



**HAL**  
open science

# De la turbulence 3D en déclin à la turbulence anisotrope dominée par la rotation

Cyprien Morize

► **To cite this version:**

Cyprien Morize. De la turbulence 3D en déclin à la turbulence anisotrope dominée par la rotation. Physique [physics]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2006. Français. NNT : . tel-00122942

**HAL Id: tel-00122942**

**<https://theses.hal.science/tel-00122942>**

Submitted on 5 Jan 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

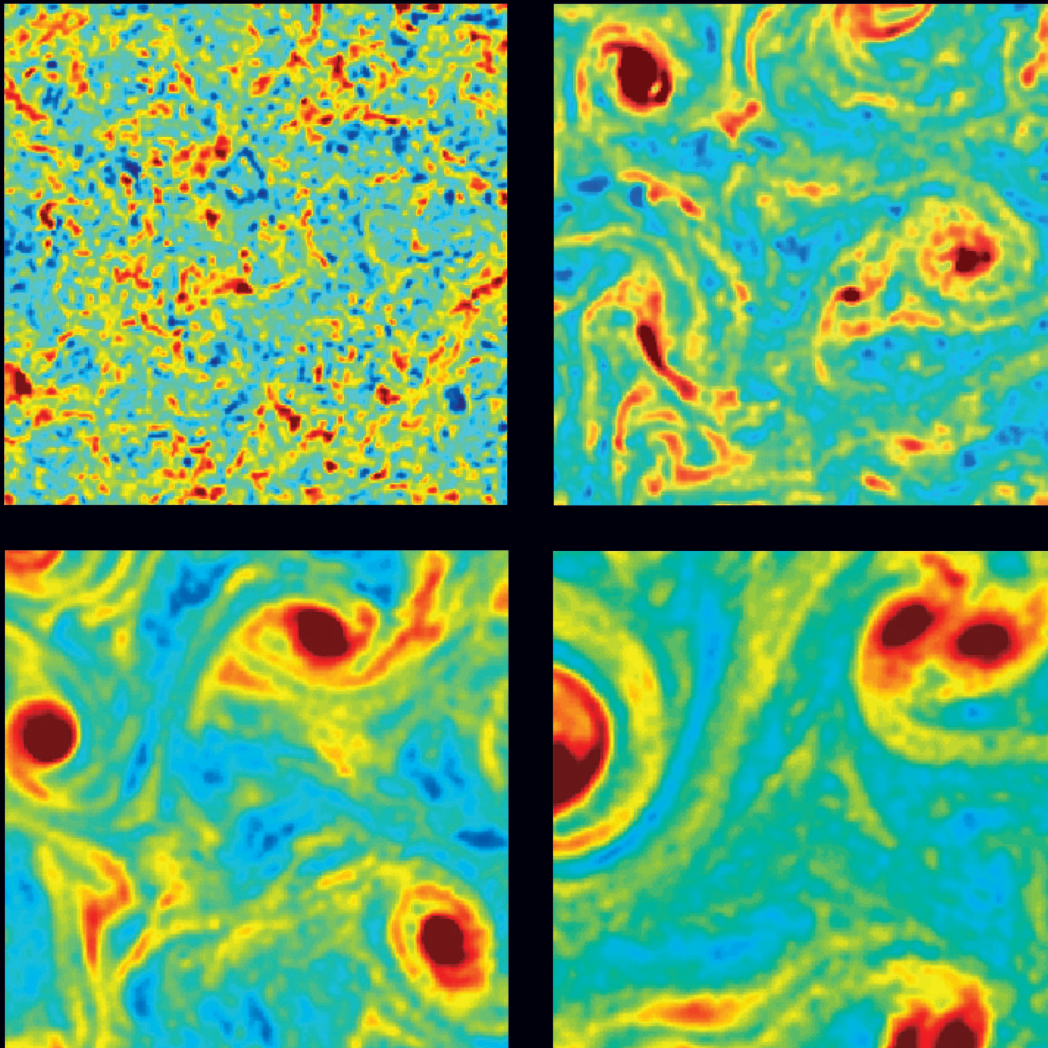
L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Cyprien Morize

---

De la turbulence 3D en déclin à la turbulence  
anisotrope dominée par la rotation

---



soutenu le 29 septembre 2006

devant le jury composé de :

Claude Cambon  
Yves Couder  
Yves Gagne  
Stéphane Le Dizès  
Frédéric Moisy  
Marc Rabaud  
Joël Sommeria

Rapporteur  
Président du Jury  
Rapporteur  
Examineur  
Co-directeur de thèse  
Directeur de thèse  
Invité





THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS 7 - DENIS DIDEROT

*Spécialité : DYNAMIQUE DES FLUIDES  
ET DES TRANSFERTS*

*Présentée par*

**Cyprien Morize**

*Pour obtenir le grade de*

**DOCTEUR EN SCIENCES DE  
L'UNIVERSITÉ PARIS 7**

Sujet de la thèse :

---

**De la turbulence 3D en déclin à la turbulence anisotrope  
dominée par la rotation**

---

Travaux soutenus le 29 septembre 2006, devant le jury composé de :

**C. Cambon** ..... Rapporteur  
**Y. Couder** ..... Président du Jury  
**Y. Gagne** ..... Rapporteur  
**S. Le Dizès** ..... Examineur  
**F. Moisy** ..... Co-directeur de Thèse  
**M. Rabaud** ..... Directeur de Thèse  
**J. Sommeria** ..... Invité



# Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer ma gratitude à l'ensemble des membres du jury. Je remercie Yves Couder qui m'a fait l'honneur et le plaisir de présider mon jury de thèse. Je remercie également Claude Cambon et Yves Gagne d'avoir accepté de rapporter mon travail avec beaucoup d'attentions et d'avoir consacré une partie de leur été à relire ce manuscrit. Je tiens aussi à remercier Stéphane Le Dizès et Joël Sommeria d'avoir accepté de faire partie du jury de cette thèse. Encore merci pour l'intérêt qu'ils ont bien voulu porter à mon travail.

On entend souvent qu'il faut de la volonté pour mener une thèse à son terme, je pense qu'il en faut tout autant, sinon plus, pour en encadrer une. Je tiens tout particulièrement à exprimer mes plus vifs remerciements à mes chefs, Frédéric Moisy et Marc Rabaud. Je les remercie déjà de m'avoir accueilli en stage de DEA au sein de leur équipe et de m'avoir permis de continuer en thèse. Leur qualité humaine, leur enthousiasme, leur culture scientifique, leur disponibilité, leur rigueur, leur souci de clarté et leur exigence sont autant de qualités qui ont très largement contribué au bon déroulement de cette thèse.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à Frédéric et à Marc pour la confiance qu'ils m'ont témoignée tout au long de ces années. J'ai parfois eu le sentiment d'être un rien profane à leur côtés, mais je pense avoir beaucoup appris à leur contact. Je les remercie également de m'avoir permis de sortir, de temps en temps, de la salle de manip en m'encourageant toujours à présenter mes travaux lors de conférences. Un grand merci à eux pour tout.

La qualité de mon encadrement ne s'arrête cependant pas là. Frédéric et Marc m'ont également donné l'opportunité de voir autre chose et de rencontrer d'autres personnes en participant à une collaboration avec l'équipe Coriolis du LEGI à Grenoble. Je tiens tout naturellement à remercier Joël Sommeria de m'avoir accueilli pendant un mois pour faire des mesures sur cette incroyable manip qu'est la Plateforme Coriolis. Ce fut une réelle chance et un réel plaisir pour moi. Je remercie toute les personnes que j'ai pu rencontrer là-bas et je souligne l'efficacité de Henri Didelle et de Samuel Viboud qui m'ont installé dans des conditions idéales pour travailler dès que je suis arrivé.

Je remercie Claude Cambon, Sébastien Galtier, Fabien Godeferd et Lukas Liechtenstein pour les nombreuses discussions que nous avons échangées au cours de ces années. Je remercie également tous les membres du GDR Turbulence pour leur convivialité.

Ces trois années de thèse n'auraient pas pu être aussi agréables sans la très bonne ambiance et le dynamisme qui règnent au laboratoire FAST. Je tiens notamment à remercier son directeur, Dominique Salin, de m'avoir accueilli dans un contexte aussi favorable.

La mise en place du dispositif expérimental a été délicate, parfois périlleuse. Heureusement, j'ai bénéficié de beaucoup d'aides au laboratoire. Je tiens évidemment à remercier Gérard Chauvin pour son travail, pour son aide et puis ... pour ses blagues. Comme on ne le dit jamais assez, je le répète haut et fort : je remercie Gérard Chauvin, je remercie Gérard Chauvin, je remercie Gérard Chauvin ... Je remercie également "*les lostiens*" Alban Aubertin et Raphaël Pidoux ainsi que Christian Borget pour leur aide précieuse ainsi que pour tout le reste. Je n'oublie pas Harold Auradou qui a eu la gentillesse de nous faire deux grilles en PVC au moyen de la fraiseuse numérique. Je lui suis très reconnaissant parce qu'il m'a évité de devoir générer la turbulence de mes propres mains. Merci à lui pour tout. Enfin, je remercie ma manip d'avoir eu la lumineuse idée de ne jamais avoir cassé et de ne pas m'avoir laissé à l'abandon durant ces années.

Je remercie également Léonore Alves, Maryse Labrude, Monique Sainte-Rose et Jean-Marie Hollier pour leur gentillesse et pour prendre soin de notre confort à tous au laboratoire.

Je remercie aussi chaque chercheur et doctorant du FAST avec lesquels j'ai eu le plaisir de partager ces trois années pour certains, ou seulement en partie pour d'autres, pour l'aide qu'ils m'ont apporté à un moment ou à un autre, et notamment Yann Bertho, Alejandro Boshan, Sylvain Courrech du Pont, Veronica D'Angelo, Stéphanie Deboeuf, Marguerite D'Olce, Delphine Doppler, Frédérique Giorgiutti, Dominique Gobin, Philippe Gondret, Benoît Goyeau, Blandine Gueslin, Silvia Hirata, Jean-Pierre Hulin, Guillaume Kasperski, Thomas Loiseleux, Jérôme Martin, Sophie Mergui, Ludovic Pauchard, Laurent Ponson, Christian Ruyer-Quil et Laurence Talini.

Je tiens tout particulièrement à saluer Thomas Séon qui est véritablement devenu ... hum j'ai du mal à le dire ... un ami. Je n'ai cependant pas réussi à lui rendre sa raison. Il ne lui suffisait pourtant que de prononcer ces deux mots magiques "Allez Paris". Malgré tout, je lui souhaite bonne chance pour son postdoc au Chili, puis bonne chance pour la suite et enfin bonne chance pour tout le reste ...

Durant la phase de rédaction de cette thèse, j'ai partagé mon bureau avec Laurent Talon. Bien que la cohabitation fut délicate au début –étant donné que Laurent est très bruyant et très dissipé– je me suis finalement surpris à apprécier partager mon paquet de cigarette avec lui.

Je remercie également Renaud Parentani d'avoir accepté de me confier l'enseignement de TD de physique à des licences L1. Je remercie Frédéric Moisy (décidément !) et toute l'équipe d'enseignants de la filière mécanique d'Orsay de m'avoir permis d'enseigner des TD de turbulence en master M1. J'ai réellement pris beaucoup de plaisir et apprécié l'enseignement. J'en profite pour saluer Hervé Pabiou et Raphaël Fisher avec lesquels j'ai partagé l'encadrement de TP de mécanique. Enfin je remercie Georges Gauthier pour avoir accepté d'être mon tuteur au CIES et pour tout le reste.

J'ai eu le plaisir de travailler avec deux stagiaires, Sébastien Kiesgen et Laura Messio. Sébastien a étudié les problèmes d'injection de l'énergie par la grille, tandis que Laura a étudié la propagation des ondes d'inertie en milieu tournant. J'ai réellement apprécié travailler avec eux et leur souhaite bonne continuation pour la suite.

Bref ... vous l'avez compris, j'ai bénéficié d'un contexte, scientifique et humain, idéal tout au

long de cette thèse.

Enfin, je remercie ma famille : mon père, ma mère, mon frère, ma grand-mère, ma tante et mon parrain d'être venus et pour l'organisation du pot de thèse. Je remercie mes amis –Esmerina, Olivier, Pascal, Philippe & Laëtitia, Erwan, Thierry, Tony & Magalie, David, Carlos, Eric, François et toute la Team d'Antibes et plus particulièrement Pierre– avec lesquels j'ai partagé beaucoup de bons moments et qui, bien qu'intrigués par le monde de la recherche, ont su me parler d'autres choses que de turbulence et de cyclones et ont su ne pas me demander si mes recherches avançaient.

Enfin, le meilleur pour la fin : merci Rita.

Merci à tous.





# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>I</b>
<b>Contexte et motivations générales</b>	<b>1</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>9</b>
1.1 La turbulence homogène et isotrope . . . . .	9
1.1.1 La cascade d'énergie décrite par Richardson . . . . .	10
1.1.2 Échelles caractéristiques de la turbulence . . . . .	10
1.1.3 Les lois de Kolmogorov . . . . .	12
1.1.4 Exemples de mécanismes physiques qui sont possiblement à l'origine de la cascade d'énergie . . . . .	13
1.2 La turbulence 2D . . . . .	14
1.2.1 La cascade inverse . . . . .	14
1.2.2 La cascade d'enstrophie . . . . .	16
1.3 Écoulements en rotation . . . . .	18
1.3.1 La force de Coriolis et nombres sans dimension . . . . .	18
1.3.2 Le théorème de Taylor-Proudman . . . . .	19
1.3.3 "Élasticité" des fluides en rotation . . . . .	20
1.3.4 La dynamique des ondes d'inertie . . . . .	21
1.4 Turbulence en milieu tournant . . . . .	23
1.4.1 Turbulence en rotation : bidimensionnelle ? . . . . .	23
1.4.2 Revue des expériences de turbulence en rotation . . . . .	24
1.4.2.1 Les expériences en soufflerie . . . . .	25
1.4.2.2 Les expériences en cuve . . . . .	25
1.4.2.3 Les expériences de turbulence en rotation par PIV . . . . .	26
1.4.3 Etude numériques et théoriques de la turbulence en rotation . . . . .	27
1.5 Objectif de notre étude . . . . .	29

<b>2</b>	<b>Dispositif expérimental et technique de mesure</b>	<b>31</b>
2.1	Description du dispositif expérimental . . . . .	31
2.1.1	Présentation générale du dispositif . . . . .	31
2.1.2	Le système de visualisation . . . . .	33
2.1.3	La table tournante . . . . .	34
2.1.4	Le mécanisme de forçage . . . . .	36
2.1.4.1	La translation de la grille . . . . .	36
2.1.4.2	Les caractéristiques de la grille . . . . .	38
2.1.5	Protocole expérimental . . . . .	40
2.2	Vélocimétrie par images de particules . . . . .	40
2.2.1	Principe de fonctionnement de la PIV . . . . .	40
2.2.2	Choix des paramètres de la PIV . . . . .	42
2.2.2.1	Ensemencement . . . . .	42
2.2.2.2	Épaisseur de la nappe laser . . . . .	43
2.2.2.3	Taille des fenêtres d'interrogation . . . . .	43
2.2.2.4	Choix du pas de temps . . . . .	44
2.2.2.5	Traitement des champs de vitesse . . . . .	46
2.2.2.6	Limite de résolution liée à notre configuration expérimentale . . . . .	46
2.3	Plateforme Coriolis . . . . .	47
2.3.1	Installation expérimentale . . . . .	47
2.3.2	Système d'acquisition . . . . .	47
2.3.3	Visualisations de l'écoulement . . . . .	49
2.3.4	Vagues à la surface libre . . . . .	52
2.4	Conditions initiales d'une expérience et paramètres sans dimension . . . . .	53
2.4.1	Conditions initiales . . . . .	54
2.4.2	Paramètres instantanés . . . . .	55
2.5	Discussion . . . . .	57
<b>3</b>	<b>Le déclin de la turbulence</b>	<b>59</b>
3.1	Introduction . . . . .	59
3.2	Loi du déclin de l'énergie . . . . .	61
3.2.1	La turbulence homogène et isotrope . . . . .	61
3.2.2	La turbulence en rotation . . . . .	63
3.3	La décroissance de la turbulence . . . . .	65
3.3.1	Écoulement moyen . . . . .	65

3.3.2	Décroissance de l'énergie turbulente en l'absence de rotation . . . . .	67
3.3.3	Décroissance de l'énergie turbulente avec rotation . . . . .	69
3.3.4	Le temps de saturation . . . . .	75
3.4	Discussion . . . . .	77
<b>4</b>	<b>Spectres d'énergie</b>	<b>79</b>
4.1	Théories sur les spectres d'énergie de la turbulence en milieu tournant . . . . .	79
4.1.1	Etudes théoriques . . . . .	80
4.1.2	Etudes phénoménologiques . . . . .	80
4.1.2.1	Spectre isotrope de la turbulence en rotation développé par phénoménologie . . . . .	81
4.1.2.2	Échelles typiques de la turbulence en rotation . . . . .	82
4.1.2.3	Disparition du régime inertiel . . . . .	83
4.1.2.4	Résumé . . . . .	85
4.2	Mesures du spectre d'énergie en présence de rotation . . . . .	86
4.2.1	Vitesse de rotation modérée . . . . .	86
4.2.2	Vitesse de rotation importante . . . . .	89
4.2.3	Mesure de l'exposant $p$ du spectre d'énergie . . . . .	91
4.3	Modèle phénoménologique pour l'exposant du déclin de l'énergie . . . . .	92
4.3.1	Modèle en l'absence de rotation . . . . .	93
4.3.2	Modèle avec rotation . . . . .	95
4.3.2.1	Généralisation du spectre d'énergie . . . . .	95
4.3.2.2	Déclin sans confinement . . . . .	96
4.3.2.3	Déclin avec confinement . . . . .	98
4.4	Comparaison avec les exposants des déclins de l'énergie . . . . .	99
4.5	Discussion . . . . .	100
<b>5</b>	<b>Mesures des échelles intégrales sur la plateforme Coriolis</b>	<b>103</b>
5.1	Description des écoulements à grande échelle . . . . .	103
5.1.1	Ondes de gravité . . . . .	104
5.1.2	Ondes d'inertie-gravité . . . . .	105
5.1.3	Écoulement de recirculation . . . . .	108
5.2	Anisotropie de la turbulence en rotation . . . . .	110
5.2.1	Structuration verticale de l'écoulement . . . . .	110
5.2.2	Fonctions de corrélation . . . . .	112

5.2.3	Échelles intégrales . . . . .	114
5.2.3.1	Échelles intégrales en l'absence de rotation . . . . .	114
5.2.3.2	Échelles intégrales en présence de rotation . . . . .	115
5.2.3.3	Influence du pompage d'Ekman sur les échelles intégrales . . . . .	119
5.3	Déclin de la turbulence sur la Plateforme Coriolis . . . . .	119
5.4	Discussion . . . . .	122
<b>6</b>	<b>Fonctions de structures et transferts d'énergie</b>	<b>123</b>
6.1	Densités de probabilité des incréments de vitesse . . . . .	123
6.2	Les fonctions de structures . . . . .	128
6.3	Convergence des statistiques . . . . .	128
6.4	Distribution de l'énergie dans l'espace réel . . . . .	130
6.5	Les transferts d'énergie . . . . .	133
6.5.1	Introduction : lien entre la skewness des dérivées de vitesse et les transferts d'énergie. . . . .	134
6.5.2	La skewness des incréments de vitesse . . . . .	135
6.5.3	La skewness des dérivées de vitesse . . . . .	139
6.6	Résumé . . . . .	141
<b>7</b>	<b>Asymétrie cyclone - anticyclone</b>	<b>145</b>
7.1	Introduction . . . . .	145
7.1.1	Étirement préférentiel de la vortacité cyclonique . . . . .	145
7.1.2	Déstabilisation préférentielle de la vortacité anticyclonique . . . . .	147
7.1.2.1	Cas général . . . . .	147
7.1.2.2	Le critère de Rayleigh généralisé . . . . .	148
7.1.3	Asymétrie cyclone-anticyclone dans la turbulence en rotation . . . . .	149
7.2	Observation de l'asymétrie de la vortacité . . . . .	150
7.3	Déclin de l'enstrophie . . . . .	153
7.4	Evolution temporelle de la distribution de vortacité . . . . .	156
7.4.1	Fonction de distribution de la vortacité . . . . .	157
7.4.2	Moments de la vortacité . . . . .	157
7.4.3	Décroissance de la "cyclostrophie" et de l'"acyclostrophie" . . . . .	160
7.5	La skewness de la vortacité . . . . .	161
7.6	Discussion . . . . .	165

---

<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>167</b>
Principaux résultats . . . . .	167
Perspectives . . . . .	170
<b>Bibliographie</b>	<b>173</b>



# Contexte et motivations générales

Le cadre général de ce travail de thèse est la compréhension de la turbulence soumise à une rotation d'ensemble. Il s'agit de caractériser l'influence de la force de Coriolis sur la turbulence. Ce travail peut s'insérer dans la compréhension de la dynamique des écoulements géophysiques, qu'ils soient atmosphériques ou océaniques. Cependant, l'étude de ces écoulements est délicate dans la mesure où beaucoup d'autres paramètres physiques interviennent de façon importante, parmi lesquels la stratification, la température, l'humidité ou encore le confinement.

Les écoulements atmosphériques et océaniques sont turbulents et sont fortement influencés par la rotation de la Terre tandis que des différences de densité sont naturellement présentes dans l'environnement. Par exemple, l'eau dans les océans tend à être plus froide et plus salée et donc plus dense avec la profondeur. Dans ce travail de thèse, nous nous proposons de réduire le nombre de paramètres afin de simplifier le problème. Des nombreux paramètres qui influencent la dynamique des écoulements géophysiques, nous nous limiterons à étudier l'effet de la rotation. Une expérience simplifiée comme la nôtre ne permettra pas de faire des prédictions détaillées mais a pour but de contribuer à une meilleure compréhension de l'influence d'une rotation d'ensemble sur de tels écoulements turbulents.

## Contexte général : les écoulements géophysiques

L'étude du comportement des écoulements atmosphériques et océaniques est d'une importance majeure pour les prévisions climatiques (les trajectoires des cyclones dévastateurs, ou le développement d'anomalies du climat comme El Niño). Des simulations numériques existent et sont capables de prédictions détaillées, mais leur pouvoir de prédictabilité est malheureusement restreint du fait de leur résolution limitée. Dans le cas des prévisions météorologiques, ces simulations sont confrontées à un compromis : des prévisions détaillées peuvent être faites sur des temps de l'ordre d'une journée, tandis que seules des prédictions générales peuvent être faites au-delà de dix jours. Une meilleure compréhension des écoulements géophysiques et des couplages océan-atmosphère pourrait alors permettre d'accroître la fiabilité des simulations. Par ailleurs, beaucoup d'enjeux environnementaux, tels que la dispersion de polluants ou le transport des nutriments dans l'océan, nécessitent une bonne compréhension de la dynamique des écoulements géophysiques. En effet, leurs effets cumulatifs sur le trou de la couche d'ozone, sur la concentration de certains gaz à effet de serre ou sur le mélange d'espèces chimiques comme le dioxyde de carbone dans l'océan, peuvent avoir un effet significatif, à long terme, sur le climat de notre planète.



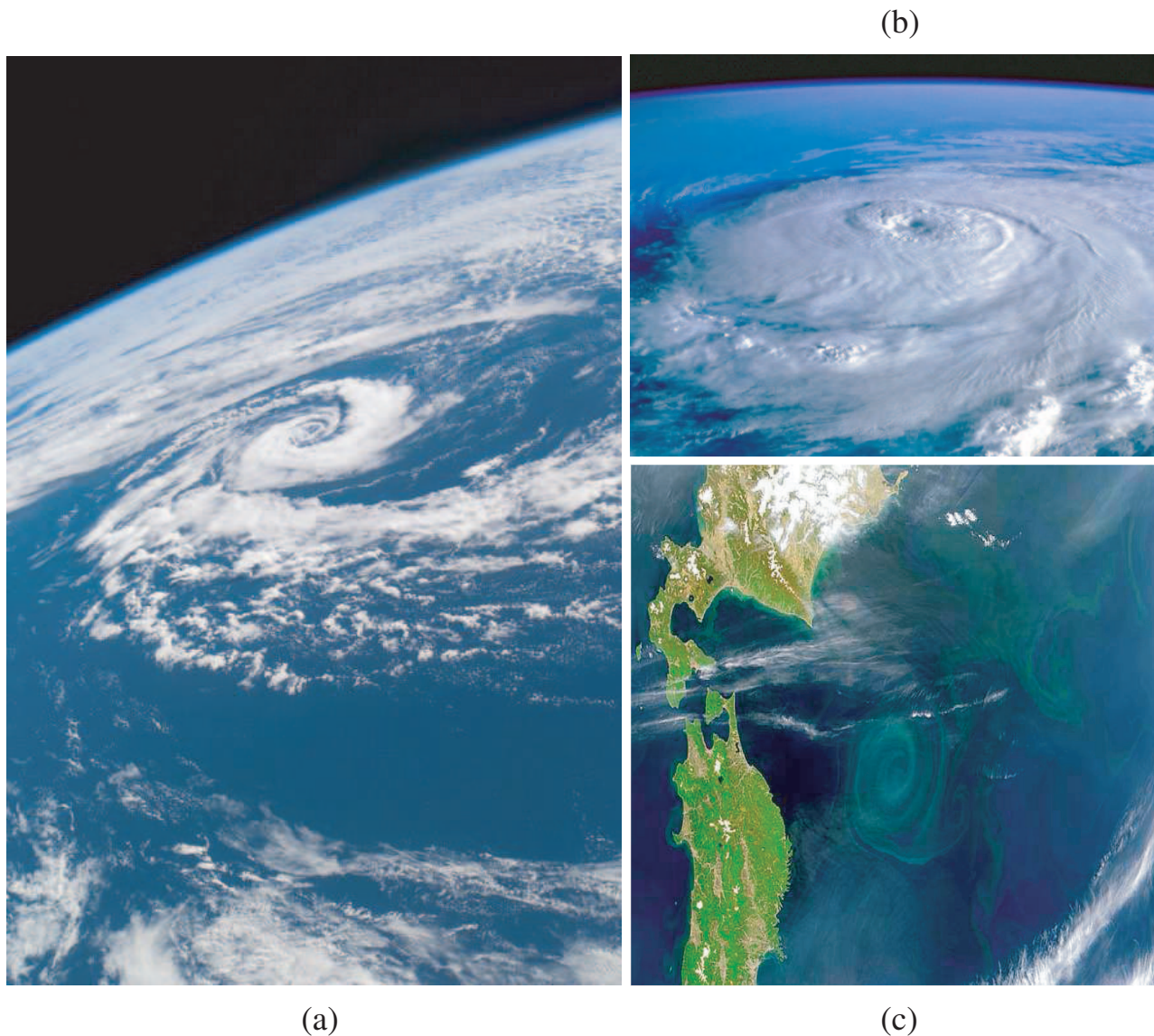


FIG. 1: Le Nord est orienté vers le haut sur ces trois images. (a) Image satellite d'un cyclone, dans l'hémisphère Sud (au sud ouest de la Tasmanie le 10 mars 2002. D'après NASA Hurricane Photo Library). La structure tourbillonnaire d'air est rendue visible par la présence de la vapeur d'eau contenue dans les nuages. (b) Image du cyclone Elena, depuis la navette Discovery, au large du Golfe du Mexique le 31 juillet 1985. D'après NASA CORBIS. (c) Un tourbillon océanique anticyclonique au large de la côte est du Japon le 22 mai 1999. D'après Goddard Space Flight Center et ORBIMAGE, NASA. Le tourbillon est rendu visible par la nature de l'eau qui le compose. Ce tourbillon à une rotation anticyclonique.

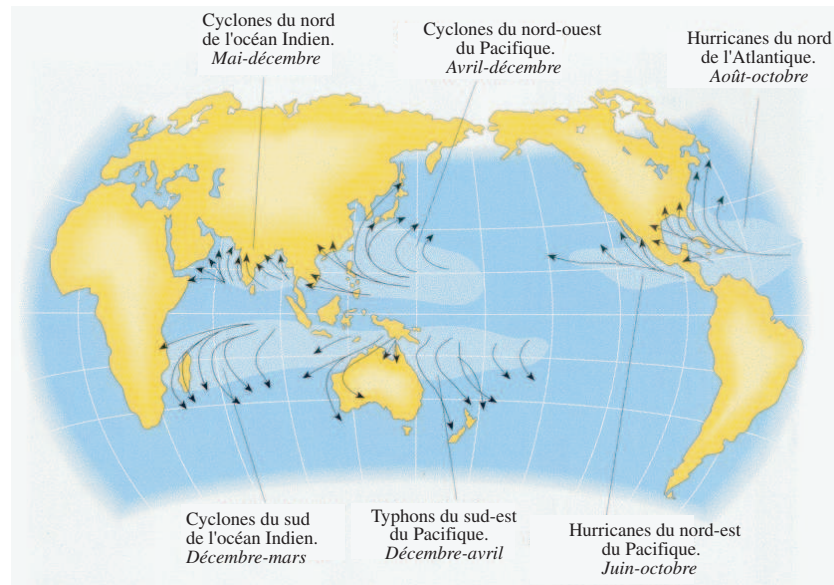


FIG. 2: Carte représentant la répartition des zones de formation des cyclones dans le monde. Les flèches indiquent leur trajectoires selon les océans. Les cyclones, les hurricanes et les typhons sont systématiquement déviés vers la droite dans l'hémisphère nord, tandis qu'ils sont déviés vers la gauche dans l'hémisphère sud. Croquis trouvé sur le site internet <http://www.ouragans.com>.

Les équations qui décrivent le mouvement des fluides (équations de Navier-Stokes) dans un repère tournant diffèrent du cas non tournant par l'apparition de deux termes d'accélération. Dans le référentiel tournant ces termes peuvent être interprétés comme des forces : il s'agit de la force de Coriolis et de la force centrifuge. Bien que la force centrifuge soit la plus intuitive des deux, elle ne joue pas de rôle significatif car elle se traduit par une déviation de la gravité apparente. En revanche, la force de Coriolis joue un rôle majeur dans la dynamique à grande échelle des écoulements géophysiques. Il convient de mentionner que la force de Coriolis dévie systématiquement, vers la droite dans l'hémisphère nord (et vers la gauche dans l'hémisphère sud), tout objet se déplaçant horizontalement et apporte une certaine rigidité verticale à l'écoulement. On verra, par la suite, que la force de Coriolis tend alors à bidimensionnaliser l'écoulement. On lui doit également cette organisation en anticyclones et en dépressions qui font tout le charme des cartes météorologiques. Les figures 1 (a) et (b) nous montrent, par exemple, des images satellite de deux cyclones atmosphériques. On peut remarquer que l'air du cyclone Elena de la figure 1 (b), qui se trouve dans l'hémisphère nord, s'enroule dans le sens inverse des aiguilles d'une montre autour des basses pressions de l'œil du cyclone, tandis que l'air du cyclone de la figure 1 (a), qui se trouve dans l'hémisphère sud, s'enroule dans le sens des aiguilles d'une montre. Bien que leur observation soit moins évidente, des structures tourbillonnaires à grande échelle peuvent aussi apparaître dans l'océan comme le montre la figure 1 (c).

La naissance de ces cyclones, par une intensification de circulation cyclonique (la cyclogénèse), s'opère lorsque plusieurs conditions sont simultanément satisfaites : une température des eaux de surface supérieure à  $26^{\circ}\text{C}$ , un taux d'humidité relativement élevé, un faible cisaillement vertical du vent horizontal et une intensité de la force de Coriolis suffisante pour imprimer un mouvement de rotation aux courants d'air. En particulier, un cyclone ne peut se former que s'il

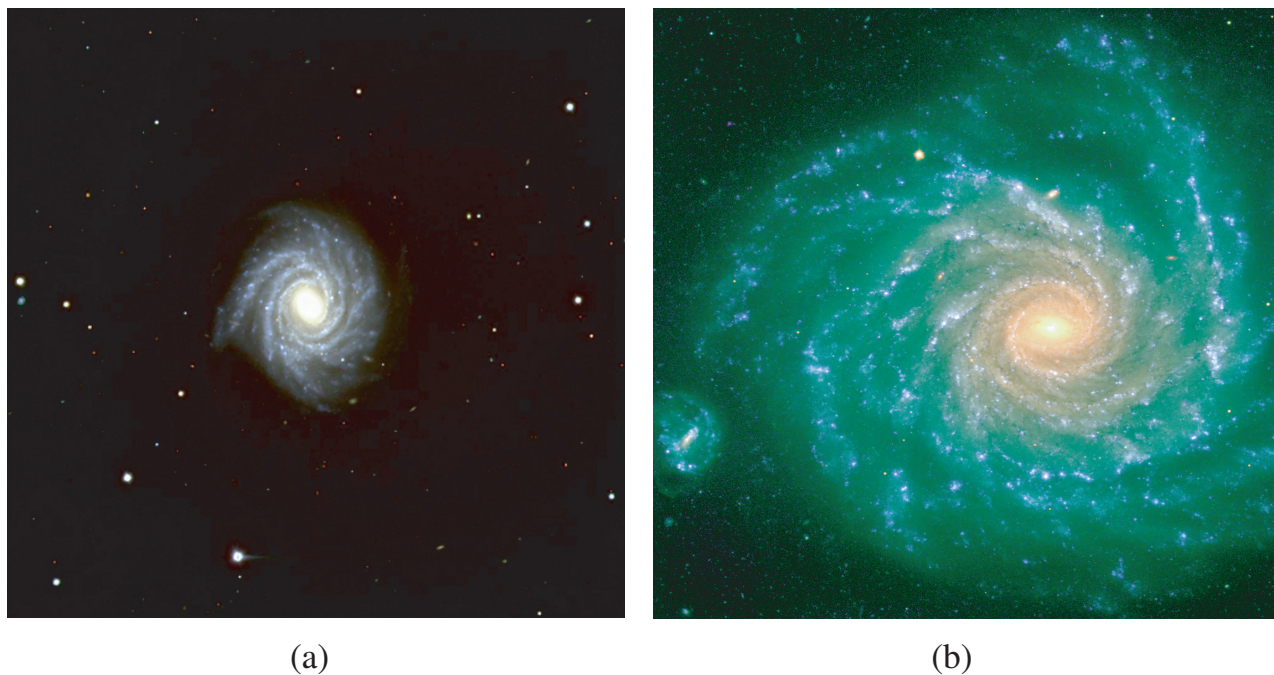


FIG. 3: (a) Photographie de la galaxie spirale NGC 1288 prise le 23 septembre 1998. D'après European Southern Observatory. La distance à cette galaxie est d'environ 300 millions d'années lumières. Son diamètre est d'environ 200 000 années lumières. (b) Image de la galaxie spirale NGC 1232 prise le 21 septembre 1998. D'après European Southern Observatory.

se situe suffisamment loin de l'équateur, à environ  $5$  ou  $10^\circ$  de latitude. La figure 2 représente ces zones de cyclogénèse dans le monde. On remarque bien que ces zones sont exclusivement présentes dans les régions tempérées du globe.

La compréhension des écoulements turbulents en milieu tournant est également importante en astrophysique, puisque des écoulements atmosphériques, de dynamiques similaires, existent au sein d'autres planètes (Jupiter, Neptune, ...) et dans certaines galaxies. On peut alors imaginer avoir une meilleure compréhension des disques d'accrétion qui sont des structures formées par des matériaux chutant dans un puits gravitationnel. La figure 3 présente des images de galaxies spirales. Comme nous pouvons le voir, les étoiles et les astres qui composent ces galaxies sont organisés en spirale et s'enroulent autour de leur centre, probablement un trou noir. Les étoiles sont alors soumises à une rotation d'ensemble et sont inexorablement entraînées vers le centre de la galaxie, de telle sorte que les étoiles les plus jeunes sont à la périphérie des galaxies, tandis que les vieilles étoiles sont plus proches de leur centre.

Enfin, un dernier point que l'on peut mentionner est que l'étude des écoulements turbulents tournants est également d'un très grand intérêt dans les turbo-machines (machines tournantes destinées à mettre du fluide en mouvement) qui constituent les systèmes propulsifs de la plupart des turboréacteurs et turbopropulseurs, ainsi que dans d'autres applications technologiques. La simulation numérique de ces écoulements nécessite des modélisations du comportement des petites échelles (du type viscosité turbulente). Comprendre l'influence de la rotation sur ces modèles est alors un enjeu majeur et pourrait permettre d'accroître la fiabilité des simulations.

## Importance de la rotation et nombres sans dimension

Revenons à présent aux écoulements planétaires. L'influence de la force de Coriolis peut varier en fonction de plusieurs paramètres. Considérons deux exemples pour caractériser cette variation.

- En raison de leur taille et de leur masse, Vénus et la Terre sont souvent considérées comme jumelles. Cependant, quelques différences majeures existent. En particulier, la rotation de Vénus sur elle-même est extrêmement lente (243 jours terrestres) en comparaison de celle de la Terre. Par conséquent, des écoulements de tailles et de vitesses caractéristiques similaires, sur les deux planètes, seront beaucoup plus affectés par la rotation sur la Terre que sur Vénus.
- L'importance de la rotation varie également en fonction de la courbure de la Terre. En effet, étant donné que la force de Coriolis se définit comme un produit vectoriel entre le vecteur rotation et le vecteur vitesse, seule la composante verticale locale du vecteur rotation a de l'importance. La vitesse angulaire de la Terre est  $\Omega_0 \simeq 7.3 \cdot 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$  et la rotation locale varie avec la latitude  $\lambda$  comme  $\Omega_\lambda = \Omega_0 \sin \lambda$ . Du coup, l'importance de la rotation est maximale aux pôles, tandis qu'elle disparaît à l'équateur. C'est la raison pour laquelle les cyclones ne peuvent prendre naissance trop près de l'équateur (cf figure 2).

L'importance de la rotation au sein d'un écoulement peut se mesurer à partir d'un nombre adimensionné, le nombre de Rossby  $Ro$ , qui correspond au rapport de deux temps caractéristiques : le temps  $\Omega^{-1}$  associé à la période de rotation et le temps associé aux échelles caractéristiques de l'écoulement, c'est-à-dire le rapport des échelles typiques de longueur et de vitesse  $l/U$ . L'importance du nombre de Rossby deviendra évidente dans les chapitres suivants, mais, pour le moment, contentons nous de le définir comme  $Ro = U/2\Omega l$ . Un petit nombre de Rossby indique alors un écoulement dominé par la force de Coriolis.

Un deuxième paramètre sans dimension très important pour caractériser ce type d'écoulements est le nombre d'Ekman,  $Ek$ , qui compare le temps caractéristique de rotation  $\Omega^{-1}$  au temps caractéristique de diffusion visqueuse,  $L^2/\nu$ , où  $L$  est l'épaisseur de l'atmosphère tandis que  $\nu$  est la viscosité. Le nombre d'Ekman se définit comme  $Ek = \nu/\Omega L^2$ .

Un dernier paramètre sans dimension, très important pour caractériser les écoulements turbulents, est le nombre de Reynolds,  $Re$ , qui compare le temps de diffusion visqueuse au temps caractéristique d'évolution de l'écoulement  $l/U$ . Ce nombre permet de caractériser le régime de l'écoulement qui est turbulent lorsque  $Re = Ul/\nu \gg 1$  ou laminaire lorsque  $Re \ll 1$ . La grande extension des écoulements géophysiques implique que leur nombre de Reynolds est relativement important, de l'ordre de  $10^8$ - $10^{10}$ . Le régime de tels écoulements est alors fortement turbulent.

Comme nous l'avons vu, le nombre de Rossby dépend de l'échelle caractéristique de longueur  $l$ . Par conséquent, il est important de souligner que la rotation n'affecte pas toutes les échelles d'un écoulement de la même manière. Considérons, par exemple, un écoulement turbulent, généré par le passage d'un avion, de 50 m d'extension avec une vitesse typique de l'ordre de 300 m/s. Le nombre de Reynolds de cet écoulement vaut  $10^9$ . Considérons également un écoulement atmosphérique de 10 km d'extension qui se déplace à 10 m/s. Le nombre de Reynolds de cet écoulement vaut également  $10^{10}$ . Le fait que le nombre de Reynolds soit similaire pour ces deux

écoulements pourrait suggérer que leur dynamique est similaire. Cependant, ils sont totalement différents du point de vue du nombre de Rossby : celui de l'avion vaut  $10^4$  tandis que celui de l'écoulement atmosphérique vaut 1. Par conséquent, étant donné la relative petite échelle de l'écoulement dans le sillage de l'avion, la force de Coriolis n'aura aucune influence sur elle, tandis que l'écoulement atmosphérique sera soumis à l'influence de la rotation de la Terre. De la même façon, contrairement à une idée reçue, la force de Coriolis due à la rotation de la Terre est bien trop faible pour avoir une quelconque influence sur le sens de rotation de la vidange d'un lavabo.

## Plan de ce mémoire

Nous avons auparavant mentionné que la force de Coriolis tendait à augmenter la cohérence verticale des écoulements soumis à une forte rotation. Par conséquent, il est important de bien comprendre la dynamique de la turbulence bidimensionnelle (2D), et en particulier ses différences avec la turbulence traditionnelle tridimensionnelle (3D). Dans le premier chapitre de ce manuscrit, nous commençons par décrire les grandes lignes de la turbulence 3D. Nous introduirons ensuite quelques notions de turbulence 2D, nécessaires pour une bonne compréhension de la suite de ce manuscrit. L'influence de la rotation sur les écoulements sera ensuite présentée dans la dernière partie du chapitre.

Le deuxième chapitre présente l'installation expérimentale de notre expérience, ainsi que le principe du dispositif de mesure utilisé, la Vélocimétrie par Images de Particules (PIV). Nous présentons également le dispositif expérimental de la Plateforme Coriolis (LEGI, Grenoble) que nous avons eu le plaisir d'utiliser durant une campagne de mesure d'un mois dans le cadre d'une collaboration avec Joël Sommeria.

Nous présenterons dans le troisième chapitre nos résultats expérimentaux sur l'influence d'une rotation d'ensemble sur le déclin de l'énergie au cours du temps. Par la suite, dans le chapitre 4, nous présenterons un modèle phénoménologique pour essayer de comprendre et de prédire le ralentissement de la décroissance de l'énergie en présence de rotation. Ce modèle consiste à relier l'exposant du déclin d'énergie à l'exposant du spectre d'énergie, c'est pourquoi nous commencerons ce chapitre 4 par décrire l'influence d'une rotation d'ensemble sur les lois de puissance des spectres d'énergie.

L'étude de la décroissance de l'énergie au laboratoire FAST a révélé que le comportement de l'échelle intégrale verticale jouait un rôle prépondérant sur les exposants du déclin de l'énergie. Ce travail a alors soulevé plusieurs questions en ce qui concerne la croissance des échelles intégrales et nous a motivé pour aller faire une série d'expériences sur la Plateforme Coriolis, en collaboration avec Joël Sommeria, au laboratoire LEGI afin d'étudier le comportement de différentes échelles intégrales au cours du déclin de l'énergie. Ces résultats sont alors présentés dans le chapitre 5.

Dans le sixième chapitre, nous décrirons l'effet de la rotation sur la cascade d'énergie à travers les échelles. En particulier, nous caractériserons la diminution des transferts d'énergie en présence d'une forte rotation.

Enfin, nous savons que la force de Coriolis favorise l'apparition de structures tourbillonnaires intenses. Il est bien connu que la rotation favorise l'étirement de la vorticité cyclonique par rapport à la vorticité anticyclonique. Nous présenterons alors, dans le septième et dernier chapitre, l'évolution de l'asymétrie cyclone-anticyclone qui caractérise les écoulements tournants.



# Chapitre 1

## Introduction

L'objectif de ce chapitre est d'introduire les bases nécessaires à une bonne compréhension de la suite de cette étude. Nous commencerons par décrire les grandes lignes de la turbulence 3D, puis nous introduirons la turbulence 2D. Enfin, nous présenterons les propriétés des fluides en rotation, ainsi que l'influence de la rotation sur les écoulements turbulents.

### 1.1 La turbulence homogène et isotrope

La turbulence est omniprésente dans la nature et nous en faisons l'expérience au quotidien lorsque nous observons les enchevêtrements de tourbillons dans un torrent, le mélange de la fumée de cigarette à l'air ambiant ou encore l'écoulement généré par les remous d'un bateau. Ce que nous observons est très complexe et très désordonné mais semble présenter une superposition de structures, de tourbillons entre autres, à toutes les échelles. Leonard de Vinci a peint, au 17<sup>e</sup> siècle, une représentation très "moderne" de la turbulence comme une superposition complexe de structures cohérentes (voir par exemple la couverture de la référence [23]).

Par ailleurs, la turbulence est caractérisée par l'imprévisibilité et possède ce que l'on appelle la propriété de mélange. En effet la turbulence se manifeste par une très forte diffusion des quantités transportées telles que colorants, chaleur ou quantité de mouvement. Ce mélange est considérablement plus important que si c'étaient simplement les mécanismes de diffusion moléculaire qui entraient en jeu.

Les équations de Navier-Stokes régissent la dynamique de la vitesse  $\vec{u}(x, y, z, t)$  de l'écoulement d'un fluide incompressible de viscosité  $\nu$  :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \nu \Delta \vec{u} + \vec{f}, \quad (1.1)$$

$$\text{et} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0, \quad (1.2)$$

où  $p(x, y, z, t)$  est la pression du fluide et  $\vec{f}$  correspond à un éventuel forçage externe.

C'est le caractère non linéaire des équations de Navier-Stokes qui est à l'origine de la turbulence et de l'existence d'une large gamme d'échelles qui interagissent entre elles. Les équations de



Navier-Stokes mettent en jeu la compétition entre deux termes : le terme d'advection non-linéaire,  $(\vec{u} \cdot \vec{\nabla})\vec{u}$ , et le terme linéaire de diffusion visqueuse,  $\nu \Delta \vec{u}$ . Un moyen de caractériser la prépondérance d'un terme par rapport à l'autre est de construire un nombre sans dimension : le nombre de Reynolds  $Re = Ul/\nu$ , défini comme le rapport d'une longueur caractéristique  $l$ , d'une vitesse caractéristique  $U$  et de la viscosité du fluide. Par exemple, le nombre de Reynolds d'un écoulement turbulent atmosphérique est de l'ordre de  $10^8$ , tandis que celui de l'écoulement laminaire du sang dans nos veines est de l'ordre de  $10^{-3}$ .

### 1.1.1 La cascade d'énergie décrite par Richardson

D'après les observations empiriques, il est usuel de décrire la turbulence comme la superposition d'un éventail de temps et d'échelles caractéristiques. Par exemple, lorsque le vent souffle dans une rue, le champ de vitesse associé peut présenter des fluctuations de vitesse à des échelles de l'ordre du mètre ou du millimètre. Le mécanisme à l'origine de la génération de la turbulence, qu'il soit mécanique, par convection ou autre, injecte de l'énergie aux grandes échelles de l'écoulement. A ces grandes échelles, caractérisées par un très grand nombre de Reynolds ( $Re \gg 1$ ), la viscosité est alors incapable de diffuser la quantité de mouvement. Par conséquent, ces grandes échelles ne peuvent pas dissiper l'énergie par elle-mêmes.

Richardson [19, 23] a alors introduit l'idée d'une cascade d'énergie. Il suggéra que les structures à grande échelle transfèrent une partie de leur énergie vers des structures de taille plus petites. L'idée essentielle de Richardson est que cette cascade est un processus itératif, impliquant une hiérarchie de tourbillons de différentes tailles qui transfèrent leur énergie d'une échelle à une autre. Cette cascade, à grand nombre de Reynolds, est gouvernée par les mécanismes non-linéaires par l'intermédiaire d'instabilités successives. Le processus de cascade prend fin lorsque les structures deviennent si petites que le nombre de Reynolds, associé à ces petites échelles, devient de l'ordre de l'unité. Les tourbillons correspondant sont alors dissipés par la viscosité.

### 1.1.2 Échelles caractéristiques de la turbulence

On s'attend à ce que les tourbillons à grande échelle évoluent sur un temps caractéristique de l'ordre de  $l/u$ , qui correspond au temps nécessaire pour une particule fluide de faire le tour d'une structure de taille  $l$  à la vitesse  $u$ . Le taux de transfert d'énergie, à une échelle  $r \ll l$ , pour lequel l'énergie va cascader vers les échelles inférieures est donné par

$$\Pi(r) = -\frac{dE_r}{dt} \sim \frac{u_r^2}{r/u_r} \sim \frac{u_r^3}{r}, \quad (1.3)$$

où  $E_r \sim u_r^2$  correspond à l'énergie à une certaine échelle  $r$ .

Pour une turbulence homogène et isotrope, c'est-à-dire lorsque l'écoulement est invariant par translation et par rotation, le taux de dissipation de l'énergie  $\varepsilon$  doit être égal au taux de transfert de l'énergie  $\Pi$  à chaque échelle puisque l'écoulement ne peut pas gagner ou perdre de l'énergie à une échelle particulière. En particulier, si  $\Pi_A, \Pi_B, \dots, \Pi_N$  caractérisent le taux de transfert d'énergie à différentes échelles de la cascade, comme nous l'avons illustré sur la figure 1.1, alors ils doivent vérifier

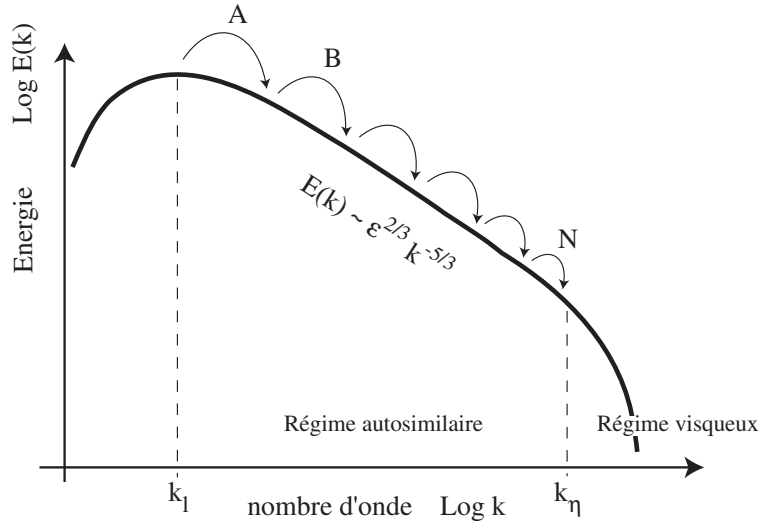


FIG. 1.1: Schéma du spectre d'énergie cinétique de la turbulence tridimensionnelle entretenue.

$$\Pi_A = \Pi_B = \dots = \Pi_N = \varepsilon \sim \frac{u_r^3}{r}, \quad (1.4)$$

On en déduit que

$$u_r^3 \sim \varepsilon r, \quad (1.5)$$

soit un champ de vitesse dont les fluctuations typiques à une échelle  $r$  varient comme  $(\varepsilon r)^{1/3}$ . Considérons maintenant les plus petites échelles de l'écoulement, pour lesquelles le nombre de Reynolds est de l'ordre de l'unité. Notons  $\eta$  leur échelle et supposons que leur vitesse caractéristique vaut  $v$ . Le taux de dissipation de l'énergie est donné par

$$\varepsilon = \nu \langle \omega^2 \rangle \sim \nu \frac{v^2}{\eta^2}, \quad (1.6)$$

où  $\vec{\omega}$  correspond à la vortacité de l'écoulement.<sup>1</sup> En combinant les relations (1.3) et (1.6), on obtient directement

$$\eta \sim l Re^{-3/4} \sim (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}, \quad (1.7)$$

$$v \sim u Re^{-1/4} \sim (\nu\varepsilon)^{1/4}, \quad (1.8)$$

où  $v$  et  $\eta$  correspondent aux échelles, initialement introduites par Kolmogorov, de vitesse et de longueur des plus petites structures de la turbulence.

Le domaine d'échelles  $\eta \ll r \ll l$ , sur lequel les effets de dissipation visqueuse et l'influence des grandes échelles peuvent être négligés, est le domaine inertiel. Il est d'autant plus étendu que le nombre de Reynolds est élevé.

<sup>1</sup>La vortacité est définie comme le rotationnel de la vitesse,  $\vec{\omega} = \vec{\nabla} \wedge \vec{u}$ , et correspond à une rotation locale du fluide.

### 1.1.3 Les lois de Kolmogorov

Dans la limite d'un très grand nombre de Reynolds, Kolmogorov [37] a montré que les transferts d'énergie, dans le régime inertiel  $\eta \ll r \ll l$ , suivaient effectivement la loi d'échelle donnée par l'équation (1.5). En supposant la turbulence statistiquement stationnaire, homogène et isotrope, il obtient une équation exacte fondée sur la conservation de l'énergie, la loi des 4/5,

$$\langle [u(x+r) - u(x)]^3 \rangle = -\frac{4}{5} \varepsilon r, \quad (1.9)$$

où  $u$  est la composante longitudinale, suivant la séparation  $r$ , de la vitesse. L'incrément de vitesse  $u(x+r) - u(x)$  représente la fluctuation de vitesse à une échelle  $r$ , et les  $\langle \cdot \rangle$  dénotent une moyenne d'ensemble. Ce résultat est très important en turbulence, puisqu'il caractérise la présence de flux d'énergie à travers les échelles. Le signe moins implique que deux points distants de  $r$  ont une probabilité plus élevée de s'éloigner que de se rapprocher. Ainsi, les contraintes de compression, bien que moins probables, sont plus intenses que les contraintes d'étirement [19].

Dans la zone inertielle, Kolmogorov a prédit une loi de puissance pour le spectre d'énergie. Le spectre d'énergie,  $E(k)$ , représente la densité d'énergie cinétique au nombre d'onde  $k$ . Le comportement des échelles du régime inertiel semble être indépendant du processus de création de l'énergie et ne dépend que du transfert d'énergie de la cascade, et donc du taux de dissipation  $\varepsilon$ . Par une analyse dimensionnelle et en supposant que le spectre d'énergie ne dépend que de  $\varepsilon$  et de  $k$ , il obtient la fameuse loi des 5/3 :

$$E(k) = C \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}, \quad (1.10)$$

où  $C$  est une constante numérique. La loi des 5/3, que nous avons schématisée sur la figure 1.1, est très robuste en turbulence et a obtenue plusieurs vérifications expérimentales [23].

L'analyse dimensionnelle permet de trouver l'équivalent de cette loi pour les fluctuations caractéristiques de l'énergie, telle que

$$\langle [u(x+r) - u(x)]^2 \rangle \sim (\varepsilon r)^{2/3}, \quad (1.11)$$

Cette loi est connue sous le nom de loi des 2/3 et caractérise la distribution spatiale de l'énergie. Tout comme la loi des 4/5, la loi des 2/3 a été vérifiée expérimentalement. Par extension, en postulant que le taux de dissipation de l'énergie est le seul paramètre intervenant dans tous les moments des incréments de vitesse (aussi appelé fonctions de structures), on peut écrire

$$\langle [u(x+r) - u(x)]^q \rangle \sim (\varepsilon r)^{q/3} \propto r^{\zeta_q}, \quad (1.12)$$

où  $\zeta_q = q/3$  est l'exposant des fonctions de structure d'ordre  $q$ . Cependant, de nombreux travaux expérimentaux ont montré que les statistiques du domaine inertiel sont fortement intermittentes. Physiquement, on associe cette intermittence, qui se traduit par une alternance de zones de forte dissipation et de zones calmes, aux fluctuations de  $\varepsilon$  à travers les échelles. L'intermittence se manifeste alors par un élargissement des distributions des incréments de

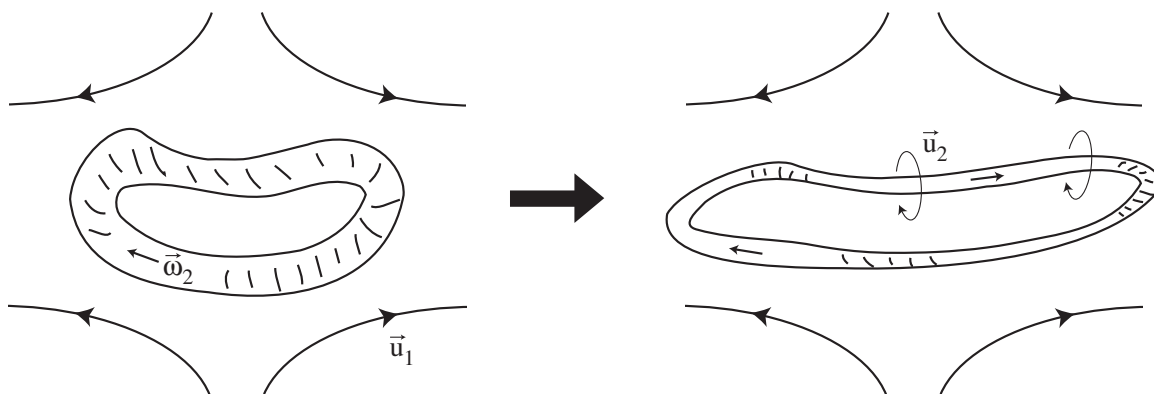


FIG. 1.2: Illustration de l'étirement d'un tube de vorticit e.

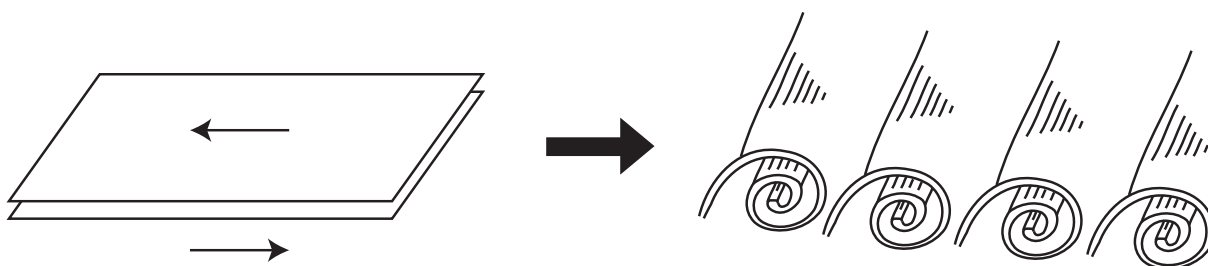


FIG. 1.3: Illustration de l'instabilit e de Kelvin-Helmholtz d'une couche de cisaillement.

vitesse à échelle décroissante. Par cons equent, la th eorie de Kolmogorov qui repose sur l'id ee de similitude, c'est- a-dire que les distributions des incriments de vitesse sont identiques à toutes les échelles, ne tient pas compte des fluctuations du taux de dissipation de l'énergie, ce qui se traduit par un écart de l'exposant  $\zeta_q$  à la loi lin eaire  $q/3$ .

#### 1.1.4 Exemples de mécanismes physiques qui sont possiblement à l'origine de la cascade d'énergie

La cascade d'énergie des grandes vers les petites échelles de l'écoulement décrite par Richardson est un sc enario possible. Cependant, une question essentielle se pose : quels sont les mécanismes à l'origine de cette cascade d'énergie ? Plusieurs exemples peuvent illustrer cette cascade d'énergie par étirement tourbillonnaire.

Considérons, pour commencer, un écoulement de déformation à grande échelle, de vitesse caractéristique  $u_1$ . Considérons également un tube ou un anneau, de vorticité  $\omega_2$ , avec une échelle inférieure, qui se trouve dans le champ de déformation moyen (voir figure 1.2). L'anneau de vorticité est alors étiré et la vorticité  $\omega_2$  à petite échelle va augmenter. En effet, l'étirement d'un tube de vorticité s'accompagne d'une réduction de sa section et donc de son moment d'inertie. Par cons equent, on doit avoir augmentation de la vorticité par conservation du moment cinétique. L'énergie cinétique  $\int (u_2^2/2)dV$  va alors augmenter. On peut alors interpréter ce processus comme une cascade d'énergie, transférée des grandes vers les petites échelles.

Par ailleurs, la turbulence homogène est usuellement décrite comme la superposition de structures tourbillonnaires et de couches de cisaillement. Considérons, à présent, le cas de la déstabilisation d'une couche de cisaillement à grande échelle (voir figure 1.3). L'instabilité de Kelvin-Helmholtz va alors former un alignement de vortex, qui par déstabilisation successive et étirement va fabriquer des petites échelles. Ce processus peut alors s'interpréter comme le transfert d'une partie de l'énergie à grande échelle au profit de la génération de structures tourbillonnaires intenses à petite échelle.

Ces mécanismes nous fournissent une illustration pour essayer de comprendre, avec les mains, comment l'énergie se transfère des grandes vers les petites échelles. Cependant, cette vision de l'étirement d'un tube de vortacité comme possible mécanisme physique à l'origine de ces transferts est probablement simpliste et un peu naïve.

## 1.2 La turbulence 2D

Bien que les deux régimes d'écoulement 3D et 2D soient quelque peu différents, la compréhension de la dynamique de la turbulence 2D peut avoir une importance dans la compréhension de la turbulence 3D. Une propriété importante de la turbulence 2D est que le vecteur  $\vec{\omega}$  est orthogonal au plan de l'écoulement, de sorte que le terme d'étirement de la vortacité est inexistant. Il se trouve donc que la cascade d'énergie des grandes vers les petites échelles est supprimée. L'unique composante de la vortacité se comporte alors comme un traceur avec une diffusivité égale à la viscosité, ce qui permet la conservation de l'enstrophie  $Z$  (le carré moyen de la vortacité), dans la limite où  $\nu \rightarrow 0$ . L'énergie et l'enstrophie sont alors conservées en turbulence 2D, ce qui donne naissance à une double cascade. La théorie de Kraichnan (1967) [39, 71] prédit une cascade inverse d'énergie, c'est-à-dire une cascade des petites vers les grandes échelles, par appariement de tourbillons. Une deuxième cascade prend alors place, la cascade d'enstrophie, des grandes vers les petites échelles. La figure 1.4 représente le spectre d'énergie associé à cette double cascade.

### 1.2.1 La cascade inverse

La conservation de l'enstrophie a conduit Kraichnan à proposer une phénoménologie de la double cascade. Dans une situation où l'énergie est injectée à un nombre d'onde  $k_i$ , deux régimes inertiels distincts coexistent. Dans le premier régime inertiel, pour des échelles supérieures à l'échelle d'injection, se développe la cascade inverse d'énergie caractérisée par un taux de transfert moyen  $\epsilon$  constant. Un raisonnement dimensionnel fournit le même spectre que pour une cascade directe d'énergie :

$$E(k) = C' \epsilon^{2/3} k^{-5/3}. \quad (1.13)$$

Cette loi spectrale a été observée aussi bien numériquement qu'expérimentalement [71].

Cependant, la similitude des spectres de Kolmogorov (1.10) et de Kraichnan (1.13) cache la nature différente des deux régimes de cascades. Alors qu'un écoulement turbulent à trois dimensions tend à produire des structures à petites échelles, un écoulement turbulent à 2 dimensions,

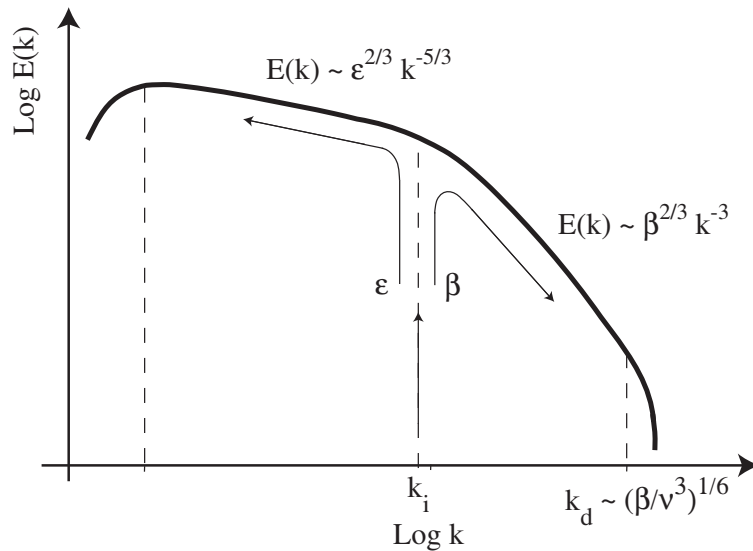


FIG. 1.4: Schéma descriptif de la double cascade d'énergie en turbulence bidimensionnelle entretenue.

L'énergie injectée au nombre d'onde  $k_i$  est transférée vers les grandes échelles, tandis que l'entrophie l'est vers les petites échelles.  $\epsilon$  et  $\beta$  sont respectivement les taux de transferts de l'énergie et de l'entrophie. D'après Lesieur [42].

en raison de la cascade inverse d'énergie, tend à former des structures de taille de plus en plus grande. Il est aujourd'hui bien connu que la turbulence bidimensionnelle tend à former des tourbillons très intenses et de durée de vie longue par rapport à leur temps de retournement, donné par  $\tau = Z^{-1/2}$ . Cette longue durée de vie leur vaut l'appellation de structure cohérentes. La figure 1.5 (a) nous montre un champ de vorticité caractérisant la superposition de plusieurs structures cohérentes en turbulence 2D.

En supposant la turbulence statistiquement stationnaire, homogène et isotrope, la loi de Kolmogorov (1.9) devient, à deux dimensions

$$\langle [u(x+r) - u(x)]^3 \rangle = +\frac{3}{2} \epsilon r. \quad (1.14)$$

Le signe positif du moment d'ordre 3 des incréments de vitesse traduit la présence de transferts d'énergie des petites vers les grandes échelles. Ainsi, l'énergie se transfère continûment sans aucune dissipation, à un taux  $\epsilon$ , jusqu'à la plus grande échelle offerte par le système et s'y accumule. Par conséquent, cette cascade n'est pas stationnaire à petit nombre d'onde.<sup>2</sup>

La cascade inverse d'énergie est généralement décrite par agrégation de tourbillons co-rotatifs. Cette tendance qu'à l'énergie à être transférée vers les grandes échelles est exactement opposée à celle de la turbulence à trois dimensions. Le terme de cascade inverse est généralement utilisé en turbulence forcée. Cependant, que ce soit pour une turbulence forcée ou en déclin, l'énergie est transférée des petites vers les grandes échelles de l'écoulement.

<sup>2</sup>Cependant, expérimentalement, en travaillant avec des couches de fluide minces en présence de parois, par exemple, des effets de friction apparaissent et peuvent dissiper l'énergie aux grandes échelles [42, 71].

### 1.2.2 La cascade d'énstrophie

Dans l'autre régime inertiel, pour des échelles inférieures à l'échelle d'injection, se développe la cascade d'énstrophie caractérisée par un taux de dissipation moyen  $\beta$ . L'énstrophie est définie comme le carré de la vortacité

$$Z = \frac{1}{2} \langle \omega^2 \rangle, \quad (1.15)$$

et est à la vortacité ce que l'énergie cinétique est à la vitesse. Dans ce nouveau régime, l'énstrophie se transfère vers les petites échelles à un taux  $\beta$  constant à travers les échelles. La dimension du taux de dissipation de l'énstrophie, définie comme

$$\beta = \nu \langle (\vec{\nabla} \omega)^2 \rangle, \quad (1.16)$$

est l'inverse du cube d'un temps. En supposant que la dissipation de l'énstrophie est véritablement une cascade, dans le sens où  $Z$  se transfère localement à travers une hiérarchie de structures de différentes tailles, c'est-à-dire que les petites échelles ne sentent pas directement l'influence des grandes échelles, on peut écrire que le spectre d'énergie n'est fonction que du nombre d'onde  $k$  et du taux de dissipation  $\beta$ . On trouve par analyse dimensionnelle un spectre d'énergie de la forme

$$E(k) \sim \beta^{2/3} k^{-3}. \quad (1.17)$$

La cascade d'énstrophie est associée à la filamentation de la vortacité. En turbulence 2D, la vortacité, qui se comporte comme un scalaire passif, est alors advectée par l'écoulement, un peu comme la crème qui se mélange dans un café. Ainsi, le champ de vortacité adopte la forme de couches fines et sinueuses qui s'entrelacent les unes avec les autres, comme le montre la figure 1.5 (b). Ce processus d'étirement des lignes matérielles se traduit par une augmentation des gradients de vortacité. Comme une forme quelconque de vortacité tend à se filamenter,  $\vec{\nabla} \omega$  augmente et l'énstrophie est associée à des structures de plus en plus fines et se transfère des grandes vers les petites échelles. La figure 1.6 représente la filamentation d'une tâche de vortacité par un cisaillement moyen à grande échelle. Ce régime inertiel existe tant que les effets visqueux sont négligeables, c'est-à-dire tant que le nombre de Reynolds, associé à une échelle  $r$ , est supérieur à l'unité. On peut alors définir un nombre d'onde de coupure visqueuse,  $k_d$ , au delà duquel l'énstrophie sera dissipée par la viscosité. En supposant que  $k_d$  est fonction du du taux de dissipation  $\beta$  et de la viscosité  $\nu$ , on trouve par analyse dimensionnelle

$$k_d \sim \left( \frac{\beta}{\nu^3} \right)^{1/6}. \quad (1.18)$$

Ce nombre d'onde est équivalent au nombre d'onde associé à l'échelle de Kolmogorov (1.7) en turbulence 3D.

Cependant, comme nous allons le voir, l'hypothèse d'une interaction locale entre les échelles dans le régime de cascade d'énstrophie, caractérisée par un spectre de la forme (1.17), est discutable,

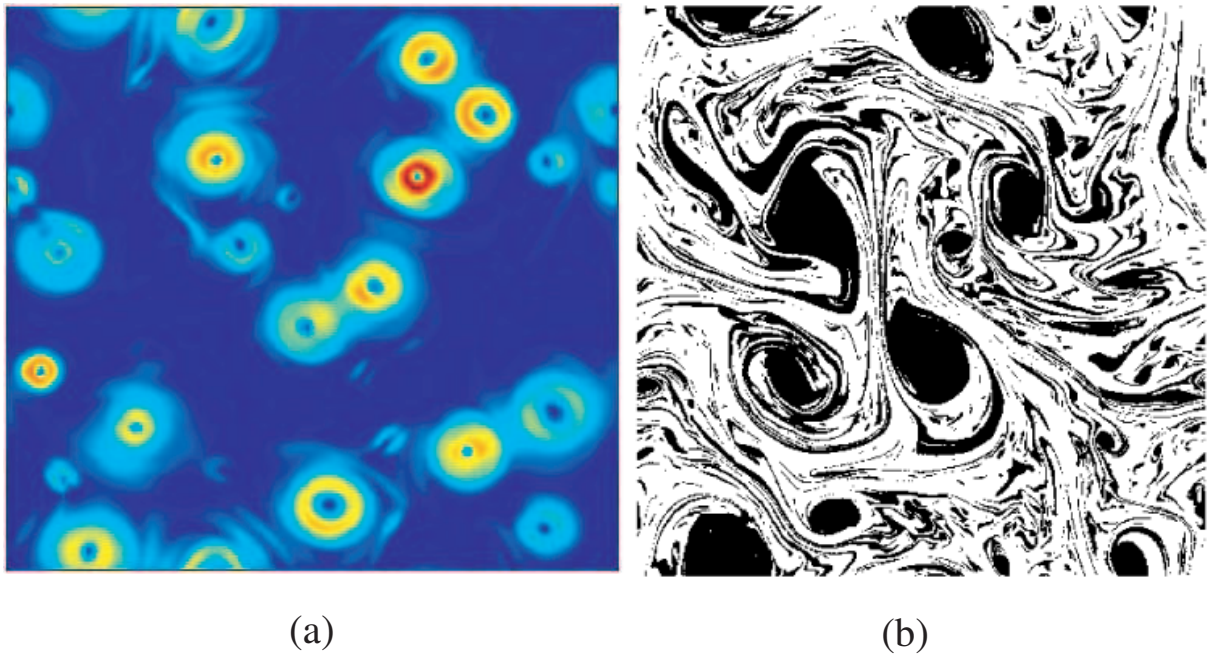


FIG. 1.5: (a) Norme de la vitesse d'un écoulement turbulent 2D en déclin montrant la présence de structures cohérentes intenses dans le régime de cascade inverse de l'énergie. Figure extraite du site internet <http://web.mit.edu/ghaller/>. (b) Champ de vorticité : illustration du processus de filamentation de la vorticité. D'après Tabeling [71].

dans la mesure où les grandes échelles sont directement couplées aux petites échelles. Pour ce faire, considérons les différentes échelles caractéristiques de la cascade d'énstrophie. Notons  $l$  l'échelle d'injection et  $\eta$  l'échelle des plus petits tourbillons. De façon similaire, notons  $u$  la vitesse typique à l'échelle  $l$ , tandis que  $v$  est la vitesse caractéristique des plus petites échelles. En turbulence 3D, nous avons vu que l'échelle de Kolmogorov est liée à l'échelle intégrale par la relation (1.7). En turbulence 2D, la vorticité est matériellement conservée et il vient directement que  $u/L \sim v/\eta$ . On remarque alors que le temps d'évolution des petites échelles,  $\tau_\eta \sim \eta/u$ , qui est très rapide en turbulence 3D, n'évolue pas plus rapidement que les gros tourbillons en turbulence 2D. Ce résultat confirme alors que la dynamique des petites échelles ne peut pas être découplée de celle des plus gros tourbillons, impliquant la non-localité des interactions entre les échelles. Physiquement, l'origine de cette non-localité est liée au cisaillement moyen, à grande échelle, qui contrôle directement la formation des petites échelles en organisant la vorticité en filaments fins, sans aucun intermédiaire.

Ce résultat contredit alors l'idée d'une cascade locale. L'hypothèse que les interactions sont localisées dans l'espace de Fourier nous conduit, par des arguments dimensionnels, à une cascade en  $k^{-3}$ , mais nous apprend en retour que les interactions ne sont pas localisées. Par conséquent, il convient de considérer avec précautions la notion de cascade d'énstrophie en turbulence 2D.



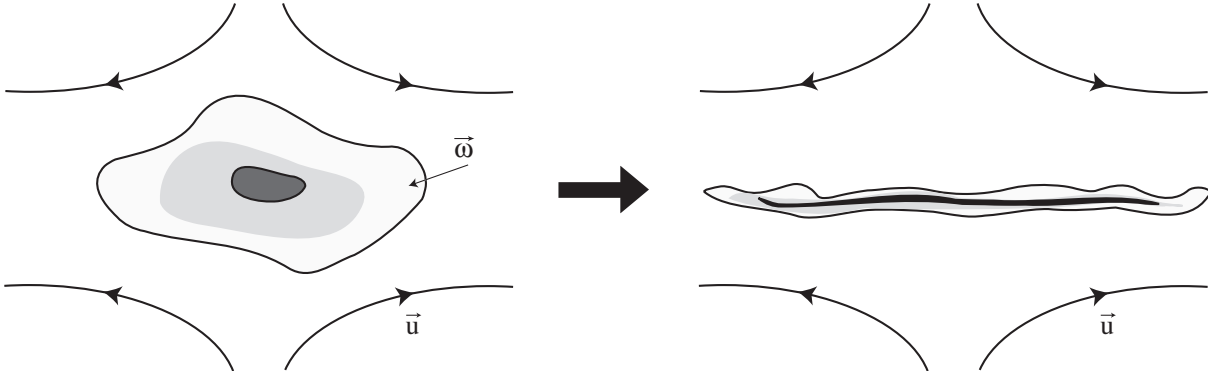


FIG. 1.6: Filamentation d'un patch de vorticité dans la cascade d'enstrophie.

### 1.3  coulements en rotation

A ce stade du manuscrit, nous allons temporairement abandonner la turbulence pour aborder les écoulements en rotation. Dans cette section, nous allons nous focaliser sur quelques propriétés de la force de Coriolis. En particulier, nous nous intéresserons au théorème de Taylor-Proudman et sur le fait que la rotation favorise l'apparition d'ondes, appelées ondes d'inertie.

#### 1.3.1 La force de Coriolis et nombres sans dimension

Le mouvement d'un fluide dans un repère en rotation est décrit par l'équation de Navier-Stokes écrite dans le référentiel tournant,

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p - \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}) - 2\vec{\Omega} \times \vec{u} + \nu \Delta \vec{u} + \vec{f}, \quad (1.19)$$

où  $p$  est la pression,  $\vec{\Omega}$  est le vecteur rotation et  $\vec{f}$  est une éventuelle force extérieure. Le terme  $\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r})$  correspond à la force centrifuge. Cette force ne joue pas de rôle significatif dans notre étude puisqu'elle se contente d'induire un gradient de pression supplémentaire, uniquement fonction de la distance à l'axe de rotation. Par conséquent, on peut l'injecter dans le terme de pression, et nous n'en tiendrons pas compte par la suite.

Le terme  $2\vec{\Omega} \times \vec{u}$ , en revanche, correspond à la force de Coriolis. Cette force est normale au vecteur rotation et tend à dévier une particule fluide perpendiculairement à sa vitesse instantanée. Par conséquent, pour une particule voyageant radialement vers l'extérieur, la force de Coriolis va lui imposer une rotation dans le sens opposé à la rotation du référentiel, telle que sa vitesse angulaire mesurée dans un référentiel non tournant soit plus petite, tandis qu'une particule se déplaçant radialement vers l'intérieur va se mettre à tourner dans le même sens de rotation que  $\vec{\Omega}$  (c'est une conséquence de la conservation du moment cinétique dans le référentiel non tournant).

L'équation de Navier-Stokes (1.19) dans un repère tournant met en jeu la compétition entre plusieurs termes : le terme non-linéaire,  $(\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u}$ , le terme linéaire de diffusion visqueuse,  $\nu \Delta \vec{u}$ , et le terme de la force de Coriolis. Il nous est alors possible de construire, en plus du nombre

de Reynolds, deux nouveaux nombres sans dimension, le nombre de Rossby,  $Ro = U/2\Omega l$ , qui compare les effets inertiels à la force de Coriolis, et le nombre d'Ekman,  $Ek = \nu/\Omega L^2$ , qui compare les effets de diffusion visqueuse à la force de Coriolis.

### 1.3.2 Le théorème de Taylor-Proudman

Les écoulements quasi stationnaires ( $\|\partial\vec{u}/\partial t\| \ll \|\vec{\Omega} \times \vec{u}\|$ ) qui se caractérisent par de très petits nombres de Rossby ( $Ro \ll 1$ ) et d'Ekman ( $Ek \ll 1$ ) sont dominés par la rotation puisque les termes de diffusion visqueuse et de transport convectif sont négligeables. On appelle de tels écoulements, les écoulements géostrophiques.

L'équation du mouvement des écoulements géostrophiques, en supposant qu'aucune force extérieure n'est présente, se réduit alors à

$$2\vec{\Omega} \times \vec{u} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p. \quad (1.20)$$

La force de Coriolis équilibre le gradient de pression : c'est l'équilibre géostrophique. La conséquence de l'équilibre géostrophique (1.20) est que l'écoulement est normal au gradient de pression, c'est-à-dire que les lignes de courant coïncident avec les isobares. On peut éliminer le terme de pression en prenant le rotationnel de cette équation (1.20). On obtient finalement,

$$(\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} = 0. \quad (1.21)$$

Il s'agit du résultat du théorème de Taylor-Proudman. Cette équation implique que les gradients de vitesse disparaissent dans la direction du vecteur rotation  $\vec{\Omega}$ . Supposons que  $\vec{\Omega} = \Omega\vec{e}_z$ , alors  $\partial u_z/\partial z = \partial u_x/\partial z = \partial u_y/\partial z = 0$ . L'équation (1.21) est remarquable puisqu'elle induit que la déformation axiale de tous les éléments de fluide est strictement nulle. Par exemple, si on place un objet oscillant lentement dans un fluide infini, la colonne de fluide selon un cylindre au dessus et au dessous de l'objet va alors se mettre en mouvement à la vitesse axiale de l'objet, comme si la colonne était solidaire de l'objet.

En combinant ce résultat avec la condition d'incompressibilité,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$ , on obtient alors

$$-\frac{\partial u_z}{\partial z} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0. \quad (1.22)$$

Par conséquent, dans le régime asymptotique où  $Ro \ll 1$ , l'écoulement est alors 3C2D avec pour composantes de la vitesse  $u_x(x, y)$ ,  $u_y(x, y)$  et  $u_z(x, y)$ .

Cependant, l'application du théorème de Taylor-Proudman aux écoulements turbulents n'est pas pertinente dans la mesure où nous avons ignoré l'instationnarité de l'écoulement et le terme non-linéaire de l'équation de Navier-Stokes. Par conséquent, l'équilibre géostrophique ne peut pas décrire l'évolution de l'écoulement au cours du temps ou la cascade d'énergie turbulente qui est due au terme non-linéaire.

