



HAL
open science

Modélisation statistique et simulation des grandes échelles des écoulements turbulents. Application aux inverseurs de poussée.

Laurent Blin

► **To cite this version:**

Laurent Blin. Modélisation statistique et simulation des grandes échelles des écoulements turbulents. Application aux inverseurs de poussée.. Modélisation et simulation. Université de Rouen, 1999. Français. NNT: . tel-00011645

HAL Id: tel-00011645

<https://theses.hal.science/tel-00011645>

Submitted on 17 Feb 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Avant-propos

Ce travail a été réalisé au LMFN (Laboratoire de Mécanique des Fluides Numériques), laboratoire rattaché au CORIA (COmplexe de Recherche Interprofessionnel en Aérothermochimie), UMR-CNRS 6614. Je tiens à remercier Monsieur Trinité, directeur du CORIA, et Monsieur Vandromme, directeur du LMFN, de m'avoir accueilli au sein de leur laboratoire et équipes de recherches.

Ces recherches ont été financées par l'entreprise Hispano-Suiza Aérostructures et l'ANRT (Agence Nationale de la Recherche et de la Technologie) sous la convention CIFRE No. 439/96. Je remercie Monsieur Portal, responsable du service aéro-thermique, et Monsieur Lardy, chef du département "Recherches Etudes Avancées" à Hispano-Suiza Aérostructures, pour la confiance et le temps qu'ils ont accordés à ce travail.

Merci à Messieurs Barre, chargé de recherches au CNRS, et Friedrich, professeur à l'université de Munich, d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ce travail. Que soient également remerciés Monsieur Bastin, ingénieur de recherches à la Snecma, Monsieur Hadjadj, maître de conférences à l'INSA de Rouen, Monsieur Lardy, chef du service "Recherche Etudes Avancées" à Hispano-Suiza Aérostructures, Monsieur Meneveau, professeur à l'université Johns Hopkins de Baltimore, Monsieur Vandromme, professeur à l'INSA de Rouen, Monsieur Vervisch, professeur à l'INSA de Rouen, Monsieur Veynante, directeur de recherches au CNRS, pour leur participation en temps que membres du jury.

Je suis très reconnaissant au personnel du CRIHAN (Centre Régional Informatique de Haute-Normandie) et de l'IDRIS (Institut de Développement et des Ressources en Informatique Scientifique) pour la qualité des moyens informatiques qu'ils ont mis à ma disposition.

Je tiens à remercier tout particulièrement Messieurs Luc Vervisch et Abdellah Hadjadj pour la qualité de leur encadrement et la confiance qu'ils m'ont accordés au cours de cette thèse.

J'exprime mon amitié aux membres des équipes du LMFN et du LAME qui ont su entretenir une ambiance de travail à la fois productive et décontractée.

Je souhaite enfin dédier cette thèse à toute ma famille et remercier Hélène pour son soutien.

Table des matières

| | |
|--|-----------|
| Table des matières | v |
| Nomenclature | viii |
| I Introduction | 1 |
| II Equations et modélisation | 8 |
| 1 Modélisation statistique de la turbulence (RANS) | 9 |
| 1.1 Equations de Navier-Stokes instantanées | 9 |
| 1.2 Equations du mouvement moyen | 10 |
| 1.3 Modélisation des flux turbulents | 12 |
| 1.4 Récapitulatif | 12 |
| 1.5 Modèles de turbulence | 13 |
| 1.5.1 Modèle $k - \varepsilon$ | 13 |
| 1.5.2 Modélisation de proche paroi | 15 |
| 1.5.3 Le modèle $k - \varepsilon$ multi-échelles | 16 |
| 1.5.4 Les modèles algébriques anisotropes | 19 |
| 2 Simulations des grandes échelles (LES) | 25 |
| 2.1 L'opérateur de filtrage | 25 |
| 2.2 Les équations de Navier-Stokes filtrées | 27 |
| 2.3 Modélisation de sous-maille | 29 |
| 2.3.1 Modèle de Smagorinsky | 29 |
| 2.3.2 Approche dynamique de la LES | 31 |
| 2.4 Choix d'un schéma numérique pour la LES | 38 |
| 2.4.1 Introduction | 38 |
| 2.4.2 Turbulence homogène isotrope 2D | 38 |
| 2.4.3 Turbulence homogène isotrope 3D | 40 |
| 2.4.4 Conclusion | 43 |

| | | |
|------------|--|------------|
| III | Etude de problèmes génériques liés aux inverseurs de poussée à portes | 46 |
| 1 | Calculs RANS | 48 |
| 1.1 | Marche descendante | 48 |
| 1.1.1 | Introduction | 48 |
| 1.1.2 | Revue bibliographique | 48 |
| 1.1.3 | Simulation numérique | 50 |
| 1.1.4 | Analyse des résultats | 52 |
| 1.1.5 | Influence de la modélisation de proche paroi | 57 |
| 1.1.6 | Conclusion | 58 |
| 1.2 | Conduite rectangulaire courbée 3D | 60 |
| 1.2.1 | Introduction | 60 |
| 1.2.2 | Modélisation de la turbulence | 61 |
| 1.2.3 | Simulation numérique | 63 |
| 1.2.4 | Résultats et discussion | 64 |
| 1.2.5 | Conclusion | 69 |
| 2 | Calculs LES et comparaisons RANS/LES | 72 |
| 2.1 | Introduction | 72 |
| 2.2 | Couche de mélange plane | 73 |
| 2.2.1 | Dispositif expérimental | 73 |
| 2.2.2 | Calculs RANS | 73 |
| 2.2.3 | Calcul LES | 76 |
| 2.3 | Couche de mélange courbe | 86 |
| 2.3.1 | Géométrie | 86 |
| 2.3.2 | Calculs RANS | 87 |
| 2.3.3 | Calcul LES | 87 |
| 2.4 | Conclusion | 92 |
| IV | Inverseurs de poussée à portes simplifiés | 96 |
| 1 | Introduction | 98 |
| 2 | Inverseur simplifié à bord de déviation rond | 102 |
| 2.1 | Domaine de calcul et conditions aux limites | 102 |
| 2.2 | Calcul RANS | 102 |
| 2.3 | Calculs LES | 103 |
| 2.4 | Résultats et discussion | 105 |
| 2.4.1 | Champs moyens | 105 |
| 2.4.2 | Champs instantanés | 107 |
| 2.4.3 | Discussion | 109 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 3 | Inverseur simplifié à bord de déviation plat | 117 |
| 3.1 | Calcul RANS | 117 |
| 3.2 | Calcul LES | 118 |
| 3.3 | Résultats et discussion | 119 |
| 3.3.1 | Champs moyens | 119 |
| 3.3.2 | Champs instantanés | 121 |
| 3.3.3 | Discussion | 124 |
| 4 | Conclusion | 132 |
| V | Conclusion générale | 134 |
| VI | Annexes | 138 |
| A | Méthode numérique | 139 |
| A.1 | Mise en forme des équations | 139 |
| A.1.1 | RANS | 139 |
| A.1.2 | LES | 141 |
| A.2 | Méthode des volumes finis | 142 |
| A.3 | Calcul des flux convectifs | 144 |
| A.3.1 | Schéma de Roe | 144 |
| A.3.2 | Schéma WENO | 145 |
| A.3.3 | Test de validation des schémas numériques : tube à choc | 148 |
| A.4 | Calcul des flux visqueux | 149 |
| A.5 | Discretisation temporelle | 150 |
| B | Conditions aux limites | 152 |
| B.1 | Entrée subsonique | 153 |
| B.2 | Sortie subsonique | 153 |
| B.3 | Entrée/sortie supersonique | 153 |
| C | Calcul parallèle | 154 |
| C.1 | Décomposition de domaine | 154 |
| C.2 | Calcul multidomaine en parallèle | 155 |

Nomenclature

- b : Epaisseur de la couche de mélange entre les points où $U = U_1 - 0.1\Delta U$ et $U = U_2 + 0.1\Delta U$.
 c : Célérité du son.
 c_v : Chaleur spécifique à volume constant.
 c_p : Chaleur spécifique à pression constante.
 C_p : Coefficient de pression $C_p = (p - p_o)/(\frac{1}{2}\rho_o U_o)$.
 C_f : Coefficient de frottement $C_f = \tau_w/(\frac{1}{2}\rho_o U_o)$.
 E_t : Energie totale.
 e : Energie interne.
 k : Energie cinétique de la turbulence.
 l_k : Echelle de Kolmogorov.
 M : Nombre de Mach.
 M_c : Nombre de Mach convectif de la couche de mélange
 $M_c = (U_1 - U_c)/c_1 = (U_c - U_2)/c_2$.
 Pr : Nombre de Prandtl laminaire égal à 0.72.
 Pr_t : Nombre de Prandtl turbulent (dans nos calculs $Pr_t = 0.9$).
 p : Pression statique.
 q_j : Flux de chaleur.
 r : Rapport de vitesse de la couche de mélange $r = U_2/U_1$.
 Re_t : Nombre de Reynolds turbulent $Re_t = u'\Lambda/\nu$.
 s : Rapport des masses volumiques $s = \rho_2/\rho_1$.
 T : Température statique.
 U_c : Vitesse convective de la couche de mélange
 $U_c = \frac{c_1 U_2 + c_2 U_1}{c_1 + c_2}$ (dans le cas d'un gaz de même nature).
 U_i : $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur vitesse.
 u' : Intensité moyenne des fluctuations de l'écoulement.
 U^* : Vitesse moyenne longitudinale normalisée $U^* = (U - U_2)/\Delta U$.
 y_0 : Centre de la couche de mélange (entre les deux points où $U = U_1 - 0.1\Delta U$ et $U = U_2 + 0.1\Delta U$).
 Y^* : $(y - y_0)/b$.
 ΔU : Différence de vitesse de la couche de mélange $\Delta U = U_1 - U_2$.
 ε : Taux de dissipation de la turbulence.
 γ : Rapport des chaleurs spécifiques à pression et à volume constant.
 Λ : Echelle intégrale.
 λ_c : Coefficient de conductivité thermique.
 λ_t : Echelle de Taylor.
 μ : Viscosité dynamique.
 μ_t : Viscosité turbulente.
 ν : Viscosité cinématique.

- ν_t : Viscosité cinématique turbulente.
- ρ : Masse volumique.
- σ_{ij} : Tenseur des contraintes visqueuses.
- τ_{ov} : Eddy turn-over time $\tau_{ov} = \Lambda/u'$.
- τ_w : Cisaillement turbulent pariétal.

Notations

- ASM* : Algebraic Stress Model.
- DNS* : Direct Numerical Simulation.
- LES* : Large Eddy Simulation.
- RANS* : Reynolds Averaged Navier-Stokes.
- RSM* : Reynolds Stress Model.

Première partie

Introduction

Généralités

L'atterrissage et le décollage sont les phases les plus délicates du pilotage d'un avion. A l'atterrissage, il est nécessaire de stopper l'avion sur des distances raisonnables, même si la piste est verglacée ou le train d'atterrissage défaillant. Un des dispositifs utilisés est l'inverseur de poussée. Le principe de fonctionnement d'un inverseur est présenté de façon schématique sur la figure 1.

Lors de l'atterrissage, l'inverseur annule la poussée du jet secondaire au moyen d'un obstacle solide (volet ou porte) qui bloque le flux, le dirigeant vers l'avant de la nacelle, pour créer la contre-poussée.

En vol normal, l'inverseur canalise les flux en minimisant les trainées internes, pour ne pas détériorer les performances aérodynamiques du moteur.

La distance de freinage d'un avion équipé d'un inverseur est typiquement autour de 70% de celle sans inverseur, mais il devient indispensable sur piste humide ou verglacée puisqu'il limite la distance d'atterrissage dans des proportions pouvant atteindre 50%.

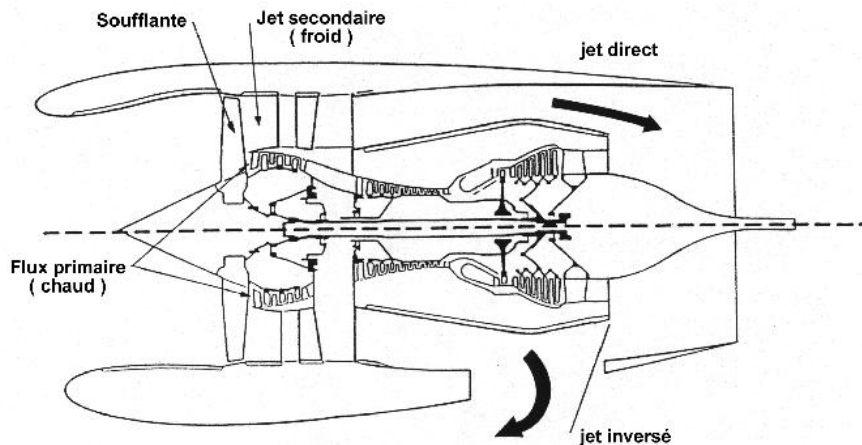


FIG. 1 – Schéma de principe d'un inverseur de poussée.

Il existe différents types d'inverseur de poussée (inverseurs à obstacle aval, à grilles, à portes). Nous nous intéressons dans cette étude aux inverseurs à portes. L'obturation du canal et l'orientation des jets sont réalisés par quatre portes disposées autour de la nacelle (voir la figure 2).

L'aérodynamique d'un inverseur de poussée à portes est très complexe, elle se caractérise par un régime turbulent (nombre de Reynolds basé sur la hauteur du canal d'entrée et la vitesse d'entrée de l'ordre de 10^7), compressible et transsonique. Le nombre de Mach varie entre 0.5 à l'entrée et 0.8 en sortie (il peut atteindre localement des valeurs supérieures à l'unité). Les effets tri-dimensionnels sont par ailleurs très importants. Les performances de l'inverseur sont extrêmement sensibles aux zones de recirculation présentes dans ce type d'écoulement. Ces zones génèrent des pertes de charge et entraînent des pertes de débit et d'efficacité.

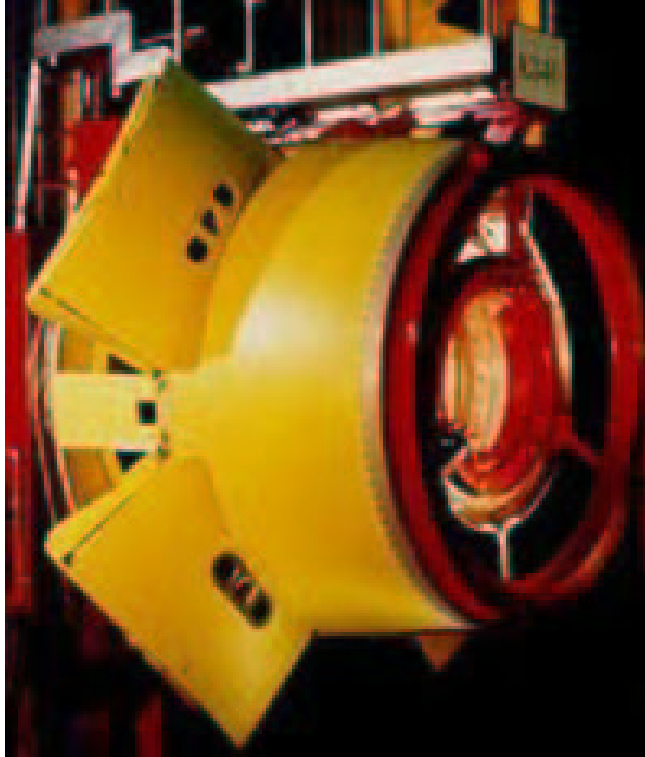


FIG. 2 – *Inverseur de poussée à portes Hispano-Suiza Aérostructures.*

La conception d'inverseurs de poussée implique donc une connaissance précise de l'aérodynamique du système. Les différents phénomènes physiques apparaissant dans l'écoulement (zones de recirculation, couche de mélange courbe, impact sur une paroi) sont directement reliés aux performances de l'inverseur. Avec le développement des moyens informatiques, la simulation numérique se révèle un moyen efficace pour prédire l'écoulement dans un inverseur de poussée et, à terme, réduire les coûts de conception en diminuant le nombre d'essais en soufflerie.

Or, les écoulements turbulents peuvent être simulés numériquement en utilisant différents niveaux d'approximation, menant à une description plus ou moins détaillée des phénomènes physiques.

- La modélisation statistique de la turbulence. Cette approche consiste à utiliser la moyenne de Reynolds. L'opération de moyenne permet de décomposer toute quantité f en une valeur moyenne $\langle f \rangle$ et une fluctuation $f' = f - \langle f \rangle$. Si l'opération de moyenne est appliquée aux équations du mouvement d'un fluide, nous obtenons les équations de Navier-Stokes moyennées (RANS: Reynolds Averaged Navier-Stokes), qui décrivent l'évolution des quantités moyennes. Les effets des fluctuations turbulentes apparaissent dans le tenseur de Reynolds, qui doit être modélisé pour fermer le système. Une gamme très importante de modèles pour le tenseur de Reynolds est disponible, des plus simples, modèles algébriques, en passant par le modèle $k - \epsilon$, aux

plus avancés, ASM (Algebraic Stress Model) et RSM (Reynolds Stress Model), impliquant la résolution des équations des contraintes turbulentes. L'approche RANS est actuellement très utilisée pour prédire des écoulements dans des configurations complexes (en particulier pour les applications industrielles).

Cette approche souffre cependant d'un principal défaut, à savoir le fait que le modèle doit représenter une gamme très étendue d'échelles. Toutes les échelles de la turbulence sont intégrées et les moyennes ne sont pas toujours bien représentatives du comportement de l'écoulement. En effet, alors que les petites échelles tendent à dépendre uniquement de la viscosité, et sont donc plus ou moins universelles, les grandes échelles dépendent fortement des conditions aux limites et de la géométrie.

- La simulation numérique directe (DNS). Elle consiste à résoudre numériquement les équations de Navier-Stokes, sans aucune modélisation. Si le maillage est suffisamment fin pour capturer les plus petites échelles de la turbulence, et si le schéma numérique est suffisamment précis pour minimiser les erreurs de dissipation et de dispersion, on peut obtenir une solution tri-dimensionnelle des équations du mouvement en fonction du temps où les seules erreurs sont les erreurs numériques. On peut ainsi calculer et visualiser toutes les quantités, même celles qui sont difficiles ou impossibles à mesurer expérimentalement. On obtient ainsi une description la plus complète possible de l'écoulement turbulent, sorte d'expérience numérique.

La DNS se révèle donc un outil très puissant pour l'étude de la physique d'un écoulement, mais elle possède cependant de fortes limitations. Premièrement, l'utilisation de schémas numériques très précis d'ordre élevé est inévitable pour limiter les erreurs numériques (dispersion, dissipation). Ces schémas (spectraux par exemple) sont peu adaptés pour prendre en compte des géométries complexes d'écoulements. Deuxièmement, pour résoudre toutes les échelles de la turbulence, on a besoin d'un nombre de points de maillage proportionnel à la puissance $9/4$ du nombre de Reynolds Re . Pour ces raisons, la DNS est limitée à des configurations très simples à faible nombre de Reynolds. L'application à des configurations complexes de type industrielle n'est pas réalisable, la DNS étant avant tout un outil de recherche.

- La simulation des grandes échelles (LES) est une approche intermédiaire entre la DNS et la modélisation RANS. En LES, les grandes structures de l'écoulement contenant et transportant l'énergie sont résolues exactement, alors que l'effet des petites structures de la turbulence est modélisé. Les petites structures présentent un comportement plus universel, et sont donc moins dépendantes des conditions aux limites que les grandes structures. Leur modélisation va donc requérir moins d'ajustements que les modèles RANS. Le principe de la LES est bien résumé sur le spectre de l'énergie cinétique de la turbulence (figure 3). Le nombre d'onde de coupure k_{sgs} délimite la partie simulée de la partie modélisée.

La LES fournit une solution tri-dimensionnelle, dépendante du temps des équations de Navier-Stokes. Elle est donc similaire à la DNS sur ces points. On peut cependant simuler des écoulements à des nombres de Reynolds beaucoup plus élevés qu'en DNS et étudier des écoulements réels, tout en disposant d'une description relativement détaillée des phénomènes physiques.

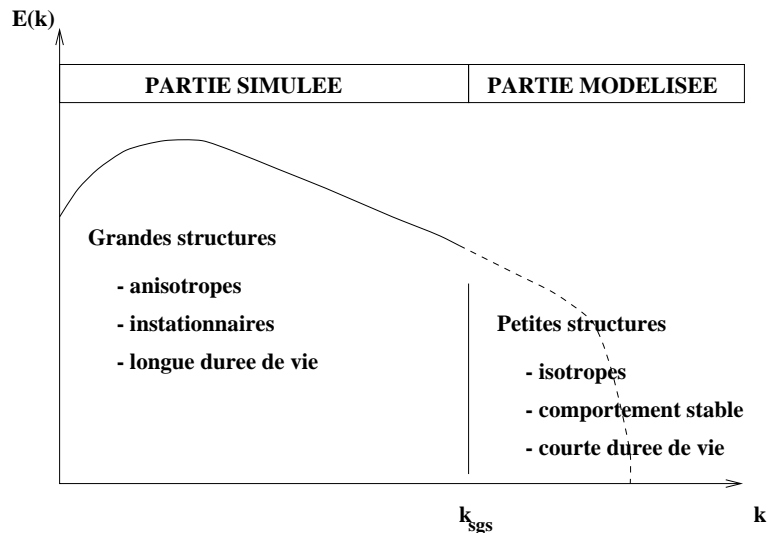


FIG. 3 – Schéma de principe de la LES.

Nous proposons dans ce travail d'utiliser les deux approches complémentaires RANS et LES pour calculer des écoulements turbulents compressibles à haut nombre de Reynolds dans des configurations d'inverseur de poussée, ou dans des géométries simplifiées présentant un intérêt pour le calcul de l'inverseur (voir la figure 4). Dans un premier temps, un écoulement décollé (marche descendante), un écoulement cisailé libre (couche de mélange plane) et des écoulements présentant de fortes courbures des lignes de courant (conduite rectangulaire courbée et couches de mélange courbe) sont étudiés individuellement avant d'aborder le problème de l'inverseur de poussée dans sa globalité.

- Les calculs RANS seront utilisés pour caractériser les propriétés globales de l'inverseur de poussée (débit, vitesses moyennes, ...).
- La LES sera utile pour comprendre les instationnarités de l'écoulement ainsi que certains désaccords entre les calculs RANS et les mesures expérimentales.

Plan du mémoire

Ce mémoire s'organise de la façon suivante :

- La première partie est consacrée au développement des équations utilisées pour la modélisation statistique de la turbulence (RANS) et pour la simulation des grandes échelles (LES). Les différents modèles de turbulence utilisés pour les calculs RANS ($k-\varepsilon$, multi-échelles, ASM) et le modèle de sous-maille (lagrangien dynamique) pour la LES sont présentés. Le problème du choix du schéma numérique pour la LES est ensuite soulevé et une série de tests sur un cas de turbulence homogène isotrope est effectuée afin de retenir une méthode numérique compatible avec l'approche LES.

- La seconde partie est consacrée à l'étude de problèmes génériques liés aux inverseurs de poussée à portes. Ainsi, deux cas-tests (marche descendante et conduite rectangulaire courbée) sur des configurations proches d'un inverseur de poussée au niveau des phénomènes physiques présents dans l'écoulement permettent de comparer les différents modèles de turbulence RANS. Les approches RANS et LES sont ensuite comparées pour des écoulements de couches de mélange turbulentes (plane et courbe).
- Dans la troisième partie, nous présentons les résultats des calculs RANS et LES de deux configurations d'inverseur de poussée à portes.
- En annexe, les méthodes numériques utilisées, le traitement des conditions aux limites et les aspects liés au calcul parallèle sont présentés.

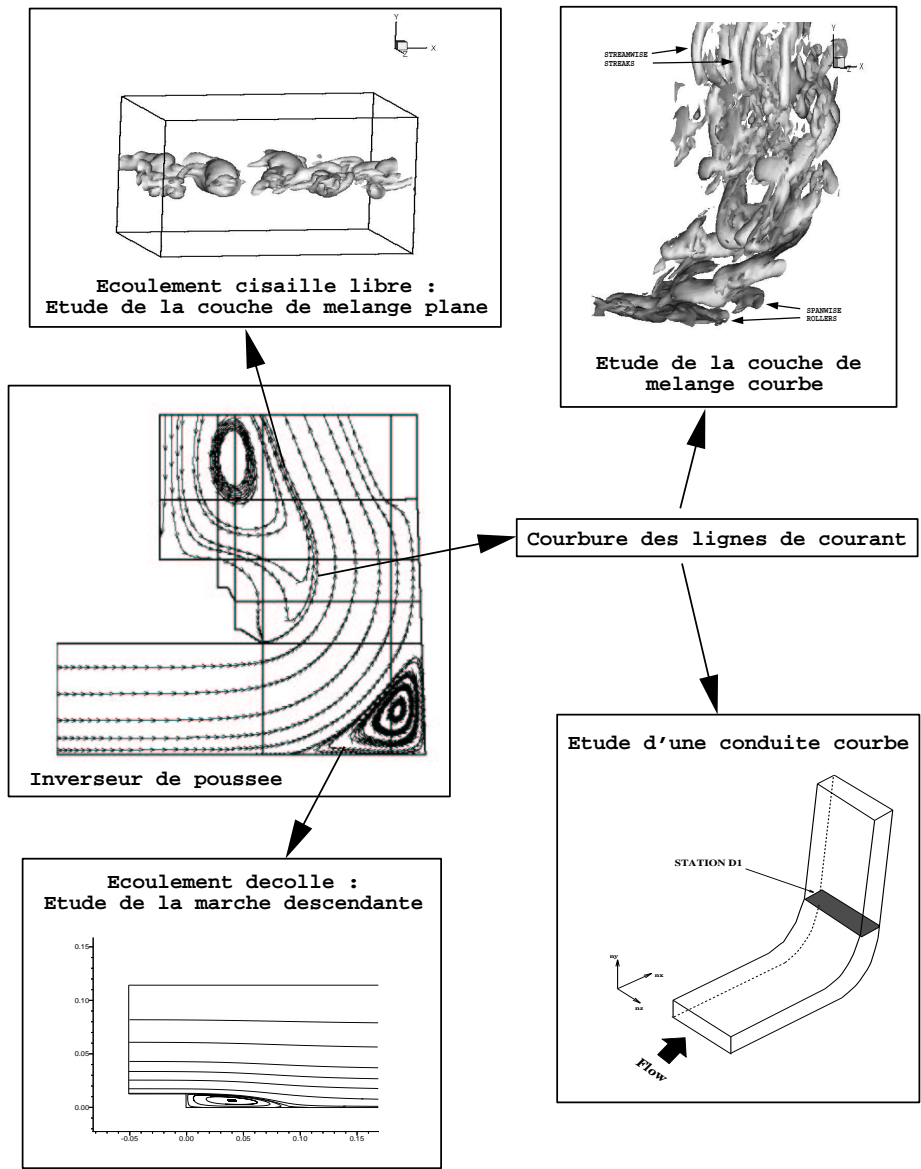


FIG. 4 – Etude de problèmes génériques liés aux inverseurs de poussée à portes.

Deuxième partie
Equations et modélisation

Chapitre 1

Modélisation statistique de la turbulence (RANS)

1.1 Equations de Navier-Stokes instantanées

Le point de départ de toute simulation numérique d'un écoulement repose sur la formulation préalable des principes fondamentaux de la mécanique et de la thermodynamique qui régissent son mouvement. Dans le cadre de la mécanique des fluides, les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie totale constituent ce que l'on appelle communément les équations de Navier-Stokes. Pour un écoulement de fluide visqueux, compressible, conducteur de la chaleur et pour lequel les forces de pesanteur sont négligeables, elles s'expriment sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho + \frac{\partial}{\partial x_j}\rho U_j = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho U_i + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_i U_j + p\delta_{ij}) = \frac{\partial}{\partial x_j}\sigma_{ij} \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho E_t + \frac{\partial}{\partial x_j}[U_j(\rho E_t + p)] = \frac{\partial}{\partial x_j}\sigma_{ij}U_i - \frac{\partial}{\partial x_j}q_j \quad (1.3)$$

où ρ est la masse volumique, p la pression statique, U_i la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur vitesse ($i \in \{1,2,3\}$), σ_{ij} le tenseur des contraintes visqueuses, E_t l'énergie totale par unité de masse, q_j le flux de chaleur et δ_{ij} le tenseur de Kronecker.

Dans ce système d'équations, l'énergie totale par unité de masse s'exprime à partir de l'énergie interne e et de l'énergie cinétique selon la relation :

$$E_t = e + \frac{1}{2}U_k U_k \quad (1.4)$$

Par ailleurs, le fluide étant supposé Newtonien, la loi de comportement donnant le tenseur des contraintes visqueuses prend la forme :

$$\sigma_{ij} = \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) \delta_{ij} \quad (1.5)$$

dans laquelle μ et λ sont reliés par l'hypothèse de Stokes :

$$3\lambda + 2\mu = 0$$

Selon la loi de conduction thermique de Fourier, le flux de chaleur de composante q_j s'exprime en fonction de la température comme :

$$q_j = -\lambda_c \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (1.6)$$

le coefficient de conductivité thermique λ_c s'exprimant en fonction de la viscosité dynamique à l'aide du nombre de Prandtl :

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda_c} = \gamma \frac{\mu c_v}{\lambda_c} \quad (1.7)$$

où c_p et c_v sont les chaleurs spécifiques à pression et à volume constants et $\gamma = c_p/c_v$. Notons que comme $e = c_v T$, le flux de chaleur peut encore s'exprimer sous la forme :

$$q_j = -\gamma \frac{\mu c_v}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j} = -\frac{\gamma \mu}{Pr} \frac{\partial e}{\partial x_j} \quad (1.8)$$

En ce qui concerne la viscosité dynamique, celle-ci est donnée, pour la gamme de température étudiée, par la loi de Sutherland :

$$\mu = \mu_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}} \left(\frac{1 + S/T_0}{1 + S/T} \right) \quad (1.9)$$

où $\mu_0 = 1.711 \cdot 10^{-5} Pl$ est la viscosité du fluide à la température de référence $T_0 = 273.15 K$ et S est une constante fixée pour l'air à 110.4 K.

À ce stade, le système requiert encore la connaissance d'une loi d'état afin de prendre en compte les variations de masse volumique et de pression liées aux variations de température. En considérant l'air comme un gaz parfait, on a pour ce dernier :

$$p = \rho r T = \rho(\gamma - 1)e \quad (1.10)$$

où r est relié aux chaleurs spécifiques par la relation de Meyer : $r = c_p - c_v$

1.2 Equations du mouvement moyen

En suivant l'approche statistique de fermeture en un point, il convient de décomposer le mouvement instantané en une partie moyenne et une partie fluctuante. Cette décomposition, introduite au niveau des variables d'écoulement avant de moyenniser les équations, s'effectue selon le formalisme de Favre. On utilise une moyenne pondérée par la masse $\tilde{\phi}$ obtenue en effectuant le rapport $\overline{\rho\phi}/\bar{\rho}$ et qui est appliquée à toutes les variables exceptées la masse volumique et la pression.

En un point M , on définit la moyenne temporelle d'une grandeur ϕ par :

$$\overline{\phi(M,t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} \phi(M,t) dt \quad (1.11)$$

Remarquons qu'il s'agit en fait d'une moyenne effectuée sur un intervalle de temps grand comparé aux échelles turbulentes. On obtient pour la moyenne au sens de Favre :

$$\tilde{\phi} = \bar{\phi} - \overline{\phi''} \quad \text{avec} \quad \overline{\phi''} = -\frac{\overline{\rho' \phi'}}{\bar{\rho}}$$

Et en posant alors $\tilde{\phi} = \phi - \phi''$, on arrive facilement aux égalités suivantes :

$$\overline{\rho \phi''} = 0, \quad \overline{\phi''} = 0 \quad \text{et} \quad \overline{\rho \phi''} = -\overline{\rho' \phi''} \quad (1.12)$$

Sous cette forme, on voit clairement que la moyenne de Favre permet d'occulter les corrélations faisant intervenir les fluctuations de masse volumique. Cette particularité permet d'ailleurs au formalisme de Favre de garder la forme conservative des équations instantanées.

On obtient ainsi successivement pour les équations (1.1) et (1.2) les formes suivantes :

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{\rho} + \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{\rho} \tilde{U}_j = 0 \quad (1.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{\rho} \tilde{U}_i + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{U}_i \tilde{U}_j + \bar{\rho} \tilde{u}_i'' \tilde{u}_j'' + \bar{p} \delta_{ij}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{\sigma}_{ij} \quad (1.14)$$

Quant à l'équation (1.3), il vient en introduisant l'enthalpie massique $h = c_p T$:

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{\rho} \tilde{E}_t + \frac{\partial}{\partial x_j} [\tilde{U}_j (\bar{\rho} \tilde{E}_t + \bar{p}) + \bar{\rho} \tilde{u}_j'' \tilde{h}'' + \frac{1}{2} \bar{\rho} \tilde{u}_j'' \tilde{u}_k'' \tilde{U}_k + \frac{1}{2} \bar{\rho} \tilde{u}_j'' \tilde{u}_k'' \tilde{u}_k''] = \bar{\sigma}_{ij} \tilde{U}_i - \bar{q}_j = 0 \quad (1.15)$$

La définition de l'énergie totale étant au passage modifiée selon :

$$\tilde{E}_t = \tilde{e} + \frac{1}{2} \tilde{U}_k \tilde{U}_k + \frac{1}{2} \tilde{u}_k'' \tilde{u}_k'' \quad (1.16)$$

où par définition, $k = \frac{1}{2} \tilde{u}_k'' \tilde{u}_k''$ représente l'énergie cinétique de turbulence par unité de masse.

Notons que nous avons du même coup pour l'équation d'état (1.10) la formulation moyennée :

$$\bar{p} = \bar{\rho} \tilde{T} = \bar{\rho} (\gamma - 1) \tilde{e} \quad (1.17)$$

A ce stade, même en négligeant la corrélation d'ordre trois $\tilde{u}_j'' \tilde{u}_k'' \tilde{u}_k''$ dans (1.15), des hypothèses restent nécessaires afin de modéliser les corrélations $-\bar{\rho} \tilde{u}_k'' \tilde{u}_k''$ et $-\bar{\rho} \tilde{u}_j'' \tilde{h}''$ qui sont apparues dans (1.14) et (1.15); les premières constituant les contraintes de Reynolds (flux turbulents de quantité de mouvement) et les secondes sont des flux turbulents de chaleur.

1.3 Modélisation des flux turbulents

La modélisation de ces termes inconnus constitue l'étape de fermeture dans l'approche statistique qui a été adoptée. Cette modélisation, lorsqu'elle s'effectue à partir du concept de viscosité tourbillonnaire du à Boussinesq, repose de manière générale sur une hypothèse de transport par gradient du type :

$$-\bar{\rho} \widetilde{u_i'' \phi''} = \frac{\mu_t}{\sigma_\phi} \frac{\partial \widetilde{\phi}}{\partial x_i} \quad (1.18)$$

En généralisant alors cette hypothèse à des écoulements où la divergence de vitesse n'est pas nulle, la relation tensoriellement correcte pour les contraintes de Reynolds est donnée par :

$$-\bar{\rho} \widetilde{u_i'' u_j''} = \mu_t \left(\frac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{U}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \widetilde{U}_l}{\partial x_l} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \bar{\rho} k \quad (1.19)$$

Dans cette relation, le terme sphérique $\frac{2}{3} \delta_{ij} \bar{\rho} k$ assure la cohérence physique de l'égalité tensorielle, il est assimilé à une pression turbulente due aux mouvements d'agitation. Le coefficient μ_t est la viscosité turbulente, représentative de l'activité tourbillonnaire.

Par suite, en supposant que les mécanismes de transfert turbulent de quantité de mouvement et de chaleur sont reliés, nous sommes conduit par (1.18) pour le flux de chaleur turbulent à l'égalité :

$$-\bar{\rho} \widetilde{u_i'' h''} = \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial \widetilde{h}}{\partial x_i} = \gamma \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial \widetilde{e}}{\partial x_i} \quad (1.20)$$

où Pr_t est un nombre de Prandtl turbulent fixé à 0.9.

A ce stade, les relations (1.19) et (1.20) assurent la détermination des flux turbulents par l'évaluation préalable du seul coefficient μ_t .

1.4 Récapitulatif

En exprimant les termes moyens de (1.15) qui n'apparaissent pas sous forme explicite, on a pour le flux de chaleur par analogie avec (1.6) :

$$\overline{q_j} = -\overline{\lambda_c \frac{\partial T}{\partial x_j}} = -\overline{\lambda_c} \frac{\partial \widetilde{T}}{\partial x_j} = -\gamma \frac{\bar{\mu}}{Pr} \frac{\partial \widetilde{e}}{\partial x_j} \quad (1.21)$$

ce qui suppose que les fluctuations de la viscosité cinématique sont négligeables. Nous aurons également, en négligeant le dernier terme en $\widetilde{S_{ij}'' u_i''}$:

$$\overline{\sigma_{ij} U_i} = \widetilde{\sigma}_{ij} \widetilde{U}_i + 2\bar{\mu} \widetilde{S_{ij}'' u_i''} \approx \widetilde{\sigma}_{ij} \widetilde{U}_i \quad \text{avec} \quad S_{ij}'' = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \widetilde{u_i''}}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{u_j''}}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \widetilde{u_k''}}{\partial x_k} \right)$$

Finalement, en supposant dans (1.14) et (1.15) que $\overline{\sigma_{ij}} \approx \widetilde{\sigma}_{ij}$, nous aurons pour la forme moyennée des équations de Navier-Stokes :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \bar{\rho} + \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{\rho} \widetilde{U}_j &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \bar{\rho} \widetilde{U}_i + \frac{\partial}{\partial x_j} [\bar{\rho} \widetilde{U}_i \widetilde{U}_j + p^* \delta_{ij} - (\widetilde{\sigma}_{ij} + \widetilde{r}_{ij})] &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \bar{\rho} \widetilde{E}_t + \frac{\partial}{\partial x_j} [(\bar{\rho} \widetilde{E}_t + p^*) \widetilde{U}_j - (\widetilde{\sigma}_{ij} + \widetilde{r}_{ij}) \widetilde{U}_i - \gamma \left(\frac{\bar{\mu}}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial \widetilde{e}}{\partial x_j}] &= 0 \end{aligned} \quad (1.22)$$

avec respectivement :

$$\widetilde{\sigma}_{ij} = \bar{\mu} \left(\frac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{U}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \widetilde{U}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad \text{et} \quad \widetilde{r}_{ij} = \mu_t \left(\frac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{U}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \widetilde{U}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (1.23)$$

et à laquelle il conviendra de rajouter la loi d'état donnée par (1.17).

Sous cette forme, ces équations retrouvent alors une écriture similaire aux équations instantanées, les flux de chaleur et de quantité de mouvement se décomposant en contributions laminaire et turbulente. Notons que cette analogie d'écriture fait apparaître également une pression effective p^* définie comme la somme de la pression hydrostatique p et de la contribution turbulente mesurée par $\frac{2}{3} \bar{\rho} k$. En conséquence, p^* sera considérée comme une variable non conservative associée à $\bar{\rho} \widetilde{E}_t$; l'expression de l'énergie totale moyenne se verra donc modifiée comme suit :

$$\bar{\rho} \widetilde{E}_t = \frac{p^*}{\gamma - 1} + \frac{\widetilde{U}_i \widetilde{U}_i}{2} + \bar{\rho} \Gamma k \quad \text{avec} \quad \Gamma = 1 - \frac{2}{3(\gamma - 1)} \quad \text{et} \quad p^* = p + \frac{2}{3} \bar{\rho} k \quad (1.24)$$

Il ne nous reste désormais plus qu'à déterminer les deux échelles turbulentes, à savoir k et son taux de dissipation ε , afin d'achever la fermeture du système (1.22).

1.5 Modèles de turbulence

1.5.1 Modèle $k - \varepsilon$

Ce modèle (Jones et Launder [1]) fait partie des modélisations s'appuyant sur le concept de viscosité tourbillonnaire de Boussinesq. Deux équations de transport permettent la détermination de k et de ε . Ces équations assurent la convection, la diffusion et la dissipation de l'énergie cinétique de turbulence k et de sa dissipation ε selon :

$$\frac{D(\cdot)}{Dt} = \text{Diffusion (visqueuse et turbulente)} + \text{Production} + \text{Dissipation}$$

où $\frac{D(\cdot)}{Dt} = \frac{\partial(\cdot)}{\partial t} + \frac{\partial(\cdot) \widetilde{U}_j}{\partial x_j}$ représente la dérivée particulière de la grandeur (\cdot) .

L'équation de transport de $k = \widetilde{u_i'' u_i''}/2$ s'obtient à partir de l'équation du tenseur des contraintes de Reynolds $-\bar{\rho} \widetilde{u_i'' u_j''}$ en contractant les indices i et j et en sommant sur les indices répétés. Ainsi, après modélisation de l'équation de transport de k , nous obtenons :

$$\frac{D(\bar{\rho}k)}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + P_k - \bar{\rho}\varepsilon \quad (1.25)$$

où la production par le mouvement moyen P_k s'exprime sous la forme :

$$P_k = -\bar{\rho} \widetilde{u_i'' u_j''} \frac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_j} \quad (1.26)$$

Les contraintes de Reynolds $-\bar{\rho} \widetilde{u_i'' u_j''}$ sont données par la relation de Boussinesq (1.19).

Par analogie, on obtient pour l'équation du taux de dissipation ε :

$$\frac{D(\bar{\rho}\varepsilon)}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} \bar{\rho} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (1.27)$$

A partir des équations précédentes et des quantités moyennes, l'analyse dimensionnelle conduit à :

$$\mu_t = \bar{\rho} C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (1.28)$$

Telles qu'elles se présentent, les équations (1.25) et (1.27) sont à priori valides dans une région où la turbulence est établie. La détermination des constantes du modèle $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$, σ_k , σ_ε et C_μ se fait donc à partir de considérations générales sur des écoulements simples vérifiant cette condition.

- On a ainsi $C_\mu = 0.09$ en considérant de manière asymptotique un équilibre énergétique local (production=Dissipation) dans une couche limite.

- Les coefficients σ_k et σ_ε qui jouent le rôle de nombres de Prandtl turbulent et dont la valeur se trouve de ce fait proche de un sont fixés à : $\sigma_k = 1.0$ et $\sigma_\varepsilon = 1.3$.

- La valeur de $C_{\varepsilon 2}$ est fixée à partir de la décroissance d'une turbulence de grille homogène et isotrope (Comte-Bellot *et al.* [2]) selon une loi de décroissance en puissance pour k . Hanjalic et Launder [3] dégagent ainsi la valeur moyenne $C_{\varepsilon 2} \approx 1.8$. Quant à $C_{\varepsilon 1}$, il vient en considérant la relation de compatibilité (cf. Wilcox [4]) :

$$\kappa^2 = \sqrt{C_\mu (C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1})} \sigma_\varepsilon$$

l'approximation $C_{\varepsilon 1} \approx 1.3$, où κ est la constante de von Kármán telle que : $\kappa = 0.41$.

Pour la suite, nous adoptons les valeurs $C_{\varepsilon 1} = 1.44$ et $C_{\varepsilon 2} = 1.92$.

Tel qu'il se présente, les effets d'anisotropie et de courbure sont absents du modèle $k - \varepsilon$. De plus, ce modèle n'est justifié que pour de grands nombres de Reynolds, loin par exemple des régions de proche paroi où la viscosité moléculaire devient prépondérante par rapport à la viscosité turbulente. Il est donc nécessaire de modéliser la décroissance de la turbulence près des parois.

1.5.2 Modélisation de proche paroi

Les modèles de turbulence ne sont applicables que dans des régions de turbulence pleinement développée et loin des couches limites. Un traitement spécial est donc nécessaire dans la région de proche paroi où la viscosité moléculaire domine. Différentes approches envisageables sont maintenant présentées.

Modélisation Bas-Reynolds

La modélisation Bas-Reynolds consiste à introduire des termes sources supplémentaires et des fonctions d'amortissement dans les équations (1.25) et (1.27). Cette approche présente l'avantage d'être la mieux adaptée à des écoulement complexes (couche limite décollée ...). Par contre, elle nécessite un nombre très important de mailles près des parois et implique donc un coût de calcul important.

Fonctions de paroi

Les méthodes de fonction de paroi sont utilisées en remplacement de la condition d'adhérence sur une paroi dans le but de réduire notablement le coût de calcul (taille mémoire et temps de calcul) puisqu'elles autorisent une discrétisation plus grossière près de la paroi. Toutefois, diverses limitations ou incertitudes demeurent sur leur domaine de validité. On admet que l'écoulement présente une zone où le profil de vitesse est logarithmique. Or, l'existence d'une zone logarithmique n'est établie que pour les écoulements où la turbulence est en équilibre avec l'écoulement moyen, ce qui implique que celui-ci varie suffisamment lentement. D'autre part, la zone logarithmique, lorsqu'elle existe, est limitée en étendue transversale et ceci implique un contrôle strict de la distance à la paroi du premier point de calcul.

Nous présentons maintenant la loi de paroi proposée par Launder et Spalding [5]. La composante de la vitesse moyenne parallèle à la paroi u^+ dans la région de turbulence pleinement développée est donnée par la loi logarithmique suivante :

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^+) \quad (1.29)$$

où $\kappa = 0.41$ est la constante de von Kármán et $E = 9$ la valeur appropriée pour une paroi lisse. Dans l'équation (1.29), u^+ et y^+ sont définis par :

$$u^+ = \frac{u C_\mu^{1/4} \sqrt{k}}{\tau_w / \rho} \quad ; \quad y^+ = \frac{\rho C_\mu^{1/4} \sqrt{k} y}{\mu} \quad (1.30)$$

Avec cette approche, les équations de transport pour les quantités turbulentes ne sont résolues que dans la région de turbulence pleinement développée et hors de la couche limite. Ceci est assuré en prenant la distance du centre de la première maille à la paroi dans la gamme $30 \leq y^+ \leq 300$. La production de l'énergie cinétique turbulente P_k et son taux de dissipation ε dans la maille adjacente à la paroi, qui sont les termes sources de

l'équation de k , sont calculées à partir d'une hypothèse d'équilibre local. D'après Launder et Spalding [5], on a :

$$P_k = \frac{\tau_w^2}{\rho \kappa C_\mu^{1/4} \sqrt{k} y} \quad ; \quad \varepsilon = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{\kappa y} \quad (1.31)$$

L'équation de ε n'est donc pas résolue dans la maille adjacente à la paroi.

Modélisation bi-couche

La modélisation bi-couche consiste à utiliser le modèle $k-\varepsilon$ dans la région de turbulence pleinement développée et hors de la couche limite, et le modèle de Wolfshtein [6] dans la région de proche paroi. La transition entre les deux modèles s'effectue donc dans la zone $30 \leq y^+ \leq 300$. Le modèle de Wolfshtein consiste en une équation de transport sur k semblable à celle du modèle $k-\varepsilon$ et en une fermeture algébrique pour ε et ν_t :

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{l_\varepsilon} \quad (1.32)$$

$$\nu_t = C_\mu k^{1/2} l_\mu \quad (1.33)$$

Ce sont l_ε et l_μ qui contiennent les fonctions d'amortissement nécessaires afin de prendre en compte la paroi :

$$l_\varepsilon = C_l y (1 - e^{-R_y/A_\varepsilon}) \quad (1.34)$$

$$l_\mu = C_l y (1 - e^{-R_y/A_\mu}) \quad (1.35)$$

où y représente la distance à la paroi et $R_y = k^{1/2} y / \nu$ le Reynolds turbulent.

Les constantes sont données par Chen et Patel [7] :

$$A_\varepsilon = 2C_l \quad ; \quad A_\mu = 70 \quad ; \quad C_l = \kappa C_\mu^{-3/4} \quad ; \quad C_\mu = 0.09 \quad (1.36)$$

Les valeurs des constantes sont différentes du modèle de Wolfshtein original, notamment pour C_μ . Le choix de Chen et Patel (mais aussi de Kim [8]) est de prendre un C_μ cohérent avec le modèle $k-\varepsilon$ afin de lisser les variables turbulentes à l'interface entre les deux modèles.

1.5.3 Le modèle $k-\varepsilon$ multi-échelles

Concept et idée de base

L'objectif de la modélisation multi-échelles [8, 9, 10] est de mieux prendre en compte les mécanismes de transfert énergétiques entre les différentes structures de la turbulence qui existent au sein du spectre de l'énergie.

L'idée de base des modèles à échelles multiples s'appuie sur un découpage du spectre d'énergie $E(\kappa)$ en zones distinctes (ici κ est le nombre d'onde). Ces zones sont le lieu privilégié de processus physiques bien différents. D'une manière simplifiée, l'équation spectrale de $E(\kappa)$ s'écrit de la façon suivante :

$$\frac{dE(\kappa)}{dt} = P(\kappa) + T(\kappa) - 2\nu\kappa^2 E(\kappa) \quad (1.37)$$

Cette équation représente le bilan entre la variation temporelle $\frac{dE(\kappa)}{dt}$, la production $P(\kappa)$, le transfert d'énergie $T(\kappa)$ et la dissipation $2\nu\kappa^2 E(\kappa)$. L'allure du spectre et les contributions de ces différents termes sont représentées schématiquement sur la figure (1.1) pour le spectre en équilibre d'une turbulence homogène isotrope. Dans chacune de ces zones, on définit des grandeurs partielles : l'énergie cinétique k_p , la dissipation ε , la production P et les flux de transferts spectraux ε_t et ε_p .

Modèle à deux échelles

Dans le cas des modèles à deux échelles, le spectre de l'énergie est divisé en deux régions dans lesquelles les zones de production, de transfert et de dissipation sont bornées par les nombres d'ondes de coupures κ_1 et κ_2 .

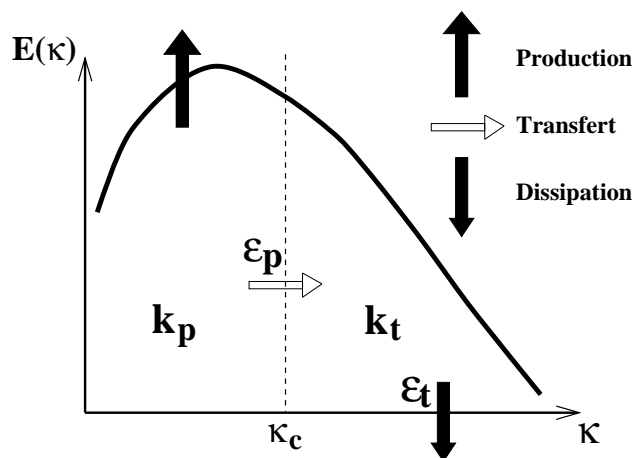


FIG. 1.1 – Schéma de base - découpage du spectre en deux zones.

L'énergie de la turbulence des grandes échelles est noté k_p , celle correspondant aux petites échelles k_t , le transfert des grandes vers les petites échelles se fait par l'intermédiaire de ε_p . La dissipation est égale à ε_t . Les deux échelles d'énergie cinétique turbulente sont alors k_p et k_t .

Parmi les modèles proposés dans la littérature, nous avons choisi d'utiliser le modèle à deux échelles développé par Kim et Chen [8, 11, 12].

Après modélisation, Kim et Chen proposent le système d'équations suivant :

▷ Equation de transport de l'énergie de la turbulence des grandes échelles

$$\frac{D(\bar{\rho}k_p)}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k_p}} \right) \frac{\partial k_p}{\partial x_j} \right) + P_k - \bar{\rho}\varepsilon_p \quad (1.38)$$

▷ Equation de transport de l'énergie de la turbulence des petites échelles

$$\frac{D(\bar{\rho}k_t)}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k_t}} \right) \frac{\partial k_t}{\partial x_j} \right) + \bar{\rho}\varepsilon_p - \bar{\rho}\varepsilon_t \quad (1.39)$$

▷ Equation de transport du transfert spectral de l'énergie turbulente des grandes structures vers les petites structures

$$\frac{D(\bar{\rho}\varepsilon_p)}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\varepsilon_p}} \right) \frac{\partial \varepsilon_p}{\partial x_j} \right) + C_{p1}\bar{\rho}\frac{P_k^2}{k_p} + C_{p2}\bar{\rho}\frac{P_k\varepsilon_p}{k_p} - C_{p3}\bar{\rho}\frac{\varepsilon_p^2}{k_p} \quad (1.40)$$

▷ Equation de transport de la dissipation

$$\frac{D(\bar{\rho}\varepsilon_t)}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\varepsilon_t}} \right) \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial x_j} \right) + C_{t1}\bar{\rho}\frac{\varepsilon_p^2}{k_t} + C_{t2}\bar{\rho}\frac{\varepsilon_p\varepsilon_t}{k_t} - C_{t3}\bar{\rho}\frac{\varepsilon_t^2}{k_t} \quad (1.41)$$

Avec :

$$P_k = -\bar{\rho}\widetilde{u_i u_j} \frac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_j}$$

Après comparaisons avec des résultats expérimentaux et une optimisation numérique, Kim et Chen proposent les valeurs suivantes :

$$\sigma_{k_p} = \sigma_{k_t} = 0.75, \quad \sigma_{\varepsilon_p} = \sigma_{\varepsilon_t} = 1.15$$

$$C_{p1} = 0.21, \quad C_{p2} = 1.24 \quad C_{p3} = 1.84 \quad (1.42)$$

$$C_{t1} = 0.21, \quad C_{t2} = 1.24 \quad C_{t3} = 1.84 \quad (1.43)$$

L'un des intérêts de ce modèle est la façon dont est définie la viscosité turbulente. Celle-ci est donnée par :

$$\mu_t = C_\mu \bar{\rho} \frac{k^2}{\varepsilon_p} \quad (1.44)$$

où $k = k_p + k_t$.

Son originalité réside dans la prise en compte du terme de transfert d'énergie des grandes vers les petites échelles (plutôt que le terme de dissipation). Ainsi on peut écrire μ_t de manière différente :

$$\mu_t = C_\mu \bar{\rho} \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_p} \frac{k^2}{\varepsilon_t} = F(\varepsilon_t, \varepsilon_p) \bar{\rho} \frac{k^2}{\varepsilon_t} \quad (1.45)$$

Lorsque la turbulence est en état d'équilibre, la fonction F est égale à C_μ . On est alors dans le cadre d'un formalisme identique aux fermetures mono-échelle. Dans le cas d'une turbulence hors-équilibre, par exemple lorsque le transfert d'énergie des grandes vers les petites structures est plus important que la dissipation, alors μ_t diminue, ce qui se traduit par une diminution de la production de la turbulence. Dans le cas inverse, ce terme permet d'accroître l'importance de la production de la turbulence. Cette décomposition spectrale consiste en fait à créer un C_μ variable afin de ramener la turbulence vers un état d'équilibre [13].

1.5.4 Les modèles algébriques anisotropes

Tel qu'il a été présenté dans le paragraphe (1.5.1), le modèle $k - \varepsilon$ représente pour les calculs RANS le meilleur compromis pour décrire une grande variété d'écoulements turbulents. Cette capacité est sans doute à l'origine de sa grande popularité. Néanmoins, pour ce type de modèle, la forme donnée aux contraintes de Reynolds par l'hypothèse de Boussinesq ne permet pas d'appréhender les phénomènes anisotropes de la turbulence, ce qui limite sévèrement la précision des résultats dans les zones où ces phénomènes deviennent prépondérants. En analysant plus en détail la relation (1.19), il apparaît que la forme donnée aux tensions de Reynolds par l'hypothèse de Boussinesq :

$$\widetilde{u_i'' u_j''} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} = \underbrace{2C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}}_{\text{forte dépendance scalaire en } k \text{ et } \varepsilon} \underbrace{\left(S_{ij} - \frac{1}{3} S_{kk} \delta_{ij} \right)}_{\text{linéarité en } S_{ij}} \quad (1.46)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{U}_j}{\partial x_i} \right)$$

rend leur comportement :

- soit trop dépendant de celui du scalaire k par la présence du terme $\frac{k^2}{\varepsilon}$ dans (1.19) et (1.28), d'où l'introduction possible à ce niveau d'une contribution anisotrope pouvant corriger spatialement cette dépendance (voir les modèles ASM);
- soit trop aligné sur celui des déformations moyennes, d'où l'ajout possible dans (1.19) de termes quadratiques (voire d'ordre plus élevé) jouant le rôle de termes déviateurs (voir les modèles $k - \varepsilon$ non linéaires);

Quel que soit le critère choisi, une modification de l'équation (1.46) sera nécessaire afin de prendre en compte toute forme d'anisotropie de la turbulence.

Nous allons maintenant examiner comment les différentes formulations algébriques abordées tentent de répondre, soit partiellement, soit de manière globale, à ces deux critères.

Formulations non-linéaires

Dans ce type de formulation, l'hypothèse de Boussinesq est modifiée selon le deuxième critère, en supposant que le tenseur de Reynolds n'est pas nécessairement aligné avec le

taux de déformation moyen. Dans ce cas, la relation entre les contraintes turbulentes et les déformations moyennes ne peut plus être de type Newtonien.

Cette hypothèse de non-alignement entre les contraintes turbulentes et les déformations moyennes fut initialement utilisée par Saffman [14], [15]. Ce modèle, testé avec succès sur des écoulements simples [15], présente la particularité, comme tous les modèles de ce type, de privilégier certaines directions de l'écoulement du fait de l'alignement des axes principaux du tenseur de déviation ($\tau_{ij} - \frac{2}{3}k\delta_{ij}$) et du tenseur moyen de déformation, imposé par l'égalité de Boussinesq. Ce qui amène Saffman à postuler :

▷ qu'un tel modèle n'est pas apte à décrire des écoulements présentant de fortes courbures des lignes de courant ou de soudaines accélérations au niveau du champ moyen de vitesse.

▷ que la relation de Boussinesq représente en fait les premiers termes d'un développement en série plus général de relations fonctionnelles entre les contraintes de Reynolds et les gradients du champ de vitesse moyen.

Par la suite, Speziale [16] proposa une relation algébrique de fermeture similaire afin de prendre en compte les effets dus à l'anisotropie. Ce modèle, obtenu à partir d'un développement asymptotique des contraintes de Reynolds, satisfait par ailleurs les trois critères de consistance suivants :

▷ De façon similaire au modèle de Saffman [15] l'expression reste invariante par changement de coordonnées.

▷ Les contraintes obtenues satisfont la formulation faible des conditions de réalisabilité définies par Lumley [17] assurant la positivité de k .

▷ Le modèle reste indifférent au référentiel utilisé dans la limite d'une turbulence bi-dimensionnelle.

Parallèlement aux travaux de Speziale, Yoshizawa [18] proposa quant à lui une formulation statistique des contraintes turbulentes dans laquelle le tenseur de Reynolds est déterminé à partir d'une approximation d'interaction directe développée par Kraichnan [19]. Ce modèle est conçu pour remédier de manière théorique au non-alignement fréquemment observé au sein d'écoulements cisailés dissymétriques entre les directions principales des contraintes de Reynolds et les déformations moyennes.

Modélisations d'ordre supérieur

Partant de considérations différentes, Rodi [20] proposa une formulation algébrique des contraintes de Reynolds (Algebraic Stress Model) directement issue de leur modélisation au second ordre.

Le point de départ est l'équation générale de transport des contraintes de Reynolds telle que la donnent Launder-Reece-Rodi [21].

