HAL
open science

Étude expérimentale des ondes de gravité internes en présence de topographie. Émission, propagation, réflexion.

Louis Gostiaux

To cite this version:

Louis Gostiaux. Étude expérimentale des ondes de gravité internes en présence de topographie. Émission, propagation, réflexion.. Physique [physics]. Ecole normale supérieure de lyon - ENS LYON, 2006. Français. NNT : . tel-00123539

HAL Id: tel-00123539

https://theses.hal.science/tel-00123539

Submitted on 10 Jan 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Numéro d'ordre : 386
Numéro attribué par la bibliothèque : 06ENSL0386

Laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure de Lyon

THÈSE
en vue d'obtenir le grade de
Docteur de l'École Normale Supérieure de Lyon

spécialité : physique
École doctorale de physique et astrophysique de Lyon

présentée et soutenue le 24 novembre 2006
par Monsieur Louis GOSTIAUX

Étude expérimentale des ondes de gravité internes en présence de topographie. Émission, propagation, réflexion.

Directeur de thèse : Thierry Dauxois
Après avis de : Monsieur Olivier EIFF, membre et rapporteur
Monsieur Jan-Bert FLOR, membre et rapporteur

Devant la commission formée de :
Monsieur Bernard CASTAING, membre
Monsieur Jean-Marc CHOMAZ, membre
Monsieur Thierry DAUXOIS, membre
Monsieur Olivier EIFF, membre et rapporteur
Monsieur Jan-Bert FLOR, membre et rapporteur
Monsieut Leo MAAS, membre

Laboratoire de Physique, UMR-CNRS 5672, ENS Lyon,
46 allée d'Italie, 69364 Lyon cedex 07, France

Remerciements

Mes remerciements vont droit à mon directeur de thèse Thierry Dauxois, qui a eu le grand mérite de supporter avec humour et jusque dans ce présent manuscrit mon esprit parfois « frondeur ». Vanter ses qualités scientifiques serait faire peu de cas de ses qualités humaines. Merci à toi Thierry.

Table des matières

Introduction **13**

Première partie :
Différents aspects des ondes de gravité internes **21**

1 La physique des ondes internes **21**
1.1 Les fluides stratifiés 23
Fréquence de Brunt-Väisälä — Oscillations d'une particule fluide
1.2 Ondes internes linéaires 25
Équation de propagation – Dispersion – Anisotropie
1.3 Aspects énergétiques et instabilité 33
Transport d'énergie – Raideur des ondes – Retournement

2 Les ondes internes dans l'océan et dans l'atmosphère **37**
2.1 La stratification des océans et de l'atmosphère 39
Densité potentielle – Thermocline
2.2 Mesurer les ondes internes dans l'océan 43
Sondes – Satellites – Réflexion sismique
2.3 Le rôle des ondes internes dans l'océan 46
Transport – Mélange

3 Les ondes internes en laboratoire **49**
3.1 Les fluides stratifiés en laboratoire 51
Salinité et température – Méthode des deux bacs
3.2 La visualisation des ondes internes 58
Strioscopie synthétique – PIV
3.3 Le filtrage temporel : un outil bien adapté 63

Deuxième partie :
La génération des ondes internes **67**

4 Ondes internes générées par un corps oscillant **67**
4.1 Modèle à grande distance 70
Modèle de Thomas et Stevenson – Profils transverses
4.2 Un faisceau « bimodal » 74
Modèle de Hurley et Keady – bimodalité
4.3 Cas limite des grands objets 81
Angle critique – Topographies océaniques

5 Génération d'ondes internes par un talus continental **85**
5.1 La topographie océanique 87
Talus continental
5.2 Interaction de la marée avec le talus continental 88
Observations océaniques – Simulations numériques
5.3 Modélisation expérimentale et théorique 93
Strioscopie synthétique – Modèle de Hurley et Keady étendu

6 La génération d'ondes planes en laboratoire **97**
6.1 Revue de différentes méthodes d'excitation 100
Corps oscillants – Excitation modale – Excitateur à volets
6.2 Principe et conception de l'excitateur 106
Générateur de cisaillement – Arbre à cames – Vis d'Archimède
6.3 Caractérisation de l'onde émise 110
Faisceau unique – Chromaticité spatiale – Chromaticité temporelle

Interlude : et les non-linéarités dans tout ça ? **115**

Troisième partie :
Réflexion des ondes internes sur les topographies **125**

7 La réflexion des ondes internes : aspects théoriques **125**
7.1 Position du problème 127
Réflexion critique – Instabilité
7.2 La contribution de Thorpe 135
Harmoniques – Sélection de longueurs d'onde
7.3 L'analyse de Dauxois et Young 136
Régime transitoire – Viscosité

8 Expériences de réflexion critique d'ondes internes **139**
8.1 Expériences préliminaires à petite échelle 141
Strioscopie synthétique – Réflexion critique
8.2 Dispositif expérimental à grande échelle 147
Harmoniques – Sélection de longueurs d'onde – Ondes évanescentes
8.3 Campagne d'expériences 2006 160
Nouvel excitateur

9 Ondes internes en rotation **169**
9.1 Les ondes gravito-inertielles 171
Propagation des ondes – Dispersion
9.2 Expériences 175
Réflexion critique – Harmoniques
9.3 Perspectives 184
Diffraction

Conclusion **187**

Bibliographie **193**

Notations

Grandeurs géométriques

x, y, z ..... coordonnées spatiales, z selon la verticale ascendante
$\mathbf{u_x}, \mathbf{u_y}, \mathbf{u_z}$ ..... vecteurs unitaires associés
σ ..... coordonnée transverse du faisceau
s ..... coordonnée longitudinale du faisceau
η ..... coordonnée parallèle à la pente
ξ ..... coordonnée perpendiculaire à la pente
$\mathbf{k}$, k ..... vecteur d'onde, norme du vecteur d'onde
λ ..... longueur d'onde
θ ..... angle entre $\mathbf{k}$ et la verticale
α ..... angle entre la topographie et l'horizontale
a ..... amplitude de déplacement de l'onde
ζ ..... raideur de l'onde

Grandeurs dynamiques

$\mathbf{v}$, $\mathbf{v}_x$, $\mathbf{v}_y$, $\mathbf{v}_z$ ..... vecteur vitesse et ses composantes
U, V ..... en 2D, vitesse horizontale et verticale
ψ, ψ_0 ..... fonction d'onde, amplitude de la fonction d'onde
ω ..... pulsation temporelle de l'onde
f ..... fréquence temporelle de l'onde
N, T_{BV} ..... pulsation et période de Brunt Väisälä
γ ..... rapport ω/N
g ..... accélération de la pesanteur
P ..... pression
ρ ..... masse volumique, abusivement appelée « densité » dans le texte
μ ..... viscosité cinématique
ν ..... viscosité dynamique
Ω ..... vitesse de rotation
Ω_T ..... vitesse de rotation de la Terre

Introduction

Nous proposons ici une ***étude expérimentale des ondes de gravité internes en présence de topographie****. Ce sujet, a priori relativement vaste, regroupe en fait au sein d'une même réflexion l'ensemble des observations expérimentales qu'il a été possible d'effectuer au cours de ces trois dernières années.*

La compréhension des ondes internes dans l'océan et dans l'atmosphère au niveau fondamental passe nécessairement par une phase d'idéalisation. Nous présentons donc des expériences « modèle » pouvant facilement être comparées à des descriptions théoriques existant déjà. Sans être totalement éloignée des configurations concrètes ou des structurations réalistes de l'océan ou de l'atmosphère, nous avons choisi une approche délibérément simplifiée.

Il n'est pas moins intéressant, d'un point de vue scientifique, de confronter ces résultats de laboratoire aux observations physiques et numériques réalisées par les océanographes et les météorologues. Même si des différences existent, nous apportons un autre regard sur ces ondes et contribuons ainsi à une meilleure compréhension de leurs propriétés.

Une modélisation complète de l'atmosphère et des océans ne peut se faire sans intégrer les échanges énergétiques induits par la dynamique des ondes de gravité internes. Ce constat est une des motivations principales des études menées aujourd'hui par la communauté scientifique à ce sujet. Cette thématique peut être abordée de quatre manières différentes :

Par l'observation. Les informations collectées sur la dynamique réelle des océans et de l'atmosphère amènent les scientifiques à élaborer des théories sur le fonctionnement de ces systèmes. Ces mêmes théories seront validées si les prédictions qu'elles fournissent sont à leur tour confirmées par de nouvelles observations.

Par la modélisation. Cette démarche propose tout d'abord une explication aux phénomènes observés, mais elle permet surtout d'imaginer l'existence d'autres phénomènes que l'observation seule ne pourrait suggérer.

Par les simulations. L'outil numérique est devenu indispensable dans l'étude des systèmes dynamiques que sont l'océan et l'atmosphère. De tels systèmes sont trop complexes pour permettre l'application directe des différentes théories développées. Lorsqu'il a été validé par la confrontation aux observations réelles, l'outil numérique offre également accès à des données qui échapperaient autrement à l'observation.

Par l'expérimentation. Les théories inspirées de l'observation des océans et de l'atmosphère peuvent difficilement être appliquées dans des configurations réelles. Les expériences de laboratoire sont alors essentielles pour tester ces théories dans des conditions contrôlées. Elles peuvent alors à leur tour être source d'information pour alimenter la connaissance globale des phénomènes.

Nous avons dans ce travail exploré les différentes interactions possibles entre l'expérimentation et ces trois autres approches. Le présent manuscrit illustre par sa structure la façon dont sont imbriqués ces différents points de vue.

Plan de l'exposé

Le travail théorique de Thierry Dauxois sur la réflexion critique des ondes internes est à l'origine des motivations de cette thèse. C'est donc tout naturellement que le chapitre 1 intitulé : **La physique des ondes internes** commence par rappeler le cadre théorique de cette étude. Nous y résumons les principes de base sur lesquels repose la physique des ondes internes et qui guideront notre analyse au cours de l'exposé.

Ce sujet d'étude est lui-même motivé par différentes observations réalisées dans les océans et dans l'atmosphère suggérant une contribution importante des ondes internes dans les bilans énergétiques globaux. Ces échanges d'énergie semblent se produire au voisinage de la topographie. Nous présentons donc dans le chapitre 2, intitulé **Les ondes internes dans l'océan et dans l'atmosphère**, ces différentes observations qui justifient notre travail.

Nous avons choisi d'aborder cette question du point de vue expérimental afin de mettre à l'épreuve différents modèles théoriques dans les cas idéalisés où ils sont sensés s'appliquer parfaitement. Mais l'étude des fluides stratifiés s'avère assez contraignante expérimentalement. Les dispositifs expérimentaux utilisés dans le cadre de cette thèse sont présentés dans le chapitre 3, intitulé **Les ondes internes en laboratoire**.

Pour valider nos méthodes de mesure, nous avons entrepris des expériences sur un cas déjà bien connu de la communauté scientifique : les **ondes internes générées par un corps oscillant**. L'étude de ce phénomène, qui fait l'objet du chapitre 4, nous a permis d'une part de confirmer la validité de notre dispositif de mesure dans des cas déjà documentés, et d'autre part d'étudier l'émission d'ondes internes par des corps oscillants de grande taille, traitée par différentes théories mais jusqu'alors jamais observée.

Ces expériences et leur interprétation nous ont suggéré d'appliquer les théories précédentes à l'étude de la **génération d'ondes internes par un talus continental**. Nous avons réalisé des expériences très simples à ce sujet, mais qui montrent remarquablement bien le lien entre le cas limite des corps oscillants de grande taille et l'émission d'ondes internes par les écoulements oscillants sur la topographie. Ces résultats sont présentés dans le chapitre 5 et confrontés avec différentes observations océanographiques et numériques récentes.

L'utilisation de corps oscillants fut longtemps la seule technique employée par les expérimentateurs pour générer des ondes de gravité internes. L'analyse

de cette excitation nous a permis de concevoir un générateur d'ondes internes beaucoup plus performant, que nous présentons dans le chapitre 6 : **La génération d'ondes planes en laboratoire**.

Cette étude purement expérimentale de la génération des ondes internes nous a également permis d'étudier dans ces différents cas le **comportement non-linéaire** de ces ondes. Ces résultats sont regroupés à cet endroit charnière de l'exposé.

Le chapitre 7, intitulé **La réflexion des ondes internes : aspects théoriques**, présente l'objectif premier de cette thèse. Nous y présentons le cadre théorique de cette étude, qui motivera notre travail expérimental.

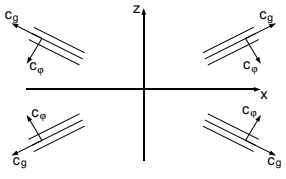
Les résultats de ces expériences, menées dans notre laboratoire ainsi qu'à la plateforme Coriolis du LEGI, ont permis de valider certains aspects des théories existantes, mais les ont également mises en défaut sur d'autres points. Dans le chapitre 8, intitulé **Expériences de réflexion critique d'ondes internes**, nous présentons ces différents résultats et nous en tirons les premières conclusions.

Enfin, nous complétons notre étude par des expériences de réflexion critique d'ondes gravito-inertielles. La rotation terrestre est en effet un paramètre essentiel de la dynamique des océans et de l'atmosphère que nous reproduisons ici dans nos expériences. Ces premiers résultats devraient inspirer les modélisations à venir de ce phénomène encore très peu étudié et sont présentés dans le chapitre 9 intitulé **Ondes internes en rotation**.

Première partie : Différents aspects des ondes de gravité internes

1

La physique des ondes internes



L'étude des fluides stratifiés amène très vite le physicien à réaliser son ignorance dans de nombreux domaines a priori simples de la mécanique des milieux continus et des ondes, ainsi qu'à revoir beaucoup de ses certitudes... En ce sens, ce chapitre est des plus salutaires à écrire et, nous l'espérons, à lire également.

Nous y verrons comment un fluide non visqueux peut transmettre un cisaillement, comment des ondes peuvent avoir une vitesse de groupe et de phase orthogonales, nous rencontrerons du rayonnement anisotrope, de la dispersion angulaire, des instabilités paramétriques... Bref un vaste panel de phénomènes engendrés par un simple gradient de densité dans un fluide pesant.

1.1 Les fluides stratifiés

Ce travail porte sur l'étude d'une branche particulière de la mécanique des fluides, à savoir l'étude des fluides stratifiés. L'action de la pesanteur sur les fluides se traduit communément par la présence d'un gradient vertical de pression dans les fluides égal, au repos, au produit de l'accélération de la pesanteur g par la densité du fluide ρ. Cet équilibre peut être appliqué en dynamique dès lors que l'on s'intéresse à des mouvements essentiellement horizontaux, il s'agit alors de l'approximation hydrostatique

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \,, \tag{1.1}$$

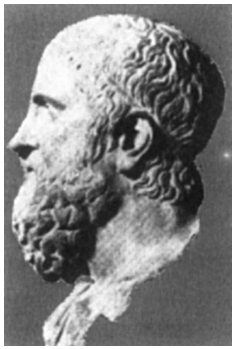
l'axe (Oz) étant dirigé selon la verticale ascendante, convention valable dans l'ensemble de notre travail.

Lorsque l'on immerge un corps dans un fluide soumis à la pesanteur, l'action de la pression hydrostatique sur ce corps se traduit par une force verticale égale comme l'a montré Archimède[1], au poids du volume d'eau déplacé. Cette poussée s'exerce également sur une particule fluide de densité ρ_1 immergée dans un fluide homogène de densité ρ_2. La résultante du poids et de la poussée d'Archimède vaut alors par unité de volume

$$\mathbf{F}_A = (\rho_2 - \rho_1) g \mathbf{u}_z \,. \tag{1.2}$$

Dans le cas d'un mélange de fluides de différentes densités, cette force tend à faire descendre les fluides plus lourds que la moyenne et à faire monter les fluides légers. Ce mécanisme génère alors une *stratification* dans le fluide dans laquelle, à l'équilibre, *la densité est une fonction croissante de la profondeur.*

[1] **Archimède** (-287, Syracuse, Royaume de Sicile; -212, Syracuse, Empire romain) : illustre géomètre de l'antiquité. Il inventa les moufles, la vis sans fin, la poulie mobile, les roues dentées... Le roi de Syracuse, Hiéron, soupçonnant un orfèvre d'avoir mêlé de l'argent à une couronne en or, demanda à Archimède de trouver une méthode permettant de le confondre sans détruire la couronne. L'illustre savant y réfléchit longtemps sans trouver de solution. Il eut un jour un trait de lumière dans son bain en constatant que ses jambes étaient moins lourdes lorsqu'elles s'enfonçaient dans l'eau. Il s'écria *Ereka* ! et découvrit à ce moment là le principe qui porte aujourd'hui son nom.



On parle de stratification continue dès lors que cette fonction est continue et de stratification linéaire dès lors que cette fonction est linéaire.

Supposant déjà établie une stratification moyenne $\bar{\rho}(z)$, une particule fluide de densité ρ_1 sera en équilibre à l'altitude z_1 telle que $\bar{\rho}(z_1) = \rho_1$. En dehors de cette position d'équilibre, la dynamique de la particule est donnée par l'équation

$$\rho_1 \mathrm{d}\tau \mathbf{a} = -(\rho_1 - \bar{\rho}(z))\mathrm{d}\tau g \mathbf{u}_z \,, \tag{1.3}$$

où $\mathrm{d}\tau$ est le volume de la particule fluide, ce qui revient en prenant l'origine des ordonnées en z_1 à

$$\boxed{\ddot{z} = \frac{g}{\rho_1}\frac{\mathrm{d}\bar{\rho}}{\mathrm{d}z} z = -N^2 z \,.} \tag{1.4}$$

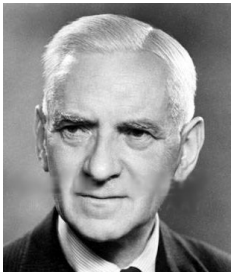
Cette équation est celle d'un oscillateur harmonique de pulsation N, appelée pulsation de Brunt[2]-Väisälä. La particule fluide oscille autour de sa position d'équilibre à la fréquence $f = N/2\pi$, et parvient à l'équilibre par l'action de la viscosité.

Un fluide stratifié possède donc une pulsation propre d'oscillation selon la verticale, notée N. Cette pulsation est une mesure du gradient logarithmique de densité dans le fluide. Ramené à un mètre, ce gradient devient une variation relative de densité $\Delta\rho/\rho$ que l'on exprime en %. Ainsi, une stratification à 3% correspond à une variation relative de densité de 1,03 sur un mètre de hauteur. La pulsation de Brunt-Väisälä est alors donnée par la relation

$$N = \sqrt{g}\sqrt{n} \tag{1.5}$$

où n est la stratification exprimée en %.

[2]**Sir David Brunt** (1886, Staylittle, Angleterre; 1965, Londres, Angleterre) : météorologue anglais. Brunt rejoignit le Bureau américain de météorologie pour travailler aux problèmes de dispersion des gaz utilisés lors de la première guerre mondiale. Il utilisa des outils statistiques pour traiter l'énorme quantité de données de température, pression et vent consignées par les météorologues, afin de réaliser des prévisions. Il travailla également au lien entre climat et santé humaine, et conclut que le climat Néozélandais était un des plus sains sur Terre. Il fut président de la Royal Physical Society de 1945 à 1947.



La stratification d'un fluide est une caractéristique *extrêmement* stable. On n'insistera jamais assez sur la difficulté que l'on éprouve à homogénéiser un fluide stratifié. Cette homogénéisation passe nécessairement par des processus diffusifs : sans diffusion, un fluide stratifié retrouve nécessairement sa stratification d'origine après avoir été mélangé.

Les processus de mélange dans les fluides stratifiés font partie des enjeux de la compréhension de nombreux processus géophysiques et dépassent très largement le cadre de cet exposé.

Les perturbations à la densité sont stables dès lors qu'elles n'induisent pas de retournement des lignes d'isodensité. Si l'on note $\rho^e = \rho - \bar{\rho}$ l'écart à la stratification, on doit avoir

$$\left|\frac{\mathrm{d}\rho^e}{\mathrm{d}z}\right| < \left|\frac{\mathrm{d}\bar{\rho}}{\mathrm{d}z}\right| . \tag{1.6}$$

Les écarts à la stratification peuvent être mesurés par l'écart de la pulsation de Brunt-Väisälä locale N à la valeur moyenne, ΔN, ou plus communément par l'écart quadratique ΔN^2 qui est alors proportionnel au gradient logarithmique de ρ^e.

1.2 Ondes internes linéaires

Considérons donc un fluide stratifié de pulsation de Brunt-Väisälä[3] N. On supposera le fluide incompressible, soit

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 , \tag{1.7}$$

ce qui permet d'écrire l'équation de conservation de la masse ainsi :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{v}.\nabla\rho = 0 . \tag{1.8}$$

[3] **Vilho Väisälä** (1889, Kontiolahdella, Finlande; 1969, Helsinki, Finlande) : météorologue finlandais. Après des études de mathématiques, Väisälä entama une carrière au Bureau central de météorologie de Finlande. Il étudia le magnétisme terrestre, puis améliora les sondes aériennes de la station d'Ilmala. En 1931, il participa à l'élaboration d'une radiosonde à capacité variable qui devint une référence en mesure météorologique dès 1936. Son nom reste associé à de nombreuses améliorations dans le domaine de l'aérologie instrumentale et il fonda le groupe d'expertise Vaisala aujourd'hui encore actif en météorologie appliquée.

Nous négligeons ici les phénomènes diffusifs pouvant affecter la densité (salinité, température) supposant que ces processus lents devant les temps caractéristiques de la dynamique de l'écoulement. En posant $\rho^e = \rho - \bar{\rho}$ l'écart de densité par rapport à la stratification, l'équation de Navier-Stokes s'écrit :

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho \mathbf{v}.\nabla \mathbf{v} = -\nabla P + \rho^e \mathbf{g} + \mu \Delta \mathbf{v} \,. \tag{1.9}$$

Ces trois équations régissent la mécanique des fluides stratifiés. Nous travaillerons dans l'hypothèse *bidimensionnelle*, ce qui nous permet de réécrire ces équations à l'aide d'une fonction de courant ψ telle que $\mathbf{v}_x = \psi_z$ et $\mathbf{v}_z = -\psi_x$.

L'équation de conservation de la masse (1.8) devient, en introduisant la stratification et l'opérateur Jacobien $J(f,g) = f_x g_y - f_y g_x$,

$$\frac{\partial \rho^e}{\partial t} + J(\psi, \rho^e) + \frac{\rho N^2}{g} \psi_x = 0 \,, \tag{1.10}$$

et les deux composantes de l'équation du mouvement (1.9) deviennent

$$\rho \left(\frac{\partial \psi_z}{\partial t} + J(\psi, \psi_z) \right) = -P_x + \mu \Delta \psi_z \,, \text{ et} \tag{1.11}$$

$$-\rho \left(\frac{\partial \psi_x}{\partial t} + J(\psi, \psi_x) \right) = -P_z - \rho^e g - \mu \Delta \psi_x \,. \tag{1.12}$$

La densité intervient à deux endroits dans ces deux dernières équations : elle conditionne l'inertie dans le terme de gauche et apparaît comme moteur dans le terme de droite à travers la résultante du poids et de la poussée d'Archimède. À ce niveau intervient une approximation communément utilisée dans l'étude des fluides stratifiés, dite approximation de Boussinesq[4] [4], que ce dernier énonce comme suit :

[4]**Valentin Joseph Boussinesq** (1842, Saint-André-de-Sangonis, France; 1929, Paris, France) : hydraulicien mathématicien français. Boussinesq est considéré comme l'un des grands spécialistes français de la mécanique et de la physique mathématique. En 1897, il apporta une contribution déterminante à la connaissance de la turbulence et de la couche limite par la publication de son ouvrage intitulé *Théorie de l'écoulement tourbillonnant et tumultueux des liquides*. En 1903, il bouleversa la mécanique des solides, la thermodynamique et la mécanique des fluides avec son livre *Théorie analytique de la Chaleur* où il introduit l'approximation qui porte son nom.

« Il faut savoir que dans la plupart des mouvements provoqués par la chaleur sur nos fluides pesants, les volumes ou les densités se conservent à très peu près, quoique la variation correspondante du poids de l'unité de volume soit justement la cause des phénomènes qu'il s'agit d'analyser. De là résulte la possibilité de négliger les variations de la densité, là où elles ne sont pas multipliées par la gravité g, tout en conservant, dans les calculs, leur produit par celle-ci. »

Dans cette approximation, la densité ρ peut être prise comme égale à sa valeur moyenne ρ_0 partout sauf dans le terme $\rho^e g$ qui lui n'est pas négligé. Cette approximation est valide dans la limite des faibles gradients de densité, de l'ordre de quelques pour cents, ce qui est le cas dans l'atmosphère et l'océan, ainsi que dans les expériences qui seront présentées ici. Peu de théories sur les ondes internes existent en dehors du domaine de validité de cette approximation.

Les équations (1.11) et (1.12) peuvent alors être combinées pour obtenir une équation satisfaites par le rotationnel de la vitesse, $\Delta\psi$, et on obtient finalement les deux équations suivantes pour ρ^e et ψ :

$$\frac{\partial \rho^e}{\partial t} + J(\psi, \rho^e) + \frac{\rho_0 N^2}{g}\psi_x = 0\,, \tag{1.13}$$

$$\rho_0 \Delta\psi_t + J(\psi, \Delta\psi) - \rho^e_x g - \mu\Delta(\Delta\psi) = 0\,. \tag{1.14}$$

Les équations (1.13) et (1.14) décrivent la dynamique non-linéaire des fluides stratifiés. Elles peuvent être linéarisées et deviennent :

$$\frac{\partial \rho^e}{\partial t} + \frac{\rho_0 N^2}{g}\psi_x = 0\,, \tag{1.15}$$

$$\rho_0 \Delta\psi_t - \rho^e_x g - \mu\Delta(\Delta\psi) = 0\,. \tag{1.16}$$

L'équation (1.15) traduit que les variations de densité sont engendrées par les déplacements verticaux du fluide et l'équation (1.16) montre que les variations horizontales de densité peuvent induire de la vorticité dans le fluide. Ceci se comprend lorsque l'on considère l'étalement d'une perturbation de densité, mouvement générateur de cisaillement et de vorticité (voir figure 1.1).

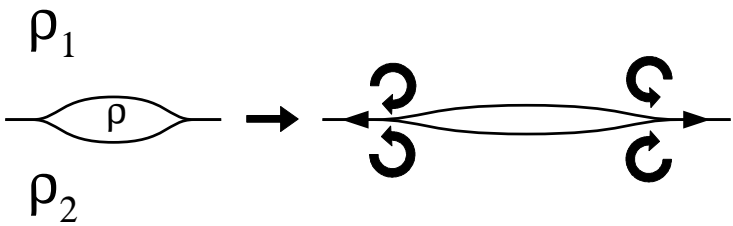


Fig. 1.1. *Étalement d'une perturbation locale de densité, modélisée par une zone de densité ρ entre deux fluides de densités $\rho_1 < \rho < \rho_2$, montrant le lien entre les gradients horizontaux de densité et la génération de vorticité.*

Les équations (1.15) et (1.16) peuvent être combinées pour former, dans une hypothèse non-visqueuse, l'équation

$$\Delta\psi_{tt} + N^2\psi_{xx} = 0\,. \tag{1.17}$$

Cette équation est l'équation *linéaire* de propagation des ondes internes en l'absence de viscosité. Simple d'écriture, elle va néanmoins engendrer des phénomènes propagatifs atypiques. Relevons ici deux caractéristiques essentielles de cette équation :

- L'équation (1.17) est anisotrope. Cette anisotropie provient directement de l'anisotropie du milieu stratifié, la verticale jouant un rôle particulier.
- L'équation (1.17) est naturellement adimensionnée spatialement. Les dérivées spatiales interviennent toutes au même ordre, l'équation est donc invariante par tout changement d'échelle : elle ne contient pas d'échelle caractéristique[5].

Dans un premier temps, il est légitime de chercher les solutions en onde plane de l'équation 1.17 de la forme

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \psi_0 e^{i(\mathbf{k}.\mathbf{r} - \omega t)}\,. \tag{1.18}$$

[5] Dans la pratique, la validité de cette équation suppose un encadrement par deux échelles : l'échelle de dissipation visqueuse supposée nulle et l'échelle caractéristique de la stratification supposée infinie.

Cette solution particulière est une onde de cisaillement, seul type d'onde plane susceptible de se propager dans un fluide incompressible. Elle aboutit à l'équation de dispersion

$$\omega^2 k^2 = N^2 \mathbf{k}_x^2 \,, \tag{1.19}$$

que l'on peut écrire encore

$$\frac{\mathbf{k}_x}{\mathbf{k}_z} = \pm \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 - N^2}} = \pm \tan\theta \,. \tag{1.20}$$

Cette dernière équation permet de définir l'angle géométrique $\theta \in [0, \pi/2]$ que fait le vecteur d'onde $\mathbf{k}$ avec la verticale (cf figure 1.2). Les deux possibilités de signe dans l'équation (1.20) laissent quatre possibilités pour les signes respectifs de $\mathbf{k}_x$ et $\mathbf{k}_z$, correspondant aux quatre cadrans du repère (Oxz). On retrouve déjà la symétrie par rapport à l'axe vertical du problème.

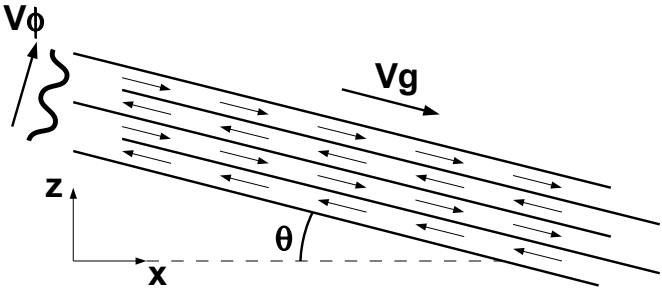


Fig. 1.2. *Structure d'une onde interne. Le cisaillement de propage vers le haut selon la vitesse de phase, tandis que le rayon progresse vers le bas selon la vitesse de groupe.*

L'angle θ vérifie la relation

$$\omega = N \sin\theta \,, \tag{1.21}$$

souvent citée comme relation de dispersion bien que moins complète que l'équation (1.20). L'angle θ n'est défini que pour $\omega < N$, la pulsation de Brunt-Väisälä est donc pulsation de coupure des ondes internes. Cette dernière relation fut

vérifiée expérimentalement par Görtler [19] puis Mowbray et Rarity [29] ; ce furent les premières validations de la théorie linéaire des ondes internes. Cette relation est tracée sur la figure 1.3 et un exemple de vérification expérimentale de la loi est donné sur la figure 8.13 p. 155. Visiblement, l'accord est parfait.

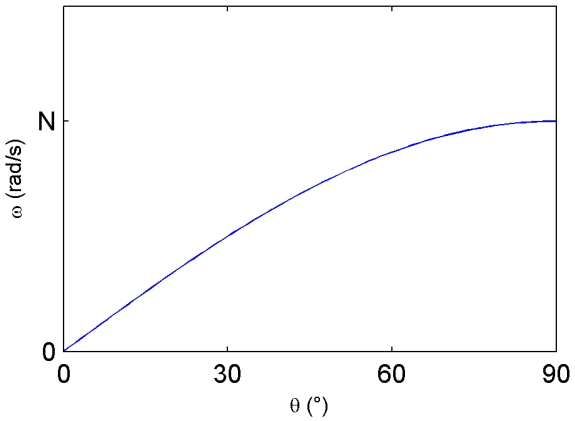


Fig. 1.3. *Relation de dispersion des ondes internes. La pulsation de Brunt-Väisälä est la pulsation de coupure des ondes.*

Cette relation de dispersion contient tout le caractère anisotrope des ondes de gravité internes. La vitesse de phase est portée par le vecteur d'onde et vaut donc

$$\mathbf{c}_\varphi = \frac{N \sin\theta}{k}(\sin\theta,\, \cos\theta)\,. \tag{1.22}$$

La vitesse de groupe est obtenue en différentiant la relation de dispersion et vaut

$$\mathbf{c}_g = \frac{N \cos\theta}{k}(-\cos\theta,\, \sin\theta)\,. \tag{1.23}$$

Les vitesses de groupe et de phase sont donc orthogonales. La figure 1.2 illustre la structure d'un rayon d'onde interne, qui se développe parallèlement à ses plans d'onde.

Lorsque l'on utilise la relation de dispersion (1.20) plus complète, on obtient quatre configurations possibles pour les vitesses de groupe et de phase, qui sont résumées sur la figure 1.4.

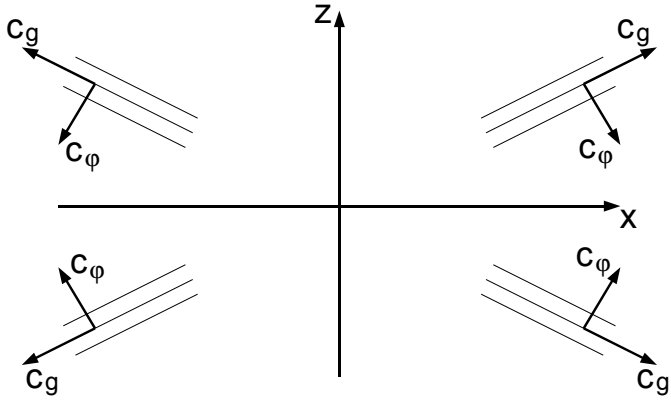


Fig. 1.4. *Les quatre configurations possible de rayonnement d'ondes internes bidimensionnelles. Ce schéma illustre également le rayonnement anisotrope d'une source monochromatique située à l'origine des axes.*

Cette figure illustre également le diagramme de rayonnement d'une source ponctuelle et monochromatique située à l'origine des axes. La relation de dispersion impose l'angle de propagation des ondes avec l'horizontale et il s'en suit en deux dimensions un rayonnement en forme de croix illustré sur le schéma.

En trois dimensions, il existe des solutions propagatives portées par un double cône centré en O. Nous resterons dans le cadre de cette étude dans une approche bidimensionnelle que nous justifierons par la suite au regard de certaines applications géophysiques dans lesquelles cette approximation est valide.

Les équations non-linéaires (1.13) et (1.14), peuvent également être combinées pour obtenir l'équation suivante tenant compte des non-linéarités :

$$\Delta\psi_{tt} + N^2\psi_{xx} = \frac{\partial}{\partial t}J(\psi, \Delta\psi) + \frac{\partial}{\partial x}J(\psi, \rho)\,. \tag{1.24}$$

Il est alors remarquable de constater que la solution en ondes planes $\psi = \psi_0 e^{i(\mathbf{k}.\mathbf{r}-\omega t)}$ obtenue à partir de l'équation linéarisée est également solution

de l'équation non-linéaire, les deux jacobiens s'annulant. Plus généralement, en superposant des solutions en ondes planes, Tabaei, Akylas et Lamb [42] remarquent que la solution générale de la forme

$$\psi = Q(\sigma)e^{-i\omega t}, \;\; \sigma = \pm x \sin\theta \pm y \cos\theta, \;\; \omega = N \sin\theta, \tag{1.25}$$

est également solution de l'équation linéaire et de l'équation non-linéaire. Le champ de vitesse correspondant à cette fonction de courant est unidirectionnel, selon un axe (Os) incliné d'un angle θ (vérifiant la relation de dispersion) avec l'horizontale, uniforme selon cette direction, et modulé dans la direction transverse par la dérivée de Q par rapport à σ, Q_σ. Le profil général d'onde interne est présenté sur la figure 1.5.

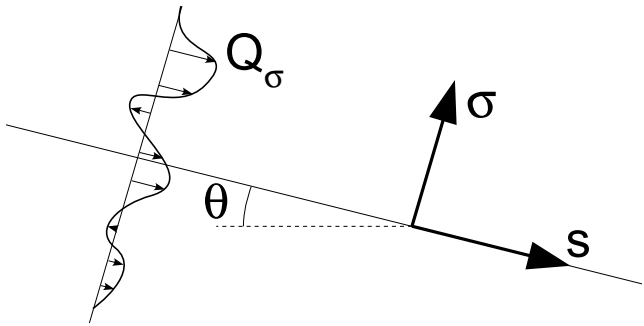


Fig. 1.5. *Profil général d'onde interne proposé par Tabaei, Akylas et Lamb, solution des équations linéaire et non-linéaire.*

1.3 Aspects énergétiques et instabilité

En multipliant les équations (1.11) et (1.12) dans lesquelles les termes non-linéaires ainsi que la viscosité ont été négligés, par ψ_z et ψ_x respectivement, puis en faisant la différence, on obtient l'équation

$$\frac{\rho}{2}\frac{\partial(\psi_x^2+\psi_z^2)}{\partial t} = J(\psi,P) + \psi_x \rho^e g\,. \tag{1.26}$$

On reconnaît clairement dans le terme de gauche la variation temporelle de l'énergie cinétique par unité de volume. Le terme $J(\psi,P)$ est égal à -$\nabla.P\mathbf{v}$, il s'agit du travail des forces de pression par unité de volume. Enfin, le terme $\psi_x\rho^e g$ représente le travail de la poussée d'Archimède par unité de volume. En reprenant l'exemple introductif de la particule fluide oscillant autour de la position d'équilibre $z = z_1$, on voit que ce dernier terme vaut $-\partial e_p/\partial t$ où $e_p = \rho^e g(z - z_1)$ est l'énergie potentielle par unité de volume.

On obtient donc le bilan d'énergie des ondes internes

$$\frac{\partial(e_c+e_p)}{\partial t} + \nabla.(P\mathbf{v}) = 0\,. \tag{1.27}$$

On peut montrer qu'il y a équirépartition de l'énergie, c'est à dire que $< e_c >=< e_p >$, et définir l'énergie volumique de l'onde par

$$< e >=< e_c + e_p >= \frac{\rho_0}{2}k^2|\psi_0|^2\,, \tag{1.28}$$

Remarquons alors que $P\mathbf{v} =< e > \mathbf{c}_g$, et que ce vecteur est l'analogue du vecteur de Poynting traduisant le flux d'énergie transporté par l'onde, dirigé selon $\mathbf{c}_g$ et de norme

$$\Pi = \frac{\rho_0}{2}k|\psi_0|^2 N\cos\theta\,. \tag{1.29}$$

L'équation de conservation de l'énergie s'écrit finalement sous sa forme canonique en l'absence de sources :

$$\frac{\partial < e >}{\partial t} + \nabla.(< e > \mathbf{c}_g) = 0\,. \tag{1.30}$$

Instabilité des ondes internes

Dans la suite, nous appellerons *amplitude* de l'onde interne, l'amplitude de déplacement du fluide. Cette grandeur, notée a, est reliée à la fonction de courant par la relation

$$a = \frac{k|\psi_0|}{\omega} \,. \tag{1.31}$$

Lors du passage d'une onde d'amplitude a se propageant avec un angle θ par rapport à l'horizontale, une particule de fluide fera des aller-retours de longueur $2a$ sur une droite inclinée d'un angle θ avec l'horizontale.

À une onde interne d'amplitude a correspond une vitesse verticale

$$\mathbf{v}_z = a\omega \sin\theta e^{i(\mathbf{k}_x x + \mathbf{k}_z z - \omega t)} \tag{1.32}$$

et une perturbation à la densité

$$i\omega\rho^e = \frac{N^2}{\rho_0 g}\mathbf{v}_z \,. \tag{1.33}$$

Le gradient total de densité $\mathrm{d}\rho_{\mathrm{tot}}/\mathrm{d}z$, somme du gradient dû à la stratification et à la perturbation s'écrit :

$$\frac{\mathrm{d}\rho_{\mathrm{tot}}}{\mathrm{d}z} = \frac{N^2}{\rho_0 g}\left(1 - ia\sin\theta\mathbf{k}_z e^{i(\mathbf{k}_x x + \mathbf{k}_z z - \omega t)}\right) \,. \tag{1.34}$$

Comme $\mathbf{k}_z = k\cos\theta$, on peut écrire le critère de stabilité statique de la stratification, $\mathrm{d}\rho_{\mathrm{tot}}/\mathrm{d}z > 0$, de la manière suivante :

$$\boxed{\frac{ak\sin 2\theta}{2} < 1 \,, \text{ critère de stabilité de l'onde plane.} \quad (1.35)}$$

Ce paramètre sans dimension est aussi appelé *raideur* de l'onde, notée ζ, et possède son analogue pour les ondes de surface. Il est égal au produit de l'amplitude verticale a_z par le vecteur d'onde horizontal k_x. Pour les ondes de surfaces, ce paramètre mesure le caractère non-linéaire de l'onde. Nous avons vu, en revanche, que les ondes internes de l'équation (1.25) sont solution des équations non-linéaires : la raideur de l'onde mesure alors sa propension au déferlement qui survient pour $\zeta > 1$.

Une construction géométrique simple permet d'illustrer ce dernier point. La figure 1.6 montre qu'il y a nécessairement retournement des lignes isodensité lorsque deux points A et B initialement à la même hauteur se retrouvent l'un au-dessus de l'autre en A' et B' au maximum de leur course d'amplitude a.

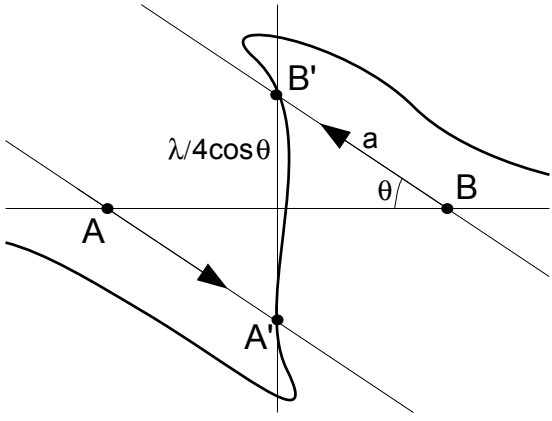


Fig. 1.6. *Configuration de déferlement d'onde interne permettant d'obtenir un critère de stabilité.*

Dans ce cas, on a

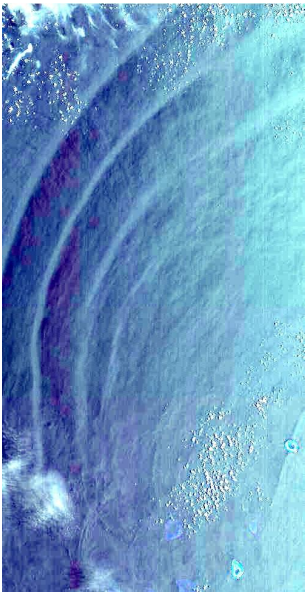
$$\frac{\lambda}{4\cos\theta} = a\sin\theta\,, \tag{1.36}$$

ce qui correspond à une raideur $\zeta = \pi/2 > 1$, donc au déferlement.

Ces critères ne sont néanmoins pas rigoureusement mesurables pour deux raisons : l'équation (1.33) n'est plus valable dès lors que les ondes ont une trop forte amplitude, et ces critères statiques ne donneront jamais qu'une indication des seuils d'instabilité dynamique. Nous retiendrons pour la suite le critère de l'équation (1.35), également utilisé par Thorpe [45].

2

Les ondes internes dans l'océan et dans l'atmosphère



L'étude des fluides stratifiés est avant tout motivée par l'observation des deux enveloppes superficielles de la Terre que sont l'océan et l'atmosphère. Les noms des météorologues Brunt et Väisälä témoignent à travers l'histoire de ce lien fort entre les fluides stratifiés et la géophysique.

L'atmosphère et l'océan sont en effet naturellement stratifiés en température, ainsi qu'en salinité pour l'océan. Les gradients de densité résultant varient de manière significative suivant les altitudes (ou profondeurs), les saisons et les régions du globe, mais peuvent en général être localement vus comme homogènes, et donc entrer dans le cadre d'étude précédent.

L'atmosphère et l'océan deviennent alors des milieux permettant la propagation des ondes internes, et par là même le transfert de l'énergie d'un point à un autre, et la dissipation de cette énergie sous forme de mélange. Ceci est d'une importance capitale pour l'établissement de bilans énergétique globaux sur lesquels reposent les prévisions numériques du climat à court et moyen terme, enjeu devenu crucial en ce début de millénaire...