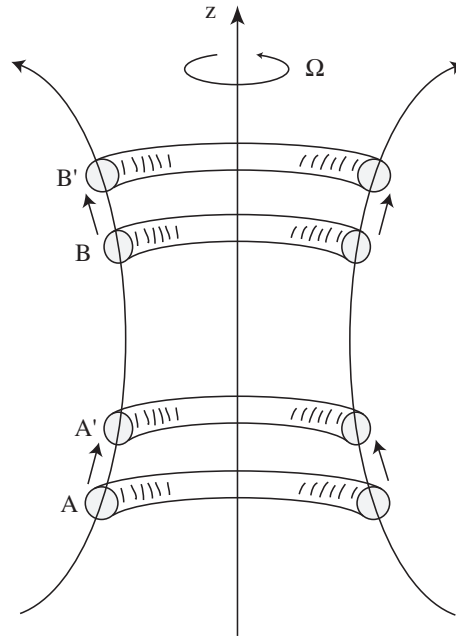


FIG. 1.7: Écoulement poloidal dans un fluide en rotation. La force de Coriolis tend à ramener les particules fluides à leur positions initiales respectives.

### 1.3.3 “Élasticité” des fluides en rotation

L’un des effets surprenant de la force de Coriolis sur un écoulement en rotation est d’imposer une certaine élasticité au fluide, qui lui permet de propager des ondes, les ondes d’inertie.

Pour tenter de caractériser l’élasticité des fluides tournants, nous allons utiliser les coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$  dans un référentiel tournant, avec le vecteur rotation  $\vec{\Omega} = \Omega \vec{e}_z$ .

Considérons, pour simplifier, un écoulement poloidal axisymétrique dans le plan  $(r, z)$ , comme le montre la figure 1.7, sans aucune vitesse azimutale à l’instant initial,  $u_\theta = 0$ . Supposons que le fluide en  $A$  soit entraîné vers l’intérieur en  $A'$ , tandis que le fluide en  $B$  est porté vers l’extérieur en  $B'$ . Ce mouvement radial des particules fluides donne alors naissance à une force de Coriolis,  $-2u_r \Omega \vec{e}_\theta$ . Cette force de Coriolis va alors induire une rotation, autour de l’axe  $z$ , positive en  $A'$ ,  $u_\theta > 0$ , et négative en  $B'$ ,  $u_\theta < 0$ . L’écoulement se met alors à tourner dans le plan  $(x, y)$  dans un sens ou dans l’autre selon le signe de la vitesse radiale.

Ce mouvement de rotation induit par la force de Coriolis, va alors induire une nouvelle force de Coriolis,  $2u_\theta \Omega \vec{e}_r$ . Cette force s’oppose alors à l’écoulement initial, puisque la particule fluide en  $A'$  va se déplacer radialement vers l’extérieur et retourne à sa position initiale  $A$ , tandis que la particule fluide en  $B'$  va se déplacer radialement vers l’intérieur pour retourner en  $B$ . L’ensemble de ce processus recommence une nouvelle fois. Étant donné que l’énergie est conservée dans un fluide parfait, on en déduit que les particules fluides vont continûment osciller.

Les écoulements en rotation se caractérisent donc par une force de rappel qui ramène les particules fluides à leur position d’équilibre, ce qui peut s’interpréter comme une certaine élasticité de l’écoulement. Ces oscillations qui sont la marque des écoulements en rotation rapide est la manifestation des ondes d’inertie.

### 1.3.4 La dynamique des ondes d'inertie

Dans cette partie, nous allons présenter les propriétés des ondes d'inertie. Supposons, pour commencer, que l'écoulement se caractérise par de très petits nombres de Rossby et d'Ekman de telle sorte que les termes convectif et diffusif soient négligeables. En prenant son rotationnel, l'équation du mouvement du fluide devient

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} = 2 (\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u}. \quad (1.23)$$

En dérivant l'équation (1.23) par rapport au temps et en prenant son rotationnel, on obtient une équation d'onde

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla^2 \vec{u}) + 4 (\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla})^2 \vec{u} = 0. \quad (1.24)$$

En injectant une solution d'onde plane de la forme

$$\vec{u} = \vec{U} \exp [i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)], \quad (1.25)$$

dans l'équation (1.24), on obtient la relation de dispersion des ondes d'inertie

$$\omega = \pm 2\Omega \frac{k_{\parallel}}{k} = \pm 2\Omega \cos \theta, \quad (1.26)$$

où  $\omega$  est la pulsation,  $k_{\parallel}$  désigne la composante du vecteur d'onde  $\vec{k}$  selon l'axe de rotation, tandis que  $\theta$  correspond à l'angle que forme le vecteur d'onde par rapport à l'axe de rotation (cf figure 1.8). On remarque que cette relation de dispersion est anisotrope et dispersive. Cette équation ne fixe pas la norme de  $\vec{k}$ , mais seulement sa direction par rapport à l'axe de rotation.

La vitesse de phase de ces ondes, qui est colinéaire au vecteur d'onde  $\vec{k}$ , vaut

$$\vec{C}_{\phi} = \frac{\omega}{k} = 2(\vec{k} \cdot \vec{\Omega}) \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|^3}, \quad (1.27)$$

tandis que la vitesse de groupe, c'est-à-dire la vitesse à laquelle se propage l'énergie, est donnée par

$$\vec{C}_g = \vec{\nabla}_k \omega = 2\vec{k} \times \frac{(\vec{\Omega} \times \vec{k})}{|\vec{k}|^3}. \quad (1.28)$$

On voit alors que  $\vec{C}_g \cdot \vec{C}_{\phi} = 0$  : ces ondes présentent alors un caractère assez inhabituel dans la mesure où l'énergie se propage perpendiculairement à la phase.

L'énergie se propage, à partir de la source, selon un cône de demi-angle au sommet  $\theta_s = \pi/2 - \theta$ , comme le montre la figure 1.8. La condition d'incompressibilité,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$ , implique que le vecteur vitesse doit être perpendiculaire au vecteur d'onde  $\vec{k}$ . On en déduit que la polarisation de ces ondes est circulaire et tourne dans le sens opposé au sens de rotation du référentiel.

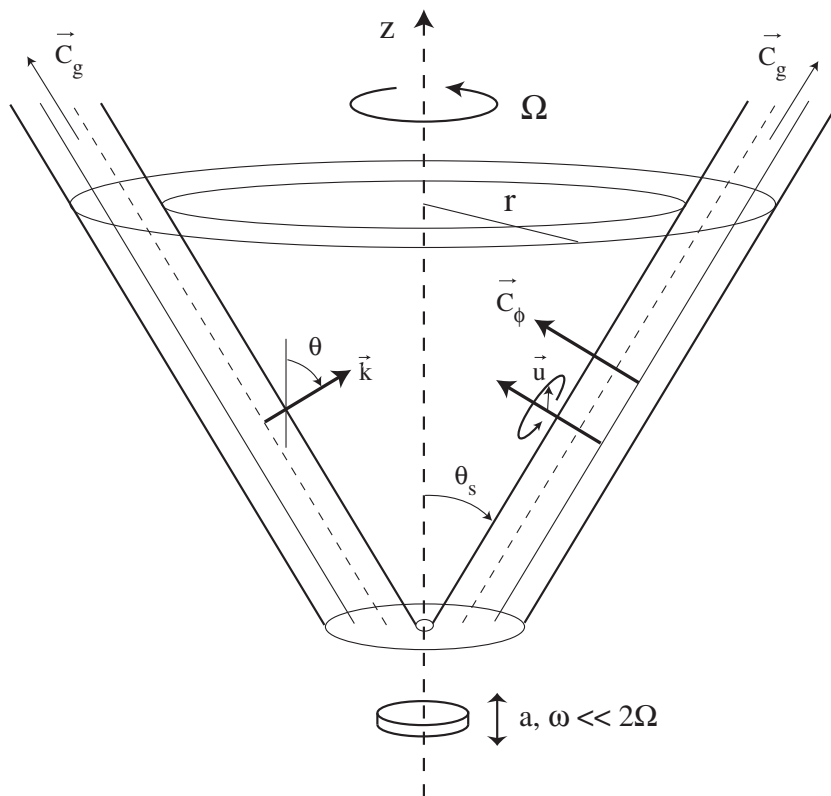


FIG. 1.8: Une onde d'inertie excitée par l'oscillation d'un objet dans un fluide en milieu tournant.

Par conséquent, les particules fluides font des cercles selon un plan perpendiculaire au vecteur d'onde  $\vec{k}$ .

La relation de dispersion de ces ondes (1.26) nous apprend que l'angle  $\theta_s$  est directement fonction du nombre de Rossby  $Ro = \omega/2\Omega$ . On peut alors distinguer 3 cas :

- (i) Pour des nombres de Rossby, tels que  $Ro > 1$ , le vecteur d'onde n'existe pas et aucune onde ne peut se propager. Dans ce cas, l'écoulement se comporte comme en l'absence de rotation.
- (ii) Lorsque le nombre de Rossby est égal à l'unité, tel que la fréquence d'excitation vaut  $\omega = 2\Omega$ , le vecteur d'onde  $\vec{k}$  est aligné avec l'axe de rotation  $\vec{\Omega}$ . Le demi-angle au sommet  $\theta_s$  vaut  $\pi/2$  et les ondes ont une vitesse de groupe nulle.
- (iii) Dans la limite où  $Ro \ll 1$ , le vecteur d'onde tend à être perpendiculaire à l'axe de rotation et le demi-angle au sommet est nul. La vitesse de groupe, qui vaut  $2\Omega/|\vec{k}|$ , est alors alignée avec l'axe de rotation et on retrouve les colonnes de Taylor, décrites dans la section 1.3.2.

Par conséquent, l'énergie se propage plus rapidement des ondes de petite fréquence. Dans les écoulements turbulents en rotation, on verra que ce mécanisme est à l'origine de l'anisotropie de l'écoulement.

## 1.4 Turbulence en milieu tournant

La compréhension de la turbulence conventionnelle est un sujet vaste et complexe. On peut alors penser que l'ajout de la force de Coriolis va faire de la turbulence en rotation un sujet encore plus difficile. C'est en partie vrai et l'influence de la rotation sur les écoulements turbulents est un sujet délicat dont certains aspects sont encore mal compris de nos jours. On sait, par exemple, que la force de Coriolis ne travaille pas, puisque  $(2\vec{u} \times \vec{\Omega}) \cdot \vec{u} = 0$ ; elle ne peut donc ni produire ni détruire de l'énergie. Par conséquent, la rotation n'a pas une influence directe sur l'énergie totale. Cependant, on peut légitimement se demander comment la rotation va affecter la cascade et les transferts d'énergie à travers les échelles.

Paradoxalement, certains aspects de ces écoulements sont parfois plus facilement compréhensibles que pour une turbulence classique. Par exemple, la force de Coriolis tend à organiser et à façonner la turbulence en incitant les tourbillons à adopter une certaine forme. En particulier, la turbulence en rotation rapide va tendre à former des tourbillons en forme de colonnes, appelées "cigares", alignés avec l'axe de rotation. Dans ce sens, la turbulence en rotation paraît moins désordonnée qu'une turbulence tridimensionnelle homogène et isotrope. On retrouve des dynamiques similaires pour les écoulements turbulents en milieu stratifié ou pour une turbulence soumise à la force de Lorentz (magnéto-hydrodynamique). La turbulence en milieu stratifié se compose de tourbillons plats, appelés "pancakes", tandis que la turbulence MHD présente des tourbillons en forme de colonnes alignées avec le champ magnétique.

Dans cette section, nous nous limiterons à présenter un aperçu des différents résultats expérimentaux, théoriques et numériques obtenus par le passé sur l'influence d'une rotation d'ensemble sur un écoulement turbulent, tandis que nous développerons plus en détail certains résultats de la littérature sur le sujet dans les chapitres concernés.

### 1.4.1 Turbulence en rotation : bidimensionnelle ?

L'anisotropie d'un écoulement turbulent soumis à une rotation d'ensemble est la conséquence de la propagation anisotrope des ondes d'inertie. Considérons un tourbillon isolé de taille  $l$  avec une vitesse typique  $u$ , de telle sorte que  $Ro = u/2\Omega < 1$ . Cette structure va alors émettre des ondes d'inertie à une vitesse de groupe  $C_g$  selon un cône d'angle  $\theta_s$  [20]. Si nous considérons maintenant le cas d'un écoulement turbulent, caractérisé par l'existence d'une large gamme d'échelles qui interagissent entre elles, on peut supposer que chaque structure, de nombre d'onde  $k$ , va alors émettre des ondes d'inertie. Or, comme nous l'avons vu précédemment, les ondes de faible fréquence ( $\omega \ll 2\Omega$ ) propagent plus vite l'énergie que les ondes de grande fréquence ( $\omega \sim 2\Omega$ ). Par conséquent, on s'attend à ce que l'énergie se propage essentiellement vers les modes 2D. On appelle le couplage entre ces phénomènes ondulatoires et les effets non-linéaires, la turbulence d'ondes.

Les mécanismes non-linéaires peuvent rediriger l'énergie vers les modes horizontaux (modes 2D) tels que  $\vec{k} \perp \vec{\Omega}$  ce qui se traduit par un transfert angulaire de l'énergie d'un vecteur d'onde  $\vec{k}$  vers un autre, comme le montre la figure 1.9. Ce transfert angulaire préférentiel induit alors une importante anisotropie de l'écoulement et les structures de rapport

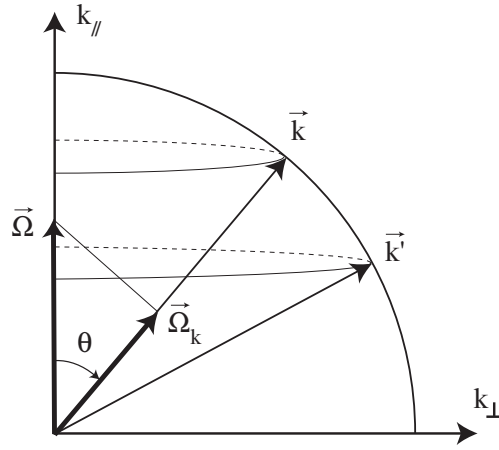


FIG. 1.9: Représentation d'un quartier de sphère dans le référentiel attaché au vecteur d'onde  $\vec{k}$ .

$$\frac{k_{\parallel}}{k} \ll 1, \quad (1.29)$$

forment un mode quasi-2D. La figure 1.9 représente le vecteur rotation  $\vec{\Omega}_k$ ,

$$\vec{\Omega}_k \equiv k^{-2}(\vec{k} \cdot \vec{\Omega})\vec{k}, \quad (1.30)$$

qui correspond à la projection du vecteur rotation  $\vec{\Omega}$  sur le vecteur d'onde  $\vec{k}$ . L'influence de la force de Coriolis sur une structure de vecteur d'onde  $\vec{k}$  est d'autant plus faible que l'angle  $\theta - \pi/2$  est petit, et s'annule lorsque  $\theta = \pi/2$ . Par conséquent, plus l'énergie s'accumule vers l'horizontale, plus le transfert angulaire sera lent. Ainsi, le processus de bidimensionnalisation de la turbulence en rotation est un état asymptotique infiniment long à atteindre.

Très récemment, l'analyse de Davidson *et al.* [20] tend à réhabiliter les effets linéaires. Dans leur analyse, ces auteurs montrent que la propagation linéaire des ondes d'inertie disperse préférentiellement l'énergie selon l'axe de rotation.

Cependant, le consensus actuel est que la turbulence en rotation devient quasi-bidimensionnelle par les effets non-linéaires des ondes d'inertie et non pas du fait du théorème de Taylor-Proudman. C'est une particularité importante dans la mesure où, lorsque la rotation est très importante de sorte qu'elle supprime toutes les non-linéarités, un écoulement initialement 3D ne peut plus évoluer et restera 3D.

#### 1.4.2 Revue des expériences de turbulence en rotation

Les expériences qui permettent l'étude d'une turbulence développée dans un référentiel tournant sont assez rares parce que assez délicates à mettre en œuvre. On identifie deux types d'expériences : celles en conduites tournantes et celles en cuves tournantes.

- a) Dans la première configuration, un flux d'air continu, généré par une soufflerie, traverse une conduite en rotation. La turbulence est ensuite créée par le passage de cet écoulement tournant à travers une grille solidaire de la conduite.

- b) Dans la deuxième situation, le fluide est enclos dans une cuve tournante. Il n'y a donc pas de vitesse débitante. La turbulence peut être générée par des moyens divers, notamment par une grille oscillante.

#### 1.4.2.1 Les expériences en soufflerie

L'expérience de Traugott en 1958 [73] fut l'une des toutes premières à étudier le comportement de la turbulence dans un milieu tournant. L'expérience consiste à imposer un écoulement par une soufflerie. La rotation est imposée par un espace annulaire entre deux cylindres coaxiaux tournants. La turbulence est ensuite générée par une succession de grilles serrées. Dans cette expérience, le nombre de Rossby est relativement petit, de l'ordre de 0.2, et uniquement les toutes premières étapes du déclin ont été explorées ( $17.5 < x/M < 27.5$ , où  $x/M$  correspond au nombre de maille en aval de la grille). Cependant, les comportements de l'écoulement observés semble être essentiellement liés à la non-uniformité de l'écoulement moyen.

Dans les expériences en soufflerie de Jacquin *et al.* [34], la turbulence est générée par le passage d'une vitesse débitante à travers un nid d'abeille, solidaire d'une conduite tournante. Ce principe expérimental fut initialement introduit par Wigeland et Nagib [77] et fournit un écoulement moyen bien plus uniforme que dans l'expérience de Traugott [73]. Jacquin *et al.* [34] ont mis en évidence un ralentissement du déclin de l'énergie par rapport au cas en l'absence de rotation. Ce ralentissement est d'autant plus important que la vitesse de rotation est importante. D'après leurs résultats, il semblerait que le ralentissement du déclin de l'énergie ne soit pas autosimilaire. Ces auteurs ont également mis en avant que l'échelle intégrale transverse (vitesse transverse selon une séparation parallèle à l'axe de rotation) croît de façon spectaculaire, comme  $L_v \sim t$ , en présence de rotation, tandis que l'échelle longitudinale  $L_u$  (vitesse longitudinale selon une séparation parallèle à l'axe de rotation) n'est que très peu affectée par rapport au cas  $\Omega = 0$ . Cependant, étant donné l'extension limitée de la soufflerie, le comportement à temps long de l'écoulement n'a pas pu être exploré (les mesures ont été restreintes dans une conduite longue de 110 mailles de grille telles que  $x/M < 110$ ).

#### 1.4.2.2 Les expériences en cuve

Les expériences de Hopfinger *et al.* [31] et de Dickinson et Long [21] ont été réalisées en cuve tournante. Dans ces expériences, la turbulence est entretenue par l'oscillation d'une grille. L'écoulement est alors essentiellement tridimensionnel près de la grille et quasi bidimensionnel loin de celle-ci. Ce dispositif a l'avantage de fournir un forçage stationnaire mais présente l'inconvénient de produire un écoulement très inhomogène. L'expérience de Hopfinger *et al.* [31] nous intéresse tout particulièrement puisqu'elle fournit une situation de transition entre une turbulence pleinement 3D et une turbulence quasi-2D. Dans leur expérience, la cuve fait 80 cm de hauteur et 40 cm de diamètre. Une grille, de maille 5 cm, oscille dans le fond de la cuve avec une fréquence variable et une amplitude de 4 cm. La vitesse de rotation maximale est égale à  $2\pi$  rad/s. En dessous d'une certaine hauteur, la turbulence conserve ses caractéristiques comme en l'absence de rotation. Cependant, au dessus de cette hauteur, les auteurs ont observé un



ralentissement progressif du déclin spatial de l'énergie. Loin de la grille, l'écoulement se compose de structures tourbillonnaires en colonne, évoquées plus haut, de durée de vie très longue par rapport à leur temps de retournement. Les auteurs ont également fait des visualisations selon un plan parallèle à l'axe de rotation pour observer le cœur des tourbillons. Celui-ci est extrêmement fin (1-2 mm) en comparaison de leur hauteur ( $\sim 30$  cm), ce qui caractérise une anisotropie importante de l'écoulement. Par ailleurs, ces auteurs ont observé une prédominance des structures de vorticité cyclonique, ce qui correspond à un effet classique de la rotation.

L'étude expérimentale d'Ibbetson et Tritton [33] constitue une particularité. Les mesures sont effectuées dans l'air dans un volume torique de section carrée. La turbulence qui est générée par le déplacement rapide de deux plaques perforées n'est pas ici entretenue et ils se sont intéressés à la décroissance temporelle de l'énergie. Dans cette expérience, Ibbetson et Tritton [33] ont observé paradoxalement une décroissance *plus rapide* de la turbulence en présence de rotation. Dans cette configuration, les parois semblent jouer un rôle essentiel sur la dynamique de l'écoulement. Ils ont noté que pour que la turbulence survive en présence d'une forte rotation, le temps d'évolution de l'écoulement,  $l/u$ , doit être petit devant le temps d'Ekman,  $t_E = L(\nu\Omega)^{-1/2}$ , ce qui revient à dire que

$$Ek^{1/2} \ll Ro. \quad (1.31)$$

Ibbetson et Tritton [33] ont montré que lorsque la condition (1.31) n'est pas vérifiée, l'écoulement est alors dominé par la dissipation de l'énergie dans les couches d'Ekman, ce qui explique le paradoxe apparent.

Les expériences en soufflerie ont la particularité de ne pas présenter de confinement selon l'axe de rotation, contrairement aux écoulements en cuve tournante. Par conséquent, dans de telles géométries, la dissipation de l'énergie dans les couches d'Ekman sera inexistante. En contrepartie, il existe des couches limites latérales dans les expériences en soufflerie qui peuvent limiter l'extension du domaine de mesure.

#### 1.4.2.3 Les expériences de turbulence en rotation par PIV

Plus récemment, l'apparition de la vélocimétrie par images de particules, qui offre la possibilité d'accéder à la structure spatiale de l'écoulement, a relancé l'intérêt pour l'étude expérimentale de la turbulence en rotation. Le dispositif expérimental de Baroud *et al.* [1, 2] dans un anneau cylindrique présente la nouveauté de générer un écoulement turbulent par la superposition de plusieurs jets entrant selon une couronne extérieure et sortant selon une couronne intérieure de la cuve. Ces jets produisent alors un flux vers l'intérieur de l'anneau qui va se coupler à la force de Coriolis. Cependant, ce forçage présente naturellement une importante anisotropie, qui peut rendre délicate l'étude de l'anisotropisation de l'écoulement sous l'effet de la rotation. Baroud *et al.* [1, 2] ont montré qu'en présence de rotation, l'allure des fonctions de distribution des incréments de vitesse est autosimilaire à travers les échelles, tandis qu'en turbulence 3D elles sont approximativement gaussiennes à grande échelle et présentent des ailes très larges à petite échelle. Ces auteurs ont interprété ce résultat comme la conséquence d'une cascade inverse d'énergie qui préserve la cohérence des tourbillons par aggrégation. Par ailleurs, Baroud *et al.*

ont obtenu un spectre d'énergie plus pentu en présence de rotation, avec une loi de puissance en  $k^{-2}$ .

Enfin, dans une expérience récente sur la plateforme "Coriolis", Praud *et al.* [57] ont étudié le déclin d'une turbulence stratifiée en rotation. Dans cette expérience, la turbulence est générée par la translation d'un peigne vertical dans la direction perpendiculaire à l'axe de rotation. Cependant, ce forçage bidimensionnel excite préférentiellement les modes horizontaux de l'écoulement et ne permet pas d'étudier une éventuelle transition entre un écoulement initialement 3D vers un écoulement quasi 2D. Cette étude est un petit peu à part étant donné la présence de stratification. Malgré tout, Praud *et al.* [57] ont caractérisé une absence de déclin d'énergie en présence d'une forte rotation en accord avec la turbulence 2D. Dans ce régime non dissipatif, ces auteurs ont obtenu un spectre d'énergie horizontal en  $k_h^{-3}$ , en accord avec le régime de cascade d'énstrophie. Par ailleurs, ils ont également observé, en présence de rotation, une domination des tourbillons cycloniques qui se révèlent plus intenses et plus nombreux que les anticyclones. Cette observation, en revanche, traduit un écart important avec la turbulence 2D.

### 1.4.3 Etude numériques et théoriques de la turbulence en rotation

Beaucoup de travaux théoriques et numériques ont été réalisés pour améliorer notre compréhension de la turbulence. Cette section ne prétend pas couvrir tout le sujet, mais se contente d'une revue non exhaustive afin de présenter quelques idées importantes. D'autres travaux seront alors cités dans la suite de ce manuscrit lorsque le contexte de notre étude le requerra.

On distingue deux grandes méthodes pour les simulations numériques : les DNS (*Direct Numerical Simulations*) qui sont les simulations numériques directes et les LES (*Large Eddy Simulations*) qui sont les simulations des grandes échelles. L'un des enjeux majeurs des simulations numériques est d'établir un compromis entre la finesse et la précision du modèle, le coût de stockage et le temps de calcul qui s'avèrent extrêmement importants. D'une part, les DNS ont pour ambition de calculer toutes les échelles constituant le spectre d'énergie cinétique turbulente jusqu'à l'échelle de Kolmogorov. Ainsi, le nombre de points du maillage  $N$  nécessaire est lié au nombre de Reynolds (qui contrôle la gamme des tailles de structures présentes dans l'écoulement) et varie en 3 dimensions comme  $N \propto Re^{9/4}$ . Par conséquent, cette approche est numériquement extrêmement coûteuse et est limitée à d'assez faible nombre de Reynolds. D'autre part, les LES propose au contraire de ne calculer directement que les grandes échelles de l'écoulement, ces échelles étant isolées par un filtrage spatial. Cette approche s'affranchit en partie de la limitation du nombre de Reynolds. Cependant, les petites échelles n'étant pas résolues en LES, on doit alors les modéliser en faisant certaines hypothèses (modèle de viscosité turbulente ...). Par conséquent, il existe encore des limitations aux simulations numériques et une meilleure compréhension de l'influence de la rotation sur de tels écoulements turbulents est un enjeu majeur et permettrait d'accroître la fiabilité des simulations.

Dans la limite d'une turbulence à haut nombre de Reynolds et faible nombre de Rossby, l'écoulement se caractérise par plusieurs temps typiques :  $\tau_\Omega \sim \Omega^{-1}$  associé à la fréquence de rotation et  $\tau_r \simeq r/u_r$  associé à l'évolution de la turbulence. La comparaison de ces deux temps correspond au nombre de Rossby local.

Comme nous l'avons mentionné, lorsque  $u \ll \Omega l$ , la turbulence adopte une structure quasi bidimensionnelle, dans laquelle l'échelle intégrale croît essentiellement selon l'axe de rotation, probablement par émission des ondes d'inertie (Ibbetson et Tritton [33] et Hopfinger *et al.* [31]). Le même comportement a été observé dans les simulations numériques de Bartello *et al.* [3] et par Godeferd et Lollini [26], pour lesquelles une turbulence initialement isotrope 3D évolue vers un état 2D.

Godeferd et Lollini [26] ont simulé numériquement par DNS l'expérience de Hopfinger *et al.* [31]. Dans leurs simulations, les auteurs ont été restreint à des nombres de Reynolds relativement petits étant donné le coût en terme de temps de calcul d'un écoulement 3D. Malgré cette limitation, les auteurs ont largement reproduit les résultats de Hopfinger *et al.* [31].

Motivé par les expériences de Jacquin *et al.* [34], Cambon, Mansour et Godeferd [11] ont fait une distinction entre le nombre de Rossby *macroscopique*  $Ro_L = U/(2\Omega L)$  et le nombre de Rossby *microscopique*  $Ro_\omega = \omega/2\Omega$ . Ils ont discuté les conditions pour que l'écoulement devienne 2D et ont montré que l'écoulement doit vérifier simultanément  $Ro_L < 1$  et  $Ro_\omega > 1$ . Ces auteurs ont par ailleurs montré, en utilisant le modèle EDQNM (Eddy-Damped Quasi-Normal Markovian), que la rotation tend à inhiber les transferts d'énergie à travers les échelles.

Smith et Waleffe [67] ont étudié l'effet de la rotation sur un écoulement turbulent périodique avec un forçage 3D. Ils ont vérifié que la rotation force un écoulement initial 3D à devenir 2C-2D (2 composantes-2 dimensions) en inhibant les dérivées de vitesse selon l'axe parallèle à l'axe de rotation. Ils ont également observé que l'énergie entre dans un régime de cascade inverse vers les grandes échelles. Cependant, bien qu'ils aient observé des manifestations de la bidimensionnalisation de l'écoulement, la loi en  $k^{-3}$  s'établissait dans la gamme des nombres d'ondes inférieurs au nombre d'onde de forçage, contrairement au cas purement bidimensionnel.

En s'appuyant sur l'hypothèse d'un écoulement quasi-géostrophique, la rotation pourrait conduire à la bidimensionnalisation de l'écoulement, et donc à une loi en  $k^{-3}$  dans la zone inertielle du spectre d'énergie. Cependant, il faut noter que l'on trouve dans la littérature des arguments en faveur d'une loi en  $k^{-2}$ . Par une approche phénoménologique, Zhou [81] a montré que lorsque  $\tau_\Omega$  est le temps pertinent, ici pour  $Ro \ll 1$ , on obtient un nouveau spectre d'énergie en  $E(k) \sim k^{-2}$  au lieu de la loi de puissance du spectre de Kolmogorov. Canuto et Dubovikov [13] ont également trouvé un tel spectre d'énergie en  $k^{-2}$  en présence d'une forte rotation. Il est important de préciser que ce spectre d'énergie ne correspond pas à une cascade inverse d'énergie.

La comparaison entre les résultats numériques ou théoriques avec les résultats expérimentaux est cependant délicate, dans la mesure où les numériciens et les théoriciens se placent généralement dans des conditions idéales d'homogénéité et d'isotropie en ignorant les effets de parois. Par exemple, l'absence de pompage d'Ekman dans les simulations numériques rend toute comparaison incertaine puisque dans des expériences comme la nôtre, les effets de paroi sont généralement très importants.

## 1.5 Objectif de notre étude

L'objectif de cette thèse est la recherche d'une meilleure compréhension de la dynamique de la turbulence en milieu tournant. Par conséquent, nous nous proposons d'explorer le comportement de l'écoulement en faisant varier le nombre de Rossby afin d'étudier les régimes des écoulements dominés et faiblement dominés par la rotation. Le principe de notre expérience consiste à générer un écoulement turbulent par la translation d'une grille, pouvant aller jusqu'à 1 m/s, dans une cuve de 35 cm de largeur embarquée en rotation jusqu'à 4.5 rad/s. Le nombre de Reynolds basé sur la maille de la grille est de l'ordre de  $10^4$ . Cette valeur reste inférieure à celles rencontrées dans les écoulements géophysiques ou astrophysiques. Cependant pour de tels régimes turbulents, on s'attend à ce que l'écoulement ne dépende que faiblement du nombre de Reynolds. Le nombre de Rossby basé sur les échelles de l'expérience varie dans la gamme 0.6 - 20. Par conséquent, on s'attend à ce que l'énergie produite par la grille ne soit pas ou peu affectée par la rotation.

Ce dispositif en cuve tournante est assez proche de celui utilisé par Hopfinger *et al.* [31] ou par Dickinson et Long [21]. Cependant, contrairement à ces derniers, nous nous proposons dans notre expérience, non pas d'observer le déclin spatial de l'énergie près d'une grille oscillante, mais plutôt d'étudier l'évolution de la turbulence au cours du déclin temporel de l'énergie, comme ce fut à l'origine proposé par Ibbetson et Tritton [33]. Ainsi, au cours de la décroissance de l'énergie, la rotation d'ensemble va progressivement affecter l'écoulement en entier de manière homogène, de telle sorte que nous pourrions observer la transition entre une turbulence initialement tridimensionnelle (3D) sans effet de la rotation vers une turbulence quasi-bidimensionnelle (2D) dominée par la rotation. De ce fait, notre expérience est similaire aux approches théoriques et numériques pour lesquelles la condition d'homogénéité est généralement nécessaire, tandis que la condition de stationnarité ne l'est pas.

Le choix d'une étude expérimentale de la turbulence en déclin en cuve tournante peut paraître discutable étant donné que les travaux d'Ibbetson et Tritton [33] ont montré que dans une telle configuration les parois semblaient jouer un rôle essentiel sur la dynamique de l'écoulement. Cependant, contrairement à leur expérience, notre dispositif nous permet d'obtenir des nombres d'Ekman qui vérifient la condition (1.31) pour lesquels le régime de dissipation de l'énergie dans les couches d'Ekman n'est pas dominant. Un régime inertiel sera alors accessible. De plus, la PIV va permettre d'étudier la structure spatiale de l'écoulement, tandis que seules des mesures en un point ont pu être effectuées par Ibbetson et Tritton.

Par ailleurs, dans le but d'approfondir et de mieux caractériser les écoulements turbulents en rotation, nous sommes allés faire une série d'expériences sur la grande Plateforme Coriolis à Grenoble en collaboration avec Joël Sommeria. Le principe de l'expérience est identique à celui de l'expérience du FAST et consiste à observer l'évolution temporelle de la turbulence au cours de la décroissance de l'énergie. La grande échelle de cette plateforme nous permet de repousser les effets de confinements, ce qui favorise l'étude de la turbulence avant saturation de l'échelle intégrale. La comparaison des mesures réalisées sur ces deux expériences va nous permettre de bien caractériser les deux régimes d'écoulement avant et après que les effets de confinement deviennent dominants. Enfin, des mesures dans le plan horizontal et vertical sur la Plateforme

Coriolis nous donnent accès aux différentes échelles intégrales. L'un des objectifs majeurs de cette étude consiste alors à caractériser le comportement des différentes échelles afin de chercher à caractériser l'anisotropie de l'écoulement.

## Chapitre 2

# Dispositif expérimental et technique de mesure

Dans cette partie, nous présentons notre dispositif expérimental, qui se compose d'une cuve tournante à l'intérieure de laquelle une grille génère un écoulement turbulent. Nous détaillerons l'ensemble de l'expérience et nous justifierons les raisons du choix d'une telle configuration. Nous présenterons également brièvement le dispositif expérimental de la Plateforme Coriolis (Grenoble) que nous avons utilisé au cours du mois de février 2005 dans le cadre d'une collaboration avec Joël Sommeria du laboratoire LEGI. Nous introduirons ensuite le principe général de notre technique de mesure, la Vélocimétrie par Images de Particules, qui a été utilisée sur les deux expériences. Enfin, nous présenterons les paramètres sans dimension qui caractérisent notre écoulement au cours du déclin de l'énergie.

### 2.1 Description du dispositif expérimental

#### 2.1.1 Présentation générale du dispositif

Notre expérience a été spécialement conçue pour étudier l'influence d'une rotation d'ensemble, au cours du déclin de l'énergie, sur une turbulence initialement tridimensionnelle et quasi homogène et isotrope afin de tenter de caractériser la transition d'un écoulement tridimensionnel vers un état quasi bidimensionnel.

Le principe de l'expérience consiste à mettre le fluide en rotation solide puis à générer mécaniquement un écoulement turbulent 3D homogène et isotrope à un instant initial. On observe alors l'influence grandissante de la rotation, qui va affecter tout l'écoulement de façon homogène au cours du temps. La turbulence est produite par la translation rapide d'une grille sur toute la hauteur de la cuve, produisant ainsi une turbulence à l'instant initial qui est proche d'une situation idéale d'homogénéité et d'isotropie. La turbulence de grille présente, par ailleurs, l'avantage d'être bien connue dans la littérature. Ainsi, l'écoulement proposé fournit une situation où forçage et rotation sont découplés, permettant de mettre clairement en évidence l'influence de la rotation sur un écoulement turbulent homogène.

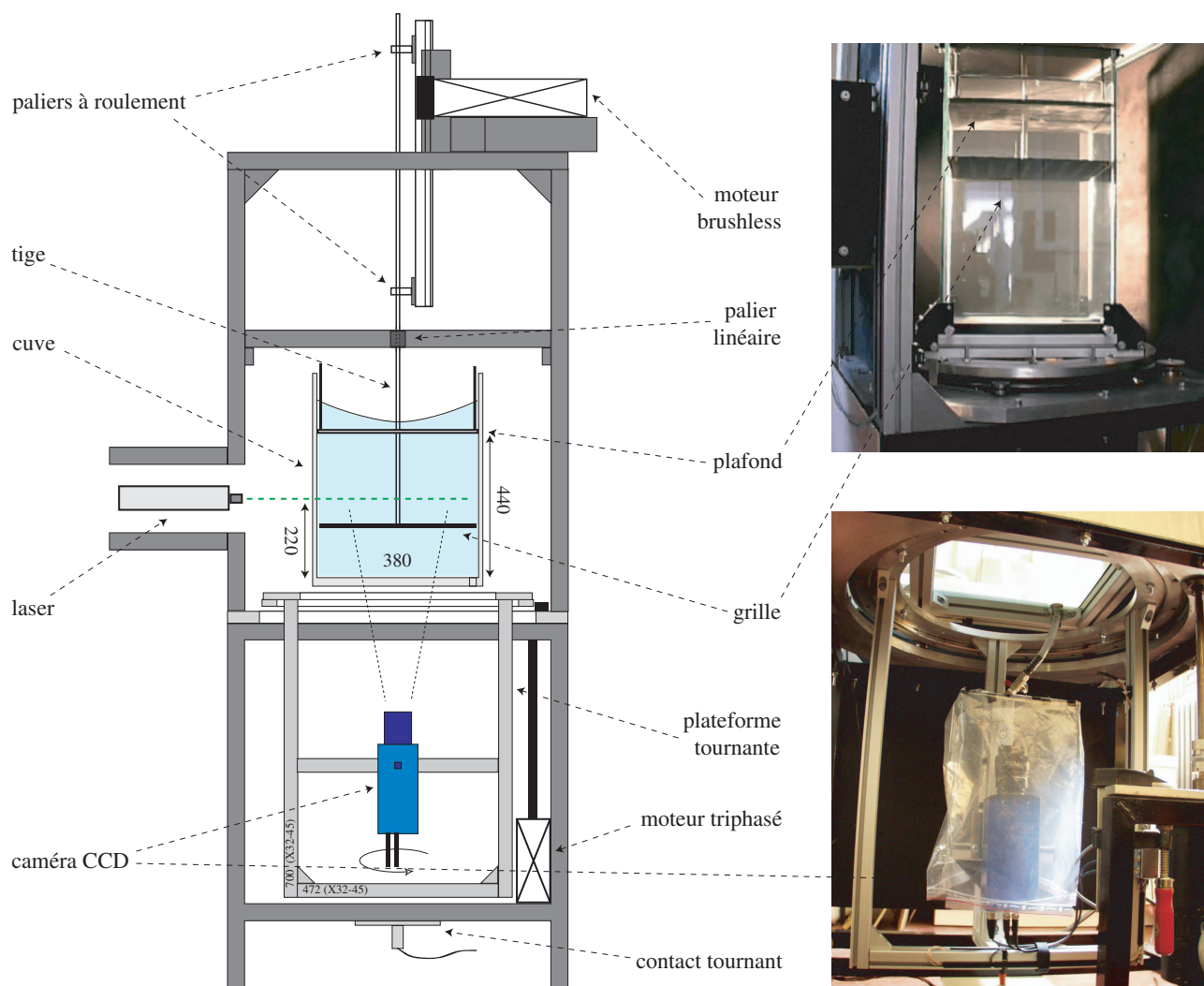


FIG. 2.1: Vue d'ensemble du dispositif expérimental.

Une vue d'ensemble du montage expérimental utilisé est représenté sur la figure 2.1. Une cuve transparente en verre, de section carrée, qui peut contenir jusqu'à 60 litres d'eau est disposée sur une plaque tournante. Cette cuve, de dimensions intérieures  $350 \times 350 \times 550$  millimètres, est centrée sur la plateforme et est maintenue fixée par quatre butées. Le choix de la cuve s'est porté sur un récipient de section carrée plutôt que cylindrique afin d'éviter tout défaut optique lié à la courbure du verre. Enfin, une vanne d'évacuation est placée au fond de la cuve et permet la vidange.

Le fluide présente une surface libre dans la partie supérieure de la cuve. Lorsque l'ensemble est en rotation, la force centrifuge a alors un effet visible de déformation paraboloidale de la surface du fluide. Nous plaçons donc un plafond, à une hauteur  $h = 44$  cm du fond de la cuve, au dessous de cette surface de façon à éliminer les variations locales de hauteur, qui pourraient causer des variations de vorticité dues à la conservation de vorticité potentielle  $\Omega/h$ . De plus, ce plafond permet d'éviter que d'éventuelles ondes de surface, excitées par la translation de la grille, ne perturbent l'écoulement.

Bien que nous ne l'ayons pas fait, il nous serait possible, à l'aide de ce dispositif expérimental, de

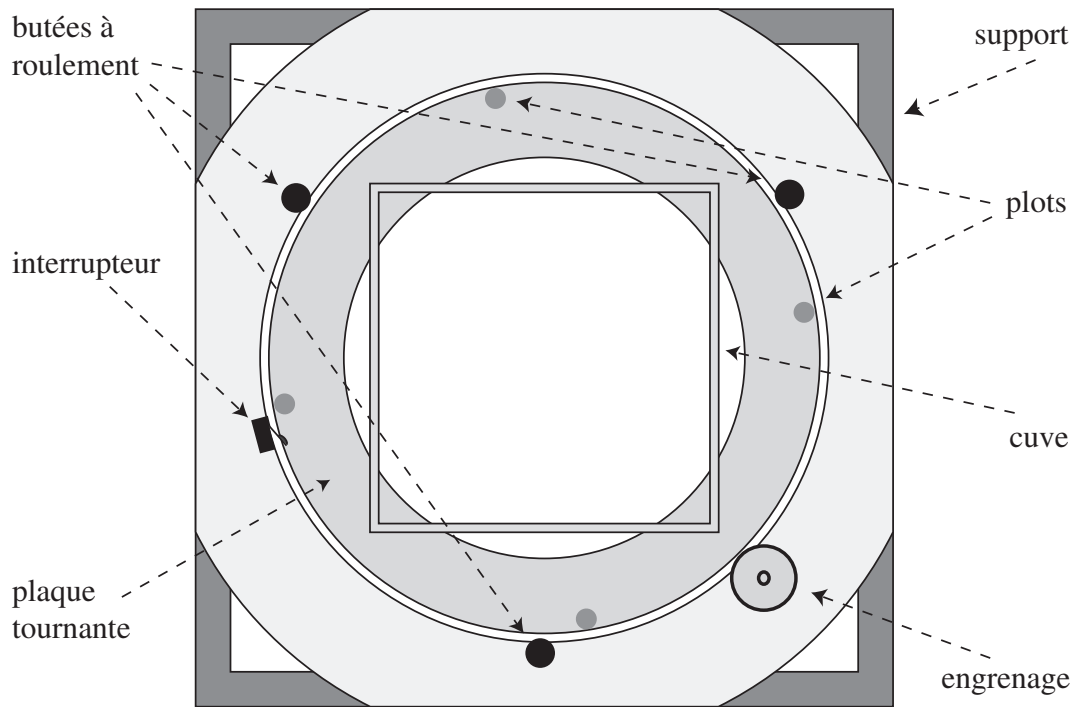


FIG. 2.2: Vue de dessus de la table tournante. L'interrupteur permet de déterminer la vitesse angulaire de la cuve.

reproduire les expériences de Hopfinger *et al.* [31] en étudiant le déclin spatial de la turbulence produit par une grille qui oscille à une extrémité de la cuve.

### 2.1.2 Le système de visualisation

Nous utilisons un système de vélocimétrie par images de particules pour observer l'évolution de l'écoulement. La caméra CCD est embarquée sur la plateforme et tourne avec la cuve. Elle est munie d'un objectif de focale 28 mm et balaye un champ de  $160 \times 130$  millimètres. L'alimentation et le signal de la caméra passent par l'intermédiaire d'un collecteur tournant. La caméra CCD est une caméra double frame, 12 bits (soit 4096 niveaux de gris) et de résolution  $1280 \times 1024$  pixels. Par conséquent 1 pixel sur nos images correspond à  $\sim 0.13$  mm. La fréquence d'acquisition de la caméra peut atteindre jusqu'à  $2 \times 4$  images par seconde et constitue un bon compromis entre rapidité et résolution.

Le laser, en revanche, pour des raisons de place, ne peut pas être disposé sur la plaque tournante. Il est donc placé face à l'expérience et reste fixe dans le référentiel du laboratoire. Nous utilisons un double laser pulsé Nd :YAg qui fournit une énergie de 25 mJ par pulse. Un système optique, composé de lentilles cylindrique et sphérique, permet de transformer le faisceau incident du laser en une nappe de faible épaisseur (1 mm). La nappe laser est positionnée horizontalement et éclaire un plan de la cuve à mi-hauteur perpendiculaire à l'axe de rotation. Son rayonnement est visible à l'œil nu (de longueur d'onde 532 nm), ce qui facilite le réglage de l'horizontalité de la nappe laser. La durée d'un pulse est de  $\sim 5$  ns et est suffisamment courte par rapport au temps de déplacement des particules pour considérer que chaque image est un instantané du



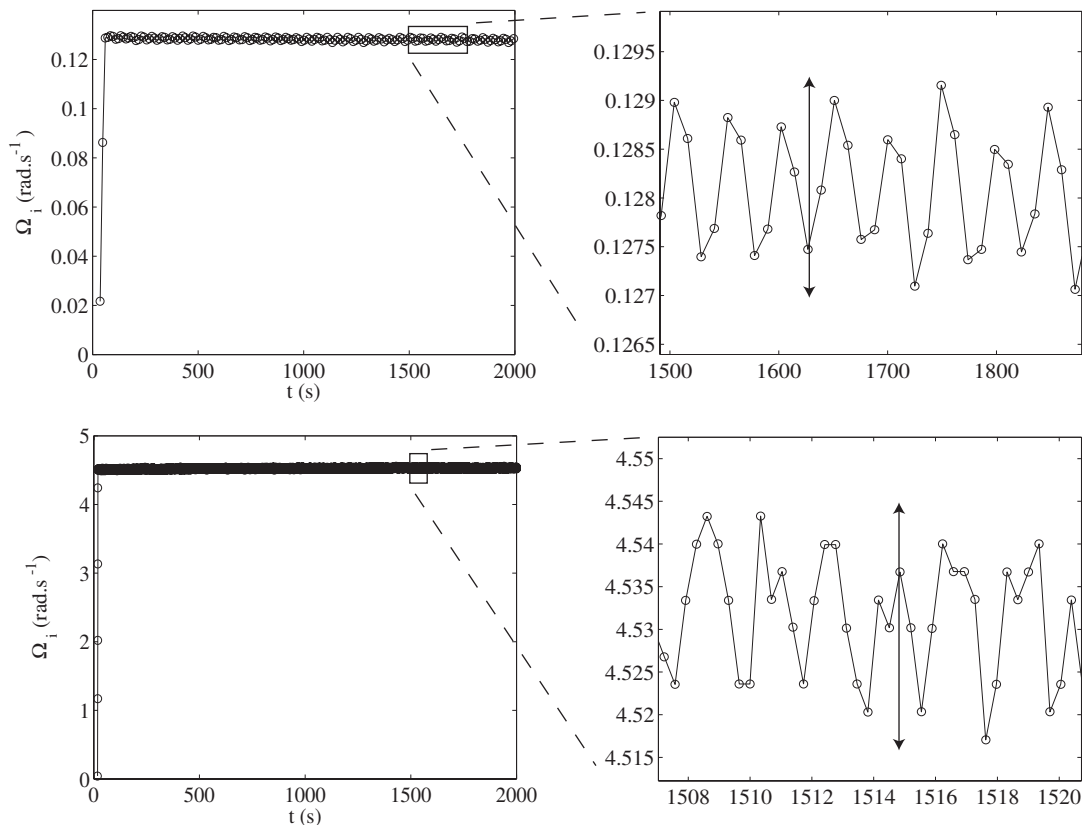


FIG. 2.3: Vitesse de rotation de la cuve, mesurée tous les quarts de tour pour une vitesse consigne de  $\Omega_0 = 0.128 \text{ rad.s}^{-1}$  et  $\Omega_0 = 4.53 \text{ rad.s}^{-1}$ .

mouvement.

Le fait que le laser ne puisse pas être embarqué sur la plateforme tournante représente un inconvénient dans ce dispositif expérimental puisqu'il nous est alors impossible de faire des mesures dans un plan vertical, parallèle à l'axe de rotation.

### 2.1.3 La table tournante

La plaque tournante est un anneau en alliage d'aluminium (voir figure 2.2), de diamètre intérieur 460 mm et de diamètre extérieur 632 mm. A la périphérie de cet anneau est disposée une couronne engrenage. L'anneau repose sur 3 butées à roulement, solidaires d'un support métallique. Cette plaque est entraînée en rotation par un engrenage de 65 mm de diamètre, lui même solidaire de l'axe d'un moteur triphasé par un accouplement en laiton. Le positionnement de l'axe de rotation par rapport à la verticale peut être ajusté par la présence de quatre pieds réglables à la base du support de la plaque tournante. La fréquence de rotation de la cuve peut être ajustée, de manière continue, à partir de 0.02 Hz jusqu'à approximativement 0.7 Hz, soit de  $0.13 \text{ rad.s}^{-1}$  jusqu'à  $4.5 \text{ rad.s}^{-1}$  environ.

Pour étudier l'influence de la rotation sur un écoulement turbulent, il est indispensable que le fluide soit initialement en régime de rotation solide. Par conséquent, il est très important que

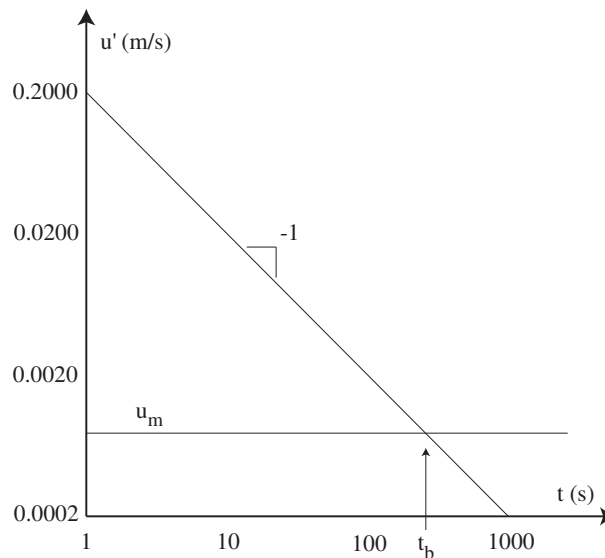


FIG. 2.4: Schématisation d'un déclin de l'énergie autosimilaire en  $t^{-2}$  au cours du temps, soit un déclin de vitesse en  $t^{-1}$ .

la vitesse de rotation soit bien contrôlée et qu'elle ne dérive pas en temps. Ainsi, un système permettant de mesurer la vitesse de la cuve au cours du temps a été mis en place afin de vérifier la stabilité de la vitesse de rotation. Ce système se compose d'un interrupteur de contact et de quatre plots équidistants fixés sur la plaque tournante, comme le montre la figure 2.2. Lorsque la cuve est mise en rotation, le passage de chaque plot déclenche l'interrupteur, qui envoie un signal à un programme d'acquisition.

La figure 2.3 représente la vitesse de rotation de la cuve, mesurée tous les quarts de tour, pour une faible et une grande vitesse de rotation. On remarque sur ces graphes que la vitesse de rotation semble bien rester constante au cours du temps mais présente, en revanche, une modulation autour de sa valeur moyenne  $\Omega_0$ . En tenant compte de cette modulation, la vitesse de rotation de la cuve peut s'écrire  $\Omega(t) = \Omega_0 (1 + \alpha \sin(\Omega_m t))$ , où  $\alpha\Omega_0$  est l'amplitude de la modulation et  $\Omega_m$  est la pulsation. A partir de la figure 2.3, on remarque que l'amplitude relative de la modulation est plus importante à faible vitesse de rotation puisque  $\alpha$  est de l'ordre de 0.7 % pour  $\Omega_0 = 0.128 \text{ rad.s}^{-1}$  tandis que  $\alpha \simeq 0.3\%$  pour  $\Omega_0 = 4.53 \text{ rad.s}^{-1}$ . On remarque qu'à faible vitesse de rotation, la pulsation de la modulation vaut  $\Omega_m = \Omega_0$ . Cependant, avec un tel échantillonnage, il ne nous est malheureusement pas possible de mesurer la fréquence de la modulation  $\Omega_m$  aux vitesses de rotation élevées.

Cette modulation de la vitesse de rotation peut être gênante puisqu'elle induit une vitesse résiduelle  $u_m$  proportionnelle au rayon et à la vitesse angulaire de la modulation, telle que  $u_m \sim \alpha r \Omega_0$ . Par conséquent, la vitesse résiduelle liée à la modulation de la plaque est de l'ordre de  $2 \text{ mm.s}^{-1}$  à grande vitesse et de l'ordre de  $0.3 \text{ mm.s}^{-1}$  à faible vitesse de rotation. Ainsi, bien que l'amplitude relative des modulations soit plus importante à faible vitesse de rotation, la vitesse résiduelle sera plus importante à forte vitesse de rotation.

Cependant, cette vitesse résiduelle va être négligeable en début d'expérience juste après le passage de la grille et puis va progressivement prendre de l'importance au cours du déclin

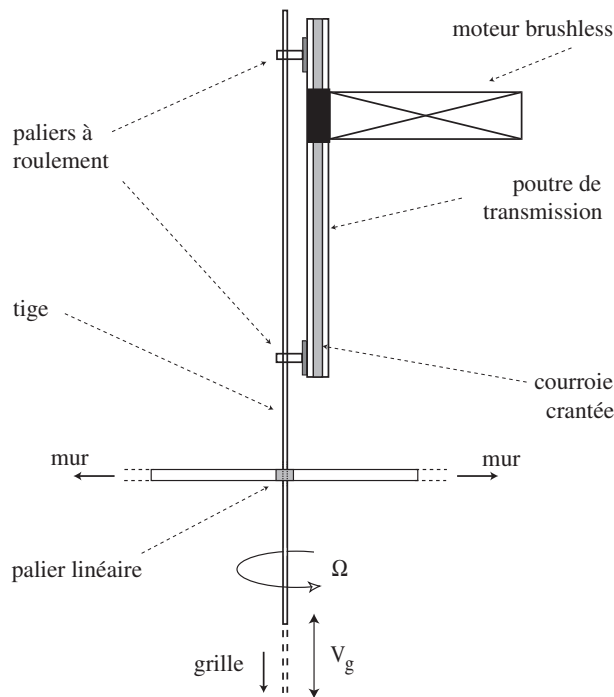


FIG. 2.5: Schématisation du dispositif permettant le mouvement de la grille.

de l'énergie. En faisant l'hypothèse d'un régime autosimilaire du déclin de l'énergie en  $t^{-2}$  (voir figure 2.4), nous pouvons estimer un temps à partir duquel cette vitesse  $u_m$  deviendra importante. Imaginons que les fluctuations turbulentes, générées par le passage de la grille, aient une vitesse de l'ordre de  $20 \text{ cm.s}^{-1}$  à l'instant initial, on en déduit que la vitesse résiduelle va affecter notre écoulement de façon significative à partir d'un temps  $t_b$  de l'ordre de 100 s à grande vitesse de rotation et pour un temps de l'ordre de 1000 s à petite vitesse de rotation. Ainsi, cette vitesse résiduelle, liée à la modulation de la vitesse angulaire de la plaque tournante, constitue notre limite de résolution, comme le montre la figure 2.4.

#### 2.1.4 Le mécanisme de forçage

Comme nous l'avons vu précédemment, le mécanisme de forçage utilisé est la translation d'une grille afin de générer un écoulement turbulent dans le sillage de celle-ci qui soit le plus homogène et isotrope possible.

##### 2.1.4.1 La translation de la grille

Le déplacement de la grille est assuré par un moteur brushless, de puissance 5 kW, qui est fixe dans le référentiel du laboratoire. Ce moteur est caractérisé par un couple nominal de 6 Nm et peut atteindre une vitesse maximale de 6000 tours par minute, ce qui correspond à une vitesse de translation, à vide, de 7 m/s. Ce type de moteur permet d'obtenir un rapport puissance/poids très élevé et du fait de sa faible inertie permet d'imposer de très grandes accélérations sur de petites courses.

La figure 2.5 représente le dispositif permettant le mouvement de la grille. Une poutre de transmission est reliée au moteur par l'intermédiaire d'une courroie crantée. L'entraînement de

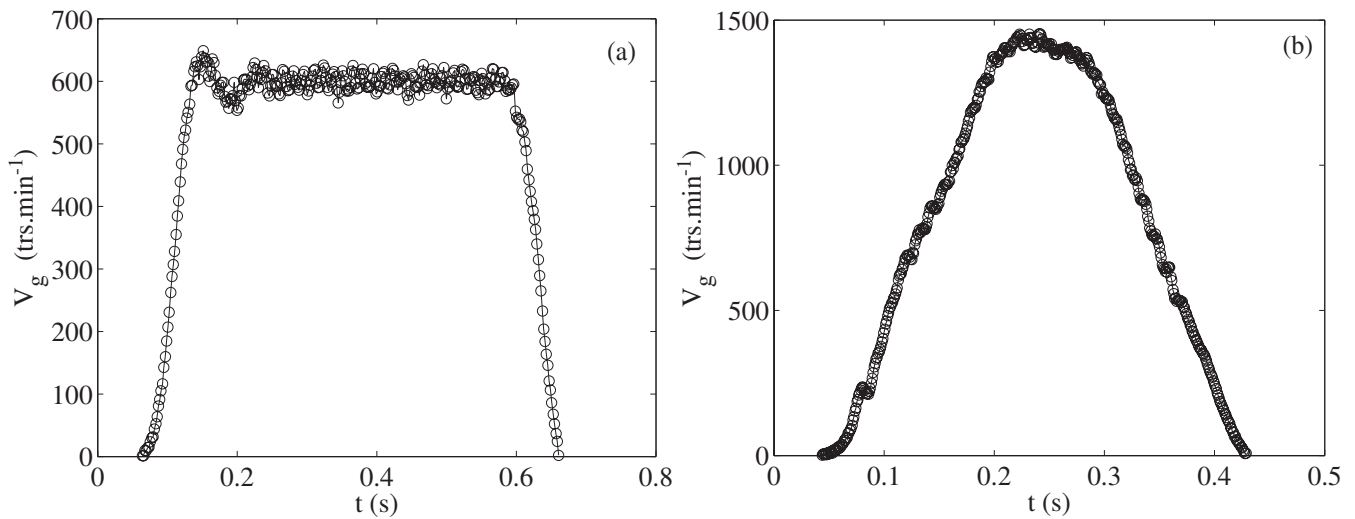


FIG. 2.6: Vitesse de rotation du moteur en tours/minute au cours d'une translation en phase ascendante pour une vitesse consigne (a)  $V_g = 600$  trs/min (correspondant à une vitesse consigne de 0.7 m/s) et pour (b)  $V_g = 1400$  trs/min (1.63 m/s). L'augmentation et la diminution de la vitesse correspondent respectivement aux phases d'accélération et de décélération de la grille.

la courroie par la rotation du moteur va imposer un mouvement linéaire de la poutre. Étant donné que la grille est entraînée en rotation par la cuve, la tige en Dural, au bout de laquelle la grille est fixée, est solidaire de la poutre par l'intermédiaire de deux paliers à roulement. De même, sachant que l'alignement entre l'axe de rotation de la cuve et l'axe de translation de la grille doit être ajusté très précisément, nous imposons à la tige de passer à travers un palier linéaire pour éviter toute déviation latérale de la grille. Ce dispositif permet à la grille de rester bien en place tout en lui permettant de se déplacer selon deux degrés de liberté, une translation linéaire verticale et une rotation autour de ce même axe.

Le déplacement de la grille est entièrement automatisé et synchronisé par le logiciel *DriveManager* de *Lust*. Ce logiciel de commande nous permet de définir précisément plusieurs paramètres de contrôle comme de fixer une position haute  $h_{max}$  et une position basse  $h_{min}$  entre lesquelles la grille va pouvoir se déplacer. La hauteur du domaine de travail étant  $h = 44$  cm, nous imposons une course  $h' = h_{max} - h_{min} = 42$  cm entre la position haute et la position basse de la grille. Il nous est également possible d'imposer une vitesse de rotation au moteur avec un certain profil d'accélération.

Le logiciel *DriveManager* permet également d'avoir accès à la vitesse instantanée du moteur, au couple instantané, ainsi qu'à la position instantanée de la grille au cours de son déplacement. De ce fait, il nous est possible de récupérer un signal dès que la grille passe en une certaine position  $z(t)$ , afin de synchroniser la prise d'image (voir section 2.1.5).

La figure 2.6 représente la vitesse de rotation du moteur,  $V_g$ , sur une course de 42 cm. Lorsque l'axe du moteur fait un tour complet sur lui-même, la grille s'est déplacée de 7 cm. Ainsi, la vitesse de la grille en mètre par seconde est donnée par la relation  $V_g(m/s) = V_g(trs/min) \times 0.07/60$ .

On remarque sur la figure 2.6 que la vitesse instantanée de la grille n'est pas constante sur toute

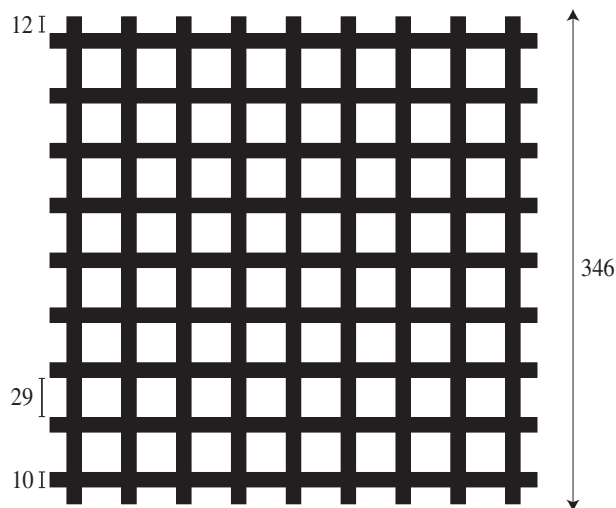


FIG. 2.7: Schéma de la grille utilisée, de maille  $M = 39$  mm et de coefficient de solidité  $a = 0.45$ .

la hauteur de la cuve. Bien entendu, les phases d'accélération et de décélération sont d'autant plus longues que la vitesse imposée est importante :  $V_g$  est constante sur 80% de la course pour une vitesse consigne de 0.7 m/s en (a) et sur seulement 30% pour une vitesse consigne de 1.4 m/s en (b). Par conséquent, à grande vitesse, la vitesse moyenne de la grille ne correspond pas à la vitesse consigne de celle-ci. Ainsi, dans la suite de cette thèse, la valeur  $V_g$  de la vitesse de la grille sera calculée comme étant la vitesse moyenne en intégrant le profil de vitesse sur toute la hauteur de la cuve. De ce fait, nous mesurons en (a) que la vitesse moyenne de la grille, sur une course  $h' = 42$  cm et une vitesse consigne de  $V_g = 0.70$  m/s, vaut environ 0.61 m/s tandis qu'en (b) avec une vitesse consigne de  $V_g = 1.63$  m/s, elle vaut 0.98 m/s.

En l'absence de frottement, le moteur brushless est capable d'atteindre une vitesse maximale de 6000 trs/min. Cependant, lors de la translation de la grille, l'eau impose une force de traînée à la grille qui s'oppose au mouvement. Le moteur doit alors imposer un couple plus important pour compenser cette force et atteint sa limite pour une vitesse consigne de 1600 trs/min, soit pour une vitesse de translation moyenne  $V_g = 0.98$  m/s, pour la grille que nous avons utilisée.

#### 2.1.4.2 Les caractéristiques de la grille

La grille que nous utilisons, schématisée sur la figure 2.7, a été conçue au laboratoire au moyen d'une fraiseuse numérique. Cette grille en PVC, de dimension  $346 \times 346 \times 10$  mm, occupe toute la largeur de la cuve, et est caractérisée par une maille  $M = 39$  mm avec des barreaux de largeur  $l_b = 10$  mm espacés par des trous de largeur  $l_t = 29$  mm. La dimension  $M$  de la maille de la grille détermine l'échelle d'injection de l'énergie, de nombre d'onde  $k_M = 2\pi/M$ . La solidité  $a$  de la grille, définie comme le rapport entre la surface fermée et la surface totale, telle que  $a = S_F/S_T = (M^2 - l_t^2)/M^2$ , vaut approximativement 0.45.

Nous allons à présent déterminer le coefficient de traînée de cette grille pour caractériser l'importance de la turbulence générée lors de son passage.

Lors de la translation de la grille, la force de traînée en régime turbulent est donnée par

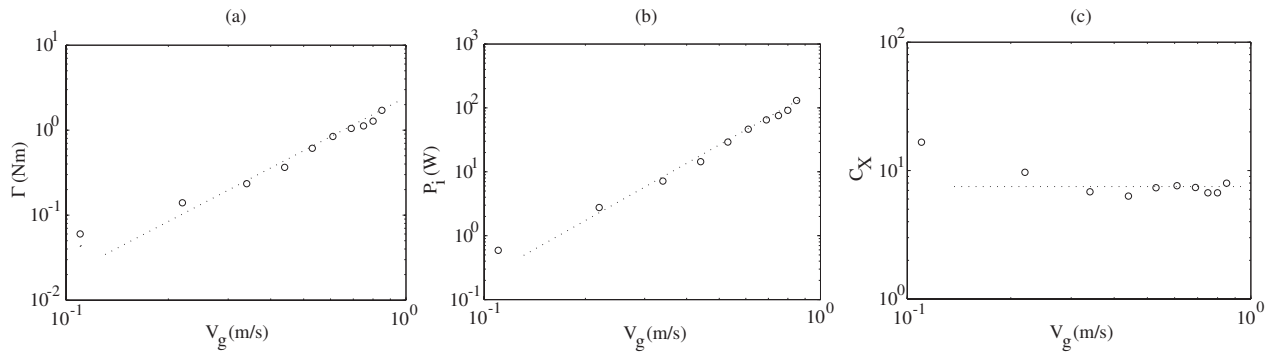


FIG. 2.8: Caractérisation de la grille utilisée. (a) Couple turbulent injecté dans l'écoulement en fonction de la vitesse de la grille. La droite en pointillé représente une loi de puissance en  $V_g^2$ . (b) Puissance injectée dans l'écoulement en fonction de la vitesse de la grille. La droite en loi de puissance présente une loi en  $V_g^3$ . (c) Coefficient de traînée  $C_x$  de la grille.

$$T = \frac{1}{2} \rho C_x S_F V_g^2, \quad (2.1)$$

où  $S_F$  est la surface fermée de la grille et  $\rho$  est la densité de l'eau. Le couple de force  $\Gamma$  exercé par le moteur étant proportionnel à la force de traînée, on en déduit alors que le couple doit être proportionnel au carré de la vitesse de la grille. La figure 2.8 (a) représente la valeur du couple moyen turbulent fourni par le moteur pour générer l'écoulement turbulent, en fonction de la vitesse de translation de la grille. Ce couple turbulent a été calculé comme la moyenne entre le couple en phase montante et le couple en descente, afin de soustraire la contribution due au moment du poids de l'ensemble poutre-grille. De plus, la contribution due aux frottements mécaniques a été extraite en calculant ce couple comme étant la différence entre le couple exercé par le moteur avec la grille dans l'eau et le couple exercé par le moteur à vide. On observe bien un couple qui varie en une loi de puissance de la vitesse de la grille  $\Gamma \sim V_g^2$ .

A partir des valeurs de ce couple turbulent, on peut en déduire les valeurs de la puissance injectée dans l'écoulement par le passage de la grille. La puissance est donnée par  $P_i = FV_g$ , où  $F = \Gamma/R$  est la force exercé par le moteur sur la grille et  $R$  est le rayon de la poulie. Ainsi on obtient une puissance qui varie comme la vitesse au cube, comme nous pouvons le voir sur la figure 2.8 (b).

Enfin, le coefficient de traînée  $C_x$  est donné par

$$C_x = \frac{T}{\frac{1}{2} \rho S_F V_g^2} \quad (2.2)$$

et est censé ne pas dépendre de la vitesse de translation de la grille. La figure 2.8 (c) représente la valeur de  $C_x$  en fonction de  $V_g$ . La valeur du coefficient de traînée mesuré est  $C_x \sim 7$ . A titre d'exemple, le coefficient de traînée d'une voiture classique vaut 0.5. La valeur du  $C_x$  de la grille est donc assez élevée, ce qui caractérise son manque d'aérodynamisme et donc son efficacité à générer un écoulement turbulent.

### 2.1.5 Protocole expérimental

A l'aide de ce dispositif expérimental nous contrôlons parfaitement le déplacement de la grille et nous sommes en mesure de générer des écoulements turbulents dans des conditions contrôlées et reproductibles.

Le système d'acquisition des données a été schématisé sur la figure 2.9. Le passage de la grille en une position  $z$  donnée va déclencher l'envoi d'un signal vers l'ordinateur (étape (1)), qui va lui même déclencher une acquisition (étape (2)), synchronisation d'un flash laser et d'une prise d'image. Enfin, la caméra envoie l'image prise sur l'ordinateur (étape (3)). Quant au circuit (a), il permet de mesurer la vitesse de rotation de la cuve par l'intermédiaire d'un interrupteur (décrit dans la section 2.1.3).

Le protocole expérimental est schématisé sur la figure 2.10. Le principe d'une expérience consiste à générer un écoulement turbulent par la translation de la grille sur une hauteur  $h' = 42$  cm (1 aller-retour). Dès que la grille passe par la position  $z(t) = h'/2 = 21$  cm, un signal est envoyé à l'ordinateur, ce qui définit l'origine du temps,  $t = 0$ . La grille reste ensuite immobile en position haute,  $z(t) = h_{max}$ , tandis que l'ordinateur lance une série de  $N$  acquisitions au cours du déclin de l'énergie. Typiquement, nous prenons entre 80 et 150 images au cours d'un déclin. Une fois que le régime de rotation solide est de nouveau établi (de l'ordre de 400 s après le passage de la grille), nous réimposons une translation de grille qui va à son tour déclencher  $N$  acquisitions aux mêmes instants  $t_i$  que précédemment. Au cours d'une expérience, nous enregistrons entre 40 et 60 déclin d'énergie. Ainsi, nous sommes en mesure de faire des moyennes d'ensemble de plusieurs champs de vitesse générés avec des conditions initiales identiques mais statistiquement indépendants. De ce fait, tous les résultats expérimentaux qui seront présentés dans la suite de cette thèse seront moyennés à partir d'une cinquantaine de champs statistiquement indépendants.

## 2.2 Vélométrie par images de particules

Dans cette section, nous allons présenter le principe général de la technique de vélocimétrie par images de particules. Nous avons utilisé cette technique pour obtenir des champs de vitesse instantanés de notre écoulement, dans un plan horizontal. Nous utilisons le logiciel *Davis* de chez *LaVision* [40] pour l'acquisition et le traitement de nos données.

### 2.2.1 Principe de fonctionnement de la PIV

La vélocimétrie par images de particules (PIV) est une méthode de mesure de vitesse non intrusive, instantanée et bidimensionnelle. La mise en œuvre d'une telle technique repose sur quatre étapes distinctes : l'ensemencement de l'écoulement, la création d'un plan lumineux laser, l'acquisition d'images et le traitement des données.

La technique de visualisation consiste à rendre visible le déplacement du fluide en y ajoutant des traceurs. Par conséquent on ne mesure pas directement la vitesse de l'écoulement mais plutôt celle de particules en suspension dans celui-ci. Les traceurs doivent évidemment être de petite

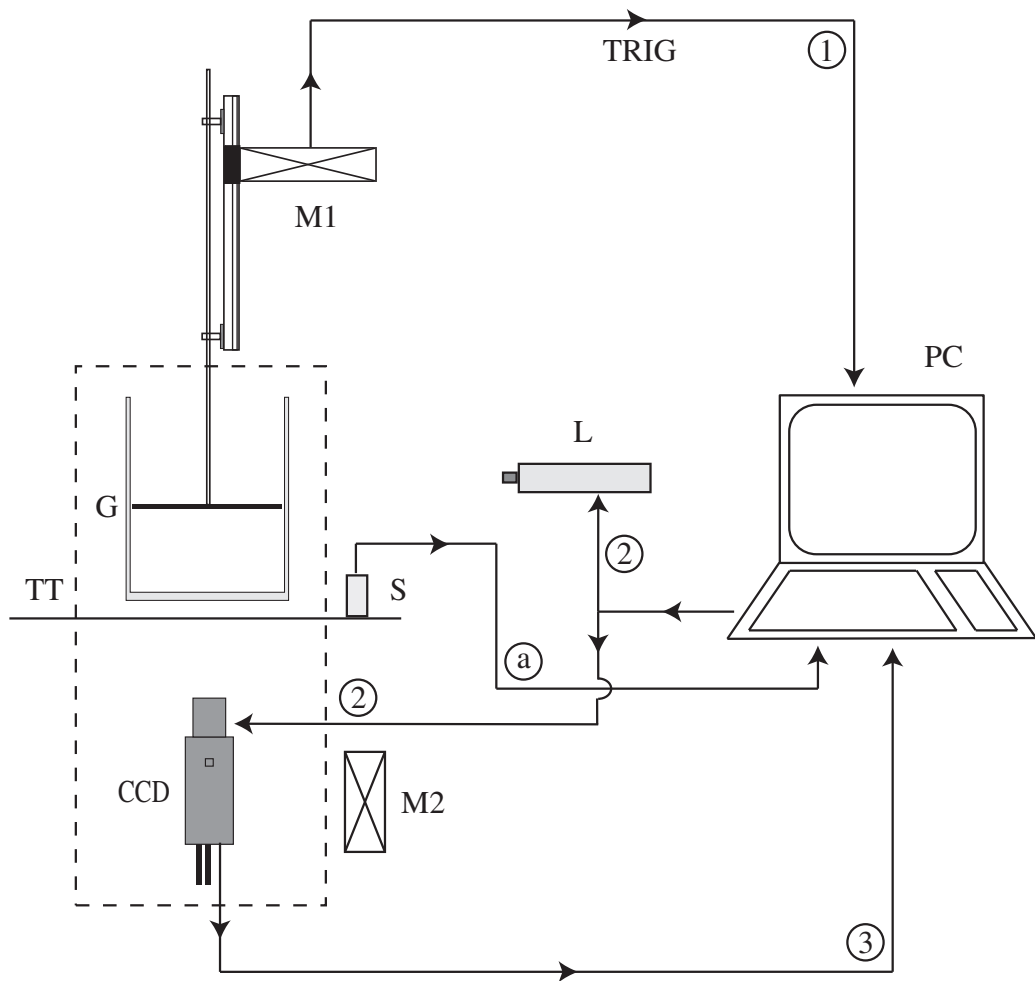


FIG. 2.9: Schéma du dispositif d'acquisition. Le circuit (1),(2),(3) permet l'acquisition des images, tandis que le circuit (a) permet de mesurer la vitesse de rotation de la cuve. Le rectangle en pointillé indique la partie en rotation.

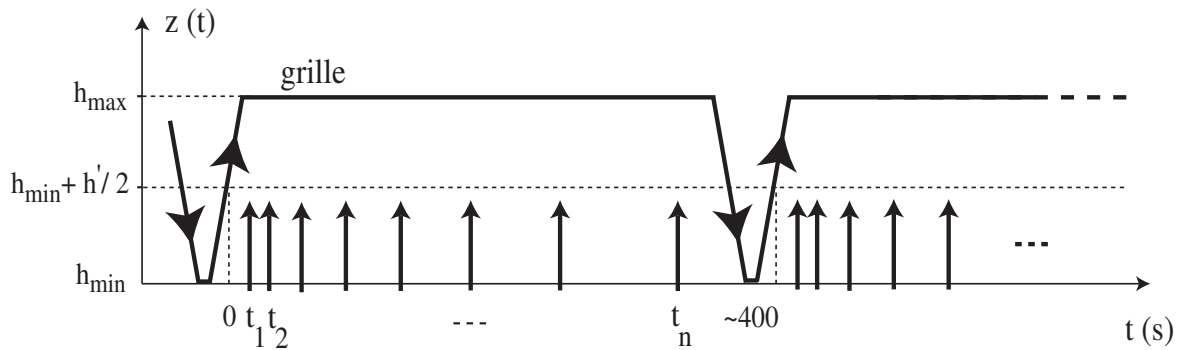


FIG. 2.10: Schématisation du protocole expérimental au cours d'une expérience.



taille afin de ne pas perturber l'écoulement, suffisamment gros pour être observés et de masse volumique le plus proche possible du fluide suspendant. Ainsi, les champs de vitesse mesurés par PIV correspondent à la projection d'un champ tridimensionnel dans un plan.

Le principe général de la PIV repose sur l'enregistrement de deux images successives, entre deux instants  $t$  et  $t + \Delta t$ . La caméra CCD est déclenchée en synchronisation avec chaque impulsion du laser. L'intervalle de temps  $\Delta t$  entre deux plans lumineux est réglable et doit être ajusté en fonction des vitesses rencontrées dans l'écoulement (cf. section 2.2.2.4). Pour pouvoir mesurer les petites échelles de l'écoulement, il est nécessaire d'utiliser un très grand nombre de particules. Par conséquent, il est difficile de suivre individuellement chaque particule. Chaque image est alors divisée en petites régions carrées, que l'on nomme fenêtres d'interrogation. L'algorithme de PIV consiste alors à calculer la fonction de corrélation d'intensité lumineuse  $C(\Delta x, \Delta y)$ , par transformée de Fourier, entre deux fenêtres d'interrogation identiques d'une image à l'autre séparées par un intervalle de temps  $\Delta t$ . Si toutes les particules présentes dans la fenêtre d'interrogation ont une vitesse  $\vec{v} = v_x \vec{e}_x + v_y \vec{e}_y$  à l'instant  $t$ , leur déplacement selon  $x$  et  $y$  pendant  $\Delta t$  vaut  $\Delta x = v_x \Delta t$  et  $\Delta y = v_y \Delta t$ . Ainsi, la fonction de corrélation, qui s'écrit

$$C(\Delta x, \Delta y) = \int_{x,y} I_t(x, y) I_{t+\Delta t}(x - \Delta x, y - \Delta y) dx dy, \quad (2.3)$$

est maximale et vaut  $I_{max}^2$  pour le déplacement  $(\Delta x, \Delta y)$  réel des particules et prend des valeurs idéalement petites pour les autres. Cette fonction de corrélation présente donc un pic de corrélation dont la position par rapport au centre de la fenêtre permet d'accéder au vecteur vitesse.

## 2.2.2 Choix des paramètres de la PIV

La technique de vélocimétrie par images de particules est délicate à mettre en œuvre et il est nécessaire d'ajuster plusieurs paramètres pour disposer de résultats convenables.

### 2.2.2.1 Ensemencement

Le choix des particules s'est porté sur des billes de verre creuses (sphericul 110P8) de forme sphérique, de rayon moyen  $r = 5.5 \mu\text{m}$  et de densité  $\rho = 1.1 \text{ g.cm}^{-3}$ . La différence de densité  $\delta\rho$  entre les particules et l'eau est largement compensée par la petite taille des traceurs. En effet, en supposant une suspension de faible fraction volumique, la vitesse de sédimentation d'une particule isolée est donnée par

$$V_s = \frac{2}{9} \frac{\delta\rho g r^2}{\eta}, \quad (2.4)$$

et, dans notre cas, est de l'ordre de  $V_s \sim 10^{-6} \text{ m/s}$ . Ainsi, étant donné les caractéristiques des particules et les vitesses turbulentes mises en jeu (au minimum  $u \simeq 1 \text{ mm/s}$ ), nous pouvons légitimement considérer que ces traceurs sont passivement advectés par l'écoulement.

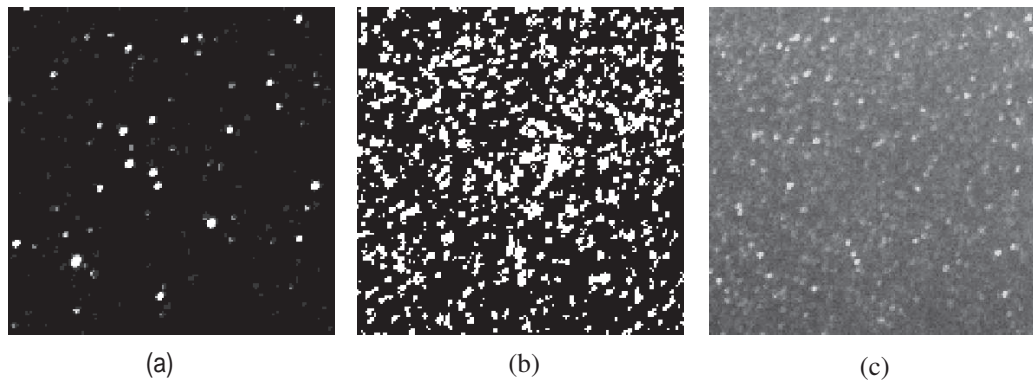


FIG. 2.11: Ensemencement de l'écoulement par (a) 0.05 g de particule dans 60 L d'eau (soit une fraction volumique  $\phi \sim 10^{-6}$ ), (b) 0.5 g de particule (soit  $\phi \sim 10^{-5}$ ), (c) 2 g de particules (soit  $\phi \sim 4.10^{-5}$ ).

