Conception, Simulation et Realisation d'un processeur optoélectronique pour la reconstruction d'images médicales.

Morgan Madec

▶ **To cite this version:**

Morgan Madec. Conception, Simulation et Realisation d'un processeur optoélectronique pour la reconstruction d'images médicales.. Autre. Université Louis Pasteur - Strasbourg I, 2006. Français. NNT : . tel-00166879

HAL Id: tel-00166879
https://theses.hal.science/tel-00166879

Submitted on 10 Aug 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 5216

École Doctorale Mathématiques, Sciences de l'Information et de l'Ingénieur

ULP – INSA – ENGEES

THÈSE

présentée pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université Louis Pasteur – Strasbourg I
Discipline : Electronique, Electrotechnique et Automatique
Spécialité : Optoélectronique

par

Morgan MADEC

Conception, simulation et réalisation d'un processeur optoélectronique pour la reconstruction d'images médicales

Soutenue publiquement le 10 novembre 2006

Membres du jury

Directeur de thèse :	Dr. Yannick HERVE, ULP, Strasbourg I
Rapporteur interne :	Pr. Fabrice HEITZ, ULP, Strasbourg I
Rapporteur externe :	Pr. Olivier BONNAUD, Univ. de Rennes I
Rapporteur externe :	Pr. Pierre AMBS, Univ. De Haute-Alsace
Examinateur :	Dr. Wilfried UHRING, ULP, Strasbourg I
Examinateur :	Dr. Jean-Baptiste FASQUEL, IRCAD
Membre invité :	Dr. Pascal JOFFRE, Micromodule (Brest)

Laboratoire InESS **UMR 7163**

Thèse présentée pour obtenir de titre de Docteur en Sciences pour l'Ingénieur de l'Université Louis Pasteur – Strasbourg I

Discipline : Electronique, Electrotechnique et Automatique

CONCEPTION, SIMULATION ET REALISATION D'UN PROCESSEUR OPTOELECTRONIQUE POUR LA RECONSTRUCTION D'IMAGES MEDICALES

par

Morgan MADEC

Soutenue publiquement le 10 novembre 2006 devant le jury composé de:

Directeur de thèse :	Yannick HERVE, Docteur HDR, ULP, Strasbourg I
Rapporteur interne :	Fabrice HEITZ, Professeur, ULP, Strasbourg I
Rapporteur externe :	Olivier BONNAUD, Professeur, Université Rennes I
Rapporteur externe :	Pierre AMBS, Professeur, UHA
Examinateur :	Wilfried UHRING, Docteur, ULP, Strasbourg I
Examinateur :	Jean-Baptiste FASQUEL, Docteur, IRCAD, Strasbourg
Membre invité :	Pascal JOFFRE, Docteur, Micromodule, Brest

A mes parents

A Muriel

Remerciements

A l'heure du bilan, force est de constater que la réussite de cette thèse ainsi que le travail présenté dans ce mémoire sont avant tout l'œuvre de l'équipe qui m'a épaulé et soutenu pendant trois ans. Je lui en suis infiniment reconnaissant.

En premier lieu, je souhaiterais remercier les personnes qui m'ont fait confiance dans ma démarche :

Le Professeur ***Daniel MATHIOT****, directeur de l'Institut d'Electronique du Solide et des Systèmes (InESS) et le Docteur* ***Pascal JOFFRE****, directeur de la société Micromodule, dont l'accueil chaleureux au sein de son laboratoire et de son entreprise a largement contribué à l'efficacité de mon travail ;*

Mes co-encadrants, les Docteurs ***Yannick HERVE****,* ***Wilfried UHRING*** *et* ***Jean-Baptiste FASQUEL*** *pour leur investissement au cours de cette thèse, leurs conseils, leur soutien et les connaissances qu'ils m'ont transmis ;*

Les Professeurs ***Olivier BONNAUD****,* ***Pierre AMBS*** *et* ***Fabrice HEITZ*** *qui ont accepté d'être les rapporteurs, malgré les nombreuses charges qui les accaparent. Je suis très heureux de votre participation au jury et vous adresse mon profond respect.*

Le travail en lui-même est le fruit de la collaboration de nombreuses personnes à qui je souhaite également transmettre mes remerciements :

L'équipe du projet POEME, bien entendu, dans laquelle on retrouve Y. Hervé, W. Uhring et J.-B. Fasquel, mais aussi et surtout ***Jérémy BARTRINGER*** *qui m'a assisté pour la mise en place des montages optiques et qui a énormément contribué aux les parties expérimentales du projet ;*

Mes collègues, les Docteurs ***Virginie ZINT****,* ***Jean-Pierre LE NORMAND*** *et* ***Paul MONTGOMERY*** *et le futur Docteur* ***Frédéric MOREL*** *qui n'ont jamais hésité à sacrifier de leur temps pour*

m'apporter leur soutien et leur aide, ainsi que ***Martine BRUTT*** *dont l'efficacité sur le plan administratif n'a d'égal que mon sens du désordre ;*

Mes collègues thésards, ***Sébastien DUGUAY***, ***Etienne PIHANT*** *et* ***Yannick VESCHETTI*** *;*

Les collaborateurs extérieurs, le Docteur ***Eric HUEBER*** *de l'Université de Haute-Alsace (UHA), le Docteur* ***David BRASSE*** *de l'Institut Pluridisciplinaire Hubert Curien (IPHC), le Docteur* ***Marc TORZYNSKI*** *et les Professeurs* ***Dalibor VUKICEVIC*** *et* ***Patrick MEYRUEIS*** *du Laboratoire des Systèmes Photoniques (LSP) ainsi que le Docteur* ***Patrick SUMM*** *de la société Optronis pour nous avoir mis à notre disposition leur matériel et leur savoir nécessaires aux expérimentations ;*

Les stagiaires qui ont contribué à ce travail, ***Geoffrey LEFEVRE***, ***Philippe PAUL***, ***Aurélien MAZEL***, ***Louis GERRER***, ***Clément HEEDER***, ***Antoine LORIETTE***, ***Julien LALANDE***, ***Etienne LAMY***, ***Bastien SAQUET*** *de l'Ecole Nationale Supérieure de Physique de Strasbourg ainsi que* ***Guillaume GORIN*** *de l'Institut Supérieur d'Electronique et du Numérique.*

Enfin, sur un plan plus personnel, je souhaite aussi exprimer toute ma gratitude envers les personnes de mon entourage qui m'ont soutenu et plus particulièrement :

Mes parents et mon amie et peut-être future épouse, Muriel, à qui je dédie ce mémoire ;

Mes correcteurs syntaxiques (principalement Jérémy, Muriel et ses parents) ;

Mon équipe de hockey et en particulier Estelle, Julia, Julie, Marije, Mu, Ed, Lolo, Fred, Michel, Hervé, Manu et Geoff ;

Mes amis Anne, Régis, Juan et Thibault.

Je terminerais en citant John Fitzgerald Kennedy, « l'art de la réussite consiste à savoir s'entourer des meilleurs » …

Table des matières

Avant-propos 1

Chapitre 1 - Motivations 5

Chapitre 2 – Rappels théoriques 13
2.1. Rappels fondamentaux de traitement d'images 13
2.1.1. L'image 13
2.1.2. La transformée de Fourier 2D 14
2.1.3. Quelques exemples de traitement 18
2.2. Rappels fondamentaux d'optique 22
2.2.1. L'optique ondulatoire 22
2.2.2. Théorie de la diffraction 26
2.3. Opérations sur le signal optique 31
2.3.1. Opérations arithmétiques 31
2.3.2. Opérations géométriques 33
2.3.3. Opérations de filtrage 34
2.3.4. Opérations logiques 34
2.4. Les architectures optiques 35
2.4.1. Processeur optique arithmétique « vecteur-matrice » 35
2.4.2. Processeur optique de type Vander Lugt 36
2.4.3. Corrélateur optique à transformée jointe (JTC) 38

PREMIERE PARTIE – Aspect Matériel

Chapitre 3 - Potentiel des processeurs optiques 43
3.1. Puissance de calcul 43
3.1.1. Mesures de puissance de calcul 43
3.1.2. Etat de l'art des calculateurs numériques 45
3.1.3. Potentiel d'un processeur optique 54
3.2. Qualité de traitement 57
3.2.1. Mesure de similarité 57
3.2.2. Processeurs numériques 59
3.2.3. Processeurs optiques 60
3.3. Coût 64
3.4. Bilan 65

Chapitre 4 – Besoins et état de l'art 67
4.1. Les sources de lumière 67
4.1.1. Les différentes sources de lumière 67
4.1.2. Caractérisation d'une source cohérente 70
4.1.3. Réalisation et caractérisation d'une source monochromatique non-cohérente 72
4.2. Les systèmes d'acquisition 73
4.2.1. Comparaison des technologies CCD et CMOS 74
4.2.2. Etat de l'art 76
4.2.3. Conception d'une caméra CMOS intelligente à transfert continu 78

4.3. Les systèmes d'affichage 81

Chapitre 5 – Modulateurs rapides à base de cristaux liquides ferroélectriques 89
5.1. Modèle d'un pixel FLC 89
5.1.1. Etablissement du modèle 90
5.1.2. Simulations 95
5.2. Obtention de niveaux de gris avec un SLM binaire 99
5.2.1. Méthodes existantes 100
5.2.2. Compatibilité avec le calcul optique 101
5.3. Prototypage virtuel d'une commande analogique pour FLC binaire. 106
5.3.1. Prototypage virtuel 106
5.3.2. Etude de faisabilité et résultats préliminaires 107
5.3.3. Poursuite de l'étude 109
5.4. Caractérisation d'un FLC-SLM analogique rapide 109
5.4.1. Protocole expérimental 110
5.4.2. Caractérisation 110
5.4.3. Mesures de la qualité du SLM en formation d'images 114
5.4.4. Améliorations apportées 116
5.5. Bilan 118

DEUXIEME PARTIE – Aspect Algorithmique et Applications

Chapitre 6 – L'imagerie médicale 121
6.1. Les techniques et les systèmes d'imagerie médicale 121
6.1.1. Un peu d'histoire 121
6.1.2. Les scanners à rayons X 122
6.1.3. Les autres systèmes d'acquisitions 123
6.1.4. Perspectives 126
6.2. Rappels mathématiques pour la tomographie par rayons X 128
6.2.1. Principe de mesure d'un scanner à rayons X 128
6.2.2. Transformée de Radon et autres projections 129
6.2.3. Méthodes d'inversion de la transformée de Radon 132
6.2.4. Méthodes d'inversion en géométrie quelconque 137
6.3. Présentation du travail 137

Chapitre 7 – Filtrage optique appliqué aux algorithmes de reconstruction 139
7.1. Le filtrage 139
7.1.1. Propriétés du filtre utilisé 139
7.1.2. Adaptation au filtrage optique 141
7.1.3. Rétroprojection filtrées ou filtrage après rétroprojections 142
7.2. Intérêt du calcul optique 142
7.3. Simulations 144
7.3.1. Mesures de la qualité de traitement 145
7.3.2. Modèles « quasi-idéal » du processeur optique 146
7.3.4. Cas 2D à faisceaux parallèles 147
7.3.5. Cas 3D à géométrie conique 152
7.3.5. Bilan 155
7.4. Résultats expérimentaux 156
7.4.1. Le montage 156
7.4.2. Cas de la reconstruction 2D à faisceaux parallèles 160

7.4.3. Cas de la reconstruction 3D à faisceaux coniques 167
7.5. Bilan 169

Chapitre 8 – Etude de la rétroprojection par voie optique 139
8.1. Conception d'un processeur hybride dédié à l'algorithme ASSR 172
8.1.1. Principe de base de l'algorithme 172
8.1.2. Travaux antérieurs 173
8.1.3. Description du processeur 173
8.1.4. Description de la partie optique 179
8.2. Intérêt du processeur en terme de temps de calcul 182
8.2.1. Coût de la méthode sur un système numérique 182
8.2.2. Evaluation du temps de calcul sur les systèmes récents 183
8.2.3. Modèle « temps de calcul » pour le processeur hybride 183
8.2.4. Bilan 188
8.3. Simulation du noyau optique 190
8.3.1. Le modèle utilisé 190
8.3.2. Simulation du rétroprojecteur optique simple 191
8.3.3. Simulation du rétroprojecteur optique avec filtrage 197
8.3.4. Essai du système complet sur un jeu de données réelles 198
8.3.5. Bilan 200
8.4. Résultats expérimentaux 201
8.4.1. Le montage réalisé 201
8.4.2. Résultats dans le cadre d'une reconstruction simple 205
8.4.3. Résultats dans le cadre de l'algorithme ASSR 207
8.5. Bilan 207

Conclusion 209

Bibliographie 215

Index des figures

Avant-propos 1

Chapitre 1 - Motivations 5
Fig. 1-1. Le processeur MROC. *8*
Fig. 1-2. Le processeur EnLight. *9*

Chapitre 2 – Rappels théoriques 13
Fig. 2-1. Joseph Fourier et sa transformée éponyme. *17*
Fig. 2-2. Exemple de filtrage passe-bas. *18*
Fig. 2-3. Exemple de filtrage passe-haut. *19*
Fig. 2-4. Exemple de filtrage passe-bande. *19*
Fig. 2-5. Exemple de filtrage adapté. *21*
Fig. 2-6. L'expérience des fentes de Young *25*
Fig. 2-7. Diffraction de Fresnel et de Fraunhofer *27*
Fig. 2-8. Utilisation d'une lentille sphérique mince pour le calcul d'une transformée de Fourier *28*
Fig. 2-9. Illustration du calcul de différence de marche dans le cas monodimensionnel *30*
Fig. 2-10. Addition de deux images par superposition ou addition des points d'une image par focalisation. *31*
Fig. 2-11. Multiplication de deux images. *33*
Fig. 2-12. Schéma du prisme de Dove (a) et du « rotateur d'image » (b) *34*
Fig. 2-13. Schéma du processeur arithmétique « vecteur-matrice » *36*
Fig. 2-14. Le processeur optique de Vander Lugt *36*
Fig. 2-15. Le corrélateur optique à transformée jointe *39*

Chapitre 3 - Potentiel des processeurs optiques 43
Fig. 3-1. Evolution du temps de calcul sur une architecture parallèle en fonction du nombre de processeurs utilisés. *48*
Fig. 3-2. Evolution de la taille des transistors, de la cadence d'horloge et du nombre de transistors intégrés pour les processeurs au cours des 35 dernières années. *48*
Fig. 3-3. Evolution de la puissance de calcul en MFLOPS des supercalculateurs *51*
Fig. 3-4. Rapport entre le temps d'accès et la capacité des différents types de mémoire *54*
Fig. 3-5. Exemple d'histogramme joint *57*
Fig. 3-6. Effet de la saturation et de la quantification en traitement d'image. *60*
Fig. 3-7. Image de speckle obtenue avec un laser He-Ne à 633,2 nm à travers une lame en verre. *64*
Fig. 3-8. Courbe performance coût pour systèmes de calculs *64*

Chapitre 4 – Besoins et état de l'art 67
Fig. 4-1. Spectres de différentes sources de lumière *70*
Fig. 4-2. Caractérisation d'une source cohérente (laser fibré iFlex-1000) *71*
Fig. 4-3. Caractérisation d'une source incohérente *72*
Fig. 4-4. A gauche, une vue schématique de 9 pixels d'un capteur CMOS. *75*
Fig. 4-5. Répartition des capteurs CCD et CMOS sur le marché de l'imagerie scientifique *77*
Fig. 4-6. Structure d'une caméra rapide classique *77*
Fig. 4-7. Structure d'une caméra intelligente à transfert en continu *78*
Fig. 4-8. Fonctionnement de la tête de la caméra rapide *79*
Fig. 4-9. Principe de fonctionnement d'un SLM à cristaux liquides nématiques en hélice. *82*

Fig. 4-10. Mise en évidence du couplage entre la phase et l'amplitude dans les modulateurs NLC. ... *82*
Fig. 4-11. Géométrie des cellules à cristaux liquides ferroélectriques stabilisés en surface. *84*
Fig. 4-12. Les matrices de micro-miroirs. ... *85*
Fig. 4-13. Evolution du coefficient de réflexion pour un dispositif de type MQW en fonction de la tension appliquée et de la longueur d'onde d'émission. ... *86*

Chapitre 5 – Modulateurs rapides à base de cristaux liquides ferroélectriques ... 89
Fig. 5-1. Modèle thermique de la cellule FLC. ... *94*
Fig. 5-2. Modèle de l'électronique d'accès à cellule. ... *94*
Fig. 5-3. Vue synoptique du modèle du SLM et de son environnement de mise en œuvre *95*

Fig. 5-4. Simulations statiques du modèle de cellule FLC. ... *96*
Fig. 5-5. Simulations transitoires du modèle de la cellule. ... *96*
Fig. 5-6. Effet du bruit d'agitation thermique sur le retard pur du système. ... *97*
Fig. 5-7. Evolution de l'angle de précession, de la polarisation spontanée, de la viscosité du contraste et du temps de réponse de la cellule en fonction de la température *98*
Fig. 5-8. Evolution de la tension réellement perçue par la molécule au cours du basculement. ... *99*
Fig. 5-9. Modulation analogique d'un FLC binaire en utilisant des micro-domaines. .. *100*
Fig. 5-10. Filtrage d'une image avec multiplexage temporel dans le plan de Fourier. ... *103*
Fig. 5-11. Filtrage d'une image avec multiplexage temporel dans le plan d'entrée ... *103*
Fig. 5-12. Illustration de l'obtention d'un filtre passe-bande par différence entre deux filtres passe-bas. ... *104*
Fig. 5-13. Illustration de la segmentation d'une image filtrée avec un processeur optique utilisant le multiplexage temporel. ... *105*
Fig. 5-14. Détection de contours de l'image par calcul numérique et par simulation d'un filtrage par voie optique ... *105*
Fig. 5-15. Principe du blocage du cristal liquide dans un état intermédiaire ... *106*
Fig. 5-16. Exemple de blocages. ... *108*
Fig. 5-17. Relation entre la durée de l'impulsion et l'état du système. ... *108*
Fig. 5-18. Variation du niveau de blocage avec la température ... *108*
Fig. 5-19. Fig. 5-19. Montage optique utilisé pour la caractérisation du SLM ... *108*
Fig. 5-20. Mesure de linéarité du SLM. ... *111*
Fig. 5-21. Algorithme de calcul des tables de correction ... *111*
Fig. 5-22. Mise en évidence de la non-uniformité de l'image générée par le SLM. ... *111*
Fig. 5-23. Mise en évidence du problème de rémanence. ... *113*
Fig. 5-24. Exemple de correction et de recadrage d'images. ... *114*
Fig. 5-25. Algorithme de calcul et d'application des LUT spatiales. ... *116*
Fig. 5-26. Exemples de correction obtenus avec les LUT spatiales. ... *117*

Chapitre 6 – L'imagerie médicale ... 121
Fig. 6-1. La première radiographie réalisée en 1895 par Wilhelm Röntgen. ... *122*
Fig. 6-2. Le Somatom Sensation 16, un scanner hélicoïdal de dernière génération commercialisé par Siemens ... *123*
Fig. 6-3. Deux robots chirurgicaux : à gauche le NeuroMate et à droite le ROBODOC . *126*
Fig. 6-4. L'opération Lindbergh. ... *128*
Fig. 6-5. Géométrie de projections dites « parallèles » conduisant à la transformée de Radon. ... *129*
Fig. 6-6. Johann Radon et sa transformée éponyme. ... *129*
Fig. 6-7. Géométrie de projections dites « fan-beam ». ... *130*
Fig. 6-8. Géométrie de projections dites « cone-beam » ... *131*
Fig. 6-9. Bilan des méthodes analytiques. ... *134*
Fig. 6-10. L'effet « étoile » apparaissant lorsque le nombre d'angles de reconstruction N est trop faible. ... *134*

Fig. 6-11. Illustration de la recombinaison fan beam vers parallel beam..... 137

Chapitre 7 – Filtrage optique appliqué aux algorithmes de reconstruction 139

Fig. 7-1. Réponse fréquentielle du filtre rampe et du filtre apodisé..... 140
Fig. 7-2. Réponse fréquentielle du filtre rampe et du filtre apodisé à RIF..... 141
Fig. 7-3. Gain en temps de calcul en fonction de la taille des projections. 144
Fig. 7-4. Modèle « quasi-idéal » du processeur optique..... 148
Fig. 7-5. Simulation du filtrage optique dans le cadre de l'algorithme FBP. 149
Fig. 7-6. Simulation de la reconstruction par FBP avec filtrage optique. 150
Fig. 7-7. Résultats complémentaires concernant la reconstruction par FBP avec filtrage optique. 151
Fig. 7-8. Résultats de l'opération de filtrage de l'algorithme FDK avec filtrage optique dans le cas du fantôme de Shepp-Logan contrasté. 153
Fig. 7-9. Résultats de l'opération de filtrage de l'algorithme FDK avec filtrage optique dans le cas du fantôme de Shepp-Logan original. 154
Fig. 7-10. Résultats de reconstruction par algorithme FDK avec filtrage optique..... 155
Fig. 7-11. Illustration du problème de niveaux fantômes sur la LUT racine carrée..... 156
Fig. 7-12. Montage du processeur optique réalisé..... 157
Fig. 7-13. Réglage du processeur optique par l'expérience de Abbé. 159
Fig. 7-14. Réponse du SLM permettant une modulation linéaire du champ électrique.. 160
Fig. 7-15. Reconstruction, après filtrage par voie optique, sur un carré. 160
Fig. 7-16. Réduction du speckle par intégration temporelle..... 162
Fig. 7-17. Implémentation électronique « à la volée » du filtre médian d'ordre 3 et 7 163
Fig. 7-18. Exemple de reconstruction d'un carré avec filtre médian..... 164
Fig. 7-19. Exemple de reconstruction d'un fantôme médical avec filtre médian..... 165
Fig. 7-20. Mise en évidence du manque de qualité de reconstruction par segmentation .. 165
Fig. 7-21. Exemple de reconstruction sur des exemples concrets..... 165
Fig. 7-22. Exemple du filtrage optique sur un fantôme 3D. 167
Fig. 7-23. Exemple reconstruction après filtrage optique sur un fantôme 3D. 168

Chapitre 8 – Etude de la rétroprojection par voie optique 139

Fig. 8-1. Architecture globale du processeur ASSR proposé..... 175
Fig. 8-2. Architecture du noyau de recombinaison du processeur ASSR 176
Fig. 8-3. Diagramme de fonctionnement de la partie recombinaison du processeur ASSR..... 177
Fig. 8-4. Notion de projection et de rétroprojection..... 180
Fig. 8-5. Schéma du processeur optique de rétroprojection..... 181
Fig. 8-6. Proposition de réalisation d'un interpolateur. 187
Fig. 8-7. Accélération du temps de calcul par traitement optique ou hybride en fonction de la taille des images à reconstruire. 189
Fig. 8-8. Reconstruction d'images à l'aide du modèle quasi-idéal du processeur de rétroprojection. 191
Fig. 8-9. Evolution de la qualité de reconstruction en fonction de la dynamique d'affichage. 192
Fig. 8-10. Effet de la quantification en sortie en fonction du nombre d'acquisition par reconstruction. 192
Fig. 8-11. Effet d'une dérive angulaire..... 193
Fig. 8-12. Effet d'un bruit angulaire 193
Fig. 8-13. Rapport signal à bruit en fonction du bruit ou de la dérive angulaire..... 194
Fig. 8-14. Définition des paramètres du modèle optique du prisme de Dove 194
Fig. 8-15. Trajectoire de l'axe optique en fonction de x, y, φ et ψ 196
Fig. 8-16. Rapport signal à bruit sur l'image reconstruite en fonction des paramètres du modèle. 196
Fig. 8-17. Simulation de la reconstruction par rétroprojecteur filtreur. 197
Fig. 8-18. u, v, α_L et ε en fonction de ϑ et ζ 198
Fig. 8-19. Exemple de reconstruction dans les plans inclinés obtenu avec le

modèle quasi-idéal. *200*
Fig. 8-20. *Exemple d'interpolation en z (pour z = 90mm) et comparaison avec l'image originale* *201*
Fig. 8-21. *Réalisation expérimentale du processeur de rétroprojection* *203*
Fig. 8-22. *Face-avant Labview et organigramme du logiciel de pilotage.* *203*
Fig. 8-23. *Schéma du premier objectif du processeur optique.* *204*
Fig. 8-24. *Photo du montage du processeur de rétroprojection.* *204*
Fig. 8-25. *Images obtenues avec le rétroprojecteur optique avec SLM matriciel.* *205*
Fig. 8-26. *Images obtenues avec le rétroprojecteur optique avec SLM matriciel* *205*
Fig. 8-27. *Images obtenues avec le rétroprojecteur optique avec SLM matriciel* *207*
Fig. 8-28. *Comparaison entre les images interpolées obtenues numériquement et optiquement avec le processeur de rétroprojection avec SLM matriciel.* *207*

Index des tableaux

Avant-propos 1

Chapitre 1 - Motivations 5

Chapitre 2 – Rappels théoriques 13

Chapitre 3 - Potentiel des processeurs optiques 43
Tab. 3-1. Puissance de calcul des processeurs génériques actuels dans le cadre du calcul de FFT 49
Tab. 3-2. Puissance de calcul des DSP actuels dans le cadre du calcul de FFT 49
Tab. 3-3. Le principaux supercalculateurs en mai 2006 d'après [TOP]. 50
Tab. 3-4. Implantation de l'algorithme de transformée de Fourier rapide sur FPGA 52

Chapitre 4 – Besoins et état de l'art 67
Tab. 4-1. Caractéristiques des lasers les plus couramment utilisés 69
Tab. 4-2. Avantages des capteurs CCD et CMOS 75
Tab. 4-3. Les principaux fabricants de capteurs CCD. 77
Tab. 4-4. Les principaux fabricants de capteurs CMOS. 78
Tab. 4-5. Les principales liaisons standard utilisées en imagerie rapide. 79
Tab. 4-6. Récapitulatif des principales technologies d'affichage. 87
Tab. 4-7. Etat de l'art des SLM du marché. 87

Chapitre 5 – Modulateurs rapides à base de cristaux liquides ferroélectriques 89
Tab. 5-1. Paramètres utilisés pour les simulations 96
Tab. 5-2. Caractéristiques du FLC de BNS 111
Tab. 5-3. Liste des principaux bruits mis en évidence en formation d'images avec un SLM. 115

Chapitre 6 – L'imagerie médicale 121

Chapitre 7 – Filtrage optique appliqué aux algorithmes de reconstruction 139
Tab. 7-1. Temps de calcul du filtrage dans l'algorithme FBP pour différents systèmes. 144
Tab. 7-2. Etude statistique de la qualité de l'image dans le cadre de l'algorithme FBP optique 150
Tab. 7-3. Caractéristiques des interfaces optoélectroniques utilisées 157
Tab. 7-4. Performances de l'implémentation d'un filtre médian sur une FPGA 162
Tab. 7-5. Mesure de la qualité de reconstruction d'un carré avec filtre médian 164
Tab. 7-6. Mesure de la qualité de reconstruction d'un fantôme médical avec filtre médian 164
Tab. 7-7. Mesure de la qualité du filtrage optique sur un fantôme 3D 169
Tab. 7-8. Mesure de la qualité de reconstruction après filtrage optique sur un fantôme 3D 169

Chapitre 8 – Etude de la rétroprojection par voie optique 139
Tab. 8-1. Grandeurs classiques des scanners hélicoïdaux (en 2003) 174
Tab. 8-2. Performances actuelles des composants électroniques utilisés

pour le processeur ASSR. *188*
Tab. 8-3. Performances actuelles des composants optoélectroniques utilisés pour le processeur. *188*
Tab. 8-4. Comparatif du temps de rétroprojection pour un processeur numérique, un processeur optique et un processeur hybride. *189*
Tab. 8-5. Comparatif du temps de reconstruction pour un processeur numérique, un processeur optique et un processeur hybride. *189*
Tab. 8-6. Comparatif du temps de reconstruction pour un processeur numérique, un processeur optique et un processeur hybride. *206*

Avant Propos

Le présent document dresse le bilan de l'étude menée pendant trois ans et traitant des possibilités d'accélération du traitement des données dans le domaine de l'imagerie médicale à l'aide de calculs par voie optique. Elle s'intègre dans le projet POEME (Processeurs OptoElectroniques pour le Medical), initié en 2002 et pour lequel collaborent quatre entités : l'Institut d'Electronique du Solide et des Systèmes[1] (InESS), la société Micro Module[2], l'Institut de Recherche contre le Cancer de l'Appareil Digestif[3] (IRCAD) et le Laboratoire des Systèmes Photoniques[4] (LSP). Le projet effectif a débuté en juin 2003. Il fait suite aux travaux de thèse du Docteur Jean-Baptiste Fasquel [FAS02]. Le travail est financé sous contrat CIFRE n°414/2003 entre l'InESS et la société Micromodule.

L'efficacité des méthodes d'analyse d'images, dans le cadre de la thérapie assistée, nécessite un flux de données assez important, donc un temps de génération des données assez court. Dans ce domaine et en particulier dans celui de la tomographie à rayons X, les algorithmes sont stables (FBP utilisé depuis plus de 30 ans dans les systèmes commerciaux) et il semble que les temps de reconstruction actuels doivent être accrus afin de correspondre au besoin des systèmes de traitements avals. C'est sur ce point que s'est orienté le projet. En parallèle, une étude sur le potentiel de l'optique en post-traitements d'images médicales a également été menée. Elle a rapidement mis en avant les difficultés suivantes. D'une part la mise en place d'algorithmes performants pour l'interprétation des images médicales reste à l'heure actuelle un problème entier et d'autre part, leur diversité et leur complexité rendent impossible la réalisation de

[1] InESS. UMR 7163. 23, rue du Loess. 67037 Strasbourg.
Contact : Morgan Madec, madec@iness.c-strasbourg.fr, tel : (+33)388106227, fax : (+33)388106548.
[2] Micro Module. 38, rue Jim Sévéllec. 29200 Brest.
Contact : Pascal Joffre, pjoffre@micromodule.fr, tel : (+33)298056360, fax : (+33)298050861.
[3] IRCAD. 1, place de l'hôpital. 67091 Strasbourg.
Contact : Jean-Baptiste Fasquel, jean-baptiste.fasquel@ircad.u-strasbg.fr, tel : (+33)388119079, fax : (+33)388119099.
[4] LSP. Parc d'innovations. Boulevard Sébastien Brandt. BP10413. 67412 Illkirch-Graffenstaden.
Contact : Patrick Meyrueis, Patrick.Meyrueis@ensps.u-strasbg.fr, tel : (+33)390244614, fax : (+33)39024619.

calculateurs optiques génériques. Le développement de systèmes adaptés à un algorithme spécifique reste donc très sensible aux aléas de la recherche.

L'étude s'est déroulée en deux grandes phases. La première englobe tout ce qui concerne le « *hardware* », c'est-à-dire l'aspect matériel. En premier lieu, un état de l'art des calculateurs numériques (microprocesseurs, processeurs dédiés au traitement du signal, composants programmables, calculateurs et supercalculateurs) a été dressé. Il en a été de même avec les composants optoélectroniques (capteurs et afficheurs) qui sont susceptibles d'être utilisés dans les processeurs optiques. Cette première étape aura permis d'obtenir une estimation du potentiel de l'optique confirmant ainsi l'intérêt de notre travail. L'étude des systèmes d'affichage (SLM) a mis en avant certaines limitations, ce qui justifie une attention particulière. Parmi les différentes technologies de SLM, les afficheurs à cristaux liquides ferroélectriques paraissent à l'heure actuelle la technologie la plus mature. Afin de bien comprendre leur fonctionnement, ils ont été étudiés en détail à travers trois travaux : la modélisation comportementale des cellules à cristaux liquides ferroélectriques, l'étude des méthodes d'augmentation de la dynamique pour les afficheurs binaires et surtout leur application en traitement optique de l'image et, pour finir, la caractérisation d'un SLM analogique commercial. Les résultats de cette première phase du travail ont permis d'établir les bases pour la suite de l'étude.

La deuxième étape du travail concerne le « *software* », c'est-à-dire l'aspect algorithmique du projet. Dans un premier temps, les différentes méthodes de reconstruction en tomographie ont été étudiées. Deux géométries de scanner et deux méthodes de reconstructions associées ont retenu notre attention car elles sont à l'heure actuelle les plus standards : d'une part les scanners à faisceaux coniques et l'algorithme FDK qui leur est associé et d'autre part les scanners hélicoïdaux et l'algorithme ASSR qui leur est associé. L'utilisation de l'optique présente un intérêt à deux niveaux : le filtrage des projections et la rétroprojection dans le cas bidimensionnel. Chacune des deux applications a fait l'objet d'une analyse détaillée que l'on peut découper en quatre points : une étude théorique, une évaluation de l'accélération qu'apporterait un processeur optique en comparaison à processeur numérique, une évaluation en simulation de la qualité de l'image obtenue par voie optique et une étude expérimentale. De plus, dans le cas des scanners hélicoïdaux, un processeur hybride dédié à l'exécution de l'algorithme ASSR a été conçu. L'originalité du travail vient du fait que ce système intègre un processeur optique de rétroprojection.

L'ensemble de ces travaux est présenté dans ce mémoire. Le corps du document est divisé en deux parties correspondant aux deux axes d'étude et sous divisé en huit chapitres. Voici une présentation succincte du contenu de chacun d'entre eux :

1. Dans le premier chapitre, les motivations du projet sont exposées et l'intérêt de cette étude dans le contexte médical est discuté.
2. Ensuite, certaines notions théoriques concernant le traitement du signal, l'optique ondulatoire et les architectures classiques de calcul par voie optique sont rappelées.
3. Le troisième chapitre marque le début de l'étude de l'aspect matériel. Il pose les bases de la comparaison entre l'optique et le numérique, à la fois en terme de temps de calcul et de qualité de traitement d'images. Il débute par un état de l'art des processeurs numériques et par l'introduction d'un modèle « temps de calcul » des processeurs optiques qui est affiné et utilisé par la suite dans les exemples d'application. En fin de chapitre, la qualité du traitement optique et les critères qualitatifs et quantitatifs de comparaison entre les images sont discutés.
4. Le quatrième chapitre est un état de l'art des différents éléments composant un processeur optique : les sources de lumière, les caméras et les afficheurs.
5. Il est suivi par un chapitre consacré aux afficheurs réalisés à partir de cristaux liquides ferroélectriques. Les études évoquées ci-dessus (modélisation, étude des techniques d'augmentation de dynamique et caractérisation d'un SLM analogique) y sont traitées. Ce chapitre met un terme à la première partie du mémoire.
6. La deuxième partie débute par un chapitre consacré à l'imagerie médicale en général. Il commence par une présentation des technologies d'imagerie médicale, de leur application et de leurs perspectives d'évolution, en particulier, en robotique chirurgicale. La suite du chapitre se focalise sur la tomographie à rayons X pour laquelle les principales méthodes de reconstruction sont exposées.
7. Le chapitre 7 concerne la première des deux applications : le filtrage des projections par voie optique. Il est divisé en quatre sections correspondant au plan de l'étude : théorie, étude du temps de calcul, simulation, résultats expérimentaux. Le filtrage est étudié dans deux cas : la géométrie 2D à rayons parallèles et la géométrie 3D à faisceau conique.

8. Le dernier chapitre présente le processeur hybride dédié à l'algorithme ASSR et se focalise sur le processeur optique de rétroprojection. L'organisation de celui-ci est la même que celle du chapitre précédent.

En dernier lieu, une conclusion permet de faire une synthèse de l'étude et de discuter, entre autre, de la continuité du projet. Le document est complété par trois chapitres annexes :

A. L'annexe A contient les démonstrations de quelques formules utilisées dans le texte. Les formules classiques ne sont pas redémontrées.
B. L'annexe B rappelle les méthodes de reconstruction d'images dans le cas des géométries à rayons divergents, à rayons coniques et hélicoïdal.
C. L'annexe C expose le modèle complet du processeur de rétroprojection, noyau optique du processeur ASSR.

Chapitre 1
Motivations

Il est difficile aujourd'hui de définir ce qu'est l'optique tant ce domaine a évolué au cours de ces dernières années. Tout d'abord, il s'est limité à l'étude de la vision. Dès le XIXe siècle, toutes les lois permettant d'expliquer les phénomènes lumineux observables sont connues. Le principe de la réflexion de la lumière était déjà maîtrisé chez les Grecs. En 1621, Willebrord Snell établit les lois de la réfraction. Elles seront redécouvertes seize ans plus tard par le philosophe français René Descartes et resteront connues, en France, sous le nom de « lois de Snell-Descartes ». En 1657, Pierre de Fermat redémontre les lois de la réfraction à partir du principe selon lequel le trajet parcouru par la lumière entre deux points est toujours celui qui minimise le temps de parcours. Ce postulat reste connu sous le nom de « principe de Fermat ». Ces deux lois suffisent à régir, encore à l'heure actuelle, l'optique géométrique.

Les opticiens vont alors chercher à aller au-delà, en tentant d'expliquer la source même de tout phénomène observable : la lumière. L'optique ondulatoire naît en 1665. Robert Hooke explique le phénomène lumineux par une vibration de haute fréquence qui se propage dans une direction donnée. Cette théorie est soutenue plus tard par Christiaan Huygens. Thomas Young utilise ce modèle en 1812 pour expliquer les phénomènes d'interférence obtenus notamment par l'intermédiaire de son expérience des « trous d'Young ». En 1818, Augustin Fresnel s'appuie sur les travaux de ses prédécesseurs pour établir la théorie de la diffraction. Enfin, en 1876, James Maxwell met une touche finale à l'étude du caractère ondulatoire de la lumière en proposant sa théorie sur l'électromagnétisme. Il calcule notamment que la lumière visible est une onde électromagnétique transverse (les champs électriques et magnétiques qui la composent sont perpendiculaires à la direction de propagation) qui vibre à environ 5.10^{14} Hz et se propage dans le vide à la vitesse de 299792458 m/s. Toutes les lois énoncées précédemment suffisent à décrire l'ensemble des phénomènes optiques observables, à l'exception des phénomènes d'interaction de la lumière avec la matière (génération de lumière par les atomes, effet photoélectrique). En 1675, Isaac Newton avait abordé pour la première fois la lumière par un concept corpusculaire. Il faudra attendre plus de 200

ans pour qu'Albert Einstein introduise en 1905 la notion de « photon », particule de lumière sans masse, d'énergie $E = h\nu$ (où h est la constante de Planck, égale à $6{,}626.10^{-34}$ m².kg/s). Ce nouveau modèle ne révolutionnera pas pour autant l'optique et l'on admet, encore aujourd'hui, que la lumière présente deux aspects, l'un ondulatoire et l'autre corpusculaire.

A ce stade, l'homme comprend parfaitement ce qu'il voit, mais ne maîtrise pas encore les sources lumineuses. On sait en fabriquer de toutes sortes mais sans contrôler l'émission des photons, ou des trains d'ondes lumineuses. Ceci arrivera à la fin des années 1950 avec l'avènement des LASER (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation), dernière grande évolution qui ouvre l'ère de l'optique moderne. Les principes de l'émission stimulée ont été décrits pour la première fois par Albert Einstein en 1917 mais ce n'est qu'en 1960 que le premier laser à rubis est réalisé par Théodore Maiman. Les principaux avantages de ce type de source d'émission sont sa cohérence spatiale et temporelle (ces points sont explicités au chapitre 2), ouvrant la voie à de nouvelles applications. Depuis, les technologies ont beaucoup évolué, conduisant à des lasers plus puissants et plus petits. En 1962, Robert Hall intègre une cavité résonnante aux côtés d'une LED dans un semi-conducteur, inventant ce que l'on appelle des diodes laser.

Jusqu'au début des années 80, l'optique se limitait encore à la science de l'image. Aujourd'hui, elle n'est plus seulement vectrice d'images, mais de tout type d'informations (mémoires optiques, CD-ROM, réseaux à fibres optiques, …). L'optique fait donc partie intégrante des sciences de l'information, au même titre que l'électronique, l'automatique, l'informatique ou les mathématiques. A l'heure actuelle, seules les capacités de stockage et de transport de l'optique sont pleinement exploitées. Pourtant dès 1956, Edward O'Neill avait évoqué ses capacités de calcul [ONE56]. Les premiers systèmes de traitement d'images par voie optique datent du début des années 60. En 1963, Jumpei Tsujiuchi développe une méthode de correction des aberrations en formation d'images basée sur du filtrage optique [TSU63]. En 1964, Anthony Vander Lugt met au point le corrélateur optique 4f, le premier système réellement dédié au traitement d'images par voie optique, qui permettait la détection d'un objet dans une scène par filtrage spatial [VDL64]. Enfin en 1966, Weaver et Goodmann mettent au point une autre architecture, le corrélateur à transformée jointe, permettant le calcul par voie optique d'une fonction de convolution. Ces deux systèmes sont étudiés plus en détail au chapitre 2.

L'avènement des processeurs optiques est complété, au début des années 70 par le développement de convertisseurs « optique – électronique » et « électronique – optique », permettant ainsi aux systèmes de se comporter, vu de l'extérieur, comme des processeurs classiques avec des entrées numériques et des sorties numériques. Jusque là, les images et/ou les filtres étaient réalisés soit par des diapositives (modulation de la lumière en amplitude), soit par hologrammes (modulation en phase). En 1969, Willard Boyle et George Smith (AT&T Bell Laboratory) mettent au point un dispositif utilisant l'effet photoélectrique permettant de cartographier l'intensité lumineuse dans un plan en accédant à la valeur d'un pixel par transfert de charge [BOY70]. Cette technologie connue sous le nom de CCD (Charge Coupled Device) est à la base de l'imagerie numérique. Le premier système commercial, un capteur de 100x100 pixels fonctionnant à cadence vidéo, a été distribué en 1974 par Fairchild.

A l'autre extrémité, on trouve les afficheurs à cristaux liquides, dont l'invention est attribuée à George Heilmeier (RCA) en 1968. La fiabilité de ces dispositifs a pu être grandement améliorée par l'étude en 1969 par James Fergason de l'effet du champ électrique sur les cristaux liquides en phase nématique. En 1971, il créa l'entreprise ILIXCO (aujourd'hui LXD Inc.) et commercialisa le premier afficheur LCD [LXD]. Coïncidence amusante, la même année Ted Hoff et Federico Faggin (Intel) inventèrent le premier microprocesseur numérique, le 4004. Cette date marque le début de l'ère de l'informatique moderne. Ces points sont abordés au chapitre 3, tandis que l'aspect matériel est abordé aux chapitres 4 et 5.

A cette époque, le fait de pouvoir afficher, à cadence vidéo, une image traitée relevait de l'exploit et les processeurs optiques étaient promis à un très bel avenir, et ce malgré les prévisions de croissance exponentielle des performances des systèmes numériques prédit par le vice-président d'Intel, Gordon Moore en 1965. Dans les années 80, de nombreux travaux sont effectués visant à améliorer les performances des corrélateurs optiques et à expliquer leurs défauts [CHA78a, CHA78b, CAS77, LUX90]. De plus, de nombreuses applications apparaissent : reconnaissance de formes [VDL64, VDL71], suivi de cibles [GAR79], filtrage linéaire et non linéaire [GOO77], opérations géométriques sur l'image [BRY74], correction d'aberrations en formation d'images [TSU63, UPA66], traitement d'images radar [CUR66], reconstruction tomographique par transformée de Radon [NIC78a, NIC78b]. Malheureusement, les interfaces optoélectroniques ne suivent pas et les processeurs numériques redeviendront rapidement plus intéressants. Au début des

années 1990, un certain nombre de projets aboutissent sur des réalisations concrètes. La société Peugeot, associée à l'Ecole Navale de Brest, l'Université de Cambridge et l'Ecole Nationale des Télécommunications de Bretagne, développe un processeur optique permettant la reconnaissance en temps réel de panneaux de signalisation. Le dispositif fonctionne à 25 images par seconde. L'affichage de l'image et du filtre est assuré par des matrices LCD de 128 pixels de côté et l'acquisition est réalisée par une caméra CCD [GUI95]. En 1998, la société Thomson met au point le premier processeur optique rapide (fonctionnant à une cadence supérieure à la cadence vidéo) en utilisant une autre technologie d'afficheurs dans le plan de Fourier [COL98]. Le plan d'entrée est composé d'un matériau photoréfractif et une caméra rapide est utilisée en sortie. Le système permet le calcul de 300 corrélations par seconde. Plus récemment, en 2004, la société Boulder Nonlinear Systems réalise, grâce à ses propres modulateurs rapides de lumière et une caméra rapide DALSA, un système fonctionnant à 4000 images par seconde sur des images 256^2 [EWI04]. En 2000, la société Lockheed Martin réalise un corrélateur optique de même type que celui de Vander Lugt, en intégrant, dans un substrat de silicium, des matrices d'affichage MQW dont la technologie est radicalement différente de celle d'une matrice à cristaux liquides. Grâce à la très grande vitesse de modulation de ces afficheurs, le système atteint la barre des 250000 corrélations par seconde. La caméra utilisée ne fonctionne que pour une zone très réduite de l'image, ce qui explique qu'elle puisse atteindre une telle vitesse (dans le cas contraire, on serait limité par le transfert). D'autres sociétés, comme Litton [CAR98] ou DisplayTech [DIS] ont mis sur le marché à la fin des années 90 des corrélateurs optiques rapides intégrés tel que le MROC (Fig. 1-1). Enfin, la société Lenslet [LEN] a mis au point en 2003 un processeur de type DSP embarquant des processeurs de calcul flottant et entier ainsi qu'un noyau optique gérant les opérations de multiplication vecteur-matrice pour les entiers codés sur 8-bits (EnLight 256, voir Fig. 1-2). Les performances de ce système dépassent de trois ordres de grandeur celles d'un DSP classique. Malgré leur très fort potentiel en terme de vitesse de calcul, les processeurs optiques n'ont jamais connu de véritable succès économique.

