbf{r} = -(\nabla \cdot \delta\mathbf{r})_\perp , \quad (3.16)$$

quand on utilise (3.2) et (3.4).

La perturbation de la pression magnétique définie par (2.12) s'exprime alors par :

$$\frac{DP_M}{P_{M0}} = -2P_{M0} (\nabla \cdot \delta\mathbf{r})_\perp . \quad (3.17)$$

## 3.2 Fermeture du système

### 3.2.1 Problématique

L'équation du mouvement perturbée fait intervenir, outre le déplacement Lagrangien  $\delta\mathbf{r}$ , les perturbations de la densité, du champ magnétique et des pressions thermiques perpendiculaire et parallèle. Les perturbations de densité et du champ magnétique ont été exprimées en fonction du vecteur déplacement perturbé (voir équations 3.3 et 3.16). Il reste alors à obtenir les perturbations des pressions thermiques en fonction de ce même déplacement, pour constituer un système fermé fonction seulement de  $\delta\mathbf{r}$ .

### 3.2.2 Équations d'état

Les équations d'état perturbées de la théorie double-adiabatique sont obtenues en linéarisant les équations CGL (2.25) et (2.26) :

$$\frac{DP_{\perp}}{P_{\perp}} = \frac{D\rho}{\rho_0} + \frac{DB}{B_0}, \quad (3.18)$$

$$\frac{DP_{\parallel}}{P_{\parallel}} = 3 \frac{D\rho}{\rho_0} - 2 \frac{DB}{B_0}, \quad (3.19)$$

à l'aide de (3.2). Elles s'expriment finalement en fonction de  $\delta\mathbf{r}$  en utilisant les équations (3.3) et (3.16) :

$$\frac{DP_{\perp}}{P_{\perp}} = -2 (\nabla \cdot \delta\mathbf{r})_{\perp} - (\nabla \cdot \delta\mathbf{r})_{\parallel} \quad (3.20)$$

$$\frac{DP_{\parallel}}{P_{\parallel}} = -(\nabla \cdot \delta\mathbf{r})_{\perp} - 3 (\nabla \cdot \delta\mathbf{r})_{\parallel}. \quad (3.21)$$

Les effets d'une compression perpendiculaire sur la densité (équation (3.3)) et sur l'intensité du champ magnétique (équation (3.16)) étant linéaires, son effet sur la pression perpendiculaire sera double, tandis qu'il sera linéaire sur la pression parallèle.

Les effets d'une compression parallèle n'étant quant à eux linéaires que sur la densité et n'affectant pas l'intensité du champ magnétique, son effet sur la pression perpendiculaire est aussi linéaire ; il est triple en revanche sur la pression parallèle.

On montrera par la suite que ces équations ne sont pas correctes pour décrire les ondes dans un plasma gyrotrope. Puisque nous aurons recours par la suite à la théorie cinétique pour étudier les ondes dans un plasma gyrotrope, il convient de mettre en place dès ce chapitre les éléments de théorie qui nous serviront, notamment le calcul de la perturbation de la fonction de distribution des vitesses des particules.

### 3.3 Théorie cinétique

L'équation de Vlasov (2.31) perturbée dans la limite basse-fréquence s'écrit :

$$\frac{\partial \delta f}{\partial t} + \mathbf{r}_{g_0} \cdot \nabla \delta f + \delta(\mathbf{r}_g) \cdot \nabla f_0 + \dot{v}_{\perp} \frac{\partial \delta f}{\partial v_{\perp}} + \delta(\dot{v}_{\perp}) \frac{\partial f_0}{\partial v_{\perp}} + \dot{v}_{\parallel} \frac{\partial \delta f}{\partial v_{\parallel}} + \delta(\dot{v}_{\parallel}) \frac{\partial f_0}{\partial v_{\parallel}} = 0$$

L'expression générale de la vitesse du centre-guide est donnée par (2.30) :

$$\mathbf{r}_g = \mathbf{v}_d + v_{\parallel} \widehat{e}_B, \quad (3.22)$$

avec  $\mathbf{v}_d = \delta\mathbf{V}_{\perp}$  la vitesse perpendiculaire du plasma, car dans l'approximation du champ gelé (2.25) ces deux vitesses peuvent être considérées comme égales à la vitesse de dérive électrique  $(\mathbf{E} \times \mathbf{B})/B^2$ , identique pour toutes les espèces présentes dans le plasma.

Cette expression donne :

– à l'ordre 0 par rapport à la perturbation :

$$\dot{\mathbf{r}}_{g0} = v_{\parallel} \hat{e}_{\zeta}, \quad (3.23)$$

car à l'équilibre la vitesse de dérive s'annule ;

– à l'ordre 1 par rapport à la perturbation :

$$\delta(\dot{\mathbf{r}}_g) = \delta \mathbf{V}_{\perp} + v_{\parallel} \frac{\delta \mathbf{B}_{\perp}}{B_0}, \quad (3.24)$$

en utilisant (3.8).

La variation de la vitesse microscopique de gyration s'exprime par (2.31) :

$$\dot{v}_{\perp} = \frac{1}{2} \frac{\dot{B}}{B} v_{\perp}, \quad (3.25)$$

avec  $\dot{B} = \partial B / \partial t + \dot{\mathbf{r}}_g \cdot \nabla B_0$ , ce qui donne :

– à l'ordre 0 :

$$\dot{v}_{\perp} = \frac{1}{2} v_{\parallel} \frac{1}{B_0} \frac{\partial B_0}{\partial s} v_{\perp}, \quad (3.26)$$

– à l'ordre 1 :

$$\delta(\dot{v}_{\perp}) = \frac{1}{2} \frac{v_{\perp}}{B_0} \left[ \frac{\partial \delta B}{\partial t} + \delta(\dot{\mathbf{r}}_g) \cdot \nabla B_0 + v_{\parallel} B_0 \frac{\partial}{\partial s} \frac{\delta B}{B_0} \right]. \quad (3.27)$$

La variation de la vitesse microscopique parallèle s'exprime par (2.32) :

$$\dot{v}_{\parallel} = \frac{q}{m} E_{\parallel} - \frac{\frac{1}{2} v_{\perp}^2}{B} \frac{\partial B}{\partial s} + g_{\parallel} - (2 \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}_{\perp})_{\parallel} + \mathbf{V}_{\perp} \cdot \hat{e}_B, \quad (3.28)$$

ce qui donne :

– à l'ordre 0 :

$$\dot{v}_{\parallel} = -\frac{\frac{1}{2} v_{\perp}^2}{B_0} \frac{\partial B_0}{\partial s} + g_{\zeta}, \quad (3.29)$$

car à l'équilibre le champ électrique parallèle est négligeable et la vitesse macroscopique du plasma s'annule ;

– à l'ordre 1 :

$$\begin{aligned} \delta(\dot{v}_{\parallel}) &= \frac{q}{m} \delta E_{\parallel} - \frac{1}{2} \frac{v_{\perp}^2}{B_0} \left( B_0 \frac{\partial}{\partial s} \frac{\delta B}{B_0} + \frac{\delta \mathbf{B}_{\perp}}{B_0} \cdot \nabla B_0 \right) \\ &+ \mathbf{g} \cdot \frac{\delta \mathbf{B}_{\perp}}{B_0} - (2 \boldsymbol{\Omega} \times \delta \mathbf{V}_{\perp}) \cdot \hat{e}_{\zeta} + v_{\parallel} \mathbf{c}_0 \cdot \delta \mathbf{V}_{\perp}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

La vitesse de dérive  $\mathbf{v}_d$  regroupe de manière générale d'autres vitesses que celle associée au champ électrique. Suivant le type de population plasma considérée, elle est dominée par différentes contributions. Par exemple, pour du plasma de faible énergie comme celui considéré ici, elle sera principalement dominée par la vitesse de dérive électrique, tandis que pour des particules de très hautes énergies comme celles des ceintures de radiation, elle sera dominée par les vitesses de dérives dues au gradient et à la courbure du champ magnétique, mais alors on rentre en conflit avec l'équation de l'induction idéale utilisée ici. On vérifiera plus formellement la validité de notre approche au chapitre 8.

Une fois ces expressions ré-injectées dans l'équation de Vlasov perturbée, on obtient :

$$\begin{aligned} -i\omega \delta f &+ v_{\parallel} \frac{\partial \delta f}{\partial s} + (\delta \mathbf{V}_{\perp} + v_{\parallel} \delta \hat{e}_B) \cdot \nabla f_0 \\ &+ \frac{1}{2} \frac{1}{B_0} \frac{\partial B_0}{\partial s} v_{\parallel} v_{\perp} \frac{\partial \delta f}{\partial v_{\perp}} \\ &+ \frac{1}{2} \frac{1}{B_0} \left[ -i\omega \delta B + v_{\parallel} B_0 \frac{\partial}{\partial s} \frac{\delta B}{B_0} + (\delta \mathbf{V}_{\perp} + v_{\parallel} \delta \hat{e}_B) \cdot \nabla B_0 \right] v_{\perp} \frac{\partial f_0}{\partial v_{\perp}} \\ &+ \left( -\frac{1}{2} v_{\perp}^2 \frac{1}{B_0} \frac{\partial B}{\partial s} + g_{\zeta} \right) \frac{\partial \delta f}{\partial v_{\parallel}} \\ &+ \left[ \frac{q}{m} \delta E_{\parallel} - \frac{1}{2} v_{\perp}^2 \frac{1}{B_0} \left( B_0 \frac{\partial}{\partial s} \frac{\delta B}{B_0} + \delta \hat{e}_B \cdot \nabla B_0 \right) \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{g} \cdot \delta \hat{e}_B - (2 \boldsymbol{\Omega} \times \delta \mathbf{V}_{\perp}) \cdot \hat{e}_{\zeta} + v_{\parallel} \mathbf{c}_0 \cdot \delta \mathbf{V}_{\perp} \right] \frac{\partial f_0}{\partial v_{\parallel}} = 0. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Cette équation constitue une équation différentielle pour  $\delta f$ , la perturbation de la fonction de distribution des particules. Les termes en  $\left( \frac{\partial \delta f}{\partial v_{\perp}} \right)$  et en  $\left( \frac{\partial \delta f}{\partial v_{\parallel}} \right)$  compliquent la situation, rendant impossible l'obtention d'une expression explicite pour  $\delta f$ . Or, on a justement besoin d'une telle expression pour pouvoir estimer avec exactitude les perturbations des pressions thermiques perpendiculaire et parallèle et remédier aux défaillances de la théorie double-adiabatique. Nous nous voyons donc dans l'obligation d'émettre l'hypothèse restrictive que les grandeurs à l'équilibre sont invariantes le long des lignes de champ, de sorte que les termes 'gênants' disparaissent de l'équation (3.31). Le chapitre 5 reviendra en détail sur ce point précis. L'équation (3.31) constituera la clé de voûte de notre formalisme d'étude des ondes et instabilités dans un plasma gyrotrope.

## Chapitre 4

# Modes de quasi-interchange dans la théorie double-adiabatique

*Ferrière et al.* [1999] ont étudié les modes de quasi-interchange dans un plasma isotrope, à l'aide de la MHD idéale. Ils ont obtenus la relation de dispersion des ondes dans un plasma isotrope, stratifié et en rotation et se sont intéressés aux modes les plus affectés par la stratification. Ils ont dérivé le critère de stabilité de ces derniers et fait le lien entre les modes de la théorie MHD et les modes de quasi-interchange (type 1 / type 2). Nous allons dans ce chapitre étendre au cas des plasmas gyrotropes leur approche. Pour ce faire, nous conservons une approche fluide pure, à l'aide de la théorie double-adiabatique.

### 4.1 Rappels sur le cas homogène

Avant d'étudier le cas d'un plasma stratifié et en rotation, il convient de revenir sur le cas d'un plasma homogène, afin de retrouver quelques résultats classiques de la théorie double-adiabatique et de présenter les différents modes basse-fréquence issus de cette théorie.

#### 4.1.1 Relation de dispersion

Partant des équations perturbées du mouvement (3.11) qui se réduisent dans un plasma homogène ( $\mathbf{g} = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{c} = \mathbf{0}$ ,  $\nabla\mathcal{A} = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{\Omega} = \mathbf{0}$ ) à :

$$\begin{aligned} -\rho_0 \omega^2 \delta\mathbf{r}_\perp &= -\nabla_\perp \delta P_T + T_{e0} \frac{\partial}{\partial s} \frac{\delta\mathbf{B}_\perp}{B_0} \\ -\rho_0 \omega^2 \delta s &= -\frac{\partial}{\partial s} \delta P_\parallel - \Delta P_0 \frac{\partial}{\partial s} \frac{\delta B}{B_0} \end{aligned}$$

On y introduit les expressions (3.20)-(3.21) des perturbations de pression thermique, fonctions de  $\delta\mathbf{r}$ , obtenues à partir des équations CGL.

Une fois divisées par la densité totale du plasma, les équations du mouvement s'écrivent alors :

$$\omega^2 \delta\mathbf{r}_\perp = [(V_A^2 + 2C_\perp^2) \mathbf{k}_\perp \cdot \delta\mathbf{r}_\perp + C_\perp^2 k_\parallel \delta s] \mathbf{k}_\perp + (V_A^2 + C_\Delta^2) k_\parallel^2 \delta\mathbf{r}_\perp \quad (4.1)$$

$$\omega^2 \delta s = k_\parallel [C_\perp^2 \mathbf{k}_\perp \cdot \delta\mathbf{r}_\perp + 3C_\parallel^2 k_\parallel \delta s] \quad (4.2)$$



avec respectivement

$$V_A^2 = \frac{2P_{M0}}{\rho_0}$$

la vitesse d'Alfvén au carré,

$$C_\perp^2 = \frac{P_{\perp 0}}{\rho_0} \quad \text{et} \quad C_\parallel^2 = \frac{P_{\parallel 0}}{\rho_0}$$

les vitesses sonores perpendiculaire et parallèle au carré, et

$$C_\Delta^2 = C_\perp^2 - C_\parallel^2$$

la vitesse sonore d'anisotropie effective au carré.

On considère alors le système constitué par les équations du mouvement perturbées (4.1)-(4.2), que l'on projette suivant les vecteurs de base. Ce système est linéaire et homogène en  $\delta\mathbf{r}$ . La relation de dispersion linéaire des ondes basse-fréquence dans un plasma gyrotrope homogène est alors donnée par l'annulation du déterminant de ce système.

Au final on obtient la relation de dispersion suivante :

$$\begin{aligned} & \left\{ \omega^2 - (V_A^2 + C_\Delta^2) k_\parallel^2 \right\} \\ & \times \left\{ \omega^4 - \left[ (V_A^2 + 2C_\perp^2) k_\perp^2 + (V_A^2 + C_\Delta^2 + 3C_\parallel^2) k_\parallel^2 \right] \omega^2 \right. \\ & \quad \left. + \left[ \left( (V_A^2 + 2C_\perp^2) 3C_\parallel^2 - C_\perp^4 \right) k_\perp^2 \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + (V_A^2 + C_\Delta^2) 3C_\parallel^2 k_\parallel^2 \right] k_\parallel^2 \right\} = 0 \end{aligned} \quad (4.3)$$

Dans le cas isotrope, la relation de dispersion (4.3) se réduit à :

$$\left\{ \omega^2 - V_A^2 k_\parallel^2 \right\} \times \left\{ \omega^4 - (V_A^2 + C_s^2) k^2 \omega^2 + C_s^2 k^2 V_A^2 k_\parallel^2 \right\} = 0$$

et redonne bien la relation de dispersion classique de la MHD idéale, en remplaçant dans l'équation (4.3)  $C_\Delta$  par 0,  $2C_\perp^2$  et  $3C_\parallel^2$  par  $C_s^2 = (\gamma P_0/\rho_0)$ ,  $C_s^2$  et  $C_\perp^4$  par  $C_s^4$ , avec  $P_0$  la pression thermique du plasma isotrope à l'équilibre. Ces paramètres sont reliés par les relations

$$\begin{aligned} \frac{P}{\rho^\gamma} &= C^{te} & \frac{DP}{P} &= \gamma \frac{D\rho}{\rho_0} \\ P^3 &= P_\parallel P_\perp^2 & 3 \frac{DP}{P} &= 2 \frac{DP_\perp}{P_\perp} + \frac{P_\parallel}{P_\parallel} \end{aligned}$$

### 4.1.2 Modes double-adiabatiques

La relation de dispersion (4.3) obtenue dans le cadre de la théorie double-adiabatique est composée de deux facteurs, le premier correspondant au mode d'Alfvén, le second aux modes compressionnels.

*Paramètres firehose et miroir double-adiabatiques*

En prévision de la suite de la discussion, on introduit les paramètres firehose  $\mathcal{F}$  et miroir  $\mathcal{M}_{CGL}$  double-adiabatique :

$$\mathcal{F} = V_A^2 + C_\Delta^2 = V_A^2 + C_\perp^2 - C_\parallel^2 \quad (4.4)$$

$$\mathcal{M}_{CGL} = V_A^2 + 2C_\perp^2 - \frac{C_\perp^4}{3C_\parallel^2}, \quad (4.5)$$

ainsi qu'un paramètre  $\mathcal{N}$  utile pour la conduite des calculs :

$$\mathcal{N} = 3C_\parallel^2 - \frac{C_\perp^4}{V_A^2 + 2C_\perp^2} = \frac{3C_\parallel^2}{V_A^2 + 2C_\perp^2} \mathcal{M}_{CGL}. \quad (4.6)$$

Les paramètres firehose  $\mathcal{F}$  et miroir  $\mathcal{M}_{CGL}$  gouvernent en fait les instabilités firehose et miroir des plasmas gyrotropes double-adiabatiques, comme nous le verrons dans la section 4.1.3. Dans le chapitre 5, nous montrerons les limites de la théorie double-adiabatique et dans le chapitre 6 nous montrerons à l'aide d'une approche mixte MHD-cinétique d'étude des ondes basse-fréquence dans les plasmas gyrotropes que le paramètre miroir double-adiabatique ou CGL défini ici n'est pas le paramètre gouvernant l'instabilité miroir de la théorie cinétique pure (cf *Hasegawa* [1975]). A l'inverse le paramètre firehose défini ici est le paramètre gouvernant l'instabilité firehose de la théorie cinétique pure. Cette raison explique le fait que l'indice *CGL* soit conservé devant  $\mathcal{M}$  et non devant  $\mathcal{F}$ .

On constate concernant ces paramètres que  $\mathcal{F} + \mathcal{N} \geq 0$ , ce qui nous permet de conclure que :

- si  $\mathcal{F} < 0$ , alors nécessairement  $\mathcal{N} > 0$ , ce qui équivaut également à  $\mathcal{M}_{CGL} > 0$  ;
- si  $\mathcal{N} < 0$ , ce qui équivaut également à  $\mathcal{M}_{CGL} > 0$ , alors nécessairement  $\mathcal{F} > 0$  ;

et donc les deux paramètres  $\mathcal{F}$  et  $\mathcal{M}_{CGL}$  ne peuvent être tous les deux négatifs en même temps. Cette remarque nous sera utile par la suite.

*Mode d'Alfvén*

La relation de dispersion du mode d'Alfvén dans la théorie double-adiabatique est donnée par :

$$\omega^2 = \mathcal{F} k_\parallel^2. \quad (4.7)$$

A l'aide des équations (4.1)-(4.2), on montre que ce mode est tel que  $\mathbf{k}_\perp \cdot \delta \mathbf{r}_\perp = 0$  et  $\delta s = 0$ . Le déplacement  $\delta \mathbf{r}$  est ainsi perpendiculaire au plan  $(\mathbf{B}_0, \mathbf{k})$ .

A partir de ces propriétés et des équations (3.1) et (3.16), on montre que  $(\delta \rho / \rho_0)$  et  $(\delta B / B_0)$  sont nuls. Le mode d'Alfvén est donc incompressible.

*Modes compressionnels*

Le second facteur constitue une équation bi-carrée en  $\omega^2$  dont on peut facilement déterminer les solutions :

$$\omega^2 = \frac{1}{2} \left( \left[ (V_A^2 + 2C_\perp^2) k_\perp^2 + (\mathcal{F} + 3C_\parallel^2) k_\parallel^2 \right] \pm \sqrt{\Delta} \right) \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} \Delta &= \left[ (V_A^2 + 2C_\perp^2) k_\perp^2 + (\mathcal{F} + 3C_\parallel^2) k_\parallel^2 \right]^2 \\ &\quad - 4 \left[ \mathcal{F} k_\parallel^2 + \mathcal{M}_{CGL} k_\perp^2 \right] 3C_\parallel^2 k_\parallel^2 \end{aligned} \quad (4.9)$$

Les deux solutions données par (4.8) correspondent aux modes magnétosoniques rapide et lent. Un petit calcul permet de montrer que le paramètre  $\Delta$  défini par l'équation (4.9) est toujours positif ou nul, et en conséquence la fréquence au carré  $\omega^2$  des modes magnétosoniques de la théorie double-adiabatique est réelle. On définit alors le mode rapide et le mode lent suivant l'ordonnement de leur  $\omega^2$ . Au mode rapide correspond ainsi toujours une fréquence au carré supérieure à celle du mode lent.

On peut montrer en utilisant (4.1)-(4.2) que le déplacement  $\delta\mathbf{r}$  se trouve dans le plan  $(\mathbf{B}_0, \mathbf{k})$ . Ces deux modes sont compressionnels. On peut également montrer à l'aide des équations (3.3), (3.16) que le mode rapide est tel que les rapports  $\delta\rho/\rho$  et  $\delta B/B$  soient en phase, alors qu'on mentionne simplement que la comparaison de ces rapports est plus ambiguë dans le cas du mode lent (*Hau et Sonnerup* [1993]).

*Classification*

Les modes double-adiabatiques peuvent être regroupés en deux classes, comme illustré sur la figure 4.1.

Dans le cas où  $\mathcal{F} \geq \mathcal{N}$ , on parle de MHD-équivalente car on a l'ordonnement suivant pour les fréquences au carré des modes d'Alfvén (A), magnétosonore rapide (F) et lent (S) :

$$\omega_S^2 \leq \omega_A^2 \leq \omega_F^2, \quad (4.10)$$

ordonnement similaire à celui de la MHH idéale.

Dans le cas où  $\mathcal{F} \leq \mathcal{N}$ , on parle de MHD-inverse car on obtient l'ordonnement suivant :

$$\omega_A^2 \leq \omega_S^2 \leq \omega_F^2. \quad (4.11)$$

Pour plus de références et de détails sur cette classification, on peut consulter l'article de *Abraham-Schrauner* [1967].

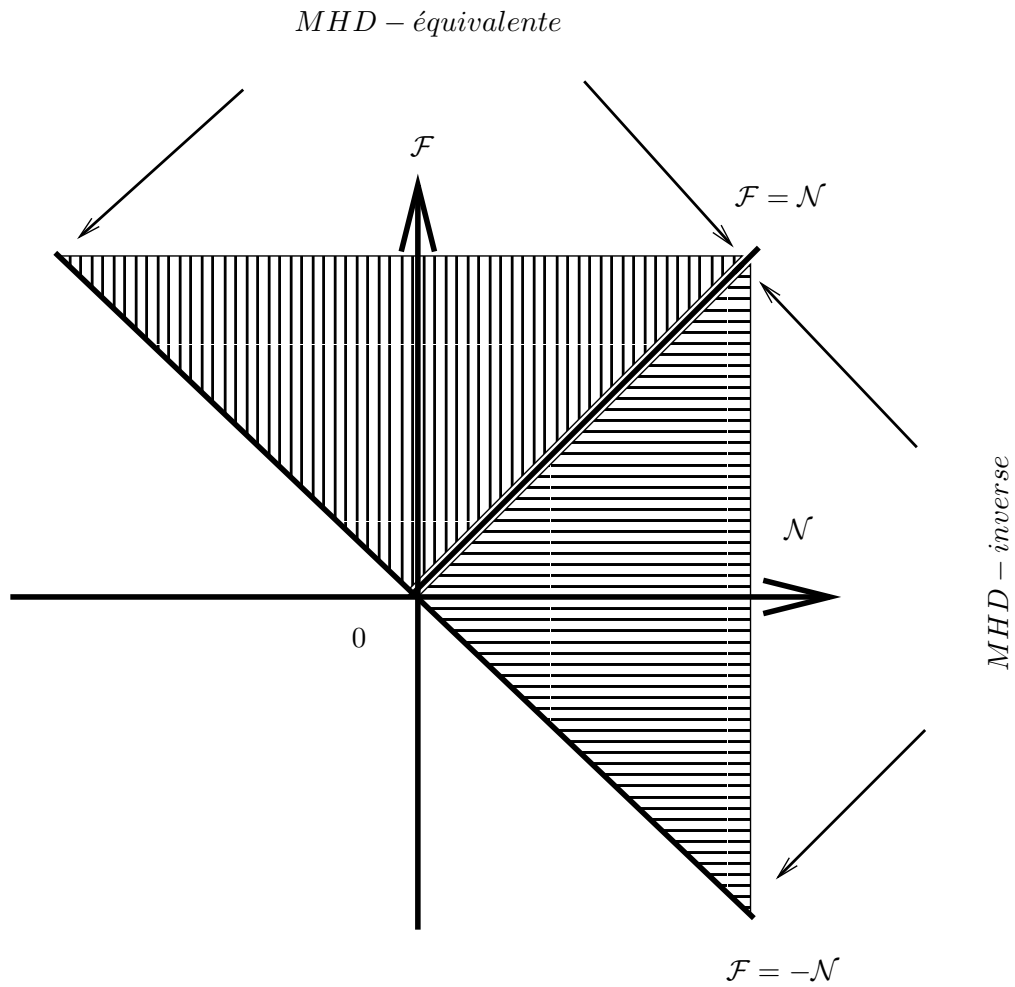


FIG. 4.1 – Domaines de la MHD-équivalente et inverse dans le plan  $[\mathcal{N}, \mathcal{F}]$ . Les courbes noires sont définies par les relations  $\mathcal{F} = \pm \mathcal{N}$ . Le demi-plan des paramètres situé en-dessous de la courbe  $\mathcal{F} = -\mathcal{N}$  n'est pas défini. Le domaine  $\parallel (=)$  situé au-dessus (en-dessous) de la courbe  $\mathcal{F} = \mathcal{N}$  constitue le domaine de la MHD-équivalente (inverse).

### 4.1.3 Instabilités double-adiabatiques

Les trois modes issus de la théorie double-adiabatique sont tels que leur fréquence au carré est réelle. Si cette dernière est négative, alors le mode en question est instable. Ainsi,

- Le mode d'Alfvén (A) est stable si et seulement si  $\omega_A^2 \geq 0$ , c'est à dire si et seulement si  $\mathcal{F} \geq 0$ . Dans le cas contraire, il est instable à l'instabilité firehose.
- Le mode rapide (F) est toujours stable car  $\omega_F^2 \geq 0$ .
- Le mode lent (S) est stable si et seulement si  $\mathcal{F} k_{\parallel}^2 + \mathcal{M}_{CGL} k_{\perp}^2 \geq 0$ .

Il est instable à  $k_{\perp} = 0$  si et seulement si :

$$\mathcal{F} = V_A^2 + C_{\perp}^2 - C_{\parallel}^2 < 0. \quad (4.12)$$

Dans le cas où  $\mathcal{F} < 0$ , le mode lent est instable à l'instabilité firehose pour

$$\frac{k_{\parallel}^2}{k_{\perp}^2} > \left( \frac{\mathcal{M}_{CGL}}{-\mathcal{F}} \right). \quad (4.13)$$

Il est instable à  $k_{\parallel} = 0$  si et seulement si :

$$\mathcal{M}_{CGL} = V_A^2 + 2C_{\perp}^2 - \frac{C_{\perp}^4}{3C_{\parallel}^2} < 0. \quad (4.14)$$

Dans le cas où  $\mathcal{M}_{CGL} < 0$ , le mode lent est instable à l'instabilité miroir double-adiabatique pour

$$\frac{k_{\parallel}^2}{k_{\perp}^2} < \left( \frac{-\mathcal{M}_{CGL}}{\mathcal{F}} \right). \quad (4.15)$$

Rappelons ici que le critère de l'instabilité firehose double-adiabatique correspond bien au critère de l'instabilité firehose obtenu à l'aide de la théorie cinétique. Par contre le critère de l'instabilité miroir double-adiabatique diffère d'un facteur 6 avec le critère de l'instabilité miroir dans un plasma proton-électron tel que calculé à partir de la théorie cinétique dans le cas particulier où la pression thermique des électrons est nulle ou encore lorsque le rapport des pressions thermiques perpendiculaire et parallèle est le même pour les protons et les électrons. Par ailleurs, dans cette même théorie ce n'est pas le mode lent qui peut être déstabilisé par cette instabilité, mais un autre mode, le mode miroir, sur lequel nous reviendrons plus longuement par la suite.

Les figures ci-après résument dans le plan  $[\mathcal{M}_{CGL}, \mathcal{F}]$  et dans le plan  $[C_{\perp}^2, C_{\parallel}^2]$  les différents domaines d'instabilité identifiés ci-dessus. A noter que ces domaines ne se recouvrent pas.

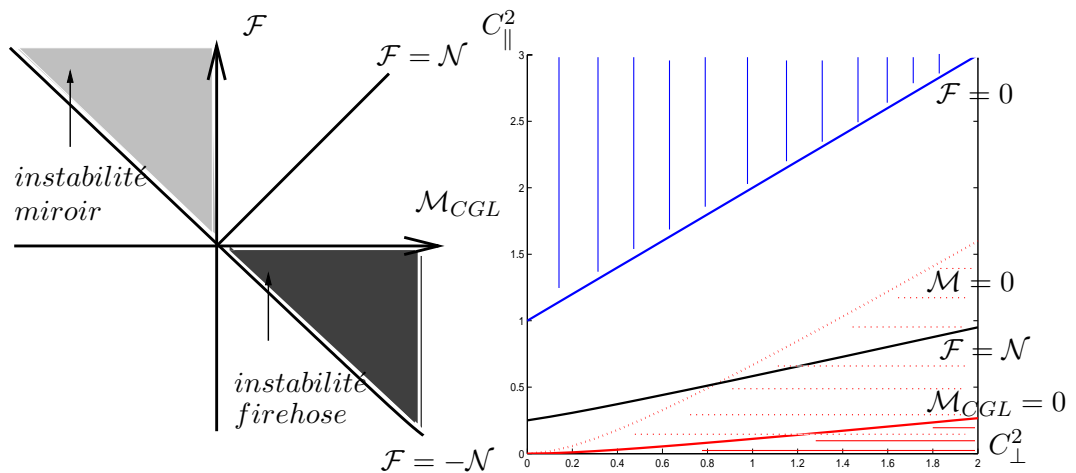


FIG. 4.2 – A gauche : domaines d’instabilités dans le plan  $[\mathcal{M}_{CGL}, \mathcal{F}]$ . Les courbes noires sont définies par les relations  $\mathcal{F} = \pm \mathcal{N}$ . Le demi-plan des paramètres situé en-dessous de la courbe  $\mathcal{F} = -\mathcal{N}$  n’est pas défini. Le domaine grisé clair correspond au domaine où l’instabilité miroir double-adiabatique est excitée ( $\mathcal{M}_{CGL} < 0$ ), le gris foncé au domaine où l’instabilité firehose est excitée ( $\mathcal{F} < 0$ ). A droite : domaines d’instabilité dans le plan  $[C_{\perp}^2, C_{\parallel}^2]$ . Les courbes représentées sont données par les relations  $\mathcal{F} = 0$ ,  $\mathcal{M}_{CGL} = 0$ ,  $\mathcal{M} = 0$ , définissant des demi-plans colorés indiquant les régions de l’espace des paramètres correspondant à l’instabilité firehose (en bleu), miroir double-adiabatique (en rouge) et miroir cinétique (en pointillés rouges). Le critère de l’instabilité miroir  $\mathcal{M}$  de la théorie cinétique, qui diffère de celui de la théorie double-adiabatique, sera donné au chapitre 6.

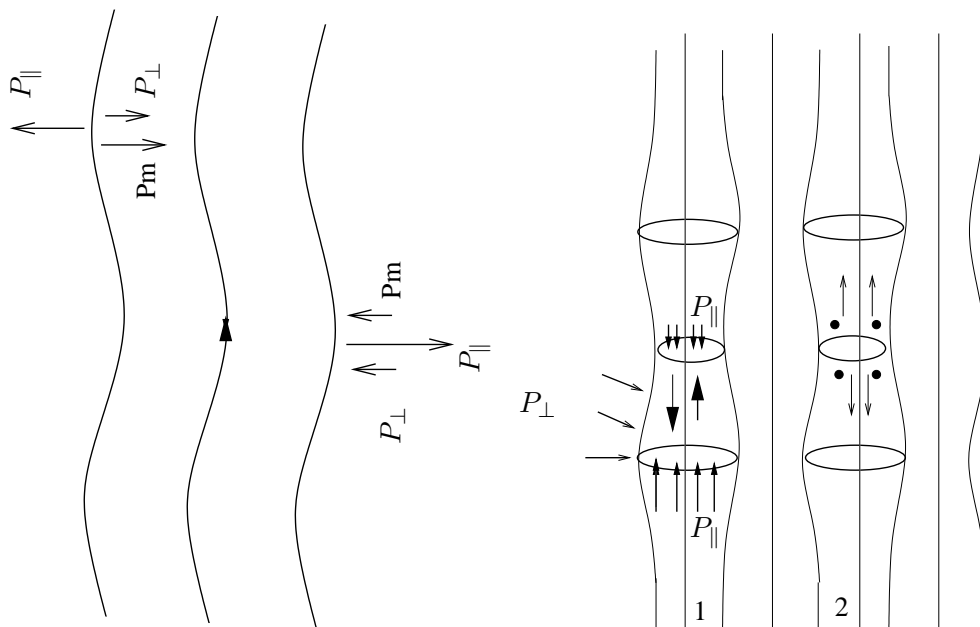


FIG. 4.3 – Instabilités firehose (à gauche) et miroir (à droite). L’instabilité firehose provient de la force centrifuge proportionnelle à la pression parallèle des particules, qui dans un champ courbe augmente la courbure des lignes de champ si elle excède la somme des pressions magnétique et perpendiculaire. L’instabilité miroir est issue d’un excès de pression perpendiculaire sur la pression parallèle, qui expulse le plasma des régions comprimées par la pression magnétique.

#### 4.1.4 Cas particuliers

Certaines limites particulières des modes double-adiabatiques sont utiles par la suite. Ainsi, dans la limite  $k_{\perp} \rightarrow 0$ , les modes double-adiabatiques se réduisent à :

$$\omega_A^2 = \mathcal{F} k_{\parallel}^2 \quad (4.16)$$

$$\omega^2 = \mathcal{F} k_{\parallel}^2 \quad (4.17)$$

$$\omega^2 = 3C_{\parallel}^2 k_{\parallel}^2. \quad (4.18)$$

Si  $\mathcal{F} \geq 3C_{\parallel}^2$ , (4.11) décrit le mode rapide et (4.12) le mode lent, dans le cas contraire c'est l'inverse. Il y a dégénérescence entre deux voire trois modes dans cette limite.

Dans la limite  $k_{\parallel} \rightarrow 0$ , on obtient :

$$\omega_A^2 \rightarrow \mathcal{F} k_{\parallel}^2 \rightarrow 0 \quad (4.19)$$

$$\omega_F^2 = (V_A^2 + 2C_{\perp}^2) k_{\perp}^2 \quad (4.20)$$

$$\omega_S^2 \rightarrow \mathcal{N} k_{\parallel}^2 \rightarrow 0. \quad (4.21)$$

On remarque que dans la limite  $k_{\parallel} = 0$ , seuls les modes d'Alfvén et lent ont des fréquences qui tendent vers 0. Seuls ces modes seront influencés de manière significative par une stratification faible. Ces modes constituent alors les modes de quasi-interchange qui nous intéressent.

## 4.2 Propriétés des modes de quasi-interchange

On considère à partir de maintenant le milieu stratifié et en rotation, alors qu'auparavant il était homogène. Par définition (*Newcomb* [1961], *Ferrière et al.* [1999]), les modes de quasi-interchange sont les modes pour lesquels la stratification a de l'importance. Comme on vient de le voir à la fin de la section précédente, les modes de quasi-interchange correspondent forcément aux modes d'Alfvén et lent dans la limite  $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$ . Pour ces modes, les termes associés à la stratification doivent donc être au moins comparables aux autres termes dans l'équation perturbée du mouvement (3.11) et dans les autres équations perturbées utilisées. Nous considérons alors dans cette section les conséquences de cette propriété sur les différentes perturbations qui interviennent dans l'équation du mouvement. On reconduit ici la démarche générale de *Ferrière et al.* [1999]. On se restreint à une analyse semi-locale, en considérant que perpendiculairement aux lignes de champ magnétique les perturbations varient beaucoup plus rapidement que les paramètres d'équilibre et on cherche alors à ordonner nos perturbations en fonction du paramètre d'expansion :

$$\varepsilon \equiv \frac{1}{k_{\perp} H_{\text{eq}}} \ll 1, \quad (4.22)$$

qui dépend de  $H_{\text{eq}}$  l'échelle de variation des paramètres de l'équilibre perpendiculairement au champ magnétique, et de  $k_{\perp}$  le nombre d'onde perpendiculaire de la perturbation, qui provient dans l'analyse semi-locale de :

$$\nabla_{\perp} \rightarrow \mathbf{k}_{\perp} \cdot \quad (4.23)$$

Puisque nous avons remarqué dans la section précédente, alors que le milieu considéré était homogène, que l'influence de la stratification pouvait être importante dans la limite  $k_{\parallel} < k_{\perp}$  pour les modes d'Alfvén et lent, et qu'ici nous n'avons pas encore fait d'hypothèse sur l'échelle de variation des paramètres de l'équilibre le long des lignes de champ, nous généralisons cette propriété dans notre analyse en supposant que  $\partial/\partial s \ll k_{\perp}$  par la suite.

Partant du fait que dans (3.11) la force gravitationnelle (quatrième terme du membre de droite) doit être au moins du même ordre de grandeur que le gradient de pression total (premier terme du membre de droite) :

$$\delta\rho |\mathbf{g}_{\parallel}| \gtrsim \|\nabla_{\perp} \delta P_{\text{T}}\|, \quad (4.24)$$

dans le cadre de l'analyse semi-locale menée ici et en utilisant l'équation de l'équilibre perpendiculaire (2.20), on obtient la comparaison suivante :

$$\frac{\delta P_{\text{T}}}{P_{\text{T}0}} \lesssim \varepsilon \frac{\delta\rho}{\rho_0} \quad (4.25)$$

La perturbation de pression totale est donc un ordre plus petit dans l'expansion en  $\varepsilon$  que la perturbation de densité. Les mouvements de quasi-interchange sont donc tels que la pression totale d'un tube de flux en mouvement s'ajuste à la pression totale de son environnement extérieur, conformément à ce que *Cheng* [1985] affirmait.

Par la suite, on cherche à exploiter cette propriété. Pour cela, on calcule  $\delta P_{\text{T}} = \delta P_{\text{M}} + \delta P_{\perp}$  à l'aide des équations (3.17) et (3.20), et on obtient :

$$\delta P_{\text{T}} = -\nabla P_{\text{T}0} \cdot \delta \mathbf{r} - P_{\perp 0} (\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_{\parallel} - (2 P_{\text{T}0}) (\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_{\perp}, \quad (4.26)$$

pour obtenir l'expression suivante de la divergence perpendiculaire,

$$(\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_{\perp} = -\frac{P_{\perp 0}}{2 P_{\text{T}0}} (\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_{\parallel} + \frac{\nabla P_{\text{T}0}}{2 P_{\text{T}0}} \cdot \delta \mathbf{r} + \frac{\delta P_{\text{T}}}{2 P_{\text{T}0}}, \quad (4.27)$$

la divergence parallèle étant toujours donnée par l'expression (3.5).

Ces deux dernières expressions nous permettent d'exprimer alors les différentes perturbations intervenant dans l'équation perturbée du mouvement en fonction des gradients des



paramètres de l'équilibre, des composantes de  $\delta\mathbf{r}$  et de  $\delta P_T$ . On obtient ainsi pour les perturbations du champ magnétique et de densité, à partir de (3.16) et (3.3) respectivement :

$$\frac{\delta B}{B_0} = -\frac{\nabla B_0}{B_0} \cdot \delta\mathbf{r} + \frac{\nabla P_{T0}}{2 P_{T0}} \cdot \delta\mathbf{r} + \frac{\delta P_T}{2 P_{T0}} + \frac{P_{\perp 0}}{2 P_{T0}} (\nabla \cdot \delta\mathbf{r})_{\parallel} \quad (4.28)$$

$$\frac{\delta\rho}{\rho_0} = -\frac{\nabla\rho_0}{\rho_0} \cdot \delta\mathbf{r} + \frac{\nabla P_{T0}}{2 P_{T0}} \cdot \delta\mathbf{r} + \frac{\delta P_T}{2 P_{T0}} - \frac{2 P_{M0} + P_{\perp 0}}{2 P_{T0}} (\nabla \cdot \delta\mathbf{r})_{\parallel} . \quad (4.29)$$

De même, on obtient pour les perturbations de pression perpendiculaire et parallèle à partir de (3.20) et (3.21) respectivement :

$$\delta P_{\perp} = -\nabla P_{\perp 0} \cdot \delta\mathbf{r} + \frac{P_{\perp 0}}{P_{T0}} \nabla P_{T0} \cdot \delta\mathbf{r} + \frac{P_{\perp 0}}{P_{T0}} \delta P_T - \frac{P_{M0}}{P_{T0}} P_{\perp 0} (\nabla \cdot \delta\mathbf{r})_{\parallel} \quad (4.30)$$

$$\delta P_{\parallel} = -\nabla P_{\parallel 0} \cdot \delta\mathbf{r} + \frac{P_{\parallel 0}}{2 P_{T0}} \nabla P_{T0} \cdot \delta\mathbf{r} + \frac{P_{\parallel 0}}{2 P_{T0}} \delta P_T - \left(3 - \frac{P_{\perp 0}}{2 P_{T0}}\right) P_{\parallel 0} (\nabla \cdot \delta\mathbf{r})_{\parallel} . \quad (4.31)$$

En utilisant l'expression (4.24), on note que :

$$\frac{\delta\rho}{\rho_0} \sim \varepsilon (k_{\perp} \delta r_{\perp}) \quad (4.32)$$

car la stratification perpendiculaire a une contribution importante sur la perturbation de densité, et les effets de la divergence parallèle sont alors tels que :

$$(\nabla \cdot \delta\mathbf{r})_{\parallel} \lesssim \varepsilon (k_{\perp} \delta r_{\perp}) . \quad (4.33)$$

En combinant (4.25) et (4.32), on obtient :

$$\frac{\delta P_T}{P_{T0}} \lesssim \varepsilon^2 (k_{\perp} \delta r_{\perp}) . \quad (4.34)$$

En utilisant (4.28) et (3.15), on en déduit :

$$\frac{\delta B}{B_0} \sim \varepsilon (k_{\perp} \delta r_{\perp}) , \quad (4.35)$$

et

$$\frac{\partial\delta\alpha}{\partial\alpha} + \frac{\partial\delta\beta}{\partial\beta} \sim \varepsilon (k_{\perp} \delta r_{\perp}) , \quad (4.36)$$

et en utilisant (4.36) et (3.4) :

$$(\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_{\perp} \sim \varepsilon (k_{\perp} \delta r_{\perp}). \quad (4.37)$$

Ainsi les perturbations de densité (4.32) et du champ magnétique (4.35) dues aux modes de quasi-interchange sont plus petites d'un ordre en  $\varepsilon$  que celles associées au mode rapide, tandis que la perturbation de pression totale l'est de deux ordre en  $\varepsilon$  (4.34). A l'ordre zéro en  $\varepsilon$ , on en déduit également que les mouvements dus aux modes de quasi-interchange sont incompressibles dans les directions à la fois perpendiculaires (4.37) et parallèle (4.33) au champ magnétique de l'équilibre.

En résumé, on obtient l'ordonnancement suivant des perturbations apparaissant dans l'équation perturbée du mouvement :

$$\frac{\delta \rho}{\rho_0}, \frac{\delta B}{B_0}, \frac{\delta P_{\perp}}{P_{\perp 0}}, \frac{\delta P_{\parallel}}{P_{\parallel 0}}, (\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_{\perp}, (\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_{\parallel} \sim \varepsilon (k_{\perp} \delta r_{\perp}) \quad (4.38)$$

$$\frac{\delta P_{\text{T}}}{P_{\text{T}0}} \sim \varepsilon^2 (k_{\perp} \delta r_{\perp}) \quad (4.39)$$

Une conséquence immédiate de l'équilibre de pression totale est la mise en défaut des concepts d'interchange stricte avancé par *Gold* [1959] et généralisée avancé par *Southwood and Kivelson* [1987]. En effet, lors d'un mouvement d'interchange, le champ magnétique est à la fois perturbé en intensité ( $\delta B \neq 0$ ) et en direction ( $\delta \mathbf{B}_{\perp} \neq 0$ ), comme l'implique la relation suivante :

$$\frac{\delta B}{B_0} = -\frac{\nabla B_0}{B_0} \cdot \delta \mathbf{r} + \frac{\nabla P_{\text{T}0}}{2 P_{\text{T}0}} \cdot \delta \mathbf{r} + \frac{P_{\perp 0}}{2 P_{\text{T}0}} \left( \frac{\partial \delta s}{\partial s} + \frac{1}{h_{\zeta}} \nabla_{\perp} h_{\zeta} \cdot \delta \mathbf{r} \right), \quad (4.40)$$

une fois la contribution du terme  $\delta P_{\text{T}}$  négligée, et en introduisant l'expression de la divergence parallèle combinant (3.5) avec (2.57) dans l'équation (4.40). Cette relation se ré-écrit en utilisant la définition (2.51) du volume d'un tube de flux unitaire :

$$\frac{\delta B}{B_0} = \frac{C_{\perp}^2}{V_A^2 + 2 C_{\perp}^2} \left[ \frac{\partial \delta \zeta}{\partial \zeta} + \nabla (P_{\perp 0} B_0 V_0) \cdot \delta \mathbf{r} \right]. \quad (4.41)$$

Or :

- Dans le cadre de l'interchange stricte, on rappelle (partie I chapitre 4) que le champ magnétique est conservé,  $\delta \mathbf{B} = \mathbf{0}$ . Or, pour que l'interchange stricte ne perturbe pas l'intensité du champ magnétique, il faut d'après (4.41) que soit  $C_{\perp}^2 = 0$ , soit le second facteur du membre de droite dans l'équation (4.41) s'annule, ce qui n'est possible que dans des cas très restreints.

- Dans le cadre de l’interchange généralisée, on rappelle (partie I chapitre 4) que le champ magnétique peut avoir une intensité variable ( $\delta B \neq 0$ ), mais pas sa direction ( $\delta \mathbf{B}_\perp = \mathbf{0}$ ). Suivant cette hypothèse, les équations de l’induction perturbées (3.13)-(3.14) conduisent alors à la conclusion que dans le cadre de l’interchange généralisée les déplacements  $\delta\alpha$  et  $\delta\beta$  sont invariants le long des lignes de champ. D’après l’équation (3.15),  $\delta B/B_0$  l’est alors aussi en conséquence. Nous supposons maintenant un mouvement local du plasma tel que  $\partial\delta s/\partial s > 0$  le long d’un tube de flux. La pression thermique du plasma diminue localement et pour conserver la pression totale la pression magnétique doit augmenter et une variation le long de la ligne de champ de l’intensité du champ magnétique découle. ce qui n’est pas compatible avec la conséquence de l’interchange généralisée.

Les concepts d’interchange utilisés par le passé sont donc bien basés sur des hypothèse irréalistes, comme l’avait montré *Ferrière et al.* [1999] (ou *Zimmer* [1997]) dans le cas d’un plasma isotrope.

## 4.3 Relation de dispersion

### 4.3.1 Equation perturbée du mouvement

Une fois ordonnées les perturbations en fonction de  $\varepsilon$ , on peut directement accéder à la relation de dispersion des modes de quasi-interchange à partir de l’équation perturbée du mouvement (3.11). On procède pour cela en plusieurs étapes :

1. La condition d’équilibre de la pression totale permet de laisser tomber le terme en  $\delta P_T$  dans les expressions (4.28), (4.29) et de ne conserver la contribution de  $\delta P_T$  que dans le terme  $\nabla_\perp \delta P_T$  apparaissant dans l’équation perturbée du mouvement perpendiculaire
2. En appliquant l’opérateur  $\nabla_\perp \times$  à cette même équation perturbée du mouvement perpendiculaire, on élimine alors le terme  $\nabla_\perp \delta P_T$ .
3. On introduit alors dans l’équation perpendiculaire résultante, ainsi que dans l’équation parallèle du mouvement perturbée, les expressions des perturbations (3.13)-(3.15), fonctions des trois composantes de  $\delta \mathbf{r}$ .
4. On élimine  $\delta r_\beta$  (des termes d’accélération, de tension magnétique effective et de Coriolis) en utilisant la condition de quasi-incompressibilité perpendiculaire (4.37) au plus bas ordre  $k_\alpha \delta r_\alpha + k_\beta \delta r_\beta = 0$ . On obtient le système suivant, fonctions de  $\delta r_\alpha$  et  $\delta s$  :

$$\begin{aligned}
& \omega^2 (h_\alpha^2 \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + h_\beta^2 \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2}) \delta \alpha = \\
& - V_A^2 \frac{1}{B_0} \frac{\partial}{\partial s} \left[ \frac{\mathcal{F}}{V_A^2} B_0 (h_\alpha^2 \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + h_\beta^2 \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2}) \frac{\partial \delta \alpha}{\partial s} \right] \\
& \quad + 2 \mathcal{F} (c_\alpha h_\alpha \frac{\partial}{\partial \beta} - c_\beta h_\beta \frac{\partial}{\partial \alpha}) \times \\
& \quad \left\{ \left[ \frac{\partial_\alpha T_{e0}}{2T_{e0}} - \left(1 + \frac{C_\parallel^2}{2\mathcal{F}}\right) \frac{\partial_\alpha P_{T0}}{2P_{T0}} + \frac{1}{2} \left( \frac{\mathcal{N}}{\mathcal{F}} + \frac{C_\perp^2}{V_A^2 + 2C_\perp^2} \right) c_\alpha \right] h_\alpha \frac{\partial \delta \alpha}{\partial \beta} \right. \\
& \quad - \left[ \frac{\partial_\beta T_{e0}}{2T_{e0}} - \left(1 + \frac{C_\parallel^2}{2\mathcal{F}}\right) \frac{\partial_\beta P_{T0}}{2P_{T0}} + \frac{1}{2} \left( \frac{\mathcal{N}}{\mathcal{F}} + \frac{C_\perp^2}{V_A^2 + 2C_\perp^2} \right) c_\beta \right] h_\beta \frac{\partial \delta \alpha}{\partial \alpha} \\
& \quad \left. + \left[ \frac{\partial_s T_{e0}}{2T_{e0}} - \left(1 + \frac{C_\parallel^2}{2\mathcal{F}}\right) \frac{\partial_s P_{T0}}{2P_{T0}} - \frac{1}{2} \left( \frac{\mathcal{N}}{\mathcal{F}} + \frac{C_\perp^2}{V_A^2 + 2C_\perp^2} \right) \frac{\partial}{\partial s} \right] \frac{\partial \delta s}{\partial \beta} \right\} \\
& \quad + (g_\alpha h_\alpha \frac{\partial}{\partial \beta} - g_\beta h_\beta \frac{\partial}{\partial \alpha}) \times \\
& \quad \left\{ \left[ \frac{\partial_\alpha \rho_0}{\rho_0} - \frac{\partial_\alpha P_{T0}}{2P_{T0}} - \left( \frac{V_A^2 + C_\perp^2}{V_A^2 + 2C_\perp^2} \right) c_\alpha \right] h_\alpha \frac{\partial \delta \alpha}{\partial \beta} \right. \\
& \quad - \left[ \frac{\partial_\beta \rho_0}{\rho_0} - \frac{\partial_\beta P_{T0}}{2P_{T0}} - \left( \frac{V_A^2 + C_\perp^2}{V_A^2 + 2C_\perp^2} \right) c_\beta \right] h_\beta \frac{\partial \delta \alpha}{\partial \alpha} \\
& \quad \left. + \left[ \frac{\partial_\beta \rho_0}{\rho_0} - \frac{\partial_\beta P_{T0}}{2P_{T0}} + \left( \frac{V_A^2 + C_\perp^2}{V_A^2 + 2C_\perp^2} \right) \frac{\partial}{\partial s} \right] \frac{\partial \delta s}{\partial \alpha} \right\} \\
& - i \omega (2 \Omega_\beta h_\alpha \frac{\partial}{\partial \beta} + 2 \Omega_\alpha h_\beta \frac{\partial}{\partial \alpha}) \frac{\partial \delta s}{\partial \beta}
\end{aligned}$$

(4.42)

$$\begin{aligned}
\omega^2 \frac{\partial \delta s}{\partial \beta} &= \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial s} \left\{ \right. \\
& 2T_{e0} \left[ \frac{\partial_\alpha T_{e0}}{2T_{e0}} - \left(1 + \frac{C_{\parallel}^2}{2\mathcal{F}}\right) \frac{\partial_\alpha P_{T0}}{2P_{T0}} + \frac{1}{2} \left( \frac{\mathcal{N}}{\mathcal{F}} + \frac{C_{\perp}^2}{V_A^2 + 2C_{\perp}^2} \right) c_\alpha \right] h_\alpha \frac{\partial \delta \alpha}{\partial \beta} \\
& - 2T_{e0} \left[ \frac{\partial_\beta T_{e0}}{2T_{e0}} - \left(1 + \frac{C_{\parallel}^2}{2\mathcal{F}}\right) \frac{\partial_\beta P_{T0}}{2P_{T0}} + \frac{1}{2} \left( \frac{\mathcal{N}}{\mathcal{F}} + \frac{C_{\perp}^2}{V_A^2 + 2C_{\perp}^2} \right) c_\beta \right] h_\beta \frac{\partial \delta \alpha}{\partial \alpha} \\
& + 2T_{e0} \left[ \frac{\partial_s T_{e0}}{2T_{e0}} - \left(1 + \frac{C_{\parallel}^2}{2\mathcal{F}}\right) \frac{\partial_s P_{T0}}{2P_{T0}} - \frac{1}{2} \left( \frac{\mathcal{N}}{\mathcal{F}} + \frac{C_{\perp}^2}{V_A^2 + 2C_{\perp}^2} \right) \frac{\partial}{\partial s} \right] \frac{\partial \delta s}{\partial \beta} \left. \right\} \\
& + \left[ (\mathcal{F}c_\alpha - \frac{\partial_\alpha T_{e0}}{\rho_0} + T_{e0} \frac{\partial_\alpha B}{B_0}) h_\alpha \frac{\partial}{\partial \beta} - (\mathcal{F}c_\beta - \frac{\partial_\beta T_{e0}}{\rho_0} + T_{e0} \frac{\partial_\beta B}{B_0}) h_\beta \frac{\partial}{\partial \alpha} \right] \frac{\partial \delta \alpha}{\partial s} \\
& + g_\zeta \left\{ \right. \\
& \left[ \frac{\partial_\alpha \rho_0}{\rho_0} - \frac{\partial_\alpha P_{T0}}{2P_{T0}} - \left( \frac{V_A^2 + C_{\perp}^2}{V_A^2 + 2C_{\perp}^2} \right) c_\alpha \right] h_\alpha \frac{\partial \delta \alpha}{\partial \beta} - \left[ \frac{\partial_\beta \rho_0}{\rho_0} - \frac{\partial_\beta P_{T0}}{2P_{T0}} - \left( \frac{V_A^2 + C_{\perp}^2}{V_A^2 + 2C_{\perp}^2} \right) c_\beta \right] h_\beta \frac{\partial \delta \alpha}{\partial \alpha} \\
& + \left[ \frac{\partial_\beta \rho_0}{\rho_0} - \frac{\partial_\beta P_{T0}}{2P_{T0}} + \left( \frac{V_A^2 + C_{\perp}^2}{V_A^2 + 2C_{\perp}^2} \right) \frac{\partial}{\partial s} \right] \frac{\partial \delta s}{\partial \alpha} \left. \right\} \\
& + \left( \frac{1}{B_0} \frac{\partial B_0}{\partial s} \right) \left\{ \right. \\
& 2\mathcal{F} \left[ \frac{\partial_\alpha T_{e0}}{2T_{e0}} - \left(1 + \frac{C_{\parallel}^2}{2\mathcal{F}}\right) \frac{\partial_\alpha P_{T0}}{2P_{T0}} + \frac{1}{2} \left( \frac{\mathcal{N}}{\mathcal{F}} + \frac{C_{\perp}^2}{V_A^2 + 2C_{\perp}^2} \right) c_\alpha \right] h_\alpha \frac{\partial \delta \alpha}{\partial \beta} \\
& - 2\mathcal{F} \left[ \frac{\partial_\beta T_{e0}}{2T_{e0}} - \left(1 + \frac{C_{\parallel}^2}{2\mathcal{F}}\right) \frac{\partial_\beta P_{T0}}{2P_{T0}} + \frac{1}{2} \left( \frac{\mathcal{N}}{\mathcal{F}} + \frac{C_{\perp}^2}{V_A^2 + 2C_{\perp}^2} \right) c_\beta \right] h_\beta \frac{\partial \delta \alpha}{\partial \alpha} \\
& + 2\mathcal{F} \left[ \frac{\partial_s T_{e0}}{2T_{e0}} - \left(1 + \frac{C_{\parallel}^2}{2\mathcal{F}}\right) \frac{\partial_s P_{T0}}{2P_{T0}} - \frac{1}{2} \left( \frac{\mathcal{N}}{\mathcal{F}} + \frac{C_{\perp}^2}{V_A^2 + 2C_{\perp}^2} \right) \frac{\partial}{\partial s} \right] \frac{\partial \delta s}{\partial \beta} \left. \right\} \\
& - \mathcal{F} \frac{\partial}{\partial s} \left\{ \right. \\
& \left[ \frac{\partial_\alpha B_0}{B_0} - \frac{\partial_\alpha P_{T0}}{2P_{T0}} + \left( \frac{C_{\perp}^2}{V_A^2 + 2C_{\perp}^2} \right) c_\alpha \right] h_\alpha \frac{\partial \delta \alpha}{\partial \beta} - \left[ \frac{\partial_\beta B_0}{B_0} - \frac{\partial_\beta P_{T0}}{2P_{T0}} + \left( \frac{C_{\perp}^2}{V_A^2 + 2C_{\perp}^2} \right) c_\beta \right] h_\beta \frac{\partial \delta \alpha}{\partial \alpha} \\
& + \left[ \frac{\partial_\beta B_0}{B_0} - \frac{\partial_\beta P_{T0}}{2P_{T0}} - \left( \frac{C_{\perp}^2}{V_A^2 + 2C_{\perp}^2} \right) \frac{\partial}{\partial s} \right] \frac{\partial \delta s}{\partial \alpha} \left. \right\} \\
& + i\omega \left( 2\Omega_\beta h_\alpha \frac{\partial}{\partial \beta} + 2\Omega_\alpha h_\beta \frac{\partial}{\partial \alpha} \right) \delta \alpha
\end{aligned} \tag{4.43}$$

les symboles  $\partial\alpha$ ,  $\partial\beta$ ,  $\partial s$  remplaçant respectivement les expressions plus longues à écrire  $(1/h_\alpha)\partial/\partial\alpha$ ,  $(1/h_\beta)\partial/\partial\beta$ ,  $\partial/\partial s$ .

Ces expressions, très lourdes, ne sont données ici que dans le but de mieux comprendre physiquement les mouvements associés aux modes de quasi-interchange. Elles traduisent le couplage automatique entre les mouvements parallèle et perpendiculaire, à partir du moment où les paramètres de l'équilibre ou bien les déplacements ont des variations le long de la ligne de champ. En effet, physiquement un déplacement  $\delta s$  variable le long de la ligne de champ entraîne une compression du plasma ( $\delta\rho \neq 0$ , d'après (3.3)) et après ajustement de la pression totale une déformation du tube de flux. Les force de gravité et de courbure magnétique apparaissant dans l'équation (4.42) vont donc conduire à un déplacement transverse,  $\delta\mathbf{r} \neq \mathbf{0}$ . De la même manière, un déplacement perpendiculaire  $\delta\alpha$  implique des perturbations de densité du plasma et de l'intensité du champ magnétique, qui par l'intermédiaire par exemple de la force de gravité apparaissant dans l'équation (4.43) conduisent à un mouvement parallèle  $\delta s \neq 0$ .

Au final on en déduit les indications suivantes :

- Le mode de quasi-interchange de type 2 (translation pure, voir partie I chapitre 4), bien qu'entraînant essentiellement des mouvements parallèles, implique également des mouvements perpendiculaires.
- Le mode de quasi-interchange de type 1 (interchange pure, voir partie I chapitre 4) n'est généralement pas strictement transverse, comme supposé par *Southwood et Kivelson* [1987], car il implique des déplacements parallèles également.

En remplaçant  $\partial_\alpha$ ,  $\partial_\beta$  par  $ik_\alpha h_\alpha$  et  $ik_\beta h_\beta$  dans le cadre de notre analyse semi-locale, on obtient un système d'équations différentielles en  $s$  couplées, qui constitue un problème aux valeurs propres pour  $\omega^2$ , une fois les conditions limites définies (cf *Ferrière et al.* [2001]). Ces conditions limites traduisent notamment le couplage magnétosphère-ionosphère.

### 4.3.2 Relation de dispersion 1D

Pour aller plus loin analytiquement dans l'analyse des modes de quasi-interchange, on se restreint au cas monodimensionnel, en supposant que les paramètres de l'équilibre sont invariants le long des lignes de champ. On suppose de plus par commodité que ces paramètres ne varient que dans la direction  $\alpha$ , par exemple. On réalise une analyse de Fourier étendue à la direction le long des lignes de champ (analyse locale dans toutes les directions) des perturbations, en leur donnant une dépendance en  $\exp[i(k_\alpha h_\alpha \alpha + k_\beta h_\beta \beta + k_\parallel \delta s)]$ . Le système d'équations (4.42)-(4.43) se réduit en utilisant les relations  $\partial/\partial\alpha \rightarrow ik_\alpha h_\alpha$ ,  $\partial/\partial\beta \rightarrow ik_\beta h_\beta$  et  $\partial/\partial s \rightarrow ik_\parallel$ , à :

$$\begin{aligned} \omega^2 \delta r_\alpha &= \mathcal{F} k_\parallel^2 \delta r_\alpha + \frac{k_\beta^2}{k_\perp^2} [\omega_{0CGL}^2 \delta r_\alpha + i k_\parallel \mathcal{G}_{CGL} \delta s] \\ &\quad - i \omega \frac{k_\beta}{k_\perp^2} (\mathbf{k}_\perp \cdot 2\mathbf{\Omega}) \delta s \end{aligned} \quad (4.44)$$

$$\begin{aligned} \omega^2 \delta s &= \mathcal{N} k_\parallel^2 \delta s - i k_\parallel \mathcal{G}_{CGL} \delta r_\alpha \\ &\quad + i \omega \frac{1}{k_\beta} (\mathbf{k}_\perp \cdot 2\mathbf{\Omega}) \delta r_\alpha \end{aligned} \quad (4.45)$$

avec

$$\begin{aligned} \omega_{0CGL}^2 &= \mathbf{g} \cdot \left( \frac{\nabla \rho_0}{\rho_0} - \frac{\nabla P_{T0}}{2P_{T0}} - \frac{V_A^2 + C_\perp^2}{V_A^2 + 2C_\perp^2} \mathbf{c}_0 \right) \\ &+ \mathcal{F} \mathbf{c}_0 \cdot \left[ \frac{\nabla T_{e0}}{T_{e0}} - \left( 2 + \frac{C_\parallel^2}{\mathcal{F}} \right) \frac{\nabla P_{T0}}{P_{T0}} + \left( \frac{\mathcal{N}}{\mathcal{F}} + \frac{C_\perp^2}{V_A^2 + 2C_\perp^2} \right) \mathbf{c}_0 \right] \end{aligned} \quad (4.46)$$

$$\mathcal{G}_{CGL} = \left[ \frac{V_A^2 + C_\perp^2}{V_A^2 + 2C_\perp^2} \mathbf{g} - \left( \mathcal{N} + \frac{C_\perp^2}{V_A^2 + 2C_\perp^2} \mathcal{F} \right) \mathbf{c}_0 \right] \cdot \hat{\mathbf{e}}_\alpha \quad (4.47)$$

la fréquence de Rayleigh-Taylor magnétique double-adiabatique ou CGL et un paramètre inhomogène ayant les dimensions d'une gravité.

Dans l'équation (4.46), le premier terme du membre de droite est le seul terme présent dans un milieu homogène et sans rotation. Le second terme du membre de droite de l'équation (4.46) est le résultat de la force de flottabilité gravitationnelle, issue d'une perturbation de densité dans un champ gravitationnel, et de la force de flottabilité magnétique, issue d'une perturbation de tension magnétique effective dans un champ courbe. La force de flottabilité totale s'écrit donc :

$$\delta F_g = \mathbf{g} \frac{\delta \rho}{\rho_0} + \mathcal{F} \mathbf{c} \frac{\delta B}{B_0}. \quad (4.48)$$

Les deux premiers termes du membre de droite de l'équation (4.47) sont le résultat de la projection de la force de pression thermique parallèle et des forces gravitationnelles sur les lignes de champ perturbées. Cette force s'exprime par :

$$\delta F_\parallel = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial DP_\parallel}{\partial s} + \mathbf{g} \cdot \frac{\mathbf{B}_\perp}{B_0} \quad (4.49)$$

Le dernier terme du membre de droite des équations (4.46)-(4.47) correspond à la force de Coriolis. Seule la composante de la rotation planétaire dans la direction du vecteur d'onde perpendiculaire entre en jeu.

En annulant le déterminant de ce système, on obtient la relation de dispersion 1D des modes de quasi-interchange dans un plasma gyrotrope double-adiabatique :

$$\begin{aligned}
\omega^4 & - \left[ (\mathcal{F} + \mathcal{N}) k_{\parallel}^2 + \frac{k_{\beta}^2}{k_{\perp}^2} \omega_{0CGL}^2 + \frac{(2\boldsymbol{\Omega}_{\perp} \cdot \mathbf{k}_{\perp})^2}{k_{\perp}^2} \right] \omega^2 \\
& + 2\mathcal{G}_{CGL} (2\boldsymbol{\Omega}_{\perp} \cdot \mathbf{k}_{\perp}) \frac{k_{\beta}}{k_{\perp}^2} k_{\parallel} \omega \\
& + \left[ \mathcal{F}\mathcal{N} k_{\parallel}^2 + \frac{k_{\beta}^2}{k_{\perp}^2} (\mathcal{N} \omega_{0CGL}^2 - \mathcal{G}_{CGL}^2) \right] k_{\parallel}^2 = 0.
\end{aligned} \tag{4.50}$$

Cette équation se réduit dans un plasma isotrope à l'équation obtenue par *Ferrière et la.* [1999], en égalant  $2C_{\perp}^2$ ,  $3C_{\parallel}^2$  et  $C_{\perp}^4$  à  $C_s^2$  et  $C_s^4$  respectivement, et  $C_{\Delta}$  à 0.

Dans toute la suite de ce chapitre, nous omettrons volontairement les indices *CGL* des paramètres  $\omega_{0CGL}^2$  et  $\mathcal{G}_{CGL}$ , afin de ne pas surcharger les calculs.

## 4.4 Cas 1D en l'absence de rotation

### 4.4.1 Solutions de la relation de dispersion 1D

En l'absence de rotation ( $\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{0}$ ), la relation de dispersion 1D des modes de quasi-interchange (4.47) se ré-écrit :

$$\begin{aligned}
\omega^4 & - \left\{ (\mathcal{F} + \mathcal{N}) k_{\parallel}^2 + \frac{k_{\beta}^2}{k_{\perp}^2} \omega_0^2 \right\} \omega^2 \\
& + \left\{ \mathcal{F}\mathcal{N} k_{\parallel}^2 + \frac{k_{\beta}^2}{k_{\perp}^2} [\mathcal{N} \omega_0^2 - \mathcal{G}^2] \right\} k_{\parallel}^2 = 0.
\end{aligned} \tag{4.51}$$

Les deux solutions de cette équation bicarrée sont données par :

$$\omega_{\pm}^2 = \frac{1}{2} \left[ (\mathcal{F} + \mathcal{N}) k_{\parallel}^2 + \frac{k_{\beta}^2}{k_{\perp}^2} \omega_0^2 \pm \sqrt{\Delta} \right] \tag{4.52}$$

$$\begin{aligned}
\Delta & = \left[ (\mathcal{F} + \mathcal{N}) k_{\parallel}^2 + \frac{k_{\beta}^2}{k_{\perp}^2} \omega_0^2 \right]^2 - 4 \left[ \mathcal{F}\mathcal{N} k_{\parallel}^2 + \frac{k_{\beta}^2}{k_{\perp}^2} (\mathcal{N} \omega_0^2 - \mathcal{G}^2) \right] k_{\parallel}^2 \\
\Delta & = \left[ (\mathcal{F} - \mathcal{N}) k_{\parallel}^2 + \frac{k_{\beta}^2}{k_{\perp}^2} \omega_0^2 \right]^2 + 4 \frac{k_{\beta}^2}{k_{\perp}^2} \mathcal{G}^2 k_{\parallel}^2.
\end{aligned} \tag{4.53}$$



On peut aisément vérifier que  $\omega^2$  est réel pour les deux solutions ( $\Delta \geq 0$ ), de sorte que  $\omega$  est soit purement réel (solution purement oscillatoire), soit purement imaginaire (solution purement croissante ou décroissante).

Lorsque  $k_{\parallel} \rightarrow 0$ , on retrouve la classification de *Newcomb* [1961], à savoir :

$$\omega_{\pm}^2 = \frac{1}{2} \left[ \frac{k_{\beta}^2}{k_{\perp}^2} \omega_0^2 \pm \frac{k_{\beta}^2}{k_{\perp}^2} |\omega_0^2| \right]. \quad (4.54)$$

Si  $\omega_0^2 \geq 0$ , la solution  $\omega_+$  est de type 1, car  $\omega_+ = \frac{k_{\beta}^2}{k_{\perp}^2} \omega_0^2$  et la solution  $\omega_-$  de type 2, car  $\omega_- = 0$ ; et inversement pour  $\omega_0^2 < 0$ .

#### 4.4.2 Connections avec les modes double-adiabatiques

Afin de comprendre à quel mode double-adiabatique (Alfvén ou lent) ces solutions correspondent, on prend la limite homogène ( $\omega_0^2 = 0$ ,  $\mathcal{G} = 0$ ) des fréquences  $\omega_{\pm}$ , et on la fait correspondre à la limite  $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$  des modes d'Alfvén et lent identifiés dans un plasma homogène (équations (4.19) et (4.21)). La limite homogène ( $\omega_0^2 = 0$ ,  $\mathcal{G} = 0$ ) de (4.52) s'écrit :

$$\omega_{+,-}^2 = \frac{1}{2} \left[ (\mathcal{F} + \mathcal{N}) k_{\parallel}^2 \pm |\mathcal{F} - \mathcal{N}| k_{\parallel}^2 \right], \quad (4.55)$$

d'où l'on peut déduire que  $\omega_+^2 = \max(\mathcal{F}, \mathcal{N}) k_{\parallel}^2$  et  $\omega_-^2 = \min(\mathcal{F}, \mathcal{N}) k_{\parallel}^2$ . Une comparaison avec (4.19) et (4.21) indique alors que, si  $\mathcal{F} \geq \mathcal{N}$ , la solution  $\omega_+$  correspond au mode d'Alfvén et la solution  $\omega_-$  au mode lent, et vice-versa si  $\mathcal{F} < \mathcal{N}$ .

En conclusion :

- en MHD-équivalente ( $\mathcal{F} \geq \mathcal{N}$ ), le mode d'Alfvén est de type 1 et le mode lent de type 2 lorsque  $\omega_0^2 \geq 0$ ; dans le cas contraire, les modes d'Alfvén et lent échangent leur type. On retrouve bien la connection énoncée par *Ferrière et al.* [1999].
- en MHD inverse, ( $\mathcal{F} < \mathcal{N}$ ), le mode d'Alfvén est de type 2 et le mode lent de type 1 lorsque  $\omega_0^2 \geq 0$ ; dans le cas contraire, les modes d'Alfvén et lent échangent leur type.

Le rapport  $k_{\beta}/k_{\perp}$  sera fixé par commodité à 1 par la suite.

### 4.4.3 Stabilité à $k_{\parallel} = 0$

Si on s'intéresse simplement à la stabilité des modes de quasi-interchange à  $k_{\parallel} = 0$ , on obtient en faisant un développement au premier ordre en  $k_{\parallel}^2$  des expressions (4.52) et (4.53) que :

$$\begin{aligned} \omega_{\pm}^2 &= \frac{1}{2} \left\{ (\mathcal{F} + \mathcal{N}) k_{\parallel}^2 + \omega_0^2 \right. \\ &\quad \left. \pm \left[ |\omega_0^2| + (\mathcal{F} + \mathcal{N}) \frac{|\omega_0^2|}{\omega_0^2} k_{\parallel}^2 - 2\mathcal{N} \left( \frac{\omega_0^2 - \omega_1^2}{|\omega_0^2|} \right) k_{\parallel}^2 \right] \right\}. \end{aligned}$$

avec

$$\omega_1^2 = \frac{\mathcal{G}^2}{\mathcal{N}}. \quad (4.56)$$

Lorsque  $\omega_0^2 \geq 0$ , l'expression se réduit à :

$$\omega_+^2 = \omega_0^2 \quad (4.57)$$

$$\omega_-^2 = \mathcal{N} \left( \frac{\omega_0^2 - \omega_1^2}{\omega_0^2} \right) k_{\parallel}^2. \quad (4.58)$$

Lorsque  $\omega_0^2 < 0$ , il suffit d'inverser les expressions de  $\omega_+$  et  $\omega_-$ .

On en déduit en utilisant la conclusion énoncée en 4.4.1 que :

- le mode de type 1 est stable à  $k_{\parallel} = 0$  si et seulement si  $\omega_0^2 \geq 0$ ;
- le mode de type 2 est stable à  $k_{\parallel} = 0$  si et seulement si  $\mathcal{N} \omega_0^2 (\omega_0^2 - \omega_1^2) \geq 0$ .

D'après la conclusion énoncée en 4.4.2, on en conclut que lorsque le mode de type 1 est stable/instable, il correspond au mode d'Alfvén/lent en MHD-équivalente ( $\mathcal{F} \geq \mathcal{N}$ ), et au mode lent/d'Alfvén en MHD-inverse ( $\mathcal{F} < \mathcal{N}$ ).

En résumé, les modes de quasi-interchange sont stables à  $k_{\parallel} = 0$  si et seulement si :

$$\omega_0^2 \geq 0 \quad \text{et} \quad \mathcal{N} (\omega_0^2 - \omega_1^2) \geq 0. \quad (4.59)$$

Les conditions précédentes nous permettent de dégager trois domaines d'étude pour la suite, suivant le signe de  $\mathcal{N}$  (ou de façon équivalente suivant le signe de  $\mathcal{M}_{CGL}$ ), et correspondant à :

– Si  $\mathcal{N} \geq 0$  :

1.  $\omega_0^2 \geq \omega_1^2$  :

Les deux modes de quasi-interchange sont stables à  $k_{\parallel} = 0$ .

2.  $0 \leq \omega_0^2 < \omega_1^2$  :

Le mode de type 1 est stable à  $k_{\parallel} = 0$ , tandis que le mode de type 2 est instable.

3.  $\omega_0^2 < 0$  :

Le mode de type 1 est instable à  $k_{\parallel} = 0$ , tandis que le mode de type 2 est stable.

– Si  $\mathcal{N} < 0$  :

1.  $\omega_0^2 \geq 0$  :

Le mode de type 1 est stable à  $k_{\parallel} = 0$ , tandis que le mode de type 2 est instable.

2.  $\omega_1^2 \leq \omega_0^2 < 0$  :

Le mode de type 1 est instable à  $k_{\parallel} = 0$ , tandis que le mode de type 2 est stable.

3.  $\omega_0^2 < \omega_1^2$  :

Le mode de type 1 est instable à  $k_{\parallel} = 0$  et le mode de type 2 l'est également.

On retrouve bien le critère de stabilité des modes de type 1 et 2 à  $k_{\parallel} = 0$  donné par *Ferrière et al.* [1999] dans le cas isotrope, correspondant au cas  $\mathcal{N} \geq 0$ . Il suffit pour cela de remplacer dans les expressions (4.46)-(4.47),  $2C_{\perp}^2$ ,  $3C_{\parallel}^2$  et  $C_{\perp}^4$  par  $C_s^2$  et  $C_s^4$ , respectivement.

#### 4.4.4 Stabilité $\forall \mathbf{k}_{\parallel}$

On étudie la stabilité pour tout  $\mathbf{k}$  des modes de quasi-interchange. Le critère de Routh appliqué à l'équation (4.48) mise sous la forme :

$$\omega^4 + a_2 \omega^2 + a_0 = 0 \quad (4.60)$$

permet de conclure que les modes de quasi-interchange sont stables pour tout  $\mathbf{k}$  si et seulement si :

$$-a_2 \geq 0 \quad \text{et} \quad -a_2(a_2^2 - 4a_0) \geq 0 \quad \text{et} \quad 4a_0(a_2^2 - a_0)^2 \geq 0 \cdot \quad (4.61)$$

La première inégalité de ce système s'écrit  $(\mathcal{F} + \mathcal{N}) k_{\parallel}^2 + \omega_0^2 \geq 0$ , et puisque  $\mathcal{F} + \mathcal{N} \geq 0$ , en imposant qu'elle soit vérifiée  $\forall k_{\parallel}$ , elle est équivalente à  $\omega_0^2 \geq 0$ .

La deuxième inégalité se ramène à la première, puisque  $a_2^2 - 4a_0 = \Delta$ , défini par (4.53), est également toujours positif,  $\forall k_{\parallel}$ .

La troisième est équivalente à  $a_0 \equiv \mathcal{N} [\mathcal{F} k_{\parallel}^2 + (\omega_0^2 - \omega_1^2)] \geq 0$ .

En conséquence, les modes de quasi-interchange sont stables  $\forall \mathbf{k}$  si et seulement si :

$$\omega_0^2 \geq 0 \quad \text{et} \quad \mathcal{N} [\mathcal{F} k_{\parallel}^2 + (\omega_0^2 - \omega_1^2)] \geq 0 \quad (4.62)$$

On retrouve en posant  $k_{\parallel} = 0$  la condition de stabilité (4.59) des modes de quasi-interchange.

La stabilité à  $k_{\parallel} = 0$  ne garantit pas toujours la stabilité à  $k_{\parallel}$  quelconque, sauf dans le cas où les paramètres  $\mathcal{F}$  et  $\mathcal{N}$  sont tous les deux positifs (cf (4.59)).

En considérant l'équation (4.62), on en déduit dans ce cas :

– Pour  $\mathcal{N} > 0$ , en MHD-équivalente ( $\mathcal{F} \geq \mathcal{N}$ ) :

Si un mode est stable à  $k_{\parallel} = 0$ , alors il est stable  $\forall k_{\parallel}$ .

S' il est instable à  $k_{\parallel} = 0$ , il devient stable pour  $k_{\parallel} > k_{\parallel}^*$ , avec

$$k_{\parallel}^{*2} = -\left(\frac{\omega_0^2 - \omega_1^2}{\mathcal{F}}\right). \quad (4.63)$$

– Pour  $\mathcal{F} > 0$ , en MHD-inverse ( $\mathcal{F} < \mathcal{N}$ ) :

Si un mode est stable à  $k_{\parallel} = 0$ , alors il est stable  $\forall k_{\parallel}$ .

S' il est instable à  $k_{\parallel} = 0$ , il devient stable pour  $k_{\parallel} > k_{\parallel}^*$  (donné par (4.63)).

Etudions de plus près les cas où l'un de ces deux paramètres ( $\mathcal{F}$ ,  $\mathcal{N}$ ) est négatif. On rappelle que les deux paramètres ne peuvent être négatifs en même temps. En MHD-équivalente ( $\mathcal{F} \geq \mathcal{N}$ ), une seule instabilité apparaît dans le régime  $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$  dans un milieu homogène, l'instabilité miroir du mode lent pour  $\mathcal{M}_{CGL} < 0$  (ou de manière équivalente pour  $\mathcal{N} < 0$ ). En MHD-inverse ( $\mathcal{N} \geq \mathcal{F}$ ), là encore, une seule instabilité apparaît dans ce régime, l'instabilité firehose du mode d'Alfvén pour  $\mathcal{F} < 0$ . Ces résultats sont illustrés par la figure 4.2.

Afin d'étudier les deux cas de figure  $\mathcal{F} < 0$  ou  $\mathcal{N} < 0$ , on revient aux solutions données par (4.52), qui vérifient :

$$\omega_+^2 \omega_-^2 = \mathcal{N} \left[ \mathcal{F} k_{\parallel}^2 + \omega_0^2 - \omega_-^2 \right] \quad (4.64)$$

$$\omega_+^2 + \omega_-^2 = (\mathcal{F} + \mathcal{N}) k_{\parallel}^2 + \omega_0^2. \quad (4.65)$$

On déduit de (4.64)-(4.65) que si  $\omega_+^2 \omega_-^2 < 0$ , alors nécessairement  $\omega_-^2 \leq 0$  et le mode correspondant est instable ; si  $\omega_+^2 \omega_-^2 \geq 0$ , soit  $\omega_+^2 + \omega_-^2 \geq 0$  et les deux modes correspondant sont stables, soit  $\omega_+^2 + \omega_-^2 < 0$  et les deux modes correspondant sont instables. A partir de cette constatation, nous sommes en mesure de conclure.

– Pour  $\mathcal{F} < 0$ , en MHD-inverse ( $\mathcal{N} \geq \mathcal{F}$ ) :

Les modes de quasi-interchange sont stables si et seulement si :

$$\omega_0^2 \geq 0 \quad \& \quad \mathcal{F} k_{\parallel}^2 + (\omega_0^2 - \omega_1^2) \geq 0. \quad (4.66)$$

En utilisant les domaines d'étude identifiés en section 4.4.3, on montre que :

1.  $\omega_0^2 \geq \omega_1^2$  :

Lorsque  $k_{\parallel} < k_{\parallel}^*$ ,  $\omega_+^2 \omega_-^2 \geq 0$  et  $\omega_+^2 + \omega_-^2 \geq 0$  et en conséquence les deux modes sont stables dans cette limite. On rappelle que  $k_{\parallel}^*$  est donné par l'expression (4.63).

Lorsque  $k_{\parallel} > k_{\parallel}^*$ ,  $\omega_+^2 \omega_-^2 \leq 0$  et en conséquence le mode correspondant à  $\omega_-^2$  ( $\omega_+^2$ ) est instable (stable) dans cette limite.

2.  $0 \leq \omega_0^2 < \omega_1^2$  :

$\forall k_{\parallel}$ ,  $\omega_+^2 \omega_-^2 \leq 0$  et en conséquence le mode correspondant à  $\omega_-^2$  ( $\omega_+^2$ ) est instable (stable)  $\forall k_{\parallel}$ .