La qualité des mesures dépend de la qualité des images enregistrées. Il faut donc conjuguer un bon ensemencement avec une bonne illumination. Ainsi, il est important que l'ensemencement de l'écoulement soit le plus homogène possible et que la concentration en particules soit ajustée. Sur la figure 2.11, la photo (a) correspond à un écoulement pas assez ensemencé. La résolution spatiale est alors très limitée. La photo (c), au contraire, représente un écoulement avec une densité de particules beaucoup trop importante. Cette photographie est donc trop peu contrastée car la concentration en particule opacifie le fluide entre le plan laser et la caméra. La photo (b) correspond à un optimum, avec environ 0.5 g de particule immergées dans 60 L d'eau, correspondant à une fraction volumique de l'ordre de  $10^{-5}$ .

### 2.2.2.2 Épaisseur de la nappe laser

Dans une situation idéale, la nappe laser doit être la plus fine possible. Cependant, juste après le passage de la grille, l'écoulement présente une importante vitesse verticale, parallèle à l'axe de rotation. Par conséquent, des particules peuvent sortir de la nappe laser d'une image à l'autre, auquel cas l'algorithme de PIV perd la trace de ces particules et engendre des vecteurs vitesse aberrants.

L'épaisseur de la nappe laser doit alors être ajustée en fonction des vitesses rencontrées dans l'écoulement et de l'intervalle de temps entre deux pulses laser. Lors de nos expériences, les fluctuations de vitesse sont de l'ordre de 20 % de la vitesse de la grille. Ainsi, les vitesses les plus importantes obtenues, tout juste après le passage de la grille, sont de l'ordre de  $20 \text{ cm.s}^{-1}$ . L'intervalle de temps entre deux flashes laser étant typiquement de l'ordre de  $\sim 5 \text{ ms}$  pour de telles vitesses, les particules les plus rapides se déplacent, pendant l'intervalle  $\Delta t$ , de  $\sim 1 \text{ mm}$ . C'est la raison pour laquelle l'épaisseur de la nappe a été ajustée à environ 1 mm.

### 2.2.2.3 Taille des fenêtres d'interrogation

La taille des fenêtres d'interrogation,  $l_e$ , où est calculée la fonction de corrélation, détermine le nombre total de vecteurs qui sont calculés pour une paire d'image et est l'un des paramètres

essentiels de la technique de PIV. Bien entendu, plus la taille des fenêtres sera petite, mieux l'écoulement sera décrit. Cependant, afin d'obtenir des mesures qui ne soient que très peu bruitées, il est nécessaire de faire un compromis entre plusieurs contraintes :

- La taille de ces fenêtres doit être ajustée en fonction de la densité d'ensemencement de l'écoulement car chaque fenêtre doit contenir 4 à 5 particules au minimum pour optimiser l'algorithme.
- La méthode d'intercorrélation entre deux fenêtres d'interrogation détermine un écoulement moyen à l'intérieur de celle-ci. Il est donc préférable que les fenêtres soient suffisamment petites pour que l'écoulement soit le plus uniforme possible à l'intérieur. Si la taille des fenêtres est trop grande, alors le champ de vitesse obtenu est arbitrairement lissé spatialement.

La particularité et la difficulté des écoulements turbulents sont qu'ils se caractérisent par d'importantes fluctuations de vitesse dans l'espace à un instant donné. Par conséquent, lors du traitement de nos images, nous avons utilisé, dans un premier temps, des fenêtres de taille  $32 \times 32$  pixels qui déterminent un mouvement moyen. Chacune de ces fenêtres est ensuite divisée en quatre fenêtres de taille  $16 \times 16$  pixels, soit de taille  $2.8 \times 2.8$  mm, pour suivre plus précisément le déplacement des particules et affiner le champ de vitesse. Nous avons également imposé un recouvrement de 50% entre chaque fenêtre adjacente afin d'augmenter la résolution spatiale de l'écoulement. Cependant, ce recouvrement n'apporte aucune information supplémentaire sur la dynamique de l'écoulement à petite échelle puisque les déviations de la vitesse à une échelle inférieure à 2.8 mm ne pourront pas être détectées. Finalement, les champs de vitesse obtenus sont caractérisés par un vecteur tous les 8 pixels, soit environ tous les 1.25 mm, répartis sur une grille de  $160 \times 128$  vecteurs, soit 20480 vecteurs vitesse.

Le temps caractéristique des fluctuations de vitesse  $u'$  est donné, pour un écoulement turbulent, par  $t_{nl} \sim \lambda/u' \sim \omega'^{-1}$ , où  $\omega'$  correspond aux fluctuations de vorticit   tandis que  $\lambda$  est l'  chelle caract  ristique sur laquelle le champ reste corr  l      lui-m  me (cette   chelle correspond    l'  chelle de Taylor en turbulence homog  ne et isotrope). Par cons  quent, la taille des fen  tres d'interrogation  $l_e$  doit   tre petite par rapport    cette   chelle. La figure 2.12 (a) compare l'  chelle caract  ristique  $\lambda$     la taille des fen  tres d'interrogation  $l_e$  au cours du temps pour une exp  rience donn  e. On remarque que ce rapport vaut 1 en d  but d'exp  rience et augmente au cours du temps. Il semble donc bien que la taille des fen  tres d'interrogation soit suffisamment petite pour d  crire convenablement les fluctuations spatiales de vitesse jusqu'   une   chelle  $\lambda$ . Cependant, il existe des fluctuations spatiale de vitesse    des   chelles plus petites pouvant aller jusqu'   l'  chelle de Kolmogorov  $\eta$ , qui selon toute vraisemblance ne pourront   tre mesur  es au tout d  but du d  clin de l'  nergie.

#### 2.2.2.4 Choix du pas de temps

Tout comme le choix de la taille des fen  tres d'interrogation, le choix de l'intervalle de temps  $\Delta t$  entre deux images est un param  tre essentiel pour une bonne d  termination du champ mesur  . En particulier, il est n  cessaire que les particules restent d'une image sur l'autre. Il faut pour cela ajuster l'intervalle de temps  $\Delta t$  entre deux flash laser en fonction des vitesses rencontr  es

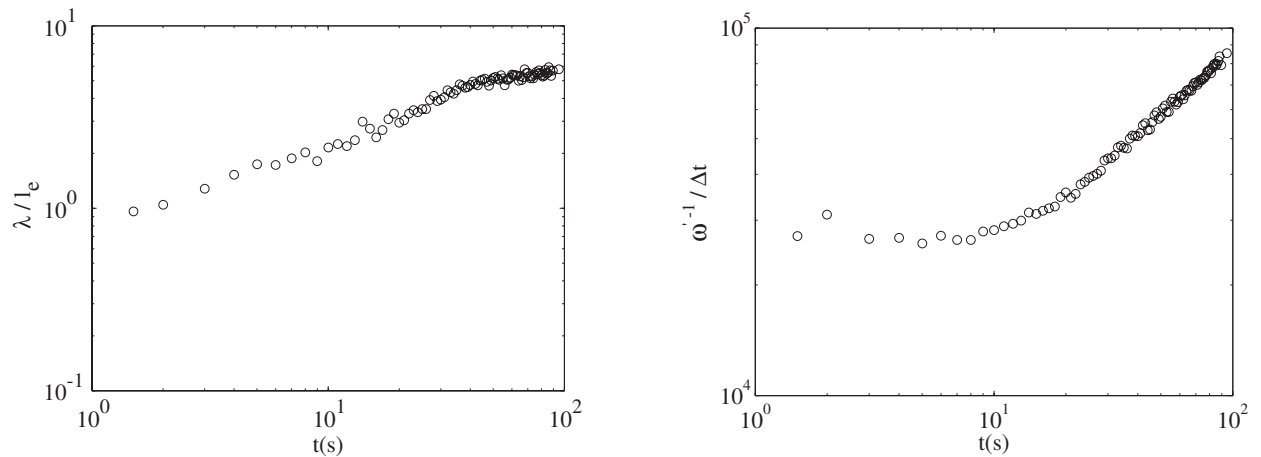


FIG. 2.12: (a) Rapport de l'échelle caractéristique  $\lambda$  et de la taille  $l_e$  des fenêtres d'interrogation au cours du déclin de l'énergie. (b) Rapport entre le temps caractéristique des fluctuations de vitesse  $\omega'^{-1}$  et l'intervalle de temps  $\Delta t$  au cours du déclin de l'énergie.

dans l'écoulement. Pour les grandes vitesses, il est nécessaire de choisir un  $\Delta t$  petit pour éviter que la plupart des particules ne quittent leur fenêtre d'interrogation d'une image à l'autre, et il convient de prendre un  $\Delta t$  grand pour les petites vitesses afin que les particules aient un déplacement significatif. Le déplacement idéal d'une particule correspond à un déplacement d'un tiers de la fenêtre d'interrogation, soit un déplacement de 5 à 6 pixels dans notre cas. Enfin, il est primordial que les champs de vitesse correspondent à des instantanés du mouvement en s'assurant que l'intervalle de temps est petit devant le temps caractéristique de l'écoulement, afin d'éviter que ce dernier change de façon significative pendant  $\Delta t$ .

Étant donné que les écoulements turbulents présentent de grosses fluctuations de vitesse à un instant  $t$  donné, il nous est impossible d'avoir un déplacement strictement identique pour tous les vecteurs vitesse mesurés. Par conséquent, nous devons imposer un intervalle de temps  $\Delta t$  en fonction de la vitesse quadratique moyenne (vitesse rms) afin de ne pas défavoriser les grandes ou les petites vitesses rencontrées dans l'écoulement.

Compte tenu que nous effectuons des acquisitions d'images au cours du déclin de l'énergie, nous augmentons l'intervalle de temps entre deux flashes laser afin de conserver un déplacement moyen des particules relativement constant au cours du temps. Typiquement, nous avons augmenté progressivement l'intervalle  $\Delta t$  par paliers entre 5 ms et 120 ms au cours du déclin de l'énergie.

Le temps caractéristique des fluctuations de vitesse étant, pour un écoulement turbulent, donné par le temps non-linéaire  $t_{nl} \sim \lambda/u' \sim \omega'^{-1}$ , le choix de l'intervalle de temps  $\Delta t$  doit être choisi tel que  $\Delta t \ll t_{nl}$ . La figure 2.12 (b), qui compare le temps caractéristique des fluctuations de vitesse  $\omega'^{-1}$  à l'intervalle de temps  $\Delta t$  entre deux flashes laser, met bien en évidence que  $\Delta t$  est négligeable devant le temps d'évolution de la turbulence  $t_{nl}$ . Par conséquent, les champs de PIV calculés sur un temps  $\Delta t$  correspondent bien à des instantanés du mouvement.

### 2.2.2.5 Traitement des champs de vitesse

Même dans le cas idéalisé où tous les paramètres de PIV sont parfaitement optimisés, il y a toujours quelques vecteurs aberrants qui apparaissent en raison d'inhomogénéité de l'éclairage ou de l'ensemencement. Pour améliorer la qualité des champs de vitesse, il est possible d'appliquer des critères pour vérifier la validité de chaque vecteur vitesse.

Le premier critère consiste à comparer les deux premiers pics de corrélation, et est basé sur la quantité

$$Q = \frac{P1 - P_{\min}}{P2 - P_{\min}}, \quad (2.5)$$

où  $P_{\min}$  est la valeur minimale de la fonction de corrélation, tandis que  $P1$  et  $P2$  correspondent respectivement à la hauteur du premier et du deuxième pic. Plus ce facteur  $Q$  sera important, plus le vecteur vitesse correspondant aura une grande probabilité d'être valide. Si  $Q$  est inférieur à 1.2, alors le vecteur est considéré comme aberrant. Typiquement, le facteur  $Q$  est de l'ordre de 2 dans les expériences que nous avons réalisées.

Un deuxième critère consiste à appliquer un filtre médian qui compare chaque vecteur vitesse à ses 8 vecteurs voisins tel que  $|U| - 1.3 U_{rms} \leq u \leq |U| + 1.3 U_{rms}$ , où  $u$  désigne la vitesse d'un certain vecteur vitesse tandis que  $|U|$  et  $U_{rms}$  désignent respectivement la vitesse moyenne et la déviation standard de ses 8 vecteurs voisins. Ce filtre médian s'applique à chaque composantes du vecteur vitesse dans le plan  $(x, y)$ . Si cette condition n'est pas vérifiée, l'algorithme de PIV considère alors le vecteur vitesse associé au deuxième pic de corrélation, puis du troisième pic de corrélation, et regarde s'ils respectent la condition du filtre médian. Si aucun des trois vecteurs vitesse associés aux trois plus haut pics de corrélation ne respecte le critère du filtre médian, alors le vecteur vitesse est effacé et est remplacé par interpolation. Typiquement, ce filtre médian concerne entre 0.1 et 0.3 % de tous les vecteurs vitesse et permet de retirer une grande partie des vecteurs aberrants.

### 2.2.2.6 Limite de résolution liée à notre configuration expérimentale

Un inconvénient de notre dispositif expérimental est lié au fait que le laser reste fixe dans le référentiel du laboratoire. De ce fait, lorsque la cuve est en rotation, deux images successives seront éclairées sous deux incidences différentes séparées d'un angle  $\theta = \Omega \Delta t$ .

Dans le cas le plus défavorable, en fin de déclin, avec  $\Delta t = 120$  ms, à une vitesse de rotation maximale de 4.5 rad/s, le laser éclaire les particules sous deux incidences séparées d'un angle de l'ordre de  $\theta = 30^\circ$ . En faisant l'hypothèse que les particules les plus grosses ont un diamètre apparent de l'ordre de 3 pixels, l'algorithme de PIV va détecter un déplacement apparent des particules de l'ordre de 0.8 pixel (soit un déplacement de 0.13 mm), soit une vitesse apparente de l'ordre de 1.1 mm/s. Cette vitesse apparente est du même ordre de grandeur, dans la même situation, que la vitesse résiduelle liée à la modulation de la vitesse de rotation de la table tournante (cf. section 2.1.3). Ainsi, le fait que le laser reste fixe dans le référentiel du laboratoire contribue également à notre limite de résolution, mais pas de façon prépondérante.

## 2.3 Plateforme Coriolis

Dans cette section, nous allons présenter le dispositif expérimental de la grande cuve tournante de l'équipe Coriolis (LEGI, UJF-INPG-CNRS), que nous avons utilisé durant le mois de février 2005 dans le cadre d'une collaboration avec Joël Sommeria. Tout comme pour l'expérience au laboratoire FAST, le principe de l'expérience consiste à générer un écoulement turbulent puis d'observer l'influence grandissante de la rotation au cours du déclin de l'énergie. Le principe de mesure est également la PIV, et nous n'insisterons donc ici que sur les différences avec l'expérience du FAST.

### 2.3.1 Installation expérimentale

Une plateforme de 14 m de diamètre supporte une cuve circulaire de 13 m de diamètre, haute de 1.2 m (voir figure 2.13). La cuve peut être remplie jusqu'à 150 m<sup>3</sup> d'eau. La période de rotation de la cuve peut être ajustée de 30 à 1000 secondes avec une précision relative de 10<sup>-4</sup>. La verticalité de l'axe de rotation est, quant à elle, assurée à 3.10<sup>-6</sup> près, tandis que le fond de la cuve est horizontal à ±2 mm. Enfin, l'ensemble de l'instrumentation électronique, le système d'acquisition, la caméra, les ordinateurs et les expérimentateurs sont *embarqués* et tournent avec la cuve. D'autres détails de ce dispositif expérimental sont disponibles dans l'article Praud *et al.* [57].

Dans le cadre de ce projet, la cuve est remplie d'eau sur une hauteur de 1 m. Une expérience en l'absence de rotation et trois expériences avec une période de rotation de 30, 60 et 120 s ont été réalisées. La variation de la hauteur de la surface libre induite par la rotation est de 0.3 cm (respectivement 4.7 cm) pour la plus petite (respectivement la plus grande) vitesse de rotation de la cuve. Un canal de 4 m de largeur a été conçu, sur toute la longueur de la cuve (voir figure 2.14), dans lequel une grille va être translatée pour générer un écoulement turbulent. La vitesse de translation de la grille vaut  $V_g = 30$  cm/s sur une distance de 9.1 m, sauf sur les phases d'accélération et de décélération. La grille a été spécialement conçue par l'équipe Coriolis et occupe toute la largeur du canal. Cette grille est caractérisée par des barreaux de largeur 36 mm, avec une maille  $M = 17$  cm et un coefficient de solidité de 0.38. La grille est suspendue sur un chariot, qui se déplace au dessus de la surface libre. Son déplacement est assuré par un moteur et le tout est automatisé par ordinateur. La vitesse de la grille augmente linéairement de 0 à  $V_g$  en phase d'accélération, puis diminue linéairement jusqu'à 0 en phase de décélération.

### 2.3.2 Système d'acquisition

Nous utilisons un système de vélocimétrie par images de particules pour suivre l'évolution de l'écoulement au cours du temps. Nous avons utilisé une caméra double frame, 14 bits et de résolution 2048 × 2048 pixels durant cette campagne de mesure. L'eau estensemencé de particules Chemigum P83 de 250 μm de diamètre. Un laser continu de puissance 8 W illumine les particules. L'épaisseur de la nappe laser est de 1 cm.

A l'aide de ce dispositif, nous sommes donc en mesure de générer des écoulements dans des conditions contrôlées et reproductibles. Des moyennes d'ensemble sont alors effectuées entre

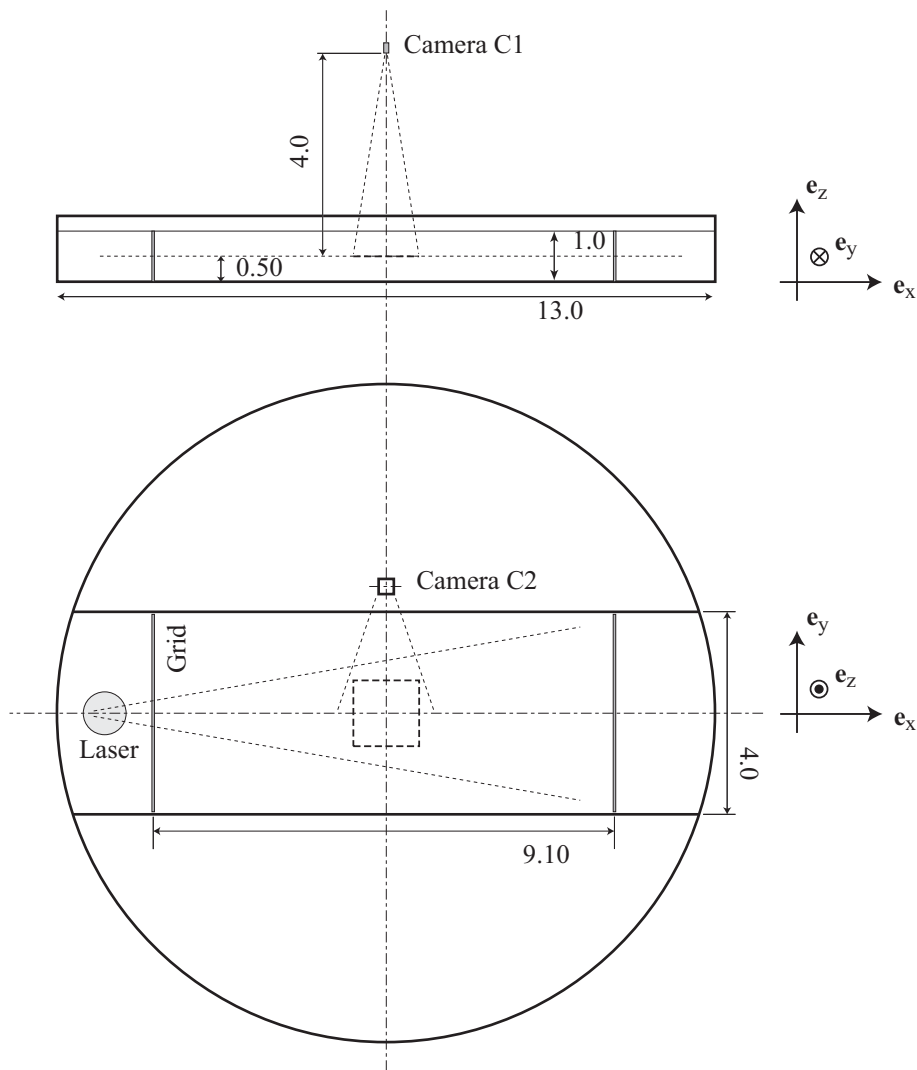


FIG. 2.13: Schématisation du dispositif expérimental de la grande cuve tournante.

plusieurs réalisations statistiquement indépendantes : typiquement, 6 déclins ont été réalisés pour chaque expérience, ce qui est relativement peu pour des moyennes d'ensemble, et 400 paires d'images ont été enregistrées pour chaque déclin au cours du temps. Le temps entre deux paires d'images augmente par palier au cours du déclin de l'énergie à partir de 2 s jusqu'à 20 s. Puisque la vitesse caractéristique de l'écoulement diminue au cours du déclin de l'énergie, le temps entre les deux images d'une même paire augmente également par palier au cours de la séquence d'acquisition à partir de 125 ms jusqu'à 2 s en fin de déclin, de sorte que le déplacement caractéristique des particules reste constant, de l'ordre de 5-10 pixels.

Deux types de mesures ont été effectuées dans cette expérience :

- (i) Mesures dans un plan horizontal ( $\vec{e}_x, \vec{e}_y$ ) à mi-hauteur ( $z = 0.5$  m). La caméra est placée à 4 m au dessus du plan de visualisation (voir figure 2.13 du haut) et observe un champ de  $1.3 \text{ m} \times 1.3 \text{ m}$ . 1 pixel correspond alors 0.65 mm.
- (ii) Mesures dans un plan vertical ( $\vec{e}_x, \vec{e}_z$ ) au centre du canal ( $y = 2$  m) (voir figure 2.13 du bas). La caméra est alors fixée sur le côté et visualise un champ de  $1.1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$  à travers

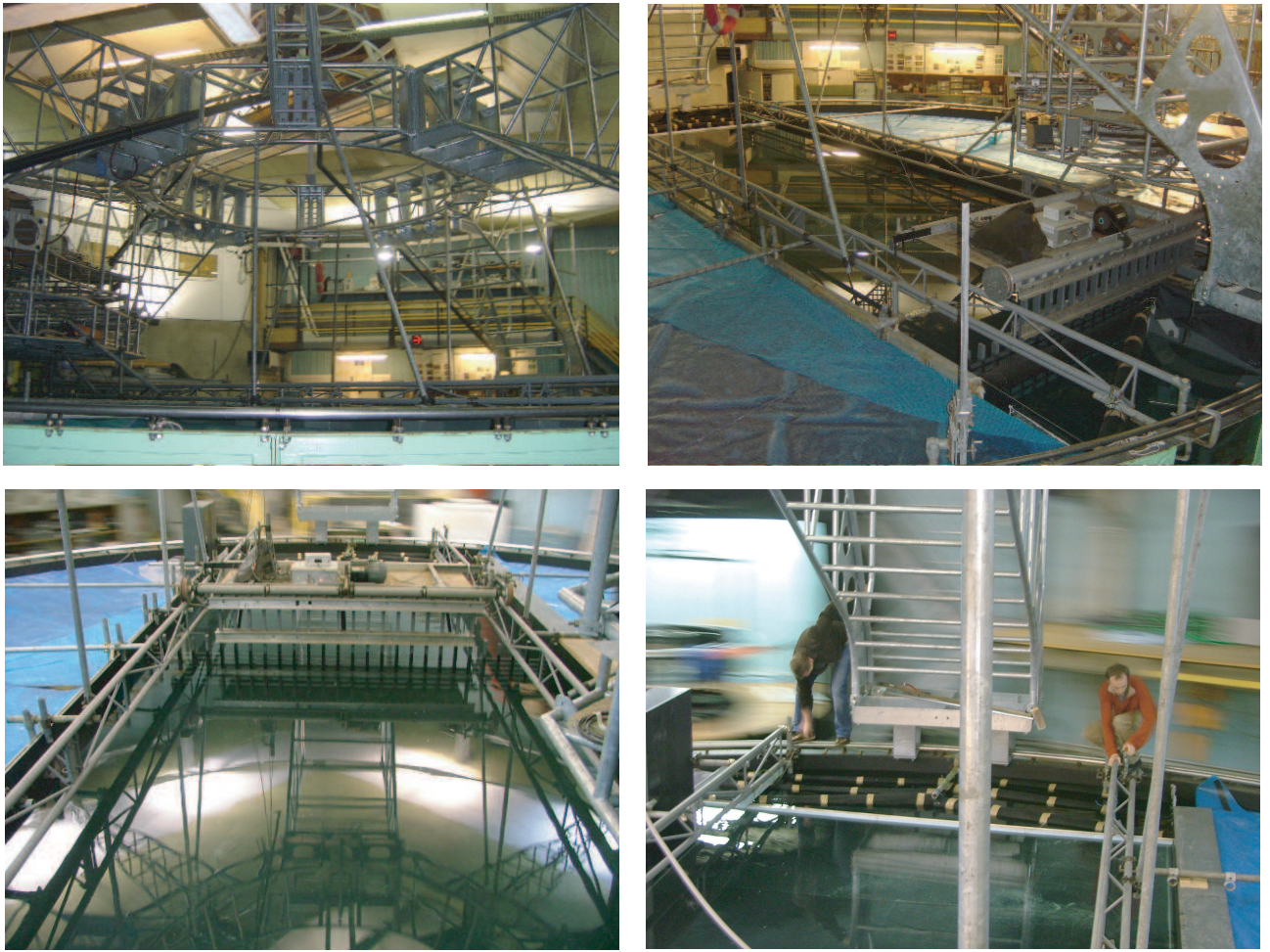


FIG. 2.14: Vues d'ensemble de la grande cuve tournante ainsi que du dispositif expérimental servant aux expériences de turbulence de grille.

une fenêtre dans le mur latéral par l'intermédiaire d'un miroir placé à  $45^\circ$ . Ici 1 pixel correspond à 0.55 mm.

Tout comme sur l'expérience du FAST, nous avons également utilisé le logiciel *Davis* de *La-Vision* [40] pour le calcul des champs de vitesse. Nous ne reviendrons pas en détails sur ce point, mais il est important de préciser que nous avons utilisé des fenêtres d'interrogation de  $32 \times 32$  pixels avec un overlap de 16 pixels. Les champs de vitesse obtenus sont donc définis sur une grille de  $128 \times 128$  vecteurs, soit une résolution spatiale de 10 mm, ce qui est proche de l'épaisseur de la nappe laser.

### 2.3.3 Visualisations de l'écoulement

En parallèle des mesures faites par PIV sur la Plateforme Coriolis, nous avons réalisé des visualisations de l'écoulement par des images de particules et par injection de fluorescéine.

Les images de particules de la figure 2.15 ont été prises dans un plan horizontal au cours d'une expérience à grande vitesse de rotation. La photo du haut a été prise tout juste après le passage de la grille ( $\tau = tV_g/M \sim 400$ ), tandis que la photo du bas a été prise un certain temps après



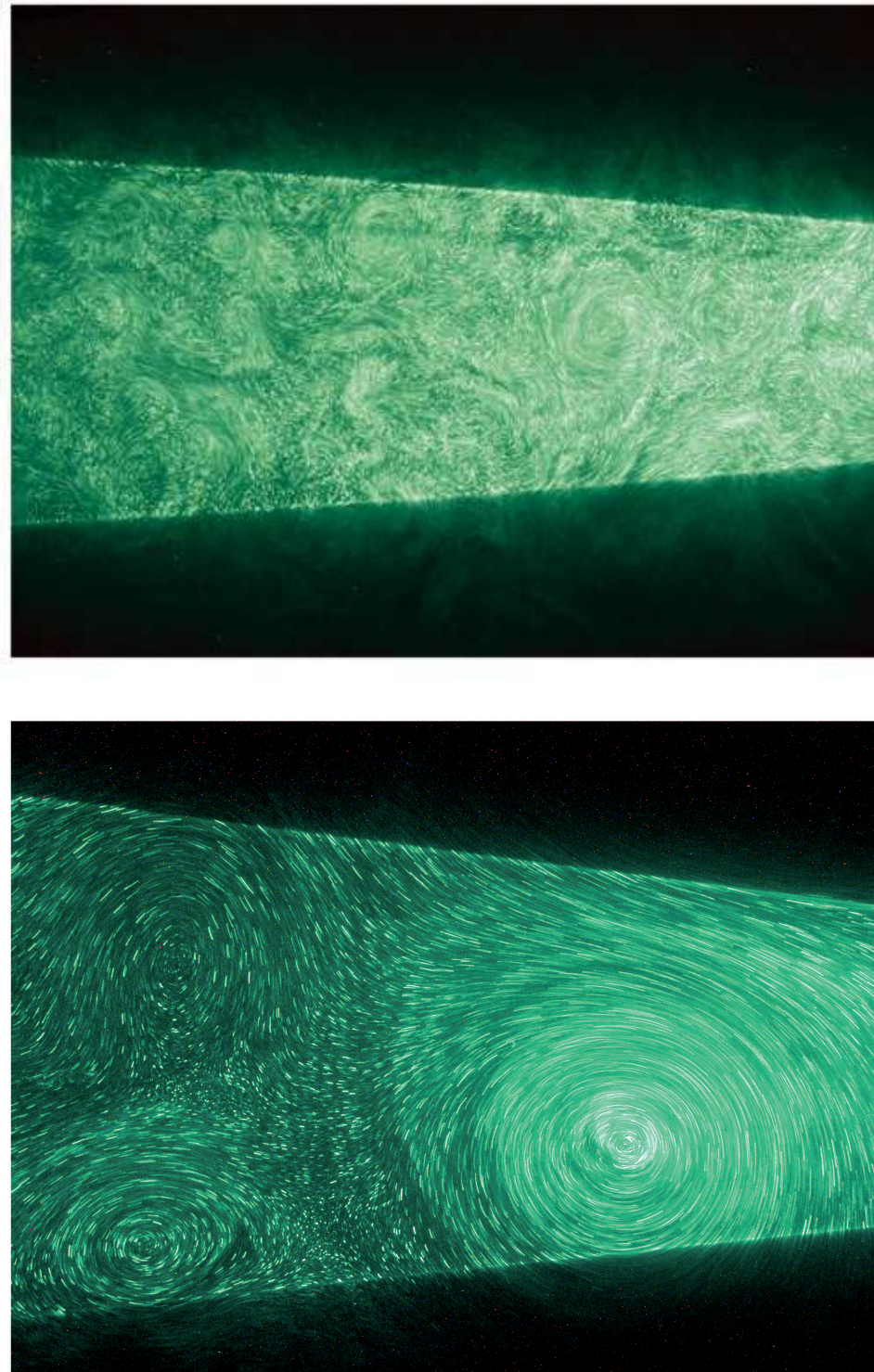


FIG. 2.15: Visualisation du mouvement des particules pour une expérience en rotation. La nappe laser est à mi-hauteur. La dimension approximative des images est de  $2 \times 3$  m.

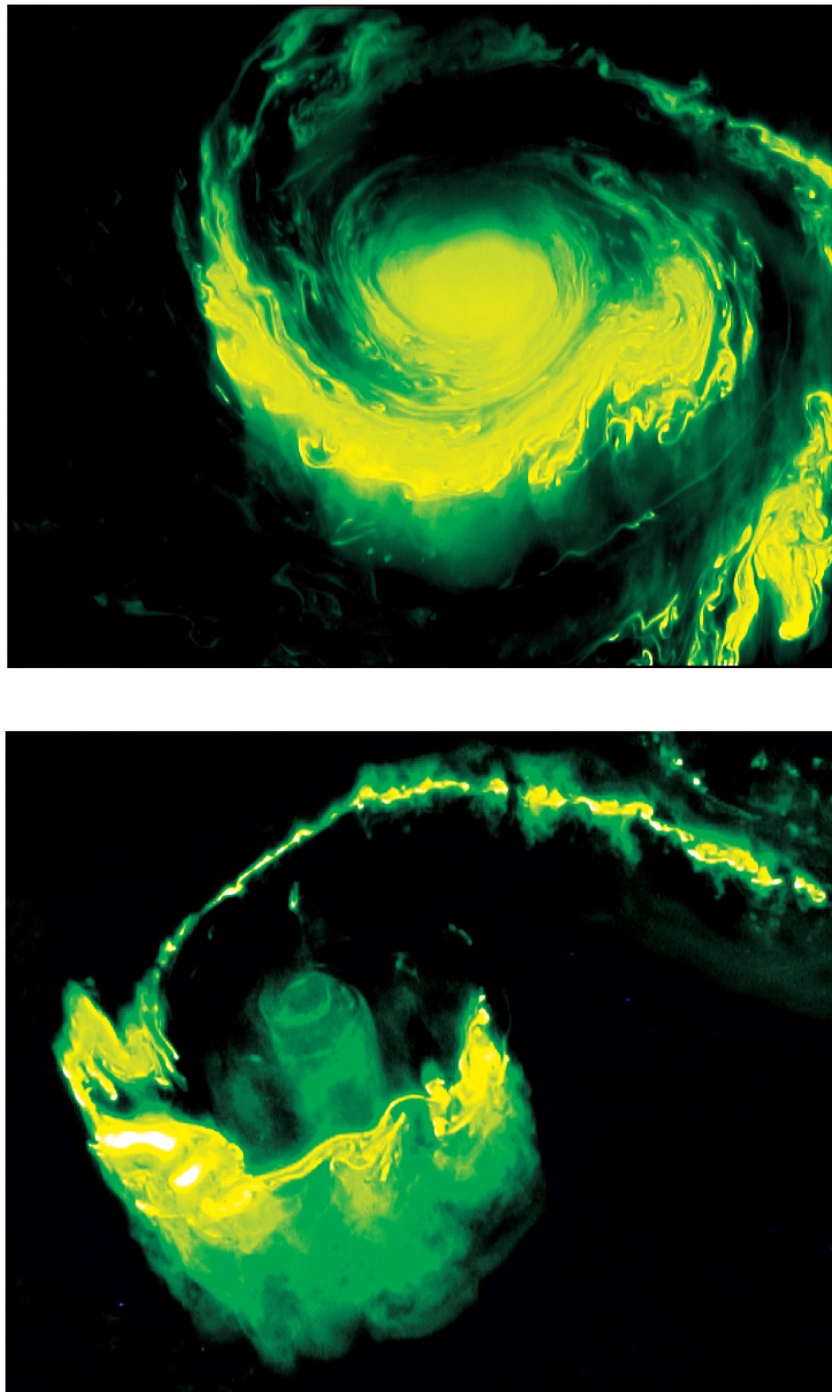


FIG. 2.16: Injection de fluorescéine dans le coeur des tourbillons. La dimension des images est d'environ  $1 \times 1$  m.

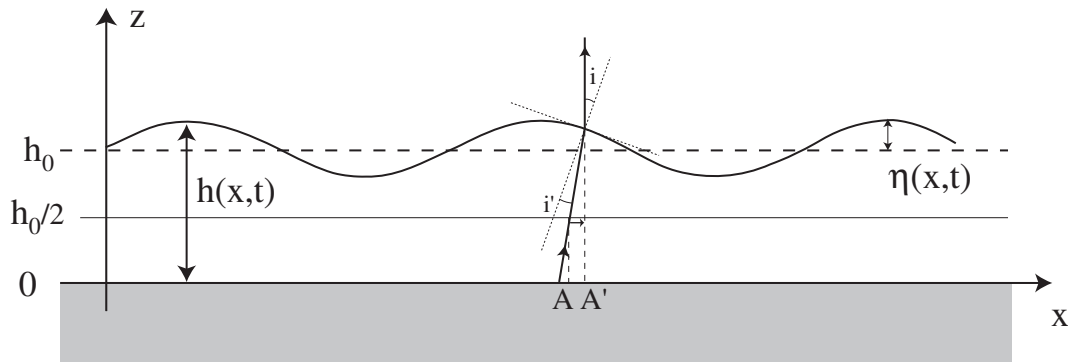


FIG. 2.17: Déplacement apparent  $\delta x = AA'$ . Un point en  $A$  semblera provenir de  $A'$ . Ici, une pente négative ( $\partial h/\partial x < 0$ ) donne un déplacement positif ( $\delta x > 0$ ).

le passage de la grille ( $\tau \sim 1500$ ). Ces images montrent la présence de structures à petite échelle à temps court puis l'apparition de structures grande échelle à temps long caractérisant la croissance de l'échelle intégrale. A l'instant  $\tau \sim 1500$ , le plus gros tourbillon fait environ 1 m de diamètre.

La figure 2.16 représente deux photographies de structures tourbillonnaires prises pour une expérience à  $\Omega = 0.2 \text{ rad.s}^{-1}$ . La visualisation est faite par injection de fluorescéine directement dans le coeur des tourbillons à un instant  $\tau \sim 1200$ . On remarque la présence de fluctuations à petite échelle qui sont advectées par l'écoulement grande échelle du vortex. On observe que le tourbillon sur la figure du bas semble être invariant selon l'axe de rotation traduisant une importante corrélation verticale de l'écoulement. Nous reviendrons plus en détail sur ce dernier point au chapitre 5.

### 2.3.4 Vagues à la surface libre

Un inconvénient de ce dispositif expérimental est lié au fait que l'écoulement présente une surface libre. Lorsque l'écoulement est filmé par le dessus (mesures dans le plan horizontal), les perturbations de la surface libre induisent un déplacement apparent des particules  $\delta \vec{x}_{\text{bruit}}$  puisque un point en  $A$  semblera provenir d'un point  $A'$  (voir figure 2.17). Dans cette section, on se propose alors de chercher à estimer l'ordre de grandeur de la contribution due aux vagues pour la mesure de la vitesse.

On considère la hauteur  $h(x, y, t)$  de la surface libre de l'eau d'indice optique  $n$ . Le déplacement apparent, selon la direction  $\vec{e}_x$ , est donné par  $\delta x = -h \tan(i - i')$ , où  $i = \tan^{-1}(\partial h/\partial x)$  est l'angle local d'incidence et  $i' = \sin^{-1}(n^{-1} \sin i)$  est l'angle local de réfraction. Dans l'approximation de faibles pentes,  $|\nabla h| \ll 1$ , le déplacement apparent peut s'écrire

$$\delta x \simeq - \left(1 - \frac{1}{n}\right) h \frac{\partial h}{\partial x}. \quad (2.6)$$

En raisonnant de même selon la direction  $\vec{e}_y$  et en sommant, on obtient

	FAST	Coriolis
	$\mathbf{V}_g // \Omega$	$\mathbf{V}_g \perp \Omega$
Durée du déclin	$\sim 5$ min	$\sim 1$ h
$L_1(\text{m}) \times L_2(\text{m})$	$0.35 \times 0.35$	$4 \times 9$
$h$ (m)	0.44	1
$M$ (m)	0.039	0.17
$V_g$ (m.s <sup>-1</sup> )	0.22 - 0.95	0.30
$\Omega$ (rad.s <sup>-1</sup> )	0.13 - 4.50	0.05 - 0.21
$Re_g = V_g M / \nu$	$(8.5 - 37) \times 10^3$	$51 \times 10^3$
$Ro_g = V_g / 2\Omega M$	1 - 95	4.2 - 17
$Ro_h = (2M/h)Ro_g$	0.18 - 18	0.35 - 1.5

TAB. 2.1: Paramètres de l'écoulement dans les deux expériences.

$$\delta\vec{x}(x, y, t) \simeq - \left(1 - \frac{1}{n}\right) h \nabla h(x, y, t), \quad (2.7)$$

avec  $|\nabla h| = (2\pi\xi)/\lambda$ , où  $\xi$  et  $\lambda$  sont respectivement l'amplitude et la longueur d'onde des perturbations.

Deux sources de perturbations de la surface libre ont été identifiées : des perturbations induites par la translation de la grille, qui affectent les mesures durant une trentaine de secondes environ après le passage de la grille, et des ondes de surface excitées par les vibrations de la structure expérimentale. Ces dernières ont une fréquence de l'ordre de 5-10 Hz (de longueur d'ondes 10-30 cm) et ne sont pas négligeables pour les plus grandes vitesses de rotation. La contamination dans la mesure de la vitesse est de l'ordre de  $|\vec{v}_{bruit}| = |\delta\vec{x}_{bruit}|/\Delta t$ , où  $\Delta t$  est l'intervalle de temps entre deux images d'une même paire. En se plaçant à mi-hauteur  $h = h_0/2$ , une onde d'amplitude 1 mm et de longueur d'onde 15 cm donne un déplacement apparent de 5 mm. En prenant un intervalle de temps  $\Delta t = 500$  ms, on trouve alors une vitesse apparente de l'ordre de 1 cm/s.

On note cependant que ce champ de déplacement induit par ces ondes de surface est irrotationnel et n'affectera pas les mesures de la partie antisymétrique du tenseur des taux de déformation (vorticité), mais affectera sa partie symétrique, soit la divergence horizontale ainsi que l'énergie.

## 2.4 Conditions initiales d'une expérience et paramètres sans dimension

Dans cette section, nous allons présenter les paramètres sans dimensions qui caractérisent les écoulements dans les expériences du FAST et de la Plateforme Coriolis.

### 2.4.1 Conditions initiales

Les conditions initiales d'une expérience sont définies par deux paramètres, la vitesse de la grille  $V_g$  et la vitesse de rotation de la cuve  $\Omega$ . Deux nombres sans dimension peuvent alors être définis pour caractériser ces conditions initiales, le nombre de Reynolds de grille,

$$Re_g = \frac{MV_g}{\nu}, \quad (2.8)$$

et le nombre de Rossby de grille,

$$Ro_g = \frac{V_g}{2\Omega M}. \quad (2.9)$$

Dans l'expérience du FAST,  $Re_g$  varie dans la gamme  $8 \times 10^3 - 4 \times 10^4$  (voir table 2.1), tandis qu'il vaut  $5 \times 10^4$  sur la Plateforme Coriolis. Ces importantes valeurs de  $Re_g$  caractérisent une turbulence pleinement développée dans le sillage de la grille. Le nombre de Rossby  $Ro_g$  est relativement important même pour les grandes vitesses de rotation, et prend des valeurs entre 1 et 100 au FAST et varie dans la gamme 4.2 - 17 à Coriolis. Ainsi la production de la turbulence dans le sillage de la grille est probablement peu affectée par la rotation. En conséquence, le début du déclin de l'énergie peut être considéré comme étant quasi homogène et isotrope, et la rotation d'ensemble de la cuve va progressivement affecter l'écoulement au cours du déclin de l'énergie.

A partir des deux paramètres,  $V_g$  et  $\Omega$ , qui caractérisent une expérience, on peut introduire deux temps : le temps caractéristique de translation de la grille  $t_g = h/V_g$  (ou  $L/V_g$  à Coriolis) et le temps de rotation  $\tau_\Omega = \Omega^{-1}$ . La comparaison de ces deux termes nous permet de construire un nombre sans dimension, proportionnel au nombre de Rossby de grille,<sup>1</sup>

$$Ro_h = \frac{\tau_\Omega}{t_g} = \frac{2M}{h} Ro_g. \quad (2.10)$$

Ce nombre sans dimension nous permet d'estimer le degré d'homogénéité initial de notre écoulement. Ainsi, pour que la rotation affecte l'écoulement en entier de façon le plus homogène possible, il faut s'assurer que  $Ro_h$  soit grand devant l'unité, soit dans notre configuration expérimentale au FAST lorsque  $Ro_g \gg h/2M \sim 6$ . Dans le cas contraire, à temps court, on se retrouve dans une configuration avec un écoulement très inhomogène selon l'axe de rotation. Dans l'expérience du FAST, la paramètre  $Ro_h$  varie dans la gamme 0.18 - 18, tandis qu'il varie dans la gamme 0.35 - 1.5 sur la Plateforme Coriolis.

La figure 2.18 est une schématisation des conditions initiales dans l'espace des paramètres  $(V_g, \Omega)$ . Cette représentation nous permet de mettre en avant toute la difficulté de l'étude de la turbulence en rotation. Effectivement, l'étude d'une turbulence pleinement développée ( $Re_g \gg 1$ ) qui soit initialement le plus homogène possible ( $Ro_h \gg 1$ ) et dominé par la rotation ( $Ro_g \ll 1$  et  $Ek \ll 1$ ) est impossible puisque  $Ro_h$  et  $Ro_g$  ne peuvent pas être respectivement simultanément très grand et négligeable devant l'unité. Par conséquent, toute la difficulté de

<sup>1</sup>Notons que sur la Plateforme Coriolis, il faut prendre la longueur du canal  $L$  plutôt que  $h$ , tel que  $Ro_h = M/L Ro_g$ .

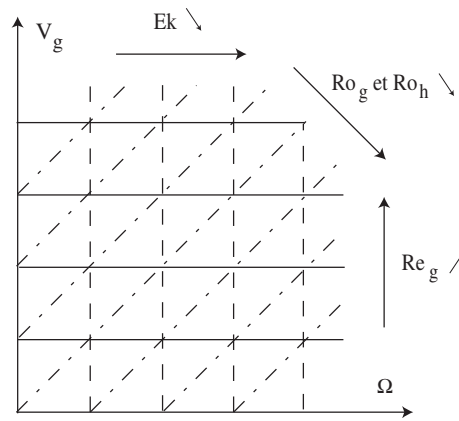


FIG. 2.18: Représentation simplifiée des conditions initiales ( $Re_g, Ro_g, Ro_h, Ek$ ) dans l'espace des paramètres ( $V_g, \Omega$ ). Les lignes — correspondent à des iso- $Re_g$ , les pointillés — à des iso- $Ek$  tandis que les traits - · - correspondent à des iso- $Ro_g$  et à des iso- $Ro_h$ .

cette étude sera de choisir un compromis entre l'homogénéité initiale de l'écoulement et une grande vitesse de rotation.

#### 2.4.2 Paramètres instantanés

En parallèle de  $V_g$  et  $\Omega$ , un troisième paramètre est nécessaire pour caractériser l'écoulement au cours du déclin de l'énergie, le temps  $t$  après la translation de la grille. Le temps adimensionné est donné par  $\tau = tV_g/M$  et traduit le temps qu'il faut pour que la grille se déplace d'un nombre  $\tau$  de mailles. Il nous est également possible de normaliser ce temps  $t$  par la période de rotation de la cuve  $t_\Omega$ . Nous obtenons alors un deuxième temps adimensionné,  $\tau' = t/\tau_\Omega = \Omega t/2\pi$ , qui traduit cette fois le nombre de tours de cuve après le passage de la grille.

Nous introduisons également deux paramètres instantanés sans dimensions, les nombres de Reynolds et de Rossby *macroscopiques*, basés sur les fluctuations de vitesse  $u'$  et sur la taille  $M$  de la maille de la grille,

$$Re_M = u'M/\nu, \quad Ro_M = u'/2\Omega M. \quad (2.11)$$

Dans la littérature, ces nombres macroscopiques sont calculés en utilisant l'échelle intégrale. Cependant, la détermination de l'échelle intégrale étant délicate, puisqu'il faut mesurer la fonction de corrélation de la vitesse, nous avons dû utiliser la maille  $M$  de la grille. Lors de la diminution de l'énergie turbulente, ces deux nombres  $Re_M$  et  $Ro_M$  diminuent au cours du temps, avec un rapport  $Ro_M/Re_M$  qui reste constant (voir la Fig. 2.19). Ce rapport correspond au nombre d'Ekman initial de l'expérience,  $Ek = \nu/2\Omega M^2 = Ro_g/Re_g$ , qui dépend uniquement de la vitesse de rotation de la table tournante, et varie dans la gamme  $3 \times 10^{-3} - 7 \times 10^{-5}$  au laboratoire FAST, tandis qu'il varie dans la gamme  $3 \times 10^{-4} - 8 \times 10^{-5}$  à Coriolis. Les petites valeurs de  $Ek$  traduisent le fait que la force de Coriolis est prépondérante par rapport aux forces visqueuses.

Puisque la turbulence à très grand nombre de Reynolds donne naissance à des niveaux de vorticité plus élevés que l'inverse du temps de retournement d'un tourbillon  $u'/M$ , il se peut

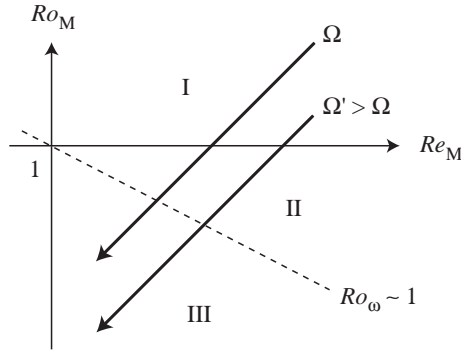


FIG. 2.19: Deux exemples de trajectoires au cours du déclin de l'énergie dans l'espace des paramètres  $(Re_M, Ro_M)$ , pour une faible et une grande vitesse de rotation  $\Omega$  et  $\Omega'$  (les axes sont en coordonnées logarithmique). Une expérience commence à partir de la région I, pour laquelle le nombre de Rossby *macro* est  $Ro_M \gg 1$  et la turbulence n'est pas affectée par la rotation. Au cours du déclin, le système peut entrer dans la région II, pour laquelle  $Ro_M \ll 1$  et  $Ro_\omega \simeq Ro_M Re_M^{1/2} \gg 1$ , où les grandes échelles sont dominées par la rotation tandis que les petites échelles ne le sont pas. Finalement, pour une vitesse de rotation suffisamment élevée, le système entre dans une région III, caractérisée par un nombre de Rossby *micro*  $Ro_\omega \ll 1$ , pour laquelle toutes les échelles sont dominées par la rotation.

que les petite échelles échappent à l'influence de la rotation, même pour des petits nombres de Rossby *macro*  $Ro_M$ . Pour cette raison, il est intéressant d'introduire un dernier nombre sans dimension, le nombre de Rossby *microscopique*, défini par Jacquin *et al.* [34],

$$Ro_\omega = \omega' / 2\Omega, \quad (2.12)$$

(où  $\omega'$  est la vortacité rms verticale). Ce nombre de Rossby *micro* compare la vortacité à petite échelle à la vortacité d'ensemble de la cuve. L'erreur sur la mesure de  $\omega'$  à partir des mesures de PIV induit une erreur de l'ordre de 10% sur  $Ro_\omega$ .

Pour des nombres de Reynolds suffisamment importants, une région intermédiaire existe, pour laquelle  $Ro_M \ll 1$  et  $Ro_\omega \gg 1$  sont simultanément vérifiés. Dans cette région, nommée II sur la figure 2.19, les grandes échelles sont affectées par la rotation d'ensemble de la cuve tandis que les petites échelles ne le sont pas. En supposant que la loi d'échelle de Kolmogorov,  $u'_\eta \sim \epsilon^{1/3} \eta^{-2/3}$ , est toujours valable dans cette région,<sup>2</sup> une analyse dimensionnelle, en utilisant le taux de transfert de l'énergie,  $\epsilon \sim u'^3 / M$ , induit que  $\omega' \simeq u' / M Re_M^{1/2}$ . Ainsi, la frontière entre les régions II et III est donnée par  $Ro_\omega \simeq Ro_M Re_M^{1/2} \simeq O(1)$ . C'est ce régime intermédiaire qui nous intéresse tout particulièrement puisque les interactions entre les non-linéarités de la turbulence et les ondes d'inertie produisent une dynamique non triviale, avec de possibles transferts d'énergie vers les modes bidimensionnels. Dans le régime  $Ro_\omega \ll 1$  (region III), le terme linéaire de la force de Coriolis domine la dynamique de l'écoulement et aucun transfert d'énergie n'est attendu.

<sup>2</sup>Cette hypothèse est probablement fautive dans ce régime puisque, toutes les échelles de l'écoulement étant dominées par la rotation, les lois de Kolmogorov ne sont probablement plus valables.

## 2.5 Discussion

Nous avons présenté dans ce chapitre les deux dispositifs expérimentaux que nous avons utilisé : l'expérience *petite échelle* du laboratoire FAST et la plateforme *grande échelle* de Coriolis. Le principe des expériences est identique sur les deux expériences et consiste à observer, dans un référentiel tournant, l'évolution d'une turbulence en déclin après la translation d'une grille.

Le tableau 2.1 récapitule les caractéristiques de chacune de ces deux expériences. Malgré la très grande taille de la plateforme Coriolis, on remarque que les paramètres initiaux de chacune des expériences sont du même ordre de grandeur. Cependant, l'axe de translation de la grille et l'axe de rotation de la cuve sont parallèles au FAST tandis qu'ils sont perpendiculaires sur la plateforme Coriolis. Nous verrons par la suite que cette différence peut s'avérer importante. Les rapports d'aspects des deux expériences sont très différents puisque l'expérience au FAST correspond à une boîte à peu près cubique tandis que la plateforme Coriolis a un rapport d'aspect très allongé. A noter que ce rapport d'aspect allongé correspond plus à la géométrie que l'on retrouve dans les écoulements géophysiques, qu'ils soient océaniques ou atmosphériques.

Ces deux dispositifs expérimentaux sont idéaux dans la mesure où nous sommes capables de générer des écoulements turbulents dans des conditions contrôlées et reproductibles. Ces dispositifs nous permettent également de pouvoir étudier le déclin temporel ou spatial de l'énergie. Cependant, dans un soucis d'étudier la transition entre un écoulement 3D, initialement homogène et isotrope, vers un écoulement quasi-2D dominé par la rotation, seul le déclin temporel a été étudié dans ce travail. Par ailleurs, ces expériences nous permettent de générer des écoulements turbulents qui soient le plus homogène et isotrope possible ( $Ro_h \gtrsim 1$ ). D'autre part, la méthode de mesure utilisée nous permet de déterminer et de manière non intrusive les champs de vitesse dans un plan à chaque instant, ce qui est impossible dans des dispositifs plus classiques utilisant des mesures en un point.

Les écoulements turbulents en présence de rotation conduisent à la formation de structures cohérentes dont la taille croît avec le temps. Cette taille est finalement limitée par les dimensions finies du dispositif expérimental : les effets de confinement latéral étant reliés à  $L/M$  tandis que les effets de confinement vertical sont reliés à  $h/M$ . On remarque que la Plateforme Coriolis repousse le confinement latéral de notre écoulement en comparaison de l'expérience du FAST,  $L/M = 23$  au lieu de 9, mais qu'en contrepartie, elle rapproche légèrement les effets de confinement vertical par rapport au FAST puisque  $h/M = 7$  au lieu de 11.

Étant données les grandes échelles de la plateforme Coriolis, le déclin de l'énergie est lent et dure environ 1 heure, tandis que la décroissance de l'énergie ne dure que 5 minutes sur l'expérience de FAST. Il est alors impossible d'accumuler beaucoup de statistiques sur la plateforme Coriolis afin de faire converger nos statistiques. La grande maniabilité et l'automatisation de l'expérience du FAST constitue un atout majeur puisque nous sommes en mesure de faire des moyennes d'ensemble de plusieurs écoulements statistiquement indépendants. En revanche, contrairement à l'expérience petite échelle, nous disposons d'un très bon suivi temporel de l'écoulement sur la plateforme Coriolis.

Enfin, des mesures dans le plan vertical ont été réalisées sur la plateforme Coriolis afin d'observer la structuration verticale de l'écoulement turbulent en présence d'une rotation d'ensemble. De



telles mesures n'ont pas pu être réalisées au FAST étant données les difficultés expérimentales pour “embarquer” le laser dans le référentiel tournant. Par conséquent les deux expériences sont complémentaires et permettent d'observer différents aspects de notre étude.

Les résultats obtenus sur l'expérience *grande échelle* de Coriolis sont présentés au chapitre 5 et à la fin du chapitre 7 tandis que les résultats présentés aux chapitres 3, 4, 6 et au début du chapitre 7 correspondent aux expériences réalisées sur l'expérience *petite échelle* du FAST.

# Chapitre 3

## Le déclin de la turbulence

Dans ce chapitre, nous étudions l'influence de la rotation sur la décroissance de la turbulence au cours du temps. Après une brève introduction et une rapide présentation des principaux résultats existants dans la littérature concernant cette étude, nous présentons des résultats expérimentaux illustrant la ralentissement de déclin de l'énergie en présence de rotation. Par ailleurs, nous montrerons que le confinement joue un rôle prépondérant sur les exposants du déclin de l'énergie.

### 3.1 Introduction

On appelle turbulence en déclin l'évolution libre sans forçage d'un écoulement initialement dans un état turbulent. Le déclin de l'énergie d'un écoulement homogène et isotrope à très grand nombre de Reynolds est généralement décrit par une loi de puissance au cours du temps [16, 47],

$$u^2 = a(t - t^*)^{-n}, \quad (3.1)$$

où  $n$  est l'exposant du déclin,  $t^*$  est une origine virtuelle et  $u = \langle u_i^2 \rangle^{1/2}$  est la vitesse *rms*. Le préfacteur  $a$ , qui correspond au coefficient de déclin, n'est pas universel [16, 47] et peut être une fonction des conditions initiales et de la géométrie de la grille. En turbulence de grille, ce coefficient  $a$  caractérise l'efficacité de la grille et sera d'autant plus élevé que sa solidité sera importante. Pour les expériences en soufflerie, cette loi de déclin peut également se réécrire sous une forme équivalente en utilisant l'hypothèse de Taylor, pour convertir le déclin temporel en un déclin spatial,

$$\left(\frac{u}{U}\right)^2 = A \left(\frac{x - x^*}{M}\right)^{-n}, \quad (3.2)$$

où cette fois-ci  $U$  est la vitesse moyenne débitante,  $x$  est la position en aval de la grille,  $x^*$  est une origine virtuelle et  $M$  est la maille de la grille.

La turbulence de grille présente l'avantage d'être comparable aux approches théoriques et numériques puisqu'elle génère un écoulement qui est relativement proche des conditions idéales d'homogénéité et d'isotropie. Cependant il est nécessaire d'attendre un certain temps  $t_0$ , de

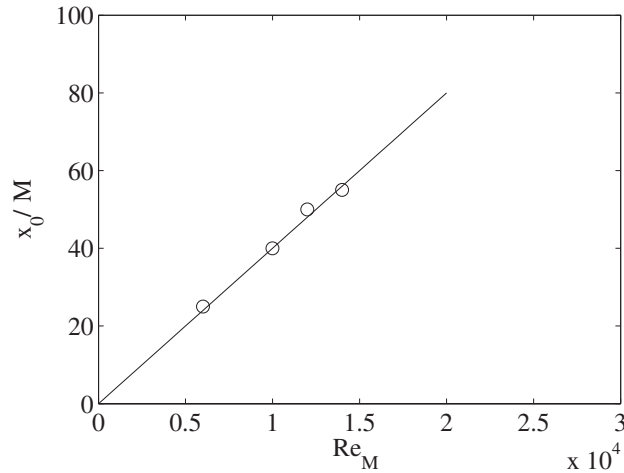


FIG. 3.1: Position  $x_0/M$  en aval de la grille pour laquelle l'écoulement devient homogène et isotrope en fonction du nombre de Reynolds,  $Re_M = UM/\nu$ , où  $U$  est la vitesse débitante de la soufflerie et  $M$  est la maille de la grille. Le trait plein correspond à un ajustement,  $x_0/M = 0.004Re_M$ , des données extraites de l'article de Mohamed et LaRue [47].

l'ordre de quelques  $M/V_g$ , ou alors de se placer à une certaine distance  $x_0$ , de l'ordre de quelques mailles  $M$ , en aval de la grille pour que ces conditions soient vérifiées. En effet, la translation de la grille dans le volume fluide génère d'abord la formation de plusieurs jets, de taille caractéristique la maille de la grille. L'écoulement est alors fortement anisotrope, à l'instant initial, puisque la vitesse de l'écoulement présente une forte composante selon l'axe de mouvement de la grille. Le temps  $t_0$  correspond alors au temps nécessaire pour que le régime isotrope de l'écoulement s'établisse par interaction des jets les uns avec les autres. L'étude de Mohamed et LaRue [47] a mis en évidence que ce temps, qui correspond au temps à partir duquel l'énergie va décliner de façon autosimilaire, est une fonction du nombre de Reynolds. Pour caractériser le degré d'isotropie de leur écoulement, Mohamed et LaRue [47] ont mesuré le coefficient d'asymétrie de la vitesse,  $S(u) = \langle u^3 \rangle / \langle u^2 \rangle^{3/2}$ , en fonction de la position en aval de la grille.  $S(u)$  est initialement positif et s'annule pour une certaine position  $x_0/M$  indiquant lorsque l'écoulement devient isotrope. D'après la figure 3.1, obtenue avec leurs résultats, il semblerait que le temps ou la position adimensionnés à partir desquels le déclin de l'énergie présente une loi de puissance, vérifie  $t_0 V_g / M = x_0 / M = 0.004 Re_M$ . Leurs résultats suggèrent également que ce temps  $t_0$  est, pour une taille de maille fixée, proportionnel au temps caractéristique des structures à grande échelle de l'écoulement, tel que  $t_0 \propto bL/u$ , où  $b$  est un coefficient de proportionnalité et  $L$  et  $u$  sont respectivement la taille et la vitesse caractéristiques de ces structures.

Le comportement de l'échelle intégrale  $l(t)$  au cours du temps est primordial puisqu'il détermine la valeur de l'exposant  $n$  du déclin de l'énergie. L'échelle intégrale est par convention définie à partir de la fonction de corrélation longitudinale de la vitesse, telle que

$$l = \frac{1}{\langle u_x^2 \rangle} \int_0^\infty \langle u_x(x) u_x(x+r) \rangle dr.$$

Cette définition est quelque peu arbitraire, mais fournit une mesure pratique de l'extension de la région dans laquelle les vitesses sont corrélées entre elles. Comme nous le verrons dans la section 3.2.1, lorsque  $l(t)$  peut croître librement au cours du temps, l'exposant du déclin de l'énergie d'une turbulence homogène et isotrope vaut  $n = 6/5$  [61], tandis que si  $l(t)$  est contrainte à rester constante, du fait du confinement, l'exposant vaut  $n = 2$ . Un régime autosimilaire du déclin de l'énergie peut exister tant que le nombre de Reynolds instantané est suffisamment important pour que la turbulence reste pleinement développée. On trouve dans la littérature des mesures de l'exposant  $n$  de la loi de puissance du déclin de l'énergie variant entre 1 et 1.4 [47]. Ces mesures, bien que dispersées, sont en assez bon accord avec la valeur  $n = 6/5$  prédite par Saffman [61]. La grande incertitude des mesures expérimentales est en partie due au choix de la valeur de l'origine virtuelle  $t^*$  pour déterminer l'exposant  $n$ .

## 3.2 Loi du déclin de l'énergie

### 3.2.1 La turbulence homogène et isotrope

L'énergie totale est essentiellement contrôlée par les grandes échelles de l'écoulement. Par conséquent, la théorie de Kolmogorov (K41) qui nous renseigne essentiellement sur la dynamique des petites échelles n'est pas suffisante pour comprendre la loi du déclin de l'énergie.

En supposant que le temps de retournement,  $t_l \sim l/u$ , où  $l(t)$  est l'échelle intégrale de l'écoulement, est le seul temps pertinent pour caractériser la décroissance de l'énergie au cours du temps, on en déduit que la loi de déclin de la turbulence peut, a priori, se déduire simplement à partir de l'équation différentielle

$$\frac{d(u^2(t))}{dt} \sim - \frac{u^2(t)}{l(t)/u(t)} \sim - \frac{u^3(t)}{l(t)}. \quad (3.3)$$

Dans le cas où l'échelle intégrale  $l$  n'est pas une fonction du temps et reste constante, du fait du confinement, nous pouvons déduire simplement de l'équation différentielle (3.3) une loi de la décroissance de l'énergie en  $t^{-2}$ . En revanche, dans le cas où l'échelle intégrale  $l(t)$  croît au cours du déclin de l'énergie, cette dépendance rend impossible la résolution de cette équation. Il est donc nécessaire d'obtenir une deuxième équation qui relie  $u(t)$  à  $l(t)$  afin d'extraire une loi pour  $u^2(t)$ .

Loitsyansky a postulé en 1939 [19], pour les échelles  $r$  supérieures à l'échelle intégrale  $l$ , c'est-à-dire pour des échelles pour lesquelles les propriétés statistiques de l'écoulement sont décorellées, que l'intégrale

$$I = - \int r^2 \langle \vec{u}(\vec{x}) \vec{u}(\vec{x} + \vec{r}) \rangle d^3\vec{r} = 8\pi u^2 \int_0^\infty r^4 f(r) dr = cste, \quad (3.4)$$

est constante, où  $f(r)$  est la fonction de corrélation longitudinale de la vitesse et est définie comme  $f(r) = \langle u_x(x) u_x(x + r) \rangle / u^2$ . Cette intégrale porte le nom d'intégrale de Loitsyansky et sa présumée invariance est une conséquence directe de la conservation du moment cinétique. En faisant l'hypothèse que deux points séparés d'une distance plus grande que l'échelle intégrale

( $r > l$ ) sont statistiquement indépendants, tel que  $f(r)$  décroît à grande échelle, et que  $f(r/l(t))$  est universelle, le changement de variable  $\zeta = r/l(t)$  permet alors de trouver, à partir de l'équation (3.4), que

$$u^2(t) l^5(t) \sim cste. \quad (3.5)$$

En combinant l'équation (3.3) avec l'équation (3.5), Kolmogorov a prédit qu'une turbulence qui évolue librement sans forçage va décliner au cours du temps selon la loi

$$u^2(t) \sim t^{-10/7}, \quad (3.6)$$

avec une échelle intégrale qui croît comme

$$l(t) \sim t^{2/7}. \quad (3.7)$$

Cependant, Saffman a montré en 1967 que dans certaines conditions l'intégrale de Loitsyansky n'est non seulement pas constante, mais diverge. Ce résultat remet ainsi en cause la loi (3.6) du déclin de l'énergie déduite par Kolmogorov. Saffman a alors montré qu'un nouvel invariant existe en turbulence homogène, c'est l'intégrale de Saffman

$$I' = \int \langle \bar{u}(\vec{x}) \bar{u}(\vec{x} + \vec{r}) \rangle d^3\vec{r} = 4\pi u^2 \int_0^\infty r^2 f(r) dr = cste. \quad (3.8)$$

En supposant de nouveau l'invariance de  $f(r/l(t))$ , l'invariance de l'intégrale de Saffman implique que

$$u^2(t) l^3(t) \sim cste, \quad (3.9)$$

et en combinant (3.9) avec l'équation différentielle (3.3), Saffman [62] a prédit une nouvelle loi du déclin de l'énergie et de l'échelle intégrale, telle que

$$u^2(t) \sim t^{-6/5} \quad \text{et} \quad l(t) \sim t^{2/5}. \quad (3.10)$$

Il est possible de relier les deux intégrales (3.4) et (3.8) au spectre d'énergie  $E(k)$ . La transformée de Fourier de la fonction  $ru^2f$  est  $E(k)/2k$ . Étant donné que la fonction est impaire, on obtient l'expression du spectre d'énergie

$$E(k) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty u^2 f kr \sin(kr) dr. \quad (3.11)$$

En développant  $\sin(kr)$  en série de Taylor en  $kr$  et en supposant qu'à grande échelle  $\langle u^2 \rangle f$  est très petit, on obtient

$$E(k) = \frac{I'}{4\pi^2} k^2 + \frac{I}{24\pi^2} k^4 + \dots \quad (3.12)$$

Ainsi, en considérant l'invariance de l'intégrale de Saffman, le spectre à petit nombre d'onde est de la forme  $E(k) \sim B_2 k^2$ , tandis que si on considère l'invariance de l'intégrale de Loitsyansky, on obtient un spectre à grande échelle de la forme  $E(k) \sim B_4 k^4$ . Notons par ailleurs qu'il est possible de retrouver les exposants du déclin de l'énergie en considérant les invariances de  $B_s$ , d'unités  $m^{s+3}s^{-2}$ , au cours du déclin de l'énergie. L'exposant du déclin de l'énergie est contraint dimensionnellement par la valeur de  $s$ , tel que  $n = 2(s+1)/(s+3)$ . On retrouve alors les exposants  $n$  obtenu par Kolmogorov (3.6) et Saffman (3.10) en remplaçant  $s$  respectivement par 4 et par 2. Nous reviendrons plus en détail sur ce point au chapitre 4.

### 3.2.2 La turbulence en rotation

En présence de rotation, il apparaît deux nouveaux temps caractéristiques qui ont des effets opposés sur le déclin de l'énergie : le temps caractéristique de rotation du référentiel,  $\Omega^{-1}$ , et pour un écoulement confiné, le temps d'Ekman,  $t_E = h(\nu\Omega)^{-1/2}$ , où  $h$  correspond au confinement le long de l'axe de rotation. Le temps caractéristique de rotation,  $\Omega^{-1}$ , qui est associé à la propagation des ondes d'inertie [28], affecte les transferts d'énergie non-linéaires et réduit la dissipation de l'énergie au cours du temps. Par conséquent, on peut s'attendre à ce que l'apparition de ce temps caractéristique engendre une valeur plus petite de l'exposant  $n$  de la décroissance de l'énergie. D'un autre côté, le temps d'Ekman,  $t_E$ , gouverne la dissipation de ces ondes d'inertie par un processus de réflexions multiples sur les parois [56]. Par conséquent, ce temps d'Ekman augmente la dissipation de l'énergie à temps long et peut réduire l'étendue d'un éventuel régime autosimilaire du déclin de l'énergie, même pour de grandes valeurs du nombre de Reynolds.

Dans l'expérience d'Ibbetson et Tritton [33], dans laquelle deux grilles sont soudainement translattées dans une cuve remplie d'air, la réduction de la décroissance de l'énergie n'a pas été observée car elle était masquée par la dissipation de l'énergie dans les couches d'Ekman. D'un autre côté, dans l'expérience en conduite tournante de Jacquin *et al.* [34], le régime de l'écoulement tel que  $\Omega^{-1} \ll t \ll t_E$  a été atteint, et le ralentissement attendu de la décroissance de l'énergie a pu être observé. Cependant, étant donné l'étendue limitée de la soufflerie, le comportement de la décroissance de la turbulence n'a pas pu être observé à temps long (les mesures ont été réduites à des valeurs  $x/M < 110$ , soit  $t < 110M/V_g$ ) et les auteurs n'ont pas pu déterminer une éventuelle loi de puissance du déclin de l'énergie en présence de rotation. Par conséquent, l'exploration de la limite asymptotique avec un nombre de Rossby infiniment petit et un temps caractéristique petit devant  $t_E$  (c'est-à-dire pour un écoulement sans effet de confinement) nécessiterait une expérience de taille beaucoup plus grande et semble impossible à réaliser. Ainsi, l'étude du déclin de l'énergie dans de telles circonstances semble être une préoccupation purement théorique ou numérique.

Il existe deux approches permettant de déterminer une loi pour le déclin de l'énergie en présence de rotation rapide  $Ro \rightarrow 0$  (voir Rubinstein et Zhou [59]). Dans un premier temps, si on admet que la rotation inhibe complètement les transferts d'énergie à travers les échelles, l'exposant  $n$  du déclin de l'énergie devient alors strictement nul. Ce régime peut être associé au spectre d'énergie en  $k^{-3}$ , qui coïncide avec le spectre de Kraichnan dans le régime de la cascade d'entrophie de

la turbulence strictement 2D, et par extension, au modèle quasi-géostrophique de la turbulence stratifiée en rotation [15, 57].

D'un autre côté, Squires *et al.* [69] ont obtenu, à partir d'une analyse dimensionnelle, une décroissance autosimilaire de l'énergie dans la limite asymptotique d'un nombre de Rossby infiniment petit,  $Ro \ll 1$ . En faisant l'hypothèse que le temps caractéristique  $\Omega^{-1}$  est l'unique temps pertinent pour caractériser les interactions entre la turbulence et les ondes d'inertie, ces auteurs en ont déduit que l'équation de transport de  $u^2$  doit s'écrire sous la forme

$$\frac{du^2}{dt} = \frac{1}{\Omega} g(u^2, B_2 \text{ ou } B_4), \quad (3.13)$$

où  $B_2$  et  $B_4$  correspondent aux deux types de spectres à petit nombre d'onde (3.12). Une analyse dimensionnelle permet de déterminer la fonction inconnue  $g$ , telle que

$$\frac{du^2}{dt} = \frac{1}{\Omega} B_2^{-2/3} (u^2)^{8/3}, \quad (3.14)$$

lorsque l'on considère l'invariance de l'intégrale de Saffman, et

$$\frac{du^2}{dt} = \frac{1}{\Omega} B_4^{-2/5} (u^2)^{12/5}, \quad (3.15)$$

lorsque l'on considère l'invariance de l'intégrale de Loitsyansky. L'intégration des équations (3.14) et (3.15) permet d'obtenir deux lois du déclin de l'énergie,

$$u^2 \propto B_2^{2/5} \Omega^{3/5} t^{-3/5}, \quad \text{pour le spectre en } B_2 k^2, \text{ et} \quad (3.16)$$

$$u^2 \propto B_4^{2/7} \Omega^{5/7} t^{-5/7}, \quad \text{pour le spectre en } B_4 k^4. \quad (3.17)$$

Squires *et al.* [69] obtiennent donc, dans la limite asymptotique d'un très faible nombre de Rossby, une décroissance autosimilaire de l'énergie avec un exposant  $n$  réduit d'un facteur 2 par rapport au cas en l'absence de rotation, c'est-à-dire  $n = 3/5$  selon l'exposant de Saffman [61] (voir expression (3.6)) et  $n = 5/7$  selon l'exposant de Kolmogorov [37] (voir expression (3.10)).

Squires *et al.* [69] ont obtenu des résultats en très bon accord avec leur prédiction par une simulation numérique LES. La valeur  $n = 3/5$  a également été obtenue ultérieurement par Park et Chung [54] à partir d'un modèle  $k - \epsilon$  et est également en accord avec le modèle de viscosité turbulente de Thangam *et al.* [72]. Ces deux modèles sont basés sur le spectre en  $k^{-2}$  proposé par Zhou [81] pour la turbulence en rotation, qui repose sur la même hypothèse que les interactions non linéaires sont gouvernées par  $\Omega^{-1}$  (voir chapitre 4). Enfin, Bellet *et al.* [7] ont obtenu récemment, à partir d'un modèle de fermeture QNM, une tendance en assez bon accord avec cette valeur asymptotique  $n = 3/5$ , avec une valeur de  $n \simeq 0.86$ .

### 3.3 La décroissance de la turbulence

Dans cette partie, nous présentons les résultats expérimentaux que nous avons obtenus avec l'expérience du FAST. Afin de pouvoir caractériser précisément l'influence de la rotation sur le déclin de la turbulence, nous présentons dans un premier temps la décroissance de l'énergie en l'absence de rotation, que nous comparerons, par la suite, aux déclins de l'énergie obtenus pour différentes vitesses de rotation  $\Omega$ .

#### 3.3.1 Écoulement moyen

La turbulence de grille présente l'avantage de produire une turbulence qui est proche d'une situation idéale d'homogénéité (c'est-à-dire que les moyennes d'ensemble sont invariantes vis à vis de toutes translations) et d'isotropie (c'est-à-dire que l'écoulement ne présente aucune direction privilégiée, tel que  $u_x'^2 = u_y'^2 = u_z'^2$ , où  $u_x$ ,  $u_y$  et  $u_z$  sont les trois composantes de la vitesse). Par conséquent, on s'attend à ce que l'écoulement turbulent généré par la grille ne présente aucun écoulement moyen, tel que  $\overline{u_x} = \overline{u_y} = \overline{u_z} = 0$ .

La figure 3.2 présente 8 champs de vitesse obtenus par PIV, au cours du déclin de l'énergie, en l'absence ((a), (b), (c) et (d)) et en présence de rotation (( $\alpha$ ), ( $\beta$ ), ( $\chi$ ) et ( $\delta$ )). On remarque que la norme de la vitesse diminue et que l'écoulement présente de moins en moins de fluctuations spatiales de vitesse, caractérisant la décroissance de la turbulence. Contrairement au cas en l'absence de rotation, on remarque sur les champs ( $\chi$ ) et ( $\delta$ ), pour l'écoulement en rotation, la formation d'une grosse structure tourbillonnaire intense, qui contient la majorité de l'énergie de l'écoulement, et qui reste stable jusqu'aux derniers instants du déclin de l'énergie. Cependant, on peut observer, à partir de ces champs de vitesse, qu'aux instants  $\tau = 350$  et  $\tau = 700$  l'écoulement en l'absence de rotation semble présenter plus d'énergie que l'écoulement en présence de rotation. Comme nous allons le voir, cet effet est lié à la présence d'un écoulement d'ensemble, qui se superpose aux fluctuations turbulentes, qui existe en l'absence de rotation tandis qu'il est affaibli en présence d'une rotation d'ensemble.

L'énergie cinétique totale dans un plan horizontal ( $x,y$ ) peut se décomposer en une énergie moyenne

$$u^2(t) = \langle u_x^2 \rangle + \langle u_y^2 \rangle, \quad (3.18)$$

et en une énergie turbulente

$$u'^2(t) = \langle (u_x - \langle u_x \rangle)^2 \rangle + \langle (u_y - \langle u_y \rangle)^2 \rangle, \quad (3.19)$$

où  $\langle \rangle$  correspond à une moyenne spatiale et à une moyenne d'ensemble. La figure 3.3 (a) représente le déclin de l'énergie totale et de l'énergie turbulente au cours du temps pour un écoulement en l'absence de rotation. On remarque très clairement la présence d'un écoulement moyen important puisque l'énergie totale est supérieure d'un bon facteur 2 ou 3 à l'énergie turbulente pour laquelle nous avons soustrait l'écoulement moyen selon les composantes  $x$  et  $y$  de la vitesse. Ce résultat confirme la présence d'un écoulement d'ensemble. Cet écoulement à



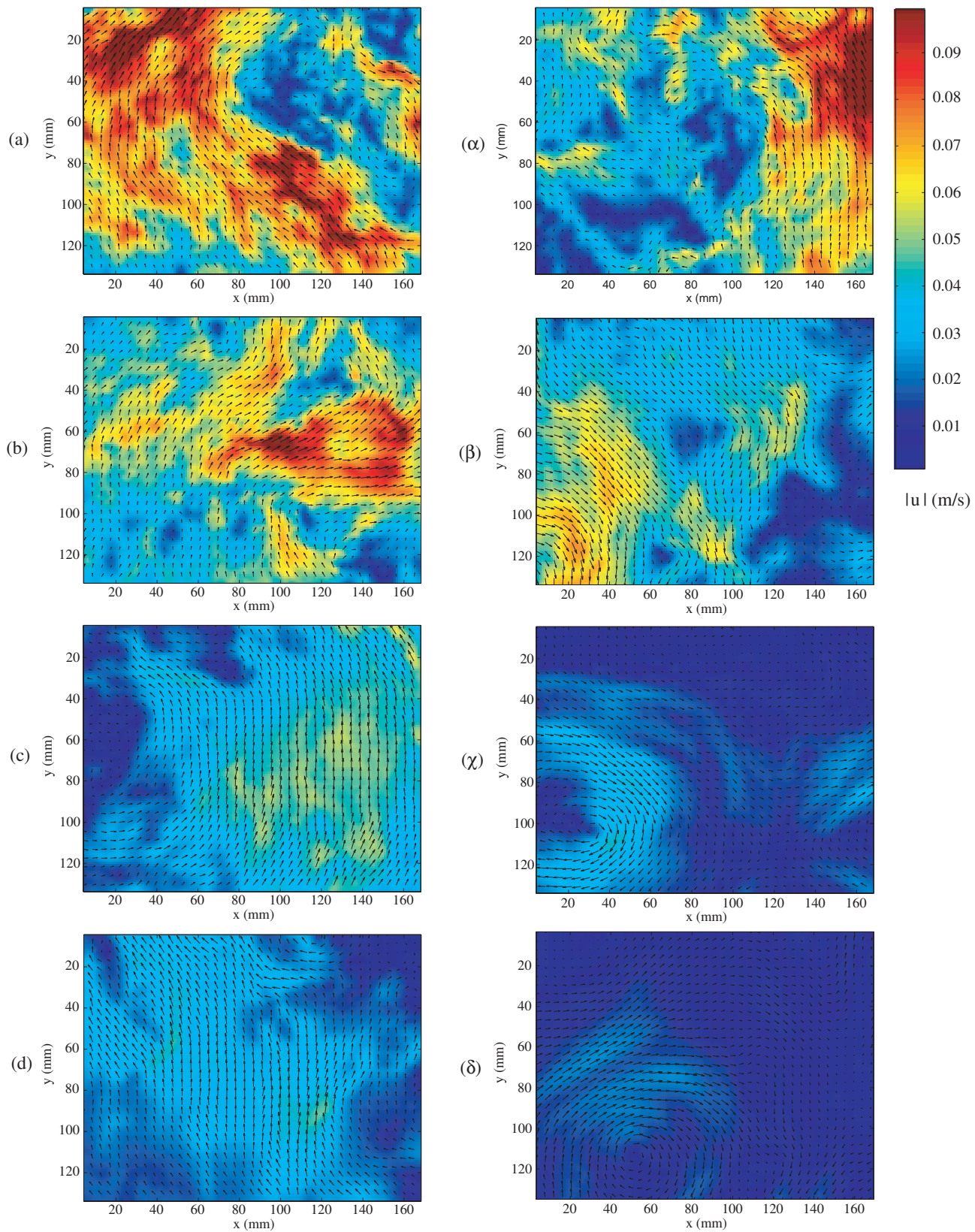


FIG. 3.2: Champs de vitesse obtenus par PIV au cours du déclin de l'énergie. L'arrière plan est coloré selon la norme de la vitesse. Les champs (a), (b), (c) et (d) ont respectivement été obtenus aux instants  $\tau = tV_g/M = 80, 180, 350$  et  $700$  pour un écoulement en l'absence de rotation, tandis que les champs (α), (β), (γ) et (δ) ont été obtenus aux mêmes instants pour un écoulement en présence de rotation à  $\Omega = 1.5 \text{ rad.s}^{-1}$ .