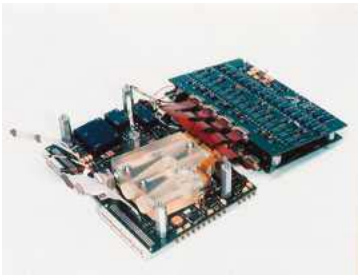


Fig. 1-1. Le processeur MROC. Source : Site internet Global Defence [GLD]

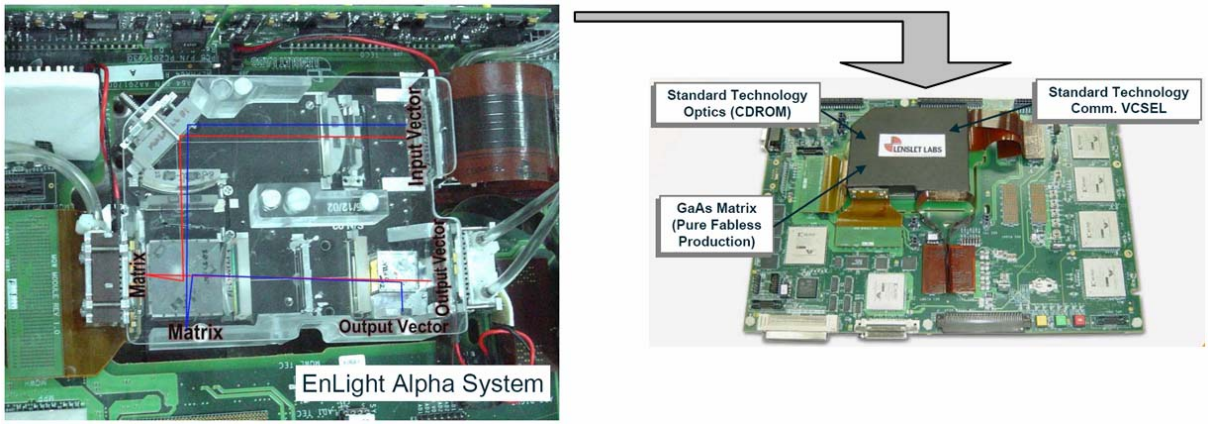


Fig. 1-2. Le processeur EnLight (à gauche) intégré sur une carte de traitement numérique de signal (à droite). Source : Site internet Lenslet [LEN]

La question qui vient alors est : « pourquoi s'intéresser aujourd'hui à une technologie qui tend à être abandonnée depuis déjà une décennie ? ». Plusieurs arguments nous poussent à croire que le calcul par voie optique pourrait bénéficier dans les prochaines années d'un second souffle. En premier lieu, on s'accorde à dire que la fameuse loi de Moore n'aurait plus qu'une dizaine d'années de validité (2017 d'après G. Moore lui-même [INT]). La progression des systèmes numériques devrait bientôt connaître un sévère coup de frein : on tend à se rapprocher des limites technologiques en terme de finesse de gravure et de densité d'intégration, ce qui avait permis jusque là l'augmentation suivant une loi exponentielle. En parallèle, les besoins devraient continuer à augmenter et l'électronique, telle qu'on la conçoit aujourd'hui, pourrait être rapidement dépassée. L'optique se placerait alors comme le candidat idéal pour remplacer les processeurs classiques pour les opérations sur l'image. Ce n'est bien sûr pas la seule alternative : d'autres solutions, dont certaines plutôt exotiques, sont actuellement en cours d'étude (processeurs asynchrones, ordinateurs quantiques, ordinateurs à ADN, …).

Le facteur limitant des processeurs optiques actuels se situe au niveau des interfaces optoélectroniques. Pour ce qui concerne l'acquisition, le marché de l'imagerie numérique est en plein développement, que ce soit dans le domaine « grand public » ou dans des domaines plus spécialisés. L'imagerie rapide, notamment, connaît un essor sans précédent avec de nouveaux dispositifs plus rapides et plus fiables, de nouveaux besoins et de nouvelles applications. On trouve aujourd'hui des capteurs matriciels, intégrés, facilement commandables et permettant d'acquérir plus de 1000 images par seconde dans des résolutions standards. Ces composants sont amenés à se développer encore

dans les années à venir. Au niveau des systèmes d'affichage, de nouvelles technologies émergent, telles que les matrices à puits quantiques, utilisées notamment comme modulateurs tout ou rien dans les systèmes de communications numériques. Ils permettent d'atteindre des fréquences de modulation dépassant le gigahertz. Ce type de modulateur binaire est très prisé, aussi bien sur le marché des communications numériques que sur le marché de l'imagerie « grand public », pour lequel on peut accumuler des images binaires pour donner l'impression d'images en niveaux de gris, ou en couleur. En revanche, les dispositifs rapides permettant une modulation analogique naturelle n'ont, à l'heure actuelle, que peu de véritable marché identifié : leur développement en est donc retardé. Ces points sont étudiés en détail au chapitre 5.

L'application visée pour notre processeur optique, l'imagerie médicale, est un domaine propice au développement des calculateurs optiques [DYD98]. Les techniques d'imagerie médicale ont connu une importante évolution ces dernières années, depuis l'invention en 1960 des radiographies sur papier argentique, jusqu'à la dernière génération de scanners à rayons X en passant par les technologies connexes : scanner à émission de positons, IRM, échographies. Les systèmes de tomographie deviennent de plus en plus complexes, optimisant ainsi de nombreux paramètres tels que les temps d'acquisition ou les doses utilisées au détriment le plus souvent de la simplicité de reconstruction. La dernière génération de scanners médicaux, les scanners hélicoïdaux multi-barrettes [SIE] sont un exemple. Les méthodes de reconstruction, tels que l'ASSR [KAC01], sont complexes et le plus souvent approximatives. Aujourd'hui, le temps d'acquisition est négligeable par rapport au temps de reconstruction (ex : un temps d'acquisition global de quelques secondes pour une vitesse de reconstruction de l'ordre d'une coupe par seconde [SIE]). Ceci peut constituer un verrou technologique important pour l'évolution de l'imagerie médicale vers les applications « temps-réel » que représentent par exemple les futurs systèmes d'assistance en peropératoire. Actuellement et à court terme, les travaux dans le domaine ne sont pas encore suffisamment avancés pour que ce verrou apparaisse. Néanmoins, le besoin estimé pour ces applications place clairement l'image, et donc sa génération, au centre de ces systèmes [DUN03].

La robotique chirurgicale qui est l'un des domaines les plus importants de la thérapie assistée, est aujourd'hui, selon Russel Taylor [TAY03], un grand spécialiste du domaine, au même point que ne l'était la robotique industrielle au début des années 1972. Le potentiel d'évolution est donc énorme. Il est fort probable que les systèmes numériques

conventionnels ne connaissent pas une évolution aussi spectaculaire qu'à la fin du vingtième siècle. Pour ne pas pénaliser les développements dans ce domaine, l'étude d'alternatives aux processeurs classiques, tel que le traitement d'images par voie optique, apparaît donc nécessaire. C'est donc sur ce point que nous proposons de porter notre effort, en parallèle des travaux en matière de logiciel ou de matériel (robots, automates, systèmes d'acquisition).

Chapitre 2
Rappels théoriques

L'objectif de ce chapitre est de rappeler les notions théoriques de base nécessaires à la compréhension du traitement optique de l'information. Il commence par quelques éléments de traitement d'images (transformée de Fourier, convolution, corrélation ...) ainsi que quelques exemples (filtrage en amplitude, filtrage adapté, …). Dans la deuxième partie, les notions fondamentales de l'optique ondulatoire telles que le principe de Huygens-Fresnel, la diffraction de Fresnel ou de Fraunhofer ainsi que les propriétés des lentilles minces sont rappelées. La dernière partie concerne directement les systèmes de traitement optique. La plupart des opérations réalisables optiquement et les architectures qui leur sont associées y sont alors étudiées.

2.1. Rappels fondamentaux de traitement d'images

2.1.1. L'image

L'image est avant tout le produit de la lumière : c'est la distribution spatiale, vue d'un point d'observation, d'une vibration lumineuse, ou d'un flux de photons, selon l'aspect de la lumière que l'on considère. La longueur d'onde de la lumière en définit la couleur tandis que l'amplitude de la vibration traduit son intensité. Au quotidien, nous sommes coutumiers de l'image que nous donnent nos yeux. Ce sont des images analogiques.

Dans ce cas, leur transport est assuré par l'optique. Depuis quelques années, on a assisté au développement de l'image numérique. L'image numérique est constituée d'un ensemble de points discrets (leur nombre définit la résolution de l'image), chacun ayant une valeur elle-même discrète (leur nombre définit la dynamique de codage de l'image). On parle de discrétisation de l'espace et de quantification des niveaux. La couleur est quant à elle synthétisée par la combinaison de trois couleurs primaires (bleu, vert et rouge en synthèse additive ou jaune, cyan, magenta en synthèse soustractive). Si le pas d'échantillonnage, le pas de quantification et le rendu des couleurs sont bien maîtrisés (inférieurs au pouvoir de résolution de l'instrument d'observation), une image numérique peut être vue comme une image analogique.

L'image numérique présente un certain nombre d'avantages :

- Facilité de stockage et de reproduction. Bien que l'on sache fixer des images sur des supports analogiques (films argentiques principalement), celles-ci sont difficilement reproductibles, encombrantes et n'ont pas une durée de vie infinie.
- Adaptation aux supports numériques classiques, la transmission des images numériques pouvant se faire par les mêmes voies que les autres signaux (sons, signaux électriques, …).
- Facilité de traitement. Le traitement de l'image permet son analyse et son interprétation. Le traitement analogique sur des images ne peut se faire que de manière optique, ce qui est par ailleurs l'objet de cette thèse. Nous verrons par la suite que ce type d'opération n'est pas simple à mettre en œuvre. Le fait de disposer d'images numériques permet d'accéder à des traitements plus sophistiqués. Cependant, les traitements par calculs numériques peuvent s'avérer beaucoup plus longs que ceux réalisés par voie optique. Nous reviendrons en détail sur ce point au chapitre 3.

Remarque : En imagerie numérique, on parle régulièrement de « niveau de gris » (ndg) pour quantifier l'intensité d'un pixel (ex : pour une image codée sur 8 bits, un pixel à 0 ndg correspond à un pixel noir et un pixel à 255 ndg est blanc). En imagerie médicale, on parle en unité Hounsfield (HU, en l'honneur de Godfrey Hounsfield, concepteur du premier scanner médical en 1972). Cette unité correspond à une échelle arbitraire de mesure du coefficient d'absorption d'un matériau allant de -1000 à 1000, -1000 étant le coefficient d'absorption de l'air, 0 celui de l'eau et 1000 celui d'un os compact. Sur une image médicale issue d'un scanner à rayon X, les valeurs des pixels (ou des voxels) sont exprimées en HU et représentées par des niveaux de gris, ce qui permet de distinguer les organes (ex : -600 pour les poumons, 0-100 pour les tissus mous,…). Dans toute la suite, lorsque l'on parlera d'images, quelque soit le contexte, on utilisera systématiquement le terme de « niveau de gris ».

2.1.2. La transformée de Fourier 2D

Les méthodes de traitement d'images sont simplement l'adaptation à un espace bidimensionnel des méthodes classiques de traitement du signal. On retrouve donc, sans surprise, la transformée de Fourier comme opérateur de base. Dans le cas 1D elle permet de passer d'une représentation temporelle des signaux à une représentation fréquentielle. En traitement d'images, la variable de temps est remplacée par deux variables d'espace. On parle alors de fréquences spatiales : l'image est vue comme une

superposition « d'images sinusoïdales » et le spectre 2D traduit, pour chacun de ces points, l'amplitude et la phase de celles-ci.

Les transformées de Fourier 2D

La transformée de Fourier bidimensionnelle (TF-2D) s'exprime ainsi :

$$\mathcal{F}2\{f\}(\nu_x,\nu_y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)e^{-2j\pi(\nu_x x+\nu_y y)}dxdy \tag{2-1}$$

Elle s'inverse par la relation suivante :

$$f(x,y)=\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\mathcal{F}2\{f\}(\nu_x,\nu_y)e^{2j\pi(\nu_x x+\nu_y y)}d\nu_x d\nu_y \tag{2-2}$$

Comme dans le cas 1D, cette relation prévaut lorsque l'on travaille avec des signaux analogiques. Dans le cas du traitement numérique du signal, l'image et son espace de Fourier sont discrets. On a alors recours à la transformée de Fourier discrète (TFD-2D) que l'on exprime ainsi :

$$\mathcal{FD}2\{x\}(k_1,k_2)=\sum_{p_1=0}^{N_1-1}\sum_{p_2=0}^{N_2-1}x(p_1,p_2)e^{-j2\pi\left(\frac{k_1p_1}{N_1}+\frac{k_2p_2}{N_2}\right)} \tag{2-3}$$

La TFD-2D inverse se calcule comme suit :

$$x(n_1,n_2)=\frac{1}{N_1N_2}\sum_{p_1=0}^{K_1-1}\sum_{p_2=0}^{K_2-1}\mathcal{FD}2\{x\}(p_1,p_2)e^{j2\pi\left(\frac{n_1p_1}{K_1}+\frac{n_2p_2}{K_2}\right)} \tag{2-4}$$

Le calcul numérique de la TF-1D peut être optimisé par l'algorithme de calcul rapide FFT. Dans le cas des signaux 2D, on peut factoriser l'expression (2-3) qui devient :

$$\mathcal{FD}2\{x\}(k_1,k_2)=\sum_{p_1=0}^{N_1-1}\left(\sum_{p_2=0}^{N_2-1}x(p_1,p_2)e^{-j2\pi\frac{k_2p_2}{N_2}}\right)\cdot e^{-j2\pi\frac{k_1p_1}{N_1}} \tag{2-5}$$

Le calcul d'une FFT-2D peut se décomposer en une série de calculs de FFT-1D : on calcule d'abord la FFT-1D de chaque colonne de l'image, puis la FFT-1D de chaque ligne du résultat. La complexité du calcul d'une TF-1D d'un vecteur de *N* points passe de

$O(N^2)$ dans le cas de son implémentation normale à $O(N\log_2 N)$ en utilisant l'algorithme FFT-1D.

Propriétés de la transformée de TF-2D

Les propriétés de la transformée de Fourier 2D sont les mêmes que celles de la TF-1D. Seules celles qui nous seront utiles dans la suite sont répertoriées ici.

- Linéarité,

$$\mathcal{F}_2\{f+g\} = \mathcal{F}_2\{f\} + \mathcal{F}_2\{g\} \tag{2-6}$$

$$\mathcal{F}_2\{af\} = a\mathcal{F}_2\{f\} \tag{2-7}$$

- Symétrie,

$$\mathcal{F}_2\{f\}(\nu_x,\nu_y) = \overline{\mathcal{F}_2\{f\}}(-\nu_x,-\nu_y) \quad \Leftrightarrow \quad f \text{ est réel} \tag{2-8}$$

- Translation,

$$\mathcal{F}_2\{f(x-x_0,y-y_0)\}(\nu_x,\nu_y) = e^{-j2\pi(x_0\nu_x+y_0\nu_y)}\cdot\mathcal{F}_2\{f(x,y)\}(\nu_x,\nu_y) \tag{2-9}$$

- Facteur d'échelle,

$$\mathcal{F}_2\left\{f\left(\frac{x}{a},\frac{y}{b}\right)\right\}(\nu_x,\nu_y) = |ab|\,\mathcal{F}_2\{f(x,y)\}(a\nu_x,b\nu_y) \tag{2-10}$$

- TF et produit de convolution,

$$\mathcal{F}_2\{f*g\} = \mathcal{F}_2\{f\}\cdot\mathcal{F}_2\{g\} \tag{2-11}$$

$$\mathcal{F}_2\{f\cdot g\} = \mathcal{F}_2\{f\}*\mathcal{F}_2\{g\} \tag{2-12}$$

Le produit de convolution entre deux fonctions étant défini par

$$f*g(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(u,v)\cdot g(x-u,y-v)\,du\,dv \tag{2-13}$$

- TF d'une TF.

$$\mathcal{F}_2\{\mathcal{F}_2\{f(x,y)\}\} = f(-x,-y) \tag{2-14}$$

Analyse harmonique d'une image

Un spectre d'image est en général peu parlant et il est très difficile d'en extraire visuellement des informations (Fig. 2-1). Les basses fréquences spatiales (zones uniformes de l'image) se retrouvent au centre du spectre, tandis que les hautes fréquences (variations brutales, contours) se trouvent en périphérie.

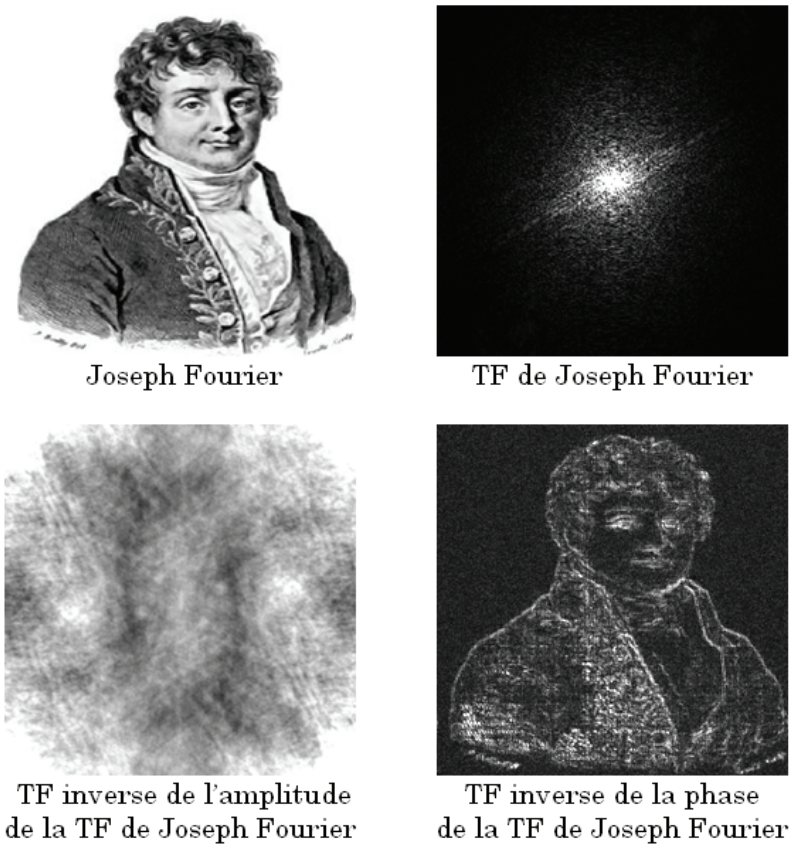


Fig. 2-1. Joseph Fourier et sa transformée éponyme.

De manière générale, sur des images naturelles, l'amplitude contient peu d'information (Fig. 2-1). Elle varie le plus souvent en $1/|\nu|$ car l'image contient de grandes zones quasi-uniformes (basses fréquences). Dans certains cas, elle permet quand même de déterminer des textures dans l'image (ici, sur la figure 2-1-b, on peut déceler une direction légèrement privilégiée, faisant un angle d'environ +30° avec l'axe horizontal, qui correspond au contour franc entre la veste et la chemise de Joseph Fourier. La phase contient quant à elle les informations sur la structure de l'image (Fig. 2-1). Elle est donc capitale en analyse harmonique.

2.1.3. Quelques exemples de traitement

Le filtrage linéaire d'images est une opération courante du traitement d'images. Il peut être menée de deux manières, soit par convolution de l'image par un masque dans le plan image, soit par multiplication de la TF (ou spectre) de l'image avec le TF du filtre dans le plan de Fourier. Ces deux opérations sont strictement équivalentes (voir (2-11)).

Filtrage linéaire en amplitude

Le filtrage linéaire en amplitude d'une image permet de supprimer un certain nombre de composantes, ou au contraire, d'en amplifier d'autres. Comme pour les signaux temporels, on classe les filtres d'amplitude en quatre catégories :

- Les filtres « passe-bas » permettent de supprimer les hautes fréquences d'une image. Les spectres contiennent généralement peu d'information aux hautes fréquences, à l'exception des contours et du bruit. Les filtres passe-bas sont donc souvent utilisés pour débruiter les images avec la contrepartie de l'introduction d'un effet de flou. (Fig. 2-2)
- Les filtres « passe-haut » éliminent quant à eux les basses fréquences (zones homogènes de l'image) et renforcent les hautes. Ils sont donc principalement utilisés pour les opérations de détection de contours. (Fig. 2-3).

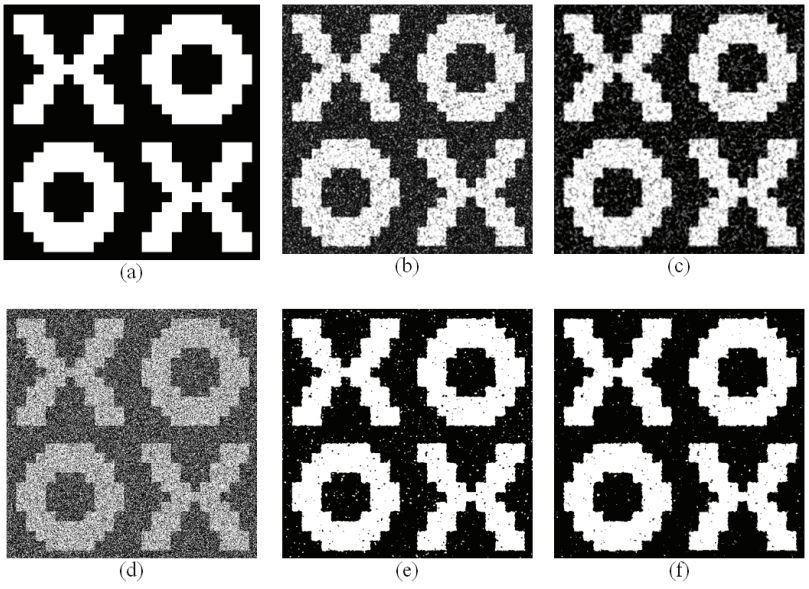


Fig. 2-2. Exemple de filtrage passe-bas. L'image (a) est superposée à un bruit blanc dont l'écart-type est du même ordre de grandeur que la dynamique de l'image (d). Celle-ci est filtrée par un masque de convolution moyenneur 5x5 (b) et par application d'un filtre passe-bas dans le plan de Fourier (c). Les images filtrées sont seuillées (e) et (f). On retrouve à quelques erreurs près l'image initiale.

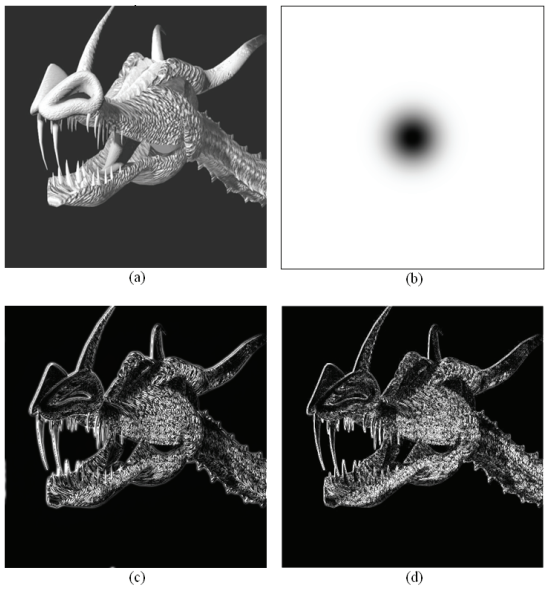


Fig. 2-3. Exemple de filtrage passe-haut. L'image (a) est filtrée par un masque de convolution Laplacien 3x3 (c) et par application d'un filtre passe-haut (b) dans le plan de Fourier (d). Les résultats font apparaître les contours de l'image.

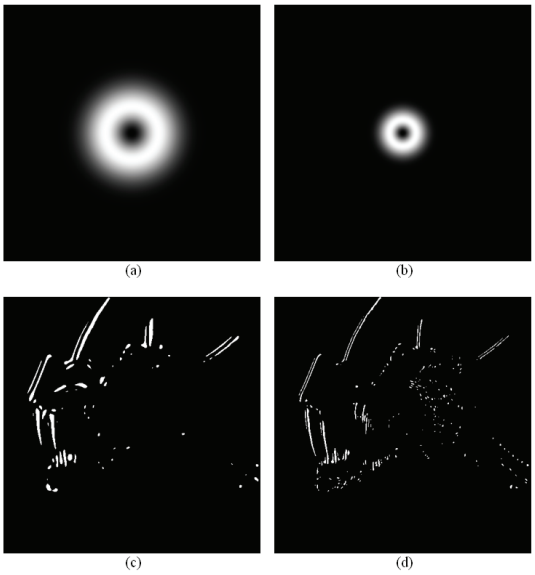


Fig. 2-4. Exemple de filtrage passe-bande. L'image du dragon (Fig. 2-3-a) est filtrée, dans le plan de Fourier par deux filtres passe-bandes de type « difference of Gaussian », l'un (a) calculé pour laisser passer les structures dont la taille est comprise entre 5 et 15 pixels (par ex. les grandes dents), l'autre (b) pour celles entre 4 et 6 pixels (par ex. les petites dents). Les images filtrées sont seuillées (c et d). Les détails sélectionnés par les filtres sont affichés en blanc.

- Les « filtres passe-bande » permettent de sélectionner une bande de fréquence spatiale, ce qui permet notamment de classifier les détails d'une image en fonction de leur taille (Fig. 2-4).

- Les « filtres réjecteurs de bande » permettent au contraire d'éliminer une bande de fréquence spatiale. Ils ont très peu d'applications (détramage par exemple).

Filtrage adapté et corrélation

La corrélation est l'opération entre deux images qui permet de calculer leur ressemblance. On définit une fonction d'intercorrélation, R_{fg}, entre les images $f(x,y)$ et $g(x,y)$ par :

$$R_{fg}(x_0,y_0)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\cdot g\left(x+x_0,y+y_0\right)dxdy \tag{2-15}$$

Corrélation et convolution sont étroitement liées par la formule suivante :

$$R_{fg}(-u,-v)=\left[f(x,y)*g(-x,-y)\right](u,v) \tag{2-16}$$

Cette fonction présente des pics plus ou moins intenses aux endroits où $f(x,y)$ ressemble le plus à $g(x,y)$. Lorsque les deux fonctions *f* et *g* sont égales, on parle de fonction d'autocorrélation. On a alors un pic présentant une intensité maximum centrée sur 0, accompagné éventuellement d'autres pics témoignant de ressemblances locales ou d'une périodicité d'un motif dans l'image.

Le filtrage adapté est une technique, basée sur la corrélation, permettant la reconnaissance d'objets d'intérêt au sein d'une image. Pour simplifier la démonstration, nous supposerons que l'image $g(x,y)$ à traiter ne contient qu'un seul objet d'intérêt $a(x,y)$ placé en (x_0,y_0). On note $f(x,y)$ l'image de fond :

$$g(x,y)=f(x,y)+a(x-x_0,y-y_0) \tag{2-17}$$

La transformée de Fourier de cette image s'écrit :

$$\mathcal{F}2\{g\}(\nu_x,\nu_y)=e^{-2j\pi(x_0\nu_x+y_0\nu_y)}\mathcal{F}2\{a\}(\nu_x,\nu_y)+\mathcal{F}2\{f\}(\nu_x,\nu_y) \tag{2-18}$$

Le filtre $h(x,y)$ est dit adapté à $a(x,y)$ s'il a pour transmittance $\overline{\mathcal{F}2\{a\}(\nu_x,\nu_y)}$. On a alors :

$$\mathcal{F}2\{g*h\}(\nu_x,\nu_y)=e^{-2j\pi(x_0\nu_x+y_0\nu_y)}\left|\mathcal{F}2\{a\}(\nu_x,\nu_y)\right|^2+\mathcal{F}2\{f\}(\nu_x,\nu_y)\overline{\mathcal{F}2\{a\}(\nu_x,\nu_y)} \quad (2\text{-}19)$$

Or,

$$\mathcal{F}2^{-1}\left\{\left|\mathcal{F}2\{a\}(\nu_x,\nu_y)\right|^2\right\}=\mathcal{F}2^{-1}\left\{\mathcal{F}2\{a\}(\nu_x,\nu_y)\cdot\overline{\mathcal{F}2\{a\}(\nu_x,\nu_y)}\right\} \quad (2\text{-}20)$$

D'après les propriétés (2-8) et (2-10), comme $a(x,y)$ est une image réelle,

$$\begin{aligned}\mathcal{F}2^{-1}\left\{\left|\mathcal{F}2\{a\}(\nu_x,\nu_y)\right|^2\right\}&=\mathcal{F}2^{-1}\left\{\mathcal{F}2\{a\}(\nu_x,\nu_y)\cdot\mathcal{F}2\{a\}(-\nu_x,-\nu_y)\right\}\\&=a(x,y)*a(-x,-y)\\&=R_{aa}(-x,-y)\end{aligned} \quad (2\text{-}21)$$

Le résultat du filtrage fait donc apparaître la fonction d'autocorrélation de $a(x,y)$, par conséquent un pic à l'endroit où se trouvait l'objet d'intérêt sur l'image initiale.

$$g*h(x,y)=f*h(x,y)+\delta(x-x_0,y-y_0)*R_{aa}(-x,-y) \quad (2\text{-}22)$$

Le filtrage adapté reste efficace si l'on se limite à l'utilisation d'un filtre en phase pure dans le plan de Fourier. La figure Fig. 2-5 illustre le principe de la détection d'objets par cette méthode.

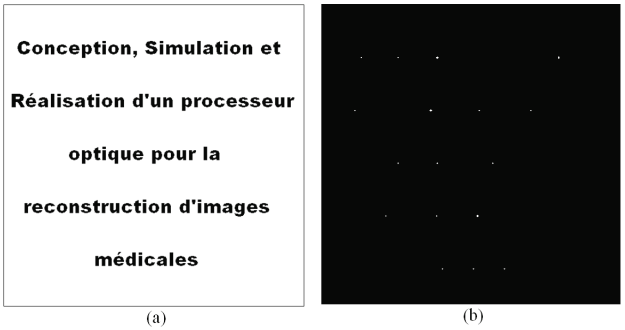


Fig. 2-5. Exemple de filtrage adapté. On cherche à reconnaître la syllabe « tion » dans le texte de gauche. Sur l'image filtrée, un certain nombre de pics apparaissent. Quatre sont plus intenses : ceux qui correspondent à « Conception » et « Simulation » sur la première ligne, « Réalisation » sur la seconde et « reconstruction » sur la quatrième. Les autres pics, moins intenses, témoignent d'une certaine ressemblance des lettres avec « tion ».

Autres types de traitement

Le filtrage linéaire n'est qu'une partie du domaine du traitement d'images. Il existe bien d'autres opérateurs. On peut citer par exemple le filtrage non-linéaire : la morphologie mathématique, la diffusion anisotrope, etc. Enfin, on citera également quelques opérateurs de traitement d'images spécifiques à certaines applications, comme par exemple la transformée de Radon pour la tomographie, dont il est question dans la deuxième partie.

2.2. Rappels fondamentaux d'optique

2.2.1. L'optique ondulatoire

L'optique ondulatoire reprend la théorie de Hooke, considérant la lumière comme un phénomène vibratoire. Un rayon lumineux est associé à une onde électromagnétique.

L'onde électromagnétique

La théorie des ondes électromagnétiques est basée sur les équations de Maxwell formulées en 1876. Les champs électriques $\mathbf{E}$ et magnétiques $\mathbf{B}$ créés par une source dans un milieu homogène de permittivité relative ε_r obéissent aux équations suivantes

$$rot\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \tag{2-23}$$

$$div\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \tag{2-24}$$

$$rot\mathbf{B} - \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mu_0 \mathbf{j} \tag{2-25}$$

$$div\mathbf{B} = 0 \tag{2-26}$$

ε_0 est la permittivité du vide. $\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}$ $m^{-3}kg^{-1}s^4A^2$.

μ_0 est la perméabilité du vide. $\mu_0 = 1{,}25.10^{-6}$ $m.kg.s^{-2}A^{-2}$.

ρ est la densité de charge électrique (supposée nulle dans notre cas).

$\mathbf{j}$ est le vecteur densité de courant (supposé nul dans notre cas).

En utilisant les propriétés mathématiques des champs vectoriels [WRE02], on obtient les équations différentielles de propagation :

$$\Delta\mathbf{E} = \varepsilon_0\varepsilon_r\mu_0\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} \tag{2-27}$$

$$\Delta\mathbf{B} = \varepsilon_0\varepsilon_r\mu_0\frac{\partial^2\mathbf{B}}{\partial t^2} \tag{2-28}$$

Une solution de ces équations est l'onde plane monochromatique dont les champs électriques et magnétiques s'expriment ainsi :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E_m}e^{-i(\omega t-\mathbf{k}.\mathbf{r}-\varphi)} \tag{2-29}$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \mathbf{B_m}e^{-i(\omega t-\mathbf{k}.\mathbf{r}-\varphi)} \tag{2-30}$$

ω est la pulsation de l'onde.

$\mathbf{k}$ est appelé vecteur d'onde.

$\mathbf{E_m}$ et $\mathbf{B_m}$ sont respectivement les vecteurs amplitudes des champs électrique et magnétique de l'onde.

Les vecteurs $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ et $\mathbf{k}$ forment un trièdre direct. On dit que l'onde est transverse. La vitesse de phase de l'onde est alors donnée par :

$$v_\varphi = \frac{c}{n} \tag{2-31}$$

c est la célérité de la lumière dans le vide. c=299792458 m.s^{-1}

n est l'indice de réfraction du milieu défini en fonction de la permittivité relative. $n = \sqrt{\varepsilon_r}$

On définit également la longueur d'onde λ :

$$\lambda = \frac{2\pi}{\|\mathbf{k}\|} = \frac{2\pi c}{\omega n} \tag{2-32}$$

Par la suite, on assimilera l'onde lumineuse à l'expression de son champ électrique $\mathbf{E}$. Un capteur de lumière (œil, caméra, …) ne perçoit pas directement le champ électrique de la lumière mais son intensité, définie de la manière suivante :

$$I \propto \|\mathbf{E}_m\|^2 \propto \|\mathbf{E}\overline{\mathbf{E}}\| \tag{2-33}$$

Polarisation et formalisme de Jones

Avec la direction de propagation et la longueur d'onde, le troisième paramètre qui caractérise une onde est l'orientation du vecteur amplitude du champ électrique dans les plans perpendiculaires au vecteur d'onde. On appelle ce paramètre la polarisation de l'onde [HUA94]. Soit Oz la direction de propagation de l'onde. On peut écrire l'onde électromagnétique de la manière suivante :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = A_x e^{-i(\omega t - \mathbf{k}.\mathbf{r} - \varphi_x)}\mathbf{e_x} + A_y e^{-i(\omega t - \mathbf{k}.\mathbf{r} - \varphi_y)}\mathbf{e_y} \tag{2-34}$$

La polarisation d'une onde peut être vue comme la trajectoire de l'extrémité du vecteur champ électrique que l'on pourrait voir lorsque le vecteur d'onde pointe vers nous. Citons quelques cas particuliers :

- Lorsque $\varphi_x = \varphi_y$, la polarisation est dite rectiligne.
- Lorsque $\varphi_x - \varphi_y = \pm\pi/2$ et $A_x = A_y$, la polarisation est circulaire.
- Dans tous les autres cas, la polarisation est dite elliptique.

L'état de polarisation d'une onde peut être décrit par le formalisme de Jones. L'onde y est représentée par un vecteur de deux lignes défini ainsi :

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2}}\begin{bmatrix} A_x \\ A_y e^{i(\varphi_y - \varphi_x)} \end{bmatrix} \tag{2-35}$$

Ce vecteur est généralement normalisé et une des composantes au moins est réelle. Si elles le sont toutes les deux, l'onde est rectiligne. Si l'une des deux est imaginaire pure et que $A_x = A_y$, la polarisation est circulaire. Le formalisme de Jones permet de décrire, de manière simple, l'effet d'un composant optique sur la polarisation d'une onde incidente à l'aide d'une matrice 2x2. L'équation (2-36) donne l'exemple de la matrice de Jones d'un polariseur orienté selon l'axe O_x et traversé par une onde rectiligne orientée à 45° par rapport axes O_x et O_y. L'onde résultante est bien une onde rectiligne orientée selon O_x.

$$\mathbf{J_{out}} = \mathbf{J_{polar}} \times \mathbf{J_{in}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \times \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2-36}$$

Notion de cohérence

L'onde électromagnétique est l'élément de base d'un rayonnement lumineux. Traditionnellement, la lumière est constituée d'une succession de trains d'onde dont la phase est aléatoire. L'émission stimulée, exploitée dans les lasers, permet de générer des trains d'onde en phase. Ceci mène à introduire la notion de cohérence d'une émission lumineuse. Elle se présente sous deux aspects, la cohérence spatiale et la cohérence temporelle.

Une manière empirique d'aborder la cohérence temporelle est une expérience d'interférométrie, comme par exemple l'expérience des trous d'Young (Fig. 2-6). Les rayons *(SAM)* et *(SBM)* se rejoignent en *M*. Deux cas de figure sont possibles. Si la différence de chemin optique, ou « différence de marche », δ entre les deux rayons est faible, ils appartiennent au même train d'onde. Ils possèdent encore une relation de phase en M et peuvent former des interférences. Si au contraire δ est trop grand, les deux rayons n'appartiennent pas au même train d'onde en *M*. Leur relation de phase est aléatoire et, par moyennage, on n'observe aucune interférence. La différence de marche limite permettant d'observer ces interférences est appelée longueur de cohérence L_C. Cette grandeur est étroitement liée au spectre de la source lumineuse :

$$L_C = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \tag{2-37}$$

$\Delta\lambda$ est la largeur spectrale ou largeur à mi-hauteur du pic d'émission dans le spectre.

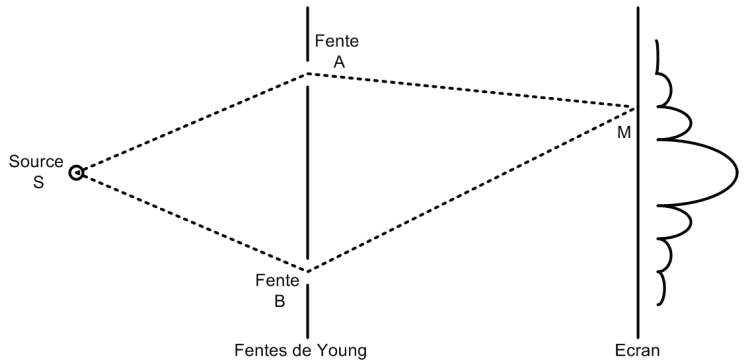


Fig. 2-6. L'expérience des fentes de Young

Une onde purement monochromatique aurait donc une longueur de cohérence infinie. En pratique, la longueur de cohérence des sources dites « incohérentes » ne dépasse pas le

millimètre. Celle des sources cohérentes, les lasers, peut atteindre l'ordre de grandeur du mètre.

La cohérence spatiale décrit, dans le cas d'une source étendue par exemple, la capacité de chacun des points d'un front d'onde à interférer avec n'importe quel autre point. Dans le cas d'une source laser, la largeur de cohérence ($a = \lambda / \alpha$) dépend de l'étendue spatiale α du faisceau lumineux.

2.2.2. Théorie de la diffraction

Principe d'Huygens-Fresnel

L'optique diffractive repose essentiellement sur le principe d'Huygens-Fresnel. Son énoncé comporte deux parties.

« La lumière se propage de proche en proche. Chaque élément de surface atteint par celle-ci se comporte comme une source de lumière secondaire qui émet des ondelettes sphériques dont l'amplitude est proportionnelle à cet élément » (Christiaan Huygens, 1678)

« L'amplitude complexe de la vibration lumineuse en un point de l'espace est la somme des amplitudes complexes des vibrations produites par toutes les sources secondaires. On dit que toutes ces vibrations interfèrent pour former la vibration au point considéré» (Augustin Fresnel, 1678)

Une onde sphérique s'exprime sous la forme suivante :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_{\mathbf{m}} \frac{e^{-i(\omega t - \mathbf{k}.\mathbf{r} - \varphi)}}{r} \tag{2-38}$$

D'après le principe d'Huygens-Fresnel, l'amplitude complexe d'une onde au point P, $\mathbf{E}(\underline{\mathrm{P}},t)$, peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\mathbf{E}(\underline{\mathrm{P}},t) = \frac{1}{j\lambda}\int_S \mathbf{E}(\underline{\mathrm{M}},t) Q \frac{e^{-i(\omega t - \mathbf{k}.\mathbf{r} - \varphi)}}{r} dS \tag{2-39}$$

$r = MP$, M étant un point de l'espace se comportant comme une source secondaire.

dS désigne l'élément de surface entourant M dans le plan d'entrée S.

Q est le coefficient d'inclinaison, homogène à l'inverse d'une longueur, qui dépend de l'angle que fait le vecteur **MP** avec la normale **n** à la surface dS.

Diffraction de Fresnel

L'approximation de Fresnel pour un phénomène diffractif est valable lorsque la distance entre le plan d'émission et le plan d'observation est grande par rapport à l'écartement de P par rapport à l'axe optique, défini par la direction normale **n** (Fig. 2-7). Dans ce cas, on peut approcher le facteur d'inclinaison par 1. De plus, la distance r est essentiellement déterminée par l'écartement des deux plans. Dans ce cas, on peut écrire le développement limité de la distance MP :

$$\mathrm{MP} = z\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{x-a}{z}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{y-b}{z}\right)^2\right] \tag{2-40}$$

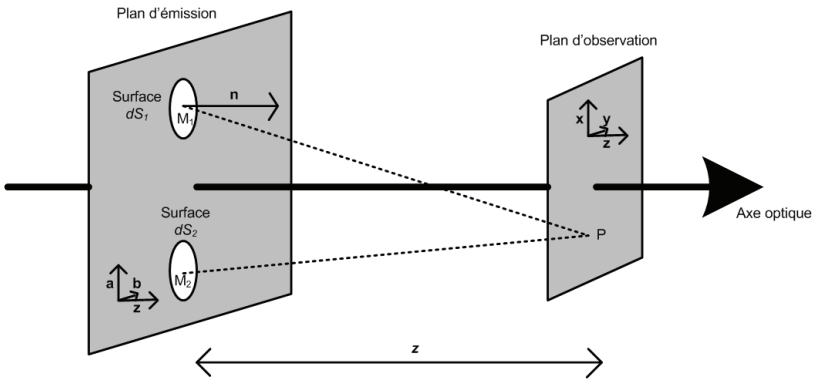


Fig. 2-7. Diffraction de Fresnel et de Fraunhofer

Si l'on introduit ces approximations dans l'expression (2-39), on trouve (le terme temporel $e^{-i\omega t}$ ainsi que le terme de phase à l'origine $e^{-i\varphi}$ ont été omis pour simplifier les expressions) :

$$\mathbf{E}\left(\underline{\mathrm{P}},t\right)=\frac{e^{-ikz}}{j\lambda z}\int_S \mathbf{E}\left(\underline{\mathrm{M}},t\right)e^{-ik\frac{1}{2}\left(\frac{x-a}{z}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{y-b}{z}\right)^2}dS \tag{2-41}$$

Dans le terme exponentiel, le développement limité ne peut être utilisé à l'ordre 0, comme c'est le cas au dénominateur, dans la mesure où le vecteur d'onde **k** est généralement très grand : l'approximation peut conduire à des erreurs de phase supérieures à 2π.

Diffraction de Fraunhofer

L'approximation de Fraunhofer ajoute l'hypothèse que la distance z entre les deux plans est très grande devant l'ouverture du plan d'émission : $z \gg \max\left(\sqrt{a^2+b^2}\right)$. Dans ce cas, l'expression (2-41) peut s'écrire :

$$\mathbf{E}\left(\underline{\mathrm{P}},t\right)=\frac{e^{-ikz}}{j\lambda z}e^{-\frac{ik}{2z}\left(x^2+y^2\right)}\int_S \mathbf{E}\left(\underline{\mathrm{M}},t\right)e^{-ik(xa+yb)}dS \tag{2-42}$$

On reconnaît maintenant, dans l'expression (2-42), l'intégrale caractéristique d'une transformée de Fourier. On peut donc écrire :

$$\mathbf{E}\left(\underline{\mathrm{P}},t\right)=\frac{e^{-ikz}}{j\lambda z}e^{-\frac{ik}{2z}\left(x^2+y^2\right)}\mathcal{F}\left\{\mathbf{E}\left(\underline{\mathrm{M}},t\right)\right\}\left(\nu_x,\nu_y\right) \tag{2-43}$$

ν_x et ν_y étant les fréquences spatiales.

Dans le plan d'observation, les fréquences spatiales et les coordonnées x et y sont liées par les relations suivantes :

$$\nu_x=\frac{x}{\lambda z} \quad \text{et} \quad \nu_y=\frac{y}{\lambda z} \tag{2-44}$$

Utilisation d'une lentille sphérique mince

Le calcul précédent montre qu'il est possible d'observer une transformée de Fourier en optique à l'infini d'un plan d'entrée. Ce type d'observation est également possible à travers une lentille mince. Considérons le schéma de la Fig. 2-8.

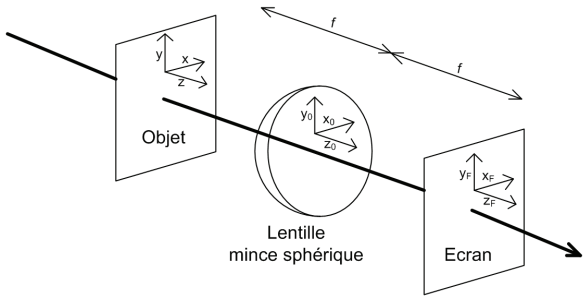


Fig. 2-8. Utilisation d'une lentille sphérique mince pour le calcul d'une transformée de Fourier

En appliquant la formule de la diffraction de Fresnel entre les plans situés juste après la lentille et le plan focal de celle-ci, on obtient :

$$\mathbf{E}\left(x_f, y_f, z_f\right) = \frac{e^{-ikf}}{j\lambda f} e^{j\frac{k}{2f}\left[x_f^2 + y_f^2\right]} \iint_S \mathbf{E}\left(x_0, y_0, z_{0^+}\right) e^{j\frac{k}{2f}\left[x_0^2 + y_0^2\right]} e^{-j\frac{k}{f}\left[x_f x_0 + y_f y_0\right]} \tag{2-45}$$

Dans l'approximation d'une lentille sphérique mince, l'épaisseur de la lentille est supposée négligeable de sorte que, d'une part, les phénomènes de diffraction entre le plan d'entrée et le plan de sortie sont négligeables et, d'autre part, la réfraction est suffisamment faible pour que l'on puisse considérer que les points d'entrée et de sortie d'un faisceau ont la même coordonnée. La relation entre le champ électrique à la sortie d'une lentille et celui à l'entrée dépend uniquement du retard engendré par la traversée de l'épaisseur du verre $\Delta(x, y)$ qui dépend elle-même de l'endroit où la lumière pénètre dans la lentille :

$$\Delta(x, y) = \Delta_0 - \frac{x^2 + y^2}{2f(n-1)} \tag{2-46}$$

f est la focale de la lentille.

D'où la relation :

$$\mathbf{E}\left(x_0, y_0, z_{0^+}\right) = \mathbf{E}\left(x_0, y_0, z_{0^-}\right) e^{jk\Delta_0} e^{-j\frac{k}{2f}\left[x_0^2 + y_0^2\right]} \tag{2-47}$$

Enfin, entre le plan de l'objet et le plan de la lentille, on applique une nouvelle fois la diffraction de Fresnel :

$$\mathbf{E}\left(x_0, y_0, z_{0^-}\right) = \frac{e^{-ikf}}{j\lambda f} e^{j\frac{k}{2f}\left[x_0^2 + y_0^2\right]} \iint_S \mathbf{E}\left(x, y, z\right) e^{j\frac{k}{2f}\left[x^2 + y^2\right]} e^{-j\frac{k}{f}\left[x x_0 + y y_0\right]} \tag{2-48}$$

En combinant (2-45), (2-47) et (2-48) on trouve la relation suivante

$$\mathbf{E}\left(x_f, y_f, z_f\right) = \frac{e^{2ikf} e^{ik\Delta_0}}{j\lambda f} \iint_S \mathbf{E}\left(x, y, z\right) e^{-j\frac{k}{f}\left[x x_0 + y y_0\right]} = C\mathcal{F}\left\{\mathbf{E}\left(x, y, z\right)\right\}\left(\nu_x, \nu_y\right) \tag{2-49}$$

Dans le plan d'observation, les fréquences spatiales s'expriment maintenant :

$$\nu_x = \frac{x_f}{\lambda f} \quad \text{et} \quad \nu_y = \frac{y_f}{\lambda f} \tag{2-50}$$

Modèle discret

Le modèle discret permet de retrouver le résultat précédent par la méthode des différences de marche dans le cas où le plan d'émission et le plan d'observation sont discrétisés. Reconsidérons la Fig. 2-8. On appelle $u(m,n)$ la répartition discrète du champ électrique dans le plan d'émission. En vertu du principe de Fresnel, la répartition $v(k,l)$ du champ électrique dans le plan d'observation peut s'écrire :

$$v(k,l) = A \sum_{i=-M}^{M} \sum_{j=-N}^{N} u(m,n) \cdot e^{jk\delta(m,n,k,l)} \tag{2-51}$$

$\delta(m,n,k,l)$ est la différence de marche entre le rayon issu de *(m,n)* arrivant en *(k,l)* et le rayon issu de l'axe optique arrivant au même point.