2.1 La stratification des océans et de l'atmosphère

L'atmosphère

L'atmosphère fut le premier sujet d'étude amenant les physiciens à considérer la stratification en densité en tant que propriété mécanique particulière d'un fluide. La topographie terrestre permit tout d'abord de mesurer les gradients de pression et de température présents dans la très basse atmosphère. L'utilisation de ballons sonde permit d'établir ces profils à des altitudes de plusieurs dizaines de kilomètres, révélant une structure de l'atmosphère en couches clairement distinctes.

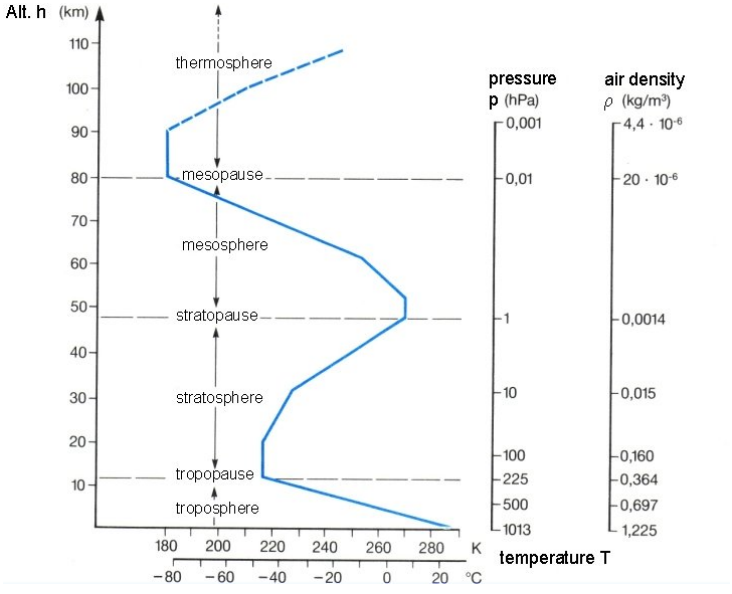


Fig. 2.1. *Structure verticale de l'atmosphère, marquée par les changements de signe du gradient de température.*

La figure 2.1 présente ces différentes enveloppes distinguées notamment par le sens de variation de la température. L'O.A.C.I. (Organisation de l'Aviation Civile Internationale) a défini une loi de variation de la pression atmosphé-

rique et de la température qui caractérise l'atmosphère standard, et permet, entre autres, l'étalonnage d'instruments de vol et l'homologation de records. Nous pouvons facilement utiliser ces données pour évaluer la stratification de la troposphère.

La densité de l'air étant en première approximation reliée à sa température et sa pression par la loi des gaz parfaits, l'obtention la densité fonction de l'altitude est triviale. La figure 2.2 montre que la troposphère est linéairement stratifiée, mais on commet une énorme erreur si l'on estime à partir de cette courbe la pulsation de Brunt-Väisälä : l'air est compressible et cela change tout !

L'étude de la stabilité des fluides stratifiés compressibles nécessite en fait de faire intervenir la notion de *densité potentielle* ou densité adiabatique qui tient compte de cette compressibilité. En effet, lors d'un déplacement vertical brusque, les pressions s'équilibrent quasi-instantanément, entraînant une compression (ou dilatation) de la particule fluide qui augmente (ou diminue) sa température. On définit donc la température potentielle comme la température du fluide ramené adiabatiquement à une pression de référence et on lui associe alors la densité potentielle qui est la densité pertinente pour l'étude mécanique et thermodynamique de la stratification.

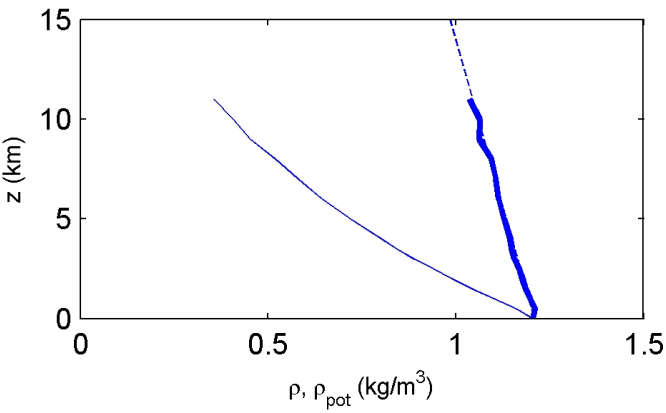


Fig. 2.2. *Stratification de la troposphère. En trait fin, la densité réelle du fluide. En trait gras, la densité potentielle servant à la détermination de la pulsation de Brunt-Väisälä N. La droite en pointillé est la régression linéaire permettant de mesurer un gradient de densité potentielle de 0,015 kg.m^{-3}/km.*

Dans le cas de la troposphère, la période de Brunt-Väisälä est de l'ordre d'une dizaine de minutes. Ces ondes doivent donc être générées par des événements relativement rapides. Il n'existe pas a priori de forçage direct à des fréquences aussi élevées. Mais une telle fréquence peut apparaître lors d'écoulements sur les topographies comme le rapport de la vitesse de l'écoulement sur la taille de la topographie. Un vent de 60 km/h sur une topographie de 10 km d'extension excite le fluide à la période de l'ordre de 10 min . On peut alors observer des ondes internes accrochées au niveau des topographies d'une manière analogue au piégeage des ondes de surface dans un ressaut hydraulique. De telles ondes sont alors appelées « ondes orographiques » et sont parfois matérialisées par les nuages comme sur la figure 2.3.

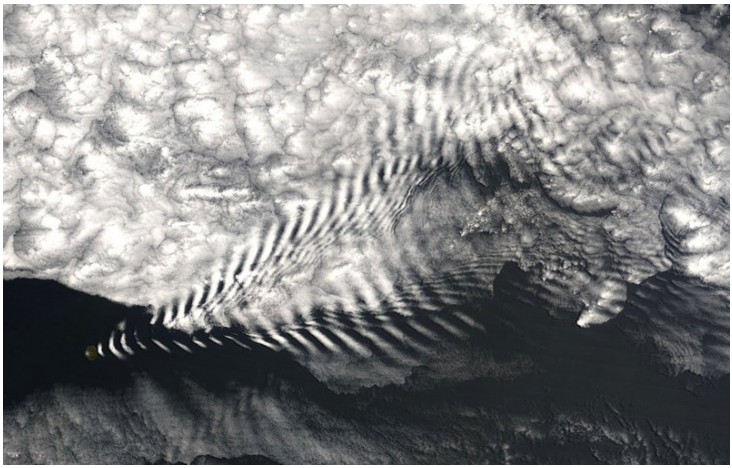


Fig. 2.3. *Sillage d'ondes internes généré sur l'île d'Amsterdam (Océan Indien).*

Ces ondes sont susceptibles de déferler et d'induire du mélange dans l'atmosphère, et la modélisation de ces phénomènes dissipatifs à petite échelle est un des enjeux actuels de la météorologie [10]. De telles ondes existent également dans les zones supérieures de l'atmosphère, notamment dans la stratosphère où leur interaction avec la tropopause pourrait jouer un rôle non négligeable dans les échanges troposphère-stratosphère.

L'océan

La structure interne des océans a longtemps été complètement inaccessible à l'Homme et recèle encore aujourd'hui une grande part d'inconnu. La raison en est très simple : les ondes électromagnétiques ne pénétrant pas dans l'eau, on ne peut « visualiser » l'intérieur de l'océan à l'aide des techniques classiques d'investigation scientifique (radar, Doppler optique...).

Les relevés locaux de salinité et de température par des sondes restent la première source de mesure. Associés à des techniques d'échographie et de vélocimétrie Doppler à ultrasons, ils permettent de profiler localement la composition des eaux océaniques. La figure 2.4 montre des profils types de salinité, température potentielle et densité potentielle à différentes latitudes[1].

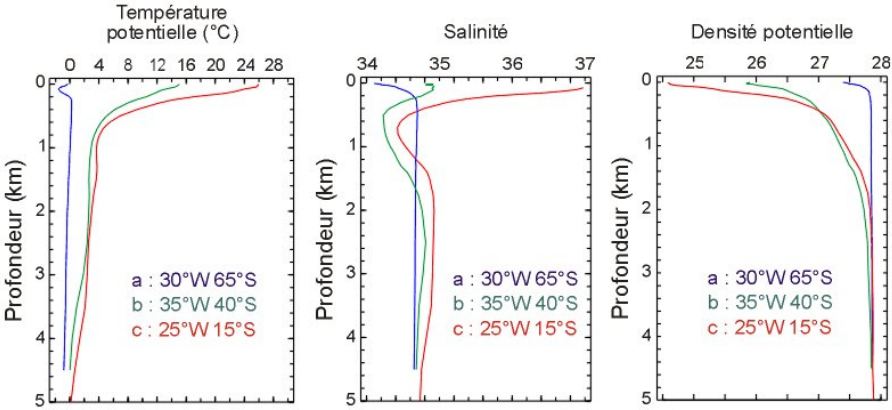


Fig. 2.4. *Profils de température potentielle, de salinité et de densité potentielle dans l'océan, pour une région polaire (bleu), une région tempérée (vert) et une région tropicale (rouge). D'après l'ISITV (Toulon).*

L'océan est donc également stratifié, mais de manière très inhomogène. La surface des océans, sous l'influence du rayonnement solaire et des échanges thermiques avec l'atmosphère, présente une couche relativement homogène d'une centaine de mètres séparée des eaux profondes par une zone de forts gradients appelée thermocline. De manière générale, la fréquence de Brunt-Väisälä dans l'océan entre 200 et 2000 m est comprise entre 1 et 4 cycles par heure (cph) [5].

[1] Bien que l'eau ne soit que très faiblement compressible, les très fortes pressions au fond des océans nécessitent l'introduction de corrections adiabatiques

Ces fréquences sont très lentes et comparables aux fréquences astronomiques intervenant dans les termes de marée (0,081 cph pour la marée semi-diurne) qui sont susceptibles d'exciter des ondes internes de faible incidence.

Tout comme dans l'atmosphère, les écoulements produits par la marée peuvent également générer des ondes à plus haute fréquence dans les phases de flux et de reflux sur des topographies. La compréhension des échanges entre le forçage barotrope et la marée interne est un des enjeux actuels de l'océanographie physique.

2.2 Mesurer les ondes internes dans l'océan

L'intérêt des océanographes pour les ondes internes est directement relié aux avancées techniques permettant leur visualisation. Une des premières manifestations des ondes internes demeura longtemps mystérieuse et nous emmène dans les fjords norvégiens. Un phénomène bien particulier, appelé « eaux mortes » par les marins, ralentissaient fortement les navires à l'entrée des fjords, voire même les immobilisait, alors même qu'aucun courant n'était présent. Ekman[2], en 1904, expliqua le phénomène en remarquant que les fjords présentent généralement un très fort gradient de densité quelques mètres sous la surface qui sépare les eaux fraîches de surface des eaux salées plus profondes. Le long de cette interface peuvent se propager des ondes internes qui ralentissent fortement le navire (voir figure 2.5).

Il fallut attendre les premières mesures dynamiques de salinité et de température par des réseaux de sondes pour « voir » ces ondes jusque-là seulement imaginées. Des variations de la salinité à une fréquence bien déterminée et à une profondeur localisée sont une signature du passage d'une onde interne. De

[2]**Vagn Walfrid Ekman** (1874, Stokholm, Suède; 1954, Gostad, Suède) : océanographe suédois. Il a apporté des contributions importantes autant aux aspects pratique que théorique de sa discipline. Sa théorie des couches limites océaniques date du tout début de sa carrière, alors qu'il étudiait à Uppsala avec Vilhelm Bjerknes. Il a, par la suite, développé un grand nombre d'instruments et de techniques expérimentales utilisés encore aujourd'hui en océanographie.

Fig. 2.5. *Dessin original d'Ekman représentant une onde interne générée sous la surface par un navire et expliquant le mystérieux phénomène des eaux mortes.*

nombreuses mesures ont été effectuées et ont corroboré le rôle des topographies et du forçage de marée dans la génération des ondes internes.

Des modèles théoriques ont également été développés pour associer les spectres de vitesses enregistrés dans l'océan à la présence d'ondes internes. Le travail fondateur de Garrett et Munk [16] reste à ce sujet une référence incontournable pour l'analyse spectrale des mesures de vitesses dans l'océan. Des écarts au spectre de Garrett et Munk (GM72) sont pourtant mesurés notamment au voisinage des topographies [11] (voir figure 2.9 p. 47) et sont généralement reliés à une intense activité interne.

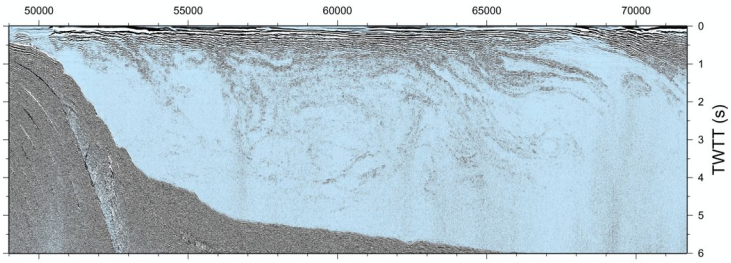


Fig. 2.6. *Imagerie en réflexion sismique permettant de visualiser les différentes masses d'eau par les différents échos renvoyés après une détonation [23].*

Plus récemment, l'avancée des techniques de mesures par ultrasons ont permis d'accéder à une vision bidimensionnelle des champs de vitesse et de densité dans un plan vertical. Ces techniques permettent d'obtenir une représentation sous-marine de la répartition des masses d'eau qui réfléchissent différemment

les ultrasons suivant leur densité. Bien qu'encore en cours de développement, ces mesures laissent envisager une meilleure compréhension des interactions entre topographie et ondes internes (voir figure 2.6).

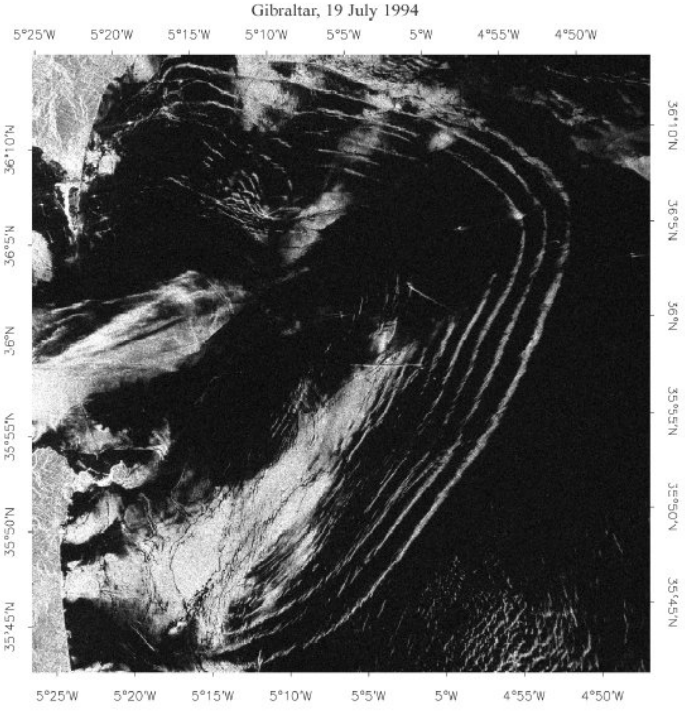


Fig. 2.7. *Ondes internes détectées par imagerie radar à l'est du détroit de Gibraltar.*

Ces mesures locales peuvent être couplées à l'analyse en surface des perturbations affectées par les ondes internes à la thermocline et par la suite à la surface des océans. L'imagerie par satellite permet de mettre en évidence de nombreuses traces d'ondes internes se propageant en paquets le long de la thermocline. La figure 2.7 montre un exemple d'ondes internes générées au niveau du détroit de Gibraltar.

Les mesures par satellite ont notamment permis d'effectuer une cartographie

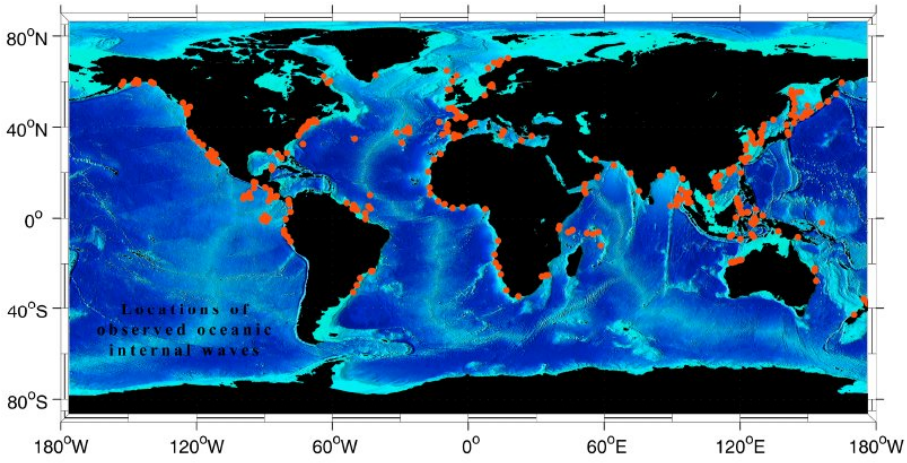


Fig. 2.8. *Carte des zones de génération d'ondes internes solitaires visibles par satellite (Atlas of Oceanic Internal Solitary Waves).*

des zones de génération d'ondes internes dans les océans. La carte représentée figure 2.8 montre clairement le rôle des marges continentales dans la génération des ondes internes. L'interaction des fluides stratifiés avec les topographies est par conséquent un enjeu majeur de la compréhension des ondes internes dans l'océan.

2.3 Le rôle des ondes internes dans l'océan

Les ondes internes bénéficient indéniablement d'un regain d'intérêt depuis une vingtaine d'années dans la communauté scientifique internationale. Ceci est directement lié aux limites qu'atteignent actuellement les modèles océaniques dans la résolution des phénomènes à petite échelle. L'océan et l'atmosphère forment en effet un système présentant une très grande gamme d'échelles spatiales et temporelles en constante interaction. La résolution actuelle des modèles numériques ne permet pas de décrire la dynamique des ondes internes de manière satisfaisante.

Pourtant, il apparaît qu'une importante quantité d'énergie est transportée

par les ondes internes à travers l'océan. A titre d'exemple, nous reproduisons figure 2.9 un ensemble de mesures spectrales réalisées par Eriksen au-dessus d'une topographie de pente homogène $\alpha = 26°$ [11]. Au fur et à mesure que l'on s'approche du fond apparaît un pic à une fréquence bien déterminée σ_c vérifiant la relation $\sigma_c = N \sin\alpha$: il s'agit d'ondes internes se propageant tangentiellement à la topographie, ce que l'on appelle une *incidence critique*. Le fort écart au modèle spectre GM72 (en trait fin) démontre la place non négligeable des ondes internes dans le bilan énergétique de l'océan.

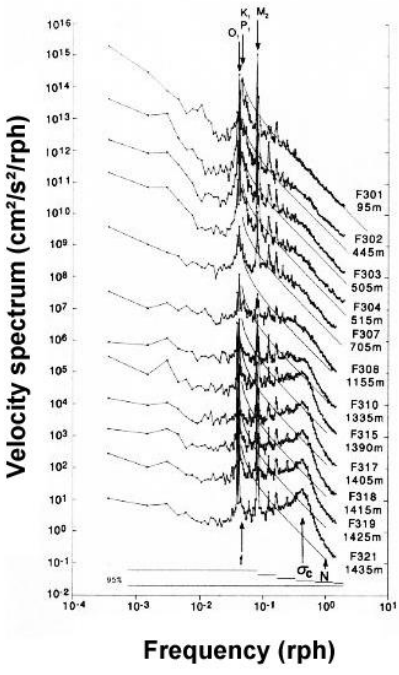


Fig. 2.9. *Spectre d'énergie cinétique mesuré par Eriksen au dessus d'une topographie présentant une pente uniforme $\alpha = 26°$. En trait fin, le modèle de Garrett et Munk GM72. Un pic apparaît à la pulsation σ_c au fur et à mesure que l'on se rapproche du fond. Celle-ci vérifie la relation $\sigma_c = N \sin\alpha$ correspondant aux modes d'ondes internes d'incidence critique sur cette topographie.*

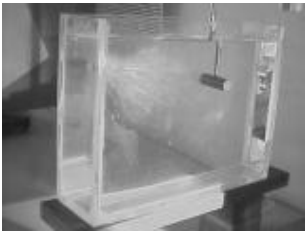
Ces processus à petite échelle interviennent significativement dans le budget énergétique global des océans et ne peuvent plus aujourd'hui être négligés dans les modèles. Les problématiques se concentrent sur trois points :

- **L'émission.** La génération des ondes internes par les écoulements de marée notamment, ainsi que par les forçages de surface (vent) est encore mal comprise. Des modèles quantitatifs permettant d'évaluer les transferts d'énergie vers les ondes internes sont encore à élaborer.
- **La propagation.** Les aspects tridimensionnels de la propagation des ondes internes (diffraction) ainsi que leur atténuation par des processus diffusifs ou par l'interaction avec des courants ou d'autres ondes.
- **La dissipation.** Pour obtenir un bilan énergétique complet, il est nécessaire de comprendre la dissipation des ondes internes. Celle-ci peut notamment survenir lors du déferlement des ondes internes où l'énergie est dissipée en mélange.

Les travaux de laboratoire, bien que ne répondant pas directement à ces problématiques spécifiques, permettent néanmoins de dégager les caractéristiques générales de ces trois processus que des mesures in situ ne peuvent pas forcément mettre en évidence. Le travail qui suit s'inscrit dans ce cadre.

3

Les ondes internes en laboratoire



Les travaux expérimentaux sur les ondes de gravité internes ne sont pas monnaie courante. Pourtant, comprendre le fonctionnement de ces ondes intéresse vivement les géophysiciens, et de nombreuses recherches numériques ont été mises en œuvre ces dernières années dans ce but. Comment expliquer cette situation ?

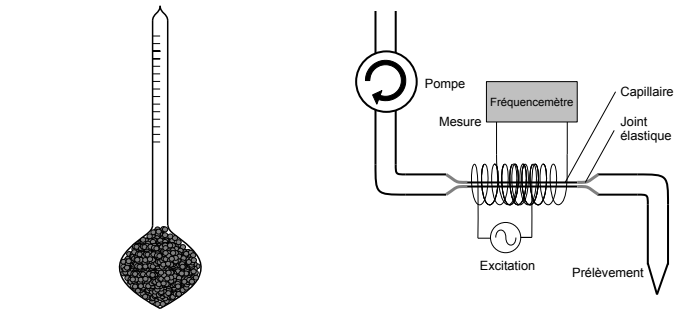
Il se trouve que pour réaliser une expérience d'ondes internes, aucune étape n'est simple : l'obtention d'un fluide stratifié, d'abord, requiert un savoir faire particulier. La visualisation, ensuite, de perturbations faibles du champ de densité et de vitesse est ardue. Enfin, la dispersion anisotrope des ondes complique leur conceptualisation en termes de rayon ou de phase.

Ce sont ces trois points sur lesquels j'ai eu le loisir de travailler durant ma thèse, et que j'expose dans ce chapitre. Le problème de la génération des ondes, auquel sont confrontés les expérimentateurs, mérite à lui seul les trois chapitres suivants.

3.1 Les fluides stratifiés en laboratoire

Les enveloppes externes de la terre, l'atmosphère et l'océan, sont naturellement stratifiées, en raison de la présence de gradients de température pour l'un et de température et de salinité pour l'autre. Ces deux facteurs physiques qui influent sur la densité du fluide sont utilisés en laboratoire pour générer artificiellement des gradients de densité. Il y a proportionnalité entre les variations de densité du fluide, et ses variations de salinité et de température, ceci dans une gamme de variation relative de densité allant jusqu'à 20% pour la salinité comme pour la température. La gestion de ces paramètres n'est qu'une affaire de soin expérimental, les outils de mesure et de contrôle (bains thermostatés, conductimètres, balances de précision...) étant aujourd'hui un équipement standard de laboratoire.

Il faut tout de même souligner qu'une mesure absolue de densité n'est pas aussi simple qu'on veut bien le croire. Les variations relatives de densité utilisées dans les expériences sont de l'ordre de quelques %, ce qui suppose pour un bon contrôle des mesures au millième. Une mesure conjointe de masse et volume à cette précision reste difficile à effectuer. Il est donc d'usage d'utiliser des tables établies avec soin [47], et de procéder à des étalonnage en conductivité et température des solutions employées.



a) b)

Fig. 3.1. *Densimètres de deux époques différentes. a) Le densimètre à immersion, fiable mais nécessitant une certaine quantité de fluide. b) Le densimètre à capillaire, mesurant la pulsation propre d'oscillation d'un capillaire rempli de la solution à étudier.*

Mentionnons ici l'existence d'un appareil fort utile à l'étude expérimentale des fluides stratifiés : le densimètre. Classiquement, cet appareil permet

la mesure directe de la densité d'un fluide. Les densimètres à immersion dont le procédé repose sur la poussée d'Archimède (figure 3.1a) sont utilisés depuis longtemps. L'appareil est étalonné et permet une mesure précise de la densité du fluide. Son désavantage est de nécessiter une grande quantité de fluide. Pour pallier à cet inconvénient, il existe un autre principe de densimètre, mesurant la fréquence de résonance mécanique d'un capillaire maintenu en ses extrémités par deux manchons élastiques. Cette fréquence est fonction de la masse du capillaire, donc de la densité du fluide le remplissant ; des systèmes inductifs permettent à la fois l'excitation mécanique et la mesure (figure 3.1b). Un système de pompe permet le remplissage du capillaire et un système électronique étalonnable donne directement la valeur de la densité. Ce dernier système, relativement cher, est cependant très utile pour l'étude des fluides stratifiés.

Nous avons choisi de travailler sur les gradients de salinité plutôt que de température. Notre choix est essentiellement motivé par la petite taille de nos expériences pour lesquelles les pertes thermiques au niveau des parois auraient été gênantes ; de plus, l'utilisation du sel permet d'obtenir des gradients plus élevés qu'avec la température. Les variations de température sont donc un facteur pénalisant dans nos expériences dont il faut tenir compte. En pratique, la variation relative de densité de l'eau sur la plage [15°C, 25°C] est de 0,2% (de 0,999 à 0,997 pour de l'eau pure) comme on peut le voir figure 3.2.

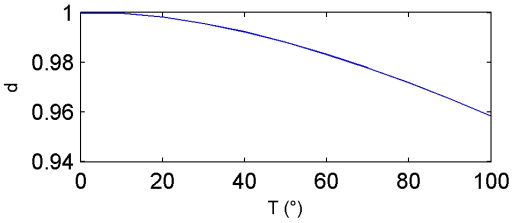


Fig. 3.2. *Variation de la densité de l'eau pure sous 1 bar en fonction de la température.*

Dans nos expériences à petite échelle, nous travaillons avec des stratifications de l'ordre de 5 à 10% : l'influence de la température est donc négligeable. Nous veillons cependant à travailler avec de l'eau à température ambiante et non avec l'eau froide sortant du robinet. Dans les expériences à grande échelle menée à la plateforme Coriolis de Grenoble, où les gradients sont de l'ordre de quelques %, l'effet de la température est détectable, notamment en surface et

au fond de la cuve où les gradients augmentent et diminuent respectivement. La masse d'eau étant en revanche très grande, cet effet n'est gênant qu'après 2 ou 3 semaines d'expériences.

Dans les deux cas, la densité du fluide est imposée pas sa concentration en sel, dans une gamme où la relation densité-concentration est linéaire (voir figure 3.3). Nous avons travaillé avec trois types de sel :

- Le chlorure de sodium (NaCl), qui peut être acheté en grandes quantités. La solution saturée à 20°C contient 311 grammes de NaCl par litre de solution et sa densité est de 1,1972. La solution de NaCl convient pour réaliser des gradients de quelques %, mais au-delà le gradient de viscosité induit peut perturber les expériences (voir figure 3.3a).
- Le nitrate de sodium ($NaNO_3$) permet de travailler à de plus forts gradients, sa solubilité étant plus grande. Le problème de la viscosité reste sensiblement le même que pour le NaCl, excepté aux faibles concentrations où la viscosité est relativement faible (voir figure 3.3b).
- Pour des expériences à grande échelle, il convient d'utiliser du sel bon marché. Les adoucisseurs d'eau, vendus en sacs de plusieurs kilos pour les appareils de collectivité, sont une bonne solution, utilisée à la plateforme Coriolis.

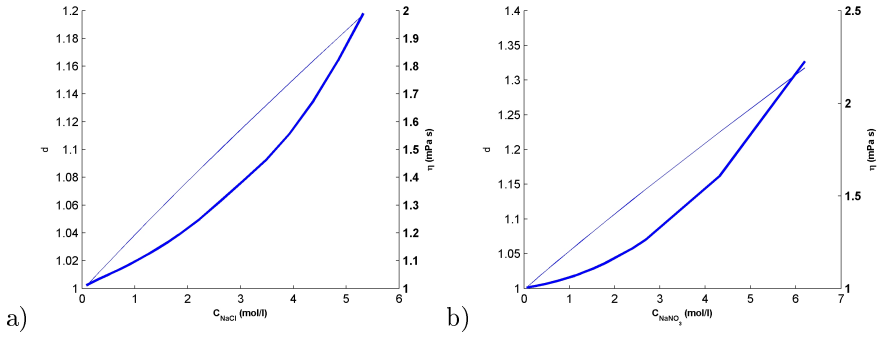


Fig. 3.3. *Caractéristiques physiques des solutions de NaCl (a) et de $NaNO_3$ (b). En trait fin, la densité et en trait gras la viscosité sont représentés en fonction de la concentration de la solution.*

L'obtention d'un gradient linéaire de densité se fait traditionnellement par la méthode des deux bacs, mise au point par Fortuin en 1960 [15] puis étudiée en détail par Öster en 1965 [31]. Cette méthode est présentée sur la figure 3.4.

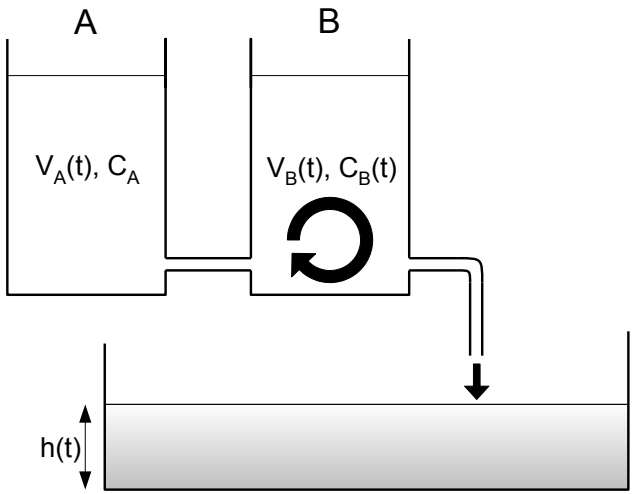


Fig. 3.4. *Principe de la méthode des deux bacs. Deux bacs A et B sont mis en vase communicant et se déversent dans un troisième bac. Le bac B est mélangé en permanence. Cette méthode génère un gradient linéaire dans ce dernier, quelle que soit la loi h(t).*

Deux bacs A et B sont mis en vases communicants et se vident dans un troisième récipient. Cette vidange peut se faire par l'intermédiaire d'une pompe ou tout simplement par gravité. Le bac par lequel se fait la vidange, ici le bac B, est muni d'un système d'agitation garantissant son homogénéité. Le bac A, qui se vide dans le bac B, possède une certaine concentration en sel C_0 qu'il conserve tout au long du remplissage.

Le rapport des sections des deux bacs, S_A et S_B est égal au rapport de leurs volumes $V_A(t)$ et $V_B(t)$ puisque ceux-ci sont en vases communicants. Lorsque le troisième récipient se remplit, il le fait selon la loi

$$S\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}(V_A + V_B)}{\mathrm{d}t} = (1 + \frac{S_B}{S_A})\frac{\mathrm{d}(V_B(0) - V_B(t))}{\mathrm{d}t}\,, \tag{3.1}$$

où S est la section du troisième récipient. Si le remplissage commence à $t = 0$, on obtient une hauteur $h(t)$ proportionnelle à $V_B(0) - V_B(t)$. La concentration du fluide dans le bac B n'est modifiée que par l'apport de fluide venant du bac

A :

$$\frac{\mathrm{d}C_B}{\mathrm{d}t} = -\frac{C_A - C_B(t)}{V_B}\frac{\mathrm{d}V_A}{\mathrm{d}t} = \frac{C_B(t) - C_A}{V_B}\frac{S_A}{S_B}\frac{\mathrm{d}V_B}{\mathrm{d}t}\,, \tag{3.2}$$

ce qui s'écrit encore

$$\frac{1}{V_B}\frac{\mathrm{d}V_B}{\mathrm{d}t} = \frac{S_B}{S_A}\frac{1}{C_B(t) - C_A}\frac{\mathrm{d}(C_B(t) - C_A)}{\mathrm{d}t}\,. \tag{3.3}$$

Cette équation a pour solution

$$V_B(t) = V_B(0)\frac{(C_B(t) - C_A)^{S_B/S_A}}{(C_B(0) - C_A)^{S_B/S_A}}\,, \tag{3.4}$$

ce qui dans le cas où $S_B = S_A$ amène à

$$V_B(t) = V_B(0)\frac{(C_B(t) - C_A)}{(C_B(0) - C_A)}\,. \tag{3.5}$$

Il en découle d'après l'équation (3.1) que h est proportionnel à C_B ce qui correspond à un gradient linéaire de concentration. Dans le cas général où $S_B \neq S_A$, cette méthode peut générer un gradient en loi de puissance (quadratique si $S_B = 2S_A$ par exemple). Récemment, Hill proposa une généralisation de cette méthode utilisant des bacs à section variable $S_A(z)$ et $S_B(z)$ permettant de créer des gradients de profils quelconques [22].

À notre analyse, il convient d'ajouter une remarque sur le remplissage proprement dit. Nous avons montré que l'on peut obtenir une loi linéaire entre la hauteur h du fluide et sa concentration C_B. Le sens d'évolution de C_B dépend du signe de $C_B(0) - C_A$:

- Si $C_B(0) < C_A$, C_B augmente avec le temps. On remplit alors le récipient final *par le bas* afin de disposer le fluide le plus lourd au fond.
- Si $C_B(0) > C_A$, C_B diminue avec le temps. Il faut alors remplir le récipient par le haut afin de disposer le fluide plus léger au-dessus. Ceci se fait à l'aide d'un flotteur maintenant l'arrivée de fluide en surface.

Le gradient obtenu est donc en théorie linéaire entre $C_B(0)$ et C_A sur une hauteur finale $h_0 = (V_A(0) + V_B(0))/S$. On peut ainsi prévoir la pulsation de Brunt-Väisälä obtenue. Ceci n'est jamais le cas dans les expériences pour les raisons suivantes :

- Les concentrations de départ ne sont pas connues précisément. Lors de la mise en vase communicant des deux bacs, l'un se vide dans l'autre. On s'arrange pour que ce soit le bac A qui se vide dans le bac B qui sera ainsi homogénéisé. La concentration $C_B(0)$ n'est donc pas exactement choisie.
- Les deux bacs ne sont jamais vidangés entièrement à la fin du remplissage. On perd également du fluide à la mise en route.
- Le fond et la surface sont en général moins bien stratifiés que le reste du fluide car ce sont des zones légèrement mélangées.

Dans la pratique, on se contente d'estimer l'ordre de grandeur de la stratification voulue et celle-ci est mesurée après le remplissage. L'essentiel dans cette phase de travail est d'obtenir un gradient constant dans la cuve, sa valeur pouvant être légèrement différente de celle désirée.

La figure 3.5 présente une des deux cuves que nous avons utilisé pour nos expériences, dite « petite cuve » ($10 \times 40 \times 50$ cm). Nous disposons également d'une grande cuve ($10 \times 50 \times 120$ cm) dans lesquelles furent notamment réalisées les expériences du chapitre 5.

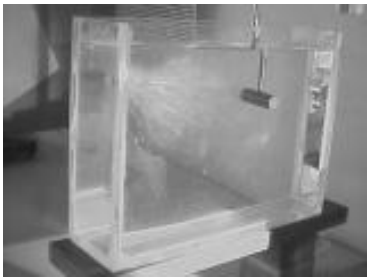


Fig. 3.5. *Cuve en plexiglas utilisée pour les expériences préliminaires. Dimensions* $10 \times 40 \times 50$ *cm.*

Mesurer N

La mesure de la pulsation de Brunt-Väisälä revient à une mesure du profil vertical de densité. Différentes méthodes sont envisageables, plus ou moins adaptées suivant la taille des dispositifs expérimentaux.

- Les profils directs, consistant à faire parcourir à une sonde (de conductivité par exemple) toute la hauteur du fluide. Ceci convient tout à fait à des expériences à grande échelle (plateforme Coriolis du LEGI par exemple)

où la perturbation engendrée par le profilage est minime. Dans le cas de petites expériences, ce type de mesure perturbe la stratification.
- Les prélèvements. Cette méthode est adaptée à de plus petites expériences. Un ensemble de capillaires répartis sur toute la hauteur du fluide et reliés à une pompe péristaltique permettent d'effectuer des prélèvements à différents niveaux. Le volume de fluide prélevé doit être le plus petit possible, donc seuls les densimètres à capillaire permettent la mesure, ce qui la rend onéreuse.
- La mesure indirecte à travers la relation de dispersion. Une expérience d'émission d'ondes par un corps oscillant permet tout d'abord d'observer la qualité de la stratification : le moindre défaut se traduit par une déformation du rayon qui n'est plus rectiligne. La mesure des angles de propagation pour différentes fréquences permettent de remonter à N très précisément. Cette méthode est non-intrusive, et nous l'avons utilisée fréquemment.
- La mesure optique évalue le gradient d'indice optique présent dans le fluide, proportionnel au gradient de densité (voir section 3.2). Nous avons tenté de mesurer la « parallaxe » induite par la stratification lorsque l'on regarde un objet régulier à travers la cuve. Cette méthode donne très précisément les variations locales de N mais est difficile à étaloner pour obtenir une valeur absolue. Nous avons encore l'espoir de trouver un protocole expérimental simple permettant cette mesure non-intrusive.

N constant ou gradient constant ?

La plupart des travaux théoriques sur les ondes portent sur le cas d'une stratification à N constant. Ceci correspond à un gradient exponentiel de densité

$$\rho(z) = \rho_0 \, e^{-N^2 z/g} \, , \tag{3.6}$$

qui possède une échelle caractéristique de variation selon la verticale $\delta = g/N^2$. Il est également possible de définir cette échelle dans le cas d'une variation linéaire de densité, elle est alors égale à la différence d'altitude correspondant à une variation relative de densité de 100%. En pratique, les solutions salines permettent de travailler à des densités comprises entre 1 et 1,1 : dans le cas d'une stratification linéaire, l'échelle de l'expérience sera toujours inférieure à 10% de l'échelle verticale de stratification δ, ce qui revient à dire que l'hy-

pothèse $N =$ cste est vérifiée avec une précision relative de 10%. Dans le cas d'expériences à plus faibles stratifications, l'hypothèse est encore mieux vérifiée.

3.2 La visualisation des ondes internes

Les fluides stratifiés obtenus en laboratoire par contrôle de la température ou de la salinité ont des propriétés optiques particulières qui peuvent être utilisées pour visualiser les ondes internes. En effet, l'indice optique des solutions salines est avec une bonne approximation une fonction linéaire de leur densité comme on le voit sur la figure 3.6. Cette propriété est vraie qu'il s'agisse de variations de densité dues à la température ou à la salinité. Les gradients de densité dans le fluide engendrent donc des gradients d'indice optique, et ceux-ci perturbent le trajet de la lumière dans le fluide. Ce phénomène est finalement celui que l'on observe en hiver au-dessus d'un radiateur : les variations de température de l'air déforment l'image d'un objet vu à travers la zone chauffée par le radiateur. Nous avons mis au point une méthode de strioscopie synthétique qui, par la mesure de cette déformation, permet de remonter au champ de densité de la zone perturbée.

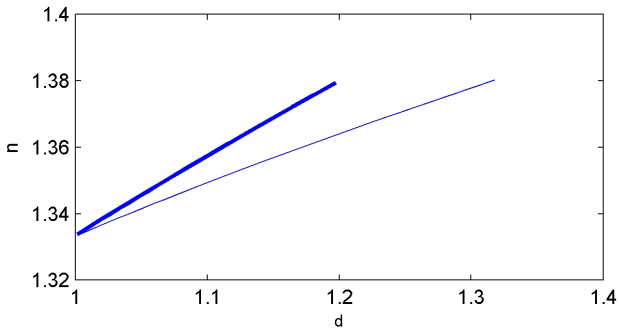


Fig. 3.6. *Indice optique fonction de la densité pour une solution à 20°C de NaCl (trait gras) et de $NaNO_3$ (trait fin) dont la concentration varie.*

Le trajet des rayons lumineux en milieu inhomogène est régi par la loi de Snell-Descartes généralisée, dite encore équation de l'eikonale

$$\nabla n = \frac{\mathrm{d}(n\mathbf{u})}{\mathrm{d}s} \tag{3.7}$$

liant l'évolution du vecteur unitaire **u** portant le rayon lumineux selon l'abscisse curviligne s au gradient d'indice optique présent dans le milieux. Nous nous intéressons au cas de milieux bi-dimensionnels présentant un indice inhomogène $n(x, z)$ et traversés selon une direction proche de l'axe (Oy) (voir figure 3.7). Dans ce cas, la traversée d'une zone de l'espace présentant un gradient d'indice vertical $\mathrm{d}n/\mathrm{d}z$ sur une épaisseur L se traduit par une déviation verticale du rayon lumineux d'un angle

$$\alpha_z = \frac{L}{n}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}z}\,. \tag{3.8}$$

Un gradient d'indice horizontal dévie le rayon horizontalement d'un angle

$$\alpha_x = \frac{L}{n}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}x}\,, \tag{3.9}$$

et dans le cas d'un gradient quelconque, d'un angle

$$\alpha = \mathrm{atan}\left(\sqrt{\tan^2\alpha_x + \tan^2\alpha_z}\right)\,. \tag{3.10}$$

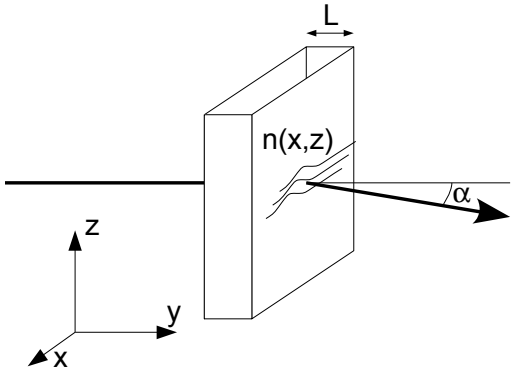


Fig. 3.7. *Déviation d'un rayon lumineux dans un milieu bidimensionnel inhomogène.*

Une mesure optique des composantes α_x et α_z de la déviation permet donc de mesurer le gradient local d'indice dans le fluide.

Afin de mesurer cette déviation, nous visualisons à l'aide d'une caméra un objet de référence à travers le milieu bidimensionnel. Cet objet est un plan texturé situé à une distance D de la zone d'étude. La caméra est située à une distance d de cette dernière et mise au point sur l'objet de référence situé à une distance $d + D$. En l'absence de gradient de densité, chaque pixel de la caméra correspond à un point M' de l'objet de référence. On ferme le diaphragme de manière à ce que la profondeur de champ englobe la zone d'étude, si bien que chaque pixel peut également être associé à un point M dans le plan de la zone d'étude (voir figure 3.8).