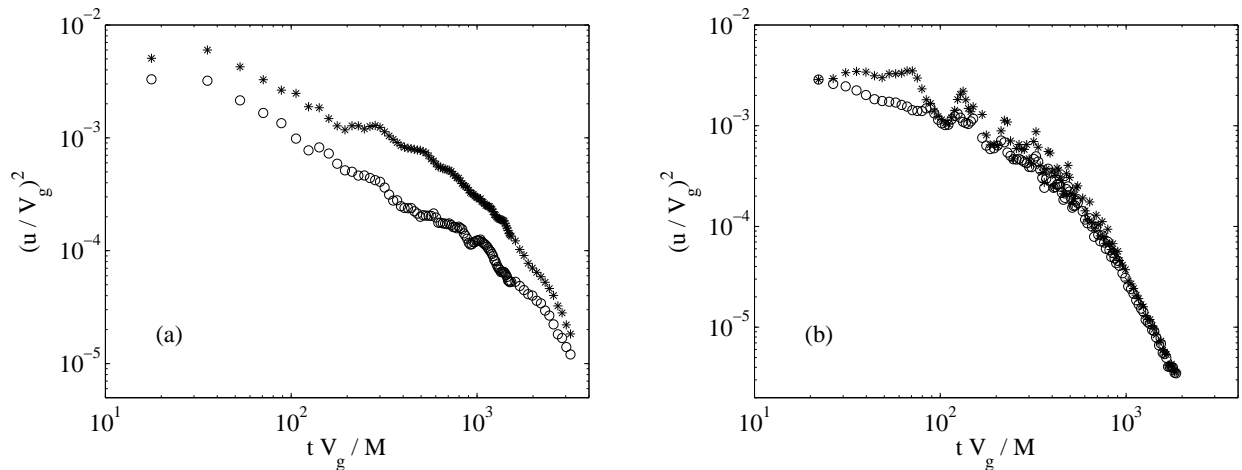


FIG. 3.3: Déclin de l'énergie au cours du temps (a) en l'absence de rotation et (b) en présence de rotation à  $\Omega = 1.5 \text{ rad.s}^{-1}$ . (o) représente l'énergie turbulente –voir équation (3.19)– tandis que (\*) représente l'énergie totale –voir équation (3.18).

grande échelle est un signe distinctif fréquent des écoulements en géométrie confinée comme l'on montré McKenna et McGillis [46]. Ces auteurs ont étudié l'écoulement secondaire généré par une grille oscillante dans une cuve et ont mis en évidence l'existence d'un écoulement d'ensemble à grande échelle favorisé par le confinement.

La figure 3.4 représente un champ de vitesse obtenu par PIV dans un plan vertical pour un écoulement en l'absence de rotation. On remarque la présence d'un tourbillon de diamètre comparable à la taille verticale de la cuve caractérisant cet écoulement d'ensemble. Par ailleurs, nous avons pu observer une très bonne reproductibilité dans l'apparition de cet écoulement à grande échelle, ce qui confirme que la contribution de cet écoulement moyen ne disparaît pas en faisant des moyennes d'ensemble de 50 déclinés statistiquement indépendants, comme le montre la figure 3.3. La très bonne reproductibilité de l'apparition de cet écoulement moyen est probablement liée à un léger défaut de l'horizontalité de la grille ou du maillage de la grille.

La figure 3.3 (b) représente le déclin de l'énergie totale et de l'énergie turbulente pour un écoulement en rotation à  $\Omega = 1.5 \text{ rad.s}^{-1}$ . Contrairement au cas en l'absence de rotation, on remarque ici un relativement bon accord entre les mesures de l'énergie cinétique totale et de l'énergie cinétique turbulente, à moins de 10 % près. Par conséquent, la présence de l'écoulement d'ensemble grande échelle, décrit sur la figure 3.5, semble disparaître en présence de rotation, même pour les plus petites valeurs de  $\Omega$ . Ce résultat n'est pas surprenant dans la mesure où la rotation selon  $z$  va tendre à inhiber toute rotation selon un axe horizontal.

### 3.3.2 Décroissance de l'énergie turbulente en l'absence de rotation

La figure 3.6 représente le déclin de la turbulence en fonction du temps. Une loi de puissance approximative est présente pour  $40 < tV_g/M < 1000$ , avec un exposant  $n \simeq 1.1 \pm 0.1$ . Bien que le nombre de Reynolds soit suffisamment grand, la qualité de la loi de puissance est modeste, avec de petites oscillations qui se superposent au déclin global de l'énergie.

Le temps  $t_0V_g/M \simeq 40$  à partir duquel le déclin de l'énergie devient autosimilaire est habituel-

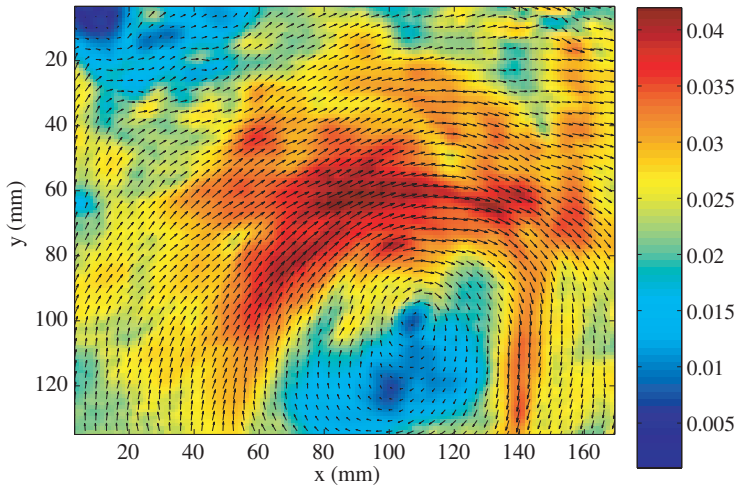
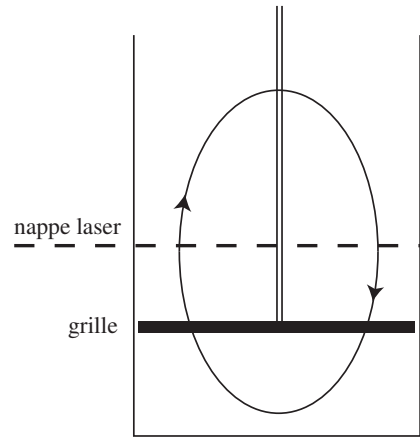


FIG. 3.4: Champ de vitesse obtenu dans un plan vertical en l'absence de rotation. L'arrière plan est coloré selon la norme de la vitesse.

FIG. 3.5: Schématisation simplifiée de cet écoulement grande échelle de recirculation de fluide en l'absence d'une rotation d'ensemble.



lement interprété comme étant le temps nécessaire pour que l'écoulement devienne homogène et isotrope après le passage de la grille. Cette valeur, qui est relativement importante en comparaison des expériences réalisées en soufflerie, semble liée au très grand nombre de Reynolds dans notre expérience ( $Re_g = 2.5 \times 10^4$ ). Cependant, cette valeur est plus petite que la valeur que nous obtenons en extrapolant la loi,  $t_0 V_g / M = 0.004 Re_g$ , déduite des résultats de Mohamed et LaRue [47] (voir figure 3.1). En effet, d'après cette loi, nous devrions obtenir dans notre expérience un écoulement turbulent homogène et isotrope à partir d'un temps  $t_0 V_g / M \simeq 100$ .

L'exposant du déclin de l'énergie mesuré,  $n \simeq 1.1$ , est relativement proche de la valeur  $n = 6/5$  obtenu par Comte-Bellot et Corrsin [16] et Saffman [61] pour une turbulence non confinée. Ce résultat semble indiquer que lorsque  $t V_g / M < 1000$ , l'échelle intégrale, qui croît au cours du temps, est encore inférieure à la taille de l'expérience  $L$ . La valeur de cet exposant est également en assez bon accord avec la gamme des exposants relevés par Mohammed et LaRue [47] à partir d'une compilation d'un grand nombre d'expériences réalisées en soufflerie avec différentes configurations d'écoulement et différentes techniques d'ajustement de la loi de puissance. La représentation de ces mêmes données en fonction de  $t - t^*$ , en introduisant une origine virtuelle  $t^*$  (voir équation (3.1)), peut modifier la valeur de l'exposant  $n$ . Cependant, le choix de l'utilisation d'une origine virtuelle ne modifie pas complètement la loi de puissance puisque lorsque l'on choisit  $|t^* V_g / M| \leq 40$ , nous obtenons une loi de puissance avec un exposant  $n$  qui varie légèrement, de moins de 20%. La valeur de  $t^*$  étant beaucoup plus petite que la durée du déclin de l'énergie, nous imposerons par la suite, pour simplifier, une origine virtuelle nulle  $t^* = 0$ .

Au delà d'un deuxième temps de coupure,  $t_s V_g / M \simeq 1000$ , on observe, sur la figure 3.6, l'appar-

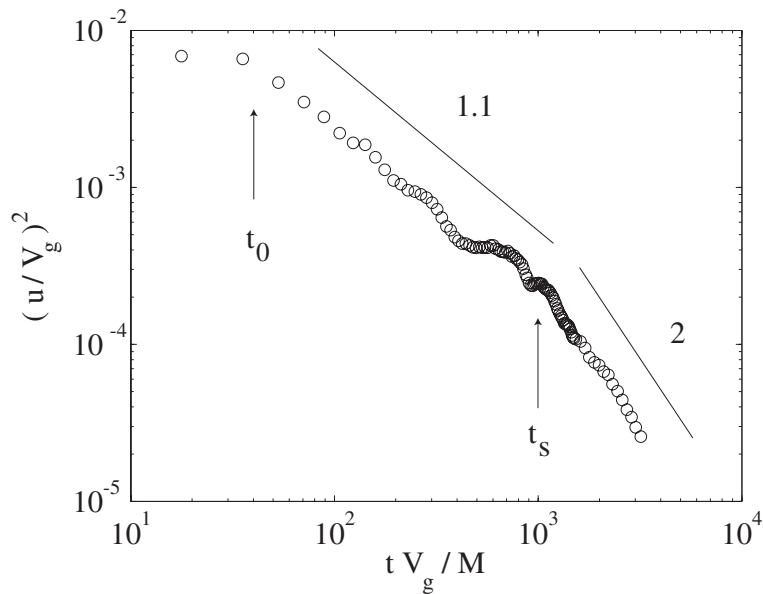


FIG. 3.6: Déclin de l'énergie turbulente au cours du temps en l'absence de rotation.  $t_s$  est le temps de saturation de l'échelle intégrale à la taille de l'expérience.

rition d'un nouveau régime pour lequel l'énergie turbulente semble décroître plus rapidement. Le nombre de Reynolds à cet instant,  $t = t_s$ , reste suffisamment grand,  $u(t_s)M/\nu \simeq 430$ , pour que ce second régime ne soit pas associé au régime de déclin visqueux. On s'attendrait à ce que ce régime visqueux intervienne à partir d'un temps  $t_v \sim L^2/\nu \sim 1$  jour. Au delà de  $t_v$ , le déclin de l'énergie serait alors purement visqueux et l'énergie devrait décroître de façon exponentielle. Ce deuxième régime semble, en fait, associé à la saturation de l'échelle intégrale de l'écoulement,  $l(t)$ , à la taille de l'expérience  $L$ . Au delà du temps de saturation des plus gros tourbillons, on s'attend à ce que l'énergie décline en  $t^{-2}$ , en accord avec la prédiction de Skrbek [66] et en accord avec la résolution de l'équation différentielle (3.3) lorsque  $l(t) = cste$ . Bien que la gamme de temps ne soit pas suffisamment grande au delà de ce temps de saturation, pour que l'on puisse faire une mesure précise de l'exposant de déclin, la décroissance de l'énergie est malgré tout compatible avec une telle loi en  $t^{-2}$  pour  $t > t_s$ .

### 3.3.3 Décroissance de l'énergie turbulente avec rotation

La figure 3.7 (a) représente la décroissance de l'énergie turbulente au cours du temps en présence de rotation, pour une vitesse de rotation allant de 0.13 à 4.53 rad/s. On remarque qu'à la vitesse de rotation minimale (voir la courbe  $\circ$  de la figure 3.7 (a)), le déclin de l'énergie se différencie de manière significative du cas en l'absence de rotation (figure 3.6). Après un premier temps de coupure, à  $t'_s V_g/M \simeq 150$ , une loi de puissance apparaît, sur plus d'une décade, avec un exposant  $n \simeq 2.03 \pm 0.05$ , qui est très différent de la valeur obtenue  $1.1 \pm 0.1$  à  $\Omega = 0$ . Nous remarquons également que cette loi de puissance est bien mieux définie que dans le cas à  $\Omega = 0$ . Ce résultat n'est pas surprenant dans la mesure où nous avons vu que l'écoulement d'ensemble est fortement inhibé lorsque la rotation d'axe vertical est présente.

Pour les expériences réalisées avec une vitesse de rotation  $\Omega$  plus importante, on observe que

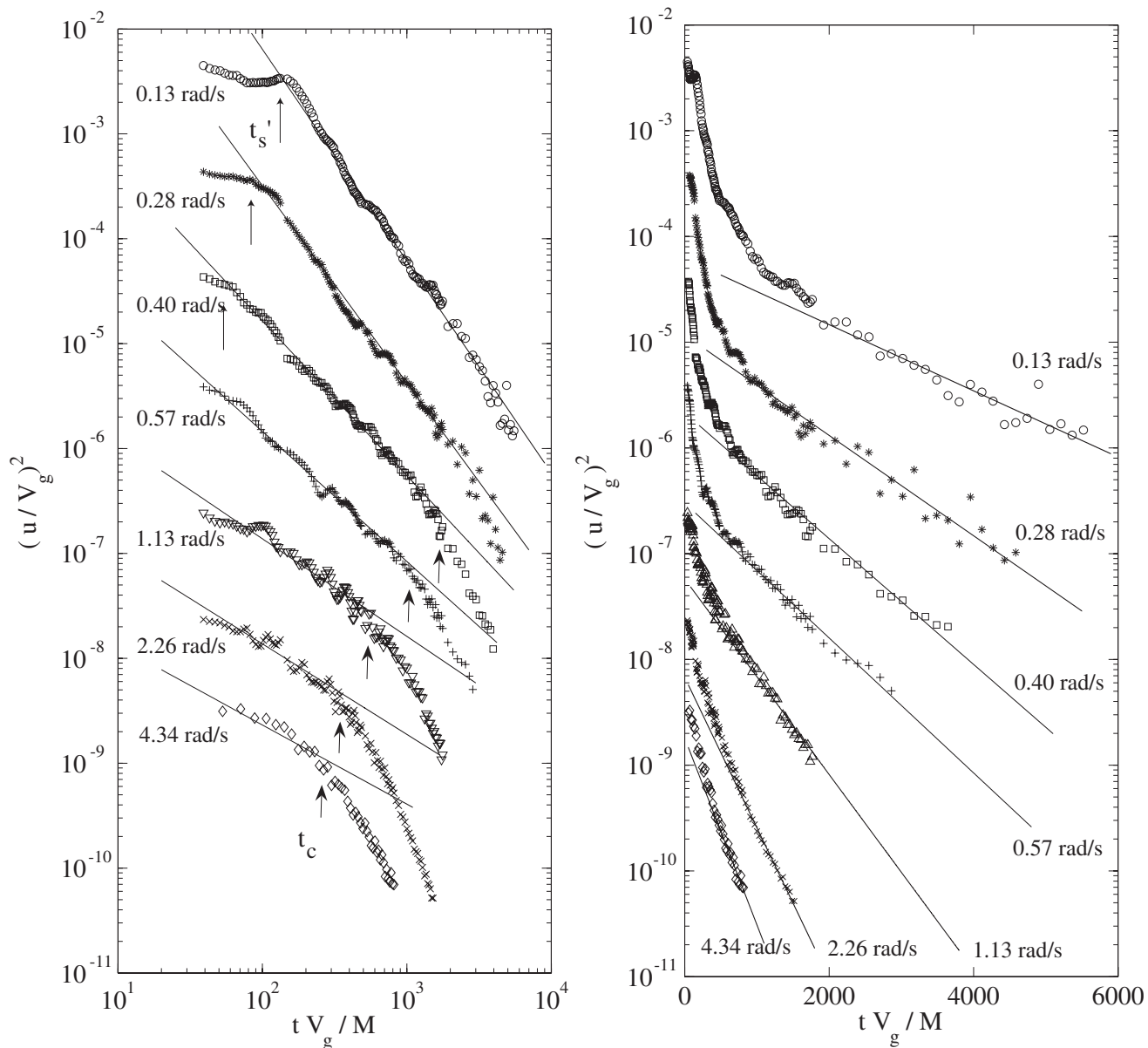


FIG. 3.7: Déclin de l'énergie turbulente en présence de rotation pour plusieurs vitesses de rotation  $\Omega$ , entre 0.13 et 4.34 rad/s. La courbe du haut est tracée en échelle réelle tandis que les courbes suivantes sont divisé par un facteur 10 pour des raisons de visibilité. Les flèches verticales indiquent le temps  $t'_s$  de la saturation de l'échelle intégrale verticale induite par la rotation, qui est visible uniquement pour les plus faibles vitesses de rotation, et le temps d'apparition  $t_c$  du régime visqueux dominé par les couches d'Ekman.

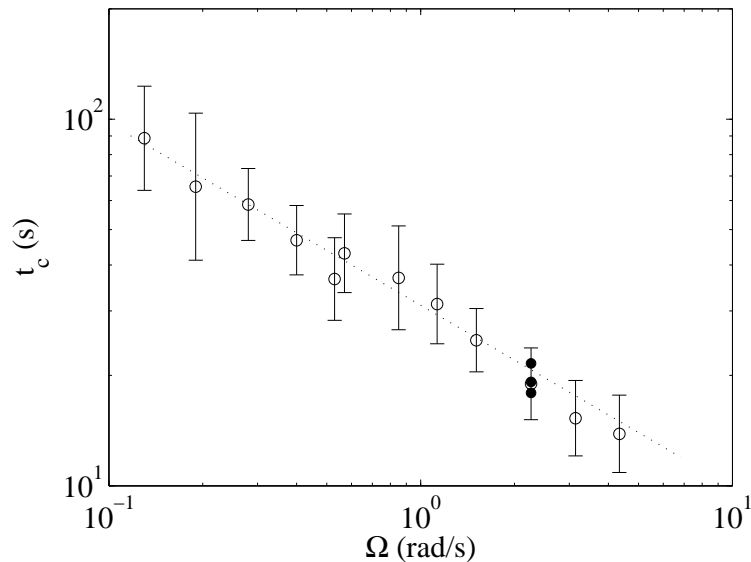


FIG. 3.8: Temps caractéristique  $t_c$  du déclin d'énergie exponentiel en fonction de la vitesse de rotation  $\Omega$ . La vitesse de translation de la grille est de  $V_g = 0.65$  m/s ( $\circ$ ) pour toutes les vitesses de rotation. Pour la vitesse de rotation  $\Omega = 2.26$  m/s, d'autres mesures ( $\bullet$ ) ont été effectuées pour différentes valeurs de la vitesse de translation de la grille,  $V_g \simeq 0.16, 0.34$  et  $0.91$  m/s. La ligne correspond à un ajustement avec le temps d'Ekman  $t_E = h(\nu\Omega)^{-1/2}$ , donnant  $t_c \simeq 0.07 t_E$ .

l'exposant du déclin de l'énergie  $n$  devient plus petit, ce qui suggère, comme on s'y attendait, que la rotation d'ensemble ralentit la décroissance de la turbulence. Ce ralentissement du déclin de l'énergie est une conséquence de l'inhibition des transferts d'énergie par la rotation. Nous reviendrons plus en détail sur ce dernier point au chapitre 6. Cependant, on constate sur la figure 3.7 (a) que la gamme du déclin d'énergie autosimilaire devient de plus en plus petite à mesure que la vitesse de rotation est importante, et la loi de puissance devient discutable pour des taux de rotation  $\Omega$  élevés, plus grands que  $1 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ .

La décroissance rapide de l'énergie à temps long, après le régime autosimilaire, est indiquée par des flèches sur la figure 3.7 (a). Lorsque l'on représente les déclins de l'énergie avec une échelle temporelle linéaire (voir figure 3.7 (b)), on remarque un déclin exponentiel à temps long, qui est la signature d'un déclin de type visqueux. Nous remarquons également que ce déclin exponentiel intervient d'autant plus tôt que la vitesse de rotation est importante. Il est donc intéressant de remarquer que bien que la rotation ralentisse le déclin de l'énergie, cette dernière fait apparaître le régime exponentiel bien plus tôt. Ce nouveau régime est la signature de la dissipation de l'énergie dans les couches d'Ekman [28, 55]. Le temps caractéristique  $t_c$ , obtenu en ajustant le déclin de l'énergie à temps long par une loi exponentielle de la forme  $\exp(-t/t_c)$ , suit la loi d'échelle du temps d'Ekman  $t_E = h(\nu\Omega)^{-1/2}$  pour toutes les valeurs de  $\Omega$  (voir la figure 3.8), avec

$$t_c \simeq (0.07 \pm 0.02) t_E. \quad (3.20)$$

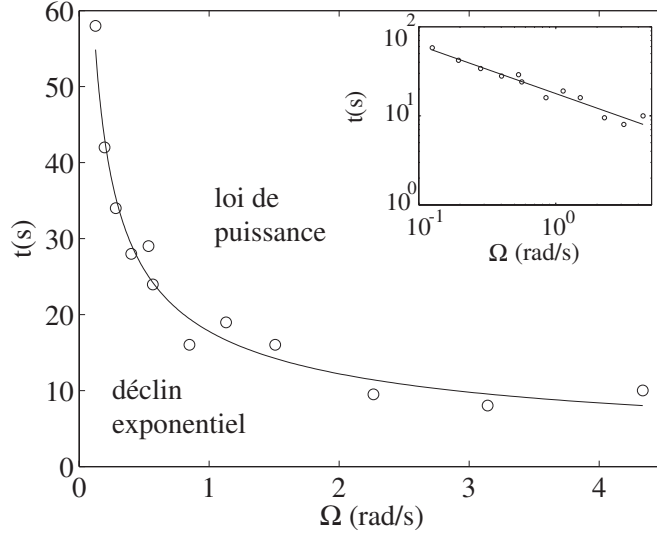


FIG. 3.9: Les points ( $\circ$ ) correspondent au temps  $t$  après la génération de la turbulence pour lequel le paramètre  $J = (L/l) u/(\nu\Omega)^{1/2}$  vaut 10 pour différentes vitesses de rotation  $\Omega$ . Le trait plein correspond à un ajustement de ces points. Cet ajustement vérifie la relation du temps d'Ekman, tel que  $t_{(J=10)} \simeq 0.04 h/(\nu\Omega)^{1/2}$ .

Nous avons vérifié que ce temps caractéristique est indépendant de la vitesse de translation de la grille, et donc est indépendant du nombre de Reynolds initial  $Re_g$ . En effet, les symboles  $\bullet$  de la figure 3.8 correspondent à des mesures pour des vitesses de grille de 0.16, 0.34 et 0.91 m/s et appartiennent à la barre d'erreur.

Le temps caractéristique  $t_c$  est associé à la dissipation des ondes d'inertie par réflexions multiples dans les couches d'Ekman. En effet, Phillips [56] a montré que ces ondes, qui se propagent à une vitesse de groupe  $C_g \sim 2\Omega/k$ , perdent une fraction de leur énergie  $\epsilon$  lorsqu'elles se réfléchissent sur une paroi. Cette perte d'énergie est de l'ordre de  $(\nu k^2/\Omega)^{1/2}$ . Si  $\epsilon$  est petit, l'onde va alors décliner par un processus de réflexions multiples sur les parois sur un temps  $\tau_\epsilon$ <sup>1</sup> donné par

$$\tau_\epsilon \sim \frac{1}{\epsilon} \frac{L}{C_g} \sim \left( \frac{L^2}{\nu\Omega} \right)^{1/2}, \quad (3.21)$$

où  $L$  est la distance entre deux réflexions (soit la taille de la cuve). Cette interprétation suggère alors que le confinement joue un rôle primordial sur le déclin de l'énergie. Afin de quantifier l'importance de la présence des parois, Ibbetson et Tritton [33] ont introduit un nombre sans dimension  $J$  qui compare ce temps caractéristique  $\tau_\epsilon$  au temps inertiel  $l/u$ , tel que

$$J = \frac{\tau_\epsilon}{l/u} = \frac{L}{l} \frac{u}{(\nu\Omega)^{1/2}} = \frac{L}{l} (Re_l Ro_l)^{1/2}. \quad (3.22)$$

Lorsque  $J \gg 1$ , c'est-à-dire lorsque  $Re_l \gg (l/L)^2 Ro_l^{-1}$ , l'écoulement est régi par les non-linéarités de la turbulence et on observe un déclin de l'énergie qui présente une loi de puissance,

<sup>1</sup>On peut d'ailleurs noter que  $\tau_\epsilon$  coïncide avec le temps de spin-up.

tandis que lorsque  $J$  devient négligeable devant 1, le régime de l'écoulement devient alors dominé par la dissipation dans les couches d'Ekman et on observe un déclin exponentiel. D'après les résultats expérimentaux que nous avons obtenus (voir sur la figure 3.7), il semblerait que les deux situations soient présentes dans notre expérience. A noter que dans notre expérience, le paramètre initial  $J = (L/M)(Re_g Ro_g)^{1/2}$  prend des valeurs entre  $2 \times 10^3 - 1 \times 10^4$ . Il semble donc que le paramètre  $J$  soit suffisamment grand à l'instant initial pour que la dissipation de l'énergie dans les couches d'Ekman soit négligeable durant les premiers instants du déclin de l'énergie. C'est seulement au cours du déclin de l'énergie que le paramètre instantané  $J$  va diminuer de telle sorte que la dissipation de l'énergie dans les couches d'Ekman devienne dominante.

Ainsi la présence d'une rotation d'ensemble a deux effets antagonistes sur la décroissance de l'énergie. La rotation, qui tend à ralentir le déclin de l'énergie dans un milieu infini, va au contraire accélérer l'apparition d'un régime de déclin visqueux lorsque l'écoulement est confiné par des parois. On peut comparer le temps caractéristique de la dissipation de l'énergie dans les couches d'Ekman  $\tau = L/(\nu\Omega)^{1/2}$  avec le temps caractéristique d'apparition du régime visqueux "classique"  $t_v = L^2/\nu$ , tel que

$$\frac{\tau}{L^2/\nu} = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{\nu}{\Omega}} = Ek^{1/2}. \quad (3.23)$$

La comparaison de ces deux temps correspond à la racine carrée du nombre d'Ekman. Lorsque  $Ek^{1/2} \ll 1$ , la dissipation des ondes d'inertie par réflexions multiple sur les parois intervient plus rapidement que la dissipation par les effets visqueux. Dans notre expérience,  $Ek^{1/2}$  varie dans la gamme  $1 \times 10^{-3} - 8 \times 10^{-3}$ , confirmant que dans notre expérience, la rotation accélère l'apparition d'un déclin visqueux.

La figure 3.9 représente le temps  $t$  après la translation de la grille à partir duquel le nombre sans dimension instantané  $J$  vaut 10 pour plusieurs vitesses de rotation  $\Omega$ . Cette valeur  $J = 10$  fut initialement suggérée par Ibbetson et Tritton [33]. En supposant que les effets de confinement ne sont plus négligeables lorsque  $J$  vaut 10, on remarque que plus la vitesse de rotation est importante, plus les effets de confinement interviennent rapidement. Pour les vitesses de rotation maximales, on remarque que  $J$  vaut 10 très rapidement pour un temps  $tV_g/M \simeq 150$  après génération de la turbulence. Dans ces expériences, il est alors peu probable d'obtenir un déclin avec une loi de puissance puisque le régime de dissipation de l'énergie dans les couches d'Ekman intervient très rapidement. Au contraire, on obtient des lois de puissance très bien définies pour les vitesses de rotation les plus petites puisque les effets de dissipation dans les couches d'Ekman n'apparaissent que très tard.

### Mesure de l'exposant du régime autosimilaire du déclin de l'énergie

L'exposant du déclin de l'énergie,  $n$ , a été mesuré à partir d'un ajustement à deux paramètres libres,  $a$  et  $n$  (équation (3.1)), avec une origine virtuelle  $t^*$  fixée à zéro. La figure 3.10 représente la variation de cet exposant en fonction de la vitesse de rotation  $\Omega$ . En ajoutant l'origine virtuelle comme troisième paramètre libre, on observe une variation de l'exposant  $n$  de moins



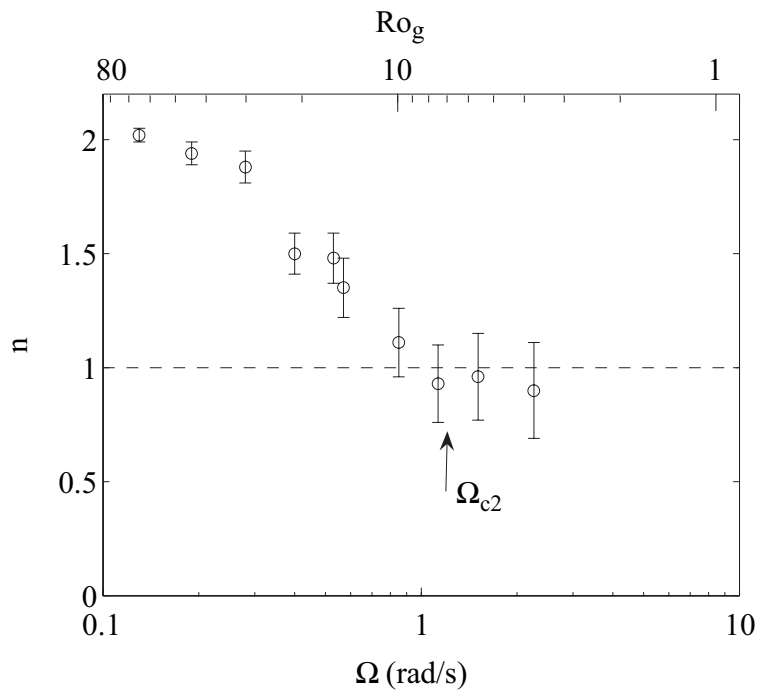


FIG. 3.10: Exposants  $n$  de la loi de puissance du déclin de l'énergie en fonction de la vitesse de rotation  $\Omega$  et du nombre de Rossby de grille  $Ro_g$ . La flèche indique la vitesse de rotation  $\Omega_{c2}$ , au delà de laquelle le temps de saturation induit par la rotation  $t'_s$  est de l'ordre de  $t_0$  (voir équation (3.29)).

de 20 %, ce qui est de l'ordre de grandeur des barres d'erreur de la figure 3.10 pour les faibles vitesses de rotation.

L'exposant du déclin de l'énergie diminue continûment à partir de  $n \simeq 2$ , lorsque  $\Omega = 0.13$  rad/s, jusqu'à des valeurs proches ou légèrement plus petites que 1 pour les plus grandes vitesses de rotation. La grande incertitude dans la mesure de  $n$  pour les vitesses de rotation les plus grandes,  $\Omega > 1$  rad.s<sup>-1</sup>, est liée à la mauvaise qualité de la loi de puissance. En effet, comme nous l'avons vu, la région autosimilaire de la décroissance de la turbulence, entre  $t_0$  et  $t_c$ , est d'autant plus courte que la vitesse de rotation est grande. Par conséquent, les mesures des exposants  $n$  à de telles vitesses de rotation sont discutables et sont probablement affectées par des effets de transition entre deux régimes et seulement une estimation de  $n$  peut être obtenue lorsque  $\Omega$  entre 1 et 2.26 rad s<sup>-1</sup>. De la sorte, il ne nous est pas possible de déterminer, à partir de nos données, si l'exposant sature ou non vers la valeur  $n = 1$ . De même, nous pouvons également noter que le paramètre  $Ro_h$ , qui caractérise le degré d'homogénéité de l'écoulement (voir chapitre 2 section 2.4), est inférieur à l'unité pour les expériences réalisées avec  $\Omega \geq 1.4$  rad/s, en prenant  $h = 44$  cm et une vitesse de grille  $V_g = 0.61$  m/s. Par conséquent, ces expériences correspondent à des écoulements très inhomogènes, ce qui rend d'autant plus discutables les éventuelles loi de puissance pour des vitesses de rotation  $\Omega \geq 1.4$  rad/s.

### 3.3.4 Le temps de saturation

Un résultat assez surprenant de la figure 3.10 est que l'exposant  $n$  du déclin de l'énergie à la plus petite vitesse de rotation,  $n \simeq 2$ , ne coïncide pas avec l'exposant de déclin en l'absence de rotation, pour lequel on a mesuré  $n \simeq 1.1 \pm 0.1$  sur la figure 3.6. Cette apparente contradiction semble en fait liée aux effets de confinement selon l'axe de rotation, qui jouent un rôle prépondérant en présence de rotation, même pour les très faibles vitesses de rotation.

En l'absence de rotation, le déclin de l'énergie semble être affecté par le confinement après un temps de saturation  $t_s V_g / M \simeq 1000$  (figure 3.6), à partir duquel la décroissance de l'énergie est compatible avec une loi de puissance en  $t^{-2}$ . En considérant que l'échelle intégrale croît au cours du temps comme  $l(t)/M \simeq \alpha (t V_g / M)^{2/5}$  (qui est une conséquence de la loi de déclin de l'énergie sans confinement en  $t^{-6/5}$  (3.10) [4, 61, 16]), où  $\alpha$  est un préfacteur sans dimension de l'ordre de l'unité, le temps de saturation est atteint lorsque  $l(t_s) = L$ , soit lorsque

$$\frac{t_s V_g}{M} \simeq \left( \frac{L}{\alpha M} \right)^{5/2}, \quad (3.24)$$

où  $L$  est la largeur de la cuve. La hauteur  $h$  de la cuve étant légèrement supérieure à  $L$ , il est probable, en faisant l'hypothèse que la turbulence reste isotrope au cours du déclin, que l'échelle intégrale ne sature à la hauteur  $h$  qu'après avoir saturé à  $L$ . Par conséquent, nous pouvons déterminer, en utilisant  $L/M = 9$ , la valeur du préfacteur  $\alpha \simeq 0.6$ .

En présence d'une faible vitesse de rotation ( $\Omega = 0.13$  rad/s), la loi de puissance en  $t^{-2}$  (figure 3.7) commence beaucoup plus tôt qu'en l'absence de rotation, à partir d'un temps  $t V_g / M \simeq 150$  au lieu de 1000, ce qui suggère que l'échelle intégrale sature plus rapidement en présence qu'en l'absence de rotation. Cette hypothèse est physiquement acceptable dans la mesure où en présence de rotation, on s'attend à ce que la croissance de l'échelle intégrale verticale soit régie par les ondes d'inertie. Supposons alors que l'échelle verticale croisse au cours du temps, telle que  $z(t)$  est donnée par

$$z(t) = \int_0^t c_g dt. \quad (3.25)$$

En prenant la vitesse de groupe,  $c_g \simeq 2\Omega l(t)$ , des ondes d'inertie les plus rapides, où  $l(t)$  est cette fois-ci l'échelle intégrale horizontale, le temps de saturation  $t'_s$  induit par la rotation est atteint lorsque  $z(t'_s) = h$ . On en déduit que

$$h = \int_0^{t'_s} 2\Omega l(t) dt. \quad (3.26)$$

La croissance de l'échelle intégrale horizontale  $l(t)$  n'est que très faiblement influencé par la rotation. L'échelle intégrale  $l(t)$  croisse comme  $l(t) \propto t^{2/5}$  lorsque  $Ro \gg 1$  tandis qu'elle croît comme  $l(t) \propto t^{1/5}$  lorsque  $Ro \ll 1$  (voir Squires *et al.* [68], Canuto and Dubovikov [13] et la

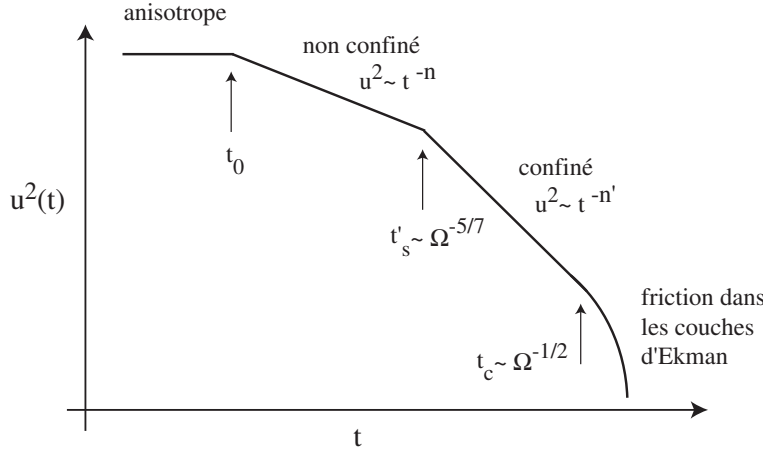


FIG. 3.11: Représentation simplifiée du déclin de l'énergie en présence de rotation et de confinement. La première transition,  $t_0$ , est le temps pour lequel l'écoulement devient approximativement homogène et isotrope (on suppose que ce temps est indépendant de  $\Omega$  étant donné que le nombre de Rossby initial,  $Ro_g$ , est suffisamment grand). La deuxième transition,  $t'_s$  (3.27), correspond au temps de saturation induit par la rotation de l'échelle intégrale verticale. Sur cette schématisation, nous avons supposé  $t'_s \gg t_0$ , c'est-à-dire que le nombre de Rossby de grille vérifie la condition  $Ro_g \gg Ro_{g,c2}$  (3.29), alors que dans notre expérience  $t'_s \simeq t_0$ . La troisième transition,  $t_c$ , correspond approximativement au temps caractéristique d'Ekman (3.20). Les exposants  $n$  et  $n' = 5n/3$  correspondent respectivement aux régimes non confiné et confiné (cf. chapitre 4.3).

section 4.3). En supposant que  $l(t)$  croît comme en l'absence de rotation et reste inférieure à  $L$ , le temps de saturation de l'échelle intégrale verticale peut s'écrire sous la forme <sup>2</sup>

$$\frac{t'_s V_g}{M} \simeq \left( \frac{7}{5} \frac{h}{\alpha M} Ro_g \right)^{5/7}. \quad (3.27)$$

Le déclin de l'énergie, en tenant compte de ce temps de saturation  $t'_s$ , est schématisé sur la figure 3.11. En prenant  $h/M \simeq 11.3$ , et en conservant la valeur  $\alpha \simeq 0.6$  du préfacteur en l'absence de rotation, on obtient  $t'_s V_g/M \simeq 200$  pour la vitesse de rotation  $\Omega = 0.13$  rad/s ( $Ro_g = 65$ ). Cette valeur du temps de saturation induit par la rotation est beaucoup plus faible que le temps de saturation en l'absence de rotation, et se trouve en excellent accord avec la courbe du haut de la figure 3.7 à  $\Omega = 0.13$  rad.s<sup>-1</sup>. Cette valeur est légèrement supérieure au temps,  $t_0 V_g/M \simeq 40$ , qui correspond au temps d'homogénéisation et d'isotropisation de la turbulence après la translation de la grille. Par conséquent, le confinement vertical de l'échelle intégrale joue un rôle, même pour les très faibles vitesses de rotation, très important dès les premiers instants du déclin de l'énergie, et la turbulence entre rapidement dans un régime dominé par le confinement.

<sup>2</sup>Le choix de la loi en rotation rapide de la croissance de l'échelle horizontale,  $l(t) \propto t^{1/5}$ , ne modifie pas significativement l'équation (3.27), puisque dans ce cas le temps de saturation de l'échelle verticale, induit par la rotation, vérifie  $t'_s \propto \Omega^{-5/6}$  au lieu de  $t'_s \propto \Omega^{-5/7}$ .

Il est intéressant de remarquer que lorsque le temps de saturation de l'échelle verticale de l'équation (3.27) coïncide avec le temps de saturation de l'échelle horizontale (3.24), en l'absence de rotation, le nombre de Rossby vaut

$$Ro_{g,c1} \simeq \frac{5}{7} \frac{L}{h} \left( \frac{L}{\alpha M} \right)^{5/2} \simeq 500. \quad (3.28)$$

Dans notre expérience, une telle valeur du nombre de Rossby correspondrait à une très faible vitesse de rotation de l'ordre de  $\Omega_{c1} \simeq 0.017$  rad/s, c'est-à-dire d'une période de rotation de l'ordre de 6 minutes. Malheureusement, il nous est impossible de réaliser une expérience contrôlée avec une si faible vitesse de rotation avec notre table tournante.

Aux vitesses de rotation les plus importantes, qui correspondent à un nombre de Rossby de grille inférieur à 2, la saturation de l'échelle verticale, selon l'équation (3.27), va intervenir bien plus rapidement, avec une valeur minimale de  $t'_s V_g / M$  inférieure à 17. Cette valeur est inférieure au temps  $t_0 V_g / M$  nécessaire pour que l'écoulement devienne homogène et isotrope. Par conséquent, aux vitesses de rotation les plus importantes, le régime de l'écoulement passe directement de la turbulence anisotrope initiale produite immédiatement dans le sillage de la grille au régime dominé par le confinement induit par la rotation, sans jamais présenter de régime intermédiaire d'un écoulement turbulent non confiné. On peut imaginer que lors de la translation de la grille, cette dernière génère des structures tourbillonnaires dans son sillage, et les étire instantanément de bas en haut de la cuve. Cet effet aurait probablement été amoindri si l'axe de translation de la grille avait été perpendiculaire à l'axe de rotation de la cuve. Cependant cette schématisation est certainement incorrecte, puisque la production de l'énergie est probablement affectée elle aussi par la rotation lorsque  $\Omega \rightarrow \infty$ . Le nombre de Rossby au-delà duquel la condition  $t'_s > t_0$  est satisfaite est donné par

$$Ro_{g,c2} \simeq \frac{5}{7} \frac{\alpha M}{h} \left( \frac{t_0 V_g}{M} \right)^{7/5} \simeq 7, \quad (3.29)$$

en utilisant le temps  $t_0 V_g / M \simeq 40$  comme étant le temps nécessaire pour que l'écoulement devienne homogène et isotrope comme en l'absence de rotation. Cette condition sur la vitesse de rotation est vérifiée dans cette expérience, lorsque la vitesse de  $\Omega < \Omega_{c2} \simeq 1.3$  rad.s<sup>-1</sup>, à l'exception des plus importantes vitesse de rotation, et en particulier des trois courbes au bas de la figure 3.7. Ainsi, bien que le nombre de Rossby de grille  $Ro_g$  soit grand par rapport à l'unité, les vitesses de rotation les plus élevées échappent très probablement à une situation idéale d'un écoulement qui est affecté de façon homogène par la rotation, étant donné que l'échelle verticale sature avant même que l'écoulement ne devienne homogène. On peut comprendre ce résultat par l'intermédiaire du paramètre initial  $Ro_h$  qui devient inférieur à l'unité pour de telles vitesses de rotation.

### 3.4 Discussion

L'étude de la décroissance de l'énergie au cours du temps est assez délicate étant donné le grand nombre de temps caractéristiques à considérer. Nous avons, malgré tout, mis en évidence une

très nette diminution du déclin de l'énergie en présence de rotation pour des temps plus petits que le temps d'Ekman. Nous avons également observé qu'à temps long, l'écoulement est dominé par la dissipation de l'énergie dans les couches d'Ekman. Ces deux régimes, qui avait déjà été observés séparément par les travaux de Jacquin *et al.* [34] et d'Ibbetson et Tritton [33], sont pour la première fois observés simultanément au cours du temps. Par ailleurs une mesure de l'exposant de déclin  $n$  a pu être effectuée pour les vitesses de rotation modérées.

Le résultat important de ce chapitre est que, outre la dissipation de l'énergie dans les couches d'Ekman, le confinement joue un rôle prépondérant sur la décroissance de l'énergie. La rotation, qui a pour effet d'accentuer la croissance de l'échelle intégrale selon l'axe de rotation, diminue ainsi le temps de saturation de cette échelle intégrale à la taille de l'expérience. Or, le confinement de l'écoulement engendre un déclin d'énergie plus important qu'en milieu infini même s'il ne remet pas en cause la réduction de la décroissance de l'énergie induite par la rotation. Dans ce sens, les études de la décroissance de la turbulence en cuve tournante (confinement latéral et vertical) sont probablement très différentes de celles en soufflerie (en conduite tournante), qui présentent bien un confinement latéral mais n'ont pas de confinement selon l'axe de rotation (Jacquin *et al.* [34]).

Finalement, comme la figure 3.11 le schématise, la décroissance de l'énergie se décompose en plusieurs régime :

- (i)  $t < t_0$  : régime de production de l'énergie cinétique turbulente dans le sillage de la grille.
- (ii)  $t_0 < t < t'_s$  : régime autosimilaire avant confinement avec l'exposant de déclin  $n$ .
- (iii)  $t'_s < t < t_E$  : régime autosimilaire après confinement avec  $n' = \frac{5n}{3}$ .
- (iv)  $t > t_E$  : régime visqueux dominé par la dissipation des ondes d'inertie dans les couches d'Ekman.

Étant donné que  $t'_s \simeq t_0$  dans notre expérience, nous n'avons pas pu mesurer d'exposant du régime autosimilaire avant confinement (ii). Lorsque l'intervalle de temps entre le temps de saturation  $t'_s$  de l'échelle verticale et le temps d'Ekman  $t_E$  est suffisamment grand, l'exposant  $n$  du régime (iii) diminue à partir de 2 jusqu'à des valeurs proche de 1 lorsque la vitesse de rotation augmente. Malheureusement, étant donné la qualité modeste des lois de puissance à grande vitesse  $\Omega$ , il nous est impossible de conclure si l'exposant  $n \simeq 1$  correspond ou non à l'état asymptotique lorsque  $Ro \ll 1$ . Ce résultat aurait pu confirmer ou infirmer l'approche phénoménologique de Squires *et al.* [68] qui montre, dans la limite asymptotique  $Ro \ll 1$ , que l'exposant du déclin de l'énergie en présence de rotation est diminué d'un facteur 2 par rapport au cas en l'absence de rotation.

# Chapitre 4

## Spectres d'énergie

Dans ce chapitre nous allons présenter l'influence de la rotation sur la loi de puissance du spectre d'énergie  $E(k)$ . Nous commencerons par décrire les théories et modèles qui caractérisent cette étude, que nous comparerons avec nos résultats expérimentaux. Par la suite, nous introduirons un modèle phénoménologique, qui reprend l'approche initialement utilisé pas Comte-Bellot et Corrsin [16] et Saffman [61], qui relie l'exposant  $n$  du déclin d'énergie à l'exposant  $p$  du spectre d'énergie. Cette approche tient compte du confinement mais ne tient pas compte de l'anisotropie de l'écoulement. Enfin, nous finirons ce chapitre par une comparaison entre les exposants du déclin de l'énergie, présentés au chapitre précédent, avec ceux du spectre d'énergie que nous avons obtenus expérimentalement.

### 4.1 Théories sur les spectres d'énergie de la turbulence en milieu tournant

Comme nous l'avons abordé dans le chapitre 1, les écoulements turbulents homogènes 3D se caractérisent par un très grand nombre d'échelles, spatiales et temporelles, couplées entre elles. Les grandes échelles transfèrent leur énergie vers les petites échelles à un taux de transfert  $\Pi(r) \sim u_r^3/r$ , constant à toutes les échelles du régime inertiel  $\eta \ll r \ll l$ , où  $\eta$  désigne l'échelle de Kolmogorov et  $l$  l'échelle intégrale. Par analyse dimensionnelle, Kolmogorov a obtenu un spectre d'énergie de la forme,

$$E(k) = C\varepsilon^{2/3}k^{-5/3}, \quad (4.1)$$

dans le régime inertiel.

Le problème est en revanche bien moins clair pour une turbulence en présence d'une forte rotation d'ensemble ( $Ro \ll 1$ ). En effet, comme nous l'avons vu, la présence d'ondes d'inertie introduit une direction privilégiée à l'écoulement selon l'axe de rotation. Par conséquent, les écoulements turbulents en rotation sont fortement anisotropes. Une description complète et précise de la turbulence en rotation doit alors tenir compte de l'anisotropie de ces écoulements.

### 4.1.1 Etudes théoriques

Nous avons brièvement vu dans le chapitre 1 que la présence d'une rotation d'ensemble tend à redistribuer angulairement l'énergie vers les modes horizontaux,  $\vec{k} \perp \vec{\Omega}$ . Le spectre d'énergie anisotrope de la turbulence soumise à une forte rotation est alors le résultat de transferts qui concentrent l'énergie dans le plan normal à  $\vec{\Omega}$ .

Deux études récentes ont permis d'obtenir des prédictions sur ces spectres anisotropes dans la limite où  $Ro \ll 1$ .

Une analyse théorique dans la limite asymptotique d'un nombre de Reynolds quasi infini et d'un nombre de Rossby quasiment nul a été réalisée par Galtier [24] en utilisant le formalisme de la turbulence d'onde. Son analyse a débouché sur un spectre d'énergie 3D anisotrope, dans la limite  $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$ ,

$$E(\vec{k}) \sim k_{\parallel}^{-1/2} k_{\perp}^{-7/2}, \quad (4.2)$$

où  $k_{\parallel}$  et  $k_{\perp}$  sont respectivement les composantes du nombre d'onde aligné et perpendiculaire à l'axe de rotation. Par une approche similaire en utilisant le modèle AQNM (Asymptotic quasi-normal Markovian), Cambon, Rubinstein et Godeferd [12] ont développé un formalisme basé sur une décomposition en modes propres et ont montré que le couplage faiblement non-linéaire entre ondes d'inertie conduit à créer une zone inertielle à temps long. Ils ont obtenu, lorsque  $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$ , un spectre anisotrope 3D,

$$E(\vec{k}) \sim K_0^{-1/2} k_{\parallel}^{-1/2} k_{\perp}^{-3} \quad (4.3)$$

où  $K_0$  est une échelle de coupure dans le plan horizontal. Cette théorie, basée sur des processus faiblement non-linéaire, a montré que les interactions ondes-ondes sont principalement gouvernées par des conditions de résonances sélectives  $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3 = 0$  : les triades résonnantes. L'excitation est dite résonnante si les fréquences  $\omega_2 \pm \omega_3$  correspondent à la fréquence de l'onde primaire  $\omega_1$ .

Parallèlement, Smith et Waleffe [67] ont montré par DNS que lorsque l'écoulement est forcé tridimensionnellement à un nombre d'onde intermédiaire  $k_i$ , on observe une cascade directe de l'énergie pour  $k > k_i$ , avec un spectre isotrope 1D en  $k^{-2}$ , et une cascade apparemment inverse pour  $k < k_i$ , avec un spectre isotrope 1D en  $k^{-3}$ . Leur résultats ont montré qu'à grande échelle l'énergie se concentre vers le mode 2D ( $k_{\parallel} = 0$ ), tandis que l'énergie se concentre vers les modes 3D à petite échelle.

### 4.1.2 Etudes phénoménologiques

Malgré la complexité du formalisme de la turbulence d'ondes, il est possible de modéliser certains aspects, de façon phénoménologique, de l'influence de la rotation sur le spectre d'énergie en ne tenant pas compte de l'anisotropie de l'écoulement. Cependant, avec une telle approche le sens de la cascade ne peut pas être prédit.

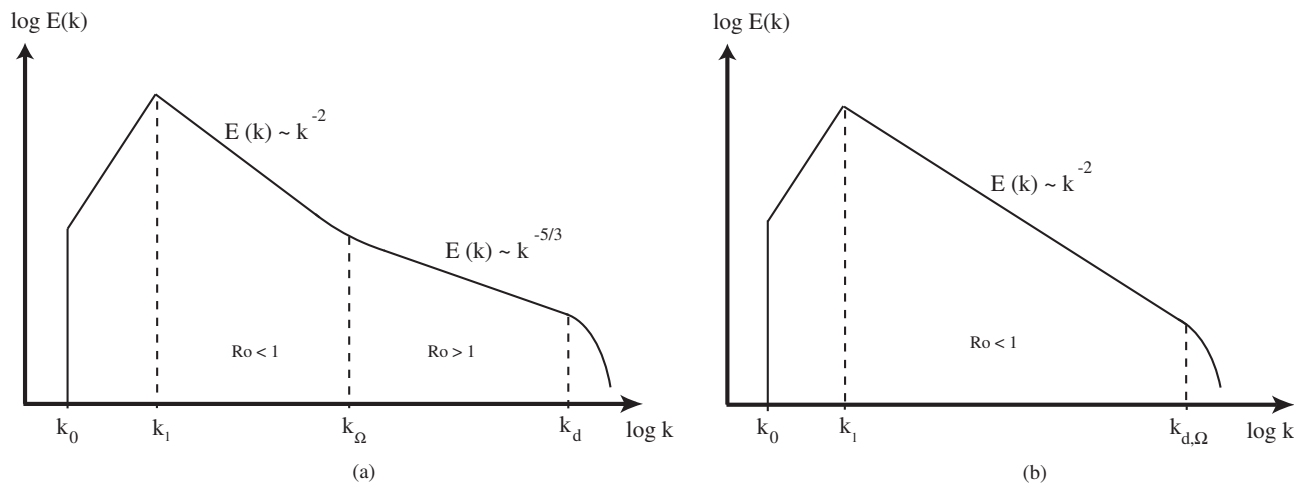


FIG. 4.1: Schéma descriptif du spectre d'énergie pour une turbulence en rotation entretenue. (a) Ce spectre présente une zone de turbulence 3D tel que  $E \sim k^{-5/3}$  et une région où la turbulence est dominée par la rotation tel que  $E \sim k^{-2}$ . (b) Toutes les échelles du régime inertiel sont dominées par la rotation et le spectre ne présente plus qu'une loi d'échelle en  $k^{-2}$ .

#### 4.1.2.1 Spectre isotrope de la turbulence en rotation développé par phénoménologie

Zeman [80] a montré que la rotation introduisait une nouvelle échelle caractéristique à l'écoulement,  $r_\Omega$ , pour laquelle le nombre de Rossby local,  $Ro_r = u'_r/2\Omega r$ , est égal à l'unité. La vorticité des structures de taille  $r_\Omega$  est par conséquent de l'ordre de la vitesse de rotation de la cuve  $\Omega$ , tel que  $\omega_{r_\Omega} \sim \Omega$ . En supposant que les lois d'échelles de Kolmogorov sont toujours vérifiées, l'ordre de grandeur de la vorticité d'une structure à une échelle  $r$  est donnée par  $\omega_r \sim \partial v_r / \partial r \sim \varepsilon^{1/3} r^{-2/3}$ . On en déduit l'ordre de grandeur du nombre d'onde,

$$k_\Omega \sim \varepsilon^{-1/2} \Omega^{3/2} \sim l^{-1} Ro_l^{-3/2}. \quad (4.4)$$

Le nombre d'onde  $k_\Omega$  correspond alors à une échelle de transition entre un régime de turbulence 3D, caractérisé par un nombre de Rossby local  $Ro_r > 1$ , et un régime de turbulence dominé par la rotation avec un nombre de Rossby local  $Ro_r < 1$ .

L'expression du taux de transfert de l'énergie a été généralisée par Kraichnan [38] par analyse dimensionnelle,

$$\varepsilon \sim t_r [E(k)]^2 k^4, \quad (4.5)$$

où  $t_r$  désigne l'échelle de temps typique à l'échelle  $r$ . A partir de cette expression du taux de transfert de l'énergie, on retrouve l'expression (4.1) du spectre de la turbulence tri-dimensionnelle lorsque le transfert est dominé par les effets non-linéaires, en remplaçant  $t_r \sim r/u_r \sim k^{-2/3} \varepsilon^{1/3}$  dans l'équation (4.5). En revanche, lorsque le transfert de l'énergie est dominé par la rotation, Zhou [81] a montré que l'on obtenait, en injectant  $\tau_\Omega$  dans l'expression (4.5), un spectre d'énergie proportionnel à



$$E(k) \sim (\varepsilon\Omega)^{1/2}k^{-2}. \quad (4.6)$$

Cette expression du spectre d'énergie à également été trouvée par Canuto et Dubovikov [13] en utilisant des arguments similaires. Par conséquent, on peut supposer que pour les échelles  $r$ , telles que  $k_r < k_\Omega$ , le spectre présente une loi de puissance en  $k^{-2}$ , tandis que le spectre présente une loi en  $k^{-5/3}$  pour les échelles  $k_r > k_\Omega$  (voir la figure 4.1 (a)).

#### 4.1.2.2 Échelles typiques de la turbulence en rotation

L'échelle de transition  $k_\Omega$  n'a de signification physique que lorsqu'elle est supérieure au nombre d'onde,  $k_l \sim l^{-1}$ , associé à l'échelle intégrale, soit lorsque

$$\frac{k_\Omega}{k_l} \sim Ro_l^{-3/2} > 1, \text{ i.e : } Ro_l^{3/2} < 1. \quad (4.7)$$

Le régime inertiel en  $k^{-5/3}$  existe jusqu'à une échelle de coupure visqueuse,  $k_d$ , qui correspond à l'échelle de Kolmogorov. Cette description en ordre de grandeur est valable pour une turbulence entretenue. Cependant on peut l'étendre à la turbulence en déclin si l'on suppose que le spectre d'énergie s'ajuste instantanément au taux de dissipation  $\epsilon(t)$ . Supposons, au cours du déclin de l'énergie, que le taux de transfert d'énergie  $\varepsilon$  et le nombre de Rossby instantané diminuent de telle sorte que l'échelle  $k_\Omega$  va croître, tandis que l'échelle de dissipation  $k_d$  diminue. Le domaine de turbulence en rotation envahit alors toute la gamme d'échelle  $[k_l, k_d]$  lorsque  $k_\Omega \simeq k_d$ , soit lorsque

$$\varepsilon^{-1/2}\Omega^{3/2} \simeq \left(\frac{\varepsilon}{\nu^3}\right)^{1/4}, \text{ i.e : } Ro_l Re_l^{1/2} \simeq 1. \quad (4.8)$$

L'expression (4.8) est alors la condition nécessaire pour qu'il n'existe plus de spectre de Kolmogorov en  $k^{-5/3}$ . Lorsque la rotation envahit toute la gamme d'échelle de l'écoulement, la rotation va alors avoir une influence sur l'échelle de dissipation de l'énergie. Rubinstein et Zhou [58] ont alors introduit une échelle de coupure visqueuse  $k_{d,\Omega}$  qui vérifie

$$\int_0^{k_{d,\Omega}} \nu k^2 E(k) dk = \epsilon. \quad (4.9)$$

En remplaçant l'expression (4.6) du spectre d'énergie en présence d'une forte rotation dans l'expression (4.9), on trouve une échelle de coupure visqueuse en présence de rotation, telle que

$$k_{d,\Omega} \sim \left(\frac{\epsilon}{\Omega\nu^2}\right)^{1/2}. \quad (4.10)$$

Canuto et Dubovikov [13] ont également trouvé cette échelle en utilisant un modèle de viscosité turbulente. Bien entendu, il est possible de retrouver l'échelle de Kolmogorov,  $k_d$ , à partir de l'équation (4.9) en intégrant le spectre d'énergie de Kolmogorov sous la forme (4.1). La figure 4.1 (b) schématise l'allure du spectre d'énergie lorsque  $k_\Omega \sim k_{d,\Omega}$  et que la rotation domine

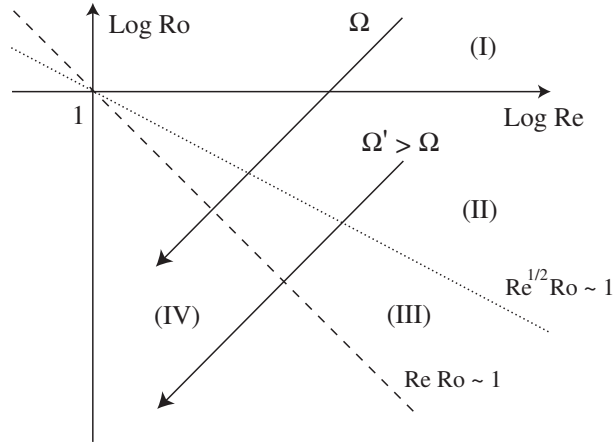


FIG. 4.2: Représentation simplifiée de l'évolution des paramètres sans dimension. Deux exemples de trajectoires dans l'espace des paramètres  $(\text{Re}, \text{Ro})$  pour une faible et une grande vitesse de rotation  $\Omega$  et  $\Omega'$ .

toutes les échelles de l'écoulement. En présence d'une forte rotation, telle que  $\text{Ro}_l \text{Re}_l^{1/2} \ll 1$ , le spectre d'énergie prend alors la forme (4.6) et ne présente plus qu'un seul régime en  $k^{-2}$ .

Cette échelle,  $k_{d,\Omega}$ , n'a de signification physique que lorsqu'elle est inférieure à l'échelle de coupure visqueuse de Kolmogorov  $k_d$  en l'absence de rotation. Cette échelle de coupure visqueuse excède alors  $k_d$  à partir de l'échelle  $k'_{d,\Omega}$ , définie comme  $\nu (k'_{d,\Omega})^2 \sim \Omega$ . Cette échelle est une condition initiale d'une expérience et ne dépend que du taux de rotation  $\Omega$  et de la viscosité  $\nu$ . La figure 4.3 représente la variation des échelles caractéristiques  $k_\Omega$ ,  $k'_{d,\Omega}$  et  $k_{d,\Omega}$  dans l'espace des paramètres  $(k, \epsilon)$ .<sup>1</sup>

#### 4.1.2.3 Disparition du régime inertiel

Lorsque l'échelle de coupure visqueuse induite par la rotation vérifie  $k_{d,\Omega} < k_l \sim l^{-1}$ , où  $l$  est l'échelle intégrale, il n'existe plus de spectre d'énergie en  $k^{-2}$ . La condition pour la disparition d'un régime inertiel est vérifiée lorsque

$$\frac{k_{d,\Omega}}{k_l} \sim \epsilon^{1/2} \Omega^{-1/2} l \nu^{-1} < 1. \quad (4.11)$$

Dans ce régime où toutes les échelles sont dominées par la rotation, le taux de transfert de l'énergie à une échelle  $r$  n'est plus proportionnel à  $u_r^3/r$ . L'énergie cinétique totale s'obtenant par intégration du spectre d'énergie sur tout les nombres d'onde, Canuto et Dubovikov [13] ont alors proposé de reformuler cette condition (4.11) sous une nouvelle forme, en utilisant l'expression (4.6) du spectre d'énergie de la turbulence en rotation,

$$u^2 = \int_0^\infty E(k) dk \sim \epsilon^{1/2} \Omega^{1/2} l, \quad (4.12)$$

<sup>1</sup>Précisons que la croissance de l'échelle  $k_\Omega$  et la décroissance de  $k_{d,\Omega}$  et  $k_d$  doivent vérifier  $k'_{d,\Omega} \sim k_{d,\Omega}^{1/2} k_\Omega^{1/2}$  et  $k_d \sim k'_{d,\Omega}{}^{3/4} k_\Omega^{1/4}$ .

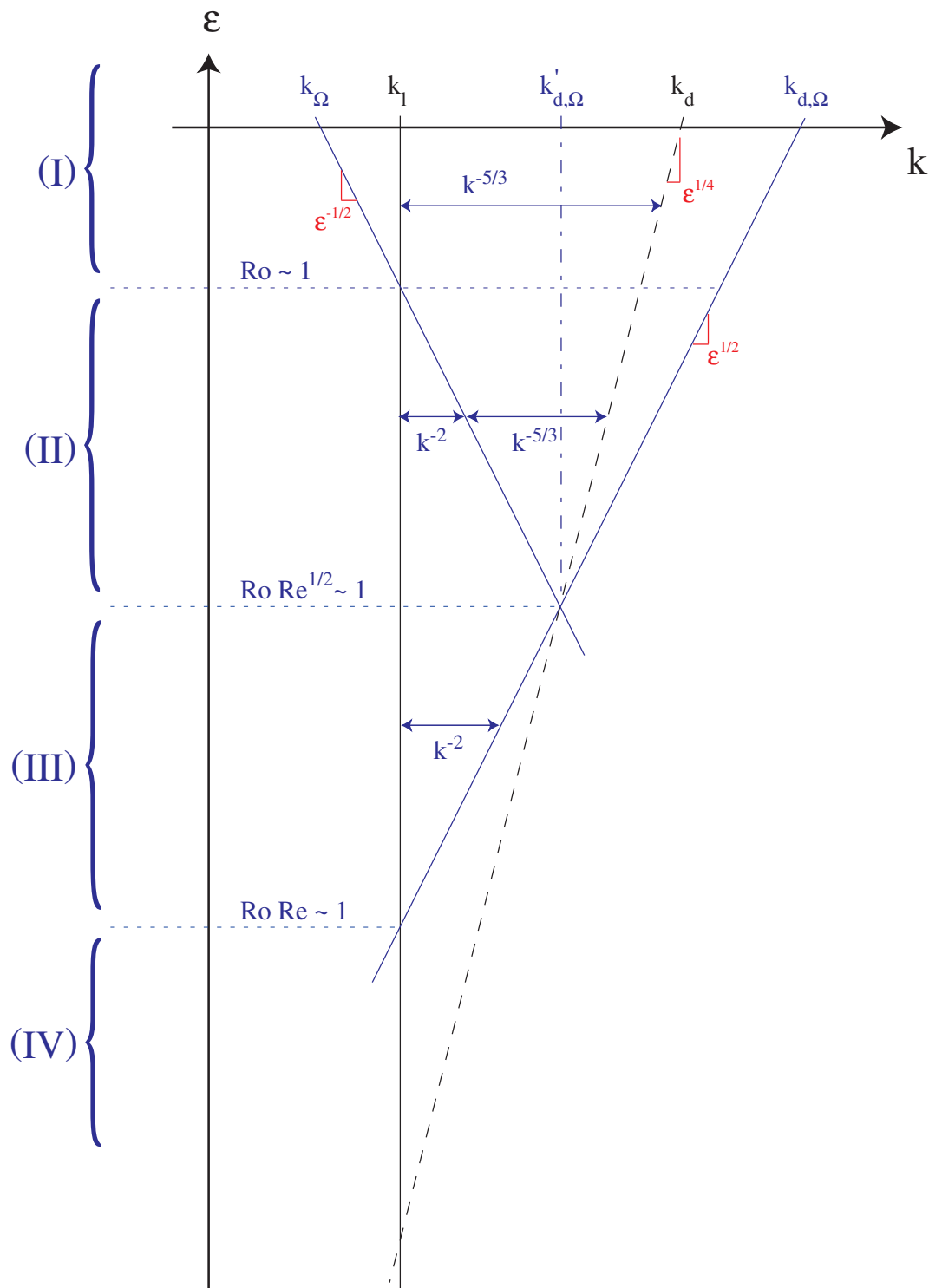


FIG. 4.3: Représentation de la variation des échelles caractéristiques  $k_\Omega$ ,  $k'_{d, \Omega}$  et  $k_{d, \Omega}$  dans l'espace  $(k, \epsilon)$  pour une vitesse de rotation  $\Omega$  donnée. La région (I), définie par  $Ro \gg 1$ , correspond à une turbulence 3D et se caractérise par un spectre d'énergie en  $k^{-5/3}$ . La région (II), telle que l'on ait simultanément  $Ro \leq 1$  et  $Ro Re^{1/2} \geq 1$ , se caractérise par un spectre d'énergie en  $k^{-2}$  à grande échelle et en  $k^{-5/3}$  à petite échelle. La région (III) est atteinte lorsque  $Ro Re^{1/2} \leq 1$  et  $Ro Re \geq 1$  est associée à un spectre en  $k^{-2}$ , tandis que le spectre d'énergie obtenu dans la région (IV), telle que  $Ro Re \ll 1$ , ne présente plus de régime inertiel et correspond au régime dominé par la dissipation de l'énergie dans les couches d'Ekman.

L'équation (4.12) reste valable tant que la condition (4.11) est satisfaite. En injectant dans (4.11) l'ordre de grandeur de  $\epsilon$  obtenu à partir de l'équation (4.12), la condition (4.11) devient

$$\frac{k_{d,\Omega}}{k_l} \sim Ro_l Re_l < 1. \quad (4.13)$$

Dans le cadre d'écoulements en milieu confiné, tels que l'échelle de dissipation  $k_{d,\Omega}$  induite par la rotation est supérieure à  $k_0 \sim L^{-1}$ ,<sup>2</sup> nous pouvons réécrire la condition (4.13) sous la forme

$$\left(\frac{l}{L}\right)^{1/2} J > 1, \quad (4.14)$$

où  $L$  est la taille du système et  $J = L/l(ReRo)^{1/2}$  est le nombre sans dimension, initialement introduit par Ibbetson et Tritton [33], qui compare le temps caractéristique d'Ekman  $t_E \sim L(\nu\Omega)^{-1/2}$  au temps caractéristique non-linéaire  $l/u$ . Par conséquent, lorsque la condition (4.14) n'est plus vérifiée, l'écoulement devient dominé par la dissipation de l'énergie dans les couches d'Ekman.

#### 4.1.2.4 Résumé

Il nous est alors possible à ce stade de résumer la situation. La figure 4.3 représente l'évolution des paramètres pour une vitesse de rotation  $\Omega$ . Sur cette figure, on peut distinguer quatre régions.

**Régime I** : Lorsque le nombre de Rossby, basé sur l'échelle intégrale  $l$ , est supérieur à l'unité  $Ro_l > 1$ , le nombre d'onde  $k_\Omega$  est inférieur au nombre d'onde  $k_l$  (voir figure 4.3) et la rotation n'affecte aucune échelle de la turbulence. Dans ce régime, la turbulence est régie par le temps non linéaire  $l/u$  et le spectre d'énergie présente la loi d'échelle en  $k^{-5/3}$  de la turbulence 3D.

**Régime II** : Si  $Ro_l < 1$  et  $Ro_l Re_l^{1/2} > 1$ , c'est-à-dire lorsque  $k_l < k_\Omega < k_d < k_{d,\Omega}$ , le spectre d'énergie présente deux branches bien distinctes (voir figure 4.3) : l'une en  $k^{-2}$  dans la gamme d'échelle  $k_l < k < k_\Omega$  et une deuxième en  $k^{-5/3}$  dans l'intervalle  $k_\Omega < k < k_d$ .

**Régime III** : Ensuite, lorsque  $Ro_l Re_l^{1/2} < 1$  et  $Ro_l Re_l > 1$ , c'est à dire lorsque  $k_l < k_{d,\Omega} < k_d < k_\Omega$ , le spectre d'énergie ne présente plus qu'une seule branche en  $k^{-2}$ . Dans ce nouveau régime, toutes les échelles sont dominées par la rotation sur un temps caractéristique  $\Omega^{-1}$ .

**Régime IV** : Enfin, lorsque la condition (4.13) n'est plus vérifiée,  $Ro_l Re_l < 1$ , c'est-à-dire lorsque  $k_{d,\Omega} < k_l$ , il n'existe plus de régime inertiel et de transfert d'énergie tel que  $\Pi(r) = \epsilon$ . Le spectre d'énergie correspondant ne présente plus de loi de puissance et n'est plus universel puisqu'il dépend du forçage utilisé.

Dans le cadre des écoulements en milieu infini, le régime IV apparaît lorsque la condition (4.14) n'est plus vérifiée, c'est-à-dire lorsque  $k_{d,\Omega} < k_0 \sim L^{-1}$ . Le spectre ne présente alors plus de loi de puissance et l'écoulement est dominé par les effets de dissipation de l'énergie dans les couches d'Ekman sur un temps caractéristique  $\Omega^{-1/2}$ .

<sup>2</sup>nous supposons, ici, que l'écoulement est confiné et l'échelle intégrale  $l$  est de l'ordre de la taille du système  $L$ .

Cette étude phénoménologique, proposée par Zhou [81] et Canuto *et al.* [13], est cependant à prendre avec précautions étant donné qu'elle ne tient pas compte de l'anisotropie de l'écoulement. Bien qu'un spectre d'énergie en  $k^{-2}$  pour les écoulements turbulents en rotation ait été retrouvé expérimentalement par Baroud *et al.* [1, 2] et numériquement par Yeung et Zhou [79] et Hattori *et al.* [30], il se pourrait qu'il ne s'agisse pas d'un état asymptotique caractéristique de la turbulence en présence d'une forte rotation, mais d'un effet de nombre de Rossby modéré. En effet, plus récemment une simulation numérique LES d'une turbulence en rotation en déclin, réalisée par Yang et Domaradzki [78], a montré que le spectre d'énergie présentait une loi de puissance en  $k^{-2}$  uniquement de façon transitoire pour des nombres de Rossby intermédiaires et un spectre d'énergie plus raide pour des nombres de Rossby plus petits. D'après leur travaux, il semblerait donc que l'exposant du spectre d'énergie soit une fonction de l'anisotropie de l'écoulement, l'exposant  $p = 2$  correspondant à une faible anisotropie de l'écoulement tandis qu'un exposant  $p = 3$  correspondrait à une anisotropie plus importante.

## 4.2 Mesures du spectre d'énergie en présence de rotation

Maintenant que nous venons d'introduire l'influence d'une rotation d'ensemble sur les échelles de l'écoulement et sur la loi de puissance du spectre d'énergie, nous allons tenter, dans cette section, de mesurer dans quelle mesure la rotation va affecter l'exposant  $p$  du spectre d'énergie,  $E(k) \sim k^{-p}$ .

A partir des champs de vitesse dans le plan  $(x,y)$  normal à l'axe de rotation, nous mesurons les spectres d'énergie horizontaux des fluctuations de vitesse,  $E(k)$ . Le spectre d'énergie d'un champ de vitesse instantané est calculé comme la moyenne des composantes  $x$  et  $y$  des spectres 1D longitudinaux  $E_x(k_x)$  et  $E_y(k_y)$ . Des moyennes d'ensemble de ces spectres individuels sont ensuite réalisées à partir de 50 champs de vitesse statistiquement indépendants obtenus pour un temps  $t$  fixé après le passage de la grille.

### 4.2.1 Vitesse de rotation modérée

La figure 4.4 (a) présente trois spectres d'énergie obtenus à 3 instants successifs au cours du déclin de l'énergie pour une expérience à faible vitesse de rotation  $\Omega = 0.13 \text{ rad.s}^{-1}$ . Tout juste après la translation de la grille, pour  $\tau = tV_g/M \simeq 60$ , le spectre d'énergie présente une loi de puissance sur plus d'une décade, proche de  $k^{-5/3}$ , comme attendu en turbulence isotrope 3D sans influence de la rotation. Ce résultat n'est pas surprenant dans la mesure où les nombres de Rossby *macroscopique* et *microscopique* sont supérieurs à l'unité,  $Ro_M \simeq 5$  et  $Ro_\omega \simeq 35$ . Toutefois, il faut noter que la limite de résolution de la PIV [22] ne nous permet pas de résoudre le régime dissipatif à grand nombre d'onde. Nous nous focaliserons donc aux petits nombres d'onde tels que  $k < 1 \text{ mm}^{-1}$ . Plus tard, aux instants  $\tau \simeq 170$  et  $500$ , malgré la diminution du nombre de Rossby, respectivement  $Ro_\omega \simeq 20$  et  $Ro_\omega \simeq 11$ , le spectre d'énergie semble toujours présenter une loi de puissance proche du  $k^{-5/3}$  de Kolmogorov.

Cependant, on peut remarquer l'apparition, à grand  $k$ , d'un nombre d'onde de coupure,  $k_c$ , au-delà duquel le spectre décroît de façon plus prononcée. Cette coupure est d'autant plus

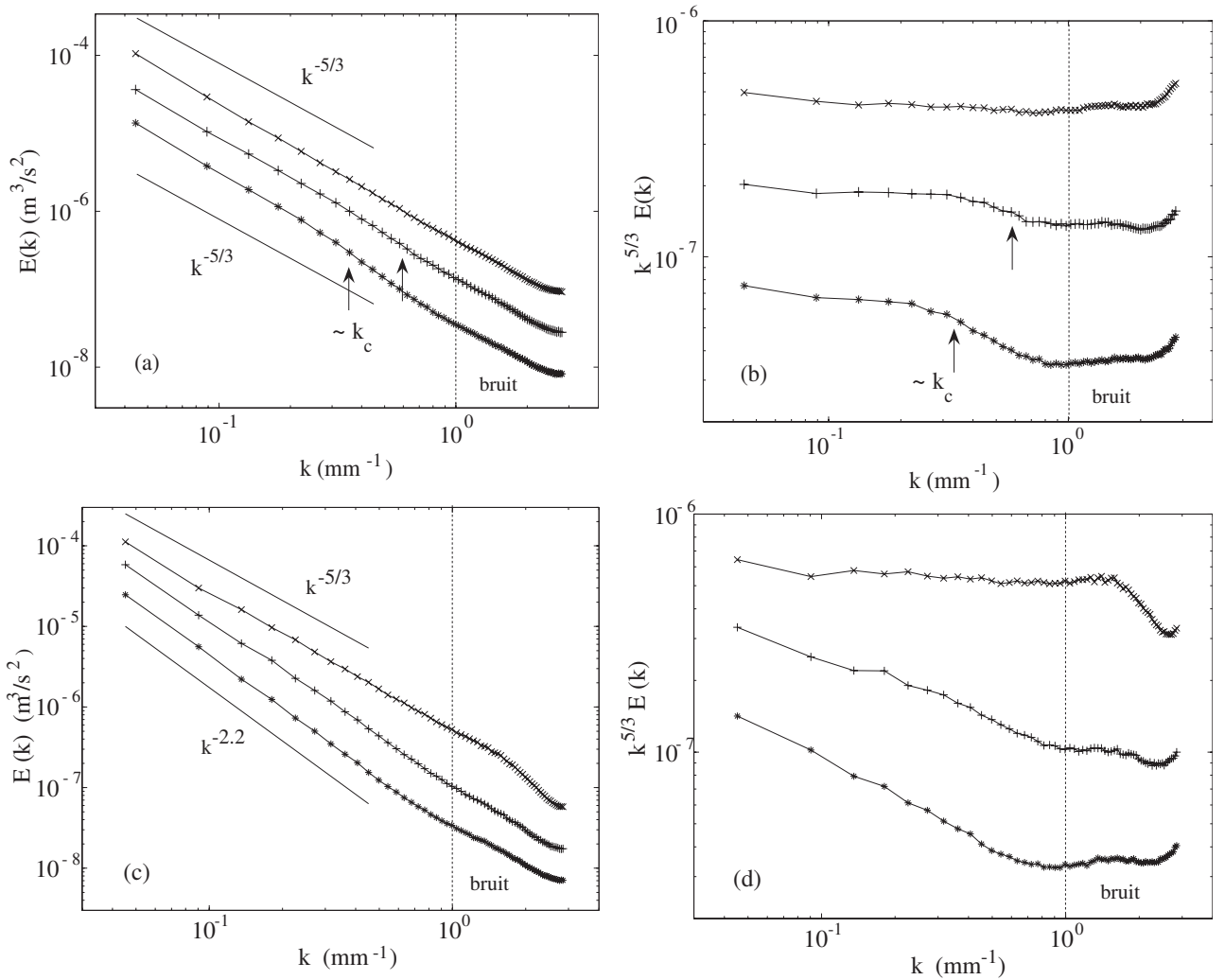


FIG. 4.4: Spectres d'énergie obtenues à 3 instants au cours du déclin de l'énergie, pour une expérience à  $\Omega = 0.13 \text{ rad s}^{-1}$  et  $V_g = 0.69 \text{ m s}^{-1}$  (graphes (a) et (b)) et pour  $\Omega = 1.5 \text{ rad s}^{-1}$  et  $V_g = 0.69 \text{ m s}^{-1}$  (graphes (c) et (d)). (a)  $\times$ ,  $\tau = 60$ ,  $Re_M = 1850$ ,  $Ro_\omega = 35$ ;  $+$ ,  $\tau = 170$ ,  $Re_M = 1100$ ,  $Ro_\omega = 20$ ;  $*$ ,  $\tau = 500$ ,  $Re_M = 600$ ,  $Ro_\omega = 11$ . (c)  $\times$ ,  $\tau = 50$ ,  $Re_M = 1750$ ,  $Ro_\omega = 1.1$ ;  $+$ ,  $\tau = 110$ ,  $Re_M = 1250$ ,  $Ro_\omega = 0.53$ ;  $*$ ,  $\tau = 220$ ,  $Re_M = 900$ ,  $Ro_\omega = 0.29$ . (b), (d) Même spectres d'énergie qu'en (a) et (c) mais compensés par  $k^{5/3}$ .