A est une constante complexe.

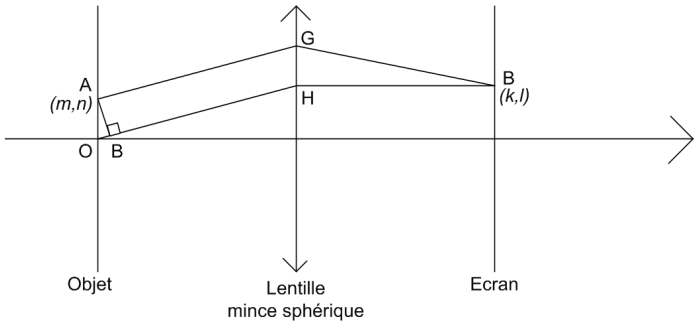


Fig. 2-9. Illustration du calcul de différence de marche dans le cas monodimensionnel

Par propriété des lentilles minces, la différence de chemin optique entre *GB* et *HB* est nulle. La différence de marche est donc portée uniquement par *OB*. Par des considérations géométriques, on obtient :

$$\delta(m,n,k,l) = \Delta x \Delta a \frac{mk}{2f} + \Delta y \Delta b \frac{nl}{2f} \tag{2-52}$$

Δx , Δy , Δa et Δb sont respectivement les pas d'échantillonnage en *x* et *y* (dans le plan de l'écran) et en *a* et en *b* (dans le plan objet).

Si $\Delta x = \Delta y$ et $\Delta a = \Delta b$ (ce qui est équivalent à dire que la grille d'échantillonnage est carrée) $v(k,l)$ correspond donc à une constante près à la transformée de Fourier discrète de $u(m,n)$:

$$v(k,l) = A \sum_{i=-M}^{M} \sum_{j=-N}^{N} u(m,n) \cdot e^{\frac{jk\Delta x \Delta a}{f} \delta(mk+nl)} \tag{2-53}$$

2.3. Opérations sur le signal optique

2.3.1. Opérations arithmétiques

Les opérations arithmétiques sur des signaux optiques sont les plus évidentes.

Addition / Soustraction

On peut distinguer deux types d'addition (Fig. 2-10) : l'addition de deux images (superposition) ou l'addition des points d'une image (focalisation).

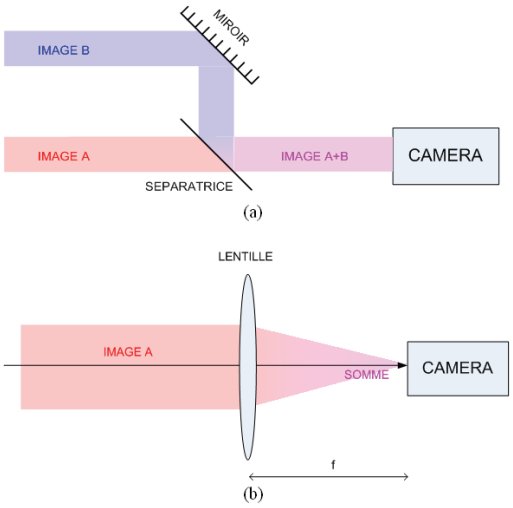


Fig. 2-10. Addition de deux images par superposition (a) ou addition des points d'une image par focalisation (b).

La technique de superposition permet de sommer deux images. Le champ électrique résultant peut s'écrire sous la forme suivante :

$$s(\mathbf{r},t) = \left(E_1 + E_2 e^{i\Delta\varphi(t)}\right) e^{-i(\omega t - \mathbf{k}.\mathbf{r})} \tag{2-54}$$

où $\Delta\varphi(t)$ représente le déphasage entre les deux ondes.

L'addition ne donne pas le même résultat selon que l'on soit en lumière cohérente ou incohérente. Dans le premier cas, les deux fronts d'onde additionnés ont une relation de phase. Le terme $\Delta\varphi(t)$ est constant et le résultat de l'addition sera donc :

$$S(\mathbf{r},t) = \left|\left(E_1 + E_2 e^{i\Delta\varphi(t)}\right)\right|^2 \tag{2-55}$$

En créant une différence de marche entre les deux faisceaux telle que $\Delta\varphi(t) = \pi$, on peut donc réaliser une opération de soustraction.

En lumière incohérente, les vibrations n'ont plus de relation de phase. La fonction $\Delta\varphi(t)$ devient aléatoire. En moyenne, même sur un temps très court, le terme en cosinus est nul. Dans ce cas, on dit que l'on ne somme plus les champs électriques mais les intensités lumineuses.

$$\begin{aligned} S(\mathbf{r},t) &= \left|\left(E_1 + E_2 e^{i\Delta\varphi(t)}\right)\right|^2 \\ &= |E_1|^2 + |E_2|^2 + 2E_1E_2\cos(\varphi(t)) \\ \Rightarrow \quad \overline{S(\mathbf{r})} &= |E_1|^2 + |E_2|^2 \end{aligned} \tag{2-56}$$

La méthode par focalisation permet quant à elle de sommer les éléments d'une image. Utilisé en lumière cohérente, le montage est équivalent à celui de la figure 2-8 qui calcule une transformée de Fourier optique dont la fréquence centrale représente la composante continue (donc la somme) de l'image. En lumière incohérente, si on suppose l'astigmatisme parfait, tous les pixels sont projetés au point focal de la lentille. La somme correspond, dans le premier cas, à la somme des champs électriques et, dans le deuxième, à la somme des intensités.

$$S_{coh} = \left|\sum_k E_k\right|^2 \tag{2-57}$$

$$S_{inc} = \sum_k |E_k|^2 \tag{2-58}$$

La multiplication

La multiplication de deux fronts lumineux se fait par l'intermédiaire d'un afficheur adressé optiquement (OASLM) [MAS89]. Sur sa face avant, ce dispositif reproduit, sous forme d'une « diapositive » en réflexion, l'image qu'il reçoit sur la face arrière. En envoyant l'image A sur la face arrière et l'image B sur la face avant, l'image réfléchie par l'OASLM est bien AxB (Fig. 2-11).

Si au moins l'une des deux images est numérisée, il est possible de remplacer l'OASLM par n'importe quel autre afficheur adressé électroniquement pour réaliser la même opération.

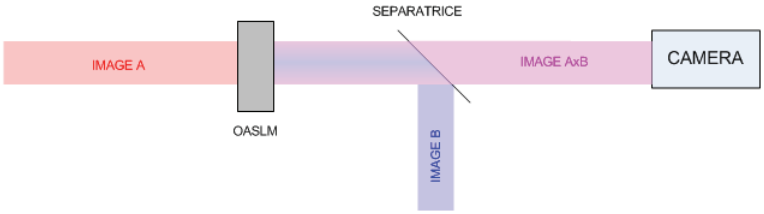


Fig. 2-11. Multiplication de deux images.

2.3.2. Opérations géométriques

Les opérations géométriques sont basées sur les propriétés géométriques de certains dispositifs optiques. Etudions par exemple l'interpolation et la rotation.

Interpolation

L'interpolation permet, pour une image numérisée, de passer d'une grille d'échantillonnage à une autre. Optiquement, cette opération est réalisée en générant une image par l'intermédiaire d'un afficheur dont les pixels possèdent les caractéristiques de la grille initiale, en la projetant sur une caméra dont les pixels correspondent à la nouvelle grille. S'il n'existe pas de tels composants ayant le bon rapport de taille de pixels, un système optique (lentille ou télescope afocal [PER96]) peut-être utilisé pour créer un grandissement sur l'image et compenser ce manque. Le grandissement peut être différent dans les deux directions si on emploie des lentilles cylindriques.

La rotation

La rotation d'image est une opération très coûteuse en temps de calcul numérique. Elle peut être réalisée optiquement grâce à un prisme de Dove (Fig. 2-12). La géométrie de celui-ci est calculée de sorte qu'un rayon incident parallèle à la base du prisme entrant

au centre de la face d'entrée ressorte également parallèle à la base du prisme et au centre de la face de sortie.

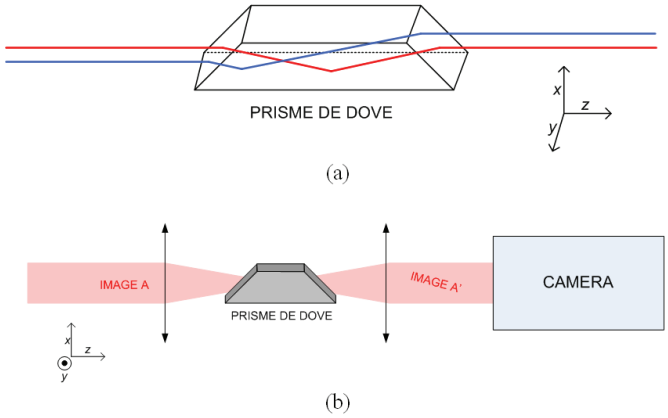


Fig. 2-12. Schéma du prisme de Dove (a) et du « rotateur d'image » (b).

La figure 2-12-b est un exemple de montage permettant de réaliser un « rotateur d'image ». On montre que lorsque la base du prisme forme un angle de Φ avec le plan *Oyz,* le point de sortie du faisceau est (Annexe C) :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos 2\Phi & -\sin 2\Phi \\ -\sin 2\Phi & \cos 2\Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \tag{2-59}$$

Le montage précédent permet donc de réaliser la rotation d'une image sur la caméra d'un angle de 2Φ autour de l'axe *Oz* ainsi qu'une symétrie par rapport à l'axe *Oy* (image renversée).

2.3.3. Opérations de filtrage

Les opérations de filtrage sont basées sur les propriétés des lentilles minces vues dans la section précédente. Les deux architectures les plus couramment utilisées sont décrites ci-après.

2.3.4. Opérations logiques

Enfin, l'optique permet également de réaliser toutes les opérations logiques élémentaires, ce qui est fort utile dans le domaine des communications numériques. Les premières portes logiques optiques apparaissent dans les années 90 mais sont

constituées d'un cœur électronique avec des phototransistors en entrée et une photodiode en sortie [ANX92]. L'inconvénient de ces dispositifs était que leurs limites provenaient de l'électronique sous-jacente et non de l'optique. A la fin des années 90, l'apparition d'amplificateurs optiques à semi-conducteurs (SOA) ouvre une nouvelle voie. Des portes logiques tout-optique pouvant fonctionner jusqu'à 100 GHz [HAL98,KIM06] ont été réalisées en exploitant certains effets non-linéaire de ces composants [SOT99], et en particulier les effets de rotation de la polarisation.

Prenons l'exemple d'un inverseur optique. Deux signaux sont injectés dans le SOA : un signal continu B polarisé dans direction *d* et un signal modulé A et polarisé de sorte que le mélange des deux signaux dans le SOA fasse tourner la polarisation de B. Derrière le SOA, on ne sélectionne que la lumière polarisée dans la direction *d*. Si A est présent, B est coupé par le polariseur de sortie. Si A est absent, B traverse le polariseur. On a donc bien B = NOT(A).

2.4. Les architectures optiques

Beaucoup d'architectures de processeurs optiques ont été explorées [ONE56, TSU63, VDL64, WEA66, GOO77, NIC78b, AMB86, LUT91, SJO98, BOU04, LEN]. Parmi elles, trois en particulier ont attiré notre attention : un processeur arithmétique permettant la multiplication vecteur-matrice, le corrélateur optique de Vander Lugt et le corrélateur optique à transformée jointe, les deux derniers permettant des opérations de filtrage et de corrélation.

2.4.1. Processeur optique arithmétique « vecteur-matrice »

Les processeurs optiques arithmétiques ont généralement du mal à concurrencer les processeurs numériques à cause de la relative simplicité des calculs qu'ils exécutent. Le processeur « vecteur-matrice » fait exception, en particulier lorsque la matrice est fixe. L'architecture est décrite par la figure 2-13. L'afficheur linéaire permet de générer un vecteur $\mathbf{X}$. Le modulateur de lumière peut être vu comme une « diapositive » dont on peut contrôler électroniquement la distribution des niveaux de gris. Elle permet d'afficher la matrice $\mathbf{A}$. L'intensité lumineuse reçue par le capteur à la position j est :

$$B(j) = \sum_{k=0}^{N-1} A_{k,j} X_k \quad \Rightarrow \quad \mathbf{B = XA} \tag{2-60}$$

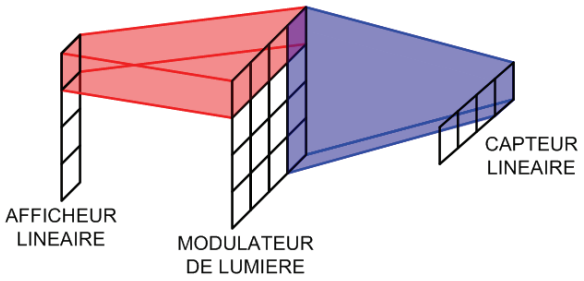


Fig. 2-13. Schéma du processeur arithmétique « vecteur-matrice ». Les lentilles cylindriques permettant l'expansion et la focalisation des faisceaux ne sont pas représentées pour des raisons de lisibilité du schéma

Le système fonctionne en lumière incohérente. L'afficheur peut être une barrette de diodes modulables au-delà de 125 MHz. Dans ce cas, on peut effectuer une multiplication complète vecteur-matrice toutes les 8 ns. La cadence de rafraîchissement du modulateur de lumière est beaucoup plus faible (quelques dizaine kHz pour les plus rapides). L'architecture optique perd donc de son intérêt si la matrice **A** est modifiée à chaque calcul. Dans le cas contraire, ce processeur se révèle 1000 fois plus puissant qu'un processeur électronique traditionnel. [LEN]

2.4.2. Processeur optique de type Vander Lugt

Principe

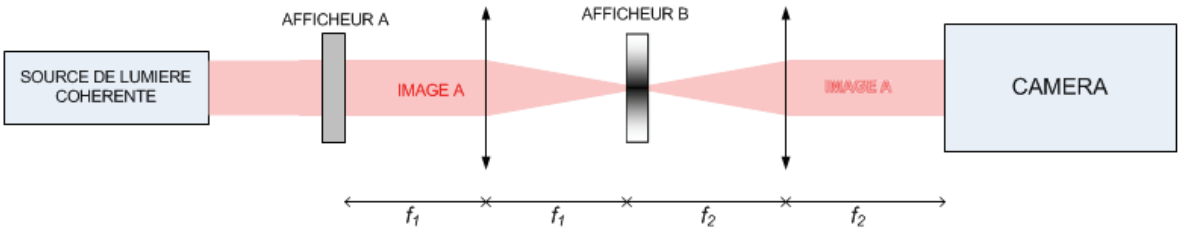


Fig. 2-14. Le processeur optique de Vander Lugt

Un processeur optique de Vander Lugt [VDL64, VLD92] est basé sur la capacité des lentilles minces à calculer des transformées de Fourier. L'idée consiste à utiliser deux afficheurs, l'un pour générer l'image *f(x,y)* , et l'autre pour afficher un filtre $H\left(\nu_x,\nu_y\right)$ dans le plan focal image d'une lentille L_1 (ou « plan de Fourier »). Une seconde lentille L_2 calcule la TF du plan de Fourier pour reformer l'image filtrée (Fig. 2-14). Le champ électrique dans le plan focal image de L_2 vaut :

$$\begin{aligned} c(x,y) &= \mathcal{F}2\left\{\mathcal{F}2\left\{f(x,y)\right\}\left(\nu_x,\nu_y\right)\cdot H\left(\nu_x,\nu_y\right)\right\}(x,y) \\ &= C^{te}\cdot f(-x,-y)*h(-x,-y) \quad \text{avec} \quad H=\mathcal{F}2\left\{h\right\} \end{aligned} \tag{2-61}$$

On place alors dans ce plan une caméra. Celle-ci reçoit et enregistre l'intensité lumineuse suivante :

$$I(x,y)=\left|f(-x,-y)*h(-x,-y)\right|^2 \tag{2-62}$$

Un processeur optique de type Vander Lugt ne fournit donc pas directement le résultat d'un filtrage mais son module au carré, ce qui peut être très pénalisant (les cas particulier où le phénomène pose problème sont abordés aux chapitres 5 et 7).

Dimensionnement

Les contraintes quant au choix des distances focales des lentilles, ou plus exactement des achromats (doublets de lentilles permettant la compensation des aberrations chromatiques et sphériques longitudinales), sont imposées par les propriétés des éléments optoélectroniques (taille, résolution) ainsi que par la longueur de cohérence de la source.

D'une part, le rapport entre les distances focales f_1 et f_2 doit être choisi de manière à créer un grandissement transversal permettant à toute la surface de l'image de tenir sur la surface sensible de la caméra. Cette condition se traduit par l'inéquation :

$$G=\frac{f_2}{f_1}<\frac{N_{cam}T_{cam}}{N_{affA}T_{affA}} \tag{2-63}$$

T_{affA}, T_{affB}, et T_{cam} sont respectivement les tailles des pixels pour les afficheurs A et B et de la caméra. N_{affA}, N_{affB}, et N_{cam} sont respectivement les résolutions (nombre de pixels) des afficheurs A et B et de la caméra.

L'afficheur est composé de pixels. Il génère donc une image discrète. Si on assimile le pixel à un point, on peut écrire

$$g(x,y)=f(x,y)\cdot\Psi_a(x,y) \tag{2-64}$$

$g(x,y)$ est l'image discrétisée correspondant à $f(x,y)$.

$\Psi_a(x,y)$ est la fonction peigne de Dirac de pas $a=N_{affA}.T_{affA}$.

Dans le plan de Fourier, le spectre se retrouve périodisé (convolué par un peigne de Dirac de pas $1/a$). Pour s'affranchir de ce problème, on va choisir d'éliminer toutes les fréquences supérieures à $1/2a$, de sorte qu'on ne gardera que « l'ordre zéro ». Ceci se fait en alignant les bords de l'afficheur B avec la fréquence spatiale $1/2a$. On impose donc une contrainte sur la distance focale de la première lentille

$$\frac{1}{2T_{affA}} = \frac{N_{affB}T_{affB}}{2\lambda f_1} \quad \Rightarrow \quad f_1 = \frac{T_{affA}T_{affB}N_{affB}}{\lambda} \tag{2-65}$$

Le même problème se produit dans le plan image, à la différence près que ce n'est plus le spectre mais l'image qui est périodisée. Par analogie, on trouve

$$f_2 = \frac{T_{affB}T_{cam}N_{cam}}{\lambda} \tag{2-66}$$

L'observation d'une TF optique nécessite la cohérence de la lumière dans l'ensemble du système : la différence de marche maximale entre deux faisceaux doit être inférieure à la longueur de cohérence de la source. D'après la formule (2-52), on peut écrire :

$$\delta_{\max} = \delta_{affA\to affB} + \delta_{affB\to cam} = \frac{T_{affB}T_{affA}N_{affB}N_{affA}}{f} + \frac{T_{affB}T_{cam}N_{affB}N_{cam}}{f} \ll L_c \tag{2-67}$$

Avec des grandeurs classiques, la longueur de cohérence nécessaire est de l'ordre du millimètre. L'emploi d'une source cohérente est donc nécessaire.
Historiquement, cette architecture porte le nom de « corrélateur optique » car elle était destinée à des opérations de corrélation plutôt que de convolution. En remplaçant les filtres en phase par des filtres en amplitude, on a accès sans modification à des opérations de filtrage.

2.4.3. Corrélateur optique à transformée jointe (JTC)

Le corrélateur optique à transformée jointe permet de calculer des fonctions d'intercorrélation (2-15) de deux images [WEA66].

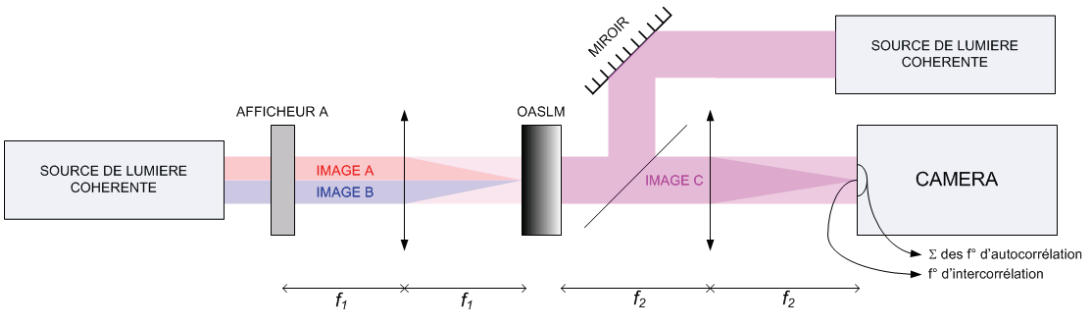


Fig. 2-15. Le corrélateur optique à transformée jointe

Le schéma de principe est donné sur la figure 2-15. Les deux fonctions $a(x,y)$ et $b(x,y)$ sont placées sur le même afficheur, respectivement centrées en $(x_0,0)$ et $(-x_1,0)$. L'image générée est donc :

$$t(t,x) = a(x-x_0,y) + b(x+x_1,y) \tag{2-68}$$

Comme précédemment, la première lentille permet de calculer la transformée de Fourier de l'image sur l'OASLM (voir section 2.3.). Celui-ci est sensible à l'intensité donc l'image qu'affiche le SLM sur sa face arrière est :

$$\begin{aligned} c(x,y) &\propto \left| \mathcal{F}_2\{a\} e^{-2i\pi x_o x} + \mathcal{F}_2\{b\} e^{2i\pi x_1 x} \right|^2 \\ &\propto \left| \mathcal{F}_2\{a\} \right|^2 + \left| \mathcal{F}_2\{b\} \right|^2 + \mathcal{F}_2\{a\} \overline{\mathcal{F}_2\{b\}} e^{-2i\pi(x_o+x_1)x} + \overline{\mathcal{F}_2\{a\}} \mathcal{F}_2\{b\} e^{2i\pi(x_o+x_1)x} \end{aligned} \tag{2-69}$$

Dans la deuxième partie du montage, la lentille calcule, dans le plan de la caméra, la transformée de Fourier du spectre joint $c(x,y)$:

$$\begin{aligned} g(x,y) \propto \mathcal{F}_2\left\{ \left| \mathcal{F}_2\{a\} \right|^2 \right\} + \mathcal{F}_2\left\{ \left| \mathcal{F}_2\{b\} \right|^2 \right\} + \mathcal{F}_2\left\{ \mathcal{F}\{a\} \overline{\mathcal{F}\{b\}} e^{-2i\pi(x_o+x_1)x} \right\} \\ + \mathcal{F}_2\left\{ \overline{\mathcal{F}\{a\}} \mathcal{F}\{b\} e^{2i\pi(x_o+x_1)x} \right\} \end{aligned} \tag{2-70}$$

Avec le même raisonnement que pour l'étude du filtrage adapté (section 2.1.3), on peut montrer que :

$$g(x,y) \propto R_{aa}(x,y) + R_{bb}(x,y) + R_{ab}(x,y) * \left(\delta(x+x_0+x_1) - \delta(x-x_0-x_1) \right) \tag{2-71}$$

R_{aa}, R_{bb} et R_{ab} sont respectivement les fonctions d'autocorrélation de a, de b et la fonction d'intercorrélation entre a et b.

L'image acquise par la caméra est le module au carré de $g(x,y)$ et contient en son centre la somme au carré des fonctions d'autocorrélation des deux images et, en $(x_0+x_1,0)$ et $(-x_0-x_1,0)$, le carré des fonctions d'intercorrélation entre les deux images.

Comme la fonction d'intercorrélation et le produit de convolution sont liés (2-16) , il est possible de réaliser des opérations de filtrage à l'aide d'un JTC. H. Sjöberg a regroupé en 1998 les corrélateurs Vander Lugt et les JTC dans un système mixte permettant de commuter facilement de l'un à l'autre [SJO98].

X.L. Lu a réalisé une étude comparative complète de ces deux architectures [LUX90]. Dans toute la suite de notre étude, le processeur Vander Lugt est privilégié pour les opérations de filtrage. Il présente l'avantage de permettre le traitement d'images de plus haute résolution. De plus, le JTC nécessite un OASLM rapide, ce qui est plus difficilement réalisable qu'un afficheur rapide adressé électroniquement. Enfin, dans un corrélateur Vander Lugt, on donne la transmittance du filtre à appliquer alors que le JTC prend en entrée le masque de convolution de celui-ci.

Première Partie

Aspect Matériel

Chapitre 3

Potentiel des processeurs optiques

Le chapitre précédent démontre qu'il est possible, pour certaines opérations, de remplacer un processeur numérique classique par un système optique. L'objectif de ce chapitre est d'établir puis d'estimer les critères permettant une comparaison objective entre les processeurs numériques et les processeurs optiques.

Dans la plupart des cas, le gain apporté par ces systèmes optiques en temps de calcul est indéniable. Cependant, la comparaison optique - numérique est rendue difficile par la diversité des architectures et des critères de mesure. Le deuxième paramètre clé est l'exactitude du calcul. Celle-ci est encore plus difficile à estimer, d'une part parce qu'il est malaisé de définir un critère quantitatif permettant de mesurer la similarité entre deux images traitées et d'autre part parce que, contrairement au calcul électronique, numérique par nature et donc peu sensible au bruit, le traitement optique est analogique, donc très dépendant de paramètres extérieurs liés à l'environnement du montage (température, propreté de l'environnement, qualité des optiques, qualité des interfaces optoélectroniques, contraintes mécaniques, isolation contre les vibrations, etc). En fin de chapitre, un troisième paramètre sera abordé : l'aspect économique.

3.1. Puissance de calcul

3.1.1. Mesures de puissance de calcul

Il existe différentes manières de mesurer la puissance de calcul d'un système en fonction du type d'opérations qu'il effectue. La plus simple, mais aussi la moins fiable car elle ne tient compte ni du nombre d'opérations, ni du type d'opérations effectuées à chaque cycle, est d'estimer sa cadence de fonctionnement. Elle permet néanmoins de comparer deux processeurs d'une même famille. Dans le cas d'architectures parallèles, plusieurs instructions sont exécutées lors d'un même cycle d'horloge. A l'époque où les processeurs se limitaient à des instructions simples, on utilisait le MIPS pour comparer les systèmes : une puissance de calcul de 1 MIPS représentant l'exécution d'un million d'instructions en une seconde. Depuis, les systèmes se sont dotés de jeux d'instructions plus complexes. On parle en général de processeurs CISC (Complex Instruction Set

Computer) par opposition aux processeurs RISC (Reduced Instruction Set Computer). De plus, une parallélisation est effectuée au sein du processeur où une instruction peut agir sur plusieurs données en parallèle. On parle d'architecture SIMD (Single Instruction Multiple Data), par opposition au fonctionnement traditionnel SISD (Single Instruction Single Data) ou au parallélisme classique MIMD (Multiple instruction Multiple Data). Compte tenu de ces évolutions, la mesure d'une performance en MIPS perd son sens, sauf pour les processeurs de type RISC fonctionnant en SISD. A ce niveau, une nouvelle distinction doit être faite entre les calculateurs sur des nombres entiers (ou à virgule fixe) et des nombres à virgule flottante traditionnellement plus complexes à manipuler. Dans les cas de calculs entiers, on parle de MOPS (1 million d'opérations par seconde), alors que dans le cas des flottants, l'unité utilisée est le méga FLOPS (1 million d'opérations à virgule flottante par seconde). C'est cette dernière unité qui est la plus souvent employée pour donner la puissance de calcul d'un système.

La mesure d'une puissance de calcul en FLOPS n'est pas toujours objective car très dépendante du protocole de mesure qui n'est pas normalisé. En 1988, le SPEC (Standard Performance Evaluation Corporation), un consortium de fabricants, intégrateurs et utilisateurs de microprocesseurs, a été créé afin d'établir des comparatifs fiables et impartiaux entre les différents processeurs.

Pour certains traitements particuliers, on définit d'autres unités telles que, par exemple, le MAC (Multiplication & Accumulation), permettant de caractériser des processeurs arithmétiques. Le MAC est beaucoup utilisé dans le monde des DSP (Digital Signal Processor) car il constitue une opération récurrente en traitement du signal (TF, convolution, …). Dans la suite, une autre unité de mesure propre à l'application est utilisée : le PROPS, défini comme le nombre de filtrages (par passage à la transformée de Fourier) qu'il est possible de faire sur une image d'un megapixel en une seconde. Ce critère sert à comparer, par exemple, la puissance de calcul d'un processeur optique de type Vander Lugt avec un processeur numérique. Le lien entre les PROPS et les FLOPS se calcule en considérant le nombre d'opérations nécessaires au filtrage numérique par FFT. La FFT d'un vecteur de $N = 2^n$ valeurs nécessite $N \log_2(N)$ additions complexes et $\frac{N}{2}\log_2(N)$ multiplications complexes [DUH98]. On peut alors montrer (voir en annexe A) que le filtrage d'une image N^2 utilise $\left(12N^2 \log_2(N) + 2N^2\right)$ additions réelles et $\left(8N^2 \log_2(N) + 4N^2\right)$ multiplications réelles, soit 216 millions d'opérations à virgule flottante.

$$1 \text{ PROPS} \propto 216 \text{ MFLOPS} \quad (3\text{-}1)$$

A titre purement anecdotique, la puissance de calcul d'un être humain est estimée à 10^{15} MIPS [MOR98].

3.1.2. Etat de l'art des calculateurs numériques

Les systèmes numériques peuvent être classé en trois catégories : les processeurs, les ordinateurs et les supercalculateurs. En marge de ces architectures classiques et génériques, on retrouve d'autres systèmes « numériques » dédiés à une application, le plus souvent implantés dans des composants programmables (FPGA) ou des ASICs (dédiés par définition).

Processeurs

Un processeur, ou microprocesseur s'il est intégré sur une puce, est un composant numérique dont l'architecture est figée et qui permet de prendre en charge l'exécution d'instructions codées en binaire. Les microprocesseurs sont nés dans les années 1970. Le premier d'entre eux, le 4004 développé par Ted Hoff et Frederico Faggin (Intel), fut commercialisé à partir de novembre 1971. Il était constitué de 2300 transistors intégrés, dont la fréquence de fonctionnement ne dépassait pas 108 kHz. Il savait exécuter 46 instructions différentes sur des demi-octets. Sa puissance de calcul était de l'ordre de la dizaine de kIPS. En trente cinq ans d'existence, un nombre incalculable d'améliorations a été apporté aux architectures, aux méthodes de conception et aux technologies de fabrication de manière à accroître la puissance de calcul de cinq à six ordres de grandeur. Parmi les avancées les plus marquantes, on trouve :

- *La miniaturisation*. La grande majorité des améliorations sur les processeurs est due aux progrès en terme d'intégration des transistors. Sur une même surface de semi-conducteur, on est passé de 2300 transistors en 1971 à 250 millions en 2006. La barre du milliard de transistors a déjà été dépassée dans une puce mémoire d'un gigabit. Ces progrès ont permis de réaliser des processeurs plus petits, plus rapides, plus fiables et moins chers. A titre de comparaison, sur le 4004, les transistors gravés sur le silicium mesuraient 10 µm de longueur de canal. Sur la dernière génération de processeurs, la technologie de gravure était de 90 nanomètres (Athlon 64 X2) et le premier processeur 65 nm est sorti en mai 2006 (Intel Celeron D Cedar Mill). La firme Intel pense pouvoir lancer la

production de masse de processeurs gravés en 45 nanomètres aux alentours de la mi-2007, et travaille déjà sur les procédés de gravure à 32 nanomètres. La finesse de gravure minimale pour un transistor est estimée à 10 nanomètres. En dessous de cette limite, les effets quantiques deviendront prédominants et il faudra migrer vers de nouvelles technologies.

- *Le pipelining*. La mise en pipeline d'une tâche est assimilable au travail à la chaîne. Lorsque plusieurs parties d'une opération peuvent être exécutées de manière séquentielle et par des unités différentes, les sous-opérations sont mises dans un pipeline dans lequel une donnée supplémentaire est injectée à chaque cycle. Pendant que la donnée *p* subit l'instruction *n*, *p+1* subit l'instruction *n-1,* etc. Sur la plupart des processeurs, les opérations permettant l'exécution d'une instruction (recherche de l'instruction, décodage, exécution et retour) sont pipelinées. Sur les architectures dites « superpipelines », la profondeur du pipeline est beaucoup plus importante (ex : 31 sur un Pentium 4 Prescott). Le temps de calcul apparent, pour ce type de système, est égal au temps de calcul de la tâche la plus lente.
- *Augmentation de la cadence de fonctionnement des processeurs*. Les processeurs commerciaux actuels les plus rapides fonctionnent à 4 GHz en interne. En laboratoire, les 5 GHz sont déjà atteints [INT]. En technologie CMOS, plus la cadence est élevée, plus le composant consomme de courant et donc plus il faut dissiper de puissance. C'est une des limitations principales à l'augmentation de la cadence des processeurs.
- *Utilisation des mémoires caches*. Les mémoires caches sont des éléments de mémoire, généralement de taille restreinte, intégrées dans le processeur (cache interne) ou assemblées au plus près de celui-ci (cache externe) et à accès très rapide. Il s'agit le plus souvent de RAM statiques, rapides mais très encombrantes (6 transistors par cellule). Idéalement, elles contiennent en permanence les données et les instructions que le processeur va exploiter dans un avenir proche. Dans le cas contraire, le processeur doit suspendre son calcul le temps de chercher l'information dans la mémoire vive. On parle alors de défaut de cache, ou « *cache miss* ». Les processeurs actuels disposent tous de jeux d'instructions spécifiques à la gestion du cache (préchargement) permettant ainsi d'améliorer la vitesse d'exécution de calcul en optimisant l'utilisation du cache.
- *Parallélisme interne*. Au niveau du processeur, on démultiplie la puissance de calcul en parallélisant les flux de données. Cette technologie est apparue pour la

première fois en 1997 sur les Pentium Pro (Technologie MMX) après avoir fait ses preuves sur les DSP à architecture HARVARD. Les processeurs se dotent de larges registres et de nouvelles instructions de type SIMD permettant d'effectuer plusieurs opérations identiques sur des données en parallèle.

- *Parallélisme externe.* Cette amélioration consiste à mettre en parallèle plusieurs processeurs afin de multiplier la capacité de calcul. On obtient des systèmes multiprocesseurs mais dont les composantes et le système d'arbitrage sont intégrés dans une puce de sorte que, vu de l'extérieur, le système puisse être vu comme un seul processeur. Le premier processeur « dual core » a été développé en 2001 par IBM (POWER 4). En avril 2005, les processeurs à double cœur « grand public » apparaissent (Pentium Extreme Edition 840 chez Intel, Athlon 64 X2 chez AMD et Power PC 970MP Antares chez Motorola). Pour finir, citons également le processeur Cell codéveloppé en 2005 par IBM, Sony et Toshiba et qui contient pour sa part 8 noyaux indépendants. Il est intégré en 2006 sur les consoles de jeu PlayStation 3. Avant d'avoir recours aux processeurs multi cœurs, on utilisait une astuce, l'Hyperthreading, qui consistait à simuler deux processeurs logiques sur un seul processeur physique. Chaque unité possède ses propres registres et son propre contrôleur d'interruptions mais partage le même cœur de processeur, la même mémoire cache et le même bus système. Ainsi, deux tâches (ou « *thread* ») peuvent donc être exécutées en même temps sur le même processeur, la deuxième profitant des temps morts de la première, comme par exemple lors des défauts de cache. La réduction du temps d'exécution d'un algorithme par parallélisation est limitée par la fraction de calculs non-parallélisables de cet algorithme. Pour un traitement donné, on définit un paramètre s qui traduit la proportion de calcul parallélisable. D'après la loi de Amdahl, le gain asymptotique en temps de calcul apporté par l'utilisation de n processeurs en parallèle est le suivant :

$$K = \frac{1}{(1-s)+\frac{s}{n}} \tag{3-2}$$

- *Evolutions au niveau des outils de conception et de simulation.* Les logiciels et les méthodes de C.A.O. pour les circuits logiques (description matérielle, synthèse logique, prototypage virtuel, etc…) permettent de développer rapidement des

systèmes optimisés, fiables, sans erreur de conception tout en réduisant de manière considérable les coûts de développement.

Les courbes de la Fig. 3-2 témoignent de l'évolution des systèmes

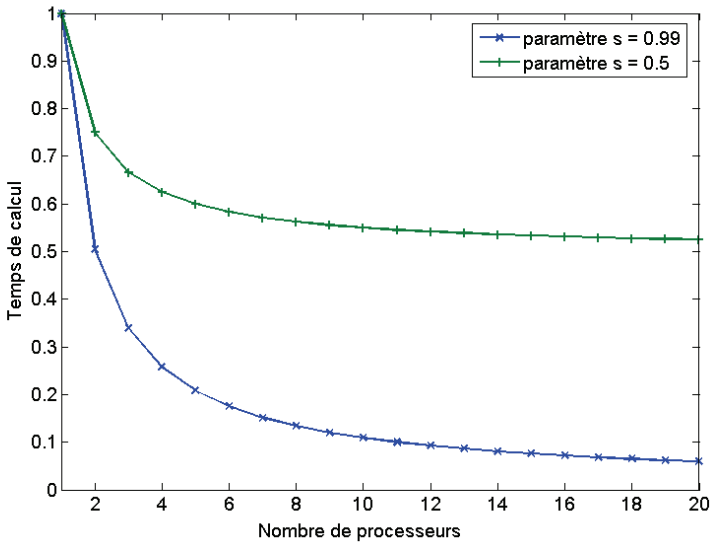


Fig. 3-1. Evolution du temps de calcul sur une architecture parallèle en fonction du nombre de processeurs utilisés selon la loi d'Amdahl pour 50% ou 99% du code parallélisable.

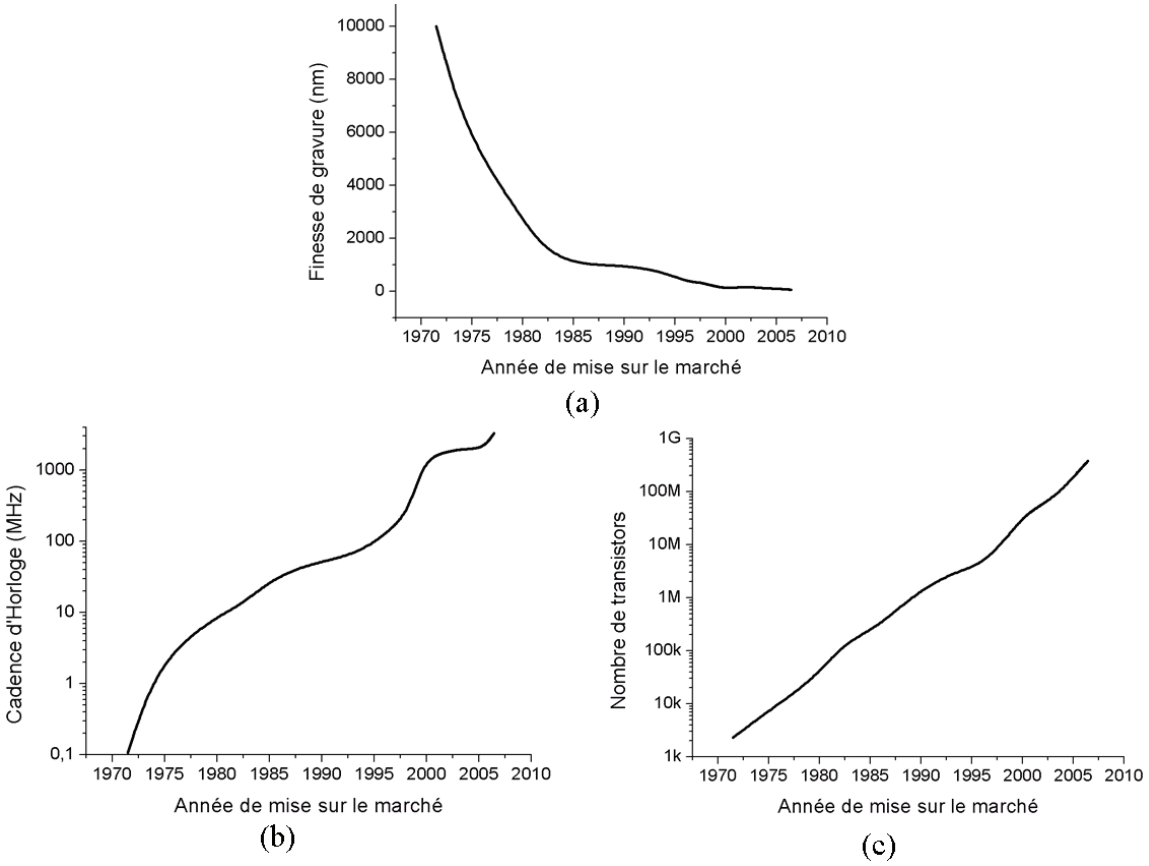


Fig. 3-2. Evolution de la taille des transistors, de la cadence d'horloge et du nombre de transistors intégrés pour les processeurs au cours des 35 dernières années.

Dans le cadre de notre application, les performances des processeurs récents pour des opérations de FFT sont données dans le tableau 3-1 [FFTW06]. Il s'agit ici de données expérimentales mesurées pour des processeurs dans leur environnement. Ces temps tiennent compte notamment des pertes dues à l'exécution du système d'exploitation ou encore aux transferts mémoire. Ce ne sont donc pas les performances intrinsèques du processeur, mais les performances que l'on peut obtenir avec du matériel standard.
En marge des processeurs conventionnels, on trouve toute une gamme de processeurs dédiés. C'est le cas des Digital Signal Processors (DSP) dont l'architecture est optimisée pour la majorité des opérations de traitement du signal. Ils possèdent pour la plupart un jeu d'instructions basiques étoffé de certaines instructions complexes telles que le MAC (en un seul cycle) évoqué dans la section précédente. Les principaux constructeurs, en 2006, sont Analog Devices, Texas Instruments et Freescale (ex-Motorola). Leurs performances sont résumées dans le tableau 3-2.

Fabriquant	Nom	Cadence	FFT2D 1k² (ms)	Puissance (PROPS)
Intel	Pentium 4 en mode 64 bits	3.60 GHz	70	7,1
AMD	Opteron 275 Dual Core en mode 32 bits	2.2 GHz	87	5,7
	Opteron 275 Dual Core en mode 64 bits	2.2 GHz	80	6,3
Motorola	Power PC G5 en mode 32 bits	2 GHz	95	5,2
	Power PC G5 en mode 64 bits	2 GHz	100	5
IBM	Power5 Dual-core en mode 64 bits	1,65 GHz	60	8,5

Tab. 3-1. Puissance de calcul des processeurs génériques actuels dans le cadre du calcul de FFT. La puissance de calcul en PROPS est déduite du temps de calcul d'une FFT2D en ne tenant pas compte du temps pris par la multiplication des spectres (< 5 % dans le cas 1k²).

Fabriquant	Nom	Type	FFT 1k (µs)	Puissance (MMAC)	Puissance (PROPS)
Texas Instruments	TMS320C67x @ 300 MHz	float	68	600	3,6
	TMS320C64x @ 1 GHz	fixed	6	8000	40,67
	TMS320C64x+ @ 1 GHz	fixed	3,9	8000	63
Analog Devices	TigerSharc ADSP-TS201	float	15,64	1200	15,65
	TigerSharc ADSP-TS201	fixed	4,87	4800	50,45

Tab. 3-2. Puissance de calcul des DSP actuels dans le cadre du calcul de FFT. Données théoriques extraites des bancs d'essais réalisés par les fabricants [AD] et [TI].

Ordinateurs

L'ordinateur est un système numérique centré autour d'un ou de quelques microprocesseurs auxquels on associe, entre autres fonctions, de la mémoire (RAM, mémoires non-volatiles), des périphériques et éventuellement des unités de calcul dédiées. Au-dessus de la couche matérielle, on trouve une couche logicielle constituée du BIOS, du système d'exploitation et de programmes d'applications. La complexité de cette architecture, ainsi que le partage des ressources (au minimum entre le système d'exploitation et le programme exécutant les opérations souhaitées) est très défavorable en terme de temps de calcul. Ceci explique les résultats moyens observés sur le tableau 3-1. Néanmoins, l'ordinateur présente l'avantage d'être un système standard, autonome, très flexible, facilement interfaçable avec le monde extérieur et bon marché.

Supercalculateurs

Les supercalculateurs, ou superordinateurs, sont constitués quant à eux d'un réseau de processeurs ou ordinateurs. Le Cray-1, développé en 1976 à Los Alamos, a été le premier système qualifié de superordinateur. Il offrait une puissance de calcul de 80 MFLOPS. Trente ans plus tard, ce chiffre a été multiplié par un million. Le supercalculateur le plus puissant à l'heure actuelle, l'IBM Blue Gene/L atteint une puissance de 280.6 TFLOPS en combinant 131072 PowerPC 440 cadencés à 700 MHz. Le système utilise 1024 switchs Ethernet pour communiquer, 16 TO de DDRAM comme mémoire vive et 400 TO de disque dur. Le tableau 3-3 donne les puissances de calcul des principaux supercalculateurs à l'heure actuelle. On peut y observer la croissance exponentielle de la puissance de calcul des superordinateurs.

Fabriquant	Nom	Nb proc.	Type proc.	Puissance (TFLOPS)
IBM	Blue Gene/L	131072	PowerPC 440 @ 700 MHz	280
IBM	ASC Purple	10240	Power5 @ 1900 MHz	63
SGI	Columbia	10160	Intel Itanium 2	51
Dell	Thunderbird	8000	Intel Xeon @ 3600 MHz	38
Cray	Red Storm Cray XT3	10880	AMD Opteron @ 20000 MHz	36

Tab. 3-3. Le principaux supercalculateurs en mai 2006 d'après [TOP].

