HAL
open science

Croissance lente de fissures: de la fragilité à la complexité

Pierre-Philippe Cortet

▶ **To cite this version:**

Pierre-Philippe Cortet. Croissance lente de fissures: de la fragilité à la complexité. Physique [physics]. Ecole normale supérieure de lyon - ENS LYON, 2007. Français. ⟨NNT : ⟩. ⟨tel-00162873⟩

HAL Id: tel-00162873

https://theses.hal.science/tel-00162873v1

Submitted on 16 Jul 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Autorisation HAL

HAL Authorization

N° d'ordre : 409 Année : 2007
N° Bibliothèque : 07ENSLO 409

THÈSE

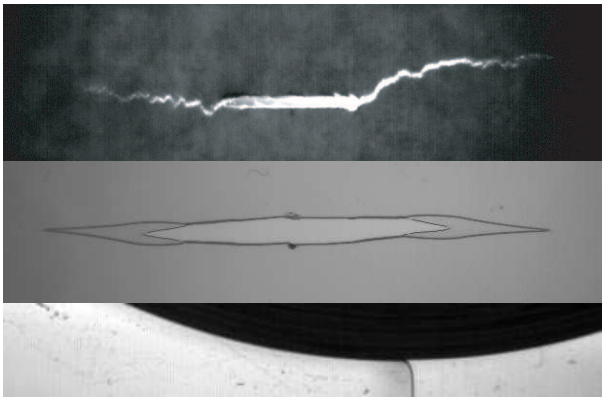
en vue d'obtenir le grade de
Docteur de l'Université de Lyon-Ecole Normale Supérieure de Lyon
Spécialité : Physique

Laboratoire de Physique
Ecole Doctorale de Physique et Astrophysique de Lyon

présentée par

PIERRE-PHILIPPE CORTET

CROISSANCE LENTE DE FISSURES : DE LA FRAGILITÉ À LA COMPLEXITÉ



Sous la direction de **LOÏC VANEL**

Soutenue publiquement le 26 juin 2007
devant la commission d'examen formée de

ELISABETH BOUCHAUD	Ingénieur CEA	CEA Saclay	Rapporteur
SERGIO CILIBERTO	DR CNRS	ENS de Lyon	Invité
ERIC CLÉMENT	Professeur	Université Pierre-et-Marie-Curie	Rapporteur
SÉBASTIEN MANNEVILLE	Professeur	ENS de Lyon	Examinateur
GREGORY B. MCKENNA	Professeur	Texas Tech. University	Examinateur
ELIE RAPHAËL	DR CNRS	ESPCI de la Ville de Paris	Président
LOÏC VANEL	MC HDR	ENS de Lyon	Directeur

Je remercie chaleureusement les membres du jury, Sébastien Manneville, Gregory B. McKenna, Elie Raphaël, d'avoir accepté d'examiner mon travail de thèse et plus particulièrement Elisabeth Bouchaud et Eric Clément d'en être aussi les rapporteurs.

Je remercie les différentes personnes avec lesquelles j'ai collaboré au cours de l'avancement de ce travail de thèse, François Caillier, Matteo Ciccotti, Caroline Cohen, Rafael Estevez, Mathieu Gibert, Guillaume Huillard, Nicolas Mallick, Stéphane G. Roux et Stéphane Santucci, ainsi évidemment que les équipes techniques et le secrétariat du laboratoire sans qui de nombreux projets n'auraient pas pu se concrétiser. Je salue aussi l'ensemble du laboratoire de physique de l'ENS de Lyon dont la bonne ambiance et la richesse humaine est très stimulante au quotidien.

Je veux ensuite remercier Sergio Ciliberto qui supervise l'équipe "fracture" du laboratoire de physique. Grâce à sa grande expérience, technique, expérimentale et théorique, ainsi qu'à son enthousiasme, il a toujours su me conseiller et orienter mon travail dans de bonnes directions.

Finalement, je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Loïc Vanel qui m'a encadré au quotidien pendant les trois années de ma thèse avec grande énergie et compétence, ainsi qu'une patience et une gentillesse qui semblent ne pas avoir de limite. J'ai énormément appris à son contact. Ce fut une grande joie que de travailler avec Loïc. C'est ainsi avec enthousiasme mais aussi un peu de tristesse que je prends aujourd'hui un chemin qui se sépare du sien.

Table des matières

1 Concepts et théories sur le phénomène de fracturation **9**
1.1 Ténacité des matériaux 10
1.1.1 Module d'Young et seuils de rupture 10
1.1.2 L'analyse d'Inglis 11
1.1.3 Equilibre énergétique d'une fissure selon Griffith 12
1.1.4 Les modes d'ouverture d'une fissure 13
1.1.5 Intensification des contraintes 14
1.1.6 Ténacité des matériaux 15
1.1.7 Fracture ductile et fragile 16
1.1.8 Intensification des contraintes : au-delà de l'approche élastique 18
1.2 Rupture retardée et croissance lente de fissures 22
1.2.1 Le phénomène de rupture retardée 22
1.2.2 Les expériences de Zhurkov 23
1.2.3 Croissance lente ou sous-critique de fissure 25

2 Croissance sous-critique dans un matériau désordonné **33**
2.1 Modèle dans les matériaux homogènes 34
2.2 Extension du modèle aux milieux désordonnés 39
2.3 Analyse numérique directe du modèle 42
2.4 Les temps de rupture 42
2.5 Confrontation des résultats avec ceux du DFBM 45
2.6 Résultats analogues 46
2.7 Discussion de l'hypothèse de croissance en ligne droite 47
2.8 Des expériences pour tester la loi Super-Arrhenius ? 50
2.8.1 La machine à percer les échantillons 50
2.8.2 Principe des expériences 50
2.9 Conclusion 52

3 Mécanique des films de polycarbonate **55**
3.1 Propriétés mécaniques des polymères amorphes 55
3.1.1 Courbe de réponse contrainte-déformation 55
3.1.2 Evolution du seuil d'écoulement plastique σ_y 57
3.1.3 Modélisation de la mécanique des polymères amorphes 58

3.2 Les films de polycarbonate 59
3.2.1 Courbe contrainte-déformation des films de polycarbonate . . 60
3.2.2 Loi de fluage du matériau 64
3.3 Les zones de déformation plastique 65
3.3.1 La création des zones de déformation plastique : une transition de phase ? 65
3.3.2 Dynamique de croissance des zones de déformation plastique . 67
3.3.3 Propriétés structurelles des zones plastiques 72
3.4 Résumé 75

4 Croissance lente d'une fissure dans un film PC 77
4.1 Les expériences de croissance lente de fissure en fluage 78
4.1.1 Géométrie des expériences 78
4.1.2 Le suivi d'une expérience 79
4.1.3 Le déroulement des expériences de fluage 79
4.1.4 Inventaire des expériences réalisées 82
4.2 La zone plastique en pointe de fissure 83
4.2.1 Description de la zone plastique 83
4.2.2 Images microscopiques de la zone plastique 84
4.2.3 Dépendance de la longueur de la zone plastique avec la longueur de la fissure 86
4.2.4 Caractérisation de la forme la zone plastique 90
4.3 La dynamique de rupture 93
4.3.1 Analyse des courbes de croissance de la fissure 93
4.3.2 Les résultats des ajustements des courbes de croissance 96
4.4 Autocohérence de la dynamique pour une contrainte appliquée . . . 97
4.5 Du déterminisme et de la statistique au comportement moyen 100
4.6 Etude des temps de rupture 100
4.7 Loi d'Eyring, loi de Dugdale-Barenblatt et dynamique 102
4.7.1 La dynamique moyenne 102
4.7.2 La dynamique instantanée : proposition pour une loi de croissance 104
4.7.3 Discussion autour de la loi de croissance 108
4.8 Conclusion 109

5 Imagerie du pelage stick-slip de rubans adhésifs 113
5.1 Introduction 114
5.2 Etudes antérieures du pelage de rubans adhésifs 115
5.3 Le dispositif expérimental 117
5.4 Description mathématique du problème 118
5.5 L'extraction de la dynamique de pelage à partir des films 120
5.6 Dépendance de la dynamique du point de pelage 122
5.7 La dynamique de rotation du rouleau 122
5.7.1 Dans le régime déclenché 122

5.7.2 Dans le régime spontané 123
5.7.3 Les oscillations de la vitesse de rotation 123
5.8 La dynamique du point de pelage 125
5.8.1 Dans le référentiel du laboratoire 125
5.8.2 Dans le référentiel du rouleau 128
5.8.3 Evolution qualitative de la dynamique du point de pelage . . 129
5.9 Les propriétés moyennes du stick-slip 132
5.9.1 Vitesses de stick et de slip 132
5.9.2 Période et amplitude du stick-slip 134
5.9.3 Durées relatives du stick et du slip 134
5.10 Discussion 135

A Champ et facteur d'intensité des contraintes d'une fissure plate dans une plaque élastique 141

B Quelques notions théoriques à propos des solides élasto-plastiques 143

C Le dispositif expérimental de traction 145
C.1 La machine de traction 145
C.2 Les échantillons et leur fixation 146
C.3 Le fonctionnement du dispositif de traction 147
C.4 Le suivi des expériences 147

D Etude de la croissance de fissures en interaction 149
D.1 Introduction 149
D.2 Le chemin suivi lors de la croissance d'une fissure 149
D.3 Les expériences réalisées 150
D.4 Analyse post-mortem des chemins de fissuration 151
D.4.1 Etude qualitative des chemins de fissuration 152
D.4.2 Proportion des expériences de type I et II 154
D.4.3 Etude des échantillons attractifs i.e. de type I 155
D.4.4 Etude des échantillons répulsifs i.e. de type II 156
D.4.5 Le seuil de rupture du matériau 157

E Liste des publications relatives à la thèse 159

Introduction

De nombreuses catastrophes survenues au cours de l'histoire des sociétés humaines ont montré la nécessité de pouvoir prédire la résistance à la rupture des matériaux de structures (ouvrages de génie civil, constructions aéronautiques, navales, ferrovières, automobiles,...) ainsi que des matériaux géologiques (rupture de failles tectoniques à l'origine des tremblements de terre). C'est l'objet de la science appelée ***mécanique de la rupture*** que de relever ce défi. Son but est de comprendre les mécanismes d'endommagement des matériaux pour pouvoir éviter ou tout au moins prédire les possibles évènements catastrophiques. Les enjeux économiques et sociaux d'un tel domaine de recherche apparaissent évidemment comme majeurs. C'est pourquoi, l'étude de la rupture des matériaux est particulièrement intense dans les laboratoires des sciences de l'ingénieur et de l'industrie. Cependant, la compréhension profonde des mécanismes physiques intervenant lors des processus de fracturation reste encore très limitée. Elle permettrait pourtant l'économie de beaucoup de travail et de moyens que les industriels sont actuellement contraints d'investir pour s'assurer de la sécurité de leur construction.

Cette thèse de doctorat a pour objectif d'apporter une contribution à la compréhension des mécanismes physiques en jeu dans le phénomène de croissance lente de fissure dans un matériau sous contrainte. Ce phénomène est un des principaux processus à l'origine de la rupture macroscopique des matériaux sous contrainte. Ce travail s'appuie principalement sur des études expérimentales, mais est aussi composé de travaux théoriques traités à la fois analytiquement et numériquement.

Il est d'abord présenté une revue bibliographique des approches existantes à ce jour concernant le phénomène de croissance lente de fissure (Chapitre 1). On aborde ensuite différents aspects de la croissance lente d'une fissure en allant de systèmes physiques semblant à priori être les plus simples (matériaux élastiques au Chapitre 2) pour s'orienter vers des systèmes de plus en plus complexes comme les matériaux élastiques hétérogènes (Chapitre 2) puis des matériaux visco-plastiques (polymères amorphes aux Chapitres 3 et 4 et rubans adhésifs au Chapitre 5). Finalement, on présente brièvement (Annexe D) une étude préliminaire de la croissance de fissures en interaction dans un matériau élastique.

Chapitre 1

Concepts et théories sur le phénomène de fracturation

Sommaire

1.1 Ténacité des matériaux 10

1.1.1 Module d'Young et seuils de rupture 10

1.1.2 L'analyse d'Inglis 11

1.1.3 Equilibre énergétique d'une fissure selon Griffith 12

1.1.4 Les modes d'ouverture d'une fissure 13

1.1.5 Intensification des contraintes 14

1.1.6 Ténacité des matériaux 15

1.1.7 Fracture ductile et fragile 16

1.1.8 Intensification des contraintes : au-delà de l'approche élastique 18

1.2 Rupture retardée et croissance lente de fissures 22

1.2.1 Le phénomène de rupture retardée 22

1.2.2 Les expériences de Zhurkov 23

1.2.3 Croissance lente ou sous-critique de fissure 25

Dans ce chapitre, on présente certaines notions élémentaires de mécanique de la fracture des matériaux qui seront utiles à la compréhension et à l'interprétation des différents travaux théoriques et expérimentaux présentés dans la suite de cette thèse. On fait aussi une revue rapide de différents modèles décrivant le phénomène de rupture retardée et plus précisément la croissance lente de fissures sous contrainte.

1.1 Ténacité des matériaux

1.1.1 Module d'Young et seuils de rupture

Pour un monocristal, un raisonnement rapide[1] permet d'estimer un ordre de grandeur pertinent pour la contrainte σ_{cl} nécessaire, lors d'une traction, au clivage du cristal i.e. à la rupture de l'ensemble des liaisons chimiques entre les atomes de deux plans adjacents. Le même raisonnement permet d'estimer aisément l'énergie de surface γ des surfaces ainsi créées en les reliant au module d'Young Y du matériau et à la distance interatomique a :

$$\sigma_{cl} = \frac{Y}{2\pi} \tag{1.9}$$

$$\gamma = \frac{Ya}{4\pi^2}. \tag{1.10}$$

[1]On considère une énergie potentielle d'interaction entre atomes standard du type Lennard-Jones. L'énergie de surface des surfaces créées représente en fait la moitié du travail nécessaire pour séparer les atomes initialement dans une position d'équilibre jusqu'à l'infini :

$$W = \int_a^{+\infty} f\, dr. \tag{1.1}$$

a représente ici la taille de la maille du monocristal. Une approximation, grossière mais correcte en ordre de grandeur, du potentiel d'interactions entre atomes consiste à considérer que la force, nécessaire à la séparation des plans d'une distance $x + a$, est sinusoïdale avec comme période la distance interatomique d'équilibre du cristal a :

$$f = f_0 \sin\left(\frac{2\pi}{a}x\right) \quad \text{pour} \quad 0 < x < a/2. \tag{1.2}$$

Ainsi, la force et le travail nécessaire au clivage pour un lien atomique i.e. une surface créée d'aire $2a^2$ s'écrivent :

$$\delta f = f_0 \tag{1.3}$$

$$\delta W = \frac{af_0}{\pi} \tag{1.4}$$

ce qui correspond à une énergie de surface de :

$$\gamma = \frac{f_0}{2\pi a}. \tag{1.5}$$

Pour des faibles déplacements x d'un plan par rapport à l'autre, on fait le lien entre la force f et le module d'Young du matériau :

$$\sigma = \frac{f}{a^2} = Y\frac{x}{a} \quad \text{soit aux faibles déformations} \quad \frac{d\sigma}{dx} = \frac{f_0 2\pi}{a^3} = \frac{Y}{a} \tag{1.6}$$

On en déduit les expressions suivantes pour la contrainte à fournir σ_{cl} pour le clivage ainsi que l'énergie de surface des surfaces ainsi créées :

$$\sigma_{cl} = \frac{f_0}{a^2} = \frac{Y}{2\pi} \tag{1.7}$$

$$\gamma = \frac{Ya}{4\pi^2}. \tag{1.8}$$

Ainsi, il semble de prime abord réaliste de considérer $Y/2\pi$ comme une bonne estimation de la contrainte nécessaire à la rupture d'un solide. Expérimentalement, on se rend compte que la rupture des matériaux se produit cependant pour des contraintes beaucoup plus faibles que le module d'Young. Ces dernières sont en effet inférieures de 2 à 3 ordres de grandeur comme on peut le constater sur les données du tableau 1.1.

Matériau	$\sigma_{th} = Y/2\pi$ (10^9N.m^{-2})	σ_{exp} (10^9N.m^{-2})	σ_{exp}/σ_{th}
Fer	32	0.3	0.094
Cuivre	19	0.2	0.010
Titane	18	0.3	0.017
Silicone	22	0.7	0.032
Verre	11	0.4	0.036

TAB. 1.1 – Contrainte théorique de clivage et contrainte expérimentale de rupture pour différents matériaux (données extraites de [1, 2, 3]).

La naissance de la mécanique de la fracture au début du siècle dernier, avec les travaux pionniers d'Inglis (1913) [4] et de Griffith (1920) [5], a permis de commencer à clarifier l'origine de cette disparité entre la résistance en contrainte des matériaux et celle des liaisons entre atomes, en postulant la pré-existence de défauts ou de fissures. Ces défauts favorisent la rupture du matériau par un effet géométrique de concentration des contraintes en leurs zones les plus aigues. Cette concentration des contraintes sur la pointe des défauts permet en effet d'atteindre localement des contraintes beaucoup plus élevées que celles appliquées aux bords du matériau. Le seuil de rupture est alors dépassé localement et les fissures peuvent croître.

Pour illustrer simplement ce type d'approche, nous allons introduire le cas d'école de l'équilibre mécanique d'une fissure rectiligne dans un matériau parfaitement élastique à deux dimensions.

1.1.2 L'analyse d'Inglis

En 1913, Inglis [4] réalise une première étude de la distribution des contraintes dans un solide élastique homogène à deux dimensions présentant une cavité elliptique et soumis à une tension uniaxiale. Dans le cadre de la théorie de l'élasticité, on peut ainsi calculer, dans une plaque infinie, percée d'une cavité elliptique de demi-axes a et $\ell/2$, et soumise à une tension uniaxiale perpendiculairement au grand axe ℓ, l'expression de la contrainte à la pointe de l'ellipse (cf. figure 1.1) :

$$\sigma_p = \sigma\left(1 + \frac{\ell}{a}\right) = \sigma\left(1 + 2\sqrt{\frac{\ell}{\rho}}\right) \tag{1.11}$$

où ρ représente le rayon de courbure de la pointe de la fissure. Cette contrainte diverge lorsque la fissure s'aplatit i.e. lorsque $\rho \to 0$. Cela illustre sur un exemple

très simple le phénomène d'intensification des contraintes que l'on observe de manière générale à la pointe des fissures.

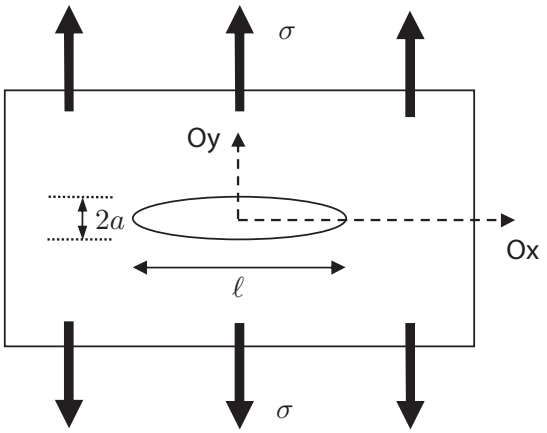


FIG. 1.1 – Solide élastique à deux dimensions présentant une cavité elliptique et soumis à une contrainte uniaxiale σ.

1.1.3 Equilibre énergétique d'une fissure selon Griffith

Griffith a ensuite été le premier en 1920 [5] à introduire une modélisation énergétique de la fracture dans les milieux élastiques. Dans la géométrie précédente, où l'on considère une fente de longueur ℓ infiniment plate ($a = 0$), dans une plaque élastique d'épaisseur e soumise à une contrainte σ perpendiculairement à la fissure, on peut associer à la fissure une énergie potentielle constituée de l'énergie élastique stockée dans la plaque et d'une énergie de surface γ correspondant à la création de nouvelles interfaces par rupture de liaison atomique. L'énergie potentielle associée à la fissure s'écrit alors par unité d'épaisseur de la feuille :

$$U(\ell, \sigma) = U_0(\sigma) - \frac{\pi \ell^2 \sigma^2}{4Y} + 2\gamma\ell \tag{1.12}$$

où Y est le module d'Young du matériau, γ l'énergie de surface dans la fissure et U_0 l'énergie élastique stockée en l'absence de fissure. La somme des deux premiers termes de droite de l'équation 1.12 représente l'énergie élastique de la feuille à laquelle on a soustrait le travail des forces extérieures. On peut observer la dépendance de cette énergie avec la longueur de la fissure sur la figure 1.2.

L'approche de Griffith consiste alors à penser que le système va tendre à minimiser son énergie potentielle. Ce raisonnement permet d'introduire une longueur critique de fente :

$$\ell_c(\sigma) = \frac{4\gamma Y}{\pi \sigma^2} \tag{1.13}$$

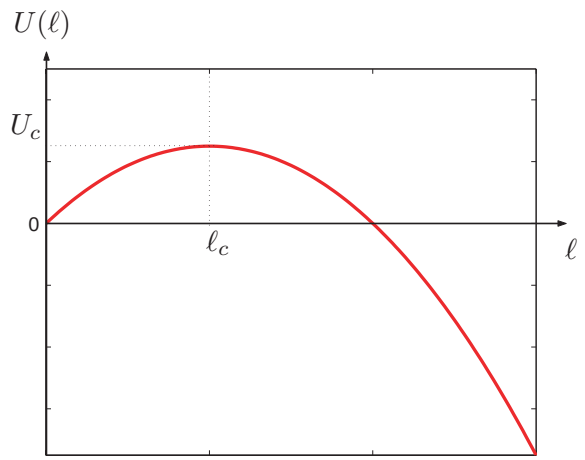


FIG. 1.2 – Energie potentielle de Griffith $U(\ell)$ en fonction de la taille de la fissure ℓ.

au-delà de laquelle, pour une contrainte donnée σ, le matériau va se briser de manière très rapide (état stable pour $\ell \to +\infty$) et, en dessous de laquelle, il va "guérir" pour atteindre l'état métastable $\ell = 0$. L'énergie potentielle est, en effet, maximale pour la longueur de fissure critique ℓ_c, longueur dite de Griffith, au delà de laquelle le seul état stable est le solide séparé en deux. On peut renverser le problème et se rendre compte que pour une taille de fissure ℓ donnée, il existe une contrainte critique :

$$\sigma_c(\ell) = \sqrt{\frac{4\gamma Y}{\pi \ell}} \tag{1.14}$$

au-delà de laquelle le matériau va se briser totalement. Il est à noter la différence entre ce critère de rupture et celui établi par un raisonnement sur le clivage au paragraphe 1.1.1. En admettant l'équivalence établie alors entre γ et Y (cf. équation 1.10), on a :

$$\sigma_c(\ell) = \frac{Y}{\pi^{3/2}} \sqrt{\frac{a}{\ell}}. \tag{1.15}$$

Finalement, la théorie de Griffith est simple mais cependant pas totalement satisfaisante car elle prévoit la fermeture des fractures de longueur inférieure à ℓ_c, chose qui est évidemment irréaliste expérimentalement pour des fissures de taille macroscopique.

1.1.4 Les modes d'ouverture d'une fissure

Expérimentalement, lorsqu'une fissure est soumise à des contraintes suffisantes, elle grandit. Dans le domaine d'élasticité linéaire, la charge agissant alors sur ses lèvres peut toujours être décomposée localement en trois modes d'ouverture indépendants comme le montre la figure 1.3. Dans cette figure, on considère une fente idéale, infiniment plate dans un matériau à trois dimensions.

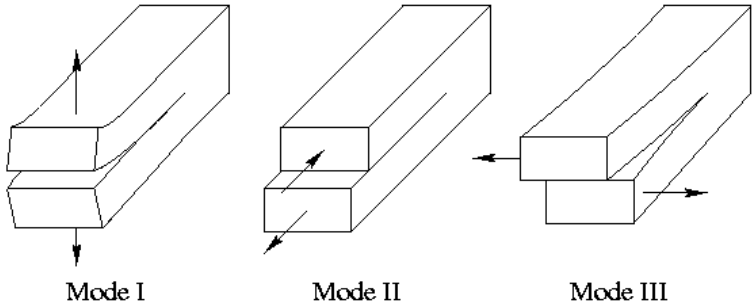


FIG. 1.3 – Les trois modes d'ouverture d'une fissure.

Le mode I, pour lequel la traction est appliquée perpendiculairement au plan de la fissure, est le mode dit de traction pure, le mode II est un mode de cisaillement dans le plan de la fissure perpendiculairement à la ligne de fissure et le mode III est le mode de cisaillement dans le plan de la fissure parallèlement à la ligne de fissure.

1.1.5 Intensification des contraintes

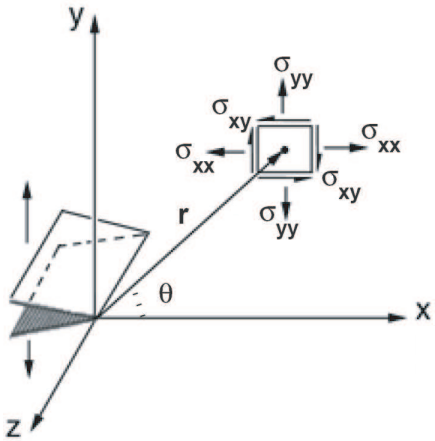


FIG. 1.4 – Base de projection du tenseur des contraintes dans le voisinage de la pointe d'une fissure.

Irwin a été le premier, en 1958 [6], à exprimer le champs des contraintes et des déplacements au voisinage de la pointe d'une fissure idéale, infiniment plate, dans un solide parfaitement élastique. En coordonnées cylindriques, r (distance à la pointe de fissure), θ et z (cf. figure 1.4), le champ des contraintes au voisinage de la pointe

d'une fissure chargée en mode I d'ouverture s'écrit :

$$\begin{cases} \sigma_{xx} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2}\left(1+\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right) \\ \sigma_{yy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2}\left(1-\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right) \\ \sigma_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2} \end{cases} \tag{1.16}$$

où K_I est un paramètre qui dépend de la contrainte appliquée, de la longueur de la fissure et de la géométrie de l'échantillon. Ces expressions sont le résultat d'approximations valides lorsque r est petit devant la longueur de la fissure. L'indice de K_I fait référence au mode de traction. Des formules similaires existent pour les autres modes de traction.

Plus généralement, on peut en fait écrire les tenseurs des contraintes σ_{ij} et des déplacements u_i au voisinage de la pointe d'une fissure idéale dans un matériau élastique sous la forme (lorsque $r \ll \ell$) [7] :

$$\begin{cases} \sigma_{ij} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \sum_{\alpha=1}^{3} K_\alpha \, f_{ij}^{\alpha}(\theta) \\ u_i &= \sqrt{\frac{r}{4\pi Y}} \sum_{\alpha=1}^{3} K_\alpha \, g_i^{\alpha}(\theta) \end{cases} \tag{1.17}$$

où Y est le module d'Young du matériau et les fonctions f_{ij}^{α} et g_i^{α} des fonctions universelles. On se rend compte qu'au voisinage de la pointe de la fissure le champ des contraintes diverge en $1/\sqrt{r}$. L'intensité de cette divergence caractéristique à la pointe des fissures est mesurée par les grandeurs K_I, K_{II} et K_{III}, relatives aux trois modes d'ouverture et appelées ***facteurs d'intensité des contraintes***. K_I, K_{II} et K_{III} dépendent de la contrainte appliquée et de la géométrie de l'échantillon. Le facteur d'intensité des contraintes est une grandeur fondamentale en mécanique de la rupture car c'est très souvent lui le paramètre qui contrôle la dynamique de croissance des fissures.

1.1.6 Ténacité des matériaux

Comme nous venons de le voir, dans le cadre de la théorie élastique, la contrainte diverge lorsqu'on s'approche de la pointe d'une fissure plate. On définit alors le facteur d'instensité des contraintes K qui constitue une mesure de l'amplitude de cette divergence. Cette grandeur restant finie contrairement à la contrainte, Irwin [6] a alors introduit la notion de seuil critique de rupture pour le facteur d'intensité de contrainte K et non pour la contrainte elle-même. La valeur critique correspondante de K est appelée ***ténacité*** et est généralement notée K_c. Ce seuil critique est a priori caractéristique du matériau considéré[2]et indépendant de la géométrie en question.

[2]il y en a trois : un pour chaque mode de rupture.

Dans le cas simple étudié plus tôt (cf. paragraphe 1.1.3) d'une fente plate dans une plaque élastique soumise à une contrainte σ en mode I, le facteur d'intensité des contraintes s'écrit très simplement (calcul en annexe A) :

$$K = \sigma\sqrt{\frac{\pi\ell}{2}}. \tag{1.18}$$

On remarque alors que le critère de rupture sur le facteur d'intensité des contraintes $K > K_c$ synthétise naturellement les deux critères de rupture (en ℓ et en σ) issus du raisonnement de Griffith (cf. paragraphe 1.1.3) par la formule :

$$K = \sigma\sqrt{\frac{\pi\ell}{2}} > K_c. \tag{1.19}$$

Les équations de Griffith nous permettent alors d'écrire simplement une expression théorique pour la ténacité d'un matériau :

$$K_c = \sqrt{2\gamma Y}. \tag{1.20}$$

Expérimentalement, on constate que la ténacité mesurée[3] est toujours supérieure à la ténacité théorique comme on peut le voir dans le tableau 1.2. Quelque soit la géométrie, comme $K_c \sim \sqrt{2\gamma Y}$, nous devons admettre que l'énergie surfacique 2γ qu'il faut considérer dans l'équilibre énergétique d'une fissure dans un solide sous contrainte doit être remplacée par une énergie de séparation Γ supérieure à 2γ. L'écart entre Γ et 2γ est plus ou moins grand selon le matériau considéré.

Matériau	K_c^{th} (10^6N.m$^{-3/2}$)	K_c^{exp} (10^6N.m$^{-3/2}$)
Verre	0.19	0.7
Acier doux	0.65	140

TAB. 1.2 – Ténacité théorique et expérimentale pour le verre et l'acier doux.

1.1.7 Fracture ductile et fragile

L'origine physique de l'écart observé entre les ténacités expérimentales et les ténacités théoriques provient du fait que pour presque tous les matériaux le phénomène de rupture fait intervenir la création d'une zone de fort endommagement (plasticité, microfissuration...) en tête de fissure. Cette création nécessite une quantité d'énergie plus ou moins importante, qui vient s'ajouter à l'énergie de surface 2γ, justifiant le fait que la ténacité expérimentale soit supérieure à la ténacité théorique. Traditionnellement, en mécanique de la rupture, on sépare les matériaux en deux classes :

[3] lors d'expériences réalisées dans des géométries où l'expression analytique de $K(\sigma, \ell)$ est bien connue.

– les matériaux ***fragiles*** qui ont une énergie de fracturation Γ du même ordre de grandeur que leur énergie de surface 2γ (c'est le cas du verre qui est un des matériaux les plus fragiles (cf. tableau 1.2))[4],
– les matériaux ***ductiles*** qui ont une énergie de fracturation Γ très supérieure à 2γ (c'est le cas de l'acier doux (cf. tableau 1.2)).

En fait, cette classification appelle naturellement l'introduction d'un autre critère de rupture que celui sur le facteur d'intensité des contraintes. Ce critère est relatif à la grandeur que l'on nomme ***taux de restitution de l'énergie élastique*** notée en général G. Ce critère est énergétique puisque G est une mesure de l'énergie libérée lors de l'avancement de la fissure :

$$G = \frac{1}{e}\frac{\delta U_{\text{méca}}}{\delta \ell} \tag{1.21}$$

avec l'énergie mécanique qui vaut :

$$U_{\text{méca}} = U_{\text{élastique}} - W \tag{1.22}$$

où W est le travail des forces extérieures. Lors d'un processus de fracturation, c'est le taux de restitution de l'énergie G qui doit "fournir" l'énergie nécessaire à la fracturation Γ. Le critère de rupture énergétique postulé est alors naturellement :

$$G > \Gamma. \tag{1.23}$$

Dans le cas simple étudié plus tôt (cf. paragraphe 1.1.3) d'une fente plate dans une plaque élastique soumise à une contrainte σ en mode I, le taux de restitution de l'énergie élastique s'écrit [7] :

$$G = \frac{\pi \ell \sigma^2}{2Y} = \frac{K^2}{Y} \tag{1.24}$$

Le critère de rupture s'écrit alors très simplement selon :

$$\frac{\pi \ell \sigma^2}{2Y} > \Gamma \qquad \text{i.e.} \qquad \frac{K^2}{Y} > \Gamma. \tag{1.25}$$

On remarque que l'on retrouve finalement exactement le même critère de rupture qu'avec le facteur d'intensité des contraintes qui a simplement été mis au carré.

En fait, toute fracture d'un matériau sous contrainte fait intervenir au niveau microscopique un mécanisme particulier de croissance de fissure. Celui-ci a lieu dans une zone plus ou moins restreinte autour des pointes des fissures que l'on appellera la ***zone de processus***. Ce mécanisme étant dépendant de la nature du matériau sous contrainte, différentes théories existent pour décrire la croissance des fissures. Elles font intervenir par exemple des mécanismes de fibrillation ou craquelage du matériau à la pointe de la fissure (par exemple pour les polymères amorphes), des mécanismes d'activation thermique, des mécanismes de vieillissement sous contraintes... Comme

[4] Le cas limite d'un matériau parfaitement fragile correspond à $\Gamma = 2\gamma$.

nous venons de le voir, la mécanique de la fracture fait souvent la distinction entre deux types de rupture des matériaux : la fracturation ***fragile*** et la fracturation ***ductile***. Cette distinction ne concerne pas directement le mécanisme microscopique qui explique la croissance de la fissure mais le comportement mécanique en dehors de la zone de processus. La fracture fragile suppose que le matériau subit une déformation élastique réversible jusqu'à la rupture totale dans toutes les zones extérieures une zone de processus restreinte en taille. Ceci implique une élasticité apparente à l'échelle macroscopique. En revanche, la fracture ductile fait intervenir des déformations plastiques et visqueuses irréversibles. Celles-ci apparaissent principalement (mais parfois plus largement) dans des zones proches des fissures, autour de la zone de processus, et que nous appelerons dorénavant ***zones plastiques***.

Le mécanisme de fissuration d'un objet dépend donc fortement de la nature du matériau étudié i.e. de ces propriétés rhéologiques (nature ductile ou fragile) ainsi que de sa structure microscopique (mécanisme de rupture).

1.1.8 Intensification des contraintes : au-delà de l'approche élastique

Dans le cadre de la théorie élastique, on vient de voir que la contrainte diverge lorsqu'on s'approche de la pointe d'une fissure plate. Cette divergence n'est pas complètement réaliste car en pratique différents effets en particulier non-linéaires et non-élastiques vont alors intervenir dans une zone proche de la pointe fissure (zone de processus, zone plastique...).

Discrétisation du matériau

Dans de nombreux solides fragiles, la structure mésoscopique du matériau est hétérogène. La discrétisation du matériau va alors modifier le champ des contraintes à cette échelle mésoscopique. Ainsi, on peut s'intéresser à la contrainte moyenne σ_m, sur une échelle de discrétisation λ caractéristique du matériau, qui semble être la grandeur pertinente dans cette situation. Dans la géométrie bi-dimmensionnelle traditionnelle, à la pointe de la fissure, on considère donc :

$$\sigma_m = \frac{1}{\lambda} \int_{\ell/2}^{\ell/2+\lambda} \sigma_{yy}(x, y = 0)\, dx. \tag{1.26}$$

Il est possible de calculer l'expression de σ_m (à partir de l'équation A.1) :

$$\sigma_m = \sigma \sqrt{\frac{\ell}{2\lambda}} = \frac{K}{\sqrt{\pi\lambda}}. \tag{1.27}$$

On se rend compte que, dans le cas élastique, la contrainte moyenne en pointe de fissure sur une échelle donnée de discrétisation évolue exactement comme le facteur d'intensité des contraintes. Ainsi, K semble rester une grandeur tout à fait pertinente dans le cas d'un matériau élastique hétérogène.

Le modèle de la zone cohésive de Dugdale-Barenblatt

Une autre situation modèle est de considérer l'apparition d'une zone de déformation plastique à la pointe de la fissure. Cette hypothèse va permettre d'un point de vue analytique d'éviter la divergence du champ des contraintes et de décrire de manière réaliste un grand nombre de situations expérimentales.

Dans les années 1960, Dugdale et Barenblatt [8, 9] modélisent la zone de déformation à la pointe d'une fissure par un matériau plastique isotrope dans lequel la contrainte serait uniformément égale à la contrainte d'écoulement plastique du matériau σ_y (cf. figure 1.5). Aujourd'hui, on parle plus souvent de ***modèle de la zone cohésive*** car celui-ci n'est en pratique pas seulement utilisé pour modéliser des zones de déformation plastique et a subi de nombreux raffinements depuis. Pour déterminer l'équilibre du système i.e. la taille et la forme de la zone cohésive, il faut résoudre le problème élastique relatif à la région du sytème en dehors de la zone cohésive. Pour cela, on considère la situation équivalente d'une plaque de taille infinie avec une pseudo-fissure de taille ℓ_{pz}, une contrainte σ aux bords appliquée en mode I, ainsi qu'une contrainte σ_y appliquée sur les lèvres de la pseudo-fissure entre les coordonnées $x = \ell/2$ et $x = \ell_{pz}/2$. La contrainte sur les lèvres va rendre compte de l'influence de la zone cohésive sur la partie élastique du système (cf. figure 1.5).

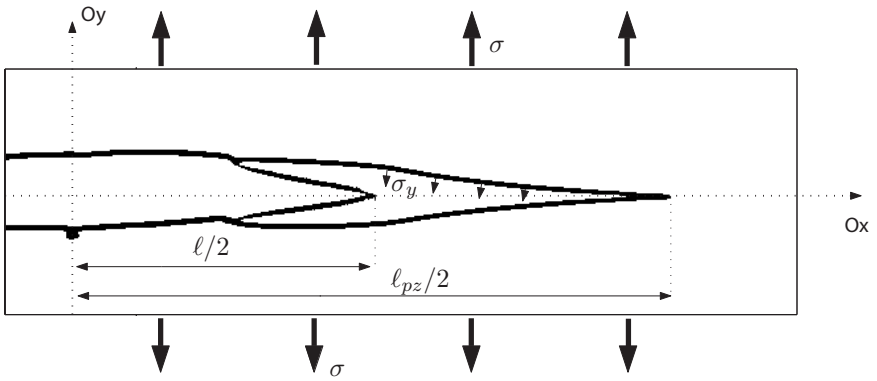


FIG. 1.5 – Géométrie schématique d'un solide élastique à deux dimensions présentant une zone cohésive selon le modèle de Dugdale-Barenblatt.

De la manière la plus simple, on peut déterminer la taille de la zone cohésive en faisant l'hypothèse de la non-divergence de la contrainte à la pointe de celle-ci. Cette divergence n'est en effet pas acceptable physiquement à l'intérieur du matériau. On peut alors annuler le terme divergent du champ de contrainte à la pointe de la pseudo-fissure. En pratique, cela revient à annuler le facteur d'intensité des contraintes en ce point :

$$K_{tot} = K_{el}(\sigma, \ell_{pz}) + \tilde{K}(\sigma_y, \ell, \ell_{pz}) = 0 \tag{1.28}$$

où K_{el} est le facteur d'intensité des contraintes habituel à la pointe d'une fissure de longueur ℓ_{pz} dans un film élastique soumis à une contrainte σ en mode I et $\tilde{K}$

le facteur d'intensité des contraintes pour un film fracturé sur une longueur ℓ_{pz} et soumis uniquement à σ_y sur les lèvres de la fissure entre $x = \ell/2$ et $x = \ell_{pz}/2$ (cf. figure 1.5). En utilisant les expressions analytiques de ces facteurs d'intensité des contraintes dans le cas d'un film élastique infini, Dugdale démontre une relation de proportionnalité entre ℓ_{pz} et ℓ :

$$\frac{\ell_{pz}}{\ell} = \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)}. \tag{1.29}$$

Ce modèle a alors été confronté avec succès à des données expérimentales de fracture dans les métaux [8]. Le point de vue de Barenblatt sur ce problème est en réalité un peu différent de celui présenté ici. Il considère que la zone cohésive a une taille fixe λ et que la contrainte σ_y dans la zone cohésive est variable. Il a même traité le cas où elle n'est pas uniforme. Son point de vue revient alors à estimer la contrainte dans la zone cohésive de taille λ en inversant l'équation 1.29 :

$$\sigma_y = \frac{\pi}{2}\frac{\sigma}{\arccos\left(\frac{\ell}{\ell_{pz}}\right)}. \tag{1.30}$$

On remarque au passage qu'une linéarisation de l'équation 1.29 dans le cas d'une zone plastique petite devant la taille de la fissure donne :

$$\sigma_y = \sigma\frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{\ell}{\lambda}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}\sigma_m. \tag{1.31}$$

On retrouve ainsi un résultat identique, à un facteur numérique près, à celui de l'équation 1.27 quant à l'estimation de l'intensification des contraintes dans une petite zone à la pointe d'une fissure.

Une résolution plus poussée de ce problème linéaire permet d'accéder à la forme de la zone cohésive et de la fissure en fonction de la contrainte appliquée σ, de la contrainte d'écoulement plastique σ_y, de la taille de la fissure ℓ et celle de la pseudo-fissure ℓ_{pz}. On donne ici, pour des conditions de contraintes planes, l'ouverture $\delta(x)$ de la zone cohésive (pour $\ell/2 < x < \ell_{pz}/2$) et de la fissure (pour $0 < x < \ell/2$) en fonction de la position x le long de l'axe de la fissure à partir du centre de celle-ci [10, 11] :

$$\delta(x) = \frac{8}{\pi Y}\,\sigma_y\left[\frac{\ell}{2}\,\ln\frac{1+\xi}{|1-\xi|} - x\,\ln\frac{2x/\ell+\xi}{|2x/\ell-\xi|}\right] \tag{1.32}$$

avec $\xi = \sqrt{\frac{\ell_{pz}^2-4x^2}{\ell_{pz}^2-\ell^2}}$.

Le modèle de zone cohésive à la pointe d'une fissure est utilisé sous diverses formes dans la littérature. De manière standard, il décrit la zone de déformation plastique susceptible d'apparaître à la pointe d'une fissure [8]. Cependant de nombreux auteurs utilisent ce modèle pour décrire la zone de processus dans laquelle interviennent les mécanismes de croissance de la fissure. En particulier, pour de nombreux polymères

(PMMA [12, 13], PES [14],...), le modèle de la zone cohésive décrit quantitativement bien la forme et la taille de la zone dite de craquelage (zone de fibrillation du matériau) à la pointe des fissures. Cette zone n'est pas une simple zone de déformation plastique mais la zone où les mécanismes de croissance de fissures interviennent i.e. la zone de processus.

Plus loin dans le modèle de la zone cohésive

Pour aller plus loin dans la description de la zone cohésive, on peut s'intéresser à un modèle élaboré par Chudnovsky [15]. Dans cet article, l'hypothèse est faite de l'existence d'une énergie volumique de transition γ_y pour que le matériau passe de la phase élastique à la phase plastique. Chudnovsky introduit ainsi un coût énergétique à l'apparition et la croissance de la zone cohésive. Il calcule alors l'expression de la dérivée de l'énergie libre de Gibbs $\mathcal{G}$ du système par rapport à la longueur de la zone de cohésive ℓ_{pz} à longueur de fissure fixée :

$$\left.\frac{\delta \mathcal{G}}{\delta \ell_{pz}}\right|_{\ell} = -\frac{2\gamma_y}{\sigma_y}\frac{1}{\kappa - 1}\frac{K_{tot}\tilde{K}}{Y} - \frac{K_{tot}^2}{Y} \tag{1.33}$$

où κ est le rapport d'étirage, égal au rapport des épaisseurs du film entre les zones élastiques et plastiques, défini dans [15]. L'état d'équilibre du système est alors obtenu en résolvant l'équation $\left.\frac{\delta \mathcal{G}}{\delta \ell_{pz}}\right|_{\ell} = 0$. Il est à noter que cette équation revient exactement à celle du modèle de Dugdale-Barenblatt (cf. équation 1.28) lorsque γ_y est nul.

Nous avons alors dérivé l'expression analytique suivante pour le rapport des longueurs ℓ_{pz} et ℓ :

$$\frac{\ell_{pz}}{\ell} = \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{\sigma}{\sigma_y + 2\frac{\gamma_y}{\kappa-1}}\right)}. \tag{1.34}$$

Il est clair que le modèle de Chudnovsky constitue simplement une correction au modèle de Dugdale dans laquelle la contrainte caractéristique σ_y est remplacée par $\sigma_y + 2\gamma_y/(\kappa - 1)$. Cette conclusion n'avait aucunement été mise en évidence dans le travail de Chudnovsky. Il en est de même de la solution analytique explicitée dans l'équation 1.34.

Malgré sa similarité avec le modèle de Dugdale-Barenblatt, celui de Chudnovsky marque cependant un vrai progrès si on jette un oeil à la forme des énergies libres de Gibbs obtenues par intégration numérique de l'équation 1.33. Sur la figure 1.6(a), il est clair que l'état d'équilibre proposé par Dugdale n'est pas stable puisqu'il correspond à un point d'inflexion de l'énergie libre. En revanche, l'introduction de γ_y par Chudnovsky crée un vrai état d'équilibre stable localement (cf. figure 1.6(b)). Ainsi, bien que les deux modèles proposent la même dépendance analytique de ℓ_{pz} avec ℓ et σ, le modèle de Chudnovsky est physiquement plus satisfaisant car il explique la stabilité de l'état d'équilibre de la zone cohésive en introduisant un coût énergétique (même très faible) γ_y à la transition de la matière élastique en matière plastique. Cet apport du modèle de Chudnovsky par rapport à celui de Dugdale n'avait cependant pas été formulé ainsi dans l'article original [15].

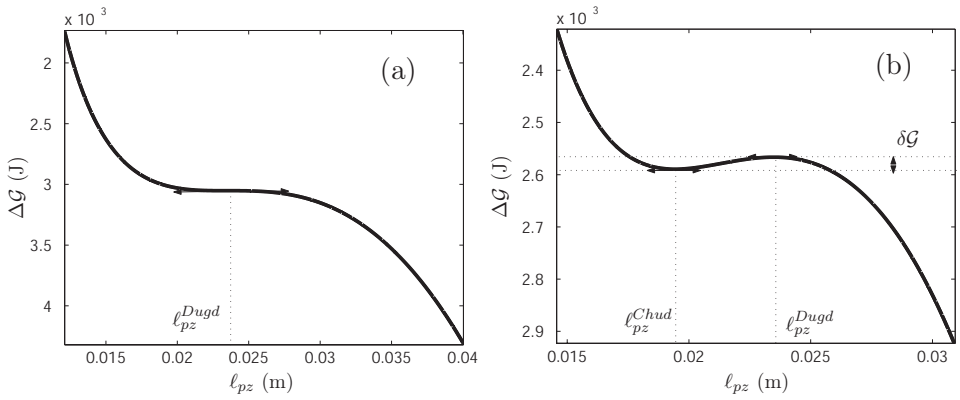


FIG. 1.6 – Energie libre de Gibbs pour un film fracturé sur une longueur $\ell = 0.01$m en fonction de ℓ_{pz}, (a) pour le modèle de Dugdale ($\gamma_y = 0$), et (b) pour le modèle de Chudnovsky ($\gamma_y = 0.049\,\sigma_y$).

1.2 Rupture retardée et croissance lente de fissures

1.2.1 Le phénomène de rupture retardée

A chaque objet solide, on peut associer dans une certaine géométrie de contrainte, un seuil critique de rupture en force F_c au delà duquel celui-ci se fracture en deux morceaux quasi-instantanément. Expérimentalement, on se rend compte que lorsqu'on soumet ce même objet à une force inférieure à son seuil de rupture F_c celui-ci va finalement casser, malgré tout, après un certain temps d'attente [16, 17, 18, 19, 20, 21]. Ce temps de rupture correspond à une période pendant laquelle une ou plusieurs fissures apparaissent, grandissent lentement et/ou coalescent. On qualifie le phénomène global de ***rupture retardée***, ***différée*** ou ***sous-critique***. Lorsque la rupture intervient à travers la croissance dominante d'une fissure macroscopique, on parle de ***croissance lente*** ou ***croissance sous-critique*** de fissure. La compréhension des mécanismes physiques de la rupture retardée constitue le centre d'intérêt principal des travaux réalisés au sein de l'équipe ***fracture*** du laboratoire de physique de l'ENS de Lyon.

Lorsqu'un architecte ou un ingénieur élabore une structure qui sera soumise à des contraintes permanentes pendant son utilisation, celui-ci choisit des matériaux qui ont un seuil de rupture très largement supérieur aux contraintes en question. Nous venons de voir que la structure avait cependant une durée de vie limitée à cause de la possibilité de rupture retardée. Ce phénomène peut ainsi avoir des conséquences grave comme par exemple l'effondrement d'un batiment. Il est donc très important de mieux le comprendre. En particulier, l'enjeu majeur est de pouvoir comprendre et même prédire la dépendance des temps de vie de la structure avec la contrainte appliquée.

1.2.2 Les expériences de Zhurkov

De manière générale, les matériaux se rompent au bout d'un temps d'autant plus grand que la contrainte appliquée est faible par rapport au seuil critique de rupture rapide. Dans les années 1960, Zhurkov a réalisé des expériences de fluage (chargement à contrainte constante) sur divers matériaux (métaux, alliages, verres polymériques), pour différentes contraintes et températures T [20] dans le but de quantifier la dépendance du temps de rupture avec la contrainte appliquée. Ces expériences sont pour le moins remarquables (un peu trop sans doute) car Zhurkov a pu mesurer des temps de rupture compris entre 10^{-3}s et 10^{6}s, en faisant varier la température sur une gamme s'étalant sur 300°C. Ainsi, il met en évidence comme le montre la figure 1.7 que les temps de vie de divers matériaux diminuent exponentiellement avec la contrainte appliquée. On peut aussi observer que le temps de rupture diminue lorsque la température augmente. Zhurkov décrit alors de manière

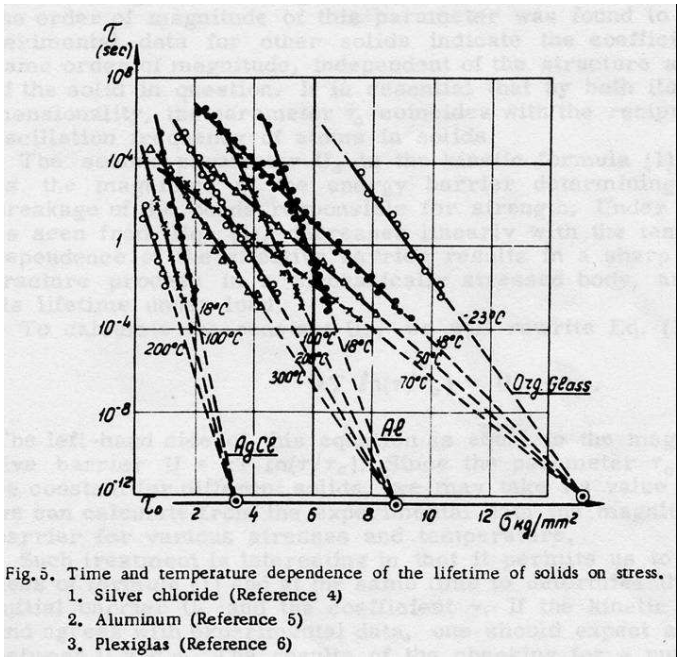


FIG. 1.7 – Temps de rupture en fonction de la contrainte appliquée pour différents matériaux et différentes températures T.

phénoménologique la cinétique de la rupture des matériaux par une loi d'Arrhenius pour le temps de rupture τ avec une barrière d'énergie U décroissant linéairement avec la contrainte appliquée :

$$\tau = \tau_0 \, e^{\frac{U}{k_B T}} \qquad \text{avec} \qquad U = U_0 - \alpha\sigma \tag{1.35}$$

La figure 1.8 montre cette barrière d'énergie U en fonction de la contrainte appliquée σ pour différents matériaux et différentes températures T. On constate que la

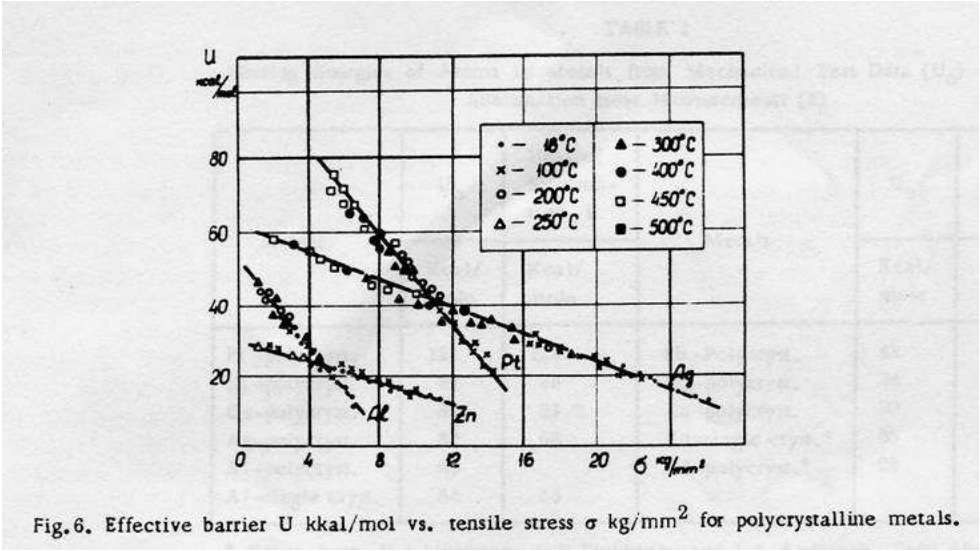


FIG. 1.8 – Barrière d'énergie U en fonction de la contrainte appliquée, pour différents matériaux et différentes températures T.

loi de Zhurkov décrit extrêmement bien la dépendance du temps de rupture avec la contrainte appliquée et la température. Ces résultats expérimentaux permettent d'extraire des valeurs typiques pour les constantes U_0 et α de la loi de Zhurkov, par exemple :

Matériau	U_0 (J)	α (m^3)
Platine	$7.4\,10^{-19} = 5.4\,10^4 k_B$	$4.45\,10^{-27} = (1.64\,10^{-9})^3$
Aluminium	$4.3\,10^{-19} = 3.1\,10^4 k_B$	$1.37\,10^{-27} = (1.11\,10^{-9})^3$

TAB. 1.3 – Barrières d'énergie de Zhurkov pour le platine et l'aluminium.

D'une manière similaire, Bueche [16, 17] pour des polymères amorphes (PolyEthylMethAcrylate (PEMA), PolyButhylMethAcrylate (PBMA) et PolyStyrene (PS)) et Regel [18] pour des roches ont prédit une dépendance des temps de rupture avec la contrainte appliquée sous la forme d'une loi d'Arrhenius. Cette universalité est très surprenante si l'on considère les comportements mécaniques et les propriétés microscopiques très variés des matériaux en question. Celle-ci cache en fait toute la physique de la dynamique de la rupture retardée de ces différents matériaux. Cette dynamique est en réalité sûrement très différente d'un matériau à l'autre. C'est l'identification et la modélisation des mécanismes de la rupture retardée qui constituent alors le défi pour le physicien.

1.2.3 Croissance lente ou sous-critique de fissure

Une approche simplificatrice pour relever ce défi est de s'intéresser dans un premier temps uniquement à la rupture retardée de solides dans lesquels une fissure macroscopique pré-existe. Dans cette situation, la rupture retardée intervient uniquement à travers la croissance lente de la fissure macroscopique dans le solide sous tension. Nous avons, au cours de cette thèse, focalisé principalement notre énergie sur ce sujet déjà très vaste. La fin de ce chapitre sera donc consacrée à une présentation bibliographique de différentes approches théoriques permettant de décrire ce phénomène de croissance lente de fissures sous contrainte. Deux grandes familles d'approches existent :

- les théories supposant le milieu élastique et faisant croître la fissure grâce à des mécanismes thermiquement activés,
- les théories utilisant des lois décrivant les comportements visco-élastiques des matériaux.

