



HAL
open science

Mesures par la méthode des croisements de niveaux de structures d'états atomiques de 4He et 3He excités par bombardement électronique transversal

Jean-Pierre Descoubes

► **To cite this version:**

Jean-Pierre Descoubes. Mesures par la méthode des croisements de niveaux de structures d'états atomiques de 4He et 3He excités par bombardement électronique transversal. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1967. Français. NNT : . tel-00011800

HAL Id: tel-00011800

<https://theses.hal.science/tel-00011800>

Submitted on 8 Mar 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE PARIS

LABORATOIRE DE PHYSIQUE
DE L'ÉCOLE NORMALE
SUPÉRIEURE



T H E S E S

PRESENTÉES A LA FACULTE DES SCIENCES

pour obtenir le grade de Docteur ès Sciences Physiques

par

Jean-Pierre DESCOURBES

PREMIERE THESE : "Mesure, par la méthode des croisements de niveaux, de structures d'états atomiques de ^4He et ^3He excités par bombardement électronique transversal".

DEUXIEME THESE : "Proposition donnée par la Faculté".

Soutenues le

Février 1967 devant la Commission d'Examen :

Mr. A. KASTLER : Président

Mrs. P. JACQUINOT)

J. BROSSEL)

J.C. PEBAY-PEYROULA)

Examinateurs

N° d'enregistrement

au C.N.R.S.

A.O. 1262

THESE DE DOCTORAT D'ETAT ES SCIENCES PHYSIQUES

présentée

A LA FACULTE DES SCIENCES

DE PARIS

par

Jean-Pierre DESCUBES

pour obtenir

le grade de Docteur ès-Sciences

SUJET DE LA THESE :

"Mesure, par la méthode des croisements de niveaux, de structures d'états atomiques de ^4He et ^3He excités par bombardement électronique transversal".

soutenue le Février 1967 devant la Commission d'Examen :

MM. A. KASTLER

Président

P. JACQUINOT

J. BROUSSEL

J.C. PEBAY-PEYROULA

} Examineurs

Le mémoire qui suit est le compte rendu d'un travail effectué au laboratoire de Physique de l'Ecole Normale Supérieure, au cours des années 1962-1966, sous la direction de Monsieur le Professeur A. KASTLER, que je remercie profondément de m'avoir accueilli, dès 1959, dans son groupe de recherches.

Monsieur le Professeur J. BROSSEL a constamment suivi la marche de mon travail, qui n'aurait pu être mené à bien sans son aide indispensable. Je lui exprime ici ma vive gratitude.

Je remercie vivement J.C. PÉBAY-PEYROULA qui m'a initié aux techniques et guidé dans la pratique de l'excitation électronique. Ses recherches sont à l'origine de nombreux travaux, dont celui qui est présenté ici fait partie.

Sans pouvoir tous les citer, je remercie vivement tous mes camarades du groupe d'optique et spectroscopie hertzienne, où j'ai toujours trouvé une ambiance remarquable. Cependant je voudrais exprimer ici toute ma reconnaissance à mes amis Bernard DECOMPS, dont les premiers résultats ont servi de base à ce travail et Michel DUMONT, pour toute l'aide qu'ils m'ont si souvent apportée sur tous les plans.

Je remercie aussi C. COHEN-TANNOUDJI, pour toutes les discussions fructueuses que nous avons eues, et A. OMONI qui a bien voulu lire et faire des remarques constructives sur la partie théorique.

Madame C. GALLERON et Mademoiselle M. MAUJEAN ont réalisé une partie des montages, des expériences et des mesures qui sont décrits. Je les remercie vivement pour leur contribution importante à ce travail.

Je remercie aussi tous les ingénieurs et techniciens du groupe, auprès de qui j'ai toujours trouvé en cas de besoin toute l'aide nécessaire.

Mademoiselle I. BRODSCHI a bien voulu se charger de frapper un texte souvent ingrat, avec la compétence, la rapidité, et l'amabilité qui la caractérisent. Je lui exprime ici toute ma gratitude.

Je remercie Monsieur HAI, de la Compagnie Industrielle Française des Tubes Electroniques, et Monsieur VERNA, de la Compagnie Quartex, pour toutes les facilités qu'ils m'ont données pour la construction des cellules.

Enfin, je remercie Monsieur le Professeur Y. ROCARD, Directeur du laboratoire, pour sa généreuse hospitalité.



T A B L E D E S M A T I E R E S

	pages
INTRODUCTION	1
CHAPITRE I - <u>ETUDE DU SPECTRE DE L'ATOME D'HELIUM</u>	7
I - HAMILTONIEN DE L'ATOME He	7
1) Termes mécaniques et électrostatiques	8
2) Termes magnétiques	12
3) Cas de ³ He	13
II - ETUDE DES VALEURS PROPRES DE L'HAMILTONIEN	14
1) Cas de ⁴ He	14
a) Interaction spin-orbite	15
b) Interaction spin-orbite mutuelle	15
c) Interaction spin-spin	17
2) Cas de ³ He	20
a) Cas des triplets	23
b) Cas des singulets	27
III - ETATS PROPRES DU HAMILTONIEN EN CHAMP NUL	27
CHAPITRE II - <u>EFFET ZEEMAN DE L'ATOME He</u>	30
I - HAMILTONIEN ZEEMAN \mathcal{H}_Z	30
1) Eléments de matrice de \mathcal{H}_Z	30
2) Cas de ⁴ He	32
a) Niveaux ³ P	32
b) Niveaux ³ D	33
c) Niveaux ³ F	33
3) Cas de ³ He	33
II - EQUATION DES SOUS-NIVEAUX ZEEMAN	36
1) Triplets de ⁴ He	37
2) Triplets de ³ He	39
3) Singulets de ³ He	41
III - PROPRIETES DES SOUS-NIVEAUX AU VOISINAGE DES CROISEMENTS	
1) Ecart	42
2) Etats propres de \mathcal{H}_Z	43
IV - INFLUENCE DU SIGNE DE LA STRUCTURE EN CHAMP NUL	47
CHAPITRE III - <u>ETUDE DE L'EXCITATION ELECTRONIQUE</u>	51
I - GENERALITES SUR L'EXCITATION LONGITUDINALE	51
1) Problème	51
2) Sections efficaces	51
3) Variation de la matrice densité σ sous l'effet de l'excitation	52

.../...

II - ETAT DU SYSTEME ATOMIQUE A LA FIN DU PROCESSUS INSTANTANE D'EXCITATION	61
1) Problème	61
2) Principe du calcul	61
3) Calcul de la variation $d^{(1)}\sigma/dt$	63
III - APPLICATION AU CALCUL DE GRANDEURS PHYSIQUES	70
1) Hypothèses	71
2) Principe du calcul	71
3) Calcul de $d\sigma/dt$	72
4) Etat stationnaire de σ	72
5) Intensité lumineuse émise par le système atomique	73
CHAPITRE IV - <u>ETUDE DE LA MATRICE DE DETECTION \mathcal{D}</u>	75
I - DEFINITION DES GRANDEURS UTILISEES	75
1) Polarisation \vec{e}_λ de la lumière émise	75
2) Opérateur dipôle électrique \vec{D}	78
II - PRINCIPE DU CALCUL DE \mathcal{D}	78
III - CALCUL COMPLET DE \mathcal{D}	82
1) Calcul de $\vec{e}_\lambda \cdot \vec{D}$ et $\vec{e}_\lambda^* \cdot \vec{D}$	83
2) Calcul de \mathcal{D}	84
3) Propriétés de \mathcal{D}	84
4) Etude des cohérences induites par l'excitation transversale	85
CHAPITRE V - <u>ETUDE QUANTITATIVE DES CROISEMENTS DE NIVEAUX</u>	89
I - VARIATIONS DE I EN FONCTION DE H	90
1) Calcul de I	90
2) Forme des variations I (H)	92
3) Influence de \vec{e}_λ sur la forme des courbes I (H)	94
a) Cas $ M' - M > 2$	94
b) Cas $ M' - M = 2$	94
c) Cas $ M' - M = 1$	101
II - AMPLITUDES RELATIVES DES COURBES	106
A - Cas $ M' - M = 2$	107
1) ^4He	107
2) ^3He	110
B - Cas $ M' - M = 1$	113
1) ^4He	113
2) ^3He	115

CHAPITRE VI - <u>DISPOSITIF EXPERIMENTAL</u>	118
I - CELLULE A EXCITATION ELECTRONIQUE	118
II - CHAMP MAGNETIQUE	120
III - DETECTION	121
1) Montage optique	121
2) Montages électriques	122
IV - COMPARAISON DES PROCEDES DE DETECTION	123
CHAPITRE VII - <u>RESULTATS EXPERIMENTAUX</u>	128
I - NIVEAUX ETUDIES	128
II - VERIFICATION DES PREVISIONS THEORIQUES SUR LES FORMES ET AMPLITUDES DES CROISEMENTS	131
1) Observation dans la direction de \vec{H}	131
2) Observation dans une direction normale à \vec{H} ($\vec{v} \perp \vec{H}$)	136
3) Observation dans une direction normale à \vec{H} (\vec{v} à 45° de \vec{H})	138
III - RESULTATS DES MESURES	141
1) Niveaux 3P de 4He	141
2) Niveaux 3P de 3He	142
3) Niveaux 3D et 3F de 4He	143
4) Niveaux 3D de 3He	144
5) Niveaux 1D de 3He	144
IV - INTERPRETATION DES RESULTATS ET CRITIQUES	144
1) Détermination des structures et des durées de vie	144
2) Comparaison avec les prévisions théoriques	145
3) Critique des résultats	150
<u>CONCLUSION</u>	154
<u>APPENDICES</u>	158
<u>REFERENCES</u>	186

I N T R O D U C T I O N

=====

Le calcul et la mesure des structures fines et hyperfines des niveaux excités des atomes et ions légers (H, HeI, HeII, LiI, LiII, etc.) présentent un grand intérêt, car ces systèmes sont relativement simples; la confrontation théorie-expérience est possible et permet de vérifier la validité des hypothèses de base. Rappelons par exemple le nombre considérable de travaux auxquels a donné lieu la structure de la raie H_{α} de l'hydrogène et aussi la découverte du déplacement de Lamb, dans les niveaux $n = 2, 3$ de H et de HeII.

Les structures correspondantes sont en général très faibles; il en résulte des difficultés considérables pour les expérimentateurs qui ont utilisé, pour les résoudre, les méthodes de spectroscopie conventionnelle. Citons, parmi ces difficultés, le renversement des raies spectrales émises par les sources; l'élargissement Doppler, particulièrement sensible pour les atomes légers, souvent du même ordre de grandeur ou plus grand que les structures à mesurer; les déplacements de fréquence liés aux asymétries Stark, etc. Pour pallier ces inconvénients, on a été conduit à refroidir les sources à la température de l'hydrogène ou de l'hélium liquides, et à les faire fonctionner sous de très faibles densités de courant; on a employé aussi des jets atomiques comme sources d'émission ou pour faire des mesures d'absorption optique.

De toute façon, on est obligé d'user des techniques de la spectroscopie interférentielle, avec toutes les difficultés et tous les inconvénients qui en résultent.

Ceci explique le nombre considérable de travaux consacrés à ces questions et le nombre de résultats contradictoires publiés sur ces sujets. Pour citer un exemple, rappelons que les premières études sur l'hélium ⁽¹⁾⁽²⁾ ont fait croire que son spectre était composé de singulets et de doublets, ce qui avait conduit pour un temps à admettre que l'hélium était un mélange de deux corps, l'orthohélium et le parahélium. Les mesures plus récentes ⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾

.../...

ont naturellement permis de corriger ces erreurs et de faire entrer l'hélium dans le cadre général des études (6)(7)(8)(9)(10)(11) des spectres d'atomes à deux électrons.

Un perfectionnement considérable a été apporté par l'apparition des méthodes optiques de la spectroscopie des radiofréquences (12), car elles ne sont pas sujettes aux difficultés précédentes. On y tire parti de la sélectivité de l'excitation des sous-niveaux Zeeman ou des sous-niveaux hyperfins par irradiation avec un faisceau lumineux de caractéristiques convenables (13), ou par bombardement électronique (14). Il y a alors création de différences de populations entre les sous-niveaux de l'état excité atteint, et, par suite, émission de raies optiques partiellement polarisées. Lors d'une transition de résonance (Zeeman ou hyperfine), le degré de polarisation (ou, dans certains cas, la composition spectrale) de la lumière de fluorescence émise varie en fonction du champ magnétique.

Dans ces expériences, la lumière étudiée est émise par des gaz à basse pression. Cela exclut diverses causes de déformations de raies (renversement, élargissement par collisions ou par effet Stark). Les raies de résonance magnétique, d'autre part, sont insensibles à l'élargissement Doppler : aux fréquences de la spectroscopie hertzienne, ce dernier est en effet négligeable devant la largeur naturelle des états excités qui détermine, en fin de compte, la largeur des raies observées. Un autre avantage considérable est que l'emploi de la spectroscopie à haute résolution n'est pas nécessaire. En revanche, on trouve des inconvénients qui n'existent pas en spectroscopie optique.

Le premier est que le champ de radiofréquence nécessaire pour induire les transitions doit être d'autant plus grand que la durée de vie du niveau est plus faible (13). Pour la plupart des niveaux, elle est plus courte que 10^{-8} s, et la puissance de radiofréquence nécessaire pour induire les transitions dans ce temps devient prohibitive.

Le deuxième inconvénient, propre au cas de l'excitation électronique, est dû aux effets de cascade. Il conduit à de graves ambiguïtés lors de l'identification des résonances.

On a cependant effectué ainsi des mesures de facteurs de Landé et de durées de vie, en particulier PÉBAY-PEYROULA a travaillé sur les isotopes Hg (15), PÉBAY-PEYROULA et B. DECOMPS (16)(17) sur ^3He et ^4He , LAMB et WIEDER (18) sur He. Plusieurs autres éléments ont de même été étudiés (19)(20)(21).

La méthode des croisements de niveaux élimine les difficultés précédentes. Elle a été décrite pour la première fois par FRANKEN (22) sur le niveau 2^3P de 4He excité optiquement.

Dans cette expérience, les atomes, pris dans un état $| a \rangle$, sont excités dans une superposition linéaire d'états $| m \rangle$ et $| m' \rangle$, d'énergie E_m et $E_{m'}$, puis retombent dans l'état $| b \rangle$. Soient c_{am} et $c_{am'}$, les amplitudes de probabilité de trouver un atome respectivement dans les états $| m \rangle$ ou $| m' \rangle$ sachant qu'il était dans l'état $| a \rangle$ avant excitation. Soient c_{mb} et $c_{m'b}$ les amplitudes de probabilité de le trouver dans l'état $| b \rangle$, sachant qu'avant de se désexciter, il était dans l'état $| m \rangle$ ou $| m' \rangle$. Les probabilités correspondantes sont respectivement $P_{am} = |c_{am}|^2$, $P_{am'} = |c_{am'}|^2$, $P_{mb} = |c_{mb}|^2$, $P_{m'b} = |c_{m'b}|^2$.

Sachant qu'un atome était initialement dans l'état $| a \rangle$, la probabilité de le trouver en $| b \rangle$ est

$$P_{ab} = |c_{am} c_{mb} + c_{am'} c_{m'b}|^2$$

$$= P_{am} P_{mb} + P_{am'} P_{m'b} + 2 \Re c_{am} c_{mb} c_{am'}^* c_{m'b}^*$$

Elle dépend des probabilités P , mais contient en outre un terme d'interférence qui évolue à une fréquence proportionnelle à l'écart d'énergie des états $| m \rangle$ et $| m' \rangle$. Ce dernier est nul en moyenne au cours du temps si la différence d'énergie $E_{m'} - E_m$ est grande, et n'est pas nul dans le cas contraire.

On comprend donc que la valeur moyenne de toute observable liée aux atomes dans l'état $| b \rangle$ dépende de l'écart d'énergie $E_{m'} - E_m$, qu'on peut ainsi déterminer. Il faut pour cela remplir deux conditions : la première est qu'on porte les atomes dans une superposition linéaire de $| m \rangle$ et $| m' \rangle$: on dit que l'excitation doit être "cohérente"; de plus, la grandeur de l'observable mesurée doit dépendre du terme d'interférence. On dit que la détection doit être "cohérente".

FRANKEN a pu ainsi mesurer la largeur naturelle et la structure en champ nul des états 2^3P de 4He .

Dans le cas où les états $| m \rangle$ et $| m' \rangle$ ont la même énergie en champ nul (c'est-à-dire représentent deux sous-niveaux Zeeman), on reconnaît dans la description précédente l'expérience de Hanle, de dépolarisation magnétique (23).

Cette dernière expérience a été réalisée dès 1928, dans le cas de l'excitation électronique transversale, par SKINNER et APPLEYARD (14) et reprise en 1960 par PEBAY (24). Des valeurs de durées de vie de niveaux excités ont été ainsi mesurées. La difficulté principale, là encore, vient des effets de cascade, qui conduisent à des courbes de dépolarisation magnétique très complexes, constituées par des superpositions inextricables de courbes élémentaires, correspondant aux divers niveaux excités inclus dans la cascade.

Nous avons mis en évidence pour la première fois sur l'hélium des croisements de niveaux (en champ non nul) en utilisant le bombardement électronique transversal (le bombardement longitudinal ne permet pas d'exciter l'atome dans une superposition linéaire de $| m \rangle$ et $| m' \rangle$). Ceci permet d'étendre la méthode à l'étude des structures d'un grand nombre d'états excités sans que l'on ait à connaître les servitudes qui s'attachent à la spectroscopie des radiofréquences. La méthode présente, en outre, un avantage considérable : un signal de croisements de niveaux (en champ non nul) peut, à coup sûr, être attribué au niveau supérieur de la transition optique étudiée. Il n'y a aucune ambiguïté liée à l'existence possible de phénomènes de cascade. La cohérence statique (à l'origine du signal de croisement) ne peut survivre en effet à l'évolution propre des états rencontrés successivement dans la cascade.

Le but du présent mémoire est de décrire l'application de la méthode des croisements de niveaux par bombardement électronique transversal, à la mesure de structures en champ nul de niveaux excités des atomes ^4He et ^3He .

Les avantages présentés plus haut sont malheureusement contrebalancés par des inconvénients divers.

Des problèmes théoriques complexes sont tout d'abord posés. Il faut en effet, à partir de la valeur des champs de croisements de niveaux, déduire la structure en champ nul. Dans le cas de l'hélium, structure fine, structure hyperfine, et effet Zeeman sont du même ordre de grandeur; cela oblige à la diagonalisation globale de hamiltoniens compliqués.

Il faut ensuite identifier les divers croisements de niveaux, donc calculer la forme et l'intensité relative des courbes correspondantes. Comme le processus d'excitation électronique est mal connu, la théorie du "cycle de bombardement électronique" analogue à celle du pompage optique (25) était à faire. Nous y sommes parvenus dans une très large mesure.

Des problèmes expérimentaux nombreux devaient être résolus : l'un d'eux a une origine très simple : le champ magnétique perturbe les trajectoires électroniques à cause de la force de Laplace. Il en résulte des effets parasites souvent très importants, qu'il faut distinguer (et ce n'est pas toujours simple) des croisements de niveaux eux-mêmes.

Dans ce qui suit, nous présentons successivement dans une partie théorique, puis dans une partie expérimentale les problèmes précédents et la manière dont nous les avons résolus.

Nous rappelons tout d'abord comment, à partir de la position des croisements de niveaux, on peut remonter à la structure en champ nul, grâce à la diagonalisation globale du hamiltonien atomique. Nous donnons ensuite le calcul des conditions d'observation des croisements, de la forme des courbes dans les différents cas et de leur intensité relative.

Nous présentons ensuite le montage expérimental. Nous terminons par une étude critique des résultats.

Nous avons, par la méthode précédente, mesuré les structures des niveaux $3, \dots 9^3P$ de 4He , $3, 4 \dots 8^3P$ de 3He , 3 à 7^3D de 4He et 3He , 5^3F de 4He et 3 à 7^1D de 3He .

Nous avons aussi, indirectement, obtenu des renseignements sur le processus du bombardement électronique.

La méthode décrite ici est d'une grande généralité et est susceptible d'être appliquée, dans des conditions d'interprétation beaucoup plus faciles, à de nombreux autres cas. On peut rappeler qu'une nouvelle détermination récente de l'effet Lamb (26) l'utilise; des prolongements sont à prévoir vers la mesure des structures hyperfines d'états de singulet d'atomes à deux électrons de valence et aussi vers les déplacements ou élargissements des sous-niveaux Zeeman sous l'effet de perturbations diverses.

PARTIE THEORIQUE

=====
=====
Nous nous intéresserons, dans ce qui suit, à l'excitation électronique de l'atome d'hélium. Nous voulons montrer comment, à partir de l'étude de la déformation du diagramme de rayonnement des atomes ainsi excités, lorsque le champ magnétique statique \vec{H} varie, on peut déduire la structure des niveaux d'énergie des atomes; il faut, à cet effet, en connaître le diagramme Zeeman.

Dans un premier chapitre, nous rappellerons les caractéristiques essentielles du spectre de l'atome d'hélium.

Nous en compléterons l'étude, dans le deuxième chapitre, par le calcul de son effet Zeeman.

Dans le troisième chapitre, nous exposerons les propriétés principales de l'excitation électronique.

Dans le quatrième chapitre, nous chercherons le diagramme de rayonnement des atomes excités.

Nous terminerons dans le cinquième chapitre, par l'étude quantitative du phénomène de croisement de niveaux.

Le détail des calculs sera renvoyé dans les appendices.

C H A P I T R E I

ETUDE DU SPECTRE DE L'ATOME D' HELIUM

L'atome d'hélium à l'état neutre comprend un noyau de charge $2e$ entouré de deux électrons. Il en existe deux isotopes stables. L'un a pour nombre de masse 4 et n'a pas de spin nucléaire. L'autre, de nombre de masse 3, a un spin nucléaire $I = 1/2$. Etant données ces valeurs de I , aucun de ces noyaux n'a de moment quadrupolaire.

La répartition des niveaux d'énergie est bien connue ⁽⁸⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾
⁽¹¹⁾⁽²⁷⁾. Dans ses grandes lignes, elle est analogue à celle des atomes des colonnes II-a et II-b du tableau périodique (Mg, Ca, Sr, Ba, Zn, Cd, Hg). Cependant, l'hélium n'ayant que deux électrons, son spectre a des caractéristiques spéciales.

Le but du présent chapitre est de rappeler les particularités spectroscopiques de l'hélium. Nous donnons dans une première partie la forme de son hamiltonien. Nous en déduisons dans une deuxième partie les niveaux d'énergie. Nous terminons, dans une troisième partie, par des indications sur le calcul des états propres en champ nul, qui nous seront utiles par la suite.

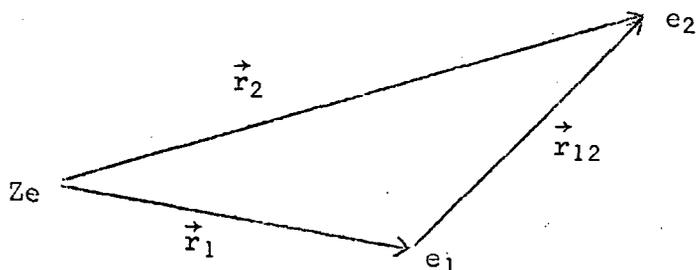
I - HAMILTONIEN DE L'ATOME He :

Nous allons en donner les termes de diverses origines -mécanique, électrostatique, magnétique- en les classant par importance décroissante. Les expressions qui suivent constituent ce qu'on appelle ⁽⁷⁾ le "hamiltonien de Breit".

Nous supposons le noyau infiniment lourd (nous ne nous intéressons pas, en effet, au déplacement isotopique) et nous négligeons tous les termes cinématiques d'origine relativiste.

1) Termes mécaniques et électrostatiques : avec les hypothèses précédentes, ils valent :

$$(I-1) \quad \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_1 = -\frac{\hbar^2}{2m} (\Delta_1 + \Delta_2) - \frac{Ze^2}{r_1} - \frac{Ze^2}{r_2} + \frac{e^2}{r_{12}}$$



e est la charge de l'électron, m sa masse.

Les deux électrons 1 et 2 sont aux distances respectives \vec{r}_1 et \vec{r}_2 du noyau (fig. 1); leur distance mutuelle est

FIGURE 1

$\vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$. Δ_1 et Δ_2 sont les opérateurs laplaciens agissant respectivement sur les coordonnées spatiales \vec{r}_1 et \vec{r}_2 :

$$\Delta_1 = \text{div } \vec{\text{grad}}_1 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_1^2}$$

$$\Delta_2 = \text{div } \vec{\text{grad}}_2 = \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_2^2}$$

Ze est la charge du noyau. Dans le cas particulier de l'atome He, Z = 2.

Les deux premiers termes représentent l'énergie cinétique des électrons, les deux suivants le potentiel d'attraction coulombienne dû au noyau, le dernier, le potentiel de répulsion électrostatique entre les deux électrons. Dans le cas Z = 2 qui nous intéresse, ce terme répulsif est du même ordre de grandeur que les autres, il n'est donc pas question de le traiter comme une perturbation.

a) Configurations: suivant la méthode de Heisenberg (7), on coupe $\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_1$ en deux parties. La première est

$$(I-2) \quad \mathcal{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m} (\Delta_1 + \Delta_2) + V(r_1) + V(r_2)$$

Elle représente l'énergie d'un atome hypothétique dont les deux électrons se déplaceraient, indépendamment l'un de l'autre, dans les potentiels attractifs centraux $V(r_1)$ et $V(r_2)$. Par exemple, $V(r_1)$ est une sorte de potentiel moyen, représentant la superposition en \vec{r}_1 du potentiel attractif du noyau et du potentiel moyen de répulsion dû à l'électron \vec{r}_2 . V est déterminé habituellement par une méthode de variations.

L'équation d'onde correspondante a des solutions de la forme

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \psi_{n\ell m}(\vec{r}_1) \psi_{n'\ell'm'}(\vec{r}_2)$$

avec
$$\psi_{n\ell m}(\vec{r}) = u_{n\ell}(r) Y_{\ell m}(\theta, \phi).$$

$\psi_{n\ell m}$ est une solution de

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi_{n\ell m} + V \psi_{n\ell m} = E_{n\ell} \psi_{n\ell m}$$

r, θ, ϕ sont les coordonnées polaires de \vec{r} . La partie angulaire de $\psi_{n\ell m}$ est une harmonique sphérique; ceci est dû à l'hypothèse de l'existence d'un potentiel central $V(r)$. La partie radiale $u_{n\ell}(r)$ est une fonction de r qui dépend seulement de n et ℓ .

La valeur propre correspondant à la fonction propre de

$$\mathcal{H}_0 \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \text{ est } E_{n\ell n'\ell'} = E_{n\ell} + E_{n'\ell'}.$$

A ce stade-là, nous voyons qu'à une approximation assez bonne, on peut considérer l'atome d'hélium comme constitué par un noyau et deux électrons sans interaction mutuelle, l'un dans un "état" $n\ell$, l'autre dans un "état" $n'\ell'$. L'expression bien connue "configuration $n\ell n'\ell'$ " de l'atome d'hélium n'a donc de sens qu'à cette approximation près.

Cette introduction étant terminée, nous utilisons désormais les notations et le vocabulaire ainsi introduits pour rappeler des résultats bien connus sur les configurations de l'atome d'hélium :

- L'atome a pour configuration, dans son état fondamental, $1s^2$.
- Les configurations $n\ell, n'\ell'$ (dans lesquelles les deux électrons sont excités) ont une énergie supérieure à l'énergie d'ionisation de l'atome neutre. La probabilité de transition radiative à partir d'un état de la configuration

$(n\ell, n'\ell')$ est très faible devant la probabilité d'autoionisation qui, elle, est très grande.

- Il n'en est pas de même des configurations $1s nL$ dans lesquelles un seul électron est excité. Ce sont les seules dont la durée de vie radiative n'est pas négligeable.

Tous les niveaux que nous étudierons appartiennent à ces configurations.

- Lorsque la configuration est très excitée (n grand), on peut dire que l'électron $1s$ se déplace dans le seul potentiel de la charge nucléaire $2e$; en effet, l'autre électron décrit une orbite qu'on peut assimiler à une couche chargée entourant la première; le champ électrique qu'elle crée à l'intérieur est alors nul.

De même, on peut assimiler l'orbite $1s$ à une couche entourant complètement le noyau et formant écran électrostatique. L'électron $n\ell$ se déplace donc dans le potentiel d'une charge e .

Les $\psi_{n\ell m_L}$ sont alors des fonctions d'hydrogénoïdes : ψ_{1s} de l'ion HeII, et $\psi_{n\ell m_L}$ de l'atome H dans l'état excité ($n\ell m_L$).

Cette approximation est d'autant meilleure que l'orbite de l'électron nL est plus excitée et moins pénétrante : il en est ainsi pour les configurations $1s nd$ et $1s nf$, ainsi que $1s np$ très excitées. Il n'en est rien pour les premières $1s np$ ni surtout pour les configurations $1s ns$.

Il est clair que cette approximation ne peut s'obtenir avec la méthode de Heisenberg dont il a été question au début du paragraphe.

b) Dégénérescence d'échange : \mathcal{H}_0 est symétrique dans l'échange des électrons 1 et 2. Si donc $\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ est solution de l'équation d'onde, avec la valeur propre $E_{1s nL}$, il en est de même de $\psi(\vec{r}_2, \vec{r}_1)$ et la valeur propre est aussi $E_{1s nL}$.

Soit $\chi_{m_s}(\sigma)$ la fonction représentant l'état de spin (m_s est le nombre caractérisant χ , σ le nombre de spin de l'électron) : les états propres de \mathcal{H}_0 sont obtenus à partir des fonctions ψ et χ et sont des combinaisons linéaires de $\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \chi_{m_s}(\sigma_1) \chi_{m_s}(\sigma_2)$ et $\psi(\vec{r}_2, \vec{r}_1) \chi_{m_s}(\sigma_1) \chi_{m_s}(\sigma_2)$. D'après le principe de Pauli, seuls existent les états antisymétriques dans l'échange de deux électrons. On prend donc comme états propres :

.../...

$$\frac{\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \chi_{m_S}^{m_S}(\sigma_1) \chi_{m_S}^{m_S}(\sigma_2) - \psi(\vec{r}_2, \vec{r}_1) \chi_{m_S}^{m_S}(\sigma_2) \chi_{m_S}^{m_S}(\sigma_1)}{\sqrt{2}}$$

c) Etats : le terme

$$(I-3) \quad \mathcal{H}_1 = -V(r_1) - V(r_2) - \frac{Ze^2}{r_1} - \frac{Ze^2}{r_2} + \frac{e^2}{r_{12}}$$

(obtenu tout simplement en retranchant \mathcal{H}_0 , donné par (I-2), de $\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_1$, donné par (I-1)), est maintenant petit devant \mathcal{H}_0 et peut être traité comme une perturbation à l'intérieur d'une configuration. \mathcal{H}_1 lève la dégénérescence d'échange et décompose chaque configuration en deux états : état triplet et état singulet. Il est d'ailleurs intéressant de remarquer que les quatre premiers termes de \mathcal{H}_1 , qui sont des potentiels centraux, déplacent tous les niveaux d'énergie de la configuration d'une même quantité. Seul le terme $\frac{e^2}{r_{12}}$ est responsable de la levée de dégénérescence.

Rappelons les résultats, très classiques, de ce calcul de perturbations :

- A l'intérieur d'une même configuration, l'énergie de l'état triplet est inférieure à l'énergie de l'état singulet.

- Les fonctions d'onde qui représentent les états propres sont produits d'une fonction d'espace par une fonction de spin; cette dernière est d'ailleurs fonction propre du spin total. Il correspond ainsi, pour l'état triplet, un spin total $S = 1$, et, pour l'état singulet, $S = 0$.

- Les fonctions d'onde satisfont, lors de l'échange des deux électrons, aux conditions de symétrie suivantes :

Pour le triplet, la fonction d'espace est antisymétrique, la fonction de spin symétrique; pour le singulet, la fonction d'espace est symétrique, la fonction de spin antisymétrique.

Les états propres de $\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_1$ sont tout simplement, avec les notations habituelles, $| S M_S M_L \rangle$. S est le spin total (0 pour les singulets, 1 pour les triplets), M_S la valeur propre de S_z ; L est le moment orbital total, M_L la valeur propre de L_z .

A cause de l'invariance de $\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_1$ par rotation, ses valeurs propres (c'est-à-dire les énergies des états triplets et singulets) sont dégénérées: elles ne dépendent pas de M_L . Par ailleurs, $\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_1$ étant indépendant des variables de spin, ces valeurs propres ne dépendent pas non plus de M_S .

Ces états $| SLM_S M_L \rangle$ constituent une base pour le calcul des termes suivants.

2) Termes d'origine magnétique : dans leur ensemble, ils sont bien plus petits que les termes d'origine mécanique et électrostatique. On peut les classer en trois groupes :

- interaction spin-orbite
- interaction spin-orbite mutuelle
- interaction spin-spin

Il en existe deux groupes supplémentaires, qui seront étudiés ultérieurement : l'action du moment magnétique nucléaire (s'il existe : cas de ^3He) et l'action d'un champ magnétique externe (effet Zeeman), s'il y a lieu.

a) Forme des divers termes

α) Interaction spin-orbite

$$(I-4) \quad \mathcal{H}_2 = 2Z\mu_B^2 \left(\frac{\vec{s}_1 \cdot \vec{l}_1}{r_1^3} + \frac{\vec{s}_2 \cdot \vec{l}_2}{r_2^3} \right)$$

\vec{l}_1 et \vec{s}_1 , \vec{l}_2 et \vec{s}_2 sont respectivement les moments orbital et de spin des électrons 1 et 2. μ_B est le magnéton de Bohr, Z la charge du noyau (2 dans le cas de He). Ce terme représente l'action, sur le moment magnétique dû au spin de chaque électron, du champ magnétique "vu" par cet électron qui se déplace dans le potentiel coulombien du noyau.

β) Interaction spin-orbite mutuelle

$$(I-5) \quad \mathcal{H}_3 = +2\mu_B^2 \left[\left(\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}^3} \wedge \vec{p}_1 \right) \cdot (\vec{s}_1 + 2\vec{s}_2) + \left(\frac{\vec{r}_{21}}{r_{12}^3} \wedge \vec{p}_2 \right) \cdot (\vec{s}_2 + 2\vec{s}_1) \right]$$

\vec{p}_1 et \vec{p}_2 sont les impulsions des électrons.

\vec{r}_{12} est leur distance $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$, avec $\vec{r}_{21} = -\vec{r}_{12}$.

\vec{s}_1 et \vec{s}_2 sont leurs spins.

Ce terme représente l'interaction entre le spin de chaque électron et le moment orbital de l'autre (7). Son origine physique est analogue à celle de l'interaction spin-orbite.

γ) Interaction spin-spin

$$(I-6) \quad \mathcal{H}_4 = \frac{4\mu_B^2}{r_{12}^3} \left[\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 - \frac{3}{r_{12}^3} (\vec{r}_{12} \cdot \vec{s}_1)(\vec{r}_{12} \cdot \vec{s}_2) \right] - \frac{32\pi\mu_B^2}{3} \vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 \delta(\vec{r}_{12})$$

représente l'interaction dipôle-dipôle entre les deux spins.

Dans \mathcal{H}_4 , le dernier terme est l'interaction de contact de Fermi.

b) Groupement des niveaux d'énergie en multiplets

L'ensemble des termes $\mathcal{H}_2 + \mathcal{H}_3 + \mathcal{H}_4$ lève partiellement la dégénérescence de chaque configuration. A une bonne approximation, les niveaux d'énergie se groupent en multiplets :

- 3 appartenant à l'état triplet
- 1 appartenant à l'état singulet.

Les états propres sont représentés, à cette même approximation, par les vecteurs propres communs aux opérateurs \vec{S}^2 , \vec{L}^2 , \vec{J}^2 , et J_z , où $\vec{J} = \vec{S} + \vec{L}$ est le moment total de l'atome. Cette approximation est valable lorsque les termes d'origine magnétique ont des valeurs faibles devant l'intervalle triplet-singulet.

3) Cas de ^3He : de nouveaux termes apparaissent dans le hamiltonien. Nous les séparons des précédents, bien qu'ils aient encore une origine magnétique :

$$(I-7) \quad \mathcal{H}_h = 2\mu_B\mu_N g_I \sum_i \left[\frac{\vec{l}_i}{r_i^3} - \frac{\vec{s}_i}{r_i^3} + \frac{3(\vec{r}_i \cdot \vec{s}_i) \vec{r}_i}{r_i^5} + \frac{8\pi}{3} \delta(\vec{r}_i) \vec{s}_i \right] \cdot \vec{I}$$

μ_B est toujours le magnéton de Bohr.

μ_N est le magnéton nucléaire.

g_I est le facteur de Landé nucléaire du proton.

L'indice de la sommation i est attaché aux deux électrons.

Le premier terme représente l'interaction entre moment nucléaire et moment orbital. Les deux suivants représentent l'interaction dipôle-dipôle entre le moment nucléaire et les spins électroniques. Le dernier terme est une inter-

action "de contact" traduisant l'effet, sur l'énergie de l'atome, de la "pénétration" des orbitales électroniques "dans le noyau". $\delta(\vec{r}_1)$ est une distribution de Dirac.

Les indications générales des paragraphes précédents étaient très classiques, applicables en particulier aux atomes de la deuxième colonne du tableau périodique. A cause de la forme compliquée de \mathcal{H}_h , on ne peut poursuivre ici sans calcul. Nous verrons les propriétés de \mathcal{H}_h après l'étude des niveaux d'énergie de l'hélium.

II - ETUDE DES VALEURS PROPRES DES DIVERS TERMES DU HAMILTONIEN :

Nous avons, dans le paragraphe précédent, introduit les notations utilisées. Nous en avons profité pour rappeler, au passage, des propriétés très générales de l'atome d'hélium, très analogues à celles des alcalino-terreux par exemple, telles qu'on peut les trouver exposées dans tout livre de spectroscopie atomique élémentaire (28)(29).

Au contraire, nous allons ici, avec plus de détails, donner les traits particuliers du spectre de l'atome d'hélium. Beaucoup d'entre eux sont déjà exposés dans des ouvrages spécialisés (8)(10)(30). Nous nous attacherons surtout à comparer le spectre de l'hélium et celui des autres éléments à deux électrons externes.

Nous allons montrer comment les différents termes \mathcal{H}_2 , \mathcal{H}_3 , \mathcal{H}_4 , \mathcal{H}_h déjà introduits lèvent la dégénérescence d'une configuration $1s n\ell$.

1) Cas de ${}^4\text{He}$: influence de \mathcal{H}_2 , \mathcal{H}_3 , et \mathcal{H}_4

Tous ces termes sont invariants par rotation, donc diagonaux en J et M_J et, d'ailleurs, indépendants de M_J . Dans la base $|SLJM_J\rangle$, où M_J est une valeur propre de la projection J_z sur l'axe Oz du moment total \vec{J} , les matrices correspondantes sont particulièrement simples. Il sera donc facile d'en déduire les intervalles entre multiplets d'une même configuration. Nous ne chercherons pas à déterminer l'intervalle triplet-singulet, pour lequel nos hypothèses de travail sont insuffisantes; il a d'ailleurs été en général mesuré par des moyens de spectroscopie optique.

a) Interaction spin-orbite

On trouve que la matrice représentant \mathcal{H}_2 a pour forme

$$\mathcal{H}_2 = \begin{pmatrix} \zeta_0 \frac{L}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\zeta_0}{2} & 0 & \frac{\zeta_0 \sqrt{L(L+1)}}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{\zeta_0 (L+1)}{2} & 0 \\ 0 & \zeta_0 \frac{\sqrt{L(L+1)}}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} | 1LL + 1M \rangle \\ | 1LLM \rangle \\ | 1LL - 1M \rangle \\ | 0LLM \rangle \end{matrix}$$

| 1LL+1M > | 1LLM > | 1LL-1M > | 0LLM >

Les indices des lignes et des colonnes sont indiqués à côté du tableau.

ζ_0 est une constante. Lorsque l'approximation indiquée en I-1) a) est valable (l'électron 1s est considéré comme l'électron de l'hydrogénoïde HeII, l'électron nL comme l'électron d'un atome d'hydrogène), on trouve

$$\zeta_0 = 2\mu_B^2 Z \int_0^\infty R_{nL}(r) \frac{1}{r^3} R_{nL}(r) r^2 dr$$

où R_{nL} est la partie radiale de la fonction d'onde (hydrogénoïde) de l'électron nL. Avec ce choix particulier de fonction radiale,

$$\zeta_0 = \frac{2Z\mu_B^2}{a_0^3 n^3 L (L + \frac{1}{2}) (1 + 1)}$$

où a_0 est le rayon de la première orbite de Bohr.

b) Interaction spin-orbite mutuelle : comme \mathcal{H}_2 , \mathcal{H}_3 est diagonal en J et M_J et indépendant de M_J . Il n'est pas diagonal en S. Dans la représentation $| SLJM_J \rangle$ on a :

$$\mathcal{H}_3 = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} L\zeta_1 + \frac{3L}{2L+1} \zeta_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} \zeta_1 - \frac{3}{2L+1} \zeta_2 & 0 & \frac{\sqrt{L(L+1)}}{2} \zeta_1 \\ 0 & 0 & \frac{3(L+1)}{2} \zeta_1 - \frac{3(L+1)}{2L+1} \zeta_2 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{L(L+1)}}{2} \zeta_1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

où les constantes ζ_1 et ζ_2 valent

$$\zeta_1 = 2\mu_B^2 \iint_{r_2 > r_1} R_{1s}(r_1) R_{nL}(r_2) \frac{1}{r_2^3} R_{nL}(r_2) R_{1s}(r_1) r_1^2 dr_1 r_2^2 dr_2$$

$$\zeta_2 = 2\mu_B^2 \iint R_{1s}(r_1) R_{nL}(r_2) \frac{r_<}{r_>^{\ell+1}} \frac{1}{r_2} \frac{\partial}{\partial r_2} R_{1s}(r_2) R_{nL}(r_1) r_1^2 dr_1 r_2^2 dr_2$$

où $r_< = \inf(r_1, r_2)$, $r_> = \sup(r_1, r_2)$.

Ces expressions de ζ_1 et ζ_2 ne sont valables, comme celle de ζ_0 , que lorsque les fonctions d'onde atomiques sont des déterminants de Slater construits sur des fonctions hydrogénoïdes. Dans l'approximation I-1) a) utilisée pour le calcul de ζ_0 , on trouve que $\zeta_2 \ll \zeta_1$ et peut être négligé, et

$$\zeta_1 = \frac{\zeta_0}{Z}$$

à 10^{-3} près.

Mathématiquement, cette approximation revient à assimiler, dans \mathcal{H}_3 , \vec{r}_{ij} à $\vec{r}_>$ (fig. 2) (l'électron nL est très excité et se trouve très éloigné du noyau et de l'électron $1s$). Dans l'expression (I-5) de \mathcal{H}_3 , on remplace alors \vec{s}_1 et \vec{s}_2 par

$$\vec{s}_1 = \frac{\vec{s}}{2} + \frac{\vec{s}_1 - \vec{s}_2}{2}$$

$$\vec{s}_2 = \frac{\vec{s}}{2} - \frac{\vec{s}_1 - \vec{s}_2}{2}$$

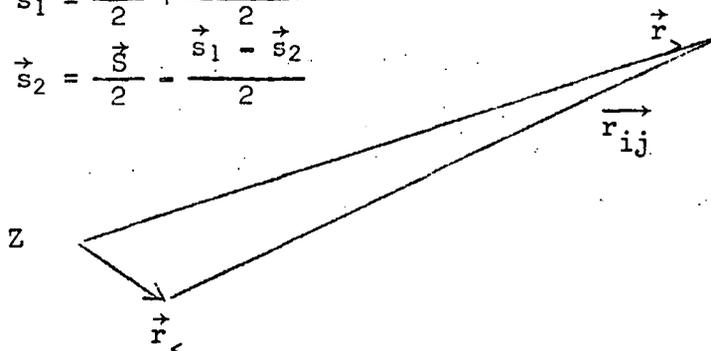


FIGURE 2

A l'intérieur d'un état donné (triplet ou singlet), les termes en $\vec{s}_1 - \vec{s}_2$ ne donnent aucune contribution, pour des raisons évidentes de symétrie. Alors

$$\mathcal{H}_3 \sim + 2\mu_B^2 \left(\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}^3} \wedge \vec{p}_1 - \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}^3} \wedge \vec{p}_2 \right) \cdot \frac{3\vec{S}}{2}$$

Si donc $\vec{r}_{12} \sim \vec{r}_2$, c'est que l'électron 1 est dans l'état 1s et ne donne pas de contribution :

$$\mathcal{H}_3 \sim -2\mu_B^2 \frac{\vec{L} \cdot \vec{S}}{r_2^3} \times \frac{3}{2}$$

De même, si $\vec{r}_{12} \sim -\vec{r}_1$, on a $\mathcal{H}_3 \sim -2\mu_B^2 \frac{\vec{L} \cdot \vec{S}}{r_1^3} \times \frac{3}{2}$

Ces expressions sont à rapprocher de celle de \mathcal{H}_2 donnée en (I-4). La comparaison des matrices représentant \mathcal{H}_2 et \mathcal{H}_3 montre alors que

$$\zeta_1 = \frac{\zeta_0}{Z} \quad (\text{donc ici } \frac{\zeta_0}{2}).$$

c) Interaction spin-spin : le terme de contact est diagonal en S et est indépendant de J. Il déplace d'une même quantité les multiplets d'un même état, son seul effet est donc de changer l'écart triplet singlet. Nous ne nous y intéresserons pas. Le premier terme (dipôle-dipôle), par contre, dépend de J (mais est diagonal en S). On trouve :

$$\mathcal{H}_4 = \begin{pmatrix} \frac{L\zeta_1}{2L+3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\zeta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(L+1)\zeta_1}{2L-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ζ_1 a été défini et calculé plus haut.

Les valeurs des paramètres ζ_0 , ζ_1 , ζ_2 sont les suivantes (certaines, relatives aux niveaux D ont été calculées par MOSER et al (27)) :

nD	$n^1 D - n^3 D$	ζ_0	ζ_1	ζ_2
3	99 600	866	430	14
4	56 400	365	181	8
5	31 800	187	93,5	5
6	19 500	108	54,0	3
7	9 300	68,0	34,0	-
8	9 300	45,5	22,8	-
9	- 4 200	32,0	16,0	-
nF	$n^1 F - n^3 F$	ζ_0	ζ_1	
4	18 900	130	65,0	
5	-44 400	66,8	33,4	
6	- 2 400	38,5	19,2	
7	- 3 000	24,3	12,2	

Tous les paramètres sont exprimés en MHz.

L'écart triplet-singlet est tiré du livre de Ch. MOORE (31).

La forme de \mathcal{H}_2 , \mathcal{H}_3 , \mathcal{H}_4 , a les conséquences physiques suivantes valables dans une configuration donnée :

1°) Tous ces termes étant beaucoup plus petits que ceux de $\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_1$ (ou encore faibles devant la distance des états triplet et singlet), il y a, suivant la terminologie habituelle, bon couplage LS.

2°) \mathcal{H}_2 crée cependant un faible mélange de triplet et de singlet, puisqu'il n'est pas diagonal en S. Si on néglige ce mélange et si \mathcal{H}_2 est seul, on voit que les énergies des multiplets ${}^3L_{L+1}$, 3L , ${}^3L_{L-1}$ se répartissent suivant la règle de Landé. On obtient un triplet "normal" dans lequel l'état le plus excité est ${}^3L_{L+1}$, le moins excité ${}^3L_{L-1}$. On sait que c'est le cas toutes les fois que \mathcal{H}_2 est prépondérant devant \mathcal{H}_3 et \mathcal{H}_4 , c'est-à-dire toutes

les fois que Z est assez grand (rappelons que \mathcal{H}_2 est proportionnel à Z , alors que \mathcal{H}_3 et \mathcal{H}_4 n'en dépendent pas). En revanche, dans le cas de He, ces trois termes sont de grandeur comparable et la règle de Landé, a priori, n'a aucune raison d'être satisfaite.

3°) \mathcal{H}_3 a un effet analogue à celui de \mathcal{H}_2 : faible mélange triplet-singulet, intervalles entre niveaux du triplet satisfaisant encore à la règle de Landé. Mais, à cause du signe des éléments de \mathcal{H}_3 , on obtiendrait un triplet inversé, si \mathcal{H}_2 et \mathcal{H}_3 existaient seuls.

4°) \mathcal{H}_4 n'introduit pas d'autre mélange mais modifie les intervalles entre multiplets. La règle de Landé n'est plus satisfaite.

On trouve, au mélange près triplet-singulet, que les énergies des multiplets valent

$$E(3L_{L-1}) = -(\zeta_0 - 3\zeta_1) \left(\frac{L+1}{2}\right) - \frac{3(L+1)}{2L+1} \zeta_2 + \frac{L+1}{2L-1} \zeta_1$$

$$E(3L_L) = -(\zeta_0 - 3\zeta_1) \frac{1}{2} - \frac{3}{2L+1} \zeta_2 - \zeta_1$$

$$E(3L_{L+1}) = (\zeta_0 - 3\zeta_1) \frac{L}{2} + \frac{3L}{2L+1} \zeta_2 + \frac{L}{2L+3} \zeta_1$$

Dans l'approximation où $\zeta_1 = \frac{\zeta_0}{Z} = \frac{\zeta_0}{2}$ et ζ_2 est négligeable, on trouve ainsi

- Niveaux $3D$: $E(3D_1) = \frac{5}{4} \zeta_D$, $E(3D_2) = -\frac{1}{4} \zeta_D$, $E(3D_3) = -\frac{5}{14} \zeta_D$.
- Niveaux $3F$: $E(3F_2) = \frac{7}{5} \zeta_F$, $E(3F_3) = -\frac{1}{4} \zeta_F$, $E(3F_4) = -\frac{7}{12} \zeta_F$.

L'intervalle $3L_L - 3L_{L+1}$ est beaucoup plus faible que $3L_{L-1} - 3L_{L+1}$, ce qui explique qu'on a longtemps cru que le spectre de l'hélium était composé de doublets.

En résumé, l'ensemble des niveaux de l'atome ${}^4\text{He}$ est composé de singulets et de triplets, comme pour tout atome à deux électrons de valence. Mais l'ordre des niveaux du triplet et leur intervalle ne sont pas les mêmes que dans le cas des autres atomes. Ce n'est pas dû à un mauvais couplage LS, mais à l'existence de termes d'interaction spin-orbite mutuelle et spin-spin, comparables, pour l'hélium, à l'interaction spin-orbite (pour les autres atomes de la colonne II, au contraire, cette dernière interaction est grande devant les autres). Nous avons, à l'aide du formalisme des opérateurs tensoriels ⁽³⁰⁾₍₃₂₎,

calculé l'ordre de grandeur des structures fines des niveaux D et F.

2) Cas de ^3He : influence de \mathcal{H}_h : rappelons que

$$\mathcal{H}_h = 2\mu_B \mu_N g_I \sum_i \left[\frac{\vec{l}_i}{r_i^3} - \frac{\vec{s}_i}{r_i^3} + \frac{3(\vec{r}_i \cdot \vec{s}_i) \vec{r}_i}{r_i^5} + \frac{8\pi}{3} \delta(\vec{r}_i) \vec{s}_i \right] \cdot \vec{I}$$

L'interprétation physique des différents termes a été donnée plus haut.

La contribution des trois premiers termes est facilement calculable ⁽³⁰⁾⁽³²⁾; elle est proportionnelle à $\langle \frac{1}{r^3} \rangle$; la constante de proportionnalité contient $2\mu_B \mu_N g_I$; comme $\mu_N = \frac{\mu_B}{1838}$, elle est très faible devant les autres et nous la négligerons. En revanche, le dernier terme a une contribution tout à fait importante à cause du $\delta(\vec{r}_i)$.

On obtient donc, en se limitant à ce seul terme, soit

$$\mathcal{H}_h = \frac{16\pi}{3} \mu_B \mu_N g_I \sum_i \delta(\vec{r}_i) \vec{s}_i \cdot \vec{I}$$

la matrice suivante dans la représentation $| I (SL) J M_F \rangle$ (ses éléments sont diagonaux en M_F et n'en dépendent pas) :

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & L-1 & L- & \frac{3}{2} & \left(\begin{array}{cccccccc} \frac{1}{2} & & & & & & & \\ 0 & -\frac{L-1}{2L} & & & & & & \\ 0 & \frac{\sqrt{(L+1)(2L-1)}}{2L} & -\frac{1}{2L} & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2L+2} & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\sqrt{L(2L+3)}}{2L+2} & -\frac{L+2}{2L+2} & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \\ 0 & -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2L-1}{L}} & \frac{1}{2}\sqrt{\frac{L+1}{L}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{L}{L+1}} & \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2L+3}{L+1}} & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) & \cdot A \\ 1 & L-1 & L- & \frac{3}{2} & \dots & \dots & \dots & 0 & L & L+ & \frac{1}{2} \end{array}$$

Les lignes et les colonnes sont repérées par les indices SJF (M_F étant sous-entendu).

La matrice est symétrique.

La constante de proportionnalité A a la valeur suivante

$$A = \frac{16R}{3} \frac{g_I}{1838} \alpha^2 Z^3 \quad (11)(16)$$

où R est la constante de Rydberg

$$g_I = -2,127 \text{ (facteur de Landé du proton)}$$

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$$

On obtient finalement

$$A = -0,1436 \text{ cm}^{-1} = -4 \text{ 308 MHz}$$

Il faut ici souligner que A est une constante universelle indépendante du niveau considéré.

L'examen des matrices représentant \mathcal{H}_h nous conduit aux remarques suivantes :

- \mathcal{H}_h est diagonal en F. Autrement dit, en l'absence de champ extérieur, F est un bon nombre quantique.

- \mathcal{H}_h n'est diagonal ni en J ni en S : J et S ne sont pas de bons nombres quantiques. Le mélange d'états de J différents est d'autant plus important que le couplage hyperfin A est comparable en grandeur à la structure fine. Les valeurs numériques données plus haut montrent qu'il en est ainsi pour tous les niveaux excités de l'hélium (il n'en est rien pour les atomes de la colonne II).

Le mélange d'états de S différents, c'est-à-dire de triplet et de singulet, habituellement négligeable, cesse de l'être lorsque l'énergie de couplage hyperfin n'est pas très petite devant l'écart triplet-singulet. Cela se produit pour les états les plus excités, D et F notamment.

Ces faits ont une interprétation physique simple. \mathcal{H}_h a la forme $\sum_i \delta(\vec{r}_i) (\vec{s}_i \cdot \vec{I})$, et est non nul seulement pour l'électron dont la probabilité de présence au noyau n'est pas nulle, c'est-à-dire l'électron 1s. Le couplage hyperfin agit donc sur l'électron 1s et non sur l'électron nL (ou très faiblement, si on tient compte des termes de \mathcal{H}_h négligés précédemment). Il tend à rompre le couplage entre \vec{s}_1 et \vec{s}_2 , ce qui fait que S n'est plus un bon nombre quantique si l'écart triplet-singulet n'est pas très grand devant l'énergie de couplage hyperfin.

.../...

Dans le cas contraire, le couplage hyperfin tend seulement à rompre le couplage entre \vec{L} et \vec{S} . \vec{S} , au lieu de tourner autour de la résultante \vec{J} de \vec{L} et \vec{S} , tend à se composer avec \vec{I} et à tourner autour de la résultante de \vec{I} et \vec{S} . Il n'est donc pas étonnant que dans ces conditions J ne soit pas non plus un bon nombre quantique.

Le hamiltonien atomique se décompose en 4 sous-matrices relatives à des F donnés :

- Pour $F = L + \frac{3}{2}$, il s'agit de la matrice 1×1

$$\left(E(3L_{L+1}) + \frac{A}{2} \right)$$

dont la valeur propre est $E = E(3L_{L+1}) + \frac{A}{2}$.

- Pour $F = L - \frac{3}{2}$, on a de même une matrice 1×1

$$\left(E(3L_{L-1}) + \frac{A}{2} \right)$$

dont la valeur propre est évidemment $E = E(3L_{L-1}) + \frac{A}{2}$.

- Pour $F = L \pm \frac{1}{2}$, on a deux matrices 3×3 dont les expressions sont :

$$F = L + \frac{1}{2} : \begin{matrix} 1 L \\ 1 L+1 \\ 0 L \\ S J \end{matrix} \left(\begin{array}{ccc} E(3L_L) + \frac{A}{2L+2} & \frac{A \sqrt{L(2L+3)}}{2L+2} & -\frac{A}{2} \sqrt{\frac{L}{L+1}} \\ A \frac{\sqrt{L(2L+3)}}{2L+2} & E(3L_{L+1}) - \frac{A(L+2)}{2L+2} & \frac{A}{2} \sqrt{\frac{2L+3}{L+1}} \\ -\frac{A}{2} \sqrt{\frac{L}{L+1}} & \frac{A}{2} \sqrt{\frac{2L+3}{L+1}} & E(1L_L) \end{array} \right)$$

$$F = L - \frac{1}{2} : \begin{matrix} 1 L-1 \\ 1 L \\ 0 L \end{matrix} \left(\begin{array}{ccc} E(3L_{L-1}) - \frac{A(L-1)}{2L} & \frac{A \sqrt{(L+1)(2L+1)}}{2L} & -\frac{A}{2} \sqrt{\frac{2L-1}{L}} \\ \frac{A \sqrt{(L+1)(2L+1)}}{2L} & E(3L_L) - \frac{A}{2L} & \frac{A}{2} \sqrt{\frac{L+1}{L}} \\ -\frac{A}{2} \sqrt{\frac{2L-1}{L}} & \frac{A}{2} \sqrt{\frac{L+1}{L}} & E(1L_L) \end{array} \right)$$

Leur forme a les conséquences suivantes, différentes pour les triplets et pour les singulets.

a) Cas des triplets : on trouve que, à une très bonne approximation, on peut négliger l'influence du singulet sur les états du triplet. Utilisant le modèle vectoriel, on peut déjà prévoir que la structure hyperfine, due à l'interaction de contact de \vec{I} et du spin de l'électron $1s$, dépend aussi, par l'intermédiaire du couplage entre les spins électroniques, du spin de l'électron nL , donc du spin total S . Plus précisément, à l'intérieur du triplet, on peut alors remplacer \mathcal{H}_h par le terme $A\vec{I}\cdot\vec{S}$, grâce à l'utilisation du théorème de Wigner-Eckart.

Il apparaît là une différence essentielle avec le cas des autres atomes. En effet, pour l'hélium, dans le couplage hyperfin $A\vec{I}\cdot\vec{S}$, A est indépendant du niveau. Pour les autres atomes, le couplage hyperfin dans l'état excité $n^{2S+1}L_J$ a la forme $a_{nLJ}\vec{I}\cdot\vec{J}$, mais la constante a dépend du niveau considéré. Cela tient à l'origine physique différente de ces termes de couplage.

Les trois premiers termes de \mathcal{H}_h (voir équation (I-7)) sont responsables de la structure hyperfine dans le cas général. Ils sont petits devant les autres termes de l'hamiltonien, donc J est un bon nombre quantique. A l'intérieur d'un niveau $n^{2S+1}L_J$, on peut les remplacer, grâce au théorème de Wigner-Eckart, par $a_{nLJ}\vec{I}\cdot\vec{J}$. La contribution du terme de contact, nulle dans le cas général, est au contraire très grande devant les termes $a\vec{I}\cdot\vec{J}$ précédents dans le cas de l'hélium.

Le cas des atomes alcalino-terreux est assez voisin de celui de l'hélium : les configurations des niveaux excités comportent, en dehors de couches complètes, deux électrons : $ms\ n\ell$ (n et ℓ dépendant du niveau excité). Comme pour l'hélium, l'électron s est responsable de la structure hyperfine des niveaux excités à cause du terme de contact. On peut de même le mettre sous la forme $A_{ms}\vec{I}\cdot\vec{S}$. Mais, au contraire de ce qui se passe pour l'hélium, ce terme reste petit devant la structure fine. J reste un bon nombre quantique, et on peut remplacer encore \mathcal{H}_h par $A_J\vec{I}\cdot\vec{J}$ par application du théorème de Wigner-Eckart, A_J dépendant encore du niveau excité.

Les matrices de \mathcal{H}_h relatives à un F donné ont pour dimensions 2×2 dans le cas de ${}^3\text{He}$ et il est facile de les diagonaliser dans l'approximation où on néglige le mélange singulet-triplet.

Leurs valeurs propres, qui représentent les niveaux d'énergie en champ nul, dépendent, comme nous l'avons dit, de l'ordre de grandeur relatif de A et de la structure fine. A chacune est attaché un nombre F, mais, inversement, à chaque nombre hyperfin F sont attachées en général deux valeurs propres, E'_F et E''_F : ce sont des fonctions continues des rapports de A aux intervalles de structure fine. Lorsque ces rapports sont très petits, la répartition des niveaux d'énergie E'_F , E''_F , etc. est bien connue : on sait en effet que chaque niveau 3L_J est alors scindé en deux niveaux hyperfins, dont les F valent $J \pm \frac{1}{2}$, et les énergies $E(J, F) = E(J, J \pm \frac{1}{2}) = E(F \mp \frac{1}{2}, F)$. On peut alors identifier chaque E'_F (ou E''_F) avec un des niveaux $E(J, F)$. Dans le cas général, nous conviendrons d'utiliser la même notation. J n'a plus alors aucun sens physique, mais désigne simplement le moment total qu'on attribuerait au niveau si le couplage hyperfin était infiniment petit.

On obtient ainsi

$$E(L+1, L + \frac{3}{2}) = E({}^3L_{L+1}) + \frac{A}{2}$$

$$E(L-1, L - \frac{3}{2}) = E({}^3L_{L-1}) + \frac{A}{2}$$

$$E(F \mp \frac{1}{2}, F) = E_F + \frac{1}{2} + \frac{\Delta - \frac{A}{2} \pm \sqrt{\Delta^2 + 2aA\Delta + \frac{9}{4}A^2}}{2}$$

où
$$\Delta = E({}^3L_F - \frac{1}{2}) - E({}^3L_F + \frac{1}{2})$$

et
$$a = \frac{F^2 + F - L^2 - L + \frac{9}{4}}{2F+1}$$

La répartition des niveaux hyperfins dans le cas général est assez complexe. Nous la donnons ci-après dans les deux cas extrêmes où le couplage hyperfin est très faible devant la structure fine (cas des alcalino-terreux, par exemple) et celui où il est grand devant elle.

- Cas où $|A| \ll \Delta$

$$E(L+1, L + \frac{3}{2}) = E({}^3L_{L+1}) + \frac{A}{2}$$

$$E(L+1, L + \frac{1}{2}) = E({}^3L_{L+1}) - \frac{A(L+2)}{2(L+1)} - \frac{L(2L+3)}{4(L+1)^2} \frac{A^2}{E_L - E_{L+1}} + \dots$$

$$E(L, L + \frac{1}{2}) = E({}^3L_L) + \frac{A}{2(L+1)} + \frac{L(2L+3)}{4(L+1)^2} \frac{A^2}{E_L - E_{L+1}} + \dots$$

$$E(L, L - \frac{1}{2}) = E({}^3L_L) - \frac{A}{2L} - \frac{(L+1)(2L-1)}{4L^2} \frac{A^2}{E_{L-1} - E_L} + \dots$$

$$E(L-1, L - \frac{1}{2}) = E({}^3L_{L-1}) - \frac{L-1}{2L} A + \frac{(L+1)(2L-1)}{4L^2} \frac{A^2}{E_{L-1} - E_L} + \dots$$

$$E(L-1, L - \frac{3}{2}) = E({}^3L_{L-1}) + \frac{A}{2}$$

Pour abrégier, on a remplacé $E({}^3L_J)$ par E_J .

- Cas où $|A| \gg \Delta$ (cas de ${}^3\text{He}$ pour les niveaux assez excités, autres que 3S_1)

$$E(L+1, L + \frac{3}{2}) = E_{L+1} + \frac{A}{2}$$

$$E(L+1, L + \frac{1}{2}) = E_{L+1} + \frac{A}{2} + \frac{2L+3}{3(L+1)} (E_L - E_{L+1}) + \frac{2L(2L+3)}{27(L+1)^2} \frac{(E_L - E_{L+1})^2}{A} + \dots$$

$$E(L, L + \frac{1}{2}) = E_{L+1} - A + \frac{L}{3(L+1)} (E_L - E_{L+1}) - \frac{2L(2L+3)}{27(L+1)^2} \frac{(E_L - E_{L+1})^2}{A} + \dots$$

$$E(L, L - \frac{1}{2}) = E_L + \frac{A}{2} + \frac{L+1}{3L} (E_{L-1} - E_L) + \frac{2(L+1)(2L-1)}{27L^2} \frac{(E_{L-1} - E_L)^2}{A} + \dots$$

$$E(L-1, L - \frac{1}{2}) = E_L - A + \frac{2L-1}{3L} (E_{L-1} - E_L) - \frac{2(L+1)(2L-1)}{27L^2} \frac{(E_{L-1} - E_L)^2}{A} + \dots$$

$$E(L-1, L - \frac{3}{2}) = E_{L-1} + \frac{A}{2}$$

Dans ce cas, les niveaux se répartissent en un quadruplet et un doublet, suivant le schéma ci-dessous valable pour les niveaux 3D (fig. 3).