3.  $\omega_0^2 < 0$  :

$\forall k_{\parallel}$ ,  $\omega_+^2 \omega_-^2 \leq 0$  et en conséquence le mode correspondant à  $\omega_-^2$  ( $\omega_+^2$ ) est instable (stable)  $\forall k_{\parallel}$ .

– Pour  $\mathcal{N} < 0$ , en MHD-équivalente ( $\mathcal{F} \geq \mathcal{N}$ ) :

Les modes de quasi-interchange sont stables si et seulement si d'après (4.62) :

$$\omega_0^2 \geq 0 \quad \& \quad \mathcal{F} k_{\parallel}^2 + (\omega_0^2 - \omega_1^2) \leq 0 \quad (4.67)$$

car  $\mathcal{N} < 0$ .

En utilisant les domaines d'étude identifiés en section 4.4.3, on montre que :

1.  $\omega_0^2 \geq 0$  :

$\forall k_{\parallel}, \omega_+^2 \omega_-^2 \leq 0$  et en conséquence le mode correspondant à  $\omega_-^2$  ( $\omega_+^2$ ) est instable (stable)  $\forall k_{\parallel}$ .

2.  $\omega_1^2 \leq \omega_0^2 < 0$  :

$\forall k_{\parallel}, \omega_+^2 \omega_-^2 \leq 0$  et en conséquence le mode correspondant à  $\omega_-^2$  ( $\omega_+^2$ ) est instable (stable)  $\forall k_{\parallel}$ .

3.  $\omega_0^2 < \omega_1^2$  :

Lorsque  $k_{\parallel} < k_{\parallel}^*$ ,  $\omega_+^2 \omega_-^2 \geq 0$  et  $\omega_+^2 + \omega_-^2 \leq 0$  et en conséquence les deux modes sont instables dans cette limite. On rappelle que  $k_{\parallel}^*$  est donné par l'expression (4.63). En effet, le produit des racines étant positif et  $\mathcal{N} < 0$ , alors on déduit de (4.64) que  $\mathcal{F} k_{\parallel}^2 + \omega_0^2 \leq \omega_1^2 \leq 0$  d'après (4.56) et donc que  $\mathcal{F} k_{\parallel}^2 + \omega_0^2 + \mathcal{N} k_{\parallel}^2 \leq 0$ , ce qui donne le signe de l'expression (4.65).

Lorsque  $k_{\parallel} > k_{\parallel}^*$ ,  $\omega_+^2 \omega_-^2 \leq 0$  et en conséquence le mode correspondant à  $\omega_-^2$  ( $\omega_+^2$ ) est instable (stable) dans cette limite.

Ces conclusions peuvent être alors toutes résumées sous la forme des tableaux et des figures suivantes.

Espace des paramètres	Type quasi-interchange	Dénomination double-adiabatique	Étude de stabilité
$\omega_0^2 > \omega_1^2$	type 1 type 2	Alfvén lent	stable $\forall k_{\parallel}$ stable $\forall k_{\parallel}$
$0 \leq \omega_0^2 < \omega_1^2$	type 1 type 2	Alfvén lent	stable $\forall k_{\parallel}$ stable pour $k_{\parallel} > k_{\parallel}^*$
$\omega_0^2 < 0$	type 1 type 2	lent Alfvén	stable pour $k_{\parallel} > k_{\parallel}^*$ stable $\forall k_{\parallel}$

TAB. 4.1 – Domaines de stabilité et connections entre les modes double-adiabatiques et les types de quasi-interchange dans le cas où  $\mathcal{F} \geq \mathcal{N} \geq 0$ . La condition  $\omega_1^2 \geq 0$  découle de  $\mathcal{N} \geq 0$ .

Espace des paramètres	Type quasi-interchange	Dénomination double-adiabatique	Étude de stabilité
$\omega_0^2 > \omega_1^2 \geq 0$	type 1 type 2	lent Alfvén	stable $\forall k_{\parallel}$ stable $\forall k_{\parallel}$
$0 \leq \omega_0^2 < \omega_1^2$	type 1 type 2	lent Alfvén	stable $\forall k_{\parallel}$ stable pour $k_{\parallel} > k_{\parallel}^*$
$\omega_0^2 < 0$	type 1 type 2	Alfvén lent	stable pour $k_{\parallel} > k_{\parallel}^*$ stable $\forall k_{\parallel}$

TAB. 4.2 – Comme dans le tableau précédent mais dans le cas où  $\mathcal{N} > \mathcal{F} > 0$ .

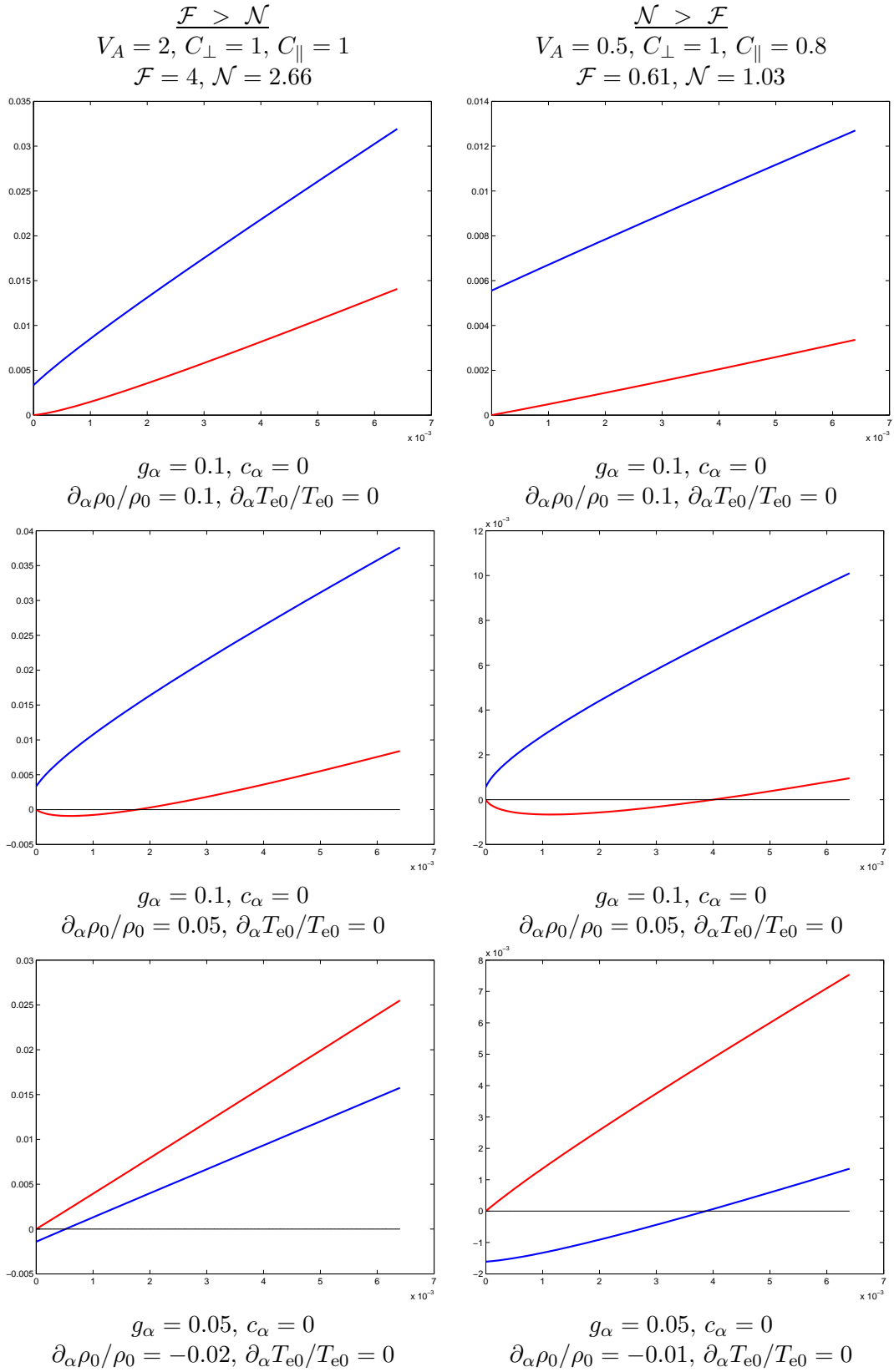


FIG. 4.4 – Fréquence  $\omega^2$  des modes de quasi-interchange en fonction de  $k_{\parallel}^2$  pour différentes situations répertoriées en-dessous et correspondant aux trois cas révélés par l'étude de la section 4.4.3. Le vecteur d'onde parallèle varie de 0 à 0.08. Les courbes bleues représentent le mode de type 1, et celles en rouge le mode de type 2.



Espace des paramètres	Type quasi-interchange	Dénomination double-adiabatique	Étude de stabilité
$\omega_0^2 \geq 0$	type 1 type 2	Alfvén lent	stable $\forall k_{\parallel}$ jamais stable
$\omega_1^2 \leq \omega_0^2 < 0$	type 1 type 2	lent Alfvén	jamais stable stable $\forall k_{\parallel}$
$\omega_0^2 < \omega_1^2$	type 1 type 2	lent Alfvén	jamais stable stable pour $k_{\parallel} > k_{\parallel}^*$

TAB. 4.3 – Domaines de stabilité et connections entre les modes double-adiabatiques et les types de quasi-interchange dans le cas où  $\mathcal{F} \geq 0 > \mathcal{N}$ .

Espace des paramètres	Type quasi-interchange	Dénomination double-adiabatique	Étude de stabilité
$\omega_0^2 > \omega_1^2 \geq 0$	type 1 type 2	lent Alfvén	stable $\forall k_{\parallel}$ stable pour $k_{\parallel} < k_{\parallel}^*$
$0 \leq \omega_0^2 < \omega_1^2$	type 1 type 2	lent Alfvén	stable $\forall k_{\parallel}$ jamais stable
$\omega_0^2 < 0$	type 1 type 2	Alfvén lent	jamais stable stable $\forall k_{\parallel}$

TAB. 4.4 – Comme dans le tableau précédent mais dans le cas de la MHD-inverse, i.e. dans le cas où  $\mathcal{N} \geq 0 > \mathcal{F}$ .

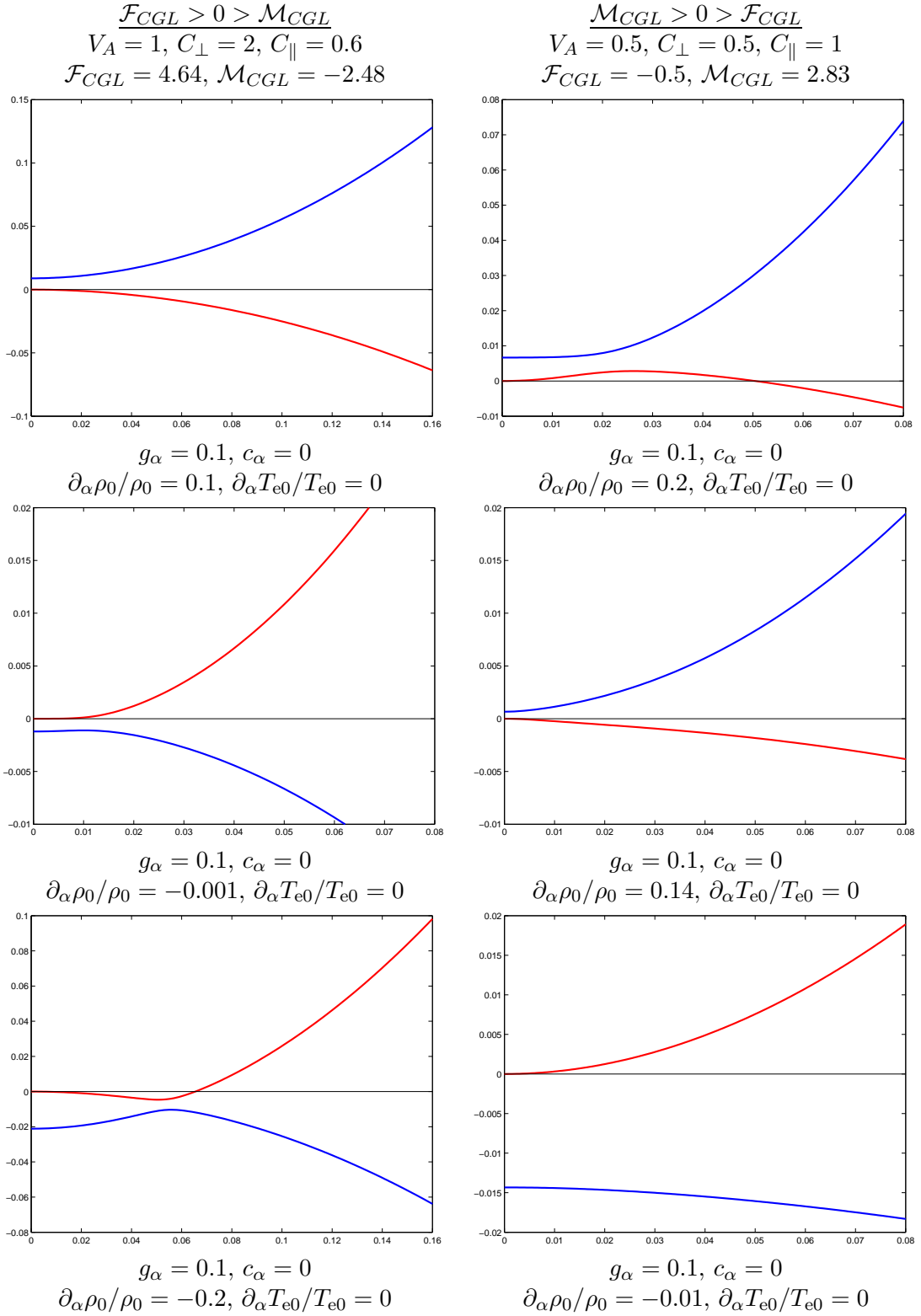


FIG. 4.5 – Fréquence  $\omega^2$  des modes de quasi-interchange en fonction de  $k_\parallel^2$  pour les différentes situations répertoriées en-dessous et correspondant aux trois cas révélés par l'étude de la section 4.4.3. Le vecteur d'onde parallèle varie de 0 à 0.16. Les courbes bleues représentent le mode de quasi-interchange de type 1, et celles en rouge le mode de type 2.

## 4.5 Conclusions

L'extension de l'article de *Ferrière et al.* [1999] traitant des plasmas isotropes inhomogènes, en rotation, au cas des plasmas gyrotropes est menée dans ce chapitre. L'étude des ondes et instabilités basse-fréquence est réalisée à l'aide d'une approche purement fluide, basée sur la théorie double-adiabatique et les équations CGL propres à cette théorie. Les modes de quasi-interchange, pour lesquels la stratification et la rotation du milieu sont importants, y font l'objet d'une étude approfondie.

De la même manière que dans l'approche utilisée par *Ferrière et al.* [1999], les propriétés des modes de quasi-interchange sont mises en évidence et servent par la suite à dériver leur relation de dispersion, à l'aide d'une approche semi-locale perpendiculairement aux lignes de champ. En se restreignant ensuite au cas où les paramètres de l'équilibre sont invariants le long des lignes de champ et au cas où la stratification est portée par le vecteur unitaire  $\hat{e}_\alpha$  (cas 1D), on obtient une relation de dispersion locale, que l'on analyse dans le cas sans rotation.

On observe que les modes d'Alfvén et lent constituent les modes de quasi-interchange. Le critère local et le domaine d'instabilité des modes de quasi-interchange, ainsi que les connections entre ces modes et les modes double-adiabatiques sont mis en évidence. La synthèse des résultats obtenus est réalisée à travers notamment les tableaux et figures finaux

Cependant, certaines incohérences liées à l'utilisation de la théorie double-adiabatique ont été relevées au cours de cette étude, notamment à travers l'obtention du critère et des propriétés de l'instabilité miroir dans un plasma gyrotrope homogène. Les résultats de la théorie double-adiabatique quant à cette instabilité diffèrent en effet sensiblement de ceux connus en théorie cinétique, exacts quant à eux. Une telle incohérence ne peut pas nous satisfaire et nous oblige à remettre en question l'utilisation de la théorie double-adiabatique. Le chapitre suivant se propose, partant de cette constatation, de comprendre pourquoi et de caractériser ainsi les limites de la théorie double-adiabatique.

## Chapitre 5

# Retour sur les équations d'état

Dans ce chapitre, on s'intéresse à l'équation de Vlasov perturbée obtenue dans le chapitre 3, en cherchant à l'utiliser pour en déduire l'évolution exacte des perturbations de pressions thermiques. Après avoir rendu l'équation de Vlasov perturbée exploitable, son intégration nous conduit à des équations d'état exactes. On compare alors les équations d'état obtenues avec celles issues de la théorie double-adiabatique, dans le but de comprendre les incohérences soulevées dans le chapitre précédent.

### 5.1 Équations d'état exactes

L'objectif de cette section est d'obtenir des équations d'évolution des pressions thermiques perpendiculaire et parallèle exactes, à partir de la théorie cinétique et de l'équation de Vlasov, dans sa limite basse-fréquence. Toutes les équations qui vont suivre dans cette section sont valables pour chaque espèce du plasma. Le plasma est quant à lui gyrotrope, stratifié et en rotation, sauf lorsque spécifié.

La relation de Vlasov perturbée (3.31) n'est pas directement utilisable telle qu'elle est présentée. Pour l'exploiter, il est nécessaire de faire l'hypothèse restrictive que les paramètres de l'équilibre sont invariants le long des lignes de champ. En effet, en supposant que ces paramètres n'ont pas de variations le long des lignes de champ, on déduit de l'équation de l'équilibre parallèle (2.21) que  $g_\zeta$  est nul. Les facteurs présents devant les termes en  $(\frac{\partial \delta f}{\partial v_\perp})$  et  $(\frac{\partial \delta f}{\partial v_\parallel})$  de l'équation (3.31) sont alors nuls, et on obtient une équation explicite pour  $\delta f$ .

En prenant la transformée de Fourier des perturbations le long des lignes de champ, c'est à dire en remplaçant  $\frac{\partial}{\partial s}$  par  $i k_\parallel$ , en utilisant le fait que  $\delta \mathbf{V}_\perp = -i \omega \delta \mathbf{r}_\perp$  et que  $\delta \hat{e}_B = i k_\parallel \delta \mathbf{r}_\perp$  d'après (3.8) et (3.13)-(3.14), puis finalement en divisant par le terme  $-i \omega + i k_\parallel v_\parallel$  on obtient au final l'équation suivante pour  $Df$ ,

$$\begin{aligned} Df &= -\frac{1}{2} \frac{DB}{B_0} v_\perp \frac{\partial f_0}{\partial v_\perp} \\ &- \frac{1}{\omega - k_\parallel v_\parallel} \left[ i \frac{q \delta E_\parallel}{m} + \frac{1}{2} v_\perp^2 k_\parallel \frac{DB}{B_0} \right. \\ &\quad \left. - (k_\parallel \mathbf{g}_\perp - 2\omega \boldsymbol{\Omega} \times \hat{e}_\zeta - \omega v_\parallel \mathbf{c}_0) \cdot \delta \mathbf{r}_\perp \right] \frac{\partial f_0}{\partial v_\parallel}, \end{aligned} \quad (5.1)$$

avec, on rappelle (3.2),  $D\mathcal{A} \equiv \delta\mathcal{A} + \nabla\mathcal{A}_0 \cdot \delta\mathbf{r}$  la perturbation Lagrangienne de la quantité  $\mathcal{A}$  ( $\mathcal{A} = f$  ou  $B$ ). Dans la limite homogène,  $D\mathcal{A} \equiv \delta\mathcal{A}$ .

Par commodité d'écriture on posera par la suite :

$$\begin{aligned} \delta F_{\parallel} &= q \delta E_{\parallel} + m \mathbf{g}_{\perp} \cdot \delta \hat{\mathbf{e}}_B - (2m \boldsymbol{\Omega} \times \delta \mathbf{V}_{\perp}) \cdot \hat{\mathbf{e}}_{\zeta} \\ &= q \delta E_{\parallel} + i m (k_{\parallel} \mathbf{g}_{\perp} - 2\omega \boldsymbol{\Omega} \times \hat{\mathbf{e}}_{\zeta}) \cdot \delta \mathbf{r}_{\perp}. \end{aligned} \quad (5.2)$$

$\delta F_{\parallel}$  est la composante parallèle de la perturbation de la force agissant sur une particule chargée, avec contribution des forces électrique, gravitationnelle et de Coriolis respectivement.

L'équation (5.1) se ré-écrit alors :

$$\begin{aligned} Df &= -\frac{1}{2} \frac{DB}{B_0} v_{\perp} \frac{\partial f_0}{\partial v_{\perp}} \\ &- \frac{1}{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}} \left[ i \frac{q \delta E_{\parallel}}{m} + \frac{1}{2} v_{\perp}^2 k_{\parallel} \frac{DB}{B_0} \right. \\ &\quad \left. - (k_{\parallel} \mathbf{g}_{\perp} - 2\omega \boldsymbol{\Omega} \times \hat{\mathbf{e}}_{\zeta} - \omega v_{\parallel} \mathbf{c}_0) \cdot \delta \mathbf{r}_{\perp} \right] \frac{\partial f_0}{\partial v_{\parallel}}. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Pour poursuivre, il est nécessaire de faire une hypothèse sur la forme des fonctions de distribution à l'équilibre, afin d'exprimer les termes en  $\partial f_0 / \partial v_{\perp}$  et  $\partial f_0 / \partial v_{\parallel}$ . Dans cette section, on va supposer que les fonctions de distribution à l'équilibre sont bi-Maxwelliennes. L'équation de Vlasov perturbée (5.3) se met alors sous la forme :

$$\begin{aligned} \frac{Df}{f_0} &= \frac{\frac{1}{2} m v_{\perp}^2}{T_{\perp}} \left( 1 + \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \frac{k_{\parallel} v_{\parallel}}{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}} \right) \frac{DB}{B_0} \\ &+ i \frac{k_{\parallel} v_{\parallel}}{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}} \frac{\delta F_{\parallel}}{k_{\parallel} T_{\parallel}} \\ &+ \frac{\omega}{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}} \frac{m v_{\parallel}^2}{T_{\parallel}} \mathbf{c}_0 \cdot \delta \mathbf{r}_{\perp}, \end{aligned} \quad (5.4)$$

où l'on a utilisé le fait que  $(\partial f_0 / \partial v_j) = -(m v_j / T_j)$  pour  $j = \perp, \parallel$  dans le cas de bi-Maxwelliennes (cf (A5.1)).

L'étape suivante consiste à considérer les moments d'ordre 0 et 2 de l'équation de Vlasov perturbée (5.4), c'est à dire à l'intégrer sur l'espace des vitesses, après multiplication par les facteurs  $1$ ,  $\frac{1}{2} m v_{\perp}^2$  et  $m v_{\parallel}^2$ .

On obtient alors, pour la perturbation de densité :

$$\begin{aligned} \frac{Dn}{n_0} &= \left(1 - \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \mathcal{K}\right) \frac{DB}{B_0} \\ &- \mathcal{K} \left[ i \frac{\delta F_{\parallel}}{k_{\parallel} T_{\parallel}} + \left( \frac{\omega}{v_{T\parallel} k_{\parallel}} \right)^2 \mathbf{c}_0 \cdot \delta \mathbf{r}_{\perp} \right], \end{aligned} \quad (5.5)$$

pour la perturbation de pression perpendiculaire :

$$\begin{aligned} \frac{DP_{\perp}}{P_{\perp 0}} &= 2 \left(1 - \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \mathcal{K}_{\perp}\right) \frac{DB}{B_0} \\ &- \mathcal{K}_{\perp} \left[ i \frac{\delta F_{\parallel}}{k_{\parallel} T_{\parallel}} + \left( \frac{\omega}{v_{T\parallel} k_{\parallel}} \right)^2 \mathbf{c}_0 \cdot \delta \mathbf{r}_{\perp} \right], \end{aligned} \quad (5.6)$$

et enfin pour la perturbation de pression parallèle :

$$\begin{aligned} \frac{DP_{\parallel}}{P_{\parallel 0}} &= \left(1 - \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \mathcal{K}_{\parallel}\right) \frac{DB}{B_0} \\ &- \mathcal{K}_{\parallel} \left[ i \frac{\delta F_{\parallel}}{k_{\parallel} T_{\parallel}} + \left( \frac{\omega}{v_{T\parallel} k_{\parallel}} \right)^2 \mathbf{c}_0 \cdot \delta \mathbf{r}_{\perp} \right]. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Le premier terme du membre de droite représente l'effet d'une compression perpendiculaire, qui augmente à la fois la densité et la température perpendiculaire des espèces, d'où le facteur 2 dans l'équation pour la pression perpendiculaire (5.6).

Le second représente les effets d'une compression parallèle due au mouvement parallèle variant le long de la ligne de champ (premier terme des expressions entre crochets) et au mouvement perpendiculaire à travers les lignes de champ courbes (second terme des expressions entre crochets).

Les équations résultantes sont valables pour chaque espèce du plasma et font apparaître les fonctions adimensionnées suivantes :

$$\mathcal{K} \equiv -\frac{1}{n_0} \int \frac{k_{\parallel} v_{\parallel}}{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}} f_0 \mathbf{d}\mathbf{v} \quad (5.8)$$

$$\mathcal{K}_{\perp} \equiv -\frac{1}{P_{\perp 0}} \int \frac{k_{\parallel} v_{\parallel}}{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}} \left(\frac{1}{2} m v_{\perp}^2\right) f_0 \mathbf{d}\mathbf{v} \quad (5.9)$$

$$\mathcal{K}_{\parallel} \equiv -\frac{1}{P_{\parallel 0}} \int \frac{k_{\parallel} v_{\parallel}}{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}} \left(m v_{\parallel}^2\right) f_0 \mathbf{d}\mathbf{v} \quad (5.10)$$

et qui satisfont

$$\mathcal{K}_\perp = \mathcal{K} \quad (5.11)$$

$$\mathcal{K}_\parallel = 1 + \left( \frac{\omega}{v_{T\parallel} k_\parallel} \right)^2 \mathcal{K}, \quad (5.12)$$

où l'on rappelle que les vitesses thermiques perpendiculaire et parallèle de chaque espèce sont définies comme suit (cf (2.44) et (2.45)) :

$$v_{T\parallel}^2 = \frac{2T_\parallel}{m} \quad (5.13)$$

$$v_{T\perp}^2 = \frac{T_\perp}{m}. \quad (5.14)$$

Les fonctions adimensionnalisées (5.8)-(5.10) définies ici font intervenir l'effet Landau, qui traduit la réponse différentielle de particules avec des vitesses parallèles différentes à une perturbation d'origine ondulatoire. L'effet Landau est caractérisé dans les expressions (5.8)-(5.10) par le paramètre :

$$\frac{k_\parallel v_\parallel}{\omega - k_\parallel v_\parallel}. \quad (5.15)$$

Cet effet traduit l'interaction ondes-particules, caractéristique de la théorie cinétique. L'annexe A donne certaines propriétés de ces fonctions utiles par la suite.

En éliminant le terme entre crochet entre les équations (5.5) et (5.6) et entre (5.5) et (5.7), on obtient finalement pour chaque espèce :

$$\frac{DP_\perp}{P_{\perp 0}} = \frac{D\rho}{\rho_0} + \left( 1 - \frac{T_\perp}{T_\parallel} \mathcal{K} \right) \frac{DB}{B_0} \quad (5.16)$$

$$\frac{DP_\parallel}{P_{\parallel 0}} = \frac{\mathcal{K}_\parallel}{\mathcal{K}} \frac{D\rho}{\rho_0} + \left( 1 - \frac{\mathcal{K}_\parallel}{\mathcal{K}} \right) \frac{DB}{B_0}. \quad (5.17)$$

Les équations d'état des perturbation des pressions thermiques perpendiculaire et parallèle pour chaque espèce du plasma obtenues ci-dessus sont exactes et closent cette section, l'objectif ayant été atteint.

## 5.2 Limite de la théorie double-adiabatique

La comparaison entre les équations d'état perturbées obtenues à l'aide de la théorie double-adiabatique (3.18)-(3.19) et celles obtenues à l'aide de l'équation de Vlasov (5.16)-(5.17) montre que la théorie double-adiabatique n'est pas valable, à moins que les conditions particulières suivantes ne soient vérifiées :

$$\mathcal{K} \rightarrow 0 \quad \text{et} \quad \frac{\mathcal{K}_{\parallel}}{\mathcal{K}} \rightarrow 0, \quad (5.18)$$

ce qui est le cas lorsque l'on observe les expressions (5.8)-(5.10) si et seulement si

$$|\omega| \gg (v_{T\parallel} k_{\parallel}), \quad (5.19)$$

à condition que  $\omega$  reste dans le domaine basse-fréquence considéré.

Physiquement, la mise en défaut de la théorie double-adiabatique peut se comprendre comme suit.

Dans un plasma isotrope, les collisions sont supposées suffisamment nombreuses pour maintenir les fonctions de distribution proches de bi-Maxwelliennes. En conséquence, le flux de chaleur s'annule, le plasma se comporte de façon adiabatique et l'équation d'état  $(D/Dt)(P/\rho^{\gamma}) = 0$  décrit l'évolution de la pression thermique. Dans un plasma gyrotrope où les collisions sont absentes, l'évolution de la fonction de distribution des particules est régie par l'équation de Vlasov, qui n'a aucune raison de favoriser le cas bi-Maxwellien.

En effet, une distribution bi-Maxwellienne à l'équilibre reste bi-Maxwellienne si et seulement si

$$\frac{Df}{f} = \left( \frac{Dn}{n_0} - \frac{DT_{\perp}}{T_{\perp}} - \frac{1}{2} \frac{DT_{\parallel}}{T_{\parallel}} \right) + \frac{\frac{1}{2}mv_{\perp}^2}{T_{\perp}} \frac{DT_{\perp}}{T_{\perp}} + \frac{\frac{1}{2}mv_{\parallel}^2}{T_{\parallel}} \frac{DT_{\parallel}}{T_{\parallel}}, \quad (5.20)$$

condition résultante de la dérivée logarithmique de la définition d'une distribution bi-Maxwellienne donnée par (A5.1).

Cette condition est généralement incompatible avec l'expression (5.4) qui fait intervenir l'effet Landau. Le caractère bi-Maxwellien de la fonction de distribution n'est donc pas préservé, de sorte que les flux de chaleur parallèles ne s'annulent pas, ce qui viole la condition sur laquelle la théorie double-adiabatique repose (cf chapitre 2 section 4.2).

Cependant lorsque  $|\omega| \gg (v_{T\parallel} k_{\parallel})$ , toutes les particules ressentent la perturbation ondulatoire de fréquence  $(\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}) \simeq \omega$ . Puisque cette fréquence est élevée, les particules ont peu de temps pour répondre à la perturbation et leur mouvement parallèle est peu perturbé, ce qui contribue de façon négligeable à la perturbation de la fonction de distribution. Celle-ci est donc dominée par la perturbation du mouvement perpendiculaire, qui ne détruit pas le caractère bi-Maxwellien de la fonction de distribution (cf premier terme de l'équation (5.3)). En conséquence, la fonction de distribution reste bi-Maxwellienne et les équations CGL (3.18) et (3.19) de la théorie double-adiabatique sont valables.



### 5.3 Plasma proton-électron

On cherche à obtenir, à partir des perturbations des pression thermiques perpendiculaire et parallèle des espèces du plasma, les perturbations de pression totale du plasma.

Dans le cas d'un simple plasma proton-électron, la condition de neutralité implique que le rapport de la perturbation de densité sur la densité à l'équilibre des protons est égal à celui des électrons, et à celui du plasma dans son ensemble.

Cette constatation nous permet alors en sommant les équations (5.16)-(5.17) sur les deux espèces présentes (protons et électrons) d'obtenir les perturbations de pressions perpendiculaire et parallèle totales du plasma, en fonction du déplacement  $\delta \mathbf{r}$  :

$$\frac{DP_{\perp}}{P_{\perp 0}} = - \left( 2 - \sum_{s=i,e} \frac{P_{s\perp 0}}{P_{\perp 0}} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{K}_s \right) (\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_{\perp} - (\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_{\parallel} \quad (5.21)$$

$$\frac{DP_{\parallel}}{P_{\parallel 0}} = - (\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_{\perp} - \left( \sum_{s=i,e} \frac{P_{s\parallel 0}}{P_{\parallel 0}} \frac{\mathcal{K}_{s\parallel}}{\mathcal{K}_s} \right) (\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_{\parallel}, \quad (5.22)$$

où la sommation (indice  $s$ ) concerne les protons (indice  $i$ ) et les électrons (indice  $e$ ) et où l'on a utilisé les équations perturbées de continuité (3.2) et d'induction (3.14).

### 5.4 Plasma multi-espèces

L'objectif est le même que celui de la section précédente, sauf que le plasma considéré comporte de nombreux ions autres que les protons, de charge et de masse différentes, ce qui modifie légèrement la méthode utilisée pour obtenir les perturbations de pressions thermiques du plasma total, par rapport à cette même section.

Dans le cas des plasmas multi-espèces, la condition de neutralité n'implique plus que les rapports de la perturbation de densité sur la densité à l'équilibre des différentes espèces du plasma soient égaux. Les expressions (5.16)-(5.17) ne peuvent donc pas être utilisées directement comme dans la section précédente.

On revient alors aux équations (5.5)-(5.7) que l'on réarrange en ré-insérant l'expression complète de  $\delta F_{\parallel}$  donnée par (5.3) et en introduisant

$$\delta W_{\perp} = \left( \mathbf{g}_{\perp} - 2 \frac{\omega}{k_{\parallel}} (\boldsymbol{\Omega} \times \hat{\mathbf{e}}_{\zeta}) - \frac{\omega^2}{k_{\parallel}^2} \mathbf{c}_0 \right) \cdot \delta \mathbf{r}_{\perp}, \quad (5.23)$$

qui représente le travail par unité de masse.

Ce réarrangement nous permet de séparer les termes dépendant de la charge  $q_s$  de ceux dépendant de la masse  $m_s$  de l'espèce considérée  $s$ , séparation qui aura son importance par la suite.

L'expression entre crochets apparaissant dans les équations (5.5)-(5.7) s'exprime alors en fonction des nouveaux paramètres introduits par :

$$\left[ i \frac{\delta F_{\parallel}}{k_{\parallel} T_{\parallel}} + \left( \frac{\omega}{v_{T\parallel} k_{\parallel}} \right)^2 \mathbf{c}_0 \cdot \delta \mathbf{r}_{\perp} \right] = i \frac{q_s \delta E_{\parallel}}{T_{s\parallel} k_{\parallel}} - \frac{m_s}{T_{s\parallel}} \delta W_{\perp}. \quad (5.24)$$

En sommant sur toutes les espèces présentes dans le plasma, on obtient alors pour la perturbation de densité totale :

$$\begin{aligned} \frac{D\rho}{\rho_0} &= \left( 1 - \sum_s \frac{\rho_{s0}}{\rho_0} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{K}_s \right) \frac{DB}{B_0} \\ &- \left( \sum_s q_s \frac{\rho_{s0}}{\rho_0} \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}} \right) \frac{i \delta E_{\parallel}}{k_{\parallel}} + \left( \sum_s m_s \frac{\rho_{s0}}{\rho_0} \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}} \right) \delta W_{\perp}, \end{aligned} \quad (5.25)$$

pour la perturbation de pression perpendiculaire totale :

$$\begin{aligned} \frac{DP_{\perp}}{P_{\perp 0}} &= 2 \left( 1 - \sum_s \frac{P_{s\perp 0}}{P_{\perp 0}} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{K}_s \right) \frac{DB}{B_0} \\ &- \left( \sum_s q_s \frac{P_{s\perp 0}}{P_{\perp 0}} \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}} \right) \frac{i \delta E_{\parallel}}{k_{\parallel}} + \left( \sum_s m_s \frac{P_{s\perp 0}}{P_{\perp 0}} \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}} \right) \delta W_{\perp}, \end{aligned} \quad (5.26)$$

et pour la perturbation de pression parallèle :

$$\begin{aligned} \frac{DP_{\parallel}}{P_{\parallel 0}} &= \left( 1 - \sum_s \frac{P_{s\parallel 0}}{P_{\parallel 0}} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{K}_{s\parallel} \right) \frac{DB}{B_0} \\ &- \left( \sum_s q_s \frac{P_{s\parallel 0}}{P_{\parallel 0}} \frac{\mathcal{K}_{s\parallel}}{T_{s\parallel}} \right) \frac{i \delta E_{\parallel}}{k_{\parallel}} + \left( \sum_s m_s \frac{P_{s\parallel 0}}{P_{\parallel 0}} \frac{\mathcal{K}_{s\parallel}}{T_{s\parallel}} \right) \delta W_{\perp}. \end{aligned} \quad (5.27)$$

On procède ensuite par étapes successives.

Tout d'abord, on exprime le champ électrique parallèle en fonction de  $DB$  et de  $\delta W_{\perp}$ , en utilisant les équations de quasi-neutralité à l'ordre 0 et 1, rappelées ci-dessous :

$$\sum_s q_s n_{s0} = 0 \quad \text{et} \quad \sum_s q_s Dn_s = 0, \quad (5.28)$$

à l'aide des équations (5.5) et (5.24).

On obtient alors le résultat intermédiaire suivant :

$$\begin{aligned} \delta E_{\parallel} = & i k_{\parallel} \left( \frac{\sum_s q_s n_{s0} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{K}_s}{\sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}} \right) \frac{DB}{B_0} \\ & - i k_{\parallel} \left( \frac{\sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}}{\sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}} \right) \delta W_{\perp}, \end{aligned} \quad (5.29)$$

qui réinjecté dans les équations (5.25)-(5.27) nous donnent les expressions intermédiaires des perturbations de densité et des pressions perpendiculaire et parallèle totales du plasma en fonction de  $DB$  et de  $\delta W_{\perp}$ . On donne ici simplement l'expression intermédiaire de la perturbation de densité totale du plasma, par souci de clarté et de concision :

$$\begin{aligned} \frac{D\rho}{\rho_0} = & \left[ \left( 1 - \sum_s \frac{\rho_{s0}}{\rho_0} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{K}_s \right) + \left( \sum_s q_s \frac{\rho_{s0}}{\rho_0} \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}} \right) \left( \frac{\sum_s q_s n_{s0} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{K}_s}{\sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}} \right) \right] \frac{DB}{B_0} \\ & + \left[ \left( \sum_s m_s \frac{\rho_{s0}}{\rho_0} \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}} \right) - \frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\left( \sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}} \right)^2}{\sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}} \right) \right] \delta W_{\perp}, \end{aligned} \quad (5.30)$$

Dans la limite homogène ( $\delta W_{\perp} = 0$ ) de ces équations intermédiaires et en utilisant l'équation de l'induction (3.16) pour exprimer  $\delta B/B_0$ , on obtient les équations d'état suivantes qui nous seront utiles dans le chapitre 6 :

$$\begin{aligned} \frac{\delta P_{\perp}}{P_{\perp 0}} = & - \left[ 2 \left( 1 - \sum_s \frac{P_{s\perp 0}}{P_{\perp 0}} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{K}_s \right) \right. \\ & \left. + \left( \sum_s q_s \frac{P_{s\perp 0}}{P_{\perp 0}} \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}} \right) \left( \frac{\sum_s q_s n_{s0} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{K}_s}{\sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}} \right) \right] (\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_{\perp} \end{aligned} \quad (5.31)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta P_{\parallel}}{P_{\parallel 0}} = & - \left[ \left( 1 - \sum_s \frac{P_{s\parallel 0}}{P_{\parallel 0}} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{K}_{s\parallel} \right) \right. \\ & \left. + \left( \sum_s q_s \frac{P_{s\parallel 0}}{P_{\parallel 0}} \frac{\mathcal{K}_{s\parallel}}{T_{s\parallel}} \right) \left( \frac{\sum_s q_s n_{s0} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{K}_s}{\sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}} \right) \right] (\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_{\perp}. \end{aligned} \quad (5.32)$$

Dans le cas inhomogène, en exprimant  $\delta W_\perp$  en fonction de  $\frac{D\rho}{\rho_0}$  et de  $\frac{DB}{B_0}$  à l'aide des équations perturbée de continuité (3.3) et de l'équation intermédiaire (5.30), et en éliminant  $\delta W_\perp$  dans les équations intermédiaires des perturbations de pressions thermiques, on obtient au final des équations d'état perturbées que l'on met sous la forme :

$$\frac{DP_\perp}{P_{\perp 0}} = -\gamma_{\perp\perp} (\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_\perp - \gamma_{\perp\parallel} (\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_\parallel \quad (5.33)$$

$$\frac{DP_\parallel}{P_{\parallel 0}} = -\gamma_{\parallel\perp} (\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_\perp - \gamma_{\parallel\parallel} (\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_\parallel, \quad (5.34)$$

une fois utilisées les équations de continuité (3.3) et de l'induction (3.16) perturbées. Les expressions des coefficients  $\gamma$ , très lourdes, sont donnés en annexe B à la fin du chapitre. Ces coefficients contiennent une information sur la composition du plasma, les espèces ayant des charges et des masses très différentes, et dépendent de la fréquence de la perturbation  $\omega$ . On répète que ce n'est que dans le cas où  $\omega \gg (v_{T\parallel} k_\parallel)$  que le plasma réagit aux compressions perpendiculaire et parallèle de la même manière que dans la théorie double-adiabatique. Enfin, malgré la lourdeur des coefficients  $\gamma$  obtenus, Il est néanmoins satisfaisant d'avoir obtenu des équations d'état exprimées en fonction du déplacement  $\delta \mathbf{r}$  pour la suite de notre travail.

## 5.5 Généralisation

L'objectif de cette section est de généraliser les résultats obtenus dans les sections précédentes, qui reposaient sur l'hypothèse que les fonctions de distribution à l'équilibre étaient bi-Maxwelliennes. On s'attache ici à lever cette hypothèse, en utilisant des fonctions de distribution les plus générales possibles.

On considère l'équation de Vlasov perturbée (5.1) dont on prend les moments d'ordre 0 et 2. On intègre alors l'équation (5.1) sur l'espace des vitesses  $\mathbf{dv}$  après multiplication par 1,  $\frac{1}{2} m v_\perp^2$  et  $m v_\parallel^2$  et on obtient pour chaque espèce après calcul<sup>1</sup> :

$$\frac{Dn}{n_0} = \left(1 - \frac{T_\perp}{T_\parallel} \mathcal{L}_{n_B}\right) \frac{DB}{B_0} - \left[\frac{i q \delta E_\parallel}{k_\parallel T_\parallel} - \frac{m_s}{T_{s\parallel}} \delta W_\perp\right] \mathcal{L}_{n_E} \quad (5.35)$$

$$\frac{DP_\perp}{P_{\perp 0}} = \left(2 - \frac{T_\perp}{T_\parallel} \mathcal{L}_{\perp_B}\right) \frac{DB}{B_0} - \left[\frac{i q \delta E_\parallel}{k_\parallel T_\parallel} - \frac{m_s}{T_{s\parallel}} \delta W_\perp\right] \mathcal{L}_{\perp_E} \quad (5.36)$$

$$\frac{DP_\parallel}{P_{\parallel 0}} = \left(1 - \frac{T_\perp}{T_\parallel} \mathcal{L}_{\parallel_B}\right) \frac{DB}{B_0} - \left[\frac{i q \delta E_\parallel}{k_\parallel T_\parallel} - \frac{m_s}{T_{s\parallel}} \delta W_\perp\right] \mathcal{L}_{\parallel_E} \quad (5.37)$$

---

<sup>1</sup>en supposant simplement que  $\left[v_\parallel^i \frac{\partial f_0}{\partial v_\parallel}\right] (v_\parallel \rightarrow \pm\infty) \rightarrow 0$  pour  $i = 1, 2$

en introduisant l'expression donnée par (5.24) et la famille de fonctions adimensionnées :

$$\mathcal{L}_{ijk} = \frac{\int \left(\frac{1}{2}mv_{\perp}^2\right)^i (mv_{\parallel}^2)^j \left(\frac{\frac{1}{2}mv_{\perp}^2}{T_{\perp}}\right)^k \frac{k_{\parallel} v_{\parallel}}{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}} \left(\frac{T_{\parallel}}{mv_{\parallel}} \frac{\partial f_0}{\partial v_{\parallel}}\right) \mathbf{d}\mathbf{v}}{\int \left(\frac{1}{2}mv_{\perp}^2\right)^i (mv_{\parallel}^2)^j f_0 \mathbf{d}\mathbf{v}}$$

$(i, j, k) \in \mathbb{N}^3,$

(5.38)

famille de fonctions à partir de laquelle on définit les fonctions qui apparaissent dans les équations (5.35)-(5.37) :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{n_B} &= \mathcal{L}_{001}, \mathcal{L}_{n_E} = \mathcal{L}_{000}, \mathcal{L}_{\perp_B} = \mathcal{L}_{101}, \\ \mathcal{L}_{\perp_E} &= \mathcal{L}_{100} = \mathcal{L}_{n_B}, \mathcal{L}_{\parallel_B} = \mathcal{L}_{011}, \mathcal{L}_{\parallel_E} = \mathcal{L}_{010}. \end{aligned}$$
(5.39)

En éliminant le terme entre crochets entre les équations (5.35)-(5.36) et (5.35)-(5.37), on obtient les perturbations des pressions thermiques pour chaque espèce du plasma en fonction du champ magnétique et de la densité de masse de chaque espèce :

$$\frac{DP_{\perp}}{P_{\perp 0}} = \frac{\mathcal{L}_{\perp_E}}{\mathcal{L}_{n_E}} \frac{D\rho}{\rho_0} + \left[ \left(2 - \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \mathcal{L}_{\perp_B}\right) - \frac{\mathcal{L}_{\perp_E}}{\mathcal{L}_{n_E}} \left(1 - \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \mathcal{L}_{n_B}\right) \right] \frac{DB}{B_0} \quad (5.40)$$

$$\frac{DP_{\parallel}}{P_{\parallel 0}} = \frac{\mathcal{L}_{\parallel_E}}{\mathcal{L}_{n_E}} \frac{D\rho}{\rho_0} + \left[ \left(1 - \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \mathcal{L}_{\parallel_B}\right) - \frac{\mathcal{L}_{\parallel_E}}{\mathcal{L}_{n_E}} \left(1 - \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \mathcal{L}_{n_B}\right) \right] \frac{DB}{B_0}, \quad (5.41)$$

généralisant les équations (5.16) et (5.17) obtenues dans le cas des plasmas bi-Maxwelliens. Ces équations sont plus compliquées, car dans le cas des plasmas bi-Maxwelliens la plupart des fonctions  $\mathcal{L}_{ijk}$  données par les relations (5.39) sont identiques, à savoir  $\mathcal{L}_{n_E} = \mathcal{L}_{\perp_E} = \mathcal{L}_{n_B} = \mathcal{K}$ ,  $\mathcal{L}_{\perp_B} = 2\mathcal{K}$  et  $\mathcal{L}_{\parallel_E} = \mathcal{L}_{\parallel_B} = \mathcal{K}_{\parallel}$ .

En prenant la limite  $\omega \gg (v_{T_{\parallel}} k_{\parallel})$  de ces deux équations, on retrouve les équations CGL de la théorie double-adiabatique, à condition de supposer que les fonctions de distribution sont symétriques<sup>2</sup> en  $v_{\parallel}$  (cf C5.3).

Les équations (5.40)-(5.41) nous permettent d'obtenir les expressions des perturbations de pressions thermiques perpendiculaire et parallèle dans le cas des plasmas proton-électron, de la même manière qu'en section 5.3, en sommant sur les deux espèces ces équations.

---

<sup>2</sup>Cette conclusion n'est pas valable sinon pour la pression thermique parallèle, d'après C5.4)

On obtient :

$$\begin{aligned} \frac{DP_{\perp}}{P_{\perp 0}} &= - \left[ 2 - \sum_s \frac{P_{s\perp 0}}{P_{\perp 0}} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} (\mathcal{L}_{s\perp B} - \frac{\mathcal{L}_{s\perp E}}{\mathcal{L}_{sn_E}} \mathcal{L}_{sn_B}) \right] (\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_{\perp} \\ &\quad - \left( \sum_s \frac{P_{s\perp 0}}{P_{\perp 0}} \frac{\mathcal{L}_{s\perp E}}{\mathcal{L}_{sn_E}} \right) (\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_{\parallel} \end{aligned} \quad (5.42)$$

$$\begin{aligned} \frac{DP_{\parallel}}{P_{\parallel 0}} &= - \left[ 1 - \sum_s \frac{P_{s\parallel 0}}{P_{\parallel 0}} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} (\mathcal{L}_{s\parallel B} - \frac{\mathcal{L}_{s\parallel E}}{\mathcal{L}_{sn_E}} \mathcal{L}_{sn_B}) \right] (\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_{\perp} \\ &\quad - \left( \sum_s \frac{P_{s\parallel 0}}{P_{\parallel 0}} \frac{\mathcal{L}_{s\parallel E}}{\mathcal{L}_{sn_E}} \right) (\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_{\parallel} . \end{aligned} \quad (5.43)$$

Les équations (5.40)-(5.41) sont par contre peu utiles dans le cas des plasmas multi-espèces, et il nous faut revenir aux équations (5.35)-(5.37). La méthode pour dériver les équations des perturbations de pressions thermiques dans les plasmas multi-espèces est alors totalement identique à celle menée dans la section 5.4. Nous nous contentons d'en donner alors les résultats, sans détailler toutes les étapes intermédiaires.

Nous obtenons dans un premier temps des équations équivalentes aux équations (5.31) et (5.32) pour les perturbations des pressions thermiques totales dans le cas des plasmas homogènes multi-espèces non bi-Maxwelliens :

$$\frac{\delta P_{\perp}}{P_{\perp 0}} = \left[ \left( 2 - \sum_s \frac{P_{s\perp 0}}{P_{\perp 0}} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{L}_{s\perp B} \right) + \frac{1}{P_{\perp 0}} \frac{\left( \sum_s q_s n_{s0} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{L}_{sn_B} \right)^2}{\left( \sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{L}_{sn_E}}{T_{s\parallel}} \right)} \right] \frac{\delta B}{B_0} \quad (5.44)$$

$$\frac{\delta P_{\parallel}}{P_{\parallel 0}} = \left[ \left( 1 - \sum_s \frac{P_{s\parallel 0}}{P_{\parallel 0}} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{L}_{s\parallel B} \right) + \left( \sum_s q_s \frac{P_{s\parallel 0}}{P_{\parallel 0}} \frac{\mathcal{L}_{s\parallel E}}{T_{s\parallel}} \right) \frac{\left( \sum_s q_s n_{s0} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{L}_{sn_B} \right)}{\left( \sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{L}_{sn_E}}{T_{s\parallel}} \right)} \right] \frac{\delta B}{B_0} , \quad (5.45)$$

puis dans un second temps des équations équivalentes aux équations (5.33) et (5.34) dans le cas des plasmas stratifiés, en rotation et multi-espèces :

$$\frac{DP_{\perp}}{P_{\perp 0}} = -\gamma_{\perp\perp} (\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_{\perp} - \gamma_{\perp\parallel} (\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_{\parallel} \quad (5.46)$$

$$\frac{DP_{\parallel}}{P_{\parallel 0}} = -\gamma_{\parallel\perp} (\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_{\perp} - \gamma_{\parallel\parallel} (\nabla \cdot \delta \mathbf{r})_{\parallel} , \quad (5.47)$$

avec les coefficients  $\gamma$  donnés en Annexe C.

Enfin, on pourra vérifier qu'on retrouve bien les résultats bi-Maxwelliens pour toutes les expressions de cette section, en utilisant  $\mathcal{L}_{n_E} = \mathcal{L}_{\perp E} = \mathcal{L}_{n_B} = \mathcal{K}$ ,  $\mathcal{L}_{\perp B} = 2\mathcal{K}$  et  $\mathcal{L}_{\parallel E} = \mathcal{L}_{\parallel B} = \mathcal{K}_{\parallel}$ .

## 5.6 Conclusions

Ce chapitre a permis de mettre en défaut l'approche fluide et de comprendre pourquoi les hypothèses de la théorie double-adiabatique sont très contraignantes et limitent l'application de cette théorie pour l'étude des ondes basse-fréquence.

Un résultat essentiel de ce travail est qu'il permet d'obtenir des équations d'état exactes dans la limite basse-fréquence qui nous intéresse. En effet, l'intégration de l'équation de Vlasov perturbée dans le cas où les paramètres d'équilibre sont invariants le long des lignes de champ, permet d'obtenir l'expression des perturbations des pressions thermiques perpendiculaire et parallèle dépendant uniquement de fonctions intégrables numériquement et du vecteur déplacement  $\delta \mathbf{r}$ .

Par la suite, ces équations d'état exactes seront employées pour fermer le système d'équations fluides perturbées décrit dans le chapitre 3 et pour étudier les ondes basse-fréquence se propageant dans les plasmas gyrotropes. Cette approche est ainsi hybride, mixte MHD-cinétique, dans le sens où elle introduit le minimum de corrections issues de l'approche cinétique, nécessaires à l'obtention d'équations d'état perturbées exactes, et qu'elle utilise la description macroscopique du plasma chère à l'approche MHD.

A noter que certains auteurs ont également utilisé par le passé ce type d'approche hybride, *Belmont and Rezeau* [1987], *Belmont and Mazelle* [1992] ou encore *Cheng and Johnson* [1999], d'un point de vue plus cinétique (effet de rayon de Larmor conservé, résonances cyclotrons permises...).

Enfin l'avantage enfin de l'approche hybride telle qu'exposée ici est qu'elle permet de tenir compte de l'aspect multi-fluide des plasmas et de la forme des fonctions de distribution des vitesses des particules, propriétés tout à fait adaptées à la description des plasmas présents dans les environnements des planètes géantes qui nous intéressent ici.

## A5 Annexe A

Lorsque la fonction de distribution à l'équilibre est bi-Maxwellienne, i.e.,

$$f_0 = \left(\frac{m}{2\pi}\right)^{1.5} \frac{n_0}{T_\perp \sqrt{T_\parallel}} \exp\left(-\frac{m v_\perp^2}{2T_\perp}\right) \exp\left(-\frac{m v_\parallel^2}{2T_\parallel}\right), \quad (\text{A5.1})$$

les fonctions adimensionnalisées données par les expressions (5.8)-(5.10) peuvent être exprimées à l'aide du paramètre :

$$z = -i \frac{\omega}{\sqrt{2} v_{T\parallel} k_\parallel} \quad (\text{A5.2})$$

et de la fonction erreur,  $\Phi(z)$  (cf *Abramowitz et Stegun* [1970]),

$$\mathcal{K} = 1 - \sqrt{\pi} z [1 - \Phi(z)] \exp(z^2), \quad (\text{A5.3})$$

$$\mathcal{K}_\perp = \mathcal{K}, \quad (\text{A5.4})$$

$$\mathcal{K}_\parallel = 1 - 2z^2 \mathcal{K}. \quad (\text{A5.5})$$

Dans la limite  $|z| \ll 1$ ,

$$\begin{aligned} \mathcal{K} &\simeq 1 - \sqrt{\pi} z \\ &\simeq 1 + i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{\omega}{v_{T\parallel} k_{\parallel}} \right) \end{aligned} \quad (\text{A5.6})$$

et

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{\parallel} &\simeq 1 - 2z^2 \\ &\simeq 1 + \left( \frac{\omega}{v_{T\parallel} k_{\parallel}} \right)^2 . \end{aligned} \quad (\text{A5.7})$$

Dans la limite  $|z| \gg 1$ ,

$$\begin{aligned} \mathcal{K} &\simeq \frac{1}{2z^2} - \frac{3}{(2z^2)^2} \\ &\simeq -\left( \frac{v_{T\parallel} k_{\parallel}}{\omega} \right)^2 - 3 \left( \frac{v_{T\parallel} k_{\parallel}}{\omega} \right)^4 \end{aligned} \quad (\text{A5.8})$$

et

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{\parallel} &\simeq \frac{3}{2z^2} \\ &\simeq -3 \left( \frac{v_{T\parallel} k_{\parallel}}{\omega} \right)^2 \end{aligned} \quad (\text{A5.9})$$

lorsque  $\Re(z) > -|\Im(z)|$  ou, de façon équivalente,  $\Im(\omega) > -|\Re(\omega)|$ , tandis que le comportement asymptotique lorsque  $\Re(z) < -|\Im(z)|$  (ou, plus généralement, lorsque  $\Re(z) < 0$ ) découle des relations de symétrie :

$$\mathcal{K}(z) = \mathcal{K}(-z) - 2\sqrt{\pi} z \exp(z^2) , \quad (\text{A5.10})$$

$$\mathcal{K}_{\parallel}(z) = \mathcal{K}_{\parallel}(-z) + 4\sqrt{\pi} z^3 \exp(z^2) . \quad (\text{A5.11})$$

Ces relations nous permettent entre autre de calculer numériquement les fonctions définies par (5.8)-(5.10). On notera aussi que la fonction  $\mathcal{K}$  définie par (5.8) est reliée à la fonction de dispersion plasma  $Z(\zeta)$  (*Fried et Conte [1961]*), avec  $\zeta = x/\sqrt{2} = iz$ , et à sa dérivée  $Z'(\zeta)$  par la relation :

$$\mathcal{K} = 1 + \zeta Z(\zeta) = -\frac{1}{2} Z'(\zeta) . \quad (\text{A5.12})$$



## B5 Annexe B

Dans le cas de plasmas multi-espèces dont les fonctions de distribution à l'équilibre sont bi-Maxwelliennes, les coefficients  $\gamma$  apparaissant dans les équations d'état (5.33) et (5.34) s'écrivent :

$$\gamma_{\perp\perp} = \frac{1}{P_{\perp 0}} \left[ 2 \left( P_{\perp 0} - \sum_s n_{s0} \frac{T_{s\perp}^2}{T_{s\parallel}} \mathcal{K}_s \right) + \frac{\left( \sum_s q_s n_{s0} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{K}_s \right)^2}{\left( \sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}} \right)} \right. \\ \left. + \frac{\left( \sum_s n_{s0} m_s \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{K}_s - \left( \sum_s q_s n_{s0} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{K}_s \right) \left( \frac{\sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}}{\sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}} \right) \right)^2}{\sum_s n_{s0} m_s^2 \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}} - \left( \sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}} \right) \left( \frac{\sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}}{\sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}} \right)} \right], \quad (\text{B5.1})$$

$$\gamma_{\parallel\parallel} = \frac{\rho_0}{P_{\perp 0}} \left[ \frac{\sum_s n_{s0} m_s \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{K}_s - \left( \sum_s q_s n_{s0} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{K}_s \right) \left( \frac{\sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}}{\sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}} \right)}{\sum_s n_{s0} m_s^2 \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}} - \left( \sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}} \right) \left( \frac{\sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}}{\sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}} \right)} \right], \quad (\text{B5.2})$$

$$\gamma_{\perp\parallel} = \frac{1}{P_{\parallel 0}} \left[ \left( P_{\parallel 0} - \sum_s n_{s0} T_{s\perp} \mathcal{K}_{s\parallel} \right) + \left( \sum_s q_s n_{s0} \mathcal{K}_{s\parallel} \right) \frac{\left( \sum_s q_s n_{s0} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{K}_s \right)}{\left( \sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}} \right)} \right. \\ \left. + \left( \sum_s n_{s0} m_s \mathcal{K}_{s\parallel} - \left( \sum_s q_s n_{s0} \mathcal{K}_{s\parallel} \right) \left( \frac{\sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}}{\sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}} \right) \right) \right]$$

$$\times \left[ \frac{\left( \sum_s n_{s0} m_s \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{K}_s - \left( \sum_s q_s n_{s0} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{K}_s \right) \left( \frac{\sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}}{\sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}} \right) \right)}{\left( \sum_s n_{s0} m_s^2 \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}} - \left( \sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}} \right) \left( \frac{\sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}}{\sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}} \right) \right)} \right], \quad (\text{B5.3})$$

Cette expression peut être simplifiée en utilisant (5.11) et la quasi-neutralité du plasma à l'ordre 0 (cf (5.27)) :

$$\gamma_{\perp\perp} = 1 - \frac{P_{\perp 0}}{P_{\parallel 0}} (1 - \gamma_{\perp\parallel}). \quad (\text{B5.4})$$

$$\gamma_{\parallel\parallel} = \frac{\rho_0}{P_{\parallel 0}} \left[ \frac{\sum_s n_{s0} m_s \mathcal{K}_{s\parallel} - \left( \sum_s q_s n_{s0} \mathcal{K}_{s\parallel} \right) \left( \frac{\sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}}{\sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}} \right)}{\sum_s n_{s0} m_s^2 \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}} - \left( \sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}} \right) \left( \frac{\sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}}{\sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{K}_s}{T_{s\parallel}}} \right)} \right]. \quad (\text{B5.5})$$

Dans le cas simple d'un plasma proton-électron, on peut vérifier que les expressions précédentes se réduisent à :

$$\gamma_{\perp\perp} = 2 - \sum_s \frac{P_{s\perp 0}}{P_{\perp 0}} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{K}_s \quad (\text{B5.6})$$

$$\gamma_{\perp\parallel} = 1 \quad (\text{B5.7})$$

$$\gamma_{\parallel\perp} = 1 \quad (\text{B5.8})$$

$$\gamma_{\parallel\parallel} = \sum_s \frac{P_{s\parallel 0}}{P_{\parallel 0}} \frac{\mathcal{K}_{s\parallel}}{\mathcal{K}_s}, \quad (\text{B5.9})$$

et correspondent aux coefficients apparaissant dans les équations (5.21) et (5.22).

## C5 Annexe C

On s'intéresse au cas des plasmas multi-espèces dont les fonctions de distribution à l'équilibre ne sont pas bi-Maxwelliennes. En faisant pour seule restriction l'hypothèse que la fonction de distribution à l'équilibre est symétrique en  $v_{\parallel}$ , c'est à dire que  $f(t, \mathbf{r}_g, v_{\perp}, v_{\parallel}) = f(t, \mathbf{r}_g, v_{\perp}, -v_{\parallel})$ , il existe les relations suivantes entre certaines des fonctions  $\mathcal{L}_{ijk}$  définies par (5.39) :

$$\mathcal{L}_{\parallel B} = 1 + \left( \frac{\omega}{k_{\parallel} v_{T\parallel}} \right)^2 \mathcal{L}_{n_B} \quad (\text{C5.1})$$

$$\mathcal{L}_{\parallel E} = 1 + \left( \frac{\omega}{k_{\parallel} v_{T\parallel}} \right)^2 \mathcal{L}_{n_E}, \quad (\text{C5.2})$$

et la limite  $z = \omega/(v_{T\parallel} k_{\parallel}) \gg 1$  des fonctions  $\mathcal{L}_{ijk}$  s'écrit :

$$\mathcal{L}_{ijk} \equiv -\frac{k_{\parallel}^2 v_{th\parallel}^2}{\omega^2} \frac{\int \left( \frac{1}{2} m v_{\perp}^2 \right)^i (3m v_{\parallel}^2)^j \left( \frac{\frac{1}{2} m v_{\perp}^2}{T_{\perp}} \right)^k f_0 \mathbf{d}\mathbf{v}}{\int \left( \frac{1}{2} m v_{\perp}^2 \right)^i (m v_{\parallel}^2)^j f_0 \mathbf{d}\mathbf{v}} \rightarrow 0. \quad (\text{C5.3})$$

Si l'hypothèse de symétrie des fonctions de distribution en la variable  $v_{\parallel}$  n'avait pas été faite, on aurait alors obtenu :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{i1k} &\equiv -\frac{2 k_{\parallel} T_{\parallel}}{\omega} \frac{\int \left( \frac{1}{2} m v_{\perp}^2 \right)^i \left( \frac{1/2 m v_{\perp}^2}{T_{\perp}} \right)^k v_{\parallel} f_0 \mathbf{d}\mathbf{v}}{\int \left( \frac{1}{2} m v_{\perp}^2 \right)^i m v_{\parallel}^2 f_0 \mathbf{d}\mathbf{v}} \\ &\quad - \frac{3 k_{\parallel}^2 v_{T\parallel}^2}{\omega^2} \frac{\int \left( \frac{1}{2} m v_{\perp}^2 \right)^i \left( \frac{\frac{1}{2} m v_{\perp}^2}{T_{\perp}} \right)^k m v_{\parallel}^2 f_0 \mathbf{d}\mathbf{v}}{\int \left( \frac{1}{2} m v_{\perp}^2 \right)^i m v_{\parallel}^2 f_0 \mathbf{d}\mathbf{v}} \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (\text{C5.4})$$

En conservant l'hypothèse de symétrie par rapport à la variable  $v_{\parallel}$  des fonctions de distribution, on obtient dans la limite  $\omega \ll (v_{T\parallel} k_{\parallel}) \equiv z \ll 1$  les développements suivants :

$$\mathcal{L}_{i0k} \simeq \frac{\int \left( \frac{1}{2} m v_{\perp}^2 \right)^i \left( \frac{\frac{1}{2} m v_{\perp}^2}{T_{\perp}} \right)^k \left( \frac{-T_{\parallel}}{m v_{\parallel}} \frac{\partial f_0}{\partial v_{\parallel}} \right) \mathbf{d}\mathbf{v}}{\int \left( \frac{1}{2} m v_{\perp}^2 \right)^i f_0 \mathbf{d}\mathbf{v}}$$

$$+ i\pi \frac{\omega}{k_{\parallel}} \frac{\int_0^{\infty} \left(\frac{1}{2}mv_{\perp}^2\right)^i \left(\frac{\frac{1}{2}mv_{\perp}^2}{T_{\perp}}\right)^k \left(\frac{-T_{\parallel}}{mv_{\parallel}} \frac{\partial f_0}{\partial v_{\parallel}}\right)_{v_{\parallel}=0} d\vec{v}_{\perp}}{\int \left(\frac{1}{2}mv_{\perp}^2\right)^i f_0 d\mathbf{v}} \quad (\text{C5.5})$$

avec  $d\vec{v}_{\perp} = 2\pi v_{\perp} dv_{\perp}$ .

Dans le cas des plasmas multi-espèces, les coefficients  $\gamma$  apparaissant dans les équations d'état (5.46)-(5.47) s'écrivent pour des fonctions de distribution à l'équilibre non bi-Maxwelliennes :

$$\begin{aligned} \gamma_{\perp\perp} = & \frac{1}{P_{\perp 0}} \left[ 2P_{\perp 0} - \sum_s n_{s0} \frac{T_{s\perp}^2}{T_{s\parallel}} \mathcal{L}_{s\perp B} + \frac{\left(\sum_s q_s n_{s0} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{L}_{snB}\right) \left(\sum_s q_s n_{s0} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{L}_{snE}\right)}{\left(\sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{L}_{snE}}{T_{s\parallel}}\right)} \right] \\ & + \frac{P_{\perp 0}}{\rho_0} \gamma_{\perp\parallel} \times \\ & \left( \sum_s n_{s0} m_s \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{L}_{snE} - \left(\sum_s q_s n_{s0} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{L}_{snE}\right) \left(\frac{\sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{L}_{snE}}{T_{s\parallel}}}{\sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{L}_{snE}}{T_{s\parallel}}}\right) \right) \end{aligned} \quad (\text{C5.6})$$

où l'on a utilisé  $\mathcal{L}_{s\perp E} = \mathcal{L}_{snB}$  et l'expression de  $\gamma_{\perp\parallel}$  ci-dessous :

$$\gamma_{\perp\parallel} = \frac{\rho_0}{P_{\perp 0}} \left[ \frac{\sum_s n_{s0} m_s \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{L}_{s\perp E} - \left(\sum_s q_s n_{s0} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{L}_{s\perp E}\right) \left(\frac{\sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{L}_{snE}}{T_{s\parallel}}}{\sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{L}_{snE}}{T_{s\parallel}}}\right)}{\sum_s n_{s0} m_s^2 \frac{\mathcal{L}_{snE}}{T_{s\parallel}} - \left(\sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{L}_{snE}}{T_{s\parallel}}\right) \left(\frac{\sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{L}_{snE}}{T_{s\parallel}}}{\sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{L}_{snE}}{T_{s\parallel}}}\right)} \right], \quad (\text{C5.7})$$

$$\begin{aligned}
\gamma_{\perp\perp} = & \frac{1}{P_{\parallel 0}} \left[ \left( P_{\parallel 0} - \sum_s n_{s0} T_{s\perp} \mathcal{L}_{s\parallel B} \right) + \left( \sum_s q_s n_{s0} \mathcal{L}_{s\parallel E} \right) \frac{\left( \sum_s q_s n_{s0} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{L}_{snB} \right)}{\left( \sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{L}_{snE}}{T_{s\parallel}} \right)} \right. \\
& + \left( \sum_s n_{s0} m_s \mathcal{L}_{s\parallel E} - \left( \sum_s q_s n_{s0} \mathcal{K}_{s\parallel E} \right) \left( \frac{\sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{L}_{snE}}{T_{\parallel s}}}{\sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{L}_{snE}}{T_{s\parallel}}} \right) \right) \\
& \times \frac{\left( \sum_s n_{s0} m_s \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{L}_{snB} - \left( \sum_s q_s n_{s0} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \mathcal{L}_{snB} \right) \left( \frac{\sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{L}_{snE}}{T_{s\parallel}}}{\sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{L}_{snE}}{T_{s\parallel}}} \right) \right)}{\left( \sum_s n_{s0} m_s^2 \frac{\mathcal{L}_{snE}}{T_{s\parallel}} - \left( \sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{L}_{snE}}{T_{s\parallel}} \right) \left( \frac{\sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{L}_{snE}}{T_{s\parallel}}}{\sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{L}_{snE}}{T_{s\parallel}}} \right) \right)} \cdot \left. \right] .
\end{aligned} \tag{C5.8}$$

Cette expression peut être simplifiée si les fonctions de distribution sont symétriques en  $v_{\parallel}$  en utilisant (C5.1)-(C5.2) et la quasi-neutralité du plasma à l'ordre 0 (cf (5.28)) :

$$\gamma_{\perp\perp} = 1 - \frac{P_{\perp 0}}{P_{\parallel 0}} \left( 1 - \gamma_{\perp\parallel} \right) . \tag{C5.9}$$

$$\gamma_{\parallel\parallel} = \frac{\rho_0}{P_{\parallel 0}} \left[ \frac{\left( \sum_s n_{s0} m_s \mathcal{L}_{s\parallel E} - \left( \sum_s q_s n_{s0} \mathcal{L}_{s\parallel E} \right) \left( \frac{\sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{L}_{snE}}{T_{s\parallel}}}{\sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{L}_{snE}}{T_{s\parallel}}} \right) \right)}{\left( \sum_s n_{s0} m_s^2 \frac{\mathcal{L}_{snE}}{T_{s\parallel}} - \left( \sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{L}_{snE}}{T_{s\parallel}} \right) \left( \frac{\sum_s q_s n_{s0} m_s \frac{\mathcal{L}_{snE}}{T_{s\parallel}}}{\sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{L}_{snE}}{T_{s\parallel}}} \right) \right)} \right] . \tag{C5.10}$$

## Chapitre 6

# Formalisme mixte MHD-cinétique dans le cas des plasmas homogènes

Dans ce chapitre, on revient sur l'étude des ondes basse-fréquence dans un plasma gyrotrope homogène. Les incohérences de la théorie double-adiabatique ont été mises en évidence dans le chapitre précédent et remettent en question l'utilisation d'une approche purement fluide dans une telle étude, que ce soit dans le cas des plasmas homogènes ou stratifiés. Les résultats du chapitre précédent quant à la fermeture des équations de la MHD avec des équations d'état exactes pour les pressions thermiques nous encouragent à mettre en place un formalisme mixte MHD-cinétique permettant de réaliser l'étude exacte des ondes basse-fréquence dans un plasma gyrotrope. Le chapitre présent est consacré à la mise en place d'un tel formalisme dans le cas des plasmas homogènes, afin de commencer par le valider. Dans le chapitre suivant, on l'appliquera aux plasmas stratifiés et en rotation, qui nous intéressent dans le cadre de l'étude du mécanisme de l'interchange. La seule hypothèse sur laquelle repose l'étude des ondes dans ces deux chapitres concerne la forme des fonctions de distribution des particules, qui seront supposées bi-Maxwelliennes.

### 6.1 Relation de dispersion

#### 6.1.1 Plasma proton-électron

On suit une approche similaire à celle décrite dans la section 4.1.1, à cette différence près qu'on introduit cette fois dans les équations perturbées du mouvement obtenues dans le cas homogène dans cette même section non plus les expressions (3.20) et (3.21) issues de la théorie double-adiabatique, mais les expressions exactes (5.21) et (5.22) des perturbations de pression thermique, fonctions du seul déplacement  $\delta\mathbf{r}$ . On obtient ainsi à la place de (4.1)-(4.2) :

$$\begin{aligned}\omega^2 \delta\mathbf{r}_\perp &= [(V_A^2 + C_\perp^2) \mathbf{k}_\perp \cdot \delta\mathbf{r}_\perp + C_\perp^2 k_\parallel \delta s] \mathbf{k}_\perp \\ &+ (V_A^2 + C_\Delta^2) k_\parallel^2 \delta\mathbf{r}_\perp\end{aligned}\tag{6.1}$$

$$\omega^2 \delta s = k_\parallel [C_\perp^2 \mathbf{k}_\perp \cdot \delta\mathbf{r}_\perp + C_\parallel^2 k_\parallel \delta s]\tag{6.2}$$

Les nouvelles grandeurs (autres que celles définies dans la section 4.1.1) apparaissant dans ces équations sont définies respectivement par :

$$C_{s\perp}^2 = \frac{P_{s\perp 0}}{\rho_0}$$

et

$$C_{s\parallel}^2 = \frac{P_{s\parallel 0}}{\rho_0}$$

pour les vitesses sonores perpendiculaire et parallèle au carré de l'espèce  $s$ ,

$$C_{\perp}^2 = 2C_{\perp}^2 - \sum_s \frac{C_{s\perp}^4}{C_{s\parallel}^2} \mathcal{K}_s$$

et

$$\begin{aligned} C_{\parallel}^2 &= \sum_s C_{s\parallel}^2 \frac{\mathcal{K}_{s\parallel}}{\mathcal{K}_s} \\ &= \sum_s \frac{C_{s\parallel}^2}{\mathcal{K}_s} + \frac{\omega^2}{k_{\parallel}^2} \end{aligned} \quad (6.3)$$

pour les vitesses sonores effectives perpendiculaire et parallèle au carré, la toute dernière égalité étant obtenue à l'aide de (5.12).

L'équation du mouvement perturbée parallèle (6.2) peut également se ré-écrire en utilisant la relation (6.3) sous la forme :

$$k_{\parallel} \left[ C_{\perp}^2 \mathbf{k}_{\perp} \cdot \delta \mathbf{r}_{\perp} + \left( \sum_s \frac{C_{s\parallel}^2}{\mathcal{K}_s} \right) k_{\parallel} \delta s \right] = 0 \quad (6.4)$$

La différence essentielle avec les équations (4.1) et (4.2) est qu'ici la plupart des grandeurs introduites, les vitesses sonores effectives notamment, dépendent de la fréquence de la perturbation  $\omega$ , et non plus seulement des grandeurs de l'équilibre, comme au chapitre 4.

La relation de dispersion linéaire des ondes basse-fréquence dans un plasma gyrotrope homogène proton-électron est donnée par l'annulation du déterminant du système constitué par les équations du mouvement perturbées, (6.1) et (6.2), projetées suivant les vecteurs de base. On obtient :

$$\begin{aligned} &\left\{ \omega^2 - (V_A^2 + C_{\Delta}^2) k_{\parallel}^2 \right\} \\ &\times \left\{ \omega^4 - \left[ (V_A^2 + C_{\perp}^2) k_{\perp}^2 + (V_A^2 + C_{\Delta}^2 + C_{\parallel}^2) k_{\parallel}^2 \right] \omega^2 \right. \\ &\quad \left. + \left[ (V_A^2 + C_{\perp}^2) C_{\parallel}^2 - C_{\perp}^4 \right] k_{\perp}^2 + (V_A^2 + C_{\Delta}^2) C_{\parallel}^2 k_{\parallel}^2 \right\} = 0 \end{aligned} \quad (6.5)$$

Cette relation de dispersion peut également s'écrire de manière équivalente en utilisant les équations (6.1) et (6.4) :

$$\begin{aligned} & \left\{ \omega^2 - (V_A^2 + C_\Delta^2) k_\parallel^2 \right\} \\ & \times \left\{ \left[ \omega^2 - (V_A^2 + C_\perp^2) k_\perp^2 - (V_A^2 + C_\Delta^2) k_\parallel^2 \right] \cdot \sum_s \frac{C_{s\parallel}^2 k_\parallel^2}{\mathcal{K}_s} \right. \\ & \left. + C_\perp^4 k_\perp^2 k_\parallel^2 \right\} = 0 \end{aligned} \quad (6.6)$$

### 6.1.2 Plasma multi-espèces

Dans le cas d'un plasma multi-espèces, on introduit cette fois dans les équations perturbées du mouvement obtenues dans le cas homogène (section 4.1.1) les expressions exactes des perturbations de pression données par les équations (5.31)-(5.32). Les équations du mouvement s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} \omega^2 \delta \mathbf{r}_\perp &= \mathbf{k}_\perp \left[ V_A^2 + 2 \left( C_\perp^2 - \sum_s \frac{C_{s\perp}^4}{C_{s\parallel}^2} \mathcal{K}_s \right) + \frac{\left( \sum_s q_s n_{s0} \frac{C_{s\perp}^2}{C_{s\parallel}^2} \mathcal{K}_s \right)^2}{\sum_s q_s^2 n_{s0}^2 \frac{\mathcal{K}_s}{C_{s\parallel}^2}} \right] \mathbf{k}_\perp \cdot \delta \mathbf{r}_\perp \\ &+ (V_A^2 + C_\Delta^2) k_\parallel^2 \delta \mathbf{r}_\perp \end{aligned} \quad (6.7)$$

$$\begin{aligned} \omega^2 \delta s &= k_\parallel \left[ C_\perp^2 - \sum_s C_{s\perp}^2 \mathcal{K}_{s\parallel} \right. \\ & \left. + \left( \sum_s q_s n_{s0} \mathcal{K}_{s\parallel} \right) \frac{\sum_s q_s n_{s0} \frac{C_{s\perp}^2}{C_{s\parallel}^2} \mathcal{K}_s}{\sum_s q_s^2 n_{s0}^2 \frac{\mathcal{K}_s}{C_{s\parallel}^2}} \right] \mathbf{k}_\perp \cdot \delta \mathbf{r}_\perp \end{aligned} \quad (6.8)$$

L'équation du mouvement perturbée parallèle (6.8) peut également se ré-écrire ici en utilisant la relation (6.3) sous la forme :

$$\begin{aligned} k_\parallel \delta s &= \left[ - \left( \sum_s \frac{\rho_{s0}}{\rho_0} \frac{C_{s\perp}^2}{C_{s\parallel}^2} \mathcal{K}_s \right) \right. \\ & \left. + \left( \sum_s \frac{\rho_{s0}}{\rho_0} q_s n_{s0} \frac{\mathcal{K}_s}{C_{s\parallel}^2} \right) \frac{\sum_s q_s n_{s0} \frac{C_{s\perp}^2}{C_{s\parallel}^2} \mathcal{K}_s}{\sum_s q_s^2 n_{s0}^2 \frac{\mathcal{K}_s}{C_{s\parallel}^2}} \right] \mathbf{k}_\perp \cdot \delta \mathbf{r}_\perp \end{aligned} \quad (6.9)$$



La relation de dispersion des ondes basse-fréquence dans un plasma gyrotrope multi-espèces obtenue à l'aide du système d'équations (6.7) et (6.9) est donnée par :

$$\left\{ \omega^2 - (V_A^2 + C_\Delta^2) k_\parallel^2 \right\} \times \left\{ \omega^2 - [\dots] k_\perp^2 - (V_A^2 + C_\Delta^2) k_\parallel^2 \right\} = 0 \quad (6.10)$$

où le terme entre crochets se réfère au terme entre crochets de l'expression (6.7).

### 6.1.3 Commentaires

Les relations de dispersion obtenues sont complexes, du fait de la présence des fonctions  $\mathcal{K}$  et  $\mathcal{K}_\parallel$  dans certains des termes, ces fonctions se présentant sous la forme d'une intégrale (chapitre 5). La résolution de ces relations passe donc par un traitement numérique, en utilisant les propriétés de ces fonctions décrites dans l'annexe du chapitre précédent.

Les formes (6.6) (plutôt que sa forme équivalente donnée par (6.5)) et (6.10) des relations de dispersion des ondes basse-fréquence, respectivement dans un plasma proton-électron et multi-espèces, seront utilisées par la suite lors du traitement numérique, car plus simples à la programmation.

De plus, les relations de dispersion obtenues apparaissent toutes sous la forme d'un produit de deux facteurs.

Le premier d'entre eux est commun à toutes et donne en s'annulant la relation :

$$\omega^2 = (V_A^2 + C_\Delta^2) k_\parallel^2. \quad (6.11)$$

Cette relation de dispersion constitue la relation de dispersion du mode d'Alfvén. On retrouve en introduisant cette relation dans les équations perturbées du mouvement perpendiculaire et parallèle les propriétés de ce mode, à savoir :

$$\delta s = 0 \quad (6.12)$$

$$\mathbf{k}_\perp \cdot \delta \mathbf{r}_\perp = 0. \quad (6.13)$$

Ainsi, le déplacement  $\delta \mathbf{r}$  associé à ce mode est perpendiculaire au plan  $(\mathbf{B}_0, \mathbf{k})$ .

Le mode d'Alfvén satisfait trivialement les équations de la théorie double-adiabatique, puisque  $(D\rho/\rho_0)$  et  $(DB/B_0)$  sont nuls pour ce mode, comme on peut le montrer en utilisant (6.12), (6.13), (3.1), (3.16) et (3.5) avec  $\mathbf{c}_0 = \mathbf{0}$  en milieu homogène. Il constitue donc un pur mode fluide, avec les mêmes propriétés et la même relation de dispersion que celles obtenues à l'aide de la théorie double-adiabatique (cf section 4.1), et n'est donc pas influencé par la composition exacte du plasma.

Le second facteur apparaissant dans les relations de dispersion précédentes correspond aux modes compressionnels, pour lesquels  $\delta \mathbf{r}$  se trouve dans le plan  $(\mathbf{B}_0, \mathbf{k})$ .

On obtient les relations de dispersion des modes compressionnels suivantes :

$$\begin{aligned} & \omega^4 - \left[ (V_A^2 + C_\perp^2) k_\perp^2 + (V_A^2 + C_\Delta^2 + C_\parallel^2) k_\parallel^2 \right] \omega^2 \\ & + \left[ (V_A^2 + C_\perp^2) C_\parallel^2 - C_\perp^4 \right] k_\perp^2 + (V_A^2 + C_\Delta^2) C_\parallel^2 k_\parallel^2 \left] k_\parallel^2 = 0, \end{aligned} \quad (6.14)$$

$$\left[ \omega^2 - (V_A^2 + C_\perp^2) k_\perp^2 - (V_A^2 + C_\Delta^2) k_\parallel^2 \right] \cdot \sum_s \frac{C_{s\parallel}^2 k_\parallel^2}{\mathcal{K}_s} + C_\perp^4 k_\perp^2 k_\parallel^2 = 0, \quad (6.15)$$

$$\omega^2 - \left[ V_A^2 + 2 \left( C_\perp^2 - \sum_s \frac{C_{s\perp}^4}{C_{s\parallel}^2} \mathcal{K}_s \right) + \frac{\left( \sum_s q_s n_{s0} \frac{C_{s\perp}^2}{C_{s\parallel}^2} \mathcal{K}_s \right)^2}{\sum_s q_s^2 n_{s0}^2 \frac{\mathcal{K}_s}{C_{s\parallel}^2}} \right] k_\perp^2 - (V_A^2 + C_\Delta^2) k_\parallel^2 = 0, \quad (6.16)$$

respectivement à l'aide des équations (6.5) et (6.6) dans le cas des plasmas proton-électron, et de l'équation (6.10) dans le cas des plasmas multi-espèces.