Croissance lente (ou sous-critique) dans les milieux élastiques

-Une approche utilisant le modèle de Griffith-

Dans le début de cette section, on revient sur le cas d'école décrivant une fissure rectiligne dans une plaque fine élastique chargée en mode I par une tension σ. Nous avons vu dans le paragraphe 1.1.3 comment Griffith associait une énergie potentielle à une fissure de taille ℓ :

$$U(\ell) = U_0(\sigma) - \frac{\pi \ell^2 \sigma^2}{4Y} + 2\gamma\ell. \tag{1.36}$$

D'un point de vue thermodynamique, cette modélisation montre qu'un solide élastique sous contrainte, avec une fente de taille inferieure à $\ell_c = \frac{4\gamma Y}{\pi\sigma^2}$, est dans un état métastable puisque la position d'équilibre globale correspond à $\ell \to +\infty$. Le temps de vie de cet état et donc du système dépend alors du temps nécessaire à la nucléation par les fluctuations thermiques d'une fissure de taille critique ℓ_c. Dans cette géometrie, la barrière d'énergie a franchir vaut typiquement :

$$\Delta U(\ell) = \frac{4\gamma^2 Y}{\pi\sigma^2}. \tag{1.37}$$

On peut alors envisager que le bruit thermique permette de franchir cette barrière et estimer une expression pour le temps de rupture du solide sous la forme d'une loi d'Arrhenius :

$$\tau = \tau_0 \, e^{\frac{\Delta U}{k_B T}}. \tag{1.38}$$

Ce raisonnement séduisant se heurte cependant à des réalités expérimentales qui le rendent irréaliste. En effet :

- il ne prévoit pas de domaine de stabilité pour une fissure de taille ℓ (même à température nulle), ce qui est contraire à l'expérience. Dans les cas pratiques, l'estimation de ℓ_c aboutit généralement à des longueurs macroscopiques. Un

raisonnement selon Griffith prévoit alors qu'une fissure macroscopique telle que $\ell < \ell_c$ tend à se refermer pour rejoindre l'état métastable $\ell = 0$, ce qui est complètement irréaliste expérimentalement.
- Les barrières d'énergie calculées avec des valeurs pertinentes expérimentalement pour la contrainte sont en général extrêmement grande devant $k_B T$. Ainsi, les temps de rupture prévus par la loi d'Arrhenius deviennent complètement irréalistes par rapport à ceux mesurés expérimentalement.

-L'effet de piégeage sur réseau-

L'idée que la croissance sous-critique d'une fissure soit le résultat d'un mécanisme thermiquement activée n'a cependant pas été abandonnée. Une adaptation du raisonnement précédent permet en effet de lever les paradoxes mis en évidence. Thomson a été un des premiers, en 1973, à prendre en compte la nature discrète du matériau élastique. Dans l'article [22], il rend compte de la discrétisation du matériau en le modélisant par un réseau carré de ressort dans lequel les ressorts ont des seuils de rupture identiques. La situation est macroscopiquement équivalente à celle de Griffith, cependant l'énergie potentielle décrivant la fissure est modifiée :

$$U(\ell) = U_0(\sigma) - \frac{\pi \ell^2 \sigma^2}{4Y} + 2\gamma\ell + \frac{2\tilde{\gamma} a}{\pi} \sin\left(\frac{\pi \ell}{a}\right). \tag{1.39}$$

où a est la périodicité du réseau carré. Le dernier terme de cette équation représente en fait une énergie de surface effective qui vient s'ajouter à l'énergie de surface de clivage γ et qui rend compte de la discrétisation du matériau à l'échelle a. On représente sur la figure 1.9, l'énergie potentielle $U(\ell)$ en question en fonction de ℓ. On constate alors que le profil fait apparaître des minimums locaux d'énergie entre deux longueurs caractéristiques ℓ_g et ℓ_r[5] qui dépendent évidemment de la contrainte appliquée. Ces minimums locaux correspondent à des états stables pour la fissure. Ainsi, trois domaines sont mis en évidence :
- La région I ($\ell < \ell_g$) dans laquelle la fissure est instable. Elle va se refermer jusqu'à $\ell = 0$. On parle alors de guérison de la fissure.
- La région II dans laquelle la fissure est stable sur des positions discrètes.
- La région III ($\ell > \ell_r$) dans laquelle la fissure est instable. Elle va grandir rapidement jusqu'à rupture totale de l'échantillon.

Ainsi, un des paradoxes du modèle de Griffith est déja levé. En effet, il existe un domaine de stabilité pour la fissure : $\ell_g < \ell < \ell_r$. On peut à présent considérer le rôle des fluctuations thermiques à l'intérieur de la zone de piégeage de la fissure ($\ell_g < \ell < \ell_r$). Si initialement la fissure est dans une des positions d'équilibre de cette zone, elle voit une barrière énergétique à franchir pour croître et une pour guérir. Les fluctuations thermiques vont permettrent un flux à travers ces barrières et c'est la balance entre les fluctuations de croissance et de guérison qui va déterminer le mouvement effectif de la fissure. L'exact centre de la région de piégeage, i.e. la longueur de Griffith ℓ_c, marque une transition dans la taille comparée des barrières à la

[5] l'indice g est relatif à la guérison de la fissure et l'indice r à la rupture totale.

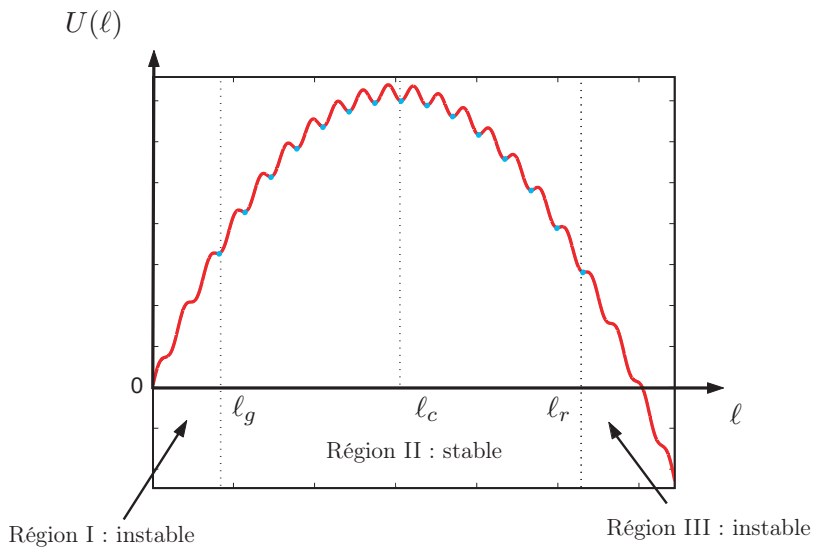


FIG. 1.9 – Energie libre de Thomson $U(\ell)$ en fonction de la taille de la fissure ℓ.

rupture et à la guérison : en effet, entre ℓ_g et ℓ_c, $\Delta U_g < \Delta U_r$ alors que entre ℓ_c et ℓ_r, $\Delta U_g > \Delta U_r$. Ainsi, dans chacune des deux moitiés de la région de piégeage un des facteurs de Boltzmann va complètement dominer l'autre et un seul sens de variation de la longueur due aux fluctuations est à considérer. Partant de ces constatations, Thomson calcule la dynamique de la croissance de la fissure pour une longueur initiale dans la zone de croissance thermiquement activée $\ell_c < \ell_i < \ell_r$. En utilisant une expression "sortie du chapeau" pour les barrières d'énergie, il détermine une loi d'Arrhenius pour la vitesse de croissance de la fissure ainsi que le temps de rupture :

$$\frac{d\ell}{dt} = v_0\, e^{-\frac{S\sigma^2}{2Yk_BT}(\ell_r-\ell)} \tag{1.40}$$

$$\tau = \frac{2Yk_BT}{v_0 S\sigma^2}\, e^{-\frac{S\sigma^2}{2Yk_BT}(\ell_r-\ell_i)} \tag{1.41}$$

où S est une surface caratéristique du matériau. Ce type d'expression pour la vitesse de croissance thermiquement activée d'une fissure est souvent interprétée [7] en terme du taux de restitution de l'énergie élastique $G = \frac{\pi\ell\sigma^2}{2Y}$ de la manière suivante :

$$\frac{d\ell}{dt} = v_0\, e^{-\frac{\Delta U}{k_BT}}\, e^{\frac{S}{\pi k_BT}G(\ell)} \tag{1.42}$$

avec $\Delta U \approx \frac{S\gamma}{\pi}$ une barrière d'énergie.

-Des barrières d'énergie réalistes-

Dans son travail, Thomson étant bloqué analytiquement avait choisi un peu arbitrairement une dépendance linéaire des barrières d'énergie de rupture avec la longueur de la fissure. C'est seulement en 1996 grâce au travail de Marder [23] puis plus

tard de Santucci [24], qu'une expression analytique pour les barrières d'énergie de la zone de piégeage a été déterminée :

$$\Delta U(\ell) = \frac{S\sigma^2}{2Y}\left(\sqrt{\ell_r} - \sqrt{\ell}\right)^2. \tag{1.43}$$

En utilisant cette expression, on estime facilement de nouvelles expressions pour la vitesse de croissance thermiquement activée et le temps de rupture :

$$\frac{d\ell}{dt} \sim e^{-\frac{S\sigma^2}{2Yk_BT}\left(\sqrt{\ell_r}-\sqrt{\ell}\right)^2} \tag{1.44}$$

$$\tau \sim e^{-\frac{S\sigma^2}{2Yk_BT}\left(\sqrt{\ell_r}-\sqrt{\ell_i}\right)^2}. \tag{1.45}$$

Nous allons voir dans le chapitre suivant comment des expressions similaires peuvent être démontrées simplement dans le cadre d'un modèle de croissance thermiquement activée plus élémentaire. Nous allons aussi constater qu'elles décrivent bien certaines expériences de croissance lente de fissures dans des feuilles de papier.

Croissance lente dans les milieux visco-élastiques

L'autre grand type de description théorique de la croissance lente de fissures dans un matériau sous contrainte met complètement de côté la mécanique statistique pour lui préférer l'utilisation de lois phénoménologiques de rhéologie des matériaux. Ce type d'approche est évidemment en particulier pertinente lorsque le matériau a des propriétés mécaniques complexes i.e. visco-élastiques.

-Un critère de rupture énergétique-

Un travail pionnier est celui publié par Schapery en 1975 [25, 26, 27] dans lequel il présente une théorie de la propagation de fissures dans les milieux visco-élastiques. Dans son modèle, Schapery divise le solide en deux zones disctinctes : une zone de rupture dans laquelle interviennent les déstructurations du matériau (la zone de processus) et une zone visco-élastique linéaire homogène et isotrope. Cette séparation est tout à fait équivalente à celle présentée plus tôt dans le cadre du modèle de Dugdale-Barenblatt, à la différence près que la contrainte σ_y qui traduit la réaction de la zone de processus sur la zone visco-élastique du matériau n'est cette fois-ci pas a priori une constante. La relation suivante traduit alors à chaque instant l'équilibre mécanique entre les deux zones :

$$K_{el}(\sigma, \ell_{pz}) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \int_0^R \frac{\sigma_y(\xi)}{\xi^{1/2}} d\xi \tag{1.46}$$

où K_{el} est le traditionnel facteur d'intensité des contraintes élastique du système, $R = \frac{\ell_{pz}-\ell}{2}$ la taille de la zone de processus, et $\xi = \ell_{pz}/2 - x$ (cf. figure 1.5). Cette dernière équation est une réécriture de l'équilibre de Dugdale-Barenblatt de l'équation 1.28 dans le cas où la contrainte plastique σ_y n'est pas constante. Elle a été établie dans l'hypothèse où $R \ll \ell$. Parallèlement, Schapery établit une loi qui permet de décrire

la dynamique d'ouverture de la zone de processus dans le temps (toujours pour $R \ll \ell$) :

$$\frac{d\delta(x)}{dt} = \frac{C_v\left(\tilde{t}\right) - C_o}{2\pi} \int_0^R \sigma_y\left(\xi'\right) \left[2\left(\frac{\xi}{\xi'}\right)^{1/2} - \log\left(\frac{\xi'^{1/2} + \xi^{1/2}}{\xi'^{1/2} - \xi^{1/2}}\right)\right] d\xi' \tag{1.47}$$

où $\tilde{t}$ est le temps courant remis à l'échelle $\tilde{t} \propto \xi/\dot{\ell}$ et $C_v(t)$ la complaisance en fluage du matériau[6]. Finalement, et c'est là le centre du modèle, un critère énergétique de croissance pour la fissure est mis en place. Il traduit l'hypothèse qu'un élément de matière dans la zone de processus se rompt lorsqu'il a encaissé un travail total égal à la constante caractéristique du matériau Γ appelée ***énergie de fracturation***. Cette hypothèse s'écrit :

$$\Gamma = \int_0^R \frac{\partial^2 \delta}{\partial \xi \delta t} \sigma_y(\xi) d\xi \tag{1.48}$$

et constitue en fait l'équation maîtresse de la dynamique. La résolution du système d'équation aboutit aux conclusions suivantes :

- La fissure est bloquée pour un facteur d'intensité des contraintes en dessous d'un seuil $K_c = \left(\frac{8\Gamma}{C_v(\infty)}\right)^{1/2}$.
- La fissure se propage infiniment vite pour un facteur d'intensité des contraintes au dessus de $K_r = \left(\frac{8\Gamma}{C_v(0)}\right)^{1/2}$.
- Et finalement, dans le cas particulier où on peut décrire $C_v(t)$ par $C_o + C_2 t^m$, et pour un facteur d'intensité des contraintes intermédiaire $K_c < K < K_r$, la fissure se propage à la vitesse suivante :

$$\frac{d\ell}{dt} \propto \frac{\pi}{2} \left[\frac{C_2}{8\Gamma(1 - (K^2/K_r^2))}\right]^{1/m} \frac{K^{2(1+1/m)}}{\sigma_m^2} \tag{1.49}$$

  où σ_m est une contrainte caractéristique du matériau qui mesure en fait la contrainte maximale qui peut exister dans la zone de processus.

Cette expression pour la vitesse de croissance d'une fissure dans un milieu visco-élastique semble avoir été confrontée avec succès [27] à des données expérimentales dans un élastomère : le Solithane 50/50.

-Un critère de rupture sur l'ouverture à la pointe de la fissure-

Une autre approche théorique de la croissance de fissures dans les milieux visco-élastiques consiste à utiliser un critère de rupture non plus énergétique mais sur l'ouverture de la zone de processus à la pointe de la fissure. En pratique, le critère consiste à dire que la largeur de la zone de processus à la pointe de la fissure est constante :

$$\delta(\ell/2) = \delta_c. \tag{1.50}$$

[6] $C_v(t)$ est en pratique la réponse en déformation relative à une excitation en contrainte par une fonction de Heavyside.

Kaminskii est l'un de ceux qui a le plus développé ce point de vue [28, 29, 30]. Dans ses articles, il utilise le principe de Volterra qui permet de relier, grâce à une fonction temporelle $\Delta(t)$ qui caractérise les propriétés de viscosité du matériau, la forme de l'ouverture de la zone de processus pour le matériau visco-élastique $\delta(x,t)$ à la forme correspondante $\delta_o(x,t)$ prévu par Dugdale-Barenblatt pour les matériaux élastiques :

$$\delta(x,t) = \delta_o(x,t) + \int_0^t \Delta(t-\tau)\delta_o(x,\tau)d\tau \tag{1.51}$$

Associé à la condition de rupture sur l'ouverture critique à la pointe de la fissure, ainsi qu'à l'hypothèse d'une taille de zone de processus R constante, il en déduit une équation implicite pour la vitesse de croissance de la fissure :

$$\frac{K_c}{K} = 1 + \frac{2R}{\ell}\int_0^\ell \Delta(sR/\dot{\ell})F(s)ds \tag{1.52}$$

avec $F(s) = \sqrt{1-s} + s/2\log\left(\frac{1-\sqrt{1-s}}{1+\sqrt{1-s}}\right)$. K_c est ici le seuil en facteur d'intensité des contraintes au-delà duquel la fissure commence à croître sous contrainte. Dans l'article [30] et les références (31,32,59,62) à l'intérieur de celui-ci, la loi de l'équation 1.52 semble être validée par des données expérimentales dans du PolyEthylène Moyenne Densité (MDPE), du Fluoropolymer-4FM, de l'Epoxy... Cependant, l'intégralité de ces vérifications expérimentales est due à Kaminskii lui même, ce qui peut laisser planer un certain doute sur leur pertinence. De plus, la détermination de la fonction caractéristique du matériau visco-élastique $\Delta(t)$ reste assez obscure ce qui rend finalement ce modèle peu applicable en pratique.

-Vieillissement de l'énergie de clivage-

Un dernier critère de rupture intéressant à citer est celui utilisé par Chudnovsky [31]. Dans cet article, il est fait hypothèse que l'énergie de surface γ dans la fissure décroît dans le temps à partir de l'instant où l'élément de matière considéré est entré dans la zone de processus. Ainsi, si on considère l'élément de matière à la position x sur l'axe de la fissure, qui est entré dans la zone de processus à l'instant t_x, on a la relation suivante :

$$\gamma(x,t) = \frac{\gamma_o}{1+(t-t_x)/t_*} \quad \text{pour} \quad t > t_x. \tag{1.53}$$

Cette diminution dans le temps de l'énergie de surface γ est censée rendre compte de manière phénoménologique de la dégradation par fluage de la matière dans la zone de processus. Ainsi, dans cette équation, le temps t_* dépend en fait fortement de la température selon une loi d'Arrhenius : $t_* = t_o \exp(-U/k_BT)$. Ensuite, Chudnovsky établit les expressions des équilibres énergétiques surfaciques relatifs :

– à l'avancée de la fissure ℓ :

$$g_*\delta(\ell) = 2\gamma, \tag{1.54}$$

où g_* est l'énergie élastique volumique libérée lorsque de la matière de la zone de processus est totalement déchargée depuis la contrainte plastique σ_y,

– à l'avancée de la zone de processus ℓ_{pz} : [7]

$$\frac{\left(K_{el}(\sigma, \ell_{pz}) + \tilde{K}(\sigma_y, \ell, \ell_{pz})\right)^2}{Y} = 0 \tag{1.55}$$

Cette dernière expression correspond en fait simplement à l'équilibre de Dugdale-Barenblatt.

Chudnovsky construit alors simplement la vitesse moyenne de croissance de la fissure en discrétisant le processus. Il détermine le temps δt_n mis par la fissure pour croître d'une longueur initiale ℓ_n à une longueur suivante $\ell_{n+1} = \ell_{pz}(\ell_n)$ ($\ell_{pz}(\ell)$ étant donnée par l'équation 1.55 i.e. l'équilibre de Dugdale-Barenblatt). Ce temps correspond à un élargissement de la zone de processus en $x = \ell_{pz}(\ell_n)/2$ de $\delta = 0$ à la valeur de δ prévu par l'équilibre de Dugdale-Barenblatt δ_{DB} lorsque $\ell = \ell_{n+1}$. On obtient alors grâce aux équations 1.54 et 1.53 :

$$g_* \delta_{DB} = \frac{\gamma_o}{1 + \delta t_n / t_*}. \tag{1.56}$$

Après calcul, il en découle l'expression suivante pour la vitesse de croissance de la fissure :

$$\frac{d\ell}{dt} \propto \frac{\pi K^4}{8(K_r^2 - K^2)}. \tag{1.57}$$

A la différence des précédents modèles présentés, celui-ci ne prévoit pas de facteur d'intensité des contraintes minimal K_c pour la croissance de la fissure. Pour des valeurs de $K \ll K_r$, la prédiction de Chudnovsky coïncide avec des résultats expérimentaux [32] dans du PolyEthylène Haute Densité (HDPE) qui prédisaient que $\frac{d\ell}{dt} \propto K^4$. On note aussi au passage que la loi de croissance proposée par Schapery dans l'équation 1.49 correspond exactement à celle proposée dans l'équation 1.57 si l'on considère une complaisance ayant la forme suivante : $C_v(t) = C_o + C_2 t$.

[7] On rappelle que K_{el} est le facteur d'intensité des contraintes habituel à la pointe d'une fissure de longueur ℓ_{pz} dans un film élastique soumis à une contrainte σ en mode I et $\tilde{K}$ le facteur d'intensité des contraintes pour un film fracturé sur une longueur ℓ_{pz} et soumis uniquement à σ_y sur les lèvres de la fissure entre $x = \ell/2$ et $x = \ell_{pz}/2$ (cf. figure 1.5).

Chapitre 2

Loi Super-Arrhenius pour la croissance sous-critique thermiquement activée d'une fissure dans un matériau fragile désordonné

Sommaire

2.1 Modèle dans les matériaux homogènes 34

2.2 Extension du modèle aux milieux désordonnés 39

2.3 Analyse numérique directe du modèle 42

2.4 Les temps de rupture 42

2.5 Confrontation des résultats avec ceux du DFBM 45

2.6 Résultats analogues 46

2.7 Discussion de l'hypothèse de croissance en ligne droite . 47

2.8 Des expériences pour tester la loi Super-Arrhenius ? . . 50

2.8.1 La machine à percer les échantillons 50

2.8.2 Principe des expériences 50

2.9 Conclusion 52

2.1 Modèle pour la croissance sous-critique thermiquement activée d'une fissure dans les matériaux élastiques fragiles homogènes

Activation par fluctuations locales de contrainte

Dans cette première partie, on présente un modèle qui permet de décrire la croissance sous-critique d'une fissure rectiligne dans un matériau élastique fragile à deux dimensions soumis à une tension constante uniaxiale dans la direction perpendiculaire à la fissure (cf. géométrie de la figure 1.1 ou de la figure 4.1).

On suppose l'existence d'un seuil local de rupture en contrainte[1] noté σ_c pertinent sur une échelle caractéristique de rupture λ. Ainsi, à chaque fois que la contrainte locale σ devient plus grande que le seuil critique de rupture σ_c, le matériau se rompt localement sur la longueur caractéristique λ. Dans le cas d'une géométrie à deux dimensions où une fissure rectiligne est chargée en mode I (contrainte uniaxiale perpendiculaire à la direction de la fissure), la concentration des contraintes rend presque certain que la rupture a lieu à la pointe de la fissure. Comme nous l'avons noté à plusieurs reprises précédemment, l'élasticité linéaire prévoit en effet une divergence de la contrainte à la pointe de la fissure. Pour prendre en compte le caractère discret du matériau élastique à l'échelle λ, on choisit comme variable pertinente la contrainte élastique moyenne σ_m sur le volume $V \sim \lambda^2 e$ à la pointe de la fissure[2] (cf. premier paragraphe de la section 1.1.8). Nous avons vu plus tôt que cette contrainte moyenne est tout simplement proportionelle au traditionnel facteur d'intensité des contraintes K. Elle est finie et peut être évaluée comme :

$$\sigma_m(\ell) = \sigma\sqrt{\frac{\ell}{2\lambda}} \tag{2.1}$$

où ℓ est la longueur de la fissure et σ la contrainte appliquée aux bords de l'échantillon. L'échelle caractéristique λ représente ici une échelle de discrétisation du matériau reliée à sa structure microscopique. C'est l'échelle en dessous de laquelle l'élasticité linéaire n'est plus une bonne description du matériau.

On se place dans des conditions de contrainte sous-critique. Cela signifie que la contrainte à la pointe de la fissure est initialement inférieure au seuil de rupture du matériau[3] : $\sigma_m(\ell_i) < \sigma_c$. Pour expliquer la croissance de la fissure dans ces conditions, on fait alors hypothèse de l'existence de bruit thermique qui induit des fluctuations temporelles locales de la contrainte [33]. Celles-ci interviennent selon une statistique gaussienne :

$$p(\sigma, \overline{\sigma}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\theta}} \exp\left[-\frac{(\sigma - \overline{\sigma})^2}{2\theta}\right] \tag{2.2}$$

[1] $\sigma_c = \frac{K_c}{\sqrt{\pi\lambda}}$ où K_c est la ténacité du matériau.

[2] e est l'épaisseur du matériau.

[3] Pour une contrainte σ donnée, on peut définir une longueur de fissure critique $\ell_c(\sigma)$ grâce à la relation $\sigma_m(\ell_c) = \sigma_c$. Se placer dans des conditions sous-critiques revient alors à choisir $\ell_i < \ell_c(\sigma)$.

avec θ la température en unité de contrainte au carré i.e. $\theta = Yk_BT/V$, où Y est le module d'Young, k_B la constante de Boltzmann et T la température thermodynamique. Dans l'équation 2.2, $\overline{\sigma}$ est la valeur de la contrainte locale prévue par l'équilibre élastique dans le volume V auquel on s'intéresse. La contrainte locale instantanée σ_p sur le volume V à la pointe de la fissure est alors soumise à des fluctuations temporelles selon l'équation 2.2 avec $\overline{\sigma_p} = \sigma_m(\ell)$. Ces fluctuations permettent à la contrainte à la pointe de la fissure, $\sigma_p = \sigma_m(\ell)+_{fluct}$, de dépasser par moment la contrainte seuil de rupture du matériau σ_c (cf. figure 2.1) et ainsi à la fissure de grandir en régime sous-critique.

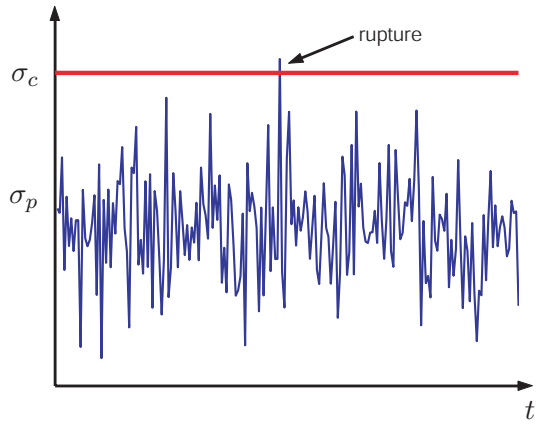


FIG. 2.1 – Représentation schématique des fluctuations de contrainte à la pointe de la fissure. Le matériau casse lorsque la contrainte σ_p dépasse, sous l'effet des fluctuations thermiques, le seuil de rupture σ_c.

Pour une longueur de fissure donnée ℓ, la probabilité cumulée que la contrainte à la pointe de la fissure soit plus grande que le seuil de rupture du matériau σ_c s'écrit :

$$P(\sigma_c, \ell) = \int_{\sigma_c}^{+\infty} p\left(x, \sigma_m(\ell)\right) dx. \tag{2.3}$$

Le temps moyen $\langle t_w \rangle$ nécessaire au matériau à la pointe de la fissure pour casser sur la longueur mésoscopique λ est proportionnel à l'inverse de cette probabilité cumulée :

$$\langle t_w \rangle = \frac{t_0}{P(\sigma_c, \ell)} \tag{2.4}$$

où t_0 est le temps caractéristique des fluctuations de contrainte. La moyenne statistique de l'inverse de la vitesse de croissance de la fissure, $dt/d\ell$, est alors construite comme le rapport entre le temps moyen $\langle t_w \rangle$ nécessaire à la rupture sur la longueur λ à chaque pointe de la fissure et la distance alors parcourue par la fissure :

$$\frac{dt}{d\ell} = \frac{\langle t_w \rangle}{2\lambda}. \tag{2.5}$$

On obtient alors facilement l'expression analytique suivante[4] :

$$\frac{dt(\ell)}{d\ell} = \begin{cases} \left[v_0 \operatorname{erfc}\left(\frac{\sigma_c-\sigma_m(\ell)}{\sqrt{2\theta}}\right)\right]^{-1} & \text{pour } \sigma_c - \sigma_m(\ell) \geq 0 \\ v_0^{-1} & \text{pour } \sigma_c - \sigma_m(\ell) < 0 \end{cases} = \frac{1}{v_h(\sigma_m(\ell), \sigma_c, \theta)} \quad (2.7)$$

avec $v_0 = \lambda/t_0$. Pour la croissance sur-critique, i.e. lorsque $\sigma_m(\ell) > \sigma_c$, la fissure se propage simplement à sa vitesse caractéristique qui est de l'ordre de grandeur de la vitesse des ondes de Rayleigh dans le matériau : $dt/d\ell = 1/v_0$.

L'intégration de l'expression ainsi obtenue pour la vitesse de croissance de la fissure permet avec quelques approximations [33] d'avoir accès à l'expression du temps moyen $t(\ell)$ nécessaire pour atteindre une certaine taille de fissure ℓ à partir d'une fissure initiale de taille ℓ_i :

$$t(\ell) = \tau \left[1 - e^{-\frac{\ell-\ell_i}{\xi}}\right] \quad (2.8)$$

où τ correspond au temps moyen de rupture de l'échantillon :

$$\tau = \tau_0\, e^{\frac{(\sigma_c-\sigma_i)^2 V}{2Yk_BT}} = \tau_0\, e^{\frac{(\sigma_c-\sigma_i)^2}{2\theta}} \quad (2.9)$$

$$\text{avec} \qquad \tau_0 = \sqrt{\frac{Yk_BT}{V}}\frac{\ell_i}{v_0\sigma_i} = \frac{\sqrt{2\pi\theta}\ell_i}{v_0\sigma_i} \quad (2.10)$$

et ξ représente une longueur caractéristique de la croissance :

$$\xi = \frac{2Yk_BT}{V}\frac{\ell_i}{\sigma_i(\sigma_c-\sigma_i)} = 2\theta\frac{\ell_i}{\sigma_i(\sigma_c-\sigma_i)}. \quad (2.11)$$

Le temps τ représente en réalité le temps nécessaire à une fissure de longueur initiale ℓ_i pour grandir jusqu'à la longueur critique ℓ_c pour laquelle la contrainte moyenne à la pointe de la fissure égale la contrainte critique $\sigma_m(\ell_c) = \sigma_c$. La rupture rapide du matériau une fois la longueur critique de fissure dépassée justifie alors l'assimilation du temps τ au temps de rupture total de l'échantillon. Dans toutes les formules précédentes, σ_i représente la contrainte locale initiale à la pointe de la fissure moyennée à l'échelle λ i.e. $\sigma_i = \sigma_m(\ell_i) = \sigma\sqrt{\ell_i/2\lambda}$.

Il est important de remarquer que les expressions obtenues ici pour la vitesse de croissance de la fissure (après un développement asymptotique) et le temps de rupture total sont exactement les mêmes que celles que l'on a démontré dans le chapitre précédent en utilisant la théorie de croissance de fissures par activation thermique avec effet de piégeage sur réseau (cf. première partie de la section 1.2.3) :

$$\frac{d\ell}{dt} \sim e^{-\frac{S\sigma^2}{2Yk_BT}\left(\sqrt{\ell_c}-\sqrt{\ell}\right)^2} \quad (2.12)$$

$$\tau \sim e^{-\frac{S\sigma^2}{2Yk_BT}\left(\sqrt{\ell_c}-\sqrt{\ell_i}\right)^2} \quad (2.13)$$

[4] erfc est la fonction erreur complémentaire définie comme suit :

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-u^2}du. \quad (2.6)$$

avec $S = V/2\lambda$ et en se rappelant que $\sigma_i = \sigma\sqrt{\frac{\ell_i}{2\lambda}}$ et $\sigma_c = \sigma\sqrt{\frac{\ell_c}{2\lambda}}$.

Confrontation à l'expérience

Pour tester la pertinence expérimentale du précédent modèle, des expériences ont été réalisées, notamment par Stéphane Santucci [24, 33, 34], sur des échantillons de papier thermique pour fax dont le comportement est principalement élastique et fragile. Les expériences ont consisté en la traction à force constante, expérience dite de fluage, sur des échantillons comportant initialement un défaut rectiligne de longueur ℓ_i en leur centre. Le dispositif expérimental utilisé est présenté en détail dans l'annexe C. La géométrie des échantillons est décrite sur la figure 4.1. Les contraintes appliquées étaient telles que la croissance de la fissure soit lente. Ainsi, ces expériences ont permis l'étude de la dynamique d'avancement sous-critique de fissures dans un milieu élastique et fragile.

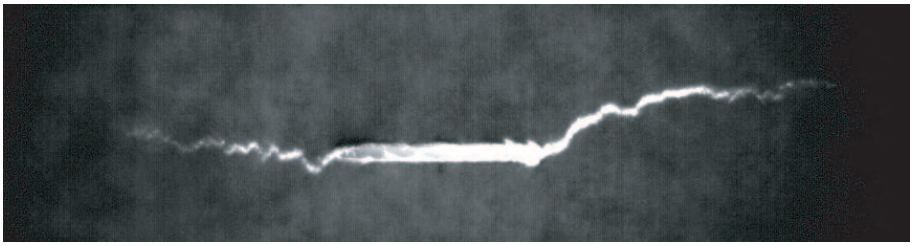


FIG. 2.2 – Image d'une fissure en train de croître en condition sous-critique dans une feuille de papier en fluage.

L'acquisition grâce à une caméra de films pendant les expériences (cf. figure 2.2), nous a permis d'extraire les courbes de croissance des fissures. Sur la figure 2.3, on peut ainsi voir un exemple de trois courbes de croissance pour trois expériences réalisées dans des conditions expérimentales identiques. On remarque que la croissance a lieu par sauts espacés de temps d'attente. De plus, cette croissance est fortement statistique. En effet, les tailles de sauts, les temps d'attente et le temps total de rupture sont fortement distribués. Le caractère statistique de ces expériences correspond qualitativement bien aux mécanismes de croissance proposé par le modèle d'activation thermique.

On va dorénavant ne s'intéresser qu'au profil moyen de croissance des fissures puisque le modèle permet de décrire ce dernier. Ainsi, on calcule le temps moyen nécessaire à la fissure pour atteindre une certaine longueur ℓ, la moyenne étant réalisée sur de nombreuses expériences (entre 10 et 20) correspondant à des conditions expérimentales identiques. Les courbes de croissance correspondantes, remises à l'échelle, sont représentées sur la figure 2.4. Bien que la distribution des temps de rupture des échantillons soit très large, et que la dynamique de croissance soit très intermittente, les courbes de la figure 2.4 représentant la croissance de la fissure moyennée offrent un comportement assez régulier, depuis la longueur de fente initiale jusqu'à une longueur critique ℓ_c. Les temps de rupture étant évidemment connus, nous pouvons

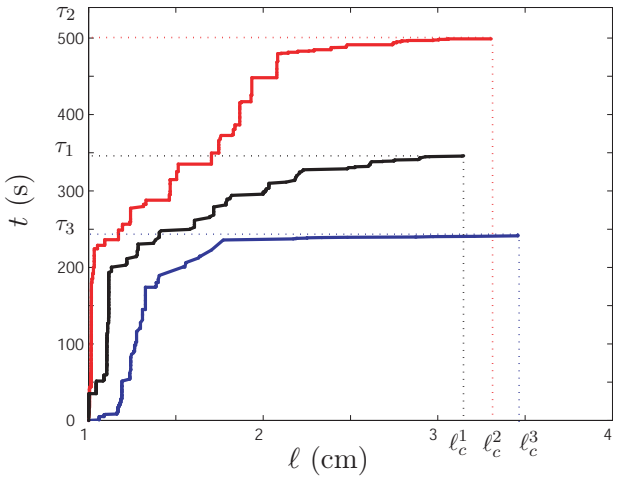


FIG. 2.3 – Temps courant t en fonction de la longueur de la fissure ℓ pour trois expériences réalisées dans des conditions expérimentales identiques ($\ell_i = 1$cm et $F = 270$N).

réaliser un ajustement des données expérimentales avec l'équation 2.8, avec comme unique paramètre ajustable une longueur caractéristique de croissance ξ. Sur la figure 2.4 est représenté le résultat de l'ajustement en trait continu épais. Nous pouvons vérifier que les courbes de croissance moyenne sont bien décrites par une approche exponentielle du temps de rupture.

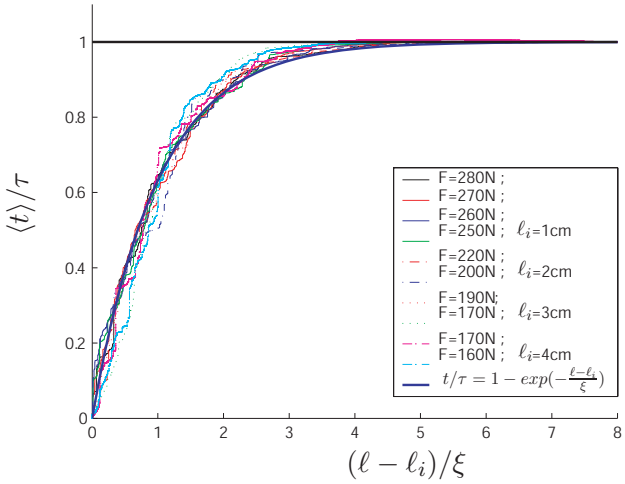


FIG. 2.4 – Temps moyen $\langle t \rangle$ pour que la fissure atteigne une longueur ℓ en fonction de $(\ell - \ell_i)/\xi$. La moyenne est effectuée sur dix à vingt expériences réalisées dans des conditions expérimentales identiques. La courbe continue représente l'ajustement des données par $t/\tau = 1 - e^{-\frac{\ell-\ell_i}{\xi}}$ avec ξ comme unique paramètre libre.

La même procédure a été appliquée à l'ensemble des expériences réalisées (ℓ_i et F variables). Les différents ajustements, ainsi que l'évolution des paramètres de ces ajustements en fonction de la contrainte appliquée et des longueurs initiales de fissure, semblent bien confirmer la loi exponentielle de croissance et, surtout, le modèle d'activation par le bruit thermique. Il en est de même de la dépendance du temps de vie avec la contrainte appliquée et la longueur initiale de la fissure.

Ce modèle a été utilisé avec succès pour décrire la croissance d'une fissure dans un matériau élastique fibreux, les feuilles de papier [34]. Il présente cependant une faiblesse importante. En effet, le papier est un matériau hétérogène et les distributions en taille, position et orientation des fibres introduisent du désordre qui n'a pas été pris en compte dans la mise en place du modèle. Une des signatures de l'influence du désordre structurel du papier sur la croissance de la fissure est la rugosité du front de rupture (cf. figure 2.5). Il semble alors assez évident que le désordre du matériau

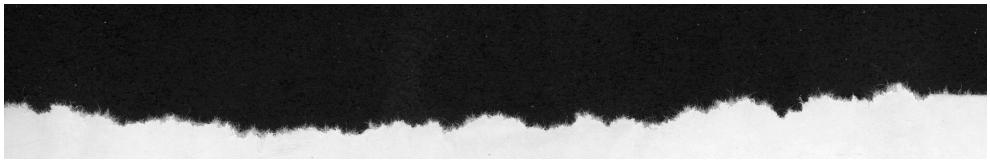


FIG. 2.5 – Front de fracture dans un échantillon de papier.

doit avoir une influence sur la dynamique de croissance. Ainsi, nous allons nous attacher dans ce chapitre à introduire du désordre dans le matériau décrit par le modèle pour essayer de mieux prendre en compte la réalité structurelle des matériaux élastiques fragiles. Le but de ce chapitre théorique est donc d'élaborer une extension du modèle d'activation thermique décrivant la croissance sous-critique des fissures dans les matériaux élastiques fragiles désordonnés et de comprendre l'influence de ce désordre sur la dynamique de croissance.

2.2 Extension du modèle aux milieux désordonnés

Beaucoup de matériaux fragiles sont hétérogènes à une échelle mésoscopique. Cette hétérogénéité a une influence sur la croissance des fissures. Comme nous venons de le voir, la rugosité des fronts de fissures en est une preuve [35, 36, 37, 38]. Pour introduire du désordre dans la modélisation précédente, on suppose que le seuil de rupture σ_c, du matériau est distribué à l'échelle structurelle du matériau λ, la distribution étant gelée spatialement. Notre but est d'étudier l'influence du désordre sur la croissance d'une fissure en faisant varier la distribution des seuils de rupture du matériau tout en conservant les propriétés moyennes de celui-ci en particulier le seuil moyen de rupture. Une distribution utilisée couramment (dans des travaux théoriques et expérimentaux) pour les seuils de rupture des matériaux et qui vérifie

les propriétés voulues (variance modulable tout en conservant une valeur moyenne constante) est la distribution gaussienne [39, 40, 41, 42] :

$$p_{th}(\sigma_c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\theta_d}} \exp\left[-\frac{(\sigma_c - \overline{\sigma_c})^2}{2\theta_d}\right] \text{ pour } \sigma_c \geq 0 \tag{2.14}$$

avec une variance vérifiant $\sqrt{\theta_d} \ll \overline{\sigma_c}$ de telle manière que la distribution peut être considérée comme normalisée. Par souci de simplicité, on suppose que la fissure croît de façon rectiligne et on considère les effets du désordre uniquement à travers l'introduction de la distribution en seuil de rupture. La pertinence de cette simplification sera discutée plus loin dans ce chapitre. Il devient alors clair que, pendant sa croissance, la fissure est confrontée en moyenne statistique à la totalité de la distribution intrinsèque des seuils de rupture du matériau.

Ainsi, pour introduire le désordre dans le modèle, on pondère l'expression de l'équation 2.7 représentant l'inverse de la vitesse de croissance d'une fissure, obtenue dans le cas d'un seuil de rupture unique σ_c, par la distribution des seuils de rupture de l'équation 2.14 à la pointe de la fissure. Cette pondération statistique permet d'obtenir une nouvelle expression pour la moyenne statistique de l'inverse de la vitesse de croissance de la fissure dans le cas désordonné :

$$\frac{dt}{d\ell} = \int_0^{+\infty} \frac{p_{th}(\sigma_c)\, d\sigma_c}{v_h(\sigma_m(\ell), \sigma_c, \theta)} \tag{2.15}$$

où v_h est la vitesse de la fissure dans le cas d'un matériau homogène (cf. équation 2.7). Ici, c'est bien l'inverse de la vitesse, $1/v_h$, qui est pondéré par la distribution des seuils de rupture parce que ce sont les temps d'attente entre deux avancées successives de la fissure d'un pas λ qui constituent la variable statistique pertinente (cf. section 2.1).

De manière plus explicite, on réécrit l'inverse de la vitesse de croissance sous la forme :

$$\frac{dt}{d\ell} = \int_0^{+\infty} \frac{1}{v_0 \operatorname{erfct}\left(\frac{\sigma_c - \sigma_m(\ell)}{\sqrt{2\theta}}\right)} \frac{1}{\sqrt{2\pi\theta_d}}\, e^{-\frac{(\sigma_c - \overline{\sigma_c})^2}{2\theta_d}}\, d\sigma_c \tag{2.16}$$

où la fonction erfct s'identifie à la fonction erfc pour les arguments positifs et à la fonction unité pour les arguments négatifs.

En supposant que $\overline{\sigma_c} - \sigma_m \gg \sqrt{\theta} + \sqrt{\theta_d}$, l'intégrande de l'équation 2.16 ne prend des valeurs significatives que pour un intervalle restreint de la variable σ_c autour de $\overline{\sigma_c}$ qui vérifie en particulier $\sigma_c - \sigma_m \geq 0$. L'intégrale peut alors être tronquée de σ_m à $+\infty$. L'hypothèse précédente permet aussi de considérer la barrière d'énergie $(\sigma_c - \sigma_m)^2/2\theta$ très grande devant 1 de telle manière qu'un développement asymptotique de la fonction erreur complémentaire[5] peut être introduit dans l'équation 2.16 :

$$\frac{dt}{d\ell} \simeq \int_{\sigma_m}^{+\infty} \frac{\sqrt{\pi}}{v_0} \frac{(\sigma_c - \sigma_m)}{\sqrt{2\theta}}\, e^{\frac{(\sigma_c - \sigma_m)^2}{2\theta}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\theta_d}}\, e^{-\frac{(\sigma_c - \overline{\sigma_c})^2}{2\theta_d}}\, d\sigma_c \tag{2.17}$$

[5] $\operatorname{erfc}(x) \sim \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{\pi}x}$ lorsque $x \to +\infty$.

Après réarrangement des arguments dans les exponentielles, on obtient :

$$\frac{dt}{d\ell} \simeq \frac{e^{\frac{(\overline{\sigma_c}-\sigma_m)^2}{2(\theta-\theta_d)}}}{2v_0\sqrt{\theta\theta_d}} \int_{\sigma_m}^{+\infty} (\sigma_c - \sigma_m)\, e^{-\frac{\theta-\theta_d}{2\theta\theta_d}(\sigma_c-\widetilde{\sigma_c})^2} d\sigma_c \tag{2.18}$$

avec

$$\widetilde{\sigma_c} = \frac{\theta\,\overline{\sigma_c} - \theta_d\,\sigma_m}{\theta - \theta_d}. \tag{2.19}$$

Alors, nous pouvons estimer l'intégrale :

$$\begin{aligned}\int_{\sigma_m}^{+\infty} (\sigma_c - \sigma_m)\, e^{-\frac{\theta-\theta_d}{2\theta\theta_d}(\sigma_c-\widetilde{\sigma_c})^2} d\sigma_c &= \int_{\sigma_m}^{+\infty} (\sigma_c - \widetilde{\sigma_c} + \widetilde{\sigma_c} - \sigma_m)\, e^{-\frac{\theta-\theta_d}{2\theta\theta_d}(\sigma_c-\widetilde{\sigma_c})^2} d\sigma_c \\ &= \left[-\frac{\theta\theta_d}{\theta-\theta_d} e^{-\frac{\theta-\theta_d}{2\theta\theta_d}(\sigma_c-\widetilde{\sigma_c})^2}\right]_{\sigma_m}^{+\infty} + (\widetilde{\sigma_c} - \sigma_m) \int_{\sigma_m}^{+\infty} e^{-\frac{\theta-\theta_d}{2\theta\theta_d}(\sigma_c-\widetilde{\sigma_c})^2} d\sigma_c. \end{aligned} \tag{2.20}$$

A ce point, il est important de noter que les deux termes de l'équation 2.20 deviennent infinis lorsque $\theta < \theta_d$. Ainsi, il est clair que dans le cas où $\theta < \theta_d$, l'inverse de la vitesse de la fissure et le temps de rupture deviennent infinis aussi. Cela signifie donc que la croissance de la fissure par activation thermique est totalement bloquée lorsque $\theta < \theta_d$. En revanche, si on s'intéresse au cas où $\theta > \theta_d$, on obtient une expression pour l'inverse de la vitesse de croissance :

$$\frac{dt}{d\ell} \simeq \frac{\theta}{\theta-\theta_d}\frac{1}{v_0}\sqrt{\frac{\pi}{2(\theta-\theta_d)}}(\overline{\sigma_c} - \sigma_m)\, e^{\frac{(\overline{\sigma_c}-\sigma_m)^2}{2(\theta-\theta_d)}}. \tag{2.21}$$

On peut alors remarquer que l'équation 2.21 correspond, avec un préfacteur additionnel $\theta/(\theta-\theta_d)$, au développement asymptotique de l'équation 2.7 pour le cas homogène, en introduisant une température effective $\theta_{\text{eff}} = \theta - \theta_d$ à la place de la température thermodynamique θ. Ainsi, l'équation 2.21 peut être interprétée comme une approximation de l'expression :

$$\frac{dt}{d\ell} \simeq \frac{\theta}{\theta-\theta_d}\,\frac{1}{v_h(\sigma_m, \overline{\sigma_c}, \theta-\theta_d)} \qquad \text{lorsque } \theta > \theta_d. \tag{2.22}$$

En conclusion, la vitesse de croissance de la fissure est abaissée par l'introduction de désordre dans le matériau modèle et ce principalement à travers l'apparition d'une température effective $\theta_{\text{eff}} = \theta - \theta_d$ à la place de la température thermodynamique[6] θ. La variance θ_d du désordre peut donc dorénavant être interprétée comme une température de désordre. De manière plus précise, l'augmentation de la variance θ_d du désordre en seuil de rupture, à seuil moyen constant, ralentit la croissance des fissures lorsque $\theta > \theta_d$ et l'inhibe même complètement lorsque $\theta < \theta_d$.

[6] On rappelle que θ représente la température thermodynamique écrite en unité de contrainte au carré i.e. $\theta = Yk_BT/V$.

2.3 Analyse numérique directe du modèle

Dans le but de vérifier la validité de l'équation 2.22 et donc celle des approximations qui nous y ont mené, nous avons résolu numériquement le modèle à partir de l'équation 2.15. Sur la figure 2.6, on trace $\frac{\theta-\theta_d}{\theta}\left(\frac{dt}{d\ell}\right)_{\text{num}}$, obtenu par intégration numérique du terme de droite de l'équation 2.15, en fonction de la longueur de la fissure ℓ pour un jeu particulier des paramètres du modèle. On constate alors que la loi analytique $y = 1/v_h(\sigma_m(\ell), \overline{\sigma_c}, \theta_{\text{eff}})$ permet un ajustement d'une très grande qualité des données numériques en utilisant θ_{eff} comme unique paramètre d'ajustement (cf. figure 2.6).

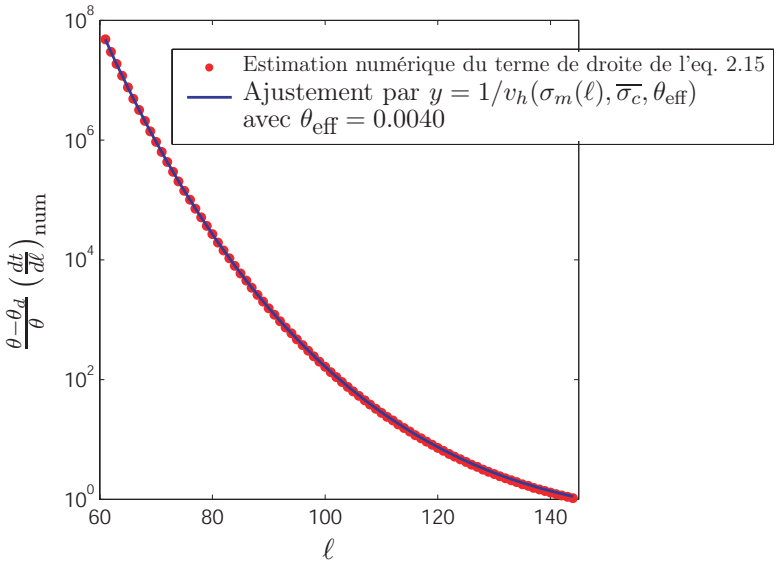


FIG. 2.6 – Logarithme de $\frac{\theta-\theta_d}{\theta}\left(\frac{dt}{d\ell}\right)_{\text{num}}$, calculé numériquement à partir de l'équation 2.15, en fonction de ℓ ($v_0 = 1$, $\lambda = 1$, $\overline{\sigma_c} = 1$, $\sigma_e = 0.10$, $\theta = 0.005$, $\theta_d = 0.001$) et son ajustement par $y = 1/v_h(\sigma_m(\ell), \overline{\sigma_c}, \theta_{\text{eff}})$.

Il est clair comme on peut le voir sur la figure 2.7 que la température effective θ_{eff} ainsi obtenue à partir des ajustements des données numériques correspond très bien avec celle prédit par les calculs analytiques de la section précédente i.e. $\theta_{\text{eff}} = \theta - \theta_d$ (θ et θ_d sont toutes deux variables). La coïncidence de la température effective "numérique" θ_{eff} avec $\theta - \theta_d$ n'est cependant pas parfaite. θ_{eff} numérique est en fait bien décrit par $\theta_{\text{eff}} = a(\theta_d)\,(\theta - \theta_d)$ avec a variant de 1 à 1.014 quand θ_d croît de 0 à 0.004 ($\overline{\sigma_c} = 1$). Ces résultats numériques confirment néanmoins l'excellente qualité de l'équation 2.22 bien qu'elle fût le résultat de calculs approchés.

2.4 Les temps de rupture

Nous allons maintenant pousser plus loin l'analyse du modèle en étudiant la dépendance des temps de rupture avec les paramètres du modèle. Quand il n'y a pas

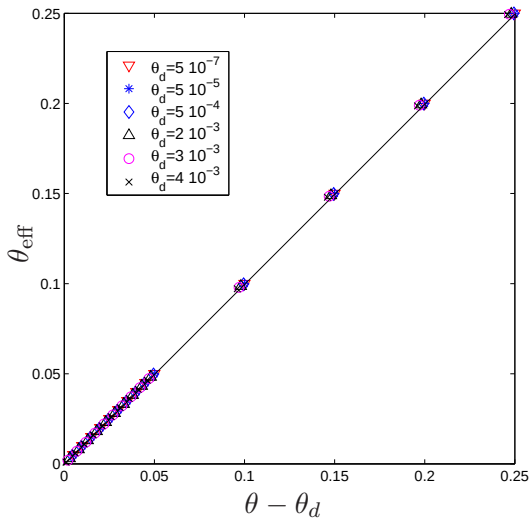


FIG. 2.7 – θ_{eff} obtenu à partir des ajustements des données numériques en fonction de $\theta - \theta_d$, avec θ et θ_d toutes deux variables ($0.005 \leq \theta \leq 0.25$ et $5\,10^{-7} \leq \theta_d \leq 0.004$).

de désordre dans le matériau, le temps de rupture est défini comme le temps nécessaire à une fissure de longueur initiale ℓ_i pour grandir jusqu'à atteindre la longueur critique ℓ_c telle que la contrainte moyenne à la pointe de la fissure égale la contrainte critique $\sigma_m(\ell_c) = \sigma_c$. Dans l'article [33], une expression approchée du temps de rupture moyen est obtenue dans le cas homogène après quelques approximations dans l'équation 2.7 :

$$\tau \simeq \frac{\sqrt{2\pi\theta}\ell_i}{v_0\sigma_i}\, e^{\frac{(\sigma_c-\sigma_i)^2}{2\theta}} = \tau_o\, e^{\frac{(\sigma_c-\sigma_i)^2}{2\theta}} \qquad \text{où } \sigma_i = \sigma_m(\ell_i). \tag{2.23}$$

Cette loi a été testée expérimentalement sur la croissance lente de fissures dans des feuilles de papier thermique pour fax [34]. Il est montré dans cet article que les courbes de croissance moyennées statistiquement sont en bon accord avec les prédictions du modèle. Il en est de même de la dépendance du temps de vie τ avec la contrainte appliquée, la longueur initiale de la fissure et le module d'Young.

En s'appuyant sur les calculs de l'article [33], on obtient facilement, par analogie, une expression analytique du temps de vie moyen dans le cas d'un matériau désordonné à partir de l'équation 2.22 :

$$\tau \simeq \frac{\theta}{\sqrt{\theta-\theta_d}}\frac{\sqrt{2\pi}\ell_i}{v_0\sigma_i}\, e^{\frac{(\overline{\sigma_c}-\sigma_i)^2}{2(\theta-\theta_d)}} = \tau_o^{des}\, e^{\frac{(\overline{\sigma_c}-\sigma_i)^2}{2(\theta-\theta_d)}} \qquad \text{quand } \theta > \theta_d. \tag{2.24}$$

On remarque que le temps de rupture suit une loi de type super-Arrhenius [43]. Les figures 2.8(a) et (b) montrent le logarithme du temps de vie obtenu par intégration numérique de l'équation 2.15 et remis à l'échelle respectivement par τ_o (cf. figure 2.8(a)) et par τ_o^{des} (cf. figure 2.8(b)) en fonction des barrières d'énergies $(\overline{\sigma_c}-\sigma_i)^2/2\theta$ et $(\overline{\sigma_c}-\sigma_i)^2/2(\theta-\theta_d)$ respectivement. On constate alors que l'équation 2.23 ne remet

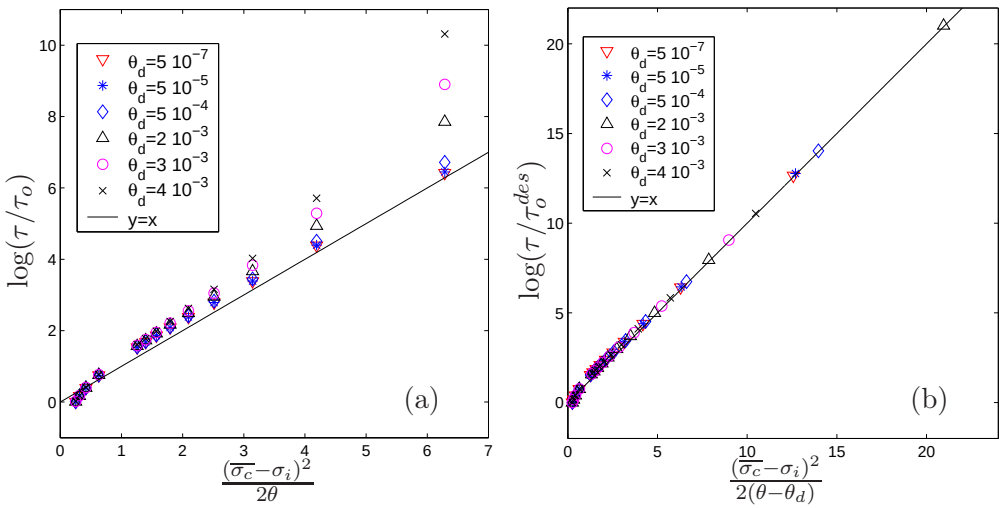


FIG. 2.8 – Logarithme du temps de rupture en fonction (a) de la barrière d'énergie $(\overline{\sigma_c} - \sigma_i)^2/2\theta$ et (b) de la barrière d'énergie $(\overline{\sigma_c} - \sigma_i)^2/2(\theta - \theta_d)$ pour de nombreuses conditions de croissance différentes ($0.005 \leq \theta \leq 0.25$ et $5\,10^{-7} \leq \theta_d \leq 0.004$).

pas à l'échelle les données numériques quand θ_d varie. En revanche, il est clair que la remise à l'échelle des mêmes données par l'équation 2.24 sur la figure 2.8(b) regroupe toutes les données, pour différents θ et θ_d, avec une grande précision sur la droite $y = x$. Cela confirme la pertinence de l'équation 2.24 qui prédit une augmentation du temps de vie avec la température de désordre θ_d selon une loi super-Arrhenius. Une fois encore, les résultats analytiques et numériques confirment que la croissance de la fissure est ralentie par le désordre à travers la température effective $\theta_{\text{eff}} = \theta - \theta_d$.