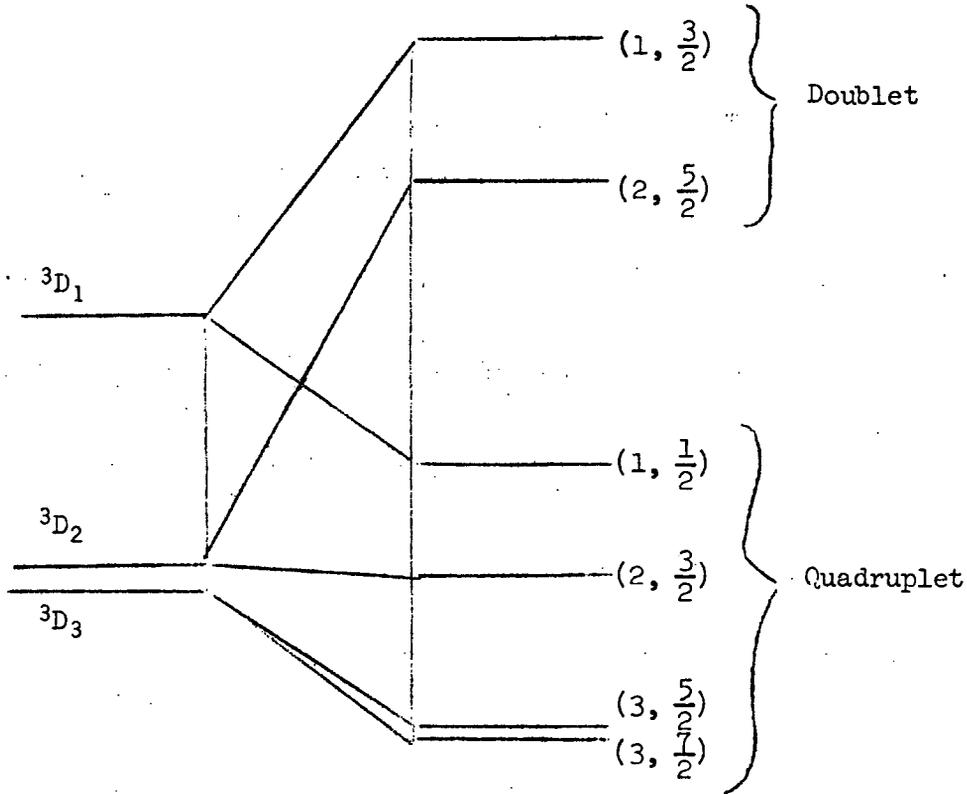


FIGURE 3

Dans les cas qui nous intéressent, il convient de remarquer que A est grand devant l'intervalle $E(^3L_L) - E(^3L_{L+1})$, mais est du même ordre de grandeur ou plus petit que $E(^3L_{L-1}) - E(^3L_{L+1})$.

En résumé, nous avons pu calculer l'intervalle entre les niveaux hyperfins. Le plus faible est

$$E(L+1, L + \frac{1}{2}) - E(L+1, L + \frac{3}{2}) = \frac{2L+3}{3(L+1)} (E_L - E_{L+1}) + \frac{2L(2L+3)}{27(L+1)^2} \frac{(E_L - E_{L+1})^2}{A} + \dots$$

Les autres intervalles sont calculables rigoureusement (pour les premiers niveaux excités, cf par exemple (11) et (16)).

b) Cas des singulets : l'approximation de a) qui consiste à négliger le mélange triplet singulet conduirait à remplacer encore \mathcal{H}_h par le terme $A\vec{I} \cdot \vec{S}$, qui est évidemment nul à l'intérieur de la multiplicité constituée par le singulet. Ce résultat est bien connu pour les atomes à deux électrons de valence (dont un électron s) : leurs niveaux singulets n'ont pas de structure hyperfine (28)(29).

En fait, une diagonalisation rigoureuse des matrices 3×3 écrites plus haut, dans les cas où $F = L \pm \frac{1}{2}$, montre que les états 1L_L sont décomposés en deux niveaux hyperfins d'intervalle faible, mais non nul.

Physiquement, cela tient à ce que le faible mélange triplet-singulet dû aux couplages spin-orbite et surtout hyperfin ramène dans le singulet une faible proportion de la structure hyperfine du triplet qui, on l'a vu, est énorme.

Un calcul numérique fait par MOSER (26) donne les ordres de grandeur de ces structures pour les niveaux 1D .

La structure hyperfine a la valeur approchée suivante, dans laquelle K est l'écart des centres de gravité du singulet et du triplet :

$$E_L + \frac{1}{2} - E_L - \frac{1}{2} = \frac{3A \zeta_0}{4K} (2L+1) + \frac{5A \zeta_0}{32K} \frac{4A + 3\zeta_0}{K} (2L+1) + \dots$$

Ces résultats sont trop sensibles au choix des fonctions d'onde atomiques pour qu'il soit possible d'en attendre un accord quantitatif avec l'expérience.

III - ETATS PROPRES DU HAMILTONIEN EN CHAMP NUL :

1) Etats triplets

a) Cas de ^4He : nous avons déjà vu que, à une très bonne approximation, on pouvait négliger le mélange triplet singulet. En champ nul, nous prendrons comme états propres les états $|SLJM_J\rangle$ communs à \vec{S}^2 , \vec{L}^2 , \vec{J}^2 et J_z .

b) Cas de ^3He : ici encore, on peut négliger ce mélange, mais J , nous l'avons dit, n'est plus un bon nombre quantique. Les états propres sont donc des combinaisons linéaires des états propres $|I(SL)JFM_F\rangle$ communs à

$\vec{I}^2, \vec{S}^2, \vec{L}^2, \vec{J}^2, \vec{F}^2$ et F_z ; nous les noterons $| F(J) M_F \rangle$. On trouve que, en première approximation :

$$| L + \frac{3}{2}(L+1)M_F \rangle = | \frac{1}{2} L+1 L + \frac{3}{2} M_F \rangle$$

$$| L + \frac{1}{2}(L+1)M_F \rangle = \sqrt{\frac{L}{3L+3}} | \frac{1}{2} L+1 L + \frac{1}{2} M_F \rangle + \sqrt{\frac{2L+3}{3L+3}} | \frac{1}{2} L L + \frac{1}{2} M_F \rangle$$

$$| L + \frac{1}{2}(L)M_F \rangle = -\sqrt{\frac{2L+3}{3L+3}} | \frac{1}{2} L+1 L + \frac{1}{2} M_F \rangle + \sqrt{\frac{L}{3L+3}} | \frac{1}{2} L L + \frac{1}{2} M_F \rangle$$

$$| L - \frac{1}{2}(L)M_F \rangle = \sqrt{\frac{2L-1}{3L}} | \frac{1}{2} L L - \frac{1}{2} M_F \rangle + \sqrt{\frac{L+1}{3L}} | \frac{1}{2} L-1 L - \frac{1}{2} M_F \rangle$$

$$| L - \frac{1}{2}(L-1)M_F \rangle = -\sqrt{\frac{L+1}{3L}} | \frac{1}{2} L L - \frac{1}{2} M_F \rangle + \sqrt{\frac{2L-1}{3L}} | \frac{1}{2} L-1 L - \frac{1}{2} M_F \rangle$$

$$| L - \frac{3}{2}(L-1)M_F \rangle = | \frac{1}{2} L-1 L - \frac{3}{2} M_F \rangle$$

Les coefficients sont les premiers termes de développements limités, suffisants pour les niveaux 3P assez excités ou 3D . Leur expression plus complète, dans le cas de l'état $| L + \frac{1}{2} (L+1) M_F \rangle$, est

$$| L + \frac{1}{2} (L+1) M_F \rangle = \lambda | \frac{1}{2} L+1 L + \frac{1}{2} M_F \rangle + \mu | \frac{1}{2} L L + \frac{1}{2} M_F \rangle$$

avec

$$\lambda = \sqrt{\frac{L}{3L+3}} \left[1 - \frac{2(2L+3)}{9(L+1)} \frac{E_L - E_{L+1}}{A} + \frac{2(2L+3)(L+6)}{81(L+1)^2} \frac{(E_L - E_{L+1})^2}{A^2} + \dots \right]$$

$$\mu = \sqrt{\frac{2L+3}{3L+3}} \left[1 + \frac{2L}{9(L+1)} \frac{E_L - E_{L+1}}{A} - \frac{2L(4L+9)}{81(L+1)^2} \frac{(E_L - E_{L+1})^2}{A^2} + \dots \right]$$

2) Etats singulets (3He) : le mélange triplet singulet fait que les états propres cherchés sont de la forme

$$| FM_F \rangle = u | I(OL)LFM_F \rangle + v | I(1L)LFM_F \rangle \\ + w | I(1L)L \pm 1FM_F \rangle$$

On trouve $u = 1$ et v et w de l'ordre de 0,05 tout au plus. Nous prendrons donc comme états propres tout simplement les $| I(OL)LFM_F \rangle$, en négligeant le mélange

.../...

triplet-singulet.

En résumé, nous avons rappelé dans ce chapitre les faits physiques importants qui donnent au spectre de l'hélium sa physionomie particulière :

- Couplages spin-orbite mutuelle et spin-spin du même ordre de grandeur que le couplage spin-orbite.
- Couplage hyperfin (dans le cas de ^3He) tendant à rompre le couplage entre les spins électroniques.

Nous avons, à l'aide de l'approximation de Heisenberg, calculé un ordre de grandeur des structures fines ou hyperfines de tous les niveaux.

Nous avons enfin rappelé, en les généralisant, les résultats des calculs de CHANTREL ⁽¹¹⁾ et de B. DECOMPS ⁽¹⁶⁾ sur la structure hyperfine des triplets ^3P et ^3D de ^3He .

C H A P I T R E I I

EFFET ZEE MAN DE L'ATOME He

Pour interpréter nos résultats, il nous sera nécessaire de connaître l'action d'un champ magnétique statique \vec{H} sur les niveaux d'énergie calculés dans le chapitre précédent, et cela dans des cas où l'énergie Zeeman peut être comparable ou grande devant l'énergie de structure fine ou hyperfine. Nous donnerons d'abord la matrice du hamiltonien Zeeman, telle qu'on peut la calculer à l'aide des méthodes de RACA H (³⁰). Nous écrirons ensuite les équations des sous-niveaux Zeeman. Enfin, nous résumerons leurs propriétés au voisinage de certains de leurs points de croisement.

I - ETUDE DU HAMILTONIEN ZEE MAN

Rappelons que, à une bonne approximation, celui-ci vaut

$$(II-1) \quad \mathcal{H}_Z = \mu_B \vec{H} \cdot (\vec{L} + 2\vec{S})$$

Nous négligeons la correction sur le facteur de Landé de l'électron et l'action du champ magnétique sur le moment nucléaire, qui ne changent les résultats que de 10^{-3} au plus.

1) Eléments de matrice de \mathcal{H}_Z : supposons que \vec{H} est dirigé suivant Oz, c'est-à-dire que

$$(II-2) \quad \mathcal{H}_Z = \mu_B H (L_Z + 2S_Z)$$

On peut alors calculer les éléments de $L_Z + 2S_Z$. Il est bon de se placer d'emblée dans la représentation $| I(SL) J M_F \rangle$. On trouve les résultats très classiques suivants :

a) Eléments diagonaux

$$\begin{aligned} & \langle I(SL) J M_F | L_Z + 2S_Z | I(SL) J M_F \rangle \\ &= \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} \left[1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \right] M_F \end{aligned}$$

.../...

b) Éléments non diagonaux

On calcule les éléments de matrice de la composante 0 de l'opérateur vectoriel $L^{(1)} + 2S^{(1)}$. Les éléments de matrice entre $| I(SL) JFM_F \rangle$ et $| I(S'L) J'F'M'_F \rangle$ seront obligatoirement nuls si les conditions suivantes ne sont pas respectées :

$$\begin{aligned} M'_F - M_F &= 0 \\ F' - F &= -1, 0, \text{ ou } 1 \\ J' - J &= -1, 0, \text{ ou } 1 \\ S' - S &= 0 \end{aligned}$$

La matrice \mathcal{H}_Z est diagonale en M_J (si $I = 0$), ou en M_F (si $I \neq 0$) et se décompose en sous-matrices relatives chacune à un M_J ou un M_F donné.

On trouve ainsi :

$$\begin{aligned} & \langle I(SL) JF + 1M_F | L_Z + 2S_Z | I(SL) JFM_F \rangle \\ &= -\sqrt{\frac{(I+J+F+2)(F+J+1-I)(F-J+I+1)(I+J-F)}{(2F+1)(2F+3)(2F+2)^2}} \left[1 + \frac{J(J+1)+S(S+1)-L(L+1)}{2J(J+1)} \right] \times \\ & \quad \times \sqrt{(F+M_F+1)(F-M_F+1)} \\ & \langle I(SL) J+1 F+1 M_F | L_Z + 2S_Z | I(SL) JFM_F \rangle \\ &= \sqrt{\frac{(I+J+F+2)(I+J+F+3)(F+J-I+1)(J+F-I+2)(L+S+J+2)(S-L+J+1)(L-S+J+1)(L+S-J)}{(2J+1)(2J+3)(2F+1)(2F+3)(2F+2)^2 (2J+2)^2}} \times \\ & \quad \times \sqrt{(F+M_F+1)(F-M_F+1)} \\ & \langle I(SL) J+1 F M_F | L_Z + 2S_Z | I(SL) JFM_F \rangle \\ &= \sqrt{\frac{(I+J+F+2)(F-I+J+1)(I-F+J+1)(I+F-J)(L+S+J+2)(S-L+J+1)(L-S+J+1)(L+S-J)}{(2J+1)(2J+3) F^2 (2F+2)^2 (2J+2)^2}} M_F \\ & \langle I(SL) J-1 F+1 M_F | L_Z + 2S_Z | I(SL) JFM_F \rangle \\ &= -\sqrt{\frac{(I+J-F-1)(I+J-F)(I+F-J+1)(I+F-J+2)(L+S+J+1)(S-L+J)(L-S+J)(L+S-J+1)}{(2F+1)(2F+3)(2J-1)(2J+1)(2J)^2 (2F+2)^2}} \times \\ & \quad \times \sqrt{(F+M_F+1)(F-M_F+1)} \\ & \quad \dots/\dots \end{aligned}$$

Il est intéressant d'exprimer ces éléments lorsque le spin nucléaire est nul. Il suffit de faire, dans les expressions précédentes, $I = 0$ et $F = J$.

On obtient

$$\begin{aligned} \langle SLJM_J | L_z + 2S_z | SLJM_J \rangle &= \left[1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \right] M_J \\ \langle SLJ+1M_J | L_z + 2S_z | SLJM_J \rangle \\ &= \frac{1}{2J+2} \sqrt{\frac{(L+S+J+2)(S-L+J+1)(L-S+J+1)(L+S-J)}{(2J+1)(2J+3)}} \sqrt{(J+M_J+1)(J-M_J+1)} \end{aligned}$$

2) Cas particulier de ${}^4\text{He}$: nous étudions seulement le cas où $S = 1$: $J = L+1, L, \text{ ou } L-1$.

On trouve ainsi :

$$\langle 1 L L+1 M_J | L_z + 2S_z | 1 L L+1 M_J \rangle = \frac{L+2}{L+1} M_J$$

$$\langle 1 L L M_J | L_z + 2S_z | 1 L L M_J \rangle = \frac{L^2 + L + 1}{L(L+1)} M_J$$

$$\langle 1 L L-1 M_J | L_z + 2S_z | 1 L L-1 M_J \rangle = \frac{L-1}{L} M_J$$

$$\langle 1 L L+1 M_J | L_z + 2S_z | 1 L L M_J \rangle = \frac{1}{L+1} \sqrt{\frac{L}{2L+1}} \sqrt{(L+M_J+1)(L-M_J+1)}$$

$$\langle 1 L L M_J | L_z + 2S_z | 1 L L-1 M_J \rangle = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{L+1}{2L+1}} \sqrt{(L+M_J)(L-M_J)}$$

Nous donnons ci-dessous les sous-matrices de \mathcal{H}_z attachées à un M_J donné.

a) Hamiltonien Zeeman des niveaux 3P

$$\mathcal{H}_z = \begin{matrix} J = 0 \\ 1 \\ 2 \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{\frac{2(1-M_J^2)}{3}} & 0 \\ \sqrt{\frac{2(1-M_J^2)}{3}} & \frac{3}{2} M_J & \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4-M_J^2}{3}} \\ 0 & \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4-M_J^2}{3}} & \frac{3}{2} M_J \end{pmatrix} \mu_B H$$

.../...

b) Hamiltonien Zeeman des niveaux 3D

$$\mathcal{H}_Z = \begin{matrix} J = 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} M_J & \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3(4-M_J^2)}{5}} & 0 \\ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3(4-M_J^2)}{5}} & \frac{7}{6} M_J & \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2(9-M_J^2)}{5}} \\ 0 & \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2(9-M_J^2)}{5}} & \frac{4}{3} M_J \end{pmatrix} \mu_B H$$

c) Hamiltonien Zeeman des niveaux 3F

$$\mathcal{H}_Z = \begin{matrix} J = 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} \begin{pmatrix} \frac{2}{3} M_J & \frac{2}{3} \sqrt{\frac{9-M_J^2}{7}} & 0 \\ \frac{2}{3} \sqrt{\frac{9-M_J^2}{7}} & \frac{13}{12} M_J & \frac{1}{4} \sqrt{\frac{3(16-M_J^2)}{7}} \\ 0 & \frac{1}{4} \sqrt{\frac{3(16-M_J^2)}{7}} & \frac{5}{4} M_J \end{pmatrix} \mu_B H$$

3) Cas particulier de 3He ($I = \frac{1}{2}$) : nous donnons les sous-matrices de \mathcal{H}_Z relatives à un M_F donné.

(VOIR PAGES SUIVANTES)

a) Etats triplets : les lignes et les colonnes sont repérées par J, F

$L-1$	$L-\frac{3}{2}$	$\frac{2(L-1)}{2L-1} M_F$	$-\frac{L-1}{L(2L-1)} \sqrt{(L-\frac{1}{2})^2 - M_F^2}$	$\frac{1}{L} \sqrt{\frac{L+1}{2L-1}} \sqrt{(L-\frac{1}{2})^2 - M_F^2}$
$L-1$	$L-\frac{1}{2}$	$-\frac{L-1}{L(2L-1)} \sqrt{(L-\frac{1}{2})^2 - M_F^2}$	$\frac{2(L-1)^2}{L(2L-1)} M_F$	$\frac{2}{L(2L+1)} \sqrt{\frac{L+1}{2L-1}} M_F$
L	$L-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{L} \sqrt{\frac{L+1}{2L-1}} \sqrt{(L-\frac{1}{2})^2 - M_F^2}$	$\frac{2}{L(2L+1)} \sqrt{\frac{L+1}{2L-1}} M_F$	$\frac{2(L^2+L+1)}{L(2L+1)} M_F$
L	$L+\frac{1}{2}$	0	$\frac{\sqrt{(L+1)(2L-1)}}{L(2L+1)} \sqrt{(L+\frac{1}{2})^2 - M_F^2}$	$-\frac{L^2+L+1}{L(L+1)(2L+1)} \sqrt{(L+\frac{1}{2})^2 - M_F^2}$
$L+1$	$L+\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{\sqrt{L(2L+3)}}{(2L+1)(L+1)} \sqrt{(L+\frac{1}{2})^2 - M_F^2}$
$L+1$	$L+\frac{3}{2}$	0	0	$\frac{\sqrt{L(2L+3)}}{(2L+1)(L+1)} \sqrt{(L+\frac{1}{2})^2 - M_F^2}$
.....	0	0	0
.....	$\frac{\sqrt{(L+1)(2L-1)}}{L(2L+1)} \sqrt{(L+\frac{1}{2})^2 - M_F^2}$	0	0
.....	$-\frac{L+L+1}{L(L+1)(2L+1)} \sqrt{(L+\frac{1}{2})^2 - M_F^2}$	$\frac{\sqrt{L(2L+3)}}{(2L+1)(L+1)} \sqrt{(L+\frac{1}{2})^2 - M_F^2}$	0
.....	$\frac{2(L^2+L+1)}{(2L+1)(L+1)} M_F$	$\frac{2}{(2L+1)(L+1)} \sqrt{\frac{L}{2L+3}} M_F$	0
.....	$\frac{2}{(2L+1)(L+1)} \sqrt{\frac{L}{2L+3}} M_F$	$\frac{2(L+2)^2}{(2L+3)(L+1)} M_F$	$\frac{1}{L+1} \sqrt{\frac{L}{2L+3}} \sqrt{(L+\frac{3}{2})^2 - M_F^2}$
.....	$\frac{1}{L+1} \sqrt{\frac{L}{2L+3}} \sqrt{(L+\frac{3}{2})^2 - M_F^2}$	$-\frac{L+2}{(2L+3)(L+1)} \sqrt{(L+\frac{3}{2})^2 - M_F^2}$	$-\frac{L+2}{(2L+3)(L+1)} \sqrt{(L+\frac{3}{2})^2 - M_F^2}$

.../...

Pour les niveaux 3P , on trouve ainsi, pour H_Z :

$$\begin{pmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 2M_F & 0 & 0 \\
 1 & 0 & -\frac{1}{2}\sqrt{2\left(\frac{9}{4}-M_F^2\right)} & \frac{1}{6}\sqrt{5\left(\frac{9}{4}-M_F^2\right)} & 0 \\
 2 & 0 & -\frac{1}{2}\sqrt{2\left(\frac{9}{4}-M_F^2\right)} & \frac{M_F}{3\sqrt{5}} & 0 \\
 2 & 0 & \frac{1}{6}\sqrt{5\left(\frac{9}{4}-M_F^2\right)} & -\frac{3}{10}\sqrt{\frac{25}{4}-M_F^2} & \frac{6}{5}M_F
 \end{pmatrix}$$

Pour les niveaux 3D , on a :

$$\begin{pmatrix}
 \frac{2}{3}M_F & -\frac{1}{6}\sqrt{2\left(\frac{9}{4}-M_F^2\right)} & \frac{1}{2}\sqrt{\frac{9}{4}-M_F^2} & 0 & 0 \\
 -\frac{1}{6}\sqrt{\frac{9}{4}-M_F^2} & \frac{M_F}{3} & \frac{M_F}{5} & 0 & 0 \\
 \frac{1}{2}\sqrt{\frac{9}{4}-M_F^2} & \frac{M_F}{5} & \frac{7}{5}M_F & 0 & 0 \\
 0 & \frac{3}{10}\sqrt{\frac{25}{4}-M_F^2} & -\frac{7}{30}\sqrt{\frac{25}{4}-M_F^2} & \frac{1}{15}\sqrt{14\left(\frac{25}{4}-M_F^2\right)} & 0 \\
 0 & 0 & -\frac{7}{30}\sqrt{\frac{25}{4}-M_F^2} & \frac{2}{15}\sqrt{\frac{25}{4}-M_F^2} & 0 \\
 0 & 0 & \frac{1}{15}\sqrt{14\left(\frac{25}{4}-M_F^2\right)} & -\frac{1}{3}\sqrt{\frac{49}{4}-M_F^2} & \frac{8}{7}M_F
 \end{pmatrix}$$

Toutes ces matrices doivent être multipliées par $\mu_B H$.

b) Etats singulets : les lignes et colonnes sont repérées par l'indice F.

$$\mathcal{H}_Z = \begin{matrix} L - \frac{1}{2} \\ L + \frac{1}{2} \end{matrix} \begin{pmatrix} \frac{2L+2}{2L+1} M_F & -\frac{1}{2L+1} \sqrt{(L + \frac{1}{2})^2 - M_F^2} \\ -\frac{1}{2L+1} \sqrt{(L + \frac{1}{2})^2 - M_F^2} & \frac{2L}{2L+1} M_F \end{pmatrix} \mu_B H$$

Pour les niveaux 1D , on trouve ainsi :

$$\mathcal{H}_Z = \begin{matrix} \frac{3}{2} \\ \frac{5}{2} \end{matrix} \begin{pmatrix} \frac{6}{5} M_F & -\frac{1}{5} \sqrt{\frac{25}{4} - M_F^2} \\ -\frac{1}{5} \sqrt{\frac{25}{4} - M_F^2} & \frac{4}{5} M_F \end{pmatrix} \mu_B H$$

c) Passage en représentation $| F(J) M_F \rangle$ dans le cas de triplets de 3He : le calcul de l'effet Zeeman est habituellement un calcul de perturbation, qui se fait commodément dans une représentation dont les vecteurs de base sont états propres du hamiltonien atomique en champ nul. Pour les niveaux 3P très excités et les niveaux 3D et 3F de 3He , ces états propres ne sont pas les $| I(SL) JFM \rangle$, mais en sont les combinaisons linéaires, données à la fin du chapitre I. (§ III-1-b).

On écrira les sous-matrices de \mathcal{H}_Z dans cette base.

II - EQUATION DES SOUS-NIVEAUX ZEEMAN

Nous avons vu dans le chapitre précédent qu'en l'absence de champ magnétique la structure des niveaux de l'atome He est très particulière :

- Pour 4He , les triplets sont constitués par deux niveaux très rapprochés (3L_L et $^3L_{L+1}$), le troisième, $^3L_{L-1}$ est très éloigné d'eux.
- Pour 3He , de même, l'écart des niveaux $E(L + \frac{3}{2}, L+1)$ et $E(L + \frac{1}{2}, L+1)$ est petit devant leur distance aux autres niveaux hyperfins.

On ne commettra donc pas une grande erreur en supposant que les deux niveaux les plus rapprochés sont les seuls, c'est-à-dire en négligeant l'influence des autres niveaux. On se ramène ainsi à des matrices 2×2 , dont il est aisé d'écrire l'équation séculaire.

1) Cas des triplets (^4He) : On prend comme unité d'énergie

l'écart $E(^3L_L) - E(^3L_{L+1})$. On introduit alors des coordonnées réduites x et y en posant $\mu_B H = x$, $E - E(^3L_{L+1}) = y$ (énergie de l'atome en présence du champ H).

a) Equation des sous-niveaux Zeeman : on trouve sans difficulté (on a abrégé M_J en M)

$$(II-3) \quad y^2 - \left(1 + \frac{2L+1}{L} Mx\right) y + \frac{L+2}{L+1} Mx + \left[\frac{2L^2+3L+2}{L(2L+1)} M^2 - \frac{L}{2L+1}\right] x^2 = 0$$

Cette équation a deux solutions $y(x)$. Quand $x \rightarrow 0$, l'une $y_1 \rightarrow 0$, l'autre $y_2 \rightarrow 1$. Physiquement, la première représente le sous-niveau Zeeman M du niveau $^3L_{L+1}$, correspondant à l'état $| 1 L L + 1 M \rangle$ en utilisant la notation habituelle $| S L J M \rangle$.

De même, la solution y_2 représente pour x faible le sous-niveau Zeeman M du niveau 3L_L , correspondant à l'état propre $| 1 L L M \rangle$.

Pour x quelconque, nous appellerons $| K, M \rangle$ les états d'énergies y_1 et y_2 , où $K = L+1$ ou L . L'état $| L+1, M \rangle$ a pour énergie y_1 et tend, pour des champs faibles, vers l'état $| S L L+1 M \rangle$, état propre commun aux opérateurs $\vec{S}^2, \vec{L}^2, \vec{J}^2, J_z$. De même, l'état $| L, M \rangle$ a pour énergie y_2 et tend, pour les champs faibles, vers l'état propre $| S L L M \rangle$ commun aux opérateurs $\vec{S}^2, \vec{L}^2, \vec{J}^2, J_z$.

b) Points de croisement de sous-niveaux Zeeman :

Il est facile de trouver les champs magnétiques dans lesquels les sous-niveaux représentés par les états $| K M \rangle$ et $| K' M' \rangle$ - nous dirons pour abrégé : les sous-niveaux $(K M)$ et $(K' M')$ - ont la même énergie.

Il suffit pour cela de résoudre le système.

$$\begin{cases} y^2 - \left(1 + \frac{2L+1}{L} Mx\right) y + \frac{L+2}{L+1} Mx + \left[\frac{2L^2+3L+2}{L(2L+1)} M^2 - \frac{L}{2L+1}\right] x^2 = 0 \\ y^2 - \left(1 + \frac{2L+1}{L} M'x\right) y + \frac{L+2}{L+1} M'x + \left[\frac{2L^2+3L+2}{L(2L+1)} M'^2 - \frac{L}{2L+1}\right] x^2 = 0 \end{cases}$$

Soit (x_0, y_0) une de ses solutions. Le champ magnétique cherché H_0 est donné à partir de

$$\mu_B H_0 = x_0 \left[E(^3L_L) - E(^3L_{L+1}) \right]$$

L'énergie commune des deux sous-niveaux dans ce champ vaut

$$E_0 = E(^3L_{L+1}) + y_0 \left[E(^3L_L) - E(^3L_{L+1}) \right]$$

Il faut remarquer que le système a 4 solutions : l'une est ($x_0 = 0, y_0 = 0$); elle représente le croisement de ($L+1, M$) et ($L+1, M'$) (qui a lieu en champ nul, bien évidemment); la seconde est ($x_0 = 0, y_0 = 1$) et représente le croisement de (L, M) et (L, M'); les deux autres ont leurs x donnés par la résolution de l'équation du second degré

$$(II-4) \quad \left[\frac{(2L^2+3L+2)^2(M' + M)^2}{(2L+1)^3} - \frac{(2L^2+3L+2)M'M}{L} - L \right] x_0^2 + \dots$$

$$\dots + \frac{(2L^2+3L+2)(L-1)}{(2L+1)^2(L+1)} (M'+M) x_0 - \frac{L(L+2)(L^2+L+1)}{(2L+1)(L+1)^2} = 0$$

Nous supposons désormais $M' > M$. Alors, une des solutions, x_0 , est positive, c'est l'abscisse du croisement de ($L+1, M'$) et (L, M). L'autre est négative et représente un croisement pour lequel $H_0 < 0$. Il est facile de montrer que sa valeur absolue est l'abscisse du croisement de ($L+1, -M$) et ($L, -M'$). En effet, le changement de signe de H et celui de M donnent le même résultat sur l'équation des sous-niveaux Zeeman.

Connaissant x_0 , on en tire y_0 à l'aide d'une des équations :

$$y_0 - \frac{2L^2+3L+2}{(2L+1)^2} (M' + M) x_0 - \frac{L(L+2)}{(2L+1)(L+1)} = 0$$

ou

$$y_0^2 - y_0 - \left[\frac{L}{2L+1} + \frac{2L^2+3L+2}{L(2L+1)} M M' \right] x_0^2 = 0$$

Une fois obtenue la valeur de y_0 , il faut s'assurer que

$$| y_0 | \ll \frac{E(^3L_{L-1}) - E(^3L_{L+1})}{E(^3L_L) - E(^3L_{L+1})}$$

Cette condition signifie physiquement que le croisement des sous-niveaux n'a pas lieu dans des champs trop grands. Sinon, il faut tenir compte de l'influence des sous-niveaux issus du niveau ${}^3L_{L-1}$; l'hypothèse simplificatrice faite plus haut (introduction du § II) cesse d'être valable, et un calcul plus correct doit être fait. On trouve les résultats du calcul dans l'appendice C.

c) Influence du mélange triplet-singulet :

Pour être complet, nous devons mentionner que, en champ nul, les états propres ne sont pas, comme il a été admis, les $|S L J M\rangle$, mais en sont les combinaisons linéaires suivantes :

$$\begin{aligned} & |1 L L+1 M\rangle \\ \alpha & |1 L L M\rangle + \beta |0 L L M\rangle = |1 L L' M\rangle \\ & |1 L L-1 M\rangle \end{aligned}$$

Les éléments de matrice calculés précédemment sont donc à modifier.

On a

$$\langle 1LL'M | \mathcal{H}_Z | 1LL'M \rangle = \alpha^2 \langle 1LLM | \mathcal{H}_Z | 1LLM \rangle + \beta^2 \langle 0LLM | \mathcal{H}_Z | 0LLM \rangle$$

$$\langle 1LL'M | \mathcal{H}_Z | 1LL+1M \rangle = \alpha \langle 1LLM | \mathcal{H}_Z | 1LL+1M \rangle$$

On peut montrer que

$$\beta \simeq - \frac{\zeta}{12K} \sqrt{L(L+1)} + \dots \text{ terme en } \frac{\zeta^2}{K^2}$$

$$\alpha \simeq 1 + \text{terme en } \frac{\zeta^2}{K^2}$$

$\beta \simeq 10^{-2}$ tout au plus et n'intervient que par son carré. On voit qu'on peut négliger totalement l'influence du singulet lors du calcul des sous-niveaux Zeeman.

2) Cas des triplets (${}^3\text{He}$) : On prend comme unité d'énergie

$$E\left(L + \frac{1}{2}(L+1)\right) - E\left(L + \frac{3}{2}(L+1)\right) \text{ et on pose}$$

$$\mu_B H = x \left[E_{L+\frac{1}{2}} - E_{L+\frac{3}{2}} \right]$$

$$E - E_{L+\frac{3}{2}} = y \left[E_{L+\frac{1}{2}} - E_{L+\frac{3}{2}} \right]$$

où les notations abrégées E_F sont mises pour $E(F(J))$.

a) Equation des sous-niveaux Zeeman : à l'approximation où on ne considère que deux états $| L + \frac{3}{2} (L+1) M \rangle$ et $| L + \frac{1}{2} (L+1) M \rangle$ (notation de I-3-c), on trouve l'équation séculaire suivante (M_F est abrégé en M) :

$$(II-5) \quad y^2 - \left[1 + \frac{2(6L+5)}{3(2L+1)} Mx \right] y + \frac{2(L+2)}{2L+3} Mx + \left[\frac{6L^2+13L+8}{3(2L+1)(L+1)} M^2 - \frac{L}{12(L+1)} \right] x^2 = 0$$

Nous avons, comme en 1) a), deux solutions pour cette équation du second degré en y :

y_1 , qui tend vers 0 pour $x \rightarrow 0$, l'état propre correspondant est alors $| L + \frac{3}{2} (L+1) M \rangle$,

y_2 , qui tend vers 1 pour $x \rightarrow 0$, l'état propre correspondant est alors $| L + \frac{1}{2} (L+1) M \rangle$.

En champ quelconque, les états propres seront appelés $| G, M \rangle$ avec $G = L + \frac{1}{2}$ ou $L + \frac{3}{2}$.

y_1 sera l'énergie de l'état $| L + \frac{3}{2}, M \rangle$

y_2 sera l'énergie de l'état $| L + \frac{1}{2}, M \rangle$.

Il est donc bien entendu que, pour $x \rightarrow 0$,

$| L + \frac{3}{2}, M \rangle \rightarrow | L + \frac{3}{2} (L+1) M \rangle$

$| L + \frac{1}{2}, M \rangle \rightarrow | L + \frac{1}{2} (L+1) M \rangle$

b) Points de croisements :

Le calcul se fait exactement comme dans le cas de ${}^4\text{He}$. Après avoir éliminé les croisements en champ nul, on est amené à résoudre l'équation :

$$(II-6) \quad \left[\frac{(6L^2+13L+8)^2}{4(6L+5)^2(L+1)^2} (M'+M)^2 - \frac{6L^2+13L+8}{3(2L+1)(L+1)} M'M - \frac{L}{12(L+1)} \right] x_0^2 + \frac{(6L^2+13L+8)(2L-3)}{2(6L+5)^2(2L+3)(L+1)} (M'+M) x_0 - \frac{3(L+2)(2L+1)(6L^2+13L+9)}{(6L+5)^2(2L+3)^2} = 0$$

On en tire les énergies correspondantes par l'une des équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} y_0 - \frac{3(L+2)(2L+1)}{(6L+5)(2L+3)} - \frac{6L^2+13L+8}{2(6L+5)(L+1)} (M' + M) x_0 = 0 \\ y_0^2 - y_0 - \left[\frac{L}{12(L+1)} + \frac{6L^2+13L+8}{3(2L+1)(L+1)} M'M \right] x_0^2 = 0 \end{array} \right.$$

Ici encore, on a renvoyé les résultats en appendice C.

3) Cas des singulets (^3He) : on prend comme unité d'énergie l'écart

$$E_L - \frac{1}{2} - E_L + \frac{1}{2} \text{ et on pose}$$

$$\mu_B H = x \left(E_L - \frac{1}{2} - E_L + \frac{1}{2} \right)$$

$$E - E_L + \frac{1}{2} = y \left(E_L - \frac{1}{2} - E_L + \frac{1}{2} \right)$$

a) Equation des sous-niveaux Zeeman :

$$(II-7) \quad y^2 - (1+2Mx) y + \frac{2L}{2L+1} Mx + \left(M^2 - \frac{1}{4} \right) x^2 = 0$$

Comme en (II-2), il y a deux solutions pour cette équation en y :

$$y_1 \rightarrow 0 \quad (x \rightarrow 0), \text{ énergie de l'état } \left| \frac{1}{2} L L + \frac{1}{2} M \right\rangle$$

$$y_2 \rightarrow 1 \quad (x \rightarrow 0), \text{ énergie de l'état } \left| \frac{1}{2} L L - \frac{1}{2} M \right\rangle$$

Pour les champs non nuls, nous écrirons que les états propres sont $| G, M \rangle$, avec $G = L \mp \frac{1}{2}$. Ainsi, y_1 sera l'énergie de l'état $| L + \frac{1}{2}, M \rangle$, y_2 celle de $| L - \frac{1}{2}, M \rangle$.

b) Croisements de niveaux :

- Equation aux abscisses :

$$(II-8) \quad \frac{x_0^2}{4} \left[(M' - M)^2 - 1 \right] - \frac{M'+M}{2(2L+1)} x_0 - \frac{L(L+1)}{(2L+1)^2} = 0$$

- Energies aux points de croisement : on les tire de l'une des équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} y_0 - \frac{M'+M}{2} x_0 - \frac{L}{2L+1} = 0 \\ y_0^2 - y_0 - \left(\frac{1}{4} + MM' \right) x_0^2 = 0 \end{array} \right.$$

On trouvera les résultats en appendice C.

c) Influence du mélange triplet-singulet : nous avons vu que, à cause de ce mélange, responsable de la s.h.f. des singulets, les états propres atomiques en champ nul sont

$$| F M \rangle = u | I(OL) L F M \rangle + v | I(1L) L F M \rangle + w | I(1L) L \pm 1 F M \rangle$$

On trouve un déplacement de quelques pour cent pour les énergies des sous-niveaux Zeeman (27), d'où un faible changement de x_0 . Par exemple, pour le croisement $(\frac{5}{2} \frac{5}{2})(\frac{3}{2} \frac{1}{2})$, $x_0 = 0,796$ au lieu de 0,800 si on néglige le mélange.

III - PROPRIETES DES SOUS-NIVEAUX AU VOISINAGE DES CROISEMENTS

1) Ecart des sous-niveaux : au voisinage du point de croisement (x_0, y_0) , on a

$$y - y_0 = (x - x_0) \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=x_0} + \dots$$

soit, pour le niveau (K', M') ou (G', M')

$$y_{M'} - y_0 = (x - x_0) \left(\frac{dy_{M'}}{dx} \right)_{x=x_0} + \dots$$

$$y_M - y_0 = (x - x_0) \left(\frac{dy_M}{dx} \right)_{x=x_0} + \dots$$

d'où l'on tire

$$y_{M'} - y_M = (x - x_0) \left(\frac{dy_{M'}}{dx} - \frac{dy_M}{dx} \right)_{x=x_0} + \dots$$

On aura donc une idée du comportement des sous-niveaux Zeeman en calculant les dérivées de y par rapport à x aux points de croisement. Ce calcul nous sera nécessaire pour étudier les largeurs des courbes de croisement.

a) Triplets de ^4He : on a immédiatement :

$$y' = \frac{\frac{2L+1}{L} M_y - \frac{L+2}{L+1} M - 2x \left[\frac{2L^2+3L+2}{-L(2L+1)} M^2 - \frac{L}{2L+1} \right]}{2y - 1 - \frac{2L+1}{L} Mx}$$

Les résultats se trouvent dans l'appendice C.

b) Triples de ^3He : de la même façon

$$y' = \frac{\frac{2(6L+5)}{3(2L+1)} My - \frac{2(L+2)}{2L+3} - 2x \left[\frac{6L^2+13L+8}{3(2L+1)(L+1)} M^2 - \frac{L}{12(L+1)} \right]}{2y - 1 - \frac{2(6L+5)}{3(2L+1)} Mx}$$

c) Singulets de ^3He :

$$y' = \frac{2My - \frac{2L}{2L+1} M - 2x \left(M^2 - \frac{1}{4} \right)}{2y - 1 - 2Mx}$$

Tous les résultats numériques sont rassemblés dans l'appendice C.

2) Etats propres aux points de croisement :

Nous exposons le principe de leur recherche pour le cas particulier des états triplets de ^4He . On peut étendre la méthode, de manière évidente, au cas général.

a) Triples de ^4He :

Dans le cas où on néglige l'influence du niveau $^3L_{L-1}$, on a à chercher les états propres de la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 + \frac{L^2+L+1}{L(L+1)} Mx & \frac{1}{L+1} \sqrt{\frac{L}{2L+1}} \sqrt{(L+M+1)(L-M+1)} x \\ \frac{1}{L+1} \sqrt{\frac{L}{2L+1}} \sqrt{(L+M+1)(L-M+1)} x & \frac{L+2}{L+1} Mx \end{pmatrix}$$

Soient $|K, M\rangle$ les états propres cherchés, que nous avons définis en II-1) a). Nous poserons

$$|K, M\rangle = \sum_J \langle J | K, M \rangle |1 L J M\rangle$$

Les états $|K, M\rangle$ formant une base orthonormée, on a

$$\sum_J \langle J | K, M \rangle \langle J | K', M \rangle = \delta_{KK'}$$

Par définition même de $|K, M\rangle$, pour $x \rightarrow 0$, on aura

$$\langle J | K, M \rangle \rightarrow \delta_{KJ} \quad (x \rightarrow 0)$$

Ecrivant que les $| K, M \rangle$ sont des vecteurs propres de cette matrice, on trouve que les $\langle J | K, M \rangle$ sont solutions du système ci-dessous :

$$\left\{ \begin{aligned} \left[1 + \frac{L^2+L+1}{L(L+1)} Mx - y \right] \langle L | K, M \rangle + \frac{x}{L+1} \sqrt{\frac{L(L+M+1)(L-M+1)}{2L+1}} \langle L+1 | K, M \rangle &= 0 \\ \frac{x}{L+1} \sqrt{\frac{L(L+M+1)(L-M+1)}{2L+1}} \langle L | K, M \rangle + \left(\frac{L+2}{L+1} Mx - y \right) \langle L+1 | K, M \rangle &= 0 \end{aligned} \right.$$

Ce système de deux équations linéaires à deux inconnues, homogène, n'est pas cramerien, puisque son déterminant est nul. Ses solutions sont déterminées, à une constante multiplicative près, à l'aide d'une des deux équations, la dernière par exemple.

On aura ainsi :

$$\frac{\langle L | K, M \rangle}{y - \frac{L+2}{L+1} Mx} = \frac{\langle L+1 | K, M \rangle}{\frac{x}{L+1} \sqrt{\frac{L(L+M+1)(L-M+1)}{2L+1}}} = \frac{\epsilon}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

où A et B sont les dénominateurs des deux fractions précédentes.

La constante de proportionnalité est donnée par la condition de normalisation. La quantité figurant sous le radical est la somme des carrés des dénominateurs des deux premiers membres. Le signe de $\epsilon = \pm 1$ est déterminé en faisant tendre x vers 0 : on sait en effet qu'alors

$$\begin{aligned} \langle L+1 | L+1, M \rangle &\rightarrow 1 \\ \langle L | L, M \rangle &\rightarrow 1 \end{aligned}$$

Le dénominateur de $\langle L+1 | K, M \rangle$ est toujours positif, donc, pour $K = L+1$, $\epsilon = 1$.

Si $K = L$, pour $x \rightarrow 0$, $y \rightarrow 1$ et le dénominateur de $\langle L | L, M \rangle$ est alors positif, il faut donc encore prendre $\epsilon = 1$.

Si on tient compte de ce que y satisfait à l'équation séculaire (II-3), on trouve aisément :

$$\langle L \mid L+1, M' \rangle = -\sqrt{\frac{\frac{L+2}{L+1} M'x - y}{1 + \frac{2L+1}{L} M'x - 2y}}$$

$$\langle L+1 \mid L+1, M' \rangle = \sqrt{\frac{1 + \frac{L^2+L+1}{L(L+1)} M'x - y}{1 + \frac{2L+1}{L} M'x - 2y}}$$

$$\langle L \mid L, M \rangle = \sqrt{\frac{y - \frac{L+2}{L+1} Mx}{2y - 1 - \frac{2L+1}{L} Mx}}$$

$$\langle L+1 \mid L, M \rangle = \sqrt{\frac{y - 1 - \frac{L^2+L+1}{L(L+1)} Mx}{2y - 1 - \frac{2L+1}{L} Mx}}$$

Dans l'appendice C, nous donnons les résultats numériques pour les croisements tels que $M' - M = 2$; dans le cas où $M' - M = 1$, les calculs précédents ne sont pas valables, l'influence du niveau ${}^3L_{L-1}$ est trop grande pour être négligée.

b) Triplets de ${}^3\text{He}$: la méthode est identique à celle qui vient d'être exposée. On y utilise les notations suivantes :

$$\mid G, M \rangle = \sum_F \langle F \mid G, M \rangle \mid F(J) M \rangle$$

avec $\sum_F \langle F \mid G, M \rangle \langle F \mid G', M \rangle = \delta_{GG'}$.

et $\langle F \mid G, M \rangle \rightarrow \delta_{GF} \quad (x \rightarrow 0)$

$$\begin{aligned}
 \langle L+\frac{1}{2} \mid L+\frac{3}{2}, M' \rangle &= -\sqrt{\frac{\frac{2(L+2)}{2L+3} M'x - y}{1 + \frac{2(6L+5)}{3(2L+1)} M'x - 2y}} \\
 \langle L+\frac{3}{2} \mid L+\frac{3}{2}, M' \rangle &= \sqrt{\frac{1 + 2M'x \frac{6L^2+13L+9}{3(2L+1)(2L+3)} - y}{1 + \frac{2(6L+5)}{3(2L+1)} M'x - 2y}} \\
 \langle L+\frac{1}{2} \mid L+\frac{1}{2}, M \rangle &= \sqrt{\frac{y - \frac{2(L+2)}{2L+3} Mx}{2y - 1 - \frac{2(6L+5)}{3(2L+1)} Mx}} \\
 \langle L+\frac{3}{2} \mid L+\frac{1}{2}, M \rangle &= \sqrt{\frac{y - 1 - 2Mx \frac{6L^2+13L+9}{3(2L+1)(2L+3)}}{2y - 1 - \frac{2(6L+5)}{3(2L+1)} Mx}}
 \end{aligned}$$

c) Singulets de ^3He : la méthode et les notations sont analogues à celles de b).

On trouve de la même façon :

$$\begin{aligned}
 \langle L-\frac{1}{2} \mid L+\frac{1}{2}, M' \rangle &= \sqrt{\frac{\frac{2L}{2L+1} M'x - y}{1+2M'x - 2y}} \\
 \langle L+\frac{1}{2} \mid L+\frac{1}{2}, M' \rangle &= \sqrt{\frac{1 + \frac{2L+2}{2L+1} M'x - y}{1 + 2M'x - 2y}} \\
 \langle L-\frac{1}{2} \mid L-\frac{1}{2}, M \rangle &= -\sqrt{\frac{y - \frac{2L}{2L+1} Mx}{2y - 1 - 2Mx}} \\
 \langle L+\frac{1}{2} \mid L-\frac{1}{2}, M \rangle &= \sqrt{\frac{y - 1 - \frac{2L+2}{2L+1} Mx}{2y - 1 - 2Mx}}
 \end{aligned}$$

Dans ces deux derniers cas, les résultats numériques sont en appendice C.

IV - REMARQUES SUR L'INFLUENCE DU SIGNE DE LA STRUCTURE EN CHAMP NUL

Les mesures optiques réalisées sur les premiers états excités de l'hélium ont montré que les niveaux dont le J (^4He) ou le F (pour ^3He) est le plus grand sont les moins excités. Nous en avons tenu compte en posant $E(^3L_L) - E(^3L_{L+1}) > 0$ (structure fine "inversée").

Pour les niveaux 3P ou 3D les plus excités, bien qu'il soit naturel de le supposer, il n'y a aucune raison a priori pour qu'il en soit ainsi, sinon celles qu'on tire des indications théoriques du chapitre I. Mais si on peut avoir une confiance raisonnable dans les prévisions relatives aux triplets, il serait exagéré de croire aveuglément en celles relatives aux singulets de ^3He . En effet, la structure hyperfine de ces niveaux est obtenue en faisant la différence des énergies des deux niveaux hyperfins $L + \frac{1}{2}$ et $L - \frac{1}{2}$. Ces énergies sont des nombres très grands et très voisins. Leur différence est donc connue avec une grande imprécision; même leur signe n'est pas sûr.

Nous devons donc, pour être complet, examiner l'influence, sur les résultats précédents, du signe des structures en champ nul.

a) Influence, sur la s.h.f. de ^3He , du signe de la s.f. des triplets de ^4He :

Si l'intervalle $E(^3L_L) - E(^3L_{L+1}) < 0$ (s.f. "normale"), les calculs du chapitre I (II-2-a) sont à reprendre. On définit encore des états propres $| F(J) M \rangle$. Le plus petit intervalle hyperfin vaut encore $\frac{2L+3}{3L+3} [E(^3L_L) - E(^3L_{L+1})]$ il est donc négatif. Mais on trouve alors que c'est l'intervalle $E(L + \frac{1}{2} (L)) - E(L + \frac{3}{2} (L+1))$, alors qu'on avait trouvé que c'était $E(L + \frac{1}{2} (L+1)) - E(L + \frac{3}{2} (L+1))$ dans le cas de la s.f. "inversée".

L'état propre $| L + \frac{3}{2} (L+1) M \rangle$ est inchangé. L'état $| L + \frac{1}{2} (L) M \rangle$ défini dans le cas de la s.f. "normale" est alors : $\lambda | \frac{1}{2} L+1 L + \frac{1}{2} M \rangle + \mu | \frac{1}{2} L L + \frac{1}{2} M \rangle$; il est identique à l'état $| L + \frac{1}{2} (L+1) M \rangle$ introduit en II-2-a) du chapitre II (s.f. "inversée").

Le seul effet du changement de signe de la s.f. est donc un changement du nom des états propres, mais non de leur nature.

b) Influence sur les équations des sous-niveaux Zeeman :

Nous avons noté $| K, M \rangle$ (ou $| G, M \rangle$ pour ${}^3\text{He}$) les états propres d'énergie $E(K, M)$ (ou $E(G, M)$) dans le cas d'une structure "inversée", c'est-à-dire telle que pour ${}^4\text{He}$, $E({}^3L_L) - E({}^3L_{L+1}) > 0$, pour ${}^3\text{He}$, $E(L + \frac{1}{2}) - E(L + \frac{3}{2}) > 0$.

Dans le cas d'une structure "normale" ($E({}^3L_L) - E({}^3L_{L+1}) < 0$), nous dénotons par $| \bar{K}, \bar{M} \rangle$ les états propres d'énergie $E(\bar{K}, \bar{M})$ (et $| \bar{G}, \bar{M} \rangle$ les états propres d'énergie $E(\bar{G}, \bar{M})$ dans le cas $E(L + \frac{1}{2}) - E(L + \frac{3}{2}) < 0$). On trouve alors que les équations donnant l'ensemble des $E(\bar{K}, \bar{M}) - E({}^3L_{L+1})$ sont les mêmes que celles donnant l'ensemble des $E(K, M) - E({}^3L_{L+1})$, les valeurs de \bar{M} et M étant les mêmes. On a un résultat identique pour ${}^3\text{He}$.

c) Influence sur les coordonnées des points de croisement :

Parce que la structure en champ nul a des signes opposés dans les deux cas, les solutions des équations des sous-niveaux Zeeman ne sont pas les mêmes. Plus précisément, prenons pour unité d'énergie la valeur absolue de la structure en champ nul. Les coordonnées réduites des points de croisement étant désignées par $x_0(K', M', K, M)$ et $y_0(K', M', K, M)$ dans le cas de la structure "inversée" et $x_0(\bar{K}', \bar{M}', \bar{K}, \bar{M})$ et $y_0(\bar{K}', \bar{M}', \bar{K}, \bar{M})$ dans le cas de la structure "normale", on démontre que :

$$\begin{aligned} x_0(\bar{K}', \bar{M}', \bar{K}, \bar{M}) &= x_0(K, M, K', M') \text{ avec } M = -\bar{M}' \\ & \qquad \qquad \qquad M' = -\bar{M} \\ y_0(\bar{K}', \bar{M}', \bar{K}, \bar{M}) &= -y_0(K, M, K', M') \quad K = \bar{K}' \\ & \qquad \qquad \qquad K' = \bar{K} \end{aligned}$$

Ainsi, les abscisses des croisements sont les mêmes dans les deux cas.

Par exemple, supposons, pour les niveaux 3F , une structure "inversée" ($E({}^3F_3) - E({}^3F_4) > 0$). Le croisement des sous-niveaux 3F_4 ($M' = 3$) et 3F_3 ($M = 1$) a pour abscisse réduite x_0 . Supposons, au contraire, une structure "normale": dans le même "champ réduit" x_0 on aura un croisement, mais cette fois entre les sous-niveaux 3F_4 ($M = -3$) et 3F_3 ($M' = -1$).

Le schéma ci-dessous (fig. 4) représente les deux cas :

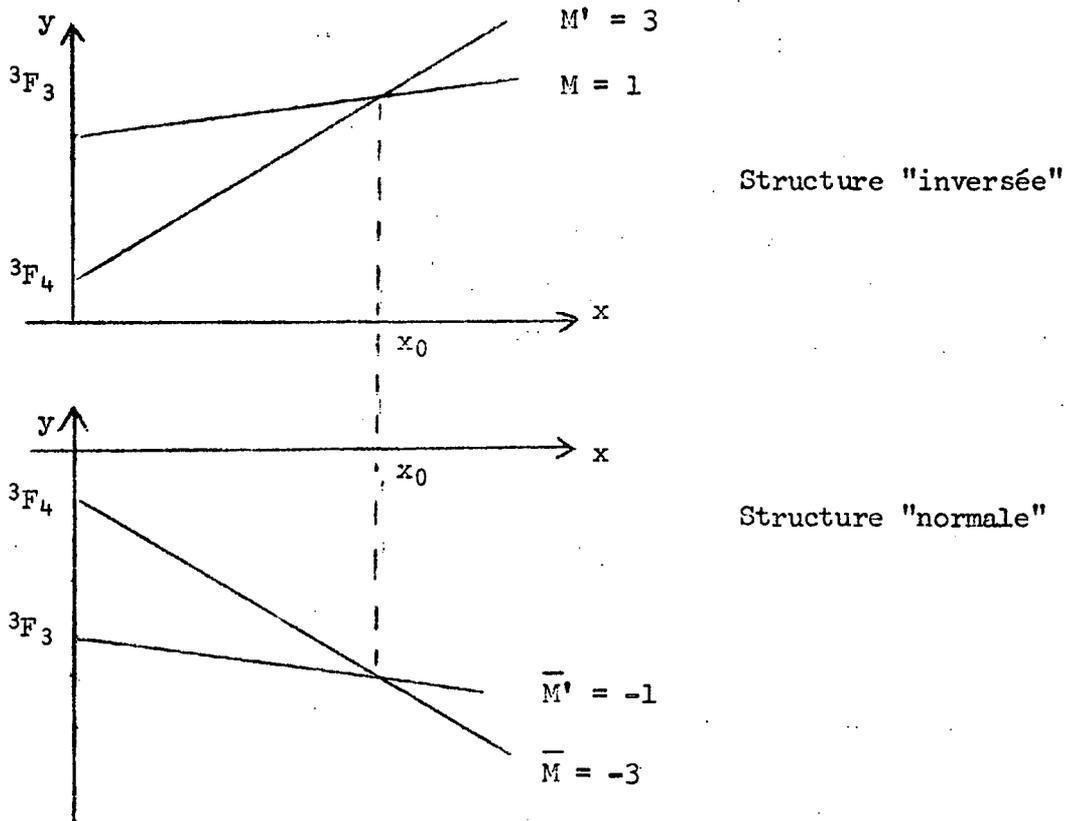


FIGURE 4

d) Influence sur les pentes des sous-niveaux :

Alors $y'_{\bar{M}} = -y'_{M'}$

$y'_{\bar{M}'} = -y'_{\bar{M}}$

Ainsi, au point de croisement, la différence des pentes est la même dans les deux cas (structure "normale" et structure "inversée")

$y'_{\bar{M}'} - y'_{\bar{M}} = -y'_{\bar{M}} + y'_{\bar{M}'}$

(avec $\bar{M}' - \bar{M} = -M + M'$).

e) Influence sur les états propres aux points de croisement :

En diagonalisant les matrices des sous-hamiltoniens atomiques, comme précédemment, on trouve que les coefficients $\langle J \mid K, \bar{M} \rangle$ (ou $\langle F \mid G, \bar{M} \rangle$) -dans le cas d'une structure "normale"- sont reliés aux $\langle J \mid K, M \rangle$ (ou $\langle F \mid G, M \rangle$) -dans le cas d'une structure "inversée"- par les relations

$$\begin{aligned} \langle L \mid L, \bar{M}' \rangle &= + \langle L \mid L, -M' \rangle \\ \langle L+1 \mid L, \bar{M}' \rangle &= - \langle L+1 \mid L, -M' \rangle \\ \langle L \mid L+1, \bar{M} \rangle &= - \langle L \mid L+1, -M \rangle \\ \langle L+1 \mid L+1, \bar{M} \rangle &= \langle L+1 \mid L+1, -M \rangle \end{aligned}$$

soit, en général :

$$\langle J \mid \bar{K} \bar{M} \rangle = (-1)^{K-J} \langle J \mid K - M \rangle$$

A titre d'exemple, nous prenons le croisement, dans ${}^4\text{He}$, de (${}^3F_4, \bar{M}' = 3$) et (${}^3F_3, \bar{M} = +1$), dans le cas de la s.f. normale. On trouve :

$$\begin{aligned} \langle 3 \mid 3, 3 \rangle &= \langle 3 \mid 3, -3 \rangle \\ \langle 4 \mid 3, 3 \rangle &= - \langle 4 \mid 3, -3 \rangle \\ \langle 3 \mid 4, 1 \rangle &= - \langle 3 \mid 4, -1 \rangle \\ \langle 4 \mid 4, 1 \rangle &= \langle 4 \mid 4, -1 \rangle \end{aligned}$$

Les nombres de la colonne de gauche sont relatifs au cas de la s.f. normale; dans la colonne de droite, il s'agit de la s.f. inversée.

L'extension au cas des structures hyperfines est immédiate.

Nous verrons plus loin (chap. V) des conséquences de ce qui précède; en particulier, nous montrerons que la position et la largeur des courbes de croisement ne peuvent pas nous renseigner sur le signe de la structure en champ nul. Au contraire, dans certains cas, l'étude de leur forme est un moyen de déterminer ce signe.

En résumé, nous avons calculé la forme des sous-niveaux Zeeman de certains états excités des atomes ${}^4\text{He}$ et ${}^3\text{He}$, et étudié leurs propriétés au voisinage des points où certains d'entre eux ont la même énergie. Nous appliquerons, dans le chapitre V, ces résultats à l'étude des courbes de croisement de niveaux. Nous aurons donc le moyen, à partir de ces courbes, de remonter aux structures de niveaux en champ nul.

CHAPITRE III

ETUDE DE L'EXCITATION ELECTRONIQUE

L'excitation électronique a été étudiée et comparée à l'excitation optique dans la thèse de Mlle NÉDELEC (³³), pour le cas d'un ensemble de sous-niveaux Zeeman équidistants (champ faible). Nous ne reviendrons pas sur ces résultats généraux et nous donnerons seulement les caractéristiques de l'excitation, par choc électronique, d'un ensemble de sous-niveaux issus de niveaux de structure fine (ou hyperfine) différents. Nous commencerons donc par préciser les hypothèses de travail. Nous donnerons ensuite le principe du calcul de l'état du système des atomes après excitation, et nous terminerons par un bref rappel des conséquences physiques qui en découlent.

I - GENERALITES SUR L'EXCITATION ELECTRONIQUE LONGITUDINALE.

1) Position du problème : le fait physique fondamental est bien connu. Depuis l'expérience de SKINNER et APPLEYARD (¹⁴), on sait que l'excitation d'une vapeur atomique par un faisceau d'électrons monocinétiques lents provoque, dans certains cas, l'émission, par les atomes, de lumière partiellement polarisée. Cela signifie qu'après excitation les différents sous-niveaux Zeeman de l'état excité émetteur sont peuplés différemment. Nous nous proposons ici de chercher plus précisément les conséquences qui en découlent pour le diagramme de rayonnement de l'ensemble des atomes, sans pour cela étudier le mécanisme par lequel se trouve créée cette différence de populations.

2) Définition des sections efficaces : nous supposons, du moins pour le moment, que le faisceau d'électrons a, avant excitation d'atomes, la direction Oz (nous admettons qu'il n'y a aucun champ magnétique externe).

La probabilité de trouver les atomes dans un certain état excité a -c'est-à-dire la population de l'état excité a immédiatement après choc électronique- croît en fonction du temps. Sa vitesse de variation est proportionnelle au nombre d'atomes N_0 dans l'état fondamental 0 et au flux d'électrons incidents.

On a ainsi

$$(III-1) \quad \frac{dP_a}{dt} = N_0 n_e v Q_{0a}$$

n_e est le nombre d'électrons par unité de volume, v leur vitesse, de sorte que $n_e v = \frac{J}{e}$ est la densité de courant électronique. La "constante" Q_{0a} est par définition la section efficace d'excitation de l'état a ; Q_{0a} dépend de cet état, de l'état fondamental 0 , et de la vitesse des électrons.

3) Calcul de la variation de la matrice densité atomique sous l'effet de l'excitation électronique longitudinale :

Nous supposons désormais que l'état a est un sous-niveau Zeeman M d'un état atomique excité, et 0 un sous-niveau μ de l'état fondamental. Nous posons en outre 4 hypothèses.

a) Hypothèses :

α) L'interaction entre atome et électron incident est purement électrostatique; en particulier, elle est indépendante des variables de spin.

β) La densité électronique n'est pas assez importante pour modifier de façon appréciable la population de l'état fondamental.

γ) L'état fondamental est un état S .

δ) La dispersion en énergie du faisceau électronique incident, ou plus précisément, la largeur en énergie des paquets d'ondes incidents est grande devant la structure de l'état excité en champ nul.

On peut justifier sommairement les conditions précédentes.

(α) est valable parce que l'interaction coulombienne est en $\frac{1}{r_3}$ pour les impacts pas trop rapprochés (r_3 désigne la distance de l'électron incident au noyau atomique); elle est prépondérante devant les interactions magnétiques, qui sont, on l'a vu, en $\frac{1}{r_3^3}$.

(β) signifie qu'entre deux excitations successives, les atomes ont eu le temps de subir des phénomènes de relaxation divers (transitions radiatives, collisions contre les électrodes ou les parois, etc.) dans l'état excité, ou dans l'état fondamental (dans ce cas, seules peuvent intervenir les collisions contre les électrodes ou les parois).

L'hypothèse (γ) s'applique évidemment à l'hélium.

Pour vérifier (δ), prenons une structure de $1 \text{ cm}^{-1} = 30 \text{ 000 MHz}$; on trouve que la largeur des paquets d'ondes doit être plus grande que

$$\frac{h\nu}{e} = \frac{6,6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{10}}{1,6 \times 10^{-19}} \approx 1,2 \times 10^{-4} \text{ eV, ce qui est toujours largement}$$

réalisé dans la pratique.

En prenant le langage usité dans le cas de l'excitation optique, on voit que la condition (β) signifierait qu'"il n'y a pas de pompage électronique" de l'état fondamental, (δ) que l'excitation électronique équivaut à une excitation par une "raie large".

b) Conséquences :

On peut déterminer des éléments de la matrice densité du système atomique, immédiatement après excitation, à l'aide des sections efficaces.

L'hypothèse (β) est nécessaire pour cela. Appelons en effet

$\frac{d^{(1)}\sigma}{dt}$ la vitesse de variation de la matrice densité σ du système atomique sous le seul effet de l'excitation électronique, puisque les populations N_μ de l'état fondamental ne sont pas modifiées; alors

$$\frac{d^{(1)}\sigma}{dt} \langle M | \sigma | M \rangle = \frac{dP_M}{dt} = N_\mu \frac{J}{e} Q_{\mu M}$$

Les éléments diagonaux de cette matrice sont donc proportionnels aux sections efficaces.

Nous allons maintenant en déterminer les éléments non diagonaux. Ici, les quatre hypothèses (α)(β)(γ)(δ) sont nécessaires.

Tout d'abord, les théorèmes généraux de mécanique quantique entraînent qu'il y a conservation du moment cinétique, donc de sa projection sur l'axe de quantification Oz parallèle au faisceau incident; appelons M_S et M_L les vecteurs propres de S_z et L_z , projections de \vec{S} et \vec{L} , spin et moment orbital du système atomique; m_s et m_l ont des définitions analogues pour l'électron. Alors

$$m_{s_0} + m_{l_0} + M_{S_0} + M_{L_0} = m_s + m_l + M_S + M_L$$

(l'indice 0 est relatif aux états avant collision).

L'hypothèse (α) nous permet de préciser qu'il y a conservation, séparément, du spin et du moment orbital de l'ensemble atome-électron incident. En outre, puisque l'interaction atome-électron est purement électrostatique, les probabilités d'excitation de différents états atomiques seront indépendantes de M_S .

Dans le cas où l'atome a un spin nucléaire, on voit de même que les probabilités d'excitation sont indépendantes de M_I .

Les variables de spin restant inchangées au cours de la collision, il semble que, pour l'hélium, dans l'état initial 1^1S_0 , seuls peuvent être excités les états singulets. En réalité, grâce aux collisions d'échange d'électrons, les états triplets peuvent aussi être excités. L'interaction entre atome et électrons est, là encore, électrostatique et la probabilité d'excitation est indépendante de M_S . En revanche, elle dépend de S .

On voit que, dans l'étude de l'excitation, il est pratique d'écrire toutes les équations non pas dans la représentation $| S L J M_J \rangle$ (ou $| I(SL) J F M_F \rangle$) rendant l'hamiltonien atomique diagonal en champ nul, mais dans la représentation $| S L M_S M_L \rangle$ (ou $| I S L M_I M_S M_L \rangle$). Nous noterons alors les $Q_{\mu M}$ par $Q_{S L M_S M_L}$ (ou $Q_{I S L M_I M_S M_L}$); en effet, μ est ici $I S_0 L_0 M_{I_0} M_{S_0} M_{L_0}$ dans l'état fondamental. Or $M_{L_0} = L_0 = 0$; la collision laisse inchangés M_{I_0} et M_{S_0} (d'après (α)); d'après (β), les populations N_μ sont constantes et égales : la matrice densité du système atomique dans l'état fondamental est multiple de la matrice unité. Il en résulte que $Q_{\mu M}$ est indépendant de μ . Nous supprimerons donc cet indice et remplacerons N_μ par N_0 .

Ainsi $Q_{S L M_S M_L}$ est indépendant de M_S . De même $Q_{I S L M_I M_S M_L}$ est indépendant de M_I et M_S .