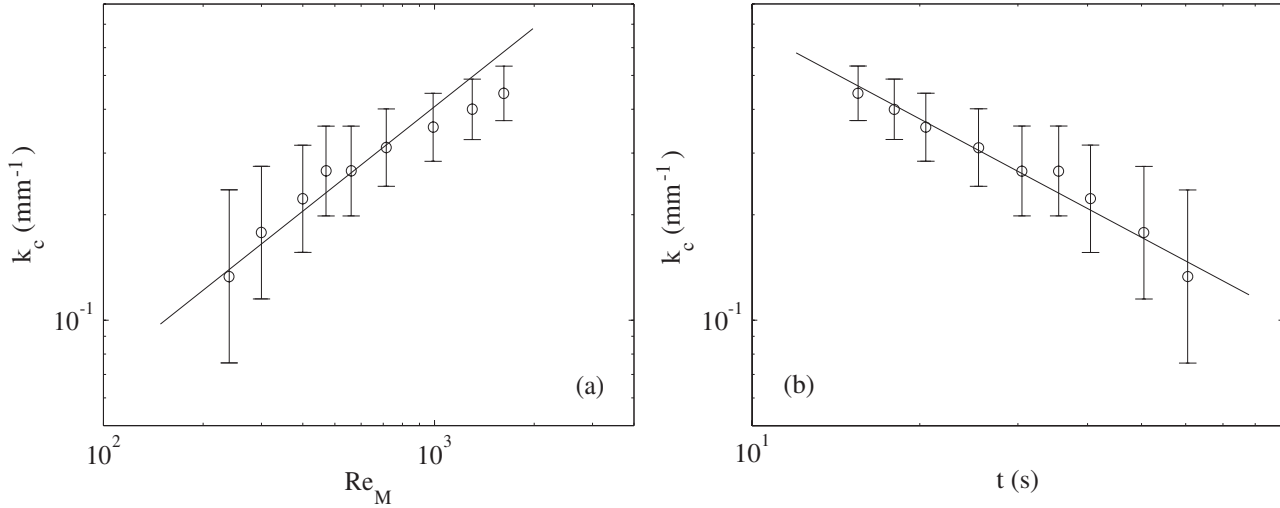


FIG. 4.5: Evolution du nombre d'onde de coupure  $k_c$  au cours du déclin de l'énergie pour l'expérience à  $\Omega = 0.13 \text{ rad.s}^{-1}$  (a) en fonction du nombre de Reynolds et (b) en fonction du temps. La ligne pleine de la figure (a) présente une loi de puissance  $Re_M^{4/3}$  tandis que celle de la figure (b) présente une loi de puissance du temps, telle que  $t^{-0.85}$ .

visible lorsque l'on représente les mêmes spectres, compensés par  $k^{5/3}$ , comme le montre la figure 4.4 (b). La diminution de l'extension du régime inertiel au cours du déclin de l'énergie, peut s'expliquer par la croissance de l'échelle de Kolmogorov,  $k_d$ , ou bien de l'échelle de coupure visqueuse en présence de rotation,  $k_{d,\Omega}$ . La figure 4.5 (a) représente la variation de l'échelle de coupure  $k_c$  en fonction du nombre de Reynolds. Nous déterminons  $k_c$  en traçant le spectre compensé  $k^{5/3}E(k)$  (voir figure 4.4 (b)) et en repérant le nombre d'onde à partir duquel le spectre d'énergie décroche. Les barres d'erreur sur la mesure de  $k_c$ , sont estimées de l'ordre de  $\pm 0.08$ . On remarque sur la figure 4.5 (a) que  $k_c$  varie approximativement avec le nombre de Reynolds comme  $k_c \propto Re_M^{4/3}$ , où  $Re_M$  est notre nombre de Reynolds basé sur la maille de la grille. Cette dépendance en Reynolds est en très bon accord avec l'expression (1.7) et semble nous indiquer que l'échelle de coupure  $k_c$  correspond à l'échelle de Kolmogorov, comme en l'absence de rotation.

La figure 4.5 (b) représente la variation de  $k_c$  au cours du temps. Or, nous avons vu au chapitre 3 qu'à cette vitesse de rotation  $\Omega = 0.13 \text{ rad.s}^{-1}$ , l'échelle verticale sature déjà rapidement et le déclin de l'énergie présente une loi de puissance en  $t^{-2}$  (voir figure 3.7) comme en l'absence de rotation. En faisant l'hypothèse que l'échelle horizontale croît toujours et de la même façon qu'en l'absence de rotation,  $l(t) \propto t^{2/5}$ , on peut montrer que la décroissance du nombre d'onde associé à l'échelle de Kolmogorov  $k_d$  au cours du temps devrait vérifier

$$k_d \sim l^{-1} Re_t^{3/4} \sim l^{-1/4} u^{3/4} \sim t^{-17/20}. \quad (4.15)$$

Le très bon accord entre la courbe de la figure 4.5 (b) et l'expression (4.15) semble également confirmer que l'échelle  $k_c$  correspond bien à l'échelle de Kolmogorov.

Toujours pour l'expérience à  $\Omega = 0.13 \text{ rad.s}^{-1}$  et en utilisant les mêmes hypothèses que précédemment, on peut montrer que la décroissance temporelle du nombre d'onde de dissipation

visqueuse,  $k_{d,\Omega}$ , en présence de rotation doit vérifier

$$k_{d,\Omega} \sim l^{-1/2} u^{3/2} \sim t^{-17/10}. \quad (4.16)$$

La figure 4.6 (a) représente la variation, au cours du déclin de l'énergie, de l'échelle de Kolmogorov,  $k_d \sim (\epsilon/\nu^3)^{1/4}$ , et de l'échelle de coupure visqueuse induite par la rotation,  $k_{d,\Omega} \sim (\epsilon/\Omega\nu^2)^{1/2}$ . Ces échelles ont été mesurées directement à partir du taux de transfert instantané  $\epsilon = -du^2/dt$ . Étant donné la difficulté de mesurer la dérivée d'une courbe, nous avons, au préalable, soigneusement lissé les courbes du déclin de l'énergie en moyennant chaque point avec ses points immédiatement voisins. Nous remarquons sur la figure 4.6 (a) que  $k_{d,\Omega}$  décroît bien plus rapidement que  $k_d$ . On peut également remarquer que  $k_{d,\Omega} > k_d$  durant tout le déclin de l'énergie, ce qui semble signifier, d'après les modèles phénoménologiques de Zhou [81] et de Canuto *et al.* [13], que l'écoulement est dans la région (I) (voir figures 4.2 (a), (b) et 4.3). On peut également préciser qu'on retrouve bien la loi de décroissance de  $k_{d,\Omega}$  au cours du déclin de l'énergie en  $t^{-17/10}$ , tel que

$$k_c \simeq 0.1 \left( \frac{\epsilon}{\nu^3} \right)^{1/4}. \quad (4.17)$$

On trouve un préfacteur légèrement inférieur à ceux que l'on trouve dans la littérature (voir Frisch [23] où  $k_c\eta \simeq 0.2$ ). A présent, si l'on reconsidère les figures 4.4 (a) et (b), la loi de puissance du spectre d'énergie ne semble pas évoluer et conserve une loi en  $k^{-5/3}$  au cours du déclin de l'énergie. Il semble donc, pour cette expérience à  $\Omega = 0.13 \text{ rad.s}^{-1}$ , que la vitesse de rotation ne soit pas suffisamment importante pour qu'elle puisse influencer le spectre d'énergie.

#### 4.2.2 Vitesse de rotation importante

La figure 4.4 (c) présente trois spectres d'énergie pour une expérience à  $\Omega = 1.50 \text{ rad.s}^{-1}$ . Tout juste après la translation de la grille, pour  $\tau = tV_g/M \simeq 50$ , le spectre d'énergie présente une loi de puissance sur plus d'une décade, proche de  $k^{-5/3}$ . Plus tard, lorsque  $\tau \simeq 110$  et 220, un régime inertiel est toujours présent, mais la loi de puissance devient de plus en plus raide, avec un exposant qui augmente progressivement avec le temps, reflétant l'importance grandissante des grandes échelles par rapport aux petites échelles. Il est également possible de se rendre compte de l'évolution de l'exposant  $p$  du spectre d'énergie en regardant ces trois spectres, compensés par  $k^{5/3}$ , représentés sur la figure 4.4 (d). Tandis qu'un plateau sur une décade est observé à temps court, nous observons des pentes négatives lorsque  $\tau \simeq 110$  et 220. Notons que la loi de puissance s'étend pour des nombres d'onde inférieurs au nombre d'onde d'injection,  $k_i = 2\pi/M \simeq 0.16 \text{ mm}^{-1}$  (où  $M$  est la maille de la grille). Cet effet, qui est lié à l'augmentation de l'échelle intégrale, est général à la turbulence de grille en déclin, même en l'absence de rotation, et n'implique pas nécessairement une cascade inverse d'énergie vers les petits nombres d'onde.

La figure 4.6 (b) représente la variation des nombres d'onde  $k_d$  et  $k_{d,\Omega}$  au cours du déclin de l'énergie pour cette expérience à  $\Omega = 1.50 \text{ rad.s}^{-1}$ . On constate que les exposants des lois de puissance de la décroissance de  $k_d$  et  $k_{d,\Omega}$  au cours du temps sont diminuées d'un facteur 2 par



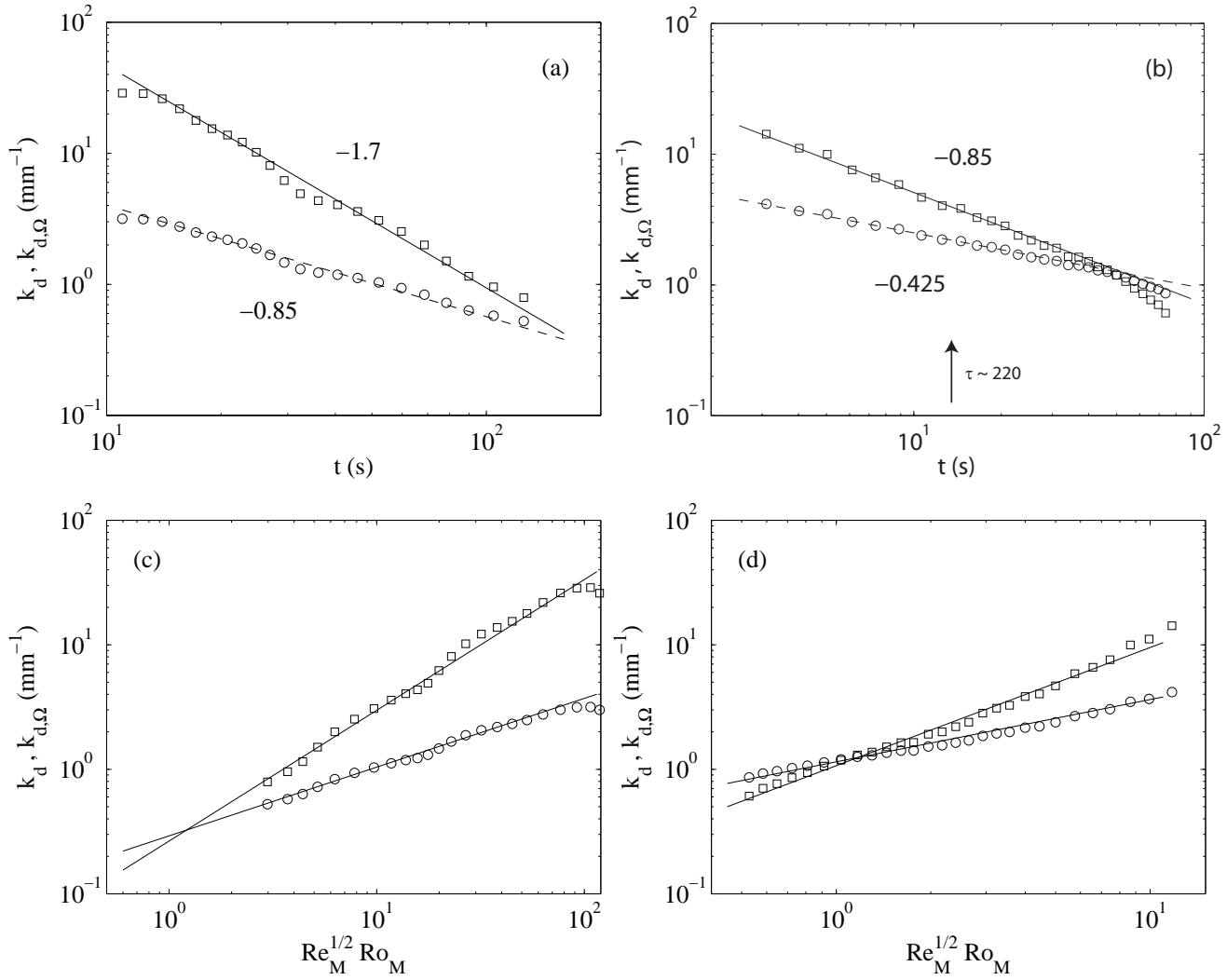


FIG. 4.6: Variation de l'échelle de Kolmogorov,  $k_d \sim (\epsilon/\nu^3)^{1/4}$  (symboles  $\circ$ ), et de l'échelle de coupure visqueuse,  $k_{d,\Omega} \sim (\epsilon/\Omega\nu^2)^{1/2}$  (symboles  $\square$ ), au cours du déclin de l'énergie pour l'expérience à faible vitesse de rotation  $\Omega = 0.13 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$  sur les figures (a) et (c), et pour l'expérience à grande vitesse de rotation  $\Omega = 1.50 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$  sur les figures (b) et (d).

rapport à l'expérience à  $\Omega = 0.13 \text{ rad.s}^{-1}$ . Ce résultat est cohérent dans la mesure où l'exposant du déclin de l'énergie est diminué d'un facteur 2 entre ces deux expériences (voir figure 3.10). De ce fait, la rotation, qui ralentit la décroissance de l'énergie au cours du temps, ralentit également la croissance de l'échelle de Kolmogorov  $k_d^{-1}$  et de l'échelle de coupure visqueuse en présence de rotation  $k_{d,\Omega}^{-1}$ . Nous pouvons également remarquer, à partir des figures 4.6 (c) et (d), que les échelles  $k_d$  et  $k_{d,\Omega}$  se rejoignent lorsque  $Re^{1/2}Ro$  est de l'ordre de l'unité. Ce résultat semble en accord avec les modèles de Zhou [81] et Canuto [13] (voir la condition (4.8)).

Le spectre d'énergie de la figure 4.4 (c) caractérisé par un nombre de Rossby *microscopique*,  $Ro_\omega \sim 0.29$  (symboles \*), a été obtenu à un instant  $\tau = 220$  après le passage de la grille. Nous pouvons remarquer à l'aide de la figure 4.6 (b), qu'à cet instant, l'échelle  $k_{d,\Omega}$  semble être très légèrement supérieure à l'échelle  $k_d$  et que le temps d'Ekman n'est pas encore atteint. De ce fait, nous pouvons présumer que la loi de puissance du spectre d'énergie à cet instant correspond bien à un régime inertiel et non à un régime visqueux. Cependant, il est important de noter que nous n'observons pas expérimentalement la décroissance du nombre d'onde de coupure visqueuse  $k_{d,\Omega}$  avant que l'écoulement rentre dans ce régime dominé par la dissipation de l'énergie dans les couches d'Ekman.

### 4.2.3 Mesure de l'exposant $p$ du spectre d'énergie

Nous avons pu remarquer, à partir des figures 4.4 (c) et (d), à l'instar de l'expérience à faible vitesse de rotation, que la pente du spectre d'énergie augmente au cours du déclin de l'énergie, traduisant une importance grandissante des grandes échelles. La figure 4.7 représente l'exposant  $p$  des lois de puissance des spectres d'énergie en fonction du nombre de Rossby microscopique  $Ro_\omega$ . L'exposant est déterminé en traçant le spectre compensé  $k^p E(k)$  et en ajustant la valeur de  $p$  afin d'obtenir un plateau bien défini sur la première décade des nombres d'onde. Les barres d'erreur sur  $p$ , de l'ordre de 0.1, sont estimées à l'aide de cette procédure comme la gamme acceptable pour laquelle un plateau peut être défini.

Bien que la dispersion des points soit assez importante, une tendance assez nette apparaît pour  $p$ . Pour des grands  $Ro_\omega$ ,  $p$  prend des valeurs  $\simeq 1.7 \pm 0.1$ , proche du  $5/3$  attendu pour les spectres en l'absence de rotation (K41). Cet écart systématique des valeurs de  $p$  par rapport à  $5/3$  est un effet classique dû à l'intermittence [23], et des valeurs proche de 1.7 ont été fréquemment obtenues dans d'autres configurations expérimentales. Au fur et à mesure de la diminution de  $Ro_\omega$  au cours du déclin,  $p$  augmente progressivement de 1.7 jusqu'à  $2.3 \pm 0.1$ , avec une transition pour  $Ro_\omega \simeq 1.5 \pm 0.5$ . Au niveau de cette transition, la dissipation de l'énergie dans les couches d'Ekman n'est pas encore présente et le nombre de Reynolds turbulent,  $Re_M = u'M/\nu$ , couvre une gamme de valeurs allant de 200 à 2000 pour les différentes expériences. Il semble donc que l'augmentation de la pente des spectres ne soit pas liée à un effet de faible nombre de Reynolds, mais plus probablement à un effet de la rotation d'ensemble. On peut également remarquer qu'au niveau de cette transition, le nombre de Rossby *macroscopique*  $Ro_M$  couvre une gamme de valeur allant de 0.2 à 0.7 et nous suggère que le nombre de Rossby *microscopique*  $Ro_\omega$  est le paramètre instantané le plus approprié pour décrire l'évolution de l'exposant du spectre d'énergie. La représentation de l'exposant  $p$  en fonction du nombre de Rossby  $Ro_M$  introduirait un étalement horizontal des mesures d'un facteur 3. Malgré tout ce résultat peut paraître

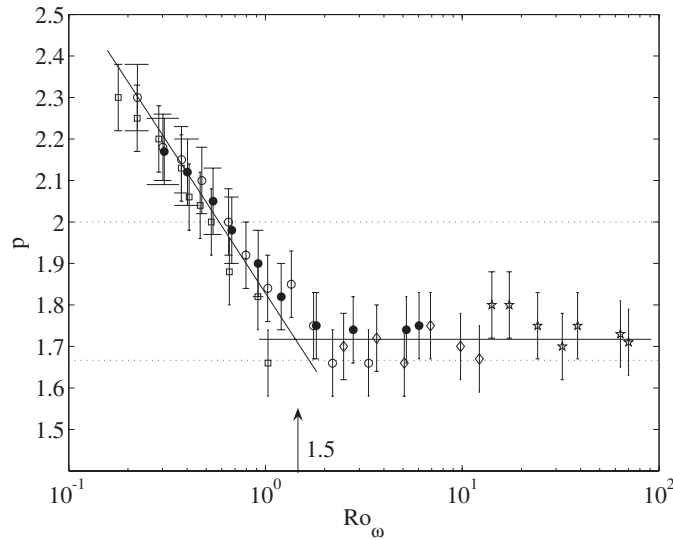


FIG. 4.7: Exposant  $p$  des lois de puissance du spectre d'énergie en fonction du nombre de Rossby instantané  $Ro_\omega$ . Le temps évolue à partir des grands nombre de Rossby vers les petites valeurs. La ligne du bas en pointillé correspond à l'exposant  $5/3$  caractéristique des écoulements turbulents isotrope 3D, et celle du haut montre un exposant 2, tandis que les lignes pleines correspondent à des ajustements.

surprenant puisqu'on pourrait s'attendre à ce que la rotation affecte les grandes échelles en premier lieu et qu'en conséquence  $Ro_M$  soit le bon paramètre de contrôle. Cependant, une dépendance de l'exposant du spectre d'énergie avec  $Ro_M$  ne peut pas être totalement écartée puisque la gamme de temps dans laquelle on a simultanément  $Ro_\omega > 1$  et  $Ro_M < 1$ , dans notre expérience, est beaucoup trop réduite.

Il est important de noter qu'aucun régime de spectre d'énergie en  $k^{-2}$  n'est observé à l'aide de nos données, si ce n'est de façon transitoire pour un nombre de Rossby microscopique  $Ro_\omega \simeq 0.5$ . Bien que nous n'ayons pas pu mesurer de spectre d'énergie avec un exposant  $p \geq 2.3$ , ni en particulier la valeur  $p = 3$ , ces résultats semblent être en assez bon accord avec ceux de Yang et Domaradzki [78]. Une comparaison de nos résultats avec les modèles anisotropes de Galtier [24] et de Cambon *et al.* [12] est délicate étant donné que nous n'avons accès, dans notre expérience, qu'aux composantes de la vitesse dans le plan perpendiculaire à l'axe de rotation. Cependant, la tendance de l'évolution de l'exposant de nos spectres horizontaux est consistante avec leurs prédictions.

### 4.3 Modèle phénoménologique pour l'exposant du déclin de l'énergie

Maintenant que nous venons de décrire l'influence d'une rotation d'ensemble sur l'exposant du spectre d'énergie, nous allons dans cette section présenter un modèle phénoménologique permettant d'estimer la valeur de l'exposant du déclin de l'énergie. Le principe de ce modèle reprend l'approche initialement utilisée par Comte-Bellot et Corrsin [16] et Saffman [61] pour une turbulence homogène. Le principe de leur modèle consiste à relier l'exposant du déclin  $n$

à l'exposant du spectre d'énergie  $p$ , avec  $E(k) \sim k^{-p}$  le spectre unidimensionnel. La rotation, qui modifie l'exposant des spectres d'énergie, et le confinement, qui introduit une échelle de coupure à petit nombre d'onde, sont considérés ici. Cependant ce modèle ne tient absolument pas compte de l'anisotropie de l'écoulement.

### 4.3.1 Modèle en l'absence de rotation

Nous rappelons brièvement dans cette partie l'approche utilisée par Comte-Bellot et Corrsin [16] pour déterminer l'exposant du déclin de l'énergie pour un écoulement turbulent homogène. L'énergie totale s'obtient par intégration du spectre d'énergie  $E(k)$ ,

$$\frac{1}{2} u^2(t) = \int_0^\infty E(k) dk. \quad (4.18)$$

En l'absence de rotation, nous pouvons présumer que le spectre d'énergie  $E(k)$  unidimensionnel peut se décomposer en deux parties. A petit nombre d'onde, c'est-à-dire aux grandes échelles, une partie permanente existe, de la forme

$$E(k) = B_s k^s, \quad (4.19)$$

où  $B_s$  est invariant au cours du déclin de l'énergie selon l'hypothèse de l'invariance des plus gros tourbillons. Comme nous l'avons vu à la section 3.2.1, l'exposant  $s$  du spectre à grande échelle fut pendant longtemps supposé être  $s = 4$  par invariance de l'intégrale de Loitsyansky. Cependant, Saffman a montré que dans certaines circonstances, l'intégrale de Loitsyansky diverge mais qu'une autre intégrale invariante existe. Cette intégrale est connue comme étant l'intégrale de Saffman et impose la valeur  $s = 2$ . Ce spectre en  $k^2$  proposé par Saffman [61] semble d'ailleurs en meilleur accord avec les exposants du déclin d'énergie mesurés dans la plupart des expériences en soufflerie. Pour des nombres d'onde plus grand, on utilise le spectre de Kolmogorov (4.1).

Le spectre d'énergie utilisé pour ce modèle est schématisé sur la figure 4.8. Ce schéma nous montre comment le spectre d'énergie évolue au cours du temps et du déclin de l'énergie. Le spectre d'énergie est maximum à la frontière entre ces deux parties,  $k_l(t)$ , qui correspond au nombre d'onde des tourbillons qui contiennent le plus d'énergie et  $l(t) \simeq k_l^{-1}(t)$  correspond à l'échelle intégrale. Ainsi, nous retrouvons bien que l'échelle intégrale croît au cours du temps.

En supposant que le nombre de Reynolds reste suffisamment grand au cours du déclin de la turbulence, si bien que la coupure visqueuse à grand nombre d'onde (échelle de Kolmogorov) peut être négligée, et en injectant les expressions (4.19) et (4.1) du spectre d'énergie dans l'équation (4.18), on obtient

$$u^2(t) = \int_0^{k_l(t)} B_s k^s dk + \int_{k_l(t)}^\infty C \epsilon^{2/3} k^{-5/3} dk. \quad (4.20)$$

A partir de cette équation, une équation différentielle de l'énergie  $u^2(t)$  est obtenue en utilisant le taux de dissipation de l'énergie  $\epsilon = -d(u^2)/dt$ . Si l'écoulement n'est pas confiné et l'échelle

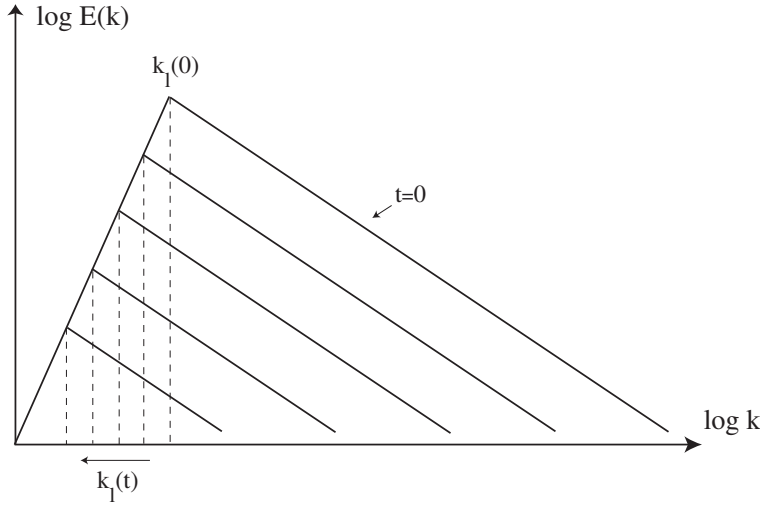


FIG. 4.8: Spectre unidimensionnel composé de deux parties : une première partie “permanente” en  $B_s k^s$  pour  $0 < k < k_l(t)$  et une seconde partie en  $C \epsilon^{2/3} k^{-5/3}$  pour  $k > k_l(t)$ .

intégrale peut croître librement au cours du temps, nous obtenons une solution de la loi de déclin de la forme

$$u^2(t) \propto (t + t^*)^{-n}. \quad (4.21)$$

Lorsqu’on intègre le spectre à petit nombre d’onde avec un exposant  $s = 2$ , on obtient un exposant de déclin  $n = 6/5$  [61], identique à celui de l’expression (3.10). Dans cette expression, le temps  $t^*$  ne correspond pas nécessairement à l’origine virtuelle introduit dans l’équation (3.1), même si on s’attend à ce qu’ils aient un ordre de grandeur comparable, donné par l’échelle de temps des gros tourbillons à l’instant initial  $[k_l(0)u(0)]^{-1}$  (avec  $k_l(0) \sim M^{-1}$  en turbulence de grille). En remplaçant le spectre à grande échelle par un spectre en  $k^4$ , on retrouve un déclin d’énergie autosimilaire avec un exposant  $n = 10/7$ . Ce dernier correspond à l’exposant de déclin de Kolmogorov de l’équation (3.6).

L’analyse précédente est valable uniquement lorsque l’échelle intégrale, de nombre d’onde  $k_l(t)$ , est libre de croître au cours de la décroissance de l’énergie. Or, dans une expérience de taille finie  $L$ , des tourbillons de taille caractéristique plus grande que  $L$  ne peuvent pas exister. Le confinement induit alors un nombre d’onde minimal,  $k_0 \simeq L^{-1}$ , qui correspond à un nombre d’onde de coupure vers lequel  $k_l(t)$  va saturer à un instant  $t_s$ , tel que  $k_l(t \geq t_s) = k_0$ . Pour tenir compte de l’influence du confinement en l’absence de rotation, Skrbek et Stalp [66] ont proposé d’utiliser le spectre d’énergie schématisé sur la figure 4.9, en prenant une densité d’énergie nulle pour tout nombre d’onde  $k < k_0$ . Avec cette description, tant que  $t < t_s$ , l’énergie décline en suivant la loi du cas non confiné, décrite précédemment, puis lorsque  $t > t_s$ , en utilisant le taux de dissipation de l’énergie  $\epsilon = -d(u^2)/dt$  avec  $k_l(t) = k_0$ , nous obtenons une loi de déclin de l’énergie plus importante de la forme

$$u^2(t) \propto (t + t^*)^{-2}. \quad (4.22)$$

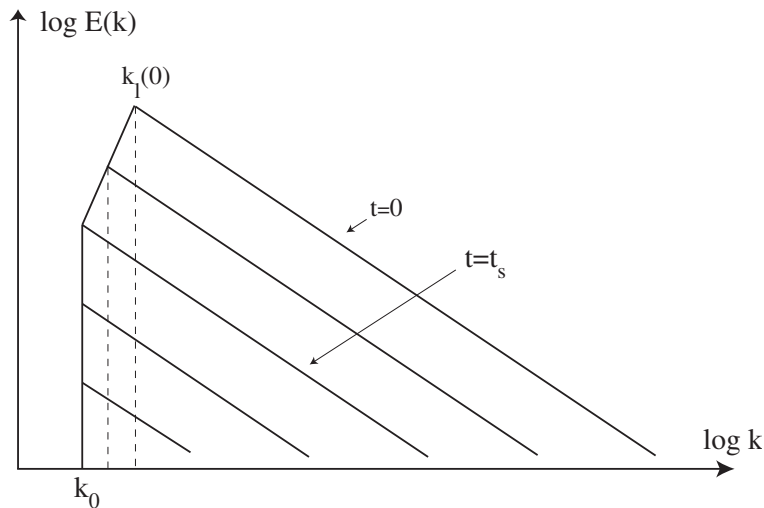


FIG. 4.9: Spectre unidimensionnel en milieu confiné, composé de deux parties : une première partie “permanente” en  $B_s k^s$  pour  $k_0 < k < k_l(t)$  et une seconde partie en  $C \epsilon^{2/3} k^{-5/3}$  pour  $k > k_l(t)$ .

Nous pouvons remarquer que cette expression du déclin de l'énergie est identique à celle obtenue en prenant une échelle intégrale  $l$  constante dans l'équation (3.3).

### 4.3.2 Modèle avec rotation

Pour réaliser un modèle comparable en tenant compte du rôle de la rotation sur l'exposant du déclin de l'énergie, il est nécessaire de reformuler le spectre d'énergie à grand nombre d'onde puisque le spectre de Kolmogorov n'est plus observé.

#### 4.3.2.1 Généralisation du spectre d'énergie

En faisant l'hypothèse que  $E(k)$  dépend cette fois-ci du taux de transfert d'énergie  $\epsilon$ , du nombre d'onde  $k$  et du taux de rotation  $\Omega$ , on trouve par une analyse dimensionnelle simple

$$E(k) = C_p \Omega^{\frac{3p-5}{2}} \epsilon^{\frac{3-p}{2}} k^{-p}, \quad (4.23)$$

où  $C_p$  est une constante sans dimension qui peut dépendre de l'exposant du spectre d'énergie  $p$ . L'exposant  $p$  n'est pas contraint dimensionnellement et peut, a priori, prendre toute valeur. Cependant, on s'attend physiquement à ce que les exposants du taux de rotation  $\Omega$  et du taux de transfert de l'énergie  $\epsilon$  soient positifs, de sorte que l'exposant  $p$  est contraint à prendre des valeurs entre  $5/3$  et  $3$ . Bien que non physique, puisque nous ne tenons pas compte de l'anisotropie du spectre d'énergie, cette approche nous permet de conserver une dépendance de l'exposant de déclin en fonction de l'exposant du spectre unidimensionnel  $E(k)$ .

La formule du spectre d'énergie de l'équation (4.23) correspond à une généralisation de l'expression de  $E(k)$  dans diverses situation. Lorsque  $\Omega \rightarrow 0$ , c'est-à-dire lorsque l'on se place à un

nombre de Rossby infiniment grand ( $Ro \gg 1$ ), on retrouve l'expression (4.1) du spectre de la turbulence homogène et isotrope en l'absence de rotation avec un exposant  $p = 5/3$ . A l'inverse lorsque l'écoulement ne présente pas de taux de dissipation de l'énergie,  $\epsilon \rightarrow 0$ , c'est-à-dire lorsque l'écoulement ne présente pas de transfert d'énergie, on retrouve l'exposant  $p = 3$  du spectre de Kraichnan dans le régime de cascade d'énstrophie de la turbulence strictement bidimensionnelle, avec  $E(k) = C_3 \Omega^2 k^{-3}$ , où le taux de transfert d'énstrophie vaut arbitrairement  $\Omega^3$ . Enfin, dans le cas intermédiaire  $p = 2$ , on retrouve le spectre d'énergie de l'expression (4.6),  $E(k) = C_2 \Omega^{1/2} \epsilon^{1/2} k^{-2}$ , initialement proposé par Zhou [81] et Canuto et Dubovikov [13] pour une turbulence en rotation rapide.

#### 4.3.2.2 Déclin sans confinement

L'énergie cinétique totale,  $u^2(t) = \int_0^\infty E(k) dk$ , peut s'obtenir en utilisant l'expression (4.19) du spectre d'énergie à petit nombre d'onde, bien que l'invariance de l'intégrale de Saffman (3.8) ne soit pas garantie en présence de rotation, et l'expression (4.23) à grand nombre d'onde.  $u^2(t)$  vérifie donc

$$u^2(t) = \int_0^{k_l(t)} B_s k^s dk + \int_{k_l(t)}^\infty C_p \Omega^{\frac{3p-5}{2}} \epsilon^{\frac{3-p}{2}} k^{-p} dk. \quad (4.24)$$

Le nombre d'onde de transition  $k_l(t)$  découle de la continuité des lois (4.19) et (4.23) en  $k = k_l$ ,

$$k_l(t) = \left( \frac{C_p}{B_s} \right)^{\frac{1}{p+s}} \left( \Omega^{3p-5} \epsilon^{3-p} \right)^{\frac{1}{2(p+s)}}, \quad (4.25)$$

ce qui nous donne

$$u^2(t) = \beta_p \left( \Omega^{3p-5} \epsilon^{3-p} \right)^{\frac{1+s}{2(p+s)}}, \quad (4.26)$$

en introduisant la constante dimensionnelle

$$\beta_p = \frac{p+s}{(1+s)(p-1)} B_s \left( \frac{C_p}{B_s} \right)^{\frac{1+s}{p+s}}. \quad (4.27)$$

Une équation différentielle pour le taux de dissipation de l'énergie est obtenue en utilisant l'égalité entre  $\epsilon(t)$  et  $-d(u^2)/dt$ . Pour calculer la dérivée de l'énergie, on suppose, pour simplifier, que l'exposant du spectre  $p$ , et par conséquent les coefficients  $C_p$  et  $\beta_p$ , ne dépendent que très lentement du temps et peuvent être considérés comme constants. On trouve alors que

$$\epsilon = - \frac{d(u^2(t))}{dt} = - \frac{(1+s)(3-p)}{2(p+s)} \beta_p \Omega^{-\frac{(1+s)(3p-5)}{2(p+s)}} \epsilon^{\frac{(3+s)(1-p)}{2(p+s)}} \frac{d\epsilon}{dt}, \quad (4.28)$$

soit,

$$\frac{d\epsilon}{dt} = -\beta_p^{-1} \frac{2(p+s)}{(1+s)(3-p)} \Omega^{-\frac{(1+s)(3p-5)}{2(p+s)}} \epsilon^{\frac{(5+s)p+s-3}{2(p+s)}}. \quad (4.29)$$

Si l'on suppose que l'exposant  $p$  du spectre d'énergie est constant entre 0 et  $t$ , la solution est

$$\epsilon(t) = \epsilon_0 \left(1 + \frac{t}{t^*}\right)^{\frac{2(s+p)}{(3+s)(1-p)}}, \quad (4.30)$$

où  $\epsilon_0 = \epsilon(0)$ , et où l'on a introduit le temps caractéristique

$$t^* = \beta_p \frac{(1+s)(3-p)}{(3+s)(p-1)} \left(\epsilon_0^{(3+s)(1-p)} \Omega^{-(1+s)(3p-5)}\right)^{\frac{1}{2(p+s)}}. \quad (4.31)$$

L'hypothèse que l'exposant  $p$  du spectre d'énergie ne varie pas dans le temps est physiquement fautive, puisque nous avons vu à la section 4.2 que  $p$  est une fonction du nombre de Rossby *microscopique* instantané. Par conséquent, ce modèle n'est en aucun cas strictement exact, mais nous permet simplement de relier qualitativement  $n$  à  $p$ .

L'intégration de (4.30) entre 0 et  $t$  donne finalement :

$$u^2(t) = u^2(0) \left(1 + \frac{t}{t^*}\right)^{-n}, \quad (4.32)$$

avec l'exposant du déclin de l'énergie  $n$ , généralisé pour des valeurs arbitraires de  $s$  et de  $p$  (voir le récapitulatif du tableau 4.1), qui vaut

$$n = \frac{1+s}{3+s} \left(\frac{3-p}{p-1}\right). \quad (4.33)$$

En considérant l'invariance de l'intégrale de Saffman, on a un spectre d'énergie à petit nombre d'onde en  $k^2$  avec  $s = 2$ . Dans ce cas, pour  $p = 5/3$ , on retrouve l'exposant  $n = 6/5$ , de la turbulence 3D, associé au spectre de Kolmogorov. Cependant, on obtient des lois de déclin plus faible lorsque l'exposant du spectre d'énergie est plus élevé. Par exemple, en considérant le spectre en  $k^{-2}$  proposé par Zhou [81], on trouve un exposant du déclin de l'énergie  $n = 3/5$ , qui est deux fois plus faible que l'exposant du déclin de l'énergie en l'absence de rotation. Ce résultat fut initialement obtenu dimensionnellement par Squires *et al.* [69]. Enfin, pour  $p = 3$  on obtient  $n = 0$  décrivant la conservation de l'énergie (analogue à la turbulence 2D dans le régime de cascade d'entrophie).

Si nous considérons cette fois-ci l'invariance de l'intégrale de Loitsyansky, soit un spectre d'énergie à petit nombre d'onde en  $k^4$  ( $s = 4$ ). Pour  $p = 5/3$ , on retrouve l'exposant  $n = 10/7$ , de Kolmogorov. Pour  $p = 2$ , on trouve un exposant du déclin de l'énergie  $n = 5/7$  et le facteur 2 entre les exposants avec et sans rotation est toujours présent. Enfin, pour  $p = 3$  on retrouve un exposant  $n = 0$ .

Enfin, en reportant l'équation (4.30) dans l'équation (4.25), on voit que l'échelle intégrale  $l$  croît comme

$$l(t) \propto t^{(3-p)/(3+s)(p-1)} \sim t^{n/(1+s)}. \quad (4.34)$$



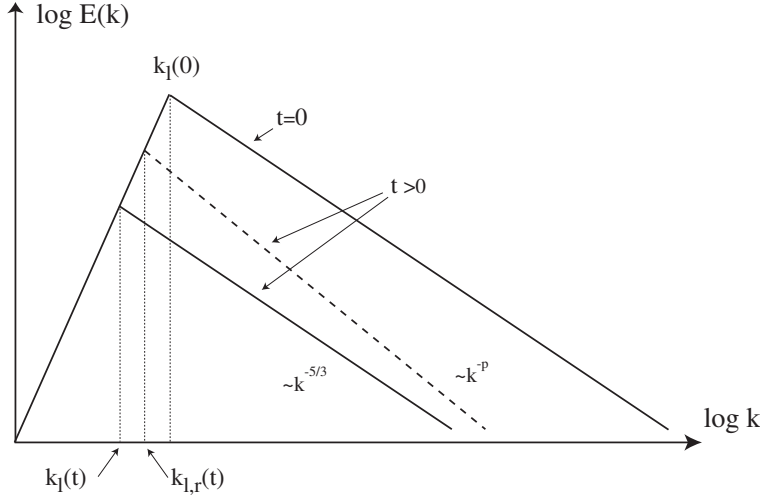


FIG. 4.10: Schématisation volontairement exagérée de l'évolution du spectre d'énergie au cours du temps en présence (spectre en  $k^{-p}$ ) et en l'absence de rotation (spectre en  $k^{-5/3}$ ).  $k_l(t)$  désigne le nombre d'onde correspondant à l'échelle intégrale en l'absence de rotation à un instant  $t$ , tandis que  $k_{l,r}(t)$  désigne le nombre d'onde correspondant à l'échelle intégrale en présence de rotation au même instant  $t$ . A l'instant  $t = 0$ , on a  $k_{l,r}(0) = k_l(0) \sim M^{-1}$ .

Dans le cas où  $s = 2$ , on obtient, lorsque  $p = 5/3$ , une croissance de l'échelle intégrale telle que  $l(t) \propto t^{2/5}$  comme en l'absence de rotation. Enfin, en présence d'une forte rotation, lorsque  $p = 2$ , on trouve que l'échelle intégrale croît moins rapidement, en  $l(t) \propto t^{1/5}$ . Étant donné que nous ne tenons pas compte de l'anisotropie de l'écoulement dans ce modèle, cette échelle  $l(t)$  correspondrait à l'échelle intégrale horizontale de l'écoulement. Il semble donc que, bien que la rotation accélère la croissance de l'échelle verticale, elle ralentisse la croissance de l'échelle intégrale horizontale.

Le ralentissement de la croissance de l'échelle horizontale peut facilement se déduire de la figure 4.10, sachant que la rotation ralentit le déclin de l'énergie et augmente la pente du spectre d'énergie par rapport au cas en l'absence de rotation. Par conséquent, l'énergie en présence de rotation (4.24) doit être nécessairement plus importante qu'en l'absence de rotation (4.20), à un instant  $t$ ,<sup>3</sup> ce qui entraîne que  $k_l(t) < k_{l,r}(t)$  à un instant  $t > 0$ .

### 4.3.2.3 Déclin avec confinement

Si nous considérons à présent l'effet du confinement, l'approche de Skrbek et Stalp [66] peut être simplement généralisée au cas en présence de rotation, en utilisant l'expression (4.23) du spectre d'énergie à grand nombre d'onde. Comme précédemment, deux lois de déclin sont obtenues : pour  $t < t'_s$  (où le temps de saturation  $t'_s$  dépend cette fois de  $\Omega$ ), la loi du déclin de l'énergie sans confinement modifiée par la rotation est obtenue avec le même exposant qu'en (4.33). Lorsque  $t > t'_s$ , l'exposant du déclin de l'énergie en présence de rotation et de confinement devient

<sup>3</sup>Nous considérons dans cet exemple que nous injectons la même quantité d'énergie à l'instant  $t = 0$  s pour deux écoulements turbulents en l'absence et en présence de rotation.

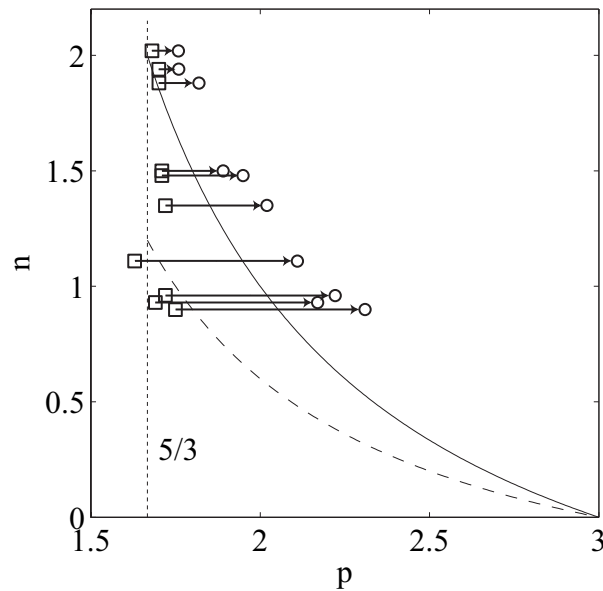


FIG. 4.11: Exposant  $n$  du déclin de l'énergie en fonction de l'exposant instantané  $p$  du spectre d'énergie, pour des expériences allant de  $\Omega = 0.13$  à  $2.26 \text{ rad.s}^{-1}$  (flèches du haut vers les flèches du bas). Notons que les trois expériences du bas sont telles que  $\Omega > \Omega_{c2}$ . ( $\square$ ), l'exposant  $p$  est mesuré au tout début du régime autosimilaire du déclin de l'énergie, tel que  $t \simeq \max(t_0, t'_s)$ . ( $\circ$ ),  $p$  est mesuré à la fin du régime autosimilaire  $t \simeq t_c$ . Les incertitudes sur les mesures de  $n$  et  $p$  ne sont pas représentées ici, mais sont respectivement données sur les figures 3.10 et 4.7. Les courbes correspondent aux prédictions de l'exposant du déclin de l'énergie  $n$  en fonction de  $p$ ,  $--$ , sans confinement (équation (4.33)) et  $—$ , avec confinement (équation (4.35)).

$$n = \frac{3 - p}{p - 1} . \quad (4.35)$$

Cette expression (4.35) peut être simplement retrouvée en prenant la limite  $s \rightarrow \infty$  de l'expression (4.33). Comme dans le cas en l'absence de rotation, on retrouve, lorsque  $s = 2$ , que l'exposant du déclin avec confinement est plus grand d'un facteur  $5/3$  que celui sans confinement tandis que lorsque  $s = 4$ , on retrouve un facteur de  $7/5$  entre les exposants avec et sans confinement.

#### 4.4 Comparaison avec les exposants des déclin de l'énergie

Maintenant que nous venons de présenter un modèle phénoménologique reliant l'exposant  $p$  du spectre d'énergie à l'exposant  $n$  du déclin de l'énergie, nous sommes en mesure de comparer directement les valeurs de  $n$  et  $p$  obtenues expérimentalement. La comparaison de ces deux exposants est délicate étant donné que le déclin présente une seule loi de puissance tandis que la pente du spectre d'énergie évolue au cours du temps. La figure 4.11 représente les valeurs de l'exposant  $p$  en fonction des valeurs de l'exposant  $n$ . Puisque  $p$  évolue continûment au cours du temps, uniquement les valeurs au début et à la fin du régime autosimilaire sont

représentées ici. On peut remarquer également que pour toutes les valeurs de  $\Omega$ , le spectre d'énergie présente initialement une loi de puissance proche de  $k^{-5/3}$ , comme en turbulence homogène. Bien que l'hypothèse utilisée dans le modèle phénoménologique n'ait pas réellement de signification physique puisque l'exposant du spectre d'énergie ne reste pas constant au cours du déclin, il est intéressant de remarquer que les valeurs limites de  $p$  (voir symboles  $\circ$  de la figure 4.11), que ce soit pour les grandes ou les petites vitesses de rotation  $\Omega$ , correspondent assez bien avec l'expression (4.35) en présence de confinement.

La valeur maximale de l'exposant du spectre d'énergie, qui est obtenue tout juste avant que la dissipation dans les couches d'Ekman devienne dominante, est  $p \simeq 2.3 \pm 0.1$ . En considérant l'équation (4.35), on devrait obtenir, pour une telle valeur, un exposant pour le déclin de l'énergie tel que  $n \simeq 0.54 \pm 0.12$ . Cette valeur de  $n$  est significativement plus petite que celle mesurée expérimentalement ( $n \simeq 0.9 \pm 0.2$  pour  $\Omega \simeq 1 - 2 \text{ rad.s}^{-1}$ ). Cependant, la grande incertitude sur la mesure de  $n$  à de telles vitesses de rotation, étant donné que le temps de saturation  $t'_s$  induit par la rotation est de l'ordre de  $t_0$  (voir équation (3.29)), nous empêche probablement de comparer les valeurs obtenues expérimentalement à celles trouvées par l'intermédiaire du modèle.

Étant donné que la pente du spectre évolue au cours du temps, on aurait pu s'attendre à ce que l'exposant du déclin d'énergie instantané, défini comme la pente locale  $n(t) = -d\ln[u^2(t)]/d\ln t$ , soit lié à l'exposant du spectre d'énergie instantané  $p(t)$  par une relation similaire à l'expression (4.33) ou (4.35). Cependant, pour cela, il aurait fallu obtenir un exposant du déclin de l'énergie qui diminue au cours du temps, ce qui ne semble pas être le cas puisqu'on observe un déclin d'énergie autosimilaire sur la figure 3.7. En revanche, les expériences de Jacquin *et al.* [34] en conduite tournante, sans confinement axial, ont montré que le déclin de l'énergie présentait une certaine convexité en échelle logarithmique, bien que le domaine de mesure était relativement petit. Par conséquent, il n'est pas clair que l'exposant du déclin de l'énergie qui reste relativement constant au cours du temps dans notre expérience soit un effet générique de la turbulence en rotation, ou bien soit lié au confinement axial de l'écoulement, ou encore que ce soit un artefact lié au domaine limité du régime autosimilaire.

## 4.5 Discussion

Nous avons étudié expérimentalement, dans ce chapitre, l'influence d'une rotation d'ensemble sur la pente du spectre d'énergie horizontal. La rotation, qui tend à favoriser l'énergie vers les grandes échelles, tend alors à augmenter l'exposant  $p$  du spectre d'énergie. Nous avons vu qu'à partir d'un nombre de Rossby *microscopique* de l'ordre de l'unité  $Ro_\omega \simeq 1.5 \pm 0.5$ , l'exposant augmente continûment à partir de 1.7 jusqu'à  $2.3 \pm 0.1$ . Il est important de souligner que nous n'avons pas observé de spectre en  $k^{-2}$ , comme le suggèrent les modèles de Zhou [81] et Canuto *et al.* [13], sinon de façon transitoire. Nous n'avons toutefois pas observé de spectres d'énergie avec des exposants  $p$  supérieurs à 2.3, sans doute étant donné que le régime dominé par la dissipation des ondes d'inertie par réflexions sur les parois intervient bien avant. Cependant, toute comparaison de nos exposants avec ceux des expressions (4.2) et (4.3) est délicate dans la mesure où le nombre d'onde que nous mesurons ne correspond pas au nombre d'onde  $k_\perp$ ,

	exposant du spectre $E(k)$	exposant du déclin de l'énergie	
		non confiné [Eq. (4.33)]	confiné [Eq. (4.35)]
sans rotation	$p = 5/3$ (Kolmogorov)	$n = 6/5$ (Saffman[61])	$n = 2$ (Skrbek <i>et al.</i> [66])
rotation (I)	$p = 2$ (Zhou[81])	$n = 3/5$ (Squires <i>et al.</i> [69])	$n = 1$
rotation (II)	$p = 3$ (Kraichnan)	$n = 0$	$n = 0$

TAB. 4.1: Tableau récapitulatif des valeurs de l'exposant  $n$  du déclin de l'énergie prédites en fonction des valeurs de l'exposant  $p$  du spectre d'énergie, avec et sans confinement. Seulement le cas  $s = 2$  (invariant de Saffman) est considéré ici pour le cas non confiné. Le terme "rotation (I)" correspond au cas où l'on fait l'hypothèse que les transferts d'énergie sont régis par le temps  $\Omega^{-1}$  et le terme "rotation (II)" se réfère à l'hypothétique cas où les transferts d'énergie sont complètement inhibés par la rotation.

perpendiculaire à l'axe de rotation, mais correspond à la projection du vecteur vitesse selon un plan horizontal. Toutefois, on peut noter que la tendance de nos résultats, bien que très éloignée de ces valeurs asymptotiques, est consistante avec leurs prédictions.

Nous avons ensuite présenté un modèle phénoménologique qui relie l'exposant du déclin de l'énergie à celui du spectre d'énergie. Bien que ce modèle soit basé sur une hypothèse physiquement fautive (exposant du spectre d'énergie constant tout le long du déclin de l'énergie), et bien que ce modèle ne tienne pas compte de l'anisotropie de l'écoulement, on trouve un assez bon accord entre nos résultats expérimentaux et les prédictions de ce modèle lorsque l'on tient compte du confinement de l'écoulement. Ce résultat confirme l'importance du rôle du confinement dans le déclin de l'énergie. Ce modèle étant basé sur une simple analyse dimensionnelle, il est évidemment compatible avec des résultats bien connus dans la littérature (voir le récapitulatif du tableau 4.1). En particulier, lorsque l'exposant du spectre d'énergie vaut 2, c'est-à-dire lorsque l'on considère le spectre d'énergie initialement introduit par Zhou [81], on trouve un exposant du déclin de l'énergie divisé par 2, soit  $n = 3/5$ . Ce résultat fut initialement obtenu dimensionnellement par Squires *et al.* [69] en faisant également l'hypothèse que les transferts d'énergie sont régis sur un temps caractéristique  $\Omega^{-1}$ .

Il faut toutefois noter que si le régime de confinement est assez bien mis en évidence par l'apport conjugué des chapitres 3 et 4.3, nous n'avons en revanche que très peu d'informations concernant la structure globale 3D de l'écoulement qui nous aurait permis de mieux caractériser la manière dont le confinement affecte réellement l'écoulement en présence de rotation.



## Chapitre 5

# Mesures des échelles intégrales sur la plateforme Coriolis

L'étude de la décroissance de l'énergie au laboratoire FAST a révélé que le comportement de l'échelle intégrale verticale jouait un rôle prépondérant sur les exposants du déclin de l'énergie. Ce travail a alors soulevé plusieurs questions en ce qui concerne la croissance des échelles intégrales (cf. chapitre 3). En particulier, les exposants de la décroissance de l'énergie que nous avons mesurés nous ont suggéré que l'échelle verticale est saturée à la hauteur de l'expérience tandis que l'échelle horizontale continue de croître. Afin de vérifier le bien fondé de ces hypothèses, il est nécessaire de chercher à caractériser la croissance des échelles intégrales au cours du déclin de l'énergie. Pour ce faire, nous sommes allés faire une série d'expériences sur la Plateforme Coriolis, en collaboration avec Joël Sommeria, au laboratoire LEGI.

Dans ce chapitre, nous allons présenter les mesures faites sur la plateforme Coriolis concernant les échelles intégrales. L'objectif de ce chapitre consiste alors à caractériser le comportement des différentes échelles pour caractériser l'anisotropie de l'écoulement. Nous chercherons également à déterminer le temps de saturation  $t'_s$  induit par la rotation, pour vérifier si, comme nous l'avons supposé au chapitre 3, la saturation de l'échelle intégrale modifie le régime de décroissance de la turbulence. Cependant, comme nous allons le voir, l'écoulement sur la Plateforme Coriolis présente un écoulement d'ensemble qui, bien que très faible, affecte nos mesures de façon importante et qui tend à augmenter artificiellement la corrélation entre deux vecteurs vitesses<sup>1</sup> et, par conséquent, augmente la mesure de l'échelle intégrale. La soustraction de cet écoulement grande échelle est alors indispensable pour mesurer les échelles intégrales turbulentes. Nous allons donc commencer ce chapitre par décrire cet écoulement moyen.

### 5.1 Description des écoulements à grande échelle

Nous rappelons ici que le principe de l'expérience sur la Plateforme Coriolis consiste à générer un écoulement turbulent par le déplacement horizontal d'une grille le long d'un canal (voir section 2.3). La translation de la grille initie un écoulement à grande échelle, qui se superpose à l'écoulement turbulent à petite échelle. Dans cette section, nous allons décrire cet écoulement

---

<sup>1</sup>L'échelle intégrale est définie comme l'intégration de la fonction de corrélation de la vitesse.

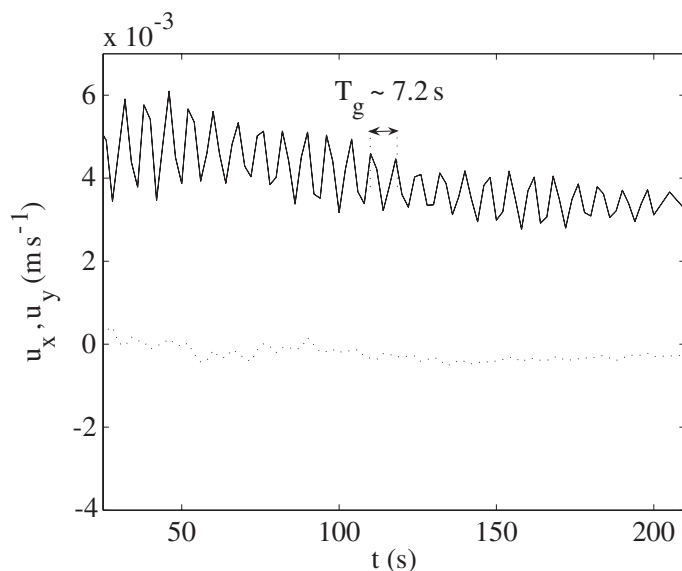


FIG. 5.1: Composantes de la vitesse moyennées spatialement dans un plan horizontal pour 6 expériences moyennées en l'absence de rotation. Le trait plein — correspond à la composante longitudinale de la vitesse  $u_x$ , tandis que le trait en pointillé - - correspond à la composante transverse  $u_y$ .

grande échelle qui se caractérise par deux écoulements oscillants, une onde de gravité et une onde d'inertie-gravité, et par un écoulement moyen de recirculation.

### 5.1.1 Ondes de gravité

Durant la translation de la grille, une quantité significative d'eau est déplacée vers l'extrémité du canal. Ce surplus de volume d'eau initie à la fin de la translation une onde de gravité longitudinale qui va se propager dans le volume de fluide.

Cette onde de gravité vérifie l'équation d'onde [18, 29, 55]

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}, \quad (5.1)$$

où  $c = \sqrt{gh}$  est la vitesse de propagation des ondes de gravité en eau peu profonde.

Cette onde de gravité peut être vue sur la figure 5.1, où une moyenne d'ensemble et spatiale des composantes longitudinale  $u_x$  et transverse  $u_y$  de la vitesse, obtenue dans un plan horizontal  $z = h/2$ , est tracée en fonction du temps pour 6 expériences moyennées en l'absence de rotation. On observe la présence d'oscillations rapides, de période  $T_g \simeq 7.2$  s, qui sont présentes uniquement selon la composante longitudinale. La composante transverse présente une moyenne presque nulle indiquant qu'aucun écoulement moyen n'apparaît selon la direction  $y$ .

En utilisant la vitesse de phase de ces ondes en eau peu profonde,  $c = \sqrt{gh} \simeq 3.13$  m s<sup>-1</sup>, on en déduit la longueur d'onde de ces oscillations rapides,  $\lambda = cT_g \simeq 23$  m, qui est intermédiaire entre deux fois la longueur du canal (13 m) et deux fois la course de la grille (9 m). Ce résultat nous confirme alors qu'il s'agit du premier mode longitudinal d'une onde en eau peu profonde.

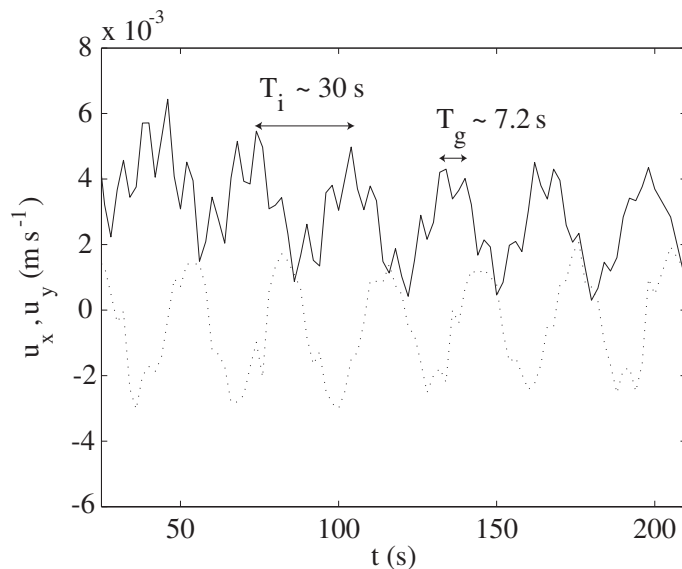


FIG. 5.2: Composantes de la vitesse moyennées spatialement dans un plan horizontal pour une expérience à une période de rotation  $T_\Omega = 60$  s. Le trait plein — correspond à la composante longitudinale de la vitesse  $u_x$ , tandis que le trait en pointillé - - correspond à la composante transverse  $u_y$ .

### 5.1.2 Ondes d'inertie-gravité

En présence de rotation, cette onde de gravité va exciter une onde d'inertie-gravité [18, 55]. Il apparaît alors un couplage entre les composantes longitudinale et transverse de la vitesse. Ici on ne s'intéresse pas à l'atténuation de l'onde et on se place en fluide parfait. Dans le cadre des écoulements de faible amplitude, l'équation d'Euler dans un référentiel tournant devient

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} - 2\vec{\Omega} \wedge \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \vec{g}. \quad (5.2)$$

On note  $\xi = h(x, y)$  la variation de hauteur du fluide. En l'absence de viscosité, le gradient de pression dans les directions  $x$  et  $y$  est relié aux variations du niveau de la surface libre par

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho g \frac{\partial \xi}{\partial x}. \quad (5.3)$$

Enfin, la condition d'incompressibilité s'exprime comme

$$\frac{1}{h} \frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0. \quad (5.4)$$

En injectant l'expression (5.3) dans l'équation (5.2), puis en injectant des solutions en ondes planes pour  $u_x$ ,  $u_y$  et  $\xi$ , de la forme  $\exp[i(k_x x + k_y y - \omega t)]$  dans les équations (5.2) et (5.4), on obtient la relation de dispersion

$$\omega = \sqrt{(2\Omega)^2 + ghk^2}. \quad (5.5)$$



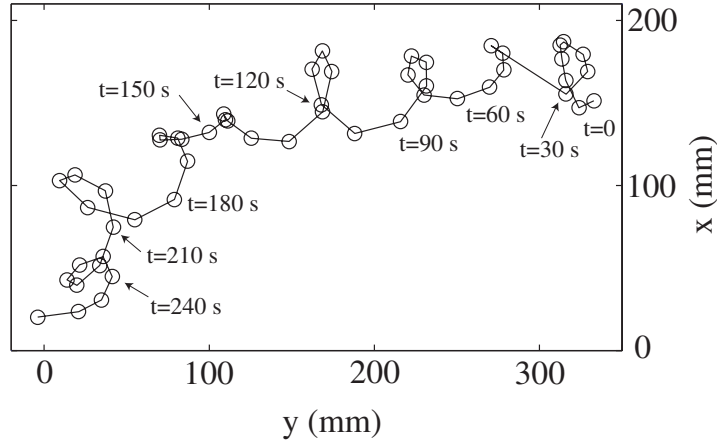


FIG. 5.3: Observation des oscillations inertielles dans un plan horizontal en suivant le déplacement du cœur d'un cyclone au cours du temps pour une expérience avec une période de rotation de 60 s.

En l'absence de rotation, on retrouve à partir de l'expression (5.5) les ondes classiques de gravité. On retrouve également les ondes de gravité aux petites échelles qui ne sont pas dominées par la rotation lorsque  $k^2 \gg (2\Omega)^2/gh$ . Au contraire, aux grandes échelles, telles que  $k^2 \ll (2\Omega)^2/gh$ , les effets de la rotation sont dominants. Dans de telles conditions, toutes les particules fluides se déplacent à l'unisson et décrivent des mouvements circulaires, dans un plan horizontal, de période  $\pi/\Omega$ .

La figure 5.2 représente les composantes longitudinale  $u_x$  et transverse  $u_y$  en fonction du temps. On remarque toujours l'apparition d'oscillations rapides de période  $T_g \simeq 7.2$  s, selon la composante longitudinale, qui caractérisent la présence d'une onde de gravité, tandis que les oscillations lentes, de période  $T_i \simeq 30$  s, sont présentes pour les deux composantes. La période de ces oscillations lentes, appelées oscillations inertielles, est la moitié de la période de rotation (ici  $T_\Omega/2 = 30$  s). Le déphasage entre  $u_x$  et  $u_y$  indique que cette onde d'inertie-gravité correspond à un mouvement uniforme circulaire anticyclonique, comme attendu par la polarisation des ondes d'inertie (cf. section 1.3.4).

L'amplitude de ce mouvement circulaire uniforme est faible et de l'ordre de  $2 \text{ mm s}^{-1}$  (respectivement  $0.1 \text{ mm s}^{-1}$ ) au début (respectivement à la fin) d'une expérience. Les particules fluides voyagent alors en décrivant des cercles de rayon  $R = VT_i/2\pi \simeq 1 \text{ cm}$  (respectivement  $0.5 \text{ mm}$ ). L'amplitude de la perturbation de la surface libre du fluide par l'onde de gravité et par l'onde d'inertie-gravité,  $\xi = (h/g)^{1/2}V$ , est inférieure à  $0.6 \text{ mm}$ . Par conséquent, contrairement aux ondes de faibles longueur d'onde, dues aux vibrations de la structure, que nous avons présentées à la section 2.3.4, la déformation de la surface libre par les ondes de gravité et d'inertie-gravité n'introduit pas de distorsion optique (la pente locale de la surface est inférieure à  $3 \times 10^{-4}$ ).

À titre d'illustration, la figure 5.3 représente les oscillations inertielles, de période 30 s, que subit un cyclone au cours du temps pour une expérience de période de rotation 60 s. La méthode de détection du cœur du cyclone a consisté à mesurer le maximum de vorticité  $\omega_{\max}$ , puis de

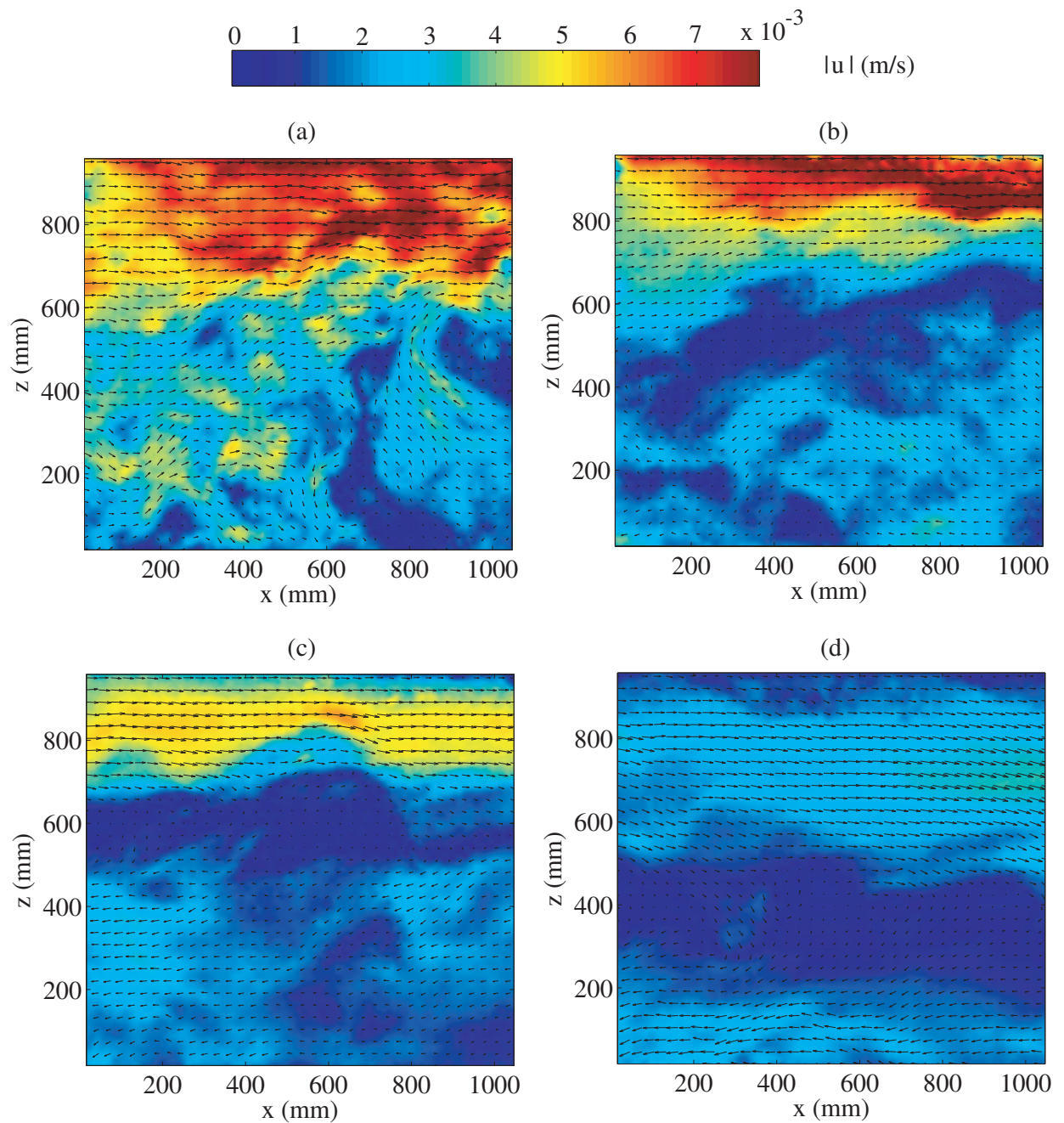


FIG. 5.4: Champs de vitesse obtenus sur la Plateforme Coriolis dans un plan vertical. L'arrière plan est coloré selon la norme de la vitesse. Ces champs ont été obtenus pour une expérience sans rotation, aux cours du déclin de l'énergie, aux instants (a)  $\tau = tV_g/M = 600$ , (b)  $\tau = 1200$ , (c)  $\tau = 2600$  et (d)  $\tau = 4800$ .

calculer le centre de vorticité de ce cyclone dans un cercle autour de  $\omega_{\max}$ . Ce résultat confirme qu'une particule fluide se déplace en faisant des cercles à la période  $\pi/\Omega$ . Le rayon de giration mesuré sur la figure 5.3 est de l'ordre du centimètre, en accord avec l'estimation précédente.

La phase de ces ondes de gravité et d'inertie-gravité est fixée par la translation de la grille. Les oscillations restent alors synchronisées, au moins durant les 10 premiers tours de cuve, et ne disparaissent donc pas lorsque l'on fait des moyennes d'ensemble. Par conséquent, puisque le champ de vitesse des ondes est uniforme à l'échelle de la mesure, l'énergie cinétique turbulente, dans le plan horizontal, peut être simplement obtenue en soustrayant la moyenne d'ensemble et spatiale du champ de vitesse.

### 5.1.3  coulement de recirculation

En plus des deux écoulements oscillants que nous venons de décrire, le déplacement de la grille initie un écoulement moyen de recirculation selon  $\vec{e}_x$ . La figure 5.4 présente quatre champs de vitesse obtenus par PIV dans un plan vertical. On remarque bien sur ces champs la présence d'un écoulement moyen à grande échelle de l'ordre de 1% de  $V_g$ , soit  $\sim 3 \text{ mm s}^{-1}$  en début de déclin. Cet écoulement a une durée de vie très longue puisqu'il apparaît jusqu'aux derniers instants du déclin. Durant toutes nos expériences, la partie supérieure du fluide se déplace vers les valeurs positives de  $x$ , c'est-à-dire dans le sens de la translation de la grille, tandis que la partie inférieure de l'écoulement se déplace vers les  $x$  négatifs. La très bonne reproductibilité de cet écoulement de recirculation peut être due à un léger défaut dans le maillage de la grille<sup>2</sup> ou à un défaut de verticalité de cette dernière.

 tant donné que cet écoulement n'est pas uniforme dans le plan  $(x, z)$  (voir figure 5.4), l'énergie totale contient alors une contribution de cet écoulement. Essayons de déterminer la contamination de l'énergie totale par un cisaillement moyen de vitesse caractéristique  $U_0$  et de hauteur  $h$ . Supposons que la vitesse se décompose comme  $\vec{u} = \vec{u}_0 + \vec{u}'$ , où  $\vec{u}_0$  est la vitesse moyenne du cisaillement, tel que

$$\vec{u}_0(z) = U_0 (z/h - 1/2)\vec{e}_x, \quad (5.6)$$

tandis que  $\vec{u}'$  correspond aux fluctuations turbulentes de la vitesse, de moyenne nulle. Il vient alors directement que l'énergie totale vaut

$$\langle u_x^2 \rangle = \langle (u_0 + u'_x)^2 \rangle = \frac{U_0^2}{h} \int_0^h \left( \frac{z}{h} - \frac{1}{2} \right)^2 dz + \langle u_x'^2 \rangle + 2\langle u'_x u_0 \rangle. \quad (5.7)$$

En supposant que les fluctuations turbulentes sont homogènes en espace, le terme  $\langle u'_x u_0 \rangle$  est nul. L'équation (5.7) se réduit alors à

$$\langle u_x^2 \rangle = \frac{U_0^2}{12} + \langle u_x'^2 \rangle, \quad (5.8)$$

et la contamination de l'énergie totale par le cisaillement moyen vaut  $U_0^2/12$ .

<sup>2</sup>En particulier, le fait que la maille de la grille soit fermée ou ouverte près d'une paroi peut être à l'origine d'une telle recirculation.

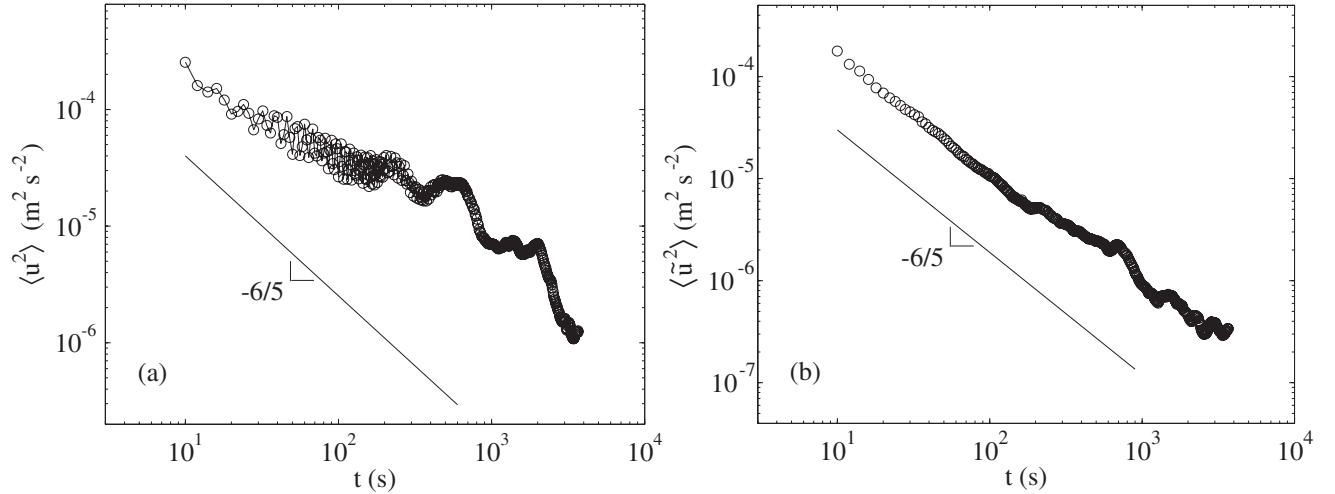


FIG. 5.5: Décroissance temporelle de l'énergie obtenue dans un plan vertical pour une expérience en l'absence de rotation. (a) Énergie cinétique totale. (b) Énergie cinétique turbulente pour laquelle nous avons soustrait le cisaillement moyen. Les traits pleins sur les deux figures ont une pente en  $t^{-6/5}$  selon la loi de Saffman (3.10).

La figure 5.5 (a) représente la décroissance de l'énergie totale au cours du temps pour une expérience en l'absence de rotation. On remarque bien sur cette figure que la présence de l'écoulement de cisaillement moyen affecte significativement la mesure de  $\langle u^2 \rangle$  puisque la décroissance de l'énergie semble décroître bien moins rapidement que la loi  $t^{-6/5}$  attendue. Par conséquent, pour mesurer l'énergie turbulente, il devient alors nécessaire de soustraire cet écoulement à grande échelle.

On définit alors la vitesse  $\tilde{u}$  en soustrayant la vitesse de cet écoulement moyen

$$\tilde{u}_\alpha^{(i)} = u_\alpha^{(i)} - \langle u_\alpha^{(i)} \rangle_x, \quad (5.9)$$

où  $\tilde{u}_\alpha^{(i)}$  correspond à une réalisation donnée avec  $\alpha = x, z$  tandis que  $\langle \rangle_x$  désigne une moyenne selon  $x$  qui est une fonction de  $z$ . La mesure de l'énergie turbulente a alors été réalisée, telle que

$$\tilde{u}^2 = \overline{\left\langle \left( \tilde{u}_\alpha^{(i)} \right)^2 \right\rangle}, \quad (5.10)$$

où  $\langle \rangle$  est une moyenne spatiale sur  $x$  et  $z$  tandis que  $\overline{a^{(i)}}$  désigne une moyenne d'ensemble de plusieurs réalisations de la quantité  $a$ . Ainsi, nous soustrayons l'écoulement moyen de chaque réalisation avant de faire une moyenne d'ensemble. La figure 5.5 (b) représente la décroissance de l'énergie turbulente  $\langle \tilde{u}^2 \rangle$  au cours du temps. On remarque que grâce à la soustraction de l'écoulement moyen, on retrouve une loi en  $t^{-6/5}$ , en accord avec la loi de Saffman (3.10), ce qui justifie a posteriori notre procédure de soustraction.

A l'échelle du champ observé par la caméra, la recirculation moyenne caractérisée sur la figure 5.4 et les deux écoulements oscillants sont essentiellement uniformes. Par conséquent, lorsque l'échelle typique de la turbulence est significativement plus petite que le champ observé, ces

écoulements moyens à grande échelle peuvent être aisément soustraits à partir du champ de vitesse. Cependant, à la fin des expériences, lorsque l'échelle intégrale devient du même ordre de grandeur voire même supérieure à la taille du champ de vision de la caméra, la distinction entre la contribution turbulente et la contribution des écoulements moyens devient délicate. Dans de tel cas, la soustraction peut alors sous-estimer l'énergie cinétique turbulente. Cependant, il faut noter que cet écoulement de recirculation tend à disparaître en présence de rotation.

Maintenant que nous avons décrit ces écoulements à grande échelle qui se superposent à l'écoulement turbulent à petite échelle et qui tendent à augmenter artificiellement la mesure de l'échelle intégrale, nous allons chercher à caractériser l'anisotropie des écoulements en présence de rotation.

## 5.2 Anisotropie de la turbulence en rotation

L'anisotropie des écoulements turbulents en rotation rapide est une conséquence de la réorganisation de l'écoulement par la force de Coriolis en incitant les tourbillons à adopter des formes de colonnes alignées avec l'axe de rotation. Cependant, la croissance des différentes échelles intégrales reste encore un sujet pas complètement compris de nos jours.

Pour commencer cette section, nous nous proposons de présenter quelques champs de la composante horizontale de la vorticité  $\omega_y$  obtenus dans un plan vertical, puis nous chercherons à déterminer la croissance des différentes échelles intégrales. Enfin, nous chercherons à déterminer le temps de saturation de l'échelle verticale à la taille de l'expérience.

Bien que l'échelle intégrale soit notée  $l$  dans tout ce manuscrit, nous la noterons  $L$  dans ce chapitre et nous utilisons les notations (1,2,3) au lieu de  $(x,y,z)$  pour se conformer aux notations de la littérature [14, 69].

### 5.2.1 Structuration verticale de l'écoulement

Étant donné que l'écoulement de cisaillement moyen tend à être atténué en présence de rotation, sa présence ne masque alors pas complètement la structuration verticale de l'écoulement en "cigares" qui est censée caractériser les écoulements turbulents en rotation. La figure 5.6 représente 4 champs de vorticité obtenus au cours du temps dans un plan vertical, parallèle à l'axe de rotation, pour une expérience en rotation à  $T_\Omega = 60$  s. A l'instant  $\tau = tV_g/M = 300$ , le champ de vorticité est assez désordonné. On observe en revanche, au cours du temps, l'apparition de structures en colonne où la vorticité reste corrélée à elle-même sur toute la hauteur de la cuve, tandis que la structuration horizontale de l'écoulement ne semble pas évoluer sensiblement. On peut remarquer sur la figure 5.6 que l'échelle intégrale verticale semble saturer à la hauteur de la cuve à partir d'un temps entre  $\tau \sim 900$  et  $\tau \sim 1400$ .

Cette structuration verticale de l'écoulement n'est pas surprenante et caractérise une importante anisotropie. L'anisotropie de la turbulence en rotation a été trouvée expérimentalement par Hopfinger *et al.* [31] et par Jacquin *et al.* [34]. De même, Liechtenstein *et al.* [43] ont obtenus par DNS cette même structuration en colonne.