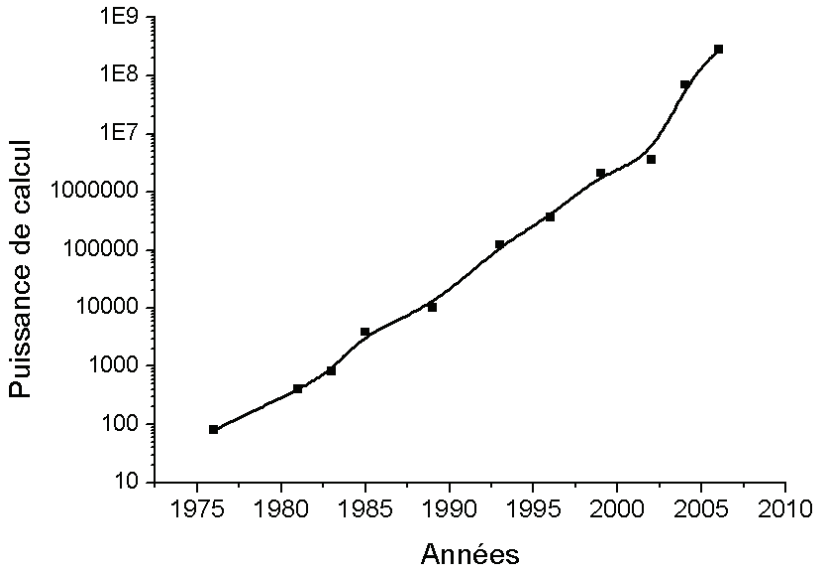


Fig. 3-3. Evolution de la puissance de calcul en MFLOPS des supercalculateurs

En marge des supercalculateurs, pour lesquels toutes les ressources sont dédiées au calcul (actuellement les bâtiments sont construits spécifiquement autour de ces calculateurs), on a assisté au développement du calcul réparti (ou partagé, ou grille de calcul), consistant à utiliser les ressources non exploitées des machines d'un réseau pour l'exécution d'un calcul. Un des pionniers en matière de calcul partagé fut le projet SETI@home, débuté en 1999 qui utilisait des machines de particuliers connectées sur le réseau Internet pour détecter une intelligence extraterrestre par intercorrélation des signaux radios en provenance du cosmos. A la fin du programme, on comptait plus de deux millions d'utilisateurs actifs. Le cumul du temps consacré par l'ensemble des ordinateurs participant au projet s'estime en millions d'années et la puissance de calcul de ce type de réseau est équivalente à celle des meilleurs supercalculateurs. Le calcul partagé est un domaine de recherche actif car il présente un fort potentiel, particulièrement aujourd'hui où de plus en plus de machines sont connectées en permanence à Internet. Une fois de plus, l'utilisation de supercalculateurs ou des grilles de calcul n'a d'intérêt que pour les calculs massivement parallélisables (voir loi de Amdahl, (3-2)).

Architectures programmables

En marge des systèmes à microprocesseurs, on développe aujourd'hui des calculateurs très puissants sur des composants numériques programmables (FPGA pour Field-Programmable Gate Array). Il existe une différence majeure entre les deux approches : le microprocesseur a une architecture figée (ou « hardcore ») et l'utilisateur définit, via un

code de calcul, la manière dont cette architecture sera utilisée, tandis que pour la FPGA, c'est l'utilisateur, via un logiciel de synthèse logique, qui définit l'architecture du système de manière à l'adapter au calcul à mener (ou « softcore »). L'algorithme de transformée de Fourier rapide, basé sur la décomposition des calculs en étages où seuls les coefficients de Fourier diffèrent, se prête particulièrement bien à une implantation sur FPGA en utilisant une architecture itérative pipelinée [UZU05, HEM05]. Les fabricants de composants programmables proposent aujourd'hui leurs propres IP (Intellectual Propriety, un composant virtuel que l'utilisateur peut insérer directement dans sa conception) réalisant des opérations de FFT le plus souvent en virgule fixe. Les temps de calcul sont équivalents à ceux obtenus sur un DSP.

Le deuxième avantage des FPGA est leur flexibilité. Ils permettent le développement de systèmes (auto)reconfigurables, le processeur adaptant son architecture aux besoins de l'utilisateur et aux contraintes matérielles (périphériques, performances, ressources, consommation, etc). Les performances restent encore inférieures à celles d'un processeur classique mais de nombreux travaux sont en cours pour développer cette technologie [ALT, XIL].

Fabriquant	Composant	Architecture	Nombre max. par composant	1k FFT (µs)	Puissance (PROPS)
Altera	Stratix II EP2S15	12189 LUTs 36 multiplieurs 59 bancs mémoire 4k	1	4,28	57
	Stratix II EP2S60	12189 LUTs 36 multiplieurs 59 bancs mémoire 4k	5	4,28	57
	Cyclone II EP2C50	12189 LUTs 36 multiplieurs 59 bancs mémoire 4k	1	7,89	30,9
Xilinx	Virtex-4			5,94	41
	Spartan-3			11,51	20,61

Tab. 3-4. Implantation de l'algorithme de transformée de Fourier rapide sur FPGA. Chiffres fournis par les constructeurs [ALT, XIL]. *Les calculs sont fait sur 16 bits. Les performances des Xilinx ont été déduites de benchmark Altera.*

Remarque importante sur les transferts mémoire

Lorsque l'on parle de puissance de calcul brute d'un système, il faudrait compléter en ajoutant l'algorithme sur lequel elle a été mesurée. En pratique, avant n'importe quelle opération, il y a des transferts entre une unité de stockage des données et l'unité de traitement puis, après coup, le transfert inverse. Ces deux étapes peuvent s'avérer plus

lentes que les opérations elles-mêmes. Sur un système numérique, on a traditionnellement quatre niveaux de mémoire :

- *Les registres internes du processeur*, en nombre très limité mais très rapides : les données qu'ils contiennent sont immédiatement disponibles pour l'unité de traitement.
- *Les mémoires caches* : la mémoire cache de premier niveau, généralement différenciée (une mémoire cache pour les instructions et une pour les données) et la mémoire cache de second niveau souvent unifiée
- *La mémoire centrale*, ou RAM (le plus souvent sous forme de DRAM ou DDRAM) pouvant contenir une grande quantité de données. Sur les systèmes « grand public », 1 Go est devenu la capacité standard des mémoires vives. Le taux de transfert entre le microprocesseur et sa mémoire centrale est fixé par la cadence du bus de données processeur (Front Side Bus ou FSB). Le débit standard actuel d'un FSB est de l'ordre de 6,4 Go/s (64 bits @ 800 MHz), donc insuffisant pour alimenter le processeur en continu. Lorsque l'on tente d'accéder à une donnée contenue dans la mémoire vive, il y a des temps morts au niveau du processeur. Ce sont ceux-ci qui sont exploités dans la démarche « Hyperthreading ».
- *Les organes de stockage non-volatiles* (disques durs, CD-Rom, …) dont les taux de transfert sont beaucoup plus faibles.

Il y a donc dualité entre la taille de la mémoire et son temps d'accès (Fig. 3-4-a). On peut mettre en évidence la hiérarchisation de la mémoire en observant la puissance de calcul d'un système, pour une opération récurrente, en fonction de la taille des données traitées (Fig. 3-4-b). Pour des petits volumes, les données peuvent être intégralement contenues dans la mémoire cache du système et les performances mesurées sont celles du processeur. Quand le volume des données augmente, la mémoire cache est saturée et les données transitent par la mémoire vive. Le temps d'accès étant plus long, la puissance de calcul mesurée diminue. Pour des gros volumes, la RAM est saturée à son tour et une partie des données est écrite sur le périphérique de stockage de masse. Le temps d'accès augmente encore avec pour effet la diminution de la puissance de calcul apparente. Cette manière de fonctionner est connue sous le nom de « *swapping* ».

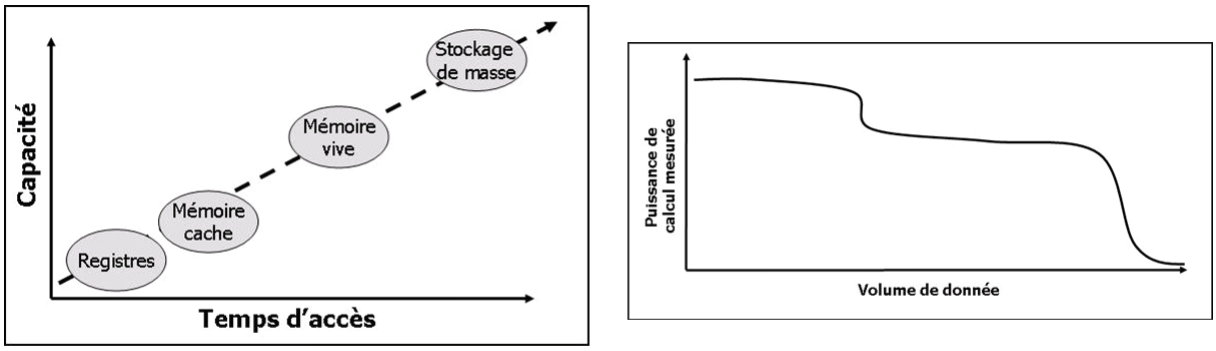


Fig. 3-4. Rapport entre le temps d'accès et la capacité des différents types de mémoire (a). Evolution de la puissance de calcul d'un système en fonction du volume de données à traiter (b). Deux seuils sont mis en évidence, le premier correspondant à la saturation de la mémoire cache et le second à la saturation de la mémoire vive.

3.1.3. Potentiel d'un processeur optique

On peut considérer que le trajet optique total de la lumière dans un processeur optique est de l'ordre du mètre. Le temps mis par celle-ci pour aller de la source au détecteur est de 3,3 nanosecondes par mètre. Le temps de calcul des processeurs optiques n'est donc pas limité par le transport de la lumière mais par la vitesse des interfaces optoélectroniques (afficheurs, capteurs, …). Leur type, leur technologie, leur nombre et leur mise en œuvre varie d'un système à l'autre. Toutefois, le temps de calcul global d'un système optique peut presque toujours se mettre sous la forme :

$$T_{calcul} = k\left(\max\left(T_{mep}, T_{acq}\right) + T_{exp}\right) \tag{3-3}$$

T_{mep} est le temps de mise en place des données sur les entrées (affichage des images par exemple), T_{acq} est le temps d'acquisition des images traitées, T_{exp} est le temps d'exposition des capteurs de lumière et k est un facteur entier désignant le nombre de passes qu'il faut effectuer pour obtenir le traitement souhaité.

Le temps d'exposition est inversement proportionnel à la puissance de la source de lumière utilisée (voir annexe A) :

$$T_{\exp} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{M_{pix} \cdot N}{T \cdot QE} \cdot \frac{hc}{P_{las} \cdot \lambda} \tag{3-4}$$

T est le coefficient de transmission maximal du système.

M_{pix} est la quantité de pixels sur la matrice d'acquisition.

N est la capacité d'un pixel de la matrice d'acquisition (en électrons).

QE est l'efficacité quantique de la matrice d'acquisition.

En plus de ces limitations, intrinsèques à l'architecture du processeur optique, des problèmes de débit de données peuvent survenir, comme dans le cas des processeurs numériques. Cependant, le traitement étant instantané et massivement parallèle, les données ne passent en général qu'une seule fois par les canaux de transfert alors que, dans un processeur électronique, le calcul est séquentiel et les données font plusieurs aller-retour entre le processeur et la mémoire.

Cas du processeur vecteur matrice

Dans le cas du processeur vecteur matrice, on distingue deux temps de calcul : T_{burst}, correspondant au temps de calcul lorsque la matrice A reste fixe, et T_{sub}, le temps de calcul lorsque la matrice A est modifiée à chaque cycle. Une passe suffit à obtenir le résultat escompté.

$$T_{burst} = \max\left(T_X, T_B\right) + T_{exp} \tag{3-5}$$

$$T_{sub} = \max\left(T_X, T_A, T_B\right) + T_{exp} \tag{3-6}$$

T_A, T_B et T_X sont respectivement les temps de réponse du modulateur de lumière affichant *A*, du capteur linéaire *B* et de l'afficheur linéaire *X*.

Un tel processeur a été développé en 2003 par Lenslet [LEN]. Le système comprend une barrette de 256 VCSEL (afficheur), une matrice à puits quantique multiples (MQW, voir chapitre suivant) et une barrette de photodiodes (capteur linéaire). Le temps de réponse des photodiodes et des diodes VCSEL est de 8 ns. La matrice MQW a quant à elle une cadence de rafraîchissement de 30 kHz. L'éclairage étant assuré directement par la barrette de diodes, le temps de calcul du système est de 8 ns en mode « burst » et de 33 µs en soutenu. A chaque calcul, un vecteur 256 points est multiplié à une matrice 256^2, soit un total de 64 kMAC. A 8 ns, cela représente une puissance de calcul de 8000

GMAC/s, soit 1000 fois plus que le meilleur DSP actuellement. Lorsque l'on modifie la matrice à chaque passage, les performances tombent à 1,9 GMAC/s.

Cas du processeur de Vander Lugt

Dans le cas du processeur de Vander Lugt, le temps de calcul peut s'écrire :

$$T = \max\left(T_{image}, T_{filtre}, T_{acq}\right) + T_{exp} \tag{3-7}$$

T_{image}, T_{filtre} et T_{acq} sont respectivement les temps de réponse des modulateurs de lumière dans le plan d'entrée et dans le plan de filtrage et du capteur dans le plan de corrélation.

En 2004, la société Boulder Nonlinear Systems [BNS] a développé un système utilisant des afficheurs à cristaux liquides ferroélectriques analogiques (voir le chapitre suivant) fonctionnant à 4 kHz et une caméra rapide. Ce système permet le traitement de 4000 images 256² par seconde (le temps d'exposition étant négligeable dès lors que la puissance optique de la source dépasse le milliwatt). Ceci représente une puissance de calcul d'environ 200 PROS, ce qui est environ 10 fois supérieur à un DSP de dernière génération.

Pour certains algorithmes, le filtre reste fixe pendant une longue séquence d'images. Dans ce cas, l'utilisation d'un SLM plus performant mais moins rapide dans le plan de filtrage peut améliorer la qualité du traitement sans changer le temps de calcul. Le contraire (image fixe et séquence de filtre) est également envisageable.

Cas du processeur a transformée jointe

Le processeur JTC est différent dans la mesure où le montage est divisé en deux parties. Le temps de calcul global est la somme de ces deux contributions :

$$T_{calc} = T_1 + T_2 = \left(T_{aff} + T_{exp1}\right) + \left(\max\left(T_{OASLM}, T_{acq}\right) + T_{exp2}\right) \tag{3-8}$$

Pour ces raisons, il est moins performant qu'un processeur Vander Lugt.

3.2. Qualité de traitement

3.2.1. Mesure de similarité

L'évaluation de la qualité du traitement d'images passe par des mesures de similarité entre images. Cette notion est cependant délicate à définir car très dépendante de la nature des images et de l'application visée. Il n'existe probablement pas de critère quantitatif absolu : si les images traitées sont exploitées directement par l'homme, une estimation « à l'œil » peut suffire. Si, en revanche, l'image est réinjectée dans l'algorithme, la définition d'un paramètre quantitatif et dépendant de l'application est indispensable. L'étude de ces critères de qualité est très délicate et constitue un domaine à part entière du traitement de l'image [NIK99,SAR00]. En traitement d'images, la définition même de similarité d'images est discutable : on peut par exemple considérer que deux calculs sont équivalents lorsque les images résultantes sont semblables, ou encore définir deux calculs comme équivalents dès lors qu'ils permettent tous les deux d'extraire l'information de l'image.

Mesures qualitatives

La mesure qualitative la plus simple est la comparaison visuelle. Si cette méthode permet assez facilement de juger de la ressemblance de deux images, elle ne permet en général pas de juger du degré de ressemblance. La méthode des histogrammes joints répond en partie à ce problème. Un point de l'histogramme joint $h_{AB}(i,j)$ des images A et B est égal au nombre de pixels de l'image ayant pour intensité i sur l'image A et j sur l'image B.

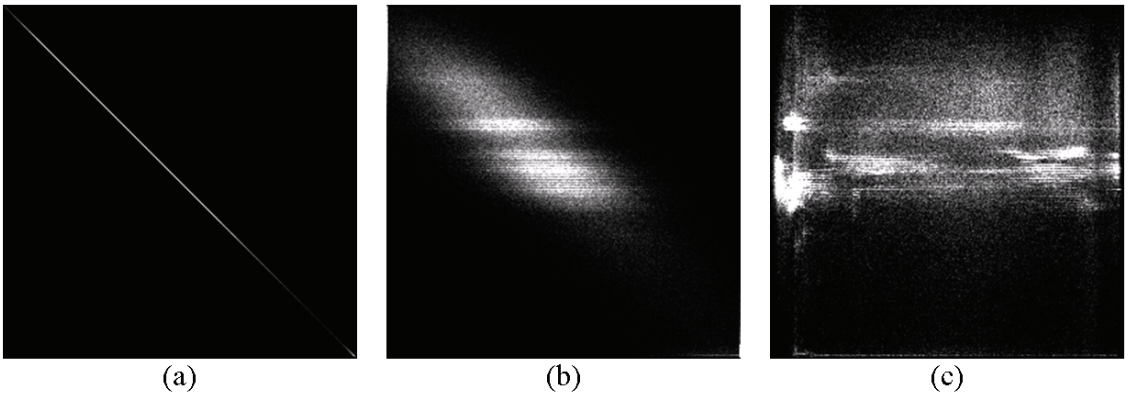


Fig. 3-5. Exemple d'histogramme joint de deux images identiques (a), deux images identiques bruitées (b) et deux images différentes (c). La répartition des points autour de la diagonale témoigne de la ressemblance des images dans le cas (a) et (b).

Si les deux images sont totalement différentes, les valeurs sont uniformément réparties sur l'histogramme joint. Plus les images se ressemblent, plus elles ont tendance à se regrouper sur la diagonale (voir Fig. 3-5).

Estimations quantitatives statistiques

L'histogramme joint permet de représenter efficacement l'écart entre deux images mais demeure un critère visuel. Une manière de définir des critères quantitatifs de comparaison entre deux images *A* et *B* consiste à considérer l'image comme une variable aléatoire et *A* et *B* comme deux réalisations de cette variable. Des paramètres statistiques sont alors utilisés pour effectuer la comparaison :

- *L'écart absolu moyen* (EAM) :

$$L_1(A,B) = \frac{1}{N_i N_j} \sum_{i,j} \left| A(i,j) - B(i,j) \right| = \frac{1}{N_i N_j} \sum_{i,j} h_{AB}(i,j) \left| i - j \right| \tag{3-9}$$

- *L'écart quadratique moyen* (EQM) :

$$L_2(A,B) = \frac{1}{N_i N_j} \sum_{i,j} \left(A(i,j) - B(i,j) \right)^2 = \frac{1}{N_i N_j} \sum_{i,j} h_{AB}(i,j) \left| i - j \right|^2 \tag{3-10}$$

- *Le IDM* (Inverse Difference Moment) :

$$IDM(A,B) = \sum_{i,j} \frac{h_{AB}(i,j)}{1 + (i+j)^2} \tag{3-11}$$

- *Le coefficient de corrélation linéaire* qui est un paramètre puissant dans la mesure où, d'une part, il permet de mesurer la similarité de deux images à une relation linéaire près, et d'autre part, il est indépendant des propriétés de l'image (dynamique, niveau du noir) :

$$\rho(A,B) = \sum_{i,j} \frac{(i - m_A)(j - m_B)}{\sigma_A \sigma_B} h_{AB}(i,j) = \sqrt{\frac{Cov(A,B)^2}{Var(A) Var(B)}} \tag{3-12}$$

m_x et σ_x sont respectivement la valeur moyenne et l'écart-type de la variable X.

Il existe d'autres critères plus complexes (critère de Woods, rapport de corrélation, etc) qui ne seront pas abordés ici dans la mesure où ils ne seront pas utilisés pour nos travaux.

Lorsque l'une des deux images (A par exemple) peut être considérée comme une image de référence, la différence entre A et B peut être considérée comme un bruit. La valeur intrinsèque de ce bruit n'a de sens que si elle peut être comparée à celle du signal. On définit alors le rapport signal à bruit (SNR), au sens statistique, comme le rapport entre la puissance du signal de référence et celle du bruit mesuré. D'autres définitions existent. Ce rapport est généralement exprimé en décibels :

$$SNR_{dB} = 10\log_{10}\left(SNR\right) = \frac{L_2(A,0)}{L_2(A,B)} \tag{3-13}$$

Dans notre cas, *A* sera le plus souvent l'image obtenue par calcul numérique dans les meilleures conditions et *B* celle obtenue par voie optique.

Estimations quantitatives adaptées

Les estimateurs précédents supposent que les images sont des variables strictement aléatoires. En pratique, elles sont texturées, c'est pourquoi les paramètres proposés précédemment ne sont pas toujours adaptés à notre étude. En 1973, Haralick [HAR73] a défini 14 critères permettant de comparer deux images en fonction de certaines de leurs textures. Dans le cas du traitement d'images, il ne faut jamais perdre de vue l'application visée. En effet, deux images peuvent être globalement très similaires tout en étant très différentes dans les zones d'intérêt. Inversement, l'écart moyen peut être important à cause de valeurs aberrantes hors de la zone d'intérêt, mais la qualité de l'image peut rester suffisante pour pouvoir en extraire l'information intéressante. Dans la suite, un critère spécifique à chaque application (segmentation par exemple) est utilisé pour quantifier le résultat d'une opération optique.

3.2.2. Processeurs numériques

Les erreurs de calcul introduites par un filtrage numérique en comparaison à un filtrage analogique sont connues et maîtrisées. Les principaux coupables sont la discrétisation spatiale et la quantification des niveaux. Les erreurs de calcul introduites par la discrétisation spatiale (repliement spectral, périodisation de la TF, effets de bords …)

peuvent être maîtrisées [DUH98]. Il est par exemple possible d'augmenter artificiellement la résolution du filtrage en utilisant des techniques de *« zero-padding »* (augmentation de la taille de l'image en la complétant par des zéros) [CAS96]. L'inconvénient de cette méthode est qu'elle augmente les temps de calcul.

Les problèmes de quantification sont quant à eux plus critiques. Le calcul de la transformée de Fourier à tendance à concentrer les valeurs des pixels vers son centre. Inversement, les hautes fréquences sont généralement peu réprésentées. Il faut donc une large dynamique de codage pour les nombres. Les processeurs fonctionnant avec des nombres à virgule flottante codés sur 32 ou 64 bits répondent largement à nos besoins. Ce n'est pas le cas en revanche des processeurs à virgule fixe 8-bits ou 16-bits. Pour ceci, le nombre de niveaux accessibles (256 ou 65536) est insuffisant pour assurer l'intégrité du résultat. Deux problèmes surviennent : la saturation (addition de deux nombres supérieurs à la demi-dynamique conduit à un résultat saturé) et la quantification (la multiplication de deux nombres de n bits en virgule fixe conduit, dans le résultat à la perte des $n-1$ bits, de poids faible mais parfois significatifs). Ces deux phénomènes sont illustrés sur la Fig. 3-6. L'utilisation de nombres à virgule fixe peut être critique dans certains cas en traitement d'image.

$6,435+7,123=(13,558)=9,999$ saturation avec détection de dépassement

$6,435+7,123=(13,558)=3,558$ saturation sans détection de dépassement

$1,234\times 0,001=(0,001234)=0,001$ quantification

(a) (b) (c)

Fig. 3-6. Effet de la saturation et de la quantification en traitement d'image. La figure (a) correspond à une image dont on a successivement calculé la TF, puis la TF inverse en utilisant une représentation des nombres à virgule flottante. Sur les figures (b) et (c), la même opération a été réalisée mais avec des nombres à virgule fixe codés sur 8 et 16 bits.

3.2.3. Processeurs optiques

Le traitement par processeur optique n'est pas idéal. On peut isoler quatre sources principales de distorsions : le bruit inhérent à l'utilisation d'un processeur optique, le problème des zones mortes des afficheurs, le problème lié à l'alignement du système et le problème lié à l'utilisation d'une source cohérente. L'étude se limite au processeur de type Vander Lugt.

Bruit inhérent au processeur optique

Le processeur optique calcule une transformée de Fourier analogique exacte mais sur des signaux discrets et quantifiés. Le résultat final de l'opération ne correspond pas exactement à la transformée de Fourier discrète de l'image. On suppose dans un premier temps que l'afficheur est à pixels jointifs de pas a ; l'image affichée est :

$$\widetilde{f} = \left(\left(f \times \Psi_a \right) * P_a \right) \times P_{Na} \tag{3-14}$$

(P_{Na} : Taille de la matrice : Na ; P_a : Forme des pixels : carrée de a de côté ; Ψ_a : Discrétisation)

Ψ_x , P_x et sinc_x sont respectivement les fonctions « peigne de Dirac » de pas x, « porte » de dimension x et « sinus cardinal » de paramètre x ($\mathrm{sinc}_x = \sin(\pi f / x) / \pi f$).

La transformée de Fourier de cette image est :

$$\mathcal{F}\left\{\widetilde{f}\right\} = \left(\left(\mathcal{F}\{f\} * \Psi_{\frac{1}{a}} \right) \times \mathrm{sinc}_{\frac{1}{a}} \right) * \mathrm{sinc}_{\frac{1}{Na}} \tag{3-15}$$

Cette fonction est multipliée par un filtre généré par un afficheur à M pixels jointifs de pas $1/b$.

$$\mathcal{F}\left\{\widetilde{g}\right\} = \left[\left(\left(\mathcal{F}\{f\} * \Psi_{\frac{1}{a}} \right) \times \mathrm{sinc}_{\frac{1}{a}} \right) * \mathrm{sinc}_{\frac{1}{Na}} \right] \times \left[\left(\left(\mathcal{F}\{h\} \times \Psi_b \right) * P_b \right) \times P_{Mb} \right] \tag{3-16}$$

La transformée de Fourier inverse de l'ensemble vaut donc :

$$\begin{aligned} \widetilde{g} &= \mathcal{F}^{-1}\left\{ \left[\left(\left(\mathcal{F}\{f\} * \Psi_{\frac{1}{a}} \right) \times \mathrm{sinc}_{\frac{1}{a}} \right) * \mathrm{sinc}_{\frac{1}{Na}} \right] \times \left[\left(\left(\mathcal{F}\{h\} \times \Psi_b \right) * P_b \right) \times P_{Mb} \right] \right\} \\ &= \mathcal{F}^{-1}\left\{ \left[\left(\left(\mathcal{F}\{f\} * \Psi_{\frac{1}{a}} \right) \times \mathrm{sinc}_{\frac{1}{a}} \right) * \mathrm{sinc}_{\frac{1}{Na}} \right] \right\} * \mathcal{F}^{-1}\left\{ \left[\left(\left(\mathcal{F}\{h\} \times \Psi_{\frac{1}{b}} \right) * P_{\frac{1}{b}} \right) \times P_{\frac{M}{b}} \right] \right\} \\ &= \left(\left(\left(f \times \Psi_a \right) * P_a \right) \times P_{Na} \right) * \left[\left(\left(h * \Psi_b \right) \times \mathrm{sinc}_b \right) * \mathrm{sinc}_{\frac{b}{M}} \right] \end{aligned} \tag{3-17}$$

Et l'intensité perçue par un pixel de caméra vaut

$$I(i,j) = \iint_{pixel} \left| \tilde{g}(x,y) \right|^2 dS \tag{3-18}$$

A l'ordre zéro, on reconnaît le produit de convolution de *f* par h. Un certain nombre de défauts apparaissent cependant :

- Le résultat est convolué par un « peigne de Dirac ». On verra donc apparaître des répliques de l'image résultante. Comme celle-ci est à support borné *Na*, la condition pour pouvoir différencier l'image de sa réplique est $Na > b$. Cette condition rejoint celle énoncée au paragraphe précédent concernant le dimensionnement du processeur de type Vander Lugt.
- Le masque de convolution équivalent au filtrage souhaité est multiplié par un sinus cardinal dont la largeur vaut *2b*. Comme la majorité des filtrages sont des opérations de voisinage (les coefficients deviennent rapidement nuls lorsque l'on s'écarte du centre), cet effet est supposé négligeable.
- Le résultat mesuré est le module au carré du résultat escompté. Contrairement aux autres, ce point est très handicapant. Il est abordé en détail sur des exemples au chapitre 4 et dans la deuxième partie du mémoire.

Effet des zones opaques des afficheurs

Le modèle précédent suppose des pixels jointifs. En réalité, dans la majorité des afficheurs, ils sont séparés par une zone morte contenant l'électronique d'accès au pixel. L'effet de ces zones mortes a été étudié par Gianino [GIA92]. Il apparaît que si ces zones sont faibles et régulières, leurs effets peuvent être négligés.

Problème d'alignement du processeur optique

L'alignement des éléments optiques doit être bien maîtrisé.

- La position du premier SLM n'est pas la plus critique. Un décalage le long de l'axe optique, ou un décalage dans le plan d'entrée n'entraînerait qu'un déphasage fixe.
- L'alignement du SLM de filtrage dans le plan de Fourier est beaucoup plus crucial. Un décalage sur l'axe optique reviendrait à filtrer un spectre plus flou que le spectre réel : la correspondance entre les fréquences et les distances dans le plan de Fourier serait perdue. Un décalage dans le plan de Fourier entraîne pour sa part un filtrage assymétrique et donc erroné. L'alignement est optimisé

en utilisant le principe de l'expérience d'Abbé [PER96]. Ce point est décrit dans la deuxième partie du mémoire.

- Le positionnement de la caméra dans le plan de sortie correspond, pour sa part, au plan dans lequel l'image est au point et occupe tout ou partie de la surface sensible du capteur. Il suppose tout de même le bon alignement du reste du montage.

Les autres déplacements (rotation, oblicité) se traduisent par des déformations géométriques qui peuvent, avec les technologies d'intégration actuelles, être fortement minimisées.

Problèmes liés à l'utilisation d'un éclairage cohérent

La formation d'images en optique cohérente se heurte à un problème récurrent, celui des tavelures (plus connues sous le nom anglais de « speckle »). Lorsqu'on éclaire un écran diffusant avec un laser, on constate que le faisceau ne forme pas un halo homogène mais une zone formée de petites tâches (voir figure 3-7). Cet aspect granuleux s'observe aussi sur un écran parfaitement lisse lorsque la lumière a traversé au préalable un système diffusant. Ce phénomène est interprété comme la figure d'interférence des différents faisceaux plus ou moins déphasés par le milieu. Dans un corrélateur optique, on n'a pas d'élément diffusant à proprement parler mais chaque élément optique que l'on insère dans le système, de par ses imperfections, se comporte comme tel. Ainsi, l'image acquise est inexorablement entachée de speckle. La taille moyenne d'un grain de speckle, qui est indépendante du type du milieu diffusant, est donnée par l'expression :

$$s \sim \frac{\lambda d}{a} \tag{3-19}$$

d est la distance sur l'axe optique entre la cible et le milieu diffusant.

a est l'ouverture du faisceau au moment où il traverse le milieu diffusant.

Avec des valeurs classiques, on trouve une taille de grain de speckle de l'ordre de la centaine de µm, soit quelques pixels. Ces grains sont donc suffisamment gros pour être résolus par la caméra, et donc visibles. On pourrait les réduire en augmentant la taille du faisceau ou en diminuant les distances entre les éléments. Une autre solution consiste à minimiser le pouvoir de la lumière à faire des interférences en réduisant la longueur cohérence de la source au strict minimum requis par l'application. D'autres techniques existent : elles sont rediscutées au chapitre 7.

En plus du speckle, on observe (Fig. 3-9) d'autres figures d'interférence. Certaines sont dues à des poussières flottantes ou déposées sur les interfaces (à éliminer), d'autres à des problèmes plus gênant (interféromètre Fabry-Perrot formé par le hublot de la caméra par exemple). Là encore, la diminution de la longueur de cohérence de la source parait être une bonne parade contre ces perturbations.

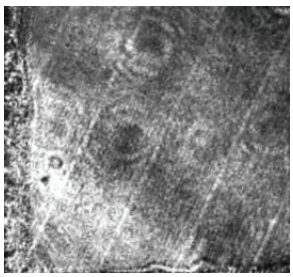


Fig. 3-7. Image de speckle obtenue avec un laser He-Ne à 633,2 nm à travers une lame en verre.

3.3. Coût

Le coût est le troisième aspect à aborder pour comparer de manière exhaustive les systèmes optiques et numériques. La position sur la courbe performance/coût des systèmes optiques et numériques évoqués dans cet état de l'art est donnée sur la figure 3-8. Il est à noter que, d'après la loi de Moore, le coût d'un système numérique doit être divisé par deux tous les deux ans. Cette tendance est vérifiée jusqu'à présent. Les processeurs optiques étant limités par les interfaces optoélectroniques, la même tendance est prévisible pour les systèmes optiques.

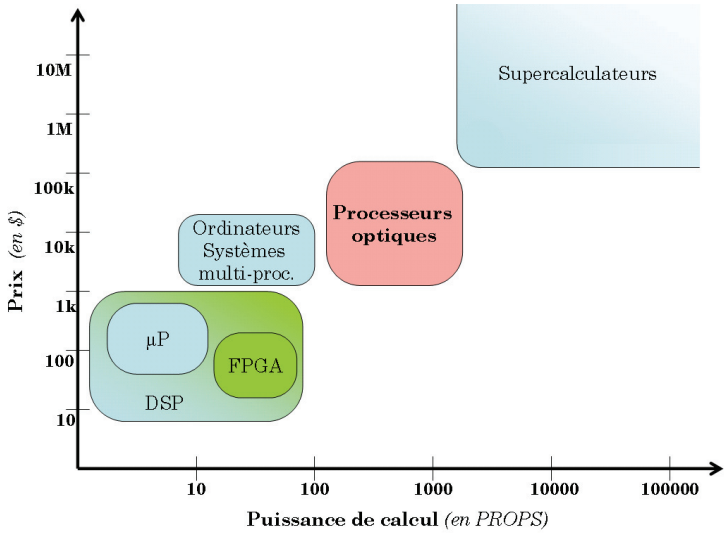


Fig. 3-8. Courbe performance coût pour systèmes de calculs. En bleu, les systèmes numériques fonctionnant avec des nombres flottants, en vert les systèmes numériques à virgules fixes et en rouge, les systèmes optiques.

3.4. Bilan

Du point de vue des performances, les processeurs optiques s'insèrent entre les systèmes numériques standards à faible coût (Ordinateur, PC, FPGA, …) et les supercalculateurs. Ils présentent les capacités nécessaires pour envisager du traitement temps réel, tout en minimisant les contraintes d'utilisation : principalement le prix et l'encombrement. Toutefois, il est clair que d'un point de vue qualité de traitement, une image obtenue optiquement ne pourra jamais rivaliser avec l'image numérique calculée en nombres à virgule flottante. La dégradation dépend de nombreux paramètres et doit être estimée au cas par cas. C'est ce travail qui a été réalisé dans le cadre de la reconstruction d'images médicales et qui est présenté dans la deuxième partie du mémoire. Dans tous les cas, les interfaces optoélectroniques constituent le point clé des processeurs optiques. Pour ces raisons, les deux chapitres à venir leurs sont consacrés.

Chapitre 4
Besoins et état de l'art

Le calcul par voie optique présente un fort potentiel, par comparaison avec le calcul numérique classique, particulièrement pour les applications complexes telles que le filtrage par transformée de Fourier ou la reconstruction d'images médicales (chapitre 3). Quelque soit le type de processeur que l'on souhaite réaliser, trois dispositifs sont indispensables : un système de génération de lumière, un convertisseur de signaux électroniques vers une image optique (afficheur) et un convertisseur d'images optiques vers des signaux électroniques (acquisition). L'opération réalisée par le processeur dépend alors de l'agencement de ces dispositifs et de la fonction optique réalisée à base de composants optiques passifs. Le marché potentiel de tels systèmes est, à court terme du moins, assez restreint. La réalisation de composants « sur mesure » n'est pas envisageable pour des raisons économiques : il faut donc travailler avec des systèmes standards pour lesquels un état de l'art est dressé dans ce chapitre. En premier lieu, les sources de lumière cohérentes et non-cohérentes sont étudiées. La deuxième partie concerne les systèmes d'acquisition. Enfin, la troisième section traite des systèmes d'affichage, dont l'étude est poursuivie au chapitre 5. Mêlant état de l'art, réflexions théoriques et résultats expérimentaux, ce chapitre constitue le cœur du travail de thèse, du moins pour la partie concernant le matériel.

4.1. Les sources de lumière

4.1.1. Les différentes sources de lumière

La notion de cohérence est rappelée au chapitre 2. Dire que l'on travaille en lumière cohérente ou non n'a à priori pas de sens car toute source lumineuse est capable de générer des interférences et est par conséquent, au moins partiellement, cohérente. Le paramètre important est en fait la longueur de cohérence de la source. En général, on réserve le qualificatif de « source cohérente » à une source utilisant le principe d'émission stimulée, c'est-à-dire un LASER.

Les caractéristiques d'une source lumineuse sont les suivantes :

- *Longueur d'onde d'émission.* Elle doit être adaptée à l'ensemble du système. Les performances des afficheurs, la sensibilité des capteurs et le comportement de certains éléments optiques dépendent de la longueur d'onde. En général, la majorité du matériel optoélectronique est calibré pour fonctionner soit dans le rouge (650 nm), soit dans le vert (530 nm).
- *Puissance émise.* La puissance de la source permet de déterminer le temps d'exposition qui est, dans un calcul optique, une opération séquentielle (voir au chapitre précédent). On a donc tout intérêt à bénéficier du maximum de puissance afin d'accélérer le traitement optique.
- *Le mode d'émission*, continu ou pulsé.
- *Longueur de cohérence* (ou largeur spectrale, voir chapitre 2). Dans le cas d'opérations en « lumière cohérente », elle doit être suffisante pour observer le phénomène souhaité. En contrepartie, plus elle est grande, plus on risque d'observer des interférences parasites (speckle).
- *Largeur de cohérence* (ou ouverture du faisceau, voir chapitre 2). Elle est importante dans la mesure où elle définit la divergence du faisceau et donc, par exemple, la difficulté à obtenir un faisceau collimaté.

Les sources cohérentes

Les lasers sont sans doute l'une des inventions du XXe siècle qui aura révolutionné le plus grand nombre de domaines d'applications. On en trouve aujourd'hui partout et de tous types. Il serait long et fastidieux d'en dresser une liste exhaustive : seuls les plus classiques sont listés ici [DAN98].

Le fonctionnement du laser repose sur le principe de l'émission stimulée décrite par Albert Einstein en 1917. Trois phénomènes d'interaction entre les électrons et la matière entrent en jeu.

- *L'absorption.* Lorsqu'un photon arrive dans la matière, il peut être absorbé. L'énergie résultant de cette absorption permet de faire passer des électrons d'un niveau énergétique de base à un niveau d'énergie supérieure. On dit qu'il est excité.
- *L'émission spontanée.* Un électron excité tend à revenir dans son niveau d'énergie fondamental. Lorsque ceci se produit, le surplus d'énergie peut être converti en énergie lumineuse : il y a émission spontanée d'un photon.

- *L'émission stimulée.* Si un atome dans un état excité reçoit un photon dont l'énergie correspond à son énergie d'excitation, il retombe dans l'état fondamental émettant un photon identique au premier et ces deux photons sont cohérents.

Les variantes entre les différents lasers résident dans la manière dont les électrons sont excités, les types de niveaux énergétiques mis en jeu, l'énergie des photons émis, le type de milieu actif (gaz, solide, ions), etc.

Nom	Type[1]	Longueur d'onde (nm)	Puissance	Type d'émission[2]	Longueur de cohérence
Helium Néon	G	633	1-100 mW	C	250 mm
Argon	G	488-514[33]	1-25 W	c / i	25 mm
CO_2	G	9600 et 10600[3]	10-40000 W	c / i	3 m
ArF	G	193	0,5-1 W	I	
YAG	SS	1064	1 mW - 1 kW	c / i	2,5 mm
Titane Saphir	SS	de 600 à 1100[44]	0,1-3 W	c / i	3 µm
R6G	CO	de 565 à 595[4]	1-10 W	c / i	12 µm
InGaAs	DL	entre 600 et 800[55]	1 mW - 1 kW	c / i	1 mm

Tab. 4-1. Caractéristiques des lasers les plus couramment utilisés. Source : [DAN98].

Pour les lasers à gaz, le milieu actif est constitué d'atomes neutres, ou ionisés. Le pompage (ou excitation) est réalisé par décharges électriques dans le gaz. Le type de gaz utilisé définit la longueur d'onde d'émission. Les gaz les plus fréquemment employés sont le mélange Hélium-Néon, l'Argon, le gaz carbonique ou les dimères excités (ou eximères). Le tableau 1-1 donne les longueurs d'onde d'émission, les puissances optiques ainsi que les longueurs de cohérence des lasers les plus courants.

Les lasers à état solide sont constitués d'un cristal dopé par des ions métalliques ou des ions de terre rare. Le pompage est réalisé par voie optique (lampe flash, laser de pompage). Les cristaux les plus fréquemment employés sont le rubis (cristal d'Al_2O_3 dopé par des ions Cr^{3+}), le Titane saphir (cristal d'Al_2O_3 dopé par des ions Ti^{3+}) ou le YAG (grenat d'alumine à l'yttrium $Y_3Al_5O_{12}$ dopé par des ions Néodyme).

Les lasers à colorant organique ont un milieu actif liquide. Ils sont pompés optiquement par laser. Grâce à une large bande d'émission de fluorescence, ils sont continûment accordables en longueur d'onde, ce qui est leur principal atout.

Enfin, la dernière catégorie évoquée est les lasers à semi-conducteurs (diodes laser). Les électrons peuvent se trouver soit dans la bande de valence, soit dans la bande de

[1] *Type : G = laser à gaz, SS = laser à état solide (solide state laser), CO = laser à colorant organique, DL = diode laser*
[2] *Type d'émission : c = émission continue, i = laser impulsionnel.*
[3] *Accordable à des longueurs d'ondes discrètes*
[4] *Continûment accordable*
[5] *Varie avec la géométrie de la cavité résonnante et la température*

conduction du semi-conducteur. Le passage de l'un à l'autre dans un sens se fait par apport d'énergie électrique (pompage par circulation de courant) et dans l'autre sens par émission d'un photon. La longueur d'onde de celui-ci est liée à l'énergie de gap du semi-conducteur. Le matériau le plus souvent employé est l'arséniure de gallium dont la longueur d'onde d'émission se situe dans le rouge.

Les sources non-cohérentes

On désigne par non-cohérente toute lumière issue d'une source non stimulée. C'est le cas de la majorité des lampes, des LEDS et de la lumière céleste. Le terme « faiblement cohérente » serait en fait plus approprié car il est possible d'obtenir des interférences avec de telles sources, mais sur de très courtes distances (quelques micromètres pour les LEDS). On continuera, par extension, à parler de sources monochromatiques tant que la bande spectrale d'émission de la source reste faible. A titre d'exemple, le spectre de trois sources est représenté sur la figure 4.1 : celui d'une diode laser monochromatique et cohérente, celui d'une LED monochromatique non-cohérente et celui d'une lampe halogène polychromatique.

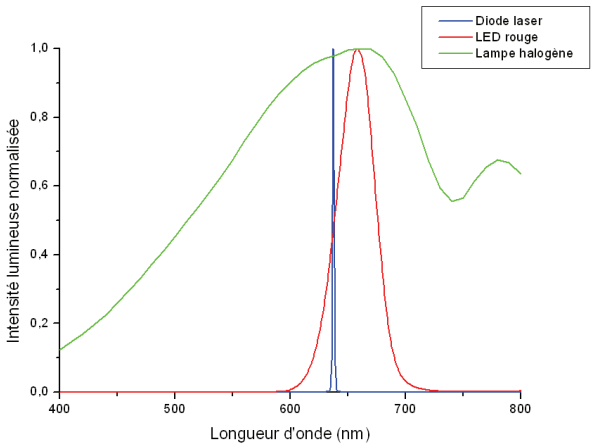


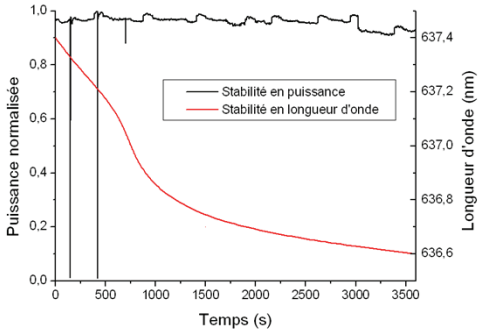
Fig. 4-1. Spectres de différentes sources de lumière

4.1.2. Caractérisation d'une source cohérente

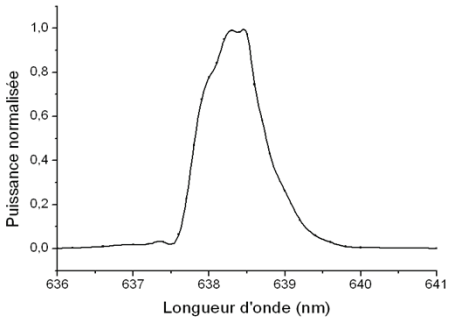
La source de lumière utilisée pour les montages en optique cohérente est une diode laser fibrée fabriquée par la société Point Source [PTS]. La diode laser est régulée en température. Cette source a été caractérisée afin de vérifier qu'elle répond bien aux exigences du montage sur un processeur optique.

Les paramètres suivants ont été mesurés :

- La puissance émise maximale est de 5 mW. Elle est modulable par application d'une tension sur une contre électrode. La puissance évolue linéairement avec la tension appliquée, après un seuil à 0,7 volts. Elle est stable à 0,6% près sur 16 heures d'utilisation.
- La longueur d'onde d'émission varie autour de 637nm, en fonction de la température et de la puissance d'émission. Elle est stable à 0,1 nm près après 10 heures d'utilisation.
- La largeur spectrale est de l'ordre du nanomètre, ce qui signifie que la longueur de cohérence de la source devrait être de l'ordre de 400 µm. Une mesure à l'interféromètre de Michelson montre qu'il est possible d'obtenir des interférences sur 5 centimètres. Une analyse plus fine à l'aide d'un interféromètre de Fabry-Perrot montre la co-existence de plusieurs modes d'émission, ce qui a tendance à augmenter la longueur de cohérence apparente. Dans la suite de l'étude, on suppose que la longueur de cohérence est de l'ordre du millimètre.
- Le système a également été analysé en régime impulsionnel. La modulation est possible de deux manières, soit par une entrée numérique spécifique, soit par l'entrée de contrôle de l'intensité. Les bandes passantes de ces deux systèmes sont respectivement 0,1 – 100 kHz et 0 – 100 Hz. Il faudra adapter la méthode utilisée à la fréquence à laquelle on souhaite travailler.



Spectre du laser iFlex-1000



Stabilité temporelle du laser iFlex-1000

Fig. 4-2. Caractérisation d'une source cohérente (laser fibré iFlex-1000)

La diode laser répond par conséquent au cahier des charges d'un processeur optique. Il est toutefois important de noter qu'il sera impossible de faire des impulsions lumineuses très courtes (inférieures à la microseconde) avec ce dispositif.

4.1.3. Réalisation et caractérisation d'une source monochromatique non-cohérente

Un montage optique en lumière non-cohérente ne signifie pas que l'on travaille en lumière blanche, bien au contraire. En effet, la quasi-totalité des systèmes optiques sont sensibles à la longueur d'onde, il faut donc utiliser une source à relativement faible largeur spectrale. Deux solutions se distinguent : l'utilisation d'une source à bande spectrale étroite ou d'une sources à large bande couplée à un filtre. Les deux solutions ont été testées.

Sources à bande naturellement étroite

Il existe bon nombre de sources de lumière à bande étroite (lampe à valeur de sodium, lampe à vapeur de mercure, etc) mais la plus efficace est incontestablement la LED. Les composants traditionnels ne sont pas assez puissants pour être utilisés dans ce type de dispositif. En revanche, il existe une large gamme de LEDS dites « de puissance » supportant jusqu'à [LUX] 1 W (puissance électrique consommée) pour les LED rouges et 5 W dans le vert. Le rendement pour ce type de LEDS est de quelques pourcents (voir figure 4-3).