En ce qui concerne la mise en oeuvre numérique de ce type de modèle, celle-ci nécessite toujours un programme de calcul en deux étapes :

▷ un module Navier-Stokes couplé à un modèle $k - \varepsilon$ permet de déterminer le champ de vitesse moyen ainsi que les deux échelles turbulentes scalaires k et ε ;

▷ un module résout ensuite le système algébrique des tensions de Reynolds assimilable à un système non-linéaire présentant autant d'inconnues que d'équations.

Par ailleurs, toutes les corrélations qui apparaissent dans les équations moyennées sont cette fois directement identifiées.

Telles qu'elles se présentent, les équations algébriques sont non-linéaires. Pour certaines configurations d'écoulement, une attention particulière doit être portée au modèle afin d'éviter que les contraintes normales ne prennent des valeurs négatives non physiques ou non-réalisables. Par ailleurs, il faut noter que, du fait de leur non-linéarité, ces modèles peuvent se révéler très instables, ce qui, comme le soulignent Speziale, Sarkar et Gatski [22], associé au conditionnement qu'ils subissent en vue de rester physiquement cohérents, les rend numériquement très raides.

Les approches tensorielles

On peut considérer les approches tensorielles comme une généralisation des formulations précédentes puisqu'elles reposent sur une hypothèse de viscosité effective beaucoup plus large qu'au sens de Boussinesq et que la formulation non-linéaire qui en résulte fait appel, dans certains cas, à des modélisations ASM existantes.

L'analyse dimensionnelle sur laquelle s'appuie la méthode repose sur l'hypothèse initiale de Lumley [23] selon laquelle : le champ de vitesse moyen ainsi que les valeurs prises par les fluctuations de vitesse aux frontières d'un écoulement suffisent pour déterminer les tensions de Reynolds; les conditions limites ne servant au plus qu'à fixer le niveau des échelles de temps et d'espace liées à l'écoulement.

De manière pratique, cette méthode consiste à rechercher de manière systématique les quantités concernées par la modélisation puis à établir une relation tensorielle polynômiale entre ces grandeurs.

Dans le cas des écoulements homogènes, sur lesquels repose la validité de l'hypothèse de viscosité apparente, les contraintes de Reynolds ne sont fonction que du taux moyen de déformation et des échelles scalaires adoptées. Deux échelles (de vitesse et de temps) sont suffisantes pour établir une relation entre les contraintes de Reynolds et le taux moyen de déformation. Comme ces deux paramètres d'échelles doivent être indépendants du champ moyen de vitesse (non invariant par transformation Galiléenne), le choix se porte le plus généralement sur les échelles scalaires turbulentes k et ε . La relation tensorielle pour les contraintes de Reynolds s'exprime donc comme une fonction de k , ε , des gradients de vitesse et de tous les invariants tensoriels indépendants liés à ces gradients.

Suite aux travaux de Lumley [23], la recherche d'une relation tensorielle fut envisagée de manière plus systématique par Pope [24] à partir du modèle ASM de Launder-Reece-Rodi [21] pour des écoulements bi-dimensionnels. La méthode a été par la suite généralisée à des modèles ASM plus variés pour des écoulements tridimensionnels en référentiel non-inertiel par Gatski et Speziale [25]. Les modèles ASM s'exprimant, par cette approche,

de manière explicite en fonction des gradients moyens de vitesses, Gatski et Speziale adoptent pour la relation tensorielle qui en résulte, le nom de modèle ASM explicite en soulignant l'intérêt d'une telle forme : numériquement moins raide et s'orientant vers des solutions physiquement réalisables.

S'appuyant sur les travaux antérieurs de Lumley [23], Shih, Zhu et Lumley [26] ont développé par une approche plus générale une relation tensorielle beaucoup plus étendue. Leur approche, moins restrictive que la précédente car ne reposant pas sur des modélisations existantes, suppose néanmoins de manière similaire que le tenseur des contraintes de Reynolds s'exprime sous la forme d'une fonctionnelle ne dépendant que des gradients de vitesse moyens et des échelles locales de la turbulence.

L'adaptation des formulations (incompressibles pour la plupart) aux écoulements compressibles a été systématiquement envisagée par l'introduction de la moyenne de Favre et du terme de divergence lorsque sa présence ne faisait aucun doute (respect des formes contractées).

La simplicité de la mise en oeuvre numérique de ces deux derniers modèles et leur plus grande stabilité numérique nous conduisent à les étudier plus en détail.

Formalisme tensoriel

Loyau [27] propose un formalisme tensoriel identique pour les modélisations non-linéaires et tensorielles.

Pour toutes ces formulations anisotropes, les contraintes de Reynolds, apparaissant explicitement dans les équations de quantité de mouvement ainsi que dans la formulation exacte du terme de production de k , sont alors identifiées à l'aide d'une relation de fermeture du type :

$$\begin{aligned}
 -\bar{\rho} \widetilde{u_i'' u_j''} + \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij} &= A_{w1} (S_{ij} - \frac{1}{3} S_{kk} \delta_{ij}) \\
 &+ A_{w2} (S_{ik} W_{kj} - W_{ik} S_{kj}) \\
 &+ A_{w3} (S_{ik} S_{kj} - \frac{1}{3} S_{lk} S_{kl} \delta_{ij}) \\
 &+ A_{w4} (W_{ik} W_{kj} - \frac{1}{3} W_{lk} W_{kl} \delta_{ij})
 \end{aligned} \tag{1.47}$$

Avec :

$$A_{w1} = \alpha_1 \bar{\rho} \frac{k^2}{\varepsilon} \quad ; \quad A_{w2} = \alpha_2 \bar{\rho} \frac{k^3}{\varepsilon^2} \quad ; \quad A_{w3} = \alpha_3 \bar{\rho} \frac{k^3}{\varepsilon^2} \quad ; \quad A_{w4} = \alpha_4 \bar{\rho} \frac{k^3}{\varepsilon^2} \quad ;$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{U}_j}{\partial x_i} \right) \quad ; \quad W_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \widetilde{U}_j}{\partial x_i} \right)$$

On conserve au niveau des autres corrélations l'hypothèse de transport par gradient simple faisant intervenir une viscosité tourbillonnaire μ_t :

$$\widetilde{u_i'' \phi''} = -\frac{\mu_t}{\bar{\rho} \sigma_\phi} \frac{\partial \widetilde{\phi}}{\partial x_i} \quad ; \quad \mu_t = \bar{\rho} C_\mu^* \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{1.48}$$

Avec $C_\mu^* = C_\mu = 0.09$ pour la majorité des modèles, excepté pour le modèle de Shih-Zhu-Lumley pour lequel :

$$\mu_t = \frac{A_{w1}}{2} = \bar{\rho} \frac{\alpha_1 k^2}{2 \varepsilon} \quad \text{avec} \quad \alpha_1 = f(\eta, \xi) \quad (1.49)$$

α_1 étant fonction des invariants tensoriels de dilatation η et de rotation ξ :

$$\eta = \frac{k}{\varepsilon} (S_{ij} S_{ij})^{\frac{1}{2}} \quad ; \quad \xi = \frac{k}{\varepsilon} (W_{ij} W_{ij})^{\frac{1}{2}}$$

La formulation générique (1.47) étant établie, nous avons par suite pour chacun des modèles suivants :

- *k - \varepsilon standard* [1]

D'après l'hypothèse de Boussinesq :

$$-\bar{\rho} \widetilde{u''_i u''_j} + \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij} = \bar{\rho} C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{U}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \widetilde{U}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right)$$

D'où l'on tire en accord avec (1.47) :

$$-\bar{\rho} \widetilde{u''_i u''_j} + \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij} = A_{w1} \left(S_{ij} - \frac{1}{3} S_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (1.50)$$

avec :

$$\begin{cases} \alpha_1 = 2C_\mu & ; & \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0 \\ A_{w1} = 2\mu_t & ; & A_{w2} = A_{w3} = A_{w4} = 0 \end{cases} \quad (1.51)$$

- *ASM (Gatski - Speziale)* [25]

Nous obtenons pour ce modèle en accord avec (1.47) :

$$\begin{aligned} -\bar{\rho} \widetilde{u''_i u''_j} + \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij} &= A_{w1} (S_{ij} - \frac{1}{3} S_{kk} \delta_{ij}) + A_{w2} (S_{ik} W_{kj} - W_{ik} S_{kj}) \\ &+ A_{w3} (S_{ik} S_{kj} - \frac{1}{3} S_{lk} S_{kl} \delta_{ij}) \end{aligned} \quad (1.52)$$

avec :

$$\begin{cases} \alpha_1 = g\beta_1 A & ; & \alpha_2 = g^2 \beta_1 \beta_2 A & ; & \alpha_3 = -2g^2 \beta_1 \beta_3 A & ; & \alpha_4 = 0 \\ A_{w1} = (g\beta_1 A) \bar{\rho} \frac{k^2}{\varepsilon} & ; & A_{w2} = (g^2 \beta_1 \beta_2 A) \bar{\rho} \frac{k^3}{\varepsilon^2} & ; & A_{w3} = -2(g^2 \beta_1 \beta_3 A) \bar{\rho} \frac{k^3}{\varepsilon^2} & ; & A_{w4} = 0 \end{cases}$$

et :

$$\beta_1 = \left(\frac{4}{3} - C_2\right) \quad ; \quad \beta_2 = \frac{1}{2}(2 - C_4) \quad ; \quad \beta_3 = \frac{1}{2}(2 - C_3)$$

$$A = \frac{3 \left[1 + \left(g \frac{k}{\varepsilon} \beta_3 \eta\right)^2\right]}{3 + \left(g \frac{k}{\varepsilon} \beta_3 \eta\right)^2 + 6 \left(g \frac{k}{\varepsilon} \beta_3 \eta\right)^2 \left(g \frac{k}{\varepsilon} \beta_2 \xi\right)^2 + 6 \left(g \frac{k}{\varepsilon} \beta_2 \xi\right)^2}$$

$$C_1 = 6.8 \quad ; \quad C_2 = 0.36 \quad ; \quad C_3 = 1.25 \quad ; \quad C_4 = 0.4 \quad ; \quad g = 0.233$$

• ASM (Shih – Zhu – Lumley) [26]

En accord avec (1.47), nous avons :

$$\begin{aligned} -\bar{\rho} \widetilde{u_i'' u_j''} + \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij} &= A_{w1} (S_{ij} - \frac{1}{3} S_{kk} \delta_{ij}) + A_{w2} (S_{ik} W_{kj} - W_{ik} S_{kj}) \\ &+ A_{w3} (S_{ik} S_{kj} - \frac{1}{3} S_{lk} S_{kl} \delta_{ij}) \\ &+ A_{w4} (W_{ik} W_{kj} - \frac{1}{3} W_{lk} W_{kl} \delta_{ij}) \end{aligned} \quad (1.53)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 = \frac{4}{3} A \quad ; \quad \alpha_2 = \frac{15}{A_2 + 2\sqrt{2}\eta^3} \quad ; \quad \alpha_3 = \frac{-3}{A_2 + 2\sqrt{2}\eta^3} \quad ; \quad \alpha_4 = \frac{19}{A_2 + 2\sqrt{2}\eta^3} \\ A_{w1} = \frac{4}{3} A \bar{\rho} \frac{k^2}{\varepsilon} \quad ; \quad A_{w2} = \alpha_2 \bar{\rho} \frac{k^3}{\varepsilon^2} \quad ; \quad A_{w3} = \alpha_3 \bar{\rho} \frac{k^3}{\varepsilon^2} \quad ; \quad A_{w4} = \alpha_4 \bar{\rho} \frac{k^3}{\varepsilon^2} \end{array} \right.$$

et :

$$A = \frac{1}{A_1 + \sqrt{2}\eta + \alpha\sqrt{2}\xi} \quad ; \quad A_1 = 1.25 \quad ; \quad A_2 = 1000. \quad ; \quad \alpha = 0.9$$

Les différents modèles décrits dans ce paragraphe ont été implémentés dans deux codes de calcul RANS (bidimensionnel et tridimensionnel) et utilisés pour la simulation numérique d'écoulements turbulents complexes.

Chapitre 2

Simulations des grandes échelles (LES)

2.1 L'opérateur de filtrage

Pour séparer les grandes des petites structures, la LES utilise une opération de filtrage. Le filtrage d'une variable f (notée \bar{f}) est défini par :

$$\bar{f}(x) = \int_D f(x')G(x,x')dx' \quad (2.1)$$

où D est le domaine entier et G la fonction filtre. La fonction filtre détermine la taille des échelles résolues. Il est facile de montrer que si G est fonction seulement de $(x - x')$, les opérations de dérivation et de filtrage commutent (Leonard [28]).

Trois types de filtres peuvent être utilisés. Ils ont comme propriétés communes d'être simples, symétriques et de posséder une même taille caractéristique Δ .

- Le filtre porte consiste en un moyennage local du signal. Il est défini dans l'espace physique par :

$$G(x) = \begin{cases} 1/\Delta & \text{si } |x| \leq \Delta/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- Le filtre gaussien correspond de même à un moyennage local mais avec une pondération liée à la distance du point considéré. Il a une forme identique dans l'espace physique et spectral, sans oscillations négatives. Il est défini dans l'espace physique par :

$$G(x) = \sqrt{\frac{6}{\pi\Delta^2}} \exp\left(-\frac{6x^2}{\Delta^2}\right)$$

- Le filtre passe-bas (ou cut-off) défini dans l'espace spectral permet de supprimer toute fluctuation à partir d'un nombre d'onde donné. Ce filtre supprime toute interaction entre grandes et petites structures, contrairement aux deux autres filtres précédents. Il est défini dans l'espace spectral par :

$$\hat{G}(k) = \begin{cases} 1 & \text{si } k \leq \pi/\Delta \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Ces trois filtres et leur transformée de Fourier sont montrés sur la figure (2.1). La figure (2.2) montre l'effet des différents filtres sur le spectre d'une turbulence homogène isotrope.

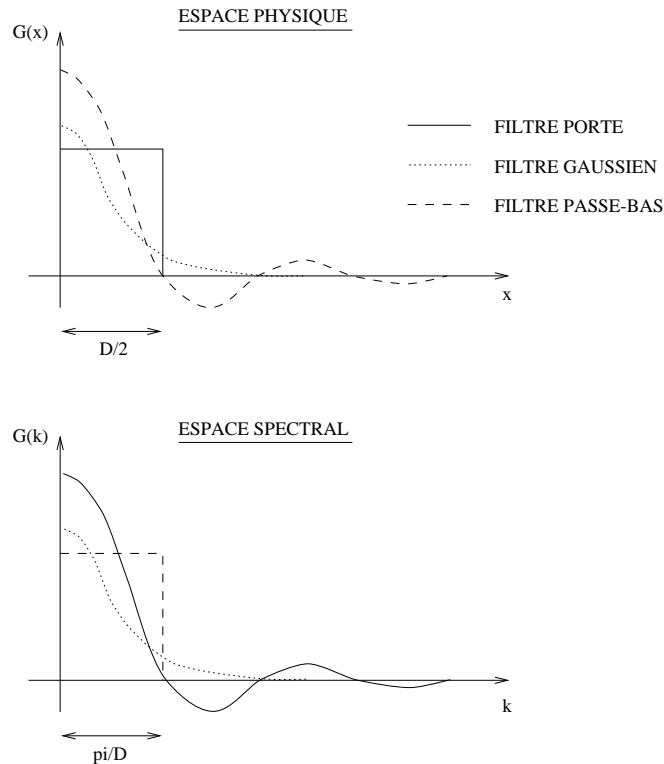


FIG. 2.1 – Opérateurs de filtrage.

Vreman *et al.* [29] ont défini de manière théorique les conditions de consistance mathématique du tenseur de Reynolds de sous-maille. Il s'avère qu'elles sont obtenues uniquement si la fonction filtre est définie positive. Or, le filtre passe-bas ne l'est pas, contrairement aux filtres porte et gaussien. Dans ce travail, nous utiliserons le filtre porte.

Les filtres mono-dimensionnels présentés ci-dessus sont appliqués successivement selon les trois directions de l'espace sans pour autant utiliser une même taille selon une direction ou une autre. C'est pourquoi il faut définir la taille caractéristique du filtre global tri-dimensionnel. La définition utilisée par Germano *et al.* [30] est employée :

$$\Delta^3 = \Delta_1 \Delta_2 \Delta_3 \quad (2.2)$$

La notion de filtre et son couplage avec la méthode numérique reste un point délicat en LES. On trouvera dans les travaux de Ghosal [31, 32] des éléments de réflexion. Dans la suite, nous utiliserons filtre et méthode numérique de manière directe, tout en gardant à l'esprit les problèmes posés par l'utilisation conjointe d'opérations de filtrage et de maillages non-uniformes.

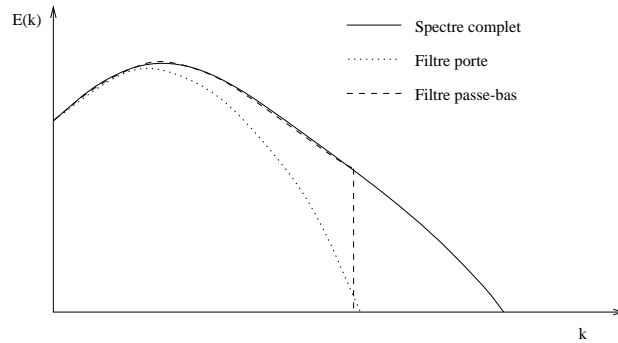


FIG. 2.2 – Filtrage du spectre d'une turbulence homogène isotrope.

2.2 Les équations de Navier-Stokes filtrées

Considérons les équations de Navier-Stokes instantanées pour un écoulement compressible :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i)}{\partial x_i} &= 0 \\
 \frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i U_j)}{\partial x_j} &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \\
 \frac{\partial \rho e}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i e)}{\partial x_i} &= -p \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \sigma_{ij} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda_c \frac{\partial T}{\partial x_i} \right)
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

où σ_{ij} est le tenseur des contraintes visqueuses, donné par :

$$\sigma_{ij} = \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \tag{2.4}$$

En appliquant l'opérateur de filtrage de l'équation (2.1) aux équations de Navier-Stokes (2.3), nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho U}_i)}{\partial x_i} &= 0 \\
 \frac{\partial \bar{\rho U}_i}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho U}_i U_j)}{\partial x_j} &= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} \\
 \frac{\partial \bar{\rho e}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho U}_i e)}{\partial x_i} &= -\bar{p} \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \bar{\sigma}_{ij} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda_c \frac{\partial T}{\partial x_i} \right)
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Les équations filtrées pour un fluide compressible sont plus simples lorsqu'on utilise le filtrage au sens de Favre. On évite ainsi l'introduction de termes de sous-maille dans l'équation de continuité. Le filtrage au sens de Favre est défini par :

$$\tilde{f} = \frac{\bar{\rho f}}{\bar{\rho}} \tag{2.6}$$

Avec : $\overline{\rho U_i} = \overline{\rho \widetilde{U}_i}$, $\overline{\rho U_i U_j} = \overline{\rho \widetilde{U}_i \widetilde{U}_j}$ et $\overline{\rho U_i e} = \overline{\rho \widetilde{U}_i e}$.

Le tenseur des contraintes $\overline{\rho U_i U_j}$ et le flux de chaleur $\overline{\rho U_i e}$ sont décomposés en une partie résolue et une partie de sous-maille qui nécessitera une modélisation :

$$\overline{\rho U_i U_j} = \underbrace{\overline{\rho \widetilde{U}_i \widetilde{U}_j}}_{\text{Partie résolue}} + \underbrace{\overline{\rho (U_i U_j - \widetilde{U}_i \widetilde{U}_j)}}_{\tau_{ij}} \quad (2.7)$$

$$\overline{\rho U_i e} = \underbrace{\overline{\rho \widetilde{U}_i \widetilde{e}}}_{\text{Partie résolue}} + \underbrace{\overline{\rho (U_i e - \widetilde{U}_i \widetilde{e})}}_{q_i} \quad (2.8)$$

où τ_{ij} et q_i sont respectivement le tenseur des contraintes de sous-maille et le vecteur du flux de chaleur de sous-maille.

L'équation d'état filtrée d'un gaz parfait s'écrit :

$$\overline{p} = R \overline{\rho T} = \overline{\rho R T} \quad (2.9)$$

Plusieurs modèles de fermeture pour le tenseur des contraintes de sous-maille τ_{ij} et le flux de chaleur de sous-maille q_i seront présentés dans le paragraphe suivant. D'autres termes doivent cependant être explicités. Il s'agit des termes visqueux dans l'équation de la quantité de mouvement et de l'énergie, et des termes de pression-dilatation et de conduction dans l'équation de l'énergie. Nous utilisons pour ces termes les mêmes approximations que Erlebacher *et al.* [33] et Moin *et al.* [34].

La première hypothèse consiste à écrire $\overline{\sigma_{ij}} \approx \overline{\widetilde{\sigma}_{ij}}$. Dans la mesure où $\overline{\sigma_{ij}} \ll \tau_{ij}$, cette hypothèse est facilement justifiée.

Pour le terme de pression-dilatation, nous avons :

$$\begin{aligned} \overline{p \frac{\partial U_i}{\partial x_i}} &= \overline{\rho R T \frac{\partial U_i}{\partial x_i}} = \overline{\rho R T} \frac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_i} \\ &= \overline{\rho R \widetilde{T}} \frac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_i} + \overline{\rho R} \underbrace{\left[T \frac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_i} - \widetilde{T} \frac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_i} \right]}_{\text{négligé}} \end{aligned} \quad (2.10)$$

La contribution aux petites échelles entre crochets est négligée. Ceci est justifié par le fait que la fluctuation du nombre de Mach aux petites échelles reste faible, d'où une dilatation aux petites échelles négligeable. Des approximations similaires ont été effectuées pour les termes $\overline{\sigma_{ij} \frac{\partial U_j}{\partial x_i}}$ et $\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda_c \frac{\partial T}{\partial x_i} \right)$.

Nous obtenons donc les équations de Navier-Stokes filtrées (au sens de Favre) suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{p}}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{\rho \widetilde{U}_i})}{\partial x_i} &= 0 \\ \frac{\partial \overline{\rho \widetilde{U}_i}}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{\rho \widetilde{U}_i \widetilde{U}_j})}{\partial x_j} &= -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\widetilde{\sigma}_{ij}}}{\partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \\ \frac{\partial \overline{\rho \widetilde{e}}}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{\rho \widetilde{U}_i \widetilde{e}})}{\partial x_i} &= -\overline{p} \frac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_i} + \overline{\widetilde{\sigma}_{ij}} \frac{\partial \widetilde{U}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\widetilde{\lambda}_c \frac{\partial \widetilde{T}}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Notons que le tenseur des contraintes visqueuses filtré $\tilde{\sigma}_{ij}$ est défini comme :

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \mu \left(\frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial \tilde{U}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (2.12)$$

avec μ donné par la loi de Sutherland pour l'air :

$$\mu = \mu(\tilde{T}) = \mu_0 \sqrt{\frac{\tilde{T}}{T_0}} \left(\frac{1 + S/T_0}{1 + S/\tilde{T}} \right) \quad (2.13)$$

$$\mu_0 = 1.711 \cdot 10^{-5} Pl \quad , \quad T_0 = 273.15 K \quad , \quad S = 110.4 K$$

Il peut être utile d'écrire l'équation de l'énergie sous sa forme conservative en utilisant l'énergie totale :

$$E_t = e + \frac{1}{2} U_i U_i \quad (2.14)$$

Notons au passage que \tilde{E}_t représente l'énergie totale résolue, différente de l'énergie totale filtrée :

$$\tilde{E}_t = \tilde{e} + \frac{1}{2} \tilde{U}_i \tilde{U}_i \quad (2.15)$$

Avec les approximations utilisées précédemment, nous obtenons l'équation suivante pour l'énergie totale [35] :

$$\frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{E}_t}{\partial t} + \frac{\partial (\tilde{U}_j (\tilde{\rho} \tilde{E}_t + \tilde{p}))}{\partial x_j} = \frac{\partial (\tilde{U}_i \tilde{\sigma}_{ij})}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\tilde{\lambda}_c \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} - \tilde{U}_i \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.16)$$

Des fermetures doivent être proposées pour τ_{ij} et q_i .

2.3 Modélisation de sous-maille

2.3.1 Modèle de Smagorinsky

Le premier modèle de sous-maille a été proposé par Smagorinsky [36] pour un fluide incompressible. Il consiste à écrire une relation linéaire entre la partie anisotropique du tenseur des contraintes de sous-maille τ_{ij} et le tenseur du taux de déformation des échelles résolues. En l'étendant au cas compressible, nous obtenons :

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} = -2C_s \tilde{\rho} \Delta^2 |\tilde{S}| (\tilde{S}_{ij} - \frac{1}{3} \tilde{S}_{kk} \delta_{ij}) \quad (2.17)$$

où τ_{kk} est la partie isotrope du tenseur des contraintes de sous-maille.

Le tenseur du taux de déformation des échelles résolues est donné par :

$$\widetilde{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{U}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.18)$$

et :

$$|\widetilde{S}| = \left(2\widetilde{S}_{ij}\widetilde{S}_{ij} \right)^{1/2} \quad (2.19)$$

On note $\mu_t = \bar{\rho} C_s \Delta^2 |\widetilde{S}|$ la viscosité turbulente de sous-maille.

Tous les termes de l'équation (2.17) sont calculables à partir du champ résolu. Seul le paramètre C_s doit être déterminé. Dans le modèle initial, le coefficient est fixé à partir de calculs analytiques. La valeur de $C_s \approx 0.1$ est le plus souvent utilisée [37]. Mais l'expérience montre qu'il est nécessaire d'ajuster le coefficient C_s en fonction de la géométrie et des conditions initiales de l'écoulement. Ces ajustements détériorent le caractère plus universel de la LES par rapport à la modélisation statistique de la turbulence (RANS). Une solution alternative, et plus satisfaisante, consiste à utiliser une approche dynamique déterminant C_s en fonction des échelles résolues. Cette approche est décrite dans le paragraphe suivant.

Pour les écoulements incompressibles, le terme τ_{kk} est absorbé dans le terme de pression de l'équation de quantité de mouvement ($p^* = p + \frac{1}{3}\tau_{kk}$) et ne nécessite pas de modélisation. Par contre, pour les écoulements compressibles, nous utilisons dans cette étude l'expression proposée par Yoshizawa [38] :

$$\tau_{kk} = 2C_I \bar{\rho} \Delta^2 |\widetilde{S}|^2 \quad (2.20)$$

Nous sommes alors confrontés au problème de la détermination de C_I . Il peut soit être fixé ($C_I \approx 0.005$ d'après Moin *et al.* [34]), soit être calculé dynamiquement à partir des échelles résolues (voir paragraphe suivant).

La fermeture globale du tenseur des contraintes de sous maille s'écrit :

$$\tau_{ij} = -2C_s \bar{\rho} \Delta^2 |\widetilde{S}| \left(\widetilde{S}_{ij} - \frac{1}{3} \widetilde{S}_{kk} \delta_{ij} \right) + \frac{2}{3} C_I \bar{\rho} \Delta^2 |\widetilde{S}|^2 \delta_{ij} \quad (2.21)$$

Pour fermer l'équation de l'énergie, le flux de chaleur de sous-maille q_i doit être modélisé. Nous appliquons le modèle de viscosité turbulente :

$$\begin{aligned} q_i &= -\frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial \widetilde{T}}{\partial x_i} \\ &= -\frac{C_s \bar{\rho} \Delta^2 |\widetilde{S}|}{Pr_t} \frac{\partial \widetilde{T}}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Le coefficient C_s a déjà été déterminé. Pr_t est le nombre de Prandtl turbulent de sous-maille. Nous supposons dans cette étude que Pr_t est constant et égal à 0.9, contrairement à Moin *et al.* [34] qui calculent Pr_t dynamiquement.

2.3.2 Approche dynamique de la LES

L'objectif de cette approche est de tirer profit de la connaissance des échelles résolues pour modéliser les phénomènes dissipatifs s'organisant dans la sous-maille et donc inconnus. Ainsi, les paramètres du modèle C_s et C_I (équation (2.21)) sont déterminés à partir des échelles résolues, et non plus fixés comme précédemment. Le principe de base est relativement simple (figure (2.3)). Il fait intervenir une deuxième coupure du spectre, dans la partie résolue, à un niveau "test". Il est alors possible de calculer explicitement le flux d'énergie au niveau "test" et d'en déduire les coefficients dynamiques C_s et C_I permettant d'évacuer ce flux au niveau de la sous-maille.

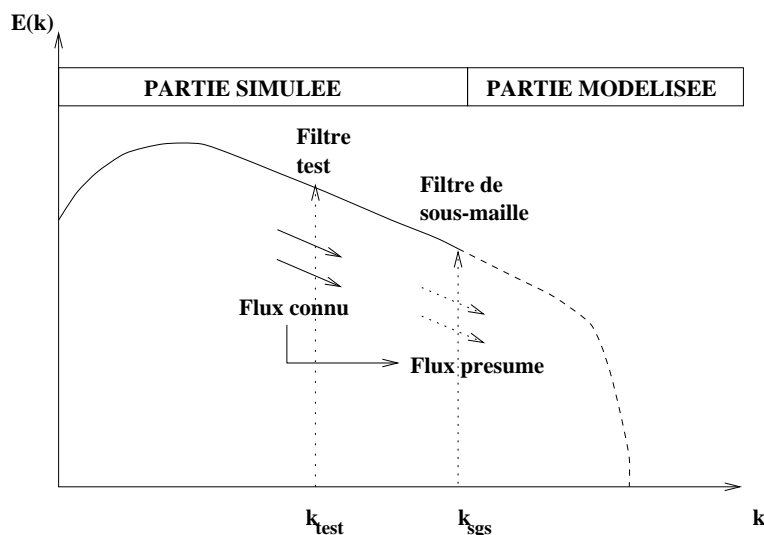


FIG. 2.3 – Schéma de principe de l'approche dynamique de la LES.

Les coefficients du modèle sont calculés et fonction des variables instantanées de l'écoulement, d'où une certaine universalité des modèles dynamiques. Ils ne nécessitent en effet plus d'ajustements pour des situations d'écoulements différents. Notons également que pour les modèles dynamiques les plus complexes, les coefficients dépendent non seulement du temps, mais également de l'espace; c'est-à-dire qu'au sein d'un même écoulement, à un instant donné, les coefficients dynamiques vont varier en fonction des variables locales de l'écoulement. Le modèle prend en compte l'aspect instationnaire de l'écoulement, mais aussi la diversité des situations rencontrées au sein d'un même écoulement. Cette propriété est particulièrement intéressante pour des écoulements non homogènes, qui constituent la majeure partie des écoulements complexes.

L'élément clé du modèle dynamique réside dans l'introduction d'un filtre "test" plus grand que le filtre de sous-maille. On note $\widehat{(\cdot)}$ l'opération de filtrage au niveau test et $\widehat{\Delta}$ la taille du filtre test. Nous choisissons dans cette étude un rapport entre les filtres test et de sous-maille $\alpha = \widehat{\Delta}/\Delta$ égal à 2. Plusieurs études ont montré la relativement faible sensibilité des résultats à ce paramètre [30] [34].

Le premier modèle de sous-maille dynamique a été développé par Germano *et al.* [30] pour un fluide incompressible. Une généralisation au cas compressible a ensuite été proposée par Moin *et al.* [34]. Nous présentons ici cette version du modèle.

Le tenseur des contraintes de sous-maille peut se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}\tau_{ij} &= \overline{\rho}(\widetilde{U}_i\widetilde{U}_j - \widetilde{U}_i\widetilde{U}_j) \\ &= \overline{\rho U_i U_j} - \left(\frac{\overline{\rho U_i} \overline{\rho U_j}}{\overline{\rho}} \right)\end{aligned}\quad (2.23)$$

Par analogie avec τ_{ij} , le tenseur des contraintes filtré au niveau test T_{ij} est défini par :

$$T_{ij} = \widehat{\overline{\rho U_i U_j}} - \left(\frac{\widehat{\overline{\rho U_i}} \widehat{\overline{\rho U_j}}}{\widehat{\overline{\rho}}} \right)\quad (2.24)$$

Notons au passage que le filtre test est toujours appliqué sur le champ résolu (noté $\overline{(\cdot)}$). Les quantités filtrées au niveau test peuvent être obtenues à partir du champ calculé. Le tenseur de Léonard (entièrement résolu) s'exprime à partir des relations (2.23) et (2.24) :

$$\begin{aligned}L_{ij} &= T_{ij} - \widehat{\tau}_{ij} \\ &= \left(\frac{\widehat{\overline{\rho U_i}} \widehat{\overline{\rho U_j}}}{\widehat{\overline{\rho}}} \right) - \frac{\widehat{\overline{\rho U_i}} \widehat{\overline{\rho U_j}}}{\widehat{\overline{\rho}}} \\ &= \left(\widehat{\overline{\rho U_i U_j}} \right) - \frac{\widehat{\overline{\rho U_i}} \widehat{\overline{\rho U_j}}}{\widehat{\overline{\rho}}}\end{aligned}\quad (2.25)$$

On peut par ailleurs exprimer le tenseur des contraintes au niveau test T_{ij} par analogie directe avec les modèles utilisés pour fermer τ_{ij} (équations (2.17) et (2.20)) :

$$T_{ij} - \frac{1}{3}T_{kk}\delta_{ij} = -2C_s\widehat{\overline{\rho}}\widehat{\Delta}^2|\widehat{\overline{S}}|(\widehat{\overline{S}}_{ij} - \frac{1}{3}\widehat{\overline{S}}_{kk}\delta_{ij})\quad (2.26)$$

$$T_{kk} = 2C_I\widehat{\overline{\rho}}\widehat{\Delta}^2|\widehat{\overline{S}}|^2\quad (2.27)$$

A partir de l'expression du tenseur de Léonard (équation (2.25)) et des deux relations précédentes, nous obtenons facilement :

$$\begin{aligned}\underbrace{L_{ij} - \frac{1}{3}L_{kk}\delta_{ij}}_{L_{ij}^{C_s}} &= C_s \underbrace{\left[-2\widehat{\overline{\rho}}\widehat{\Delta}^2|\widehat{\overline{S}}|(\widehat{\overline{S}}_{ij} - \frac{1}{3}\widehat{\overline{S}}_{kk}\delta_{ij}) + 2\Delta^2 \left((\overline{\rho}|\widehat{\overline{S}}|\widehat{\overline{S}}_{ij}) - \frac{1}{3}(\overline{\rho}|\widehat{\overline{S}}|\widehat{\overline{S}}_{kk})\delta_{ij} \right) \right]}_{\mathcal{M}_{ij}^{C_s}} \\ L_{kk} &= C_I \underbrace{\left[2\widehat{\overline{\rho}}\widehat{\Delta}^2|\widehat{\overline{S}}|^2 - 2\Delta^2(\overline{\rho}|\widehat{\overline{S}}|^2) \right]}_{\mathcal{M}_{kk}^{C_I}}\end{aligned}$$

Soit sous forme compacte :

$$L_{ij}^{C_s} = C_s \mathcal{M}_{ij}^{C_s} \quad (2.28)$$

$$L_{kk} = C_I \mathcal{M}_{kk}^{C_I} \quad (2.29)$$

Ces deux relations permettent de déterminer les coefficients C_s et C_I mais la première présente cependant un caractère surdéterminé (six relations pour une constante). Plusieurs méthodes ont été développées afin d'obtenir C_s . Nous présentons ci-après la méthode de Germano *et al.* [30] modifiée par Lilly [39] et la méthode de Meneveau *et al.* [40]. Ces méthodes consistent à réduire l'erreur sur le calcul du coefficient C_s .

Modèle de Germano modifié par Lilly [39]

Lors du calcul de C_s , le résidu E_{ij} de la relation (2.28) s'écrit :

$$E_{ij} = L_{ij}^{C_s} - C_s \mathcal{M}_{ij}^{C_s} \quad (2.30)$$

et la somme des carrés :

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= E_{ij} E_{ij} \\ &= L_{ij}^{C_s} L_{ij}^{C_s} - 2C_s L_{ij}^{C_s} \mathcal{M}_{ij}^{C_s} + C_s^2 \mathcal{M}_{ij}^{C_s} \mathcal{M}_{ij}^{C_s} \end{aligned} \quad (2.31)$$

La solution proposée par Germano *et al.*, et ensuite modifiée par Lilly, consiste à trouver C_s tel que :

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial C_s} = 0 \quad (2.32)$$

Il peut être démontré [39] que $\partial^2 \mathcal{E} / \partial C_s^2 > 0$ et donc, si on impose la condition (2.32), le coefficient C_s correspond au minimum de l'erreur \mathcal{E} . On a donc :

$$C_s = \frac{L_{ij}^{C_s} \mathcal{M}_{ij}^{C_s}}{\mathcal{M}_{ij}^{C_s} \mathcal{M}_{ij}^{C_s}} \quad (2.33)$$

En utilisant cette méthode, le risque d'obtenir $\mathcal{M}_{ij}^{C_s} \mathcal{M}_{ij}^{C_s} = 0$ est très faible car il faudrait que toutes les composantes du tenseur $\mathcal{M}_{ij}^{C_s}$ soient nulles, et même dans ce cas, la présence de $\mathcal{M}_{ij}^{C_s}$ au numérateur implique que le coefficient C_s soit égal à zéro. Néanmoins, certains points isolés de l'écoulement restent indéterminés et il s'avère nécessaire d'effectuer une moyenne dans les directions homogènes de l'écoulement. On note $\langle \cdot \rangle_H$ cette opération. Le coefficient dynamique s'exprime donc finalement de la façon suivante :

$$C_s = \frac{\langle L_{ij}^{C_s} \mathcal{M}_{ij}^{C_s} \rangle_H}{\langle \mathcal{M}_{ij}^{C_s} \mathcal{M}_{ij}^{C_s} \rangle_H} \quad (2.34)$$

Pour la détermination de C_I , nous obtenons à partir de la relation (2.29) :

$$C_I = \frac{\langle L_{kk} \rangle_H}{\langle \mathcal{M}_{kk}^{C_I} \rangle_H} \quad (2.35)$$

En absence de directions homogènes, comme dans un inverseur de poussée, une autre méthode doit être proposée.

Modèle lagrangien de Meneveau *et al.* [40]

Cette méthode présente l'avantage par rapport à la précédente d'éviter le risque d'obtenir des coefficients indéterminés. Il n'est donc plus nécessaire d'effectuer une opération de moyenne le long des directions homogènes de l'écoulement. Ce modèle présente donc un caractère encore plus général que le précédent, dans la mesure où l'on peut traiter des écoulements complexes sans aucune direction homogène. Les coefficients dynamiques du modèle vont être fonction du temps et en plus dépendre des propriétés locales de l'écoulement.

Afin de minimiser l'erreur \mathcal{E} (équation (2.31)) sur le calcul du coefficient C_s , ce modèle utilise une méthode lagrangienne consistant à effectuer une moyenne le long des trajectoires des particules fluides (et non plus le long des directions homogènes de l'écoulement). Une pondération temporelle est associée à l'opération de moyenne le long de ces trajectoires. Cette pondération temporelle permet de minimiser l'importance de l'histoire de la particule au fur et à mesure de son éloignement dans le passé (figure (2.4)).

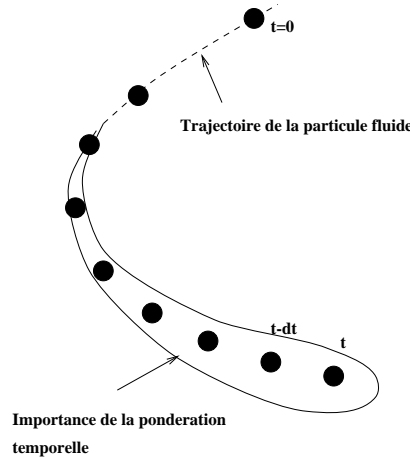


FIG. 2.4 – Pondération temporelle (méthode de Meneveau *et al.*).

Considérons une particule située à une position x à l'instant t . Sa trajectoire aux temps précédents $t' < t$ est donné par :

$$z(t') = x - \int_{t'}^t \bar{U} [z(t''), t''] dt'' \quad (2.36)$$

où \bar{U} représente le vecteur vitesse.

En terme de description lagrangienne de l'erreur à minimiser (équation (2.30)), nous avons :

$$E_{ij}(z,t') = L_{ij}^{C_s}(z,t') - C_s(z,t')\mathcal{M}_{ij}^{C_s}(z,t') \quad (2.37)$$

A ce niveau, une simplification a été introduite. On considère que la variation du coefficient dynamique C_s est négligeable durant le temps caractéristique de la fonction de pondération :

$$C_s(z,t') \approx C_s(x,t) \quad (2.38)$$

L'équation (2.37) s'écrit donc :

$$E_{ij}(z,t') = L_{ij}^{C_s}(z,t') - C_s(x,t)\mathcal{M}_{ij}^{C_s}(z,t') \quad (2.39)$$

Le coefficient dynamique $C_s(x,t)$ du modèle utilisé au temps t et à la position x est déterminé en minimisant l'erreur sur la trajectoire de la particule fluide. En d'autres termes, nous utilisons des informations antérieures le long de la trajectoire de la particule pour déterminer la valeur actuelle du coefficient. L'erreur totale à minimiser est définie comme la somme le long de la trajectoire des erreurs locales au carré (équation (2.39)) :

$$\mathcal{E}(t) = \int_{-\infty}^t E_{ij}(z,t')E_{ij}(z,t')W(t-t')dt' \quad (2.40)$$

où $W(t-t')$ est la fonction de pondération temporelle discutée précédemment. L'erreur totale est minimisée en imposant :

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial C_s} = \int_{-\infty}^t 2E_{ij} \frac{\partial E_{ij}}{\partial C_s} W(t-t')dt' = 0 \quad (2.41)$$

Nous obtenons donc la solution pour C_s :

$$C_s(x,t) = \frac{\mathcal{I}_{LM}(x,t)}{\mathcal{I}_{MM}(x,t)} \quad (2.42)$$

avec :

$$\mathcal{I}_{LM}(x,t) = \int_{-\infty}^t L_{ij}^{C_s}(z,t')\mathcal{M}_{ij}^{C_s}(z,t')W(t-t')dt' \quad (2.43)$$

$$\mathcal{I}_{MM}(x,t) = \int_{-\infty}^t \mathcal{M}_{ij}^{C_s}(z,t')\mathcal{M}_{ij}^{C_s}(z,t')W(t-t')dt' \quad (2.44)$$

On choisit :

$$W(t - t') = T^{-1} e^{-(t-t')/T} \quad (2.45)$$

où T est un temps caractéristique à déterminer.

La fonction $W(t - t')$ peut être quelconque; elle définit simplement l'étendue de la zone sur laquelle on choisit de minimiser l'erreur. Bien que plusieurs fonctions soient possibles, une forme exponentielle permet d'écrire \mathcal{I}_{LM} et \mathcal{I}_{MM} comme la solution d'une équation de transport :

$$\frac{D\mathcal{I}_{LM}}{Dt} = \frac{\partial\mathcal{I}_{LM}}{\partial t} + \bar{U} \cdot \nabla \mathcal{I}_{LM} = \frac{1}{T} (L_{ij}^{C_s} \mathcal{M}_{ij}^{C_s} - \mathcal{I}_{LM}) \quad (2.46)$$

$$\frac{D\mathcal{I}_{MM}}{Dt} = \frac{\partial\mathcal{I}_{MM}}{\partial t} + \bar{U} \cdot \nabla \mathcal{I}_{MM} = \frac{1}{T} (\mathcal{M}_{ij}^{C_s} \mathcal{M}_{ij}^{C_s} - \mathcal{I}_{MM}) \quad (2.47)$$

Il est plus naturel de résoudre ces deux équations de transport que d'intégrer de manière régressive dans le temps les équations (2.43) et (2.44). Meneveau *et al.* [40] proposent une méthode numérique très simple pour résoudre ces équations :

$$\frac{\mathcal{I}_{LM}^{n+1}(x) - \mathcal{I}_{LM}^n(x - \bar{U}^n \delta t)}{\delta t} = \frac{1}{T^n} \left([L_{ij}^{C_s} \mathcal{M}_{ij}^{C_s}]^{n+1}(x) - \mathcal{I}_{LM}^{n+1}(x) \right) \quad (2.48)$$

L'équation (2.47) sera traitée de la même manière. Les positions x sont coincidentes avec les points de maillage de la simulation. La valeur de \mathcal{I}_{LM}^n à l'instant précédent et à la position précédente ($x - \bar{U}^n \delta t$) peut être obtenue par interpolation multilinéaire. Finalement, nous obtenons :

$$\mathcal{I}_{LM}^{n+1}(x) = H \left(\mathcal{V} [L_{ij}^{C_s} \mathcal{M}_{ij}^{C_s}]^{n+1}(x) + (1 - \mathcal{V}) \mathcal{I}_{LM}^n(x - \bar{U}^n \delta t) \right) \quad (2.49)$$

$$\mathcal{I}_{MM}^{n+1}(x) = \left(\mathcal{V} [\mathcal{M}_{ij}^{C_s} \mathcal{M}_{ij}^{C_s}]^{n+1}(x) + (1 - \mathcal{V}) \mathcal{I}_{MM}^n(x - \bar{U}^n \delta t) \right) \quad (2.50)$$

où

$$\mathcal{V} = \frac{\delta t / T^n}{1 + \delta t / T^n} \quad (2.51)$$

$$T^n = 1.5 \Delta (\mathcal{I}_{LM}^n \mathcal{I}_{MM}^n)^{-1/8} \quad (2.52)$$

Plusieurs choix sont possibles pour déterminer le temps caractéristique T^n . Le choix (2.52) semble le plus approprié et a été retenu.

$H(x)$ est une fonction permettant d'éviter les solutions complexes : $H(x) = x$ si $x > 0$, $H(x) = 0$ sinon.

Résumé

$$L_{ij}^{C_s} = (\widehat{\rho\widetilde{U}_i\widetilde{U}_j}) - \frac{\widehat{\rho\widetilde{U}_i}\widehat{\rho\widetilde{U}_j}}{\widehat{\rho}} - \frac{1}{3} \left((\widehat{\rho\widetilde{U}_k\widetilde{U}_k}) - \frac{\widehat{\rho\widetilde{U}_k}\widehat{\rho\widetilde{U}_k}}{\widehat{\rho}} \right) \quad (2.53)$$

$$\mathcal{M}_{ij}^{C_s} = \left[-2\widehat{\rho}\widehat{\Delta}^2|\widehat{S}|(\widehat{S}_{ij} - \frac{1}{3}\widehat{S}_{kk}\delta_{ij}) + 2\Delta^2 \left((\widehat{\rho}|\widehat{S}|\widehat{S}_{ij}) - \frac{1}{3}(\widehat{\rho}|\widehat{S}|\widehat{S}_{kk})\delta_{ij} \right) \right] \quad (2.54)$$

$$L_{kk} = (\widehat{\rho\widetilde{U}_k\widetilde{U}_k}) - \frac{\widehat{\rho\widetilde{U}_k}\widehat{\rho\widetilde{U}_k}}{\widehat{\rho}} \quad (2.55)$$

$$\mathcal{M}_{kk}^{C_I} = \left[2\widehat{\rho}\widehat{\Delta}^2|\widehat{S}|^2 - 2\Delta^2(\widehat{\rho}|\widehat{S}|^2) \right] \quad (2.56)$$

Modèle de Germano modifiée par Lilly :

$$C_s = \frac{\langle L_{ij}^{C_s} \mathcal{M}_{ij}^{C_s} \rangle_H}{\langle \mathcal{M}_{ij}^{C_s} \mathcal{M}_{ij}^{C_s} \rangle_H} \quad (2.57)$$

$$C_I = \frac{\langle L_{kk} \rangle_H}{\langle \mathcal{M}_{kk}^{C_I} \rangle_H} \quad (2.58)$$

Modèle de Meneveau *et al.* :

$$C_s^{n+1}(x) = \frac{\mathcal{I}_{LM}^{n+1}(x)}{\mathcal{I}_{MM}^{n+1}(x)} \quad (2.59)$$

$$C_I^{n+1}(x) = \frac{\mathcal{I}_L^{n+1}(x)}{\mathcal{I}_M^{n+1}(x)} \quad (2.60)$$

$$\mathcal{I}_{LM}^{n+1}(x) = H \left(\mathcal{V} [L_{ij}^{C_s} \mathcal{M}_{ij}^{C_s}]^{n+1}(x) + (1 - \mathcal{V}) \mathcal{I}_{LM}^n(x - \overline{U}^n \delta t) \right) \quad (2.61)$$

$$\mathcal{I}_{MM}^{n+1}(x) = \left(\mathcal{V} [\mathcal{M}_{ij}^{C_s} \mathcal{M}_{ij}^{C_s}]^{n+1}(x) + (1 - \mathcal{V}) \mathcal{I}_{MM}^n(x - \overline{U}^n \delta t) \right) \quad (2.62)$$

$$\mathcal{I}_L^{n+1}(x) = H \left(\mathcal{V} [L_{kk}]^{n+1}(x) + (1 - \mathcal{V}) \mathcal{I}_L^n(x - \overline{U}^n \delta t) \right) \quad (2.63)$$

$$\mathcal{I}_M^{n+1}(x) = \left(\mathcal{V} [\mathcal{M}_{kk}^{C_I}]^{n+1}(x) + (1 - \mathcal{V}) \mathcal{I}_M^n(x - \overline{U}^n \delta t) \right) \quad (2.64)$$

$$\mathcal{V} = \frac{\delta t / T^n}{1 + \delta t / T^n} \quad , \quad T^n = 1.5 \Delta (\mathcal{I}_{LM}^n \mathcal{I}_{MM}^n)^{-1/8} \quad (2.65)$$

$$H(x) = x \quad , \quad x > 0 \quad ; \quad H(x) = 0 \quad \text{sinon} \quad (2.66)$$

2.4 Choix d'un schéma numérique pour la LES

2.4.1 Introduction

Plusieurs études sur les erreurs numériques en LES [32, 31, 41] ont montré l'importance du choix du schéma numérique. La dissipation numérique due au schéma peut entrer en compétition avec la contribution du modèle de sous-maille et affecter considérablement la précision des résultats. Il est donc nécessaire d'évaluer l'effet de la dissipation numérique du schéma que nous allons utiliser pour les calculs LES. De plus, l'objectif étant de simuler des écoulements compressibles comprenant des gradients de pression importants, le schéma numérique retenu pour les termes convectifs doit être suffisamment robuste, afin de ne pas osciller au voisinage des discontinuités. Plusieurs schémas numériques répondent à ce critère (voir les tests du tube à choc en annexe A) : les schémas TVD (Total Variation Diminishing) précis au second ordre et souvent utilisés pour les calculs RANS, ou des schémas d'ordre plus élevés (ENO, WENO). Dans tous les cas, il est nécessaire de prouver que le schéma numérique répond bien aux impératifs de la LES en terme de dissipation numérique. Pour cela, en préliminaire, nous calculons un cas relativement simple de turbulence homogène isotrope pour lequel nous possédons des résultats de simulation directe (DNS).

On s'attachera également à montrer que les erreurs numériques générées par la discrétisation des termes visqueux sont compatibles avec les besoins de la LES.

Les différents schémas utilisés sont décrits en annexe A. Ils sont résumés dans le tableau (2.1).

| Nom | Méthode | Termes convectifs | Termes visqueux | Intégration temporelle |
|-------|---------------------|------------------------|-------------------------------|------------------------|
| ROE2 | Roe [42] | | | |
| MAC2 | Mac-Cormack [43] | 2nd ordre | 2nd ordre centré | 2nd ordre |
| SW2 | Steger-Warming [44] | | | |
| HY2 | Harten-Yee [45] | | | |
| WENO3 | WENO [46] | 3 ^{ème} ordre | 4 ^{ème} ordre centré | 3 ^{ème} ordre |
| WENO5 | WENO [46] | 5 ^{ème} ordre | 4 ^{ème} ordre centré | 3 ^{ème} ordre |
| DNS | PADE [47] | 6 ^{ème} ordre | 6 ^{ème} ordre | 3 ^{ème} ordre |

TAB. 2.1 – Méthodes numériques utilisées.

2.4.2 Turbulence homogène isotrope 2D

Pour étudier l'impact de la dissipation numérique sur le mouvement des grandes échelles de la turbulence, nous simulons en premier lieu une turbulence homogène isotrope bi-dimensionnelle avec les différents schémas numériques du tableau (2.1). Le champ de vitesse turbulent initial est généré à partir d'un spectre de Passot-Pouquet. La procédure pour générer le champ de vitesse à partir des paramètres spectraux de la turbulence a été

initialement développée par Rogallo [48]. Notons que dans son mémoire de thèse, Réveillon [37, 49] en fait un rappel détaillé.

Le spectre de Passot-Pouquet a pour propriété de contenir essentiellement des grandes structures, comme on peut le constater sur le spectre initial (figure (2.5) à gauche) et sur le champ de vorticité initial (figure (2.5)   droite).

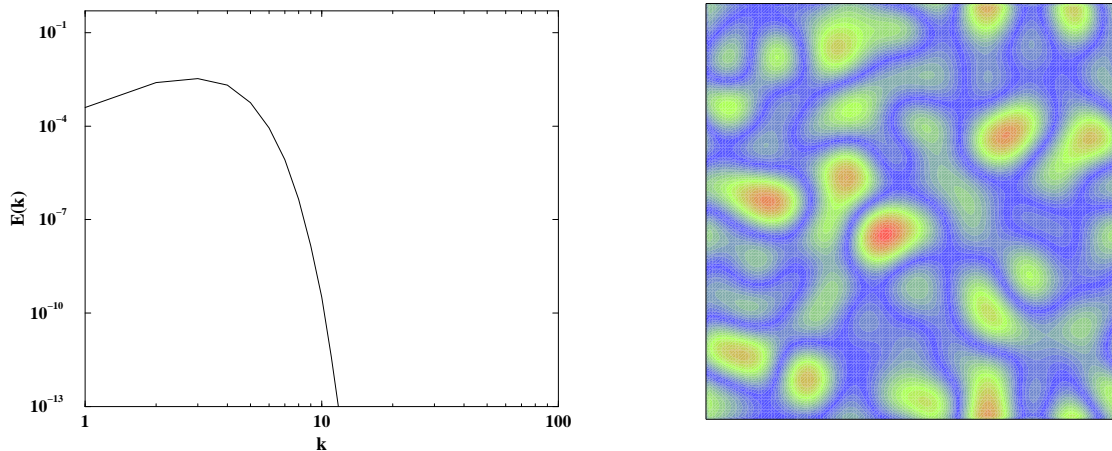


FIG. 2.5 – *THI 2D - Spectre de Passot-Pouquet (  gauche) - Champ de vorticité initial (  droite).*

Le nombre de Reynolds turbulent initial Re_t (basé sur l'échelle intégrale) est d'environ 70. Le domaine de calcul contient 10 échelles intégrales. Nous utilisons un maillage 129^2 uniformément réparti. Les conditions aux limites sont périodiques dans les deux directions. Dans tous les résultats présentés, le temps est adimensionné par "l'eddy-turn-over-time" τ_{ov} . Ce temps caractéristique représente le temps de retournement des gros tourbillons, signifiant une profonde modification du champ fluctuant.

Sur la figure (2.6), on peut voir l'évolution de l'énergie cinétique de la turbulence. On observe clairement la décroissance de la turbulence, la turbulence n'étant plus alimentée à partir de l'instant initial.

Dès le début de la simulation, tous les schémas second ordre (ROE2, MAC2, SW2 et HY2) et le schéma troisième ordre WENO3 sous-estiment l'énergie cinétique de la turbulence. Ceci est un effet direct de la dissipation numérique trop importante de ces schémas. En fait, même les grandes échelles de la turbulence présentes au début de la simulation sont affectées par la dissipation numérique. Le principe de la LES étant de résoudre directement les grandes structures de l'écoulement, il semble donc totalement inapproprié d'utiliser ces schémas. Les différences observées sur la figure (2.6) seraient de plus très certainement amplifiées dans le cas d'un écoulement à grand nombre de Reynolds.

Par contre, le schéma WENO5 arrive à reproduire correctement la décroissance de l'énergie cinétique de la turbulence. Ce schéma appar it donc plus indiqué dans le contexte de la LES.

Sur la figure (2.7), on représente l'évolution temporelle du spectre énergétique obtenue avec les schémas ROE2 et WENO5. A l'instant initial, le spectre correspond à celui de

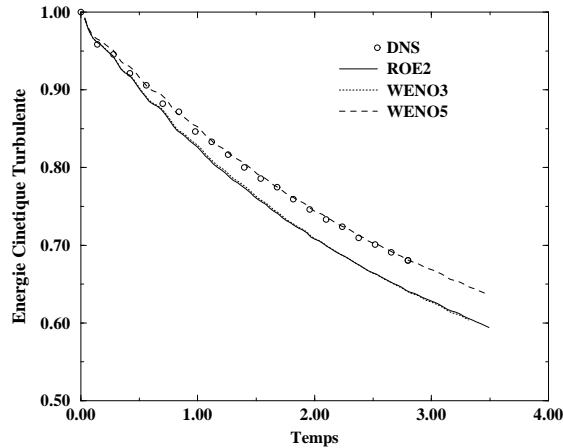


FIG. 2.6 – *THI 2D - Evolution temporelle de l'énergie cinétique turbulente.*

Passot-Pouquet (figure (2.5) à gauche) et l'énergie est contenue par les grandes structures de l'écoulement. Ensuite, l'énergie se répartit des grandes vers les petites échelles au travers d'une cascade énergétique. Puis, le spectre se stabilise à environ $t = 0.84$.

Pour le schéma ROE2, on constate que le spectre est coupé à partir d'un certain nombre d'onde. Les structures correspondantes ne sont plus simulées, ceci à cause de la dissipation numérique. Des résultats similaires sont obtenus avec les autres schémas second ordre (MAC2, SW2 et HY2) et avec le schéma WENO3.

Ici encore le schéma WENO5 présente une gamme d'échelles résolues beaucoup plus importante, ce qui rend son utilisation a priori envisageable dans le cadre de la LES.

Sur la figure (2.8), nous représentons l'évolution temporelle de l'échelle de Kolmogorov. La surestimation de cette échelle de longueur représentative des petites structures par les schémas TVD second ordre et WENO3 est à relier au nombre d'onde de coupure prématuré observé sur la figure (2.7) pour ces schémas. Par contre, la prédiction du schéma WENO5 est en bon accord avec les résultats de la DNS.

Le schéma WENO5 semble donc un bon compromis pour réaliser des calculs LES. Pour étudier plus en détail ses capacités, nous calculons une turbulence homogène isotrope 3D.

2.4.3 Turbulence homogène isotrope 3D

Schéma convectif

Nous testons le schéma retenu (WENO 5ème ordre) sur le cas plus physique d'une turbulence homogène 3D où les phénomènes d'étirement des structures tourbillonnaires sont présents. Les conditions initiales de la simulation sont similaires à celles de la turbulence homogène 2D, mais un maillage 65^3 est utilisé. Nous réalisons deux calculs LES afin d'étudier l'influence du modèle de sous-maille: le premier avec le modèle de sous-maille dynamique de Meneveau [40] et le second sans modèle de sous-maille.