A ce point, on peut s'interroger sur la généralité des résultats présentés dans ce chapitre vis-à-vis de la forme de la distribution des seuils de rupture. Nous avons en effet choisi une forme particulière pour cette distribution. L'exposant quadratique de la distribution gaussienne qui est utilisée ici apparaît comme une valeur critique puisque le même exposant intervient dans la distribution des fluctuations de contraintes. C'est cette propriété qui nous a d'ailleurs permis de mener à terme les calculs analytiques. Si on envisage une autre forme analytique pour la distribution des seuils de rupture, on aura les résultats comme suit :

- Pour une distribution de seuils avec une queue décroissant plus lentement que la queue gaussienne (par exemple, la distribution de Weibull centrée[7] avec $m < 2$ [42]), la vitesse de la fissure va s'annuler et le temps de rupture devenir infini quelle que soit la variance de la distribution. En effet, dans l'équation 2.15, la distribution des seuils de rupture p_{th} ne va plus décroître assez vite avec σ_c pour faire que l'intégration entre 0 et $+\infty$ reste finie.
- Pour une distribution de seuils avec une queue décroissant cette fois plus rapidement que la queue gaussienne (par exemple, la distribution de Weibull

[7] La densité de probabilité de Weibull s'écrit : $P_w = \frac{m}{\sigma_0}\left(\frac{\sigma-\sigma_{th}}{\sigma_0}\right)^{m-1} \exp\left[-\left(\frac{\sigma-\sigma_{th}}{\sigma_0}\right)^m\right]$.

centrée avec $m > 2$ [42]), le ralentissement de la dynamique de croissance pour un désordre croissant reste totalement vrai. Cependant, dans ce cas, il n'y aura plus de température critique telle que θ_d en dessous de laquelle le temps de rutpure diverge.

2.5 Confrontation des résultats avec ceux du *Disordered Fiber Bundle Model* thermiquement activé

Les résultats présentés dans ce chapitre diffèrent sensiblement de ceux établis par plusieurs travaux théoriques antérieurs traitant du *Disordered Fiber Bundle Model* à une dimension (1d-DFBM) [39, 40, 44, 45]. Ces modèles décrivent l'influence du désordre en seuil de rupture sur un processus de fracturation par activation thermique dans un milieu fragile tout comme le modèle présenté ici.

Dans la version originale du modèle de *Fiber Bundle* [46], une série de fibres élastiques et fragiles parallèles connectées à deux barres rigides sont mises sous contrainte au travers de ces barres. A chaque instant, toutes les fibres qui n'ont pas été rompues sont soumises à la même contrainte, $f = F/(N - n)$, où N est le nombre initial de fibres, n est le nombre de fibres cassées et F la force totale appliquée sur les barres. Les travaux qui nous intéressent ici concernent le cas particulier de la rupture sous-critique du *Fiber Bundle* qui correspond à la situation où la force appliquée est telle qu'initialement la contrainte $f = f_0 = F/N$ sur chaque fibre est inférieure à la ténacité de celle-ci f_c. Des fluctuations thermiques locales de la contrainte permettent alors d'activer la nucléation et la croissance de fissures dans le *Fiber Bundle*. On s'intéresse à l'évolution au cours du temps du nombre de fibres qui ont été rompues $n(t)$ ainsi qu'au temps de rupture total.

Il s'avère alors qu'aussi longtemps que la fraction de fibres cassées est inférieure à 50% [40], l'introduction d'une distribution gaussienne spatialement gelée dans les seuils de rupture f_c accélère la rupture. Le taux de rupture $|\dot{n}(t)|$ augmente alors avec la variance T_d de la distribution des seuils. Cette accélération de la dynamique de rupture intervient en pratique à travers l'introduction d'une température effective plus grande que la température thermodynamique dans le facteur de Boltzmann de la loi dynamique. Roux [39] prévoit une température effective de :

$$T_{\text{eff}} = T + T_d \tag{2.25}$$

pour le temps de rupture de la première fibre et Ciliberto [44] une température effective de :

$$T_{\text{eff}} = \frac{T}{\left(1 - \sqrt{\frac{\pi k_B T_d}{2}} \frac{1}{1-f_0}\right)^2} \tag{2.26}$$

pour le temps de rupture total du *Fiber Bundle*.

On obtient ainsi un résultat parfaitement opposé à celui du cas de la croissance d'une fissure macroscopique pour lequel la température effective était plus faible que

la température thermodynamique et la dynamique ralentie. On peut comprendre assez facilement ce résultat ainsi que son opposition avec celui présenté dans ce chapitre. En effet, dans le cas du *Fiber Bundle*, le processus de rupture démarre par les fibres les plus faibles et affecte progressivement les plus tenaces. Ainsi, la distribution des seuils de rupture dans l'échantillon évolue dans le temps. Elle est tronquée à partir du bas par un front qui se déplace des petits vers les grands seuils de rupture avec le temps. Comme la rupture est susceptible d'avoir lieu partout dans le système, la dynamique de rupture est globale et le taux d'endommagement $\dot{\phi}$ est donné par le nombre de fibres cassées à chaque pas de temps dn :

$$\dot{\phi} = \frac{1}{N}\frac{\langle dn \rangle_{\text{des}}}{dt}. \tag{2.27}$$

Ici, c'est ce nombre de fibres rompues à chaque pas de temps dn qui est la variable statistique. Ainsi, l'effet du désordre est obtenu en pondérant le taux d'endommagement du matériau par la distribution des seuils de rupture. Ce n'est pas du tout le même processus qui intervient dans le cas de la croissance thermiquement activée d'une fissure macroscopique unique se propageant dans un milieu désordonné. Alors, la probabilité de casser à la pointe de la fissure est extrêmement dominante à cause de la concentration des contraintes et ceci même pour un grand désordre. La rupture devient un processus local et on doit à présent pondérer par le désordre le temps que met la fibre à la pointe pour casser et donc l'inverse du taux d'endommagement :

$$\frac{1}{\dot{\phi}} \propto \frac{dt}{d\ell} = \frac{\langle t_w \rangle_{\text{des}}}{2\lambda} \tag{2.28}$$

car c'est le temps d'attente qui est ici la variable statistique. C'est bien le fait que dans un cas (*Fiber Bundle*) la distribution des seuils de rupture pondère le taux d'endommagement et dans l'autre (fissure macroscopique) l'inverse du taux d'endommagement qui explique les influences complètement opposées de l'introduction de désordre dans les seuils de rupture sur la fracturation thermiquement activée (pour le *Fiber Bundle* le désordre accélère le processus de rupture et pour le cas d'une fissure macroscopique le ralentit).

2.6 Analogie entre les résultats obtenus et les travaux de J. Kierfeld et V.M. Vinokur et de J.-P. Bouchaud

En mai 2006, Kierfeld et Vinokur ont publié un article intitulé "Slow crack growth propagation in heterogeneous materials" [47] qui traite d'un problème parfaitement similaire à celui qui nous intéresse dans ce chapitre. "[Thermally] activated dynamics of crack [...] propagation in a two-dimensional heterogeneous material containing *quenched randomly distributed* defects are studied theoretically". Ils utilisent cependant dans leur travail une approche analytique très différente de la nôtre. Ainsi, ils dérivent une équation de Langevin décrivant le mouvement de la pointe de la fissure :

$$\eta\dot{\ell} = G(\ell, \dot{\ell}) - \gamma - f_d(\ell) + \zeta(t) \tag{2.29}$$

qui fait intervenir :

- la dissipation visqueuse à la pointe de la fissure $\eta\dot{\ell}$ qui prend en compte les pertes thermiques lors des déformations plastiques,
- le traditionnel taux de restitution de l'énergie élastique dynamique $G(\ell, \dot{\ell}) \simeq (1 - \dot{\ell}/c_r)G(\ell)$ avec c_r la vitesse des ondes de Rayleigh,
- l'énergie de surface de la fracture γ,
- une force aléatoire $f_d(x)$ qui permet de rendre compte du désordre dans le matériau,
- une force aléatoire motrice de la croissance $\zeta(t)$, due aux fluctuations thermiques qui vérifie $\langle\zeta(t)\rangle_t = 0$ et $\langle\zeta(t)\zeta(t')\rangle_t = 2\eta T\delta(t - t')$.

La résolution de cette équation à travers une équation de Fokker-Planck sur la probabilité $P(\ell, t)$ permet d'accéder à la dynamique de la rupture et en particulier au temps total de rupture du matériau. Différentes distributions pour le désordre $f_d(x)$ sont utilisées mais une en particulier correspond exactement à la nôtre : un bruit gaussien avec une corrélation spatiale à une certaine échelle caractéristique du matériau λ : $\langle f_d(x)\rangle_x = 0$ et $\langle f_d(x)f_d(x')\rangle_x = \Delta_0\,\delta_\lambda(x - x')$. Il a été montré dans [48] que cette situation est totalement équivalente à un solide avec des seuils de rupture distribués normalement. Kierfeld montre alors en particulier que lorsque la température thermodynamique devient inférieure à la variance du désordre Δ_0, i.e. $\eta T c_R < \Delta_0$, la croissance de la fissure est complètement bloquée et le temps de rupture devient infini. On observe à ce point une similarité frappante entre le résultat de Kierfeld et le nôtre : il existe un seuil en température proportionnel à la variance du désordre du matériau en dessous duquel la croissance par activation thermique d'une fissure est complètement bloquée. De plus, comme dans nos conclusions, la croissance est ralentie par le désordre lorsque l'on se place au dessus du seuil.

Il est important de remarquer ici que l'équation du mouvement proposée par Kierfeld et Vinokur est très proche de celle utilisée par J.-P. Bouchaud [49] pour décrire le mouvement suramorti d'une particule dans un potentiel de désordre $E_d(x)$ à une dimension. D'autre part, les résultats que nous avons obtenus dans notre modèle de croissance de fissure prédisant une loi super-Arrhenius pour le temps de rupture sont très similaires aux résultats issus du modèle de piégeage introduit par J.-P. Bouchaud [43] pour décrire la dynamique de relaxation des systèmes vitreux.

2.7 Discussion de l'hypothèse de croissance en ligne droite

Dans notre analyse, on a supposé que la fissure grandissait selon une ligne droite bien qu'expérimentalement les fronts de fissure dans les matériaux hétérogènes sont rugueux. Cette hypothèse est-elle pertinente pour décrire la croissance de fissure dans les milieux hétérogènes ? Deux points de vue peuvent être mis en avant.

On peut penser que la rugosité est due au fait que la fissure, à chaque instant, croît dans la direction où le milieu est le plus faible. On peut alors parlé de croissance selon le chemin le plus faible. Dans ce cas, la fissure, pendant sa croissance, ne va pas subir la distribution de seuils de rupture intrinsèque au matériau, mais seulement

une partie de cette distribution qui correspond principalement aux seuils les plus faibles. Alors, la distribution qui doit être utilisée dans l'équation 2.14 n'est pas la distribution de seuils de rupture intrinsèque au matériau et les calculs effectués dans ce chapitre semblent ne pas être pertinents.

Mais, on peut aussi penser que la croissance de la fissure intervient dans la direction où l'intensification des contraintes est la plus grande à la pointe de la fissure. Cette direction dépend de la géométrie du système (forme de la fissure) ainsi que de l'hétérogénéité du matériau au voisinage de la pointe de la fissure. On peut dans ce cas là avoir le critère suivant de croissance : statistiquement, plus la contrainte est grande, plus la probabilité de casser dans la direction correspondante est grande. Cette idée est utilisée dans des travaux théoriques et expérimentaux récents [50, 51]. Dans ce cadre où c'est la distribution de la contrainte à la pointe de la fissure qui contrôle la rugosité, il est raisonnable de considérer que, en moyenne statistique, la totalité de la distribution de seuils de rupture intrinsèque au matériau est rencontrée lors de la croissance de la fissure. Ce type de croissance n'est pas incompatible avec la rugosité du front de rupture. En effet, les hétérogénéités structurelles du matériau à la pointe de la fissure ainsi que la forme de la fissure créent un champ de contrainte complexe. Ainsi, la plus grande contrainte n'est pas nécessairement dans la direction principale de la fissure de telle manière que la rugosité peut apparaître même si la fissure grandit toujours dans la direction de contrainte maximale.

La réalité expérimentale est probablement un compromis entre ces deux mécanismes en compétition : la croissance gouvernée par l'intensification des contraintes et la croissance qui suit le chemin à travers les régions les plus faibles du matériau. Dans le cas d'un matériau avec une structure mésoscopique, comme le papier, la pointe de la fissure est constituée d'un ensemble fini de fibres de telle manière que la fissure ne peut croître que dans un nombre fini de directions. La détermination de la direction de croissance est clairement issue de la compétition entre l'intensification des contraintes sur chaque fibre à la pointe et leur ténacité.

Des simulations numériques ont été réalisées pour illustrer une situation où la fissure est autorisée à choisir entre un nombre fini de directions de croissance à chaque pas. Nous avons modélisé un milieu élastique à deux dimensions par un réseau de ressorts. Plus de détails sur ces simulations sont donnés dans [33] et [52]. Contrairement aux précédents travaux effectués avec ce code de simulation, nous avons utilisé ici un réseau hexagonal de ressorts (cf. figure 2.9) plutôt qu'un réseau carré. Le code initialement programmé en language Maltab® a été transposé en C pour pouvoir manipuler des objets de taille beaucoup plus grandes (réseau de 400×400 soit matrices de $400^2 \times 400^2$). Le désordre a été introduit par l'utilisation d'une distribution normale pour les seuils de rupture. On constate sur la figure 2.9 que la fissure peut en fait choisir, à chaque pas de la croissance, entre trois directions notées directions haute, droite et basse. Sur la figure 2.10 est présenté un front de fissure typique obtenu par croissance thermiquement activée. On peut remarquer que la fissure croît presque selon une ligne droite. En fait, l'intensification des contraintes sur les ressorts hauts et bas est seulement de 80% celle du ressort droit. Ainsi, la fissure va croître à travers les ressorts haut et bas uniquement si la ténacité du ressort

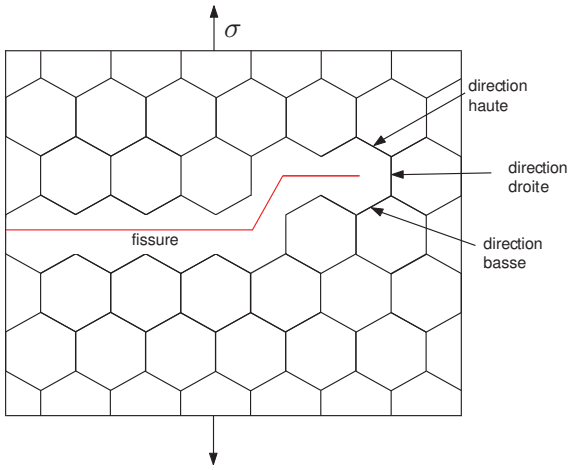


FIG. 2.9 – Géométrie du réseau hexagonal de ressorts utilisé pour les simulations numériques avec une fissure qui n'est pas droite.

droit est exceptionnellement grande. Cette possibilité peu probable aboutit à des évenements rares et on peut dire que la fissure est confrontée en moyenne statistique à la quasi-totalité la distribution de seuils de rupture intrinsèque au matériau tronquée de ces plus grands seuils. Dans cette simulation, le chemin suivi par la fissure est principalement déterminé par l'intensification des contraintes. Expérimentalement,

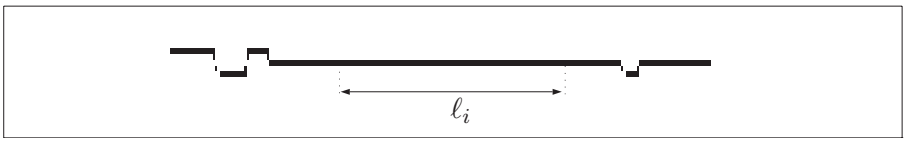


FIG. 2.10 – Image d'une fissure créée à partir d'une fissure initiale de longueur ℓ_i en simulant l'activation thermique dans un réseau hexagonal de ressorts.

le nombre de fibres se rejoignant à la pointe d'une fissure peut être plus grand que trois de telle manière que les variations d'intensification des contraintes entre les fibres sont probablement moins abruptes que dans la simulation.

Ainsi, aucune conclusion définitive sur le mécanisme de croissance ne peut être donnée car, selon le matériau considéré, un des deux mécanismes en compétition (croissance régie par l'intensification des contraintes et croissance selon le chemin de plus faible ténacité) va dominer. Les résultats présentés dans ce chapitre ont du sens dans le cas où le chemin suivi par la fissure est déterminé principalement par l'intensification des contraintes.

2.8 Des expériences pour tester la loi Super-Arrhenius ?

La pertinence de la loi Super-Arrhenius décrivant la croissance lente de fissure dans les matériaux désordonnés n'a pour l'instant aucun support expérimental. Le défi à relever pour espérer vérifier cette loi est la fabrication d'un système dont on peut contrôler le désordre. Partant des expériences déjà réalisées dans les feuilles de papier, une idée simple est alors d'endommager les échantillons pour en modifier localement et de manière contrôlée la résistance à la rupture. Dans ce but, une machine permettant de percer des trous en des positions très précises des feuilles de papier a été élaborée au laboratoire[8].

2.8.1 La machine à percer les échantillons

La machine permettant de percer les échantillons de papier est présentée sur la figure 2.11. Ces échantillons (24cm par 21cm) sont enroulés par chacune de leur extrémités sur des rouleaux solidaires d'un plateau fixé sur une platine de translation (Micro Controle UE42) qui permet d'imposer des déplacements avec une précision de 1 micromètres. Les trous sont réalisés grâce à des aiguilles calibrées de différents diamètres (de 250μm à 1mm) fixées sur un vibreur qui permet de maîtriser leur descente à travers la feuille. Le vibreur est alimenté par un générateur de fonction Agilent 33220A. Un ordinateur qui contrôle la platine de translation et le générateur nous permet alors d'indenter dans la feuille de papier une ligne de trous en des positions parfaitement contrôlées. Sur la figure 2.12, on présente un élément d'une feuille de papier ayant été percée de part en part grâce à cette machine.

2.8.2 Principe des expériences

L'idée de départ des expériences est de réaliser une ligne de trous de part en part de l'échantillon de papier sur l'axe sur lequel les fissures sont habituellement initiées. Expérimentalement, on vérifie que dans cette configuration la fissure grandit bien selon la ligne de trous. La situation de référence, correspondant, dans le modèle, au cas homogène, est alors constituée par un échantillon pourvu de trous espacés de manière régulière. Si les trous sont réalisés à une échelle suffisamment raisonnable par rapport à la taille des fibres de papier (en pratique quelques fois la taille des fibres égale à 50μm), on peut facilement concevoir que le seuil de rupture effectif de l'échantillon sera différent de celui intrinsèque au matériau σ_c selon :

$$\sigma_c^0 = \sigma_c \frac{\delta_0}{\delta_0 + d} \tag{2.30}$$

où d est la distance entre deux trous succesifs et δ_0 le diamètre des trous. Ce nouveau seuil de rupture devenant la référence, on peut alors introduire du désordre sur les intervalles entre les trous : $\delta_f = \delta_0 + \text{fluctuation}$. On imagine ainsi pouvoir contrôler

[8]Travail de conception et fabrication réalisés par Marc Moulin.

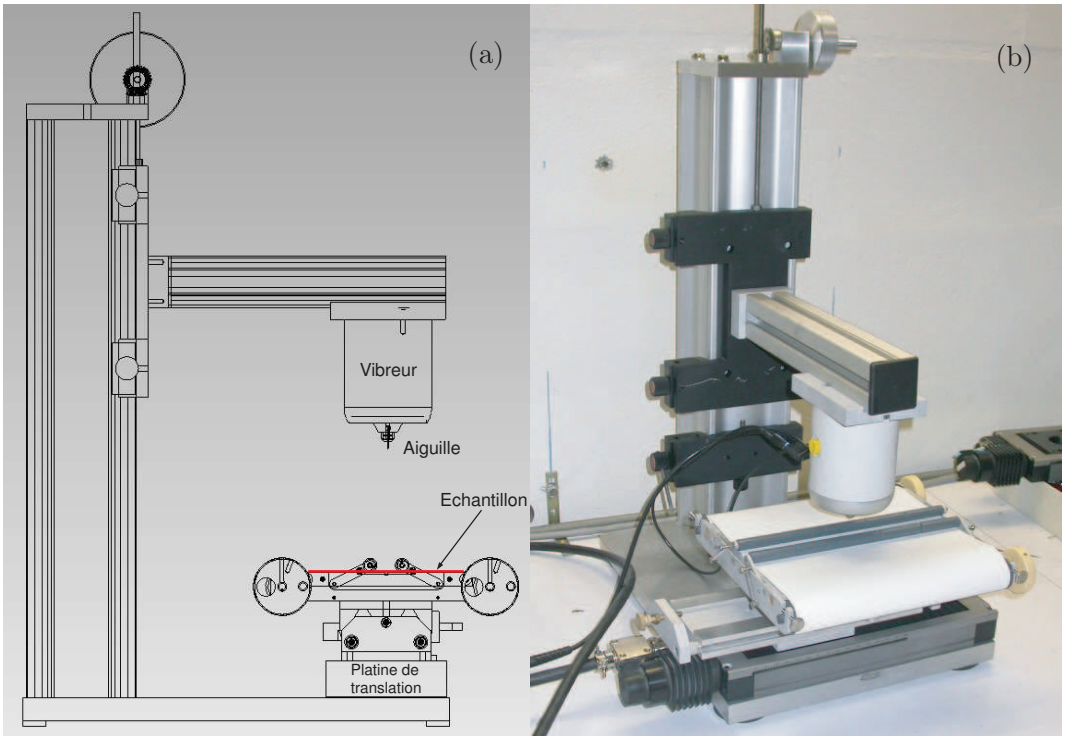


FIG. 2.11 – Schéma (a) et photographie (b) de la machine à percer les échantillons de papier.

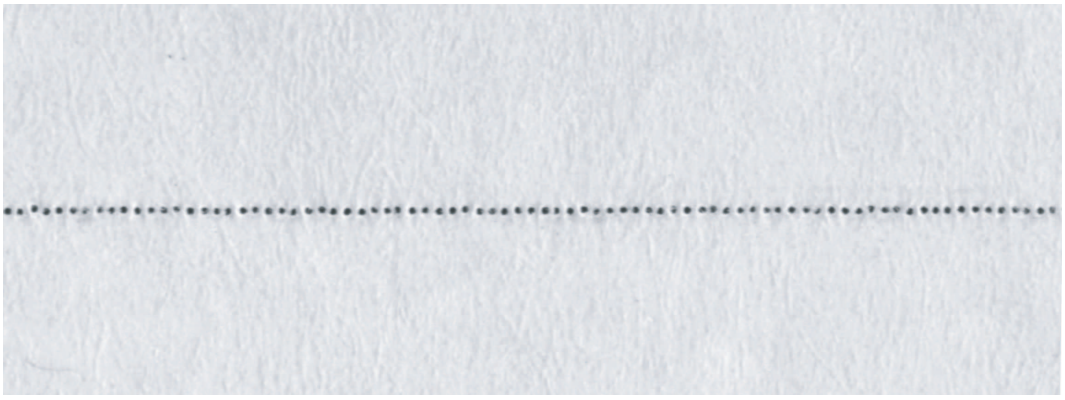


FIG. 2.12 – Feuille de papier trouée de part en part sur une ligne.

les fluctuations du seuil de rupture effectif du matériau :

$$\sigma_c^{\text{eff}} = \sigma_c \frac{\delta_f}{\delta_f + d} \tag{2.31}$$

qui va fluctuer autour de σ_c^0. En choisissant bien la distribution des intervalles entre les trous, on peut retrouver de manière effective à une échelle mésoscopique une distribution de seuil de rupture gaussienne pour le matériau. Il semble alors qu'il soit possible de créer des échantillons avec un désordre maitrisé et ainsi de tester sur un matériau modèle la pertinence de la loi de croissance Super-Arrhenius.

2.9 Conclusion

En faisant l'hypothèse de l'existence de fluctuations thermiques de la contrainte locale, nous avons pu modéliser la croissance sous-critique d'une fissure dans un matériau hétérogène. L'influence du désordre du matériau sur la croissance d'une fissure dans un solide à deux dimensions élastique et fragile est en fait prise en compte par l'introduction d'une distribution spatialement gelée de seuil local de rupture. Des prédictions analytiques pour la vitesse de croissance de la fissure et la durée de vie de l'échantillon ont été dérivées puis confirmées par des calculs numériques directs. La conclusion est que la croissance thermiquement activée de la fissure est inhibée par le désordre : la vitesse décroît et le temps de rupture croît avec la variance du désordre θ_d qui est interprétée comme une température de désordre. L'influence du désordre est en fait simplement pris en compte par l'introduction d'une température effective $\theta_{\text{eff}} = \theta - \theta_d$, en place de la température thermodynamique, pour des températures supérieures à θ_d. Ainsi, les temps de rupture suivent une loi dite Super-Arrhenius. De nouvelles investigations expérimentales doivent être conduites pour vérifier la pertinence de ce type de loi.

Transition

Dans le chapitre 2, nous avons réussi de manière analytique à proposer une interprétation théorique de l'influence du désordre sur la croissance lente thermiquement activée de fissures dans les matériaux élastiques hétérogènes. Il a déjà été démontré expérimentalement [33, 34] que la description de la croissance lente de fissures dans des films élastiques fragiles par un processus d'activation thermique semblait raisonnable. Ce bon accord entre théorie et expérience dans le cas des feuilles de papier, nous a amené naturellement à tenter d'extrapoler ces résultats à des matériaux plus complexes. Dans le chapitre 2, nous nous sommes intéresser à des matériaux structurellement plus complexes de part leur hétérogénéité. Nous allons dorénavant chercher la complexité ailleurs en étudiant des matériaux ayant des propriétés mécaniques plus riches i.e. plastiques et visqueuses.

Ainsi, dans les deux chapitres qui suivent, nous prenons comme objet d'étude un polymère amorphe, le polycarbonate. Ce type de matériau présente en effet des propriétés mécaniques visco-élasto-plastiques très riches qui vont nous permettre d'aller plus loin dans l'appréhension des phénomènes de croissance lente de fissures. Au-delà de cette richesse de comportements mécaniques, les polymères sont de plus en plus utilisés dans les matériaux de structure ce qui justifie d'un point de vue plus pragmatique les nombreuses études, dont celle-ci, relatives à leurs propriétés mécaniques et de rupture.

Chapitre 3

Comportement mécanique des films de polycarbonate

Sommaire

3.1 Propriétés mécaniques des polymères amorphes 55
3.1.1 Courbe de réponse contrainte-déformation 55
3.1.2 Evolution du seuil d'écoulement plastique σ_y 57
3.1.3 Modélisation de la mécanique des polymères amorphes . . . 58
3.2 Les films de polycarbonate 59
3.2.1 Courbe contrainte-déformation des films de polycarbonate . 60
3.2.2 Loi de fluage du matériau 64
3.3 Les zones de déformation plastique 65
3.3.1 La création des zones de déformation plastique : une transition de phase ? 65
3.3.2 Dynamique de croissance des zones de déformation plastique 67
3.3.3 Propriétés structurelles des zones plastiques 72
3.4 Résumé 75

Nous allons dans ce chapitre présenter quelques notions expérimentales et théoriques générales à propos des polymères amorphes et en particulier de leur propriétés mécaniques. On interprète ensuite les tests mécaniques que nous avons réalisé sur des films de polycarbonate. Cette étude nous sera utile dans le chapitre suivant pour l'interprétation des expériences de croissance de fissures dans ces mêmes films de polycarbonate.

3.1 Propriétés mécaniques des polymères amorphes

3.1.1 Courbe de réponse contrainte-déformation

Les polymères amorphes à l'état vitreux présentent, dans une certaine gamme de température, un comportement élasto-visco-plastique qui fait intervenir une linéarité

de la dépendance de la contrainte avec la déformation aux faibles déformations suivi d'un adoucissement puis d'un durcissement lors d'une expérience de traction à taux de déformation constant. Les différents seuils en contrainte du matériau, comme son seuil d'écoulement σ_y, sont très dépendants de la vitesse de sollicitation du matériau ainsi que de la température ambiante. Dans tout ce chapitre, on s'intéresse à la réponse mécanique des polymères amorphes en l'absence du phénomène de craquelage, ou fibrillation, qui conduit à la rupture du matériau et que l'on présentera dans le chapitre suivant. On s'occupe donc ici de mécanique des milieux continus uniquement.

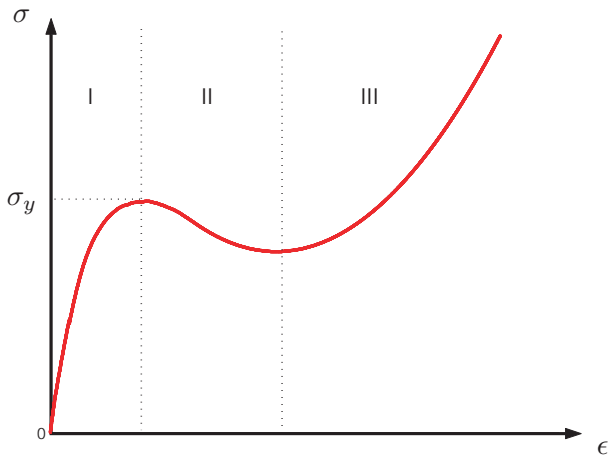


FIG. 3.1 – Courbe schématique de la contrainte nominale en fonction de la déformation relative pour un polymère amorphe lors d'une expérience de traction à taux de déformation constant.

On représente sur la figure 3.1, une courbe schématique de la réponse de la contrainte à une certaine déformation lorsque la température est inférieure à la température de transition vitreuse du polymère, $T < T_g$. La contrainte nominale est représentée en fonction de la déformation relative. Sur cette courbe, on peut distinguer trois domaines particuliers. Dans le domaine I, la contrainte σ augmente d'abord proportionnellement à la déformation du matériau ϵ. Le début de ce domaine correspond ainsi à la réponse élastique ou plus justement visco-élastique du polymère car il est dépendant du taux de déformation $\dot{\epsilon}$ et de la température. On observe plus loin dans le domaine I un ralentissement de la croissance de σ qui traduit déjà un comportement non-élastique. Le domaine II qui intervient au-delà d'un certain seuil d'écoulement plastique en contrainte σ_y correspond à un comportement plastique du matériau avec un adoucissement caractéristique i.e. une diminution de la contrainte pour une déformation croissante. Le domaine III correspond au phénomène dit de durcissement aux grandes déformations. Il s'interprète physiquement comme étant le résultat d'une orientation et d'un étirement progressif des chaînes du polymère dans la direction principale de déformation.

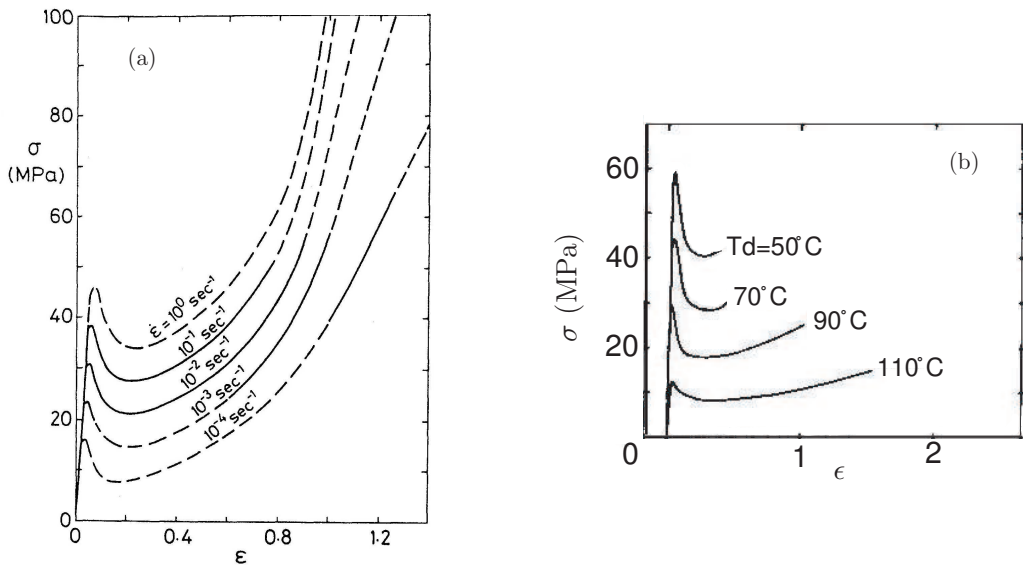


FIG. 3.2 – Courbes de la contrainte en fonction de la déformation pour le PMMA pour différents taux de déformation (a) [53] et différentes températures (b) [54].

Comme nous l'avons déja mentionné, cette courbe contrainte-déformation caractéristique du comportement élasto-plastique des polymères amorphes dépend de la température et du taux de déformation auquel est soumis le matériau. C'est en cela que le matériau est visqueux. On peut le vérifier sur les courbes expérimentales de la figure 3.2 qui montrent des réseaux de courbes contrainte-déformation correspondant à différentes vitesses de sollicitation (a) ainsi qu'à différentes températures (b) dans le cas du PolyMethylMethAcrylate (PMMA). Le niveau global en contrainte de la courbe contrainte-déformation, qui évolue de manière quasi-proportionnelle à l'évolution du seuil d'écoulement plastique σ_y, augmente avec le taux de déformation $\dot{\epsilon}$ et diminue avec la température. Ce niveau augmente aussi avec la pression hydrostatique imposée. Il est à noter que les courbes obtenues en compression et celles en traction sont quantitativement différentes bien qu'elles aient la même allure qualitative [55].

3.1.2 Evolution du seuil d'écoulement plastique σ_y

Comme nous venons de le voir, le seuil d'écoulement plastique σ_y du matériau est dépendant de la température, du taux de déformation et de la pression hydrostatique. Ces trois dépendances sont associées au comportement visqueux du polymère amorphe. Nous laisserons de côté la dernière de ces dépendances qui n'est pas a priori intéressante pour nous. Le modèle d'Eyring [56] est le plus rudimentaire décrivant les dépendances de σ_y avec les paramètres expérimentaux précédents.

Dans ce modèle, Eyring adapte un raisonnement d'abord élaboré pour les liquides

visqueux. Les chaînes du polymère sont considérées comme étant piégées dans des positions d'équilibre local et c'est le passage d'une macro-molécule d'une position d'équilibre à une autre, voisine, qui crée l'écoulement visqueux du matériau. Ce passage implique le franchissement d'une barrière d'énergie qui, en moyenne, vaut E_0. On fait alors l'hypothèse que cette barrière est abaissée, lorsque le matériau est sous contrainte, selon : $E_0 - V\sigma$. On exprime alors le taux de déformation du matériau en fonction de la contrainte appliquée σ et de la température T de la manière suivante[1] :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon_0}\, e^{-\frac{E_0}{k_B T}} \sinh\left(\frac{V\sigma}{k_B T}\right). \tag{3.1}$$

Aux grands taux de déformation ou aux basses températures, cette expression se simplifie en :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon_0}\, e^{-\frac{E_0 - V\sigma}{k_B T}}. \tag{3.2}$$

On note au passage que le facteur de Boltzmann de cette loi est analytiquement tout à fait identique à celui proposé par Zhurkov pour prédire la dépendance des temps de rupture avec la contrainte appliquée (cf. section 1.2.2). Dans cette expression, le volume d'activation V est parfois interprété comme le volume libre du polymère i.e. le volume moyen des espaces entre les segments de polymères. Expérimentalement, il n'y a cependant aucune corrélation claire entre ce volume d'activation et une quelconque structure du polymère amorphe [57]. De nombreuses études [58, 59, 60, 61] ont montré que l'équation d'Eyring, qui n'envisage qu'un seul processus moléculaire, est insuffisante pour décrire le comportement des polymères amorphes sur une large gamme de température et de taux de déformation. Elle est cependant très bien vérifiée expérimentalement dans le cas du polycarbonate [62, 63] (cf. figure 3.3). A partir des données de la figure 3.3, on extrait ainsi les valeurs suivantes pour les paramètres d'Eyring :

- un volume libre $V = 3.45\,10^{-27}\mathrm{m}^3 = (1.51\mathrm{nm})^3$,
- une énergie d'activation $E_0 = 5.5\,10^{-19}\mathrm{J} = 4.0\,10^4 k_B$, et
- un taux de déformation $\dot{\epsilon_0} = 5.0\,10^{31}\mathrm{s}^{-1}$.

3.1.3 Modélisation de la mécanique des polymères amorphes

Principalement, deux types d'approches existent pour décrire le comportement mécanique, présenté dans les deux paragraphes précédents, des polymères amorphes et en particulier pour modéliser le phénomène d'adoucissement. L'approche la plus répandue, en particulier dans la communauté des ingénieurs mécaniciens a été élaborée par Argon (1973) et Boyce (1988) [64, 65, 66, 67]. Dans cette description, des lois phénoménologiques reliant les dérivées des tenseurs des contraintes et des déformations sont intuitées à partir de données expérimentales. D'autres équations sont simplement supposées, en particulier celle permettant de rendre compte de l'adoucissement du matériau. En pratique, ces lois a priori macroscopiques sont utilisées à

[1] Dans le cas d'un liquide $\frac{V\sigma}{k_B T} \ll 1$ et on retrouve la loi d'écoulement d'un fluide newtonien : $\dot{\epsilon} = \frac{\sigma}{\eta}$.

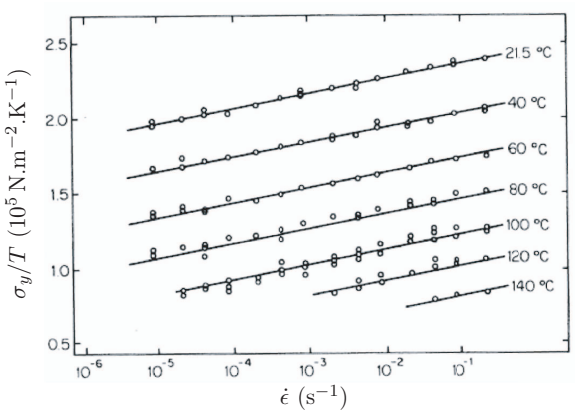


FIG. 3.3 – σ_y/T en fonction du taux de déformation $\dot{\epsilon}$ dans le polycarbonate pour différentes températures [63].

l'échelle microscopique ce qui semble tout à fait discutable. Elles sont en pratique couplées à une résolution en éléments finis des champs de déformation et de contrainte dans le but de simuler le comportement mécanique des polymères amorphes dans tous les régimes de sollicitation. Ces simulations numériques donnent des résultats qualitativement corrects [68, 69] mais quantitativement décevants aux vues de la complexité analytique des sytèmes d'équations mis en jeu.

Une autre approche a émergé plus récemment, d'abord grâce à Langer et Falk [70, 71, 72] puis grâce à Bouchbinder [73, 74]. Elle fait appel à une description plus réaliste des mécanismes microscopiques pouvant intervenir lors de la plastification des matériaux amorphes. Ainsi, le matériau est supposé être parsemé de zones plastifiables élémentaires, nommées "shear transformation zones" (STZ), qui peuvent choisir entre deux états d'équilibre : un état dit bloqué et un état dit coulant (relativement au cisaillement appliqué). La plastification du matériau ou plus précisément son adoucissement intervient alors à travers la transition progressive des STZs de l'état coulant vers l'état bloqué. Ce modèle reproduit qualitativement bien les principales caractéristiques de la plasticité telles que l'écoulement du matériau, son adoussicement et son durcissement [73, 74, 75].

3.2 Etude expérimentale du comportement mécanique des films de polycarbonate

Au cours de cette thèse, nous avons utilisé des films de polycarbonate isotrope Makrofol® DE 1-1C fabriqués par la firme Bayer. Ces films sont constitués du polymère Bayer Makrolon® M 3108. Nous avons utilisé principalement des films de 125μm d'épaisseur mais aussi dans une moindre mesure ceux de 250μm et 375μm d'épaisseur. La faible épaisseur des films permet de considérer lorsqu'on les sollicite

en traction qu'on se place dans des conditions de contraintes planes[2].

3.2.1 Courbe contrainte-déformation des films de polycarbonate

Pour mettre en évidence expérimentalement les propriétés mécaniques des films de polycarbonate dans lesquels nous allons étudier la croissance de fissures, nous avons réalisé des expériences de traction sur des échantillons intacts en les soumettant à des rampes de déplacement à différentes vitesses de déformation (de 10 à $50\mu\text{m.s}^{-1}$) correspondant à des taux de déformation allant de $5\,10^{-5}$ à $5\,10^{-4}\text{s}^{-1}$. Les échantillons mesurent 24cm par 21cm et sont sollicités grâce au dispositif expérimental présenté dans l'annexe C.

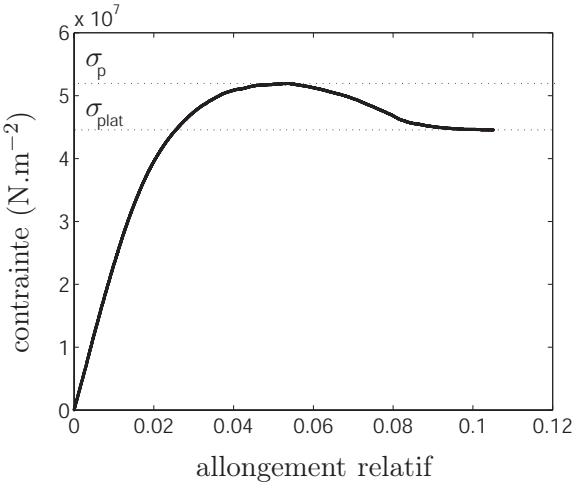


FIG. 3.4 – Contrainte nominale en fonction de l'allongement relatif pour un échantillon de polycarbonate ($24\times21\text{cm}^2$) initialement intact en traction à vitesse constante ($46.25\mu\text{m.s}^{-1}$).

Une courbe contrainte-déformation typique est tracée sur la figure 3.4. Celle-ci représente la contrainte nominale appliquée à l'échantillon en fonction de l'allongement relatif de celui-ci. La contrainte nominale est calculée en utilisant l'épaisseur initiale des films : $\sigma = \frac{\text{Force}}{\text{section initiale}}$. Il est donc probable que cette contrainte diffère légèrement de la contrainte vraie dans certaines zones affinées du film. Le film polymérique fait apparaître le comportement classique des matériaux élasto-visco-plastiques avec un profil quasi-élastique aux faibles allongements suivi par un adoucissement. Sur la figure 3.4, ce comportement, qui correspond bien à celui décrit dans la partie précédente, fait intervenir une contrainte maximale $\sigma_p = 5.20\,10^7\text{N.m}^{-2}$ ainsi qu'une contrainte plateau valant $\sigma_{\text{plat}} = 4.45\,10^7\text{N.m}^{-2}$. Ces valeurs sont cohérentes en ordre de grandeur avec celles mesurées dans le polycarbonate en volume par Lu et Ravi-Chandar [76] : $\sigma_p = 6.6\,10^7$ N.m^{-2} et $\sigma_{\text{plat}} = 4.8\,10^7\text{N.m}^{-2}$. La courbe qui

[2]En particulier, la contrainte normale à la surface du film est nulle également en volume.

vient d'être présentée est évidemment dépendante du taux de déformation appliqué à l'échantillon comme nous l'avons vu dans le paragraphe 3.1.2.

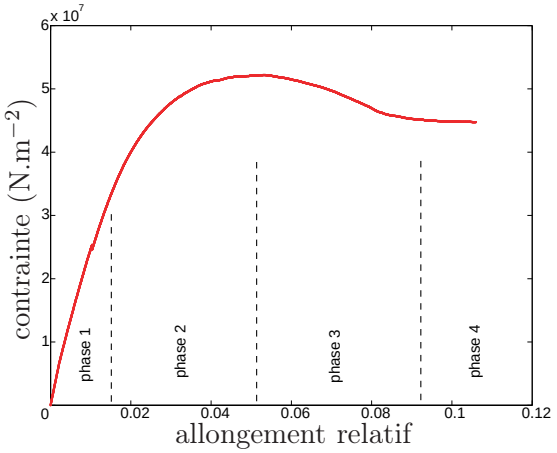


FIG. 3.5 – Contrainte nominale en fonction de l'allongement relatif pour un échantillon initialement intact en traction à vitesse constante ($46.25\mu\text{m.s}^{-1}$).

D'un point de vue beaucoup plus qualitatif, la courbe contrainte-déformation précédente peut être décomposée en plusieurs zones correspondant à différents comportements du matériau (cf. figure 3.5). La phase 1 correspond à une croissance quasi-linéaire de la contrainte avec l'allongement qui traduit le caractère élastique du polycarbonate aux faibles allongements. Ce caractère élastique peut être mis à l'épreuve par des tests concluants de recouvrement réversible de l'allongement sous un relâchement des contraintes. On peut dans cette zone estimer le module d'Young sous faible tension du polycarbonate en estimant la pente du début de la courbe : $Y = \frac{\Delta\sigma L}{\Delta L} = 194\,10^7\text{N.m}^{-2}$. Cette valeur est cohérente, en ordre de grandeur, avec celle généralement citée pour le polycarbonate en volume, $Y = 240\,10^7\text{N.m}^{-2}$ [76]. Il est à noter que pendant la phase 1, la déformation semble homogène à travers l'échantillon.

La phase suivante (phase 2) commence à la fin du régime élastique qui se traduit par la fin de la linéarité de la relation entre la contrainte σ et la déformation ϵ. On peut alors vérifier expérimentalement le non-recouvrement des allongements sous un relachement des contraintes. On observe un ralentissement de la croissance de la contrainte. Lu et Ravi-Chandar relatent [76] que cette phase 2 correspond à l'apparition dans l'échantillon de bandes de cisaillement à l'échelle microscopique (de largeur de l'ordre de 1μm). La déformation devient alors inhomogène à l'échelle du micron même si elle reste macroscopiquement homogène grâce à une densité quasi-homogène des bandes de cisaillement dans l'échantillon.

La rampe de déplacement continuant, on voit ensuite apparaître des figures cruciformes en plusieurs endroits, apparemment aléatoires, de l'échantillon (cf. figure 3.6).

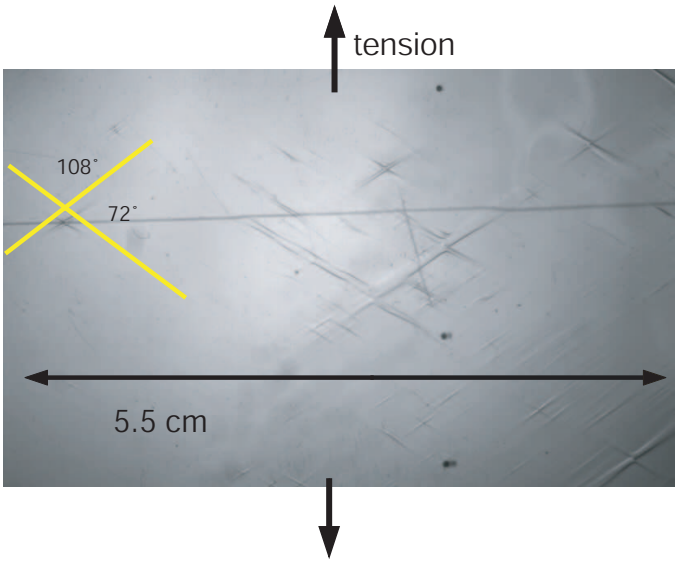


FIG. 3.6 – Croix et bandes de cisaillement ayant pris naissance dans un film de polycarbonate en traction.

Celles-ci grandissent peu à peu et sont bientôt associées à des bandes de cisaillement macroscopiques parallèles aux directions des croix. Ces zones de déformation plastique, les croix et les bandes de cisaillement, constituent des régions où les bandes de cisaillement microscopiques ont coalescé. Elles traduisent une concentration des déformations. Ainsi, la déformation n'est plus homogène à travers l'échantillon. L'apparition de ces croix marque le début de la phase 3 à laquelle est associée une décroissance de la contrainte dans l'échantillon. On parle traditionnellement d'adoucissement du matériau. Des mesures réalisées sur les films de polycarbonate après les expériences ont permis d'estimer que l'épaisseur des films est d'environ 75μm$\pm$5μm dans les zones de déformation plastique à comparer aux 125μm d'épaisseur initiale des films qui persistent en dehors des zones plastiques. Le film a donc été affiné de façon importante. Cet affinement du film dans les zones plastiques est appelé ***striction***.

Il est à noter que les croix et les bandes de cisaillement font apparaître un angle particulier d'environ 54° à 55° par rapport à la direction de la contrainte appliquée comme on peut l'observer sur la figure 3.6. Les directions de ces croix sont les mêmes lorsque l'échantillon est mis sous tension dans la direction perpendiculaire. Ceci confirme l'isotropie des films de polycarbonate utilisés ainsi que le caractère géométrique des directions des bandes de cisaillement et des croix. En fait, le polycarbonate étudié étant amorphe, il n'y a pas de microstruture qui pourrait dicter au système les directions des bandes de cisaillement qui semblent donc gouvernées par l'état macroscopique des contraintes dans l'échantillon. L'angle de 54° mesuré est en accord avec l'angle des bandes de cisaillement observées par Lu et Ravi-Chandar [76] dans le polycarbonate en volume et correspond aussi très bien à la

prédiction théorique à partir du critère de plasticité de Von Mises pour un matériau rigide-plastique[3] (cf. annexe B). En effet, théoriquement les bandes de cisaillement qui apparaissent dans un échantillon élasto-plastique sous tension font un angle de 54.73° avec la direction de la contrainte uniaxiale appliquée. Cet accord entre la théorie et les observations expérimentales confirme la pertinence du critère de plasticité de Von Mises pour le polycarbonate. On peut alors s'intéresser à déterminer la constante k du critère de Von Mises : $\sigma^*_{ij}\sigma^*_{ij} = 2k^2$. Même si nous n'avons pas pu observer l'apparition de la première bande de cisaillement microscopique, en sachant que celle-ci correspond à la fin du régime linéaire élastique, nous pouvons estimer un intervalle de valeur pour la contrainte à laquelle apparaît cette première bande : $2.5\,10^7\mathrm{N.m}^{-2} < \sigma(k) < 4.5\,10^7\mathrm{N.m}^{-2}$. Cet intervalle permet à travers la relation géométrique $\sigma = \sqrt{3}k$ d'estimer un intervalle de confiance pour la constante k : $1.4\,10^7\mathrm{N.m}^{-2} < k < 2.6\,10^7\mathrm{N.m}^{-2}$. Dans leur article [76], Lu et Ravi-Chandar estime la contrainte de Von Mises à $k = 2.0\,10^7\mathrm{N.m}^{-2}$.

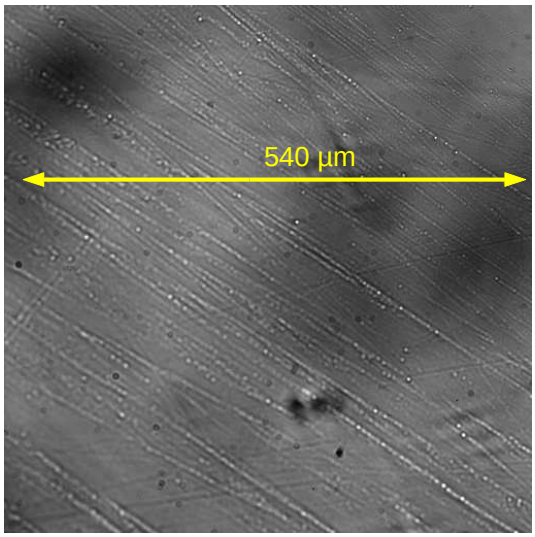


FIG. 3.7 – Bandes de cisaillement à l'intérieur d'une croix.

En résumé, la phase 3, à laquelle est associée une décroissance de la contrainte avec l'allongement, correspond au développement privilégié de zones de déformation plastique qui vont devenir très grandes et concentrer la déformation du film. La diminution de la contrainte avec l'augmentation de l'allongement est associée à une augmentation de la proportion en volume des zones plastiques dans l'échantillon.

[3]Le critère de plasticité de Von Mises est atteint lorsque : $\sigma^*_{ij}\sigma^*_{ij} = 2k^2$ où k est la constante dites de Von Mises et σ^*_{ij} le tenseur des contraintes déviatoriques.

La phase 4 correspond finalement à l'apparition et au développement d'une zone plastique qui traverse l'échantillon de part en part et qui croît de manière privilégiée.

Il est instructif d'observer la figure 3.7 qui représente une vue au microscope prise après la fin de l'expérience de traction à l'intérieur d'une des croix de cisaillement. On peut y voir ce qui semble être des bandes de cisaillement dont la largeur est de l'ordre de quelques micromètres (entre 1 et 5μm). Ces bandes n'ont pas une orientation bien déterminée, même si une direction privilégiée existe. Elles sont en fait probablement les "restes" des bandes de cisaillement microscopiques apparues pendant la phase 2 qui, une fois entrées au sein des bandes de cisaillement macroscopiques, sont comme figées dans la matière. Le fait que la direction des bandes fluctue suggère qu'il se produit au cours de la déformation du matériau des mouvements de rotation. De tels mouvements ont été mis en évidence dans des simulations numériques décrivant la dynamique des milieux vitreux [77, 78].

3.2.2 Loi de fluage du matériau

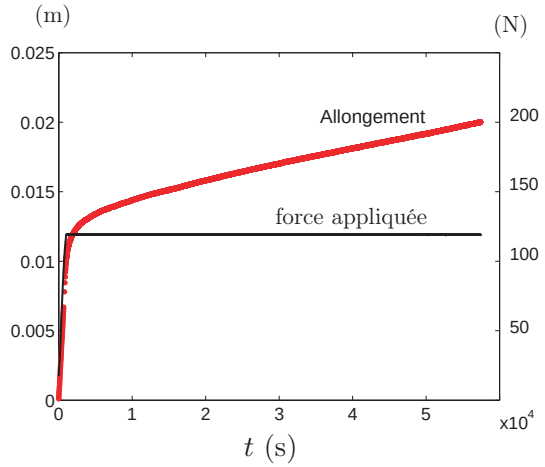


FIG. 3.8 – Allongement d'un échantillon ($24 \times 2\text{cm}^2$)soumis à une force constante de 119N en fonction du temps (en rouge/gris). Force appliquée à l'échantillon (en noir). On observe la phase initiale de chargement pour atteindre la force constante demandée.

Pour caractériser d'une manière différente la loi d'écoulement de nos films de polycarbonate, nous avons réalisé des expériences de fluage dans lesquelles on soumet des bandes de taille 24cm par 2cm à une contrainte constante. On mesure alors le taux de déformation de la bande au cours du temps. Sur la figure 3.8, on constate qu'une fois un régime transitoire complété, un taux de déformation quasi-constant est atteint pour une force imposée constante. Sur la figure 3.9, on a tracé le logarithme du taux de déformation stationnaire en fonction de la contrainte appliquée. On voit que les données sont assez bien décrites par une loi de type Eyring :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon_1}\, e^{a\sigma} = \dot{\epsilon_2}\, e^{\frac{-E_0+V\sigma}{k_B T}} \tag{3.3}$$

avec $\dot{\epsilon}_1 = 1.17\,10^{-22}\mathrm{s}^{-1}$ et $a = 7.67\,10^{-7}\mathrm{N}^{-1}.\mathrm{m}^2$, soit $V = 3.10\,10^{-27}\mathrm{m}^3 = (1.46\mathrm{nm})^3$ et $\dot{\epsilon}_2 = 1.4\,10^{37}\mathrm{s}^{-1}$ si on prend pour E_0 la valeur déterminée au 3.1.2.

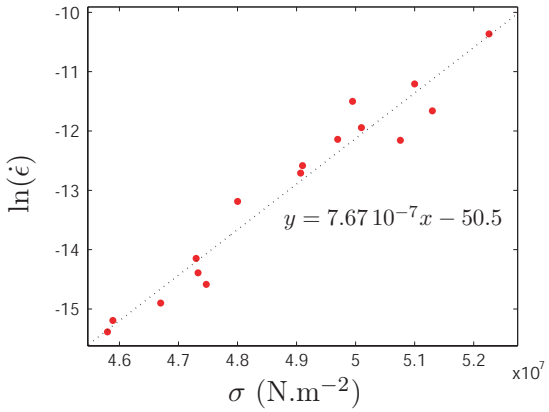


FIG. 3.9 – Logarithme du taux de déformation d'une bande de polycarbonate en fluage en fonction de la contrainte appliquée et l'ajustement linéaire correspondant.

3.3 Les zones de déformation plastique

Au cours des expériences de traction réalisées sur les films de polycarbonate, nous avons vu apparaître dans les échantillons de polymère des zones de déformations plastiques macroscopiques. Ces zones, qui se présentent sous la forme de bandes rectilignes ou de croix, prennent naissance en des positions des films qui semblent a priori aléatoires. En réalité, ces positions d'apparition des zones plastiques correspondent sans aucun doute à des régions où la contrainte est intensifiée par rapport à sa valeur moyenne dans le film. En général, cette intensification est simplement due à un défaut local provenant de l'inhomogénéité du film. Cette explication est confirmée par la constatation suivante. Lorsqu'un défaut visible a été initié involontairement dans l'échantillon, par exemple, par un léger impact d'un objet sur le film lors des manipulations préliminaires aux expériences, on constate qu'une zone plastique va, lorsqu'une contrainte suffisante est appliquée, apparaître systématiquement à l'endroit du défaut. Comme nous l'avons noté plus tôt, les zones de déformation plastique sont des zones dans lesquelles le film s'est affiné (de 125μm à environ 75μm). On parle alors de zone de striction. Elles sont délimitées par deux zones d'épaulement qui assure la transition entre l'épaisseur du film dans la zone élastique et celle dans la zone plastique.