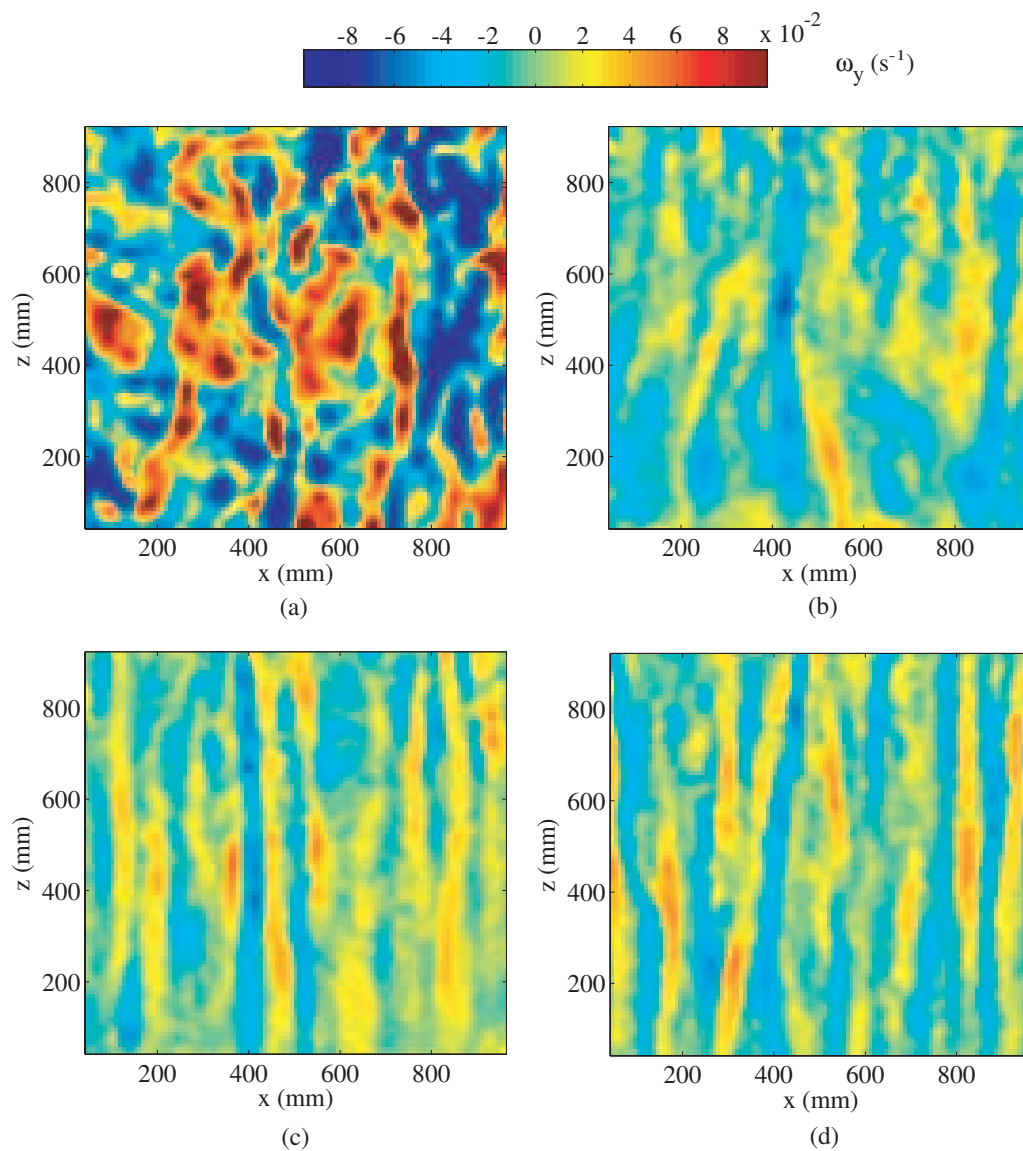


FIG. 5.6: Champs de vorticité  $\omega_y$  obtenus sur la Plateforme Coriolis dans un plan vertical, parallèle à l'axe de rotation. Ces champs ont été obtenus pour une expérience à  $T_\Omega = 60s$ , aux cours du déclin de l'énergie, aux instants (a)  $\tau = tV_g/M = 300$ , (b)  $\tau = 900$ , (c)  $\tau = 1400$  et (d)  $\tau = 3500$ .

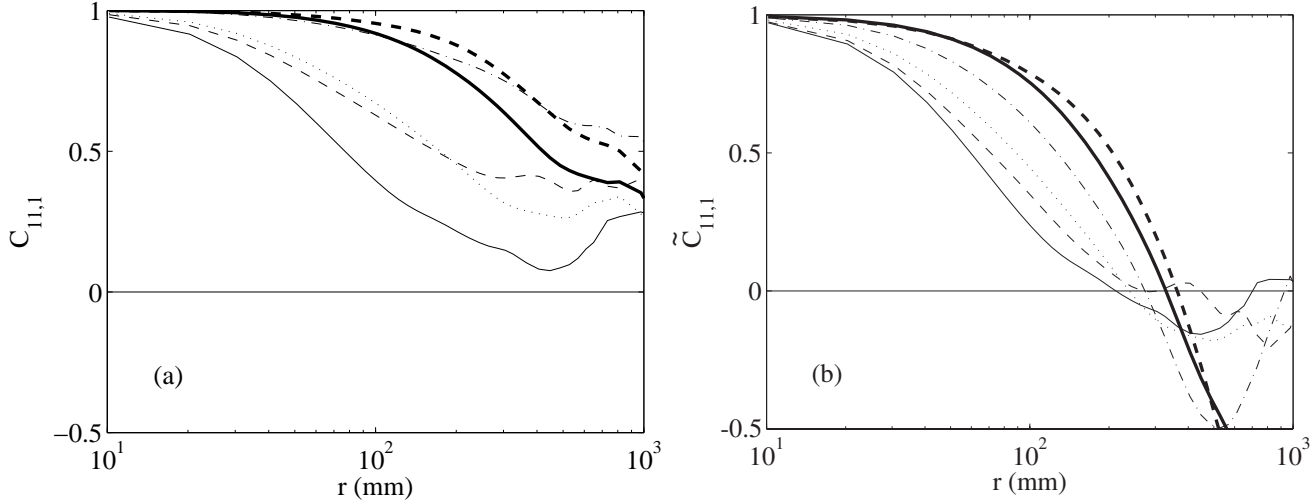


FIG. 5.7: Fonctions de corrélation longitudinales  $C_{11,1}$ , mesurées dans un plan horizontal et obtenues au cours du déclin de l'énergie pour une expérience en rotation à  $\Omega = 0.1 \text{ rad s}^{-1}$ . (—)  $t=5 \text{ s}$ , (---)  $t=10 \text{ s}$ , (.....)  $t=30 \text{ s}$ , (-.-.-)  $t=70 \text{ s}$ , (—)  $t=300 \text{ s}$ , (---)  $t=1200 \text{ s}$ . Les fonctions de corrélation de la figure (a) ont été calculées à partir des champs de vitesse brut, tandis que celles de la figure (b) ont été calculées en soustrayant l'écoulement moyen de cisaillement.

### 5.2.2 Fonctions de corrélation

Les échelles intégrales sont mesurées par l'intégration d'une fonction de corrélation et sont généralement définies telles que

$$L_{\alpha\alpha,\beta} = \int_0^\infty C_{\alpha\alpha,\beta} dr, \quad (5.11)$$

où  $C_{\alpha\alpha,\beta}$  correspond à la fonction de corrélation de la composante  $\alpha$  de la vitesse selon une séparation  $\beta$  et est définie comme

$$C_{\alpha\alpha,\beta}(r) = \frac{\overline{\langle u_\alpha^{(i)}(\vec{x}) u_\alpha^{(i)}(\vec{x} + r\vec{e}_\beta) \rangle}}{\overline{\langle (u_\alpha^{(i)})^2 \rangle}}, \quad (5.12)$$

où  $u_\alpha^{(i)}$  correspond à une réalisation donnée, tandis que  $\overline{a^{(i)}}$  désigne une moyenne d'ensemble de plusieurs réalisations de la quantité  $a$ .

La mesure de l'échelle intégrale est délicate, du fait que la mesure d'une fonction de corrélation requiert une bonne convergence des statistiques. Rappelons ici que, sur la Plateforme Coriolis, nous faisons des moyennes d'ensembles à partir de seulement 6 déclins. Par conséquent, il est fort probable que nos statistiques ne soient pas suffisamment convergées.

Par ailleurs, la mesure d'une fonction de corrélation est très sensible à la présence d'un écoulement moyen. Si on considère, par exemple, un écoulement turbulent auquel on superpose un écoulement moyen à grande échelle, ce dernier va tendre à augmenter la corrélation entre deux

vecteurs vitesse, et augmente donc artificiellement l'échelle intégrale. Nous avons vu que notre écoulement présentait une recirculation moyenne importante (cf figure 5.4). Cet écoulement de cisaillement va alors tendre à augmenter les corrélations des composantes de vitesse longitudinales  $L_{11,1}$ , mais va en revanche probablement diminuer les corrélations verticales de la vitesse, et  $L_{33,3}$  et  $L_{11,3}$  seront sous-estimées.

Enfin, dans une moindre mesure, le calcul d'une fonction de corrélation est sujette au bruit. Prenons, par exemple, le cas d'un signal turbulent, auquel on superpose du bruit blanc. L'ajout de bruit à petite échelle va alors tendre à diminuer artificiellement la corrélation entre deux vecteurs vitesse, et donc à sous-estimer l'échelle intégrale. Cependant, cet effet est limité par l'utilisation d'un filtre.

Étant donné les difficultés rencontrées pour mesurer les fonctions de corrélation, on trouve parfois dans la littérature que l'échelle intégrale est mesurée en intégrant la fonction de corrélation  $C(r)$  jusqu'à une certaine échelle  $r^*$  pour laquelle  $C(r^*) = 0$ .

La figure 5.7 (a) présente l'évolution de la fonction de corrélation longitudinale  $C_{11,1}$  au cours du temps, calculée sur les champs de vitesse bruts, pour une expérience à  $T_\Omega = 60$  s. On remarque bien sur ces figures que la largeur de la fonction de corrélation est, dès les premiers instants du déclin de l'énergie, très importante. On remarque également que la fonction de corrélation ne s'annule jamais et reste positive. Ces résultats traduisent une importante corrélation entre les vecteurs vitesse, même à grande échelle, et sont dus à la présence de l'écoulement de cisaillement moyen.

Dans le but de mesurer les échelles intégrales, nous allons donc devoir soustraire la contribution de l'écoulement moyen. On introduit alors une fonction de corrélation centrée  $\tilde{C}$ , définie à partir de la vitesse  $\tilde{u}_\alpha$

$$\tilde{C}_{\alpha\alpha,\beta}(r) = \frac{\left\langle \tilde{u}_\alpha^{(i)}(\vec{x}) \tilde{u}_\alpha^{(i)}(\vec{x} + r\vec{e}_\beta) \right\rangle}{\left\langle \left( \tilde{u}_\alpha^{(i)} \right)^2 \right\rangle}. \quad (5.13)$$

La figure 5.7 (b) représente l'évolution de la fonction de corrélation centrée  $\tilde{C}$  au cours du déclin de l'énergie. Contrairement au cas non centré (cf. figure 5.7 (a)), une tendance plus claire apparaît. En effet, on constate qu'au cours du temps, la largeur de la fonction de corrélation augmente continûment. Cet effet caractérise la croissance de l'échelle intégrale associée à l'écoulement turbulent. Par ailleurs, on remarque que toutes les fonctions de corrélation s'annulent à un instant donné. Cependant, on constate que  $\tilde{C}$  devient d'autant plus bruitée que l'échelle de séparation  $r$  est importante. Cet effet est lié au manque de statistiques dont nous disposons à grande échelle. De même, on constate que  $\tilde{C}$  ne converge pas proprement vers zéro. Par conséquent, afin de limiter le bruit de mesure, nous nous proposons de mesurer l'échelle intégrale en intégrant la fonction de corrélation  $\tilde{C}$  jusqu'à une certaine échelle  $r^*$  pour laquelle  $\tilde{C}(r^*) = 0.2$ , telle que

$$L_{\alpha\alpha,\beta} = \int_0^{r^*} \tilde{C}_{\alpha\alpha,\beta}(r) dr. \quad (5.14)$$



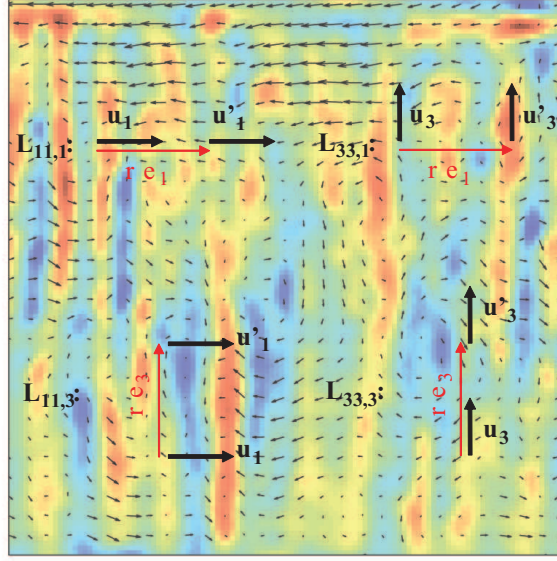


FIG. 5.8: Les quatre échelles intégrales mesurable dans le plan  $(\vec{e}_1, \vec{e}_3)$ , avec  $\vec{e}_3 \parallel \vec{\Omega}$ .

Cette méthode de calcul présente l'avantage de limiter les effets dus au manque de convergence à grande échelle mais introduit une erreur systématique sur la mesure de l'échelle intégrale en la sous-estimant. Cependant, on s'attend à ce que l'évolution temporelle de  $L_{\alpha\alpha,\beta}$  ne soit pas affectée par cette approximation.

### 5.2.3 Échelles intégrales

Dans cette section nous allons présenter l'évolution des échelles intégrales au cours du temps. Nous allons chercher à caractériser l'influence d'une rotation d'ensemble sur la croissance de ces échelles, puis nous chercherons à déterminer le temps de saturation  $t'_s$  de l'échelle verticale induit par la rotation.

A partir des mesures dans un plan vertical  $(\vec{e}_1, \vec{e}_3)$ , avec  $\vec{e}_3 \parallel \vec{\Omega}$ , il nous est possible de mesurer la corrélation horizontale de la vitesse horizontale  $\tilde{C}_{11,1}$ . Nous pouvons également mesurer la corrélation horizontale de la vitesse verticale  $\tilde{C}_{33,1}$ , la corrélation verticale de la vitesse horizontale  $\tilde{C}_{11,3}$  et enfin la corrélation verticale de la vitesse verticale  $\tilde{C}_{33,3}$ . Par conséquent, nous pouvons mesurer 4 échelles intégrales dans un plan vertical, comme le montre la figure 5.8 :  $L_{11,1}$ ,  $L_{33,1}$ ,  $L_{11,3}$  et  $L_{33,3}$ .

#### 5.2.3.1 Échelles intégrales en l'absence de rotation

La figure 5.9 représente la variation des quatre échelles intégrales  $L_{11,1}$ ,  $L_{11,3}$ ,  $L_{33,1}$  et  $L_{33,3}$  pour une expérience en l'absence de rotation. On remarque sur cette figure que ces 4 échelles se comportent approximativement de la même façon. Ce résultat est compréhensible dans la

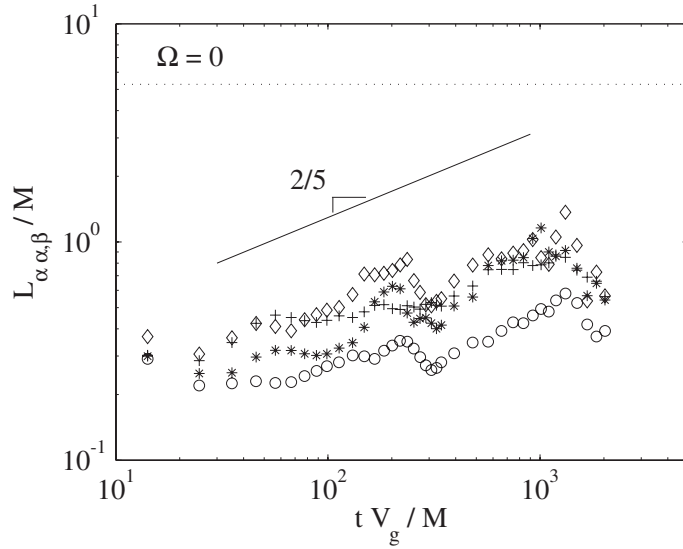


FIG. 5.9: Échelles intégrales pour une expérience en l'absence de rotation. (+)  $L_{11,1}$ , (\*)  $L_{11,3}$ , (o)  $L_{33,1}$  et ( $\diamond$ )  $L_{33,3}$ . Le trait plein correspond à une pente en  $t^{2/5}$ , tandis que le trait en pointillé correspond à la hauteur adimensionnée par la maille de la grille,  $h/M \simeq 6$ .

mesure où la turbulence est censée être isotrope. Bien que nos mesures soient trop bruitées, du fait du manque de statistiques, pour pouvoir espérer mesurer une éventuelle loi, on remarque que la croissance temporelle de ces échelles est en accord qualitatif avec la loi en  $t^{2/5}$ , proposée par Saffman (3.10) pour une turbulence homogène et isotrope.

On remarque également sur la figure 5.9 que notre méthode de mesure sous-estime fortement la valeur de l'échelle intégrale turbulente, puisqu'on s'attend à l'instant initial, après génération de la turbulence, à ce que  $L_{\alpha\beta} \sim M$ . On estime alors, d'après la figure 5.9, que l'échelle que nous mesurons est inférieure à 2 ou 3 fois la "vraie" échelle intégrale, pour laquelle  $r^* \rightarrow \infty$ . Étant donné le rapport d'aspect de l'expérience ( $h/M \sim 6$  et  $L/M \sim 23$  selon  $y$ ), on s'attend à ce que ce soit l'échelle verticale qui sature en premier. Puisque  $L_{\alpha\beta} \lesssim 1/3 (h/M) \sim 2$  pour tout temps, on peut alors supposer qu'aucune échelle intégrale ne sature à la taille de l'expérience, si ce n'est en toute fin de déclin.

Nous rappelons ici que la décroissance de l'énergie pour une turbulence homogène et isotrope vérifie une loi en  $t^{-6/5}$  (3.10), tandis qu'en milieu confiné, c'est-à-dire lorsque l'échelle intégrale a saturé à la taille de l'expérience, la loi du déclin de l'énergie vérifie une loi en  $t^{-2}$  (4.22). Le fait que l'échelle intégrale verticale, d'après la figure 5.9, ne sature pas à la hauteur de l'expérience conforte alors la figure 5.5 (b) pour laquelle aucun régime en  $t^{-2}$  de la décroissance de l'énergie n'a été observé.

### 5.2.3.2 Échelles intégrales en présence de rotation

En présence de rotation, en revanche, étant donné que la force de Coriolis favorise l'énergie vers les modes 2D, c'est-à-dire vers les modes horizontaux tels que  $\vec{k} \perp \vec{\Omega}$ , la turbulence à faible nombre de Rossby est fortement anisotrope. Par conséquent, on s'attend à ce que toutes ces

échelles ne se comportent plus de la même façon.

**Résultats trouvés dans la littérature** On trouve plusieurs travaux dans la littérature qui ont étudié l'anisotropie qui caractérise la turbulence en rotation. L'étude numérique de Squires *et al.* [69] par LES a mis en évidence qu'une turbulence en rotation rapide ne modifie pas significativement la loi de croissance des échelles horizontales  $L_{11,1}$  et  $L_{33,1}$  par rapport au cas 3D. A partir de leur simulation, ces auteurs ont extrait un exposant pour ces échelles horizontales en  $t^{1/5}$ . Ces auteurs ont également montré un résultat assez surprenant comme quoi l'échelle verticale  $L_{33,3}$  n'est que très faiblement affectée par la rotation, avec une loi  $L_{33,3} \sim t^{1/5}$ . Ce résultat a également été suggéré par Canuto *et al.* [14] par des arguments phénoménologiques et expérimentalement par Jacquin *et al.* [34]. Le fait que  $L_{33,3}$  ne croît pas plus rapidement que  $L_{11,1}$  et  $L_{33,1}$  peut paraître surprenant, à première vue, puisqu'il s'oppose au théorème de Taylor-Proudman, lequel prévoit une inhibition de la variation de toutes les composantes de la vitesse selon l'axe de rotation. Ce résultat confirme alors que le théorème de Taylor-Proudman ne s'applique pas aux écoulements turbulents.

En contrepartie, l'échelle verticale transverse  $L_{11,3}$  est grandement affectée par la rotation. Jacquin *et al.* [34] ont montré que cette échelle croît comme  $t$ . A partir de leur simulations LES, Squires *et al.* [69] ont obtenu numériquement un exposant, tel que  $L_{11,3} \propto t^{6/5}$ , qui fut confirmé à son tour par Canuto et Dubovikov [14]. Cette loi est très proche des mesures expérimentales de Jacquin *et al.*. Ces résultats illustrent alors un découplage entre les deux échelles verticales. On peut interpréter ce découplage par le fait que la force de Coriolis n'affecte que les composantes de la vitesse perpendiculaires au vecteur rotation  $\vec{\Omega} = \Omega \vec{e}_3$ , soit  $\vec{u}_1$  plutôt que  $\vec{u}_3$ .

**Résultats expérimentaux** A présent, nous allons présenter les mesures des échelles intégrales que nous avons réalisées en intégrant la fonction de corrélation centrée. Les figures 5.10 (a)-(c) représentent la croissance des échelles intégrales pour une expérience à  $\Omega = 0.05 \text{ rad s}^{-1}$ ,  $\Omega = 0.10 \text{ rad s}^{-1}$  et à  $\Omega = 0.20 \text{ rad s}^{-1}$ . On remarque pour ces trois expériences que la croissance de l'échelle horizontale  $L_{11,1}$  est compatible avec la loi en  $t^{1/5}$ . Cependant, la qualité médiocre de nos mesures, liée à un manque de statistiques, ne nous permet pas de distinguer une éventuelle différence entre la loi en rotation rapide  $t^{1/5}$  de la loi en turbulence 3D en  $t^{2/5}$ . On remarque, en revanche, que contrairement au cas sans rotation sur la figure 5.9, l'échelle verticale  $L_{11,3}$  (symboles \*) semble bien croître plus rapidement que les autres échelles. L'écart entre le comportement de  $L_{11,3}$  et celui des autres échelles est d'autant plus visible que la vitesse de rotation est importante (cf. figures 5.10 (b) et (c)).

Le fait que l'échelle verticale  $L_{11,3}$  croît au cours du temps est un signe de la bidimensionnalisation de l'écoulement puisque pour un écoulement strictement 2D, on a  $C_{11,3}(r) = 1$  pour toute échelle  $r$ , et donc

$$\int_0^h C_{11,3}(r) dr = h. \quad (5.15)$$

Il est important de préciser que lorsque la fonction de corrélation ne présente plus d'échelle  $r^*$  telle que  $\tilde{C}(r^*) = 0.2$ , nous avons imposé arbitrairement que  $L_{\alpha\alpha,\beta}/M = h/M$ . On remarque

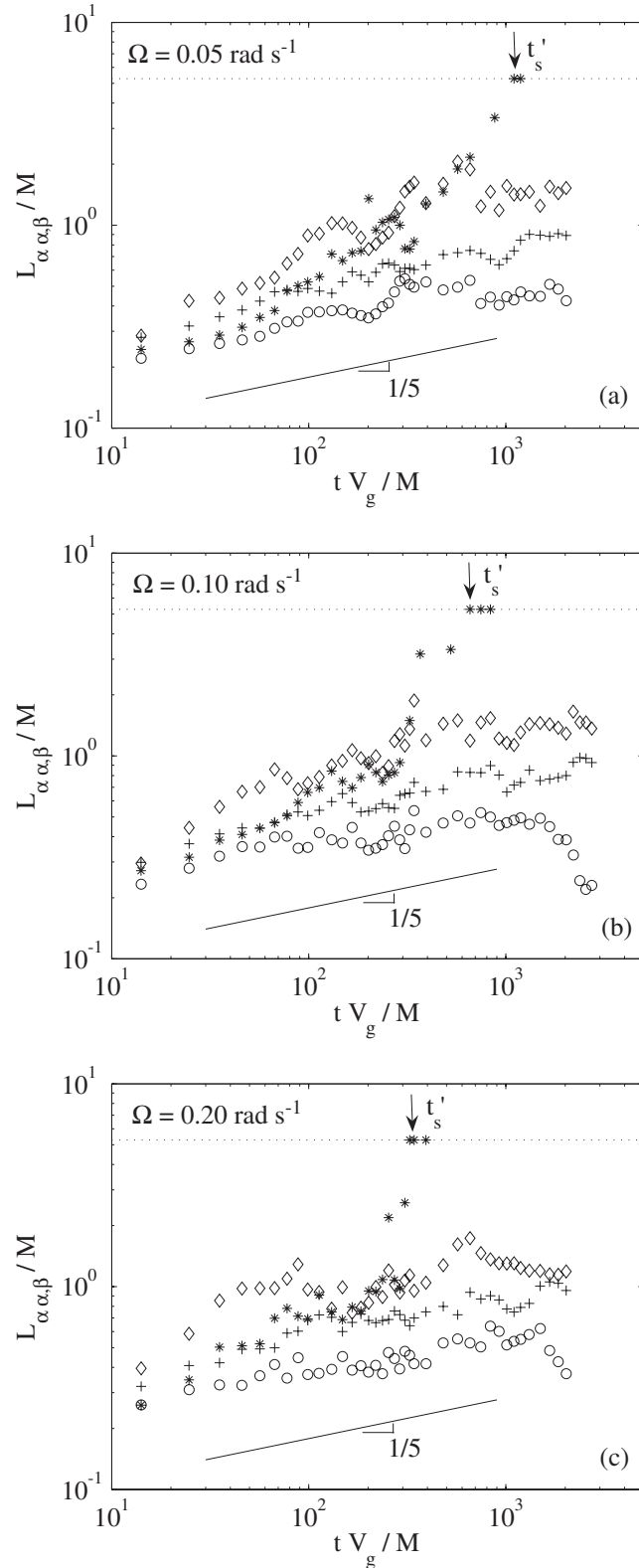


FIG. 5.10: Evolution des échelles intégrales  $L_{\alpha\alpha,\beta}$  au cours du temps pour une expérience en rotation à (a)  $T_\Omega = 120$  s, (b)  $T_\Omega = 60$  s et enfin (c) pour une expérience à  $T_\Omega = 30$  s. (+)  $L_{11,1}$ , (\*)  $L_{11,3}$ , (o)  $L_{33,1}$  et (◇)  $L_{33,3}$ . Le trait plein sur les trois figures correspond à une pente en  $t^{1/5}$ , tandis que le trait en pointillé correspond à la hauteur adimensionnée par la maille de la grille,  $h/M \simeq 6$ .

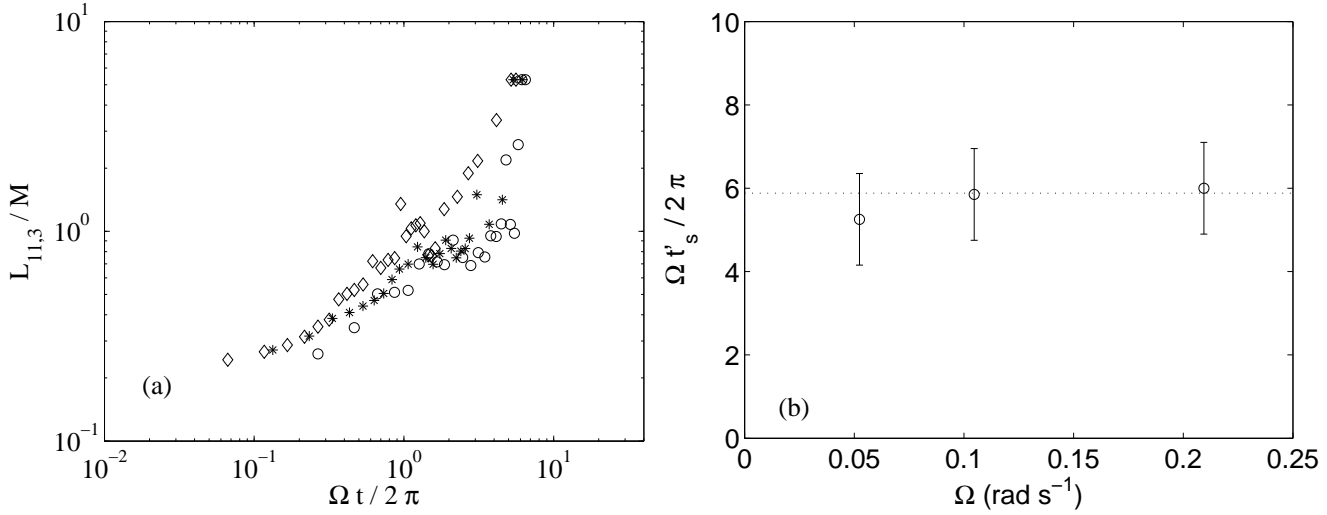


FIG. 5.11: (a) Croissance de l'échelle intégrale verticale  $L_{11,3}$  en fonction du nombre de tours de cuve pour les trois expériences en rotation : ( $\diamond$ )  $T_\Omega = 120$  s, ( $*$ )  $T_\Omega = 60$  s et ( $\circ$ )  $T_\Omega = 30$  s. (b) Temps de saturation  $t'_s$  de l'échelle verticale normalisé par la vitesse de rotation de la cuve en fonction de  $\Omega$ .

alors que ce cas de figure ne s'est présenté que pour l'échelle verticale  $L_{11,3}$ . En supposant que lorsque cette condition n'est plus vérifiée, l'échelle intégrale verticale est égale à la hauteur de la cuve, on peut alors mesurer le temps de saturation  $t'_s$ , qui est indiqué par une flèche sur les figures 5.10 (a)-(c). On observe bien que ce temps de saturation de  $L_{11,3}$  est d'autant plus court que la vitesse de rotation est importante.

La figure 5.11 (a) représente l'échelle  $L_{11,3}$  en fonction du nombre de tours de cuve  $\Omega t/2\pi$  pour les trois expériences en rotation. Bien que la dispersion des points soit assez importante, on aperçoit une tendance commune dans la croissance de  $L_{11,3}$ . On remarque également que le temps de saturation est atteint, pour les 3 expériences, lorsque la cuve a fait approximativement 5.9 tours complets sur elle-même,

$$\frac{\Omega t'_s}{2\pi} = 5.9 \pm 0.5. \quad (5.16)$$

La figure 5.11 (b) représente le temps de saturation  $t'_s$  normalisé par la période de rotation  $2\pi/\Omega$  en fonction de  $\Omega$ . On constate, en accord avec la figure 5.11 (a), que  $\Omega t'_s/2\pi$  est approximativement constant en fonction de la vitesse de rotation et est du même ordre de grandeur que la hauteur de la cuve adimensionnée  $h/M \simeq 5.9$ . Ce résultat est alors compatible avec celui de Jacquin *et al.* [34] et une loi de croissance de l'échelle verticale en  $t$ , puisque  $L_{11,3}$  croît d'une maille lorsque la cuve fait un tour complet. Cependant, une éventuelle distinction entre une croissance de  $L_{11,3}$  en  $t$  ou en  $t^{6/5}$  est évidemment indistinguable à partir de nos mesures.

Ces résultats nous suggèrent alors que la croissance de l'échelle verticale est gouvernée par la propagation des ondes d'inertie sur un temps caractéristique  $\Omega^{-1}$ . Des résultats similaires ont été obtenus par Davidson *et al.* [20].

### 5.2.3.3 Influence du pompage d'Ekman sur les échelles intégrales

On peut remarquer sur les figures 5.10 (a)-(c), que contrairement aux expériences de Jacquin *et al.* [34] et aux simulations LES de Squires *et al.* [69], les échelles  $L_{33,1}$  et  $L_{33,3}$  ne semblent pas avoir le même comportement que  $L_{11,1}$ . En effet, malgré la dispersion de nos mesures, il semblerait que  $L_{33,1}$  croisse légèrement moins vite que  $L_{11,1}$  tandis que  $L_{33,3}$  semble croître légèrement plus vite que  $L_{11,1}$ . Cet effet semble assez robuste puisqu'on le retrouve systématiquement pour les trois expériences en rotation et est probablement dû au pompage d'Ekman.

En effet, nous avons vu sur la figure 5.6 que la structuration verticale de l'écoulement présente un feuilletage de la vorticité positive et négative. Ce feuilletage de l'écoulement introduit alors un pompage d'Ekman de vitesses verticales  $\vec{u}_3$  alternées et engendre alors une diminution de la corrélation entre deux vecteurs vitesse  $\vec{u}_3$  séparés selon  $\vec{e}_1$ , soit une diminution de la croissance de l'échelle  $L_{33,1}$  par rapport au cas 3D sans rotation, tandis qu'il augmente la corrélation entre deux vecteurs vitesse  $\vec{u}_3$  séparés selon  $\vec{e}_3$ , soit une augmentation de l'échelle  $L_{33,3}$ . Ainsi, la présence du confinement a pour effet de modifier quelque peu le comportement des deux échelles intégrales  $L_{33,1}$  et  $L_{33,3}$ .

## 5.3 Déclin de la turbulence sur la Plateforme Coriolis

Dans cette section, nous nous proposons d'étudier, d'après nos données obtenues sur la plateforme Coriolis, le comportement de la décroissance de l'énergie turbulente en présence d'une rotation d'ensemble. Comme nous l'avons annoncé dans la section 5.1.3, la contribution horizontale de l'énergie turbulente  $\tilde{u}_x^2$  est mesurée en soustrayant l'écoulement de cisaillement moyen à grande échelle selon la relation (5.8). Nous avons vu sur la figure 5.9 que l'échelle intégrale ne sature pas à la taille de l'expérience pour une expérience sans rotation, ce qui se traduit par un seul régime non confiné pour la décroissance de la turbulence (cf. figure 5.5 (b)).

En présence de rotation, à l'aide de nos mesures des échelles intégrales, nous avons été en mesure de déterminer le temps de saturation  $t'_s$  de l'échelle verticale induit par la rotation sur toute la hauteur de la cuve. Dans la continuité du chapitre 3, on s'attend alors à obtenir un premier régime de la décroissance de l'énergie en  $t^{-n}$  avant confinement, puis un second régime en  $t^{-n'}$  après confinement, tels que les exposants doivent vérifier (voir figure 3.11)

$$n = \frac{5}{3} n' . \quad (5.17)$$

Les figures 5.12 (a)-(c) représentent la décroissance de l'énergie turbulente au cours du temps pour trois expériences à  $T_\Omega = 120$  s,  $T_\Omega = 60$  s et  $T_\Omega = 30$  s. On remarque sur ces figures qu'à l'instant  $t'_s$ , mesuré à partir de la saturation de l'échelle verticale  $L_{33,1}$ , on observe une coupure délimitant deux régimes de déclin, qui sont compatibles avec des lois de puissance. Bien que la qualité de nos données soit médiocre, probablement du fait d'un manque de convergence et de la soustraction de l'écoulement moyen, on peut estimer pour l'expérience à  $T_\Omega = 120$  s que l'exposant du premier régime est compatible avec une loi en  $t^{-0.8}$ , tandis que l'exposant du second régime est compatible avec une loi en  $t^{-1.35}$ . Les exposants de ces deux régimes

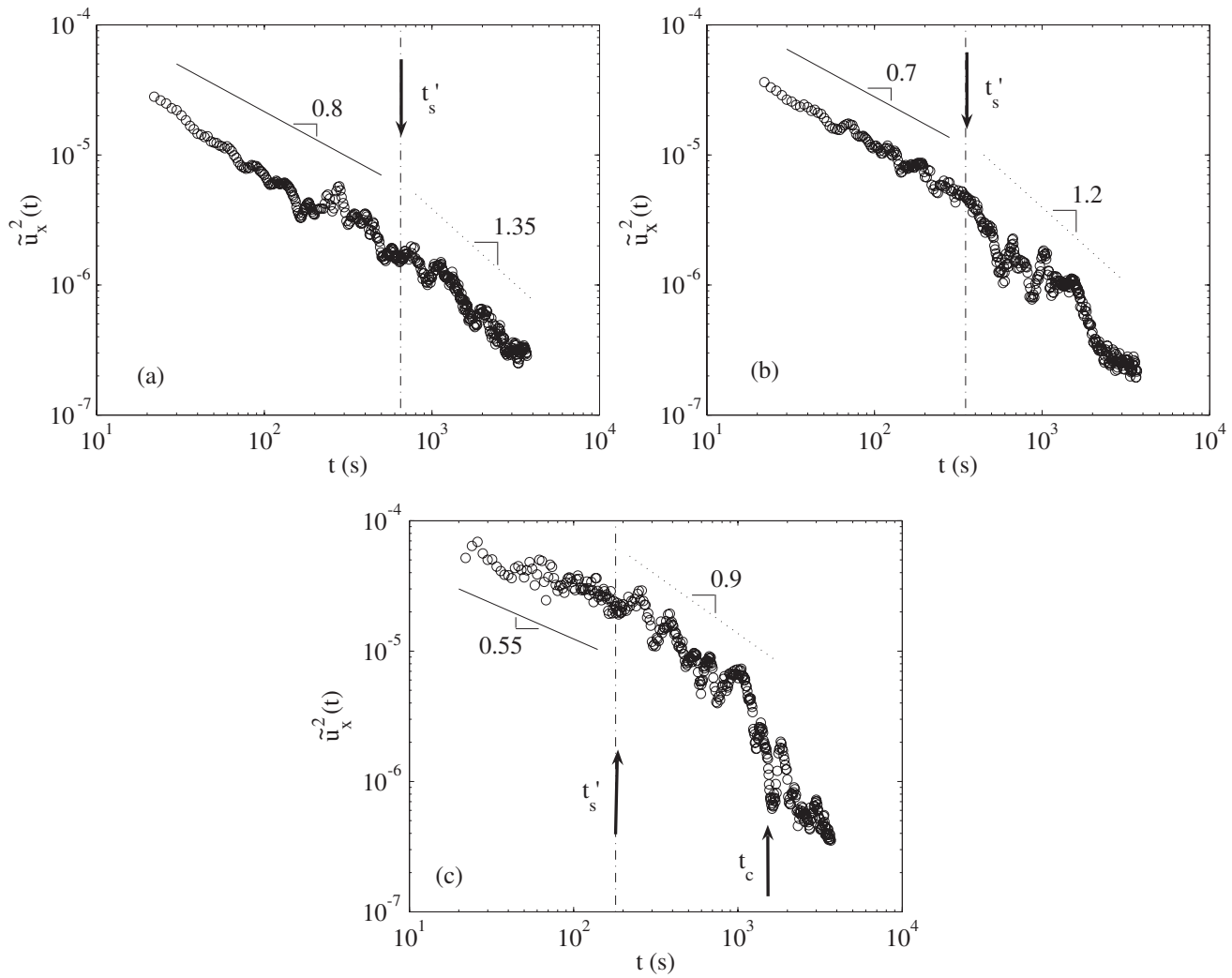


FIG. 5.12: Décroissance de l'énergie turbulente horizontale  $\tilde{u}_x^2$  au cours du temps (a) pour une expérience de période de rotation  $T_\Omega = 120$  s, (b) pour une expérience de période  $T_\Omega = 60$  s et (c) pour  $T_\Omega = 30$  s. Le trait plein est un ajustement, pour chacune des expériences, du régime non confiné, tandis que le trait en pointillé est un ajustement du régime après saturation de l'échelle intégrale à la taille de l'expérience.

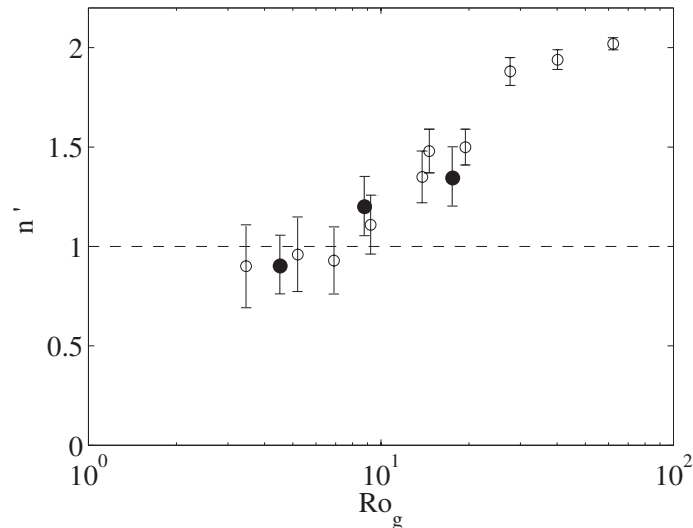


FIG. 5.13: Exposants  $n'$  de la loi de puissance de la décroissance de la turbulence après saturation de l'échelle verticale en fonction du nombre de Rossby de grille  $Ro_g = V_g/2\Omega M$ . Les symboles (○) correspondent aux données du FAST (identiques à celles de la figure 3.10), tandis que les symboles (●) correspondent aux données obtenues sur la plateforme Coriolis.

autosimilaires semblent alors être en accord avec la relation (5.17). De même, il semble qu'il y ait un léger ralentissement du déclin de l'énergie à mesure que  $\Omega$  augmente et tel que les exposants  $n$  et  $n'$  sont toujours compatibles avec la relation (5.17).

Ces résultats semblent alors confirmer qu'un changement de régime est bien lié à la saturation de l'échelle verticale  $L_{33,1}$  et nous suggère que les hypothèses que nous avons faites sur la saturation de l'échelle verticale à partir des courbes de décroissance de l'énergie au laboratoire FAST sont valides.

Étant donné que l'échelle verticale sature à la taille de l'expérience dès les tous premiers instants du déclin de l'énergie au laboratoire FAST, nous n'avons pas été en mesure de déterminer les exposants avant confinement. Par ailleurs, la gamme de temps, pour laquelle le régime confiné apparaît à Coriolis étant très réduite, toute mesure de l'exposant  $n'$  est délicate. On se propose alors juste de donner une estimation de  $n'$  afin de pouvoir comparer avec les valeurs trouvées au FAST. La figure 5.13 représente la variation des exposants  $n'$  après saturation en fonction du nombre de Rossby de grille  $Ro_g$  pour l'expérience du FAST et pour celle de Coriolis. On observe un assez bon accord entre les valeurs des exposants sur les deux expériences. Il semble donc que l'exposant  $n'$  du régime autosimilaire après saturation de l'échelle intégrale soit une fonction du nombre de Rossby initial et semble ne dépendre que très peu de la configuration expérimentale.



## 5.4 Discussion

Dans ce chapitre nous nous sommes intéressés à la croissance des échelles intégrales au cours du déclin de l'énergie. Nous avons observé, en accord avec les résultats de Jacquin *et al.* [34], de Squires *et al.* [69] et de Canuto *et al.* [14], que l'échelle verticale transverse  $L_{33,1}$  croît plus rapidement qu'en l'absence de rotation. Ce résultat caractérise alors une importante anisotropie de l'écoulement. Nous avons observé que cette échelle  $L_{33,1}$  sature à la hauteur de l'expérience lorsque la cuve fait environ environ 6 tours, ce qui traduit une croissance proche de  $t$ , puisque  $h/M \simeq 5.9$ .

Par ailleurs, nous avons observé qu'à partir de ce temps de saturation  $t'_s$ , la décroissance de l'énergie entre dans un nouveau régime autosimilaire, tel que l'exposant est plus grand d'un facteur  $5/3$  que l'exposant avant confinement. Ce résultat confirme alors la validité de notre hypothèse, selon laquelle l'échelle intégrale avait saturée selon la hauteur de la cuve, pour expliquer les valeurs des exposants de déclin mesurés au FAST.

Cependant, un résultat assez surprenant est que l'échelle verticale semble saturer à la hauteur de l'expérience, plus rapidement sur l'expérience du FAST que sur la plateforme Coriolis, alors que d'après leur hauteur respective ( $h/M \simeq 10.8$  au FAST et  $h/M \simeq 5.9$  à Coriolis), on se serait plutôt attendu à l'effet contraire. On peut effectivement rappeler ici que le régime en milieu confiné sur les courbes du FAST apparaît dès les tous premiers instants du déclin de l'énergie ( $t'_s \sim t_0$ , où  $t_0$  est le temps nécessaire à l'homogénéisation de l'écoulement après le passage de la grille), tandis qu'il n'apparaît qu'une fois que la cuve a fait approximativement 6 tours complets sur la plateforme Coriolis ( $t'_s \gg t_0$ ).

Cette apparente contradiction peut peut-être s'expliquer par le fait qu'au FAST l'axe de translation de la grille est parallèle à l'axe de rotation de la cuve. On sait que le déplacement de la grille impose un étirement du fluide dans le sillage d'un barreau. On peut alors supposer qu'en rotation rapide, la translation de la grille va donner naissance à des filaments de vorticité cyclonique qu'elle va étirer du bas jusqu'en haut de la cuve durant son déplacement. Ce régime d'écoulement est atteint lorsque le temps de saturation  $t'_s$  est de l'ordre ou même plus petit que le temps  $t_0$  nécessaire pour que le régime isotrope de la turbulence s'établisse (c'est-à-dire lorsque  $Ro_g \simeq 7$  (voir expression (3.29)).

Au contraire, il se pourrait que du fait que les axes de translation de la grille et de rotation de la cuve soient perpendiculaires sur la plateforme Coriolis empêche probablement qu'une importante anisotropie selon l'axe de rotation soit créée dès l'instant initial. De ce fait, les expériences sur la plateforme Coriolis nous permettrait de générer, à l'instant initial, des écoulements 3D proches des conditions idéales d'homogénéité et d'isotropie tandis que l'expérience du FAST générerait, pour les plus grandes vitesses de rotation, des écoulements 3D qui sont très anisotropes dès les tout premiers instants du déclin d'énergie. Par conséquent, la croissance de l'échelle intégrale sur la plateforme Coriolis est propre à la turbulence en rotation et est liée à la propagation des ondes d'inertie, tandis qu'il se pourrait que l'anisotropie sur l'expérience du FAST soit en partie liée (pour  $\Omega$  grand) à la géométrie du dispositif expérimental.

## Chapitre 6

# Fonctions de structures et transferts d'énergie

Les spectres d'énergie que nous avons étudiés précédemment au chapitre 4 nous renseignent sur la distribution de l'énergie selon les échelles, mais n'apportent absolument aucune information en ce qui concerne les flux d'énergie. C'est pourquoi nous nous proposons dans ce chapitre d'étudier, sur l'expérience "petite échelle" du FAST, les transferts d'énergie à travers les échelles pour une turbulence en milieu tournant.

En admettant l'hypothèse d'une symétrie de révolution, les transferts d'énergie à une échelle  $r$  sont liés aux statistiques des incréments des fluctuations de vitesse  $\delta_r u = [\vec{u}(\vec{x}+\vec{r}) - \vec{u}(\vec{x})] \cdot \vec{r} / r$ . Dans un premier temps, nous nous intéresserons aux densités de probabilité des incréments longitudinaux de vitesse que nous décrirons qualitativement, puis nous étudierons plus en détails l'influence d'une rotation d'ensemble sur les fonctions de structures d'ordre 2 et 3. Enfin, nous nous intéresserons à l'évolution du coefficient d'asymétrie des fonctions de distribution des incréments de vitesse, au cours du déclin de l'énergie, qui caractérisent les transferts d'énergie.

### 6.1 Densités de probabilité des incréments de vitesse

La physique d'un écoulement turbulent ne se résume pas à l'étude systématique de sa vitesse et de ses dérivées comme la dissipation  $\epsilon$ , mais se situe également à travers les échelles, en étudiant par exemple les statistiques des incréments de vitesse à une échelle  $r$ . L'un des principaux caractères de ces statistiques est que leur distribution n'est pas gaussienne pour des échelles inférieures à l'échelle intégrale  $l$ . Ce comportement non gaussien est lié, à la fois, aux transferts d'énergie et à l'intermittence qui caractérisent les écoulements turbulents.

La distribution de probabilité du champ de vitesse, mesurée dans un plan  $(x, y)$  normal à l'axe de rotation, est assez proche d'une distribution gaussienne en turbulence. On observe bien ce comportement gaussien de la distribution de la vitesse, représenté sur la figure 6.1, même lorsque l'écoulement est soumis à une rotation d'ensemble. On peut remarquer que les deux fonctions de distribution des composantes  $u_x$  et  $u_y$  de la vitesse ne s'écartent pas significativement d'une loi gaussienne et se caractérisent par de faibles valeurs moyennes,  $\langle u_x \rangle \sim 1.5 \text{ cm.s}^{-1}$  et  $\langle u_y \rangle \sim 1 \text{ cm.s}^{-1}$ , caractérisant la présence d'un faible écoulement moyen. Les valeurs de la variance

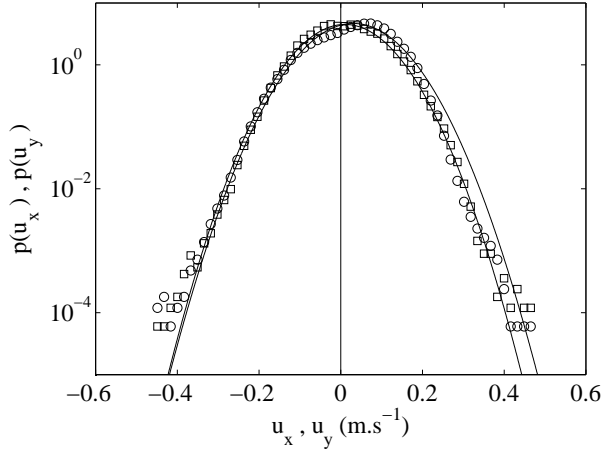


FIG. 6.1: Fonction densité de probabilité des composantes  $u_x$  ( $\circ$ ) et  $u_y$  ( $\square$ ) de la vitesse, à un instant  $tV_g/M = 50$  après le passage de la grille, pour une expérience en présence de rotation à  $\Omega = 1.5 \text{ rad.s}^{-1}$ . Les traits pleins correspondent à des distributions gaussiennes de même variance que les variables  $u_x$  et  $u_y$ .

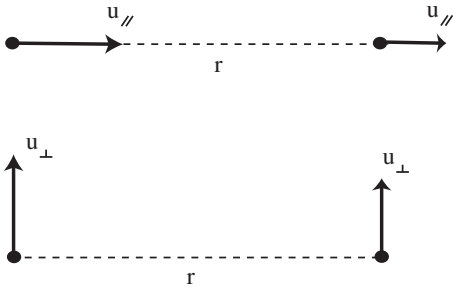


FIG. 6.2: Définition des incréments de vitesse entre deux points voisins distants de  $r$ . Les composantes  $u_{\parallel}$  et  $u_{\perp}$  de la vitesse sont prises en deux points  $\vec{x}$  et  $\vec{x} + \vec{r}$ . L'incrément de vitesse  $\delta_{\parallel}u(\vec{r}) = u_{\parallel}(\vec{x} + \vec{r}) - u_{\parallel}(\vec{x})$  est dit longitudinal tandis que l'incrément de vitesse  $\delta_{\perp}\vec{u}(\vec{r}) = \vec{u}_{\perp}(\vec{x} + \vec{r}) - \vec{u}_{\perp}(\vec{x})$  est transverse.

des deux composantes horizontales de la vitesse,  $\sigma_{u_x} \sim 11 \text{ cm.s}^{-1}$  et  $\sigma_{u_y} \sim 9 \text{ cm.s}^{-1}$ , qui sont supérieures d'environ un facteur 10 aux valeurs moyennes, suggèrent que l'énergie cinétique de l'écoulement est essentiellement turbulente. La mesure de la vitesse rms  $\sqrt{\langle u^2 \rangle}$ , sans tenir compte de l'écoulement moyen (en soustrayant  $\langle u_x \rangle$  et  $\langle u_y \rangle$ ), introduit une variation de  $\sigma_{u_x}$  et  $\sigma_{u_y}$  de l'ordre de 0.7-0.8 %. Le fait que les composantes de la vitesse aient des variances très proches indique que l'écoulement ne présente pas de direction privilégiée et confirme l'hypothèse d'une turbulence isotrope dans le plan horizontal.<sup>1</sup> Ce résultat n'est pas surprenant dans la mesure où on s'attend à ce que la rotation brise l'isotropie de l'écoulement uniquement selon l'axe parallèle à l'axe de rotation et non pas dans le plan  $(x, y)$ .

En revanche, le comportement des fonctions de distributions (pdf) des incréments de vitesse entre deux points distants de  $r$  est bien différent et n'est pas gaussien. Il convient de distinguer deux types d'incrément de vitesse  $\delta_r u$  à une certaine échelle  $r$  (comme le montre la figure 6.2) : les incréments de vitesse longitudinaux,  $\delta_{\parallel}u$ , qui correspondent aux incréments de la composante de vitesse alignée avec la direction de la séparation  $\vec{r}$ , et les incréments de vitesse transverses,  $\delta_{\perp}\vec{u}$ , qui correspondent aux incréments des composantes de la vitesse perpendiculaires à la séparation  $\vec{r}$ . Selon son signe,  $\delta_{\parallel}u$  caractérise le fait que deux points distants de  $r$  se rapprochent

<sup>1</sup>Le facteur d'isotropie vaut  $I = \sigma_x/\sigma_y \simeq 1.15$ .

ou s'éloignent l'un de l'autre, tandis que  $\delta_{\perp} \vec{u}$  indique si ces deux mêmes points ont tendance à tourner l'un autour de l'autre. Cependant nous ne nous intéresserons qu'à la composante longitudinale des incréments de vitesse dans la suite de ce travail dans la mesure où c'est cet incrément qui est relié aux transferts d'énergie.

La figure 6.3 représente les pdf des incréments de vitesse longitudinaux pour quatre échelles de séparation  $r$ , obtenues à un instant  $\tau = 50$  après le passage de la grille, pour une expérience en rotation à  $\Omega = 1.13 \text{ rad.s}^{-1}$ . Étant donné qu'à cet instant, l'échelle intégrale horizontale n'a pas eu suffisamment le temps de croître significativement, on a  $l \simeq M \simeq 39 \text{ mm}$ , et les cas (a), (b) et (c) correspondent à une échelle inférieure à l'échelle intégrale, tandis que le cas (d) correspond à une échelle  $r > l$ . On remarque à partir des figures 6.3 (a), (b) et (c) le comportement non gaussien, aux petites échelles, des distributions des incréments de vitesse. En effet, on observe que ces pdf présentent des queues larges à échelle décroissante, proche d'une exponentielle. Ces déviations sont attribuées à la présence d'événements très intenses et donc au caractère intermittent de la turbulence à petite échelle. La distribution de  $\delta_{//}u$  pour une échelle  $r$  supérieure à l'échelle intégrale (figure 6.3 (d)) présente, au contraire, un comportement qui suit relativement bien une loi gaussienne. Ce résultat n'est pas surprenant dans la mesure où les corrélations des vitesses à des échelles supérieures à l'échelle intégrale sont très faibles. Par conséquent, les comportements de deux particules fluides distantes d'une échelle  $r > l$  sont indépendants l'un de l'autre et les pdf de  $\delta u$  deviennent identiques à celles de la vitesse  $u$ , avec

$$\langle (\delta u)^2 \rangle = 2 \langle u^2 \rangle. \quad (6.1)$$

On remarque également que les pdf des incréments longitudinaux présentent une légère asymétrie vers les valeurs négatives de  $\delta_{//}u$ . Il est possible de distinguer cette asymétrie directement sur les figures 6.3 (b) et (c). Cette asymétrie, bien qu'elle soit modeste, n'est pas négligeable et reflète que les gradients négatifs sont légèrement plus intenses que les gradients positifs, ce qui entraîne des compressions plus importantes. Nous verrons par la suite que cette asymétrie est la signature de la présence de transferts d'énergie à travers les échelles.

La figure 6.4 représente les distributions de  $\delta_{//}u$  mesurées, pour la même expérience et pour les mêmes échelles que sur la figure 6.3, à des instants  $\tau = 200$  (graphes (a), (b), (c) et (d)) et  $\tau = 450$  (graphes ( $\alpha$ ), ( $\beta$ ), ( $\gamma$ ) et ( $\delta$ )) après le passage de la grille. On remarque à l'instant  $\tau = 200$ , malgré la diminution du nombre de Rossby, que les pdf semblent présenter les mêmes caractéristiques qu'à l'instant  $\tau = 50$  (voir figure 6.3). On remarque toujours la présence de queues très larges à petites échelles. De même, nous observons toujours la présence d'une légère asymétrie vers les valeurs négatives de  $\delta_{//}u$ , particulièrement visible sur les figures 6.4 (b) et (c). La situation semble, en revanche, différente à l'instant  $\tau = 450$ . En effet, bien que les fonctions de distributions de  $\delta_{//}u$  présentent toujours des queues très larges, nous n'observons plus, visuellement, d'asymétrie vers les valeurs négatives. En particulier, l'asymétrie de  $\delta_{//}u$  était bien visible à une échelle  $r = 20 \text{ mm}$  aux instants  $\tau = 50$  et  $200$  (voir figures 6.3 (c) et 6.4 (c)), tandis qu'elle ne l'est plus à cette même échelle à l'instant  $\tau = 450$  (voir figure 6.4 ( $\gamma$ )). A cet instant, le nombre de Reynolds vaut  $Re_M \simeq 450$  et semble indiquer que l'écoulement est bien encore turbulent. Par ailleurs, le fait que les ailes des fonctions de distribution à petites échelles soient toujours larges indique encore la présence d'événements très intenses caractéristiques des

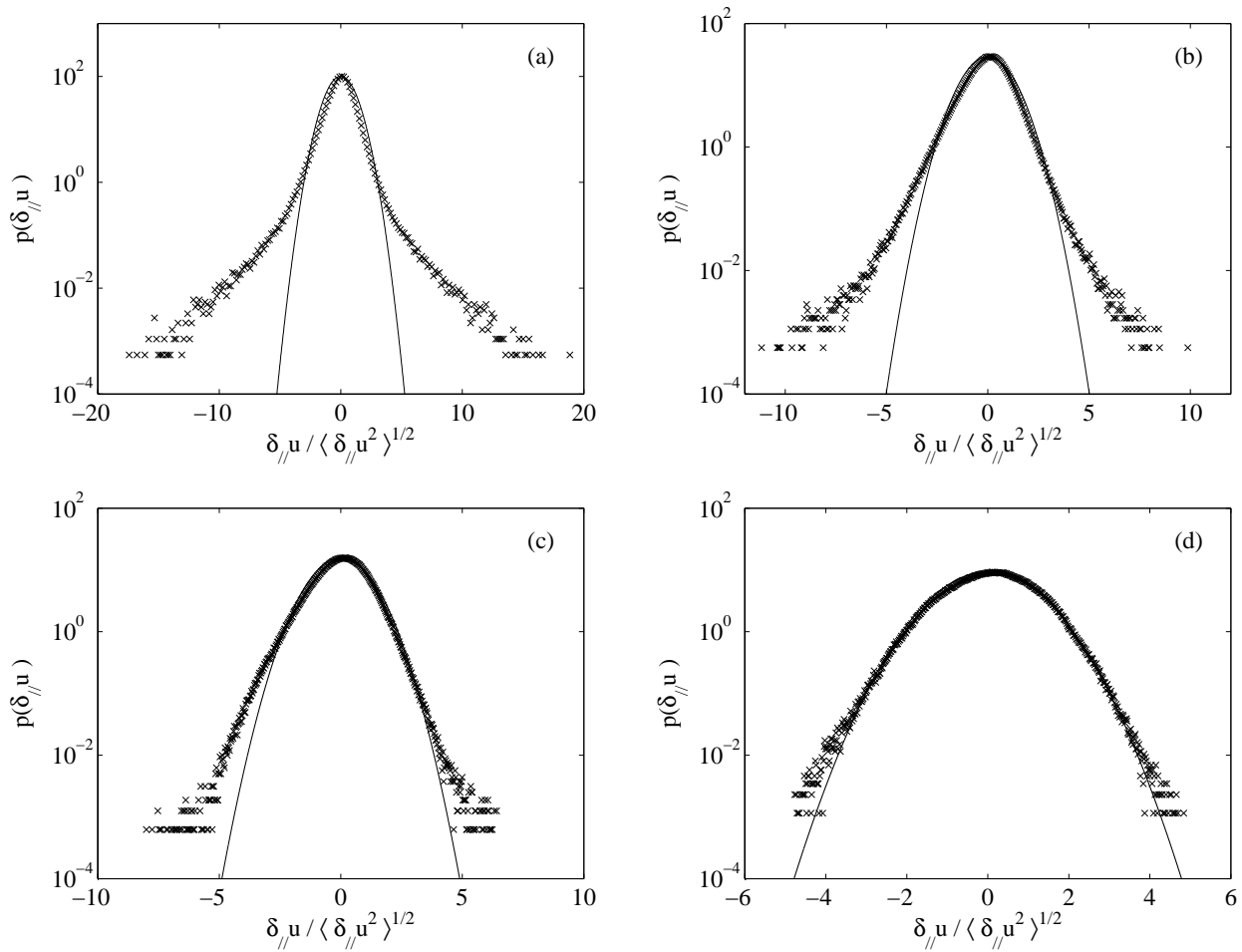


FIG. 6.3: Représentation en échelle semi logarithmique des fonctions densité de probabilité des incréments de vitesse longitudinaux à différentes échelles spatiales  $r$ , mesurées à  $\tau = tV_g/M = 50$  pour une expérience à  $\Omega = 1.13$  rad/s. (a)  $r = 1$  mm, (b)  $r = 5$  mm, (c)  $r = 20$  mm et (d)  $r = 80$  mm. Les courbes en trait plein correspondent à des distributions gaussiennes de même variance.

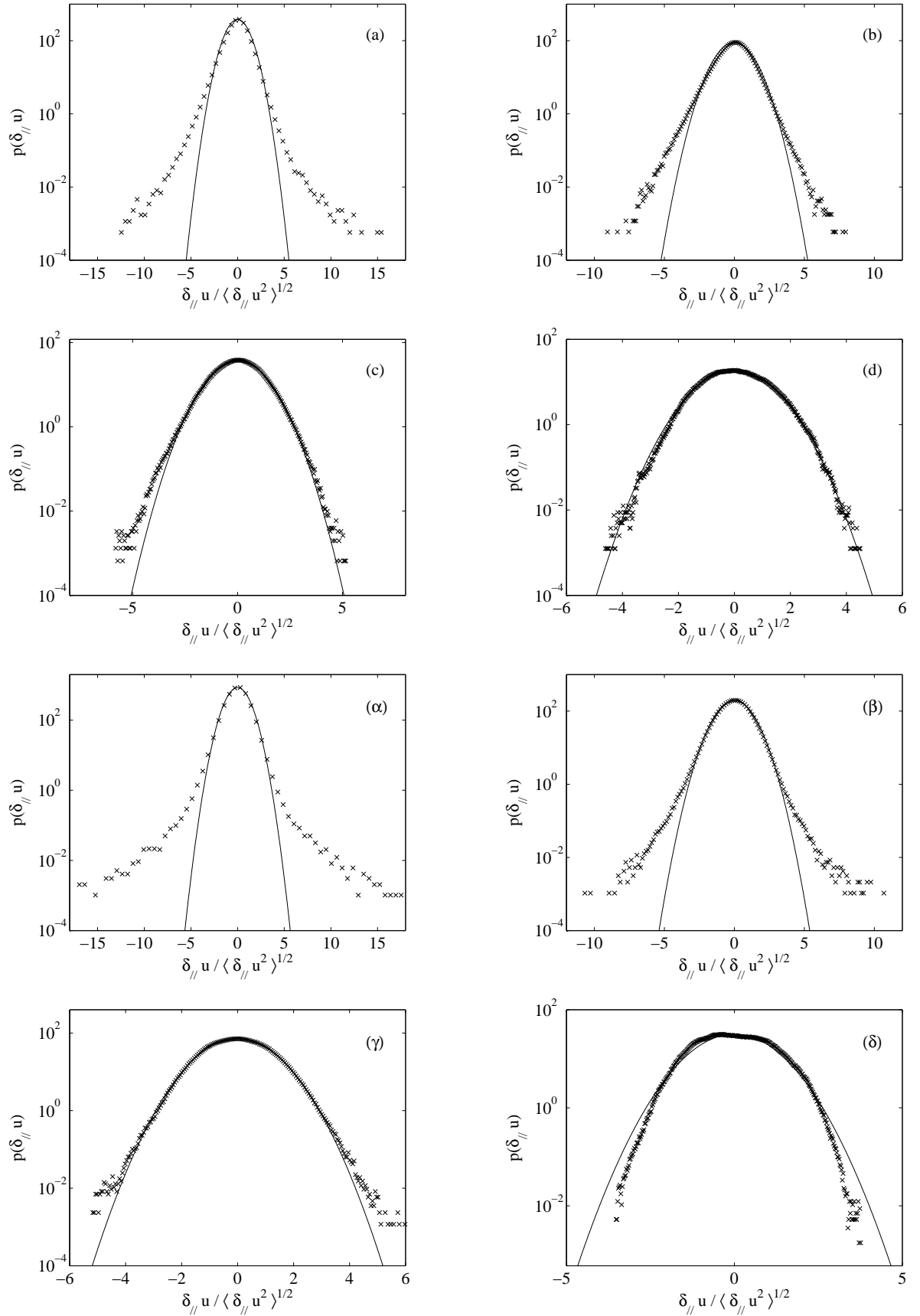


FIG. 6.4: Fonctions densité de probabilité des incréments de vitesse longitudinaux aux mêmes échelles qu'à la figure 6.3 pour une expérience à  $\Omega = 1.13$  rad/s. Les quatre images du haut (a,b,c,d) ont été obtenues pour un temps  $t = 11.5$  s après le passage de la grille ( $\tau \simeq 200$ ,  $Re_M \simeq 800$  et  $Ro_\omega \simeq 0.8$ ), tandis que les images du bas (α,β,γ,δ) ont été obtenues pour un temps  $t = 19.5$  s ( $\tau \simeq 450$ ,  $Re_M \simeq 460$  et  $Ro_\omega \simeq 0.35$ ).

écoulements turbulents. Par conséquent, il semblerait que la re-symétrisation des fonctions de distribution à  $\tau = 450$  ne soit pas simplement qu'un effet de faible nombre de Reynolds.

Nous allons dans la suite de ce chapitre chercher à caractériser plus précisément et de façon systématique l'asymétrie de ces distributions en introduisant les fonctions de structure. Cependant, pour mener à bien une telle étude, il est indispensable de s'assurer de la convergence de nos statistiques.

## 6.2 Les fonctions de structures

Afin de caractériser l'allure des pdf des incréments de vitesse longitudinaux, nous allons, à présent, introduire les fonctions de structures d'ordre  $q$ ,  $\langle [\delta_{//}u]^q \rangle$ , qui sont reliées aux pdf des incréments de vitesse  $p(\delta_{//}u)$  par

$$\langle [\delta_{//}u]^q \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} [\delta_{//}u]^q p(\delta_{//}u) d(\delta_{//}u). \quad (6.2)$$

Plus l'ordre  $q$  des fonctions de structure est élevé et plus le moment associé est sensible aux queues des distributions et donc aux événements rares et intenses.

Il est, par exemple, possible de caractériser la façon dont les pdf se déforment lorsque l'échelle varie, par le biais des exposants des lois d'échelles apparaissant sur les moments  $\langle [\delta_{//}u]^q \rangle$ ,

$$\langle [\delta_{//}u]^q \rangle \sim \beta_q (\varepsilon r)^{\zeta_q}. \quad (6.3)$$

La théorie de Kolmogorov repose sur l'idée de similitude, c'est-à-dire sur l'hypothèse de fluctuations de vitesse distribuées de façon identiques —éventuellement gaussienne— à toutes les échelles. Cette hypothèse conduit à un rapport de ces moments constants, soit à des exposants variant linéairement,  $\zeta_q = q/3$  : c'est la loi dite "normale". Cependant, l'intermittence du domaine inertiel se traduit par un écart à cette loi linéaire : un excès de gradients intenses conduit à des petites échelles "anormalement actives", et donc à des exposants d'ordre élevé inférieurs à la prédiction normale.

## 6.3 Convergence des statistiques

La détermination des moments  $\langle [\delta_{//}u]^q \rangle$  d'ordre impair est délicate puisqu'ils correspondent à la différence entre les parties positives et négatives de l'aire sous la courbe  $I_q(\delta_{//}u) = [\delta_{//}u]^q p(\delta_{//}u)$ . Par conséquent, pour avoir confiance en la mesure des fonctions de structure, il est indispensable de s'assurer de la convergence des intégrants  $I_q(\delta_{//}u)$ .

La figure 6.5 représente les intégrants d'ordre  $q$  —pour des valeurs  $q = 2$  jusqu'à 5— des moments  $\langle [\delta_{//}u]^q \rangle$ , à une échelle  $r = 1$  mm, pour la même expérience à  $\Omega = 1.13$  rad.s<sup>-1</sup> qu'à la figure 6.3. L'observation de ces courbes nous permet de remarquer que les intégrants  $I_q(\delta_{//}u)$  d'ordre 2, 3 et 4 (voir figures (a), (b) et (c)) convergent relativement bien, étant donné que les

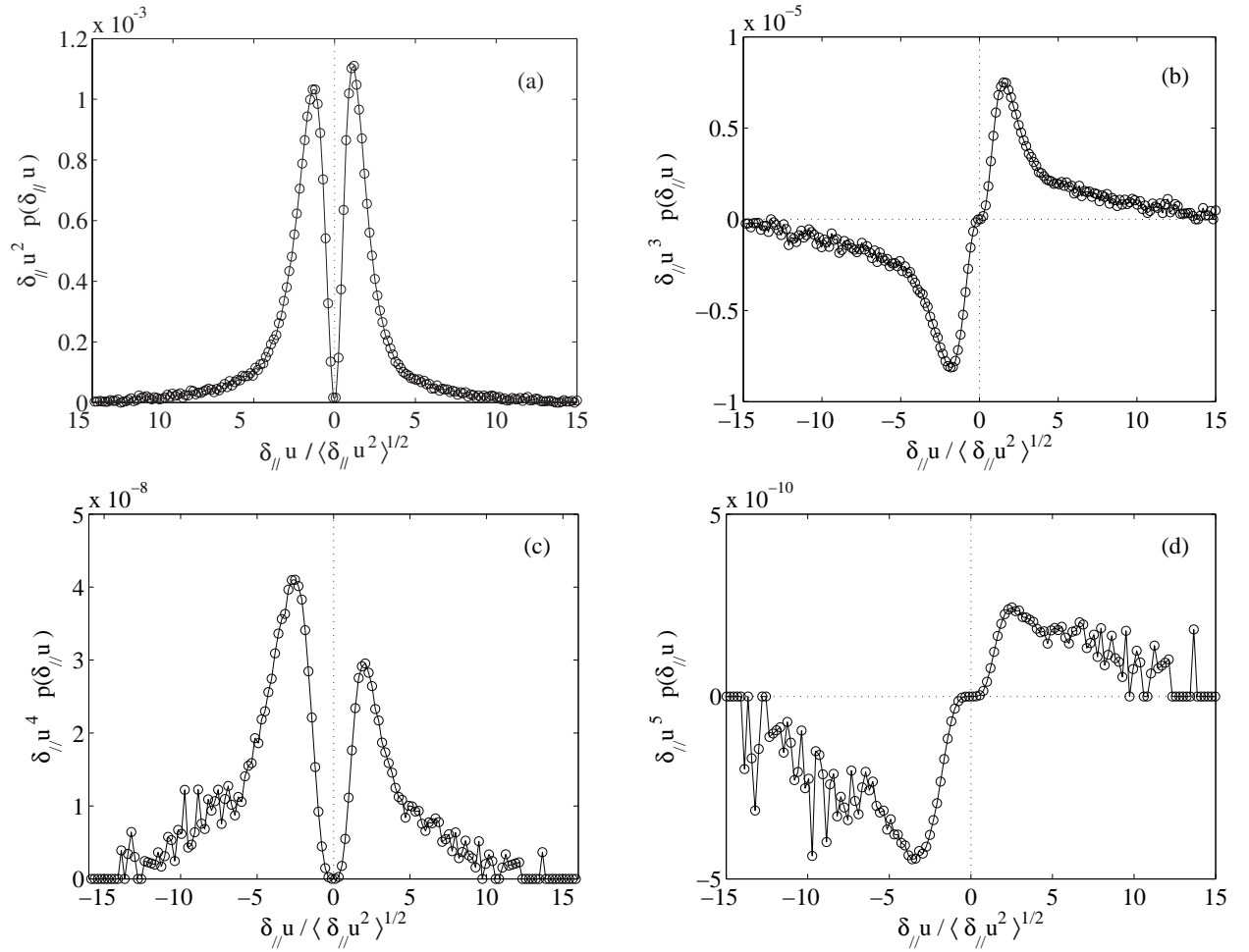


FIG. 6.5: Représentation des intégrants  $I_q(\delta_{\parallel} u)$  d'ordre  $q$  en fonction des incréments longitudinaux de vitesse  $\delta_{\parallel} u$  normalisés, à une échelle  $r = 1$  mm, pour la même expérience et au même instant que sur la figure 6.3 (a). (a)  $q = 2$ ; (b)  $q = 3$ ; (c)  $q = 4$  et en (d)  $q = 5$ . Les intégrants d'ordre impair (figures (b) et (d)) ont une partie positive et une partie négative.



courbes tendent proprement vers zéro<sup>2</sup>. La situation est en revanche bien moins claire pour le moment impair d'ordre 5 puisque les ailes ne convergent pas proprement vers zéro et présentent beaucoup de bruit (figure (d)). Il semble donc que nous ne disposions pas de suffisamment de statistiques afin de mesurer proprement les fonctions de structure d'ordre 5. Cependant, nous nous limiterons aux mesures de  $\langle[\delta_{//}u]^3\rangle$  dans la suite de ce manuscrit.

Belin *et al.* [5] ont regardé les conditions de convergence des exposants des fonctions de structure. En particulier, ils ont introduit une loi empirique qui compare la fréquence d'échantillonnage  $f_{ech}$  à la fréquence de Kolmogorov  $f_\eta$ , telle que  $N^* = N f_\eta/f_{ech}$ , où  $N^*$  est le nombre de mesures dont il faut disposer pour pouvoir déterminer convenablement l'exposant de  $[\delta_{//}u]^q$ . Ils ont montré qu'il était nécessaire de disposer d'un nombre de mesure,  $N^* \simeq 10^5$ , pour pouvoir déterminer, à mieux que 5%, l'exposant d'une fonction de structure d'ordre 5. Cependant, il est important de préciser que les valeurs de  $N^*$  indiquées par Belin *et al.* [5] ont été estimées empiriquement pour un échantillonnage 1D. Par conséquent, il se peut que ces valeurs de  $N^*$  soient plus importantes pour un échantillonnage 2D comme le nôtre.

Dans notre expérience, nous faisons des moyennes d'ensemble de 50 champs de vitesse statistiquement indépendants, de résolution spatiale  $160 \times 128$  vecteurs. Nous disposons alors pour les dérivées de vitesse de  $\sim 10^6$  mesures. Cependant, bien qu'il semble que nous disposions de suffisamment de mesures à une échelle  $r = 1$  mm pour le calcul de la fonction de structure d'ordre 5, la convergence devient d'autant plus délicate à obtenir aux grandes échelles  $r$  étant donné le peu de statistiques dont nous disposons. En particulier, pour une échelle  $r = 20$  mm, nous disposons de  $\sim 8 \cdot 10^5$  mesures, pour une échelle  $r = 100$  mm,  $N^* \sim 10^5$  mesures et enfin pour une échelle  $r = 140$  mm,  $N^* \sim 2 \cdot 10^3$ . Il semble donc que nous soyons un peu juste en termes de statistiques pour avoir confiance en nos mesures de  $\langle[\delta_{//}u]^5\rangle$ .

Maintenant que nous nous sommes assurés de la relative bonne convergence des fonctions de structure d'ordre 2 et 3, nous allons nous intéresser à leur évolution au cours du déclin de l'énergie pour tenter de caractériser l'influence de la rotation sur les lois d'échelles de  $\langle[\delta_{//}u]^2\rangle$  et  $\langle[\delta_{//}u]^3\rangle$ . Dans la suite de ce chapitre, nous noterons  $\delta_r u$  les incréments longitudinaux de vitesse.

## 6.4 Distribution de l'énergie dans l'espace réel

Bien qu'il soit usuel de décrire la distribution de l'énergie et la cascade d'énergie à travers les échelles dans l'espace spectral — comme nous l'avons fait au chapitre 4 — par l'observation du spectre d'énergie, nous allons discuter, dans cette section, de la distribution de l'énergie dans l'espace réel.

Supposons qu'un tourbillon de taille  $r$  ait une vitesse caractéristique  $u_r$ . En utilisant l'hypothèse de similitude de Kolmogorov, on en déduit, d'après l'expression (1.5), que l'énergie à une échelle  $r$  doit vérifier  $u_r^2 \sim \varepsilon^{2/3} r^{2/3}$ .

<sup>2</sup>Il est intéressant de constater qu'il est plus facile de distinguer l'asymétrie des distributions des incréments de vitesse sur les courbes de  $I_q$  plutôt que directement sur la figure 6.3 (a). En effet, on voit clairement sur la figure 6.5 (c) que l'aile des incréments de vitesse négatives est plus large que l'aile des incréments de vitesse positives.

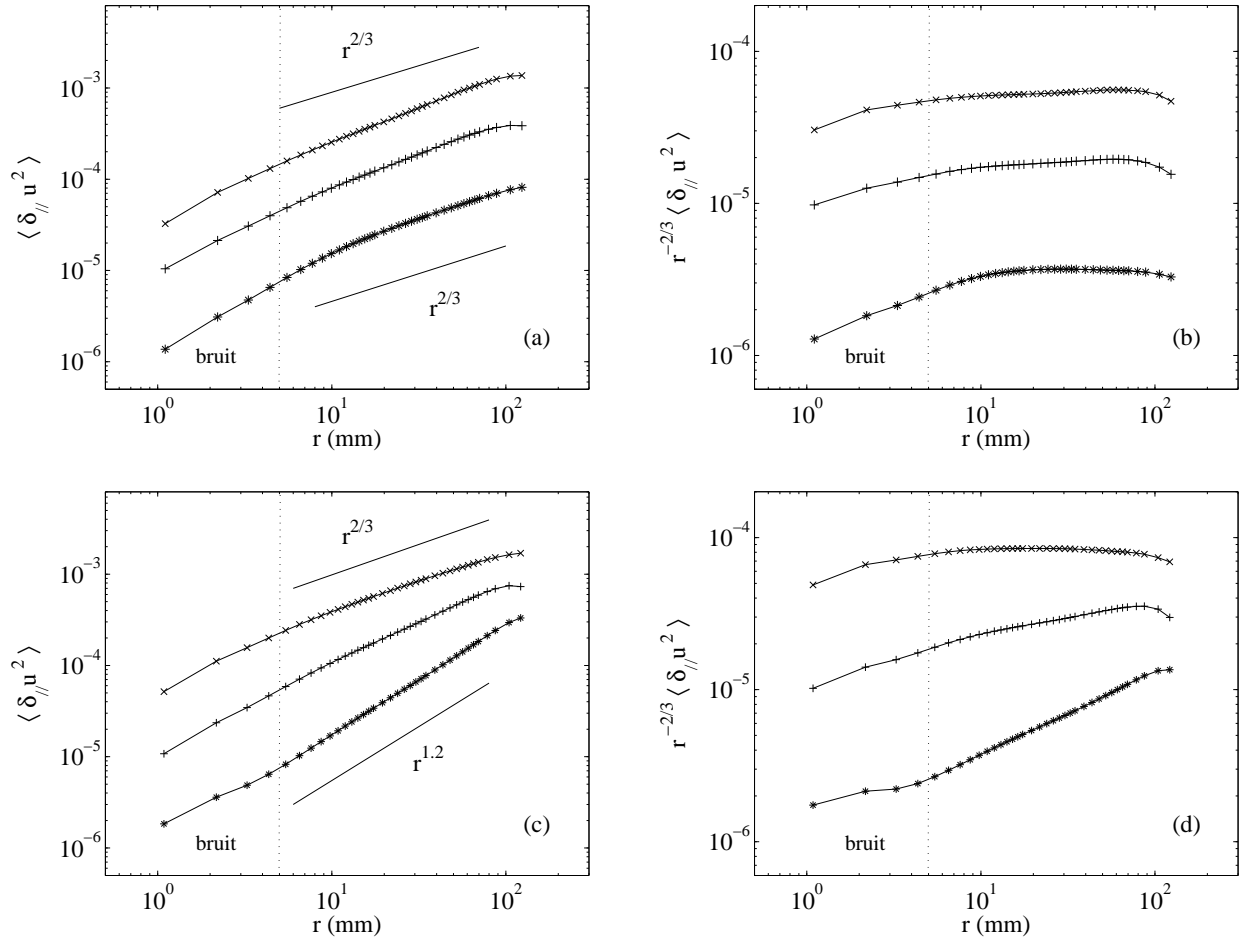


FIG. 6.6: Fonctions de structures d'ordre 2 obtenues à 3 instants au cours du déclin de l'énergie, pour une expérience à  $\Omega = 0.13 \text{ rad s}^{-1}$  et  $V_g = 0.69 \text{ m.s}^{-1}$  en (a) et (b) et pour  $\Omega = 1.5 \text{ rad s}^{-1}$  et  $V_g = 0.69 \text{ m s}^{-1}$  en (c) et (d). (a)  $\times$ ,  $\tau = 60$ ,  $Re_M = 1850$ ,  $Ro_\omega = 35$ ;  $+$ ,  $\tau = 170$ ,  $Re_M = 1400$ ,  $Ro_\omega = 20$ ;  $*$ ,  $\tau = 500$ ,  $Re_M = 700$ ,  $Ro_\omega = 11$ . (c)  $\times$ ,  $\tau = 50$ ,  $Re_M = 1750$ ,  $Ro_\omega = 1.1$ ;  $+$ ,  $\tau = 110$ ,  $Re_M = 1250$ ,  $Ro_\omega = 0.53$ ;  $*$ ,  $\tau = 220$ ,  $Re_M = 900$ ,  $Ro_\omega = 0.29$ . Notons que ces données correspondent à celles représentées sur la figure 4.4 pour les spectres d'énergie. (b), (d) Même fonctions de structure qu'en (a) et (c) compensées par  $r^{-2/3}$ .