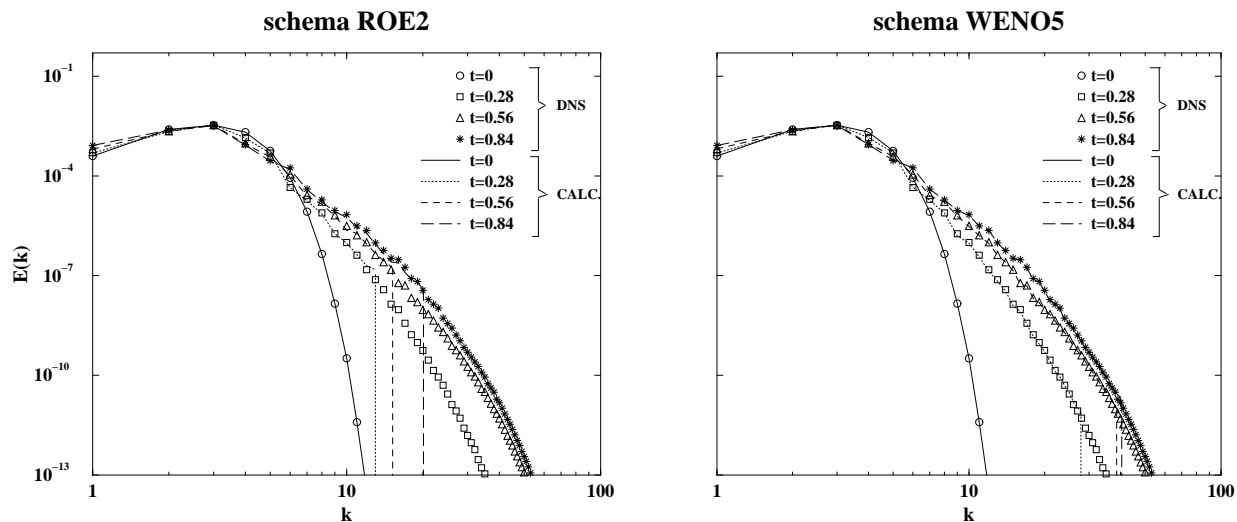


FIG. 2.7 – THI 2D - Spectres énergétiques.

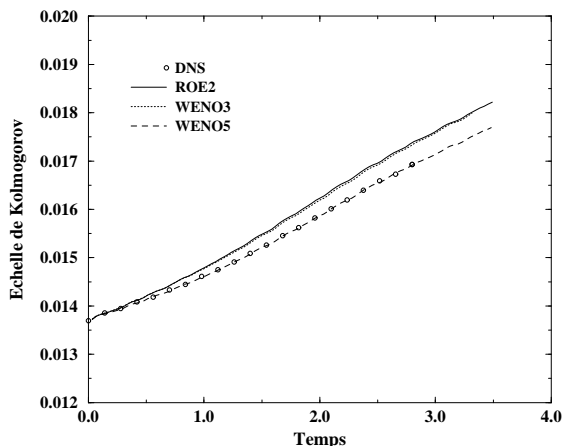
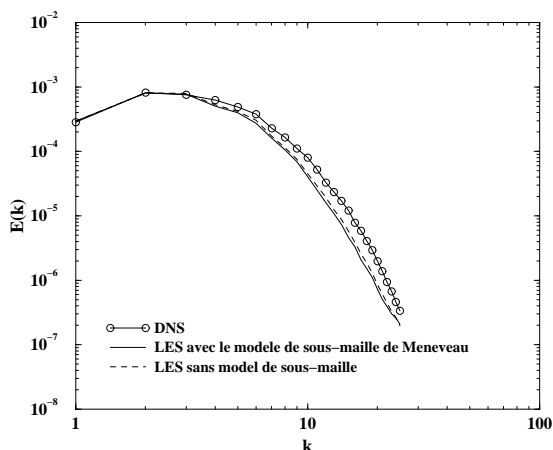
La DNS étant réalisée sur un maillage 129^3 , les résultats de la simulation directe sont filtrés afin de pouvoir directement comparer les résultats de LES obtenus sur le maillage 65^3 deux fois moins dense.

Sur la figure (2.9), on présente les spectres énergétiques obtenus au temps $t = 2.5$ (adimensionné par l'eddy-turn-over time τ_{ov}). A ce stade de la simulation, on a atteint un équilibre et la pente du spectre ne varie plus au cours du temps. On peut constater que les calculs LES donnent des résultats très proches de la simulation directe, même si un léger écart apparaît pour les petites structures de l'écoulement (du à la dissipation numérique du schéma). Cet écart reste cependant faible et la pente du spectre est respectée. Pour ce problème très simple à faible nombre de Reynolds ($Re_t = 70$), on observe en fait très peu de différences entre les résultats obtenus avec et sans modèle de sous-maille. Il semble toutefois hatif d'en conclure qu'il est inutile d'utiliser un modèle de sous-maille pour des cas d'écoulements plus complexes à grands nombres de Reynolds. De plus, comme l'ont montré Najjar et Tafti [50], le modèle dynamique semble s'adapter à la dissipation numérique du schéma. En effet, dans le cas simple de la turbulence homogène isotrope, le modèle de sous-maille ne semble pas nécessaire et par conséquent, son effet reste négligeable. Par contre pour des écoulements complexes à grands nombres de Reynolds, l'effet du modèle de sous-maille dynamique de Meneveau peut devenir dominant.

Des conclusions similaires sont tirées de l'étude de l'évolution temporelle de l'énergie cinétique turbulente (figure (2.10)).

Discrétisation des termes diffusifs

Nous considérons dans cette partie l'influence de la discrétisation des termes diffusifs sur le terme de sous-maille. Pour cela, des tests *A-priori* sont réalisés en utilisant les

FIG. 2.8 – *THI 2D - Evolution temporelle de l'échelle de Kolmogorov.*FIG. 2.9 – *THI 3D - Spectre énergétique (temps=2.5).*

données de la DNS pour la turbulence homogène 3D. Ces données (disponibles sur un maillage 129^3) sont au préalable filtrées pour obtenir les résultats sur le maillage deux fois moins dense utilisé en LES. Les différents schémas utilisés pour calculer les termes diffusifs (centré second et quatrième ordre, PADE sixième ordre) sont ensuite appliqués aux données de DNS pour déterminer le terme de sous-maille ($\partial\tau_{ij}/\partial x_j$) apparaissant dans les équations de Navier-Stokes filtrées. Pour ces tests *A-priori*, nous utilisons le modèle de sous-maille dynamique de Germano *et al.* [30].

Comme l'a montré Ghosal [31], l'erreur de troncature due à la discretisation peut dépasser le terme de sous-maille pour un schéma d'ordre peu élevé. Pour valider la procédure numérique, il est donc nécessaire de comparer l'erreur de troncature au terme de sous-maille.

Par exemple, pour la première composante du tenseur de sous-maille, l'erreur de troncature

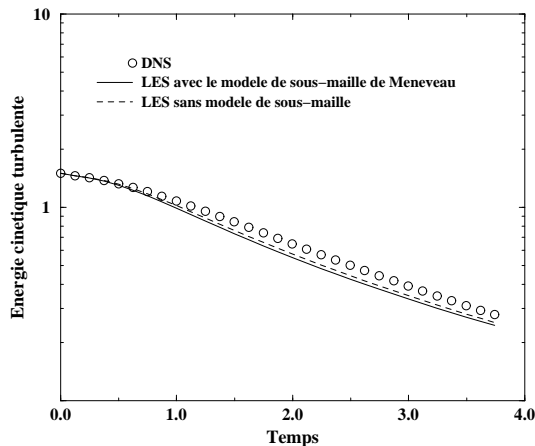


FIG. 2.10 – *THI 3D - Evolution temporelle de l'énergie cinétique turbulente.*

est évaluée de la façon suivante :

$$E_1 = (\partial\tau_{11}/\partial x_1) - (\partial\tau_{11}/\partial x_1)|_{\text{padé}} \quad (2.67)$$

en utilisant comme référence le terme de sous maille calculé avec le schéma PADE sixième ordre.

On compare l'erreur de troncature $\langle E_1 \rangle$ et le terme de sous maille $\langle |(\partial\tau_{11}/\partial x_1)| \rangle$, moyennés suivant les directions homogènes de l'écoulement. On présente l'évolution temporelle de ces deux termes (notés respectivement "Erreur" et "Terme de sous-maille") sur la figure (2.11).

Pour le schéma centré second ordre (figure (2.11) à gauche), on peut noter que l'erreur de troncature est supérieure au terme de sous-maille. L'utilisation de ce schéma n'est donc pas recommandée pour la LES.

Par contre, pour le schéma centré quatrième ordre (figure (2.11) à droite), l'erreur de troncature, bien qu'importante, ne dépasse jamais le terme de sous maille. De plus, d'après l'évolution temporelle du coefficient dynamique C_s (figure (2.12)), on trouve un bon accord entre les résultats obtenus avec le schéma centré quatrième ordre et le schéma PADE sixième ordre; ce qui n'est pas le cas des résultats obtenus avec le schéma centré second ordre.

Ces tests *A-priori* nous conduisent donc à retenir le schéma centré quatrième ordre pour calculer les termes diffusifs.

2.4.4 Conclusion

Nous nous sommes attachés dans cette partie à choisir un schéma numérique pour la LES répondant aux deux critères antagonistes suivants :

- Le schéma doit être suffisamment robuste pour ne pas osciller au voisinage des discontinuités de l'écoulement,

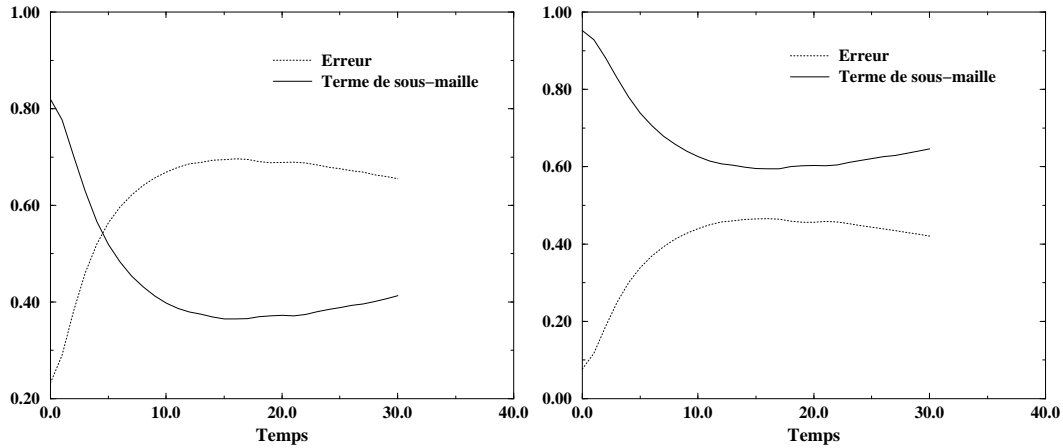


FIG. 2.11 – *THI 3D - Tests A-priori - Schéma centré second ordre (à gauche) et quatrième ordre (à droite).*

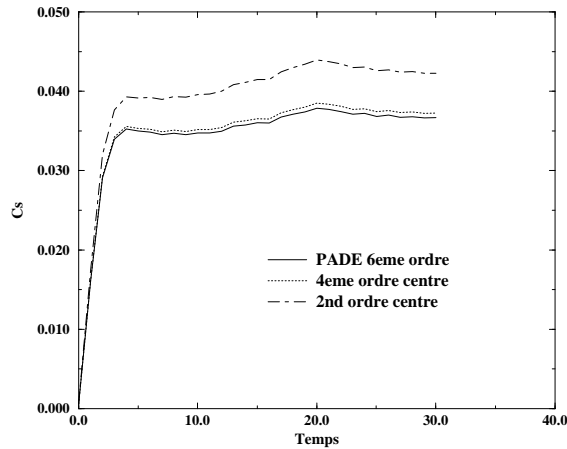


FIG. 2.12 – *THI 3D - Tests A-priori - Evolution temporelle du coefficient dynamique C_s .*

- La dissipation numérique doit rester faible pour les calculs LES.

Les tests effectués doivent être regardés avec le recul imposé par la simplicité de l'écoulement (turbulence homogène isotrope à très faible nombre de Reynolds). Ils illustrent toutefois clairement que modèle de sous-maille et méthode numérique sont intimement liés.

Pour les termes convectifs, nous avons testé plusieurs schémas répondant au premier critère de robustesse: TVD second ordre et WENO. Les premiers, largement utilisés pour les calculs RANS, se révèlent trop dissipatifs et donc inadaptés pour les calculs LES. Nous avons montré par des calculs de turbulence homogène isotrope que le schéma WENO cinquième ordre en espace pouvait représenter un bon compromis entre les deux critères énoncés ci-dessus.

Pour les termes diffusifs, on observe que le schéma centré second ordre n'est pas le mieux adapté pour la LES. Par contre, le schéma centré quatrième ordre peut représenter un meilleur compromis.

Tous ces schémas ont été testés dans l'optique de calculs explicites.

Les schémas retenus ont été intégrés dans un code de calcul tridimensionnel et utilisés pour la simulation numérique d'écoulements complexes.

Troisième partie

Etude de problèmes génériques liés
aux inverseurs
de poussée à portes

Résumé

Dans cette partie, les divers phénomènes physiques présents dans un inverseur de poussée sont décomposés et étudiés séparément. On simule ainsi successivement :

- Un écoulement décollé : la marche descendante (calcul RANS).
- Un écoulement cisailé libre : la couche de mélange plane (calculs RANS et LES).
- Des écoulements présentant de fortes courbures des lignes de courant : la conduite rectangulaire courbée (calcul RANS) et la couche de mélange courbe (calculs RANS et LES).

Les simulations RANS de la marche descendante, de la conduite rectangulaire courbée et de la couche de mélange plane permettent de comparer les modèles de turbulence ($k - \varepsilon$, multi-échelles et ASM) retenus pour cette étude. La supériorité du modèle ASM de Shih *et al.* [26] est montrée sur l'ensemble de ces cas-tests.

Les approches RANS et LES sont comparées sur les configurations de couches de mélange (plane et courbe). Ces simulations mettent en évidence, moyennant un coût de calcul important, l'intérêt de l'approche LES pour décrire finement et précisément les phénomènes physiques complexes présents dans ce type d'écoulement.

Chapitre 1

Calculs RANS

1.1 Marche descendante

1.1.1 Introduction

Le décollement et le recollement d'écoulements turbulents apparaissent dans la plupart des applications industrielles, en particulier dans un inverseur de poussée. Dans ces situations, l'écoulement subit un gradient de pression adverse : la pression augmente dans la direction de l'écoulement, ce qui entraîne un décollement de la couche limite. L'écoulement, s'il est confiné, recolle en aval, formant une zone de recirculation. Cette zone de recirculation entraîne une augmentation importante de la traînée. Il est donc important de comprendre les mécanismes de décollement et de recollement avant de dimensionner un système aérodynamique.

Parmi les géométries les plus fréquemment utilisées pour l'étude des écoulements décollés, on retrouve la marche descendante à cause de la simplicité de sa géométrie. Le point de décollement se situant au niveau de la marche, on évite les difficultés liées à une éventuelle oscillation du point de décollement.

L'objectif de ce chapitre est de comparer les différents modèles de turbulence (multi-échelles, ASM) sur ce cas-test simple d'écoulement décollé.

1.1.2 Revue bibliographique

Dans cette partie, on note Re le nombre de Reynolds basé sur la hauteur du canal d'entrée et la vitesse d'entrée moyenne, et Re_h le nombre de Reynolds basé sur la hauteur de la marche h et la vitesse d'entrée moyenne.

De nombreuses expériences fournissent des données sur l'influence des différents paramètres de l'écoulement :

- Effet du nombre de Reynolds

A faible nombre de Reynolds ($100 < Re_h < 480$), Goldstein *et al.* [51] concluent que la longueur de recollement augmente linéairement avec le nombre de Reynolds.

Armaly *et al.* [52] ont étudié en détail l'effet du nombre de Reynolds sur la longueur de recollement. Ils observent que cette longueur augmente linéairement avec le nombre de Reynolds jusqu'à $Re \approx 1200$ puis décroît dans la zone $1200 < Re < 6600$. Elle devient constante lorsque $Re > 6600$, ce qui confirme les résultats de Durst et Tropea [53] et Sinha *et al.* [54].

- Effet du rapport d'expansion

Le rapport d'expansion est un paramètre géométrique défini par ($ER = L_y / (L_y - h)$), où L_y est la dimension totale du domaine dans la direction y et h la hauteur de la marche.

Kuehn [55] étudie l'effet du rapport d'expansion sur la longueur de recollement X_r et suggère que celle-ci augmente linéairement avec le rapport d'expansion.

Durst et Tropea [53] ont montré que, bien que X_r augmente avec ER , la dépendance n'était pas exactement linéaire.

- Effet de la couche limite amont

Adams *et al.* [56] ont étudié les effets de la couche limite (laminaire ou turbulente) en amont de la marche et l'influence de son épaisseur sur la longueur de recollement. Pour une couche limite turbulente en amont, cette longueur est 30% plus grande que pour une couche limite laminaire (Adams et Johnston [57]). Le coefficient de frottement C_f est également sensible à l'épaisseur de la couche limite en amont (Adams et Johnston [58]).

- Effet de l'intensité de la turbulence d'entrée

L'expérience de Isomoto et Honami [59] se focalise sur l'effet de l'intensité de la turbulence à l'entrée sur le processus de recollement. Ils trouvent que la longueur de recollement décroît lorsque le maximum d'intensité de la turbulence près de la paroi augmente. De plus, la connaissance des propriétés de la turbulence immédiatement après la marche est indispensable pour la détermination de la longueur de recollement.

Différentes mesures (vitesses, pression, C_f , intensité de la turbulence ...) ont été réalisées. Ces mesures permettent une meilleure compréhension de l'écoulement et constituent une base de données indispensable pour la comparaison des résultats obtenus par simulation numérique. On peut citer entre autres les expériences de Kim *et al.* [60, 61], Eaton et Johnston [62], Durst et Schmitt [63], Driver et Seegmiller [64, 65] et Jovic et Driver [66].

Les simulations numériques ont principalement été réalisées sur des configurations 2D. Driver et Seegmiller [64, 65] comparent leurs résultats expérimentaux aux prédictions de deux modèles $k-\varepsilon$ (standard et modifié). Les modèles $k-\varepsilon$ surestiment la dissipation dans la couche de cisaillement. Les longueurs de recollement sont quant à elles sous-estimées.

Kim [8] a calculé la marche descendante de Driver et Seegmiller [64] pour différents angles de la paroi opposée à la marche et montre l'amélioration apportée par l'utilisation d'un modèle multi-échelles par rapport à un modèle mono-échelle, notamment sur la prédiction de la longueur de recollement. Cette amélioration est attribuée à la capacité du modèle multi-échelles à prendre en compte le déséquilibre de la turbulence dans la zone de recirculation, ce qui entraîne une meilleure prédiction de la viscosité turbulente. Les coefficients

de pression et de frottement calculés sont aussi en bon accord avec l'expérience. Les autres résultats de calcul (vitesses moyennes, contraintes de Reynolds) sont également de bonne qualité avec le modèle multi-échelles.

Shih *et al.* [26] ont réalisé le même calcul avec leur modèle ASM (Algebraic Stress Model) et notent une amélioration des résultats par rapport au modèle $k - \varepsilon$.

Récemment, Le et Moin [67] ont réalisé des simulations numériques directes (DNS) 2D et 3D d'une marche descendante à $Re_h = 5100$ et $ER = 1.2$, constituant par là une base de donnée importante. Leurs résultats numériques sont en bon accord avec les données expérimentales de Jovic et Driver [66] (coefficients de pression, de frottement, vitesses moyennes, intensité de la turbulence et contraintes de Reynolds). La longueur de recollement est prédite avec une erreur de 3%.

Les expériences et simulations numériques déjà réalisées nous amènent aux conclusions suivantes pour l'étude numérique de la marche descendante :

- Du fait de la complexité des phénomènes physiques mis en jeu (décollement, recollement), les calculs de la marche descendante nécessitent une modélisation de la turbulence complexe, le modèle $k - \varepsilon$ se révélant inadapté (anisotropie de la turbulence, ...).
- Une attention particulière doit être apportée à la définition des conditions d'entrée : épaisseur de la couche limite, intensité de la turbulence. Les expériences ont en effet montré que ces paramètres avaient de l'influence sur la longueur de recollement.

1.1.3 Simulation numérique

Nous choisissons de simuler numériquement la configuration étudiée expérimentalement par Driver et Seegmiller [64]. Elle présente l'avantage d'avoir déjà été calculée [8] [26], ce qui constituera un élément de comparaison supplémentaire.

La méthode numérique utilisée pour nos calcul (schéma de Roe second ordre pour les termes convectifs, schéma centré second ordre pour les termes diffusifs, discrétisation temporelle explicite) est décrite dans l'annexe A.

Domaine de calcul et choix du maillage

Le domaine de calcul est présenté sur la figure (1.1). La hauteur de la marche vaut $h = 12.7 \text{ mm}$. Le domaine de calcul s'étend de $-4h$ à $30h$. Un calcul avec un domaine de $-4h$ à $35h$ a été réalisé et nous obtenons le même résultat. Nous conservons donc pour la suite le plus petit domaine. La hauteur de la veine d'entrée est de $8h$.

Le maillage est cartésien, resserré aux parois, en accord avec l'utilisation de lois de parois (le centre de la première maille se situe à $y^+ \approx 50$, soit $y \approx 8.10^{-4} \text{ m}$). Deux maillages ont été testés : (190×70) et (290×75) . Nous avons vérifié que la prédiction numérique n'est pas modifiée par l'utilisation de grilles différentes pour les résultats suivants: coefficient de pression $C_p = (p - p_o) / (\frac{1}{2} \rho_o U_o)$, coefficient de frottement $C_f = \tau_w / (\frac{1}{2} \rho_o U_o)$ et profils

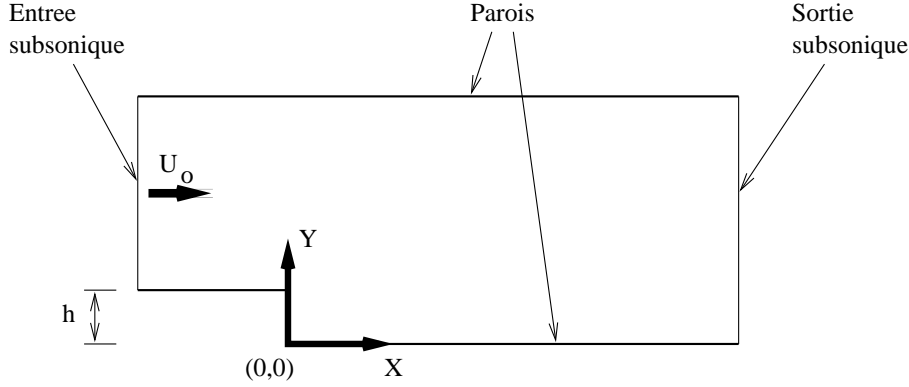


FIG. 1.1 – *Marche descendante: domaine de calcul et conditions aux limites.*

de vitesse. Notons que les valeurs p_o , ρ_o et U_o sont obtenues à la station de référence $X/h = -4$.

Conditions initiales et aux limites

Les conditions aux limites sont présentées sur la figure (1.1). Les quantités moyennes et fluctuantes sont données en entrée à partir des profils expérimentaux. L'énergie cinétique de la turbulence est déduite à partir des fluctuations de vitesses longitudinales $\widetilde{u''^2}$ et transversales $\widetilde{v''^2}$. En supposant l'égalité $\widetilde{w''^2} = \widetilde{v''^2}$ pour les fluctuations de vitesse suivant la troisième direction, on obtient: $k \approx \frac{1}{2}(\widetilde{u''^2} + 2\widetilde{v''^2})$.

La viscosité turbulente μ_t est initialisée grâce à la relation de Boussinesq simplifiée:

$$\mu_t = \frac{-\bar{\rho} \widetilde{u''v''}}{\partial U / \partial y} \quad (1.1)$$

Le taux de dissipation est lié à l'énergie cinétique turbulente et à la viscosité turbulente:

$$\varepsilon(y) = C_\mu \bar{\rho} \frac{k^2(y)}{\mu_t} \quad (1.2)$$

Sur la frontière amont, nous appliquons une condition d'entrée subsonique. Sur la frontière aval, nous imposons une condition de sortie subsonique.

Sur les parois latérales, la loi de paroi de Launder-Spalding [5] est appliquée.

Notations et comparaison du temps de calcul

On présente dans le tableau (1.1) les notations utilisées dans le reste du chapitre. Dans ce tableau, pour les différents modèles testés, l'augmentation du temps de calcul par rapport au calcul $k - \varepsilon$ est également présentée.

| | $k - \varepsilon$ multi-échelles [8] | ASM de Shih <i>et al.</i> [26] | ASM de Gatski et Speziale [25] |
|--------------|---|--------------------------------|--------------------------------|
| Notation | $k - \varepsilon$ (MS) | ASM(SZL) | ASM(GS) |
| Temps calcul | +25.2 % | +8.7 % | +9.5 % |

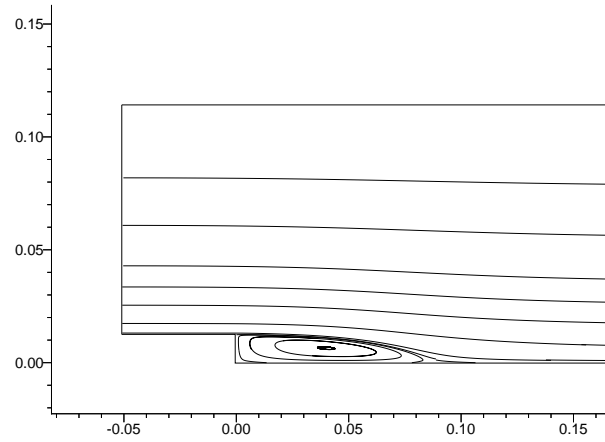
TAB. 1.1 – Notations et comparaison du temps de calcul par rapport au $k - \varepsilon$.

FIG. 1.2 – Lignes de courant.

1.1.4 Analyse des résultats

Les vitesses sont adimensionnées par la vitesse d'entrée $U_0 = 44.2 \text{ m.s}^{-1}$ et les longueurs par la hauteur de la marche $h = 12.7 \text{ mm}$.

Les lignes de courant calculées avec le modèle $k - \varepsilon$ sont présentées sur la figure (1.2). La couche limite amont décolle au niveau de la marche et recolte ensuite en aval, formant une zone de recirculation.

La position du point de recollement est un paramètre très important qui a souvent été utilisé pour comparer les performances des modèles de turbulence. Dans le tableau (1.2), on compare la longueur de recollement X_r , calculée avec les différents modèles et mesurée expérimentalement. Le point de recollement est calculé à partir du point où le coefficient de frottement est égal à zéro. Les modèles $k - \varepsilon$ et ASM(GS) sous-estiment largement la longueur de recollement. Pour le modèle $k - \varepsilon$, ce résultat est en accord avec celui de Driver et Seegmiller [64, 65]. Les modèles $k - \varepsilon$ (MS) et ASM(SZL) apportent des améliorations sur la prédiction de la longueur de recollement, la meilleure prédiction étant obtenue avec le modèle ASM(SZL). Avec le modèle multi-échelles, Kim [8] obtient environ 3 % d'erreur par rapport aux données expérimentales. On peut expliquer cette différence par le fait que

| | Exp. | $k-\epsilon$ | $k-\epsilon$ (MS) | ASM (SZL) | ASM (GS) |
|----------|----------------|--------------|-------------------|-----------|----------|
| X_r/h | 6.26 ± 0.1 | 5.385 | 6.876 | 5.990 | 4.570 |
| Erreur % | / | -14.0 | +9.8 | -4.3 | -27.0 |

TAB. 1.2 – Comparaison des longueurs de recollement - Utilisation des lois de paroi.

nous employons des lois de paroi pour modéliser la région de proche paroi alors que Kim utilise un modèle bi-couche. Or l'emploi de lois de parois dans les zones où la turbulence n'est pas en équilibre (zones décollées, ...) est sujette à caution. Ce point sera étudié plus en détail dans le paragraphe suivant.

Le modèle ASM(GS) n'améliorant pas la prédiction de la longueur de recollement, il ne sera pas représenté sur les figures suivantes.

Sur la figure (1.3), on présente le coefficient de frottement C_f sur la paroi en aval de la marche. L'analyse de cette courbe nous amène à décomposer l'écoulement en quatre zones distinctes : (1) Zone de recirculation secondaire dans le coin inférieur de la marche, (2) Zone de recirculation principale, (3) Zone de recollement, et (4) Zone du retour à l'équilibre.

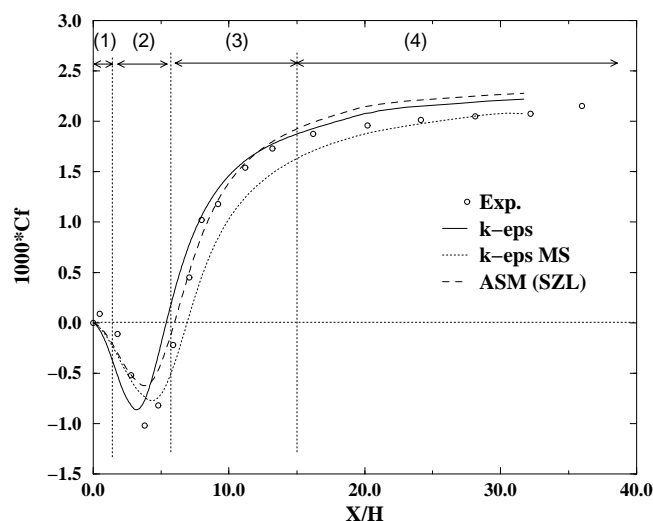


FIG. 1.3 – Coefficient de frottement -Utilisation des lois de paroi.

Les différences les plus sensibles entre les prédictions numériques et les données expérimentales se situent dans la zone de C_f positif près de $x = 0$ (zone 1). Le coefficient de frottement positif s'explique par la présence d'une zone de recirculation secondaire piégée dans le coin inférieur de la marche par la zone de recirculation principale. Cette structure secondaire de l'écoulement n'est pas reproduite par l'ensemble des modèles de turbulence. On peut attribuer cette mauvaise prédiction dans la zone 1 à la faible résolution

de l'écoulement de proche paroi due à l'utilisation des lois de parois.

Dans la zone de recirculation principale (zone 2), le pic du coefficient de frottement est sous-estimé par tous les modèles de turbulence. On peut également attribuer ce résultat à l'utilisation des lois de paroi. Les meilleures prédictions de la position de ce pic sont obtenues avec le modèle ASM(SZL).

La zone 3 est caractérisée par une augmentation rapide du coefficient de frottement due à la compression au niveau du recollement. Les trois modèles prédisent correctement la pente de la courbe du C_f . Cependant, la position de l'augmentation du coefficient de frottement est une nouvelle fois mieux estimée par le modèle ASM(SZL).

La région 4 présente un coefficient de frottement constant, caractéristique du processus de retour à l'équilibre de la couche limite. Le niveau de C_f est bien prédit par le modèle $k - \varepsilon$ (MS), et légèrement surestimé par les modèles $k - \varepsilon$ et ASM(SZL).

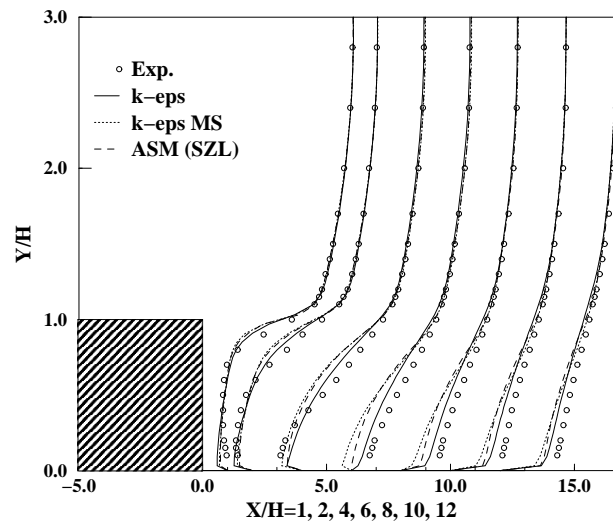


FIG. 1.4 – Profils de vitesse moyenne adimensionnés.

La figure (1.4) montre une comparaison des profils de vitesse moyenne adimensionnés. L'accord entre les prédictions numériques et l'expérience est correct pour $X/h \leq 4$. Par contre, en aval, les vitesses moyennes sont mal estimées par l'ensemble des modèles. La même tendance a été observée par Ko [68], même avec des modélisations plus avancées du type RSM (Reynolds Stress Model). Ce mauvais accord avec les résultats expérimentaux de Driver et Seegmiller à partir de la zone de recollement semble être un problème universel pour les modèles de turbulence (voir Durbin [69]).

Les profils de l'énergie cinétique turbulente k et du cisaillement turbulent sont présentés sur les figures (1.5) et (1.6). La composante $\overline{w'^2}$ des fluctuations de vitesse n'a pas été mesurée dans l'expérience, et nous avons donc estimé l'énergie cinétique de turbulence par l'approximation $k \approx (\overline{u'^2} + \overline{v'^2})/2$.

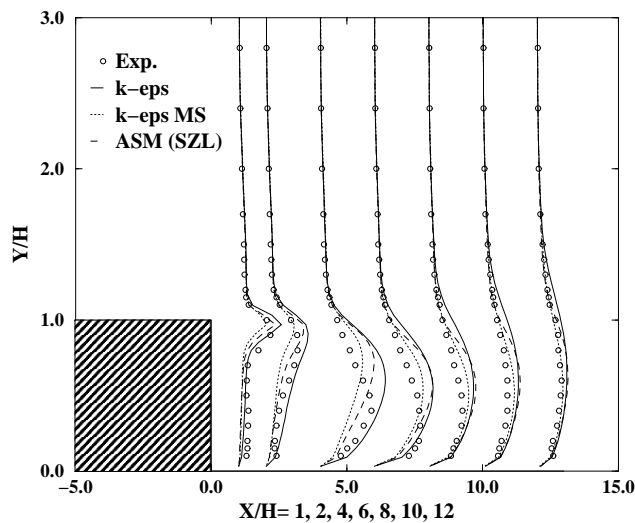


FIG. 1.5 – Profils d'énergie cinétique turbulente $k = \frac{1}{2} \frac{\overline{(u'^2 + v'^2)}}{U_0^2}$.

Pour les deux premières stations ($X/h = 1, 2$), les trois modèles donnent des résultats similaires. En revanche, pour les stations plus en aval $X/h = 6, 8, 10, 12$, on peut constater que le pic de k obtenu avec le modèle $k - \varepsilon$ (MS) est plus proche du pic expérimental. Comme l'ont montré Shih *et al.* [26] dans leurs calculs d'écoulements décollés, le modèle anisotrope a peu d'effet sur le cisaillement turbulent $-\overline{u'v'}$.

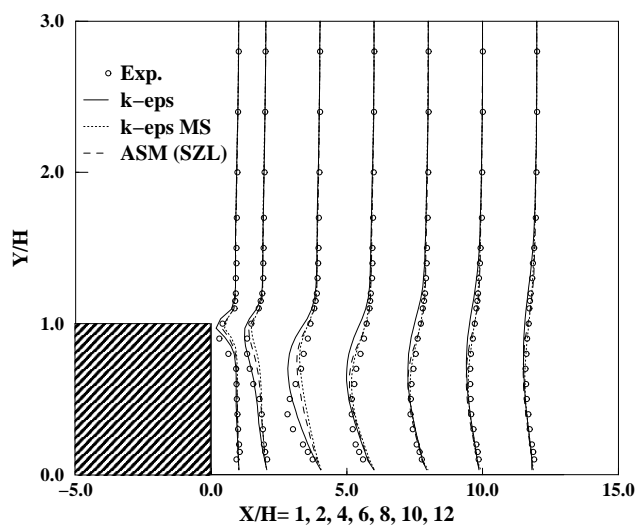


FIG. 1.6 – Profils du cisaillement turbulent $-\overline{u'v'}/U_0^2$.

La viscosité turbulente calculée et expérimentale est tracée sur les figures (1.7) et (1.8) à deux stations, en amont et en aval du point de recollement. Le modèle $k - \varepsilon$

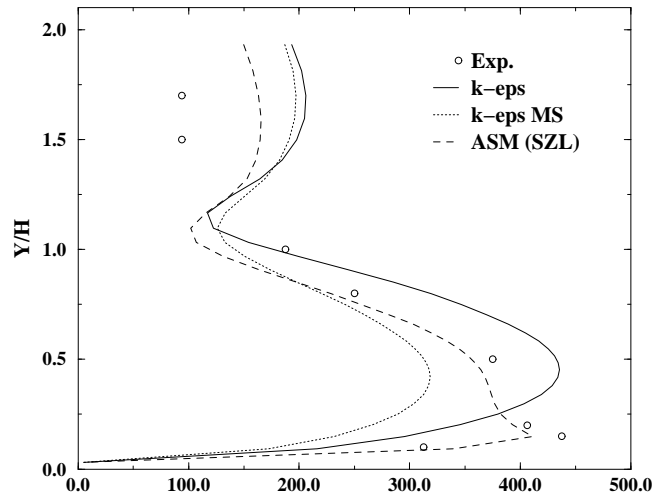


FIG. 1.7 – Profils de la viscosité turbulente en amont du point de recollement $X = X_r - 2h$.

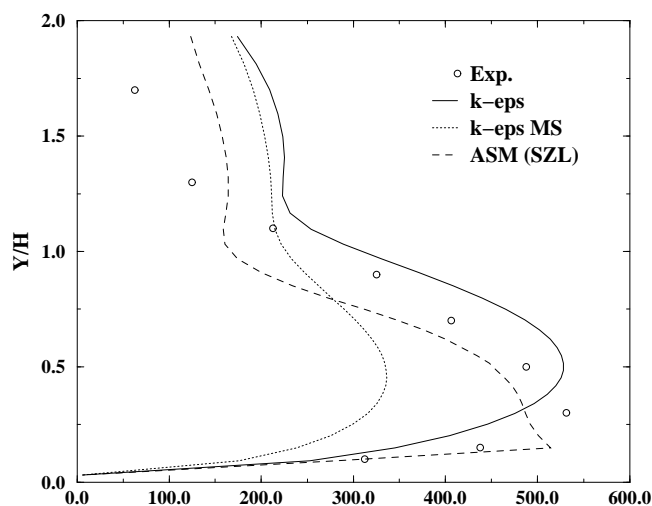
tend à surestimer la viscosité turbulente, ce qui explique le recollement prématuré de la couche limite. Il est intéressant de noter que l'on observe un bon accord entre le profil expérimental et le modèle ASM(SZL). La qualité de cette prédiction est principalement due à l'utilisation d'un coefficient C_μ non constant dans la détermination de la viscosité turbulente (voir équation (1.49)).

Le modèle multi-échelles sous-estime la viscosité turbulente aux deux stations. On peut expliquer cette différence en analysant le rapport $\varepsilon_p/\varepsilon_t$ dans la zone de recirculation : le taux de transfert d'énergie est plus important que le taux de dissipation, ce qui entraîne des faibles valeurs de la viscosité turbulente.

Pour le modèle multi-échelles, le rapport des énergies cinétiques turbulentes pour les grandes et pour les petites échelles de la turbulence (k_p/k_t) est présenté sur la figure (1.9) à différentes stations. Ce rapport est un indicateur du niveau de déséquilibre.

A la station $X/h = -2$, en amont de la marche, la couche limite est en équilibre et le rapport k_p/k_t est pratiquement constant, excepté très proche de la paroi. Lorsqu'on s'approche de la paroi, l'énergie cinétique turbulente décroît à cause de la production turbulente aux grandes échelles qui devient négligeable (k_p et donc le rapport k_p/k_t tendent vers zero).

Aux stations $X/h = 4$ et $X/h = 14$ en aval de la marche, le rapport k_p/k_t n'est pas constant, particulièrement dans la zone décollée. Dans ce cas, $k_p \gg k_t$ indique que les grandes structures contiennent plus d'énergie cinétique turbulente que les petites. Loin de cette région dans la direction y (écoulement libre), le rapport devient constant. Ce résultat permet de localiser la zone de déséquilibre de la turbulence, là où la production d'énergie turbulente est la plus importante à cause des forts gradients moyens.

FIG. 1.8 – Profils de la viscosité turbulente en aval du point de recollement $X = X_r + 1.9h$.

| | Exp. | $k-\epsilon$ | $k-\epsilon$ (MS) | ASM (SZL) |
|----------|----------------|--------------|-------------------|-----------|
| X_r/h | 6.26 ± 0.1 | 5.478 | 5.983 | 6.092 |
| Erreur % | / | -12.5 | -4.4 | -2.7 |

TAB. 1.3 – Comparaison des longueurs de recollement - Utilisation du modèle bi-couche.

1.1.5 Influence de la modélisation de proche paroi

A ce stade de l'étude, de nombreuses incertitudes demeurent concernant l'utilisation des lois de parois pour les écoulements décollés. En effet, nous avons attribué certaines mauvaises prédictions (longueur de recollement, pic de C_f ...) à l'utilisation des lois de paroi même dans les zones où elles ne sont pas valides. Afin d'éclaircir ce point, une modélisation bi-couche a été adoptée pour calculer la marche descendante et les résultats sont comparés à ceux obtenus avec les lois de paroi.

La longueur de recollement obtenue avec les trois modèles de turbulence est présentée dans le tableau (1.3). On obtient de très légères améliorations sur la prédiction de la longueur de recollement pour les modèles $k-\epsilon$ et ASM(SZL). Par contre, on observe une très nette amélioration avec le modèle $k-\epsilon$ (MS) en utilisant l'approche bi-couche. On trouve ainsi un résultat en accord avec le calcul de Kim [8].

Le coefficient de frottement sur la paroi en aval de la marche est présenté sur la figure (1.10). On peut remarquer que le pic négatif de C_f n'est plus sous-estimé, comme c'était le cas avec les lois de parois. Par ailleurs, pour le modèle $k-\epsilon$ (MS), la position de l'augmentation du coefficient de frottement dans la zone de recollement est mieux prédite

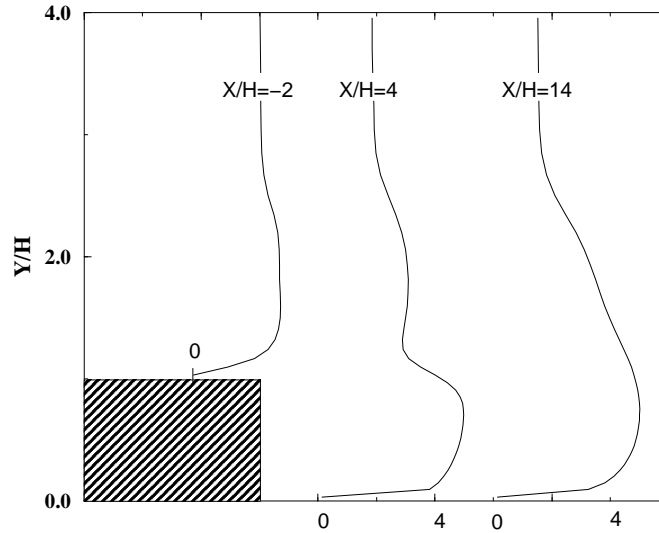


FIG. 1.9 – Profils de k_p/k_t à différentes stations.

qu'avec les lois de paroi.

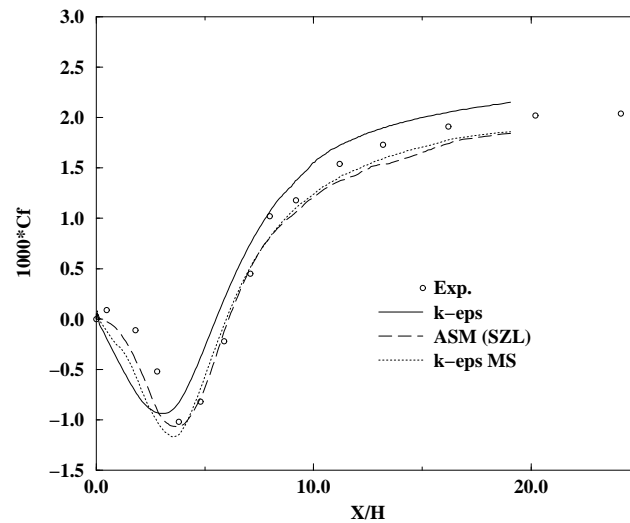


FIG. 1.10 – Coefficient de frottement - Utilisation du modèle bi-couche.

Les profils de vitesse moyenne et des quantités turbulentes ne sont pas profondément modifiés par l'utilisation de l'approche bi-couche. Ces figures ne sont donc pas présentées.

1.1.6 Conclusion

Quatre modèles de turbulence ont été utilisés pour prédire un écoulement décollé de marche descendante. L'influence de la modélisation de proche paroi a également été

étudiée. Les conclusions suivantes émergent :

- Les modèles $k - \varepsilon$ et ASM(GS) capturent mal les propriétés de cet écoulement. Les mauvaises prédictions de la longueur de recollement sont attribuées à la surestimation de la viscosité turbulente dans la zone décollée.
- La meilleure prédiction de la longueur de recollement est obtenue avec le modèle ASM(SZL), grâce notamment à une bonne estimation de la viscosité turbulente au voisinage du point de recollement. On explique cette amélioration par l'utilisation d'un coefficient C_μ variable dans la détermination de la viscosité turbulente.
- Le modèle multi-échelle est viable pour calculer les propriétés des écoulements turbulents en fort déséquilibre (zone de recirculation, ...). Les améliorations sont attribuées à la meilleure prise en compte par ce modèle des mécanismes physiques de l'écoulement (transferts énergétiques entre les différentes structures de la turbulence).
- Avec les modèles $k - \varepsilon$ et ASM, contrairement au modèle multi-échelles, la qualité des résultats est très peu dégradée par l'utilisation des lois de paroi au lieu d'une modélisation bi-couche.

1.2 Conduite rectangulaire courbée 3D

1.2.1 Introduction

Les effets de courbure des lignes de courant sont souvent observés dans les écoulements turbulents. Les données expérimentales révèlent que la turbulence est très largement amortie par les courbures convexes [70], alors qu'elle est amplifiée par les courbures concaves [71]. Notons que la configuration de l'inverseur de poussée présente de telles courbures des lignes de courant.

La simulation numérique joue un rôle de plus en plus important dans le domaine de la mécanique des fluides pour la conception et le dimensionnement en ingénierie. Mais, les phénomènes liés à la courbure des parois et/ou des lignes de courant (effet sur l'intensité de la turbulence, développement de structures secondaires dans l'écoulement) sont encore mal pris en compte dans les prédictions numériques. Il y a eu de nombreuses tentatives pour modéliser les écoulements turbulents courbés. Afin de capturer et reproduire ces effets, il est nécessaire d'adopter des modifications empiriques dans les modèles à viscosité turbulente [72]. Par contre, les modèles RSM (Reynolds Stress Model) peuvent naturellement prendre en compte la courbure et l'anisotropie avec moins de modifications empiriques (Gibson *et al.* [73], Luo et Lakshminarayana [74]). Luo et Lakshminarayana [75] ont introduit différentes modifications dans l'équation du taux de dissipation ε afin de mieux prendre en compte l'amplification de la turbulence près des parois concaves. Ils associent cette fermeture à un modèle RSM et montrent que l'équation de ε proposée par Lumley [76] et Shih *et al.* [77] donne les meilleurs résultats au niveau de la courbure concave. Récemment, Sotiropoulos et Ventikos [78] ont montré que le modèle ASM (Algebraic Stress Model) cubique de Craft *et al.* [79] prédit correctement l'écoulement dans une conduite rectangulaire courbée à 90° , du moins pour la partie de l'écoulement proche de la paroi convexe.

Dans le chapitre (1.1), nous avons testé et comparé plusieurs modèles de turbulence ($k-\varepsilon$, multi-échelles et ASM) dans le cas d'un écoulement décollé. Les modèles multi-échelles et ASM ont apporté des améliorations dans la prédiction du décollement et du recollement. On souhaite maintenant comparer ces modèles (avec et sans corrections de courbure sur l'équation du taux de dissipation ε) dans le cas de la conduite rectangulaire courbée à 90° étudiée expérimentalement par Kim et Patel [80].

Cette expérience fournit des mesures détaillées des quantités moyennes et turbulentes. Une attention particulière a été portée pour décrire proprement la tri-dimensionalité de l'écoulement, notamment la structure secondaire due au gradient de pression au niveau de la courbure convexe (formation d'un tourbillon longitudinal).

Dans cette étude, on montre que le modèle ASM associé aux corrections de courbure sur l'équation de ε (concept de Lumley [76]) offre une alternative intéressante à une fermeture au second ordre à travers une prédiction correcte des effets de courbure convexe et de l'anisotropie de la turbulence.

1.2.2 Modélisation de la turbulence

Le modèle de référence de cette étude est le modèle $k - \epsilon$ standard de Jones et Launder [1]. Les autres modèles testés sont le modèle multi-échelles de Kim [8] et le modèle ASM de Shih *et al.* [26].

Pour toutes ces fermetures, l'équation de bilan du taux de dissipation ϵ est :

$$\underbrace{\frac{D(\bar{\rho}\epsilon)}{Dt}}_{\text{Transport}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right)}_{\text{Diffusion}} + \underbrace{C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} P_k}_{\text{Production}} - \underbrace{C_{\epsilon 2} \bar{\rho} \frac{\epsilon^2}{k}}_{\text{Destruction}} \quad (1.3)$$

Pour prendre en compte les effets de courbure des lignes de courant, plusieurs modifications de cette équation ont été proposées [81, 82, 76]. Les notations utilisées dans la suite du paragraphe sont présentées sur la figure (1.11).

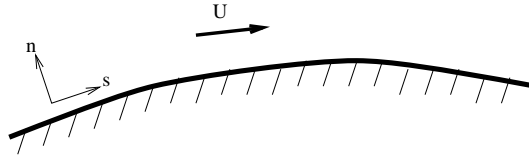


FIG. 1.11 – Couche limite courbée: notations utilisées.

Launder *et al.* [81] remplacent le terme de destruction de l'équation (1.3) par :

$$C_{\epsilon 2} \bar{\rho} \frac{\epsilon^2}{k} (1 - C_c Ri_t) \quad (1.4)$$

où Ri_t est le nombre de Richardson défini, en coordonnées curvilignes (s, n) , par :

$$Ri_t = (k/\epsilon^2)(U/r^2) \frac{\partial(Ur)}{\partial n}$$

Hanjalic et Launder [82], quant à eux, modifient le terme de production de l'équation (1.3) par :

$$C_{\epsilon 1} \bar{\rho} \frac{\epsilon}{k} \nu_t \left(\frac{\partial U}{\partial n} \right)^2 \quad (1.5)$$

Dans la suite du paragraphe, on désigne par LPS et HL les modifications proposées respectivement par Launder *et al.* et par Hanjalic et Launder.

Pour des écoulements à faible courbure, les deux modèles LPS et HL diffèrent seulement en terme d'amplitude des modifications observées. En effet, les deux modèles reproduisent la tendance des effets de courbure. Cependant, alors que le modèle LPS donne des résultats corrects pour une couche limite courbe, le modèle HL sous-estime l'amplitude des effets de courbure (Rodi et Scheuerer [82], Richmond et Patel [83]).

Lumley [76] a développé une nouvelle équation pour ϵ basée sur le concept du transfert

d'énergie pour des écoulements en déséquilibre spectral. Le terme source dans cette équation est modélisé par le taux de déformation S plutôt que par la production de l'énergie cinétique P_k , ce qui découple les termes de production de k et de ϵ .

En modélisant l'équation pour les fluctuations de vorticité au carré moyennes, Shih *et al.* [77] développent une équation pour ϵ dont les termes de production sont similaires à ceux de l'équation proposée par Lumley [76]. Cette modification a été testée par les auteurs sur une gamme importante d'écoulements et a montré des améliorations significatives par rapport au modèle $k - \epsilon$ standard. Par ailleurs, Luo et Lakshminarayana [75] ont montré que cette modification, associée à un modèle RSM, donnait une meilleure prédiction que la modification LPS pour un écoulement fortement courbé.

Nous choisissons donc d'introduire la modification proposée par Shih *et al.* dans les modèles $k - \epsilon$ et ASM afin de tester ses capacités à prédire les effets de courbure.

A partir de l'équation modélisée pour les fluctuations de vorticité au carré moyennes $\overline{w_i w_i}$, Shih *et al.* [77] ont déduit une nouvelle équation pour ϵ via la relation $\epsilon = \nu \overline{w_i w_i}$ (valable pour les grands nombres de Reynolds) :

$$\underbrace{\frac{D(\bar{\rho}\epsilon)}{Dt}}_{\text{Transport}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right)}_{\text{Diffusion}} + \underbrace{C_1 \bar{\rho} S \epsilon}_{\text{Production}} - \underbrace{C_2 \bar{\rho} \frac{\epsilon^2}{k + \sqrt{\nu \epsilon}}}_{\text{Destruction}} \quad (1.6)$$

avec :

$$S = (2S_{ij}S_{ij})^{1/2} \quad , \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{U}_j}{\partial x_i} \right)$$

Les constantes du modèle sont données par (voir Shih *et al.*) :

$$\sigma_\epsilon = 1.2 \quad , \quad C_1 = \max \left\{ 0.43, \frac{\eta}{5 + \eta} \right\} \quad , \quad C_2 = 1.9 \quad \text{avec} \quad \eta = Sk/\epsilon$$

Les différents modèles testés dans cette étude avec leur notation dans la suite du chapitre sont résumés dans le tableau (1.4).

| Modèle de turbulence | Notation |
|--|-----------------|
| $k - \epsilon$ | "k-eps" |
| $k - \epsilon$ multi-échelles | "k-eps(MS)" |
| ASM (Shih <i>et al.</i> [77]) | "ASM(SZL)" |
| $k - \epsilon$ avec la modification (1.6) | "k-eps+curv" |
| ASM (Shih <i>et al.</i> [77]) avec la modification (1.6) | "ASM(SZL)+curv" |

TAB. 1.4 – Modèles de turbulence et notations.

1.2.3 Simulation numérique

La géométrie de la conduite et les différents stations de mesures expérimentales sont présentées sur la figure (1.12). La hauteur de la conduite H est égale à 20.3 cm. Les longueurs des sections droites avant et après le coude sont respectivement égales à $7.5H$ et $25.5H$. La profondeur de la section rectangulaire est $6H$. L'expérience a été réalisée avec la vitesse de référence à la station $U1$ en dehors de la couche limite $U_o = 16 \text{ m.s}^{-1}$. Avec ces valeurs, le nombre de Reynolds est égal à $Re = U_o H / \nu = 2.24 \times 10^5$.

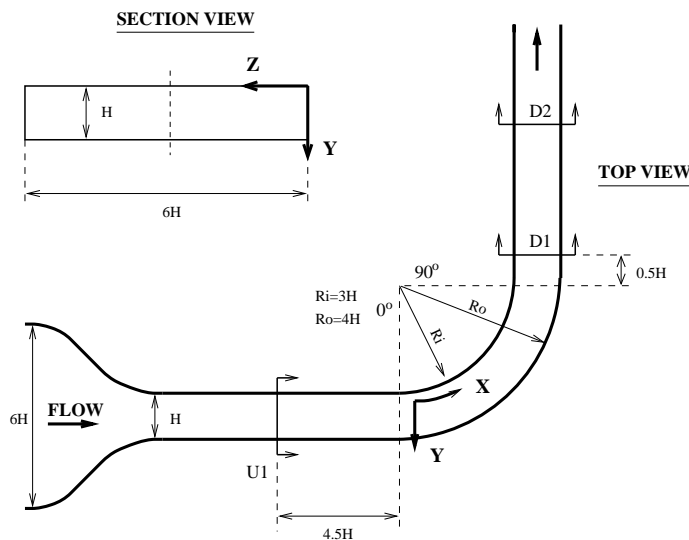


FIG. 1.12 – Géométrie de la conduite courbée de Kim et Patel [80].

Le domaine de calcul s'étend de la station $U1$ ($4.5H$ en amont du coude) à $15H$ en aval du coude. A cause de la symétrie, seulement la moitié du domaine est calculé (plan de symétrie en $z = 3$). Le maillage retenu comprend $180 \times 40 \times 50$ noeuds suivant les directions X , Y et Z respectivement. Le maillage est resserré aux parois, en accord avec l'utilisation des lois de parois (le centre de la première maille est situé à $y^+ \approx 50$). Des tests de raffinement de maillage ont été réalisés pour s'assurer que les résultats (en particulier le coefficient de pression et les profils de vitesse) sont indépendants du maillage.

Les conditions d'entrée pour la vitesse moyenne et les quantités turbulentes sont déduites à partir des mesures expérimentales à la station $U1$. Ces conditions servent ensuite comme conditions initiales dans tout le domaine.

Sur la frontière aval, les conditions de sortie subsonique de non-réflexion [84] sont appliquées. Pour les parois latérales, nous utilisons la loi de paroi de Launder-Spalding [5]. Une condition de symétrie est appliquée en $z = 3$.

La méthode numérique utilisée (schéma de Roe second ordre pour les termes convectifs, schéma centré second ordre pour les termes diffusifs, discrétisation temporelle explicite) est décrite en annexe A.

1.2.4 Résultats et discussion

Nous comparons les résultats numériques et expérimentaux à la station $D1$, là où les phénomènes physiques sont les plus accentués et les différences entre les modèles de turbulence les plus sensibles. En particulier, Kim et Patel [80] observent l'existence d'un tourbillon longitudinal près de la paroi interne (convexe) du coude. Ce tourbillon, du au gradient de pression au niveau de la courbure convexe, se développe à partir de la station 75, il croît ensuite en taille et persiste même après la fin du coude (il est en effet encore présent à la station $D2$).

De plus, il a été observé (Gillies et Johnston [85], Barlow et Johnston [71], Muck *et al.* [86], Hoffman *et al.* [87]) que la courbure convexe a un effet stabilisant (le transport turbulent est réduit), alors que la courbure concave a un effet déstabilisant (l'intensité de la turbulence augmente et l'épaisseur de la couche limite est réduite).

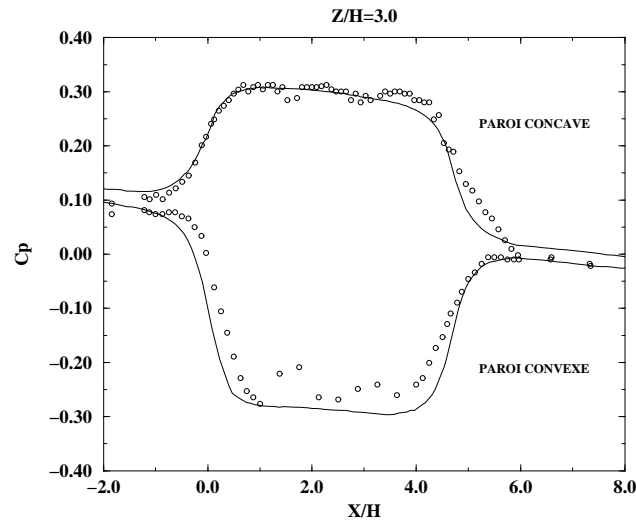


FIG. 1.13 – Distribution du coefficient de pression C_p sur les parois dans le plan de symétrie, — Modèle $k - \epsilon$, \circ Expérience.

Champ moyen

Le coefficient de pression le long des parois de la conduite dans le plan de symétrie est présenté sur la figure (1.13). Le coefficient de pression est défini par :

$$C_p = \frac{(p - p_0)}{\frac{1}{2}\rho U_0^2}$$

où p_0 est la pression statique à $(0,0,3H)$ et U_0 la vitesse d'entrée.