Poussant plus loin la théorie des collisions électroniques, PERCIVAL et SEATON (³⁴) ont obtenu des résultats supplémentaires que nous rappelons brièvement.

On sait qu'après collisions, l'état du faisceau d'électrons est représenté par une fonction d'onde qui a pour expression asymptotique

$$\psi(\vec{r}_3) \sim e^{ik_0 z_3} + f_{a_0}(\theta_3, \phi_3) \frac{e^{ik_a r_3}}{r_3} \quad (r_3 \rightarrow \infty)$$

(r_3, θ_3, ϕ_3) sont les coordonnées polaires d'un point du faisceau, \vec{k}_0 et \vec{k}_a les vecteurs d'onde $\frac{mv}{\hbar}$ du faisceau respectivement avant et après les collisions, quand l'atome se trouve dans les états $|0\rangle$ et $|a\rangle$. f_{a0} , amplitude de diffusion, est reliée à la section efficace par

$$Q_{0a} = \int |f_{a0}(\theta_3, \phi_3)|^2 d\Omega_3$$

Pour tenir compte d'une variation éventuelle des probabilités d'excitation en fonction du spin de l'électron, on doit noter, en fait, les amplitudes de diffusion $f_{am_s, 0m_{s_0}}$.

Le vecteur d'état du système a alors pour forme asymptotique

$$|\Psi\rangle = \sum_a e^{ik_0 z_3} \delta_{a0} |a\rangle + f_{am_s, 0m_{s_0}} \frac{e^{ik_a r_3}}{r_3} |a\rangle$$

Grâce à cette écriture hybride (fonction d'onde pour la partie faisceau excitateur, vecteur d'état pour la partie atome), on retrouve que

$$Q_{0a} = \sum_{m_s, m_{s_0}} \int |f_{am_s, 0m_{s_0}}|^2 d\Omega_3 = \frac{d}{dt} P_a = \frac{d}{dt} \overline{\langle a | \Psi \rangle \langle \Psi | a \rangle} = \frac{d}{dt} \langle a | \sigma | a \rangle$$

Plus précisément, la section efficace d'excitation de l'état atomique $|a\rangle = |S L M_S M_L\rangle$ est la moyenne sur les électrons du faisceau (c'est-à-dire sur les nombres m_s et m_{s_0}) de l'intégrale $\int |f_{am_s, am_{s_0}}|^2 d\Omega_3$ (résultat de théorie des collisions). Elle est proportionnelle à la moyenne de $\frac{d}{dt} \overline{\langle a | \Psi \rangle \langle \Psi | a \rangle}$ sur les paramètres repérant les électrons excitateurs; c'est justement $\frac{d^{(1)}}{dt} \langle a | \sigma | a \rangle$, variation d'un élément diagonal de la matrice densité du système atomique sous l'action du choc électronique.

Si on développe f_{a0} en série d'harmoniques sphériques,

$$f_{am_s, 0m_{s_0}}(\theta_3, \phi_3) = \sum_{\ell m_\ell} g_{\ell m_\ell}(am_s, 0m_{s_0}) Y_{\ell m_\ell}(\theta_3, \phi_3)$$

Si on utilise alors la conservation du moment cinétique orbital, on a :

$$m_{\ell} + M_L = m_{\ell_0} + M_{L_0}$$

L'axe de quantification Oz étant parallèle au faisceau incident, on a évidemment avant collision (puisque $m_{\ell_0} \propto \ell_{z_0} = m (\vec{r} \wedge \vec{v})_z$)

$$m_{\ell_0} = 0$$

On trouve ainsi le résultat important suivant : dans le développement de f, une seule valeur de m_{ℓ} est permise : $m_{\ell} = M_{L_0} = M_L = -M_L$ d'après l'hypothèse (γ)

(Pour l'atome, dans son état fondamental, $L_0 = 0$, donc $M_{L_0} = 0$).

Les relations d'orthonormalité des harmoniques sphériques entraînent alors :

$$\frac{k_a}{2k_0} \sum_{m_s m'_s m_{s_0}} \int f_{a' m'_s, a_0 m_{s_0}}^*(\theta_3, \phi_3) f_{a m_s, a_0 m_{s_0}}(\theta_3, \phi_3) d\Omega_3 = \delta_{a'a} Q_a.$$

Par une extension toute naturelle du calcul des éléments diagonaux de $\frac{d^{(1)}_{\sigma}}{dt}$, fait plus haut, on trouve aisément :

$$(III-2) \quad \langle a' | \frac{d^{(1)}_{\sigma}}{dt} | a \rangle \propto \delta_{a'a} Q_a$$

Rappelons que $| a \rangle = | S L M_S M_L \rangle$ pour ${}^4\text{He}$ et $| I S L M_I M_S M_L \rangle$ pour ${}^3\text{He}$.

Le résultat suivant lequel $\frac{d^{(1)}_{\sigma}}{dt}$ est diagonal serait faux dans une autre représentation. Sa signification physique est donnée en d).

c) Calcul de $\frac{d^{(1)}\sigma}{dt}$ dans la représentation $|S L M_S M_L\rangle$:

On peut démontrer (34) que

$$Q (S L M_S M_L) = Q (S L M_S - M_L)$$

Mais Q est indépendant de M_S .

$$\text{On pose donc } Q (S L M_S M_L) = \frac{Q (S L M_L)}{2S + 1} .$$

L'hypothèse (δ) nous permet de dire que $Q (S L M_L)$ a la même valeur dans tout le terme $2S+1_L$.

Remarquons enfin que c'est l'hypothèse (β) -l'état initial de l'atome ne présente aucune direction privilégiée- qui nous a permis de négliger l'influence des spins, et de prendre Oz comme axe de quantification.

Nous écrirons désormais, pour simplifier

$$Q (S L M_S M_L) = \frac{Q |M_L|}{2S + 1}$$

$Q |M_L|$ dépend de S et de L. Comme nous nous intéressons à l'excitation d'un terme $2S+1_L$ donné, S et L sont sous-entendus.

En vertu de l'équation (III-2)

$$\begin{aligned} & \langle S L M'_S M'_L | \frac{d^{(1)}\sigma}{dt} | S L M_S M_L \rangle \\ \text{(III-3)} \quad & = \langle S L M'_S M'_L | \rho_0 | S L M_S M_L \rangle \\ & = \delta_{M'_S M_S} \delta_{M'_L M_L} \frac{N_0 \mathcal{J}}{2e} \frac{Q |M_L|}{2S + 1} \end{aligned}$$

Par abus d'écriture, il nous arrivera de négliger le facteur constant $\frac{N_0 \mathcal{J}}{2(2S+1)e}$.

Pour abrégé, on remplacera désormais $\frac{d^{(1)}\sigma}{dt}$ par ρ_0 .

On étend immédiatement les résultats précédents au cas où l'atome a un spin nucléaire I. On trouve alors :

$$\begin{aligned}
 & \langle I (SL) M'_I M'_S M'_L \mid \frac{d^{(1)}\sigma}{dt} \mid I (SL) M_I M_S M_L \rangle \\
 \text{(III-4)} \quad & = \langle I (SL) M'_I M'_S M'_L \mid \rho_0 \mid I (SL) M_I M_S M_L \rangle \\
 & = \frac{N_0 \mathcal{J}}{2e} \frac{1}{(2I+1)^2} \frac{1}{2S+1} \delta_{M'_I M_I} \delta_{M'_S M_S} \delta_{M'_L M_L} Q_{|M'_L|}
 \end{aligned}$$

d) Interprétation physique :

- L'interaction électrons-atome est purement électrostatique, nous pouvons donc négliger totalement l'effet du spin, pour tout ce qui concerne l'étude de la collision, même dans le cas d'un échange électronique.

- Dans ces conditions, on peut utiliser le modèle simple introduit par SKINNER et APPLEYARD (14) dès 1923, que nous rappelons brièvement.

Un électron de vitesse $\vec{v}_0 // Oz$ rencontre un atome immobile, d'énergie E_0 , dont le moment cinétique a pour projection sur l'axe Oz, M_{L_0} (fig. 5).

Après collision, l'électron a \vec{v} pour vitesse, l'atome a E pour énergie, M_L pour projection de moment cinétique sur Oz.

On néglige tout recul du noyau.

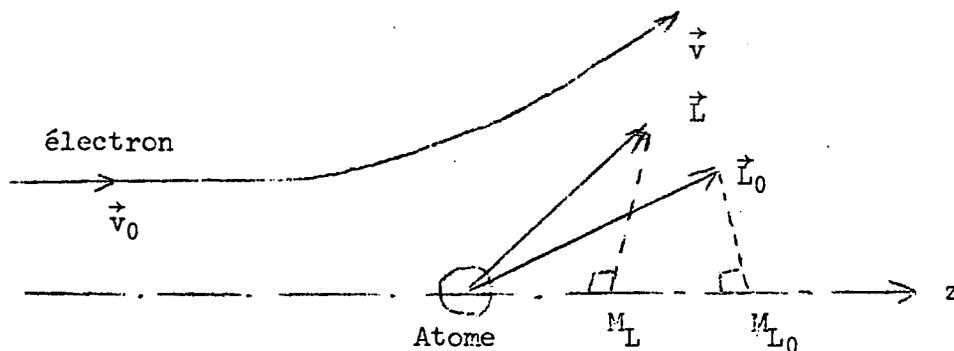


FIGURE 5

Alors

$$\frac{1}{2} m v_0^2 + E_0 = \frac{1}{2} m v^2 + E$$

(conservation de l'énergie)

$$m (\vec{r} \wedge \vec{v}_0)_z + M_{L_0} \dot{\chi} = m (\vec{r} \wedge \vec{v})_z + M_L \dot{\chi}$$

(conservation du moment cinétique)

ou
$$M_{L_0} \dot{\chi} = m (\vec{r} \wedge \vec{v})_z + M_L \dot{\chi}$$

ce qui est la traduction classique de l'égalité écrite en b) $m_\ell = -M_L + M_{L_0}$.

Au seuil d'excitation, $\frac{1}{2} m v_0^2 = E - E_0$, donc $v = 0$ et $M_L = M_{L_0}$:
l'électron ne peut exciter des sous-niveaux orbitaux que par des transitions
 $\Delta M_L = 0$. Dans le cas de l'hélium, dont l'état fondamental est S, seuls pourront
être excités au seuil les sous-niveaux tels que $M_L = 0$.

Ce résultat n'est plus valable si les électrons ont une énergie supérieure au seuil d'excitation. Cela se traduit physiquement par une décroissance du degré de polarisation de la lumière émise par les atomes excités, lorsque l'énergie V des électrons excitateurs croît. En fait, il dépend aussi de la pression du gaz et de la définition du faisceau d'électrons (35); si ce dernier n'est pas rigoureusement homocinétique - c'est le cas dans nos cellules -, le degré de polarisation P passe par un maximum P_M en fonction de V (14)(54) pour une valeur V_M . Pour les états 3P ou 1D , $P_M = 0,2$ à $0,3$ et $V_M \simeq 60$ V; pour les états 3D , $P_M = 0,1$ et $V_M \simeq 40$ V ($P_M = 0$ dès que $V > 60$ V).

De plus, étant donnée la symétrie du faisceau électronique et du hamiltonien d'interaction, l'électron a une probabilité égale d'avoir, après collision, sa vitesse d'un côté ou de l'autre du plan défini par l'atome O, l'axe parallèle à Oz passant par son noyau, et l'électron.

En d'autres termes, les deux cas de figure où \vec{v} est dirigé suivant \vec{v}' ou \vec{v}'' sont également probables (fig. 6).

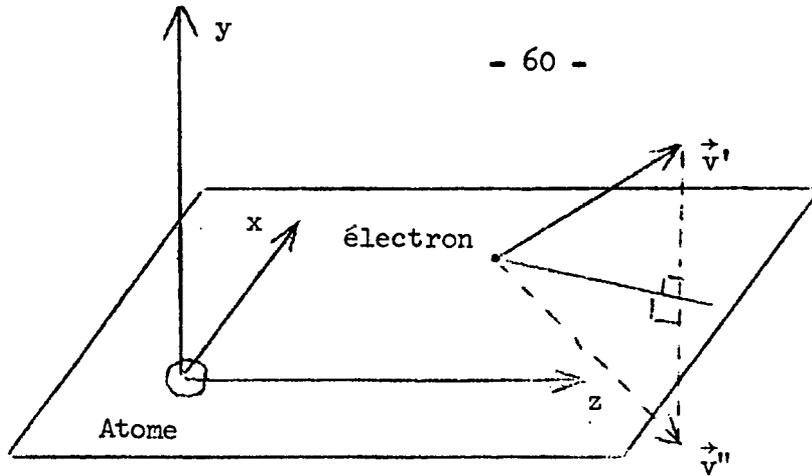


FIGURE 6

Les composantes de \vec{v}' et \vec{v}'' sur les axes Ox et Oy sont opposées, donc

$$m (\vec{r} \wedge \vec{v}')_z = -m (\vec{r} \wedge \vec{v}'')_z$$

C'est la traduction classique de l'égalité $Q_{M_L} = Q_{-M_L}$.

- Nous venons ainsi d'interpréter physiquement les résultats relatifs aux éléments diagonaux de la matrice $\frac{d^{(1)}\sigma}{dt} = \rho_0$. Ils ont des valeurs différentes, même après une collision élémentaire. Le fait que les éléments non diagonaux de ρ_0 sont nuls (équ. III-2) a une origine différente; il s'agit d'un effet de moyenne, lié à la symétrie de révolution du faisceau d'électrons. Si les atomes dans leur état fondamental n'ont aucune direction privilégiée, l'excitation par le faisceau d'électrons parallèle à la direction Oz n'en introduit aucune autre. Autrement dit, elle n'introduira pas, dans le système atomique, de grandeurs transversales. Bien entendu, un atome isolé, après excitation, pourra très bien avoir dans son état excité une grandeur transversale, c'est-à-dire que son vecteur d'état sera :

$$|\psi\rangle = \sum c_a |a\rangle$$

alors, des grandeurs telles que c_a, c_a^* peuvent très bien exister. Mais leur moyenne c_a, c_a^* est nulle, quand on la prend sur l'ensemble des atomes.

- Enfin, notons que l'hypothèse (δ) signifie simplement que la durée de l'excitation est si courte que, pendant ce temps, les moments angulaires \vec{S} et \vec{L} n'ont pas le temps de se coupler, c'est-à-dire de faire un tour

autour de leur résultante \vec{J} .

En effet, si ΔE est la largeur du paquet d'ondes incident, la durée de l'excitation, d'après le 4^e principe d'incertitude, est de l'ordre de $\frac{\hbar}{\Delta E}$. La structure fine est proportionnelle à la fréquence de précession ω de \vec{S} et \vec{L} autour de leur résultante \vec{J} . La condition (δ)

$$\Delta E \gg \hbar \omega$$

signifie donc $\frac{\hbar}{\Delta E} \ll \frac{1}{\omega}$.

Pendant la durée de l'excitation, \vec{S} et \vec{L} n'ont pas le temps de tourner autour de \vec{J} , tout se passe comme s'ils étaient complètement découplés et à l'intérieur d'une multiplicité donnée, Q est indépendant de J .

Si le paquet d'ondes était monoénergétique ($\Delta E = 0$), on voit que la durée de l'excitation serait infinie; les atomes seraient en effet excités par une onde plane, infinie dans toutes les directions. Pour pouvoir appliquer les résultats de théorie des collisions, valables dans le cas des ondes planes, il faut supposer que la durée de l'excitation, bien que courte devant la période de précession de \vec{S} et \vec{L} autour de \vec{J} , est grande devant les périodes de rotation des électrons atomiques (³⁴).

II - CALCUL DE L'ETAT DU SYSTEME ATOMIQUE A LA FIN DU PROCESSUS "INSTANTANE" D'EXCITATION.

1) Position du problème : nous désirons calculer la vitesse d'évolution de la matrice densité du système atomique sous l'action du seul processus d'excitation électronique, dans le cas général d'une vapeur ou d'un gaz placé dans un champ magnétique \vec{H} , excité par un faisceau monocinétique d'électrons, dont la direction fait avec le champ magnétique l'angle θ .

2) Principe du calcul :

a) Influence du champ magnétique : d'après les hypothèses (α et δ en particulier), tout se passe pour l'excitation électronique comme si \vec{I} , \vec{S} et \vec{L} n'étaient pas couplés. L'ordre de grandeur relatif des écarts Zeeman et de la structure du niveau n'a donc aucune importance, \vec{I} , \vec{S} et \vec{L} n'auront pas le temps de tourner (séparément) autour du champ \vec{H} (à moins que celui-ci ne soit

démesurément grand, suffisant pour donner un effet Paschen-Back complet).
Donc, pour ce qui concerne l'excitation électronique, nous pouvons ne pas nous préoccuper de l'effet du champ magnétique.

Physiquement, cette supposition se traduit par le fait expérimental suivant : les sections efficaces $Q_{|M_L|}$ -accessibles à l'expérience par la mesure du degré de polarisation de la lumière émise après désexcitation radiative- sont indépendantes du champ magnétique s'il est parallèle au faisceau électronique (³⁵).

b) Influence de la direction du faisceau :

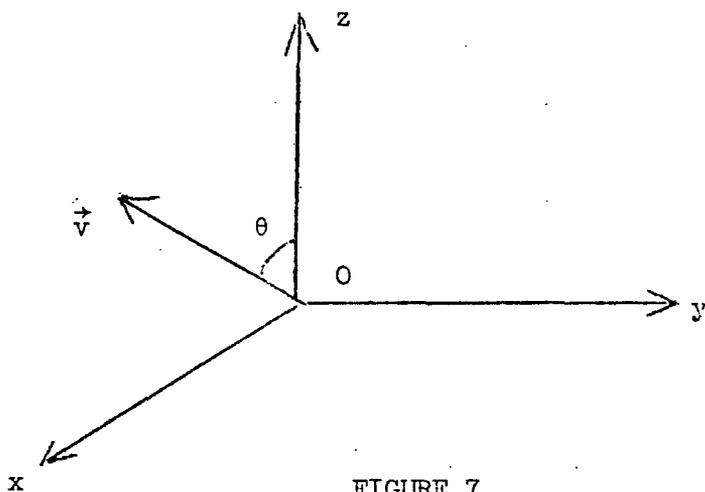


FIGURE 7

La direction \vec{v} du faisceau est dans le plan zOx et fait avec Oz l'angle θ (fig. 7). Le champ magnétique \vec{H} est dirigé suivant Oz (cela n'a d'ailleurs aucune importance puisque, nous l'avons vu, \vec{H} n'a d'effet que sur les atomes et n'en a aucun sur les probabilités d'excitation de leurs divers niveaux).

$Oxyz$ est un trièdre trirectangle direct.

Dans le § I, nous avons calculé l'état du système des atomes immédiatement après excitation par un faisceau de direction Oz . Pour l'étude du processus instantané d'excitation, on peut faire abstraction du champ magnétique qui n'a aucune influence. Il suffit donc, pour calculer l'état du système après excitation par le faisceau de direction \vec{v} , de lui faire subir la

rotation d'axe Oy, et d'angle θ . Soit R cette rotation. La matrice $\frac{d^{(1)}\sigma}{dt} = \rho$, qui représente l'évolution des atomes sous l'action de l'excitation électronique, est transformée de la matrice ρ_0 (déjà introduite dans le cas de l'excitation longitudinale en I-4-c) par cette rotation :

$$\rho = R\rho_0 R^{-1}$$

Le calcul de ρ est donc ramené à un problème purement analytique, puisque nous connaissons ρ_0 .

3) Calcul de ρ : la seule difficulté est la suivante : à cause du champ magnétique, les états propres du hamiltonien atomique ont la forme $|K, M_J\rangle$ dans le cas ^4He ($|G, M_F\rangle$ dans le cas ^3He). Il est tout indiqué de calculer ρ dans cette représentation. Mais le calcul de ρ_0 est immédiat dans la représentation $|S L M_S M_L\rangle$ (ou $|I S L M_I M_S M_L\rangle$). Nous allons donc faire deux changements de représentation dans le cas de ^4He :

$$|S L M_S M_L\rangle \rightarrow |S L J M_J\rangle \rightarrow |K M_J\rangle$$

et trois changements dans le cas de ^3He :

$$|I S L M_I M_S M_L\rangle \rightarrow |I(SL) J F M_F\rangle \rightarrow |F(J) M_F\rangle \rightarrow |G, M_F\rangle$$

a) Passage en $|K, M_J\rangle$ ou $|G, M_F\rangle$: on a immédiatement

$$(III-5) \quad \langle K', M'_J | \rho | K, M_J \rangle = \sum_{JJ'} \langle J | K', M'_J \rangle \langle J | K, M_J \rangle \langle J', M'_J | \rho | J, M_J \rangle$$

ou, de la même façon

$$(III-6) \quad \langle G', M'_F | \rho | G, M_F \rangle = \sum_{FF'} \langle F'(J') | G', M'_F \rangle \langle F(J) | G, M_F \rangle \times \\ \times \langle F'(J') M'_F | \rho | F(J) M_F \rangle$$

Le passage de $|I(SL)J F M_F\rangle$ à $|F(J) M_F\rangle$ se fait aisément grâce aux équations écrites au chapitre I en III-1-b).

On est donc ramené au calcul des éléments de matrice $\langle S L J' M'_J | \rho | S L J M_J \rangle$ ou $\langle I(SL) J' F' M'_F | \rho | I(SL) J F M_F \rangle$.

.../...

b) Calcul en $| S L J M_J \rangle$ ou $| I (SL) J F M_F \rangle$: on utilise très simplement la transformation par la matrice des coefficients de Clebsch-Gordan. On a ainsi :

$$\begin{aligned} & \langle S L J' M'_J | \rho | S L J M_J \rangle \\ = & \sum_{M'_S M'_L} \sum_{M''_S M''_L} \langle S L M'_S M'_L | J' M'_J \rangle \langle S L M_S M_L | J M_J \rangle \times \\ & \times \langle S L M'_S M'_L | \rho | S L M_S M_L \rangle \end{aligned}$$

ou bien

$$\begin{aligned} & \langle I(SL) J' F' M'_F | \rho | I (SL) J F M_F \rangle \\ = & \sum_{M'_I M'_L} \sum_{M''_S M''_L} \sum_{M''_I M''_L} \langle I J' M'_I M'_J | F' M'_F \rangle \langle I J M_I M_J | F M_F \rangle \times \\ & \times \langle S L M'_S M'_L | J' M'_J \rangle \langle S L M_S M_L | J M_J \rangle \times \\ & \times \langle S L M'_I M'_S M'_L | \rho | I S L M_I M_S M_L \rangle. \end{aligned}$$

c) Calcul en $| I S L M_I M_S M_L \rangle$: soit $R^{(j)}(\theta)$ la matrice de rotation d'angle θ autour de Oy d'un système physique de moment angulaire j . On a immédiatement :

$$\begin{aligned} & \langle I S L M'_I M'_S M'_L | \rho | I S L M_I M_S M_L \rangle \\ & = \langle I S L M'_I M'_S M'_L | R \rho R^{-1} | I S L M_I M_S M_L \rangle \\ = & \sum_{M''_I M''_S M''_L} \langle I M'_I | R^{(I)}(\theta) | I M''_I \rangle \langle S M'_S | R^{(S)}(\theta) | S M''_S \rangle \times \\ & \sum_{M'''_I M'''_S M'''_L} \langle I M''_I | R^{(I)}(\theta) | I M'''_I \rangle \langle S M''_S | R^{(S)}(\theta) | S M'''_S \rangle \times \\ & \times \langle I M'''_I | R^{(I)}(\theta)^{-1} | I M_I \rangle \langle S M'''_S | R^{(S)}(\theta)^{-1} | S M_S \rangle \langle I M''_I | R^{(I)}(\theta)^{-1} | I M_I \rangle \\ & \times \langle S M''_S | R^{(S)}(\theta)^{-1} | S M_S \rangle \langle I M'''_I | R^{(I)}(\theta)^{-1} | I M_I \rangle \end{aligned}$$

Nous utilisons alors le fait que ρ_0 est diagonal en M_I, M_S, M_L et ne dépend ni de M_I ni de M_S . Il vient :

$$\begin{aligned}
 & \langle I S L M'_I M'_S M'_L | \rho | I S L M_I M_S M_L \rangle \\
 = & \sum_{M''_I M''_S M''_L} \langle I M'_I | R^{(I)}(\theta) | I M''_I \rangle \langle S M'_S | R^{(S)}(\theta) | S M''_S \rangle \langle L M'_L | R^{(L)}(\theta) | L M''_L \rangle \times \\
 & \times \langle M''_L | \rho_0 | M''_L \rangle \langle I M''_I | R^{(I)}(\theta)^{-1} | I M_I \rangle \langle S M''_S | R^{(S)}(\theta) | S M_S \rangle \times \\
 & \times \langle L M''_L | R^{(L)}(\theta)^{-1} | L M_L \rangle \\
 = & \sum_{M''_L} \langle I M'_I | R^{(I)} R^{(I)-1} | I M_I \rangle \langle S M'_S | R^{(S)} R^{(S)-1} | S M_S \rangle \times \\
 & \times \langle L M'_L | R^{(L)}(\theta) | L M''_L \rangle Q_{|M''_L|} \langle L M''_L | R^{(L)}(\theta)^{-1} | L M_L \rangle
 \end{aligned}$$

(III-7)

$$\begin{aligned}
 & \langle I S L M'_I M'_S M'_L | \rho | I S L M_I M_S M_L \rangle \\
 = & \delta_{M'_I M_I} \delta_{M'_S M_S} \sum_{M''_L} \langle L M'_L | R^{(L)}(\theta) | L M''_L \rangle Q_{|M''_L|} \langle L M''_L | R^{(L)}(\theta)^{-1} | L M_L \rangle
 \end{aligned}$$

Le calcul est maintenant terminé. Tous les éléments du second membre de (III-7) sont connus à partir de tables diverses. Ce qui suit va nous permettre de rendre le résultat plus compact et plus maniable. En revanche, l'interprétation physique en sera complètement masquée. C'est le prix dont il faut payer une réduction substantielle des calculs numériques.

d) Réduction des résultats :

(α) Réduction du produit des éléments de matrice de rotation : afin d'alléger les notations, nous appelons m l'indice muet M''_L .

Nous utilisons les propriétés élémentaires des matrices de rotation (32)(36) et nous obtenons

$$\begin{aligned}
 & \sum_m \langle L M'_L | R^{(L)} | L m \rangle Q_{|m|} \langle L m | R^{(L)-1} | L M_L \rangle \\
 = & \sum_m \langle L M'_L | R^{(L)} | L m \rangle Q_{|m|} (-1)^{m-M'_L} \langle L -M'_L | R^{(L)} | L -m \rangle \\
 = & \sum_m (-1)^{m-M'_L} Q_{|m|} \sum_j \langle L L M'_L - M'_L | j M'_L - M'_L \rangle \langle L L m - m | j 0 \rangle \times \\
 & \times \langle M'_L - M'_L | R^{(j)} | j 0 \rangle
 \end{aligned}$$

$$(III-8) = \sum_m (-1)^{m-M'_L} Q_{|m|} \sum_j \sqrt{\frac{(j-M'_L+M_L)!}{(j+M'_L-M_L)!}} \langle LLM'_L-M'_L | jM'_L-M'_L \rangle \langle LLm-m | j0 \rangle P_j^{M'_L-M'_L}(\cos \theta)$$

Cette forme apparaît plus compliquée que la précédente, parce qu'il y figure une sommation supplémentaire (sur j). Mais elle contient un petit nombre de termes. Par ailleurs, l'expression de la fonction de Legendre associée $P_j^{M'_L-M'_L}(\cos \theta)$ peut être trouvée dans toutes les tables, alors qu'on ne peut en dire autant des matrices de rotation. Enfin, comme nous nous intéresserons aux éléments de ρ entre des états dont les M_F ont une différence fixée (2 ou 1), et que $M'_F - M_F = M'_I + M'_S + M'_L - M_I - M_S - M_L = M'_L - M_L$, on voit que le second membre a une expression très simple.

(β) Réduction des produits de coefficients de C.-G. : il figure alors des sommes de produits de 4 coefficients de C.-G. pour ${}^4\text{He}$ (6 pour ${}^3\text{He}$). On peut les réduire à l'aide de relations connues reliant les produits de coefficients "3j" de Wigner et de coefficients "6j" de Racah. Le calcul donne au bout du compte :

$$(III-9) \times \sum_j \sqrt{\frac{(j-M'_J+M_J)!}{(j+M'_J-M_J)!}} P_j^{M'_J-M_J}(\cos \theta) (2j+1) \begin{Bmatrix} J & J' & j \\ L & L & S \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} J & J' & j \\ M_J & -M'_J & M'_J - M_J \end{pmatrix} \times \sum_m (-1)^{M_J+m+j+S} \begin{pmatrix} L & L & j \\ m & -m & 0 \end{pmatrix} Q_{|m|}$$

Dans le cas de ${}^3\text{He}$, on trouve un résultat un peu plus compliqué :

.../...

$$\begin{aligned}
 & \langle I(SL) J' F' M'_F | \rho | I(SL) J F M_F \rangle = \frac{N_0 J}{2e} \frac{1}{(2I+1)2(2S+1)} \times \\
 & \times \sqrt{(2F'+1)(2J'+1)(2F+1)(2J+1)} \times \sum_j \sqrt{\frac{(j-M'_F+M_F)!}{(j+M'_F-M_F)!}} P_j^{M'_F-M_F}(\cos \theta) (2j+1) \times \\
 & (III-10) \\
 & \begin{pmatrix} j & F' & F \\ I & J & J' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J & J' & j \\ L & L & S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F & F' & j \\ M_F & -M'_F & M'_F-M_F \end{pmatrix}_m \sum (-1)^{m+M+I+S-J-J'} \begin{pmatrix} L & L & j \\ m & -m & 0 \end{pmatrix}_{Q|m}
 \end{aligned}$$

Dans la représentation $| F(J) M_F \rangle$, la matrice ρ a pour éléments (ici $I = 1/2$, $S = 1$, et on se limite à $F = L + 3/2$, $J = L + 1$ et $F = L + 1/2$, $J = L+1$) :

$$\begin{aligned}
 & \langle L + \frac{3}{2} (L+1) M'_F | \rho | L + \frac{3}{2} (L+1) M_F \rangle \\
 & = \sum_{jm} (-1)^{M_F+m} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} L & L & j \\ m & -m & 0 \end{pmatrix}_{Q|m} P_j^{M'_F-M_F}(\cos \theta) \sqrt{\frac{(j-M'_F+M_F)!}{(j+M'_F-M_F)!}} (2j+1) \times \\
 & \times \begin{pmatrix} L+\frac{3}{2} & L+\frac{3}{2} & j \\ M_F & -M'_F & M'_F-M_F \end{pmatrix} \times \frac{\sqrt{(2L-j+1)(2L-j+2)(2L-j+3)(2L+j+2)(2L+j+3)(2L+j+4)}}{6(2L+1)(2L+2)(2L+3)} \frac{N_0 J}{4e} \\
 & \langle L + \frac{3}{2} (L+1) M'_F | \rho | L + \frac{1}{2} (L+1) M_F \rangle \\
 & = \sum_{jm} (-1)^{M_F+m} \frac{3}{2} \begin{pmatrix} L & L & j \\ m & -m & 0 \end{pmatrix}_{Q|m} P_j^{M'_F-M_F}(\cos \theta) \sqrt{\frac{(j-M'_F+M_F)!}{(j+M'_F-M_F)!}} (2j+1) \sqrt{j(j+1)} \times \\
 & \times \begin{pmatrix} L+\frac{1}{2} & L+\frac{3}{2} & j \\ M_F & -M'_F & M'_F-M_F \end{pmatrix} \times \frac{\sqrt{(2L-j+1)(2L-j+2)(2L+j+2)(2L+j+3)}}{6(2L+1)(2L+2)(2L+3)} \sqrt{\frac{3(L+1)}{L}} \frac{N_0 J}{4e}
 \end{aligned}$$

.../...

$$\begin{aligned}
 & \langle L + \frac{1}{2} (L+1) M'_F \mid \rho \mid L + \frac{3}{2} (L+1) M_F \rangle \\
 = & \sum_{jm} (-1)^{M'_F+m} \frac{3}{2} \begin{pmatrix} L & L & j \\ m & -m & 0 \end{pmatrix} Q_{|m|} P_j M'_F - M_F (\cos \theta) \sqrt{\frac{(j-M'_F+M_F)!}{(j+M'_F-M_F)!}} (2j+1) \sqrt{j(j+1)} \times \\
 & \times \begin{pmatrix} L + \frac{3}{2} & L + \frac{1}{2} & j \\ M_F & -M'_F & M'_F - M_F \end{pmatrix} \times \frac{\sqrt{(2L-j+1)(2L-j+2)(2L+j+2)(2L+j+3)}}{6 (2L+1)(2L+2)(2L+3)} \sqrt{\frac{3(L+1)}{L}} \frac{N_0 \mathcal{J}}{4e} \\
 & \langle L + \frac{1}{2} (L+1) M'_F \mid \rho \mid L + \frac{1}{2} (L+1) M_F \rangle \\
 = & \sum_{jm} (-1)^{M'_F+m} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} L & L & j \\ m & -m & 0 \end{pmatrix} Q_{|m|} P_j M'_F - M_F (\cos \theta) \sqrt{\frac{(j-M'_F+M_F)!}{(j+M'_F-M_F)!}} (2j+1) \times \\
 & \times \begin{pmatrix} L + \frac{1}{2} & L + \frac{1}{2} & j \\ M_F & -M'_F & M'_F - M_F \end{pmatrix} \times \frac{\sqrt{(2L+j+2)(2L-j+1)} (3j(j+1) - 2L(2L+3))}{12L (2L+1)(2L+3)} \frac{N_0 \mathcal{J}}{4e}
 \end{aligned}$$

Nous reconnaissons que les différents termes de j donné sont ceux de la décomposition de ρ_0 en opérateurs tensoriels irréductibles, introduits dans (33). ρ_0 est une somme d'opérateurs $T_0^{(j)}$, ρ une somme d'opérateurs $T_{M'_F-M_F}^{(j)}$ déduits des $T_0^{(j)}$ par la rotation $R^{(j)}(\theta)$; les coefficients de la transformation sont les $R_{M'_F-M_F}^{(j)}(\theta)$, proportionnels à $P_j M'_F - M_F (\cos \theta)$. La dépendance de ρ en fonction de θ était donc prévisible. Nous avons préféré cependant un point de vue plus élémentaire à cause du sens physique très clair de ρ_0 dans la représentation $\mid S L M_S M_L \rangle$.

e) Propriétés simples de ρ :

(a) A cause de la symétrie du coefficient "3j" $\begin{pmatrix} L & L & j \\ m & -m & 0 \end{pmatrix}$ la sommation sur m vaut

$$\sum_{m > 0} (-1)^m \begin{pmatrix} L & L & j \\ m & -m & 0 \end{pmatrix} \left[1 + (-1)^{2L+j} \right] Q_{|m|} + \begin{pmatrix} L & L & j \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} Q_0$$

où on a utilisé

$$\begin{pmatrix} L & L & j \\ -m & m & 0 \end{pmatrix} = (-1)^{2L+j} \begin{pmatrix} L & L & j \\ m & -m & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{De plus } \begin{pmatrix} L & L & j \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = (-1)^{2L+j} \begin{pmatrix} L & L & j \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(faire $m = 0$ dans l'égalité précédente).

Tout cela fait que le résultat de la sommation sur m est nul si j est impair.

On n'aura donc que des termes en j pair, qui vaudront

$$\sum_{m > 0} (-1)^m \times 2 \begin{pmatrix} L & L & j \\ m & -m & 0 \end{pmatrix} Q_{|m|} + \begin{pmatrix} L & L & j \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} Q_0$$

A cause des inégalités triangulaires entre les trois moments angulaires figurant dans les " $3j$ ", on a

$$0 \leq j \leq 2L.$$

Nous nous intéresserons aux seuls éléments de ρ entre états tels que $M' - M = 2$ ou 1 . Au cause du " $3j$ " $\begin{pmatrix} J & J' & j \\ M_J & -M'_J & M'_J - M_J \end{pmatrix}$ ou $\begin{pmatrix} F & F' & j \\ M_F & -M'_F & M'_F - M_F \end{pmatrix}$,

on a $j \geq 1$ ou 2 .

Les seules valeurs permises de j sont donc $2, 4, 6 \dots 2L$. Ce fait est à rapprocher des considérations de O. NEDELEC sur la "symétrie de l'alignement" que possède le bombardement électronique.

La sommation sur m donne alors

- Etats P: $L = 1$ 1 terme : $j = 2$.

On obtient $-\sqrt{\frac{2}{15}} (Q_1 - Q_0)$ comme résultat de \sum_m

- Etats D: $L = 2$ 2 termes : $j = 2$ ou 4

On obtient $\sqrt{\frac{2}{35}} (2Q_2 - Q_1 - Q_0)$ pour $j = 2$

$$\sqrt{\frac{2}{35}} \frac{Q_2 - 4Q_1 + 3Q_0}{3} \text{ pour } j = 4$$

Nous voyons donc que nous pouvons décrire $\frac{d^{(1)}\sigma}{dt}$ à l'aide de L paramètres seulement (nombre de valeurs de j permises).

Chaque terme de j donné est une fonction simple de l'angle θ du faisceau d'électrons et de l'axe Oz : fonction de Legendre associée $P_j^{M'-M}(\cos \theta)$.

(β) Relation de symétrie importante

A l'aide des relations de symétrie des fonctions de Legendre associées et de celles des "3j", on montre aisément la propriété suivante :

$$\langle SLJ'M'_J | \rho | SLJM_J \rangle = (-1)^{J-J'+M'} J'^{-M'_J} \langle SLJ-M'_J | \rho | SLJ'-M'_J \rangle$$

(III-11)

$$\langle I(SL)J'F'M'_F | \rho | I(SL)JFM_F \rangle = (-1)^{F-F'+M'} F'^{-M'_F} \langle I(SL)JF-M'_F | \rho | I(SL)J'F'-M'_F \rangle$$

(γ) Si tous les $Q_{|m|}$ sont égaux (c'est le cas où l'excitation électronique longitudinale ne produit pas de différences de populations dans l'état excité), le résultat de la sommation sur m est proportionnel à

$$\begin{aligned} \sum_m (-1)^m \begin{pmatrix} L & L & j \\ m & -m & 0 \end{pmatrix} &= (-1)^L \sqrt{2L+1} \sum_m (-1)^{L-m} \begin{pmatrix} L & L & j \\ m & -m & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2L+1}} \\ &= (-1)^L \sqrt{2L+1} \sum_m \begin{pmatrix} L & L & 0 \\ m & -m & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & L & j \\ m & -m & 0 \end{pmatrix} \\ &= (-1)^L \sqrt{2L+1} \delta_{j0} \\ &= 0 \end{aligned}$$

Physiquement, cela signifie que, dans des conditions où l'excitation longitudinale ne produirait pas de différences de populations, l'excitation transversale ne crée pas de cohérence hertzienne (ρ n'a que des éléments diagonaux : c'est un multiple de la matrice unité).

III - UTILISATION PHYSIQUE DES RESULTATS PRECEDENTS :

A l'aide d'hypothèses supplémentaires (³⁷), on peut calculer complètement la vitesse de variation de la matrice densité du système atomique. On en déduit sa valeur en régime stationnaire. Toutes les grandeurs physiques sont alors calculables.

1) Hypothèses de travail : rappelons que nous étudions comment évolue un système atomique excité par choc électronique et qui subit des transitions radiatives. Pour fixer les idées, par exemple, les atomes, initialement dans l'état 1^1S_0 , sont excités dans un état n^3D , se désexcitent grâce à la transition $n^3D - 2^3P$. Nous supposons que :

(ϵ) la largeur en énergie du paquet d'ondes est grande devant la largeur naturelle Γ du niveau supérieur n^3D

(β) l'excitation électronique ne modifie pas de façon appréciable la population de l'état fondamental 1^1S_0 (c'est évidemment l'hypothèse (β) du § I).

(ζ) la fréquence de la transition radiative est grande devant la largeur naturelle Γ .

L'hypothèse (β) a été discutée plus haut.

L'hypothèse (ϵ) est largement réalisée dans la pratique, où Γ est au plus de l'ordre de 30 MHz. Une comparaison avec la discussion de l'hypothèse (δ) montre que la dispersion en énergie (ou en fréquence) du paquet d'ondes exciteur est très grande devant Γ .

L'hypothèse (ζ) est évidemment vérifiée, la transition radiative donnant des photons dont la longueur d'onde appartient au domaine du visible.

2) Calcul de la vitesse de variation de la matrice densité du système atomique :

On montre à partir des principes précédents (³⁷) que tout se passe comme si les atomes subissaient trois transformations successives :

(a) excitation par choc électronique de l'état fondamental 1^1S_0 à l'état excité (n^3D par exemple)

(b) évolution propre dans l'état excité

(c) désexcitation par transition radiative ($n^3D - 2^3P$ par exemple)

La vitesse de variation globale de la matrice densité σ du système atomique est alors

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{d^{(1)}\sigma}{dt} + \frac{d^{(2)}\sigma}{dt} + \frac{d^{(3)}\sigma}{dt}$$

$\frac{d^{(1)}\sigma}{dt}$, $\frac{d^{(2)}\sigma}{dt}$, $\frac{d^{(3)}\sigma}{dt}$ représentent les vitesses de variation

de σ au cours des processus respectifs (a) (b) (c).

3) Calcul des différents termes de $\frac{d\sigma}{dt}$:

a) Excitation électronique : nous avons déjà vu que

$$\langle K', M' | \frac{d^{(1)}\sigma}{dt} | K, M \rangle = \langle K', M' | \rho | K, M \rangle$$

ou
$$\langle G', M' | \frac{d^{(1)}\sigma}{dt} | G, M \rangle = \langle G', M' | \rho | G, M \rangle$$

Le calcul de ρ a été fait en II.

b) Evolution propre : on a

$$\frac{d^{(2)}\sigma}{dt} = -i (\mathcal{H}, \sigma) = -i (\mathcal{H}\sigma - \sigma\mathcal{H}).$$

Si, par exemple, les atomes sont soumis à un champ \vec{H} statique, \mathcal{H} , hamiltonien atomique, a, par définition, les états propres $| K, M \rangle$ (ou $| G, M \rangle$) avec les valeurs propres $E_{K M}$ (ou $E_{G M}$). Alors

$$\begin{aligned} \langle K' M' | \frac{d^{(2)}\sigma}{dt} | K M \rangle &= -i \sum_{K'' M''} (\langle K' M' | \mathcal{H} | K'' M'' \rangle \langle K'' M'' | \sigma | K M \rangle \\ &\quad - \langle K' M' | \sigma | K'' M'' \rangle \langle K'' M'' | \mathcal{H} | K M \rangle) \\ &= -i (E_{K' M'} - E_{K M}) \langle K' M' | \sigma | K M \rangle \end{aligned}$$

c) Emission spontanée :

$$\frac{d^{(3)}\sigma}{dt} = -\Gamma\sigma$$

donc
$$\langle K' M' | \frac{d^{(3)}\sigma}{dt} | K M \rangle = -\Gamma \langle K' M' | \sigma | K M \rangle$$

On a supposé que les sous-niveaux Zeeman ont la même largeur naturelle Γ .

4) Evolution globale de la matrice densité; état stationnaire : on a sans difficulté dans le cas particulier d'un système atomique placé dans un champ statique uniforme :

$$\langle K', M' | \frac{d\sigma}{dt} | K, M \rangle = \langle K', M' | \rho | K, M \rangle - \langle K', M' | \sigma | K, M \rangle \times \\ \times \left[\Gamma + i (E_{K', M'} - E_{KM}) \right]$$

A l'état stationnaire, $\frac{d\sigma}{dt} = 0$ et

(III-12)

$$\langle K', M' | \sigma | K, M \rangle = \frac{\langle K', M' | \rho | K, M \rangle}{\Gamma + i (E_{K', M'} - E_{KM})}$$

Le numérateur ne dépend que de l'excitation électronique, en première approximation tout au moins : plus précisément, au voisinage d'un point pour lequel $E_{K', M'} = E_{KM}$, le dénominateur varie en fonction du champ magnétique beaucoup plus vite que le numérateur; nous négligerons cette dernière variation dans la suite.

Les équations précédentes sont écrites dans le cas de ${}^4\text{He}$ (représentation $| K, M \rangle$), il est immédiat de les écrire dans le cas de ${}^3\text{He}$ (représentation $| G, M \rangle$).

5) Calcul de la lumière émise par le système atomique :

La connaissance de σ , à l'état stationnaire, suffit pour déterminer toutes les grandeurs physiques relatives au système atomique. On sait en particulier que l'intensité lumineuse émise par les atomes dans une certaine direction, avec un état de polarisation donné par le vecteur unitaire \vec{e}_λ parallèle au vecteur électrique, lors des transitions de l'ensemble des états $| K, M \rangle$ du niveau supérieur (n^3D par exemple) vers l'ensemble des états $| k, \mu \rangle$ de l'état inférieur (2^3P par exemple) est donnée par (37) :

$$\frac{d\phi}{d\Omega} = I \propto \frac{3\Gamma}{8\pi} \sum_{\substack{KM \\ k\mu \\ K'M'}} \langle k\mu | \vec{e}_\lambda^* \cdot \vec{D} | K'M' \rangle \langle K'M' | \sigma | KM \rangle \langle KM | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | k\mu \rangle$$

(III-13)

\vec{D} est la partie angulaire de l'opérateur dipolaire électrique.

I a la forme

$$I \propto \sum_{KM, K'M'} \langle KM | \mathcal{D} | K' M' \rangle \langle K' M' | \sigma | KM \rangle$$

où \mathcal{D} , matrice de détection, est définie par

$$\langle KM | \mathcal{D} | K' M' \rangle = \sum_{k \mu} \langle KM | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | k \mu \rangle \langle k \mu | \vec{e}_\lambda^* \cdot \vec{D} | K' M' \rangle$$

Le but du chapitre IV est de nous permettre de calculer la matrice \mathcal{D} .

CHAPITRE IV

ETUDE DE LA MATRICE DE DETECTION

L'intensité lumineuse émise par les atomes qui se désexcitent par transitions radiatives est donnée par

$$(IV-1) \quad I = \frac{3\Gamma}{8\pi} \text{Tr} (\mathcal{D} \sigma)$$

σ est la matrice densité représentant l'état de régime stationnaire du système atomique dans l'état excité.

\mathcal{D} est la matrice que nous avons appelée "matrice de détection". Après avoir, dans le chapitre III, calculé σ qui ne dépend que des atomes, nous allons, dans ce chapitre, calculer \mathcal{D} , qui ne dépend que des photons.

Nous commencerons par rappeler les définitions et les principales propriétés des grandeurs dont nous nous servons, puis nous donnerons le principe du calcul de \mathcal{D} , enfin nous l'appliquerons au calcul explicite de \mathcal{D} .

I - DEFINITIONS DES GRANDEURS UTILISEES.

1) Grandeurs relatives à la lumière émise : d'après la définition de \mathcal{D} :

$$(IV-2) \quad \langle K, M | \mathcal{D} | K', M' \rangle = \sum_{k, \mu} \langle K, M | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | k, \mu \rangle \langle k, \mu | \vec{e}_\lambda^* \cdot \vec{D} | K', M' \rangle$$

nous avons simplement à étudier $\vec{e}_\lambda \cdot \vec{D}$. Rappelons que les éléments de matrice de la forme $\langle k, \mu | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | K', M' \rangle$ ou $\langle K, M | \vec{e}_\lambda^* \cdot \vec{D} | k, \mu \rangle$ sont pris entre les états propres du hamiltonien atomique : $| K, M \rangle$ ou $| K', M' \rangle$ (état excité) et $| k, \mu \rangle$ (état fondamental) (pour ^3He , les notations correspondantes sont $| G, M \rangle$, $| G', M' \rangle$, $| g, \mu \rangle$). La sommation se fait sur tous les états propres $| k, \mu \rangle$ de la multiplicité fondamentale de la transition radiative étudiée. Par exemple, si on cherche l'intensité émise sur la raie $n^3D \rightarrow 2^3P$, les $| k, \mu \rangle$ représentent l'ensemble des sous-niveaux Zeeman de l'état 2^3P .

a) Direction de polarisation : nous nous intéressons seulement à l'intensité de la composante dont le vecteur électrique est parallèle au vecteur unitaire \vec{e}_λ de cosinus directeurs α, β, γ . Lorsque la polarisation de la lumière est rectiligne, \vec{e}_λ est un vecteur réel dont les composantes réelles sont liées par $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$. Mais lorsque la polarisation est circulaire, par exemple, la définition de \vec{e}_λ est ambiguë. En effet, si on tient à en conserver le caractère réel, on trouve que α, β et γ dépendent du temps. Nous définirons donc, suivant l'usage, un vecteur \vec{e}_λ complexe. Nous utiliserons les conventions de HEITLER (38) en posant que le champ électrique de l'onde lumineuse est proportionnel au vecteur : $\frac{1}{2} \left[\vec{e}_\lambda e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} + \vec{e}_\lambda^* e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \right]$ où \vec{k} et ω sont le vecteur d'onde et la pulsation de l'onde.

Le vecteur imaginaire \vec{e}_λ caractérise le mode λ de la vibration électromagnétique.

\vec{e}_λ est un vecteur unitaire, en ce sens que

$$|\vec{e}_\lambda|^2 = \vec{e}_\lambda \cdot \vec{e}_\lambda = 1$$

Le produit scalaire de deux vecteurs complexes \vec{V} et \vec{V}' de composantes X, Y, Z et X', Y', Z' est ici défini par $\vec{V} \cdot \vec{V}' = XX'^* + YY'^* + ZZ'^*$.

Si donc $|\vec{e}_\lambda|^2 = 1$, cela signifie que

$$\alpha\alpha^* + \beta\beta^* + \gamma\gamma^* = 1.$$

b) Valeur de \vec{e}_λ dans des cas particuliers :

- Onde polarisée rectilignement : \vec{e}_λ est un vecteur réel (à un facteur de phase près).

- Onde polarisée circulairement :

• lumière circulaire droite $\vec{e}_\lambda = \frac{\vec{\xi} - i\vec{\eta}}{\sqrt{2}}$

• lumière circulaire gauche $\vec{e}_\lambda = \frac{-\vec{\xi} - i\vec{\eta}}{\sqrt{2}}$

où les vecteurs unitaires $\vec{\xi}$ et $\vec{\eta}$ forment avec \vec{k} un trièdre trirectangle direct.

On vérifie que le champ électrique \vec{E} est donné, à une phase près, par

$$\begin{aligned} \vec{E} &\propto \frac{1}{2} \left[\frac{(\epsilon \vec{\xi} - i \vec{\eta})}{\sqrt{2}} (\cos \omega t - i \sin \omega t) + cc \right] \\ &= \epsilon \frac{\vec{\xi}}{\sqrt{2}} \cos \omega t - \frac{\vec{\eta}}{\sqrt{2}} \sin \omega t \end{aligned}$$

\vec{E} tourne dans le sens rétrograde autour de \vec{k} si $\epsilon = +1$ (lumière circulaire droite), dans le sens direct si $\epsilon = -1$ (lumière circulaire gauche), conformément aux définitions habituelles (39).

c) Valeur de \vec{e}_λ dans le cas général : nous avons été amenés à mesurer l'intensité de la composante de vecteur parallèle à \vec{e}_λ , lorsque ses composantes sont quelconques (polarisation elliptique). Pour cela, on opère expérimentalement de la manière suivante : on fait passer le faisceau lumineux à travers une lame cristalline d'axe rapide parallèle à $\vec{\xi}$, d'axe lent parallèle à $\vec{\eta}$. Les vecteurs unitaires $\vec{\xi}$ et $\vec{\eta}$ forment avec \vec{k} un trièdre trirectangle direct (fig. 8); la lame est suivie d'un analyseur rectiligne qui laisse passer seulement la direction de polarisation faisant avec $\vec{\xi}$ l'angle ψ . La lame

cristalline introduit, pour la radiation considérée, le déphasage δ entre les vibrations parallèles à l'axe rapide et à l'axe lent.

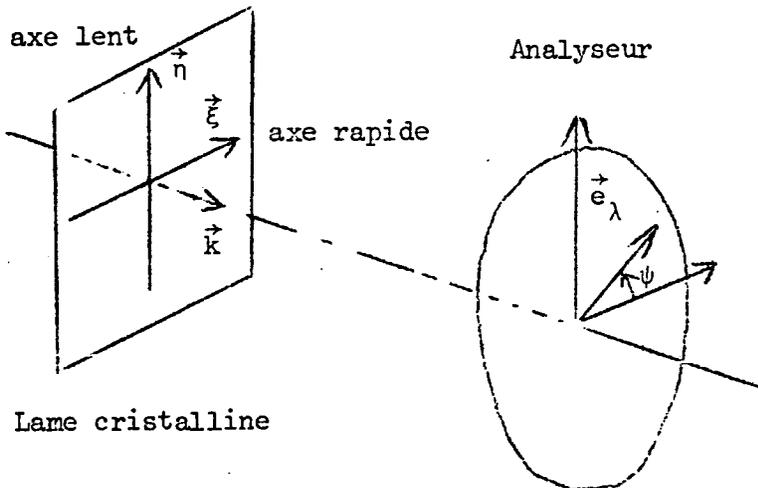


FIGURE 8

L'ensemble lame-analyseur laisse passer la composante dont le vecteur électrique est donné à partir du vecteur unitaire complexe par :

(IV-3)

$$\vec{e}_\lambda = \vec{\xi} \cos \psi + \vec{\eta} \sin \psi e^{-i\delta}$$

On montre aussi que cet ensemble arrête la vibration telle que $\vec{e}_\lambda = -\vec{\xi} \sin \psi + \vec{\eta} \cos \psi e^{-i\delta}$.

2) Grandeurs relatives au système atomique : \vec{D} est la partie angulaire de l'opérateur dipolaire électrique ⁽⁴⁰⁾(⁴¹). Dans le cas de l'atome d'hélium, \vec{D} est proportionnel à $\vec{r}_1 + \vec{r}_2$.

\vec{D} n'agit que sur les variables orbitales. Il commute donc avec \vec{S}^2 , S_z , \vec{I}^2 , I_z . Ainsi, dans le cas où le couplage LS est parfait, \vec{D} ne relie que des états triplets entre eux ou des états singulets entre eux.

\vec{D} est un opérateur vectoriel. A l'aide du théorème de Wigner-Eckart, on peut donc alléger grandement les calculs.

II - CALCUL DE \mathcal{D} .

1) Principe : le calcul de \mathcal{D} est facile dans la représentation $| I S L M_I M_S M_L \rangle$, en faisant usage du théorème de Wigner-Eckart. Mais nous avons besoin de connaître \mathcal{D} dans une représentation dont les vecteurs de base sont les vecteurs propres du hamiltonien atomique. De la même façon qu'au chapitre III, lorsque nous avons calculé ρ (§ II-3), nous allons chercher les éléments de la matrice \mathcal{D} dans la représentation $| I S L M_I M_S M_L \rangle$, puis nous effectuerons 3 changements de base :

$$| I S L M_I M_S M_L \rangle \rightarrow | I (SL) J F M_F \rangle \rightarrow | F (J) M_F \rangle \rightarrow | G, M_F \rangle$$

Dans le cas de ⁴He (pas de spin nucléaire) deux changements suffisent :

$$| S L M_S M_L \rangle \rightarrow | S L J M_J \rangle \rightarrow | K, M_J \rangle$$

2) Calcul en représentation $| I S L M_I M_S M_L \rangle$:

a) Position du problème : il s'agit de trouver

$$\langle I S L M_I M_S M_L | \mathcal{D} | I S L M'_I M'_S M'_L \rangle$$

$$= \sum_{\epsilon, \mu} \langle I S L M_I M_S M_L | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | \epsilon, \mu \rangle \langle \epsilon, \mu | \vec{e}_\lambda^* \cdot \vec{D} | I S L M'_I M'_S M'_L \rangle$$

Les états $|g\mu\rangle$ engendrant la multiplicité fondamentale forment un système complet.

$$\sum_{g\mu} |g\mu\rangle \langle g\mu|$$

est donc indépendant de la représentation choisie et est égal en particulier à

$$\sum_{m_I m_S m_\ell} |I S \ell m_I m_S m_\ell\rangle \langle I S \ell m_I m_S m_\ell|;$$

les notations utilisées ici ont une signification immédiate : m_I, m_S, m_ℓ sont les valeurs propres des opérateurs I_z, S_z, ℓ_z (ℓ est le moment orbital associé à l'état fondamental de la transition).

$$\begin{aligned} & \text{Alors } \langle I S L M_I M_S M_L | \mathcal{D} | I S L M'_I M'_S M'_L \rangle \\ &= \sum_{m_I m_S m_\ell} \langle ISLM_I M_S M_L | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | IS \ell m_I m_S m_\ell \rangle \langle IS \ell m_I m_S m_\ell | \vec{e}_\lambda^* \cdot \vec{D} | ISLM'_I M'_S M'_L \rangle \\ &= \sum_{m_I m_S m_\ell} \langle LM_L | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | \ell m_\ell \rangle \langle \ell m_\ell | \vec{e}_\lambda^* \cdot \vec{D} | LM'_L \rangle \delta_{m_I M_I} \delta_{m_S M'_S} \delta_{m_S M_S} \delta_{m_S M'_S} \\ &= \sum_{m_\ell} \langle LM_L | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | \ell m_\ell \rangle \langle \ell m_\ell | \vec{e}_\lambda^* \cdot \vec{D} | LM'_L \rangle \delta_{M_I M'_I} \delta_{M_S M'_S} \end{aligned}$$

\mathcal{D} est diagonal en M_I et M_S . Cela tient au fait suivant : l'émission du photon, due à une transition dipolaire électrique, a une durée de l'ordre de $1/\nu$ (ν , fréquence de la transition), tellement courte que \vec{I} et \vec{S} n'ont pas le temps de tourner autour de \vec{F} (ou \vec{J} pour ${}^4\text{He}$). Ainsi, l'émission spontanée ne change pas les variables de spin nucléaire ni celles de spin électronique.

On a donc à calculer seulement l'expression beaucoup plus simple

$$\sum_{m_\ell} \langle L M_L | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | \ell m_\ell \rangle \langle \ell m_\ell | \vec{e}_\lambda^* \cdot \vec{D} | L M'_L \rangle$$

b) Calcul des éléments de $\vec{e}_\lambda \cdot \vec{D}$: on a

$$\vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} = \alpha D_x + \beta D_y + \gamma D_z$$

où D_x, D_y, D_z sont les composantes cartésiennes de \vec{D} .

$$\text{Posant } D_\pm = D_x \pm iD_y,$$

$$\begin{aligned} \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} &= \alpha \frac{D_+ + D_-}{2} + \beta \frac{D_+ - D_-}{2i} + \gamma D_z \\ &= \frac{\alpha - i\beta}{2} D_+ + \frac{\alpha + i\beta}{2} D_- + \gamma D_z \end{aligned}$$

Soient $D_{+1}^{(1)}$, $D_0^{(1)}$, $D_{-1}^{(1)}$ les composantes standard de l'opérateur vectoriel \vec{D} ⁽³⁰⁾₍₃₂₎⁽³⁶⁾, c'est-à-dire

$$D_{\pm 1}^{(1)} = \mp \frac{D_{\pm}}{\sqrt{2}}$$

$$D_0^{(1)} = D_z.$$

$$\begin{aligned} \text{(IV-4)} \quad \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} &= -\frac{\alpha - i\beta}{\sqrt{2}} D_1^{(1)} + \gamma D_0^{(1)} + \frac{\alpha + i\beta}{\sqrt{2}} D_{-1}^{(1)} \\ &= \sum_q e_{-q} D_q^{(1)} (-1)^q \end{aligned}$$

où

$$\text{(IV-5)} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_{-1} = +\frac{\alpha - i\beta}{\sqrt{2}} \\ e_0 = \gamma \\ e_{+1} = -\frac{\alpha + i\beta}{\sqrt{2}} \end{array} \right.$$

sont des sortes de "composantes standard" du vecteur \vec{e}_λ ⁽³⁶⁾.

Il s'agit maintenant d'évaluer les quantités de la forme $\langle L M_L | D_q^{(1)} | \ell m_\ell \rangle$.

Rappelons que les vecteurs de base qui sont notés $| \ell m_\ell \rangle$ ou $| L M_L \rangle$ représentent des états orbitaux à 2 électrons, de symétrie donnée lors de l'échange des 2 électrons, cette symétrie étant la même pour tous les états qui interviennent dans la transition. L'opérateur $D^{(1)}$ est, lui, symétrique lors de l'échange des deux électrons. Il en résulte -la démonstration en est très facile- qu'on peut calculer les éléments $\langle L M_L | D_q^{(1)} | \ell m_\ell \rangle$ comme des éléments de matrice d'opérateurs $C_q^{(1)} = \frac{\vec{r}}{r}$ à 1 électron pris entre des états de base à 1 électron.

Le théorème de Wigner-Eckart nous donne

$$\langle L M_L | C_q^{(1)} | \ell m_\ell \rangle = \frac{1}{\sqrt{2L+1}} \langle L || C^{(1)} || \ell \rangle \langle \ell 1 m_\ell q | L M_L \rangle$$

.../...

Le calcul de l'élément de matrice réduit est très classique ⁽³⁰⁾⁽³²⁾.
 En effet, l'opérateur $\frac{\vec{r}}{r}$ a pour composantes cartésiennes

$$C_x = \sin \theta \cos \phi$$

$$C_y = \sin \theta \sin \phi$$

$$C_z = \cos \theta$$

et pour composantes standard

$$C_1^{(1)} = -\frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} e^{i\phi} = \sqrt{\frac{4\pi}{3}} Y_{11}$$

$$C_0^{(1)} = \cos \theta = \sqrt{\frac{4\pi}{3}} Y_{10}$$

$$C_{-1}^{(1)} = \frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} e^{-i\phi} = \sqrt{\frac{4\pi}{3}} Y_{1-1}$$

On trouve ⁽³⁰⁾⁽³²⁾

$$\langle L || C^{(1)} || \ell \rangle = -\sqrt{2L+1} \langle L 1 0 0 | \ell 0 \rangle$$

$$\langle L M_L | C_q^{(1)} | \ell m_\ell \rangle = -\langle L 1 0 0 | \ell 0 \rangle \langle \ell 1 m_\ell q | L M_L \rangle$$

On a donc en définitive

$$(IV-6) \quad \langle L M_L | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | \ell m_\ell \rangle = -\sum_q (-1)^q e_{-q} \langle L 1 0 0 | \ell 0 \rangle \langle \ell 1 m_\ell q | L M_L \rangle$$

De la même manière, on trouverait

$$(IV-7) \quad \langle \ell m_\ell | \vec{e}_\lambda^* \cdot \vec{D} | L' M'_L \rangle = -\sum_{q'} (e^*)_{-q'} \langle L 1 0 0 | \ell 0 \rangle \langle \ell 1 m_\ell -q' | L' M'_L \rangle$$

Comme plus haut, les $(e^*)_{-q'}$ sont les "composantes standard" du vecteur \vec{e}_λ^* , c'est-à-dire

$$(e^*)_1 = -\frac{\alpha^* + i\beta^*}{\sqrt{2}}$$

$$(e^*)_0 = \gamma^*$$

$$(e^*)_{-1} = \frac{\alpha^* - i\beta^*}{\sqrt{2}}$$

c) Calcul de \mathcal{D} en représentation $| \text{ISLM}_I \text{M}_S \text{M}_L \rangle$:

On obtient ainsi, en faisant le produit de (IV-6) et (IV-7),

la relation :

$$\begin{aligned}
 & \langle \text{LM}'_L | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | \ell m_\ell \rangle \langle \ell m_\ell | \vec{e}_\lambda^* \cdot \vec{D} | \text{LM}'_L \rangle \\
 \text{IV-8)} & = \sum_{qq'} (-1)^q e_{-q} (e^*)_{-q'} (\langle \text{L}100 | \ell 0 \rangle)^2 \langle \ell 1 m_\ell q | \text{LM}'_L \rangle \langle \ell 1 m_\ell -q' | \text{LM}'_L \rangle
 \end{aligned}$$

3) Calcul de \mathcal{D} en représentation $| \text{GM}'_F \rangle$: on obtient finalement l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
 & \langle \text{G}, \text{M}'_F | \mathcal{D} | \text{G}', \text{M}'_F \rangle = \sum_{\text{JFJ}'\text{F}'} \langle \text{F}(\text{J}) | \text{G}, \text{M}'_F \rangle \langle \text{F}'(\text{J}') | \text{G}', \text{M}'_F \rangle \times \\
 & \times \sum_{\text{M}'_I \text{M}'_J \text{M}'_J} \langle \text{I J M}'_I \text{M}'_J | \text{F M}'_F \rangle \langle \text{I J}' \text{M}'_I \text{M}'_J | \text{F}' \text{M}'_F \rangle \times \\
 \text{(IV-9)} & \times \sum_{\text{M}'_S \text{M}'_L \text{M}'_L} \langle \text{SLM}'_S \text{M}'_L | \text{J M}'_J \rangle \langle \text{SLM}'_S \text{M}'_L | \text{J}' \text{M}'_J \rangle \times \sum_{qq' m_\ell} (-1)^q e_{-q} (e^*)_{-q'} \times \\
 & \times \langle \ell 1 m_\ell q | \text{LM}'_L \rangle \langle \ell 1 m_\ell -q' | \text{LM}'_L \rangle (\langle \text{L}100 | \ell 0 \rangle)^2
 \end{aligned}$$

Il suffit en principe de remplacer les C.-G. par leur valeur, qu'on trouve dans les tables (⁴²) et d'effectuer la sommation. Le seul examen de la formule (IV-9) montre qu'elle est inutilisable dans le cas général, à cause du trop grand nombre d'indices muets. Son intérêt est qu'elle met en évidence la conservation des variables de spin lors de l'émission spontanée.

III - CALCUL EXPLICITE DE \mathcal{D} .