On retrouve la relation de dispersion (4.3) des ondes basse-fréquence dans un plasma gyrotrope homogène obtenue à l'aide de la théorie double-adiabatique, en prenant les limites  $|\omega| \gg (v_{T\parallel} k_\parallel)$  des fonctions  $\mathcal{K}$  ou  $\mathcal{K}_\parallel$  et des paramètres  $C_\perp$  et  $C_\parallel$ . Cela revient à remplacer dans chaque relation de dispersion (6.5), (6.6) et (6.10) les termes  $C_\perp$ , donnée par (6.3), par  $2C_\perp^2$ ,  $C_\parallel$ , donnée par (6.3), par  $3C_\parallel^2$ ,  $\mathcal{K}$  par (A5.8) et  $\mathcal{K}_\parallel$  par (A5.9). On remarque que la relation de dispersion des ondes basse-fréquence dans un plasma proton-électron donnée par (6.5) est plus facile à comparer avec la relation (4.3) que celle donnée par (6.6).

## 6.2 Étude de stabilité

On analyse les relations de dispersion obtenues à l'aide du formalisme mixte MHD-cinétique dans le but de mettre en évidence les différentes instabilités apparaissant dans un plasma gyrotrope homogène.

Auparavant on définit les paramètres suivants :

$$\mathcal{F} = (V_A^2 + C_\perp^2 - C_\parallel^2) k_\parallel^2 \quad (6.17)$$

$$\mathcal{M} = V_A^2 + 2C_\perp^2 - \frac{C_\perp^4}{C_\parallel^2} - \sum_s \frac{C_{s\perp}^4}{C_{s\parallel}^2} \quad (6.18)$$

correspondant aux paramètres firehose  $\mathcal{F}$  et miroir  $\mathcal{M}$  de la théorie cinétique. L'expression du paramètre miroir donnée ici est valable dans les plasmas proton-électron.

### 6.2.1 Mode d'Alfvén

On rappelle la relation de dispersion du mode d'Alfvén dans les plasmas gyrotropes :

$$\omega^2 = \mathcal{F} k_{\parallel}^2. \quad (6.19)$$

On en conclut que le mode d'Alfvén est stable si et seulement si  $\mathcal{F} \geq 0$ . Dans le cas contraire où  $\mathcal{F} < 0$ , le mode d'Alfvén est instable à l'instabilité firehose, comme déjà discuté dans la section 4.1.3.

### 6.2.2 Modes compressionnels

L'étude de stabilité des modes compressionnels dans les plasmas proton-électron est obtenue en développant leur relation de dispersion (6.14) ou (6.15) dans la limite  $\omega \rightarrow 0$ . Dans cette limite, la relation de dispersion de ces modes se réduit alors à :

$$\begin{aligned} \omega^2 + i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{k_{\parallel}} \left[ \sum_s \left( \frac{C_{\perp}^4}{C_{\parallel}^4} + \frac{C_{s\perp}^4}{C_{s\parallel}^4} \right) \frac{C_{s\parallel}^2}{v_{Ts\parallel}} \right] k_{\perp}^2 \\ = \mathcal{M} k_{\perp}^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2, \end{aligned} \quad (6.20)$$

le terme en  $\omega^2$  ayant été conservé seulement pour le cas  $k_{\perp} = 0$ .

On en déduit ainsi le critère de stabilité, ainsi que le comportement des modes au voisinage de la stabilité marginale. Le critère de stabilité s'écrit ainsi :

$$\mathcal{M} k_{\perp}^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2 \geq 0. \quad (6.21)$$

Ce critère révèle alors deux instabilités :

- Une instabilité firehose lorsque  $\mathcal{F} < 0$ ; l'instabilité apparaît pour  $k_{\parallel}$  tel que :

$$\frac{k_{\parallel}^2}{k_{\perp}^2} > -\frac{\mathcal{M}}{\mathcal{F}}. \quad (6.22)$$

- Une instabilité miroir, lorsque  $\mathcal{M} < 0$ ; l'instabilité apparaît pour  $k_{\parallel}$  tel que :

$$\frac{k_{\parallel}^2}{k_{\perp}^2} < -\frac{\mathcal{M}}{\mathcal{F}}. \quad (6.23)$$

Le cas  $\mathcal{F} < 0$  et  $\mathcal{M} < 0$  est très rare en pratique.

A noter qu'il existe un sous-espace des paramètres où les instabilités firehose et miroir peuvent être excitées simultanément, pour des vecteurs d'onde parallèles certes différents (lorsque  $V_A^2 \ll C_\perp^2$  notamment).

De la même manière dans le cas d'un plasma multi-espèces, le développement dans la limite  $\omega \rightarrow 0$  de la relation de dispersion (6.16) des modes compressionnels donne :

$$\omega^2 + i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{k_\parallel} \sum_s \left[ \frac{1}{C_{s\parallel}^2 v_{Ts\parallel}} (C_{s\perp}^2 - q_s n_{s0} \frac{\sum_r q_r n_{r0} \frac{C_{s\perp}^2}{C_{r\parallel}^2}}{\sum_s q_r^2 \frac{n_{r0}^2}{C_{r\parallel}^2}}) \right] = \mathcal{M} k_\perp^2 + \mathcal{F} k_\parallel^2, \quad (6.24)$$

et on obtient le même critère de stabilité que celui donné par l'équation (6.21), à la différence près que le paramètre miroir  $\mathcal{M}$  s'écrit dans ce cas :

$$\mathcal{M} = V_A^2 + 2 C_\perp^2 - 2 \sum_s \frac{C_{s\perp}^4}{C_{s\parallel}^2} + \frac{\left( \sum_s q_s n_{s0} \frac{C_{s\perp}^2}{C_{s\parallel}^2} \right)^2}{\sum_s q_s^2 \frac{n_{s0}^2}{C_{s\parallel}^2}}. \quad (6.25)$$

Ce critère révèle alors les deux mêmes instabilités que dans le cas d'un simple plasma proton-électron (voir le paragraphe en-dessous de (6.21)).

La comparaison de l'expression du critère de l'instabilité miroir à  $k_\parallel = 0$  issu du formalisme mixte MHD-cinétique, donnée par (6.18) ou (6.25), et de l'expression du même critère issu de la théorie double-adiabatique, donnée par (4.13), montre qu'ils sont très différents.

En effet, en considérant soit un plasma proton-électron tel que la température des électrons est nulle, soit un plasma multi-espèces tel que toutes les espèces ont la même anisotropie de pression (pour reproduire une situation monofluide adaptée à la description double-adiabatique), l'instabilité miroir dans le formalisme mixte MHD-cinétique est instable à  $k_\parallel = 0$  si et seulement si :

$$\mathcal{M} = V_A^2 + 2 C_\perp^2 \left( 1 - \frac{C_\perp^2}{C_\parallel^2} \right) < 0 \iff P_{\perp 0}^2 > P_{\parallel 0} (P_{M0} + P_{\perp 0}), \quad (6.26)$$

alors qu'elle l'est dans la théorie double-adiabatique si et seulement si :

$$\mathcal{M}_{CGL} = V_A^2 + 2 C_\perp^2 \left( 1 - \frac{C_\perp^2}{6 C_\parallel^2} \right) < 0 \iff P_{\perp 0}^2 > 6 P_{\parallel 0} (P_{M0} + P_{\perp 0}). \quad (6.27)$$

Dans ce cas, les deux critères exprimés en terme de pressions magnétique et thermiques diffèrent bien d'un facteur 6, comme annoncé dans la section 4.1.3., et

$$\mathcal{M} \neq \mathcal{M}_{CGL}. \quad (6.28)$$

La théorie double-adiabatique ne prévoit donc pas le bon critère de l'instabilité miroir, connu en théorie cinétique pure. Le formalisme mixte MHD-cinétique permet quant à lui d'en obtenir le critère exact. Par contre, le critère de l'instabilité firehose est le même dans les deux approches. Dans la suite de ce chapitre, d'autres différences existant entre la théorie double-adiabatique et le formalisme mixte MHD-cinétique apparaîtront.

## 6.3 Modes compressionnels

### 6.3.1 Résultats analytiques

On s'intéresse dans cette section au comportement des modes compressionnels solutions de la relation de dispersion (6.16), tout d'abord lorsque le vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  est parallèle au champ magnétique à l'équilibre  $\mathbf{B}_0$ , puis lorsqu'il lui est perpendiculaire. Seule la relation (6.16) est considérée dans cette section, car elle est plus générale que les relations (6.14)-(6.15), restreintes au cas des plasmas proton-électron.

$$\mathbf{k}_\perp = 0$$

En égalant  $k_\perp$  à 0 dans la relation de dispersion des modes compressionnels (6.16), on obtient la solution triviale donnée par :

$$\omega^2 = (V_A^2 + C_\Delta^2) k_\parallel^2 = \mathcal{F} k_\parallel^2 \quad (6.29)$$

et identique à la relation de dispersion du mode d'Alfvén (6.11) ou (6.19).

Le mode associé est également de nature Alfvénique, puisqu'il possède les propriétés (6.13) ( $k_\perp = 0$ ) et (6.12) (en utilisant (6.8) avec  $\mathbf{k}_\perp = \mathbf{0}$ ).

Il existe des solutions additionnelles de la relation de dispersion (6.16), qui rendent la quantité ci-dessous infinie :

$$\left[ V_A^2 + 2 \left( C_\perp^2 - \sum_s \frac{C_{s\perp}^4}{C_{s\parallel}^2} \mathcal{K}_s \right) + \frac{\left( \sum_s q_s n_{s0} \frac{C_{s\perp}^2}{C_{s\parallel}^2} \mathcal{K}_s \right)^2}{\sum_s q_s^2 n_{s0}^2 \frac{\mathcal{K}_s}{C_{s\parallel}^2}} \right]. \quad (6.30)$$

Une de ces solutions satisfait

$$\sum_s q_s^2 n_{s0}^2 \frac{\mathcal{K}_s}{C_{s\parallel}^2} = 0 \quad (6.31)$$

et on obtient dans ce cas particulier en combinant (6.7) et (6.9) :

$$\omega^2 \delta \mathbf{r}_\perp = \frac{\sum_s q_s n_{s0} \frac{C_{s\perp}^2}{C_{s\parallel}^2} \mathcal{K}_s}{\sum_s \frac{\rho_{s0}}{\rho_0} q_s n_{s0} \frac{\mathcal{K}_s}{C_{s\parallel}^2}} \mathbf{k}_\perp k_\parallel \delta s + (V_A^2 + C_\Delta^2) k_\parallel^2 \delta \mathbf{r}_\perp, \quad (6.32)$$

ce qui nous donne

$$\delta \mathbf{r}_\perp = 0, \quad (6.33)$$

une fois  $\mathbf{k}_\perp$  égal à zéro et à condition que (6.19) ne soit pas satisfaite. Le mode considéré ici est donc purement longitudinal et en conséquence de nature purement sonore.

L'autre solution est telle que  $\mathcal{K}_s \rightarrow \infty$  pour rendre la quantité (6.27) infinie, ce qui revient après utilisation de (A5.8) et A(5.10) et (A5.2) à la condition suivante :

$$\omega = i\omega_i \quad \omega_i \rightarrow -\infty. \quad (6.34)$$

Son existence à  $\mathbf{k}_\perp = \mathbf{0}$  est théorique, puisque son très fort amortissement ( $\omega_i < 0$ ) ne lui permet pas d'être observée dans un environnement physique. Par la suite on verra que cette solution correspond au mode miroir.

$$k_\parallel = 0$$

Dans ce régime, on distingue les cas où  $\omega = 0$  et où  $\omega \neq 0$ .

Lorsque  $\omega \neq 0$ , le paramètre  $z = (\omega/v_{T\parallel} k_\parallel)$  défini dans l'annexe A du chapitre 5 tend vers l'infini et les fonctions  $\mathcal{K}$  peuvent être considérées comme nulles (cf (A5.8) et (A5.2)). On obtient alors :

$$\omega^2 = (V_A^2 + 2C_\perp^2) k_\perp^2, \quad (6.35)$$

ce qui coïncide avec la relation de dispersion du mode rapide dans la théorie double-adiabatique (4.20). L'équation du mouvement parallèle se réduit de plus à :

$$\omega^2 \delta s = 0, \quad (6.36)$$

de laquelle on en déduit que  $\delta s = 0$ , conformément aux propriétés du mode rapide de la théorie double-adiabatique.

Lorsque  $\omega = 0$ ,

$$\omega^2 = 0, \quad (6.37)$$

le paramètre  $z$  (A5.2) est indéterminé. On obtient une équation implicite pour le rapport  $\omega/k_\parallel$  en remplaçant toutefois  $\omega$  et  $k_\parallel$  par 0 dans (6.16) :

$$\begin{aligned} & \left( V_A^2 + 2C_\perp^2 - 2 \sum_s \frac{C_{s\perp}^4}{C_{s\parallel}^2} \mathcal{K}_s \right) \left( \sum_s q_s^2 n_{s0}^2 \frac{\mathcal{K}_s}{C_{s\parallel}^2} \right) \\ & + \left( \sum_s q_s n_{s0} \frac{C_{s\perp}^2}{C_{s\parallel}^2} \mathcal{K}_s \right)^2 = 0, \end{aligned} \quad (6.38)$$

équation de laquelle on peut déduire le comportement de  $\omega$  pour  $k_\parallel \rightarrow 0$ . Cette équation implicite contient en réalité deux modes différents, le mode lent et le mode miroir.

### 6.3.2 Résultats numériques pour un plasma proton-électron

#### Méthode

L'objectif de cette partie est de résoudre numériquement la relation de dispersion (6.15), pour des valeurs quelconques des paramètres d'équilibre et en faisant varier le vecteur d'onde parallèle  $k_{\parallel}$  entre 0 et  $k$ . On rend la relation de dispersion utilisée sans dimension, en y normalisant toutes les vitesses  $V_A$ ,  $C_{s\perp}$ ,  $C_{s\parallel}$ ,  $v_{Ts\parallel}$  à une vitesse de référence  $V_c$ , les vecteurs d'onde  $k_{\parallel}$ ,  $k_{\perp}$  à  $k$  et  $\omega$  à  $V_c k$ . On introduit également les notations suivantes :

$$DR(\omega) = \left[ \omega^2 - (V_A^2 + C_{\perp}^2) k_{\perp}^2 - (V_A^2 + C_{\Delta}^2) k_{\parallel}^2 \right] \cdot \sum_s \frac{C_{s\parallel}^2 k_{\parallel}^2}{\mathcal{K}_s} + C_{\perp}^4 k_{\perp}^2 k_{\parallel}^2, \quad (6.39)$$

$$\omega_r = \Re(\omega), \quad (6.40)$$

$$\omega_i = \Im(\omega), \quad (6.41)$$

qui représentent respectivement la relation de dispersion (6.15) lorsque  $DR = 0$ , la fréquence et le taux de croissance de la perturbation.

Pour chaque valeur de  $k_{\parallel}$ , on calcule la valeur de  $DR$  dans le plan complexe ( $\omega = \omega_r + i\omega_i$ ) et on trace les isocontours correspondant à des valeurs nulles des parties réelle et imaginaire de  $DR$ . Les intersections de ces courbes donnent alors les solutions de la relation de dispersion (6.15), qui correspondent aux modes basse-fréquence dans un plasma gyrotrope homogène proton-électron. Puisque la fonction  $DR$  vérifie

$$DR(-\omega_r + i\omega_i) = DR(\omega_r + i\omega_i), \quad (6.42)$$

les solutions de la relation de dispersion sont symétriques par rapport à  $\omega_r$  et il suffit alors de déterminer leur position dans le demi-plan  $\omega_r \geq 0$ .

#### Résultats à un $k_{\parallel}$ donné

Trois situations sont illustrées ci-après :

1. La première (figure 6.1) est une situation où les paramètres d'équilibre sont tels que  $\mathcal{F} > 0$  et  $\mathcal{M} > 0$ , de sorte que tous les modes compressionnels doivent être stables.

On constate, en effet, que toutes les intersections des isocontours  $\Re(DR) = 0$  (lignes continues) et  $\Im(DR) = 0$  (lignes pointillés) apparaissent dans le demi-plan complexe  $\omega_i < 0$ . Toutes les solutions sont donc stables.

La résolution numérique met en évidence trois modes compressionnels bien distincts. Ces solutions seront repérées par les lettres F (comme 'Fast'), S (comme 'Slow') et M (comme 'Mirror'), respectivement, pour désigner les modes rapide, lent et miroir, pour garder la terminologie employée dans les théories double-adiabatique et cinétique.

La solution repérée par M correspond au mode miroir, bien connu en théorie cinétique pure, qui est un mode basse-fréquence purement non-oscillatoire, c'est à dire, tel que

$\omega_r = 0$ . Le formalisme mixte MHD-cinétique utilisé ici montre que le mode miroir est un mode à part entière, résultat fondamental en soi. Ce mode apparaît également toujours sous la forme d'une solution simple, alors que les modes rapide F et lent S consistent en une paire de solutions (symétriques par rapport à  $\omega_r$  lorsque leur fréquence  $\omega_r$  est non-nulle).

La distinction entre les modes rapide et lent ne se fait pas ici en désignant par rapide le mode dont la vitesse de phase est la plus importante, comme en théorie double-adiabatique, mais en désignant par lent le mode dont le taux d'amortissement est le plus important ( $|\omega_i| \sim \omega_r$ ).

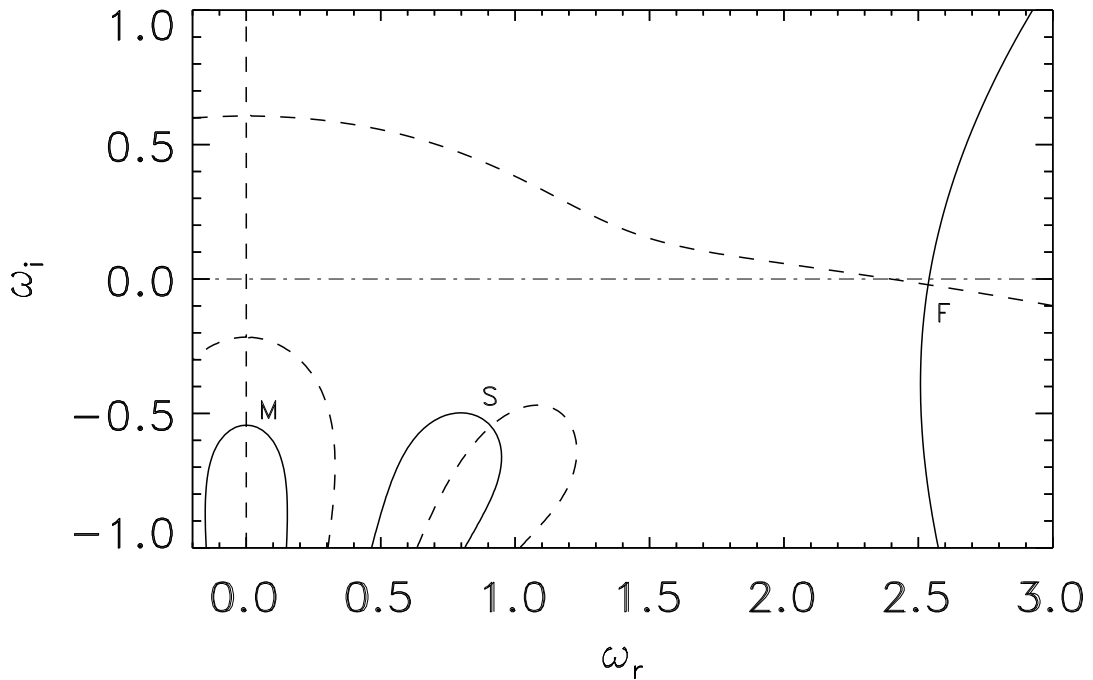


FIG. 6.1 – Solutions de la relation de dispersion (6.15) des modes compressionnels dans un simple plasma proton-électron avec les grandeur adimensionnelles  $V_A = 2$ ,  $C_{i\perp} = C_{e\perp} = C_{i\parallel} = C_{e\parallel} = 1$  de sorte que  $\mathcal{F}, \mathcal{M} > 0$ , et pour un vecteur d'onde adimensionnel  $k_{\parallel} = 0.5$ . Les solutions dans le plan complexe sont situées à l'intersection des lignes continues ( $\Re(DR) = 0$ ) et des lignes en pointillés ( $\Im(DR) = 0$ ). Les solutions sont repérées par les lettres F, S et M, qui dénotent, respectivement les modes rapide, lent et miroir. Tous les modes sont stables dans ce cas, puisqu'ils ont tous un taux de croissance  $\omega_i$  négatif.

2. La seconde situation (figure 6.2) illustre un cas ( $\mathcal{F} < 0$ ) où l'instabilité firehose est excitée.

Le mode lent S apparaît très fortement amorti. Le mode rapide F consiste ici en une paire de solutions purement non-oscillatoires ( $\omega_r = 0$ ) : la solution repérée par  $F^+$ , purement croissante et qui correspond à un mode instable à l'instabilité firehose, et la solution repérée par  $F^-$ , purement décroissante et amortie.



Le mode miroir M n'apparaît pas dans la figure, car il est trop fortement amorti pour le vecteur d'onde parallèle adimensionnalisé choisi ( $k_{\parallel} = 0.9$ ).

Enfin, contrairement à la théorie double-adiabatique, le mode compressionnel sujet à l'instabilité firehose est le mode rapide, et non le mode lent.

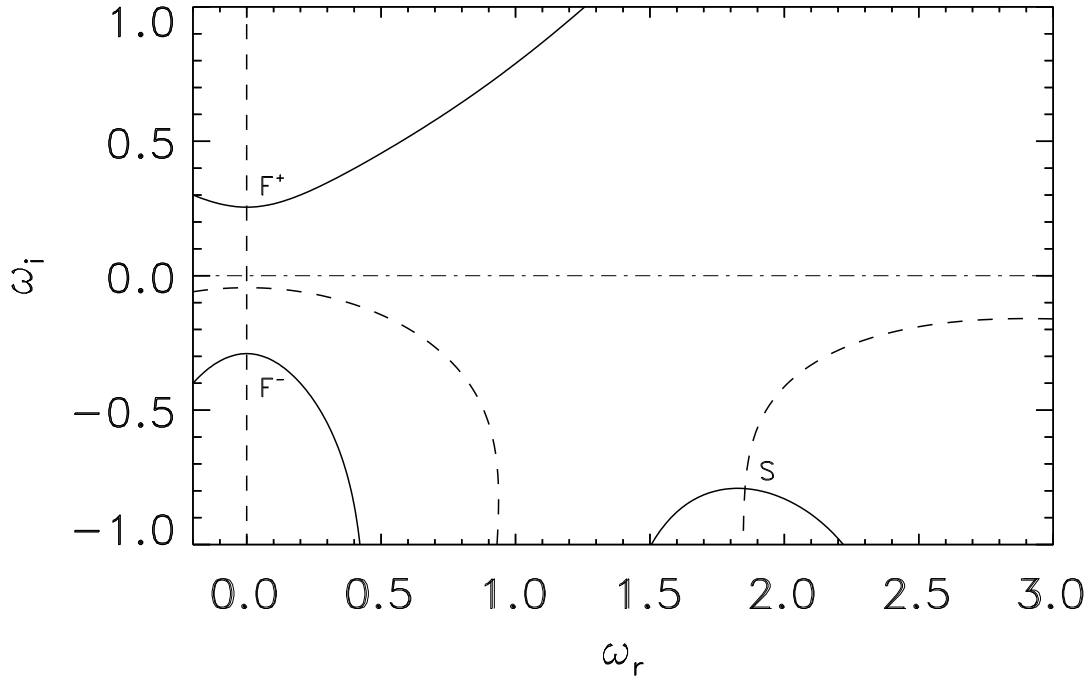


FIG. 6.2 – Comme dans la figure (6.1) avec  $V_A = 1$ ,  $C_{i\perp} = C_{e\perp} = 0.5$ ,  $C_{i\parallel} = C_{e\parallel} = 1$  de sorte que  $\mathcal{F} < 0$  et  $\mathcal{M} > 0$ , et pour  $k_{\parallel} = 0.9$ . Ici, une des branches du mode rapide,  $F^+$  est instable à l'instabilité firehose.

3. La troisième situation (figure 6.3) illustre un cas ( $\mathcal{M} < 0$ ) où l'instabilité miroir est excitée.

Dans ce cas, les modes rapide F et lent S sont stables, alors que le mode miroir M est instable ( $\omega_i > 0$ ). Contrairement à la théorie double-adiabatique, où l'instabilité miroir apparaît comme une instabilité du mode lent, le formalisme mixte MHD-cinétique utilisé ici montre bien que c'est le mode miroir qui est sujet à l'instabilité du même nom.

La relation de dispersion à la base de notre étude contient des fonctions transcendentes, qui donnent lieu à de nombreuses solutions mathématiques (et non des artifices numériques). Certaines de ces solutions apparaissent sur la figure 6.3. Elles sont très fortement amorties et de ce fait ne représentent pas de modes physiques intéressants. Ces solutions additionnelles ou parasites existent aussi dans les figures 6.1 et 6.2, mais elles tombent en dehors du cadre proposé.

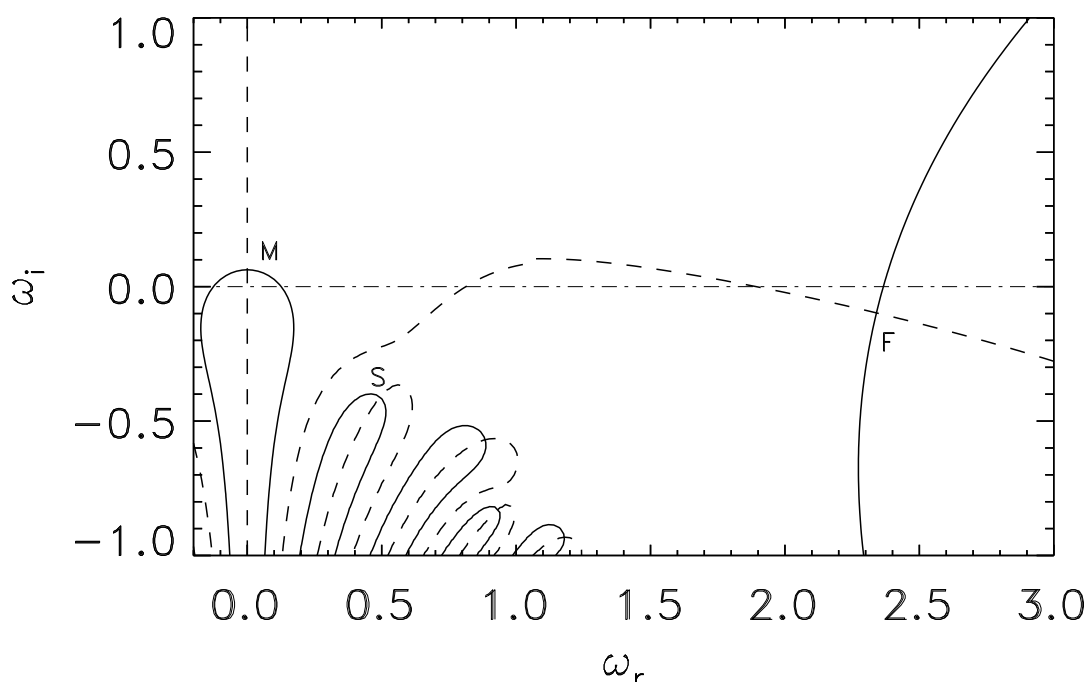


FIG. 6.3 – Comme dans la figure (6.1) avec  $V_A = 2$ ,  $C_{i\perp} = C_{e\perp} = 1$ ,  $C_{i\parallel} = C_{e\parallel} = 0.6$  de sorte que  $\mathcal{M} < 0$  et  $\mathcal{F} > 0$ , et pour  $k_{\parallel} = 0.5$ . Ici, le mode miroir M est instable à l’instabilité miroir.

#### Dépendance en $k_{\parallel}$

L’objectif est ici de suivre le comportement des modes compressionnels identifiés ci-dessus à l’aide du traitement numérique (mode rapide F, lent S et miroir M) lorsque  $k_{\parallel}$  varie de 0 à 1, et de comparer ce comportement avec celui obtenu dans la théorie double-adiabatique. Le cas  $k_{\parallel} = 0$  étant divergent numériquement, on utilise les résultats donnés par (6.32) et (6.34).

Au préalable, réinsistons (cf la fin de la description de la première situation illustrée numériquement dans cette section) sur le fait que la distinction entre les modes lent et rapide n’est pas aussi triviale que celle basée sur l’ordonnement des vitesses de phase dans la théorie double-adiabatique (*Krauss-Varban et al.* [1994]). Dans le formalisme mixte MHD-cinétique, les courbes  $\omega_r$  en fonction de  $k_{\parallel}$  des différents modes sont susceptibles de se croiser, auquel cas aucun mode ne possède la vitesse de phase la plus importante à travers toute la gamme de vecteur d’onde balayée.

Ce n’est que dans la limite où  $k_{\parallel} \rightarrow 0$  qu’un ordonnancement systématique existe, ce qui nous aide à différencier par la suite nos modes : par définition, le mode dont la relation à  $k_{\parallel} \rightarrow 0$  est donnée par (4.20) ou (6.32) correspond au mode rapide, tandis que celui dont la relation dans cette limite est donnée par (6.34) définit le mode lent. En dehors de la limite  $k_{\parallel} = 0$ , la fréquence des modes lent et rapide peut se croiser pour un  $k_{\parallel}$  non-nul, et dans ce cas aucun des deux modes n’a une fréquence plus grande que l’autre pour l’ensemble des  $k_{\parallel}$  (compris entre 0 et  $k$ ).

Nous avons réalisé un grand nombre de runs (étude de cas) couvrant l'espace des paramètres et en avons tirés les conclusions générales suivantes, qui sont illustrées par les figures 6.4-6.6, qui correspondent aux mêmes cas de figure et valeurs de paramètres que ceux utilisés pour les figures 6.1-6.3 :

- Le mode lent S voit sa fréquence  $\omega_r$  augmenter de 0 d'après (6.34) pour  $k_{\parallel} = 0$  à la fréquence acoustique déduite de (6.28) pour  $k_{\parallel} = 1 \equiv k_{\perp} = 1$  (cette fréquence est comprise entre la valeur isotherme  $\omega = C_{\parallel} k_{\parallel}$  et la valeur issue de la théorie double-adiabatique  $\omega = \sqrt{3} C_{\parallel} k_{\parallel}$ ). Le mode lent est toujours stable et fortement amorti ( $\omega_i \leq 0$  et  $|\omega_i| \sim \omega_r$ ).
- Le mode rapide F voit sa fréquence  $\omega_r$  varier de la fréquence magnétosonique donnée par (6.32) pour  $k_{\parallel} = 0$  à soit la fréquence Alfvénique donnée par  $\sqrt{\mathcal{F}} k_{\parallel}$  (cf (6.56)) si  $\mathcal{F} \geq 0$ , soit à 0 si  $\mathcal{F} < 0$  pour  $k_{\parallel} = 1$ . Il est toujours stable et peu amorti, sauf dans le cas  $\mathcal{F} < 0$  (illustré sur la figure 6.5), où il devient instable (au-dessus d'une valeur critique de  $k_{\parallel}$ ) à l'instabilité firehose et cesse d'être oscillatoire à partir d'une certaine valeur de  $k_{\parallel}$ .
- Le mode miroir M est toujours non-oscillatoire ( $\omega_r = 0$ ). Son taux de croissance varie de 0 d'après (6.34) pour  $k_{\parallel} = 0$ , à  $-\infty$  d'après (6.31) pour  $k_{\parallel} = 1$ . Le mode miroir est stable  $\forall k_{\parallel}$  si  $\mathcal{M} \geq 0$  (comme illustré dans les figures 6.4 et 6.5); sinon il est instable à l'instabilité miroir en-dessous d'une valeur critique de  $k_{\parallel}$  (comme illustré dans la figure 6.6).

Les résultats issus de la théorie double-adiabatique sont corrects (cf section 4.1) pour les modes lent S et rapide F à  $k_{\parallel} = 0$ . En dehors de cette limite, il n'y a pas de correspondance systématique entre les modes lent et rapide de la théorie double-adiabatique et ceux du formalisme mixte MHD-cinétique. En particulier, à  $k_{\perp} = 0$ , c'est le mode de la théorie double-adiabatique se trouvant sur la branche Alfvénique qui correspond au mode rapide du formalisme mixte MHD-cinétique, tandis que le mode de la théorie double-adiabatique se trouvant sur la branche sonore a un taux d'amortissement nul et une fréquence  $\omega_r = \sqrt{3} C_{\parallel} k_{\parallel}$  plus large que celle du mode lent du formalisme mixte MHD-cinétique (pour lequel  $C_{\parallel} k_{\parallel} < \omega_r < \sqrt{3} C_{\parallel} k_{\parallel}$ ).

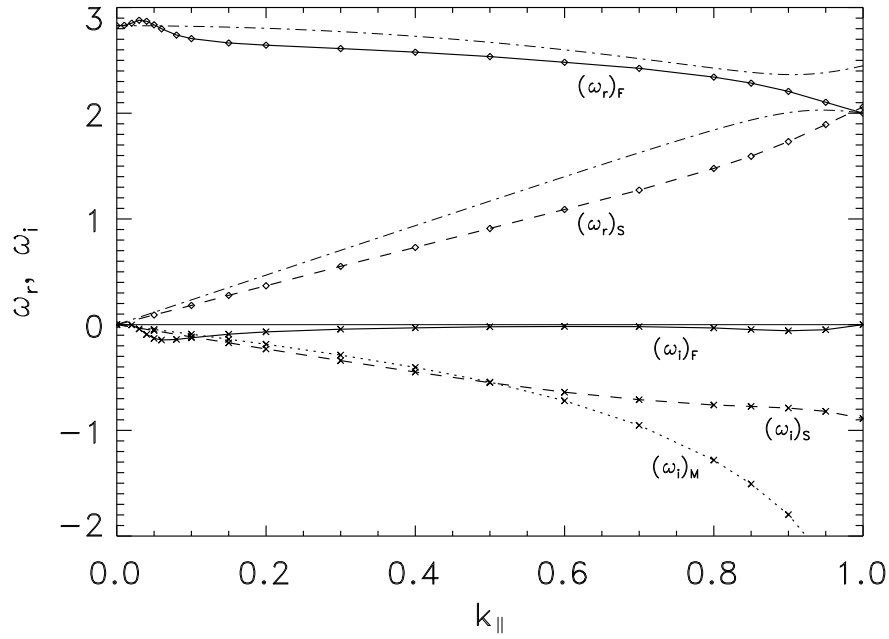


FIG. 6.4 – Fréquence  $\omega_r$  et taux de croissance  $\omega_i$  des modes compressionnels dans un simple plasma proton-électron en fonction du vecteur d'onde parallèle adimensionnel  $k_{\parallel}$ , avec  $V_A = 2$ ,  $C_{i\perp} = C_{e\perp} = C_{i\parallel} = C_{e\parallel} = 1$ . Les valeurs de  $\omega_r$  calculées numériquement sont indiquées par des losanges et celles de  $\omega_i$  par des croix. Les lignes continues, en tiret et en pointillé représentent, respectivement, les modes rapide (F), lent (S) et miroir (M). Ici, les trois modes sont stables pour toute valeur de  $k_{\parallel}$ . En comparaison, les résultats concernant les modes rapide et lent issus de la théorie double-adiabatique sont représentés par les lignes constituées en alternance de tirets et de pointillés.

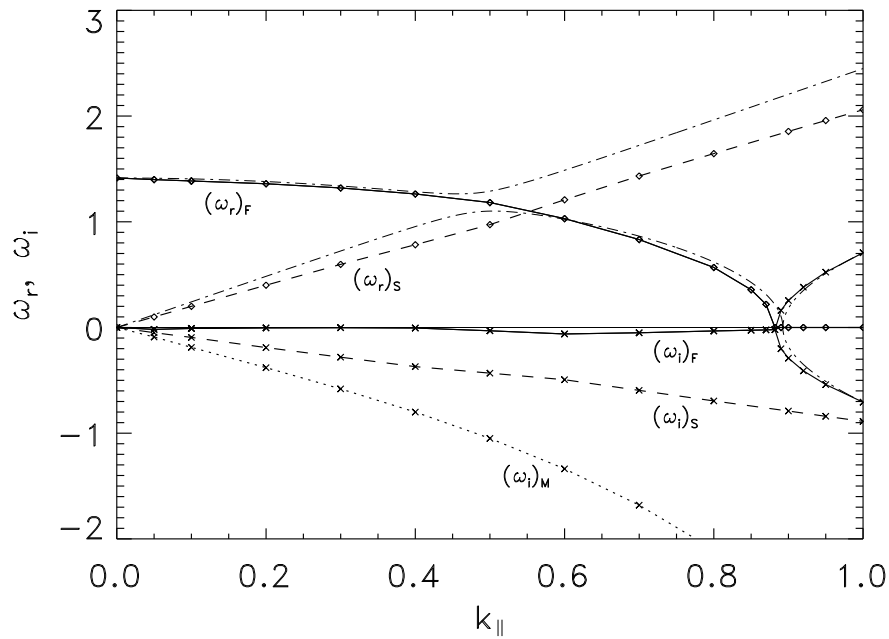


FIG. 6.5 – Comme dans la figure (6.4) avec  $V_A = 1$ ,  $C_{i\perp} = C_{e\perp} = 0.5$ , et  $C_{i\parallel} = C_{e\parallel} = 1$ . Ici, une des branches du mode rapide F est instable à l'instabilité firehose pour  $k_{\parallel} > 0.88$ .

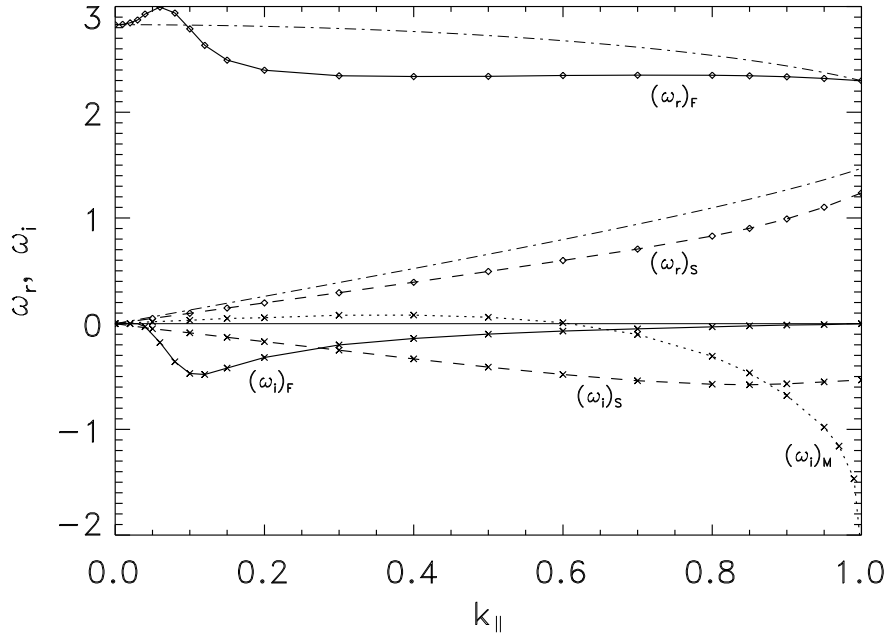


FIG. 6.6 – Comme dans la figure (6.4) avec  $V_A = 2$ ,  $C_{i\perp} = C_{e\perp} = 1$ , et  $C_{i\parallel} = C_{e\parallel} = 0.6$ . Ici, le mode miroir M est instable à l'instabilité miroir pour  $k_{\parallel} < 0.61$ .

### 6.3.3 Résultats numériques pour un plasma multi-espèces

#### Méthode

Après avoir traité numériquement le cas des plasmas proton-électron, on s'intéresse aux plasmas multi-espèces. On fait varier la composition du plasma, afin d'en voir l'influence sur le comportement des modes. Le traitement numérique est le même que celui utilisé dans le cas des plasmas proton-électron, à la différence qu'il est basé sur la relation de dispersion des modes compressionnels issue de l'équation (6.16) et la fonction :

$$DR(\omega) = \omega^2 - \left[ V_A^2 + 2 \left( C_{\perp}^2 - \sum_s \frac{C_{s\perp}^4}{C_{s\parallel}^2} \mathcal{K}_s \right) + \frac{\left( \sum_s q_s n_{s0} \frac{C_{s\perp}^2}{C_{s\parallel}^2} \mathcal{K}_s \right)^2}{\sum_s q_s^2 n_{s0}^2 \frac{\mathcal{K}_s}{C_{s\parallel}^2}} \right] k_{\perp}^2 - \mathcal{F} k_{\parallel}^2 \quad (6.43)$$

#### Plasma saturnien

Dans un premier temps, on considère un plasma à trois espèces,  $H^+$ ,  $O^+$  et  $e^-$  (tel celui de la magnétosphère interne de Saturne, cf *Richardson* [1998]), qui possède les mêmes vitesses sonores globales ( $V_A$ ,  $C_{\perp}$ ,  $C_{\parallel}$ ) et les mêmes vitesses sonores électroniques ( $C_{\perp e}$ ,  $C_{\parallel e}$ ) que le plasma proton-électron de la figure 6.1. On suppose de plus que les deux ions ont les mêmes températures et on impose une fraction d'ion oxygène (définie par le rapport  $n_{s0}(O^+)/n_{e-0}$  que l'on fait varier entre 0 et 1. Les courbes  $\omega_r(k_{\parallel})$  et  $\omega_i(k_{\parallel})$  fonction sont très semblables aux courbes obtenues dans le cas d'un plasma proton-électron, les modes lent (S), rapide (F) et miroir (M) présentant les mêmes caractéristiques dans les limites  $k_{\parallel} = 0$  et  $k_{\parallel} = 1$ , ainsi que la même dépendance générale en  $k_{\parallel}$ .

On arrive aux mêmes conclusions en utilisant d'autres valeurs des paramètres d'entrée (que ceux correspondant au plasma de la figure 6.1). On s'intéresse ensuite, pour un  $k_{\parallel}$  donné, à l'évolution des courbes  $\omega_r$  et  $\omega_i$  en fonction du rapport  $n_{s0}(O^+)/n_{e-0}$ . Les résultats sont représentés sur la figure 6.7.

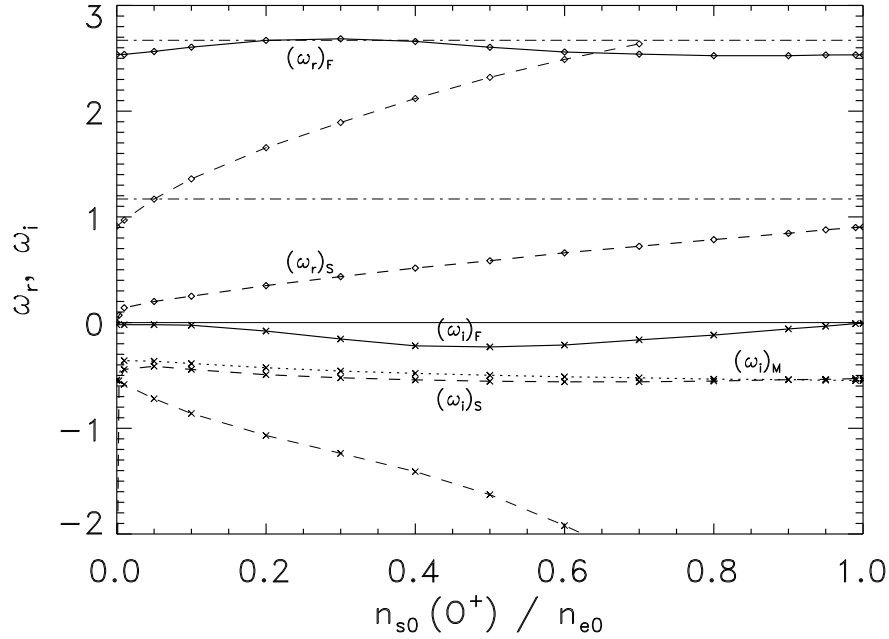


FIG. 6.7 – Fréquence  $\omega_r$  et taux de croissance  $\omega_i$  des modes compressionnels dans un plasma oxygène-hydrogène-électron en fonction de la fraction en ion  $O^+$ , avec  $V_A = 2$ ,  $C_{\perp} = C_{\parallel} = \sqrt{2}$ ,  $C_{e\perp} = C_{e\parallel} = 1$  et  $k_{\parallel} = 0.5$ . Les valeurs de  $\omega_r$  calculées numériquement sont indiquées par des losanges, celles de  $\omega_i$  par des croix. Les lignes continues, en tiret et en pointillés représentent, respectivement, les modes rapide, lent et miroir. En comparaison, les résultats concernant les modes rapide et lent issus de la théorie double-adiabatique sont représentés par les lignes constituées en alternance de tirets et de pointillés.

- Le mode rapide F apparaît peu affecté par la composition du plasma et la fraction d'oxygène. Sa fréquence reste à peu près constante et son taux d'amortissement reste faible. Ce dernier augmente d'un facteur  $\sqrt{m(O^+)/m(H^+)} = 4$  entre un plasma pur oxygène et un plasma pur hydrogène, voire d'un facteur 10 entre un plasma pur hydrogène et un plasma mi oxygène-mi proton.
- De même, le mode miroir M est très peu sensible à la fraction d'oxygène, sauf dès l'ajout d'une infime population d'oxygène dans un plasma initialement pur hydrogène, son taux d'amortissement augmentant alors abruptement pour rester quasi-constant ensuite.
- Le comportement du mode lent S est ambigu. Sa position dans le plan complexe ( $\omega_r$ ,  $\omega_i$ ) est localisée sans problème pour des plasmas pur oxygène ou pur hydrogène, de même que l'on peut suivre l'évolution de ces courbes lorsque  $n_{s0}(O^+)/n_{e-0}$  varie. Le problème est que, suivant que l'on parte d'un plasma pur oxygène ou pur hydrogène, les deux courbes ne se rejoignent pas. La figure 6.7 contient donc deux paires de courbes pour le mode lent. Aucune des deux courbes ne représente le mode

lent pour toute valeur de la fraction d'oxygène  $n_{s0}(O^+)/n_{e-0}$ . Nous choisissons de définir le mode lent comme le mode le moins amorti, donc le plus physiquement observable, le second mode mis en lumière étant considéré comme une des autres solutions parasites. Cette définition s'applique à chaque valeur de  $n_{s0}(O^+)/n_{e-0}$  prise séparément.

Pour conclure quant à la figure 6.7, un autre résultat qui s'en dégage est que les trois modes ont à peu près la même fréquence dans le cas d'un plasma pur hydrogène et d'un plasma pur oxygène.

### *Plasma jovien*

Dans un second temps on s'intéresse à un plasma composé de 4 espèces ioniques ( $H^+$ ,  $O^+$ ,  $S^+$  et  $S^{++}$ ), en plus des électrons, tel celui reporté au voisinage de Io (*Frank et Patterson* [1999]). Puisque  $O^+$  et  $S^{++}$  ont le même rapport charge sur masse, ils sont traités par la suite comme une seule et même espèce  $O^+$ . Les vitesses fluides ( $V_A$ ,  $C_\perp$ ,  $C_\parallel$ ) et les vitesses sonores électroniques ( $C_{e\perp}$ ,  $C_{e\parallel}$ ) sont intermédiaires entre celles de la figure 6.4 (pour laquelle le plasma pur hydrogène est stable), et celles de la figure 6.6 (pour laquelle le plasma pur hydrogène est instable à l'instabilité miroir). Les vitesses sonores ioniques varient indépendamment, respectant les seules contraintes  $\sum_s C_{s\perp}^2 = C_\perp^2$  et  $\sum_s C_{s\parallel}^2 = C_\parallel^2$ .

De manière générale, les courbes  $\omega_r(k_\parallel)$  et  $\omega_i(k_\parallel)$  des modes rapide, lent et miroir ont des formes similaires à celles obtenues pour un plasma proton-électron.

Pour n'importe quelle combinaison des vitesses sonores ioniques, le mode rapide F est stable par rapport à l'instabilité firehose, puisque le critère de l'instabilité firehose ne dépend que des vitesses fluides ( $\mathcal{F} = V_A^2 + C_\perp^2 - C_\parallel^2 < 0$ ) et non du détail de la composition du plasma. Si on avait choisi les valeurs de la figure 6.5, le mode rapide aurait été instable à l'instabilité firehose à partir d'un vecteur d'onde parallèle  $k_\parallel$ , qui, lui, aurait dépendu des vitesses sonores ioniques (cf équation 6.19).

Le mode miroir est stable lorsque seulement une seule espèce ionique est présente ou lorsque tous les ions ont le même rapport  $C_{i\perp}^2/C_{i\parallel}^2$ , auquel cas le critère de l'instabilité miroir se réduit à un critère fluide (cf équation 6.23). Cependant, en jouant sur les rapports  $C_{i\perp}^2/C_{i\parallel}^2$ , il est possible de déstabiliser le mode miroir pour des valeurs de  $k_\parallel$  suffisamment petites.

Intéressons-nous maintenant aux effets de la composition ionique du plasma et des vitesses sonores ioniques sur la fréquence et le taux de croissance des trois modes compressionnels pour des valeurs fixées de  $k_\parallel$ . Les cas étudiés à cet effet sont décrits dans les tableaux 6.1 et 6.2 et représentés sur la figure 6.8.

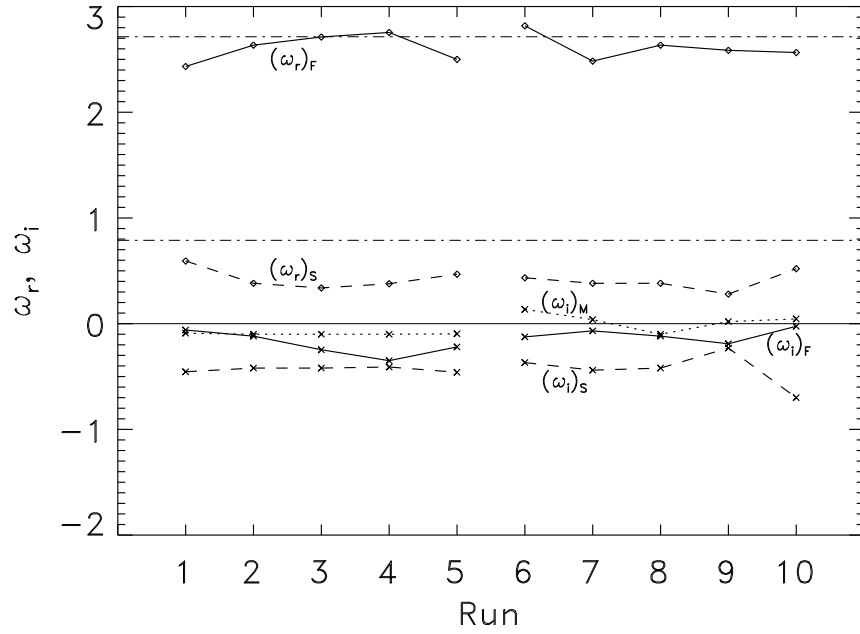


FIG. 6.8 – Fréquence  $\omega_r$  et taux de croissance  $\omega_i$  des modes compressionnels dans un plasma  $S^+$ ,  $O^+$ ,  $H^+$  et  $e^-$  avec  $V_A = 2$ ,  $C_\perp = \sqrt{2} C_{e\perp}$ ,  $C_\parallel = \sqrt{2} C_{e\parallel}$ ,  $C_{e\perp} = 1$ ,  $C_{e\parallel} = 0.7$  et  $k_\parallel = 0.5$ . Le tableau 5.1 donne les fractions ioniques utilisées (cas 1 à 5), tandis que le tableau 5.2) donne les vitesses ioniques considérées (cas 6 à 10). Les symboles utilisés pour représenter les valeurs de  $\omega_r$  et  $\omega_i$  des différents modes en fonction des différents cas sont identiques à ceux utilisés dans la figure (6.7).

- Dans les cinq premiers cas (1-5) donnés dans le tableau 6.1, la composition ionique est variable, mais les températures des ions sont supposées égales, de telle manière que leurs vitesses sonores soient données par  $C_{s\perp}^2 = (n_{s0}/n_{e0}) C_{e\perp}^2$  et  $C_{s\parallel}^2 = (n_{s0}/n_{e0}) C_{e\parallel}^2$ .

Cas	$n_{s0}(H^+)/n_{e0}$	$n_{s0}(O^+)/n_{e0}$	$n_{s0}(S^+)/n_{e0}$
1	1	0	0
2	0.5	0.5	0
3	0.5	0.25	0.25
4	0.5	0	0.5
5	0.2	0.4	0.4

TAB. 6.1 – Composition ionique pour les cas 1-5 de la figure (6.8). Les vitesses sonores partielles sont données par  $C_{s\perp,\parallel}^2 = (n_{s0}/n_{e0}) C_{e\perp,\parallel}^2$ .

Les résultats obtenus dans ce cas pour un plasma pur oxygène ou un plasma pur soufre sont quasiment identiques à ceux obtenus pour un plasma pur hydrogène, le taux de croissance du mode rapide étant cependant approximativement inversement proportionnel à  $\sqrt{m_i}$ .



En résumé, à partir de l'examen d'un grand nombre de cas différents, on constate que la présence de différentes espèces ioniques tend à augmenter le taux d'amortissement du mode rapide et à diminuer la fréquence du mode lent, tout en ayant en général peu influence sur le mode miroir. Par contre lorsque l'on considère la compétition entre le mode miroir et les modes cyclotrons (un mode cinétique instable dans les mêmes conditions que le mode miroir, i.e. lorsque  $\mathcal{M} < 0$ , mais à des fréquences plus élevées) la présence de plusieurs espèces dans le plasma a été avancée comme argument pour comprendre pourquoi l'instabilité miroir apparaît plus facilement que l'instabilité cyclotron (Gary [1992]). Enfin, l'influence de la composition sur les modes rapide et lent augmente lorsque les différences entre masses ioniques augmentent.

- Dans les cinq cas suivants (6-10) donnés par le tableau 6.2, le plasma a une composition mi hydrogène, mi oxygène, tandis que les vitesses sonores ioniques sont variables.

Cas	$C_{s\perp}^2(\text{H}^+)/C_{e\perp}^2$	$C_{s\perp}^2(\text{O}^+)/C_{e\perp}^2$	$C_{s\parallel}^2(\text{H}^+)/C_{e\parallel}^2$	$C_{s\parallel}^2(\text{O}^+)/C_{e\parallel}^2$
6	0.9	0.1	0.5	0.5
7	0.1	0.9	0.5	0.5
8	0.5	0.5	0.5	0.5
9	0.5	0.5	0.8	0.2
10	0.5	0.5	0.2	0.8

TAB. 6.2 – Vitesses sonores ioniques pour les cas 6-10 de la figure (6.8). La composition ionique est donnée par  $n_{s0}(\text{H}, \text{O}^+)/n_{e0} = 0.5$ .

Les résultats de ces cas de figure illustrent le fait que les changements dans les températures ioniques perpendiculaires affectent principalement la fréquence  $\omega_r$  du mode rapide et le taux de croissance du mode miroir, tandis que les changements dans les températures ioniques parallèles affectent principalement la fréquence du mode lent et le taux de croissance des trois modes (à travers les vitesses thermiques parallèles et les fonctions  $\mathcal{K}$  qui en dépendent). En particulier, le mode miroir est instable pour des rapports  $C_{i\perp}^2/C_{i\parallel}^2$  très différents d'une espèce à l'autre.

## 6.4 Conclusions

A l'aide de l'approche mixte MHD-cinétique, nous avons réalisé dans ce chapitre l'étude des ondes basse-fréquence dans un plasma gyrotrope homogène, proton-électron ou multi-espèce. Les relations de dispersion obtenues sont complexes, du fait de la présence de fonctions sous forme intégrales (cf chapitre précédent). Elles se composent de deux facteurs distincts, dissociant la relation de dispersion du mode d'Alfvén de celle des modes compressionnels. L'attention s'est essentiellement portée par la suite sur ces derniers modes.

Le traitement analytique a permis de mettre en évidence les instabilités firehose du mode d'Alfvén et des modes compressionnels (dans une certaine gamme de vecteurs d'onde parallèles) lorsque  $\mathcal{F} < 0$ , ainsi que l'instabilité miroir des modes compressionnels lorsque  $\mathcal{M} < 0$ .

Le critère de l'instabilité firehose issu de notre formalisme mixte est le même que celui obtenu à l'aide de la théorie double-adiabatique, tandis que le critère de l'instabilité miroir en est totalement différent.

Le traitement numérique a clairement montré que les modes compressionnels consistent en trois modes, le mode rapide, le mode lent et le mode miroir, purement non-oscillatoire et connu en théorie cinétique. Le comportement de ces trois modes lorsque le vecteur d'onde varie a été étudié, soulignant les nombreuses différences entre l'approche mixte, exacte, et l'approche purement fluide :

- L'approche mixte permet de prendre en compte l'amortissement des modes compressionnels (effet Landau). Ainsi ces modes ne sont pas tels que leur fréquence au carré soit réelle.
- L'instabilité firehose est une instabilité du mode rapide, et non du mode lent comme dans la théorie double-adiabatique.
- L'instabilité miroir est une instabilité du mode miroir, et non du mode lent comme dans la théorie double-adiabatique.
- L'approche double-adiabatique donne les bons résultats concernant les modes lent et rapide seulement dans le cas où  $k_{\parallel} = 0$ . Par contre elle donne des résultats totalement faux concernant le mode miroir. Le mode miroir est un mode à part entière, comme constaté à l'aide du formalisme mixte.

Le comportement des modes compressionnels dans un plasma multi-espèces en fonction de la composition du plasma a également fait l'objet d'une étude rapide.

Dans la suite du manuscrit, les modes issus du formalisme mixte MHD-cinétique et mis en évidence dans ce chapitre seront appelés modes pseudo-MHD (Alfvén, rapide, lent et miroir). Parmi les propriétés des modes pseudo-MHD, l'une retient tout particulièrement notre attention pour la suite. Dans la limite  $k_{\parallel} \rightarrow 0$ , les modes d'Alfvén, lent et miroir et eux seuls ont  $\omega^2 \rightarrow 0$  dans un plasma homogène. Ils constitueront les modes de quasi-interchange qui nous intéressent dans le chapitre suivant, une fois les effets d'une faible stratification du milieu prise en compte.



## Chapitre 7

# Formalisme mixte MHD-cinétique dans le cas des plasmas stratifiés en rotation

Dans ce chapitre, on dérive la relation de dispersion générale des ondes basse-fréquence dans un plasma stratifié, en rotation, à l'aide du formalisme mixte MHD-cinétique validé au chapitre précédent. On étudie tout particulièrement les modes de quasi-interchange dans un plasma proton-électron. On aborde notamment le problème de leur stabilité locale dans un plasma sans rotation et leur connection avec les modes pseudo-MHD mis en évidence dans un plasma homogène.

### 7.1 Relation de dispersion générale

On considère le plasma stratifié et en rotation dans tout ce chapitre. Afin de dériver l'équation de dispersion des ondes basse-fréquence dans de tels plasmas, on procède comme dans le chapitre 4 et on remplace dans l'équation du mouvement perturbée (3.11) toutes les perturbations par leurs expressions en fonction de  $\delta\mathbf{r}$ . La plupart de ces expressions ont été obtenues au chapitre 3 et restent identiques, que l'on se place dans le cadre de la théorie double-adiabatique comme dans le chapitre 4 ou dans le cadre du formalisme mixte MHD-cinétique comme dans ce chapitre. Les seules expressions qui diffèrent sont celles des perturbations des pressions thermiques. Dans le cadre du formalisme mixte MHD-cinétique, elles ont été obtenues au chapitre 5 et sont données par les équations (5.21) et (5.22).

On rappelle que ces expressions des perturbations ont été dérivées à l'aide de l'hypothèse qu'il n'y avait pas de variations le long des lignes de champ des paramètres d'équilibre. On suppose également comme dans la section 4.3.2 que ces paramètres d'équilibre varient seulement dans la direction de la gravité, que l'on repèrera par le vecteur unitaire  $\hat{e}_\alpha$  par exemple (étude monodimensionnelle). Enfin, dans l'étude menée dans la section 4.3.2, seules les perturbations avec une longueur d'onde  $k_\perp$  plus petite que l'échelle de longueur des paramètres de l'équilibre  $H_{\text{eq}}$  étaient considérées. Cette hypothèse permettait de négliger les variations transverses des paramètres devant celles des perturbations (approximation WKB).

L'étude locale permet alors de faire une transformée de Fourier de  $\delta\mathbf{r}$  dans toutes les directions, en lui donnant une dépendance spatiale de la forme  $\exp(i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})$ . On obtient au final à partir de (3.11) une équation algébrique, linéaire et homogène pour  $\delta\mathbf{r}$ .

En projetant cette dernière équation suivant les vecteurs de notre système de coordonnées et en annulant le déterminant du système résultant, on obtient la relation de dispersion générale suivante :

$$\begin{aligned}
\omega^6 & - \left\{ (V_A^2 + C_\perp^2) k_\perp^2 + [2\mathcal{F} + C_\parallel^2] k_\parallel^2 + \omega_0^2 + 4\Omega^2 \right\} \omega^4 \\
& + 2\mathcal{G} (2\boldsymbol{\Omega}_\perp \cdot \mathbf{k}_\perp) \frac{k_\beta}{k_\perp^2} k_\parallel \omega^3 \\
& + \left\{ [(V_A^2 + C_\perp^2) (\mathcal{F} + C_\parallel^2) - C_\perp^4] k_\perp^2 k_\parallel^2 \right. \\
& \quad + \mathcal{F} (\mathcal{F} + 2C_\parallel^2) k_\parallel^4 \\
& \quad + (V_A^2 + C_\perp^2) (\omega_0^2 k_\beta^2 + (2\boldsymbol{\Omega}_\perp \cdot \mathbf{k}_\perp)^2) \\
& \quad \left. + ((\mathcal{F} 4\Omega_\perp^2 + C_\parallel^2 4\Omega_\zeta^2) k_\parallel^2 + 2C_\perp^2 (2\boldsymbol{\Omega}_\perp \cdot \mathbf{k}_\perp) 2\Omega_\zeta k_\parallel) \right\} \omega^2 \\
& - 2(V_A^2 + C_\perp^2) \mathcal{G} (2\boldsymbol{\Omega}_\perp \cdot \mathbf{k}_\perp) k_\beta k_\parallel \omega \\
& - \left\{ [(V_A^2 + C_\perp^2) C_\parallel^2 - C_\perp^4] \mathcal{F} k_\perp^2 k_\parallel^2 + \mathcal{F}^2 C_\parallel^2 k_\parallel^4 \right. \\
& \quad \left. + \left( [(V_A^2 + C_\perp^2) C_\parallel^2 - C_\perp^4] \omega_0^2 - (V_A^2 + C_\perp^2) \mathcal{G}^2 \right) k_\beta^2 \right\} k_\parallel^2 = 0. \quad (7.1)
\end{aligned}$$

On retrouve la plupart des grandeurs ( $V_A$ ,  $C_\perp$ ,  $C_\parallel$ ,  $\mathcal{F}$ ,  $\mathcal{C}_\perp$ ,  $\mathcal{C}_\parallel$ ) définies dans les sections 4.1.1 et 6.1.1. Les nouveaux symboles apparaissant dans cette équation sont eux définis comme suit :

$$g_0 = [\mathbf{g} + (V_A^2 - C_\parallel^2) \mathbf{c}_0] \cdot \hat{\mathbf{e}}_\alpha$$

et

$$\mathcal{G} = (\mathbf{g} - C_\parallel^2 \mathbf{c}_0) \cdot \hat{\mathbf{e}}_\alpha - \frac{C_\perp^2}{V_A^2 + C_\perp^2} g_0 \quad (7.2)$$

ont la dimension d'une gravité, et

$$\begin{aligned}
\omega_0^2 & = \left( \frac{\nabla \rho_0}{\rho_0} - 2\mathbf{c}_0 \right) \cdot \mathbf{g} \\
& + \left[ \frac{\nabla(2P_{M0} + \Delta P_0)}{\rho_0} - (\mathcal{F} - C_\parallel^2) \mathbf{c}_0 \right] \cdot \mathbf{c}_0 \\
& - \frac{g_0^2}{V_A^2 + C_\perp^2}. \quad (7.3)
\end{aligned}$$

est la fréquence de Rayleigh-Taylor magnétique généralisée au carré. Les paramètres  $\omega_0^2$  et  $\mathcal{G}$  ont des expressions très différentes des paramètres de la stratification  $\omega_{0CGL}^2$  donné

par la relation (4.46) et  $\mathcal{G}_{CGL}$  donné par (4.47) dans la théorie double-adiabatique. Les expressions (7.2) et (7.3) dépendent notamment de  $\omega$ , la fréquence de la perturbation.

On peut estimer l'ordre de grandeur de la fréquence magnétique de Rayleigh-Taylor au carré, également appelée fréquence magnétique de Brunt-Väisälä au carré, en utilisant l'équation d'équilibre perpendiculaire (2.20) :

$$\omega_0^2 \sim \frac{g}{H_{\text{eq}}} \sim \frac{V_A^2}{H_{\text{eq}}^2}, \frac{C_{\perp, \parallel}^2}{H_{\text{eq}}^2}. \quad (7.4)$$

A noter que :

- On retrouve la relation de dispersion (6.8) générale des ondes basse-fréquence dans un plasma homogène gyrotrope proton-électron, en posant  $\mathbf{\Omega} = \mathbf{0}$ ,  $\omega_0^2 = 0$ ,  $\mathcal{G} = 0$ .
- On retrouve également la relation de dispersion obtenue dans le cas isotrope par *Ferrière et al.*, [1999], en remplaçant  $\mathcal{F}$  par  $V_A^2$ ,  $C_{\perp, \parallel}^2$ ,  $C_{\perp, \parallel}^2$  et  $C_{\perp}^4$  par  $C_s^2$  et  $C_s^4$ , respectivement (cf section 4.1.1).

Enfin, dans la limite  $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$ , la relation de dispersion obtenue (7.1) se réduit à :

$$\begin{aligned} & \left\{ \omega^2 - \left( \mathcal{F} k_{\perp}^2 + \left( V_A^2 + C_{\perp}^2 + \frac{C_{\perp}^4}{V_A^2 + C_{\perp}^2} \right) k_{\parallel}^2 + \mathcal{O}(\omega_0^2) + \mathcal{O}(\Omega^2) \right) \right\} \\ & \times \left\{ \omega^4 - \left\{ \left( \mathcal{F} + C_{\parallel}^2 - \frac{C_{\perp}^4}{V_A^2 + C_{\perp}^2} \right) k_{\parallel}^2 + \frac{k_{\beta}^2}{k_{\perp}^2} \omega_0^2 + \frac{(2 \mathbf{\Omega}_{\perp} \cdot \mathbf{k}_{\perp})^2}{k_{\perp}^2} \right\} \omega^2 \right. \\ & \quad + 2 \mathcal{G} (2 \mathbf{\Omega}_{\perp} \cdot \mathbf{k}_{\perp}) \frac{k_{\beta}}{k_{\perp}^2} k_{\parallel} \omega \\ & \quad + \left\{ \mathcal{F} \left( C_{\parallel}^2 - \frac{C_{\perp}^4}{V_A^2 + C_{\perp}^2} \right) k_{\parallel}^2 \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{k_{\beta}^2}{k_{\perp}^2} \left[ \left( C_{\parallel}^2 - \frac{C_{\perp}^4}{V_A^2 + C_{\perp}^2} \right) \omega_0^2 - \mathcal{G}^2 \right] \right\} k_{\parallel}^2 \right\} = 0. \quad (7.5) \end{aligned}$$

On verra par la suite que le premier facteur concerne le mode rapide, tandis que le second correspond aux autres modes basse-fréquence (Alfvén, lent et miroir) identifiés dans le chapitre précédent et dénommés modes pseudo-MHD.

## 7.2 Modes de quasi-interchange

### 7.2.1 Retour sur le cas homogène

Les ondes basse-fréquence dans un plasma gyrotrope homogène ont fait l'objet d'une étude exacte dans le chapitre précédent, ainsi que leurs propriétés de stabilité. On rappelle ainsi les quatre pseudo-MHD modes mis en évidence :

- Le mode d’Alfvén (A) est un pur mode fluide, oscillatoire et non-amorti ( $\Im(\omega) = 0$ ) lorsque  $\mathcal{F} > 0$ , imaginaire pur ( $\Re(\omega) = 0$ ) et instable à l’instabilité firehose dans le cas contraire.
- Le mode rapide (F) est un mode oscillatoire et peu amorti, à moins que  $\mathcal{F} < 0$ , auquel cas le mode rapide devient instable également à l’instabilité firehose pour toute une gamme de vecteurs d’onde parallèle suffisamment importants.
- Le mode lent (S) est toujours oscillatoire et fortement amorti.
- Le mode miroir (M) est un pur mode cinétique, toujours stable et non-oscillatoire à moins que  $\mathcal{M} < 0$ , auquel cas le mode miroir est instable à l’instabilité miroir pour toute une gamme de vecteurs d’onde perpendiculaires suffisamment importants.

En dehors du régime où  $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$ , ces quatre pseudo-MHD modes ont des fréquences telles que  $\omega^2 \sim V_A^2 k^2$ ,  $C_{\perp, \parallel}^2 k^2$  (cf section 6.3.2). Ce n’est seulement dans le régime où  $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$  que le mode d’Alfvén, le mode lent et le mode miroir ont des fréquences proches de zéro, tandis que celle du mode rapide est égal à  $(V_A^2 + 2C_{\perp}^2) k_{\perp}^2$ .

### 7.2.2 Effet de la stratification et modes de quasi-interchange

Lorsque le plasma est stratifié et en rotation, d’après la relation (7.1) et en utilisant (7.4), la fréquence de chaque mode est susceptible d’être modifiée d’une quantité  $\Delta\omega^2 \sim \max(\omega_0^2, \Omega^2) \sim (V_A^2/H_{\text{eq}}^2)$ ,  $(C_{\perp, \parallel}^2/H_{\text{eq}}^2)$ . Cette quantité est négligeable devant les fréquences des modes pseudo-MHD dans un plasma homogène,  $|\Delta\omega^2| \ll \omega^2$ , à part pour les modes d’Alfvén, lent et miroir dans le régime  $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$ . Ce sont donc ces trois modes dans ce régime de vecteurs d’onde qui constituent les modes de quasi-interchange.

Les propriétés des modes de quasi-interchange dans le formalisme mixte MHD-cinétique sont les mêmes que celles issues de la théorie double-adiabatique et détaillées dans la section 4.2. Pour résumer, on obtient l’ordonnancement suivant des perturbations apparaissant dans l’équation du mouvement (3.11) :

$$\frac{\delta\rho}{\rho_0}, \frac{\delta B}{B_0}, \frac{\delta P_{\perp}}{P_{\perp 0}}, \frac{\delta P_{\parallel}}{P_{\parallel 0}}, (\nabla \cdot \delta\mathbf{r})_{\perp}, (\nabla \cdot \delta\mathbf{r})_{\parallel} \sim \varepsilon (k_{\perp} \delta r_{\perp}) \quad (7.6)$$

$$\frac{\delta P_{\Gamma}}{P_{\Gamma 0}} \sim \varepsilon^2 (k_{\perp} \delta r_{\perp}), \quad (7.7)$$

suitant le paramètre d’expansion  $\varepsilon$  défini par (4.22). Cet ordonnancement traduit la quasi-incompressibilité perpendiculaire et parallèle des modes de quasi-interchange et l’équilibre de pression totale lors du mouvement associé.

### 7.2.3 Relation de dispersion des modes de quasi-interchange

En suivant exactement les mêmes étapes que celles décrites dans la section 4.2, on obtient directement la relation de dispersion des modes de quasi-interchange :

$$\begin{aligned}
\omega^4 & - \left\{ \left( \mathcal{F} + \mathcal{C}_{\parallel}^2 - \frac{C_{\perp}^4}{V_A^2 + \mathcal{C}_{\perp}^2} \right) k_{\parallel}^2 + \frac{k_{\beta}^2}{k_{\perp}^2} \omega_0^2 + \frac{(2\boldsymbol{\Omega}_{\perp} \cdot \mathbf{k}_{\perp})^2}{k_{\perp}^2} \right\} \omega^2 \\
& + 2\mathcal{G} (2\boldsymbol{\Omega}_{\perp} \cdot \mathbf{k}_{\perp}) \frac{k_{\beta}}{k_{\perp}^2} k_{\parallel} \omega \\
& + \left\{ \mathcal{F} \left( \mathcal{C}_{\parallel}^2 - \frac{C_{\perp}^4}{V_A^2 + \mathcal{C}_{\perp}^2} \right) k_{\parallel}^2 \right. \\
& \quad \left. + \frac{k_{\beta}^2}{k_{\perp}^2} \left[ \left( \mathcal{C}_{\parallel}^2 - \frac{C_{\perp}^4}{V_A^2 + \mathcal{C}_{\perp}^2} \right) \omega_0^2 - \mathcal{G}^2 \right] \right\} k_{\parallel}^2 = 0. \tag{7.8}
\end{aligned}$$

On retrouve exactement le second facteur apparaissant dans l'équation (7.5). La relation de dispersion des modes de quasi-interchange est ainsi obtenue de deux manières différentes, à partir de la relation plus générale (7.5) ou en utilisant les propriétés de ces modes (7.8).

Cette relation de dispersion peut également se ré-écrire en utilisant la relation (5.12) :

$$\begin{aligned}
& \left[ \left( \sum_s \frac{C_{s\parallel}^2}{\mathcal{K}_s} - \frac{C_{\perp}^4}{V_A^2 + \mathcal{C}_{\perp}^2} \right) k_{\parallel}^2 + \frac{(2\boldsymbol{\Omega}_{\perp} \cdot \mathbf{k}_{\perp})^2}{k_{\perp}^2} \right] \omega^2 \\
& - 2\mathcal{G} (2\boldsymbol{\Omega}_{\perp} \cdot \mathbf{k}_{\perp}) \frac{k_{\beta}}{k_{\perp}^2} k_{\parallel} \omega \\
& - \left[ \left( \sum_s \frac{C_{s\parallel}^2}{\mathcal{K}_s} - \frac{C_{\perp}^4}{V_A^2 + \mathcal{C}_{\perp}^2} \right) \left( \mathcal{F} k_{\parallel}^2 + \frac{k_{\beta}^2}{k_{\perp}^2} \omega_0^2 \right) - \frac{k_{\beta}^2}{k_{\perp}^2} \mathcal{G}^2 \right] k_{\parallel}^2 = 0. \tag{7.9}
\end{aligned}$$

La relation de dispersion des modes de quasi-interchange est une relation complexe à étudier, du fait de la présence de nombreux paramètres, dépendant d'intégrales numériques, comme dans le cas homogène. Elle contient néanmoins une foule d'informations dérivables analytiquement, que nous allons mettre en évidence par la suite. Du fait de cette complexité, on se limite au cas sans rotation.

### 7.3 Étude de stabilité dans le cas sans rotation

On s'intéresse à la relation de dispersion des modes de quasi-interchange (7.9) obtenu à l'aide du formalisme mixte MHD-cinétique, en l'absence de rotation ( $\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{0}$ ). Cette relation se réduit alors à :

$$\text{DR}(\omega) \equiv \left( \sum_s \frac{C_{s\parallel}^2}{\mathcal{K}_s} - \frac{C_{\perp}^4}{V_A^2 + \mathcal{C}_{\perp}^2} \right) \left( \omega^2 - \mathcal{F} k_{\parallel}^2 - \frac{k_{\beta}^2}{k_{\perp}^2} \omega_0^2 \right) + \frac{k_{\beta}^2}{k_{\perp}^2} \mathcal{G}^2 = 0 \tag{7.10}$$

Par la suite le rapport  $k_{\beta}^2/k_{\perp}^2$  sera considéré égal à 1, afin d'alléger les notations.



### 7.3.1 Classification

On rappelle le résultat mis en lumière dans la section précédente. Les modes de quasi-interchanges dans les plasmas gyrotropes sont au nombre de trois, et consistent en les modes d'Alfvén, lent et miroir à  $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$ . On s'intéresse dans cette section à retrouver la classification introduite par *Newcomb* [1961]. Dans la limite  $k_{\parallel} \rightarrow 0$ , la relation de dispersion (7.10) admet deux solutions distinctes, suivant si  $\omega \neq 0$  ou si  $\omega = 0$ .

La première est telle que  $\omega \neq 0$ , le paramètre  $z$  défini par (A5.2) est alors infini,  $\mathcal{K}_s \rightarrow 0$ , et en conséquence la relation (7.10) se simplifie en :

$$\omega^2 = \omega_0^2(z \rightarrow \infty) \quad (7.11)$$

avec

$$\begin{aligned} \omega_0^2(z \rightarrow \infty) &= \left( \frac{\nabla \rho_0}{\rho_0} - 2 \mathbf{c}_0 \right) \cdot \mathbf{g} \\ &+ \left[ \frac{\nabla(2P_{M0} + \Delta P_0)}{\rho_0} - (\mathcal{F} - 3C_{\parallel}^2) \mathbf{c}_0 \right] \cdot \mathbf{c}_0 \\ &- \frac{g_0^2}{V_A^2 + 2C_{\perp}^2} \end{aligned} \quad (7.12)$$

et  $g_0 = g_{\alpha} + (V_A^2 - C_{\parallel}^2) c_{\alpha}$ .

Si  $\omega_0^2(z \rightarrow \infty) \geq 0$ ,  $\omega$  est réel et le mode associé purement oscillatoire; dans le cas contraire,  $\omega$  est imaginaire et le mode purement croissant ( $\Im(\omega) > 0$ , de telle sorte que  $\Im(\omega) > -|\Re(\omega)|$ ). On rappelle d'après la classification de *Newcomb* [1961] qu'un mode ayant ce comportement dans la limite  $k_{\parallel} \rightarrow 0$  est un mode de quasi-interchange de type 1 (pur interchange). On vérifie bien que l'expression  $\omega_0^2(z \rightarrow \infty)$  donnée par (7.11) correspond à l'expression de  $\omega_{0CGL}^2$  donnée par (4.46) en utilisant l'équilibre perpendiculaire (2.20) pour éliminer  $\nabla P_{T0}$ . Ce qui n'est pas surprenant, puisque le mode de type 1 à  $k_{\parallel} = 0$  est tel que  $z \rightarrow \infty$ , cadre dans lequel la théorie double-adiabatique donne des résultats cohérents.

La seconde solution,  $\omega = 0$ , est telle que pour  $k_{\parallel} = 0$  :

$$\omega^2 = 0 \quad (7.13)$$

et on obtient une équation implicite pour ce mode en posant  $k_{\parallel} = 0$  et  $\omega = 0$  dans (7.10) :

$$\left( \sum_s \frac{C_{s\parallel}^2}{\mathcal{K}_s} - \frac{C_{\perp}^4}{V_A^2 + C_{\perp}^2} \right) \omega_0^2 = \mathcal{G}^2. \quad (7.14)$$

Dans la classification introduite par *Newcomb* [1961], on retrouve les modes de quasi-interchange de type 2 (pure translation).

Pour être complet, dans la limite  $k_{\parallel} = 0$ , la relation (7.10) admet une troisième solution mathématique (mais non physique), donnée à  $k_{\parallel} = 0$  par  $\omega = \omega_i$  avec  $\omega_i \rightarrow -\infty$ , et qui rend  $\mathcal{K}_s$  infinie dans (7.10).

En résumé, et contrairement au cas isotrope, on remarque qu'un et un seul mode de quasi-interchange est de type 1, tandis que les deux autres sont de type 2.

Dans la limite homogène ( $\mathcal{G}, \varpi_0^2 \rightarrow 0$ ), la relation de dispersion (7.10) se réduit à :

$$\left(\omega^2 - \mathcal{F} k_{\parallel}^2\right) \left(\sum_s \frac{C_{s\parallel}^2}{\mathcal{K}_s} - \frac{C_{\perp}^4}{V_A^2 + C_{\perp}^2}\right) = 0. \quad (7.15)$$

Or en considérant la relation de dispersion (6.6) obtenue dans le chapitre précédent, dans la limite  $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$ , on trouve :

$$\left\{ \omega^2 - \left( \mathcal{F} k_{\parallel}^2 + (V_A^2 + C_{\perp}^2) k_{\perp}^2 + \frac{C_{\perp}^4}{V_A^2 + C_{\perp}^2} k_{\parallel}^2 \right) \right\} \\ \times \left(\omega^2 - \mathcal{F} k_{\parallel}^2\right) \left(\sum_s \frac{C_{s\parallel}^2}{\mathcal{K}_s} - \frac{C_{\perp}^4}{V_A^2 + C_{\perp}^2}\right) = 0. \quad (7.16)$$

Le premier facteur correspond au mode rapide, le second au mode d'Alfvén et le troisième aux modes lent et miroir. Une fois le mode rapide éliminé, la relation de dispersion (7.15) correspond exactement à l'équation (7.15). Cela permet d'obtenir séparément pour  $k_{\parallel} \ll k$  la relation de dispersion des modes rapide et lent/miroir dans les plasmas homogènes proton-électron.

De plus, l'équation (7.15) peut également être retrouvée à l'aide de l'équation (7.9) dans la limite  $k_{\parallel} \rightarrow \infty$ . Ceci n'a cependant du sens dans le cas des modes de quasi-interchange que si  $k_{\parallel} \ll k$  (pour sa part,  $k$  peut être choisi très grand arbitrairement). La conséquence pratique de ceci est que lorsque l'on augmente suffisamment  $k_{\parallel}$  pour que les effets de la stratification deviennent négligeables, on obtient les différents modes identifiés au chapitre précédent dans leur limite  $k_{\parallel} \ll k$ .

### 7.3.2 Nombre de solutions instables

On rappelle que les modes d'Alfvén, lent et miroir constituent les modes de quasi-interchange, et donc que ces modes sont au nombre de trois. On s'intéresse dans un premier temps à la condition pour la stabilité marginale des modes de quasi-interchange, qui correspond à :

$$\text{DR}(\omega=0) = 0 \quad (7.17)$$

avec DR donné par (7.10) et se ré-écrit :

$$\text{DR}(0) = -C_{\parallel}^2 \frac{\mathcal{M}}{\mathcal{M} + \frac{C_{\perp}^4}{C_{\parallel}^2}} \left( \omega_0^2(0) + \mathcal{F} k_{\parallel}^2 \right) + \mathcal{G}^2(0) \quad (7.18)$$

avec  $\mathcal{G}^2(0)$  et  $\omega_0^2(0)$  déduits des relations (7.2) et (7.3) en prenant la limite  $\omega \rightarrow 0$  ou ( $z \rightarrow 0$  plutôt) des paramètres  $\mathcal{C}_\perp, \mathcal{C}_\parallel$  donnés par (6.3) en remplaçant  $\mathcal{K}$  et  $\mathcal{K}_\parallel$  par 1 (cf (A5.6)-(A5.7)).