Sur la figure (1.13), on observe que les gradients de pression dus à la courbure sont importants. Sur la paroi convexe, la couche limite est soumise à un gradient de pression favorable (détente) au début du coude. Le coefficient de pression est quasi-constant dans la section

courbe et ensuite, la couche limite subit un gradient de pression adverse (compression) près de la sortie du coude. Sur la paroi concave, les gradients de pression sont de signe opposé. Sur la figure (1.13), on présente seulement les résultats obtenus avec le modèle $k - \varepsilon$, les autres modèles donnant des résultats similaires. Les prédictions numériques sont en bon accord avec les résultats expérimentaux.

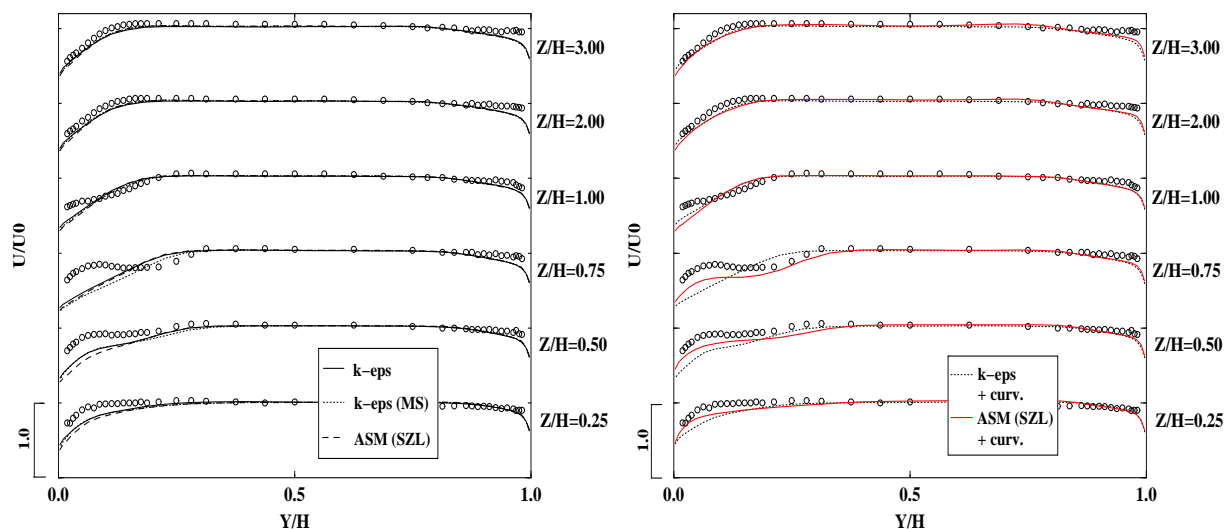


FIG. 1.14 – Profils de vitesse moyenne longitudinale U à la station $D1$.

Sur la figure (1.14), les profils de la vitesse moyenne longitudinale U à différentes stations Z du plan $D1$ sont présentés. On décompose l'écoulement en deux parties:

- Écoulement près de la paroi convexe ($Y/H < 0.5$). À partir des résultats expérimentaux, on identifie clairement l'existence du tourbillon longitudinal en $Z/H = 0.5$ et en $Z/H = 0.75$. Au centre du tourbillon, la vitesse longitudinale diminue; elle augmente ensuite quand on s'approche de la paroi convexe (forme en S du profil).

À partir de la figure (1.14), on remarque que les modèles sans corrections de courbure ($k - \varepsilon$, multi-échelles et ASM) n'arrivent pas à reproduire la forme en S des profils de vitesse. Bien que le tourbillon longitudinal existe, sa position et son intensité ne sont pas bien prédites. En fait, la meilleure prédiction est obtenue avec le modèle ASM auquel on a associé la modification sur l'équation de ε ("ASM(SZL)+curv"). La forme en S du profil due au tourbillon longitudinal est notamment bien capturée. Par contre, les résultats ne sont pas améliorés avec le modèle "k-eps+curv" (avec la correction de courbure).

- Écoulement près de la paroi concave ($Y/H > 0.5$). Tous les modèles (y compris les modèles avec la correction de courbure) tendent à surestimer l'épaisseur de la couche limite. Ceci est une conséquence du trop faible niveau d'énergie cinétique turbulente prédit près de la paroi concave. Ce résultat sera discuté dans le paragraphe suivant.

La figure (1.15) représente la vitesse moyenne transversale V à la station $D1$. Tous les modèles donnent des résultats en bon accord avec les données expérimentales. Mais la

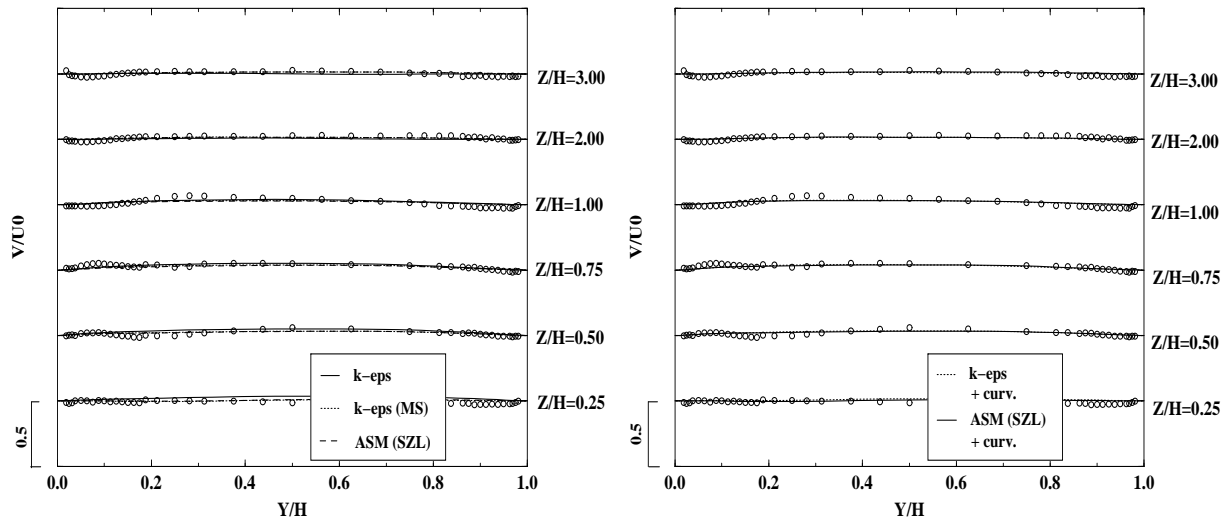


FIG. 1.15 – Profils de vitesse moyenne transversale V à la station $D1$.

vitesse transverse V est très faible et il est donc difficile d'établir des comparaisons entre les modèles.

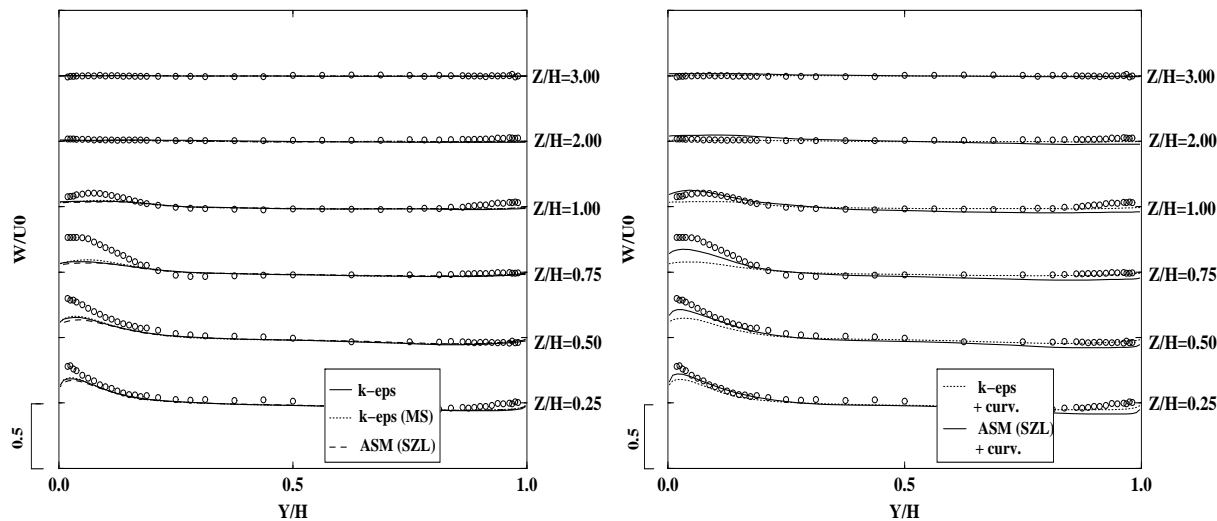
La figure (1.16) montre la vitesse moyenne W . Les meilleurs résultats sont encore obtenus avec le modèle "ASM(SZL)+curv.". Le pic du au tourbillon longitudinal près de la paroi convexe observé en $Z/H = 0.25$, $Z/H = 0.5$ et $Z/H = 0.75$ est en effet mieux prédit par ce modèle, alors que les autres modèles tendent à atténuer son amplitude.

Champ turbulent

Sur la figure (1.17), les profils d'énergie cinétique turbulente sont présentés à la station $D1$.

- Proche de la paroi convexe, les modèles "k-eps", "k-eps(MS)", "ASM(SZL)" et "k-eps+curv." prédisent mal la diminution de l'énergie cinétique de la turbulence due à la courbure. De plus, l'effet du tourbillon longitudinal sur k est totalement ignoré: k diminue au centre du tourbillon et augmente ensuite sur ses bords (ceci est caractéristique d'une zone de cisaillement locale) comme on peut le voir expérimentalement aux positions $Z/H = 0.75$ et $Z/H = 1.0$. Seul le modèle "ASM(SZL)+curv." donne des résultats en bon accord avec l'expérience pour la partie proche de la paroi interne du coude.

Dans les tableaux (1.5) et (1.6), on présente les valeurs maximales des termes de production et de destruction de l'équation du taux de dissipation ε (voir les équations (1.3) et (1.6) avec et sans les corrections de courbure) obtenues avec le modèle ASM. Pour la partie convexe, on remarque que le terme de production II (avec la correction de courbure) est nettement supérieur au terme de production I (sans la correction de courbure), alors que le terme de dissipation II est légèrement inférieur au terme de dissipation I. Avec la correction de courbure, la somme de ces deux termes (Prod.

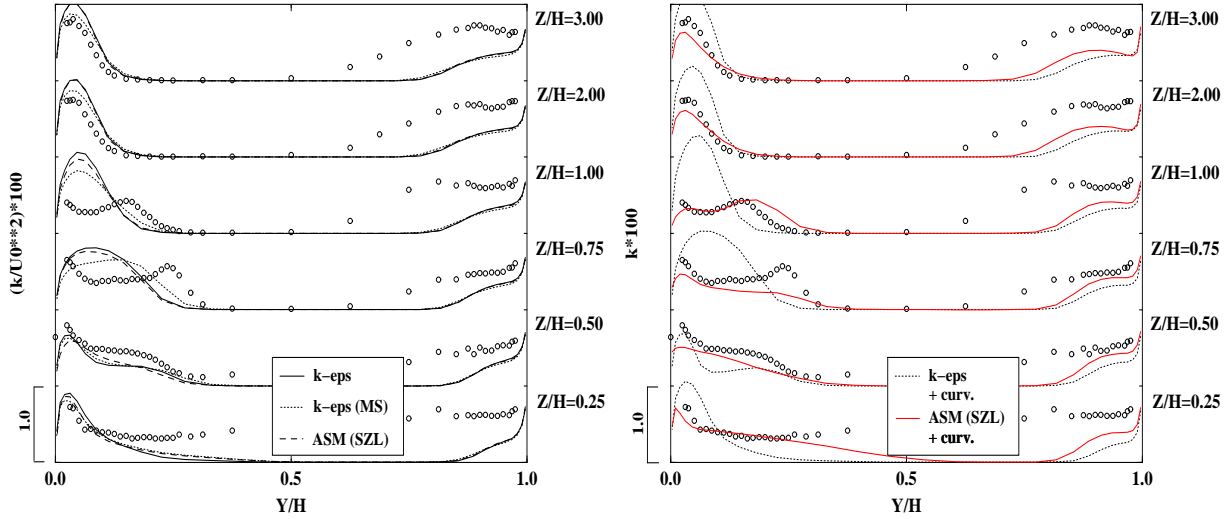
FIG. 1.16 – Profils de vitesse W à la station $D1$.

| Eq. (1.3) | $\underbrace{C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k}_{\text{Prod. I}}$ | $\underbrace{-C_{\varepsilon 2} \bar{\rho} \frac{\varepsilon^2}{k}}_{\text{Destr. I}}$ | Prod. I + Destr. I |
|---------------|---|--|--------------------|
| Paroi convexe | 0.06 | -0.025 | 0.035 |
| Paroi concave | 1.6 | -0.6 | 1.0 |

TAB. 1.5 – Valeurs maximales des termes de production et de destruction de l'équation de ε sans corrections de courbure.

II + Destr. II) a augmenté de manière significative. Ceci induit une augmentation de ε et donc une réduction de l'intensité de la turbulence. Ce résultat est dû au découplage entre les équations du taux de dissipation et de l'énergie cinétique de la turbulence. Pour l'équation de ε modifiée, le terme de production II est directement connecté aux vitesses moyennes locales (qui sont bien estimées par le modèle ASM). Les résultats ne sont par contre pas améliorés en utilisant le modèle $k - \varepsilon$ avec les corrections de courbure "k-eps+curv". La description de l'écoulement moyen n'est pas assez détaillée avec ce modèle (particulièrement dans la région du tourbillon longitudinal $Z/H < 1$).

- Près de la paroi concave, aucun modèle n'arrive à reproduire l'augmentation de k due à la courbure, même si le modèle "ASM(SZL)+curv" donne de légères améliorations. Dans les tableaux (1.5) et (1.6), le taux de dissipation ε est pratiquement inchangé par les corrections de courbure. Le terme de production II a légèrement diminué alors que le terme de destruction II est le même que le terme de destruction I. L'augmentation de l'intensité de la turbulence due à la courbure concave n'est donc pas prise en compte par ces corrections, qui agissent principalement dans la partie

FIG. 1.17 – *Energie cinétique turbulente k à la station D1.*

| Eq. (1.6) | $\underbrace{C_1 \bar{\rho} S \epsilon}_{\text{Prod. II}}$ | $\underbrace{-C_2 \bar{\rho} \frac{\epsilon^2}{k + \sqrt{\nu \epsilon}}}_{\text{Destr. II}}$ | Prod. II + Destr. II |
|---------------|--|--|----------------------|
| Paroi convexe | 0.23 | -0.1 | 0.13 |
| Paroi concave | 1.55 | -0.6 | 0.95 |

TAB. 1.6 – *Valeurs maximales des termes de production et de destruction de l'équation de ϵ avec corrections de courbure.*

convexe.

Le cisaillement turbulent $-\overline{u'v'}$ à la station D1 est présenté sur la figure (1.18). On peut faire les mêmes remarques que précédemment :

- Dans la partie convexe, seul le modèle "ASM(SZL)+curv" reproduit correctement le cisaillement turbulent. Les autres modèles donnent des valeurs trop élevées.
- Dans la partie concave, les résultats sont très légèrement améliorés par le modèle "ASM(SZL)+curv", mais le cisaillement turbulent est globalement surestimé.

Les contraintes turbulentes normales $\overline{u'u'}$, $\overline{v'v'}$ et $\overline{w'w'}$ sont montrées sur les figures (1.19) et (1.20). Pour plus de clarté, nous avons seulement présenté les résultats concernant le modèle ASM (avec et sans corrections de courbure). Les résultats sont globalement améliorés par le modèle "ASM(SZL)+curv". L'anisotropie du tenseur de Reynolds est bien prise en compte, particulièrement dans la partie convexe de la conduite.

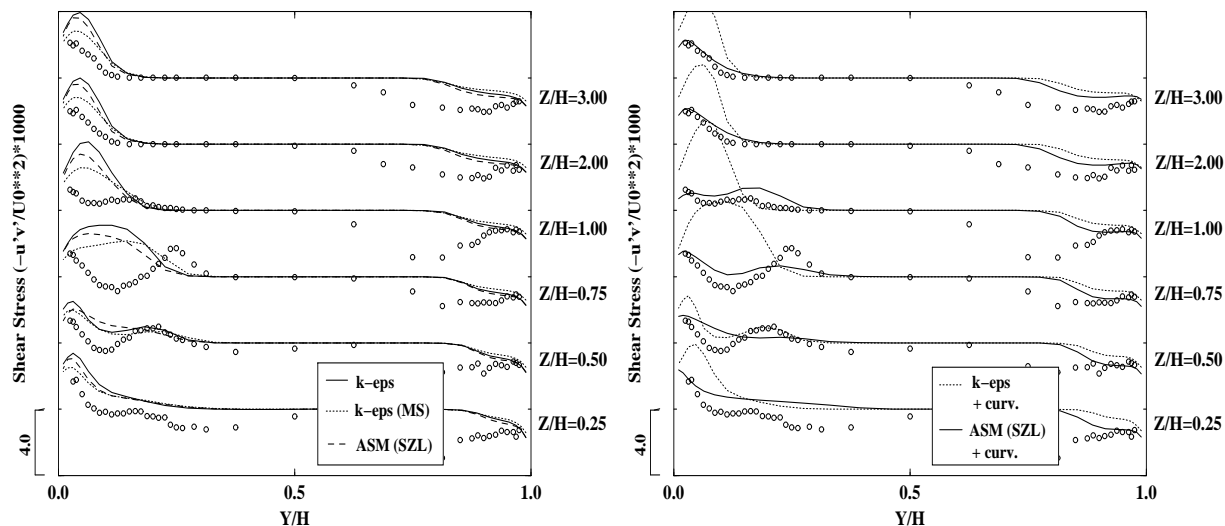


FIG. 1.18 – Cisaillement turbulent $-\overline{u'v'}$ à la station D1.

1.2.5 Conclusion

Différents modèles de turbulence ont été testés sur le cas d'un écoulement tri-dimensionnel fortement courbé [80]. Il s'agit des modèles $k - \varepsilon$, multi-échelles et ASM. L'objectif principal de cette étude était d'introduire des améliorations dans ces modèles pour mieux prendre en compte les phénomènes physiques apparaissant dans cet écoulement complexe (tri-dimensionalité, courbure des lignes de courant, effet des gradients de pression, développement de structures secondaires, ...). Ces améliorations, initialement proposées par Lumley [76], consistent à modifier les termes de production et de destruction dans l'équation du taux de dissipation ε (Shih *et al.* [77]). Les résultats numériques ont été comparés aux données expérimentales. Les résultats ont été analysés à une station après la fin du coude, où les effets de courbure sont les plus importants (diminution du niveau de turbulence et développement d'un tourbillon longitudinal près de la paroi convexe, amplification de la turbulence près de la paroi concave).

Les principales conclusions sont les suivantes :

- Proche de la paroi convexe, les modèles de turbulence classiques sans corrections de courbure ("k-eps", "k-eps(MS)" et "ASM(SZL)") ne sont pas capables de prédire correctement l'écoulement moyen (tourbillon longitudinal) et les quantités turbulentes (surestimation des contraintes turbulentes). Le modèle $k - \varepsilon$ avec les corrections de courbure n'améliore pas les résultats. Concernant les modèles ASM, il semble d'après Sotiropoulos et Ventikos [78] qu'il faudrait utiliser un modèle cubique et non quadratique pour obtenir de meilleurs résultats.
- Seul le modèle "ASM(SZL)+curv" avec les corrections sur l'équation de ε donne des résultats en bon accord avec les données expérimentales proche de la paroi convexe. Le tourbillon longitudinal est bien prédit, et l'énergie cinétique de la turbulence également. L'anisotropie de la turbulence est également prise en compte par ce

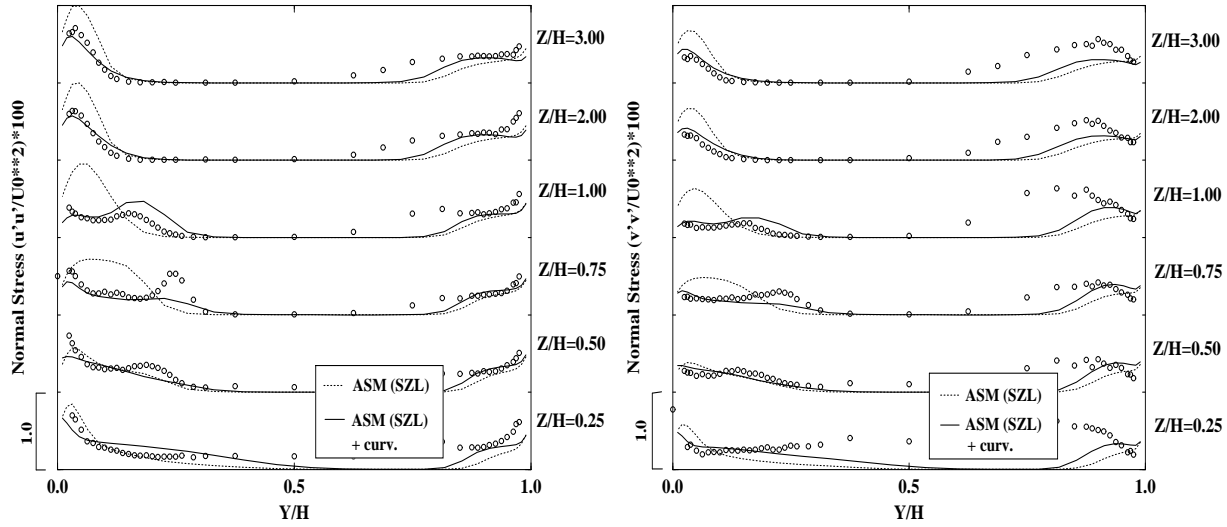


FIG. 1.19 – Contraintes turbulentes normales $\overline{u'u'}$ et $\overline{v'v'}$ à la station D1.

modèle. Ce résultat suggère qu'il n'est pas nécessaire d'utiliser des modèles RSM (qui sont difficiles à mettre en oeuvre numériquement) pour prédire les effets de courbure convexe.

- Proche de la paroi concave, aucun modèle n'arrive à reproduire la forte amplification du niveau de turbulence, même si nous obtenons des résultats légèrement meilleurs avec le modèle "ASM(SZL)+curv". Des difficultés similaires ont été rencontrées par de nombreux auteurs [74, 75, 78] proche de la paroi concave, même avec des fermetures au second ordre (modèles RSM).

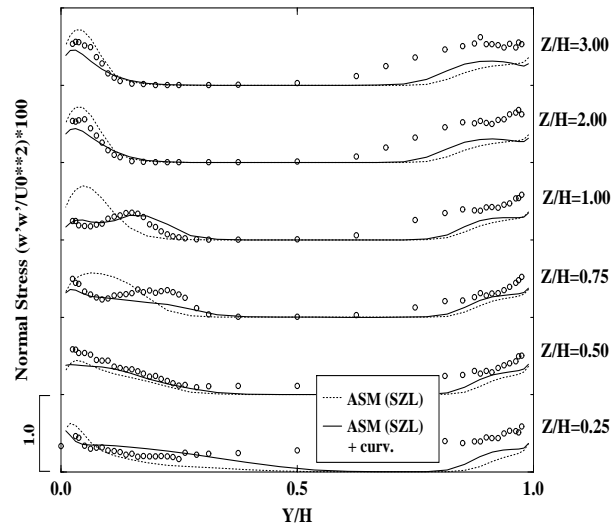


FIG. 1.20 – Contraintes turbulentes normales $\overline{w'w'}$ à la station D1.

Chapitre 2

Calculs LES et comparaisons RANS/LES

2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons tout d'abord les calculs RANS et LES de la couche de mélange plane de Goebel et Dutton [88], avant d'étudier la couche de mélange fortement courbée de Castro et Bradshaw [89]. Cette dernière configuration est similaire à un inverseur de poussée au niveau des phénomènes physiques présents dans l'écoulement (courbure de la couche de mélange sous l'effet de l'impact sur une paroi). Il est donc intéressant de tester les capacités prédictives des codes de calcul (RANS, LES) pour un tel écoulement avant d'envisager des calculs sur des configurations plus complexes d'inverseur de poussée.

La couche de mélange plane turbulente a suscité de nombreuses études expérimentales et numériques et continue d'être un sujet important d'investigation et de recherche. La formation de la couche de mélange est due à la confluence de deux écoulements parallèles issus de conditions génératrices différentes, séparés par une plaque plane. Cette couche est dominée par des structures tourbillonnaires de grande échelle. L'écoulement peut être séparé en deux parties : la zone d'établissement, située juste en aval du bord de fuite de la plaque séparatrice. Cette zone caractérise la transition de l'écoulement de couche limite à l'écoulement de couche de mélange. L'étendue de cette zone dépend fortement de la nature des couches limites incidentes (turbulentes ou laminares) ainsi que de la géométrie de la plaque séparatrice (angle d'inclinaison, rugosité, ...) [13]. Loin en aval du bord de fuite, se situe la zone d'auto-similarité où la couche de mélange est pleinement développée et où les grandeurs moyennes et turbulentes présentent des profils de similitude.

2.2 Couche de mélange plane

2.2.1 Dispositif expérimental

Nous nous intéressons à la couche de mélange compressible étudiée expérimentalement par Goebel et Dutton [88]. Les essais ont été réalisés dans la soufflerie supersonique de l'université d'Illinois à Urbana-Champaign. Le montage expérimental est constitué de deux demi-tuyères supersoniques séparées par une plaque d'épaisseur 0.5 mm et inclinée d'un angle de 2.5 deg du coté de la tuyère 2 (voir figure (2.1)).

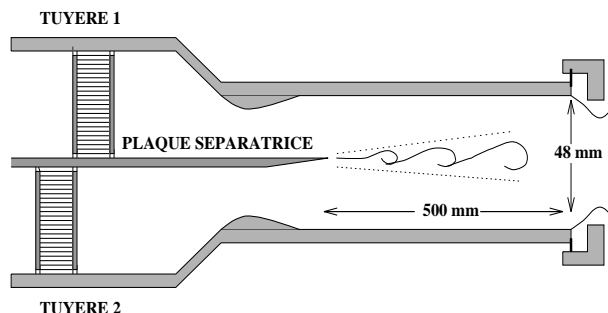


FIG. 2.1 – Montage expérimental [88].

Les deux couches limites incidentes débouchent dans la chambre d'essai de section carrée, de longueur 500 mm et de largeur 48 mm. Un dispositif expérimental (rampe de compression ajustable) placé en aval de la chambre d'essai permet de maintenir la pression statique constante. La couche de mélange se trouve confinée entre les deux parois latérales, traversée par les ondes de chocs réfléchies.

Cette expérience a été par la suite complétée par une deuxième campagne de mesures réalisés par Goebel et Dutton [90] et le nombre de configurations examinées porté à un total de sept couches de mélange dont les nombres de Mach convectifs varient de 0.2 à 1.0. Dans cette étude, nous examinons en détail la configuration d'écoulement à Mach convectif $M_c = 0.46$ et à nombre de Reynolds $Re = 12.10^6 m^{-1}$, dont les grandeurs caractéristiques sont données dans le tableau ci-dessous :

| M_1, M_2 | U_1, U_2 (m/s) | T_{t1}, T_{t2} (K) | P (Pa) | $r = U_2/U_1$ | $s = \rho_2/\rho_1$ |
|------------|------------------|----------------------|----------|---------------|---------------------|
| 1.91, 1.36 | 700, 399 | 578, 295 | 46000 | 0.57 | 1.55 |

2.2.2 Calculs RANS

Conditions du calcul

Le domaine de calcul considéré dans cette étude couvre toute la veine d'essai, les dimensions du domaine sont celles de la géométrie expérimentale (500 × 48 mm). Le maillage est cartésien, uniforme dans la direction longitudinale x et resserré dans la zone de mélange suivant y . La taille de la plus petite maille suivant y est de l'ordre de

$10^{-5} m$. Le maillage comprend (100×100) mailles suivant les directions (x, y) . Des tests de raffinement de maillage ont montré que la solution est indépendante au maillage (Hadjadj [9]).

Les quantités moyennes et fluctuantes sont initialisées à partir des profils expérimentaux en entrée. L'énergie cinétique de la turbulence est déduite à partir des fluctuations des vitesses longitudinales et transversales en supposant l'égalité $\widetilde{w''^2} = \widetilde{v''^2}$. Ainsi, on peut écrire que :

$$k \simeq \frac{1}{2}(\widetilde{u''^2} + 2\widetilde{v''^2}) \quad (2.1)$$

La viscosité turbulente μ_t est initialisée grâce à la relation de Boussinesq simplifiée :

$$-\bar{\rho}\widetilde{u''v''} = \mu_t \frac{\partial U}{\partial y} \quad (2.2)$$

Le taux de dissipation est lié à l'énergie cinétique turbulente par la relation :

$$\varepsilon(y) = \bar{\rho}C_\mu \frac{k^2(y)}{\mu_t} \quad (2.3)$$

Sur la frontière amont, étant donné qu'il s'agit d'un écoulement supersonique, toutes les grandeurs sont imposées. Sur la frontière aval, ces grandeurs sont extrapolées. La condition de glissement est appliquée sur les parois latérales.

Les trois modèles de turbulence suivants sont utilisés : $k - \varepsilon$, multi-échelles [8] et ASM de Shih *et al.* [26].

Résultats obtenus

Sur la figure (2.2), on présente les profils de vitesse moyenne longitudinale normalisée U^* obtenus avec le modèle $k - \varepsilon$. Les résultats obtenus avec les autres modèles de turbulence sont similaires et ne sont donc pas présentés.

La première partie de l'écoulement correspond à la transition de l'écoulement de couche limite à l'écoulement de couche de mélange pleinement développée. Dans cette zone, la turbulence n'est pas en équilibre. Il est intéressant de noter que même dans cette zone, l'ensemble des modèles (y compris le $k - \varepsilon$) arrivent à reproduire les résultats expérimentaux, à condition d'utiliser en entrée les profils mesurés. Lorsque la couche de mélange est pleinement développée, il devient possible de dégager des profils d'auto-similarité. Goebel et Dutton [88] situent cette zone à $300 < X < 400 mm$. Dans cette région, on trouve également un très bon accord entre la prédiction numérique et l'expérience pour les vitesses moyennes. L'existence de cette zone est vérifiée grâce à l'examen des profils $U^* = f(Y^*)$ entre $X = 300 mm$ et $X = 400 mm$ (voir la figure (2.4) pour le modèle $k - \varepsilon$). Notons que U^* et Y^* sont respectivement la vitesse longitudinale normalisée et la distance normalisée par rapport au centre de la couche de mélange (voir la nomenclature pour les définitions). On constate que tous les profils peuvent se superposer et sont en bon accord avec l'expérience.

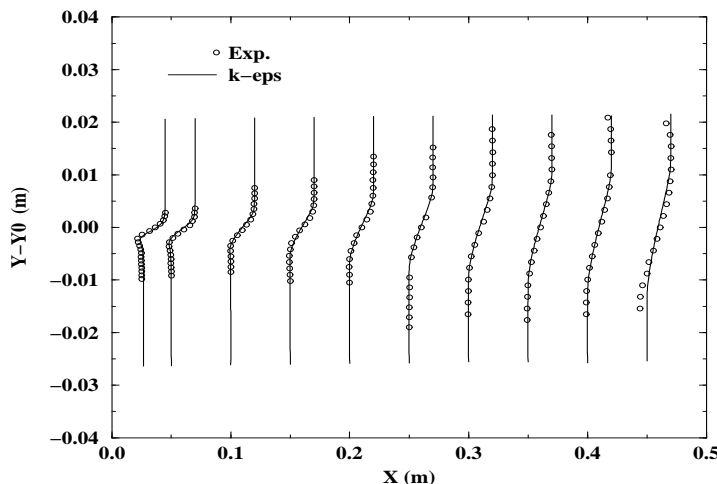


FIG. 2.2 – Profils de la vitesse moyenne longitudinale normalisée U^* - Modèle $k - \varepsilon$.

Des résultats similaires sont obtenus avec les autres modèles de turbulence pour les profils de similitude de la vitesse moyenne.

Le taux d'ouverture calculé avec les modèles $k - \varepsilon$, multi-échelles et ASM est comparé à une compilation des données expérimentales (figure (2.3)). Un bon accord est observé entre les résultats des calculs RANS et les valeurs expérimentales. Ce taux reste proche de sa valeur incompressible, ce qui montre que les effets de compressibilité ne sont pas encore prépondérants.

Concernant l'évolution des grandeurs turbulentes, on trouve le même type de comportement que pour le champ moyen. La similitude est également atteinte entre $X = 300 \text{ mm}$ et $X = 400 \text{ mm}$ (voir la figure (2.4) pour le modèle $k - \varepsilon$). Mais la formulation isotrope du modèle $k - \varepsilon$ conduit à une sous-estimation de la contrainte normale longitudinale $\overline{u''^2}$ et à une surestimation de la contrainte normale transversale $\overline{v''^2}$. Le cisaillement turbulent $-\overline{u''v''}$ est quant lui bien estimé par le modèle $k - \varepsilon$. Sur la figure (2.5) (à gauche), on constate que le modèle multi-échelles fournit des résultats quasiment identiques au modèle $k - \varepsilon$ mono-échelle. Ce résultat est finalement attendu puisque, malgré son formalisme multi-échelles, le modèle continue à souffrir de l'hypothèse de viscosité isotrope.

L'anisotropie du tenseur de Reynolds est mieux prédite avec le modèle ASM de Shih *et al.* (voir figure (2.5) à droite). Ce résultat est du à la formulation anisotrope (1.47) donnée au tenseur des contraintes turbulentes dans la modélisation ASM. La contrainte normale longitudinale $\overline{u''^2}$ est correctement estimée. Par contre, la contrainte normale transversale $\overline{v''^2}$ est surestimée. Comme pour les autres modèles de turbulence, le cisaillement turbulent est en bon accord avec les résultats expérimentaux.

Si les calculs RANS apportent une bonne estimation des composantes de la vitesse moyenne, les contraintes turbulentes restent difficiles à capturer avec ces méthodes.

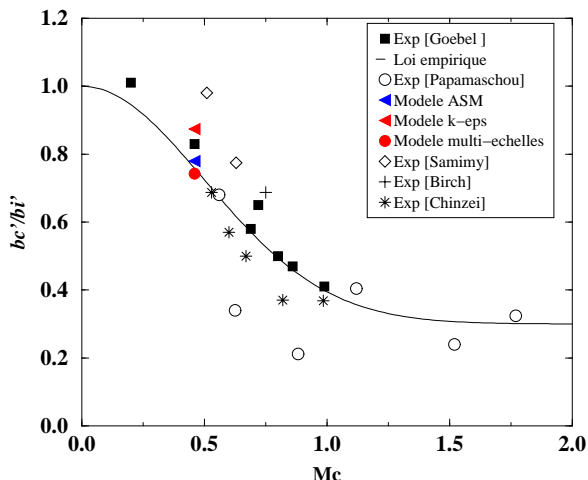


FIG. 2.3 – Taux d'ouverture de la couche de mélange - Calculs RANS.

2.2.3 Calcul LES

Conditions du calcul

Nous réalisons une simulation temporelle de la couche de mélange. Le principe d'une telle simulation est illustré sur la figure (2.6). Cette méthode consiste à se placer dans un repère lié aux grosses structures convectées avec une vitesse uniforme vers l'aval. On peut alors décrire l'évolution temporelle des instabilités. Cette technique a pour avantage de pouvoir décrire finement les structures de la couche de mélange, car il est possible de concentrer un nombre important de noeuds de maillage dans une zone relativement restreinte de l'écoulement. De plus, le traitement des conditions aux limites est relativement simple puisqu'on utilise des conditions périodiques dans la direction de l'écoulement.

Les dimensions du domaine de calcul sont les suivantes :

$$(L_x \times L_y \times L_z) = (0.072 \times 0.048 \times 0.055) \text{ m}$$

Notons que la dimension L_y correspond à la largeur de la veine expérimentale. La simulation est réalisée sur un maillage cartésien uniforme dans les directions x et z et resserré au centre dans la direction y . Le domaine de calcul contient :

$$(n_x \times n_y \times n_z) = (151 \times 101 \times 101) \text{ mailles}$$

Le domaine de calcul est découpé suivant la direction x en 15 sous-domaines (approche multidomaine décrite en annexe C). Le calcul est ensuite réalisé en parallèle sur 15 processeurs (machine SGI Origin 2000).

Sur la figure (2.7), on compare la taille des mailles du calcul avec les échelles de longueurs caractéristiques de l'écoulement (échelles intégrales, de Taylor et de Kolmogorov). Ces échelles sont évaluées dans la zone de similitude de la couche de mélange ($x = 350 \text{ mm}$)

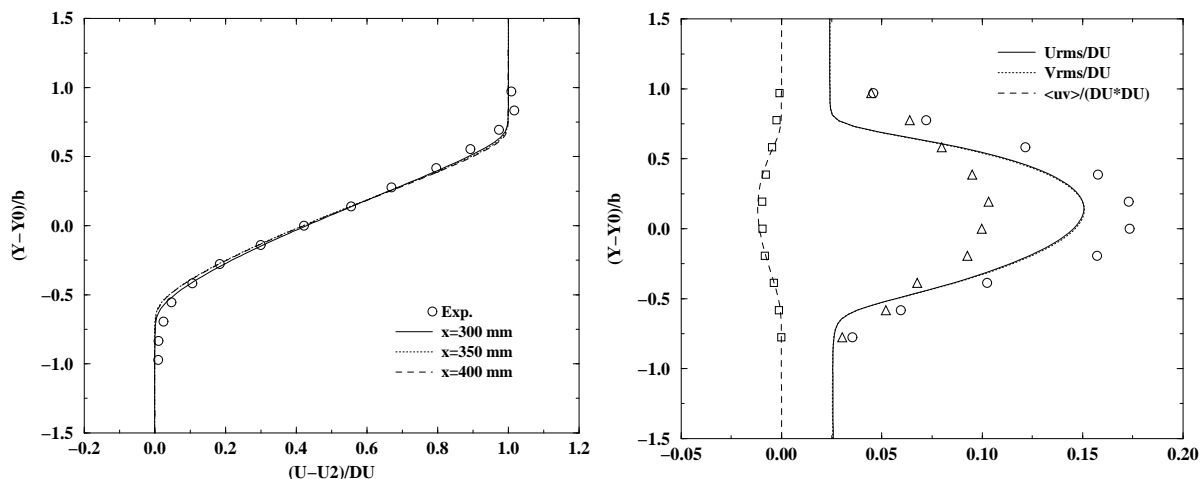


FIG. 2.4 – Profil de similitude pour la vitesse moyenne longitudinale (à gauche) et les contraintes de Reynolds (à droite) - Modèle $k - \varepsilon$.

en utilisant les résultats du calcul RANS avec le modèle $k - \varepsilon$. On les approxime de la manière suivante [91] :

$$\Lambda = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \quad \text{Echelle integrale} \quad (2.4)$$

$$\lambda_t = \left(\frac{15\nu k}{\varepsilon} \right)^{1/2} \quad \text{Echelle de Taylor} \quad (2.5)$$

$$l_k = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \quad \text{Echelle de Kolmogorov} \quad (2.6)$$

Elles correspondent chacune à une taille caractéristique des structures de l'écoulement. L'échelle intégrale est liée à la taille des grosses structures de l'écoulement puisqu'elle représente la distance au-delà de laquelle les corrélations de vitesses deviennent pratiquement nulles. Par contre, l'échelle de Taylor est caractéristique des petits tourbillons associés aux gradients de vitesse. C'est une micro-échelle associée aux petites structures de l'écoulement proches de la taille des structures dissipatives. L'échelle de Kolmogorov est quant à elle associée aux structures dissipatives et correspond à une taille de tourbillon où la dissipation visqueuse devient très importante.

L'échelle de longueur minimum que l'on peut résoudre numériquement est liée à la taille des mailles. Le principe de la LES étant de simuler directement les grosses structures de l'écoulement, la taille maximum des mailles doit nécessairement être inférieure à l'échelle intégrale. Une taille de maille "correcte" pour la LES se situe donc entre l'échelle intégrale et l'échelle de Taylor puisque celle-ci est caractéristique des petites structures de l'écoulement proches de la taille des structures dissipatives. Il paraît donc légitime de placer la coupure entre la partie simulée et la partie modélisée de l'écoulement à ce niveau. On constate sur la figure (2.7) que la taille des mailles dans les deux directions homogènes x et z est de l'ordre de la micro-échelle de Taylor. Dans la direction transversale y , la taille

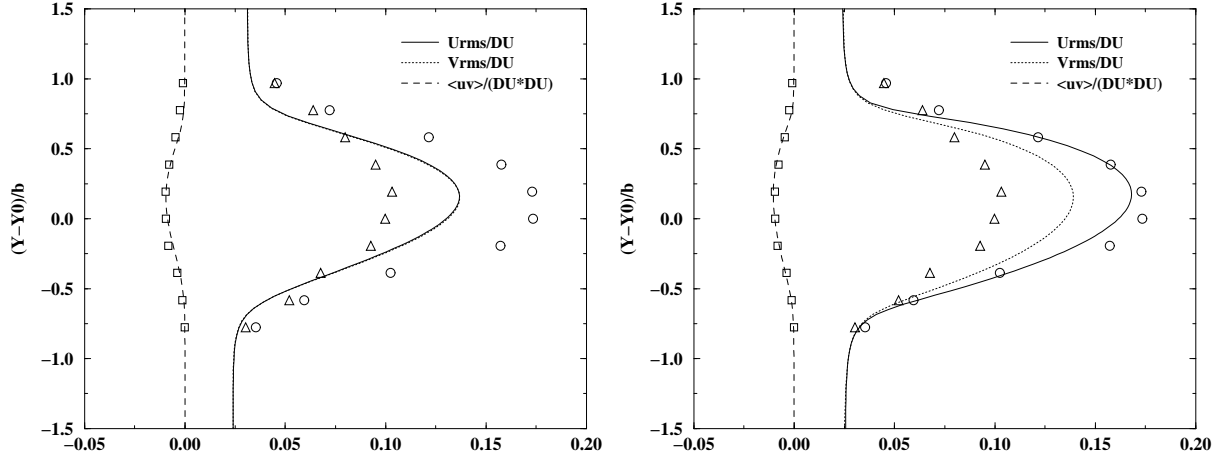


FIG. 2.5 – Profils de similitude pour les contraintes de Reynolds - modèle multi-échelles (à gauche) et ASM (à droite).

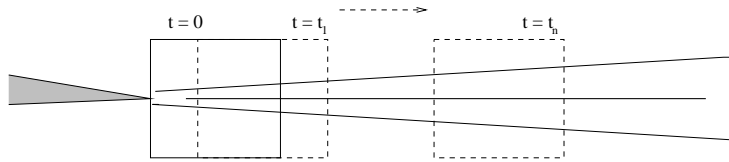


FIG. 2.6 – Principe de la simulation temporelle.

de la plus petite maille est largement inférieure à cette échelle. On peut donc considérer que le maillage utilisé est suffisant.

Les conditions aux limites sont périodiques suivant les directions x et z . Les frontières supérieures et inférieures du domaine sont des plans de symétrie (conditions de glissement). L'initialisation est effectuée à l'aide d'une loi en tangente hyperbolique pour la vitesse moyenne :

$$U(y) = \frac{1}{2}(U_1 + U_2) + \frac{1}{2}(U_1 - U_2) \tanh\left(\frac{2y}{\delta_i}\right) \quad (2.7)$$

où δ_i est l'épaisseur de vorticit   donn  e par l'exp  rience    la premi  re station de mesure. Elle est d  finie par :

$$\delta_i = \frac{U_1 - U_2}{\max|\partial U / \partial y|} = 1.635 \times 10^{-3} \text{ m} \quad (2.8)$$

Les autres composantes de la vitesse moyenne sont nulles. Le profil de pression est constant et   gal    la valeur exp  rimentale. Le profil de densit   est initialis   avec un profil en tangente hyperbolique similaire    (2.7).

Afin de perturber les profils moyens, un bruit blanc d'amplitude 2%, pond  r   par une

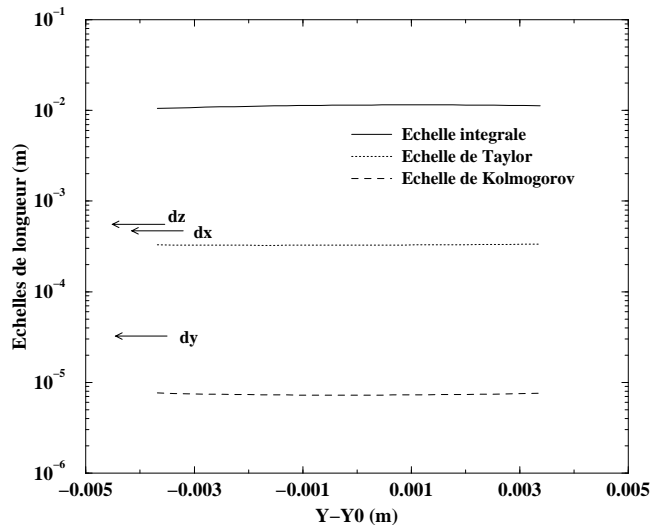


FIG. 2.7 – Comparaison de la taille des mailles avec les échelles de longueurs obtenues en utilisant un calcul RANS (modèle $k - \varepsilon$).

gaussienne a été ajouté aux trois composantes de la vitesse :

$$u' = 0.02 * (U_1 - U_2) * \Gamma * e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta_i} \right)^2} \quad (2.9)$$

où Γ est la valeur de la perturbation (comprise entre -1 et 1) donnant le bruit blanc. Le modèle dynamique lagrangien de Meneveau est utilisé.

Champs moyens

Les résultats statistiques aux différents temps de la simulation sont obtenus en moyennant suivant les directions homogènes x et z . Le temps est adimensionné par $t_{ad} = \delta_i / (U_1 - U_2)$.

L'évolution de l'épaisseur de la couche de mélange b (voir la nomenclature pour la définition de b) est présentée sur la figure (2.8). On peut constater que le comportement dans la zone de turbulence développée ($t > 20$) est bien linéaire.

La zone de similitude est atteinte à $t \approx 30$ pour les vitesses moyennes et pour les contraintes de Reynolds. On peut constater sur la figure (2.9) (à gauche) que les profils de vitesse moyenne à différents temps se superposent et sont en excellent accord avec le profil expérimental. Les profils de similitude pour les contraintes de Reynolds sont présentés sur la figure (2.9) (à droite). La contrainte de Reynolds longitudinale et le cisaillement turbulent sont bien prédits par le calcul. Par contre, comme dans les calculs RANS, la contrainte de Reynolds transversale est légèrement surestimée. Il est intéressant de noter que le calcul LES reproduit l'anisotropie du tenseur de Reynolds dans la zone d'auto-similitude, contrairement aux modèles de turbulence à viscosité isotrope. Comme nous l'avons vu précédemment, l'anisotropie de la turbulence est également prédite par

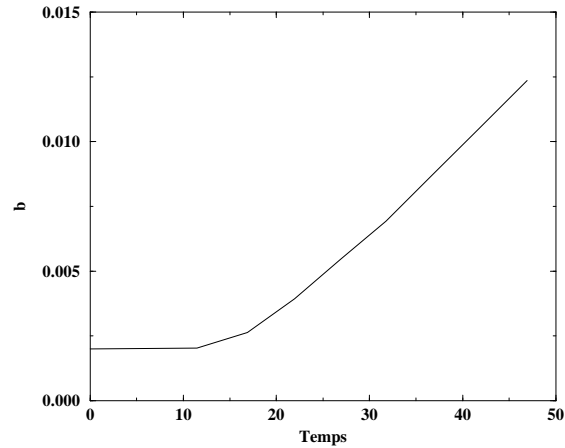


FIG. 2.8 – Evolution de l'épaisseur b de la couche de mélange - Calcul LES.

le modèle ASM de Shih *et al.* Cependant, la contrainte normale transversale est mieux estimée par le calcul LES.

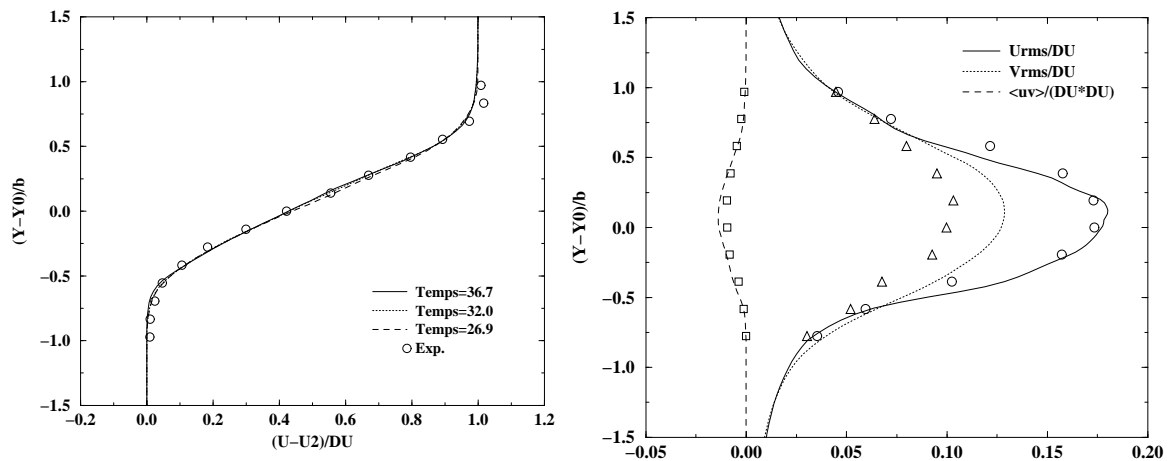


FIG. 2.9 – Profil de similitude pour la vitesse moyenne longitudinale (à gauche) et les contraintes de Reynolds (à droite) - Calcul LES.

Champs instantanés

La simulation des grandes échelles permet également d'avoir accès à l'évolution temporelle de l'écoulement, et non plus seulement aux grandeurs moyennées en temps (comme c'est le cas pour les calculs RANS).

On peut ainsi décrire les mécanismes d'évolution de la couche de mélange. Nous présentons sur les figures (2.11), (2.12) et (2.13) respectivement :

- des coupes dans les plans (x,y) et (y,z) de la norme de la vorticité,

- des iso-surfaces de basse pression. Cette représentation permet de caractériser les zones de forte vortacité,
- des iso-surfaces de la norme de la vortacité et de la vortacité longitudinale.

Les figures sont présentées à quatre instants différents correspondant à :

- $t = 11.4$: zone de transition,
- $t = 16.9$: début de la zone de turbulence développée,
- $t = 26.9$: zone de turbulence développée, début de la zone d'auto-similarité,
- $t = 36.7$: zone de turbulence développée, zone d'auto-similarité pour le champ moyen et turbulent.

- A $t = 11.4$, on observe la zone de transition. Comme on peut le constater sur les différentes coupes de la norme de la vortacité (voir la figure 2.11), l'écoulement est parfaitement bi-dimensionnel et la couche de mélange ne s'est pas encore vraiment développée. L'écoulement est organisé sous la forme de nappes de vortacité créées par le cisaillement moyen.
- A $t = 16.9$, la couche de mélange commence à s'épaissir. Il s'agit du début de la zone de turbulence développée où des instabilités de Kelvin-Helmoltz apparaissent. Ces instabilités sont essentiellement bi-dimensionnelles, organisées sous la forme de rouleaux de tourbillons suivant la direction z . On peut cependant constater sur la représentation de l'iso-surface de basse pression (figure 2.12) que ces rouleaux oscillent suivant la direction x . Ces oscillations, en opposition de phase, conduisent à des débuts d'appariements tourbillonnaires. D'autre part, des structures longitudinales apparaissent (vortacité longitudinale) et mettent en évidence le début de la tri-dimensionnalité de l'écoulement.
- A $t = 26.9$, la turbulence est pleinement développée puisque toutes les grandeurs (moyennes et turbulentes) atteignent la zone d'auto-similarité. On remarque que les structures tourbillonnaires suivant z sont toujours présentes, mais cette fois-ci, les appariements sont particulièrement visibles (zone encadrée sur la figure (2.12)). On peut également constater que les structures longitudinales deviennent de plus en plus importantes.
- Les mêmes phénomènes, mais amplifiés, sont visibles a $t = 36.7$. On peut noter le regroupement de tourbillons longitudinaux conduisant à une structure en épingle à cheveux (hairpin) sur l'iso-surface de basse pression (voir figure (2.12)).

Ces différentes instabilités tri-dimensionnelles ont précédemment été décrites par Lesieur [92] et observées par Si-Ameur [93] pour une couche de mélange à Mach convectif 0.64. Elles sont schématisées sur la figure (2.10). Les instabilités de Kelvin-Helmoltz (rouleaux de tourbillons suivant z) sont les premières à apparaître. Des oscillations suivant x (direction de l'écoulement) conduisent ensuite à des appariements tourbillonnaires. On remarque également des oscillations suivant y (direction transverse à l'écoulement).

L'ensemble de la procédure numérique (méthode numérique et modèle de sous-maille) apporte donc des résultats encourageants dans le cas de la couche de mélange plane tri-dimensionnelle.

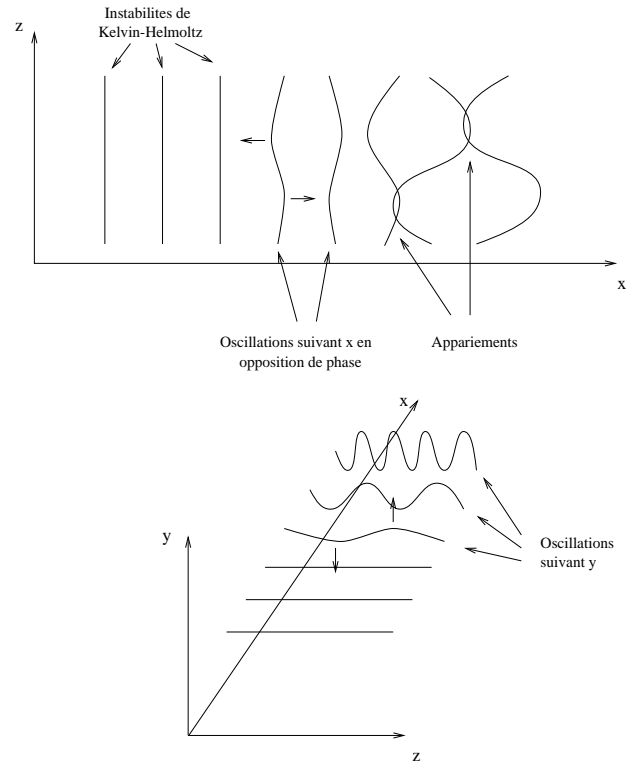


FIG. 2.10 – Représentation schématique des instabilités tri-dimensionnelles.

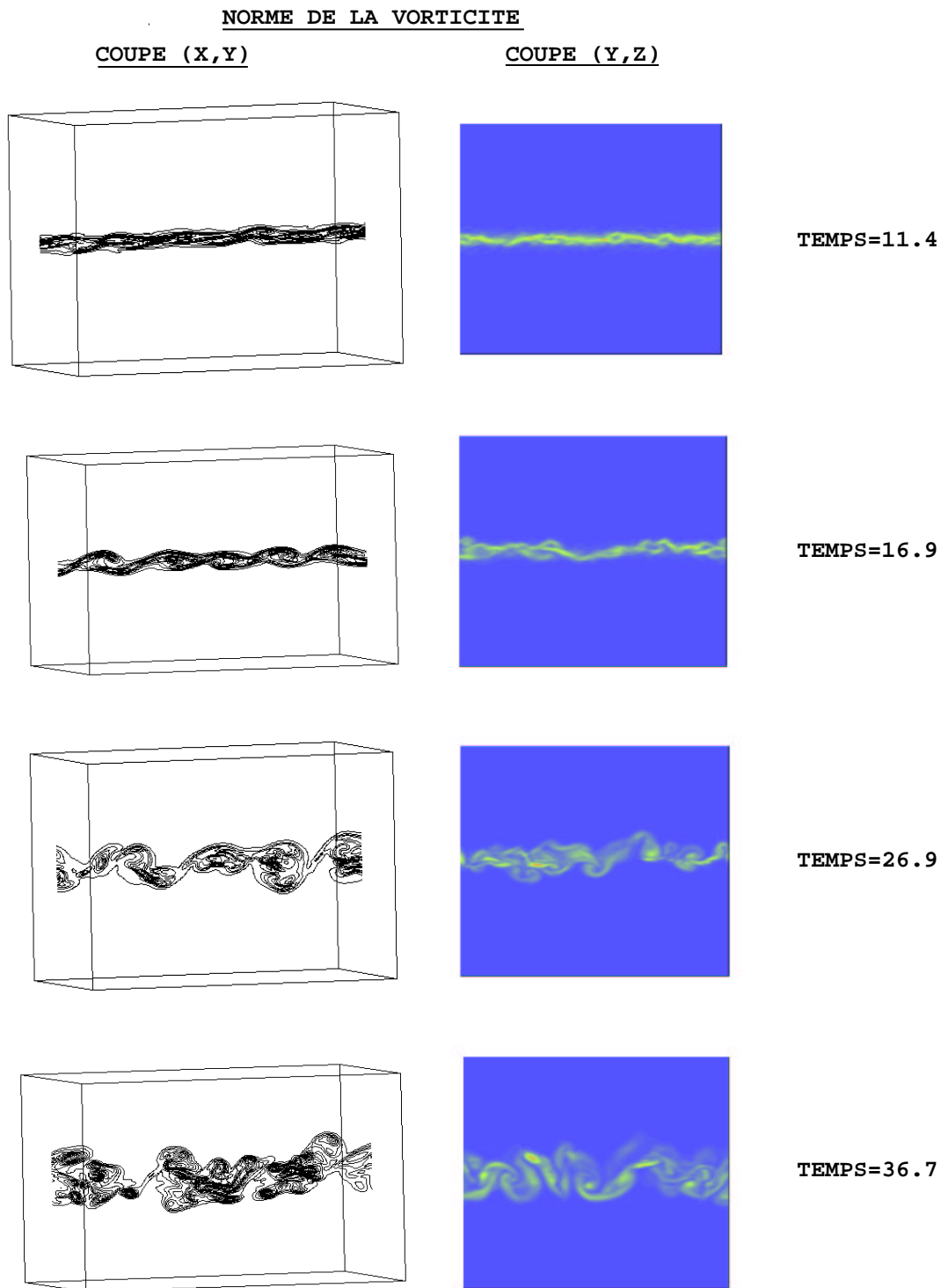
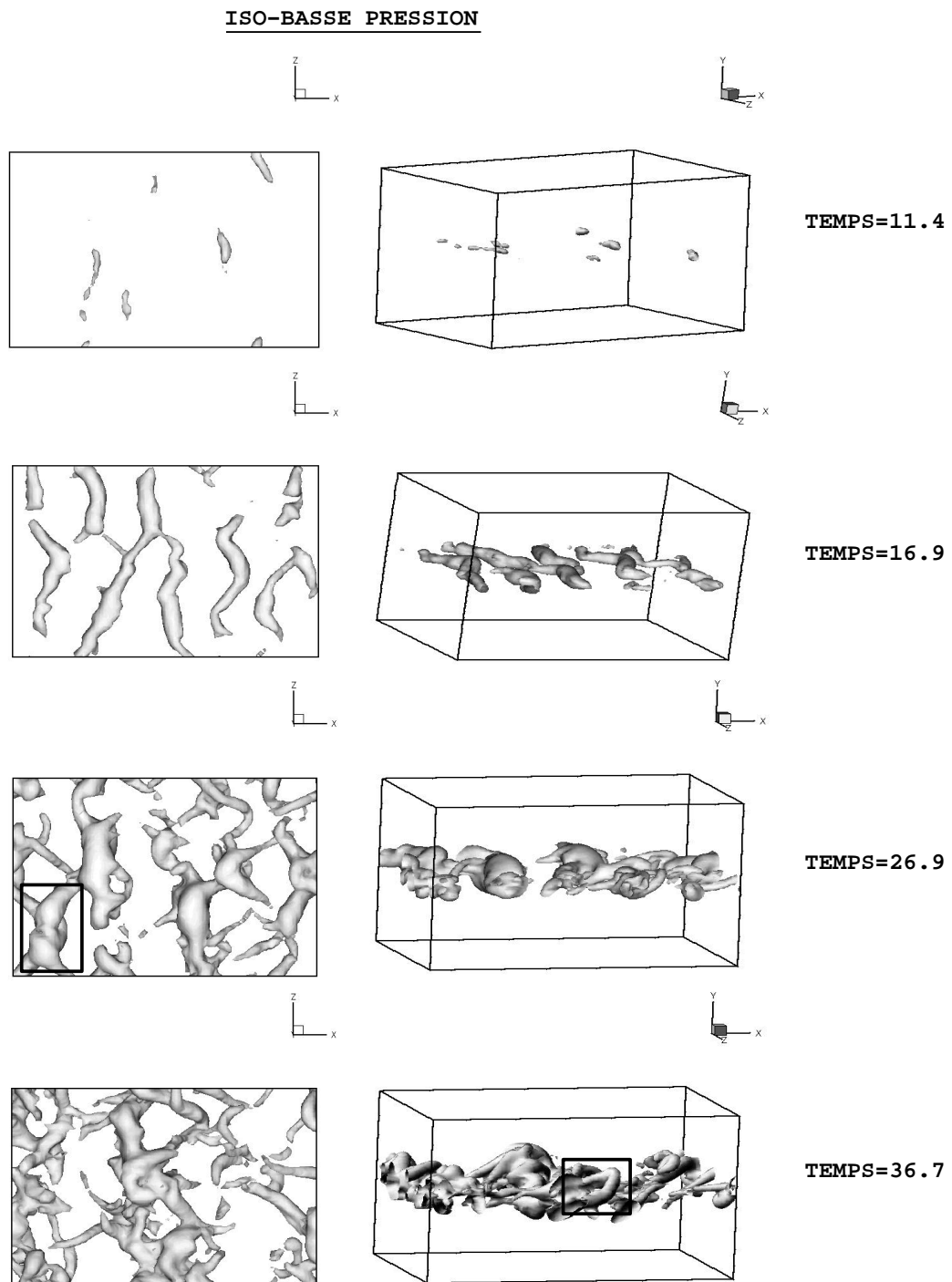


FIG. 2.11 – Coupes de vorticité.