Nous avons préféré, ici encore, utiliser les techniques de spectroscopie atomique, pour obtenir des formules compactes, à l'aide de coefficients "3j" et "6j" dont il existe des tables (⁴³). Le calcul est renvoyé en appendice. On obtient successivement les résultats suivants :

1) Calcul de $\vec{e}_\lambda \cdot \vec{D}$ et $\vec{e}_\lambda^* \cdot \vec{D}$:

a) Cas d'un atome sans spin nucléaire (^4He) :

$$\langle \text{SLJM}_J | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | \text{S} \ell j m_j \rangle = \sum_q (-1)^q e_{-q} (-1)^{S+M_J} \sqrt{(2J+1)(2j+1)(2L+1)(2\ell+1)} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} J & 1 & j \\ -M_J & q & m_j \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} J & 1 & j \\ \ell & S & L \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} L & 1 & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\langle \text{S} \ell j m_j | \vec{e}_\lambda^* \cdot \vec{D} | \text{SLJ}' M'_J \rangle = \sum_{q'} (e^*)_{-q'} (-1)^{S+M'_J} \sqrt{(2J'+1)(2j+1)(2L+1)(2\ell+1)} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} J' & 1 & j \\ -M'_J & -q' & m_j \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} J' & 1 & j \\ \ell & S & L \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} L & 1 & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Ici, comme dans tout ce qui suit, on n'étudie que les transitions entre les états (SLJM_J) et (Sℓjm_j).

b) Cas d'un atome de spin nucléaire I (^3He) :

$$\langle \text{IJFM}_F | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | \text{I} j f m_f \rangle = \sum_q (-1)^q e_{-q} (-1)^{S+M_F+I+J+j+1} \times$$

$$\times \sqrt{(2F+1)(2f+1)(2J+1)(2j+1)(2L+1)(2\ell+1)} \begin{pmatrix} F & 1 & f \\ -M_F & q & m_f \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} J & 1 & j \\ \ell & S & L \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} F & 1 & f \\ j & I & J \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} L & 1 & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\langle \text{I} j f m_f | \vec{e}_\lambda^* \cdot \vec{D} | \text{IJ}' F' M'_F \rangle = \sum_{q'} (e^*)_{-q'} (-1)^{S+M'_F+I+J'+j+1} \times$$

$$\times \sqrt{(2F'+1)(2f+1)(2J'+1)(2j+1)(2L+1)(2\ell+1)} \begin{pmatrix} F' & 1 & f \\ -M'_F & -q' & m_f \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} J' & 1 & j \\ \ell & S & L \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} F' & 1 & f \\ j & I & J' \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} L & 1 & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Ici encore, il s'agit des transitions aboutissant aux états (I (Sℓ) j f m_f).

Etant donné la définition de e_q et e_q^{*}, on a

$$(e^*)_{-q'} = (-1)^{q'} (e_{q'})^*$$

ce qui montre, comme il était évident, que :

$$\langle I j f m | \vec{e}_\lambda^* \cdot \vec{D} | I J' F' M' \rangle = \langle I J' F' M' | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | I j f m \rangle^*$$

ou encore $\vec{e}_\lambda^* \cdot \vec{D} = (\vec{e}_\lambda \cdot \vec{D})^\dagger$

2) Calcul de \mathcal{D} :

a) Cas où le spin nucléaire est nul (${}^4\text{He}$) :

$$\begin{aligned} \langle SLJM_J | \mathcal{D} | SLJ'M'_J \rangle &= \sum_{k\mu qq'} e_{-q} (e^*)_{-q'} (-1)^{S-\ell-J-J'+M_J} \times \\ \text{(IV-10)} \quad &\times (2L+1)(2\ell+1) \sqrt{(2J+1)(2J'+1)} \begin{pmatrix} L & 1 & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 (2k+1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ -q & -q' & \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J' & J & k \\ -M'_J & M & -\mu \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} L & L & k \\ J & J' & S \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L & L & k \\ 1 & 1 & \ell \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

b) Cas où le spin nucléaire I est différent de 0 (${}^3\text{He}$) :

$$\begin{aligned} \langle I J F M_F | \mathcal{D} | I J' F' M'_F \rangle &= \sum_{qq'k\mu} e_{-q} (e^*)_{-q'} (-1)^{S-\ell-J-J'+I-F-F'-k+M_F} \times \\ \text{(IV-11)} \quad &\times (2L+1)(2\ell+1) \sqrt{(2J+1)(2F+1)(2J'+1)(2F'+1)} \begin{pmatrix} L & 1 & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 (2k+1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ -q & -q' & \mu \end{pmatrix} \times \\ &\times \begin{pmatrix} F' & F & k \\ -M'_F & M_F & -\mu \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F & F' & k \\ J' & J & I \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L & L & k \\ J & J' & S \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L & L & k \\ 1 & 1 & \ell \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

3) Propriétés de \mathcal{D} :

a) Contrairement aux apparences, les formules (IV-10) et (IV-11) sont moins compliquées que les formules (IV-9). Les sommations portent en principe sur 4 indices : q, q', μ, k (10 indices dans le cas de (IV-9), si on excepte les sommations sur J, F, J', F' comme pour (IV-10) et (IV-11). Cependant, pour que le $3j$ $\begin{pmatrix} F' & F & k \\ -M'_F & M_F & -\mu \end{pmatrix}$ ne soit pas nul, il faut que

$$\mu = M_J - M'_J \text{ (ou } M_F - M'_F \text{)}. \quad \mu \text{ est donc imposé.}$$

Notons que les indices muets k et μ ne sont pas les mêmes que ceux introduits au début du chapitre.

D'ailleurs, q et $q' = 1, 0$ ou -1 . A cause du $3j \begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ -q & -q' & \mu \end{pmatrix}$,

on a $\mu = q + q'$, ce qui donne un très petit nombre de valeurs pour q et q' .

D'autre part, pour que ce même $3j$ ne soit pas nul, il faut que

$$0 \leq k \leq 2$$

Comme $k \geq |\mu| = |M_F - M'_F|$,

on a donc au plus 3 valeurs de k .

b) Nous avons dit que $|q|$ et $|q'| \leq 1$

Il en résulte que $|\mu| \leq 2$

donc

$$\boxed{|M'_F - M_F| \leq 2}$$

On trouve le résultat bien connu suivant : l'intensité lumineuse émise dans une direction donnée avec un état de polarisation donné n'est sensible qu'aux populations de l'état excité et aux cohérences entre sous-niveaux Zeeman dont les nombres M diffèrent au plus de 2 et au moins de -2. Cela est lié au caractère dipolaire électrique de la transition étudiée. Il n'en serait pas de même pour une transition quadropolaire électrique, par exemple.

c) On aurait pu ⁽³³⁾ décomposer le produit $(\vec{e}_\lambda \cdot \vec{D})(\vec{e}_\lambda^* \cdot \vec{D})$ en opérateurs tensoriels irréductibles. Cette méthode, plus systématique que la nôtre, conduit, si on n'y prête attention, à des intensités résultant de deux contributions, celles des transitions $L \rightarrow L-1$ et celles des transitions $L \rightarrow L+1$.

d) \mathcal{D} est hermitique, comme il est facile de le vérifier et comme il était évident a priori.

4) Application à l'étude des cohérences induites par l'excitation électronique : nous venons de montrer qu'on ne pourra mettre en évidence, sur la lumière émise par les atomes excités, que les cohérences entre sous-niveaux (G', M') et (G, M) tels que $|M' - M| < 2$. Deux cas se présentent donc : $M' - M = 2$ et $M' - M = 1$, les cas $M' - M = -2$ et $M' - M = -1$ se ramènent aux précédents. Le cas $M' - M = 0$ a été étudié par ailleurs ⁽⁴⁴⁾ : les termes pour lesquels $K = K'$ donnent des variations de probabilités de transition en fonction du champ; ceux pour lesquels $K \neq K'$ donnent des phénomènes d' "anti-

croisement ".

a) Cohérences $\Delta M = 2$: dans les relations (IV-10) et (IV-11), les conditions $\mu = M_J - M'_J$ ou $\mu = M_F - M'_F$ impliquent $\mu = -2$. La condition $\mu = q + q'$ entraîne $q = q' = -1$. La condition $|\mu| \leq k \leq 2$ donne $k = 2$. Ainsi les sommations de (IV-10) et (IV-11) contiennent un seul terme, et on trouve \mathcal{D} sous forme du produit d'un facteur dépendant seulement de \vec{e}_λ , et d'une matrice D_2'' dépendant seulement des états atomiques :

$$(IV-12) \quad \langle SLJM_J | \mathcal{D} | SLJ'M'_J \rangle = \frac{(\alpha+i\beta)(\alpha^*+i\beta^*)}{2} \times \langle SLJM_J | D_2'' | SLJ'M'_J \rangle$$

$$\langle IJFM_F | \mathcal{D} | IJ'F'M'_F \rangle = \frac{(\alpha+i\beta)(\alpha^*+i\beta^*)}{2} \langle IJFM_F | D_2'' | IJ'F'M'_F \rangle$$

(IV-13)

où les éléments de matrice de D_2'' sont donnés par les relations (IV-14), valable pour ${}^4\text{He}$, et (IV-15), valable pour ${}^3\text{He}$:

$$(IV-14) \quad \langle SLJM_J | D_2'' | SLJ'M'_J \rangle = (2L+1)(2\ell+1)\sqrt{5} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{Bmatrix} L & L & 2 \\ 1 & 1 & \ell \end{Bmatrix} \times \\ \times \sqrt{(2J+1)(2J'+1)} \begin{Bmatrix} J' & J & 2 \\ L & L & S \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} J' & J & 2 \\ -M'_J & M_J & 2 \end{pmatrix} (-1)^{S-\ell-J-J'+M_J}$$

$$(IV-15) \quad \langle IJFM_F | D_2'' | IJ'F'M'_F \rangle = (2L+1)(2\ell+1)\sqrt{5} \begin{pmatrix} L & 1 & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{Bmatrix} L & L & 2 \\ 1 & 1 & \ell \end{Bmatrix} \times \\ \times \sqrt{(2J+1)(2F+1)(2J'+1)(2F'+1)} \begin{Bmatrix} F' & F & 2 \\ J & J' & I \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J' & J & 2 \\ L & L & S \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} F' & F & 2 \\ -M'_F & M_F & 2 \end{pmatrix} \times \\ \times (-1)^{S-\ell-J-J'+I-F-F'+M_F}$$

Utilisant les relations de symétrie des coefficients $3j$ et $6j$ on trouve la propriété importante :

.../...

$$\begin{aligned}
 & \langle SLJM_J | D_2'' | SLJ'M'_J \rangle = (-1)^{J-J'+M'_J} \langle || \rangle = (-1)^{J-J'} \langle SLJ'-M'_J | D_2'' | SLJ-M_J \rangle \\
 \text{(IV-16)} & \\
 & \langle IJFM_F | D_2'' | IJ'F'M'_F \rangle = (-1)^{F-F'+M'_F} \langle || \rangle = (-1)^{F-F'} \langle IJF'-M'_F | D_2'' | IJF-M_F \rangle
 \end{aligned}$$

b) Cohérences $\Delta M = 1$: ici, $\mu = -1$, donc $q = 0$ et $q' = -1$ ou bien $q = -1$ et $q' = 0$. D'autre part $k = 2$ ou 1 . On trouve alors que \mathcal{D} a la forme suivante :

$$\text{(IV-17)} \quad \mathcal{D} = \frac{\gamma(\alpha^* + i\beta^*) + \gamma^*(\alpha + i\beta)}{2} D_1'' + \frac{\gamma^*(\alpha + i\beta) - \gamma(\alpha^* + i\beta^*)}{2} D_1'$$

où les matrices D_1'' et D_1' sont indépendantes de \vec{e}_λ et ont pour éléments, dans le cas d'un atome sans spin nucléaire :

$$\begin{aligned}
 & \langle SLJM_J | D_1'' | SLJ'M'_J \rangle = (2L+1)(2\ell+1) \sqrt{5} \begin{pmatrix} L & 1 & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{Bmatrix} L & L & 2 \\ 1 & 1 & \ell \end{Bmatrix} \times \\
 \text{(IV-18)} & \\
 & \times \sqrt{(2J+1)(2J'+1)} \begin{pmatrix} J' & J & 2 \\ -M'_J & M_J & 1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} J' & J & 2 \\ L & L & S \end{Bmatrix} (-1)^{S-\ell-J-J'+M'_J}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \langle SLJM_J | D_1' | SLJ'M'_J \rangle = (2L+1)(2\ell+1) \sqrt{3} \begin{pmatrix} L & 1 & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{Bmatrix} L & L & 1 \\ 1 & 1 & \ell \end{Bmatrix} \times \\
 \text{(IV-19)} & \\
 & \times \sqrt{(2J+1)(2J'+1)} \begin{pmatrix} J' & J & 1 \\ -M'_J & M_J & 1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} J' & J & 1 \\ L & L & S \end{Bmatrix} (-1)^{S-\ell-J-J'+M'_J}
 \end{aligned}$$

Pour le cas d'un atome avec spin nucléaire, on a :

.../...

$$\begin{aligned}
 & \langle IJFM_F | D_1'' | IJ'F'M'_F \rangle = (2L+1)(2\ell+1) \sqrt{5} \begin{pmatrix} L & 1 & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{Bmatrix} L & L & 2 \\ 1 & 1 & \ell \end{Bmatrix} \times \\
 \text{(IV-20)} & \times \sqrt{(2J+1)(2F+1)(2J'+1)(2F'+1)} \begin{pmatrix} F' & F & 2 \\ -M'_F & M_F & 1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F' & F & 2 \\ J & J' & I \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J' & J & 2 \\ L & L & S \end{Bmatrix} \times \\
 & \times (-1)^{S-\ell-J-J'+I-F-F'+M_F}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \langle IJFM_F | D_1' | IJ'F'M'_F \rangle = -(2L+1)(2\ell+1) \sqrt{3} \begin{pmatrix} L & 1 & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{Bmatrix} L & L & 1 \\ 1 & 1 & \ell \end{Bmatrix} \times \\
 \text{(IV-21)} & \times \sqrt{(2J+1)(2F+1)(2J'+1)(2F'+1)} \begin{pmatrix} F' & F & 1 \\ -M'_F & M_F & 1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F' & F & 1 \\ J & J' & I \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J' & J & 1 \\ L & L & S \end{Bmatrix} \times \\
 & (-1)^{S-\ell-J-J'+I-F-F'+M_F}
 \end{aligned}$$

Les matrices D_1'' et D_1' ont la symétrie suivante :

$$\begin{aligned}
 & \langle SLJM_J | D_1'' | SLJ'M'_J \rangle = (-1)^{J-J'+1} \langle SLJ'-M'_J | D_1'' | SLJ-M_J \rangle \\
 \text{(IV-22)} & \langle IJFM_F | D_1'' | IJ'F'M'_F \rangle = (-1)^{F-F'+1} \langle IJ'F'-M'_F | D_1'' | IJ F -M_F \rangle
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \langle SLJM_J | D_1' | SLJ'M'_J \rangle = (-1)^{J-J'} \langle SLJ'-M'_J | D_1' | SLJ-M_J \rangle \\
 \text{(IV-23)} & \langle IJFM_F | D_1' | IJ'F'M'_F \rangle = (-1)^{F-F'} \langle IJ'F'-M'_F | D_1' | IJ F -M_F \rangle
 \end{aligned}$$

A l'aide de ces résultats, nous pourrons désormais calculer l'intensité lumineuse émise après excitation électronique.

C H A P I T R E V

ETUDE QUANTITATIVE DES CROISEMENTS DE NIVEAUX

Dans les chapitres précédents, nous avons montré que, à l'aide d'hypothèses simples et générales, on pouvait étudier l'intensité lumineuse I émise par des atomes excités par choc électronique. Nous avons vu que son expression avait la forme

$$I = \sum_{KMK'M'} \frac{3\Gamma}{8\pi} \langle K, M_J | \mathcal{D} | K', M'_J \rangle \langle K', M'_J | \sigma | K, M_J \rangle$$

dans le cas de ^4He

$$I = \sum_{GMG'M'} \frac{3\Gamma}{8\pi} \langle G, M_F | \mathcal{D} | G', M'_F \rangle \langle G', M'_F | \sigma | G, M_F \rangle$$

dans le cas de ^3He .

Nous avons calculé la matrice de détection \mathcal{D} et la matrice densité σ du système atomique dans son état de régime stationnaire. Nous allons désormais nous limiter au cas où les atomes sont placés dans un champ magnétique statique uniforme, \vec{H} . Ce cas particulier a déjà été traité à titre d'exemple. Nous avons trouvé que (relation III-12) :

$$\langle K'M' | \sigma | KM \rangle = \frac{\langle K'M' | \rho | KM \rangle}{\Gamma + i(E_{K'M'} - E_{KM})}$$

Dans le chapitre IV, nous avons vu que les seuls éléments non nuls de la matrice \mathcal{D} sont tels que $|M'-M| = 2, 1$ ou 0 . Ils ont, dans ce cas, les formes simples suivantes :

$$\langle KM | \mathcal{D} | K'M' \rangle = f''_2(\alpha, \beta) \langle KM | D''_2 | K'M' \rangle \text{ si } |M'-M| = 2 \text{ (IV-12 et IV-13)}$$

$$\langle KM | \mathcal{D} | K'M' \rangle = f''_2(\alpha, \beta, \gamma) \langle KM | D''_1 | K'M' \rangle + f'_2(\alpha, \beta, \gamma) \langle KM | D'_1 | K'M' \rangle \text{ (IV-17)}$$

D''_2, D''_1, D'_1 sont des matrices qui ne dépendent que des états de l'atome. f''_2, f''_1, f'_1 sont des nombres, fonctions des cosinus directeurs α, β, γ du champ électrique complexe de l'onde lumineuse.

Nous allons, dans une première partie, donner les variations de I avec le champ H, suivant la polarisation \vec{e}_λ de la lumière de détection. Elles sont particulièrement importantes près des croisements de niveaux.

Dans une deuxième partie, nous calculons les amplitudes relatives de ces variations (c'est-à-dire des diverses courbes de croisements de niveaux).

Nous montrons enfin que la forme des variations de I avec H donne des renseignements sur les niveaux excités de l'atome; de plus, en comparant les amplitudes relatives de ces variations, on peut obtenir des informations sur le mécanisme de l'excitation électronique.

I - VARIATIONS DE I EN FONCTION DE H

1) Calcul de I :

a) Forme générale : nous avons

$$I = \sum_{KM, K'M'} \frac{3\Gamma}{8\pi} \langle KM | \mathcal{D} | K'M' \rangle \langle K'M' | \sigma | KM \rangle$$

Nous avons vu que

$$\langle K'M' | \sigma | KM \rangle = \frac{\langle K'M' | \rho | KM \rangle}{\Gamma + i(E_{K'M'} - E_{KM})}$$

où ρ est une matrice réelle (cela tient au choix particulier des axes de coordonnées : la direction d'excitation électronique a été prise dans le plan zOx).

On peut mettre \mathcal{D} sous la forme $A + iB$, où A et B sont des matrices réelles, qui ont été calculées dans les cas où $|M' - M| = 2$ ou 1.

$$\text{Alors } I = \sum I(K'M', KM)$$

avec

$$I(K'M', KM) = \frac{3\Gamma}{8\pi} \left[\langle K'M' | \rho | KM \rangle \frac{A_{KM}^{K'M'} + i B_{KM}^{K'M'}}{\Gamma + i(E_{K'M'} - E_{KM})} + cc \right]$$

ρ , A, B sont symétriques en $K'M'$ et KM.

Comme $M' \neq M$, on a

$$(V-1) \quad I(K'M', KM) = \frac{3\Gamma}{4\pi} \langle K'M' | \rho | KM \rangle \frac{A_{KM}^{K'M'} \Gamma + B_{KM}^{K'M'} (E_{K'M'} - E_{KM})}{\Gamma^2 + (E_{K'M'} - E_{KM})^2}$$

b) Croisements de niveaux : dans (V-1), $\langle K'M' | \rho | KM \rangle$ dépend des paramètres de l'excitation électronique introduits au chapitre III et du champ magnétique H, par l'intermédiaire des coefficients de passage $\langle J | K, M \rangle$.

La fraction qui suit $\langle K'M' | \rho | KM \rangle$ dépend de \vec{e}_λ (par l'intermédiaire de A et B); de plus, elle varie avec H.

Les A et B en dépendent aussi, par l'intermédiaire des coefficients $\langle K | J, M \rangle$. Il en est de même de $E_{K'M'} - E_{KM}$.

Toutes ces variations ont à peu près le même ordre de grandeur; mais celle de $\Delta E = E_{K'M'} - E_{KM}$ est très importante près du champ H_0 , s'il existe, où les énergies $E_{K'M'}$ et E_{KM} des sous-niveaux ($K'M'$) et (KM) sont égales. Le comportement de $I(K'M', KM)$ en fonction de H est donc commandé par celui de $\Delta E = E_{K'M'}(H) - E_{KM}(H)$. Aussi, nous négligerons désormais les variations de I dues aux $\langle J | KM \rangle$ dans toute zone de champ telle que $|\Delta E| \approx \Gamma$, et nous remplacerons les $\langle J | KM \rangle$ par leur valeur dans le champ H_0 du croisement, pour lequel $E_{K'M'}(H_0) = E_{KM}(H_0)$. Nous perdons ainsi la possibilité d'interpréter des phénomènes du type "anticroisements" (44)(55).

Nous ferons en plus l'approximation suivante :

$$E_{KM}(H) = E_{KM}(H_0) + (H - H_0) \left(\frac{dE_{KM}}{dH} \right)_{H=H_0} + \dots$$

$$E_{K'M'}(H) = E_{K'M'}(H_0) + (H - H_0) \left(\frac{dE_{K'M'}}{dH} \right)_{H=H_0} + \dots$$

d'où

$$(V-2) \quad \Delta E = (H - H_0) \left(\frac{d\Delta E}{dH} \right)_{H=H_0}$$

Les $\langle J | KM \rangle$ varient peu, dans la région où $\Delta E \approx \Gamma$ autour de H_0 , si du moins $\frac{d\Delta E}{dH}$ n'est pas trop petit.

2) Forme des variations de I : I est donc somme de différents termes dont les variations avec H sont en général lentes. Cependant, chacun d'eux a, pour $(H-H_0) \lesssim \frac{\Gamma}{\mu_B}$, une variation rapide donnée par :

$$(V-3) \quad I(K'M', KM) = \frac{3\Gamma}{4\pi} \langle K'M' | \rho | KM \rangle \frac{A_{KM}^{K'M'} \Gamma + B_{KM}^{K'M'} \left(\frac{d\Delta E}{dH} \right)_{H=H_0} (H-H_0)}{\Gamma^2 + \left(\frac{d\Delta E}{dH} \right)_{H=H_0}^2 (H-H_0)^2}$$

a) Forme des variations : courbes de croisements de niveaux

A une constante près, on a

$$I(K'M', KM) \propto \frac{A_{KM}^{K'M'} \Gamma}{\Gamma^2 + \left(\frac{d\Delta E}{dH} \right)_{H=H_0}^2 (H-H_0)^2} + \frac{B_{KM}^{K'M'} \left(\frac{d\Delta E}{dH} \right)_{H=H_0} (H-H_0)}{\Gamma^2 + \left(\frac{d\Delta E}{dH} \right)_{H=H_0}^2 (H-H_0)^2}$$

Les courbes de croisements de niveaux, représentant les variations de I en fonction de H, sont des combinaisons linéaires de courbes d'absorption de Lorentz et de courbes de dispersion. Elles sont superposées à un "fond continu" (dû aux lentes variations dont il a été question plus haut).

Si $B_{KM}^{K'M'} = 0$ et $A_{KM}^{K'M'} \neq 0$, on a des courbes d'absorption pures.

Si $A_{KM}^{K'M'} = 0$ et $B_{KM}^{K'M'} \neq 0$, on a des courbes de dispersion pures.

Les courbes d'absorption ont $H = H_0$ pour axe de symétrie, et les courbes de dispersion, leur centre de symétrie, en $H = H_0$ (fig. 9).

La largeur des courbes d'absorption à mi-hauteur est

$$\Delta H = 2 \frac{\Gamma}{\left(\frac{d\Delta E}{dH} \right)_{H=H_0}}$$

.../...

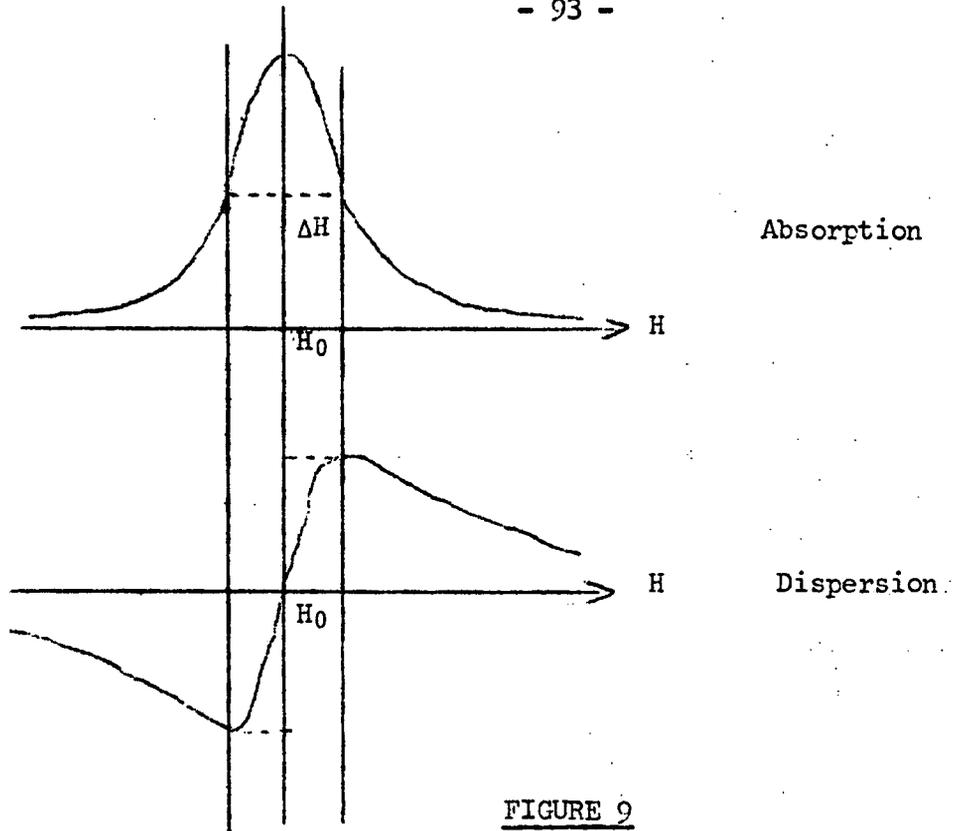


FIGURE 9

b) Applications spectroscopiques

(α) Position des courbes : si on connaît la valeur de H_0 , champ de croisement de 2 sous-niveaux, on obtient la structure Δ du niveau en champ nul, à l'aide de : $\mu_B \cdot H_0 = x_0 \Delta$,

soit

(V-4)

$$\Delta = \frac{\mu_B H_0}{x_0}$$

d'où une méthode de détermination de structures fines ou hyperfines. Le calcul de x_0 fait l'objet du chapitre II.

(β) Largeur des courbes : en unités de pulsation (rad/s), la largeur naturelle du niveau est donnée par

$$\Gamma = \frac{1}{2} \Delta H \left(\frac{d\Delta E}{dH} \right)_{H=H_0}$$

et sa durée de vie par

$$\tau = \frac{1}{\Gamma} = \frac{2}{\Delta H \left(\frac{d\Delta E}{dH} \right)_{H=H_0}}$$

Dans la partie III du chapitre II, on a calculé $\left(\frac{d\Delta E}{dH}\right)_{H=H_0}$, ou, plus précisément, $\Delta y' = \frac{d\Delta y}{\Delta x}$, avec

$$\Delta y = \frac{\Delta E}{\Delta} \quad \text{et} \quad x = \frac{\mu_B H}{\Delta}$$

donc
$$\tau = \frac{2}{\mu_B \Delta H \Delta y'}$$
.

En pratique, ce n'est pas H_0 qu'on mesure, mais une grandeur qui lui est proportionnelle (courant magnétisant). Il est donc préférable d'évaluer $\mu_B H$ en fonction de Δ dans la relation précédente. Tenant compte de ce qu'habituellement Δ est en unités de fréquence (hertz) et qu'ici $\mu_B \Delta H$ est en unités de pulsation (rad/s), on a

$$(V-5) \quad \tau = \frac{1}{\pi \Delta} \frac{H_0}{\Delta H} \frac{1}{x_0 \Delta y'}$$

τ est en secondes si Δ est en hertz.

3) Influence de la polarisation \vec{e}_λ sur la forme des courbes : les renseignements sur ce point sont entièrement contenus dans les termes $A_{KM}^{K'M'}$ et $B_{KM}^{K'M'}$. Plusieurs cas peuvent se présenter.

a) Cas où $|M'-M| \geq 2$: dans ce cas, comme nous l'avons déjà dit dans le chapitre IV (III-3-b), aucune cohérence hertzienne n'est observable à l'aide de photons dipolaires électriques.

b) Cas où $|M'-M| = 2$: alors

$$\langle KM | \mathcal{D} | K'M' \rangle = \langle KM | D_2'' | K'M' \rangle \frac{(\alpha+i\beta)(\alpha^*+i\beta^*)}{2},$$

$\langle KM | D_2'' | K'M' \rangle$ étant récl. On a donc

$$(V-6) \quad \begin{aligned} A_{KM}^{K'M'} &= \langle KM | D_2'' | K'M' \rangle \frac{\alpha\alpha^* - \beta\beta^*}{2} \\ B_{KM}^{K'M'} &= \langle KM | D_2'' | K'M' \rangle \frac{\alpha\beta^* + \alpha^*\beta}{2} \end{aligned}$$

Pour toutes les expériences que nous avons réalisées, nous avons mesuré les variations d'intensité lumineuse émise suivant \vec{H} (le long de Oz), ou bien dans une direction perpendiculaire à \vec{H} . Nous allons seulement étudier

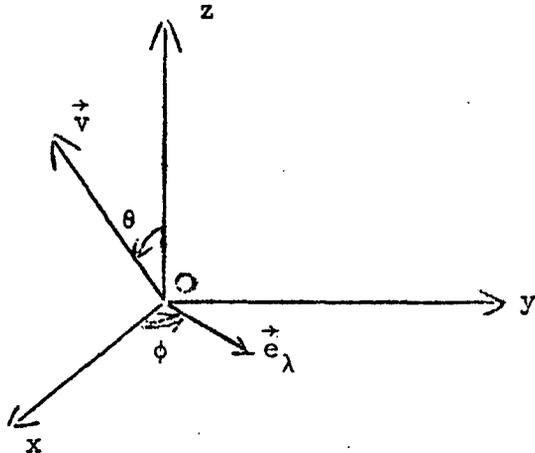
ces deux cas.

(α) Observation suivant Oz : alors $\gamma = 0$.

- Polarisation rectiligne : α et β sont réels.

Ici, on mesure l'intensité de la composante transmise par un analyseur qui laisse passer le vecteur électrique \vec{E} tel que $(\vec{Ox}, \vec{E}) = \phi$ (fig. 10). Il faut rappeler ici que la vitesse \vec{v} des électrons se trouve dans le plan zOx, et que $(\vec{Oz}, \vec{v}) = \theta$.

Alors $\alpha = \cos \phi$, $\beta = \sin \phi$



$$A_{KM}^{K'M'} = \langle KM | D_2'' | K'M' \rangle \frac{\cos 2\phi}{2}$$

$$B_{KM}^{K'M'} = \langle KM | D_2'' | K'M' \rangle \frac{\sin 2\phi}{2}$$

Posant pour abrégier

$$\left(\frac{d\Delta E}{dH} \right)_{H=H_0} (H-H_0) = X,$$

on a :

FIGURE 10

$$(V-7) \quad I(K'M', KM) = \frac{3\Gamma}{8\pi} \langle K'M' | \rho | KM \rangle \langle KM | D_2'' | K'M' \rangle \frac{\Gamma \cos 2\phi + X \sin 2\phi}{\Gamma^2 + X^2}$$

Pour $\phi = 0$ ou 90° , on aura ainsi des courbes d'absorption pures, et pour $\phi = 45$ ou 135° , des courbes de dispersion.

Très fréquemment, il apparaît sur I des variations qui ressemblent à des croisements de niveaux, mais qui sont liées à la perturbation des trajectoires par le champ magnétique. Pour qu'on soit sûr de l'existence de croisements, il est donc très important qu'on vérifie que les formes de courbes ainsi obtenues dépendent de ϕ comme prévu ci-dessus.

Il faut noter d'autre part que $I(K'M', KM)$, considérée comme fonction de ϕ , vérifie

$$I(\phi) + I\left(\phi + \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

d'où l'on déduit

$$(V-8) \quad I(\phi) - I\left(\phi + \frac{\pi}{2}\right) = 2I(K'M', KM)$$

$$(V-9) \quad I(\phi) + I\left(\phi + \frac{\pi}{2}\right) = c^{te}$$

Nous verrons l'utilité de ces remarques lors de l'étude du montage d'opposition (chap. VI).

- Polarisation non rectiligne : on mesure l'intensité de la composante transmise à travers le système décrit au chapitre IV (I-1-c) schématisé sur la figure 11.

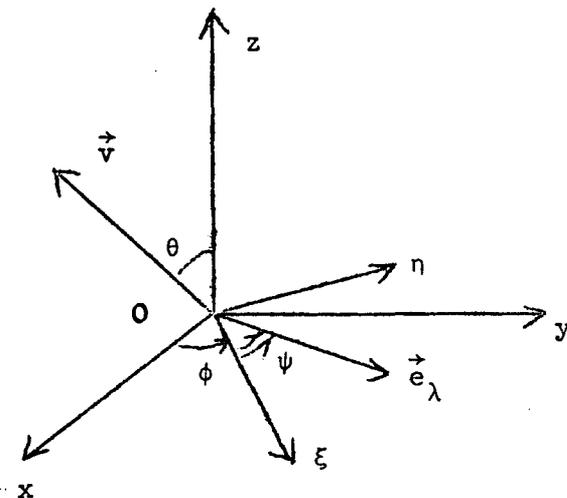


FIGURE 11

Alors

$$\alpha = \cos\psi \cos\phi - \sin\psi \sin\phi e^{-i\delta}$$

$$\beta = \cos\psi \sin\phi + \sin\psi \cos\phi e^{-i\delta}$$

où ϕ est l'angle $(\vec{Ox}, \vec{O\xi})$.

On a par suite

$$A_{KM}^{K'M'} = \frac{\cos 2\psi \cos 2\phi - \sin 2\psi \sin 2\phi \cos \delta}{2} \langle K, M | D_2'' | K', M' \rangle$$

$$B_{KM}^{K'M'} = \frac{\cos 2\psi \sin 2\phi + \sin 2\psi \cos 2\phi \cos \delta}{2} \langle K, M | D_2'' | K', M' \rangle$$

On obtiendra encore des courbes d'absorption ou de dispersion, suivant les cas. Leur amplitude maximale est la même que dans le cas de la polarisation rectiligne.

Un cas particulier important est celui de la détection en lumière circulaire pour laquelle $\psi = \frac{\pi}{4}$ ou $\frac{3\pi}{4}$ et $\delta = \frac{\pi}{2}$.

$$\text{Alors } \underline{A_{KM}^{K'M'}} = \underline{B_{KM}^{K'M'}} = 0.$$

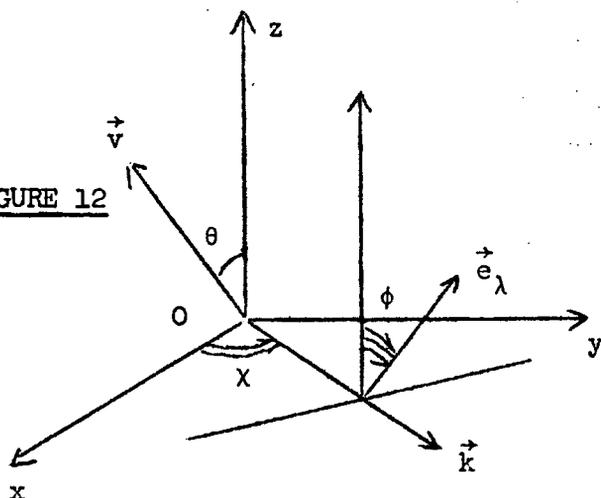
Aucune cohérence n'est détectable en lumière circulaire (détection en polarisation "non cohérente" (σ^\pm pure, par rapport au champ)).

(β) Observation dans une direction perpendiculaire à Oz : soit χ l'angle

(\vec{Ox}, \vec{Ok}) dans le plan xOy (fig. 12).

Un cas particulier très important est celui où $\chi = \frac{\pi}{2}$ (observation perpendiculairement au faisceau d'électrons); expérimentalement, des mesures pour χ quelconque ont été réalisées.

FIGURE 12



- Polarisation linéaire : \vec{e}_λ fait avec Oz l'angle ϕ

Alors $\alpha = \sin\phi \sin\chi$

$\beta = -\sin\phi \cos\chi$

$\gamma = \cos\phi$

On a

$$A_{KM}^{K'M'} = -\frac{1}{2} \sin^2\phi \cos 2\chi \langle K, M | D_2'' | K', M' \rangle$$

$$B_{KM}^{K'M'} = -\frac{1}{2} \sin^2\phi \sin 2\chi \langle K, M | D_2'' | K', M' \rangle$$

(V-10) $I(K'M', KM) = -\frac{\Gamma}{8\pi} \langle K', M' | \rho | K, M \rangle \langle K, M | D_2'' | K', M' \rangle \sin^2\phi \left(\frac{\Gamma \cos 2\chi + X \sin 2\chi}{\Gamma^2 + X^2} \right)$

Contrairement au cas où on mesure l'intensité émise dans la direction Oz, la forme des courbes est indépendante de l'orientation du polaroïd analyseur.

Un changement de l'angle ϕ modifie seulement l'amplitude de ces courbes :

Pour $\phi = 0$, leur amplitude est nulle (cas de la détection π : détection en "polarisation non cohérente").

Pour $\phi = 90^\circ$, elle est maximale (détection σ).

La forme des courbes dépend de la direction d'observation. Le cas particulier le plus fréquent est celui de l'observation vers Oy : $\chi = 90^\circ$. On a alors des courbes d'absorption. Pour les autres directions, on a des combinaisons linéaires de courbes d'absorption ou de dispersion (dispersion pure dans le cas d'une observation à 45° de l'axe Ox).

Remarquons que $I(K'M', KM)$, en tant que fonction de ϕ , est tel que

$$I(\phi) \propto \sin^2\phi$$

$$I\left(\phi + \frac{\pi}{2}\right) \propto \cos^2\phi$$

d'où l'on déduit

$$(V-11) \quad I(\phi) - I\left(\phi + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{3\Gamma}{8\pi} \langle K', M' | \rho | K, M \rangle \langle K, M | D_2'' | K', M' \rangle \cos 2\phi \frac{\Gamma \cos 2\chi + X \sin 2\chi}{\Gamma^2 + X^2}$$

et

$$(V-12) \quad I(\phi) + I\left(\phi + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{3\Gamma}{8\pi} \langle K', M' | \rho | K, M \rangle \langle K, M | D_2'' | K', M' \rangle \frac{\Gamma \cos 2\chi + X \sin 2\chi}{\Gamma^2 + X^2}$$

Physiquement, la relation (V-12) signifie que, sur la somme des intensités π et σ , il apparaît un signal de croisement de niveaux. Il suffit donc de mesurer l'intensité totale, dans ce cas. Il n'y a pas besoin de polaroïd analyseur.

- Polarisation non rectiligne : on mesure dans ce cas l'intensité de la composante transmise à travers le système déjà décrit (chap. IV-I-1-c), et représenté figure 13.

.../...

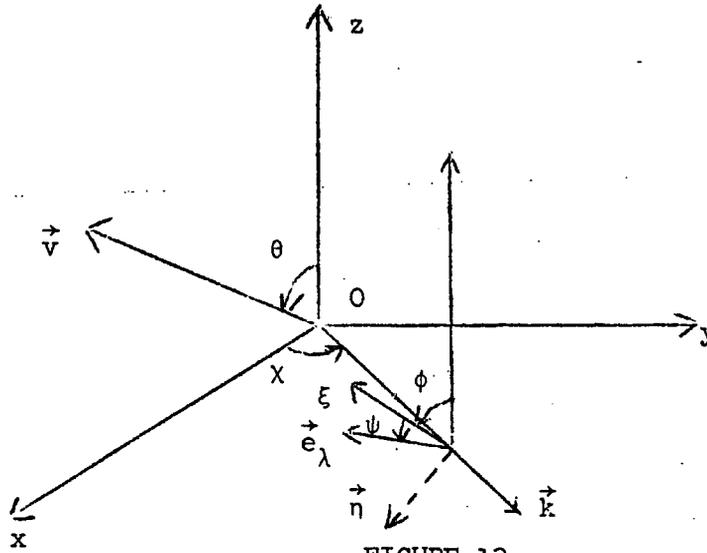


FIGURE 13

Dans ce cas

$$\begin{cases} \alpha = \sin\phi \sin\chi \cos\psi + \cos\phi \sin\chi \sin\psi e^{-i\delta} \\ \beta = -\sin\phi \cos\chi \cos\psi - \cos\phi \cos\chi \sin\psi e^{-i\delta} \\ \gamma = \cos\phi \cos\psi - \sin\phi \sin\psi e^{-i\delta} \end{cases}$$

On trouve

$$(V-13) \quad I(K'M', KM) = -\frac{3\Gamma}{8\pi} \langle K' M' | \rho | K M \rangle \langle K M | D_2'' | K' M' \rangle \left[\sin^2(\phi+\psi) - \sin 2\phi \sin 2\psi \sin^2 \frac{\delta}{2} \right] \frac{\Gamma \cos 2\chi + X \sin 2\chi}{\Gamma^2 + X^2}$$

ϕ est ici l'angle $(\vec{Oz}, \vec{O\xi})$ mesuré autour de \vec{Ok} .

On obtiendra les mêmes formes de courbe que dans le cas de la détection en lumière polarisée rectilignement, lorsqu'on mesure l'intensité lumineuse émise dans la même direction. Seule, l'amplitude dépend des orientations relatives de la lame cristalline et de l'analyseur. Quand on effectue une détection en lumière circulaire (σ^+ ou σ^- par rapport à \vec{k}), l'amplitude est deux fois plus faible que lors de la détection en lumière σ .

(γ) Résumé des résultats : pour les croisements $|M' - M| = 2$, les formes de courbes qu'on peut obtenir sont les suivantes :

OBSERVATION	\vec{e}_λ (POLARISATION RECTILIGNE)	FORME
// Oz	$(\vec{v}, \vec{e}_\lambda) = 0$ ou 90° $(\vec{v}, \vec{e}_\lambda) = 45$ ou 135°	Absorption Dispersion
\perp Oz : // Oy ou Ox	$(\vec{Oz}, \vec{e}_\lambda) = 0$ $(\vec{Oz}, \vec{e}_\lambda) = 90^\circ$	Rien Absorption
\perp Oz, à 45° de Ox	$(\vec{Oz}, \vec{e}_\lambda) = 0$ $(\vec{Oz}, \vec{e}_\lambda) = 90^\circ$	Rien Dispersion

Dans le cas de l'observation dans la direction Oz, la forme des courbes dépend de la nature de la composante \vec{e}_λ , mais non leur amplitude. Dans le cas de l'observation de la lumière émise perpendiculairement à Oz, l'amplitude des courbes dépend de \vec{e}_λ , mais non leur forme.

Il faut remarquer que l'observation d'une composante elliptique quelconque de la lumière émise n'ajoute rien aux renseignements recueillis dans l'observation des composantes linéaires.

Il va de soi que les indications précédentes sur la forme des courbes n'ont aucun sens si, accidentellement, on a $\langle K M | \rho | K' M' \rangle = 0$.

Avant de terminer, notons qu'il est indifférent d'avoir $M' - M = 2$ ou -2 . Nous avons pris dans les calculs $M' - M = 2$.

(δ) Influence du signe de la structure en champ nul : nous avons, dans ce qui précédait, fait le calcul des croisements des sous-niveaux ($K'M'$) et (KM) dans l'hypothèse d'une structure en champ nul "inversée". Nous pouvons nous demander si, dans le cas d'une structure "normale", les variations d'intensité sont les mêmes au voisinage des croisements de (\bar{K}', \bar{M}') et (\bar{K}, \bar{M}) .

La forme des courbes est donnée, à un facteur constant près que nous étudions plus bas, par une expression de la forme $\frac{\Gamma \cos 2\phi + X \sin 2\phi}{\Gamma^2 + X^2}$ avec

$$X = \left(\frac{d\Delta E}{dH} \right)_{H=H_0} (H-H_0). \text{ Si la structure est "inversée", } \Delta E = E(K'M') - E(KM).$$

Si elle est "normale", $\Delta E = E(\bar{K}' \bar{M}') - E(\bar{K} \bar{M})$ avec les notations du chapitre II (IV-c) ; on a vu que la valeur de X dans le champ H ne dépend pas du signe de la structure.

Le facteur constant est $\langle \bar{K}', \bar{M}' | \rho | \bar{K}, \bar{M} \rangle = \langle \bar{K}, \bar{M} | D''_2 | \bar{K}', \bar{M}' \rangle$ avec $\bar{K}' = K, \bar{M}' = -M, \bar{K} = K', \bar{M} = -M'$.

On a, en utilisant les relations entre coefficients de passage démontrées au § IV-d du chapitre II

$$\langle J | \bar{K}', \bar{M}' \rangle = \langle J | K, -M \rangle = (-1)^{K-J} \langle J | K, M \rangle$$

si l'on se souvient des relations (III-11) et (IV-16), on trouve :

$$\begin{aligned} \langle \bar{K}', \bar{M}' | \rho | \bar{K}, \bar{M} \rangle &= \sum_{JJ'} \langle J | \bar{K}', \bar{M}' \rangle \langle J' | \bar{K}, \bar{M} \rangle \langle SLJ \bar{M}' | \rho | SLJ' \bar{M} \rangle \\ &= \sum_{JJ'} \langle J | K, -M \rangle \langle J' | K', -M' \rangle \langle SLJ -M | \rho | SLJ' -M' \rangle \\ &= \sum_{JJ'} (-1)^{J-K} \langle J | K, M \rangle (-1)^{J'-K'} \langle J' | K', M' \rangle (-1)^{J-J'} \langle SLJ' M' | \rho | SLJM \rangle \\ &= (-1)^{K'-K} \langle K', M' | \rho | K, M \rangle \\ &= - \langle K', M' | \rho | K, M \rangle \end{aligned}$$

et de même :

$$\langle \bar{K}, \bar{M} | D''_2 | \bar{K}', \bar{M}' \rangle = - \langle K', M' | D''_2 | K, M \rangle$$

d'où

$$\langle \bar{K}', \bar{M}' | \rho | \bar{K}, \bar{M} \rangle = \langle \bar{K}, \bar{M} | D''_2 | \bar{K}', \bar{M}' \rangle = \langle K', M' | \rho | K, M \rangle = \langle K, M | D''_2 | K', M' \rangle$$

L'amplitude des courbes est la même dans les deux cas.

En résumé, l'observation des croisements $| M' - M | = 2$ donnera la durée de vie de l'état excité et la valeur absolue de sa structure en champ nul, mais non le signe de cette dernière.

c) Cas où $| M' - M | = 1$: la relation (IV-17) donne :

$$\begin{aligned} \langle K, M | \mathcal{D} | K', M' \rangle &= \langle K, M | D''_1 | K', M' \rangle \frac{\gamma (\alpha^* + i\beta^*) + \gamma^* (\alpha + i\beta)}{2} \\ &+ \langle K, M | D'_1 | K', M' \rangle \frac{\gamma^* (\alpha + i\beta) - \gamma (\alpha^* + i\beta^*)}{2} \end{aligned}$$

On en tire, les matrices D''_1 et D'_1 étant réelles :

$$(V-14) \quad \begin{aligned} A_{KM}^{K'M'} &= \frac{\gamma^* \alpha + \gamma \alpha^*}{2} \langle K, M | D_1'' | K', M' \rangle + \frac{i(\gamma^* \beta - \gamma \beta^*)}{2} \langle K, M | D_1' | K', M' \rangle \\ B_{KM}^{K'M'} &= \frac{\gamma^* \beta + \gamma \beta^*}{2} \langle K, M | D_1'' | K', M' \rangle - \frac{i(\gamma^* \alpha - \gamma \alpha^*)}{2} \langle K, M | D_1' | K', M' \rangle \end{aligned}$$

(α) Observation dans la direction Oz : $\gamma = 0$

L'intensité lumineuse émise suivant Oz ne présente aucune particularité au voisinage des champs de croisement de niveaux tels que $M' - M = 1$.

(β) Observation dans une direction perpendiculaire à Oz :

- Polarisation rectiligne : (figure 12)

On trouve

$$\begin{aligned} A_{KM}^{K'M'} &= \sin\phi \cos\phi \sin\chi \langle K, M | D_1'' | K', M' \rangle \\ B_{KM}^{K'M'} &= -\sin\phi \cos\phi \cos\chi \langle K, M | D_1'' | K', M' \rangle \end{aligned}$$

$$(V-15) \quad I(K' M', KM) = \frac{3\Gamma}{8\pi} \langle K' M' | \rho | KM \rangle \langle KM | D_1'' | K' M' \rangle \sin 2\phi \frac{\Gamma \sin\chi - X \cos\chi}{\Gamma^2 + X^2}$$

La forme des courbes ne dépend que de la direction d'observation χ et non de l'orientation de l'analyseur ϕ . Le changement de l'angle ϕ en modifie seulement l'amplitude. Ainsi :

pour $\phi = 0$ (détection π) ou 90° (détection σ), amplitude nulle.

$\phi = 45^\circ$, amplitude maximale.

Dans le cas de l'observation dans la direction Oy, on obtient des courbes d'absorption.

$I(K' M', KM)$, en tant que fonction de ϕ , a les propriétés suivantes (dont on verra l'utilité lors de la description du montage en pont) :

$$(V-16) \quad \begin{aligned} I(\phi) - I\left(\phi + \frac{\pi}{2}\right) &= 2 I(\phi) \\ I(\phi) + I\left(\phi + \frac{\pi}{2}\right) &= 0 \end{aligned}$$

- Polarisation non rectiligne : (figure 13)

$$(V-17) \quad \begin{aligned} I(K' M', KM) &= \frac{3\Gamma}{8\pi} (\sin 2\phi \cos 2\psi + \cos 2\phi \sin 2\psi \cos \delta) \langle KM | D_1'' | K' M' \rangle \langle K' M' | \rho | KM \rangle \times \\ &\times \frac{\Gamma \sin\chi - X \cos\chi}{\Gamma^2 + X^2} - \frac{3\Gamma}{8\pi} \sin 2\psi \sin \delta \langle KM | D_1' | K' M' \rangle \langle K' M' | \rho | KM \rangle \frac{\Gamma \cos\chi + X \sin\chi}{\Gamma^2 + X^2} \end{aligned}$$

Ici, la forme des courbes dépend non seulement de la direction d'observation χ , mais encore de l'orientation de la lame cristalline, ϕ , et de celle de l'analyseur, ψ .

Dans le cas particulier où on observe la lumière émise dans la direction Oy ($\chi = \frac{\pi}{2}$), on a

$$I(K'M', KM) = \frac{3\Gamma}{8\pi} \langle K' M' | \rho | K M \rangle \times$$

$$\times \frac{\Gamma (\sin 2\phi \cos 2\psi + \cos 2\phi \sin 2\psi \cos \delta) \langle K M | D'_1 | K' M' \rangle - X \sin 2\psi \sin \delta \langle KM | D'_1 | K' M' \rangle}{\Gamma^2 + X^2}$$

La mesure de l'intensité d'une des composantes circulaires (par rapport à Oy) de la lumière émise ($\delta = \frac{\pi}{2}$, $\psi = \frac{\pi}{4}$: circulaire droite

$\psi = \frac{3\pi}{4}$: - gauche) donne :

$$I(K'M', KM) = \pm \frac{3\Gamma}{8\pi} \langle K M | D'_1 | K' M' \rangle \langle K' M' | \rho | K M \rangle \frac{\Gamma \cos \chi + X \sin \chi}{\Gamma^2 + X^2}$$

signe + : composante circulaire gauche,

signe - : composante circulaire droite.

Au contraire de ce qui a lieu pour les croisements $\Delta M = 2$, la mesure de l'intensité d'une composante elliptique présente deux avantages sur la mesure de l'intensité d'une composante rectiligne.

Le premier est le suivant: Dans certains cas (où les trajectoires électroniques sont déviées par \vec{H}), on ne peut pas observer la lumière émise vers Oy ; l'intensité d'une composante rectiligne varie alors suivant une combinaison de formes d'absorption et de dispersion. Un pointé précis du champ magnétique pour lequel $X = 0$ est alors difficile, et on est obligé d'opérer par calcul sur les courbes expérimentales (⁴⁵). Au contraire, dans le cas de l'observation en lumière elliptique, on peut, en réglant convenablement les orientations respectives de la lame cristalline et de l'analyseur, obtenir telle forme de courbe qu'on désire, en particulier une courbe d'absorption ou une courbe de dispersion pures. Prenant par exemple le cas d'une lame $\lambda/4$ ($\delta = \frac{\pi}{2}$) orientée à 45° de l'axe Oz ($\phi = \frac{\pi}{4}$), on a

$$I(K'M', KM) = \frac{3\Gamma}{8\pi} \langle K' M' | \rho | K M \rangle \left[\frac{\Gamma(\cos 2\psi \sin \chi \langle |D_1''| \rangle - \sin 2\psi \cos \chi \langle |D_1'| \rangle)}{\Gamma^2 + \chi^2} - \frac{\chi (\cos 2\psi \cos \chi \langle |D_1''| \rangle + \sin 2\psi \sin \chi \langle |D_1'| \rangle)}{\Gamma^2 + \chi^2} \right]$$

On a une courbe d'absorption pure dans ce cas en orientant l'analyseur de façon telle que $\psi = \psi_a$, avec

$$\operatorname{tg} 2\psi_a = - \operatorname{cotg} \chi \frac{\langle K, M | D_1'' | K', M' \rangle}{\langle K, M | D_1' | K', M' \rangle}$$

Dans le cas particulier important $\chi = \frac{\pi}{2}$ (observation le long de Oy), $\psi_a = 0$ (ou $\frac{\pi}{2}$).

On a de même une courbe de dispersion pure, en orientant l'analyseur de façon que $\psi = \psi_d$, avec

$$\operatorname{tg} 2\psi_d = \operatorname{tg} \chi \frac{\langle K, M | D_1'' | K', M' \rangle}{\langle K, M | D_1' | K', M' \rangle}$$

Dans le cas où $\chi = \frac{\pi}{2}$, on a $\psi_d = \frac{\pi}{4}$ (ou $\frac{3\pi}{4}$).

Le deuxième avantage, plus fondamental, est le suivant : la forme des courbes dépend du signe de la structure en champ nul. Des arguments similaires à ceux du § b) donnent en effet les relations suivantes (les notations sont les mêmes qu'en b) :

$$\begin{aligned} \langle \bar{K}', \bar{M}' | \rho | \bar{K}, \bar{M} \rangle &= + \langle K', M' | \rho | K, M \rangle \\ \langle \bar{K}', \bar{M}' | D_1'' | \bar{K}, \bar{M} \rangle &= + \langle K', M' | D_1'' | K, M \rangle \\ \langle \bar{K}', \bar{M}' | D_1' | \bar{K}, \bar{M} \rangle &= - \langle K', M' | D_1' | K, M \rangle \end{aligned}$$

Le signe des termes contenant D_1' dépend donc du signe de la structure Δ . Cela entraîne (relations (V-15) et (V-17)) que les courbes de croisements ont des formes différentes, suivant que cette structure est "normale" ou "inversée". Cela n'a pas lieu, on l'a vu, lors de l'observation d'une composante rectiligne.

Pour déterminer ce signe, le moyen le plus simple consiste à employer une lame $\lambda/4$ dont l'axe rapide fait avec Oz l'angle $\phi = 45^\circ$. On oriente le polaroïd analyseur de telle façon que la courbe de croisement ait une forme d'absorption, avec un maximum au champ de croisement H_0 (alors $\psi = \psi_a$). On tourne alors l'analyseur de $+45^\circ$ autour de \vec{OK} (fig. 13) (alors $\psi = \psi_d$). La courbe de croisement obtenue alors a une forme de dispersion. Suivant que son maximum a lieu pour $H > H_0$ (cas 1 : fig. 14) ou $H < H_0$ (cas 2 : fig. 14),

$\frac{\langle KM|D''_1|K'M' \rangle}{\langle KM|D'_1|KM \rangle}$ est négatif ou positif; on peut en déduire le signe de la structure en champ nul.

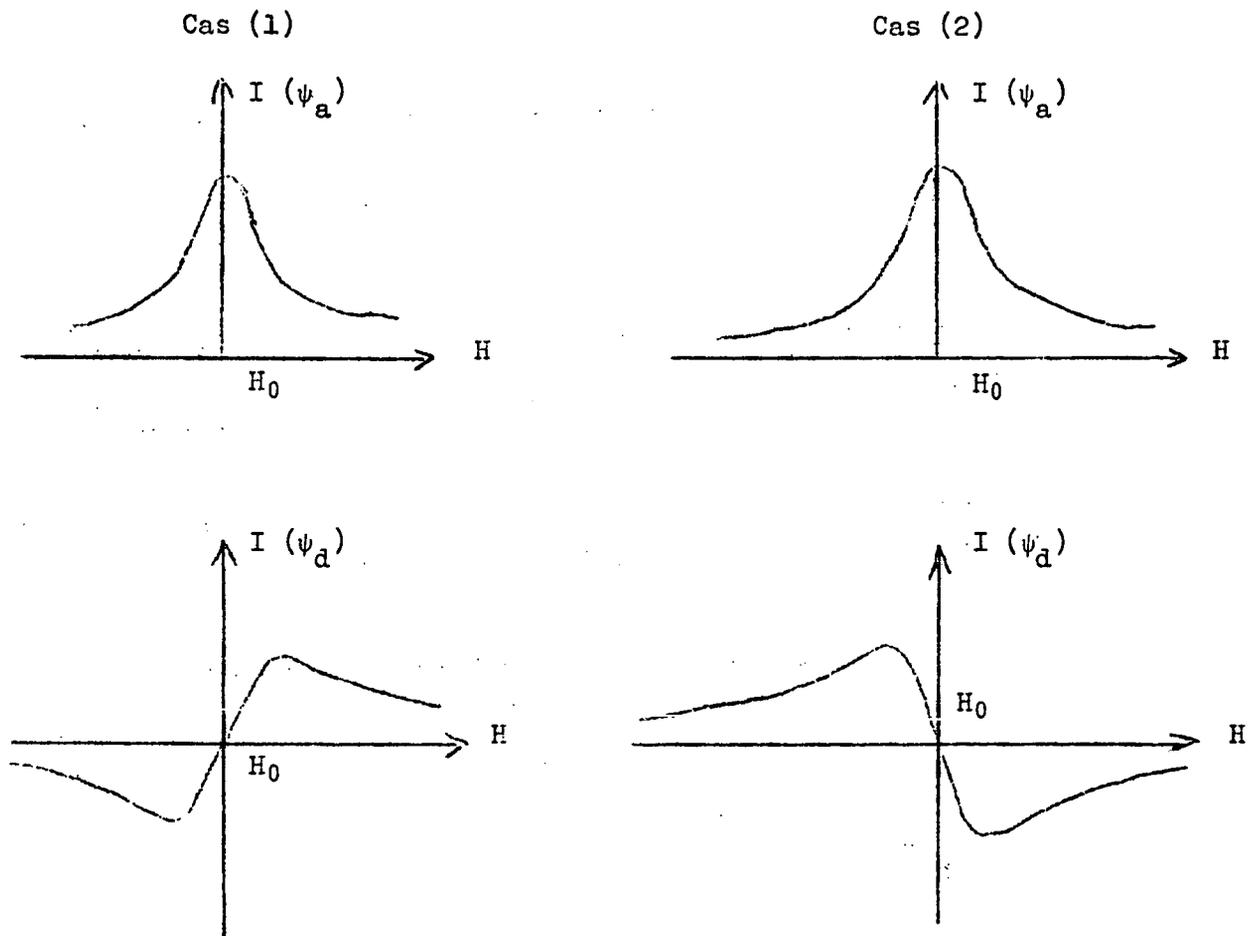


FIGURE 14

Ces résultats découlent d'une discussion élémentaire, mais fastidieuse.

.../...

En résumé, les formes de courbes qu'on peut obtenir sont, pour les croisements $| M' - M | = 1$, données par le tableau suivant

OBSERVATION	\vec{e}_λ (POLARISATION RECTILIGNE)	FORME
Oz	/	Rien
Oy	Parallèle ou perpendiculaire à Oz A 45° de Oz	Rien Absorption Amplitude maximale
Ox	Parallèle ou perpendiculaire à Oz A 45° de Oz	Rien Dispersion Amplitude maximale

II - AMPLITUDES RELATIVES DES COURBES DE CROISEMENT DE NIVEAUX

Nous avons maintenant à évaluer les amplitudes relatives des courbes correspondant aux divers croisements. Il s'agit de calculer les expressions $\langle K, M | D_2'' | K', M' \rangle$, $\langle K, M | D_1'' | K', M' \rangle$, $\langle K, M | D_1' | K', M' \rangle$, et de faire leur produit par $\langle K', M' | \rho | K, M \rangle$.

Toutes les expressions littérales ayant été données au fur et à mesure, nous donnerons les valeurs numériques de ρ , D_2'' , D_1'' , D_1' d'abord dans la représentation $|(SL) JM_J \rangle$ (ou, pour ${}^3\text{He}$, $|I(SL)JFM_F \rangle$), puis dans la représentation $|K, M_J \rangle$ (ou, pour ${}^3\text{He}$, $|G, M_F \rangle$).

Nous supposons en principe que la structure des niveaux de He est "inversée".

Nous négligerons en général les facteurs communs $\frac{N_0 J}{2e} \frac{3\Gamma}{8\pi}$.

Pour faire les calculs, on utilise les relations (III-9) et (III-10), qui donnent ρ respectivement dans les cas de ${}^4\text{He}$ et ${}^3\text{He}$, et les relations (IV-14) (IV-18) (IV-22) ou (IV-15) (IV-19) (IV-23), qui donnent \mathcal{D} respectivement dans les cas de ${}^4\text{He}$ et ${}^3\text{He}$.

Les éléments de matrice de ρ sont combinaisons linéaires d'éléments de matrice d'opérateurs tensoriels $\rho_{\mu}^{(2)}$ d'ordre 2, $\rho_{\mu}^{(4)}$ d'ordre 4, etc. D'autre part, dans les seuls cas qui nous intéressent ($|M'_J - M_J| = 2$ ou 1 pour ${}^4\text{He}$, $|M'_F - M_F| = 2$ ou 1 pour ${}^3\text{He}$), les éléments de \mathcal{D} sont combinaison linéaire d'éléments de matrice proportionnels à des composantes d'opérateurs tensoriels D_2'' (pour $|M' - M| = 2$), D_1'' et D_1' (pour $|M' - M| = 1$).

Ces remarques nous permettront d'abrégier les calculs. En effet, d'après le théorème de Wigner-Eckart, $\rho_{\mu}^{(2)}$, D_2'' , D_1'' ont des éléments de matrice proportionnels : leur rapport est indépendant de M_J (ou M_F). De plus, comme $\rho_{\mu}^{(2)}$, D_2'' , D_1'' n'agissent pas sur les variables de spin, ce rapport ne dépend pas non plus de J' , J , F' , F . Au contraire, aucune telle proportionnalité n'existe avec les éléments de D_1' . En effet, D_1'' et D_1' sont proportionnels à des composantes d'opérateurs tensoriels d'ordre respectif 2 et 1. Le théorème de Wigner-Eckart n'a aucune raison de s'appliquer ici.

On aura donc à s'intéresser aux seules matrices $\rho_{\mu}^{(2)}$, $\rho_{\mu}^{(4)}$ et D_1' .

Pour des raisons de commodité du calcul numérique, nous avons défini les $\rho_{\mu}^{(2)}$, $\rho_{\mu}^{(4)}$, D_2'' , D_1'' , etc.. de manière assez peu systématique. En particulier, D_2'' et D_1'' ne sont pas les composantes d'ordre 2 ou 1 d'un opérateur tensoriel irréductible d'ordre 2. Il en est de même de $\rho_2^{(2)}$ et $\rho_1^{(2)}$ et aussi de $\rho_2^{(4)}$ et $\rho_1^{(4)}$.

Nous allons exposer un peu en détail le calcul des croisements $|\Delta M| = 2$ dans le cas des niveaux 3P de ${}^4\text{He}$. Pour les autres cas, les calculs intermédiaires sont donnés en appendice D.

A/ Croisements $|M' - M| = 2$:

1) Cas de ${}^4\text{He}$:

$$(V-18) \quad \langle \text{SLJ}'M'_J | \rho | \text{SLJM}_J \rangle = \frac{N_0 \mathcal{J}}{2e} (Q_0 + \dots) \sin^2 \theta \langle \text{SLJ}'M'_J | \rho_2^{(2)} | \text{SLJM}_J \rangle + \frac{N_0 \mathcal{J}}{2e} (Q_0 + \dots) \sin^2 \theta (7 \cos^2 \theta - 1) \langle \text{SLJ}'M'_J | \rho_2^{(4)} | \text{SLJM}_J \rangle + \dots$$

D_2'' a déjà été défini, on trouve

$$(V-19) \quad \langle \text{SLJM}_J | D_2'' | \text{SLJ}'M'_J \rangle = \frac{2}{15} (2S+1)(2L+3) \langle \text{SLJ}'M'_J | \rho_2^{(2)} | \text{SLJM}_J \rangle \dots / \dots$$

Le facteur $(Q_0 + \dots)$ figurant dans (V-18) est une combinaison linéaire des sections de choc $Q_{|M_L|}$. Ainsi, devant $\rho_2^{(2)}$ figurent $Q_0 - Q_1$ pour les états P, $Q_0 + Q_1 - 2Q_2$ pour les états D, devant $\rho_2^{(4)}$ figure $Q_0 - \frac{4}{3} Q_1 + \frac{1}{3} Q_2$ pour les états D.