3.3.1 La création des zones de déformation plastique : une transition de phase ?

Dans ce paragraphe, on présente une interprétation couramment utilisée pour expliquer l'apparition de zones de déformation plastique dans les polymères amorphes

[79]. Il faut garder à l'esprit que cette interprétation ne prend pas du tout en compte les comportements visqueux du polymère et est en cela très simpliste. Les courbes représentant la contrainte nominale σ d'un matériau plastique en fonction de sa déformation relative ϵ font apparaître une forme sigmoïdale (cf. figure 3.1). Si on suppose que cette courbe représente bien le comportement microscopique du matériau, on peut intégrer la contrainte σ par rapport ϵ et obtenir une énergie libre $\mathcal{F}(\epsilon)$ par unité de volume du matériau :

$$\mathcal{F}(\epsilon) = \int_0^{\epsilon} \sigma(\epsilon')\, d\epsilon'. \tag{3.4}$$

Sur la figure 3.10(b), on a schématisé la courbe représentant l'énergie libre $\mathcal{F}(\epsilon)$ obtenue par intégration numérique de la courbe contrainte-déformation schématique représentée en figure 3.10(a). Sur la figure 3.10(b), dans la zone de déformation

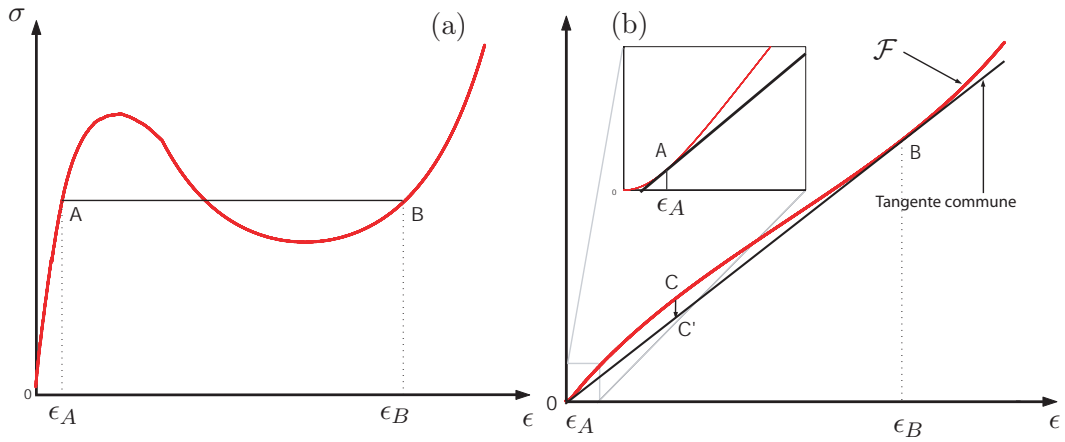


FIG. 3.10 – (a) Courbe schématique de la contrainte $\sigma(\epsilon)$ en fonction de la déformation relative pour un polymère amorphe ; (b) énergie libre $\mathcal{F}(\epsilon)$ obtenue par intégration de la contrainte $\sigma(\epsilon)$ représentée en (a).

$\epsilon_A < \epsilon < \epsilon_B$, il s'avère moins couteux en énergie pour le système de se séparer en les deux phases correspondant aux points A et B pour former un système inhomogène C' plutôt que de rester dans l'état homogène C. Cette situation est le parfait analogue d'un état diphasique lors d'une transition de phase du premier ordre. Sur la courbe contrainte-déformation, cela se traduit par un palier en contrainte entre les points A et B[4]. Lors de la traction, il ne peut donc en théorie plus avoir de variation de la contrainte dans l'échantillon tant que toute la matière n'est pas passée dans la phase B i.e. ne s'est pas plastifiée. Ainsi, énergétiquement, l'existence et la stabilité des zones de déformation plastique dans le polycarbonate sont justifiées.

Pour interpréter les courbes contrainte-déformation expérimentales, on peut supposer que l'état diphasique n'est en réalité pas rencontré immédiatement lorsque ϵ

[4]Sur la figure 3.10(a), le palier de contrainte vérifie la loi des aires égales selon Maxwell et sur la figure 3.10(b), la droite est la tangente commune aux deux points A et B de la courbe $\mathcal{F}(\epsilon)$.

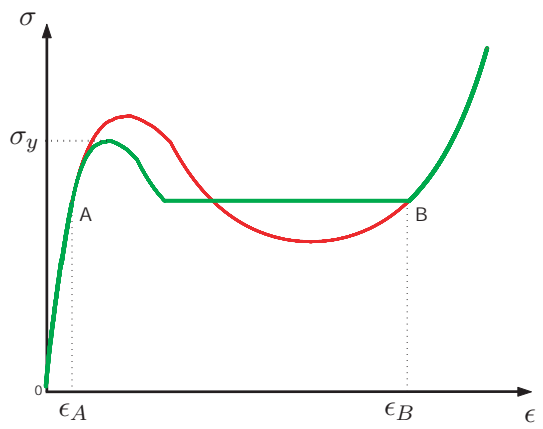


FIG. 3.11 – Courbe schématique (en gris clair/vert) de la contrainte expérimentale $\sigma(\epsilon)$ en fonction de la déformation relative pour un polymère amorphe (la courbe en gris foncé/rouge correspond la courbe théorique de la figure 3.10).

augmente régulièrement depuis des valeurs faibles pour finalement dépasser ϵ_A (cf. figure 3.11). Une période de "surélasticité" intervient généralement jusqu'à l'atteinte de la contrainte expérimentale d'écoulement σ_y. On observe ensuite une chute de la contrainte pour rejoindre le palier. Cette chute correspond à la formation de la zone plastique de striction.

3.3.2 Dynamique de croissance des zones de déformation plastique

Pour étudier de manière reproductible la dynamique de croissance des zones de déformation plastique, nous avons réalisé des expériences simples qui consistent à charger des bandes de polycarbonate de dimensions 1.5/2cm par 24cm avec une contrainte constante appliquée dans la direction de la longueur des bandes. Préalablement à l'expérience, un défaut linéaire a été initié au centre des échantillons par une simple compression avec un objet fin et arrondi le long de la largeur des bandes. Cette action crée un défaut qui se matérialise par une ligne opaque traversant la bande de part en part. On constate, lorsque la contrainte augmente pendant la phase de chargement de l'échantillon, que la ligne opaque en question commence à se dédoubler pour définir les frontières d'une zone plastique en forme de bande (cf. figure 3.12(a)). Une fois la contrainte constante atteinte, la zone plastique grandit sous contrainte imposée comme on peut le voir sur la figure 3.12. C'est l'étude de la croissance en fluage de cette zone plastique qui nous intéresse. Nous verrons en effet plus tard que ces bandes de déformation plastique sont tout à fait similaires aux zones de déformation plastique que l'on observe à la pointe des fissures. Connaître les propriétés de fluage de cette zone semble donc indispensable à la compréhension des mécanismes de croissance de fissure dans les films de polycarbonate.

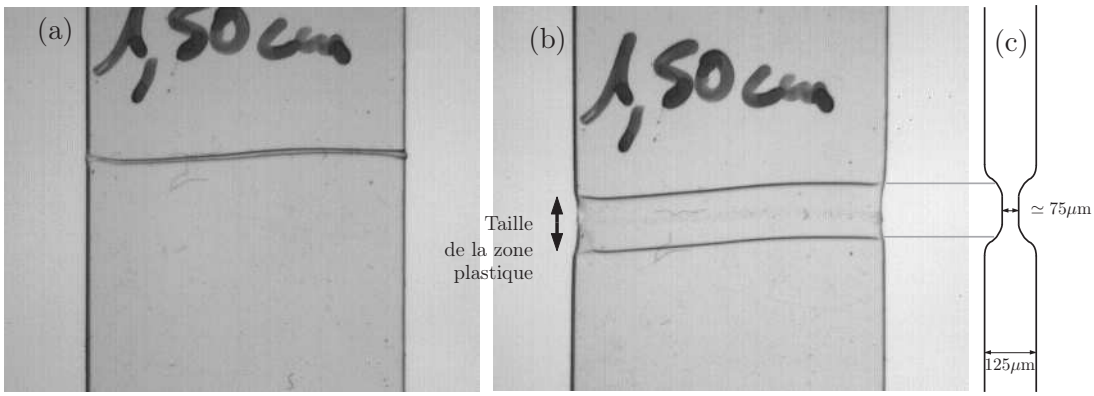


FIG. 3.12 – Images d'une zone plastique entre train de croître en fluage : (a) zone plastique à peine développée, (b) zone plastique en développement. (c) Schéma du profil d'épaisseur correspondant.

Les mouvements de matière

Comme cela est facilement imaginable, l'élargissement de la zone plastique peut être le résultat de deux mécanismes simultanés : le fluage de la matière présente dans la zone plastique et la transition de nouvelles quantités de matière de la zone élastique vers la zone plastique par un flux de matière à travers la frontière. Pour discerner entre ces deux mécanismes, nous avons déposé sur les bandes de polycarbonate un nuage de bille de verre de 100μm de diamètre grâce à un tamis (cf. figure 3.13(a)). Les billes de verre réparties de manière aléatoire ont ensuite été fixées à la surface du film grâce à une bombe de laque. Sur la figure 3.13(b), on observe une image spatiotemporelle qui illustre le déplacement de la limite élastique-plastique ainsi que les déformations du matériau au cours du temps. Il apparaît très clairement que lorsque de la matière entre dans la zone plastique, elle subit une forte déformation relative, de l'ordre de $\epsilon = 0.5$ (cf. évolution de la distance d_{trans}). Parallèlement, la matière déjà transformée, i.e. dans la zone plastique, subit au cours de la durée totale d'une expérience une déformation relative beaucoup plus faible allant de 0.01 à 0.05 (cf. évolution de la distance d_{plast}). Ainsi, il apparaît clairement que l'élargissement des bandes plastiques est très majoritairement dû à la transition de matière de la zone élastique vers la zone plastique au travers de la frontière. Celle-ci se traduit par le déplacement de la frontière par rapport à la matière.

Le but initial du nuage de bille de verre déposé sur le film était en fait plus ambitieux. Il consistait en l'extraction du champ de vitesse dans le film grâce à une technique d'analyse d'image aujourd'hui traditionnelle en mécanique des fluides en particulier turbulents : la vélocimétrie par imagerie particulaire plus connue sous son nom anglais ***Particule Image Velocimetry*** (PIV). Le résultat d'une telle analyse apparaît sur la figure 3.14. La figure (a) présente le champ des vitesses dans la direction de traction en échelle de couleur et la figure (b) présente un profil de vitesse correspondant à une ligne verticale de l'image précédente dans la direction de

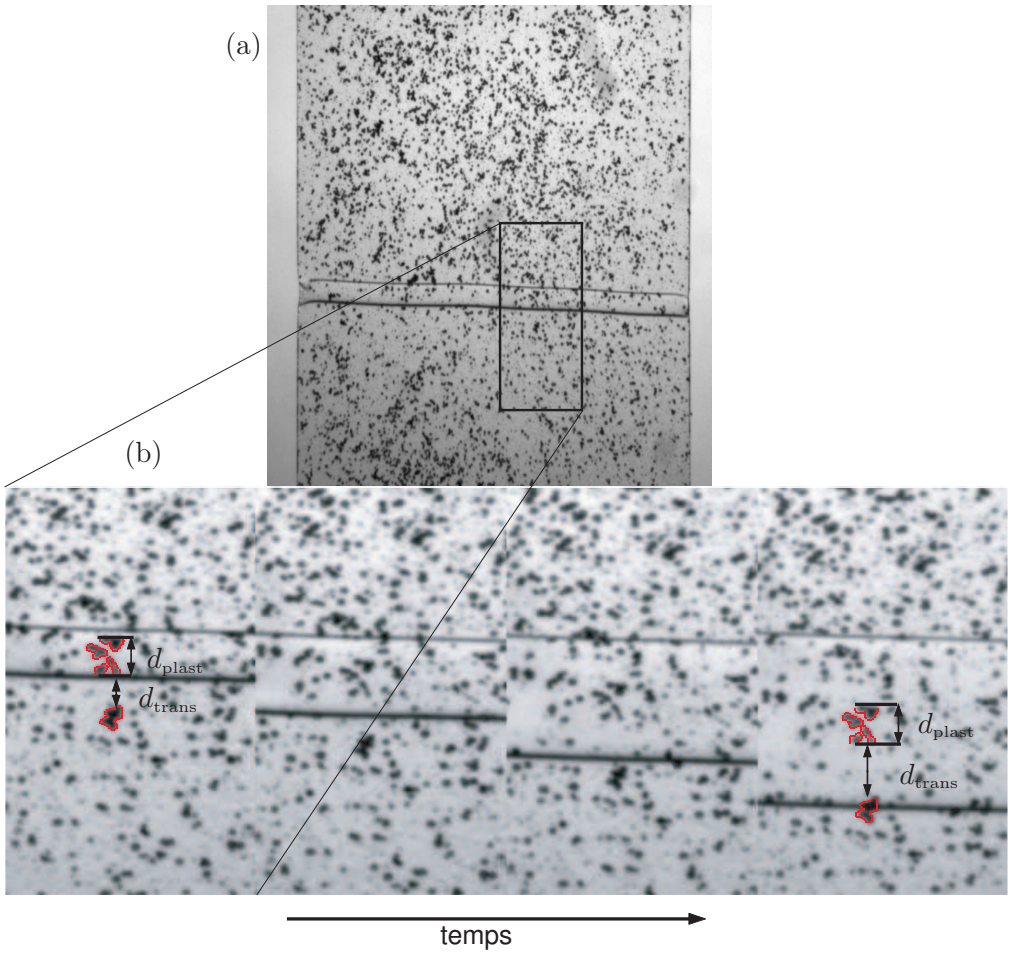


FIG. 3.13 – Image spatiotemporelle illustrant les déformations du polycarbonate lors de la croissance d'une bande plastique.

traction. Trois zones dans lesquelles la vitesse augmente faiblement se distinguent : deux zones élastiques et la zone plastique. Sur la figure 3.14(b), le pic à faibles vitesses (à la position 27mm) qui correspond à la zone en bleu foncé sur l'image et le pic à grandes vitesses (à la position 32.5mm) qui correspond à la zone en rouge foncé sont en fait des artefacts de la méthode PIV. Ils correspondent en effet au mouvement des deux limites élasto-plastiques qui n'est évidemment pas le même que le mouvement de la matière. Pour avoir une idée de la courbe de vitesse réelle de la matière, il faut donc "couper" ces deux pics (cf. droites bleues sur la figure 3.14(b)). La légère augmentation de la vitesse dans les trois zones considérées correspond au fluage du polycarbonate sous contrainte. Le fluage de la matière semble être environ 3 fois plus rapide dans la zone plastique que dans les zones élastiques. Cela paraît très logique puisque la contrainte dans la zone plastique est plus grande (en moyenne $\sigma_{\text{plastique}} = 1.7 \times \sigma_{\text{élastique}}$) à cause de l'affinement du film. Entre les trois zones

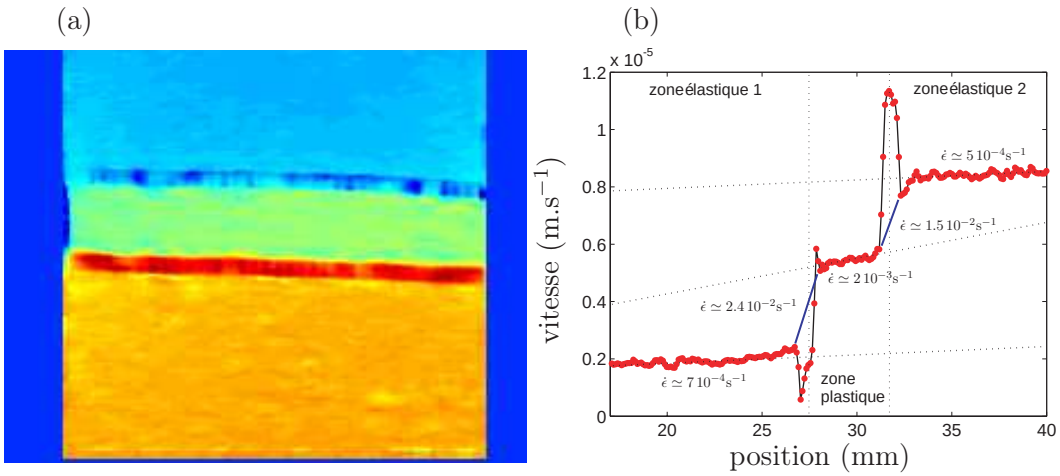


FIG. 3.14 – (a) Champ des vitesses dans la direction de traction en échelle de couleur ; (b) Profil de vitesse correspondant à une ligne verticale de l'image (a) dans la direction de traction.

considérées, on observe deux régions qui correspondent aux limites élasto-plastiques, i.e. aux épaulements du film, à l'intérieur desquelles la vitesse augmente de manière très abrupte (cf. droites bleues). Dans ces régions, la matière flue à un taux de déformation 10 fois plus grand que celui subit dans la zone plastique et 30 fois plus grand que celui dans les zones élastiques. Ainsi, les deux zones d'épaulement du film qui limitent l'affinement sont des zones de déformation très rapide de la matière. On a ici confirmation que la croissance de la zone plastique est bien majoritairement due la forte déformation subit par la matière à la traversée de la zone d'épaulement.

Loi de croissance

La figure 3.15 représente les courbes de croissance de la taille de la zone plastique (cf. figure 3.12) pour trois expériences réalisées pour trois contraintes appliquées différentes. On observe que la croissance de la taille de la zone plastique accélère de manière dramatique au cours du temps et ce d'autant plus vite que la contrainte appliquée est grande. Il s'est révélé difficile de décrire analytiquement la forme de ces courbes de croissance. Cependant elles peuvent être remise à l'échelle, i.e. elles se regroupent toutes sur une courbe maîtresse, grâce à une dilatation des temps (cf. figure 3.15(b)). En conséquence, la loi de croissance des zones plastiques vérifie :

$$L(\sigma, t) = f\left(\alpha(\sigma)t\right). \tag{3.5}$$

Ainsi, la vitesse de croissance peut s'écrire :

$$v(\sigma, t) = \alpha(\sigma)\, f'\left(\alpha(\sigma)t\right). \tag{3.6}$$

Alors, une grandeur pertinente qui permet de comprendre la dépendence du phénomène avec la contrainte appliquée est la vitesse initiale de croissance $v_i = \alpha(\sigma)f'(0)$.

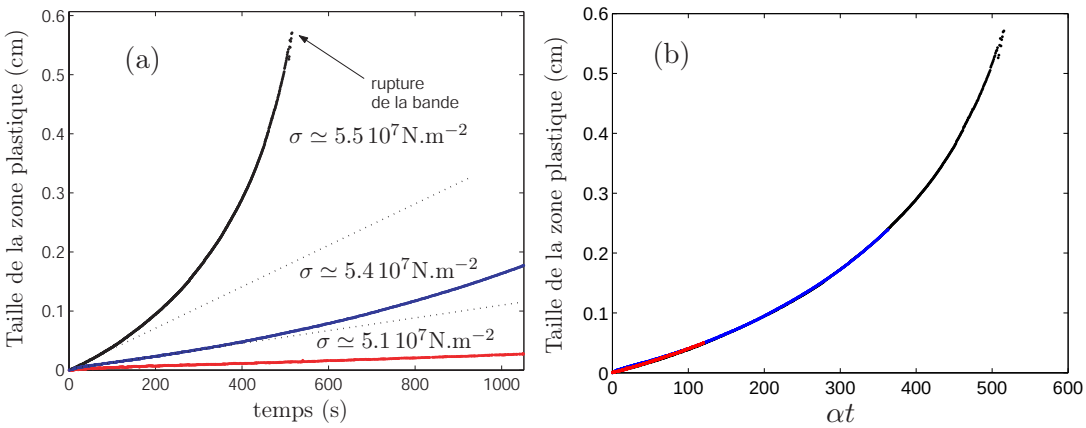


FIG. 3.15 – Taille de la zone plastique en fonction, (a) du temps, (b) du temps remis à l'échelle, pour trois expériences réalisées pour des contraintes imposées différentes. Les constantes α sont ici définies à un préfacteur arbitraire près de manière à regrouper au mieux les courbes de croissance.

Nous avons donc simplement étudié la dépendance de la vitesse de croissance initiale v_i de la zone plastique soumise à une contrainte constante en fonction de la contrainte appliquée σ (cf. figure 3.16(a)). On observe sur cette figure que v_i diverge dramatiquement avec l'augmentation de la contrainte. On constate aussi que la vitesse de croissance de la zone plastique ne commence à devenir non-négligeable sur des échelles de temps raisonnable (à l'échelle de la durée d'une thèse i.e. quelques heures) que lorsque la contrainte appliquée σ dépasse la valeur de $5.2\,10^7$N.m^{-2}.

On a vu que la loi d'Eyring décrivait bien le fluage du polycarbonate. Qu'en est-il alors de la déformation de la matière dans la zone d'épaulement à la transition élastique-plastique qui se fait à un taux beaucoup plus important que le fluage dans la zone élastique où même dans la zone plastique ? De manière naïve, on peut essayer de modéliser la dépendance de v_i avec σ par une loi exponentielle du type de la loi d'Eyring. Ainsi, sur la figure 3.16(b), on a tracé le logarithme de v_i en fonction de la contrainte apliquée σ. On se rend compte que les données ainsi tracées sont plutôt bien décrites par une droite. Cela montre qu'une loi exponentielle est une bonne description de la dépendance du taux de croissance des zones plastiques avec la contrainte. L'ajustement des données donne :

$$v_i = v_0\, e^{a_{\text{plast}}\sigma} = v_0\, e^{\frac{V\sigma}{k_B T}} \tag{3.7}$$

avec $a_{\text{plast}} = 7.41\,10^{-7}$m^2.N^{-1} soit $V = 2.79\,10^{-27}$m^3 = (1.41nm)^3 et $v_0 = 4.8\,10^{-24}$ m.s^{-1}.

Les vitesses de fluage des échantillons dans ces expériences évoluent entre 5 et 40μm.s^{-1}. On note qu'elles sont du même ordre de grandeur que les vitesses moyennes de croissance de la zone plastique. Elles sont aussi du même ordre ou inférieure aux vitesses utilisées lors de l'étude de la réponse contrainte-déformation d'un échantillon de grande taille. Il est ici important de mettre en valeur la correspondance entre

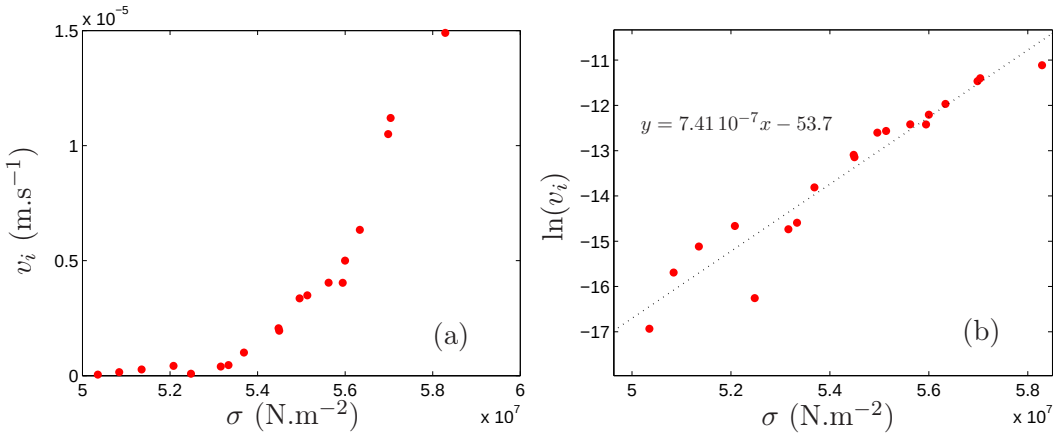


FIG. 3.16 – (a) vitesse initiale de fluage de la zone plastique traversant de part en part une bande de polycarbonate, et (b) son logarithme, en fonction de la contrainte σ appliquée.

la loi décrivant le fluage du polycarbonate (cf. équation 3.3) et celle décrivant la vitesse de croissance des zones plastiques dans ce même polycarbonate (cf. équation 3.7). Ces deux lois ont en effet la même forme exponentielle. De plus, les constantes caractéristiques en préfacteur des contraintes qui y apparaissent sont très proches l'une de l'autre : $a = 7.67\,10^{-7}\mathrm{N}^{-1}\mathrm{m}^2$ et $a_{\mathrm{plast}} = 7.41\,10^{-7}\mathrm{N}^{-1}\mathrm{m}^2$. Il semble pertinent de penser que ces deux grandeurs pourraient constituer en fait une même constante fondamentale du polycarbonate : $a \sim V/k_BT$. La dépendance avec la température n'a cependant pas été vérifiée dans nos expériences. Il peut alors être intéressant de réécrire l'équation 3.7 sous la forme d'une loi d'Eyring :

$$v_i = v_0\, e^{a_{\mathrm{plast}}\sigma} = v_1\, e^{-\frac{E_0 - V\sigma}{k_BT}} \tag{3.8}$$

en utilisant la valeur de $E_0 = 5.5\,10^{-19}\mathrm{J}$ extraite de données dans le polycarbonate (cf. section 3.1.2). On obtient une vitesse caractéristique de $v_1 = 5.7\,10^{35}\mathrm{m.s}^{-1}$.

3.3.3 Propriétés structurelles des zones plastiques

Comme nous l'avons suggéré plus tôt, les zones de déformation plastique que l'on observe dans les films de polycarbonate correspondent à des zones où le film s'affine d'un facteur 0.60 ± 0.05. Les films d'épaisseur initiale 125μm acquiert ainsi une épaisseur de 75μm environ (et en proportion pour les films d'épaisseur initiale 250μm et 375μm). Ce phénomène est appelé striction.

Sur des images microscopiques, nous avons mis en évidence l'apparition de stries de longueurs d'onde d'environ $26\pm3\mu m$ dans ces zones plastiques (cf. figure 3.17). Ces stries sont orientées dans la direction parallèle à la frontière entre les zones élastique et plastique. Elles prennent en fait leur naissance à cette frontière, qui correspond à la zone d'épaulement du film, lorsque celle-ci se déplace (cf. figure 3.18). Les images réalisées avec des films d'épaisseur 250μm et 375μm montrent que la longueur d'onde

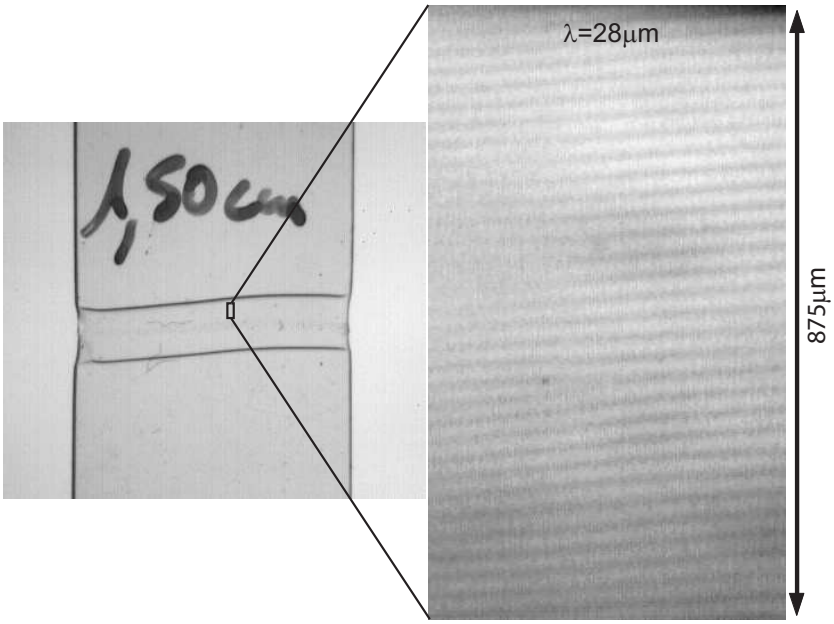


FIG. 3.17 – Image microscopique montrant les stries à l'intérieur d'une zone plastique ayant crue par traction dans une bande de polycarbonate d'épaisseur initiale 125μm.

moyenne est en fait proportionnelle à l'épaisseur initiale des films e (cf. figure 3.19) selon la loi :

$$\lambda = (0.20 \pm 0.02)\, e \tag{3.9}$$

Grâce à une étude au microscope à force atomique[5], on constate que ces stries sont en fait la traduction optique d'oscillations du niveau de surface des films de polycarbonate (cf. figure 3.20). On ne peut pour l'instant pas savoir si ces oscillations sont le résultat d'une ondulation du film ou de vraies oscillations d'épaisseur (avec les deux surfaces opposées en opposition de phase). Ces oscillations de niveau ont une amplitude crête à crête moyenne de l'ordre de 100nm (respectivement 200nm) dans le cas des films d'épaisseur initiale 125μm (respectivement 250μm) comme on peut le voir sur les figures 3.20 et 3.21. Ainsi, l'amplitude moyenne des oscillations apparaît elle aussi comme proportionnelle à l'épaisseur initiale des films. Il est important de noter que cette amplitude de 100nm est presque trois ordres de grandeur plus faible que l'épaisseur du film (environ 75μm). En revanche, la longueur d'onde de ces oscillations, $\lambda \simeq 23 \rightarrow 29\mu$m (pour les films d'épaisseur initiale 125μm), est du même ordre de grandeur que l'épaisseur des films.

[5]Collaboration avec Michel Monchanin et Christophe Ybert du LPMCN de l'Université Claude-Bernard Lyon 1.

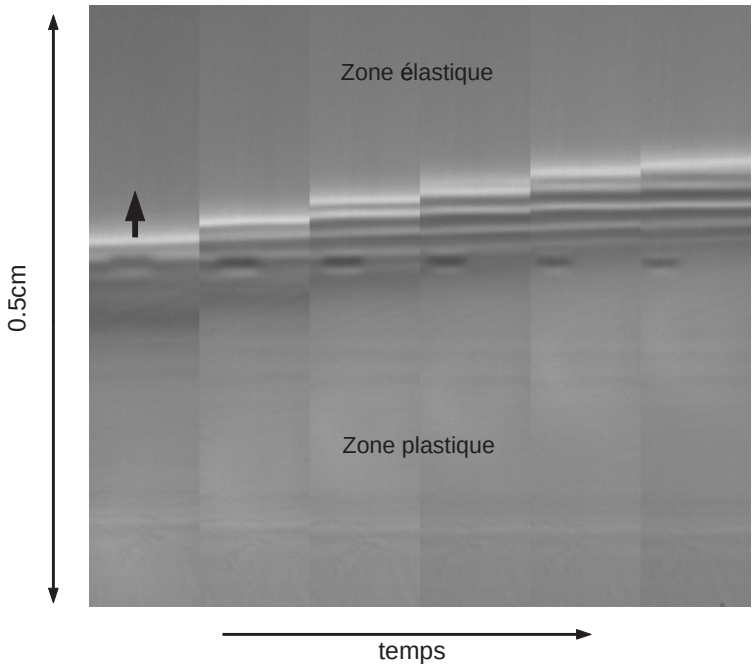


FIG. 3.18 – Image microscopique spatiotemporelle montrant les stries en formation in situ dans la frontière entre les zones élastique et plastique d'une bande de polycarbonate d'épaisseur initiale 125μm en fluage.

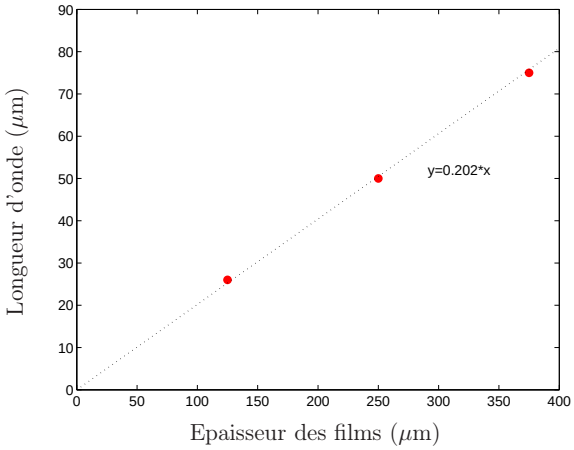


FIG. 3.19 – Longueur d'onde moyenne des oscillations en fonction de l'épaisseur initiale des films.

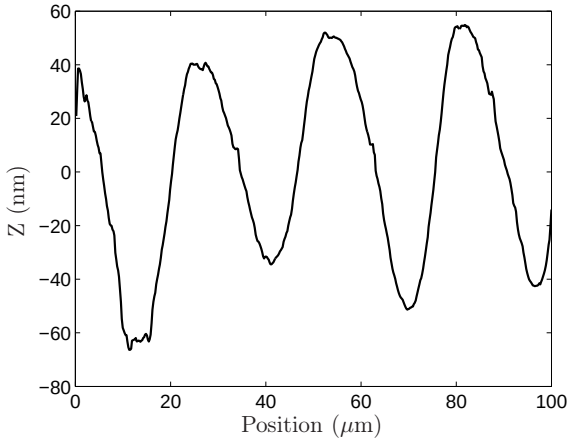


FIG. 3.20 – Profil AFM des oscillations du niveau de surface dans une zone plastique dans la direction orthogonale aux oscillations.

3.4 Résumé

Dans ce chapitre, nous avons étudié expérimentalement la réponse mécanique des films de polycarbonate utilisés à travers le tracé des courbes contrainte-déformation. Cette étude a révélé un comportement traditionnel des matériaux élasto-plastiques. La dynamique visqueuse du polycarbonate a elle été révélée grâce à des expériences de fluage. Elle suit aussi une loi typique pour les polymères amorphes de type Eyring-Arrhenius. Il a été mis en évidence le phénomène striction correspondant à un affinement du matériau lors de sa plastification. La dynamique complexe de croissance des zones de striction, dites aussi zones plastiques, semble suivre, quant à sa dépendance avec la contrainte appliquée, la même loi d'Eyring que le fluage naturel du matériau. L'évolution temporelle de cette dynamique reste elle encore mystérieuse. Dans le prochain chapitre, les comportements mécaniques qui viennent d'être mis en évidence vont nous aider à interpréter la dynamique de croissance lente de fissures dans les films de polycarbonate.

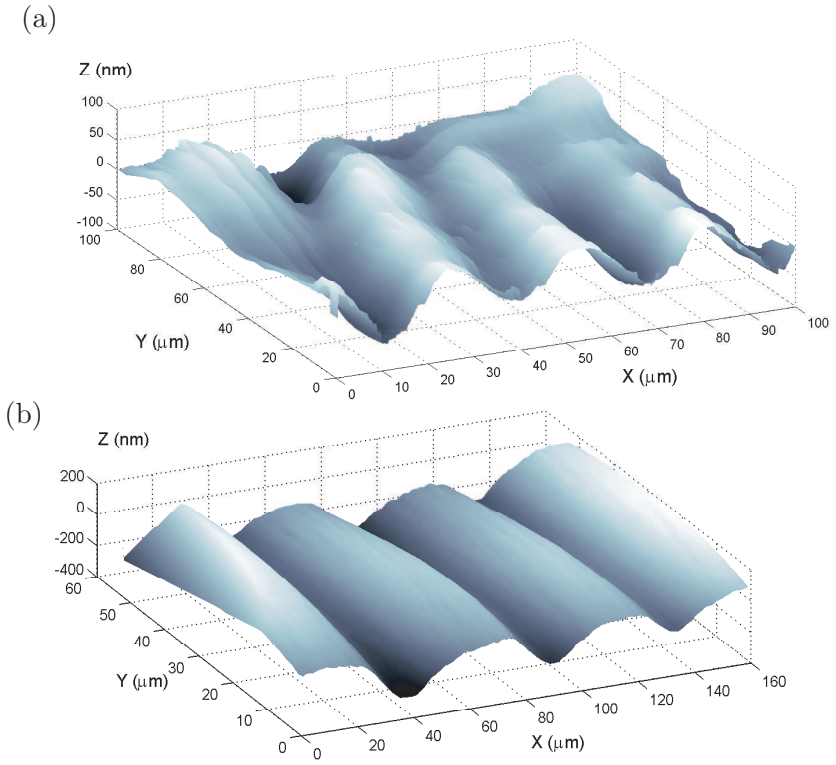


FIG. 3.21 – Profils AFM des oscillations du niveau de surface observée dans une zone plastique : (a) zone plastique à la pointe d'une fissure pour un film d'épaisseur initiale 125μm, (b) zone plastique dans une bande de polycarbonate sans fissure pour un film d'épaisseur initiale 250μm.

Chapitre 4

Croissance lente d'une fissure dans un film de polycarbonate

Sommaire

4.1 Les expériences de croissance lente de fissure en fluage 78

4.1.1 Géométrie des expériences 78

4.1.2 Le suivi d'une expérience 79

4.1.3 Le déroulement des expériences de fluage 79

4.1.4 Inventaire des expériences réalisées 82

4.2 La zone plastique en pointe de fissure 83

4.2.1 Description de la zone plastique 83

4.2.2 Images microscopiques de la zone plastique 84

4.2.3 Dépendance de la longueur de la zone plastique avec la longueur de la fissure 86

4.2.4 Caractérisation de la forme la zone plastique 90

4.3 La dynamique de rupture 93

4.3.1 Analyse des courbes de croissance de la fissure 93

4.3.2 Les résultats des ajustements des courbes de croissance . . 96

4.4 Autocohérence de la dynamique pour une contrainte appliquée 97

4.5 Du déterminisme et de la statistique au comportement moyen 100

4.6 Etude des temps de rupture 100

4.7 Loi d'Eyring, loi de Dugdale-Barenblatt et dynamique . 102

4.7.1 La dynamique moyenne 102

4.7.2 La dynamique instantanée : proposition pour une loi de croissance 104

4.7.3 Discussion autour de la loi de croissance 108

4.8 Conclusion 109

Dans ce chapitre, on s'intéresse à une série d'expériences sur la croissance lente en mode I d'une fissure rectiligne dans un film de polycarbonate soumis à une contrainte constante. On présente d'abord les expériences puis une analyse des données recueillies. Le but de cette étude est de caractériser au mieux le phénomène pour essayer de comprendre les mécanismes qui permettent d'expliquer la croissance lente de fissures dans un polymère amorphe et plus généralement dans un solide visco-plastique.

4.1 Les expériences de croissance lente de fissure en fluage

Les expériences consistent à soumettre à une force constante des échantillons de film de polycarbonate, initialement pourvus d'une fissure rectiligne et centrale perpendiculairement à la direction de traction. Chaque expérience a pour but d'accéder à la dynamique de croissance de la fissure jusqu'à la rupture totale de l'échantillon. On s'intéresse ici au phénomène de croissance lente de fissures qui nécessite l'application d'une contrainte inférieure à une contrainte de rupture rapide[1] de l'échantillon.

4.1.1 Géométrie des expériences

Pour réaliser ces expériences de croissance de fissures, on utilise le dispositif expérimental présenté dans l'annexe C. Les échantillons de polycarbonate utilisés (Makrofol® DE 1-1C) sont longs de 24cm et larges de 20.95cm (cf. figure 4.1). Nous avons utilisé principalement des films d'épaisseur 125μm mais quelques expériences ont été réalisées avec des films d'épaisseur 250μm. Une fois l'échantillon mis en place

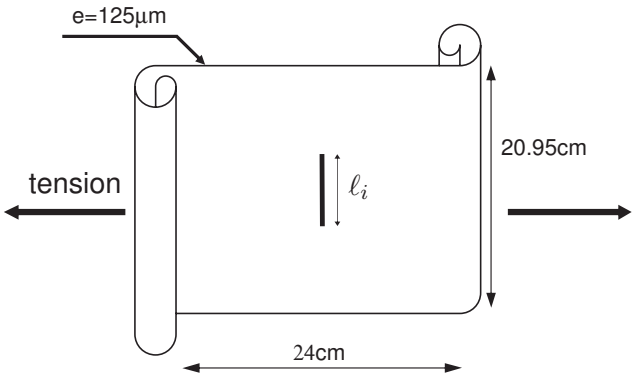


FIG. 4.1 – Géométrie des échantillons de polycarbonate préfissurés.

sur les barres de fixation de la machine de traction celui-ci est mis légèrement sous

[1] On qualifie ici de rupture rapide, une rupture totale de l'échantillon intervenant en quelques secondes.

tension (jusqu'à environ 50N). Une fissure est alors initiée au centre de l'échantillon grâce à un jeu de lames tranchantes et un système de vis micrométriques. La taille des fissures initiées évolue entre 0.5 et 3cm. Les fissures créées sont orthogonales à la direction de mise sous tension. La croissance de la fissure va donc intervenir en mode I d'ouverture.

4.1.2 Le suivi d'une expérience

Au cours de chaque expérience, on enregistre la force et l'allongement imposés à l'échantillon en fonction du temps. On réalise parallèlement l'acquisition d'un film de l'expérience grâce à une caméra à haute résolution. Lors de ces expériences, l'acquisition d'une série de données ainsi que d'une image est déclenchée à chaque fois qu'un seuil de variation en déplacement est dépassé. Ce seuil modifiable est de l'ordre du micromètre. Nous allons voir que la dynamique de croissance d'une fissure en fluage, i.e. sous force constante, accélère beaucoup au cours du temps. L'allongement de l'échantillon étant bien corrélé à la dynamique de la fissure dans sa phase de forte accélération, le déclenchement de l'acquisition des données sur celui-ci est ici le choix le plus adapté.

4.1.3 Le déroulement des expériences de fluage

On décrit dans cette section le déroulement d'une expérience type de croissance lente d'une fissure rectiligne dans un film de polycarbonate soumis à une contrainte constante, expérience dite de fluage.

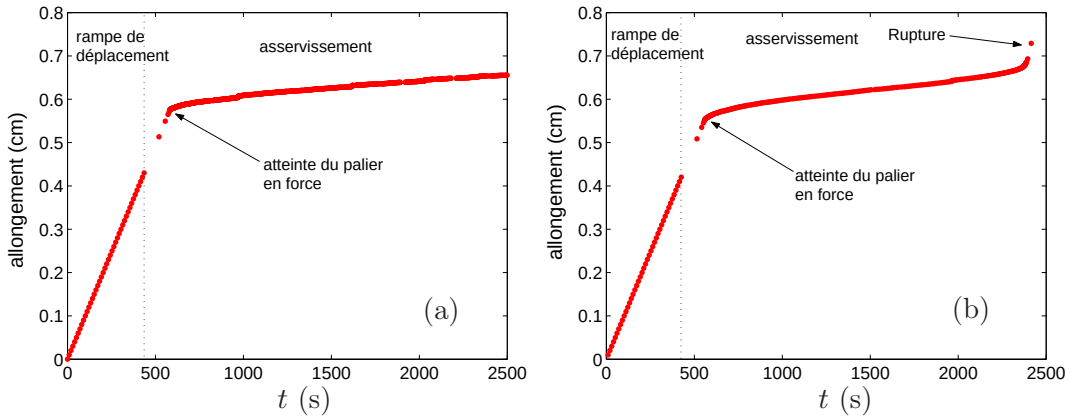


FIG. 4.2 – Allongement de l'échantillon en fonction du temps lors d'expériences de fluage ($F = 900$N), (a) sans fente initiale, (b) avec une fente initiale ($\ell_i = 1.5$cm).

Une fois l'échantillon fixé sur la machine de traction et la fissure initiée en son centre, celui-ci est progressivement mis sous tension par une rampe de déplacement (avec une vitesse de 10μm.s^{-1}) jusqu'à ce que la tension dans l'échantillon atteigne 80% de la tension demandée F. L'approche et la stabilisation de la force autour de F

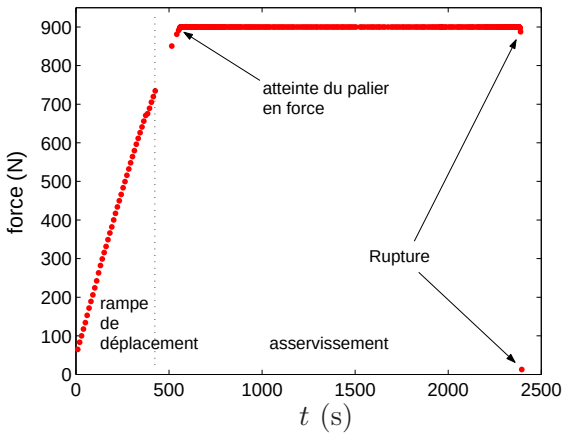


FIG. 4.3 – Force en fonction du temps lors de la même expérience à force constante ($\ell_i =$ 1.5cm et $F = 900$N) que pour la figure 4.2(b).

se fait ensuite par un asservissement qui utilise une estimation du module d'Young de l'échantillon calculée grâce aux données de la fin de la rampe de chargement.

Sur la figure 4.2, on peut observer l'évolution de l'allongement de l'échantillon en fonction du temps lors de deux expériences de fluage (la force programmée est de 900N) sans (a) et avec (b) une fente initiale ($\ell_i = 1.5$cm). La figure 4.3 présente le signal de force en fonction du temps lors de l'expérience déjà présentée dans la figure 4.2(b). Sur ces figures, on peut observer la phase initiale correspondant aux rampes de chargement à vitesse constante qui prend fin lorsque la force atteinte vaut 80% de la force demandée comme on peut le vérifier sur la figure 4.3. Cette phase est évidemment linéaire pour l'allongement et est quasi-linéaire pour la force puisqu'on est dans le domaine de déformation élastique du polycarbonate. Une fois les 80% de la tension demandée dépassés, l'asservissement régule la force. La précision en force de l'asservissement est de l'ordre de 0.5N, avec un temps de réponse de l'ordre de 10ms.

Sur la figure 4.2, on observe juste après l'atteinte du palier de force constante un ralentissement de l'allongement de l'échantillon. Celui-ci continue ensuite d'augmenter à un taux quasiment constant. Cette déformation lente d'un matériau soumis à une force constante constitue le phénomène de fluage. On remarque que ce phénomène est quasiment identique qu'il y ait ou pas de fissure (cf. figures 4.2(a) et (b)). On s'en rend encore mieux compte sur la figure 4.4 où sont représentés les allongements en fonction du temps, pour quatre expériences pour lesquelles une fissure croît ($\ell_i = 1.5$cm) et une expérience sans fissure, toutes pour une même force appliquée de 900N. On a réajusté les origines pour qu'elles correspondent toutes au début de la phase à force constante. Il apparaît clairement que, hormis une dispersion statistique des données, le taux d'allongement, i.e. la pente de la partie quasi-linéaire, est du même ordre de grandeur qu'il y ait ou pas une fissure dans l'échantillon. Le fluage est donc dû à une déformation globale de l'échantillon et n'est semble-t-il qu'assez peu

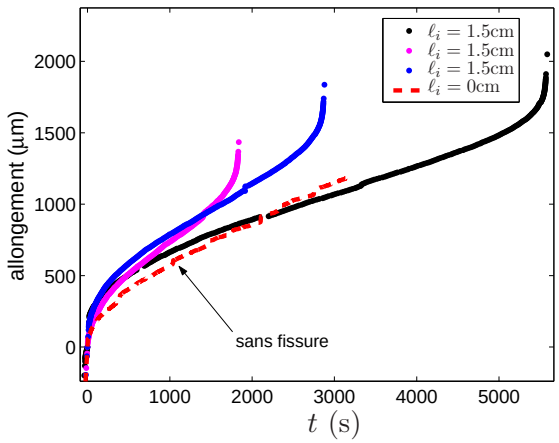


FIG. 4.4 – Allongement de l'échantillon en fonction du temps lors d'expériences à force constante $F = 900$N avec et sans fissure.

influencé par la présence d'une fracture. Ceci n'est plus vrai dans la phase finale des expériences où l'on observe une corrélation forte entre l'allongement de l'échantillon et la dynamique de la fissure.

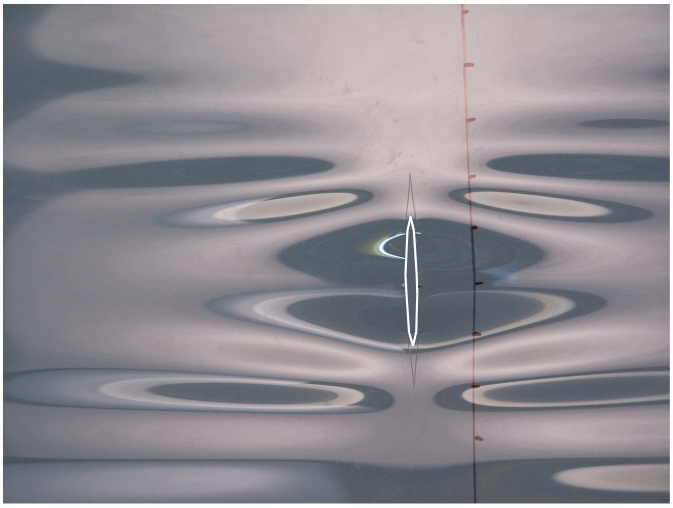


FIG. 4.5 – Image illustrant le flambage dans un film de polycarbonate percé d'une fissure qui a été mis sous tension. Les contours de la fissure ont été grossièrement accentués en blanc.

En effet, à la fin des expériences pour lesquelles une fissure est en train de croître, on observe (cf. figures 4.2 et 4.4) que l'allongement finit après la zone de fluage quasi-linéaire par accélérer de façon dramatique. Cette accélération correspond à une transition vers une phase de rupture rapide de l'échantillon. On sort alors progressivement du régime de croissance lente. Simultanément, on observe à la fin de

cette accélération une chute importante et abrupte de la force dans l'échantillon (cf. figure 4.3) qui confirme bien sa rupture totale.

On note finalement, comme une simple remarque, l'apparition d'une instabilité de flambage du film (cf. figure 4.5), en particulier au voisinage de la fissure, lorsque les échantillons de polycarbonate sont mis sous tension.

4.1.4 Inventaire des expériences réalisées

Au cours de cette thèse, nous avons réalisé des expériences de croissance lente de fissures sous contrainte imposée dans des films de polycarbonate pour les conditions expérimentales récapitulées dans le tableau 4.1. Pour chaque longueur initiale de

ℓ_i (cm)	épaisseur du film (μm)	force appliquée (N)
0.5	125	(1000)
1.5	125	(850 870 880) 890 900 910 920 930 940
1.5	250	(1880 1900)
2	125	850 870
3	125	750 770 (800 850)

TAB. 4.1 – Inventaire des expériences de croissance de fissures réalisées dans les films de polycarbonate. Lorsque la force n'est pas inscrite entre parenthèse, on a réalisé entre dix et vingt expériences. Lorsque la force est inscrite entre parenthèse, on a réalisé entre 1 et 5 expériences.

fissure ℓ_i, lorsque la force appliquée n'est pas inscrite entre parenthèse, on a réalisé entre dix et vingt expériences. Lorsque la force appliquée est inscrite entre parenthèse, on a réalisé entre 1 et 5 expériences. Nous allons voir dans la suite que la dynamique de croissance des fissures dans les films de polycarbonate s'est révélée être statistique. Cela explique pourquoi il a été nécessaire de réaliser de nombreuses expériences pour chaque condition expérimentale. Nous expliciterons plus loin dans quelle mesure le phénomène de croissance de fissure dans le polycarbonate est statistique.

Pour la série d'expériences avec le plus de statistique, correspondant à une longueur de fente initiale de $\ell_i = 1.5$cm, nous avons exploré toute la gamme accessible de forces pour lesquelles l'échantillon casse totalement en un temps raisonnable (à l'échelle d'une thèse de doctorat). En effet, pour ($\ell_i = 1.5$cm, $F = 850$N) le temps de rupture moyen est d'une trentaine d'heures environ alors que pour ($\ell_i = 1.5$cm, $F = 940$N) le temps de rupture est d'environ un quart d'heure. Une variation de la force appliquée à l'échantillon de 10% change ainsi le temps de rupture de deux ordres de grandeurs. Cela met en évidence la très forte dépendance de la dynamique de croissance des fissures avec la force appliquée. Comme les forces nécessaires à la rupture varient aussi de manière très rapide avec la longueur initiale des fissures, on constate que les conditions expérimentales (ℓ_i,F) ne se recouvrent presque jamais (cf. tableau 4.1). Il est évident que cela pose des problèmes importants pour l'analyse de la dépendence simultanée des observables expérimentales avec ℓ_i et F.

4.2 La zone plastique en pointe de fissure

4.2.1 Description de la zone plastique

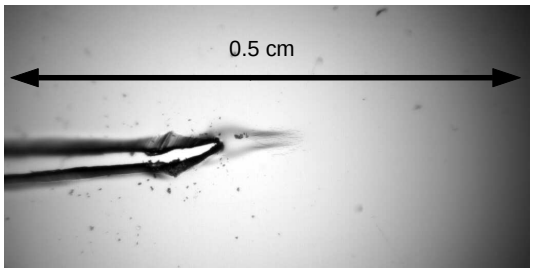


FIG. 4.6 – Image d'une zone plastique en formation à la pointe d'une fissure pendant la rampe de chargement de l'échantillon.

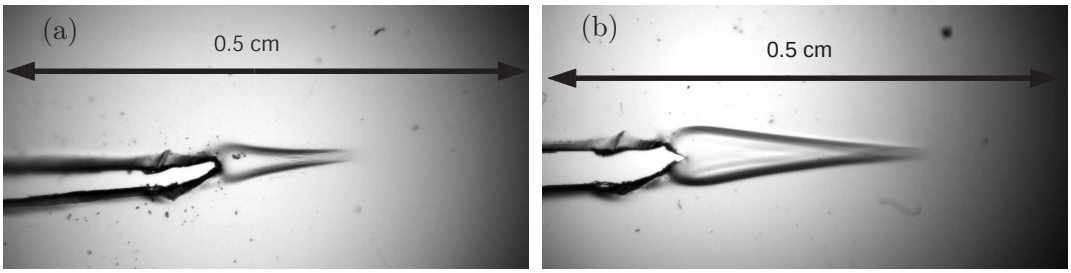


FIG. 4.7 – Images de la zone plastique précédente (cf. figure 4.6) à la pointe de la fissure plus tard pendant la rampe de chargement : (a) avant et (b) après le début de la croissance de la fissure.

Au cours de chaque expérience de croissance de fissure, lors de la phase de chargement, apparaît en avant de chacune des pointes de la fissure une zone de déformation plastique qui prend la forme d'une flamme (cf. figures 4.6 et 4.7). L'existence de cette zone avait déjà été rapportée par Donald et Kramer [80, 81, 82] qui l'avaient clairement identifiée comme une zone de déformation plastique, équivalente à celles étudiées dans le chapitre précédent, plutôt qu'une zone de craquelage[2] du polymère. La tension augmentant dans l'échantillon, cette zone se développe et grandit tout en conservant la forme d'une flamme (cf. figure 4.7(a)). Finalement, intervient aussi l'ouverture de la fracture, soit pendant la rampe de déplacement, soit après l'atteinte du palier de force constante selon l'expérience considérée (cf. figure 4.7(b)). L'instant auquel intervient cet évènement est très dépendant de la ténacité locale à la

[2]Les zones de craquelage apparaissent dans de nombreux polymères amorphes dans une région localisée à la pointe des fissures sous tension. On y observe la nucléation de trous dans la matière ainsi qu'un étirement des fibrilles qui en résulte. Ce dernier est le résultat d'un étirement important des chaînes de polymères. Les zones de craquelage correspondent à l'état ultime de la matière avant rupture.

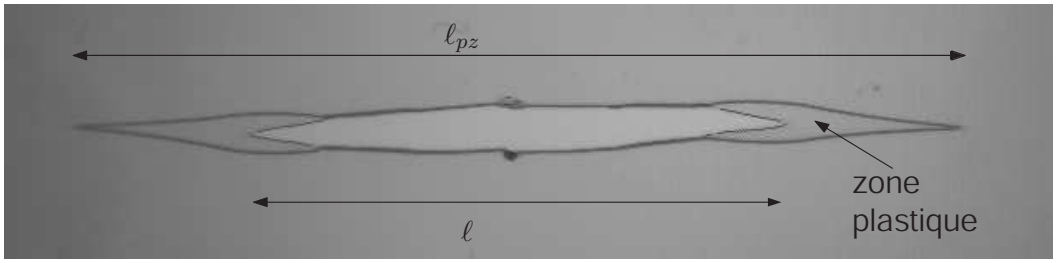


FIG. 4.8 – Image d'une fissure dans un film de polycarbonate avec ses zones plastiques à chaque extrémité ; ℓ est la longueur de la fisssure et ℓ_{pz} la longueur d'une extrémité d'une zone plastique à l'autre.

pointe de la fissure initiale. Cette dernière peut être assez variable, d'un échantillon à l'autre, possiblement à cause de la forme de la pointe de la fissure ou des hétérogénéités du polymère. Les expériences consistent ensuite en la croissance des deux zones plastiques et de la fissure sous une force constante jusqu'à la rupture totale de l'échantillon de telle manière que la fissure ne rattrape jamais les pointes des zones plastiques (cf. figures 4.8 et 4.9).