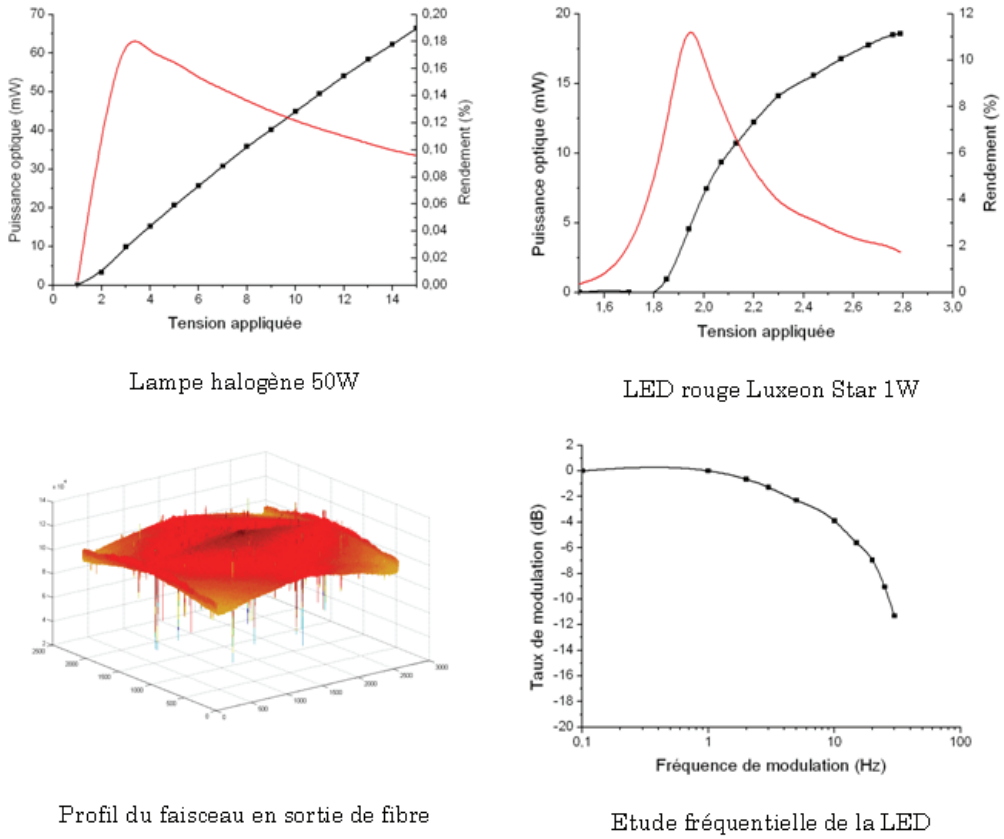


Fig. 4-3. Caractérisation d'une source non-cohérente

Sources à bande large couplées à un filtre

La deuxième solution testée est l'utilisation d'une source à large bande (ici une lampe halogène) couplée à un filtre coloré, dans notre cas, un filtre large bande centré sur 650 nm pour créer une lumière rouge. Une lampe halogène 50 W est utilisée. Ce système permet d'atteindre des éclairements supérieurs à celui des LED, mais avec un rendement nettement plus faible (max. 2 pour 1000). La lampe émettant naturellement dans le rouge, le filtre n'absorbe finalement que 10 % de la lumière.

Bilan

La comparaison des deux solutions donne un net avantage aux LED :

- Plus faible consommation.
- Meilleur rendement.
- Etroitesse de la bande spectrale.
- Facilité de modulation.

A cause de la non-uniformité spatiale du faisceau, l'emploi d'une LED (ou d'un système à lampe halogène) seule ne suffit pas à obtenir un faisceau exploitable : il faut utiliser un filtrage spatial. La solution retenue consiste à focaliser le faisceau dans une fibre optique. En sortie, on obtient un faisceau quasi-gaussien, dont on utilise la partie centrale que l'on considère comme quasi-uniforme. Le profil du faisceau en sortie de fibre est donné sur la figure 4-3. Une alternative équivalente d'un point de vue optique consiste à utiliser un trou calibré. La première solution a été préférée car elle permet de déporter la source de lumière par rapport à la partie active du système optique. L'utilisation du filtrage spatial fait perdre une nouvelle fois de la puissance optique. Le rendement du montage optique n'est que de 10 %.

4.2. Les systèmes d'acquisition

Il existe aujourd'hui deux types de capteurs d'images, les CCD, inventés en 1970 [BOY70] et les CMOS, dont le principe est connu depuis 1967 mais seulement exploités depuis 1995. Les capteurs d'images CCD ont atteint aujourd'hui une maturité sans égale. Des performances électroniques extraordinaires ont pu être atteintes mais au prix d'une spécialisation des technologies de fabrication.

4.2.1. Comparaison des technologies CCD et CMOS

Les deux technologies sont basées sur le principe de l'absorption de photons par la matière. Dans un semi-conducteur, l'absorption d'un photon conduit à la génération d'une paire électron-trou. Les électrons générés sont stockés dans un puits de potentiel sous l'effet d'un champ électrique. Au niveau du capteur, chaque pixel génère donc un nombre de charges proportionnel au nombre de photons reçus. En allant lire le contenu de chaque pixel, on peut en déduire l'intensité de l'image qui a été projetée sur le capteur. La différence fondamentale entre un capteur CCD et CMOS se situe dans la manière de lire la matrice de pixels.

Capteur CCD

Dans une matrice CCD, le point de sortie est unique (les matrices rapides peuvent avoir jusqu'à 16 voies mais sont alors vues comme 16 matrices indépendantes, [JUN98]). Les charges sont tout d'abord transférées pixel par pixel d'une ligne à la suivante jusqu'à un registre de sortie. Dans celui-ci, les charges sont transférées pixel par pixel vers un étage de lecture qui fournit une tension proportionnelle à la charge électrique. Cette tension est numérisée par un CAN afin de donner la valeur en niveau de gris du pixel. La gestion des horloges pour le transfert des charges, la conversion et le pilotage du capteur sont le plus souvent à la charge de l'intégrateur du dispositif dans le produit final.

Capteur CMOS

Dans une matrice CMOS, les pixels sont adressés directement, comme dans une mémoire. On n'a plus de transfert de charges mais des transferts de potentiel, depuis le pixel jusqu'à l'étage de conversion, via une grille d'interconnections et des multiplexeurs. Sur les capteurs rapides, le nombre de convertisseurs n'est limité que par la taille qu'ils prennent sur le silicium. Le capteur MT9M413 de la société Micron [MIC] contient, par exemple, 1280 convertisseurs analogiques – numériques pipelinés sur 128 niveaux. Les capteurs CMOS sont vus de l'extérieur comme des composants numériques : ils reçoivent des commandes sous la forme de signaux logiques et retournent des valeurs de pixels numérisées. Pour la majorité des capteurs basiques, le contrôleur est également intégré de sorte que le composant n'est piloté que par un signal d'horloge. Dans le cas de systèmes plus complexes (CMOS rapides par exemple), le pilotage est laissé au soin de l'utilisateur.

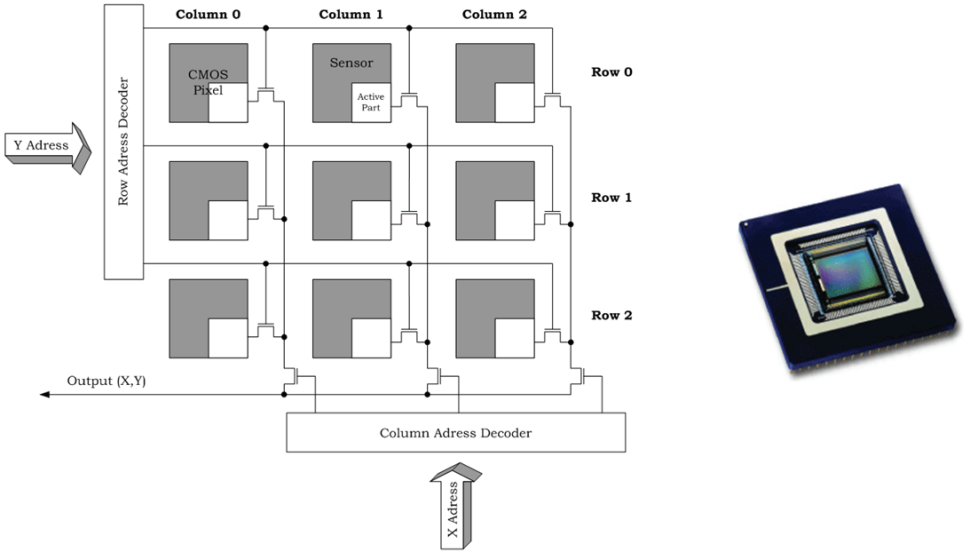


Fig. 4-4. A gauche, une vue schématique de 9 pixels d'un capteur CMOS.
A droite, le capteur MT9M413 de Micron. Source : [MIC]

Comparatif

Les deux dispositifs présentent chacun leurs avantages. De par leur structure, les capteurs CMOS sont plus faciles à mettre en œuvre. Leur électronique de pilotage intégrée est plus aisément parallélisable ce qui leur permet d'atteindre des cadences d'acquisition plus élevées. Leur compatibilité avec les technologies de fabrication standard rend possible l'intégration d'organes électroniques complexes sur le substrat, comme par exemple des processeurs de traitement de signal (ou DSP). En revanche, leur sensibilité est plus faible, d'une part à cause de la technologie de fabrication, moins perfectionnée que pour les CCD, et d'autre part parce que la logique d'adressage associée à chaque pixel empiète sur la zone sensible du capteur.

Capteur CCD	Capteur CMOS
- Sensibilité - Dynamique - Bruit	- Mise en œuvre - Cadence de lecture - Lecture sélective - Prix - Compatibilité de technologie

Tab. 4-2. Avantages des capteurs CCD et CMOS

L'utilisation d'une matrice CMOS semble plus adaptée à notre problème.

4.2.2. Etat de l'art

Bien qu'ils souffrent encore de nombreux inconvénients, dont notamment un prix élevé et une mise en œuvre difficile (circuits de polarisation, électronique de pilotage analogique et de traitement), les CCD restent aujourd'hui bien implantés sur le marché de l'imagerie grand public (photocopieuse, FAX, scanner, appareil photo, …) et dans les domaines scientifiques (astronomie, médecine, etc…). D'un autre côté, les capteurs d'images CMOS, longtemps réservés à l'imagerie bas de gamme en raison d'une mauvaise qualité d'images, sont encore dans une phase d'amélioration. Contrairement aux CCD, ils mettent en oeuvre des technologies de fabrication standard et profitent pleinement de l'essor de la technologie CMOS. Ceci permet aux meilleurs d'entre eux et malgré leur jeunesse, de rivaliser avec des CCD de gamme moyenne. Nous assistons à une transition entre les deux technologies. L'exemple le plus marquant de ce changement est l'apparition de capteur CMOS dans la photographie numérique de très haute qualité (ex : Canon reflex 11 millions de pixels [CAN]), domaine où les capteurs CCD régnaient en maître jusqu'à présent.

Dans le domaine scientifique, les capteurs CCD (Tab. 4-3), orientés pour les applications haute fidélité (résolution, dynamique, sensibilité) se démarquent des CMOS, qui tendent vers le bas coût ou l'imagerie rapide. En 2006, les deux tiers des caméras scientifiques utilisent encore la technologie CCD. Cependant, plus d'une dizaine de sociétés ont développé une caméra rapide à plus de 500 images à 1 million de pixels par seconde en utilisant des capteurs CMOS [VSD06]. Les caméras rapides les plus performantes à l'heure actuelle sont les Phantom développées par la société Vision Research [VIR] : Phantom v7 offre une vitesse de 6688 images par seconde pour une résolution de 800x600, tandis que la v9 offre 1000 images par seconde mais avec une plus grande résolution (1600x1200). Elles utilisent des capteurs CMOS développés en interne. Le reste du marché est dominé par le capteur Micron MT9M413 (500 ips à 1,3 mégapixels).

La grande majorité des caméras rapides sont à mémoire embarquée. Le principe de fonctionnement est décrit sur la figure 4-6. Les images sont acquises en continu par le capteur et transférées à une mémoire tampon. L'acquisition ne peut dépasser une certaine durée correspondant à la place disponible en mémoire. Il faut en moyenne 1 à 2 mégaoctets pour stocker une image donc, à 500 images par seconde, 1 gigaoctet ne permet de filmer que pendant une seconde. Une fois que le tampon est plein, les images sont transférées à un ordinateur via une liaison « lente » (FireWire, USB 2.0, Ethernet, …). Pendant ce transfert, la caméra est inutilisable.

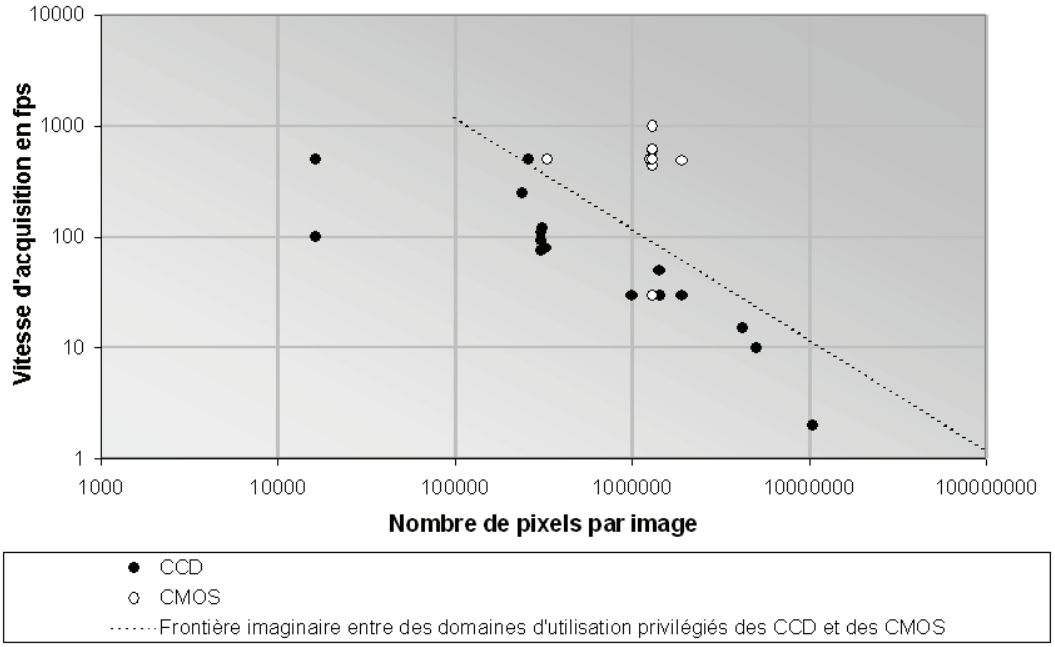


Fig. 4-5. Répartition des capteurs CCD et CMOS sur le marché de l'imagerie scientifique

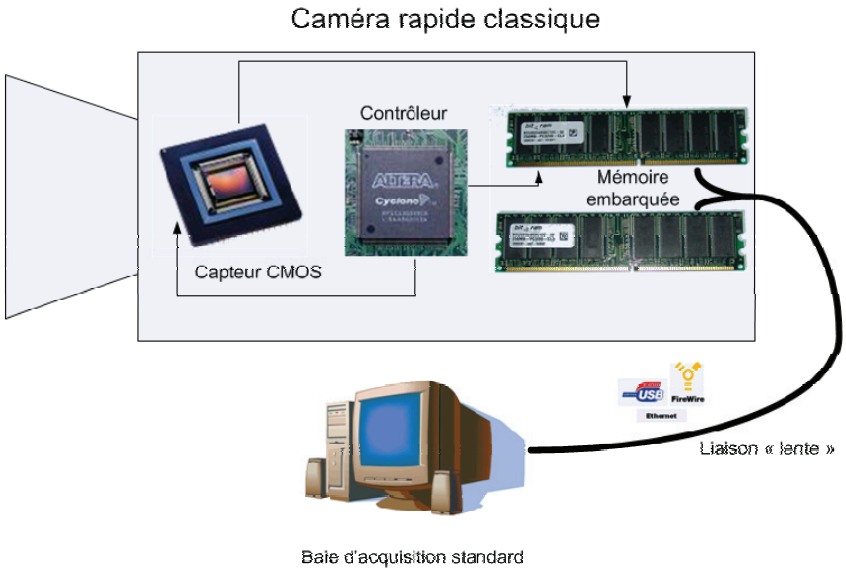


Fig. 4-6. Structure d'une caméra rapide classique

Nom		Résolution	Pixel (µm)	Dynamique	Vitesse (fps)	Sensibilité ke-/(µJ/cm²)	Bruit de lecture
SONY	ICX285AQ	1360x1024	6,45	63 dB	60	720	12 e-
Atmel	AT71201M	4096x4096	11	74 dB	10	2000	25 e-
Site	SIO3xA	1024x1024	24	97 dB	2	6120	5 e-
Hamamatsu	S9970-1008	1044x256	24	98 dB	0,4	5000	4 e-
Dalsa	FT50M	1024x1024	5,6	67 dB	100	714	22 e-
E²V	CCD55-30	1252x1152	22,5	103 dB	0,03	4200	3 e-
Kodak	KAF4202	2048x2048	9	76 dB	2	8100	15 e-

Tab. 4-3. Les principaux fabricants de capteurs CCD.

Sources: [SON, ATM, SIT, E2V, KOD, HAM, DAL].

Nom		Résolution	Pixel (µm)	Dynamique	Vitesse (fps)	Sensibilité[1] ke-/(µJ/cm²)	Bruit de lecture
Atmel	ATMOS 2M60	2112x1156	5	60 dB	52	385	33 e-
Dalsa[1]	IA-G1-VGA	640x480	15	45 dB	1300	1900	100 e-
Cypress	LUPA-1300	1280x1024	14	62 dB	450	3500	45 e-
Micron	MT9V011	640x480	5,6	60 dB	30	1600	
Micron	MT9M413	1280x1024	12	59 dB	500	816	
Kodak	KAC-0311	640x480	7,8	52 dB	60	1500	70 e-

Tab. 4-4. Les principaux fabricants de capteurs CMOS. Sources: [ATM, DAL, CYP, MIC, KOD][2]

4.2.3. Conception d'une caméra CMOS intelligente à transfert continu

Les caméras rapides classiques ne sont pas adaptées aux processeurs optiques car les temps morts engendrés par les transferts entre mémoires annulent le gain en temps de calcul. Il faut par conséquent envisager une nouvelle architecture de caméra qui transfère les données en continu. La solution retenue est décrite sur la figure 4-7. Le flux continu de données générées par le capteur est envoyé directement par une liaison à très haut débit et arrive sur une carte d'acquisition et de traitement. Le capteur utilisé est le MT9M413 de Micron, dont le débit de sortie à 500 fps est de 6,6 Gbps. Les seuls ports capables de supporter un tel débit sont Camera Link et Ethernet (voir Tab 4-5). L'avantage du premier réside dans la simplicité du protocole associé (liaison point à point, données non encapsulées, utilisation de composants standard, débit garanti, etc).

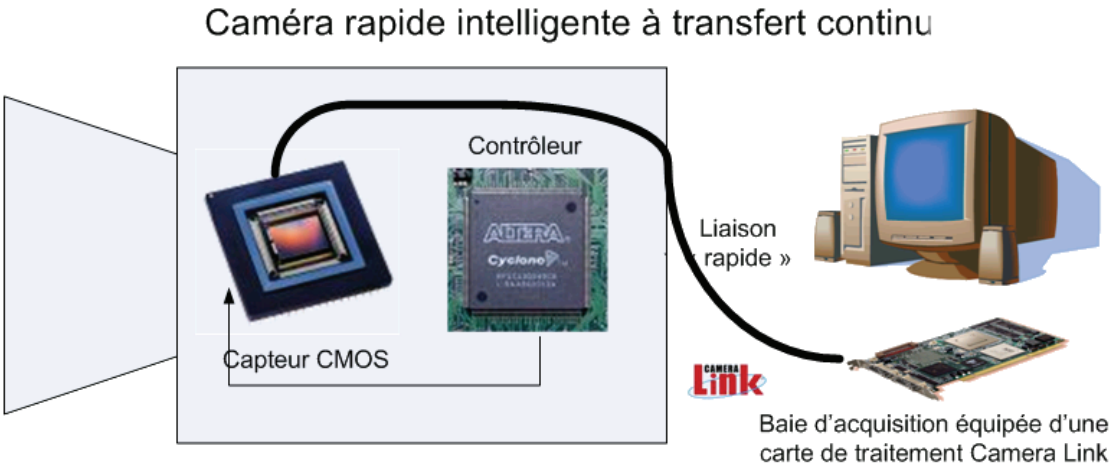


Fig. 4-7. Structure d'une caméra intelligente à transfert en continu

[1] *Les sensibilités sont converties à partir des valeurs exprimées en ke⁻/ lux /s sur la base de 1 lux.s = 0,147 µJ/cm² à 550 nanomètre.*

[2] *Tous les constructeurs ne sont pas représentés : on trouve par exemple des produits VGA similaires au MT9V011 chez beaucoup de fabricants (National, TI, ST, Sharp, Fairchild, Fuji, etc)*

	USB 2.0	Fire Wire	Camera Link	Ethernet
Débit	480 Mbps	800 Mbps	7,1 Gbps	10 Gbps
Longueur de liaison	5 m	100 m	10 m	100 m
Caractéristiques	- encapsulé - réseau avec 1 hôte et max. 127 entités - couche logicielle	- encapsulé - réseau avec 1 hôte et max. 63 entités - couche logicielle	- brut - point à point - asymétrique - nécessite une carte d'acquisition - pas de couche logicielle	- encapsulé - réseau ouvert - couche logicielle

Tab. 4-5. Les principales liaisons standard utilisées en imagerie rapide.

La caméra, telle qu'elle a été conçue, est constituée de deux blocs : une tête et une baie d'acquisition et de traitement. A l'heure actuelle, seule la tête a été réalisée. Elle est constituée de trois organes : le capteur, un composant numérique programmable (FPGA Cyclone) et les récepteurs et transmetteurs Camera Link. La FPGA pilote le capteur, gère la configuration de la caméra que l'utilisateur choisit via une liaison série (intégrée au protocole) et prépare les données issues du capteur pour les envoyer sur le port Caméra Link. L'architecture de la tête est donnée sur la figure 4-8.

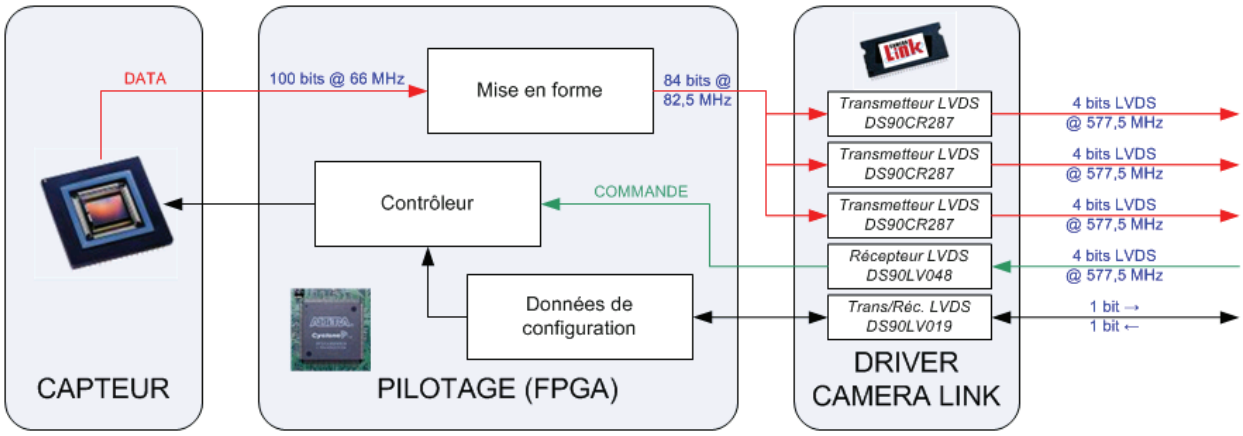


Fig. 4-8. Fonctionnement de la tête de la caméra rapide.

Les données sortent de la tête de la caméra à la même cadence qu'ils sortent du capteur. Sur la baie d'acquisition, il faut un système rapide pour les accueillir. Elles ont pour cible, dans un premier temps, une mémoire embarquée sur la carte d'acquisition. Après cela, on peut envisager trois cas de figure :

- Un traitement sur place « à la volée », par des organes de calculs embarqués sur la carte d'acquisition.

- La transmission vers un organe externe de traitement (PC par exemple). Les données passent alors par un bus d'extension. Le seul candidat compatible avec le débit du protocole du Camera Link est le PCI-Express 4x ou plus, (250 MO/s et par canal).
- La sauvegarde sur un support non-volatil. Le débit des disques durs classiques est d'environ 40 MO/s. La limitation vient du matériel et non de l'interface (IDE, SATA, SCSI). Il est possible d'utiliser des disques durs haut de gamme, ou d'utiliser plusieurs disques en parallèle, de manière à augmenter légèrement le débit. On peut également envisager l'écriture sur cartes Flash, dont le temps d'accès en écriture est relativement long (50 ns). Il faudrait par exemple 40 mémoires 8-bits en parallèle pour atteindre le débit souhaité. L'alternative consiste à avoir recours à une étape de compression. Celle-ci peut être, en fonction de l'application, de différents types : compression sur les données brutes (ZIP, …), compression d'images (JPEG) ou compression vidéo (MPEG) ou autre compression spécifique à l'application.

Dans le cas qui nous intéresse, la compression d'images semble l'outil le plus adapté. Le facteur de compression à atteindre serait de l'ordre de 10, ce qui est réalisable en JPEG2000 sans perte de qualité visible à l'œil nu [JPG]. Cependant, la distorsion introduite peut s'avérer gênante si l'on souhaite appliquer un post-traitement.

Il est important de noter que ce travail est, d'une part, indispensable à la réalisation d'un processeur optique, mais répond aussi à un certain nombre de besoins en imagerie rapide. Les nouvelles possibilités qu'offre une telle structure sont nombreuses :

- *Acquisition intelligente*. La caméra ajuste en temps réel ses paramètres de prise de vue (cadence, résolution, gain, est) au cours d'une acquisition en fonction de ce qu'elle voit. La mémoire de la carte d'acquisition jouerait alors un vrai rôle de tampon entre la caméra et le système d'acquisition.
- *Métrologie temps réel*. La carte d'acquisition et de traitement pourrait accueillir des algorithmes de métrologie optique (suivi de cible en temps réel, cinéthéodolite, etc) La compression pourrait être alors naturelle : on utilise toutes les images pour l'algorithme de traitement mais on ne transmet, par exemple, qu'une image sur dix en plus de l'information pertinente.
- *Asservissement en temps réel d'un système en fonction des données de l'acquisition* (repositionnement d'outils chirurgicaux robotisés en temps réel [KRU03]). L'utilisation d'une contre-réaction rapide pourrait s'avérer très utile pour les tests de résistance des matériaux.

- *Acquisition sacrificielle*. Il est même possible d'envisager le sacrifice de la tête de la caméra. Dans la mesure où la baie d'acquisition est déportée, la tête de la caméra a le temps de lui transmettre toutes les images avant sa destruction (crash tests, détonique, etc).

4.3. Les systèmes d'affichage

Les systèmes d'affichage, troisième élément clé nécessaire à la réalisation d'un processeur optique, requièrent une attention plus longue, d'une part à cause de leur large diversité, et d'autre part du fait de leurs performances qui, actuellement, remplissent difficilement les besoins d'un processeur optique.

L'affichage d'une image peut se faire de différentes manières. Le système le plus simple et le plus classique est la diapositive (ou l'hologramme qui permet en plus de moduler la phase de la lumière). Dans le cadre de notre étude, nous avons besoin d'une « diapositive contrôlable électroniquement », c'est-à-dire d'un modulateur spatial de lumière (ou SLM). Le premier dispositif de ce type a été introduit en 1968 par George Heilmeier. Depuis il a été décliné sous plusieurs formes avec des technologies très variées (cristaux liquides, dispositif mécanique intégré, semi-conducteur, etc). Un SLM est passif dans la mesure où il nécessite l'utilisation d'une source de lumière externe. Il existe aussi des dispositifs actifs, principalement à base de LEDS, pour lesquels chaque pixel émet sa propre lumière. Le front généré est donc forcément incohérent.

Cristaux liquides nématiques

Les cristaux liquides sont des matériaux découverts en 1888 par le botaniste Friedrich Reinitzer, présentant un état intermédiaire entre l'état solide et l'état liquide. Les molécules constituant le cristal présentent une certaine organisation (cristal), mais demeurent très mobiles (liquides). Il existe un certain nombre de structures cristallines, appelées phases, présentant chacune des propriétés différentes. En particulier, les cristaux liquides en phase nématique (NLC) présentent une biréfringence qui va permettre leur utilisation en modulation de lumière. La structure la plus couramment employée est la structure nématique en hélice (TN-NLC, pour twisted nematic NLC). Une cellule TN-NLC est représentée sur la figure 4-9. La lumière, non polarisée, traverse le premier polariseur orienté dans la même direction que la première couche de molécules. En raison de la biréfringence, les couches suivantes vont avoir tendance à faire pivoter la direction de polarisation. La taille de la cellule est ajustée de sorte qu'au

repos, la polarisation tourne au total de 90°. En fin de course, la lumière rencontre un analyseur croisé avec le polariseur d'entrée : toute l'intensité lumineuse passe. Si on applique maintenant une tension à la cellule, les molécules vont avoir tendance à s'orienter le long de la direction du champ électrique créé par cette différence de potentiel. Cette fois, la polarisation tourne moins et la lumière se retrouve donc en partie atténuée par l'analyseur en sortie.

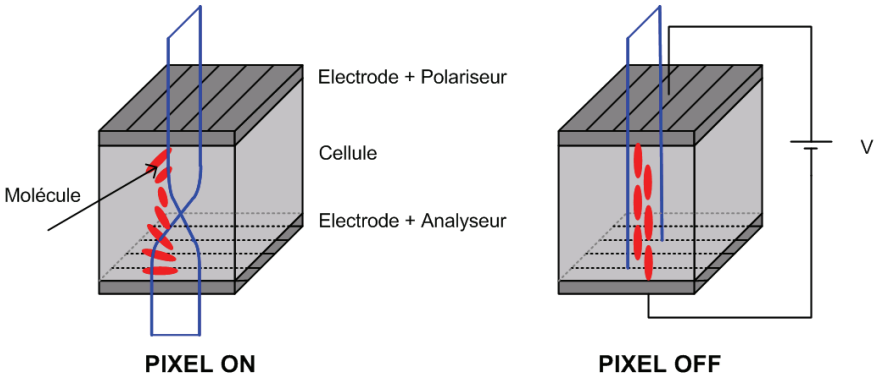


Fig. 4-9. Principe de fonctionnement d'un SLM à cristaux liquides nématiques en hélice.

Selon que les molécules sont horizontales ou verticales, le temps moyen de traversée de la cellule n'est pas le même. Il y a donc, en plus de la modulation d'amplitude, une modulation de la phase du champ électrique émergent. Ces deux phénomènes sont couplés (voir figure 4-10). L'inconvénient majeur de cette technique est la forte inertie des molécules TN-NLC qui rend le temps de transition d'une orientation à une autre très long.

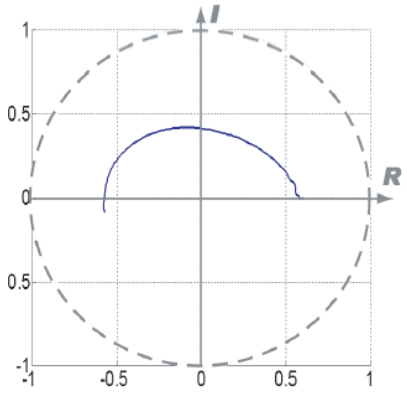


Fig. 4-10. Mise en évidence du couplage entre la phase et l'amplitude dans les modulateurs NLC. On souhaite réaliser une modulation en phase, mais on se rend compte que l'amplitude varie également légèrement (ce n'est pas un arc de cercle parfait). Source : [JAU04].

Ce temps de commutation est a priori limité par l'adressage, et non par les performances intrinsèques des cristaux [SER03]. De nouvelles techniques d'adressage sont en cours de développement. En particulier, Serati et al. [SER03] ont démontré une méthode basée sur l'utilisation de deux champs électriques sinusoïdaux haute tension de fréquences différentes pour réaliser un SLM à base de cristaux liquides nématiques à plus de 1000 images par seconde. Une autre alternative consiste à accélérer le mouvement des molécules en utilisant un champ électrique tournant généré par plusieurs électrodes. Cette méthode de commande n'est pas nouvelle [JOF91] mais jusqu'à présent son utilisation dans les SLM n'était pas possible à cause de la complexité de l'électronique de pilotage. Avec les progrès de la microélectronique, ce n'est plus vrai aujourd'hui. Une étude de faisabilité fait actuellement l'objet d'une thèse financée par Micromodule en partenariat avec l'Ecole Nationale Supérieure de Télécommunications de Bretagne.

Cristaux liquides ferroélectriques.

En 1975, la découverte de l'effet ferroélectrique dans les cristaux liquides (FLC) chiraux en phase smectique a conduit au développement d'un nouveau type de modulateurs [EFR94]. Ceux-ci utilisent le couplage entre la polarisation spontanée inhérente à ce type de matériaux en phase smectique et un champ électrique appliqué depuis l'extérieur. Dans cette phase, les molécules sont organisées en plans et ne peuvent bouger que sur un cône de révolution dont la direction est perpendiculaire à ces plans (Fig. 4-11). Au repos, les molécules forment une hélice. En 1980, Clark et Lagerwall [CLA80] montrent qu'il est possible de briser cette hélice, soit par application d'un champ électrique, soit en conditionnant la cellule avec des couches d'ancrage adéquat. On parle alors de SSFLC (FLC stabilisés en surface). Dans ce cas, la molécule ne présente que deux états stables. Vue de l'extérieur, la tension appliquée permet d'orienter l'ensemble des molécules dans l'une ou l'autre des directions. Là encore, la propriété de biréfringence des cristaux liquides est utilisée. L'idée consiste à réaliser une lame demi-onde dont la direction de l'axe rapide est programmable. Le mélange de molécule est ajusté de sorte que l'angle entre les deux directions potentielles de l'axe rapide de la lame, qui est en fait égal à l'ouverture du cône smectique (ou angle de précession) θ, fasse 45° et que l'épaisseur de la cellule d permette un déphasage $\Delta\varphi = \pi$, avec la relation [HUA94] :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi \cdot \Delta n \cdot d}{\lambda} \tag{4-1}$$

Δn est la biréfringence.

Les cellules FLC présentent deux avantages principaux par rapport aux TN-NLC : elles commutent environ 1000 fois plus vite et présentent un effet mémoire, ce qui permet un adressage passif (une fois que la molécule a été placée dans l'état souhaité, même si on retire le champ électrique, la molécule ne revient pas dans sa position initiale) et on peut réaliser indépendamment de la modulation de phase ou d'amplitude. Par contre, elles ne permettent à priori de faire que de la modulation en tout ou rien. En 1995, Fukuda [FUK95] et Inui [INU96] découvrent que certains mélanges permettent une modulation analogique rapide. Cette idée sera mise en œuvre par la société Boulder Nonlinear System [BNS] qui commercialise un SLM 512², 8 bits fonctionnant à 1015 Hz, qui a été caractérisé (section 5.3.).

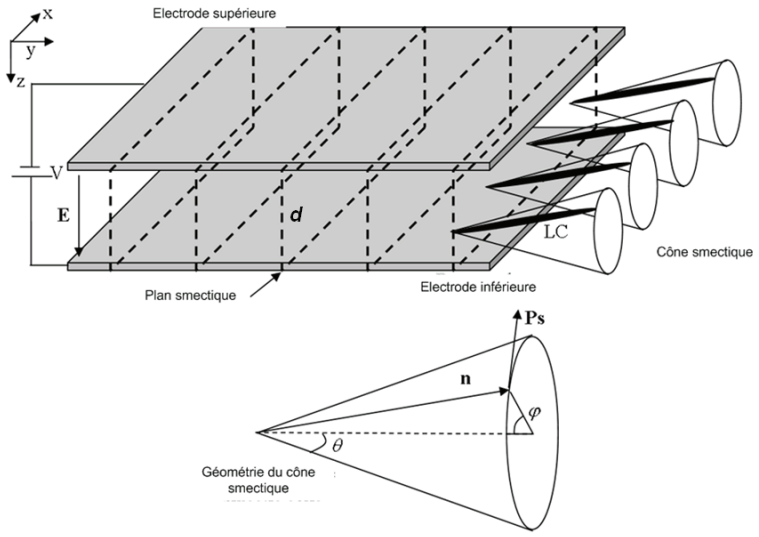


Fig. 4-11. Géométrie des cellules à cristaux liquides ferroélectriques stabilisés en surface.

Les cristaux ferroélectriques sont étudiés plus en détail au prochain chapitre.

Matrices de micro-miroirs

Une matrice de micro-miroirs (ou DMD pour *Digital Micromirror Devices*) est un ensemble de micro-surfaces réfléchissantes intégrées sur un substrat de silicium et pilotées par voie électronique. On parle d'un MOEMS (Microsystème mécano-opto-électronique). Chaque surface est reliée au substrat par un plot et peut s'orienter selon deux directions séparées de 20° (voir figure 4-12). Le pivotement du micro-miroir est réalisé à l'aide de forces électrostatiques. Il suffit ensuite d'utiliser un diaphragme bien ajusté qui élimine les rayons lumineux dans l'une des directions pour former une image. L'avantage de ces structures est leur faible temps de basculement dû à leur très faible

inertie. En revanche, elles ne permettent encore une fois que la modulation binaire en amplitude. La technologie a été inventée en 1984 par Larry Hornbeck [HOR84] de Texas Instruments et est actuellement commercialisée par Digital Light Processing, une filiale de TI [DLP].

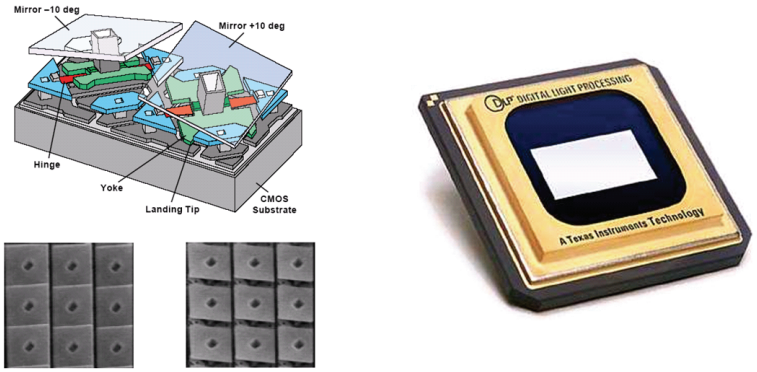


Fig. 4-12. Les matrices de micro-miroirs. En haut à gauche, le schéma de fonctionnement. En bas à gauche, une image réalisée au MEB montrant les miroir dans leurs deux positions stables et à droite, l'image d'un composant DLP. Source : Digital Light Processing [DLP]

Un variante, appelée miroir à membrane déformable (MLM) permet de faire de la modulation en phase. Dans cette configuration, une surface réfléchissante souple repose sur des plots. Selon que ceux-ci sont en position haute ou basse, le chemin parcouru par la lumière diffère, ce qui se traduit par une modulation de la phase de l'onde incidente.

Matrices à puits quantiques multiples

Un semi-conducteur à puits quantiques multiples (MQW) est constitué d'un empilement de couches très minces (typiquement 100 Å) de deux matériaux semi-conducteurs à faible et forte bandes interdites. Lorsqu'on applique un champ électrique autour de ce type de mille-feuille, on peut faire varier les propriétés électro-optiques du composant telles que le coefficient d'absorption ou le coefficient de réflexion [EFR94]. Puisque une cellule MQW est entièrement électronique, sa bande passante est beaucoup plus élevée. On trouve aujourd'hui des modulateurs, fabriqués pour des systèmes de communication par voie optique, fonctionnant au-delà de 10 GHz [LIA05].

Le principal inconvénient de ces systèmes est leur très forte sélectivité en longueur d'onde. La figure 4-13 représente le coefficient de réflexion d'un modulateur MQW développé par la société Lenslet en fonction de la longueur d'onde et de la tension appliquée. Il est possible d'obtenir une modulation linéaire à 846 nm ± 1 nm. Au-delà de

cette plage les niveaux se mélangent. Ceci explique qu'à l'heure actuelle, la plupart de ces modulateurs s'utilisent en binaire.

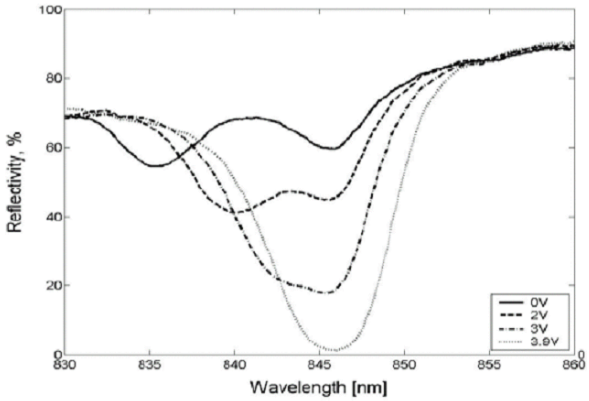


Fig. 4-13. Evolution du coefficient de réflexion pour un dispositif de type MQW en fonction de la tension appliquée et de la longueur d'onde d'émission. Source : Lenslet [LEN]

LED – OLED

Les matrices de LED diffèrent des autres afficheurs précédemment évoqués dans la mesure où elles sont elles-mêmes sources de lumière (afficheurs actifs). La LED est un semi-conducteur utilisant le principe d'émission d'un photon lorsqu'un électron revient d'un état excité. La puissance émise par une LED peut être contrôlée simplement par l'intensité du courant qui la traverse. Dans les matrices de LED, il ne peut y avoir de relation de phase entre les différents points d'émission : la cohérence spatiale est nulle. Elles ne s'adaptent donc qu'à des montages en lumière non-cohérente. De plus, les faisceaux émis par les LED ne sont pas directifs donc difficilement maîtrisables. En revanche, il est possible de les faire commuter à de très hautes cadences (~ 1 Ghz).

Les LED organiques (ou OLED) existent depuis 1987 et sont exploitées commercialement depuis 1997. Il d'agit de LED dont la surface d'émission est constituée d'un composé organique [SHI04]. Ces dispositifs se caractérisent notamment par une faible consommation électrique, une meilleure luminosité et surtout des facilités d'intégration. Comme pour les afficheurs à LED, il s'agit d'un afficheur actif incohérent.

Autres dispositifs

Il existe bien d'autres technologies de modulation de la lumière [EFR94] : modulateurs acousto-optiques, ou modulateurs magnéto-optiques par exemple. A notre connaissance, il n'existe aucun afficheur matriciel sur le marché utilisant ces technologies « exotiques ». En revanche, des modulateurs simples à pixel unique existent comme, par exemple, des

obturateurs acousto-optiques pilotables par un signal électrique et sont d'usage courant en tant qu'obturateurs rapides.

Bilan

Les performances des afficheurs précédemment répertoriés sont récapitulées dans le tableau 4-6.

Technologie	Actif/ Passif	Ampliture /Phase	Dynamique	Constraste	Résolution	Vitesse	Prix
NLC	P	A-P couplé	4	3	3	2	3
FLC bistable	P	A ou P	1	4	3	3	2
FLC analogiques	P	A ou A-P	3	2	3	3	5
DMD	P	A	1	5	5	4	1
MLM	P	P	1	-	2	4	3
MQW	P	A	2	3	2	5	4
LED	A	A	5	4	5	5	1
OLED	A	A	5	5	5	4	1

4-6. Récapitulatif des principales technologies d'affichage. Les notes, de 1 (mauvais) à 5 (très bon), sont attribuées de manière subjective en tenant compte des performances observées dans la littérature. Pour ce qui est du prix, 1 signifie bon marché et 5 très onéreux.

Fabrçicant	Techno	Résolution	Taille pixel	Dynamique de codage	Cadence	PROPS
BNS	NLC	512x512	15 µm	9 bits	30 Hz	6,75
BNS	FLC	512x512	15 µm	8 bits	1015 Hz	228
Holoeye	NLC	1920x1200	8,7 µm	8 bits	60 Hz	98
Displaytech	FLC	1280x768	13,2 µm	Binaire[1]	3 kHz	-
CRL Opto	FLC	1280x1024	14 µm	Binaire[2]	1,8 kHz	-
DLP	DMD	1280x1024	10 µm	Binaire[2]	66 kHz	-
Boston Micromachines	MLM	32x32	100 µm	Binaire[3]	7 kHz	-
Lenslet	MQW	288x132	65 µm	2 bits	300 kHz	-
Lenslet	MQW	256x256	65 µm	8 bits	50 kHz	1500[4]

Tab. 4-7. Etat de l'art des SLM du marché. Sources : [BNS, HOL, DIS, CRL, DLP, BOS, LEN]

Dans la majorité des cas, les processeurs optiques nécessitent des modulateurs de lumière qui allient une haute dynamique (pour assurer une bonne qualité d'image), une haute cadence et haute résolution (pour apporter un avantage net par rapport aux systèmes numériques). Le tableau 4-7 constitue un état de l'art du marché des modulateurs spatiaux de lumière en 2006. Pour chacun d'eux et à titre d'exemple, on donne la puissance de calcul qu'aurait un processeur optique Vander Lugt utilisant ces SLM aussi bien dans le plan d'entrée que dans le plan de filtrage.

[1] *En réalité deux bits obtenus par multiplexage spatial*
[2] *En réalité 8 bits (ou 24 bits en couleur) obtenus par multiplexage temporel*
[3] *Modulation en phase uniquement*
[4] *En réalité limitée par l'acquisition*

Il ressort clairement de cette étude que, pour l'aspect matériel, l'effort doit se porter sur les technologies d'affichage. Deux alternatives se démarquent : les cristaux liquides ferroélectriques et les semi-conducteurs à puits quantiques multiples. Notre étude est focalisée sur les FLC dont la technologie est la plus mature et qui semblent plus propices à notre application. Elle fait l'objet du prochain chapitre.

Chapitre 5
Modulateurs rapides à base de cristaux liquides ferroélectriques

Le chapitre précédent fait apparaître un manque à l'heure actuelle en terme de dispositifs d'affichage suffisamment performants en vue d'une intégration dans un processeur optique rapide. Les systèmes à base de cristaux liquides ferroélectriques présentent un fort potentiel mais sont pour la plupart limités à une modulation binaire. Il existe deux manières de réaliser un afficheur à FLC à niveaux de gris : soit en utilisant un matériau naturellement analogique, soit par des méthodes d'augmentation de la dynamique avec des afficheurs binaires. La première étape de notre étude consiste à comprendre le mécanisme des FLC. Ceci conduit à l'écriture d'un modèle comportemental du pixel FLC en VHDL-AMS. Ce modèle, réalisé sur la base d'un jeu d'équations très simples, est un outil très puissant pour les études postérieures. Il existe plusieurs méthodes d'augmentation de la dynamique mais elles ne sont malheureusement pas toutes compatibles avec le traitement par voie optique, en particulier en lumière cohérente. L'exemple du multiplexage temporel, la méthode la plus couramment employée, est traité. Il sera démontré qu'une telle méthode induit des erreurs de calcul sur un processeur Vander Lugt, ce qui peut la rendre inutilisable pour certaines applications. Comme alternative, une nouvelle méthode d'augmentation de la dynamique est proposée. Elle diffère des autres dans la mesure où il s'agit d'une commande numérique induisant une modulation analogique réelle, et non apparente. La faisabilité de cette méthode est estimée grâce au modèle précédent. Enfin la dernière section concernera les molécules naturellement analogiques, exploitées dans des systèmes commerciaux [BNS]. Une matrice de ce type est caractérisée à l'aide d'une caméra rapide afin de déterminer ses points forts et ses points faibles.