FIG. 2.12 – *Iso-basse pression.*

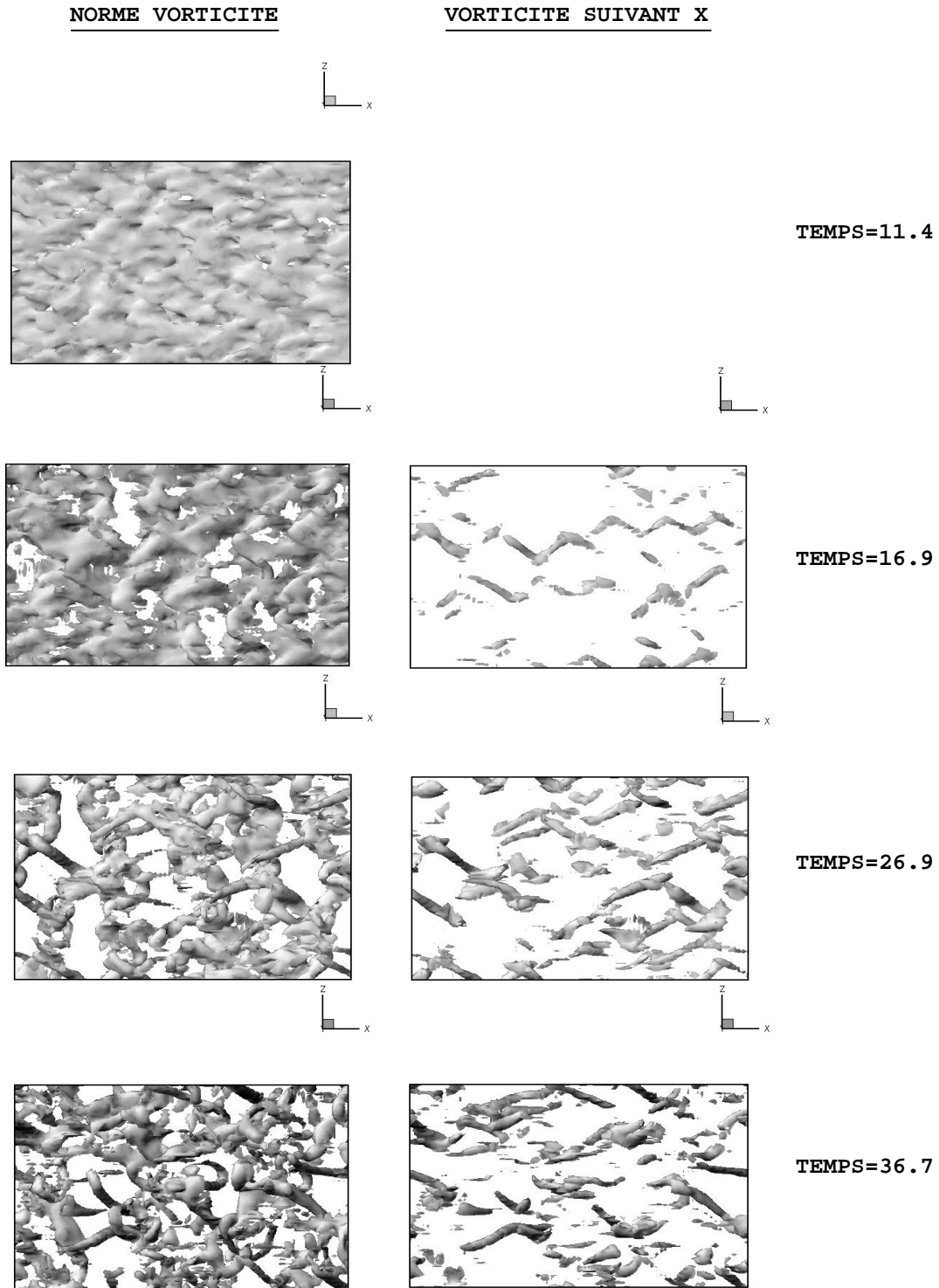


FIG. 2.13 – *Iso-vorticité.*

2.3 Couche de mélange courbe

2.3.1 Géométrie

La configuration choisie par Castro et Bradshaw [89] pour leur expérience est présentée sur la figure (2.14). L'écoulement consiste en un jet plan venant impacter sur une paroi

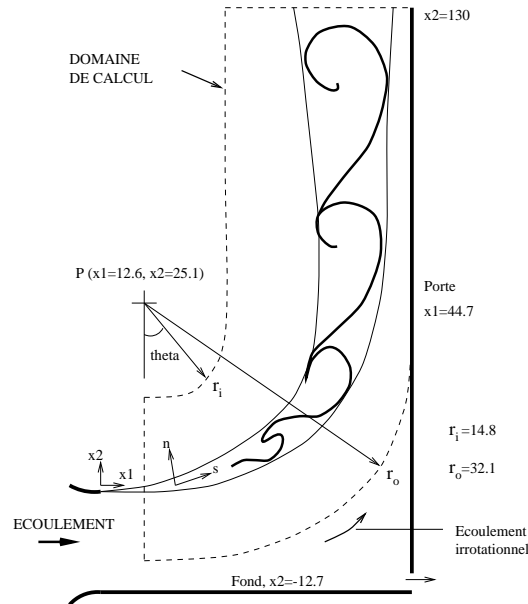


FIG. 2.14 – Couche de mélange courbe - Géométrie et notations (dimensions en cm).

perpendiculaire. Près du coin, l'écoulement est irrotationnel grâce à un système d'aspiration (voir figure (2.14)). Les mesures ont été réalisées dans la couche de mélange *libre* bordant le jet.

Les résultats expérimentaux mettent en évidence l'effet de la courbure sur le taux d'ouverture de la couche de mélange (diminution par rapport au taux d'ouverture dans une couche de mélange plane). D'autre part, la courbure a un effet stabilisant (le niveau de turbulence diminue dans la couche de mélange).

En aval de la région courbée, la couche de mélange retourne asymptotiquement à un état de couche de mélange plane classique (le taux d'ouverture retrouve une valeur légèrement supérieure à celle d'une couche de mélange plane). Le résultat le plus surprenant des mesures de Castro et Bradshaw est que ce retour n'est pas monotone: après avoir diminué sous l'effet stabilisant de la courbure, les quantités turbulentes augmentent rapidement et dépassent les valeurs obtenues dans la couche de mélange plane. Les auteurs ont vérifié que ce dépassement n'était pas du à des instationnarités à basse fréquence (battement) de la couche de mélange.

La vitesse de référence dans le plan de sortie du jet ($x_1 = 0$) est $U_{ref} = 33 \text{ m.s}^{-1}$. La turbulence dans le tunnel de sortie du jet est inférieure à 0.09%. Des mesures dans une couche de mélange plane pour la même vitesse de référence (Castro [94]) ont montré

que les profils de vitesse étaient auto-similaires pour $x_1 > 20 \text{ cm}$. Castro et Bradshaw considèrent que la couche de mélange plane à $U_{ref} = 33 \text{ m.s}^{-1}$ et $x_1 > 20 \text{ cm}$ est typique d'un écoulement à haut nombre de Reynolds et n'a pas une structure bi-dimensionnelle comme la couche de mélange étudiée par Brown et Roshko [95] à un nombre de Reynolds modéré.

2.3.2 Calculs RANS

Gibson et Rodi [73] utilisent le modèle RSM de Launder-Reece-Rodi [21] pour calculer la couche de mélange courbe de Castro et Bradshaw. Ils comparent leurs résultats avec les prédictions d'un modèle $k - \varepsilon$.

Gibson et Rodi ont montré que le modèle RSM reproduit les principales caractéristiques de la couche de mélange courbe. En particulier, dans la région courbée, ce modèle capture la diminution du taux d'ouverture par rapport à une couche de mélange plane et la diminution de l'intensité de la turbulence. En aval de la courbure, lorsque la couche de mélange redevient plane, les valeurs des quantités turbulentes calculées sont supérieures à celles observées dans une couche de mélange plane, conformément aux résultats expérimentaux. Par contre, les résultats du calcul $k - \varepsilon$ montrent que ce modèle, basé sur une hypothèse de viscosité isotrope, reproduit mal les effets de courbure.

Les résultats des calculs RANS de Gibson et Rodi seront présentés sur les mêmes figures que les résultats du calcul LES.

2.3.3 Calcul LES

Conditions du calcul

Nous réalisons une simulation spatiale de la couche de mélange courbe. Les dimensions du domaine de calcul sont données sur la figure (2.14). Suivant la troisième direction x_3 , la dimension du domaine est $L_{x_3} = 33.264 \text{ cm}$. Notons que le domaine de calcul suit la courbure de l'écoulement : le repère mobile en coordonnées curvilignes (s, n) est utilisé comme repère de référence (voir la figure (2.14)). La résolution suivant les directions s , n et x_3 est la suivante :

$$(n_s \times n_n \times n_{x_3}) = (259 \times 101 \times 81) \text{ mailles}$$

Suivant la direction n transversale à l'écoulement, le maillage est raffiné au centre de la couche de mélange. Sur la figure (2.15), on compare la taille des mailles avec les échelles de longueurs caractéristiques de l'écoulement. L'échelle intégrale Λ correspond à l'épaisseur de la couche de mélange déterminée expérimentalement. Les échelles de Taylor λ_t et de Kolmogorov l_k sont évaluées de la manière suivante [91] :

$$\lambda_t = \Lambda(Re_\Lambda)^{-1/2} \quad (2.10)$$

$$l_k = \Lambda(Re_\Lambda)^{-3/4} \quad (2.11)$$

où Re_Λ est le nombre de Reynolds basé sur l'échelle intégrale Λ et la vitesse de référence.

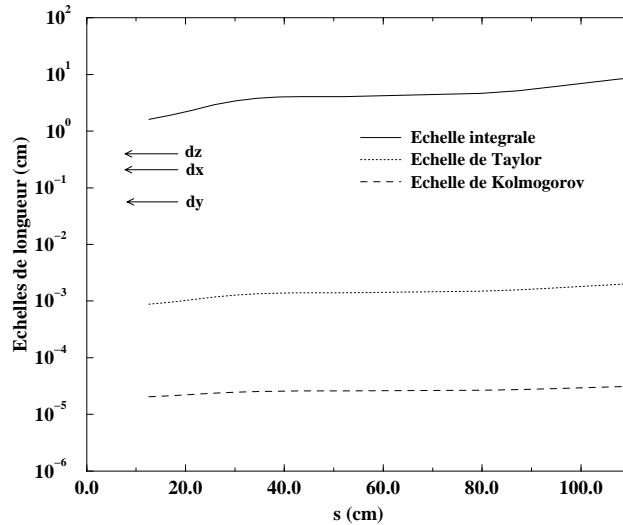


FIG. 2.15 – Comparaison de la taille des mailles avec les échelles de longueurs caractéristiques.

On peut constater que la taille des mailles reste toujours inférieure d’au moins un facteur 10 par rapport à l’échelle intégrale. La taille de la plus petite maille suivant la direction n est quant à elle inférieure d’au moins un facteur 50 par rapport à l’échelle intégrale. Le maillage est donc suffisamment raffiné pour effectuer les calculs LES.

Le domaine de calcul est découpé suivant la direction " s " en 86 sous-domaines. Le calcul est ensuite réalisé en parallèle sur 86 processeurs (Cray T3E).

Les conditions aux limites d’entrée (station $\theta = 0$) sont obtenues à partir du calcul préliminaire d’une couche de mélange plane temporelle. On utilise pour cette simulation les mêmes dimensions et la même résolution suivant les directions n et x_3 que pour le domaine de calcul réel. Suivant la direction longitudinale " s ", la dimension du domaine est de 27.72 cm et la résolution de 130 mailles. Ainsi, la taille de la maille suivant " s " est la même que pour le calcul réel. Les conditions aux limites et l’initialisation de cette simulation temporelle sont les mêmes que pour la simulation de la couche de mélange plane de Goebel et Dutton. La simulation est stoppée lorsqu’une solution auto-similaire est obtenue pour la vitesse moyenne et les contraintes de Reynolds et que l’épaisseur de la couche de mélange correspond à celle mesurée expérimentalement dans le plan d’entrée $\theta = 0$. Dans ce plan d’entrée, on doit maintenant vérifier que les quantités turbulentes calculées correspondent aux valeurs expérimentales. Dans le tableau (2.1), on reporte les valeurs maximales de l’énergie cinétique turbulente et du cisaillement turbulent à la station d’entrée $\theta = 0$, obtenues par la simulation temporelle et mesurées expérimentalement. On peut constater que les valeurs calculées sont très proches des valeurs expérimentales.

La figure (2.16) est une représentation du champ instantané de vorticité obtenu par la simulation temporelle de la couche de mélange plane. On remarque que l’écoulement a une structure bi-dimensionnelle marquée (rouleaux de tourbillons suivant la direction x_3). Des structures tri-dimensionnelles caractéristiques d’une couche de mélange à haut nombre

| | $(k/U_{ref}^2)_{max}$ | $(\overline{uv}/U_{ref}^2)_{max}$ |
|------------------------------|-----------------------|-----------------------------------|
| Castro et Bradshaw | $2.225 \cdot 10^{-2}$ | $7.33 \cdot 10^{-3}$ |
| Simulation temporelle | $2.235 \cdot 10^{-2}$ | $7.90 \cdot 10^{-3}$ |

TAB. 2.1 – Comparaisons des valeurs maximales expérimentales et calculées de l'énergie cinétique turbulente et du cisaillement turbulent à la station $\theta = 0$.

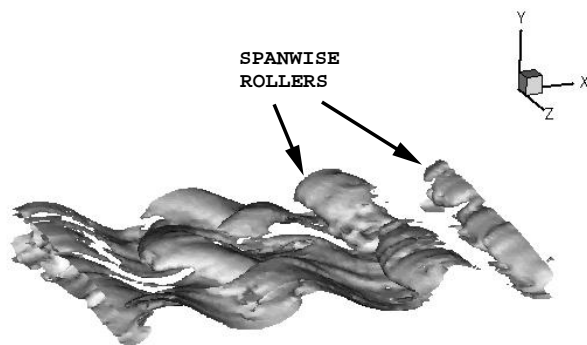


FIG. 2.16 – Génération de la condition d'entrée: simulation temporelle de la couche de mélange plane - Iso-vorticité.

de Reynolds sont néanmoins présentes, ce qui confirme l'hypothèse de Castro et Bradshaw. Les signaux de vitesse, de masse volumique et de pression en entrée du domaine de calcul sont déduits à chaque pas de temps du résultat de la simulation temporelle (voir la figure (2.17)). A chaque temps t , on interpole le signal à la position $d = U_c \cdot t$ dans le domaine de la simulation temporelle où U_c est la vitesse convective des grosses structures de la couche de mélange. On obtient ainsi en entrée du domaine de calcul un écoulement qui vérifie à la fois les propriétés statistiques de la couche de mélange expérimentale (tableau (2.1)) et ses propriétés physiques (figure (2.16)).

En sortie, les conditions de non réflexion de Rudy et Strikwerda [84] sont utilisées. Sur le bord où la vitesse est nulle, la masse volumique et la pression sont simplement égales à la masse volumique et à la pression atmosphérique. Sur l'autre bord, des conditions de glissement sont appliquées. Les conditions limites sont périodiques suivant la direction x_3 . Pour l'initialisation de la solution, on utilise le résultat de la simulation temporelle de la couche de mélange plane. Le modèle dynamique lagrangien de Meneveau est employé.

Champs moyens

Les résultats statistiques sont obtenus en moyennant en temps et suivant la direction homogène x_3 . Le temps de calcul est d'environ $90T_c$. Le temps caractéristique T_c est défini

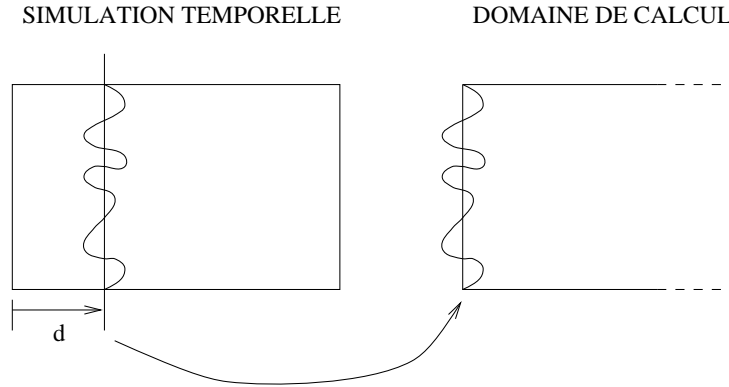


FIG. 2.17 – Détermination du signal d'entrée du domaine de calcul à partir de la simulation temporelle.

par $T_c = b_i/\Delta U$, où b_i est l'épaisseur de la couche de mélange à l'entrée (station $\theta = 0$). L'épaisseur de la couche de mélange b est définie dans ce cas comme la distance entre les deux points où $U/U_{ref} = 0.25$ et $U/U_{ref} = 0.9$. Castro et Bradshaw [89] définissent également la ligne centrale de la couche de mélange où $U/U_{ref} = 0.67$, le long de laquelle est mesurée l'abscisse curviligne s .

Sur la figure (2.18), on présente l'épaisseur de la couche de mélange courbe en fonction de la distance s . Par rapport à une couche de mélange plane, le taux d'ouverture db/ds décroît vers des valeurs faibles au niveau de la région où la courbure est maximum ($s \approx 33 \text{ cm}$). Ensuite, dans la région où l'écoulement est vertical, le taux d'ouverture retrouve une valeur légèrement supérieure à celle d'une couche de mélange plane. Les résultats du calcul LES sont en bon accord avec les mesures expérimentales. Gibson et Rodi [73] obtiennent également des résultats intéressants avec le modèle RSM, bien que la réponse à la courbure soit toutefois légèrement moins rapide que celle mesurée. Par contre, on remarque que le modèle $k - \varepsilon$ n'arrive pas à prendre en compte correctement les effets de la courbure (la diminution du taux d'ouverture n'est pas suffisamment marquée).

Sur la figure (2.19), les effets de courbure sur les quantités turbulentes sont présentés. On indique également sur cette figure les valeurs obtenues pour une couche de mélange plane dans les mêmes conditions (Castro [94]). Après la courbure, lors du retour à un écoulement de couche de mélange plane, on peut noter que les valeurs des quantités turbulentes dépassent celles obtenues pour la couche plane (expérimentalement, +35% pour l'énergie cinétique turbulente et +25% pour le cisaillement turbulent).

Le calcul LES et le modèle RSM reproduisent bien la diminution de l'intensité turbulente et du cisaillement turbulent dans la région où la courbure est la plus forte. De même, le modèle $k - \varepsilon$ reproduit correctement le comportement de l'énergie cinétique turbulente dans cette région. Par contre, la diminution du cisaillement turbulent est mal estimée par ce modèle.

Lors du retour à l'état de couche de mélange plane après la courbure, le calcul LES prédit le dépassement des valeurs de l'intensité turbulente par rapport aux valeurs dans la couche de mélange plane (+32% contre +35% expérimentalement). Les modèle RSM et $k - \varepsilon$

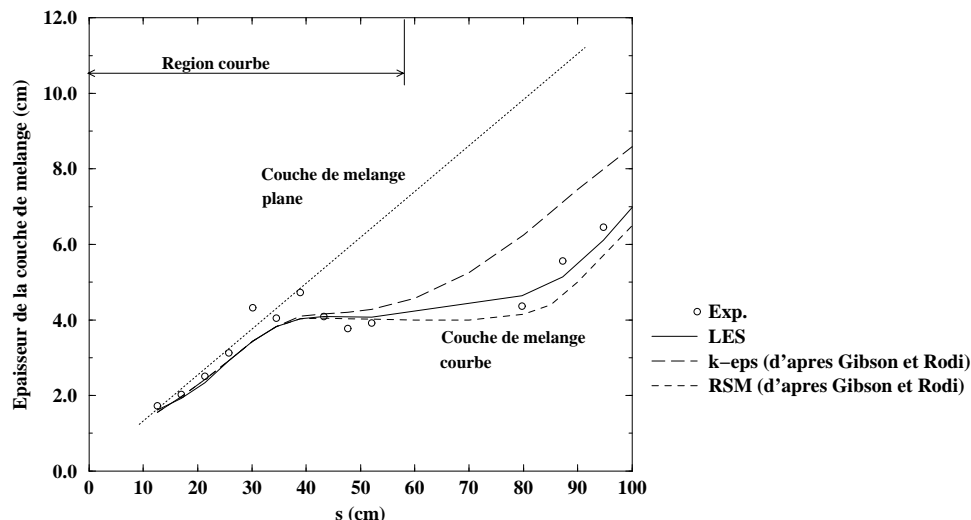


FIG. 2.18 – Couche de mélange courbe - Epaisseur de la couche de mélange b en fonction de l'abscisse curviligne s .

reproduisent également ce dépassement mais de façon nettement moins marquée (+13% et +4.5% respectivement). Ces résultats sont résumés dans le tableau (2.2).

| | Expérience | $k - \varepsilon$ | RSM | LES |
|--------------|------------|-------------------|-------|-------|
| Ecart | +35 % | +4.5 % | +13 % | +32 % |

TAB. 2.2 – Dépassement (lors du retour à l'état de couche de mélange plane après la courbure) des valeurs de l'intensité turbulente par rapport aux valeurs mesurées dans une couche de mélange plane.

Pour les valeurs du cisaillement turbulent, la LES et les modèles de turbulence (RSM et $k - \varepsilon$) prédisent également le dépassement par rapport aux valeurs mesurées dans la couche de mélange plane. Les différences observées entre les calculs sont par contre beaucoup moins importantes que pour l'intensité turbulente.

Champs instantanés

L'analyse du champ instantané de vorticité (figure (2.20)) permet d'identifier les structures cohérentes présentes dans l'écoulement.

En entrée du domaine de calcul et avant le coude, l'écoulement est essentiellement organisé sous la forme de rouleaux de tourbillons suivant la direction x_3 . En fait on retrouve la même structure d'écoulement que dans la couche de mélange plane temporelle (figure (2.16)) servant de conditions aux limites en entrée de domaine. Ensuite, à cause de la courbure, les rouleaux de tourbillons sont étirés dans la direction de l'écoulement. L'écoulement

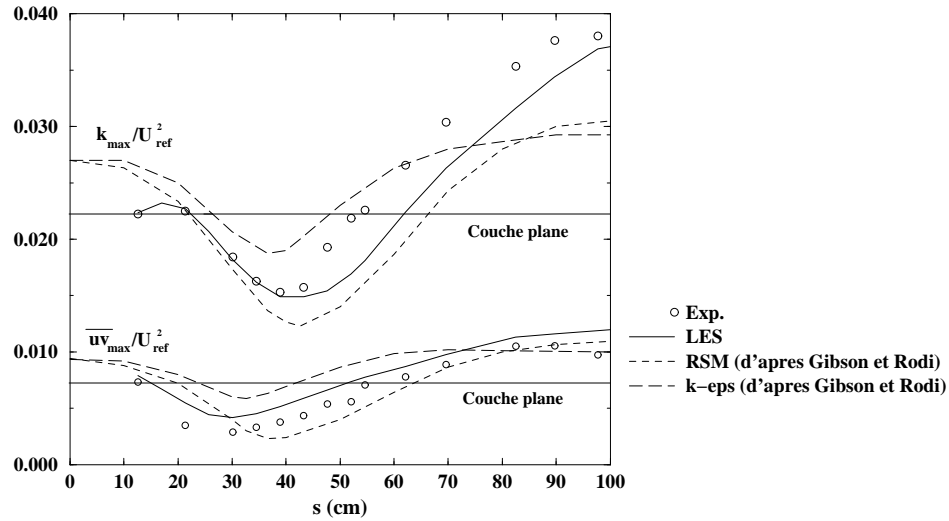


FIG. 2.19 – Couche de mélange courbe - Valeurs maximales de l'énergie cinétique turbulente et du cisaillement turbulent en fonction de l'abscisse curviligne s .

prend alors une structure tri-dimensionnelle nettement plus marquée. Après le coude, on peut noter la formation de filaments de vorticité dans la direction verticale. Ces structures sont la conséquence directe de l'étirement des rouleaux de tourbillons dans le sens de l'écoulement.

Pour la même longueur de zone de mélange (même distance par rapport à la plaque de séparation), ces structures (filaments de vorticité) ne sont pas présentes dans l'écoulement de couche plane de la figure (2.16) et sont fortement liées à la courbure (déformation des structures sous l'effet de la courbure). De plus, après la courbure, l'écoulement a un caractère tri-dimensionnel plus marqué que dans la couche de mélange plane. Ces deux constatations peuvent expliquer que les valeurs des quantités turbulentes (après la courbure) soient supérieures à celles observées dans la couche de mélange plane (voir la figure (2.19)).

2.4 Conclusion

Les résultats des simulations RANS et LES ont été comparés sur deux configurations de couche de mélange.

La première configuration correspond à une couche de mélange plane à Mach convectif $M_c = 0.46$ étudiée expérimentalement par Goebel et Dutton [88]. Dans ce premier cas, les calculs RANS ont été effectués avec les trois modèles de turbulence suivants : $k - \varepsilon$, multi-échelles [8] et ASM de Shih *et al.* [26]. Nous avons par ailleurs réalisé une simulation des grandes échelles (LES) temporelle en utilisant le modèle dynamique lagrangien de Meneveau [40]. Les résultats ont été analysés lorsque les profils de vitesse moyenne et des

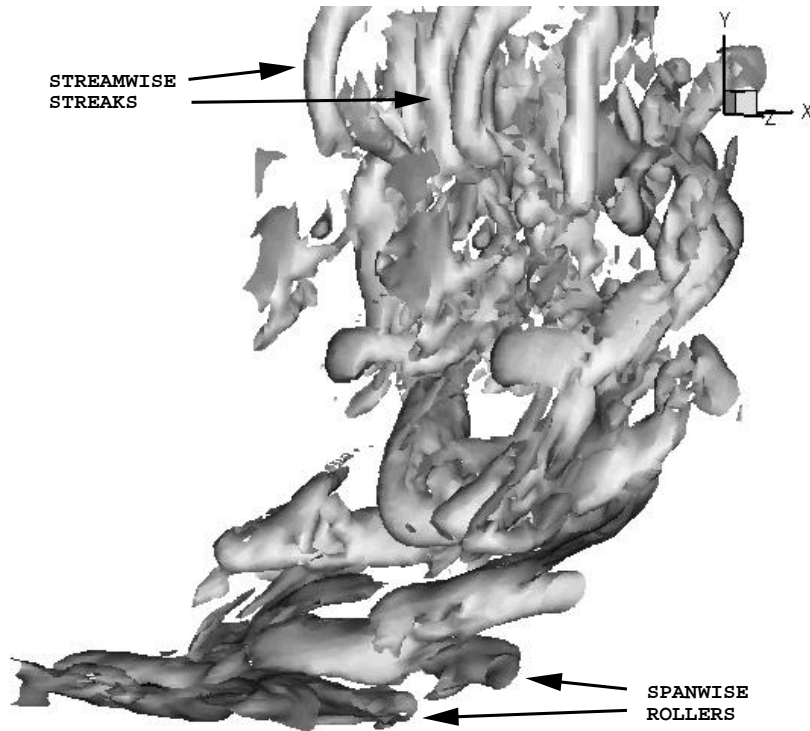


FIG. 2.20 – *Couche de mélange courbe - Iso-vorticité.*

contraintes de Reynolds atteignent l'état d'auto-similarité.

L'ensemble des modèles de turbulence et le calcul LES donnent des profils de similitude pour la vitesse moyenne et le cisaillement turbulent en excellent accord avec l'expérience. A cause de leur formulation isotrope, les modèles $k - \varepsilon$ et multi-échelles échouent dans la prédiction des contraintes turbulentes normales. Ces deux modèles prédisent en effet des contraintes normales identiques. Par conséquent, la contrainte longitudinale est sous-estimée alors que la contrainte transversale est surestimée. Seul le modèle ASM arrive à prendre en compte l'anisotropie de la turbulence dans la couche de mélange. Si la contrainte longitudinale est ainsi bien estimée, la contrainte transversale reste toutefois surestimée. Le calcul LES permet également de prendre en compte l'anisotropie de la turbulence : la contrainte longitudinale est correctement prédite et la contrainte transversale légèrement surestimée (le résultat obtenu pour la contrainte transversale est cependant meilleur qu'avec le modèle ASM).

L'analyse des champs instantanés de vorticité et de pression (obtenus par la LES) a en outre permis de décrire les mécanismes d'évolution de la couche de mélange.

La seconde configuration est la couche de mélange fortement courbée de Castro et Bradshaw [89]. Cette configuration a été choisie car elle présente de fortes similitudes avec un inverseur de poussée au niveau des phénomènes physiques présents dans l'écoulement (courbure de la couche de mélange sous l'effet de l'impact sur une paroi). Les calculs

RANS sur cette configuration ont été réalisés par Gibson et Rodi [73] avec un modèle RSM et un modèle $k - \varepsilon$. Les résultats de ces simulations sont comparés à un calcul LES spatial pour lequel on utilise le modèle de sous-maille dynamique de Meneveau. Une attention particulière a été portée au traitement de la condition aux limites d'entrée : les résultats d'une simulation temporelle préliminaire d'une couche de mélange plane ont permis d'estimer correctement les conditions aux limites.

La simulation LES et le modèle RSM reproduisent bien les caractéristiques de la couche de mélange courbe. Les effets dus à la courbure (diminution du taux d'ouverture, de l'intensité turbulente) sont bien appréhendés. Après la courbure, lors du retour à un état de couche de mélange plane, Castro et Bradshaw observent que les valeurs des quantités turbulentes sont supérieures à celles d'une couche de mélange plane. Dans cette région, le calcul LES fournit une meilleure prédiction des quantités turbulentes que le modèle RSM (qui sous-estime l'intensité turbulente). Par ailleurs, dans cette région, l'analyse du champ instantané de vorticité (obtenu par le calcul LES) a permis d'établir un lien entre les structures présentes dans l'écoulement et le dépassement des valeurs des quantités turbulentes par rapport aux valeurs dans une couche de mélange plane.

Les résultats du calcul $k - \varepsilon$ montrent que ce modèle standard prédit mal les effets dus à la courbure de la couche de mélange. Des résultats similaires pour le modèle $k - \varepsilon$ ont été obtenus dans le cas de la conduite rectangulaire courbée (voir le chapitre 1.2). Cette étude avait montré que, même associé à des corrections empiriques de courbure, ce modèle est incapable de reproduire les effets d'une forte courbure.

Les résultats suggèrent les conclusions suivantes :

- Pour un écoulement simple de couche de mélange plane, on obtient des résultats équivalents entre la LES et un calcul RANS pour les vitesses moyennes et les contraintes turbulentes moyennes. Toutefois, afin d'obtenir une description précise de l'anisotropie de la turbulence, il est nécessaire d'utiliser une modélisation avancée de la turbulence (ASM, RSM).
- Pour la couche de mélange courbe, on peut également obtenir des résultats similaires entre LES et RANS mais pour une modélisation type RSM, le modèle $k - \varepsilon$ ayant montré ses limites. Or, le modèle RSM est relativement complexe à mettre en oeuvre numériquement (stabilité, ...).

D'autre part, la LES permet d'obtenir une information plus riche que les calculs RANS sur les phénomènes physiques présents dans l'écoulement (analyse des champs instantanés).

| | Nombre de processeurs | Machine | Temps CPU | Temps CPU monoprocesseur |
|----------------|-----------------------|-----------------|-----------|--------------------------|
| RANS 2D | 1 | SGI Origin 2000 | 5 h | 5 h |
| LES 3D | 15 | SGI Origin 2000 | 150 h | 2250 h |

TAB. 2.3 – Couche de mélange plane de Goebel et Dutton [88] - Temps de calcul.

| | Nombre de processeurs | Machine | Temps CPU | Temps CPU monoprocesseur |
|---------------|-----------------------|----------|-----------|--------------------------|
| LES 3D | 86 | CRAY T3E | 110 h | 9460 h |

TAB. 2.4 – *Couche de mélange courbe de Castro et Bradshaw [89] - Temps de calcul.*

Pour la simulation de la couche de mélange plane de Goebel et Dutton [88], on compare les approches RANS et LES au niveau du temps de calcul (voir le tableau (2.3)). On constate que le coût du calcul LES est 450 fois plus élevé (voir le temps CPU monoprocesseur) que le coût du calcul RANS. L'utilisation du calcul parallèle pour la simulation LES permet de réduire le coût du calcul (voir le temps CPU). Ainsi, le rapport des temps effectifs de calculs entre LES et RANS n'est que de 30.

Les temps de calcul de la simulation LES de la couche de mélange courbe de Castro et Bradshaw [89] sont présentés dans le tableau (2.4).

Ces résultats montrent qu'il est possible de calculer des écoulements complexes avec la simulation des grandes échelles (avec le modèle dynamique lagrangien). Nous allons maintenant appliquer cette méthode aux calculs d'inverseurs de poussée.

Quatrième partie

Inverseurs de poussée à portes simplifiés

Avertissement

Pour des raisons de confidentialité, tous les résultats de ce chapitre sont présentés sous forme adimensionnée. Les paramètres d'adimensionnement sont les suivants :

- L_x : longueur d'adimensionnement suivant x ;
- L_y : longueur d'adimensionnement suivant y ;
- U_o : vitesse d'adimensionnement;

Toutes les figures sont systématiquement dilatées dans une direction par rapport à l'autre.

Résumé

Deux configurations simplifiées d'inverseurs de poussée à portes sont étudiées numériquement par simulations RANS et LES.

La première configuration correspond à un inverseur de poussée à bord de déviation rond. Les calculs suivants de cette configuration ont été réalisés : un calcul RANS (modèle $k - \varepsilon$) bidimensionnel et deux calculs LES (bidimensionnel et tridimensionnel).

La seconde configuration correspond à un inverseur de poussée à bord de déviation plat. Les résultats d'un calcul RANS (modèle $k - \varepsilon$) bidimensionnel et d'un calcul LES bidimensionnel sont présentés et comparés à des mesures expérimentales par Anémométrie Doppler Laser (ADL) réalisées sur cette configuration.

Un bon accord général Expérience/RANS/LES est trouvé pour le débit moyen d'entrée et les vitesses moyennes. Par contre, l'approche LES montre sa supériorité pour la détermination des fluctuations de vitesse. La LES permet en outre d'obtenir une description précise des phénomènes instationnaires présents dans l'écoulement.

Chapitre 1

Introduction

Le concept d'inverseur à portes est très récent par rapport à ceux d'inverseurs à grilles ou à obstacle aval, puisque les premiers brevets concernant ce système datent des années 1980. C'est une des raisons pour lesquelles peu de travaux expérimentaux sont disponibles sur ce sujet [96] [97]. De plus ces travaux sont en général peu exploitables car les auteurs se sont attachés à ne dévoiler que le strict minimum des informations pour des raisons de confidentialité.

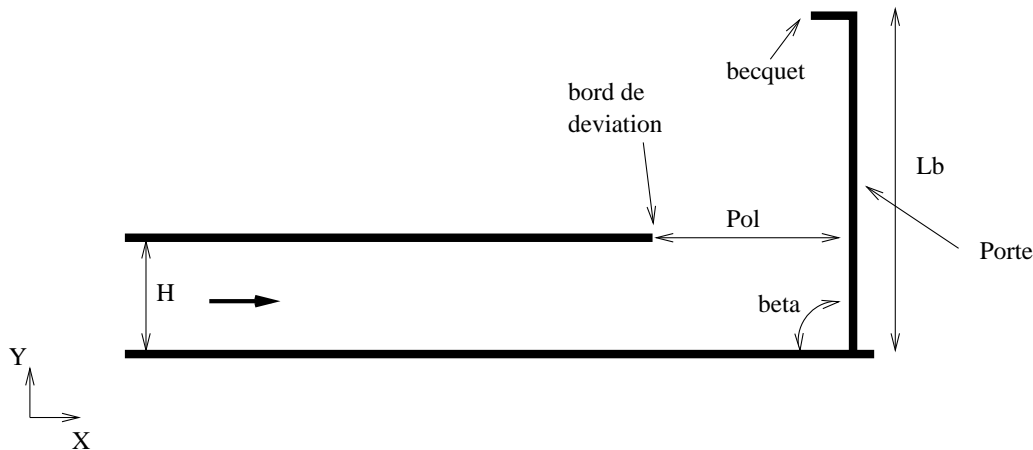


FIG. 1.1 – Inverseur de poussée à portes simplifié, définition des paramètres géométriques.

Hispano-Suiza Aérostructures a réalisé une base de données expérimentale au CEAT Poitiers concernant les inverseurs à portes simplifiés bi-dimensionnels (Lardy [98]). Pour cette étude, une seule porte (sur les quatre) est prise en compte et la courbure de la veine d'entrée est négligée. Une représentation schématique de la maquette avec la définition des principaux paramètres géométriques est présentée sur la figure (1.1). La section du canal d'entrée est rectangulaire, d'allongement (rapport de la profondeur sur la hauteur H) variable. Par ailleurs, le bord de déviation peut être plat ou arrondi.

Dans cette étude, une série de visualisations (pariétales par enduit, tomographie laser, striescopie) ont tout d'abord été réalisées afin de déterminer la structure générale de

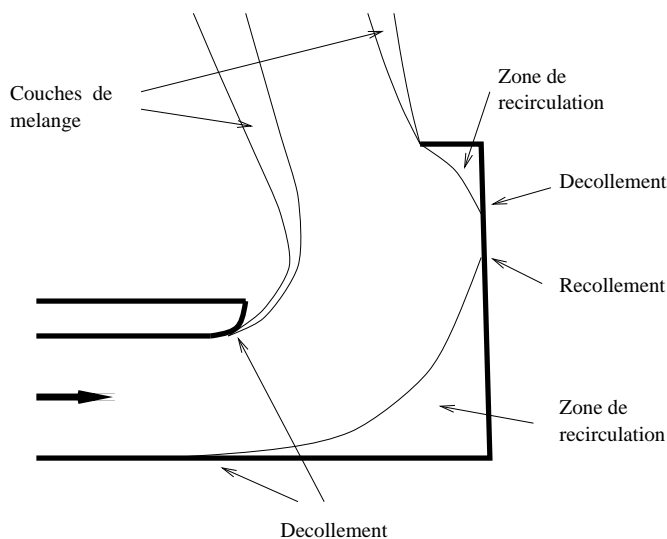


FIG. 1.2 – Représentation schématique des phénomènes physiques présents dans un inverseur de poussée à bord de déviation rond.

l'écoulement (voir la figure (1.2)). Les résultats montrent la complexité et le caractère tridimensionnel de cet écoulement. Cependant, Lardy [98] a montré que l'écoulement est bidimensionnel sur environ 50% de la profondeur de la maquette lorsque l'allongement de la maquette est suffisant.

La visualisation strioscopique de la figure (1.3) (à gauche) permet de mettre en évidence les phénomènes physiques présent dans cet écoulement. Sur le fond de la veine d'entrée, l'écoulement subit une compression du fait de la présence de la porte et, par conséquent, la couche limite décolle (approximativement au même niveau que le bord de déviation). Elle recolte ensuite sur la porte, formant une zone de recirculation en bas de porte. Sur le plafond de la veine d'entrée, pour un bord de déviation rond, la couche limite décolle au début de l'arrondi, formant ensuite une couche de mélange courbe. Pour un bord de déviation plat, le point de décollement se situe au niveau du bord de fuite.

Le décollement sur le bord de déviation rond est plus clairement visible sur la tomographie laser de la figure (1.3) (à droite). De plus, cette visualisation apporte des informations sur le caractère instationnaire de la couche de mélange issue du bord de déviation. En effet, un tourbillon instable se forme en aval du point de décollement et est ensuite convecté par l'écoulement moyen.

La visualisation strioscopique de la figure (1.3) (à gauche) permet également d'identifier la structure de l'écoulement au voisinage du becquet. Une couche de mélange se développe à partir du bord de fuite du becquet.

Les résultats de cette étude incluent aussi des mesures de débit et de pressions pariétales. Un grand nombre de configurations ont été testées et l'influence des paramètres géométriques sur le débit a été étudiée. Les profils de pression totale en entrée ont également été mesurés afin de déterminer les conditions d'entrée pour les simulations numériques. Cette base de données a été par la suite complétée par Adam [99] lors d'une

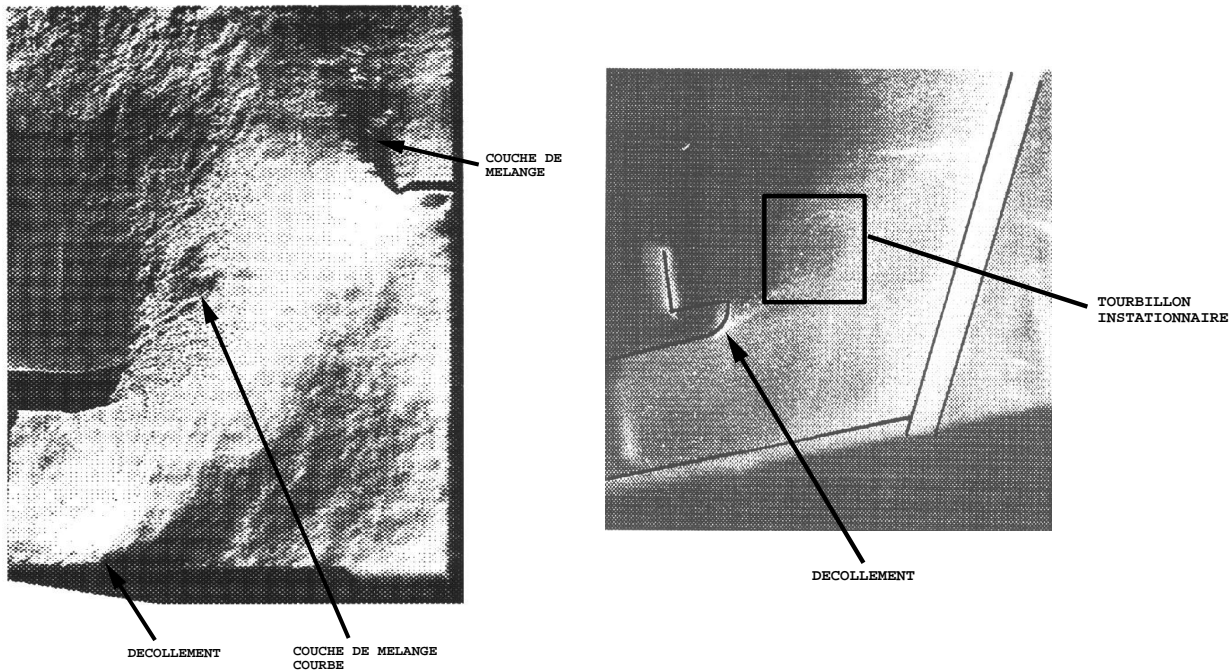


FIG. 1.3 – Visualisation strioscopique de l'écoulement dans un inverseur de poussée à porte (à gauche) et visualisation par tomographie laser du décollement sur un bord de déviation rond (à droite) (d'après Lardy [98]).

deuxième campagne d'essai au CEAT Poitiers. Une étude paramétrique assez complète sur les conditions moyennes de fonctionnement des inverseurs à portes simplifiés est donc désormais disponible.

Sur une configuration similaire d'inverseur à portes simplifié, Réaud [100] a par la suite mené une campagne de mesures par Anémométrie Doppler Laser (ADL) au CEAT Poitiers. Les vitesses moyennes et les fluctuations de vitesse ont été mesurées dans le plan de symétrie de l'inverseur. Notons que ces mesures concernent une configuration avec un bord de déviation plat.

Nous utiliserons ces bases de données expérimentales pour les comparaisons avec les simulations numériques. Plusieurs études numériques ont déjà été réalisées à ce jour.

Lardy [101] utilise un code $k - \epsilon$ bi-dimensionnel structuré pour calculer des configurations simplifiées d'inverseurs de poussée à portes. Il compare les résultats numériques aux premières mesures effectuées au CEAT Poitiers [98]. Les résultats montrent un bon accord avec les résultats expérimentaux en terme de débit et de pression pariétale.

Il utilise par ailleurs un code tri-dimensionnel non-structuré eulérien pour calculer des configurations d'inverseurs à portes. Lardy [101] conclut que les résultats non visqueux obtenus en 3D sont suffisants pour la conception préliminaire d'inverseurs à bord de déviation plat. En revanche, pour des inverseurs à bord de déviation rond (décollement de couche limite), la résolution des équations de Navier-Stokes modélisées s'avère nécessaire.

Charmant [102] a développé à partir de ce code Euler tridimensionnel un code $k - \epsilon$ destiné au calcul d'inverseurs de poussée. Ce code, testé avec succès pour des écoulements de plaque plane, est en cours de validation pour des écoulements d'inverseur de poussée chez Hispano-Suiza Aérostructures.

Nous nous proposons dans ce chapitre d'étudier numériquement deux configurations d'inverseur de poussée à portes simplifié.

La première configuration correspond à un inverseur à bord de déviation rond. On s'intéresse plus particulièrement au décollement sur le bord de déviation et à la couche de mélange courbe qui en est issu. Les résultats de calculs RANS et LES sont présentés et sont comparés qualitativement aux résultats des mesures ADL pour une configuration à bord de déviation plat. Une analyse instationnaire de l'écoulement est également réalisée grâce au calcul LES.

La seconde configuration correspond à un inverseur simplifié à bord de déviation plat. Cette fois-ci, l'ensemble de l'écoulement est considéré (décollement et recollement en bas de porte, couches de mélange issues du bord de déviation et du becquet, ...). Les résultats des calculs RANS et LES sont comparés aux mesures ADL réalisées sur cette configuration.

Chapitre 2

Inverseur simplifié à bord de déviation rond

2.1 Domaine de calcul et conditions aux limites

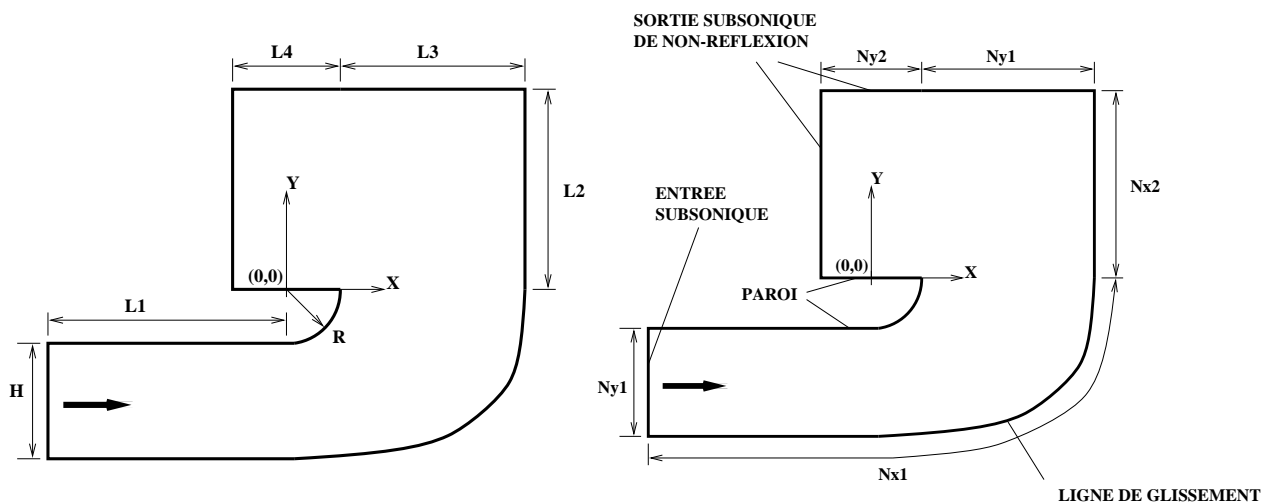
Le domaine de calcul et les conditions aux limites sont présentés sur la figure (2.1). Ils sont similaires pour le calcul RANS et les calculs LES. Les dimensions du domaine de calcul sont les suivantes : $L_1/H = L_2/H = 1.75$, $L_3/H = 1.37$, $L_4/H = 0.96$. Le rayon R du bord de déviation n'est pas précisé pour des raisons de confidentialité. Les dimensions du maillage Nx_1 , Nx_2 , Ny_1 et Ny_2 seront précisées ultérieurement. Le but étant d'étudier le décollement sur le bord de déviation, une condition de paroi adhérente est appliquée sur le plafond de la veine d'entrée et sur le bord de déviation. Par contre, on ne résoud pas la couche limite sur le fond de la veine d'entrée. Une condition de glissement est donc appliquée sur le fond et sur la porte. Le décollement en bas de porte n'est pas non plus résolu puisque le domaine de calcul suit la courbure de l'écoulement. En sortie du domaine, on utilise les conditions de non-réflexion de Rudy [84].

2.2 Calcul RANS

Nous avons vu en introduction que pour les configurations simplifiées d'inverseur, l'écoulement pouvait être considéré comme bidimensionnel (en moyenne) sur la majeure partie de la profondeur de la maquette. Aussi, nous réalisons un calcul RANS (modèle $k - \varepsilon$) bidimensionnel de la configuration d'inverseur à bord de déviation rond.

Le maillage est structuré et resserré aux parois. Le centre de la première maille à la paroi se situe à $y^+ \approx 50$, en accord avec la loi de paroi de Launder-Spalding [5] utilisée. La répartition des mailles est homogène suivant la direction de l'écoulement. La résolution est la suivante : $Nx_1 = 84$, $Nx_2 = 91$, $Ny_1 = Ny_2 = 65$. Des tests de raffinement de maillage ont montré que la solution est indépendante du maillage.

En entrée, nous imposons les conditions génératrices (pression et température totale)

FIG. 2.1 – *Domaine de calcul et conditions aux limites.*

déterminées à partir des profils expérimentaux.

L'énergie cinétique de la turbulence en entrée est également donnée par l'expérience :

$$k = \frac{1}{2} (\widetilde{u'^2} + \widetilde{v'^2} + \widetilde{w'^2})$$

$\widetilde{u'^2}$ provient de mesures expérimentales par fil chaud, $\widetilde{v'^2}$ et $\widetilde{w'^2}$ ont été déduits à partir de profils de couche limite (expérience de Klebanoff [103]).

Le taux de dissipation de la turbulence a été calculé à partir de la relation :

$$\epsilon = \left(\frac{k^{3/2}}{H} \right)$$

2.3 Calculs LES

Deux simulations des grandes échelles (bidimensionnelle et tridimensionnelle) ont été réalisées avec le modèle de sous-maille de Meneveau [40].

Pour la simulation bidimensionnelle, le maillage est structuré et resserré aux parois. Le centre de la première maille à la paroi se situe à $y^+ \approx 4$ de façon à correctement résoudre la couche limite. La résolution est la suivante : $Nx_1 = 166$, $Nx_2 = 181$, $Ny_1 = 99$ et $Ny_2 = 65$. Dans la couche de mélange issue du bord de déviation, on compare la taille des mailles à l'échelle intégrale Λ (estimée par l'épaisseur de la couche de mélange) et à l'échelle de Taylor λ_t (calculée par la relation (2.10)). On obtient : $\Delta x = \Lambda/27 = 11\lambda_t$ dans la direction de l'écoulement et $\Delta y_{min} = \Lambda/100 = 3\lambda_t$ dans la direction transverse à la couche de mélange. La taille des mailles reste toujours largement inférieure à l'échelle intégrale et même proche de l'échelle de Taylor dans la direction transversale à l'écoulement. On peut donc considérer que le maillage est suffisant pour une simulation LES.

En entrée, nous imposons les conditions génératrices (pression et température totale) déterminées à partir des profils expérimentaux. Un bruit blanc, d'amplitude 5% est rajouté

sur chaque composante de la vitesse. La couche limite se développe ensuite dans la section droite précédent le bord de déviation.

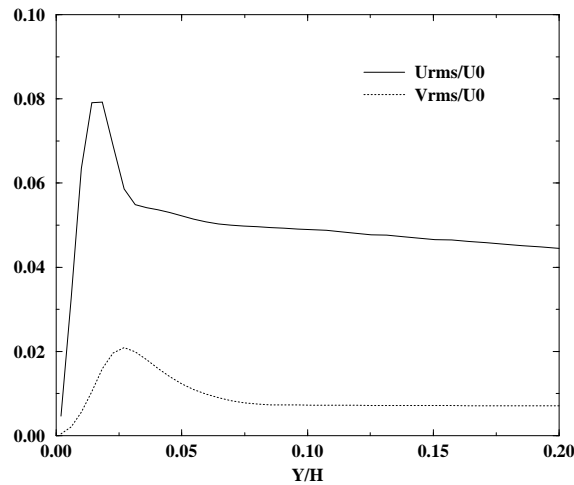


FIG. 2.2 – LES 2D - Profils des contraintes turbulentes normales dans le canal d'entrée ($X/H = -0.3$).

On présente sur la figure (2.2) les profils des contraintes turbulentes normales à la fin du canal d'entrée ($X/H = -0.3$), juste avant le bord de déviation. On obtient des profils typiques de couche limite. Notamment, le pic de la contrainte transversale est décalé par rapport au pic de la contrainte longitudinale. Par contre, l'intensité de la turbulence est trop faible (8% pour la contrainte longitudinale) comparée aux résultats de DNS de Kim *et al.* [104] pour un écoulement de canal (15% pour la contrainte longitudinale). En fait, la longueur du canal pour le calcul LES n'est pas suffisante pour que la couche limite s'établisse pleinement à partir du bruit blanc imposé en entrée. Le et Moin [67] ont montré qu'une longueur de canal supérieure à $14H$ est nécessaire pour obtenir des propriétés turbulentes correctes pour une couche limite. Mais, les simulations LES se révéleraient alors trop lourdes pour de telles longueurs de canal d'entrée. Aussi, nous choisissons de conserver la longueur de canal initiale, tout en ayant conscience de la faible intensité turbulente dans le canal d'entrée. Une autre solution aurait été de réaliser un calcul périodique de couche limite pour initialiser la solution en entrée. Nous verrons que ce point n'a pas un impact important sur le calcul global de l'inverseur de poussée.

Les statistiques sont effectuées sur un temps de calcul de $122T_c$ (où T_c est le temps caractéristique défini par $T_c = H/U_o$). On précise pour le calcul LES 2D de la configuration d'inverseur à bord de déviation rond la plage des fréquences résolues:

- Fréquence d'échantillonnage: 270 kHz.
- Fréquence de coupure de Nyquist: 135 kHz.
- Fréquence minimum résolue: 66 Hz.

La convergence du calcul LES 2D est montrée sur les figures (2.3) et (2.4). On peut constater que les statistiques (grandeurs moyennes et fluctuations) sont convergées.

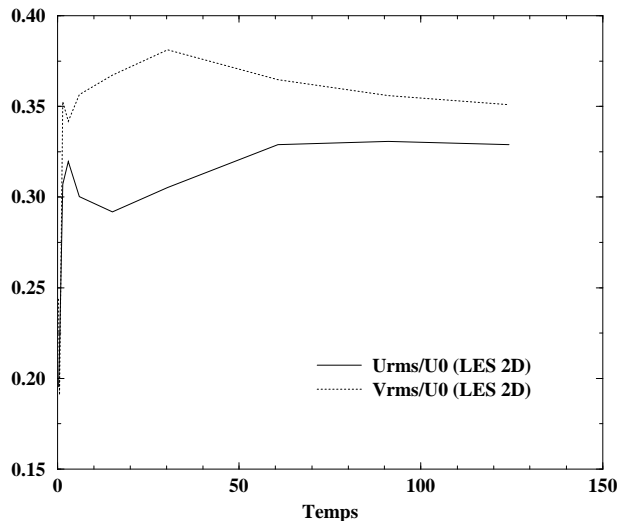


FIG. 2.3 – LES 2D - Evolution temporelle du maximum des fluctuations de vitesse à la station $Y/H = 1$.