Les forces nécessaires à la rupture des échantillons étant assez élevées (de l'ordre de 900N pour les échantillons de 125μm d'épaisseur), le temps mis à les atteindre est long (quelques minutes). Cette lenteur laisse le temps aux zones plastiques de se dévelloper ainsi qu'à l'ouverture de la fissure d'avoir lieu pendant la phase de chargement. Idéalement, nous voudrions atteindre le palier de force instantanément ce qui ne laisserait pas le temps à la zone plastique de se dévelloper. Ces effets ne sont pas contrôlables dans nos expériences et nous posent en fait problème. En effet, une conséquence est que la vraie condition initiale des expériences, obtenue lorsque la contrainte constante demandée $\sigma = F/eH$ est atteinte, n'est pas $\ell = \ell_i$. Selon le moment auquel la fissure commence à croître au cours de la phase de chargement, la vraie condition initiale de l'expérience de fluage va être constituée par un couple de valeur pour ℓ et ℓ_{pz} que l'on note (ℓ_i^*, ℓ_{pz}^*). Ici, ℓ est la longueur de la fissure et ℓ_{pz} la longueur de ce qu'on appellera dorénavant la ***pseudo-fissure***, i.e. la fissure ajoutée de ces zones plastiques. Ces deux longueurs sont définies sur la figure 4.8. Nous verrons par la suite que la nature statistique du couple de valeur (ℓ_i^*, ℓ_{pz}^*) semble être l'explication à la statistique observée dans la dynamique de croissance lente des fissures.

4.2.2 Images microscopiques de la zone plastique

Lorsqu'on réalise des images microscopiques de la zone plastique à la pointe de la fissure sur les échantillons post-mortem, on observe le même type d'oscillations de surface que celles qui étaient présentes dans les bandes plastiques étudiées dans la section 3.3.3. Les longueurs d'onde observées sont les mêmes en considérant la dispersion des données. Sur la figure 4.10, on montre deux images au microscope de ces stries de surface, l'une dans la zone plastique et l'autre à la limite entre la

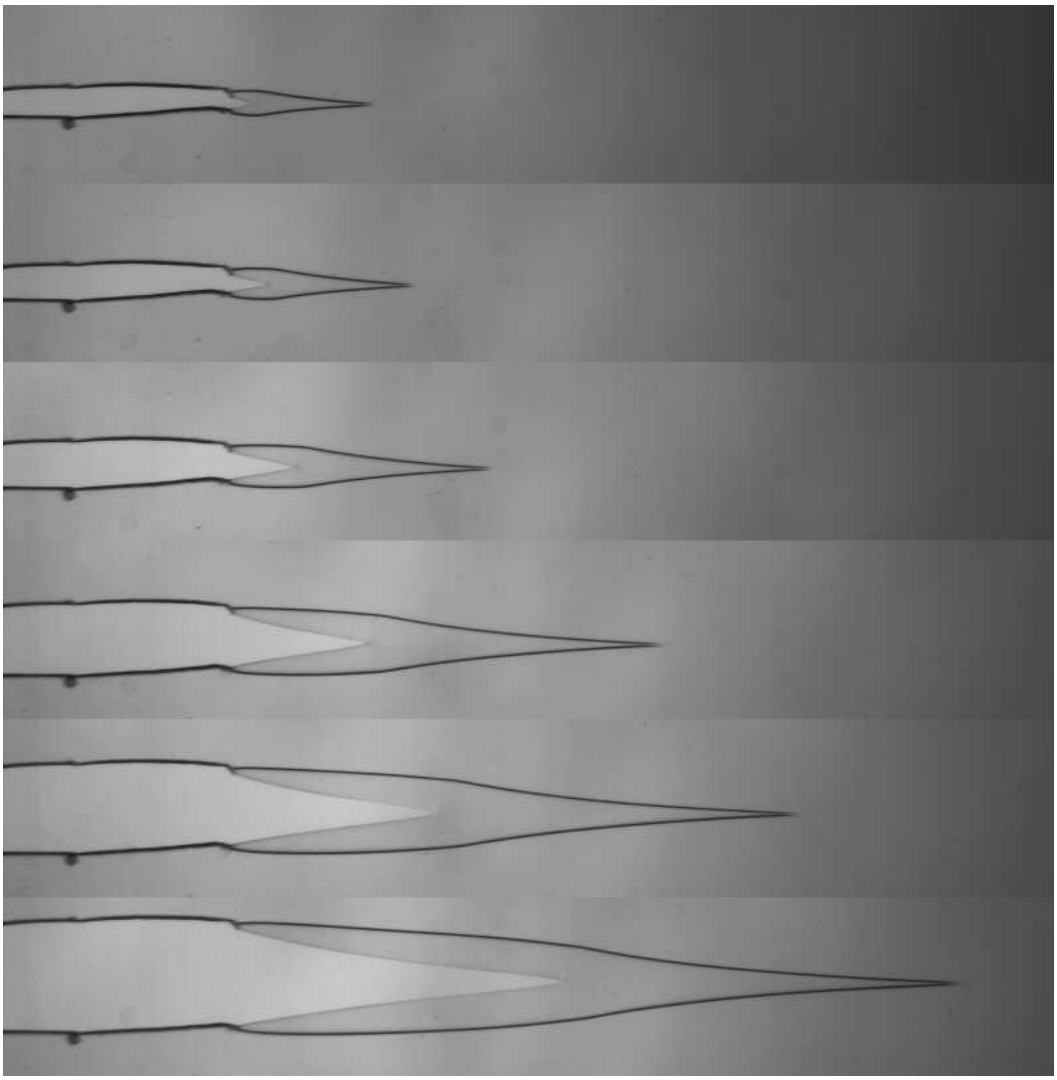


FIG. 4.9 – Série d'images illustrant la croissance d'une fissure lors d'une expérience de fluage ($\ell_i = 1.5$cm et $F = 900$N). Les images ne sont pas espacées régulièrement en temps.

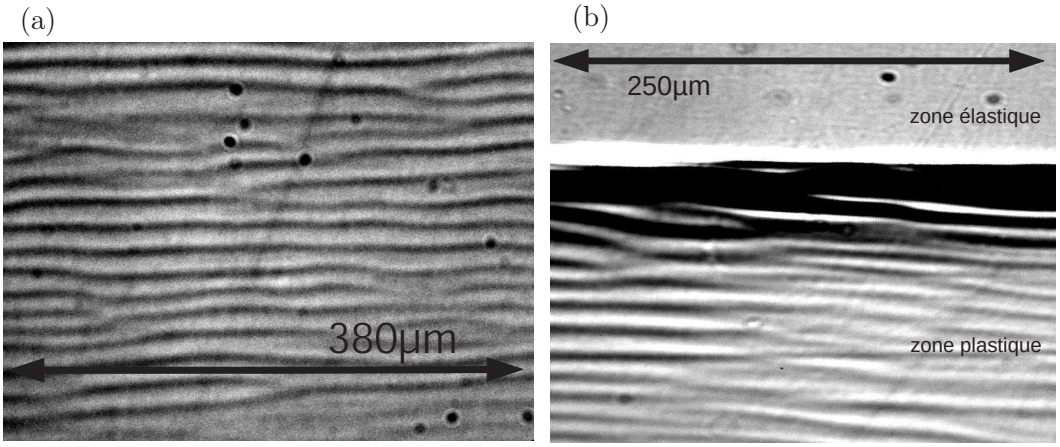


FIG. 4.10 – Images microscopiques montrant les oscillations de niveau à la surface d'une zone plastique en pointe de fissure, (a) à l'intérieur de la zone plastique, (b) à la limite avec la zone élastique.

zone plastique et la zone élastique. Il a été vérifié au microscope à force atomique que les oscillations que l'on observe ici ont bien les mêmes caractéristiques que celle de la section 3.3.3. Sur l'image 4.10(b), on observe la limite élastique-plastique (qui correspond à la zone d'épaulement du film) dans laquelle prennent naissance les oscillations de surface.

Ces oscillations dans les zones plastiques à la pointe des fissures présentent tout de même une spécificité par rapport à celles créées dans les bandes de polycarbonate (cf. chapitre 3). En effet, le réseau d'oscillations fait apparaître des dislocations qui sont absentes dans le cas de la croissance des bandes plastiques en mode I (cf. figure 3.17). Dans les zones plastiques à la pointe des fissures, l'orientation de la frontière élasto-plastique pour une abscisse donnée sur l'axe de la fissure varie au cours du temps. De plus, la direction de la contrainte maximale à la frontière, qui détermine le flux de matière à travers la frontière et donc l'orientation des oscillations, n'est a priori pas perpendiculaire à cette frontière. Ces deux remarques expliquent, au moins qualitativement, pourquoi les oscillations n'ont pas une direction parfaitement homogène dans la zone plastique et donc la présence de dislocations dans le réseau d'oscillations.

Finalement, il apparaît assez clair que les zones plastiques sans et avec fissure sont vraiment de même nature. Les lois de croissance sous contrainte imposée que l'on a mis en évidence dans le chapitre précédent vont donc s'appliquer pour les zones plastiques en pointe de fissure.

4.2.3 Dépendance de la longueur de la zone plastique avec la longueur de la fissure

L'extraction des longueurs de la fissure et de la pseudo-fissure au cours d'une expérience a nécessité une analyse des images enregistrées par la caméra. Cette analyse

a été réalisée grâce à un programme codé sous Matlab. De manière très simplifiée, l'image est convoluée par le masque [1 4 -10 4 1] orthogonalement à la direction principale de la fissure. Cette opération revient grossièrement à faire une dérivée seconde uniaxiale du signal. La seconde étape est de sélectionner les zones de l'image convoluée qui sont au-dessus d'une valeur seuil ajustée automatiquement. On sélectionne ainsi les zones de type contour d'objet à partir desquelles on construit l'image binaire des contours de la fissure et des zones plastiques. Sur la figure 4.8, on montre en réalité une superposition des images originale et traitée. L'image traitée se résume en fait à un trait noir qui matérialise les contours de la fissure et des zones plastiques.

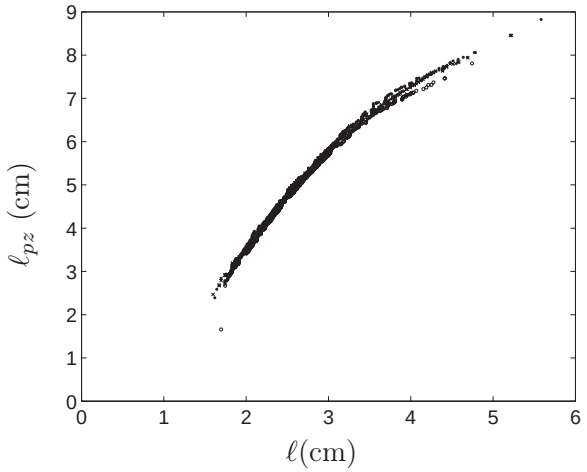


FIG. 4.11 – Longueur de la pseudo-fissure ℓ_{pz} en fonction de la longueur de la fissure pour trois expériences réalisées dans des conditions expérimentales identiques (ℓ_i = 1.5cm et F = 900N).

La longueur de la pseudo-fissure, que l'on dira aussi longueur de la zone plastique, ℓ_{pz}, qui est définie sur la figure 4.8, est représentée sur la figure 4.11 en fonction de la longueur de la fissure pour trois expériences réalisées dans des conditions expérimentales identiques (ℓ_i = 1.5cm et F = 900N). Au premier regard, les données semblent assez reproductibles d'une expérience à l'autre. Ce n'est pourtant pas vraiment le cas. Pour avoir un regard plus précis, on a représenté sur la figure 4.12 le rapport ℓ_{pz}/ℓ en fonction de la longueur de la fissure pour les trois mêmes expériences que celles de la figure 4.11. Il apparaît clairement que ce rapport dépend en fait de l'expérience considérée ainsi que de ℓ. Les variations maximales constatées à l'intérieur d'une série d'expériences réalisées dans des conditions identiques (entre 10 et 20 pour chaque condition expérimentale) sont de l'ordre de 10% ce qui reste assez faible mais pourtant remarquable. En jettant un oeil aux temps de rupture correspondants, on peut mettre en évidence une corrélation entre la valeur du temps de rupture et celle du niveau moyen du rapport ℓ_{pz}/ℓ. En fait, plus le temps de rupture est grand, plus le rapport ℓ_{pz}/ℓ est grand, et ce tout au long de l'expérience. Cette corrélation est assez compréhensible qualitativement. En effet, un temps de rupture important si-

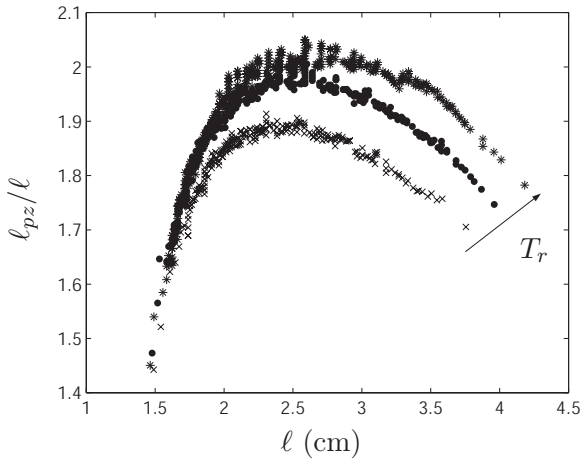


FIG. 4.12 – Rapport ℓ_{pz}/ℓ en fonction de la longueur de la fissure pour trois expériences réalisées dans des conditions expérimentales identiques ($\ell_i = 1.5$cm et $F = 900$N, mêmes expériences que pour la figure 4.11).

gnifie que la dynamique de croissance de la fissure a été lente et a donc laissé plus de temps "à chaque instant" à la zone plastique pour se développer à longueur de fissure fixée sous l'influence du fluage. On étudiera plus en détail cette corrélation plus loin dans le manuscript lors de l'étude détaillée de la dynamique.

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, traditionnellement, un moyen de décrire une zone de déformation plastique à la pointe d'une fissure, en particulier la relation entre ℓ_{pz} et ℓ, est le modèle de la zone cohésive de Dugdale-Barenblatt. On rappelle que ce modèle prévoit une relation de proportionnalité entre les deux longueurs :

$$\frac{\ell_{pz}}{\ell} = \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)}. \tag{4.1}$$

Sur les figures 4.12 et 4.13, il apparaît clairement que le rapport ℓ_{pz}/ℓ n'est pas constant pendant une expérience à contrainte imposée de telle manière qu'il n'y a pas une relation de proportionnalité entre ℓ_{pz} et ℓ comme prédit par l'équation 4.1.

Relativement à cette non-proportionnalité, les corrections au modèle de Dugdale-Barenblatt dues aux effets de taille finie des échantillons (corrections lorsque ℓ n'est pas négligeable devant la hauteur des échantillons) conduisent à une courbure opposée à celle observée expérimentalement [15]. L'explication la plus simple de cette non-proportionnalité entre les deux longueurs réside dans le caractère hors-équilibre du système que l'on étudie, alors que le modèle de Dugdale-Barenblatt décrit un système à l'équilibre i.e. dans lequel la fissure ne peut pas croître. De manière plus pragmatique, on peut émettre l'hypothèse que les variations du rapport ℓ_{pz}/ℓ au cours d'une expérience à contrainte appliquée σ constante sont dues aux variations du seuil d'écoulement σ_y du matériau avec le taux de déformation local $\dot{\epsilon}$. En effet, la dynamique de croissance de la fissure change au cours du temps. Les taux

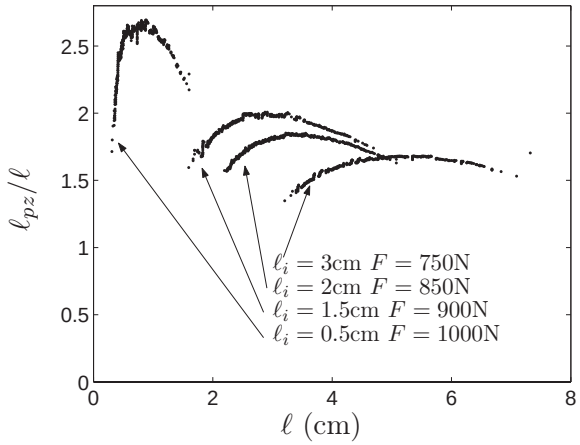


FIG. 4.13 – Rapport ℓ_{pz}/ℓ pour quatre expériences réalisées dans des conditions expérimentales différentes en fonction de la longueur de la fissure.

de déformation de la matière dans la région de la zone plastique varient donc au cours d'une expérience. La dépendance traditionnelle (en loi d'Eyring) des niveaux en contrainte avec le taux de déformation pourrait expliquer les variations de la contrainte d'écoulement σ_y et donc celles de ℓ_{pz}/ℓ.

La non-proportionnalité des données expérimentales permet d'extraire des informations intéressantes sur la dynamique de croissance grâce au modèle de Dugdale-Barenblatt. En introduisant le rapport ℓ_{pz}/ℓ expérimental dans la loi de Dugdale-Barenblatt que l'on aura inversé, on peut estimer la contrainte d'écoulement moyenne σ_y effective qui agit à l'intérieur de la zone plastique au cours des expériences de croisssance des fissures :

$$\sigma_y = \frac{\pi}{2} \frac{\sigma}{\arccos\left(\frac{\ell}{\ell_{pz}}\right)}. \tag{4.2}$$

Lors de nos expériences, les valeurs de σ_y ainsi estimées fluctuent entre $5\,10^7$ et $5.6\,10^7$N.m^{-2}. En ordre de grandeur, ces valeurs sont en bon accord avec le niveau du seuil d'écoulement plastique σ_p des courbes contrainte-déformation qui fluctue entre $5.2\,10^7$ et $5.6\,10^7$N.m^{-2} lorsque le taux de déformation appliqué varie (cf. section 3.2.1). Cette échelle de contrainte correspond aussi parfaitement bien à l'échelle de contrainte nécessaire à une croissance "en des temps raisonnables" des bandes plastiques dans les bandes de polycarbonate (cf. section 3.3). Ces dernières remarques nous laissent penser que l'équation 4.2 constitue une estimation réaliste de la contrainte moyenne intervenant dans la zone plastique. On parle ici d'une contrainte effective en considérant que le matériau garde son épaisseur initiale dans la zone plastique. Ce n'est évidemment pas le cas et la vraie contrainte moyenne dans la zone plastique vérifie :

$$\sigma_{pz} = \frac{e}{e_{pz}}\,\sigma_y \tag{4.3}$$

où e_{pz} est l'épaisseur du film dans la zone plastique. Il est à noter que e_{pz} n'est

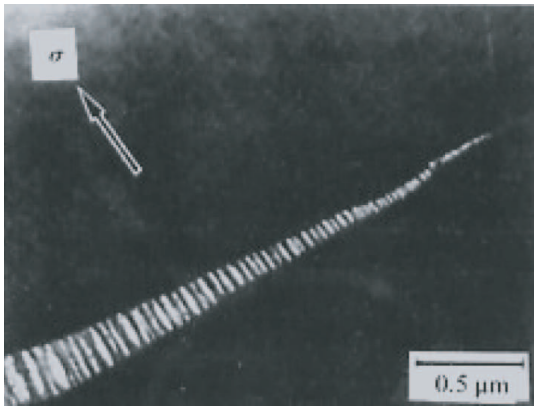


FIG. 4.14 – Zone de craquelage à la pointe d'une fissure dans un échantillon de PolyStyrène [85].

peut-être pas constant à travers la zone plastique. On peut en effet s'attendre à sa diminution lorsque l'on s'approche de la pointe de fissure. Il n'y a non plus aucune raison pour que la contrainte dans la zone plastique soit parfaitement homogène. L'équation 4.2 pour σ_y constitue bien une estimation de sa moyenne spatiale.

Ainsi, le modèle de Dugdale-Barenblatt prédit le bon ordre de grandeur pour le rapport des longueurs ℓ_{pz}/ℓ décrivant la zone de striction lorsqu'on utilise la contrainte seuil d'écoulement du matériau σ_p comme contrainte de Dugdale-Barenblatt. Il faut insister sur le fait que ce n'est traditionnellement pas le cas pour les polymères amorphes [83, 84]. En effet, pour la plupart des polymères, le modèle de Dugdale-Barenblatt est utilisé pour décrire les zones de craquelage (cf. figure 4.14) à la pointe des fissures [85, 86] et non les zones de déformations plastiques. On peut citer l'exemple du PolyMethylMethAcrylate (PMMA) [12, 13], du PolyEtherSulfone (PES) [14] pour lesquels le modèle de la zone cohésive décrit bien la forme et la taille de la zone dite de craquelage (zone de fibrillation du matériau) à la pointe des fissures. On rappelle que la zone de craquelage est structurellement différente d'une simple zone de déformation plastique. On y observe la nucléation de trous dans la matière et l'étirement des fibrilles qui en résulte. C'est la zone où les mécanismes de croissance de la fissure interviennent, i.e. la zone de processus.

4.2.4 Caractérisation de la forme la zone plastique

Nous allons à présent nous intéresser à la forme de la zone plastique et de la fissure, i.e. de la pseudo-fissure, et à son évolution au cours d'une expérience de croissance. En particulier, nous allons comparer cette forme à la prédiction théorique donnée par le modèle de Dugdale-Barenblatt, pour une plaque élastique en contraintes planes, que nous rappelons ci-dessous [10, 11] :

$$\delta(x) = \frac{8}{\pi Y}\,\sigma_y \left[\frac{\ell}{2}\,\ln\frac{1+\xi}{|1-\xi|} - x\,\ln\frac{2x/\ell+\xi}{|2x/\ell-\xi|}\right] \tag{4.4}$$

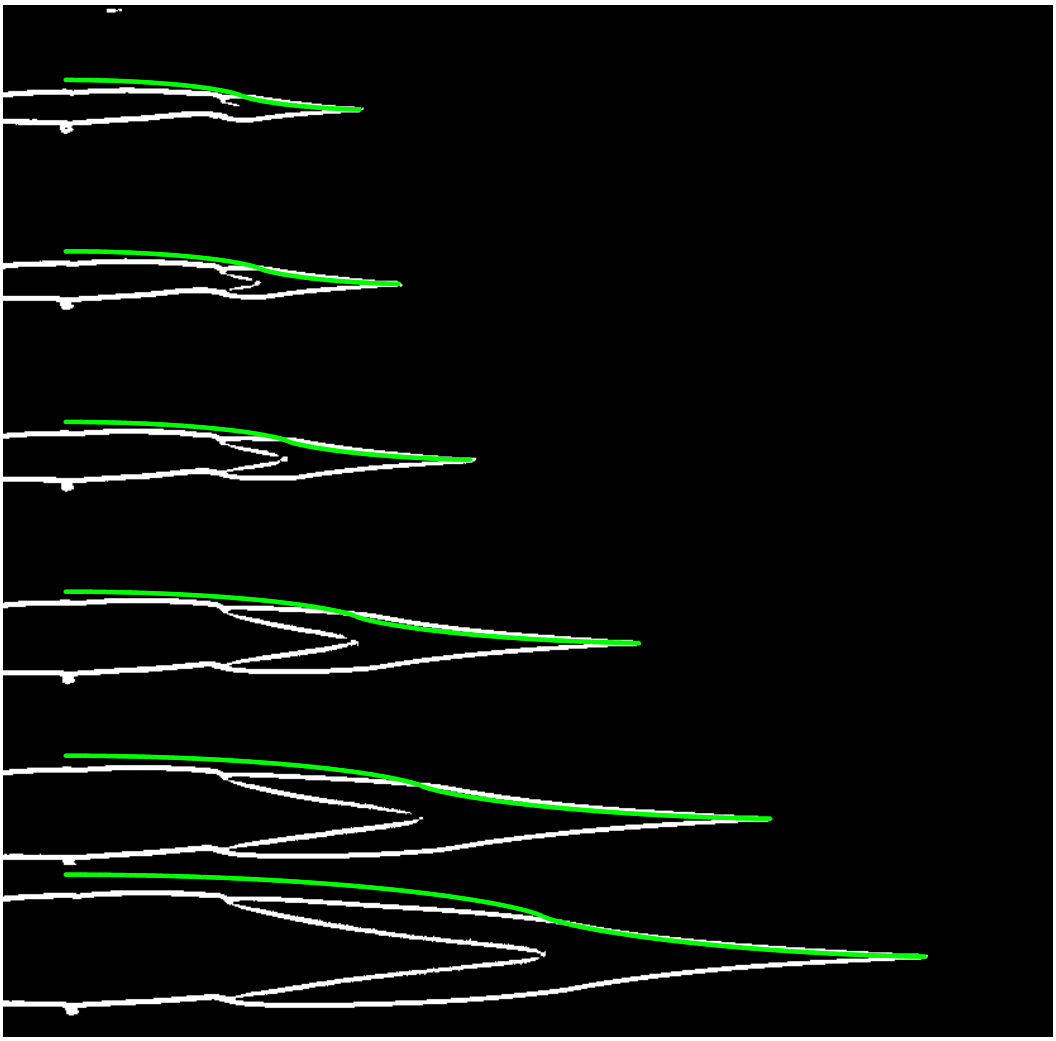


FIG. 4.15 – Série d'images traitées illustrant la croissance de la fissure et de sa zone plastique lors d'une expérience de fluage (ℓ_i = 1.5cm et F = 900N). Les courbes en vert/gris sont les prédictions théoriques de l'ouverture de la fissure et de la zone plastique à partir de l'expression de l'équation 4.4.

avec $\xi = \sqrt{(\ell_{pz}^2 - 4x^2)/(\ell_{pz}^2 - \ell^2)}$. Dans cette équation, x est la position le long de l'axe de la fissure à partir du centre de celle-ci. En utilisant la valeur expérimentale du module d'Young déterminée au chapitre précédent, $Y = 194\,10^7\mathrm{N.m}^{-2}$, ainsi que la valeur de la contrainte d'écoulement σ_y estimée à partir de la prédiction de Dugdale-Barenblatt grâce au rapport expérimental des longueurs ℓ_{pz}/ℓ :

$$\sigma_y = \frac{\pi}{2}\frac{\sigma}{\arccos\left(\frac{\ell}{\ell_{pz}}\right)} \tag{4.5}$$

on obtient un profil théorique pour la forme de la pseudo-fissure. De tels profils

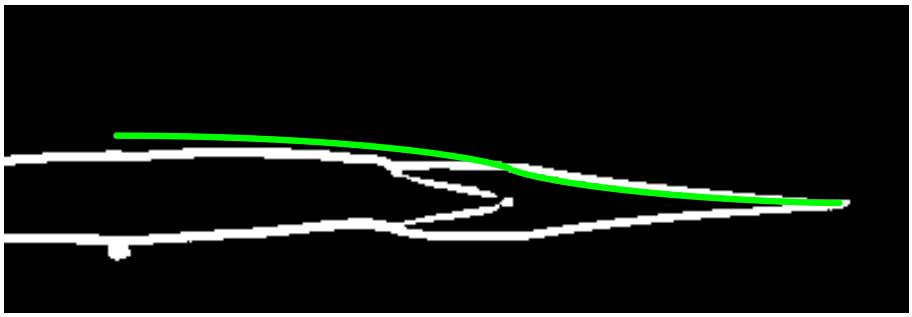


FIG. 4.16 – Image traitée illustrant la fissure et sa zone plastique lors d'une expérience de fluage ($\ell_i = 1.5$cm et $F = 900$N). La courbe en vert/gris est la prédiction théorique de l'ouverture de la fissure et de la zone plastique à partir de l'expression théorique de l'équation 4.4.

théoriques sont représentés sur la figure 4.15 en superposition de la série d'images déja présentées sur la figure 4.9 qui illustrent la croissance d'une fissure et de sa zone plastique au cours d'une expérience. A première vue, la loi théorique décrit assez bien, au moins en ordre de grandeur, la forme de la zone plastique. Cependant, si on prête plus attention, on voit clairement que l'ouverture $\delta(x)$ est surestimée dans la zone correspondant à la fissure ($x < \ell/2$) et sous-estimée dans la zone plastique ($\ell/2 < x < \ell_{pz}/2$). On s'en rend mieux compte sur la figure 4.16. Ainsi, le modèle de Dugdale-Barenblatt semble ici atteindre ses limites. L'explication la plus naturelle à cet écart entre théorie et expérience réside dans le fait que le modèle de Dugdale-Barenblatt ne prend pas en compte l'affinement du film dans la zone plastique i.e. le phénomène de striction. Cet affinement est en effet associé à une élongation de la matière. On peut ainsi assez bien interpréter l'écart à la théorie en considérant que la forme de Dugdale-Barenblatt est une sorte d'état de transition "fictif" pour la forme de la zone plastique et de la fissure avant que l'affinement du film n'ait lieu. Cet affinement va en effet se traduire par une dilatation de la zone plastique de 60 à 70% environ. Cette dilatation permet d'expliquer qualitativement la largeur de zone plastique expérimentale plus grande que la théorique. Elle va aussi entraîner un relâchement des contraintes dans la région de la fissure ce qui permet d'interpréter l'ouverture expérimentale de la fissure moindre que celle prévue par la théorie.

4.3 La dynamique de rupture

4.3.1 Analyse des courbes de croissance de la fissure

Des courbes de croissance typiques d'une fissure et de la pseudo-fissure correspondante sont représentées sur la figure 4.17. On a plus précisément tracé le temps courant de l'expérience en fonction de ℓ et de ℓ_{pz}. Les deux courbes présentent une forme régulière en "S" et sont assez similaires entre elles. On observe, une fois la phase de chargement terminée, au début de la phase à force imposée, de grandes vitesses de croissance de la fissure et de la pseudo-fissure. Ces vitesses décroissent ensuite jusqu'à atteindre une valeur quasiment constante avant de finalement augmenter à nouveau dramatiquement jusqu'à la rupture finale de l'échantillon. Ainsi, la première partie des courbes de croissance dans la phase à force constante correspond à une déccélération de la pointe de la fissure. Nous pensons que ce phénomène est dû à des retards en déformation accumulés pendant la phase de chargement. En d'autre mots, cette déccélération correspond au temps dont ont besoin les effets visqueux du matériau pour relaxer tous ces retards au quasi-équilibre. L'accélération finale correspond à une transition vers une dynamique de rupture rapide.

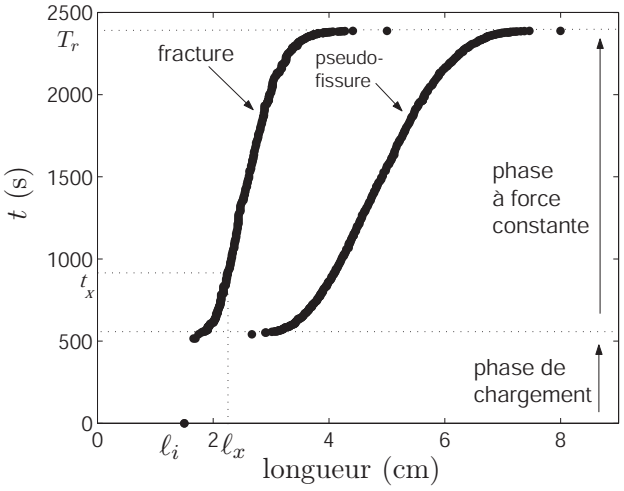


FIG. 4.17 – Temps en fonction de la longueur de la fissure ℓ et de la longueur de la pseudo-fissure ℓ_{pz} pour une expérience à force imposée ($\ell_i = 1.5$cm, $F = 900$N).

Si on compare les temps de rupture ou les vitesses de croissance entre différentes expériences réalisées dans des conditions expérimentales identiques (mêmes ℓ_i et F), on met en évidence une importante dispersion avec un facteur 5 entre les dynamiques les plus lentes et les plus rapides. Nous reviendrons plus précisément sur la dispersion des temps de rupture dans la section 4.6. Ici, nous allons simplement voir que les courbes de croissance des fissures qui sont dispersées en niveau de vitesse ont des propriétés intéressantes de remise à l'échelle. On peut le mettre en évidence en redéfinissant les origines des temps et des longueurs en utilisant les coordonnées du point d'inflexion (ℓ_x, t_x) (cf. figure 4.17) des courbes de croissance (cf. figure 4.18(a)). En

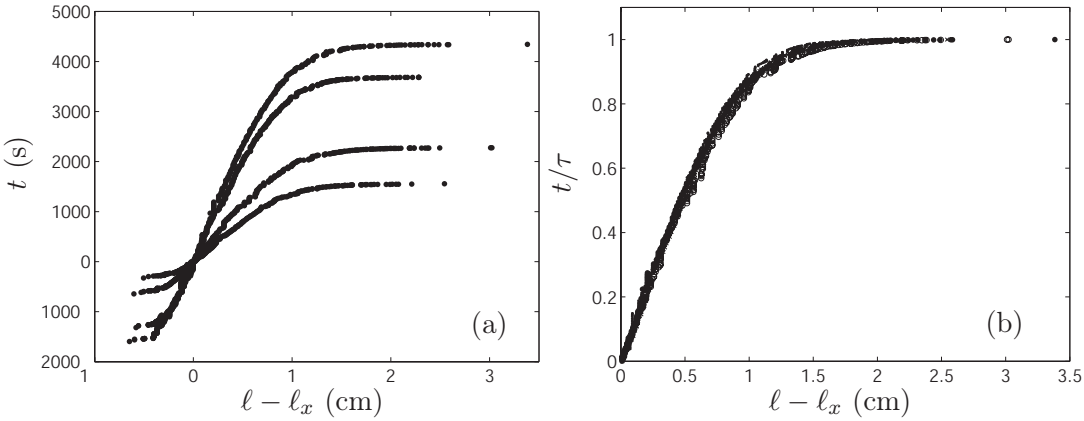


FIG. 4.18 – (a) temps en fonction de $\ell - \ell_x$ avec un changement d'origine en temps et en longueur, (b) temps remis à l'échelle par le temps restant jusqu'à la rupture en fonction de $\ell - \ell_x$ avec un changement d'origine en temps et en longueur, pour quatre expériences réalisées dans les mêmes conditions expérimentales ($\ell_i = 1.5$cm, $F = 900$N).

remettant ensuite à l'échelle le temps par le temps restant jusqu'à la rupture, noté τ ($\tau = T_r - t_x$), on remarque que toutes les courbes de croissance correspondant à des conditions expérimentales identiques se regroupent sur une courbe maîtresse pour leur partie après le point d'inflexion (cf. figure 4.18(b)). En fait, en introduisant aussi un facteur de remise à l'échelle λ sur les longueurs, on peut tout aussi bien faire tomber toutes les courbes de croissance, pour différentes conditions expérimentales, sur la même courbe maîtresse. Ces propriétés de remise à l'échelle impliquent de manière plus précise que la dynamique de la deuxième phase de la croissance de la fissure (la phase après le point d'inflexion) suit une loi de la forme :

$$t = \tau(\sigma, \ell_i, \text{ réalisation})\, g\left(\frac{\ell - \ell_x}{\lambda}\right) \tag{4.6}$$

où g est la fonction analytique décrivant la courbe maîtresse et λ et ℓ_x sont a priori des fonctions de σ et ℓ_i. Il est important de noter que dans cette formule toute la statistique des expériences est comprise dans le temps restant jusqu'à la rupture τ.

A la recherche d'une expression analytique pour la fonction g, nous avons d'abord essayé d'utiliser des modèles existants. On peut par exemple tester le modèle de croissance thermiquement activée qui explique la croissance sous-critique de fissures dans les milieux élastiques fragiles (cf. section 2.1). Comme nous l'avons vu dans le deuxième chapitre, ce modèle qui a été confronté avec succès à des données expérimentales sur la croissance lente de fissures dans des feuilles de papier [33, 34] prédit une loi de croissance exponentielle pour la fissure : $t = \tau\left[1 - \exp(-\frac{\ell-\ell_i}{\xi})\right]$. Sur la figure 4.19, on peut observer que cette loi (ligne tirettée) ne décrit pas bien les données expérimentales dans le polycarbonate. Cela n'est évidemment pas très surprenant puisque le polycarbonate est très loin d'être un matériau élastique et fragile en particulier à cause des zones de déformation plastique aux pointes de la

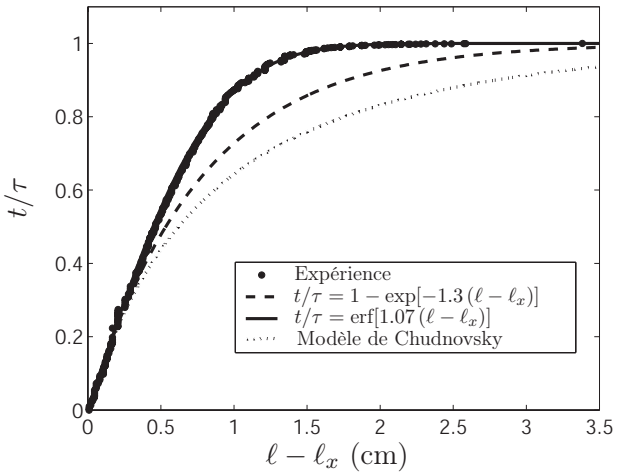


FIG. 4.19 – Temps remis à l'échelle par le temps restant jusqu'à la rupture en fonction de $\ell - \ell_x$ pour une expérience à contrainte imposée ($\ell_i = 1.5$cm, $F = 900$N) et ses ajustements par le modèle de Chudnovsky, le modèle de croissance thermiquement activée et une fonction erreur.

fissure ainsi que de sa viscosité. En fait, il existe assez peu de modèles donnant une équation du mouvement explicite pour la croissance d'une fissure dans les milieux visco-plastiques [25, 28]. Un modèle existant est celui élaboré par Chudnovsky [31] qui a initialement été développé pour décrire la croissance "stick-slip" de fissures dans des films de polyéthylène. Ce modèle introduit un mécanisme de vieillissement de l'énergie de surface (de fracture) du matériau pour rendre compte du fluage de la zone de processus. En utilisant la relation de Dugdale-Barenblatt pour décrire la taille de la zone de processus, Chudnovsky explicite une expression pour la vitesse de croissance de la fissure en fonction du facteur d'intensité des contraintes élastique K :

$$\frac{d\ell}{dt} \propto \frac{\pi K(\ell)^4}{8(K_c^2 - K(\ell)^2)}. \tag{4.7}$$

La courbe obtenue par intégration numérique de cette équation est tracée en pointillés sur la figure 4.19. On y voit clairement que le modèle de Chudnovsky ne décrit pas bien la forme des données expérimentales.

Cette fois-ci sans argument théorique, il apparaît que la fonction erreur définie ci dessous est une très bonne candidate pour décrire la fonction maîtresse g :

$$\mathrm{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du.$$

On peut en effet voir l'excellent ajustement des données expérimentales réalisé grâce à cette fonction erreur en ligne pleine sur la figure 4.19. Cette constatation nous permet d'écrire qu'au-delà d'une certaine longueur de coupure $\ell_x(\ell_i, \sigma)$ la croissance d'une fissure sous contrainte constante dans un film de polycarbonate semble vérifier

la loi suivante :

$$t = \tau \operatorname{erf}\left(\frac{\ell - \ell_x}{\lambda}\right) \tag{4.8}$$

Pour clôre cette section, on peut jeter un oeil rapide à la dynamique d'élargissement de la zone plastique au cours d'une expérience de croissance. Ainsi, sur la figure 4.20, on présente la largeur de la zone plastique $\delta(x,t)$ en fonction du temps pour des positions x variables le long de l'axe de la fissure. On peut constater que la vitesse d'élargissement de la zone plastique est, à un instant donné, croissante avec la proximité à la pointe de la fissure. Deux explications peuvent être proposées à cette constatation. On peut penser qu'une portion de zone plastique s'élargit d'autant plus vite qu'elle est âgée. C'est le phénomène d'accélération dans le temps déjà observé sur la croissance des bandes plastiques en fluage au chapitre précédent. L'autre explication peut venir d'une intensification de la contrainte sous laquelle la zone plastique croît à l'approche de la pointe de la fissure.

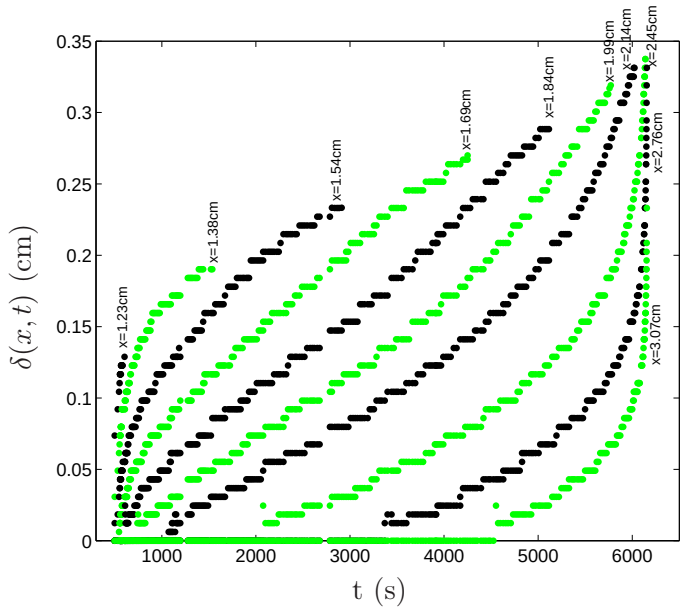


FIG. 4.20 – Largeur $\delta(x,t)$ de la zone plastique en fonction du temps lors d'une expérience à contrainte imposée ($\ell_i = 1.5$cm, $F = 900$N) pour 10 positions différentes le long de l'axe de la fissure.

4.3.2 Les résultats des ajustements des courbes de croissance par une fonction erreur

Comme nous l'avons vu dans la partie précédente, les ajustements de la partie après le point d'inflexion des courbes de croissance de fissures par la fonction erreur selon l'équation 4.8 sont d'une très bonne qualité. Ces ajustements permettent d'extraire trois paramètres expérimentaux caractéristiques de la croissance :

– la longueur de cross-over ℓ_x qui doit théoriquement correspondre au point d'inflexion de la courbe de croissance,
– la longueur caractéristique de la croissance λ,
– le temps τ qu'il reste à partir de $\ell = \ell_x$ pour casser totalement l'échantillon.

Les ajustements sont fait à travers les trois variables libre ℓ_x, λ et τ.

Le non-recouvrement des échelles expérimentales en longueur initiale ℓ_i et en contrainte appliquée σ ne permet pas d'obtenir les courbes décrivant les formes fonctionnelles de $\ell_x(\ell_i)_\sigma$, $\ell_x(\sigma)_{\ell_i}$, $\lambda(\ell_i)_\sigma$ et $\lambda(\sigma)_{\ell_i}$. Nous n'allons donc pas présenter plus avant les résultats donnés par les ajustements des courbes de croissance. On peut seulement noter qu'à travers toutes les expériences réalisées pour différentes longueurs initiales de fissures et forces appliquées, ℓ_x évolue entre 1 et 5cm et λ entre 0.7 et 1.1cm.

4.4 Autocohérence de la dynamique pour une contrainte appliquée et une longueur initiale de fissure données

Dans cette section, on étudie la dispersion et l'autocohérence des comportements dynamiques à l'intérieur de séries d'expériences réalisées pour des conditions expérimentales identiques. Sur la figure 4.21(a), on observe trois courbes représentant la longueur de la pseudo-fissure en fonction de la longueur de la fissure pour trois expériences réalisées dans des conditions expérimentales identiques ($\ell = 1.5$cm, $F = 920$N). Si on considère deux expériences α et β, pour une même contrainte appliquée σ, on constate expérimentalement que l'inégalité :

$$\ell_{pz}^{\beta}(\ell) > \ell_{pz}^{\alpha}(\ell) \tag{4.9}$$

est vraie partout si elle vérifiée pour une certaine valeur de ℓ. De plus l'écart entre les valeurs de ℓ_{pz} croît sans cesse avec la longueur de la fissure ℓ. Sur la figure 4.21(b), on observe trois courbes représentant la vitesse de croissance de la fissure en fonction de la longueur de la fissure pour les trois mêmes expériences que dans la figure 4.21(a). On constate que les vitesses des fissures, $v = d\ell/dt$, vérifient pour tout ℓ l'inégalité :

$$v^{\alpha}(\ell) > v^{\beta}(\ell) \tag{4.10}$$

si elles la vérifient quelque part. De plus, il existe une très forte corrélation entre le niveau de valeur de ℓ_{pz} et le niveau de $d\ell/dt$ au cours de l'expérience. En effet, pour une même contrainte appliquée, on constate toujours que si le niveau de ℓ_{pz} est grand, le niveau de vitesse de croissance $d\ell/dt$ va être faible.

Pour illustrer plus globalement la corrélation entre la valeur du rapport ℓ_{pz}/ℓ et la dynamique de rupture, on trace le rapport maximum $(\ell_{pz}/\ell)_{\max}$ au cours de chaque expérience en fonction du temps de rupture correspondant T_r. On observe outre la dispersion des données une croissance monotone de $(\ell_{pz}/\ell)_{\max}$ avec T_r (cf. figure 4.22).

Pour récapituler, si on considère une série d'expériences réalisées dans des conditions identiques, on observe initialement une statistique sur les vitesses de croissance

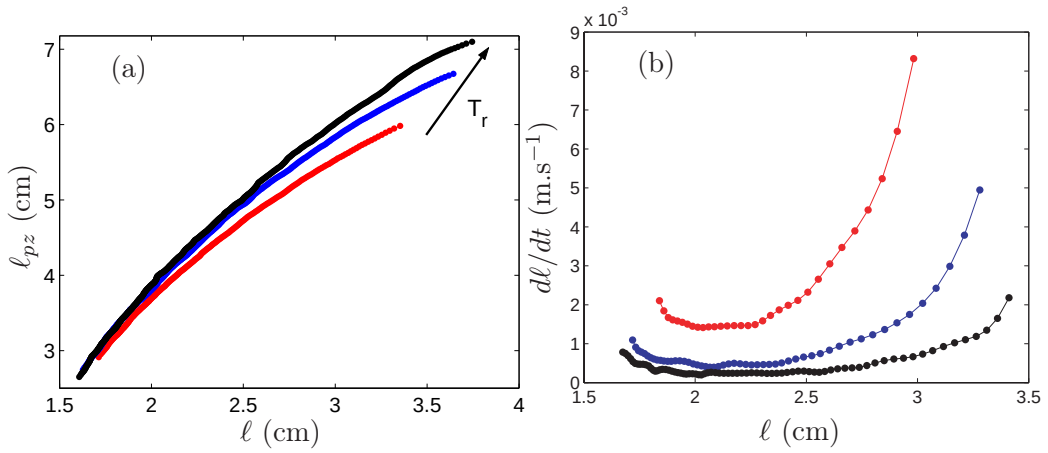


FIG. 4.21 – (a) Longueur de la pseudo-fissure, (b) vitesse de croissance de la fissure, en fonction de la longueur de la fissure, pour trois expériences réalisées dans des conditions expérimentales identiques ($\ell = 1.5$cm, $F = 920$N).

(cf. figure 4.21(b)). Une fois un niveau de vitesse initiale établi, celui-ci va rester cohérent tout au long de l'expérience et va de plus être fortement corrélé avec la taille de la zone plastique. Il semble ainsi qu'il y ait une sorte de rétroaction entre la vitesse $d\ell/dt$ et la longueur ℓ_{pz} qui maintienne cohérent le niveau de la dynamique pendant toute la durée de l'expérience.

Pour interpréter naïvement cette rétroaction, on peut faire un raisonnement récurrent. Ainsi, considérons deux expériences, notées α et β, de croissance de fissure pour une même contrainte σ appliquée au bord de l'échantillon. Il est très important de noter que les observables expérimentales sont ici considérées comme dépendantes de la variable courante longueur de la fissure ℓ, i.e. :

$$\ell_{pz}(\ell), \quad \frac{d\ell}{dt}(\ell), \quad t(\ell) \quad ... \tag{4.11}$$

C'est parfaitement possible puisque la croissance de la fissure est irréversible et qu'ainsi la fonction $\ell(t)$ est bijective.

– Ainsi, pour une certaine longueur de fissure ℓ, on suppose avoir :

$$\ell_{pz}^{\beta}(\ell) > \ell_{pz}^{\alpha}(\ell) \tag{4.12}$$

– Ceci implique l'inégalité suivante sur les contraintes moyennes dans la zone plastique estimée grâce à la loi de Dugdale-Barenblatt inversée :

$$\sigma_y^{\alpha}(\ell) > \sigma_y^{\beta}(\ell) \tag{4.13}$$

– Il est souvent admis en mécanique de la rupture que la vitesse de croissance d'une fissure est d'autant plus grande que le taux de restitution d'énergie élastique G l'est. Or, G dans le modèle de Dugdale-Barenblatt est croissant avec la

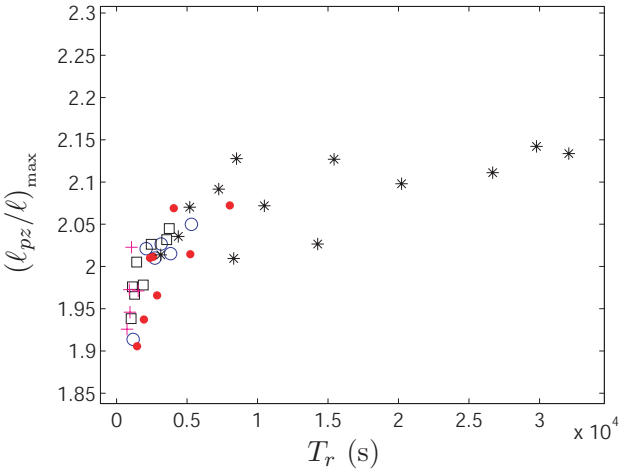


FIG. 4.22 – Maximum du rapport des longueurs ℓ_{pz}/ℓ pour de nombreuses expériences dans des conditions expérimentales variées en fonction du temps de rupture T_r.

contrainte σ_y dans la zone plastique[3]. De manière plus terre à terre, il est assez général de considérer que la vitesse de croissance d'une fissure est d'autant plus grande que la contrainte à la pointe de celle-ci l'est. Ainsi, on écrit que :

$$\left.\frac{d\ell}{dt}\right|^{\alpha}(\ell) > \left.\frac{d\ell}{dt}\right|^{\beta}(\ell) \tag{4.14}$$

– Le temps nécessaire pour atteindre le pas de longueur de fissure suivant $\ell + \delta\ell$ vérifie alors clairement l'inégalité :

$$\delta t_\alpha < \delta t_\beta. \tag{4.15}$$

– Sous l'influence du fluage et des effets visqueux, la zone plastique va d'autant plus grandir qu'elle aura de temps pour le faire entre ℓ et $\ell + \delta\ell$, d'où :

$$\delta\ell_{pz}^{\beta} > \delta\ell_{pz}^{\alpha}. \tag{4.16}$$

– Finalement, au pas suivant de longueur de fissure $\ell + \delta\ell$, on aura l'inégalité :

$$\ell_{pz}^{\beta}(\ell + \delta\ell) > \ell_{pz}^{\alpha}(\ell + \delta\ell) \tag{4.17}$$

avec même un accroissement de l'écart entre les longueurs des pseudo-fissures.

Ce raisonnement récurrent, réalisé en considérant ℓ comme la variable courante, laisse entrevoir un mécanisme de rétroaction possible permettant d'expliquer la corrélation entre la vitesse de la fissure et le niveau de valeur du rapport ℓ_{pz}/ℓ au cours d'une expérience. Il permet aussi de comprendre très qualitativement pourquoi si l'expérience démarre sur un certain niveau de vitesse $\frac{d\ell}{dt}$ et du rapport des longueurs ℓ_{pz}/ℓ, elle le conserve au cours de la croissance de la fissure.

[3] On a $G \simeq \sigma_y\, \delta(\ell/2)$ lorsque $\ell \simeq \ell_{pz}$.

4.5 Du déterminisme et de la statistique au comportement moyen

Le caractère régulier des courbes de croissance, en tout cas à l'échelle spatiale à laquelle nous avons accès, ainsi que la remise à l'échelle de celles-ci par la loi :

$$t = \tau \operatorname{erf}\left(\frac{\ell - \ell_x}{\lambda}\right) \tag{4.18}$$

laissent penser à une croissance très déterministe des fissures. En effet, grâce à la loi précédente si on connaît le début de la dynamique de croissance, on peut prédire la fin. Les fortes corrélations observées dans la section précédente entre la vitesse de la fissure et le niveau de valeur du rapport ℓ_{pz}/ℓ vont aussi dans le sens d'une croissance très déterministe. Cependant, comme on peut l'observer sur la figure 4.4, pour des conditions expérimentales identiques i.e. même longueur de fente initiale ℓ_i et même contrainte appliquée σ, on constate une dispersion assez importante des temps de rupture (on met en évidence des facteurs de l'ordre de 5 entre les expériences les plus courtes et les plus longues dans les mêmes conditions) et de la vitesse de croissance en général (cf. figure 4.21(b)).

Les causes de la statistique des temps de rupture et de la dynamique ne semblant pas trouver leur source dans les mécanismes de croissance eux-mêmes, il faut les chercher ailleurs. Ainsi, nous pensons que cette statistique est en pratique due à la dispersion des conditions initiales effectives au début de la phase à force constante (ℓ_i^*, ℓ_{pz}^*). Ces conditions initiales sont clairement statistiques et surtout difficilement contrôlables. Elles dépendent de l'instant où la fissure va commencer à croître lors du chargement de l'échantillon et déterminent en fait toute la suite de l'expérience. En particulier, si la fissure démarre durant la phase de chargement à taux de déformation constant, sa vitesse initiale de croissance est probablement corrélée à la contrainte aux bords à cet instant.

Une étude détaillée de la statistique des temps de rupture, de la dynamique et des conditions initiales n'a pas pu être réalisée car elle nécessite un nombre très grand d'expériences pour chaque condition expérimentale.

Nous allons à présent mettre de côté les aspects statistiques ici discutés en s'intéressant au comportement moyen (moyenne temporelle sur une expérience et statistique sur une série d'expériences) de la dynamique en fonction de la contrainte appliquée. Nous allons ainsi essayer de mieux comprendre les mécanismes en jeu dans le phénomène de croissance de fissures dans les films de polycarbonate pour finalement essayer de dégager une loi de croissance pertinente.

4.6 Etude des temps de rupture

Revenant brièvement à une analyse naïve des données, nous allons étudier, dans cette section, la dépendance des temps de rupture des films de polycarbonate avec les paramètres expérimentaux que sont la contrainte appliquée à l'échantillon $\sigma =$

F/eH et la longueur initiale de la fissure ℓ_i. Ainsi, on présente sur la figure 4.23(a) l'évolution des temps de rupture moyens des échantillons en fonction de la contrainte appliquée pour une série d'expériences correspondant à des longueurs initiales ℓ_i de 1.5cm. Plus précisément, pour chaque contrainte, on a représenté le temps de rupture $\langle T_r \rangle$ moyenné sur une dizaine d'expériences au moins.

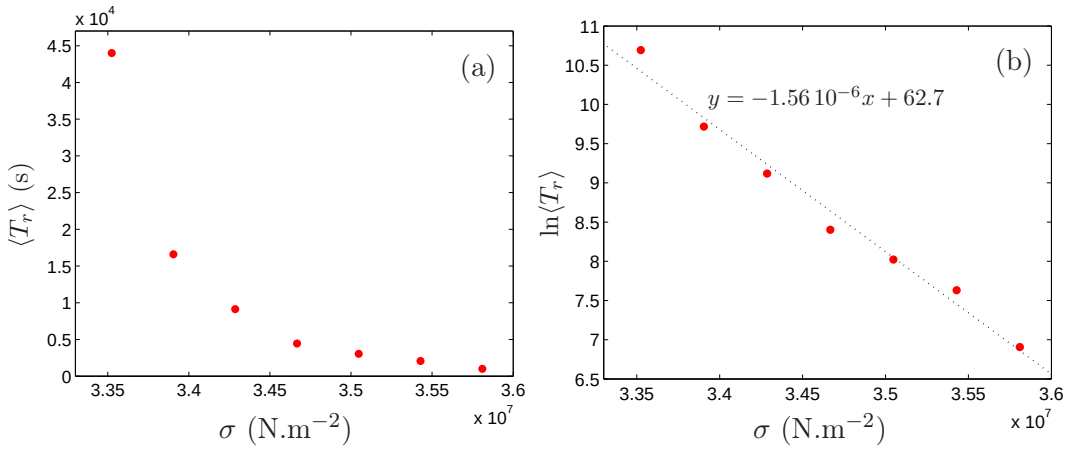


FIG. 4.23 – Temps de rupture moyen (a) et son logarithme (b) en fonction de la contrainte appliquée pour la série d'expériences avec une longueur de fissure initiale $\ell_i = 1.5$cm.