5.1. Modèle d'un pixel FLC

Le modèle du pixel est codé en VHDL-AMS, un langage de description de matériel, destiné à la base au monde de l'électronique numérique mais étendu depuis aux

systèmes pluridisciplinaires analogiques et mixtes [HER02]. Il permet l'écriture et l'assemblage de modèles simples permettant de modéliser des systèmes complexes, mixtes et pluridisciplinaires. Chaque composant du système peut être décrit de différentes manières :

- Par les équations physiques régissant le phénomène mis en jeu (modèle physique)
- Par une description du comportement du système (modèle comportemental)
- Par un assemblage de sous-éléments (modèle structurel).

Comme il est très proche du matériel, le langage VHDL-AMS permet d'obtenir, à partir de modèles prédictifs de très bas niveau, un modèle descriptif de haut niveau. La philosophie est la même que pour les outils de simulation classiques en électronique (SPICE par exemple). L'assemblage de composants simples (résistance, condensateur, diode, transistor, etc) permet la modélisation de fonctions électroniques complexes. Ce principe va être appliqué aux pixels FLC.

5.1.1. Etablissement du modèle

Le modèle physique

Le modèle physique utilisé est le modèle uniforme des cristaux liquides ferroélectriques décrit en 1989 par Pauwels [SPR89,PAU89]. On parle de « modèle uniforme » dans la mesure où l'on considère que l'angle azimutal φ (voir Fig. 4-9) ne varie pas avec la position du cristal dans la cellule. Dans ce cas, l'énergie interne W du cristal liquide s'exprime :

$$W = -EP_S \cos\varphi - \frac{\gamma}{d}\cos^2\varphi \qquad (5\text{-}1)$$

E est le champ électrique appliqué entre les électrodes.

P_S est la polarisation spontanée apparaissant dans la cellule.

γ est un coefficient représentant les forces d'ancrage (coefficient lié à la nature des couches d'ancrage utilisées, voir au chapitre précédent.

d est l'épaisseur de la cellule.

Le premier terme traduit la tendance qu'ont les molécules à s'orienter dans le sens du champ électrique appliqué tandis que le second terme traduit la tendance qu'elles ont à s'aligner parallèlement aux électrodes.

Une étude de stabilité du système fait apparaître deux comportements distincts selon le signe de γ.

- Si $\gamma > 0$, seuls deux états d'équilibre stables peuvent apparaître, pour $\varphi = 0$ et $\varphi = \pi$. La condition de stabilité dépend du champ électrique *E*, donc de la tension *V* appliquée aux bornes de la cellule. On définit une tension de seuil $V_{th} = 2\gamma / P_S$. Pour *V* compris entre -V_{th} et V_{th}, les deux états peuvent coexister. En revanche, pour *V* inférieur à -V_{th} seul $\varphi = 0$ est stable et pour *V* supérieur à V_{th} seul $\varphi = \pi$ est sable. La caractéristique $\varphi(V)$ du cristal présente donc un cycle d'hystérésis et la cellule est en mode bistable (ou binaire). Ce type de matériau ne permet de fabriquer que des modulateurs tout ou rien.
- Si $\gamma < 0$, $\varphi = 0$ et $\varphi = \pi$ ne sont plus stables que pour $V \notin \left[-V_{th}; V_{th}\right]$. Entre ces deux seuils, un troisième état apparaît, dont la valeur dépend de la tension selon la relation (5-2). La caractéristique $\varphi(V)$ fait apparaître une forme en V. Pour cette raison, ce type de molécules est souvent désigné sous le nom de *« V-shaped »* ou *« thresholdless »*. Ce sont elles qui permettent de faire de la modulation analogique.

$$\varphi = \arccos\left(-\frac{VP_S}{2\gamma}\right) \tag{5-2}$$

En appliquant le théorème d'Euler-Lagrange à l'équation (5-1), on obtient l'équation différentielle temporelle de φ, utilisée en analyse transitoire :

$$\eta \frac{\partial \varphi}{\partial t} = EP_S \sin\varphi - \frac{\gamma}{d}\sin 2\varphi \tag{5-3}$$

η est la viscosité du cristal liquide.

Le modèle optique

Le comportement optique de la cellule dépend de l'orientation des molécules au sein du pixel. Le cristal liquide est un matériau biréfringent dont l'axe extraordinaire est confondu avec l'axe des molécules (vecteur **n**). La cellule se comporte donc comme une lame d'onde dont le déphasage ϕ est rappelé par (4-1). Le modèle optique est basé sur le formalisme de Jones [HUA94] pour décrire l'effet de la cellule sur la lumière incidente. La matrice de Jones d'une lame d'onde quelconque est :

$$\mathbf{J}(\chi,\phi,\psi) = e^{i\psi}\begin{bmatrix} \cos\frac{\phi}{2} + i\cos 2\chi \sin\frac{\phi}{2} & i\sin 2\chi \sin\frac{\phi}{2} \\ i\sin 2\chi \sin\frac{\phi}{2} & \cos\frac{\phi}{2} - i\cos 2\chi \sin\frac{\phi}{2} \end{bmatrix} \quad (5\text{-}4)$$

ψ est le retard moyen introduit par la cellule.

χ est l'angle apparent sous lequel est vue la molécule lorsqu'on regarde la cellule par-dessus. (projection du vecteur **n** sur le plan Oxy). La relation géométrique entre χ, φ et θ (ouverture du cône smectique ou angle de précession) est $\tan\chi = \tan\varphi\cos\theta$. Voir figure 4-9.

Pour faire de la modulation d'amplitude ou de phase, la cellule FLC doit être placée entre deux polariseurs croisés. Ceux-ci sont également introduits dans le modèle et décrits par leur matrice de Jones.

$$\mathbf{J}_{\mathbf{pol}}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \cos\theta\sin\theta \\ \cos\theta\sin\theta & \sin^2\theta \end{bmatrix} \quad (5\text{-}5)$$

Améliorations

Le modèle uniforme suffit à décrire le comportement d'une cellule FLC. Toutefois, il est trop peu précis pour être quantitatif, surtout dans le cas des FLC analogiques [PAU01]. Le modèle non uniforme tient compte de la variation de l'angle avec la position dans la cellule. Un modèle non-uniforme a été implanté mais n'a été que rarement employé car il augmente très nettement les temps de simulations (la simulation sur une période d'une seconde se fait en quelques secondes avec le modèle uniforme contre plus de 30 minutes avec le modèle non-uniforme). De plus, Pauwels [PAU01] a en partie résolu le problème de la non-uniformité en introduisant le modèle quasi-uniforme (ou *splayed states*) : φ est considéré comme uniforme à l'intérieur de la cellule, à l'exception des quelques couches proches des extrémités pour lesquelles il est fixe. Pauwels a montré entre autre que la prise en compte de ce phénomène ne modifie pas la forme des résultats : l'erreur quantitative commise peut être compensée en corrigeant légèrement les paramètres physiques du modèle. Pour la suite de notre étude, le modèle uniforme est conservé. Au moment de l'étalonnage du modèle au moyen d'une cellule test, les mesures expérimentales des paramètres physiques [ESC88,SPR88] seront corrigées afin de coller au mieux aux résultats obtenus avec le jeu d'équations uniforme. L'écart entre le modèle

et la réalité est alors limité. Outre le problème de la non-uniformité, un certain nombre d'autres phénomènes entrent en jeu.

Effets de la température - La température par exemple est un élément important. Trois grandeurs sont très sensibles à ses variations: la viscosité du cristal liquide, l'angle de précession et la polarisation spontanée qui apparaît. On trouve, dans la littérature, des modèles simples décrivant la variation de ces grandeurs en fonction de la température [ESC88,SPR88] :

$$P_s(T) = P_{S0}\left(T_T - T\right)^{\alpha} \tag{5-6}$$

$$\theta(T) = \theta_0\left(T_T - T\right)^{\beta} \tag{5-7}$$

$$\gamma(T) = \gamma_0\, \mathrm{e}^{\frac{E_A}{RT}} \tag{5-8}$$

α et β sont des coefficients déterminés par expérimentation. D'après [SPR88], α est compris entre 0,6 et 0,7 et β entre 0,4 et 0,5.

T_T est la température de transition entre les phases smectique A et smectique C de la molécule.

P_{S0} et θ_0 sont respectivement la polarisation spontanée et l'angle de précession à la température de transition.

E_A est l'énergie d'activation de la molécule.

R est la constante des gaz parfaits (R = 8,314.10^{-3} kJ.mol^{-1}.K^{-1})

Les variations de ces grandeurs étant très significatives, il faut pouvoir déterminer la température de la cellule de manière assez précise. Un modèle thermique complet de la cellule a été réalisé. (Fig. 5-1)

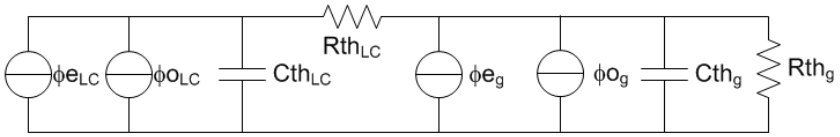


Fig. 5-1. Modèle thermique de la cellule FLC[1].

Agitation thermique - Le deuxième phénomène pris en compte est l'agitation thermique des molécules, que l'on modélisera par un bruit blanc dépendant de la température. En

[1] *On trouve dans ce modèle respectivement les flux de chaleur créés par frottements ϕe_{LC} ou par absorption de lumière au sein des cristaux liquides ϕo_{LC}, la résistance thermique Rth_{LC} et la capacité thermique de ces cristaux Cth_{LC}, le flux de chaleur créé par effet Joule au niveau des électrodes ϕe_g ou par absorption de la lumière ϕo_g, la résistance thermique Rth_g et la capacité thermique des électrodes Cth_g.*

l'absence de modèle « simple » reliant l'énergie cinétique microscopique d'une molécule dans un cristal liquide à sa température, l'agitation thermique est modélisée par une loi normale, comme dans le cas des gaz parfaits.

Le modèle VHDL-AMS d'un bruit normal est une séquence pseudo-aléatoire X_{norm} définie par deux graines et obtenue, de manière classique, à l'aide de la transformation de Box-Muller [BOX58] appliquée à deux distributions uniformes X_1 et X_2 sur l'intervalle [0 ; 1] qui sont elles-mêmes des séquences pseudo-aléatoires obtenues à partir d'un générateur congruenciel linéaire standard minimal [PAR88].

$$X_{1,2}(k+1) \equiv 16807 \cdot X_{1,2}(k) \mod 2^{31}-1 \tag{5-9}$$

$$X_{norm} \equiv \cos(2\pi X_1)\sqrt{-2\ln X_2} \tag{5-10}$$

Comportement électronique de la cellule - Le troisième point important qui a été pris en compte est le comportement électronique de la cellule, qui relie la tension électrique que l'on applique à l'entrée du système et la différence de potentiel que voient réellement les cristaux. Le modèle de base de l'électronique d'accès est donné dans [EFR94] et complété dans [SMI03]. Dans un premier temps, nous nous limiterons au modèle simple (Fig. 5-2). Il comprend une source de tension V_{cell} appliquée à la cellule, une résistance série R_{in} de la connectique d'accès, une résistance de fuite R_{leak} de la cellule (résultant d'un courant ionique), un condensateur C_{flc} (constitué par les deux électrodes et l'épaisseur de cristaux liquides) et un courant de polarisation I_p modélisant la puissance électrique, convertie ensuite en travail mécanique permettant aux molécules de pivoter. Par des considérations énergétiques, on peut montrer que ce courant peut s'exprimer ainsi [ESS05]:

$$I_{pol} = SP\frac{d\varphi}{dt}\sin\varphi \tag{5-11}$$

S est la surface du pixel.

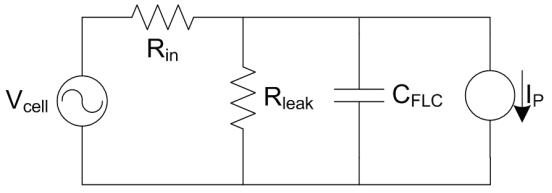


Fig. 5-2. Modèle de l'électronique d'accès à cellule.

La différence de potentiel réellement perçue par la molécule est celle aux bornes de la capacité C_{flc}. L'amélioration apportée par Smith [SMI03] concerne la modélisation de la source de courant qui est décomposée de manière à tenir compte au mieux de tous les phénomènes entrant en jeu lors de la commutation.

Le modèle uniforme présente l'avantage d'être complet tout en étant simple, modulaire, facilement modifiable et rapide à simuler. Avant de l'utiliser pour des simulations, il doit être validé. D'une part, le modèle uniforme ainsi que celui de l'électronique d'accès ont été validés par des études antérieures [PAU89, EFR94, SMI03, ESS05]. D'autre part, le modèle thermique ainsi que le modèle optique sont basés sur des observations : Il s'agit donc de modèles descriptifs, qui sont donc valides par nature. Une attention particulière doit être apportée aux interfaces entre les différents blocs en utilisant des terminaux électriques et thermiques à la place de quantités libres. Dans ces conditions, l'arrangement de modèles descriptifs et de modèles prédictifs validés conduit à un modèle complet, prédictif et valide.

5.1.2. Simulations

Les paramètres utilisés pour la simulation sont ceux d'une cellule standard (Table 5-1). Le pixel est utilisé dans un montage classique de modulation en amplitude [FUK90] : le SLM est placé entre deux polariseurs. L'axe principal du premier correspond à une position de l'axe rapide du SLM tandis que le second est croisé avec le premier. Si la polarisation est tournée de 90° par le SLM, la lumière passe, sinon, elle est bloquée. Le schéma synoptique du modèle de la cellule FLC et de son environnement de test est donné par la figure 5-3.

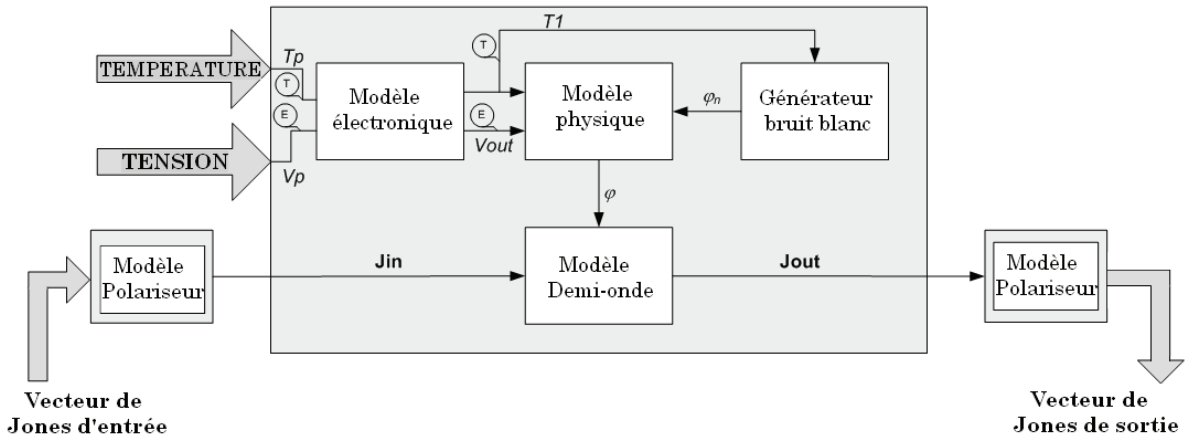


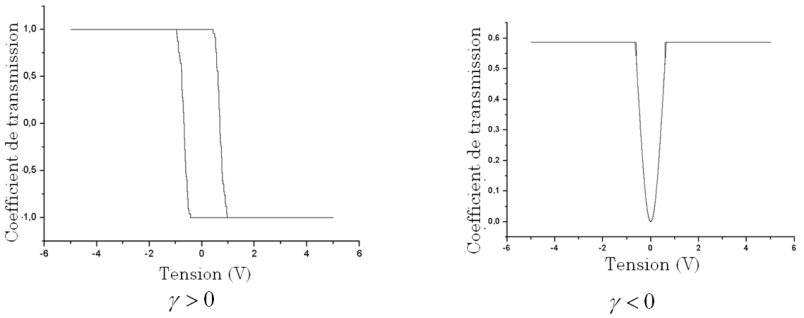
Fig. 5-3. Vue synoptique du modèle du SLM et de son environnement de mise en œuvre

Analyse statique

Les simulations statiques (Fig. 5-4) font apparaître les deux modes de fonctionnement évoqués au paragraphe précédent (bistable et V-shaped). Les résultats présentés sur la figure tiennent compte de la non-uniformité de φ au sein du pixel. Dans le cas contraire, les courbes présenteraient des discontinuités : les transitions du cycle d'hystérésis seraient verticales, et les pentes du *V-shaped* parfaitement linéaires.

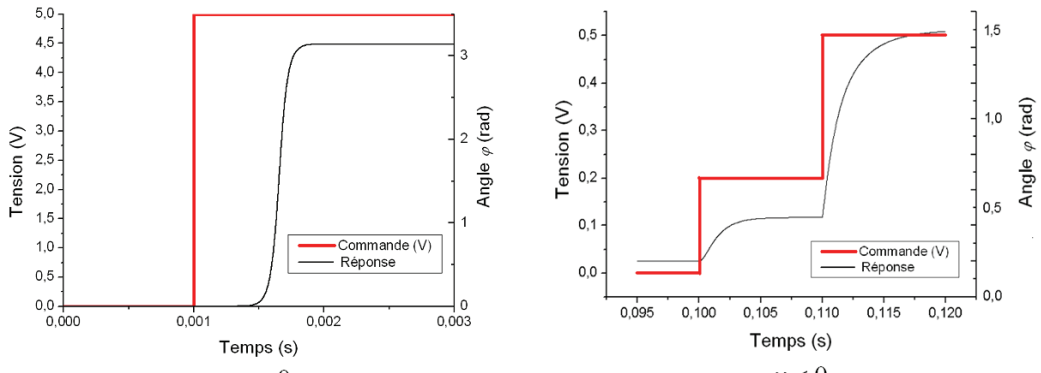
Paramètre	Valeur	Unité	Source
Polarisation spontanée P_S @ 25°C	31	nC .cm^{-2}	[ADA05]
P_0 pour le modèle thermique	2,5	nC .cm^{-2}	[ADA05,SPR88]
α pour le modèle thermique	0,65		[SPR88]
Viscosité η @ 25°C	100	mPa.s	[ADA05]
η_0 pour le modèle thermique	16	mPa.s	[ADA05, ESC88]
E_A pour le modèle thermique	4500	Kj.mol^{-1}	[ESC88]
Coefficient d'ancrage γ	10^{-4}	N.m^{-1}	[ADA05]
Angle de précession θ @ 25°C	22,5	°	
θ_0 pour le modèle thermique	3,8	°	[SPR88]
β pour le modèle thermique	0,45		[SPR88]
Epaisseur de la cellule	2,1	µm	[ADA05]
Surface de la cellule	100	µm²	
Température de transition SmC*-SmA	350	K	[SPR88]
Longueur d'onde de travail λ	635	nm	
Résistance série du modèle électrique R_S	1	Ω	[ERF94]
Résistance de fuite R_{leak}	100	MΩ	[MAX91]
Capacité d'une cellule FLC C_{flc}	1	fF	[ADA05]

Tab. 5-1. Paramètres utilisés pour les simulations



$\gamma > 0$ $\gamma < 0$

Fig. 5-4. Simulations statiques du modèle de cellule FLC.



$\gamma > 0$ $\gamma < 0$

Fig. 5-5. Simulations transitoires du modèle de la cellule. Ecart-type du bruit thermique 10^{-5} rad.

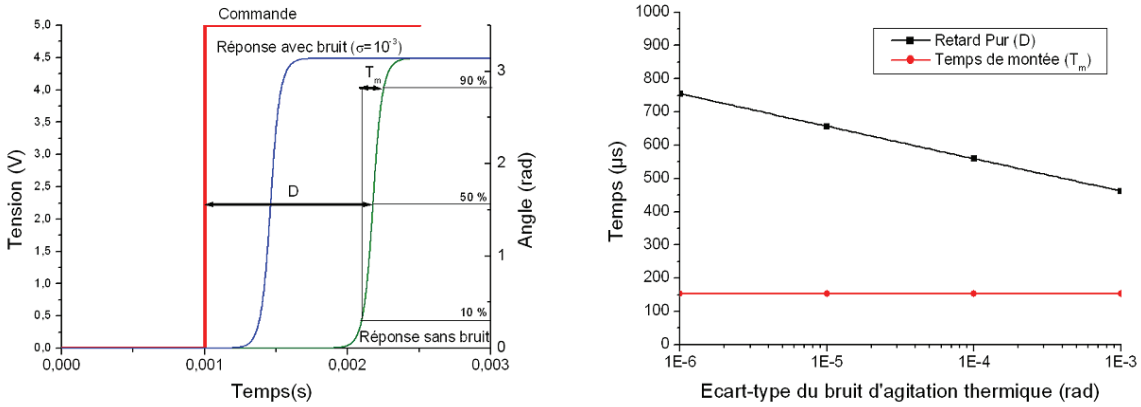


Fig. 5-6. Effet du bruit d'agitation thermique sur le retard pur du système.

Analyse transitoire

Les analyses transitoires renseignent sur le temps et la forme de la réponse du système. Dans le cas d'un système *V-shaped*, le système peut s'apparenter à un premier ordre (Fig. 5-5b) avec un temps de montée de l'ordre de quelques microsecondes. Dans le cas des cristaux liquides bistables, la réponse est en forme de « sigmoïde » (Fig. 5-6a), une courbe caractéristique de ce type de matériau.

Le temps de réponse peut alors être séparé en deux parties : un retard pur D, mesuré à 50 %, et le temps de montée t_m mesuré entre 10% et 90% (Fig 5-6a). Ces deux temps ont tendance à augmenter lorsque la polarisation spontanée ou la viscosité de la molécule augmente ou lorsque les forces d'ancrage ou la tension appliquée diminue. La présence du bruit thermique a tendance à diminuer le retard pur pour les cristaux liquides bistables. En son absence, la molécule peut atteindre des positions très proches des états stables, ce qui signifie que la quantité d'énergie à apporter au système pour le faire basculer doit être très grande. En pratique, l'agitation thermique fournit déjà une partie de cette énergie et l'apport nécessaire est plus faible, donc la molécule bascule plus vite. La figure 5-6 montre que le bruit thermique permet de faire passer le retard pur de quelques millisecondes à quelques centaines de microsecondes, grandeur beaucoup plus proche de la réalité physique (Fig 5-6a). Le temps de montée, de l'ordre 150 µs, reste quant à lui quasiment inchangé.

Analyse « petits signaux »

Le système n'étant pas linéaire, un diagramme de Bode ne suffit pas à le caractériser. On observe un comportement de type « passe-bas » avec une fréquence de coupure de l'ordre de 10 kHz lorsque les molécules oscillent autour de $\varphi = \pi/2$. Plus on se rapproche

des états stables et plus l'énergie à fournir (et par conséquent son retard pur) est grande. La bande passante apparente diminue donc.

Effet de la température

Si on se place dans le cas où les résistances thermiques sont faibles, la température du système est donc proche de celle de l'air environnant. La température agit sur quatre paramètres : la viscosité, la polarisation spontanée, l'angle de précession et l'agitation thermique. La variation de l'angle de précession modifie le retard introduit par la cellule et par conséquent son contraste tandis que la variation des deux autres paramètres, ainsi que l'augmentation du bruit d'agitation thermique avec la température, se traduit par une modification des propriétés dynamiques (retard pur et temps de montée). Ces résultats sont observés sur la figure 5-7.

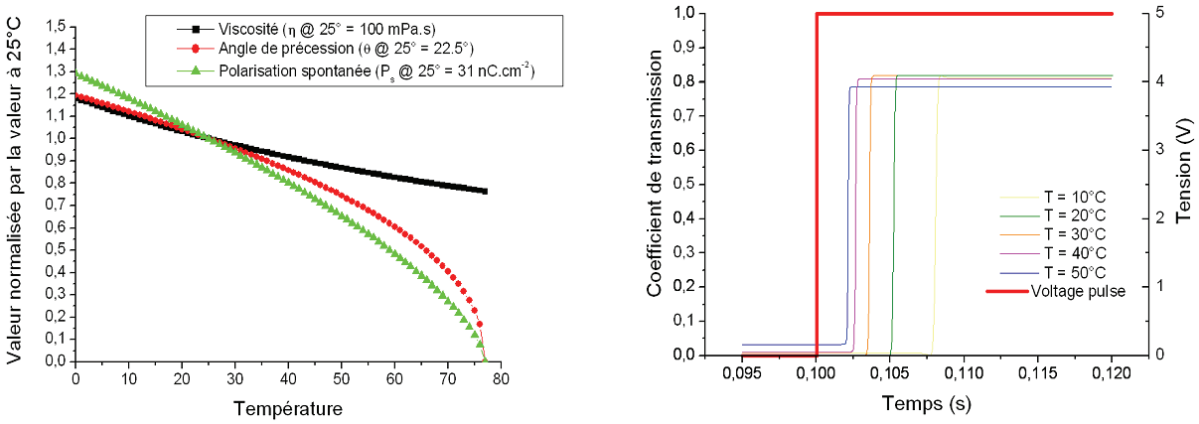


Fig. 5-7. Evolution de l'angle de précession, de la polarisation spontanée, de la viscosité, du contraste et du temps de réponse de la cellule en fonction de la température.

Impédance d'entrée

La première étape consiste à estimer les paramètres du modèle. La résistance d'accès est celle des fils métalliques et des électrodes en ITO (Indium Titane Oxide) que l'on évalue à une dizaine d'ohms. La résistivité d'un FLC est de l'ordre de $10^8 \Omega.\mathrm{m}$ [ELS95]. L'épaisseur e de la cellule est de l'ordre du micromètre et sa surface S environ 100 µm², soit une résistance de fuite théorique de $R_{leak} = \rho.e/S = 10^{12}\Omega$. En pratique, cette valeur est largement surestimée car elle ne tient pas compte de la présence de défauts ioniques dans le matériau, ce qui aura tendance à diminuer la résistance électrique de la cellule. L'étude de Maximus [MAX91] à ce sujet montre que d'une part, la résistance de fuite d'une cellule est de l'ordre de 100 mégohms, et que d'autre part, elle varie au cours du basculement d'une molécule. On utilisera une $R_{leak} = 10^8\Omega$ fixe et on reportera ses

variations dans le modèle du courant de polarisation. La permittivité relative des FLC est de l'ordre de 5, donc la capacité équivalente que représente la cellule vaut environ $C_{flc} = \varepsilon_0 \varepsilon_r . S / e = 10^{-15} F$. La résistance série est faible : la résistivité de l'ITO est de l'ordre de 10^{-3}, ce qui représente une résistance de quelques ohms. La fréquence de coupure du montage est de l'ordre du THz, ce qui est largement supérieur à la bande passante intrinsèque de la molécule : l'électronique d'accès n'est donc à priori pas limitante, à condition que l'impédance de sortie du circuit de pilotage (qui s'additionne à R_s) soit elle aussi faible.

On injecte à l'entrée une impulsion de tension et on observe la tension que perçoit réellement le FLC. On a d'une part, un filtrage de type premier ordre du à la capacité de la cellule et sa résistance d'accès (ici 1 mégohm) et d'autre part, un pic de tension au moment où la molécule bascule témoignant de l'augmentation de l'intensité du courant de polarisation à ce moment (Fig. 5-8).

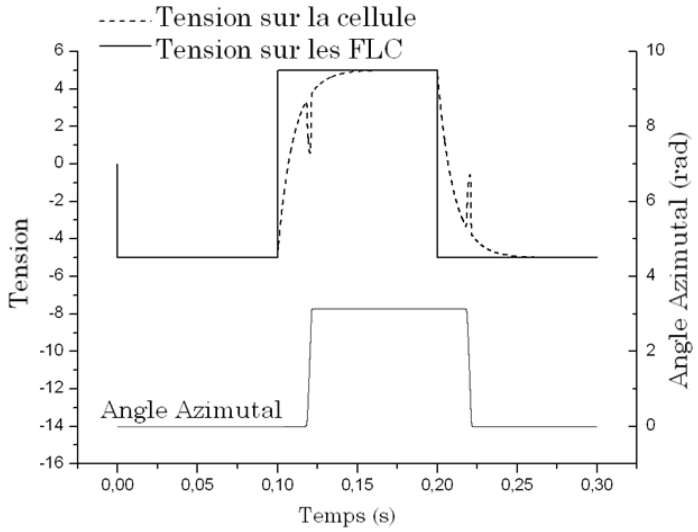


Fig. 5-8. Evolution de la tension réellement perçue par la molécule au cours du basculement. Une impédance de 1 mégaohm a été ajoutée en série avec la cellule, ce qui explique le temps de montée des signaux

Le modèle que l'on vient de réaliser est un outil essentiel pour la suite de l'étude.

5.2. Obtention de niveaux de gris avec un SLM binaire.

Les méthodes d'augmentation de dynamique peuvent être classées en deux catégories : celles qui permettent d'atteindre des niveaux de gris intermédiaires de manière effective et celles qui permettent une modulation analogique apparente (l'utilisateur, ou le

capteur, semble voir des niveaux analogiques alors que les molécules sont toutes dans des états stables). Trois techniques sont étudiées : le multiplexage spatial, la technique de sur-résolution et le multiplexage temporel.

Les méthodes seront présentées dans le cadre de l'obtention d'un affichage à niveaux de gris à partir de un ou plusieurs SLM binaires mais restent valables pour augmenter la dynamique de modulateurs naturellement analogiques.

5.2.1. Méthodes existantes

Le multiplexage spatial consiste à additionner les images binaires en provenance de plusieurs SLM pour former une image à niveaux de gris. La faisabilité d'une telle technique a d'ores et déjà été démontrée [FRE93, BRO93]. Cette technique présente un intérêt si on n'utilise pas plus de deux SLM en cascade. Au-delà, les contraintes d'alignement, la complexité du système et son coût, principalement lié au nombre de SLM utilisés, rendent l'utilisation de cette méthode difficile.

La seconde technique consiste à utiliser un SLM sur-résolu où chaque pixel est découpé en sous-pixels pilotés individuellement. Si la taille de ces zones est inférieure au pouvoir de résolution du système d'acquisition on aura une impression, par intégration spatiale, de niveaux de gris. Cette méthode a été utilisée par exemple par la société Displaytech [DIS] pour la réalisation du SLM « *LightCaster* » dont les pixels comportaient deux zones pilotables de tailles différentes.

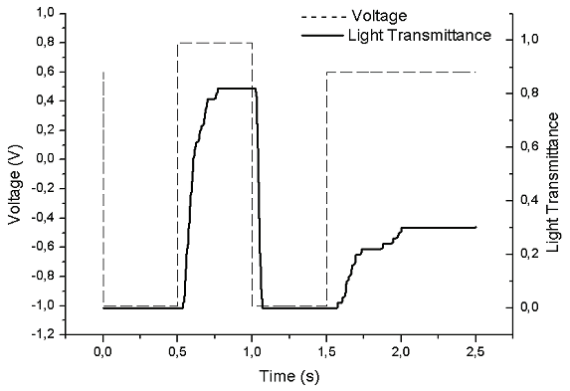


Fig. 5-9. Modulation analogique d'un FLC binaire en utilisant des micro-domaines provoqués par la non-uniformité des couches d'alignement et d'ancrage.

Avec les FLC, il est possible d'obtenir naturellement ce comportement, avec une seule électrode, en jouant sur la variation locale de la tension de seuil au sein du pixel [ZHA91]. En appliquant une tension autour de V_{th}, il est possible de ne faire basculer

qu'un certain nombre de micro-domaines. En revanche, comme on travaille à des tensions très faibles, le temps de réponse de la molécule est rallongé. Ce principe a été testé en simulation sur le modèle non-uniforme comprenant 50 micro-domaines. Le résultat est donné sur la figure 5-9. Ce résultat est obtenu en considérant que la matrice est composés de 50 micro-domaines discrets basculant l'un après l'autre. Ceci explique les petits créneaux que l'on observe sur la courbe de réponse. On observe des temps de montée de l'ordre de quelques centaines de millisecondes.

Enfin la troisième méthode, sans doute la plus courante, est le multiplexage temporel consistant à afficher rapidement une série d'images binaires. Pour que cette méthode soit efficace, il faut que le temps mis pour afficher la séquence d'images soit inférieur au temps d'intégration de la caméra (ou au temps de persistance sur la rétine). La décomposition en images binaires peut se faire de deux manières :

- Soit par niveau : pour chaque pixel, la séquence contient un nombre d'images blanches égal au niveaux de gris du pixel. L'avantage de cette méthode est qu'elle est très fiable et peut se faire à éclairage constant. Il faut par contre autant d'images dans la séquence que de niveaux de gris que l'on souhaite atteindre.
- Soit par l'écriture binaire : pour chaque pixel, la séquence d'images correspond à l'écriture binaire de la valeur du niveau de gris (1 bit = 1 image dans la séquence). Le poids de chacun des bits est rétabli en modulant la puissance de la source d'éclairement. La séquence est beaucoup plus courte : $log_2(n)$, n étant le niveau de gris maximal que l'on peut atteindre.

La technique est utilisée sur des modulateurs à base de FLC [REY91] et surtout de DMD [DLP]. C'est notamment ce qui est utilisé dans les vidéoprojecteurs du commerce.

5.2.2. Compatibilité avec le calcul optique

Les techniques présentées dans le paragraphe précédent fonctionnent pour des applications de visualisation et, par extension, à toute application en lumière incohérente (addition des intensités). En revanche, ce n'est pas toujours le cas lorsqu'on travaille en lumière cohérente (addition des phases). La mise en cascade de SLM ne pose aucun problème tant que la différence de chemin optique entre les deux SLM dépasse la longueur de cohérence de la source (pas d'interférences possibles). L'utilisation de la sur-résolution provoque des diffractions parasites. Si on regarde le problème d'un point de vue fréquentiel, les variations de niveaux de gris à l'intérieur du pixel ajoutent dans le spectre des fréquences qui sont rejetées au-delà de la fréquence d'échantillonnage

(fréquence du pixel). Il y a donc un repliement spectral. Cette méthode introduit donc des erreurs lorsqu'elle est, par exemple, utilisée avec un processeur Vander Lugt.

Le multiplexage temporel introduit également des erreurs en lumière cohérente. Ce point a fait l'objet d'une étude plus approfondie au cours de notre travail. Nous nous plaçons une fois de plus dans le contexte du processeur optique de Vander Lugt dont l'architecture est composée de deux SLM auxquels on applique, dans un premier temps, le multiplexage temporel. Mathématiquement, le produit de convolution est distributif donc la méthode devrait pouvoir s'appliquer. Le problème vient du fait que la caméra effectue des acquisitions quadratiques. L'image que l'on mesure avec un tel système est :

$$\tilde{I} = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} \left| 2^k f_k * h_l \right|^2 \neq \left| f * h \right|^2 \tag{5-12}$$

Avec

$$f = \sum_{k=0}^{N-1} f_k \cdot 2^k$$
$$\text{et} \quad h = \sum_{l=0}^{M-1} h_l \qquad \text{avec} \quad H = \mathfrak{F}(h) = \sum_{l=0}^{M-1} H_l \cdot 2^l \tag{5-13}$$

De cette équation, on peut extraire un critère permettant de minimiser l'erreur de calcul. Celle-ci peut être décomposée en deux parties : l'une est due au fait que l'on mesure une somme de carrés au lieu du carré de la somme, et la seconde, plus conséquente, est due à la présence de modules. La première ne peut être corrigée qu'à condition d'effectuer l'intégration des images de la séquence non plus de manière naturelle sur le capteur, mais par addition des images acquises individuellement. La seconde peut, pour sa part, être annulée à condition de ne travailler qu'avec des champs électriques en phase. Les images sont des signaux réels, leur transformée de Fourier est donc symétrique. Si le spectre du filtre l'est également, l'image résultante est réelle. De plus, le produit de convolution d'une image positive avec un filtre à réponse impulsionnelle est toujours positif. La condition de bon fonctionnement impose donc que les filtres appliqués soit réels, symétriques et réponse impulsionnelle positive (RIP) et puissent être décomposés en filtres à RIP.

On peut montrer, par l'absurde, qu'un filtre RIP est forcément de type passe-bas (voir annexe A). Or un filtre passe bas binaire n'est pas décomposable en filtres à RIP. Il suffit pour cela de considérer le bit de poids fort, qui, dans le domaine de Fourier, est composé de fonctions portes et par conséquent, dans le domaine de l'image, de sinus cardinaux dont certaines valeurs sont donc négatives. Le critère précédemment énoncé ne peut être

atteint avec des SLM binaires dans le plan de Fourier. Nous limiterons donc l'utilisation du multiplexage temporel au plan d'entrée.

La figure 5-10 représente le filtrage d'une image par des filtres passe-bas, passe-bande et passe-haut codés sur 4 bits en utilisant le multiplexage temporel uniquement dans le plan de Fourier. Les résultats sont éloquents (en comparaisons aux trois premières images de la figure 5-11) et confirment que cette méthode n'est pas utilisable.

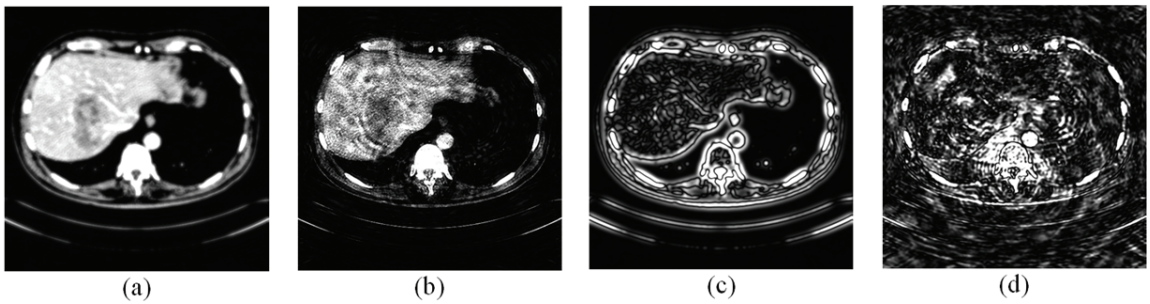


Fig. 5-10. Filtrage d'une image (a) par des filtres passe-bas (b), passe-bande (c) et passe-haut (d) codés sur 4 bits en utilisant le multiplexage temporel dans le plan de Fourier.

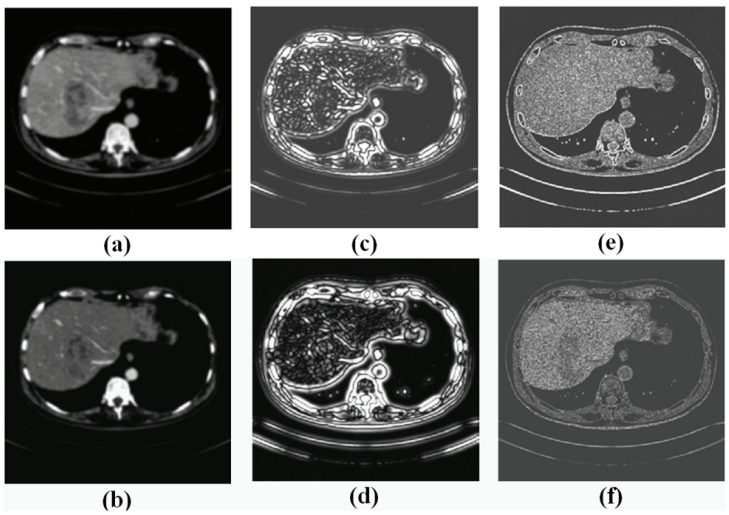


Fig. 5-11. Comparaison des filtrages d'une image (Fig5-11) par des filtres passe-bas (a,b), passe-bande (c,d) et passe-haut (e, f) codés sur 4 bits en utilisant le multiplexage temporel dans le plan d'entrée. (a,c,e) représentent le calcul numérique et (b,d,f) la simulation d'un processeur optique.

La deuxième situation correspond à celle d'un processeur réalisé avec un vrai SLM 4 bits dans le plan de filtrage et la méthode dans le plan d'entrée (La figure 5-11). Il apparaît clairement qu'hormis pour le filtre passe-bas, les résultats ne sont pas bons. Néanmoins, la totalité des filtrages en amplitude peuvent tout de même être atteints à condition de composer le filtre par combinaison de filtres passe-bas. Ceci est illustré sur la figure 5-12

où un passe-bande de type DoG (*difference* of Gaussian) est décomposé en différence de deux filtrages passe-bas. Les résultats obtenus sont corrects.

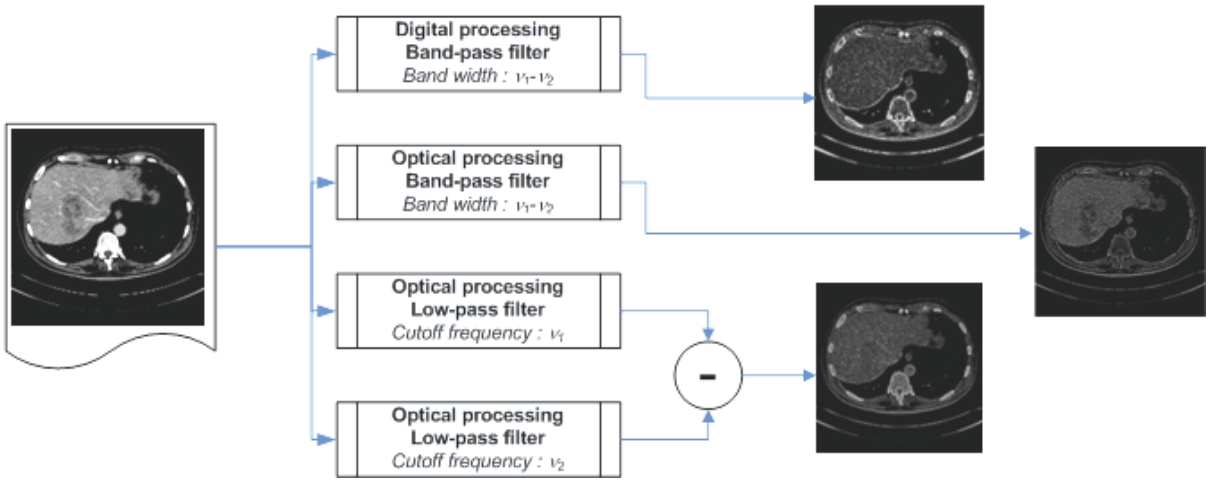


Fig. 5-12. Illustration de l'obtention d'un filtre passe-bande par différence entre deux filtres passe-bas.

La qualité du filtrage est mesurée par l'écart quadratique moyen. Dans le cadre du filtrage passe-bas, il est de 2%. Dans le cas du passe-bande réalisé par différence de passe-bas, il s'élève à 5%. Néanmoins, dans ce contexte, ces chiffres ne sont pas assez significatifs. Pour renforcer la validité de l'étude, deux cas concrets sont étudiés : la segmentation d'une image binaire bruitée et la détection de contours.

La segmentation est une opération de traitement d'images consistant à classer des pixels en fonction d'un critère (ici, le niveau de gris). L'image de départ est un cercle binaire, auquel un bruit blanc a été ajouté (Fig. 5-13). L'objectif est de reclasser les pixels selon leur appartenance ou non au cercle sur l'image initiale. La solution consiste à seuiller l'image à 127. Appliquer cette opération directement sur l'image bruitée est voué à l'échec à cause du bruit. Un filtre passe-bas est appliqué au préalable, soit de manière numérique, soit en simulant le processeur optique dont le SLM d'entrée utilise le multiplexage temporel. Pour mesurer la qualité du traitement, le taux de pixels mal classés est calculé. La courbe 5-12a montre qu'il est à peu près équivalent dans les deux cas.

La détection de contours se fait par filtrage passe-haut et seuillage. Si l'image est bruitée, cette opération peut être précédée d'un filtrage passe-bas pour supprimer les contours dus au bruit. Le filtre est appliqué par voie numérique ou par voie optique. Dans ce dernier cas, le filtrage passe-haut est obtenu en soustrayant une image filtrée passe-bas de l'image initiale de manière à respecter les critères évoqués précédemment.

Les résultats sont donnés dans la figure 5-14. L'erreur relative entre les deux images quant à la détection des contours varie entre 2 et 5 % selon la valeur effective du seuil.

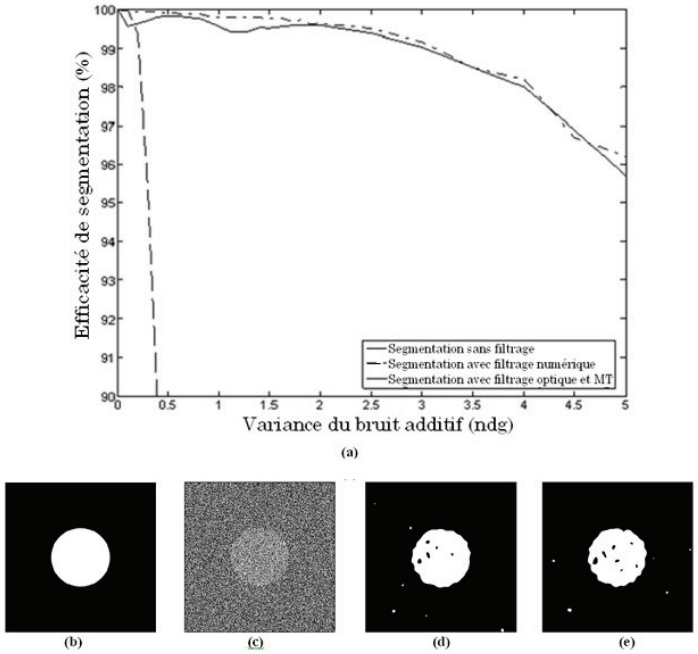


Fig. 5-13. Illustration de la segmentation d'une image filtrée avec un processeur optique utilisant le multiplexage temporel. (b) est l'image binaire à laquelle on a additionné le bruit blanc. Les résultats de segmentations sont donnés dans le cas d'un filtrage numérique (d) et optique (e). La courbe (a) donne l'évolution de l'efficacité de segmentation en fonction du bruit dans les différents cas.

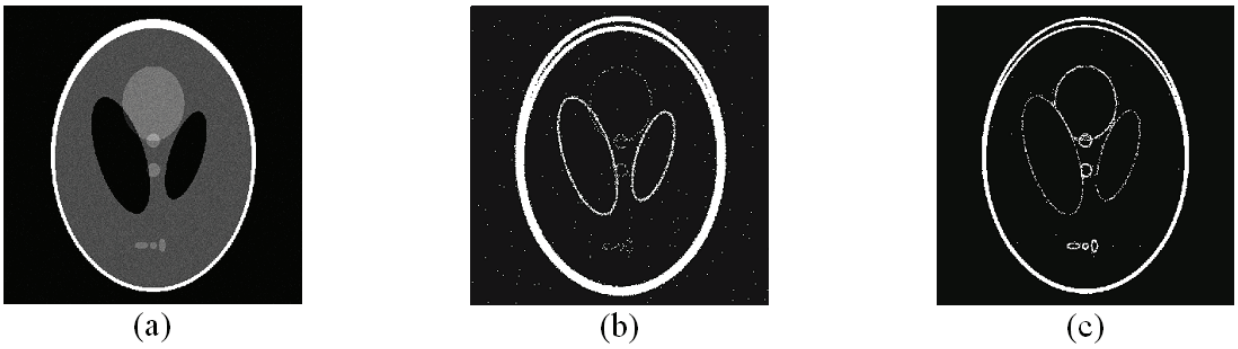


Fig. 5-14. Détection de contours de l'image (a) par calcul numérique (b) et par simulation d'un filtrage par voie optique (c).