Pour la simulation tridimensionnelle, on utilise le même maillage dans les directions x et y que la simulation bidimensionnelle. Dans la troisième direction z , la résolution est de $N_z = 101$ mailles réparties uniformément sur la longueur $L_z = 2H$ (H étant la hauteur de la veine d'entrée). On obtient ainsi pour la taille de la maille $\Delta z = \Lambda/20 = 15\lambda_t$ suivant la direction z . Le domaine de calcul est divisé en 175 sous-domaines et le calcul réalisé en parallèle sur 175 processeurs (Cray T3E). La condition d'entrée est la même que pour le calcul bidimensionnel. Des conditions périodiques sont appliquées suivant la direction z . Les statistiques sont effectuées en moyennant en temps et suivant la direction homogène z . Le temps de calcul est de $20T_c$. Les statistiques convergent plus vite du fait du moyennage suivant la direction homogène z en plus du moyennage temporel (voir la figure (2.5)).

2.4 Résultats et discussion

2.4.1 Champs moyens

Les résultats (vitesses et fluctuations moyennes) dans la couche de mélange issue du bord de déviation sont comparés qualitativement aux mesures expérimentales obtenues pour une configuration d'inverseur de poussée à bord de déviation plat.

Sur la figure (2.10), on compare la norme de la vitesse obtenue par le calcul $k - \varepsilon$ et les calculs LES 2D et 3D. L'écoulement dans la partie supérieure du canal d'entrée subit une accélération au voisinage du bord de déviation et la couche limite décolle au début de l'arrondi (sous l'effet du gradient de pression adverse entre l'écoulement et l'atmosphère au repos). Une couche de mélange se développe ensuite à partir de ce point de décollement entre le jet principal et l'atmosphère au repos. Cette couche de mélange est courbée du

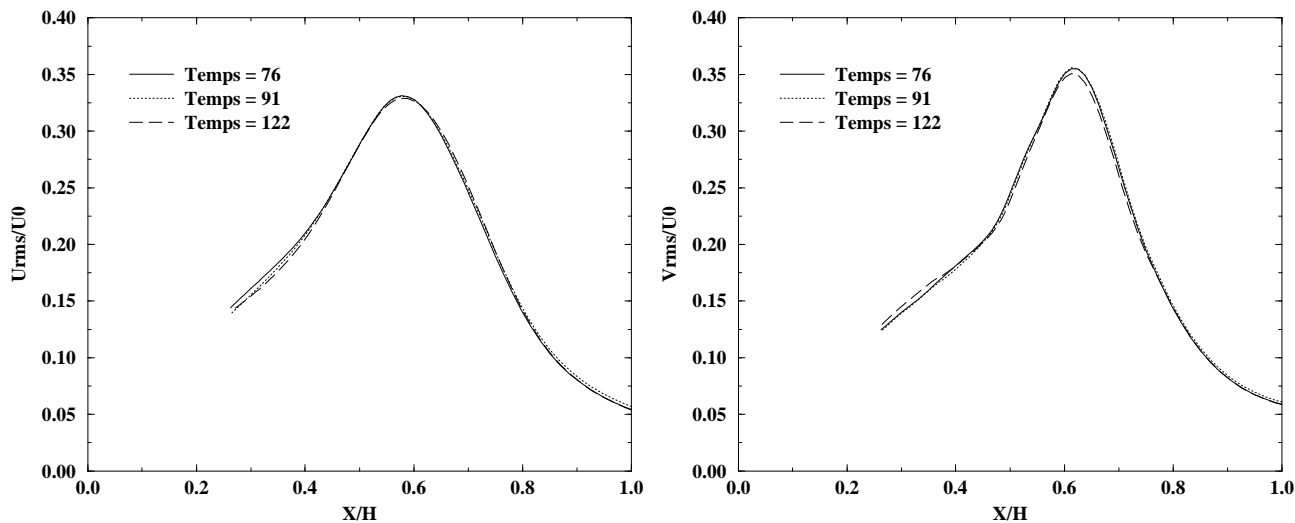


FIG. 2.4 – LES 2D - Evolution temporelle des profils des fluctuations de vitesse à la station $Y/H = 1$.

fait de la présence de la porte. Pour les vitesses moyennes, on remarque peu de différences entre les trois calculs.

Sur la figure (2.11), on présente le champ d'énergie cinétique turbulente k obtenu par les trois calculs et par l'expérience. Dans la couche de mélange courbe, le calcul $k - \varepsilon$ prédit un niveau d'énergie turbulente nettement inférieur à celui prédit par les calculs LES et par l'expérience. Les deux calculs LES (2D et 3D) fournissent une prédiction de k très proche des valeurs expérimentales. Un bon accord est également obtenu entre les calculs LES et l'expérience pour les fluctuations de vitesse U_{rms} et V_{rms} (figure (2.12)).

Il est intéressant de remarquer que les résultats des calculs LES 2D et 3D sont très proches. En particulier, les valeurs maximales de k et des fluctuations de vitesse sont identiques pour les deux simulations.

On montre sur la figure (2.6) l'évolution dans la couche de mélange (en fonction de la hauteur y) des valeurs maximales de l'énergie cinétique turbulente et des fluctuations de vitesse. Les données expérimentales obtenues pour une configuration d'inverseur à bord de déviation plat sont également présentées. On peut ainsi avoir une idée globale de l'évolution des grandeurs turbulentes dans la couche de mélange issue du bord de déviation rond.

Le niveau maximal de k prédit par le calcul $k - \varepsilon$ est nettement inférieur au niveau expérimental (environ -80%). Par contre, les calculs LES 3D et 2D donnent des prédictions en bon accord avec les mesures. Pour les contraintes turbulentes, on obtient également un bon accord entre les résultats du calcul LES 3D et l'expérience. Les tendances observées expérimentalement (sur la configuration à bord de déviation plat) sont reproduites. En particulier, pour $y/H > 0.8$, la contrainte transversale à la couche de mélange (U_{rms}) devient supérieure à la contrainte longitudinale (V_{rms}). On observe bien ce phénomène sur la coupe horizontale à $y/H = 1.44$ des contraintes turbulentes (figure (2.7)). Ce résultat, en contradiction avec les résultats obtenus dans une couche de mélange plane, sera expliqué

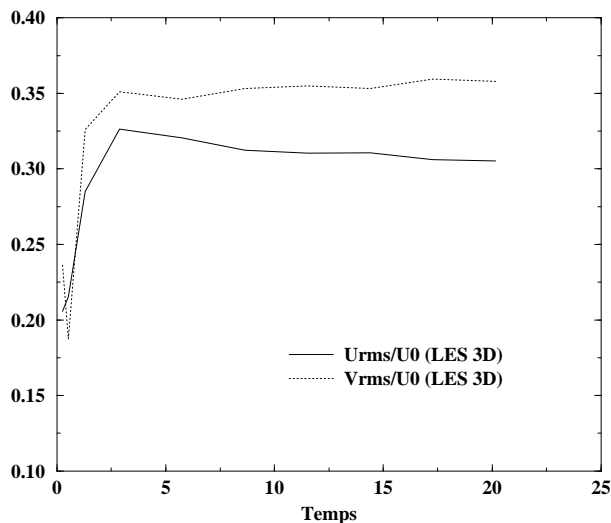


FIG. 2.5 – LES 3D - Evolution temporelle du maximum des fluctuations de vitesse à la station $Y/H = 0.7$.

lors de l'analyse instationnaire de l'écoulement.

2.4.2 Champs instantanés

On analyse en premier lieu les champs instantanés de vorticité et de nombre de Mach (voir la figure (2.13)) obtenus par le calcul LES 2D. Ils sont présentés à trois instants successifs de la simulation.

Des relevés en temps du signal de pression au point $P1$ et du signal de vitesse aux points $P2$, $P3$ et $P4$ ont été effectués (voir la figure (2.13)). On effectue ensuite une transformée de Fourier de ces signaux afin d'obtenir les spectres présentés sur les figures (2.8) et (2.9). On peut décomposer l'écoulement en plusieurs zones distinctes :

- Au niveau du point $P1$, la couche limite décolle. La position du point de décollement varie au cours du temps. Le spectre de Fourier de la pression pariétale au point $P1$ (figure (2.8)) fait apparaître une fréquence dominee $f_1 = 2111 \text{ Hz}$.
- Entre les points $P1$ (décollement) et $P2$ se trouve la zone de transition entre l'écoulement de couche limite et de couche de mélange. L'écoulement est organisé sous la forme d'une nappe de vorticité cr ee par le cisaillement moyen et l'épaisseur de la couche de mélange reste constante.
- Entre les points $P2$ et $P3$, la couche de mélange commence à s'épaissir. Les rouleaux de tourbillons (instabilités de Kelvin-Helmoltz) caractéristiques d'une couche de mélange développée sont clairement identifiables. La fréquence de passage de ces tourbillons est donnée par le spectre de Fourier de la vitesse V aux points $P2$ et $P3$. Cette fréquence ($f_1 = 2111 \text{ Hz}$) est la même que celle du signal de pression au point $P1$. Si on se base sur la vitesse convective $U_c = U_0/2$, sur l'épaisseur de la couche limite incidente $\delta = 0.44H$ et sur la fréquence f_1 (fréquence dominante dans

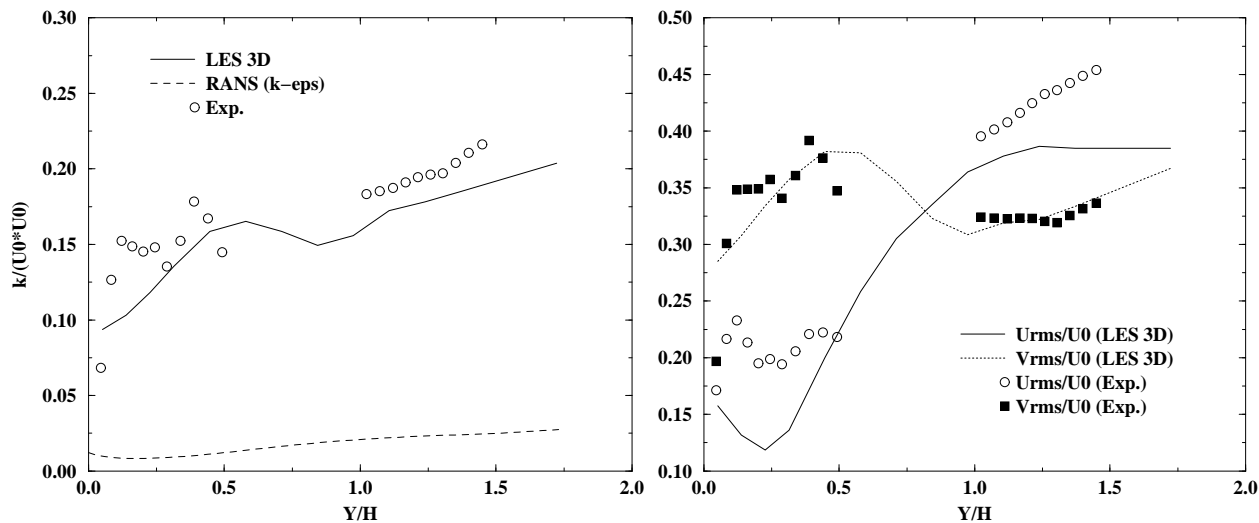


FIG. 2.6 – Valeurs maximales de l'énergie cinétique turbulente (à gauche) et des fluctuations de vitesse (à droite) en fonction de la hauteur y .

la couche de mélange courbe issue du bord de déviation), on obtient le nombre de Strouhal suivant : $St = 0.225$. Cette valeur est proche du nombre de Strouhal pour une couche de mélange plane : 0.2 à 0.3 d'après Debisschop [105] et Bellin [106].

- Si on regarde successivement les trois champs de vorticit e ou de nombre de Mach, on remarque que la couche de m elange bat lat eralement au niveau des points $P3$ et $P4$. Afin de caract eriser ce battement lat eral, on trace sur la figure (2.9) les spectres de la composante V de la vitesse du point $P3$ (centre de la couche de m elange) au point $P4$ (ext erieur de la couche de m elange, zone uniforme). Au centre de la couche de m elange (point $P3$), la fr equance f_1 associ ee aux tourbillons de Kelvin-Helmoltz est dominante. Au deuxi eme point (proche du centre), les deux fr equances f_1 et f_2 (associ ee au battement lat eral) sont mises en  evidence. Au fur et  a mesure que l'on s' eloigne du centre de la couche de m elange (quatri eme point et point $P4$), la fr equance f_2 devient dominante. En effet,  a l'ext erieur de la couche de m elange, seul le battement lat eral de la couche peut être captée.

Les champs instantanées de vorticit e obtenus par le calcul LES 3D (voir la figure (2.14)) confirment l'analyse effectu ee en 2D. On observe les phases suivantes dans le d eveloppement de la couche de m elange :

- La couche de m elange issue du point de d ecollement sur le bord de d eviation passe par une zone de transition. L'écoulement est organisée sous la forme d'une nappe de vorticit e bidimensionnelle. L'épaisseur de la couche de m elange reste quasi-constante.
- Les instabilit es de Kelvin-Helmoltz se d eveloppent ensuite (rouleaux de tourbillons suivant la direction z). L'écoulement est toujours bidimensionnel. La couche de m elange commence à s' epaissir.
- Un appariement tourbillonnaire entre deux rouleaux cons ecutifs est ensuite claire-

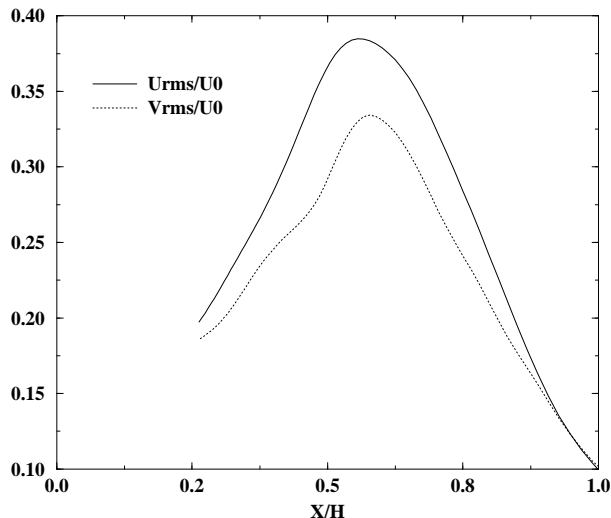


FIG. 2.7 – Profils des fluctuations de vitesse à $y/H = 1.44$ (LES 3D).

ment identifié. L'écoulement a désormais une structure tri-dimensionnelle. Sur la figure (2.14), on peut voir que cet appariement tourbillonnaire s'accompagne d'un battement latéral de la couche de mélange.

2.4.3 Discussion

L'analyse fréquentielle dans la couche de mélange issue du bord de déviation a mis en évidence une fréquence fondamentale $f_1 = 2111Hz$ correspondant à la fréquence du mode le plus amplifié. Notons que cette fréquence correspond aussi à la fréquence de battement du point de décollement sur le bord de déviation.

D'autre part, nous avons mis en évidence un battement latéral à basse fréquence ($f_2 = 594Hz$) de la couche de mélange issue du bord de déviation. La zone où ce battement est le plus important correspond à la région où se produit un appariement tourbillonnaire entre deux rouleaux de tourbillons successifs. Ce battement a pour effet d'augmenter les fluctuations de vitesse. Ainsi, lorsque le battement latéral devient important (pour $y/H > 0.8$), la fluctuation transversale devient supérieure à la fluctuation longitudinale (voir la figure (2.6)), contrairement aux résultats classiques dans une couche de mélange plane. Cette tendance, observée expérimentalement, est bien reproduite par les calculs LES, les instationnarités latérales étant prises en compte. Par contre, le calcul RANS est stationnaire et sous-estime les fluctuations de vitesse dans la couche de mélange. Même si le modèle $k - \varepsilon$ n'est pas le mieux adapté pour cet écoulement courbé (voir le chapitre précédent), l'utilisation d'un modèle plus complexe (ASM, RSM) ne permettra pas de prendre en compte les instationnarités latérales dans la couche de mélange, et donc d'obtenir le bon niveau de fluctuations de vitesse. La LES s'avère ainsi indispensable pour caractériser en détail l'écoulement dans l'inverseur de poussée et

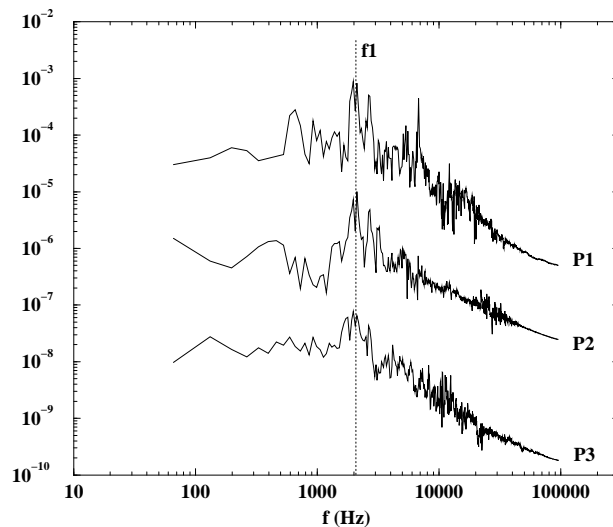


FIG. 2.8 – LES 2D - Spectre de la pression pariétale au point P1 et de la composante V de la vitesse aux points P2 et P3.

reproduire les résultats expérimentaux.

Il semble difficile d'effectuer une similitude entre les résultats obtenus dans la couche de mélange courbe de Castro et Bradshaw [89] (voir le chapitre précédent) et cette couche de mélange issue du bord de déviation. Castro et Bradshaw [89] montrent que les grandeurs turbulentes diminuent à cause de la courbure convexe de l'écoulement. Dans notre cas, on n'identifie pas clairement cet effet sur les grandeurs turbulentes, bien qu'on remarque une diminution de la fluctuation U_{rms} au niveau de la courbure (voir la figure (2.6) à $y/H < 0.25$). Plusieurs explications sont possibles :

- dans la région courbée, contrairement à Castro et Bradshaw, la couche de mélange n'est pas encore développée puisque nous sommes dans la zone de transition entre la couche limite et la couche de mélange.
- les instationnarités à basses fréquences peuvent masquer les effets de courbure. En effet, le battement latéral de la couche de mélange augmente les fluctuations de vitesse, contrairement aux effets de la courbure convexe qui les diminuent.
- les résultats sont présentés dans un repère cartésien (x,y) et non dans un repère curviligne (s,n) qui suit la couche de mélange, ce qui complique l'analyse des résultats.

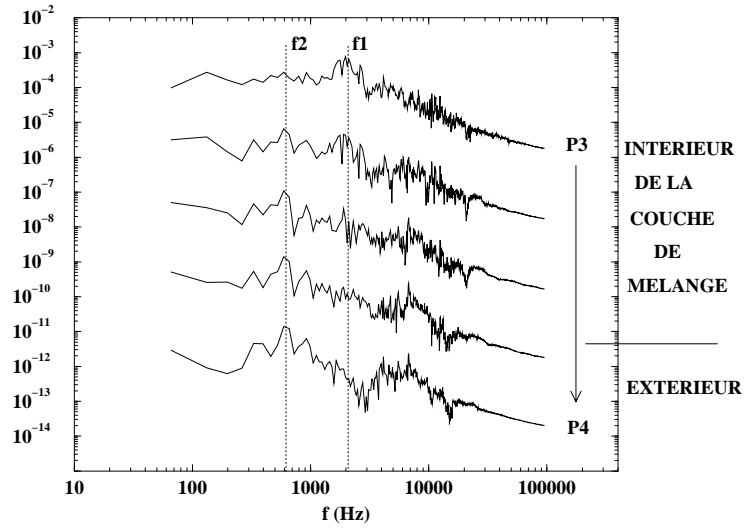


FIG. 2.9 – LES 2D - Spectre de la composante V de la vitesse du point P_3 (centre de la couche de mélange) au point P_4 (extérieur de la couche de mélange).

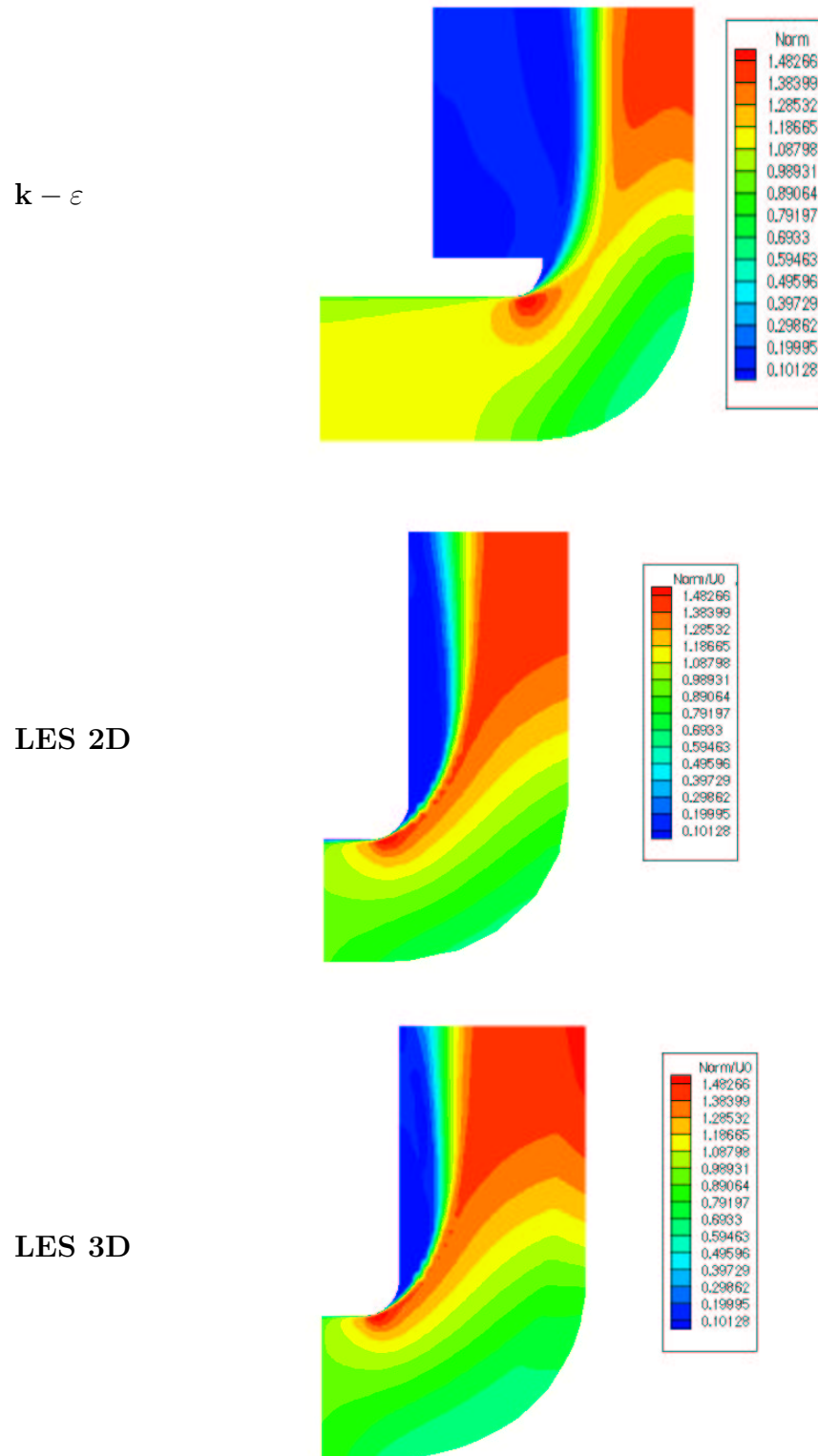


FIG. 2.10 – Inverseur de poussée à bord de déviation rond - Norme de la vitesse moyenne.

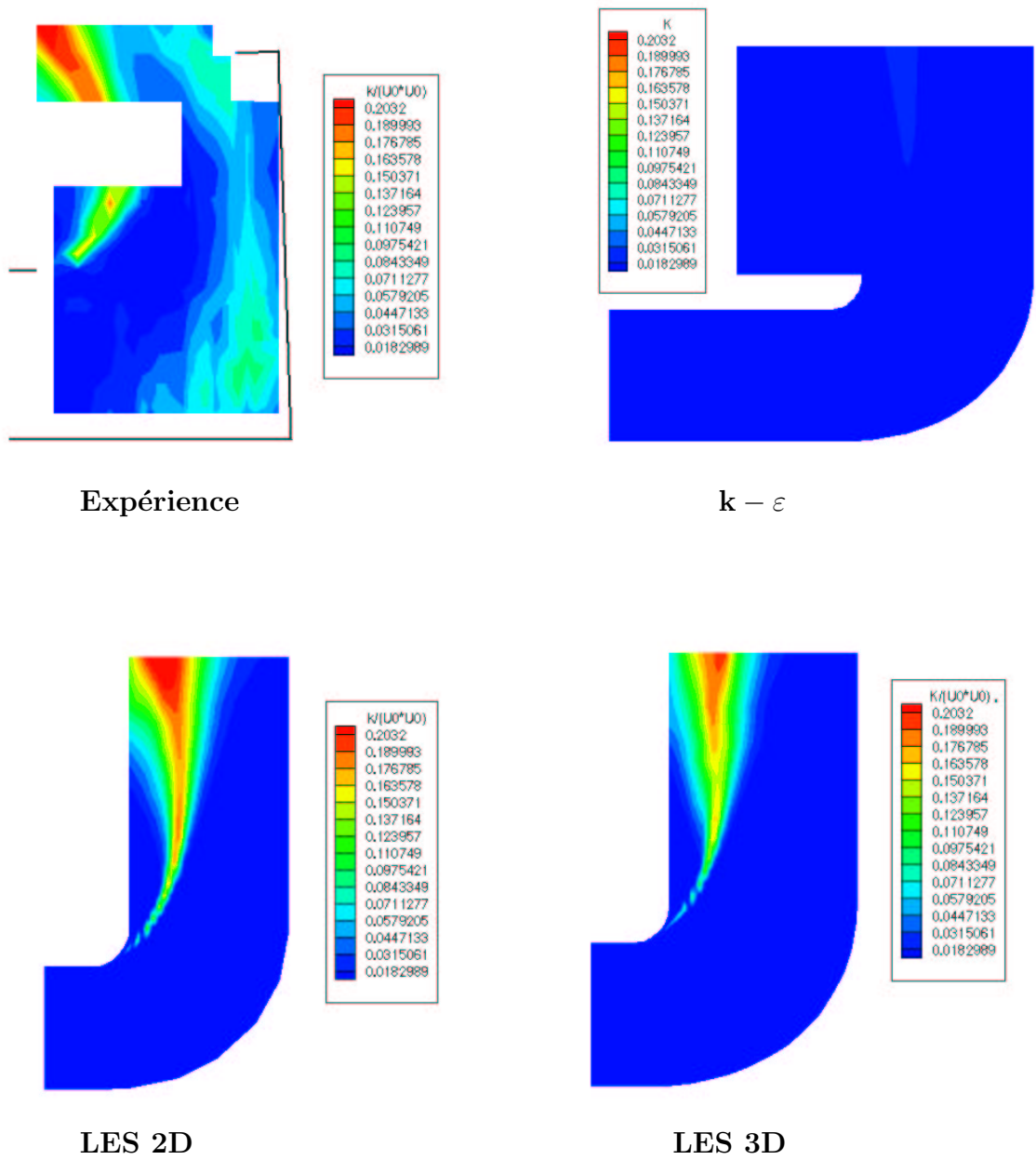


FIG. 2.11 – Inverseur de poussée à bord de déviation rond - Energie cinétique turbulente.

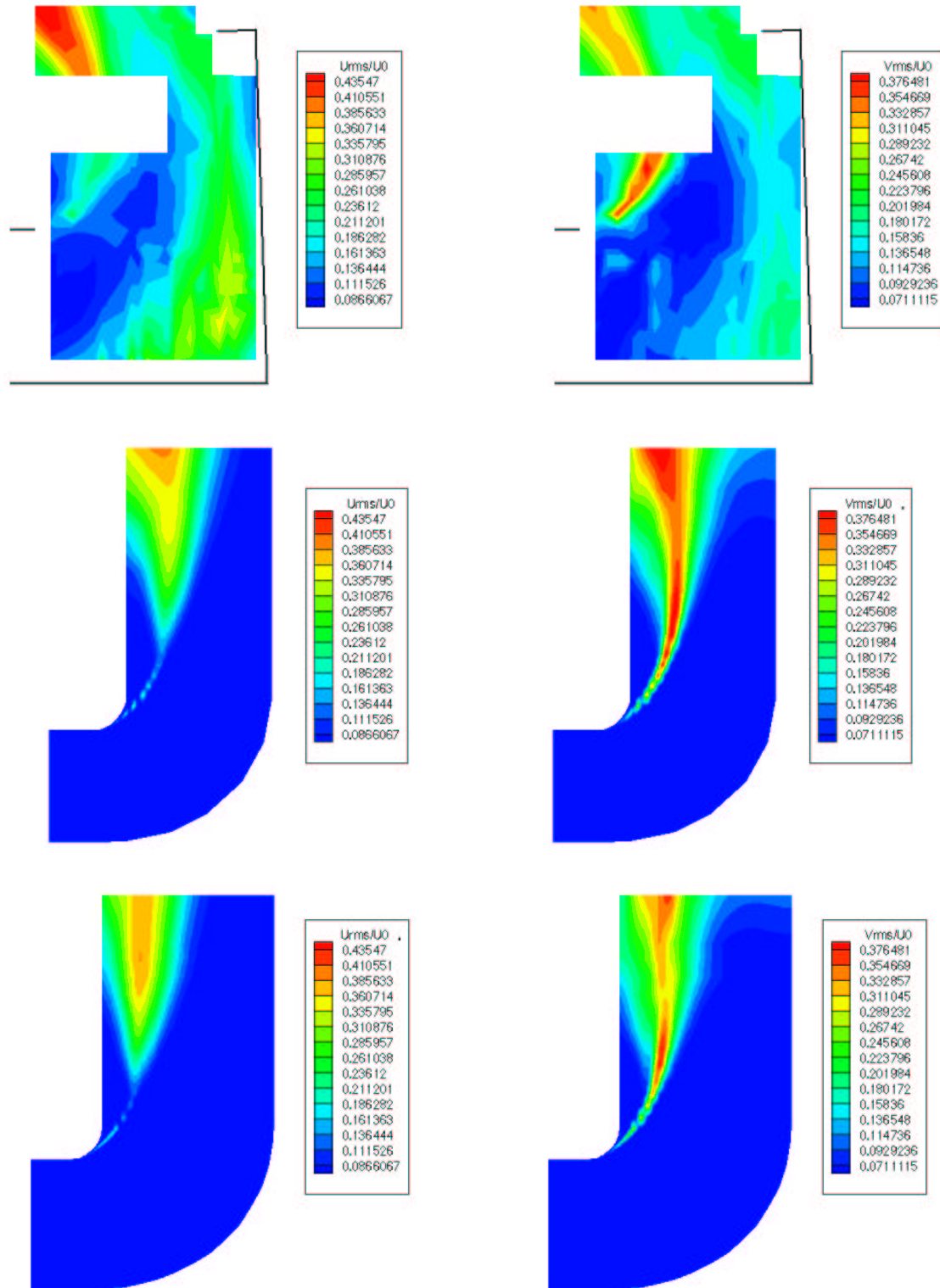


FIG. 2.12 – Inverseur de poussée à bord de déviation rond - Fluctuations de vitesse U_{rms} (à gauche) et V_{rms} (à droite) - Expérience (en haut), LES 2D (au milieu), LES 3D (en bas).

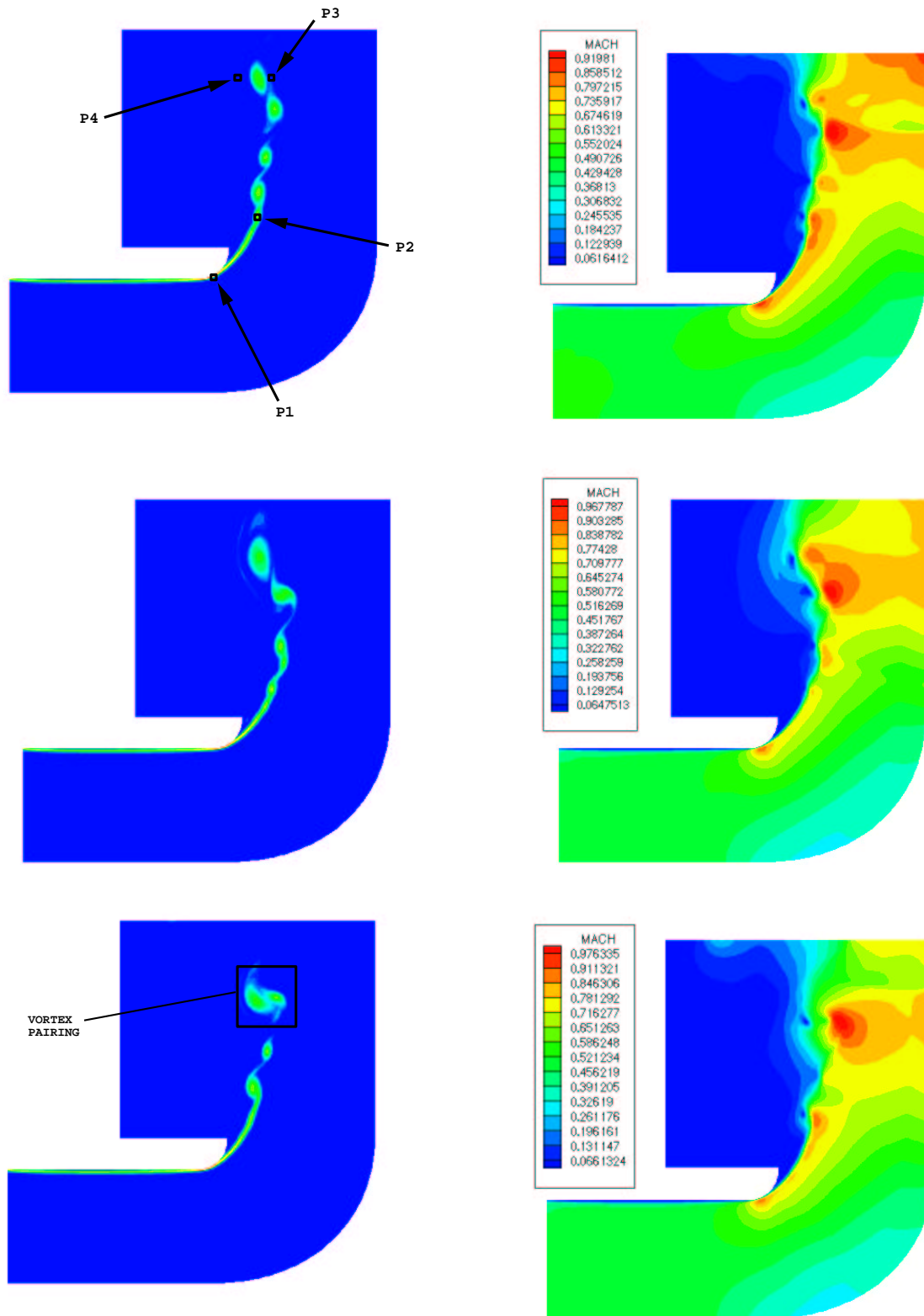


FIG. 2.13 – LES 2D - Vorticité (à gauche) et nombre de Mach (à droite) à trois instants successifs.

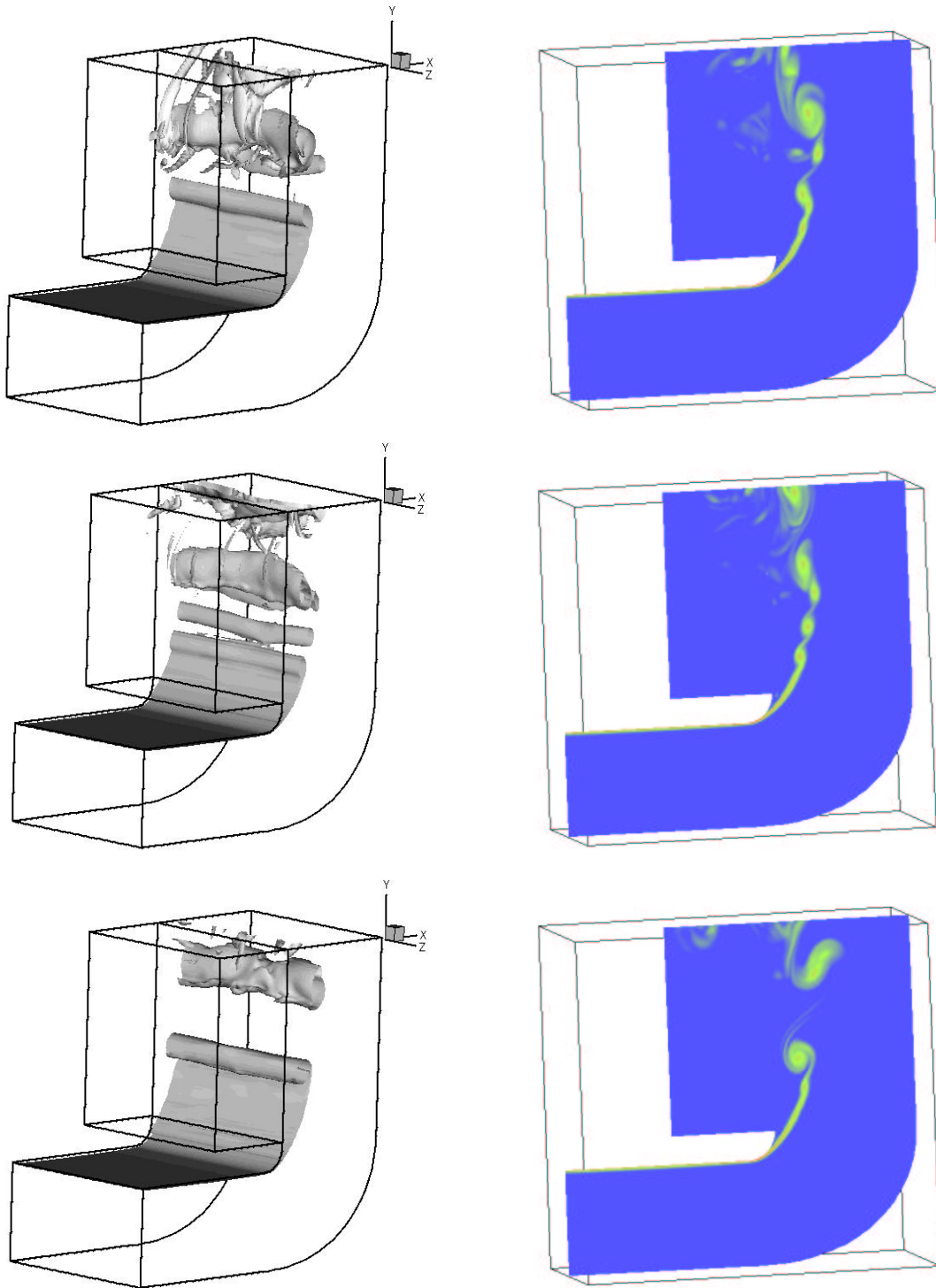


FIG. 2.14 – LES 3D - Vorticité à trois instants successifs.

Chapitre 3

Inverseur simplifié à bord de déviation plat

La configuration d'inverseur de poussée à portes simplifié étudiée dans ce paragraphe correspond à la configuration sur laquelle ont été réalisées les mesures ADL du CEAT Poitiers [100]. Pour cette configuration, on considère l'ensemble de l'écoulement (décollement/recollement en bas de porte, becquet, ...), contrairement à la configuration précédente.

3.1 Calcul RANS

L'expérience ayant montré que l'écoulement était bidimensionnel sur la majeure partie de la maquette, nous réalisons un calcul RANS (modèle $k - \varepsilon$) bidimensionnel de la configuration d'inverseur à bord de déviation plat. Le domaine de calcul et les conditions aux limites sont présentés sur la figure (3.1). Les dimensions du domaine sont les suivantes :

| L_1/H | L_2/H | L_4/H | β (°) |
|---------|---------|---------|-------------|
| 2 | 0.75 | 1 | 88 |

Les dimensions L_b , Pol et L_3 ne sont pas données pour des raisons de confidentialité. Afin de résoudre les couches limites, une condition de non-glissement est appliquée sur les parois de la veine d'entrée, sur la porte et sur le becquet. Les conditions d'entrée sont les mêmes que pour la configuration précédente d'inverseur à bord de déviation rond. En sortie de domaine, les conditions de non-réflexion de Rudy sont utilisées [84]. A cause de la complexité de la géométrie, le maillage est divisé en différents blocs (voir la figure (3.1)). Le maillage est structuré et resserré aux parois. Le centre de la première maille à la paroi se situe à $y^+ \approx 50$, en accord avec la loi de paroi de Launder-Spalding [5] utilisée. La résolution est précisée dans le tableau ci-dessous (voir la figure (3.1) pour les notations). Des tests de raffinement de maillage ont montré que la solution est indépendante au maillage.

| $Nx1$ | $Nx2$ | $Nx3$ | $Nx4$ | $Ny1$ | $Ny2$ | $Ny3$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 101 | 121 | 31 | 62 | 81 | 61 | 21 |

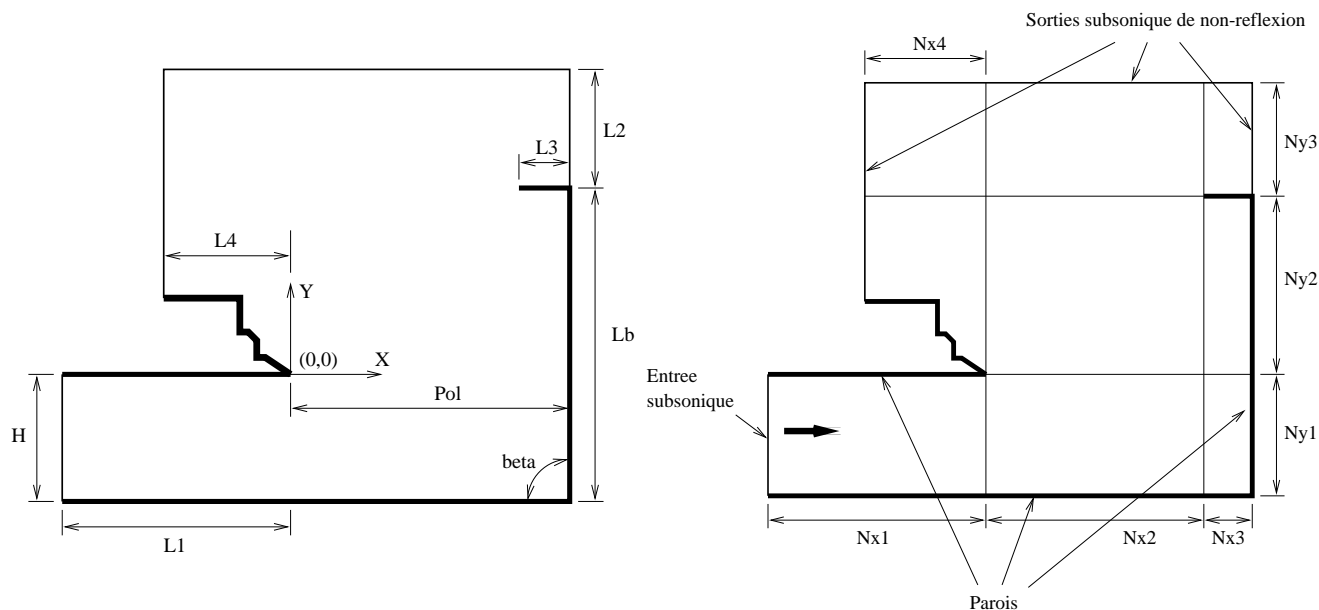


FIG. 3.1 – Calcul RANS - Domaine de calcul et conditions aux limites.

3.2 Calcul LES

Un calcul LES bidimensionnel a été réalisé avec le modèle de Meneveau [40]. Le domaine de calcul et les conditions aux limites sont présentés sur la figure (3.2). Les dimensions du domaine sont identiques au calcul RANS. Toutefois, la géométrie de la partie supérieure du bord de déviation a été simplifiée. Le maillage est divisé en neuf sous-domaines à cause de la complexité de la géométrie. Il est structuré et resserré aux parois de façon à résoudre correctement les couches limites. Le centre de la première maille se situe à $y^+ \approx 4$. La résolution est la suivante (voir la figure (3.2) pour les notations) :

| $Nx1$ | $Nx2$ | $Nx3$ | $Ny1$ | $Ny2$ | $Ny3$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 101 | 151 | 44 | 129 | 151 | 52 |

Les tailles de maille, comparées à l'échelle intégrale Λ et à l'échelle de Taylor λ_t , sont données par : $\Delta x = \Lambda/46 = 6\lambda_t$ et $\Delta y_{min} = \Lambda/100 = 3\lambda_t$.

En entrée, nous imposons les mêmes conditions que pour les simulations LES de l'inverseur à bord de déviation rond.

Les statistiques sont effectuées sur un temps de calcul de $275T_c$ (où T_c est le temps caractéristique défini par $T_c = H/U_o$).

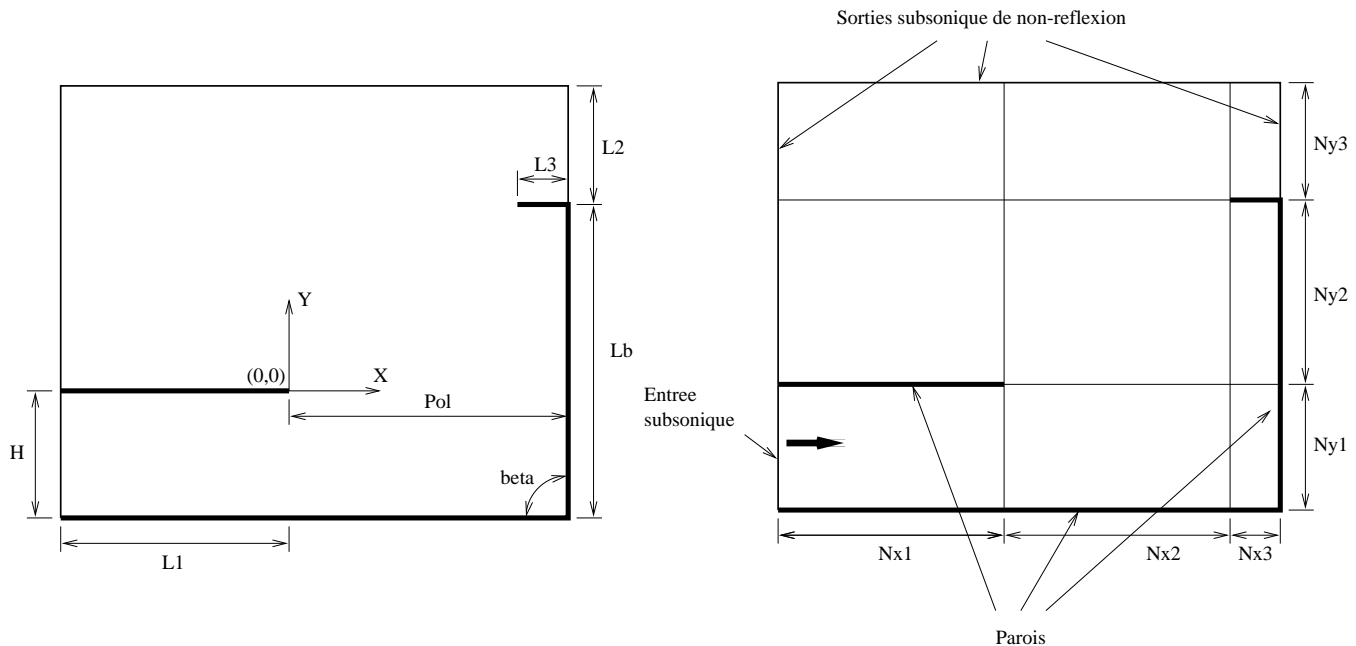


FIG. 3.2 – Calcul LES - Domaine de calcul et conditions aux limites.

3.3 Résultats et discussion

3.3.1 Champs moyens

Le champ expérimental et les résultats des calculs $k - \varepsilon$ et LES pour la norme de la vitesse moyenne sont présentés sur la figure (3.8). Les simulations numériques reproduisent les phénomènes physiques observés expérimentalement et schématisés sur la figure (3.3). Pour les vitesses moyennes, les résultats des deux calculs sont très proches et globalement en bon accord avec l'expérience. On note toutefois une différence au niveau de la position du décollement en bas de porte sur le fond de la veine d'entrée. Le calcul LES prédit un décollement prématuré par rapport au calcul $k - \varepsilon$ et à l'expérience. Pour le calcul LES, nous avons vu précédemment (figure (2.2)) que l'intensité turbulente était trop faible dans la couche limite qui se développe dans le canal d'entrée (à cause de la condition d'entrée imposée), ce qui explique son décollement prématuré.

Sur la figure (3.9), on présente les champs d'énergie cinétique turbulente k obtenus expérimentalement et par simulation numérique ($k - \varepsilon$ et LES).

Dans la couche de mélange courbe, on peut faire les mêmes constatations que pour le calcul d'inverseur à bord de déviation rond : le calcul $k - \varepsilon$ sous-estime k de plus de 60% alors que le calcul LES prédit le bon niveau.

Dans la zone de recirculation en bas de porte, l'énergie cinétique turbulente est également fortement sous-estimée par le calcul RANS alors que le calcul LES fournit une prédiction en bon accord avec l'expérience.

On trouve également un bon accord entre le calcul LES et l'expérience pour les fluctuations

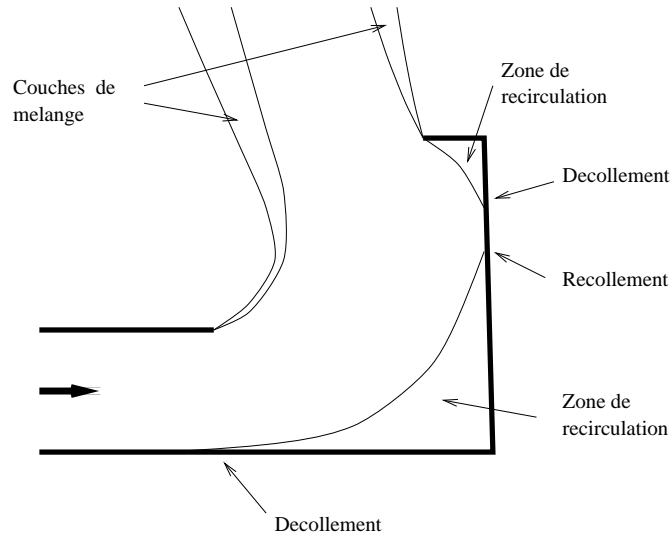


FIG. 3.3 – Représentation schématique des phénomènes physiques présents dans l'inverseur de poussée à bord de déviation plat.

de vitesse U_{rms} (figure (3.10)) et V_{rms} (figure (3.11)).

On montre sur la figure (3.4) l'évolution (en fonction de la hauteur) des valeurs maximales de k et des fluctuations de vitesses dans la couche de mélange courbe issue du bord de déviation. On peut constater que le niveau de k prédit par le calcul $k - \varepsilon$ est trop faible sur toute la longueur de la couche de mélange. Par contre, la simulation LES fournit des prédictions correctes, même si de légers écarts avec l'expérience apparaissent (notamment dans le haut de la couche de mélange). Pour les fluctuations de vitesse, les tendances observées expérimentalement sont particulièrement bien reproduites par le calcul LES. Des écarts avec l'expérience subsistent toutefois, surtout pour la contrainte U_{rms} . Ces écarts peuvent être dus en partie à des erreurs de mesures. En effet, pour les fluctuations de vitesse, l'incertitude de mesure en ADL dans cette zone fortement cisailée peut se révéler relativement importante (jusqu'à 10%).

Des coupes horizontales au dessus du becquet ($0.05H$ au dessus) de la vitesse, de k et des fluctuations de vitesse sont présentées sur les figures (3.5) et (3.6). On observe :

- Un bon accord expérience/calculs ($k - \varepsilon$, LES) pour la vitesse moyenne.
- Une très forte sous-estimation de k par le calcul $k - \varepsilon$ dans la couche de mélange courbe, preuve que ce modèle peut fournir des profils de vitesse moyenne corrects avec une estimation de k erronée.
- Un bon accord expérience/LES pour les grandeurs turbulentes. En particulier, l'anisotropie de la turbulence dans la couche de mélange courbe est bien reproduite.

Dans le tableau (3.1), on compare le débit moyen à l'entrée de l'inverseur de poussée obtenu par les simulations numériques ($k - \varepsilon$ et LES) au débit expérimental. Compte-tenu de l'incertitude de mesure sur le débit (1.3 %), le résultat du calcul $k - \varepsilon$ est tout à fait acceptable. L'erreur sur le débit moyen est plus importante pour le calcul LES.

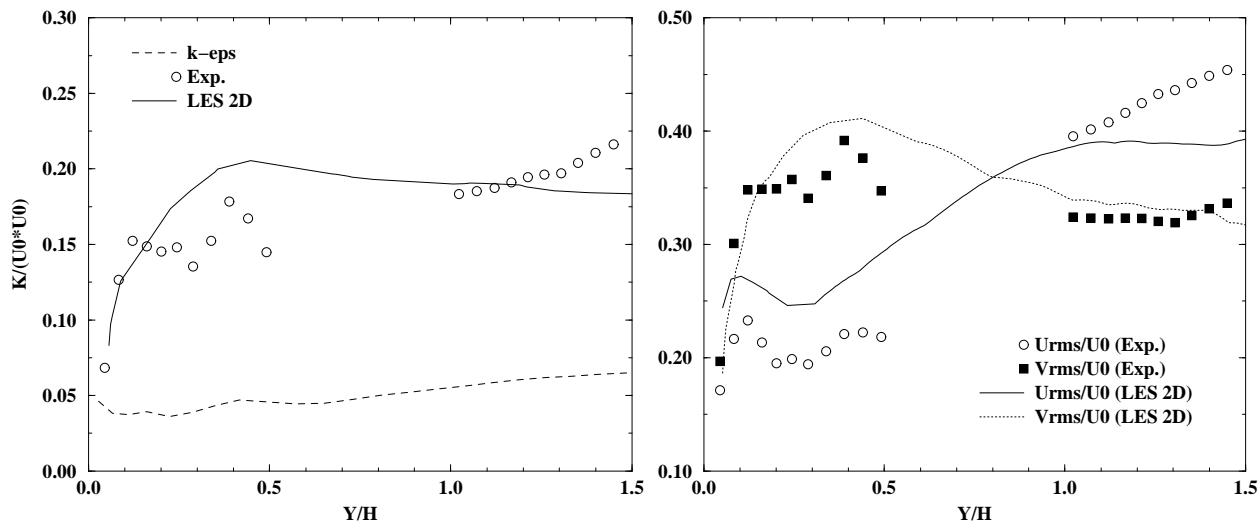


FIG. 3.4 – Valeurs maximales dans la couche de mélange courbe de l'énergie cinétique turbulente (à gauche) et des fluctuations de vitesse (à droite) en fonction de la hauteur.

Ceci s'explique par le décollement prématuré de la couche limite sur le fond de la veine d'entrée (du au faible taux d'énergie cinétique turbulente dans la couche limite issue du canal d'entrée), ce qui entraîne une diminution de la section de passage de l'écoulement, et donc une diminution de débit.

| | RANS ($k - \varepsilon$) | LES 2D |
|--------------------|----------------------------|--------|
| Erreur débit moyen | -1.3 % | -3.7 % |
| RMS débit | / | 5.5 % |

TAB. 3.1 – Débit à l'entrée de l'inverseur de poussée.

La simulation LES met en évidence la forte variation temporelle du débit en entrée de l'inverseur (écart-type de 5.5%). La fonction densité de probabilité (figure (3.7)) montre que l'amplitude maximale des fluctuations du débit d'entrée atteint trois écarts-type, soit 16.5%.

3.3.2 Champs instantanés

On analyse à trois instants successifs les champs instantanés de vorticité et de nombre de Mach (figure (3.12)) obtenus par le calcul LES 2D. Les signaux de pression aux points $P1$ et $P2$ et de vitesse aux points $P3$   $P6$ ont été relevés. L'emplacement de ces points est précisé sur la figure (3.13). Les spectres de ces signaux sont présentés sur les figures (3.14), (3.15) et (3.16). Dans la couche de mélange courbe issue du bord de déviation, on localise différentes régions :

- Bord de fuite du bord de déviation : décollement de la couche limite.

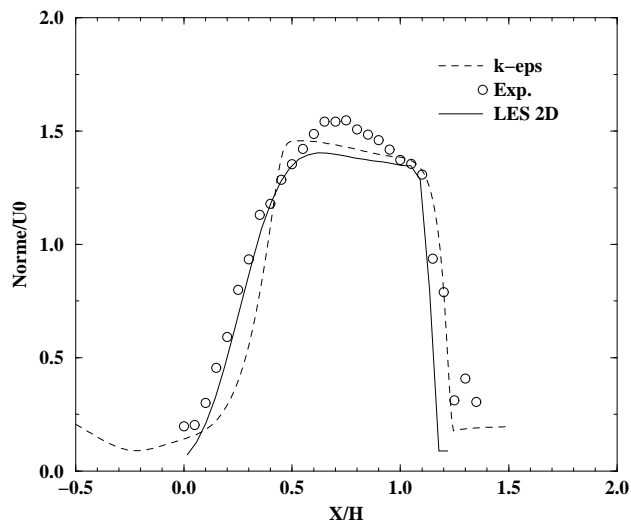


FIG. 3.5 – Profils de la norme de la vitesse à la station $0.05H$ au dessus du becquet.

- Entre le point de décollement et le point $P4$: zone de transition entre l'écoulement de couche limite et de couche de mélange. L'épaisseur de la couche de mélange est faible et l'écoulement est organisé sous la forme d'une nappe de vorticité.
- Entre les points $P4$ et $P5$: Développement de la couche de mélange et apparition des instabilité de Kelvin-Helmoltz (rouleaux de tourbillons). La fréquence de passage de ces tourbillons est donnée par les transformées de Fourier de la vitesse aux points $P4$ et $P5$ (figure (3.14)). Sur ces spectres, la fréquence $f_1 = 3245Hz$ est privilégiée. En se basant sur la vitesse convective $U_c = U_0/2$, sur l'épaisseur de la couche limite incidente $\delta = 0.44H$ et sur la fréquence f_1 , on obtient un nombre de Strouhal $St = 0.346$. Cette valeur est proche du nombre de Strouhal pour une couche de mélange plane : 0.2 à 0.3 d'après Debisschop [105] et Bellin [106]. Cette fréquence est différente de celle trouvée dans le cas d'une couche de mélange courbe issue d'un bord de déviation rond (voir la figure (2.8)). Ceci est du aux conditions de vitesses différentes générant la couche de mélange. La vitesse du jet principal est en effet différente si l'écoulement subit une détente sur un bord de déviation rond ou un bord de déviation plat.
- A partir du point $P5$: Apparition d'instationnarités à basses fréquences (battement latéral) dans la couche de mélange. La transformée de Fourier du signal de vitesse au point $P6$ (figure (3.15)) met en évidence, en plus de la fréquence du mode le plus amplifié $f_1 = 3245Hz$, les deux fréquences $f_2 = 2054Hz$ et $f_3 = 1161Hz$ qui caractérisent ces instationnarités. Ce battement de la couche de mélange peut s'accompagner d'appariements tourbillonnaires (voir la figure (3.12)). Par ailleurs, dans la partie aval de la couche de mélange, ce battement peut entraîner le détachement de tourbillons, ceux-ci se retrouvant éjectés dans la région où l'écoulement est au repos (voir les zones encadrées sur la figure (3.12)). Notons également qu'il apparaît des poches transsoniques dans cette région de l'écoulement.