On cherche ensuite exprimer  $\mathcal{G}^2(0)$  et  $\omega_0^2(0)$  en fonction de paramètres connus, tel  $\mathcal{M}$ , le paramètre de l'instabilité miroir dans un plasma gyrotrope homogène, donné par l'expression (6.18). On exprime alors les paramètres de la stratification comme suit :

$$\omega_0^2(0) - \frac{\mathcal{M} + \frac{\mathcal{C}_\perp^4}{\mathcal{C}_\parallel^2}}{\mathcal{M}} \frac{\mathcal{G}^2(0)}{\mathcal{C}_\parallel^2} = \varpi_0^2 - \frac{g_1^2}{\mathcal{M}} \quad (7.19)$$

avec

$$g_1 = \left[ -\frac{\mathcal{C}_\Delta^2}{\mathcal{C}_\parallel^2} \mathbf{g} + \mathcal{F} \mathbf{c}_0 \right] \cdot \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{g}} \quad (7.20)$$

et

$$\varpi_0^2 = \left( \frac{\nabla \rho_0}{\rho_0} - \frac{\mathbf{g}}{\mathcal{C}_\parallel^2} \right) \cdot \mathbf{g} + \left[ \frac{\nabla(2P_{M0} + \Delta P_0)}{\rho_0} - \mathcal{F} \mathbf{c}_0 \right] \cdot \mathbf{c}_0. \quad (7.21)$$

deux paramètres indépendants de  $\mathcal{M}$ .

En utilisant les nouveaux paramètres introduits, l'expression (7.18) se ré-écrit :

$$\text{DR}(0) = -\frac{\mathcal{C}_\parallel^2}{\mathcal{M} + \frac{\mathcal{C}_\perp^4}{\mathcal{C}_\parallel^2}} \left[ \mathcal{M} \left( \varpi_0^2 + \mathcal{F} k_\parallel^2 \right) - g_1^2 \right] \quad (7.22)$$

et donne la condition de stabilité marginale suivante :

$$\mathcal{M} \left( \varpi_0^2 + \mathcal{F} k_\parallel^2 \right) = g_1^2, \quad (7.23)$$

où l'on a fait apparaître les paramètres clés  $\mathcal{F}$  et  $\mathcal{M}$  gouvernant les instabilités firehose et miroir définies dans le chapitre précédent, respectivement.

Le comportement au voisinage de la stabilité marginale s'obtient à l'aide d'un développement de Taylor au premier ordre en  $\omega$  de (7.10) en utilisant (A5.6) et (A5.7), ce qui donne :

$$i \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\omega}{k_\parallel} = \frac{\mathcal{M} \left[ \mathcal{M} \left( \varpi_0^2 + \mathcal{F} k_\parallel^2 \right) - g_1^2 \right]}{\mathcal{D}} \quad (7.24)$$

où  $\mathcal{D}$  est une fonction compliquée, dépendant des paramètres de l'équilibre, mais qui présente la propriété essentielle d'être positive.

Il apparaît finalement qu'un mode au voisinage de la stabilité marginale est stable ( $\Im(\omega) \leq 0$ ) si et seulement si :

$$\mathcal{M} \left[ \mathcal{M} \left( \varpi_0^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2 \right) - g_1^2 \right] \geq 0. \quad (7.25)$$

Dans le plan  $[\mathcal{M}, \varpi_0^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2]$ , la courbe de stabilité marginale, que nous dénoterons par  $\mathcal{C}_{u,l}$  et qui est définie par :

$$\mathcal{C}_{u,l}(k_{\parallel}) \equiv \varpi_0^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2 = \frac{g_1^2}{\mathcal{M}} \quad (7.26)$$

est une hyperbole. Sa branche supérieure correspondant au cas  $\mathcal{M} \geq 0$  est repérée par  $u$ , sa branche inférieure correspondant au cas  $\mathcal{M} \leq 0$  est repérée quant à elle par  $l$ .

Un mode au voisinage de la stabilité marginale est stable / instable juste au-dessus / en-dessous de la courbe de stabilité marginale  $\mathcal{C}_{u,l}$ , d'après (7.25). La figure 7.1 représente les courbes de stabilité marginale dans le plan  $[\mathcal{M}, \varpi_0^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2]$ . En partant du coin droit en haut de la figure et en se dirigeant vers le coin gauche en bas, un premier mode stable jusque-là devient instable en traversant  $\mathcal{C}_u$  et le reste partout ensuite, tandis qu'un second mode stable jusque-là devient instable en traversant  $\mathcal{C}_l$ .

Une autre démonstration de ce résultat consiste à revenir au cas des plasmas homogènes, dans le plan  $[\mathcal{M}, \mathcal{F} k_{\parallel}^2]$  (figure 7.2), la courbe  $\mathcal{C}_u$  se compose de l'axe vertical  $\mathcal{F} k_{\parallel}^2$  positif et de l'axe horizontal  $\mathcal{M}$  positif, tandis que la courbe  $\mathcal{C}_l$  se compose des axes vertical et horizontal négatifs. D'après le chapitre précédent et concernant les modes susceptibles d'être influencés par la stratification, on sait que le mode d'Alfvén est instable si et seulement si  $\mathcal{F} < 0$ , le mode miroir est instable si et seulement si  $\mathcal{M} < 0$  et le mode lent n'est jamais instable.

En conséquence :

1. Au-dessus de  $\mathcal{C}_l$ , tous les modes sont stables.
2. Entre  $\mathcal{C}_u$  et  $\mathcal{C}_l$ , un et seulement un seul mode est instable.
3. En-dessous de  $\mathcal{C}_l$ , deux et seulement deux modes sont instables.

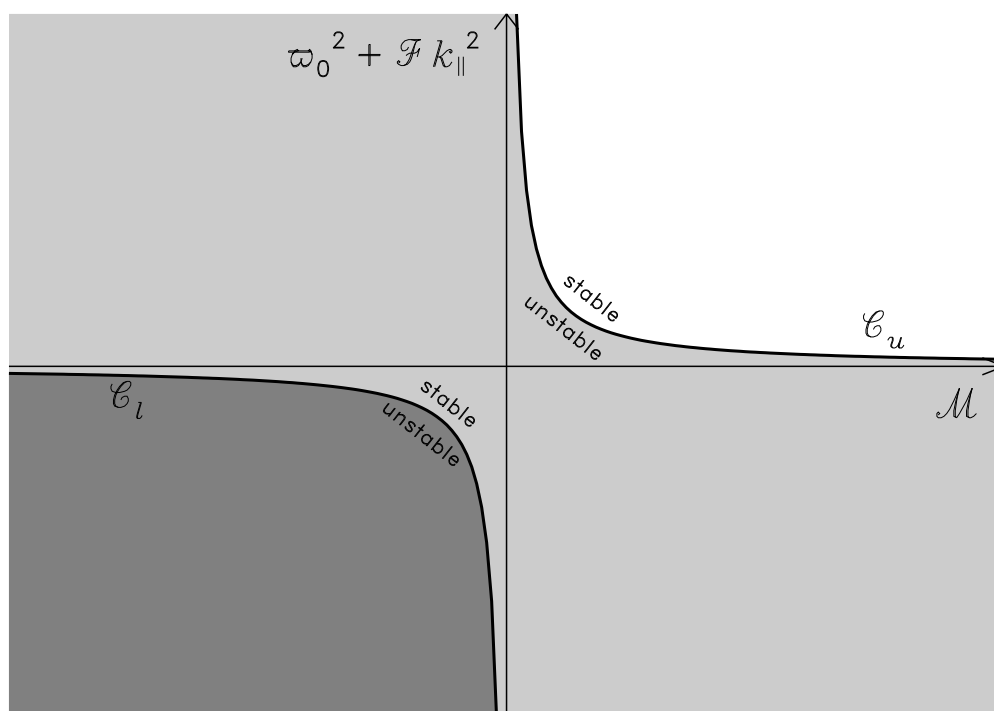


FIG. 7.1 – Courbe de stabilité marginale,  $\mathcal{C}$ , définie par la relation (7.26), dans le plan  $[\mathcal{M}, \varpi_0^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2]$ . Les paramètres  $\mathcal{F}$ ,  $\mathcal{M}$ ,  $g_1$  et  $\varpi_0^2$  sont donnés par (6.17), (6.18), (7.20), et (7.21). Les labels “stable” et “unstable” le long de la branche supérieure,  $\mathcal{C}_u$ , et de la branche inférieure,  $\mathcal{C}_l$ , s’appliquent au mode marginalement stable sur la branche considérée, et décrivent sa stabilité dans les deux régions delimitées par cette branche. Le nombre de modes instables est 0 dans la région claire au-dessus de  $\mathcal{C}_u$ , 1 dans la région légèrement grisée entre  $\mathcal{C}_u$  et  $\mathcal{C}_l$ , et 2 dans la région grisée en-dessous de  $\mathcal{C}_l$ .

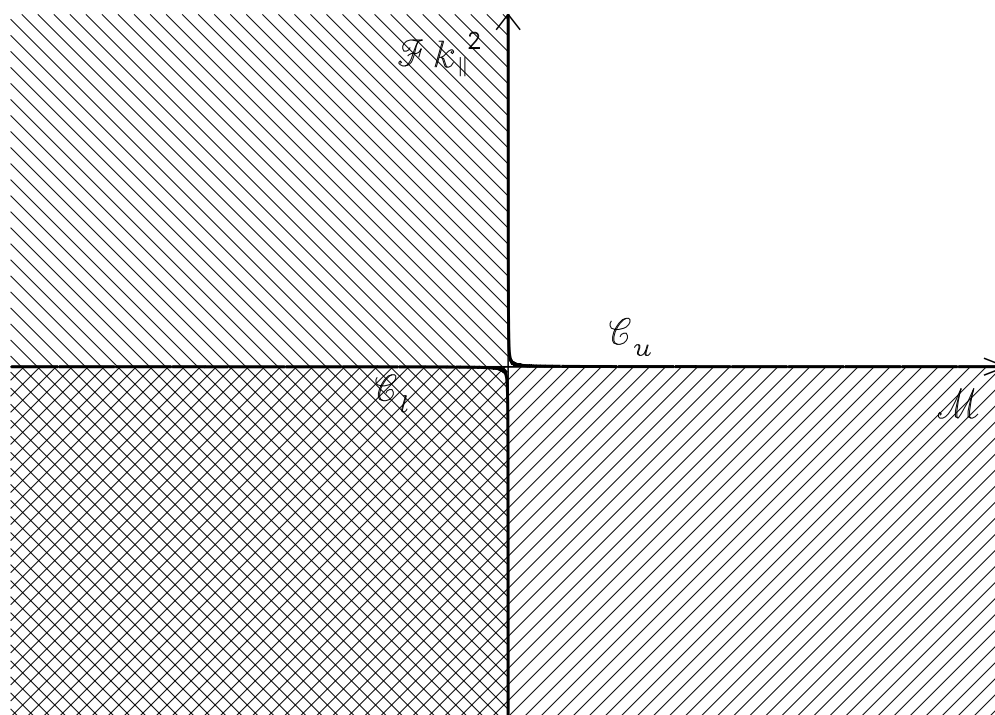


FIG. 7.2 – Comme pour la figure 7.1 mais dans le cas particulier d'un plasma homogène ( $g_1 = 0$  et  $\varpi_0^2 = 0$ ). Dans ce cas, concernant les modes les plus influencés par la stratification, on sait que le mode d'Alfvén est instable si et seulement si  $\mathcal{F} < 0$  (région ///), le mode miroir est instable si et seulement si  $\mathcal{M} < 0$  (region \\\), et le mode lent est toujours stable.

Par continuité, dans le cas d'un plasma stratifié, le nombre de modes instables dans chacune des trois régions identifiées par les courbes  $\mathcal{C}_u$  et  $\mathcal{C}_l$  est le même que dans le cas homogène, d'où les mêmes conclusions en terme de nombre de modes instables.

En terme mathématique, on reprend la condition nécessaire et suffisante de stabilité de tous les modes donnée par (7.25), et qui s'écrit :

$$\mathcal{M} \geq 0 \quad \text{et} \quad \mathcal{M} \left( \varpi_0^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2 \right) \geq g_1^2 ; \quad (7.27)$$

et on déduit de la discussion précédente que :

- Si  $\mathcal{M} \left( \varpi_0^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2 \right) < g_1^2$ , un mode et seulement un est instable.
- Si  $\mathcal{M} < 0$  et  $\mathcal{M} \left( \varpi_0^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2 \right) > g_1^2$ , deux et seulement deux modes sont instables.

Ce critère de stabilité dépend de  $k_{\parallel}$  et si on s'affranchit de cette dépendance, la condition nécessaire et suffisante de stabilité pour tout  $k_{\parallel}$  s'écrit alors :

$$\mathcal{F} \geq 0 \quad (7.28)$$

$$\mathcal{M} \geq 0 \quad (7.29)$$

$$\varpi_0^2 \geq \frac{g_1^2}{\mathcal{M}}. \quad (7.30)$$

Les deux dernières conditions sont équivalentes à (7.27) pour  $k_{\parallel} = 0$ . Les deux premières conditions ne sont rien d'autres que celles gouvernant la stabilité des plasmas homogènes (cf section 6.2). Les équations (7.28) et (7.29) sont automatiquement vérifiées dans le cas des plasmas isotropes ( $\mathcal{F} = V_A^2$ ,  $\mathcal{M} = V_A^2$ ), tandis que (7.30) est une condition supplémentaire due à la stratification. Elle est trivialement satisfaite dans le cas homogène ( $\varpi_0^2 = 0$ ,  $g_1 = 0$ ). Dans le cas isotrope, on peut vérifier que l'on retrouve la condition donnée par *Ferrière et al.* [1999] (leur équation (32)).

La stabilité d'un plasma gyrotrope stratifié est donc gouvernée par les quatre paramètres suivants :

- $\mathcal{F}$  le paramètre de l'instabilité firehose.
- $\mathcal{M}$  le paramètre de l'instabilité miroir.
- $\varpi_0^2$  un premier paramètre dépendant de la stratification.
- $g_1^2$  un second paramètre dépendant de la stratification.

On s'intéresse alors de façon plus détaillée aux différents régimes de stabilité des modes de quasi-interchange, définis par le tableau (7.1),

Région I :	$\mathcal{M} > 0$	et	$\varpi_0^2 > \frac{g_1^2}{\mathcal{M}}$
Région II :	$\mathcal{M} > 0$	et	$\varpi_0^2 < \frac{g_1^2}{\mathcal{M}}$
Région III :	$\mathcal{M} < 0$	et	$\varpi_0^2 > \frac{g_1^2}{\mathcal{M}}$
Région IV :	$\mathcal{M} < 0$	et	$\varpi_0^2 < \frac{g_1^2}{\mathcal{M}}$

TAB. 7.1 – Les quatre différentes régions de stabilité dans le plan  $[\mathcal{M}, \varpi_0^2]$ .

et représentés sur la figure 7.3 ci-contre.

On cherche à préciser le comportement des modes de quasi-interchange suivant  $k_{\parallel}$ . La discussion porte alors selon le signe de  $\mathcal{F}$  et suivant la courbe séparant les régions I de II, et III de IV :

$$\mathcal{C}_{u,l}(k_{\parallel}=0) \equiv \varpi_0^2 = \frac{g_1^2}{\mathcal{M}}. \quad (7.31)$$

La discussion utilise également la condition de stabilité absolue donnée par (7.27) et le fait qu'un mode changeant sa stabilité à  $k_{\parallel}$  sur une des branches inférieure ou supérieure de la courbe  $\mathcal{C}(k_{\parallel})$  est stable partout au-dessus de cette branche et instable partout en-dessous de cette dernière.



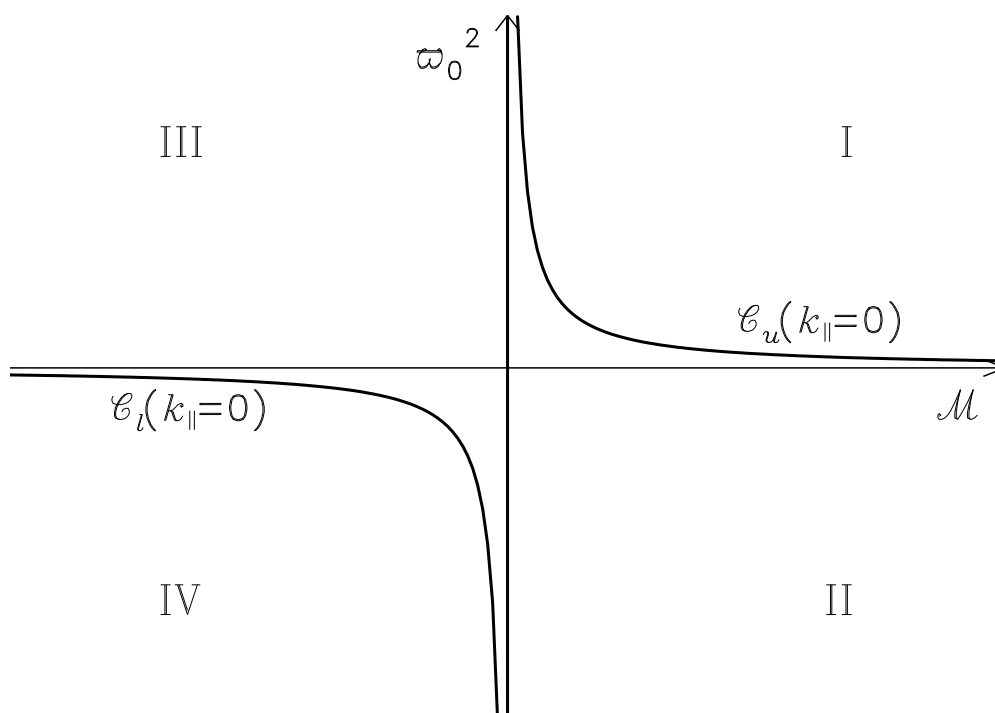


FIG. 7.3 – Partition dans le plan  $[\mathcal{M}, \varpi_0^2]$  des quatre régions de stabilité définies par le tableau (7.1). Les paramètres  $\mathcal{M}, g_1$  et  $\varpi_0^2$  sont donnés par (6.18), (7.20), et (7.21).  $\mathcal{C}_u(k_{||}=0)$  et  $\mathcal{C}_l(k_{||}=0)$  correspondent aux branches supérieures et inférieures de la courbe de stabilité marginale pour  $k_{||} = 0$  (définie par (7.31)).

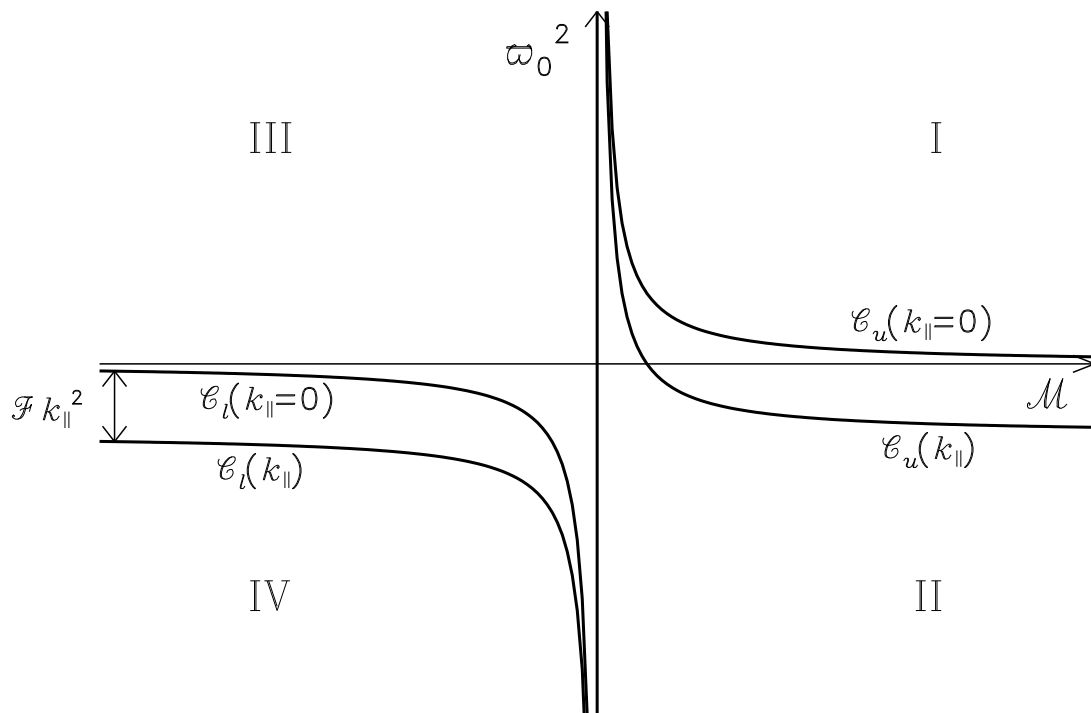


FIG. 7.4 – Figure illustrant les quatre régions de stabilité définies par le tableau (7.1) dans le cas  $\mathcal{F} > 0$ . Les paramètres  $\mathcal{F}$ ,  $\mathcal{M}$ ,  $g_1$  et  $\varpi_0^2$  sont donnés par (6.17), (6.18), (7.20), et (7.21). Comme dans le cas de la Figure 7.3, les lignes séparants les régions I de II et III de IV correspondent aux branches supérieures et inférieures de la courbe de stabilité marginale à  $k_{\parallel} = 0$ ,  $\mathcal{C}(k_{\parallel}=0)$  (cf (7.31)). Dans ce cas, la courbe de stabilité marginale pour un  $k_{\parallel}$  donné,  $\mathcal{C}(k_{\parallel})$  (cf (7.32)), correspond simplement à la courbe  $\mathcal{C}(k_{\parallel}=0)$  translatée vers le bas d'une quantité  $\mathcal{F} k_{\parallel}^2$ .

Cas où  $\mathcal{F} \geq 0$  :

La figure 7.4 illustre non seulement la courbe de stabilité marginale à  $k_{\parallel} = 0$ , mais aussi cette même courbe pour une valeur de  $k_{\parallel}$  non-nulle,

$$\mathcal{C}_{u,l}(k_{\parallel}) \equiv \varpi_0^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2 = \frac{g_1^2}{\mathcal{M}}. \quad (7.32)$$

La courbe  $\mathcal{C}(k_{\parallel})$  coïncide avec la courbe  $\mathcal{C}(k_{\parallel} = 0)$  translatée vers le bas d'une quantité  $\mathcal{F} k_{\parallel}^2$  positive.

Sachant qu'un mode change de stabilité suivant sa position par rapport aux branches de la courbe  $\mathcal{C}(k_{\parallel})$  et qu'il est stable au-dessus de cette branche et instable en-dessous, on en déduit les conclusions suivantes :

1. Tous les modes sont stables en région I pour tout  $k_{\parallel}$ , les conditions (7.28)-(7.30) étant remplies.
2. Sur la branche  $\mathcal{C}_u(k_{\parallel} = 0)$ , un mode, repéré par W1, devient instable à  $k_{\parallel} = 0$ .
3. Ce mode W1 est instable pour  $k_{\parallel}$  petit et stable sinon en région II, tandis que les autres modes sont stables pour tout  $k_{\parallel}$ . Plus précisément, en repérant par P la position de W1 dans le plan  $[\mathcal{M}, \varpi_0^2]$  et par  $k_{\parallel}^*$  le vecteur d'onde parallèle critique tel que  $\mathcal{C}_u(k_{\parallel}^*)$  passe par P, donné par :

$$\mathcal{F} (k_{\parallel}^*)^2 = \frac{g_1^2}{\mathcal{M}} - \varpi_0^2 \quad (7.33)$$

alors W1 est instable pour  $k_{\parallel} < k_{\parallel}^*$  et stable pour  $k_{\parallel} > k_{\parallel}^*$ .

En effet, pour  $k_{\parallel} < k_{\parallel}^*$ , la courbe  $\mathcal{C}_u(k_{\parallel})$  est au-dessus de la courbe  $\mathcal{C}_u(k_{\parallel}^*)$  et puisque P est en-dessous de  $\mathcal{C}_u(k_{\parallel})$  W1 est instable pour  $k_{\parallel}$ .

4. W1 est instable pour tout  $k_{\parallel}$  en région III, puisque cette région est toujours située en-dessous de toutes les courbes  $\mathcal{C}_u(k_{\parallel})$ . Les autres modes sont stables pour tout  $k_{\parallel}$ .
5. Sur la branche  $\mathcal{C}_l(k_{\parallel} = 0)$ , un deuxième mode, repéré par W2, devient instable à  $k_{\parallel} = 0$ .
6. W1 est instable en région IV pour tout  $k_{\parallel}$ , W2 est instable pour  $k_{\parallel} < k_{\parallel}^*$  et stable pour  $k_{\parallel} > k_{\parallel}^*$ , et le dernier mode de quasi-interchange est stable pour tout  $k_{\parallel}$  car il ne peut y avoir que deux modes instables.  $k_{\parallel}^*$  est le vecteur d'onde critique tel que  $\mathcal{C}_l(k_{\parallel}^*)$  passe par la position de W2 dans le plan  $[\mathcal{M}, \varpi_0^2]$ , son expression étant également donnée par l'équation (7.32). Le mode W1 est toujours plus instable que W2 pour tout  $k_{\parallel}$ .

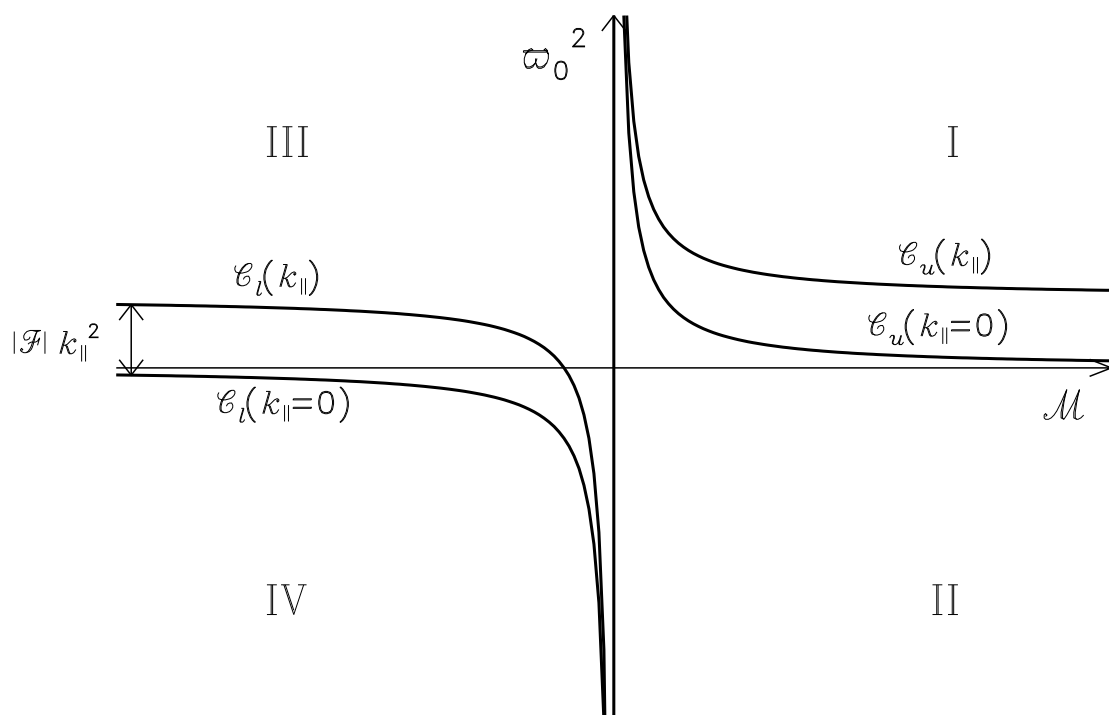


FIG. 7.5 – Figure illustrant les quatre régions de stabilité définies par le tableau (7.1) dans le cas  $\mathcal{F} < 0$ . Tous les symboles ont été définis dans la figure précédente. Ici, la courbe de stabilité marginale pour  $k_{\parallel}$ ,  $\mathcal{C}(k_{\parallel})$ , correspond à la courbe  $\mathcal{C}(k_{\parallel}=0)$  translatée vers le haut d'une quantité  $|\mathcal{F}| k_{\parallel}^2$ .

**Cas où  $\mathcal{F} < 0$  :**

La courbe  $\mathcal{C}(k_{\parallel})$  coïncide avec la courbe  $\mathcal{C}(k_{\parallel} = 0)$  translatée vers le haut d'une quantité  $|\mathcal{F}| k_{\parallel}^2$  positive (figure 7.5), ce qui constitue la différence avec le cas précédent.

En adaptant le raisonnement du cas  $\mathcal{F} \geq 0$  à ce cas de figure, on obtient les conclusions suivantes :

1. Tous les modes sont stables en région I pour tout  $k_{\parallel}$ , à part un mode, repéré par W1, qui est stable pour  $k_{\parallel} < k_{\parallel}^*$  et instable pour  $k_{\parallel} > k_{\parallel}^*$ , avec :

$$|\mathcal{F}| (k_{\parallel}^*)^2 = \varpi_0^2 - \frac{g_1^2}{\mathcal{M}} \quad (7.34)$$

En effet, si P désigne la position de W1 dans le plan  $[\mathcal{M}, \varpi_0^2]$  et par  $k_{\parallel}^*$  le vecteur d'onde parallèle critique tel que  $\mathcal{C}_u(k_{\parallel}^*)$  passe par P, la courbe  $\mathcal{C}_u(k_{\parallel})$  se trouve au-dessus de  $\mathcal{C}_u(k_{\parallel}^*)$  pour  $k_{\parallel} > k_{\parallel}^*$  et W1 est instable.

2. Sur la courbe  $\mathcal{C}_u(k_{\parallel} = 0)$ , W1 devient instable pour  $k_{\parallel} = 0$ .
3. W1 est instable en région II pour tout  $k_{\parallel}$ , et tous les autres modes sont stables pour tout  $k_{\parallel}$ .
4. W1 est instable en région III pour tout  $k_{\parallel}$ , un autre mode, repéré par W2, est stable pour  $k_{\parallel} < k_{\parallel}^*$  et instable pour  $k_{\parallel} > k_{\parallel}^*$ , et le dernier mode de quasi-interchange est stable pour tout  $k_{\parallel}$ . W1 est plus instable ici aussi que W2 pour tout  $k_{\parallel}$ .
5. Sur la courbe  $\mathcal{C}_l(k_{\parallel} = 0)$ , W2 devient instable pour  $k_{\parallel} = 0$ .
6. W1 et W2 sont instables en région IV pour tout  $k_{\parallel}$ , tandis que le dernier mode de quasi-interchange est stable pour tout  $k_{\parallel}$ , car deux modes et seulement deux sont instable dans cette région.

## 7.4 Identification des modes dans le cas sans rotation

L'objectif de la section précédente était de déterminer le nombre de solutions instables dans le plan  $[\mathcal{M}, \varpi_0^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2]$ , ainsi que le vecteur d'onde parallèle critique à partir duquel les différentes instabilités apparaissent. L'objectif de cette section est d'identifier les modes instables, du point de vue pseudo-MHD discuté dans le chapitre précédent (Alfvén, lent et miroir) et du point de vue quasi-interchange (type 1 / type 2) d'après la classification de *Newcomb* [1961].

### 7.4.1 Point de vue quasi-interchange

Un mode de quasi-interchange est par définition de type 1 ou 2 suivant s'il vérifie la relation (7.11) ou la relation (7.13) à  $k_{\parallel} = 0$ . Lorsque  $\omega_0^2(z \rightarrow \infty) = 0$ , les deux types sont dégénérés et la possibilité pour deux modes d'échanger leur type existe. Il apparaît dès lors essentiel de localiser la courbe  $\mathcal{L}_1$  correspondant à :

$$\mathcal{L}_1 \equiv \omega_0^2(z \rightarrow \infty) = 0 \quad (7.35)$$

dans le plan  $[\mathcal{M}, \varpi_0^2]$ , et notamment de la comparer à la courbe  $\mathcal{C}(k_{\parallel} = 0)$ .

Puisque, d'après (7.12) et (7.21),

$$\omega_0^2(z \rightarrow \infty) = \varpi_0^2 + \left[ \left( \frac{g_{\alpha}}{C_{\parallel}^2} - 2c_{\alpha} \right) g_{\alpha} + 3C_{\parallel}^2 c_{\alpha}^2 - \frac{g_0^2}{V_A^2 + 2C_{\perp}^2} \right], \quad (7.36)$$

on obtient :

$$\mathcal{L}_1 \equiv \varpi_0^2 = - \left[ \left( \frac{g_{\alpha}}{C_{\parallel}^2} - 2c_{\alpha} \right) g_{\alpha} + 3C_{\parallel}^2 c_{\alpha}^2 - \frac{g_0^2}{V_A^2 + 2C_{\perp}^2} \right], \quad (7.37)$$

et en utilisant la relation

$$\begin{aligned} \omega_0^2(\infty) - \omega_0^2(0) &= \left[ C_{\parallel}^2(\infty) - C_{\parallel}^2(0) \right] c_{\alpha}^2 \\ &\quad - \left[ \frac{1}{V_A^2 + C_{\perp}^2(\infty)} - \frac{1}{V_A^2 + C_{\perp}^2(0)} \right] g_0^2, \end{aligned} \quad (7.38)$$

l'expression (7.37) se ré-écrit :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 \equiv \varpi_0^2 &= \frac{g_1^2}{\mathcal{M}} - \frac{\mathcal{M} + \frac{C_{\perp}^4}{C_{\parallel}^2}}{\mathcal{M}} \frac{g^2(0)}{C_{\parallel}^2} \\ &\quad - \left[ C_{\parallel}^2(\infty) - C_{\parallel}^2(0) \right] c_{\alpha}^2 \\ &\quad + \left[ \frac{1}{V_A^2 + C_{\perp}^2(\infty)} - \frac{1}{V_A^2 + C_{\perp}^2(0)} \right] g_0^2, \end{aligned} \quad (7.39)$$

où les indices  $\infty$  et  $0$  indiquent que la limite  $\omega \rightarrow \infty$  et  $\omega \rightarrow 0$  des paramètres doit être considérée.

En comparant l'expression (7.39) avec l'expression (7.31), on remarque que dans le domaine  $\mathcal{M} > 0$ , la courbe  $\mathcal{L}_1$  se trouve toujours en-dessous de la courbe  $\mathcal{C}(k_{\parallel} = 0)$ . En effet, dans ce domaine on vérifie aisément que les trois derniers termes de l'équation (7.39) sont négatifs, car :

$$\mathcal{C}_{\parallel}^2(\infty) = 3 C_{\parallel}^2$$

$$\mathcal{C}_{\parallel}^2(0) = C_{\parallel}^2$$

$$\mathcal{C}_{\perp}^2(\infty) = 2 C_{\perp}^2$$

$$\mathcal{C}_{\perp}^2(0) = 2 C_{\perp}^2 - \sum_s (C_{s\perp}^4 / C_{s\parallel}^2)$$

$$V_A^2 + \mathcal{C}_{\perp}^2(0) = \mathcal{M} + C_{\perp}^4 / C_{\parallel}^2 > 0$$

Pour des petites valeurs de  $\mathcal{M}$  négatives,  $\mathcal{L}_1$  est au-dessus de  $\mathcal{C}(k_{\parallel} = 0)$  qui tend vers  $-\infty$  lorsque  $\mathcal{M} \rightarrow 0^-$ . Pour des valeurs de  $\mathcal{M}$  plus négatives,  $\mathcal{L}_1$  peut soit être au-dessus de  $\mathcal{C}(k_{\parallel} = 0)$ , soit être en-dessous. La position exacte des deux courbes dans ce domaine de paramètre ne dépend pas que du seul paramètre  $g_1$  entrant dans la définition de  $\mathcal{C}(k_{\parallel} = 0)$ .

La figure 7.6 illustre les différentes possibilités : soit les deux courbes ne s'intersectent jamais, soit elles s'intersectent deux fois dans le domaine  $\mathcal{M} < 0$ .

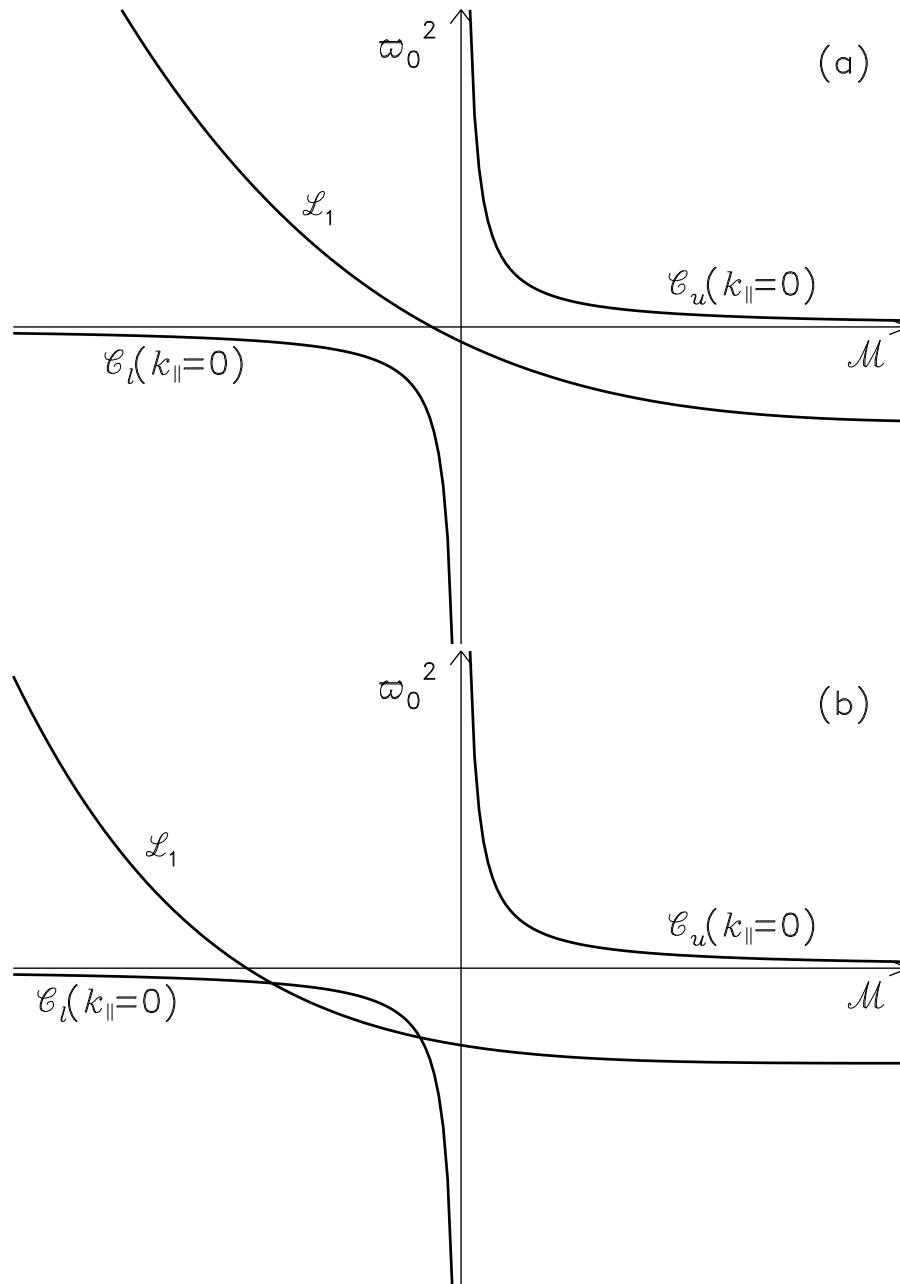


FIG. 7.6 – Branches supérieure et inférieure de la courbe de stabilité marginale pour  $k_{\parallel} = 0$ ,  $\mathcal{C}(k_{\parallel}=0)$  (définie par (7.31)), et courbe critique pour laquelle le mode de type 1 est stable marginalement pour  $k_{\parallel} = 0$ ,  $\mathcal{L}_1$  (définie par (7.35) ou, de façon équivalente, par (7.36)), dans le plan  $[\mathcal{M}, \omega_0^2]$ . Dans le cas où  $\mathcal{M} > 0$ , la courbe  $\mathcal{L}_1$  se trouve toujours en-dessous de la courbe  $\mathcal{C}(k_{\parallel}=0)$ . Dans le cas où  $\mathcal{M} < 0$ , la courbe  $\mathcal{L}_1$  se trouve, soit entièrement au-dessus de la courbe  $\mathcal{C}(k_{\parallel}=0)$  (situation illustrée en (a)), soit elle intersecte la courbe  $\mathcal{C}(k_{\parallel}=0)$  (situation illustrée en (b)).



La courbe  $\mathcal{L}_1$  définit les régions où le mode de type 1 est stable ou instable. Ainsi on déduit de l'équation (7.11) qu'à  $k_{\parallel} = 0$ , le mode de type 1 est stable si et seulement si  $\omega_0(z \rightarrow \infty) \geq 0$ , c'est à dire s'il se trouve au-dessus ou sur la courbe  $\mathcal{L}_1$ . On s'intéresse maintenant au comportement et à la stabilité du mode de quasi-interchange de type 1 lorsque  $k_{\parallel} \neq 0$ . La discussion porte ici encore sur le signe de  $\mathcal{F}$  le paramètre firehose.

Lorsque  $\mathcal{F} > 0$ , on démontre par l'absurde, à l'aide de la figure 4, qu'un mode stable à  $k_{\parallel} = 0$  est stable à tout  $k_{\parallel}$ , et ceci indépendamment de son type.

En effet, si on considère un mode instable pour un  $k_{\parallel} \neq 0$  donné, sa position P dans le plan  $[\mathcal{M}, \varpi_0^2]$  sera en-dessous de l'une des deux branches (inférieure ou supérieure) de la courbe  $\mathcal{C}(k_{\parallel})$ . Puisque cette courbe  $\mathcal{C}(k_{\parallel})$  est en-dessous de  $\mathcal{C}(k_{\parallel} = 0)$ , P se trouve également en-dessous de l'une des deux branches correspondant à  $\mathcal{C}(k_{\parallel} = 0)$  et donc le mode est instable à  $k_{\parallel} = 0$ .

En conséquence, au-dessus de  $\mathcal{L}_1$ , le mode de type 1 est stable nonseulement à  $k_{\parallel} = 0$ , mais aussi pour tout  $k_{\parallel} \neq 0$ . En-dessous de  $\mathcal{L}_1$ , le mode de type 1 est instable à  $k_{\parallel} = 0$  et pour tout  $k_{\parallel} < k_{\parallel_{cri}}$ , avec  $k_{\parallel_{cri}}$  donné par (7.33) ou égal à  $\infty$ .

Lorsque  $\mathcal{F} < 0$ , un mode de type 1 à  $k_{\parallel} = 0$  est stable si il est situé au-dessus de  $\mathcal{L}_1$  et instable en-dessous. Cependant dans ce cas de figure, la courbe  $\mathcal{C}(k_{\parallel})$  se trouve maintenant au-dessus de la courbe  $\mathcal{C}(k_{\parallel} = 0)$  comme illustré sur la figure 7.5 et il n'y a aucune garantie qu'au-dessus de la courbe  $\mathcal{L}_1$  un mode de type 1 reste stable pour tout  $k_{\parallel}$ .

En résumé :

1. Au-dessus de  $\mathcal{L}_1$  ( $\omega_0^2(z \rightarrow \infty) > 0$ ) :

- un mode de type 1 est stable pour tout  $k_{\parallel}$  si  $\mathcal{F} > 0$  ;
- un mode de type 1 est stable à  $k_{\parallel} = 0$  si  $\mathcal{F} < 0$ .

2. En-dessous de  $\mathcal{L}_1$  ( $\omega_0^2(z \rightarrow \infty) < 0$ ) :

- un mode de type 1 est instable à  $k_{\parallel} = 0$  quelque soit le signe de  $\mathcal{F}$ .

La seconde propriété de la courbe  $\mathcal{L}_1$  concerne la possibilité pour deux modes de quasi-interchange de types différents d'échanger de type à  $k_{\parallel} = 0$ . Le mode marginalement stable sur la courbe  $\mathcal{C}(k_{\parallel} = 0)$  est tel que  $\omega = 0$  d'après (7.31), (7.22) et (7.17) et donc nécessairement de type 2. Cependant ce mode peut devenir un mode de type 1, qui est tel que  $\omega = \omega_0^2(z \rightarrow \infty)$ , sur la courbe  $\mathcal{L}_1$ . Une telle permutation de type n'est possible que sur la courbe  $\mathcal{L}_1$ , de manière à assurer le fait que le mode de type 1 à  $k_{\parallel} = 0$  change de stabilité sur cette courbe. Au cours d'une telle permutation (type 1 / type 2), le nombre total de modes instables reste le même.

On conclut maintenant en spécifiant les types des mode de quasi-interchange instables, suivant le signe de  $\mathcal{F}$ , en s'aidant de la section 7.3.2 et des figures 7.4 et 7.5. On rappelle au préalable que les modes de quasi-interchange sont au nombre de trois, un de type 1 et deux de type 2, et qu'au maximum deux et seulement deux peuvent être instables.

**Cas où  $\mathcal{F} \geq 0$  :**

1. Tous les modes sont stables en région I.
2. Un mode et un seul est instable en régions II et III. Ce mode est de type 2 au-dessus de  $\mathcal{L}_1$  (le mode de type 1 étant stable au-dessus de cette courbe), et de type 1 en-dessous de  $\mathcal{L}_1$ .
3. Deux modes exactement sont instables en région IV. Un des deux, W1 dans la section 7.3.2, est instable pour tout  $k_{\parallel}$ , l'autre, W2, l'est seulement pour  $k_{\parallel} < k_{\parallel}^*$ , avec  $k_{\parallel}^*$  défini par l'équation (7.33). Au-dessus de  $\mathcal{L}_1$  (configuration possible seulement lorsque  $\mathcal{L}_1$  intersecte  $\mathcal{C}_l(k_{\parallel} = 0)$ , cf figure 7.6b), les deux modes instables sont de type 2. En-dessous de  $\mathcal{L}_1$ , un des deux modes instables est de type 1 et le deuxième de type 2. Puisque W1 est toujours plus instable que W2, et puisqu'à  $k_{\parallel} = 0$  le mode de type 1 (qui a  $\omega = +i\sqrt{|\omega_0^2(z \rightarrow \infty)|}$ ) est plus instable que celui de type 2 (qui a  $\omega = 0$ ), la seule possibilité est que W1 est de type 1 et W2 de type 2.

**Cas où  $\mathcal{F} < 0$  :**

Ce cas est plus compliqué et les conclusions ne sont pas toujours permises. La raison principale provient du fait que, contrairement au cas où  $\mathcal{F} > 0$ , le mode de type 1 n'est pas forcément stable pour tout  $k_{\parallel}$  au-dessus de  $\mathcal{L}_1$ . Par contre il l'est toujours pour  $k_{\parallel} = 0$ .

1. Un mode est instable en région 1 pour  $k_{\parallel} > k_{\parallel}^*$ , avec  $k_{\parallel}^*$  défini par (7.34). Ce mode peut être de type 1 (stable seulement pour  $k_{\parallel} = 0$ ) ou de type 2.
2. Un mode est instable pour tout  $k_{\parallel}$  en région II. Ce mode est de type 2 au-dessus de  $\mathcal{L}_1$  (où le mode de type 1 est stable à  $k_{\parallel} = 0$ ) et de type 1 en-dessous (où le mode de type 1 est instable à  $k_{\parallel} = 0$ ).
3. Deux modes sont instables en région III. W1 est instable pour tout  $k_{\parallel}$ , et W2 instable seulement pour  $k_{\parallel} > k_{\parallel}^*$ . Au-dessus de  $\mathcal{L}_1$ , W1 est de type 2, tandis que W2 peut être de type 1 ou de type 2. En-de ssous de  $\mathcal{L}_1$ , W1 est de type 1 et W2 de type 2.
4. Deux modes sont instables pour tout  $k_{\parallel}$  en région IV. Au-dessus de  $\mathcal{L}_1$ , ces deux modes instables sont de type 2. En-dessous de  $\mathcal{L}_1$ , le plus instable des deux est de type 1 (là encore, le type 1 est plus instable que le type 2 à  $k_{\parallel} = 0$ ) et l'autre est de type 2.

Le tableau page suivante récapitule cette discussion.

Domaines espace des paramètres				Modes instables	Domaine instabilité
$\mathcal{F} > 0$	$\mathcal{M} > 0$	I	au-dessous $\mathcal{L}_1$	type 2 type 1	$k_{\parallel} < k_{\parallel}^*$ $k_{\parallel} < k_{\parallel}^*$
		II	au-dessus $\mathcal{L}_1$		
			en-dessous $\mathcal{L}_1$		
	$\mathcal{M} < 0$	III	au-dessus $\mathcal{L}_1$	type 2	$\forall k_{\parallel}$
			en-dessous $\mathcal{L}_1$	type 1	$\forall k_{\parallel}$
		IV	au-dessus $\mathcal{L}_1$	type 2	$\forall k_{\parallel}$
				type 2	$k_{\parallel} < k_{\parallel}^*$
			en-dessous $\mathcal{L}_1$	type 1	$\forall k_{\parallel}$
$\mathcal{F} < 0$	$\mathcal{M} > 0$	I	au-dessus $\mathcal{L}_1$	type 1 or 2	$k_{\parallel} > k_{\parallel}^*$
		II	au-dessus $\mathcal{L}_1$	type 2	$\forall k_{\parallel}$
			en-dessous $\mathcal{L}_1$	type 1	$\forall k_{\parallel}$
	$\mathcal{M} < 0$	III	au-dessus $\mathcal{L}_1$	type 2	$\forall k_{\parallel}$
				type 1 or 2	$k_{\parallel} > k_{\parallel}^*$
			en-dessous $\mathcal{L}_1$	type 1	$\forall k_{\parallel}$
		IV		type 2	$k_{\parallel} > k_{\parallel}^*$
			au-dessus $\mathcal{L}_1$	type 2	$\forall k_{\parallel}$
				type 2	$\forall k_{\parallel}$
			en-dessous $\mathcal{L}_1$	type 1	$\forall k_{\parallel}$
			type 2	$\forall k_{\parallel}$	

TAB. 7.2 – Type des modes de quasi-interchange instables et vecteur d’onde correspondant  $k_{\parallel}$  dans les différents domaines de l’espace des paramètres émergeant de notre étude. Les paramètres  $\mathcal{F}$  et  $\mathcal{M}$  sont donnés par (6.17) et (6.18). Les régions I – IV sont définies par le tableau (7.1) et représentées sur la figure (7.3). La courbe critique  $\mathcal{L}_1$  est définie par (7.35) et représentée sur la figure (7.6). Le vecteur d’onde parallèle critique  $k_{\parallel}^*$  est donné par (7.33) lorsque  $\mathcal{F} > 0$  et par (7.34) lorsque  $\mathcal{F} < 0$ .

Dans le cas isotrope étudié par *Ferrière et al.* [1999], on retrouve les résultats de stabilité correspondant aux trois premières lignes du tableau ( $\mathcal{F} > 0$  et  $\mathcal{M} > 0$ ), en définissant les différents régimes de stabilité à l’aide du membre de droite de leur équation (32) repéré ici par  $(\omega_0^2)_{cri}$  :

$$(\omega_0^2)_{cri} = \frac{V_A^2 (g_{\alpha} - 2C_s^2 c_{\alpha})^2}{C_s^2 (V_A^2 + C_s^2)}, \quad (7.40)$$

1. Tous les modes sont stables pour  $\omega_0^2 \geq (\omega_0^2)_{cri}$ .
2. Le mode de type 1 est stable et le mode de type 2 instable pour  $00 < \omega_0^2 < (\omega_0^2)_{cri}$ .
3. Le mode de type 1 est instable et le mode de type 2 est stable pour  $\omega_0^2 < 0$ .

La région I correspond au cas 1, la région II au-dessus de  $\mathcal{L}_1$  au cas 2 et la région III en-dessous de  $\mathcal{L}_1$  au cas 3. L’expression de  $\omega_0^2$  est donnée par (7.12) prise dans la limite isotrope.

### 7.4.2 Point de vue pseudo-MHD

La méthode pour identifier les différents modes de quasi-interchange du point de vue pseudo-MHD est de suivre ces modes numériquement jusqu'à des valeurs du vecteur d'onde parallèle suffisamment importante pour atteindre leur limite homogène (décrite par l'annulation du second membre de l'équation (7.16)), dans laquelle on peut les distinguer en utilisant les résultats du chapitre 6.

Analytiquement, il suffit de considérer que la stabilité d'un mode de quasi-interchange à  $k_{\parallel} \gg H_{\text{str}}$  (limite homogène, avec  $H_{\text{str}}$  une échelle de hauteur représentative des effets de la stratification) est la même que celle du mode pseudo-MHD correspondant dans la limite  $k_{\parallel} \ll k$  (régime de quasi-interchange). En conséquence, le mode lent, qui est toujours stable dans un milieu homogène, est nécessairement stable à  $k_{\parallel} \gg H_{\text{str}}$ ; le mode d'Alfvén est stable ou instable à  $k_{\parallel} \gg H_{\text{str}}$  si  $\mathcal{F} \geq 0$  ou  $\mathcal{F} < 0$ ; le mode miroir est stable ou instable à  $k_{\parallel} \gg H_{\text{str}}$  si  $\mathcal{M} \geq 0$  ou  $\mathcal{M} < 0$ . Pour compléter cette vision partielle, un traitement numérique est nécessaire.

La figure 7.7 illustre un tel traitement numérique, avec pour les grandeurs du cas homogène utilisées  $V_A = 2$ ,  $C_{i\perp} = C_{e\perp} = 1$ ,  $C_{i\parallel} = C_{e\parallel} = 0.6$  et les grandeurs de la stratification  $\mathbf{g} = \nabla\rho_0/\rho_0 = 0.1\hat{e}_\alpha$ , de telle manière que  $H_{\text{str}} \simeq 0.1$ . Le mode miroir est instable dans le cas homogène car  $\mathcal{M} < 0$ , tandis que  $\omega_0^2(z \rightarrow \infty) > 0$  et  $\varpi_0^2 > (g_1/\mathcal{M})$ , de telle sorte que le mode de quasi-interchange de type 1 soit stable pour tout  $k_{\parallel}$  et que l'on se trouve en région III sur la figure 7.4.

La figure 7.7a représente l'évolution des trois modes de quasi-interchange dans le plan complexe  $\omega$  lorsque  $k_{\parallel}$  augmente de 0 à 0.3. Pour obtenir cette évolution, nous avons résolu la relation de dispersion (7.11) en utilisant la même méthode que celle de la section 6.3.2 pour des valeurs de  $k_{\parallel}$  différentes et nous avons représenté les positions successives des modes dans ce plan complexe.

On remarque à  $k_{\parallel} = 0$  un mode qui est tel que  $\omega = \sqrt{\omega_0^2(z \rightarrow \infty)}$  (repéré par 'type 1' sur la figure) et deux autres modes tels que  $\omega = 0$  (repérés par 'type 2'). Le mode représenté par des carrés a deux branches, qui se rejoignent et quittent l'axe des ordonnées lorsque  $k_{\parallel}$  augmente (sens des flèches).

Sur la figure 7.7b sont représentés les modes d'Alfvén, lent et miroir dans un plasma homogène ayant les mêmes vitesses d'Alfvén et sonores que celui de la figure 7.7a. L'évolution de ces trois modes est obtenue à partir de la relation de dispersion (6.15) avec  $k = 1$  (cette valeur est arbitraire, du moment que  $k_{\parallel} \ll k$ ) pour les modes lent et miroir ou de (6.19) pour le mode d'Alfvén.

La comparaison entre les deux panneaux lorsque  $k_{\parallel}$  est proche de 0.3 montre que les modes représentés par des losanges, des carrés et des astérisques correspondent au mode d'Alfvén, lent et miroir, respectivement.

Les conclusions générales quant à l'identification de la nature pseudo-MHD des modes de quasi-interchange dépendent du signe de  $\mathcal{F}$  :

**Cas où  $\mathcal{F} \geq 0$  :**

1. Tous les modes sont stables en région I.
2. Un mode et un seul est instable en région II, pour  $k_{\parallel} < k_{\parallel}^*$ , avec  $k_{\parallel}^*$  donné par (7.33). Cette situation est compatible avec le fait que dans un plasma homogène, pour  $\mathcal{M}$  et  $\mathcal{F}$  positifs, tous les modes sont stables. De la résolution numérique on déduit que le mode instable est le mode lroir lorsque  $\mathcal{M} \lesssim \mathcal{F}$  et le mode d'Alfvén lorsque  $\mathcal{M} \gg \mathcal{F}$ , indépendamment de  $\varpi_0^2$ . En fait, le mode qui est instable dans un plasma stratifié est le mode le plus proche de l'instabilité dans un plasma homogène.
3. Un mode est instable en région III pour tout  $k_{\parallel}$ . Sa contrepartie homogène doit donc être instable pour  $k_{\parallel} \ll k$ . Or dans un plasma homogène avec  $\mathcal{F} \geq 0$  et  $\mathcal{M} < 0$ , le seul mode instable est le mode miroir. En conséquence le mode instable dans un plasma stratifié est le mode miroir.
4. Deux modes sont instables en région IV. Le plus instable, qui est instable pour tout  $k_{\parallel}$ , doit être le mode miroir, pour les raisons avancées juste au-dessus. L'autre mode, qui est instable pour  $k_{\parallel} < k_{\parallel}^*$ , est soit le mode d'Alfvén, soit le mode lent. D'après les résultats numériques, il semble que le mode d'Alfvén soit le plus facilement déstabilisé pour de faibles valeurs de  $\mathcal{F}$  et d'importantes différences de vitesses sonores partielles des ions et des électrons.

**Cas où  $\mathcal{F} < 0$  :**

Dans un milieu homogène avec  $\mathcal{F} < 0$ , le mode d'Alfvén est instable pour tout  $k_{\parallel}$  et donc en particulier pour  $k_{\parallel} \ll H_{\text{eq}}^{-1}$ . En vertu de quoi, le mode miroir est donc quant à lui instable dans ce régime de vecteurs d'onde parallèle si et seulement si  $\mathcal{M} < 0$ .

1. Un mode exactement est instable en région I et II, où  $\mathcal{M} \geq 0$  (pour  $k_{\parallel} > k_{\parallel}^*$  en région I, avec  $k_{\parallel}^*$  défini par (7.34), et pour tout  $k_{\parallel}$  en région II). Le mode instable est donc nécessairement le mode d'Alfvén.
2. Deux modes sont instables en région III et IV, où  $\mathcal{M} < 0$ . Ces modes instables doivent donc être les modes d'Alfvén et miroir. On peut supposer que le plus instable des deux est celui le plus proche de l'instabilité dans un plasma homogène et donc le mode miroir lorsque  $|\mathcal{M}| \gtrsim |\mathcal{F}|$  et le mode d'Alfvén inversement. Les résultats numériques confirment ce dernier point.

Le tableau (7.3) récapitule cette discussion.

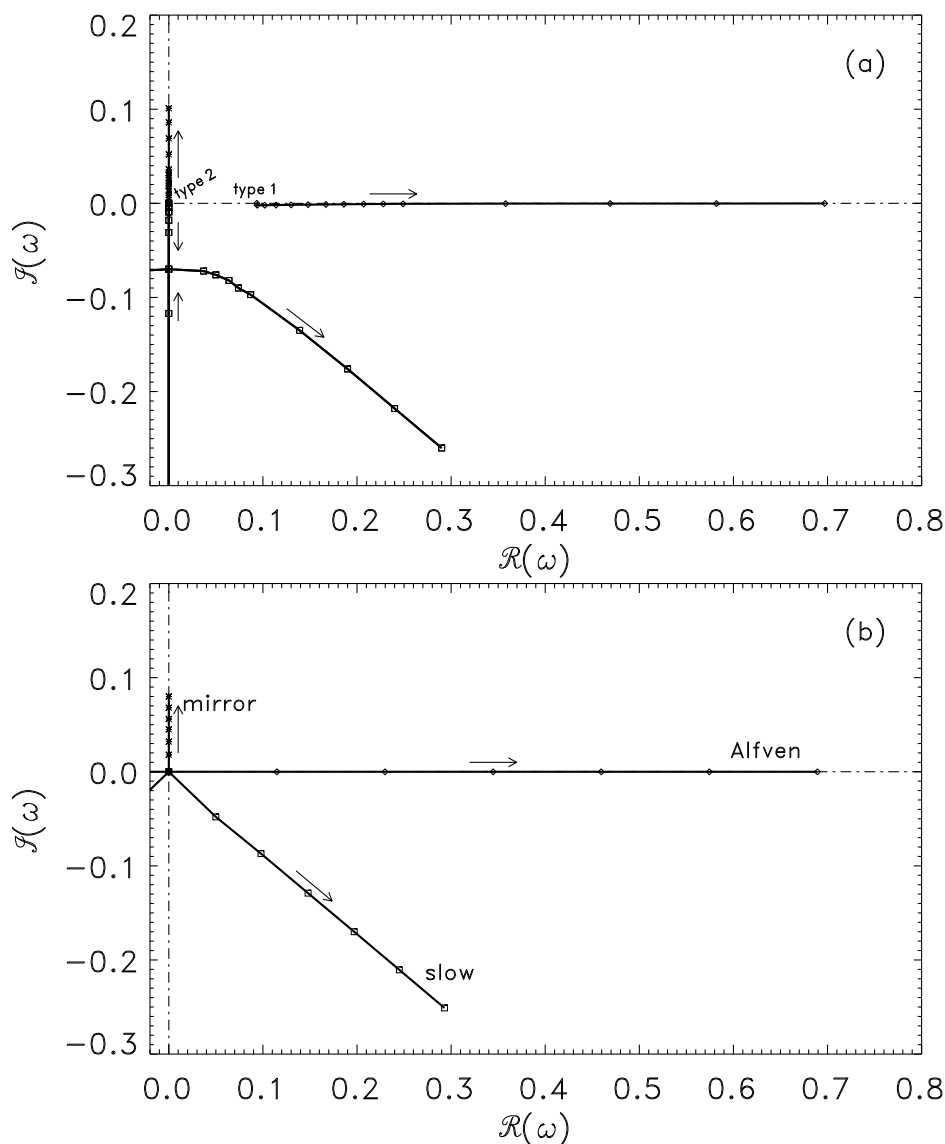


FIG. 7.7 – Évolution des trois modes de quasi-interchange dans le plan complexe  $\omega$  lorsque  $k_{\parallel}$  augmente de 0 à 0.3, (a) dans un plasma stratifié avec  $V_A = 2$ ,  $C_{i\perp} = C_{e\perp} = 1$ ,  $C_{i\parallel} = C_{e\parallel} = 0.6$ ,  $g_\alpha = 0.1$ ,  $c_\alpha = 0$ , et  $\rho'_0/\rho_0 = 0.1$ , (b) dans le plasma homogène correspondant pour  $k = 1$ . Le sens  $k_{\parallel}$  croissant le long des chemins est indiqué par les flèches. Les positions des différents modes sont représentées pour des valeurs de  $k_{\parallel}$  ((a) :  $k_{\parallel} = 0, 0.01, 0.02 \dots 0.09, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3$ ) et (b) :  $k_{\parallel} = 0, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3$ ) par des losanges (mode d'Alfvén (A)), des carrés (mode lent (S)), et des astérisques (mode miroir (M)).

Domaines espace des paramètres			Modes instables	Domaine instabilité
$\mathcal{F} > 0$	$\mathcal{M} > 0$	I	M ou A	$k_{\parallel} < k_{\parallel}^*$
		II		
	$\mathcal{M} < 0$	III	M	$\forall k_{\parallel}$
		IV	M A ou S	$\forall k_{\parallel}$ $k_{\parallel} < k_{\parallel}^*$
$\mathcal{F} < 0$	$\mathcal{M} > 0$	I	A	$k_{\parallel} > k_{\parallel}^*$
		II	A	$\forall k_{\parallel}$
	$\mathcal{M} < 0$	III	A ou M M ou A	$\forall k_{\parallel}$ $k_{\parallel} > k_{\parallel}^*$
		IV	A M	$\forall k_{\parallel}$ $\forall k_{\parallel}$

TAB. 7.3 – Pseudo-MHD nature (Alfvén, lent, ou miroir, repérés par A, S, or M, respectivement) et vecteur d’onde parallèle correspondant  $k_{\parallel}$  des modes instables dans les différents domaines de l’espace des paramètres émergeant de notre étude. Les paramètres  $\mathcal{F}$  et  $\mathcal{M}$  sont donnés par (6.17) et (6.18). Les régions I – IV sont définies par le tableau (7.1) et représentée sur la figure (7.3). Le vecteur d’onde parallèle critique  $k_{\parallel}^*$  est donné par (7.33) lorsque  $\mathcal{F} > 0$  et par (7.34) lorsque  $\mathcal{F} < 0$ .

La comparaison entre plasmas homogènes et stratifiés pour chaque mode donne :

1. Le mode d’Alfvén, dans un plasma homogène, est instable pour tout  $k_{\parallel}$  si et seulement si  $\mathcal{F} < 0$ . Dans un plasma stratifié, il ne reste pas nécessairement stable lorsque  $\mathcal{F} < 0$ ; il peut être déstabilisé pour  $k_{\parallel} < k_{\parallel}^*$ , avec  $k_{\parallel}^*$  donné par (7.34). Il reste cependant toujours instable pour  $\mathcal{F} < 0$ .
2. Le mode miroir, dans un plasma homogène, est instable seulement pour des petits  $k_{\parallel}$  si et seulement si  $\mathcal{M} < 0$ . Dans un plasma stratifié, le mode miroir ne reste pas forcément stable lorsque  $\mathcal{M} > 0$ ; si  $\mathcal{F} > 0$ , il peut être déstabilisé pour  $k_{\parallel} < k_{\parallel}^*$ , avec  $k_{\parallel}^*$  donné par (7.34). Il reste toujours instable lorsque  $\mathcal{M} < 0$ .
3. Le mode lent, dans un plasma homogène, est toujours stable. Dans un plasma stratifié, il peut être déstabilisé pour  $k_{\parallel} < k_{\parallel}^*$ , mais seulement dans les cas où  $\mathcal{F} > 0$  et  $\mathcal{M} < 0$ , avec  $k_{\parallel}^*$  donné par (7.34), de telle manière que le mode miroir soit déjà instable pour tout  $k_{\parallel}$ ,

### 7.4.3 Connections

Les connections identifiées entre les modes d'Alfvén, lent et miroir d'une part et les modes de quasi-interchange de type 1 et 2 d'autre part proviennent de la comparaison des tableaux 7.2 et 7.3. Elles sont résumées dans le tableau 7.4 et illustrées par la figure 7.8.

Domaine de l'espace des paramètres				mode de type 1	modes de type 2
$\mathcal{F} > 0$	$\mathcal{M} > 0$	I	au-dessus $\mathcal{L}_1$		
		II	au-dessus $\mathcal{L}_1$ en-dessous $\mathcal{L}_1$		S
	$\mathcal{M} < 0$	III	au-dessus $\mathcal{L}_1$ en-dessous $\mathcal{L}_1$	M	M A, S
		IV	au-dessus $\mathcal{L}_1$ en-dessous $\mathcal{L}_1$	M	M A, S
$\mathcal{F} < 0$	$\mathcal{M} > 0$	I	au-dessus $\mathcal{L}_1$		
		II	au-dessus $\mathcal{L}_1$ en-dessous $\mathcal{L}_1$	A	A S, M
	$\mathcal{M} < 0$	III	au-dessus $\mathcal{L}_1$ en-dessous $\mathcal{L}_1$		S A, M
		IV	au-dessus $\mathcal{L}_1$ en-dessous $\mathcal{L}_1$	S	S

TAB. 7.4 – Connections entre les modes pseudo-MHD (Alfvén, lent, et miroir, repérés par A, S, and M, respectivement) et les types de quasi-interchange (type 1 et type 2) dans les différents domaines de l'espace des paramètres donnés par le tableau (7.1).

De telles connections n'apparaissent pas toujours possibles. La situation est bien plus complexe que dans le cadre de la théorie double-adiabatique ou de la MHD idéale isotrope. Nous illustrons par quelques exemples numériques certaines de ces difficultés.



Les figures (7.8a) et (7.8b) illustrent un cas où  $\mathcal{F} < 0$  et  $\mathcal{M} > 0$ . Ces cas se trouvent en région I, au-dessus de  $\mathcal{L}_1$ .

Le mode miroir (représenté par des astérisques) reste sur l'axe des imaginaires pur négatif et tend directement vers 0 (type 2) lorsque  $k_{\parallel} \rightarrow 0$  (sens opposé à celui indiqué par les flèches).

Le mode lent, représenté par des carrés, reste dans le demi-plan inférieur et le mode est de type 2 (figure 7.8a) ou de type 1 (figure 7.8b) lorsque  $k_{\parallel} \rightarrow 0$ .

Le mode d'Alfvén, représenté par des diamants, possède deux branches, repérées par Alfvén<sup>+</sup>, instable, et par Alfvén<sup>-</sup>, stable. Lorsque  $k_{\parallel}$  décroît, les deux branches se rapprochent l'une de l'autre le long de l'axe imaginaire pur, jusqu'à fusionner juste en-dessous de l'origine. Le mode d'Alfvén se détache alors de l'axe imaginaire pur et devient un mode de type 1 (figure 7.8a) ou de type 2 (figure 7.8b).

Les modes lent et d'Alfvén échangent de type entre les figures (7.8a) et (7.8b), sans toutefois franchir la courbe  $\mathcal{L}_1$ , pour laquelle les deux modes coïncident à  $k_{\parallel} = 0$ .

La figure (7.8a) représente également un exemple où le mode de type 1 au-dessus de  $\mathcal{L}_1$  est stable à  $k_{\parallel} = 0$ , mais devient instable à partir d'une certaine valeur du vecteur d'onde parallèle. Cette situation n'est possible que lorsque  $\mathcal{F} < 0$ .

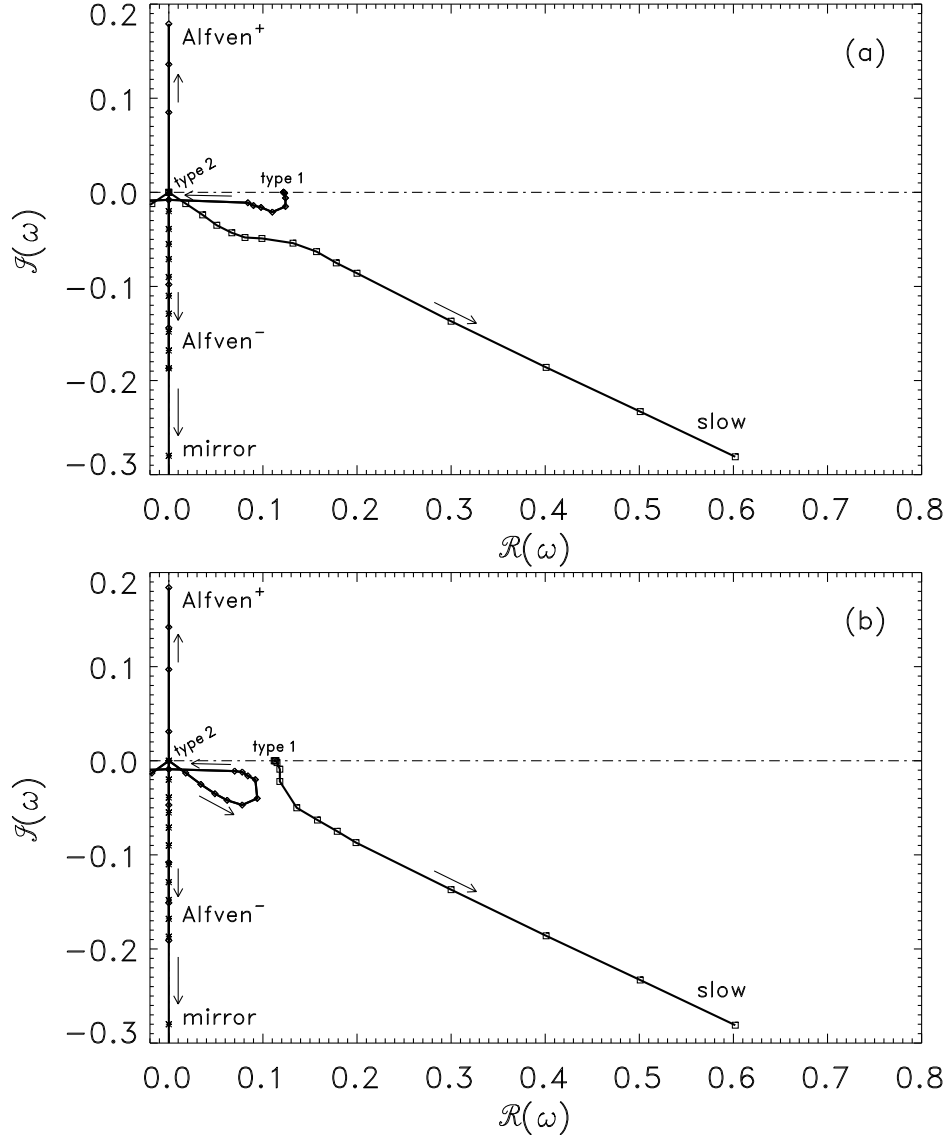


FIG. 7.8 – Evolution des trois modes de quasi-interchange dans le plan complexe  $\omega$  lorsque  $k_{\parallel}$  augmente de 0 à 0.3, dans un plasma stratifié avec  $V_A = 1$ ,  $C_{i\perp} = C_{e\perp} = 0.5$ ,  $C_{i\parallel} = C_{e\parallel} = 1$ ,  $g_{\alpha} = 0.1$ ,  $c_{\alpha} = 0$ , et (a)  $\rho'_0/\rho_0 = 0.20$ , et (b)  $\rho'_0/\rho_0 = 0.18$ . Le sens  $k_{\parallel}$  croissant le long des chemins est indiqué par les flèches. Les positions des différents modes sont représentées pour des valeurs de  $k_{\parallel}$  ( $k_{\parallel} = 0, 0.01, 0.02 \dots 0.09, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3$ ) par des diamants (mode d'Alfvén), carrés (mode lent), astérisques (mode miroir), et triangles (mode mixte Alfvén<sup>-</sup>-miroir).

Les figures (7.9a) et (7.9b) illustrent deux complications supplémentaires.

La première d'entre elles réside dans la possibilité pour deux modes de fusionner.

Dans ces deux figures, le mode lent, représenté par des carrés, reste différencié et devient de type 1 (figure a) ou de type 2 (figure b) lorsque  $k_{\parallel} \rightarrow 0$ .

Le mode d'Alfvén, représenté par des diamants, conserve deux branches distinctes. Lorsque  $k_{\parallel}$  décroît, la branche instable, repérée par  $\text{Alfvén}^+$ , descend le long de l'axe imaginaire pur positif et devient de type 2 (figure 7.9a) ou de type 1 (figure 7.9b), tandis que la branche stable, repérée par  $\text{Alfvén}^-$ , remonte le long de l'axe imaginaire pur négatif. Le mode d' $\text{Alfvén}^-$  est suivi par le mode miroir, repéré par des astérisques, jusqu'à ce que les deux modes fusionnent en-dessous de l'origine. Alors, lorsque  $k_{\parallel}$  décroît encore plus, le mode résultant de cette fusion, repéré par des triangles, quitte l'axe imaginaire pur, réalise une brève incursion dans le plan complexe avant de revenir sur l'axe imaginaire pur et de se rescinder en deux branches. L'une de ces deux branches est de type 2, tandis que l'autre tend vers  $-\infty$  lorsque  $k_{\parallel} \rightarrow 0$ .

Une conséquence importante de cette fusion pour le mode miroir, non-oscillatoire dans un plasma homogène, est qu'il peut sous certaines circonstances fusionner avec un autre mode et devenir oscillatoire dans une petite gamme de vecteurs d'onde parallèle.

Dans le cas de figure illustré ici, les modes lent et d'Alfvén échangent également leur type (1 ou 2) entre les figures 7.9a et 7.9b, en coupant la courbes  $\mathcal{L}_1$  pour laquelle les deux modes ont une fréquence nulle à  $k_{\parallel} = 0$ .

La seconde complication, illustrée dans la figure 7.9b, réside dans l'impossibilité parfois de relier un mode pseudo-MHD avec un seul type de modes de quasi-interchange. Par exemple ici, le mode d'Alfvén possède deux branches qui vont chacune constituer deux types de modes de quasi-interchange différents : la branche instable est de type 1, tandis que la branche stable, après fusion avec le mode miroir, est de type 2. C'est pourquoi les connections établies dans le tableau 4 sont à prendre avec précaution, les lettres A, S, M se référant soit aux purs modes d'Alfvén, lent et miroir (ou seulement à leur branche instable si ils sont instables), soit aux modes mixtes impliquant une de leur branche (souvent une branche stable).

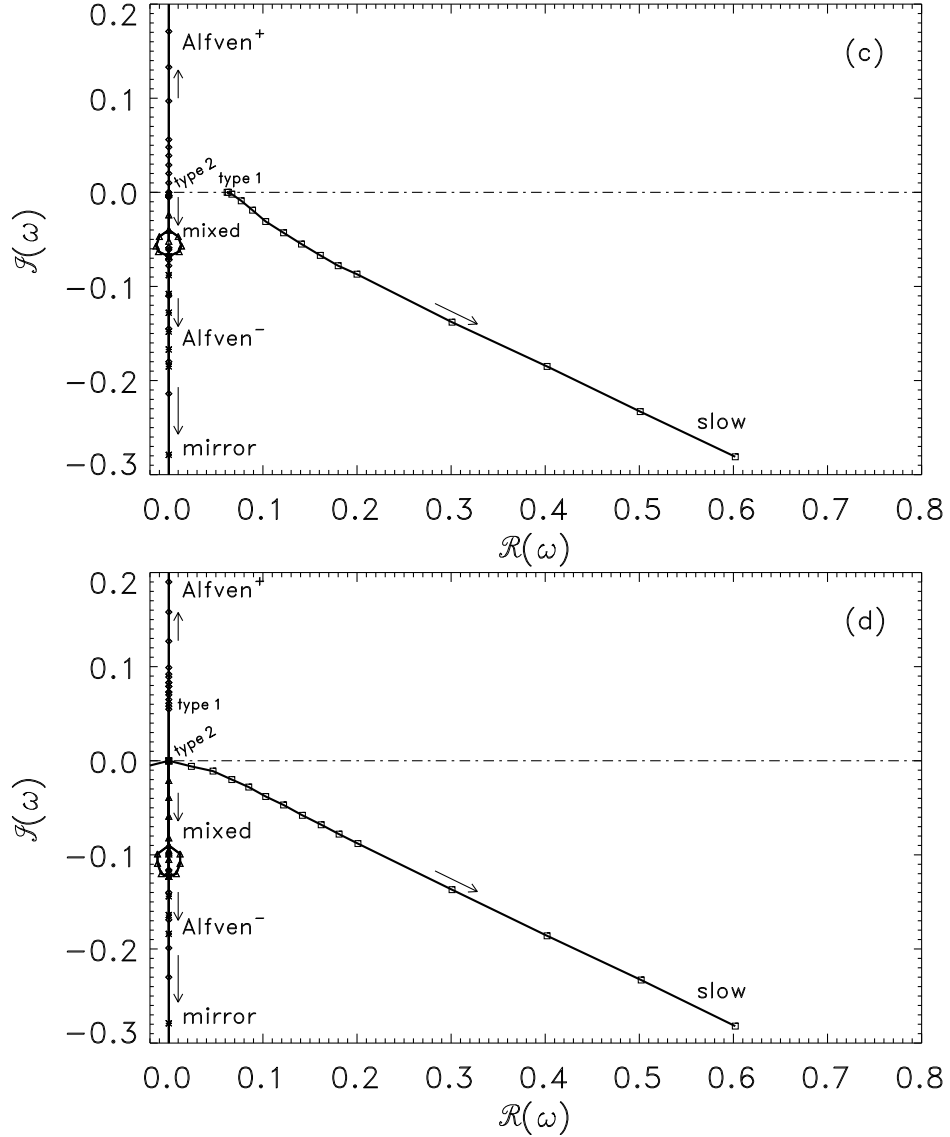


FIG. 7.9 – Evolution des trois modes de quasi-interchange dans le plan complexe  $\omega$  lorsque  $k_{\parallel}$  augmente de 0 à 0.3, dans un plasma stratifié avec  $V_A = 1$ ,  $C_{i\perp} = C_{e\perp} = 0.5$ ,  $C_{i\parallel} = C_{e\parallel} = 1$ , et (c)  $\rho'_0/\rho_0 = 0.09$ , et (d)  $\rho'_0/\rho_0 = 0.02$ . Le sens  $k_{\parallel}$  croissant le long des chemins est indiqué par les flèches. Les positions des différents modes sont représentées pour des valeurs de  $k_{\parallel}$  ( $k_{\parallel} = 0, 0.01, 0.02 \dots 0.09, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3$ ) par des diamants (mode d'Alfvén), carrés (mode lent), astérisques (mode miroir), et triangles (mode mixte Alfvén<sup>-</sup>-miroir).

## 7.5 Conclusions

Ce chapitre retrace l'étude des ondes et instabilités basse-fréquence dans un plasma proton-électron gyrotrope inhomogène, en rotation, à l'aide du formalisme mixte MHD-cinétique présenté précédemment. Pour obtenir la relation de dispersion de ces ondes, plusieurs hypothèses ont été nécessaires et sont résumées ci-dessous :

- Les paramètres de l'équilibre sont invariants le long des lignes de champ.
- Les fonctions de distribution des espèces composant le plasma sont bi-Maxwelliennes à l'équilibre.

L'analyse de l'équation de dispersion obtenue (7.11) montre que les modes pseudo-MHD d'Alfvén, lent et miroir sont affectés par la stratification et la rotation dans le régime  $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$ , et constituent ainsi les modes de quasi-interchange qui nous intéressent. Le mode de quasi-interchange de type 1 consiste en un seul et unique mode, tandis que celui de type 2 en regroupe deux. A partir de la relation de dispersion, le nombre de modes instables et le domaine d'instabilité de ces modes ont été déterminés dans le cas où la force de Coriolis est nulle, en fonction des paramètres miroir et firehose et des paramètres liés à la stratification. Les modes instables ont également été identifiés d'un point de vue pseudo-MHD et d'un point de vue quasi-interchange, et leur critère d'instabilité a été dérivé.

Les résultats obtenus dans ce chapitre sont exacts et diffèrent de ceux obtenus dans le chapitre 4, obtenus à l'aide d'une approche purement fluide :

- Le mode de quasi-interchange de type 1, à la base du transport du plasma dans les magnétosphères de Jupiter et Saturne, possède la même relation de dispersion et le même critère d'instabilité que ceux identifiés dans le chapitre 4 à  $k_{\parallel} = 0$ . La théorie double-adiabatique prédit ainsi les bonnes conclusions à  $k_{\parallel} = 0$ , et même pour tout  $k_{\parallel}$  dans le cas où  $\mathcal{F} \geq 0$  (dans ce cas la condition de stabilité absolue est donnée par la condition à  $k_{\parallel} = 0$ ).
- Cependant la théorie double-adiabatique ne prédit pas correctement le critère d'instabilité pour tout  $k_{\parallel}$  dans le cas où  $\mathcal{F} < 0$ . De plus, le critère d'instabilité du type 2 obtenu à l'aide de la théorie double-adiabatique est complètement incompatible avec celui, exact, obtenu à l'aide de l'approche mixte MHD-cinétique.