L'utilisation de multiplexage temporel dans un processeur optique en lumière cohérente restreint donc son domaine d'application, bien que des astuces mathématiques puissent être employées pour obtenir des résultats acceptables. Le problème de trouver un modulateur de lumière analogique et rapide reste entier.

5.3. Prototypage virtuel d'une commande analogique pour FLC binaire.

Revenons aux méthodes permettant d'avoir des niveaux de gris effectifs. L'idée à tester est le blocage d'une molécule dans un état intermédiaire par application d'un champ haute fréquence. Le principe est illustré dans la figure 5-15. La première impulsion sert à placer la molécule à la position voulue. Ensuite, un champ oscillant dont la fréquence est comprise entre la fréquence de coupure du cristal et celle de son électronique de commande permet de faire osciller la molécule faiblement autour du point que l'on souhaite atteindre. Le niveau de gris que l'on obtient est donc à lier avec la largeur de la première impulsion. Cette méthode est validée à l'aide d'un prototype virtuel [HER02] écrit en VHDL-AMS de la cellule FLC (modèle établi dans la section 4.3.2) et de son électronique de commande.

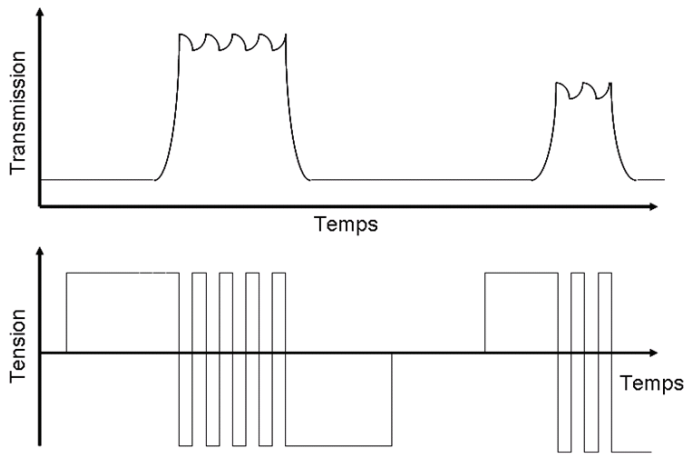


Fig. 5-15. Principe du blocage du cristal liquide dans un état intermédiaire

5.3.1. Prototypage virtuel

Le prototypage virtuel est l'aboutissement des technologies de conception assistée par ordinateur (CAO). La part de l'informatique dans le cycle de conception d'un produit est déjà très grande avec notamment l'emploi de logiciels de simulations (SPICE par exemple en électronique) qui constituent déjà des outils très puissants facilitant le développement. La philosophie du prototypage virtuel est d'aller plus loin, en utilisant l'outil informatique non seulement en conception, mais en complément aux premières étapes de réalisation, à savoir le prototypage. L'idée consiste à décrire, dans un langage spécifique, d'une part un modèle du système que l'on souhaite réaliser, et d'autre part un modèle environnemental traduisant les contraintes externes imposées aux systèmes. En

reliant les différents modèles entre eux, il est possible d'opérer sur le prototype virtuel « comme si » on était dans la réalité et éventuellement de corriger le prototype à moindre frais.

Cette méthode est efficace sous quatre conditions : le prototypage virtuel doit être fait de manière très méthodique, les modèles doivent être suffisamment robustes (sans pour autant être nécessairement de très bas niveau), ils doivent être validés, le langage utilisé doit être adapté. Dans notre cas, on utilise VHDL-AMS qui par sa pluridisciplinarité, permet d'écrire des modèles comportementaux très complets. Si il est bien appliqué, le prototypage virtuel simplifie la conception des systèmes, augmente leur fiabilité et réduit considérablement le coût de conception [HER02].

Dans notre cas, le système que l'on étudie est un exemple typique d'application pour laquelle cette technique est applicable, d'autant qu'un modèle de la cellule FLC a déjà été écrit.

5.3.2. Etude de faisabilité et résultats préliminaires

Dans un premier temps, un modèle comportemental de l'électronique de commande permettant de générer des impulsions de différentes longueurs est développé. Les autres paramètres de la commande (tension appliquée, fréquence utilisée) ont été testés. La figure 5-16 donne quelques exemples de blocages, avec un échelon de 4 V et un signal de maintien de 1 V à 10 MHz. Le niveau du blocage varie linéairement avec la longueur de la première impulsion (Fig. 5-17). La faisabilité de la méthode de pilotage est donc démontrée. Toutefois, un certain nombre de points critiques ont été mis en avant :

- Le champ de blocage appliqué ne permet pas de maintenir la molécule longtemps dans une position stable. Une dérive apparaît pouvant aller jusqu'à 15% après une milliseconde pour les valeurs extrêmes. L'image ne sera donc valide que pendant un temps relativement court, juste après le blocage. En jouant sur le rapport cyclique du champ haute fréquence, il est possible de réduire cette dérive. Toutefois, cette méthode n'est pas prise en compte car elle implique une électronique de commande beaucoup trop complexe.
- La position initiale de la molécule est déterminante pour calculer l'évolution du cristal liquide. Comme celle-ci est liée à l'agitation thermique, il est impossible de la déterminer précisément. Toutes les molécules d'un même pixel ne seront pas bloquées exactement à la même position. Néanmoins, en considérant la valeur moyenne sur l'ensemble du pixel, il est possible d'obtenir un résultat correct.

- La température joue un rôle prépondérant sur l'efficacité de la méthode. A titre d'exemple, la figure 5-18 montre l'évolution du blocage pour une plage de température de 5°C. Ce faible écart suffit quasiment à faire passer un pixel du noir au un blanc. Il existe deux alternatives pour tenir compte de ce phénomène : soit en asservissant la température de la cellule de manière très précise, soit en s'en accommodant en asservissant la commande du pixel avec la température de la matrice par l'intermédiaire d'un algorithme permettant de recalculer à chaque trame la longueur de l'impulsion en fonction de la température et du niveau de gris que l'on souhaite afficher.

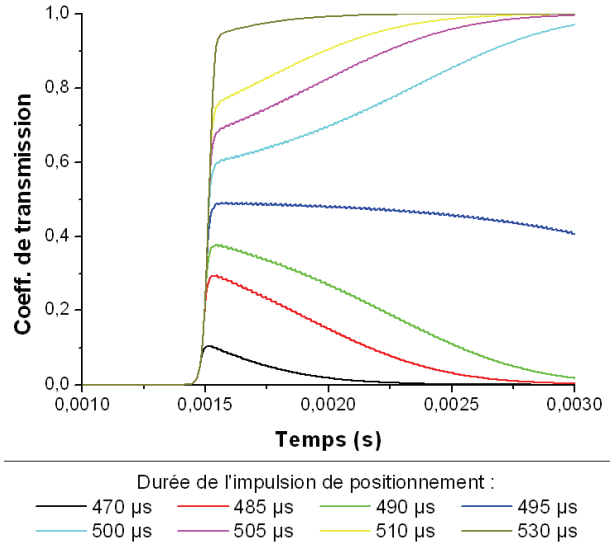


Fig. 5-16. Exemple de blocages.

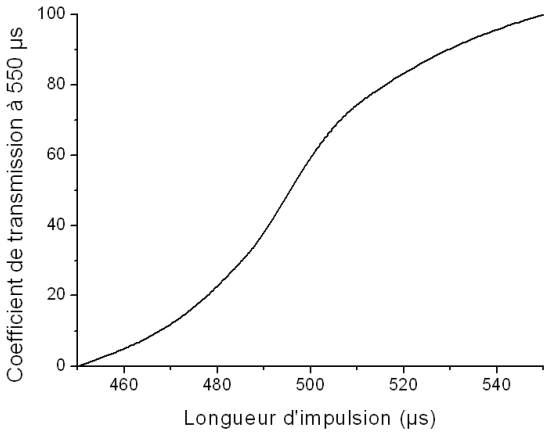


Fig. 5-17. Relation entre la durée de l'impulsion et l'état du système.

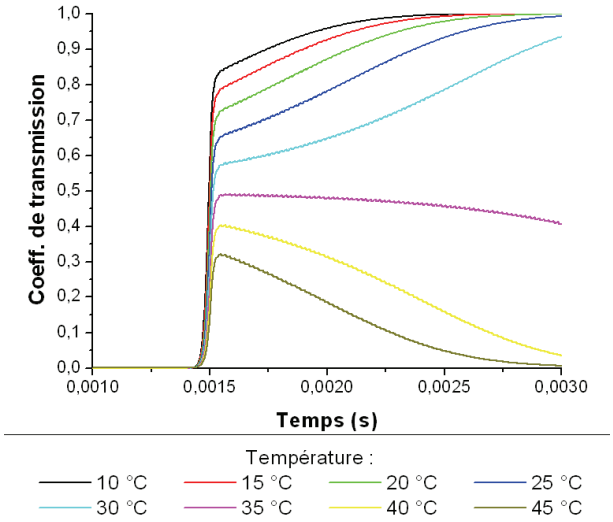


Fig. 5-18. Variation du niveau de blocage avec la température

Quoiqu'il en soit, il semble évident qu'un tel système ne puisse fonctionner correctement en boucle ouverte. Il faut prévoir, au minimum, un système de calibration, et au mieux, un système de contre-réaction.

5.3.3. Poursuite de l'étude

La poursuite du projet passe par la conception et la réalisation, au sens électronique, de la commande. Il s'agit de substituer au modèle comportemental du générateur de signaux, utilisé jusqu'à présent, un modèle structurel à base de composants électroniques de base. L'encombrement est la principale contrainte étant donné que ce système doit pouvoir être intégré au côté de chaque pixel dans la matrice, sans pour autant nuire au facteur de remplissage de la matrice, ni à sa résolution. VHDL-AMS permet de prendre en compte ce paramètre dans la démarche de conception.

5.4. Caractérisation d'un FLC-SLM analogique rapide.

La troisième méthode pour obtenir des niveaux analogiques avec un FLC est d'utiliser directement une molécule ou un mélange dont le comportement est naturellement analogique. A l'heure actuelle, il n'existe qu'un seul SLM sur le marché exploitant cette alternative. Celui-ci a été caractérisé dans le cadre du projet, en collaboration avec le groupe FOTI (Fonction Optique et Traitement de l'Image) du laboratoire Modélisation, Intelligence, Processus et Systèmes (MIPS) de l'Université de Haute-Alsace (Mulhouse). Ces travaux complètent ceux entrepris au sein de ce groupe de recherche [AMB01,BIG02]

5.4.1. Protocole expérimental

Le montage mis en place pour la caractérisation est donné sur la figure 5-19. L'éclairage provient de la diode laser régulée IFLEX-1000 [PTS] dont le faisceau est focalisé dans une fibre optique monomode à maintien de polarisation. La lumière sortant de la fibre est collimatée par un achromat de 150 mm de focale. Un premier cube séparateur de polarisation (PBS) sélectionne la polarisation verticale et la renvoie vers le SLM. Les pixels blancs voient leur polarisation tournée de 90° et traversent le cube tandis que les pixels noirs retournent vers la source. L'image du SLM est alors transportée, via un montage afocal à deux lentilles, sur la caméra. Le second cube, la lame quart d'onde et le miroir permettent de remplacer avantageusement un miroir à 45°. Les images sont acquises par une caméra rapide CAMRECORD 600 mise à disposition par la société Optronis GmBH [OPT].

5.4.2. Caractérisation

Les caractéristiques théoriques des modulateurs sont données dans le tableau 5-2. La majorité de ces valeurs ont pu être vérifiées expérimentalement. Toutefois, un certain nombre de problèmes sont apparus.

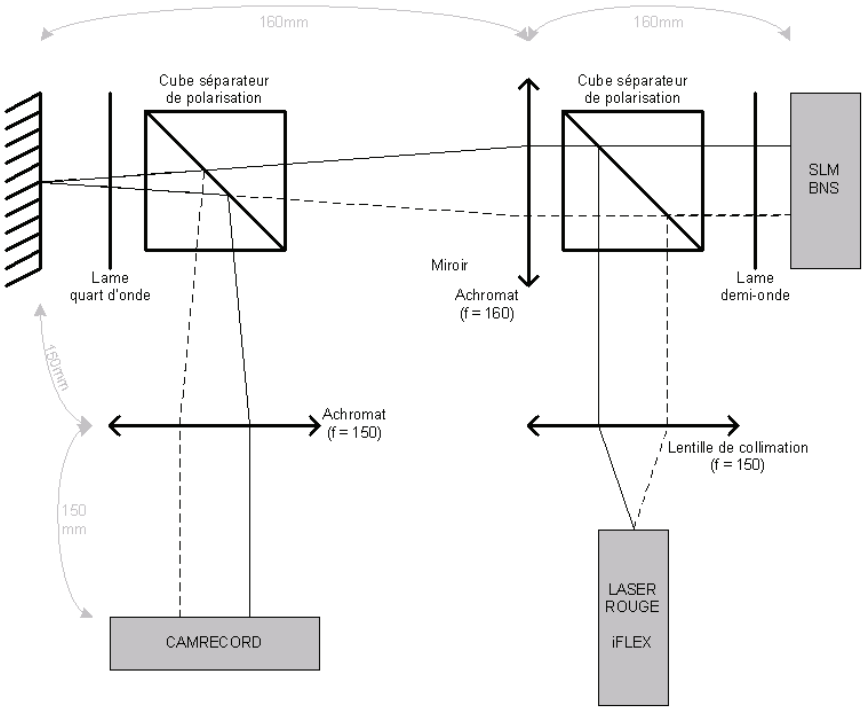


Fig. 5-19. Montage optique utilisé pour la caractérisation du SLM

Résolution	512 pixels²
Taille des pixels	15 µm
Contraste	200 : 1
Temps de réponse	< 450 µs
Fréquence de fonctionnement	1015 Hz
Dynamique	8 bits
Longueur d'onde optimale	650 nm

Tab. 5-2. Caractéristiques du FLC de BNS [BNS].

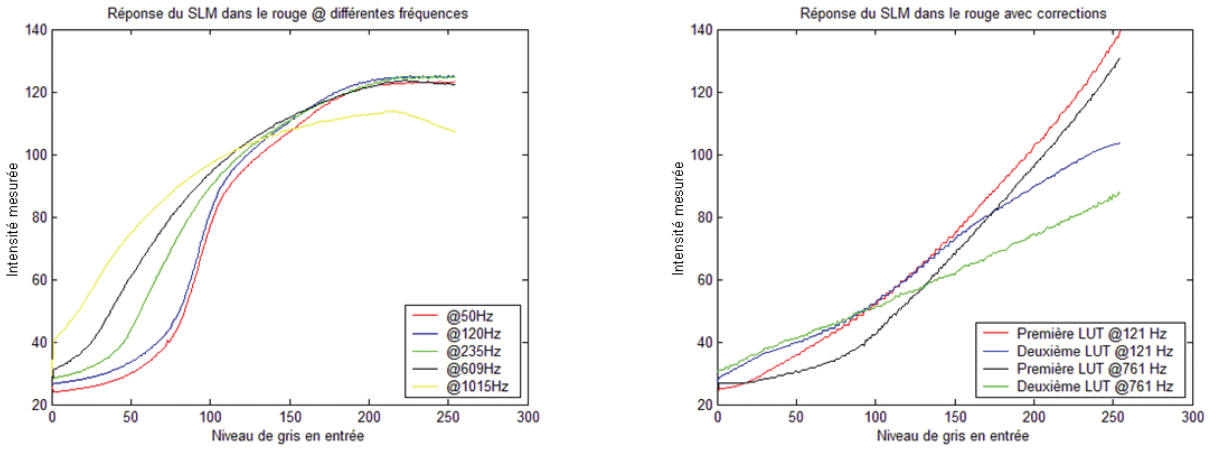


Fig. 5-20. Mesure de linéarité du SLM. A gauche, on trouve les réponses sans correction. A droite, la table de correction a été appliquée avant que l'image ne soit envoyée. Deux types de LUT ont été utilisées, la première ne tenant pas compte des phénomènes de rémanence (voir ci-après) et la seconde qui en tient compte.

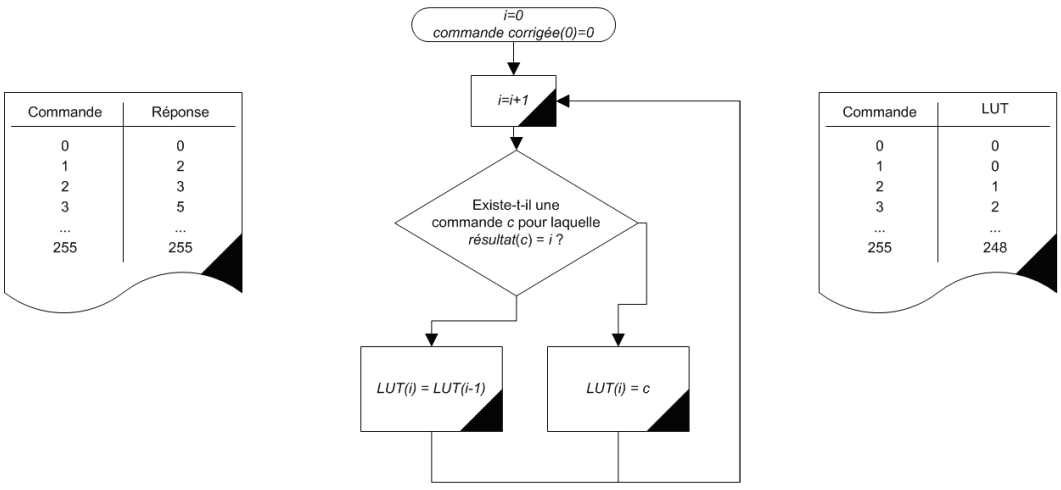


Fig. 5-21. Algorithme de calcul des tables de correction

Non-linéarité

La réponse du SLM est fortement non-linéaire (Fig. 5-20). De plus, cette non-linéarité varie avec la fréquence de travail et la température. Ce problème est connu et a été pris

en compte par le fabricant : une table de précorrection (LUT), permettant de linéariser la réponse, est incluse au logiciel de pilotage. En contrepartie, la dynamique dont on dispose n'est plus linéaire : très peu de niveaux peuvent être atteints dans le centre de la dynamique. Cette étape de calibration est nécessaire avant toute acquisition. L'algorithme de calcul de la LUT est donné sur la Figure 5-21.

Non-uniformité

La réponse du SLM n'est pas uniforme sur toute l'image (voir Fig. 5-22). Sur une image supposée uniforme au niveau de gris 150, on distingue clairement plusieurs zones pour lesquelles l'intensité mesurée par la caméra diffère des autres. De plus, un défaut de planéité, visible notamment sur les images de la figure 5-23, engendre irrémédiablement des figures d'interférence sur les bordures.

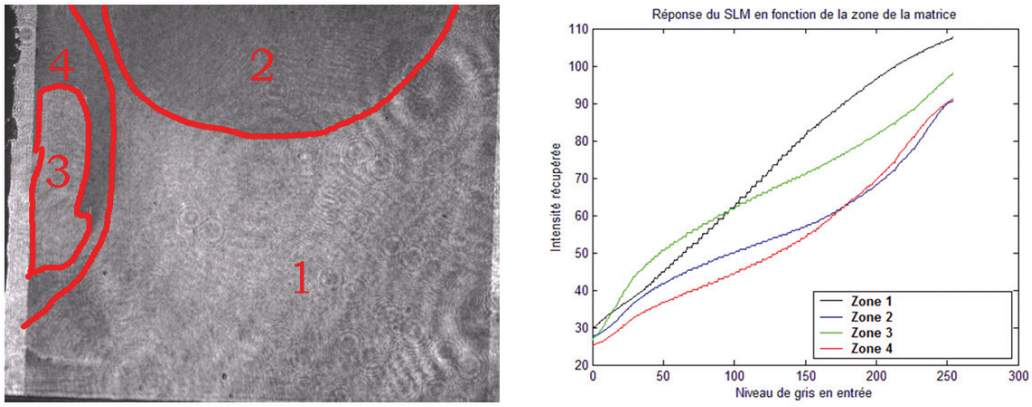


Fig. 5-22. Mise en évidence de la non-uniformité de l'image générée par le SLM.

Rémanence

L'analyse d'une séquence d'images enregistrées à l'aide d'une caméra rapide met en avant un problème de rémanence d'une image sur l'autre. Pour être tout à fait précis, étant donné que pour éviter le piégeage ionique au niveau des interfaces (et à terme la destruction de la matrice) il y a alternance entre une image et son négatif, la rémanence a lieu entre une image et le négatif de la précédente. Ce phénomène apparaît dès les faibles fréquences (100 Hz). L'intensité de ce phénomène dépend de la fréquence utilisée et de la position sur l'image (Fig. 5-22). Ainsi à 121 Hz, il n'apparaît que dans les zones claires de l'image rémanente (le « O » blanc apparaît noir sur la photo du « bébé », mais le noir de « POEME » n'apparaît pas blanc sur le noir de « Salut »), alors qu'à 761 Hz, même les zones sombres sont atteintes par le phénomène : on peut observer également que, sur la troisième séquence de l'image 5-22, le fond noir de POEME (en bas à droite)

apparaît sur l'image suivante : la rémanence entraîne donc également une baisse générale du contraste.

En plus de cette rémanence « courte durée », un phénomène équivalent a pu être observé, de manière sporadique, mais sur des durées beaucoup plus longues (voir par exemple les acquisitions dans le cas de l'étude du processeur optique de filtrage, chapitre 7).

Retard sur le signal de synchronisation

Le signal de synchronisation généré par le SLM et permettant de déclencher l'acquisition arrive en général pendant le temps de montée de l'image et non au moment où celle-ci est réellement valide. Il faut donc le retarder afin de pouvoir s'en servir.

Electronique de pilotage non adaptée

L'électronique de pilotage du SLM est le pendant de celle utilisée pour une caméra rapide classique : les données sont envoyées via une liaison lente vers une mémoire tampon qui adresse le SLM. Il faut quelques secondes pour transférer une séquence de 1000 images. Cette latence ne permet pas de profiter de toute la puissance du système. Il faudrait donc imaginer une liaison directe du même type que Camera Link. A l'heure actuelle, la norme DVI, dont le taux de transfert atteint 9,9 Gpbs en Dual Link, supporterait le débit de données nécessaire à un affichage en temps réel [DVI].

Fig. 5-23. Mise en évidence du problème de rémanence.
Les deux premières séquences sont affichées à 121 Hz, la troisième à 761 Hz.

5.4.3. Mesures de la qualité du SLM en formation d'images

La dernière partie du travail de caractérisation du SLM est la mesure de qualité des images formées. La comparaison des images se fait selon les critères décrits au chapitre précédent. Avant la comparaison, les images mesurées doivent être corrigées. La première correction concerne les niveaux de gris. Elle consiste à enlever le niveau de noir de l'image mesurée puis à recaler les dynamiques. Mathématiquement, la correction des niveaux s'exprime ainsi :

$$I' = 255\frac{I - I_0}{I_{255} - I_0} \tag{5-14}$$

I_0 et I_{255} sont respectivement les images mesurées lorsque le SLM affiche une image uniforme et noir et blanc.

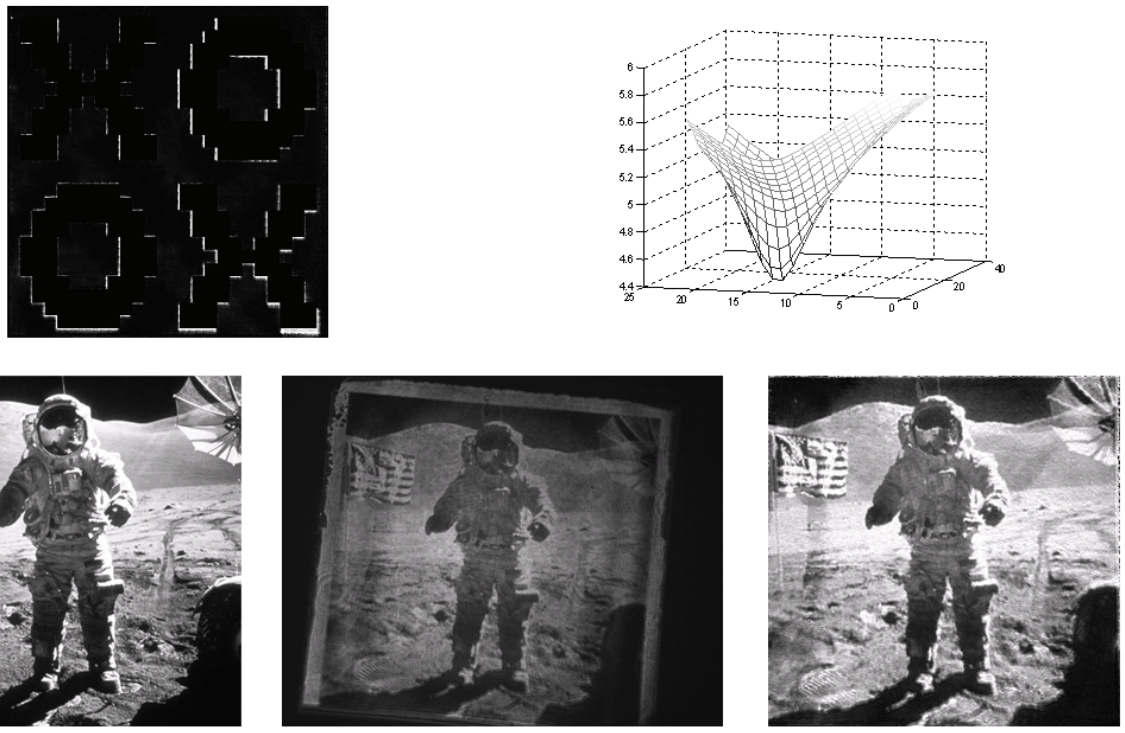


Fig. 5-24. Exemple de correction et de recadrage d'images. En haut, on montre une image recadrée grossièrement. Le recadrage idéal est obtenu par minimisation de l'écart quadratique (représenté ici en fonction de l'angle de rotation et des paramètres de translation). En bas, l'image de gauche est affichée sur un SLM et acquise par la caméra (au centre). L'image de droite correspond à l'image recadrée et corrigée.

La deuxième étape est le recadrage (ou recalage) des images. Le montage optique réalisé pour les essais est composé d'éléments discrets montés sur des supports magnétiques et alignés à la main. Dans ces conditions, il est impossible de faire correspondre un pixel du SLM à son homologue sur la caméra. Pour comparer l'image mesurée à l'image initiale, il faut donc la recadrer. De nombreuses méthodes de recadrage existent, les plus courantes utilisant des champs de déformation [NIK99,SAR00]. Dans notre cas, nous nous limiterons à une correction linéaire de la rotation, du grandissement de l'image et de sa position. Cette opération s'effectue en deux temps. Un premier recadrage grossier est calculé à l'aide d'une mire diagonale qui permet de déterminer approximativement l'angle de rotation, le facteur d'homothétie. Ensuite, un deuxième recadrage plus fin est effectué par minimisation de l'écart quadratique moyen d'une image binaire.

L'écart quadratique moyen mesuré est de l'ordre d'une vingtaine de niveaux de gris, variant de 10 pour les images très homogènes à 40 pour les images binaires. Quelques commentaires s'imposent : L'analyse des images d'erreur montre une répartition non-uniforme de l'erreur, ce qui a tendance à biaiser cette mesure. Ceci met en évidence les limites de notre méthode de recadrage. Pour ces raisons, la mesure de l'erreur quadratique moyenne n'est pas forcément toujours significative : le mauvais recadrage d'un contour franc, par exemple, entraîne une erreur locale, mathématiquement très forte, mais peu significative dans le contexte de l'étude.

	Variable ou fixe	Correction	Importance
LASER			
Fluctuation de la puissance d'émission	V	-	4
Non-uniformité des faisceaux	F	Post-traitement	2
Fluctuation de la longueur d'onde	V	-	5
SLM			
Linéarité de la réponse	F	Prétraitement	2
Non-uniformité de la réponse	F	Prétraitement	2
Défaut de planéité	F	Prétraitement	3
Bruit de positionnement des cristaux	V	-	5
CMOS			
Linéarité de la réponse	F	Post-traitement	4
Courant d'obscurité	V	-	4
Bruit de lecture	V	-	2
FPN	F	Calibration	3
PRNU	F	Calibration	3
Optique			
Mauvais alignement	F	Intégration	2
Speckle	F	-	1

Tab. 5-3. Liste des principaux bruits mis en évidence en formation d'images avec un SLM.

Sur un tel système, les sources de bruits sont nombreuses. Elles sont recensées dans le tableau 5-3 avec, pour chacune, le type de bruit (variable ou fixe dans l'espace), la

méthode de correction applicable et une note d'importance allant de 1 (bruit prépondérant) à 5 (bruit négligeable).

5.4.4. Améliorations apportées

La majorité des défauts sont inhérents à la technologie. Il est donc important de pouvoir les corriger. Quelques solutions ont été testées. En particulier, les problèmes liés à la non-uniformité spatiale et la rémanence sont partiellement résolus.

Correction de la non-uniformité spatiale

La non-uniformité spatiale est corrigée par l'intermédiaire d'une LUT dépendante de l'espace. Il est difficile de créer une LUT par pixel : la LUT occuperait 64 MO (512x512x256) mais surtout, son calcul prendrait plusieurs heures. Le problème a été simplifié en classant les pixels de l'image dans un certain nombre de zones en fonction de leur réponse. A chaque zone correspond alors une LUT. La définition des zones est simplifiée par l'utilisation d'un filtre passe-bas au préalable. Cela permet de réduire les effets du « *speckle* ». Une fois les LUT calculées il suffit de les appliquer sous forme d'un prétraitement. Cette méthode est compatible avec une implantation à la volée (Fig 5-25).

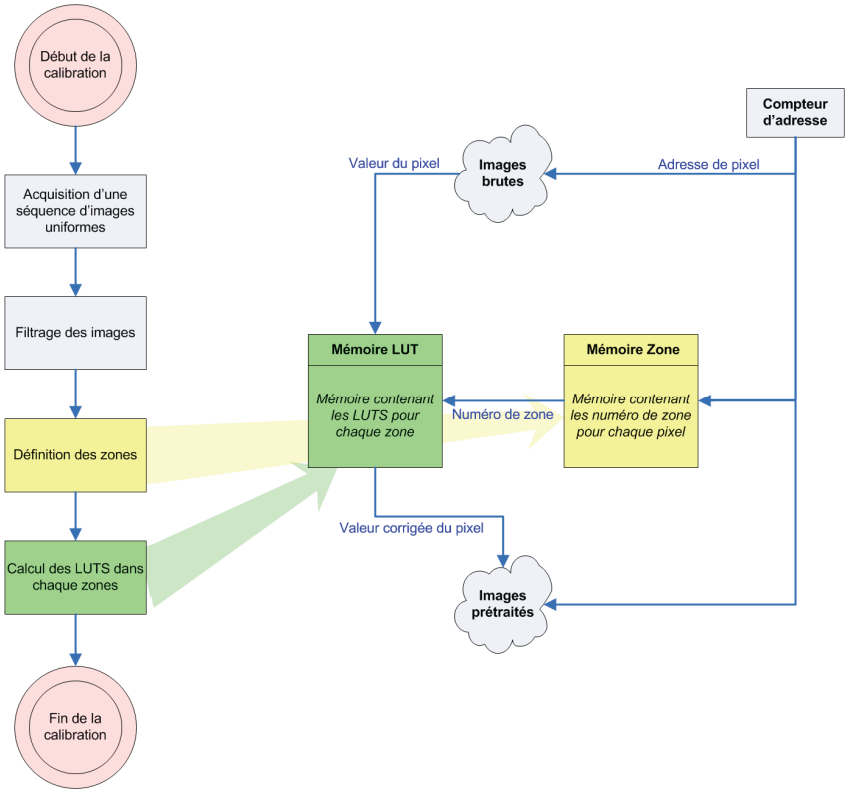


Fig. 5-25. Algorithme de calcul et d'application des LUT spatiales.

La correction permet d'améliorer sensiblement la qualité visuelle des images. La méthode est efficace, même avec un nombre réduit de zones. Sur la figure 5-26, l'image, filtrée par un masque 11x11, est découpée en 8 zones.

Correction de la rémanence

Plusieurs solutions ont été envisagées pour lutter contre la rémanence. La plus simple consiste à afficher deux fois chaque image. Dans ce cas, on sait que la deuxième subit la rémanence de son propre négatif, ce qui se traduit simplement par une baisse de contraste. Ceci implique également de diviser la cadence de fonctionnement par deux.

La deuxième alternative consiste à utiliser l'image négative, qui subit la rémanence de sa propre image positive. La qualité de l'image négative semble plus faible [AMB01] mais l'utilisation des LUT spatiales adaptées à ces images semble donner des résultats équivalents à ceux obtenus avec les images positives.

Enfin, la troisième méthode consiste à utiliser des LUT adaptatives tenant compte, en plus de l'espace, des valeurs des niveaux de gris sur les images précédentes. L'image corrigée, $I_n'(x,y)$ serait une fonction de la position dan la matrice et des valeurs des pixels $I_n(x,y)$ et $I_{n-1}(x,y)$.

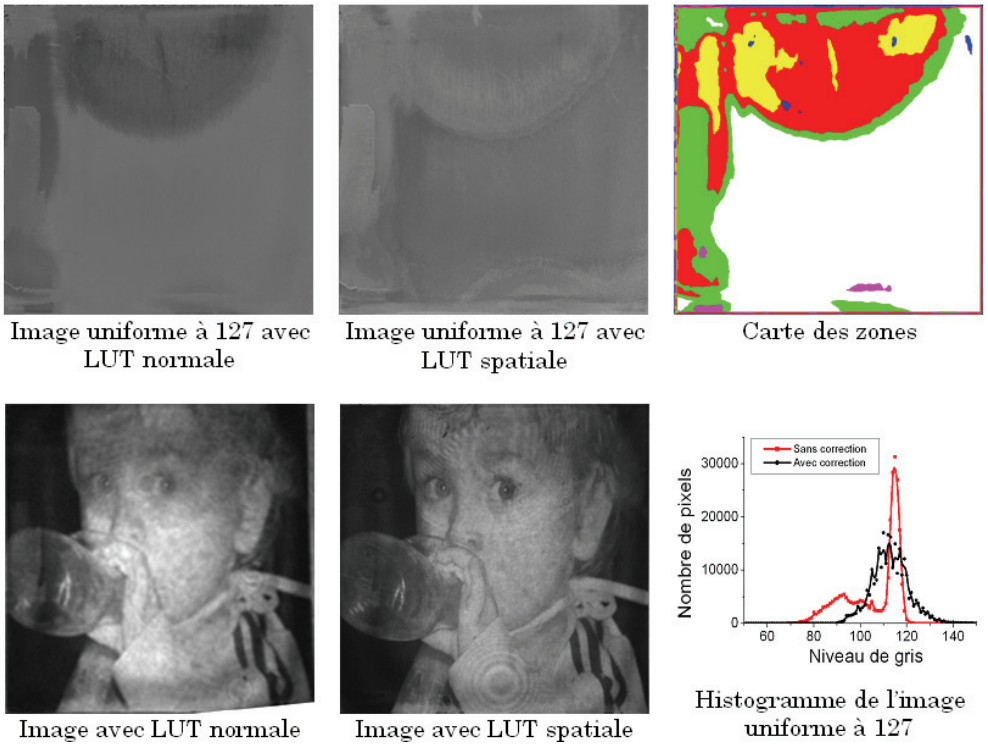


Fig. 5-26. Exemples de correction obtenus avec les LUT spatiales.

La troisième solution n'a pas été testée, d'une part à cause de la complexité de mise en œuvre, et d'autre part parce que la méthode ne semble pas adaptée à une implémentation à la volée. La seconde méthode a été privilégiée.
Celle-ci est cependant inefficace contre les phénomènes de rémanence longue durée.

5.5. Bilan

Au cours de la première partie du mémoire, le traitement optique de l'information a été abordé d'un point de vue théorique et matériel. L'avantage de cette technologie, au moins en terme de temps de calcul et comparaison avec les systèmes numériques classiques, a été mis en évidence. Ce potentiel ne peut toutefois s'exprimer pleinement que si l'on dispose de systèmes d'entrée (affichage) et de sortie (caméra) suffisamment performants. L'imagerie rapide étant en plein développement, les systèmes d'acquisition sont, ou seront, rapidement, très compétitifs et permettront d'atteindre des vitesses et/ou des résolutions suffisantes. En revanche, ce chapitre a mis en évidence la difficulté de trouver un afficheur adapté à notre problème. Malgré la diversité des technologies existantes, aucune ne rassemble les propriétés que l'on recherche. Les cristaux liquides ferroélectriques semblent être, à l'heure actuelle, la meilleure alternative. Toutefois les performances des systèmes existants en feront, le plus souvent, le tendon d'Achille de la majorité des processeurs optiques.

Deuxième Partie

Aspect Algorithmique & Applications

Chapitre 6
L'imagerie médicale

L'imagerie médicale regroupe l'ensemble des techniques utilisées en médecine pour l'examen visuel externe (topographie) ou interne (tomographie) du patient. Elle a révolutionné la médecine en donnant accès à des caractéristiques anatomiques, fonctionnelles ou dynamiques des organes jusqu'alors cachées. Ceci permet de faciliter les actes tels que le diagnostic, le suivi et le geste thérapeutique. Depuis ses prémices à la fin du XIXe siècle jusqu'aux systèmes modernes, l'imagerie médicale a connu un essor spectaculaire, profitant tour à tour des progrès dans les divers domaines de la physique : électronique, optique, informatique, physique nucléaire, traitement du signal, mécanique, etc. Ce chapitre propose un tour d'horizon des différentes techniques d'imagerie médicale et, en particulier, la tomographie à rayons X dont la théorie et les outils mathématiques qui lui sont associés seront présentés.

6.1. Les techniques et les systèmes d'imagerie médicale

6.1.1. Un peu d'histoire

En 1895, Wilhelm Conrad Röntgen, physicien allemand, travaille sur la mise au point de tubes cathodiques quand il découvre par hasard en passant sa main à travers le rayonnement émis par le tube qu'il peut voir par transparence ses os. Il utilisa alors un papier photographique, placé derrière le tube et expérimenta le système sur son épouse, réalisant ainsi la première radiographie de l'histoire (Fig. 6-1). Il faudra attendre pourtant la deuxième guerre mondiale pour voir apparaître des systèmes commerciaux de radiographie utilisant ce principe. En 1972, Allan McCornack et Godfrey Hounsfield mettent au point le premier scanner à rayons X, composé d'une source de rayons X, d'un détecteur et d'un système numérique d'analyse et de traitement, qui permet en balayant une zone du corps d'un patient et en mesurant l'absorption du faisceau, de déterminer la constitution du volume scanné (os, tissus, vaisseaux sanguins). Les deux hommes ont reçu pour cette invention le prix Nobel de médecine 1979, distinction à laquelle avait également accédé Röntgen en 1901 (il fut le premier a recevoir le prix Nobel de physique).

Fig. 6-1. La première radiographie réalisée en 1895 par Wilhelm Röntgen. Il d'agit d'une image de la main de son épouse Anna Bertha Ludwig sur laquelle on peut voir son alliance.

6.1.2. Les scanners à rayons X

Depuis, les scanners médicaux ont bien évolué. On parle aujourd'hui de scanners de quatrième génération. La première génération de systèmes était constituée d'une source de rayonnement formant un pinceau de rayons X et d'un capteur se déplaçant le long du pinceau, le tout tournant autour de l'objet à explorer. Après chaque tour, la table sur laquelle repose le sujet se déplace pour effectuer des mesures de coupes voisines. Le temps d'acquisition est de l'ordre de 2 minutes par tour [SIE]. La deuxième génération de scanners n'utilise plus un faisceau collimaté de rayons X mais un faisceau conique irradiant d'un seul coup la totalité du patient. Le capteur est remplacé par une barrette de détecteurs, réduisant ainsi considérablement le temps d'acquisition. En revanche, la conicité du faisceau rend les méthodes de reconstruction plus complexes. A la troisième génération, la circonférence du scanner était tapissée de détecteurs et seule la source est en mouvement autour du patient. L'acquisition se fait alors en continu, ce qui permet de réduire le temps de la mesure, mais pas encore assez pour annihiler les artefacts de reconstruction dus aux mouvements du patient pendant l'examen. Ce système d'acquisition continue liée à l'amélioration de la sensibilité des détecteurs permet en plus de réduire la dose de rayons X reçue par le patient. Dernièrement, la quatrième génération de scanners, dont fait partie le SOMATOM Sensation 16 (Fig. 6-2) [SIE], a fait son apparition. On utilise maintenant une source conique associée à un détecteur matriciel (ou multi barrettes). Le système tourne autour du patient en même temps que

celui-ci avance. De son point de vue, le mouvement de la source est hélicoïdale (Fig. 6-3). Le temps d'acquisition devient très court (13 secondes pour un scanner d'une zone abdominale de 41 cm [SIE]). En contrepartie, le mouvement hélicoïdal couplé à la conicité du faisceau rend l'algorithme de reconstruction très complexe. A côté de ces scanners classiques dans le milieu clinique, d'autres géométries de systèmes sont actuellement à l'étude telles que les scanners à faisceau conique composés d'une source non-collimatée à laquelle on oppose une matrice de détecteurs de très grande résolution (2400x2400 pour le C7942 d'Hamamatsu, par exemple [HAM]). L'acquisition se fait donc en un seul tour autour du patient. Actuellement, ces systèmes sont beaucoup utilisés pour le petit animal [BRA05] mais tendent à se développer pour l'exploration de zones de petit volume chez l'homme comme par exemple l'os temporal [WAN05,AMI06].

Fig. 6-2. Le Somatom Sensation 16, un scanner hélicoïdal de dernière génération commercialisé par Siemens. Source : [SIE]

6.1.3. Les autres systèmes d'acquisitions

En marge des systèmes de tomodensitométrie (TDM) par rayons X, que l'on appelle également *Computerized Tomography* (CT-scan) ou encore scanographie, d'autres principes physiques sont exploités pour l'exploration non invasive du corps. Cette liste, non exhaustive, regroupe les modes d'acquisition les plus classiques :

L'échographie

L'échographie utilise un système d'émission et de réception d'ultrasons que l'on applique sur la peau du patient. Une onde est émise dans le corps et subit des réflexions

multiples. Par analyse des paramètres de l'onde réfléchie enregistrée par le capteur (amplitude, distribution, déformation, temps de parcours de l'onde), on peut en déduire un certain nombre d'informations sur la constitution du corps. Il existe également une technique d'échographie, exploitant l'effet Doppler, permettant d'obtenir en plus des informations dynamiques comme par exemple, le mouvement des fluides du corps. Le premier échographe a été développé en 1951 par John Julian Wild et John Reid.

L'échographie permet l'étude de multiples organes (abdomen, bassin, cou, appareil digestif, etc …) mais c'est dans le cadre de la surveillance médicale des grossesses qu'elle s'est le plus développée : elle permet de contrôler le développement du fœtus dans le ventre de sa mère, d'étudier la vitalité de celui-ci, de détecter d'éventuelles anomalies anatomiques, et d'en déterminer le sexe. L'avantage principal de cette méthode réside dans le fait que les ultrasons ne sont a priori pas nocifs pour l'organisme. De plus, les systèmes sont peu coûteux, peu encombrants, et interprétables « en direct » par le médecin. Cependant, la qualité des images fait souvent défaut (manque de contraste sur certains organes, manque de netteté, phénomène de speckle équivalent au speckle optique dû au travail en acoustique cohérente, etc …)

L'imagerie par résonance magnétique nucléaire (IRM)

L'IRM utilise le principe de résonance magnétique nucléaire formalisé en 1946 par Felix Bloch et Edward Mills Purcell. L'idée consiste à faire apparaître une aimantation due aux atomes d'hydrogène dans les tissus sous l'effet d'un champ magnétique intense, puis d'exciter ces atomes par une onde électromagnétique. Les atomes d'hydrogène tendent ensuite à se relaxer en émettant à leur tour une onde électromagnétique qui sera ensuite analysé et qui fournira les informations tomographiques recherchées. L'invention de l'IRM est conjointement attribuée à Paul Lauternur, Peter Mansfield et Raymond Damadian en 1969.

L'IRM est à l'heure actuelle employée principalement pour l'imagerie cérébrale (détection de lésions, d'inflammations ou de tumeurs cérébrales). D'autres applications se démarquent, notamment l'exploration de la colonne vertébrale ou des articulations. Il existe également des techniques d'IRM fonctionnelle basée sur l'observation de l'hémoglobine, fortement réactive lorsqu'elle est désoxygénée. La technologie IRM présente l'avantage d'être, comme l'échographie, inoffensive pour le patient et donne, pour certains organes, de très belles images. En revanche, l'acquisition nécessite l'immobilisation du patient pendant un temps très long (typiquement 10 minutes). De plus, le matériel et l'examen reste beaucoup plus onéreux qu'un scanner TDM.

L'imagerie nucléaire (PET, SPECT)

La tomographie par émission de positons (PET) repose sur le principe de la scintigraphie. Le patient, allongé sur une table se voit administrer par voie intraveineuse une molécule traceuse faiblement radioactive. Ce traceur va se fixer sur une cible (les tumeurs cancéreuses par exemple pour le cas du [18F]-FDG). Les produits radioactifs émettent alors des positons qui, lorsqu'ils se recombinent avec des électrons émettent deux photons dans des directions opposées. La table est entourée d'un portique circulaire tapissée de capteurs. La mesure de la répartition spatiale des photons émis fournit un jeu de données équivalent à celui que l'on pourrait avoir avec des rayons X.

Ce type de scanner est beaucoup utilisé en oncologie (diagnostic et traitement des tumeurs cancéreuses) et en imagerie cérébrale où il permet une imagerie fonctionnelle de grande qualité utile à l'étude de pathologies telles que la maladie d'Alzheimer, celle de Parkinson ou encore l'épilepsie. La combinaison dans une même unité PETScan avec un TDM à rayons X est très bénéfique dans la mesure ou elle permet de cumuler en une seule acquisition l'imagerie anatomique et l'imagerie fonctionnelle [RIS03,PET93]. La recombinaison des deux sources d'information en une seule image s'oppose encore à l'heure actuelle au problème de recalage [NIK99].

L'imagerie PET donne d'excellents résultats mais présente à l'heure actuelle trois inconvénients majeurs : la difficulté d'obtenir les traceurs radioactifs, la nocivité pour le patient (il est conseillé de limiter d'utilisation des PETscan à 3 par an et le temps d'acquisition, dépendant du traceur (une heure pour le [18F]-FDG par exemple).

La tomographie par émission unique de photon (SPECT) est une variante pour laquelle la désintégration de traceur radioactif ne produit qu'un seul photon. Cette méthode est notamment utilisée en imagerie cérébrale [GOR05].

La tomographie optique

La tomographie par voie optique est un mode d'exploration semblable à la tomographie par rayons X, pour laquelle la source de rayons X est remplacée par une source cohérente proche infrarouge. L'absorption et la diffusion des tissus (hémoglobine, oxyhémoglobine, lipides, neurones, fibres musculaires, traceurs absorbants ou fluorescents) sont mesurées. Les principaux domaines d'application sont la mammographie et l'imagerie fonctionnelle cérébrale et musculaire. L'imagerie du petit animal devrait également bénéficier des avantages de cette technique. La tomographie par voie optique présente l'avantage d'utiliser une source infrarouge non nocive pour le patient et d'être basée sur

des concepts optiques bien maîtrisés aujourd'hui. En revanche, la très grande diffusion des tissus à ces longueurs d'onde est un problème pour la reconstruction d'images anatomiques. Pour ces raisons, il n'existe que très peu d'applications cliniques de ces systèmes de tomographie. En revanche, la même méthode donne des résultats prometteurs en imagerie fonctionnelle [ZIN03].