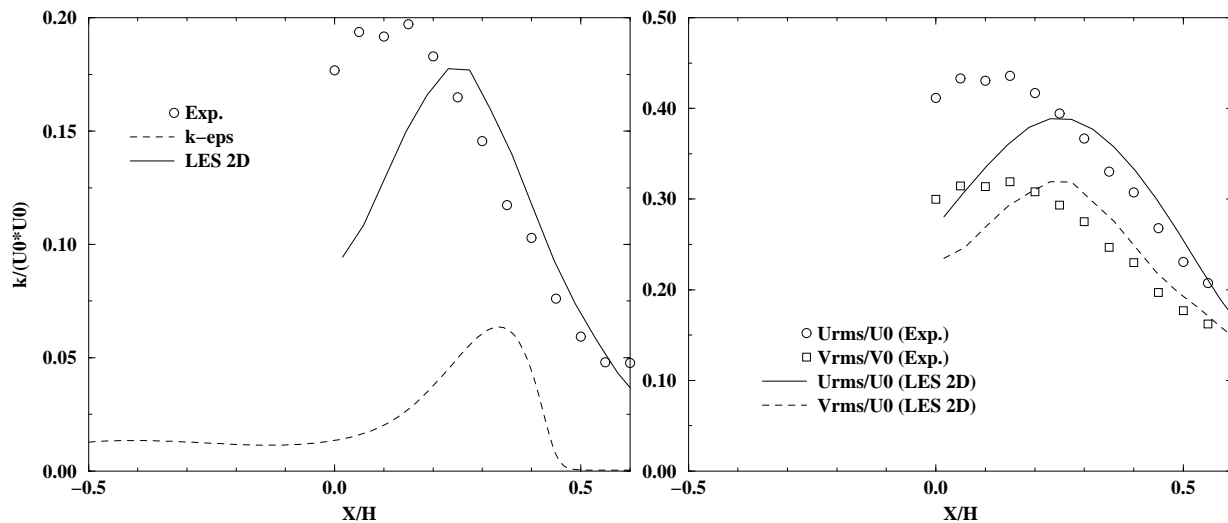


FIG. 3.6 – Profils de l'énergie cinétique turbulente (à gauche) et des fluctuations de vitesse (à droite) à la station $0.05H$ au dessus du becquet.

On analyse à présent l'écoulement en bas de porte (décollement sur le fond de la veine d'entrée, recollement sur la porte, zone de recirculation) :

- La position du point de décollement de la couche limite sur le fond de la veine d'entrée varie au cours du temps. Au niveau du décollement (point $P1$ sur la figure (3.13)), on effectue la transformée de Fourier du signal de pression pariétale. Le spectre de Fourier (figure (3.16)) montre que la fréquence $f_1 = 3245Hz$ est dominante. Notons que cette fréquence correspond à la fréquence du mode le plus amplifié de la couche de mélange courbe issue du bord de déviation.
- Le recollement sur la porte (au voisinage du point $P2$) est également instationnaire. Le spectre de Fourier de la pression pariétale (figure (3.16)) indique que la fréquence de battement du point de recollement est la même ($f_1 = 3245Hz$) que celle du point de décollement.
- Dans la couche de mélange reliant le point $P1$ au point $P2$, on retrouve également la fréquence f_1 correspondant à la fréquence de passage des structures tourbillonnaires (voir le spectre de Fourier de la vitesse au point $P3$ sur la figure (3.15)).
- Dans la zone de recirculation en bas de porte, on remarque que l'écoulement est fortement instationnaire. Des structures tourbillonnaires se détachent de la couche de mélange et sont éjectées dans la zone de recirculation (voir les zones encadrées sur la figure (3.12)).

Sur la figure (3.17), on présente le spectre de Fourier du débit d'entrée. On retrouve une fréquence dominante similaire $f_1 = 3245Hz$.

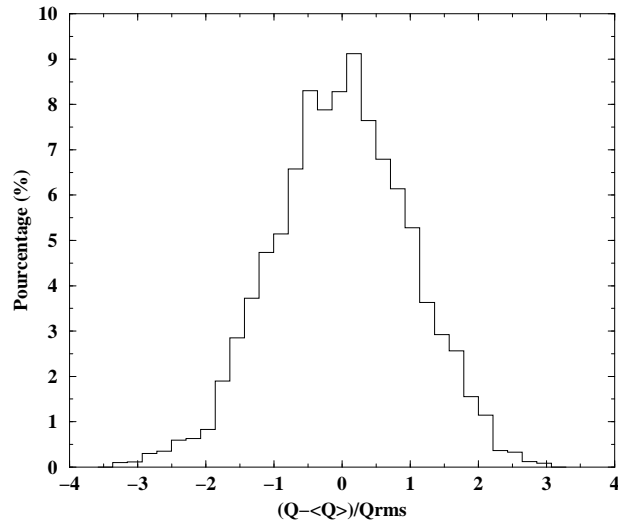


FIG. 3.7 – LES 2D - PDF du débit d'entrée.

3.3.3 Discussion

Pour la configuration d'inverseur de poussée à bord de déviation plat, nous avons montré qu'une fréquence fondamentale $f_1 = 3245Hz$ pilotait l'ensemble des phénomènes instationnaires présents dans l'écoulement. Elle correspond à la fréquence du mode le plus amplifié dans la couche de mélange courbe issue du bord de déviation. On retrouve cette même fréquence au niveau du décollement et du recollement (en bas de porte) et en entrée de l'inverseur de poussée (pour le débit).

Par ailleurs, les fortes variations temporelles du débit d'entrée (écart-type de 5.5%) ont été mises en évidence par le calcul LES.

Pour les vitesses moyennes, les calculs RANS et LES fournissent des résultats similaires, en bon accord avec les résultats expérimentaux. Le débit d'entrée moyen est également correctement estimé par les calculs RANS et LES.

Nous avons par ailleurs mis en évidence des instationnarités à basse fréquence dans la couche de mélange courbe (battement latéral). Ces instationnarités ne sont pas prises en compte dans le calcul RANS et conduisent à une forte sous-estimation des fluctuations de vitesse. Le même phénomène est observé dans la zone de recirculation en bas de porte. Dans ces deux régions, le calcul LES fournit une prédiction des fluctuations de vitesse en bon accord avec l'expérience.

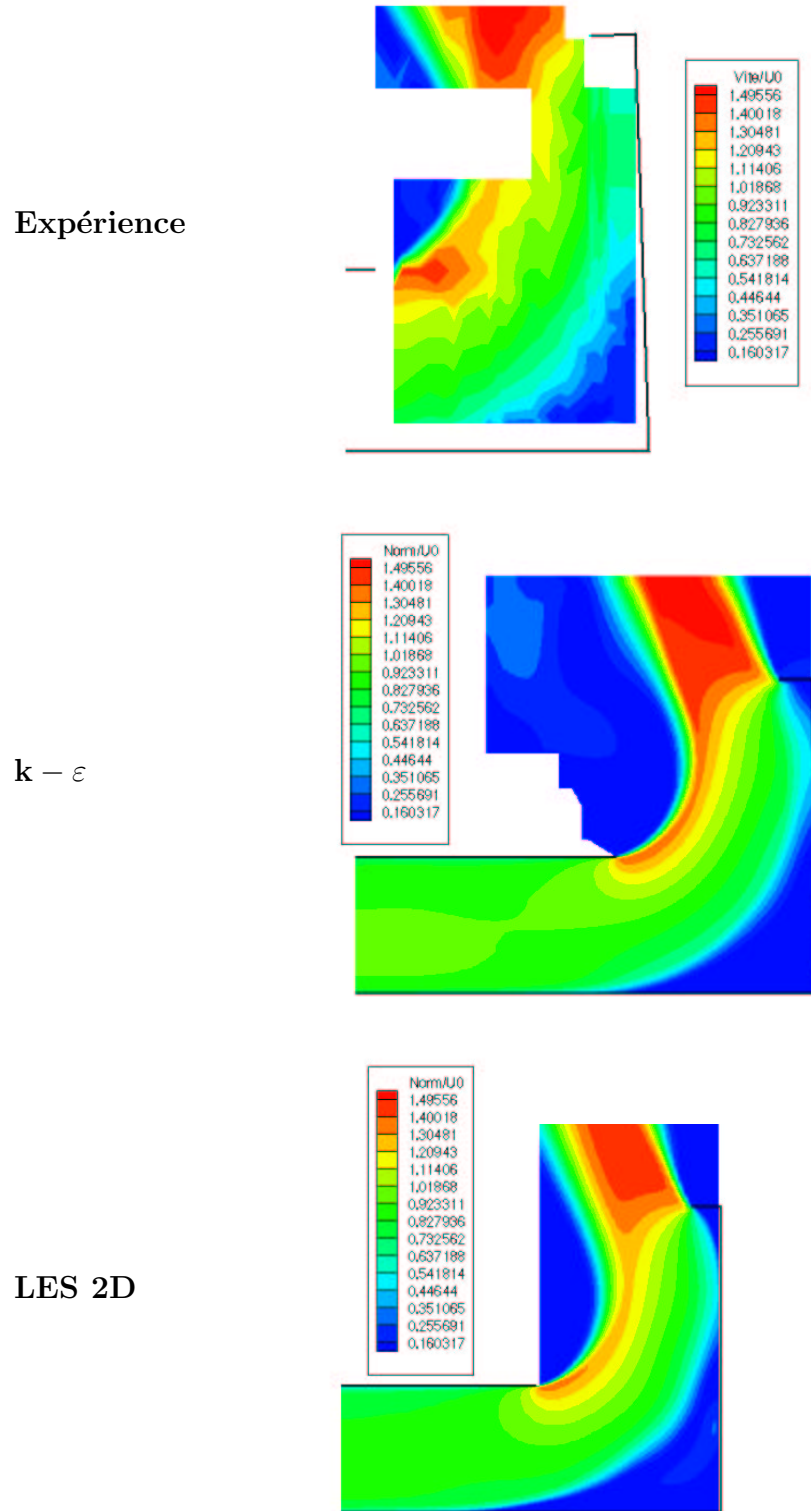


FIG. 3.8 – *Inverseur de poussée à bord de déviation plat - Norme de la vitesse moyenne.*

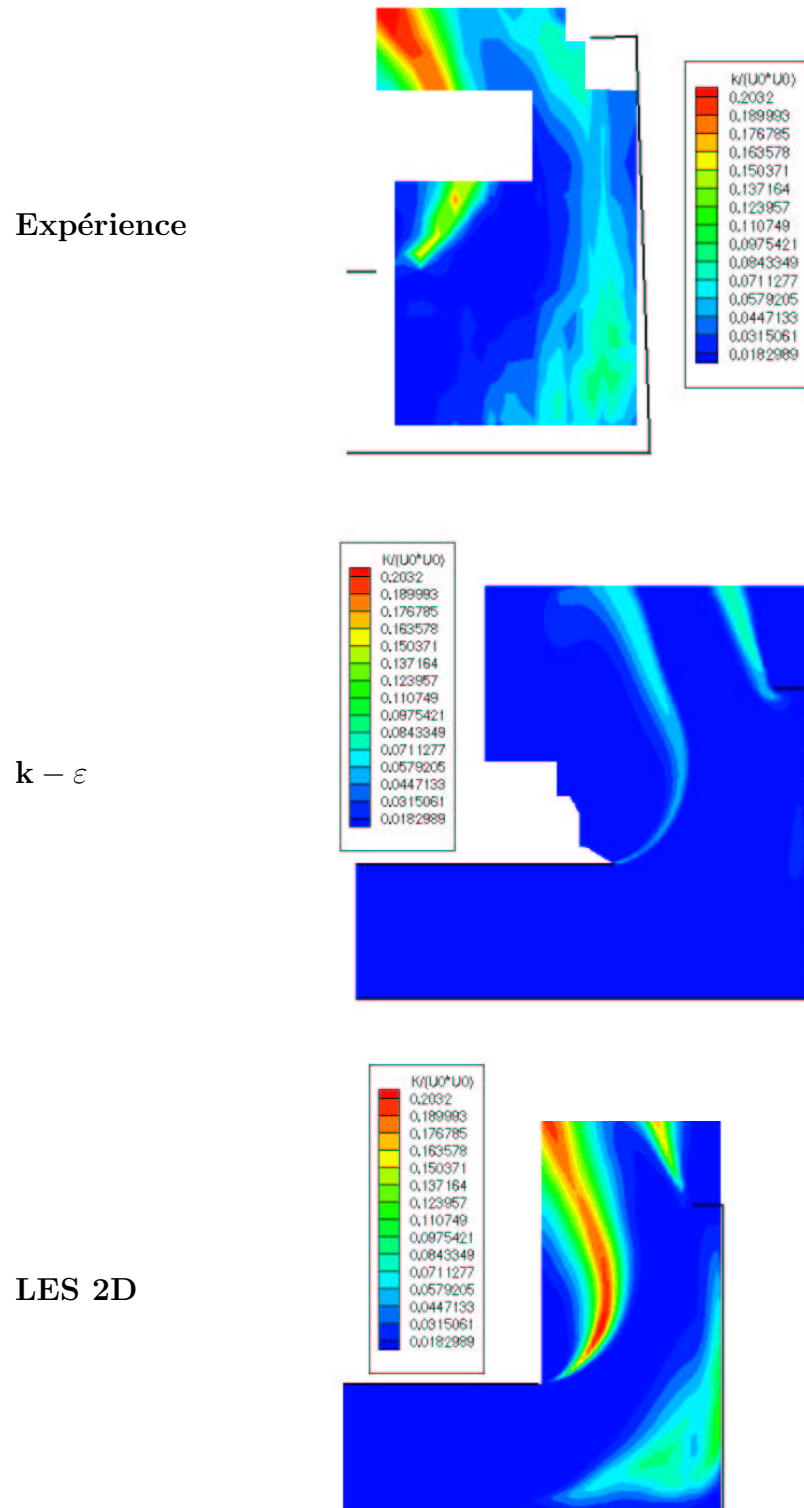


FIG. 3.9 – Inverseur de poussée à bord de déviation plat - Energie cinétique turbulente.

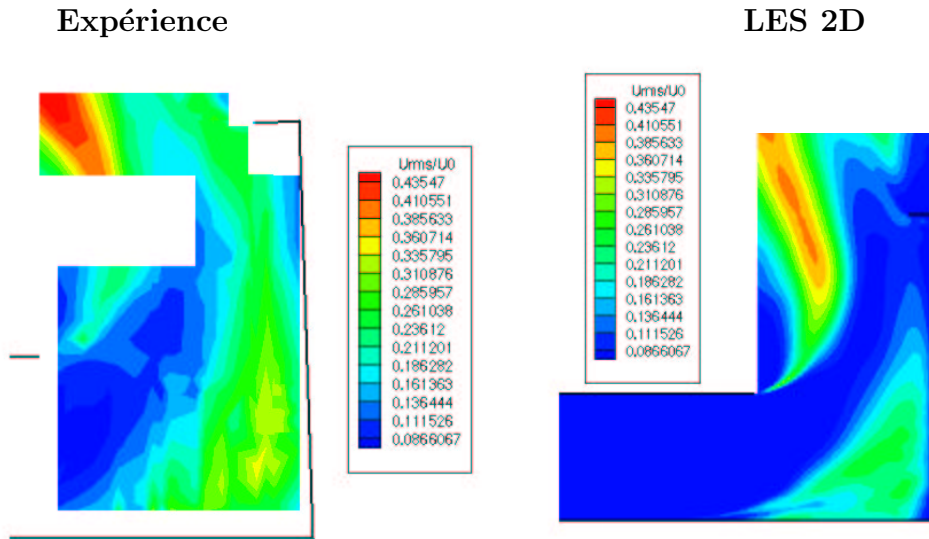


FIG. 3.10 – *Inverseur de poussée à bord de déviation plat - Fluctuations de vitesse U_{rms} .*

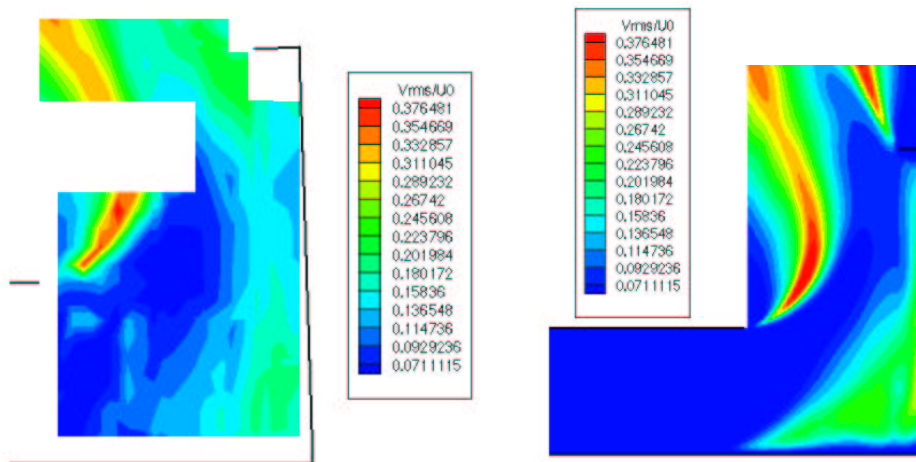


FIG. 3.11 – *Inverseur de poussée à bord de déviation plat - Fluctuations de vitesse V_{rms} .*

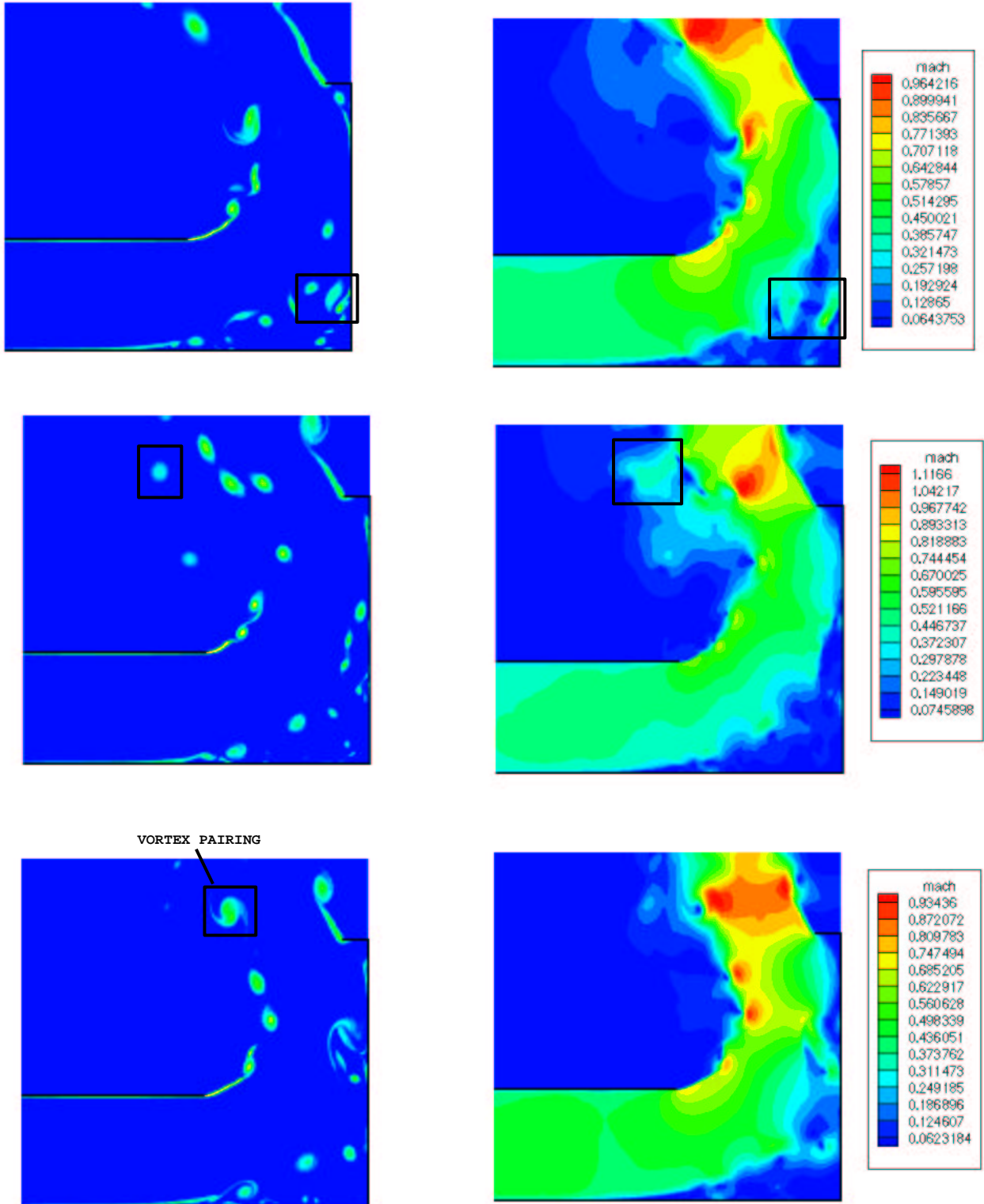


FIG. 3.12 – Vorticité (à gauche) et nombre de Mach (à droite) à trois instants successifs.

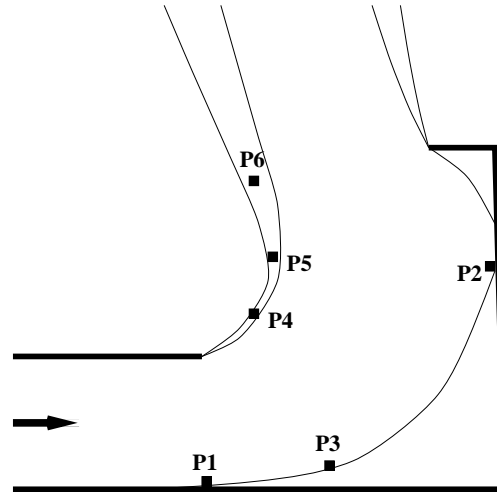


FIG. 3.13 – Localisation des points d'acquisition des signaux de pression ($P1$ et $P2$) et de vitesse ($P3$ à $P6$).

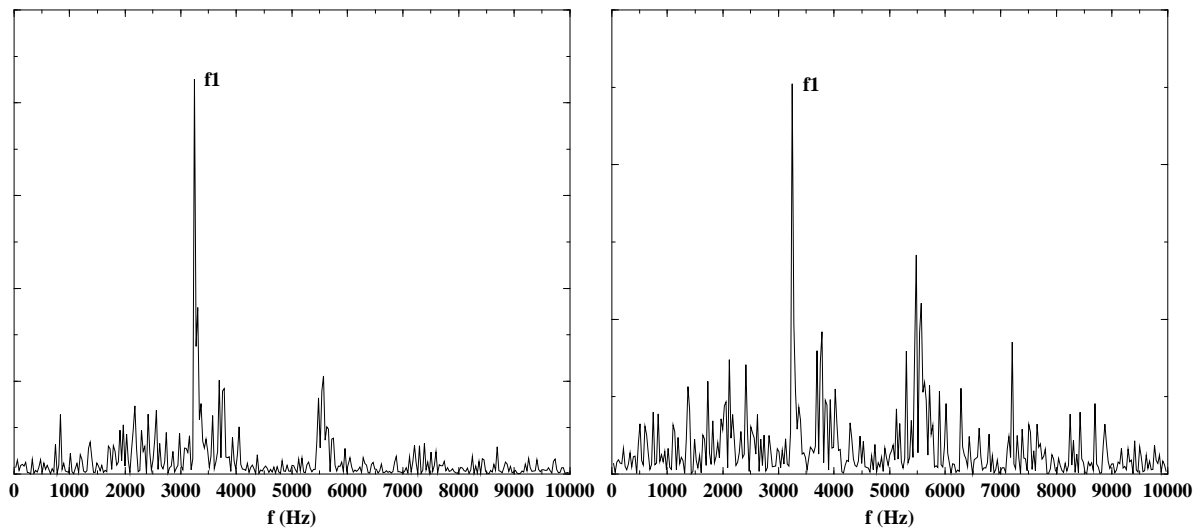


FIG. 3.14 – Spectre de vitesse aux points $P4$ (à gauche) et $P5$ (à droite).

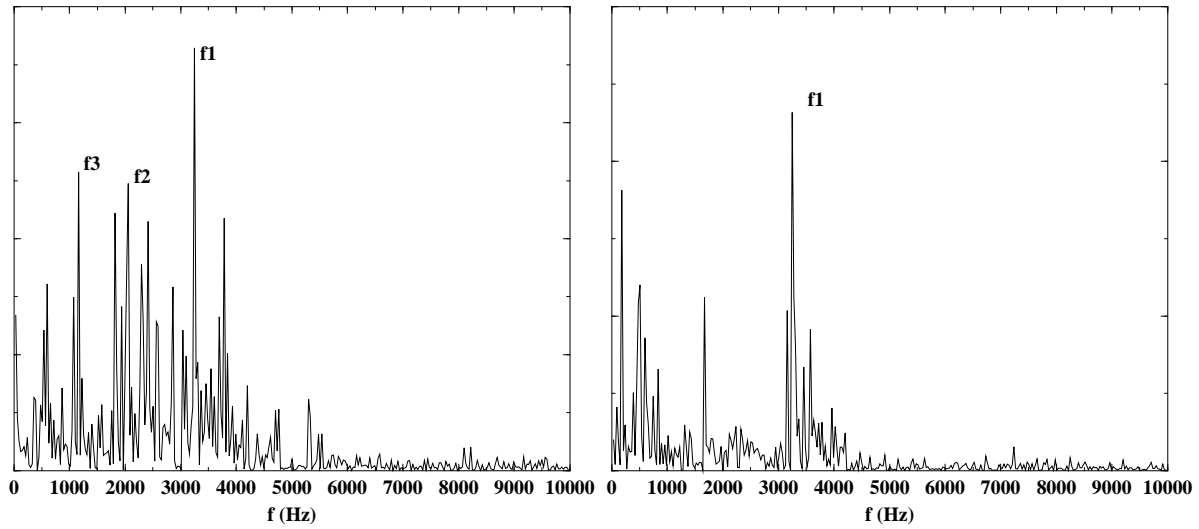


FIG. 3.15 – *Spectre de vitesse aux points P6 (à gauche) et P3 (à droite).*

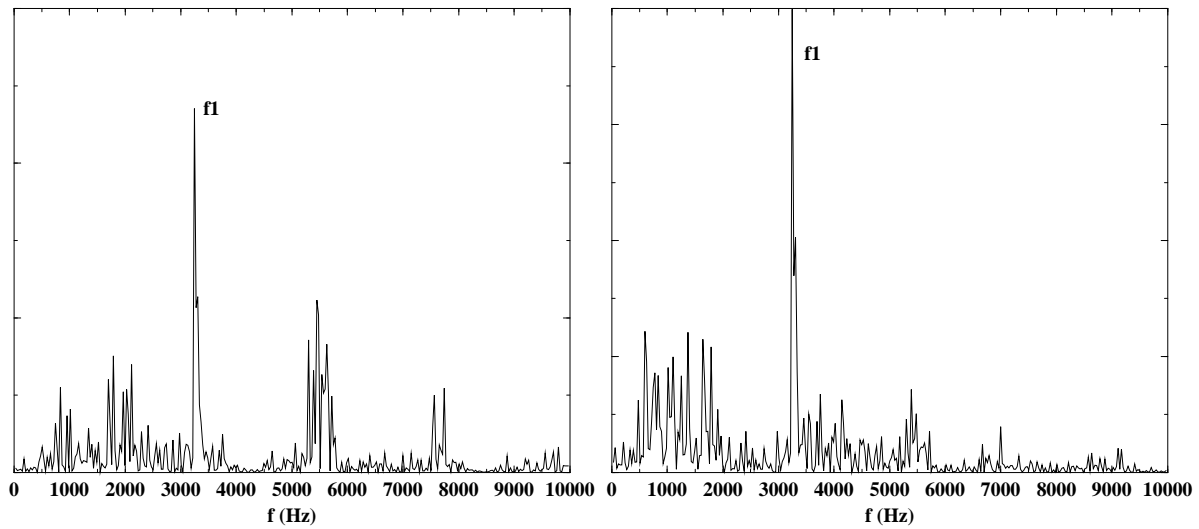
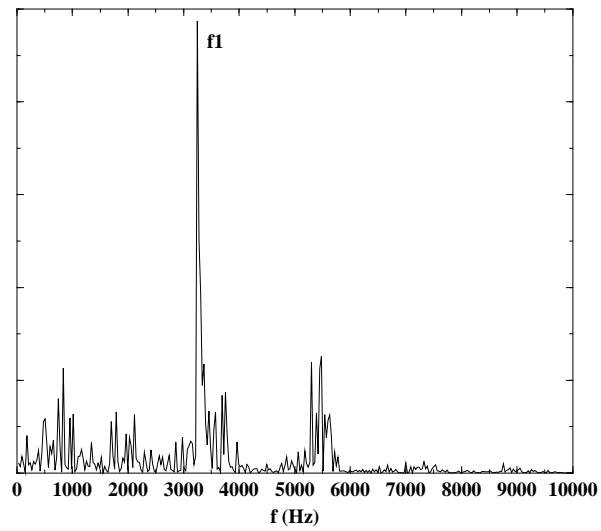


FIG. 3.16 – *Spectre de pression pariétale aux points P1 (à gauche) et P2 (à droite).*

FIG. 3.17 – *Spectre du débit d'entrée.*

Chapitre 4

Conclusion

Les résultats des simulations RANS (modèle $k - \varepsilon$) et LES ont été comparés sur deux configurations simplifiées d'inverseur de poussée à portes. La première configuration est un inverseur à bord de déviation rond. Le décollement de la couche limite sur le bord de déviation et le développement de la couche de mélange courbe est étudié. Pour la seconde configuration, à bord de déviation plat, l'ensemble de l'écoulement est considéré (décollement/recollement en bas de porte, écoulement autour du becquet).

Les deux approches (RANS et LES) ont fourni des résultats en bon accord avec les résultats expérimentaux pour les vitesses moyennes et le débit d'entrée.

Les prédictions des fluctuations de vitesse par la LES sont également en bon accord avec l'expérience. Les calculs LES ont permis de mettre en évidence le caractère fortement instationnaire de l'écoulement dans l'inverseur de poussée : battement des points de décollement et de recollement, battement latéral de la couche de mélange courbe, fortes variations du débit d'entrée. L'analyse fréquentielle de ces phénomènes a montré qu'une fréquence domine sur l'ensemble de l'écoulement. Elle correspond à la fréquence du mode le plus amplifié dans la couche de mélange courbe issue du bord de déviation. Des instationnarités à basse fréquence (correspondant à un battement latéral de la couche de mélange courbe) ont également été décelées.

Les calculs RANS ne prennent pas en compte ces instationnarités et, par conséquent, les fluctuations de vitesse (dans la couche de mélange courbe et dans la zone de recirculation en bas de porte) sont fortement sous-estimées.

Les temps de calcul sont comparés dans les tableaux (4.1) (inverseur simplifié à bord de déviation rond) et (4.2) (inverseur simplifié à bord de déviation plat). On constate que le coût du calcul LES 2D est supérieur d'un facteur 35 à 50 au coût du calcul RANS. Le calcul LES 3D de l'inverseur simplifié à bord de déviation rond coûte, quant à lui, 700 fois plus cher que le calcul RANS. Notons que l'utilisation du calcul parallèle permet de réduire le temps effectif de calcul pour les simulations LES.

| | Nombre de processeurs | Machine | Temps CPU | Temps CPU monoprocesseur |
|----------------|-----------------------|-----------------|-----------|--------------------------|
| RANS 2D | 1 | SGI Origin 2000 | 26 h | 26 h |
| LES 2D | 4 | SGI Origin 2000 | 233 h | 932 h |
| LES 3D | 175 | CRAY T3E | 105 h | 18375 h |

TAB. 4.1 – *Inverseur simplifié à bord de déviation rond - Temps de calcul.*

| | Nombre de processeurs | Machine | Temps CPU | Temps CPU monoprocesseur |
|----------------|-----------------------|-----------------|-----------|--------------------------|
| RANS 2D | 1 | SGI Origin 2000 | 100 h | 100 h |
| LES 2D | 9 | SGI Origin 2000 | 585 h | 5265 h |

TAB. 4.2 – *Inverseur simplifié à bord de déviation plat - Temps de calcul.*

Cinquième partie
Conclusion générale

Conclusions et perspectives

La motivation principale de cette étude est le développement d'outils fiables pour aider à la compréhension, par simulation numérique, de l'aérodynamique d'un inverseur de poussée à portes (écoulement turbulent compressible). Deux points importants sont à considérer :

1. la détermination des performances aérodynamiques de l'inverseur (débit, ...).
2. la description fine des phénomènes physiques présents dans cet écoulement (instationnarités, ...).

Dans cette étude, nous avons adopté deux approches complémentaires : résolution des équations moyennées RANS (stationnaire) ou filtrées LES (instationnaire). Dans un premier temps, nous avons développé chaque approche séparément, puis nous les avons comparé sur les mêmes configurations d'écoulement. Les résultats de chaque partie sont les suivants :

- Modélisation statistique de la turbulence (RANS). Trois types de modèles de turbulence (isotrope : $k-\varepsilon$, multi-échelles, anisotrope : ASM) ont été implémentés dans un code de calcul et testés sur des géométries représentatives d'un inverseur de poussée. Ainsi, le calcul de l'écoulement décollé de la marche descendante (Driver et Seegmiller [65]) a montré que le modèle ASM de Shih *et al.* [26] permet d'obtenir la meilleure prédiction de la longueur de recollement.

Sur le second cas-test (conduite rectangulaire courbée 3D de Kim et Patel [80]), nous nous sommes intéressés aux capacités des modèles de turbulence à prédire les effets de courbure (omniprésents dans les inverseurs de poussée). En suivant l'approche proposée par Lumley [76] qui consiste à modifier les termes sources dans l'équation du taux de dissipation ε (Shih *et al.* [77]), nous avons introduit ces modifications dans les modèles $k-\varepsilon$ et ASM. Les résultats obtenus ont montré que seul le modèle ASM muni de ces corrections était capable de reproduire correctement les phénomènes physiques présents dans cet écoulement (tri-dimensionnalité, courbure des lignes de courant, effet des gradients de pression, développement de structures secondaires...).

- Simulation des grandes échelles (LES). Cette approche permet d'obtenir des informations sur l'instationnarité de l'écoulement. Nous avons montré que la LES nécessite l'utilisation de méthodes numériques précises d'ordre élevé pour limiter les erreurs numériques (importantes dans le cas des schémas UPWIND second ordre). Nous avons comparé différents schémas numériques (du second au cinquième ordre) à des résultats de DNS sur une turbulence homogène isotrope. Les schémas WENO cinquième ordre pour les termes convectifs et centré quatrième ordre pour les termes diffusifs ont été retenus et implémentés dans un code de calcul 3D. Le schéma Runge-Kutta, précis à l'ordre trois, est utilisé pour la discrétisation temporelle. Cette méthode numérique constitue un bon compromis entre la robustesse du schéma (pas d'oscillations numériques au voisinage des discontinuités de l'écoulement) et sa précision.

Les deux approches RANS et LES ont ensuite été comparées sur deux configurations de couche de mélange : la couche de mélange plane supersonique étudiée expérimentalement

par Goebel et Dutton [88] et la couche de mélange courbe de Castro et Bradshaw [89] (similaire à l'écoulement dans un inverseur de poussée). Concernant la couche de mélange plane, les résultats RANS et LES sont équivalents et en bon accord avec l'expérience pour les vitesses et les contraintes turbulentes moyennes. Il est toutefois nécessaire d'utiliser une modélisation avancée (ASM) afin d'obtenir une description précise de l'anisotropie de la turbulence. En revanche, pour la couche de mélange courbe, la simulation LES permet d'obtenir un meilleur niveau des grandeurs turbulentes que les modèles RANS (y compris le "Reynolds Stress Model" RSM).

Finalement, deux configurations d'inverseur de poussée à portes simplifiées (à bord de déviation rond et à bord de déviation plat) ont été calculées en RANS et en LES. Les résultats obtenus en terme de vitesses moyennes et de débit d'entrée sont en bon accord avec les résultats expérimentaux. Par contre, les simulations RANS ont mis en évidence une mauvaise prédiction (forte sous-estimation) des fluctuations de vitesse dans l'écoulement. Ceci est dû à des phénomènes intermittents (battement latéral de la couche de mélange, ...) qui ne sont pas pris en compte par le calcul RANS. Les simulations LES captent quant à elles correctement ces phénomènes et arrivent donc à fournir une bonne prédiction des fluctuations de vitesse. Par ailleurs, l'analyse fréquentielle (à partir de la simulation LES) a montré qu'une fréquence fondamentale pilotait l'ensemble des phénomènes instationnaires dans l'inverseur de poussée (décollement, recollement, variation du débit d'entrée). Cette fréquence correspond à la fréquence du mode le plus amplifié dans la couche de mélange courbe issue du bord de déviation. Une fréquence secondaire correspondant au battement latéral de la couche de mélange courbe a été également détectée.

Les approches RANS et LES satisfont le premier critère énoncé en début de conclusion (prédiction des performances aérodynamiques). Ces deux approches permettent donc de répondre aux besoins "industriels" pour une description globale de l'écoulement dans un inverseur de poussée. Par contre, seule l'approche LES permet de satisfaire le second critère (description précise des phénomènes physiques). En effet, le caractère fortement instationnaire ne peut être correctement pris en compte par une approche RANS. Toutefois, bien que puissant, la LES reste un outil très coûteux en temps de calcul pour des applications industrielles (environ 700 fois plus cher que le calcul RANS en monoprocesseur). Cette approche nécessite l'utilisation de calculateurs parallèles pour obtenir des temps de calcul du même ordre de grandeur que le calcul RANS.

Ces premières simulations LES d'inverseur de poussée ouvrent plusieurs perspectives. En particulier, l'outil développé dans cette thèse serait bien adapté à :

- l'étude du contrôle du décollement de la couche limite sur le bord de déviation rond, afin de retarder ce phénomène et d'améliorer ainsi les performances aérodynamiques de l'inverseur de poussée.
- l'étude de l'interaction du jet provenant de l'inverseur de poussée avec un écoulement extérieur (vent externe à l'atterrissage de l'avion).

– l'étude de l'interaction fluide-structure.

A l'issue de ce travail, la simulation des grandes échelles (LES) apparaît donc comme un outil intéressant pour la conception de systèmes aéronautiques avancés.

Sixième partie

Annexes

Annexe A

Méthode numérique

A.1 Mise en forme des équations

A.1.1 RANS

Pour un écoulement compressible et visqueux et en l'absence des forces de pesanteur, le système d'équations à résoudre numériquement peut se mettre sous la forme suivante dans le repère cartésien (x,y,z) :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} + \frac{\partial G(U)}{\partial y} + \frac{\partial H(U)}{\partial z} = \frac{\partial F_v(U)}{\partial x} + \frac{\partial G_v(U)}{\partial y} + \frac{\partial H_v(U)}{\partial z} + S_o(U) \quad (\text{A.1})$$

Les vecteurs U , F , F_v , G , G_v , H , H_v et S_o prennent la forme suivante :

▷ pour la partie eulérienne de l'équation

$$U = \begin{pmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho}\tilde{u} \\ \bar{\rho}\tilde{v} \\ \bar{\rho}\tilde{w} \\ \bar{\rho}\tilde{E}_t \\ \bar{\rho}k \\ \bar{\rho}\varepsilon \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} \bar{\rho}\tilde{u} \\ \bar{\rho}\tilde{u}^2 + p^* \\ \bar{\rho}\tilde{u}\tilde{v} \\ \bar{\rho}\tilde{u}\tilde{w} \\ (\bar{\rho}\tilde{E}_t + p^*)\tilde{u} \\ \bar{\rho}k\tilde{u} \\ \bar{\rho}\varepsilon\tilde{u} \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} \bar{\rho}\tilde{v} \\ \bar{\rho}\tilde{u}\tilde{v} \\ \bar{\rho}\tilde{v}^2 + p^* \\ \bar{\rho}\tilde{v}\tilde{w} \\ (\bar{\rho}\tilde{E}_t + p^*)\tilde{v} \\ \bar{\rho}k\tilde{v} \\ \bar{\rho}\varepsilon\tilde{v} \end{pmatrix} \quad H = \begin{pmatrix} \bar{\rho}\tilde{w} \\ \bar{\rho}\tilde{u}\tilde{w} \\ \bar{\rho}\tilde{v}\tilde{w} \\ \bar{\rho}\tilde{w}^2 + p^* \\ (\bar{\rho}\tilde{E}_t + p^*)\tilde{w} \\ \bar{\rho}k\tilde{w} \\ \bar{\rho}\varepsilon\tilde{w} \end{pmatrix}$$

▷ pour les termes visqueux

$$F_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \sigma_{xx} + \bar{\rho}(\frac{2}{3}k - \widetilde{u''^2}) \\ \sigma_{xy} - \bar{\rho}\widetilde{u''v''} \\ \sigma_{xz} - \bar{\rho}\widetilde{u''w''} \\ [\sigma_{xx} + \bar{\rho}(\frac{2}{3}k - \widetilde{u''^2})] \tilde{u} + [\sigma_{xy} - \bar{\rho}\widetilde{u''v''}] \tilde{v} + [\sigma_{xz} - \bar{\rho}\widetilde{u''w''}] \tilde{w} - q_x \\ \left(\bar{\mu} + \frac{\mu_t}{Pr_k}\right) \frac{\partial k}{\partial x} \\ \left(\bar{\mu} + \frac{\mu_t}{Pr_\varepsilon}\right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \end{pmatrix}$$

$$G_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \sigma_{xy} - \bar{\rho} \widetilde{u''v''} \\ \sigma_{yy} + \bar{\rho} \left(\frac{2}{3}k - \widetilde{v''^2} \right) \\ \sigma_{yz} - \bar{\rho} \widetilde{v''w''} \\ \left[\sigma_{xy} - \bar{\rho} \widetilde{u''v''} \right] \tilde{u} + \left[\sigma_{yy} + \bar{\rho} \left(\frac{2}{3}k - \widetilde{v''^2} \right) \right] \tilde{v} + \left[\sigma_{yz} - \bar{\rho} \widetilde{v''w''} \right] \tilde{w} - q_y \\ \left(\bar{\mu} + \frac{\mu_t}{Pr_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \\ \left(\bar{\mu} + \frac{\mu_t}{Pr_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \end{pmatrix}$$

$$H_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \sigma_{xz} - \bar{\rho} \widetilde{u''w''} \\ \sigma_{yz} - \bar{\rho} \widetilde{v''w''} \\ \sigma_{zz} + \bar{\rho} \left(\frac{2}{3}k - \widetilde{w''^2} \right) \\ \left[\sigma_{xz} - \bar{\rho} \widetilde{u''w''} \right] \tilde{u} + \left[\sigma_{yz} - \bar{\rho} \widetilde{v''w''} \right] \tilde{v} + \left[\sigma_{zz} + \bar{\rho} \left(\frac{2}{3}k - \widetilde{w''^2} \right) \right] \tilde{w} - q_z \\ \left(\bar{\mu} + \frac{\mu_t}{Pr_k} \right) \frac{\partial k}{\partial z} \\ \left(\bar{\mu} + \frac{\mu_t}{Pr_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \end{pmatrix}$$

▷ pour les termes sources

$$S_o = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ P_k - \bar{\rho}\varepsilon \\ -C_{\varepsilon 1}P_k - C_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon}{k}\bar{\rho}\varepsilon \end{pmatrix}$$

Avec :

$$\sigma_{xx} = 2\bar{\mu} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} - \frac{2}{3}\bar{\mu} \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} \right) \quad ; \quad \sigma_{yy} = 2\bar{\mu} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} - \frac{2}{3}\bar{\mu} \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} \right)$$

$$\sigma_{zz} = 2\bar{\mu} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} - \frac{2}{3}\bar{\mu} \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} \right) \quad ; \quad \sigma_{xy} = \sigma_{yx} = \bar{\mu} \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} \right)$$

$$\sigma_{xz} = \sigma_{zx} = \bar{\mu} \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} \right) \quad ; \quad \sigma_{yz} = \sigma_{zy} = \bar{\mu} \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} \right)$$

$$p^* = \bar{p} + \frac{2}{3}\bar{\rho}k$$

$$q_x = -\gamma \left(\frac{\bar{\mu}}{Pr} + \frac{\bar{\mu}_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial \tilde{e}}{\partial x} \quad ; \quad q_y = -\gamma \left(\frac{\bar{\mu}}{Pr} + \frac{\bar{\mu}_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial \tilde{e}}{\partial y}$$

$$q_z = -\gamma \left(\frac{\bar{\mu}}{Pr} + \frac{\bar{\mu}_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial \tilde{e}}{\partial z}$$

$$\begin{aligned} P_k = & -\bar{\rho}\widetilde{u''^2} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} - \bar{\rho}\widetilde{u''v''} \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} \right) - \bar{\rho}\widetilde{u''w''} \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} \right) \\ & -\bar{\rho}\widetilde{v''^2} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} - \bar{\rho}\widetilde{v''w''} \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial y} \right) - \bar{\rho}\widetilde{w''^2} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} \end{aligned}$$

Les contraintes turbulentes qui apparaissent dans le système d'équations sont directement identifiées à l'aide de la relation générique (1.47). Les flux turbulents sont quant à eux approximés par une approximation de gradient simple.

A.1.2 LES

Le système d'équations à résoudre peut se mettre sous la forme suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x_1} + \frac{\partial G(U)}{\partial x_2} + \frac{\partial H(U)}{\partial x_3} = \frac{\partial F_v(U)}{\partial x_1} + \frac{\partial G_v(U)}{\partial x_2} + \frac{\partial H_v(U)}{\partial x_3} \quad (\text{A.2})$$

avec U le vecteur des variables conservatives :

$$U = (\bar{\rho}, \bar{\rho}\tilde{u}_1, \bar{\rho}\tilde{u}_2, \bar{\rho}\tilde{u}_3, \bar{\rho}\tilde{E}_t)^T \quad (\text{A.3})$$

Les flux eulériens sont donnés par :

$$F = \begin{pmatrix} \bar{\rho}\tilde{u}_1 \\ \bar{\rho}\tilde{u}_1^2 + \bar{p} \\ \bar{\rho}\tilde{u}_1\tilde{u}_2 \\ \bar{\rho}\tilde{u}_1\tilde{u}_3 \\ (\bar{\rho}\tilde{E}_t + \bar{p})\tilde{u}_1 \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} \bar{\rho}\tilde{u}_2 \\ \bar{\rho}\tilde{u}_2\tilde{u}_1 \\ \bar{\rho}\tilde{u}_2^2 + \bar{p} \\ \bar{\rho}\tilde{u}_2\tilde{u}_3 \\ (\bar{\rho}\tilde{E}_t + \bar{p})\tilde{u}_2 \end{pmatrix} \quad H = \begin{pmatrix} \bar{\rho}\tilde{u}_3 \\ \bar{\rho}\tilde{u}_3\tilde{u}_1 \\ \bar{\rho}\tilde{u}_3\tilde{u}_2 \\ \bar{\rho}\tilde{u}_3^2 + \bar{p} \\ (\bar{\rho}\tilde{E}_t + \bar{p})\tilde{u}_3 \end{pmatrix}$$

Les flux visqueux sont donnés par :

$$F_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{\sigma}_{11} - \tau_{11} \\ \tilde{\sigma}_{12} - \tau_{12} \\ \tilde{\sigma}_{13} - \tau_{13} \\ (\tilde{\sigma}_{i1} - \tau_{i1})\tilde{u}_i + \tilde{\lambda}_c \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_1} - q_1 \end{pmatrix} \quad G_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{\sigma}_{21} - \tau_{21} \\ \tilde{\sigma}_{22} - \tau_{22} \\ \tilde{\sigma}_{23} - \tau_{23} \\ (\tilde{\sigma}_{i2} - \tau_{i2})\tilde{u}_i + \tilde{\lambda}_c \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_2} - q_2 \end{pmatrix}$$

$$H_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{\sigma}_{31} - \tau_{31} \\ \tilde{\sigma}_{32} - \tau_{32} \\ \tilde{\sigma}_{33} - \tau_{33} \\ (\tilde{\sigma}_{i3} - \tau_{i3})\tilde{u}_i + \tilde{\lambda}_c \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_3} - q_3 \end{pmatrix}$$

Avec :

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \mu \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (\text{A.4})$$

$$\tau_{ij} = -2C_s \bar{\rho} \Delta^2 |\tilde{S}| (\tilde{S}_{ij} - \frac{1}{3} \tilde{S}_{kk} \delta_{ij}) + \frac{2}{3} C_I \bar{\rho} \Delta^2 |\tilde{S}|^2 \delta_{ij} \quad (\text{A.5})$$

$$q_i = -\frac{C_s \bar{\rho} \Delta^2 |\tilde{S}|}{Pr_t} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i} \quad (\text{A.6})$$

et :

$$\tilde{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{A.7})$$

$$|\tilde{S}| = \left(2\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij} \right)^{1/2} \quad (\text{A.8})$$

A.2 Méthode des volumes finis

La méthode numérique utilisée pour la résolution du système est basée sur une approche volumes finis avec utilisation de maillages structurés. La technique des volumes finis consiste à discrétiser la forme intégrale des équations de conservation plutôt que leur forme différentielle. L'intégration des systèmes A.1 et A.2 pour les équations de Navier-Stokes moyennées (RANS) et filtrées (LES) s'effectue sur un volume élémentaire V de frontière S . L'application du théorème de Green permet de transformer les intégrales de volume en intégrales de surface :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{V} \int_S \vec{F} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{V} \int_S \vec{F}_v \cdot d\vec{S} \quad (\text{A.9})$$

où $d\vec{S}$ est le vecteur surface, $\vec{F} = F \cdot \vec{i}_1 + G \cdot \vec{i}_2 + H \cdot \vec{i}_3$ et $\vec{F}_v = F_v \cdot \vec{i}_1 + G_v \cdot \vec{i}_2 + H_v \cdot \vec{i}_3$. $(\vec{i}_1, \vec{i}_2, \vec{i}_3)$ est une base du repère cartésien (x_1, x_2, x_3) .

Supposons que le volume $V_{i,j,k}$ représente un hexahédre centré aux indices (i,j,k) (figure A.1). On définit par ailleurs les vecteurs surfaces $(\vec{S}_{i+1/2}, \dots)$ comme l'aire de la surface

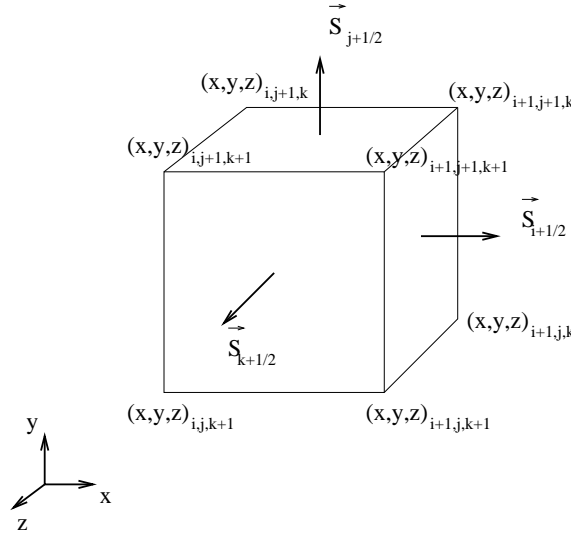


FIG. A.1 – Volume d'intégration tridimensionnel.

multiplié par le vecteur unitaire normal à la surface. Ainsi, l'équation A.9 prend la forme discrétisée suivante :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial U_{i,j,k}}{\partial t} &+ \frac{1}{V_{i,j,k}} \left(F_{\xi_{i+1/2,j,k}} |\vec{S}_{i+1/2}| - F_{\xi_{i-1/2,j,k}} |\vec{S}_{i-1/2}| \right) \\
&+ \frac{1}{V_{i,j,k}} \left(G_{\eta_{i,j+1/2,k}} |\vec{S}_{j+1/2}| - G_{\eta_{i,j-1/2,k}} |\vec{S}_{j-1/2}| \right) \\
&+ \frac{1}{V_{i,j,k}} \left(H_{\zeta_{i,j,k+1/2}} |\vec{S}_{k+1/2}| - H_{\zeta_{i,j,k-1/2}} |\vec{S}_{k-1/2}| \right) \\
&= \frac{1}{V_{i,j,k}} \left(F_{v\xi_{i+1/2,j,k}} |\vec{S}_{i+1/2}| - F_{v\xi_{i-1/2,j,k}} |\vec{S}_{i-1/2}| \right) \\
&+ \frac{1}{V_{i,j,k}} \left(G_{v\eta_{i,j+1/2,k}} |\vec{S}_{j+1/2}| - G_{v\eta_{i,j-1/2,k}} |\vec{S}_{j-1/2}| \right) \\
&+ \frac{1}{V_{i,j,k}} \left(H_{v\zeta_{i,j,k+1/2}} |\vec{S}_{k+1/2}| - H_{v\zeta_{i,j,k-1/2}} |\vec{S}_{k-1/2}| \right) \tag{A.10}
\end{aligned}$$

où l'on a posé :

$$F_{\xi_{i+1/2,j,k}} = (Fn_x + Gn_y + Hn_z)_{i+1/2,j,k} \tag{A.11}$$

$$G_{\eta_{i,j+1/2,k}} = (Fn_x + Gn_y + Hn_z)_{i,j+1/2,k} \tag{A.12}$$

$$H_{\zeta_{i,j,k+1/2}} = (Fn_x + Gn_y + Hn_z)_{i,j,k+1/2} \tag{A.13}$$

$$F_{v\xi_{i+1/2,j,k}} = (F_v n_x + G_v n_y + H_v n_z)_{i+1/2,j,k} \tag{A.14}$$

$$G_{v\eta_{i,j+1/2,k}} = (F_v n_x + G_v n_y + H_v n_z)_{i,j+1/2,k} \tag{A.15}$$

$$H_{v\zeta_{i,j,k+1/2}} = (F_v n_x + G_v n_y + H_v n_z)_{i,j,k+1/2} \tag{A.16}$$

On notera que $U_{i,j,k}$ représente une grandeur moyenne dans le volume de contrôle $V_{i,j,k}$.

Les composantes des vecteurs normaux unitaires sont définies comme suit, par exemple en $(i + 1/2)$:

$$n_{x_{i+1/2,j,k}} = \frac{\vec{S}_{i+1/2} \cdot \vec{i}_1}{|\vec{S}_{i+1/2}|} \quad (\text{A.17})$$

$$n_{y_{i+1/2,j,k}} = \frac{\vec{S}_{i+1/2} \cdot \vec{i}_2}{|\vec{S}_{i+1/2}|} \quad (\text{A.18})$$

$$n_{z_{i+1/2,j,k}} = \frac{\vec{S}_{i+1/2} \cdot \vec{i}_3}{|\vec{S}_{i+1/2}|} \quad (\text{A.19})$$

A.3 Calcul des flux convectifs

Dans cette étude, différents schémas numériques ont été utilisés afin d'évaluer les flux convectifs à travers les facettes du volume de contrôle V . Ces schémas ont pour propriétés communes de ne pas osciller au voisinage des discontinuités de l'écoulement. Ils appartiennent soit à la famille des schémas TVD (Total Variation Diminishing) comme les schémas de Roe [42], Harten-Yee [45], Steger-Warming [44] ou Mac-Cormack [43]; soit à la famille des schémas WENO (Weighted Essentially Non Oscillatory) [107] [46].

Nous décrivons ci-après le schéma de Roe et le schéma WENO d'ordre 5 pour les équations d'Euler mono-dimensionnelles. Les autres schémas TVD sont décrits avec précision par Yee [45].

A.3.1 Schéma de Roe

Soient les équations d'Euler monodimensionnelles :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x_1} = 0 \quad (\text{A.20})$$

où :

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ \rho E_t \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} \rho u_1 \\ \rho u_1^2 + p \\ (\rho E_t + p)u_1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.21})$$

L'équation A.20 est discrétisée de la manière suivante :

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{F_{i+1/2} - F_{i-1/2}}{\Delta x_1} = 0 \quad (\text{A.22})$$

Roe [42] définit un état moyen $U_{i+1/2}$ entre les états à gauche et les états à droite U_L et U_R :

$$U_{i+1/2} = \frac{U_L + D U_R}{1 + D} \quad (\text{A.23})$$

$$D = \sqrt{\frac{\rho_R}{\rho_L}} \quad (\text{A.24})$$

Le flux numérique $F_{i+1/2}$ (resp. $F_{i-1/2}$) s'écrit :

$$F_{i+1/2} = \frac{1}{2} [F_i(U_L) + F_{i+1}(U_R) - R_{i+1/2}(U_{i+1/2})|\Lambda_{i+1/2}(U_{i+1/2})|R_{i+1/2}^{-1}(U_{i+1/2})(U_R - U_L)] \quad (\text{A.25})$$

où R et Λ sont respectivement la matrice des vecteurs propres et la matrice diagonale des valeurs propres de la matrice jacobienne $A = \partial F / \partial U$. La matrice jacobienne peut ainsi s'écrire : $A = R\Lambda R^{-1}$.

L'indice $(i + 1/2)$ décrit l'état moyen A.23.

En choisissant $U_L = U_i$ et $U_R = U_{i+1}$, on obtient un schéma numérique d'ordre 1 en espace. Afin d'obtenir la précision d'ordre 2, nous utilisons l'approche MUSCL (Monotone Upstream Centred Schemes for Conservation Laws). On définit les états à gauche et à droite suivants :

$$U_L = U_i + \frac{1}{2}\tilde{\Delta}_{i-1/2} \quad (\text{A.26})$$

$$U_R = U_{i+1} - \frac{1}{2}\tilde{\Delta}_{i+3/2} \quad (\text{A.27})$$

Avec :

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta}_{i+3/2} &= \minmod(\Delta_{i+3/2}, \Delta_{i+1/2}) \\ \tilde{\Delta}_{i-1/2} &= \minmod(\Delta_{i-1/2}, \Delta_{i-3/2}) \\ \Delta_{i+1/2} &= U_{i+1} - U_i \\ \minmod(x, y) &= \text{sgn}(x) \cdot \max\{0, \min[|x|, y \text{sgn}(x)]\} \end{aligned}$$

A.3.2 Schéma WENO

Les schémas d'ordre élevé ENO (Essentially Non-Oscillatory) et WENO (Weighted Essentially Non-Oscillatory) peuvent être considérés comme des développements des schémas FCT (Flux Corrected Transport) et TVD (Total Variation Diminishing). Comme leurs prédécesseurs, ils introduisent de la viscosité numérique près des discontinuités de l'écoulement afin d'éviter les oscillations, et en même temps, ils conservent une précision d'ordre élevée dans les autres régions. Notons que contrairement aux schémas TVD, les schémas ENO et WENO ne sont pas réduits à une précision d'ordre 1 près des discontinuités.

Dans les schémas ENO, la dissipation numérique nécessaire est introduite via l'utilisation d'un "stencil" adaptatif. Parmi les différents "stencils" possibles, on retient celui sur lequel la solution est la moins raide. Et, pour calculer les flux à l'interface des volumes de contrôle, on réalise une interpolation sur le "stencil" choisi. L'indicateur utilisé pour déterminer le "stencil" sur lequel la solution est la moins raide est la plus grande valeur des différences divisées des variables dépendantes (Harten *et al.* [108]) ou des flux (Shu *et al.* [109]).