Dans ce chapitre, les modes de quasi-interchange dans un plasma gyrotrope proton-électron sont rigoureusement caractérisés de façon théorique. Puisque les environnements des planètes géantes sont composés de plusieurs espèces ioniques, il convient alors d'étendre les résultats obtenus ici aux plasmas multi-espèces. Cette extension fait l'objet du chapitre suivant.

## Chapitre 8

# Généralisation aux plasmas multi-espèces et application au tore de Io

### 8.1 Problématique

Dans la première partie du manuscrit, nous nous sommes attachés à présenter les magnétosphères des planètes géantes et nous avons insisté sur leurs propriétés. Comme nous l'avons vu, ces magnétosphères possèdent des sources de plasma internes localisées à l'intérieur de la magnétosphère. La relative uniformité chimique du plasma observé par les sondes dans toutes les régions de ces magnétosphères implique l'existence d'un important transport radial du plasma, que l'on suppose généralement associé au développement de l'instabilité centrifuge et à l'interchange de tubes de flux magnétique. En outre, la récente mise en évidence par Galileo de signatures liées au mécanisme de l'interchange dans le tore de plasma de Io a confirmé le rôle joué par ce mécanisme dans la redistribution du plasma ionien. Cet environnement a été abondamment exploré depuis les deux dernières décennies et la modélisation de la distribution du plasma et de ses propriétés dans le tore est en progrès constant.

Partant de cette double constatation, il est tentant de tester le critère local de l'instabilité d'interchange obtenu précédemment dans le tore de plasma de Io. Pour ce faire, il est d'abord nécessaire d'étendre les résultats du chapitre précédent, valables dans le cas particulier des plasmas proton-électron bi-Maxwelliens, aux plasmas à plusieurs composantes. L'hypothèse de fonctions de distribution bi-Maxwelliennes est toutefois conservée dans ce chapitre ; elle ne sera levée qu'au chapitre suivant.

### 8.2 Extension des résultats

#### 8.2.1 Relation de dispersion

L'approche exposée dans la section 4.2 (théorie double-adiabatique) et utilisée dans le chapitre précédent (au cas d'un plasma proton-électron) reste valable dans le cas des plasmas multi-espèces. En effet :

- Dans le cas homogène (cf chapitre 6), les quatre pseudo-MHD modes mis en évidence ont les mêmes propriétés que ceux mis en évidence dans le cas des plasmas proton-électrons. En particulier, dans le régime où  $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$ , les modes d'Alfvén, lent et

miroir des plasmas multi-espèces ont des fréquences proches de zéro et vont constituer les modes de quasi-interchange une fois la stratification introduite.

- Dans le chapitre précédent, les seules équations utilisées qui soient des équations non-fluides sont les équations d'état des pressions. Ces équations ont été dérivées au chapitre 5. Les expressions des perturbations des pressions perpendiculaire et parallèle du plasma global y sont exprimées en fonction des divergences perpendiculaire et parallèle du vecteur déplacement. La différence entre le cas des plasmas proton-électron et des plasmas multi-espèces apparaît uniquement dans les expressions des coefficients  $\gamma_{\perp\perp}$ ,  $\gamma_{\perp\parallel}$ ,  $\gamma_{\parallel\perp}$  et  $\gamma_{\parallel\parallel}$  qui diffèrent selon le cas étudié (Annexe B5 dans le cas des plasmas multi-espèces).

En tenant compte de cette dernière remarque et en suivant une approche en tout point identique à celle du chapitre précédent mais basée sur les équations d'état (5.33) et (5.34) plutôt que (5.21) et (5.22), on obtient la relation de dispersion suivante pour les modes de quasi-interchange dans un plasma gyrotrope, multi-espèces, stratifié, et en rotation :

$$\begin{aligned}
\omega^4 &= \left\{ \left[ \mathcal{F} + \gamma_{\parallel\parallel} C_{\parallel}^2 - \frac{\gamma_{\perp\parallel}^2 C_{\perp}^4}{V_A^2 + \gamma_{\perp\perp} C_{\perp}^2} \right] k_{\parallel}^2 + \frac{k_{\beta}^2}{k_{\perp}^2} \omega_0^2 + \frac{(2\boldsymbol{\Omega}_{\perp} \cdot \mathbf{k}_{\perp})^2}{k_{\perp}^2} \right\} \omega^2 \\
&+ 2\mathcal{G} (2\boldsymbol{\Omega}_{\perp} \cdot \mathbf{k}_{\perp}) \frac{k_{\beta}}{k_{\perp}^2} k_{\parallel} \omega \\
&+ \left\{ \mathcal{F} \left( \gamma_{\parallel\parallel} C_{\parallel}^2 - \frac{\gamma_{\perp\parallel}^2 C_{\perp}^4}{V_A^2 + \gamma_{\perp\perp} C_{\perp}^2} \right) k_{\parallel}^2 \right. \\
&\quad \left. + \frac{k_{\beta}^2}{k_{\perp}^2} \left( \left[ \left( \gamma_{\parallel\parallel} C_{\parallel}^2 - \frac{\gamma_{\perp\parallel}^2 C_{\perp}^4}{V_A^2 + \gamma_{\perp\perp} C_{\perp}^2} \right) \omega_0^2 - \mathcal{G}^2 \right] \right) \right\} k_{\parallel}^2 = 0, \tag{8.1}
\end{aligned}$$

qui dépend des paramètres firehose (6.17) et miroir (6.25) apparus dans l'étude des ondes se propageant dans un plasma multi-espèces homogène au chapitre 6, ainsi que des paramètres de la stratification suivants,

$$g_0 = \left[ \mathbf{g} + \left( V_A^2 - \gamma_{\parallel\perp} C_{\parallel}^2 \right) \mathbf{c}_0 \right] \cdot \hat{\mathbf{e}}_{\alpha} \tag{8.2}$$

$$\mathcal{G} = \left( \mathbf{g} - \gamma_{\parallel\parallel} C_{\parallel}^2 \mathbf{c}_0 \right) \cdot \hat{\mathbf{e}}_{\alpha} - \frac{\gamma_{\perp\parallel} C_{\perp}^2}{V_A^2 + \gamma_{\perp\perp} C_{\perp}^2} g_0 \tag{8.3}$$

$$\begin{aligned}
\omega_0^2 &= \left( \frac{\nabla \rho_0}{\rho_0} - 2\mathbf{c}_0 \right) \cdot \mathbf{g} \\
&+ \left[ \frac{\nabla (2P_{M0} + P_{\perp 0} - P_{\parallel 0})}{\rho_0} - \left( \mathcal{F} - \gamma_{\parallel\parallel} C_{\parallel}^2 \right) \mathbf{c}_0 \right] \cdot \mathbf{c}_0 \\
&- \frac{g_0^2}{V_A^2 + \gamma_{\perp\perp} C_{\perp}^2}, \tag{8.4}
\end{aligned}$$

la fréquence de Rayleigh-Taylor magnétique au carré.

La relation de dispersion obtenue (8.1) est mise sous une forme très générale, en n'explicitant pas volontairement les coefficients  $\gamma$ . Elle se réduit à l'équation (7.8) obtenue dans le cas d'un plasma proton-électron, comme on peut le vérifier en notant que dans un tel plasma (cf Annexe B5) :

$$\gamma_{\perp\perp} = \frac{\mathcal{C}_{\perp}}{C_{\perp}} \quad (8.5)$$

$$\gamma_{\perp\parallel} = \gamma_{\parallel\perp} = 1 \quad (8.6)$$

$$\gamma_{\parallel\parallel} = \frac{\mathcal{C}_{\parallel}}{C_{\parallel}}. \quad (8.7)$$

On rappellera simplement que les vitesses sonores effectives  $\mathcal{C}_{\perp,\parallel}$  sont données dans la section 6.1.1. Les coefficients  $\gamma_{\perp\parallel}$  et  $\gamma_{\parallel\perp}$  des plasmas multi-espèces sont plus compliqués que ceux des plasmas proton-électron. Les derniers ne dépendent notamment pas de  $\omega$ .

### 8.2.2 Critère de stabilité dans le cas sans rotation

Les principaux résultats obtenus dans le chapitre précédent pour un plasma proton-électron dans le cas où  $\mathbf{\Omega} = \mathbf{0}$  sont brièvement réactualisés au cas des plasmas multi-espèces.

On retrouve les modes de quasi-interchange de type 1 et 2 avec le même comportement dans la limite  $k_{\parallel} = 0$  :

- Le mode de type 1 est tel que  $\omega^2 = \omega_0^2(z \rightarrow \infty)$ , où  $\omega_0^2(z \rightarrow \infty)$  est de nouveau donné par (7.12). En effet dans la limite  $k_{\parallel} = 0$ , le paramètre  $z \equiv \omega/(v_{T\parallel} k_{\parallel})$  est infini, si bien que le plasma a un comportement fluide vis-à-vis de la perturbation, indépendant de son caractère multi-espèces.
- Le mode de type 2 est tel que  $\omega^2 = 0$ .

On en déduit que mode de quasi-interchange de type 1 est stable si et seulement si  $\omega_0^2(z \rightarrow \infty) \geq 0$ .

Le comportement au voisinage de la stabilité marginale des modes de quasi-interchange s'obtient à l'aide d'un développement de Taylor au premier ordre en  $\omega$ , qui donne :

$$i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{k_{\parallel}} = \frac{\mathcal{M} \left[ \mathcal{M} \left( \varpi_0^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2 \right) - g_1^2 \right]}{\mathcal{D}_m} \quad (8.8)$$

avec



$$\varpi_0^2 = \left( \frac{\nabla \rho}{\rho_0} - \frac{\mathbf{g}}{\gamma_{\parallel 0} C_{\parallel}^2} \right) \cdot \mathbf{g} + \left[ \frac{\nabla (2P_{M0} + P_{\perp} - P_{\parallel})}{\rho_0} - \mathcal{F} \mathbf{c}_0 \right] \cdot \mathbf{c}_0 \quad (8.9)$$

et

$$g_1 = \left[ \left( 1 - \frac{\gamma_{\perp 0} C_{\perp}^2}{\gamma_{\parallel 0} C_{\parallel}^2} \right) \mathbf{g} + \mathcal{F} \mathbf{c}_0 \right] \cdot \hat{\mathbf{e}}_{\alpha}. \quad (8.10)$$

Le coefficient  $\mathcal{D}_m$  apparaissant dans (8.11) est très compliqué à obtenir ; son seul intérêt (et non des moindres) est d'être toujours positif. L'étude de stabilité est identique à partir d'ici à celle réalisée dans le cas d'un plasma proton-électron au chapitre 7. La seule différence est la présence des coefficients  $\gamma_{\perp}$  et  $\gamma_{\parallel}$ , dont l'indice 0 signifie simplement que ces coefficients sont pris dans la limite où  $\omega \rightarrow 0$ , en posant  $\mathcal{K}_s = 1$  et  $\mathcal{K}_{s\parallel} = 1$ . Leur expression est donnée ci-dessous :

$$\gamma_{\perp 0} = \frac{\rho_0}{P_{\perp 0}} \left[ \frac{\sum_s n_{s0} m_s \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} - \left( \sum_s q_s n_{s0} \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} \right) \left( \frac{\sum_s \frac{q_s n_{s0} m_s}{T_{s\parallel}}}{\sum_s \frac{q_s^2 n_{s0}}{T_{s\parallel}}} \right)}{\sum_s \frac{n_{s0} m_s^2}{T_{s\parallel}} - \left( \sum_s \frac{q_s n_{s0} m_s}{T_{s\parallel}} \right) \left( \frac{\sum_s \frac{q_s n_{s0} m_s}{T_{s\parallel}}}{\sum_s \frac{q_s^2 n_{s0}}{T_{s\parallel}}} \right)} \right]$$

$$\gamma_{\parallel 0} = \frac{\rho_0}{P_{\parallel 0}} \rho_0 \left[ \sum_s \frac{n_{s0} m_s^2}{T_{s\parallel}} - \left( \sum_s \frac{q_s n_{s0} m_s}{T_{s\parallel}} \right) \left( \frac{\sum_s \frac{q_s n_{s0} m_s}{T_{s\parallel}}}{\sum_s \frac{q_s^2 n_{s0}}{T_{s\parallel}}} \right) \right]^{-1}.$$

Ce sont ces deux coefficients qui reflètent le caractère multi-espèces du plasma considéré dans ce chapitre.

A partir de l'équation (8.8), on en déduit que la condition de stabilité marginale des modes de quasi-interchange s'écrit :

$$\mathcal{M} \left( \varpi_0^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2 \right) = g_1^2, \quad (8.11)$$

et qu'un mode au voisinage de la stabilité marginale est stable si et seulement si :

$$\mathcal{M} \left[ \mathcal{M} \left( \varpi_0^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2 \right) - g_1^2 \right] \geq 0. \quad (8.12)$$

La condition nécessaire et suffisante de stabilité pour tous les modes de quasi-interchange s'écrit alors :

$$\mathcal{M} \geq 0 \quad \text{et} \quad \mathcal{M} \left( \varpi_0^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2 \right) \geq g_1^2, \quad (8.13)$$

et on rappelle que celle du mode de type 1 est donnée par (7.12).

On en déduit que les modes de quasi-interchange sont stables  $\forall \mathbf{k}$  si et seulement si :

$$\mathcal{F} \geq 0 \quad \& \quad \mathcal{M} \geq 0 \quad \& \quad \varpi_0^2 \geq \frac{g_1^2}{\mathcal{M}} \quad (8.14)$$

En particulier, on retrouve le fait que si  $\mathcal{M} \left( \varpi_0^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2 \right) < g_1^2$ , un mode et un seul est instable, tandis que si  $\mathcal{M} < 0$  et  $\mathcal{M} \left( \varpi_0^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2 \right) > g_1^2$  deux et seulement deux modes sont instables. On peut démontrer que la totalité des résultats obtenus au chapitre précédent dans le cas des plasmas proton-électron est valable dans le cas multi-espèces. notre intention n'est cependant pas de répéter un tel travail dans ce chapitre, mais de confronter nos résultats théoriques aux réalités observationnelles.

## 8.3 Données observationnelles sur les populations de plasma

Le plasma présent dans le tore de Io se compose d'une population froide de quelques électronvolts (eV), d'une composante plus chaude d'une centaine d'eV et d'une troisième très énergétique, au-delà de la dizaine de keV. La densité  $y$  est dominée par les deux populations les plus froides, tandis que la pression thermique provient des trois populations. L'objectif de ce chapitre étant d'estimer le critère de stabilité des modes de quasi-interchange, qui dépend des densités et pressions thermiques des différentes populations du plasma et de leur gradients, il est important d'obtenir la meilleure estimation possible de ces quantités. Pour cela, nous utiliserons les données observationnelles les plus récentes.

### 8.3.1 Observations du plasma froid

*Bagenal* [1994] a utilisé les observations de l'instrument PLS (plasma d'énergies comprises entre 10 eV et 6 keV) et du spectromètre ultraviolet de Voyager, dans le but de construire un modèle empirique de la distribution du plasma dans le tore de Io, entre 5 et 10  $R_j$ . Les données observationnelles sont extrapolées le long des lignes de champ en résolvant numériquement les équations de l'équilibre parallèle.

Les résultats obtenus consistent en des cartes de distribution à deux dimensions des densités et des températures des différentes espèces incorporées dans le modèle ( $S^+$ ,  $S^{++}$ ,  $S^{+++}$ ,  $O^+$ ,  $O^{++}$  et les électrons  $e^-$ ). Un profil radial au niveau du plan équatorial centrifuge de ces régions a été gracieusement mis à notre disposition par *Fran Bagenal*. Un tel modèle utilisant les résultats de Galileo n'est pas disponible à l'heure actuelle.

Un examen de ce profil radial (figure 8.1) montre que le tore de Io est très structuré. Sans surprise, le maximum de densité du plasma est situé autour de l'orbite de Io, à  $5.9 R_j$ , et les forts gradients de densité observés de part et d'autre de cette orbite permettent de décomposer le tore en cinq régions distinctes :

- le tore interne, entre 5 et  $5.4 R_j$  ;
- le précipice, entre  $5.4$  et  $5.6 R_j$  ;
- le ruban, entre  $5.6$  et  $6.0 R_j$  ;
- le rebord, entre  $6.0$  et  $7.5 R_j$  ;
- la rampe, au-delà de  $7.5 R_j$ .

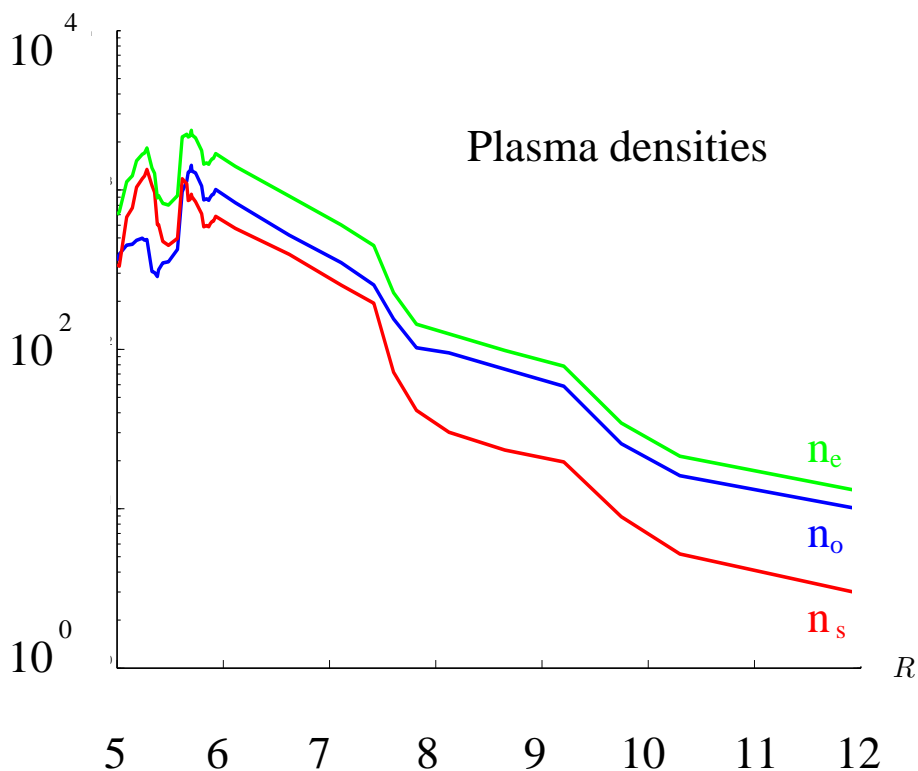


FIG. 8.1 – Profil radial de la distribution des densités du plasma présent dans le tore de Io, d'après le modèle de *Bagenal* [1994]. Les densités (en  $\text{cm}^{-3}$ ) des électrons (en vert), des ions oxygène (en bleu) et soufre (en rouge) sont données en fonction de la distance à Jupiter (en  $R_j$ ). L'échelle des ordonnées est logarithmique.

L'anisotropie des pressions thermiques du plasma présent dans le tore n'a pas été mesurée par les instruments plasma de Voyager, inadaptés à l'estimation de ce paramètre. Seules certaines études indirectes, portant sur l'étude des modes whistler observés dans le tore de Io (*Crory et al.* [1996], *Wang et al.* [1998]) donnent une indication toute relative des valeurs prises par ce paramètre.

En attendant une estimation plus précise à l'aide des données Galileo, les pressions thermiques de toutes les espèces considérées seront supposées isotropes.

Le fait de supposer les pressions thermiques des différentes espèces isotropes, alors même que notre étude porte sur les plasmas gyrotropes, n'est pas contradictoire. En effet, le chapitre précédent a montré les divergences entre les résultats obtenus dans le cas isotrope à partir d'une théorie purement fluide (basée sur la MHD idéale, *Ferrière et al.* [1999]) et à partir de notre formalisme exact appliqué au cas isotrope. On considèrera dans le modèle les espèces suivantes  $S^+$ ,  $S^{++}$ ,  $S^{+++}$ ,  $O^+$  et  $O^{++}$ . Les protons, bien que présents, sont minoritaires et négligés en terme de densité et pression thermique. La composition du plasma est donnée sur la figure (8.2) :

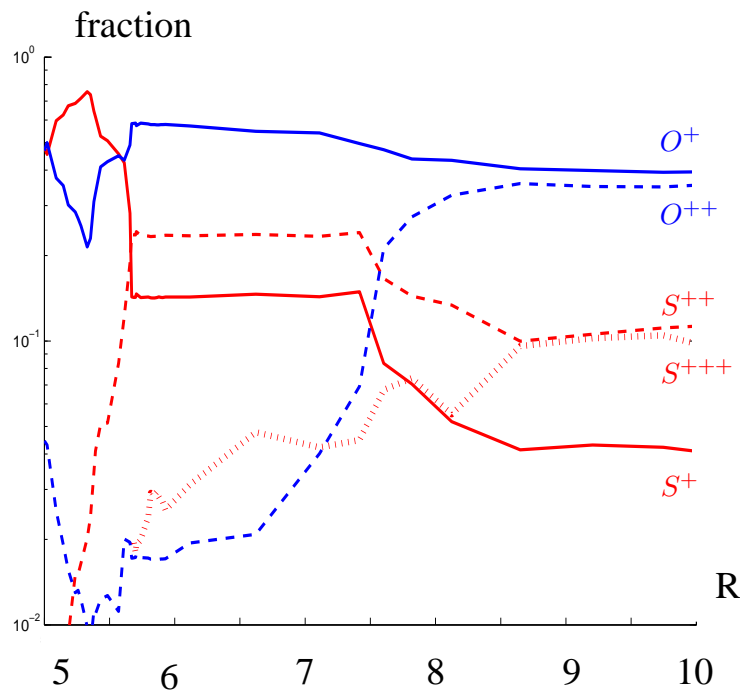


FIG. 8.2 – Composition ionique dans le tore de Io. Rapport de la densité partielle des espèces à la densité totale du plasma, en fonction de la distance à Jupiter (en  $R_j$ ).  $S^+$  (trait gras rouge),  $S^{++}$  (pointillé rouge),  $S^{+++}$  (cercles rouge);  $O^+$  (trait gras bleu),  $O^{++}$  (pointillé bleu). L'échelle de l'axe des ordonnées est logarithmique. D'après *Bagenal* [1994].

### 8.3.2 Observations des populations énergétiques

La caractérisation précise des moments fluide de la composante très énergétique du plasma présent dans le tore de Io a été l'objet de publications récentes. (*Mauk et al.* [1996]) ont ré-analysé les données de l'instrument particules énergétiques LECP de Voyager, et ils ont dérivé la densité et la pression thermique le long de la trajectoire de la sonde des électrons, protons et d'un ion lourd à des énergies comprises entre 10 keV et 20 MeV. Une telle étude a permis de compléter de façon substantielle notre connaissance des paramètres plasma dans le tore de Io.

A la lecture des observations de Voyager de la distribution du plasma froid dans le tore de Io, *Siscoe et al.* [1981] ont émis l'hypothèse que le plasma énergétique jouait un rôle important dans le transport du plasma dans cet environnement.

Au niveau de la rampe, là où la densité du plasma froid chute plus brutalement, on trouve un fort gradient de pression du plasma énergétique (figure 8.3), qui laisse à penser que le plasma énergétique s’oppose au transport du plasma (théorie de ‘l’empêchement’, *Siscoe et al.* [1981]). Toutefois aucune vérification poussée de cette idée n’a été menée auparavant, par manque d’observations précises et faute d’un modèle de transport satisfaisant.

*Mauk et al.* [1998] ont analysé les données particules énergétiques (de 50 keV à 100 MeV) de Galileo et ont constaté qu’elles étaient présentes en moins grand nombre qu’à l’époque de Voyager. Cette observation est à mettre en parallèle premièrement avec l’observation que le plasma froid était lui présent en plus grande quantité dans le tore à cette époque (signe peut-être d’une activité volcanique de Io plus importante) et deuxièmement avec l’observation de signatures (voir partie I section 4.3) du transport du plasma dans le tore de Io, rampe comprise (*Kivelson et al.* [1997]). *Mauk et al.* [1998] reviennent alors sur l’importance de la pression des particules énergétiques dans le mécanisme de transport, et avancent l’idée que si Galileo a observé des signatures de l’interchange jusqu’aux frontières les plus externes du tore de Io, c’est en raison même de la diminution du nombre et de la pression des particules énergétiques.

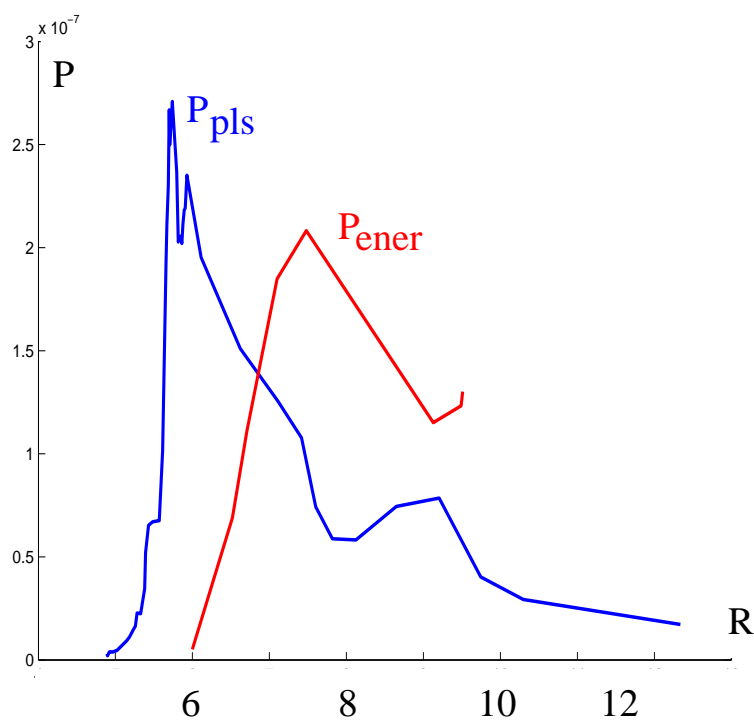


FIG. 8.3 – Pressions thermiques (nPa) dues au plasma froid ( $< 6$  keV, en rose) et au plasma énergétique ( $> 20$  keV, en noir), en fonction de la distance radiale dans le tore de Io (en  $R_j$ ). On constate que la pression des particules énergétiques domine celle du plasma froid au-delà de  $7 R_j$ . D’après *Bagenal* [1994] ( $P_{pls}$ ) et *Mauk et al.* [2003] ( $P_{ener}$ ).

Les données utilisées par la suite nous ont été gracieusement fournies par *Barry Mauk*, et sont des plus actualisées car elles font l’objet d’une soumission d’article très récente (*Mauk et al.* [2003]). Ces données proviennent de différents orbites de Galileo, à des latitudes magnétiques inférieures à  $7^\circ$ , et seront supposées par la suite représentatives des conditions à l’équateur centrifuge.

Elles sont résumées à l'aide du tableau ci-dessous :

Distance radiale (en $R_j$ )	6.00	6.52	6.71	7.10	7.48	9.13	9.49	9.51
Latitude magnétique (en $^\circ$ )	3.45	5.55	6.20	7.20	7.75	1.02	7.70	-6.41
Densité ( $10^{-2}$ cm $^{-3}$ ) H $^+$	0.07	1.05	1.71	3.07	2.88	2.87	5.34	3.43
O $^+$	0.02	0.15	0.27	0.61	0.69	2.20	5.79	7.80
S $^+$	0.25	0.84	1.49	3.67	6.26	6.07	16.20	21.80
Pression ( $10^{-8}$ dynes/cm $^2$ ) H $^+$	0.08	2.07	3.29	5.13	3.98	2.79	2.63	1.56
O $^+$	0.05	0.73	1.20	1.98	1.87	1.91	1.81	2.11
S $^+$	0.22	2.41	3.92	6.68	8.42	4.36	4.85	5.73

TAB. 8.1 – Densités et pressions thermiques des protons, ions oxygène et ions soufre dérivées par *Mauk* [2003] à l'aide des données Galileo pour des énergies comprises entre 50 keV et 100 MeV.

## 8.4 Résultats

Le critère local de l'instabilité des modes de quasi-interchange obtenu précédemment dépend des paramètres suivants :

- la gravité effective
- la courbure du champ magnétique
- l'intensité et le gradient de la pression magnétique
- la densité et la pression thermique de chaque espèce composant le plasma.

L'objectif est de tester les jeux de données fournies par *Fran Bagenal* et *Barry Mauk* décrits dans la partie précédente. On supposera que le modèle de *Bagenal*, basé sur les données Voyager, est aussi représentatif de la distribution du plasma froid à l'époque de Galileo. On supposera les plans équatorial, centrifuge et magnétique de Jupiter confondus. La figure (8.4) présente le tore de Io et les principaux paramètres à estimer dans cet environnement.

La gravité effective est la somme d'un terme issu du potentiel gravitationnel de la planète et de l'accélération centrifuge :

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}) = \left( -\frac{GM_P}{r^2} + \Omega_P^2 r \right) \hat{\mathbf{e}}_r, \quad (8.15)$$

où  $G$  représente la constante de la gravitation,  $M_P$  et  $\Omega_P$  la masse et la rotation de la planète et  $r$  la distance radiale à la planète.

Le champ magnétique de Jupiter peut être considéré comme quasi-dipolaire entre 5 et 12  $R_j$ . Il sera considéré comme tel dans notre application. L'intensité et la courbure du champ magnétique sont alors données par :

$$B(r) = \frac{B_P R_P^3}{r^3} \quad (8.16)$$

$$\mathbf{c}(r) = -\frac{3}{r^2} \hat{\mathbf{e}}_r \quad (8.17)$$

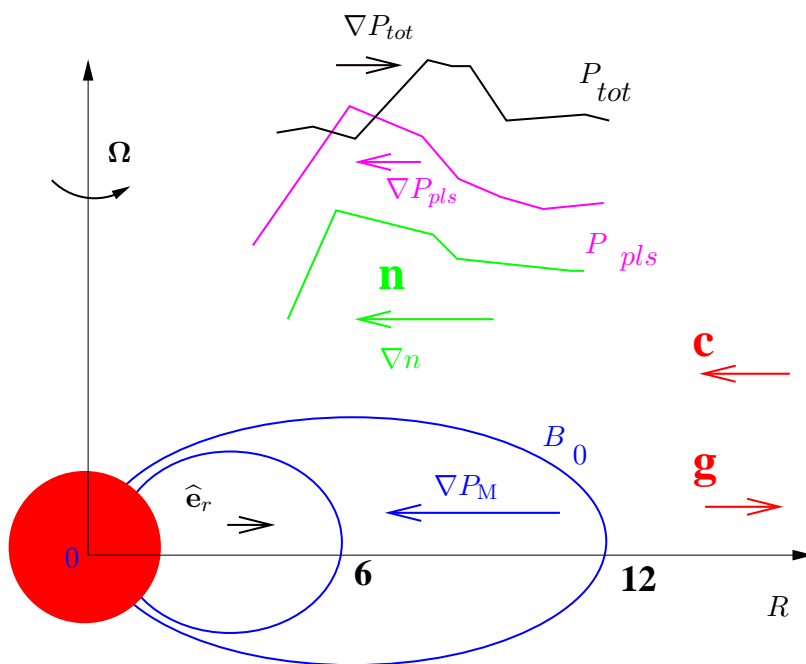


FIG. 8.4 – Configuration d’ensemble et distribution radiale des paramètres plasma et champ magnétique dans le tore de Io. En bleu, les lignes de champ magnétique et le gradient de la pression magnétique. En rouge, les vecteurs courbure du champ magnétique et gravité. En vert, la distribution de la densité du plasma froid. En magenta, la pression thermique de ce dernier. En noir, celle du plasma total, particules énergétiques incluses.

On suppose que la contribution des particules énergétiques à la densité du plasma est négligeable. Les densités du plasma sont celles obtenues à partir du modèle de *Bagenal* [1994]. On ne retient que les espèces  $S^{++}$ ,  $O^+$  et  $e^-$ . D’après la figure (8.2), cette hypothèse est réaliste jusqu’à une distance de  $8 R_j$ .

Les pressions thermiques du plasma doivent inclure la contribution des particules énergétiques et celle du plasma plus froid, comme nous l’avons déjà signalé. Les données des particules énergétiques fournies par *Mauk et al.* [2003] sont celles mesurées localement par Galileo ; on supposera que les pressions mesurées sont égales aux pressions équatoriales.

On se propose tout d’abord d’évaluer le critère d’instabilité du mode de type 1, supposé être à l’origine du transport radial du plasma dans le tore de Io, pour des distances comprises entre 6 et  $9 R_j$  de Jupiter. Le critère de l’instabilité est donné par l’équation (8.10).

On calcule alors à l’aide de tous ces paramètres  $\omega_0^2(z \rightarrow \infty)$  en fonction de la distance radiale  $r$ , comprise entre 6 et  $9 R_j$ .

La figure 8.5 montre que  $\omega_0^2$  est négatif dans la majeure partie du tore, pour des distances comprises entre 6 et  $8 R_j$ . La distribution de plasma dans ces régions apparaît donc instable localement dans ces régions au mode de quasi-interchange de type 1. La contribution des particules très énergétiques à la pression thermique n’est pas suffisante pour empêcher l’instabilité linéaire de se développer.

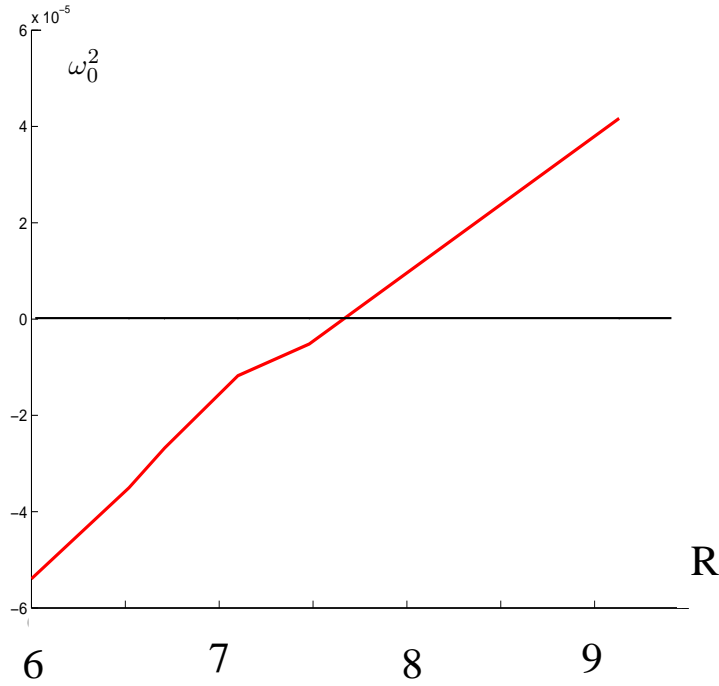


FIG. 8.5 – Paramètre  $\omega_0^2(z \rightarrow \infty)$  (en  $s^{-2}$  dans le tore de plasma de Io en fonction de la distance radiale (en  $R_j$ )).

Nous devons toutefois nous interroger sur la validité d'une telle application et des conclusions relatives à la figure (8.5). Les hypothèses de notre modélisation du tore de Io sont très nombreuses, faute d'informations suffisantes pour mieux faire. Les données fournies sont très éparées et peu précises, près de 35 % d'erreur sur les pressions thermiques des particules énergétiques. Enfin, les données utilisées par *Bagenal* dans son modèle, qui proviennent de *Voyager*, et celles dérivées par *Mauk*, qui proviennent de *Galileo*, ne se recoupent pas en énergie, négligeant ainsi toute une population d'énergies intermédiaires comprises entre 6 keV et 50 keV. Un calcul d'incertitude plus poussé condamne l'obtention de toute conclusion valable quant à l'estimation du critère d'instabilité du mode de type 1.

## 8.5 Validation du formalisme

Nous profitons également de ce chapitre pour vérifier l'applicabilité de notre approche dans le cas des plasmas multi-espèces stratifiés. Le formalisme mixte MHD-cinétique que nous avons mis en place est basé sur l'hypothèse du gel du champ magnétique qui découle de la loi d'Ohm idéale, rappelée ci-dessous :

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = 0. \quad (8.18)$$

Lors de la dérivation des perturbations des pressions thermiques d'un plasma multi-espèces dans le chapitre 5, nous avons en effet eu recours à cette hypothèse, en affirmant que la vitesse de dérive de toutes les espèces était égale à la vitesse de dérive électrique.



Il convient maintenant d'estimer pour les particules présentes dans le tore de Io les différentes vitesses de dérive qu'elles y subissent, afin de s'assurer que la vitesse de dérive électrique est en effet largement dominante.

Les vitesses de dérive qu'une particule chargée, de masse  $m$  et de charge  $q$ , subit dans la magnétosphère de Jupiter sont données par :

$$\mathbf{v}_d = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} - \frac{\mu \nabla B \times \mathbf{B}}{q B^2} + \frac{m v_{\parallel}^2 \mathbf{c} \times \mathbf{B}}{q B^2} + \frac{m \mathbf{g} \times \mathbf{B}}{q B^2}$$

et correspondent, respectivement, à la vitesse de dérive électrique,  $v_E$ , à la vitesse de dérive due au gradient de l'intensité du champ magnétique,  $v_{\nabla B}$ , à celle due à la courbure du champ magnétique,  $v_c$ , et à la vitesse de dérive due aux forces extérieures,  $v_g$ , à savoir dans le cas présent la force de gravité effective (dominée par sa composante centrifuge).

La vitesse de dérive électrique est la même pour toutes les particules. Les vitesses de dérive dues aux inhomogénéités du champ magnétique et aux forces extérieures dépendent de la charge des particules, et en conséquence les ions et les électrons dérivent dans des sens opposés. Enfin, les vitesses de dérive dues aux inhomogénéités du champ magnétique dépendent également de l'énergie des particules, tandis que celles due aux forces extérieures dépendent aussi de la masse des particules.

On s'intéresse à des particules de rapport masse sur charge égal à 16, correspondant à  $\text{O}^+$  ou  $\text{S}^{++}$ , pour des énergies allant de 100 eV à 10 MeV. En utilisant les expressions données dans la section 8.4, on obtient les résultats suivants, au niveau de l'orbite de Io ( $R = 6 R_j$ ) :

Energie	$v_E$	$v_{\nabla B}$ ou $v_c$	$v_g$
100 eV	75 km s <sup>-1</sup>	0.0008 km s <sup>-1</sup>	0.0011 km s <sup>-1</sup>
10 keV	75 km s <sup>-1</sup>	0.08 km s <sup>-1</sup>	0.0011 km s <sup>-1</sup>
10 MeV	75 km s <sup>-1</sup>	80 km/s km s <sup>-1</sup>	0.0011 km s <sup>-1</sup>

TAB. 8.2 – Calcul pour un proton des vitesses de dérive électrique, due au gradient du champ magnétique et à la force de gravité effective, dans le tore de Io, à 6  $R_j$  de la planète.

en ayant assimilé le champ électrique au champ électrique de corotation.

Il apparaît ainsi que notre formalisme est applicable à une grande partie des particules observées dans le tore de Io. Il faut également rester prudent quant aux corrections relativistes que la considération des particules de très grande énergie peut entraîner (l'énergie de masse au repos des électrons vaut 0.511 MeV, celle des protons 938 MeV) ; ces corrections restent négligeables pour les particules considérées dans notre étude.

## 8.6 Conclusions

L'exercice qui consistait à tester nos résultats théoriques en utilisant une modélisation réaliste du tore de Io basée sur les données les plus récentes était tentant. Confronté à la réalité des observations, force est malheureusement de constater que l'exercice s'est avéré très difficile, devant les trop nombreuses incertitudes mises en évidence lors du décryptage attentif des données.

Néanmoins, l'extension des résultats théoriques du chapitre précédent au cas des plasmas multi-espèces a abouti, malgré la relative complication que la prise en considération de cette propriété amène par rapport au cas des plasmas proton-électron. Nous en avons également profité pour donner un aperçu plus documenté des conditions régnant dans le tore de plasma de Io et pour mettre en place le raisonnement nous permettant, une fois cet environnement modélisé encore plus en détail, d'appliquer à nouveau notre théorie.

Le tore de Io est un des objets astronomiques les plus observés. La météorologie de cet environnement (*Moncuquet [2002]*), c'est-à-dire l'étude de sa variabilité spatio-temporelle, est un enjeu majeur visant à la compréhension de la stabilité de ce réservoir de plasma extraordinaire qu'il constitue pour la magnétosphère de Jupiter. De récents modèles commencent à s'attaquer à ce problème délicat (*Delamere et Bagenal [2002]*). Des modèles de ceintures de radiation tels ceux développés par *Santos-Costa* à l'Observatoire Midi-Pyrénées peuvent également être utilisés dans le futur, à condition que ces modèles descendent suffisamment bas en énergie et incorporent les différentes espèces présentes dans le tore de Io. Dès que nous posséderons des données meilleures et en plus grande statistique, nous avons l'intention de réaliser l'application tentée dans ce chapitre.



## Chapitre 9

# Généralisation aux fonctions de distribution non bi-Maxwelliennes

### 9.1 Intérêt

Le formalisme mixte MHD-cinétique mis en place dans cette thèse dans le but d'étudier les ondes et instabilités basse-fréquence dans un plasma gyrotrope s'est restreint jusqu'alors au cas des fonctions de distribution bi-Maxwelliennes. Or dans de nombreux plasmas spatiaux, les collisions permettant de thermaliser les populations ioniques et électroniques sont peu fréquentes, si bien que les fonctions de distribution ont tendance à dévier de la bi-Maxwellienne. De manière générale, de nombreux types de fonctions de distribution non-thermiques existent et la modélisation analytique de ces dernières est très délicate. En particulier au voisinages des chocs et dans les environnements de type cométaire, où des phénomènes d'assimilation des particules neutres ('pick-up' du plasma) conduisent à des distributions en anneau (*Barbosa et al.* [1985]).

Les observations satellitaires mettent régulièrement en évidence la présence d'un excès de particules suprathermiques par rapport aux fonctions de distribution bi-Maxwelliennes (*Gosling et al.* [1981], *Ogilvie* [1993], *Collier* [1996] dans le vent solaire ; *Vasyliunas* [1968], *Christon et al.* [1991] dans la magnétosphère terrestre ; *Leubner* [1982] dans celle de Jupiter ; et *Armstrong et al.* [1983] dans celle de Saturne) ou de la présence de populations avec cône de perte (*Williams et Mauk* [1997], dans la magnétosphère de Ganymède).

Ces observations ont conduit à la définition de nouvelles fonctions de distribution permettant de mieux modéliser les plasmas spatiaux. Par exemple, l'introduction de distributions bi-Lorentziennes (*Vasyliunas* [1968]), communément appelées distributions kappa, permet ainsi de prendre en compte l'excès de particules dans la queue de la distribution, modélisé à l'aide d'une loi de puissance décroissante aux grandes énergies.

Le caractère non bi-Maxwellien des distributions observées dans les environnements spatiaux a fait l'objet d'études particulières par le passé, par exemple pour :

- généraliser la fonction de dispersion plasma de *Fried et Conte* [1961] à des distributions kappa (*Summers et Thorne* [1991], *Hellberg et Mace* [2002]) ;
- résoudre la relation de dispersion des ondes de la théorie cinétique dans les environnements cométaires (*Brinca et Tsurutani* [1987]), des instabilités ioniques acoustiques et cyclotroniques (*Summers et Thorne* [1992], *Chaston et al.* [1997]) ;

- expliquer la température élevée du plasma coronal (*Scudder [1992]*) à l'aide des distributions kappa ;
- réaliser un modèle cinétique du vent solaire (*Maksimovic et al. [1997]*) ou d'exosphère planétaire (*Pierrard et Lemaire [1997]*) ;
- étudier l'influence de la forme de la fonction de distribution sur le critère de l'instabilité miroir (*Leubner and Schupfer [2000, 2001]*, *Gedalin et al. [2001, 2002]* et *Pokhotelov et al. [2002]*).

Une autre application touchant de plus près nos centres d'intérêt, qui sont les magnétosphères des planètes géantes, est issue des récentes observations de la sonde Ulysses mettant en cause l'équilibre thermique local du plasma dans le tore de Io. *Moncuquet et al. [2002]* notent l'incompatibilité de ces observations avec les variations de température des électrons le long des lignes de champ telles que modélisées jusque là (*Bagenal [1994]*). L'utilisation de distributions bi-Lorentziennes leur permet d'améliorer sensiblement la modélisation de la structure latitudinale du tore de Io, et d'atteindre un meilleur accord avec les observations. Enfin, *Meyer-Vernet [2000]* met l'accent de manière générale sur l'importance du caractère non-Maxwellien des fonctions de distribution dans le cas de la modélisation des tores et des plasmasphères.

Ces évidences observationnelles, conjuguées à notre souci de modéliser au mieux les plasmas magnétosphériques des planètes géantes, nous conduisent à relaxer l'hypothèse de fonctions de distribution bi-Maxwelliennes, utilisée aux chapitres 6 et 7. L'objectif de ce chapitre est ainsi de généraliser le formalisme mixte MHD-cinétique d'étude des ondes et instabilités basse-fréquence dans un plasma gyrotrope au cas non bi-Maxwellien. Nous nous limiterons à en donner un rapide aperçu, dans le cas particulier des plasmas homogènes, afin d'illustrer la faisabilité de l'exercice. Nous poursuivrons cet exercice par diverses études dans le futur proche.

## 9.2 Relation de dispersion dans les plasmas homogènes

On introduit dans les équations perturbées du mouvement obtenues dans un plasma homogène les expressions (5.44)-(5.45) des perturbations des pressions thermiques généralisées au cas de fonctions de distribution symétriques non bi-Maxwelliennes. On répète la même procédure que pour un plasma bi-Maxwellien et on obtient la relation de dispersion des ondes basse-fréquence dans un plasma homogène non-Maxwellien suivante :

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \omega^2 - \left( V_A^2 + C_\perp^2 - C_\parallel^2 \right) k_\parallel^2 \right\} \\
 & \times \left\{ \omega^2 - \left[ V_A^2 + 2C_\perp^2 - \sum_s \frac{C_{s\perp}^4}{C_{s\parallel}^2} \mathcal{L}_{s\perp B} + \frac{\left( \sum_s q_s n_{s0} \frac{C_{s\perp}^2}{C_{s\parallel}^2} \mathcal{L}_{snB} \right)^2}{\left( \sum_s q_s^2 n_{s0} \frac{\mathcal{L}_{snE}}{C_{s\parallel}^2} \right)} \right] k_\perp^2 \right. \\
 & \quad \left. - \left( V_A^2 + C_\perp^2 - C_\parallel^2 \right) k_\parallel^2 \right\} = 0 .
 \end{aligned} \tag{9.1}$$

Cette relation de dispersion se compose de deux facteurs, le premier correspondant au mode d'Alfvén et le second aux modes compressionnels. On constate que le mode d'Alfvén a la même relation de dispersion que dans le cas bi-Maxwellien, ce qui n'est pas étonnant puisque le mode d'Alfvén est un pur mode fluide. Ce mode possède donc les mêmes propriétés que celles mises en lumière au chapitre 6, indépendamment de la forme de la fonction de distribution des particules.

Le second facteur donne la relation de dispersion des modes compressionnels suivante :

$$\omega^2 = \left[ V_A^2 + 2C_\perp^2 - \sum_s \frac{C_{s\perp}^4}{C_{s\parallel}^2} \mathcal{L}_{s\perp B} + \frac{\left( \sum_s q_s n_{s0} \frac{C_{s\perp}^2}{C_{s\parallel}^2} \mathcal{L}_{sn_B} \right)^2}{\left( \sum_s q_s^2 n_{s0}^2 \frac{\mathcal{L}_{sn_E}}{C_{s\parallel}^2} \right)} \right] k_\perp^2 + (V_A^2 + C_\perp^2 - C_\parallel^2) k_\parallel^2. \quad (9.2)$$

Cette relation de dispersion très générale a été également obtenue à l'aide d'une pure approche cinétique par *Gedalin et al.* [2002], bien que ces auteurs se soient concentrés uniquement sur le mode miroir.

De la même manière qu'au chapitre 6, il est possible d'obtenir une relation de dispersion légèrement différente en se restreignant au cas d'un plasma proton-électron et en utilisant les expressions des perturbations des pressions thermiques (5.42)-(5.43) au lieu de (5.44)-(5.45). La relation de dispersion des modes compressionnels dans ce cas s'écrit au final :

$$\omega^2 = \left( V_A^2 + 2C_\perp^2 - \sum_s \frac{C_{s\perp}^4}{C_{s\parallel}^2} \left( \mathcal{L}_{s\perp B} - \frac{\mathcal{L}_{s\perp E}^2}{\mathcal{L}_{sn_E}} \right) \right) k_\perp^2 + (V_A^2 + C_\perp^2 - C_\parallel^2) k_\parallel^2 - k_\perp^2 \frac{\left( \sum_s C_{s\perp}^2 \frac{\mathcal{L}_{s\perp E}}{\mathcal{L}_{sn_E}} \right)^2}{\sum_s \frac{C_{s\parallel}^2}{\mathcal{L}_{sn_E}}}. \quad (9.3)$$

Les grandeurs  $V_A$ ,  $C_\perp$ ,  $C_{s\perp}$ ,  $C_{s\parallel}$  apparaissant dans cette relation de dispersion ont été définies dans les sections 4.1.1 et 6.1.1, tandis que les fonctions  $\mathcal{L}_{s\perp B}$ ,  $\mathcal{L}_{s\perp E}$ ,  $\mathcal{L}_{sn_E}$  ont été données au chapitre 5 par les équations (5.38)-(5.39).

## 9.3 Etude de stabilité

### 9.3.1 Mode d'Alfvén

Puisque le mode d'Alfvén ne dépend pas de la forme des fonctions de distribution, les résultats le concernant sont identiques à ceux du chapitre 6.

Le mode d'Alfvén est stable si et seulement si

$$\mathcal{F} = V_A^2 + C_\perp^2 - C_\parallel^2 \geq 0, \quad (9.4)$$

où  $\mathcal{F}$  est le paramètre firehose défini par (6.15); sinon il est instable à l'instabilité firehose.

### 9.3.2 Modes compressionnels

L'étude de la stabilité marginale des modes compressionnels est obtenue en développant leur relation de dispersion (9.2) dans la limite  $\omega \rightarrow 0$ . Nous sommes obligés à partir d'ici de nous restreindre au cas de fonctions de distribution symétriques en la variable  $v_\parallel$ , afin de pouvoir utiliser le développement des fonctions adimensionnalisées  $\mathcal{L}_{s\perp E}$ ,  $\mathcal{L}_{snE}$ ,  $\mathcal{L}_{snE}$  dans cette limite, donné par l'équation (C5.5).

La relation de dispersion des modes compressionnels dans un plasma homogène multi-espèces se réduit à l'issue du développement à :

$$\begin{aligned} \omega^2 + i\pi \frac{\omega}{k_\parallel} \left[ \frac{1}{\rho_0} \sum_s \int_0^\infty \Delta_s^2 \left( \frac{-1}{m_s v_\parallel} \frac{\partial f_{s0}}{\partial v_\parallel} \right)_{v_\parallel=0} d\vec{v}_\perp \right] k_\perp^2 = \\ \left[ V_A^2 + 2C_\perp^2 - \frac{1}{\rho_0} \sum_s \int \Delta_s \frac{1}{2} m_s v_\perp^2 \left( \frac{-1}{m_s v_\parallel} \frac{\partial f_{s0}}{\partial v_\parallel} \right) \mathbf{d}\mathbf{v} \right] k_\perp^2 + (V_A^2 + C_\perp^2 - C_\parallel^2) k_\parallel^2. \end{aligned} \quad (9.5)$$

Le terme en  $\omega^2$  dans l'équation est conservé pour le cas  $k_\perp = 0$ .

Le nouveau paramètre  $\Delta_s$  s'exprime :

– en développant l'équation (9.2) dans le cas des plasmas multi-espèces par :

$$\Delta_s = \frac{1}{2} m_s v_\perp^2 - q_s \frac{\sum_l q_l \int \frac{1}{2} m_l v_\perp^2 \left( \frac{-1}{m_l v_\parallel} \frac{\partial f_{l0}}{\partial v_\parallel} \right) \mathbf{d}\mathbf{v}}{\sum_l q_l^2 \int \frac{-1}{m_l v_\parallel} \frac{\partial f_{l0}}{\partial v_\parallel} \mathbf{d}\mathbf{v}}; \quad (9.6)$$

– en développant l'équation (9.3) dans le cas des plasmas proton-électron par :

$$\Delta_s = \frac{1}{2} m_s v_\perp^2 - \frac{\int \left( \frac{1}{2} m_s v_\perp^2 + \lambda m_s v_\parallel^2 \right) \left( \frac{-1}{m_s v_\parallel} \frac{\partial f_{s0}}{\partial v_\parallel} \right) \mathbf{d}\mathbf{v}}{\int \frac{-1}{m_s v_\parallel} \frac{\partial f_{s0}}{\partial v_\parallel} \mathbf{d}\mathbf{v}}. \quad (9.7)$$

Le paramètre  $\lambda$  s'écrit :

$$\lambda = - \frac{\sum_r \frac{n_{r0}}{\rho_0} \int \frac{1}{2} m_r v_{\perp}^2 \left( \frac{-1}{m_r v_{\parallel}} \frac{\partial f_{r0}}{\partial v_{\parallel}} \right) \mathbf{d}\mathbf{v}}{\sum_r \frac{n_{r0}}{\rho_0} \int \frac{-1}{m_r v_{\parallel}} \frac{\partial f_{r0}}{\partial v_{\parallel}} \mathbf{d}\mathbf{v}} \cdot \frac{\sum_r \frac{n_{r0}}{\rho_0} \int m_r v_{\parallel}^2 \left( \frac{-1}{m_r v_{\parallel}} \frac{\partial f_{r0}}{\partial v_{\parallel}} \right) \mathbf{d}\mathbf{v}}{\sum_r \frac{n_{r0}}{\rho_0} \int \frac{-1}{m_r v_{\parallel}} \frac{\partial f_{r0}}{\partial v_{\parallel}} \mathbf{d}\mathbf{v}} . \quad (9.8)$$

Afin de comprendre la signification des différents paramètres introduits ci-dessus, on les exprime dans le cas où les fonctions de distribution sont bi-Maxwelliennes et où on a affaire à un simple plasma proton-électron. Dans ce cas,  $\lambda$  et  $\Delta_s$  se réduisent alors à :

$$\lambda = - \frac{P_{\perp}}{P_{\parallel}} \quad (9.9)$$

$$\Delta_s = \frac{1}{2} m_s v_{\perp}^2 - T_{s\parallel} \left[ \frac{T_{s\perp}}{T_{s\parallel}} - \frac{P_{\perp}}{P_{\parallel}} \right] \quad (9.10)$$

$\lambda$  représente le rapport des pressions thermiques perpendiculaire et parallèle totales du plasma, tandis que  $\Delta_s$  est la différence entre un terme traduisant le comportement individuel des particules de l'espèce considérée ( $\frac{1}{2} m_s v_{\perp}^2$ ) et un terme relatif à l'ensemble des particules composant l'espèce considérée.

Ce second terme traduit la contribution de l'anisotropie de l'espèce considérée par rapport à l'anisotropie globale du plasma. En effet, dans le cas particulier où toutes les espèces présentent la même anisotropie de température, ce second terme s'annule.

$\Delta_s$  contient donc une information à trois niveaux du plasma : au niveau particulaire, au niveau des espèces composant le plasma et au niveau du plasma dans sa globalité.

On ré-écrit l'équation (9.5) de manière à pouvoir discuter la stabilité des modes compressionnels à l'aide de trois paramètres distincts,

$$\omega^2 + i \pi \frac{\omega}{k_{\parallel}} \mathcal{L} k_{\perp}^2 = \mathcal{M} k_{\perp}^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2 , \quad (9.11)$$



ces trois paramètres étant :

$$\mathcal{F} = V_A^2 + C_\perp^2 - C_\parallel^2 \quad (9.12)$$

$$\mathcal{M} = V_A^2 + 2C_\perp^2 - \frac{1}{\rho_0} \sum_s \int \Delta_s \frac{1}{2} m_s v_\perp^2 \left( \frac{-1}{m_s v_\parallel} \frac{\partial f_{s0}}{\partial v_\parallel} \right) \mathbf{d}\mathbf{v} \quad (9.13)$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{\rho_0} \sum_s \int_0^\infty \Delta_s^2 \left( \frac{-1}{m_s v_\parallel} \frac{\partial f_{s0}}{\partial v_\parallel} \right)_{v_\parallel=0} d\vec{v}_\perp. \quad (9.14)$$

Le premier paramètre est le paramètre firehose déjà défini précédemment par l'équation (9.4). C'est un paramètre fluide donc indépendant des fonctions de distribution.

Le second paramètre est le paramètre miroir, généralisé au cas de fonctions de distribution non bi-Maxwelliennes. Il est identique au paramètre miroir donné par *Pokhotelov et al.* [2002]. On peut vérifier que son expression générale (9.12) se réduit à l'expression (6.25) dans le cas bi-Maxwellien multi-espèces.

Le troisième paramètre, dénommé par la suite paramètre Landau, retient plus particulièrement notre attention. Dans le cas bi-Maxwellien, ce paramètre est positif car

$$\left( \frac{-1}{m v_\parallel} \frac{\partial f_0}{\partial v_\parallel} \right)_{v_\parallel=0} = (f_0)_{v_\parallel=0} \quad (9.15)$$

est positif.

Ce paramètre  $\mathcal{L}$  peut être négatif, par exemple lorsque toutes les espèces composant le plasma ont des fonctions de distribution telles que  $(\partial f_{s0}/\partial v_\parallel)_{v_\parallel=0} > 0$ . Cette possibilité de changement de signe va changer l'expression du critère de stabilité et introduire un nouveau type d'instabilité, purement cinétique. *Pokhotelov et al.* [2002] mentionne également dans leur article cette possibilité.

L'examen de l'équation (9.11) révèle que les modes compressionnels sont stables pour tout  $\mathbf{k}$  si et seulement si

$$\frac{\mathcal{M}}{\mathcal{L}} \geq 0 \quad \& \quad \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{L}} \geq 0. \quad (9.16)$$

Comme le mode d'Alfvén est, quant à lui, stable pour tout  $\mathbf{k}$  si et seulement si  $\mathcal{F} \geq 0$ , on peut en déduire que les modes basse-fréquence dans un plasma gyrotrope homogène non bi-Maxwellien sont stables pour tout  $\mathbf{k}$  si et seulement si

$$\mathcal{F} \geq 0 \quad \& \quad \mathcal{M} \geq 0 \quad \& \quad \mathcal{L} \geq 0. \quad (9.17)$$

Dans le cas  $\mathcal{L} > 0$ , le critère de stabilité des modes compressionnels s'écrit  $\mathcal{M} k_{\perp}^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2 \geq 0$  et révèle deux instabilités, comme dans le cas bi-Maxwellien :

- une instabilité firehose, dont la condition à  $k_{\perp} = 0$  s'écrit  $\mathcal{F} < 0$ ;
- une instabilité miroir, dont la condition à  $k_{\parallel} = 0$  s'écrit  $\mathcal{M} < 0$ .

Dans le cas  $\mathcal{L} < 0$ , le critère de stabilité des modes compressionnels s'écrit  $\mathcal{M} k_{\perp}^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2 \leq 0$ , et les conclusions au voisinage de la stabilité marginale sont très différentes :

- Si  $\mathcal{F} < 0$  et  $\mathcal{M} < 0$ , les modes compressionnels sont stables  $\forall \mathbf{k}$ , tandis que le mode d'Alfvén est instable pour tout  $\mathbf{k}$ .
- Si  $\mathcal{F} \geq 0$  et  $\mathcal{M} < 0$ , un des modes compressionnels est instable pour  $k_{\parallel}$  suffisamment grand. Ce mode est instable à  $k_{\perp} = 0$  pour  $\mathcal{F} > 0$ .
- Si  $\mathcal{F} < 0$  et  $\mathcal{M} > 0$ , un des modes compressionnels est instable pour  $k_{\perp}$  suffisamment grand. Ce mode est instable à  $k_{\parallel} = 0$  pour  $\mathcal{M} > 0$ . Le mode d'Alfvén est également instable pour tout  $\mathbf{k}$ .
- Si  $\mathcal{F} > 0$  et  $\mathcal{M} > 0$ , une nouvelle instabilité apparaît. L'étude de ce cas de figure est un peu plus détaillé ci-dessous et illustré à l'aide de la figure 9.1.

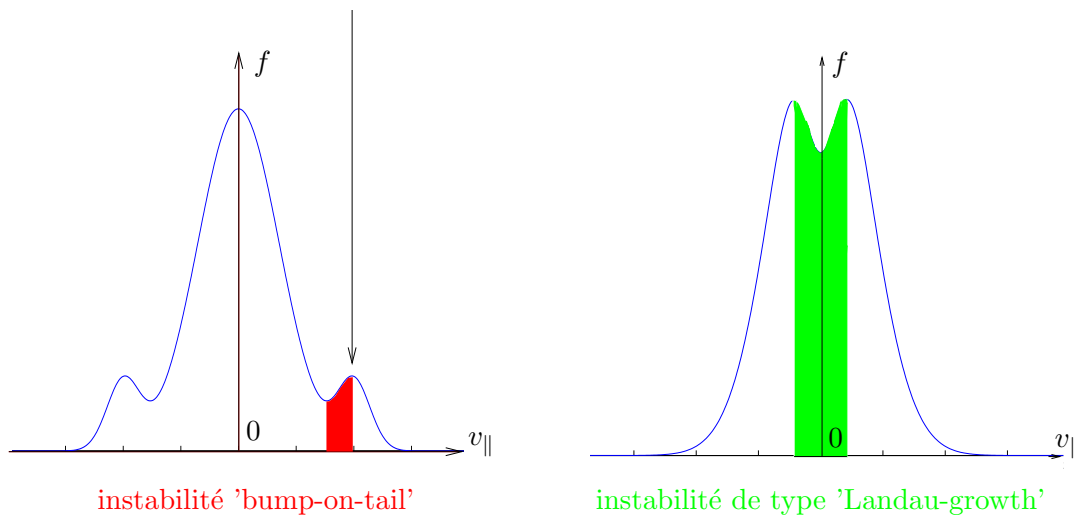


FIG. 9.1 – Illustration de l'instabilité de type 'Landau-growth' (à droite) par analogie avec l'instabilité 'bump-on-tail' (à gauche). La figure représente la forme de la fonction de distribution des vitesses des particules,  $f$ , en fonction de la vitesse parallèle,  $v_{\parallel}$ .

La présence d'un faisceau de particules ayant des énergies élevées peut être à l'origine d'une instabilité de type 'bump-on-tail' (figure 9.1 à gauche) et exciter des ondes de Langmuir. Cette situation se rencontre, par exemple, dans les pré-chocs planétaires et dans le milieu interplanétaire (sursauts radio solaires de type II et III). Par analogie avec l'amortissement Landau, qui résulte d'un transfert d'énergie de l'onde vers les particules du plasma, on

qualifiera l'instabilité apparaissant pour  $\mathcal{L} < 0$  lorsque  $\mathcal{F} > 0$  et  $\mathcal{M} > 0$  d'instabilité de type 'Landau growth'. Un excès de particules à vitesses faibles mais non-nulles (figure 9.1 à droite) permet à la perturbation de croître lors de l'interaction onde-particules au voisinage des très faibles fréquences ( $\omega \rightarrow 0$ ).

## 9.4 Applications

### 9.4.1 Fonction de distribution kappa avec cône de perte

Afin d'illustrer dans cette section l'influence des fonctions de distribution sur les instabilités basse-fréquence dans les plasmas gyrotropes, on considère pour chaque espèce présente dans le plasma des fonctions de distribution telles celles utilisées par *Leubner et Schupfer* [2001], qui combinent les distributions de type Dory-Guest-Harris (*Dory et al.* [1965]) et les distributions kappa. La forme de ces fonctions de distribution, par la suite appelées fonction de distribution kappa avec cône de perte, est donnée par la représentation analytique suivante :

$$f = A \times \left( \frac{v_{\perp}}{v_{th\perp}} \right)^{2j} \left( 1 + \frac{v_{\parallel}^2}{2\kappa\theta_{th\parallel}^2} + \frac{v_{\perp}^2}{\kappa\theta_{th\perp}^2} \right)^{-(\kappa+1)} \quad (9.18)$$

avec

$$A = \frac{\Gamma(\kappa+1)}{\Gamma(j+1)\Gamma(\kappa-j-\frac{1}{2})} \frac{1}{\kappa^{(j+\frac{3}{2})}} \frac{1}{\pi\theta_{th\perp}^2} \frac{n_0}{\sqrt{2\pi\theta_{th\parallel}^2}}.$$

L'indice  $\kappa$  représente l'indice spectral des distributions kappa, qui modélise la queue supra-thermique de ces distributions (figure 9.2). L'indice  $j$  est l'indice de cône de perte (figure 9.3) et  $n_0$  désigne la densité.

Comme nous le verrons plus bas, les vitesses  $\theta_{\perp,\parallel}$  sont égales aux vitesses thermiques perpendiculaire et parallèle (définies par) à un facteur près (donné par (9.22) et (9.24) dans le cas général et égal à 1 pour une bi-Maxwellienne).

Cette représentation analytique modélise une distribution avec cône de perte occupée par une population supra-thermique et a l'avantage d'englober de nombreux types de distribution, notamment :

- les distributions kappa lorsque  $j = 0$  ;
- les fonctions de type Dory-Guest-Harris lorsque  $\kappa \rightarrow \infty$  ;
- les distributions bi-Maxwelliennes lorsque  $j = 0$  et  $\kappa \rightarrow \infty$ .

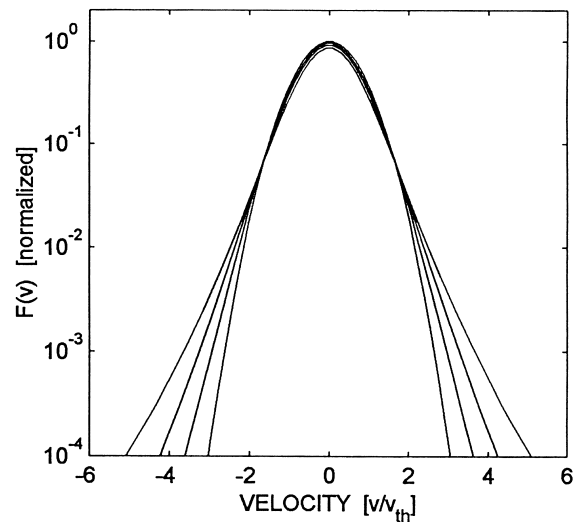


FIG. 9.2 – Famille de distributions kappa, dans le cas isotrope. La fonction de distribution normalisée à sa valeur en  $v = 0$  est représentée en fonction de la vitesse des particules normalisée à la vitesse thermique du plasma. L'indice spectral  $\kappa$  augmente de la courbe la plus à l'extérieur à celle la plus à l'intérieur en prenant les valeurs suivantes : 3, 4, 6, 10 et  $\infty$  qui correspond au cas Maxwellien. Plus  $\kappa$  est petit, plus il y a de particules aux grandes énergies. D'après *Leubner* [2000].

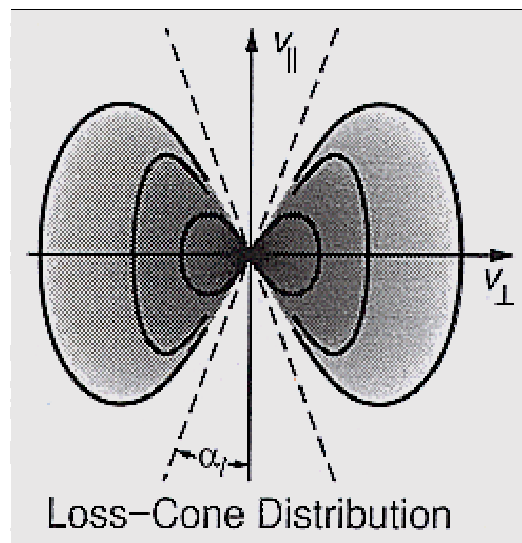


FIG. 9.3 – Distribution avec cône de perte représentée dans le plan  $(v_{\perp}, v_{\parallel})$ .

Le calcul des moments fluide du deuxième ordre à partir de ces fonctions de distribution donne pour les pressions thermiques perpendiculaire et parallèle :

$$P_{\perp 0} = \frac{1}{2} n_0 m \theta_{th\perp}^2 \frac{\kappa(j+1)}{\kappa - j - \frac{3}{2}} \quad (9.19)$$

$$P_{\parallel 0} = n_0 m \theta_{th\parallel}^2 \frac{\kappa}{\kappa - j - \frac{3}{2}}, \quad (9.20)$$

ce qui permet de définir les températures et les vitesses thermiques associées :

$$T_{\perp} = \frac{1}{2} m \theta_{th\perp}^2 \frac{\kappa(j+1)}{\kappa - j - \frac{3}{2}} \quad (9.21)$$

$$v_{th\perp}^2 = \theta_{th\perp}^2 \frac{\kappa(j+1)}{\kappa - j - \frac{3}{2}} \quad (9.22)$$

$$T_{\parallel} = m \theta_{th\parallel}^2 \frac{\kappa}{\kappa - j - \frac{3}{2}} \quad (9.23)$$

$$v_{th\parallel}^2 = \theta_{th\parallel}^2 \frac{\kappa}{\kappa - j - \frac{3}{2}}. \quad (9.24)$$

D'après les expressions obtenues ci-dessus, il faut que  $\kappa - j - \frac{3}{2} > 0$  pour que ces fonctions de distribution conservent un sens physique.

Les vitesses  $\theta_{\perp, \parallel}$  ne représentent pas les vitesses thermiques réelles du plasma. Elles représentent les vitesses thermiques de la bi-Maxwellienne obtenues en prenant les limites  $j = 0$  et  $\kappa = 0$  de la fonction de distribution considérée. La représentation analytique introduite par *Leubner et Schupfer* [2001] est alors, à mon sens, plus observationnelle et pratique que théorique.

En pratique (voir figure 9.4), pour approximer une fonction de distribution observée par une fonction kappa-cône de perte, on commence par modéliser :

- dans un premier temps la distribution observée par une bi-Maxwellienne, ce qui permet de déterminer les vitesses thermiques bi-Maxwelliennes  $\theta_{\perp, \parallel}$  et la contribution des particules à basse énergie ;
- ensuite la décroissance en loi de puissance de la distribution aux hautes énergies, ce qui permet de déterminer l'indice spectral  $\kappa$  ;
- enfin, si le cône de perte est rempli, l'indice  $j$ .

Les valeurs trouvées sont ensuite utilisées dans la représentation analytique (9.18).

Cette démarche en plusieurs étapes se justifie par le fait que sur un satellite d'observation, ce sont les observations de différents instruments plasma (avec différentes gammes d'énergie) qui complètent l'information sur la distribution des particules.

Signalons enfin que ces fonctions de distribution kappa avec cône de perte sont telles que le paramètre Landau  $\mathcal{L} > 0$ . Ces fonctions ne sont donc pas sujettes à l'instabilité de type 'Landau-growth' discutée dans la section précédente.

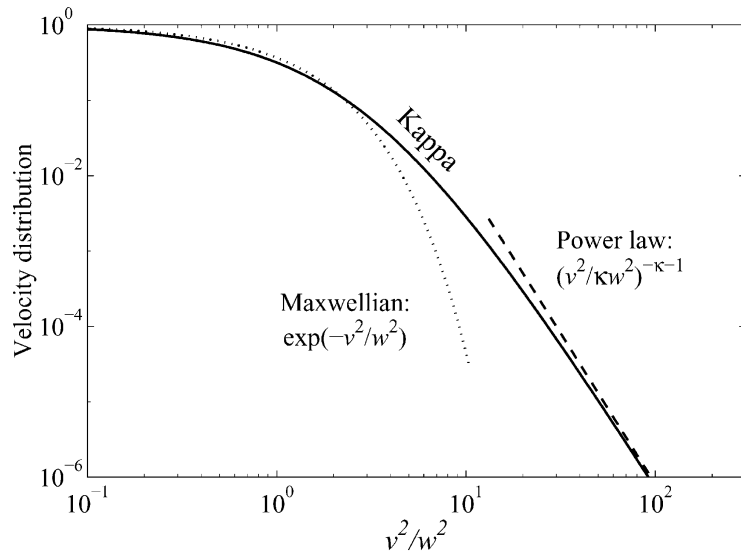


FIG. 9.4 – Comparaison des distributions Maxwellienne, kappa ( $\kappa = 3$ ) et en loi de puissance dans un plasma isotrope. La fonction de distribution normalisée à sa valeur en  $v = 0$  est représentée en fonction de la vitesse des particules normalisée à la vitesse thermique du plasma. Illustration également de la possible démarche de l’observateur, qui après avoir utilisé une Maxwellienne pour modéliser la distribution aux faibles énergies et estimer la vitesse thermique du plasma, modélise la distribution aux grandes énergies par une loi de puissance pour trouver l’indice spectral  $\kappa$ . Adapté de *Meyer-Vernet* [2001].

### 9.4.2 Instabilité firehose

Nous avons vu que l’instabilité firehose se développe si et seulement si  $\mathcal{F} < 0$  (lorsque  $\mathcal{L} > 0$ ). Dans le cas de fonctions de distribution kappa avec cône de perte, on peut ré-écrire ce critère à l’aide des équations (9.19) et (9.20) :

$$V_A^2 + \frac{1}{\rho_0} \sum_s \frac{\kappa_s}{\kappa_s - j_s - \frac{3}{2}} \left[ \frac{1}{2} n_{s0} m_s \theta_{th\perp s}^2 (j_s + 1) - n_{s0} m_s \theta_{th\parallel s}^2 \right] < 0. \quad (9.25)$$

Des études statistiques ont été menées afin d’évaluer l’anisotropie de pressions thermiques du plasma dans le vent solaire, en relation avec la pression magnétique. Le but de ces études est de contraindre le rôle des instabilités dans la saturation de cette anisotropie (*Kasper et al.* [2002]). Ces études utilisent les moments fluide calculés à partir de la modélisation des observations satellitaires à l’aide de distributions bi-Maxwelliennes. L’inclusion des populations de particules suprathermiques, fréquemment observées dans le vent solaire (par le satellite WIND par exemple), permettrait de raffiner ces études.

### 9.4.3 Instabilité miroir

Dans un plasma où les espèces ont des fonctions de distribution kappa avec cône de perte, l’instabilité miroir se développe si et seulement si  $\mathcal{M} < 0$  d’après (9.13) (puisque  $\mathcal{L} > 0$ ), ce qui s’écrit en fonction des vitesses sonores :

$$V_A^2 + 2C_\perp^2 - \sum_s \frac{j_s + 2}{j_s + 1} \frac{C_{s\perp}^4}{C_{s\parallel}^2} + \frac{\left( \sum_s q_s n_{s0} \frac{C_{s\perp}^2}{C_{s\parallel}^2} \right)^2}{\sum_s q_s^2 \frac{\kappa_s - j_s - \frac{1}{2}}{\kappa_s - j_s - \frac{3}{2}} \frac{n_{s0}^2}{C_{s\parallel}^2}} < 0. \quad (9.26)$$

On peut montrer que (9.26) est équivalent au critère obtenu par *Pokhotelov et al.* [2002], tout en étant écrit sous une forme beaucoup moins compliquée. En prenant le cas  $j = 0$  et  $\kappa \rightarrow \infty$ , on retrouve le critère de l'instabilité donné dans le chapitre 6 par l'équation (6.25) pour des distributions bi-Maxwelliennes. Cette relation peut également s'exprimer en fonction des vitesses thermiques  $\theta_{T\perp}$  et  $\theta_{T\parallel}$  :

$$V_A^2 + \frac{1}{\rho_0} \sum_s \left[ j_s + 1 - \frac{1}{4} \frac{\theta_{sT\perp}^2}{\theta_{sT\parallel}^2} \frac{j_s + 2}{j_s + 1} \right] n_{s0} m_s \theta_{sT\perp}^2 \frac{\kappa_s}{\kappa_s - j_s - \frac{3}{2}} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\left( \sum_s \frac{1}{2} q_s n_{s0} (j_s + 1) \frac{\theta_{sT\perp}^2}{\theta_{sT\parallel}^2} \right)^2}{\sum_s q_s^2 \frac{\kappa_s - j_s - \frac{1}{2}}{\kappa_s} \frac{n_{s0}}{m_s \theta_{sT\parallel}^2}} < 0. \quad (9.27)$$

Dans le but d'estimer rapidement l'influence des indices spectral,  $\kappa$ , et de cône de perte,  $j$ , sur le critère de l'instabilité miroir, on simplifie le problème en considérant un plasma proton-électron, avec mêmes indices ( $\kappa$ ,  $j$ ) et la même anisotropie de pression thermique pour les deux espèces. La courbe critique correspondant à  $\mathcal{M} = 0$  est alors donnée par l'une des deux courbes suivantes :

$$\beta_\perp^* = \frac{\kappa - j - \frac{3}{2}}{\kappa(j+1)} \left[ \left( \frac{j+2}{2} \right) \frac{T_\perp^*}{T_\parallel^*} - 1 \right]^{-1} \quad (9.28)$$

$$\frac{T_\perp^*}{T_\parallel^*} = \frac{2}{j+2} + \frac{2}{\beta_\perp^*} \frac{\kappa - j - \frac{3}{2}}{\kappa(j+1)(j+2)} \quad (9.29)$$

avec

$$\beta_\perp^* = \frac{P_\perp}{P_M} = \frac{1}{\rho_0} \frac{\sum_s n_s m_s \theta_{th\perp s}^2}{V_A^2}, \quad T_\perp^* = \frac{1}{2} m \theta_{th\perp}^2, \quad T_\parallel^* = m \theta_{th\parallel}^2.$$

Un des points importants que j'ai voulu souligner grâce à cette petite étude consiste la réduction du critère de l'instabilité miroir lorsque une population suprathermique ou avec cône de perte est présente dans les distributions (figure 9.5 et 9.6). Cette présence permet ainsi à l'instabilité miroir de se développer même lorsque la pression perpendiculaire est plus faible que la pression parallèle, contrairement au cas bi-Maxwellien.

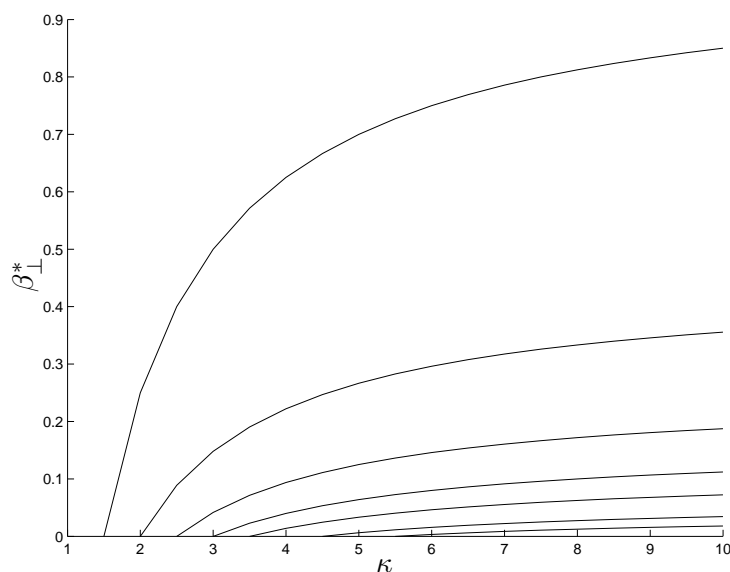


FIG. 9.5 – Courbes de stabilité marginale de l’instabilité miroir dans le plan  $(\kappa, \beta_{\perp}^*)$  calculées à partir de l’expression (9.28) pour un plasma proton-électron, ayant les mêmes indices et la même anisotropie de pression thermique pour les deux espèces.  $\frac{T_{\perp}^*}{T_{\parallel}^*} = 2$ , et l’indice  $j$  prend successivement les valeurs  $j = 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 3, 4$  sur les courbes de haut en bas. Le domaine situé au-dessus des courbes est le domaine où le plasma est instable à l’instabilité miroir ; inversement en-dessous.

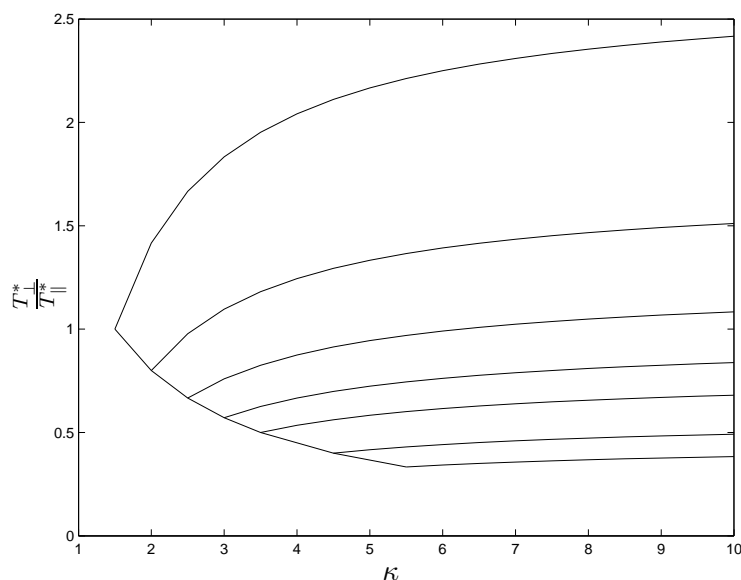


FIG. 9.6 – Courbes de stabilité marginale de l’instabilité miroir dans le plan  $(\kappa, \frac{T_{\perp}^*}{T_{\parallel}^*})$  calculées à partir de l’expression (9.29) pour un plasma proton-électron, ayant les mêmes indices et la même anisotropie de pression thermique pour les deux espèces.  $\beta_{\perp}^* = 0.6$ , et l’indice  $j$  prend successivement les valeurs  $j = 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 3, 4$  sur les courbes de haut en bas. Le domaine situé au-dessus des courbes est le domaine où le plasma est instable à l’instabilité miroir ; inversement en-dessous.



## 9.5 Quelques mots sur le cas des plasmas stratifiés

L'étude des modes de quasi-interchange dans les plasmas non bi-Maxwelliens, stratifiés et en rotation, peut être rapidement menée, en se reportant aux approches réalisées au chapitre 6 et au chapitre 8.

En suivant une procédure en tout point identique à celle de la section 6.3.1, on en déduit que les modes d'Alfvén, lent et miroir sont les modes les plus influencés par la stratification, et ce à  $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$ . Ils constituent les modes de quasi-interchange dans cette limite, une fois la stratification prise en compte.

En effet, le mode d'Alfvén a  $\omega \rightarrow 0$  dans ce régime et la discussion sur les modes compressionnels porte suivant si  $\omega \neq 0$  ou si  $\omega = 0$ .