On constate la dépendance très critique de $\langle T_r \rangle$ avec la force appliquée. En effet, les temps de rupture passent d'une valeur importante de $4\,10^4$ secondes pour une contrainte de $3.35\,10^7$N.m^{-2}, à une valeur assez faible de 10^3 secondes pour une contrainte de $3.58\,10^7$N.m^{-2}. Cela traduit une variation des temps de rupture de 97.5% pour une variation de 7% de la contrainte. Cette dépendance très rapide laisse penser à une description de type exponentiel comme le suggère Zhurkov [20]. La figure 4.23(b) qui représente le logarithme des mêmes temps de rupture en fonction de la contrainte appliquée permet de tester cette représentation. L'ajustement linéaire de la courbe obtenue est d'une bonne qualité et suggère que :

$$\langle T_r \rangle = T_0\, e^{-a\sigma} \tag{4.19}$$

avec $T_0 = 1.7\,10^{27}$s et $a = 1.56\,10^{-6}$N^{-1}.m^2 pour une longueur initiale de 1.5cm. On peut interpréter comme Zhurkov la constante a en supposant que la loi exponentielle est une loi d'Arrhenius, ainsi $a = \alpha^3/k_B T$ où $\alpha = 1.86$nm.

Si, à présent, on cherche à décrire la dépendance des temps de rupture en fonction de la contrainte appliquée pour différentes longueurs de fissure initiale ℓ_i, on est confronté au problème du non-recouvrement des conditions expérimentales σ et ℓ_i déjà cité plus tôt. Ainsi, l'étude apparaît comme peu réalisable. En tout cas, $\langle T_r \rangle$ est clairement fonction de σ et de ℓ_i. La contrainte appliquée ne constitue donc pas un paramètre de contrôle unique pertinent pour décrire le temps de rupture moyen. Nous allons chercher dans la section suivante à déterminer les vraies dépendances du temps de rupture et essayer d'étendre les résultats à la dynamique instantanée.

4.7 Loi d'Eyring, loi de Dugdale-Barenblatt et dynamique de rupture

Les temps de rupture divergent dramatiquement lorsque la contrainte appliquée diminue. Cependant, cette contrainte seule ne permet pas de prédire la dynamique de la rupture qui dépend aussi de la taille initiale de la fissure. Pour essayer de mieux comprendre la dépendance de la dynamique avec la contrainte appliquée, on va s'intéresser dans cette partie à la vitesse de croissance de la fissure plutôt qu'aux temps de rupture. Intuitivement, cette grandeur semble être plus riche en informations et donc mieux à même de caractériser correctement la dynamique.

4.7.1 La dynamique moyenne

Pour rendre compte de la dynamique globale au cours d'une expérience, une grandeur pertinente est la vitesse minimale $v_{\min}$ atteinte lors de la croissance de la fissure. En effet, cette vitesse constitue un bon estimateur de la vitesse moyenne de croissance de la fissure au cours de l'ensemble de l'expérience. Dans ce paragraphe, on va s'intéresser à l'évolution de la valeur moyenne de cette grandeur en fonction de la contrainte moyenne[4] de Dugdale-Barenblatt $\langle\overline{\sigma_y}\rangle$ estimée dans la zone plastique à la pointe de la fissure. La contrainte σ_y apparaît en effet intuitivement comme un paramètre de contrôle possiblement pertinent pour la dynamique de la fissure, à l'image du traditionnel facteur d'intensité des contraintes dans les milieux fragiles. La vitesse minimale est moyennée statistiquement sur une série d'expériences réalisées dans des conditions expérimentales identiques. La contrainte plastique σ_y est calculée à chaque instant en utilisant les valeurs instantanées de σ, ℓ et ℓ_{pz}. Elle est ensuite moyennée temporellement au cours de chaque expérience puis statistiquement sur la série d'expériences. On trace les données correspondantes sur la figure 4.24. On voit alors clairement qu'elles sont bien compatibles avec une loi linéaire qui prédit une dépendence exponentielle de la vitesse moyenne de croissance avec la contrainte moyenne dans la zone plastique selon :

$$\langle v_{\min}\rangle = v_0\, e^{a\langle\overline{\sigma_y}\rangle} \tag{4.20}$$

avec $a = 6.5\,10^{-7}\mathrm{m}^2.\mathrm{N}^{-1}$ et $v_0 = 2.4\,10^{-21}\mathrm{m.s}^{-1}$. Il faut alors remarquer qu'à l'intérieur d'une série d'expériences réalisées dans des conditions expérimentales identiques, $\overline{\sigma_y}$ varie parfois de manière importante, jusqu'à $0.25\,10^7\mathrm{N.m}^{-2}$. On note au passage que la valeur instantanée de σ_y évolue aussi au cours d'une expérience sur une plage encore plus grande pouvant aller jusqu'à $10^7\mathrm{N.m}^{-2}$ (voir 4.7.2). Ainsi, comme on le voit sur la figure 4.24(b), les barres d'erreur horizontales (et verticales) traduisent une dispersion importante des données à l'intérieur même d'une série d'expériences.

Une autre manière plus visuelle d'illustrer la dispersion des données est de tracer (cf. figure 4.25) le logarithme de $v_{\min}$ en fonction de la contrainte plastique moyenne

[4] Le surlignage $\overline{\mathrm{var}}$ de la variable var représente sa moyenne temporelle au cours d'une expérience et $\langle\mathrm{var}\rangle$ sa moyenne sur un ensemble statistique.

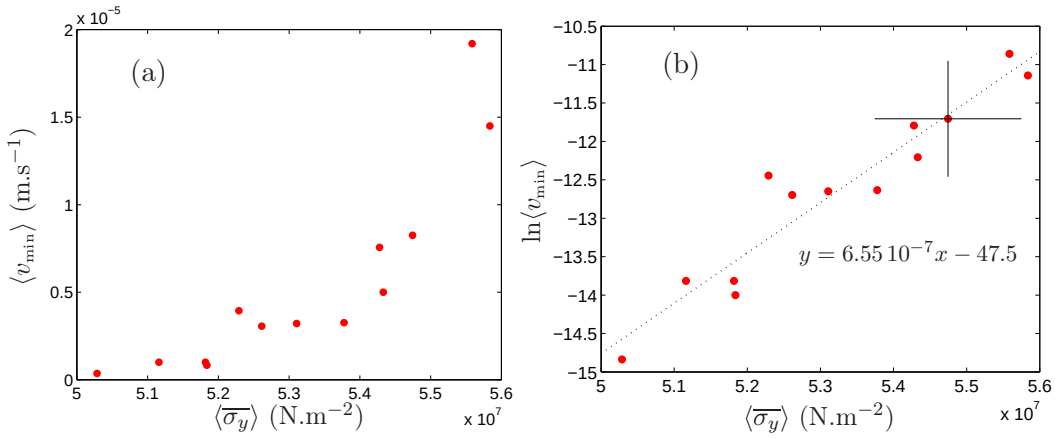


FIG. 4.24 – (a) Vitesse minimale $\langle v_{\min} \rangle$ et (b) son logarithme en fonction de la contrainte plastique moyenne $\langle \overline{\sigma_y} \rangle$. Chacun des points est le résultat du calcul de la moyenne statistique de $v_{\min}$ et de $\overline{\sigma_y}$ sur une série d'expériences à ℓ_i et σ donnés. Les conditions expérimentales sont variées ($\ell_i = 1.5, 2, 3$cm et $2.9 < \sigma < 3.8\,10^7$N.m^{-2}). Pour donner une idée de la dispersion des données pour ℓ_i et σ fixés, on indique des barres d'erreurs typiques sur un point de la figure (b).

$\overline{\sigma_y}$, cette-fois-ci sans moyenne statistique. Ici, chacun des points ($\overline{\sigma_y}$, $\ln v_{\min}$) de la figure traduit le comportement moyen sur une expérience donnée. On retrouve une dépendance exponentielle entre les deux grandeurs selon :

$$v_{\min} = v_0\, e^{a\overline{\sigma_y}} \tag{4.21}$$

avec $a = 6.3\,10^{-7}$m^2.N^{-1} et $v_0 = 7.8\,10^{-21}$m.s^{-1}.

Il est frappant de voir à quel point ces dernières courbes correspondent quantitativement, pour ce qui est de la valeur des exposants des lois exponentielles, aux courbes de vitesse décrivant la croissance des bandes plastiques en fluage présentées dans le chapitre précédent. En fait, les préfacteurs des contraintes qui apparaissent dans ces deux lois exponentielles sont proches : $7.4\,10^{-7}$m^2.N^{-1} pour les bandes plastiques et $a = 6.3\,10^{-7}$m^2.N^{-1} pour les fissures, surtout si l'on tient compte de la dispersion des données. Cela suggère fortement qu'ils puissent constituer en réalité la même constante mécanique caractéristique du polycarbonate V/k_BT. Il faut rappeler ici que σ_y est très loin d'être constant au cours d'une expérience. En effet comme nous allons le constater dans la section suivante, il peut évoluer sur une plage très large allant jusqu'à 10^7N.m^{-2}. Il est alors clair que prendre la valeur moyenne de σ_y sur une expérience constitue un moyennage grossier de la dynamique. Cette remarque constitue peut être l'explication à l'écart de 13% observé entre les deux constantes des lois exponentielles. Aussi, une partie de l'écart peut possiblement être imputée à une variation de la température entre les deux séries d'expériences menées (fracture et croissance de bandes plastiques). Finalement, on sent malgré ces quelques imprécisions que la loi d'Eyring dont découle la loi de croissance en fluage des zones plastiques joue un rôle central dans les mécanismes de croissance des fissures dans

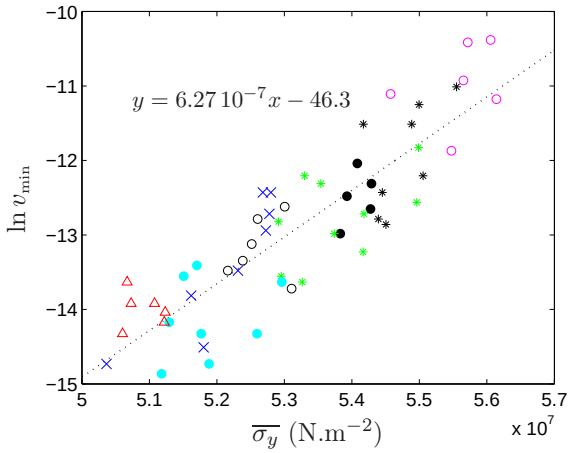


FIG. 4.25 – Logarithme de la vitesse minimale de croissance de la fissure $v_{\min}$ en fonction de la contrainte plastique moyenne au cours de la croissance. Chacun des points représente le comportement dynamique moyen sur une expérience. Les conditions expérimentales sont variées ($\ell_i = 1.5, 2, 3$cm et $2.9 < \sigma < 3.8\,10^7$N.m^{-2}).

les films de polycarbonate.

4.7.2 La dynamique instantanée : proposition pour une loi de croissance

On peut à présent essayer de décrire la dynamique instantanée de la croissance de la fissure en s'inspirant très simplement de ce que nous avons découvert dans la section précédente pour la dynamique moyenne. On représente ainsi sur la figure 4.26, la vitesse de croissance instantanée de la fissure $d\ell/dt$ en fonction de la valeur instantanée de la contrainte de Dugdale-Barenblatt σ_y au cours d'une expérience typique réalisée avec $\ell_i = 1.5$cm et $F = 900$N. Sur la figure 4.26(c), on se rend compte que la description des données par la loi exponentielle (ligne pointillée) issue de l'ajustement de la figure 4.25 n'est cette fois-ci que très approximative même si on observe une tendance à suivre cette loi dans les données. En revanche, l'introduction d'une correction sur la contrainte de Dugdale-Barenblatt, linéaire en la taille de la fissure ℓ permet de bien regrouper les données expérimentales sur une droite (cf. figure 4.26(d)). La correction s'écrit en fait comme la somme du terme de Dugdale-Barenblatt et d'un terme linéaire en ℓ selon :

$$\sigma_y^{\text{corr1}} = \frac{\pi}{2}\frac{\sigma}{\arccos\left(\frac{\ell}{\ell_{pz}}\right)} + \kappa\,\ell \tag{4.22}$$

avec ici $\kappa = 0.40\,10^9$N.m^{-3}.

Sur la figure 4.27(a), on a représenté la vitesse instantanée de croissance de la fissure en fonction de la contrainte σ_y pour huit expériences réalisées dans des conditions variées. Pour chaque expérience, on détermine la valeur de κ qui permet de

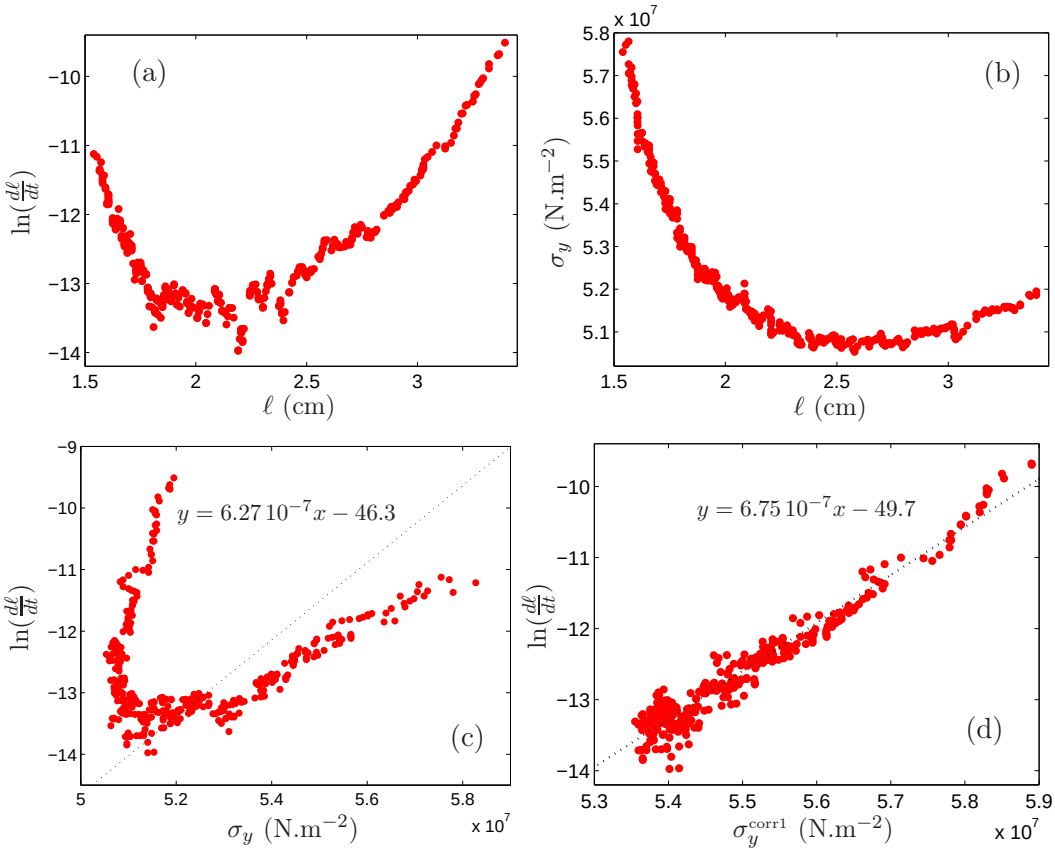


FIG. 4.26 – (a) logarithme de la vitesse de croissance de la fissure et (b) contrainte de Dugdale-Barenblatt, en fonction de la longueur de la fissure, (c) et (d) logarithme de la vitesse de croissance de la fissure en fonction, (c) de la contrainte de Dugdale-Barenblatt et (d) de cette même contrainte corrigée $\sigma_y^{\mathrm{corr1}}$, au cours d'une expérience réalisée avec $F = 900$N et $\ell_i = 1.5$cm. Sur la figure (c), la droite noire est le résultat de l'ajustement linéaire des données de la figure 4.25(b). Sur la figure (d), la droite noire est le résultat de l'ajustement linéaire des données.

regrouper les données sur une droite (cf. figure 4.27(b)). Pour cela, les valeurs de κ nécessaires sont variables entre 2.5 et $4.0\,10^8\mathrm{N.m}^{-3}$ selon l'expérience considérée. Les éventuelles dépendances de κ avec σ ou ℓ_i ne sont pas claires pour le moment. κ apparaît en fait comme une grandeur statistique. On remarque sur la figure 4.27(b) que les droites ainsi obtenues ont des pentes extrêmement proches. Sur la figure 4.27(c), on remet complètement à l'échelle les données pour l'ensemble des expériences en introduisant un décalage supplémentaire que l'on peut prendre en compte grâce à une longueur notée ℓ_o, définie à une constante arbitraire près, dans le terme linéaire. Cette remise à l'échelle signifie de manière synthétique que la vitesse de croissance de la fissure semble vérifier, à chaque instant, une loi de croissance de la forme :

$$\frac{d\ell}{dt} = v_0\, e^{\frac{V}{k_B T}\sigma_y^{\mathrm{corr2}}} \tag{4.23}$$

avec

$$\sigma_y^{\mathrm{corr2}} = \frac{\pi}{2}\frac{\sigma}{\arccos\left(\frac{\ell}{\ell_{pz}}\right)} + \kappa(\ell - \ell_o) \tag{4.24}$$

On peut réécrire cette loi de manière plus neutre selon :

$$\frac{d\ell}{dt} = v_1\, e^{\frac{V}{k_B T}\sigma_y}\, e^{\beta\ell} \tag{4.25}$$

avec $v_1 = v_0\, e^{-\beta\ell_o}$, car il n'y a a priori pas de raison que, dans l'exponentielle, le préfacteur du terme linéaire en la taille de la fissure s'écrive $\frac{V\kappa}{k_B T}$. Dans cette nouvelle expression, la longueur ℓ_o, qui a une signification encore mystérieuse, est prise en compte dans le préfacteur en vitesse v_1 qui est variable avec l'expérience considérée, alors que v_0 ne l'était pas. La vitesse v_1 est définie à un préfacteur arbitraire près. Sur la figure 4.28, il semble assez clair que ℓ_o diminue et donc que $\ln v_1$ augmente avec la contrainte appliquée aux bords de l'échantillon σ. En supposant que $\ln v_1$ est linéaire en σ, on obtient une pente de $8.8\,10^{-7}\mathrm{m}^2.\mathrm{N}^{-1}$ qui suggère la possibilité pour v_1 de vérifier une loi d'Arrhenius selon :

$$v_1 = v_0\, e^{\frac{V^*}{k_B T}\sigma} \tag{4.26}$$

avec un volume caractéristique $V^* = 3.5\,10^{-27}\mathrm{m}^3 = (1.52\mathrm{nm})^3$ proche de celui mesuré sur la loi d'Arrhenius-Eyring de l'équation 4.25. On aurait alors une loi de croissance de la forme :

$$\frac{d\ell}{dt} = v_0\, e^{\frac{V^*}{k_B T}\sigma}\, e^{\frac{V}{k_B T}\sigma_y}\, e^{\beta\ell}. \tag{4.27}$$

On peut faire le parallèle entre le terme $e^{\beta\ell}$ de l'expression obtenue pour la vitesse de croissance de la fissure et certaines lois de croissance citées plus tôt dans le manuscrit. On considère ici que ce terme peut possiblement s'écrire selon $\exp\left[\frac{V}{k_B T}\kappa\ell\right]$. Nous avons vu par exemple (cf. section 2.1) qu'un bon ajustement des courbes de croissance d'une fissure dans des feuilles de papier, qui constituent un milieu élastique fragile, pouvait être réalisé par l'expression $t = \tau\,[1 - \exp(-(\ell - \ell_i)/\xi)]$ qui peut aussi s'écrire :

$$\frac{d\ell}{dt} \propto e^{\frac{V}{k_B T}\kappa(\ell - \ell_i)} \tag{4.28}$$

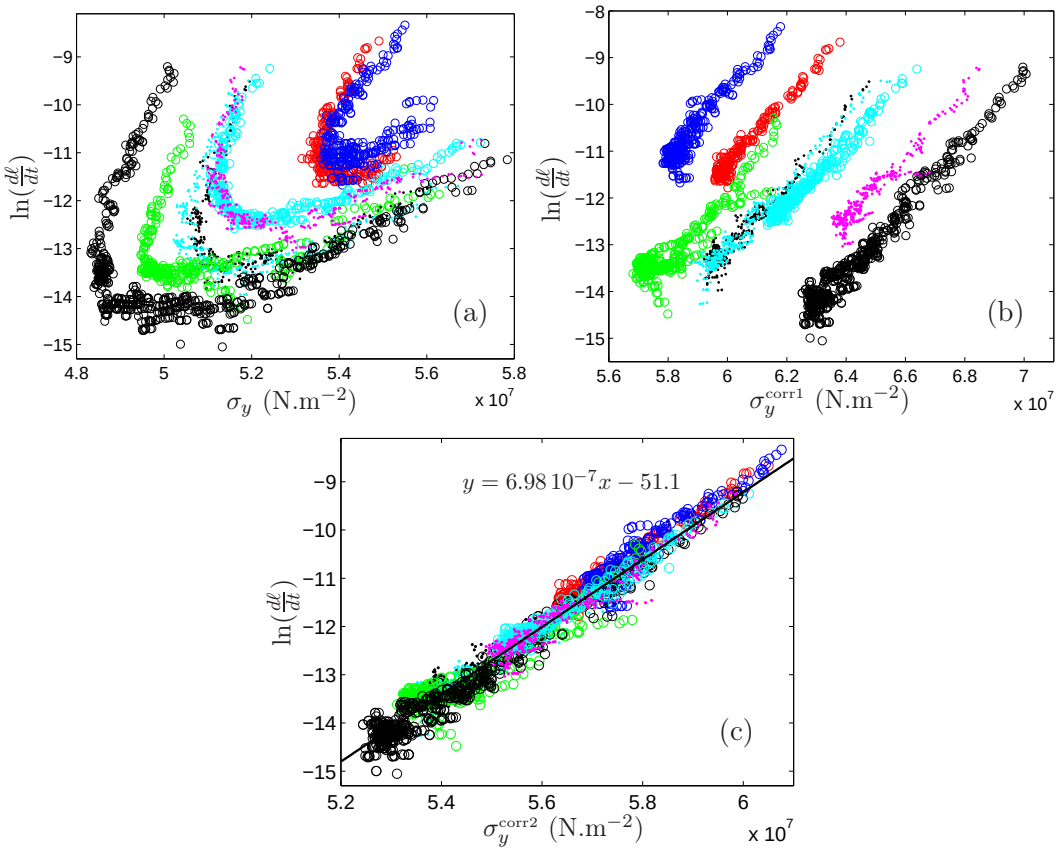


FIG. 4.27 – Logarithme de la vitesse de croissance de la fissure en fonction, (a) de la contrainte de Dugdale-Barenblatt, (b) de cette même contrainte corrigée $\sigma_y^{\mathrm{corr1}}$ selon l'équation 4.22 et (c) de cette même contrainte corrigée $\sigma_y^{\mathrm{corr2}}$ selon l'équation 4.24, au cours de huit expériences réalisées dans des conditions expérimentales variées ($\ell_i = 1.5, 2, 3$cm et $2.9 < \sigma < 3.8\,10^7$N.m^{-2}). Sur la figure (c), la droite noire est le résultat de l'ajustement linéaire de l'ensemble des données.

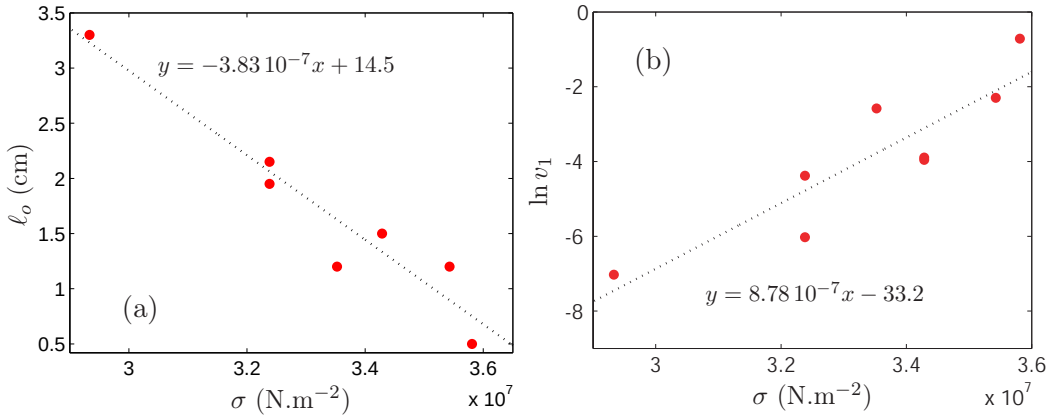


FIG. 4.28 – (a) longueur ℓ_o et (b) logarithme de la vitesse v_1, issues des remises à l'échelle de la figure 4.27 par les équations 4.23 et 4.25 en fonction de la contrainte appliquée σ. On rappelle que ℓ_o est définie à une constante arbitraire près et v_1 à un préfacteur arbitraire près.

avec $\kappa = \frac{\sigma^2}{2Y}\frac{\sqrt{\ell_c}-\sqrt{\ell_i}}{\sqrt{\ell_i}}$. Il semble ainsi possible que le terme dépendant de la longueur de la fissure dans l'équation 4.23 puisse être une rémanence de l'influence des champs de contrainte élastique sur la croissance de la fissure. On peut aussi faire un rapprochement avec une expression souvent utilisée pour décrire la vitesse de croissance des fissures en fonction du taux de restitution de l'énergie élastique $G(\ell)$ (cf. section 1.2.3 et [7]) :

$$v \propto e^{\frac{SG(\ell)}{\pi k_B T}} = e^{\frac{S}{k_B T}\frac{\sigma^2}{2Y}\ell}. \tag{4.29}$$

Les deux parallèles que l'on vient de faire semblent cependant avoir une pertinence limitée par le fait qu'il prévoit une dépendance de κ avec la contrainte aux bords en σ^2 ce qui n'est raisonnablement pas observé ici.

Le terme dépendant de la longueur de la fissure $v_1\, e^{\beta\ell}$ de la loi de croissance expérimentale a une origine qui reste donc encore très mystérieuse.

4.7.3 Discussion autour de la loi de croissance

D'après les résultats expérimentaux de la section précédente, la croissance d'une fissure dans un film de polycarbonate semble être régie, au cours d'une expérience, par deux mécanismes parallèles correspondant à :

- la loi de fluage du polycarbonate sous la forme d'une loi d'Arrhenius-Eyring : $e^{\frac{V}{k_B T}\sigma_y}$
- une dépendance de la vitesse de croissance de la fissure avec la taille de celle-ci : $e^{\beta\ell}$.

Parallèlement, un préfacteur dépendant de la contrainte σ appliquée aux bords de l'échantillon s'ajoute pour déterminer complètement le niveau de la dynamique. Ce terme est possiblement décrit par une loi d'Arrhenius-Eyring selon : $e^{\frac{V^*}{k_B T}\sigma}$.

Il est important de remarquer que la dépendance en loi d'Arrhenius-Eyring, $e^{a\sigma_y}$, dans la loi de croissance laisse naturellement apparaître une constante $a \simeq 7.0\,10^{-7}\mathrm{m}^2.\mathrm{N}^{-1}$ très proche de celle permettant de décrire la croissance en fluage des bandes plastiques ($a \simeq 7.4\,10^{-7}\mathrm{m}^2.\mathrm{N}^{-1}$) dans les films de polycarbonate ainsi que son simple fluage ($a \simeq 7.7\,10^{-7}\mathrm{m}^2.\mathrm{N}^{-1}$). La proximité entre ces constantes expérimentales dans l'analyse des données instantanées permet d'avoir vraiment confiance dans le fait que le terme d'Arrhenius-Eyring de la loi de croissance est bien une conséquence de la loi de fluage du polycarbonate.

En résumé, la croissance d'une fissure dans un film de polycarbonate semble pouvoir être décrite par un système d'équation ayant la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{d\ell}{dt} = v_1(\sigma)\ \exp\left[\frac{V}{k_B T}\sigma_y(\ell, \ell_{pz}) + \beta\ell\right] \\ \frac{d\ell_{pz}}{dt} = f(\dot{\ell}, \ell_{pz}, \ell, \sigma, ?, ...) \end{cases} \tag{4.30}$$

La deuxième équation concernant la longueur de la pseudo-fissure est censée rendre compte des mécanismes de relaxation de la zone plastique lors d'une avancée de la fissure. Elle est possiblement très compliquée car fortement dépendante des comportements visqueux du matériau.

4.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons réussi par une analyse poussée des données expérimentales de croissance d'une fissure dans les films de polycarbonate à extraire une loi phénoménologique de croissance pour la vitesse de la fissure. Cette loi s'inspire directement de deux lois de comportement bien connues pour les milieux visco-élasto-plastiques : la loi d'équilibre élasto-plastique de Dugdale-Barenblatt et la loi d'écoulement visqueux d'Eyring. Une dépendance supplémentaire en la longueur de la fissure et en la contrainte appliquée aux bords apparaît cependant dans la loi de croissance et reste pour l'instant mal comprise. De plus, toute la dynamique de croissance de la fissure ne peut être correctement décrite sans l'introduction d'une autre équation dynamique, possiblement sur la vitesse de croissance de la zone plastique, mais qui reste totalement inconnue. Ainsi, même si une avancée certaine a été effectuée, de nouveaux travaux expérimentaux doivent être élaborés pour espérer aller au bout d'une description analytique de la dynamique de croissance d'une fissure dans les films de polycarbonate.

Transition

Dans le chapitre 4, nous avons essayé de comprendre les caractéristiques dynamiques de la croissance lente d'une fissure dans un polymère amorphe, le polycarbonate. Nous avons en particulier chercher à les relier à des lois régissant la mécanique de ce type de matériau comme la loi d'Eyring-Arrhenius et la loi de Dugdale-Barenblatt. Nous avons ainsi réussi à expliciter une expression analytique pour la vitesse de croissance de la fissure en fonction de la taille de celle-ci, de la taille de ses zones plastiques et de la contrainte appliquée.

Dans le chapitre qui suit, on s'intéresse à un système en fracturation, probablement encore plus complexe, que constitue un rouleau de ruban adhésif en train d'être peler. La rhéologie des colles déposées sur le ruban et qui constituent en réalité le matériau fracturé est un exemple extrême de visco-plasticité. Nous allons voir que cette rhéologie complexe et encore mal comprise est à l'origine de comportements particuliers dans lesquels le front de fracturation avance par saccades. Ce régime qualifié de "stick-slip" est en fait un mélange statistiquement complexe de phases de croissance lente et rapide de la fissure.

Chapitre 5

Imagerie du pelage stick-slip de rubans adhésifs soumis à une charge constante

Sommaire

5.1 Introduction 114
5.2 Etudes antérieures du pelage de rubans adhésifs 115
5.3 Le dispositif expérimental 117
5.4 Description mathématique du problème 118
5.5 L'extraction de la dynamique de pelage à partir des films 120
5.6 Dépendance de la dynamique du point de pelage 122
5.7 La dynamique de rotation du rouleau 122
5.7.1 Dans le régime déclenché 122
5.7.2 Dans le régime spontané 123
5.7.3 Les oscillations de la vitesse de rotation 123
5.8 La dynamique du point de pelage 125
5.8.1 Dans le référentiel du laboratoire 125
5.8.2 Dans le référentiel du rouleau 128
5.8.3 Evolution qualitative de la dynamique du point de pelage . 129
5.9 Les propriétés moyennes du stick-slip 132
5.9.1 Vitesses de stick et de slip 132
5.9.2 Période et amplitude du stick-slip 134
5.9.3 Durées relatives du stick et du slip 134
5.10 Discussion 135

5.1 Introduction

La dynamique de pelage des rubans adhésifs et en particulier son régime complexe de stick-slip a été le centre de très nombreux travaux de recherche au cours des deux dernières décennies. L'intérêt pour un tel phénomène a plusieurs justifications. En effet, les procédés industriels font souvent appel au pelage à haute vitesse de rubans de différents types. Dans cette situation, le phénomène de stick-slip et sa dynamique saccadée peuvent être la cause d'important problèmes comme la détérioration de la colle sur le ruban ou des retards sur les chaînes de fabrication... Aussi, comprendre la physique intervenant dans le phénomène de pelage des rubans adhésifs est précieux pour modéliser et tester la résistance des joints élastomère-substrat. Finalement, ce système très simple en apparence permet d'accéder à des aspects très subtils de la dynamique de l'adhésion [87].

Malgré des efforts théoriques et expérimentaux soutenus, la compréhension du comportement saccadé rencontré pendant le régime de stick-slip du pelage reste actuellement assez limitée. Ce phénomène est fortement non-linéaire et la dynamique présente une grande variété d'instabilités et de structures [88]. De nombreux modèles dynamiques ont été développés avec un degré croissant de réalisme, conduisant à une complexité croissante de la dynamique simulée [89, 90, 91, 92, 93]. Chacun de ces modèles est caractérisé par une série d'hypothèses apparemment triviales mais qui se sont pourtant révélées avoir un effet crucial sur la dynamique du problème.

A cause de la nature très rapide de la dynamique de stick-slip, les principales grandeurs qui sont généralement étudiées expérimentalement sont les distributions des intervalles de temps entre évènements successifs. Ces distributions peuvent en effet être identifiées très simplement à travers l'acquisition d'émissions acoustiques ou photoniques [88, 94]. Dans de telles expériences, une irrégularité croissante dans la dynamique de stick-slip a été mise en évidence pour des vitesses de pelage croissantes. Ce comportement s'est révélé être plus riche qu'une simple série de bifurcations vers le chaos.

Bien que de nombreuses études expérimentales du pelage des rubans adhésifs aient déja été menées, l'observation directe du mouvement local du point de pelage dans le régime de stick-slip n'avait pour le moment pas été réalisée. Dans ce chapitre, on présente une procédure expérimentale qui permet de résoudre directement, en utilisant une caméra rapide, la dynamique au point de pelage, en particulier pendant le régime de stick-slip. Nous avons testé cette technique sur des expériences où le pelage est provoqué par l'application d'une charge constante au ruban. Ces expériences préliminaires qui révèlent la vraie dynamique du stick-slip donnent des informations très précises qui vont aider à choisir parmi les hypothèses faites dans les différentes modélisations du phénomène. De plus, cette technique ouvre la voie à de nombreuses autres études qui vont, nous l'espérons, permettre de clarifier la physique du pelage des rubans adhésifs.

5.2 Etudes antérieures du pelage de rubans adhésifs

En général, les expériences sur le pelage de rubans adhésifs sont réalisées grâce à deux types de dispositifs expérimentaux. Dans le premier, le pelage est provoqué par une traction à vitesse constante V imposée à l'extrémité libre du ruban par l'action d'un moteur électrique. Dans ce cas, pour une géométrie fixée, V est l'unique paramètre de contrôle dynamique. Dans un second type d'expériences, le pelage est étudié lorsqu'une charge constante est attachée à l'extrémité du ruban. Le paramètre de contrôle est alors la force imposée F. Dans ces expériences, le point de pelage à la limite entre le rouleau de ruban adhésif et le ruban libre peut être vue comme la pointe d'une fissure se propageant à la vitesse v.

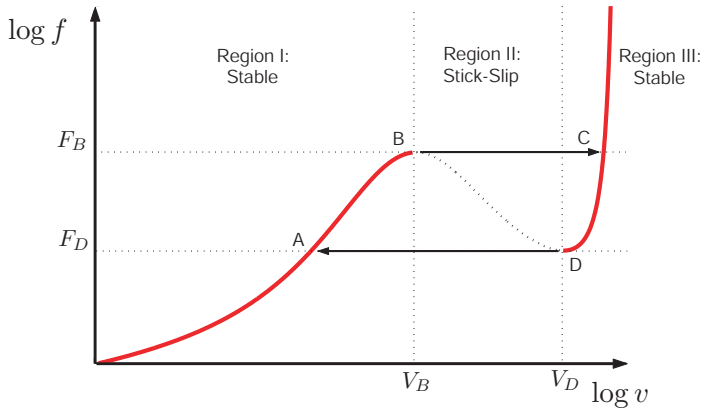


FIG. 5.1 – Relation schématique entre la force de pelage f et la vitesse de pelage v sur la ligne de pelage. Ces variables font référence à la dynamique locale du point de pelage. Elles correspondent à la force de traction F et à la vitesse de traction V à l'extrémité libre du ruban uniquement lorsque le pelage est régulier et l'angle de pelage de 90°. La forme sigmoïdale de cette courbe est responsable d'un comportement hystérétique et ainsi de la dynamique de stick-slip.

Il est largement admis dans la littérature [88, 89, 90, 91, 92, 93, 94] qu'il existe une relation fondamentale entre la force locale de pelage f et la vitesse de pelage v au point de pelage (f est égale à la force de traction F à l'extrémité libre du ruban dans le cas idéal où l'angle de pelage est de 90° et le pelage régulier). Une représentation schématique d'une telle relation est tracée sur la figure 5.1. La forme sigmoïdale de cette courbe, qui est la conséquence de la rhéologie complexe du matériau adhésif, présente trois régions remarquables : deux stables (I et III) et une instable (II). Une justification théorique détaillée de la forme de cette courbe n'est pas pour l'instant disponible. Cependant il est connu au moins depuis Prandtl [95] qu'une telle dépendance va conduire à un comportement hystérétique de la dynamique de pelage. Une hystérésis similaire de la réponse force-vitesse est proposée pour interpréter la dynamique du phénomène de piégeage-dépiégeage des ondes de densité de charge, des réseaux de vortex dans les semiconducteurs [96, 97] ainsi que la dynamique de stick-slip des lignes de contact [98] et des frontières de domaines magnétiques [99].

Barquins et Maugis [100, 101] ont réalisé une série d'expériences à vitesse de traction V imposée. La dynamique observée avait le comportement suivant : à basse vitesse de traction, le ruban est pelé régulièrement et la dynamique est stationnaire (branche I) ; à forte vitesse de traction, la dynamique est aussi régulière mais beaucoup plus rapide (branche III) ; dans un intervalle intermédiaire de vitesse V ($V_B < V < V_D$), un phénomène de stick-slip apparaît, le pelage étant saccadé et accompagné d'émissions acoustiques caractéristiques. Dans ce régime, pour des valeurs croissante de la vitesse imposée (de V_B à V_D), le mouvement de stick-slip est d'abord quasi-périodique, puis il devient de plus en plus irrégulier. Il a été proposé que ce mouvement irrégulier correspondait à des orbites chaotiques [89]. On s'attend en fait à ce que la dynamique locale au point de pelage suive des trajectoires complexes, qui ne sont pour le moment pas résolues expérimentalement, aux alentours de la région hystérétique de la courbe $f - v$.

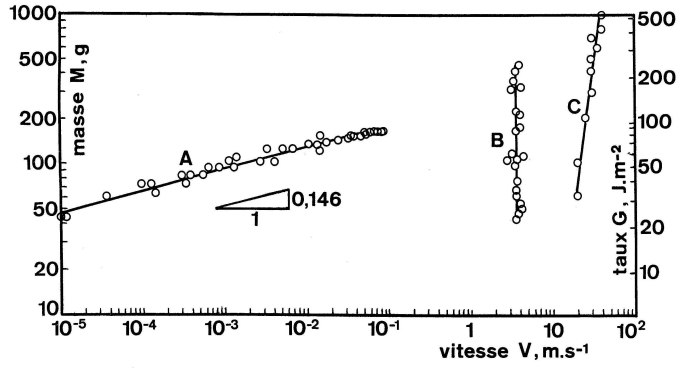


FIG. 5.2 – Masse appliquée en fonction de la vitesse moyenne de chute de la masse $\langle v \rangle$ comme rapporté dans [94].

Lorsqu'une force constante f est appliquée au point de pelage, une branche stable existe toujours pour le pelage (cf. figure 5.1). Cependant, pour une force appliquée entre F_D et F_B, il y a deux solutions stables, une sur la branche I (AB) et une autre sur la branche III (DC) (cf. figure 5.1). Alors, dans des expériences où le pelage est provoqué en appliquant une force constante F, avec l'aide d'un jeu de différentes masses que l'on attache à l'extrémité libre du ruban [94], différents régimes ont été observés pour une même masse appliquée en fonction de la manière dont l'expérience est initiée. L'expérience la plus simple consiste en l'application de la charge pour une vitesse de pelage initialement nulle. Dans ce cas, où la condition initiale de pelage est hors équilibre[1], le système rejoint, pour des charges inférieures à F_B, un régime stable et régulier de pelage qui correspond à la branche I (branche A dans la figure 5.2). Lorsqu'on force une vitesse initiale de pelage suffisament grande, il est aussi possible d'observer un régime stable et régulier correspondant à la branche III (branche C dans la figure 5.2) pour des charges supérieures à F_D. Un régime de stick-slip innatendu

[1]La condition initiale n'est pas sur une des branches stables de la courbe $f - v$.

a été observé entre les deux branches stables (AB) et (DC), pour des charges entre F_D et F_B, lorsque l'on introduit une vitesse initiale modérée au pelage. L'existence de ce régime montre la métastabilité des branches (AB) et (DC) et a été attribuée à l'inertie de la masse tombante qui ne peut pas maintenir instantanément une force constante au point de pelage. Dans ce régime, la force et la vitesse locale au point de pelage suivent des cycles dans la région (ABCD) de la figure 5.1. Expérimentalement, il a été observé que la moyenne temporelle de la vitesse de pelage $\langle v \rangle$ dans le régime de stick-slip atteignait une valeur constante qui ne dépendait pratiquement pas de la charge appliquée sur plus d'un ordre de grandeur (cf. figure 5.2). Finalement, pour des charges supérieures à la charge critique F_B (et typiquement inférieures à $3F_B$) et une vitesse initiale de pelage nulle, un régime de stick-slip spontané est observé. Les caractéristiques de ce régime de stick-slip sont totalement cohérentes avec celles du régime obtenu pour des charges plus faibles.

5.3 Le dispositif expérimental

Les résultats présentés dans ce chapitre font référence à une expérience dans laquelle un rouleau de ruban adhésif (3M Scotch® 600) est pelé en appliquant une charge constante. En pratique, on attache une masse à l'extrémité libre du ruban et on la laisse tomber par terre depuis une hauteur d'environ 1.6m, le rouleau étant monté sur une poulie qui tourne librement (cf. figure 5.3). Une poulie additionnelle sur laquelle la face non-adhésive du ruban roule est placée entre le rouleau et la masse. La distance entre cette poulie et le rouleau est de 0.8m. Le ruban adhésif et le dispositif expérimental dans son ensemble sont du même type que ceux utilisés précédemment dans [94]. Dans notre expérience, on étudie la réponse transitoire du pelage du ruban adhésif à l'application d'une charge. Plus précisément, nous avons introduit, en fonction de la masse appliquée, différentes vitesses initiales de pelage dans le but d'entrer dans un régime de stick-slip au cours de la chute de la masse.

La dynamique locale du point de pelage a été mise en image grâce une caméra rapide (Photron Ultima 1024) à des fréquences de 8000 ou 16 000 images par seconde. La caméra fournit une résolution de 1024×1024pixel^2 lorsqu'elle est utilisée à basse fréquence. Cependant, lorsque la fréquence est augmentée, la résolution est réduite. On obtient en fait des images très allongées de 512×64 (respectivement 256×32) pixel^2 à une fréquence de 8000 (respectivement 16 000) images par seconde. Cette forme allongée nous a conduit à nous focaliser sur la région du point de pelage (cf. figure 5.4). La plus grande direction de l'image a été choisie perpendiculaire à la direction de traction de la masse dans le but de maximiser la résolution du mouvement du point de pelage. On peut voir sur la figure 5.4 une image typique montrant le point de pelage, une partie du rouleau tournant et le début du ruban libre. Dans le fond de l'image, on observe des défauts de différentes tailles et formes qui sont en fait des poussières déposées sur un film transparent solidaire du rouleau. La vitesse de rotation de ces défauts est donc la même que celle du rouleau.

L'enregistrement de chaque film est synchronisé sur l'arrivée de la masse au ni-

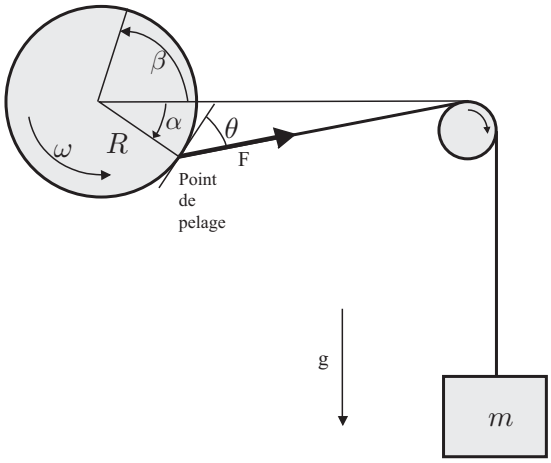


FIG. 5.3 – Dispositif expérimental et variables. Les angles α et β sont algébriques et orientés trigonométriquement. Rayon du rouleau : 5.85cm$> 2R >$ 3.65cm, largeur du rouleau et du ruban : 1.95cm, épaisseur du ruban : 50μm.

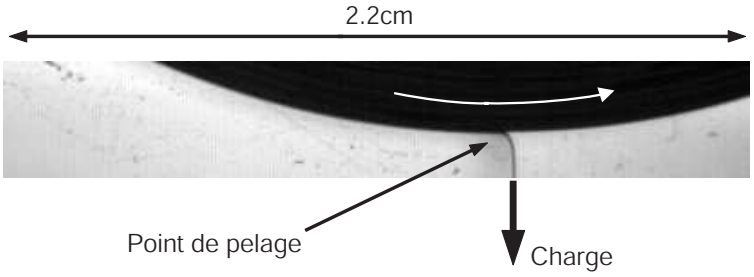


FIG. 5.4 – Image de la région près du point de pelage (512×64 pixel^2).

veau du sol grâce à un interrupteur mécanique qui génère un signal électrique de déclenchement lorsque la masse le heurte. La caméra fonctionne en mode “trigger end”, c’est-à-dire qu’elle acquière des images continûment jusqu’à la reception d’un signal de déclenchement. En conséquence, dans nos films, la dernière image correspond au moment où la masse touche le sol.

5.4 Description mathématique du problème

La relation entre la mécanique de la fracture et le phénomène de pelage a été initiée par Kendall [102] qui a relié la force F appliquée au point de pelage au taux

de restitution de l'énergie élastique[2] G :

$$G = \frac{F}{b}(1 - \cos\theta) + \frac{1}{2Yh}\left(\frac{F}{b}\right)^2 \tag{5.1}$$

où b est la largeur du ruban, h son épaisseur et Y son module d'Young. Dans cette relation, le premier terme est associé au travail de la force appliquée alors que le terme quadratique est associé à l'énergie élastique de déformation du ruban libéré par le pelage. L'équation de Kendall, qui dérive de la conservation de l'énergie, a été confirmée par de nombreuses expériences. Pour des angles de pelage θ supérieurs à 30° ce qui est vérifié en général dans la géométrie de notre système, l'équation 5.1 se réduit simplement à :

$$G = \frac{F}{b}(1 - \cos\theta). \tag{5.2}$$

On peut alors écrire une sorte d'équation d'état pour le pelage selon $G(F, \theta) = f(v)/b$ où $f(v)$ est la fonction caractéristique du système présentée sur la figure 5.1 et appelée ***force d'adhésion***. On réécrit cette équation sous la forme suivante :

$$F(1 - \cos\theta) = f(v). \tag{5.3}$$

On s'attend à ce que cette équation décrive bien la relation entre la force de traction au point de pelage et la vitesse de pelage v pour des évolutions raisonnablement lentes des variables relativement aux temps de réponses du système.

Comme nous l'avons déjà dit plus tôt, il n'existe actuellement aucun modèle microscopique pour décrire l'évolution de la force d'adhésion $f(v)$ avec la vitesse du point de pelage. C'est pourtant cette relation qui permettrait de donner une vraie interprétation physique au phénomène de pelage. Ainsi, lors de la modélisation théorique de la dynamique de pelage d'un rouleau de ruban adhésif, on se restreint en général à une description macroscopique dans laquelle on décrit le système par un système d'équations dynamiques. Dans le cas d'une condition aux limites de pelage à vitesse imposée constante V, on a le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} F(1 - \cos\theta) = f(v) \\ I\dot{\omega} = FR\cos\theta \\ \dot{F} = k\left[R\dot{\theta}\cos\theta - (v - V)\right] \\ R\dot{\theta} = v - R\omega \end{cases} \tag{5.4}$$

où k est la raideur de la portion libre du ruban et $f(v)$ a le comportement présenté sur la figure 5.1. Dans ce système d'équations, la première est l'équation d'état présentée plus tôt, la deuxième résulte de l'application du théorème du moment cinétique au rouleau de ruban adhésif. La troisième équation prend en compte l'élasticité du ruban libre et la dernière est une relation cinématique.

[2] On rappelle que le taux de restitution de l'énergie correspond à la variation d'énergie mécanique (potentielle et élastique) par unité de longueur d'avancement du front de fissure.

La résolution numérique de ce type de système d'équations a poussé certains auteurs à affirmer l'existence d'orbite chaotique dans le régime de stick-slip du pelage [89]. Le stick-slip serait alors un phénomène chaotique déterministe et le problème serait complètement résolu. Cependant, ces résultats ont été obtenu en imposant artificiellement des sauts de vitesse v entre les branches lente et rapide de la courbe $f-v$. Il faut de plus rappeler que la relation $F(1-\cos\theta) = f(v)$ est vraie a priori uniquement dans des conditions stationnaires de pelage. Sa pertinence dans des régimes très dynamiques est loin d'être validée [88, 90]. Ainsi, le chaos déterministe proposé semble être artificiel. Plus récemment, de nouveaux travaux numériques prenant en compte dans le système d'équation, l'énergie cinétique du ruban libre, semblent permettre l'apparition de sauts de vitesse v comme une conséquence naturelle de la dynamique [92, 93]. Cependant, de manière générale, de telles résolutions numériques semblent encore beaucoup trop mal maîtrisées pour pouvoir bien reproduire la dynamique effectivement observée expérimentalement.

5.5 L'extraction de la dynamique de pelage à partir des films

Les films enregistrés permettent d'avoir accès à la position curviligne du point de pelage, $\ell_\alpha = R\,\alpha$, ainsi qu'à la position curviligne du rouleau, $\ell_\beta = R\,\beta$, dans le référentiel du laboratoire en fonction du temps (α mesure la position angulaire du point de pelage, β la rotation du rouleau et R est le rayon[3] du rouleau (cf. figure 5.3)). Une fois connue la position du point de pelage et la rotation du rouleau dans le référentiel du laboratoire, il devient aisé de calculer la position curviligne du point de pelage, $\ell_\gamma = \ell_\alpha - \ell_\beta$, dans le référentiel tournant du rouleau ainsi que la position angulaire correspondante $\gamma = \alpha - \beta$.

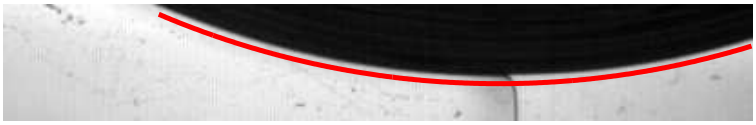


FIG. 5.5 – Image de la région près du point de pelage (identique à celle de la figure 5.4) et la ligne de pixels extraite à partir de la forme circulaire du rouleau.

Pour accéder à ℓ_α et ℓ_β en fonction du temps, nous avons extrait sur chaque image des films les valeurs en niveau de gris des pixels situés sur un arc de cercle (ligne pleine sur la figure 5.5) qui suit la forme circulaire de la surface du rouleau à une distance de quelques pixels de cette surface. On peut ainsi créer pour chaque pas de temps des films une ligne de pixels grâce à ces valeurs. Cette ligne de pixel est plus sombre dans une zone qui correspond à l'intersection avec le ruban pelée. La position

[3] R est évidemment une fonction du temps lors d'une expérience de pelage. C'est pourquoi avant chaque expérience nous avons mesuré R. Durant une expérience, nous avons négligé les variations de R qui sont inférieures à 3%.

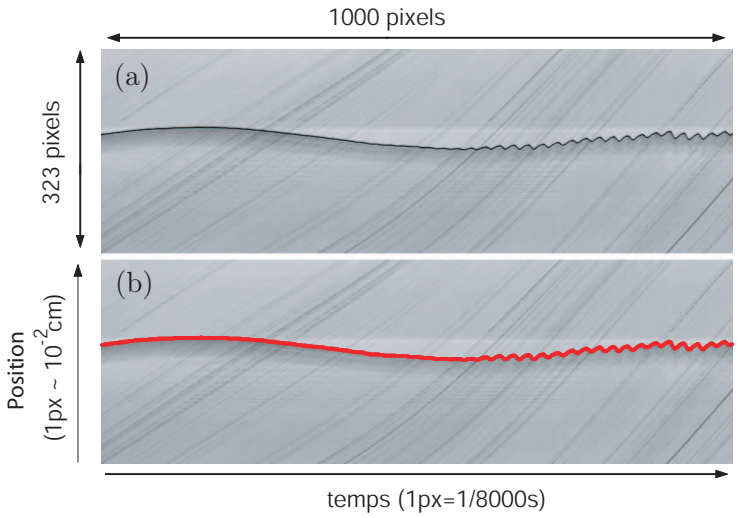


FIG. 5.6 – (a) Image spatiotemporelle de la région du point de pelage, (b) même image avec en surimpression le signal de position extrait.

en pixel de cette zone donne, avec une correction angulaire analytique[4], la position angulaire du ruban pelé près du point de pelage. On construit alors une image en accolant côte à côte de telles lignes de pixels pour chaque pas de temps. Cela conduit à une représentation spatiotemporelle de la position du point de pelage comme on peut le voir sur la figure 5.6(a). Dans une telle image, on peut extraire la position en pixels du point de pelage à chaque pas de temps (cf. figure 5.6(b)) et ainsi avoir accès à la courbe, totalement résolue en temps, de la position du point de pelage dans le référentiel du laboratoire. Nous réalisons cela en calculant la corrélation entre le profil typique en niveau de gris autour du point de pelage et chaque ligne de pixels. Nous avons utilisé l'information contenue dans les niveaux de gris pour obtenir une précision en dessous du pixel sur ℓ_α.

Les lignes inclinées sombres, que l'on peut observer dans le fond de la figure 5.6, correspondent au mouvement des défauts déposés sur le film solidaire du rouleau. Leur pente locale représente la vitesse de rotation du rouleau à un instant donné. Pour accéder au mouvement du rouleau, nous avons construit une technique de corrélation d'image qui utilise ces lignes sombres. Pour améliorer la résolution spatiale de la technique de corrélation, nous avons à nouveau utilisé l'information contenue dans les niveaux de gris pour obtenir une précision en dessous du pixel. De cette manière, nous sommes capable d'accéder à la vitesse $\dot{\ell}_\beta$ de rotation du rouleau avec une excellente précision. A partir du signal de vitesse, on peut aisément calculer la positon du rouleau ℓ_β par intégration numérique. Un test de cohérence est réalisé en comparant la position ℓ_β obtenue avec la longueur réelle du ruban pelé lorsque la masse rejoint

[4]La position angulaire ℓ_α est reliée à la position en pixel n_{px} dans la ligne de pixels extraite comme suit : $\ell_\alpha = R \arcsin\left(\frac{n_{\text{px}} - n^o_{\text{px}}}{R}\right)$ où n^o_{px} est la position de l'axe du rouleau.

le sol.

5.6 Dépendance de la dynamique du point de pelage avec la charge appliquée et la vitesse initiale

Dans notre expérience, lorsqu'on applique une charge à l'extrémité du ruban avec une vitesse de pelage initialement nulle, le pelage est régulier pour des masses appliquées inférieures à une masse critique, $m_B = (235 \pm 5)$g qui dépend légèrement de l'échantillon. Le système rejoint en fait rapidement un régime stationnaire correspondant à un point d'équilibre dans la région I de la figure 5.1. La masse critique correspond à la charge critique F_B. Dans ce régime, la vitesse de chute de la masse, qui est égale à la vitesse moyenne de rotation du rouleau $\langle \dot{\ell}_\beta \rangle$, apparaît comme constante pendant la chute et croît avec la masse appliquée (pour $m < m_B$) jusqu'à une valeur limite de $v_c = (0.20 \pm 0.03)$m.s^{-1}. Lorsque m devient plus grand que m_B, un régime de stick-slip apparaît spontanément durant la chute, accompagné d'émissions acoustiques caractéristiques. Parallèlement, la vitesse moyenne de chute de la masse acquiert des valeurs nettement plus grandes. La condition initiale de ces expériences est hors équilibre puisque sur la partie extrême gauche de l'axe des v loin de la courbe $f - v$ de la figure 5.1. Comme cela a été mentionné dans la section 5.2, il est aussi possible de déclencher une dynamique de stick-slip pour $m < m_B$ en introduisant manuellement une vitesse initiale suffisante au pelage.

Dans la section suivante, nous allons présenter une analyse de la dynamique transitoire du pelage dans les deux cas où le phénomène de stick-slip a été entendu : $m < m_B$ avec une vitesse initiale (régime ***déclenché***) et $m > m_B$ sans vitesse initiale (régime ***spontané***).