Par contre, les schémas WENO (Liu *et al.* [107] et Jiang *et al.* [46]) utilisent une superposition de tous les "stencils" candidats, auxquels on associe un poids. Ce poids est choisi de telle façon qu'il soit très faible près des discontinuités et important dans les autres régions. Dans ce travail nous utilisons le schéma WENO d'ordre 5 de Jiang *et al.* [46]. Nous le présentons ci-dessous dans le cas des équations d'Euler monodimensionnelles discrétisées de la manière suivante :

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{F_{i+1/2} - F_{i-1/2}}{\Delta x_1} = 0 \quad (\text{A.28})$$

Pour calculer le flux $F_{i+1/2}$ (resp. $F_{i-1/2}$), un passage en variables caractéristiques est utilisé pour réduire le problème à une série de problèmes scalaires unidimensionnels. Les valeurs U_{i+k} et F_{i+k} (les indices $i+k$ représentent les différents points des stencils) sont projetés sur les vecteurs propres $r_{i+1/2}^\alpha$ ($\alpha = 1, \dots, 5$) de la matrice jacobienne $A_{i+1/2}$. Nous avons :

$$\begin{aligned} A_{i+1/2} &= \frac{\partial F}{\partial U}(U_{i+1/2}) \\ &= (R\Lambda R^{-1})_{i+1/2} \end{aligned}$$

où l'indice $(i+1/2)$ indique une valeur moyenne entre les états i et $i+1$. Nous utilisons la moyenne de Roe précédemment décrite. R et Λ sont les matrices des vecteurs propres et des valeurs propres de la matrice jacobienne $A_{i+1/2}$, elles sont données par :

$$\begin{aligned} R &= \{r^\alpha, \alpha = 1, \dots, 5\} \\ \Lambda &= \text{diag}\{\lambda^1, \dots, \lambda^5\} \end{aligned}$$

On utilise la projection suivante :

$$\begin{aligned} u &= R^{-1}U \\ f &= R^{-1}F \end{aligned}$$

Ainsi, le système d'équations d'Euler peut se mettre sous la forme :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x_1} = 0 \quad \implies \quad \frac{\partial u^\alpha}{\partial t} + \frac{\partial f^\alpha}{\partial x_1} = 0, \quad \alpha = 1, \dots, 5$$

Pour la suite de la description, on considère le calcul des flux pour une équation de conservation scalaire unidimensionnelle :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f(u)}{\partial x_1} = 0$$

Le flux caractéristique $f(u)$ est décomposé en une partie positive et une autre négative :

$$f(u) = f^+(u) + f^-(u)$$

avec les propriétés suivantes :

$$\frac{\partial f^+}{\partial u} \geq 0 \quad , \quad \frac{\partial f^-}{\partial u} \leq 0$$

Nous utilisons la décomposition de Roe :

$$f^\pm(u) = \frac{1}{2} (f(u) \pm \operatorname{sgn}(\lambda) f(u))$$

On décompose également le flux numérique $f_{i+1/2}$:

$$f_{i+1/2} = f_{i+1/2}^+ + f_{i+1/2}^-$$

Le flux $f_{i+1/2}^+$ (symétriquement $f_{i+1/2}^-$) est reconstruit en utilisant une interpolation essentiellement non-oscillante des flux f_i^+ sur les trois "stencils" suivants (voir figure A.2) :

$$\begin{cases} S^{(1)} & = \{i-2, i-1, i\} \\ S^{(2)} & = \{i-1, i, i+1\} \\ S^{(3)} & = \{i, i+1, i+2\} \end{cases}$$

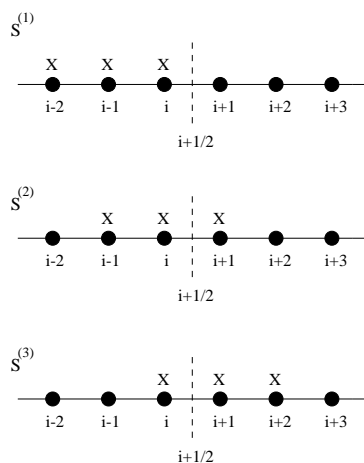


FIG. A.2 – *Choix des stencils pour calculer $f_{i+1/2}^+$.*

Le schéma WENO utilise une combinaison convexe des trois flux suivants afin d'obtenir la précision maximale dans les régions à faibles gradients :

$$\begin{cases} f_{i+1/2}^{(1)+} & = \frac{11}{6} f_i^+ - \frac{7}{6} f_{i-1}^+ + \frac{2}{6} f_{i-2}^+ \\ f_{i+1/2}^{(2)+} & = \frac{2}{6} f_{i+1}^+ + \frac{5}{6} f_i^+ - \frac{1}{6} f_{i-1}^+ \\ f_{i+1/2}^{(3)+} & = -\frac{1}{6} f_{i+2}^+ + \frac{5}{6} f_{i+1}^+ + \frac{2}{6} f_i^+ \end{cases}$$

Le flux numérique à l'interface est donné par :

$$f_{i+1/2}^+ = \sum_{k=1}^3 w^{(k)} f_{i+1/2}^{(k)+}$$

avec les poids :

$$w^{(k)} = \frac{\sigma^{(k)}}{\sigma^{(1)} + \sigma^{(2)} + \sigma^{(3)}} \quad \sigma^{(k)} = \frac{\Omega^{(k)}}{[\epsilon + IS^{(k)}]^p}$$

$\Omega^{(k)}$ sont les poids optimaux qui permettent d'obtenir la précision d'ordre 5 du schéma. Ils sont donnés par : $\Omega^{(1)} = 1/10$, $\Omega^{(2)} = 6/10$ et $\Omega^{(3)} = 3/10$.

$IS^{(k)}$ sont des indicateurs permettant de diminuer le poids des stencils contenant des discontinuités :

$$\begin{cases} IS^{(1)} &= \frac{13}{12}(f_{i-2}^+ - 2f_{i-1}^+ + f_i^+)^2 + \frac{1}{4}(f_{i-2}^+ - 4f_{i-1}^+ + 3f_i^+)^2 \\ IS^{(2)} &= \frac{13}{12}(f_{i-1}^+ - 2f_i^+ + f_{i+1}^+)^2 + \frac{1}{4}(f_{i-1}^+ - f_{i+1}^+)^2 \\ IS^{(3)} &= \frac{13}{12}(f_i^+ - 2f_{i+1}^+ + f_{i+2}^+)^2 + \frac{1}{4}(3f_i^+ - 4f_{i+1}^+ + f_{i+2}^+)^2 \end{cases}$$

Finalement, ϵ est un nombre très faible permettant d'éviter les divisions par zero. Il est pris égal à 10^{-6} . On choisit l'exposant $p = 2$.

Le flux $f_{i+1/2}^-$ est calculé de manière similaire, symétriquement par rapport au point $i+1/2$.

Le flux caractéristique total s'écrit :

$$f_{i+1/2} = f_{i+1/2}^+ + f_{i+1/2}^-$$

Pour déterminer le flux total $F_{i+1/2}$ (équation A.28), on utilise la matrice des vecteurs propres R :

$$F_{i+1/2} = Rf_{i+1/2}$$

A.3.3 Test de validation des schémas numériques : tube à choc

L'écoulement dans un tube à choc est un exemple typique de phénomène instationnaire comportant des zones de gradients importants. Le problème physique fait apparaître simultanément trois discontinuités : une onde de choc, une discontinuité de contact (ligne de glissement) et un faisceau de détente.

En réalité, le problème est créé par la rupture instantanée d'une membrane dans un tube suffisamment long, contenant deux gaz maintenus à des états thermodynamiques différents avec la pression $P_R < P_L$ (voir la figure A.3). La longueur du tube vaut $L = 2 \text{ m}$ et 500 mailles sont uniformément réparties sur cette longueur. Les conditions initiales au temps $t = 0$ sont les suivantes :

$$\begin{aligned} (\rho_L, U_L, P_L) &= (1, 0, 1) && \text{pour } X < L/2 \\ (\rho_R, U_R, P_R) &= (0.125, 0, 0.1) && \text{pour } X > L/2 \end{aligned}$$

Ce problème est connu sous le nom de "problème de Sod" [110].

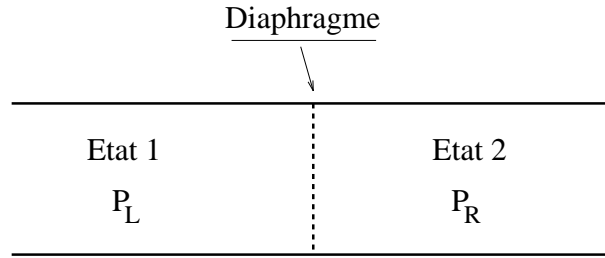


FIG. A.3 – Tube à choc : état initial.

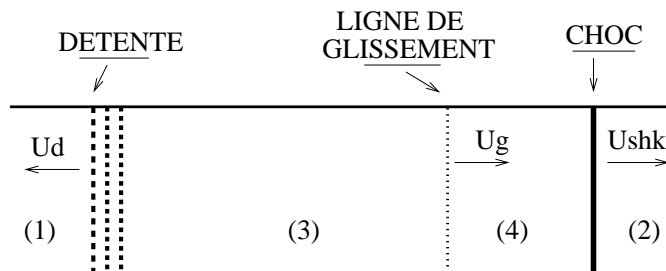


FIG. A.4 – Tube à choc : après rupture du diaphragme.

Par simplicité, nous considérons que les deux régions contiennent le même gaz et que les effets visqueux sont négligeables le long des parois du tube. Celui-ci est pris suffisamment long pour éviter les effets de bords.

A la rupture de la membrane, une onde de compression se propage à la vitesse U_{shk} du milieu en surpression vers le milieu en dépression. En même temps, une onde de détente se forme et se propage en sens inverse du choc à la vitesse U_d . Les deux discontinuités sont séparées par une ligne de glissement isobare se déplaçant à la vitesse U_g (voir la figure A.4).

Si le schéma numérique est correct, les résultats ne doivent pas présenter d'oscillations au voisinage des discontinuités. La solution obtenue pour le cas test ci-dessus est de bonne qualité (voir la figure A.5) et montre la robustesse du schéma de Roe second ordre avec limiteur minmod et du schéma WENO cinquième ordre.

A.4 Calcul des flux visqueux

La discrétisation des termes de diffusion se fait selon un schéma centré d'ordre 2 ou d'ordre 4. Si δU_v est une variation du vecteur des variables conservatives due aux termes de diffusion, la discrétisation centrée pour un problème monodimensionnel donne :

$$\delta U_{v_i}^n = \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(F_{v_{i+1/2}}^n - F_{v_{i-1/2}}^n \right)$$

L'expression de $F_{v_{i+1/2}}^n$ fait intervenir à l'interface $i + 1/2$ les dérivées de grandeurs connues

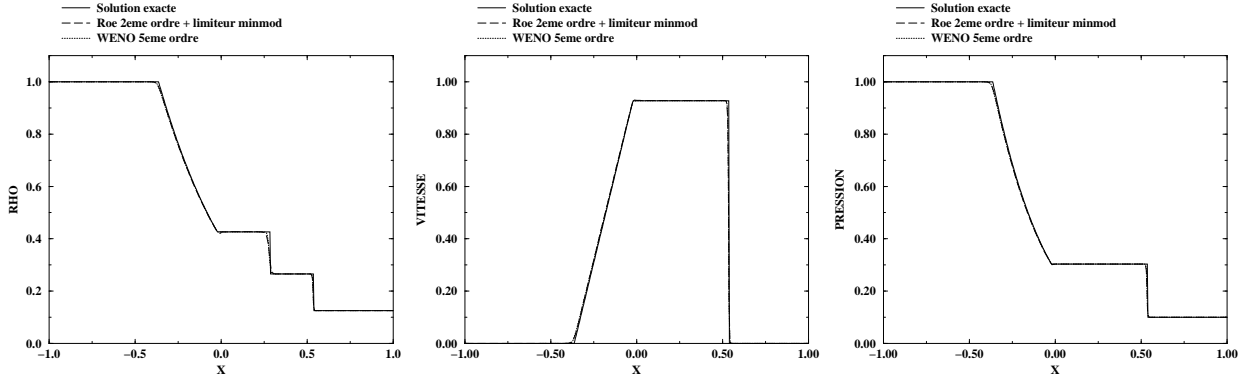


FIG. A.5 – Tube à choc (problème de Sod) : solution à $t = 0.3068$ s.

au centres des mailles. Par exemple, pour calculer la dérivée de la grandeur Y en $i + 1/2$, nous avons :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial Y}{\partial x}\right)_{i+1/2} &= \frac{Y_{i+1} - Y_i}{\Delta x_{i+1/2}} && \text{ordre 2} \\ \left(\frac{\partial Y}{\partial x}\right)_{i+1/2} &= \frac{-Y_{i+2} + 27Y_{i+1} - 27Y_i + Y_{i-1}}{24\Delta x_{i+1/2}} && \text{ordre 4} \end{aligned}$$

A.5 Discrétisation temporelle

L'équation A.10 peut se mettre sous la forme simplifiée suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = L(U) \quad (\text{A.29})$$

où $L(U)$ est une approximation des flux convectifs et visqueux.

Pour résoudre l'équation A.29, une méthode explicite de type Runge-Kutta est utilisée.

La méthode Runge-Kutta second ordre optimale est donnée par [111] :

$$\begin{aligned} U^{(1)} &= U^n + \Delta t L(U^n) \\ U^{n+1} &= \frac{1}{2}U^n + \frac{1}{2}U^{(1)} + \frac{1}{2}\Delta t L(U^{(1)}) \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

On utilise également la méthode Runge-Kutta au troisième ordre [111] :

$$\begin{aligned} U^{(1)} &= U^n + \Delta t L(U^n) \\ U^{(2)} &= \frac{3}{4}U^n + \frac{1}{4}U^{(1)} + \frac{1}{4}\Delta t L(U^{(1)}) \\ U^{n+1} &= \frac{1}{3}U^n + \frac{2}{3}U^{(2)} + \frac{2}{3}\Delta t L(U^{(2)}) \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

Le pas de temps local s'écrit :

$$\Delta t = CFL \min \left[\frac{d}{|\vec{U}| + c}, \frac{1}{2} \frac{d^2}{\gamma \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right)} \right] \quad (\text{A.32})$$

où le premier terme correspond aux termes convectifs et le second aux termes diffusifs. d est la dimension caractéristique du volume d'intégration tridimensionnel $d = V/S$. Le pas de temps global correspond au minimum des pas de temps locaux sur l'ensemble du domaine.

Par ailleurs, le schéma d'intégration temporelle explicite est stable sous la condition $CFL < 1$. Dans les calculs, on prend $CFL = 0.5$.

Annexe B

Conditions aux limites

La résolution numérique des équations de Navier-Stokes nécessite un contrôle précis des ondes numériques réfléchies à l'intérieur du domaine de calcul. Nous utilisons une technique basée sur les mécanismes physiques de propagation d'ondes le long des lignes caractéristiques. Cette méthode, appliquée aux équations caractéristiques a été théoriquement développée par Engquist et Majda [112], Ferm [113] et Kreiss [114], puis étendue par Poinot et Lele [115] et Baum *et al.* [116]. La méthode consiste à résoudre le système d'équations sur les frontières du domaine en formulation caractéristique. En effet, la propagation des informations s'effectue le long des lignes caractéristiques, avec des vitesses associées $(u + c, u, u - c)$. Selon le régime d'écoulement, les ondes caractéristiques peuvent se déplacer à des vitesses positives (écoulement supersonique) ou négatives (écoulement subsonique). Ainsi, le traitement des conditions limites sur les frontières tient compte du sens de propagation de l'information.

Par l'analyse mathématique des équations de Navier-Stokes sous forme caractéristique, Poinot et Lele ont déterminé le nombre exact de variables à imposer ou à laisser libre pour que le problème soit bien posé. Nous résumons ci-dessous cette méthode. Une description plus détaillée est disponible dans la thèse de Hadjadj [9].

Considérons les équations d'Euler écrites sous forme caractéristique suivant la direction perpendiculaire à la frontière. Par exemple, suivant x , nous avons :

$$\frac{\partial W}{\partial t} + A \frac{\partial W}{\partial x} = 0 \quad (\text{B.1})$$

avec $W^t = (\rho, u, v, w, P)$.

La matrice A est diagonalisable, de valeurs propres $(u + c, u, u - c)$ et de vecteurs propres les invariants de Riemann R_i associés à chaque valeur propre.

Deux cas sont envisageables :

- Caractéristique sortante : l'évaluation des invariants de Riemann R_i s'effectue à partir des champs calculés à l'intérieur du domaine.
- Caractéristique entrante : les invariants de Riemann sont imposés à partir des conditions extérieures au domaine.

B.1 Entrée subsonique

Les valeurs propres u et $u + c$ sont positives, leurs caractéristiques associées transportent des informations extérieures au domaine de calcul. La pression et la température génératrice (P_t et T_t) sont les données du problème considéré. Les grandeurs physiques (P_s et T_s) dans le plan d'entrée sont liées aux conditions réservoir par les relations isentropiques :

$$\begin{aligned}\frac{P_t}{P_s} &= \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\gamma/(\gamma-1)} \\ \frac{T_t}{T_s} &= \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)\end{aligned}$$

La caractéristique associée à la valeur propre $u - c$ (négative) est déterminée à partir des données intérieures au domaine de calcul.

B.2 Sortie subsonique

Les caractéristiques associées aux valeurs propres u et $u + c$ sont sortantes et sont déterminées à partir du champ intérieur. La caractéristique rentrante (associée à $u - c$) est approximée par (Rudy [84]) :

$$R_{(u-c)} = K(P - P_\infty) \quad (\text{B.2})$$

où P_∞ désigne la pression à l'infini, supposée connue et constante. K est un coefficient permettant la relaxation de l'écoulement vers les conditions extérieures. Il est donné par :

$$K = k_{opt}(1 - M^2)\frac{c}{L} \quad (\text{B.3})$$

où L est une dimension caractéristique de l'écoulement et $k_{opt} = 0.278$.

B.3 Entrée/sortie supersonique

Toutes les caractéristiques sont du même signe et l'information se propage de l'amont vers l'aval. En pratique, on fige toutes les grandeurs à l'entrée et on laisse libre la sortie en faisant une extrapolation des variables non-conservatives.

Annexe C

Calcul parallèle

La taille des calculs générés par les problèmes de simulation numérique rencontrés en mécanique des fluides fait de cette discipline une grande consommatrice de ressources de calcul (mémoire et CPU), et donc un "bon client" pour le calcul parallèle.

Le principe d'implantation d'un algorithme sur une machine parallèle à mémoire distribuée consiste à décomposer le problème à résoudre, puis à le distribuer sur l'ensemble des processeurs. On utilise dans cette étude la technique de décomposition de domaine. Cette technique a été décrite en détail par Kessy [117].

C.1 Décomposition de domaine

La décomposition spatiale d'un domaine pour le calcul en mécanique des fluides peut être motivée par différentes raisons. Ces raisons peuvent être d'ordre physique, géométrique ou même informatique :

– Décomposition liée à la physique

Lorsque le problème à résoudre intègre plusieurs modèles physiques en différents endroits du domaine de calcul, le solveur global doit prendre en compte les différents solveurs associés aux différents phénomènes locaux. Le principe du multidomaine, dans ce cas, consiste à décomposer le domaine de calcul selon les phénomènes physiques intervenant dans le problème. On résoud ensuite sur chaque sous-domaine les équations régissant le phénomène qui y est localisé.

– Décomposition liée à la géométrie

Lorsqu'un problème est traité sur une géométrie simple, il est facile de générer un maillage structuré sur le domaine de calcul. Cette tâche devient plus difficile dans le cas d'une géométrie complexe. Dans ce dernier cas, on peut partitionner le domaine de calcul en plusieurs sous-domaines et générer sur chacun un maillage structuré "simple".

– Décomposition liée aux ressources de calculs

Cette décomposition est souvent liée à la taille du problème. En effet, lorsque le domaine de calcul est de grande taille et qu'on utilise un maillage raffiné, on arrive

très vite à une limitation au niveau des ressources de calcul. Une première solution consiste à prendre un maillage moins raffiné pour diminuer le nombre de noeuds de calcul, ce qui peut nuire à la précision des résultats numériques. Une seconde solution consiste à conserver le même maillage et à décomposer le domaine en plusieurs sous-domaines pouvant être traités par différents processeurs par un ordinateur parallèle. Dans ce cas, la technique du multidomaine (renforcée par le calcul parallèle) permet de surmonter la difficulté liée à l'insuffisance des ressources de calcul et donc de résoudre des problèmes de grande taille.

Dans cette étude, nous utilisons la technique de décomposition de domaine pour les deux dernières raisons évoquées ci-dessus.

C.2 Calcul multidomaine en parallèle

La résolution d'un problème par la technique de décomposition de domaine revient à résoudre plusieurs sous-problèmes indépendants les uns des autres, mais en tenant compte des conditions de raccord entre sous-domaines voisins. Cette technique est donc bien adaptée au calcul parallèle, chaque sous-problème pouvant être traité par un processeur. Pour une meilleure efficacité, le coût du calcul à réaliser par chaque processeur doit être équivalent à celui des autres. La décomposition doit assurer un certain équilibre de charges entre les processeurs.

Pour gérer l'interface entre deux sous-domaines voisins, on utilise une zone de recouvrement (voir figure C.1). La taille de cette zone de recouvrement est dépendante de la précision du schéma numérique choisi.

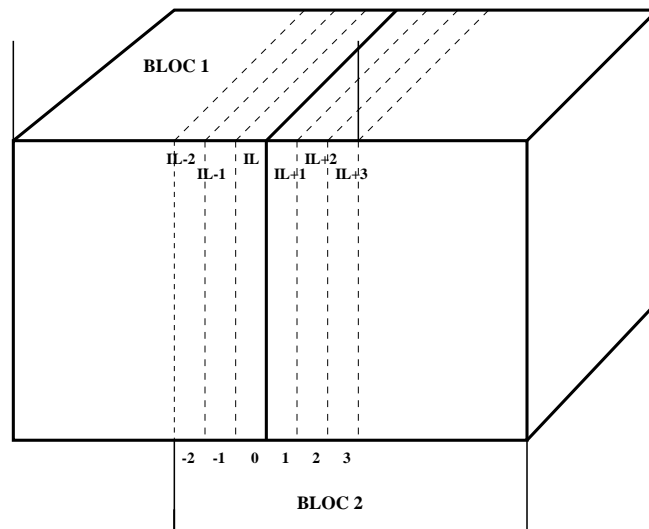


FIG. C.1 – Décomposition spatiale du domaine de calcul en deux blocs, zones de recouvrement.

Le "dialogue" nécessaire entre les processeurs affectés à des sous-domaines voisins s'effectue

par échange de messages grâce à l'environnement PVM (Parallel Virtual Machine). L'algorithme parallèle est résumé sur la figure C.2. Il s'agit d'une architecture "Maître-Esclave"; le calcul se déroule de la manière suivante :

1. Le "Maître" reçoit le maillage global et effectue la décomposition du domaine de calcul en n sous-domaines.
2. Le "Maître" lance le programme de calcul pour chaque sous-domaine sur n processeurs "Esclaves" différents. Il envoie à chaque processeur "Esclave" la partie du maillage correspondante au sous-domaine traité.
3. Les équations sont résolues sur chaque sous-domaine par les processeurs "Esclaves". Pour traiter les interfaces, des échanges de données s'effectuent au niveau des processeurs "Esclaves" dont les sous-domaines correspondants sont voisins.
4. En fin de calcul, chaque processeur "Esclave" envoie ses résultats au processeur "Maître". Celui-ci regroupe ensuite les résultats.

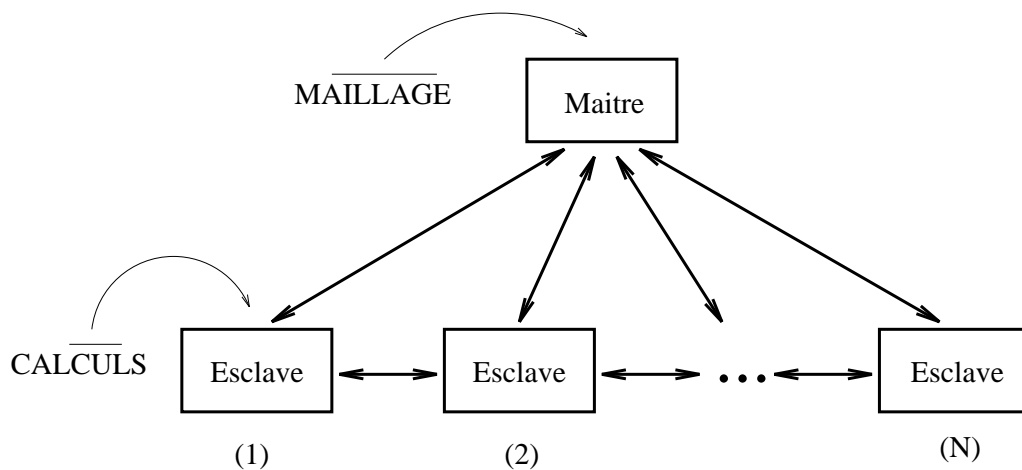


FIG. C.2 – Architecture "Maître-Esclave" de l'algorithme parallèle.

Pour les calculs nécessitant une taille mémoire importante, on économise la taille mémoire nécessaire aux opérations 1 et 4 (chargement du maillage global, regroupement des résultats) en adoptant une architecture "Esclave-Esclave". Avec cette architecture, les opérations 1 et 4 sont réalisées avec des programmes extérieurs au code de calcul.

Le calcul parallèle permet de réduire le coût global de calcul, mais en même temps il génère un coût supplémentaire à cause des communications nécessaires à la résolution du problème en parallèle. Il est important que ce surcoût ne soit pas élevé car cela pourrait altérer significativement l'efficacité de l'algorithme parallèle. Dans le cas du calcul multidomaine en parallèle, ces communications sont dues au traitement des interfaces entre sous-domaines voisins.

Kessy [117] a montré que l'efficacité parallèle de cet algorithme était supérieure à 90% pour un calcul sur 8 processeurs.

Les deux calculateurs parallèles suivants ont été utilisés au cours de cette étude :

- l'Origin 2000 (SGI) composé de 64 processeurs R10000 du CRIHAN (Centre de Ressources Informatiques de HAute-Normandie).
- le CRAY T3E composé de 256 processeurs DEC Alpha EV5 de l'IDRIS (Institut du Développement et des Ressources en Informatique Scientifique).

Table des figures

| | | |
|------|--|----|
| 1 | Schéma de principe d'un inverseur de poussée. | 2 |
| 2 | Inverseur de poussée à portes Hispano-Suiza Aérostructures. | 3 |
| 3 | Schéma de principe de la LES. | 5 |
| 4 | Etude de problèmes génériques liés aux inverseurs de poussée à portes. . . | 7 |
| 1.1 | Schéma de base - découpage du spectre en deux zones. | 17 |
| 2.1 | Opérateurs de filtrage. | 26 |
| 2.2 | Filtrage du spectre d'une turbulence homogène isotrope. | 27 |
| 2.3 | Schéma de principe de l'approche dynamique de la LES. | 31 |
| 2.4 | Pondération temporelle (méthode de Meneveau et al.). | 34 |
| 2.5 | THI 2D - Spectre de Passot-Pouquet (à gauche) - Champ de vorticité initial (à droite). | 39 |
| 2.6 | THI 2D - Evolution temporelle de l'énergie cinétique turbulente. | 40 |
| 2.7 | THI 2D - Spectres énergétiques. | 41 |
| 2.8 | THI 2D - Evolution temporelle de l'échelle de Kolmogorov. | 42 |
| 2.9 | THI 3D - Spectre énergétique (temps=2.5). | 42 |
| 2.10 | THI 3D - Evolution temporelle de l'énergie cinétique turbulente. | 43 |
| 2.11 | THI 3D - Tests <i>A-priori</i> - Schéma centré second ordre (à gauche) et qua- trième ordre (à droite). | 44 |
| 2.12 | THI 3D - Tests <i>A-priori</i> - Evolution temporelle du coefficient dynamique C_s . . . | 44 |
| 1.1 | Marche descendante: domaine de calcul et conditions aux limites. | 51 |
| 1.2 | Lignes de courant. | 52 |
| 1.3 | Coefficient de frottement -Utilisation des lois de paroi. | 53 |
| 1.4 | Profils de vitesse moyenne adimensionnés. | 54 |
| 1.5 | Profils d'énergie cinétique turbulente $k = \frac{1}{2} \frac{(\overline{u'^2} + \overline{v'^2})}{U_0^2}$ | 55 |
| 1.6 | Profils du cisaillement turbulent $-\overline{u'v'}/U_0^2$ | 55 |
| 1.7 | Profils de la viscosité turbulente en amont du point de recollement $X =$ $X_r - 2h$ | 56 |
| 1.8 | Profils de la viscosité turbulente en aval du point de recollement $X = X_r +$ $1.9h$ | 57 |
| 1.9 | Profils de k_p/k_t à différentes stations. | 58 |
| 1.10 | Coefficient de frottement - Utilisation du modèle bi-couche. | 58 |

| | | |
|------|--|----|
| 1.11 | Couche limite courbée: notations utilisées. | 61 |
| 1.12 | Géométrie de la conduite courbée de Kim et Patel [80]. | 63 |
| 1.13 | Distribution du coefficient de pression C_p sur les parois dans le plan de symétrie, — Modèle $k - \epsilon$, o Expérience. | 64 |
| 1.14 | Profils de vitesse moyenne longitudinale U à la station $D1$ | 65 |
| 1.15 | Profils de vitesse moyenne transversale V à la station $D1$ | 66 |
| 1.16 | Profils de vitesse W à la station $D1$ | 67 |
| 1.17 | Energie cinétique turbulente k à la station $D1$ | 68 |
| 1.18 | Cisaillement turbulent $-\overline{u'v'}$ à la station $D1$ | 69 |
| 1.19 | Contraintes turbulentes normales $\overline{u'u'}$ et $\overline{v'v'}$ à la station $D1$ | 70 |
| 1.20 | Contraintes turbulentes normales $\overline{w'w'}$ à la station $D1$ | 71 |
| 2.1 | Montage expérimental [88]. | 73 |
| 2.2 | Profils de la vitesse moyenne longitudinale normalisée U^* - Modèle $k - \epsilon$ | 75 |
| 2.3 | Taux d'ouverture de la couche de mélange - Calculs RANS. | 76 |
| 2.4 | Profil de similitude pour la vitesse moyenne longitudinale (à gauche) et les contraintes de Reynolds (à droite) - Modèle $k - \epsilon$ | 77 |
| 2.5 | Profils de similitude pour les contraintes de Reynolds - modèle multi-échelles (à gauche) et ASM (à droite). | 78 |
| 2.6 | Principe de la simulation temporelle. | 78 |
| 2.7 | Comparaison de la taille des mailles avec les échelles de longueurs obtenues en utilisant un calcul RANS (modèle $k - \epsilon$). | 79 |
| 2.8 | Evolution de l'épaisseur b de la couche de mélange - Calcul LES. | 80 |
| 2.9 | Profil de similitude pour la vitesse moyenne longitudinale (à gauche) et les contraintes de Reynolds (à droite) - Calcul LES. | 80 |
| 2.10 | Représentation schématique des instabilités tri-dimensionnelles. | 82 |
| 2.11 | Coupes de vorticité. | 83 |
| 2.12 | Iso-basse pression. | 84 |
| 2.13 | Iso-vorticité. | 85 |
| 2.14 | Couche de mélange courbe - Géométrie et notations (dimensions en cm). | 86 |
| 2.15 | Comparaison de la taille des mailles avec les échelles de longueurs caractéristiques. | 88 |
| 2.16 | Génération de la condition d'entrée: simulation temporelle de la couche de mélange plane - Iso-vorticité. | 89 |
| 2.17 | Détermination du signal d'entrée du domaine de calcul à partir de la simulation temporelle. | 90 |
| 2.18 | Couche de mélange courbe - Epaisseur de la couche de mélange b en fonction de l'abscisse curviligne s | 91 |
| 2.19 | Couche de mélange courbe - Valeurs maximales de l'énergie cinétique turbulente et du cisaillement turbulent en fonction de l'abscisse curviligne s | 92 |
| 2.20 | Couche de mélange courbe - Iso-vorticité. | 93 |

| | | |
|------|--|-----|
| 1.1 | Inverseur de poussée à portes simplifié, définition des paramètres géométriques. | 98 |
| 1.2 | Représentation schématique des phénomènes physiques présents dans un inverseur de poussée à bord de déviation rond. | 99 |
| 1.3 | Visualisation strioscopique de l'écoulement dans un inverseur de poussée à porte (à gauche) et visualisation par tomographie laser du décollement sur un bord de déviation rond (à droite) (d'après Lardy [98]). | 100 |
| 2.1 | Domaine de calcul et conditions aux limites. | 103 |
| 2.2 | LES 2D - Profils des contraintes turbulentes normales dans le canal d'entrée ($X/H = -0.3$). | 104 |
| 2.3 | LES 2D - Evolution temporelle du maximum des fluctuations de vitesse à la station $Y/H = 1$ | 105 |
| 2.4 | LES 2D - Evolution temporelle des profils des fluctuations de vitesse à la station $Y/H = 1$ | 106 |
| 2.5 | LES 3D - Evolution temporelle du maximum des fluctuations de vitesse à la station $Y/H = 0.7$ | 107 |
| 2.6 | Valeurs maximales de l'énergie cinétique turbulente (à gauche) et des fluctuations de vitesse (à droite) en fonction de la hauteur y | 108 |
| 2.7 | Profils des fluctuations de vitesse à $y/H = 1.44$ (LES 3D). | 109 |
| 2.8 | LES 2D - Spectre de la pression pariétale au point P1 et de la composante V de la vitesse aux points P2 et P3. | 110 |
| 2.9 | LES 2D - Spectre de la composante V de la vitesse du point P3 (centre de la couche de mélange) au point P4 (extérieur de la couche de mélange). | 111 |
| 2.10 | Inverseur de poussée à bord de déviation rond - Norme de la vitesse moyenne. | 112 |
| 2.11 | Inverseur de poussée à bord de déviation rond - Energie cinétique turbulente. | 113 |
| 2.12 | Inverseur de poussée à bord de déviation rond - Fluctuations de vitesse U_{rms} (à gauche) et V_{rms} (à droite) - Expérience (en haut), LES 2D (au milieu), LES 3D (en bas). | 114 |
| 2.13 | LES 2D - Vorticité (à gauche) et nombre de Mach (à droite) à trois instants successifs. | 115 |
| 2.14 | LES 3D - Vorticité à trois instants successifs. | 116 |
| 3.1 | Calcul RANS - Domaine de calcul et conditions aux limites. | 118 |
| 3.2 | Calcul LES - Domaine de calcul et conditions aux limites. | 119 |
| 3.3 | Représentation schématique des phénomènes physiques présents dans l'inverseur de poussée à bord de déviation plat. | 120 |
| 3.4 | Valeurs maximales dans la couche de mélange courbe de l'énergie cinétique turbulente (à gauche) et des fluctuations de vitesse (à droite) en fonction de la hauteur. | 121 |
| 3.5 | Profils de la norme de la vitesse à la station $0.05H$ au dessus du becquet. | 122 |
| 3.6 | Profils de l'énergie cinétique turbulente (à gauche) et des fluctuations de vitesse (à droite) à la station $0.05H$ au dessus du becquet. | 123 |

| | | |
|------|--|-----|
| 3.7 | LES 2D - PDF du débit d'entrée. | 124 |
| 3.8 | Inverseur de poussée à bord de déviation plat - Norme de la vitesse moyenne.125 | |
| 3.9 | Inverseur de poussée à bord de déviation plat - Energie cinétique turbulente.126 | |
| 3.10 | Inverseur de poussée à bord de déviation plat - Fluctuations de vitesse U_{rms} .127 | |
| 3.11 | Inverseur de poussée à bord de déviation plat - Fluctuations de vitesse V_{rms} .127 | |
| 3.12 | Vorticité (à gauche) et nombre de Mach (à droite) à trois instants successifs.128 | |
| 3.13 | Localisation des points d'acquisition des signaux de pression ($P1$ et $P2$) et de vitesse ($P3$ à $P6$). | 129 |
| 3.14 | Spectre de vitesse aux points $P4$ (à gauche) et $P5$ (à droite). | 129 |
| 3.15 | Spectre de vitesse aux points $P6$ (à gauche) et $P3$ (à droite). | 130 |
| 3.16 | Spectre de pression pariétale aux points $P1$ (à gauche) et $P2$ (à droite). . . | 130 |
| 3.17 | Spectre du débit d'entrée. | 131 |
| | | |
| A.1 | Volume d'intégration tridimensionnel. | 143 |
| A.2 | Choix des stencils pour calculer $f_{i+1/2}^+$ | 147 |
| A.3 | Tube à choc : état initial. | 149 |
| A.4 | Tube à choc : après rupture du diaphragme. | 149 |
| A.5 | Tube à choc (problème de Sod) : solution à $t = 0.3068 s$ | 150 |
| | | |
| C.1 | Décomposition spatiale du domaine de calcul en deux blocs, zones de re- couverture. | 155 |
| C.2 | Architecture "Maître-Esclave" de l'algorithme parallèle. | 156 |

Liste des tableaux

| | | |
|-----|---|-----|
| 2.1 | Méthodes numériques utilisées. | 38 |
| 1.1 | Notations et comparaison du temps de calcul par rapport au $k - \varepsilon$ | 52 |
| 1.2 | Comparaison des longueurs de recollement - Utilisation des lois de paroi. | 53 |
| 1.3 | Comparaison des longueurs de recollement - Utilisation du modèle bi-couche. | 57 |
| 1.4 | Modèles de turbulence et notations. | 62 |
| 1.5 | Valeurs maximales des termes de production et de destruction de l'équation de ε sans corrections de courbure. | 67 |
| 1.6 | Valeurs maximales des termes de production et de destruction de l'équation de ε avec corrections de courbure. | 68 |
| 2.1 | Comparaisons des valeurs maximales expérimentales et calculées de l'énergie cinétique turbulente et du cisaillement turbulent à la station $\theta = 0$ | 89 |
| 2.2 | Dépassement (lors du retour à l'état de couche de mélange plane après la courbure) des valeurs de l'intensité turbulente par rapport aux valeurs mesurées dans une couche de mélange plane. | 91 |
| 2.3 | Couche de mélange plane de Goebel et Dutton [88] - Temps de calcul. | 94 |
| 2.4 | Couche de mélange courbe de Castro et Bradshaw [89] - Temps de calcul. | 95 |
| 3.1 | Débit à l'entrée de l'inverseur de poussée. | 121 |
| 4.1 | Inverseur simplifié à bord de déviation rond - Temps de calcul. | 133 |
| 4.2 | Inverseur simplifié à bord de déviation plat - Temps de calcul. | 133 |

Bibliographie

- [1] W.P. Jones and B.E. Launder. The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 15:301, 1972.
- [2] C. Comte-Bellot and S. Corrsin. The use of a contraction the isotropy of grid-generated turbulence. *J. Fluid Mech.*, pages 25:657–682, 1966.
- [3] K. Hanjalic and B.E. Launder. Contribution towards a reynolds-stress closure for low reynolds number turbulence. *J. Fluid Mech.*, pages 4:593–610, 1976.
- [4] D.C. Wilcox. Turbulence modelling for cfd. *D.C.W. Industries Inc., La Canada, California*, 1993.
- [5] B.E. Launder and D.B. Spalding. The numerical computation of turbulent flows. *Comp. Method in applied Mech. and Eng.*, 3:269–289, 1974.
- [6] M. Wolfshtein. The velocity and temperature distribution in one-dimensional flow with turbulence augmentation and pressure gradient. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 12:301–318, 1969.
- [7] H.C. Chen and V.C. Patel. Near-wall turbulence models for complex flows including separation. *AIAA J.*, 26:641–648, 1988.
- [8] S.W. Kim. Calculations of divergent channels flows with a multiple-time-scale turbulence model. *AIAA Journal*, 29(4), 1991.
- [9] A. Hadjadj, D. Vandromme, and L. De Chantérac. Computations of compressible turbulent shear flows with multiple-time-scale models. *in Proceedings of the 11th T.S.F.*, 3:32, 1997.
- [10] V. Gleize, R. Schiestel, and V. Couaillier. Multiple scale modeling of turbulent nonequilibrium boundary layer flows. *Phys. Fluids*, 8(10), 1996.
- [11] S.W. Kim. Numerical investigation of separated transonic turbulent flows with a multiple-time-scale turbulence model. *NASA TM 102499*, 1990.
- [12] Y.S. Chen and S.W. Kim. Computation of turbulent flows using an extended $k - \varepsilon$ turbulence closure model. *NASA CR-179204*, 1987.
- [13] Y. Lebreton. Etude numérique de la couche de mélange turbulente compressible. *Thèse de doctorat, Université de Rouen*, 1993.
- [14] P.G. Saffman. Turbulence model for boundary layer near walls. *Proc. Roy. Soc.*, A317:417–433, 1970.
- [15] P.G. Saffman. Development of a complete model for the calculation of turbulent shear flows. *Duke Turbulence Conf., Duke University*, 1976.

- [16] C.G. Speziale. On non-linear $k - l$ and $k - \varepsilon$ models of turbulence. *J. Fluid Mech.*, pages 178:459–475, 1987.
- [17] J.L. Lumley. Computational modelling of turbulent flows. *Advances in Applied Mechanics*, pages 18:123–176, 1978.
- [18] A. Yoshizawa. Statistical analysis of the deviation of the reynolds stress from its eddy-viscosity representation. *Phys. Fluids*, pages 27(6):1377–1387, 1984.
- [19] R.H. Kraichnan. Direct-interaction approximation for shear and thermally driven turbulence. *Phys. Fluids*, pages 7(7):1048–1062, 1964.
- [20] W. Rodi. A new algebraic relation for calculating the reynolds stresses. *ZAMM*, pages 56:219–221, 1976.
- [21] B.E. Launder, G.J. Reece, and W. Rodi. Progress in the development of a reynolds stress turbulence closure. *J. Fluid Mech.*, pages 68(3):537–566, 1975.
- [22] C.G. Speziale, S. Sarkar, and T.B. Gatsky. Modelling the pressure-strain correlation of turbulence: an invariant dynamical system approach. *J. Fluid Mech.*, pages 227:245–272, 1991.
- [23] J.L. Lumley. Towards a turbulent constitutive relation. *J. Fluid Mech.*, pages 41:413–434, 1970.
- [24] S.B. Pope. A more general effective-viscosity hypothesis. *J. Fluid Mech.*, pages 2:331–340, 1975.
- [25] T.B. Gatsky and C.G. Speziale. On explicit algebraic for complex turbulent flows. *Report 92-54, ICASE*, 1992.
- [26] T. Shih, J. Zhu, and J.L. Lumley. A realizable reynolds stress algebraic equation model. *TM 105993 ICOMP 92-27, CMOTT 92-14, NASA*, 1992.
- [27] H. Loyau. Etude numérique et modélisation algébrique des phénomènes d’anisotropie en turbulence statistique. *Thèse de doctorat, Université de Rouen*, 1996.
- [28] A. Leonard. Energy cascade in large-eddy simulations of turbulent fluid flows. *Adv. Geophys.*, 1974.
- [29] B. Vreman, B. Geurts, and H. Kuerten. Realizability conditions for turbulent stress tensor in large-eddy simulations. *J. Fluid Mech.*, 278:351–362, 1994.
- [30] M. Germano, U. Piomelli, P. Moin, and W.H. Cabot. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Phys. Fluids*, 7:1760–1765, 1991.
- [31] S. Ghosal. An analysis of numerical errors in large eddy simulations of turbulence. *J. Comp. Phys.*, 125:187–206, 1996.
- [32] S. Ghosal. Mathematical and physical constraints on les. *Submitted to AIAA Journal*, 1998.
- [33] G. Erlebacher, M.Y. Speziale, C.G. Hussaini, and T.A. Zang. Toward the large eddy simulation of compressible turbulent flows. *ICASE Report 90-76*, 1990.
- [34] P. Moin, K. Squires, W. Cabot, and S. Lee. A dynamic subgrid-scale model for compressible turbulence and scalar transport. *Phys. Fluids*, 11:2746–2757, 1991.
- [35] B. Vreman, B. Geurts, and H. Kuerten. Subgrid-modelling in les of compressible flow. *Appl. Scient. Research*, 54:191–203, 1995.

- [36] J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitives equations. *Mon. Weather Rev.*, 61:99–164, 1963.
- [37] J. Réveillon. Simulation dynamique des grandes structures appliquée aux flammes turbulentes non-prémélangées. *Ph-D thesis, University of Rouen, France*, 1996.
- [38] A. Yoshizawa. Statistical theory for compressible turbulent shear flows, with the application to subgrid modeling. *Phys. Fluids*, 7:2152–2164, 1986.
- [39] D.K. Lilly. A proposed modification of the germano subgrid-scale closure method. *Phys. Fluids*, 3:633–635, 1991.
- [40] C. Meneveau, T.S. Lund, and W. Cabot. A lagrangian dynamic subgrid-scale model of turbulence. *J. Fluid Mech.*, 319:353–386, 1996.
- [41] A. G. Kravchenko and P. Moin. On the effect of numerical errors in large eddy simulations of turbulent flows. *J. Comp. Phys.*, 131:310–322, 1996.
- [42] P.L. Roe. Approximate riemann solvers, parameters vectors, and difference schemes. *J. Comp. Phys.*, 43:357–372, 1981.
- [43] R.W. Mac Cormack. Current status of numerical solutions of the Navier-Stokes equations. *AIAA Paper 85-0032*, 1985.
- [44] J.L. Steger and R.F. Warming. Flux vector splitting of the inviscid gasdynamic equations with application to finite difference methods. *J. Comp. Phys.*, 40:263–293, 1981.
- [45] H.C. Yee. A class of high-resolution explicit and implicit shock-capturing methods. *VKI Lecture Series 1989-04*, 1989.
- [46] G.S. Jiang and C.W. Shu. Efficient implementation of weighted eno schemes. *J. Comp. Phys.*, 126:202–228, 1996.
- [47] S. Lele. Compact finite difference schemes with spectral like resolution. *J. Comp. Phys.*, 103:16–42, 1992.
- [48] R.S. Rogallo. Numerical experiments in homogeneous turbulence. *Technical Memorandum No. 81315*, 1981.
- [49] J. Réveillon. A numerical procedure to generate scalar fields with prescribed spectrum and statistics for one-phase and two-phases flows. *Proceedings of ICFD, Oxford, UK*, 1998.
- [50] F.M. Najjar and D.K. Tafti. Study of discrete test filters and finite difference approximations for the dynamic subgrid-scale stress model. *Phys. Fluids*, 8:1076–1088, 1996.
- [51] R.J. Goldstein, V.L. Eriksen, R.M. Olson, and E.R.G. Eckert. Laminar separation, reattachment, and transition of the flow over a downstream-facing step. *J. of Basic Eng.*, pages 732–741, 1970.
- [52] B.F. Armaly, F. Durst, J.C.F. Pereira, and B. Schonung. Experimental and theoretical investigation of backward facing step. *J. Fluid Mech.*, pages 473–496, 1983.
- [53] F. Durst and C. Tropea. Turbulent, backward facing step flows in two-dimensional ducts and channels. *Proc. of the 3rd Int. Symp. on Turb. Shear Flows*, 1981.

- [54] S.N. Sinha, A.K. Gupta, and M.M. Oberei. Laminar separating flow over backsteps and cavities part i: backsteps. *AIAA Journal*, pages 19:1527–1530, 1981.
- [55] D.M. Kuehn. Some effects of adverse pressure gradient on the incompressible reattaching flow over a rearward facing step. *AIAA Journal*, 18:343–344, 1980.
- [56] E.W. Adams, J.P. Johnston, and J.K. Eaton. Experiments on the structure of turbulent reattaching flow. *Report MD-43, Stanford University*, 1984.
- [57] E.W. Adams and J.P. Johnston. Effects of the separating shear layer on the reattachment flow structure. *Experiments in Fluids*, 6:493–499, 1988.
- [58] E.W. Adams and J.P. Johnston. Experimental studies of high reynolds number backward facing step flow. *Proc. of the 5th Int. Symp. on Turb. Shear Flows*, 1985.
- [59] K. Isomoto and S. Honami. The effect of inlet turbulence intensity on the reattachment process over a backward facing step. *J. of Fluids Eng.*, pages 87–92, 1989.
- [60] J. Kim, S.J. Kline, and J.P. Johnston. Investigation of separation and reattachment of a turbulent shear layer: flow over a backward facing step. *Report MD-37, Stanford University*, 1978.
- [61] J. Kim, S.J. Kline, and J.P. Johnston. Investigation of a reattaching shear layer: flow over a backward facing step. *J. of Fluid Eng.*, pages 302–308, 1980.
- [62] J.K. Eaton and J.P. Johnston. A review of research on subsonic turbulent flow reattachment. *AIAA Journal*, 19, 1981.
- [63] F. Durst and F. Schmitt. Experimental studies of high reynolds number backward facing step flow. *Proc. of the 5th Int. Symp. on Turb. Shear Flows*, 1985.
- [64] D.M. Driver and H.L. Seegmiller. Features of a reattaching turbulent shear layer subject to an adverse pressure gradient. *AIAA Paper 82-1029*, 1982.
- [65] D.M. Driver and H.L. Seegmiller. Features of a reattaching shear layer in divergent channel flow. *AIAA Journal*, 23:163–171, 1985.
- [66] S. Jovic and D.M. Driver. Backward facing step measurement at low reynolds number, $re_h = 5000$. *NASA Tech. Memorandum, No 108807*, 1994.
- [67] H. Le and P. Moin. Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward facing step. *Report TF-58, Stanford University*, 1994.
- [68] S. Ko. Computation of turbulent flow over backward and forward facing steps using a near-wall Reynolds stress model. *Annual Research Briefs, C.T.R., Stanford Univ.*, pages 75–90, 1993.
- [69] P.A. Durbin. Separated flow computations with the $k-\epsilon-v^2$ model. *AIAA Journal*, 33:659–664, 1995.
- [70] R.M.C. So and G. Mellor. Experiment on convex curvature effects in turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.*, 60:43, 1973.
- [71] R.S. Barlow and J.P. Johnston. Structure of a turbulent boundary layer on a concave surface. *J. Fluid Mech.*, 191:137, 1988.
- [72] P. Bradshaw. Effects of streamline curvature on turbulent flow. *AGARDograph 169*, 1973.

- [73] M.M. Gibson, W.P. Jones, and B.A. Younis. Calculation of turbulent boundary layers on curved surfaces. *Phys. Fluid*, 24:386, 1981.
- [74] J. Luo and B. Lakshminarayana. Prediction of strongly curved turbulent duct flows with Reynolds stress model. *AIAA J.*, 35, 1997.
- [75] J. Luo and B. Lakshminarayana. Analysis of streamline curvature effects on wall-bounded turbulent flows. *AIAA J.*, 35, 1997.
- [76] J.L Lumley. Some comments on turbulence. *Phys. Fluid*, 4:203, 1992.
- [77] T.H. Shih, W.W. Liu, A. Shabbir, Z. Yang, and J. Zhu. A new $k - \epsilon$ eddy viscosity model for high Reynolds number turbulent flows. *Computers Fluids*, 24:227–238, 1995.
- [78] F. Sotiropoulos and Y. Ventikos. Flow through a curved duct using nonlinear two-equation turbulence models. *AIAA J.*, 36, 1998.
- [79] T.J. Craft, B.E. Launder, and K. Suga. Development and application of a cubic eddy-viscosity model of turbulence. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, pages 108–115, 1996.
- [80] W.J. Kim and V.C. Patel. Origin and decay of longitudinal vortices in developing flow in a curved rectangular duct. *J. Fluids Eng.*, 116:45, 1994.
- [81] B.E. Launder, C.H. Priddin, and B. Sharma. The calculation of turbulent boundary layers on curved and spinning surfaces. *J. Fluid Eng.*, 60:73, 1977.
- [82] W. Rodi and G. Scheuerer. Calculation of curved shear layers with two-equation turbulence models. *Phys. Fluid*, 26:1422, 1983.
- [83] M.C. Richmond and V.C. Patel. Convex and concave surface curvature effects in wall-bounded turbulent flows. *AIAA J.*, 29:895, 1991.
- [84] D. Rudy and J. Strikwerda. A nonreflecting outflow boundary condition for subsonic Navier-Stokes calculations. *J. Comp. Phys.*, 36, 1980.
- [85] J.C. Gillis and J. P. Johnston. Turbulent boundary layer flow and structure on a convex wall and its redevelopment. *J. Fluid Mech.*, 135:123, 1983.
- [86] K.C. Muck, P. H. Hoffmann, and P. Bradshaw. The effect of convex curvature on turbulente boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 161:347–370, 1985.
- [87] P. H. Hoffmann, K.C. Muck, and P. Bradshaw. The effect of concave surface curvature on turbulente boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 161:371–403, 1985.
- [88] S.G Goebel and J.C. Dutton. Experimental study of compressible turbulent mixing layers. *AIAA J.*, 29(4), 1991.
- [89] I.P. Castro and P. Bradshaw. The turbulence structure of a highly curved mixing layer. *J. Fluid Mech.*, 73:265–304, 1976.
- [90] N.L Messersmith and J.C. Dutton. Characteristic features of large structures in compressible mixing layers. *AIAA J.*, 34(9), 1996.
- [91] S. Candel. Mécanique des fluides: cours. *Dunod ed.*, 1995.
- [92] M. Lesieur. Understanding coherent vortices through computational fluid dynamics. *Th. Comp. Fluid Dyn.*, 5:177–193, 1993.

- [93] M. Si-Ameur. Simulations numériques de mélanges turbulents dans les écoulements cisailés supersoniques. *Thèse de l'Université de Grenoble I*, 1994.
- [94] I.P. Castro. *Ph-D thesis, Imperial College, Londres*, 1973.
- [95] G. Brown and A. Roshko. On density effects and large structure in turbulent mixing layer. *J. Fluid Mech.*, 64, 1974.
- [96] P. Meyer, J. Franck, and G. Boure. Comparaison entre des résultats d'essais en soufflerie et des résultats de simulation numérique obtenus à l'aide d'un code ns 2d sur une géométrie d'inverseur de poussée à portes. *28eme colloque d'aérodynamique appliquée, I.S.L.*, 1991.
- [97] L. Schreiber and M. Legras. Navier-Stokes computation on a pivoting door thrust-reverser and comparison with tests. *ASME Paper, IGTAC 1992, Koln, 1-4 June, 1992*.
- [98] P. Lardy. Etude expérimentale et théorique d'un inverseur de poussée à portes simplifié. *Hispano-Suiza internal report*, 1994.
- [99] C. Adam. L'inversion de poussée: mesures de pressions pariétales et de contre-poussée sur une modélisation d'inverseur à portes. *CEAT Poitiers*, 1996.
- [100] K. Réaud. Etude d'un modèle simplifié d'inverseur de poussée à portes. *Rapport de stage DEA, CEAT Poitiers*, 1998.
- [101] P. Lardy. Computational methods for the prediction of aero-engine thrust-reversing flows. *Ph-D thesis, University of Manchester*, 1994.
- [102] S. Charmant. Développement du code aérodynamique 3D en Navier-Stokes turbulent. *Rapport interne Hispano-Suiza*, 1997.
- [103] P.S. Klebanoff. Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient. *NACA report 1247*, 1953.
- [104] J. Kim, P. Moin, and R. Moser. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low reynolds number. *J. Fluid Mech.*, 177, 1987.
- [105] J.R. Debisschop. Comportement de la turbulence en couches de mélange supersoniques. *Thèse de doctorat, Poitiers*, 1993.
- [106] S. Bellin. Etude expérimentale des structures cohérentes d'une couche de mélange plane turbulente de fluide incompressible. *Thèse de doctorat, Poitiers*, 1991.
- [107] X.D. Liu, S. Osher, and T. Chan. Weighted essentially non-oscillatory schemes. *J. Comp. Phys.*, 115:200–212, 1994.
- [108] A. Harten, B. Engquist, S. Osher, and S.R. Chakravarthy. Uniformly high order accurate essentially non-oscillatory schemes iii. *J. Comp. Phys.*, 71:231–303, 1987.
- [109] C.W. Shu and S. Osher. Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock-capturing schemes ii. *J. Comp. Phys.*, 83:32–78, 1989.
- [110] G. Sod. *J. Comp. Phys.*, 27, 1978.
- [111] C.W. Shu and S. Osher. Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock-capturing schemes. *J. Comp. Phys.*, 77:439–471, 1988.
- [112] B. Engquist and A. Majda. Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of waves. *Mathematics of Computation*, 31, 1977.

- [113] L. Ferm. Open boundary conditions for external flow problems. *J. Comp. Phys.*, 91, 1990.
- [114] H.O. Kreiss. Initial boundary value problem for hyperbolic systems. *Comm. on Pure and Applied Math.*, 23, 1970.
- [115] T.J. Poinso and S.K. Lele. Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous reacting flows. *J. Comp. Phys.*, 101, 1992.
- [116] M. Baum, T. Poinso, and D. Thévenin. Accurate boundary conditions for multi-component reactive flows. *J. Comp. Phys.*, 116, 1994.
- [117] E. Kessy. Calcul multidomaine sur architecture à mémoire distribuée. *Thèse de doctorat, Université de Rouen*, 1997.

Résumé :

Ce travail de thèse a été consacré au développement d'outils numériques pour aider à la compréhension, par simulation numérique, de l'aérodynamique d'un inverseur de poussée à portes (écoulement turbulent compressible). Dans cette étude, nous avons adopté deux approches complémentaires : résolution des équations de Navier-Stokes moyennées RANS (stationnaires) ou filtrées LES (instationnaires). Dans un premier temps, les divers phénomènes physiques présents dans un inverseur de poussée sont décomposés et étudiés séparément. On simule ainsi successivement : (1) un écoulement décollé (marche descendante - calcul RANS), (2) un écoulement cisailé libre (couche de mélange plane - calculs RANS et LES), (3) des écoulements présentant de fortes courbures des lignes de courant (conduite rectangulaire courbée (calcul RANS) et couche de mélange courbe - calculs RANS et LES). Ensuite, deux configurations simplifiées d'inverseurs de poussée à portes sont étudiées numériquement par simulations RANS et LES.

Mots-clés : Aérodynamique, turbulence compressible, modélisation statistique de la turbulence (RANS), simulation des grandes échelles (LES), méthode numérique.

Reynolds Averaged Navier-Stokes simulation and Large-Eddy simulation of turbulent flows. Application to thrust reversers.**Abstract:**

This thesis is concerned with the numerical simulation of door-type thrust reverser flow (turbulent compressible flow). The two methods of analysis selected for this purpose are the Reynolds Averaged Navier-Stokes Simulation (RANS) and the Large-Eddy Simulation (LES). First, simplified geometries are investigated: (1) Separated turbulent jet of backward facing step (RANS simulation), (2) Turbulent shear flow of plane mixing layer (RANS and LES simulations), (3) Curved flows: curved rectangular duct (RANS simulation) and curved mixing layer (RANS and LES simulations). Then, two simplified configurations of thrust reversers are calculated using RANS and LES simulations.

Keywords: Aerodynamic, compressible turbulence, Reynolds Averaged Navier-Stokes equations (RANS), Large-Eddy Simulation (LES), numerical method.