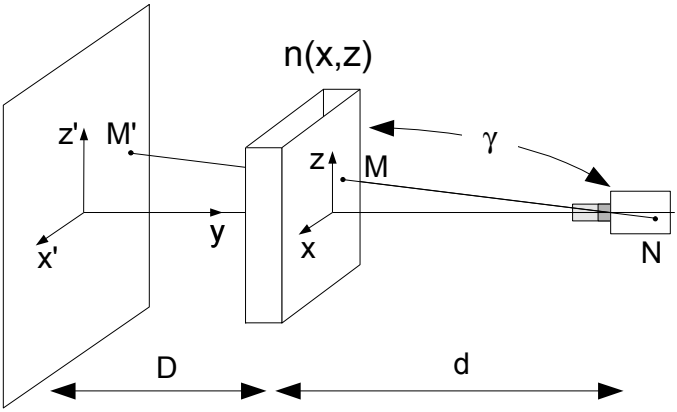


Fig. 3.8. *Dispositif de strioscopie synthétique. γ est l'échelle de l'image du plan (Oxz) par la caméra en pixels/cm.*

Nous travaillons avec un objectif de focale $f = 7,0$ cm. Dans les conditions de Gauss, on considère qu'une déviation d'un angle α du rayon lumineux va déplacer le point d'impact P sur le capteur CCD d'un nombre Δp de pixels :

$$\Delta p = \frac{\alpha f}{r}\,, \tag{3.11}$$

r étant la dimension physique d'un pixel en cm. Lors d'une mesure, on prend

soin de mesurer la résolution dans le plan (Oxz) en pixels/cm, notée γ. On a

$$\gamma = \frac{f}{dr}\,. \tag{3.12}$$

Finalement, l'angle de déviation α est relié à la déformation en pixels Δp par la relation :

$$\alpha = \frac{\Delta p}{\gamma d}\,. \tag{3.13}$$

Si l'on mesure la déformation Δp de l'image en pixels, celle-ci correspond à un gradient de densité au point M :

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}n}\frac{n}{L}\frac{\Delta p}{\gamma d}\,. \tag{3.14}$$

Enfin, il est plus commode d'exprimer les gradients de densité dans l'échelle des pulsations de Brunt Väisälä :

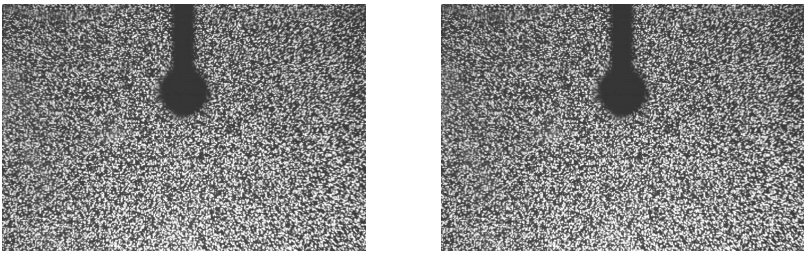
$$\Delta N^2 = \frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}n}\frac{g}{L}\frac{n}{\rho}\frac{\Delta p}{\gamma d}\,. \tag{3.15}$$

Jusqu'à présent, nous n'avons pas introduit le fait que le milieu d'étude est stratifié ou pas. La méthode de strioscopie synthétique permet de mesurer des écarts à une situation de référence quelle qu'elle soit. Dans le cas qui nous intéresse, le dispositif expérimental de la figure 3.8 utilise comme référence le fluide stratifié au repos. La technique de strioscopie permet donc de mesurer des écarts à la stratification au repos, c'est-à-dire les gradients de la perturbation en densité notée ρ^e dans le chapitre 1. La notation ΔN^2 prend donc tout son sens dans la mesure des déformations verticales qui correspondent à une modification de la stratification et est également utilisée pour quantifier les gradients horizontaux de densité.

Cette technique expérimentale porte le nom de strioscopie synthétique, en référence à la méthode classique de strioscopie qui détecte des inhomogénéités d'indice par filtrage dans le plan de Fourier. Cette nouvelle méthode, développée notamment par Dalziel et al. [40] et Meier [28] a l'avantage d'être quantitative et d'une précision remarquable. Les seules limites concernent les trop forts gradients qui ne garantissent plus la condition d'astigmatisme du système optique et la résolution spatiale qui est essentiellement déterminée par la résolution de la caméra (mais peut toujours être améliorée sur de plus petits champs).

Nous avons travaillé sur différents aspects de la mesure de la déformation des images qui sont au cœur de la méthode de mesure. Au départ, nous nous sommes contentés de déformations verticales, l'objet de référence étant constitué d'un réseau de lignes horizontales. Nous avons ensuite élaboré un algorithme de mesure de déformations sur une grille régulière en Matlab. Très vite, nous sommes arrivés à l'utilisation des algorithmes utilisés en PIV en prenant comme objet de référence un ensemble de points noirs sur fond blanc. Ceci permet d'avoir une mesure très peu bruitée de la déformation, pour une résolution spatiale fixée par le fenêtrage utilisé.

La figure 3.9 montre des exemples d'images utilisées pour les mesures d'ondes internes émises par un cylindre oscillant.



a) b)

Fig. 3.9. *Images utilisées pour la mesure des gradients de densité par strioscopie synthétique. a) Image de référence. b) Image en présence des ondes. La différence est imperceptible à l'œil mais permet en utilisant des algorithmes de PIV de reconstruire le champ de densité.*

Suite à nos collaborations à la plateforme Coriolis du LEGI à Grenoble, nous avons appris à utiliser les algorithmes CIV développés par A. Fincham et G. Delerce [13] qui nous ont servi à obtenir les mesures de gradients de densité présentés dans cette thèse. Ces mêmes algorithmes nous ont bien entendu servi à réaliser les mesures par PIV que nous avons effectuées à Grenoble. La lenteur des écoulements propres à ces ondes (mm/s sur un champ de 1 m×1 m) fut une des difficultés expérimentales que nous avons dû néanmoins surmonter.

3.3 Le filtrage temporel : un outil bien adapté

L'analyse des phénomènes ondulatoires se doit dans sa démarche d'associer les mesures temporelles aux mesures spatiales. La dispersion particulière des ondes internes rend cette approche particulièrement pertinente pour tirer profit au maximum des mesures réalisées.

Les mesures effectuées en laboratoire permettent en général d'obtenir une grandeur caractéristique (vitesse, densité, gradient de densité) fonction de l'espace et du temps, que de manière générale nous noterons $F(x, z, t)$. Dans le cas d'une excitation monochromatique, et *en régime permanent*, la composante fondamentale de ce signal peut être isolée en le filtrant à sa pulsation propre :

$$F_\omega(x, z) = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} F(x, z, t) e^{i\omega(t-t_0)} \mathrm{d}t \,. \tag{3.16}$$

Ce filtrage, réalisé ici sur une période, peut également être effectué sur un nombre entier de périodes. On obtient alors une grandeur complexe, dépendant de l'espace, $F_\omega(x, z)$, contenant les informations suivantes :

- La norme $|F_\omega(x, z)|$ est une mesure de la répartition spatiale de l'amplitude des ondes émises
- Le scalaire $\mathrm{Re}(F_\omega(x, z)e^{i\phi})$ redonne le champ instantané au temps $t_0 + \phi T/2\pi$, auquel est soustrait la composante non ondulatoire.
- Le scalaire $\mathrm{Arg}(F_\omega(x, z)e^{i\phi})$ donne la phase de l'onde au temps $t_0+\phi T/2\pi$, fonction des coordonnées spatiales. Cette grandeur permet d'effectuer deux mesures de première importance présentées aux points suivants.
- Le sens de variation de la phase donne le sens de la vitesse de phase. Cette grandeur est essentielle lorsque l'on travaille avec les ondes internes pour distinguer un rayon montant d'un rayon descendant.
- Le gradient de la phase est une mesure locale du vecteur d'onde. Ceci permet de mesurer précisément la longueur d'onde des ondes émises, même lorsque la dimension transverse du faisceau est de l'ordre de λ.

Enfin, toutes les remarques précédentes s'appliquent aux champs filtrés aux harmoniques supérieurs, 2ω, 3ω, à la fréquence moitié $\omega/2$ pour l'étude des instabilités paramétriques, et à la composante continue $F_0(x, z, t)$. Ces filtrages permettent de localiser les zones de génération des différents harmoniques, lesquels se propagent avec des angles différents. Le filtrage permet de révéler ces différents angles de propagation généralement masqués par le champ du fondamental.

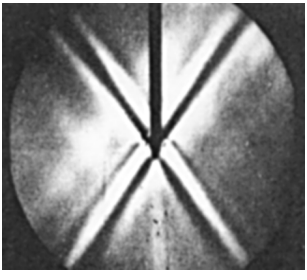
Les filtrages présentés par la suite seront simplement signalés par l'indice ω, 2ω, 3ω, $1/2\omega$ et 0, et sont toujours effectués sur au moins une période. La notion de régime permanent sera discutée si nécessaire. On fera la distinction sur les figures entre les régions de l'espace dans ce régime et les extrémités des faisceaux encore en régime transitoire.

Bien que très simple au point de vue théorique, l'utilisation de ce type de filtrage pour l'étude des ondes internes est très peu mentionnée dans la littérature. Il est pourtant fortement adapté à l'analyse des phénomènes non-linéaires et nous servira tout au long de notre travail.

Deuxième partie : La génération des ondes internes

4

Ondes internes générées par un corps oscillant



Lorsqu'un corps immergé dans un fluide stratifié est mis en mouvement, les déplacements de fluide engendrés sont susceptibles de se propager dans le milieu sous forme d'ondes de gravité internes. Dans le cas d'un mouvement périodique de l'objet, la relation de dispersion permet de prédire simplement l'angle de propagation des ondes émises à partir de l'objet. Mais quelle est la structure spatiale de l'onde ? Quelles sont les dimensions caractéristiques intervenant dans le problème ?

Nous nous proposons dans ce chapitre d'étudier différents modes d'émission par les corps oscillants, d'un point de vue théorique aussi bien qu'expérimental. Ce « cas d'école » a l'avantage de permettre la confrontation des données expérimentales avec différents modèles analytiques, afin de les valider et d'en déterminer les limitations.

Cette étude, bien que très idéalisée, permet néanmoins de comprendre différents processus régissant la génération d'ondes dans l'océan que nous étudierons plus en détail ultérieurement. La notion de pente critique sera introduite.

Position du problème

Considérons un objet de forme quelconque, oscillant à une pulsation ω selon une direction fixe dans un fluide stratifié (figure 4.1). L'écoulement engendré perturbe localement la stratification et cette perturbation est susceptible de se propager sous la forme d'une onde interne.

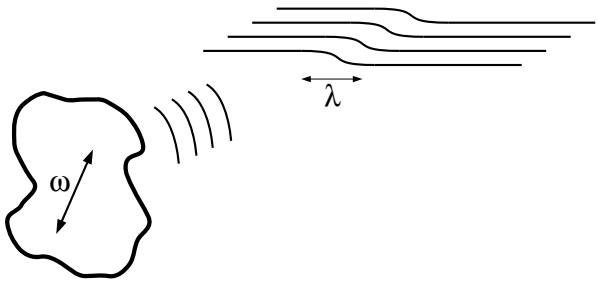


Fig. 4.1. *Un corps, oscillant dans un fluide stratifié, perturbe localement le champ de densité. Cette perturbation se propage sous la forme d'une onde interne : comment caractériser cette dernière ?*

La condition de propagation est simple et bien vérifiée expérimentalement : N étant une pulsation de coupure pour la propagation des ondes internes, on doit avoir $\omega < N$. La relation de dispersion permet d'obtenir l'angle de propagation de l'onde par rapport à l'horizontale $\theta = \mathrm{asin}(\omega/N)$, ce qui permet de prédire les directions de l'espace dans lesquelles les ondes seront envoyées. À grande distance, on obtient en deux dimensions un rayonnement localisé sur une croix, et en trois dimensions un rayonnement localisé sur un double cône.

Mais il est plus complexe de prédire la *structure* des ondes émises. Celle-ci est directement liée au couplage entre le forçage exercé par l'objet et la stratification. Différentes échelles interviennent lors de ce processus :

La taille de l'objet. Comme nous le verrons, la taille caractéristique des ondes émises par un corps oscillant n'est pas nécessairement celle de l'objet.

L'amplitude des oscillations, distinguant deux régimes de faible et forte amplitude au regard de la taille de l'objet.

La forme de l'objet, mesurée par son rayon de courbure local. En effet une sphère et un cube, de dimensions semblables, ne rayonnent pas identiquement.

L'épaisseur de la couche limite visqueuse autour de l'objet, fonction de la fréquence d'oscillation.

Ces quatre grandeurs sont susceptibles, suivant les régimes et les régions de l'espace considérés, de contrôler la structure spatiale de l'onde. Dans un premier temps, nous nous intéresserons au rayonnement à grande distance, bien décrit par différents modèles analytiques linéaires.

4.1 Modèle à grande distance

En 1943, H. Görtler réalisa la première expérience permettant de visualiser les ondes émises par un cylindre oscillant dans un fluide stratifié [19]. Il travailla dans une configuration bidimensionnelle, lui permettant d'utiliser une méthode de strioscopie classique pour visualiser les perturbations du champ de densité. Ce fut la première vérification expérimentale de la relation de dispersion des ondes internes.

a) b)

Fig. 4.2. *a) Ondes internes émises par un cylindre oscillant horizontalement, visualisée par strioscopie classique par Mowbray et Rarity [29]. b) Système de coordonnées associé au faisceau du premier cadran.*

Il faut attendre 1967 pour qu'une expérience semblable soit à nouveau menée par Mowbray et Rarity [29] et dont les résultats serviront à établir la première théorie du rayonnement émis à grande distance par un corps oscillant

proposée par Thomas et Stevenson [44] en 1972. Leur approche considère uniquement le rayon dans sa phase propagative, l'objectif étant de calculer une solution à profil auto-similaire du problème, indépendamment de la source. Sur la figure 4.2 est reproduite une des images de strioscopie obtenues par Mowbray et Rarity, ainsi que le système de coordonnées propre à chaque faisceau.

Le calcul de Thomas et Stevenson considère une stratification exponentielle, de longueur caractéristique $1/\beta = g/N^2$. Cette distance est également définie dans une stratification linéaire pour peu qu'elle soit grande devant la profondeur du domaine de fluide considéré. Une stratification à $x\%$ aura une longueur caractéristique de $100/x$ mètres, qui est toujours supérieure à l'échelle caractéristique des expériences réalisées. Dans des solutions d'eau salée en effet, $0 < x < 30$ et en pratique on travaille rarement à $x > 5$.

Le système de coordonnées (s, σ) porté par l'onde, est adimensionné par $\beta \sin\theta$, puis dilaté selon σ de telle sorte que

$$\frac{[\sigma]}{[s]} = \gamma_{ts} = \left(\frac{N^3\nu}{2g^2}\tan\theta\sin\theta\right)^{\frac{1}{3}} . \tag{4.1}$$

C'est dans ce choix de variable que l'on peut écrire la solution à profil auto-similaire des équations linéarisées (1.15) et (1.15) de la manière suivante :

$$\boxed{v_s = \int_0^{+\infty} K e^{-sK^3 + i\sigma K} \mathrm{d}K . \qquad (4.2)}$$

Sur la figure 4.3 est représenté le profil de la solution auto-similaire en fonction du paramètre $\eta = \sigma/s^{1/3}$. La largeur du faisceau est estimée par la distance entre les points de vitesse extrémale à phase nulle, soit $\Delta\eta = 7$, ce qui correspond en grandeurs dimensionnées à une largeur $\Delta\sigma$ donnée par

$$\frac{\Delta\sigma\beta\sin\theta}{\gamma_{ts}} = 7(s\beta\sin\theta)^{\frac{1}{3}} \text{ , soit } \Delta\sigma = 7\left(\frac{\nu s\tan\theta}{2\omega}\right)^{\frac{1}{3}} . \tag{4.3}$$

On obtient donc une largeur de faisceau *indépendante* de la taille caractéristique de la source et variant à la puissance $1/3$ de la distance à la source. La distance $\delta = \sqrt{\nu/\omega}$ mesure l'épaisseur de la couche limite visqueuse de l'écoulement oscillant produit par l'objet. Cette distance intervient également dans

le cisaillement engendré par l'onde à la pulsation ω lors de sa propagation, ce qui est la raison physique de sa présence ici.

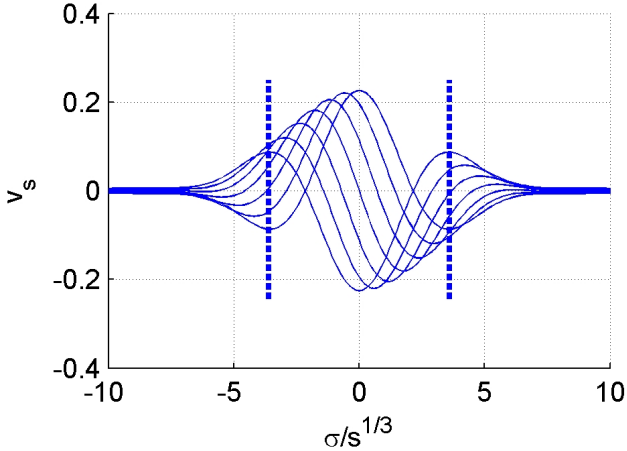
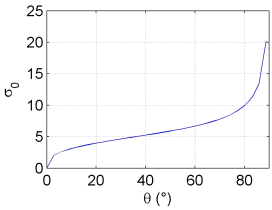


Fig. 4.3. *Coupe transverse du profil auto-similaire de vitesse établi par Thomas et Stevenson [44]. Les différentes courbes correspondent aux phases 0, $\pi/6$, $2\pi/6$, $3\pi/6$, $4\pi/6$, $5\pi/6$ et $6\pi/6$ de l'onde. Les traits en pointillé définissent la largeur du faisceau comme la distance séparant à phase nulle les points de vitesse extrémale.*

On peut donc finalement écrire :

$$\delta\sigma = \sigma_0(\theta)\delta^{2/3}s^{1/3}, \quad \text{avec} \quad \sigma_0 = 7\left(\frac{\tan\theta}{2}\right)^{1/3}. \tag{4.4}$$



Le facteur sans dimension σ_0 varie presque linéairement de 1 à 10 pour θ allant de 10° à 80°, plage de validité des équations utilisées par Thomas et Stevenson. Cette expression simple est donc très utile pour décrire les faisceaux d'ondes internes loin de leur source.

Mesures expérimentales

Il est intéressant de comparer le modèle de Thomas et Stevenson [44] aux mesures quantitatives effectuées par strioscopie synthétique. Cette méthode

permet de mesurer les gradients de densité dans le fluide. Le champ de densité est relié au champ de vitesse verticale par la relation

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{N^2}{g} \rho_0 \mathbf{v}_z \,. \tag{4.5}$$

Dans le cas du modèle de Thomas et Stevenson, les vitesses n'ayant qu'une unique composante selon l'axe Os, on obtient la relation exacte :

$$i\omega \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} = \frac{N^2}{g} \rho_0 \sin\theta \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial \sigma} \,. \tag{4.6}$$

Le gradient transverse de densité s'obtient donc par simple différenciation du profil de vitesse de la figure 4.3 et peut ainsi être comparé à l'expérience.

Afin d'avoir des faisceaux les plus longs possibles, nous avons travaillé sur les diagonales de la longue cuve. Un cylindre de rayon $R = 1,5$ cm oscille verticalement avec une amplitude de 3 mm au centre de la cuve. La fréquence d'excitation est de $\omega = 0,28$ rad/s pour une pulsation de Brunt-Väisälä de $N = 1$ rad/s. L'angle correspondant est de 17°.

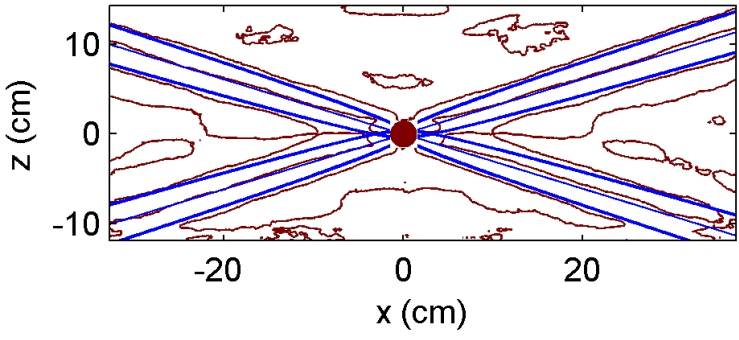


Fig. 4.4. *Superposition des contours de gradient transverse nul (trait fin) avec les lignes de vitesse maximale du modèle de Thomas et Stevenson (trait gras).*

La figure 4.4 montre la superposition des lignes de gradient transverse de densité nul mesurées par strioscopie synthétique, avec celles prévues par le

modèle de Thomas et Stevenson, qui correspondent aux deux lignes de vitesse maximale représentées en pointillés sur la figure 4.3 ainsi qu'à l'axe central. La phase est nulle dans ce cas pour obtenir une figure symétrique plus facilement identifiable à la théorie.

Les contours du modèle sont légèrement plus étroits que dans l'expérience. Il est difficile d'apprécier la loi de puissance sur une si petite distance : disons seulement que la largeur du faisceau mesurée coïncide en ordre de grandeur, mais est de l'ordre de 20% plus étroite que dans le modèle.

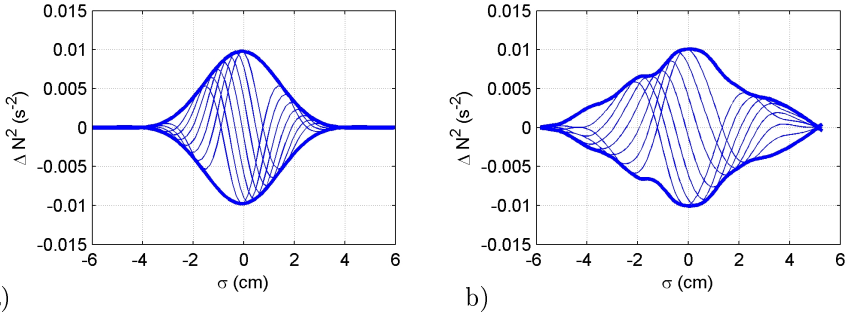


Fig. 4.5. *Coupe du gradient transverse de densité réalisée à $s = 20$ cm du centre du cylindre tranversalement au faisceau, pour des phases de $\pi/6$, $2\pi/6$, $3\pi/6$, $4\pi/6$, $5\pi/6$ et π. a) Calcul théorique sur le modèle de Thomas et Stevenson. b) Mesures expérimentales par strioscopie synthétique.*

Sur la figure 4.5, nous comparons une section du gradient transverse de densité faite à $s = 20$ cm du centre du cylindre. Nous retrouvons effectivement que le profil de Thomas et Stevenson est plus étroit que dans l'expérience. À la distance $s = 13R$, l'approximation de source ponctuelle n'est donc pas vérifiée.

4.2 Un faisceau « bimodal »

La modélisation des ondes internes émises par les corps oscillants *loin de leur source* est bien décrite par l'équation (4.2). Néanmoins, pour mieux comprendre le processus généraux d'émission des ondes internes, il est nécessaire de décrire plus en détail l'écoulement à proximité de l'objet.

Hurley et Keady proposèrent en 1997 une solution analytique de l'écoulement engendré par un cylindre oscillant dans un fluide linéairement strati-

fié [24]. Ils résolurent les équations du mouvement en faisant les trois hypothèses suivantes.

- Condition de glissement sur le cylindre, vérifiée si l'épaisseur de la couche limite δ est faible devant le rayon du cylindre noté R. Le paramètre γ_{hk} mesure dans la suite ce rapport :

$$\gamma_{hk} = \frac{1}{2}\tan\theta\,(\delta/R)^2 \tag{4.7}$$

- Les dérivées par rapport à s sont négligées devant celles par rapport à σ.
- L'amplitude d'oscillation du cylindre est supposée faible devant le rayon de celui-ci.

Les grandeurs s et σ sont cette fois-ci adimensionnées par le rayon du cylindre R puis σ est dilatée de telle sorte que :

$$\frac{[\sigma]}{[s]} = \gamma_{hk}\,. \tag{4.8}$$

Dans ce système de coordonnées on obtient, V étant la vitesse d'oscillation verticale du cylindre et J_1 la première fonction de Bessel :

$$\boxed{\psi = -iR\frac{V}{2}e^{-i\theta}\int_0^{+\infty}\frac{J_1(k)}{k}e^{-sk^3+i\sigma k}\mathrm{d}k\,.} \tag{4.9}$$

Pour comparer avec le calcul de Thomas et Stevenson, calculons la vitesse le long du faisceau en dérivant par rapport à σ

$$v_s = i\frac{V}{2}e^{-i\theta}\int_0^{+\infty}J_1(k)e^{-sk^3+i\sigma k}\mathrm{d}k\,. \tag{4.10}$$

Nous retrouvons la même expression dans la limite $s \to +\infty$ puisqu'alors seules les faibles valeurs de k interviennent pour lesquelles $J_1(k) \simeq k$. Pour une largeur à mi-hauteur de $\Delta\eta = 7$, on obtient comme en (4.3) :

$$\frac{\Delta\sigma}{R} = 7\left(\frac{s\gamma_{hk}}{R}\right)^{\frac{1}{3}}\text{, soit } \Delta\sigma = 7\left(\frac{\delta^2\tan\theta}{2}\right)^{\frac{1}{3}}s^{\frac{1}{3}}\,. \tag{4.11}$$

On a bien à grande distance du cylindre une expression indépendante du rayon du cylindre, qui est celle de l'équation (4.4).

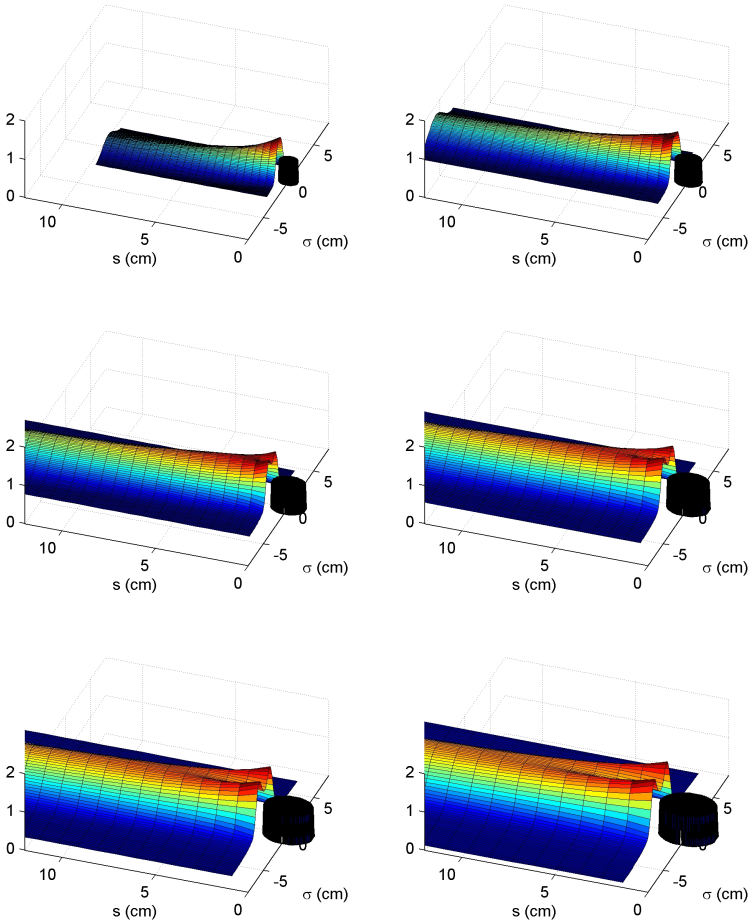
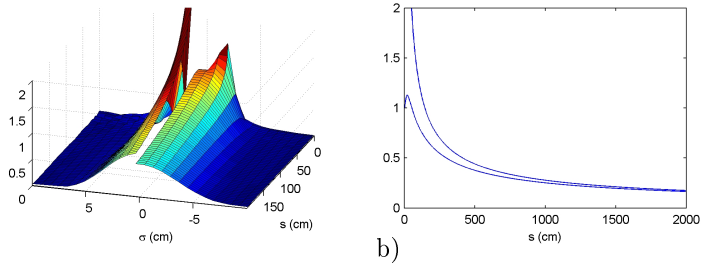


Fig. 4.6. *Enveloppe du faisceau prédit par le calcul analytique de Hurley et Keady, pour $N = 1$ rad/s, $\omega = 0.5$ rad/s, et des rayons de cylindres de $R = 5$, 7, 9, 11, 13 et 15 mm. Lorsque le rayon du cylindre augmente, le faisceau se scinde en deux à son origine, devenant alors bimodal.*

Voyons maintenant ce qu'apporte la solution de Hurley et Keady au voisinage du cylindre. L'équation (4.9) n'est plus autosimilaire comme celle de Thomas et Stevenson, car il n'y a pas de changement de variable permettant de regrouper σ et s. La structure du faisceau émis va donc dépendre à la fois du rayon R et du paramètre γ_{hk} qui mesure le rapport de l'épaisseur de la couche limite à R.

Pour plus de simplicité, nous travaillerons à δ fixé. Pour $\omega = 0,5$ rad/s nous avons $\delta = 1,4$ mm. Nous pouvons donc nous intéresser, pour rester dans les hypothèses du calcul, à des cylindres d'un rayon supérieur à 2δ. La figure 4.6 montre l'enveloppe des faisceaux émis par le cylindre, à la même échelle, pour un rayon de cylindre allant de 5 à 15 mm. Le paramètre γ_{hk} varie alors entre 0,0026 et 0,023.

Au voisinage du cylindre, le faisceau se scinde en deux : il apparaît une bimodalité de l'enveloppe, signature de la *forme* de l'objet sur l'onde rayonnée. Cette bimodalité provient de la fonction de Bessel dans l'équation (4.9), et n'existe pas dans la solution de Thomas et Stevenson. Elle est rentrante, dans la mesure où elle diminue l'amplitude de l'onde par rapport au modèle de Stevenson. La figure 4.7a juxtapose les deux modèles dans le cas d'un cylindre de rayon $R = 2,0$ cm pour lequel $\gamma_{hk} = 0,0014$. On voit que le modèle de Thomas et Stevenson surestime les vitesses près du cylindre ; en revanche les deux modèles tendent bien vers une même limite loin du cylindre. Cette limite est atteinte à une distance $\gamma_{hk}^{-1}R$ du cylindre, ce que l'on voit sur la figure 4.7b.



a) b)

Fig. 4.7. *Comparaison entre les enveloppes de Thomas et Stevenson et de Hurley et Keady pour un cylindre de rayon R =2 cm oscillant à ω=0,5 rad/s lorsque N=1 rad/s, soit $\gamma_{hk} = 0,0014$. L'enveloppe de Thomas et Stevenson est sur la moitié gauche du faisceau, celle de Hurley et Keady à droite. Les enveloppes ne se rejoignent qu'à $d \simeq 15$ m, distance correspondant à $\gamma_{hk}^{-1}R = 14,3$ m.*

Le désaccord entre la théorie de Thomas et Stevenson et l'expérience, visible sur la figure 4.5, est également en partie levé. En effet, le faisceau de Hurley et Keady s'élargit plus vite, ce qui le fait mieux correspondre à l'expérience, voir figure 4.8.

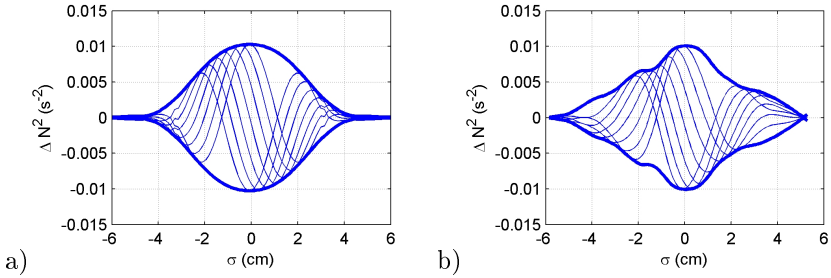


Fig. 4.8. *Coupe du gradient transverse de densité réalisée à $s = 20$ cm du centre du cylindre tranversalement au faisceau. a) Calcul théorique sur le modèle de Hurley et Keady. b) Mesures expérimentales par strioscopie synthétique.*

Enfin, la bimodalité apparaît clairement dans l'expérience décrite p. 73 dès lors que l'on observe le champ proche du cylindre. Sur la figure 4.9, l'enveloppe du faisceau s'élargit clairement près du cylindre, et commence à ce séparer en deux. Le modèle de Stevenson, au contraire, prévoit un faisceau se rétrécissant vers le centre du cylindre.

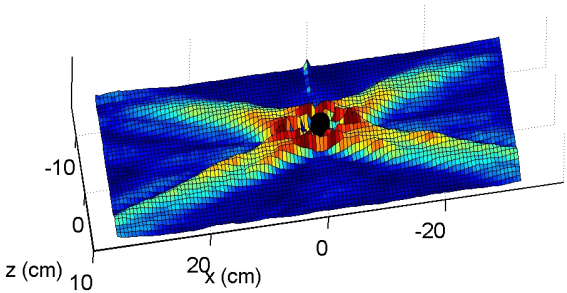


Fig. 4.9. *Enveloppe du gradient vertical de densité dans l'expérience décrite p. 73. La bimodalité se remarque près du cylindre.*

Pour mieux mettre en évidence ce phénomène, nous avons réalisé des expériences en champ proche permettant de mieux résoudre le gradient de densité autour du cylindre. Ces expériences ont été réalisées à $N = 3,0$ Hz avec un cylindre de rayon $R = 1,0$ cm et à une fréquence de 0,2 Hz[1].

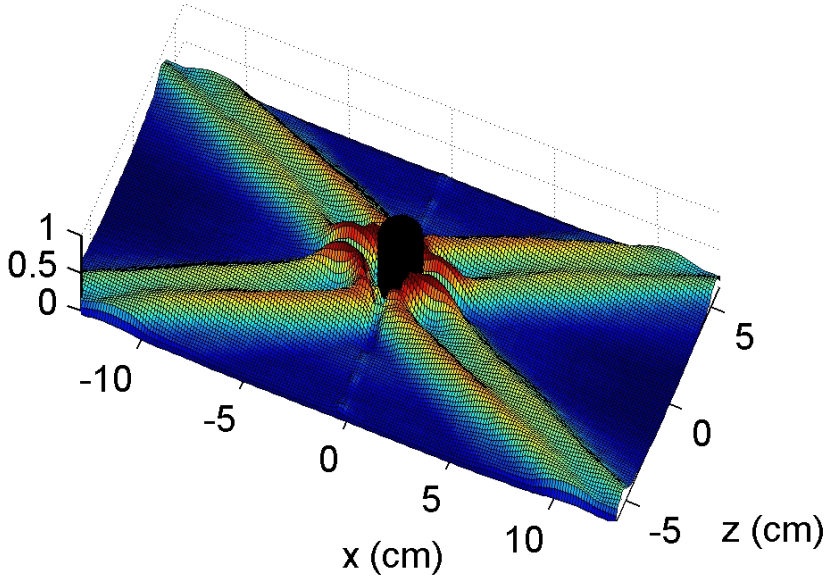


Fig. 4.10. *Enveloppe des rayons émis par un cylindre de rayon de 1 cm oscillant à une fréquence de 0,2 Hz avec une amplitude de 1 mm, pour une stratification à $N = 3,0$ Hz. Dans ces conditions, $\gamma_{hk} = 0,012$. La figure est repliée sur elle-même pour moyenner les quatre rayons entre eux (les quatre rayons sont donc identiques).*

Sur la figure 4.10, l'enveloppe du gradient vertical de densité est représentée, filtrée sur deux périodes une fois le régime permanent établi. Le résultat est ensuite moyenné avec ses trois symétriques par rapport aux axes de symétrie du problème afin d'obtenir des profils moins bruités.

[1] La fréquence de Brunt-Väisälä ayant été modifiée, les fréquences d'oscillations le sont aussi, ainsi que le paramètre λ : pour un rayon de cylindre identique, les résultats sont donc différents.

La figure 4.11 superpose les profils prédits par le modèle de Hurley et Keady, avec les mesures expérimentales. Pour plus de clarté, nous avons réalisé cinq coupes verticales à $x = 2$, 4, 6, 8 et 10 cm du cylindre.

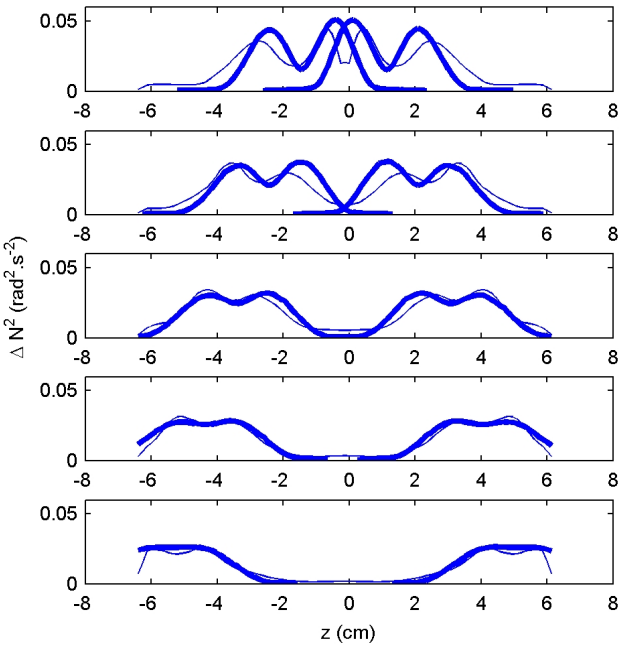


Fig. 4.11. *Comparaison entre le modèle de Hurley et Keady (en gras) et l'expérience (trait fin) pour les enveloppes du gradient vertical de densité. Coupes réalisées selon la verticale à $x = 2$, 4, 6, 8 et 10 cm du cylindre.*

L'accord est toujours très bon loin du cylindre, la bimodalité est également bien modélisée, excepté près du cylindre où les rayons montants et descendants interfèrent.

4.3 Cas limite des grands objets

Le calcul analytique de Hurley et Keady était destiné à mieux modéliser la structure des ondes internes au voisinage des corps oscillants. Il se trouve que cette théorie modélise également l'émission d'ondes par les corps de très grande dimension devant l'épaisseur de la couche limite. Dans ce cas, la bimodalité devient très prononcée et le rayon émis se scinde alors en deux.

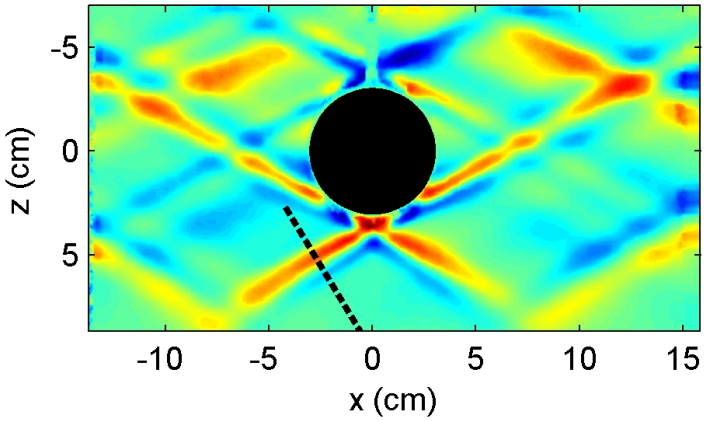


Fig. 4.12. *Gradient vertical de densité émis par un cylindre de rayon $R = 3,0$ cm, oscillant à 0,2 Hz dans une stratification à $N = 3,0$ Hz. La ligne en pointillé correspond à la coupe réalisée figure 4.14.*

La figure 4.12 montre le champ d'ondes internes émis par un cylindre de rayon $R = 3,0$ cm, oscillant à 0,2 Hz dans une stratification à $N = 3,0$ Hz. Il s'agit du gradient vertical de densité. Le faisceau est tellement bimodal que sa partie haute et sa partie basse deviennent alors indépendantes. Huit faisceaux sont émis aux quatre points de tangence du cylindre avec les deux directrices des ondes permises par la relation de dispersion, c'est-à-dire faisant l'angle $\theta = \mathrm{asin}(\omega/N)$ avec l'horizontale.

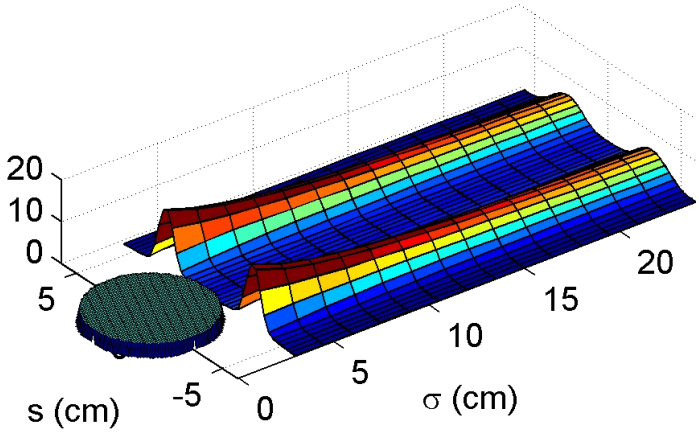


Fig. 4.13. *Représentation de l'enveloppe du champ de gradient transverse de densité calculée d'après Hurley et Keady dans les conditions de la figure 4.12.*

Sur la figure 4.13, la théorie de Hurley et Keady reproduit tout à fait cette séparation du faisceau en deux. Ceci est assez surprenant dans la mesure où le calcul ne mentionne pas explicitement cette séparation. On a en effet l'impression que chaque demi-rayon se comporte indépendamment des sept autres. Autrement dit, un objet présentant localement le même profil que ce cylindre de rayon $R = 3$ cm, mais ayant pour le reste une forme différente, devrait émettre en ce point de tangence ce demi-faisceau.

Néanmoins, il reste difficile de modéliser analytiquement ce demi-faisceau qui ne sort pas directement de la formule 4.9. C'est en utilisant la formule complète que l'on vérifie en tout cas que cette largeur correspond bien à l'expérience. La figure 4.14 superpose une coupe de ce demi-faisceau perpendiculairement au rayon (ligne en pointillé figure 4.12), avec le résultat du modèle de Hurley et Keady : l'accord est bon.

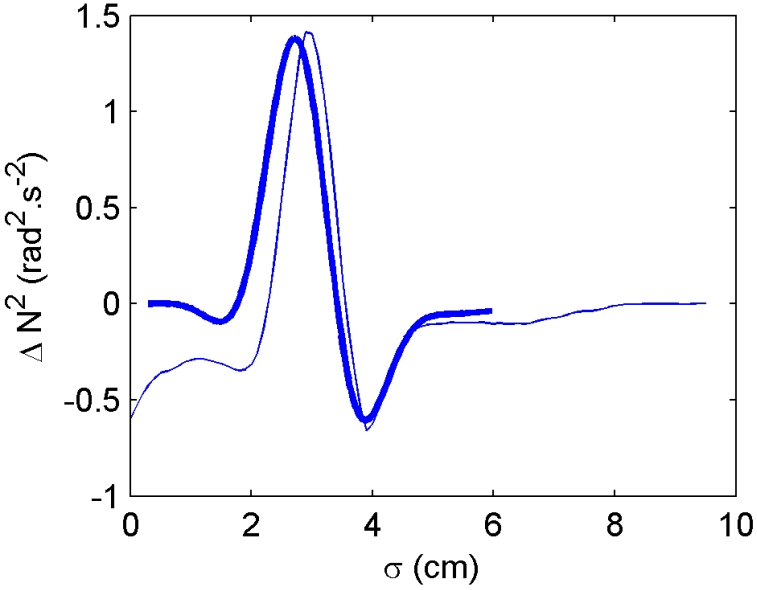
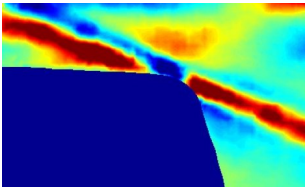


Fig. 4.14. *Superposition de la coupe d'un demi-faisceau émis par le cylindre de rayon $R = 3$ cm, en trait fin, avec le profil calculé à partir du modèle de Hurley et Keady.*

Nous avons donc validé le modèle de Hurley et Keady dans le cas d'un cylindre oscillant verticalement dans un fluide stratifié. Les comparaisons effectuées jusqu'alors dans la littérature [7, 40, 41] n'avaient pas mis clairement en évidence la bimodalité du faisceau au voisinage du cylindre. Lorsque le rayon du cylindre R devient grand devant l'épaisseur de la couche limite δ, ce modèle prédit également l'émission de huit rayons aux points du cylindre tangents à la direction de propagation de l'onde, ce que nous avons vérifié. On peut supposer que ces huit rayons se comportent indépendamment les uns des autres ; dans ce cas, le calcul de Hurley et Keady peut être appliqué à la génération d'ondes par toute topographie présentant localement un rayon de courbure grand devant δ et une zone de pente « critique » relativement à l'angle de propagation de l'onde. La partie suivante s'inspire de cette idée expliquer la génération de la marée interne par les talus continentaux.