Nous rappelons que ces sections efficaces sont fonctions de l'état étudié. Pour abréger les notations, nous n'avons pas indiqué explicitement leur dépendance en fonction de S et L.

a) Niveaux 3P : la relation (III-9) et la relation (V-18) précédente donnent

$$\langle 11J'M'_J | \rho_2^{(2)} | 11JM_J \rangle = (-1)^{M_J} \frac{\sqrt{5}}{6} \sqrt{(2J'+1)(2J+1)} \begin{Bmatrix} J & J' & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} J & J' & 2 \\ M_J & -M'_J & 2 \end{pmatrix}$$

d'où le tableau de valeurs

JM		JM			JM	
		2 0	1 0	0 0	2 -1	1 -1
2	M+2	$\frac{1}{6\sqrt{6}}$	$\frac{1}{6\sqrt{2}}$	$\frac{1}{6\sqrt{3}}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$
1	M+2	/	/	/	$-\frac{1}{12}$	$-\frac{1}{12}$

En représentation $|KM_J\rangle$, on a

$$\langle 2 2 | \rho_2^{(2)} | 1 0 \rangle = 0,129$$

$$\langle 2 1 | \rho_2^{(2)} | 1 -1 \rangle = 0,111$$

Il n'y a pas de terme en $\rho_2^{(4)}$.

La relation (V-19) permet de calculer d'emblée D_2'' dans cette représentation $|KM_J\rangle$, puisque le coefficient de proportionnalité entre les éléments de D_2'' et $\rho_2^{(2)}$ est indépendant de J et M_J . Ici, on a

$$\langle 1 M_J | D_2'' | 2 M'_J \rangle = 2 \langle 2 M'_J | \rho_2^{(2)} | 1 M_J \rangle$$

soit $\langle 1 0 | D_2'' | 2 2 \rangle = 0,258$

$$\langle 1 -1 | D_2'' | 2 1 \rangle = 0,222$$

.../...

L'amplitude des croisements est donc

$I(2\ 2, 1\ 0) = 0,0332$ $I(2\ 1, 1\ -1) = 0,0244$
--

au facteur $\frac{N_0 J}{2e} (Q_0 - Q_1) \sin^2 \theta$ près.

Si on tient compte de l'influence du terme 3P_0 (alors, on ne néglige pas le coefficient de passage $\langle 0\ | \ 1,0 \rangle$ dans le calcul de $\langle 2\ 2 | \rho_2^{(2)} | 1\ 0 \rangle$), on trouve que le rapport des amplitudes n'est pas, comme on vient de le trouver, $\frac{I(2\ 1, 1\ -1)}{I(2\ 2, 1\ 0)} = 0,73$, mais 0,78.

b) Niveaux 3D : on a ici

$$\langle 12J'M'_J | \rho_2^{(2)} | 12JM_J \rangle = (-1)^{M_J} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{21}} \sqrt{(2J+1)(2J'+1)} \begin{Bmatrix} J & J' & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} J & J' & 2 \\ M_J & -M'_J & 2 \end{pmatrix}$$

$$\langle 12J'M'_J | \rho_2^{(4)} | 12JM_J \rangle = (-1)^{M_J+1} \frac{3}{4\sqrt{7}} \sqrt{(2J+1)(2J'+1)} \begin{Bmatrix} J & J' & 4 \\ 2 & 2 & 1 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} J & J' & 4 \\ M_J & -M'_J & 2 \end{pmatrix}$$

et d'après la relation (V-19) :

$$\langle 12JM_J | D_2'' | 12J'M'_J \rangle = \frac{14}{5} \langle 12J'M'_J | \rho_2^{(2)} | 12JM_J \rangle$$

Les résultats intermédiaires sont rassemblés en appendice D. Tous calculs faits, on trouve que l'amplitude des croisements a la forme (à $\frac{N_0 J}{2e}$ près):

$$I(K'M'_J, KM_J) = \lambda_2 (Q_0 + Q_1 - 2Q_2) \sin^2 \theta + \lambda_4 (Q_0 - \frac{4}{3} Q_1 + \frac{1}{3} Q_2) \sin^2 \theta (7 \cos^2 \theta - 1)$$

où λ_2 et λ_4 sont donnés dans le tableau suivant :

$(K'M'_J, KM_J)$	λ_2	λ_4	$\lambda_2 - \lambda_4$
(33, 21)	0,00653	-0,00489	0,01142
(32, 20)	0,00593	0,00414	0,00179
(31, 2 -1)	0,00355	0,00306	0,00049
(30, 2 -2)	0,00124	-0,00282	0,00406

Le calcul de $\lambda_2 - \lambda_4$ donne l'amplitude relative des courbes au seuil d'excitation, pour lequel seuls sont excités les sous-niveaux orbitaux $M_L = 0 : Q_0 \neq 0, Q_1 = Q_2$.

2) Cas de ^3He : la définition (V-18) est légèrement modifiée : elle devient :

$$(V-20) \quad \begin{aligned} \langle IJ'F'M'_F | \rho | IJFM_F \rangle &= \frac{N_0 J}{2e} (Q_0 + \dots) \sin^2 \theta \langle IJ'F'M'_F | \rho_2^{(2)} | IJFM_F \rangle \\ &+ \frac{N_0 J}{2e} (Q_0 + \dots) \sin^2 \theta (7 \cos^2 \theta - 1) \langle IJ'F'M'_F | \rho_2^{(4)} | IJFM_F \rangle + \dots \end{aligned}$$

La relation (V-19) est, elle aussi, transformée :

$$(V-21) \quad \langle IJFM_F | D_2'' | IJ'F'M'_F \rangle = \frac{2}{15} (2I+1)^2 (2S+1) (2L+3) \langle IJ'F'M'_F | \rho_2^{(2)} | IJFM_F \rangle$$

Il faut attacher au facteur $(Q_0 + \dots)$ la même signification que plus haut, c'est-à-dire :

- états P : $Q_0 - Q_1$ pour $\rho_2^{(2)}$, seul terme de ρ
- états D : $Q_0 + Q_1 - 2Q_2$ pour $\rho_2^{(2)}$
- $Q_0 - \frac{4}{3} Q_1 + \frac{1}{3} Q_2$ pour $\rho_2^{(4)}$ } seuls termes de ρ

Nous donnerons les éléments de $\rho^{(2)}$ et $\rho^{(4)}$ dans la représentation $|F(J)M_F\rangle$ déjà définie au chapitre I (III-1-b).

a) Niveaux 3P : on a successivement, par application de la relation (III-10) et des relations (V-20) et (V-21) ci-dessus :

$$\begin{aligned} \langle \frac{1}{2} J'F'M'_F | \rho_2^{(2)} | \frac{1}{2} JFM_F \rangle &= (-1)^{M_F + \frac{3}{2} - J - J'} \frac{\sqrt{5}}{24} \sqrt{(2F'+1)(2J'+1)(2F+1)(2J+1)} \times \\ &\times \begin{Bmatrix} 2 & F' & F \\ \frac{1}{2} & J & J' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J & J' & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} F & F' & 2 \\ M_F & -M'_F & 2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\langle \frac{1}{2} JFM_F | D_2'' | \frac{1}{2} J'F'M'_F \rangle = 8 \langle \frac{1}{2} J'F'M'_F | \rho_2^{(2)} | \frac{1}{2} JFM_F \rangle$$

Cette dernière relation est valable aussi bien en représentation $|F(J)M_F\rangle$ ou $|GM_F\rangle$.

L'amplitude des croisements est :

$$\begin{aligned} I \left(\frac{5}{2} \frac{5}{2}, \frac{3}{2} \frac{1}{2} \right) &= 0,00680 \\ I \left(\frac{5}{2} \frac{3}{2}, \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right) &= 0,00655 \\ I \left(\frac{5}{2} \frac{1}{2}, \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \right) &= 0,00298 \end{aligned}$$

au facteur $\frac{N_0 J}{2e} (Q_0 - Q_1) \sin^2 \theta$ près.

b) Niveaux 3D : on a ici successivement :

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{1}{2} J' F' M'_F | \rho_2^{(2)} \right| \frac{1}{2} J F M_F \rangle &= (-1)^{M_F + \frac{1}{2} - J - J'} \frac{1}{8} \sqrt{\frac{5}{21}} \sqrt{(2F'+1)(2J'+1)(2F+1)(2J+1)} \times \\ &\times \begin{Bmatrix} 2 & F' & F \\ \frac{1}{2} & J & J' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J & J' & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} F & F' & 2 \\ M_F & -M'_F & 2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{1}{2} J' F' M'_F | \rho_2^{(4)} \right| \frac{1}{2} J F M_F \rangle &= (-1)^{M_F + \frac{3}{2} - J - J'} \frac{3}{16\sqrt{7}} \sqrt{(2F'+1)(2J'+1)(2F+1)(2J+1)} \times \\ &\times \begin{Bmatrix} 4 & F' & F \\ \frac{1}{2} & J & J' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J & J' & 4 \\ 2 & 2 & 1 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} F & F' & 4 \\ M_F & -M'_F & 2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\left\langle \frac{1}{2} J F M_F | D_2'' \right| \frac{1}{2} J' F' M'_F \rangle = \frac{56}{5} \left\langle \frac{1}{2} J' F' M'_F | \rho_2^{(2)} \right| \frac{1}{2} J F M_F \rangle$$

(relation indépendante de J, F, M_F, J', F', M'_F , donc vraie en représentations $| F(J) M_F \rangle$ et $| G M_F \rangle$).

On trouve alors, à $\frac{N_0 J}{2e}$ près :

$$I(G'M'_F, GM_F) = \lambda_2 (Q_0 + Q_1 - 2Q_2) \sin^2 \theta + \lambda_4 \left(Q_0 - \frac{4}{3} Q_1 + \frac{1}{3} Q_2 \right) \sin^2 \theta (7 \cos^2 \theta - 1)$$

.../...

$(G'M'_F, GM'_F)$	λ_2	λ_4	$\lambda_2 - \lambda_4$
$(\frac{7}{2}, \frac{7}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2})$	0,00139	-0,00104	0,00243
$(\frac{7}{2}, \frac{5}{2}, \frac{5}{2}, \frac{1}{2})$	0,00159	0,00072	0,00087
$(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, -\frac{1}{2})$	0,00123	0,00092	0,00031
$(\frac{7}{2}, \frac{1}{2}, \frac{5}{2}, -\frac{3}{2})$	0,00067	-0,00009	0,00076
$(\frac{7}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, -\frac{5}{2})$	0,00022	-0,00053	0,00075

c) Niveaux 1D : on utilise dans ce cas :

$$\left\{ \begin{aligned} \langle \frac{1}{2} 2F'M'_F | \rho^{(2)} | \frac{1}{2} 2FM_F \rangle &= (-1)^{M'_F + \frac{3}{2}} \frac{1}{8} \sqrt{\frac{15}{7}} \sqrt{(2F'+1)(2F+1)} \begin{Bmatrix} 2 & F' & F \\ \frac{1}{2} & 2 & 2 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} F & F' & 2 \\ M'_F & -M'_F & 2 \end{pmatrix} \\ \langle \frac{1}{2} 2F'M'_F | \rho^{(4)} | \frac{1}{2} 2FM_F \rangle &= (-1)^{M'_F + \frac{1}{2}} \frac{9}{16\sqrt{7}} \sqrt{(2F'+1)(2F+1)} \begin{Bmatrix} 4 & F' & F \\ \frac{1}{2} & 2 & 2 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} F & F' & 4 \\ M'_F & -M'_F & 2 \end{pmatrix} \end{aligned} \right.$$

$$\langle \frac{1}{2} 2FM_F | D''_2 | \frac{1}{2} 2F'M'_F \rangle = \frac{56}{15} \langle \frac{1}{2} 2F'M'_F | \rho^{(2)} | \frac{1}{2} 2FM_F \rangle$$

d'où les amplitudes (à $\frac{N_0 J}{2e}$ près) :

$$I(G'M'_F, GM'_F) = \lambda_2 (Q_0 + Q_1 - 2Q_2) \sin^2\theta + \lambda_4 (Q_0 - \frac{4}{3}Q_1 + \frac{1}{3}Q_2) \sin^2\theta (7 \cos^2\theta - 1)$$

$(G'M'_F, GM'_F)$	λ_2	λ_4	$\lambda_2 - \lambda_4$
$(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2})$	0,00102	-0,00076	0,00178
$(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$	0,00115	0,00235	-0,00120
$(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$	0,00062	-0,00184	0,00246

Nous insistons encore sur le fait que dans les notations Q_0 , Q_1 , Q_2 , la dépendance en fonction de S et L n'a pas été incluse, pour des raisons de simplification. Les Q_0 , Q_1 , Q_2 qui interviennent dans le cas des états 1D n'ont aucune raison d'être les mêmes que ceux des états 3D ou 3P .

B/ Croisements $|M'-M| = 1$:

1) Cas de 4He : la définition (V-18) est changée ici. Nous posons maintenant :

$$(V-22) \quad \langle SLJ'M'_J | \rho | SLJM_J \rangle = \frac{N_0 J}{2e} (Q_0 + \dots) \sin\theta \cos\theta \langle SLJ'M'_J | \rho_1^{(2)} | SLJM_J \rangle + \dots$$

$$+ \frac{N_0 J}{2e} (Q_0 + \dots) \sin\theta \cos\theta (7 \cos^2\theta - 3) \langle SLJ'M'_J | \rho_1^{(4)} | SLJM_J \rangle + \dots$$

Les facteurs $(Q_0 + \dots)$ sont les mêmes qu'en (V-18).

On démontre que

$$(V-23) \quad \langle SLJM_J | D_1'' | SLJ'M'_J \rangle = \frac{1}{15} (2S+1)(2L+3) \langle SLJ'M'_J | \rho_1^{(2)} | SLJM_J \rangle$$

Rappelons que les éléments de D_1' ne satisfont à aucune relation analogue à (V-23).

a) Niveaux 3P : les relations précédentes donnent :

$$\langle 11J'M'_J | \rho_1^{(2)} | 11JM_J \rangle = (-1)^{M_J+1} \frac{\sqrt{5}}{3} \sqrt{(2J'+1)(2J+1)} \begin{Bmatrix} J & J' & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} J & J' & 2 \\ M_J & -M'_J & 1 \end{pmatrix}$$

$$\langle 11JM_J | D_1'' | 11J'M'_J \rangle = \langle 11J'M'_J | \rho_1^{(2)} | 11JM_J \rangle$$

$$\langle 11JM_J | D_1' | 11J'M'_J \rangle = (-1)^{M_J-J-J'} \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{(2J+1)(2J'+1)} \begin{Bmatrix} J' & J & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} J' & J & 1 \\ -M'_J & M_J & 1 \end{pmatrix}$$

Les amplitudes sont I'' ($K'M'_J$, KM_J) pour le terme en D_1'' (donnant, comme on l'a vu au début du présent chapitre en I-3-c), l'amplitude des composantes de polarisation rectiligne émises suivant Oy), et I' ($K'M'_J$, KM_J), pour le terme en D_1' (relatif à la détection en polarisation circulaire) :

$I'' (2\ 2, 1\ 1) = 0,0441$	$I' (2\ 2, 1\ 1) = 0,0441$
$I'' (2\ 1, 1\ 0) < 10^{-4}$	$I' (2\ 1, 1\ 0) = 0,0004$
$I'' (2\ 0, 1\ -1) = 0,0497$	$I' (2\ 0, 1\ -1) = 0,0225$

Tous ces résultats sont à multiplier par le facteur

$$\frac{N_0 \mathcal{J}}{2e} (Q_0 - Q_1) \sin\theta \cos\theta.$$

b) Niveaux 3D : ici on a

$$\langle 12J'M'_J | \rho_1^{(2)} | 12JM_J \rangle = (-1)^{M_J} \sqrt{\frac{5}{21}} \sqrt{(2J+1)(2J'+1)} \begin{Bmatrix} J & J' & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} J & J' & 2 \\ M_J & -M'_J & 1 \end{pmatrix}$$

$$\langle 12J'M'_J | \rho_1^{(4)} | 12JM_J \rangle = (-1)^{M_J+1} \frac{3}{2\sqrt{14}} \sqrt{(2J+1)(2J'+1)} \begin{Bmatrix} J & J' & 4 \\ 2 & 2 & 1 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} J & J' & 4 \\ M_J & -M'_J & 1 \end{pmatrix}$$

$$\langle 12JM_J | D_1'' | 12J'M'_J \rangle = \frac{7}{5} \langle 12J'M'_J | \rho_1^{(2)} | 12JM_J \rangle$$

$$\langle 12JM_J | D_1' | 12J'M'_J \rangle = (-1)^{M'_J - J - J'} \sqrt{\frac{3}{5}} \sqrt{(2J+1)(2J'+1)} \begin{Bmatrix} J' & J & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} J' & J & 1 \\ -M'_J & M_J & 1 \end{pmatrix}$$

On pose (à $\frac{N_0 \mathcal{J}}{2e}$ près), avec des notations identiques à celles de a)

$$I''(K'M'_J, KM_J) = \lambda_2'' (Q_0 + Q_1 - 2Q_2) \sin\theta \cos\theta + \lambda_4'' (Q_0 - \frac{4}{3}Q_1 + \frac{1}{3}Q_2) \sin\theta \cos\theta (7\cos^2\theta - 3)$$

$$I'(K'M'_J, KM_J) = \lambda_2' (Q_0 + Q_1 - 2Q_2) \sin\theta \cos\theta + \lambda_4' (Q_0 - \frac{4}{3}Q_1 + \frac{1}{3}Q_2) \sin\theta \cos\theta (7\cos^2\theta - 3)$$

$(K'M'_J, KM_J)$	λ_2''	λ_4''	λ_2'	λ_4'
(33,22)	0,0190	-0,0047	-0,0190	0,0047
(32,21)	0,0009	0,0012	-0,0025	-0,0035
(31,20)	0,0017	-0,0012	0,0024	-0,0017
(30,2 -1)	0,0009	0,0018	0,0012	0,0023
(3 -1, 2 -2)	0,0022	-0,0013	0,0013	-0,0008

2) Cas de ^3He : nous donnons ici, de $\rho_1^{(2)}$ et $\rho_1^{(4)}$, à peu près la même définition qu'en (V-22) :

$$\begin{aligned} \langle IJ'F'M'_F | \rho | IJFM_F \rangle &= \frac{N_0 J}{2e} (Q_0 + \dots) \sin\theta \cos\theta \langle IJ'F'M'_F | \rho_1^{(2)} | IJFM_F \rangle \\ &+ \frac{N_0 J}{2e} (Q_0 + \dots) \sin\theta \cos\theta (7 \cos^2\theta - 3) \langle IJ'F'M'_F | \rho_1^{(4)} | IJFM_F \rangle \end{aligned}$$

d'où

$$\langle IJFM_F | D_1'' | IJ'F'M'_F \rangle = \frac{1}{15} (2I+1)^2 (2S+1) (2L+3) \langle IJ'F'M'_F | \rho_1^{(2)} | IJFM_F \rangle$$

Cette relation est vraie en représentation $|F(J)M_F\rangle$ aussi bien qu'en $|GM_F\rangle$. Il n'y a rien de tel pour D_1' .

a) Niveaux 3P : on trouve

$$\begin{aligned} \langle \frac{1}{2} J'F'M'_F | \rho_1^{(2)} | \frac{1}{2} JFM_F \rangle &= (-1)^{M_F + \frac{3}{2} - J - J'} \frac{\sqrt{5}}{12} \sqrt{(2F'+1)(2J'+1)(2F+1)(2J+1)} \times \\ &\times \begin{Bmatrix} 2 & F' & F \\ \frac{1}{2} & J & J' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J & J' & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} F & F' & 2 \\ M_F & -M'_F & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\langle \frac{1}{2} JFM_F | D_1'' | \frac{1}{2} J'F'M'_F \rangle = 4 \langle \frac{1}{2} J'F'M'_F | \rho_1^{(2)} | \frac{1}{2} JFM_F \rangle$$

et, avec des notations analogues à celles des états 3D de ^4He (à $\frac{N_0 J}{2e} (Q_0 - Q_1) \sin\theta \cos\theta$ près).

$I'' \left(\frac{5}{2} \frac{5}{2}, \frac{3}{2} \frac{3}{2} \right) = 0,0100$	$I' \left(\frac{5}{2} \frac{5}{2}, \frac{3}{2} \frac{3}{2} \right) = -0,0100$
$I'' \left(\frac{5}{2} \frac{3}{2}, \frac{3}{2} \frac{1}{2} \right) < 10^{-4}$	$I' \left(\frac{5}{2} \frac{3}{2}, \frac{3}{2} \frac{1}{2} \right) = 0,0003$
$I'' \left(\frac{5}{2} \frac{1}{2}, \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right) = 0,0062$	$I' \left(\frac{5}{2} \frac{1}{2}, \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right) = 0,0047$
$I'' \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}, \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \right) = 0,0106$	$I' \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}, \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \right) = 0,0038$

.../...

b) Niveaux 3D : on a ici

$$\begin{aligned} \langle \frac{1}{2} J' F' M'_F | \rho_1^{(2)} | \frac{1}{2} J F M_F \rangle &= (-1)^{M'_F + \frac{1}{2} - J - J'} \frac{1}{4} \sqrt{\frac{5}{21}} \sqrt{(2F'+1)(2J'+1)(2F+1)(2J+1)} \times \\ &\times \begin{Bmatrix} 2 & F' & F \\ \frac{1}{2} & J & J' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J & J' & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} F & F' & 2 \\ M'_F & -M'_F & 1 \end{pmatrix} \\ \langle \frac{1}{2} J' F' M'_F | \rho_1^{(4)} | \frac{1}{2} J F M_F \rangle &= (-1)^{M'_F - \frac{1}{2} - J - J'} \frac{3}{8\sqrt{14}} \sqrt{(2F'+1)(2J'+1)(2F+1)(2J+1)} \times \\ &\times \begin{Bmatrix} 4 & F' & F \\ \frac{1}{2} & J & J' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J & J' & 4 \\ 2 & 2 & 1 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} F & F' & 4 \\ M'_F & -M'_F & 1 \end{pmatrix} \\ \langle \frac{1}{2} J F M_F | D''_1 | \frac{1}{2} J' F' M'_F \rangle &= \frac{28}{5} \langle \frac{1}{2} J' F' M'_F | \rho_2^{(2)} | \frac{1}{2} J F M_F \rangle \end{aligned}$$

Avec des notations identiques à celles de ${}^4\text{He}$ ($|\Delta M| = 1$, niveaux 3D), on trouve, toujours à $\frac{N_0 J}{2e}$ près :

$(G' M'_F, G M_F)$	λ''_2	λ''_4	λ'_2	λ'_4
$(\frac{7}{2} \frac{7}{2}, \frac{5}{2} \frac{5}{2})$	0,00407	-0,00097	-0,00407	0,00097
$(\frac{7}{2} \frac{5}{2}, \frac{5}{2} \frac{3}{2})$	0,00027	0,00034	-0,00085	-0,00107
$(\frac{7}{2} \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \frac{1}{2})$	0,00029	-0,00022	0,00072	-0,00053
$(\frac{7}{2} \frac{1}{2}, \frac{5}{2} - \frac{1}{2})$	0,00142	0,00049	0,00124	0,00043
$(\frac{7}{2} - \frac{1}{2}, \frac{5}{2} - \frac{3}{2})$	0,00208	0,00082	0,00107	0,00042
$(\frac{7}{2} - \frac{3}{2}, \frac{5}{2} - \frac{5}{2})$	0,00147	-0,00050	0,00054	-0,00018

c) Niveaux 1D : le seul croisement est $(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}, \frac{3}{2} - \frac{3}{2})$ pour lequel on trouve, à $\frac{N_0 J}{2e}$ près :

$$\begin{aligned} I''(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}, \frac{3}{2} - \frac{3}{2}) &= 0,00164 (Q_0 + Q_1 - 2Q_2) \sin\theta \cos\theta - 0,00184 (Q_0 - \frac{4}{3}Q_1 + \frac{1}{3}Q_2) \sin\theta \cos\theta (7\cos^2\theta - 3) \\ I'(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}, \frac{3}{2} - \frac{3}{2}) &= 0 \end{aligned}$$

.../...

PARTIE EXPERIMENTALE

Nous allons, dans ce qui suit, donner des détails sur la méthode expérimentale utilisée pour mettre en oeuvre la méthode des croisements de niveaux par bombardement électronique transversal.

Le chapitre VI contient une description sommaire de l'appareillage et un aperçu sur son mode d'utilisation.

Le chapitre VII donne les résultats obtenus et leur étude critique.

C H A P I T R E VI

DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Le dispositif expérimental que nous avons utilisé est très classique, et a été décrit par ailleurs ⁽¹⁵⁾⁽²⁴⁾⁽³³⁾⁽⁴⁵⁾⁽⁴⁶⁾. Nous allons seulement en décrire rapidement les différentes parties : dispositif d'excitation électronique, appareillage créant le champ magnétique, montages permettant d'observer des changements dans le diagramme spatial de rayonnement. Enfin, nous comparerons plus longuement les divers procédés utilisés.

I - CELLULE A EXCITATION ELECTRONIQUE

1) Principe :

Nous avons vu (première partie) que pour que les signaux de croisements de niveaux aient une amplitude maximale, il faut que les atomes soient excités par un faisceau dirigé d'électrons monocinétiques lents; cette condition est nécessaire pour obtenir des différences de populations entre les sous-niveaux Zeeman de l'état excité. D'autre part, le signal est proportionnel à la densité de courant électronique. Le faisceau doit donc avoir une grande intensité et une grande stabilité.

2) Description : les cellules sont très voisines de celles décrites par PEBAY ⁽¹⁵⁾ et construites suivant les mêmes principes.

a) Canon à électrons (fig. 15) : il a la structure d'une triode plan-parallèle; le jet d'électrons a ainsi une direction privilégiée. Les différentes électrodes sont les suivantes :

- La cathode à oxydes, à chauffage indirect, est plane, de grandes dimensions (25 x 6 mm) : ainsi, le jet électronique a une forte intensité malgré sa faible énergie. Nous avons utilisé des cathodes de tubes de puissance 4Y100A1.

- La grille est en tantale; elle est constituée par des fils de 0,2 mm de diamètre distants de 1 mm, soudés sur un écran qui entoure complètement la cathode; il donne de la rigidité à la grille et arrête la lumière rouge émise par la cathode; suivant les cellules, le plan de la grille est éloigné de 0,5 à 1 mm

de la cathode.

- Le collecteur d'électrons est une plaque de tantale distante, suivant les cellules, de 2 à 4 mm de la grille.

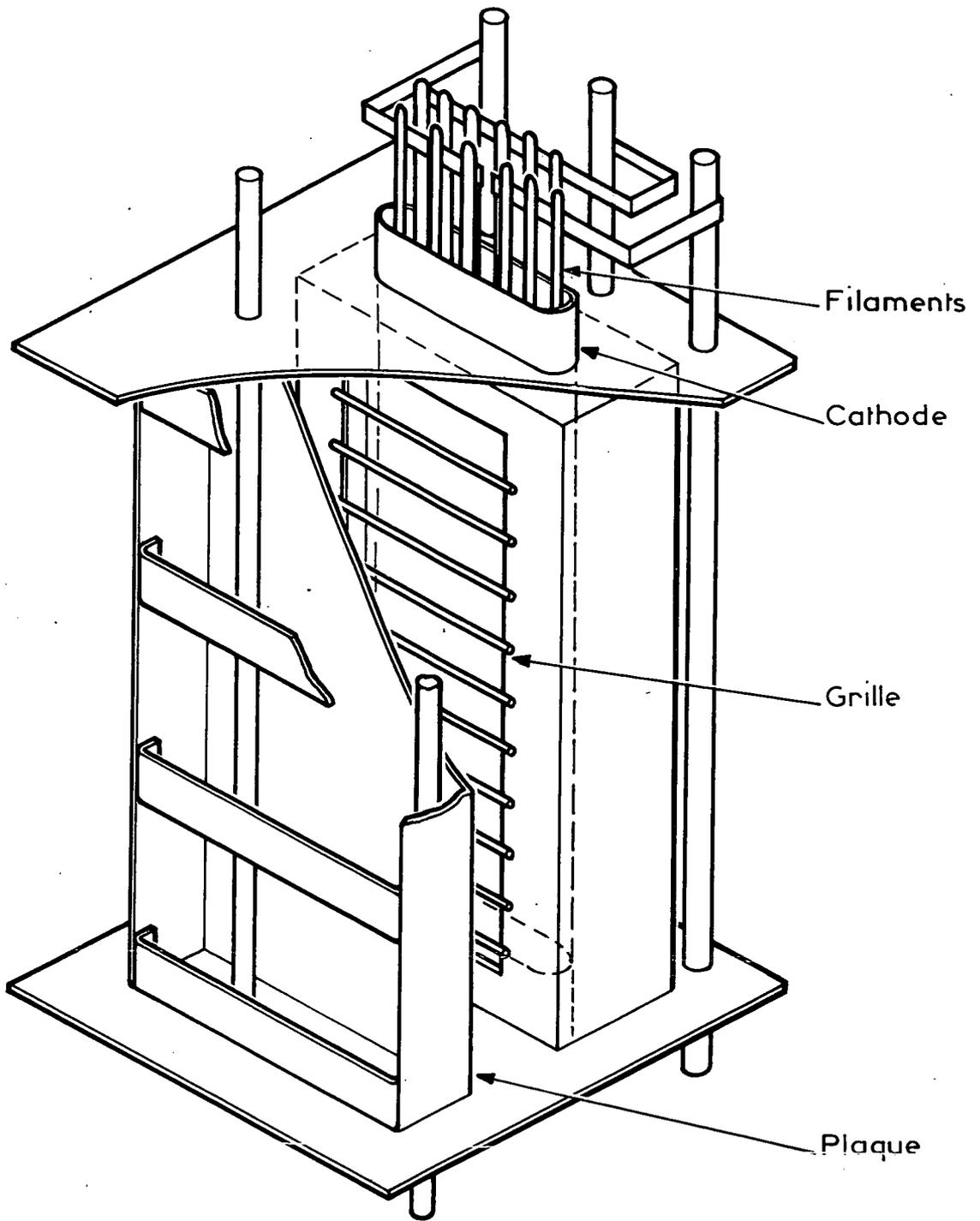
- La cathode est chauffée par deux groupes de trois filaments montés en parallèle, les deux groupes étant placés en série. Ce montage donne la puissance électrique maximale à courant de chauffage égal. Il est donc très favorable, en ce sens que le champ magnétique parasite créé par le filament au voisinage de l'espace grille plaque est faible (< 5 mG). Il faut, à cet effet, prendre des filaments chauffés par un faible courant sous forte tension; on est cependant limité sur ce point : il faut éviter les claquages aux extrémités, qui ne manqueraient pas de se produire dans un tube où règne une pression de 0,01 mm. Les filaments (de tubes PL81) utilisés fonctionnent sous 19 V - 0,3 A.

- Tout cet ensemble est maintenu par des entretoises en mica revêtu de magnésie ou en stéatite. Le mica a l'avantage de la légèreté et de la facilité d'emploi. La stéatite, au contraire, est assez lourde et difficile à travailler. Cependant, lorsque le tube fonctionne à sa température de régime (600 à 800°C), le mica perd lentement son eau de cristallisation et la pression dans le tube électronique augmente en conséquence. Il peut même apparaître des bandes dues aux impuretés, dans le spectre de la lumière émise en cours de fonctionnement. De plus, comme tout gaz oxydant, la vapeur d'eau empoisonne la cathode, dont le débit diminue alors sérieusement. Ces inconvénients n'existent pas avec la stéatite.

b) Construction : l'ensemble décrit ci-dessus est assemblé suivant les procédés courants de technologie des tubes électroniques (57).

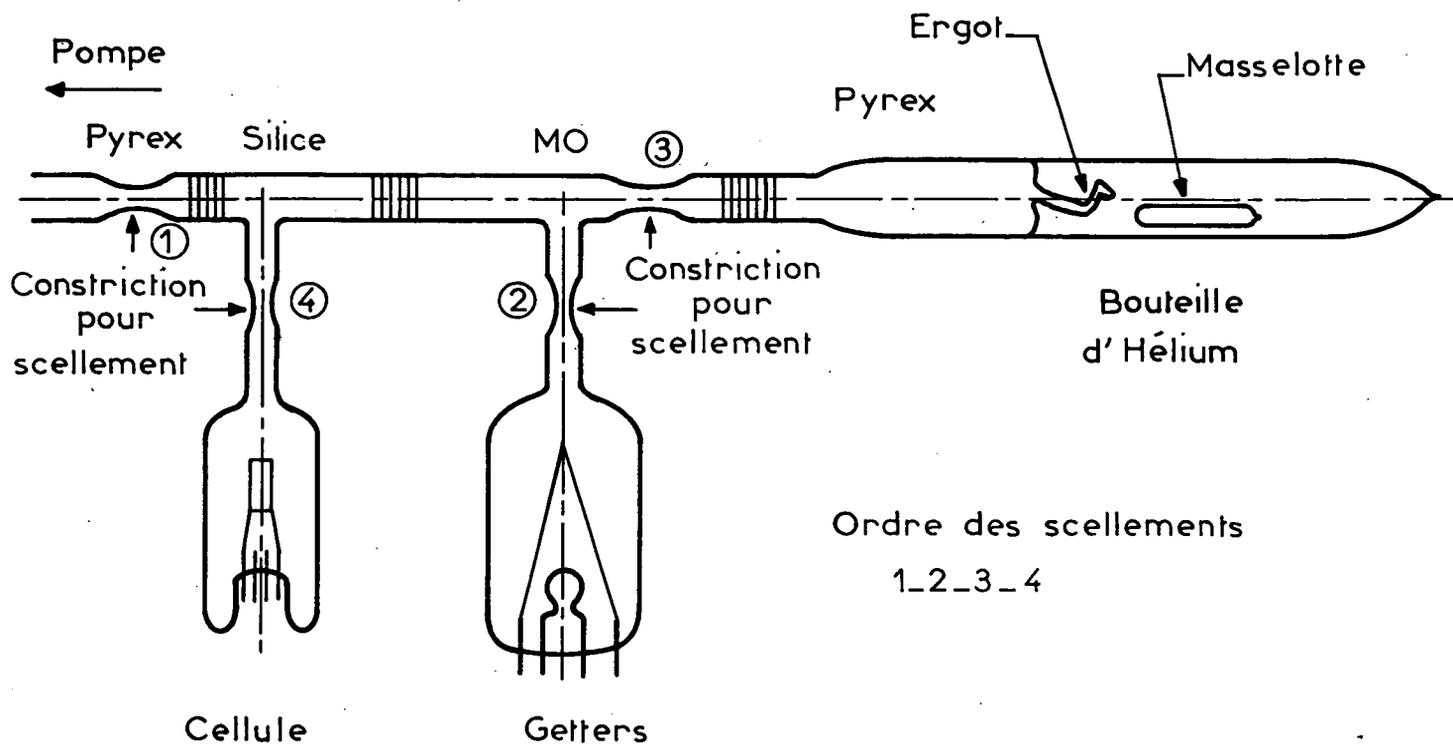
Deux sortes de cellules ont été utilisées. Dans le premier type, le canon est monté sur une embase à passages de molybdène (pieds F de 4Y100A1) et enfermé dans une ampoule en verre MO. Dans le second type, l'embase (pied Quartex 4TE28) a des passages en tungstène, et l'ampoule est en silice fondue transparente. Ce modèle est employé lorsqu'on désire étudier l'intensité des raies ultraviolettes ($\lambda < 3200 \text{ \AA}$).

c) Préparation : le tube ainsi construit est monté sur un banc de pompage. On lui soude sur le côté (fig. 16) une ampoule contenant des getters au baryum ou au titane, et une bouteille fermée par un ergot de verre,



Canon à électrons

Figure.15



Construction de la cellule

Figure .16

contenant l'hélium. L'ensemble est ensuite vidé et étuvé, les électrodes longuement dégazées par chauffage haute fréquence, la cathode à oxydes formée, les getters "flashés". Le tube est ensuite scellé en (1) et détaché du banc de pompe, et la cathode activée pendant plusieurs jours jusqu'à stabilisation de son débit (57).

Le tube proprement dit étant ainsi terminé, on scelle en (2) l'ampoule qui contient les getters "flashés" -en effet, dans ces conditions, aucun gaz étranger ne se dégage plus de la cathode lors de son fonctionnement; on casse l'ergot qui ferme la bouteille d'hélium; enfin, pour diminuer l'encombrement du montage, on scelle en (3) et (4) et on détache cette dernière. On obtient ainsi des tubes remplis initialement d'hélium sous 10^{-2} à 10^{-3} mm Hg, capables de donner des débits de 100 mA/cm^2 .

3) Fonctionnement : la grille sert de grille d'extraction; elle est portée au même potentiel que la plaque, potentiel positif par rapport à celui de la cathode. La tension d'alimentation (40 à 60 V) est fournie par une alimentation stabilisée en tension à 10^{-3} près (Fontaine, type H 330 : 300 V - 0,3 A). Ainsi, le débit électronique, qui dépend de manière cruciale de cette tension, se trouve stabilisé.

Si la cathode a été bien activée, le débit électronique, dans les conditions normales d'emploi, dépend, mais faiblement, de la température de cathode. Le courant de chauffage des filaments est donc fourni par une alimentation seulement réglée 25 V - 1 A. 0,5 à 0,6 A sous 12 à 14 V continus suffisent.

II - CHAMP MAGNETIQUE

Le champ magnétique est créé par une paire de bobines de 70 cm de diamètre, en position de Helmholtz.

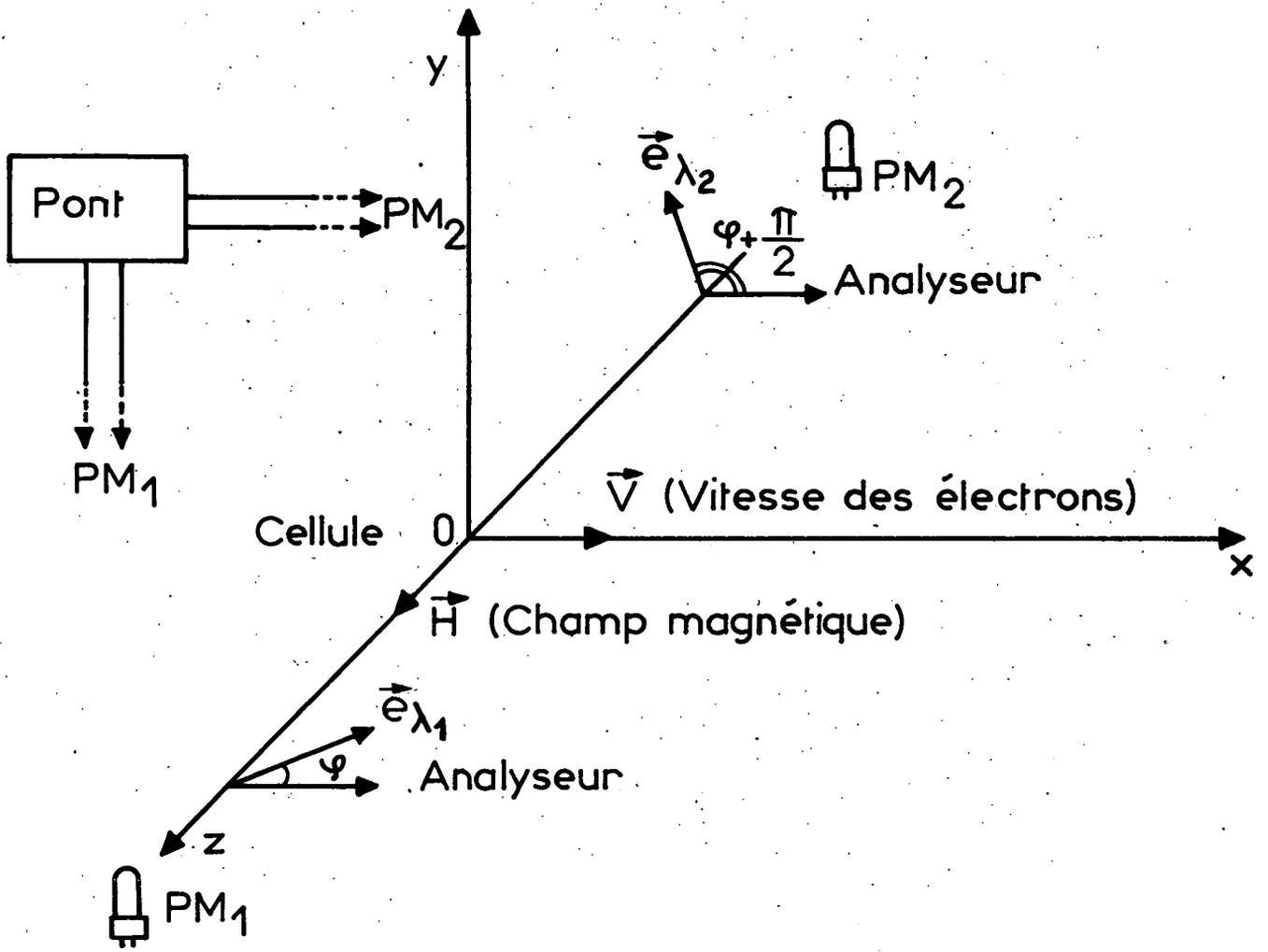
Le courant magnétisant est de 10 A au maximum, pour un champ de 213 gauss. L'homogénéité est de l'ordre de 2×10^{-4} dans une sphère de 3 cm de diamètre placée au centre des bobines. Les flasques des bobines sont refroidies par un courant d'eau. Le refroidissement n'est cependant pas très efficace lorsque l'intensité dépasse 7 A (les bobines reçoivent alors 700 W).

Le courant magnétisant est fourni par une alimentation régulée en tension à 5×10^{-3} près (Fontaine : 100 V - 10 A). La variation du courant de sortie est proportionnelle au déplacement du contact mobile d'un potentiomètre placé dans l'étage de commande de l'alimentation. Ainsi, en entraînant ce contact par un moteur synchrone, on obtient très simplement une variation de courant magnétisant linéaire en fonction du temps. Le courant crée, dans une résistance de précision maintenue à température constante (0°C), une ddp qu'on mesure à 10^{-4} près à l'aide d'un pont Leeds-Northrup, type K3.

Par ailleurs, en envoyant dans l'étage de référence une tension réglable en guise de polarisation, on peut faire varier commodément l'intensité du courant magnétisant suivant telle loi un peu compliquée qu'on désire. Dans certaines expériences, on a besoin par exemple d'une variation en dents de scie triangulaires. La tension triangulaire injectée est dans ce cas fournie par un générateur TBF fonctionnant à environ 0,5 Hz. En fait, à cause des nombreux bobinages de l'alimentation, la variation de courant est déformée et assez retardée par rapport à la tension de sortie du TBF et un étalonnage du champ est nécessaire. Pour réaliser ce dernier, on se sert d'un enregistreur XY. Une tension proportionnelle à la tension de commande (en dents de scie) alimente le circuit X; la ddp à mesurer, disponible aux bornes de la résistance étalon insérée dans le circuit magnétisant, alimente le circuit Y. La période des dents de scie étant 2 s, l'enregistreur doit avoir une faible constante de temps : le modèle Moseley 2D2AM satisfait à cette condition. Par suite de dérives lentes, d'origine inconnue, il n'est pas possible d'avoir la même précision que lors de la mesure au pont Leeds-Northrup.

III - DETECTION

1) Montage optique : la cellule décrite en I est placée au centre des bobines, de sorte que la direction du faisceau d'électrons fait avec leur axe l'angle θ . Deux bancs d'optique sont placés de part et d'autre, suivant une direction parallèle aux plans de la grille et de la plaque (fig. 17). Dans certaines expériences, cette direction est celle du champ magnétique; dans d'autres, elle lui est perpendiculaire. Chaque banc d'optique (fig. 18)



Croisements $\Delta M = 2$

Figure 17

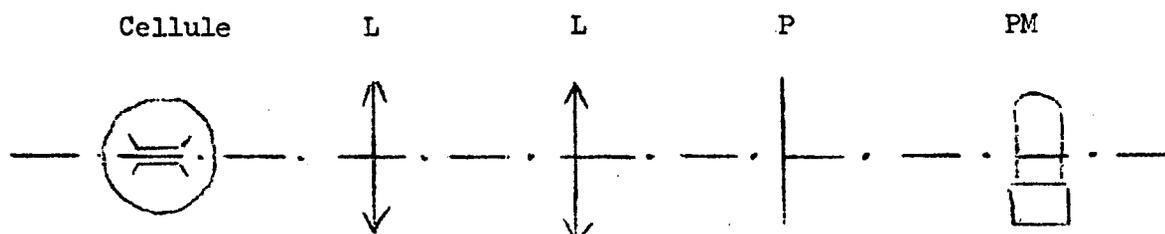


FIGURE 18

comporte des lentilles en silice fondue L (qualité Ultrasil Heraeus), ouvertes à $f/1,7$, un analyseur P (filtre polarisant W78 Käsemann) précédé éventuellement d'une lame cristalline $\lambda/4$, des filtres colorés, et un appareil photosensible (en général, photomultiplicateur 1P28 de RCA) PM_1 ou PM_2 .

2) Montage électrique : lorsque le tube électronique est sous tension, l'espace compris entre grille et plaque s'illumine. Le flux lumineux émis dans la direction commune des deux bancs d'optique est focalisé sur la photocathode de PM_1 et PM_2 . Les analyseurs sont orientés de telle sorte que PM_1 donne un courant photoélectrique proportionnel à l'intensité de la composante de vecteur électrique \vec{e}_λ (fig. 17). PM_2 donne un courant proportionnel à l'intensité de la composante perpendiculaire à la première. On oppose ces courants et on mesure les variations de leur différence en fonction du champ magnétique. Trois montages différents ont été employés pour cela.

a) Détection galvanométrique ⁽¹²⁾⁽¹³⁾ : on oppose les courants anodiques à travers un pont de résistances, qu'on équilibre loin du croisement de niveaux. Le courant de déséquilibre est mesuré par un galvanomètre mural A.O.I.P. de sensibilité $1,8 \times 10^{-11}$ A/mm à 1 m, et de période 16 s. Le faisceau réfléchi par le miroir est reçu à 5 m de distance par les cellules d'un suiveur de spot Photodyne SEFRAM, dont le papier se déroule à vitesse constante.

b) Détection électronique (fig. 19) : dans ce cas, on module par un artifice quelconque la lumière émise dans la cellule (ici, en alimentant grille et plaque par une tension continue hachée en créneaux). Deux préamplificateurs (PA) situés sur la base des PM permettent d'amplifier la ddp qui existe aux bornes de la résistance de charge des PM, et de l'envoyer, sous basse impédance, à l'entrée d'un amplificateur différentiel Rochar (AD). La tension dis-

ponible à la sortie est proportionnelle au signal de croisement à mesurer. Elle passe par un système composé d'un amplificateur sélectif AS (facteur de qualité : $Q = 25$), et d'une détection synchrone (DS). L'oscillateur de référence (OR) synchronise en outre le dispositif qui hache la tension d'alimentation de la cellule. L'ensemble AS - OR - DS est enfermé dans un seul coffret (amplificateur "lock-in" JB5, fabriqué par P.A.R.). La tension de sortie est envoyée aux bornes du circuit Y d'un enregistreur XY Luxytrace SEFRAM; le circuit X de ce dernier est alimenté par la tension disponible aux bornes de la résistance étalon insérée dans le circuit du champ magnétique. Le chariot de l'enregistreur se déplace donc parallèlement à l'axe Y, proportionnellement au signal de croisement de niveaux, et le plateau, parallèlement à l'axe X, proportionnellement au champ magnétique. On obtient ainsi directement les courbes cherchées.

c) Utilisation d'un extracteur de signaux noyés dans le bruit (⁴⁴)

(⁴⁷) : nous rappellerons seulement ici qu'on utilise un analyseur multicanaux en multiéchelles (Nuclear Data ND 800, dit "Enhancetron"). Cet appareil est destiné à enregistrer des variations de signaux en fonction du temps. On fait donc varier le champ magnétique en fonction du temps suivant le procédé décrit en II-2) (variations périodiques "en dents de scie"), et on met en mémoire dans l' "Enhancetron", pendant chaque alternance où le champ croît, la variation de la tension de sortie de l'amplificateur différentiel AD. Le début de chaque opération de mise en mémoire est synchronisé sur les dents de scie. L'information ainsi emmagasinée peut être récupérée sous forme d'une courbe, tracée sur un enregistreur XY, donnant les variations du signal photoélectrique I en fonction du temps. Si on sait comment varie le champ magnétique en fonction du temps, on peut en déduire la courbe de croisement cherchée.

IV - COMPARAISON DES PROCÉDES PRÉCÉDENTS

L'utilisation des trois dispositifs décrits ci-dessus se fait dans les conditions résumées dans le tableau suivant :

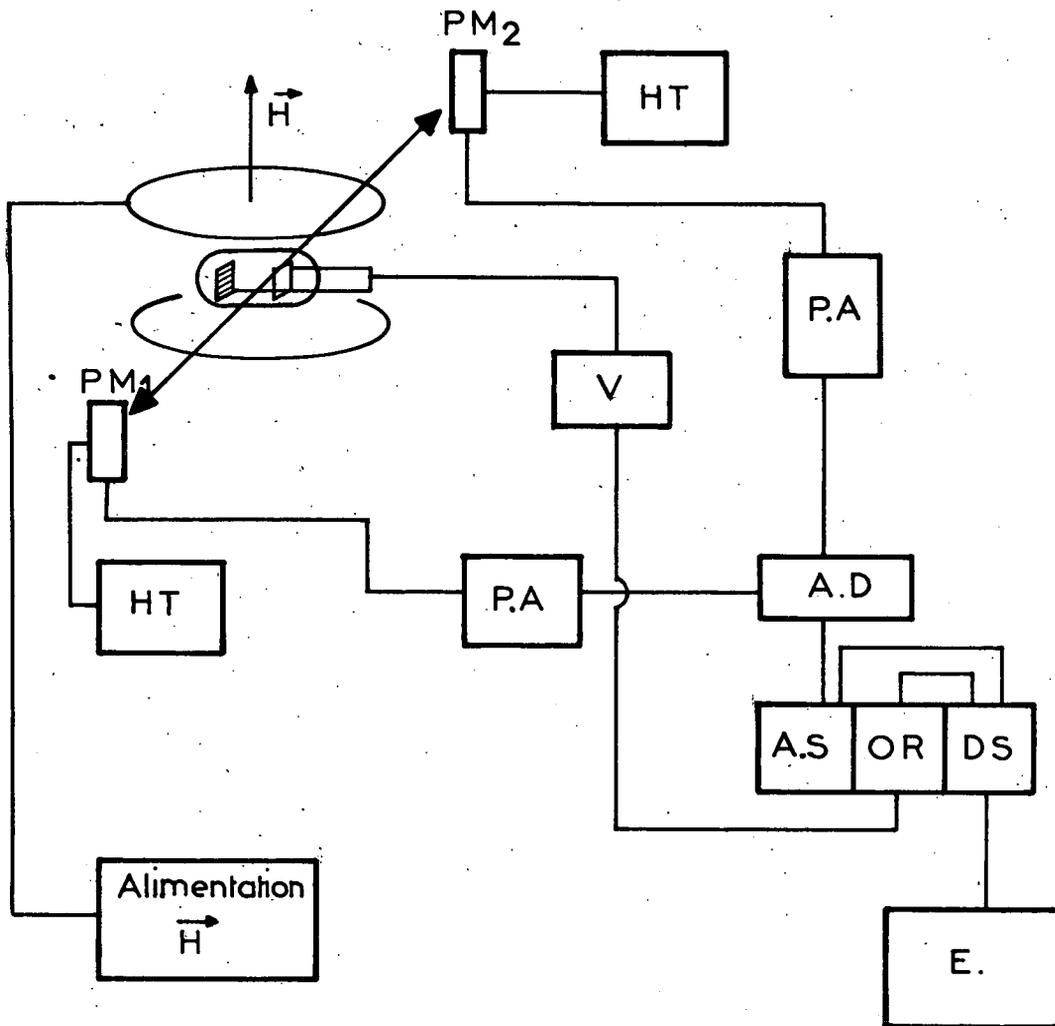


Schéma du montage électronique

Figure.19

	Galvanomètre	Détection de phase	Enhance-tron
Variation de \vec{H}	Linéaire et lente (moteur)	Linéaire et lente (moteur)	Dents de scie de période 2s
Fréquence du signal à mesurer	0	f = 20 à 200 Hz	0
Modulation du signal	Néant	Alimentation de la cellule par tension en créneaux	Néant
Amplification du signal	Néant : enregistrement direct	2×10^3 à 2×10^5 (PA et AD), puis 10 à 10^4 (AS)	2×10^3 à 2×10^5 (PA et AD)
Bande passante	$\frac{1}{16}$ Hz	- f/25 = 1 à 8 Hz pour AS	$\approx 0,5$ Hz
Constante de temps	16 s	- 10^{-3} à 40 s pour DS	< 1 s (pour 1 passage)
Durée d'une mesure	10 mn	10 mn	1 s par mise en mémoire, jusqu'à 4 h en tout

1) Rapport signal-bruit :

a) Bruits parasites : il s'agit des bruits d'origine extérieure qui peuvent être éliminés, au prix d'une mise au point parfois fastidieuse. Nous les citons pour mémoire, et nous parlerons seulement des bruits suivants :

b) Bruit Schottky : le bruit du courant photoélectrique est le plus important. Il est indépendant de la fréquence du signal et proportionnel à la racine carrée du courant photoélectrique et à la racine carrée de la bande passante. Ainsi, on voit aisément que, à courant égal, le rapport signal/bruit est du même ordre de grandeur, dans les conditions où nous opérons, avec les détections galvanométrique et électronique.

L'emploi de l'Enhancetron est plus avantageux. Rappelons en effet que, au cours de chaque séquence de mise en mémoire, le signal dont il faut déterminer les variations est "emmagasiné" sous forme de représentation numérique dans les différents canaux de l'appareil. Après N séquences, le signal mis en mémoire (avec ses fluctuations) se trouve multiplié par N et le bruit seulement par \sqrt{N} ; le rapport signal/bruit croît donc comme la racine carrée du nombre de mises en mémoire, et se trouve vite amélioré.

c) Bruits de basse fréquence : ces bruits sont d'origine diverse (lentes variations de charge d'espace en particulier) et naissent dans la cellule à excitation électronique; ils donnent des fluctuations sur le signal lumineux, donc sur le courant photoélectrique. D'autres bruits d'origine analogue prennent naissance dans les PM (⁴⁸) et se traduisent par des variations aléatoires supplémentaires du courant anodique des PM.

Leur amplitude est ainsi particulièrement grande au voisinage de la fréquence zéro. Le galvanomètre est donc à cet égard très défavorable.

Le principal avantage de la détection électronique (à la fréquence f) sur la détection galvanométrique (à la fréquence 0) est l'élimination presque complète des bruits de très basse fréquence. A bande passante égale, le rapport signal/bruit est amélioré d'un facteur 1,5 à 2 quand on opère à 200 Hz, bien que, comme nous l'avons vu en b), les deux montages aient les mêmes performances en ce qui concerne le bruit Schottky.

d) Dérives de signal : il apparaît d'autre part des variations parasites lentes de l'amplitude du signal; elles se présentent non comme des fluctuations à très basse fréquence qui s'ajouteraient au signal utile, mais comme une modulation de son amplitude à très basse fréquence. Cet effet est très sensible dans nos expériences, où nous mesurons les variations de l'intensité lumineuse totale, hachée auparavant à la fréquence f (III-2-b). Une dérive lente de cette intensité est assimilable à une modulation supplémentaire à une fréquence très faible Δf . Pour l'amplificateur sélectif, la tension d'entrée se présente ainsi comme une superposition de deux composantes de fréquence $f + \Delta f$ et $f - \Delta f$. Si Δf est inférieur à la bande passante de l'appareillage, la dérive se retrouve à la sortie de la détection synchrone.

En modulant à la fréquence f non plus l'intensité totale, mais seulement son degré de polarisation, nous pouvons réduire cet effet. Nous avons pour cela superposé au champ statique \vec{H} un faible champ magnétique oscillant de fréquence f . Mais les variations parasites d'intensité lumineuse dues à la courbure des trajectoires électroniques sous l'action de H (chap. V, I-3-b- α) se trouvent par là même modulées elles aussi à la fréquence f . Il en résulte, à la sortie de la détection synchrone, un signal parasite tout aussi important que dans le cas précédent.

Au contraire, lorsqu'on utilise l'Enhancetron, chaque mise en mémoire dure 1 s. Les variations TBF dont il a été question plus haut sont ainsi éliminées. Mais il reste les composantes du bruit TBF qui, dans certaines expériences, masquent les très faibles signaux de croisements de niveaux. Pour éviter des durées prohibitives de mise en mémoire, nous avons supprimé le bruit TBF par utilisation préalable de l'ensemble AS-DS; la tension de sortie de la DS est alors emmagasinée dans l'Enhancetron. Ainsi, on élimine les dérives lentes.

Il faut signaler un effet très gênant lorsque le faisceau de détection est infrarouge. Lorsque le tube fonctionne, la grille (positive) reçoit des électrons et s'échauffe. Elle émet du rayonnement infrarouge avec une intensité suffisante, pour $\lambda > 1,5 \mu$, pour masquer complètement le faible signal optique dû à la désexcitation de l'hélium dans cette gamme de longueurs d'onde. Si on cherche à moduler ce dernier en appliquant à la grille une tension en créneaux à la fréquence f , la température de la grille, donc aussi l'intensité du rayonnement parasite est modulée à la même fréquence. Cette modulation, de fréquence f , est beaucoup plus grande que celle du signal optique.

Nous avons atténué considérablement cet effet en faisant passer le faisceau lumineux de détection à travers une cuve à faces parallèles remplie d'eau, qui arrête les rayons de longueur d'onde supérieure à $1,5 \mu$.

e) Bruits liés aux composantes électroniques (bruit Johnson dans les résistances, bruit dans les tubes, les transistors, etc...) : on peut les affaiblir par une construction et une mise au point soignées. Ainsi, on a utilisé à cet effet dans les préamplificateurs des résistances "sans bruit" et des transistors à effet de champ. Le bruit résiduel est toutefois assez impor-

tant pour empêcher l'étude des niveaux très excités avec le seul montage AS-DS.

2) Autres points de comparaison :

a) Mesure du champ magnétique : alors que, par les deux premiers procédés, on obtient directement les variations du signal de croisement en fonction du champ H, le montage avec l'Enhancetron les donne en fonction du temps. Suivant la méthode décrite en II, nous avons déterminé les variations de H en fonction du temps. Des dérives lentes et irreproductibles sont apparues quelquefois, ce qui rend alors inutile l'amélioration énorme de rapport signal/bruit qui résulte de l'emploi de l'Enhancetron (45).

b) Effet des signaux parasites dépendant du champ : il s'agit de la variation d'intensité lumineuse due à la perturbation des trajectoires électroniques par le champ. Ce signal parasite est inséparable de celui de croisement de niveaux avec les détections galvanométrique ou électronique.

Cependant, il est, en général, indépendant de la polarisation lumineuse de détection. On peut s'en affranchir, dans une large mesure, avec l'Enhancetron, en opérant comme suit. Au cours d'une première séquence de mesures, on met en mémoire dans l'Enhancetron la variation de la différence des courants anodiques de PM_1 et PM_2 en fonction du temps (donc du champ magnétique). Ces courants ont pour expression $I_1 = I(\phi) + \Delta I_1$ et $I_2 = I(\phi + \frac{\pi}{2}) + \Delta I_2$: ΔI_1 et ΔI_2 sont les courants parasites que nous voulons éliminer, dont les variations constituent un fond sur lequel apparaissent des courbes de croisements. On enregistre donc $I_1 - I_2 = I(\phi) - I(\phi + \frac{\pi}{2}) + \Delta I_1 - \Delta I_2$. Dans une deuxième séquence de mesure, on intervertit les polaroïds de détection. Les courants anodiques de PM_1 et PM_2 sont donc $I'_1 = I(\phi + \frac{\pi}{2}) + \Delta I'_1$ et $I'_2 = I(\phi) + \Delta I'_2$, avec $\Delta I'_1 \simeq \Delta I_1$, $\Delta I'_2 \simeq \Delta I_2$. On met alors en mémoire $I'_2 - I'_1 = I(\phi) - I(\phi + \frac{\pi}{2}) + \Delta I'_2 - \Delta I'_1$. Si les deux séquences ont la même durée, on voit qu'à la fin de la deuxième on a sensiblement en mémoire $2I(\phi) - 2I(\phi + \frac{\pi}{2})$. Le "fond continu" est très affaibli dans ces conditions.

En conclusion, le montage utilisant l'Enhancetron a sur les deux autres une supériorité très marquée; le rapport signal/bruit est bien meilleur, et il permet d'éliminer divers effets parasites. Son principal inconvénient est qu'il est difficile de mesurer le champ H au cours de chaque mise en mémoire.

C H A P I T R E V I I

R E S U L T A T S E X P E R I M E N T A U X

A l'aide des méthodes exposées au chapitre VI, nous avons cherché à vérifier les conclusions théoriques du chapitre V. Les résultats obtenus peuvent être répartis en deux groupes.

Le premier correspond aux vérifications de la théorie des croisements de niveaux excités par choc électronique : forme des courbes suivant les conditions d'observation, amplitudes relatives des divers croisements.

Le second correspond à la vérification des formules obtenues pour les intervalles de structure fine de ${}^4\text{He}$, de structure hyperfine pour ${}^3\text{He}$, sur la position des points de croisement, et sur la largeur des courbes de croisement.

Après avoir donné les niveaux étudiés, nous exposerons successivement les deux groupes de résultats, puis nous en ferons une étude critique.

I - NIVEAUX ETUDIÉS

Plusieurs des mesures ont été faites en collaboration avec C. GALLERON ⁽⁴⁶⁾(51) et M. MAUJEAN ⁽⁴⁵⁾.

Nous nous sommes limités à l'étude des croisements dont les champs sont les plus faibles; dans les champs élevés, les effets parasites dus à la courbure des trajectoires électroniques sous l'action de la force de Laplace sont très importants. Par exemple, les champs de croisement dans l'état 2^3P de ${}^4\text{He}$ valent environ 600 gauss ⁽²²⁾. Au-delà de 200 gauss, le faisceau électronique est tellement courbé qu'il n'atteint pas la plaque et ne peut même pas pénétrer dans l'espace d'observation compris entre la grille et la plaque.

Nous nous sommes donc bornés à l'étude des premiers niveaux excités; de plus, nous avons seulement observé les croisements entre sous-niveaux issus des deux niveaux les plus rapprochés à l'intérieur d'un même terme spectral.

C'est ainsi que nous avons mesuré sur ${}^4\text{He}$, les intervalles de structure fine $n^3\text{P}_1 - n^3\text{P}_2$, $n^3\text{D}_2 - n^3\text{D}_3$; sur ${}^3\text{He}$, les intervalles des niveaux hyperfins $(2, \frac{5}{2})$ et $(2, \frac{3}{2})$ (niveaux ${}^3\text{P}$), $(3, \frac{7}{2})$ et $(3, \frac{5}{2})$ (niveaux ${}^3\text{D}$). Les notations ont été définies au chapitre I (II-2-a).

Au contraire, ces croisements (dits "en champ faible") ont lieu, dans le cas des niveaux très excités, dans des champs de l'ordre de 1 gauss. Il est nécessaire, alors, d'utiliser un dispositif de compensation du champ magnétique terrestre ⁽⁴⁵⁾(46).

La figure 20 représente le diagramme de Grotrian des niveaux d'énergie de He. Ceux dont nous avons déterminé les structures sont donnés dans le tableau ci-dessous (page 130).

Tous ces niveaux ont été étudiés sur ${}^4\text{He}$ et ${}^3\text{He}$, sauf 9^3P (sur ${}^4\text{He}$ seul) et les ${}^1\text{D}$ (sur ${}^3\text{He}$ seul).

Les filtres liquides sont des solutions contenues dans des cuves à faces parallèles en silice fondue.

Les filtres interférentiels sont des filtres diélectriques SEAVOM, de 30 à 60% de pouvoir de transmission, de 20 à 40 Å de largeur de bande à mi-hauteur, suivant les modèles.

Dans certains cas ⁽⁴⁵⁾ (niveaux $n^3\text{P}$ et $n^3\text{D}$ supérieurs), les raies spectrales sur lesquelles étaient observés les croisements étaient isolées par un monochromateur à réseau Bausch et Lomb (1200 traits/mm sur une surface 102×102 mm, taillé pour donner un "blaze" de 3000 Å dans le 1er ordre).

Les récepteurs photosensibles utilisés sont des photomultiplicateurs RCA type 1P28, sauf pour la raie $3^1\text{D} - 2^1\text{P}$ ⁽⁴⁶⁾ ($\lambda = 6678$ Å) détectée par des photomultiplicateurs RCA type 6217, et la raie $5^3\text{F} - 3^3\text{D}$ ⁽⁴⁵⁾ ($\lambda = 1,28$ μ) détectée par des cellules photorésistantes Kodak type N2 au sulfure de plomb, donnant un rapport signal-bruit maximum à la température ordinaire.

.../...