Dans le premier cas,  $\omega \neq 0$ , le paramètre  $z = \omega / (v_{th\parallel} k_{\parallel})$  défini au chapitre 5 est infini. Or dans le cas de fonctions de distribution non bi-Maxwelliennes mais symétriques en  $v_{\parallel}$ , nous savons d'après le chapitre 5 qu'on retrouve les résultats de la théorie double-adiabatique dans la limite  $z \rightarrow \infty$ . Nous obtenons alors les mêmes conclusions qu'à la section 6.3.1, à savoir que le mode rapide coïncide avec le mode rapide de la théorie double-adiabatique et que sa relation de dispersion est donnée par  $\omega^2 = (V_A^2 + 2C_{\perp}^2) k_{\perp}^2$ . Il n'est donc pas influencé par la stratification dans ce régime.

Dans le second cas,  $\omega = 0$ , le paramètre  $z$  est indéterminé mais on peut obtenir une équation implicite en égalant  $\omega$  et  $k_{\parallel}$  à zéro dans l'équation (9.4). La relation de dispersion obtenue s'applique aux modes lent et miroir.

Ensuite dans le chapitre 8, nous avons généralisé au cas des plasmas multi-espèces bi-Maxwelliens les résultats obtenus dans le cas d'un plasma proton-électron bi-Maxwellien. Cette généralisation a été faite en conservant le plus longtemps possible, sans les expliciter, les coefficients  $\gamma$  qui interviennent dans les expressions des perturbations des pressions perpendiculaire et parallèle calculées au chapitre 5. Or dans ce chapitre, nous avons obtenu des expressions des équations d'état perturbées en fonction du vecteur déplacement  $\delta \mathbf{r}$  dans le cas des plasmas multi-espèces stratifiés et en rotation, qu'ils soient bi-Maxwelliens ou non. Les seules différences quant aux équations d'état obtenues entre ces cas de figure reposent sur les expressions des coefficients  $\gamma$ .

En conséquence l'expression de la relation de dispersion (8.1) obtenue au chapitre précédent est valable dans le cas présent, à condition de remplacer les expressions des coefficients  $\gamma$  (B5.1)-(B5.5) par (C5.5)-(C5.9). De même dans le cas des paramètres de la stratification donnés par les expressions (8.4)-(8.6) et qui interviennent dans cette relation de dispersion. Quant aux expressions des paramètres firehose et miroir (8.2)-(8.3), il suffit de les remplacer par (9.12)-(9.13).

En développant au premier ordre en  $\omega$  la relation de dispersion (8.1), on obtient :

$$i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \mathcal{Q} \omega = \mathcal{M} \left[ \mathcal{M} \left( \varpi_0^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2 \right) - g_1^2 \right] \quad (9.30)$$

avec :

$$\mathcal{Q} = \frac{1}{\rho_0} \sum_s \int_0^{\infty} \mathcal{B}^2 \left( \frac{-1}{m_s v_{\parallel}} \frac{\partial f_{s0}}{\partial v_{\parallel}} \right)_{v_{\parallel}=0} d\vec{v}_{\perp} \quad (9.31)$$

Le paramètre  $\mathcal{B}$  n'est pas donné ici, car il est très compliqué et dépend à la fois des paramètres de la stratification et de la forme de la fonction de distribution. L'important est de noter qu'il intervient au carré dans l'équation précédente, et que sa contribution est toujours positive.

Le paramètre  $\mathcal{Q}$  dépend de la forme de la fonction de distribution aux très faibles vitesses parallèles de toutes les espèces présentes dans le plasma. Ce paramètre, très compliqué lui aussi car intégré sur toutes les espèces, est à rapprocher du paramètre Landau défini précédemment par (9.14) dans l'étude des plasmas non bi-Maxwelliens homogènes. Là encore, la propriété mise en avant ici est que ce paramètre peut changer de signe et les conclusions relatives à la stabilité des modes de quasi-interchange seront alors différentes, s'il est positif ou négatif.

Si  $\mathcal{Q} > 0$ , on retrouve le même critère de stabilité des modes de quasi-interchange au voisinage de la stabilité marginale qu'au chapitre précédent :

$$\mathcal{M} \left[ \mathcal{M} \left( \varpi_0^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2 \right) - g_1^2 \right] > 0 \quad (9.32)$$

où les grandeurs y apparaissant sont corrigés avec les expressions des coefficients  $\gamma$  adaptés aux cas des plasmas stratifiés non bi-Maxwelliens (voir Annexe C chapitre 5).

Si  $\mathcal{Q} < 0$ , les modes de quasi-interchange au voisinage de la stabilité marginale sont stables si et seulement si :

$$\mathcal{M} \left[ \mathcal{M} \left( \varpi_0^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2 \right) - g_1^2 \right] > 0. \quad (9.33)$$

## 9.6 Conclusions

Le travail présenté ici est encore incomplet et demande à être poursuivi. L'objectif de ce chapitre était de montrer comment les résultats obtenus à l'aide de notre formalisme mixte MHD-cinétique dans le cas de plasmas bi-Maxwelliens peuvent être généralisés aux plasmas non bi-Maxwelliens.

La seule restriction faite tout au long de ce chapitre consiste en l'utilisation de fonctions de distribution symétriques en  $v_{\parallel}$ . A partir de cette restriction, nous nous sommes concentrés sur l'étude des plasmas homogènes, dans le but de généraliser les critères des instabilités firehose et miroir. La première instabilité étant fluide, on retrouve bien évidemment le critère énoncé au chapitre 6. Par contre dans le cas de l'instabilité miroir, le critère obtenu dépend fortement de la forme de la fonction de distribution des vitesses des particules. Cette dépendance a été illustrée à l'aide de la famille de fonctions de distribution kappa avec cône de perte, très souvent utilisée dans la littérature.

Le cas des plasmas non bi-Maxwelliens fait apparaître un nouveau paramètre, dénommé paramètre Landau, qui peut être à l'origine d'une instabilité de type 'Landau-growth' du fait d'un déficit de particules aux très faibles vitesses parallèles. Le signe de ce nouveau paramètre intervient dans l'étude de la stabilité de tels plasmas.

La généralisation de notre approche aux plasmas non bi-Maxwelliens ouvre ainsi de multiples perspectives, parmi lesquelles :

- L'étude complète de la stabilité des plasmas gyrotropes non bi-Maxwelliens, homogènes et stratifiés, dont nous avons donné ici un modeste aperçu.
- La recherche d'observations naturelles de fonctions de distribution pouvant amener le développement d'une instabilité du type 'Landau-growth'. On a souvent mis en évidence dans les magnétogaines planétaires la présence de fonctions de distribution présentant une forme 'en créneau' au voisinage des faibles vitesses parallèles, et ces observations feront l'objet de toute notre attention. De même pour les observations de fonctions de distribution de type 'fer à cheval' (*Bingham et al.* [1999]). Nous espérons à ce propos rencontrer très prochainement la communauté des observateurs afin de recueillir leur éclairage sur cette question (dans un souci de trouver une application à toute théorie).
- L'étude de l'influence de la forme des fonctions de distribution sur la propagation des modes compressionnels équivalents aux modes rapide, lent et miroir identifiés dans le cas des plasmas bi-Maxwelliens. Une première tentative est en cours, à partir des fonctions kappa avec cône de perte présentées dans ce chapitre; elle consiste en la résolution numérique de la relation de dispersion (9.3) en faisant varier la direction du vecteur d'onde.

Remarquons enfin que les progrès réalisés ces dernières années dans la précision des observations se doivent d'aller de pair avec les progrès des théories employées pour caractériser ces observations. Les conclusions sont très fortement dépendantes d'un certain nombre de paramètres, dont la forme des fonctions de distribution qui reste difficilement accessible, à la fois observationnellement et analytiquement. Elle constitue cependant un paramètre essentiel dans toute étude des phénomènes observés dans les plasmas spatiaux.

Troisième partie

**La mission Cassini/Huygens**



# Chapitre 1

## Présentation

### 1.1 La mission et ses objectifs

#### 1.1.1 La mission

Des magnétosphères des planètes du Système Solaire, seules celles de la Terre et de Jupiter ont fait l'objet d'une étude approfondie à l'aide d'orbiteurs (ex : Cluster II, Galileo). La connaissance actuelle de la magnétosphère de Saturne est limitée au survol de la planète par les sondes Pioneer 11 et Voyager 1 & 2.

**Pioneer 11.** La sonde, lancée en 1973, a réalisé le premier survol de Saturne en septembre 1979, avant de poursuivre sa route vers les frontières du Système Solaire. Elle a mesuré entre autre les particules énergétiques, le champ magnétique et les rayons cosmiques jusqu'en 1995, terminant sa mission faute de ressources énergétiques disponibles à bord.



FIG. 1.1 – A gauche : Pioneer 11 ; à droite : Voyager 1.

**Voyager 1.** La sonde, lancée en 1977, a survolé Saturne en novembre 1980 et continue d'être active à ce jour. Son survol de Saturne a considérablement amélioré nos connaissances sur le système saturnien par rapport à Pioneer 11, notamment en ce qui concerne l'atmosphère de Titan, les propriétés des anneaux et l'observation des émissions radio de la planète.

**Voyager 2.** La sonde, jumelle de la précédente et lancée elle aussi en 1977, a survolé Saturne en août 1981 et a continué son périple en survolant Uranus et Neptune. Elle est toujours active de nos jours.

Plus de vingt ans après la rencontre de Voyager 2 avec Saturne, une nouvelle mission s'apprête à observer l'environnement spatial de cette planète, non pas en la survolant brièvement, mais en l'orbitant : la mission Cassini/Huygens. Cette mission est une mission conjointe NASA / ESA, impliquant de nombreux autres partenaires.

Le satellite comporte un orbiteur fourni par la NASA (Cassini) qui transporte une sonde fournie par l'ESA (Huygens).

L'orbiteur doit son nom à l'astronome français d'origine italienne Jean-Dominique Cassini (1625-1712), qui a découvert entre autre quatre satellites de Saturne (Iapetus, Téthys, Dione et Rhéa) et la division de l'anneau principal de Saturne qui porte son nom.

La sonde, quant à elle, doit son nom à l'astronome hollandais Christiaan Huygens (1629-1695), qui a découvert Titan en 1655 et la présence d'anneaux autour de Saturne.

Le concept de la mission remonte aux débuts des années 1980, et sa validation à 1989. La communauté scientifique internationale impliquée dans la mission est très importante. La participation française est la plus importante parmi les pays européens.

### 1.1.2 Les objectifs

Cassini-Huygens est une mission ambitieuse, qui devrait donner lieu à des avancées spectaculaires dans notre compréhension du système planétaire de Saturne.

En reprenant le schéma descriptif d'un système planétaire introduit dans la première partie, les principaux objectifs de la mission concernent :

- l'étude des atmosphères (de la planète, des anneaux, des satellites) et de leurs propriétés, en terme de composition, de structure et de dynamique ;
- la caractérisation des surfaces et de la structure interne de la planète et de ses satellites ;
- l'étude de l'environnement électromagnétique du système, en terme de dynamique et de couplage entre ses composantes ;
- la compréhension de la formation du système et de son évolution ;
- l'étude des conditions pré-biotiques dans l'atmosphère de Titan.

Afin de réaliser certains de ces objectifs, il est nécessaire d'assurer entre l'orbiteur Cassini et la sonde Huygens une bonne complémentarité. L'approche de la physique magnétosphérique du système planétaire de Saturne est réalisée en grande partie à l'aide de l'orbiteur.

## 1.2 Le satellite et son instrumentation plasmas et champs

### 1.2.1 Le satellite

Le satellite est haut de 6.7 mètres et large de 4 mètres, pour un poids de 5.655 tonnes, en incluant la sonde Huygens (473 kg). L'instrumentation scientifique contribue seulement à une petite fraction du poids total (7 %). Son alimentation électrique est fournie par trois générateurs thermoélectriques radioisotopes, qui utilisent la radioactivité du plutonium-238 pour générer l'énergie électrique nécessaire au fonctionnement des systèmes à bord. Le satellite dispose d'une antenne grand champ de quatre mètres de diamètre et de deux antennes plus petites, afin de communiquer avec la Terre et avec la sonde Huygens.

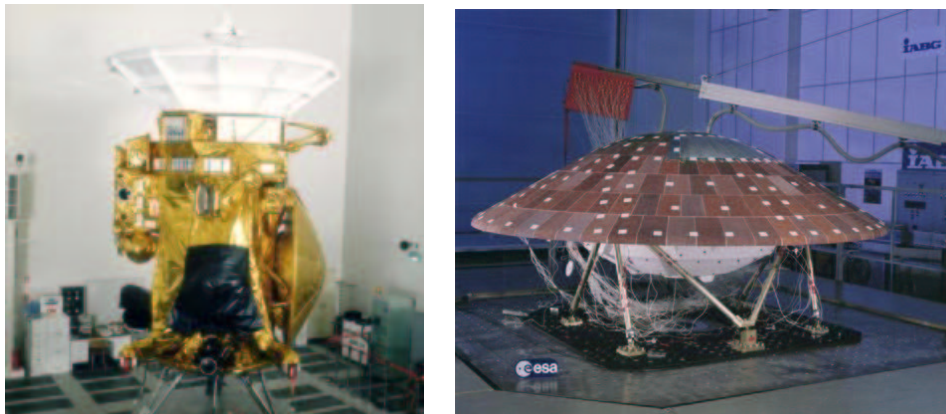


FIG. 1.2 – A gauche : l'orbiteur Cassini ; a droite : la sonde Huygens.

Cassini est pourvue de douze instruments et caméras perfectionnés pour réaliser ses objectifs. La plupart de ces instruments sont montés sur des plate-formes articulées, fixées au corps du satellite, une pour les caméras et une autre pour les instruments plasmas et champs.

Cassini est un satellite stabilisé trois axes. De multiples changements d'attitude afin de pointer les différents instruments dans la direction voulue sont nécessaires au cours de la mission. La capacité de mémoire et de stockage des informations à bord est de quatre gigabits. Lorsque les instruments plasmas et champs fonctionnent, l'antenne grand champ pointe vers la Terre et transmet les données stockées. Dans cette configuration, le satellite tourne lentement autour de l'axe de symétrie de l'antenne, ce qui permet aux instruments de scanner l'environnement plus en détail.

### 1.2.2 Les magnétomètres

L'objectif de cette expérience est de déterminer les champs magnétiques et les interactions électromagnétiques existant entre les différentes composantes du système. Les magnétomètres constituent une expérience dont les résultats sont utilisés pour comprendre les données recueillies par de nombreux autres instruments plasmas.

Cassini possède deux types de magnétomètres, montés sur un bras déployable de 11 mètres de long, qui reposent sur des principes physiques très différents afin de mesurer trois composantes orthogonales du vecteur champ magnétique.



**VHM** (Vector Helium magnetometer) : situé au bout de l'antenne, il peut opérer en mode scalaire et en mode vecteur, étant ainsi capable de mesurer très précisément l'intensité du champ magnétique. Il peut mesurer des champs magnétiques d'intensité  $\pm 32$  nT et  $\pm 256$  nT en mode vecteur, et de 256 nT à 16384 nT en mode scalaire.

**FGM** (Fluxgate magnetometer) : situé au milieu du bras, il dispose de 4 gammes de mesure,  $\pm 40$  nT,  $\pm 400$  nT,  $\pm 10000$  nT et  $\pm 44000$  nT, avec une précision respective de 4.9 pT, 48.8 pT, 1.2 nT et 5.4 nT.

L'utilisation simultanée et complémentaire des deux types de magnétomètre conduit à une redondance qui permet d'améliorer la calibration en vol, ainsi que la précision absolue des mesures.

Les magnétomètres (MAG) de Cassini sont sous la responsabilité de l'Imperial College (P.I. : D. Southwood ; Acting P.I. : M. Dougherty, *Dougherty et al.* [2002]).

### 1.2.3 Les autres instruments plasmas et champs électromagnétiques

En plus des magnétomètres, les instruments plasmas et champs électromagnétiques sont aux nombres de 7 (5 spécifiques plus 2 associés) sur les 12 présents à bord de l'orbiteur :

**CAPS** (CAssini Plasma Spectrometer) : mesure de la composition, de la densité, de la température et des vitesses des ions (2 senseurs, IBS et IMS, pour des rapports énergie/charge compris entre 1 et 50000 eV) et des électrons (1 senseur ELS, pour des énergies comprises entre 0.7 et 30000 eV). L'instrument est muni d'un actuateur motorisé lui permettant de scanner l'environnement ambiant.

(P.I. : D. Young, *Southwest Research Institute*).

**MIMI** (Magnetospheric IMaging Instrument) : mesure de la composition ionique (senseur CHEMS, pour des rapports énergie/charge compris entre 10 et 265 keV) et de la distribution en énergie des particules énergétiques (senseur LEMMS, énergies de 15 keV à 10 MeV pour les électrons, de 20 keV à 130 MeV pour les ions) ; technique d'imagerie des atomes neutres énergétiques (caméra INCA).

(P.I. : S. Krimigis, *Johns Hopkins University*).

**RPWS** (Radio and Plasma Wave Science) : mesure des champs électriques (de 1 Hz à 16 MHz) et magnétiques (de 1 Hz à 12.6 kHz).

(P.I. : D. Gurnett, *University of Iowa*).

**CDA** (Cassini Dust Analyser) : mesure de la charge, de la masse, de la composition et des vitesses des poussières et particules solides de  $10^{-16}$  à  $10^{-6}$  g.

(P.I. : R. Srama, *Max Planck Institut für Kernphysik, Heidelberg*).

**INMS** (Ion and Neutral Mass Spectrometer) : mesure des ions et des neutres de basse-énergie, inférieure à 100 eV.

(P.I. : H. Waite, *University of Michigan*).

**UVIS** (UltraViolet Imaging Spectrograph) : mesure des émissions ultraviolettes des atmosphères et des tores de gaz présents dans le système.

(P.I. : L. Esposito, *University of Colorado*).

**RSI** (Radio Science Instrument) : détermination des densités ionosphériques grâce à l'étude des signaux radio envoyés par Cassini vers la Terre, lors d'occultations avec les composantes du système planétaire de Saturne.

(P.I. : A. Kliore, *Jet Propulsion Laboratory*).

### 1.2.4 Groupe de travail MAPS

Un groupe de travail, MAPS pour 'MAGnetosphere and Plasma Science', regroupant les scientifiques impliqués sur les instruments plasmas et champs électromagnétiques a été créé, afin d'organiser de façon conjointe les observations et les études correspondantes. Ce groupe de travail s'intéresse plus particulièrement aux deux thématiques de recherche interdisciplinaires suivantes :

- l'environnement plasma de la magnétosphère de Saturne.  
(I.D.S. : T. Gombosi, *University of Michigan*) ;
- la circulation du plasma et le couplage magnétosphère / ionosphère / haute atmosphère.  
(I.D.S : M. Blanc, *Observatoire Midi-Pyrénées*).

Ces thématiques sont abordées en combinant modélisation théorique et numérique, et analyse de données.

Afin d'optimiser le retour scientifique de la mission, le groupe de travail devrait disposer d'un outil de visualisation via internet des données multi-instrumentales, CAMARAD (CAps MAPs Remote Access Database), développé par Etienne Pallier à l'Observatoire Midi-Pyrénées avec le soutien du CNES.

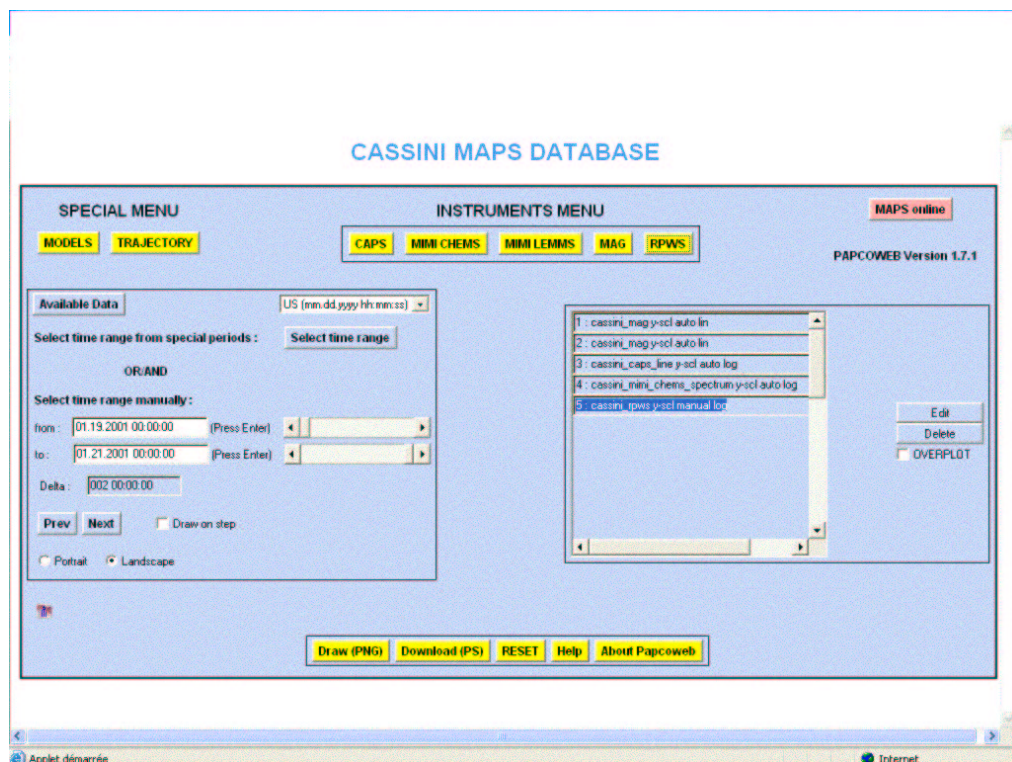


FIG. 1.3 – Page d'écran de CAMARAD. <http://www.kronos.ast.obs-mip.fr/cassinimaps>

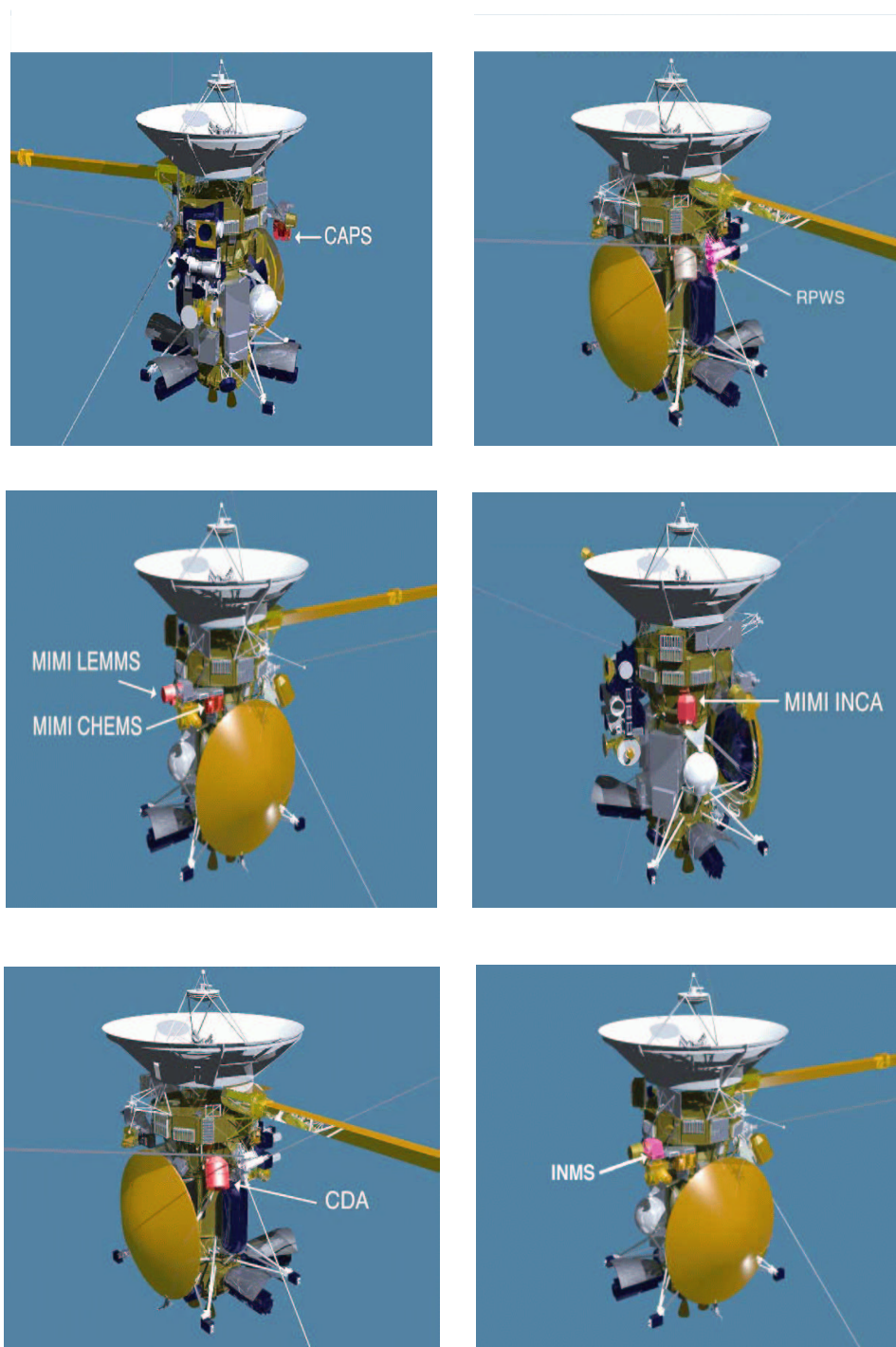


FIG. 1.4 – Instrumentation plasma à bord de Cassini. De haut en bas et de gauche à droite : CAPS, RPWS, MIMI, INCA, CDA et INMS. MAG est situé sur le bras apparaissant dans quelques-unes de ces images.

### 1.3 La trajectoire

Pour atteindre Saturne, Cassini aura suivi un chemin complexe pendant près de sept ans, de sorte à bénéficier de l'assistance gravitationnelle d'autres planètes en cours de route. Lancée le 15 octobre 1997 de Cap Canaveral en Floride, Cassini a depuis survolé Vénus deux fois (en avril 1998 et en juin 1999), la Terre en août 1999 et enfin Jupiter en décembre 2000. La manoeuvre d'insertion en orbite autour de Saturne est prévue pour juillet 2004. Cette manoeuvre cruciale constituera la rencontre la plus proche avec la planète et une unique opportunité en ce sens.

La sonde Huygens, quant à elle, se détachera de Cassini le 25 décembre 2004 pour pénétrer 22 jours plus tard dans l'atmosphère de Titan, où elle recueillera des données pendant environ 2 heures, avant de terminer sa mission.

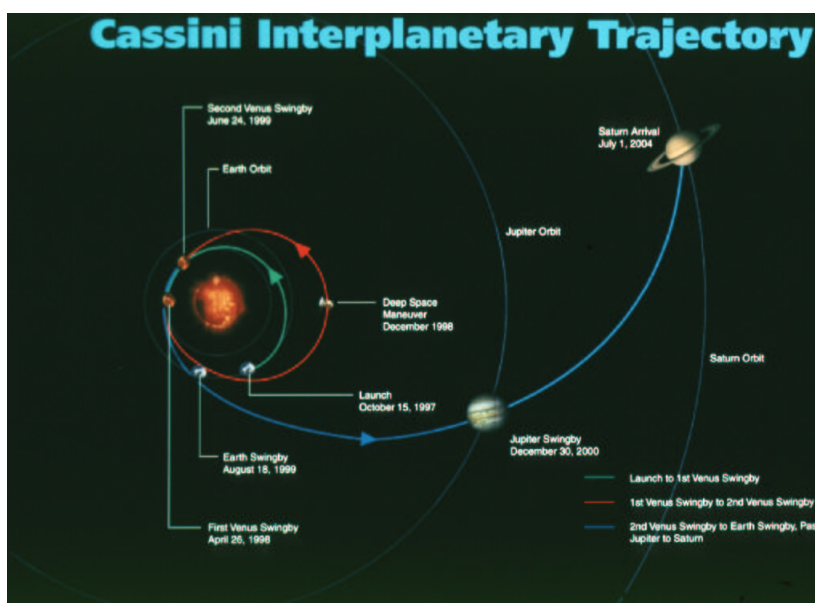


FIG. 1.5 – Trajectoire interplanétaire de Cassini-Huygens. <http://www.saturn.jpl.nasa.gov>

Durant les quatre années de mission prévues pour le moment, Cassini réalisera plus de 70 orbites autour de Saturne, comprenant une quarantaine de survols de Titan et quelques survols (ciblés ou non) des satellites de glace. Ces orbites auront des orientations et des géométries différentes, de façon à assurer une très bonne couverture de la magnétosphère de Saturne en terme de distance radiale, de temps local et de latitude.



## Chapitre 2

# Le survol de Jupiter : aperçu général

Dans ce chapitre, le survol de Jupiter par la sonde Cassini est décrit et quelques résultats scientifiques obtenus à cette occasion sont brièvement exposés. Mon approche de ce survol a été faite au travers de l'étude des données obtenues par les magnétomètres (MAG) à l'Imperial College, en mars - avril 2001. J'ai souhaité illustrer certains aspects de ce survol qui me tenaient à coeur, fruits de l'examen de l'ensemble du jeu de données et de discussions scientifiques auxquelles j'ai pu participer.

### 2.1 Généralités

Le rendez-vous entre Jupiter et Cassini, en décembre 2000 - janvier 2001, a donné lieu à une série d'investigations scientifiques de premier plan, malgré le fait qu'il n'ait constitué qu'un objectif secondaire de la mission (pour raisons budgétaires) et que le satellite passait relativement loin de la planète (la plus grande approche ayant eu lieu à  $147 R_j$  de la planète).

Les intérêts scientifiques de ce survol étaient en effet nombreux :

- L'observation conjointe par deux satellites, Galileo et Cassini, de la magnétosphère de Jupiter, permettant par exemple pour la première fois d'étudier directement l'influence du vent solaire sur la dynamique de la magnétosphère de Jupiter.
- Le passage du satellite dans des régions jusque-là inexplorées, le long du crépuscule jusqu'aux confins de la magnétosphère.
- La mise en place d'une importante campagne d'observations, à l'aide notamment du télescope spatial Hubble (observations dans le visible) et de l'observatoire Chandra (observations dans le rayonnement X).
- La configuration Soleil-Terre-Jupiter, qui permet d'utiliser les observations des perturbations du vent solaire au niveau de l'orbite terrestre afin de les extrapoler au niveau de l'orbite jovienne.

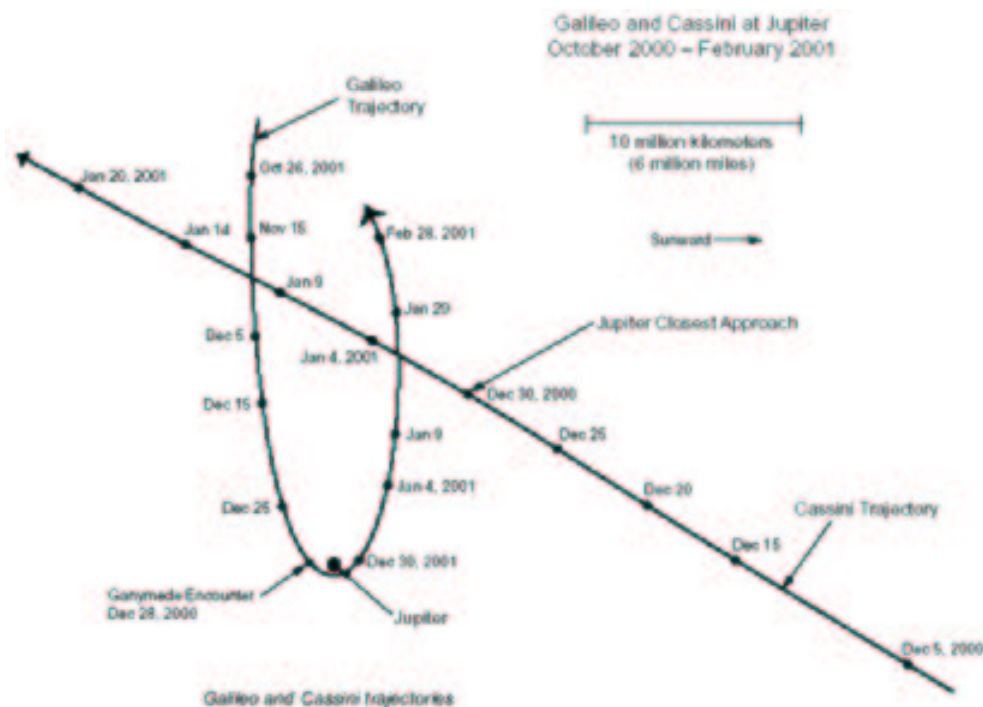


FIG. 2.1 – Trajectoires respectives des satellites Galileo et Cassini à l’occasion du survol de Jupiter en décembre 2000 - janvier 2001. <http://www.sp.ph.ic.ac.uk/cassini/jupiter.html>

## 2.2 Données magnétomètres

Le survol étant relativement lointain de la planète, le champ magnétique et ses composantes sont représentés dans un repère orthonormé héliocentrique (RTN), plus adapté aux observations dans le milieu interplanétaire et défini comme suit :

- le vecteur unitaire  $R$  pointe du Soleil vers le satellite ;
- le vecteur unitaire  $N$  pointe dans la direction donnée par le vecteur rotation solaire ;
- le vecteur unitaire  $T$  complète le trièdre.

Par commodité, on représente également le champ magnétique par son intensité et ses angles d’élévation  $\theta$  (entre sa direction et le plan  $(R,T)$ ) et d’azimut  $\phi$  (entre sa composante  $(R,T)$  et l’axe  $R$ ), plutôt que par ses composantes RTN.

La résolution temporelle minimale des données obtenues par les magnétomètres de Cassini lors du survol est de 24 secondes (s). Durant certaines périodes, aucune mesure n’est recueillie, afin de permettre au satellite d’effectuer des opérations spécifiques.

L’ensemble des données des magnétomètres de Cassini obtenues lors des mois de décembre 2000 et de janvier 2001 que j’ai pu examiner lors de mes séjours répétés à l’Imperial College est représenté sur les figures 2.2 et 2.3.



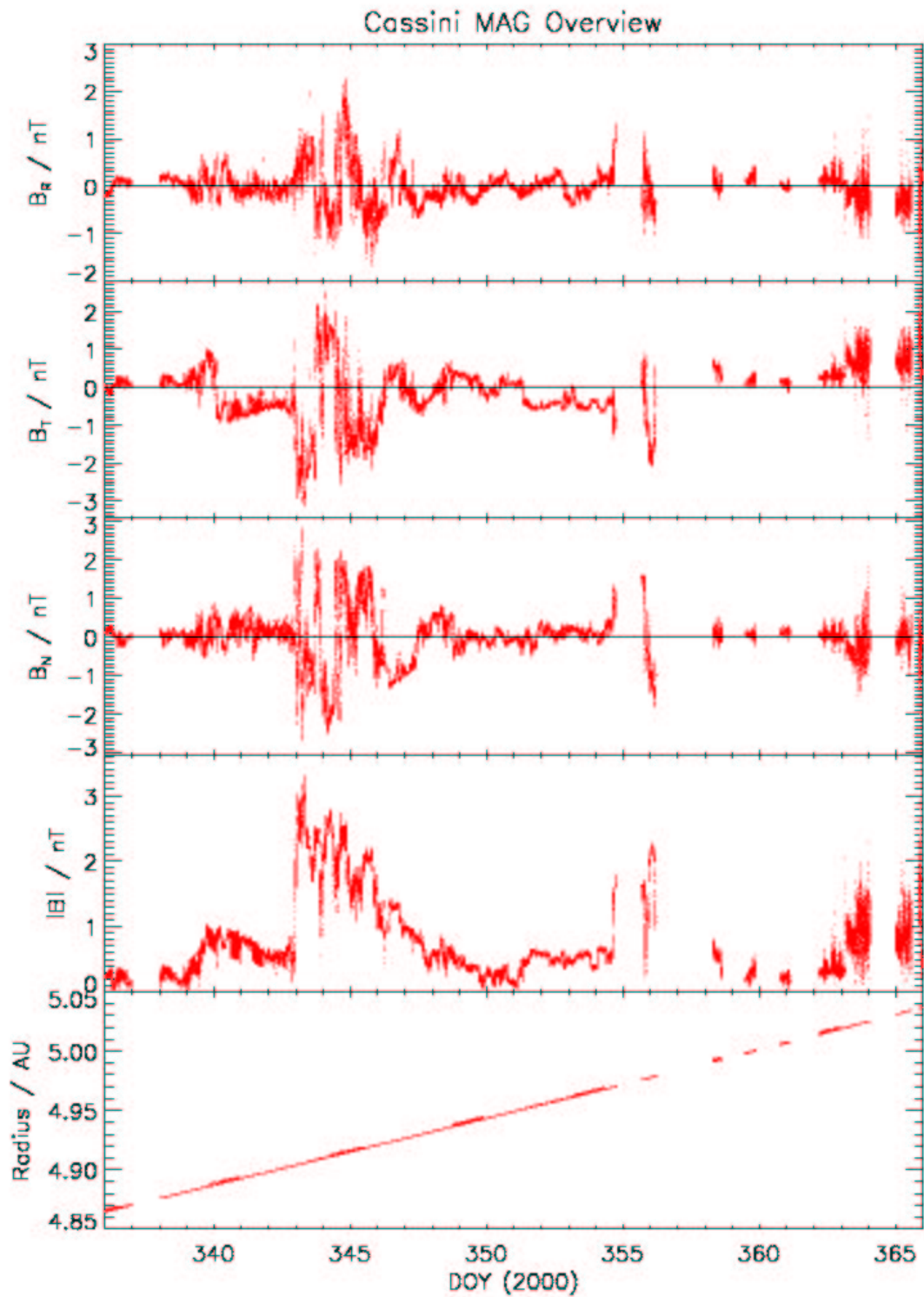


FIG. 2.2 – Données MAG décembre 2001, 24 s de résolution. De haut en bas : coordonnées R, T, N du champ magnétique, intensité du champ magnétique (en nT) et distance radiale au Soleil de Cassini (en AU) en fonction du temps, en jour de l'année (DOY).



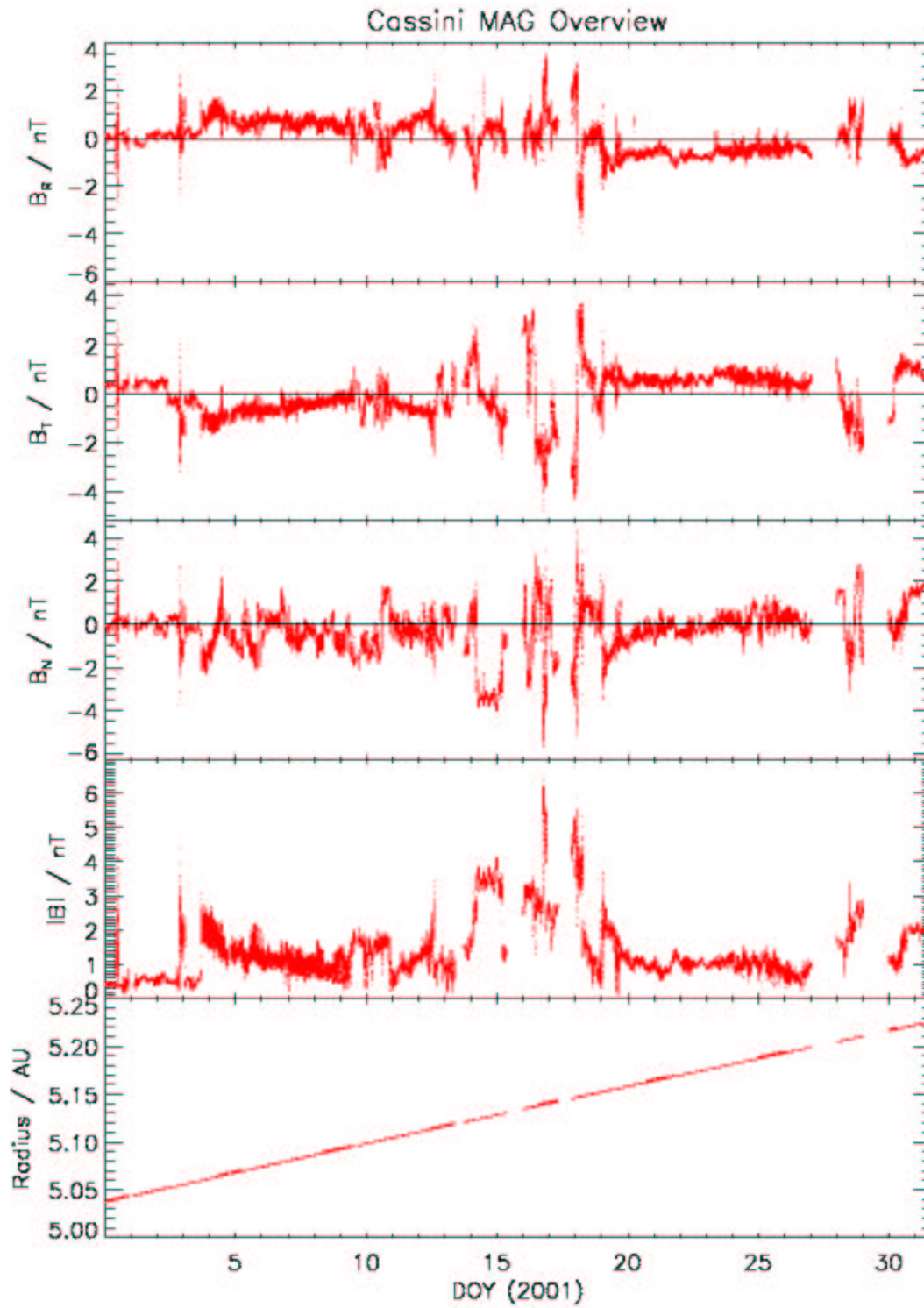


FIG. 2.3 – Comme pour la figure précédente, pour le mois de janvier 2001.

## 2.3 Identification des frontières magnétosphériques

La caractérisation des différents régimes plasma que le satellite a rencontrés durant son survol est une étape nécessaire avant toute analyse détaillée des phénomènes observés. L'identification des frontières entre le vent solaire, la magnétogaine et la magnétosphère (voir figure 1.2) passe par la comparaison des données multi-instrumentales.

Une liste (non-exhaustive) de ces frontières est résumée dans le tableau suivant :

Jour	DOY	SCET	Évènement
07 décembre	342	23h15	Choc interplanétaire
19 décembre	354	15h12	Choc interplanétaire
28 décembre	363	04h19	BS Entrée
29 décembre	364	12h30	BS Sortie
29 décembre	364	21h40	BS Entrée
30 décembre	365	22h10	BS Sortie
31 décembre	366	10h00	BS Entrée
31 décembre	366	12h20	BS Sortie
02 janvier	002	20h20	BS Entrée
03 janvier	003	01h20	BS Sortie
03 janvier	003	21h15	BS Entrée
09 janvier	009	12h30	MP Entrée
09 janvier	009	21h15	MP Sortie
10 janvier	010	07h00	MP Entrée
10 janvier	010	20h35	MP Sortie
12 janvier	012	14h17	BS Sortie
14 janvier	014	02h10	BS Entrée
15 janvier	015	05h30	BS Sortie
16 janvier	016	18h00	BS Entrée
16 janvier	016	21h20	BS Sortie
17 janvier	017	20h00	BS Entrée
18 janvier	018	06h35	BS Sortie
18 janvier	018	23h50	BS Entrée
27 janvier	027	14h30	BS Sortie
28 janvier	028	10h20	BS Entrée
29 janvier	029	02h00	BS Sortie
30 janvier	030	10h30	BS Entrée
03 février	033	13h24	BS Sortie
05 février	035	09h40	BS Entrée
06 février	036	22h30	BS Sortie
08 février	038	09h30	BS Entrée
11 février	041	12h00	BS Sortie
11 février	041	14h00	BS Entrée
11 février	041	18h45	BS Sortie

TAB. 2.1 – Ce tableau continue sur la page suivante...

Jour	DOY	SCET	Évènement
12 février	042	04h40	BS Entrée
15 février	045	14h15	BS Sortie
16 février	046	01h00	BS Entrée
16 février	046	09h00	BS Sortie
16 février	046	23h10	BS Entrée
21 février	051	08h15	BS Entrée
25 février	055	14h25	BS Entrée
25 février	055	16h30	BS Sortie
27 février	057	23h55	BS Entrée
28 février	058	08h00	BS Sortie
28 février	058	10h50	BS Entrée
03 mars	061	1450	BS Sortie
09 mars	067	19h30	Choc Interplanétaire
11 mars	069	12h20	Choc Interplanétaire
16 mars	074	12h45	Choc Interplanétaire
05 avril	094	20h50	Choc Interplanétaire

TAB. 2.2 – Identification des frontières magnétosphériques rencontrées par Cassini, à partir du 7 décembre 2000 et jusqu’au 5 avril 2001. BS désigne l’onde de choc (‘Bow shock’), MP la magnétopause, DOY le jour de l’année et SCET l’heure à bord du satellite. Identification personnelle à l’aide de l’examen des données MAG et des informations communiquées par *W. Kurth, University of Iowa*.

Certaines des observations réalisées dans les différents régimes plasma identifiés sont présentées plus en détail dans les sous-sections qui suivent.

### 2.3.1 Observations dans le vent solaire

La caractérisation des propriétés du vent solaire au voisinage de la planète est importante pour comprendre la réponse de la magnétosphère jovienne à des perturbations d’origine extérieure. De mi-décembre à mi-janvier, Galileo est à l’intérieur de la magnétosphère de Jupiter, et jusqu’à fin décembre Cassini se trouve en grande partie dans le vent solaire avant fin décembre, rendant possible une telle étude.

La structure du vent solaire telle qu’identifiée à travers les données magnétiques est complexe, ce qui n’est pas surprenant étant donné que :

- l’activité solaire tend vers son maximum à cette époque (cycle solaire 23) ;
- de nombreuses perturbations fortement développées sont généralement observées dans le vent solaire au-delà de l’orbite terrestre.

La figure 2.4 (ci-contre, d’après *Szego et al. [2003]*) illustre le comportement du champ magnétique durant les trois premiers mois de l’année 2001, en identifiant les différentes régions plasma rencontrées par Cassini (premier panneau) et la grande variabilité du champ magnétique, en intensité (deuxième panneau) et en direction, dans le plan de l’écliptique (troisième panneau) et dans un méridien solaire (quatrième panneau) en première approximation.

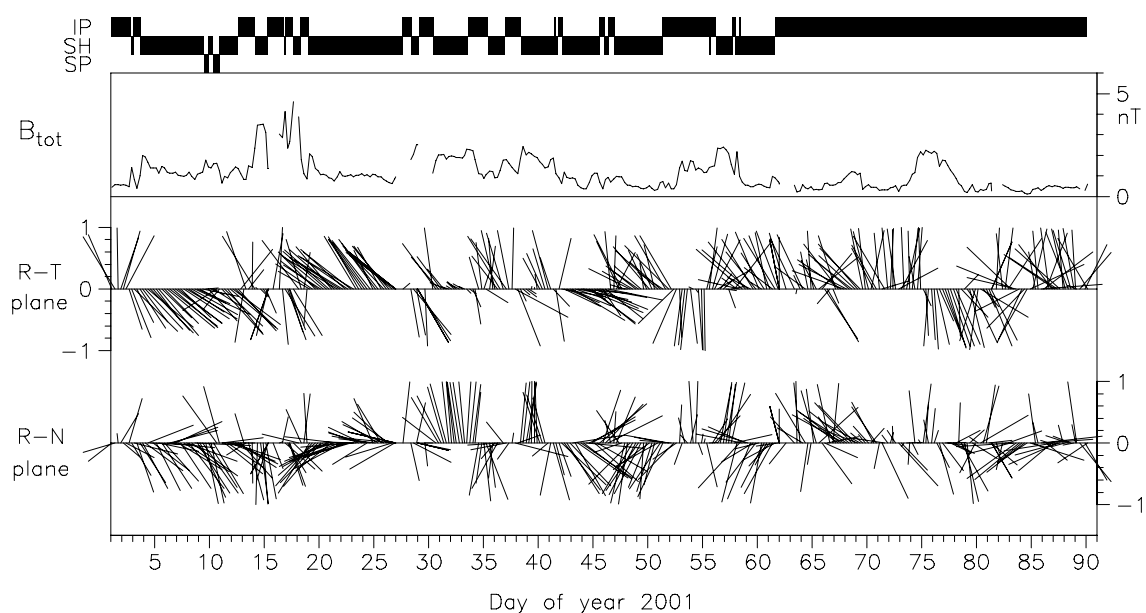


FIG. 2.4 – De haut en bas : l'intensité du champ magnétique (en nT), sa projection dans le plan (R,T) et celle dans le plan (R,N) en fonction du temps en jour de l'année, durant les trois premiers mois de l'année 2001. IP désigne le milieu interplanétaire, SH la magnétogaine et SP la magnétosphère. D'après *Szego et al.* [2003].

A l'aide de l'examen de la figure 2.4, nous mettons en évidence les quelques points suivants :

- L'activité solaire est importante, l'intensité du champ interplanétaire variant de 0.1 nT à 4 nT (deuxième panneau).
- Des structures à petite et grande échelles sont fréquemment rencontrées. (deuxième panneau).
- Les brusques retournements du champ magnétique dans le plan (R,T) - notamment les 14 février et 16 mars - indiquent que la sonde traverse des secteurs magnétiques (cf section 1.2.1).
- La composante nord-sud N est très variable et fréquemment élevée. (quatrième panneau).

Les observations conjointes de Cassini et Galileo ont permis de mettre en évidence directement que la composante nord-sud du champ magnétique interplanétaire joue un rôle important sur la configuration magnétosphérique de Jupiter, en contrôlant notamment la position des frontières magnétosphériques (onde de choc, magnétopause). L'observation de la composante nord-sud du champ magnétique interplanétaire par Cassini et de multiples traversées de l'onde de choc et de la magnétopause jovienne par Galileo du 8 au 11 décembre 2000 ont permis à *Kivelson et Southwood* [2003] de vérifier que l'onde de choc et la magnétopause jovienne se déplacent vers la planète en réponse à des champs magnétiques interplanétaires dirigés vers le nord, et qu'inversement les frontières s'éloignent de la planète en réponse à des champs magnétiques dirigés vers le sud. En effet, lorsque le champ magnétique interplanétaire est dirigé vers le nord, la reconnection avec le champ magnétique jovien dirigé vers le sud est permise et entraîne un déplacement vers

la planète des frontières, comme généralement accepté dans le cas terrestre (*Aubry et al.* [1970]).

L'arrivée des perturbations du vent solaire à grande échelle au niveau de la magnétopause de Jupiter entraîne donc des variations brutales de l'état global de la magnétosphère. Une de ces perturbations, observées fin novembre 2000, a retenu l'attention particulière des scientifiques, en raison de son importante durée et d'observations conjointes d'autres instruments à bord de Cassini. Nous la présentons à l'aide de la figure 2.5 ci-après.

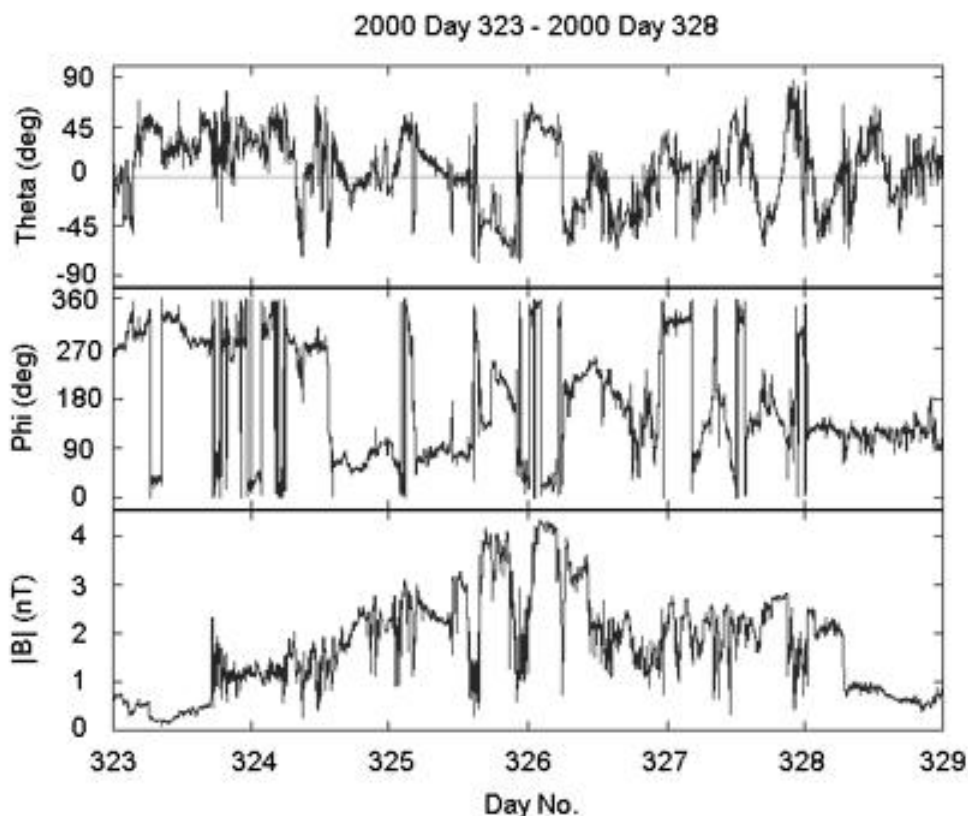


FIG. 2.5 – De haut en bas : élévation, azimut et intensité du champ magnétique lors de la traversée d'une MIR (Merged Interaction Region) fin novembre 2000 en fonction du temps, en jour de l'année 2000. D'après *Hanlon et al.* [2003].

La figure 2.5 représente une structure magnétique complexe observée par Cassini dans le vent solaire. Elle a fait l'objet d'une étude récente (*Hanlon et al.* [2003]). Cette étude a montré qu'il s'agissait d'une région (MIR) formée par l'interaction et la coalescence de plusieurs irrégularités du vent solaire se propageant avec des vitesses élevées et distinctes, en utilisant des observations satellitaires au niveau de l'orbite terrestre (*Cane* [2003]).

Cette structure, observée à une distance de  $540 R_j$  de la planète, est délimitée par la traversée d'une onde de choc (DOY<sup>1</sup> 323, 17h00 SCET) et par le retour abrupt cinq jours plus tard dans une région de vent solaire calme (DOY 328). On remarque que la direction du vent solaire avant et après le passage de la structure est conforme à la direction donnée

<sup>1</sup>jour de l'année

par la spirale de Parker à cette distance (soit un angle  $\phi$  de  $120^\circ$  ou de  $300^\circ$ ). Le retournement de direction observé est caractéristique de la traversée d'un secteur magnétique durant le passage de la structure.

Nous nous contentons simplement de décrire cette structure, son influence sur la dynamique de la magnétosphère de Jupiter sera décrite dans la section 2.4.

### 2.3.2 Observations dans la magnétogaine

Une lecture attentive du tableau 2.1 indique que le satellite a passé des périodes de temps prolongées <sup>2</sup> dans la magnétogaine de Jupiter, du côté crépuscule. En outre, plus d'une quarantaine de traversées de l'onde de choc ont été mises en évidence à travers l'examen des données obtenues par les instruments plasma de Cassini. L'étude des processus physiques à l'oeuvre au voisinage des frontières du côté crépuscule de la magnétosphère jovienne a donc naturellement constitué l'un des intérêts du survol.

En particulier, l'analyse des données particules énergétiques de l'instrument MIMI (LEMMS) a permis de mettre en évidence l'échappement de particules de la magnétosphère de Jupiter dans le milieu interplanétaire à travers la magnétogaine (*Krupp et al.* [2002]). L'utilisation de l'outil CAMARAD (voir section 1.2.4), dont j'ai été l'un des premiers à tenter de m'en servir scientifiquement, me permet de compléter le travail des auteurs de cet article de façon originale et personnelle, et d'illustrer l'intérêt de cet outil pour la communauté MAPS, malgré le fait que son développement n'en soit qu'à ses débuts.

En effet, CAMARAD me permet de mettre en évidence à travers l'examen simultané des spectres de particules de basse et haute énergies et des données du magnétomètre (voir figure 2.6 page suivante) :

- la présence d'électrons de haute énergie pénétrant l'instrument CAPS ELS (bandes verticales sur le premier panneau). On rappelle simplement que cet instrument mesure les électrons de basse énergie (cf section 1.2.3).
- La présence d'un flux important d'électrons (bandes bleues sur le second panneau de la figure 2.6) de haute énergie durant de brefs intervalles de temps. Les intervalles pendant lesquels ces électrons de haute énergie pénètrent l'instrument CAPS coïncident avec les intervalles de temps où l'instrument MIMI observe ces mêmes électrons.
- Des variations de la composante nord-sud du champ magnétique (en vert dans le troisième panneau), qui semble s'annuler lorsque les flux d'électrons de hautes énergies sont observés.

Grâce à CAMARAD, on peut également constater que des phénomènes similaires à celui présenté sur la figure 2.6 sont observés durant tout le survol, tout particulièrement entre le 22 et le 30 janvier 2001.

---

<sup>2</sup>La sonde se trouve dans la magnétogaine pendant les intervalles de temps entre la traversée (entrée) de l'onde de choc et soit la traversée (entrée) de la magnétopause, soit la traversée (sortie) de l'onde de choc, ou encore entre la traversée (sortie) de la magnétopause et soit la traversée (sortie) de l'onde de choc, soit la traversée (entrée) de la magnétopause; dans la magnétosphère lorsque elle traverse (entrée) la magnétopause puis la retransverse (sortie); et dans le vent solaire lorsqu'elle traverse (sortie) l'onde de choc.

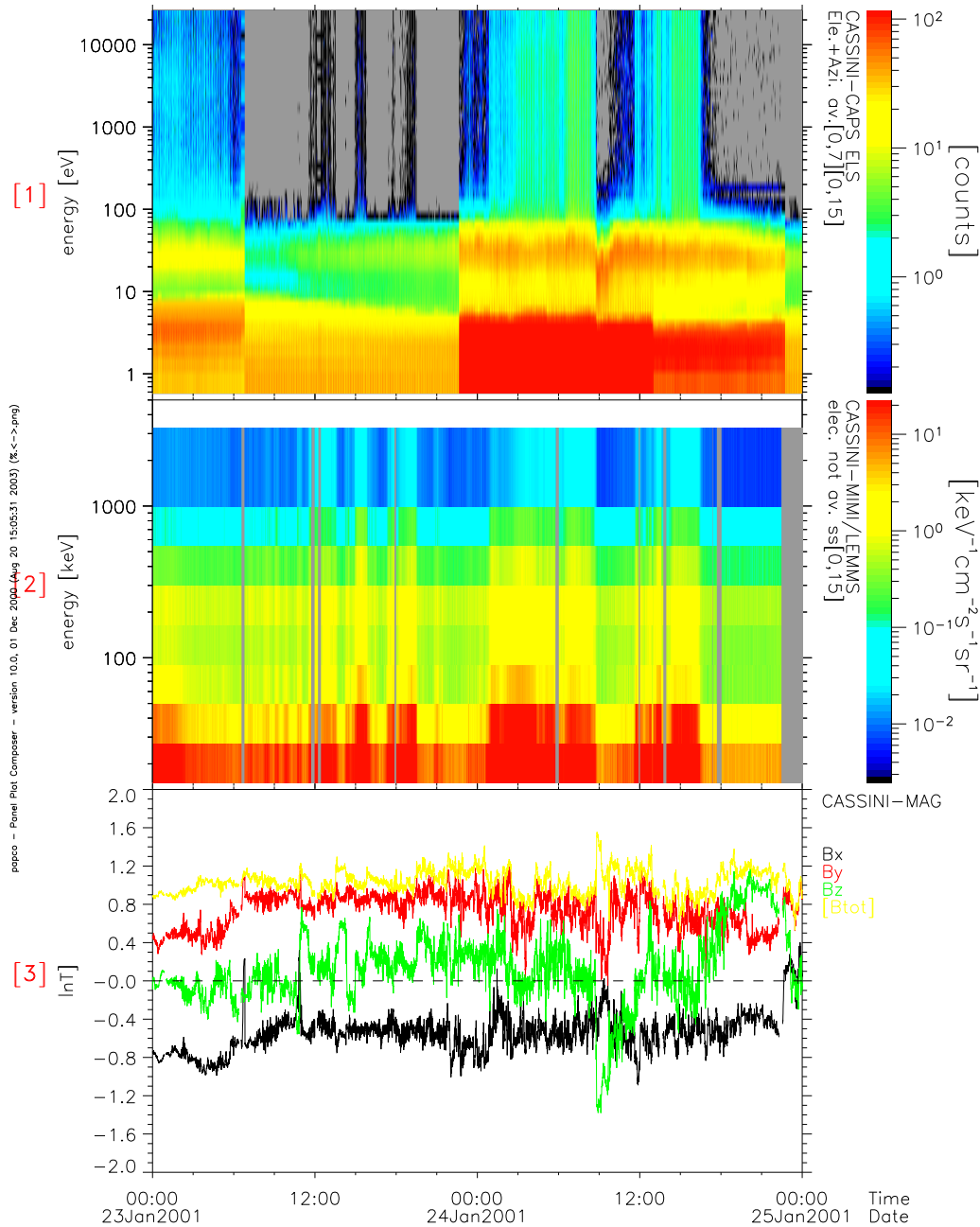


FIG. 2.6 – De haut en bas : spectre des électrons de basse énergie (données CAPS ELS), de haute énergie (données MIMI LEMMS) et composantes du champ magnétique (données MAG ; R (noir), T (rouge), N (vert) et intensité (jaune)) les 23 et 24 janvier 2001. Figure obtenue avec CAMARAD.

Il semble donc que Cassini ait pénétré des régions de la magnétogaine jovienne côté crépuscule où des électrons de haute énergie s'échappent de la magnétosphère directement dans le milieu interplanétaire, peut-être le long de lignes de champ interplanétaire préalablement connectées à celles de la planète. La présence de telles particules dans tout le milieu interplanétaire avait déjà été mise en évidence par le passé, sans toutefois que leur région d'origine ne soit contrainte (*Krimigis et al.* [2001]).



### 2.3.3 Observations dans la magnétosphère

Le satellite a pénétré la magnétosphère de Jupiter seulement pendant une très courte période de temps, les 9 et 10 janvier 2001 (voir tableau 2.1). Néanmoins, le fait qu'il ait pénétré cette région de l'environnement de Jupiter témoigne de la grande variabilité de la magnétosphère jovienne, très étendue aux moments de la traversée de la magnétopause, en raison sans doute d'une faible pression dynamique du vent solaire.

Les figures 2.7 et 2.8 illustrent les traversées de la magnétopause jovienne, principalement observées à travers les données ondes de l'instrument RPWS.

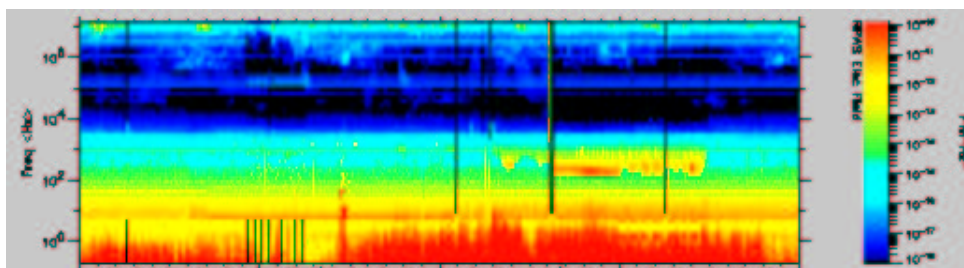


FIG. 2.7 – Diagramme temps-fréquence issu des données RPWS et mettant en évidence le passage du satellite à l'intérieur de la magnétosphère de Jupiter le 9 janvier 2001.

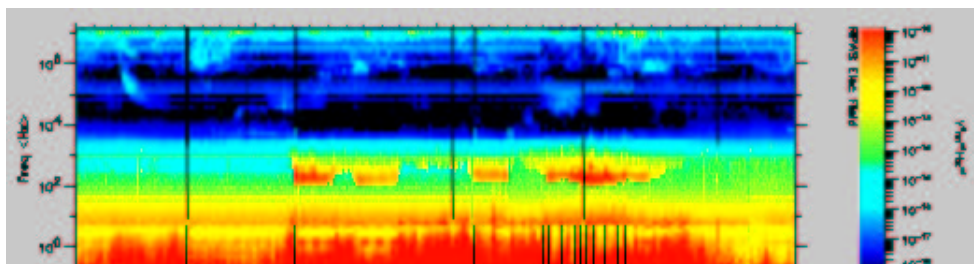


FIG. 2.8 – Comme dans la figure précédente, le 10 janvier 2001.

La traversée de la magnétosphère jovienne est mise en évidence par la présence d'émissions à des fréquences comprises entre 300 Hz et 3 kHz. Ces fréquences ne peuvent être observées lorsque le satellite est hors de la magnétosphère, car elles correspondent à des ondes qui ne peuvent se propager qu'à l'intérieur de la magnétosphère ('trapped continuum radiation'). On peut estimer la densité électronique régnant dans la magnétosphère à partir de la fréquence de coupure de cette émission ; dans le cas présent, on obtient  $\sim 10^{-3} \text{ cm}^{-3}$ .

Par une heureuse coïncidence, Cassini et Galileo ont traversé la magnétopause de Jupiter le 10 janvier 2001 à plusieurs minutes d'intervalle. Cassini l'a traversé vers 20h35, Galileo à 21h00. Au vu de leur position respective, *Kurth et al.* [2002] en ont déduit que la magnétosphère de Jupiter était dans un état de transition à ce moment, en réponse à une augmentation de pression dynamique du vent solaire. Galileo observe ainsi une magnétosphère comprimée par le passage de la perturbation, qui n'a pas encore atteint la position de Cassini, où la magnétosphère est encore très étendue. A la vitesse typique de 400 km/s, il faut en effet presque 5 heures à la perturbation pour atteindre Cassini.

### 2.3.4 Exemples de traversée de l'onde de choc

La caractérisation de l'onde de choc, phénomène commun à toutes les magnétosphères planétaires, constitue un aspect intéressant de la physique des frontières du secteur crépuscule de la magnétosphère jovienne. Nous choisissons de présenter deux exemples de traversée de cette frontière à l'aide de CAMARAD sur les figures 2.9 et 2.10.

La figure 2.9 représente le diagramme temps-fréquence issu des données RPWS et le spectre des électrons de basse énergie issu de CAPS ELS pour le 16 janvier 2001.

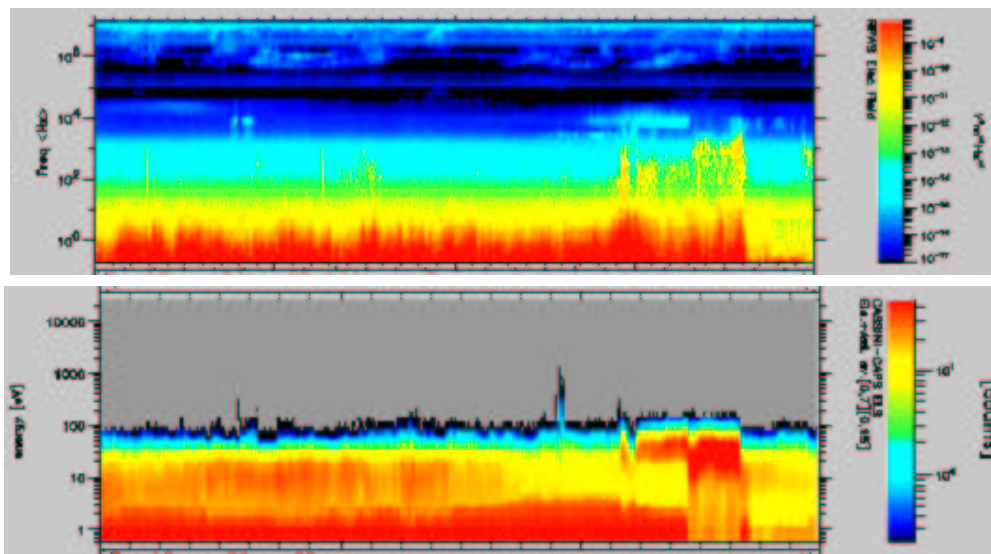


FIG. 2.9 – Traversée de l'onde de choc le 16 janvier 2001. De haut en bas : diagramme temps-fréquence (données RPWS) et spectre des électrons (données ELS). L'axe des abscisses est marqué toutes les heures, de 00h00 à 24h00. Figure obtenue avec CAMARAD.

La signature de la traversée de l'onde de choc est très claire sur la figure 2.9, où des transitions marquées, caractéristiques d'un changement d'état du plasma, apparaissent à la fois dans les données ondes et plasma vers 18h00, 19h30 et 21h20. On note de plus la présence d'un pré-choc dans les données ondes RPWS, comme en atteste la présence d'ondes électrostatiques de fréquence autour de 1 kHz et autour de 10 kHz entre 18h00 et 19h30. Ce pré-choc apparaît également dans les données plasma CAPS et semble perturbé.

La figure 2.10 représente le spectre des électrons et des protons de basse énergie issu de CAPS et le champ magnétique issu de MAG obtenus le 30 janvier 2001.

On constate sur cette figure vers 09h00 et 10h15 des transitions marquées dans les données des électrons et des protons, caractéristiques d'un changement d'état du plasma. La seconde transition, vers 10h15, témoigne de la traversée de l'onde de choc, tandis que la première, vers 09h00, constitue le pré-choc. De nombreuses fluctuations sont visibles dans ce pré-choc, à la fois dans les données des protons et du champ magnétique. La signature de l'onde de choc est très claire dans les données des ions, où la thermalisation des particules en aval du choc apparaissent de manière nette. L'absence de signature marquée de l'onde de choc dans les données du champ magnétique laisse envisager la possibilité que ce choc soit quasi-parallèle, impression renforcée par le fait que l'intensité du champ (en jaune sur la figure du milieu) semble peu varier lors de la traversée du choc.

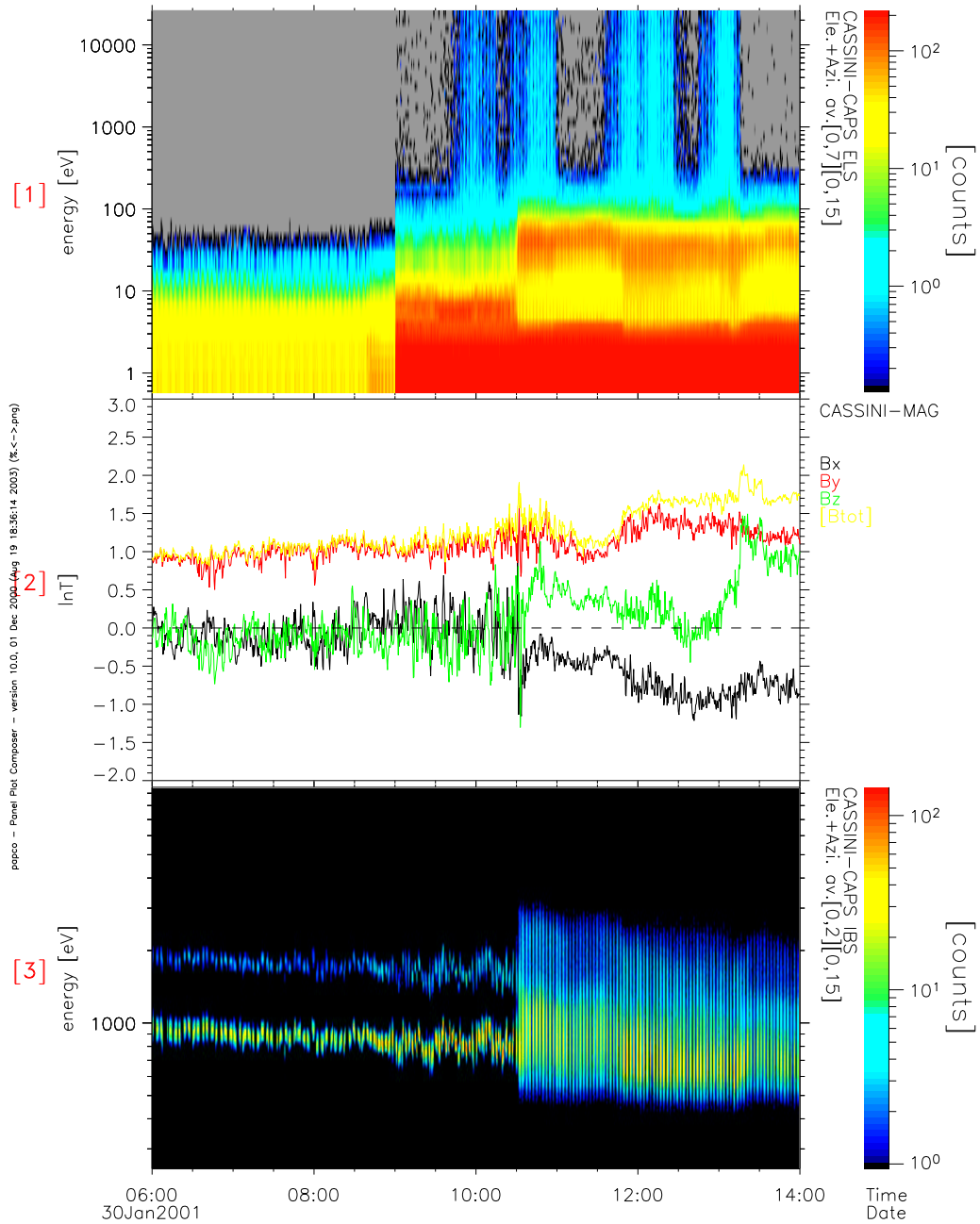


FIG. 2.10 – Traversée de l’onde de choc le 30 janvier 2001. De haut en bas : spectre des électrons (données CAPS ELS), composantes du champ magnétique (données MAG ; R (noir), T (rouge), N (vert) et intensité (jaune) ) et spectre des protons et particules alpha (données CAPS IBS) en fonction du temps, en heures. Figure obtenue avec CAMARAD.

De manière générale, les deux exemples que nous avons choisi d'analyser dans cette section illustrent le caractère non-stationnaire de l'onde de choc rencontrée au voisinage des magnétosphères planétaires.

## 2.4 Influence du vent solaire

Un grand nombre d'études théoriques sur l'effet des chocs interplanétaires sur la dynamique de la magnétosphère de Jupiter ont été menées peu de temps avant le survol de la planète par Cassini (*Southwood et Kivelson* [2001], *Hill* [2001], *Cowley et Bunce* [2002]).

Ces études mettent l'accent sur le couplage entre la magnétosphère et l'ionosphère de la planète et sur la conservation du moment angulaire du plasma magnétosphérique, afin de comprendre comment l'intérieur de la magnétosphère répond à une perturbation d'origine externe. Elles prédisaient toutes une anticorrélation entre la compression de la magnétosphère par un choc interplanétaire et l'augmentation de l'activité aurorale. En effet, l'ovale auroral principal de Jupiter est relié au système de courants couplant la magnétosphère et l'ionosphère planétaires, associés à la sous-corotation du plasma magnétosphérique (voir partie I section 2.). La compression de la magnétosphère de Jupiter conduit alors à une reconfiguration à grande échelle du champ magnétique et du plasma présents à l'intérieur de la magnétosphère de Jupiter. Cette reconfiguration se traduit par le chauffage du plasma magnétosphérique et par la réduction des écarts à la corotation des vitesses du plasma, qui entraîne une réduction du système de courants reliant la magnétosphère et l'ionosphère joviennes.

L'observation simultanée de la magnétosphère de Jupiter par Cassini et Galileo a permis de tester certains de ces résultats. La discussion suivante est basée sur l'article de *Gurnett et al.* [2002].

La figure 2.11 décrit l'arrivée d'un choc interplanétaire (décrit dans la section 2.3.1) observé par Cassini en amont de Jupiter sur la magnétosphère de Jupiter (premier panneau de la figure). La densité du plasma du vent solaire (deuxième panneau) n'est malheureusement pas mesurée durant toute la durée de la structure magnétique. L'augmentation de l'activité radio hectométrique observée par Galileo (troisième panneau) et de l'activité aurorale observée par Cassini (quatrième panneau) semble liée à l'arrivée du choc et du maximum de densité du plasma sur la magnétosphère de Jupiter, une fois le délai de propagation de ce choc entre la position de Cassini et la magnétosphère de Jupiter correctement estimé. Nous nuancerons simplement ce résultat au vu des incertitudes concernant le calcul de ce délai jusqu'à la magnétopause de la planète, puis le long des lignes de champ jusqu'à l'ionosphère. En effet, une erreur de quelques heures peut changer l'interprétation donnée par les auteurs de l'article (*Gurnett et al.* [2002]).

En ce qui concerne l'influence du vent solaire sur les activités aurorales et radio de la magnétosphère de Jupiter, il semblerait donc que les données de Cassini et de Galileo aient montré que la compression de la magnétosphère due à l'arrivée d'un choc interplanétaire augmentait ces activités en intensité (*Gurnett et al.* [2002]).

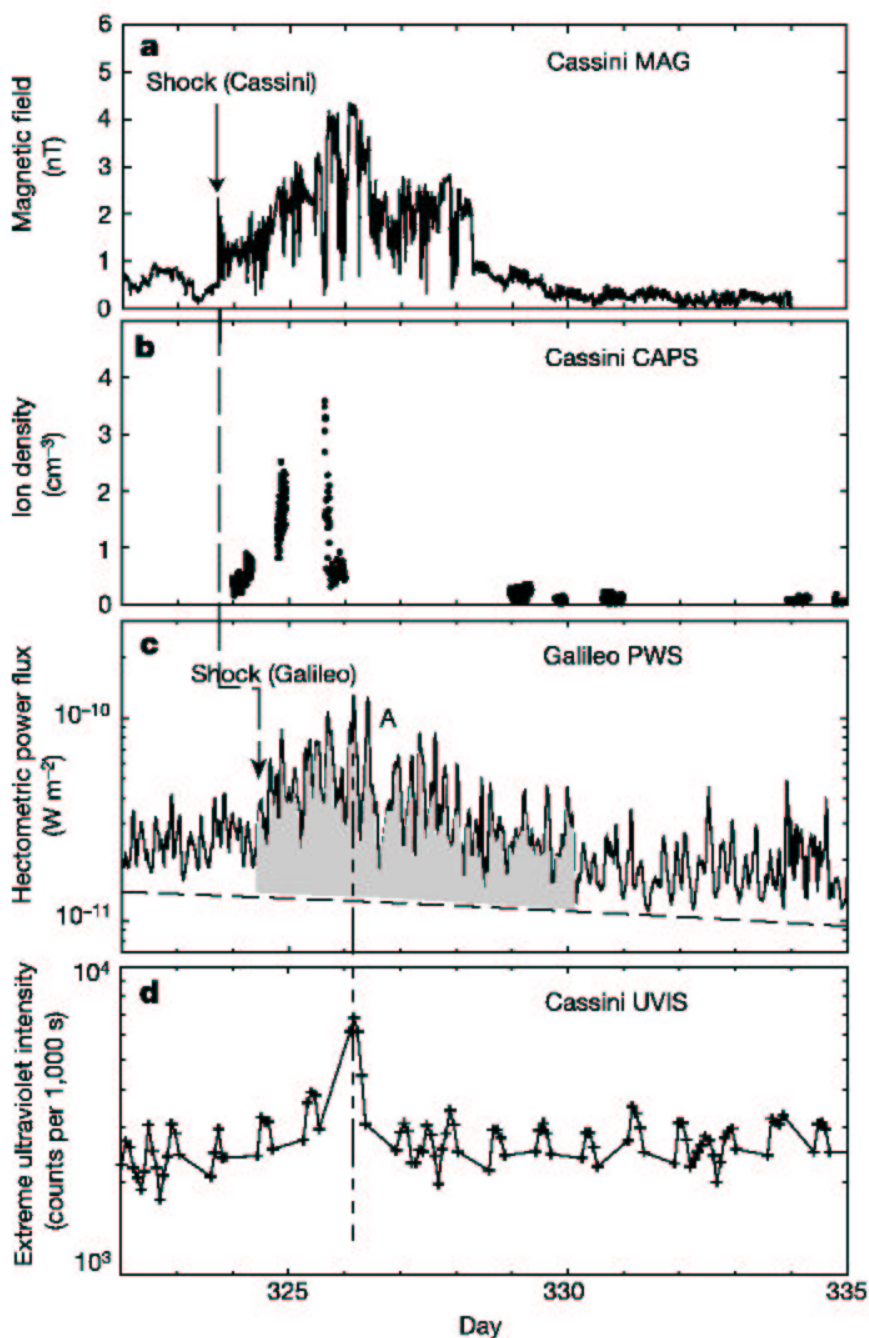


FIG. 2.11 – Observations relatives aux conséquences de l'arrivée d'un choc interplanétaire sur les émissions radio et aurorales de Jupiter. Premier panneau : intensité du champ magnétique observée par Cassini dans le vent solaire (instrument MAG). Deuxième panneau : densité ionique mesurée par Cassini dans le vent solaire (instrument CAPS). Troisième panneau : intensité de l'émission hectométrique mesurée par Galileo (instrument PWS). Quatrième panneau : intensité des émissions ultraviolettes mesurée par Cassini (instrument UVIS). D'après *Gurnett et al.* [2002].

Nous donnons une autre illustration de la reconfiguration globale de la magnétosphère de Jupiter lors de l'arrivée d'un choc interplanétaire est donnée à travers la figure 2.12, d'après *Hanlon et al.* [2003]. Nous redonnons ci-dessous l'interprétation des données par les auteurs de cet article.

De haut en bas sur la figure 2.12, on remarque :

- Un choc interplanétaire est observé par Cassini dans le vent solaire le 17 décembre 2000, en amont de Jupiter. La structure associée, caractérisée en terme de l'intensité du champ magnétique mesurée par Cassini (premier panneau de la figure 2.12) et de la pression dynamique issue de l'extrapolation de données obtenues en orbite terrestre à l'aide d'un modèle (deuxième panneau), impacte la magnétosphère de Jupiter dans laquelle Galileo orbite, du côté crépuscule, à une distance de  $85 R_j$  de la planète.
- Les composantes et l'intensité du champ magnétique telles qu'observées par Galileo à l'intérieur de la magnétosphère de Jupiter (panneau 3 à 6, entre les lignes verticales), semblent très perturbées et augmentent de manière significative suite à la compression. On peut apercevoir au passage la modulation de 10 heures du champ magnétique observé par Galileo due à la rotation planétaire et à l'inclinaison des axes magnétique et centrifuge de Jupiter (cf partie I section 2.3.1).
- Le septième panneau représente la déviation du champ magnétique jovien hors d'un plan méridien de la planète (voir la fin de la section 2.3.2 dans la première partie de la thèse), à travers l'angle  $\alpha = \tan^{-1}(B_\phi/B_r)$  qui s'exprime en fonction des composantes radiales et azimutales du champ magnétique dans un repère lié à la planète. Lorsque  $\alpha < 0$ , le plasma est sous-corotatif, tandis que lorsque  $\alpha > 0$  il est super-corotatif.
- Le flux de particules de haute énergie mesuré par Galileo à l'intérieur de la magnétosphère de Jupiter (huitième panneau) augmente pendant cette période, avant de retrouver un niveau plus normal par la suite.

*Hanlon et al.* [2003] déduisent de ces observations que le plasma magnétosphérique est chauffé par la compression due à l'arrivée d'un choc interplanétaire (cf huitième panneau), et que le plasma magnétosphérique, en sous-corotation avant l'arrivée du choc, devient supercorotatif quelques heures après son arrivée. Il redevient sous-corotatif plusieurs heures après.