5.7 La dynamique de rotation du rouleau

5.7.1 Dans le régime déclenché

Sur la figure 5.7(a), on présente la vitesse de rotation $\dot{\ell}_\beta$ du rouleau en fonction du temps pour une expérience typique réalisée avec $m = 170$g$< m_B$ dans le cas où le stick-slip a été déclenché manuellement. On note d'abord une forte accélération initiale, avec $\dot{\ell}_\beta$ allant de zéro à 1m.s^{-1}, qui correspond au forçage manuel externe. Ensuite, on remarque une oscillation de la vitesse de rotation à une fréquence d'environ (9.8 ± 0.1)Hz et une amplitude de (0.50 ± 0.05)m.s^{-1}. L'amplitude de ces oscillations est grande. Sur la figure 5.7(b), on présente l'accélération correspondante du rouleau $\ddot{\ell}_\beta$. On voit que l'accélération oscille avec le temps entre (-11 ± 2)m.s^{-2} et (21 ± 2)m.s^{-2}. L'accélération oscille autour d'une valeur non-nulle (accélération moyenne sur une oscillation) d'environ 0.74m.s^{-2} sur l'ensemble de la chute de la masse. Cela conduit à une augmentation de la vitesse moyenne de rotation de 1.15m.s^{-1} à 1.65m.s^{-1}. Cette augmentation est reliée à une accélération de la vitesse moyenne de pelage $\langle v \rangle$ lors de la chute de la masse (cf. section 5.8.2).

Nous verrons dans la section suivante que le stick-slip entendu durant la chute de la masse a complètement disparu à la fin de la chute et n'est en conséquence qu'un phénomène transitoire.

Pour des masses appliquées de plus en plus grandes, on observe que l'amplitude des oscillations de vitesse et d'accélération diminue alors que l'accélération moyenne est de plus en plus grande ($m = 195$g$< m_B$ dans les figures 5.7(c) et (d)).

5.7.2 Dans le régime spontané

Sur la figure 5.7(e), on présente la vitesse de rotation $\dot{\ell}_\beta$ du rouleau en fonction du temps pour une expérience typique réalisée avec $m = 245$g$> m_B$ dans le cas où le stick-slip est spontané. De la même façon que dans le cas déclenché, on observe une oscillation de la vitesse de rotation à une fréquence d'environ (8.5 ± 0.1)Hz. L'amplitude de cette oscillation est cependant beaucoup plus faible que dans le cas déclenché : (0.015 ± 0.005)m.s^{-1}. De plus, comme on peut le voir sur la figure 5.7(f), l'accélération moyenne sur une oscillation du rouleau est plus grande et augmente graduellement de 1m.s^{-2} à 4m.s^{-2} au cours de la chute de la masse. Cette accélération moyenne non-nulle résulte en une importante augmentation de la vitesse moyenne de zéro à environ 3.5m.s^{-1}. Comme dans le cas déclenché, le stick-slip se révèle être seulement un phénomène transitoire dans ces conditions (cf. section 5.8.1).

Nous devons ici souligner que l'accélération observée, aussi bien dans le cas déclenché que dans le cas spontané, n'est pas cohérente avec l'observation d'une vitesse constante dans le régime de stick-slip contrôlé en force comme cela a été reportée dans [94].

5.7.3 Les oscillations de la vitesse de rotation

L'origine des oscillations de vitesse peut être comprise comme la conséquence de l'interaction entre l'inertie du rouleau et le moment appliqué à celui-ci par la force de pelage. Puisque les oscillations existent même lorsqu'il n'y a pas de stick-slip, il ne semble pas nécessaire de prendre en compte les variations de la force de pelage due au stick-slip pour expliquer les oscillations. En revanche, il est important de prendre en compte l'accélération a de la masse en chute qui réduit la force de traction appliquée sur le point de pelage : $F = m(g - a)$. Puisque la longueur du ruban pelé est longue devant le rayon du rouleau, nous supposons que la direction de la force de traction est horizontale (i.e. $\theta \simeq \pi/2 + \alpha$). L'équation pour le mouvement du rouleau devient alors :

$$I\ddot{\beta} = -m(g - a)R\sin\alpha \tag{5.5}$$

où I est le moment d'inertie du rouleau. Dans cette équation, puisque l'accélération a évolue très lentement dans le temps, nous allons la considérer comme un paramètre momentanément constant et l'estimer via : $a = \langle\ddot{\ell}_\gamma\rangle_T$, où T est la période des oscillations. Si nous négligeons ensuite le mouvement relatif du point de pelage par rapport au rouleau (qui est rapide par rapport à la vitesse des oscillations), on peut

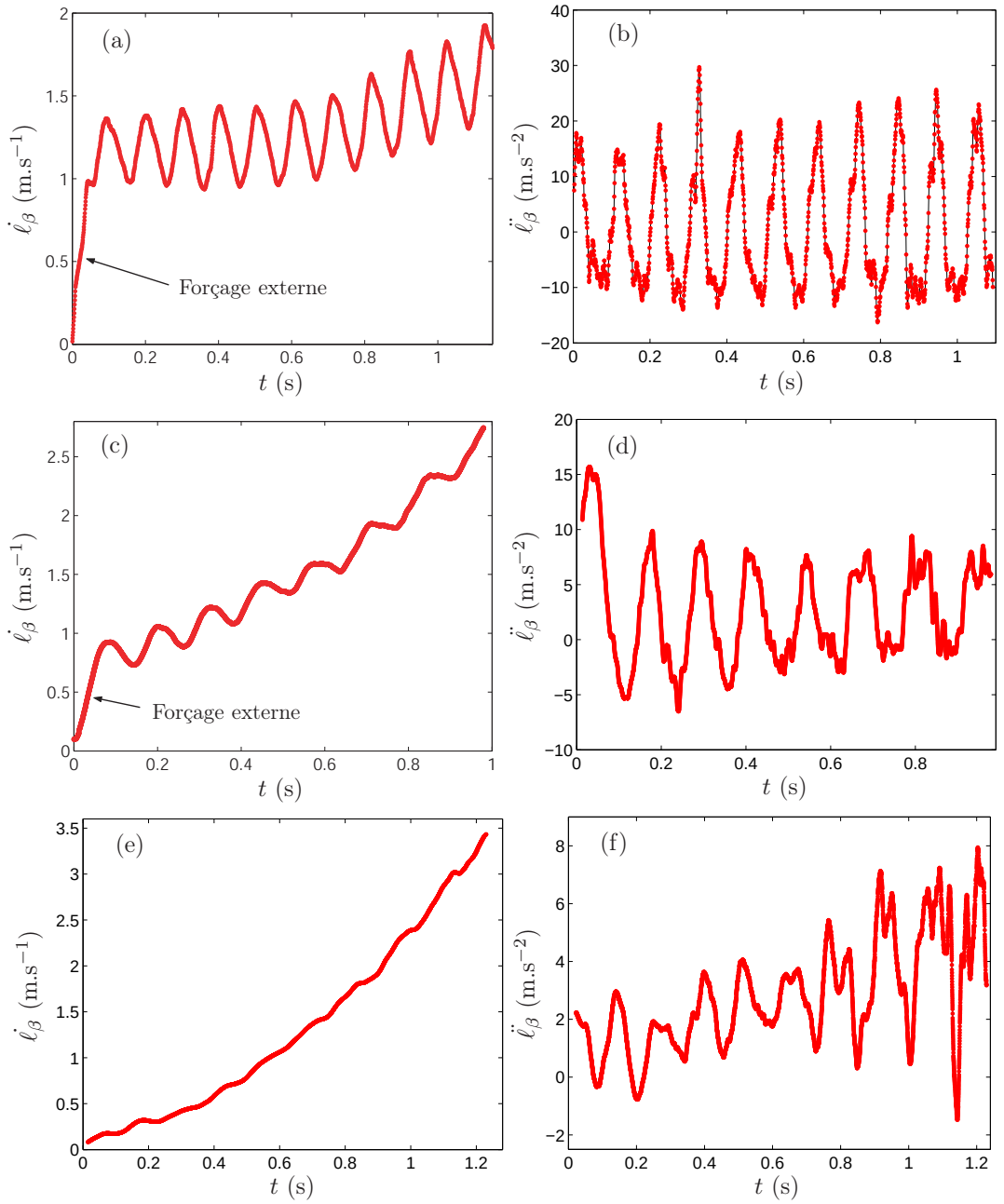


FIG. 5.7 – (a), (c) et (e), vitesse de rotation $\dot{\ell}_\beta$, (b), (d) et (f), accélération correspondante (respectivement à (a), (c) et (e)) $\ddot{\ell}_\beta$ en fonction du temps. Les courbes (a), (b), (c) et (d) correspondent à un pelage stick-slip déclenché réalisé avec $m = 170$g (courbes (a) et (b)) et avec $m = 195$g (courbes (c) et (d)). Les courbes (e) et (f) correspondent à un pelage stick-slip spontané réalisé avec $m = 245$g.

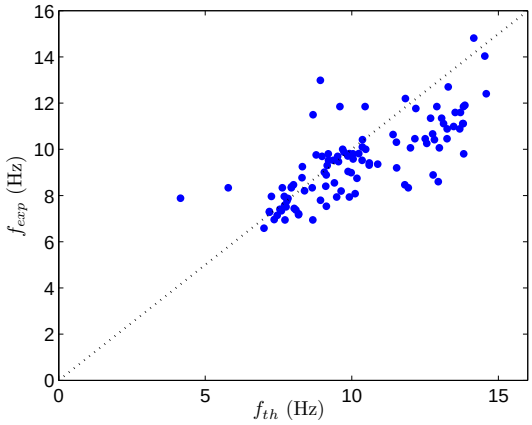


FIG. 5.8 – Fréquence d'oscillation expérimentale en fonction de la prédiction théorique (cf. equation 5.6) qui prend en compte l'accélération de la masse. Les données correspondent à différentes masses appliquées $m = 170, 195, 245, 265$g, différents rayons 5.60cm$> R >$ 3.60cm ainsi que différents moments au cours de la chute de la masse.

écrire que $\gamma = \alpha - \beta = 0$. En considérant uniquement des valeurs faibles de α, la pulsation des oscillations du rouleau est alors :

$$\omega = \sqrt{\frac{m(g - \langle \ddot{\ell}_\gamma \rangle_T)R}{I}}. \tag{5.6}$$

Sur la figure 5.8, on trace la fréquence d'oscillation expérimentale en fonction de la prédiction théorique $f_{th} = \omega/2\pi$. On observe qu'il existe un accord quantitatif raisonnable entre ces deux fréquences qui confirme la pertinence de l'équation 5.6 bien que de nombreuses approximations aient été utilisées. La prise en compte du mouvement du point de pelage conduirait à des corrections sur la fréquence prédite typiquement plus petites que la dispersion expérimentale des données.

5.8 La dynamique du point de pelage

5.8.1 Dans le référentiel du laboratoire

L'objectif principal de l'étude ici présentée est d'explorer la dynamique rapide de stick-slip du point de pelage et d'accéder à des grandeurs qui étaient jusqu'à présent obtenues de manière indirecte à partir de mesures d'émissions acoustiques et photoniques. Ainsi, nous allons dans cette partie focaliser notre attention sur le mouvement du point de pelage durant le régime de stick-slip.

Dans le régime déclenché

Sur la figure 5.9, on présente une image spatiotemporelle complète de la région du point de pelage, construite conformément au procédé exposé dans la section 5.5, pour

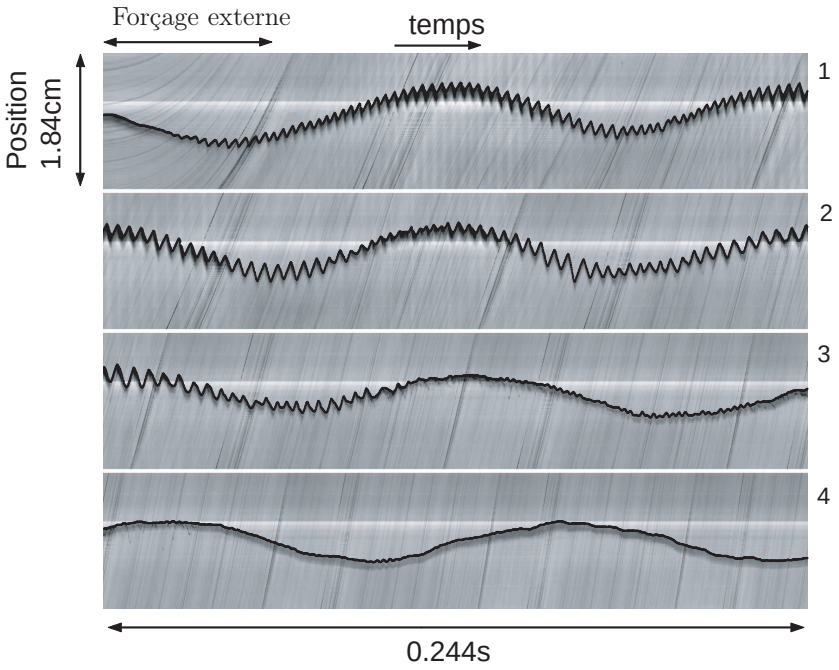


FIG. 5.9 – Image spatiotemporelle de la région du point de pelage pour une expérience avec $m = 195\text{g} < m_B$ typique du cas où le stick-slip est déclenché. La position extraite du point de pelage a été superposée en noir.

une expérience avec $m = 195\text{g} < m_B$ typique du cas où le stick-slip est déclenché.

Cette image spatiotemporelle contient une grande quantité d'information. On note d'abord qu'il y a des oscillations à basse fréquence de la position du point de pelage. La fréquence de ces oscillations est la même que celle observée pour la vitesse de rotation du rouleau. Cette corrélation était attendue puisque le moment sur le rouleau resultant de la force de traction F dépend de l'angle α, et donc de la position du point de pelage dans le référentiel du laboratoire. Pendant la phase initiale du pelage, on note l'importante courbure des lignes noires dans le fond de l'image. Celle-ci correspond à la forte accélération initiale due au forçage externe. Le stick-slip commence en fait à se développer au cours de cette phase forcée. Ensuite, pendant le régime libre de pelage, son amplitude croît au cours du temps. Cependant, plus tard pendant l'expérience, l'amplitude de stick-slip décroît jusqu'à une disparition complète du mouvement de stick-slip. Cette évolution de la dynamique de pelage intervient alors que la vitesse moyenne de pelage augmente progressivement. La possibilité que le système tende à rejoindre un état d'équilibre dynamique sur la branche III de la figure 5.1 reste une question en suspens.

Sur la figure 5.10, on montre une partie du signal de position du point de pelage extrait de l'image spatiotemporelle précédente. Les phases de stick (respectivement de slip) correspondent à une augmentation (respectivement une diminution) de ℓ_α. Grâce à un tel signal, nous avons été capable d'étudier l'évolution de l'amplitude du

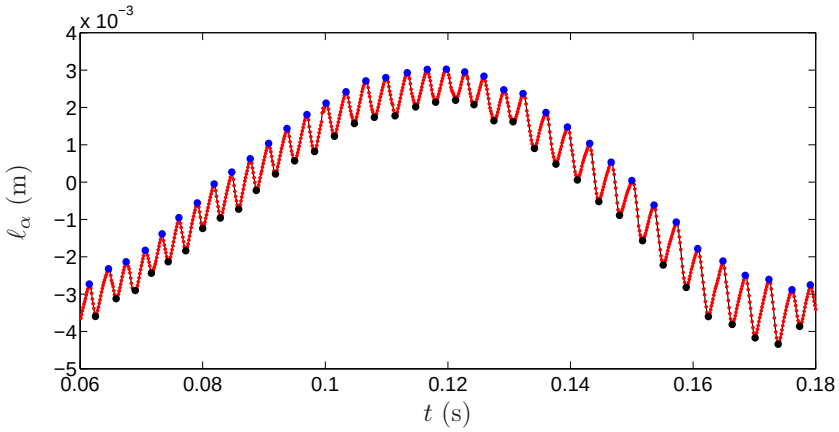


FIG. 5.10 – Position du point de pelage dans le référentiel du laboratoire ℓ_α en fonction du temps pour une expérience avec $m = 195$g dans laquelle le stick-slip a été déclenché.

stick-slip, et de la durée et des vitesses de stick et de slip en fonction du temps. On note la très bonne résolution temporelle et spatiale de la position $\ell_\alpha(t)$.

Dans le régime spontané

Sur la figure 5.11, on présente une image spatiotemporelle complète de la région du point de pelage pour une expérience avec $m = 245\text{g} > m_B$ typique du cas où le stick-slip est spontané.

Comme dans le paragraphe précédent, on observe des oscillations à basses fréquences de la position du point de pelage, mais d'une amplitude plus faible. Ce dernier point correspond bien à la décroissance de l'amplitude des oscillations de rotation du rouleau avec la masse appliquée m qui a été constatée dans la section précédente. Le phénomène de stick-slip n'est pas présent initialement au début de l'expérience. Il commence à se développer et croître après un certain temps avant de décroître en amplitude jusqu'à une complète disparition. Une partie du signal de position du point de pelage est présentée sur la figure 5.12.

Pour conclure ce paragraphe, il est important de souligner que le régime de stick-slip du pelage contrôlé en force apparaît, dans nos expériences, être seulement un phénomène transitoire. Ce comportement transitoire est clairement corrélé à l'acroissement de la vitesse moyenne de pelage qui est observé pendant la chute de la masse. Il est possible que la vitesse de pelage tende à rejoindre une valeur élevée sur la branche III de la figure 5.1. Cela n'a pourtant pas pu être vérifié avec le dispositif expérimental actuel. Ces résultats sont en contradiction forte avec l'existence d'une branche stable de stick-slip avec une vitesse moyenne de pelage constante comme cela avait été suggéré dans [94]. Cette inconsistance n'est pour l'instant pas comprise et peut être due à une différence sur les moments d'inertie des rouleaux utilisés. Nous pouvons cependant mettre en avant que dans [94] la présence de stick-slip dans les

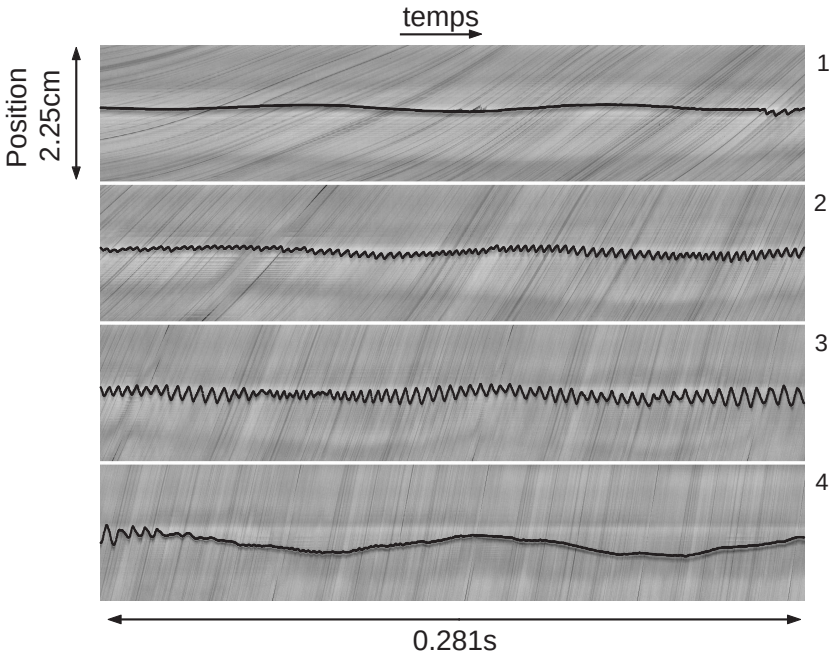


FIG. 5.11 – Image spatiotemporelle de la région du point de pelage pour une expérience avec $m = 245\text{g} > m_B$ typique du cas où le stick-slip est spontané. La position extraite du point de pelage a été superposée en noir.

expériences correspondant à la branche B de la figure 5.2 était seulement intuitée à partir de l'existence d'émissions acoustiques, entendues par l'expérimentateur mais qui n'ont cependant pas été enregistrées. En revanche, les expériences que nous présentons permettent d'avoir un accès direct au mouvement du point de pelage ainsi qu'à une résolution très claire de l'apparition et de la disparition du mouvement de stick-slip.

5.8.2 Dans le référentiel du rouleau

Dans les sections 5.7 et 5.8.1, nous avons extrait la position du point de pelage ℓ_α et la position du rouleau ℓ_β dans le référentiel du laboratoire. Nous sommes donc à présent capable de déterminer la position du point de pelage dans le référentiel du rouleau $\ell_\gamma = \ell_\alpha - \ell_\beta$ qui constitue la variable fondamentale dans ce problème.

Dans le régime déclenché

Sur les figures 5.13(a) et (b), on présente un exemple de position et la vitesse correspondante du point de pelage dans le référentiel tournant du rouleau dans le cas où le stick-slip est déclenché. On remarque la croissance rapide de la vitesse initiale qui est le résultat du forçage extérieur nécessaire au déclenchement du stick-slip. On note aussi que les oscillations à basses fréquences observées sur la vitesse du

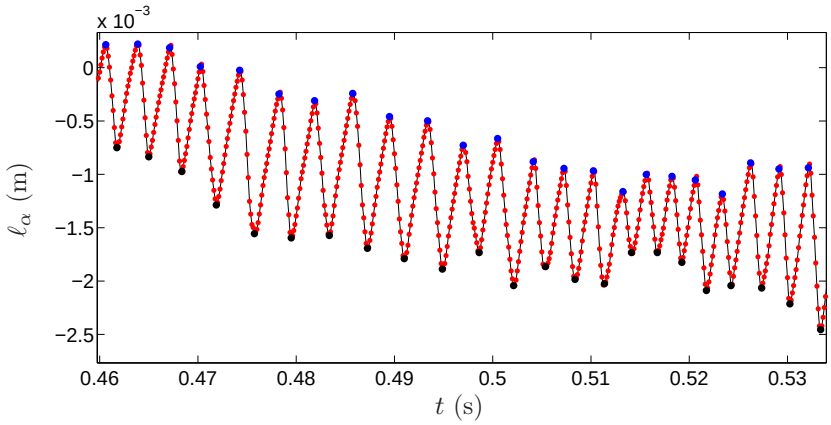


FIG. 5.12 – Position du point de pelage dans le référentiel du laboratoire ℓ_α en fonction du temps pour une expérience avec $m = 245$g dans laquelle le stick-slip est spontané.

rouleau ont presque complètement disparues sur la vitesse du point de pelage dans le référentiel du rouleau (cf. figure 5.13(b)).

Dans le régime spontané

Sur les figures 5.13(c) et (d), on présente la position et la vitesse correspondante du point de pelage dans le référentiel du rouleau dans le cas où le stick-slip est spontané. Contrairement au cas déclenché, la vitesse croît lentement à partir de zéro. En revanche, de manière similaire, les oscillations observées dans le référentiel du laboratoire ont presque complètement disparues dans le référentiel du rouleau.

5.8.3 Evolution qualitative de la dynamique du point de pelage

Sur la figure 5.14, on peut voir la position du point de pelage dans le référentiel du laboratoire ℓ_α (cf. figure 5.14(a)), ainsi que dans le référentiel du rouleau $|\ell_\gamma|$ (cf. figure 5.14(b)) à différents moments d'une même expérience de pelage stick-slip spontané réalisée avec $m = 245$g. Ces figures illustrent les changements qualitatifs dans les caractéristiques du stick-slip au cours d'une expérience. Ainsi, alors que la vitesse moyenne de pelage augmente progressivement, l'amplitude et la durée du stick-slip croissent assez doucement avec le temps (courbes 1 à 5) avant de décroître assez rapidement (courbes 5 à 7). On voit aussi que la forme des cycles de stick-slip évolue. Une étude plus quantitative de l'évolution de l'amplitude et de la durée en fonction de la vitesse moyenne de pelage est présentée dans la section 5.9.

Sur la figure 5.14(b), on voit que les transitions entre les phases de stick et de slip sont plus ou moins abruptes selon la vitesse de pelage. En fait, la transition est douce lorsque le stick-slip vient juste de démarrer aux faibles vitesses ou est proche de disparaître aux grandes vitesses. Dans la région intermédiaire de vitesse de pelage, les transitions entre stick et slip deviennent beaucoup plus aiguës. On note aussi que

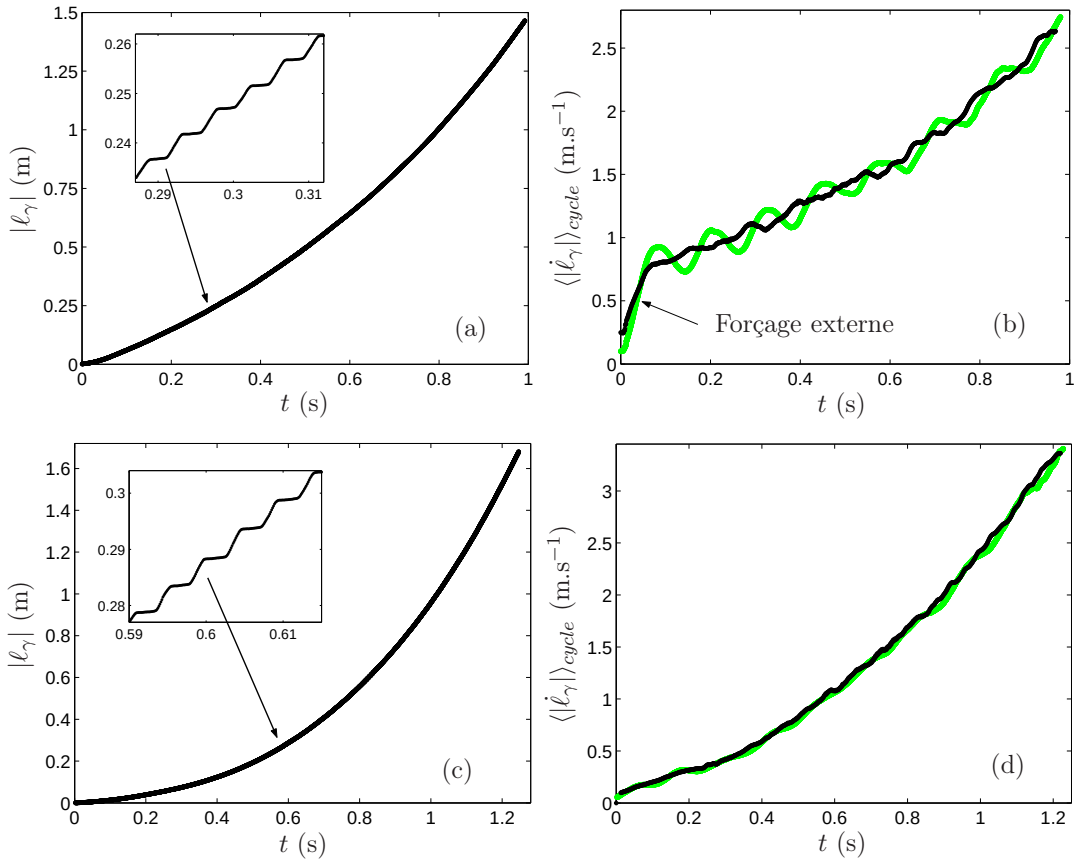


FIG. 5.13 – (a) et (c) : valeur absolue de la position du point de pelage dans le référentiel du rouleau ℓ_γ en fonction du temps. Les figures insérées sont des vues rapprochées de ces courbes dans une zone où le stick-slip est observé. (b) et (d) : vitesse moyenne du point de pelage $\langle|\dot{\ell}_\gamma|\rangle_{cycle}$ correspondante (respectivement à (a) et (c)) moyennée sur un cycle de stick-slip en fonction du temps. Les courbes en gris clair (vert) correspondent à la vitesse de rotation du rouleau dans le référentiel du laboratoire $\dot{\ell}_\beta$. Les courbes (a) et (b) correspondent à une expérience réalisée avec $m = 195$g où le stick-slip est déclenché. Les courbes (c) et (d) correspondent à une expérience réalisée avec $m = 245$g où le stick-slip est spontané.

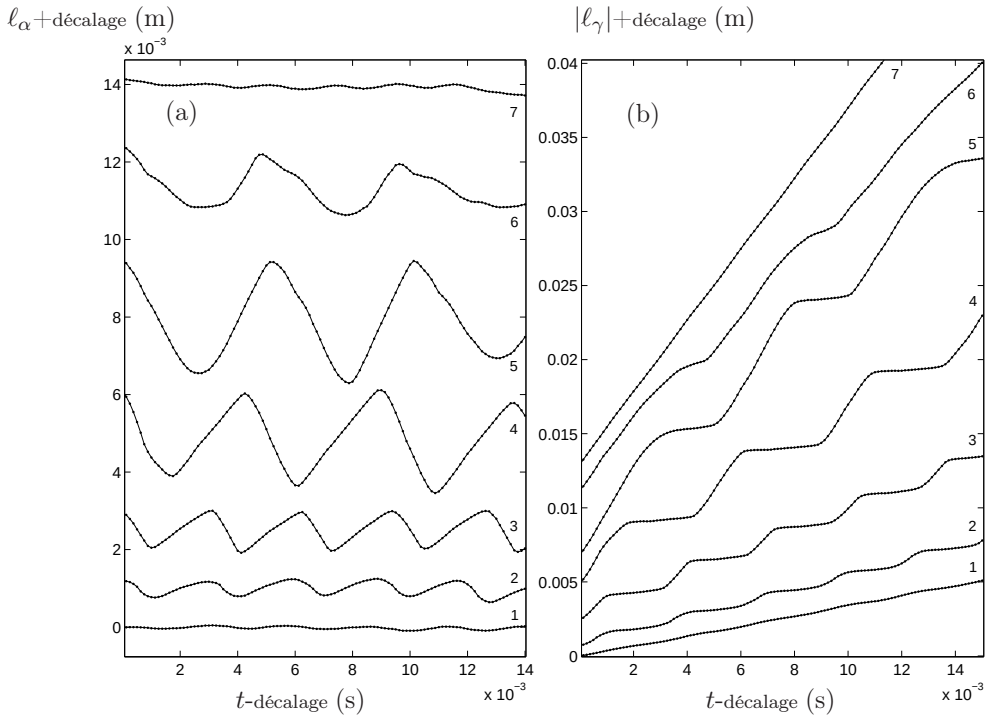


FIG. 5.14 – (a) Position du point de pelage dans référentiel du laboratoire à différents moments (le temps est croissant avec la numérotation) pour une expérience de stick-slip spontané réalisée avec $m = 245$g. (b) Mêmes données dans le référentiel du rouleau.

la transition du slip vers le stick tend à être plus douce que celle du stick vers le slip lorsque le stick-slip est sur le point de disparaître.

5.9 Les propriétés moyennes du stick-slip en fonction de la vitesse moyenne de pelage

Dans cette section, on présente des données extraites des deux expériences réalisées avec $m = 195$ et 245g déjà présentées plus tôt. Cependant, le comportement qui va être mis en évidence est reproductible d'une expérience à l'autre pour des conditions expérimentales similaires.

5.9.1 Vitesses de stick et de slip

Dans le régime spontané

A partir du signal de position du point de pelage dans le référentiel du rouleau, on calcule sa vitesse instantanée que l'on a tracé en fonction du temps (points noirs) sur la figure 5.15(a). On observe des fluctuations importantes de la vitesse qui sont en fait la signature du phénomène de stick-slip. On extrait à partir du signal de vitesse instantanée la vitesse pendant les phases de stick et de slip, moyennée sur quelques cycles de stick-slip (cf. figures 5.15(a) et (b)). Le mouvement de stick-slip démarre à une vitesse moyenne de pelage d'environ 0.25m.s^{-1} avec des vitesses de stick et de slip qui commencent à s'écarter de la vitesse moyenne du pelage. Cette valeur de vitesse correspond bien à la vitesse maximum atteignable dans les expériences où on observe un régime de pelage régulier et stable : $(0.20 \pm 0.03)\text{m.s}^{-1}$. Ensuite, lorsque la vitesse moyenne augmente, la vitesse de stick reste approximativement stable avec une valeur évoluant aux alentours de $0.2 - 0.3\text{m.s}^{-1}$. Il est important de noter que la vitesse moyenne de stick reste proche de la valeur de la vitesse de pelage juste avant la transition vers le stick-slip. D'une manière opposée, la vitesse de slip croît graduellement depuis 0.25m.s^{-1} jusqu'à 2.6m.s^{-1}. Les fluctuations observées sur la vitesse de slip et dans une moindre mesure sur la vitesse de stick sont corrélées aux oscillations à basses fréquences de la position moyenne du point de pelage. Cela montre qu'il y a une dépendance des propriétés du stick-slip avec l'angle α. Le stick-slip voit son amplitude commencer à diminuer pour une vitesse de pelage moyenne d'environ 1.8m.s^{-1} et disparaît finalement totalement pour une vitesse moyenne de pelage de 2.6m.s^{-1}.

Dans le régime déclenché

Dans le cas déclenché, le forçage extérieur amène la vitesse moyenne de pelage vers une valeur proche de 0.8m.s^{-1}. Le mouvement de stick-slip est initié durant la phase de forçage. Pour des vitesses moyennes plus grande que 0.8m.s^{-1}, les vitesses de stick et de slip restent assez stables malgré quelques fluctuations, jusqu'à ce que le stick-slip réduise son amplitude et disparaisse finalement (cf. figures 5.15(c) et

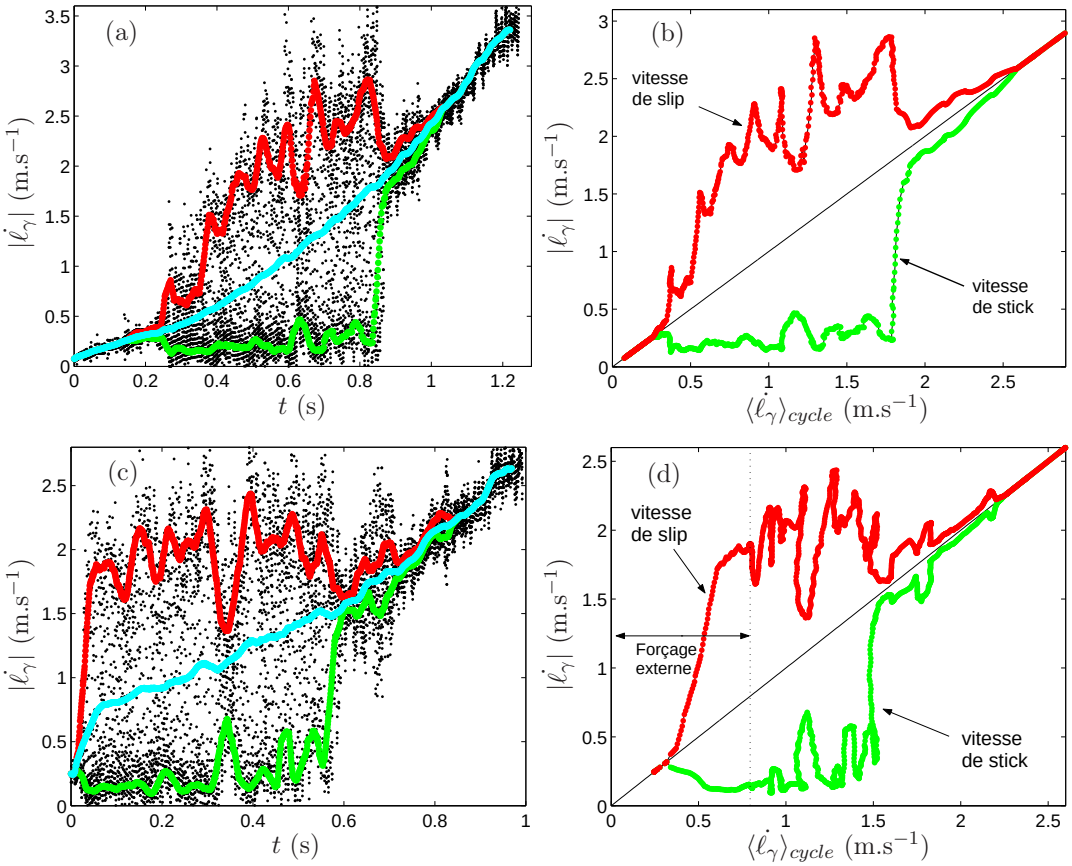


FIG. 5.15 – (a) et (c) vitesse de pelage instantanée $|\dot{\ell_\gamma}|$ (points noirs), vitesse moyenne de pelage $\langle\dot{\ell_\gamma}\rangle_{cycle}$ (courbe du centre), vitesse moyenne de stick (courbe du bas) et de slip (courbe du haut) en fonction du temps. (b) et (d) vitesses moyennes de stick et de slip correspondantes (respectivement à (a) et (c)) en fonction de la vitesse moyenne de pelage. Les courbes (a) et (b) correspondent à une expérience de stick-slip spontané réalisée avec $m = 245$g. Les courbes (c) et (d) correspondent à une expérience de stick-slip déclenché réalisée avec $m = 195$g.

(d)). En comparant les figures 5.15(b) et 5.15(d), on peut voir des comportements relativement similaires pour des valeurs comparables de la vitesse moyenne de pelage.

5.9.2 Période et amplitude du stick-slip

Sur la figure 5.16, on représente l'évolution de la période et de l'amplitude d'un cycle de stick-slip en fonction de la vitesse moyenne de pelage pour une expérience typique de stick-slip spontané. On observe que la période évolue entre 2 et 5ms et que l'amplitude évolue entre 0 et 2mm. La période et l'amplitude croissent toutes les deux avec la vitesse de pelage jusqu'à ce qu'une vitesse de pelage d'environ 1.8m.s^{-1} soit atteinte. Au-delà, une forte réduction de l'amplitude (jusqu'à annulation) est associée à une réduction de la durée du stick-slip.

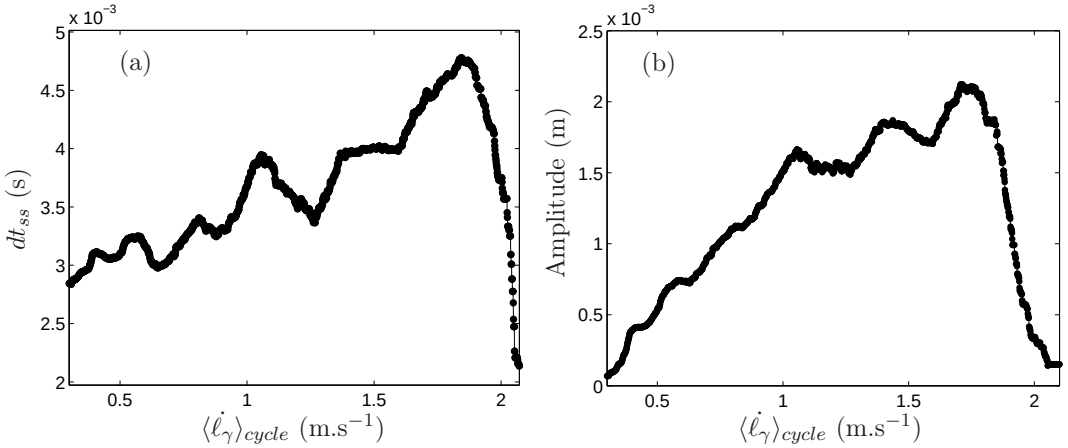


FIG. 5.16 – (a) Durée d'un cycle de stick-slip et (b) amplitude (dans le référentiel du laboratoire) en fonction de la vitesse moyenne de pelage pour une expérience de stick-slip spontané réalisée avec $m = 245$g.

5.9.3 Durées relatives du stick et du slip

Un autre paramètre important du stick-slip est la durée relative des phases de stick et de slip qui évolue avec la vitesse moyenne de pelage. Sur la figure 5.17, on représente la fraction de temps au cours d'un cycle de stick-slip passée dans la phase de stick et dans la phase de slip. Remarquablement, il n'y a jamais plus d'un facteur 2 entre les durées du stick et du slip. Cette observation met de côté les modèles où la durée du slip était supposée beaucoup plus petite que celle du stick. De manière encore plus remarquable, la durée du stick initialement deux fois plus grande que celle du slip, devient plus petite que la durée du slip jusqu'à atteindre finalement la moitié de celle-ci.

Ces résultats peuvent apparaître surprenants en comparaison du phénomène plus usuel de stick-slip en friction solide. En effet, dans le cas du stick-slip lors des expériences de friction d'un système masse-ressort [103, 104], on s'attend souvent à

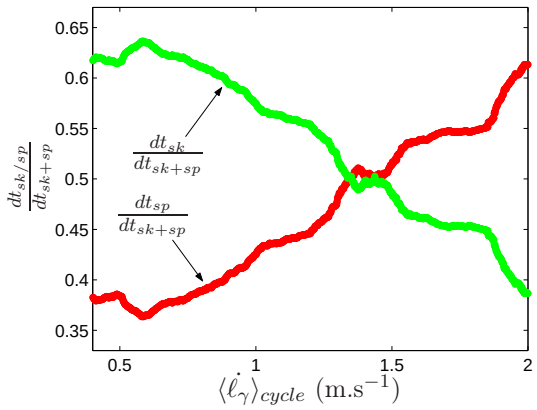


FIG. 5.17 – Rapport de la durée des phases de stick (gris clair/vert) et de slip (gris foncé/rouge) sur la durée du stick-slip en fonction de la vitesse moyenne de pelage pour une expérience de stick-slip spontané réalisée avec $m = 245$g.

ce que la phase de stick soit nettement plus longue que la phase de slip. Cependant, même pour ce système, la durée de la phase de slip devient comparable à celle de stick lorsque l'on est proche du seuil d'apparition du stick-slip [104, 105]. Dans le cas présent du pelage des bandes adhésives, cela reste vrai même loin du seuil d'apparition.

5.10 Discussion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les résultats d'une imagerie directe et rapide du phénomène de pelage "stick-slip" d'un ruban adhésif soumis à une force constante. Le mouvement du rouleau et du point de pelage ont été extraits dans le référentiel du laboratoire avec une excellente résolution, temporelle et spatiale, dans le but d'étudier simultanément la dynamique globale du sytème ainsi que les détails de la dynamique au point de pelage. Dans cette expérience, que le "stick-slip" soit spontané ou déclenché, nous avons observé qu'il n'est qu'un phénomène transitoire apparaissant en parallèle d'une accélération progressive de la masse tombante. La vitesse à laquelle le phénomène de stick-slip apparaît spontanément est proche de la vitesse limite pour le pelage régulier stationnaire (environ 0.2m.s^{-1}). Ensuite, pour une vitesse moyenne de pelage croissante, l'amplitude du mouvement de stick-slip croît avant de diminuer brutalement pour une vitesse moyenne d'environ 1.8m.s^{-1} et finalement disparaître complètement à 2.6m.s^{-1}.

Dans toutes nos observations, le pelage du ruban adhésif est toujours accompagné par des oscillations dans la vitesse de rotation du rouleau à une fréquence d'environ 10Hz. Ces oscillations peuvent être modélisées grâce au couple harmonique induit par les oscillations de l'angle du point de pelage. Elles ont une influence certaine sur les caractéristiques du mouvement de stick-slip comme sa période et son amplitude. Les durées des phases de stick et de slip se sont révélées être comparables (rapport

allant de 0.5 à 2) avec une durée du stick plus grande à basse vitesse de pelage et une durée de slip plus grande à grande vitesse. La rapidité de la transition entre les phases de stick et de slip évolue durant une expérience alors que la vitesse moyenne de pelage augmente. En fait, la transition est plus douce lorsque le stick-slip vient d'apparaître à basse vitesse de pelage ou lorsqu'il est sur le point de disparaître à grande vitesse de pelage. Pour des vitesses de pelage intermédiaires, les transitions entre stick et slip sont plus abruptes.

Nos données sont en contradiction avec l'existence d'une branche de pelage stick-slip stable et ayant une vitesse moyenne de pelage constante comme suggérée par Barquins dans [94]. Nous pouvons souligner que dans [94] la présence de stick-slip pendant les expériences correspondant à la branche B de la figure 5.2 n'était que suppposée à partir de l'existence d'émissions acoustiques lors des expériences. Pour lever cette contradiction, nous avons planifié d'acquérir les émissions acoustiques du phénomène en parallèle de l'imagerie du mouvement du point de pelage. Il est aussi important de vérifier dans quelle mesure accroître la hauteur de chute de la masse dans notre expérience permettra d'atteindre un régime de pelage stationnaire.

La technique d'imagerie que nous avons développé est suffisament précise pour permettre une confrontation quantitative avec les prédictions numériques des modèles théoriques. Dans l'optique de clarifier la physique en jeu dans le phénomène de pelage des rubans adhésifs, plus de travail expérimental est nécessaire. En effet, il semble fondamental de réaliser une étude détaillée du phénomène de stick-slip dans le régime de pelage contrôlé en vitesse. Le stick-slip est alors stationnaire et permet ainsi d'étudier la statistique complexe des cycles de stick-slip observée en particulier à haute vitesse de pelage [88]. Une telle étude du pelage stick-slip en régime contrôlé en vitesse, qui associe mesure de la force de pelage, acquisitions acoustiques et imagerie à haute vitesse, est en cours. Elle fait l'objet d'un stage de Master 1 (de mai à juillet 2007) que je coencadre avec Loïc Vanel.

Conclusion

Nous avons abordé différents aspects du phénomène de croissance lente de fissures dans un matériau sous contrainte en étudiant des systèmes aux caractéristiques physiques variées. Nous avons d'abord présenté les systèmes semblant a priori être les plus simples pour s'orienter vers des systèmes de plus en plus complexes.

Nous avons d'abord présenté une étude analytique de l'influence du désordre structurel d'un matériau élastique fragile sur le phénomène de croissance lente thermiquement activée d'une fissure sous contrainte. Ce travail constitue une extension d'un modèle antérieur mis en place pour les milieux fragiles homogènes. Le désordre est introduit à travers l'hypothèse d'une distribution normale et gelée spatialement du seuil de rupture local du matériau. Il a pour effet de ralentir la croissance de la fissure en substituant, dans les lois de croissance, à la température thermodynamique T une température effective $T - T_d$ où T_d est une mesure de la variance du désordre. Lorsque la température thermodynamique devient inférieure à T_d, la croissance thermiquement activée de la fissure est même complètement bloquée par le désordre. La validité de ce genre de résultats, aussi rapportés dans d'autres travaux théoriques, n'est pour l'instant confirmée par aucune étude expérimentale. La prochaine étape de ce travail va donc consister en l'élaboration d'expériences dans lesquelles on pourra contrôler le désordre de chaque échantillon. Si cette étape de préparation des échantillons se révèle concluante, il sera alors facile de tester la pertinence du modèle de croissance dans les milieux désordonnés grâce au même type d'expériences de fluage que celles déjà réalisées sur des feuilles de papier.

Nous avons ensuite présenté une étude expérimentale détaillée de la croissance lente sous contrainte constante d'une fissure dans un film d'un polymère amorphe, le polycarbonate. Nous avons réussi à interpréter la dynamique de croissance de la fissure grâce aux propriétés élasto-visco-plastiques de ce matériau. Au passage, une instabilité de surface dans les zones de striction du polymère, qui apparaissent, entre autres, à la pointe des fissures, a été mise en évidence. Nous avons explicité une loi pour la vitesse de croissance de la fissure en s'inspirant de la loi de fluage d'Arrhenius-Eyring ainsi que de la description des zones de déformation plastique à la pointe des fissures par le modèle de la zone cohésive de Dugdale-Barenblatt. Plus précisément, nous avons montré que la vitesse de croissance de la fissure se décompose en un terme dépendant de la contrainte moyenne dans les zones plastiques en pointe de fissure et d'un terme analogue à celui décrivant la rupture dans un milieu fragile. Cependant, toute la dynamique de croissance de la fissure ne peut être correctement décrite

sans l'introduction d'une autre équation dynamique, possiblement sur la vitesse de croissance de la zone plastique, mais qui reste pour l'instant totalement inconnue. Ainsi, même si une avancée certaine a été effectuée, de nouveaux travaux expérimentaux doivent être entrepris pour espérer aller au bout d'une description analytique de la dynamique de croissance d'une fissure dans les films de polycarbonate et par extension dans un polymère amorphe. On pense en particulier à des expériences qui permettraient de mieux comprendre la croissance en fluage des zones plastiques à la pointe des fissures de manière indépendante de la croissance de la fissure elle-même.

Plus loin, nous avons décrit une étude expérimentale préliminaire du phénomène de pelage d'un rouleau de ruban adhésif grâce à une technique d'imagerie à haute vitesse. Cette étude a permis pour la première fois un accès direct aux détails de la dynamique de "stick-slip" du point de pelage. En particulier et contrairement à certaines intuitions théoriques, les durées des phases de stick et de slip se sont révélées être comparables avec même une durée du slip plus grande que celle du stick à grande vitesse de pelage. La rapidité de la transition entre les phases de stick et de slip évolue de brutale à douce en fonction de la vitesse moyenne de pelage. Nos données qui révèlent la nature transitoire du stick-slip contrôlé en force apparaissent en contradiction avec l'existence d'une branche de pelage stick-slip stable et ayant une vitesse moyenne de pelage constante comme suggérée par des travaux antérieurs. Ce travail ouvre des perspectives pour l'interprétation théorique du phénomène de pelage des rouleaux de ruban adhésif et, de manière plus générale, pour celle du lien existant entre la vitesse de croissance d'une fissure et la contrainte qui lui est appliquée. La technique d'imagerie que nous avons développée est suffisament précise pour permettre une confrontation quantitative avec les prédictions numériques des modèles théoriques. Cependant, dans l'optique de clarifier la physique en jeu dans le phénomène de pelage des rubans adhésifs, plus de travail expérimental est nécessaire. En effet, il semble fondamental de réaliser une étude détaillée du phénomène de stick-slip dans le régime de pelage contrôlé en vitesse. Le stick-slip est alors stationnaire et permet ainsi d'étudier la statistique complexe des cycles de stick-slip observée en particulier à haute vitesse de pelage. Une telle étude du pelage stick-slip en régime contrôlé en vitesse, qui associe mesure de la force de pelage, acquisitions acoustiques et imagerie à haute vitesse, est en cours.

En annexe, nous avons finalement présenté une étude expérimentale d'un système de fissures en interaction dans un matériau élastique fragile à deux dimensions. Des expériences de traction uniaxiale ont ainsi été réalisées sur des feuilles de papier initialement percées d'un réseau de deux lignes de fissures. La croissance en interaction de ces deux lignes de fissures a fait apparaître statistiquement deux comportements distincts : soit les fissures adjacentes, mais sur des lignes différentes s'attirent dès le début et tout au long de la croissance, soit les chemins de fissuration présentent une phase de répulsion, suivie ensuite d'une phase d'attraction. La proportion entre les deux comportements est fonction de l'écart entre les deux lignes de fissures. Cette étude constitue un travail préliminaire dont le but est de mieux comprendre l'influence de la présence de plusieurs fissures macroscopiques dans un échantillon sous contrainte sur leur dynamique de croissance qui va être sujette à des phénomènes

d'écrantage ou d'intensification des contraintes pouvant résulter de la proximité de plusieurs fissures.

Annexe A

Champ et facteur d'intensité des contraintes d'une fissure plate dans une plaque élastique

Dans le cadre de la théorie de l'élasticité, on peut calculer le champ des contraintes dans une plaque infinie, percée d'une cavité elliptique de demi-axes a et $\ell/2$, et soumise à une tension uniaxiale perpendiculairement au grand axe ℓ (cf. figure A.1). En particulier, sur l'axe Ox et dans le cas d'une fissure infiniment plate ($\ell \gg a$) [106], on a :

$$\begin{cases} \frac{\sigma_{xx}(x,y=0)}{\sigma} & = -1 + \frac{1}{\sqrt{1-(\ell/2x)^2}} \\ \frac{\sigma_{yy}(x,y=0)}{\sigma} & = \frac{1}{\sqrt{1-(\ell/2x)^2}} \end{cases} \tag{A.1}$$

Sur la figure A.2, on a représenté les composantes du tenseur des contraintes en

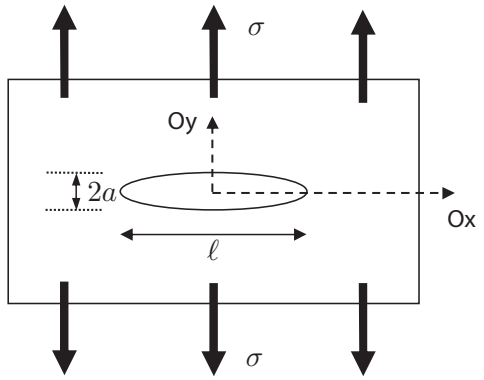


FIG. A.1 – Solide élastique à deux dimensions présentant une cavité elliptique et soumis à une contrainte uniaxiale σ.

fonction de la distance au centre de la fissure dans les deux cas suivants : $\ell = 4a$ et $\ell \gg a$. On observe, en particulier, une intensification de la contrainte σ_{yy} à la pointe de la fissure ce d'autant plus que ℓ est grand devant a. Lorsque $a \to 0$, il y a même divergence de σ_{yy} et σ_{xx} à la pointe de la fissure. Ces résultats illustrent simplement le phénomène d'intensification des contraintes que l'on observe à la pointe des fissures.

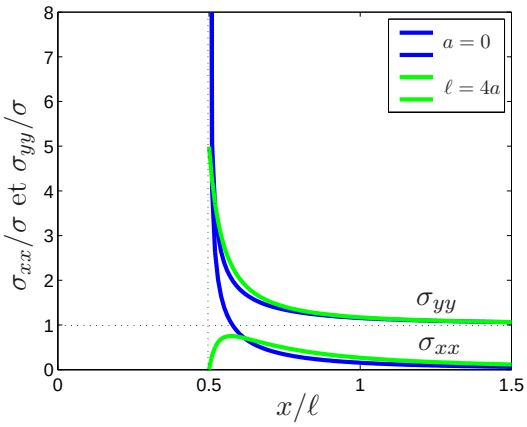


FIG. A.2 – Contraintes σ_{xx} et σ_{yy} sur l'axe de la fracture en fonction de la distance au centre de celle-ci.

On peut à partir de l'équation A.1, calculer facilement l'expression du facteur d'intensité des contraintes correspondant au mode I en réalisant un développement asymptotique lorsque $x \to \ell/2$:

$$K = \sigma\sqrt{\frac{\pi\ell}{2}}. \tag{A.2}$$

Une correction à cette expression existe pour les systèmes qui ont une taille finie H dans la direction de la fissure [7] :

$$K = \sigma\sqrt{H \tan\left(\frac{\pi}{2}\frac{\ell}{H}\right)}. \tag{A.3}$$

En revanche lorsque le système a une taille finie dans les deux directions, il devient difficile d'expliciter une expression analytique pour K [107].

Annexe B

Quelques notions théoriques à propos des solides élasto-plastiques

La description de l'équilibre statique des solides élasto-plastiques implique la décomposition des déplacements en deux termes relatifs repectivement aux déplacements élastiques et plastiques. Nous allons nous restreindre ici à un point de vue très simplifié qui considère que le solide est localement soit plastique, soit indéformable. On néglige donc l'influence des déformations élastiques, ce qui simplifie de façon importante les calculs, qui sont extrêmement compliqués. Quatre hypothèses fondamentales relativement aux déformations plastiques sont alors faites [108] :

- le déplacement u_i préserve les volumes
- le déviateur[1] σ^*_{ij} du tenseur des contraintes est proportionnel au déviateur ϵ^*_{ij} du tenseur des déformations[2] : $\sigma^*_{ij} = \phi\, \epsilon^*_{ij}$
- le coefficient de proportionnalité ϕ est un scalaire positif, fonction uniquement des invariants de ϵ^*_{ij}
- la relation $\epsilon^* \rightarrow \sigma^*$ n'est pas injective

La compatibilité de ces hypothèses avec les caractéristiques intrinsèques aux tenseurs des contraintes et des déformations aboutit aux équations suivantes qui permettent la détermination de l'état d'équilibre des matériaux solides-plastiques :

$$\begin{cases} \partial_i u_i = 0 \\ \sigma^*_{ij} = \phi \epsilon_{ij} \qquad \text{avec} \qquad \phi = M\left(\frac{(\sigma^*_{ab}\sigma^*_{bc}\sigma^*_{ac})^{1/3}}{\sqrt{\sigma^*_{ab}\sigma^*_{ab}}}\right) / \sqrt{\epsilon^*_{ab}\epsilon^*_{ab}} \\ \partial_j \sigma_{ij} = 0 \end{cases} \tag{B.1}$$

ainsi qu'à la condition de plastification du matériau :

$$\sigma^*_{ij}\sigma^*_{ij} = M^2\left(\frac{(\sigma^*_{ab}\sigma^*_{bc}\sigma^*_{ac})^{1/3}}{\sqrt{\sigma^*_{ab}\sigma^*_{ab}}}\right) \tag{B.2}$$

[1] Le déviateur d'un tenseur est ce même tenseur auquel on a substitué sa partie sphérique (qui représente la pression) i.e. un tiers de sa trace.

[2] $\epsilon_{ij} = 1/2(\partial_j u_i + \partial_i u_j)$.

dans laquelle la fonction M est une fonction caractéristique du matériau. On note que le critère de plasticité obtenu est le même si on considère le modèle élastique-plastique plutôt que le modèle simplifié rigide-plastique [108]. Traditionnellement, on utilise le critère de plasticité de Von Mises qui revient à prendre M constante :

$$\sigma^*_{ij}\sigma^*_{ij} = 2k^2 \tag{B.3}$$

$$\phi = \frac{\sqrt{2}k}{\sqrt{\epsilon_{ij}\epsilon_{ij}}} \tag{B.4}$$

On remarque que ce critère est un critère énergétique. Le critère de Von Mises implique que lorsque localement $\sigma^*_{ij}\sigma^*_{ij} < 2k^2$, le système reste élastique (ou rigide dans le modèle simplifié) et qu'en revanche il est plastique lorsque $\sigma^*_{ij}\sigma^*_{ij} = 2k^2$. Thomas s'intéresse alors, dans son ouvrage [108], à l'apparition d'une bande de cisaillement plastique, une bande dite de Luder, dans une plaque soumise à une tension uniaxiale croissante et dans l'hypothèse de contrainte plane.