Niveaux excités de l'hélium

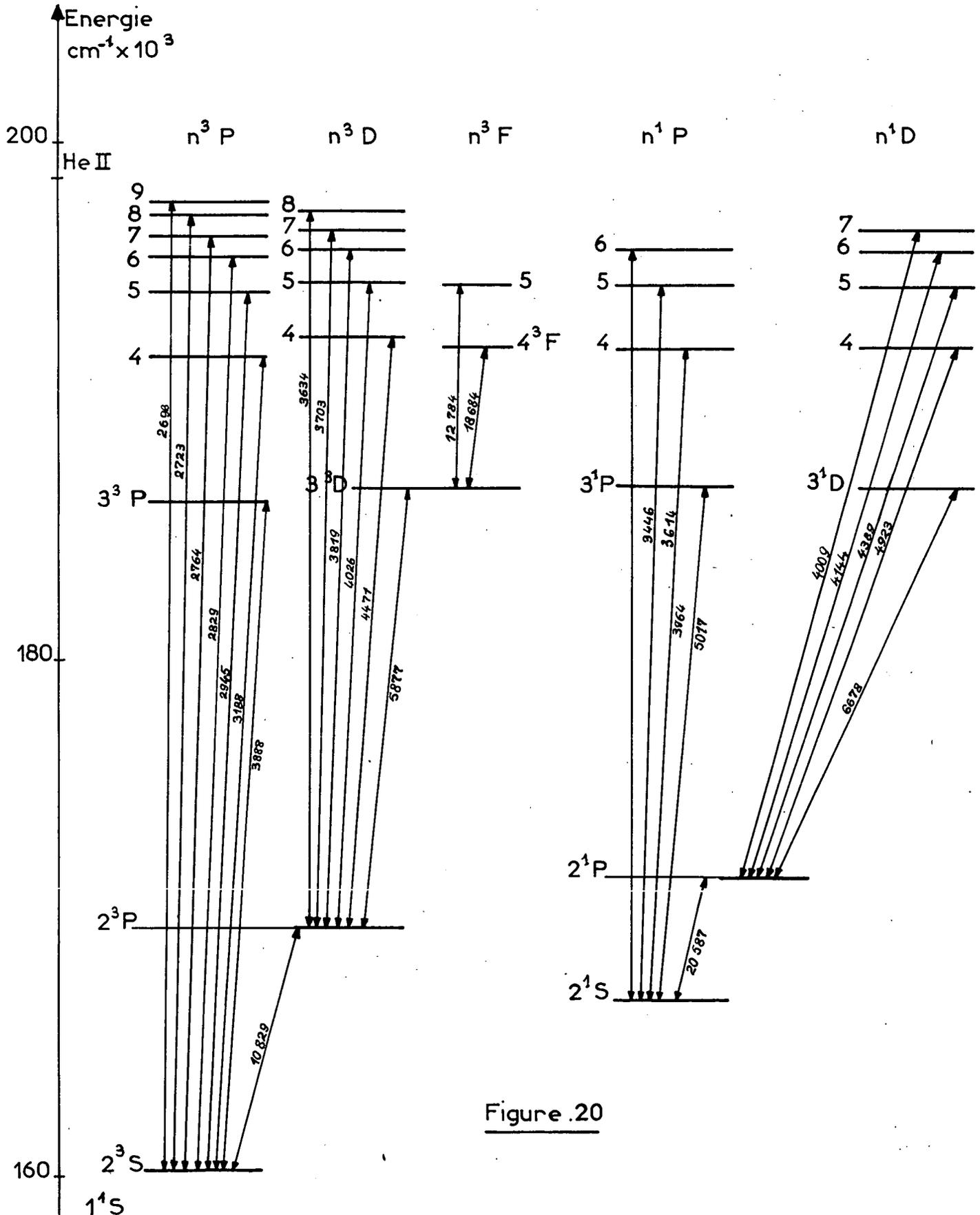


Figure .20

Niveau	Transition	λ (Å) (1)	Isolement de la raie
3 ³ P	3 ³ P - 2 ³ S	3888	Corning 7-54 + Wratten 34
4 ³ P	4 ³ P - 2 ³ S	3188	Corning 7-54 + 8 mm solution CrO ₄ K ₂ : 0,5 g/l eau
5 ³ P	5 ³ P - 2 ³ S	2945	Corning 7-54 SO ₄ Co, 7H ₂ O : 40 g/l eau SO ₄ Ni, 6H ₂ O : 150 g/l eau
6 ³ P	6 ³ P - 2 ³ S	2829	
7 ³ P (46)	7 ³ P - 2 ³ S	2764	
8 ³ P (46)(45)	8 ³ P - 2 ³ S	2723	
9 ³ P (45)	9 ³ P - 2 ³ S	2696	
3 ³ D	3 ³ D - 2 ³ P	5876	Wratten 21 ou 22
4 ³ D	4 ³ D - 2 ³ P	4471	Wratten 34A
5 ³ D (46)	5 ³ D - 2 ³ P	4026	Filtre interférentiel
6 ³ D (45)	6 ³ D - 2 ³ P	3820	
7 ³ D (45)	7 ³ D - 2 ³ P	3705	
5 ³ F (45)	5 ³ F - 3 ³ D	12785	Filtre interférentiel
3 ¹ D (46)	3 ¹ D - 2 ¹ P	6678	Wratten 26
4 ¹ D	4 ¹ D - 2 ¹ P	4922	Wratten 40 ou filtre interférentiel
5 ¹ D	5 ¹ D - 2 ¹ P	4388	Wratten 34A
6 ¹ D	6 ¹ D - 2 ¹ P	4144	Filtre interférentiel
7 ¹ D	7 ¹ D - 2 ¹ P	4009	Filtre interférentiel

II - VERIFICATION DES PREVISIONS THEORIQUES (FORMES ET AMPLITUDES DES CROISEMENTS)

1) Observation dans la direction Oz du champ magnétique \vec{H} :

La vitesse \vec{v} des électrons est dans ce cas perpendiculaire à \vec{H} et a pour direction Ox (fig. 17).

a) Position et existence des croisements de niveaux : nous avons vérifié les points suivants :

- En l'absence de polariseurs à la détection, l'intensité photoélectrique ne subit aucune variation spéciale au voisinage des champs de croisement.
- L'intensité des composantes rectilignes change au voisinage des croisements $|\Delta M| = 2$, mais ne présente aucune variation spéciale au voisinage des croisements $|\Delta M| = 1$.
- Les positions des champs de croisement $|\Delta M| = 2$ sont proportionnelles aux positions théoriques x_0 données dans l'appendice C à des réserves près, que nous verrons plus loin.

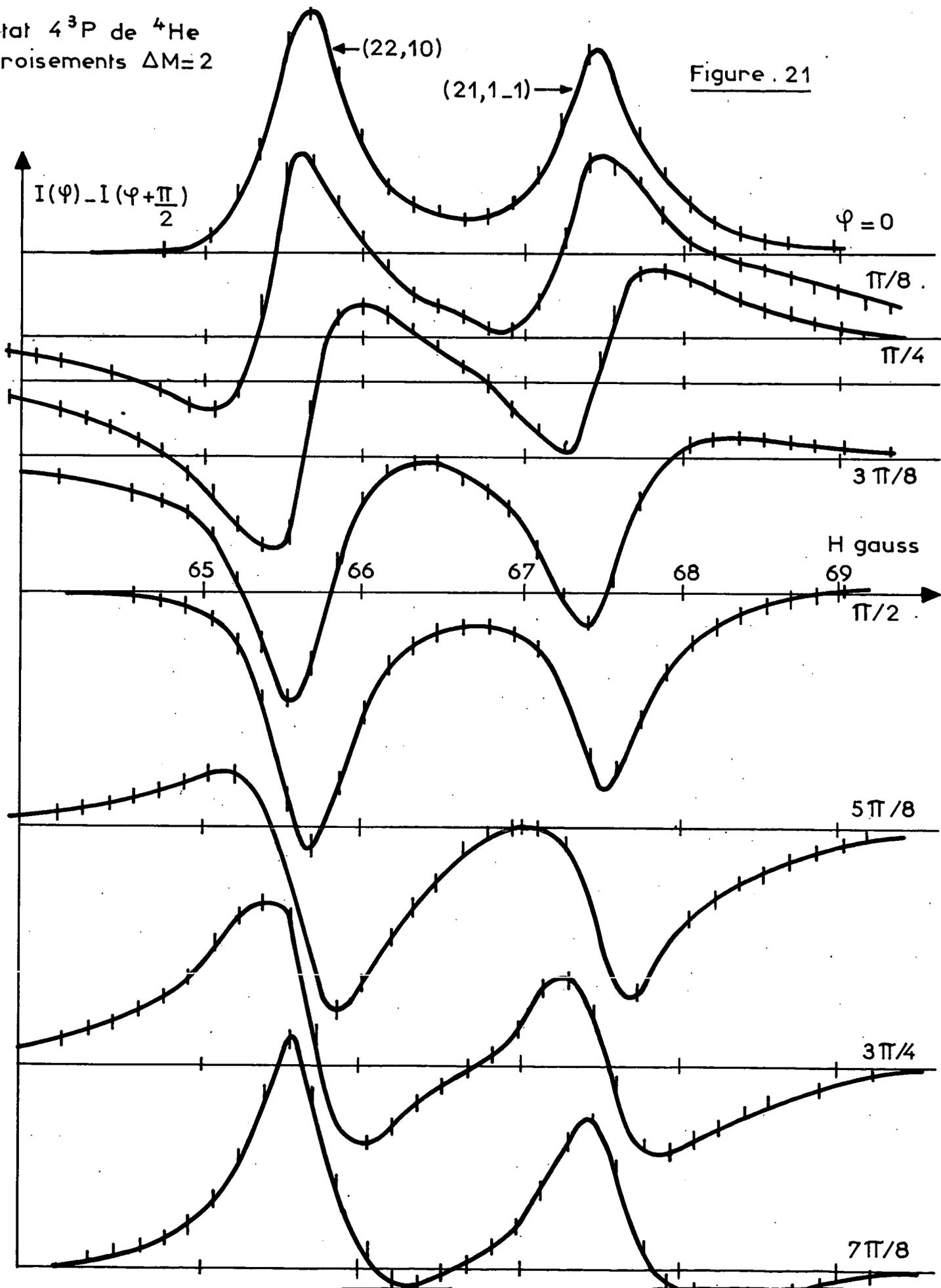
b) Forme des courbes de croisement :

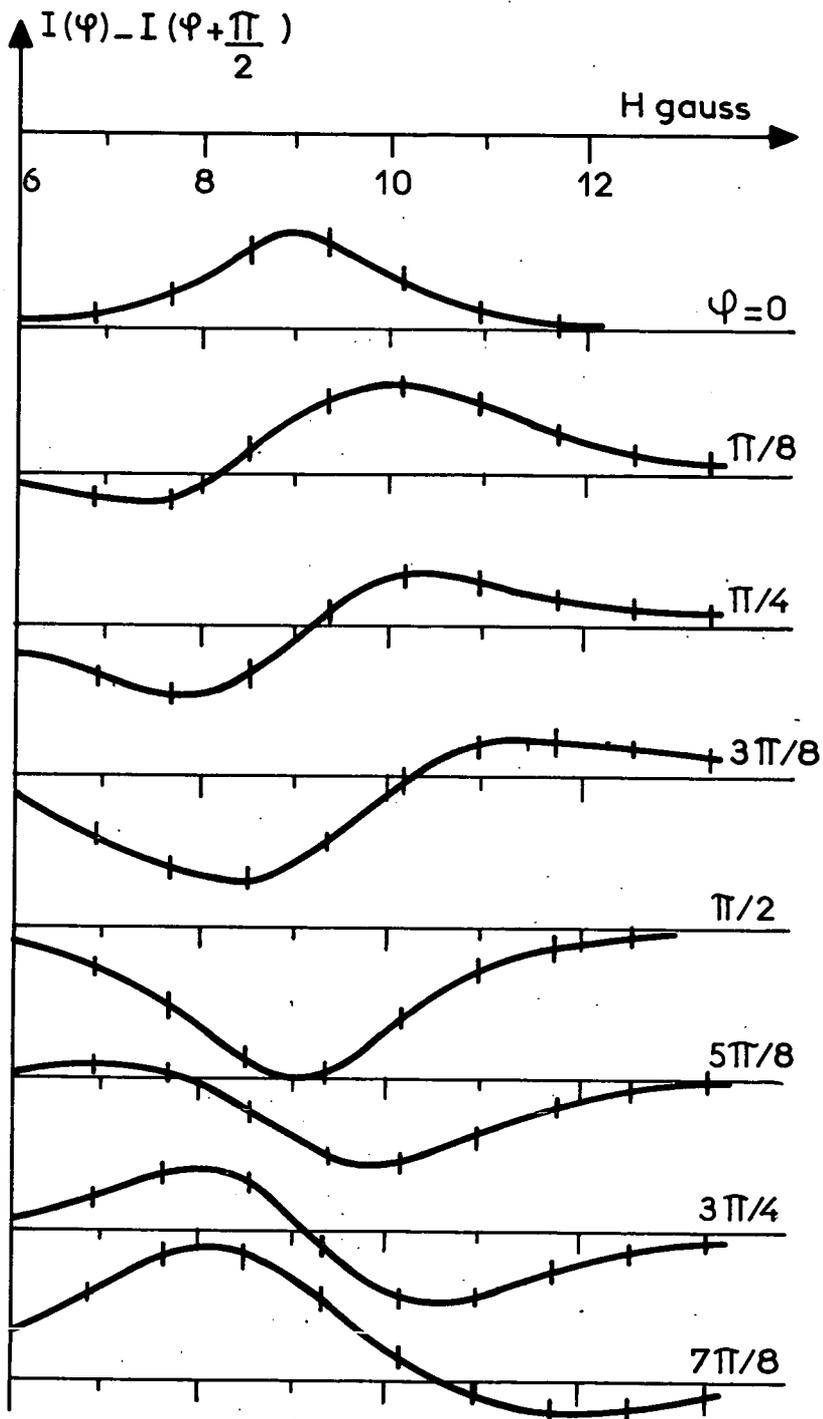
- En opposant un courant constant au courant anodique de PM_1 , puis de PM_2 (fig. 17), nous avons vérifié que les intensités de la composante \vec{e}_{λ_1} et de la composante \vec{e}_{λ_2} perpendiculaire à cette dernière ont des variations opposées au voisinage des croisements $|\Delta M| = 2$. Cela était prévu par les équations (V-8) et (V-9). On voit ainsi que, en opposant les courants anodiques, on double le signal de croisement, tout en éliminant en partie les variations d'intensité indésirables (13).
- Nous avons tracé différentes courbes de croisement; pour chacune d'elles, l'angle $\phi = (\vec{v}, \vec{e}_{\lambda_1})$ a une valeur donnée (\vec{v} est la direction moyenne de la vitesse des électrons). Nous avons obtenu, pour $\phi = 0$ ou 90° , des courbes d'absorption de Lorentz, pour $\phi = 45$ ou 135° , des courbes de dispersion, pour les autres valeurs de ϕ des combinaisons linéaires de ces formes (fig. 21, 22, 23). Ceci vérifie les prévisions du chapitre V (I-3-b- α).

D'autre part, nous avons déjà signalé l'existence de phénomènes parasites dus à la courbure prise par le faisceau électronique sous l'action de la force de Laplace. Cette force, d'expression $\vec{F} = e\vec{v} \wedge \vec{H}$, est perpendiculaire à la vitesse \vec{v} des électrons. Les trajectoires prennent dans le cas actuel une forme circulaire. On démontre (appendice E) que les prévisions

Etat 4^3P de 4He
Croisements $\Delta M=2$

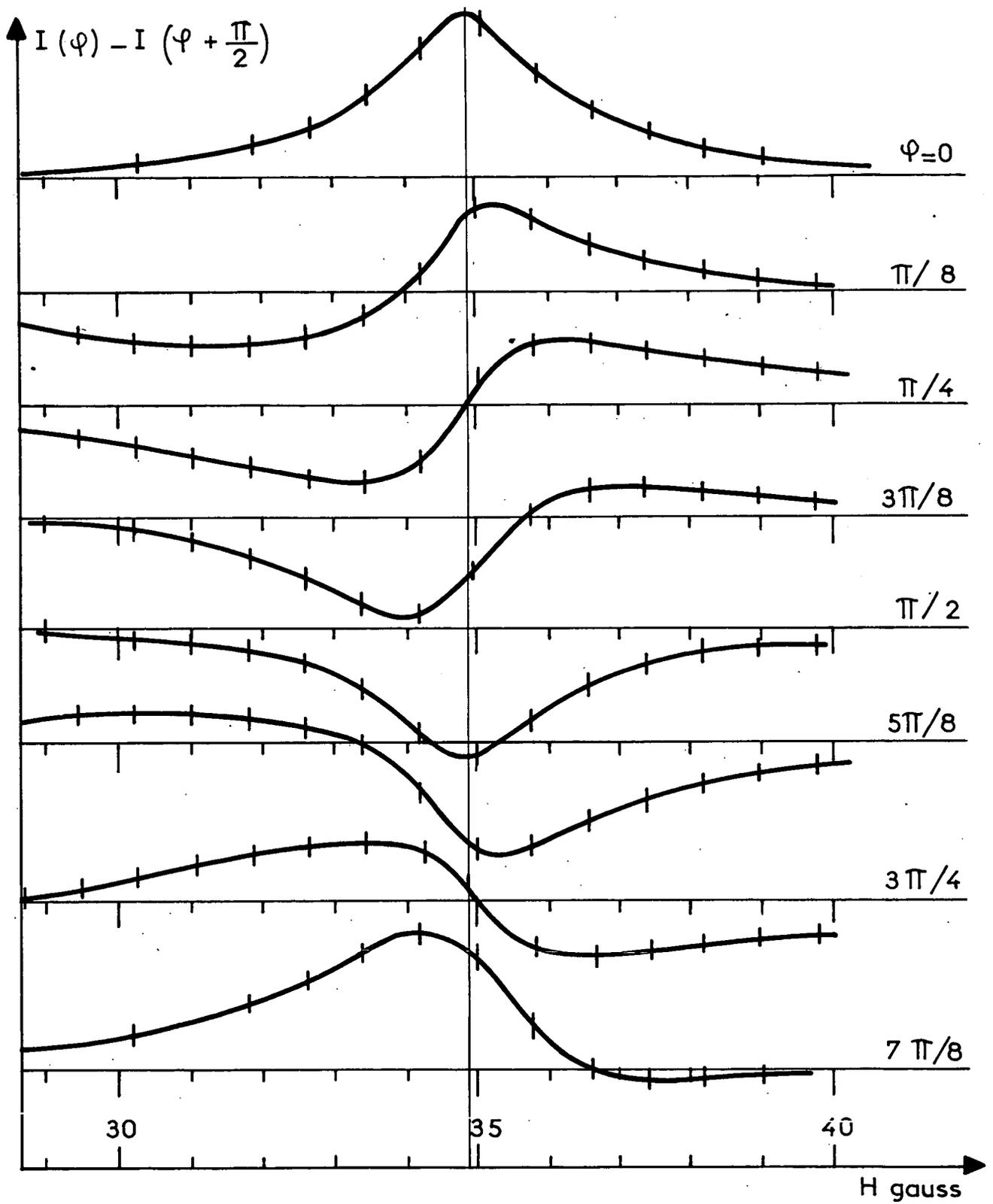
Figure . 21





Etat 4^3D de ^3He Croisements $|\Delta M| = 2$

Figure .22



Niveaux 5^1D de ^3He
 Croisements $|\Delta M| = 2$

Figure. 23

théoriques restent valables si on y considère \vec{v} comme la vitesse moyenne des électrons, sa direction Ox étant celle de la corde qui sous-tend les trajectoires (fig. 24); elle peut différer notablement de la normale au plan des électrodes.

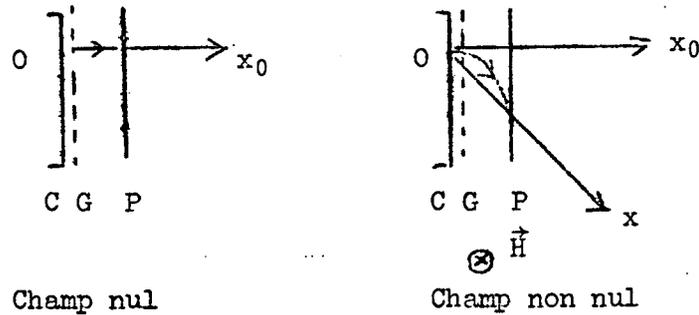


FIGURE 24

Mais, en plus de cet effet, qui se traduit seulement par un changement de l'axe Ox, il apparaît des variations d'intensité parasites, d'allure souvent résonnante, analogues aux "résonances cyclotron" observées par PÉBAY (15). Elles sont, au premier abord, difficiles à différencier des croisements de niveaux. En fait, leur forme ne change pas lorsqu'on fait varier la polarisation de détection. Aussi, chaque fois que nous avons observé sur le signal des variations en "pics", nous avons systématiquement tracé différentes courbes prises chacune à angle ϕ différent. Si elles se déforment, suivant les valeurs de ϕ , de la manière indiquée plus haut, on est sûr d'avoir identifié des croisements. Sinon, il s'agit d'un phénomène parasite.

Nous avons, de plus, vérifié que la "direction Ox" (définie par $\phi = 0$) ne dépend que du champ magnétique et non pas du niveau étudié. Par exemple, dans le cas des croisements de niveaux 5^3P (^4He) et 5^1D (^3He), qui ont lieu dans des champs de 34 gauss, la direction $\phi = 0$ est la même. Ceci est une justification supplémentaire de notre explication.

c) Amplitudes relatives des croisements :

(α) Cas des niveaux $3P$: les intensités ont été calculées au chapitre V, en II-A-1-a. Elles sont données à la même constante multiplicative près ($Q_0 - Q_1$).

Sans autre hypothèse, on peut donc représenter graphiquement leurs variations, en fonction du champ magnétique.

La figure 25 représente le diagramme Zeeman des états 3P de 4He . On y voit qu'il existe deux croisements $|\Delta M| = 2$, entre les sous-niveaux $(K'M')$ et (KM) : $(22)(10)$ et $(21)(1-1)$. On attend donc des courbes de croisement de niveaux qui résultent de la superposition de deux courbes composantes, dont l'équation, pour $\phi = 0$ (forme d'absorption) est :

$$I(22, 10) = \frac{A'}{\Gamma^2 + (E_{22} - E_{10})^2}$$

$$I(21, 1-1) = \frac{A''}{\Gamma^2 + (E_{21} - E_{1-1})^2}$$

Soient H'_0 et H''_0 les champs de croisements respectifs $(22)(10)$ et $(21)(1-1)$. On a (relation V-2) :

$$E_{22} - E_{10} \underset{H=H'_0}{\simeq} \left[\frac{d(E_{22} - E_{10})}{dH} \right]_{H=H'_0} (H - H'_0) = \mu_B (H - H'_0) (y'_{22} - y'_{10})$$

$$E_{21} - E_{1-1} \underset{H=H''_0}{\simeq} \left[\frac{d(E_{21} - E_{1-1})}{dH} \right]_{H=H''_0} (H - H''_0) = \mu_B (H - H''_0) (y'_{21} - y'_{1-1})$$

Au cours de chaque expérience, on mesure non pas le champ magnétique H , mais une grandeur V qui lui est proportionnelle (c'est la ddp aux bornes de la résistance étalon du circuit magnétisant), de sorte que $\mu_B H = kV$. Les axes des courbes composantes sont, de même, déterminés non par leurs champs H'_0 et H''_0 , mais par des ddp V'_0 et V''_0 qui leur sont proportionnelles : $\mu_B H'_0 = kV'_0$ et $\mu_B H''_0 = kV''_0$.

$$\begin{aligned} \text{On a alors } I(22,10) &= \frac{A'}{\Gamma^2 + k^2 (y'_{22} - y'_{10})^2 (V - V'_0)^2} \\ &= \frac{1}{(y'_{22} - y'_{10})^2 k^2} \frac{A'}{\frac{\Gamma^2}{k^2 (y'_{22} - y'_{10})^2} + (V - V'_0)^2} \end{aligned}$$

.../...

Croisements de
niveaux $4^3P(^4He)$

● $\Delta M = 2$

□ $\Delta M = 1$

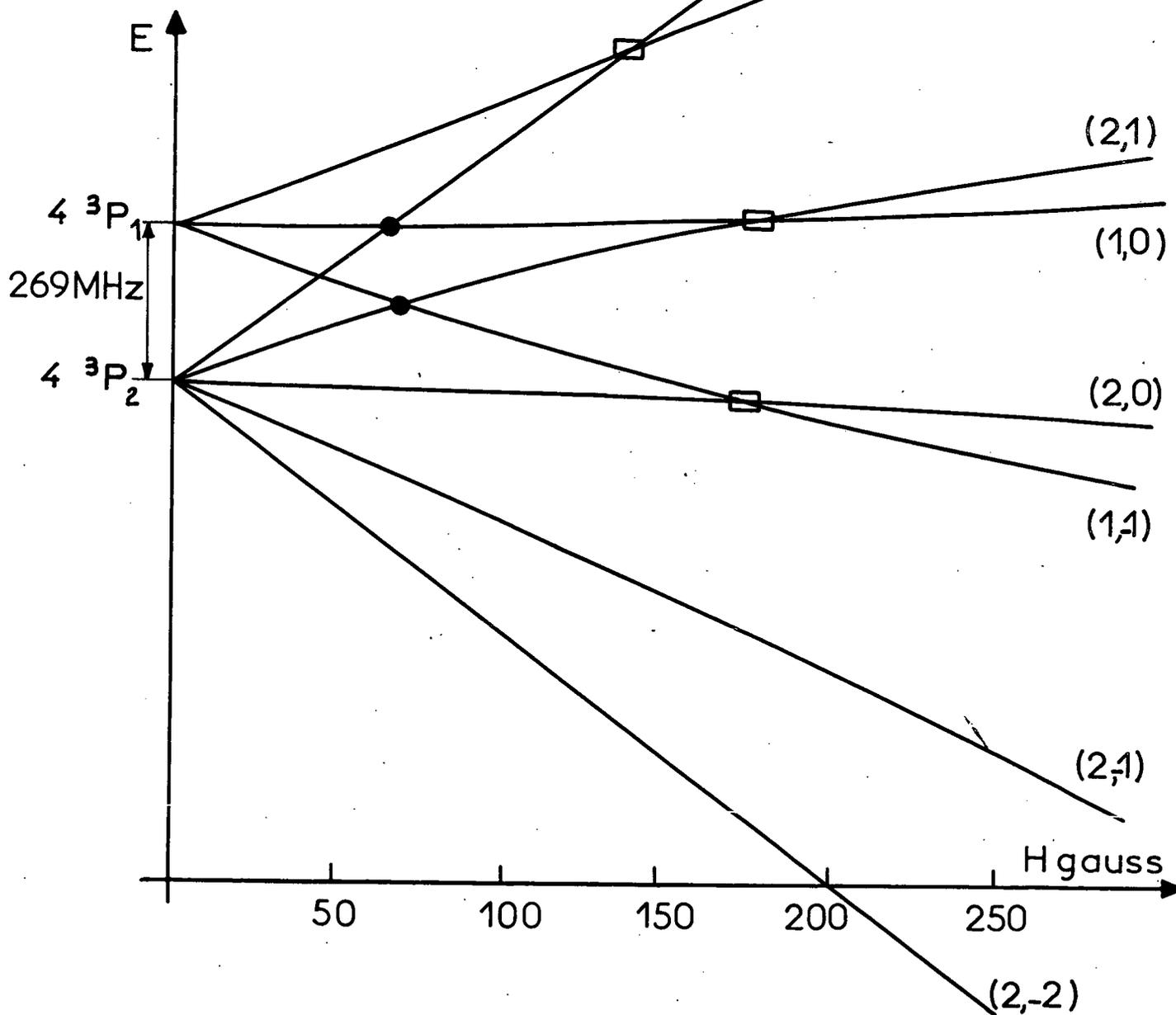


Figure. 25

Etat $4^3 P$ ($^4 He$)

Croisements des sous niveaux :

K', M' : (2,2)	(2,1)
K, M : (1,0)	(1,-1)

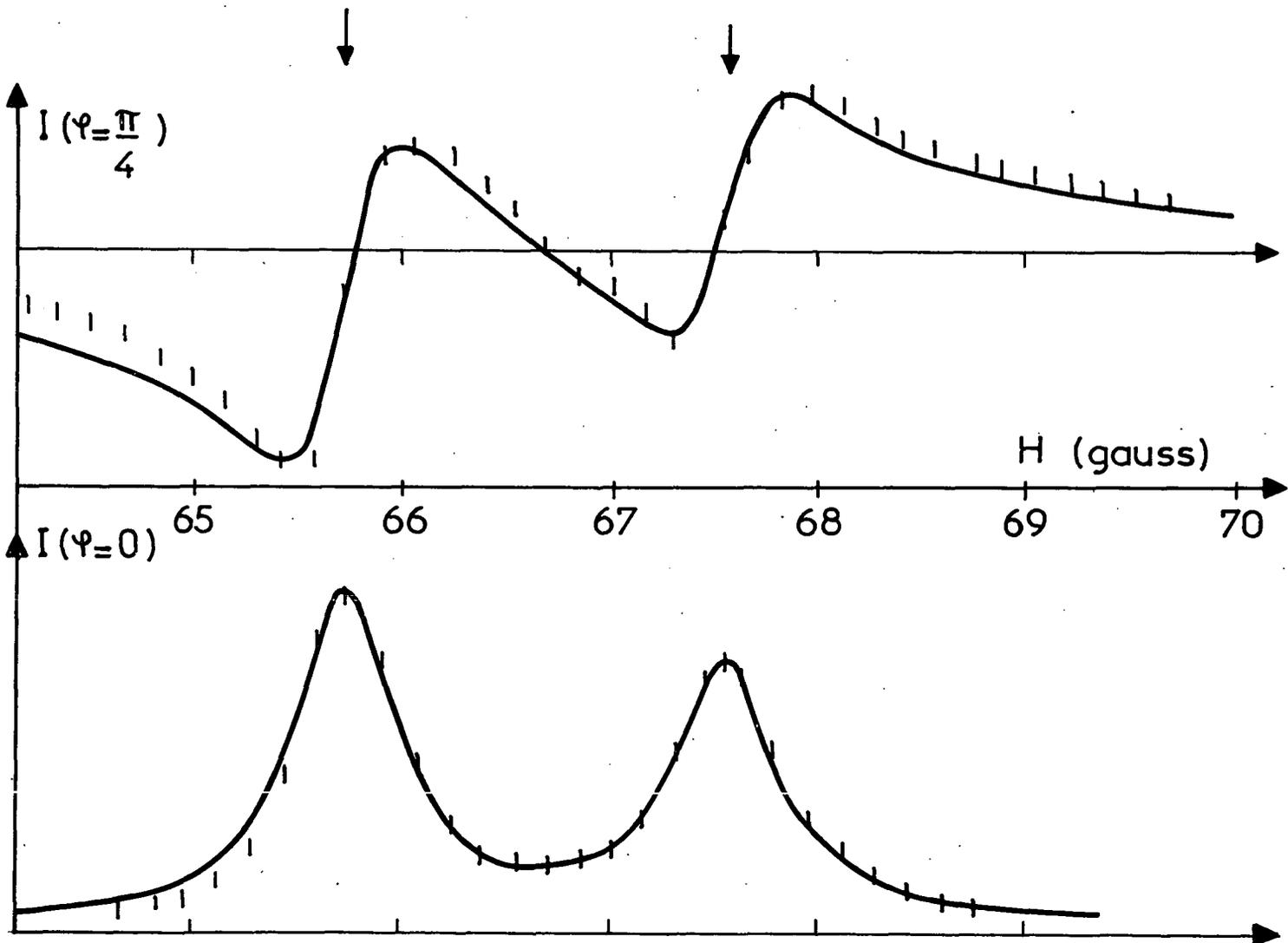


Figure.26

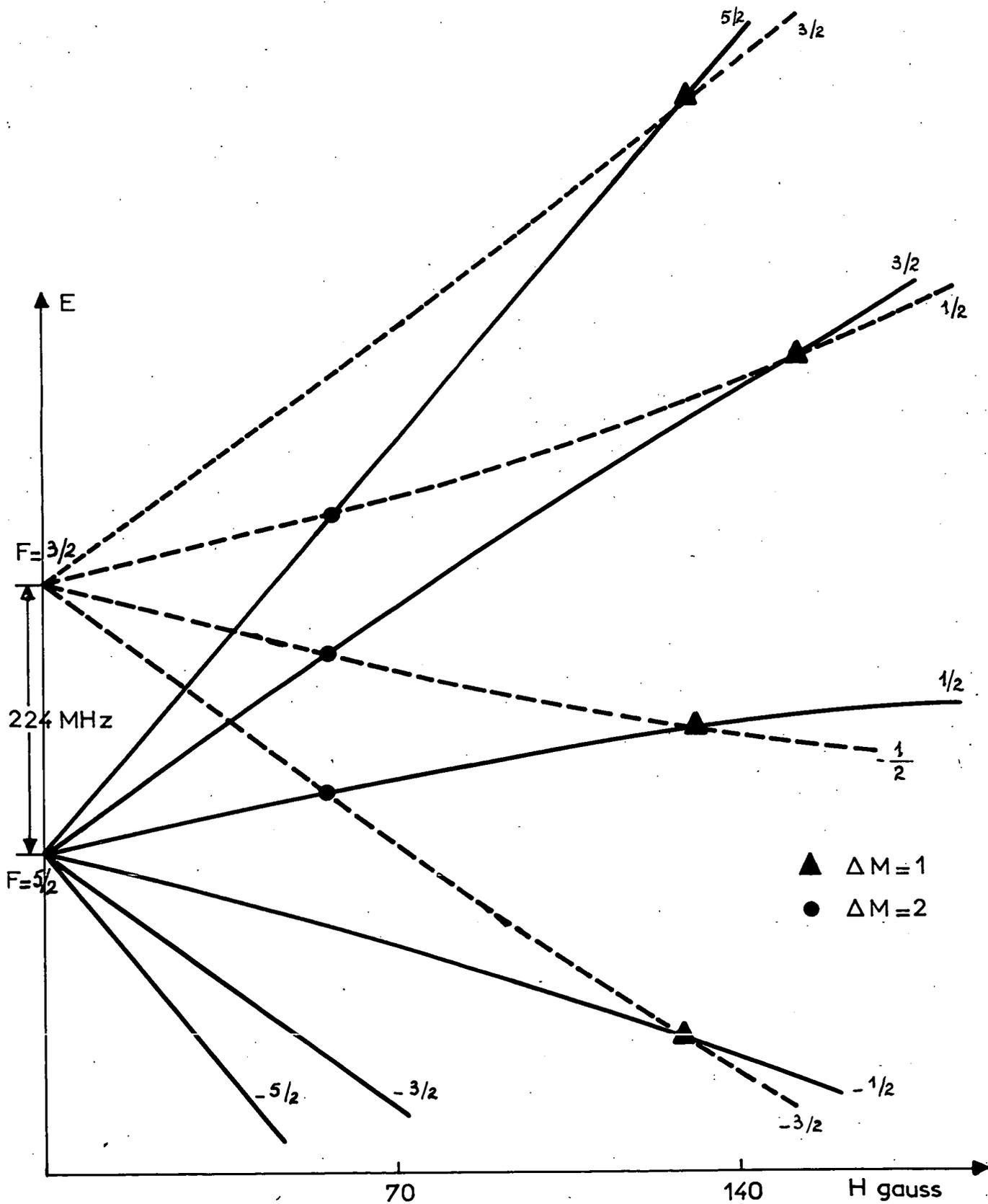
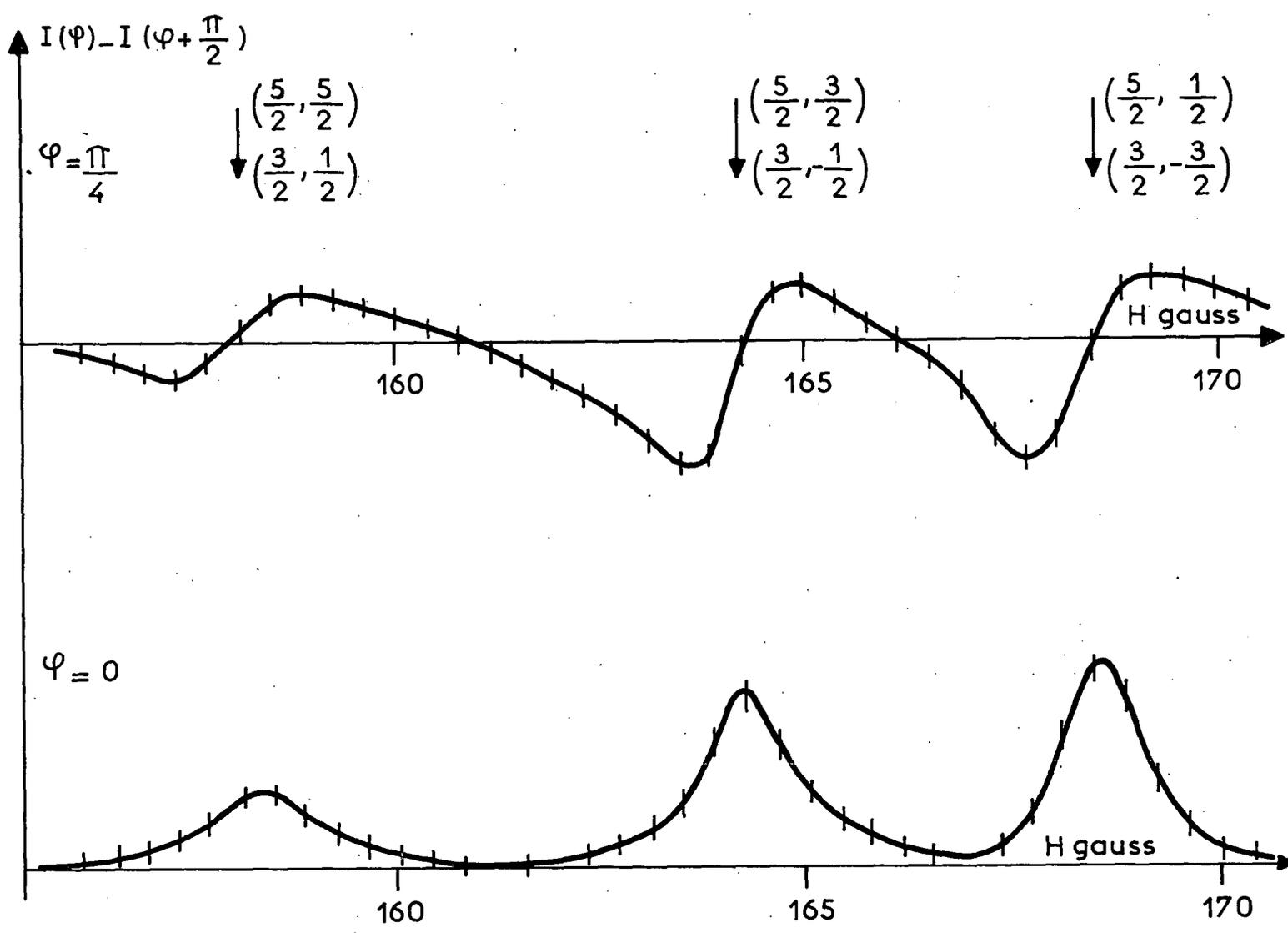


Diagramme Zeeman
 du niveau 4^3P de ^3He

Figure.27



Etat 3^3P de ^3He Croisements $|\Delta M| = 2$

Figure.28

et une égalité analogue pour I(21, 1-1), de sorte que la courbe résultante a pour équation :

$$I = \frac{A'}{k^2} \left[\frac{1}{(y'_{22}-y'_{10})^2} \frac{1}{\frac{\Gamma^2}{k^2(y'_{22}-y'_{10})^2} + (V-V'_0)^2} + \frac{A''}{A'} \frac{1}{(y'_{21}-y'_{1-1})^2} \frac{1}{\frac{\Gamma^2}{k^2(y'_{21}-y'_{1-1})^2} + (V-V''_0)^2} \right]$$

Nous fixons sur l'axe des abscisses l'axe V'_0 de la courbe I(22,10) par exemple, et sa largeur $\Delta V = \frac{2\Gamma}{k(y'_{22}-y'_{10})}$. On peut alors étalonner entière-

ment cet axe. Pour étalonner l'axe des ordonnées, il suffit de se donner l'amplitude de la même courbe. Tous les autres paramètres ayant été calculés ci-dessus, on peut construire sans ambiguïté la deuxième courbe I(21, 1-1) et en déduire la résultante.

La figure 26 montre la courbe théorique obtenue pour les niveaux 4^3P de 4He (50). Les points expérimentaux y sont représentés. On voit qu'il y a un bon accord.

Il va de soi que cette construction est d'autant moins facile que les courbes composantes sont moins bien résolues. Quand elles se recouvrent partiellement, on est obligé d'essayer plusieurs constructions analogues à la précédente, en donnant, pour chacune d'elles, des valeurs raisonnables à V'_0 et Γ/k . On conserve l'ensemble de valeurs tel que la courbe obtenue joint le mieux les points expérimentaux (45).

La figure 27 représente le diagramme Zeeman des états $3P$ de 3He . Il existe 3 croisements $|\Delta M| = 2$ entre les états $(G'M'_F)$ $(GM'_F) : (\frac{5}{2} \frac{5}{2}) (\frac{3}{2} \frac{1}{2})$, $(\frac{5}{2} \frac{3}{2}) (\frac{3}{2} - \frac{1}{2})$, $(\frac{5}{2} \frac{1}{2}) (\frac{3}{2} - \frac{3}{2})$, dont les amplitudes sont proportionnelles respectivement aux nombres 68, 65, 30 ; (chapitre V, II-A-2-a).

La figure 28 donne un exemple de courbes expérimentales dont les amplitudes sont proportionnelles à 71, 60 et 30. L'accord est acceptable, si on considère que, dans les champs magnétiques élevés (160 gauss) dans lesquels ont lieu ces croisements, les phénomènes parasites ont une amplitude énorme.

(β) Cas des niveaux 3D : les figures 29 et 31 représentent les diagrammes Zeeman des états 3D de 4He et 3He . On doit obtenir respectivement 4 et 6 croisements. Mais les courbes composantes sont larges et ne sont pas résolues. De plus, leurs amplitudes (chap. V, II-A-1-b et II-A-2-b) sont fonctions de 2 paramètres : $Q_0 + Q_1 - 2Q_2$ et $Q_0 - \frac{4}{3} Q_1 + \frac{1}{3} Q_2$. Dans ces conditions, il semble hors de question de construire des courbes théoriques.

Or, nous avons vu dans le chapitre III (I-3-d) que lorsque l'énergie des électrons incidents est égale à l'énergie d'excitation du niveau, les seuls sous-niveaux ainsi excités sont ceux pour lesquels $M_L = 0$, ou encore $Q_0 \neq Q_1 = Q_2 = 0$.

Nous avons calculé la forme des courbes en supposant $Q_2 = Q_1 \neq Q_0$, ce qui est raisonnable quand les électrons incidents ont une énergie un peu supérieure au seuil d'excitation. Comme on a ici $\theta = 90^\circ$, on voit que l'intensité des courbes composantes est proportionnelle aux nombres $\lambda_2 - \lambda_4$ définis et calculés plus haut (chap. V, II-A-1-b, et 2-b). La figure 30 représente la courbe théorique ainsi obtenue dans le cas de 4He (46). Les points sont expérimentaux. Il y a bon accord ici encore.

Nous avons, indirectement, vérifié les prévisions sur la variation des amplitudes en fonction des sections de choc $Q_{|M_L|}$. Nous avons pour cela tiré parti du fait que le degré de polarisation des raies de la série $n^3D - 2^3P$ diminue lorsque l'énergie des électrons incidents croît à partir de 40 eV; il est très faible pour une énergie de 60 eV (35)(52). Nous avons observé (fig. 32) que, lorsqu'on augmente à partir de 40 eV l'énergie des électrons incidents, bien que l'intensité lumineuse totale augmente, l'amplitude des croisements diminue jusqu'à être pratiquement nulle lorsque les électrons ont une énergie de 65 eV. Cela montre qu'alors Q_0 , Q_1 et Q_2 ont sensiblement la même valeur et recoupe les résultats de (14) et (35).

Nous n'avons pas cherché à faire de vérifications analogues dans le cas des niveaux 3P . Le degré de polarisation des raies $^3P - 2^3S$, en effet, change peu lorsque l'énergie des électrons varie entre 45 et 70 eV (35)(52). Les croisements, dans ce cas, ont lieu dans des champs assez élevés et le faisceau est trop perturbé par le champ magnétique si son énergie est inférieure à 45 eV.

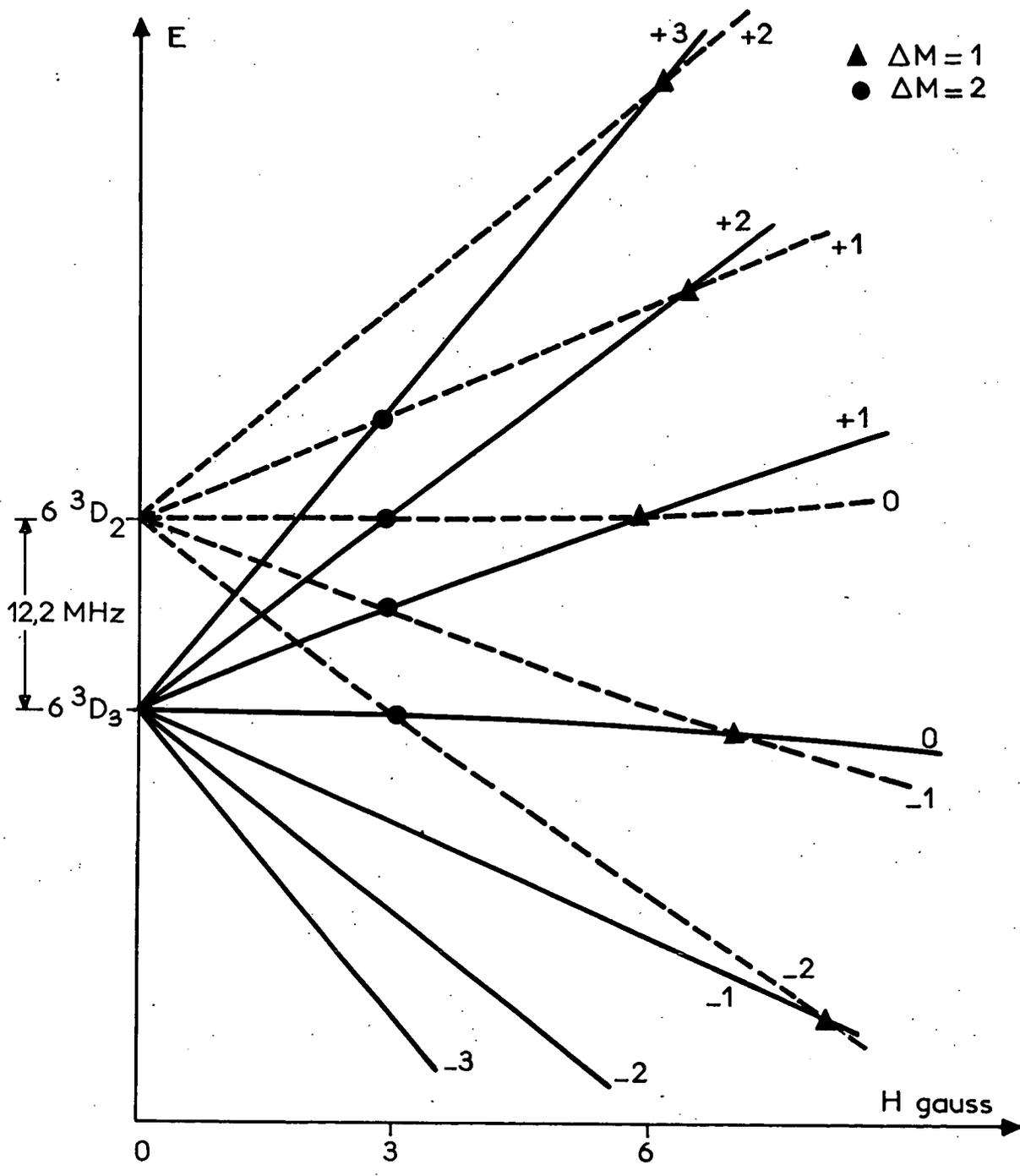
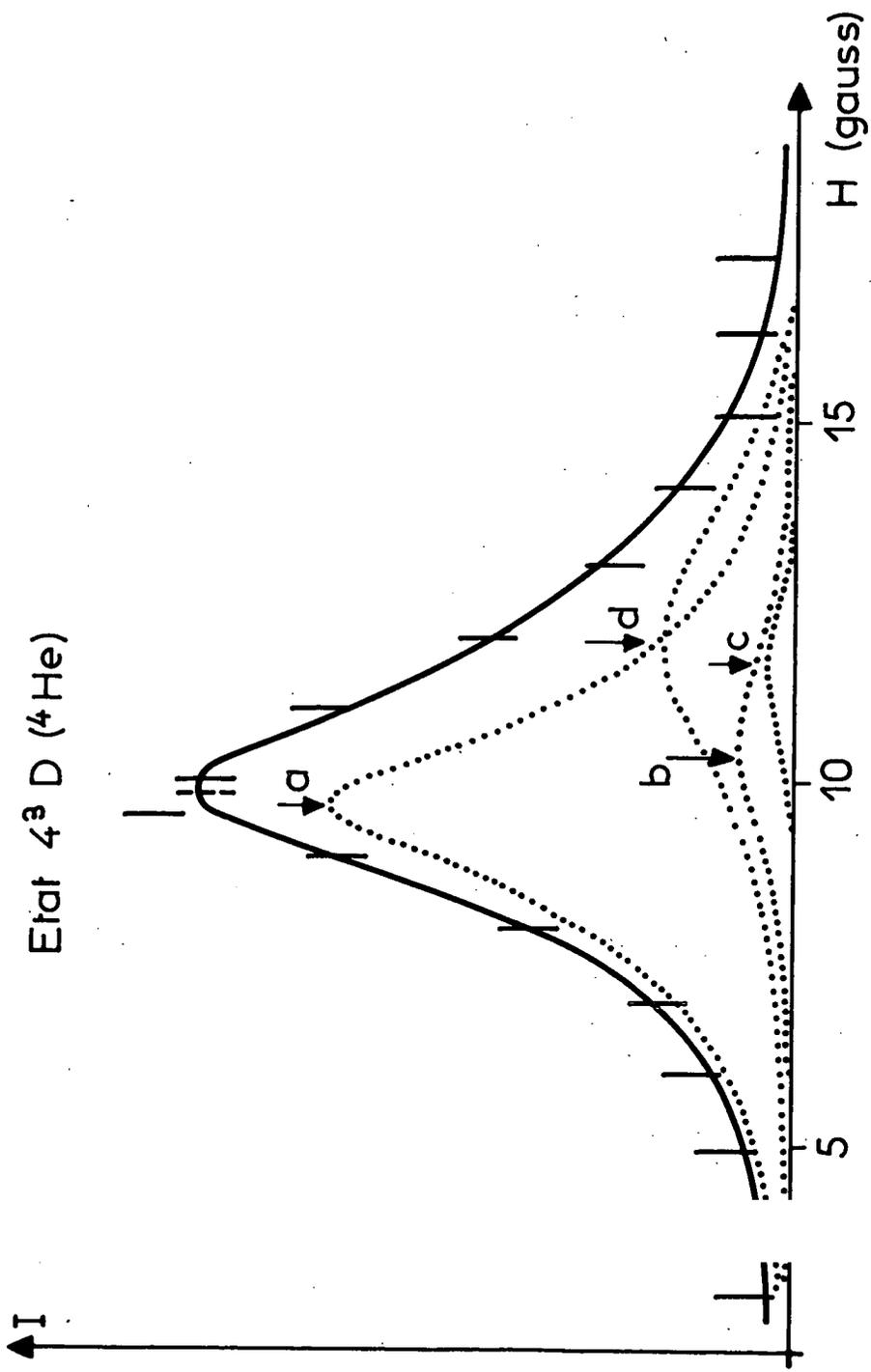


Diagramme Zeeman du niveau 6^3D de ^4He



Croisements de (K',M') et (K,M) :

- $(3,3)$ $(2,1)$: a
- $(3,2)$ $(2,0)$: b
- $(3,1)$ $(2,-1)$: c
- $(3,0)$ $(2,-2)$: d

Figure 2

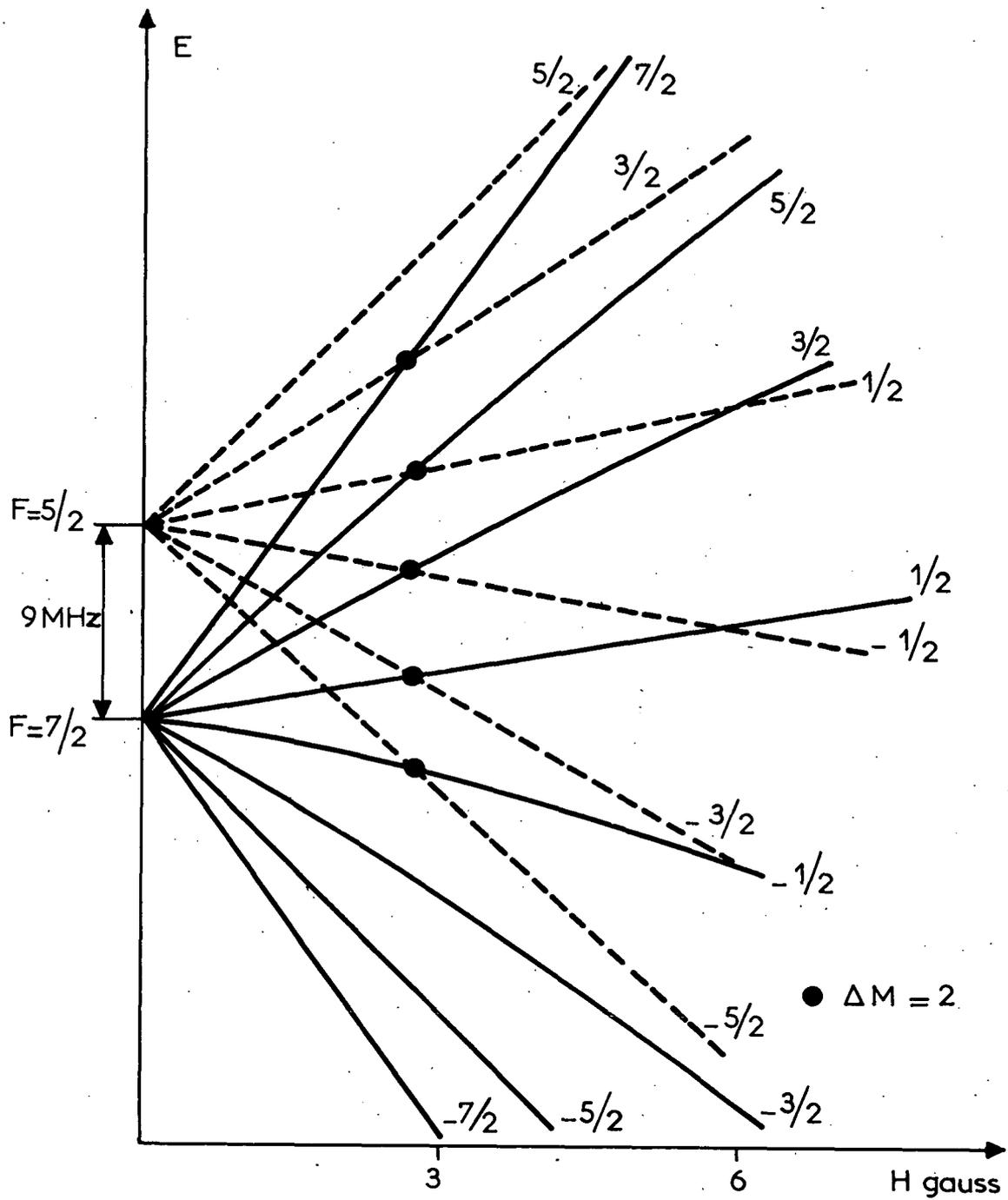


Diagramme Zeeman du niveau 6^3D de ^3He

Figure.31

Niveaux 4³D de ³He

Etude de l'amplitude des croisements $|\Delta M| = 2$
en fonction de la tension V des électrons

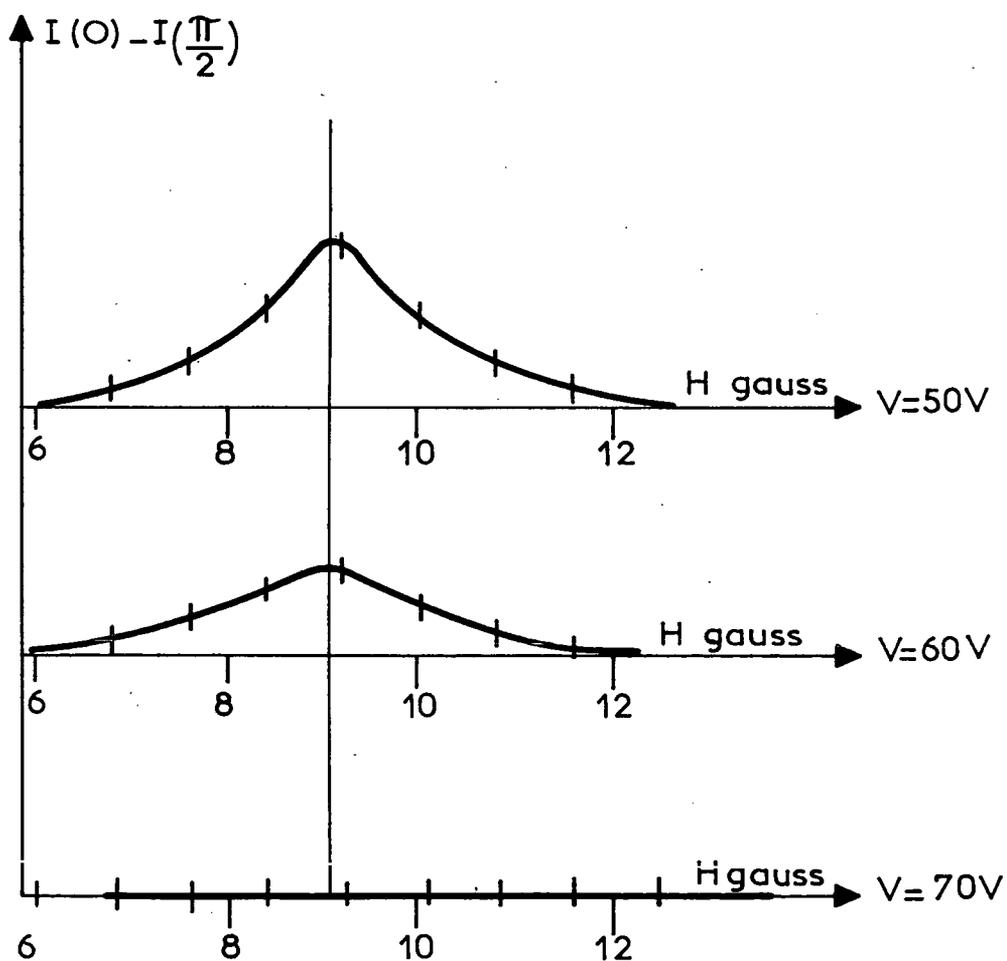


Figure .32

Si, au contraire, elle est supérieure à 70 eV, il apparaît une décharge d'arc qui détruit rapidement le tube électronique.

(γ) Cas des niveaux 1D : des mesures effectuées par résonance magnétique (⁵³) ont conduit à attribuer à ces niveaux une structure hyperfine de 60 à 100 MHz et une largeur de 3 à 10 MHz, suivant les niveaux. Il est donc facile de calculer théoriquement la position, la forme et l'amplitude des croisements. D'après le diagramme Zeeman (fig. 33), il en existe trois. Le calcul laisse prévoir trois courbes composantes bien résolues dont on peut calculer les intensités relatives, en supposant $Q_0 \neq Q_1 = Q_2$, ce qui est légitime lorsque l'énergie des électrons n'est pas trop supérieure au seuil d'excitation du niveau.

Expérimentalement, il y a désaccord complet avec ce qui précède : on voit apparaître un seul croisement dans le champ où on attend le croisement $(\frac{5}{2} \frac{1}{2}, \frac{3}{2} - \frac{3}{2})$ (fig. 23). Dans le champ où devraient se trouver les deux autres, on n'observe aucun phénomène spécial.

Aucun système de valeurs de Q_0, Q_1, Q_2 ne permet de donner aux intensités des croisements des valeurs telles que l'une d'elles soit beaucoup plus grande que les autres. Il n'existe pas, actuellement, d'explication certaine de ce fait.

2) Observation dans une direction perpendiculaire au champ (vitesse \vec{v} perpendiculaire à Oz) (fig. 34) :

a) Existence et position des croisements : nous avons vérifié les points suivants, conformes aux résultats du chapitre V (I-3-b- β) :

- L'intensité de la composante π ne subit aucune variation spéciale au voisinage des croisements de niveaux.

- Au contraire, l'intensité de la composante σ (donc aussi l'intensité totale) a les variations prévues au voisinage des croisements $|\Delta M| = 2$.

- L'intensité $I(\phi)$ des croisements doit varier, en fonction de l'angle ϕ de \vec{e}_λ avec Oz, proportionnellement à $\sin^2 \phi$ (relation V-10). Pour vérifier ce point, nous avons d'abord, en opposant un courant constant au courant anodique d'un des PM, mesuré successivement $I(\frac{\pi}{2})$, $I(\frac{\pi}{4})$, et $I(0)$; nous avons ainsi observé que la variation de $I(\frac{\pi}{2})$ est maximale, que celle de $I(\frac{\pi}{4})$ est moitié de la précédente, et que celle de $I(0)$ est nulle. Nous avons, d'autre part, par la mé-

thode d'opposition déjà décrite (III-2-a et b), mesuré en fonction du champ la variation de $I'(\phi) = I(\phi + \frac{\pi}{2}) - I(\phi) = I(\frac{\pi}{2}) \cos 2\phi$. La figure 35 montre les courbes obtenues pour $\phi = 0, \frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}$. On y voit que $I'(0)$ est maximal. La courbe $I'(\frac{\pi}{8}) = 0,707$ $I'(0)$ est théorique (construite par affinité à partir de la courbe $I'(0)$); on voit que les points expérimentaux se placent dessus correctement. On constate enfin que $I'(\frac{\pi}{4}) = 0$.

- Il n'y a aucun phénomène spécial au voisinage des croisements $|\Delta M| = 1$,

b) Forme des courbes : en champ faible, la direction d'observation Oy_0 est perpendiculaire au plan défini par le champ \vec{H} et la vitesse des électrons \vec{v}_0 . On doit donc obtenir des courbes d'absorption, ce que nous avons observé effectivement.

Cependant, au fur et à mesure qu'on étudie des niveaux moins excités, pour lesquels les croisements ont lieu dans des champs plus forts, on obtient des courbes de plus en plus distordues. Ici encore, nous avons expliqué ce fait par l'action de la force de Laplace qui courbe les trajectoires électroniques : en champ non nul (fig. 34), la vitesse \vec{v} des électrons n'est plus perpendiculaire à la direction d'observation Oy_0 . L'axe Oy , défini plus haut (chap. III, II-2-b) ne coïncide donc plus avec cette dernière. Les résultats du chapitre V (I-3-b- β) laissent prévoir un changement de la forme des courbes, qui sont alors superpositions de courbes d'absorption et de dispersion.

Dans tous les cas, enfin, nous avons vérifié que la forme des courbes est indépendante de l'orientation de \vec{e}_λ . Cela entraîne d'ailleurs une difficulté pour l'identification des croisements.