5

Génération d'ondes internes par un talus continental



La topographie des océans est sans doute une des caractéristiques géométriques de la surface terrestre les moins bien connues à l'heure actuelle. En effet, les ondes électromagnétiques ne pouvant pénétrer dans l'eau, les techniques de mesures par satellite n'ont pu s'appliquer directement à ce problème. La topographie océanique doit être mesurée globalement à travers la minuscule déformation qu'elle engendre à la surface de l'océan et, localement, par des sonars emportés en mer.

Ces données permettent à grand échelle de distinguer dans les océans les zones abyssales profondes des zones côtières, ces dernières pouvant se prolonger à des milliers de kilomètres de la limite géographique des continents. Le saut de profondeur de plusieurs kilomètres entre ces deux régions se fait au niveau des talus continentaux qui forment les véritables parois des océans.

Les zones proches de ces talus sont particulièrement étudiées, car elles jouent un rôle prépondérant dans la dynamique globale des océans. C'est en effet près de ces talus que les masses d'eau abyssales peuvent se mélanger avec les eaux de surface, ce qui reste un aspect mal compris de la dynamique des océans. L'interaction des courants de marées avec cette topographie est susceptible de générer des ondes internes de forte amplitude, lesquelles transportent de l'énergie dans les autres régions de l'océan.

5.1 La topographie océanique

Les océans recouvrent 71 % de la surface terrestre, soit l'équivalent en surface d'un carré de 19 000 km de côté. Leur profondeur moyenne est de 4 km : le rapport longueur sur profondeur est donc de l'ordre de 5000. Remis simplement à échelle humaine, les océans ont le même rapport d'aspect qu'un film d'eau de 1 mm s'étalant sur 5 m, à la différence près que la tension de surface ne joue là aucun rôle.

Sur la figure 5.1, le relevé bathymétrique des fonds de l'Atlantique nord montre la relative homogénéité de la profondeur des fonds sous-marins dans le zone abyssale, entre 3000 et 5000m. Les coupes présentées pour différents rapports d'aspect permettent de réaliser à quel point la géométrie des océans est *aplatie*.

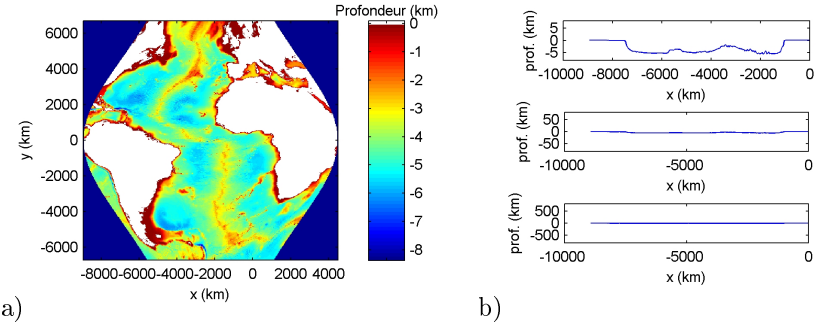


Fig. 5.1. *a) Topographie de l'océan Atlantique nord, d'après Smith and Sandwell bathymetry data [37]. b) Coupes de l'océan Atlantique réalisées le long de l'équateur, pour un rapport d'aspect de 100, 10 et 1 entre les axes horizontaux et verticaux, mettant en évidence l'extrême platitude du fond des océans.*

Il est intéressant de noter toujours sur cette même figure que les continents, en blanc, sont entourés d'une étroite zone de faible profondeur en rouge,qui paraît plus large en Europe du Nord. Les parois qui entourent les océans ne coïncident pas, en effet, pas avec les côtes de nos continents. En bordure du littoral, existe une zone plus ou moins vaste de faible profondeur (quelques centaines de mètres), qui se distingue très clairement de la zone centrale des océans plongeant à plusieurs milliers de mètres dans ce que l'on nomme les abysses. Ce « rebord » est appelé le plateau continental et la zone de rupture forme ce que l'on appelle le talus continental.

Sur la figure 5.2, le talus continental du golfe de Gascogne est particulièrement visible et apparaît comme étant la véritable limite physique de l'océan. Le continent européen repose sur un même plateau continental, reliant l'Irlande, l'Angleterre au reste du continent, et ne plongeant dans les abysses qu'à l'extrême ouest de la Bretagne.

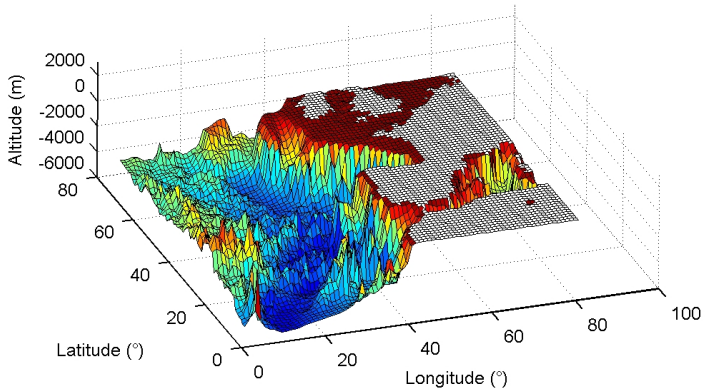


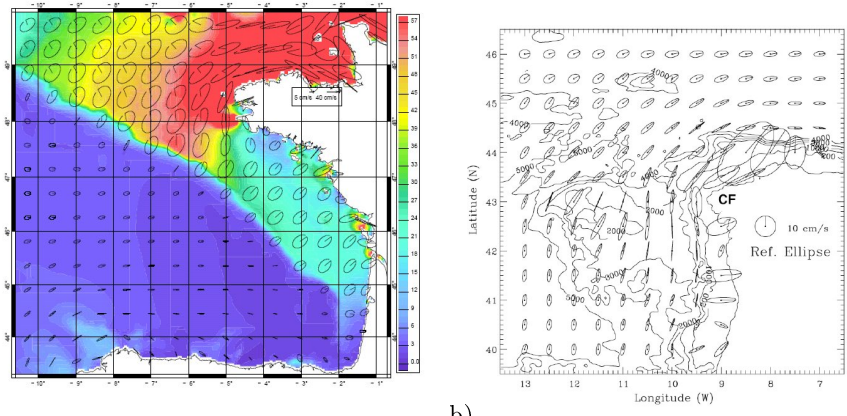
Fig. 5.2. *Talus continental dans le golfe de Gascogne, d'après Smith and Sandwell bathymetry data [37].*

L'étude de la dynamique des océans près des talus continentaux est cruciale pour une modélisation des échanges d'énergie avec le reste de l'océan. Vraisemblablement, la dynamique des océans serait différente s'ils étaient délimités par des parois verticales.

5.2 Interaction de la marée avec le talus continental

Le principal forçage agissant sur les océans provient des forces de marées engendrées par l'influence de la Lune et du Soleil. Celle-ci s'effectue à des fréquences bien précises, combinaison des périodes de rotation relatives de la Lune et du Soleil, ainsi que de la dynamique de déplacement de leurs plans de rotation. On distingue les marées diurnes, d'une période proche de 24 h, notées « 1 », des marées semi-diurnes, de période proche de 12 h, notées « 2 ».

Ainsi, S2 est la marée semi-diurne solaire, tandis que M1 est la marée diurne lunaire. Les amplitudes relatives de ces différents termes dépendent fortement de la position sur Terre : le fait d'avoir deux marées par jour est une spécificité de l'Atlantique Nord, où le terme M2 est prépondérant.



a) b)

Fig. 5.3. *Hodographes de la marée M2 dans le golfe de Gascogne. a) Mise en évidence de l'amplification des courants sur le plateau continental (d'après la thèse d'Ivane Pairaud [32]). b) Zoom sur la zone au sud du golfe, qui, avec un plateau plus étroit, présente néanmoins les mêmes caractéristiques (d'après [1]).*

La figure 5.3a représente les courants de marée dus au terme M2 dans le golfe de Gascogne. Au niveau du talus continental, les courants sont fortement amplifiés, tout simplement pour satisfaire à la conservation de la masse au passage du talus. Il y a donc un fort courant oscillant sur le talus continental. La figure 5.3b montre la partie sud du golfe de Gascogne, où le même phénomène se produit sur le talus continental ibérique, même si celui-ci est beaucoup plus étroit.

Ces deux zones sont connues comme étant des lieux privilégiés de génération d'ondes internes. Le parallèle entre un corps oscillant dans un fluide stratifié et un fluide stratifié oscillant sur une topographie est immédiat : un tel écoulement est susceptible d'engendrer une onde interne, notamment aux zones de pente critique.

Les océanographes observent depuis longtemps une forte activité interne de l'océan au voisinage de ces talus. Il leur est néanmoins difficile d'obtenir une

vision globale des ondes internes, ces dernières étant observées soit par des mesures ponctuelles ou discrètes de vitesse et de densité, soit par des observations satellite de l'interaction de ces ondes avec la partie superficielle de l'océan.

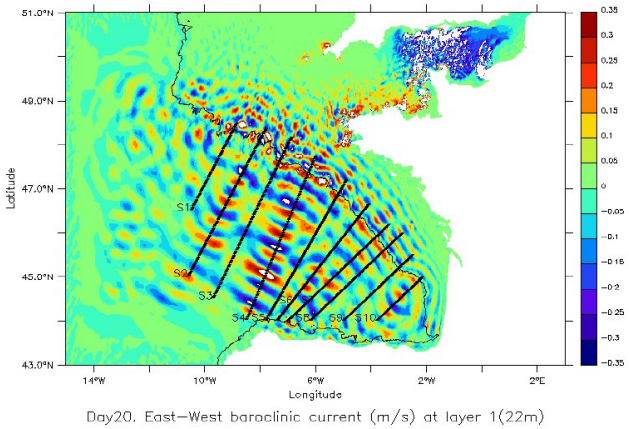


Fig. 5.4. *Courant Est Ouest dans la couche de surface sous l'action d'un forçage de marée semi-diurne. Mode établit après 20 jours de simulations. D'après Pichon et Correard [35].*

Pichon et Correard ont réalisé plusieurs simulations mettant en évidence la génération d'ondes internes au niveau du talus continental nord du golfe de Gascogne, et la résonance de ces ondes dans l'ensemble du golfe. La figure 5.4 illustre la trace de ces ondes sur le haut de la thermocline (prof. 22 m) obtenue après vingt jours de simulations. Les ondes sont générées au nord du golfe de Gascogne, précisément au niveau du talus continental (trait noir fin).

Azevedo, Da Silva et New ont remarqué par observation satellite des traces d'ondes internes dans le sud du golfe de Gascogne, et ont relié leur localisation à l'impact avec la thermocline d'un rayon émis au niveau du talus continental ibérique [1]. La figure 5.5a montre l'impact de différents paquets d'ondes internes sur la thermocline au nord du talus espagnol. La figure 5.5b montre les tracés de rayons émis au niveau du talus permettant d'expliquer les traces observées précédemment. Il est nécessaire de faire des hypothèses sur ce qui se passe en volume dans l'océan pour rendre compte de ce qui est observé en surface.

Gerkema, Staquet et Bouruet-Aubertot ont réalisé des simulations numériques bidimensionneles non-hydrostatiques utilisant le code MIT-gcm [18].

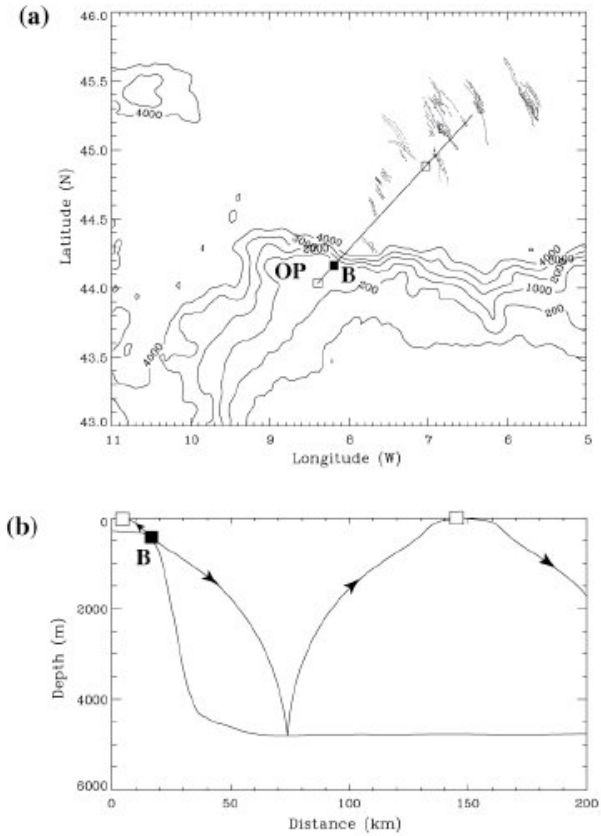


Fig. 5.5. *a) Relevés de traces d'ondes internes en surface au large du talus espagnol. b) Tracés de rayons correspondant à l'impact en surface symbolisé par un carré. D'après [1].*

Leur domaine d'étude est ouvert sur l'océan, avec un forçage barotrope comme condition aux limites, et se termine par un talus continental de forme idéalisée, les échelles océaniques étant respectées. Ils observent la génération d'un faisceau intense vers le large au point tangent au talus. La figure 5.6 montre un exemple de rayon se réfléchissant successivement sur le fond et la surface de l'océan, conformément à l'hypothèse d'Azevedo et al [1].

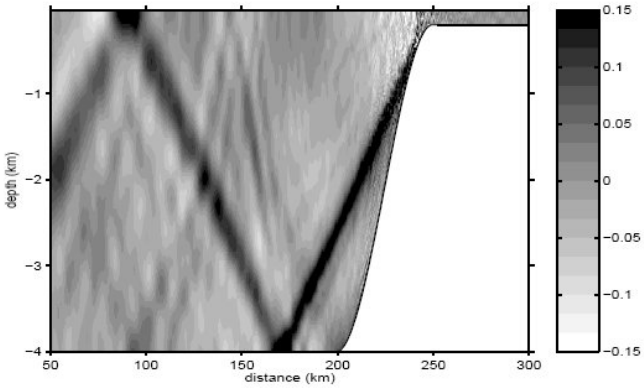


Fig. 5.6. *Composante barocline de la vitesse générée par l'action d'un forçage barotrope en présence d'un talus continental [18].*

Le mécanisme même de cette génération reste mal compris. Baines, en 1982, propose un modèle dans lequel la largeur de l'onde émise est déterminée par la hauteur d'eau au-dessus du plateau continental et l'angle de propagation [2]. Sa construction suppose l'émission d'un rayon transverse à la pente se réfléchissant à la surface. Elle fut validée expérimentalement en 1985 [3], ce qui est à notre connaissance la dernière expérience de génération d'ondes internes par un talus continental.

5.3 Modélisation expérimentale et théorique

Nous avons réalisé une expérience simple permettant d'étudier certaines des caractéristiques de l'émission d'ondes internes par les talus continentaux. L'étude est menée dans une cuve de plexiglas parallélipédique de $120 \times 40 \times 10$ cm, dans laquelle une plaque de PVC incurvée modélise le talus continental. Le profil de cette plaque consiste en deux segment rectilignes et un arc de cercle de rayon $R = 4,3$ cm (voir figure 5.7). Le fluide remplissant la cuve est linéairement stratifié par la méthode des deux bacs, laquelle n'est pas perturbée par la présence de la topographie, le fluide pouvant s'écouler de part et d'autre de la plaque de PVC. Nous travaillons pour l'expérience décrite ci-après à $N = 0,79$ rad/s.

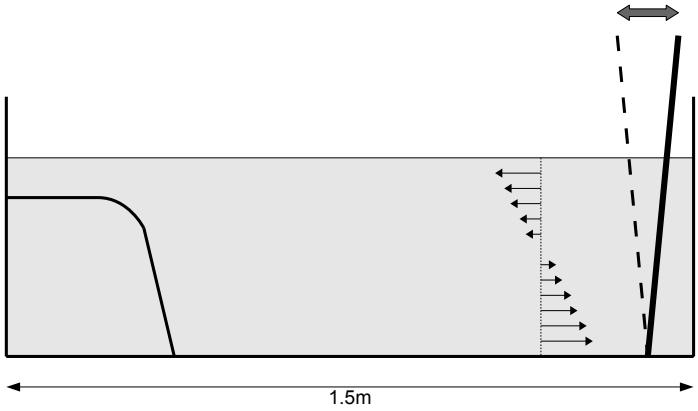


Fig. 5.7. *Dispositif expérimental de la modélisation de la marée interne.*

Le courant de marée est généré par une seconde plaque de PVC située à l'autre extrémité de la cuve, fixée au fond de celle-ci, et susceptible d'osciller autour de la verticale. Cette oscillation est imposée par le bras d'une table traçante reliée à un GBF. Nous avons travaillé à $f = 0,05$ Hz avec une amplitude d'oscillation de 0,5 cm pic à pic.

La figure 5.8 présente une série de mesures du gradient vertical de densité réalisées par strioscopie synthétique. Les mesures ont été filtrées à la fréquence d'excitation sur une période pour extraire l'onde émise. Ainsi, les champs ob-

tenus sont le résultat du filtrage sur l'intervalle

$$[(n-1)T/2,\ (n+1)T/2]$$

pour n allant de 1 à 6.

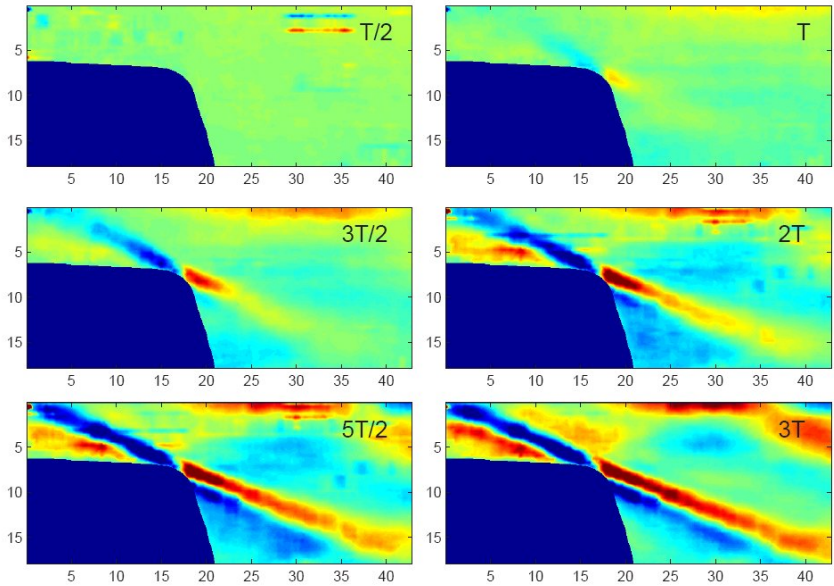


Fig. 5.8. *Gradient vertical de densité moyenné sur une période autour du temps $t_n = nT/2$ $(1 \leq n \leq 6)$. Les distances horizontales et verticales sont en centimètres.*

On distingue clairement la formation d'un rayon à la rupture du talus, qui se propage tangentiellement à celui-ci dans deux directions, vers le plateau continental et vers la plaine abyssale. Il n'y a pas d'émission transverse au talus, ce qui est en accord avec les modèles numériques existants [18], mais pas avec le modèle de Baines [2].

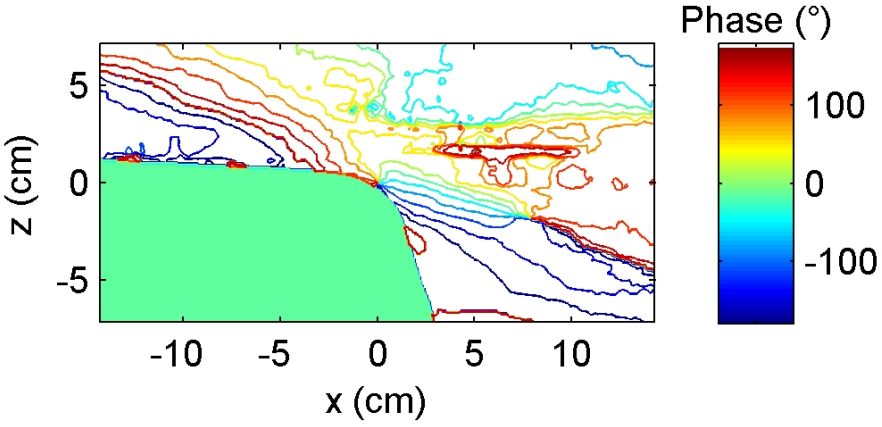
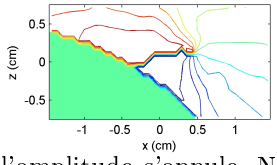


Fig. 5.9. *Répartition de la phase autour du point de génération : mise en évidence d'un point amphidromique.*



La phase, compte tenu de la relation de dispersion, se propage en sens inverse de part et d'autre du point de génération. Il s'en suit que ce point est nécessairement un point amphidromique, autour duquel la phase tourne (voir ci-contre) et où l'amplitude s'annule. Notre technique de filtrage nous permet de mesurer la phase reportée sur la figure 5.9.

L'étude menée sur les cylindres, notamment à la section 4.3, suggère que la théorie de Hurley et Keady modélise correctement l'émission d'ondes internes par les topographies critiques. Le paramètre pertinent devient alors le rayon de courbure local de la topographie. Contrairement à la théorie de Baines [2], il n'y a pas de rayon transverse à la topographie.

Nous avons représenté sur la figure 5.10a le demi-faisceau prédit par le calcul de Hurley et Keady pour un cylindre de rayon $R = 4,3$ cm, et coïncidant avec la partie arrondie de la topographie.

Le rayon a bien les mêmes dimensions que dans l'expérience, et la figure 5.10b, présentant différentes coupes verticales du gradient vertical de densité à $x = 22$, 24, 26, 28 et 30 cm du talus.

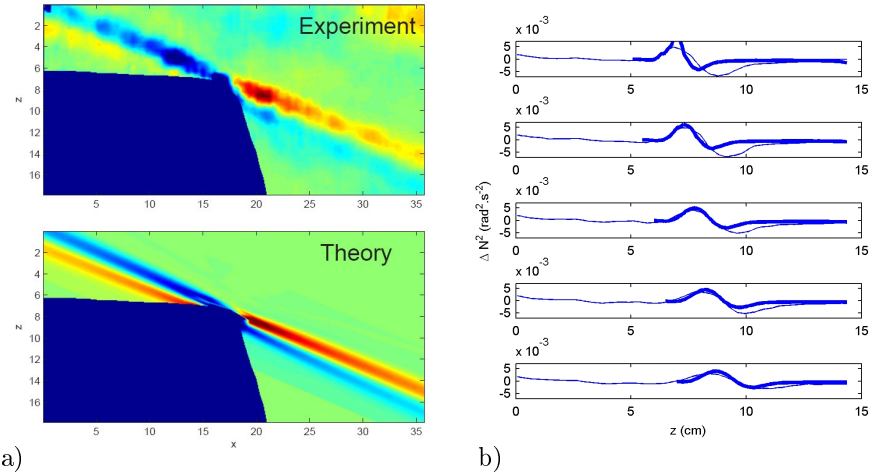
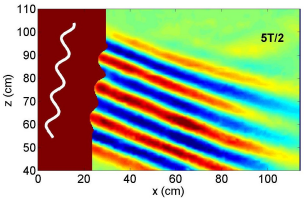


Fig. 5.10. *a) Comparaison entre expérience et théorie pour le gradient vertical de densité à $t = 3T/2$. b) Coupes verticales du gradient vertical de densité à $x = 22$, 24, 26, 28 et 30 cm. Trait fin : expérience ; trait gras : modèle de Hurley et Keady.*

Nous proposons donc un modèle différent de celui de Baines, dans lequel la largeur du rayon est sélectionné non plus par la hauteur d'eau sur le plateau continental, mais par le rayon de courbure de la topographie et la viscosité du fluide. L'utilisation du modèle de Hurley et Keady dans un contexte autre que celui des corps oscillants fait l'originalité de notre approche, et semble être compatible avec nos expériences. Ce modèle est-il applicable à certaines configurations océaniques ? La question reste pour le moment ouverte.

6

La génération d'ondes planes en laboratoire



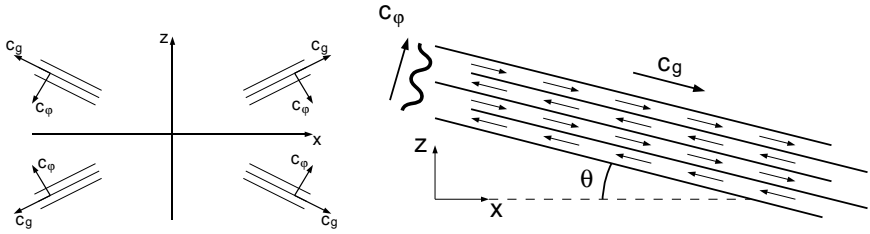
Dans le chapitre 4 nous avons étudié la génération d'ondes internes par les corps oscillants, et la généralisation de ce problème aux ondes internes émises par les talus continentaux dans l'océan a été faite dans le chapitre 5. Dans ces deux cas, le profil des ondes est imposé par la mécanique des ondes internes et les phénomènes de couche limite en leur sein. Les faisceaux émis ont par conséquent une largeur comparable à leur longueur d'onde, ce qui leur confère une structure bien éloignée de l'onde plane.

Générer une onde plane de cisaillement dans un fluide stratifié est une condition nécessaire à la réalisation de nombreuses expériences mettant en jeu des aspects fondamentaux des ondes de gravité internes : diffraction, interférences, interactions non-linéaires de deux ondes, réflexion sur des surfaces... Une comparaison critique de la théorie avec l'expérience se fait en effet plus proprement sur un faisceau monochromatique, spatialement et temporellement.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la maîtrise de la génération des ondes internes, dans le but d'obtenir une onde plane sinusoïdale, de forte amplitude et ne présentant pas d'harmoniques d'ordre supérieur.

Enjeux

Les ondes de gravité, de par leur propagation atypique, ne sont pas faciles à générer. En effet, le diagramme de rayonnement anisotrope, rappelé figure 6.1a, montre que générer un unique faisceau d'ondes internes à partir d'un point source n'est généralement réalisé qu'en piégeant les rayons parasites émis dans les trois directions complémentaires, ceci plus ou moins efficacement [33].



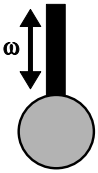
a) b)

Fig. 6.1. *a) Diagramme de rayonnement des ondes internes en deux dimensions. b) Rappel de la structure de l'onde de cisaillement, vitesses de phase et de groupe étant orthogonales.*

De plus, les conditions aux limites imposées par les excitateurs « classiques » ne correspondent généralement pas à la structure de cisaillement de l'onde rappelée figure 6.1b. Il s'ensuit une génération d'harmoniques d'ordre deux et trois qui, si la relation de dispersion le permet (i.e. si $2\omega < N$ et $3\omega < N$ respectivement), sont susceptibles de se propager dans le milieu.

Enfin, la génération d'un faisceau comportant plus de deux longueurs d'ondes n'a jamais été réalisée, la plupart des expériences à ce jour utilisant des faisceaux dont la largeur de l'enveloppe est comparable à la longueur d'onde.

6.1 Revue de différentes méthodes d'excitation



Les corps oscillants. L'étude du chapitre 4 a permis de dégager les grands axes de la génération d'ondes internes par les corps oscillants, résumés sur la figure 6.2. Cette technique inventée par Görtler [19], puis reprise par Mowbray et Rarity [29], a d'abord été utilisée par Thomas et Stevenson pour étudier le profil auto-similaire d'un faisceau d'ondes internes loin de sa source [44]. Sutherland et al. ont comparé les modèles d'émission en champ proche de Hurley et Keady pour des cylindres oscillants [38, 40, 41] et ont réalisé la première expérience tridimensionnelle d'émission par une sphère oscillante [14, 30, 39]. Dauxois, Didier et Falcon ont réalisé des expériences de réflexion critique à l'aide d'un tel générateur [8], ainsi que par la suite Peacock et Tabei [33]. Peacock et Weidman ont réalisé les premières expériences de générations d'ondes tridimensionnelles en rotation à l'aide d'une sphère oscillante [34].

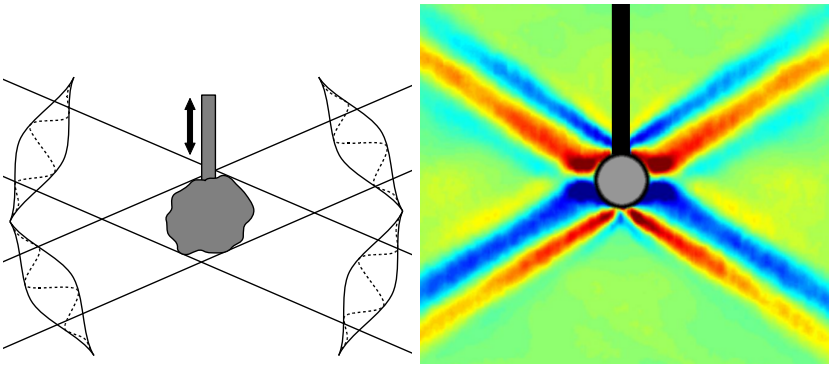
Voyons les avantages de cette technique :

1. Il s'agit d'une méthode simple à mettre en œuvre. Travaillant à basse fréquence, un simple moteur excentré suffit à mettre en oscillation un corps dans le fluide. L'utilisation d'un moteur pas à pas est préférable pour les très basses fréquences.
2. Le faisceau est localisé. Ceci peut être intéressant pour étudier des phénomènes de collisions de faisceaux entre eux ou avec des obstacles.
3. On peut, en théorie, isoler un faisceau en piégeant les trois rayons complémentaires [33].

Au regard de l'objectif d'obtention d'une onde plane monochromatique, les inconvénients sont les suivants.

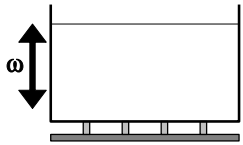
1. La largeur du faisceau est intrinsèquement limitée, comme l'a montré le calcul de Thomas et Stevenson [44]. On n'obtient pas plus d'une longueur d'onde et demi de largeur, ce qui ne permet pas de faire l'approximation d'onde plane, même localement.
2. L'amplitude d'oscillation dans le fluide est relativement faible, inférieure à la taille de l'objet utilisé, que l'on préfère petit en vue des résultats de la section 4.3 (les gros objets génèrent huit faisceaux plus étroits). À trop forte amplitude, le système est fortement non-linéaire et génère des harmoniques (c.f. figure 6.14 p. 119), ce qui est fortement indésirable.

3. Le piégeage des rayons parasites peut engendrer des difficultés. On peut s'en affranchir par la disposition d'écrans à des endroits spécifiques pour chaque angle d'émission des ondes, mais cela complique fortement les balayages en fréquence. La réflexion des ondes sur ces écrans peuvent engendrer du mélange et rendent difficiles les expériences sur de longues durées.



a) b)

Fig. 6.2. *a) Ondes internes générées par un corps oscillant. Le faisceau a une largeur comparable à sa longueur d'onde. Le rayonnement comporte nécessairement quatre faisceaux. b) Mesures par strioscopie synthétique du gradient vertical de densité induit par un cylindre oscillant.*



L'excitation modale. Cette dénomination regroupe tout mode d'excitation non localisé qui impose un forçage en chaque point du fluide, amplifiant ainsi les modes résonnants. Différentes méthodes permettent d'aboutir à ce résultat. En soumettant la cuve à des oscillations périodiques suivant la verticale, les forces d'accélération induites dans la cuve permettent d'exciter des modes de résonance du fluide confiné. Cette technique a été utilisée par Maas, Benielli, Sommeria et Lam pour étudier la formation d'attracteurs, visible sur la figure 6.3b, et les instabilités paramétriques [26]. Les excitations barotropes obtenues en imposant des conditions aux limites oscillantes au fluide, semblables à celle utilisée dans l'expérience du chapitre 5, excitent également des modes de résonance du fluide [21]. Cacchione et Wunsch utilisèrent un piston oscillant horizontalement pour exciter de manière barotrope le premier mode barocline dans un canal afin d'étudier la réflexion de ces ondes sur un plan incliné [6]. Par la suite, Ivey et Nokes [25] puis Thorpe et Haines [45, 46] utilisèrent un panneau vertical oscillant autour d'un axe horizontal pour exciter directement le mode barocline, également pour réaliser des expériences de réflexion d'ondes.

Les avantages de cette technique sont les suivants.

1. Le forçage est très fort, car il s'exerce sur l'ensemble du fluide. Il permet de travailler sur des grands champs de mesure, et d'injecter beaucoup d'énergie dans le fluide.
2. Grâce au processus de résonance, l'excitation demeure fondamentalement monochromatique (au point de vue temporel s'entend).
3. Ce forçage reproduit dans une certaine mesure le forçage de la marée dans l'océan.

Les ondes générées par une excitation globale sont en revanche très éloignées d'une solution en ondes planes. En effet :

1. La longueur d'onde verticale des modes ainsi sélectionnés est le double de la hauteur de fluide, donc il y a au maximum une demi-longueur d'onde disponible dans le domaine de l'expérience.
2. Nécessairement, le champ obtenu est la superposition de plusieurs ondes. Sur la figure 6.3, on retrouve une structure en croix du champ d'ondes internes.

3. La localisation de l'onde est imposée par le fluide et non par l'expérimentateur, et il est délicat de distinguer les phénomènes induits par l'onde de ceux induits par le forçage extérieur.

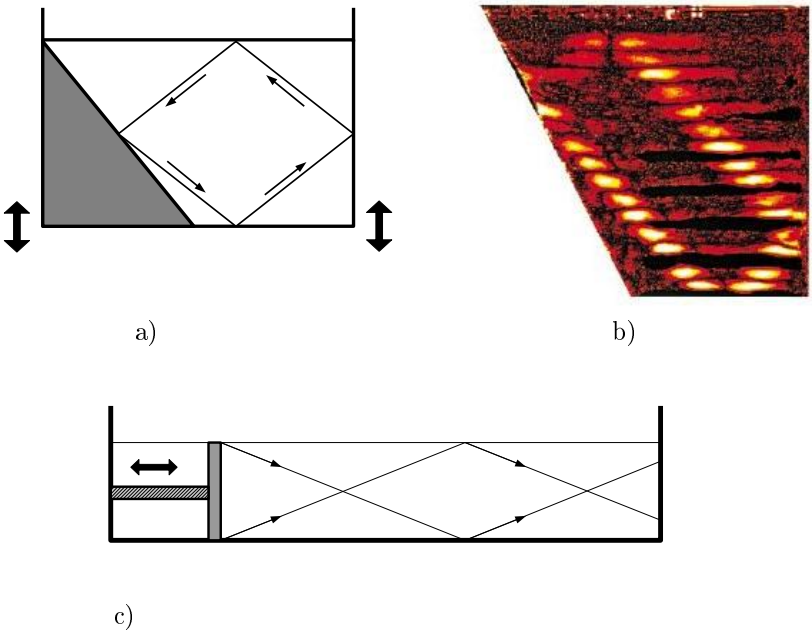


Fig. 6.3. *a) Excitation globale du fluide par oscillation verticale. b) Attracteur se formant au bout de plusieurs oscillations dans l'expérience de Maas, Benielli, Sommeria et Lam [26]. c) Excitation barotrope sélectionnant le premier mode vertical, selon le protocole de Cacchione et Wunsch [6].*

Les excitateurs à volets. Ce dernier type d'excitateur a permis de réaliser notre première tentative d'induction directe du champ de cisaillement propre des ondes internes dans un fluide. Il s'agit de plusieurs volets articulés susceptibles d'être compressés et étirés périodiquement afin de générer un cisaillement stationnaire. McEwan en 1973 réalisa un premier prototype dans le but d'étudier l'interaction de deux ondes de gravité internes [12], lequel fut repris et amélioré dans le même but par Teoh, Ivey et Imberger en 1996 [43], puis pour étudier le déferlement des ondes sur les plans inclinés par DeSilva, Imberger et Ivey en 1997 [36].

Lors des expériences que nous avons menées avec Thierry Dauxois à la plateforme Coriolis de Grenoble, en collaboration avec Joël Sommeria, Samuel Viboud et Henri Didelle, nous avons réalisé un tel générateur à l'aide d'une plaque de PVC ondulée présentant 2,5 oscillations, et susceptible d'être comprimée ou dilatée pour générer le cisaillement [20].

Les avantages de ce générateur :

1. Le cisaillement stationnaire est une solution propre de la superposition de deux ondes planes se propageant à gauche et à droite dans le même demi-espace vertical.
2. Le nombre de longueurs d'ondes est supérieur à un, bien que en pratique limité à 1,5 pour les expériences réalisées par Ivey et Imberger en Australie [36, 43] et 2,5 pour celles que nous avons réalisées à Grenoble.
3. L'excitateur peut être placé contre une paroi pour utiliser celle-ci comme miroir et doubler la largeur du faisceau, comme proposé sur la figure 6.4b.

Mais ce type d'excitation engendre plusieurs difficultés :

1. L'amplitude est encore une fois limitée, car ce forçage n'impose un cisaillement que pour des petits déplacements de l'excitateur et devient au-delà fortement non-linéaire.
2. Deux ondes sont nécessairement générées, ce qui implique les mêmes soucis que pour les corps oscillants. La solution de la paroi réflectrice proposée figure 6.4b n'est pas satisfaisante, car elle génère des harmoniques.
3. Ce générateur est mal adapté à l'émission d'ondes se propageant quasi horizontalement, qui sont les plus intéressantes à étudier dans le domaine océanique. En effet, l'amplitude du cisaillement initial est multipliée par $\sin\theta$ pour donner l'amplitude de l'onde. Le générateur pour-

rait être plongé verticalement dans l'eau dans ce cas, mais alors c'est la superposition des deux faisceaux qui devient problématique.

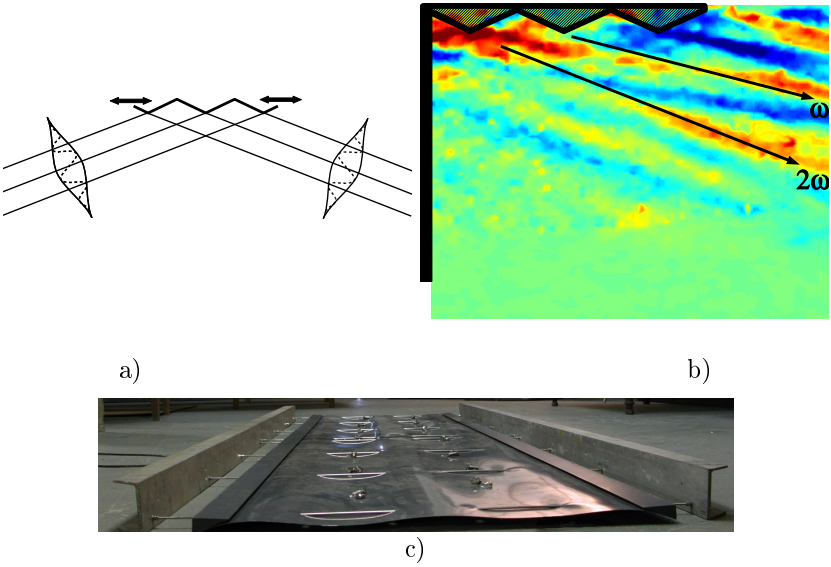


Fig. 6.4. *Excitateurs à volets. a) Les volets génèrent un cisaillement stationnaire correspondant à la superposition des deux ondes émises. b) Champ de vitesse horizontale mesuré avec l'excitateur à volets de Grenoble. Les deux harmoniques sont clairement visibles. c) Photo de la plaque de PVC utilisée à Grenoble.*

6.2 Principe et conception de l'excitateur

La réalisation d'un générateur efficace d'ondes de gravité internes apparaît donc comme étant cruciale pour la réalisation d'expériences sur les fluides stratifiés. L'excitateur proposé ici repose sur une idée simple : pour générer proprement une onde interne, il faut exciter « naturellement » sa structure de cisaillement.

Si l'on regarde attentivement la figure 6.1b, on constate que l'on doit imposer au fluide un cisaillement se propageant obliquement par rapport à la verticale. Nous avons répondu à ces deux critères de la façon suivante :

- Nous générons physiquement le cisaillement en faisant coulisser un empilement de plaques de PVC immergées dans le fluide. Le cisaillement est donc imposé *directement* au fluide ce qui permet de travailler à amplitude forte sans craindre les harmoniques.
- La propagation est assurée par deux arbres à cames excentrées, qui à la manière d'une vis d'Archimède, propagent le cisaillement le long de leurs axes lorsqu'ils sont mis en rotation. Ces arbres sont inclinés par rapport à la verticale pour mieux correspondre à la structure de l'onde.

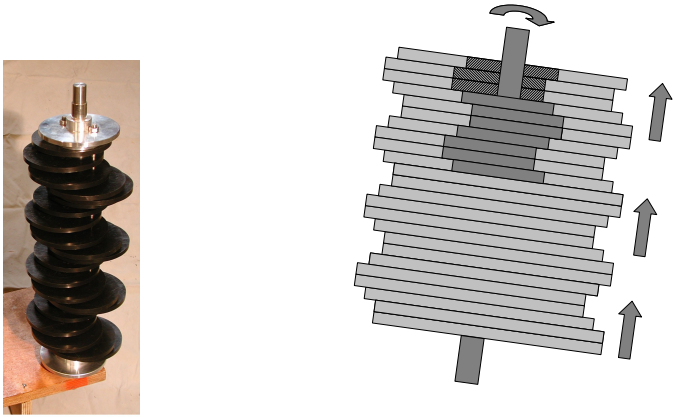
La figure 6.5a montre un des arbres à cames. Il est constitué de 24 cames de 2 cm d'épaisseur, montées en spirale avec un décalage de 60° par came. La structure en vis d'Archimède est donc périodique toutes les 6 cames, pour un total de quatre périodes. Les cames sont espacées entre elles de 2 mm, le pas est donc de 22 mm et la hauteur totale de l'arbre de 52,8 cm.

La figure 6.5b présente une vue en coupe de l'empilement des plaques de PVC expansé avec, au centre, l'arbre à cames. Ces plaques ($2 \times 36 \times 50$ cm) ont été alourdies avec du plomb pour avoir une densité de 1, afin de limiter la friction entre elles une fois immergées. Cette friction s'effectue sur des rails en PVC dur de 2 mm d'épaisseur, qui permettent de récupérer le pas de 22 mm des cames ; les plaques sont disposées dans un bâti en PVC ne leur laissant qu'un degré de liberté pour glisser de manière unidirectionnelle les unes sur les autres.

Le montage des arbres à cames doit s'effectuer en même temps que l'empilement des plaques, le tout étant mis un place dans un réceptacle en PVC vertical de ($40 \times 50 \times 100$ cm). La figure 6.6 montre les différentes étapes du montage hors d'eau. Vu de face, l'excitateur présente les tranches des 24 plaques qui décrivent au repos une sinusoïde discrète, de période λ_0 =13,2 cm, mise en évidence par une tranche laser sur la figure 6.7. Cette sinusoïde se translate verticalement lorsque les arbres à cames sont mis en mouvement par

un moteur.

Il est à noter qu'un profil quelconque peut être donné à l'excitateur : la répartition des cames impose le décalage des plaques. Le même excitateur, avec des arbres montés différemment, peut très bien servir à imposer un profil de cisaillement quelconque au fluide.



a) b)

Fig. 6.5. *Mécanisme du générateur d'ondes planes. a) Un des deux arbres à cames hors de l'excitateur. b) Schéma en coupe de l'excitateur montrant la répartition des cames à l'intérieur.*

Les premiers essais de cet excitateur ont été réalisés dans le bassin de 13 m de diamètre à la plateforme Coriolis de Grenoble. Le bassin était rempli sur 1 m de profondeur de fluide stratifié à 3%, correspondant à une période de Brunt-Väisälä de $T_{BV} = 11.7 \pm 0.2$ s. Une tranche laser verticale éclaire l'excitateur et des particules de polystyrène de 400 microns sont réparties dans le fluide. Des mesures de PIV ont été réalisées, à raison d'une image toutes les 600ms.