En conclusion, les observations reportées dans cette section constituent deux illustrations directes de l'effet d'une compression de la magnétosphère de Jupiter par un choc interplanétaire. Elles sont uniques et précieuses. Il faudra sans nul doute attendre plusieurs décennies avant de bénéficier à nouveau d'observations duales (de proximité) d'une planète géante.



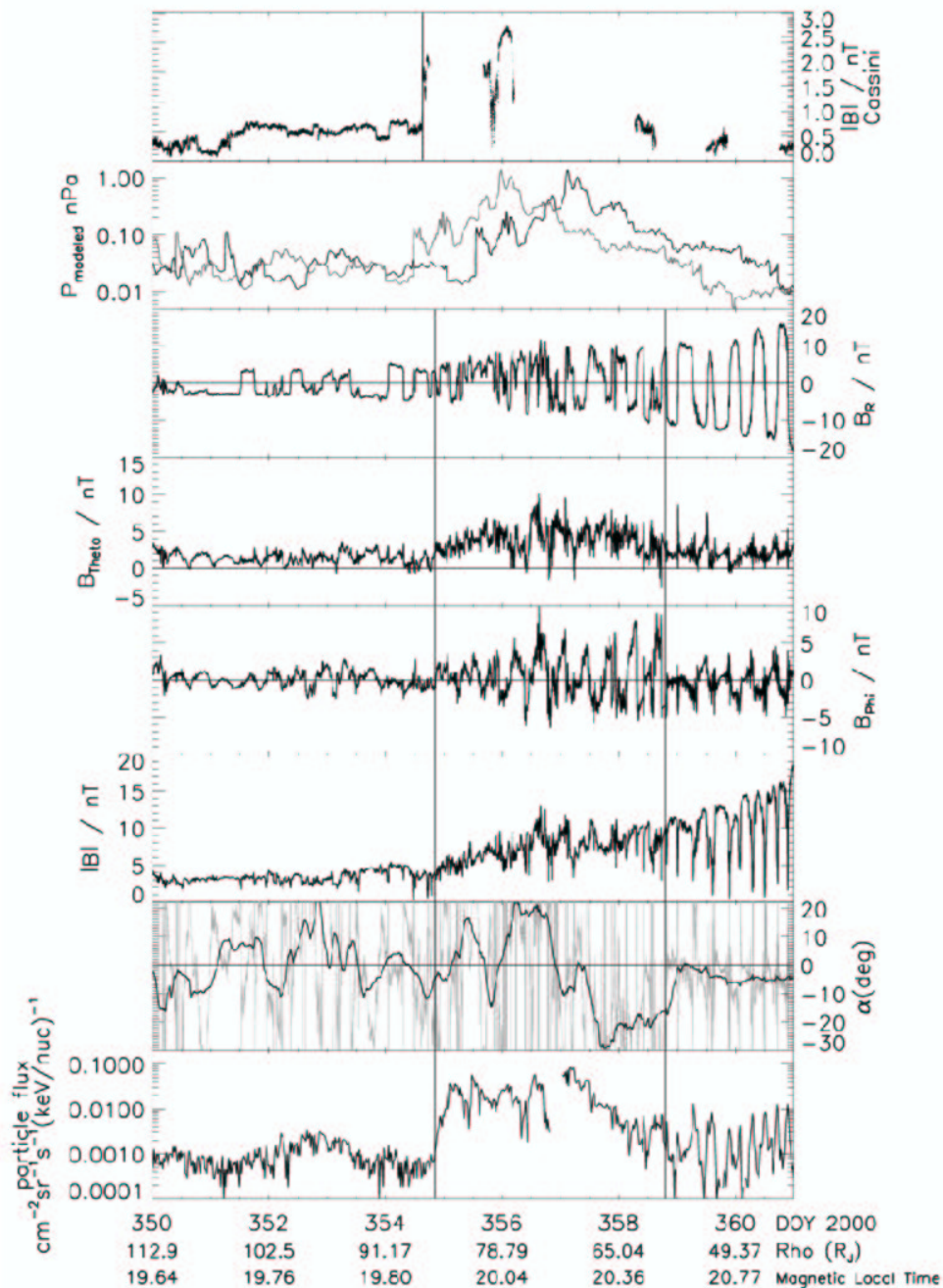


FIG. 2.12 – De haut en bas : champ magnétique (en nT) mesuré par Cassini, pression dynamique dans le vent solaire modélisé (en nPa), composantes radiales, nord-sud, azimutale et intensité du champ magnétique (en nT) mesurées par Galileo, angle  $\alpha$  (voir texte) et flux de particules énergétiques mesuré par Galileo. D'après *Hanlon et al.* [2003].

# Chapitre 3

## Mode miroir

Dans ce chapitre, des fluctuations liées à l'instabilité miroir sont identifiées dans la magnétogaine de Jupiter, à l'aide des données des magnétomètres de Cassini. L'observation de ces fluctuations dans la magnétogaine lointaine de Jupiter, observation unique en son genre, soulève le problème de leur génération et de leur durée de vie. Ce jeu de données est également mis en relation avec d'autres observations moins récentes.

### 3.1 Généralités sur le mode miroir

Le mode miroir est un pur mode cinétique qui peut devenir instable lorsque la pression thermique perpendiculaire du plasma est bien plus grande que la pression parallèle. Ce mode a été identifié de manière théorique dans la seconde partie de cette thèse, ainsi que son critère d'instabilité dans divers plasmas (cf chapitres 6 et 9).

La forme linéaire de l'instabilité miroir a fait l'objet de nombreuses études autres que la nôtre, visant soit à mieux comprendre son principe physique (*Southwood et Kivelson* [1993]), soit à évaluer son critère d'instabilité dans le cadre de plasmas homogènes sans champ électrique parallèle (*Pantellini et Schwartz* [1995]), de plasmas homogènes avec champ électrique parallèle (*Pokhotelov et al.* [2000a]), de plasmas inhomogènes sans champ électrique parallèle (*Pokhotelov et al.* [2000b]), de plasmas avec champ électrique parallèle (*Hasegawa* [1969], *Pokhotelov et al.* [2001]), et dans le cadre de plasmas non bi-Maxwelliens (*Leubner et Schupfer* [2001a], [2001b], *Gedalin et al.* [2001], [2002], *Pokhotelov et al.* [2002]). Les études non-linéaires de l'instabilité sont elles beaucoup moins nombreuses (*Kivelson et Southwood* [1996]). *Johnson et Cheng* [1996] en ont également réalisé une étude globale.

Au niveau observationnel, des fluctuations liées au mode miroir, ont été observées dans de nombreux environnements spatiaux, comme :

- dans les magnétogaines des planètes : la Terre (*Tsurutani et al.* [1982], *Hubert et al.* [1989], *Hill* [1995]), Jupiter (*Erdős et Balogh* [1996]), Saturne (*Bavassano Cattaneo et al.* [1996]) et Uranus (*Russell et al.* [1989]) ;
- au voisinage des environnements cométaires : comète de Halley (*Russell et al.* [1987], *Glassmeier et al.* [1993]), Mars (*Bertucci* [2003]) et au voisinage de Io (*Huddleston* [1999], *Russell et al.* [1999c]) ;
- dans le vent solaire (*Tsurutani et al.* [1992], *Winterhalter et al.* [1994], *Tsurutani* [2002]).



Mentionnons également pour finir les mesures à deux (ISEE 1 & 2, AMPTE UKS/IRM) voire à quatre satellites (Cluster II) et qui permettent d'estimer la taille des structures associées à ces fluctuations dans la magnétogaine terrestre (Lucek *et al.* [2001], Constantinescu *et al.* [2003]).

La présence de ces fluctuations dans de nombreux environnements rendent l'étude de ce mode et de l'instabilité associée très attractives. Leur présence dans les magnétogaines planétaires est très fréquente et se manifeste par l'observation de 'bouteilles magnétiques', telles qu'illustrées sur la figure 3.1 ci-dessous.

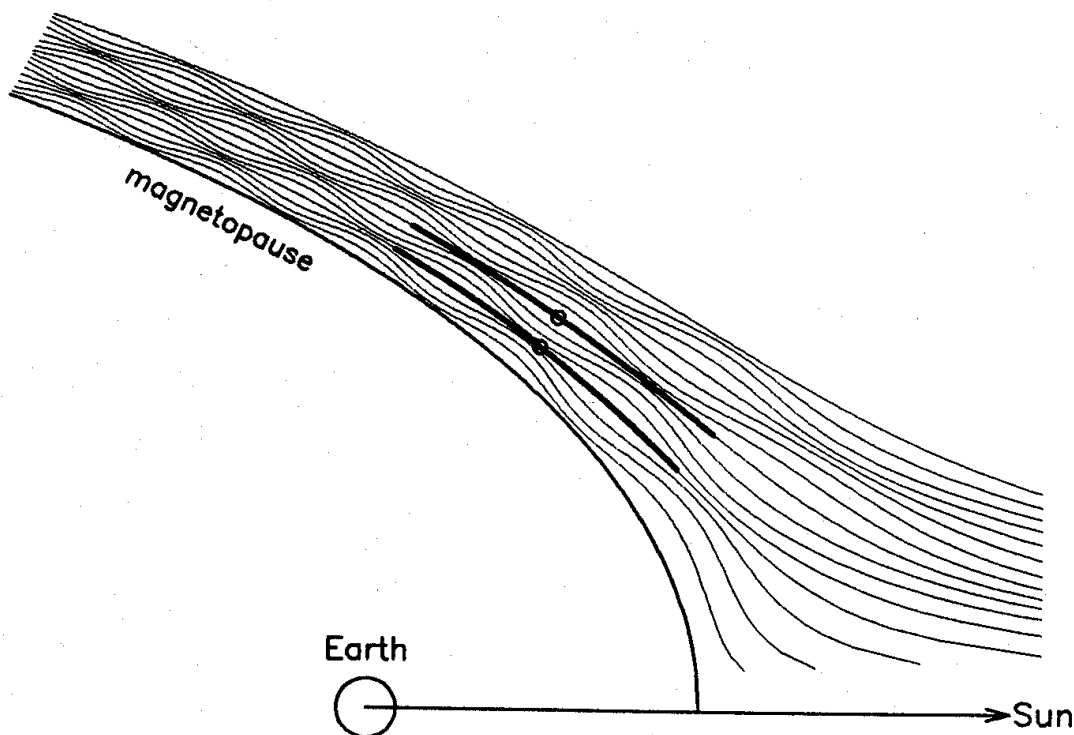


FIG. 3.1 – Structures liées à l'instabilité miroir et apparaissant sous la forme de bouteilles magnétiques dans la magnétogaine terrestre. D'après *Tatrallyay et Erdős* [2000].

## 3.2 Magnétogaines planétaires

Les magnétogaines sont des régions clés quant à l'étude et la compréhension des interactions entre le vent solaire et les magnétosphères planétaires. Elles n'ont néanmoins fait l'objet d'études intensives et spécifiquement dédiées que récemment, à l'inverse des deux frontières qui la délimitent, le choc et la magnétopause (cf partie I, figure 1.2).

Les magnétogaines sont le siège de nombreuses fluctuations qui transportent et redistribuent l'énergie dans le milieu, transmettant notamment une partie de l'information contenue dans le vent solaire aux magnétosphères. Cette intense activité ondulatoire est fortement liée aux conditions limites aux frontières de la magnétogaine. La géométrie du choc influence par exemple le spectre des fluctuations observées dans la magnétogaine.

Le plasma est chauffé au voisinage du choc et son énergie est par exemple redistribuée de manière préférentielle dans les directions perpendiculaire au champ magnétique ambiant lorsque le choc est quasi-perpendiculaire. L'anisotropie de pressions thermiques ainsi créée permet le développement d'instabilités (miroir, cyclotroniques) dans le plasma en aval du choc. L'enroulement des lignes de champ magnétique autour de la magnétopause et la compression du plasma qui en résulte sont également source d'anisotropie et d'inhomogénéités dans le milieu (*Zwan et Wolf* [1976], *Crooker* [1977]).

La caractérisation des fluctuations présentes dans la magnétosphère a fait l'objet de nombreuses études. Cette caractérisation passe par l'examen des différentes observables du milieu, à savoir les fluctuations du champ magnétique, de la vitesse et de la densité du plasma. A partir de ces observables, on peut construire un certain nombre de paramètres, dont la comparaison avec les résultats théoriques sur la propagation des ondes dans les plasmas permet d'identifier le type de fluctuations observé (*Schwartz et al.* [1996]). Ces paramètres, appelés encore paramètres de transport, diffèrent suivant les auteurs (*Gary et Winske* [1992], *Denton* [1995], *Song* [1998]). Ils peuvent consister par exemple en la direction de propagation des fluctuations, le rapport entre les composantes parallèle et perpendiculaire de la fluctuation champ magnétique, la différence de phase entre les fluctuations de densité du plasma et du champ magnétique ou de la vitesse et du champ magnétique (*Lin et al.* [1998]) et bien d'autres encore. L'identification de la nature des fluctuations observées repose sur l'examen du plus grand nombre de ces paramètres, de sorte que le mode présentant le moins d'écart entre les valeurs théoriques et celles observées de ces paramètres soit le mode recherché.

Les modes identifiés dans les magnétogaines sont très divers : modes magnéto-sonores et miroir dans le cas de fluctuations essentiellement compressionnelles, modes Alfvénique et cyclotroniques dans le cas de fluctuations transverses. La différenciation entre les modes miroir et lent est l'objet d'un débat soutenu au sein de la communauté scientifique, ces deux modes ayant quelques propriétés similaires, notamment une anticorrélation entre la pression plasma et la pression magnétique. En théorie cinétique, on avance souvent l'argument que le mode lent est trop fortement amorti pour être observé, et on en déduit que le mode observé est un mode miroir, bien que certaines ambiguïtés persistent. La compétition entre les instabilités miroir et cyclotronique, toutes deux liées à la dominance de la pression perpendiculaire sur la pression parallèle du plasma, a également constitué un vaste sujet d'études, en particulier dans le but de comprendre notamment pourquoi le mode miroir est le plus souvent observé (*Gary* [1992]).

L'identification de ces modes est sujette à de nombreuses complications, qui proviennent généralement soit des limites de la théorie qu'on cherche à appliquer aux observations, soit des incertitudes quant à l'extraction des informations contenues dans les observations. En voici brièvement évoqués quelques aspects.

La plupart des théories utilisées sont linéaires, et traitent le milieu considéré comme un milieu uniforme et infini, ce qui est loin d'être le cas des magnétogaines. Les observations exhibent en général une très forte non-linéarité des fluctuations. Les effets des frontières doivent être pris en compte pour expliquer certaines propriétés de ces dernières, et la présence de nombreux gradients des paramètres du champ magnétique et du plasma affecte également la propagation des modes. Enfin, suivant la théorie utilisée, les conclusions peuvent être très différentes, comme illustré dans la partie II section 4.1.3 avec l'instabilité miroir ou firehose du mode lent que notre formalisme mixte MHD-cinétique ne retrouve pas. De plus, plusieurs modes peuvent être dégénérés suivant la direction de propagation.

Les informations contenues dans les observations satellitaires sont souvent incomplètes et ne permettent pas toujours d'estimer un grand nombre de paramètres de transport. Les observations disponibles se restreignent souvent aux observations d'un seul satellite, ce qui ne permet pas de lever l'indétermination entre les effets spatiaux et temporels sur les structures observées, ni d'obtenir la valeur et la direction précise du vecteur d'onde. De plus, l'identification des fluctuations d'un mode unique est peu réaliste, le spectre des fluctuations consistant plutôt en la superposition de plusieurs modes.

Certaines incertitudes sur les informations contenues dans les observations peuvent être levées au moyen de données multi-satellitaires (*Balikhin et al. [2003]*) telles celles fournies récemment par la mission Cluster II (4 satellites identiques en orbite terrestre). De telles observations devraient permettre en retour de mieux contraindre les résultats issus des observations mono-satellitaires.

### 3.3 Analyse par variance minimum

L'analyse de variance minimum telle qu'utilisée sur les données magnétomètre est basée sur la diagonalisation de la matrice de variance du champ magnétique,  $M = (M_{\alpha\beta})$ , avec :

$$M_{\alpha\beta}(t) = \langle B_\alpha(t)B_\beta(t) \rangle - \langle B_\alpha(t) \rangle \langle B_\beta(t) \rangle, \quad (3.1)$$

où  $\langle B_\alpha(t) \rangle$  désigne la moyenne sur la variable  $t$  de la composante  $\alpha$  du champ magnétique (*Song et Russell [1999]*, *Sönnnerup et Scheible [2000]*).

On recherche alors les vecteurs propres et valeurs propres de la matrice  $M$ , afin de la diagonaliser. On définit de ce fait une matrice de transformation de coordonnées  $T$  telle que :

- La matrice  $T$  est composé des vecteurs colonnes correspondant aux vecteurs propres de  $M$ ,  $\hat{e}_{max}$ ,  $\hat{e}_{int}$ ,  $\hat{e}_{min}$ , respectivement associés à  $\lambda_{max}$ ,  $\lambda_{int}$ ,  $\lambda_{min}$ .
- La matrice  $M' = T^{-1}MT$  est diagonale d'éléments diagonaux les valeurs propres de  $M$ ,  $\lambda_{max}$ ,  $\lambda_{int}$ ,  $\lambda_{min}$  de la plus grande à la plus petite.
- Dans le nouveau repère de coordonnées définit par  $T$ ,  $B' = TB$  et a pour composantes  $B_{max}$ ,  $B_{int}$ ,  $B_{min}$ , respectivement selon  $\hat{e}_{max}$ ,  $\hat{e}_{int}$ ,  $\hat{e}_{min}$ .

Cette diagonalisation se révèle adaptée à la détermination de la direction normale à une discontinuité ou à la direction de propagation d'une onde plane unique.

La relation  $\nabla \mathbf{B} = 0$  implique en effet que :

- la composante du champ magnétique normale à la discontinuité est la même de part et d'autre de la discontinuité ;
- le vecteur d'onde est perpendiculaire à la fluctuation du champ magnétique car  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{B} = 0$ , en utilisant le fait que  $\nabla \rightarrow i\mathbf{k}$ .

Ces propriétés nous permettent de déduire que la direction donnée par le vecteur propre associé à la valeur propre la plus petite correspond à la direction de la normale recherchée.

Ce résultat est valable lorsque le contraste entre les trois valeurs propres est important (pour  $\lambda_{int}/\lambda_{min} > 10$  *Eastwood et al.* [2002]). Par exemple, dans le cas d'ondes polarisées linéairement, la dégénérescence entre les directions données par les vecteurs propres correspondant aux valeurs propres la plus petite et intermédiaire ne permet pas de conclure. L'analyse par variance minimum dépend également de l'intervalle et de la résolution temporelle utilisée.

Dans le cas d'un choc, nous donnons une autre méthode permettant de déterminer la direction normale au choc  $\mathbf{n}$ , basée sur la propriété suivante :

$$\mathbf{n} \parallel (\mathbf{B}_u - \mathbf{B}_d) \times (\mathbf{B}_u \times \mathbf{B}_d) \quad (3.2)$$

avec  $\mathbf{B}_{u,d}$  désignant respectivement le champ magnétique en amont (u) ou en aval (d) du choc.

### 3.4 Identification du mode miroir dans la magnétogaine

Le survol de Jupiter par Cassini en décembre 2000 - janvier 2001 a constitué une nouvelle opportunité pour nous d'étudier le mode miroir dans un environnement spatial, opportunité unique à plus d'un titre, de par la géométrie du survol (selon le sens de l'écoulement du plasma dans la magnétogaine) et de par l'exploration de la magnétogaine distante de Jupiter, région jamais explorée auparavant.

Nous avons appliqué l'analyse par variance minimum telle qu'introduite ci-dessus aux données du magnétomètre MAG de Cassini obtenues lors du survol de Jupiter, afin de rechercher dans la magnétogaine jovienne des signatures de fluctuations liées au mode miroir. Les fluctuations magnétiques sont analysées par cette technique, une fois un algorithme appliqué afin de sélectionner une taille de fenêtre adaptée à chaque fluctuation (cf *Erdős et al.* [1996]).

Nous avons identifiées au final des fluctuations liées au mode miroir à l'aide des quelques propriétés suivantes :

- elles constituent des fluctuations fortement compressionnelles ;
- elles présentent une faible rotation du champ magnétique ;
- elles sont telles que le vecteur d'onde associé est oblique, voire quasi-perpendiculaire, au champ magnétique ambiant.

Une analyse fondée sur l'identification de ces propriétés a été appliquée avec succès par le passé lors de la recherche de fluctuations liées au mode miroir (*Erdős et Balogh* [1996], *Lucek et al.* [1999]) et reste souvent appliquée lors de l'analyse de donnée mono-satellitaire et mono-instrumentale. Les études mono-instrumentales se basent essentiellement sur les données du champ magnétique. Nous nous permettons de mentionner à ce propos une étude originale de fluctuations liées au mode miroir, basée sur l'examen des seules données du champ électrique (mission Cluster II ; *Balikhin et al.* [2003]).

Conscients malgré tout des limites de notre approche, son application nous a permis cependant de mettre en évidence trois périodes où des fluctuations liées au mode miroir sont observées. Les périodes révélées par notre analyse sont décrites plus en détail ci-après.

## 3.4.1 Période du 3 au 12 janvier 2001

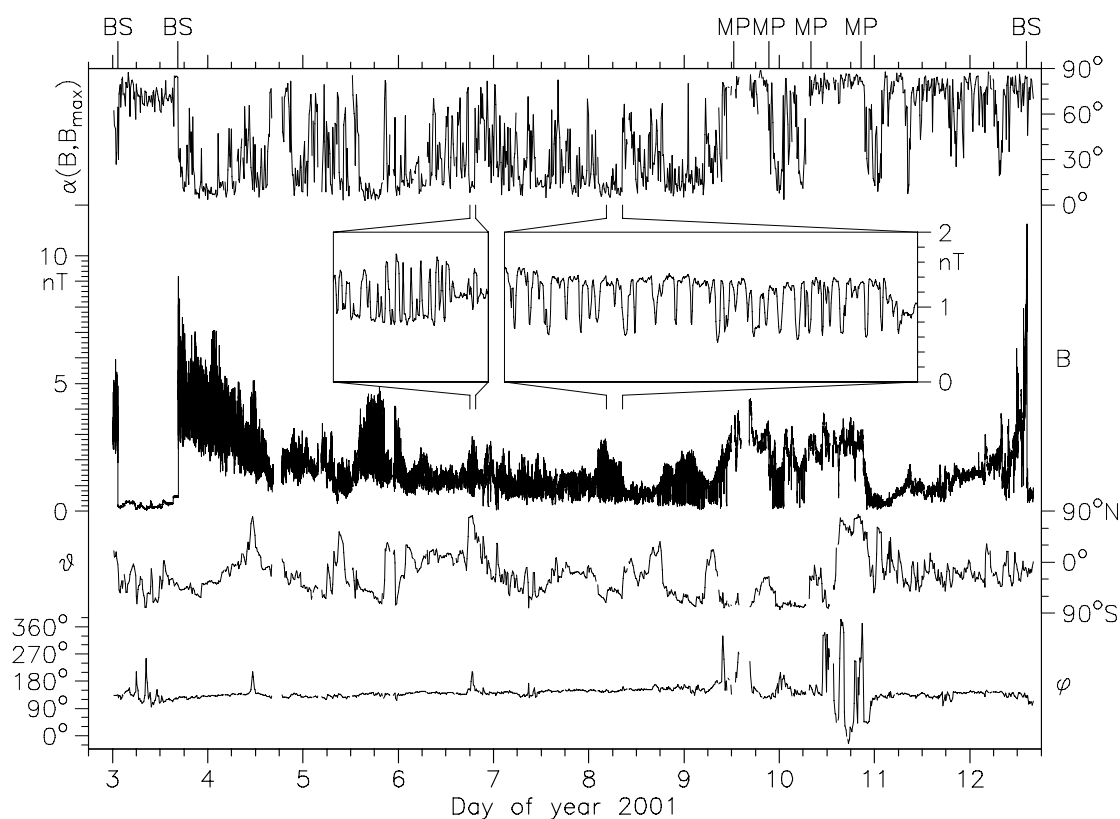


FIG. 3.2 – Résultats de l’analyse par variance minimum. De haut en bas sont représentés : l’angle entre la direction de variance maximum et le champ magnétique ambiant, l’intensité du champ magnétique, les angles d’élévation et d’azimut dérivés des composantes du champ magnétique. Des fenêtres représentant l’intensité du champ magnétique sont introduites pour zoomer sur quelques intervalles où des fluctuations liées au mode miroir apparaissent.

Durant cette période, Cassini est presque entièrement immergée dans la magnétogaine jovienne, à des distances de 147-191  $R_j$  de Jupiter, de 17h30 à 19h heure locale.

Le satellite pénètre à l’intérieur de la magnétogaine le 3 janvier à 16h30 et des fluctuations liées à l’instabilité miroir apparaissent juste après la traversée du choc (choc quasi-perpendiculaire). Ces fluctuations ne disparaissent que le 9 janvier 2001, lorsque le satellite pénètre dans la magnétosphère pour une période de 8 heures, de 12h30 à 21h15. Elles reprennent ensuite pendant quelques heures, avant une autre incursion dans la magnétosphère le 10 janvier entre 07h00 et 20h35. Une évolution des structures les 8 et 9 janvier est observée lorsque Cassini s’approche de la magnétopause, les fluctuations augmentant d’amplitude (0.8 nT) au voisinage de cette frontière. Une telle évolution a déjà été mise en évidence par *Bavassano Cattaneo* [1998] dans la magnétogaine de Saturne, à l’aide des observations de *Voyager*. De manière générale, les fluctuations sont souvent plus prononcées dans les régions proches de la magnétopause. Le satellite pénètre dans le vent solaire le 12 janvier à 14h17.

## 3.4.2 Période du 19 au 21 janvier 2001

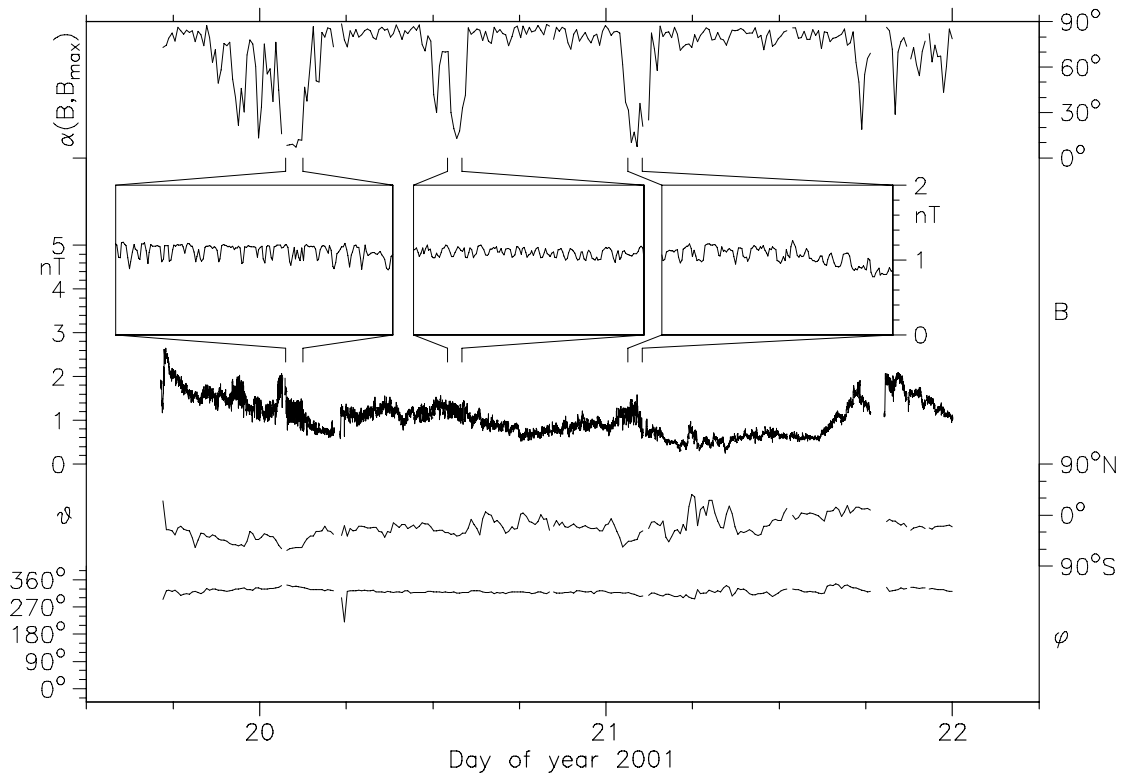


FIG. 3.3 – Comme pour la figure 3.1.

Les fluctuations liées au mode miroir sont observées à des distances de 306-321  $R_j$  de la planète, de 19h15 à 21h20 heure locale.

Cassini pénètre dans la magnétogaine le 18 janvier à 23h15. Trois intervalles d'activité liée à l'instabilité miroir apparaissent alors dans les données du magnétomètre : un premier intervalle du 19 janvier à 19h00 au 20 janvier à 03h00, puis un second le 20 janvier de 12h00 à 14h00 et enfin un troisième le 21 janvier de 01h00 à 03h00.

Le premier intervalle est le plus significatif. Cet intervalle est observé alors que le niveau des fluctuations dans la magnétogaine est relativement peu élevé. Les fluctuations sont de courte durée (1-1.5 minutes) et de faible amplitude (0.2 nT), par rapport au champ ambiant (1.2 nT). Le champ magnétique des structures est principalement dirigé selon la coordonnée N, dans la direction du champ magnétique jovien, vers le sud.

## 3.4.3 Période du 18 au 22 février 2001

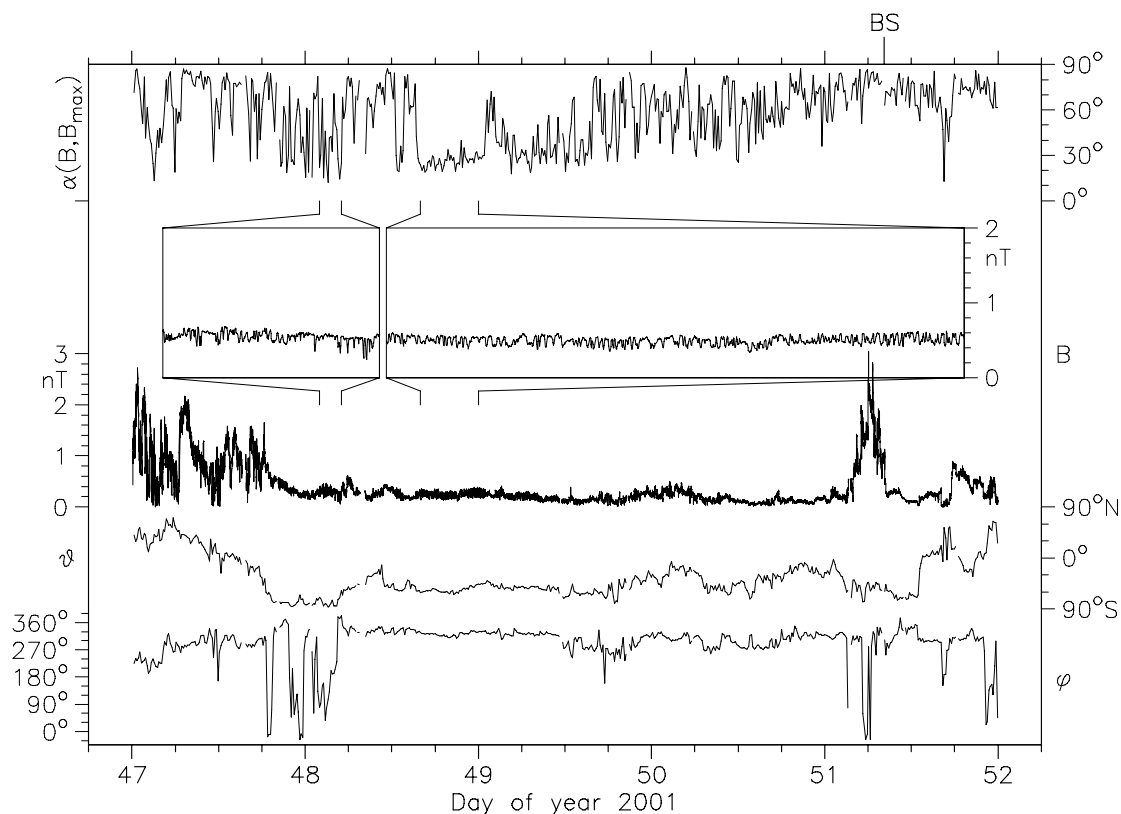


FIG. 3.4 – Comme pour la figure 3.1.

Durant cette période Cassini se trouve dans la magnétogaine lointaine, à une distance de  $670 R_j$ , vers 21h15 heure locale.

Du 18 février 12h00 au 19 février 15h00, Cassini observe des fluctuations liées à l'instabilité miroir. Cassini pénètre dans la magnétogaine (d'abord très turbulente puis relativement calme) le 16 février à 23h10, avant de retourner dans le vent solaire le 21 février à 08h15.

Une telle séquence d'activité liée à l'instabilité miroir est assez inhabituelle à une telle distance de la planète. La séquence quasi-continue de fluctuations observée consiste en des dépressions du champ magnétique, d'une durée de 2-3 minutes et d'une amplitude de 0.2 nT. Juste avant et après cette séquence, des fluctuations isolées d'une durée de 1-2 minutes mais de plus forte amplitude, 0.35 nT, sont observées le 18 février entre 04h00 et 05h00 et épisodiquement le 19 février.

### 3.4.4 Interprétation

On s'intéresse aux fluctuations apparaissant sous la forme de dépressions du champ magnétique à différents endroits de la magnétogaine.

D'une manière générale, les dépressions observées consistent soit en des trains de dépressions isolés, soit en de longues séquences, comme illustré ci-après sur la figure 3.4. On sélectionne tout particulièrement des intervalles pendant lesquels les fluctuations sont bi-statiques et définissent un état haut et un état bas du champ magnétique relativement constants à travers la séquence. De tels intervalles sont représentés sur la figure 3.4. Les propriétés des fluctuations (amplitude et angle entre la direction de variance maximum et le champ magnétique ambiant) y sont calculées pour chaque structure.

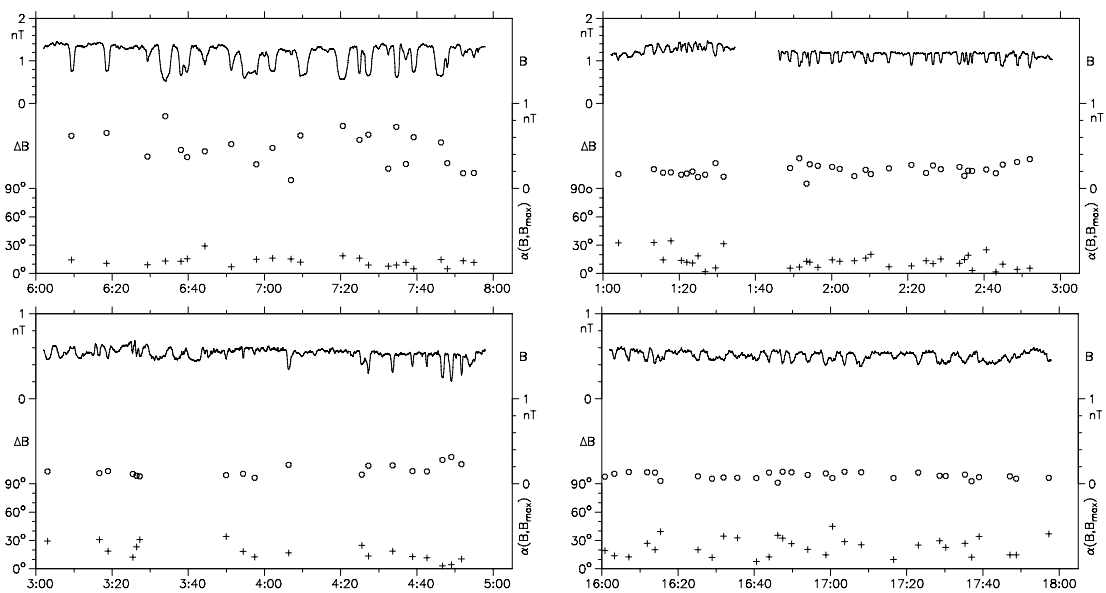


FIG. 3.5 – Intensité du champ magnétique (nT), amplitude et angle entre la direction de variance maximum et le champ ambiant, en fonction du temps. En haut à gauche : le 8 janvier 2001 ; en haut à droite : le 20 janvier ; en bas à gauche : le 18 février 2001 ; en bas à droite : le 18 février 2001.

L'observation de fluctuations liées à l'instabilité miroir si loin dans la magnétogaine d'une planète est très rare. *Tsurutani et al.* [1984] ont reporté de telles observations dans la magnétogaine terrestre à l'aide de données champ magnétique de ISEE 3, situées à plus de 200 rayons terrestres de la planète et associées à l'arrivée d'un choc interplanétaire.

Les observations de Cassini mises en évidence dans la figure 3.4 peuvent être interprétées de deux manières différentes :

- soit les structures sont relativement jeunes et viennent d'être créées localement un peu plus en amont par un processus qui reste à identifier ;
- soit les structures sont relativement âgées et sont convectées par le plasma depuis l'endroit de leur création, bien plus en amont dans la magnétogaine.



La première interprétation est favorisée lorsque les structures observées consistent en de longues séquences, tandis que la seconde est à rapprocher de l'observation de structures plus isolées. Certains pourraient argumenter que les structures observées en séquence sont en train de se dissiper au lieu de croître dans le milieu environnant, et donc qu'elles ne sont pas jeunes. Cependant, l'observation de structures isolées dans le vent solaire et proches de la stabilité marginale (*Winterhalter et al.* [1994]) supporte l'idée que l'état final de l'instabilité consiste en des structures isolées plutôt qu'en séquence.

Si l'on accepte l'hypothèse selon laquelle ces structures apparaissent derrière un choc quasi-perpendiculaire (hypothèse remise en cause par plusieurs auteurs; *Tátrallyay et Erdős* [2002]), on en déduit que l'anisotropie créée en aval d'un tel choc dans la magnétogaine distante de Jupiter est suffisamment importante, et donc que le choc en lui-même est suffisamment fort, pour permettre le déclenchement de l'instabilité miroir, bien qu'il soit de moins en moins perpendiculaire à grande distance du côté nuit (figure 3.5). Il nous est malheureusement difficile d'estimer la position relative du satellite vis-à-vis du choc et de la magnétopause de Jupiter et de comprendre d'où les lignes de l'écoulement traversées sont originaires.

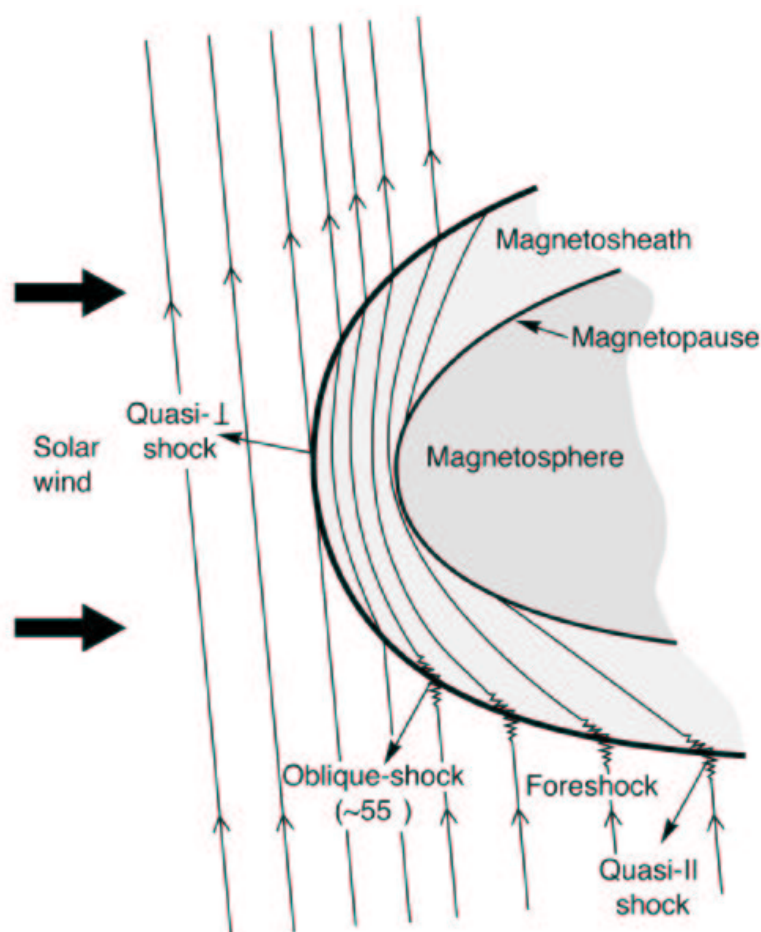


FIG. 3.6 – Géométrie des frontières (choc et magnétopause) de la magnétosphère de Jupiter et évolution de la normale au choc, d'une direction quasi-perpendiculaire côté jour à une direction quasi-parallèle côté nuit. D'après *Dougherty et al.* [2003].

## 3.5 Étude multi-instrumentale

Les fluctuations liées au mode miroir que nous avons mises en évidence dans les sections 3.4.1, 3.4.2, 3.4.3, l'ont été à travers l'étude des seules données du champ magnétique. On peut obtenir des conclusions plus abouties en comparant les données plasma avec celles du champ et en essayant de mettre en évidence une anticorrélation entre les pressions plasma et magnétique, même si une telle anticorrélation ne suffit pas forcément pour conclure avec certitude à la présence du mode miroir, comme évoqué dans la section 3.1 de ce chapitre, du fait de la confusion possible avec le mode lent. A l'aide des données plasmas, on peut également calculer le paramètre miroir de l'instabilité (cf partie II section 6.2.2 équation(6.18)) et voir dans quel 'régime miroir' les fluctuations se situent : suivant que ce paramètre est proche de zéro, positif ou négatif, le mode miroir est marginalement stable, stable ou instable.

Une collaboration a donc été mise en oeuvre avec A. Rymer (Mullard Space Science Laboratory) et F. Cray (University of Michigan), afin de disposer des données ions (IBS) et électrons (ELS) de l'instrument CAPS. Très rapidement, des problèmes inhérents aux instruments et au survol sont apparus et n'ont pas permis une telle étude :

- La faible couverture temporelle. Le survol de Jupiter ne constituait pas un objectif principal de la mission, et la plate-forme plasma et champ n'était pas souvent pointée dans la direction favorable à la récolte de données.
- La faible résolution des données plasma lorsque les observations étaient utilisables. Ce problème n'était cependant pas si difficile à contourner, du fait de la longue durée des structures observées associées à l'instabilité miroir.
- Le 'parasitage' des données par le mouvement de l'actuateur de l'instrument CAPS. Il en résultait une grande dispersion des moments fluide calculés, en particulier pour les électrons, qui en plus étaient sensibles aux effets de charge dus aux autres systèmes présents sur le satellite (comme la sonde Huygens par exemple).

Une étude multi-instrumentale des fluctuations liées au mode miroir n'est cependant que partie remise, lorsque le satellite nous renverra des données sur Saturne et sa magnétogaine notamment. Les observations seront alors sans doute beaucoup plus précises et fournies dans cet environnement, et la réponse des différents instruments bien mieux appréhendée. Bien que la quantité d'information que l'on peut dériver de l'examen des données mono-satellites soit limitée par rapport à celle issue des données multi-satellites, l'étude de l'instabilité miroir dans la magnétogaine de Saturne représente un intérêt certain en terme d'étude comparative dans différents environnements planétaires.

### 3.6 Les différentes formes d'onde du mode miroir

Les structures liés à l'instabilité miroir peuvent revêtir plusieurs formes. On trouve notamment :

- des fluctuations quasi-sinusoidales du champ magnétique ;
- de profondes dépressions du champ magnétique ;
- des pics prononcés dans l'intensité du champ magnétique.

La forme la plus fréquemment observée est celle des profondes dépressions. Les pics du champ magnétique sont quant à eux très rarement observés.

De tels pics dans l'intensité du champ magnétique apparaissent néanmoins dans les données recueillies par Cassini, durant deux brefs intervalles de temps, les 5 et 6 janvier 2001.

Nous choisissons alors de nous intéresser plus en détail à cette forme particulière de l'instabilité, faute de pouvoir aboutir à des résultats concrets dans notre étude multi-instrumentale des fluctuations.

La figure 3.7 représente l'une de ces observations, le 6 janvier 2001, à laquelle on associe une observation similaire dans la magnétogaine terrestre.

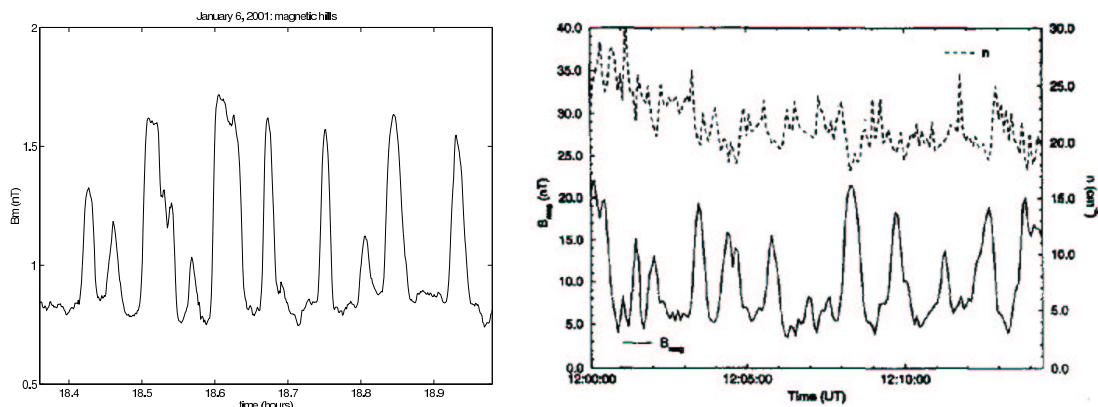


FIG. 3.7 – A gauche : intensité du champ magnétique (en nT), en fonction du temps (en heures), le 6 janvier 2001 (Cassini). A droite : intensité du champ magnétique (en nT) et densité électronique (en  $\text{cm}^{-3}$ ) dans la magnétogaine terrestre (AMPTE UKS, *Leckband et al.* [1995])

Ces pics sont la copie inversée, des dépressions du champ magnétique habituellement observées dans le cas de fluctuations liées à l'instabilité miroir.

De tels pics ont déjà été observés dans la magnétogaine de Jupiter, lors du trajet retour de la sonde Ulysses autour de la planète. Parmi les structures liées à l'instabilité miroir décrites par *Erdős et Balogh* [1996] se cache en effet un train de pics similaire à celui de la figure 3.7, que nous reportons ci-après (*Dedman et Dougherty*, manuscript non publié).

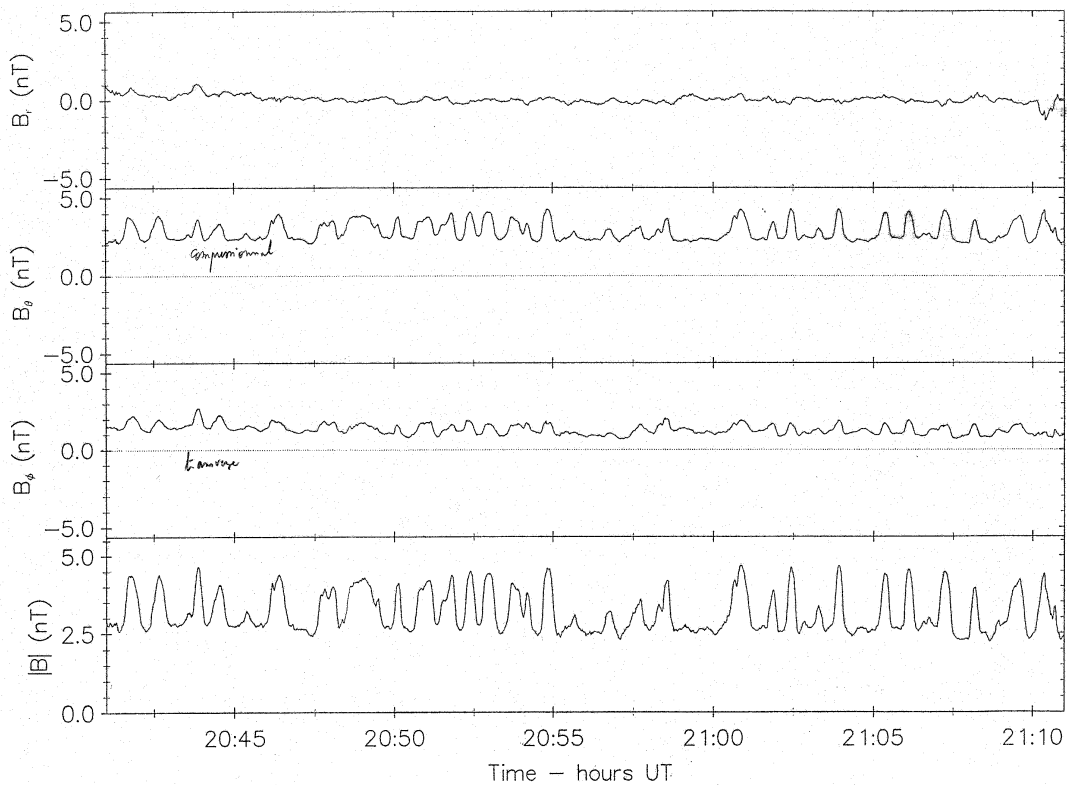


FIG. 3.8 – Train de pics dans l'intensité magnétique observé par Ulysse dans la magnétogaine de Jupiter le 13 février 1992. Composantes et intensité du champ magnétique (en nT), en fonction du temps (en heures). D'après *Dedman et Dougherty*, manuscrit non publié.

D'après un modèle relativement simple de la forme non-linéaire des fluctuations liées au mode miroir réalisé par *Pantellini et al.* [1998], les structures associées à l'instabilité miroir revêtent la forme inversée (caractérisée par des pics) lorsque le beta du plasma (on rappelle qu'il correspond au rapport entre la pression thermique du plasma et la pression magnétique) est important ( $\geq 10$ ). En pratique, le manque de données plasma durant les deux intervalles de temps où cette forme apparaît dans les données de Cassini empêche toute évaluation de ce paramètre.

Afin de mieux comprendre la forme inversée de ces structures, la recherche d'autres observations du même type dans d'autres environnements est en cours d'investigation.

Nous avons déjà repéré une observation de pics liés à l'instabilité miroir très originale et méritant approfondissement dans la magnétogaine terrestre, que nous choisissons de détailler un peu plus. Cette observation provient de la mission Equator-S à l'occasion de l'un de ces passages dans la magnétogaine, le 8 janvier 1998. Ce passage a été brièvement analysé par *Lucek et al.* [1999].

L'ensemble des données que nous présentons ici provient du CDAweb de Equator-S, sur le site internet suivant :

<http://cdaweb.plasma.mpe-garching.mpg.de/cdaweb/>.

La figure 3.6 montre les données du magnétomètre, d'une part dans leur intégralité entre 09h30 et 11h30 (premier panneau de la figure 3.9) et d'autre part durant deux intervalles de temps présentant des manifestations de l'instabilité miroir (second panneau). Le satellite traverse la magnétopause vers 09h35 et de multiples fois entre 10h53 et 11h03. De 09h35 à 10h53, il se trouve dans la magnétogaine. La magnétopause est comprimée lors de la première traversée, le satellite se dirigeant vers la planète (*Lucek et al. [1999]*). Sont également représentés deux intervalles entre lesquels les fluctuations changent brutalement de forme. Dans le premier intervalle, les fluctuations magnétiques consistent en de profondes dépressions, tandis que dans le deuxième en des pics.

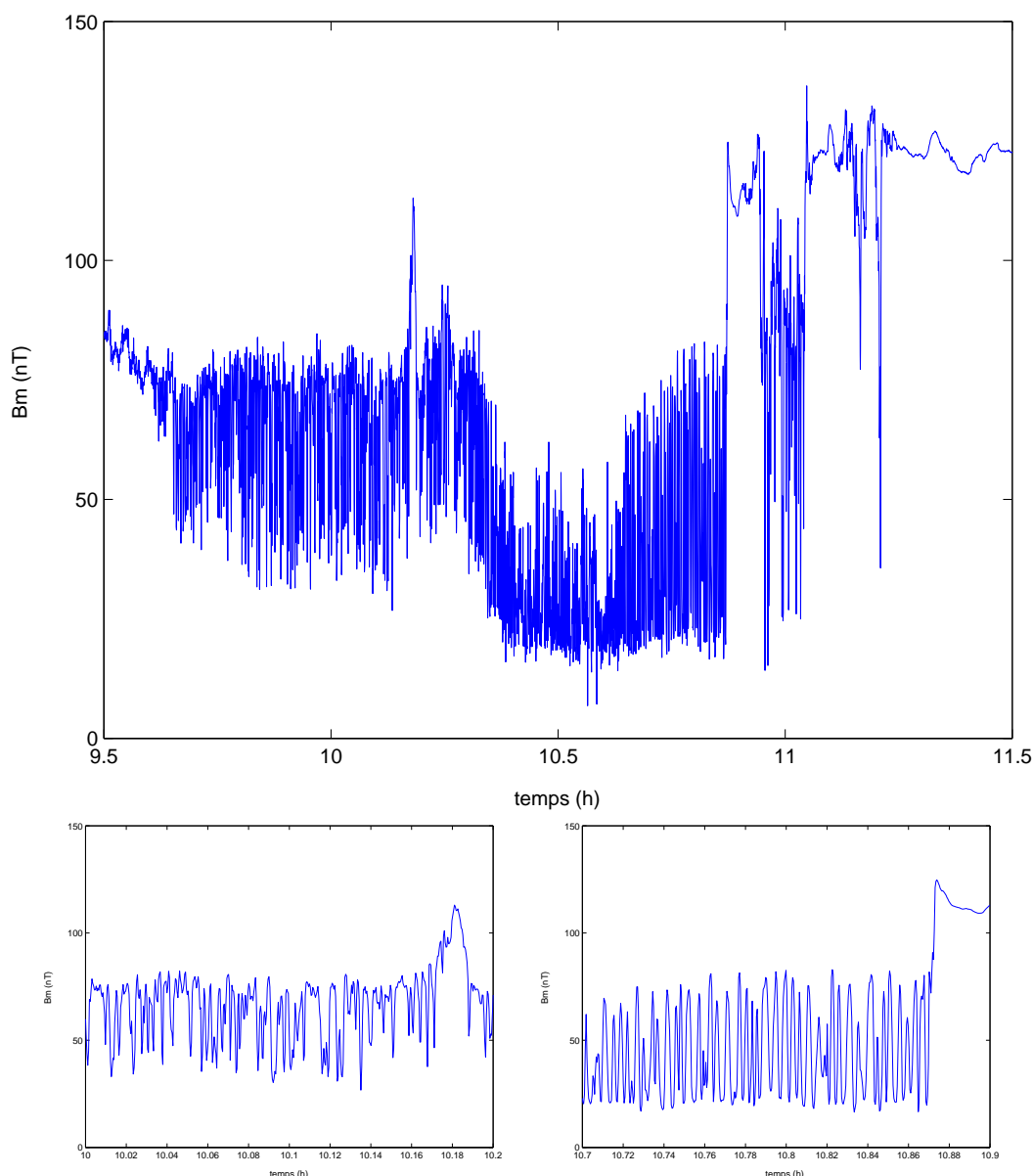


FIG. 3.9 – Intensité du champ magnétique (en nT) en fonction du temps en heures et zoom sur deux périodes de temps distinctes. En bas à gauche apparaissent des dépressions liées à l'instabilité miroir, en bas à droite des pics liés à cette même instabilité. La transition a lieu entre 10h19 et 10h23. Données Equator-S, le 8 janvier 1998.

Les données plasma n'étant pas disponibles pour cette période précise, on considère les observations d'autres satellites au voisinage de la Terre, Imp8 et Wind.

Les positions respectives de ces satellites sont données sur la figure 3.10 (panneau de gauche). Les seules données plasma disponibles sont celles recueillies par les instruments de WIND, qui se trouve à environ  $260 R_e$  de la Terre dans le vent solaire. L'utilisation des vitesses du plasma observées par WIND (essentiellement dirigées suivant la ligne Terre-Soleil) et la corrélation des données du champ magnétique observées dans le vent solaire par IMP8 et WIND (figure 3.10, panneau de droite) permet de propager les données plasma de WIND jusqu'au niveau de l'orbite de Equator-S avec une plus grande précision.

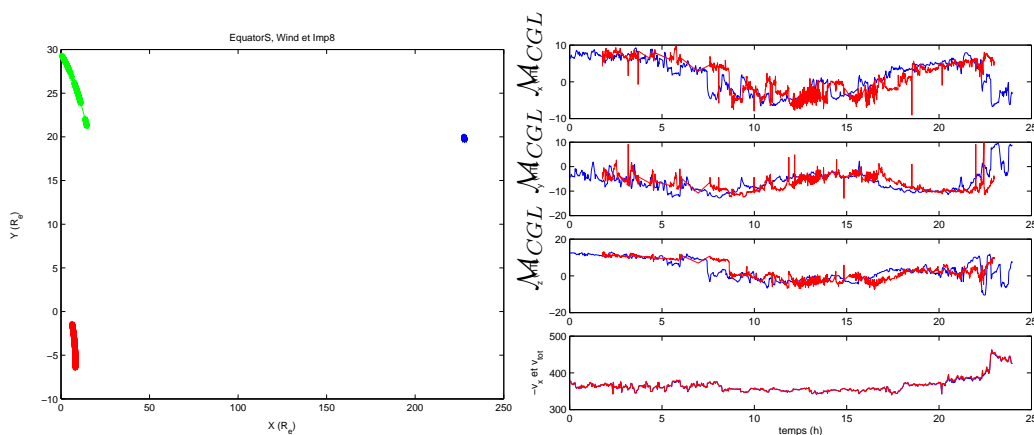


FIG. 3.10 – A gauche : position de WIND (en bleu), IMP8 (en vert) et Equator-S (en rouge) pour la période considérée dans un repère GSE. A droite : composantes GSE (trois premiers panneaux) du champ magnétique (en nT) de WIND (en bleu) et IMP8 (en rouge) et vitesse radiale (en  $\text{km s}^{-1}$ ) de WIND (dernier panneau).

La figure 3.11 (page suivante) représente l'extrapolation des données plasma de WIND au niveau de l'orbite d'Equator-S, dans le but de voir si une correspondance existe entre le changement de forme des fluctuations du champ magnétique (premier panneau de la figure 3.11) et la pression thermique du vent solaire (deuxième panneau).

L'examen de cette dernière révèle la présence de deux pulses de pression. Une fois propagés jusqu'au niveau de Equator-S (sans tenir compte du freinage du plasma à la traversée de l'onde de choc), le premier pulse semble coïncider avec la traversée de la magnétopause à 09h35 et le second (le plus important) semble coïncider avec le changement de la forme d'onde des fluctuations vers 10h25. Le second pulse de pression est associé avec un beta du plasma dans le vent solaire important.

En effet, en estimant le beta du plasma dans le vent solaire à l'aide des données WIND, on trouve  $\beta \simeq 0.75$  au niveau du pulse de pression le plus important. Juste avant ce pulse, on trouve  $\beta = 0.83$ . Le choc modifie très certainement  $\beta$ , dans le sens d'une augmentation.  $\beta$  devrait donc être encore plus important. On confirme bien par l'expérience que dans cette observation précise, les pics liés à l'instabilité miroir apparaissent alors que le  $\beta$  du plasma est élevé, ce qui va dans le sens des résultats issus du modèle de *Pantellini* [1998]. Une autre observation (celle donnée à droite sur la figure 3.7) confirme ce résultat ( $\beta \simeq 25$ ; *Leckband et al.* [1995]).

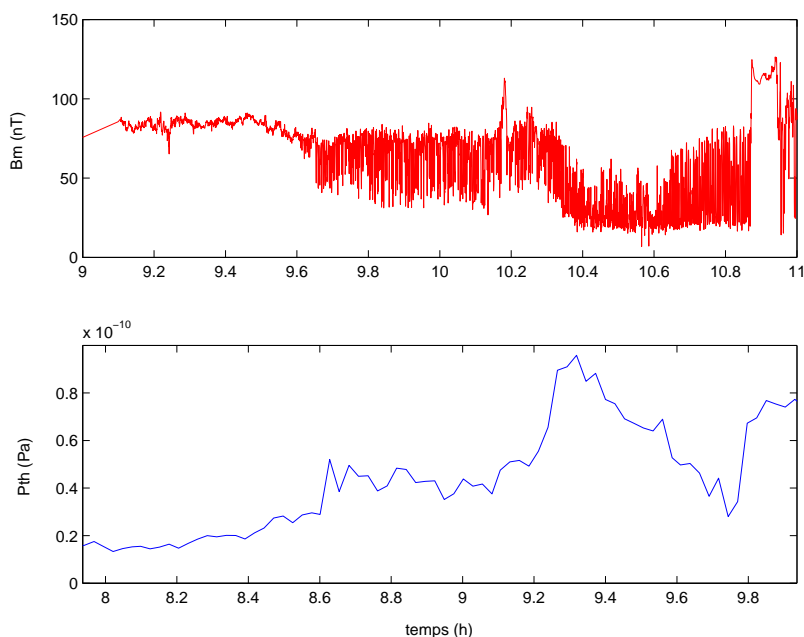


FIG. 3.11 – Comparaison du profil temporel du champ magnétique mesuré par Equator-S avec celui de la pression thermique du plasma donnée par WIND et transportée au niveau de l'orbite de Equator-S.

### 3.7 Conclusions

Le choix de s'intéresser aux fluctuations observées dans la magnétogaine de Jupiter lors de son survol par Cassini, parmi l'ensemble des sujets d'investigation soulevés après l'examen préliminaire des données des magnétomètres dans leur globalité (cf chapitre 2 de cette partie), était en relation avec le travail théorique présenté dans la seconde partie de ce manuscrit. L'identification de fluctuations liées à l'instabilité miroir en a constitué l'axe et l'objectif principal. Ce choix s'est avéré judicieux de par le nombre de période pendant lesquelles le satellite était immergé dans la magnétogaine.

L'identification de structures liées à l'instabilité miroir dans la magnétogaine de Jupiter et à très grande distance de la planète constitue un nouveau jeu de données à partir desquelles on peut contraindre les études théoriques et simulateurs de cette instabilité. Ce jeu de données soulève quelques interrogations quant à la durée de vie et le déclin de ces structures.

L'identification complète de la nature de ces structures s'est heurtée au manque de données plasma, permettant d'estimer certains des paramètres de transport évoqués dans la section 3.2 de ce chapitre. Ce travail a constitué néanmoins une première expérience enrichissante d'analyse de données et de participation à l'exploitation des résultats de la mission Cassini. Il a également suscité une curiosité naissante pour la poursuite de la caractérisation de l'instabilité miroir à travers ses manifestations observationnelles.

# Conclusions

Ce travail de thèse s'est intéressé au problème du transport radial du plasma dans les magnétosphères de Jupiter et de Saturne, dans la perspective de l'exploitation des données fournies par la mission Cassini. Les mécanismes à l'origine de ce transport sont encore mal compris à l'heure actuelle. La communauté scientifique s'accorde néanmoins à penser que l'instabilité d'interchange joue un rôle primordial dans le déclenchement de ce transport. Une meilleure compréhension théorique de cette instabilité s'avère dès lors nécessaire. L'objectif premier de cette thèse a consisté en la caractérisation des propriétés de l'instabilité d'interchange dans le cas des plasmas gyrotropes, représentatifs des plasmas magnétosphériques peu collisionnels. Une telle étude n'avait été que partiellement abordée par *Fazakerley et Southwood* [1993], à partir d'un concept irréaliste d'interchange. Les résultats présentés dans cette thèse sont donc uniques.

La difficulté de l'exercice a principalement consisté en la mise en place d'un formalisme d'étude des ondes et instabilités basse-fréquence dans les plasmas gyrotropes. L'utilisation d'une théorie purement fluide (la théorie double-adiabatique) pour réaliser cette étude, la théorie double-adiabatique, et les résultats qui en découlent révèlent de profondes incohérences avec les résultats de la théorie cinétique. En conséquence, l'étude réalisée dans le cadre du formalisme purement fluide n'est pas satisfaisante. Ces incohérences proviennent de la fermeture du système d'équations fluide, problème connu pour être délicat dans d'autres branches de la physique et nécessitant un examen plus approfondi.

Un calcul de perturbations linéaire, basé sur les équations de la MHD idéale et les équations d'état des pressions thermiques corrigés de façon à être en accord avec la théorie cinétique a permis d'aboutir à un formalisme d'étude mixte MHD-cinétique des ondes et instabilités basse-fréquence dans les plasmas gyrotropes. L'application de ce formalisme, à travers des traitements analytique et numérique, permet de répondre de manière exacte à la problématique soulevée dans cette thèse. Les avantages de ce formalisme, outre son exactitude, résident dans son adaptabilité aisée aux caractéristiques des plasmas magnétosphériques de Jupiter et de Saturne. Il peut en effet tenir compte de la présence de plusieurs espèces et du caractère non bi-Maxwellien des fonctions de distribution dans ces environnements.

Les principaux résultats mis en évidence dans cette thèse sont les suivants :

- La validation du formalisme mixte MHD-cinétique au cas des plasmas homogènes, proton-électron et multi-espèces, dont les résultats ont été comparés à ceux de la théorie double-adiabatique, à travers l'identification des différents modes (Alfvén, rapide, lent et miroir), le comportement de ces derniers en fonction de la direction de propagation et le développement des instabilités firehose et miroir.
- L'utilisation du formalisme mixte dans le cas de plasmas proton-électron, inhomogènes et en rotation. Cette utilisation a mis en évidence les effets de la stratification sur les différents modes identifiés précédemment et a permis l'étude de stabilité



complète des modes les plus affectés par cette stratification, à savoir les modes de quasi-interchange. L'objectif de dériver le critère local de l'instabilité d'interchange a été atteint, à l'issue d'un traitement analytique complet.

- L'extension des résultats obtenus précédemment pour un plasma proton-électron à des plasmas multi-espèces. Une tentative d'application des résultats théoriques à une distribution radiale de champ et de plasma dans le tore de Io, basée sur les observations disponibles les plus récentes, a été entreprise.
- Une première tentative d'adapter le formalisme d'étude à des fonctions non bi-Maxwelliennes et d'estimer l'influence de la forme de la fonction de distribution sur la propagation des modes et sur les instabilités basse-fréquence dans un plasma homogène, puis stratifié.

Malgré ces succès relatifs, l'étude menée au cours de cette thèse a nécessité un nombre important d'hypothèses restrictives, que voici rappelées ci-dessous :

- Approche locale. Cette hypothèse est nécessaire pour pouvoir progresser analytiquement. Elle est restrictive dans le sens où elle ne permet pas de mettre en évidence les échelles spatiales de l'instabilité d'interchange, en vue de contraindre les observations satellitaires.
- Invariance des paramètres de l'équilibre le long des lignes de champ magnétique. Cette hypothèse est indispensable pour rendre intégrable l'équation de Vlasov perturbée et permettre d'en déduire l'expression des perturbations de pressions thermiques. Elle est très contraignante et peu réaliste, mais probablement incontournable.
- Absence de la force de Coriolis. Cette hypothèse permet de simplifier la relation de dispersion des ondes dans un plasma stratifié et de s'affranchir de tout problème (à priori) d'overstabilité des modes, de croisement et de mixage entre les différents modes. *Ferrière et al* [1999] avaient inclus l'influence de cette force dans leur étude de l'instabilité d'interchange dans le cas des plasmas isotropes et ils avaient souligné les difficultés résultantes. Le cas des plasmas gyrotropes devrait être encore plus compliqué...
- Gel du champ magnétique. Cette hypothèse a été remise en cause par le passé dans certaines approches (*Pontius et Hill* [1989], *Vasyliunas* [1989], *Fazakerley et Southwood* [1992]), qui ont suggéré que le concept d'un transport impliquant des tubes de flux aux parois étanches n'était pas compatible avec les échelles de temps en jeu.
- Etude linéaire. Cette approche ne permet de prendre en considération que le développement initial de l'instabilité.

La levée de certaines de ces hypothèses fera l'objet de la poursuite de l'étude théorique de l'instabilité d'interchange. La discussion des effets de la force de Coriolis sur les modes de quasi-interchange et sur leur stabilité est la prochaine étape logique de ce travail de thèse. Une approche linéaire globale doit ensuite être menée. Enfin, la poursuite de l'étude concernant l'influence de la forme des fonctions de distribution sur la propagation des modes et sur leur stabilité est déjà engagée. L'objectif est d'appliquer les résultats théoriques obtenus à des observations physiques et à des fonctions de distribution réalistes.

L'exploitation des premières données de la mission Cassini à partir de mars 2004 fait également l'objet de travaux futurs. Le travail observationnel effectué à l'Imperial College va dans ce sens, étant donné qu'il m'a permis de m'insérer au sein de l'équipe

responsable des magnétomètres et de la communauté champ et plasma de Cassini. Je m'intéresserai dans un premier temps à identifier les signatures observationnelles du transport du plasma dans les magnétosphères interne et externe de Saturne. Dans un deuxième temps, j'évaluerai l'influence respective des processus d'origine externe (vent solaire) et interne (rotation planétaire) sur la circulation du plasma magnétosphérique de Saturne.



# Bibliographie

- [1] Abraham-Schrauner, B., Propagation of hydromagnetic waves through an anisotropic plasma, *J. Plasma Phys.*, 1, 361, 1967.
- [2] Abramowitz M. and I. A. Stegun, *Handbook of mathematical functions*, Dover, New York, 1970.
- [3] Armstrong T. P., M. T. Paonessa, E. V. Bell II, and S. M. Krimigis, Voyager observations of Saturnian ion and electron phase space densities, *J. Geophys. Res.*, 88, 8893-8904, 1983.
- [4] Aubry M. P., C. T. Russell and M. G. Kivelson, Inward motion of the magnetopause before a substorm, *J. Geophys. Res.*, 75, 7018-7031, 1970.
- [5] Bavassano Cattaneo, M. B., G. Basile, G. Moreno and J. D. Richardson, Evolution of mirror structures in the magnetosheath of Saturn from the bow shock to the magnetopause, *J. Geophys. Res.*, 103, 11961, 1998.
- [6] Bagenal F., Planetary magnetospheres, *Solar System Magnetic Fields*, ed. E. R. Priest, D. Reidel Publishing Company, 1992.
- [7] Bagenal F., Empirical model of the Io torus : Voyager measurements, *J. Geophys. Res.*, 99, 11043-11062, 1994.
- [8] Balikhin M. A., O. A. pokhotelov, S. N. Walker and M. Andre, Identification of low frequency waves in the vicinity of the terrestrial bow shock, *Planet. Space Sci.*, in press, 2003a.
- [9] Balikhin M. A., O. A. Pokhotelov, S. N. Walker, E. Amata, M. Andre, M. W. Dunlop, M. Alleyne and H. St.C.K., Minimum variance free wave identification : application to Cluster electric field data in the magnetosheath, *Geophys. Res. Lett.*, 30, doi :10.1029/2003GL016918, 2003b.
- [10] Barbosa D. D., F. V. Coroniti, W. S. Kurth, and F. L. scarf, Voyager observations of lower hybrid noise in the Io plasma torus and anomalous plasma heating rates, *Astrophys. J.*, 289, 392-408, 1985.
- [11] Belcher J. W., C. K. Goertz and H. S. Bridge, The low-energy plasma in the jovian magnetosphere, *Geophys. Res. Lett.*, 7, 17-20, 1980.
- [12] Belmont, G. and C. Mazelle, Polytrropic indices in collisionless plasmas : Theory and measurements, *J. Geophys. Res.*, 97, 8327, 1992.
- [13] Belmont, G. and L. Rezeau, Finite Larmor radius effect : The two-fluid approach, *Ann. Geophysicae*, 5A, 59, 1987.
- [14] Bertucci, C., *Thèse de doctorat de l'Université Paul Sabatier*, [2003].
- [15] Bingham R., B. J. Kellett, R. A. Cairns, R. O. Dendy, and P. K. Shukla, Wave generation by ion horseshoe distributions on auroral field lines, *Geophys. Res. Lett.*, 26, 2713-2716, 1999.

- [16] Blanc M., S. Bolton, J. Bradley, M. Burton, T. E. Cravens, I. Dandouras, M. K. Dougherty, M. C. Festou, J. Feynman, R. E. Johnson, T. G. Gombosi, W. S. Kurth, P. C. Liewer, B. H. Mauk, S. Maurice, D. Mitchell, F. M. Neubauer, J. D. Richardson, D. E. Shemansky, E. C. Sittler, B. T. Tsurutani, Ph. Zarka, L. W. Esposito, E. Grün, D. A. Gurnett, A. J. Kliore, S. M. Krimigis, D. J. Southwood, J. H. Waite and D. T. Young, Magnetospheric and plasma science with Cassini-Huygens, *Space Science Review*, 2002.
- [17] Bolton S. J., R. M. Thorne, D. A. Gurnett, W. S. Kurth, D. J. Williams, Enhanced-whistler-mode emissions : Signatures of interchange motion in the io torus, *Geophys. Res. Lett.*, 24, 2123, 1997.
- [18] Brice N. M. and G. A. Ioannidis, The magnetospheres of Jupiter and Earth, *Icarus*, 13, 173, 1970.
- [19] Brice, N. M. and McDonough, The Saturnian 'gas-doughnut' hypothesis, in *Exploration of the planetary system ; Proceedings of the Symposium*, Torun, Poland, 1973.
- [20] Bridge H. S., J. W. Belcher, A. J. Lazarus, J. D. Sullivan, R. L. McNutt, F. Bagenal, J. D. Scudder, E. C. Sittler, Siscoe G. L., V. M. Vasyliunas, C. K. Goertz and C. M. Yeates, Plasma observations near Jupiter - Initial results from Voyager 1, *Science*, 204, 987-991, 1979.
- [21] Bridge H. S., J. W. Belcher, A. J. Lazarus, S. Olbert, J. D. Sullivan, F. Bagenal, P. R. Gazis, R. E. Hartle, K. W. Ogilvie, J. D. Scudder, E. C. Sittler, A. Eviatar, G. L. Siscoe, C. K. Goertz, and V. M. Vasyliunas, Plasma observations near Saturn - Initial results from Voyager 1, *science*, 212, 217-227, 1981.
- [22] Brinca A. L. and B. T. Tsurutani, On the polarization, compression and nonoscillatory behavior of hydromagnetic waves associated with pickup ions, *Geophys. Res. Lett.*, 14, 495-498, 1987.
- [23] Broadfoot A. L., B. R. Sandel, D. E. Shemansky, J. C. McConnell, G. R. Smith, J. B. Holberg, S. K. Atreya, T. M. Donahue, D. F. Strobel, and J. L. Bertaux, Overview of the Voyager ultraviolet spectrometry results through Jupiter encounter, *J. Geophys. Res.*, 86, 8259-8284, 1981.
- [24] Brown R. A. and F. H. Jr Chaffee, High resolution spectra of sodium emission from Io, *Astroph. J.*, 187, 125-126, 1974.
- [25] Brown R. A., Observed departure of the Io plasma torus from rigid corotation with Jupiter, *Astrophys. J.*, 268, 1983.
- [26] Bunce, E. and S. W. J. Cowley, Azimuthal magnetic fields in Saturn's magnetosphere : Effects associated with plasma sub-corotation and the magnetopause-tail current system, *Ann. Geophysicae*, in press, 2003.
- [27] Burch J. L., S. B. Mende, D. G. Mitchell, T. E. Moore, C. J. Pollock, B. W. Reinisch, B. R. Sandel, S. A. Fuselier, D. L. Gallagher, J. L. Green, J. D. Perez, and P. H. Reiff, Views of Earth magnetosphere with the Image satellite, *Science*, 291, 619-624, 2001.
- [28] Cane, H. V. and I. G. Richardson, Interplanetary coronal mass ejections in the near-Earth solar wind during 1996-2002, *J. Geophys. Res.*, 108, 1156, doi :10.1029/2002JA009817, 2003.
- [29] Chandrasekhar, S., A. N. Kaufman and K. M. Watson, The stability of the pinch, *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 245, 435, 1958.
- [30] Chaston C. C., Y. D. Hu and B. J. Fraser, Non-Maxwellian particle distributions and electromagnetic ion cyclotron instabilities in the near-Earth magnetotail, *Geophys. Res. Lett.*, 24, 2913-2916, 1997.

- [31] Cheng, A. F., Magnetospheric interchange instability, *J. Geophys. Res.*, 90, 9900-9904, 1985.
- [32] Cheng, C. Z. and R. J. Johnson, A kinetic-fluid model, *J. Geophys. Res.*, 104, 413, 1999.
- [33] Chew, G. F., Golberger M. L. and F. E. Low, the Boltzmann equation and the one-fluid hydromagnetic equations in the absence of particle collisions, *Proc R. Soc. London*, 236, 112-118, 1956.
- [34] Christon S. P., D. j. Williams, D. G. Mitchell, C. Y. Huang, and L. A. Frank, Spectral characteristics of plasma sheet ion and electron during disturbed geomagnetic conditions, *J. Geophys. Res.*, 96, 1, 1991.
- [35] Collier M. R., D. C. Hamilton, G. Gloeckler, P. Boschler, and R. B. Sheldon, Neon-20, Oxygen-16, and Helium-4 densities, temperatures, and suprathermal tails in the solar wind determined with WIND/MASS, *Geophys. Res. Lett.*, 23, 1191-1194, 1996.
- [36] Connerney, J. E. P., M. H. Acuna and N. F. Ness, Modeling the Jovian current sheet and inner magnetosphere, *J. Geophys. Res.*, 86, 8370-8384, 1981.
- [37] Connerney J. E. P. and M. H. Acuna, Jovimagnetic secular variation. *Nature*, 297, 313-315, 1982.
- [38] Connerney J. E. P., M. H. Acuna, and N. F. Ness, Currents in Saturn's magnetosphere, *J. Geophys. Res.*, 88, 8779-8789, 1983.
- [39] Constantinescu O. D., K.-H. Glassmeier, R. Treumann, and K.-H. Fornaçon, Magnetic mirror structures observed by cluster in the magnetosheath, *Geophys. Res. Lett.*, 30, doi :10.1029/2003GL017313, 2003.
- [40] Cowley S. W. H. and E. J. Bunce, Origin of the main auroral oval in Jupiter's coupled magnetosphere-ionosphere system, *Planet. Space Sci.*, 49, 1067, 2001.
- [41] Cowley S. W. H. and E. J. Bunce, Modulation of Jupiter's main auroral oval emissions by solar wind-induced expansions and compressions of the magnetosphere, *Planet. Space Sci.*, 51, 2002.
- [42] Cowley S. W. H. and E. J. Bunce, Corotation-driven magnetosphere-ionosphere coupling currents in Saturn's magnetosphere and their relation to the auroras, *Ann. Geophysicae*, in press, 2003.
- [43] Cox A. N. editor, *Allen's astrophysical quantities*, Springer-Verlag New York, fourth-edition, 2000.
- [44] Crary F. J., F. Bagenal, J. A. Ansher, D. A. Gurnett and W. S. Kurth, Anisotropy and proton density in the Io plasma torus derived from whistler wave dispersion, *J. Geophys. Res.*, 101, 2699-2706, 1996.
- [45] Crary F. J., F. Bagenal, L. A. Frank and W. R. Paterson, Galileo plasma spectrometer measurements of composition and temperature in the Io plasma torus, *J. Geophys. Res.*, 103, 29359-29370, 1998.
- [46] Cravens T. E., Magnetospheres of the Outer Planets, in *Physics of Solar Systems Plasmas*, 436-460, Cambridge University Press, 1997.
- [47] Crooker, N. U. and G. L. Siscoe, A mechanism for pressure anisotropy and mirror instability in the dayside magnetosheath, *J. Geophys. Res.*, 82, 185, 1977.
- [48] Dandouras J. and A. Amsif, Production and imaging of energetic neutral atoms from Titan's exosphere : a 3-D model, *Planet. Space Sci.*, 47, 1355-1369, 1999.

- [49] Dedman, E. R. and M. K. Dougherty, Magnetic Holes and Upside-down Waves in connection with Mirror Mode Waves at Jupiter, *unpublished manuscript*.
- [50] Delcroix J.-L. and A. Bers, Physique des plasmas, Tome 1, *Savoirs actuels, éditions CNRS*, 1994.
- [51] Denton R. E., S. P. Gary, X. Li, B. J. Anderson, J. W. LaBelle and M. Lessard, Low-frequency fluctuations in the magnetosheath near the magnetopause, *J. Geophys. Res.*, 100, 5665-5679, 1995.
- [52] Desch M. D., Radio emission signature of Saturn immersions in Jupiter's magnetic tail, *J. Geophys. Res.*, 88, 6904-6910, 1983.
- [53] Desch M. D. and H. O. Rucker, The relationship between Saturn kilometric radiation and the solar wind, *J. Geophys. Res.*, 88, 1, 1983.
- [54] Dessler A. J., Mass-injection rate from Io into the Io plasma torus, *Icarus*, 44, 291-295, 1980.
- [55] Dory R. A., G. E. Guest and E. G. Harris, Unstable electrostatic plasma waves propagating perpendicular to a magnetic field, *Phys. Rev. Lett.*, 14, 131-133, 1965.
- [56] Dougherty M. K., D. J. Southwood, A. Balogh and E. J. Smith, Field-aligned currents in the Jovian magnetosphere during the Ulysses flyby, *Planet. Space Sci.*, 41, 291-300, 1993.
- [57] Dougherty M. K., S. Kellock, D. J. Southwood, A. Balogh, E. J. Smith, B. T. Tsurutani, B. Gerlach, K.-H. Glassmeier, F. Gleim, C. T. Russell, G. Erdös, F. M. Neubauer and S. W. H. Cowley, The Cassini magnetic field investigation, *Space Sci. Rev.*, 2002.
- [58] Dougherty, M. K., N. Achilleos and N. André, Cassini's view of Jupiter's magnetic environment, submitted to *J. Geophys. Res.* 2003.
- [59] Dungey J. W., Interplanetary magnetic field and the auroral zones, *Phys. Rev. Lett.*, 6, 47-48, 1961.
- [60] Eastwood J. P., A. Balogh, M. W. Dunlop and T. S. Horbury and I. Dandouras, Cluster observations of fast magnetosonic waves in the terrestrial foreshock, *Geophys. Res. Lett.*, 29, doi :10.1029/2002GL015582, 2002.
- [61] Erdös G. and A. Balogh, Statistical properties of mirror mode structures observed by Ulysses in the magnetosheath of Jupiter, *J. Geophys. Res.*, 101, 1-12, 1996.
- [62] Espinosa S. A., D. J. Southwood and M. K. Dougherty, Reanalysis of Saturn's magnetospheric field data view of spin-periodic perturbations, *J. Geophys. Res.*, 108, doi :10.1029/2001JA005083, 2003a.
- [63] Espinosa S. A., D. J. Southwood and M. K. Dougherty, How can Saturn impose its rotation period in a noncorotating magnetosphere *J. Geophys. Res.*, 108, doi :10.1029/2001JA005084, 2003b.
- [64] Eviatar A., G. L. Siscoe, J. D. Scudder, E. C. Sittler, and J. D. Sullivan, the plumes of titan, *J. Geophys. Res.*, 87, 8091-8103, 1982.
- [65] Eviatar A. and J. D. Richardson, Corotation of the Kronian Magnetosphere, *J. Geophys. Res.*, 91, 3299-3303, 1986.
- [66] Eviatar A., J. D. Richardson, and R. L. Jr. McNutt, Plasma corotation in the jovian and Kronian magnetospheres, Proceedings (A87-2070107-91), *Comparative study of magnetospheric systems*, International Colloquium, Londe-Les-Maures, France, September 9-13, 1985, Cepadues-Editions, 253-258, 1986.