En effet, l'action de la force de Laplace déforme les courbes de croisements, et, en outre, crée des variations parasites de l'intensité lumineuse, d'allure souvent résonnante, que nous avons déjà décrites (II-1-b). Nous ne pouvons pas ici les distinguer des croisements comme nous opérons dans le cas de l'observation suivant Oz , en cherchant si leur forme dépend de \vec{e}_λ (cas des croisements) ou non (cas des pics parasites). En effet, dans le cas présent, cet essai aurait le même résultat, négatif, dans les deux éventualités. Aussi, pour savoir si une "résonance" est effectivement due à un croisement de niveaux, on effectue plusieurs expériences, chacune à potentiel accélérateur V des élec-

Niveaux 5^1D de ^3He
 Diagramme Zeeman

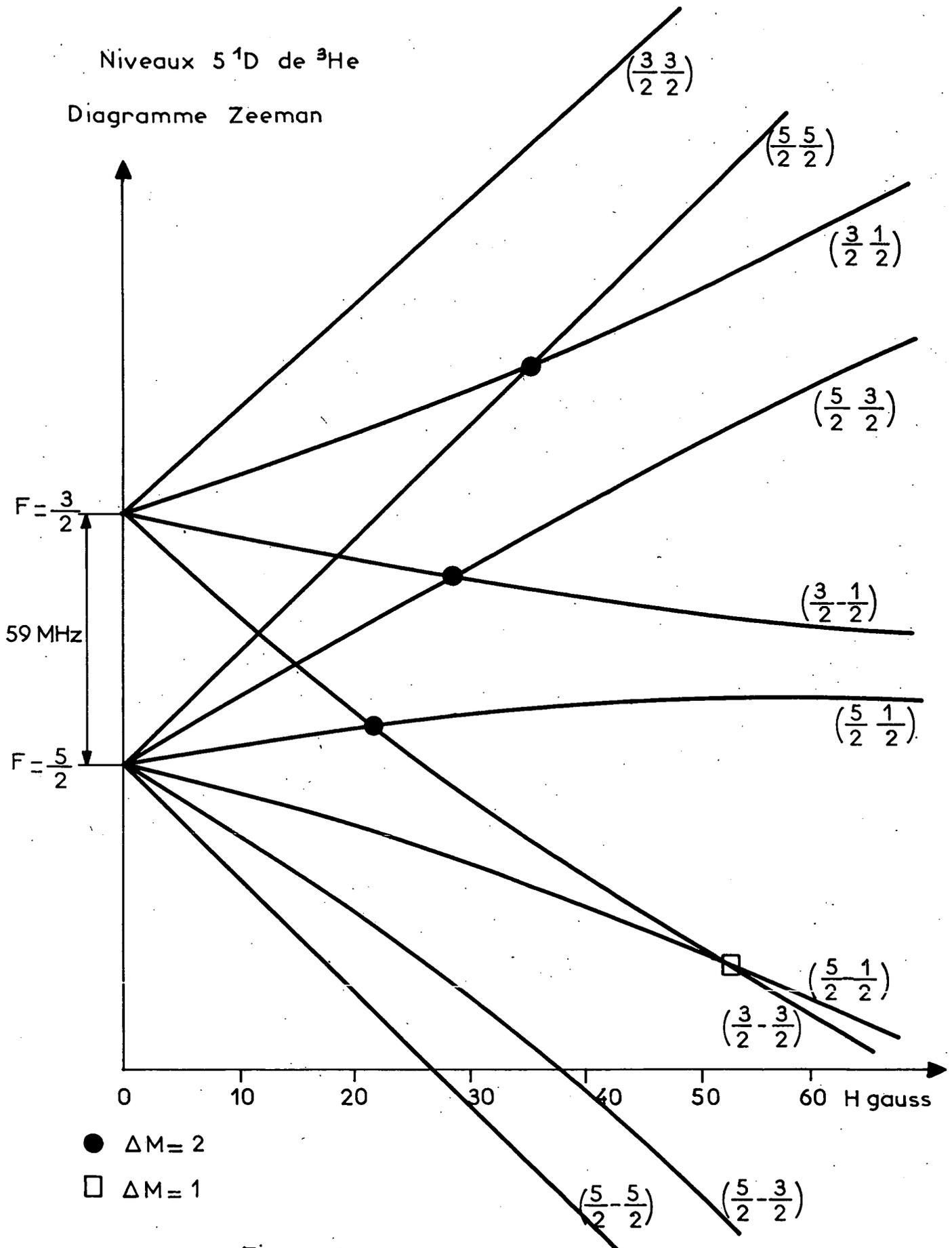


Figure. 33

Observation dans une direction perpendiculaire
à \vec{H} (Croisements $|\Delta M| = 2$)

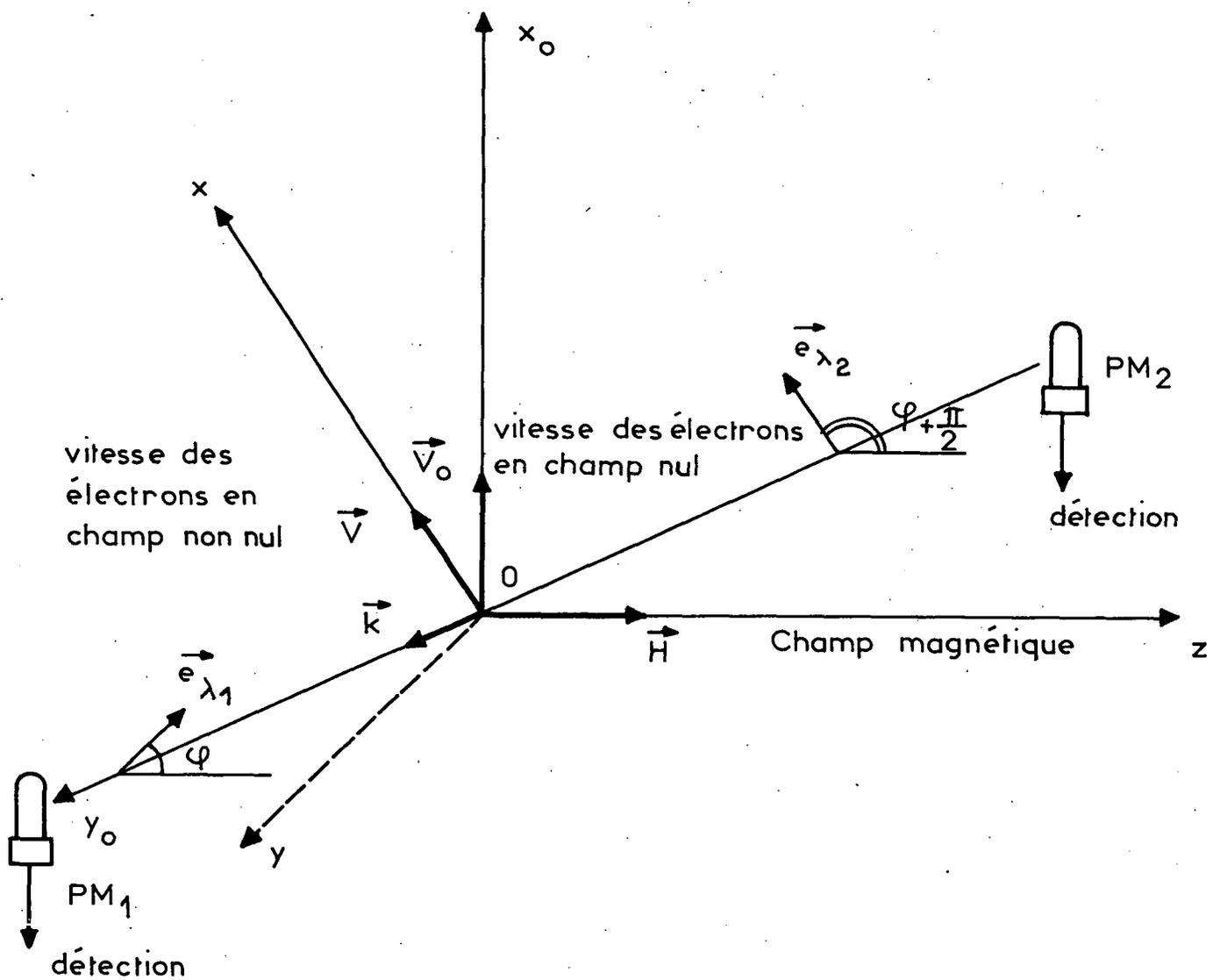
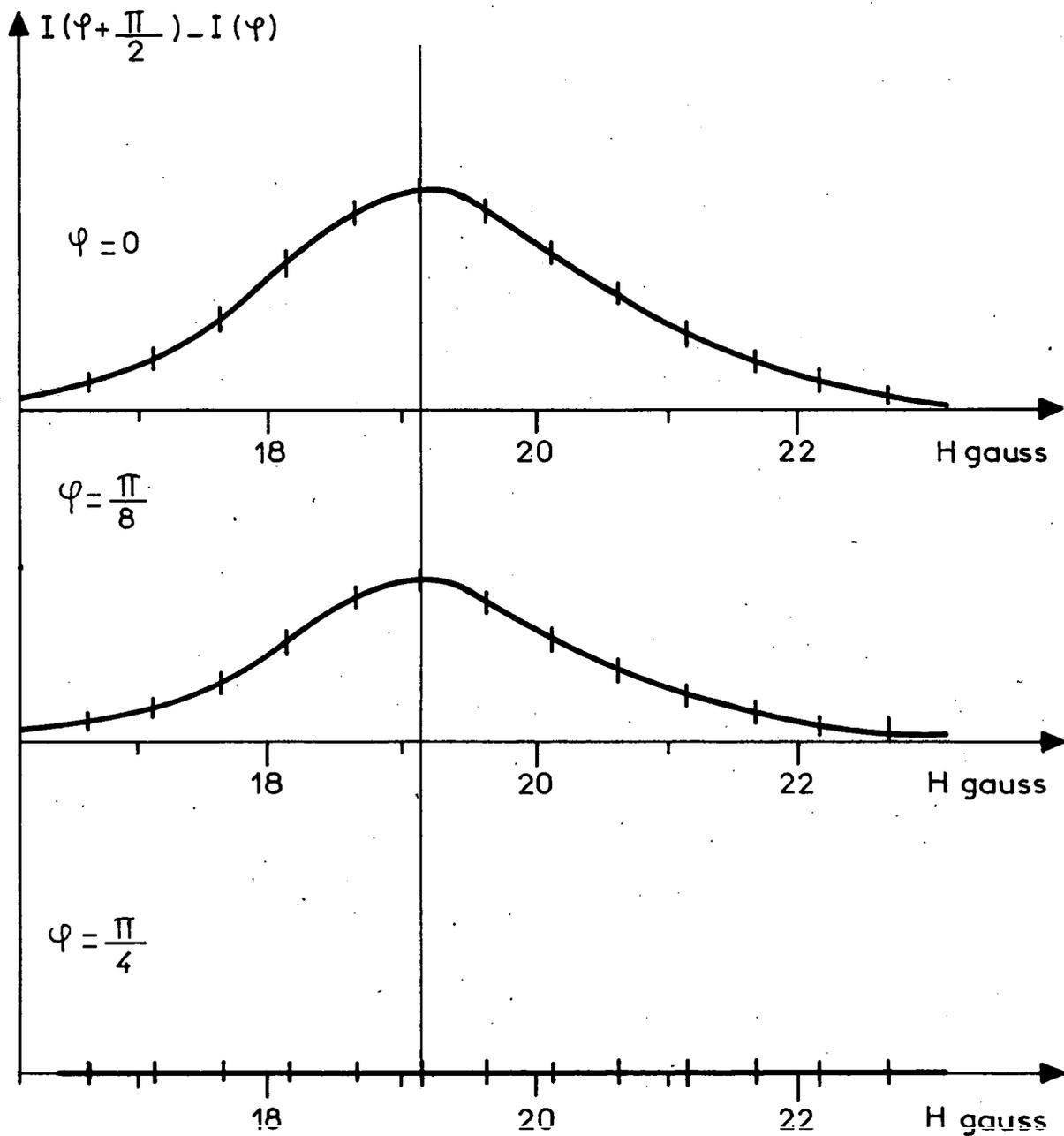


Figure.34



Niveaux 3^3D de ^4He Variation de l'amplitude des croisements $|\Delta M| = 2$ en fonction de φ .

Figure. 35

trons différent. Les positions en champ des croisements ne sont pas affectées, alors que celles des pics parasites se déplacent proportionnellement à \sqrt{V} (c'est-à-dire proportionnellement à la vitesse des électrons).

c) Amplitude des courbes : nous avons obtenu les mêmes résultats qu'en 1) : il y a accord satisfaisant entre théorie et expérience pour les niveaux 3P et 3D de 4He et 3He , et désaccord complet, de même nature qu'en 1), pour les niveaux 1D de 3He .

3) Observation dans une direction perpendiculaire à \vec{H} (\vec{v} à 45° de Oz)
étude des croisements $|\Delta M| = 1$ (fig. 36) :

a) Existence des croisements :

Nous avons vérifié les mêmes points qu'en 2-a), pour tout ce qui concerne les croisements $|\Delta M| = 2$.

Suivant que la vitesse \vec{v} fait avec \vec{H} l'angle $\theta = 90^\circ$, comme en 2), ou $\theta = 45^\circ$, comme ici, l'action perturbatrice de \vec{H} sur les trajectoires n'est pas la même, et l'intensité lumineuse émise par le tube change. Il en résulte que nous n'avons pas essayé de vérifier que les amplitudes des croisements varient en fonction de θ comme prévu : les mesures nécessaires n'auraient eu aucun sens dans ces conditions.

Nous avons vérifié, sur les croisements $|\Delta M| = 1$, les points suivants, conformes aux résultats du chapitre V (I-3-c) :

- L'intensité de la composante π ne présente aucune variation spéciale au voisinage des croisements $|\Delta M| = 1$.
- Il en est de même de l'intensité de la composante σ .
- Pour toutes les autres composantes de polarisation linéaire, on a les variations prévues au voisinage des croisements $|\Delta M| = 1$; elles sont maximales lorsque le vecteur électrique est à 45° du champ magnétique. On a donc un moyen très commode de séparer les croisements $|\Delta M| = 2$ des croisements $|\Delta M| = 1$. Les premiers donnent leur amplitude maximale lorsqu'on oppose les courants anodiques des photomultiplicateurs PM_1 et PM_2 qui reçoivent les intensités des composantes polarisées à 0° et 90° du champ. Dans ces conditions, les croisements $|\Delta M| = 1$ ne peuvent être observés.

.../...

Au contraire, en opposant les courants anodiques lorsque les composantes reçues par PM_1 et PM_2 sont polarisées à 45° et 135° de \vec{H} , on ne peut observer les croisements $|\Delta M| = 2$, alors que les croisements $|\Delta M| = 1$ ont leur amplitude maximale.

b) Forme des courbes : comme en 2-b), les courbes de croisement dont le centre est en champ faible ont une forme d'absorption lorsque la polarisation d'observation est linéaire. Au contraire, si le niveau étudié est peu excité, les croisements ont lieu dans des champs plus élevés et les courbes sont des combinaisons de formes d'absorption et de dispersion, pour la même raison qu'en 2-b). La figure 37 représente un jeu de courbes obtenues sur différents niveaux 3P de 4He , donc à différentes valeurs de H . On y voit, quand H croît, le passage graduel des formes d'absorption "vers le haut" aux formes d'absorption "vers le bas" en passant par les formes de dispersion. Cette déformation est plus importante dans le cas des croisements $|\Delta M| = 1$ que dans celui des croisements $|\Delta M| = 2$. Nous renvoyons à l'appendice E pour l'explication de ce fait.

D'autre part, toujours pour la même raison (courbure des trajectoires électroniques) il apparaît des variations parasites de l'intensité lumineuse totale, que nous avons distinguées des croisements par la méthode exposée plus haut (2-b).

Lorsque la polarisation d'observation est circulaire, on obtient, lorsque le champ de croisement est assez bas, des courbes de dispersion pour les croisements $|\Delta M| = 1$ (relation V-17). La figure 38 en montre un exemple. Le sens des courbes montre que la structure ainsi mesurée est "inversée" (chap. V, I-3-c- β).

c) Amplitude : il faut distinguer, de nouveau, trois cas.

(α) Niveaux 3P : nous avons observé les croisements $|\Delta M| = 1$ sur les niveaux 4 à $^7^3P$ de 4He . Nous attendons, d'après le chapitre V (II-B-1-a), deux croisements sur les trois qui existent (fig. 25), le troisième étant 10^{-3} fois plus faible. C'est ce qui est effectivement observé. Les deux autres croisements ont des intensités voisines (fig. 37).

Des vérifications analogues ont été faites dans le cas de 3He (45).

Observation dans une direction perpendiculaire à \vec{H} (Croisements $|\Delta M| = 1$)

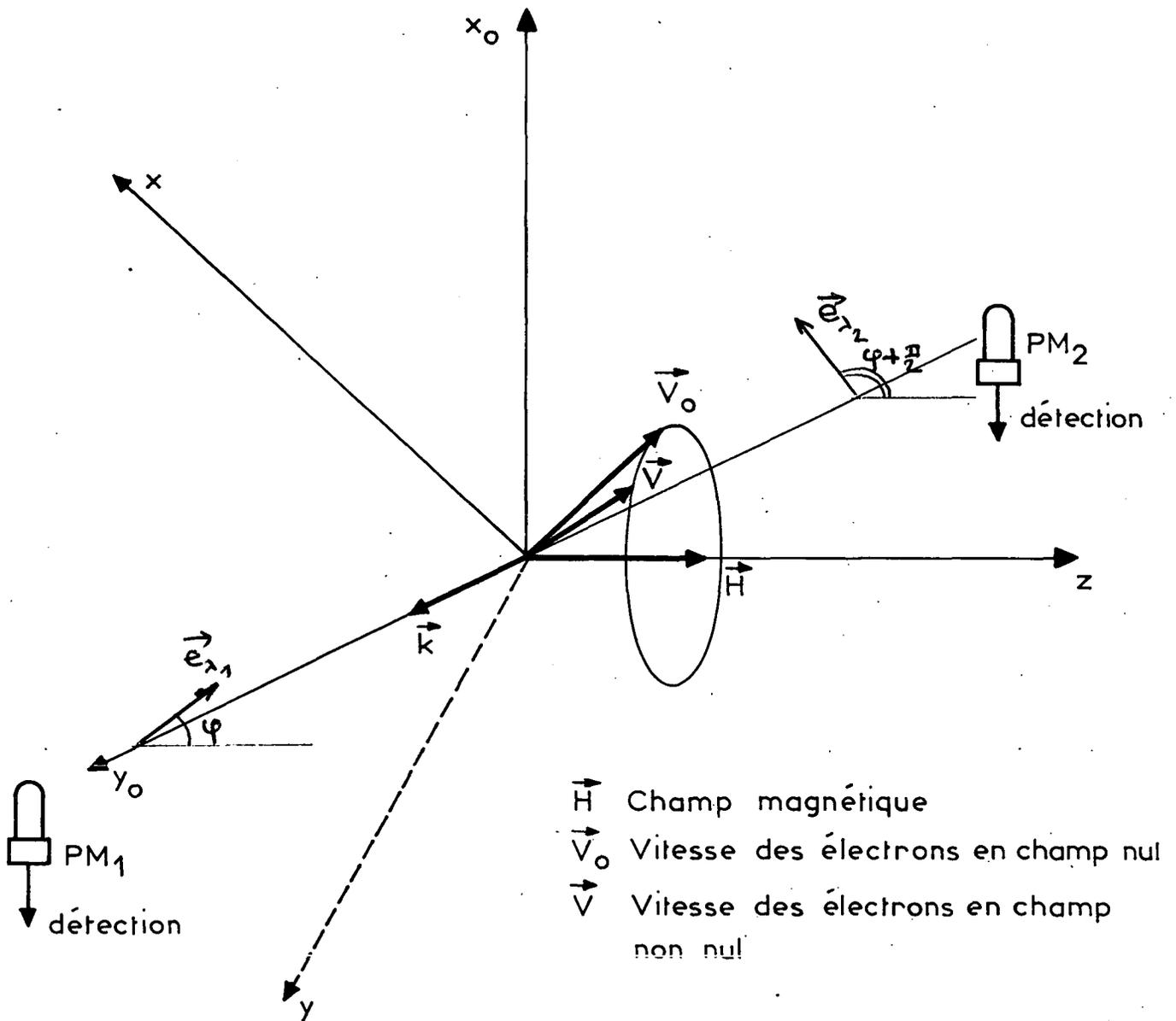
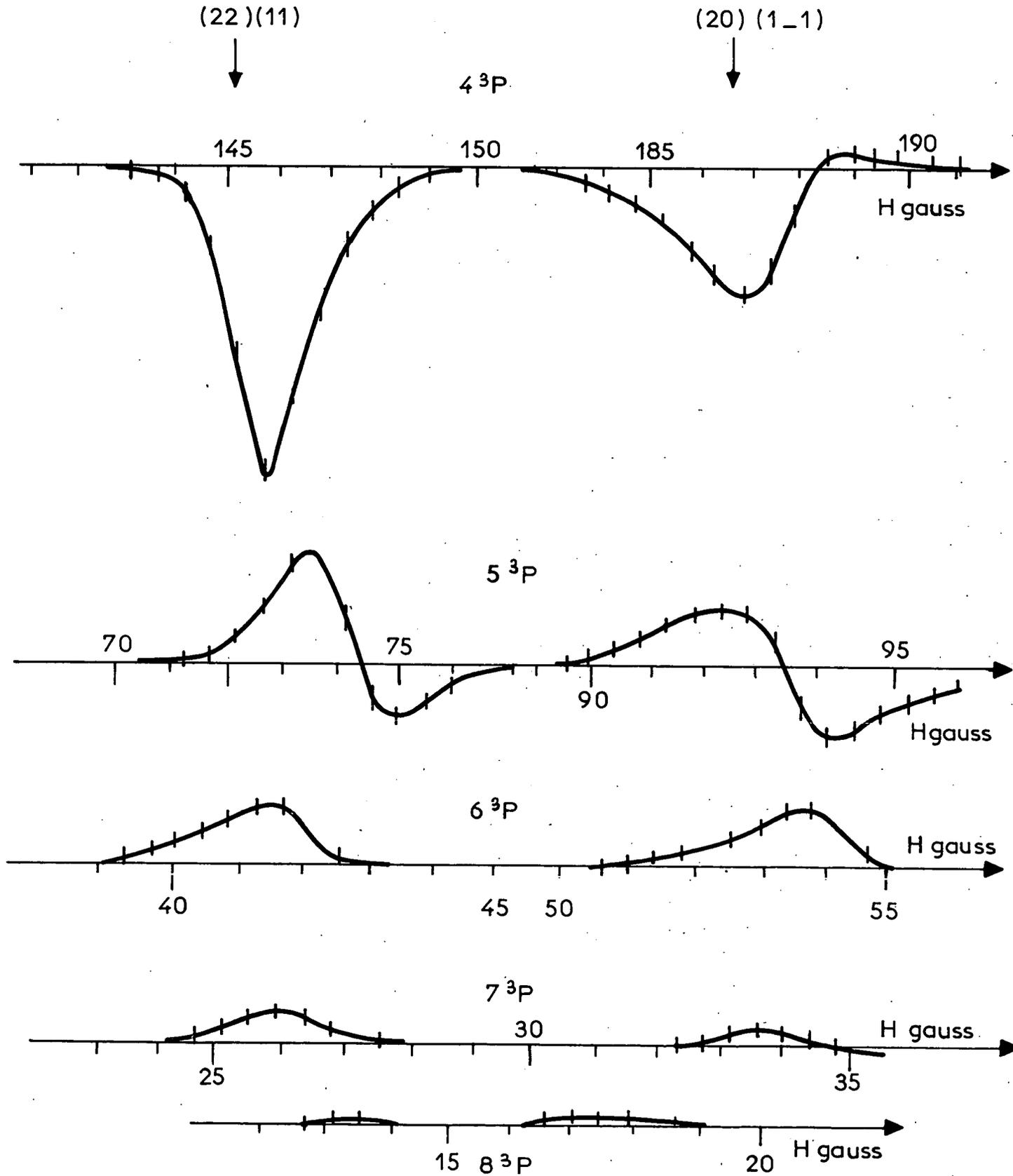
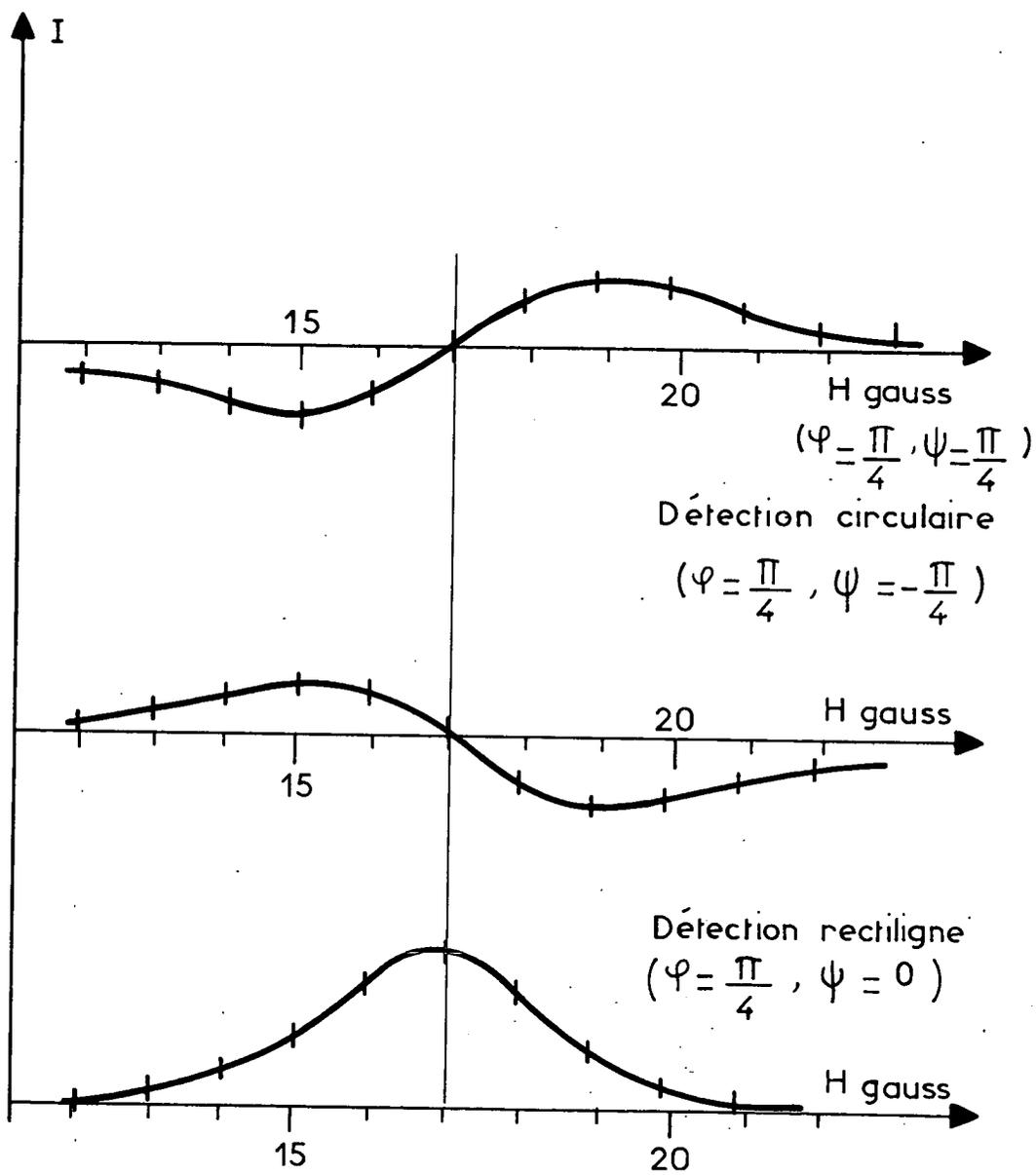


Figure. 36

Niveaux n^3P de 4He
Croisements $|\Delta M| = 1$

Figure 37





Etat 4^3D de ^4He Croisement (33) (22)

Figure. 38

(β) Niveaux 3D : nous attendons 5 croisements (fig. 28). Nous en avons observé un seul avec certitude sur les niveaux 3, 4 et 5^3D de 4He ; chaque fois, il s'agit de (33, 22) (fig. 38). Les autres croisements ont lieu dans des champs plus élevés, et ont en principe des amplitudes très faibles, ou des largeurs démesurées (jusqu'à 30 gauss) : nous n'en avons observé aucun avec certitude, car les phénomènes genre "résonance cyclotron" sont suffisamment intenses pour masquer les croisements cherchés (sauf sur les niveaux 5^3D)*.

Dans le cas des niveaux 3D et 3P , nous avons vérifié que le rapport des champs de croisements $|\Delta M| = 2$ et $|\Delta M| = 1$ est bien celui qu'on attend à partir des résultats du chapitre II.

(γ) Niveaux 1D :

- Croisements $|\Delta M| = 2$: on n'obtient pas (comme lorsque le faisceau d'électrons est à 90° du champ) un seul croisement; on en trouve deux à peu près aux positions présumées de $(\frac{5}{2} \frac{3}{2}, \frac{3}{2} - \frac{1}{2})$ et $(\frac{5}{2} \frac{1}{2}, \frac{3}{2} - \frac{3}{2})$ (fig. 23); les rapports des champs de ces croisements à celui du croisement $(\frac{5}{2} \frac{1}{2}, \frac{3}{2} - \frac{3}{2})$, tel qu'il a été mesuré en l-c-γ) du présent paragraphe II, n'est pas exactement celui qu'on attend des résultats du chapitre II (II-3-b).

Ici encore, aucun ensemble de valeurs des paramètres Q_0, Q_1, Q_2 ne permet d'expliquer ces observations.

- Croisements $|\Delta M| = 1$: le calcul théorique laisse prévoir une intensité faible et une grande largeur (20 gauss à mi-hauteur). A cause des phénomènes parasites genre "résonance cyclotron", nous n'avons rien pu identifier de sûr dans ces conditions.

En résumé, les résultats de cette étude sont les suivants :

- Toutes les fois qu'on a pu identifier de façon sûre des croisements de sous-niveaux à l'intérieur d'états triplets, leurs caractéristiques étaient celles prévues par la théorie.
- Les phénomènes parasites sont suffisamment importants, dans les autres cas, pour que, lorsqu'on n'a pas pu conclure de façon certaine, cela ne contredise pas la théorie.
- Indirectement, la théorie de PERCIVAL et SEATON (³⁴) se trouve vérifiée par l'expérience. De plus, on trouve que l'excitation par des électrons lents peuple de préférence les sous-niveaux orbitaux $M_L = 0$.

.../...

* Dans le cas de 3He , les 6 croisements (fig. 31) ne sont pas résolus.

- Dans le cas des niveaux 1D , on a identifié de façon sûre des croisements de niveaux. Mais leurs caractéristiques ne sont pas celles que donne la théorie; il n'existe actuellement aucune explication certaine de ce fait.

III - RESULTATS DES MESURES

Nous allons maintenant rapporter les valeurs de structures de niveaux excités obtenues par les mesures décrites plus haut.

1) Termes 3P de 4He :

a) $|\Delta M| = 2$:

Terme	Croisement	Position (G)	Largeur (G)
3^3P (4g)	(22,10)	$161,51 \pm 0,02$	$0,90 \pm 0,05$
	(21,1-1)	$166,02 \pm 0,02$	$0,96 \pm 0,05$
4^3P (4g)	(22,10)	$65,96 \pm 0,02$	$0,45 \pm 0,04$
	(21,1-1)	$67,79 \pm 0,02$	$0,51 \pm 0,04$
5^3P (4g)	(22,10)	$33,20 \pm 0,02$	$0,35 \pm 0,04$
	(21,1-1)	$34,17 \pm 0,03$	$0,41 \pm 0,04$
6^3P (4g)	(22,10)	$18,96 \pm 0,02$	$0,27 \pm 0,08$
	(21,1-1)	$19,48 \pm 0,02$	$0,30 \pm 0,08$
7^3P (4s)	(22,10)	$11,88 \pm 0,04$	$0,30 \pm 0,08$
	(21,1-1)	$12,21 \pm 0,04$	$0,34 \pm 0,08$
8^3P (4s)	(22,10)	$7,90 \pm 0,04$	$0,25 \pm 0,08$
	(21,1-1)	$8,19 \pm 0,04$	$0,30 \pm 0,08$
9^3P (4s)	(22,10) (21,1-1)	$5,55 \pm 0,08$	Non résolu

.../...

b) $|\Delta M| = 1$:

Terme	Croisement	Position (G)	Largeur (G)
4 ³ P	(22,11)	143,77 ± 0,15	1,7 ± 0,2
	(20,1-1)	184,31 ± 0,15	2,3 ± 0,4
5 ³ P	(22,11)	72,2 ± 0,2	1,5 ± 0,2
	(20,1-1)	93,7 ± 0,2	2,1 ± 0,2
6 ³ P	(22,11)	41,1 ± 0,1	1,4 ± 0,2
	(20,1-1)	53,3 ± 0,1	1,5 ± 0,2
7 ³ P	(22,11)	25,5 ± 0,2	1,6 ± 0,2
	(20,1-1)	33,5 ± 0,2	1,7 ± 0,2

2) Termes 3P de 3He :

a) Croisements $|\Delta M| = 2$:

Terme	Croisement	Position (G)	Largeur (G)
3 ³ P	$(\frac{5}{2} \frac{1}{2}, \frac{3}{2} - \frac{3}{2})$	155,3 ± 0,1	1,10 ± 0,10
	$(\frac{5}{2} \frac{3}{2}, \frac{3}{2} - \frac{1}{2})$	159,9 ± 0,1	1,00 ± 0,10
	$(\frac{5}{2} \frac{5}{2}, \frac{3}{2} \frac{1}{2})$	163,3 ± 0,1	1,00 ± 0,10
4 ³ P	$(\frac{5}{2} \frac{1}{2}, \frac{3}{2} - \frac{3}{2})$	64,92 ± 0,13	0,68 ± 0,10
	$(\frac{5}{2} \frac{3}{2}, \frac{3}{2} - \frac{1}{2})$	66,36 ± 0,13	0,62 ± 0,15
	$(\frac{5}{2} \frac{5}{2}, \frac{3}{2} \frac{1}{2})$	67,46 ± 0,13	0,74 ± 0,20
5 ³ P	Non résolus	33,9 ± 0,1	/
6 ³ P	Non résolus	18,84 ± 0,07	/
7 ³ P	Non résolus	11,65 ± 0,04	/
8 ³ P	Non résolus)	7,76 ± 0,07	/

b) Croisements $|\Delta M| = 1$ (⁴⁵) :

Terme	Croisement	Position (G)	Largeur (G)
4 ³ P	$(\frac{5}{2} \frac{5}{2}, \frac{3}{2} \frac{3}{2})$	145,3 ± 0,2	2,0 ± 0,3
	$(\frac{5}{2} \frac{1}{2}, \frac{3}{2} - \frac{1}{2})$	138,2 ± 0,2	1,4 ± 0,4
	$(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}, \frac{3}{2} - \frac{3}{2})$	130,5 ± 0,2	1,5 ± 0,4
5 ³ P	$(\frac{5}{2} \frac{5}{2}, \frac{3}{2} \frac{3}{2})$	73,28 ± 0,08	0,75 ± 0,10
	$(\frac{5}{2} \frac{1}{2}, \frac{3}{2} - \frac{1}{2})$	69,81 ± 0,08	0,73 ± 0,10
	$(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}, \frac{3}{2} - \frac{3}{2})$	66,54 ± 0,08	0,75 ± 0,10
6 ³ P	$(\frac{5}{2} \frac{5}{2}, \frac{3}{2} \frac{3}{2})$	41,3 ± 0,1	1,07 ± 0,20
	$(\frac{5}{2} \frac{1}{2}, \frac{3}{2} - \frac{1}{2})$	39,4 ± 0,1	0,92 ± 0,20
	$(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}, \frac{3}{2} - \frac{3}{2})$	37,5 ± 0,1	1,35 ± 0,20
7 ³ P	$(\frac{5}{2} \frac{5}{2}, \frac{3}{2} \frac{3}{2})$	25,2 ± 0,1	
	$(\frac{5}{2} \frac{1}{2}, \frac{3}{2} - \frac{1}{2})$	23,9 ± 0,1	
	$(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}, \frac{3}{2} - \frac{3}{2})$	22,8 ± 0,1	

3) Termes ³D et ³F de ⁴He :

Termes	Position $ \Delta M = 2$	Largeur $ \Delta M = 2$	Position $ \Delta M = 1$	Largeur $ \Delta M = 1$
3 ³ D	19,8 ± 0,1 (⁴⁶)	6,7 ± 0,7 (⁴⁶)	34,1 ± 0,2	9,9 ± 1
4 ³ D	9,63 ± 0,08 (⁴⁶)	3,5 ± 0,3 (⁴⁶)	16,6 ± 0,1	4,2 ± 0,4
5 ³ D	5,48 ± 0,07 (⁴⁶)	2,3 ± 0,2 (⁴⁶)	8,7 ± 0,8	3,1 ± 0,3
			36,7 ± 1	6,3 ± 1
6 ³ D	3,30 ± 0,06 (⁴⁵)	1,7 ± 0,2 (⁴⁵)		
7 ³ D	1,96 ± 0,06 (⁴⁵)	1,8 ± 0,4 (⁴⁵)		
5 ³ F	7,1 ± 0,7 (⁴⁵)	8 ± 2 (⁴⁵)		

.../...

Les positions et les largeurs sont toutes exprimées en gauss. Les croisements $|\Delta M| = 1$ que nous avons observé et identifiés de façon sûre sont les croisements (33,22), et, dans le cas du terme 5^3D , le croisement (3 -1, 2 -2) (dont le champ est le plus grand).

4) Termes 3^3D de 3^3He (positions et largeurs en gauss) :

Termes	Position $ \Delta M =2$	Largeur $ \Delta M = 2$	Position $ \Delta M = 1$	Largeur $ \Delta M =1$
3^3D	$17,6 \pm 0,3$	$6,0 \pm 0,1$	$36,1 \pm 0,4$	$12,6 \pm 0,6$
4^3D	$8,97 \pm 0,15$	$2,4 \pm 0,2$		
5^3D	$4,8 \pm 0,1$ (⁴⁶)	$1,7 \pm 0,2$ (⁴⁶)		
6^3D	$2,87 \pm 0,07$ (⁴⁵)	$1,22 \pm 0,12$ (⁴⁵)		
7^3D	$1,5 \pm 0,1$ (⁴⁵)	$0,52 \pm 0,14$ (⁴⁵)		

5) Niveaux 1^3D de 3^3He (positions et largeurs en gauss) :

Niveau	Position	Largeur
3^1D	$49,6 \pm 0,8$ (⁴⁶)	$10,4 \pm 0,2$ (⁴⁶)
4^1D	$36,7 \pm 0,4$	$3,1 \pm 0,4$
5^1D	$33,7 \pm 0,4$	$2,6 \pm 0,3$
6^1D	$32,2 \pm 0,4$	$2,1 \pm 0,2$
7^1D	$42,5 \pm 0,5$	$1,8 \pm 0,2$

IV - INTERPRETATION DES RESULTATS ET CRITIQUES

1) Détermination des structures et des durées de vie : elles ont été calculées, à l'aide des relations (V-4) et (V-5), à partir du champ de croisement et de la largeur de la courbe. Nous allons ici discuter un peu en détail certains cas particuliers.

a) Termes 3^3P (4^3He) : le champ H''_0 du croisement (21, 1 -1) défini en II-1-c- α dans ce chapitre ne dépend que de l'écart $n^3P_1 - n^3P_2$, suivant la relation $\mu_B H''_0 = \frac{E_1 - E_2}{2\sqrt{2}}$. Le champ H'_0 du croisement (22,10) dépend de cet écart, et aussi, mais très faiblement, de l'intervalle $n^3P_0 - n^3P_2$. Nous en avons tiré une détermination grossière de ce dernier écart.

.../...

LAMB a mesuré avec une très grande précision l'intervalle $3^3P_1 - 3^3P_2$ (¹⁸). Nous avons adopté son résultat $3^3P_1 - 3^3P_2 = 658,55$ MHz et étalonné ainsi le champ magnétique H.

b) Termes 3P (3He) : à cause de la grande complexité de leur effet Zeeman, on ne peut pas obtenir de manière simple leur structure à partir de la position des croisements de niveaux. De plus, les nombres x_0 qui donnent les champs des croisements, en coordonnées réduites (chap. II, II-2) dépendent du rapport de l'écart $n^3P_1 - n^3P_2$ à la constante de couplage hyperfin A (chap. I, II-2). Nous avons donc donné à l'intervalle $n^3P_1 - n^3P_2$ la valeur mesurée dans le cas de 4He , afin de pouvoir calculer x_0 .

Dans le cas des niveaux excités 5, 6, 7, 8^3P , les croisements $|\Delta M| = 2$ ne sont pas résolus, on ne peut avoir dans ces conditions qu'un ordre de grandeur de la structure. D'autre part, on a calculé rigoureusement les positions des croisements $|\Delta M| = 1$, en diagonalisant l'hamiltonien atomique complet (⁴⁵), sans le restreindre, comme au chapitre II, aux deux seuls niveaux ($2 \frac{3}{2}$) et ($2 \frac{5}{2}$). Il y a bon accord avec l'expérience.

c) Termes 3D (4He et 3He) : les différents croisements $|\Delta M| = 2$ ne sont pas résolus. Il en est de même des croisements $|\Delta M| = 1$ dans le cas de 3He . On a construit dans chaque cas les courbes théoriques comme expliqué plus haut dans ce chapitre (II-1-c- α), en ajustant la structure et la largeur du niveau étudié pour que les points expérimentaux se placent dessus le mieux possible. Les valeurs ainsi trouvées sont rapportées plus bas dans les tableaux de résultats.

2) Comparaison des résultats avec les prévisions théoriques :

a) Cas de 4He :

Nous donnons, dans les tableaux ci-dessous, les structures Δ_2 et les durées de vie τ_2 obtenues à partir des positions et des largeurs des croisements $|\Delta M| = 2$. Nous donnons ensuite les valeurs des structures Δ_1 et des durées de vie τ_1 des mêmes niveaux, mais déduites cette fois des positions et des largeurs des croisements $|\Delta M| = 1$. Enfin, à titre de comparaison, nous donnons les valeurs théoriques Δ_{th} calculées au chapitre I (II-1) et les résultats Δ_c des mesures de CHANTREL (¹¹).

Ici $\Delta = n^3P_1 - n^3P_2$ pour les niveaux 3P
 $n^3D_2 - n^3D_3$ " 3D
 $n^3F_3 - n^3F_4$ " 3F

Nous avons pu trouver un ordre de grandeur de l'écart $\lambda\Delta = n^3P_0 - n^3P_2$ par le procédé donné plus haut (IV-1-a). Il figure, pour chaque terme n^3P , en dessous de la structure $\Delta_2 = n^3P_1 - n^3P_2$.

De plus, connaissant la position du croisement (3 -1, 2 -2) du terme 5^3D de 4He , nous avons pu obtenir une estimation grossière de l'écart $5^3D_1 - 5^3D_3$.

Niveau	Δ MHz 2	$\tau \times 10^{-8}$ s 2	Δ MHz 1	$\tau \times 10^{-8}$ s 1	Δ_{th} (MHz)	Δ_c (MHz)
3^3P	658,55 8300 ± 400	8,9 ± 0,5			618	660 ± 30 8100 ± 50
4^3P	269,0 ± 0,1 3500 ± 500	16,7 ± 1	268,8 ± 0,2	11 ± 2	261	
5^3P	135,5 ± 0,1 1550 ± 300	20,7 ± 2	135,0 ± 0,5	12,6 ± 2	133,5	
6^3P	77,27 ± 0,07 1200 ± 400	28 ± 8	76,8 ± 0,2	14 ± 4	77,3	
7^3P	48,43 ± 0,15 > 300	25 ± 8	47,7 ± 0,5	12 ± 4	48,6	
8^3P	32,49 ± 0,16 300 ± 200	28 ± 8			32,6	
9^3P	22,8 ± 0,8				22,8	
3^3D	72,5 ± 0,5	1,6 ± 0,2	71,7 ± 0,5	1,7 ± 0,2	93	90 ± 24
4^3D	35,8 ± 0,4	3,2 ± 0,3	34,9 ± 0,3	4,0 ± 0,5	39	54 ± 30
5^3D	20,3 ± 0,3	4,8 ± 0,5	18,3 ± 2 440 ± 100	5,5 ± 0,7	20,0	
6^3D	12,2 ± 0,3	6,5 ± 0,7			11,6	
7^3D	7,3 ± 0,3	7 ± 2			7,3	
5^3F	20 ± 6	3 ± 2			22	

A la précision des mesures près, on a $\Delta_2 = \Delta_1$.

.../...

Dans le chapitre I (II-1), on a calculé les structures théoriques Δ_{th} pour les termes n^3D et n^3P , et trouvé que, à L constant, Δ_{th} varie comme $\frac{1}{n^3}$. On voit que ce point est sensiblement vérifié. Pour les termes n^3P , le calcul du chapitre I n'est plus valable, puisque les hypothèses que nous avons alors posées ne s'appliquent plus. Nous admettons cependant que, pour les termes n^3P assez excités, Δ_{th} est encore proportionnel à $\frac{1}{n^3}$. Nous avons, à partir de la valeur mesurée de $6^3P_1 - 6^3P_2$, calculé une valeur théorique pour $n^3P_1 - n^3P_2$: $\Delta_{th} = (\frac{6}{n})^3 (6^3P_1 - 6^3P_2)$; les nombres ainsi obtenus concordent correctement avec les valeurs expérimentales, sauf pour les termes 4^3P et 3^3P , ce à quoi on s'attendait.

b) Cas de 3He : les notations Δ_2 , τ_2 , Δ_1 , τ_1 , Δ_{th} , Δ_c ont un sens analogue au cas a). Ici, cependant :

$$\Delta = E(2, \frac{3}{2}) - E(2, \frac{5}{2}) \text{ pour les niveaux } ^3P$$

$$\Delta = E(3, \frac{5}{2}) - E(3, \frac{7}{2}) \text{ pour les niveaux } ^3D.$$

De plus, CHANTREL n'a pas mesuré directement les écarts hyperfins des niveaux de 3He . Il les a calculés théoriquement et a vérifié que leurs valeurs expliquaient les structures des raies spectrales issues de ces mêmes niveaux. Ainsi, dans le cas de 3He , Δ_c est une structure théorique.

Niveau	Δ_2 (MHz)	$\tau_2 (\times 10^{-8} \text{ s})$	Δ_1 (MHz)	$\tau_1 (\times 10^{-8} \text{ s})$	Δ_{th} (MHz)	Δ_c (MHz)
3^3P	540 ± 1	$9,0 \pm 1$			539	540 ± 30
4^3P	$223,5 \pm 1$	13 ± 2	$224,1 \pm 0,2$	7 ± 2	223	
5^3P	113 ± 2		$113,5 \pm 0,5$	14 ± 2	113	
6^3P	63 ± 1	21 ± 4	$64,0 \pm 0,2$	16 ± 3	64,4	
7^3P	$39,0 \pm 0,5$	23 ± 4	$38,9 \pm 0,2$		40,4	
8^3P	$26,1 \pm 0,3$				27,1	
3^3D	$55,8 \pm 0,8$	$1,7 \pm 0,3$	$55,2 \pm 0,5$	$2,3 \pm 0,5$	$56,4 \pm 0,4$	69 ± 20
4^3D	$28,4 \pm 0,5$	$4,2 \pm 0,4$			$27,8 \pm 0,3$	42 ± 20
5^3D	$15,2 \pm 0,3$	$5,9 \pm 0,8$			$15,8 \pm 0,3$	
6^3D	$9,1 \pm 0,3$	$8,2 \pm 0,8$			$9,5 \pm 0,3$	
7^3D	$4,8 \pm 0,4$	19 ± 7			$5,7 \pm 0,3$	

Ici encore, $\Delta_2 = \Delta_1$, et les valeurs $\tau_2 \approx \tau_1$ sont égales à celles mesurées sur les mêmes niveaux de 4He .

Il y a accord qualitatif de ces résultats, tant avec la théorie esquissée au chapitre I qu'avec celle de CHANTREL (11). Si, pour les niveaux 3^3P et 4^3P , nous avons fait un calcul rigoureux, parce que les rapports

$\left| \frac{3^3P_1 - 3^3P_2}{A} \right|$ et $\left| \frac{4^3P_1 - 4^3P_2}{A} \right|$ ne sont pas très petits devant 1, nous

avons, pour les autres niveaux, adopté pour Δ_{th} les valeurs théoriques

$$E(2, \frac{3}{2}) - E(2, \frac{5}{2}) = \frac{5}{6} (n^3P_1 - n^3P_2)$$

$$E(3, \frac{5}{2}) - E(3, \frac{7}{2}) = \frac{7}{9} (n^3D_2 - n^3D_3),$$

nous avons donné aux écarts $n^3P_1 - n^3P_2$ et $n^3D_2 - n^3D_3$ les valeurs que nous avons obtenues lors des mesures sur 4He .

Enfin, aussi bien pour 4He que pour 3He , les durées de vie que nous avons trouvées pour les termes 3D (mais non pour les 3P) sont sensiblement les mêmes que celles mesurées par BENNETT (56).

Le cas particulier des niveaux n^1D mérite une étude spéciale.

Suivant que le seul croisement $|\Delta M| = 2$ que nous avons observé est identifié comme le croisement $(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2})$, $(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2})$, ou $(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})$, on obtient

pour les écarts $\Delta = | E(\frac{5}{2}) - E(\frac{3}{2}) |$ les résultats qui figurent dans le tableau ci-dessous.* Les dernières colonnes donnent les valeurs calculées par la relation donnée au chapitre I (II-2-b) : $\Delta_{th} \sim \frac{3A\zeta_0}{4K} (2L + 1)$, et les va-

leurs Δ_M obtenues théoriquement par MOSER (27).

Pour trouver pour Δ les résultats de B. DECOMPS (16) obtenus par la méthode de résonance magnétique (ν 60 à 80 MHz), on devrait identifier le croisement comme $(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2})$. Les valeurs de τ obtenues par cette même méthode

sont : pour 3^1D , $(1,65 \pm 0,2) \times 10^{-8}$ s; pour 4^1D , $(3,9 \pm 0,2) \times 10^{-8}$ s; pour 5^1D , $(4,9 \pm 0,2) \times 10^{-8}$ s. Pour retrouver les mêmes résultats, nous devons au contraire identifier le croisement comme $(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})$. Il y a alors accord qualitatif pour les valeurs Δ , Δ_{th} , et Δ_M . La coïncidence remarquable de Δ et de nos valeurs théoriques Δ_{th} n'est probablement qu'un hasard, étant donné que les hypothèses de nos calculs (chap. I, II-2-b) sont très grossières. Il y a donc, dans les résultats définitifs, une ambiguïté certaine.

.../...

* (voir tableau page 149)

Niveau	Croisement	Δ (MHz)	τ ($\times 10^{-8}$ s)	Δ_{th} (MHz)	Δ_M (MHz)
3 ¹ D	$(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2})$	86,8 \pm 1,5	1,9 \pm 0,4	139	146 \pm 3
	$(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$	109 \pm 2	1,6 \pm 0,3		
	$(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$	138 \pm 2,5	1,2 \pm 0,3		
4 ¹ D	$(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2})$	64,3 \pm 0,6	6,4 \pm 0,8	103	110 \pm 3
	$(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$	80,8 \pm 0,8	5,3 \pm 0,7		
	$(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$	102 \pm 1	4,1 \pm 0,5		
5 ¹ D	$(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2})$	59,0 \pm 0,6	7,7 \pm 0,8	94	103 \pm 5
	$(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$	74,2 \pm 0,7	6,4 \pm 0,7		
	$(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$	93,8 \pm 0,9	4,9 \pm 0,5		
6 ¹ D	$(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2})$	56,4 \pm 0,6	9,5 \pm 1	89	98 \pm 5
	$(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$	70,3 \pm 0,7	7,8 \pm 0,8		
	$(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$	89,7 \pm 0,9	6,1 \pm 0,6		
7 ¹ D	$(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2})$	74,4 \pm 0,8	11,0 \pm 1,2	118	110 \pm 8
	$(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$	93,6 \pm 0,9	9,1 \pm 1,0		
	$(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$	118 \pm 1,2	7,1 \pm 0,8		

.../...

3) Critique des résultats :

a) Influence de la pression d'hélium : les mesures sur les niveaux 3P ont été effectuées à diverses époques dans des cellules différentes. Leurs résultats ne sont pas les mêmes. Plus précisément, les largeurs sont reproductibles lors d'expériences effectuées sur la même cellule à quelques jours d'intervalle; il n'en est rien lorsqu'on opère à plusieurs semaines d'intervalle ou sur une cellule différente.

On peut interpréter ce résultat comme dû à l'élargissement des niveaux par collisions. Il est sensible surtout pour les niveaux 3P , qui ont une durée de vie assez longue : les atomes excités ont alors le temps de subir des collisions contre les atomes d'hélium de la cellule. La probabilité de désexcitation par choc dépend évidemment de la pression.

Or, comme il est connu, la pression dans un tube à bombardement électronique rempli d'hélium décroît au cours du temps en présence d'une décharge (⁵⁴). Dans les cellules que nous utilisons, cette baisse de pression a trois origines principales :

- perméabilité du verre à l'hélium : cet effet est insuffisant à lui seul pour expliquer la disparition d'hélium : à 100°C (température approximative de l'ampoule chauffée par le rayonnement de la cathode), la pression est divisée par 2 au bout de 4 mois de fonctionnement.

- adsorption de l'hélium par le getter : nous avons supprimé cet effet en scellant l'ampoule contenant le getter avant remplissage de la cellule.

- adsorption de l'hélium sur les électrodes : sous l'effet du bombardement électronique, il se forme des ions qui, attirés par les électrodes, y restent adsorbés. Cet effet est très fréquent dans les lampes à décharge (⁵⁴) et est inévitable. Nous l'avons un peu diminué en plaçant la cellule dans un four à 150°C; il y a ainsi légère désorption des électrodes (⁴⁵). L'adjonction à la cellule d'un diffuseur à hélium permettrait de pallier cet effet. Il suffirait, lorsque la pression est trop basse, de chauffer la paroi de silice semi-perméable du diffuseur pour faire pénétrer de l'hélium dans la cellule lorsqu'elle s'est vidée. De toute façon, les mesures des largeurs de niveaux 3P n'en donnent qu'un ordre de grandeur. Des expériences sont prévues pour préciser ce point.

b) Difficultés d'interprétation :

(α) "Résonances cyclotron" : au premier abord, on peut confondre des croisements de niveaux et des pics parasites comme nous en avons observés à plusieurs reprises. Nous avons décrit dans le présent chapitre des moyens d'éviter de telles confusions (II-1-b, II-2,b). Ils sont inapplicables lorsque leur amplitude est beaucoup plus grande que celles des croisements (ex. : croisements $|\Delta M| = 1$ de niveaux 3D).

(β) Cascades : lors d'expériences de résonance magnétique (¹⁵) ou de dépolarisation magnétique (³³), les effets observés sur une transition $b \rightarrow a$ peuvent être dûs aussi bien au niveau excité étudié b qu'à un niveau c supérieur se désexcitant par une transition radiative $c \rightarrow b$. Il n'en est rien en général dans le cas des croisements de niveaux (fig. 39). En effet, supposons que le champ magnéti-

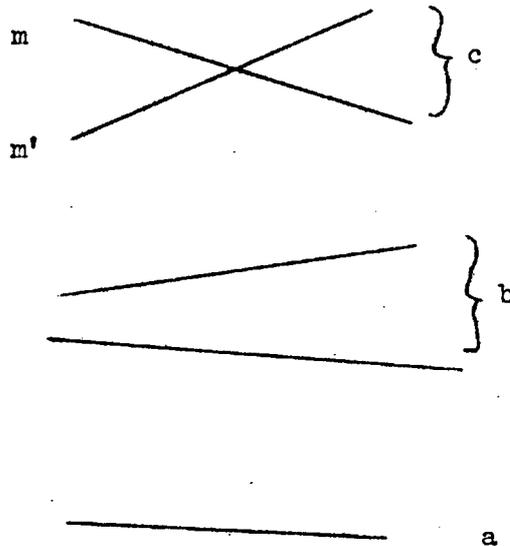


FIGURE 39

que soit voisin du champ de croisement de deux sous-niveaux $|m\rangle$ et $|m'\rangle$ d'énergie respective E_m et $E_{m'}$, de l'état c .

L'excitation électronique transversale créée dans l'état excité c une grandeur transversale globale ("alignement") qui, pendant la durée de vie τ_c de l'état c , évolue à la fréquence $\frac{|E_{m'} - E_m|}{h}$. Si le champ magnétique est voisin du champ de croisement de (m) et (m') , l'alignement macroscopique transversal varie peu dans l'état c et est transféré dans l'état b après la tran-

sition d'émission spontanée $c \rightarrow b$. Il disparaît au cours de son évolution propre dans l'état (b), de sorte qu'aucun phénomène de cohérence hertzienne n'est observable sur les transitions $b \rightarrow a$.

Pour trouver des exceptions à cette règle, il faudrait que des sous-niveaux de c se croisent dans le même champ que des sous-niveaux de b. Il en est évidemment ainsi en champ nul et l'effet Hanle est sensible aux phénomènes de cascades.

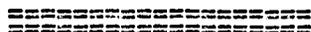
c) Difficultés dues au fond continu des courbes : même si elle ne produit aucun phénomène d'allure résonnante, la force de Laplace donne au courant photoélectrique une variation en général monotone en fonction du champ magnétique, appelée "fond continu des courbes", à laquelle se superposent les signaux de croisements de niveaux. On obtient ces derniers par une extrapolation graphique. Ce procédé n'est sûr que si la largeur des croisements ne dépasse pas 10 gauss environ (cas des croisements $|\Delta M| = 2$ de niveaux 3P , par exemple), et devient plutôt hasardeux dans le cas contraire. C'est là la principale limite de la précision des mesures de positions et surtout de largeurs (niveaux 3D) ou d'amplitudes relatives (croisements $|\Delta M| = 1$ de niveaux 3P de 4He ou 3He (⁴⁵)). Dans certains cas, de plus, le fond continu a une variation assez rapide pour masquer des croisements qui ont lieu en champ élevé (croisements $|\Delta M| = 1$ de niveaux 3D).

d) "Antic croisements" : pour calculer les amplitudes relatives des croisements de niveaux (chapitre V), nous avons, dans les expressions rigoureuses des états propres atomiques, supposé constants les coefficients $\langle J|KM \rangle$; nous avons ainsi remplacé les états propres atomiques dans le champ H quelconque par les états propres dans le champ H_0 du croisement de niveaux. Nous négligeons ainsi des variations d'intensité d'origine totalement différente de celle des croisements de niveaux. Elles existent même dans le cas de l'excitation longitudinale et sont dues à la variation des probabilités de transition en fonction de H. Il s'agit là de phénomènes analogues aux "antic croisements de niveaux" (⁴⁴)(⁵⁵). Ils ont une largeur du même ordre de grandeur que la structure fine ou hyperfine de l'état excité; au contraire, la largeur des croisements de niveaux est du même ordre que la largeur naturelle, donc 10 fois plus faible

environ que celle des anticroisements. Nous voyons ainsi qu'il est parfaitement légitime de négliger ces derniers. D'autre part, il est impossible, à cause de leur grande largeur, de les distinguer du fond continu défini en c). Aussi, nous n'avons pas cherché à les étudier expérimentalement.

e) Effet Stark : par suite du creux de potentiel, dû à la charge d'espace, qui existe entre la grille et la plaque de la cellule, et à cause des effets de bord liés aux dimensions finies des électrodes, il règne dans l'espace d'observation un faible champ électrique qui déplace par effet Stark les sous-niveaux Zeeman, donc aussi leurs croisements. Ce champ électrique mélangeant des états de parité opposée, l'effet Stark est d'autant plus sensible que de tels états sont plus rapprochés (cela se produit à coup sûr quand les états sont très excités); il est faible dans le cas des niveaux 3P , parce que les intervalles $^3P - ^3D$ et $^3P - ^3S$ sont grands, mais important pour les niveaux 3D assez excités, parce que les écarts $n^3D - n^3F$ sont faibles (7), et pour les niveaux 1D , parce que les écarts $n^1D - n^1F$ sont petits. Des calculs préliminaires suggèrent que c'est là l'explication des anomalies observées sur les niveaux 1D . Des expériences sont en cours pour préciser ces points.

C O N C L U S I O N



Nous pouvons résumer les résultats obtenus de la manière suivante : par utilisation du bombardement électronique transversal, nous avons pu observer des croisements de niveaux dans de nombreux états excités des atomes ^4He et ^3He . Ceci constitue une méthode relativement simple et générale de détermination des structures et des durées de vie de niveaux excités; elle évite l'emploi de champs magnétiques de radiofréquence et les servitudes qui leur sont associées, en particulier dans le cas des durées de vie courtes.

Les valeurs que nous avons obtenues pour les divers niveaux de ^3He et ^4He sont résumées dans le tableau suivant (page 155).

Nous avons, par cette même méthode, retrouvé l'existence d'une structure hyperfine pour les niveaux ^1D de ^3He , déjà mise en évidence par B. DECOMPS (⁵³).

Nous donnons ci-dessous les résultats obtenus, en rappelant à ce propos les réserves du chapitre VII (IV-2-b) :

Niveau	Structure (MHz)	Durée de vie ($\times 10^{-8}$ s)
3^1D	$138 \pm 2,5$	$1,2 \pm 0,3$
4^1D	102 ± 1	$4,1 \pm 0,5$
5^1D	$93,8 \pm 0,9$	$4,9 \pm 0,5$
6^1D	$89,7 \pm 0,9$	$6,1 \pm 0,6$
7^1D	$118 \pm 1,2$	$7,1 \pm 0,8$

Tous ces résultats appellent les remarques suivantes :
(voir page 156)

.../...

Niveau	Structure fine (MHz)	Structure hyperfine (MHz)	Durée de vie ($\times 10^{-8}$ s)
3^3P	$3^3P_1-3^3P_2=658,55$ $3^3P_0-3^3P_2=8300\pm 400$	$3^3P_{2,\frac{3}{2}} - 3^3P_{2,\frac{5}{2}} = 540\pm 1$	$8,9 \pm 0,5$
4^3P	$4^3P_1-4^3P_2=269,0\pm 0,1$ $4^3P_0-4^3P_2=3500\pm 500$	$4^3P_{2,\frac{3}{2}} - 4^3P_{2,\frac{5}{2}} = 224,1\pm 0,2$	$16,7\pm 1$
5^3P	$5^3P_1-5^3P_2=135,5\pm 0,1$ $5^3P_0-5^3P_2=1550\pm 300$	$5^3P_{2,\frac{3}{2}} - 5^3P_{2,\frac{5}{2}} = 113,5\pm 0,5$	$20,7\pm 2$
6^3P	$6^3P_1-6^3P_2=77,27\pm 0,07$ $6^3P_0-6^3P_2=1200\pm 400$	$6^3P_{2,\frac{3}{2}} - 6^3P_{2,\frac{5}{2}} = 64,0\pm 0,2$	28 ± 8
7^3P	$7^3P_1-7^3P_2=48,43\pm 0,15$	$7^3P_{2,\frac{3}{2}} - 7^3P_{2,\frac{5}{2}} = 38,9\pm 0,2$	25 ± 8
8^3P	$8^3P_1-8^3P_2=32,49\pm 0,16$ $8^3P_0-8^3P_2=300\pm 200$	$8^3P_{2,\frac{3}{2}} - 8^3P_{2,\frac{5}{2}} = 26,1\pm 0,3$	28 ± 8
9^3P	$9^3P_1-9^3P_2=22,8\pm 0,8$		
3^3D	$3^3D_2-3^3D_3=72,5\pm 0,5$	$3^3D_{3,\frac{5}{2}} - 3^3D_{3,\frac{7}{2}} = 55,8\pm 0,8$	$1,7\pm 0,3$
4^3D	$4^3D_2-4^3D_3=35,8\pm 0,4$	$4^3D_{3,\frac{5}{2}} - 4^3D_{3,\frac{7}{2}} = 28,4\pm 0,5$	$4,2\pm 0,4$
5^3D	$5^3D_2-5^3D_3=20,3\pm 0,3$	$5^3D_{3,\frac{5}{2}} - 5^3D_{3,\frac{7}{2}} = 15,2\pm 0,3$	$5,9\pm 0,8$
6^3D	$6^3D_2-6^3D_3=12,2\pm 0,3$	$6^3D_{3,\frac{5}{2}} - 6^3D_{3,\frac{7}{2}} = 9,1\pm 0,3$	$8,2\pm 0,8$
7^3D	$7^3D_2-7^3D_3=7,3\pm 0,3$	$7^3D_{3,\frac{5}{2}} - 7^3D_{3,\frac{7}{2}} = 4,8\pm 0,4$	19 ± 7
5^3F	$5^3F_3-5^3F_4=20 \pm 6$		3 ± 2

.../...

- Les durées de vie des niveaux 3P sont probablement raccourcies par les collisions entre les atomes. Nous avons rapporté les plus longues valeurs que nous ayons mesurées (dans presque tous les cas, il est très peu probable qu'elles puissent être affectées par la diffusion multiple).

- Les mesures des structures des états 3P et 3D très excités sont peut-être faussées, à cause d'un déplacement éventuel des croisements par effet Stark.

- Enfin et surtout, nous ne sommes pas sûrs d'avoir identifié correctement les croisements observés sur les niveaux 1D . De plus, ils peuvent, eux aussi, être déplacés par effet Stark.

A l'occasion du présent travail, nous avons pu faire le calcul de la forme des signaux de croisement de niveaux et, dans quelques cas, donner leur amplitude relative. L'accord avec l'expérience étant en général satisfaisant, nous avons ainsi vérifié que l'hypothèse de PERCIVAL et SEATON, suivant laquelle l'excitation électronique longitudinale ne crée que des différences de populations entre sous-niveaux orbitaux, permet de rendre compte de la plupart des faits expérimentaux observés.

La méthode actuelle présente des limitations, en particulier la mesure de structures trop grandes (> 1000 MHz) est pratiquement interdite à cause de la perturbation des trajectoires électroniques sous l'action du champ magnétique. Cela interdit les observations de croisements dans les champs assez élevés (> 200 gauss), et gêne les mesures dans les champs moyens (50 à 200 gauss).

Cela mis à part, la méthode a une grande généralité, car le bombardement électronique permet l'étude de la plupart des états atomiques excités. Cependant, pour que les croisements de niveaux soient observables, il faut que l'excitation crée des différences de populations entre sous-niveaux orbitaux. Les structures de niveaux S ne pourront donc pas être mesurées ainsi, mais toutes les autres pourront l'être, pourvu qu'on utilise des faisceaux d'électrons lents et monocinétiques. Citons par exemple les niveaux 1D de Zn, Cd, Hg, certains niveaux de H ou HeII sur lesquels on pourrait éventuellement mettre en évidence l'effet Lamb.

Le champ d'application peut, en outre, être étendu à l'étude de l'action, sur les sous-niveaux Zeeman, de perturbations extérieures (champ électrique, radiofréquence, etc.).

A P P E N D I C E A

CALCUL DE LA MATRICE D'EXCITATION
DEMONSTRATION DES FORMULES (III-9) ET (III-10)

Il s'agit de calculer les éléments de la matrice ρ en représentation $|SLJM_J\rangle$ ou en représentation $|I(SL)JFM_F\rangle$.

1) Cas de ${}^4\text{He}$: représentation $|SLJM_J\rangle$: on part de la relation

suivante (le facteur $\frac{N_0 J}{2e} \frac{1}{2S+1}$ a été omis) :

$$\begin{aligned} & \langle SLM'_S M'_L | \rho | SLM_S M_L \rangle \\ = & \delta_{M'_S M_S} \sum_{jm} (-1)^{m-M'_L} Q_{|m|} \sqrt{\frac{(j-M'_L+M'_L)!}{(j+M'_L-M'_L)!}} \langle LLM'_L -M'_L | jM'_L -M'_L \rangle \times \\ & \times \langle LLm-m | j0 \rangle P_{jm'_L -M'_L}(\cos \theta) \end{aligned}$$

On a sans difficulté :

$$\begin{aligned} & \langle SLJ'M'_J | \rho | SLJM_J \rangle \\ = & \sum_{\substack{M'_S M_S \\ M'_L M_L}} \langle SLM'_S M'_L | J'M'_J \rangle \langle SLM_S M_L | JM_J \rangle \langle SLM'_S M'_L | \rho | SLM_S M_L \rangle \\ = & \sum_{\substack{M'_L M_L M_S \\ M'_L M'_L M'_S}} \sum_{jm} (-1)^{m-M'_L} Q_{|m|} \sqrt{\frac{(j-M'_L+M'_L)!}{(j+M'_L-M'_L)!}} P_{jm'_L -M'_L}(\cos \theta) \langle LLm-m | j0 \rangle \times \\ & \times \langle SLM'_S M'_L | J'M'_J \rangle \langle SLM_S M_L | JM_J \rangle \langle LLM'_L -M'_L | jM'_L -M'_L \rangle \end{aligned}$$

L'étape suivante consiste à exprimer les C.-G. en fonction des coefficients 3j. Par ailleurs, on remarque que $M'_L - M'_L = M'_J - M'_J$ est fixé. On trouve

.../...

$$\begin{aligned}
 & \langle SLJ'M'_J | \rho | SLJM_J \rangle \\
 = & \sum_{jm} (-1)^m Q_{|m|} \begin{pmatrix} L & L & j \\ m & -m & 0 \end{pmatrix} (2j+1) P_{jM'_J, J-M_J}(\cos \theta) \sqrt{\frac{(j-M'_J+M_J)!}{(j+M'_J-M_J)!}} \times \\
 & \times \sum_{\substack{M'_L M'_L M'_S \\ L M'_L M'_S}} (-1)^{2S-2L+M'_L+M'_J+M'_S} \frac{1}{J\sqrt{(2J'+1)(2J+1)}} \begin{pmatrix} L & L & j \\ M'_L & -M'_L & M'_L-M'_J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S & L & J' \\ M'_S & M'_L & -M'_J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S & L & J \\ M'_S & M'_L & -M'_J \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

On remarque dans le second membre une somme de produits de coefficients $3j$, qui se simplifie, grâce à la relation d'Edmonds (32), écrite ci-dessous :

$$\begin{aligned}
 \sum_{\mu_1 \mu_2 \mu_3} (-1)^{\ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \mu_1 + \mu_2 + \mu_3} & \begin{pmatrix} j_1 & \ell_2 & \ell_3 \\ m_1 & \mu_2 & -\mu_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & j_2 & \ell_3 \\ -\mu_1 & \mu_2 & \mu_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & j_3 \\ \mu_1 & -\mu_2 & m_3 \end{pmatrix} \\
 = & \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \end{matrix} \right\}
 \end{aligned}$$

Il suffit de faire les identifications suivantes :

$$\begin{aligned}
 j_1 & \rightarrow J & j_2 & \rightarrow J' & j_3 & \rightarrow j \\
 m_1 & \rightarrow M_J & m_2 & \rightarrow -M'_J & m_3 & \rightarrow M'_J - M_J = -(M'_L - M'_L) \\
 \ell_1 & \rightarrow L & \ell_2 & \rightarrow L & \ell_3 & \rightarrow S \\
 \mu_1 & \rightarrow -M'_L & \mu_2 & \rightarrow -M'_L & \mu_3 & \rightarrow M'_S
 \end{aligned}$$

On transforme les $3j$ à l'aide de leurs relations de symétrie et la puissance de (-1) en tenant compte de ce que M'_L et M'_L sont entiers.