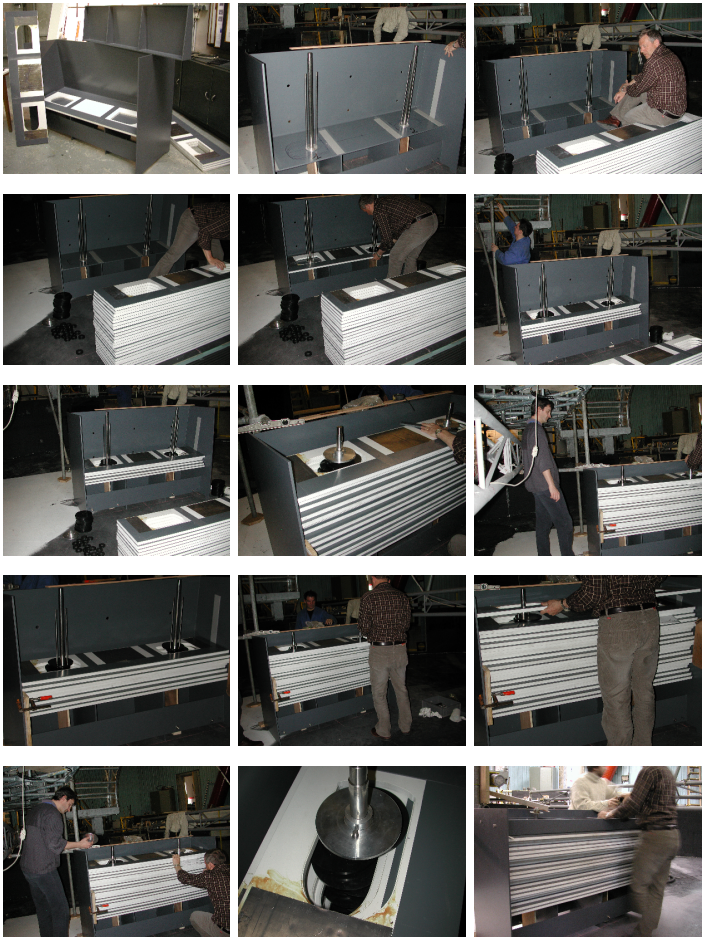


Fig. 6.6. *Montage complet de l'excitateur.*

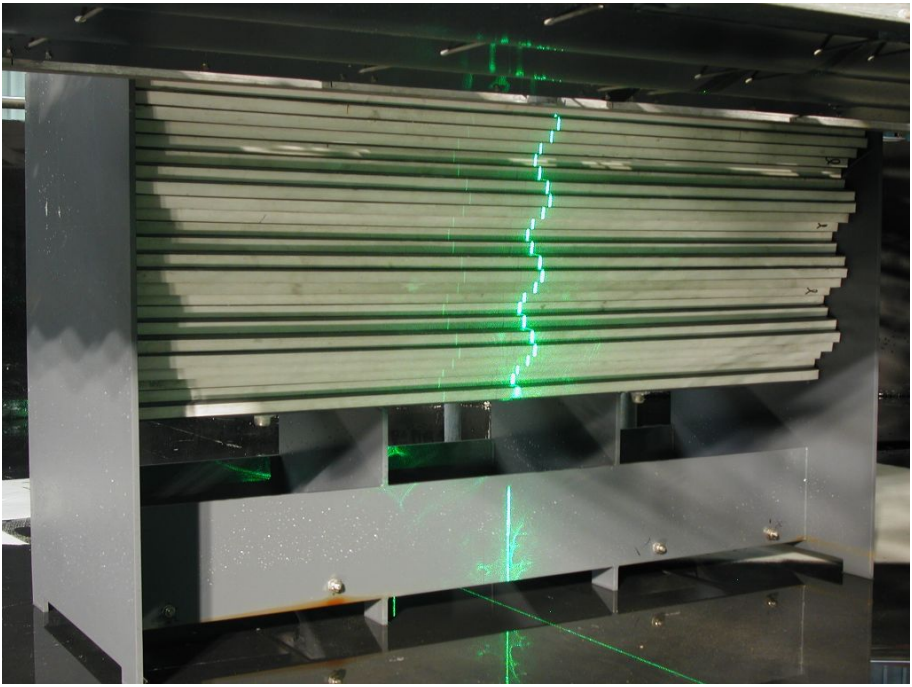


Fig. 6.7. *Vue en perspective de l'excitateur avant le remplissage. Au centre, l'impact de la nappe laser matérialise le profil sinusoïdal de l'excitateur au repos. Sur les côtés, les parois du coffre maintenant l'empilement des plaques.*

6.3 Caractérisation de l'onde émise

La figure 6.8 montre les champs de vitesse horizontale générés par l'excitateur pour une période d'excitation de $T = 36$ s. Ces quatre images successives ont été prises après 1, 3, 5 et 7 demi-périodes.

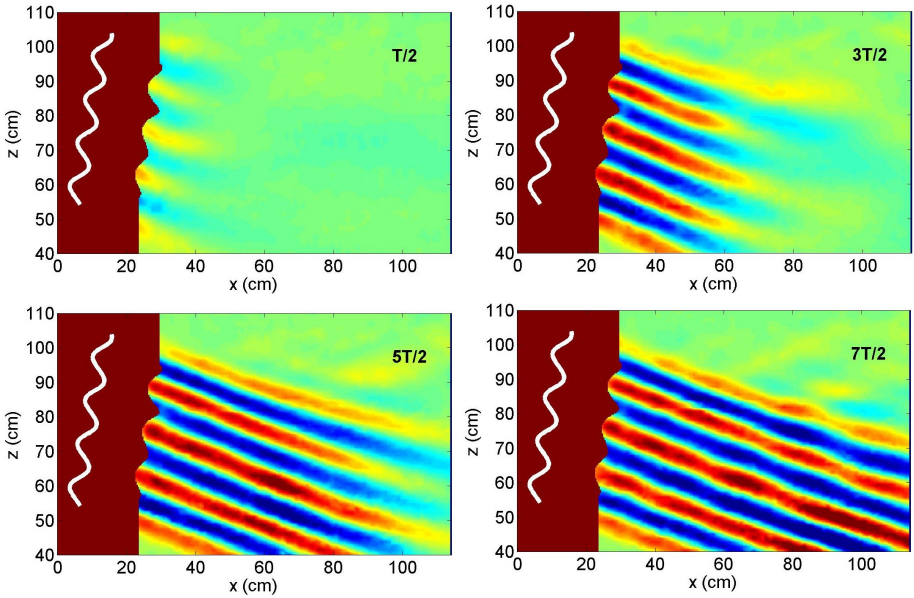


Fig. 6.8. *Champ de vitesse horizontal après 1, 3, 5 et 7 demi-périodes d'excitation. La position de l'excitateur est donnée par la ligne blanche et ne pouvait être dans la zone de mesure à cause du réceptacle qui ferme les deux côtés de l'empilement.*

Comme on peut le voir, un unique faisceau est émis vers le bas, ce qui correspond au déplacement vers le haut du cisaillement selon la vitesse de phase. La structure transverse de l'onde s'accorde parfaitement avec celle de l'excitateur, avec quatre longueurs d'onde émises. Il s'agit du plus large faisceau d'ondes internes jamais émis en laboratoire.

La figure 6.9a montre le champ de vitesse une fois l'onde établie. La structure de cisaillement est très pure et est bien parallèle aux lignes isophases. La valeur maximale de la vitesse est ici de 1,8 mm/s, correspondant à une amplitude de déplacement de 1 cm.

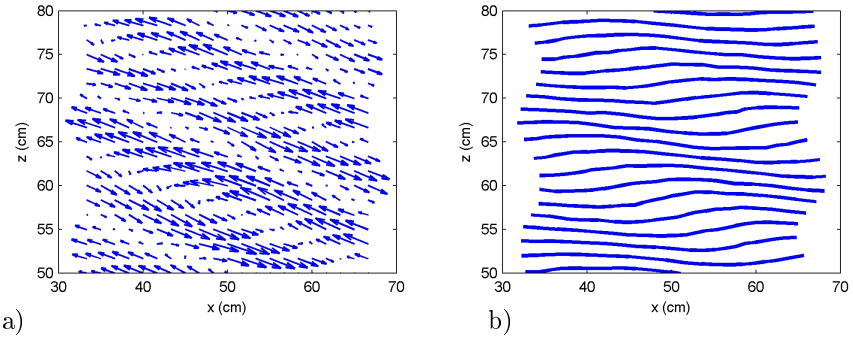


Fig. 6.9. *a) Zoom sur le champ de vitesse produit par l'excitateur. La valeur maximale des vecteurs vitesses représentés est de 2 mm/s. b) Lignes isodensité reconstruites à partir du champ de vitesse.*

Sur la figure 6.9b, la position instantanée des iso-densité est recomposée à partir du champ de vitesse. Le générateur permet de générer des ondes de forte amplitude, mais toujours inférieure à l'amplitude critique de retournement. Nous avons en effet ici

$$\zeta \simeq \frac{T v_{\max}}{\lambda} = 0,54 < 1\,. \tag{6.1}$$

Afin de mieux caractériser l'onde émise, nous avons mesuré son degré de monochromatisme temporel et spatial.

Spectre fréquentiel de l'onde

L'obtention d'une onde très monochromatique était l'un des objectifs de ce nouvel excitateur. Le fait d'engendrer directement une solution propre de la propagation des ondes internes permet de réduire considérablement l'effet des harmoniques.

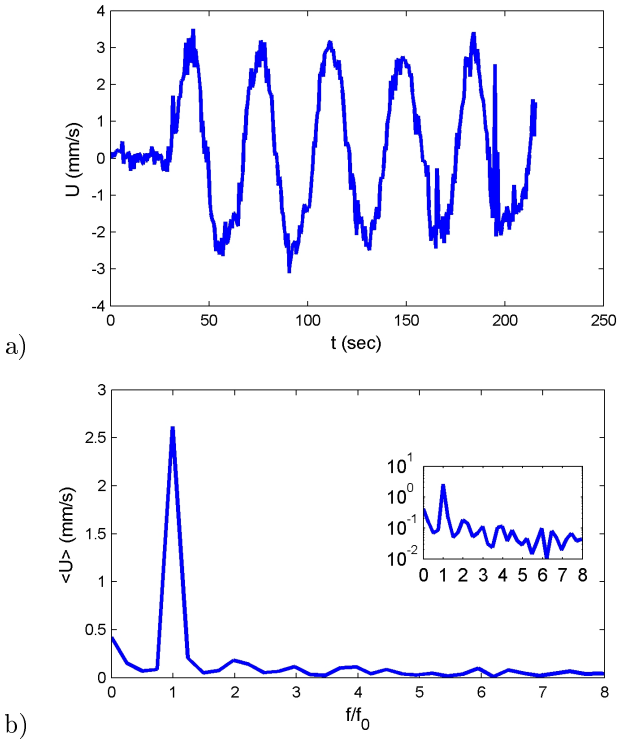


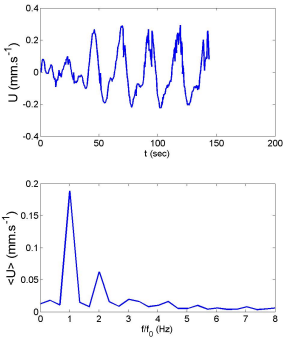
Fig. 6.10. *a) Vitesse horizontale mesurée au centre du faisceau à 29 cm du générateur. b) Transformée de Fourier du signal fonction de la fréquence, renormalisée à la fréquence de l'excitateur $f_0 = 1/T$. La courbe en encart représente le même spectre en lin-log.*

La figure 6.10a montre l'évolution temporelle de la vitesse horizontale relevée au centre du faisceau à 29 cm du générateur. Le signal est extrêmement faible avant l'arrivée de l'onde, ce qui permet de mesurer un temps d'arrivée de 30 s, donnant une première estimation de la vitesse de groupe $c_g \simeq 0,97$ cm/s.

Cette valeur peut être comparée à la valeur théorique $c_g = \lambda/(T \tan\theta)$, où T est la période d'excitation, λ la longueur d'onde et θ l'angle de propagation. Avec λ =13,2 cm, T =36 s et $\theta = 19°$, on obtient une valeur de c_g =1,06 cm/s.

Le régime transitoire d'établissement de l'onde est extrêmement bref : ceci permet, du point de vue fondamental, de considérer l'arrivée de l'onde comme un forçage sinusoïdal soudainement mis en marche, à la manière d'une fonction sinus convoluée avec une distribution de Heaviside. Ceci permet notamment une comparaison rigoureuse avec les calculs de Dauxois et Young [9] utilisant une telle source.

Une fois que l'onde a atteint le point de mesure, le champ de vitesse oscille de manière très pure. Le spectre temporel de ce signal est représenté dans la figure 6.10b et confirme le fait que la fréquence du signal est imposée par le générateur. L'amplitude des harmoniques supérieurs est au moins un ordre de grandeur en-dessous de celle du fondamental

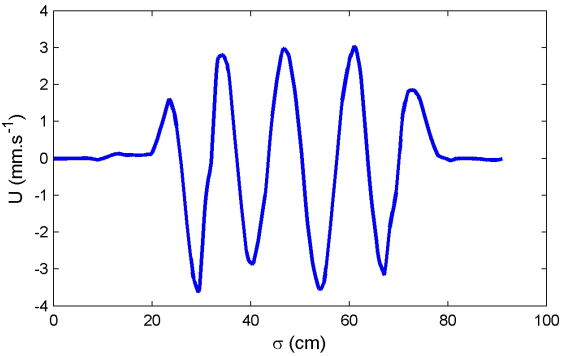


A titre de comparaison, le spectre de l'excitateur à volets que nous avons construit à Grenoble, discuté dans la section 6.1, est présenté sur la figure ci-contre. Il montre une forte composante de l'harmonique 2. L'analyse spectrale des ondes émises par les excitateurs à volets utilisés dans la littérature n'a à notre connaissance pas été étudiée, alors qu'elle est de première importance pour la compréhension des phénomènes observés, notamment en ce qui concerne la création d'harmoniques dus aux effets non-linéaires.

Caractéristiques spatiales de l'onde

Contrairement au cas des ondes optiques ou acoustiques, la relation de dispersion des ondes internes ne permet pas d'associer monochromatisme temporel et spatial. Ces deux propriétés doivent être étudiées séparément.

a)



b)

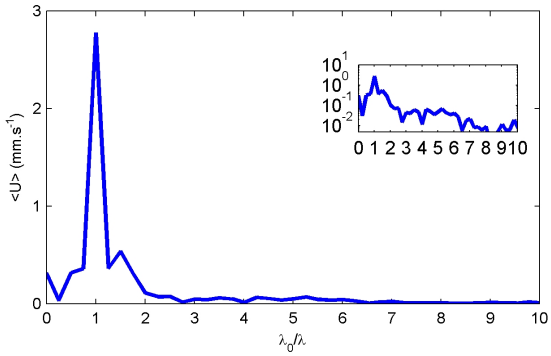


Fig. 6.11. *Propriétés spatiales de l'onde. a) Coupe transverse du champ de vitesse horizontale, effectuée à 29 cm de l'excitateur. b) Spectre du nombre d'onde correspondant, renormalisé par la longueur d'onde théorique* λ_0 *=13,2 cm du profil sinusoïdal de l'excitateur. En encart, le même spectre en échelle semi-log*

La figure 6.11a présente une coupe de la composante horizontale de la vitesse

transversalement au faisceau, à 29 cm de l'excitateur. On distingue clairement quatre longueurs d'ondes, légèrement atténuées sur les bords. Le spectre de longueur d'onde correspondant est visible sur la figure 6.11b, et le monochromatisme spatial est démontré par la présence d'un unique pic relativement étroit dans le spectre.

Enfin, la figure 6.12 montre le profil longitudinal de l'onde, mesuré en son milieu à différents instants. Le profil non-dispersif de l'onde évolue linéairement avec le temps. Si l'on mesure le temps d'arrivée à l'amplitude $U = 1$ cm/s, on mesure une vitesse de 38 cm par période, ce qui correspond précisément à la vitesse de groupe calculée théoriquement $c_g = 1,06$ cm/s.

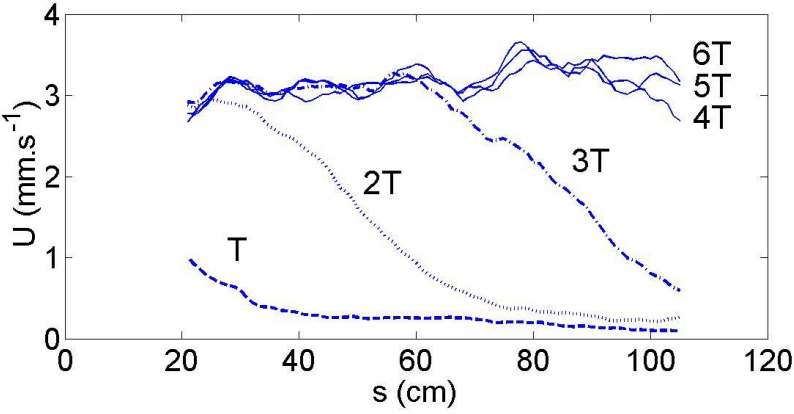


Fig. 6.12. *Profil longitudinal de vitesse horizontale mesuré après 1, 2, 3, 4, 5 et 6 périodes au milieu du faisceau.*

Le profil permanent de l'onde ne présente pas d'atténuation dans la direction longitudinale, ce qui suggère que les effets visqueux sont suffisamment faibles à cette échelle. Ceci permet de travailler sur de grandes distances de propagation. Sur les expériences détaillées dans la partie 3, nous avons observé des ondes émises à 1,5 m de la source sans atténuation mesurable.

Interlude :
et les non-linéarités dans tout ça ?

Position du problème

Une onde interne isolée est solution des équations non-linéaires régissant la mécanique des milieux stratifiés (voir p. 31). Néanmoins, dès lors qu'elle rencontre un obstacle, une autre onde interne ou tout autre perturbation, les termes non-linéaires du champ total ne sont plus nuls et modifient le comportement des ondes.

Si l'excitation est monochromatique à la pulsation ω, le spectre temporel s'enrichit alors d'harmoniques 2ω, $3\omega\ldots$ Les modes sous-harmoniques $\omega/2$, $\omega/3\ldots$ peuvent également apparaître sous la forme d'instabilités paramétriques [26]. Nous ne traiterons pas de ce dernier phénomène dans cette partie.

Les modes supérieurs ne sont, eux, pas toujours propagatifs. Pour satisfaire la relation de dispersion, les harmoniques doivent avoir une pulsation inférieure à la pulsation de Brunt-Väisälä, soit pour l'harmonique d'ordre n

$$\gamma_n = \frac{n\omega}{N} < 1\,. \tag{6.2}$$

Cette condition sélectionne le nombre d'harmoniques observables lors d'interactions non-linéaires d'ondes internes. Pour $\omega > 0,5N$, seul le fondamental est propagatif. Pour $0,33N < \omega < 0,5N$, le fondamental et l'harmonique 2 peuvent se propager. Plus le rapport $\gamma = \omega/N$ tend vers 0, plus le nombre d'harmoniques propagatifs augmente.

La figure 6.13 montre comment opère cette sélection. Le cas d), où $\gamma \ll 1$, est difficilement mis en œuvre expérimentalement. C'est pourtant un cas fréquent dans l'océan, où tous les angles sont proches de l'horizontale.

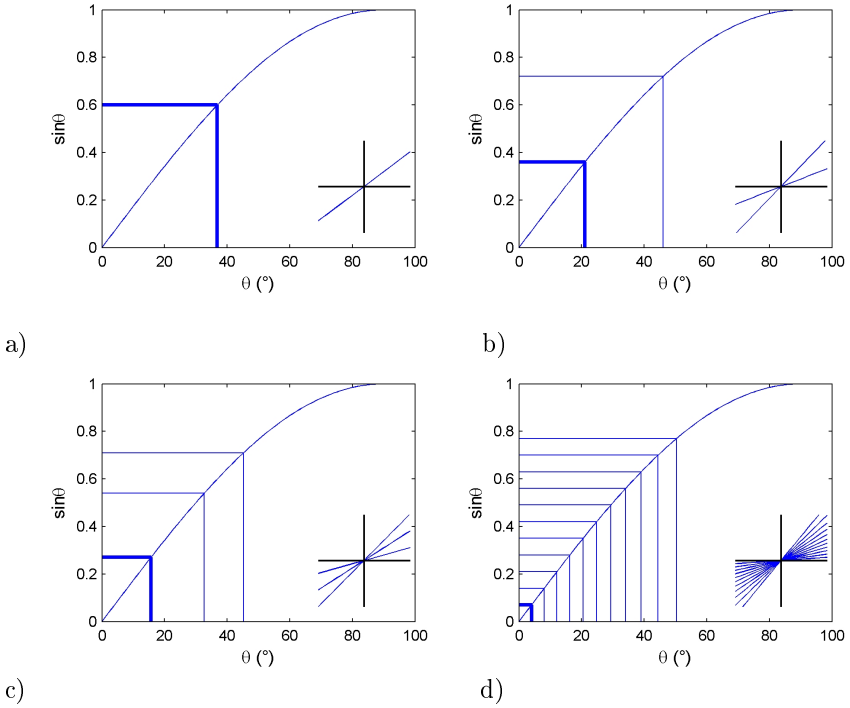


Fig. 6.13. *Dispersion des différents harmoniques pour différentes valeurs du rapport de la pulsation du fondamental à la pulsation de Brunt Väisälä,* $\gamma = \omega/N$. *a)* $0,5 < \gamma < 1$. *b)* $0,33 < \gamma < 0,5$. *c)* $0,25 < \gamma < 1$. *d)* $\gamma \ll 1$. *Les encarts représentent les directions des différentes solutions à l'équation* $n\gamma = \sin\theta$. *Le fondamental est en trait gras.*

Nos configurations expérimentales nous permettent en général de travailler dans le cas b) ou c), où les harmoniques 2 (et 3) sont présents. Notre technique de filtrage (voir section 3.3) permet dans les expériences précédentes de mettre en évidence ces faisceaux non-linéaires.

Émission par les corps oscillants

Les modèles analytiques présentés dans le chapitre 4 proposent une solution linéaire d'émission d'ondes internes. Cette hypothèse repose sur le fait que

l'amplitude des oscillations verticales du cylindre est supposée faible devant les différentes échelles caractéristiques du problème.

Dans la première expérience présentée p. 72, nous avons utilisé un cylindre de rayon $R = 1,5$ cm oscillant à $\omega = 0,28$ rad/s avec une amplitude pic à pic de $2a = 3$ mm. La pulsation de Brunt-Väisälä valant $N = 1$ rad/s, nous sommes à $\gamma = 0,28$. Ceci permet théoriquement d'observer des harmoniques 2 et 3, dont l'amplitude doit être faible compte tenu du rapport $a/R = 0,1$.

Les figures 6.14a et 6.14b montrent les résultats de notre filtrage aux fréquences 2ω et 3ω appliqué au gradient vertical de densité.

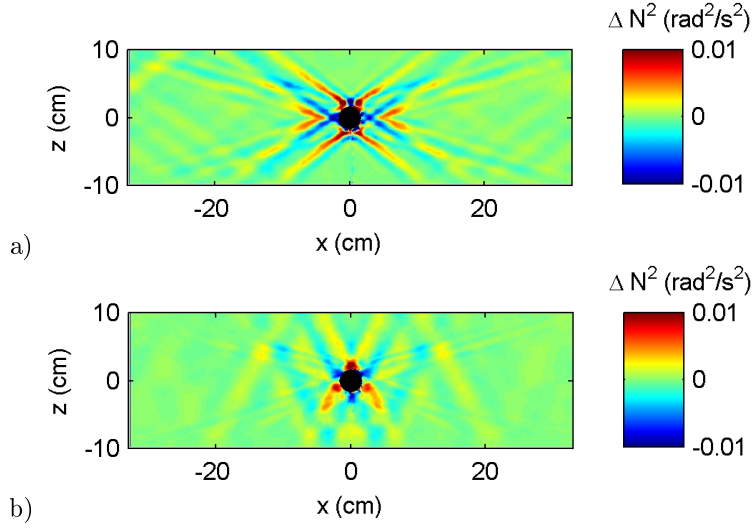


Fig. 6.14. *Gradients verticaux de densité obtenus par strioscopie synthétique et filtrés aux fréquences 2ω (a) et 3ω (b) dans le cas d'un cylindre de rayon $R = 1,5$ cm oscillant à $f = 0,045$ Hz avec une amplitude pic à pic de $2a = 3$ mm.*

Les deux harmoniques sont donc bien présents dans le champ. Leurs angles diffèrent du fondamental suivant la relation de dispersion. L'amplitude relative au fondamental est de l'ordre de 1/10, mais peut difficilement être comparée précisément en raison de la forte inhomogénéité spatiale. Si l'échelle de couleur va de $-0,01$ à $0,01$ rad^2/s^2, ces valeurs maximales ne sont atteintes que près du cylindre (où la validité de la mesure est discutable pour les forts gradients), mais s'atténuent très vite au fur et à mesure que l'on s'en écarte.

Émission au talus continental

De la même manière, nous avons pu mettre en évidence l'émission de faisceaux non-linéaires par action de la marée interne sur un talus continental. La figure 6.15 montre dans les expériences du chapitre 5 la présence d'un rayon émis à l'harmonique 2.

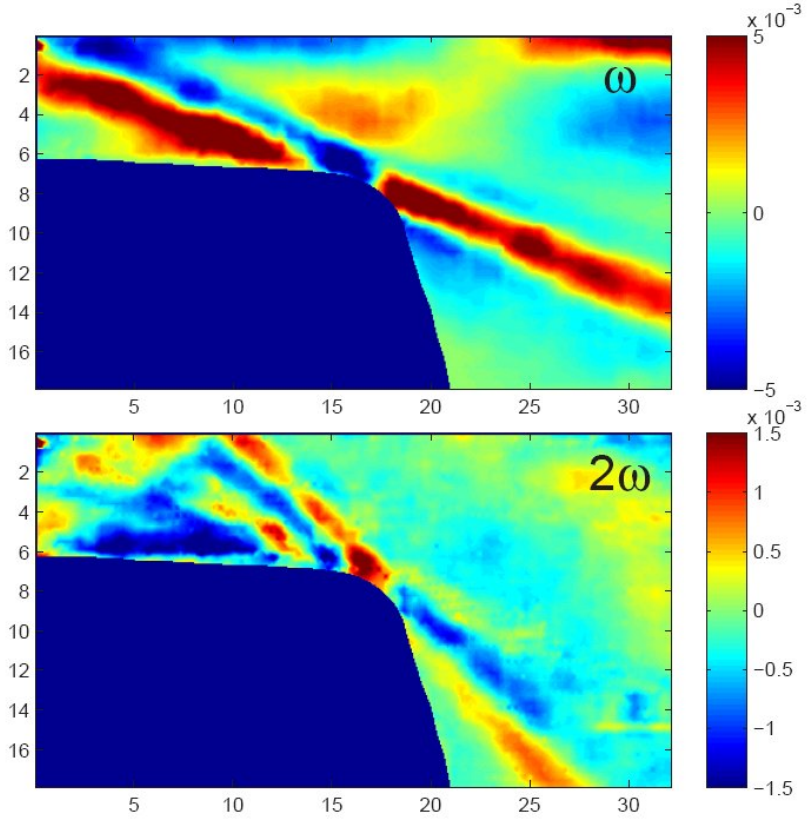


Fig. 6.15. *Faisceaux d'ondes internes émis par l'action de la marée interne sur un talus continental, filtrés à la pulsation du fondamental ω (a) et à l'harmonique 2ω (b). L'échelle est en cm.*

La présence d'un tel faisceau a été observée numériquement par Gerkema et al. [18] dans leurs simulations numériques mais n'avait pas été observée expérimentalement jusqu'à ce jour. L'homogénéité du faisceau permet ici une estimation plus précise du rapport de l'harmonique au fondamental qui est également ici de 1/10 pour le gradient vertical de densité. Nous n'avons pas encore de modèle permettant de calculer cette grandeur.

Le point de génération de l'harmonique 2 diffère de celui du fondamental, et la longueur d'onde en est plus petite. Le modèle de Hurley et Keady [24] s'applique à ce faisceau pris indépendamment du fondamental.

On pourrait dans cette expérience se questionner sur l'excitation elle-même, qui contient peut-être déjà une composante harmonique. Des expériences, menées par Chantal Staquet et Theo Gerkema, sont en cours à la plateforme Coriolis et montrent également la génération de cet harmonique, alors que le forçage est dans ce cas de meilleure qualité que dans notre expérience.

Émission par les générateurs

Enfin, les non-linéarités peuvent passer d'un sujet d'étude fort intéressant dans les deux situations précédentes à un sujet de préoccupation de premier ordre lorsque l'on veut concevoir un générateur efficace d'ondes internes. Nous avons déjà mentionné dans le chapitre 6 que les non-linéarités créées par les générateurs d'ondes internes perturbent fortement les expériences fondamentales sur la dynamique de ces ondes.

La figure 6.16 illustre quantitativement ce propos. Il s'agit du champ de vitesse produit par l'excitateur à volets présenté p. 104. On voit que l'excitateur génère un harmonique 2 dont l'amplitude vaut environ 1/3 de l'amplitude du fondamental.

L'utilisation de ce générateur pour l'étude des phénomènes non-linéaires pose donc le problème de la distinction entre les harmoniques créés par l'excitateur et les non-linéarités que l'on veut étudier.

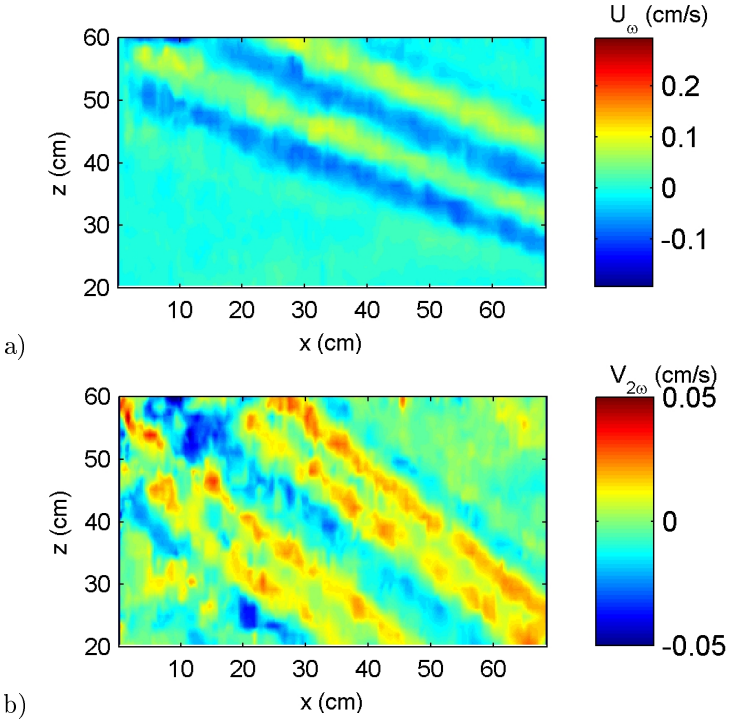


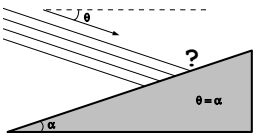
Fig. 6.16. *a) Champ de vitesse horizontal filtré au fondamental émis par un excitateur à volets. b) Champ de vitesse vertical filtré à 2ω émis par le même excitateur. L'excitateur se situe au point de convergence des deux faisceau, dans le coin supérieur gauche de la figure.*

Nous avons donc montré que les phénomènes non-linéaires intervenant dans les processus d'émission d'ondes internes se traduisent par la présence de faisceaux harmoniques parfaitement identifiables par leurs angles de propagation avec l'horizontale plus grand que pour le fondamental. Si les amplitudes relatives des harmoniques au fondamental reste faibles dans les trois exemples précédents, le rôle des non-linéarités lors des processus de réflexion des ondes internes pourrait en revanche être crucial. Le transfert d'énergie entre les harmoniques joue un rôle essentiel à la compréhension de la dissipation des ondes internes par réflexion, jusqu'alors pas ou peu étudié expérimentalement. Les trois prochains chapitres sont consacrés à ce problème.

Troisième partie : Réflexion des ondes internes sur les topographies

7

La réflexion des ondes internes : aspects théoriques



Nous avons vu jusqu'à présent différents aspects de la génération des ondes internes. L'interaction de corps oscillants avec la stratification, l'action d'un écoulement oscillant sur une topographie et la génération de cisaillement au sein même du fluide permettent de générer des ondes en modifiant les conditions aux limites des fluides stratifiés.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons au problème complémentaire, à savoir l'interaction d'une onde interne avec une paroi rigide. Ce problème peut être traité au point de vue classique de la théorie des ondes : en vertu de la conservation de l'énergie, l'onde va se réfléchir de manière à satisfaire les conditions aux limites à la paroi.

Mais une surprise nous attend, et de taille : dans certaines conditions, les ondes restent piégées au voisinage de la paroi et y accumulent l'énergie. Dans ce cas, nous passons dans la branche non-linéaire de la physique des ondes internes, où les difficultés ne sont plus seulement d'ordre expérimental mais théorique.

7.1 Position du problème

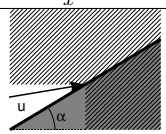
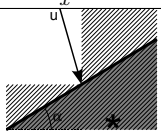
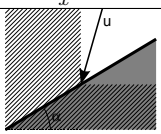
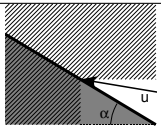
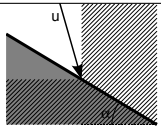
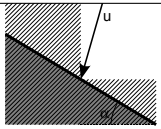
Nous considérons ici le problème idéalisé de la réflexion d'une onde plane sur une paroi rigide dans une configuration bidimensionnelle. L'onde plane incidente est définie par sa fonction de courant $\psi^{\mathrm{i}} = \psi_0^{\mathrm{i}} e^{i(\mathbf{k}^{\mathrm{i}}.\mathbf{r}-\omega t)}$, où $\mathbf{k}^{\mathrm{i}}$ et ω vérifient la relation de dispersion

$$\frac{\mathbf{k}_x^{\mathrm{i}}}{\mathbf{k}_z^{\mathrm{i}}} = \pm \tan\theta = \pm \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 - N^2}}\,, \tag{7.1}$$

définissant l'angle de propagation $\theta \in [0,\, \pi/2]$ du rayon avec l'horizontale. Le rayon est porté par le vecteur unitaire $\mathbf{u} = \pm(-\mathbf{k}_z, \mathbf{k}_x)/k$. On note α l'angle que fait la paroi avec l'horizontale, défini par la relation

$$\tan\alpha = \mu\,, \tag{7.2}$$

μ étant la pente de la paroi dans le repère (O, x, z). Les équations (7.1) et (7.2) définissent donc les positions relatives de l'onde incidente et de la pente, résumées dans la table 7.1 (les zones hachurées sont interdites).

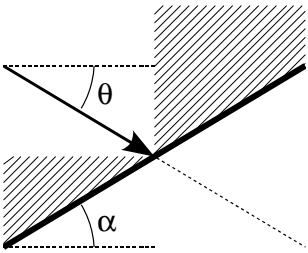
$\mathbf{u}_z^{\mathrm{i}}$	$\mathbf{u}_z^{\mathrm{i}} > 0$		$\mathbf{u}_z^{\mathrm{i}} < 0$	
$\mathbf{u}_x^{\mathrm{i}}$	$\mathbf{u}_x^{\mathrm{i}} > 0$	$\mathbf{u}_x^{\mathrm{i}} < 0$	$\mathbf{u}_x^{\mathrm{i}} > 0$	$\mathbf{u}_x^{\mathrm{i}} < 0$
$\alpha > 0$				
$\alpha < 0$				

Tab. 7.1. *Configuration géométrique de la réflexion d'onde sur une paroi en fonction des paramètres α, $\mathbf{u}_x^{\mathrm{i}}$ et $\mathbf{u}_z^{\mathrm{i}}$. Les zones hachurées sont les zones interdites pour le vecteur $\mathbf{u}$. Ce paramétrage canonique n'est en fait pas adéquat.*

Nous ne nous intéressons ici qu'à des cas de réflexion sur des fonds, ce qui exclut d'ores et déjà les deux configurations marquées d'une croix sur le

tableau 7.1. Les cas $\alpha > 0$ et $\alpha < 0$ sont physiquement identiques et se correspondent par le changement de variable $x \to -x$, le problème étant symétrique par rapport à la verticale.

On peut donc légitimement travailler à $\alpha > 0$ et étudier les trois cas de réflexion possibles. Cette solution n'est néanmoins pas satisfaisante, car elle dissymétrise le problème. L'anisotropie du milieu fait en effet jouer à la verticale un rôle particulier. Ceci justifie de distinguer les différentes configurations obtenues pour différents signes de $\mathbf{u}_x^{\mathrm{i}}$ et $\mathbf{u}_z^{\mathrm{i}}$.



Mais le cas $\alpha > 0$, $\mathbf{u}_x^{\mathrm{i}} > 0$ et $\mathbf{u}_z^{\mathrm{i}} < 0$, marqué d'une étoile (*) dans le tableau 7.1, doit également être divisé en deux suivant que $\theta > \alpha$ ou $\theta < \alpha$. La configuration où $\theta = \alpha$, schématisée ci-contre, présente en effet une symétrie par rapport à la verticale entre le rayon et la pente. On parle alors de « réflexion critique ».

Il est donc préférable de distinguer les quatre configurations présentées sur la figure 7.1 et de les dénommer avec la nomenclature proposée plutôt que de les paramétrer avec les variables $\mathbf{u}_x^{\mathrm{i}}$, $\mathbf{u}_z^{\mathrm{i}}$ et α. Cette démarche et cette nomenclature prendront tout leur sens au cours de cette étude. Même s'ils peuvent sembler arbitraire à ce niveau, il est préférable de fixer dès le départ les termes employés et que ceux-ci reflètent par avance la physique du problème.

Conditions aux limites

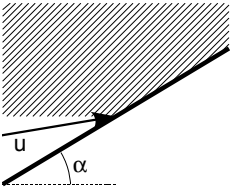
Dans le cas non visqueux, la condition aux limites est une condition de glissement sur la paroi, qui impose $\psi = \text{cte}$ le long de la paroi. Cette condition n'étant pas vérifiée pour l'onde incidente, il est nécessaire de faire intervenir une onde réfléchie pour la satisfaire. Ce raisonnement est celui utilisé pour toute réflexion d'onde à un interface, en optique, acoustique, mécanique...

Si l'on note $\psi^{\mathrm{r}}(x, z, t)$ la fonction de courant associée à l'onde réfléchie, on a

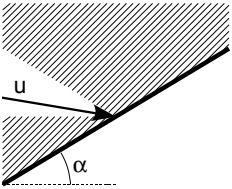
$$\psi_0^{\mathrm{i}} e^{i(\mathbf{k}^{\mathrm{i}}.\mathbf{r} - \omega t)} + \psi^{\mathrm{r}}(x, z, t) = \text{cte le long de la paroi.} \tag{7.3}$$

En introduisant le système de coordonnées (O, η, ξ) de la figure 7.2 assujetti à la paroi, on en déduit que

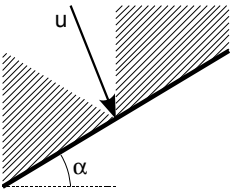
$$\psi^{\mathrm{r}}(\eta, t)|_{\xi=0} = -\psi_0^{\mathrm{i}} e^{i(\mathbf{k}_\eta^{\mathrm{i}} \eta - \omega t)} \,. \tag{7.4}$$



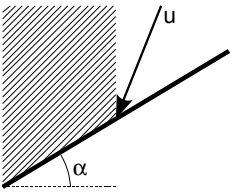
Réflexion défocalisante sous-critique. C'est le seul cas où le rayon se propage vers le haut.



Réflexion focalisante sous-critique. Le rayon se propage vers la pente et $\theta < \alpha$.



Réflexion focalisante sur-critique. Le rayon se propage vers la pente et $\theta > \alpha$.



Réflexion défocalisante sur-critique. C'est le seul cas où le rayon ne se propage pas vers la pente mais vers le « large ».

Fig. 7.1. *Nomenclature pertinente pour les quatre différentes configurations de réflexion d'ondes internes.*

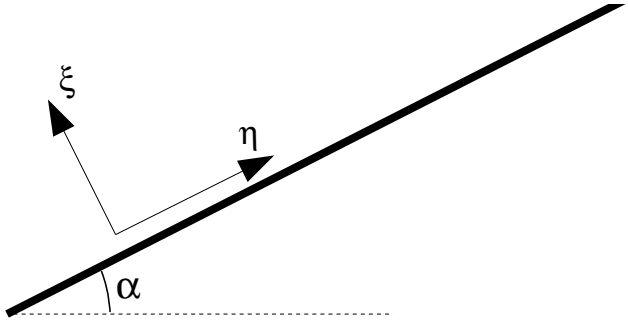


Fig. 7.2. *Système de coordonnées associé à la pente pour l'étude de la réflexion.*

La fonction de courant de l'onde réfléchie conserve donc la même pulsation ω, le même vecteur d'onde tangent à la paroi $\mathbf{k}^{\mathrm{i}}_{\eta}$ et la même amplitude ψ^{i}_0. Notant $\psi_0 = \psi^{\mathrm{i}}_0 = \psi^{\mathrm{r}}_0$, on peut écrire

$$\psi^{\mathrm{r}}(x,z,t) = \psi_0 e^{i(\mathbf{k}^{\mathrm{r}}.\mathbf{r}-\omega t)}\,, \tag{7.5}$$

$\mathbf{k}^{\mathrm{r}}$ vérifiant la même relation de dispersion que $\mathbf{k}^{\mathrm{i}}$, à savoir

$$\frac{\mathbf{k}^{\mathrm{r}}_x}{\mathbf{k}^{\mathrm{r}}_z} = \pm\tan\theta = \pm\frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 - N^2}}\,. \tag{7.6}$$

Cette équation, couplée à l'équation $\mathbf{k}^{\mathrm{r}}_{\eta} = \mathbf{k}^{\mathrm{i}}_{\eta}$ définit de manière univoque $\mathbf{k}^{\mathrm{r}}$. La configuration de l'onde réfléchie obéit donc à ces deux règles simples de conservation :

- L'angle que font les plans d'onde avec l'horizontale est le même pour l'onde incidente et pour l'onde réfléchie.
- La longueur d'onde projetée sur la paroi est conservée.

La figure 7.3 présente la configuration des plans d'onde des ondes incidente et réfléchie pour les quatre cas définis précédemment. Les dénominations « focalisante » et « défocalisante » prennent alors tout leur sens : la réflexion est dite focalisante lorsque la longueur d'onde du rayon réfléchi est plus petite que celle du rayon incident et défocalisante lorsque la longueur d'onde du rayon réfléchi est plus grande que celle du rayon incident.

Le facteur de proportionnalité entre les longueurs d'onde incidente et ré-

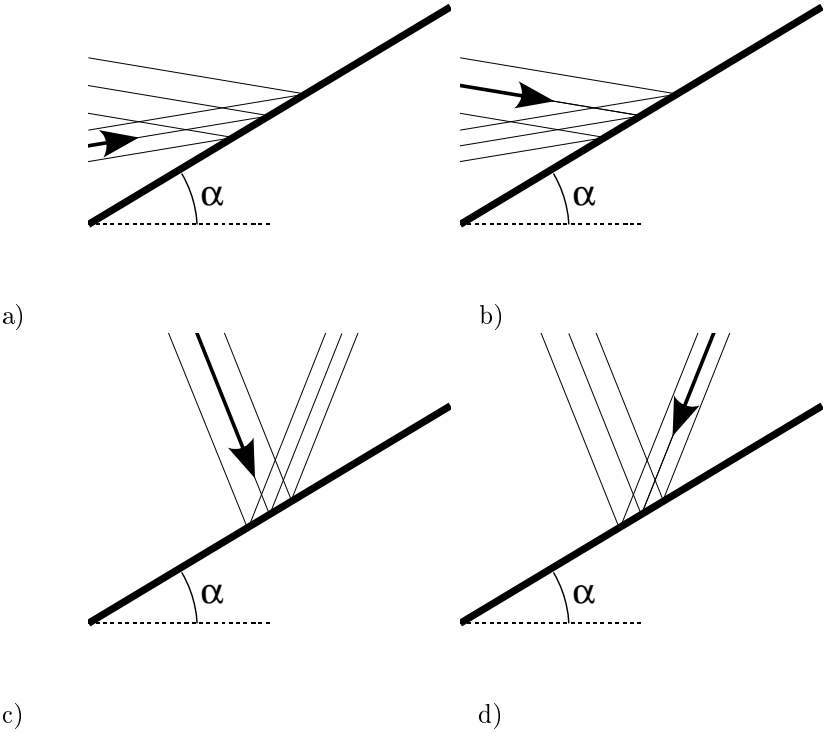


Fig. 7.3. *Disposition des plans d'onde pour les quatre configurations de réflexion. a) Défocalisante sous-critique. b) Focalisante sous-critique. c) Focalisante sur-critique. d) Défocalisante sur-critique.*

fléchie s'obtient par simple construction géométrique, comme le montre la figure 7.4.