La fonction de structure d'ordre 2, à une échelle  $r$ , est de l'ordre de toute l'énergie contenue dans les tourbillons de taille  $r$  ou moins. Cependant, la principale contribution venant justement de ces tourbillons de taille  $r$ , puisqu'ils contiennent la majorité de l'énergie, il vient alors que  $\langle [\delta_{//}u]^2 \rangle \sim u_r^2$ . On retrouve alors la fameuse loi des 2/3 de Kolmogorov

$$\langle [\delta_{//}u]^2 \rangle = \beta_2 \varepsilon^{2/3} r^{2/3}, \quad (6.4)$$

où  $\beta_2$  est une constante universelle [19, 23] avec une valeur  $\sim 2$ . Cette expression peut aussi s'écrire comme la transformée de Fourier inverse du spectre d'énergie,  $E(k) = C\varepsilon^{2/3}k^{-5/3}$ ,

$$E(k) \sim \int_0^\infty e^{ikr} \langle [\delta_{//}u]^2 \rangle dr. \quad (6.5)$$

Par conséquent, il est possible de relier l'exposant  $\zeta_2$  de la fonction de structure d'ordre 2 à l'exposant  $p$  du spectre d'énergie. En faisant un changement de variable  $y = kr$  dans l'équation (6.5), on trouve directement que

$$\zeta_2 = p - 1. \quad (6.6)$$

Nous avons vu à la section 4.2 que la présence d'une rotation d'ensemble modifiait l'exposant  $p$  du spectre d'énergie au cours de la décroissance de la turbulence. Par conséquent, on s'attend à ce que la présence d'une rotation modifie également l'exposant  $\zeta_2$  de  $\langle [\delta_{//}u]^2 \rangle$ . On s'attend en particulier à obtenir  $\zeta_2 = 2/3$  lorsque  $p = 5/3$  et  $\zeta_2 = 1$  lorsque  $p = 2$ .

Les figures 6.6 (a) et (c) présentent les trois fonctions de structure  $\langle [\delta_{//}u]^2 \rangle$  aux mêmes instants et pour les mêmes expériences à  $\Omega = 0.13$  rad/s et  $\Omega = 1.50$  rad/s que sur la figure 4.4. Pour l'expérience à faible vitesse de rotation, on remarque que, tout juste après la translation de la grille,  $\langle [\delta_{//}u]^2 \rangle$  présente une loi de puissance proche de  $r^{2/3}$ . Ce résultat est en accord avec le fait que le spectre d'énergie (voir figure 4.4 (a)) présente une loi de puissance proche de  $k^{-5/3}$ . Plus tard, pour  $\tau \simeq 170$  et 500, bien que les nombres de Reynolds et de Rossby diminuent, un régime inertiel semble toujours être présent et  $\langle [\delta_{//}u]^2 \rangle$  semble toujours présenter une loi proche de  $r^{2/3}$ , en accord avec les spectres d'énergie de la figure 4.4 (a). On remarque cependant, sur la figure 6.6 (b), que les fonctions de structure semblent présenter des pentes légèrement supérieures à du  $r^{2/3}$ . Cet écart systématique des valeurs de  $\zeta_2$  par rapport à 2/3, tout comme l'écart de  $p$  à 5/3, est un effet classique dû à l'intermittence.

Pour l'expérience à grande vitesse de rotation, en revanche, on remarque bien qu'à temps court la fonction de structure présente une loi proche de  $r^{2/3}$ , puis que l'exposant  $\zeta_2$  augmente au fur et à mesure du déclin de l'énergie. Il est peut être plus facile de se rendre compte de l'augmentation de l'exposant  $\zeta_2$  en regardant les fonctions de structure, compensées par  $r^{-2/3}$ , représentées sur la figure 6.6 (d). A temps court, on observe un plateau sur approximativement une décade, tandis qu'à temps long  $r^{-2/3}\langle [\delta_{//}u]^2 \rangle$  présente des pentes positives. Ces résultats semblent en très bon accord avec ceux des spectres d'énergie (voir figure 4.4 (c) et (d)) puisqu'à l'instant  $\tau = 220$  (symboles \*), le spectre d'énergie présente une loi de puissance en  $k^{-2.2}$ , tandis que la fonction de structure d'ordre deux présente une variation proche de  $r^{1.2}$ .

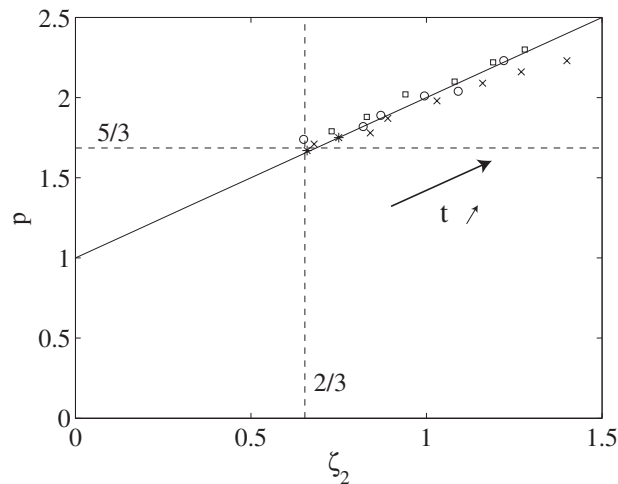


FIG. 6.7: Exposant  $p$  du spectre d'énergie en fonction de l'exposant  $\zeta_2$  de la fonction de structure d'ordre 2 mesurés au cours du déclin de l'énergie pour quatre expériences. \*,  $\Omega = 0.13$  rad/s et  $V_g = 0.69$  m/s; o,  $\Omega = 1.50$  rad/s et  $V_g = 0.69$  m/s; x,  $\Omega = 1.50$  rad/s et  $V_g = 0.95$  m/s; □,  $\Omega = 4.5$  rad/s et  $V_g = 0.69$  m/s. Le trait plein correspond à l'expression (6.6). Le point d'intersection  $(2/3, 5/3)$  des deux droites en pointillées correspond au cas non tournant.

Afin de vérifier la loi (6.6), nous avons mesuré systématiquement les exposants de  $\langle[\delta_{//}u]^2\rangle$  et de  $E(k)$  pour quatre expériences. La figure 6.7 représente l'exposant  $p$  du spectre d'énergie en fonction de l'exposant  $\zeta_2$ . On remarque un très bon accord entre nos résultats expérimentaux et la loi (6.6). De ce point de vue, il y a cohérence entre l'étude des spectres et celle des exposants des fonctions de structure d'ordre 2. Les valeurs de  $\zeta_2$  sont très nettement supérieures à celles traditionnellement rencontrées en turbulence homogène et isotrope, pour laquelle les exposants sont généralement légèrement inférieurs à  $2/3$ . Ces résultats sont en très bon accord avec ceux de Simand *et al.* [64, 65] qui ont observé une augmentation de l'exposant de  $\zeta_2$  au voisinage d'un vortex intense.

## 6.5 Les transferts d'énergie

Dans cette section nous allons nous intéresser à l'influence de la rotation d'ensemble sur les transferts d'énergie à travers les échelles. Nous allons donc introduire, dans cette partie, le coefficient d'asymétrie, que nous dénommerons "skewness" par la suite, qui correspond à la fonction de structure d'ordre 3 normalisée par la fonction de structure d'ordre 2,

$$S(r) = \frac{\langle[\delta_{//}u]^3\rangle}{\langle[\delta_{//}u]^2\rangle^{3/2}}. \quad (6.7)$$

La direction des transferts d'énergie peuvent être alors décrite par le signe de la skewness :  $S(r) < 0$  pour la cascade directe d'énergie,  $S(r) > 0$  pour la cascade inverse d'énergie et  $S(r) = 0$  en l'absence de transfert d'énergie.

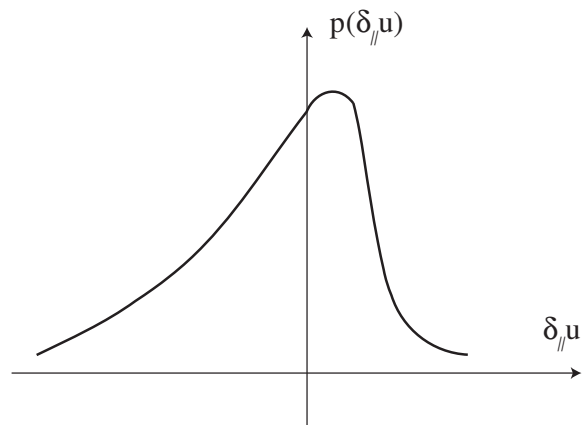


FIG. 6.8: Schématisation volontairement exagérée d'une fonction densité de probabilité des incréments de vitesse. La skewness d'une telle pdf est négative.

### 6.5.1 Introduction : lien entre la skewness des dérivées de vitesse et les transferts d'énergie.

Avant de chercher à caractériser l'influence d'une rotation d'ensemble sur les transferts d'énergie, nous nous proposons tout d'abord de présenter le lien entre la skewness des dérivées de vitesse et les transferts d'énergie.

La skewness est d'une très grande importance en turbulence puisqu'elle est directement reliée à la production d'entrophie [19, 42], de telle sorte qu'une skewness négative est associée à une production d'entrophie et, par conséquent, caractérise une cascade directe d'énergie vers les petites échelles. Il est usuel de décrire ce phénomène de cascade par l'étirement de tubes de vorticité. Comme nous allons le voir, la compréhension de ce comportement de la turbulence est en fait beaucoup plus subtil. Rappelons tout d'abord, comme le schématise la figure 6.8, qu'une variable de valeur moyenne nulle avec une skewness négative se caractérise par des excursions positives plus fréquentes, tandis que les excursions négatives sont moins fréquentes mais plus intenses. Du point de vue des incréments de vitesse, il s'ensuit que les étirements sont plus fréquents mais moins intenses que les compressions. Par conséquent, le mécanisme à l'origine de la valeur négative de  $S$  est lié au fait que le fluide entrant dans un volume  $y$  rentre plus rapidement que le fluide qui en ressort (par incompressibilité on peut alors en déduire que la surface à travers laquelle le fluide sort du volume est plus importante que celle à travers laquelle le fluide  $y$  rentre). Le fait que deux particules fluides se rapprochent plus rapidement qu'elles ne s'écartent peut s'expliquer en considérant que la skewness des dérivées de vitesse  $S$  doit avoir le même signe que  $\langle \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \rangle$ , où  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  et  $\sigma_3$  sont les valeurs propres du tenseur de déformation. Pour une turbulence isotrope, la skewness des dérivées de vitesse [19] vérifie l'expression

$$\left\langle \left[ \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right]^3 \right\rangle = \frac{24}{105} \langle \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \rangle . \quad (6.8)$$

La condition d'incompressibilité requière que  $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$ . Par conséquent, si on ordonne les valeurs propres telles que  $\sigma_3 > \sigma_2 > \sigma_1$ , alors  $\sigma_3$  va être positif,  $\sigma_1$  sera négatif et  $\sigma_2$  sera respectivement positif ou négatif selon que  $|\sigma_1| > |\sigma_3|$  ou  $|\sigma_1| < |\sigma_3|$ . Les figures 6.9 (a) et (b) représentent chacune de ces deux configurations. Le fait que  $S$  soit négatif implique alors en moyenne la présence d'une compression importante et de deux étirements plus petits. Une telle situation correspond alors à une nappe de vorticité étirée (voir figure 6.9 (a)), tandis

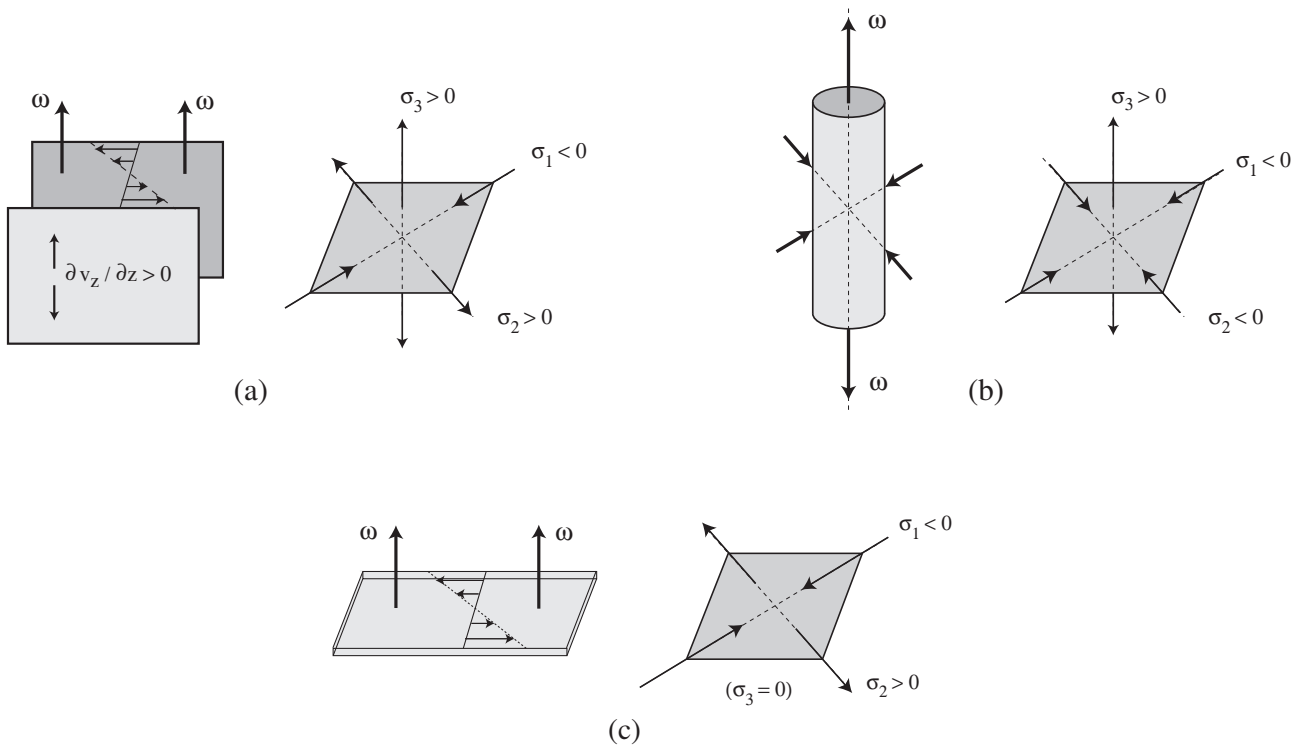


FIG. 6.9: Les différentes géométries d'étirement de vorticité selon les valeurs des trois taux de déformation : (a)  $\sigma_2 > 0$ , (b)  $\sigma_2 < 0$  et (c)  $\sigma_3 = 0$ . La condition d'incompressibilité impose que la somme de chacune des composantes soit nulle,  $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$ .

qu'une situation où  $S$  est positive correspondrait à un tube de vorticité avec une composante importante d'étirement et de deux composantes plus faibles de compression (voir figure 6.9 (b)). En turbulence bidimensionnelle, le terme de contrainte  $\sigma_3$  n'existe plus, et la condition d'incompressibilité astreint les deux termes restants à être égaux et de signe opposé. Par conséquent, aucune production d'entrophie n'est attendue en turbulence 2D avec une skewness  $S$  strictement nulle (voir la figure 6.9 (c)).

Il faut cependant noter que dans le cadre de notre étude expérimentale, les champs de vitesse que nous mesurons correspondent à une projection bidimensionnelle d'un écoulement tridimensionnel. Par conséquent, nous ne sommes pas capable de mesurer les incréments de vitesse moyenné dans les trois directions mais seulement dans deux directions et nous devons, de ce fait, considérer nos résultats avec précautions.

### 6.5.2 La skewness des incréments de vitesse

Pour une turbulence isotrope 3D à grand nombre de Reynolds (en l'absence de rotation), l'énergie se transfère à un taux constant,  $\varepsilon$ , à travers toutes les échelles du régime inertiel, et  $\langle [\delta_{//}u]^3 \rangle$  satisfait la loi des 4/5 de Kolmogorov

$$\langle [\delta_{//}u]^3 \rangle = -\frac{4}{5} \varepsilon r . \quad (6.9)$$

Cette loi s'applique également en turbulence en déclin, où  $\varepsilon$  doit être interprété comme un taux

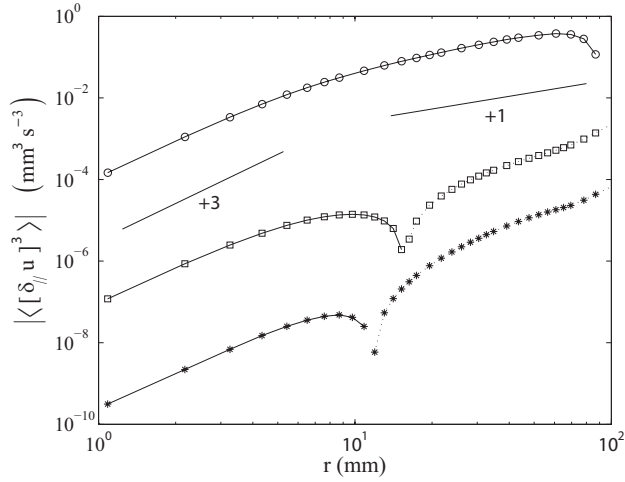


FIG. 6.10: Coefficient d'asymétrie des incréments de vitesse longitudinaux (valeurs négatives représentées en trait plein et positives en pointillé) en fonction de l'échelle  $r$ , correspondant à une expérience à  $\Omega = 1.5 \text{ rad.s}^{-1}$ .  $\circ$ ,  $\tau = tV_g/M \simeq 80$  et  $Re_M = 1500$ ;  $\square$ ,  $\tau = 400$  et  $Re_M = 750$ ;  $\star$ ,  $\tau = 1200$  et  $Re_M = 320$ .

de dissipation d'énergie instantané [44].

La figure 6.10 représente la fonction de structure d'ordre 3,  $\langle[\delta_{//}u]^3\rangle$ , de l'incrément de vitesse longitudinal dans le plan perpendiculaire à l'axe de rotation, en fonction de l'échelle  $r$ , à trois instants au cours du déclin de l'énergie, pour une vitesse de rotation  $\Omega = 1.5 \text{ rad.s}^{-1}$  et une vitesse de translation de la grille  $V_g = 0.95 \text{ m.s}^{-1}$ . A temps court,  $\tau = tV_g/M = 80$ ,  $\langle[\delta_{//}u]^3\rangle$  est négatif à toutes les échelles  $r$  et semble être raisonnablement proportionnel à  $r$ , pour des échelles  $1.5 \text{ cm} < r < 6 \text{ cm}$ , ce qui est en accord avec la loi des des 4/5 de Kolmogorov (1.9) pour la turbulence en l'absence de rotation. Cette loi de puissance reste valable pour des échelles  $r$  légèrement supérieure à la taille de la maille de la grille,  $M = 39 \text{ mm}$ , ce qui est consistant avec la gamme d'échelle pour laquelle le spectre d'énergie présente une loi de puissance.

Au cours du temps et du déclin de l'énergie, l'ordre de grandeur de  $\langle[\delta_{//}u]^3\rangle$  diminue de façon significative. Cette décroissance est essentiellement due à la diminution du taux de transfert de l'énergie  $\varepsilon$  au cours du déclin. A temps long, bien que la fonction de structure d'ordre 3 reste négative aux petite échelles, son signe change, à partir de  $r \sim 1\text{-}2 \text{ mm}$ , et devient positif pour les échelles plus grandes. Ce changement de signe de  $\langle[\delta_{//}u]^3\rangle$  suggère la naissance d'une cascade inverse d'énergie qui se développe aux grandes échelles. Des résultats similaires ont été obtenu par Simand *et al.* [65] à l'aide de mesures réalisées à proximité d'un gros vortex. On remarque également que l'échelle à partir de laquelle  $\langle[\delta_{//}u]^3\rangle$  change de signe tend à diminuer au cours du temps. Cet effet semble être en accord avec le fait que la cascade d'énergie vers les petites échelles soit confinée aux petites échelles lorsque l'influence de la rotation augmente et semble compatible avec une décroissance de l'échelle de transition  $k_{\Omega}^{-1}$ . Cependant, étant donné que la turbulence n'est pas forcée et qu'elle décline au cours du temps, l'échelle intégrale croît au cours du temps et ce régime de double cascade ne peut apparaître que comme un état intermédiaire.

Le taux de dissipation de l'énergie,  $\varepsilon = -du^2/dt$ , diminue au cours du temps, à un taux qui

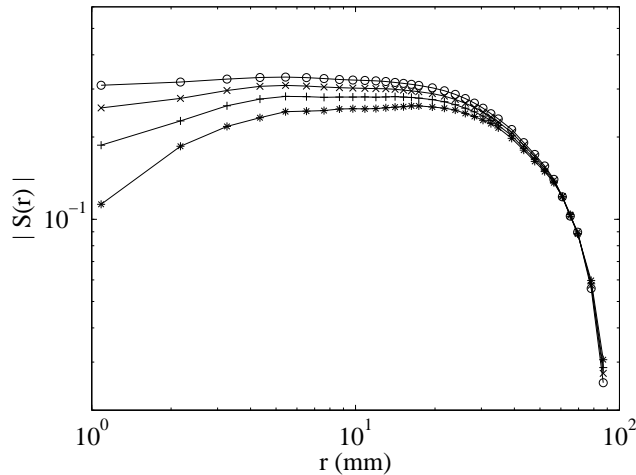


FIG. 6.11: Coefficient d'asymétrie des incréments de vitesse longitudinaux en fonction de l'échelle  $r$  pour différentes taille de filtre. \*, aucun filtrage; +, filtre gaussien de taille 0.5 "vexel" (vector element);  $\times$ , 0.75 vexel et  $\circ$ , 1 vexel. 1 vexel correspond à la largeur entre deux vecteurs vitesse immédiatement voisin, soit une largeur de 1.3 mm.

dépend d'ailleurs du nombre de Rossby. Effectivement, nous avons vu au chapitre 3 que l'exposant du déclin de l'énergie,  $u^2 \sim t^{-n}$ , diminue lorsque l'on impose une forte rotation d'ensemble à l'écoulement. De ce fait, il en est de même pour l'exposant du déclin du taux de transfert de l'énergie,  $\varepsilon \sim t^{-n-1}$ . Par conséquent, pour tenter de caractériser les transferts d'énergie instantanés, il convient d'introduire le coefficient d'asymétrie (ou skewness) des incréments de vitesse, qui correspond à la fonction de structure d'ordre 3 normalisée (6.7).

En turbulence isotrope 3D, en considérant respectivement l'expression (6.4) et la loi des 4/5 (6.9), la skewness  $S(r)$  est censée être indépendante de l'échelle  $r$  dans le régime inertiel ( $\eta \ll r \ll l$ ), en l'absence d'intermittence

$$S(r) = \frac{-4/5 \varepsilon r}{(\beta \varepsilon^{2/3} r^{2/3})^{3/2}} = -\frac{4}{5} \beta^{-3/2}, \quad (6.10)$$

où  $\beta$  est la constante de Kolmogorov. En prenant  $\beta \simeq 2$ , l'égalité (6.10) prédit que  $S(r) \sim -0.3$  dans le régime inertiel. Bien qu'elle les sous estime quelques peu, cette valeur est en assez bon accord avec celles trouvées dans la littérature [19, 23] ( $S = -0.5$ ).

Il est important de préciser que le calcul de la skewness des incréments de vitesse est délicat à partir de mesures faites par PIV. En particulier, nous avons vu qu'il était nécessaire d'assurer la convergence des statistiques des moments d'ordre impair. Par ailleurs, l'algorithme de PIV introduit du bruit à petite échelle. De ce fait, en faisant l'hypothèse que la distribution de ce bruit soit symétrique, c'est-à-dire qu'il ne favorise aucun gradient, que ce soit de compression ou d'étirement, ce bruit risque d'affecter la mesure de  $|S(r)|$  en re-symétrisant les pdf des incréments de vitesse. Par conséquent, nous avons appliqué un lissage spatial, par l'utilisation d'un filtre gaussien sur les champs de vitesse afin de tenter de minimiser cet effet. Toutefois, il est indispensable de s'assurer que la taille du filtre soit ajustée de sorte d'amoinrir cet



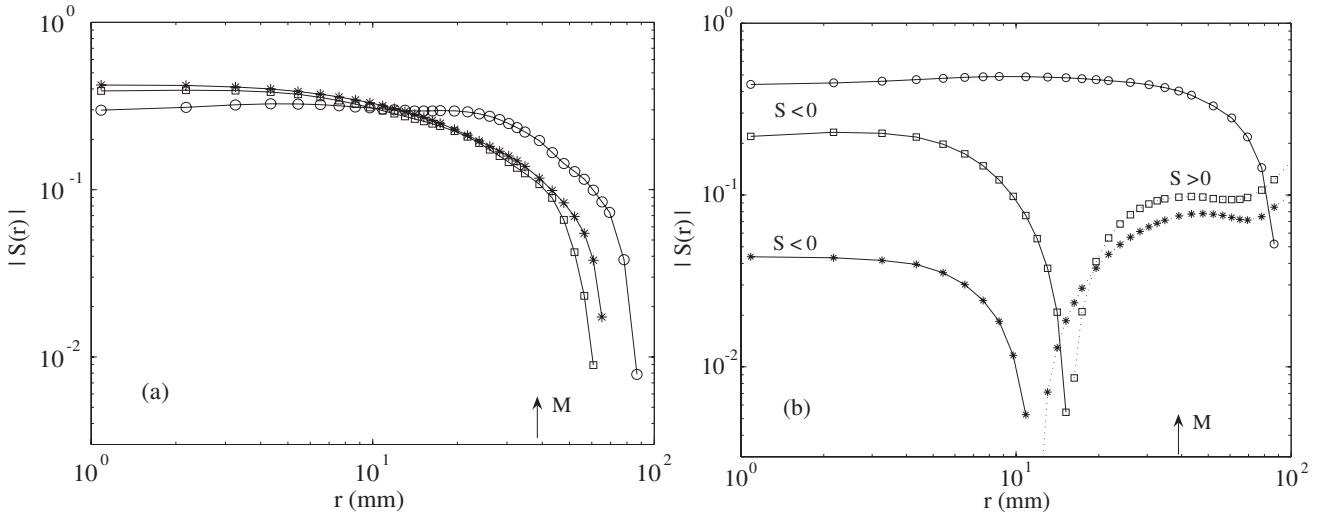


FIG. 6.12: Coefficient d'asymétrie des incréments de vitesse longitudinaux (expression (6.7)) en fonction de l'échelle  $r$ . Les valeurs négatives sont représentées avec des lignes pleines, tandis que les valeurs positives sont représentées par des lignes en pointillées. (a) Cas en l'absence de rotation,  $\circ$ ,  $\tau = 80$  et  $Re_M = 1400$ ;  $\square$ ,  $\tau = 300$  et  $Re_M = 750$ ;  $*$ ,  $\tau = 1300$  et  $Re_M = 320$ . (b) Cas avec rotation pour la même expérience et aux mêmes instants qu'à la figure 6.10.

effet sans pour autant perdre trop d'information. D'après l'expression (6.10), la skewness des incréments de vitesse est censée être invariante selon les échelles  $r$  dans le régime inertiel. En supposant que même en présence de rotation,  $S(r)$  ne diminue pas pour  $r \rightarrow 0$ , la taille du filtre est alors soigneusement choisie comme étant la taille minimale pour laquelle  $|S(r)|$  ne décroît pas aux petites échelles. La figure 6.11 représente le coefficient d'asymétrie  $|S(r)|$  en fonction de l'échelle  $r$  pour différentes tailles de filtre. On remarque bien sur cette figure que  $|S(r)| \rightarrow 0$  aux petites échelles lorsqu'on n'utilise aucun filtrage. L'application d'un lissage spatial permet d'imposer que la skewness ne décroisse pas trop à petite échelle. La taille du filtre qui convient le mieux sur la figure 6.11 est une largeur de 1 "vexel" (vector element), c'est-à-dire une largeur correspondant à la distance entre deux vecteurs vitesse voisins. Typiquement, nous avons utilisé des filtres de taille entre 1 et 1.5 vexels (soit une taille entre 1.3 et 2 mm). On s'attend à ce que cette procédure nous donne des résultats fiables pour des nombres de Reynolds modérés, pour lesquels l'échelle de Kolmogorov  $\eta$  est légèrement plus petite ou de l'ordre de la résolution spatiale (1.3 mm dans notre expérience). En revanche il est fort probable que cette procédure sous-estime la valeur réelle de  $|S(r)|$  pour les grandes valeurs du nombre de Reynolds. On peut estimer à 20% l'erreur relative sur la détermination de la skewness des incréments de vitesse pour les petites échelles, mais elle peut même être supérieure pour des échelles  $r$  comparables à la taille de l'image, pour lesquelles peu de statistiques sont disponibles.

Le coefficient d'asymétrie des incréments de vitesse,  $S(r)$ , est représenté sur la figure 6.12, à trois instants au cours du déclin de l'énergie, pour une expérience en l'absence de rotation (a) et pour une expérience en présence de rotation (b) à  $\Omega = 1.5 \text{ rad.s}^{-1}$  (les données correspondent à celles utilisées sur la figure 6.10). A temps court,  $S(r)$  est approximativement constant pour des échelles  $r < 6$  cm et prend des valeurs proches de  $-0.45 \pm 0.03$ . De telles valeurs sont classiques en turbulence 3D isotrope en l'absence de rotation [23, 19]. Cependant au cours du temps, tandis que la skewness des incréments longitudinaux de vitesse reste relativement constante pour

l'expérience en l'absence de rotation, l'amplitude de  $|S(r)|$  diminue significativement pour l'expérience soumise à une rotation d'ensemble, caractérisant l'inhibition des transferts d'énergie par la rotation. Pour la deuxième et troisième courbe, le nombre de Reynolds  $Re_M$  vaut respectivement 750 et 320, valeurs pour lesquelles  $S(r) \simeq -0.4$  en l'absence de rotation, ce qui semble confirmer que la diminution de  $|S(r)|$  n'est pas un effet de faible Reynolds mais un véritable effet de la rotation. On remarque également, pour l'expérience soumise à une rotation, que le coefficient d'asymétrie prend des valeurs positives aux grandes échelles,  $S(r) \simeq 0.06 - 0.10$ , ce qui semble indiquer la présence d'une cascade inverse d'énergie. Ces valeurs sont en assez bon accord avec celles mesurées par des simulations numériques pour une turbulence forcée strictement bidimensionnelle [9].

### 6.5.3 La skewness des dérivées de vitesse

Afin de caractériser l'influence des nombres de Reynolds et de Rossby sur les transferts d'énergie, nous allons nous intéresser au coefficient d'asymétrie des dérivées de vitesses longitudinales,

$$S = \frac{\langle (\partial u / \partial r)^3 \rangle}{\langle (\partial u / \partial r)^2 \rangle^{3/2}}, \quad (6.11)$$

qui correspond à l'expression (6.7) dans la limite où  $r \rightarrow 0$ .

Il existe dans la littérature un consensus important comme quoi la rotation inhibe la cascade d'énergie des grandes vers les petites échelles [11, 65, 67]. Cette inhibition peut être prédite par une simple analyse dimensionnelle sans tenir compte de l'anisotropie de l'écoulement. Pour une turbulence homogène et isotrope, l'expression de la skewness

$$S = - \frac{3\sqrt{30}}{7} \nu \frac{\int_0^\infty k^4 E(k) dk}{(\int_0^\infty k^2 E(k) dk)^{3/2}} \quad (6.12)$$

est exacte [4]. S'il existe un régime inertiel suffisamment étendu, dans lequel l'énergie se transfère à un taux constant  $\epsilon$ , et si on appelle  $k_{d,\Omega}$  la limite supérieure de cette région, on obtient, en remplaçant  $E(k)$  par son expression (4.10) en rotation rapide, que

$$S \sim \epsilon^{1/2} \nu^{-1/2} \Omega^{-1}. \quad (6.13)$$

En utilisant le fait que la vorticité *rms* vaut  $\omega \sim \epsilon^{1/2} \nu^{-1/2}$ , on trouve finalement

$$S \sim Ro_\omega, \quad (6.14)$$

où  $Ro_\omega = \omega' / 2\Omega$  est le nombre de Rossby *microscopique*. Ce résultat a été obtenu par Canuto et Dubovikov [14] et montre que la skewness des dérivées de vitesse devient négligeable dans la limite  $Ro_\omega \rightarrow 0$ . Ce résultat montre alors que la rotation tend à inhiber la cascade d'énergie des grandes vers les petites échelles. Ce résultat a également été retrouvé par Cambon *et al.* [11] par un autre raisonnement (cf. équation (6.15)). Cependant, cette diminution qui reflète l'atténuation des transferts d'énergie, est due à la dynamique des ondes d'inertie et n'implique

pas forcément que l'écoulement soit bidimensionnel. Expérimentalement, les travaux de Simand *et al.* [64, 65] sur l'étude d'une turbulence inhomogène ont montré une réduction de la skewness au voisinage d'un vortex intense.

La skewness des dérivées de vitesse est tracée sur la figure 6.13 en fonction du nombre de Rossby *microscopique* instantané  $Ro_\omega$ , pour cinq expériences avec des vitesses de rotation différentes. Toutes les mesures de  $S$  sont négatives. Comme nous l'avons mentionné auparavant, l'incertitude sur la mesure de  $S$  est de l'ordre de 20% et semble être du même ordre de grandeur avec la dispersion des mesures pour chaque expérience. Pour les grandes valeurs de  $Ro_\omega$ , pour lesquelles l'écoulement est essentiellement 3D et n'est pas dominé par la rotation, on constate que la skewness est approximativement constante,  $S \simeq -0.40 \pm 0.05$ , alors que pour des valeurs plus petites de  $Ro_\omega$ , lorsque l'influence de la rotation devient de plus en plus significative, la skewness des dérivées de vitesse décroît approximativement comme  $|S| \propto Ro_\omega$ . Il est important de remarquer que la frontière entre ces deux régimes, lorsque  $Ro_\omega \sim 1 - 2$ , coïncide très bien avec la frontière mesurée pour l'exposant  $p$  des lois de puissance des spectres,  $Ro_\omega \simeq 1.5 \pm 0.5$ , sur la figure 4.7. Comme nous l'avons annoncé précédemment, le nombre de Reynolds instantané, à la frontière entre ces deux régimes, couvre une gamme de valeur allant de 200 à 2000 pour ces cinq expériences, ce qui rejette la possibilité d'un effet de faible nombre de Reynolds à cette transition. De même, il est important de rappeler que cette transition intervient bien avant que le régime de dissipation de l'énergie dans les couches d'Ekman ne devienne dominant. Ces observations nous indiquent que le spectre d'énergie commence à ne plus présenter de loi de puissance analogue au  $k^{-5/3}$  de Kolmogorov au moment où la rotation d'ensemble commence à inhiber les transferts d'énergie à travers les échelles. Il s'agit d'un résultat non trivial étant donné que  $S$  est une quantité à petite échelle, tandis que l'exposant  $p$  des spectres d'énergie décrit l'ensemble du domaine inertiel. Cependant, ce résultat peut probablement s'expliquer par le fait que la gamme de temps, pour laquelle les conditions  $Ro_\omega > 1$  et  $Ro_M < 1$  sont simultanément vérifiées, est trop petite.

Par ailleurs, nos résultats expérimentaux sont en très bon accord avec le modèle,

$$S = \frac{-0.49}{(1 + 2Ro_\omega^{-2})^{1/2}}, \quad (6.15)$$

proposé par Cambon *et al.* [11] pour ajuster leurs résultats obtenus par DNS et EDQNM. Il est intéressant de remarquer que cette équation ne contient aucun paramètre ajustable. Dans leur analyse, ils ont déduit le dénominateur de l'expression (6.15) à partir d'un modèle de fermeture EDQNM, dans lequel l'influence de la rotation est prise en compte en remplaçant simplement le temps de retournement basé sur l'enstrophie des gros tourbillons,  $\langle \omega^2 \rangle^{-1/2}$ , du modèle EDQNM isotrope, par celui de l'enstrophie absolue,  $[\langle \omega^2 \rangle + (2\Omega)^2]^{-1/2}$ , dans le coefficient de viscosité turbulente. En revanche, la valeur  $-0.49$ , qui correspond à la valeur de  $S$  lorsque le nombre de Rossby *microscopique*  $Ro_\omega$  tend vers l'infini, a été extraite à partir du modèle de fermeture EDQNM isotrope sans effet de la rotation et à nombre de Reynolds infini [53]. On remarque à partir de la figure 6.13 que les valeurs expérimentales mesurées,  $|S| \simeq 0.40 \pm 0.05$ , sous-estiment légèrement l'équation (6.15) pour les grandes valeurs de  $Ro_\omega$ ,  $|S| = 0.49$ . Cet écart systématique sur la mesure de  $S$  est probablement dû à une insuffisance dans la résolution des petites échelles,

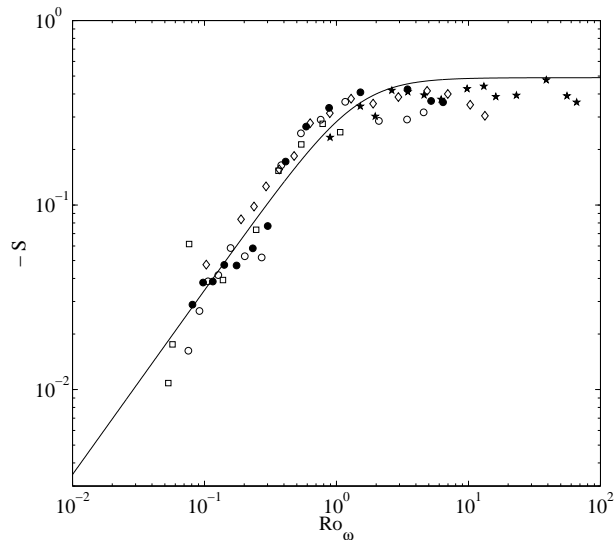


FIG. 6.13: Coefficient d'asymétrie des dérivées de vitesse longitudinales en fonction de  $Ro_\omega$ , pour 5 expériences à des vitesses de rotation différentes.  $\square$ ,  $\Omega = 4.3 \text{ rad.s}^{-1}$  et  $V_g = 0.69 \text{ m.s}^{-1}$ ;  $\bullet$ ,  $\Omega = 1.5 \text{ rad.s}^{-1}$  et  $V_g = 0.95 \text{ m.s}^{-1}$ ;  $\circ$ ,  $\Omega = 1.5 \text{ rad.s}^{-1}$  et  $V_g = 0.69 \text{ m.s}^{-1}$ ;  $\diamond$ ,  $\Omega = 0.5 \text{ rad.s}^{-1}$  et  $V_g = 0.69 \text{ m.s}^{-1}$ ;  $*$ ,  $\Omega = 0.13 \text{ rad.s}^{-1}$  et  $V_g = 0.69 \text{ m.s}^{-1}$ . Le trait plein correspond à l'équation (6.15) proposé par Cambon *et al.* [11].

lors du calcul par PIV, qui est d'autant plus prononcée pour des valeurs importantes du nombre de Reynolds.

## 6.6 Résumé

Dans ce chapitre, nous avons étudié expérimentalement l'influence d'une rotation d'ensemble sur les fonctions densité de probabilité des incréments de vitesse. La rotation tend à augmenter l'exposant des lois de puissance des fonctions de structure d'ordre 2, en accord avec les résultats obtenus pour les spectres d'énergie.

Des mesures de la skewness des incréments de vitesse ont été faites au cours du déclin de l'énergie. Bien que nous n'ayons pas été capable de mesurer  $\langle [\delta_{//}u]^3 \rangle$  moyennés selon les trois directions, nous avons observé une inhibition de  $S(r)$  à petite échelle tandis que les échelles inertielles les plus grandes se caractérisent par une skewness  $S(r)$  positive. Ces résultats peuvent caractériser l'inhibition de la cascade directe d'énergie à petite échelle et l'apparition d'une cascade inverse d'énergie à grande échelle. Cependant, notre manque de statistiques à grande échelle ne nous a pas permis de faire une étude plus systématique sur les changements de signe de  $S(r)$ .

Les mesures du coefficient d'asymétrie des dérivées de vitesse ont mis en évidence, en très bon accord avec les résultats numériques obtenus par Cambon *et al.* [11], une inhibition des transferts d'énergie en fonction du nombre de Rossby *microscopique*.

Sur la base des résultats obtenus, il est possible de définir deux régimes différents au cours du

déclin :

- (i) Juste après le passage de la grille, l'écoulement turbulent est approximativement 3D homogène et isotrope. L'écoulement n'est pas encore dominé par la rotation, le nombre de Rossby est dans la gamme  $Ro_\omega \simeq 1 - 100$ , les spectres d'énergie et le coefficient d'asymétrie des dérivées de vitesse  $S$  conservent leurs propriétés de la turbulence 3D en l'absence de rotation,  $E(k) \simeq k^{-5/3}$  et  $S \simeq -0.4$ .
- (ii) Plus tard au cours du déclin, à mesure que le nombre de Rossby diminue, l'influence relative de la rotation augmente et en dessous d'une limite  $Ro_\omega \simeq 1.5$ , les spectres d'énergie deviennent de plus en plus raides et le coefficient d'asymétrie commence à diminuer comme  $|S| \propto Ro_\omega$ , reflétant la diminution des transferts d'énergie vers les petites échelles. Aux grandes échelles, une cascade inverse d'énergie, caractérisée par un coefficient d'asymétrie positif, prend place.



C. Morize, F. Moisy & M. Rabaud

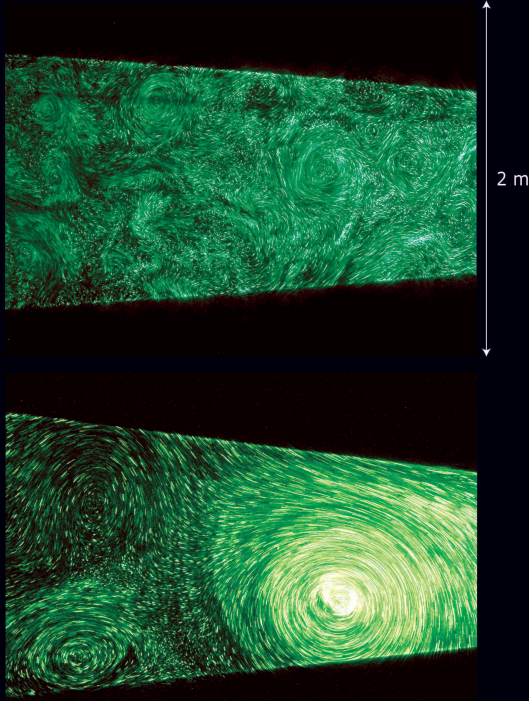
FAST; University Pierre et Marie Curie - Paris 6; University Paris-Sud 11; CNRS UMR 7608. Bât. 502, 91405 Orsay Cedex, France.

S. Viboud, H. Didelle & J. Sommeria

LEGI/Coriolis; University Grenoble 1 Joseph Fourier; CNRS UMR 5519; INPG. BP53, 38041 Grenoble cedex 9, France.

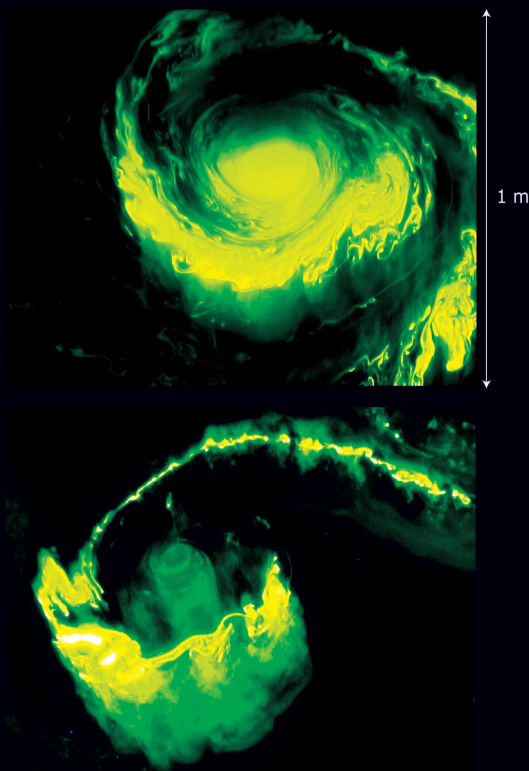


## Images of particles



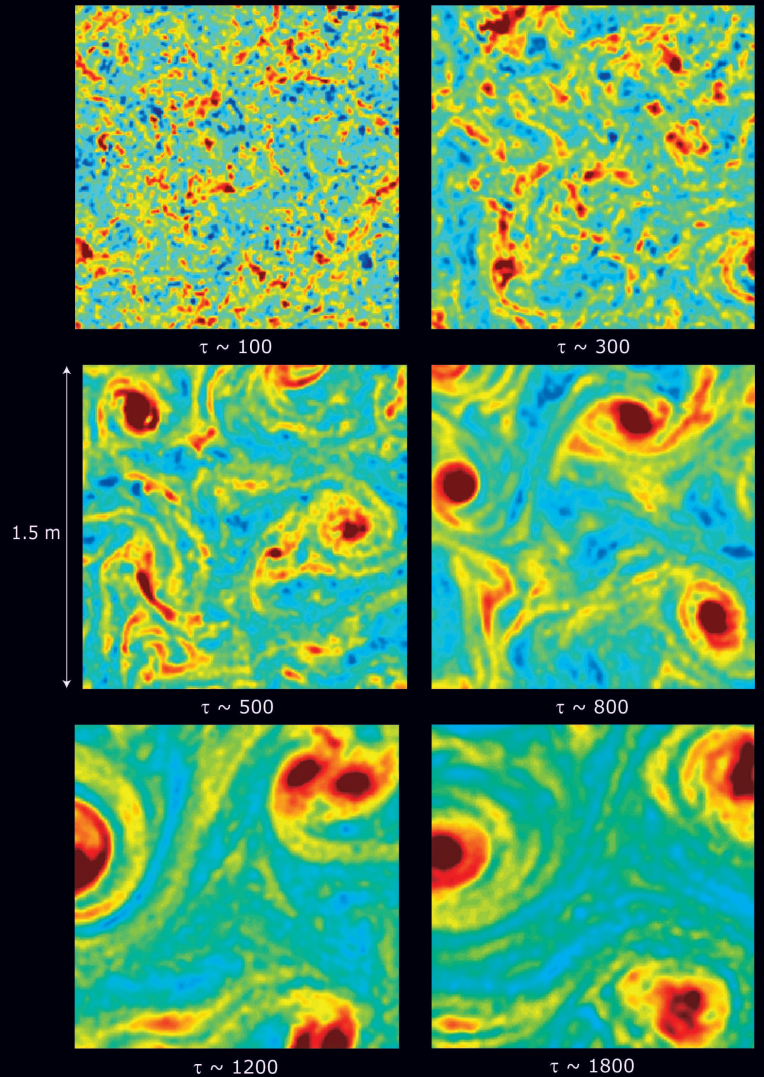
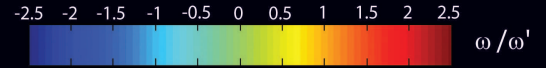
Images of particles illuminated by a horizontal laser sheet at mid-height, showing small-scale structures at early time ( $\tau \sim 400$ ) and large-scale vortices at larger time ( $\tau \sim 1500$ ).

## Fluorescein



Injection of fluorescein dye near the core of vortices, showing the small-scale turbulence advected by the vortices.

## Vorticity fields



Geophysical flows naturally show an asymmetry between cyclones and anticyclones. In order to characterize the sole effect of the background rotation on this asymmetry, a series of decaying rotating turbulence experiments have been carried out on the "Coriolis" rotating platform, in Grenoble, France. In a 9 m long channel, 1x4 m cross section, rotating up to 2 rotations per minute, an initial 3D turbulent flow is generated by translating a grid, and velocity fields at mid-height are obtained from a corotating particle image velocimetry system. The system rotation is anticlockwise, and cyclonic vorticity (anticlockwise) is shown in red whereas anticyclonic vorticity (clockwise) is in blue.

Just after the grid translation ( $\tau = 100$  grid timescale  $M/V_g$ , where  $M$  is mesh size and  $V_g$  the grid velocity), the vorticity fields show nearly symmetric small-scale disordered fluctuations. As time proceeds (300, 500, 800, 1200 and 1800 grid timescales), turbulence decays into a population of interacting nearly-2D coherent vortices. These vortices are essentially cyclonic; anticyclonic vorticity is also present, but is much weaker and does not show vortices as coherent as for cyclonic vorticity. During the decay, merging events of cyclones can be seen, as in 2D turbulence. The asymmetry towards cyclonic vorticity grows at a rate given by the rotation period, until the friction from the Ekman layers becomes dominant, about 30 minutes after the grid translation.



# Chapitre 7

## Asymétrie cyclone - anticyclone

Dans ce chapitre nous allons étudier l'asymétrie cyclone-anticyclone présente dans les écoulements turbulents en rotation. Pour ce faire, nous allons caractériser l'évolution de l'asymétrie des fonctions de distribution de la vorticité, en mesurant la décroissance, au cours du temps, des ailes de vorticité positive et négative. Nous quantifierons l'évolution de l'asymétrie en mesurant le coefficient d'asymétrie de la vorticité,  $S_\omega = \langle \omega^3 \rangle / \langle \omega^2 \rangle^{3/2}$ , au cours du déclin de l'énergie, pour les expériences du FAST et de Coriolis. Le comportement de  $S_\omega$  sera comparé à des résultats numériques récents, motivés par nos observations expérimentales.

### 7.1 Introduction

L'asymétrie entre la vorticité cyclonique et anticyclonique est une propriété générique des systèmes en rotation. La vorticité est définie comme le rotationnel du champ de vitesse,  $\vec{\omega} = \text{rot } \vec{u}$ , et caractérise la rotation locale des éléments de fluide. L'équation de transport de la vorticité dans un référentiel tournant à la vitesse angulaire  $\Omega$  s'obtient en prenant le rotationnel de l'équation de Navier-Stokes dans un repère en rotation (1.19),

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{\omega} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\omega} = ((\vec{\omega} + 2\vec{\Omega}) \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} + \nu \Delta \vec{\omega}. \quad (7.1)$$

La seule différence entre cette équation et celle obtenue dans un référentiel non tournant est l'apparition du terme de vorticité planétaire  $2\vec{\Omega}$ . Le terme  $\vec{\omega} + 2\vec{\Omega}$  est appelé vorticité absolue. En l'absence de rotation, le terme  $(\vec{\omega} \cdot \vec{\nabla})\vec{u}$  fait intervenir les variations de vitesse dans la direction de la vorticité et représente l'étirement et le basculement des lignes de vorticité. La rotation ajoute alors une contribution supplémentaire au terme de variation de la vorticité, dont les effets sont décrits dans ce qui suit.

#### 7.1.1 Étirement préférentiel de la vorticité cyclonique

En supposant le cas d'un étirement homogène positif constant,  $\gamma = \partial u_z / \partial z > 0$ , dans un fluide parfait, l'équation de la vorticité (7.1), projetée selon un axe parallèle à l'axe de rotation, se réduit à



$$\dot{\omega}_z = \gamma (\omega_z + 2\Omega) , \quad (7.2)$$

où  $\dot{\omega}_z$  désigne la dérivée temporelle totale. Cette équation traduit la variation de la vorticité associée à la déformation d'un tube de vorticité par étirement. La solution générale de cette équation est

$$\omega_z(t) = [\omega_z(0) + 2\Omega] e^{\gamma t} - 2\Omega. \quad (7.3)$$

On peut alors distinguer trois cas :

(i) Pour les faibles vitesse de rotation  $\Omega$ , c'est-à-dire lorsque le nombre de Rossby  $Ro_\omega = \omega_z/2\Omega \gg 1$ , la contribution du terme de vorticité planétaire est négligeable et n'intervient pas dans l'effet d'étirement tourbillonnaire. Par conséquent, la rotation d'ensemble n'a aucune influence sur la déformation des tubes de vorticité et les composantes cyclonique et anticyclonique de la vorticité sont amplifiées exponentiellement, telles que

$$\omega_z(t) = \omega_z(0) e^{\gamma t} , \quad (7.4)$$

et la vorticité cyclonique et anticyclonique se comportent de la même façon.

(ii) En revanche, lorsque la norme de la vorticité  $|\omega_z|$  est du même ordre de grandeur que la vorticité planétaire  $2\Omega$ , c'est-à-dire lorsque nombre de Rossby est de l'ordre de l'unité, il est nécessaire de distinguer deux cas, selon le signe de la vorticité :

- La vorticité cyclonique  $\omega_z^>$ , de même signe que la vorticité planétaire (prise positive dans le référentiel tournant), est amplifiée selon l'expression (7.3).
- La vorticité anticyclonique  $\omega_z^<$ , de signe opposée à  $2\Omega$  (négative ici), est moins amplifiée. Dans le cas particulier où  $\omega_z^<(0) = -2\Omega$ , aucune amplification n'apparaît et  $\omega_z^<(t) = \omega_z^<(0)$ .

La vorticité cyclonique croît alors plus rapidement que la vorticité anticyclonique au cours du temps.

(iii) Enfin, pour les très grandes vitesse de rotation  $\Omega$ , c'est-à-dire dans la limite où  $Ro_\omega \ll 1$ , le terme de la vorticité planétaire  $2\Omega$  devient dominant par rapport à la vorticité  $\omega_z$ . Dans cette limite, la vorticité est amplifiée linéairement, telle que

$$\omega_z(t) = \omega_z(0) + 2\Omega\gamma t . \quad (7.5)$$

Lorsque  $Ro_\omega \ll 1$ , une prévalence de la vorticité cyclonique peut apparaître sur des temps très longs et la croissance de l'asymétrie sera infiniment lente. Cependant, sur des temps très longs,  $\omega_z \rightarrow \infty$  et la condition  $Ro_\omega \ll 1$  n'est plus vérifiée.

Par conséquent, la vorticité cyclonique est plus amplifiée que la vorticité anticyclonique. Ce mécanisme d'amplification préférentielle de la vorticité cyclonique peut expliquer, en partie, l'asymétrie cyclone-anticyclone présente dans les fluides en rotation.

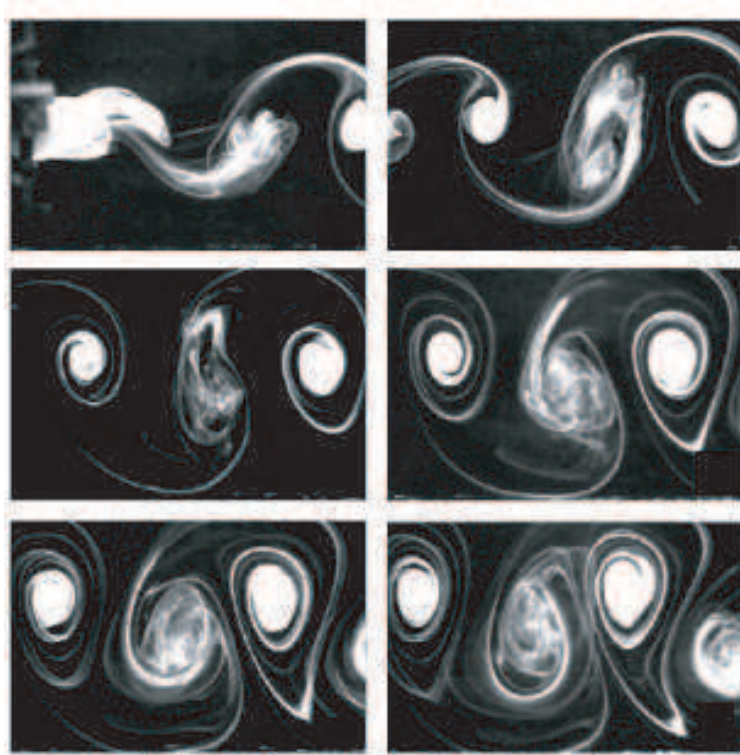


FIG. 7.1: Visualisation de la déstabilisation sélective des anticyclones dans une allée de Von Kármán en rotation (un cylindre est translaté de droite à gauche dans une cuve en rotation). D'après Stegner *et al.* [70].

### 7.1.2 Déstabilisation préférentielle de la vorticité anticyclonique

Un deuxième mécanisme qui peut expliquer la prévalence des structures de vorticité cyclonique est l'existence d'une instabilité inertielle qui, en présence de la force de Coriolis, déstabilise préférentiellement les anticyclones. La figure 7.1 est une photographie qui montre cette déstabilisation préférentielle des anticyclones dans une allée de Von K rman en rotation (Stegner *et al.* [70]). Sur ces visualisations, on remarque que les cyclones restent concentrés et intenses tandis que les anticyclones se déstabilisent progressivement.

#### 7.1.2.1 Cas général

Lesieur *et al.* [41] ont montré qu'une rotation d'ensemble modifie la stabilité d'un écoulement bidimensionnel lorsqu'on superpose des perturbations tridimensionnelles à l'écoulement. Leur modèle consiste à considérer, à un instant initial, une couche de mélange bidimensionnelle, de vorticité relative  $\omega_{2D} > 0$ , de nombre de Rossby local  $Ro = \omega_{2D}/2|\Omega|$ . Lorsque l'on superpose des perturbations tridimensionnelles à cet écoulement de base, la vorticité absolue devient  $\vec{\omega}_a = (\omega_{2D} + 2\Omega)\vec{e}_z + \vec{\omega}_{3D}$ , où  $\vec{\omega}_{3D}$  correspond à la vorticité des perturbations turbulentes 3D de faibles amplitudes, telle que  $|\vec{\omega}_{3D}| \ll \omega_{2D}$ . Il est alors nécessaire d'envisager plusieurs cas, selon le signe de  $\Omega$ , pour étudier la stabilité de cet écoulement :

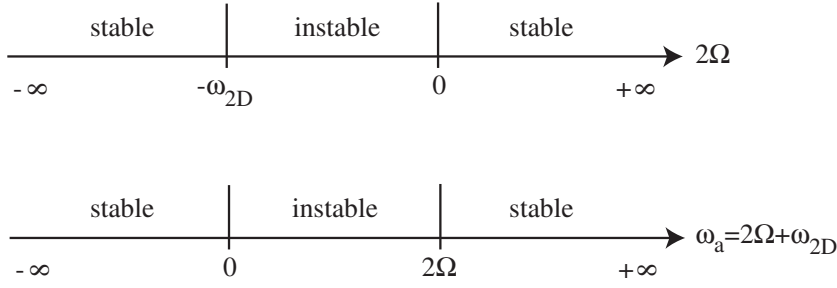


FIG. 7.2: Stabilité d'un écoulement 2D, dans un référentiel tournant, soumis à une perturbation turbulente 3D. Voir Lesieur *et al.* [41].

- (a) Rotation cyclonique ( $\Omega > 0$ ) :  $\omega_{2D} + 2\Omega \gg \omega_{3D}$ . Dans ce cas, la vorticité absolue est relativement bien alignée avec l'axe de rotation  $\Omega\vec{e}_z$ . On s'attend donc à ce qu'une rotation cyclonique ait un effet stabilisant par rapport au cas en l'absence de rotation (le cas en l'absence de rotation étant lui-même instable 3D).
- (b) Rotation anticyclonique ( $\Omega < 0$ ) : deux cas sont envisageables pour caractériser la stabilité de l'écoulement.
- (i)  $|\Omega| \lesssim \omega_{2D}$  : dans ce cas la composante de la vorticité totale selon  $\vec{e}_z$  est très faible. Les filaments de vorticité qui composent la couche de mélange sont alors plus perturbés par les perturbations tridimensionnelles  $\vec{\omega}_{3D}$ . Dans ce cas, le système est instable et la rotation est déstabilisante. Une déstabilisation tridimensionnelle très importante de la couche de mélange apparaît, en particulier, lorsque  $\omega_{2D} \approx 2|\Omega|$ , c'est-à-dire lorsque le nombre de Rossby local est de l'ordre de l'unité.
- (ii)  $|\Omega| \gg \omega_{2D}$  : Dans ce cas, la vorticité absolue se comporte approximativement comme son symétrique par rapport à  $\Omega = 0$  et est relativement bien alignée avec l'axe de rotation  $\Omega\vec{e}_z$ . La rotation a alors un effet stabilisant.

Ces résultats sont résumés sur la figure 7.2 lorsque l'on fait varier  $2\Omega$ . Il faut toutefois noter que cette analyse de Lesieur *et al.* [41] est en contradiction avec l'analyse de Godefert *et al.* [27] qui montre au contraire que le cas de vorticité absolue nulle est inconditionnellement stable.

### 7.1.2.2 Le critère de Rayleigh généralisé

Dans le cas idéalisé de tourbillons axisymétriques, une condition nécessaire pour l'apparition d'une instabilité est le critère de Rayleigh. Il indique que si le moment cinétique décroît en parcourant radialement un tourbillon du cœur vers la périphérie, alors l'instabilité peut se développer si il existe une valeur de  $r$  telle que le discriminant

$$\phi(r) = 2\omega_z \frac{u_\theta}{r} \quad (7.6)$$

est négatif, où  $u_\theta$  est la vitesse orthoradiale en coordonnées cylindriques. L'écoulement est alors divisé en plusieurs couches de stabilité différentes selon le signe de  $\phi(r)$  : possiblement instable dans les régions où  $\phi(r) < 0$  et stable dans les régions où  $\phi(r) > 0$ . Physiquement,

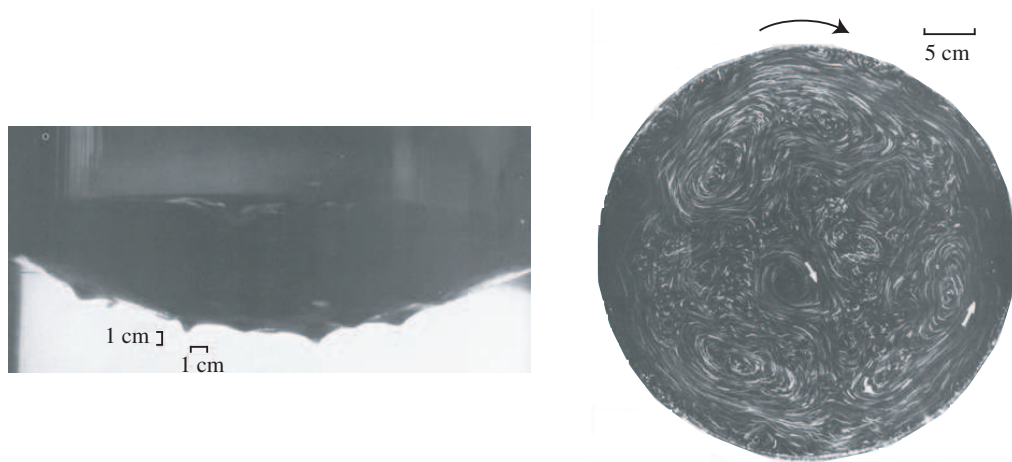


FIG. 7.3: A gauche : photographie de la déformation de la surface libre causée pas des tourbillons. A droite : photographie de particules, en suspension dans l'écoulement, dans un plan horizontal, perpendiculaire à l'axe de rotation. Voir Hopfinger *et al.* [31].

le mécanisme de cette instabilité s'explique en considérant une particule fluide écartée de sa position d'équilibre vers l'extérieur du tourbillon. Cette particule conserve son moment cinétique et, si le critère est vérifié, elle se trouve dans un milieu où le moment cinétique est inférieur au sien. Dans ce cas le déséquilibre entre force de pression et force centrifuge aura tendance à écarter encore plus la particule de sa position initiale.

En milieu tournant, le discriminant de Rayleigh a été généralisé par Kloosterziel et Van Heijst [36] et Mutabazi *et al.* [52],

$$\phi(r) = 2(\omega_z + 2\Omega) \left( \frac{u_\theta}{r} + \Omega \right) . \quad (7.7)$$

Ce discriminant est positif lorsque la vorticité  $|\omega| \gg 2\Omega$  pour  $\omega \gg 0$  et  $\omega \ll 0$ . L'instabilité centrifuge est alors favorisée par une rotation anticyclonique  $|\omega| \ll 2\Omega$  et au contraire défavorisée par une rotation cyclonique ou anticyclonique avec  $|\omega| \ll 2\Omega$ , comme le montre la figure 7.2.

### 7.1.3 Asymétrie cyclone-anticyclone dans la turbulence en rotation

Dans le cadre d'une turbulence soumise à une rotation d'ensemble, Hopfinger *et al.* [31] ont observé expérimentalement une prévalence de cyclones par rapport aux anticyclones. La figure 7.3 représente la déformation de la surface libre caus e pas des tourbillons. On observe bien sur cette photographie la présence d'une majorité de creux, qui sont associés à la présence de dépressions (c'est-à-dire de cyclones).

La signature de cette asymétrie cyclone-anticyclone dans les écoulements turbulents tournant a été initialement caractérisée par Bartello *et al.* [3], à partir d'une simulation des grandes échelles (LES). Dans leur simulation, des vortex bidimensionnels isolés sont obtenus à partir d'une simulation 2D en déclin, auxquels se superposent des perturbations 3D de faibles amplitude.

En l'absence de rotation ( $\Omega = 0$ ), une tridimensionnalisation de tous les vortex est observée. En présence de rotation, en accord avec les arguments de stabilité énoncés plus haut, une déstabilisation rapide des anticyclones lorsque  $|\omega_{2D}| = 2\Omega$  apparaît, tandis que la vorticité cyclonique initiale reste stable durant toute la simulation. Bartello *et al.* [3] ont observé que le coefficient d'asymétrie de la vorticité,  $S_\omega = \langle \omega^3 \rangle / \langle \omega^2 \rangle^{3/2}$ , est maximum à un instant donné au cours du déclin de l'énergie lorsque le nombre de Rossby initial est de l'ordre de l'unité. Cependant, du fait de la résolution limitée ( $64^3$ ) de leur simulation et étant donné que la vorticité est une quantité petite échelle qui est, par conséquent, mal résolue en LES, le domaine de croissance de l'asymétrie est vraiment restreint et ils n'ont pas pu quantifier précisément cette asymétrie.

La distribution de vorticité est fortement affectée par les conditions initiales d'une expérience. Ainsi, les expériences et les études numériques pour lesquelles le nombre de Rossby est négligeable devant l'unité à l'instant initial ne permettent pas d'observer une prévalence des cyclones par rapport aux anticyclones. Dans nos expériences, on est en mesure d'observer l'apparition et la croissance de cette asymétrie étant donné que l'écoulement est, à l'instant initial, homogène et isotrope 3D, caractérisé par des nombres de Reynolds et de Rossby très grands.

## 7.2 Observation de l'asymétrie de la vorticité

Dans cette section, dans le but d'aborder qualitativement l'asymétrie entre la vorticité cyclonique et anticyclonique, nous proposons de présenter quelques champs de vorticité obtenus par PIV sur l'expérience "petite échelle" et sur la Plateforme Coriolis.

Il est important de préciser que la mesure de la composante verticale de la vorticité,  $\omega_z = \partial u_y / \partial x - \partial u_x / \partial y$ , est délicate par PIV puisque l'algorithme introduit du bruit à petite échelle. Par conséquent, nous avons appliqué un lissage spatial, par l'utilisation d'un filtre gaussien sur les champs de vitesse afin de tenter de minimiser cet effet. La taille du filtre a alors été soigneusement choisie comme étant la taille de filtre minimale pour laquelle la skewness des incriments de vitesse  $|S(r)|$  ne décroît pas (voir section 6.5)   petite échelle.

Les figures 7.4 et 7.5 présentent chacune 6 champs de vorticité obtenus au cours du temps. Les champs de vorticité de la figure 7.4 ont été obtenus sur l'expérience du FAST tandis que les champs de la figure 7.5 ont été obtenus sur la plateforme Coriolis. On remarque sur ces figures que, initialement, tout juste après la génération de la turbulence par la translation de la grille, la vorticité est petite échelle, assez désordonnée et ne présente pas de cohérence particulière. On remarque également qu'il y a approximativement autant de structures de vorticité positive que négative.

Associé à la diminution de l'intensité de la vorticité (le nombre de Rossby diminue) et à l'augmentation de l'influence de la rotation, on remarque que le champ de vorticité s'organise progressivement et devient "grande échelle". On observe, par exemple, l'apparition de structures tourbillonnaires intenses. La très grande majorité de ces structures tourbillonnaires, que ce soit sur l'expérience du FAST ou sur la plateforme Coriolis, ont une vorticité cyclonique (c'est-à-dire que leur vorticité a le même signe que la vorticité d'ensemble  $2\Omega$ ). De la vorticité anticyclonique est également présente dans l'écoulement mais semble être moins intense que la vorticité

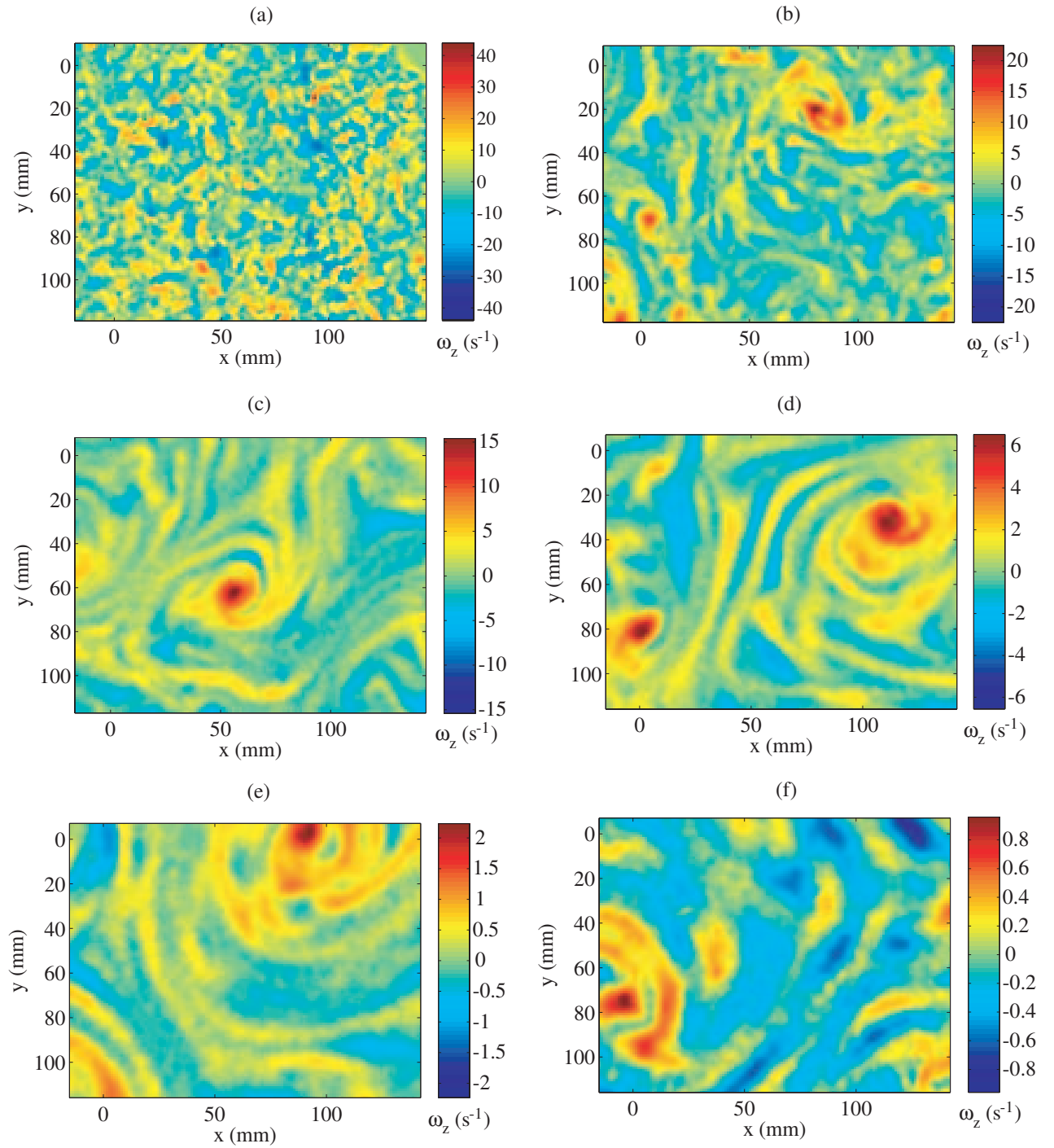


FIG. 7.4: Champs de vorticité,  $\omega_z$ , obtenus par PIV sur l'expérience du FAST. Les 6 champs ont été obtenus au cours du temps pour un écoulement en présence de rotation à  $\Omega = 1.5 \text{ rad.s}^{-1}$  tel que (a)  $(\tau = tV_g/M, Re_M, Ro_\omega) = (50, 1600, 5)$ , (b)  $(100, 1200, 2.5)$ , (c)  $(220, 900, 1.1)$ , (d)  $(400, 650, 0.7)$ , (e)  $(700, 300, 0.5)$  et (f)  $(1200, 150, 0.2)$ .

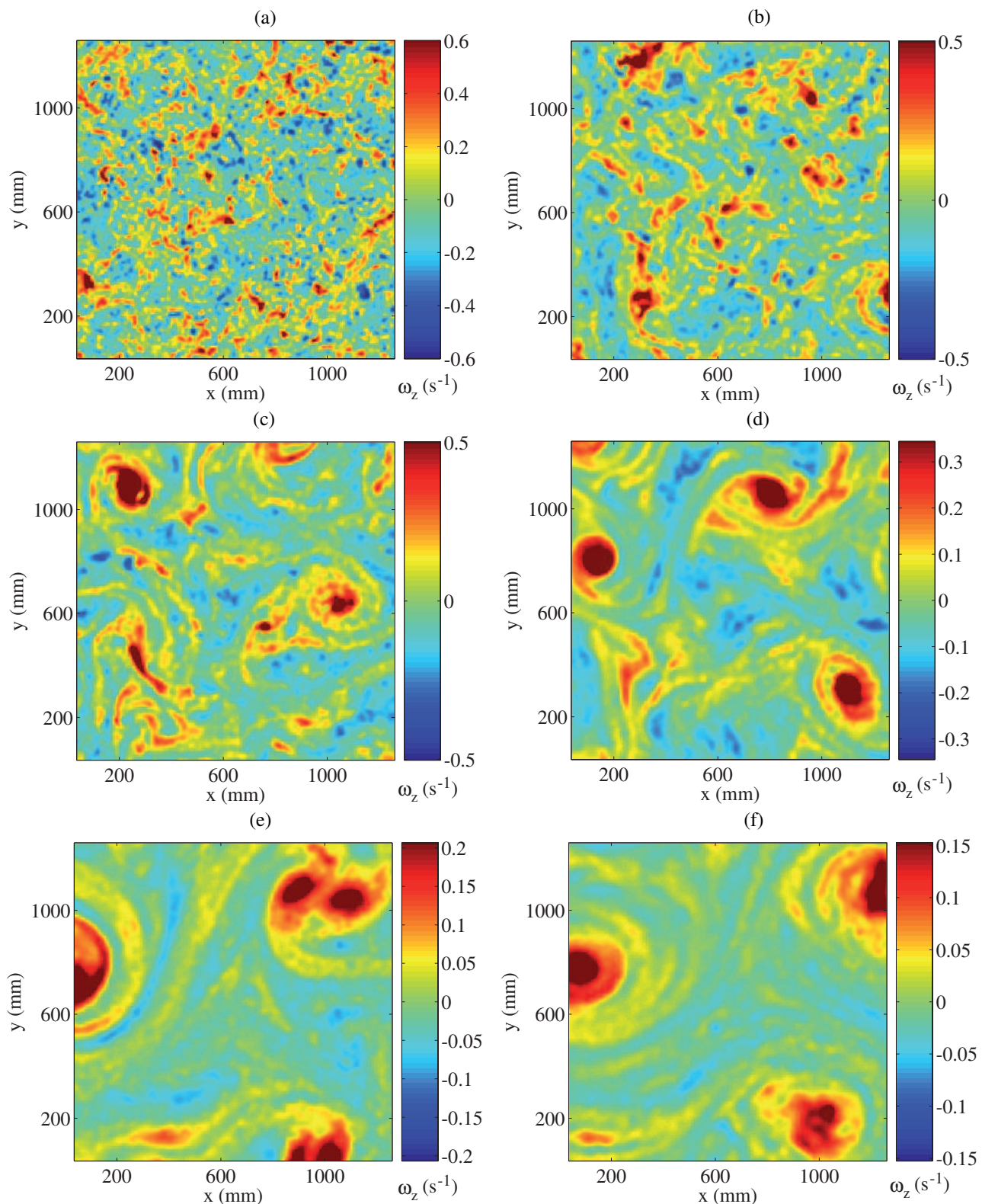


FIG. 7.5: Champs de vorticité  $\omega_z$  obtenus, dans un plan horizontal, sur la plateforme Coriolis. Les 6 champs ont été obtenus au cours du temps pour un écoulement en présence de rotation à  $\Omega = 0.10 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$  tel que (a)  $(\tau = tV_g/M, Re_M, Ro_\omega) = (100, 600, 1.8)$ , (b)  $(300, 480, 0.9)$ , (c)  $(500, 400, 0.6)$ , (d)  $(800, 330, 0.4)$ , (e)  $(1200, 270, 0.25)$  et (f)  $(1800, 200, 0.15)$ .

cyclonique. Nous n'avons, en particulier, observé que très peu de structures tourbillonnaires anticycloniques.

On observe également l'apparition, au cours du déclin de l'énergie, de filaments de vortacité,<sup>1</sup> de vortacité modérée, qui s'enroulent autour des structures tourbillonnaires. Ce cisaillement des couches de fluide est visuellement similaire à la filamentation de vortacité observée dans le régime de cascade d'enstrophie de la turbulence 2D. La prévalence de structures tourbillonnaires corotatives (ici des cyclones) augmente probablement le cisaillement moyen des couches de fluides en comparaison avec la turbulence 2D dans laquelle autant de structures de vortacité positive que négative sont présentes.

Cette prévalence des structures de vortacité cyclonique dans les écoulements turbulents en rotation a déjà été observée à maintes reprises lors d'expériences [31, 45, 57, 60] et lors de simulations numériques [3, 67]. Nous allons, par la suite, chercher à caractériser cette asymétrie en observant, entre autres, l'évolution de l'allure des distributions de vortacité au cours du déclin de l'énergie. Cependant, avant d'aller plus loin, nous nous proposons d'étudier dans un premier temps la décroissance temporelle de l'enstrophie. La section qui va suivre, se démarque un peu de ce chapitre, dans la mesure où l'étude du déclin de l'enstrophie ne permet pas de caractériser une éventuelle asymétrie cyclone-anticyclone, mais consiste juste à faire le lien avec le chapitre 3.

### 7.3 Déclin de l'enstrophie

Nous avons vu au chapitre 3 que la rotation ralentit le déclin de l'énergie au cours du temps lorsque  $t \ll t_E = h(\nu\Omega)^{-1/2}$ . En revanche, lorsque le régime de dissipation de l'énergie dans les couches d'Ekman devient dominant, pour des temps  $t \gg t_E$ , nous avons observé une décroissance exponentielle de l'énergie. On peut alors s'attendre à ce que l'enstrophie décline, de la même façon que l'énergie, comme une loi de puissance du temps pour des temps  $t \ll t_E$ , telle que

$$\omega^2 = a(t - t^*)^{-n_\omega}, \quad (7.8)$$

où  $t^*$  est une origine virtuelle et  $n_\omega$  est l'exposant de la loi de puissance, tandis que l'on pourrait s'attendre à une décroissance exponentielle de l'enstrophie pour les temps  $t \gg t_E$ , pour lesquels le régime de dissipation dans les couches d'Ekman devient dominant.

La figure 7.6 représente la décroissance de l'enstrophie,  $\langle \omega^2(t) \rangle$ , au cours du temps, où les crochets  $\langle \rangle$  désigne une moyenne d'ensemble et une moyenne spatiale, pour des expériences réalisées au FAST avec une vitesse de rotation allant de 0.13 à 4.53 rad/s. Comme lors de l'étude du déclin de l'énergie du chapitre 3, on observe deux régimes pour le déclin de l'enstrophie : un premier régime, après un temps de coupure  $t'_s$ ,<sup>2</sup> qui semble présenter une loi de puissance et, après un temps de coupure  $t_c$ ,<sup>3</sup> un second régime qui décroît de façon exponentielle (voir figure

<sup>1</sup>Le terme filament de vortacité est employé ici au sens de la turbulence 2D

<sup>2</sup>Nous rappelons ici que le temps  $t'_s$  correspond au temps de saturation de l'échelle verticale induite par la rotation (cf. section 3.3.4).