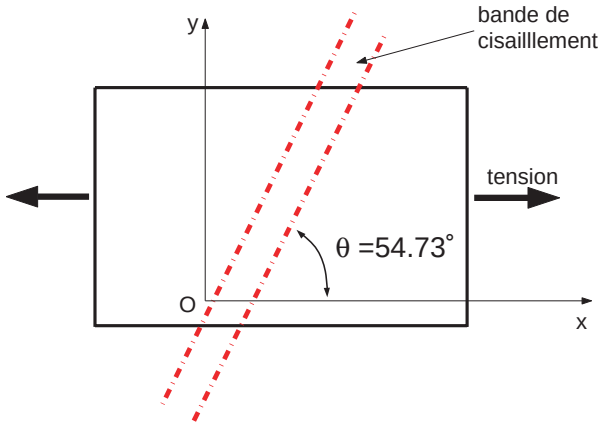


FIG. B.1 – Géométrie d'un échantillon présentant une bande de Luder

Le cas d'une zone de déformation plastique rectiligne dont les interfaces avec les zones rigides sont parallèles entre elles et inclinées d'un angle θ par rapport à la direction de la tension appliquée est alors mis en équation (cf. figure B.1). On peut calculer les caractéristiques géométriques de la bande de cisaillement. L'angle que fait cette bande avec la contrainte uniaxiale est très singulier : $\theta = \arctan(1/\sqrt{2}) = 54.73^\circ$. On obtient d'autre part la relation qui relie la constante k du critère de Von Mises à la valeur de la contrainte pour laquelle la bande de cisaillement apparaît : $\sigma = \sqrt{3}k$.

Annexe C

Le dispositif expérimental de traction

Au cours de cette thèse, la majorité des expériences ont été réalisées grâce à une machine de traction. Les expériences en question consistent principalement en des tests mécaniques sur des films et des expériences de croissance de fissures dans ces mêmes films. On présente dans cette annexe la machine de traction, son fonctionnement et les possibilités de suivi des expériences.

C.1 La machine de traction

Sur la figure C.1, on présente une vue schématique de la machine de traction utilisée au cours de cette thèse. Celle-ci a été conçue et réalisée par Sergio Ciliberto et l'équipe technique du laboratoire de physique de l'ENS de Lyon en 1998. Elle permet de soumettre des échantillons à deux dimensions (films ou feuilles) à diverses sollicitations mécaniques uniaxiales. La machine de traction en acier est constituée de deux rails cylindriques sur lesquels peuvent glisser librement deux mâchoires grâce à des cages à billes (cf. figure C.1). L'une des mâchoires est fixée à un capteur de force lui-même fixé au corps de la machine par son autre extrémité. L'autre mâchoire a son mouvement imposé par la rotation d'une vis sans fin entraînée par un moteur à courant continu.

Le capteur de force est une jauge de contrainte de précision de la marque Interface qui peut mesurer des forces allant jusqu'à 2000N avec une précision d'environ 0.1N. La raideur du capteur de force est de $4\,10^6$N.m^{-1}. Les forces appliquées évoluent entre 100 et 1800N. Le frottement des mâchoires sur les rails de guidage est alors quasiment négligeable puisque de l'ordre de 3N. Un conditionneur réalisé au laboratoire, amplifie et filtre (filtrage passe-bas de fréquence de coupure $f_c = 1$kHz) le signal délivré par le capteur de force. Le moteur, Micro Controle UE42, est contrôlé pas à pas par une électronique Micro Controle ITL09 de telle manière qu'un pas corresponde à 2.5nm. Un système de démultiplication des tours entre le moteur et la vis sans fin permet en réalité une telle discrétisation des déplacements.

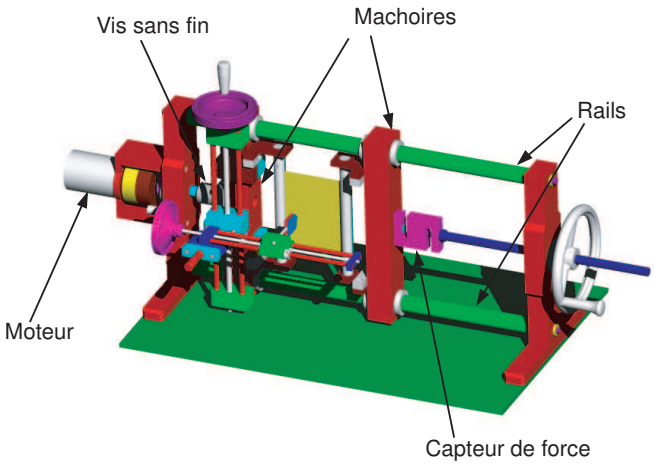


FIG. C.1 – Schéma de la machine de traction.

C.2 Les échantillons et leur fixation

Les échantillons utilisés sont des films ou des feuilles de différents matériaux (principalement du polycarbonate Bayer Makrofol®, et du papier thermique pour fax Alrey) de dimensions variables selon le but de l'expérience menée. Les extrémités latérales des échantillons sont fixées sur les barres cylindriques de la machine de traction selon une ligne de repère grâce à une bande d'un ruban adhésif très puissant (Scotch® 3M 8956). Sur chacune des barres, on enroule ensuite l'extrémité des films sur deux tours. Cet enroulement permet, grâce aux frottements, une diminution de la contrainte encaissée par le ruban adhésif et donc une meilleure fixation qui permet de résister aux très fortes contraintes parfois imposées. Les barres cylindriques sont solidaires des mâchoires de la machine.

Le choix de travailler avec des échantillons à deux dimensions s'est imposé surtout dans la perspective de l'étude de la dynamique de croissance de fissures. En effet, le suivi de l'avancement des fissures lors d'expériences de fracturation est très difficile à réaliser pour des objets à trois dimensions à cause des instabilités des fronts de fissure qui apparaissent. La nécessité de suivre la dynamique de la fissure impose la géométrie à deux dimensions comme la plus adaptée. On peut alors visualiser directement la fissure qui a une dimension et sa pointe qui est un point.

Dans le cas des expériences de fracturation, on fait croître dans les films une fissure qui a été préalablement initiée au centre de l'échantillon. L'initiation de la fissure dans l'échantillon est réalisée grâce à un système de vis micrométrique qui permet de déplacer une lame à double tranchant dans les trois directions de l'espace au voisinage de l'échantillon. La lame est orientée perpendiculairement au plan du film et son avancée à travers celui-ci permet d'initier la fente en une position précise de l'échantillon. Nous disposons d'un jeu de lames de différentes largeurs (de 0.5 à 4cm) qui nous permet d'obtenir des fentes initiales dont la taille est bien calibrée et

reproductible.

C.3 Le fonctionnement du dispositif de traction

Grâce au moteur, on peut contrôler la déformation ou plutôt l'allongement appliqué aux échantillons. La liaison à un ordinateur du capteur de force et de la platine de contrôle du moteur permettent la création d'une boucle de rétroaction logicielle (cf. figure C.2). La communication avec l'ordinateur (processeur Pentium à 133MHz) se fait grâce à une carte d'acquisition Analogique/Numérique 16 bits PC-M10-16XE10 National Instruments. La rétroaction pilotée par l'ordinateur, dont la base de temps a une précision de l'ordre de la milliseconde, permet de soumettre les échantillons à diverses sollicitations : expériences à taux de déformation constant, à contrainte imposée, expériences de fatigue... En pratique, on peut programmer l'évolution de la déformation appliquée à l'échantillon ou réaliser un asservissement en contrainte.

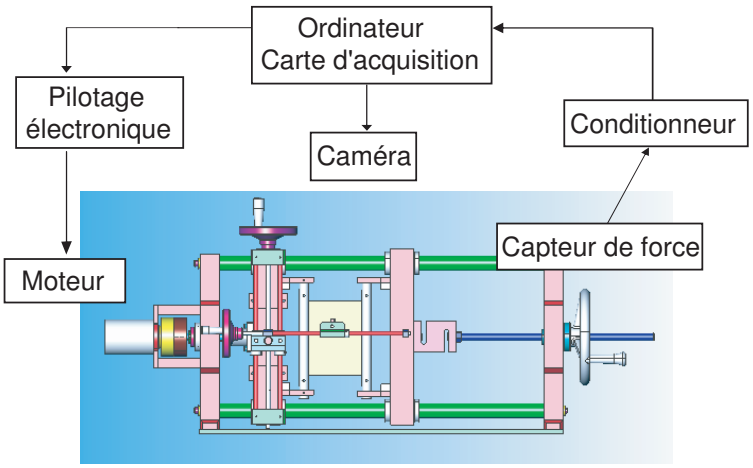


Fig. C.2 – La machine de traction et sa boucle de rétroaction.

C.4 Le suivi des expériences

Au cours de chaque expérience, l'ordinateur enregistre les paramètres expérimentaux suivants : le temps courant depuis le début de l'expérience (mesurée par l'horloge de l'ordinateur), le déplacement de la barre de traction et la tension dans l'échantillon. Le déclenchement de l'enregistrement d'une série de ces données peut se faire soit à intervalles de temps réguliers soit selon des critères plus pertinents quand la dynamique de l'expérience n'est pas stationnaire. En pratique, on utilise la plupart du temps un déclenchement de l'acquisition des données grâce à un seuil sur la variation de l'allongement de l'échantillon. Ils s'avère que, pour les expériences où la dynamique est non-stationnaire, en particulier les expériences sous contrainte

constante, les paramètres évoluant dans le système sont en général fortement correlés à la dynamique de l'allongement de l'échantillon ce qui fait de ce dernier un bonne variable de déclenchement. Ce mode de déclenchement adapte automatiquement la vitesse d'acquisition des données à la dynamique de l'expérience.

Pendant la plupart des expériences de traction nous réalisons un film qui permet de visualiser les phénomènes ayant lieu à l'intérieur de l'échantillon. Dans le cas de la croissance d'une fissure, on suit ainsi la taille de la fissure en fonction du temps. Ces films sont réalisés grâce à une caméra rapide haute résolution, Fastcam Ultima 1024 de la marque Photron. Cette caméra utilisant des capteurs CMOS est capable d'acquérir 500 images par seconde pour une résolution de $1024 \times 1024\text{pixel}^2$ et jusqu'à 16 000 images par seconde pour une résolution de $256 \times 32\text{pixel}^2$. Le nombre d'images qu'il est possible d'acquérir est limité par la mémoire embarquée par la caméra à 500Mo. L'acquisition d'une image par la caméra est en général déclenchée, par un signal généré par la carte d'acquisition NI au même instant que l'acquisition des données temps, allongement et force. La limitation de la mémoire embarquée de la caméra est une autre raison qui nous pousse à déclencher l'acquisition des données sur l'allongement des échantillons lorsque les expériences ont une dynamique non-stationnaire. En effet, la durée de ces expériences étant non prévisible une acquisition à intervalle régulier de temps n'est pas pertinente alors qu'une acquisition reliée à la dynamique des phénomènes l'est.

Annexe D

Etude de la croissance de fissures en interaction dans le papier

D.1 Introduction

Cette annexe rend compte d'un travail réalisé par Guillaume Huillard lors d'un stage de Master 1 (de mai à juillet 2006) que j'ai coencadré avec Loïc Vanel. Je tiens ici à remercier Guillaume pour le travail sérieux qu'il a fourni lors de ces trois mois de stage.

La présence de plusieurs fissures macroscopiques dans un échantillon sous contrainte conduit à une dynamique de croissance des fissures particulière à cause des phénomènes d'écrantage ou d'intensification des contraintes pouvant résulter de la proximité de plusieurs fissures. Malgré la grande importance pratique de ce phénomène, la dynamique de croissance de fissures en interaction n'a, à ce jour, été que peu étudié d'un point de vue expérimental. Ce travail constitue une étude expérimentale préliminaire d'un système de fissures en interaction dans un matériau élastique fragile à deux dimensions en traction uniaxiale.

D.2 Le chemin suivi lors de la croissance d'une fissure

La figure D.1 permet de visualiser la formation d'un réseau de fissures dans un gel en train de sécher [109, 110]. Le séchage du gel résulte en pratique en l'apparition d'une tension uniforme dans le matériau. Cette tension, une fois au-delà d'un seuil, permet l'initiation d'une fissure dans le gel. On assiste ensuite à la création d'un réseau de fissures par nucléation de nouvelles fissures qui croissent en interaction avec les premières. Cette expérience illustre deux points intéressants relativement aux interactions entre fissures. La présence d'une fissure dans un matériau modifie le champ de contrainte initial, qui sur l'exemple du gel est isotrope, et donc la trajectoire des fissures en croissance. Cette influence reste cependant localisée. En effet, dans l'expérience présentée, seule la fissure passant à proximité de la fissure déjà existante est déviée de sa trajectoire. Enfin, on remarque qu'une fissure rejoint toujours une

autre orthogonalement.

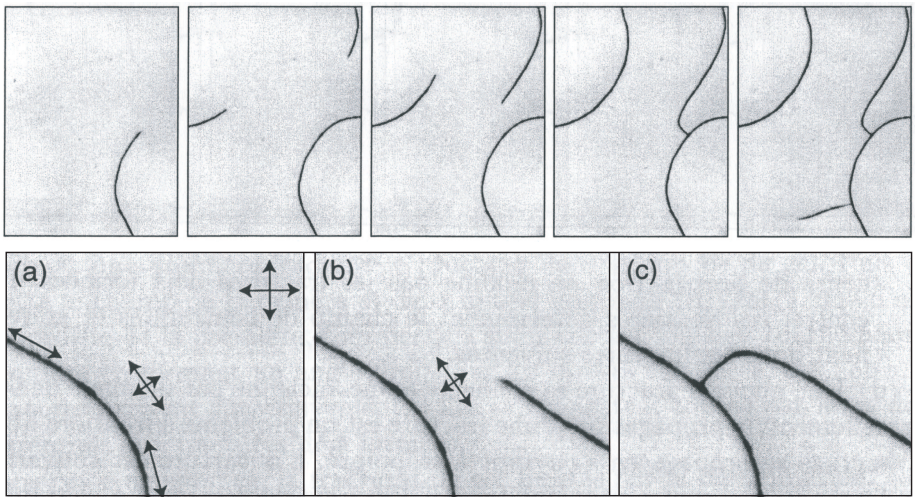


FIG. D.1 – En haut : série d'images représentant la formation d'un réseau de fissures dans un gel en train de sécher. En bas : (a) allure du champ des contraintes au voisinage d'une fissure. Près de la fissure, les contraintes normales aux lèvres sont relâchées et seules la composante parallèle subsiste. Loin de la fissure, les contraintes sont isotropes. (b) la fissure en croissance s'oriente perpendiculairement aux contraintes maximales et rejoint (c) l'autre fissure en formant un angle droit.

Un critère bien connu de propagation des fissures [111] permet de comprendre un peu mieux ces observations. Ce critère qui prédit le chemin suivi par une fissure en fonction du champ de contrainte fait l'hypothèse que la fracture se propage toujours en mode I pur ce qui permet de libérer le maximum d'énergie élastique. En d'autre terme, le chemin suivi par la fissure est toujours tel que le facteur d'intensité des contraintes relatif au mode II soit nul :

$$K_{II} = 0. \tag{D.1}$$

On comprend bien alors pourquoi les fissures se rejoignent en formant un angle droit car au voisinage des lèvres d'une fissure, la contrainte est parallèle à celles-ci. La fissure en croissance va donc naturellement s'orienter perpendiculairement à la fissure rejointe pour respecter le critère de propagation en mode I.

D.3 Les expériences réalisées

Pour étudier la croissance sous contrainte et en interaction de plusieurs fissures, nous avons choisi un système simple en mettant sous tension grâce à notre machine de traction des feuilles de papier percées de multiples fissures initiales.

Pour effectivement assiter à une croissance de fissures en interaction, il a fallu trouver une configuration dans laquelle toutes les pointes de fissures étaient équivalentes. On cherche ainsi à éviter la croissance isolée de deux pointes de fissures qui

inhibe complètement la croissance en interaction. Une géométrie possible qui respecte cette condition consiste en un réseau de fissures comme présenté sur la figure D.2. Elle offre l'avantage d'être invariante dans la direction des fissures. Ainsi, il n'existe pas de zones plus résistantes que les autres qui viennent inhiber la croissance en interaction des fissures. Trois paramètres sont ajustables : la taille des fissures, leur écart vertical et leur écart horizontal. Pour l'étude préliminaire présentée ici, nous avons fixé les deux premiers à 1cm. Ainsi, seule la distance d entre les deux lignes de fissures a été variée.

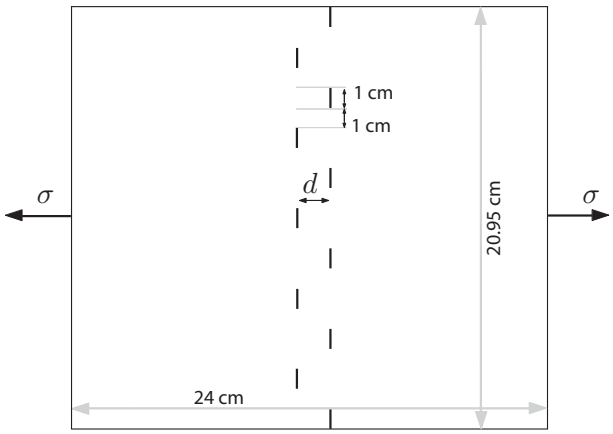


Fig. D.2 – Géométrie du réseau de fissures initié dans les échantillons de papier mis sous tension.

L'échantillon est percé de onze fentes constituant le réseau de fissures grâce à une lame de cutter. Il est ensuite confiné dans une cuve où règne un taux d'humidité inférieur à 10% pendant une douzaine d'heures, puis finalement fixé sur la machine de traction. La feuille de papier est mise sous tension à une vitesse de déplacement constante (entre 0.84μm.s^{-1} et 2μm.s^{-1}) jusqu'à sa rupture totale. Les détails sur le dispositif et le protocole expérimental sont donnés dans l'annexe C. En pratique, une fois un seuil en force F_{rupture} atteint, on assiste à une rupture quasi-instantanée de l'échantillon à travers la croissance et la jonction des fissures. Aucune observation décelable d'un phénomène de croissance lente de fissure n'apparaît avant la rupture totale de l'échantillon.

D.4 Analyse post-mortem des chemins de fissuration

Une fois les expériences réalisées, chaque échantillon a été numérisé à l'aide d'un scanner à haute résolution. Les images ainsi obtenues font ensuite l'objet d'une analyse proche de celle réalisée sur les films de croissance de fissure dans le polycarbonate. Ce traitement d'image permet l'extraction des chemins des fissures (cf. figure D.3). Finalement, on crée pour chacune des fissures le profil $y(x)$ qui décrit sa forme en fonction de l'abscisse x le long de l'axe des fissures initiales et centrée sur la fissure initiale correspondante (cf. figure D.4).

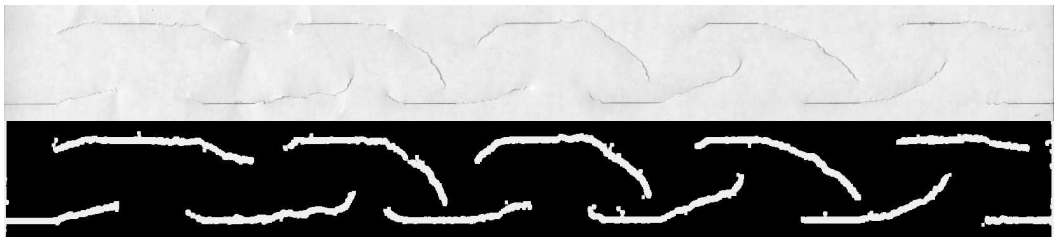


FIG. D.3 – Image post-mortem d'un échantillon fracturé avec $d = 1.5$cm : en haut, image scannée et en bas, image binaire représentant les chemins de fissure extraits après traitement.

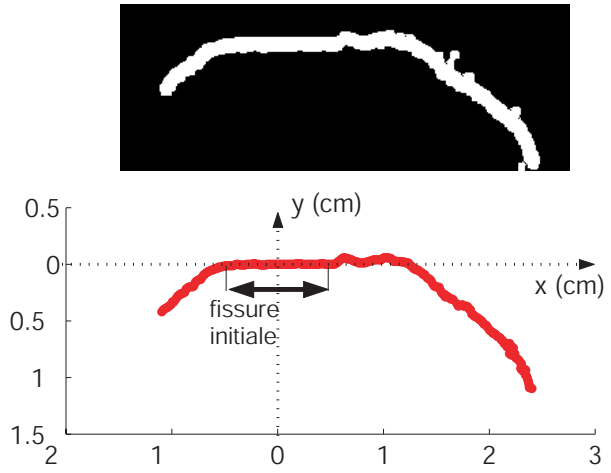


FIG. D.4 – En haut, image binaire représentant le chemin suivi par une fissure ; en bas, le profil de fissure $y(x)$ correspondant.

D.4.1 Etude qualitative des chemins de fissuration

Parmi la cinquantaine de réseaux de fissures qui ont été fracturés, deux comportements bien distincts sont à relever pour les chemins de fissuration. Pour le premier, que l'on dira de type I, les fissures adjacentes mais sur des lignes différentes s'attirent dès le début et tout au long de la croissance (cf. figure D.3). En revanche, pour le type II de croissance, les chemins de fissuration présentent une phase de répulsion, suivie ensuite d'une phase d'attraction. La proportion entre les comportements de type I et II est fonction de l'écart d entre les deux lignes de fissures.

- Pour $d = 0$, seul le type II est observé.
- Pour $0 < d < d_{\text{int}}$, les types I et II sont observés.
- Pour $d_{\text{int}} < d$, seul le type II est observé.

Expérimentalement, d_{int} vaut 1.6 ± 0.3cm. Nous allons dans la suite de ce paragraphe décrire qualitativement les trajectoires de fissuration obtenues en partant de $d = 0$ et en allant vers les grands d.

Lorsque $d = 0$cm, le réseau de fissures se restreint en fait à une unique ligne de fissures. Sur la figure D.5, on observe alors que les trajectoires de fissuration tra-

duisent une phase de répulsion suivie d'une phase d'attraction (comportement de type II). En effet, les pointes de chaque fissure s'écartent d'abord de la ligne des fissures initiales et ce jusqu'à ce que les pointes des fissures adjacentes se dépassent. Ensuite, les trajectoires se courbent pour plonger vers la fissure adjacente et finalement tendre à la rejoindre en décrivant un angle droit. Les couples de chemins de fissuration semblent ainsi décrire une sorte de spirale (cf. figure D.6).

FIG. D.5 – Partie d'une image post-mortem binaire d'un échantillon avec $d = 0$cm.

FIG. D.6 – Partie d'une image post-mortem binaire d'un échantillon avec $d = 0$cm.

Pour $0 < d < d_{\text{int}}$, les deux types de trajectoires de fissuration peuvent apparaître pour une même valeur de d. On observe par exemple sur la figure D.3 ($d = 1.5$cm), une attraction entre les fissures adjacentes tout au long de la croissance, alors que sur la figure D.7 ($d = 0.4$cm), on constate qu'une phase de répulsion (en particulier sur les fissures du bas) intervient avant celle d'attraction. Dans ce dernier cas, le changement de direction des chemins de fissuration semble toujours avoir lieu une fois que les pointes de fissures adjacentes se sont dépassées (dans la direction des fissures initiales).

FIG. D.7 – Image post-mortem binaire d'un échantillon avec $d = 0.4$cm.

Finalement lorsque $d > d_{\text{int}}$, les deux lignes de fissures n'interagissent plus (cf. figure D.8). En pratique, une des deux lignes rompt de manière préférentielle et on retrouve le comportement de type II déjà observé pour $d = 0$cm.

Une loi assez claire semble émerger pour l'interaction entre fissures : deux pointes de fissures se repoussent alors qu'une pointe et une lèvre de fissures s'attirent [112].

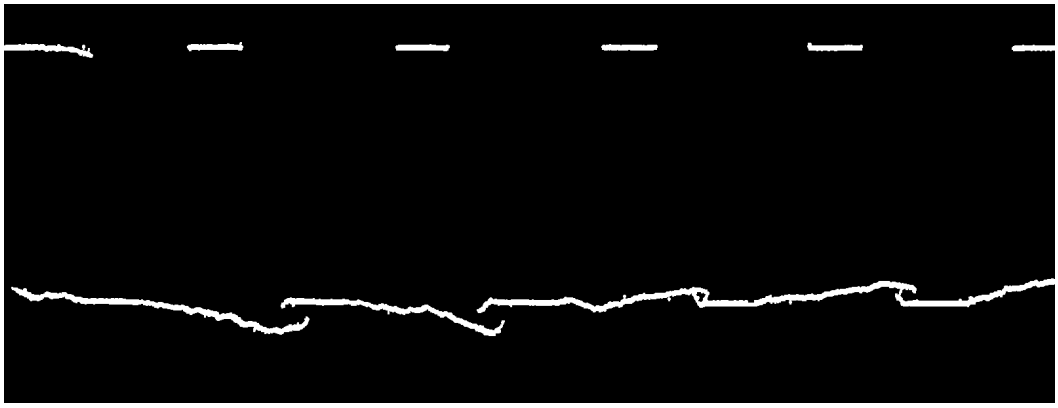


FIG. D.8 – Image post-mortem binaire d'un échantillon avec $d = 5$cm.

D.4.2 Proportion des expériences de type I et II

Sur la figure D.9, on trace pour une valeur donnée de d la proportion P d'échantillons pour lesquels les chemins de fissuration sont de type II, ce qui correspond au cas où les fissures d'une ligne ont d'abord été repoussées avant d'être attirées par celles de l'autre ligne. On retrouve sur cette figure la distance caractéristique $d_{\text{int}} \simeq 1.6$cm au-delà de laquelle deux lignes de fissures n'interagissent plus. On constate que, de $d = 0$ à $d = d_{\text{int}}$, le pourcentage d'expériences de type II décroît régulièrement pour passer de cent à zéro. L'existence d'une proportion statistique variable des deux types I et II est peut être due à l'influence de l'hétérogénéité du papier.

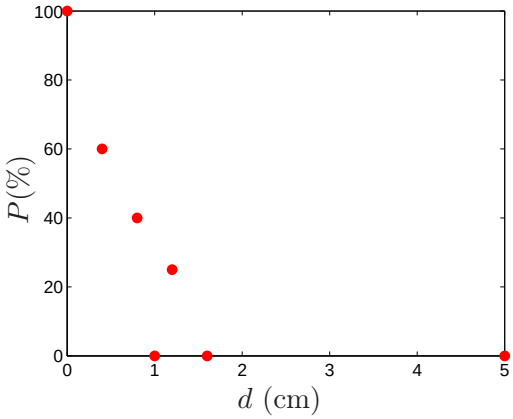


FIG. D.9 – Pourcentage d'échantillons pour lesquels les chemins suivis ont été de type II.

D.4.3 Etude des échantillons attractifs i.e. de type I

Nous allons dans cette section étudier le comportement moyen pour les expériences où les fissures se sont attirées tout au long de leur croissance i.e. les expériences de type I. Nous allons en fait étudier pour chaque valeur de l'écart entre les deux lignes de fissures d, le profil moyen des fissures. Pour chaque échantillon, on moyenne d'abord les profils des fissures $y(x)$ situées sur une ligne. On obtient donc un profil moyen $\langle y(x)\rangle$ pour chacune des deux lignes de fissures de l'échantillon. Sur la figure D.10(a), on a représenté de tels profils moyens pour trois échantillons avec $d = 1.2$cm. Nous avons ensuite moyenné les profils obtenus sur tous les échantillons de type I correspondant à une valeur donnée de d (cf. figure D.10(b)). Il faut préciser que lors du moyennage, selon la position x, le nombre de profils sur lequel la moyenne est réalisée est variable puisque toutes les fissures n'ont pas la même taille. C'est la raison pour laquelle les profils moyens ne sont pas continus en tout point.

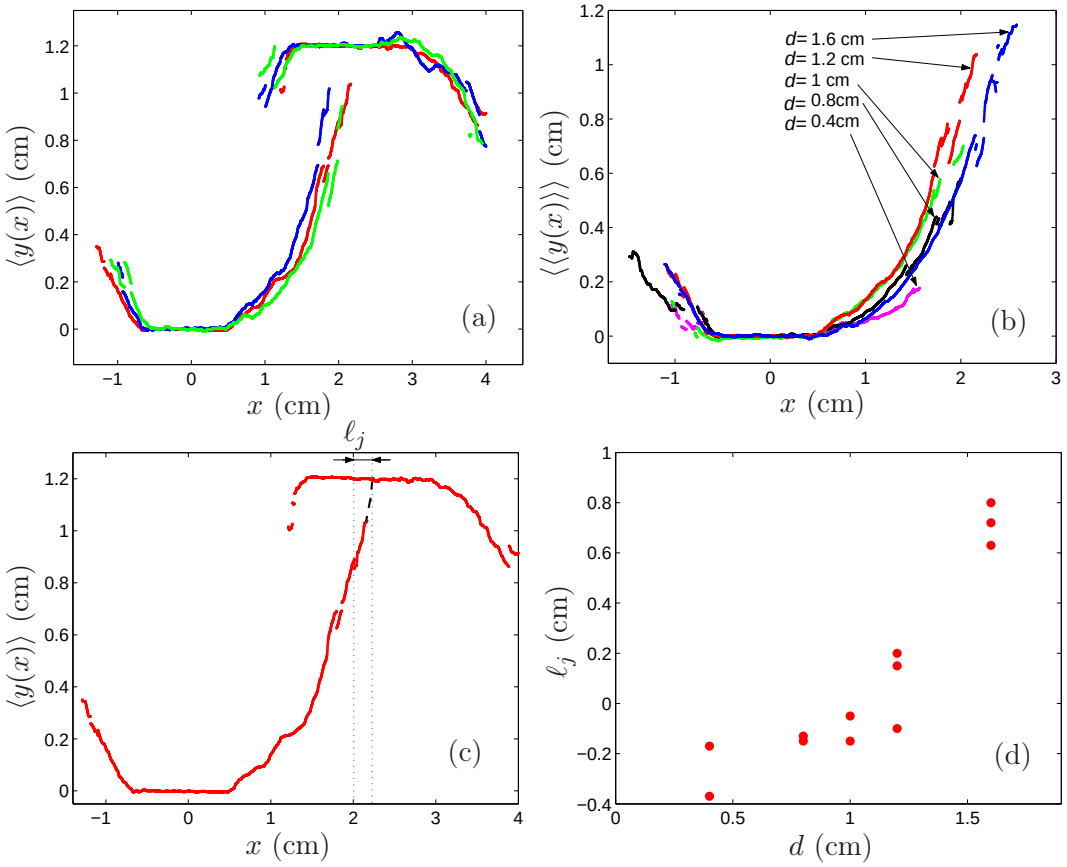


FIG. D.10 – (a) Profils moyens $\langle y(x)\rangle$ des fissures pour trois échantillons avec $d = 1.2$cm. (b) Profils moyens $\langle\langle y(x)\rangle\rangle$ des fissures pour cinq valeurs de d. (c) Profil moyen $\langle y(x)\rangle$ des fissures pour un échantillon avec $d = 1.2$cm et son prolongement permettant de définir ℓ_j. (d) Distance ℓ_j en fonction de l'écart entre les lignes de fissures d pour les expériences avec un comportement de type I. Chaque point correspond à une expérience.

Pour une même valeur de d, les fissures de la même ligne semblent en fait avoir presque toutes le même profil (cf. figure D.10(a)). De plus, le profil moyen semble même peu dépendre, pour les profils de type I, de la distance entre les lignes de fissures d. On observe en effet sur la figure D.10(b) des disparités qui semblent être dues uniquement à un manque de statistique.

En prolongeant intuitivement le chemin des fissures jusqu'à jonction avec la fissure adjacente de l'autre ligne de fissures, on peut définir une position hypothétique de jonction ℓ_j, repérée à partir du centre de la fissure rejointe (cf. figure D.10(c)). Sur la figure D.10(d), on observe que la distance ℓ_j augmente rapidement avec l'écart entre les deux lignes de fissures d. En fait, il semble qu'il y ait même une divergence lorsque $d \to 1.8 - 2$cm. Cette valeur correspond assez bien à l'écart d_{int} au-delà duquel les deux lignes de fissures n'interagissent plus. La divergence de ℓ_j traduit donc le fait que pour $d > d_{\text{int}}$, les fissures des deux lignes ne se croisent jamais.

D.4.4 Etude des échantillons répulsifs i.e. de type II

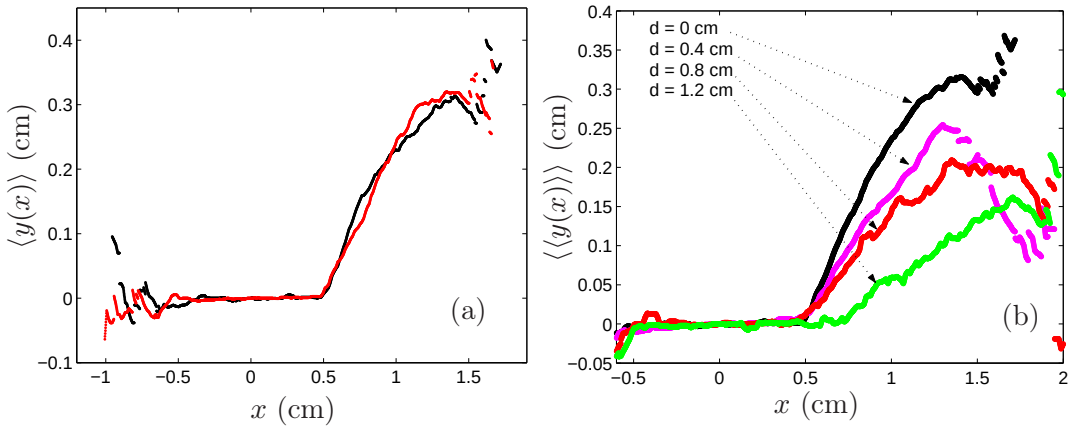


FIG. D.11 – (a) Profils moyens $\langle y(x)\rangle$ des fissures pour deux échantillons avec $d = 1$cm. (b) Profils moyens $\langle\langle y(x)\rangle\rangle$ des fissures pour quatre valeurs de d.

Dans cette section, on s'intéresse à la forme des chemins de fissuration de type II en fonction de l'écart entre les lignes de fissures d. Sur la figure D.11(a), on a ainsi représenté des profils moyens $\langle y(x)\rangle$ pour deux échantillons avec $d = 1$cm. Sur la figure D.11(b), on présente ensuite les profils moyens des fissures (moyenne statistique sur plusieurs échantillons) en fonction de d. Il apparaît clairement que la répulsion est d'autant plus forte que d est petit. On peut quantifier cette répulsion grâce à deux grandeurs : la distance maximale d_{rep} de laquelle la fissure s'éloigne dans la direction orthogonale à l'axe des fissures initiales (cf. figure D.12(a)) et la pente maximale des chemins de fissuration (cf. figure D.12(b)). Ces deux grandeurs diminuent avec l'écart d. On peut prolonger grossièrement la courbe de la figure D.12(b), qui semble être la plus pertinente car elle fait intervenir une grandeur sans dimension, pour constater que les effets de la répulsion semblent disparaître lorsque

d atteint environ 1.8cm. On retrouve ici la distance d_{int} au-delà de laquelle les deux lignes de fissures n'interagissent plus.

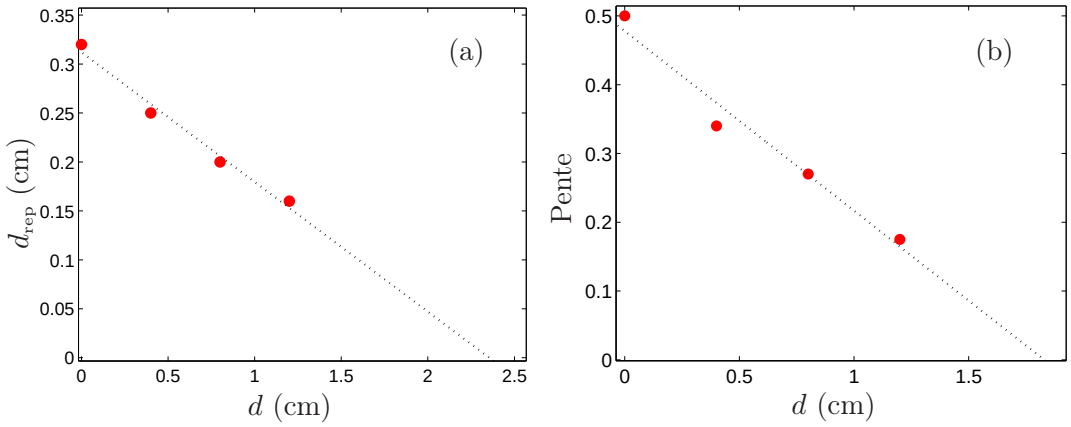


FIG. D.12 – (a) Hauteur maximale atteinte par la fissure. (b) Pente maximale des fissures au début de la répulsion.

D.4.5 Le seuil de rupture du matériau

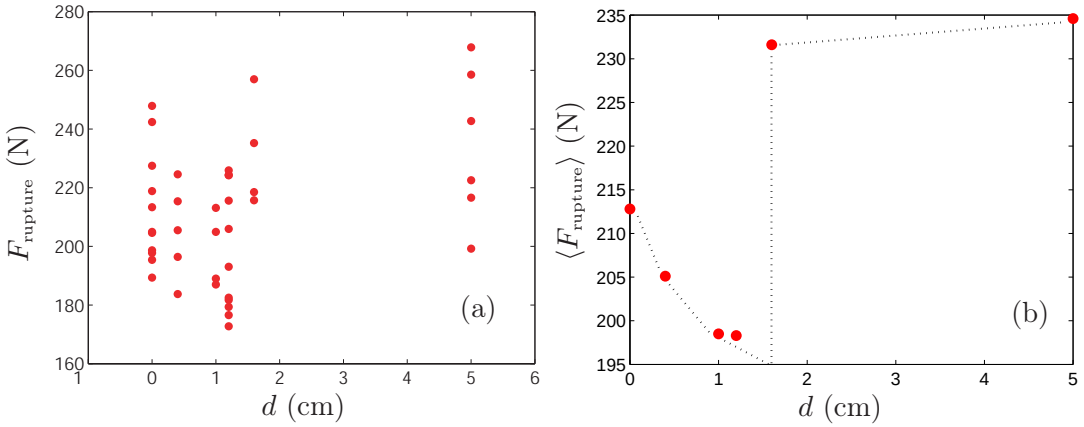


FIG. D.13 – Forces de rupture des échantillons de papier en fonction de la distance entre les deux lignes de fentes, (a) pour chacune des expériences, (b) en valeur moyenne.

Sur la figure D.13(a), on observe les forces de rupture F_{rupture} des échantillons en fonction de l'écart d. Ces seuils de rupture présentent une forte dispersion pour chacune des valeurs de d ce qui est naturel en considérant la nature très hétérogène des échantillons de papier. Sur la figure D.13(b), on représente la valeur moyenne du seuil de rupture en fonction de d. Celle-ci décroît régulièrement lorsque d passe de 0 à 1.6cm environ. Au-delà de cette valeur qui correspond probablement à d_{int}, elle augmente brutalement pour atteindre environ 230N et finalement se stabiliser sur un

palier. Au-delà de la distance d_{int}, les deux lignes de fissures n'interagissent plus et seulement une seule d'entre elles se rompt préférentiellement. Il est donc naturel que le seuil de rupture n'évolue alors plus avec d et que l'on observe un palier. On imagine assez facilement que les seuils de rupture mesurés pour les échantillons répulsifs i.e. de type II soient plus grands que pour ceux de type I. Comme leur proportion augmente lorsque d diminue, on comprend qualitativement l'augmentation du seuil de rupture moyen, résultat d'un mélange des seuils de type I et II, lorsque d diminue.

Annexe E

Liste des publications relatives à la thèse

Les articles cités sont téléchargeables sur l'url suivante :

http ://perso.ens-lyon.fr/pierre-philippe.cortet/publications.html

(1) P.-P. Cortet, S. Santucci, L. Vanel, S. Ciliberto, **Europhysics Letters**, **71** (2), pp. 1-7 (2005)

Slow crack growth in polycarbonate films

(2) P.-P. Cortet, L. Vanel, S. Ciliberto, **Europhysics Letters**, **74** (4), pp. 602-608 (2006)

Super-Arrhenius dynamics for sub-critical crack growth in two-dimmensional disordered brittle media

(3) S. Santucci, P.-P. Cortet, S. Deschanel, L. Vanel, S. Ciliberto, **Europhysics Letters**, **74** (4), pp. 595-601 (2006)

Subcritical crack growth in fibrous materials

(4) P.-P. Cortet, M. Ciccotti, L. Vanel, **Journal of Statistical Mechanics**, **P03005** (2007)

Imaging the stick-slip peeling of an adhesive tape under a constant load

(5) N. Mallick, P.-P. Cortet, S. Santucci, S. G. Roux, L. Vanel, **Physical Review Letters**, **98** 255502 (2007)

Log-cumulant multifractal analysis of roughness : discrepancy between sub-critical and fast rupture

(6) P.-P. Cortet, L. Vanel, S. Ciliberto, soumis à **Physical Review Letters**, arXiv :0706.3522v1,

A dynamical law for slow crack growth in polycarbonate films

(7) P.-P. Cortet, L. Vanel, S. Ciliberto, en préparation pour **Physical Review E**

Slow crack growth in polycarbonate films controlled by crack tip plastic zone growth dynamics

Bibliographie

[1] M. Marder et J. Fineberg, Physics today, **49** 24 (1996)

[2] B. L. Averbach, *Fracture : an Advanced Treatise*, Editeur H. Liebowitz, Academic Press, New York **I** 441 (1968)

[3] I. S. Grigoriev, E. Z. Melikhov et A. A. Radzig, *Handbook of Physical Quantities*, CRC Press, New York (1997)

[4] C. E. Inglis, Trans. Inst. Naval Archit., **55** 219 (1913)

[5] A. A. Griffith, Phil. Trans. Roy. Soc. London, A**221** 163 (1920)

[6] G. R. Irwin, *Fracture : Handbuch der physik*, Springer-Verlag, Berlin **6** 557 (1958)

[7] B. R. Lawn et T. R. Wilshaw, *Fracture of Brittle Solids*, Cambridge University Press, Cambridge (1975)

[8] D. S. Dugdale, J. Mech. Phys. Solids, **8** 100 (1960)

[9] G. I. Barenblatt, Adv. Appl. Mech., **7** 55 (1962)

[10] J. R. Rice, *Fracture : an Advanced Treatise*, Editeur H. Liebowitz, Academic Press, New York **II** 191 (1968)

[11] D. Maugis, *Contact, adhesion, and rupture of elastic solids*, Springer, Berlin (2000)

[12] W. Döll, Adv. Polymer Sc., **52**/**53** 105 (1983)

[13] H. R. Brown et I. M. Ward, Polymer, **14** 469 (1973)

[14] P. J. Hine, R. A. Duckett et I. M. Ward, Polymer, **22** 1745 (1982)

[15] A. Stojimirovic et A. Chudnovsky, Int. J. Frac., **57** 281 (1992)

[16] Bueche F., J. Appl. Phys., **26** 1133 (1955)

[17] Bueche F., J. Appl. Phys., **28** 784 (1957)

[18] V. R. Regel, A. I. Sluzker et E. E. Tomashevski, *Kinetic Nature of Strength of Solids*, Nauka, Moscow (en langue russe) (1974)

[19] S. S. Brenner, J. Appl. Phys., **33** 33 (1962)

[20] S. N. Zhurkov, Int. J. Fract. Mech., **1** 311 (1965)

[21] L. Pauchard et J. Meunier, Phys. Rev. Lett., **70** 3565 (1993)

[22] C. Hsieh et R. Thomson, J. Appl. Phys., **44** 2051 (1973)

[23] M. Marder, Phys. Rev. E, **54** 3442 (1996)

[24] S. Santucci, L. Vanel et S. Ciliberto, Phys. Rev. Lett., **93** 095505 (2004)

[25] R. A. Schapery, Int. J. Frac., **11** 141 (1975)

[26] R. A. Schapery, Int. J. Frac., **11** 369 (1975)

[27] R. A. Schapery, Int. J. Frac., **11** 549 (1975)

[28] A. A. Kaminskii, Soviet. Appl. Mech., **15** 1078 (1979)

[29] A. A. Kaminsky, Proc. 6th Int. Conf. on Advances in Frac. Research, **4** 2849 (1985)

[30] A. A. Kaminskii, Int. Appl. Mech., **40** 829 (2004)

[31] A. Chudnovsky et Y. Shulkin, Int. J. Fract., **97** 83 (1999)

[32] M. K. V. Chan et J. G. Williams, Polymer, **24** 234 (1983)

[33] S. Santucci, L. Vanel, A. Guarino, R. Scorretti et S. Ciliberto, Europhys. Lett., **62** 320 (2003)

[34] S. Santucci, P.-P. Cortet, S. Deschanel, L. Vanel et S. Ciliberto, Europhys. Lett., **74** 595 (2006)

[35] B. B. Mandelbrot, D. E. Passoja et A. J. Paullay, Nature, **308** 721 (1984)

[36] E. Bouchaud, G. Lapasset et J. Planès, Europhys. Lett., **13** 73 (1990)

[37] E. Bouchaud, J. Phys. C, **9** 4319 (1997)

[38] K. J. Måløy, A. Hansen, E. L. Hinrichsen et S. Roux, Phys. Rev. Lett., **68** 213 (1992)

[39] S. Roux, Phys. Rev. E, **62** 6164 (2000)

[40] A. Saichev et D. Sornette, Phys. Rev. E, **71** 016608 (2005)

[41] R. H. Doremus, J. Appl. Phys., **54** 193 (1983)

[42] C. Lu, R. Danzer et F. D. Fischer, Phys. Rev. E, **65** 067102 (2002)

[43] J.-P. Bouchaud, J. Phys. I, **2** 1705 (1992)

[44] S. Ciliberto, A. Guarino et R. Scorretti R., Physica D, **158** 83 (2001)

[45] A. Politi, S. Ciliberto et R. Scorretti, Phys. Rev. E, **66** 026107 (2002)

[46] H. E. Daniels, Proc. R. Soc. London, **183** 404 (1945)

[47] J. Kierfeld et V. M. Vinokur, Phys Rev. Lett., **96** 175502 (2006)

[48] P. F. Arndt et T. Nattermann, Phys. Rev. B, **63** 134204 (2001)

[49] J.-P. Bouchaud et A. Georges, Phys. Rep., **195** 127 (1990)

[50] E. Bouchbinder, J. Mathiesen et I. Procaccia, Phys. Rev. Lett., **92** 245505 (2004)

[51] E. Bouchbinder, I. Procaccia, S. Santucci et L. Vanel, Phys. Rev. Lett., **96** 055509 (2006)

[52] S. Santucci, *Thèse de doctorat*, Ecole Normale Supérieure de Lyon (2004)

[53] P. S. Hope, I. M. Ward et A. G. Gibson, J. Mat. Sc., **15** 2207 (1980)

[54] P. S. Hope, R. A. Duckett et I. M. Ward, J. Appl. Poly. Sc., **25** 1373 (1980)

[55] S. Rabinowitz, I. M. Ward et J. S. C. Parry, J. Mat. Sc., **5** 29 (1970)

[56] H. Eyring, J. Chem. Phys., **4** 283 (1936)

[57] R. J. Young et P. A. Lovell, *Introduction to polymers : second edition*, Chapman & Hall, London (1991)

[58] J. A. Roetling, Polymer, **6** 311 (1965)

[59] J. C. Bauwens, J. Poly. Sc. C, **33** 123 (1971)

[60] D. G. Fotheringham et B. W. Cherry, J. Mat. Sc., **13** 951 (1978)

[61] Y. Nanzai, Prog. Poly. Sc., **18** 437 (1993)

[62] C. Bauwens-Crowet, J. C. Bauwens et G. Homes, J. Mat. Sc., **7** 176 (1972)

[63] I. M. Ward, *Mechanical properties of solid polymers*, Wiley, Chichester (1983)

[64] A. S. Argon, Phil. Mag., **28** 839 (1973)

[65] M. C. Boyce, D. M. Parks et A. S. Argon, Mech. Mat., **7** 15 (1988)

[66] M. C. Boyce, D. M. Parks et A. S. Argon, Mech. Mat., **7** 35 (1988)

[67] M. C. Boyce, E. L. Montagut et A. S. Argon, Poly. Eng. Sci., **32** 1073 (1992)

[68] R. Estevez, S. Basu et E. Van der Giessen, Int. J. Frac., **132** 249 (2005)

[69] N. Saad-Gouider, R. Estevez, C. Olagnon et R. Séguéla, Eng. Frac. Mech., **73** 2503 (2006)

[70] M. L. Falk et J. S. Langer, Phys. Rev. E, **57** 7192 (1998)

[71] J. S. Langer et L. Pechenik, Phys. Rev. E, **68** 061507 (2003)

[72] M. L. Falk, J. S. Langer et L. Pechenik, Phys. Rev. E, **70** 011507 (2004)

[73] E. Bouchbinder, J. S. Langer et I. Procaccia, Phys. Rev. E, **75** 036107 (2007)

[74] E. Bouchbinder, J. S. Langer et I. Procaccia, Phys. Rev. E, **75** 036108 (2007)

[75] G. Picard, A. Ajdari, F. Lequeux et L. Bocquet, Phys. Rev. E, **71** 010501 (2005)

[76] J. Lu et K. Ravi-Chandar, Int. J. Solids Structures, **36** 391 (1999)

[77] F. Leonforte, A. Tanguy, J. P. Wittmer et J.-L. Barrat, Phys. Rev. B, **70** 014203 (2004)

[78] A. Tanguy, F. Leonforte, J.-L. Barrat, Eur. Phys. J. E, **20** 355 (2006)

[79] G. R. Strobl, *The physics of polymers*, Springer, Berlin (1997)

[80] A. M. Donald et E. J. Kramer, J. Mater. Sci., **16** 2967 (1981)

[81] A. M. Donald et E. J. Kramer, J. Mater. Sci., **16** 2977 (1981)

[82] E. J. Kramer, Communication privée (2006)

[83] A. Stojimirovic, K. Kadota et A. Chudnovsky, J. Appl. Polym. Sci., **46** 1051 (1992)

[84] N. Haddaoui, A. Chudnovsky et A. Moet, Polymer, **27** 1377 (1986)

[85] P. Beahan, M. Bevis et D. Hull, Polymer, **14** 96 (1973)

[86] J. Rottler et M. O. Robbins, Phys. Rev. Lett., **89** 195501 (2002)

[87] G. Ryschenkow et H. Arribart, J. Adhes., **58** 143 (1996)

[88] M. Ciccotti, B. Giorgini, D. Vallet et M. Barquins, Int. J. Adh. Adh., **24** 143 (2004)

[89] D. C. Hong et S. Yue, Phys. Rev. Lett., **74** 254 (1995)

[90] M. Ciccotti, B. Giorgini et M. Barquins, Int. J. Adh. Adh., **18** 35 (1998)

[91] R. De, A. Maybhate et G. Ananthakrishna, Phys. Rev. E., **70** 046223 (2004)

[92] R. De et G. Ananthakrishna, Phys. Rev. E., **71** 055201 (2005)

[93] R. De et G. Ananthakrishna, Phys. Rev. Lett., **97** 165503 (2006)

[94] M. Barquins et M. Ciccotti, Int. J. Adh. Adh., **17** 65 (1997)

[95] L. Prandtl, J. Appl. Math. Mech., **8** 85 (1928)

[96] V. M. Vinokur et T. Nattermann, Phys. Rev. Lett., **79** 3471 (1997)

[97] M. C. Marchetti, A. A. Middleton et T. Prellberg, Phys. Rev. Lett., **85** 1104 (2000)

[98] E. Schäffer et P. Z. Wong, Phys. Rev. E, **61** 5257 (2000)

[99] J. S. Urbach, C. R. Madison et J. T. Markert, Phys. Rev. Lett., **75** 4694 (1995)

[100] M. Barquins, B. Khandani et D. Maugis, C. R. Acad. Sci. Paris, **303** 1517 (1986)

[101] D. Maugis et M. Barquins, Adhesion 12, ed. Allen KW (London : Elsevier Applied Science), 205 (1988)

[102] K. Kendall, J. Phys. D, **8** 1449 (1975)

[103] A. Johansen, P. Dimon et C. Ellegaard, Wear, **172** 93 (1994)

[104] T. Baumberger et C. Caroli, Adv. Phys., **55** 279 (2006)

[105] F. Heslot, T. Baumberger, B. Perrin, B. Caroli et C. Caroli, Phys. Rev. E, **49** 4973 (1994)

[106] D. Maugis, Eng. Frac. Mech., **43** 2 217 (1992)

[107] C. Vanneste, A. Gilabert et D. Sornette, J. Phys. A, **23** 3591 (1990)

[108] T. Y. Thomas, *Plastic flow and fracture in solids*, Academic Press, New York (1961)

[109] S. Bohn, L. Pauchard et Y. Couder, Phys. Rev. E, **71**(4) 046214 (2005)

[110] S. Bohn, J. Platkiewicz, B. Andreotti, M. Adda-Bedia et Y. Couder, Phys. Rev. E, **71**(4) 046215 (2005)

[111] J. R. Rice, Proc. 8th U. S. Nat. Con. Appl. Mech., (1978)

[112] S. Melin, Int. J. Frac., **23**, **23** 37 (1983)

Croissance lente de fissures : de la fragilité à la complexité

Résumé :

Cette thèse de doctorat a pour objectif d'apporter une contribution à la compréhension des mécanismes physiques en jeu dans le phénomène de croissance lente de fissures dans un matériau sous contrainte. Ce travail s'appuie principalement sur des études expérimentales, mais est aussi composé de travaux théoriques traités à la fois analytiquement et numériquement.

On aborde différents aspects du phénomène de croissance lente de fissures en allant de systèmes physiques semblant à priori être les plus simples pour s'orienter vers des systèmes de plus en plus complexes. Ainsi, il est d'abord présenté une étude analytique de l'influence du désordre structurel d'un matériau élastique fragile sur le phénomène de croissance lente thermiquement activée d'une fissure sous contrainte. On montre que le désordre a pour effet de ralentir, voire de bloquer, la croissance de la fissure lorsque la température thermodynamique est inférieure à une valeur critique associée à celui-ci. On présente ensuite une étude expérimentale détaillée de la croissance lente d'une fissure dans un film d'un polymère amorphe, le polycarbonate. On interprète la dynamique de croissance de la fissure grâce aux propriétés élasto-visco-plastiques de ce matériau en particulier la loi de fluage d'Arrhenius-Eyring. Plus précisément, on montre que la vitesse de croissance de la fissure se décompose en un terme dépendant de la contrainte moyenne dans les zones plastiques en pointe de fissure et d'un terme analogue à la rupture dans un milieu fragile. On met également en évidence une instabilité de surface dans les zones de striction du polymère. Finalement, on décrit une étude expérimentale préliminaire du phénomène de pelage d'un rouleau de ruban adhésif grâce à une technique d'imagerie à haute vitesse. Cette étude permet pour la première fois un accès direct aux détails de la dynamique de "stick-slip" du point de pelage et ouvre des perspectives pour l'interprétation théorique de ce phénomène.

Mots clefs : fracture, dynamique des polymères, hétérogénéité, visco-plasticité, instabilités

---

Slow growth of cracks : from brittleness to complexity

Abstract :

The aim of this thesis is to contribute to the understanding of the physical mechanisms in action during the phenomenon of slow crack growth under stress. This work contains mainly experimental studies, but also theoretical ones treated analytically and numerically.

We study different aspects of the phenomenon of slow crack growth starting from physical systems that appear to be the simplest and moving to more and more complex systems. We first present an analytical study of the influence of the structural disorder of a brittle elastic material on the phenomenon of thermally activated crack growth under stress. We show that disorder slows down, and even stops completely, the growth of the crack when thermodynamical temperature is under a critical value associated to it. Then, we present a detailed experimental study of the slow growth of a crack in an amorphous polymer film, namely polycarbonate. We understand the dynamics of crack growth thanks to the visco-elasto-plastic properties of the material and in particular the Arrhenius-Eyring creep law. More precisely, we show that the growth velocity of the crack can be decomposed in a term dependant on the mean stress inside the crack tip plastic zones and a term analog to a brittle rupture process. Additionally, we discover a surface instability inside the necking plastic zones of the polymer. Finally, we describe a preliminary experimental study of the peeling of an adhesive tape using a fast imaging technique. This study allows for the first time a direct access to the details of the so called stick-slip dynamics of the peeling point and opens the way for further theoretical understanding of this phenomenon.

Keywords : fracture, polymer dynamics, heterogeneity, visco-plasticity, instabilities

---

Laboratoire de Physique
Ecole Normale Supérieure de Lyon
46 allée d'Italie 69007 Lyon