On obtient la relation suivante pour la réflexion focalisante :

$$\frac{\lambda^{\mathrm{i}}}{\lambda^{\mathrm{r}}} = \left|\frac{\sin(\theta+\alpha)}{\sin(\theta-\alpha)}\right| > 1\,, \text{ (réflexion focalisante).} \tag{7.7}$$

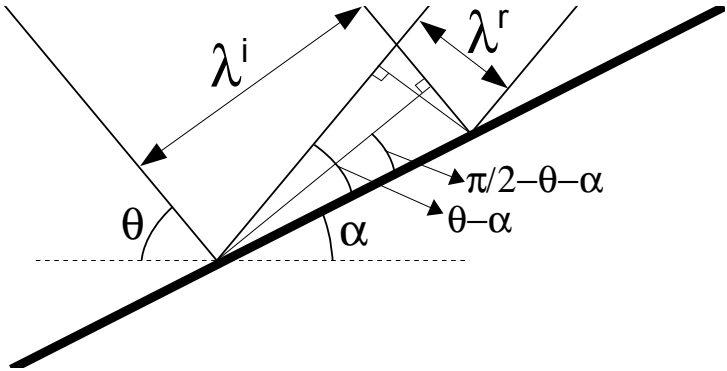


Fig. 7.4. *Calcul du coefficient de focalisation lors de la réflexion focalisante des ondes internes.*

Et à l'inverse, pour la réflexion défocalisante :

$$\frac{\lambda^{\mathrm{i}}}{\lambda^{\mathrm{r}}} = \left|\frac{\sin(\theta-\alpha)}{\sin(\theta+\alpha)}\right| < 1\,, \text{ (réflexion défocalisante).} \tag{7.8}$$

Cette focalisation (ou défocalisation) s'accompagne d'une modification de l'amplitude de l'onde. En effet, l'amplitude du cisaillement est donnée par la relation

$$v_{\max} = \frac{2\pi|\psi_0|}{\lambda}\,. \tag{7.9}$$

Les facteurs de focalisation des équations (7.7) et (7.8) sont donc également les facteurs d'amplification et d'atténuation de l'onde lors de la réflexion. L'énergie est bien entendu conservée, le bilan au travers une surface parallèle à la pente étant nul comme le montre la figure 7.5.

En utilisant la formule (1.29) donnant la norme du vecteur de Poynting

$$\Pi = \frac{\pi\rho_0|\psi_0|^2 N}{\lambda}\cos\theta\,, \tag{7.10}$$

on obtient les flux d'énergie à travers la surface de la figure 7.5

$$\Phi^{\mathrm{i}} + \Phi^{\mathrm{r}} = \rho_0|\psi_0|^2\frac{N}{\pi}\cos\theta\left(\frac{\sin(\theta+\alpha)}{\lambda^{\mathrm{i}}} - \frac{|\sin(\theta-\alpha)|}{\lambda^{\mathrm{r}}}\right) = 0\,. \tag{7.11}$$

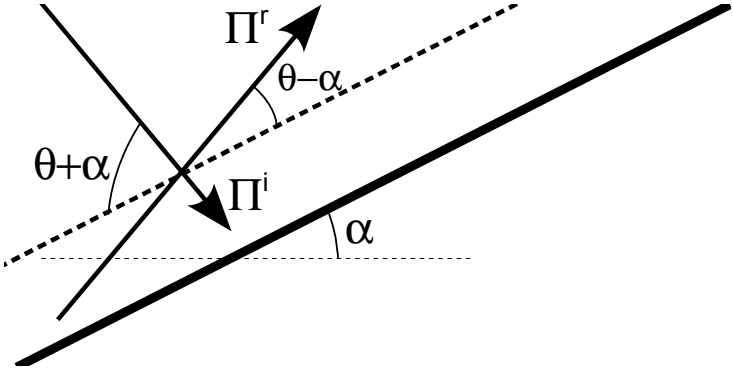


Fig. 7.5. *Bilan d'énergie au travers d'une surface parallèle à la pente.*

La focalisation des ondes internes lors de la réflexion est susceptible d'engendrer du mélange dans le fluide. Si nous considérons une onde interne incidente de raideur ζ^{i}, l'onde réfléchie aura dans la théorie linéaire une raideur

$$\zeta^{\mathrm{r}} = \left(\frac{\sin(\theta+\alpha)}{\sin(\theta-\alpha)}\right)^2 \zeta^{\mathrm{i}} \,. \tag{7.12}$$

Ceci montre qu'une onde incidente stable de raideur $\zeta^{\mathrm{i}} < 1$ peut engendrer une onde réfléchie instable dès lors que $\zeta^{\mathrm{i}} > \zeta^{\mathrm{i}}_c$, défini par

$$\zeta^{\mathrm{i}}_c = \left(\frac{\sin(\theta-\alpha)}{\sin(\theta+\alpha)}\right)^2 \tag{7.13}$$

La figure 7.6 montre la valeur de ζ^{i}_c pour différentes valeurs de θ et α.

Thorpe [45] met en évidence le fait que ce critère d'instabilité est trop faible dans la zone de réflexion, où les raideurs de l'onde incidente et réfléchie peuvent s'ajouter. On obtient alors une condition plus restrictive sur la raideur critique de l'onde incidente :

$$\zeta^{\mathrm{i}}_c = \left(\frac{1}{1+\frac{\sin(\theta+\alpha)}{\sin(\theta-\alpha)}}\right)^2 \,. \tag{7.14}$$

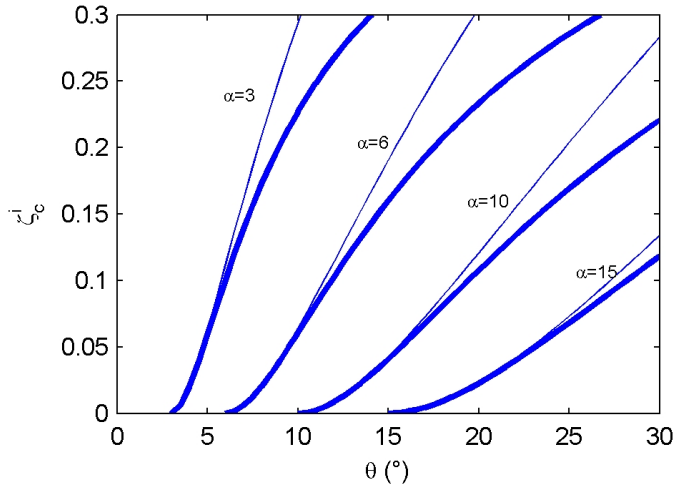


Fig. 7.6. *Valeurs de la raideur de l'onde incidente au-delà de laquelle le critère statique de stabilité n'est plus vérifié. En trait fin, pour l'onde réfléchie. En trait gras, pour la superposition des ondes incidente et réfléchie.*

Les courbes correspondantes sont représentées en trait gras sur la même figure 7.6 et donnent le critère statique d'instabilité lors de la réflexion des ondes internes.

La réflexion critique

Nous avons fait jouer un rôle tout particulier au cas de la réflexion critique pour lequel $\theta = \alpha$. L'équation (7.7) témoigne de cette singularité, puisque le rapport de focalisation diverge dans le cas de réflexion critique. On voit également sur la figure 7.6 que le cas critique se traduit par du déferlement et du mélange quelque soit la raideur de l'onde incidente.

Le faisceau réfléchi tend en effet à avoir les propriétés suivantes :

- une longueur d'onde nulle,
- une amplitude infinie,
- une vitesse de groupe nulle.

La différence entre les angles θ et α permet de mesurer le degré de criticalité

de la réflexion. On pose par conséquent :

$$\varepsilon = \theta - \alpha\,, \tag{7.15}$$

La convention de signe qui en découle est $\varepsilon < 0$ pour la réflexion sous-critique et $\varepsilon > 0$ pour la réflexion sur-critique.

Le facteur de focalisation des ondes proches de la réflexion critique vaut donc $\sin 2\theta/|\varepsilon|$. Le paramètre ε servira à paramétrer la réflexion critique.

7.2 La contribution de Thorpe

Le travail de Steve Thorpe est fondamental dans la modélisation de la réflexion des ondes internes, et reste une source inépuisable d'informations. Nous détaillons ici les résultats de son article de 1987, *On the reflection of a train of finite amplitude internal waves from a uniform slope* [45].

Thorpe réalise le calcul à l'ordre deux et trois des termes non-linéaires intervenant lors de la réflexion quasi-critique des ondes internes.

Considérons la fonction de courant obtenue précédemment pour la réflexion linéaire d'ondes internes,

$$\psi(\mathbf{r},t) = \psi_0 \left(e^{i(\mathbf{k}^{\mathrm{i}}.\mathbf{r}-\omega t)} - e^{i(\mathbf{k}^{\mathrm{i}}.\mathbf{r}-\omega t)} \right)\,. \tag{7.16}$$

Comme nous l'avons vu p. 31, chaque terme est indépendamment solution de l'équation d'onde non-linéaire (1.24) reproduite ci-dessous :

$$\Delta\psi_{tt} + N^2\psi_{xx} = \frac{\partial}{\partial t}J(\psi,\Delta\psi) + \frac{\partial}{\partial x}J(\psi,\rho)\,.$$

En revanche, les jacobiens croisés faisant intervenir le produit l'onde incidente par l'onde réfléchie ne sont pas nuls. Cette première remarque est essentielle à la compréhension de la dynamique non-linéaire de la réflexion critique des ondes internes. *La superposition de deux ondes internes* (en l'occurrence l'onde incidente et l'onde réfléchie) *est un phénomène générateur de non-linéarités*[1].

Dans le cas de faisceaux limités spatialement, ce qui correspond aux conditions dans la nature et lors des expériences, c'est dans la zone d'interaction

[1] Cette propriété suggère que la collision d'ondes internes est également génératrice de non-linéarités [42].

entre l'onde incidente et l'onde réfléchie, c'est à dire près de la pente, que les non-linéarités vont jouer un rôle important.

Thorpe propose un développement itératif partant des solutions de réflexion linéaire ψ_1 et ρ_1, pour déterminer successivement les termes d'ordre supérieur ψ_2, ψ_3 par identification dans l'équation (1.24). Les amplitudes des fonctions de courant sont donc en progression géométrique, et les nombres d'onde ainsi que les pulsations à un ordre donné sont des combinaisons linéaires des nombres d'onde et des pulsations aux ordres inférieurs.

Ainsi, si nous reprenons l'expression de ψ_1 dans la base (η, ξ)

$$\psi_1(\eta,\xi) = \psi_0 \left(e^{i(\mathbf{k}_\eta \eta + \mathbf{k}_\xi^{\mathrm{i}} \xi - \omega t)} - e^{i(\mathbf{k}_\eta \eta + \mathbf{k}_\xi^{\mathrm{r}} \xi - \omega t)} \right) , \tag{7.17}$$

où l'on a utilisé la relation $\mathbf{k}_\eta^{\mathrm{i}} = \mathbf{k}_\eta^{\mathrm{r}}$, les termes à l'ordre deux auront une dépendance en

$$\psi_2 = \psi_2^a e^{i(2\mathbf{k}_\eta \eta + (\mathbf{k}_\xi^{\mathrm{i}} + \mathbf{k}_\xi^{\mathrm{r}})\xi - 2\omega t)} + \psi_2^b e^{i(\mathbf{k}_\xi^{\mathrm{i}} - \mathbf{k}_\xi^{\mathrm{r}})\xi} . \tag{7.18}$$

Les termes non-linéaires imposent donc les caractéristiques spatiales et temporelles des harmoniques. Afin de satisfaire la condition aux limites sur la pente, Thorpe rajoute une solution propagative

$$\psi_2^c e^{i(2\mathbf{k}_\eta \eta + \mathbf{k}_\xi^c \xi - 2\omega t)} \tag{7.19}$$

dont le vecteur d'onde vérifie la relation de dispersion. Les termes ψ_2^a et ψ_2^b sont confinées dans la zone d'interaction, tandis que le terme ψ_2^c est susceptible de se propager. Le terme ψ_2^a représente un champ permanent de cisaillement. Ce cisaillement s'opposerait en fait à la dérive de Stokes engendrée par la superposition des ondes incidente et réfléchie.

Le calcul au troisième ordre fournit dix termes forcés dans la zone d'interaction et un terme propagatif, de pulsation 3ω et dont la composante du vecteur d'onde projeté sur la pente vaut $3\mathbf{k}_\eta$.

7.3 L'analyse de Dauxois et Young

En 1999, Dauxois et Young [9] ont proposé une étude analytique de la réflexion des ondes internes dans le cas quasi-critique $\varepsilon \simeq 0$ qui n'est pas traité par le modèle de Thorpe. Pour résoudre ce problème fortement non-linéaire, il est nécessaire de réaliser un développement en échelles multiples dans la zone de

réflexion critique. Dauxois et Young proposent de résoudre ce problème sans chercher à modéliser explicitement l'onde réfléchie, qui sous incidence quasi-critique est censée être localisée sur la pente.

Les conditions aux limites en dehors de cette zone sont donc imposées par le faisceau incident et par l'harmonique 2 produit lors de la réflexion. Comme nous l'avons vu dans la partie précédente, cet harmonique se propage à un angle plus grand que le rayon incident (voir figure 6.13 p. 118) et peut donc échapper à la pente pour se propager dans le fluide. La figure 7.7 illustre ces conditions aux limites.

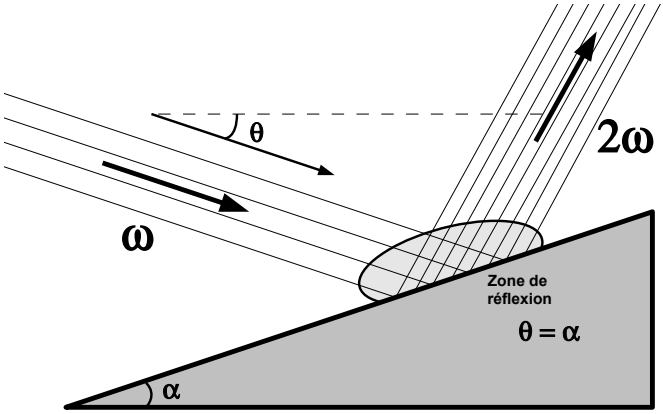


Fig. 7.7. *Hypothèses du calcul de Dauxois et Young. L'onde incidente génère un harmonique 2, et ces deux ondes forment les conditions aux limites pour l'étude de la zone intérieure.*

Le degré de non-linéarité est mesuré par la raideur de l'onde incidente

$$\zeta = \frac{ak \sin 2\theta}{2}\,, \tag{7.20}$$

défini p. 34, le développement en échelles multiples se faisant en puissances de $\kappa = (\zeta \tan 2\alpha)^{1/3}$. Les conditions aux limites pour la zone de réflexion s'écrivent donc

$$\psi = \psi_1 e^{i(\mathbf{k}_\eta \eta + \mathbf{k}_\xi \xi - \omega t)} + \kappa \psi_2 e^{i(2\mathbf{k}_\eta \eta + \mathbf{k}'_\xi \xi - 2\omega t)} \tag{7.21}$$

où $\mathbf{k}'_\xi$ vérifie la relation de dispersion avec $2\mathbf{k}_\eta$ et 2ω. L'analyse en échelles multiples permet d'obtenir la relation entre ψ_2 et ψ_1 en régime transitoire. Dans le cas d'une onde incidente s'établissant instantanément dans tout l'espace à $t = 0$ ($\psi_1 = AH(t)$ où H est la fonction de Heaviside, le calcul donne un accroissement linéaire de ψ_2 avec le temps :

$$\kappa\psi_2 = 2A\kappa^3 \mathrm{cotan}\alpha\, \omega t\,. \tag{7.22}$$

Ce taux d'accroissement est donc relié à la raideur de l'onde incidente à travers le paramètre $\kappa < 1$. Ce calcul n'est valable que pour des valeurs de t satisfaisant

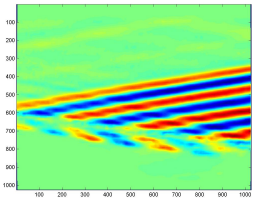
$$t < \frac{\tan\alpha/2}{\varepsilon\omega} = \tau\,, \tag{7.23}$$

condition toujours vérifiée dans le cas critique $\varepsilon = 0$. L'harmonique deux croît donc linéairement pendant un temps τ lors de la réflexion quasi-critique, et ce temps diverge dans le cas critique. La prise en compte de la viscosité permet de lever cette singularité.

La comparaison de ces résultats avec l'expérience était l'un des objectifs de cette thèse ; elle reste délicate et la réponse n'est pas totale, l'évolution temporelle des harmoniques avec le temps étant difficilement mesurable.

8

Expériences de réflexion critique d'ondes internes



Voici le chapitre qui répond au sujet initial de cette thèse, au départ intitulée : « Étude expérimentale de la réflexion critique des ondes internes ». La méthode de strioscopie synthétique présentée au chapitre 3 devait servir à mener cette étude. . . Mais comme nous allons le voir elle était mal adaptée.

Ceci nous a poussés d'une part, à nous intéresser à d'autres problématiques (chapitres 4, 5, 6) et, d'autre part, à collaborer avec l'équipe de la plateforme Coriolis du LEGI pour concevoir des expériences à une échelle plus adéquate. Ceci fut l'occasion d'apprendre de nouvelles techniques et permit de fructueux échanges sur le plan scientifique.

La plupart des résultats de ce chapitre proviennent donc de deux campagnes successives d'expériences en 2005 et 2006, au cours desquelles nous avons mis en évidence les processus de génération d'harmoniques lors de la réflexion critique d'ondes internes.

8.1 Expériences préliminaires à petite échelle

Cette thèse s'est déroulée dans la continuation d'un stage de DEA effectué en 2002 par Anthony Didier qui réalisa à l'ENS Lyon les premières expériences de réflexion critique d'ondes internes. Ses résultats qualitatifs illustrent bien la dynamique fortement non-linéaire du phénomène.

Il s'agit de mesures par strioscopie classique effectuées dans une cuve de $40 \times 30 \times 10$ cm, stratifiée linéairement par la méthode des deux bacs, pour une pulsation de Brunt-Väisälä de $N = 3,1 \pm 0,1$ rad/s. L'excitation est produite par un cylindre de rayon $R = 1.5$ cm oscillant verticalement dans le fluide générant quatre faisceaux en croix. L'un des rayons vient frapper une pente faisant un angle $\alpha = 35°$ avec l'horizontale. La figure 8.1 représente ce dispositif expérimental.

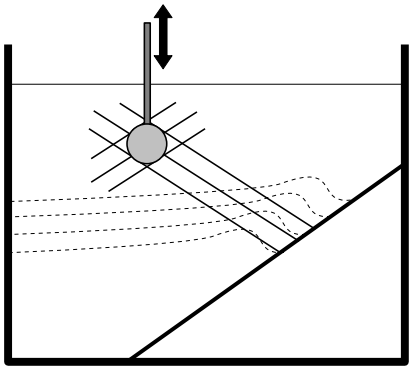


Fig. 8.1. *Dispositif expérimental employé par Didier, Dauxois et Falcon [8] pour étudier la réflexion critique d'ondes internes.*

La figure 8.2 montre les images obtenues [8] sur une période d'excitation pour $\varepsilon = -8°$. L'onde incidente est à peine visible, il s'agit de l'ombre noire en haut à gauche de l'image, qui se propage vers le haut au cours du temps. La visualisation des ondes est en revanche facilitée par la présence de couches néphéloïdes vraisemblablement générées par la réflexion critique elle-même [27].

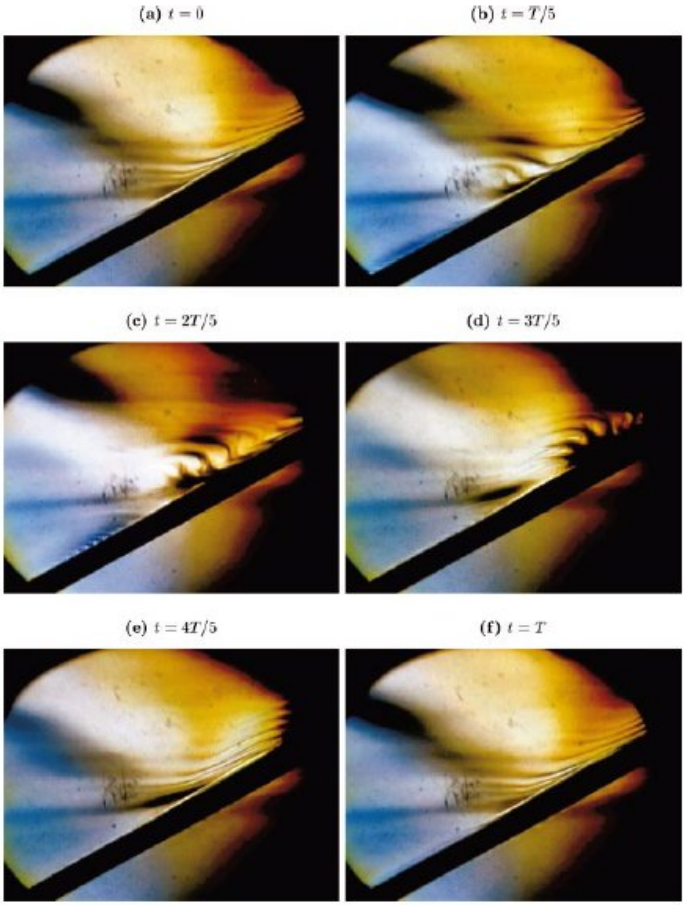


Fig. 8.2. *Réflexion critique d'ondes internes observée par strioscopie classique par Didier, Dauxois et Falcon [8]. Réflexion sous-critique, $\varepsilon = -8°$.*

Celles-ci sont également représentées sur le schéma et matérialisent dans les images de strioscopie classique les lignes isodensité.

La déformation des lignes isodensité s'accorde qualitativement avec les calculs de Dauxois et Young [9]. On distingue des retournements des lignes iso-

densité et une amplification de l'onde au voisinage de la pente.

Dans la continuité de ce travail, et pour obtenir des résultats quantitatifs, nous avons utilisé notre méthode de strioscopie synthétique pour observer le champ de densité lors de la réflexion critique. Le dispositif expérimental est identique à celui de la figure 8.1. Nous avons commencé à travailler avec une pente inclinée d'un angle $\alpha = 48°$ avec l'horizontale.

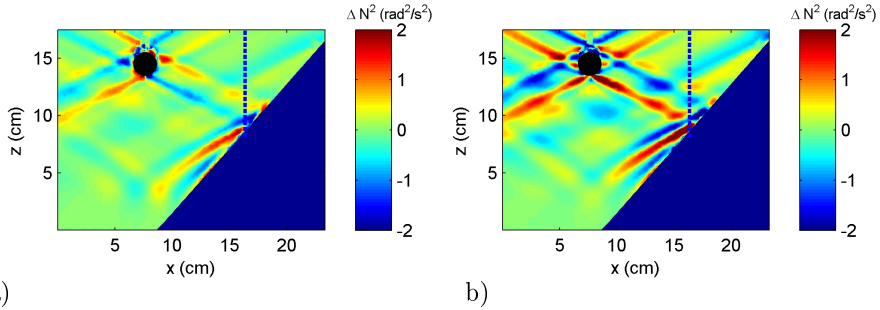


Fig. 8.3. *Gradient horizontal (a) et vertical (b) de densité visualisés par strioscopie synthétique, lors d'une expérience de réflexion sous-critique. Fréquence d'excitation $f = 0,2$ Hz. Angle de la pente $\alpha = 48°$.*

La figure 8.3 représente les gradients de densité horizontal et vertical mesurés par strioscopie synthétique dans la cuve pour une fréquence d'excitation de $f = 0,2$ Hz.

Cette visualisation permet de mettre en évidence différents aspects de la réflexion des ondes internes. On voit ici distinctement les rayons émis par le cylindre ainsi que leur amplitude. La présence de rayons parasites émis par le cylindre (les trois autres rayons de la croix) n'est pas négligeable. Le trajet du rayon lors de la réflexion peut ensuite être suivi. Il est conforme aux prédictions de la théorie linéaire ; la focalisation est clairement mise en évidence par l'échelle de couleur.

Cette méthode permet de valider quantitativement la réflexion linéaire des ondes internes. Sur la figure 8.4, une coupe verticale du champ de gradient vertical de densité est réalisée au-dessus de la zone de réflexion. Le champ réel à phase nulle est d'abord représenté (a), et la zone de transition entre le rayon incident et le rayon réfléchi est matérialisée par une zone hachurée. Dans cette région de superposition, on ne peut pas distinguer les deux rayons qui

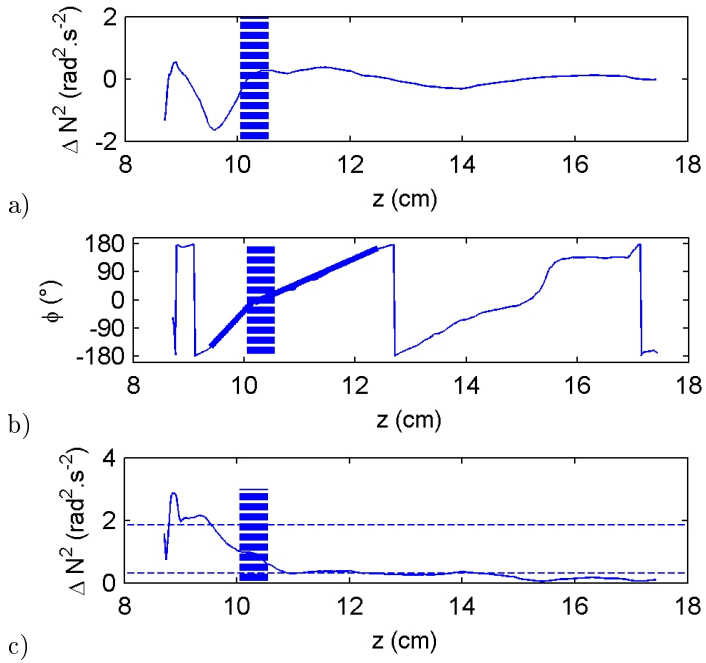


Fig. 8.4. *Coupe verticale du gradient vertical de densité filtré au fondamental, le long de la ligne pointillé de la figure 8.3. La zone hachurée correspond à la zone de transition entre le rayon incident (à droite) et le rayon réfléchi (à gauche). a) Partie réelle du signal filtré. b) Phase du signal filtré. Les deux régressions linéaires en gras donnent respectivement une pente de 3,26 et 1.38 rad/cm. c) Valeur absolue du signal filtré. Les lignes horizontales marquent les amplitudes 0,31 et 1,86 prévues pour les deux faisceaux.*

interagissent de manière non-linéaire. On préfère s'abstenir de toute mesure dans cette région.

La phase est représentée figure 8.4b et permet une estimation précise de la longueur d'onde des deux faisceaux. En effet, le taux de variation spatial de la phase est relié à la longueur d'onde de la phase par la relation

$$\nabla\phi = \mathbf{k}\,. \tag{8.1}$$

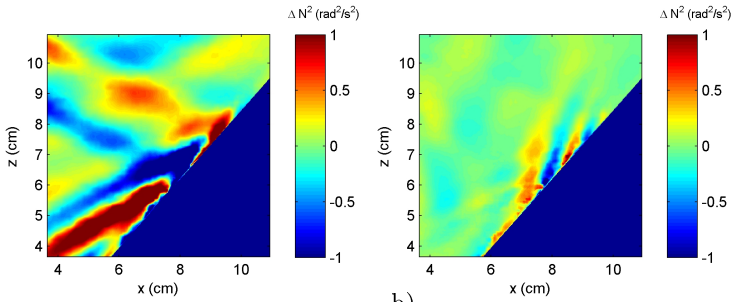
Le rapport des pentes mesurées pour la variation de la phase le long de la coupe verticale sur la figure 8.4b est donc égal au rapport des longueurs d'onde

des deux faisceaux, soit ici 3,26/1,38=2,43. Ce rapport correspond à celui prévu par la théorie

$$\left|\frac{\sin(\theta+\alpha)}{\sin(\theta-\alpha)}\right| = 2,45\,. \tag{8.2}$$

Enfin, la courbe de la valeur absolue du signal filtré (c) permet d'évaluer le rapport des amplitudes du gradient horizontal de densité. Ces dernières sont théoriquement dans un rapport $(\lambda^i/\lambda^r)^2$ soit ici $2,45^2 = 6,0$. Nous avons représenté une ligne à l'amplitude de 0,31 $\mathrm{rad}^2/\mathrm{s}^{-2}$ correspondant au faisceau incident et une ligne à une amplitude $6 \times 0,31 = 1,86$ $\mathrm{rad}^2/\mathrm{s}^{-2}$, qui comme on le voit correspond à l'amplitude mesurée.

Ces évaluations sont réalisées au cœur de la zone de réflexion. Ceci est nécessaire dans le cas d'expériences à petites échelles, car la dissipation visqueuse étant importante, il est très difficile de faire des bilans en amont et en aval de la zone de réflexion.



a) b)

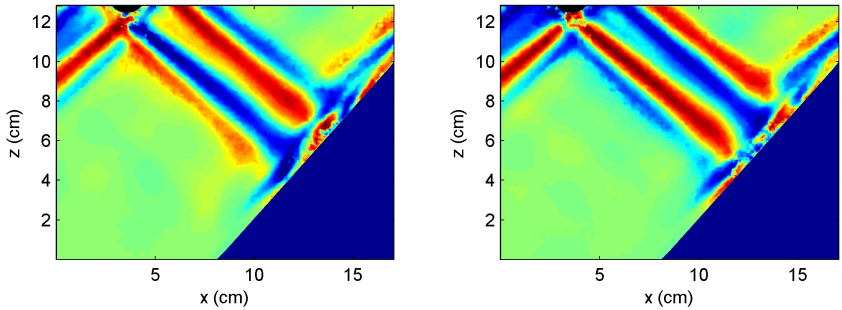
Fig. 8.5. *Filtrage du fondamental (a) et de l'harmonique 2 (b) du gradient vertical de densité. Les échelles de couleur sont identiques.*

La figure 8.5a propose un grossissement sur la zone de réflexion pour le gradient vertical de densité filtré à la fréquence d'excitation. La figure 8.5b montre le même signal filtré à l'harmonique 2 : la réflexion, même loin du cas critique, est déjà fortement non-linéaire puisque l'harmonique 2, absent dans le faisceau incident, est bien créé lors de la réflexion.

Une partie non négligeable de l'énergie part donc dans ces harmoniques supérieurs, ce qui empêche de vérifier exactement les facteurs de focalisation des équations (7.7) et (7.8) dans cette expérience.

Cas critique – limitations

La figure 8.6 montre une expérience réalisée en configuration critique, à $\alpha = \theta = 48°$. L'onde incidente semble alors disparaître en arrivant sur la pente.



a) b)

Fig. 8.6. *Gradients horizontal (a) et vertical (b) de densité visualisés par strioscopie synthétique lors d'une expérience de réflexion critique.*

On distingue également des discontinuités dans le gradient de densité près de la pente : les variations d'indice optique sont alors trop fortes pour utiliser la strioscopie synthétique, les conditions d'astigmatisme n'étant alors plus vérifiées.

Les limites de cette technique de visualisation à petite échelle ont donc été atteintes. Les problèmes géométriques sont cruciaux pour l'étude des ondes internes. Pour se rapprocher des conditions océaniques, il serait plus intéressant de travailler avec une incidence plus faible, de l'ordre de 10°, ce qui réduit encore les échelles selon la verticale : notre dispositif initial était donc mal adapté, ce qui nous amena à réaliser une campagne d'expériences à plus grande échelle.

8.2 Dispositif expérimental à grande échelle

Les expériences de réflexion d'ondes internes à petite échelle étant fortement limitées par les processus dissipatifs, nous avons décidé de réaliser une expérience à grande échelle à la plateforme Coriolis du LEGI à Grenoble (voir ci-contre). Le savoir faire des membres du laboratoire, Henri Didelle, Samuel Viboud et Stephane Mercier, sous la direction de Joël Sommeria, a grandement facilité notre approche du problème ; à cela s'ajoute une ambiance de travail particulièrement conviviale qui a également contribué au bon déroulement des expériences.

Citons les points forts de ce dispositif expérimental, classé Grand Instrument Européen :

La stratification est parfaitement maîtrisée et permet d'obtenir un gradient linéaire de densité sur une profondeur pouvant aller jusqu'à 1 m. La valeur du gradient peut aller jusqu'à 5%, mais est en général inférieure pour limiter la consommation de sel.

Les dimensions horizontales de la cuve (13 m de diamètre) offrent un « réservoir » de stratification à l'expérience, dans la mesure où une irrégularité locale de la stratification est très vite répartie sur toute la cuve et quasiment imperceptible. Ceci permet de réaliser de nombreuses expériences avec un même remplissage et de limiter les conséquences des petits incidents de parcours (chute de matériel, voire d'ingénieur de recherche dans la cuve).

Dans le cas d'expériences ne mobilisant pas l'ensemble de la cuve, comme ce fut le cas pour la notre, les problèmes de réflexion aux parois disparaissent grâce à la grande taille de la cuve, ce qui permet de considérer le domaine de travail comme ouvert.

La plateforme Coriolis a été depuis sa création un centre de recherche à l'avant-garde des méthodes de visualisation et de mesures d'écoulements. Du temps du modèle de la Manche, de nombreuses mesures de vitesses étaient effectuées sur épreuves photographiques, et c'est donc tout naturellement que l'équipe a pris très tôt le tournant de la Vélocimétrie par Imagerie de Particules (PIV), développant techniques d'acquisition d'images et algorithmes de calcul performants. La PIV 3D-3C est en cours de dévelop-

pement à la plateforme, signe de son maintien à la pointe des techniques actuelles.

Plus particulièrement, les techniques de PIV en milieu stratifié sont remarquablement abouties dans ce laboratoire. L'ensemencement homogène d'un fluide stratifié en particules suppose une gestion précise de la répartition de densité des particules utilisées, ce qui est une des spécificités de ce laboratoire.

Lors de notre première campagne de mesures en avril 2005, nous avons conçu un excitateur à volets inspiré de Ivey et Imberger [36, 43], déjà présenté dans la section 6.1. Cet excitateur a été disposé sous la surface, légèrement incliné d'un angle $\phi = 8°$ avec l'horizontale (ce qui rétrospectivement ne fut pas une bonne idée, voir section 6.1). La cuve a été remplie sur 1 m par de l'eau salée linéairement stratifiée à 2,9%, ce qui correspond à une pulsation de Brunt-Väisälä de $N = 0,53$ rad/s soit une période correspondante $T_{\mathrm{BV}} = 11,8$ s.

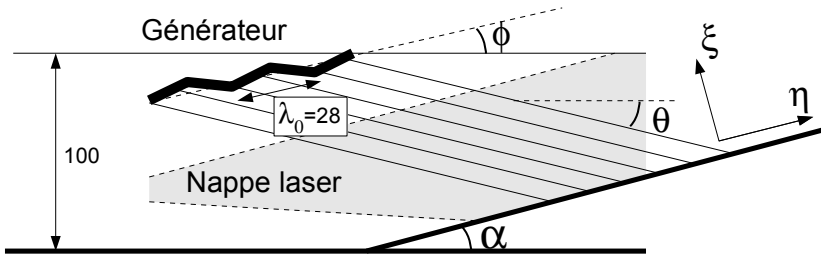


Fig. 8.7. *Dispositif expérimental utilisé sur la plateforme Coriolis de Grenoble. Les distances sont en cm.*

L'excitateur est composé d'une plaque de PVC ondulée, susceptible d'être étirée et comprimée par un système de leviers reliés à un moteur pas à pas. Le profil au repos du générateur présente une allure sinusoïdale sur 2,5 périodes, pour une longueur totale de 70 cm, soit une longueur d'onde propre de $\lambda_0 =$

28 cm. La longueur d'onde émise dépend de l'angle d'émission ce qui sera développé plus tard.

Lors de sa mise en marche, le générateur est comprimé et étiré, ce qui a pour effet de raidir ou d'aplatir le profil sinusoïdal de la plaque de PVC. Chaque extremum du profil oscille ainsi sur une amplitude pic à pic de 8 cm, ce qui est l'amplitude du cisaillement transmis au fluide.

La figure 8.7 présente le dispositif expérimental, dans lequel un plan incliné de 2×3 m fait face à l'excitateur. Ce plan est incliné d'un angle $\alpha = 19,3°$ et la zone d'impact est en son milieu lorsque l'angle d'incidence des ondes est critique ($\theta = \alpha$). Dans ce cas, la longueur d'onde émise est de 13 cm.

La visualisation est faite par PIV dans le plan vertical médian, illuminé par une nappe laser passant sous l'excitateur. Nous échantillonnons le champ de vitesse à 60 images par période, et utilisons la technique de filtrage mentionnée à la section 3.3 pour obtenir les champs de vitesse moyennés et les informations de phase.

En faisant varier la période d'excitation du générateur, nous avons pu passer du régime sous-critique au régime sur-critique. Il s'ensuit une variation de la longueur d'onde, celle-ci étant donnée par la relation

$$\lambda = \lambda_0 \sin(\theta + \Phi)\,. \tag{8.3}$$

Les longueurs d'onde ont été mesurées à partir d'une coupe transverse de la phase du faisceau incident représentée pour différentes expériences sur la figure 8.8. Une régression linéaire de l'évolution de la phase avec la coordonnée transverse σ donne précisément la longueur d'onde.

L'accord avec la théorie est tout à fait acceptable, les mesures d'angle ayant une incertitude du demi-degré, laquelle se répercute sur la valeur mesurée de la longueur d'onde.

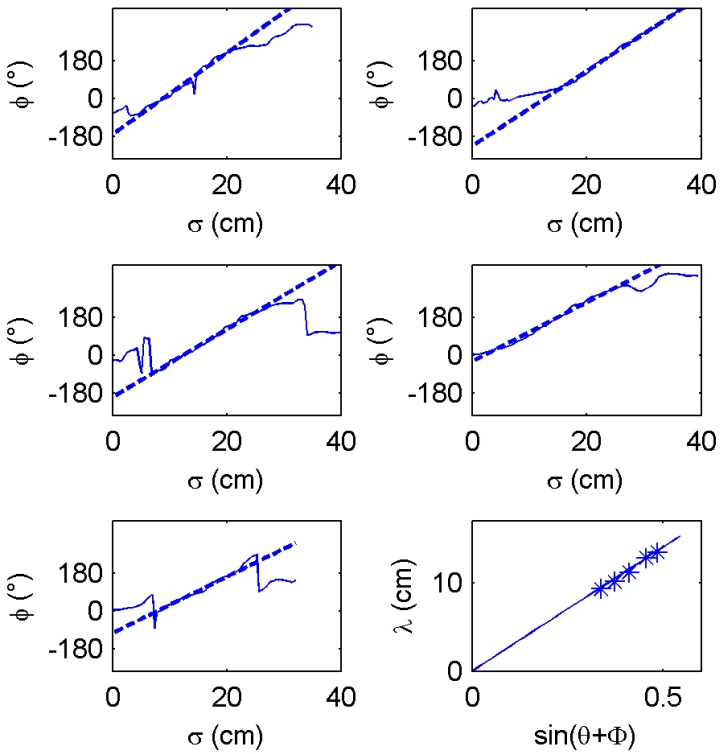


Fig. 8.8. *Coupes transverses de la phase du faisceau incident et régressions linéaires correspondants, dans l'ordre de lecture pour les expériences 1, 2, 3, 4 et 5 de la table 8.1. La comparaison avec les valeurs théoriques de la formule 8.3 est donnée dans la dernière courbe.*

La table 8.1 donnes les différentes conditions expérimentales pour les cinq expériences retenues ici, l'expérience 4 correspondant à la configuration critique. Dans chaque expérience, les mesures ont été réalisées après 5 périodes d'excitation (temps nécessaire à l'onde pour atteindre la pente) et sur 5 périodes.

Exp.	1	2	3	**4**	5
T (s)	59,8	48,9	41,4	**36,0**	32,0
$\theta(th.)$ (deg.)	11,4	14,0	16,6	**19,2**	21,7
$\theta(mes.)$ (deg.)	11,7	13,9	16,3	**19,1**	21
α (deg.)	19,3	19,3	19,3	**19,3**	19,3
ε (deg.)	-7,6	-5,4	-3	**-0,2**	1,8
$\lambda(th.)$ (cm)	9,3	10,5	11,7	**12,8**	13,9
$\lambda(mes.)$ (cm)	9,3	10,1	12,2	**12,8**	13,4

Tab. 8.1. *Tableau comparatif des cinq expériences réalisées pour $\alpha = 20°$.*

Ces expériences permettent donc de passer quasi-continûment du cas sous-critique au cas sur-critique, comme l'illustrent les champs horizontaux de vitesse des cas 3 et 5 sur la figure 8.9, pour lesquels $\varepsilon = \theta - \alpha$ vaut respectivement $-3°$ et $1,8°$.

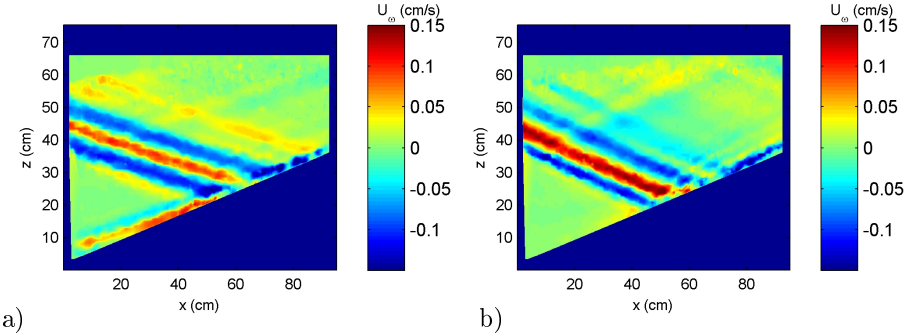


Fig. 8.9. *Vitesse horizontale U_ω filtrée au fondamental pour les expériences 3 et 5, dans lesquels ε vaut respectivement $-3°$ et $1,8°$.*

Dans ces cas quasi-critiques, le faisceau réfléchi longe la pente, vers le bas pour $\varepsilon < 0$ (figure 8.9a), et vers le haut pour $\varepsilon > 0$ (figure 8.9b). L'énergie n'est manifestement pas conservée, le faisceau réfléchi n'étant pas plus intense que le faisceau incident. Nous sommes dans les limites de la réflexion linéaire et les harmoniques vont jouer un rôle important.

La figure 8.10 montre les harmoniques 2 et 3 dans les deux cas sous et sur-critique présentés précédemment. Ces harmoniques étant plus raides, nous représentons ici la vitesse verticale filtrée à 2ω et 3ω.