- [67] Fazakerley A. N. and D. J. Southwood, Drift waves, magnetospheric interchange instability and plasma transport in the magnetosphere of Jupiter, *J. Geophys. Res.*, 97, 10787, 1992.
- [68] Fazakerley A. N. and D. J. Southwood. Magnetospheric interchange instability in anisotropic plasma, *Planet. Space Sci.*, 41, 245-255, 1993.
- [69] Ferrière K. M. and M. Blanc, Plasma transport in rapidly rotating magnetospheres : General equations, *J. Geophys. Res.*, 101, 19871, 1996.
- [70] Ferrière K. M., C. Zimmer and M. Blanc, Magnetohydrodynamic waves and gravitational/centrifugal instability in rotating systems, *J. Geophys. Res.*, 104, 17335, 1999.
- [71] Ferrière K. M., C. Zimmer and M. Blanc, Quasi-interchange modes and interchange instability in rotating magnetospheres, *J. Geophys. Res.*, 106, 327, 2001.
- [72] Ferriere K. M., Basics of Rotating Magnetospheres : Equilibrium and Stability, *Astrophysics and Space Science*, 277, 247-257, 2001.
- [73] Frank L. A., B. G. Burek, K. L. Ackerson, J. H. Wolfe, and J. D. Mihalov, Plasmas in Saturn's magnetosphere, *J. Geophys. Res. Lett.*, 85, 5695-5708, 1980.
- [74] Frank L. A. and W. R. Paterson, Intense electron beams observed at Io with the Galileo spacecraft, *J. Geophys. Res.*, 104, 28657-28669, 1999.
- [75] Frank L. A. and W. R. Patterson, Observations of plasmas in the Io torus with the Galileo spacecraft, *J. Geophys. Res.*, 105, 16017-16034, 1999.
- [76] Frank L. A. and W. R. Paterson, Survey of thermal ions in the Io plasma torus with the Galileo spacecraft, *J. Geophys. Res.*, 106, 6131, 2001.
- [77] Frank L. A. and W. R. Paterson, Galileo observations of electron beams and thermal ions in Jupiter's magnetosphere and their relationship to the auroras, *J. Geophys. Res.*, 107, doi :10.1029/2001JA009150, 2002a.
- [78] Frank L. A., W. R. Patterson and K. K. Khurana, Observations of thermal plasmas in Jupiter's magnetotail, *J. Geophys. Res.*, 107, doi :10.1029/2001JA000077, 2002b.
- [79] Fried, B. D. and S. D. Conte, The plasma Dispersion function, *Academic press*, San Diego, Calif., 1961.
- [80] Gary, S. P., The mirror and ion-cyclotron instabilities, *J. Geophys. Res.*, 97, 8519-8529, 1992.
- [81] Gary S. P. and D. Winske, Correlation function Ratios and the Identification of Space Plasma Instabilities, *J. Geophys. Res.*, 97, 3103-3111, 1992.
- [82] Gedalin, M. Yu. E. Lyubarsky, M. Balikhin and C. T. Russell, Mirror modes : Non-Maxwellian distributions, *Phys. plasmas*, 8, 2934, 2001.
- [83] Gedalin M., M. Balikhin, R. J. Strangeway and C. T. Russell, Long-wavelength mirror modes in multispecies plasmas with arbitrary distributions, *J. Geophys. res.*, doi :10.1029/2001JA000178, 2002.
- [84] Glassmeier K.H., Earth's and planetary magnetospheres, presentation at *School for Physical Processes in the Solar System and Beyond*, Max Planck Institut fur Aeronomie, Katlenburg-Lindau, 2001.
- [85] Glassmeier K. H., U. Motschmann, C. Mazelle, F. M. Neubauer, K. Sauer, S. A. Fuselier and M. H. Acuna, Mirror modes and fast magnetoacoustic waves near the magnetic pileup boundary of comet P/Halley, *J. Geophys. Res.*, 98, 20955, 1993.
- [86] Goertz, C. K., Detached plasma in Saturn's front side magnetosphere, *Geophys. Res. Lett.*, 10, 455-458, 1983.



- [87] Gold T., Motions in the magnetosphere of the Earth, *J. Geophys. Res.*, 1959.
- [88] Gosling J. T., J. R. Asbridge, S. J. Bame, W. C. Feldman, R. d. Zwickl, G. Paschmann, N. Sckopke, and R. J. Hynds, Interplanetary ions during an energetic storm particle event- the distribution function from solar wind thermal energies to 1.6 MeV, *J. Geophys. Res.*, 86, 547-554, 1981.
- [89] Gradshteyn I. S. and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, Academic, San Diego, California, 1980.
- [90] Gurnett D. A., W. S. Kurth, G. B. Hospodarsky, A. M. Persoon, P. Zarka, A. Lecacheux, S. J. Bolton, M. D. Desch, W. M. Farrell, M. L. Kaiser, H.-P. Ladreiter, H. O. Rucker, P. Galopeau, P. Louarn, D. T. Young, W. R. Pryor and M. K. Dougherty, Control of Jupiter's radio emission and aurorae by the solar wind, *Nature*, 415, 985-987, 2002.
- [91] Hanlon P. G., Dougherty M. K., Forsyth, R. J., Hansen, K. C., Toth, G., Crary F. J., and D. T. Young, On the evolution of the Solar Wind between 1 and 5AU at the time of the Cassini-Jupiter flyby : multispacecraft observations of ICMEs including the formation of a Merged Interaction Region, *submitted to J. Geophys. Res.*, 2003.
- [92] Hanlon P. G., M. K. Dougherty, N. Krupp, K. C. Hansen, F. J. Crary, D. T. Young and G. Toth, Dual spacecraft observations of a compression event within the Jovian magnetosphere : a signature of externally triggered super-corotation ?, *submitted to J. Geophys. Res.*, 2003.
- [93] Hasegawa A., Drift mirror instability in the magnetosphere, *Phys. Fluids*, 12, 2642, 1969.
- [94] Hasegawa A., *Plasma Instabilities and Nonlinear Effects*, Springer-Verlag, New York, 1975.
- [95] Hau L.-N. and U. O. Sonnerup, On slow-mode waves in an anisotropic plasma, *Geophys. Res. Lett.*, 20, 1763-1766, 1993.,
- [96] Hellberg M. A. and R. L. Mace, Generalized plasma dispersion function for a plasma with a kappa-Maxwellian velocity distribution, *Phys. Plasmas*, 9, 1495-1504, 2002.
- [97] Hill T. W., Inertial Limit on Corotation, *J. Geophys. Res.*, 84, 6554, 1979.
- [98] Hill T. W., Corotation lag in Jupiter's magnetosphere-Comparison of observation and theory, *Science*, 207, 301, 1980.
- [99] Hill T. W., A. J. Dessler and C. K. Goertz, Magnetospheric models, *in Physics of the jovian magnetosphere*, 353-394, Cambridge University Press, 1983.
- [100] Hill T. W. and A. J. Dessler, Plasma motions in planetary magnetospheres, *Science*, 252, 410-415, 1991.
- [101] Hill T. W., G. Paschmann, R. A. Treumann, W. Baumjohan and H. Lühr, Plasma and magnetic field behavior across the magnetosheath near local noon, *J. Geophys. Res.*, 100, 9575-9583, 1995.
- [102] Hill T. W., The jovian auroral oval, *J. Geophys. Res.*, 106, 8101-8108, 2001.
- [103] Huang T. S. and T. W. Hill, Corotation Lag of the Jovian Atmosphere, Ionosphere and Magnetosphere, *J. Geophys. Res.*, 94, 3761-3765, 1989.
- [104] Hubert D., C. Perche, C. C. Harvey, C. Lacombe and C. T. Russell, Observations of mirror waves downstream of a quasi-perpendicular shock, *Geophys. Res. Lett.*, 16, 159-162, 1989.

- [105] Huddleston D. E., R. J. Strangeway, X. Blanco-Cano, C. T. Russell, M. G. Kivelson and K. K. Khurana, Mirror-mode structures at the Galileo-Io flyby : Instability criterion and dispersion analysis, *J. Geophys. Res.*, 104, 17479, 1999.
- [106] Hughes D. W., Inside the giant planets, *Nature*, 305, 669-670, 1983.
- [107] Intriligator D. S. and W. D. Miller, First evidence of a Europa plasma torus, *J. Geophys. Res.*, 87, 8081-8090, 1982.
- [108] Johnson J. R. and C. Z. Cheng, Global structure of mirror modes in the magnetosheath, *J. Geophys. Res.*, 102, 7179, 1997.
- [109] Johnson R. E., Energetic Charged-Particle Interactions with Atmospheres and Surfaces, *Springer-Verlag, Berlin Heidelberg*, 1990.
- [110] Jurac S., R. E. Johnson, J. D. Richardson, and C. Paranicas, Satellite sputtering in Saturn's magnetosphere, *Planet. Space Sci.*, 49, 319-326, 2001a.
- [111] Jurac S., R. E. Johnson, and J. D. Richardson, Saturn's E ring and production of the neutral torus, *Icarus*, 149, 384-396, 2001b.
- [112] Jurac S., M. A. McGrath, R. E. Johnson, J. D. Richardson, V. M. Vasyliunas and A. Eviatar, Saturn : Search for a missing water source, *Geophys. Res. Lett.*, 29, doi :10.1029/2002GL015855, 2002.
- [113] Kasper J. c., A. J. Lazarus and S. P. Gary, Wind/SWE observations of firehose constraint on solar wind proton temperature anisotropy, *Geophys. Res. Lett.*, 29, doi :10.1029/2002GL015128, 2002.
- [114] Kersale E., P.-Y. Longaretti and G. Pelletier, Pressure- and magnetic- shear-driven instabilities in rotating MHD jets, *Astronomy and Astrophysics*, 363, 1166-1176, 2000.
- [115] Khurana K. K., Influence of solar wind on Jupiter's magnetosphere deduced from currents in the equatorial plane, *J. Geophys. Res.*, 106, 25999-26016, 2001.
- [116] Kivelson M. G., L. F. Bargatze, K. K. Khurana, D. J. Southwood, R. J. Walker and P. J. Coleman, Magnetic field signatures near Galileo's closest approach to Gaspra, *Sci.*, 261, 331-334, 1993.
- [117] Kivelson M. G. and C. K. Russell, *Introduction to Space Physics*, Cambridge University Press, 1996.
- [118] Kivelson M. G., and D. J. Southwood, Mirror instability : 2 : The mechanism of non-linear saturation, *J. Geophys. Res.*, 101, 17365-17371, 1996.
- [119] Kivelson M. G. et al., Io's interaction with the plasma torus : Galileo magnetometer report, *Science*, 274, 396, 1996.
- [120] Kivelson M. G., K. K. Khurana, C. T. Russell and R. J. Walker, Intermittent short-duration magnetic field anomalies in the Io torus : evidence for plasma interchange, *Geophys. Res. Lett.*, 24, 2127-2130, 1997.
- [121] Kivelson M. G., K. K. Khurana and R. J. Walker, Sheared magnetic field structure in Jupiter's dusk magnetosphere : Implications for return currents, *J. Geophys. Res.*, 107, doi :10.1029/2001JA000251, 2002.
- [122] Kivelson M. G. and D. J. Southwood, First evidence of IMF control of Jovian magnetospheric boundary locations : Cassini and Galileo magnetic field measurements compared, *Planet. Space Sci.*, in press, 2003.
- [123] Krauss-Varban D., N. Omid and K. B. Quest, Mode properties of low-frequency waves : Kinetic theory versus Hall-MHD, *J. Geophys. Res.*, 99, 5987, 1994.

- [124] Krimigis, S., Jupiter Particles'Escape Route Found, JPL press release, May 31 2001.
- [125] Krimigis, S., D. G. Mitchell, D. C. Hamilton, J. Dandouras, T. P. Armstrong, S. J. Bolton, A. F. Cheng, G. Gloeckler, K. C. Hsieh, E. P. Keath, N. Krupp, A. Lagg, L. J. Lanzerotti, S. Livi, B. H. Mauk, R. W. McEntire, E. C. Roelof, B. Wilken and D. J. Williams, A nebula of gases from Io surrounding Jupiter, *Nature*, 415, 994-996, 2002.
- [126] Krupp N., J. Woch, A. Lagg, B. Wilken, S. Livi, and D. J. Williams, Energetic particle bursts in the predawn jovian magnetotail, *Geophys. Res. Lett.*, 25, 1249-1252, 1998.
- [127] Krupp N., E. C. Roelof, J. Woch, D. J. Williams, A. Lagg, B. Wilken and S. Livi, Global flows of energetic ions in Jupiter's equatorial plane : first order approximation, *J. Geophys. Res.*, 106, 26017-26032, 2001.
- [128] Krupp N., J. Woch, A. Lagg, S. A. Espinosa, S. Livi, S. M. Krimigis, D. G. Mitchell, D. J. Williams, A. F. Cheng, B. H. Mauk, R. W. McEntire, T. P. Armstrong, D. C. Hamilton, G. Gloeckler, J. Dandouras and L. J. Lanzerotti, Leakage of energetic particles from Jupiter's magnetosphere : dual spacecraft observations, *Geophys. Res. Lett.*, 29, 15, doi :10.1029/2001GL014290, 2002.
- [129] Krupp N., Planetary magnetospheres, presentation at *International Max Planck Research School*, Göttingen, 2003.
- [130] Kurth, W. S., D. A. Gurnett, B. Hospodarsky, W. M. Farrell, A. Roux, M. K. Dougherty, S. P. Joy, M. G. Kivelson, R. J. Walker, F. J. Crary and C. J. Alexander, The dusk flank of Jupiter's magnetosphere, *Nature*, 415, 991-993, 2002.
- [131] Lagg A., N. Krupp, J. Woch, S. Livi, B. Wilken and D. J. Williams, Determination of the neutral number density in the Io torus from Galileo-EPD measurements, *Geophys. Res. Lett.*, 21, 4039, 1998.
- [132] Lagg A., N. Krupp, J. Woch and D. J. Williams, In-situ observations of a neutral gas torus at Europa, *Geophys. Res. Lett.*, 30, doi :10.1029/2003GL017214, 2003.
- [133] Leckband J. A., D. Burgess, F. G. E. Pantellini and S. J. Schwartz, Ion distributions associated with mirror waves in the Earth's magnetosheath, *Adv. Space Res.*, 15, 8-9, 345-348, 1995.
- [134] Lemaire, J. F., Hydrostatic equilibrium and convective stability in the plasmasphere, *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 61, 667-878, 1999.
- [135] Lepping R. P., L. F. Burlaga, M. D. Desch and L. W. Klein, Evidence for a distant/greater than 8700  $R_j$  Jovian magnetotail - Voyager 2 observations, *Geophys. Res. Lett.*, 9, 885-888, 1982.
- [136] Leubner M. P., On Jupiter's whistler emission, *J. Geophys. Res.*, 87, 6335-6338, 1982.
- [137] Leubner M. P., Wave induced suprathermal tail generation of electron velocity space distributions, *Planet. Space Sci.*, 48, 133-141, 2000.
- [138] Leubner, M. P. and N. Schupfer, Mirror instability thresholds in suprathermal plasmas, *J. Geophys. Res.*, 105, 27387-27392, 2000.
- [139] Leubner M. P. and N. Schupfer, A general kinetic mirror instability criterion for space applications, *J. Geophys. Res.*, 106, 12993, 2001b.
- [140] Lin C.-H. et al., Identification of mirror waves by the phase difference between perturbed magnetic field and plasmas, *J. Geophys. Res.*, 103, 6621-6631, 1998.
- [141] Louarn P, A. Roux, S. Perraut, W. S. Kurth and D. A. Gurnett, A study of the large scale dynamics of the Jovian magnetosphere using the Galileo plasma wave experiment, *Geophys. Res. Lett.*, 25, 2905, 1998.

- [142] Louarn P., A. Roux, S. Perraut, W. S. Kurth and D. A. Gurnett, A study of the Jovian energetic events observed by Galileo : role in the radial plasma transport, *J. Geophys. Res.*, 105, 13071-13088, 2000.
- [143] Louarn P., B. H. Mauk, M. G. Kivelson, W. S. Kurth, A. Roux, C. Zimmer, D. A. Gurnett and D. J. Williams, A multi-instrument study of a Jovian magnetospheric disturbance, *J. Geophys. Res.*, 106, 29883-29898, 2001.
- [144] Lubow, S. H., and H. C. Spruit, Magnetic interchange instability in accretion disks, *Astrophysical J.*, 445, 337-347, 1995.
- [145] Lucek E. A., M. W. Dunlop, A. Balogh, P. Cargill, W. Baumjohann, E. Georgescu, G. Haerendel and K.-H. Fornacon, Identification of magnetosheath mirror modes in Equator-S magnetic field data, *Ann. Geophysicae*, 17, 1560-1573, 1999.
- [146] Lucek E. A., M. W. Dunlop, T. S. Horbury, A. Balogh, P. J. Cargill, K.-H. Fornacon, T. M. Oddy and the FGM team, Cluster magnetic field observations in the magnetosheath : four-point measurements of mirror structures, *Ann. Geophysicae*, 19, 1421-1428, 2001.
- [147] Lyons L. R. and D. J. Williams, Quantitative Aspects of Magnetospheric Physics, *Geophysics and Astrophysics Monographs*, D. Reidel Publishing Company, 1984.
- [148] Maksimovic M., V. Pierrard, and J. F. Lemaire, A kinetic model of the solar wind with kappa distribution function in the corona, *Astron. Astrophys.*, 324, 725, 1997.
- [149] Mauk B. H., S. A. Gary, M. Kane, E. P. Keath, S. M. Krimigis and T. P. Armstrong, Hot plasma parameters of Jupiter's inner magnetosphere, *J. Geophys. Res.*, 101, 7685-7696, 1996.
- [150] Mauk B. H., D. J. Williams and R. W. McEntire, Energy-time dispersed charged particles signatures of dynamics injections in Jupiter's inner magnetosphere, *Geophys. Res. Lett.*, 23, 2949, 1997.
- [151] Mauk B. H., R. W. McEntire, D. J. Williams, A. Lagg, E. C. Roelof, S. M. Krimigis, T. P. Armstrong, T. A. Fritz, L. J. Lanzerotti, J. G. Roederer, Galileo-measured depletion of near-Io hot ring current plasmas since the Voyager epoch, *J. Geophys. Res.*, 103, 4715, 1998.
- [152] Mauk B. H., D. J. Williams, R. W. McEntire, K. K. Khurana and J. G. Roederer, Storm-like dynamics of Jupiter's inner and middle magnetosphere, *J. Geophys. Res.*, 104, 22759, 1999.
- [153] Mauk B. H., D. G. Mitchell, S. M. Krimigis, E. C. Roelof and C. P. Paranicas, Energetic neutral atoms from a trans-Europa gas torus at Jupiter, *Nature*, 421, 920-922, 2002.
- [154] McGrath M. A., M. J. S. Belton, J. R. Spencer, and P. Sartoretti, Spatially resolved spectroscopy of Io's Pele plume and SO<sub>2</sub> atmosphere, *Icarus*, 146, 476-493, 2000.
- [155] McNutt R. L. Jr, J. W. Belcher, J. D. Sullivan, F. Bagenal and H. S. Bridge, Departure from rigid corotation of plasma in Jupiter's dayside magnetosphere, *Nature*, 280, 803, 1979.
- [156] Meyer-Vernet N., Large scale structure of planetary environments : the importance of not being Maxwellian, *Planet. Space. Sci.*, 49, 247-260, 2001.
- [157] Moncuquet M., F. Bagenal and N. Meyer-Vernet, Latitudinal structure of Io outer plasma torus, *J. Geophys. Res.*, 107, doi :10.1029/2002JA900124, 2002.
- [158] Newcomb W. A., Convective instability induced by gravity in a plasma with a frozen-in magnetic field, *Phys. Fluids*, 4, 391, 1961.

- [159] Nishida A., Reconnection in the jovian magnetosphere, *Geophys. Res. Lett.*, 10, 451-454, 1983.
- [160] Northrop T. G., The Adiabatic Motion of Charged-Particle, *Wiley Interscience*, 1963.
- [161] Ogilvie K. W., J. Geiss, G. Gloeckler, D. Berdichevsky, and B. Wilken, High velocity tails of the velocity distribution of solar wind ions, *J. Geophys. Res.*, 98, 3605, 1993.
- [162] Pantellini F. G. E. and S. J. Schwartz, Electron temperature effects in the linear proton mirror instability, *J. Geophys. Res.*, 100, 3539-3549, 1995.
- [163] Pantellini F. G. E., A model of the formation of stable non-propagating magnetic structures in the solar wind based on the nonlinear mirror instability, *J. Geophys. Res.*, 103, 4789-4798, 1998.
- [164] Pierrard V. and J. F. Lemaire, Lorentzian ion exosphere model, *J. Geophys. Res.*, 101, 7923, 1996.
- [165] Pokhotelov O. A., M. A. Balikhin, H. St-C. K. Alleyne and O. Onishchenko, Mirror instability with finite electron temperature effects, *J. Geophys. Res.*, 105, 2393-2401, 2000a.
- [166] Pokhotelov O. A., M. A. Balikhin, R. A. Treumann and V. P. Pavlenko, Drift mirror instability revisited, 1, Cold electron temperature limit, *J. Geophys. Res.*, 105, 2393-2402, 2000b.
- [167] Pokhotelov O. A., O. G. Onishchenko, M. A. Balikhin, R. A. Treumann, and V. P. Pavlenko, Drift mirror instability in space plasmas, 2, Nonzero electron temperature effects *J. Geophys. Res.*, 106, 13237-13246, 2001.
- [168] Pokhotelov O. A., R. A. Treumann, R. Z. Sagdeev, M. A. Balikhin, V. P. Pavlenko, and I. Sandberg, Linear theory of the mirror instability in non-Maxwellian space plasmas, *J. Geophys. Res.*, 107, doi :10.1029/2001JA009125, 2002.
- [169] Pontius D. H. Jr, T. W. Hill, Departure from corotation of the Io plasma torus-Local plasma production, *Geophys. Res. Lett.*, 9, 1321-1324, 1982.
- [170] Pontius D. H. Jr. and T. W. Hill, Rotation driven plasma transport : the coupling of macroscopic motion and microdiffusion, *J. Geophys. Res.*, 94, 15041-15053, 1989.
- [171] Pontius D. H. Jr., Implications of variable mass loading in the Io torus : The jovian flywheel, *J. Geophys. Res.*, 100, 19531-19540, 1995.
- [172] Richardson J. D., Thermal Ions at Saturn : Plasma Parameters and Implications *J. Geophys. Res.*, 91, 1381-1389, 1986.
- [173] Richardson J. D., A. Eviatar and G. L. Siscoe, Satellite tori at Saturn, *J. Geophys. Res.*, 91, 8749-8755, 1986.
- [174] Richardson J. D. and A. Eviatar, Limits on the extent of Saturn's hydrogen cloud, *Geophys. Res. Lett.*, 14, 999-1002, 1987.
- [175] Richardson J. D. and R. L. McNutt, Observational constraints on interchange models at jupiter, *Geophys. Res. Lett.*, 14, 64-67, 1987.
- [176] Richardson J. D., An extended plasma model for Saturn, *Geophys. Res. Lett.*, 22, 1177-1180, 1995.
- [177] Richardson J. D., Thermal plasma and neutral gas in Saturn's magnetosphere, *Rev. of Geophysics*, 36, 501-524, 1998a.
- [178] Richardson J. D., A. Eviatar, M. A. McGrath and V. M. Vasyliunas, OH in Saturn's magnetosphere : Observations and Implications, *J. Geophys. Res.*, 103, 20245-20255, 1998b.

- [179] Richardson J. D., The magnetosheaths of the outer planets, *Plan. Space Sci.*, 50, 503-517, 2002.
- [180] Rönmark K, WHAMP Waves in Homogeneous Anisotropic Multicomponent Plasmas, technical report 179, *Kiruna Geophysical Institute*, 1982.
- [181] Rudakov L. I. and R. Z. Sagdeev, A quasi-hydrodynamic description of a rarefied plasma in a magnetic field, in *Plasma Physics and The Problem of controlled thermonuclear Reactions*, III, 321, Pergamon, New York, 1959.
- [182] Russell C. T., Riedler W., Schwingenshuh K. and Ye. Yeroshenko, Mirror instability in the magnetosphere of comet Halley, *Geophys. Res. Lett.*, 14, 644-647, 1987.
- [183] Russell C. T., P. Song, and R. P. Lepping, The Uranian magnetoapuse - lessons from Earth, *Geophys. Res. Lett.*, 16, 1485-1488, 1989.
- [184] Russell C. T., K. K. Khurana, D. E. Huddleston and M. G. Kivelson, Localized reconnection in the near Jovian magnetotail, *Science*, 280, 1061-1064, 1998.
- [185] Russell C. T., D. E. Huddleston, K. K. Khurana and M. G. Kivelson, The fluctuating magnetic field in the middle Jovian magnetosphere : Initial Galileo observations, *Planet. Space Sci.*, 47, 133-142, 1999a.
- [186] Russell C. T., D. E. Huddleston, K. K. Khurana and M. G. Kivelson, Structure of the magnetodisc current sheet : Initial Galileo observations, *Planet. Space Sci.*, 47, 1101-1109, 1999b.
- [187] Russell C. T., D. E. Huddleston, R. J. Strangeway, X. Blanco-Cano, M. G. Kivelson, K. K. Khurana, L. A. Frank, W. J. Patterson, D. A. Gurnett, and S. W. Kurth, Mirror-mode structures at the Galileo-Io flyby : observations, *J. Geophys. Res.*, 104, 17471-17477, 1999c.
- [188] Russell C. T., D. E. Huddleston, K. K. Khurana and M. G. Kivelson, Waves and fluctuations in the jovian magnetosphere, *Adv. Space Res.*, 26, 1489-1498, 2000a.
- [189] Russell C. T., M. G. Kivelson, K. K. Khurana and D. E. Huddleston, Circulation and dynamics in the Jovian magnetosphere, *Adv. Space Res.*, 26, 1671-1676, 2000b.
- [190] Russell C. T., K. K. Khurana, M. G. Kivelson, and D. E. Huddleston, Substorms at Jupiter : Galileo observations of transient reconnection in the near tail, *Adv. Space Res.*, 26, 1499-1504, 2000c.
- [191] Russell C. T., W. S. Kurth, M. G. Kivelson and D. A. Gurnett, Implications of depleted flux tubes in the Jovian magnetosphere, *Geophys. Res. Lett.*, 27, 3133-3136, 2000d.
- [192] Russell C. T., Z. J. Yu and M. G. Kivelson, The rotation Period of Jupiter, *Geophys. Res. Lett.*, 28, 1911-1912, 2001.
- [193] Russell C. T. and M. G. Kivelson, Identification of sulfur compounds in Io's exosphere, *Adv. Space Res.*, 28, 1463-1467, 2001.
- [194] Russell C. T., The dynamics of planetary magnetospheres, *Planet. Space Sci.*, 49, 1005-1030, 2001.
- [195] Schemansky D. E. and D. T. Hall, The distribution of atomic hydrogen in the magnetosphere of Saturn, *J. Geophys. Res.*, 97, 4143-4161, 1992.
- [196] Schwartz S. J., Burgess D. and J. J. Moses, Low-frequency waves in the Earth's magnetosheath : present status, *Ann. Geophysicae*, 14, 1134-1150, 1996.
- [197] Scudder J. D., On the causes of temperature changes in inhomogeneous low-density astrophysical plasmas, *Astron. Astrophys.*, 389, 299, 1992.

- [198] Skinner T. E. and S. T. Durrance, Neutral oxygen and sulfur densities in the Io torus, *Astrophys. J.*, 310, 966, 1986.
- [199] Siscoe G. L., and D. Summers, Centrifugally diffusion of Iogenic plasma, *J. Geophys. Res.*, 86, 8471-8479, 1981.
- [200] Siscoe G. L. et al., Ring current impoundment of the Io plasma torus, *J. Geophys. Res.*, 86, 8480-8484, 1981.
- [201] Sittler E. C. Jr., K. W. Ogilvie and J. D. Scudder, Survey of low-energy plasma electrons in Saturn's magnetosphere - Voyagers 1 and 2, *J. Geophys. Res.*, 88, 8847-8870, 1983.
- [202] Smith E. J., K.-P. Wenzel and D. E. Page, ULYSSES at Jupiter - an overview of the encounter, *Science*, 257, 1503-1507, 1992.
- [203] Smyth W. H., Titan's hydrogen torus, *Astrophys. J.*, 246, 344-353, 1981.
- [204] Smyth W. H. and M. L. Marconi, Io's oxygen source : determination from ground-based observations and implications for the plasma torus, *J. Geophys. Res.*, 105, 7783-7792, 2000.
- [205] Song P., C. T. Russell and S. P. Gary, Identification of low-frequency fluctuations in the terrestrial magnetosheath, *J. Geophys. Res.*, 99, 6011-6025, 1994.
- [206] Song P. and C. T. Russell, Times Series Data Analyses in Space Physics, *Space Sci. Rev.*, 387-463, 1999.
- [207] Sonnerup, B. U. Ö and M. Scheible, Minimum and Maximum Variance Analysis, *analysis Methods for Multi-Spacecraft Data*, Paschmann and Daly (Eds.), ISSI Scientific Report SR-001, 1998, 2000 ISSI/ESA.
- [208] Southwood D. J. and M. G. Kivelson, Magnetospheric interchange instability, *J. Geophys. Res.*, 92, 109, 1987.
- [209] Southwood D. J. and M. G. Kivelson, Magnetospheric interchange motion, *J. Geophys. Res.*, 94, 299-308, 1989.
- [210] Southwood D. J. and M. G. Kivelson, Mirror instability : 1. Physical mechanism of linear instability, *J. Geophys. Res.*, 98, 9181-9187, 1993.
- [211] Southwood D. J. et al., Magnetometer measurements from the Cassini Earth swingby, *J. Geophys. Res.*, 106, 30109-30128, 2001a.
- [212] Southwood D. J. and M. G. Kivelson, A new perspective concerning the influence of the solar wind on the Jovian magnetosphere, *J. Geophys. Res.*, 106, 6123-6130, 2001b.
- [213] Spilker L. J. editor, Passage to a Ringed World, The Cassini-Huygens Mission to Saturn and Titan, *NASA SP-533*, 1997.
- [214] Stevenson D. J., Planetary magnetic fields, *Rev. Prog. Phys.*, 46, 555-620, 1983.
- [215] Stevenson D. J., Reducing the non-axisymetry of a planetary dynamo and an application to Saturn, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 21, 113-127, 1982.
- [216] Summers D. and R. M. Thorne, The modified plasma dispersion function, *Phys. Fluids B*, 3, 1835-1847, 1991.
- [217] Summers D. and R. M. Thorne, A new tool for analysing microinstabilities in space plasmas modeled by a generalized Lorentzian ( $\kappa$ ) distribution, *J. Geophys. Res.*, 97, 16827-16832, 1992.
- [218] Szego K., D. T. Young, B. Barraclough, J.-J. Berthelier, A. J. Coates, D. J. McComas, F. J. Crary, M. K. Dougherty, G. Erdős, D. A. Gurnett, W. S. Kurth and M. F. Thomsen, Cassini plasma spectrometer measurements of Jovian bow shock structure, *J. Geophys. Res.*, 108, 1287, doi :10.1029/2002JA009517, 2003.

- [219] Tajiri M., Propagation of hydromagnetic waves in collisionless plasma, II, Kinetic approach, *J. Phys. Soc. Jpn.*, 22, 1482, 1967.
- [220] Tatrallyay M. and G. Erdös, Mirror mode fluctuations in the terrestrial magnetosheath, *the Solar Wind-Magnetosphere System 3*, éditeurs H. K. Biernat, C. J. Farrugia and D. F. Vogl, [2000].
- [221] Tatrallyay M. and G. Erdös, The evolution of mirror mode fluctuations in the terrestrial magnetosheath, *Planet. Space. Sci.*, 50, 593-599, 2002.
- [222] Thomas, N., The variability of the Io plasma torus, *J. Geophys. Res.*, 98, 18737-18750, 1993.
- [223] Thorne, R. M., Armstrong T. P., Stone S., Williams D. J., McEntire R. W., Bolton, S. J., Gurnett D. A. and M. G. Kivelson, Galileo evidence for rapid interchange transport in the Io torus, *Geophys. Res. Lett.*, 24, 2131-2134, 1997.
- [224] Tsurutani B. T., E. J. Smith, R.R. Anderson, K. W. Ogilvie, J. D. Scudder, D. N. Baker and S. J. Bame, Lion roars and nonoscillatory drift mirror waves in the magnetosheath, *J. Geophys. Res.*, 87, 6060, 1982.
- [225] Tsurutani B. T., I. G. Richardson, R. P. Lepping, R. D. Zwickl, D. E. Jones, E. J. Smith and S. J. Bame, Drift mirror mode waves in the distant ( $X=200 R_e$ ) magnetosheath, *Geophys. Res. Lett.*, 11, 11102-11105, 1984.
- [226] Tsurutani B.T., D. J. Southwood, E. J. Smith and A. Balogh, Nonlinear magnetosonic waves and mirror mode structures in the March 1991 Ulysses interplanetary event, *Geophys. Res. Lett.*, 19, 1267-1270, 1992.
- [227] Tsurutani B. T., B. Dasgupta, C. Galvan, M. Neugebauer, G. S. Lakhina, J. k. Arballo, D. Winterhalter, B. E. Goldstein, and B. Buti, Phase-steepened Alfvén waves, proton perpendicular energization and the creation of magnetic holes and magnetic decreases : The ponderomotive force, *Geophys. Res. Lett.*, 29, doi :10.1029/2002GL015652, 2002.
- [228] Vasyliunas V. M., A survey of low-energy electrons in the evening sector of the magnetosphere with OGO 1 and OGO 3, *J. Geophys. Res.*, 73, 2839-2884, 1968.
- [229] Vasyliunas V. M., Plasma distribution and flow, in *Physics of the Jovian Magnetosphere*, 395-453, Cambridge University Press, 1983.
- [230] Vasyliunas V. M., Maximum scales for preserving flux tube content in radial diffusion driven by interchange motions, *Geophys. Res. Lett.*, 16, 1465-1468, 1989.
- [231] Vedenov A. A. and R. Z. Sagdeev, Some properties of a plasma with an anisotropic ion velocity distribution in a magnetic field, in *Plasma Physics and the Problem of Controlled Thermonuclear Reactions*, III, 332, Pergamon, New York, 1959.
- [232] Volwerk M., M. G. Kivelson and k. K. Khurana, Wave activity in Europa's wake : Implications for ion pick-up, *J. Geophys. Res.*, 106, 26033-26048, 2001.
- [233] Wang K., R. M. Thorne, R. B. Horne and W. S. Kurth, Constraints on Jovian plasma properties from a dispersion analysis of unducted whistlers in the warm Io torus, *J. Geophys. Res.*, 103, 14979-14986, 1998.
- [234] Williams D. J., B. Mauk, and R. W. McEntire, Trapped electrons in Ganymede's magnetic field, *Geophys. Res. Lett.*, 24, 2953, 1997.
- [235] Winterhalter D., M. Neugebauer, B. E. Goldstein, E. J. Smith, S. J. Bame, and A. Balogh, Ulysses field and plasma observations of magnetic holes in the solar wind and their relation to mirror-mode structure, *J. Geophys. Res.*, 99, 23371-23381, 1994.



- [236] Woch J., N. Krupp, K. K. Khurana, M. G. Kivelson, A. Roux, S. Perraut, P. Louarn, A. Lagg, D. J. Williams, S. Livi and B. Wilken, Plasma sheet dynamics in the Jovian magnetotail : signatures for substorm-like processes?, *Geophys. Res. Lett.*, 26, 2137-2140, 1999.
- [237] Woch J., N. Krupp and A. Lagg, Particle bursts in the Jovian magnetosphere : Evidence for a near-Jupiter neutral line, *Geophys. Res. Lett.*, 29, doi :10.1029/2001GL014080, 2002.
- [238] Xiao F., R. M. Thorne, D. A. Gurnett, D. J. Williams, Whistler-mode excitation and electron scattering during an interchange event near Io, *Geophys. Res. Lett.*, 30, doi :10.1029/2003GL017123, 2003.
- [239] Yang Y. S., Wolf R. A., Spiro R. W., Hill T. W. and A. J. Dessler, Numerical simulation of torus-driven plasma transport in the Jovian magnetosphere, *Journal of Geophysical Research*, 99, 8755-8770, 1994.
- [240] Zimmer. C., Instabilité centrifuge des disques magnétosphériques en corotation, thèse, Université Paris VII, 1997.
- [241] Zwan B. J. and R. A. Wolf, Depletion of solar wind plasma near a planetary boundary, *J. Geophys. Res.*, 81, 1636-1648, 1976.

# Liste des publications

Overview of mirror mode fluctuations in the jovian dusk magnetosheath : Cassini magnetometer observations , N. André, G. Erdös and M. K. Dougherty, Geophysical Research Letters, vol. 29, doi :10.1029/2002GL015187, 2002

A mixed magnetohydrodynamic-kinetic theory of low-frequency waves and instabilities in homogeneous, gyrotropic plasmas , K. Ferrière and N. André, Journal of Geophysical Research, vol. 107, doi :10.1029/2002JA009273, 2002

A mixed magnetohydrodynamic-kinetic theory of low-frequency waves and instabilities in stratified, gyrotropic, two-component plasmas , K. Ferrière and N. André, Journal of Geophysical Research, 108, doi :10.1029/2003JA009883, 2003

Cassini's view of Jupiter's magnetic environment, M. Dougherty, N. Achilleos et N. André, soumis à Journal of Geophysical Research, 2003



# Liste des communications

Low-frequency waves in non-Maxwellian, gyrotropic plasmas , N. André and K. Ferrière, EAE03-A-11712, EGS, Nice, avril 2003 (poster)

Local stability criterion for quasi-interchange modes in the Io torus, N. André and K. Ferrière, EAE03-A-11855, EGS, Nice, avril 2003 (poster)

Low-frequency waves in nonuniform, gyrotropic plasmas, N. André and K. Ferrière, EAE03-A-05594, EGS, Nice, avril 2003 (poster)

Mirror mode fluctuations in the distant jovian magnetosheath, N. André, G. Erdös and M. K. Dougherty, MAG team meeting, Cassini PSG #28, Lisbonne, juin 2002 (oral)

« Overview of mirror mode fluctuations in the jovian dusk magnetosheath, N. André, G. Erdös and M. K. Dougherty, EGS02-A-05295, EGS, Nice, avril 2002 and Eurojove P-5.1.20, Lisbonne, juin 2002 (poster)

Low-frequency waves and instabilities in gyrotropic plasmas : application to the centrifugal and mirror instabilities in the jovian environment, N. André, K. Ferrière and M. K. Dougherty, séminaire au Max Planck Institut, Lindau-Katlenburg, mai 2002 (oral)

MHD waves in homogeneous, gyrotropic plasmas, EGS02-A-03476, K. Ferrière and N. André, EGS, Nice, avril 2001 (oral)



# Table des figures

1	Interprétation personnelle de l'étude multi- et inter-disciplinaire des systèmes planétaires. Cette étude permet de définir la notion de planétologie comparée. . . . .	14
1.1	Représentation (hors échelle) des planètes de notre Système Solaire. . . . .	19
1.2	Principales régions et systèmes de courants présents dans une magnétosphère. De <i>Russell</i> [2001]. D'après <i>Kivelson et Russell</i> [1996]. . . . .	25
1.3	Émissions aurorales dans l'ultraviolet. En haut à gauche : cas terrestre (mission Polar), en haut à droite : cas de Saturne (HST) et en bas : cas de Jupiter (HST). Crédits photographiques : NASA/JPL/University of Iowa et Space Telescope Science Institute. . . . .	28
1.4	Technique d'imagerie neutre magnétosphérique. En haut à gauche : plasmasphère terrestre (mission Image, <i>Burch et al.</i> [2001]). En haut à droite : magnétosphère de Saturne (au centre) et tore de gaz neutre de Titan ( <i>Dandouras et al.</i> [1999]). En bas : magnétosphère interne de Jupiter (mission Cassini, <i>Krimigis et al.</i> [2002]). . . . .	29
1.5	Diagrammes temps-fréquence des émissions radio. En haut à gauche : cas terrestre (Cassini, instrument RPWS). En haut à droite : cas de Jupiter (Cassini, instrument RPWS). En bas : cas de Saturne (Voyager, instrument PWS). . . . .	30
1.6	Circulation du plasma dans la magnétosphère induite par le vent solaire. Topologie des différentes lignes de champ planétaire et interplanétaire ( <i>Glassmeier</i> [2001]). . . . .	34
1.7	Circulation du plasma dans l'ionosphère planétaire due à la circulation magnétosphérique induite par le vent solaire, en vue polaire magnétique. La circulation est dirigée du côté jour vers le côté nuit dans les régions de haute latitude, et inversement dans celles de plus basse latitude. D'après <i>Glassmeier</i> [2001]. . . . .	34
1.8	Champs électriques de corotation dans l'ionosphère et dans la magnétosphère en rotation. . . . .	35
1.9	A gauche : lignes de courant du plasma résultantes de la circulation induite par le vent solaire. A droite : lignes de courant du plasma résultantes de la superposition des circulation induites par le vent solaire et par la rotation planétaire. D'après <i>Glassmeier</i> [2001]. Voir également <i>Lyons et Williams</i> [1984]. . . . .	37
2.1	La planète Jupiter, telle qu'observée par la sonde Cassini le 7 décembre 2000. Crédits photographiques : NASA/JPL/University of Arizona, NASA planetary photojournal. . . . .	39

- 2.2 Système annulaire (Halo, anneau principal et anneaux secondaires) de Jupiter tel qu'observé par l'orbiteur Galileo le 9 novembre 1996. Crédits photographiques : NASA/JPL/Cornell University, NASA planetary photojournal. 40
- 2.3 Nuage d'atomes de sodium observé au voisinage de Io par la sonde Galileo (Solid-State Imaging). Crédit photographique : NASA/JPL <http://www.jpl.nasa.gov/galileo/>. 42
- 2.4 A gauche : tore de Io observé en ultraviolet par l'instrument UVIS de Cassini. Crédits photographiques : LASP, University of Colorado. A droite : tore de plasma de Io dans la magnétosphère de Jupiter, vue d'artiste par John Spencer, Lowell Observatory. . . . . 43
- 2.5 ENAs, d'énergie 50-80 keV, dans la magnétosphère de Jupiter (*Mauk et al.* [2002]). La tâche centrale est centrée sur Jupiter, les deux autres vers  $9.5 R_j$ . 44
- 2.6 Coupe méridienne de la magnétosphère de Jupiter, montrant les lignes de champ magnétique (traits gras) étirées par les courants annulaires dans le disque de plasma provenant de Io (en pointillés). Le couplage entre l'atmosphère, l'ionosphère et la magnétosphère est représenté à travers différentes vitesses angulaires, respectivement  $\Omega_J$  et  $\omega$ . Le circuit électrique (tirets) est également représenté par les courants alignés (en rouge) et radial (en bleu), système qui se ferme dans l'ionosphère. Adapté de *Cowley et Bunce* [2001], figure 1. . . . . 45
- 2.7 La magnétosphère de Jupiter, d'après *Bagenal* [1992]. On y voit le tore de plasma de Io (Io plasma torus), le magnétodisque (plasma sheet). L'extension radiale de la magnétosphère interne (moyenne, externe) côté jour est donnée en rouge (bleu, vert). . . . . 47
- 2.8 Fluctuations du champ magnétique mesuré par Galileo lors de passages dans le magnétodisque jovien. A gauche : à  $39.1 R_j$  et 07h17 en temps local. A droite : à  $46 R_j$  et 06h53 en temps local. D'après *Russell et al.* [2000c]. . . 48
- 2.9 A gauche : composantes radiale, nord-sud et corotationnelle du champ magnétique jovien (dans un repère centré sur la planète) de  $100 R_j$  à  $60 R_j$  mesuré par Galileo lors de sa huitième orbite, de 01h16 à 03h24 en temps local. Les pics observés dans la composante nord-sud et l'intensité du champ correspondent à des phénomènes de reconnection spontanée (*Russell et al.* [2000c]). A droite : dans le même système de coordonnées, zoom sur un phénomène de reconnection magnétique apparaissant sur la figure de gauche (*Russell et al.* [2000c]). . . . . 49
- 2.10 A gauche : fluctuations des composantes radiale, nord-sud et corotationnelle du champ magnétique jovien observé par Galileo lors de sa seconde orbite, à  $11.5 R_j$ . Vers 05h30 UT, les sauts du champ ont été interprétés comme des tubes de flux vides de plasma s'en retournant vers le tore de Io (*Russell et al.* [2000b]). A droite : fluctuations de l'intensité du champ magnétique observé lors de quatre passages différents de Galileo dans le tore de Io. Mêmes conclusions quant à la nature des sauts observés (*Russell et al.* [2000b]). . . . . 49

2.11	Circulation à grande échelle du plasma dans la magnétosphère de Jupiter et topologie magnétique des lignes de champ. D'après <i>Vasyliunas</i> [1983]. En 1, les lignes de champ magnétique sont de plus en plus étirées. En 2, le magnétodisque apparaît de moins en moins stable, permettant la reconnection magnétique des lignes de champ en 3. En 4, des tubes de flux vides retournent vers la magnétosphère interne, tandis que des îlots de plasma sont expulsés et perdus dans le milieu interplanétaire. . . . .	50
3.1	Saturne telle qu'observée par la sonde Voyager 1 le 18 octobre 1980 (à gauche, distance : 34 millions de km) et le 21 octobre 2002 en compagnie de Titan par la sonde Cassini (à droite, distance : 285 millions de km). Crédits photographiques : NASA/JPL et NASA/JPL/Southwest Research Institute, NASA planetary photojournal. . . . .	51
3.2	Environnement spatial de Saturne et ses différentes composantes. D'après <i>Spilker</i> [2000]. . . . .	52
3.3	Système annulaire de Saturne tel qu'observé par la sonde Voyager 2, le 22 août 1981. Crédits photographiques : NASA/JPL, NASA planetary photojournal. . . . .	53
3.4	Densités à l'équateur des espèces neutres et ioniques dans la magnétosphère interne de Saturne, en fonction de la distance radiale à la planète (en $R_s$ ). D'après <i>Richardson</i> [1998a], tiré de <i>Blanc et al.</i> [2002]. . . . .	57
3.5	La magnétosphère de Saturne, vue d'artiste (John Tull, LANL). On remarquera notamment le tore d'hydrogène autour de Titan. . . . .	58
3.6	La magnétosphère de Saturne, d'après <i>Bagenal</i> [1992]. On y voit entre autre le tore de gaz neutre et de plasma de dione-Téthys, le feuillet de plasma étendu et Titan, représenté ici orbitant à l'intérieur de la magnétosphère de Saturne. . . . .	59
4.1	Illustrations des instabilités de Rayleigh-Taylor classique et centrifuge. En 1 et 2, sous l'action de la force de pesanteur, deux cellules de fluide plus (en violet) ou moins (en bleu) denses échangent leurs positions dans un récipient. En 3 et 4, sous l'action de la force de gravité effective (forces de pesanteur et centrifuge), des tubes de flux magnétique plus (en violet) ou moins (en bleu) remplis de plasma échangent leurs positions dans la magnétosphère en rotation. . . . .	63
4.2	Signature du mécanisme d'interchange de tubes de flux magnétique vides de plasma dans le tore de Io. En haut : données EPD Galileo ( <i>Krupp</i> [2003]). En bas : données champ magnétique Galileo en bas. ( <i>Kivelson</i> [1997]). . . . .	66
4.3	Dépressions du champ magnétique associées à la signature de l'interchange de tubes de flux dans la plasmasphère terrestre lors du survol de la Terre par Cassini. D'après <i>Southwood et al.</i> [2001a]. . . . .	67
2.1	Section de ligne de champ et de tube de flux magnétique subissant l'effet de l'anisotropie des pressions perpendiculaire et parallèle au champ magnétique, dans la direction perpendiculaire. . . . .	80
2.2	Section de tube de flux magnétique subissant l'effet de l'anisotropie des pressions perpendiculaire et parallèle au champ magnétique, dans la direction parallèle. . . . .	81



- 2.3 Mouvement d'une particule chargée piégée le long d'une ligne de champ dans la magnétosphère de Saturne. Le mouvement de gyration d'une particule autour d'une ligne de champ et de son centre-guide le long de la ligne de champ (mouvement de rebond jusqu'au point miroir) sont représentés par une hélice. Un mouvement de dérive perpendiculaire au champ magnétique, par exemple dû au gradient du champ, est représenté ici par un mouvement azimutal, de sens opposé suivant la charge de la particule considérée. . . . 85
- 4.1 Domaines de la MHD-équivalente et inverse dans le plan  $[\mathcal{N}, \mathcal{F}]$ . Les courbes noires sont définies par les relations  $\mathcal{F} = \pm \mathcal{N}$ . Le demi-plan des paramètres situé en-dessous de la courbe  $\mathcal{F} = -\mathcal{N}$  n'est pas défini. Le domaine  $||$  (=) situé au-dessus (en-dessous) de la courbe  $\mathcal{F} = \mathcal{N}$  constitue le domaine de la MHD-équivalente (inverse). . . . . 103
- 4.2 A gauche : domaines d'instabilités dans le plan  $[\mathcal{M}_{CGL}, \mathcal{F}]$ . Les courbes noires sont définies par les relations  $\mathcal{F} = \pm \mathcal{N}$ . Le demi-plan des paramètres situé en-dessous de la courbe  $\mathcal{F} = -\mathcal{N}$  n'est pas défini. Le domaine grisé clair correspond au domaine où l'instabilité miroir double-adiabatique est excitée ( $\mathcal{M}_{CGL} < 0$ ), le gris foncé au domaine où l'instabilité firehose est excitée ( $\mathcal{F} < 0$ ). A droite : domaines d'instabilité dans le plan  $[C_{\perp}^2, C_{\parallel}^2]$ . Les courbes représentées sont données par les relations  $\mathcal{F} = 0, \mathcal{M}_{CGL} = 0, \mathcal{M} = 0$ , définissant des demi-plans colorés indiquant les régions de l'espace des paramètres correspondant à l'instabilité firehose (en bleu), miroir double-adiabatique (en rouge) et miroir cinétique (en pointillés rouges). Le critère de l'instabilité miroir  $\mathcal{M}$  de la théorie cinétique, qui diffère de celui de la théorie double-adiabatique, sera donné au chapitre 6. . . . . 105
- 4.3 Instabilités firehose (à gauche) et miroir (à droite). L'instabilité firehose provient de la force centrifuge proportionnelle à la pression parallèle des particules, qui dans un champ courbe augmente la courbure des lignes de champ si elle excède la somme des pressions magnétique et perpendiculaire. L'instabilité miroir est issue d'un excès de pression perpendiculaire sur la pression parallèle, qui expulse le plasma des régions comprimées par la pression magnétique. . . . . 105
- 4.4 Fréquence  $\omega^2$  des modes de quasi-interchange en fonction de  $k_{\parallel}^2$  pour différentes situations répertoriées en-dessous et correspondant aux trois cas révélés par l'étude de la section 4.4.3. Le vecteur d'onde parallèle varie de 0 à 0.08. Les courbes bleues représentent le mode de type 1, et celles en rouge le mode de type 2. . . . . 123
- 4.5 Fréquence  $\omega^2$  des modes de quasi-interchange en fonction de  $k_{\parallel}^2$  pour les différentes situations répertoriées en-dessous et correspondant aux trois cas révélés par l'étude de la section 4.4.3. Le vecteur d'onde parallèle varie de 0 à 0.16. Les courbes bleues représentent le mode de quasi-interchange de type 1, et celles en rouge le mode de type 2. . . . . 125

- 6.1 Solutions de la relation de dispersion (6.15) des modes compressionnels dans un simple plasma proton-électron avec les grandeur adimensionnelles  $V_A = 2$ ,  $C_{i\perp} = C_{e\perp} = C_{i\parallel} = C_{e\parallel} = 1$  de sorte que  $\mathcal{F}$ ,  $\mathcal{M} > 0$ , et pour un vecteur d'onde adimensionnel  $k_{\parallel} = 0.5$ . Les solutions dans le plan complexe sont situées à l'intersection des lignes continues ( $\Re(DR) = 0$ ) et des lignes en pointillées ( $\Im(DR) = 0$ ). Les solutions sont repérées par les lettres F, S et M, qui dénotent, respectivement les modes rapide, lent et miroir. Tous les modes sont stables dans ce cas, puisqu'ils ont tous un taux de croissance  $\omega_i$  négatif. . . . . 155
- 6.2 Comme dans la figure (6.1) avec  $V_A = 1$ ,  $C_{i\perp} = C_{e\perp} = 0.5$ ,  $C_{i\parallel} = C_{e\parallel} = 1$  de sorte que  $\mathcal{F} < 0$  et  $\mathcal{M} > 0$ , et pour  $k_{\parallel} = 0.9$ . Ici, une des branches du mode rapide,  $F^+$  est instable à l'instabilité firehose. . . . . 156
- 6.3 Comme dans la figure (6.1) avec  $V_A = 2$ ,  $C_{i\perp} = C_{e\perp} = 1$ ,  $C_{i\parallel} = C_{e\parallel} = 0.6$  de sorte que  $\mathcal{M} < 0$  et  $\mathcal{F} > 0$ , et pour  $k_{\parallel} = 0.5$ . Ici, le mode miroir M est instable à l'instabilité miroir. . . . . 157
- 6.4 Fréquence  $\omega_r$  et taux de croissance  $\omega_i$  des modes compressionnels dans un simple plasma proton-électron en fonction du vecteur d'onde parallèle adimensionnel  $k_{\parallel}$ , avec  $V_A = 2$ ,  $C_{i\perp} = C_{e\perp} = C_{i\parallel} = C_{e\parallel} = 1$ . Les valeurs de  $\omega_r$  calculées numériquement sont indiquées par des losanges et celles de  $\omega_i$  par des croix. Les lignes continues, en tiret et en pointillé représentent, respectivement, les modes rapide (F), lent (S) et miroir (M). Ici, les trois modes sont stables pour toute valeur de  $k_{\parallel}$ . En comparaison, les résultats concernant les modes rapide et lent issus de la théorie double-adiabatique sont représentés par les lignes constituées en alternance de tirets et de pointillés. 159
- 6.5 Comme dans la figure (6.4) avec  $V_A = 1$ ,  $C_{i\perp} = C_{e\perp} = 0.5$ , et  $C_{i\parallel} = C_{e\parallel} = 1$ . Ici, une des branches du mode rapide F est instable à l'instabilité firehose pour  $k_{\parallel} > 0.88$ . . . . . 159
- 6.6 Comme dans la figure (6.4) avec  $V_A = 2$ ,  $C_{i\perp} = C_{e\perp} = 1$ , et  $C_{i\parallel} = C_{e\parallel} = 0.6$ . Ici, le mode miroir M est instable à l'instabilité miroir pour  $k_{\parallel} < 0.61$ . . . . 160
- 6.7 Fréquence  $\omega_r$  et taux de croissance  $\omega_i$  des modes compressionnels dans un plasma oxygène-hydrogène-électron en fonction de la fraction en ion  $O^+$ , avec  $V_A = 2$ ,  $C_{\perp} = C_{\parallel} = \sqrt{2}$ ,  $C_{e\perp} = C_{e\parallel} = 1$  et  $k_{\parallel} = 0.5$ . Les valeurs de  $\omega_r$  calculées numériquement sont indiquées par des losanges, celles de  $\omega_i$  par des croix. Les lignes continues, en tiret et en pointillés représentent, respectivement, les modes rapide, lent et miroir. En comparaison, les résultats concernant les modes rapide et lent issus de la théorie double-adiabatique sont représentés par les lignes constituées en alternance de tirets et de pointillés. . . . . 161
- 6.8 Fréquence  $\omega_r$  et taux de croissance  $\omega_i$  des modes compressionnels dans un plasma  $S^+$ ,  $O^+$ ,  $H^+$  et  $e^-$  avec  $V_A = 2$ ,  $C_{\perp} = \sqrt{2}C_{e\perp}$ ,  $C_{\parallel} = \sqrt{2}C_{e\parallel}$ ,  $C_{e\perp} = 1$ ,  $C_{e\parallel} = 0.7$  et  $k_{\parallel} = 0.5$ . Le tableau 5.1 donne les fractions ioniques utilisées (cas 1 à 5), tandis que le tableau 5.2) donne les vitesses ioniques considérées (cas 6 à 10). Les symboles utilisés pour représenter les valeurs de  $\omega_r$  et  $\omega_i$  des différents modes en fonction des différents cas sont identiques à ceux utilisés dans la figure (6.7). . . . . 163

- 7.1 Courbe de stabilité marginale,  $\mathcal{C}$ , définie par la relation (7.26), dans le plan  $[\mathcal{M}, \varpi_0^2 + \mathcal{F} k_{\parallel}^2]$ . Les paramètres  $\mathcal{F}$ ,  $\mathcal{M}$ ,  $g_1$  et  $\varpi_0^2$  sont donnés par (6.17), (6.18), (7.20), et (7.21). Les labels “stable” et “unstable” le long de la branche supérieure,  $\mathcal{C}_u$ , et de la branche inférieure,  $\mathcal{C}_l$ , s’appliquent au mode marginalement stable sur la branche considérée, et décrivent sa stabilité dans les deux régions delimitées par cette branche. Le nombre de modes instables est 0 dans la région claire au-dessus de  $\mathcal{C}_u$ , 1 dans la région légèrement grisée entre  $\mathcal{C}_u$  et  $\mathcal{C}_l$ , et 2 dans la région grisée en-dessous de  $\mathcal{C}_l$ . 176
- 7.2 Comme pour la figure 7.1 mais dans le cas particulier d’un plasma homogène ( $g_1 = 0$  et  $\varpi_0^2 = 0$ ). Dans ce cas, concernant les modes les plus influencés par la stratification, on sait que le mode d’Alfvén est instable si et seulement si  $\mathcal{F} < 0$  (région ///), le mode miroir est instable si et seulement si  $\mathcal{M} < 0$  (region \\), et le mode lent est toujours stable. . . . . 177
- 7.3 Partition dans le plan  $[\mathcal{M}, \varpi_0^2]$  des quatre régions de stabilité définies par le tableau (7.1). Les paramètres  $\mathcal{M}, g_1$  et  $\varpi_0^2$  sont donnés par (6.18), (7.20), et (7.21).  $\mathcal{C}_u(k_{\parallel} = 0)$  et  $\mathcal{C}_l(k_{\parallel} = 0)$  correspondent aux branches supérieures et inférieures de la courbe de stabilité marginale pour  $k_{\parallel} = 0$  (définie par (7.31)). . . . . 180
- 7.4 Figure illustrant les quatre régions de stabilité définies par le tableau (7.1) dans le cas  $\mathcal{F} > 0$ . Les paramètres  $\mathcal{F}$ ,  $\mathcal{M}$ ,  $g_1$  et  $\varpi_0^2$  sont donnés par (6.17), (6.18), (7.20), et (7.21). Comme dans le cas de la Figure 7.3, les lignes séparants les régions I de II et III de IV correspondent aux branches supérieures et inférieures de la courbe de stabilité marginale à  $k_{\parallel} = 0$ ,  $\mathcal{C}(k_{\parallel} = 0)$  (cf (7.31)). Dans ce cas, la courbe de stabilité marginale pour un  $k_{\parallel}$  donné,  $\mathcal{C}(k_{\parallel})$  (cf (7.32)), correspond simplement à la courbe  $\mathcal{C}(k_{\parallel} = 0)$  translatée vers le bas d’une quantité  $\mathcal{F} k_{\parallel}^2$ . . . . . 181
- 7.5 Figure illustrant les quatre régions de stabilité définies par le tableau (7.1) dans le cas  $\mathcal{F} < 0$ . Tous les symboles ont été définis dans la figure précédente. Ici, la courbe de stabilité marginale pour  $k_{\parallel}$ ,  $\mathcal{C}(k_{\parallel})$ , correspond à la courbe  $\mathcal{C}(k_{\parallel} = 0)$  translatée vers le haut d’une quantité  $|\mathcal{F}| k_{\parallel}^2$ . . . . . 183
- 7.6 Branches supérieure et inférieure de la courbe de stabilité marginale pour  $k_{\parallel} = 0$ ,  $\mathcal{C}(k_{\parallel} = 0)$  (définie par (7.31)), et courbe critique pour laquelle le mode de type 1 est stable marginalement pour  $k_{\parallel} = 0$ ,  $\mathcal{L}_1$  (définie par (7.35) ou, de façon équivalente, par (7.36)), dans le plan  $[\mathcal{M}, \varpi_0^2]$ . Dans le cas où  $\mathcal{M} > 0$ , la courbe  $\mathcal{L}_1$  se trouve toujours en-dessous de la courbe  $\mathcal{C}(k_{\parallel} = 0)$ . Dans le cas où  $\mathcal{M} < 0$ , la courbe  $\mathcal{L}_1$  se trouve, soit entièrement au-dessus de la courbe  $\mathcal{C}(k_{\parallel} = 0)$  (situation illustrée en (a)), soit elle intersecte la courbe  $\mathcal{C}(k_{\parallel} = 0)$  (situation illustrée en (b)). . . . . 187
- 7.7 Évolution des trois modes de quasi-interchange dans le plan complexe  $\omega$  lorsque  $k_{\parallel}$  augmente de 0 à 0.3, (a) dans un plasma stratifié avec  $V_A = 2$ ,  $C_{i\perp} = C_{e\perp} = 1$ ,  $C_{i\parallel} = C_{e\parallel} = 0.6$ ,  $g_{\alpha} = 0.1$ ,  $c_{\alpha} = 0$ , et  $\rho'_0/\rho_0 = 0.1$ , (b) dans le plasma homogène correspondant pour  $k = 1$ . Le sens  $k_{\parallel}$  croissant le long des chemins est indiqué par les flèches. Les positions des différents modes sont représentées pour des valeurs de  $k_{\parallel}$  ((a) :  $k_{\parallel} = 0, 0.01, 0.02 \dots 0.09, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3$ ) et (b) :  $k_{\parallel} = 0, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3$ ) par des losanges (mode d’Alfvén (A)), des carrés (mode lent (S)), et des astérisques (mode miroir (M)). . . . . 193

7.8 Evolution des trois modes de quasi-interchange dans le plan complexe  $\omega$  lorsque  $k_{\parallel}$  augmente de 0 à 0.3, dans un plasma stratifié avec  $V_A = 1$ ,  $C_{i\perp} = C_{e\perp} = 0.5$ ,  $C_{i\parallel} = C_{e\parallel} = 1$ ,  $g_{\alpha} = 0.1$ ,  $c_{\alpha} = 0$ , et (a)  $\rho'_0/\rho_0 = 0.20$ , et (b)  $\rho'_0/\rho_0 = 0.18$ . Le sens  $k_{\parallel}$  croissant le long des chemins est indiqué par les flèches. Les positions des différents modes sont représentées pour des valeurs de  $k_{\parallel}$  ( $k_{\parallel} = 0, 0.01, 0.02 \dots 0.09, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3$ ) par des diamants (mode d'Alfvén), carrés (mode lent), astérisques (mode miroir), et triangles (mode mixte Alfvén<sup>-</sup>-miroir). . . . . 197

7.9 Evolution des trois modes de quasi-interchange dans le plan complexe  $\omega$  lorsque  $k_{\parallel}$  augmente de 0 à 0.3, dans un plasma stratifié avec  $V_A = 1$ ,  $C_{i\perp} = C_{e\perp} = 0.5$ ,  $C_{i\parallel} = C_{e\parallel} = 1$ , et (c)  $\rho'_0/\rho_0 = 0.09$ , et (d)  $\rho'_0/\rho_0 = 0.02$ . Le sens  $k_{\parallel}$  croissant le long des chemins est indiqué par les flèches. Les positions des différents modes sont représentées pour des valeurs de  $k_{\parallel}$  ( $k_{\parallel} = 0, 0.01, 0.02 \dots 0.09, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3$ ) par des diamants (mode d'Alfvén), carrés (mode lent), astérisques (mode miroir), et triangles (mode mixte Alfvén<sup>-</sup>-miroir). . . . . 199

8.1 Profil radial de la distribution des densités du plasma présent dans le tore de Io, d'après le modèle de *Bagenal* [1994]. Les densités (en  $\text{cm}^{-3}$ ) des électrons (en vert), des ions oxygène (en bleu) et soufre (en rouge) sont données en fonction de la distance à Jupiter (en  $R_j$ ). L'échelle des ordonnées est logarithmique. . . . . 206

8.2 Composition ionique dans le tore de Io. Rapport de la densité partielle des espèces à la densité totale du plasma, en fonction de la distance à Jupiter (en  $R_j$ ).  $S^+$  (trait gras rouge),  $S^{++}$  (pointillé rouge),  $S^{+++}$  (cercles rouge);  $O^+$  (trait gras bleu),  $O^{++}$  (pointillé bleu). L'échelle de l'axe des ordonnées est logarithmique. D'après *Bagenal* [1994]. . . . . 207

8.3 Pressions thermiques (nPa) dues au plasma froid ( $< 6$  keV, en rose) et au plasma énergétique ( $> 20$  keV, en noir), en fonction de la distance radiale dans le tore de Io (en  $R_j$ ). On constate que la pression des particules énergétiques domine celle du plasma froid au-delà de  $7 R_j$ . D'après *Bagenal* [1994] (Ppls) et *Mauk et al.* [2003] (Pener). . . . . 208

8.4 Configuration d'ensemble et distribution radiale des paramètres plasma et champ magnétique dans le tore de Io. En bleu, les lignes de champ magnétique et le gradient de la pression magnétique. En rouge, les vecteurs courbure du champ magnétique et gravité. En vert, la distribution de la densité du plasma froid. En magenta, la pression thermique de ce dernier. En noir, celle du plasma total, particules énergétiques incluses. . . . . 210

8.5 Paramètre  $\omega_0^2(z \rightarrow \infty)$  (en  $\text{s}^{-2}$  dans le tore de plasma de Io en fonction de la distance radiale (en  $R_j$ ). . . . . 211

9.1 Illustration de l'instabilité de type 'Landau-growth' (à droite) par analogie avec l'instabilité 'bump-on tail' (à gauche). La figure représente la forme de la fonction de distribution des vitesses des particules,  $f$ , en fonction de la vitesse parallèle,  $v_{\parallel}$ . . . . . 221

9.2	Famille de distributions kappa, dans le cas isotrope. La fonction de distribution normalisée à sa valeur en $v = 0$ est représentée en fonction de la vitesse des particules normalisée à la vitesse thermique du plasma. L'indice spectral $\kappa$ augmente de la courbe la plus à l'extérieur à celle la plus à l'intérieur en prenant les valeurs suivantes : 3, 4, 6, 10 et $\infty$ qui correspond au cas Maxwellien. Plus $\kappa$ est petit, plus il y a de particules aux grandes énergies. D'après <i>Leubner</i> [2000]. . . . .	223
9.3	Distribution avec cône de perte représentée dans le plan $(v_{\perp}, v_{\parallel})$ . . . . .	223
9.4	Comparaison des distributions Maxwellienne, kappa ( $\kappa = 3$ ) et en loi de puissance dans un plasma isotrope. La fonction de distribution normalisée à sa valeur en $v = 0$ est représentée en fonction de la vitesse des particules normalisée à la vitesse thermique du plasma. Illustration également de la possible démarche de l'observateur, qui après avoir utilisé une Maxwellienne pour modéliser la distribution aux faibles énergies et estimer la vitesse thermique du plasma, modélise la distribution aux grandes énergies par une loi de puissance pour trouver l'indice spectral $\kappa$ . Adapté de <i>Meyer-Vernet</i> [2001]. . . . .	225
9.5	Courbes de stabilité marginale de l'instabilité miroir dans le plan $(\kappa, \beta_{\perp}^*)$ calculées à partir de l'expression (9.28) pour un plasma proton-électron, ayant les mêmes indices et la même anisotropie de pression thermique pour les deux espèces. $\frac{T_{\perp}^*}{T_{\parallel}^*} = 2$ , et l'indice $j$ prend successivement les valeurs $j = 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 3, 4$ sur les courbes de haut en bas. Le domaine situé au-dessus des courbes est le domaine où le plasma est instable à l'instabilité miroir ; inversement en-dessous. . . . .	227
9.6	Courbes de stabilité marginale de l'instabilité miroir dans le plan $(\kappa, \frac{T_{\perp}^*}{T_{\parallel}^*})$ calculées à partir de l'expression (9.29) pour un plasma proton-électron, ayant les mêmes indices et la même anisotropie de pression thermique pour les deux espèces. $\beta_{\perp}^* = 0.6$ , et l'indice $j$ prend successivement les valeurs $j = 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 3, 4$ sur les courbes de haut en bas. Le domaine situé au-dessus des courbes est le domaine où le plasma est instable à l'instabilité miroir ; inversement en-dessous. . . . .	227
1.1	A gauche : Pioneer 11 ; à droite : Voyager 1. . . . .	233
1.2	A gauche : l'orbiteur Cassini ; à droite : la sonde Huygens. . . . .	235
1.3	Page d'écran de CAMARAD. <a href="http://www.kronos.ast.obs-mip.fr/cassinimaps237">http://www.kronos.ast.obs-mip.fr/cassinimaps237</a>	
1.4	Instrumentation plasma à bord de Cassini. De haut en bas et de gauche à droite : CAPS, RPWS, MIMI, INCA, CDA et INMS. MAG est situé sur le bras apparaissant dans quelques-unes de ces images. . . . .	238
1.5	Trajectoire interplanétaire de Cassini-Huygens. <a href="http://www.saturn.jpl.nasa.gov">http://www.saturn.jpl.nasa.gov</a>	239
2.1	Trajectoires respectives des satellites Galileo et Cassini à l'occasion du survol de Jupiter en décembre 2000 - janvier 2001. <a href="http://www.sp.ph.ic.ac.uk/cassini/jupiter.html">http://www.sp.ph.ic.ac.uk/cassini/jupiter.html</a>	242
2.2	Données MAG décembre 2001, 24 s de résolution. De haut en bas : coordonnées R, T, N du champ magnétique, intensité du champ magnétique (en nT) et distance radiale au Soleil de Cassini (en AU) en fonction du temps, en jour de l'année (DOY). . . . .	243
2.3	Comme pour la figure précédente, pour le mois de janvier 2001. . . . .	244

2.4	De haut en bas : l'intensité du champ magnétique (en nT), sa projection dans le plan (R,T) et celle dans le plan (R,N) en fonction du temps en jour de l'année, durant les trois premiers mois de l'année 2001. IP désigne le milieu interplanétaire, SH la magnétogaine et SP la magnétosphère. D'après <i>Szego et al.</i> [2003]. . . . .	247
2.5	De haut en bas : élévation, azimuth et intensité du champ magnétique lors de la traversée d'une MIR (Merged Interaction Region) fin novembre 2000 en fonction du temps, en jour de l'année 2000. D'après <i>Hanlon et al.</i> [2003].	248
2.6	De haut en bas : spectre des électrons de basse énergie (données CAPS ELS), de haute énergie (données MIMI LEMMS) et composantes du champ magnétique (données MAG ; R (noir), T (rouge), N (vert) et intensité (jaune)) les 23 et 24 janvier 2001. Figure obtenue avec CAMARAD. . . . .	250
2.7	Diagramme temps-fréquence issu des données RPWS et mettant en évidence le passage du satellite à l'intérieur de la magnétosphère de Jupiter le 9 janvier 2001. . . . .	252
2.8	Comme dans la figure précédente, le 10 janvier 2001. . . . .	252
2.9	Traversée de l'onde de choc le 16 janvier 2001. De haut en bas : diagramme temps-fréquence (données RPWS) et spectre des électrons (données ELS). L'axe des abscisses est marqué toutes les heures, de 00h00 à 24h00. Figure obtenue avec CAMARAD. . . . .	253
2.10	Traversée de l'onde de choc le 30 janvier 2001. De haut en bas : spectre des électrons (données CAPS ELS), composantes du champ magnétique (données MAG ; R (noir), T (rouge), N (vert) et intensité (jaune) ) et spectre des protons et particules alpha (données CAPS IBS) en fonction du temps, en heures. Figure obtenue avec CAMARAD. . . . .	254
2.11	Observations relatives aux conséquences de l'arrivée d'un choc interplanétaire sur les émissions radio et aurorales de Jupiter. Premier panneau : intensité du champ magnétique observée par Cassini dans le vent solaire (instrument MAG). Deuxième panneau : densité ionique mesurée par Cassini dans le vent solaire (instrument CAPS). Troisième panneau : intensité de l'émission hectométrique mesurée par Galileo (instrument PWS). Quatrième panneau : intensité des émissions ultraviolettes mesurée par Cassini (instrument UVIS). D'après <i>Gurnett et al.</i> [2002]. . . . .	256
2.12	De haut en bas : champ magnétique (en nT) mesuré par Cassini, pression dynamique dans le vent solaire modélisé (en nPa), composantes radiales, nord-sud, azimuthale et intensité du champ magnétique (en nT) mesurées par Galileo, angle $\alpha$ (voir texte) et flux de particules énergétiques mesuré par Galileo. D'après <i>Hanlon et al.</i> [2003]. . . . .	258
3.1	Structures liées à l'instabilité miroir et apparaissant sous la forme de bouteilles magnétiques dans la magnétogaine terrestre. D'après <i>Tatrallyay et Erdős</i> [2000]. . . . .	260
3.2	Résultats de l'analyse par variance minimum. De haut en bas sont représentés : l'angle entre la direction de variance maximum et le champ magnétique ambiant, l'intensité du champ magnétique, les angles d'élévation et d'azimut dérivés des composantes du champ magnétique. Des fenêtres représentant l'intensité du champ magnétique sont introduites pour zoomer sur quelques intervalles où des fluctuations liées au mode miroir apparaissent. . . . .	264
3.3	Comme pour la figure 3.1. . . . .	265

3.4	Comme pour la figure 3.1. . . . .	266
3.5	Intensité du champ magnétique (nT), amplitude et angle entre la direction de variance maximum et le champ ambiant, en fonction du temps. En haut à gauche : le 8 janvier 2001 ; en haut à droite : le 20 janvier ; en bas à gauche : le 18 février 2001 ; en bas à droite : le 18 février 2001. . . . .	267
3.6	Géométrie des frontières (choc et magnétopause) de la magnétosphère de Jupiter et évolution de la normale au choc, d'une direction quasi-perpendiculaire côté jour à une direction quasi-parallèle côté nuit. D'après <i>Dougherty et al.</i> [2003]. . . . .	268
3.7	A gauche : intensité du champ magnétique (en nT), en fonction du temps (en heures), le 6 janvier 2001 (Cassini). A droite : intensité du champ magnétique (en nT) et densité électronique (en $\text{cm}^{-3}$ ) dans la magnétogaine terrestre (AMPTE UKS, <i>Leckband et al.</i> [1995]) . . . . .	270
3.8	Train de pics dans l'intensité magnétique observé par Ulysses dans la magnétogaine de Jupiter le 13 février 1992. Composantes et intensité du champ magnétique (en nT), en fonction du temps (en heures). D'après <i>Dedman et Dougherty</i> , manuscript non publié. . . . .	271
3.9	Intensité du champ magnétique (en nT) en fonction du temps en heures et zoom sur deux périodes de temps distinctes. En bas à gauche apparaissent des dépressions liées à l'instabilité miroir, en bas à droite des pics liés à cette même instabilité. La transition a lieu entre 10h19 et 10h23. Données Equator-S, le 8 janvier 1998. . . . .	272
3.10	A gauche : position de WIND (en bleu), IMP8 (en vert) et Equator-S (en rouge) pour la période considérée dans un repère GSE. A droite : composantes GSE (trois premiers panneaux) du champ magnétique (en nT) de WIND (en bleu) et IMP8 (en rouge) et vitesse radiale (en $\text{km s}^{-1}$ ) de WIND (dernier panneau). . . . .	273
3.11	Comparaison du profil temporel du champ magnétique mesuré par Equator-S avec celui de la pression thermique du plasma donnée par WIND et transportée au niveau de l'orbite de Equator-S. . . . .	274

# Liste des tableaux

1.1	Paramètres physiques des planètes du Système Solaire : distance moyenne au Soleil, excentricité de l'orbite, inclinaison <sup>1</sup> du plan orbital par rapport au plan de l'écliptique, inclinaison <sup>2</sup> du plan équatorial par rapport au plan orbital, masse de la planète, rayon équatorial et densité moyenne de la planète. L'unité astronomique, UA, égale à la distance moyenne Terre-Soleil vaut $1.49598 \cdot 10^{11}$ m. Dans le cas des planètes géantes, le rayon équatorial est défini par rapport à une atmosphère de 1 bar. Référence : <i>Cox</i> [2000]. . . . .	20
1.2	Caractéristiques des champs magnétiques planétaires du Système Solaire : moment magnétique par rapport au moment magnétique terrestre ( $8 \cdot 10^{15}$ T m <sup>3</sup> ), champ de surface en gauss ( $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$ ) du dipôle à l'équateur, minimum et maximum, inclinaison de l'axe du dipôle magnétique par rapport à l'axe de rotation et période de rotation planétaire. Référence : <i>Bagenal</i> [1992] et <i>Cox</i> [2000]. . . . .	22
1.3	Propriétés des vents solaires lent et rapide au niveau de l'orbite terrestre. . . . .	23
1.4	Propriétés des sources de plasma des magnétosphères du Système Solaire. VS signifie vent solaire. Distance entre le point subsolaire et le centre de la planète en rayon planétaire, calculée à partir de l'équilibre entre la pression (magnétique et plasma) à l'intérieur de la magnétosphère planétaire et la pression dynamique du vent solaire. . . . .	32
1.5	Taux de production des sources principales de plasma des magnétosphères terrestre, jovienne et saturnienne. VS signifie vent solaire. Sources : <i>Hill et Dessler</i> [1991], <i>Cravens</i> [1997] et <i>Eviatar et Richardson</i> [1986]. . . . .	32
2.1	Quelques caractéristiques orbitales des satellites galiléens. Rayon moyen du satellite, demi grand axe, excentricité, période de révolution et inclinaison par rapport à l'équateur planétaire de Jupiter. Références : <i>Cox</i> [2000] et crédits photographiques : NASA/JPL/DLR, NASA planetary photojournal. . . . .	41
3.1	Quelques caractéristiques orbitales des principaux satellites de glace de Saturne. Voir tableau 2.1. Référence : <i>Cox</i> [2000] et crédits photographiques : NASA/JPL, NASA planetary photojournal. . . . .	54
3.2	Quelques caractéristiques orbitales de Titan. Voir tableau 2.1. Référence : <i>Cox</i> [2000] et crédits photographiques : NASA/JPL, NASA planetary photojournal. . . . .	55
1.1	Schéma de l'étude réalisée dans cette partie, à travers l'identification de quelques mots clés. . . . .	75



4.1	Domaines de stabilité et connexions entre les modes double-adiabatiques et les types de quasi-interchange dans le cas où $\mathcal{F} \geq \mathcal{N} \geq 0$ . La condition $\omega_1^2 \geq 0$ découle de $\mathcal{N} \geq 0$ . . . . .	122
4.2	Comme dans le tableau précédent mais dans le cas où $\mathcal{N} > \mathcal{F} > 0$ . . . . .	122
4.3	Domaines de stabilité et connexions entre les modes double-adiabatiques et les types de quasi-interchange dans le cas où $\mathcal{F} \geq 0 > \mathcal{N}$ . . . . .	124
4.4	Comme dans le tableau précédent mais dans le cas de la MHD-inverse, i.e. dans le cas où $\mathcal{N} \geq 0 > \mathcal{F}$ . . . . .	124
6.1	Composition ionique pour les cas 1-5 de la figure (6.8). Les vitesses sonores partielles sont données par $C_{s\perp,\parallel}^2 = (n_{s0}/n_{e0}) C_{e\perp,\parallel}^2$ . . . . .	163
6.2	Vitesses sonores ioniques pour les cas 6-10 de la figure (6.8). La composition ionique est donnée par $n_{s0}(\text{H}, \text{O}^+)/n_{e0} = 0.5$ . . . . .	164
7.1	Les quatre différentes régions de stabilité dans le plan $[\mathcal{M}, \varpi_0^2]$ . . . . .	179
7.2	Type des modes de quasi-interchange instables et vecteur d'onde correspondant $k_{\parallel}$ dans les différents domaines de l'espace des paramètres émergent de notre étude. Les paramètres $\mathcal{F}$ et $\mathcal{M}$ sont donnés par (6.17) et (6.18). Les régions I – IV sont définies par le tableau (7.1) et représentées sur la figure (7.3). La courbe critique $\mathcal{L}_1$ est définie par (7.35) et représentée sur la figure (7.6). Le vecteur d'onde parallèle critique $k_{\parallel}^*$ est donné par (7.33) lorsque $\mathcal{F} > 0$ et par (7.34) lorsque $\mathcal{F} < 0$ . . . . .	190
7.3	Pseudo-MHD nature (Alfvén, lent, ou miroir, repérés par A, S, or M, respectivement) et vecteur d'onde parallèle correspondant $k_{\parallel}$ des modes instables dans les différents domaines de l'espace des paramètres émergent de notre étude. Les paramètres $\mathcal{F}$ et $\mathcal{M}$ sont donnés par (6.17) et (6.18). Les régions I – IV sont définies par le tableau (7.1) et représentée sur la figure (7.3). Le vecteur d'onde parallèle critique $k_{\parallel}^*$ est donné par (7.33) lorsque $\mathcal{F} > 0$ et par (7.34) lorsque $\mathcal{F} < 0$ . . . . .	194
7.4	Connexions entre les modes pseudo-MHD (Alfvén, lent, et miroir, repérés par A, S, and M, respectivement) et les types de quasi-interchange (type 1 et type 2) dans les différents domaines de l'espace des paramètres donnés par le tableau (7.1). . . . .	195
8.1	Densités et pressions thermiques des protons, ions oxygène et ions soufre dérivées par <i>Mauk</i> [2003] à l'aide des données Galileo pour des énergies comprises entre 50 keV et 100 MeV. . . . .	209
8.2	Calcul pour un proton des vitesses de dérive électrique, due au gradient du champ magnétique et à la force de gravité effective, dans le tore de Io, à 6 $R_j$ de la planète. . . . .	212
2.1	Ce tableau continue sur la page suivante... . . . .	245
2.2	Identification des frontières magnétosphériques rencontrées par Cassini, à partir du 7 décembre 2000 et jusqu'au 5 avril 2001. BS désigne l'onde de choc ('Bow shock'), MP la magnétopause, DOY le jour de l'année et SCET l'heure à bord du satellite. Identification personnelle à l'aide de l'examen des données MAG et des informations communiquées par <i>W. Kurth, University of Iowa</i> . . . . .	246