<sup>3</sup>Le temps  $t_c$  est proportionnel au temps d'Ekman  $t_E$  (voir expression (3.20)).



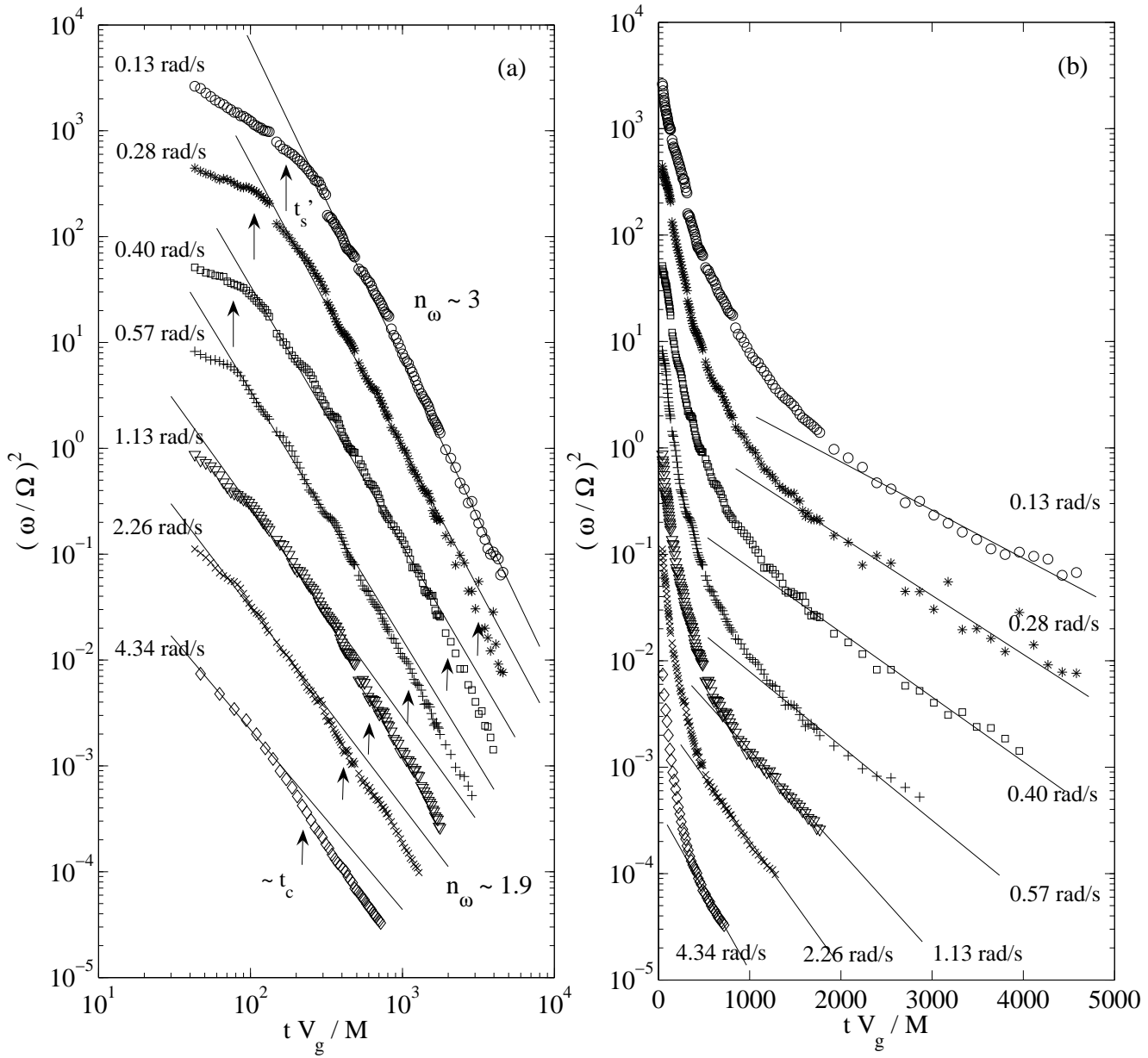


FIG. 7.6: Déclin de l'ensrophie en présence de rotation pour plusieurs vitesse de rotation  $\Omega$ , entre 0.13 et 4.34 rad/s. La courbe du haut est tracée en échelle réelle tandis que les courbes suivantes sont divisé par un facteur 10 pour des raisons de visibilité. Les flèches verticales indiquent le temps  $t'_s$  de la saturation de l'échelle intégrale verticale induite par la rotation, qui est visible uniquement pour les plus faibles vitesses de rotation, et le temps d'apparition  $t_c$  du régime dominé par les couches d'Ekman. Les données représentées sur cette figure ont été extraites des mêmes expériences que celles de la figure 3.7. (a) L'axe des temps est en échelle logarithmique, tandis qu'en (b) il est en échelle linéaire, montrant le régime de décroissance exponentielle.

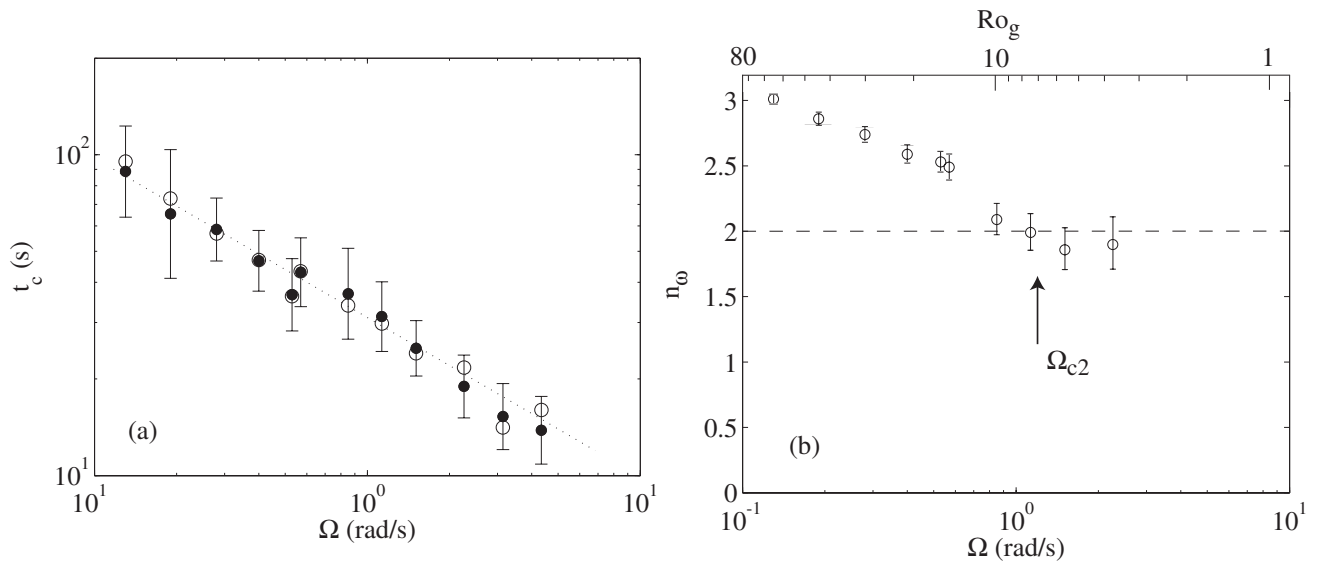


FIG. 7.7: (a) Temps caractéristique  $t_c$  du déclin exponentiel en fonction de la vitesse de rotation. Les symboles (●) correspondent aux mesures réalisées à partir des déclin d'énergie exponentiel, tandis que les symboles (○) ont été obtenus à partir des déclin exponentiels d'enstrophie. (b) Exposants  $n_\omega$  de la loi de puissance du déclin d'enstrophie en fonction de la vitesse de rotation  $\Omega$  et du nombre de Rossby de grille  $Ro_g$ . La flèche indique la vitesse de rotation  $\Omega_{c2}$ , au delà de laquelle le temps de saturation de l'échelle verticale induit par la rotation  $t'_s$  est de l'ordre de  $t_0$  (voir équation (3.29)).

7.6 (b)) caractérisant un régime de décroissance dominé par les couches d'Ekman. On observe un relativement bon accord entre les figures 3.7 et 7.6 en ce qui concerne les temps de coupure  $t'_s$  et  $t_c$ .

La figure 7.7 (a) représente le temps caractéristique  $t_c$ , au delà duquel le régime de dissipation dans les couches d'Ekman devient dominant, en fonction de la vitesse de rotation de la cuve.  $t_c$  est mesuré en ajustant les courbes de décroissance de l'enstrophie à temps long par une loi exponentielle de la forme  $\exp(-t/t_c)$  (figure 7.6 (a)). On observe un très bon recouvrement des mesures effectuées à partir des courbes du déclin de l'enstrophie avec celles effectuées sur les courbes du déclin de l'énergie (3.20).

### Mesure de l'exposant du régime autosimilaire du déclin d'enstrophie

A partir de la figure 7.6 (a), il semble que les courbes de décroissance de l'enstrophie présentent approximativement une loi de puissance. De plus, l'exposant du régime autosimilaire de l'enstrophie semble diminuer continûment à mesure que la vitesse de rotation  $\Omega$  augmente. Cet exposant,  $n_\omega$ , a été mesuré à partir d'un ajustement à deux paramètres libres,  $a$  et  $n_\omega$  (équation (7.8)), avec une origine virtuelle  $t^*$  fixée à zéro. La figure 7.7 (b) représente la variation de  $n_\omega$  en fonction de la vitesse de rotation  $\Omega$ . Cet exposant diminue continûment à partir de  $n \simeq 3$ , lorsque  $\Omega = 0.13$  rad/s, jusqu'à des valeurs proches ou légèrement plus petites que 2 pour les plus grandes vitesses de rotation. Tout comme pour la mesure de  $n$  au chapitre 3, la grande incertitude dans la mesure de  $n_\omega$  pour les vitesses de rotation les plus grandes,  $\Omega > 1$  rad.s $^{-1}$ , est liée à la mauvaise qualité de la loi de puissance à ces vitesses.

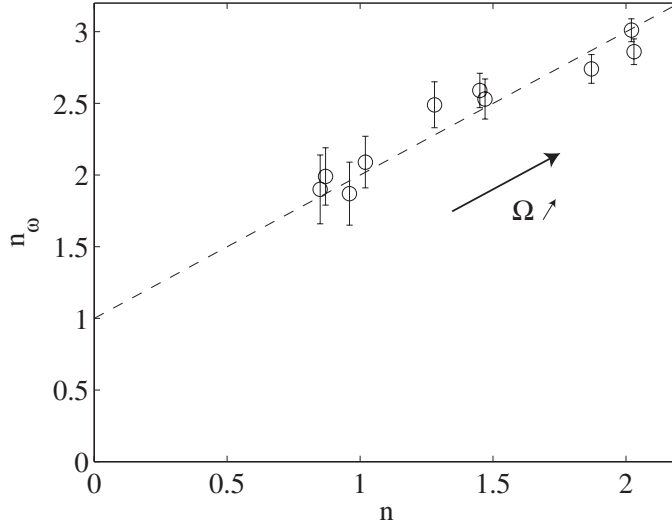


FIG. 7.8: Exposant  $n_\omega$  du déclin d'entrophie en fonction de l'exposant  $n$  du déclin d'énergie. La ligne en pointillé est une droite d'équation  $n_\omega = n + 1$  (voir expression (7.9)).

La réduction du déclin de l'entrophie en présence d'une rotation d'ensemble est compréhensible dans la mesure où nous avons vu que la rotation favorise l'apparition de structures tourbillonnaires de vortacité cyclonique très intenses qui restent stables et qui contiennent la majorité de l'entrophie de l'écoulement.

La figure 7.8 représente l'exposant  $n_\omega$  en fonction de  $n$  pour différentes vitesses de rotation  $\Omega$ . On observe que les exposants  $n_\omega$  et  $n$  vérifient la relation

$$n_\omega = n + 1. \quad (7.9)$$

Le fait que l'on retrouve un relativement bon accord entre ces mesures et la relation (7.9) nous suggère que la décroissance de l'entrophie et de l'énergie sont reliées de la même façon que pour les écoulements turbulents isotrope 3D en l'absence de rotation, pour lesquels la dissipation de l'énergie cinétique moyenne vérifie

$$\frac{d}{dt} \left\langle \frac{1}{2} u^2 \right\rangle = -\nu \langle \omega^2 \rangle = -\epsilon. \quad (7.10)$$

Ces résultats nous suggèrent alors que les effets inhomogènes sont négligeables.

## 7.4 Evolution temporelle de la distribution de vorticité

Maintenant que nous avons décrit comment décroît l'entrophie au cours du temps et que nous avons vu, sur les figures 7.4 et 7.5, que les écoulements turbulents soumis à une rotation d'ensemble présentent une prévalence certaine de vorticité cyclonique par rapport à la vorticité anticyclonique, nous nous proposons maintenant de caractériser cette asymétrie en observant l'évolution des distributions de la vorticité au cours du temps.

### 7.4.1 Fonction de distribution de la vorticité

La figure 7.9 représente les distributions (pdf) de la vorticité, normalisées par la vorticité instantanée *rms*,  $\omega' = \langle \omega_z^2 \rangle^{1/2}$ , obtenues à 3 instants au cours du temps pour une expérience en l'absence de rotation. On remarque que ces distributions restent parfaitement symétriques, tout au long du déclin de l'énergie, traduisant qu'il y a approximativement autant de vorticité positive que de vorticité négative.

La situation est en revanche complètement différente en présence de rotation. La figure 7.10 présente trois pdf de vorticité pour une expérience à  $\Omega = 1.5 \text{ rad.s}^{-1}$ . Les mêmes pdf de vorticité ont été normalisées par la vorticité planétaire  $2\Omega$  (figure 7.10 (a)) et par la vorticité instantanée *rms* (figure 7.10 (b)). L'asymétrie entre la vorticité cyclonique et anticyclonique apparaît alors clairement en observant l'évolution temporelle de ces pdf.

Tout juste après la translation de la grille, l'écoulement est relativement tridimensionnel et on observe que la pdf,  $p(\omega_z)$ , est relativement symétrique, comme le sont les pdf de la figure 7.9 en l'absence de rotation. Cependant, au cours du temps, et en particulier aux instants  $\tau = tV_g/M = 230$  et  $650$ , les pdf de vorticité se dissym trisent progressivement et présentent des ailes très larges vers les valeurs positives de la vorticité, tandis que l'envergure des ailes correspondant à la vorticité anticyclonique est beaucoup moins importante. Les pdf montrent des ailes approximativement exponentielles pour des vorticité  $\omega_z > 3\omega'$ , tandis que les fluctuations de vorticité négatives présentent des ailes légèrement sous gaussiennes à l'instant  $\tau = 650$ . Ce résultat confirme l'impression visuelle des champs de vorticité des figures 7.4 et 7.5, d'une augmentation progressive de la prévalence des cyclones. Par ailleurs, nous remarquons que l'asymétrie devient plus prononcée lorsque les fluctuations maximales de vorticité sont de l'ordre de la vorticité planétaire  $2\Omega$ , c'est-à-dire lorsque le nombre de Rossby *microscopique* associé est de l'ordre de l'unité.

Nous allons dans la suite de ce manuscrit chercher à quantifier la croissance de cette asymétrie. Pour ce faire, nous allons nous intéresser aux moments d'ordre  $q$  de la vorticité.

### 7.4.2 Moments de la vorticité

Les moments de vorticité caractérisent l'allure des pdf de la vorticité  $p(\omega)$  et sont définis comme

$$\langle \omega^q \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^q p(\omega) d\omega. \quad (7.11)$$

Plus l'ordre  $q$  est élevé et plus le moment associé est sensible aux queues des fonctions de distribution et donc aux  v nements rares et intenses. Le moment d'ordre 3 caractérise l'asymétrie des fonctions de distribution de la vorticité. Pour avoir confiance en la mesure des moments  $\langle \omega^q \rangle$ , il est indispensable de s'assurer de la convergence des intégrants  $W_q(\omega) = \omega^q p(\omega)$ .

La figure 7.11 représente les intégrants  $W_q(\omega)$  d'ordre  $q$ , pour des valeurs  $q = 2$  jusqu'à 7. Ces courbes ont été obtenues à partir d'une moyenne d'ensemble de 50 champs statistiquement indépendants. On remarque facilement l'asymétrie des ailes, caractérisant la prévalence de la vorticité cyclonique. Cette asymétrie est d'autant plus visible que l'ordre  $q$  de l'intégrand est

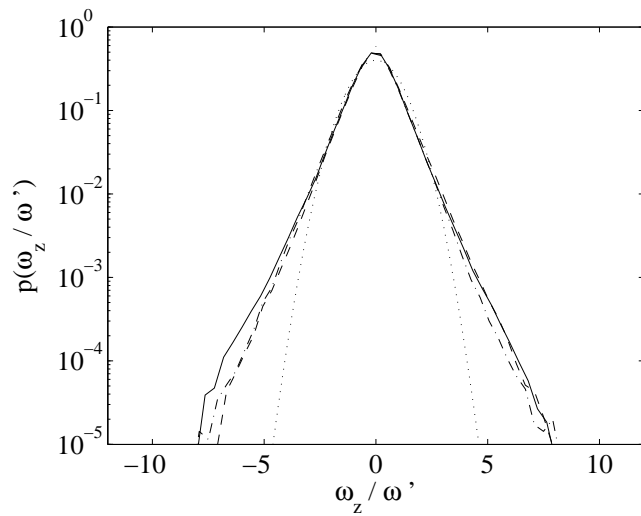


FIG. 7.9: Fonctions de distribution de la vorticité  $\omega_z$ , normalisées par la vorticité *rms*,  $\omega' = \langle \omega_z^2 \rangle^{1/2}$ , obtenues à trois instants au cours du déclin de l'énergie pour une expérience en l'absence de rotation et une vitesse  $V_g = 0.69 \text{ m.s}^{-1}$ .  $\cdots$ ,  $(\tau, Re_M) = (50, 1600)$ ;  $---$ ,  $(230, 800)$ ;  $—$ ,  $(530, 500)$ .

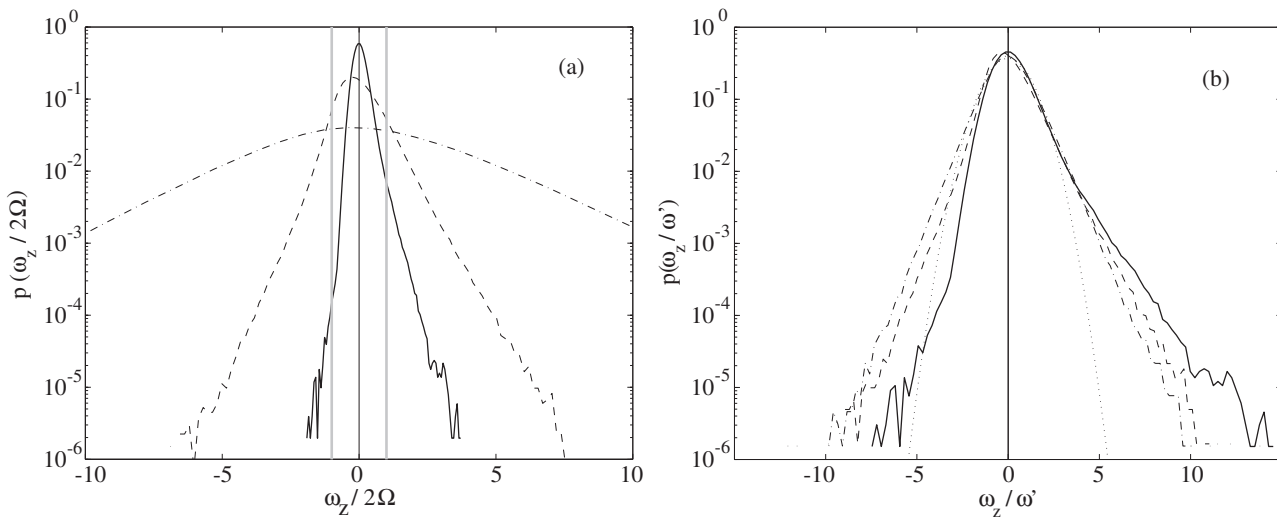


FIG. 7.10: Fonctions de distribution de la vorticité axiale obtenues à trois instants au cours du déclin de l'énergie pour une expérience en rotation à  $\Omega = 1.5 \text{ rad.s}^{-1}$  et une vitesse  $V_g = 0.69 \text{ m.s}^{-1}$ . (a) normalisées par la vorticité planétaire  $2\Omega$ . (b) normalisées par la vorticité *rms*  $\omega'$ .  $\cdots$ ,  $(\tau, Re_M, Ro_\omega) = (30, 1990, 3.9)$ ;  $---$ ,  $(230, 700, 0.8)$ ;  $—$ ,  $(650, 440, 0.26)$ . Sur la figure (a), les lignes verticales indiquent  $\omega_z = \pm 2\Omega$  tandis que sur la figure (b) la ligne en pointillé correspond à une distribution gaussienne de même écart type.

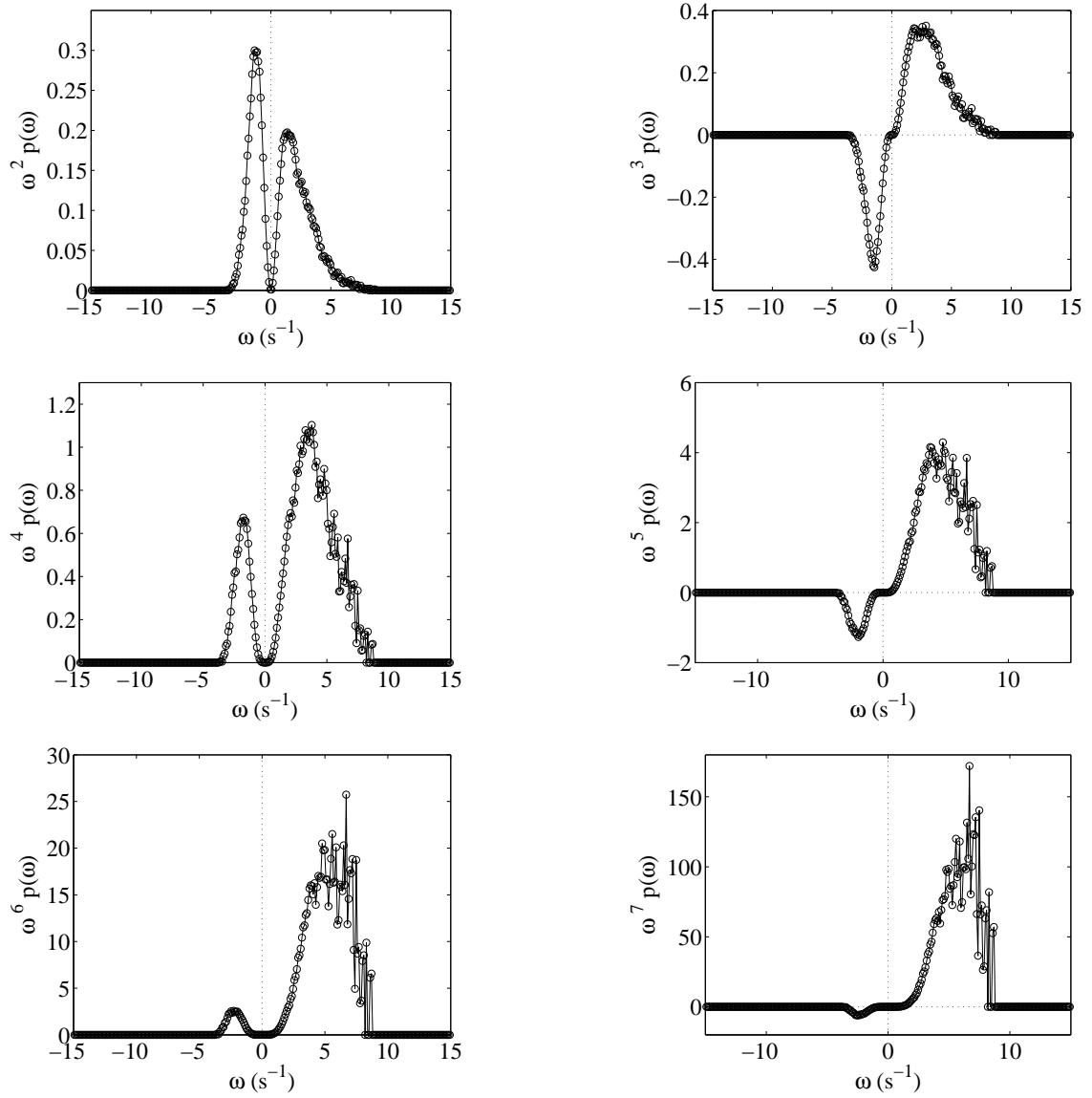


FIG. 7.11: Représentation des intégrants  $W_q(\omega)$  d'ordre  $q$  en fonction de la vorticité pour une expérience en présence de rotation à  $\Omega = 1.5 \text{ rad.s}^{-1}$ , obtenu à un instant  $\tau = 350$  après génération de la turbulence.

élevé. Par ailleurs, l'aile négative de la figure 7.11 (a) présente un pic plus haut que l'aile correspondant à la vortacité positive. Ces résultats indiquent alors que l'écoulement présente en moyenne plus de vortacité anticyclonique modérée, mais que les événements rares et intenses ont majoritairement une vortacité cyclonique.

On remarque sur la figure 7.11 que les moments d'ordre 2, 3 et 4 convergent relativement bien, puisque l'on observe bien une décroissance assez nette des ailes de  $W_q(\omega)$ . En revanche, la situation est moins claire en ce qui concerne les moments d'ordre supérieur, en particulier les moments d'ordre 5, 6 et 7, pour lesquels les ailes ne semblent pas converger proprement vers zéro et présentent beaucoup de bruit. Par conséquent, nous limiterons notre étude aux moments d'ordre inférieur à 4.

### 7.4.3 Décroissance de la “cyclostrophie” et de l’“acyclostrophie”

Nous allons à présent chercher à mesurer séparément la décroissance des ailes de vortacité positive et négative au cours du déclin de l'énergie. Pour cela, nous proposons de décomposer l'enstrophie  $\langle \omega^2 \rangle$  en deux parties : l'enstrophie associée à la vortacité cyclonique,  $\omega_{>}^2$ , et l'enstrophie associée à la vortacité anticyclonique,  $\omega_{<}^2$ . Nous appellerons respectivement ces deux quantités la “cyclostrophie”,  $\langle \omega_{>}^2 \rangle$ , et l’“acyclostrophie”,  $\langle \omega_{<}^2 \rangle$ .

L'acyclostrophie est définie comme

$$\langle \omega_{<}^2 \rangle = \int_{-\infty}^0 \omega^2 p(\omega) d\omega, \quad (7.12)$$

tandis que la cyclostrophie est

$$\langle \omega_{>}^2 \rangle = \int_0^{+\infty} \omega^2 p(\omega) d\omega. \quad (7.13)$$

L'enstrophie vérifie alors

$$\langle \omega^2 \rangle = \langle \omega_{<}^2 \rangle + \langle \omega_{>}^2 \rangle. \quad (7.14)$$

La figure 7.12 représente la décroissance de la cyclostrophie et de l'acyclostrophie au cours du temps pour une expérience à  $\Omega = 0.40 \text{ rad.s}^{-1}$  et une à  $\Omega = 0.85 \text{ rad.s}^{-1}$ . Tout juste après le passage de la grille, on remarque que la cyclostrophie et l'acyclostrophie sont du même ordre de grandeur, traduisant des fonctions de distribution de la vortacité à peu près symétriques. Cependant, on observe que  $\langle \omega_{<}^2 \rangle$  décroche assez rapidement, dès l'instant  $t \simeq 10 \text{ s}$ , par rapport à  $\langle \omega_{>}^2 \rangle$ . Cet effet est la signature d'une prévalence de la vortacité cyclonique et d'une asymétrie naissante des pdf de vortacité. Au cours du temps, on observe que  $\langle \omega_{<}^2 \rangle$  s'éloigne progressivement de  $\langle \omega_{>}^2 \rangle$ , caractérisant une augmentation de l'asymétrie au cours du déclin de l'énergie.

La décroissance de  $\langle \omega_{>}^2 \rangle$  et de  $\langle \omega_{<}^2 \rangle$ , dans un premier temps, semble présenter des lois de puissance. Si l'on mesure les exposants du déclin de la cyclostrophie  $n_{\omega}^{>}$  et de l'acyclostrophie  $n_{\omega}^{<}$  par un ajustement à deux paramètres libres avec une origine virtuelle nulle, on observe que  $n_{\omega}^{>} < n_{\omega}^{<}$ . Ce résultat caractérise une décroissance plus rapide de l'aile de la vortacité anticyclonique

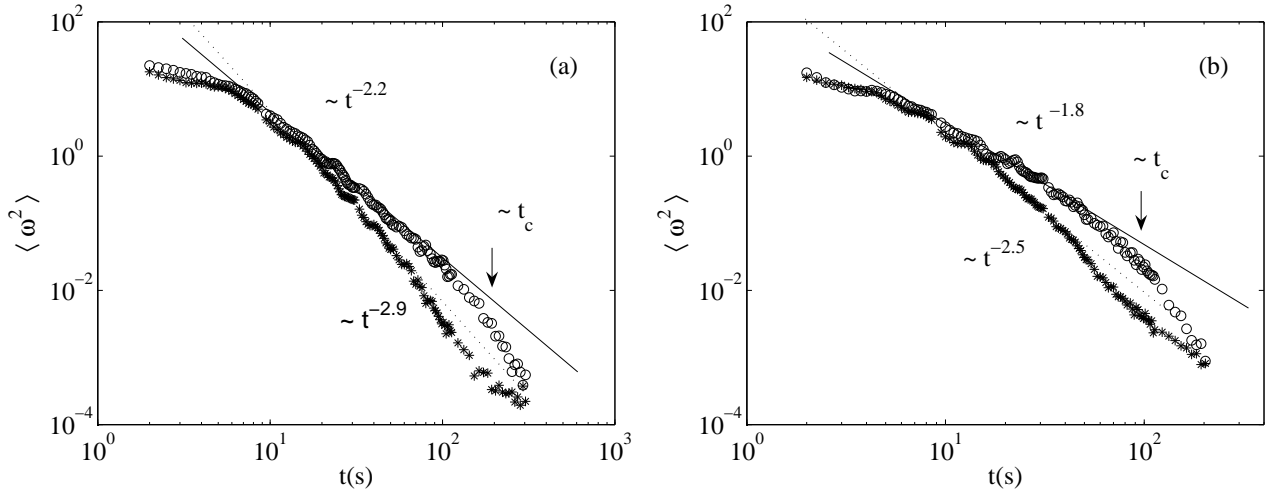


FIG. 7.12: D clat de la cyclostrophie  $\langle \omega_{>}^2 \rangle$  (symboles  $\circ$ ) et de l'acyclostrophie  $\langle \omega_{<}^2 \rangle$  (symboles  $*$ ) pour une expérience (a)    $\Omega = 0.40 \text{ rad.s}^{-1}$  et une autre (b)    $\Omega = 0.85 \text{ rad.s}^{-1}$ .

en comparaison de l'aile de vorticité positive. Bien qu'un régime en loi de puissance ne soit pas évident, cet écart entre l'exposant de la décroissance de la cyclostrophie avec celui de l'acyclostrophie est systématique à toutes nos expériences. Ce résultat peut être dû à une déstabilisation sélective des anticyclones par la rotation d'ensemble.

A temps long, nous observons une décroissance plus rapide de la cyclostrophie, de telle sorte que  $\langle \omega_{>}^2 \rangle$  rejoint progressivement l'acyclostrophie. Cet effet caractérise une re-symétrisation des pdf de vorticité. Il faut noter que le temps de coupure  $t_c$ , correspondant à la fin du régime autosimilaire de la cyclostrophie, est du même ordre de grandeur que le temps d'Ekman  $t_E$ . Comme nous verrons par la suite, il semble que cette re-symétrisation des pdf de vorticité soit en partie lié au pompage d'Ekman non-linéaire [63], qui affecte préférentiellement la vorticité cyclonique. Cependant, bien que la coupure soit moins nette, il semble également que l'acyclostrophie décroche légèrement et ne présente plus de régime autosimilaire. Le fait que  $\langle \omega_{<}^2 \rangle$  soit moins affectée par ce régime de dissipation dans les couches d'Ekman est probablement lié au fait qu'il n'y a pas ou très peu d'anticyclone intense, comme le suggère les champs de vorticité des figures 7.4 et 7.5.

## 7.5 La skewness de la vorticité

Maintenant que nous avons observé une décroissance plus rapide de l'acyclostrophie par rapport à la cyclostrophie et que nous nous sommes assurés de la relativement bonne convergence des moments d'ordre 2 et 3 de la vorticité, nous allons essayer de quantifier plus précisément cette asymétrie entre cyclones et anticyclones. Pour cela, nous nous proposons de mesurer le coefficient d'asymétrie (ou skewness) de la vorticité, défini comme

$$S_\omega = \frac{\langle \omega_z^3 \rangle}{\langle \omega_z^2 \rangle^{3/2}}. \quad (7.15)$$

Lorsque la distribution de la vorticité est parfaitement symétrique, la skewness de vorticité est



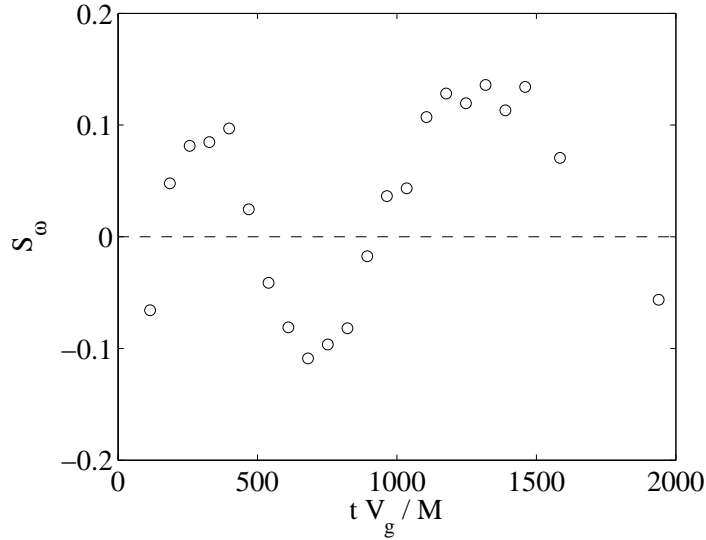


FIG. 7.13: Skewness de vorticité  $S_\omega$  en fonction du temps adimensionné  $tV_g/M$  moyenn e à partir de 50 expériences indépendantes en l'absence de rotation.

nulle,  $S_\omega = 0$ . Bartello *et al.* [3] ont été les premiers à caractériser la croissance de la skewness de vorticité pour la turbulence tournante en déclin à partir d'une simulation des grandes échelles (LES).

La figure 7.13 représente l'évolution de la skewness de vorticité pour une série d'expérience en l'absence de rotation. Comme on pouvait s'y attendre, on ne remarque pas de tendance particulière sur l'évolution de  $S_\omega$ . On observe que  $S_\omega$  fluctue autour de 0 et prend des valeurs de l'ordre de  $\pm 0.1$ . Ceci constitue notre limite de résolution, due en partie au bruit à petite échelle et   un manque de convergence de nos statistiques.

L'évolution temporelle de la skewness de vorticité en présence de rotation est représentée sur la figure 7.14 en fonction du nombre de tours de cuve,  $\Omega t/2\pi$ . Les courbes obtenues pour des vitesses de rotation différentes sur les expériences du FAST et de la plateforme Coriolis présentent une tendance commune :  $S_\omega$  croît approximativement comme une loi de puissance du temps, pour les 5 ou 6 premiers tours de cuve, comme

$$S_\omega \simeq 0.4 \left( \frac{\Omega t}{2\pi} \right)^{0.7 \pm 0.1}. \quad (7.16)$$

Il est important de souligner que, malgré les nombreuses différences entre les dispositifs expérimentaux du FAST et de la plateforme Coriolis, les données se superposent extrêmement bien. Les deux jeux de données présentent non seulement une croissance en loi de puissance comparable avec un exposant de l'ordre de 0.7, mais aussi un préfacteur du même ordre de grandeur.

La représentation de nos données en fonction du temps adimensionné  $\Omega t$  permet un relativement bon recouvrement de nos différentes mesures. En outre, nous n'observons pas d'influence significative de la vitesse de rotation de la cuve  $\Omega$  et de la vitesse de translation de la grille  $V_g$

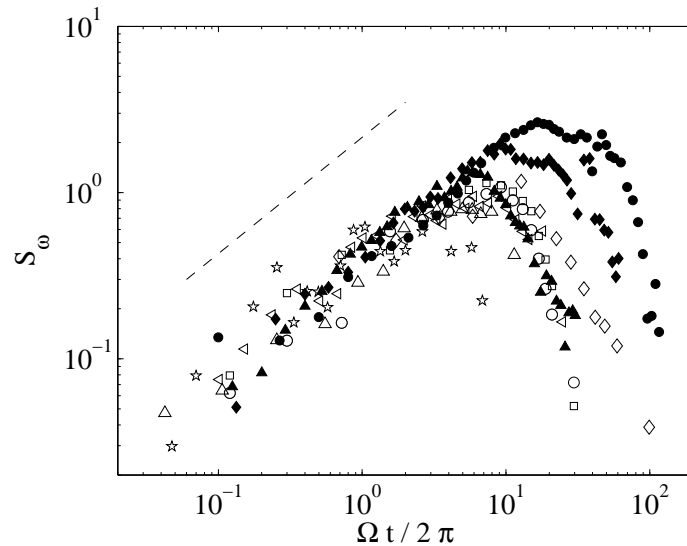


FIG. 7.14: Skewness de vorticité  $S_\omega$  en fonction du nombre de tour de cuve,  $\Omega t/2\pi$ . Les mesures représentées par des symboles creux ont été obtenus sur l'expérience du FAST tandis que les mesures représentées par les symboles pleins ont été obtenues sur la plateforme Coriolis. Le trait en pointillé correspond à un ajustement de pente  $t^{0.7}$ . Données FAST :  $\diamond$ ,  $\Omega = 4.3$  rad/s et  $V_g = 0.61$  m/s;  $\circ$ ,  $\Omega = 1.5$  rad/s et  $V_g = 0.61$  m/s;  $\square$ ,  $\Omega = 1.5$  rad/s et  $V_g = 0.95$  m/s;  $\triangleleft$ ,  $\Omega = 0.85$  rad/s et  $V_g = 0.61$  m/s;  $\triangle$ ,  $\Omega = 0.53$  rad/s et  $V_g = 0.61$  m/s;  $\star$ ,  $\Omega = 0.13$  rad/s et  $V_g = 0.61$  m/s. Données Coriolis :  $\blacktriangle$ ,  $\Omega = 0.05$  rad/s et  $V_g = 0.30$  m/s;  $\blacklozenge$ ,  $\Omega = 0.10$  rad/s et  $V_g = 0.30$  m/s;  $\bullet$ ,  $\Omega = 0.20$  rad/s et  $V_g = 0.30$  m/s.

dans ce régime de croissance en loi de puissance. Ce résultat semble mettre en avant que  $\Omega^{-1}$  est le temps pertinent qui caractérise cette croissance de l'asymétrie cyclone-anticyclone. Ce résultat suggère alors que l'augmentation de l'asymétrie est gouvernée par les ondes d'inertie, de fréquence maximales  $2\Omega$ .

Gence et Frick [25] ont montré que le moment de vorticité d'ordre 3 est instantanément sensible à l'influence d'une rotation d'ensemble, tandis que les moments d'ordre pair ne le sont pas au premier ordre en temps. Leur étude peut s'interpréter comme une solution particulière des équations linéarisées pour des temps très court à partir d'une distribution initiale isotrope. Leur étude a alors mis en évidence que le temps caractéristique, à temps court, qui domine la dynamique des corrélations triples de vorticité correspond à  $\Omega^{-1}$ . Cependant, la loi de puissance de l'équation (7.16) observée dans notre expérience semble être due à des effets non-linéaires à temps long, qui ne peuvent pas être décrits par leur analyse au premier ordre en temps.

### Influence du pompage d'Ekman sur l'asymétrie cyclone-anticyclone

  temps long, nous observons sur la figure 7.14 que la skewness de vorticité sature pour des valeurs de l'ordre de l'unité, puis chute brutalement, à partir d'un temps  $t'_c$  qui dépend de la vitesse de rotation. Cette décroissance de la skewness de vorticité est due aux effets de confinement et, plus particulièrement, au régime dominé par la dissipation dans les couches d'Ekman.

Au cours du déclin de l'énergie, l'échelle intégrale verticale des structures tourbillonnaires croît jusqu'à saturation à la hauteur  $h$  des expériences. Les couches d'Ekman induisent alors un pompage vertical, de vitesse instantanée  $w_E \simeq \Omega\delta \simeq (\nu\Omega)^{1/2}$ , qui envoient des particules sans vorticité relative dans le cœur des tourbillons de vorticité cyclonique tandis que ce pompage expulse les particules des structures de vorticité anticyclonique [28]. Ce pompage d'Ekman accélère alors le processus d'affaiblissement des structures tourbillonnaires intenses sur le temps caractéristique d'Ekman  $t_E = h(\nu\Omega)^{-1/2}$ , qui caractérise le temps pour une particule fluide de voyager selon toute la hauteur de la cuve à la vitesse  $w_E$ .

Bien que la gamme de variation de la vitesse de rotation  $\Omega$  soit relativement faible pour une vérification précise du temps d'Ekman, le temps  $t'_c$  pour lequel la skewness de vorticité est maximale varie comme

$$t'_c \simeq (0.10 \pm 0.02) h(\nu\Omega)^{-1/2}, \quad (7.17)$$

pour les mesures réalisées sur l'expérience au FAST. Le préfacteur mesuré ici est légèrement supérieur à celui mesuré à partir des déclins d'énergie (voir équation (3.20)). L'origine de cet écart est probablement dû au fait que  $t_c$  est mesuré à partir d'un ajustement du déclin exponentiel tandis que  $t'_c$  est mesuré directement comme le temps de coupure sur les courbes de skewness de vorticité. Par ailleurs, le nombre de Reynolds instantané,  $Re_M = u'/\nu M$ , mesuré à l'instant  $t'_c$ , n'est pas constant et prend des valeurs qui varient entre 350 et 850, ce qui nous permet d'écarter la possibilité d'une décroissance de  $S_\omega$  due à des effets de faible nombre de Reynolds.

A Coriolis, seule la paroi inférieure donnant lieu à un pompage d'Ekman, le temps  $t_E$  est donné par  $t_E = (h/2)(\nu\Omega)^{-1/2}$ . On obtient

$$t'_c \simeq (0.13 \pm 0.03) t_E, \quad (7.18)$$

c'est-à-dire un préfacteur égal à celui du FAST (7.17), à la barre d'erreur près.

La décroissance rapide de  $S_\omega$ , pour les temps  $t > t'_c$ , qui caractérise une re-symétrisation de la distribution de vorticité, peut s'expliquer par le fait que ce pompage d'Ekman affecte principalement les structures grande échelle qui ont une dimension verticale de l'ordre de la hauteur  $h$  des expériences. Or, nous n'avons observé que très peu d'anticyclones intenses dans nos expériences, en comparaison de la vorticité cyclonique. Par conséquent, ce pompage d'Ekman va se contenter d'accélérer l'affaiblissement des structures de vorticité cyclonique, ce qui se traduit par une re-symétrisation des pdf de vorticité.

Cependant, on peut également remarquer que dans l'hypothèse où l'écoulement présenterait également des anticyclones à grande échelle, un autre mécanisme peut expliquer la re-symétrisation des pdf de vorticité. La décroissance rapide de  $S_\omega$  ne peut pas s'expliquer avec la théorie linéaire du pompage d'Ekman [28]. En effet, le pompage d'Ekman linéaire, qui est valable uniquement lorsque le nombre de Rossby est négligeable devant l'unité, affecte de manière égale les cyclones et les anticyclones, ce qui conduirait à une décroissance exponentielle de la vorticité cyclonique et anticyclonique, de telle sorte que  $S_\omega$  reste constante. Par contre, lorsque la limite où  $Ro_\omega \ll 1$

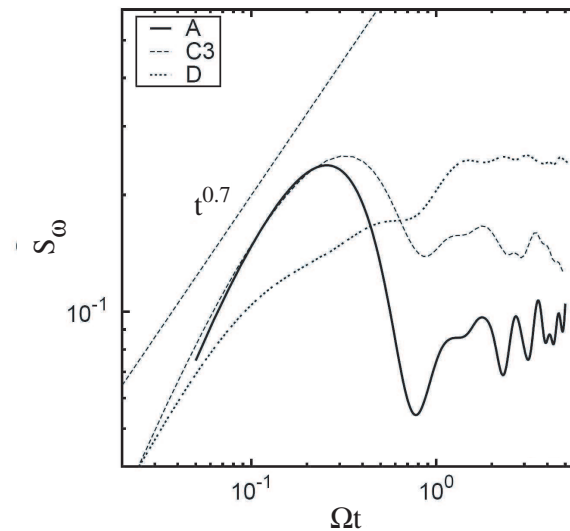


FIG. 7.15: Courbe de la skewness de vorticité  $S_\omega$  en fonction du temps adimensionné  $\Omega t$  extraite de l'article de Van Bokhoven *et al.* [75].

n'est pas atteinte, ce qui est le cas dans nos expériences ( $Ro_\omega \simeq 0.1-0.4$  pour  $t = t'_c$ ), les corrections non-linéaires du pompage d'Ekman doivent être prises en compte. Sans on et Van Heijst [63] ont montré que le pompage d'Ekman non-linéaire augmente le pompage des structures cycloniques en comparaison des structures anticycloniques. Cependant, ce second mécanisme est probablement masquée par le fait que les anticyclones sont, de toute façon, moins nombreux que les cyclones.

## 7.6 Discussion

Nous avons étudié expérimentalement, dans ce chapitre, l'asymétrie cyclone-anticyclone qui est une caractéristique de la turbulence en rotation au cours du déclin de l'énergie. Bien que cette asymétrie soit une propriété classique des fluides en rotation, il n'existe que peu de références dans la littérature en turbulence sur cette asymétrie, et notamment pas de caractérisation systématique.

Nous avons observé l'apparition d'une prévalence des structures de vorticité cyclonique, lorsque le nombre de Rossby est de l'ordre de l'unité. Cette asymétrie se traduit par une décroissance plus rapide des ailes anticycloniques des distributions de vorticité en comparaison des ailes cycloniques. Alors que dans la littérature la description de l'asymétrie est juste qualitative, nous avons quantifié cette asymétrie comme étant une loi de puissance du temps avec un exposant de l'ordre de 0.7. La représentation de nos données en fonction de  $\Omega t$  a permis un relativement bon regroupement de nos données, suggérant que l'augmentation de l'asymétrie est gouvernée par les ondes d'inertie. Il est important de préciser que, malgré les nombreuses différences expérimentales, nous avons retrouvé cette loi sur les deux dispositifs que nous avons

utilisés. Par ailleurs, nous avons observé que le maximum d'amplitude de  $S_\omega$  dépend de la configuration expérimentale et des effets de confinement.

Très récemment, Van Bokhoven *et al.* [75] ont étudié numériquement, en utilisant un modèle VTCs (Nontrivial Triple Correlations of Vorticity), la croissance de cette asymétrie cyclone-anticyclone, au cours du déclin de l'énergie, pour un écoulement turbulent homogène en rotation. Contrairement aux simulations LES, qui ne sont pas adaptées pour étudier des quantités petite échelle, ce modèle est très bien adapté pour l'étude de cette asymétrie étant donné qu'il tient compte des équations régissant l'évolution des moments d'ordre 3 de la vorticité. Van Bokhoven *et al.* [75] ont obtenu un comportement de la skewness de vorticité similaire à nos mesures expérimentales (voir la figure 7.15), ce qui semble indiquer que ce résultat est assez robuste. Étant donné que l'écoulement est non confiné dans leur simulation, la coupure de la croissance de la skewness ne correspond pas aux effets de confinement, comme lors de nos expériences, mais correspond à un effet de saturation des non-linéarités, lié à de petits nombres de Reynolds et de Rossby.

# Conclusion et perspectives

Nous avons effectué, durant ce travail de thèse, une étude expérimentale du déclin de la turbulence en milieu tournant. Les résultats expérimentaux ont été obtenus sur deux expériences : une expérience “petite échelle” (FAST) et une expérience “grande échelle” (Plateforme Coriolis). Le principe de ces deux expériences est identique et consiste à générer une turbulence par la translation d’une grille dans une cuve remplie d’eau, puis d’observer l’évolution de l’écoulement au cours de la décroissance de l’énergie. Dans cette conclusion, nous nous proposons alors de rappeler nos principaux résultats, puis nous dégagerons quelques perspectives qui pourraient être intéressantes à étudier dans de futurs travaux.

## Principaux résultats

### Décroissance de l’énergie

Dans une première étude nous nous sommes intéressés à l’influence de la rotation sur le déclin de l’énergie. Nous avons observé deux régimes : un premier régime, à temps court, compatible avec une loi de puissance dont l’exposant semble diminuer à mesure que la vitesse de rotation augmente, traduisant un ralentissement de la décroissance de l’énergie, puis un second régime, à temps long, de décroissance exponentielle de l’énergie. Ce deuxième régime correspond à la dissipation de l’énergie dans les couches d’Ekman et est une conséquence du confinement de l’écoulement. Bien que ces deux régimes aient été initialement observés séparément, respectivement par Jacquin *et al.* [34] et par Ibbetson et Tritton [33], cette étude a permis d’observer simultanément ces deux régimes.

### Spectres d’énergie horizontaux

Nous nous sommes ensuite intéressés à l’influence d’une rotation d’ensemble sur la loi de puissance du spectre d’énergie mesuré dans un plan  $(x,y)$  horizontal. Nous avons observé qu’à partir d’un nombre de Rossby *microscopique* de l’ordre de l’unité,  $Ro_\omega \sim 1.5 \pm 0.5$ , l’exposant  $p$  ( $E(k) \sim k^{-p}$ ) augmente continûment de 1.7 ( $\sim 5/3$  de la turbulence homogène isotrope 3D) jusqu’à  $2.3 \pm 0.1$ . Ce résultat nous montre alors que la rotation favorise l’accumulation de l’énergie vers les grandes échelles de l’écoulement en inhibant les transferts d’énergie vers les petites échelles.

## Approche phénoménologique reliant l'exposant du spectre d'énergie à celui du déclin de l'énergie

Les études précédentes nous ont alors motivé à chercher à prédire l'exposant de la décroissance de l'énergie en présence de rotation. Pour cela, nous avons repris l'approche initialement utilisée par Compte-Bellot et Corrsin [16] et Saffman [61], qui consiste à relier les exposants du déclin et du spectre d'énergie, en incluant les effets de la rotation et du confinement, mais en ne tenant pas compte de l'anisotropie de l'écoulement. Les prédictions de ce modèle nous ont alors suggéré qu'il était nécessaire de tenir compte du confinement pour comprendre nos résultats expérimentaux sur les exposants du déclin de l'énergie, qui diminuent à partir de 2 jusqu'à des valeurs proches de 1 à mesure que la vitesse de rotation augmente. Par ailleurs, nous avons été amené à émettre une hypothèse forte, selon laquelle l'échelle verticale sature à la hauteur de l'expérience tandis que l'échelle horizontale continue de croître librement, pour comprendre les différences de comportement dans la décroissance de l'énergie avec et sans rotation.

Malgré ses limites liées à l'hypothèse de stationnarité du taux de déclin de l'énergie et à la non prise en compte de l'anisotropie, ce modèle a permis de généraliser certaines prédictions existantes et a permis de mieux caractériser les effets du confinement. L'étude expérimentale de la décroissance de la turbulence conjuguée à ce modèle phénoménologique a fait l'objet d'une publication dans une revue internationale [51].

## Échelles intégrales

Les nombreuses questions qu'ont soulevées nos études sur l'expérience "petite échelle" du FAST, comme quoi le comportement des échelles intégrales jouaient un rôle prépondérant sur le régime de décroissance de l'énergie, nous ont alors motivé à chercher à caractériser la croissance des échelles intégrales au cours du déclin de l'énergie. Pour cela, nous sommes allés faire une série d'expériences sur la plateforme Coriolis à Grenoble. Conformément aux études de Jacquin *et al.* [34], de Squires *et al.* [69] et de Canuto et Dubovikov [14], nos résultats expérimentaux ont montré que l'échelle  $L_{11,3}$  (corrélation verticale de la vitesse horizontale) croît bien plus rapidement que les autres échelles de l'écoulement. Ce résultat caractérise alors une forte anisotropie de la turbulence en milieu tournant. Nous avons également observé que cette échelle verticale sature à la hauteur de l'expérience lorsque la plateforme de Coriolis fait environ  $5.5 \pm 0.5$  tours sur elle-même

$$\frac{\Omega t'_s}{2\pi} = 5.5 \pm 0.5. \quad (7.19)$$

Étant donné que la hauteur adimensionnée de la plateforme Coriolis est de l'ordre de  $h/M \sim 5.9$ , ce résultat nous suggère alors une croissance de  $L_{11,3}$  compatible avec  $t$  ou  $t^{6/5}$ . Du fait que l'échelle intégrale sature à la taille de l'expérience pour un  $\Omega t'_s/2\pi$  donné, pour toutes les expériences, confirme que c'est bien la propagation des ondes d'inertie qui est responsable de cette anisotropie.

Par ailleurs, nous avons observé qu'à partir du temps de saturation  $t'_s$ , de l'échelle intégrale verticale induit par la rotation, la décroissance de la turbulence entre dans un nouveau régime

autosimilaire, tel que l'exposant  $n'$  vaut

$$n' = \frac{5}{3} n, \quad (7.20)$$

où  $n$  est l'exposant avant effet du confinement. Ce résultat confirme alors la validité des hypothèses que nous avons dû émettre dans la compréhension des courbes du déclin de l'énergie au laboratoire FAST.

### Transferts d'énergie

La distribution de l'énergie selon les échelles, en présence de rotation, qui se caractérise par une augmentation de la pente du spectre d'énergie horizontal n'apportent absolument aucune information en ce qui concerne les flux d'énergie. C'est pourquoi, dans le but d'approfondir notre étude, nous avons étudié les transferts d'énergie à travers les échelles au laboratoire FAST.

Des mesures du coefficient d'asymétrie des dérivées de vitesse,  $S$ , caractérisant les transferts d'énergie, ont alors été réalisées. Nos mesures expérimentales ont mis en évidence deux régimes bien distincts :

- Pour des nombres de Rossby *microscopique*  $Ro_\omega > 1$ , les spectres d'énergie et la skewness des dérivées de vitesse conservent leurs propriétés de la turbulence 3D,  $E(k) \sim k^{-5/3}$  et  $S \simeq -0.4$ .
- Lorsque  $Ro_\omega \lesssim 1$ , associé à l'augmentation de la pente des spectres d'énergie, la skewness des dérivées de vitesse diminue comme  $|S| \propto Ro_\omega$ , avec  $S < 0$ , traduisant une inhibition des transferts d'énergie des grandes vers les petites échelles.

Il est important de préciser que nos résultats expérimentaux sont en très bon accord avec les résultats numériques de Cambon *et al.* [11]. Par ailleurs, nous avons observé l'apparition au cours du déclin de l'énergie d'une cascade inverse d'énergie à grande échelle, caractérisée par une skewness des incréments positive.

### Asymétrie cyclone - anticyclone

Dans une dernière étude, nous avons cherché à caractériser l'asymétrie cyclone-anticyclone qui apparaît en turbulence en rotation. Nous avons observé que, durant le déclin de l'énergie, les distributions de vorticité, initialement symétriques, se dissymétrisent progressivement au cours du temps, de telle sorte que l'aile de la vorticité anticyclonique décroît plus rapidement que l'aile de vorticité cyclonique. Nous avons alors cherché à quantifier cette asymétrie en caractérisant l'évolution de la skewness de vorticité  $S_\omega$  au cours du temps. En particulier, nous avons observé une croissance autosimilaire de  $S_\omega$

$$S_\omega \simeq 0.4 \left( \frac{\Omega t}{2\pi} \right)^{0.7 \pm 0.1}. \quad (7.21)$$

Un résultat fort de ce travail de thèse est que l'on retrouve non seulement la même croissance en loi d'échelle pour  $S_\omega$  mais également le même préfacteur que ce soit sur les expériences



du FAST et de Coriolis. Du fait que l'échelle verticale sature à la hauteur de l'expérience dès les tous premiers instants sur l'expérience du FAST, tandis qu'elle sature beaucoup plus tard à Coriolis, ce résultat tend à nous faire croire que ce régime autosimilaire de  $S_\omega$  est valable quelque soit le régime confiné ou non de l'écoulement. Cependant, nous avons observé que le pompage d'Ekman tend à resymétriser les fonctions de distribution de vorticit   à temps long et donc à annuler  $S_\omega$ .

Tout r  cemment, motiv   par ces r  sultats exp  rimentaux, une   tude num  rique r  alis  e par Van Bokhoven *et al.* [75] a   tudi   les corr  lations triples de la vorticit  . Cette   tude a, en particulier, mis en   vidence une croissance de  $S_\omega$  compatible avec notre loi en  $t^{0.7}$ . Ce r  sultat semble alors bien confirmer que ce r  gime autosimilaire n'est pas propre aux   coulements confin  s et semble nous indiquer qu'il s'agit d'un r  sultat assez robuste.

Malheureusement, nous ne sommes pas encore en mesure d'expliquer pourquoi l'asym  trie cyclone-anticyclone cro  t comme une loi de puissance du temps ou m  me de pr  dire un exposant de 0.7.

L'  tude des transferts d'  nergie et de l'asym  trie cyclone - anticyclone a fait l'objet d'une autre publication [50].

## Perspectives

De nombreuses   tudes pourraient bien entendu compl  ter ce travail.

### Dans la continuit   de ce travail

Nous avons observ   dans le cadre de ce travail l'apparition d'une cascade inverse d'  nergie    grande   chelle avec une inversion de signe de la skewness  $S(r)$  des incr  ments de vitesse. Nous n'avons cependant pas   t   en mesure de syst  matiser cette   tude compte tenu du manque de statistiques dont nous disposons    grande   chelle. Un objectif particuli  rement int  ressant serait alors de chercher    caract  riser pr  cis  ment l'  chelle    partir de laquelle la skewness devient positive et de chercher    caract  riser son   volution en fonction du nombre de Rossby afin de chercher    mieux interpr  ter le changement de signe de  $S(r)$ .

Une   tude r  cente de Baroud *et al.* [1] a mis en avant que l'exposant des fonctions de structure d'ordre  $p$  v  rifie la relation  $\zeta_p = p/2$  plut  t que  $p/3$ . Leur r  sultat sugg  re que les   coulements    faible nombre de Rossby pr  sentent des statistiques diff  rentes de la turbulence 2D. Nous n'avons malheureusement pas explor   cette voie, mais cet aspect m  riterait une plus grande investigation.

Le ralentissement de la d  croissance de l'  nergie que nous avons observ  , l'augmentation de la pente du spectre d'  nergie, l'augmentation de la coh  rence verticale de l'  coulement, l'inhibition des transferts d'  nergie des grandes vers les petites   chelles et l'apparition d'une cascade inverse d'  nergie sont autant d'arguments favorable    l'hypoth  se d'une bidimensionnalisation de la turbulence en rotation rapide. Bien qu'une turbulence en rotation strictement 2D est un   tat infiniment long    atteindre, il pourrait   tre int  ressant d'observer si une turbulence en

rotation rapide fait apparaître un flux d'énstrophie des grandes vers les petites échelles comme en turbulence 2D.

### **Vers une meilleure comparaison expérience/numérique dans un avenir proche ?**

La turbulence en rotation rapide est un sujet complexe. L'un des points clefs de ce vaste sujet est l'étude de l'anisotropie de l'écoulement et des transferts angulaires d'énergie d'un vecteur d'onde  $\vec{k}$  à un autre, en particulier l'accumulation de l'énergie vers les modes horizontaux tels que  $\vec{k} \perp \vec{\Omega}$ . Les travaux théoriques et numériques consistent à étudier le caractère anisotrope des spectres d'énergie ou les échanges d'énergie en fonction de l'angle  $\theta$ , angle que forme le vecteur d'onde à l'axe de rotation. Dans nos expériences, nous n'avons malheureusement pas pu étudier ce transfert angulaire de l'énergie dans la mesure où nous n'avons accès qu'aux composantes horizontales de la vitesse. Toute comparaison expérience/numérique est par conséquent extrêmement délicate.

Cependant, l'apparition récente de la PIV 3D, par balayage rapide d'une nappe laser pour scanner l'écoulement en volume, permettrait dans un avenir plus ou moins proche d'avoir accès aux 3 composantes de la vitesse à 3 dimensions (3C3D). La PIV 3C3D n'en est qu'à ses premiers développements et s'inscrit dans un contexte international très actif. De telles expériences, bien qu'elles n'aient encore jamais vu le jour, devraient pouvoir se réaliser d'ici peu et s'annoncent très prometteuses. En effet, les expérimentateurs auront alors la possibilité, tout comme les numériques, d'avoir accès aux mesures des spectres d'énergie anisotropes ou encore aux transferts angulaires de l'énergie.

### **Une expérience idéale ?**

Pour finir ce manuscrit, nous avons vu que dans notre expérience les effets de confinements sont très importants. Une étude expérimentale de la turbulence en rotation rapide est alors délicate, étant donné que les effets de dissipation de l'énergie dans les couches d'Ekman apparaissent et deviennent alors très tôt dominants. Est-il alors possible de réaliser un dispositif expérimental en limitant les effets du confinement ? Nous avons vu que l'utilisation d'une PIV 3D permettrait d'avoir accès à de nouvelles quantités comme les échanges d'énergie en fonction de l'angle  $\theta$ . Encore faut-il que l'expérience soit suffisamment bien dimensionnée pour repousser au plus loin, voire éliminer le régime de pompage d'Ekman.

Les expériences en soufflerie ont le gros avantage de ne pas présenter de confinement selon l'axe de rotation. Ces expériences ne sont alors pas limitées par l'apparition d'un régime dominé par la dissipation de l'énergie dans les couches d'Ekman. En contrepartie, il est impossible que l'extension de ces souffleries soit infiniment longues. Par conséquent, de telles expériences en soufflerie ne permettent pas d'étudier le comportement à temps long de la turbulence.

De ce fait, comment doit-on alors dimensionner une expérience si l'on veut étudier le comportement à temps long de la turbulence en rotation, sans pour autant être trop limité par les effets de confinements ? En partant de l'idée de l'expérience du FAST, on pourrait envisager que l'axe de translation de la grille soit perpendiculaire à l'axe de rotation, de façon à repousser les effets

de confinements, comme nous l'avons vu en conclusion du chapitre 5. Il faudrait également qu'une telle expérience présente un rapport d'aspect très allongé selon la verticale : disons une largeur comparable à celle du FAST et une hauteur 5 à 10 fois supérieure. En prenant une maille de grille comparable à celle du FAST,  $M \sim 0.04$  m, on aurait  $h/M \sim 100$ . En supposant que l'échelle verticale transverse croisse au cours du déclin de l'énergie en  $t$ , le temps de saturation de cette échelle vaudrait alors  $\Omega t'_s/2\pi \sim 100$ , soit 100 tours de cuve plutôt que 5-6 tours sur la plateforme Coriolis. Une telle expérience permettrait alors de repousser sensiblement les effets de confinements. Bien entendu, une telle cuve, de 500 kg lorsqu'elle est remplie d'eau, devrait être embarquée en rotation à quelques Hertz. Une telle expérience n'est bien entendu pas impossible à réaliser, mais serait très coûteuse.

# Bibliographie

- [1] C.N. BAROUD, B.B. PLAPP, Z.-S. SHE, ET H.L. SWINNEY, “Anomalous Self-Similarity in a Turbulent Rapidly Rotating Fluid,” *Phys. Rev. Lett.* **88**, 114501 (2002).
- [2] C.N. BAROUD, B.B. PLAPP, H.L. SWINNEY, ET Z.-S. SHE, “Scaling in three-dimensional and quasi-two-dimensional rotating turbulent flows,” *Phys. Fluids* **15** (8), 2091 (2003).
- [3] P. BARTELLO, O. MÉTAIS, ET M. LESIEUR, “Coherent structures in rotating three-dimensional turbulence,” *J. Fluid Mech.* **273**, 1-29 (1994).
- [4] G.K. BATCHELOR, “The theory of homogeneous turbulence,” (Cambridge University Press, 1960).
- [5] F. BELIN, P. TABELING ET H. WILLAIME, “Exponents of the structure functions in a low temperature helium experiment,” *Physica D* **93**, 52-63 (1996).
- [6] F. BELLET, “Etude asymptotique de la turbulence d’ondes en rotation,” Thèse de doctorat de l’école Centrale de Lyon (2003).
- [7] F. BELLET, F.S. GODEFERD, J.F. SCOTT, ET C. CAMBON, “Wave-turbulence in rapidly rotating flows,” *Advances in turbulence X* (H.I. Andersson and P.A. Krogstad, editors), 10th European Turbulence Conference, CIMNE, Barcelona (2004).
- [8] A. BELMONTE, W.I. GOLDBURG, H. KELLAY, M.A. RUTGERS, B. MARTIN, ET X.L. WU, “Velocity fluctuations in a turbulent soap film : The third moment in two dimensions,” *Phys. Fluids* **11** (5), 1196-1200 (1999).
- [9] G. BOFFETTA, A. CELANI, ET M. VERGASSOLA, “Inverse energy cascade in two-dimensional turbulence : Deviations from Gaussian behavior,” *Phys. Fluids* **61** (1), R29-32 (2000).
- [10] C. CAMBON ET L. JACQUIN, “Spectral approach to nonisotropic turbulence subjected to rotation,” *J. Fluid Mech.* **202**, 295 (1989).
- [11] C. CAMBON, N.N. MANSOUR, ET F.S. GODEFERD, “Energy transfer in rotating turbulence,” *J. Fluid Mech.* **337**, 303 (1997).
- [12] C. CAMBON, R. RUBINSTEIN, ET F.S. GODEFERD, “Advances in wave turbulence : rapidly rotating flows,” *New J. Phys.* **6**, 73 (2004).

- [13] V.M. CANUTO ET M.S. DUBOVIKOV, "Physical regimes and dimensional structure of rotating turbulence," *Phys. Rev. Lett.* **78** (4), 666 (1997).
- [14] V.M. CANUTO ET M.S. DUBOVIKOV, "A dynamical model for turbulence. V. The effect of rotation," *Phys. Fluids* **9** (7), 2132-2140 (1997).
- [15] J.G. CHARNEY, "Geostrophic turbulence," *J. Atmos. Sci* **28**, 1087-1095 (1971).
- [16] G. COMTE-BELLOT ET S. CORRSIN, "The use of a contradiction to improve the isotropy of grid-generated turbulence," *J. Fluid Mech.* **65**, 657 (1966).
- [17] P. CONSTANTIN, "Energy Spectrum of Quasigeostrophic Turbulence," *Phys. Rev. Lett.* **89** (18), 184501 (2002).
- [18] B. CUSHMAN-ROISIN, *Introduction to Geophysical Fluid Dynamics* (Prentice Hall, 1st edition, 1994).
- [19] P.A. DAVIDSON, *Turbulence* (Oxford University Press, 2004).
- [20] P.A. DAVIDSON, P. STAPLEHURST ET S. DALZIEL, "On the evolution of eddies in a rapidly rotating system," *J. Fluid Mech.* **557**, 135-144 (2006).
- [21] S.C. DICKINSON ET R.R. LONG, "Oscillating-grid turbulence including effects of rotation," *J. Fluid Mech.* **126**, 313-333 (1984).
- [22] J.M. FOUCAULT, J. CARLIER, ET M. STANISLAS, "PIV optimization for the study of turbulent flow using spectral analysis," *Meas. Sci. Technol.* **15**, 1046-1058 (2004).
- [23] U. FRISCH, *Turbulence* (Cambridge University Press, 1995).
- [24] S. GALTIER, "Weak inertial-wave turbulence theory," *Phys. Rev. E* **68** 015301(R) (2003).
- [25] J.N. GENCE ET C. FRICK, "Naissance des corrélations triples de vorticité dans une turbulence statistiquement homogène soumise à une rotation," *C. R. Acad. Sci. Paris* **329**, Série II b, 351-356 (2001).
- [26] F.S. GODEFERD ET L. LOLLINI, "Direct numerical simulations of turbulence with confinement and rotation," *J. Fluid Mech.* **393**, 257-308 (1999).
- [27] F.S. GODEFERD, C. CAMBON ET S. LEBLANC, "Zonal approach to centrifugal, elliptic and hyperbolic instabilities in Stuart vortices with external rotation," *J. Fluid Mech.* **449**, 1-37 (2001).
- [28] H. GREENSPAN, *The theory of rotating fluids* (Cambridge University Press, 1968).
- [29] E. GUYON, J.P. HULIN ET L. PETIT, *Hydrodynamique physique* (Edition EDP Sciences, revue et augment e, nouvelle  dition, 2001).
- [30] Y. HATTORI, R. RUBINSTEIN, ET A. ISHIZAWA, "Shell model for rotating turbulence," *Phys. Rev. E* **70**, 046311 (2004).

- [31] E.J. HOPFINGER, F.K. BROWAND, ET Y. GAGNE, "Turbulence and waves in a rotating tank," J. Fluid Mech. **125**, 505 (1982).
- [32] M. HOSSAIN, "Reduction in the dimensionality of turbulence due to a strong rotation," Phys. Fluids **6** (3), L1077-L1080 (1994).
- [33] A. IBBETSON ET D. TRITTON, "Experiments on turbulence in a rotating fluid," J. Fluid Mech. **68**, 639-672 (1975).
- [34] L. JACQUIN, O. LEUCHTER, C. CAMBON, ET J. MATHIEU, "Homogeneous turbulence in the presence of rotation," J. Fluid Mech. **220**, 1 (1990).
- [35] J.A. JOHNSON, "The stability of shearing motion in a rotating fluid," J. Fluid Mech. **17**, 337-352 (1963).
- [36] C. KLOOSTERZIEL ET G.J.F. VAN HEIJST, "An experimental study of unstable barotropic vortices in a rotating fluid," J. Fluid Mech. **223**, 1-24 (1991).
- [37] A.N. KOLMOGOROV, "On degeneration of isotropic turbulence in an incompressible viscous liquid," Dokl. Akad. Navk. SSSR, **31** 538 (1941).
- [38] R.H. KRAICHNAN, "Inertial range spectrum of hydromagnetic turbulence," Phys. Fluids **8**, 1385 (1965).
- [39] R.H. KRAICHNAN, "Inertial ranges in two-dimensional turbulence," Phys. Fluids **10** (7), 1417 (1967).
- [40] LAVISION GMBH, Anna-Vandenhoeck-Ring 19, D-37081 Goettingen, Germany.
- [41] M. LESIEUR, S. YANASE, ET O. MÉTAIS, "Stabilizing and destabilizing effects of a solid-body rotation on quasi-two-dimensional shear layers," Phys. Fluids A **3** (3), 403-407 (1991).
- [42] M. LESIEUR, *Turbulence in fluids* (Kluwer Academic Publishers, 1997).
- [43] L. LIECHTENSTEIN, F.S. GODEFERD ET C. CAMBON, "Nonlinear formation of structures in rotating stratified turbulence," Journal of Turbulence **6**, 1-18 (2005).
- [44] E. LINDBORG, "Correction to the four-fifths law due to variations of the dissipation," Phys. Fluids **11** (3), 510-512 (1999).
- [45] A.D. MCEWAN, "Angular momentum diffusion and the initiation of cyclones," Nature **260**, 126-128 (1976).
- [46] S.P. MCKENNA AND W.R. MCGILLIS, "Observations of flow repeatability and secondary circulation in an oscillating grid-stirred tank," Phys. Fluids **16** (9), 3499 (2004).
- [47] M.S. MOHAMED ET J. LARUE, "The decay power law in grid-generated turbulence," J. Fluid Mech. **219**, 195-214 (1990).

- [48] A.S. MONIN ET A.M. YAGLOM, *Statistical Fluid Mechanics* (M.I.T. Press, Cambridge, MA, 1975).
- [49] Y. MORINISHI, K. NAKABAYASHI, ET S.Q. REN, "Dynamics of anisotropy on decaying homogeneous turbulence subjected to system rotation," *Phys. Fluids* **13** (10), 2912-2922 (2001).
- [50] C. MORIZE, F. MOISY, ET M. RABAUD, "Decaying grid-generated turbulence in a rotating tank," *Phys. Fluids* **17** (9), 095105-11 (2005).
- [51] C. MORIZE, ET F. MOISY, "Energy decay of rotating turbulence with confinement effects," *Phys. Fluids* **18**, 065107-9 (2006).
- [52] C. MUTABAZI, C. NORMAND, ET J.E. WESFREID, "Gap size effects on centrifugally and rotationally driven instabilities," *Phys. Fluids* **4**, 1199-1205 (1992).
- [53] S.A. ORSZAG, "Analytical theories of turbulence," *J. Fluid Mech.* **41**, 363-386 (1970).
- [54] J.Y. PARK ET M.K. CHUNG, "An analytical model of velocity-derivative skewness of rotating homogeneous turbulence," *Fluid Dyn. Res.* **26**, 281-288 (2000).
- [55] J. PEDLOSKY, *Geophysical fluid dynamics* (Springer-Verlag, 1987).
- [56] O.M. PHILLIPS, "Energy transfer in rotating fluids by reflection of inertial waves," *Phys. Fluids* **6** (4), 513 (1963).
- [57] O. PRAUD, J. SOMMERIA, ET A. FINCHAM, "Decaying grid turbulence in a rotating stratified fluid," *J. Fluid Mech.* **547**, 389-412 (2006).
- [58] R. RUBINSTEIN ET Y. ZHOU, "The dissipation range in rotating turbulence," *Computers and Mathematics with Applications*, ICASE Report 99-8 (1999).
- [59] R. RUBINSTEIN ET Y. ZHOU, "Schiestel's derivation of the epsilon equation and two-equation modelling of rotating turbulence," *Computers and Mathematics with Applications* **46** (4), 633-638 (2001).
- [60] J.E. RUPPERT-FELSOT, O. PRAUD, E. SHARON, ET H.L. SWINNEY, "Extraction of coherent structures in a rotating turbulent flow experiment," *Phys. Rev. E* **72**, 016311 (2005).
- [61] P.G. SAFFMAN, "Large scale structure of homogeneous turbulence generated at initial instant by distribution of random impulsive forces," *J. Fluid Mech.* **67**, 581 (1967).
- [62] P.G. SAFFMAN, "Note on decay of homogeneous turbulence," *Phys. Fluids* **10** (6), 1349 (1967).
- [63] L.Z. SANSÓN ET G.J.F. VAN HEIJST, "Nonlinear Ekman effects in rotating barotropic flows," *J. Fluid Mech.* **412**, 75-91 (2000).
- [64] C. SIMAND, "Etude de la turbulence inhomogène au voisinage d'un vortex intense," Thèse de doctorat de l'école Normale Supérieure de Lyon (2002).

- [65] C. SIMAND, F. CHILLÀ, ET J.-F. PINTON, "Inhomogeneous turbulence in the vicinity of a large-scale coherent vortex," *Europhys. Lett.* **49** (3), 336-342 (2000); "Inhomogeneous turbulence in the vicinity of a large-scale coherent vortex : erratum," *Europhys. Lett.* **49** (6), 821 (2000).
- [66] L. SKRBEK ET S.R. STALP, "On the decay of homogeneous isotropic turbulence," *Phys. Fluids* **12** (8), 1997 (2000).
- [67] L.M. SMITH ET F. WALEFFE, "Transfer of energy to two-dimensional large scales in forced, rotating three-dimensional turbulence," *Phys. Fluids* **11** (6), 1608-1622 (1999).
- [68] K.D. SQUIRES, J.R. CHASNOV, N.M. MANSOUR ET C. CAMBON, "Investigation of the asymptotic state of rotating turbulence using LES," *Center for Turbulence Research Briefs 1993*, Stanford University (1993).
- [69] K.D. SQUIRES, J.R. CHASNOV, N.M. MANSOUR ET C. CAMBON, "The asymptotic state of rotating homogeneous turbulence at high Reynolds number," 74th Fluid Dynamics Symposium on "Application of Direct and Large Eddy Simulation to Transition and Turbulence," Chania, Greece, 4-1 (1994).
- [70] A. STEGNER, T. PICHON ET M. MEUNIER, "Elliptical-inertial instability of rotating Karman vortex streets," *Phys. Fluids* **17**, 066602 (2005).
- [71] P. TABELING, "Two-dimensional turbulence : a physicist approach," *Physics Reports* **362**, 1-62 (2002).
- [72] S. THANGAM, X.-H. WANG, ET Y. ZHOU, "Development of a turbulence model based on the energy spectrum for flows involving rotation," *Phys. Fluids* **11** (8), 2225-2234 (1999).
- [73] S.S. TRAUOGOTT, "Influence of solid body rotation on screen produced turbulence," NACA TN 4135 (1958).
- [74] D. TRITTON, "Stabilization and destabilization of turbulent shear flow in a rotating fluid," *J. Fluid Mech.* **241**, 503 (1992).
- [75] L.J.A. VAN BOKHOVEN, C. CAMBON, L. LIECHTENSTEIN, F.S. GODEFERD ET H.J.H. CLERCX, "Refined vorticity statistics of decaying rotating three-dimensional turbulence," soumis à *EuroMech* **477** (2006).
- [76] F. WALEFFE, "Inertial transfers in the helical decomposition," *Phys. Fluids A* **5** (3), 677-685 (1993).
- [77] R.A. WIGELAND ET H.M. NAGIB, "Grid generated turbulence with and without rotation about the streamwise direction," IIT Fluid and Heat Transfer Rep. R.78-1. Illinois Institute of Technology (1978).
- [78] X. YANG ET J.A. DOMARADZKI, "Large eddy simulations of decaying rotating turbulence," *Phys. Fluids* **16** (11), 4088-4104 (2004).



- [79] P.K. YEUNG ET Y. ZHOU, "Numerical study of rotating turbulence with external forcing," *Phys. Fluids* **10** (11), 2895 (1998).
- [80] O. ZEMAN, "A note on the spectra and decay of rotating homogeneous turbulence," *Phys. Fluids* **6** (10), 3221 (1994).
- [81] Y. ZHOU, "A phenomenological treatment of rotating turbulence," *Phys. Fluids* **7**, 2092 (1995).

## Résumé

La transition entre la turbulence isotrope 3D et la turbulence anisotrope quasi-2D sous l'effet d'une rotation d'ensemble est étudiée expérimentalement. Un écoulement turbulent est généré par la translation d'une grille dans une cuve remplie d'eau en rotation, et un système de vélocimétrie par images de particules est utilisé pour mesurer les champs de vitesse instantanés dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation. Nous décrivons dans un premier temps les différents régimes qui caractérisent la décroissance de la turbulence : une loi approximativement autosimilaire est présente pour des temps plus petits que le temps d'Ekman, tandis qu'une décroissance exponentielle de l'énergie prend place à temps long. Les exposants de déclin mesurés expérimentalement sont en assez bon accord avec les valeurs prédites par un modèle phénoménologique, dans lequel les effets de la rotation et du confinement sont pris en compte. Même à très faible vitesse, la rotation a une grande influence sur la loi de déclin de l'énergie en faisant que l'échelle intégrale verticale croît beaucoup plus rapidement à travers la propagation d'ondes d'inertie. Nous décrivons, par la suite, l'influence de la rotation sur les transferts d'énergie à travers les échelles. Le coefficient d'asymétrie des dérivées de vitesse décroît comme le nombre de Rossby microscopique, reflétant l'inhibition des transferts d'énergie par la rotation d'ensemble. Enfin nous présentons des résultats nouveaux concernant l'asymétrie cyclone-anticyclone qui caractérise les écoulements en milieu tournant. L'analyse temporelle de cette asymétrie a montré une croissance en loi de puissance tant que le confinement n'est pas présent.

## Abstract

The transition between isotropic 3D turbulence and anisotropic quasi-2D turbulence in a rotating frame is experimentally investigated. Turbulence is generated by rapidly towing a grid in a rotating water tank, and the velocity field in a plane perpendicular to the rotation axis is measured by means of particle image velocimetry. We first describe the different regimes that characterize the energy decay : a range of approximate self-similar decay is found for times smaller than the Ekman time scale, instead of an exponential decay is found at larger times. The experimental decay exponents are found in good agreement with the predicted values from a phenomenological model, in which both the effects of the rotation and the confinement are taken into account. Even at very weak rotation rates, rotation is shown to have a strong influence on the decay law, by making the vertical integral scale to quickly growth through the propagation of inertial waves. Then we present the influence of a background rotation on the energy transfers from scale to scale. The velocity derivative skewness decreases with the microscopic Rossby number, reflecting the inhibition of the energy transfers by the background rotation. Finally, we present new results about the asymmetry between cyclones and anticyclones which characterize rotating flows. During the decay, a growth of the asymmetry towards cyclonic vorticity is observed as a power law of time as long as the confinement is negligible.