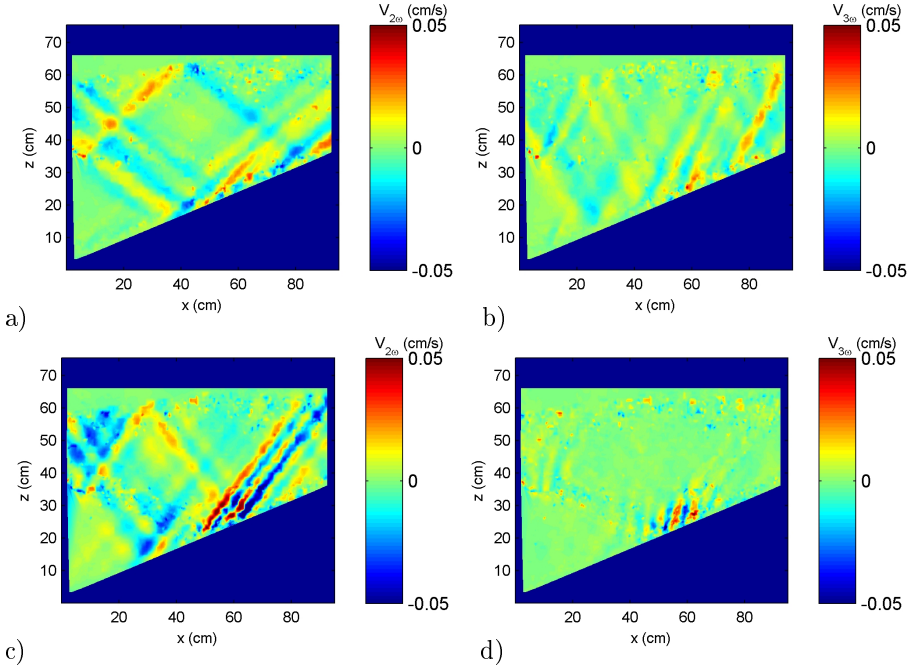


Fig. 8.10. *Vitesse verticale filtrée à l'harmonique 2, $V_{2\omega}$ (a), et à l'harmonique 3, $V_{3\omega}$ (b), dans le cas 3 (sous-critique). Vitesse verticale filtrée à l'harmonique 2, $V_{2\omega}$ (c), et à l'harmonique 3, $V_{3\omega}$ (d), dans le cas 5 (sur-critique). Les échelles de couleur sont les mêmes pour les quatre figures, mais plus petites que dans la figure 8.9.*

Les amplitudes sont plus faibles d'un ordre de grandeur par rapport au fondamental, en revanche les vitesses verticales sont du même ordre de grandeur pour les harmoniques 2 et 3. Ces résultats suggèrent une différence d'amplitude des harmoniques entre les cas de réflexion sous-critique et sur-critique. L'activité non-linéaire semble plus importante dans le cas sous-critique ($\varepsilon = -3°$) que dans le cas sur-critique ($\varepsilon = 1,8°$). Ceci est cohérent avec le choix du paramètre $|\varepsilon|$ comme mesure de la non-linéarité. La figure 8.11 présente dans la même échelle de couleurs que la figure 8.10 les champs verticaux de vitesse pour les harmoniques 2 et 3 dans le cas critique 4 ($\varepsilon = -0.2°$).

Les non-linéarités semblent être encore plus importantes. Une analyse quantitative des rapports d'amplitude entre les harmoniques et le fondamental serait très utile à la compréhension du phénomènes, mais celle-ci se heurte aux diffi-

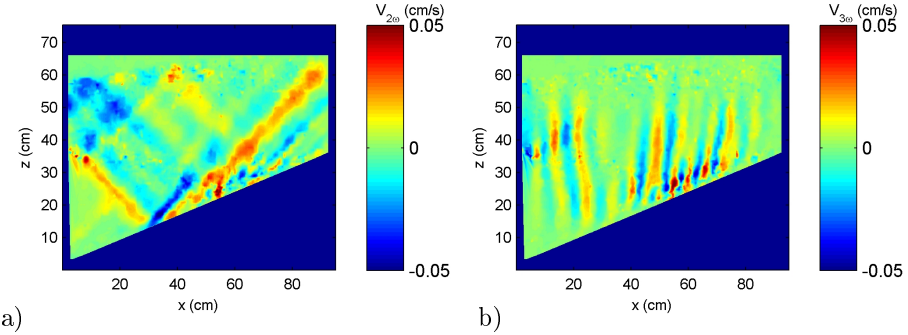


Fig. 8.11. *Vitesse verticale filtrée à l'harmonique 2 (a) et à l'harmonique 3 (b) pour l'expérience 4 en configuration critique (varepsilon* $= -0,2°$*).*

cultés suivantes :

1. Le signal n'est pas suffisamment propre pour réaliser un bilan total sur la zone d'impact. Par exemple, sur la figure 8.10c, la présence d'harmoniques 2 incidents malheureusement générés par l'excitateur perturbe la mesure.
2. Les faisceaux s'atténuent lorsque l'on s'éloigne de la pente. Ceci est du à la fois à la dissipation visqueuse et au non-établissement du régime permanent pour les harmoniques dont la vitesse de groupe est plus faible. Nous aurions dû attendre encore pour atteindre un régime permanent.
3. Sur une même figure, l'amplitude d'un même harmonique n'est pas spatialement homogène. Doit-on prendre l'amplitude maximale ? l'amplitude moyenne ? Dans ce dernier cas, sur quel domaine spatial ? Des résultats ainsi obtenus sont à considérer avec précaution.

Nous pouvons donc seulement dégager un ordre de grandeur des amplitudes relatives des différents harmoniques. Nous prenons le parti de moyenner la norme de la vitesse sur une ligne parallèle à la pente et à 5cm de celle-ci. Cette zone de mesure a l'avantage d'être commune à tous les harmoniques, et de concerner la partie non atténuée de chaque faisceau. La vitesse est mesurée en prenant la moyenne spatiale de la norme de la vitesse sur un nombre entier de demi-périodes. En revanche, cette mesure ne distingue pas les harmoniques parasites des harmoniques générés par la réflexion, notamment dans le cas sous-critique.

La figure 8.12 montre les différents rapports d'amplitude par cette estimation. Si l'ordre d'importance des trois harmoniques est bien respecté, il est

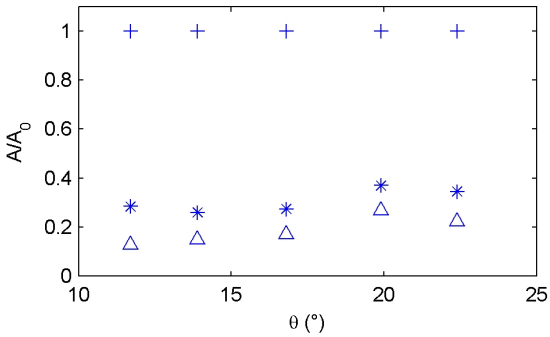


Fig. 8.12. *Rapport d'amplitude du deuxième (*) et du troisième (◇) harmonique au fondamental (+).*

illusoire de tirer plus d'information de ces amplitudes. On notera toutefois [20] que l'harmonique 3 est presque de l'ordre de grandeur de l'harmonique 2, et que les amplitudes mesurées ne dépendent que marginalement de θ, ce qui est assez inattendu.

Grandeurs spatiales

Si la mesure des amplitudes des différents harmoniques reste délicate, les caractéristiques géométriques des ondes sont en revanche bien définies lors des mesures par PIV. Comme on le voit sur les figures 8.9 et 8.10, les harmoniques 2 et 3 présentent une longueur d'onde plus petite que le fondamental, et se propagent à un angle différent. Les angles de propagation loin de la zone d'impact ont été mesurés dans les différentes expériences pour les différents harmoniques et sont repérés figure 8.13.

La relation de dispersion est bien vérifiée, ce qui montre que nous observons les harmoniques propagatifs prédits par Thorpe [45]. Néanmoins dans les cas 1, 2 et 3, la distinction entre les harmoniques créés par la réflexion et ceux générés par l'excitateur n'est pas évidente. Dans le cas 5, l'harmonique 3 visible sur la figure 8.10d n'est pas à proprement parler propagatif, conformément au fait que dans ce cas $3\omega > N$. C'est donc le seul point ne figurant pas sur la courbe. Les

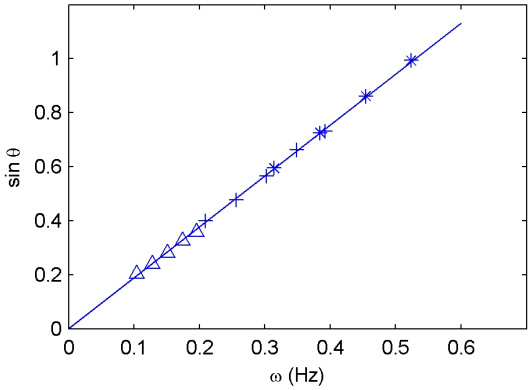


Fig. 8.13. *Angles des harmoniques mesurés loin de la zone d'impact, pour le fondamental (△), l'harmonique 2 (+) et l'harmonique 3(*), dans les expériences 1 à 5 du tableau 8.1. Dans certains cas, les harmoniques ne sont pas à proprement parler générés par la réflexion mais par l'excitateur lui-même. La droite tracée a pour équation $\omega = N \sin\theta$, correspondant à la relation de dispersion avec $N = 0,53$ rad/s.*

ondes visibles sur la figure 8.10d sont des ondes évanescentes, discutées dans la section suivante.

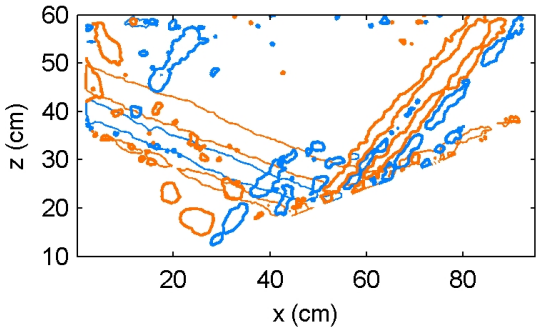
La théorie de Thorpe prévoit également l'existence d'harmoniques forcés dans la zone d'interaction entre l'onde réfléchie et incidente, mais notre résolution spatiale n'est pas suffisamment grande pour pouvoir observer ce phénomène.

λ (cm)	9,3	10,1	12,2	**12,8**	13,4
k (rad/cm)	0,68	0,62	0,56	**0,50**	0,47
$\mathbf{k}_\eta$ (rad/cm)	0,35	0,34	0,33	**0,30**	0,30
$\mathbf{k}_\eta^{(2)}$ (rad/cm)	—	—	—	—	0,67
$\mathbf{k}_\eta^{(3)}$ (rad/cm)	—	—	—	**1,06**	1,16

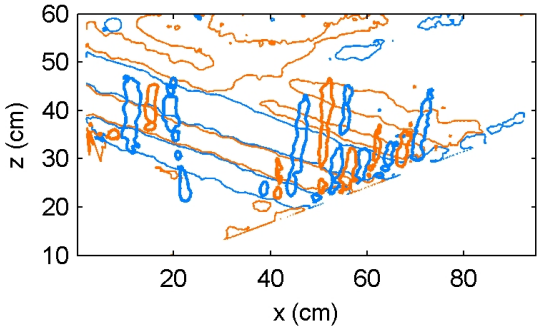
Tab. 8.2. *Longueurs d'onde et vecteur d'onde du faisceau incident et des harmoniques émis pour les différentes expériences, lorsqu'ils sont mesurables.*

En revanche, nous avons accès à une mesure précise de longueur d'onde utilisant la phase du signal filtré. Celle-ci est bien définie dès lors que le champ

n'est pas perturbé par des harmoniques parasites émis par le générateur. Ceci n'est malheureusement le cas que pour les harmoniques 2 du cas 5, et les harmoniques 3 des cas 4 et 5. Les valeurs de longueur d'onde mesurées sont résumées dans la table 8.2.



a)



b)

Fig. 8.14. *Contours du champ de vitesse verticale filtré. a) Superposition du fondamental (trait fin) et de l'harmonique 2 (trait gras) dans le cas 3. b) Superposition du fondamental (trait fin) et de l'harmonique 3 (trait gras) dans le cas 4.*

La composante $\mathbf{k}_\eta$ du vecteur d'onde parallèle à la pente est bien doublée pour l'harmonique 2, et triplée pour l'harmonique 3, du moins en ordre de grandeur. Les écarts observés peuvent provenir des effets d'harmoniques parasites émis par l'excitateur lui-même qui empêchent toute mesure dans de nombreux cas. Néanmoins, dans les trois cas où les mesures sont possibles, on retrouve les facteurs 2 et 3 correspondant à la théorie de Thorpe. Ceci est d'autant plus visible lorsque l'on superpose les champs de vitesse du fondamental et

des harmoniques sur une même figure. La figure 8.14 montre la superposition du fondamental et de l'harmonique 2 dans le cas 3 et du fondamental et de l'harmonique 3 dans le cas 4.

Ondes évanescentes

Les paramètres de l'expérience 5 ne permettent pas théoriquement d'observer d'harmonique 3 propagatifs, puisque l'on a $3\omega > N$. Sur la figure 8.10d, une structure d'onde est néanmoins visible proche de la paroi. Il s'agit d'ondes évanescentes, dont le vecteur d'onde comporte une partie imaginaire afin de satisfaire à la relation de dispersion. Sur la figure 8.15 est reproduit le champ de vitesse vertical filtré à l'harmonique 3 dans le cas 5.

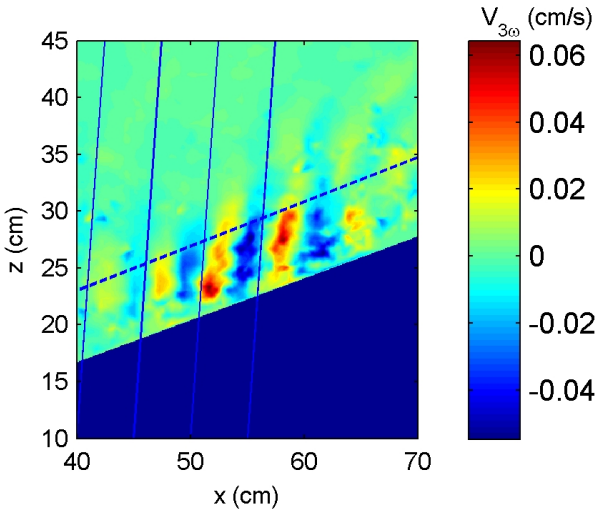


Fig. 8.15. *Champ de vitesse verticale de l'harmonique 3 dans l'expérience 5, pour laquelle $3\omega > N$. Les lignes continues indiquent la direction faisant un angle de $\theta_{ev} = 86°$ avec l'horizontale et la ligne en pointillé marque la distance $\delta = 6,8$ cm de la pente. Ces deux grandeurs sont définies ci-après.*

Il s'agit de la première visualisation d'ondes internes évanescentes. Thorpe prédit également l'existence de telles solutions lors de la réflexion des ondes internes et caractérisa leur forme [45]. Nous avons également développé les

équations régissant ces ondes évanescentes par une approche plus directe [20] que nous présentons ici.

La figure 8.15 suggère une atténuation de l'onde évanescente selon la coordonnée ξ perpendiculaire à la pente. On recherche donc une solution de la forme

$$\begin{aligned} \psi(x,z,t) &= \psi_0 e^{i(\mathbf{k}_x x + \mathbf{k}_z z - \omega t)} e^{-\xi/\delta} && (8.4) \\ &= \psi_0 e^{(i\mathbf{k}_x + \sin\alpha/\delta)x + (i\mathbf{k}_z - \cos\alpha/\delta)z - i\omega t}\,, && (8.5) \end{aligned}$$

comportant une composante propagative selon le vecteur d'onde $\mathbf{k}$ à déterminer et une atténuation de longueur caractéristique δ transversalement à la pente selon $\xi = z\cos\alpha - x\sin\alpha$.

Cette solution, injectée dans l'équation linéaire (1.17) de propagation des ondes internes conduit à une nouvelle relation de dispersion :

$$\omega^2 \left(\left(i\mathbf{k}_x + \frac{\sin\alpha}{\delta} \right)^2 + \left(i\mathbf{k}_z - \frac{\cos\alpha}{\delta} \right)^2 \right) = N^2 \left(i\mathbf{k}_x + \frac{\sin\alpha}{\delta} \right)^2 . \qquad (8.6)$$

En égalisant partie réelle et imaginaire, on obtient, en posant $\gamma = \omega/N$, les équations

$$\delta^2 = \frac{\gamma^2 \cos^2\alpha}{\mathbf{k}_x^2(\gamma^2 - 1)} \quad \text{et} \qquad (8.7)$$

$$\mathbf{k}_z = \mathbf{k}_x \tan\alpha (1 - \gamma^{-2})\,. \qquad (8.8)$$

La première équation donne la distance caractéristique d'atténuation de l'onde évanescente et la seconde permet de définir l'angle de propagation de l'onde évanescente avec l'horizontale :

$$\theta_{\mathrm{ev}} = \mathrm{atan}\left(\frac{\mathrm{cotan}\,\alpha}{1 - \gamma^{-2}} \right) . \qquad (8.9)$$

Ces résultats sont conformes aux calculs de Thorpe [45] et d'Akylas [42]. Thorpe n'établit cette formule que pour l'harmonique 2, mais il semble qu'elle soit plus générale comme le suggère Akylas. La figure 8.16 montre ces deux fonctions et le point $\gamma = 1,12$ correspondant aux conditions expérimentales de l'expérience 5. Les valeurs correspondantes sont alors $\theta_{\mathrm{ev}} = 86°$ et $\delta = 6,8$ cm, et sont reportées figure 8.15.

L'accord est satisfaisant, mais il serait toutefois intéressant d'étudier plus systématiquement ces ondes évanescentes pour une vérification plus rigoureuse de cette théorie.

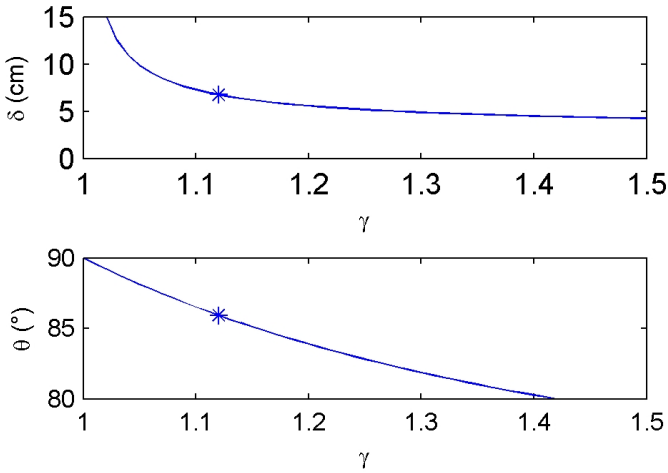


Fig. 8.16. *Paramètres θ_{ev} et δ fonction de $\gamma = \omega/N$. Les deux points à $\gamma = 1,12$ correspondent aux conditions de l'harmonique 3 dans l'expérience 5.*

Nous avons donc montré lors de cette première campagne d'expériences comment la réflexion des ondes internes est susceptible de générer des harmoniques. Ces derniers peuvent être propagatifs, et possèdent alors un nombre d'onde projeté sur la pente en raison arithmétique avec le nombre d'onde projeté du fondamental. Ils peuvent également être évanescents si leur pulsation dépasse la pulsation de Brunt Väisälä. Nous proposons un modèle décrivant ces ondes évanescentes. En revanche, nous ne parvenons pas à expliquer pas les amplitudes relatives des harmoniques 2 et 3 avec les modèles théoriques existants.

8.3 Campagne d'expériences 2006

Nous avons réalisé une seconde campagne d'expériences à la plateforme en 2006, afin d'étudier plus en détails le caractère non-linéaire de la réflexion des ondes internes. Forts de notre expérience, nous avons conçu un nouvel excitateur, présenté section 6.2, qui génère une onde plane beaucoup plus pure spatialement et temporellement. Afin également d'obtenir des solutions pleinement non-linéaires, c'est-à-dire sans modes évanescents, nous avons travaillé avec une pente moins inclinée, à $\alpha = 9,5°$. Le dispositif expérimental, analogue dans son ensemble à celui des expériences de 2005, est reproduit sur la figure 8.17.

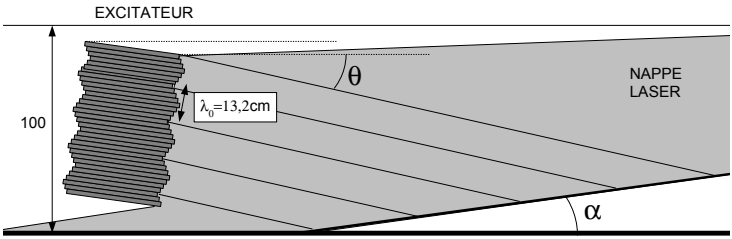


Fig. 8.17. *Configuration des expériences de réflexion critique réalisées en avril 2006 à la plateforme Coriolis. La hauteur d'eau est de 100 cm.* $\alpha = 9,5°$ *et* $N = 0,53$ *rad/s.*

Pour travailler à des incidences plus faibles, nous avons utilisé des périodes d'excitation plus longues, sans modifier la stratification qui est toujours de 2,9%. La pulsation de Brunt-Väisälä est donc inchangée à $\omega = 0,53$ rad/s. Conserver une stratification forte permet d'avoir un profil de densité plus résistant aux successions d'expériences. Nous avons pris soin également d'observer des régimes permanents, en ne commençant les mesures que 10 périodes après la mise en marche de l'excitateur. enfin, nous avons réalisé une vue rapprochée sur la zone d'impact pour mieux résoudre les détails.

Pour éviter toute confusion avec les expériences précédentes, nous appellerons A, B et C les trois séries de mesures réalisées dont les paramètres sont résumés dans la table 8.3.

Exp.	A	B	C
T (s)	83,2	60,4	39,2
$\theta(th.)$ (deg.)	8,0	11,1	17,2
$\theta(mes.)$ (deg.)	8,0	11,4	17,0
α (deg.)	9,5	9,5	9,5
ε (deg.)	-1,5	0,9	7,5
$\lambda(mes.)$ (cm)	14,5	13,5	12,6
$\mathbf{v}_g$ (cm/s)	1,23	1,14	1,04

Tab. 8.3. *Tableau comparatif des trois expériences réalisées pour* $\alpha = 9,5°$.

Nous avons donc ici un cas légèrement sous-critique ($\varepsilon = -1,5°$), un cas légèrement sur-critique($\varepsilon = 0,9°$), et un cas fortement sur-critique ($\varepsilon = 7,5°$). La figure 8.23 p. 168 reporte les angles de propagation de la table 8.3 ainsi que des différents harmoniques (symboles *) pour ces trois expériences, en accord avec la relation de dispersion.

Fig. 8.18. *Dispositif expérimental vu de côté.*

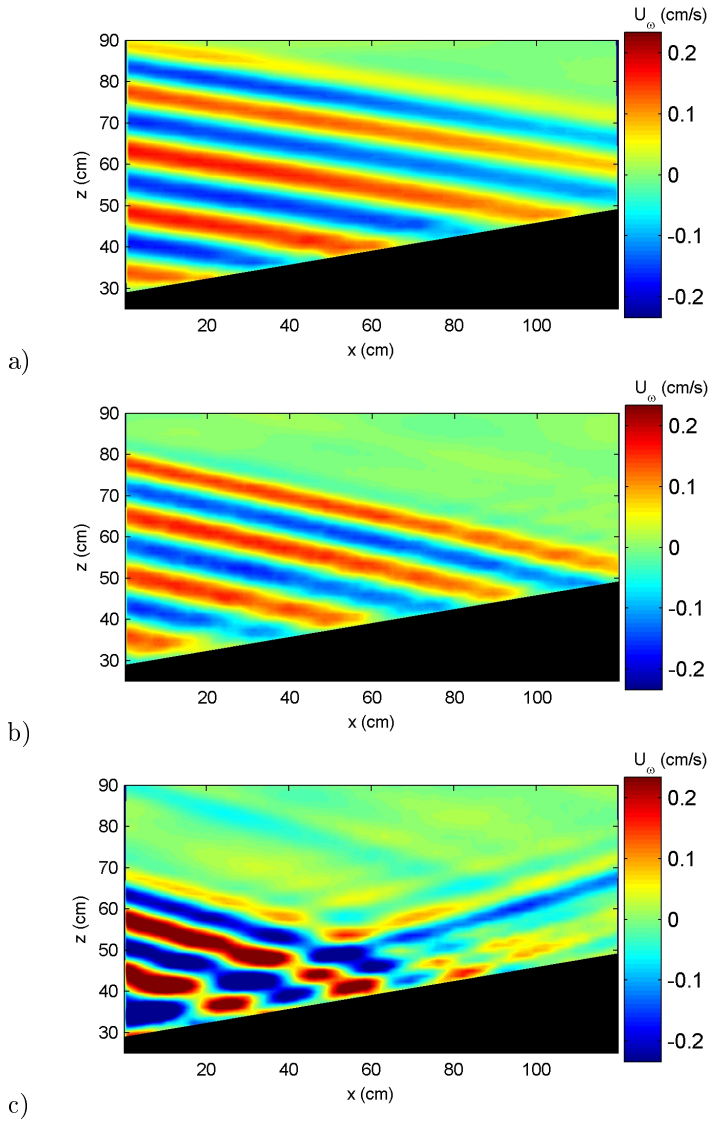


Fig. 8.19. *Champ de vitesse horizontale au fondamental pour* $\varepsilon = -1,5°$ *(a),* $\varepsilon = 0,9°$ *(b) et* $\varepsilon = 7,5°$ *(c).*

La figure 8.19 montre le champ de vitesse horizontale filtrés au fondamental dans les trois cas A, B et C. Dans les cas A et B quasi-critiques, le faisceau réfléchi, théoriquement concentré le long de la pente, n'est pas visible en dehors de la zone d'impact. Il l'est en revanche dans le cas C, bien que de très faible amplitude. Encore une fois, la relation théorique de focalisation linéaire des ondes n'est pas vérifiée dans l'expérience.

Si dans le cas A de réflexion sous-critique, le faisceau incident est peu perturbé par la réflexion, le cas B et plus particulièrement le cas C présentent une modulation de l'onde à l'approche de la paroi. Cette structure quadrillée est tout simplement la signature de la superposition de l'onde incidente et de l'onde réfléchie. Dans le cas d'une réflexion sur fond plat, on obtiendrait un quadrillage en losanges réguliers. Lors d'une réflexion sur fond incliné, le maillage devient asymétrique.

Ce phénomène est d'autant plus visible que $|\varepsilon|$ est grand, car le faisceau réfléchi n'est alors plus confiné sur la pente. Mais cette explication ne suffit pas à rendre compte de l'ensemble des perturbations observées. La zone d'interaction entre les faisceaux incident et réfléchi est en effet plus étroite que la zone d'observation des modulations. Ces dernières ont vraisemblablement une dynamique propre leur permettant de se propager hors de la zone de recouvrement des ondes.

Les trois mesures A, B et C ont été effectuées après 10 périodes d'excitation, correspondant à une distance parcourue par l'onde de 10,3 m, 6,9 m et 4,1 m respectivement. Dans les trois cas le régime permanent est donc atteint. L'atténuation de l'onde visible sur la droite de la figure 8.19a est donc vraisemblablement une atténuation visqueuse de l'onde, qui dans ce cas s'est propagée sur plus de 4 m. Il faut donc considérer la zone d'impact située en bas à gauche de la figure pour la comparer aux autres cas.

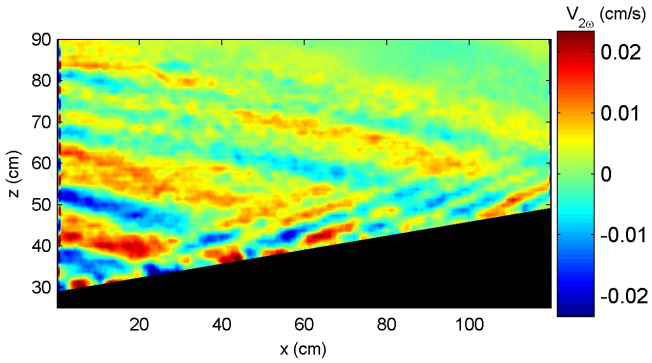
La figure 8.20 montre le champ de vitesse verticale filtré à la pulsation 2ω dans les trois cas A, B et C. L'échelle de couleur est identiques dan les trois cas.

Il apparaît cette fois-ci clairement une distinction entre le régime sous-critique et le régime sur-critique. L'activité non-linéaire est très faible dans le cas sous-critique (figure 8.20a). Elle se résume à une structure de période moitié le long de la pente prolongée par une série de rayons se propageant à un angle vérifiant la relation de dispersion.

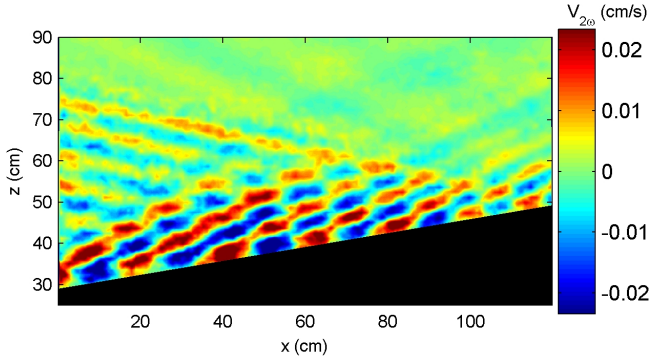
Le cas sur-critique (figure 8.20c) est lui très intense. On distingue encore une zone d'interaction entre faisceau incident et réfléchi, très structurée, et une partie propagative à un angle vérifiant la relation de dispersion. Dans la zone interne, on distingue d'autres angles caractéristiques reportés sur la figure 8.23 et ne vérifiant pas la relation de dispersion (symbole Δ). Il s'agit vraisemblablement des modes forcés non-propagatifs décrits par Thorpe, même si l'accord quantitatif avec les angles prévus par sa théorie n'est pas satisfaisant.

Paradoxalement, le cas B de réflexion critique ne présente pas les plus fortes non-linéarités. En revanche, ces dernières sont alors piégées dans la zone de réflexion. On note une faible part propagative à gauche de la figure 8.20b.

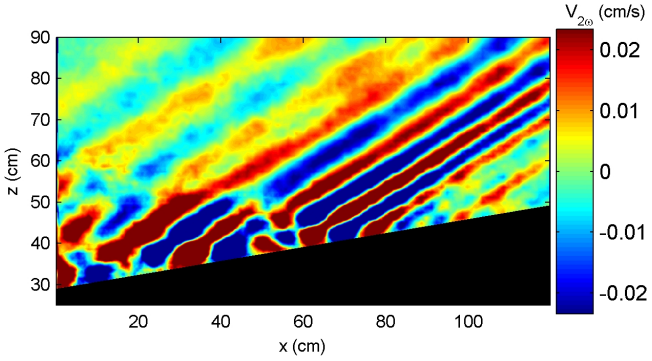
Ces observations permettent d'éclairer les mesures effectuées en 2005, pour lesquelles les cas sous-critiques présentaient également de faibles non-linéarités. La présence d'harmoniques parasites a donc dans ces cas là sans doute fortement perturbé la mesure. Ce n'est plus le cas avec le nouvel excitateur.



a)



b)



c)

Fig. 8.20. *Champ de vitesse vertical filtré à 2ω pour $\varepsilon = -1,5°$ (a), $\varepsilon = 0,9°$ (b) et $\varepsilon = 7,5°$ (c).*

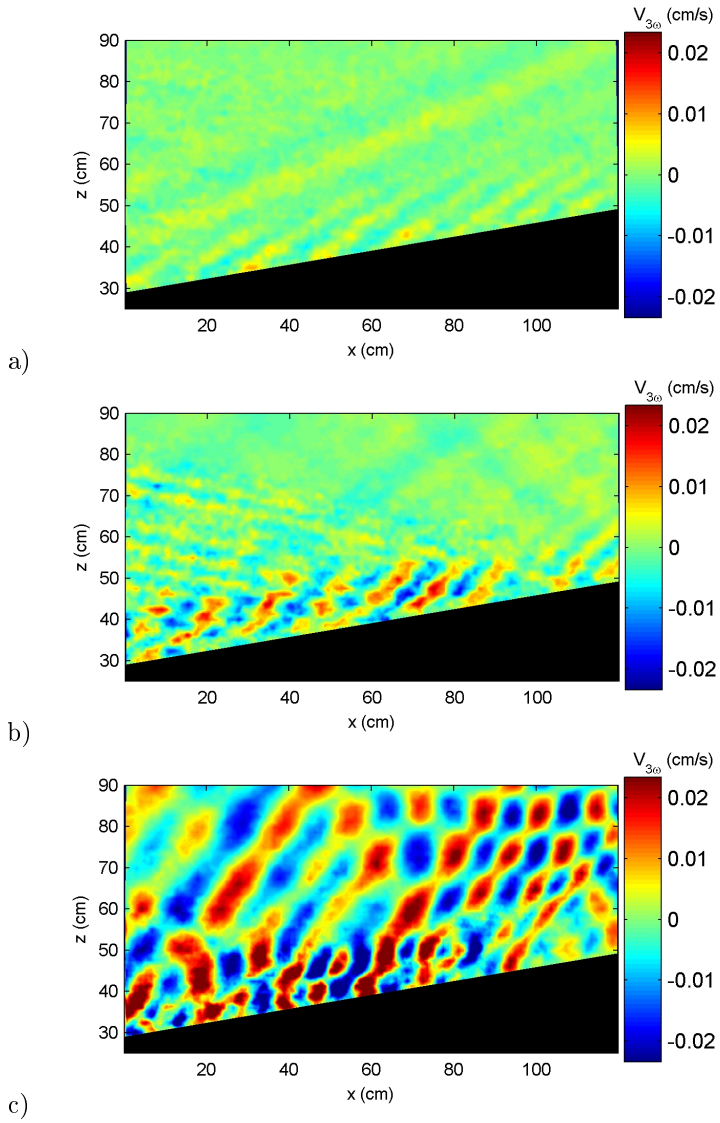


Fig. 8.21. *Champ de vitesse vertical filtré à 3ω pour $\varepsilon = -1,5°$ (a), $\varepsilon = 0,9°$ (b) et $\varepsilon = 7,5°$ (c).*

La figure 8.21 montre le champ de vitesse horizontale filtré à la pulsation 3ω dans les trois cas A, B et C. Les échelles de couleur des différentes représentations sont identiques entre elles et identiques à celles de la figure 8.20.

Encore une fois, la différence d'activité non-linéaire entre le cas sous-critique (a) où l'harmonique 3 est peu intense et le cas sur-critique (c) où il est fortement développé est marquée. Dans le cas sur-critique, l'harmonique 3 subit même plusieurs réflexions entre la surface et la pente expliquant la structuration quadrillée typique de la superposition d'ondes internes.

Dans le cas critique (b), l'harmonique 3 est piégé le long de la pente. On voit nettement la diminution de la longueur d'onde entre le fondamental, l'harmonique 2 et l'harmonique 3. Comme nous l'avons déjà mentionné, la longueur d'onde λ_η projetée sur la pente est en progression arithmétique. La figure 8.22 superpose sur un même graphe les trois champs de vitesse U_ω, $V_{2\omega}$ et $V_{3\omega}$ en réflexion critique, sur une coupe parallèle à la pente réalisée à 5 cm de celle-ci. On voit nettement un doublement et un triplement de période pour les harmoniques 2 et 3 respectivement. Les trois courbes seraient en phase si la coupe était effectuée exactement le long de la pente.

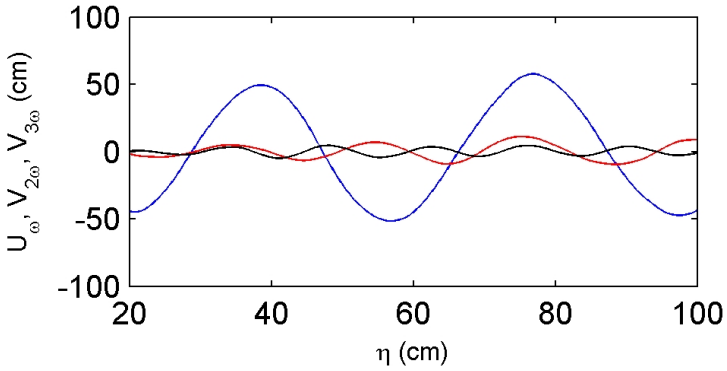


Fig. 8.22. *Coupe parallèle à la pente des champs de vitesse filtrés U_ω, $V_{2\omega}$ et $V_{3\omega}$ en réflexion critique (cas B).*

Cette progression arithmétique des longueurs d'onde projetées sur la pente se vérifie également dans les cas sous-critique et sur-critique, et confirme la théorie de Thorpe.

Dans les trois cas, on distingue à l'intérieur de la zone de réflexion des struc-

tures présentant un angle différent de celui prévu par la relation de dispersion. Ces angles symbolisés par des triangles sont reportés sur la figure 8.23.

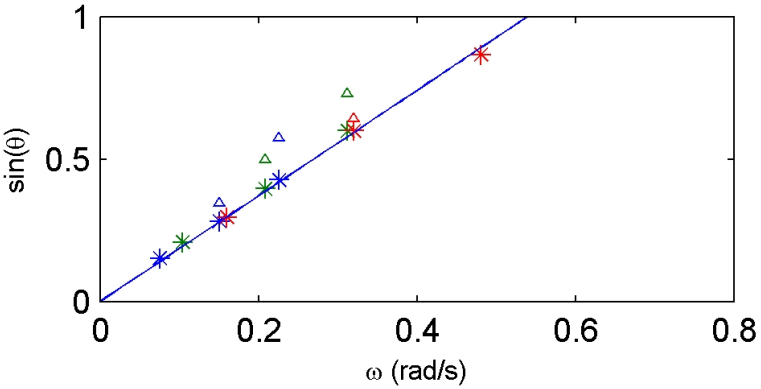
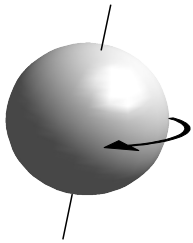


Fig. 8.23. *Relation de dispersion pour les différents harmoniques des cas A, B et C. Les étoiles marquent les modes propagatifs vérifiant la loi théorique $\omega = N \sin\theta$. Les triangles représentent les modes forcés mesurés dans la zone interne de réflexion et ne vérifiant pas la relation de dispersion.*

Ces angles peuvent correspondre aux modes forcés d'ondes internes, mais n'entrent pas dans le cadre d'un modèle existant. Thorpe montre qu'à plus faible incidence, ces modes forcés peuvent se confondre avec les modes propagatifs, et provoquer une interaction résonante. Ceci se produit sur des topographies d'une pente inférieure à $8,2°$ [45].

9

Ondes internes en rotation



La compréhension des fluides stratifiés est essentiellement motivée par l'étude de la dynamique des enveloppes superficielles de la Terre, l'océan et l'atmosphère, qui présentent une stratification naturelle. Mais lorsque l'on s'intéresse aux écoulements géophysiques, il est parfois impératif de tenir compte d'un élément essentiel de la dynamique de l'atmosphère et de l'océan : le caractère non galiléen du référentiel terrestre.

La dynamique des ondes de gravité internes présentes dans l'océan et l'atmosphère est alors modifiée par la force de Coriolis. Cet effet est en première approximation nul à l'équateur, mais n'est pas négligeable sur la majeure partie du globe. Le pendant des ondes de gravité internes existe d'ailleurs dans les fluides non stratifiés en rotation : l'inertie joue alors le même rôle de force de rappel que la pesanteur et permet la propagation d'ondes appelées « ondes inertielles ».

Ces deux types d'ondes qui s'avèrent similaires n'en forment plus qu'un dans le cas des fluides stratifiés en rotation : ce sont les ondes « gravito-inertielles » que nous étudions dans cette dernière partie. Nous avons en effet profité de nos séjours à la plateforme Coriolis pour étudier expérimentalement les phénomènes de réflexion d'ondes internes en milieu tournant.

9.1 Les ondes gravito-inertielles

Les ondes de gravité internes sont en soi un sujet d'études relativement complexe, comme nous avons pu le voir jusqu'à présent. L'anisotropie de ces ondes est directement en relation avec la force de rappel qui s'exerce selon une direction particulière.

L'étude des fluides homogènes en rotation présente également une anisotropie provenant de la direction privilégiée de l'axe de rotation du fluide. Les équations complètes du mouvements pour un fluide homogène incompressible en rotation s'écrivent :

$$\nabla.\mathbf{v} = 0 \tag{9.1}$$

$$\rho\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho\mathbf{v}.\nabla\mathbf{v} = -\nabla P - 2\rho\mathbf{\Omega}\times\mathbf{v} + \mu\Delta\mathbf{v}\,. \tag{9.2}$$

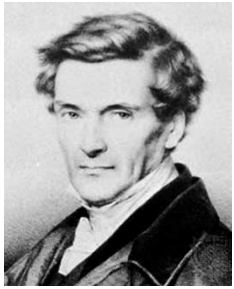
Le terme $2\mathbf{\Omega}\times\mathbf{v}$ représente la force de Coriolis[1]. Si l'axe de rotation du fluide est selon la verticale (Oz), il existe une symétrie de révolution autour de cet axe. Nous envisageons ici des ondes planes, dont on suppose l'invariance selon la direction horizontale (Oy). Ceci permet d'introduire la fonction de courant partielle ψ telle que $\mathbf{v}_x = \psi_z$ et $\mathbf{v}_z = -\psi_x$. Dans ces conditions, en négligeant les termes de viscosité, les équations du mouvement *linéarisées* s'écrivent

$$\rho\frac{\partial \psi_z}{\partial t} = -P_x - 2\rho\Omega\mathbf{v}_y \tag{9.3}$$

$$\rho\frac{\partial \mathbf{v}_y}{\partial t} = -2\rho\Omega\psi_z \tag{9.4}$$

$$-\rho\frac{\partial \psi_x}{\partial t} = -P_z\,. \tag{9.5}$$

[1] **Gaspard Gustave Coriolis** (1792, Paris, France; 1843, Paris, France) : ingénieur et mathématicien français. Assistant à l'École polytechnique, Coriolis étudie la composition des vitesses et des accélérations. Dans un article intitulé *Sur les équations du mouvement relatif des systèmes de corps* (1835), il montre qu'un corps en mouvement sur la surface d'un solide en rotation subit une force nommée depuis force de Coriolis. Coriolis a également introduit les termes de travail et d'énergie cinétique avec leur sens actuel dans son ouvrage *Du calcul de l'effet des machines* (1829). Il est aussi l'auteur d'une théorie mathématique des effets du jeu de billard.



Ces trois équations peuvent être combinées pour former l'équation de propagation des ondes inertielles :

$$\Delta\psi_{tt} + (2\Omega)^2\psi_{zz} = 0\,. \tag{9.6}$$

Cette équation est mathématiquement identique à l'équation (1.17), et permet la propagation d'ondes de cisaillement, appelées ondes inertielles. Ces dernières possèdent la même structure que les ondes de gravité internes, une vitesse de groupe orthogonale à la vitesse de phase, et obéissent à la relation de dispersion $\omega = 2\Omega\cos\theta$, où θ est l'angle du vecteur d'onde avec la verticale. L'anisotropie avec la verticale est donc toujours présente, mais les cas limites sont inversés : les plans d'onde sont verticaux lorsque $\omega = 0$ et horizontaux lorsque $\omega = 2\Omega$.

Ces ondes purement inertielles sont présentes dans l'océan et l'atmosphère, et interviennent notamment dans de nombreuses instabilités rotationnelles.

Nous nous proposons ici d'étudier la dynamique des fluides stratifiés en rotation, pour lesquels les effets de la force de Coriolis et de la poussée d'Archimède sont simultanément présents. D'un point de vue fondamental, l'axe de rotation du fluide et la verticale ne sont pas nécessairement confondus. On montre cependant que la pesanteur terrestre et le champ de pression hydrostatique résultant rendent négligeables les termes verticaux de la force de Coriolis. Il s'agit d'une approximation traditionnelle dans l'étude des fluides géophysiques, globalement valable mais néanmoins encore sujette à controverse dans certaines conditions [17].

Tout se passe donc localement comme si le vecteur rotation était selon la verticale, de norme $\Omega\sin\varphi$ où φ est la latitude du lieu considéré. On pose $f = 2\Omega\sin\varphi$, appelé paramètre de Coriolis, et l'on obtient facilement l'équation de propagation des ondes gravito-inertielles :

$$\Delta\psi_{tt} + f^2\psi_{zz} + N^2\psi_{xx} = 0\,. \tag{9.7}$$

La relation de dispersion s'écrit alors pour une solution en onde plane de la

forme $\psi = \psi_0 e^{i(\mathbf{k}_x x + \mathbf{k}_z z - \omega t)}$:

$$\omega^2 k^2 = N^2 \mathbf{k}_x^2 + f^2 \mathbf{k}_z^2 \tag{9.8}$$

et impose à ω d'être borné entre f et N, quelles que soient les valeurs respectives de ces deux pulsations. Dans le cas de l'océan et de l'atmosphère, $f < N$, ce que nous supposerons par la suite.