On trouve alors :

$$\begin{aligned}
 & \langle SLJ'M'_J | \rho | SLJM_J \rangle \\
 = & \sum_{jm} (-1)^{m+2S-2L+j-S+M_J} Q_{|m|} \begin{pmatrix} L & L & j \\ m & -m & 0 \end{pmatrix} (2j+1) \sqrt{\frac{(j-M'_J+M_J)!}{(j+M'_J-M_J)!}} P_{jM'_J, J-M_J}(\cos \theta) \times \\
 & \times \sqrt{(2J'+1)(2J+1)} \begin{pmatrix} J & J' & j \\ M_J & -M'_J & M'_J - M_J \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} J & J' & j \\ L & L & S \end{matrix} \right\} \dots/\dots
 \end{aligned}$$

2) Cas de ^3He : représentation $|I(\text{SL})\text{JFM}_F\rangle$: on part de

$$\begin{aligned} & \langle I(\text{SL})\text{J}'\text{F}'\text{M}'_F | \rho | I(\text{SL})\text{JFM}_F \rangle \\ &= \sum_{\substack{M'_I M'_I \\ M'_J M'_J}} \langle I\text{J}'\text{M}'_I \text{M}'_J | \text{F}'\text{M}'_F \rangle \langle I\text{J} M_I M_J | \text{F} M_F \rangle \delta_{M'_I M_I} \times \\ & \quad \times \langle \text{SLJ}'\text{M}'_J | \rho | \text{SLJ} M_J \rangle \end{aligned}$$

On s'est servi du fait que ρ est diagonale en M_I et que ses éléments n'en dépendent pas. On a négligé le facteur $\frac{1}{(2I+1)^2} \frac{1}{2S+1} \frac{N_{IJ}}{2e}$.

On a ainsi, en remplaçant les C.-G. par des coefficients $3j$:

$$\begin{aligned} & \langle I(\text{SL}) \text{J}'\text{F}'\text{M}'_F | \rho | I(\text{SL})\text{JFM}_F \rangle \\ &= \sum_{M'_I M'_J M'_J} (-1)^{I-J'+M'_F} \sqrt{2F'+1} \begin{pmatrix} I & J' & F' \\ M'_I & M'_J & -M'_F \end{pmatrix} (-1)^{I-J+M_F} \sqrt{2F+1} \begin{pmatrix} I & J & F \\ M_I & M_J & -M_F \end{pmatrix} \times \\ & \times \sum_{jm} (-1)^{m+S+j+M_J} Q_{|m|} \begin{pmatrix} L & L & j \\ m & -m & 0 \end{pmatrix} (2j+1) \sqrt{\frac{(j-M'_J+M_J)!}{(j+M'_J-M_J)!}} P_{jm}'_{J-M_J} (\cos \theta) \times \\ & \times \sqrt{(2J'+1)(2J+1)} \begin{pmatrix} J & J' & j \\ M_J & -M'_J & M'_J-M_J \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} J & J' & j \\ L & L & S \end{matrix} \right\} \end{aligned}$$

On a de nouveau à effectuer une somme de produits de 3 coefficients $3j$. La relation d'Edmonds s'applique comme précédemment. Il faut y effectuer les identifications suivantes :

$$\begin{array}{lll} j_1 \rightarrow F & j_2 \rightarrow F' & j_3 \rightarrow j \\ m_1 \rightarrow M'_F & m_2 \rightarrow -M'_F & m_3 \rightarrow M'_F - M'_F = -(M'_J - M'_J) \\ \ell_1 \rightarrow J' & \ell_2 \rightarrow J & \ell_3 \rightarrow I \\ \mu_1 \rightarrow -M'_J & \mu_2 \rightarrow -M_J & \mu_3 \rightarrow M_I \end{array}$$

On utilise les relations de symétrie des $3j$, et on transforme les puissances de -1 en tenant compte de ce que $F-M'_F$, $F'-M'_F$, $F+F'+j$, et $2M_I$ sont entiers.

On obtient, en faisant la sommation sur jm , la relation (III-10),
au facteur $\frac{N_0 J}{2e} \frac{1}{(2S+1)(2I+1)^2}$ près.

Les fonctions de Legendre associées $P_{j_F}^{m_F - m'_F}(\cos \theta)$ valent :

$$P_{22}(\cos \theta) = 3 \sin^2 \theta$$

$$P_{21}(\cos \theta) = 3 \cos \theta \sin \theta$$

$$P_{42}(\cos \theta) = \frac{15}{2} \sin^2 \theta (7 \cos^2 \theta - 1)$$

$$P_{41}(\cos \theta) = \frac{5}{2} \sin \theta \cos \theta (7 \cos^2 \theta - 3)$$

A P P E N D I C E B

CALCUL DE LA MATRICE DE DETECTION
DEMONSTRATION DES RELATIONS (IV-10) ET (IV-11)

Nous pourrions partir des relations (IV-2) qui définissent \vec{D} . Mais, dans certains cas, il est utile de pouvoir calculer les éléments de matrice de $\vec{e}_\lambda \cdot \vec{D}$ et nous commencerons par cet intermédiaire (qui n'est pas indispensable).

1) Calcul de $\vec{e}_\lambda \cdot \vec{D}$: on pourrait effectuer les changements de représentation du chapitre IV (§ II-2); on a des calculs très analogues à ceux de l'appendice A, mais encore plus longs. Il est préférable d'utiliser des théorèmes généraux sur les opérateurs tensoriels ⁽³⁰⁾₍₃₂₎. Nous partons de la relation (IV-4)

$$\vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} = \sum_q (-1)^q e_{-q} D_q^{(1)}$$

$D^{(1)}$ est un opérateur vectoriel qui n'agit que sur les variables orbitales.

a) Cas où $I = 0$ (^4He) : représentation $|SLJM_J\rangle$: d'après le théorème de Wigner-Eckart

$$\langle SLJM_J | D_q^{(1)} | S\ell j m_j \rangle = (-1)^{J-M_J} \langle SLJ || D^{(1)} || S\ell j \rangle \begin{pmatrix} J & 1 & j \\ -M_J & q & m_j \end{pmatrix}$$

On sait que, D n'agissant pas sur S ,

$$\langle SLJ || D^{(1)} || S\ell j \rangle = (-1)^{S+\ell+J+1} \sqrt{(2J+1)(2j+1)} \left\{ \begin{matrix} J & 1 & j \\ \ell & S & L \end{matrix} \right\} \langle L || D^{(1)} || \ell \rangle$$

Nous avons vu que

$$\begin{aligned} \langle L || D^{(1)} || \ell \rangle &= -\sqrt{2L+1} \langle L100 | \ell 0 \rangle \\ &= (-1)^{L+1} \sqrt{(2L+1)(2\ell+1)} \begin{pmatrix} L & 1 & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

.../...

Ainsi, tous calculs faits, on trouve, après avoir modifié la puissance de -1 en se rappelant que $J-M_J$ est entier :

$$\langle SLJM_J | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | S\ell jm_j \rangle = \sqrt{(2\ell+1)(2L+1)(2j+1)(2J+1)} (-1)^{S+M_J} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} L & 1 & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} J & 1 & j \\ \ell & S & L \end{Bmatrix} \sum_q (-1)^q e^{-q} \begin{pmatrix} J & 1 & j \\ -M_J & q & m_j \end{pmatrix}$$

On calcule exactement de la même façon les éléments

$$\langle S\ell jm_j | \vec{e}_\lambda^* \cdot \vec{D} | SLJ'M'_J \rangle.$$

b) Cas où $I \neq 0$ (^3He) : représentation $| IJFM_F \rangle$:

On écrit ici (théorème de Wigner-Eckart)

$$\langle I(SL)JFM_F | D_q^{(1)} | I(S\ell)jfm_f \rangle$$

$$= (-1)^{F-M_F} \langle I(SL)JF || D^{(1)} || I(S\ell)jf \rangle \begin{pmatrix} F & 1 & f \\ -M_F & q & m_f \end{pmatrix}$$

$D^{(1)}$ n'agissant ni sur I ni sur S , on a successivement

$$\langle I(SL)JF || D^{(1)} || I(S\ell)jf \rangle$$

$$= (-1)^{I+j+F+1} \sqrt{(2F+1)(2f+1)} \begin{Bmatrix} F & 1 & f \\ j & I & J \end{Bmatrix} \langle SLJ || D^{(1)} || S\ell j \rangle$$

$\langle SLJ || D^{(1)} || S\ell j \rangle$ a été calculé plus haut en a).

Tous calculs faits, on trouve (on simplifie la puissance de -1 en se rappelant que $F-M_F$ est entier) :

$$\langle I(SL)JFM_F | \vec{e}_\lambda \cdot \vec{D} | I(S\ell)jfm_f \rangle = \sqrt{(2\ell+1)(2L+1)(2j+1)(2J+1)(2f+1)(2F+1)} \times$$

$$\times (-1)^{S+I+J+j+1+M_F} \begin{pmatrix} L & 1 & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} J & 1 & j \\ \ell & S & L \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} F & 1 & f \\ j & I & J \end{Bmatrix} \sum_q (-1)^q e^{-q} \begin{pmatrix} F & 1 & f \\ -M_F & q & m_f \end{pmatrix}$$

On calcule de manière identique $\langle I(S\ell)jfm_f | \vec{e}_\lambda^* \cdot \vec{D} | I(SL)J'F'M'_F \rangle$.

2) Calcul de la matrice \mathcal{D} : afin d'éviter des redites, nous effectuons d'emblée ce calcul dans la représentation $| IJFM_F \rangle$ (cas de ${}^3\text{He}$). Il suffit de faire dans les résultats $I = 0$ pour obtenir, dans le cas de ${}^4\text{He}$, la représentation $| SLJM_J \rangle$.

On a donc

$$\begin{aligned} \langle IJFM_F | \mathcal{D} | IJ'F'M'_F \rangle &= \sum_{qq'} \sum_{jfm_f} (-1)^q e_{-q} (e^*)_{-q'} (2L+1)(2\ell+1) \times \\ &\times \sqrt{(2J+1)(2J'+1)(2F+1)(2F'+1)(2j+1)(2f+1)} \begin{pmatrix} L & 1 & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} F & 1 & f \\ -M_F & q & m_f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F' & 1 & f \\ -M'_F & -q' & m_f \end{pmatrix} \times \\ &\times \begin{Bmatrix} J & 1 & j \\ \ell & S & L \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J' & 1 & j \\ \ell & S & L \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} F & 1 & f \\ j & I & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} F' & 1 & f \\ j & I & J' \end{Bmatrix} (-1)^{2S+M_F+M'_F+2I+J+J'+2j+2} \end{aligned}$$

Cette forme est inutilisable, car il y figure une sommation sur f pour 2 coefficients $3j$ et 2 coefficients $6j$. De plus, q et q' figurent séparément dans les deux $3j$, de sorte qu'on ne peut mettre en évidence la manière donc \mathcal{D} dépend des e_q (donc de α, β, γ). Nous allons donc démontrer une relation auxiliaire qui nous servira à donner à l'expression ci-dessus une forme plus maniable.

Pour cela, on applique la relation de Rotenberg (30) :

$$\begin{aligned} \sum_{m_3} (-1)^{\ell_1+\ell_2+\mu_1+\mu_2} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & j_3 \\ \mu_1 & -\mu_2 & m_3 \end{pmatrix} \\ = \sum_{\ell_3 \mu_3} (-1)^{\ell_3+\mu_3} (2\ell_3+1) \begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & j_2 & \ell_3 \\ -\mu_1 & m_2 & \mu_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1 & \ell_2 & \ell_3 \\ m_1 & -\mu_2 & -\mu_3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

On fait les identifications suivantes :

$$\begin{aligned} j_1 &\rightarrow F' & j_2 &\rightarrow 1 & j_3 &\rightarrow f \\ m_1 &\rightarrow -M'_F & m_2 &\rightarrow -q' & m_3 &\rightarrow m_f \\ \ell_1 &\rightarrow 1 & \ell_2 &\rightarrow F & \ell_3 &\rightarrow k \text{ (indice muet)} \\ \mu_1 &\rightarrow q & \mu_2 &\rightarrow M_F & \mu_3 &\rightarrow \mu \text{ (indice muet)} \end{aligned}$$

Nous expliquons au chapitre IV (après la formule (IV-11)) l'importance du remplacement de la sommation sur m_F par la sommation sur k et μ .

On a donc

$$\begin{aligned} \langle IJFM_F | \mathcal{D} | IJ'F'M'_F \rangle &= \sum_{qq'} \sum_{jf} \sum_{k\mu} e_{-q} (e^*)_{-q'} (2L+1)(2\ell+1) \begin{pmatrix} L & 1 & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \times \\ &\times \sqrt{(2J+1)(2J'+1)(2F+1)(2F'+1)} (2j+1)(2f+1)(-1)^{q+2S+M'_F+M_F+2I+J+J'+2j} \times \\ &\times (-1)^{2F+f+q+M'_F+k+\mu} (2k+1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ -q & -q' & \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F' & F & k \\ -M'_F & M_F & -\mu \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F' & 1 & f \\ 1 & F & k \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J & 1 & j \\ \ell & S & L \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J' & 1 & j \\ \ell & S & L \end{Bmatrix} \times \\ &\times \begin{Bmatrix} F & 1 & f \\ j & I & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} F' & 1 & f \\ j & I & J' \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

La règle de somme de Biedenharn⁽³⁰⁾⁽³²⁾ permet d'effectuer la sommation sur f :

$$\begin{aligned} \sum_f (-1)^{F'+1+F+1+I+j+k+J+J'+f} (2f+1) \begin{Bmatrix} F' & 1 & f \\ 1 & F & k \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & F & f \\ I & j & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} I & j & f \\ F' & 1 & J' \end{Bmatrix} \\ = \begin{Bmatrix} k & J & J' \\ I & F' & F \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k & J & J' \\ j & 1 & 1 \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

On applique les relations de symétrie des $6j$, on effectue ensuite la sommation sur j , on applique une deuxième fois la règle de Biedenharn. On change les puissances de (-1) en tenant compte de ce que $2I$, $2S$, $F+M_F$, $M'_F + \mu - M_F$ sont des entiers.

On se ramène alors à la formule (IV-11) :

$$\begin{aligned} \langle IJFM_F | \mathcal{D} | IJ'F'M'_F \rangle &= \sum_{k\mu qq'} e_{-q} (e^*)_{-q'} (-1)^{S+I-F-F'-J-J'-\ell-k+M'_F} (2L+1)(2\ell+1) \times \\ &\times \begin{pmatrix} L & 1 & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{Bmatrix} L & L & k \\ 1 & 1 & \ell \end{Bmatrix} (2k+1) \sqrt{(2J+1)(2J'+1)(2F+1)(2F'+1)} \times \\ &\times \begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ -q & -q' & \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F' & F & k \\ -M'_F & M_F & -\mu \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} k & J & J' \\ I & F' & F \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L & L & k \\ J' & J & S \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

Lorsque $I = 0$, le coefficient $\begin{Bmatrix} k & J & J' \\ 0 & F' & F \end{Bmatrix}$ devient

$$\begin{Bmatrix} k & J & J' \\ 0 & F' & F \end{Bmatrix} = (-1)^{k+J+J'} \frac{\delta_{JF} \delta_{J'F'}}{\sqrt{(2J+1)(2J'+1)}}$$

On a donc aisément :

$$\begin{aligned} \langle SLJM_J | \mathcal{D} | SLJ'M'_J \rangle &= \sum_{k\mu} e_{-q} (e^*)_{-q'} (-1)^{S-J-J'-\ell+M_J} (2L+1)(2\ell+1) \times \\ &\times \begin{pmatrix} L & 1 & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{Bmatrix} L & L & k \\ 1 & 1 & \ell \end{Bmatrix} (2k+1) \sqrt{(2J+1)(2J'+1)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ -q & -q' & \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J' & J & k \\ -M'_J & M_J & -\mu \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} L & L & k \\ J' & J & S \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

.../...

A P P E N D I C E C

RESULTATS NUMERIQUES DU CHAPITRE II

(Effet Zeeman de ^4He et ^3He)

I - COORDONNES REDUITES DES CROISEMENTS DE NIVEAUX

1) ^4He :

a) Niveaux ^3P :

Croisement	x_0	y_0	Croisement	x_0	y_0	x_c	y_c
(22)(10)	0,3461	1,038	(22)(11)	0,7500	2,250	0,7500	-2,250
(21)(1-1)	0,3535	0,500	(21)(10)	0,9594	1,246	0,9021	1,180
			(20)(1-1)	0,9594	-0,246	0,9716	-0,261

Les coordonnées des points de croisement $|\Delta M| = 1$ doivent être modifiées si on tient compte du niveau $^3\text{P}_0$. Elles sont données dans les deux dernières colonnes.

La correction est négligeable pour les croisements $|\Delta M| = 2$.

b) Niveaux ^3D :

Croisement	x_0	y_0	Croisement	x_0	y_0	x_c	y_c
(33)(21)	0,370	1,482	(33)(22)	0,667	2,667	0,667	2,667
(32)(20)	0,415	1,065	(32)(21)	1,111	2,667	1,065	2,560
(31)(2-1)	0,455	0,533	(31)(20)	3,333	2,667	2,163	1,817
(30)(2-2)	0,484	-0,086	(30)(2-1)	7,778	-4,444	4,999	-3,077
			(3-1)(2-2)	2,593	-4,444	2,930	-5,100

Si l'influence du terme $^3\text{D}_1$ sur les croisements $|\Delta M| = 2$ est faible, celle sur les croisements $|\Delta M| = 1$ est énorme, comme on le voit en comparant dans ce cas (à droite) x_c et x_0 , y_c et y_0 .

.../...

c) Niveaux 3F :

Croisement	x_0	y_0
(44)(32)	0,370	1,849
(43)(31)	0,416	1,520
(42)(30)	0,464	1,085
(41)(3-1)	0,511	0,536
(40)(3-2)	0,551	-0,117
(4-1)(3-3)	0,579	-0,846

2) 3He :

a) Niveaux 3P :

Croisement	x_0	y_0	Croisement	x_0	y_0
$(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$	0,4236	1,2708	$(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$	0,900	2,700
$(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$	0,4172	0,7469	$(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$	0,891	1,585
$(\frac{5}{2}, \frac{1}{2})(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$	0,4095	0,2395	$(\frac{5}{2}, \frac{1}{2})(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$	0,866	0,491
			$(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2})(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$	0,826	-0,522

Ces résultats ne sont valables que pour les niveaux 3P assez excités pour que la structure fine soit négligeable devant le couplage hyperfin. Dans les autres cas, un calcul numérique donne les résultats suivants :

Croisement		3^3P	4^3P	5^3P	6^3P	7^3P	8^3P
$(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$	x_0	0,4255	0,4243	0,4237	0,4236	0,4236	0,4236
	y_0	1,2765	1,2729	1,2711	1,2708	1,2708	1,2708
$(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$	x_0	0,4142	0,4158	0,4167	0,4171	0,4174	0,4176
	y_0	0,7415	0,7446	0,7458	0,7464	0,7468	0,7470
$(\frac{5}{2}, \frac{1}{2})(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$	x_0	0,4012	0,4061	0,4082	0,4089	0,4094	0,4096
	y_0	0,2354	0,2380	0,2387	0,2400	0,2391	0,2392

.../...

b) Niveaux 3D :

Croisement	x_0	y_0	Croisement	x_0	y_0
$(\frac{7}{2}, \frac{7}{2})(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$	0,4358	1,7432	$(\frac{7}{2}, \frac{7}{2})(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$	0,857	3,428
$(\frac{7}{2}, \frac{5}{2})(\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$	0,4426	1,2592	$(\frac{7}{2}, \frac{5}{2})(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$	0,904	2,561
$(\frac{7}{2}, \frac{3}{2})(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2})$	0,4480	0,7589	$(\frac{7}{2}, \frac{3}{2})(\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$	0,943	1,516
$(\frac{7}{2}, \frac{1}{2})(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2})$	0,4519	0,2473	$(\frac{7}{2}, \frac{1}{2})(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2})$	0,968	0,504
$(\frac{7}{2}, -\frac{1}{2})(\frac{5}{2}, -\frac{5}{2})$	0,4542	-0,2706	$(\frac{7}{2}, -\frac{1}{2})(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2})$	0,978	-0,608
			$(\frac{7}{2}, -\frac{3}{2})(\frac{5}{2}, -\frac{5}{2})$	0,972	-1,706

Le couplage hyperfin est, ici, grand devant la structure fine $^3D_2 - ^3D_3$ et nous n'avons pas à faire de calcul numérique spécial aux premiers niveaux 3D , ce qui n'était pas le cas pour les premiers niveaux 3P .

c) Niveaux 1D :

Croisement	x_0	y_0
$(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$	0,800	1,600
$(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$	0,636	0,718
$(\frac{5}{2}, \frac{1}{2})(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$	0,503	0,148
$(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2})(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$	1,200	-0,800

II - PENTES DES SOUS-NIVEAUX ZEEMAN AUX POINTS DE CROISEMENT

1) 4He :

a) Niveaux 3P :

($K'M'$)	$y'_{M'}$	(KM)	y'_M	$y'_{M'} - y'_M$
(2,2)	3,000	(1,0)	0,214	2,786
(2,1)	1,333	(1,-1)	-1,333	2,667
(2,2)	3,000	(1,1)	1,800	1,200
(2,1)	1,153	(1,0)	0,428	0,725
(2,0)	-0,428	(1,-1)	-1,153	0,725

b) Niveaux 3D :

(K',M')	$y'_{M'}$	(K,M)	y'_M	$y'_{M'} - y'_M$	
(3,3)	4,000	(2,1)	1,429	2,571	
(3,2)	2,457	(2,0)	0,294	2,163	
(3,1)	1,019	(2,-1)	-0,907	1,926	
(3,0)	-0,330	(2,-2)	-2,172	1,842	
(3,3)	4,000	(2,2)	2,667	1,333	(1,333)
(3,2)	2,195	(2,1)	1,666	0,529	(0,776)
(3,1)	0,619	(2,0)	0,477	0,132	(0,051)
(3,0)	-0,776	(2,-1)	-0,811	0,035	(0,002)
(3,-1)	-1,875	(2,-2)	-2,020	0,145	(0,326)

Nous avons indiqué entre parenthèses le résultat qu'on trouve lorsqu'on néglige l'influence du niveau 3D_1 sur les deux autres.

c) Niveaux 3F :

$(K'M')$	$y'_{M'}$	(KM)	y'_M	$y'_{M'} - y'_M$
(4,4)	5,000	(3,2)	2,427	2,573
(4,3)	3,183	(3,1)	1,041	2,142
(4,2)	2,174	(3,0)	0,339	1,835
(4,1)	0,869	(3,-1)	-0,769	1,639
(4,0)	-0,382	(3,-2)	-1,920	1,538
(4,-1)	-1,580	(3,-3)	-3,103	1,523

2) 3He :

a) Niveaux 3P :

(G',M')	$y'_{M'}$	(G,M)	y'_M	$y'_{M'} - y'_M$
$(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$	3,000	$(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$	0,655	2,345
$(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$	1,779	$(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$	-0,589	2,368
$(\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$	0,568	$(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$	-1,844	2,412

.../...

(G', M')	$y'_{M'}$	(G, M)	y_M	$y'_{M'} - y_M$
$(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$	3,000	$(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$	1,909	1,091
$(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$	1,734	$(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$	0,627	1,061
$(\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$	0,536	$(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$	-0,555	1,091
$(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2})$	-0,649	$(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$	-1,811	1,162

b) Niveaux ^{3D} :

(G', M')	$y'_{M'}$	(G, M)	y_M	$y'_{M'} - y_M$
$(\frac{7}{2}, \frac{7}{2})$	4,000	$(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$	1,726	2,274
$(\frac{7}{2}, \frac{5}{2})$	2,833	$(\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$	0,609	2,224
$(\frac{7}{2}, \frac{3}{2})$	1,673	$(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2})$	-0,514	2,187
$(\frac{7}{2}, \frac{1}{2})$	0,523	$(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2})$	-1,646	2,169
$(\frac{7}{2}, -\frac{1}{2})$	-0,619	$(\frac{5}{2}, -\frac{5}{2})$	-2,786	2,167

(G', M')	$y'_{M'}$	(G, M)	y_M	$y'_{M'} - y_M$
$(\frac{7}{2}, \frac{7}{2})$	4,000	$(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$	2,857	1,143
$(\frac{7}{2}, \frac{5}{2})$	2,801	$(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$	1,755	1,046
$(\frac{7}{2}, \frac{3}{2})$	1,639	$(\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$	0,668	0,971
$(\frac{7}{2}, \frac{1}{2})$	0,492	$(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2})$	-0,437	0,929
$(\frac{7}{2}, -\frac{1}{2})$	-0,646	$(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2})$	-1,572	0,926
$(\frac{7}{2}, -\frac{3}{2})$	-1,769	$(\frac{5}{2}, -\frac{5}{2})$	-2,724	0,955

.../...

c) Niveaux 1D :

(G'M')	y' _{M'}	(GM)	y' _M	y' _{M'} - y' _M
$(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$	2,000	$(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$	0,857	1,143
$(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$	1,080	$(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$	-0,296	1,376
$(\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$	0,208	$(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$	-1,560	1,768
$(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2})$	-0,857	$(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$	-1,200	0,343

III - COEFFICIENTS DE PASSAGE < J | KM > ET < F | GM > AUX POINTS DE CROISEMENTS

1) ⁴He :

a) Niveaux 3p :

Croisement	< 2 2, M' >	< 1 2, M' >	< 2 1, M >	< 1 1, M >
(22)(10)	1,000	0,000	0,189	0,982
(21)(1-1)	0,985	-0,169	0,169	0,985

b) Niveaux 3D :

Croisement	< 3 3, M' >	< 2 3, M' >	< 3 2, M >	< 2 2, M >
(33)(21)	1,000	0,000	0,218	0,976
(32)(20)	0,977	-0,211	0,239	0,971
(31)(2-1)	0,965	-0,262	0,232	0,973
(30)(2-2)	0,962	-0,271	0,186	0,982

c) Niveaux 3F :

Croisement	< 4 4, M' >	< 3 4, M' >	< 4 3, M >	< 3 3, M >
(4,4)(3,2)	1,000	0,000	0,221	0,975
(4,3)(3,1)	0,977	-0,212	0,255	0,967
(4,2)(3,0)	0,961	-0,275	0,269	0,963
(4,1)(3,-1)	0,953	-0,303	0,266	0,964
(4,0)(3,-2)	0,952	-0,307	0,240	0,971
(4,-1)(3,-3)	0,953	-0,301	0,165	0,986

.../...

2) ^3He :

a) Niveaux ^3P :

Croisement	$\langle \frac{5}{2} \frac{5}{2}, M' \rangle$	$\langle \frac{3}{2} \frac{5}{2}, M' \rangle$	$\langle \frac{5}{2} \frac{3}{2}, M \rangle$	$\langle \frac{3}{2} \frac{3}{2}, M \rangle$
$(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}) (\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$	1,000	0,000	0,083	0,997
$(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}) (\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$	0,998	-0,059	0,083	0,997
$(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}) (\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$	0,997	-0,080	0,068	0,998

b) Niveaux ^3D :

Croisement	$\langle \frac{7}{2} \frac{7}{2}, M' \rangle$	$\langle \frac{5}{2} \frac{7}{2}, M' \rangle$	$\langle \frac{7}{2} \frac{5}{2}, M \rangle$	$\langle \frac{5}{2} \frac{5}{2}, M \rangle$
$(\frac{7}{2}, \frac{7}{2}) (\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$	1,000	0,000	0,093	0,996
$(\frac{7}{2}, \frac{5}{2}) (\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$	0,997	-0,079	0,102	0,994
$(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}) (\frac{5}{2}, -\frac{1}{2})$	0,996	-0,095	0,102	0,995
$(\frac{7}{2}, \frac{1}{2}) (\frac{5}{2}, -\frac{3}{2})$	0,995	-0,105	0,094	0,994
$(\frac{7}{2}, -\frac{1}{2}) (\frac{5}{2}, -\frac{5}{2})$	0,995	-0,102	0,073	0,997

c) Niveaux ^1D :

Croisement	$\langle \frac{5}{2} \frac{5}{2}, M' \rangle$	$\langle \frac{3}{2} \frac{5}{2}, M' \rangle$	$\langle \frac{5}{2} \frac{3}{2}, M \rangle$	$\langle \frac{3}{2} \frac{3}{2}, M \rangle$
$(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}) (\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$	1,000	0,000	-0,293	0,956
$(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}) (\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$	0,985	0,175	-0,305	0,952
$(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}) (\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$	0,978	0,211	-0,259	0,966
$(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}) (\frac{3}{2}, -\frac{5}{2})$	0,878	0,478	-0,600	0,800

.../...

APPENDICE D

VALEUR DES ELEMENTS DE $\rho_2^{(2)}$, $\rho_2^{(4)}$, $\rho_1^{(2)}$, $\rho_1^{(4)}$, D_1

I - CROISEMENTS $|\Delta M| = 2$

A) Cas de ^4He :

1) Niveaux ^3P : les éléments $\langle 11J'M'_J | \rho_2^{(2)} | 11JM_J \rangle$ sont :

$J'M'_J \backslash JM_J$		JM_J			JM_J	
		2 0	1 0	0 0	2 -1	1 -1
2	M_J+2	$\frac{1}{6\sqrt{6}}$	$\frac{1}{6\sqrt{2}}$	$\frac{1}{6\sqrt{3}}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$
1	M_J+2				$-\frac{1}{12}$	$-\frac{1}{12}$

2) Niveaux ^3D :

a) Eléments $\langle 12J'M'_J | \rho_2^{(2)} | 12JM_J \rangle$:

$J'M'_J \backslash JM_J$		3 1	2 1	3 0	2 0	3 -1	2 -1	3 -2	2 -2
		3	M_J+2	$\frac{1}{7\sqrt{15}}$	$-\frac{1}{14\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{7}\sqrt{\frac{2}{15}}$	$-\frac{1}{14\sqrt{3}}$	$-\frac{2}{35}$	$-\frac{1}{14\sqrt{5}}$
2	M_J+2			$\frac{1}{14\sqrt{15}}$	$-\frac{1}{14\sqrt{6}}$	$\frac{1}{14\sqrt{5}}$	$-\frac{1}{28}$	$\frac{1}{14\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{14\sqrt{6}}$

.../...

b) Eléments $\langle 12J'M'_J | \rho_2^{(4)} | 12JM_J \rangle$:

$J'M'_J \backslash JM_J$	3 1	2 1	3 0	2 0	3 -1	2 -1	3 -2	2 -2
3 M_J+2	$\frac{1}{28} \sqrt{\frac{3}{5}}$	$\frac{\sqrt{3}}{56}$	$-\frac{1}{28\sqrt{30}}$	$-\frac{1}{14\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{42}$	$-\frac{\sqrt{5}}{168}$	$-\frac{1}{28\sqrt{30}}$	$\frac{1}{28} \sqrt{\frac{5}{3}}$
2 M_J+2			$-\frac{1}{28} \sqrt{\frac{5}{3}}$	$-\frac{1}{14\sqrt{6}}$	$\frac{\sqrt{5}}{168}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{14\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{14\sqrt{6}}$

B) Cas de ^3He :

1) Niveaux 3P : les éléments $\langle F'(2) M'_F | \rho_2^{(2)} | F(2) M_F \rangle$ sont donnés par le tableau ci-dessous :

$F'M'_F \backslash FM_F$	$\frac{5}{2} \frac{1}{2}$	$\frac{3}{2} \frac{1}{2}$	$\frac{5}{2} - \frac{1}{2}$	$\frac{3}{2} - \frac{1}{2}$	$\frac{5}{2} - \frac{3}{2}$	$\frac{3}{2} - \frac{3}{2}$
$\frac{5}{2} M_F+2$	$-\frac{1}{16\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{12\sqrt{10}}$	$-\frac{1}{16} \sqrt{\frac{3}{5}}$	$-\frac{1}{30\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{16} \sqrt{\frac{3}{5}}$	$-\frac{1}{40\sqrt{3}}$
$\frac{3}{2} M_F+2$			$\frac{1}{40\sqrt{3}}$	$\frac{1}{30\sqrt{3}}$	$\frac{1}{30\sqrt{2}}$	$\frac{1}{30\sqrt{3}}$

2) Niveaux 3D :

a) Eléments $\langle F'(3)M'_F | \rho_2^{(2)} | F(3)M_F \rangle$:

$F'M'_F \backslash FM_F$	$\frac{7}{2} \frac{3}{2}$	$\frac{5}{2} \frac{3}{2}$	$\frac{7}{2} \frac{1}{2}$	$\frac{5}{2} \frac{1}{2}$	$\frac{7}{2} - \frac{1}{2}$	$\frac{5}{2} - \frac{1}{2}$
$\frac{7}{2} M_F+2$	$-\frac{1}{28\sqrt{21}}$	$-\frac{1}{28} \sqrt{\frac{3}{35}}$	$-\frac{\sqrt{5}}{196}$	$-\frac{1}{49} \sqrt{\frac{3}{10}}$	$-\frac{1}{98} \sqrt{\frac{5}{3}}$	$-\frac{3}{98\sqrt{10}}$
$\frac{5}{2} M_F+2$			$\frac{1}{196} \sqrt{\frac{3}{5}}$	$-\frac{1}{392} \sqrt{\frac{5}{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{245}$	$-\frac{3}{392\sqrt{2}}$

b) Eléments $\langle F'(3)M'_F | \rho_2^{(4)} | F(3)M_F \rangle$:

$F'M'_F \backslash FM_F$	$\frac{7}{2} \frac{3}{2}$	$\frac{5}{2} \frac{3}{2}$	$\frac{7}{2} \frac{1}{2}$	$\frac{5}{2} \frac{1}{2}$	$\frac{7}{2} - \frac{1}{2}$	$\frac{5}{2} - \frac{1}{2}$
$\frac{7}{2} M_{F+2}$	$\frac{1}{112} \sqrt{\frac{3}{7}}$	$\frac{3}{112} \sqrt{\frac{3}{35}}$	$\frac{1}{794\sqrt{5}}$	$-\frac{9}{794} \sqrt{\frac{3}{10}}$	$-\frac{1}{196} \sqrt{\frac{3}{5}}$	$-\frac{17}{794\sqrt{10}}$
$\frac{5}{2} M_{F+2}$			$-\frac{\sqrt{15}}{392}$	$-\frac{3}{98\sqrt{10}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{794}$	$\frac{1}{98\sqrt{2}}$

On complète ces tableaux à l'aide de la relation de symétrie (III-11) :

$$\langle F'(3)M'_F | \rho_2 | F(3)M_F \rangle = (-1)^{F'-F} \langle F(3)-M_F | \rho_2 | F'(3)-M'_F \rangle$$

3) Niveaux 1D :

a) Eléments $\langle F'M'_F | \rho_2^{(2)} | FM_F \rangle$:

$F'M'_F \backslash FM_F$	$\frac{5}{2} \frac{1}{2}$	$\frac{3}{2} \frac{1}{2}$	$\frac{5}{2} - \frac{1}{2}$	$\frac{3}{2} - \frac{1}{2}$	$\frac{5}{2} - \frac{3}{2}$	$\frac{3}{2} - \frac{3}{2}$
$\frac{5}{2} M_{F+2}$	$-\frac{3}{28\sqrt{10}}$	$-\frac{1}{28} \sqrt{\frac{3}{5}}$	$-\frac{9}{140\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{70}$	$-\frac{9}{140\sqrt{2}}$	$-\frac{3}{140\sqrt{2}}$
$\frac{3}{2} M_{F+2}$			$\frac{3}{140\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{40}$	$\frac{\sqrt{3}}{70}$	$-\frac{\sqrt{3}}{40}$

.../...

b) Eléments $\langle F'M'_F | \rho_2^{(4)} | FM_F \rangle$:

$F'M'_F \backslash FM_F$	$\frac{5}{2} \frac{1}{2}$	$\frac{3}{2} \frac{1}{2}$	$\frac{5}{2} - \frac{1}{2}$	$\frac{3}{2} - \frac{1}{2}$	$\frac{5}{2} - \frac{3}{2}$	$\frac{3}{2} - \frac{3}{2}$
$\frac{5}{2} M_{F+2}$	$\frac{9}{112\sqrt{10}}$	$\frac{3}{112}\sqrt{\frac{3}{5}}$	$-\frac{3}{112\sqrt{2}}$	$-\frac{3\sqrt{3}}{112}$	$-\frac{3}{112\sqrt{2}}$	$\frac{3}{56\sqrt{2}}$
$\frac{3}{2} M_{F+2}$			$-\frac{3}{56\sqrt{2}}$	0	$\frac{3\sqrt{3}}{112}$	0

II - CROISEMENTS $|\Delta M| = 1$

A) Cas de ${}^4\text{He}$: nous n'écrirons qu'une partie des éléments des matrices $\rho_1^{(2)}$, $\rho_1^{(4)}$, et D'_1 . On complètera les tableaux à l'aide des relations de symétrie (III-11) et (IV-23) :

$$\langle SLJ'M'_J | \rho | SLJM_J \rangle = (-1)^{J-J'+1} \langle SLJ-M_J | \rho | SLJ'-M'_J \rangle$$

$$\langle SLJM_J | D'_1 | SLJ'M'_J \rangle = (-1)^{J-J'} \langle SLJ'-M'_J | D'_1 | SLJ-M_J \rangle$$

1) Niveaux 3P :

$J'M'_J \backslash JM_J$	2 0	1 0	0 0	
2 M_{J+1}	$-\frac{1}{6\sqrt{6}}$	$\frac{1}{6\sqrt{2}}$	$\frac{1}{3\sqrt{3}}$	$\rho_1^{(2)}$
1 M_{J+1}	$\frac{1}{2\sqrt{6}}$	$\frac{1}{6\sqrt{2}}$	0	
2 M_{J+1}	$\frac{1}{2\sqrt{6}}$	$\frac{1}{6\sqrt{2}}$	0	D'_1
1 M_{J+1}	$-\frac{1}{6\sqrt{6}}$	$\frac{1}{6\sqrt{2}}$	$\frac{1}{3\sqrt{3}}$	

On a aussi

$$\langle 22 | \rho_1^{(2)} | 21 \rangle = -\frac{1}{6}, \quad \langle 22 | \rho_1^{(2)} | 11 \rangle = -\frac{1}{6}$$

$$\langle 21 | D'_1 | 22 \rangle = \frac{1}{6}, \quad \langle 11 | D'_1 | 22 \rangle = \frac{1}{6}$$

.../...

2) Niveaux 3D :

JM_J \ $J'M'_J$	3 1	2 1	1 1	3 0	2 0	1 0	
3 M_J+1	$-\frac{1}{7}\sqrt{\frac{2}{5}}$	0	$\frac{1}{21}\sqrt{\frac{2}{5}}$	$-\frac{2}{35\sqrt{3}}$	$\frac{1}{7}\sqrt{\frac{2}{15}}$	$\frac{2\sqrt{2}}{105}$	$\rho_1^{(2)}$
2 M_J+1	$\frac{1}{7\sqrt{5}}$	$-\frac{1}{14}$	$-\frac{1}{6\sqrt{5}}$	$\frac{2}{7\sqrt{15}}$	$-\frac{1}{14\sqrt{6}}$	$\frac{1}{6\sqrt{10}}$	
1 M_J+1				$-\frac{1}{35\sqrt{3}}$	$\frac{1}{2\sqrt{30}}$	$-\frac{1}{10\sqrt{2}}$	
3 M_J+1	$-\frac{1}{21}\sqrt{\frac{2}{5}}$	$-\frac{1}{11\sqrt{2}}$	$-\frac{3}{28\sqrt{10}}$	$-\frac{1}{28\sqrt{3}}$	$\frac{1}{28}\sqrt{\frac{5}{6}}$	$\frac{3}{28\sqrt{2}}$	$\rho_1^{(4)}$
2 M_J+1	$-\frac{\sqrt{5}}{42}$	$-\frac{1}{42}$	0	$\frac{1}{28}\sqrt{\frac{5}{3}}$	$\frac{1}{7\sqrt{6}}$	0	
1 M_J+1				$\frac{\sqrt{3}}{28}$	0	0	
3 M_J+1	$\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{5}}$	$\frac{\sqrt{2}}{15}$	0	$\frac{2}{5\sqrt{3}}$	$\frac{1}{5}\sqrt{\frac{2}{15}}$	0	D'_1
2 M_J+1	$-\frac{1}{15\sqrt{5}}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{10\sqrt{5}}$	$-\frac{1}{5\sqrt{15}}$	$\frac{1}{2\sqrt{6}}$	$\frac{3}{10\sqrt{10}}$	
1 M_J+1				0	$-\frac{1}{10}\sqrt{\frac{3}{10}}$	$\frac{3}{10\sqrt{2}}$	

On complète par

$$\langle 33 | \rho_1^{(2)} | 32 \rangle = -\frac{1}{7}\sqrt{\frac{2}{3}}, \quad \langle 33 | \rho_1^{(2)} | 22 \rangle = -\frac{1}{7\sqrt{3}}$$

$$\langle 33 | \rho_1^{(4)} | 32 \rangle = \frac{1}{14\sqrt{6}}, \quad \langle 33 | \rho_1^{(4)} | 22 \rangle = \frac{1}{28\sqrt{3}}$$

$$\langle 32 | D'_1 | 33 \rangle = \frac{1}{5}\sqrt{\frac{2}{3}}, \quad \langle 22 | D'_1 | 33 \rangle = \frac{1}{5\sqrt{3}}$$

.../...

B) Cas de ^3He : nous écrirons encore une partie des éléments des matrices

$\rho_1^{(2)}$, $\rho_1^{(4)}$, D_1' ; on complètera les tableaux à l'aide des relations de symétrie :

$$\langle F'(J')M'_F | \rho | F(J)M_F \rangle = (-1)^{F-F'+1} \langle F(J)-M_F | \rho | F'(J')-M'_F \rangle$$

$$\langle F(J)M_F | D_1' | F'(J')M'_F \rangle = (-1)^{F-F'} \langle F'(J')-M'_F | D_1' | F(J)-M_F \rangle$$

1) Niveaux 3P :

$F'M'_F \backslash FM_F$	$\frac{5}{2} \frac{1}{2}$	$\frac{3}{2} \frac{1}{2}$	$\frac{5}{2} - \frac{1}{2}$	$\frac{3}{2} - \frac{1}{2}$	
$\frac{5}{2} M_F+1$	$-\frac{1}{30\sqrt{2}}$	$\frac{1}{60\sqrt{2}}$	0	$\frac{1}{24}$	$\rho_1^{(2)}$
$\frac{3}{2} M_F+1$	$\frac{\sqrt{3}}{40}$	$\frac{1}{15\sqrt{3}}$	$\frac{1}{24}$	0	
$\frac{5}{2} M_F+1$	$\frac{2\sqrt{2}}{15}$	$\frac{1}{5\sqrt{2}}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	D_1'
$\frac{3}{2} M_F+1$	$-\frac{1}{10\sqrt{3}}$	$\frac{2}{15\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{10}$	$\frac{4}{45}$	

On a de plus

$$\langle \frac{5}{2} \frac{5}{2} | \rho_1^{(2)} | \frac{5}{2} \frac{3}{2} \rangle = -\frac{1}{12\sqrt{5}},$$

$$\langle \frac{5}{2} \frac{5}{2} | \rho_1^{(2)} | \frac{3}{2} \frac{3}{2} \rangle = -\frac{1}{4\sqrt{30}}$$

$$\langle \frac{5}{2} \frac{3}{2} | D_1' | \frac{5}{2} \frac{5}{2} \rangle = \frac{1}{3\sqrt{5}},$$

$$\langle \frac{3}{2} \frac{3}{2} | D_1' | \frac{5}{2} \frac{5}{2} \rangle = \frac{1}{\sqrt{30}}$$

.../...

2) Niveaux 3D :

$F'M'_F \backslash FM_F$	$\frac{7}{2} \frac{3}{2}$	$\frac{5}{2} \frac{3}{2}$	$\frac{7}{2} \frac{1}{2}$	$\frac{5}{2} \frac{1}{2}$	$\frac{7}{2} - \frac{1}{2}$	$\frac{5}{2} - \frac{1}{2}$	
$\frac{7}{2} M_{F+1}$	$-\frac{2}{49\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{196}\sqrt{\frac{3}{5}}$	$-\frac{1}{98}\sqrt{\frac{5}{3}}$	$\frac{3}{98\sqrt{10}}$	0	$\frac{1}{70}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\rho_1^{(2)}$
$\frac{5}{2} M_{F+1}$	$\frac{3}{196}$	$-\frac{\sqrt{5}}{196}$	$\frac{11\sqrt{3}}{980}$	$-\frac{1}{98\sqrt{2}}$	$\frac{1}{70}\sqrt{\frac{3}{2}}$	0	
$\frac{7}{2} M_{F+1}$	$-\frac{5}{196\sqrt{3}}$	$-\frac{13}{2352}\sqrt{\frac{5}{3}}$	$-\frac{\sqrt{15}}{196}$	$\frac{1}{7056}\sqrt{\frac{5}{2}}$	0	$\frac{5}{336\sqrt{6}}$	$\rho_1^{(4)}$
$\frac{5}{2} M_{F+1}$	$-\frac{25}{3528}$	$-\frac{\sqrt{5}}{441}$	$\frac{5}{1176\sqrt{3}}$	$\frac{5\sqrt{2}}{882}$	$\frac{5}{336\sqrt{6}}$	0	
$\frac{7}{2} M_{F+1}$	$\frac{4\sqrt{3}}{35}$	$\frac{1}{7}\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\frac{2}{7}\sqrt{\frac{3}{5}}$	$\frac{1}{7}\sqrt{\frac{2}{5}}$	$\frac{8}{35}$	$\frac{\sqrt{6}}{35}$	D'_1
$\frac{5}{2} M_{F+1}$	$-\frac{1}{35}$	$\frac{11}{35\sqrt{5}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{35}$	$\frac{22\sqrt{2}}{175}$	$-\frac{\sqrt{6}}{35}$	$\frac{33}{175}$	

On a d'autre part

$$\langle \frac{7}{2} \frac{7}{2} | \rho_1^{(2)} | \frac{7}{2} \frac{5}{2} \rangle = -\frac{1}{14\sqrt{7}},$$

$$\langle \frac{7}{2} \frac{7}{2} | \rho_1^{(2)} | \frac{5}{2} \frac{5}{2} \rangle = -\frac{1}{28}\sqrt{\frac{3}{7}}$$

$$\langle \frac{7}{2} \frac{7}{2} | \rho_1^{(4)} | \frac{7}{2} \frac{5}{2} \rangle = \frac{5}{84\sqrt{7}},$$

$$\langle \frac{7}{2} \frac{7}{2} | \rho_1^{(4)} | \frac{5}{2} \frac{5}{2} \rangle = \frac{5}{336\sqrt{21}}$$

$$\langle \frac{7}{2} \frac{5}{2} | D'_1 | \frac{7}{2} \frac{7}{2} \rangle = \frac{2}{5\sqrt{7}},$$

$$\langle \frac{5}{2} \frac{5}{2} | D'_1 | \frac{7}{2} \frac{7}{2} \rangle = \frac{1}{5}\sqrt{\frac{3}{7}}$$

.../...

3) Niveaux 1D :

$F'M'_F \backslash FM_F$	$\frac{5}{2} - \frac{3}{2}$	$\frac{3}{2} - \frac{3}{2}$	$\frac{5}{2} - \frac{3}{2}$	$\frac{3}{2} - \frac{3}{2}$	$\frac{5}{2} - \frac{3}{2}$	$\frac{3}{2} - \frac{3}{2}$
$\frac{5}{2} - \frac{1}{2}$	$\frac{3}{35\sqrt{2}}$	$\frac{9}{140\sqrt{2}}$	$\frac{3}{56\sqrt{2}}$	$-\frac{3}{56\sqrt{2}}$	$-\frac{4\sqrt{2}}{25}$	$-\frac{1}{25\sqrt{2}}$
$\frac{3}{2} - \frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{140}$	$\frac{\sqrt{3}}{20}$	$-\frac{3\sqrt{3}}{112}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{25}$	$-\frac{3\sqrt{3}}{25}$
	$\rho_1^{(2)}$		$\rho_1^{(4)}$		D_1'	

.../...

A P P E N D I C E E

INFLUENCE DE LA FORCE DE LAPLACE

I - POSITION DU PROBLEME

Sous l'action d'un champ \vec{H} , les trajectoires des électrons se courbent. Si \vec{v} est la vitesse des électrons, la force de Laplace a pour expression $\vec{F} = e\vec{v} \wedge \vec{H}$, perpendiculaire à \vec{v} et \vec{H} . On sait que \vec{v} reste constant en grandeur et que les trajectoires sont hélicoïdales. Soit un élément $d\vec{s}$ de trajectoire : un tube de section dS et de génératrices égales à $d\vec{s}$ contient $N_e dS ds$ électrons et émet l'intensité $I(s) N_e dS ds$ (N_e = nombre d'électrons par unité de volume). L'intensité totale est donc $\int I(s) N_e dS ds$, où on intègre sur la longueur des trajectoires. Nous nous proposons dans ce qui suit de calculer cette intensité dans quelques cas particuliers.

II - OBSERVATION DE CROISEMENTS $|\Delta M| = 2$ DANS LA DIRECTION Oz :

$\vec{H} \odot$

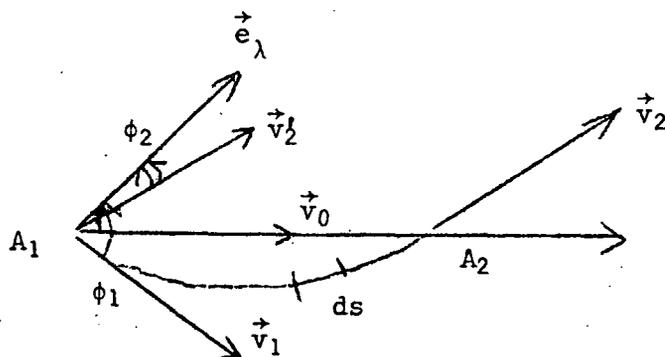


FIGURE 40

On a vu que $I(s) \propto \frac{\Gamma \cos 2\phi + \Delta E \sin 2\phi}{\Gamma^2 + (\Delta E)^2}$ où $\phi = (\vec{v}, \vec{e}_\lambda)$ \vec{v} étant

la vitesse des électrons. La trajectoire (circulaire, de rayon R) est limitée par les points A_1 (sur la grille) et A_2 (sur la plaque), en lesquels la vitesse a pour directions \vec{v}_1 et \vec{v}_2 telles que $(\vec{v}_1, \vec{e}_\lambda) = \phi_1$, $(\vec{v}_2, \vec{e}_\lambda) = \phi_2$ (fig. 40).

.../...

On a alors, pour l'intensité totale,

$$\int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{\Gamma \cos 2\phi + \Delta E \sin 2\phi}{\Gamma^2 + (\Delta E)^2} ds$$

$$= \int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{\Gamma \cos 2\phi + \Delta E \sin 2\phi}{\Gamma^2 + (\Delta E)^2} R d\phi = R \sin(\phi_2 - \phi_1) \frac{\Gamma \cos(\phi_2 + \phi_1) + \Delta E \sin(\phi_2 + \phi_1)}{\Gamma^2 + (\Delta E)^2}$$

On voit que tout se passe comme si les électrons avaient une trajectoire rectiligne de direction \vec{v}_0 telle que $(\vec{v}_0, \vec{e}_\lambda) = \frac{1}{2}(\phi_2 + \phi_1)$: c'est la corde A_1A_2 . On peut montrer que ϕ_1 et ϕ_2 sont fonctions croissantes de H .

On voit que cet effet, purement géométrique, est indépendant de Γ et ΔE , donc est le même sur tous les croisements dont le champ est le même. Il se traduit par un simple changement de l'axe Ox qui sert à repérer la direction \vec{e}_λ . Remarquons que, si H est assez grand pour que les trajectoires fassent un tour ($\phi_2 - \phi_1 = 2\pi$), $I = 0$: le signal de croisement est alors nul.

III - OBSERVATIONS, DANS UNE DIRECTION PERPENDICULAIRE A Oz , AVEC \vec{v} PERPENDICULAIRE A Oz

Ici encore, on n'observe que des croisements $|\Delta M| = 2$. Les trajectoires sont circulaires de rayon R , limitées en A_1 (sur la grille) et A_2 (sur la plaque) (fig. 41).

On a trouvé au chapitre V (V-7) que au point A , en lequel la vitesse \vec{v} des électrons fait avec la direction d'observation Oy_0 l'angle χ :

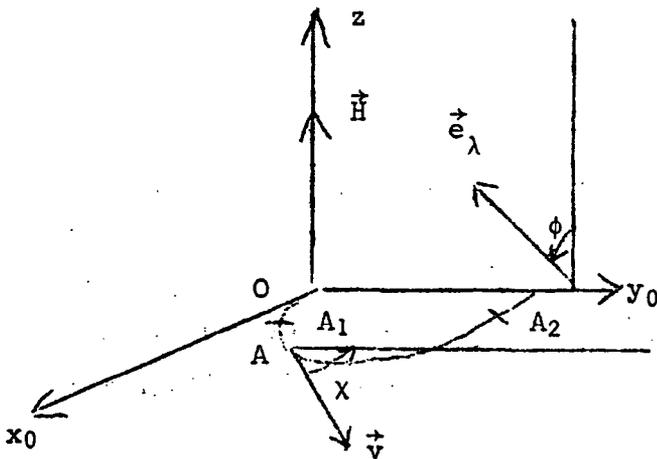
$$I \propto \sin^2 \phi \frac{\Gamma \cos 2\chi + \Delta E \sin 2\chi}{\Gamma^2 + (\Delta E)^2}$$

$ds = R d\chi$, donc l'intensité totale est proportionnelle à

FIGURE 41 $\int_{\chi_1}^{\chi_2} I(s) ds = R \sin(\chi_2 - \chi_1) \sin^2 \phi \frac{\Gamma \cos(\chi_1 + \chi_2) + \Delta E \sin(\chi_1 + \chi_2)}{\Gamma^2 + (\Delta E)^2}$

où χ_1 et χ_2 sont les angles que fait la vitesse \vec{v} avec Oy_0 en A_1 et A_2 .

.../...



Tout se passe donc comme si on observait des trajectoires rectilignes parallèles à la corde A_1A_2 .

Il est facile de montrer que, si on appelle d la distance cathode-grille et ℓ la distance grille-plaque, ω la fréquence cyclotron, R le rayon de courbure des trajectoires, V la tension d'accélération des électrons :

$$\sin \chi_1 = \frac{d}{R} = \frac{d e H}{mv}$$

$$\sin \chi_2 = \frac{d + \ell}{R} = \frac{(d + \ell) e H}{mv}$$

Si $\frac{\chi_1 + \chi_2}{2} = 0$ (champ faible) : on aura des courbes d'absorption

Si $\frac{\chi_1 + \chi_2}{2} = \frac{\pi}{4}$ " de dispersion

$$\text{Alors } R^2 = d^2 + (d + \ell)^2$$

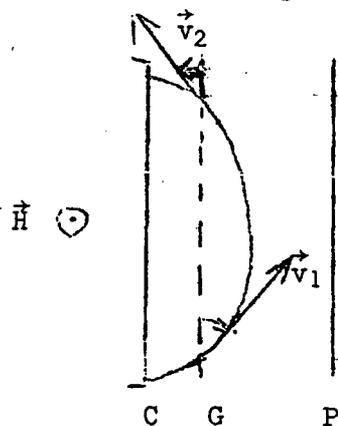
$$H = \frac{mv}{e \sqrt{d^2 + (d + \ell)^2}} = 50 \text{ gauss pour des électrons de } 60 \text{ V}$$

et pour $d = 1 \text{ mm}$, $\ell = 3 \text{ mm}$.

Si $\frac{\chi_1 + \chi_2}{2} = \frac{\pi}{2}$, on aura des courbes d'absorption en sens inverse

des premières. Ceci ne peut arriver que pour des champs très grands. Mais si H devient assez grand, on aurait $\sin \chi_2 > 1$: physiquement, les trajectoires

sont tellement incurvées qu'elles manquent la plaque (fig. 42). Alors, on a $\chi_1 + \chi_2 = 0$, comme on le voit sur la figure, et on aura des courbes d'absorption quel que soit



$$H > \frac{mv}{e(d + \ell)}$$

FIGURE 42

IV - OBSERVATION, DANS UNE DIRECTION PERPENDICULAIRE A Oz, AVEC \vec{v} A 45° DE \vec{H}

1) Croisements $\Delta M = 2$: avec les notations de la figure 13, on a :

$$I(s) \propto \sin^2 \phi \frac{\Gamma \cos 2\chi + \Delta E \sin 2\chi}{r^2 + (\Delta E)^2} \quad (\text{relation V-10})$$

Les mêmes calculs que ceux du § III montrent que tout se passe comme si les trajectoires étaient rectilignes, à 45° du champ magnétique, dans le plan vertical passant par A₁A₂ (A₁ et A₂ extrémités de la trajectoire appartenant à la grille et à la plaque).

2) Croisements $\Delta M = 1$: avec toujours les mêmes notations

$$I(s) \propto \sin \phi \cos \phi \frac{\Gamma \sin \chi - \Delta E \cos \chi}{r^2 + (\Delta E)^2} \quad (\text{relation V-15, valable pour la détection en lumière rectiligne})$$

$$ds = R d\chi \sqrt{2} \quad \text{donc}$$

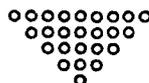
$$I \propto 2R \sqrt{2} \cos \phi \sin \phi \sin \frac{\chi_2 - \chi_1}{2} \frac{\Gamma \sin \frac{\chi_2 + \chi_1}{2} - \Delta E \cos \frac{\chi_2 + \chi_1}{2}}{r^2 + (\Delta E)^2}$$

On voit que, de nouveau, tout se passe comme si les trajectoires étaient parallèles, à 45° du champ magnétique, dans le plan vertical passant par A₁A₂.

On a un résultat identique pour une détection en lumière circulaire.

Si A₁A₂ est dirigé de façon que $\frac{\chi_1 + \chi_2}{2} = \pi$ (suivant Ox), on aura des courbes d'absorption de sens inverse de celles qu'on aurait en champ nul. On peut montrer que χ_1 et χ_2 sont des fonctions plus rapidement croissantes de H que lorsque \vec{v} est perpendiculaire à \vec{H} . Contrairement au cas III, en particulier, on peut obtenir des courbes d'absorption "inversées".

Tous les résultats qui précèdent ont été effectivement vérifiés par l'expérience.



REFERENCES

- (1) R.H. FOWLER :
Reports on line spectra, p. 93 (Fleetway Press Ltd, London 1922)
- (2) F. PASCHEN u. R. GÖTZE :
Seriengesetze der Linienspektren, p. 22 (Julius Springer, Berlin 1922)
- (3) R.C. GIBBS a. P.G. KRÜGER :
Phys. Rev. 37 (1931), p. 1559
- (4) J. BROCHARD, R. CHABBAL, H. CHANTREL, P. JACQUINOT :
J. Phys. et Rad. 18 (1957), p. 596
- (5) M. FRED, F.S. TOMKINS, J.K. BRODY a. M. HAMERMESH :
Phys. Rev. 82 (1951), p. 406
- (6) W.V. HOUSTON :
Principles of quantum mechanics (Mc Graw Hill 1951), ch. X
- (7) H.A. BETHE u. E.E. SALPETER :
Handbuch der Physik 35 (Springer Verlag, Berlin 1957), pp. 204 à 334
- (8) P. PLUVINAGE :
Éléments de mécanique quantique (Masson, Paris 1955), ch. XXIII
- (9) G. ARAKI :
Proc. Phys. Math. Soc. Japan, 19 (1937), p. 128
- (10) G. ARAKI, M. OHTA a. K. MANO :
Phys. Rev. 116 (1959), p. 651
- (11) H. CHANTREL :
Thèse (Paris 1958) - Ann. Phys. 4 (1959), p. 965
- (12) J. BROSSEL a. F. BITTER :
Phys. Rev. 86 (1952), p. 311
- (13) J. BROSSEL :
Thèse (Paris 1952) - Ann. Phys. 7 (1952), p. 622
- (14) H.W.B. SKINNER a. E.T.S. APPLEYARD :
Proc. Roy. Soc. A117 (1928), p. 224
- (15) J.C. PÉBAY-PEYROULA :
Thèse (Paris 1959) - J. Phys. Rad. 20 (1959), pp. 629-721
- (16) B. DECOMPS :
Thèse 3e cycle (Paris 1960)
- (17) B. DECOMPS, J.C. PÉBAY-PEYROULA et J. BROSSEL :
C.R. 251 (1960), p. 941
- (18) I. WIEDER a. W.E. LAMB Jr. :
Phys. Rev. 107 (1957), p. 125

- (19) Y. ARCHAMBAULT, J.P. DESCOURBES, M. PRIOU, A. OMONT, J.C. PÉBAY-PEYROULA :
J. Phys. Rad. 21 (1960), p. 677
- (20) A.D. MAY :
C.R. 250 (1960), p. 3616
- (21) M. BARRAT :
Thèse (Caen 1965)
- (22) F.O. COLEGROVE, P.A. FRANKEN, R.R. LEWIS a. R.A. SANDS :
Phys. Rev. Letters 3 (1959), p. 420
- (23) A.C.G. MITCHELL a. M.W. ZEMANSKY :
Resonance radiation and excited atoms (Cambridge 1934), ch. V
- (24) A. FAURE, O. NÉDELEC et J.C. PÉBAY-PEYROULA :
C.R. 256 (1963), p. 5088
- (25) C. COHEN-TANNOUDJI :
Rendiconti S.I.F. 17 (1962), p. 240
- (26) R.T. ROBISCOE :
Phys. Rev. 138 (1965), p. A22
- (27) N. BESSIS, H. LEFEBVRE-BRION a. C.M. MOSER :
Phys. Rev. 135 (1964), p. A957
- (28) H.E. WHITE :
Introduction to atomic spectra (Mc Graw Hill, New York 1934)
- (29) H.G. KUHN :
Atomic spectra (Longmans, London 1962)
- (30) B.R. JUDD :
Operator techniques in atomic spectroscopy (Mc Graw Hill, New York 1963)
- (31) C.E. MOORE :
Atomic energy levels, Vol. I (NBS 467, 1949)
- (32) A.R. EDMONDS :
Angular momentum in quantum mechanics (Princeton 1957)
- (33) O. NEDELEC :
Thèse (Grenoble 1966)
- (34) I.C. PERCIVAL a. M.J. SEATON :
Phil. Trans. Roy. Soc. London, A251 (1958), p. 113
- (35) R.H. McFARLAND a. E.A. SOLTYSIK :
Phys. Rev. 127 (1962), p. 2090
- (36) A. MESSIAH :
Mécanique quantique (Dunod, Paris 1959)
- (37) C. COHEN-TANNOUDJI :
Thèse (Paris 1962) - Ann. Phys. 7 (1962), pp. 423-469

- (38) W. HEITLER :
The quantum theory of radiation (Oxford 1960), p. 41
- (39) G. BRUHAT et A. KASTLER :
Optique (Masson, Paris 1954), p. 41
M. BORN a. E. WOLF :
Principles of optics (Pergamon Press, London 1959), p. 27
- (40) J.P. BARRAT :
Thèse (Paris 1959) - J. Phys. Rad. 20 (1959), pp. 541, 633, 657
- (41) J.P. BARRAT et C. COHEN-TANNOUDJI :
J. Phys. Rad. 22 (1961), pp. 329-443
- (42) E.U. CONDON a. G.H. SHORTLEY :
The theory of atomic spectra (Cambridge 1935), p. 76
- (43) M. ROTENBERG, R. BIVINS, N. METROPOLIS a. J.K. WOOTEN :
The 3j and 6j symbols (Crosby, Lockwood, London 1959)
- (44) J.C. LEHMANN :
Thèse (Paris 1966) - J. Phys. 25 (1964), p. 809
- (45) M. MAUJEAN :
Thèse 3e cycle (Paris 1967)
- (46) C. GALLERON :
Thèse 3e cycle (Paris 1965)
- (47) M.P. KLEIN a. G.W. BARTON :
Rev. Sc. Instr. 34 (1963), p. 754
- (48) R.W. ENGSTROM :
J.O.S.A. 37 (1947), p. 420
- (49) J.P. DESCOUBES :
C.R. 259 (1964), p. 327
- (50) J.P. DESCOUBES :
C.R. 259 (1964), p. 3733
- (51) C. GALLERON-JULIENNE et J.P. DESCOUBES :
C.R. 261 (1965), p. 916
- (52) K. STEINER :
Z. Phys. 52 (1929), p. 516
- (53) J.P. DESCOUBES, B. DECOMPS et J. BROSSEL :
C.R. 258 (1964), p. 4005
- (54) M. KNOLL :
Materials and processes of electron devices (Springer Verlag,
Berlin 1959)
- (55) T.G. ECK, L.L. FOLDY a. H. WIEDER :
Phys. Rev. Letters 10 (1963), p. 239

- (56) W.R. BENNETT, P.J. KINDLMANN a. G.N. MERCER :
Applied Optics, Suppl. 2 (1965), p. 34
- (57) R. CHAMPEIX :
Physique et technique des tubes électroniques (Dunod, Paris 1958)