Nous voyons donc que si les ondes internes et les ondes inertielles possèdent une fréquence de coupure haute, les ondes gravito-inertielles possèdent en revanche une fréquence haute et une fréquence basse de coupure : elles se propagent pour $f < \omega < N$. En terme d'angle, la relation de dispersion peut être écrite

$$\theta = \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{\omega^2 - f^2}{N^2 - f^2}}\right) . \tag{9.9}$$

où θ est toujours défini par la relation$\mathbf{k}_x/\mathbf{k}_z = \pm \tan\theta$.

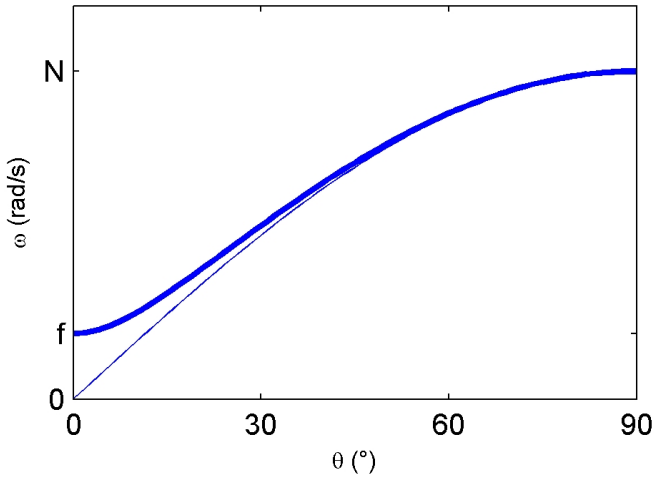


Fig. 9.1. *Relation de dispersion des ondes gravito-inertielles pour $f/N = 0,2$ (trait gras). En trait fin, le cas sans rotation $f = 0$ pour la même valeur de N.*

La figure 9.1 montre la bande de fréquence permise par la relation de dispersion et la figure 9.6 p. 180 illustre la vérification de cette relation de dispersion

dans le cadre de notre expérience. La différence entre le cas sans rotation (loi linéaire) et le cas avec rotation (coupure basse) est visible.

Le champ de vitesse est tridimensionnel, avec une composante $\mathbf{v}_y$ donnée par l'équation $i\omega\mathbf{v}_y = f\psi_z$:

$$\mathbf{v}_x = i\mathbf{k}_z\psi_0\, e^{i(\mathbf{k}_x x+\mathbf{k}_z z-\omega t)} \tag{9.10}$$

$$\mathbf{v}_y = -\frac{f}{\omega}\mathbf{k}_x\psi_0\, e^{i(\mathbf{k}_x x+\mathbf{k}_z z-\omega t)} \tag{9.11}$$

$$\mathbf{v}_z = -i\mathbf{k}_x\psi_0\, e^{i(\mathbf{k}_x x+\mathbf{k}_z z-\omega t)}\,. \tag{9.12}$$

Les trajectoires sont contenues dans un plan orthogonal au vecteur d'onde ; le champ de vitesse est hélicoïdal le long du vecteur d'onde, sans composante dans la direction de ce dernier : les trajectoires sont donc des ellipses, dont le rapport d'aspect varie entre 1 pour $\omega = f$ et $f/N < 1$ pour $\omega = N$. Les ellipses sont donc étirées dans la direction des rayons, et sont toutes parcourues dans le même sens. La phase de l'onde se lit comme un angle sur la trajectoire des particules fluides.

Les figures 9.2a et 9.2b tentent d'illustrer la structure tridimensionnelle de cette onde.

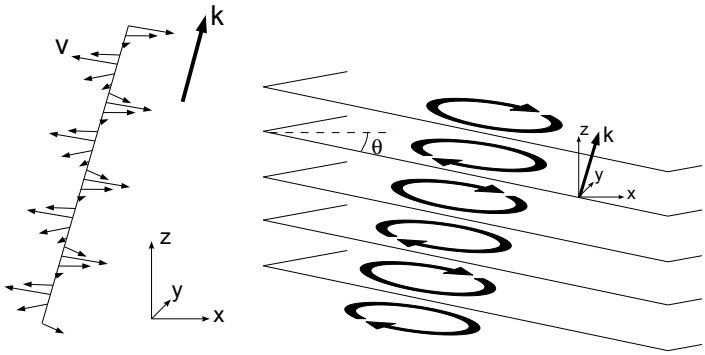


Fig. 9.2. *a) Champ de vitesse instantané, homogène dans tout plan orthogonal au vecteur d'onde* **k**. *b) Les trajectoires sont elliptiques et déphasées les unes par rapport aux autres selon* **k**, *mais tournent dans le même sens.*

9.2 Expériences

Nous avons utilisé le dispositif expérimental de la section 8.3 lors de la campagne d'expériences de 2006 afin de réaliser des expérience de réflexion d'ondes gravito-inertielles. Après avoir terminé les expériences sans rotation présentées précédemment, nous avons mis l'ensemble de la cuve en rotation, progressivement de $\Omega = 0$ à $\Omega = 78,5$ mrad/s, vitesse de rotation correspondant à une période de 80 s. Cette mise en rotation s'est effectuée le plus lentement possible, sur 48h, afin de perturber le moins possible la stratification. Cet objectif a été atteint, puisque la pulsation de Brunt-Väisälä mesurée une fois la rotation solide atteinte était toujours de $N = 0,53$ rad/s.

Les pulsations de coupure pour les ondes gravito-inertielles sont donc $f = 2\Omega = 0,157$ rad/s pour la pulsation basse et $N = 0,53$ rad/s pour la pulsation haute, soit un intervalle de période d'excitation allant de 11,8 s à 40 s. Le premier effet de la rotation est donc, si l'on veut travailler aux mêmes angles d'incidence, de diminuer les périodes (voir table 9.1).

Exp.	D	E	F
T (s)	37,2	34.9	29,4
$\theta(th.)$ (deg.)	7	10	16,6
$\theta(mes.)$ (deg.)	7	9	15,7
α (deg.)	9,5	9,5	9,5
ϵ (deg.)	-2,5	-0,5	6,7

Tab. 9.1. *Tableau comparatif des trois expériences réalisées pour $\alpha = 9,5°$ en rotation à la période $T = 80$ s.*

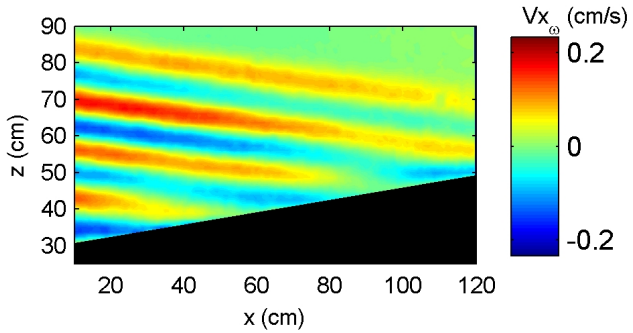
Afin de rendre compte de la structure tri-dimensionnelle de l'onde, nous avons disposé une caméra au-dessus de l'expérience qui, associée à une nappe laser parallèle à la pente, permet de mesurer les vitesses horizontales dans ce plan. Ces résultats seront présentés à la fin de ce chapitre.

La figure 9.3 montre le champ horizontal de vitesse $\mathbf{v}_x$ vu de côté pour les cas D, E et F, filtré au fondamental. Dans cette vue, seules les relations de dispersion des équations (1.20) et (9.8) permet de distinguer le cas sans rotation du cas avec rotation (celle-ci est présentée p. 180). On passe bien du cas sous-critique au cas sur-critique et les amplitudes des vitesses sont identiques au cas sans rotation, montrant au passage l'efficacité de notre générateur à engendrer des ondes gravito-inertielles.

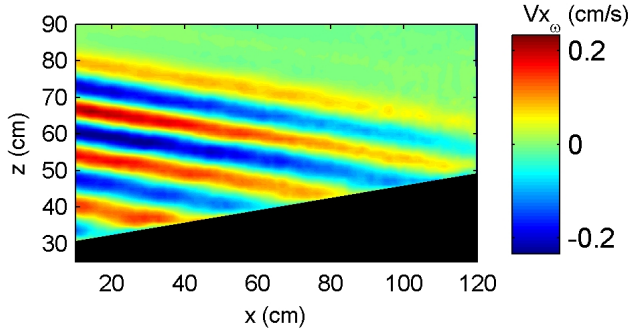
Dans la double page suivante, les figures 9.4 et 9.5 montrent les champs de vitesse verticale $\mathbf{v}_y$ filtrée aux harmoniques 2 et 3 respectivement. On retrouve une différence notable entre le cas sous-critique faiblement non-linéaire et le cas sur-critique fortement non-linéaire. La relation de dispersion imposant des pulsations plus élevées aux faibles incidences, le régime évanescent est plus vite atteint. Les harmoniques 3 correspondent tous à une pulsation supérieure à N et ne peuvent donc pas se propager : ils sont évanescents.

Nos attentes sur le doublement et le triplement des composantes tangentielles à la pente des vecteurs d'onde restent valables en présence de rotation, et sont vérifiées par l'expérience. On distingue également pour l'harmonique 3 (figures 9.5b et 9.5c) une zone interne d'activité, où l'onde évanescente reste piégée.

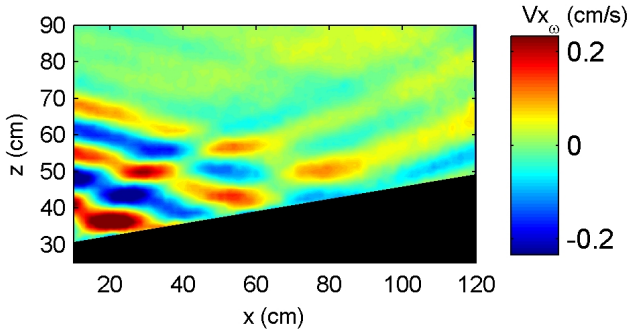
Ces vues de côté suggèrent que la réflexion des ondes gravito-inertielles est similaire à la réflexion des ondes internes purement gravitationnelles, à la relation de dispersion près.



a)



b)



c)

Fig. 9.3. *Composante horizontale de la vitesse* $\mathbf{v}_x$ *dans le plan vertical* (Oxz) *filtrée au fondamental, pour les cas D* $(\varepsilon = -2,0°)$*, E* $(\varepsilon = -0,5°)$ *et F* $(\varepsilon = -6,7°)$*, respectivement a), b) et c).*

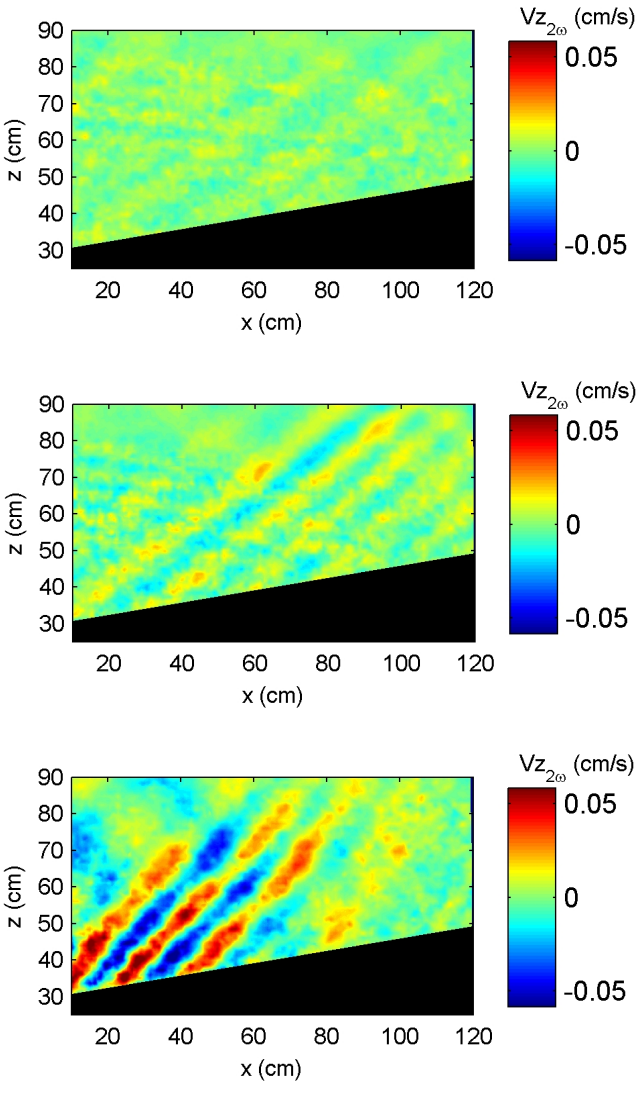


Fig. 9.4. *Composante verticale de la vitesse* $\mathbf{v}_z$ *dans le plan vertical* (Oxz) *filtrée à* 2ω*, pour les cas D* $(\varepsilon = -2,0°)$*, E* $(\varepsilon = -0,5°)$ *et F* $(\varepsilon = -6,7°)$*, respectivement a), b) et c).*

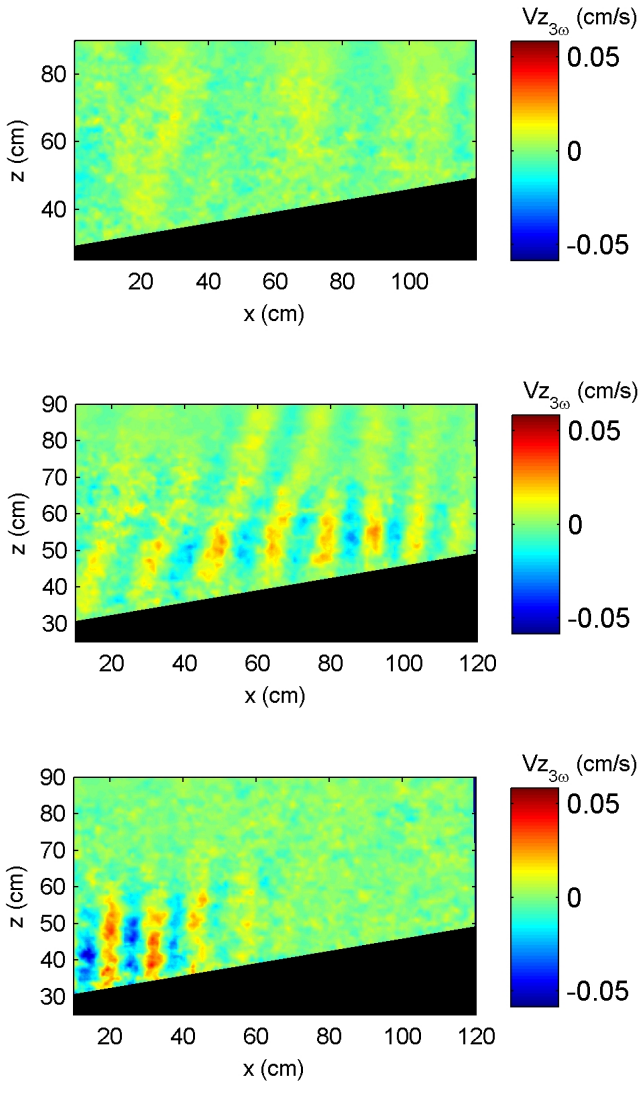


Fig. 9.5. *Composante verticale de la vitesse* $\mathbf{v}_z$ *dans le plan vertical* (Oxz) *filtrée à* 3ω*, pour les cas D* $(\varepsilon = -2,0°)$*, E* $(\varepsilon = -0,5°)$ *et F* $(\varepsilon = -6,7°)$*, respectivement a), b) et c).*

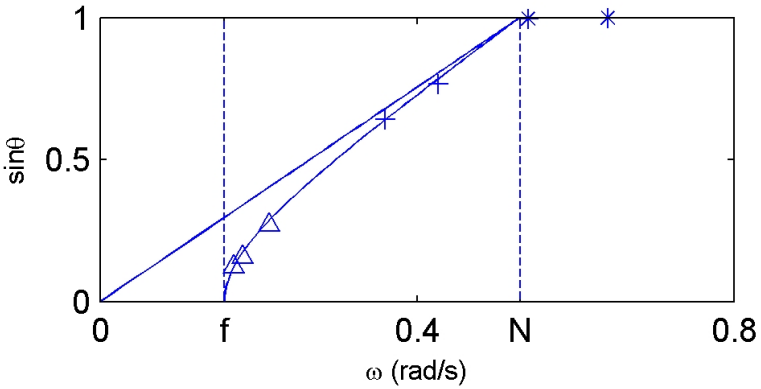


Fig. 9.6. *Vérification de la relation de dispersion des ondes gravito-inertielles pour les différents harmoniques des cas D, E et F pour les fondamentaux (△), les harmoniques 2 (+) et les harmoniques 3 (*). La courbe représente l'équation théorique (9.8) et la droite la relation de dispersion en l'absence de rotation.*

La relation de dispersion des ondes gravito-inertielles est reproduite sur la figure 9.6 . L'influence de la rotation est mise en évidence par la superposition de la relation de dispersion avec et sans rotation.

Nous avons réalisé des mesures de PIV à l'aide d'une caméra placée à la verticale et d'une nappe laser parallèle à la pente. Il s'agit par conséquent de mesures des vitesse *horizontales* $\mathbf{v}_x$ et $\mathbf{v}_y$ dans un plan incliné d'un angle α avec l'horizontale.

Afin d'obtenir une comparaison fiable, ces prises de vue ont été réalisées également dans les cas sans rotation A, B et C. La figure 9.7 montre dans le cas critique B ($\varepsilon = 0,9°$) les champs de vitesse horizontales $\mathbf{v}_x$ et $\mathbf{v}_y$ filtrés au fondamental. La bande noire au centre marque la trace de la nappe laser verticale utilisée pour visualiser les coupes des figures 8.19, 8.20 et 8.21 qui perturbe la mesure dans cette zone centrale. La symétrie du système permet néanmoins de prolonger par la pensée les champs mesurés de part et d'autre de cette zone jusqu'au centre.

La composante transverse $\mathbf{v}_y$, en théorie nulle pour une solution en ondes planes se propageant dans un plan (Oxz), est présente sur les parties latérales de l'onde. La zone centrale en revanche correspond bien à un cisaillement pur où $\mathbf{v}_y = 0$. Cette localisation sur les bords de l'onde laisse penser à un effet de diffraction jusqu'alors jamais observé expérimentalement. L'incurvation du

champ de vitesse horizontale $\mathbf{v}_y$ figure 9.7b confirme cette hypothèse.

La figure 9.7c montre le champ de vitesse vectoriel correspondant aux deux composantes $\mathbf{v}_x$ et $\mathbf{v}_y$.

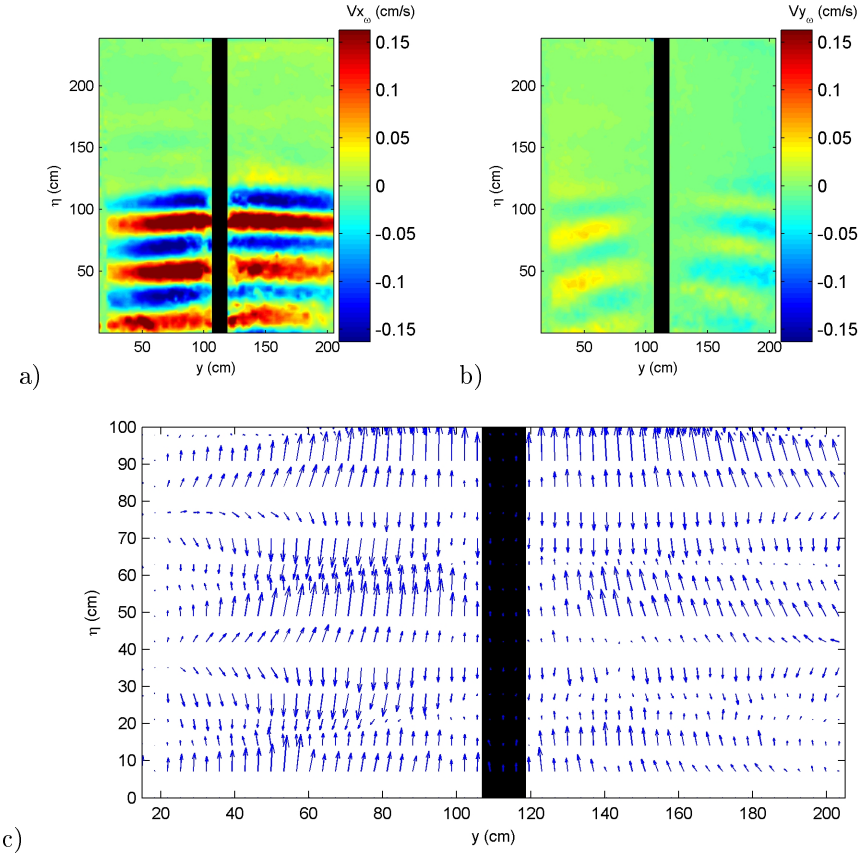


Fig. 9.7. *Champs de vitesse horizontaux* $\mathbf{v}_x$ *(a) et* $\mathbf{v}_y$ *(b) dans le cas critique B, selon une coupe* $(Oy\eta)$ *réalisée à* $\zeta = 10$ *cm de la pente. c) Champ de vitesse correspondant.*

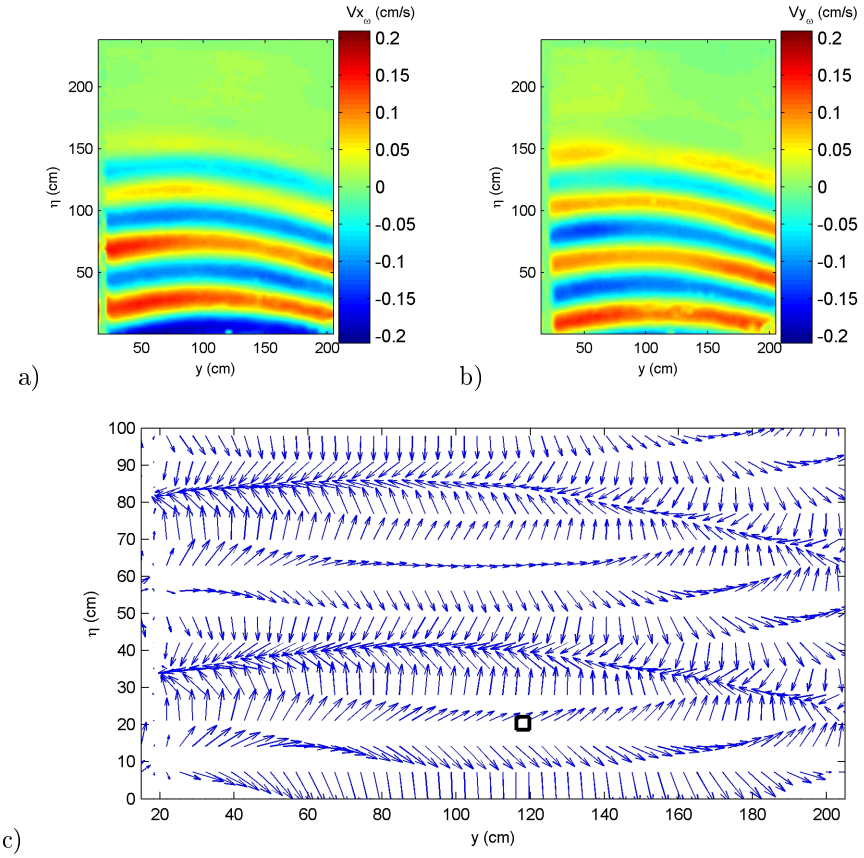
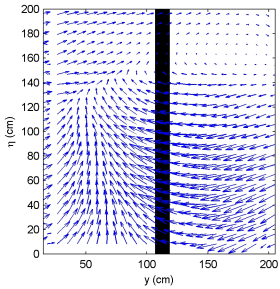


Fig. 9.8. *Champs de vitesse horizontaux selon x (a) et selon y (b) dans le cas critique E en rotation, selon une coupe $(Oy\eta)$ réalisée à $\zeta = 10cm$ de la pente. Champ de vitesse vectoriel correspondant (c).*

La figure 9.8 présente les champs horizontaux de vitesse dans le cas critique E ($\varepsilon = -0,5°$), en rotation. Nous sommes à $f/\omega = 0,87$, valeur théoriquement égale au rapport $\mathbf{v}_y/\mathbf{v}_x$. Nous pouvons ici en comparant les figures 9.8a et 9.8b constater que les amplitudes des vitesses $\mathbf{v}_x$ et $\mathbf{v}_y$ sont du même ordre de grandeur, et que les deux champs sont en quadrature. La figure 9.8c illustre parfaitement ce dernier point, puisque le champ de vitesse ne s'annule pas, mais

tourne avec le passage de l'onde. La constance en norme du vecteur vitesse indique pour l'instant un rapport f/ω proche de 1.

L'allure plus générale des ondes diffère du cas sans rotation par un rôle plus fort de la diffraction. Cette propriété est inattendue et nécessite une étude plus poussée. L'explication du phénomène de diffraction observé sans rotation sur la composante $\mathbf{v}_y$ de la vitesse pourrait être en lien avec ce résultat.



Enfin, la dissymétrie de la figure est malheureusement due à la présence d'un fort courant moyen anticyclonique représenté ci-contre. Ce courant est obtenu en faisant la moyenne du champ de vitesse sur cinq périodes d'excitation. La vitesse de l'onde est ralentie par ce courant moyen dans la partie droite de la figure et accélérée dans la partie gauche. Ce courant semble lié à la génération des ondes, mais pas nécessairement aux ondes elles-mêmes. Nous avions noté sans rotation que le générateur produisait un courant horizontal d'éjection, qui pourrait être amplifié par la rotation.

Il est à noter que la figure 9.8c peut être trompeuse car les lignes formées par les extrémités des vecteurs vitesse n'ont pas a priori de signification physique. Les deux figures du haut témoignent mieux de la structure de l'onde.

À partir des données temporelles, nous pouvons obtenir des hodographes permettant de caractériser l'ellipticité des trajectoires. Pour obtenir la partie purement ondulatoire de l'onde, nous soustrayons au champ instantané le champ moyen et représentons les points de coordonnées $(\mathbf{v}_y, \mathbf{v}_x)$ au cours du temps.

La figure 9.9 montre un enregistrement effectué dans le carré représenté au milieu de la figure 9.8c. L'accord de l'hodographe avec la forme elliptique prévue par la théorie ($f/\omega = 0,87$) est très bon, compte tenu du bruit inévitable sur les signaux instantanés de vitesse.

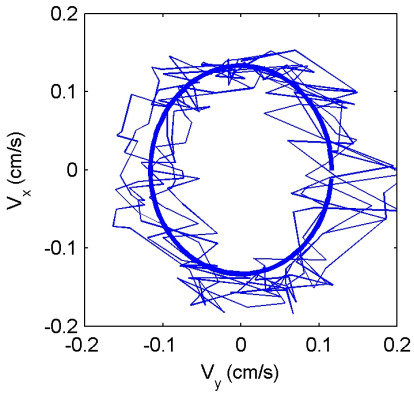


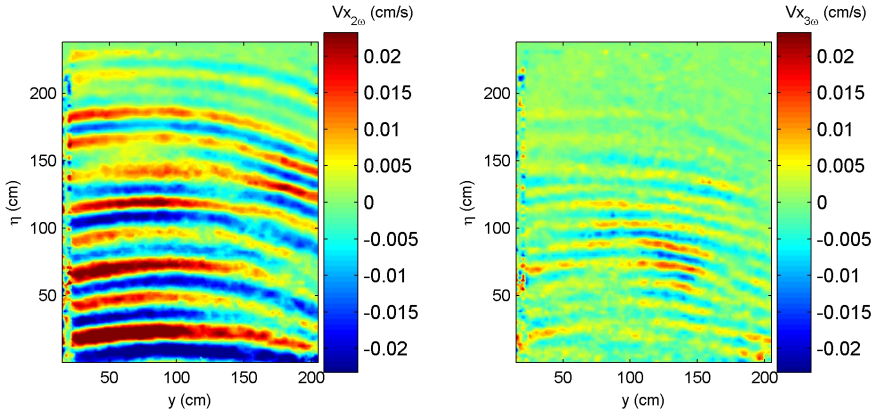
Fig. 9.9. *Hodographe correspondant à la zone représentée figure 9.8c par un carré. L'ellipse en trait gras possède un rapport d'aspect de $f/\omega = 0,87$ prévue par la théorie.*

La vue de dessus permet également de discerner les harmoniques 2 et 3 générés par la réflexion et confirme le doublement et triplement de période dans le plan parallèle à la pente. La figure 9.10 montre les champs de vitesse $\mathbf{v}_x$ filtrés aux harmoniques 2 et 3 dans le cas E. Ces vues correspondent bien aux vues de côté des figures 9.4b et figures 9.5b.

9.3 Perspectives

Ces premiers résultats sur la réflexion des ondes gravito-inertielles ne semblent pas montrer de fortes différences avec les expériences de réflexion sans rotation étudiées dans le chapitre précédent. Les non-linéarités sont du même ordre de grandeur, bien qu'influencées par une relation de dispersion différente.

Le résultat le plus étonnant concerne la diffraction de ces ondes qui semble elle être fortement affectée par la présence de rotation. Le générateur que nous avons conçu est parfaitement adapté à une étude fondamentale de la diffraction des ondes internes de gravité et des ondes gravito-inertielles dans des cas simples



a) b)

Fig. 9.10. *Champs de vitesse* $\mathbf{v}_x$ *filtrés aux fréquences* 2ω *(a) et* 3ω *(b).*

(fente de largeur variable) pouvant être facilement confrontés à des modèles analytiques qui restent à développer. Cette diffraction est rendue tout à fait non triviale par l'orthogonalité entre vitesse de phase et de groupe, comme l'illustre le schéma 9.11.

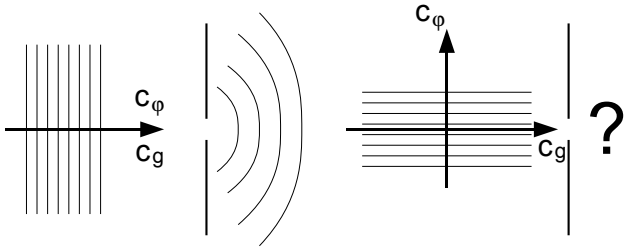


Fig. 9.11. *Diffraction des ondes internes : un problème ouvert. À gauche, la diffraction classique d'une onde ayant vitesses de groupe et de phase colinéaires. À gauche, le cas des ondes internes. Quelles longueurs caractéristiques interviennent dans ce problème ?*

Conclusion

Nous avons montré dans cet exposé différents aspects de l'interaction des ondes internes avec les topographies. Notre but initial était d'étudier expérimentalement la réflexion critique des ondes internes. Nous nous sommes rendus compte au fur et à mesure de notre travail que les processus d'émission d'ondes internes, encore mal maîtrisés expérimentalement, nécessitaient également une étude approfondie.

Ceci nous a permis d'apporter de nouveaux résultats concernant l'émission d'ondes internes par les corps oscillants et de relier cette thématique au cadre plus général de l'émission d'ondes par les topographies dans un écoulement oscillant. La notion d'angle critique est alors fondamentale pour localiser les points d'émission, et nous avons proposé une paramétrisation possible de la marée interne issue de travaux plus généraux portant sur les corps oscillants.

Cette notion d'angle critique permet de faire le lien avec nos travaux menés sur la réflexion des ondes internes. Notre maîtrise des techniques d'émission nous a permis de mener des expériences inédites mettant en évidence le rôle important des non-linéarités lors de la réflexion. Nos premiers résultats encourageants sur la réflexion des ondes gravito-inertielles nous appellent à poursuivre nos travaux dans cette voie.

L'objectif initial de cette thèse était de mener une étude expérimentale portant sur la réflexion critique des ondes internes. Cet objectif a été rempli et a permis de mettre en évidence les caractéristiques suivantes :

- La réflexion des ondes internes est bien source de **non-linéarités** induites par l'interaction de l'onde incidente et de l'onde réfléchie. L'existence d'harmoniques 2 et 3 émis au niveau de la zone de réflexion est conforme aux prédictions théoriques.
- Nous avons montré pour la première fois l'existence d'**ondes évanescentes** piégées le long de la pente pour des harmoniques de pulsation plus grande que la pulsation de Brunt-Väisälä. Nous proposons un modèle pour expliquer la localisation de ces ondes.
- Les **amplitudes** mesurées pour les harmoniques 2 et 3 ne correspondent pas à ce que prévoit la théorie. L'harmonique 3 notamment est particulièrement intense.
- Nous confirmons que la **sélection de longueurs d'onde** lors de la réflexion se fait en projetant les vecteurs d'onde sur la pente.
- Nos expériences indiquent une **différence entre les cas sous et surcritiques** jusqu'alors jamais mentionnée dans la littérature. Cette observation demeure inexpliquée.

Ces résultats ont été obtenus pour la plupart à la plateforme Coriolis du LEGI. Ils sont également le fruit de nombreuses expériences à petite échelle que nous avons intégralement mises au point au Laboratoire de Physique de l'ENS Lyon. Nous nous sommes intéressés au cours de cette phase de mise au point au problème de l'émission des ondes internes. Notre dispositif de mesure par strioscopie synthétique nous a permis d'obtenir les résultats suivants sur la question :

- Nous avons complété les études existant sur la génération d'ondes par les **corps oscillants** en s'intéressant au cas limite des objets de grande taille. Nous avons alors validé la théorie de Hurley et Keady dans ces régimes particuliers.
- Cette étude nous a donné l'idée d'appliquer ce modèle à la génération d'ondes internes par les **écoulements barotropes sur les topographies**. Nous montrons qu'il est possible d'utiliser la théorie de Hurley et Keady pour modéliser les ondes par des topographies dont le rayon de courbure local est bien plus grand que l'épaisseur de la couche limite associée à l'écoulement de marée.

Les expériences de réflexion critique ont nécessité la mise au point d'un excitateur produisant des ondes très monochromatiques aussi bien spatialement

que temporellement. Ce **générateur d'ondes planes** de conception originale s'est avéré exceptionellement performant et sera sans aucun doute utilisé dans l'avenir dans d'autres projets expérimentaux portant sur les ondes internes.

Enfin, nous avons réalisé les premières expériences de **réflexion critique d'ondes gravito-inertielles**. Même si les différences avec le cas sans rotation sont peu nombreuses, ces expériences pourront servir de référence à de futures études théoriques plus complètes.

Perspectives

Nous avons fait le choix de nous intéresser au cours de notre travail à des problèmes qui n'étaient pas au départ dans les objectifs que nous nous étions fixés. Ceci nous a permis d'aborder différents sujets qui auraient chacun pu indépendamment constituer un sujet d'étude à part entière. Ce fut donc une expérience extrêmement enrichissante.

En contrepartie, nous laissons de nombreuses questions en suspend, ce qui permet d'ouvrir ce travail sur les perspectives suivantes :

- Les **modèles théoriques** de la réflexion critique des ondes internes n'expliquent pas quantitativement les comportements non-linéaires que nous avons observés.
- Nous n'avons pas étudié la question du **mélange** dans les expériences de réflexion critique d'ondes internes. Il s'agit pourtant d'un sujet de première importance pour l'amélioration des modèles océaniques et atmosphériques.
- L'étude de la génération de la **marée interne** au niveau des talus continentaux mérite d'être complétée par des expériences à grandes échelles. Celles-ci ont actuellement lieu à la plateforme Coriolis et nous participons à leur élaboration.
- La réflexion d'ondes internes sous **incidence oblique** (i.e. dans une configuration pleinement tridimensionnelle) n'a encore jamais été observée. Nos expériences peuvent servir de référence à ce sujet.
- Le comportement des **ondes gravito-inertielles** peut être très différent de celui des ondes de gravité internes lorsque l'on ne travaille plus sous incidence normale. Une étude complète de la réflexion des ondes gravito-inertielles sous incidence quelconque pourrait révéler des processus inattendus.
- L'étude de la diffraction des ondes internes, enfin, peut être facilement mise en œuvre en laboratoire et donner assez rapidement des résultats

sur lesquels aucune théorie n'a, à notre connaissance, été établie.

Nous espérons donc que ce travail sera également une source d'inspiration pour de nombreux travaux visant à mieux comprendre, par l'expérience, la dynamique des ondes de gravité internes.

Bibliographie

[1] A. Azevedo, J. C. B. da Silva et A. L. New : On the generation and propagation of internal solitary waves in the southern bay of biscay. *Deep-Sea Research*, 53:927, 2006.

[2] P. G. Baines : On internal tides generation models. *Deep-Sea Research*, 29:307, 1982.

[3] P. G. Baines : Internal tide generation at a continental shelf/slope junction : a comparison between theory and a laboratory experiment. *Dynamics of Atmospheres and Oceans*, 9:297, 1985.

[4] J. Boussinesq : *Théorie analytique de la chaleur*. Gauthier-Villars, 1903.

[5] D. A. Cacchione, L. F. Pratson et A. S. Ogston : The shaping of continental slopes by internal tides. *Science*, 296:724, 2002.

[6] D. Cacchione et C. Wunsch : Experimental study of internal waves over a slope. *Journal of Fluid Mechanics*, 66:223, 1974.

[7] S. B. Dalziel, G. O. Hughes et B. R. Sutherland : Whole field density measurements by synthetic schlieren. *Experiments in Fluids*, 28:322, 2000.

[8] T. Dauxois, A. Didier et E. Falcon : Observation of near-critical reflection of internal waves in a stably stratified fluid. *Physics of Fluids*, 16:6, 2004.

[9] T. Dauxois et W. R. Young : Near-critical reflection of internal waves. *Journal of Fluid Mechanics*, 390:271, 1999.

[10] O. S. Eiff et P. Bonneton : Lee-wave breaking over obstacles in stratified flow. *Physics of Fluid*, 12:1073, 2000.

[11] C. C. Eriksen : Observations of internal waves reflection off sloping bottoms. *Journal of Geophysical Research*, 87:525, 1982.

[12] Mc Ewan : Interactions between internal gravity waves and their traumatic effect on a continuous stratification. *Boundary Layer Met*, 5:159, 1973.

[13] A. Fincham et G. Delerce : Advanced optimization of correlation imaging velocimetry algorithms. *Experiments in Fluids*, 29:13, 2000.

[14] M. R. Flynn, K. Onu et B. R. Sutherland : Internal wave excitation by a vertically oscillating sphere. *Journal of Fluid Mechanics*, 494:65, 2003.

[15] J. Fortuin : Theory and application of two supplementary methods of constructing density gradient columns. *J. Polymer. Sci.*, 44:505, 1960.

[16] C. GARRETT et W. MUNK : Space-time scales of internal waves. *Geophysical Fluid Dynamics*, 54:495, 1972.

[17] T. GERKEMA et V.I. SHRIRA : Near-inertial waves in the ocean : beyond the traditional approximation. *Journal of Fluid Mechanics*, 529:195, 2005.

[18] T. GERKEMA, C. STAQUET et P. BOUROUET-AUBERTOT : Non-linear effects in internal-tide beams, and mixing. *Ocean Modelling*, 12:302, 2006.

[19] H. GÖRTLER : Über eine schwingungserscheinung in flüssigkeiten mit stabiler dichteschichtung. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, 23:165, 1943.

[20] L. GOSTIAUX, T. DAUXOIS, H. DIDELLE, J. SOMMERIA et S. VIBOUD : Quantitative laboratory observation of internal wave reflection on ascending slopes. *Physics of Fluids*, 18:056602, 2006.

[21] L. GOSTIAUX et T. DAUXOIS : Internal tides in laboratory experiments. *Physics of Fluids*, soumis, 2006.

[22] D. F. HILL : General density gradients in general domains : the two-tank method revisited. *Experiments in Fluids*, 32:434, 2002.

[23] W. S. HOLBROOK, P. PARAMO, S. PEARSE et R. W. SCHMITT : Thermohaline fine structure in an oceanographic front from seismic reflection profile. *Science*, 301:821, 2003.

[24] D. G. HURLEY et G. KEADY : The generation of internal waves by vibrating elliptic cylinders. part 2. approximate viscous solution. *Journal of Fluid Mechanics*, 351:119, 1997.

[25] G. N. IVEY et R. I. NOKES : Vertical mixing due to the breaking of critical internal waves on sloping boundaries. *Journal of Fluid Mechanics*, 204:479, 1989.

[26] L. R. M. MAAS, D. BENIELLI, J. SOMMERIA et F.-P. A. LAM : Observation of an internal wave attractor in a confined stably stratified fluid. *Nature*, 388:557, 1997.

[27] E. E. MCPHEE-SHAW et E. KUNZE : Boundary layer intrusions from a sloping bottom : A mechanism for generating intermediate nepheloid layers. *Journal of Geophysical Research*, 107:3, 2002.

[28] G. E. A. MEIER : Computerized background-oriented schlieren. *Experiments in Fluids*, 33:181, 2002.

[29] D. E. MOWBRAY et B. S. H. RARITY : A theoretical and experimental investigation of the phase configuration of internal waves of small amplitude in a density-stratified liquid. *Journal of Fluid Mechanics*, 28:1, 1967.

[30] K. ONU, M. R. FLYNN et B. R. SUTHERLAND : Schlieren measurements of axisymetric internal waves amplitudes. *Experiments in Fluids*, 35:24, 2003.

[31] G. OSTER : Density gradients. *Scientific American*, 213:70, 1965.

[32] I. PAIRAUD : *Modélisation et analyse de la marée interne dans le golfe de Gascogne*. Thèse, Université Toulouse III Paul Sabatier, 2005.

[33] T. PEACOCK et A. TABEI : Visualization of nonlinear effects in reflecting internal wave beams. *Physics of Fluids*, 17:061702, 2005.

[34] T. PEACOCK et P. WEIDMAN : The effect of rotation on conical wave beams in a stratified fluid. *Experiments in Fluids*, 39:32, 2005.

[35] A. PICHON et S. CORREARD : Internal tides modelling in the bay of biscay. comparisons with observations. *Scientia Marina*, 70S1, 2006.

[36] I. P. D. DE SILVA, J. IMBERGER et G. N. IVEY : Localized mixing due to a breaking internal wave ray at a sloping bed. *Journal of Fluid Mechanics*, 350:1, 1997.

[37] W. H. F. SMITH et D. T. SANDWEL : Global seafloor topography from satellite altimetry and ship depth soundings. *Science*, 277:1957, 1997.

[38] B. R. SUTHERLAND, S. B. DALZIEL, G. O. HUGHES et P. F. LINDEN : Visualisation and measurement of internal waves by synthetic schlieren. part 1 : vertically oscillating cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 390:93, 1999.

[39] B. R. SUTHERLAND, M. R. FLYNN et K. ONU : Schlieren visualisation and measurement of axisymetric disturbances. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 10:303, 2003.

[40] B. R. SUTHERLAND, G. O. HUGHES, S. B. DALZIEL et P. F. LINDEN : Internal waves revisited. *Dynamics of atmospheres and oceans*, 3:209, 2000.

[41] B. R. SUTHERLAND et P. F. LINDEN : Internal wave excitation by a vertically oscillating elliptical cylinder. *Physics of Fluids*, 14:721, 2002.

[42] A. TABAEI, T. R. AKYLAS et K. LAMB : Nonlinear effects in reflecting and colliding internal wave beams. *Journal of Fluid Mechanics*, 526:217, 2005.

[43] S. G. TEOH, J. IMBERGER et G. N. IVEY : Laboratory study of the interactions between two internal wave rays. *Journal of Fluid Mechanics*, 336:91, 1997.

[44] N. H. THOMAS et T. N. STEVENSON : A similarity solution for viscous internal wave. *Journal of Fluid Mechanics*, 54:495, 1972.

[45] S. A. THORPE : On the reflection of a train of finite-amplitude internal waves from a uniform slope. *Journal of Fluid Mechanics*, 178:279, 1987.

[46] S. A. THORPE : Thermal fronts caused by internal gravity waves reflecting from a slope. *Journal of Physical Oceanography*, 22:105, 1992.

[47] R. D. WEAST : *Handbook of chemistry and physics.* 56 Ed. CRC Press, 1975.