6.1.4. Perspectives

Depuis son apparition, l'imagerie médicale a principalement assisté l'acte médical lors des phases de diagnostic et de planification de l'acte chirurgical. Une seconde révolution est en cours avec le développement de l'informatique et de la robotique chirurgicale où l'imagerie joue un rôle capital. Le terme de « robot médical » revêt deux aspects : le premier concerne la robotique interventionniste à proprement parler, tandis que le second regroupe l'ensemble des instruments d'aide à la chirurgie [TAY03].

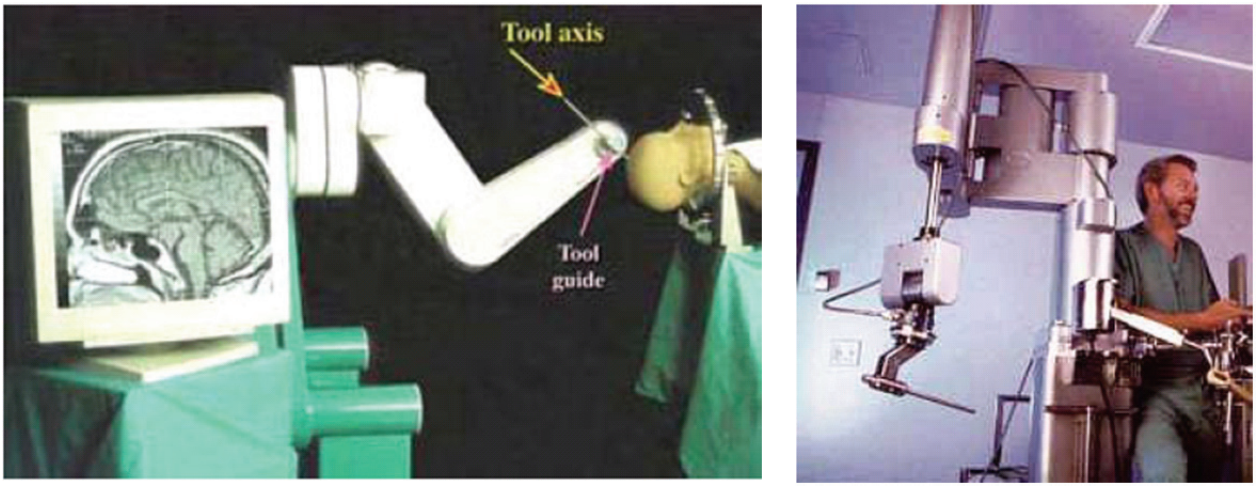


Fig. 6-3. Deux robots chirurgicaux : à gauche le NeuroMate et à droite le ROBODOC. Source : [ISS]

Les robots interventionnistes peuvent être classés en trois catégories : les automates programmables effectuant une opération programmée par le chirurgien, les automates commandés, reproduisant sur le patient les ordres du praticien et les robots assistants, manoeuvrant certains instruments, pendant que le chirurgien opère (déplacement d'une caméra endoscopique). La chirurgie orthopédique fait office de pionnier en matière de robots chirurgiens autonomes. Le ROBODOC [TAY94,ROB] par exemple, apparu en 1992, est un système autonome spécialisé dans la chirurgie de la hanche et la pose de prothèses. La précision de l'intervention est améliorée d'un facteur 10 grâce à ces instruments [TAY03]. Le second exemple d'application est la chirurgie percutanée, où le robot est utilisé, couplé à un système d'imagerie volumique [KWO88], pour positionner

un instrument à travers la peau. Une fois l'instrument positionné, il rend la main au praticien qui le pilote pour effectuer l'intervention. On peut citer comme exemple le robot NeuroMate [ROB] spécialisé dans la chirurgie stéréotaxique. Pour le moment, la fiabilité des robots n'offre pas encore assez de garanties pour laisser la machine opérer seule et la présence d'un chirurgien, opérateur ou spectateur, dans la salle d'opération reste indispensable.

Il est également possible de commander les robots à distance par téléchirurgie. Cette technique, permet à un ou plusieurs chirurgiens spécialisés d'intervenir sur un même patient, à distance. La première opération de ce type, l'opération « Lindbergh », eu lieu en septembre 2001 entre New York, où se trouvait le chirurgien, et Strasbourg, où se trouvait le patient [MAR03,BUT03].

De nombreux travaux sont encore nécessaires avant d'obtenir des robots chirurgicaux pleinement autonomes, notamment auprès d'organes mobiles (cœur, poumons), pour lesquels des systèmes de recalage en temps réel de la position des instruments sont à l'étude [KRU03,GIN04].

Le deuxième champ d'application de la robotique chirurgicale concerne l'ensemble des systèmes d'aide à la décision et à l'acte médical. Qu'ils soient matériels ou logiciels, ils interviennent au cours des étapes suivantes [TAY03] : avant l'opération (diagnostic et planification), pendant l'opération (assistance visuelle, réalité virtuelle augmentée, diagnostic, mise à jour de la planification, prise de décision) et après l'opération (suivi médical). Ils font appel, pour la plupart, à des imageurs médicaux, ainsi qu'à des systèmes de reconstruction et de post-traitement [DUN03]. Malgré la précision du diagnostic et de la planification préopératoire, beaucoup de décisions doivent encore être prises au cours de l'intervention [TAY03]. Ces assistants doivent donc être très réactifs et la contrainte de vitesse est très forte, en particulier sur des systèmes de traitement de l'information qui fournissent les données contextuelles au système robotisé. On rappellera ici le point de vue de Russel Taylor évoqué au chapitre 1 : « Russel Taylor compare l'évolution de la robotique chirurgicale à la robotique industrielle. Selon lui, dans le domaine médical, l'état de l'art des systèmes actuels correspond à celui que l'on pouvait trouver en 1972 dans le domaine de la robotique industrielle. En contrepartie, ces mêmes systèmes exploitent les systèmes de traitements actuels. Si l'on extrapole la théorie de Taylor, cela signifie que ces technologies ont encore un potentiel d'évolution largement supérieur à celui des systèmes de traitement (prévu par la loi de Moore). Dans ce contexte, l'étude des technologies alternatives se justifie pleinement. »

Fig. 6-4. L'opération Lindbergh. Le chirurgien (à droite), situé à New York réalise une ablation de la vésicule biliaire via un robot chirurgical sur un patient (à gauche) situé à Strasbourg. [MAR01]

6.2. Rappels mathématiques pour la tomographie par rayons X

Dans ce mémoire, le travail se concentre autour des systèmes de tomographie par rayons X. Après une description théorique du système de mesure, les méthodes d'analyse des données et de reconstruction sont exposées.

6.2.1. Principe de mesure d'un scanner à rayons X

Le principe de la tomographie par absorption de rayons X est de mesurer la distribution surfacique ou volumique du coefficient d'absorption local $\mu(x,y,z)$ des tissus traversés par un faisceau monoénergétique de type rayon X. La première étape, l'acquisition, consiste à mesurer l'absorption du corps à différents endroits et sous différents angles. S'en suit alors une étape de reconstruction où un système de traitement de données calcule, à partir du jeu de données acquises, la distribution $\mu(x,y,z)$. L'intensité lumineuse du faisceau après la traversée d'une épaisseur dx peut s'écrire :

$$dI = -I\,\mu(x)dx \tag{6-1}$$

En intégrant cette équation, on trouve :

$$I(x) = I_0 e^{-\int_{x_0}^{x} \mu(x)dx} \tag{6-2}$$

Où I_0 est la valeur d'intensité mesurée pour cette direction en l'absence d'objet à analyser.

Un scanner complet donne les valeurs de I pour l'ensemble des rayons pouvant traverser l'objet examiné. Le vecteur directeur de chaque faisceau est désigné par **n** et la droite qui

lui est associée par $D(\mathbf{n})$. La première étape de la reconstruction consiste à calculer le logarithme des acquisitions qui est proportionnel à l'intégrale de la fonction μ le long d'une ligne. L'opérateur mathématique associé à ce calcul est la transformée de Radon.

$$R(\mathbf{n}) = \ln\left(\frac{I(\mathbf{n})}{I_0(\mathbf{n})}\right) = -\int_{x\in D(\mathbf{n})} \mu(x)dx \tag{6-3}$$

6.2.2. Transformée de Radon et autres projections

Transformée de Radon 2D

Considérons le schéma de la figure 6-5. Chaque rayon traversant la surface S explorée (grisée sur la figure) est repéré par son angle θ et la distance ρ entre le rayon considéré et son parallèle passant par le centre de rotation du système. La transformée de Radon d'une fonction *f(x,y)* restreinte à la surface d'exploration S s'exprime alors ainsi [KAK01] :

$$\mathcal{R}_2\{f(x,y)\}(\rho,\theta) = \int_S f(x,y)\cdot\delta(\rho - x\cos\theta - y\sin\theta)dS \tag{6-4}$$

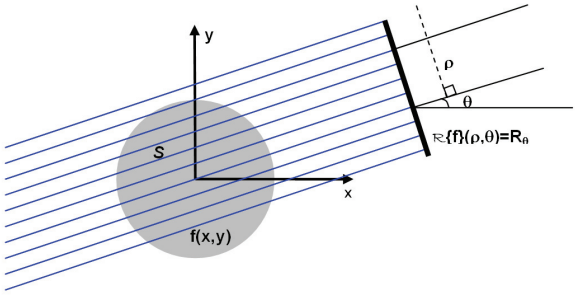


Fig. 6-5. Géométrie de projections dites « parallèles » conduisant à la transformée de Radon

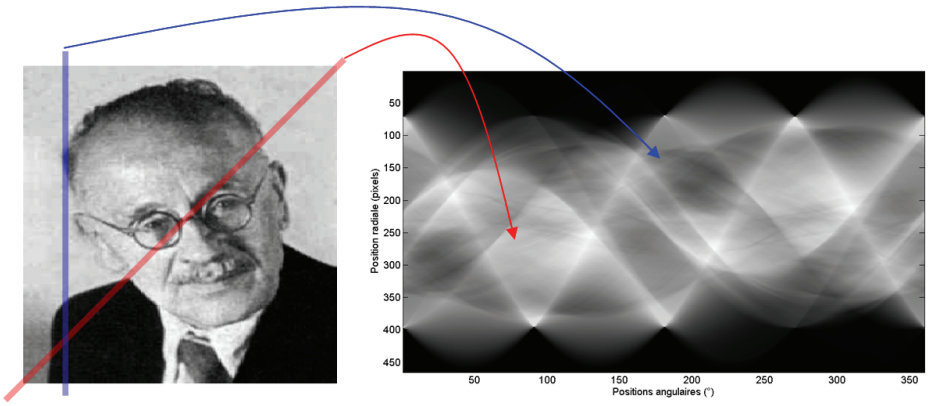


Fig. 6-6. Johann Radon et sa transformée éponyme

Par la suite, on appellera $R_\theta(\rho)$ la projection de *f(x,y)* à l'angle θ et on parlera de sinogramme pour désigner l'ensemble des valeurs d'une transformée de Radon.

Transformée de Radon 3D

Dans un espace tridimensionnel, le rayon est repéré comme précédemment par θ, ρ et un troisième angle ψ que fait le rayon avec *Oz*. La transformée de Radon d'une fonction *f(x,y,z)* restreinte au volume d'exploration *V* s'exprime alors ainsi [KAK01] :

$$\mathcal{R}_3\{f\}(\rho,\theta,\psi) = \int_V f(x,y,z)\cdot\delta(\rho - x\cos\theta\cos\psi - y\sin\theta\cos\psi - z\sin\psi)\,dV \qquad (6\text{-}5)$$

Géométries alternatives

Les deux opérations présentées précédemment sont dites « en géométrie parallèle » dans la mesure où les faisceaux d'une même projection arrivent parallèles entre eux sur le capteur. En pratique, très peu de systèmes de tomographie fonctionnent dans ces conditions. La grande majorité des applications 2D utilise une géométrie en éventail (« *fan-beam* ») et les acquisitions 3D une géométrie en cône (« *cone-beam* »), dont la mise en œuvre est beaucoup plus simple.

Géométrie 2D à rayons divergents – La transformée à rayons divergents correspond à une configuration pour laquelle le point d'émission est unique et les faisceaux sont émis en éventail (*fan-beam*) vers le capteur (Figure 6-6). Comme la transformée de Radon, la transformée associée à cette géométrie d'une fonction *f(x,y)* restreinte à la surface *S* consiste à intégrer les valeurs de cette fonction selon un rayon :

$$\mathcal{FB}\{f\}(\beta,\theta) = \int_S f(x,y)\cdot\delta\left(D_{SO}\sin\beta - x\cos(\theta+\beta) - y\sin(\theta+\beta)\right) \qquad (6\text{-}6)$$

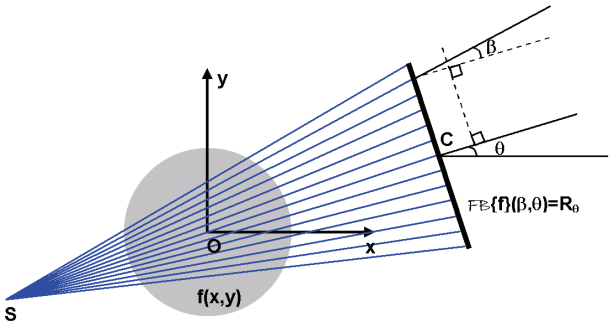


Fig. 6-7. Géométrie de projections dites « fan-beam ».

Géométrie 3D factorisable – Dans cette configuration, le volume est exploré comme une suite de plans parallèles. La transformée 3D factorisable est donc repérée par les variables θ et ρ de la transformée de Radon 2D auxquelles on ajoute une coordonnée cartésienne *z*. Cet opérateur est assimilable à une série de transformée de Radon à *z* constant, d'où l'idée de factorisation.

Géométrie 3D à rayons coniques – La géométrie conique (ou « *cone beam* ») est représentée par la figure 6-8. Les faisceaux, issus d'un point unique, traversent le volume *V* et arrivent sur une matrice de détecteurs. Le rayon est repéré par trois coordonnées angulaires, θ (angle entre le rayon central et l'axe *Ox)*, α (angle entre le rayon central et la projection du rayon sur *Oxz)* et β (angle entre le rayon central et la projection du rayon sur *Oxy)*. L'expression de la transformée associée à cette géométrie est :

$$\mathcal{CB}\{f\}(\alpha,\beta,\theta)=\int_V f(x,y,z)\cdot\delta\big(E(\alpha,\beta,\theta)\big)dV \tag{6-7}$$

Où $E(\alpha,\beta,\theta)$ est l'équation de la droite supportant le rayon, c'est à dire :

$$\mathrm{E}(\alpha,\beta,\theta)=D_{SO}\left(\sin^2\beta+\sin^2\alpha\right)-x\cos(\theta+\beta)\cos\alpha-y\sin(\theta+\beta)\cos\alpha \tag{6-8}$$

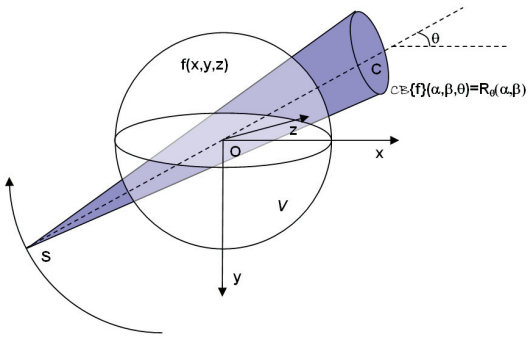


Fig. 6-8.Géométrie de projections dites « cone-beam »

Géométrie hélicoïdale – La géométrie hélicoïdale correspond aux scanners de quatrième génération. Elle sera discutée au chapitre 7.

6.2.3. Méthodes d'inversion de la transformée de Radon

L'inversion de la transformée de Radon pose certaines difficultés. On parle d'un « problème inverse mal posé » dans la mesure où ni l'existence ni l'unicité de la solution ne sont garanties. On peut montrer que seule la connaissance d'une infinité de projections permet de converger vers la reconstruction exacte [KAK01]. Deux types de méthodes d'inversion de la transformée de Radon seront présentés : les méthodes analytiques et les méthodes algébriques.

Méthodes analytiques

Les méthodes analytiques supposent la connaissance d'un jeu infini de projections. Elles reposent sur le théorème de « coupe-projection » :

« La transformée de Fourier de la transformée de Radon de f(x,y) dans la direction θ est égale à la coupe suivant θ de la transformée de Fourier bidimensionnelle de la fonction f(x,y) ».

$$\mathcal{F} \circ \mathcal{R}_\theta \{f\}(\nu_\rho) = \mathcal{F}_2 \{f\}\Big|_{\substack{\nu_x = \nu_\rho \cos\theta \\ \nu_y = \nu_\rho \sin\theta}} \tag{6-9}$$

Où $\omega_\Diamond$ est la variable fréquentielle associé à la variable spatiale $\Diamond$.

Inversion par passage à la TF – Ce théorème permet de dégager une première méthode d'inversion simple, du moins dans son concept : il suffit de remplir le spectre de Fourier de l'image avec les TF des projections, puis de calculer la TF inverse du spectre réalisé. En pratique, le fait de travailler avec des données discrètes pose beaucoup de problèmes. Fessler [FES03] montre qu'il est toutefois possible d'obtenir de bons résultats à condition d'utiliser un maillage non-uniforme dans le plan de Fourier. En revanche, l'algorithme de TF rapide n'est plus applicable et le temps de reconstruction est important.

Inversion par rétroprojections filtrées – L'expression de l'inversion par rétroprojections filtrées (FBP) est basée sur l'expression de la transformée de Fourier 2D inverse :

$$f(x,y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F}_2 \{f\}(\nu_x, \nu_y) e^{2i\pi(\nu_x x + \nu_y y)} d\nu_x d\nu_y \tag{6-10}$$

Par changement de variable en coordonnées polaires, on obtient :

$$f(x,y)=\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{0}^{2\pi}\mathfrak{F}_2\{f\}\left(\nu_\rho\cos\theta,\nu_\rho\sin\theta\right)e^{2i\pi\nu_\rho(x\cos\theta+y\sin\theta)}\left|\nu_\rho\right|d\rho d\theta \tag{6-11}$$

En utilisant le théorème « coupe-projection », on obtient l'expression de la FPB :

$$f(x,y)=\frac{1}{4\pi^2}\int_{0}^{2\pi}\left(\int_{-\infty}^{+\infty}\mathfrak{F}\{R_\theta\}\left(\nu_\rho\right)e^{2i\pi\nu_\rho\rho}\left|\nu_\rho\right|d\nu_\rho\right)\cdot d\theta \tag{6-12}$$

Pour mieux formaliser cette expression, deux opérateurs sont définis : l'opérateur de rétroprojection $\mathfrak{B}$ et l'opérateur de filtrage $\mathfrak{V}$, ce qui conduit à la relation $\mathfrak{R}^{-1}=\mathfrak{B}\circ\mathfrak{V}$.

$$\mathfrak{B}: g(\rho,\theta)\to f(x,y)=\int_{0}^{2\pi}g(x\cos\theta+y\sin\theta,\theta)\,d\theta \tag{6-13}$$

$$\mathfrak{V}: f(\rho,\theta)\to g(\rho,\theta)=f*h(\rho,\theta)\qquad \text{avec } \mathfrak{F}\{h\}=\left|\omega_\rho\right| \tag{6-14}$$

Les opérations de rétroprojection et de filtrage peuvent être interverties (l'opération de filtrage opérant alors dans le domaine 2D). La reconstruction par FBP est la méthode la plus employée en tomographie 2D.

Inversion par transformée de Hilbert – En réécrivant l'équation (6-12), on peut faire apparaître la transformée de Hilbert, définie ci-après :

$$f(x,y)=\frac{1}{4\pi}\int_{0}^{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}-j\pi\,\mathrm{sgn}\left(\nu_\rho\right)\left[-j\nu_\rho\mathfrak{F}\{R_\theta\}\left(\nu_\rho\right)\right]e^{2i\pi\nu_\rho\rho}d\nu_\rho d\theta \tag{6-15}$$

$$\mathfrak{H}: f(\rho,\theta)\to g(\rho,\theta)=\int_{-\infty}^{+\infty}-j\pi\,\mathrm{sgn}\left(\nu_\rho\right)f(\rho,\theta)e^{2i\pi\nu_\rho\rho}d\nu_\rho \tag{6-16}$$

L'équation (6-17) est une autre expression de la transformée de Radon inverse :

$$\mathfrak{R}^{-1}=\mathfrak{B}\circ\mathfrak{H}\circ\frac{d}{d\rho} \tag{6-17}$$

Bilan - La figure 6-9 résume les quatre méthodes d'inversion vues dans cette section. En pratique, les données TDM sont discrètes ce qui introduit des distorsions dans le calcul. L'effet le plus notable a pour origine la discrétisation du nombre d'angles de projection : c'est « l'effet étoile » (figure 6-10).

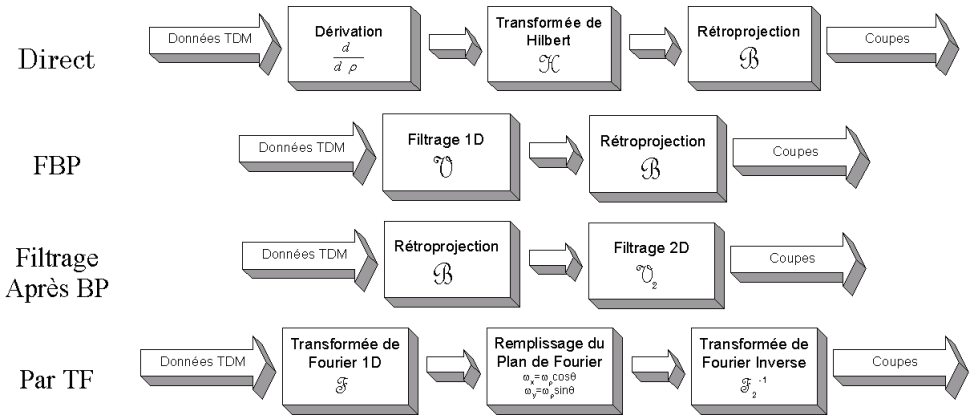


Fig. 6-9. Bilan des méthodes analytiques

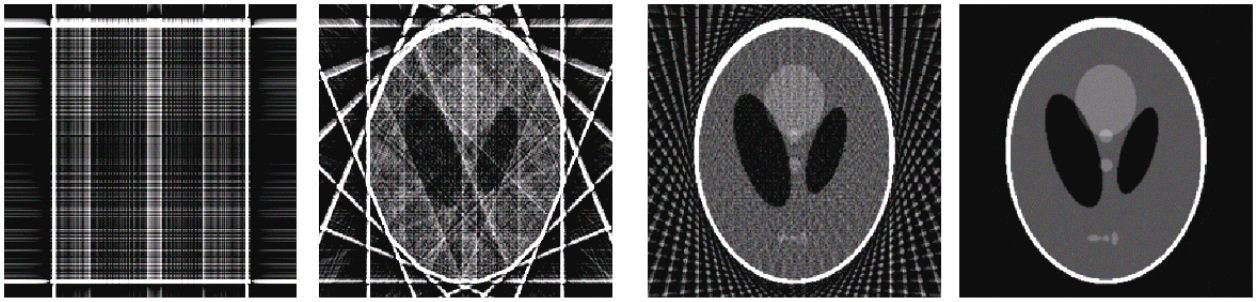


Fig. 6-10. L'effet « étoile » apparaissant lorsque le nombre d'angles de reconstruction N est trop faible.

Méthodes algébriques

Les méthodes algébriques tiennent directement compte de la discrétisation des données (mesures et images reconstruites sont discrètes). L'opération de transformée de Radon est vue comme une application linéaire entre un vecteur $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ de points de l'image et un vecteur $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ de points du sinogramme. Le passage d'un espace à l'autre se fait par l'intermédiaire de la matrice de projection $\mathbf{A} \in M_{n,m}(\mathbb{R})$ associée à l'application « transformée de Radon » de $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$.

$$\mathbf{y} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \tag{6-18}$$

Lorsque $m > n$, il y a plus d'équations que d'inconnues. On dit que le système est surdéterminé et il n'a pas de solution exacte. On cherche alors un vecteur **x'** qui s'approche le plus du **x** réel par minimisation d'un critère d'erreur (le plus souvent, les moindres carrés). Inversement, lorsque $n > m$, le système est sousdéterminé, et le nombre de solutions est infini, ce qui pose des problèmes de convergence de la solution. Dans ce cas, des techniques de régularisation (CGM, ILST, …) sont utilisées pour assurer la convergence vers la solution escomptée [KAK01].
L'inversion de la transformée de Radon consiste à déterminer l'inverse de **A**. Ceci ne peut se faire par des méthodes classiques car, d'une part, **A** est rarement carrée, et d'autre part, même si **A** était carrée, elle ne serait pas nécessairement inversible et dans tous les cas, au vue de la taille des matrices, le temps de calcul serait démesuré. On a donc recours à des méthodes itératives : l'image obtenue à la i^{eme} itération est la somme de l'image i-1 et de la rétroprojection d'une fonction d'erreur calculée à partir du sinogramme mesuré et des sinogrammes des images obtenues aux itérations précédentes.

$$\mathbf{x}^{(i)} = \mathbf{x}^{(i+1)} + \mathrm{A}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\varepsilon}^{(i-1)} \tag{6-19}$$

On peut montrer que l'application canonique de $\mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$ associée à la matrice $\mathbf{A^T}$ est l'opération de rétroprojection [KAK01]. Les méthodes les plus classiques sont les suivantes.

La méthode ART – La méthode ART (Algebraic Reconstruction Technique) a été introduite dans les années 70 [GOR70,HER71]. A chaque itération, une seule projection est utilisée pour calculer le vecteur d'erreur. La matrice $\boldsymbol{\varepsilon}^{(i)}$ s'écrit donc :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_k^{(i)} = \begin{cases} \mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x} & k \in [\![pq-1 \ldots (p+1)q]\!] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{6-20}$$

Où p est le numéro de la projection utilisée et q est la taille d'une projection.

Ainsi, le temps de calcul d'une itération est très court. En contrepartie, le nombre d'itérations nécessaires à la convergence est important. Le choix de l'ordre de la séquence des projections utilisées est capital : prendre les projections dans l'ordre

conduit par exemple assurément à une erreur de calcul [TOF96]. Une méthode peu contraignante et efficace consiste à prendre les projections dans un ordre aléatoire. Ramakrishnan montre également que l'on peut optimiser le temps de convergence par orthogonalisation de la matrice [RAM79].

La méthode SIRT – La méthode SIRT (Simultaneous Iterative Reconstruction Technique) a été présentée en 1972 [GIL72]. Cette méthode se différentie de l'ART en utilisant toutes les projections à chaque itération. Le temps de calcul d'une itération, ainsi que le temps de calcul global (malgré un nombre plus réduit d'itérations nécessaires) augmente. En contrepartie, l'image reconstruite est plus fidèle.

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{(i)} = \mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}^{(i)} \tag{6-21}$$

La méthode PIRT – La méthode PIRT (Projection Iterative Reconstruction Technique) a une approche différente : plutôt que de tenter de reconstruire l'image dont le sinogramme se rapproche de celui mesuré, on vise à construire des sinogrammes **t** dont la rétroprojection simple approche l'image à reconstruire [TLU95]. L'équation d'une itération pour cette méthode s'écrit :

$$\mathbf{t}^{(i)} = \mathbf{t}^{(i-1)} + \mathbf{y} - \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{t}^{(i-1)} \tag{6-22}$$

L'image reconstruite est obtenue par simple rétroprojection sur la matrice **t** calculée. L'avantage principal de cette méthode est qu'elle permet de changer l'état du système d'équation : un système surdéterminé devient sousdéterminé et inversement.

Autres méthodes – D'autres méthodes existent, telles que les méthodes MART (Multiplicative ART), SART (Simultaneous ART, [AND84]), EM (Expectation Maximisation), MLR (Maximum Likehood Reconstruction), etc …

Les méthodes algébriques sont réputées pour être, le plus souvent, plus efficace en terme de qualité d'image que les méthodes algébriques. En contrepartie, le temps de calcul est beaucoup plus long. Dans le cas de l'algorithme SIRT, par exemple, la complexité d'une itération est équivalente à celle du calcul complet avec les méthodes analytiques.

6.2.4. Méthodes d'inversion en géométrie quelconque

Les méthodes de reconstruction d'images en géométrie quelconque sont similaires aux méthodes d'inversion de la transformée de Radon. Il en existe de trois types :

- *Les méthodes analytiques*. Elles consistent à inverser mathématiquement l'équation modélisant le système d'acquisition. Exemple : rétroprojections filtrées pondérées (WFBP, [BRA67]), méthode Feldkamp (FDK, [FEL84]).
- *Les méthodes algébriques*. Les méthodes algébriques sont une simple adaptation des méthodes classiques. Seule la matrice **A** diffère d'un cas à un autre.
- *Les méthodes par recombinaison.* Les méthodes par recombinaison consistent à réordonner les acquisitions obtenues avec la géométrie du scanner de manière à approcher celles que l'on aurait obtenues avec une géométrie 2D en parallèle. Les méthodes d'inversion de la transformée de Radon précédentes s'appliquent alors. Par exemple, la figure 6-11 illustre la recombinaison d'une géométrie *fan-beam* vers une géométrie parallèle. Les rayons S_1C_1 et S_1C_1' appartiennent à la même projection dans cette géométrie, mais on peut aussi considérer que S_1C_1' appartiennent à la même projection virtuelle en rayons parallèles que S_2C_2. Exemple classique : ASSR pour les scanners hélicoïdaux [KAC01].

Trois méthodes de reconstruction spécifiques aux géométries présentées précédemment sont décrites en annexe B : l'algorithme WFBP pour la géométrie à faisceaux éventails, l'algorithme Feldkamp pour la géométrie à faisceaux coniques et l'algorithme ASSR pour la géométrie hélicoïdale.

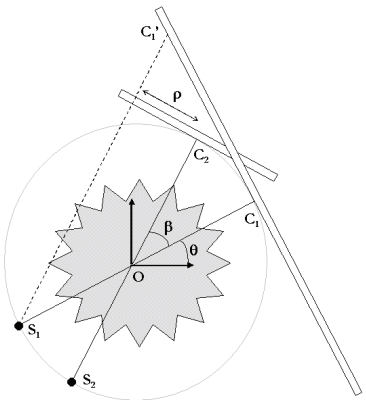


Fig. 6-11. Illustration de la recombinaison fan beam vers parallel beam.

6.3. Présentation du travail

La théorie sur les méthodes de reconstruction d'images étant établie, notre travail peut être ciblé de manière plus précise. L'étude se limitera aux reconstructions par des méthodes analytiques, ou aux méthodes par recombinaison utilisant la transformée de

Radon inverse analytique. Ce choix se justifie par le fait que, d'une part, les méthodes analytiques sont plus rapides et que d'autre part, l'optique introduisant du bruit, les algorithmes itératifs peuvent rencontrer des problèmes de convergences s'ils étaient implantés sur un processeur optique. Dans le cas des algorithmes analytiques, le calcul peut presque toujours se décomposer, en six étapes :

0. Acquisition des projections.
1. Corrections (corrections géométriques, suppression du FPN et du PRNU, etc).
2. Recombinaison des données, si nécessaire.
3. Calcul des logarithmes.
4. Filtrage des projections.
5. Rétroprojection.
6. Interpolation entre les coupes reconstruites, si nécessaire...

L'étape de correction peut se faire « à la volée », en parallèle des acquisitions, de même que l'étape de recombinaison, si elle est implémentée de manière systématique, par l'intermédiaire de mémoires associatives, par exemple. Les étapes 3 et 4 peuvent elles aussi être exécutées en parallèle. En revanche, la rétroprojection nécessite la connaissance de toutes les projections filtrées. De même, le calcul d'interpolation se fait une fois que toutes les coupes ont été reconstruites. Compte tenu de ces remarques, on peut exprimer le temps de reconstruction global de la manière suivante :

$$t_{rec} = \max\left(t_0, t_1, t_2, t_3, t_4\right) + t_5 + t_6 \tag{6-23}$$

Il apparaît que pour le premier terme, l'étape la plus longue est l'acquisition juste devant l'étape de filtrage [BRA05]. La première partie de notre étude, présentée au chapitre 7, concerne les possibilités d'accélération du filtrage des projections sur un corrélateur optique. Deux géométries sont considérées : « *parallel beam 2D* » et « *cone beam 3D* ». La deuxième partie concerne l'opération de rétroprojection qui est séquentielle et par conséquent très coûteuse en temps de calcul. L'implantation de cet opérateur sur un processeur optique (chapitre 8) permet non seulement de réduire le temps de calcul t_5, mais surtout de rendre l'opération parallélisable avec les étapes de 0 à 4. Cette étude sera appliquée à un algorithme de reconstruction d'images issues d'un scanner hélicoïdal, l'ASSR [KAC01], pour lequel une architecture hybride optimisée et adaptée est proposée.

Chapitre 7
Filtrage optique appliqué aux algorithmes de reconstruction

La première des deux applications du traitement optique à l'imagerie médicale présentées dans ce mémoire concerne le filtrage par voie optique des projections dans le cadre de l'algorithme de transformée de Radon inverse 2D ou 3D. Le système optique utilisé est un corrélateur optique de Vander Lugt (chapitre 2). Comme l'a montré le chapitre 3, l'implémentation d'un calcul de filtrage sur un processeur optique engendre, certes un gain substantiel en temps de calcul, mais en contrepartie une diminution de la qualité de l'image. S'il est relativement aisé d'évaluer numériquement le premier paramètre, la mesure de la qualité du traitement est beaucoup plus délicate, mais absolument essentielle pour valider le principe. L'utilisation, dans un premier temps, d'un modèle quasi-exact du processeur optique permet de mesurer l'erreur propre au traitement. Les résultats obtenus dans ces conditions correspondent au « meilleur cas ». Par la suite, d'autres imperfections sont ajoutées à notre modèle (défauts d'alignement par exemple). Dans la dernière partie, le principe est également validé expérimentalement.

7.1. Le filtrage

7.1.1. Propriétés du filtre utilisé

Le filtre utilisé dans le cadre des algorithmes FBP ou FDK est un filtre « rampe » (dont la réponse fréquentielle est en forme de rampe) :

$$H_{Ramp}\left(\nu_\rho\right) = \left|\nu_\rho\right| \tag{7-1}$$

H_{ramp} est un filtre de type passe-haut dont la réponse impulsionnelle est donnée sur la figure 7-1. En pratique, dans une image naturelle, la répartition fréquentielle est à l'inverse en $1/\omega_\rho$ et les hautes fréquences sont dominées par les composantes de bruit.

Le filtre rampe risque donc d'exacerber le bruit dans l'image reconstruite. Pour éviter cela, on utilise une fenêtre d'apodisation, le plus souvent une fenêtre de Hanning :

$$H_{Hanning}\left(\nu_\rho\right)=\begin{cases}0,5+0,5*\cos\left(\pi\dfrac{\nu_\rho}{\nu_{\rho\max}}\right) & \text{pour } \nu_\rho<\nu_{\rho\max}\\ 0 & \text{sinon}\end{cases} \qquad (7\text{-}2)$$

Selon l'application, d'autres fenêtres d'apodisation peuvent également être employées : Hamming, Sheep et Logan, Blackmann, etc. [GIL88]. L'effet de la fenêtre d'apodisation est illustré par la figure 7-1.

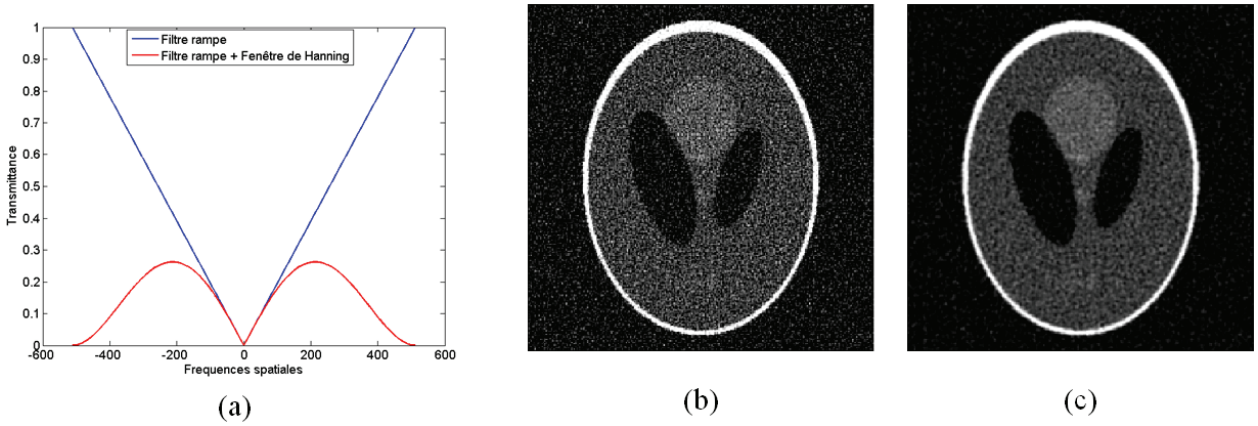


Fig. 7-1. Réponse fréquentielle du filtre rampe et du filtre apodisé (a). Les deux autres figures représentent la reconstruction par FBP d'un sinogramme bruité, traité avec un filtre rampe (b) et un filtre rampe apodisé par une fenêtre de Hanning (c).

Le filtrage peut être calculé de deux manières : soit dans le domaine de Fourier, en multipliant le filtre rampe, éventuellement apodisé, à la transformée de Fourier des projections, soit dans le domaine spatial par convolution directe entre les projections et la transformée de Fourier inverse du filtre. D'un point de vue temps de calcul, l'intérêt de l'une ou l'autre méthode dépend de la taille du masque de convolution nécessaire au filtrage. Les simulations (figure 7-2) font apparaître qu'un filtre à réponse impulsionnelle finie, même de très grand ordre (25 par exemple) ne permet pas d'obtenir un résultat probant. La méthode par passage à la transformée de Fourier est donc à privilégier, à la fois d'un point de vue temps de calcul et d'un point de vue qualité d'image.

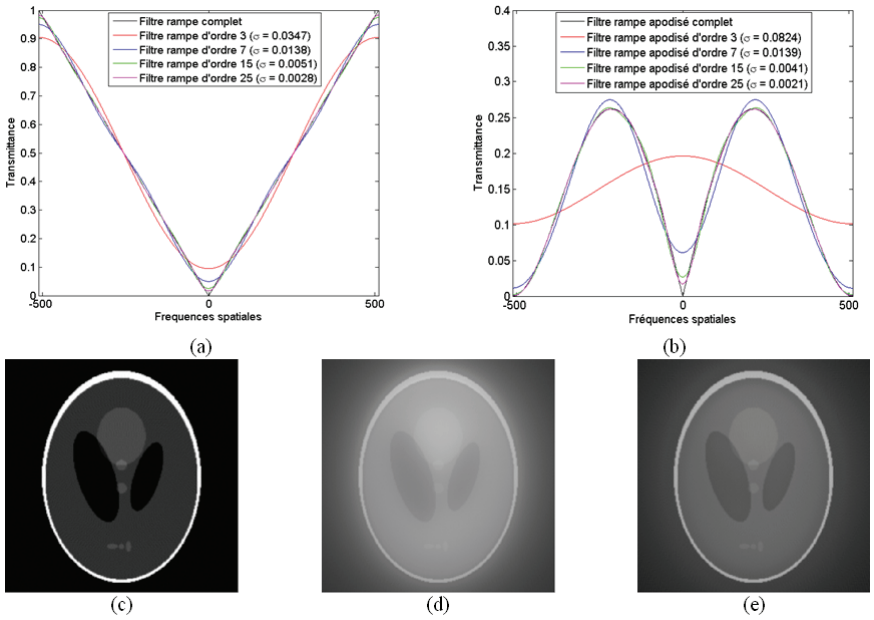


Fig. 7-2. Réponse fréquentielle du filtre rampe et du filtre apodisé à RIF (réponse impulsionelle finie) (a et b). Pour chaque ordre de filtre, l'écart quadratique moyen avec le filtre RII (à réponse impusionnelle infinie, en noir sur les graphes) est donné. Les images du bas représentent une reconstruction réalisée avec un filtre apodisé RII (c) et deux filtres RIF d'ordre 7 et 25.

7.1.2. Adaptation au filtrage optique

Le filtre rampe, qu'il soit apodisé ou pas, est de type passe-haut avec notamment $H(0) = 0$, ce qui revient à dire que la composante continue du résultat est nulle, ou encore que le résultat contient des valeurs positives et négatives. Or le résultat de l'opération réalisée par le corrélateur optique de Vander Lugt (voir au chapitre 2) est :

$$g = \left| f * h \right|^2 \tag{7-3}$$

Le corrélateur ne peut donc pas distinguer les valeurs positives et négatives, ce qui fausse complètement la reconstruction.

Pour contourner ce problème, une alternative consiste à décomposer le filtre rampe par une différence entre un filtre passe-tout et un filtrage passe-bas. On note $h'(x)=K–h(x)$ le filtre passe-bas associé au filtre rampe $h(x)$. Ce filtre devra remplir deux conditions pour que le filtrage puisse être calculé sur un processeur optique :

$$\forall x \in D_{h'} \quad h'(x) > 0 \tag{7-4}$$

$$\forall \nu_x \in D_{H'} \quad H'(\nu_x) > 0 \tag{7-5}$$

La condition (7-4) assure, par propriété de positivité du produit de convolution, que le résultat du filtrage est positif et (7-5) est indispensable car il est impossible d'afficher des filtres à valeurs négatives avec un SLM. Mathématiquement, les deux alternatives sont équivalentes.

La valeur de K doit être optimisée de manière à respecter les conditions (7-4) et (7-5) tout en exploitant au mieux la dynamique de codage des niveaux de gris offerte par le SLM dans le plan de filtrage. Dans le cas du filtre rampe simple, pour des raisons évidentes, il faut que la constante K, que l'on note alors K_r, vérifie $K_r > 1$ (condition (7-5)). De plus la réponse impulsionelle du filtre $K_r - h_r$ est positive dès lors que $K_r > 0{,}5$. Le filtre passe-bas h'_r associé au filtre rampe pur sera donc :

$$h_r'(x) = 1 - h_r(x) \tag{7-6}$$

Dans le cas du filtre rampe apodisé par une fenêtre de Hamming, il faut $K_h > 0{,}2623$ pour respecter (7-5) et $K_h > 0{,}19$ pour respecter (7-4). On choisira comme filtre passe-bas h'_h associé au filtre rampe apodisé :

$$h_h'(x) = 0.27 - h_h(x) \tag{7-7}$$

7.1.3. Rétroprojection filtrées ou filtrage après rétroprojections

Dans le cadre de l'algorithme FBP, le filtre rampe peut être appliqué de deux manières : soit dans le domaine 1D avant la rétroprojection soit dans le domaine 2D après la rétroprojection. Dans le cadre du traitement optique, il est plus avantageux d'utiliser la première solution qui permet d'augmenter artificiellement la dynamique du système d'acquisition. Ce point est rediscuté dans la section 7.3.

7.2. Intérêt du calcul optique

Supposons que le sinogramme est constitué de q projections de p valeurs. Sur un processeur numérique, l'algorithme de transformée de Fourier rapide ne fonctionne que pour des vecteurs dont la longueur est une puissance de 2. Il faut donc compléter chaque projection par des zéros (« *zero-padding* »), de manière à atteindre une longueur p', la première puissance de 2 supérieure à p. En pratique, pour réduire les effets du repliement spectral dans le domaine spatial, on prolonge souvent la séquence jusqu'à $2p'$ voire $4p'$. On augmente ainsi artificiellement la résolution fréquentielle du spectre des

projections. Le nombre d'opérations nécessaires au filtrage par voie numérique est (cf. chap. 3) :

$$q\left[10kp' \cdot \log_2\left(k \cdot p'\right) + 6kp'\right] \tag{7-8}$$

Où k est le coefficient de *zero-padding*.

Sur un processeur optique, le traitement des projections est massivement parallèle. La taille maximale des projections que l'on peut traiter, ainsi que le nombre de projections traitées en parallèle sont déterminés par la taille des éléments optoélectroniques. La transformée de Fourier étant analogique, l'interpolation entre les pixels est naturelle et le *zero-padding* n'est plus requis. Le nombre de passages N nécessaire au filtrage d'un sinogramme de q projections de p points avec un processeur optique composé d'afficheurs et de capteurs m^2 est $2\lceil q/m \rceil$[1]. Le facteur 2 vient du fait qu'il faut passer deux fois l'image, une avec un passe-tout et l'autre avec le filtre passe-bas associé au filtre rampe. Si le flux de données est continu, il est possible de traiter, sur un passage, des projections en provenance de différents sinogrammes. On parle d'un mode « burst » et on peut écrire : $N = 2q/m$.

La comparaison entre les temps de calculs par voie optique et par voie numérique est donnée dans le tableau 7-1 (les temps de références correspondent à ceux énoncés au chapitre 3 et 4). Le gain en temps de calcul en fonction de la taille de la projection obéit à une loi quasi-linéaire :

$$G(N) = k \cdot N \cdot \log_2(N) \tag{7-9}$$

Où k est un coefficient à calculer à partir d'une mesure de référence. Celui-ci varie en fonction des caractéristiques du processeur optique (taille, cadence) et du calculateur numérique choisi pour référence.

L'utilisation d'un processeur optique permet, dans le pire des cas, un gain en temps de calcul de l'ordre de 20 par rapport à un DSP et 44 par rapport à un PC actuel pour des projections de taille supérieure à 512 points. L'intérêt d'utiliser un système optique augmente avec la taille des projections (figure 7-3).

[1] $\lceil x \rceil$ est le plus petit entier supérieur à x. Le système n'est opérationnel qu'à condition que $p<m$.

	DSP fixed-point[2] *TMS320C64+ @ 1GHz*	**DSP floating-point**[1] *ADSP-TS201*	**PC**[3] *Pentium 4 @ 3,6 GHz*	**Processeur optique**[4] *512² @ 4kHz*	**Processeur optique**[5] *1024² @ 1kHz*	**Processeur optique**[4] *4096² @ 60Hz*
256 x 256	0,5	2	4,5	0,25	0,5	2
512 x 512	2,3	9	19,9	0,5	1	4
1024 x 1024	10	40	88		2	8
367 x 360	1,6	6,3	13,8	0,33	0,7[8]	3
729 x 720	7,1	28,1	61,8		1,4[8]	5,6
729 x 1080	10,6	42,1	92,6		2,10[8]	4,2
672 x 1160[6]	11,4	45,3	99,66		2,26[8]	4,52
2400 x 2400[7]	45	180	396			16,6
729 x 1080[8]	17,3	92,7	203,9		1,05[8]	1,05
672 x 1160[7]	24,9	99,6	219,12		1,13[8]	1,13
2400 x 2400[7]	99	396	817			16,6

Tab. 7-1. Temps de calcul du filtrage dans l'algorithme FBP pour différents systèmes. Les temps de calcul sont donnés en millisecondes.

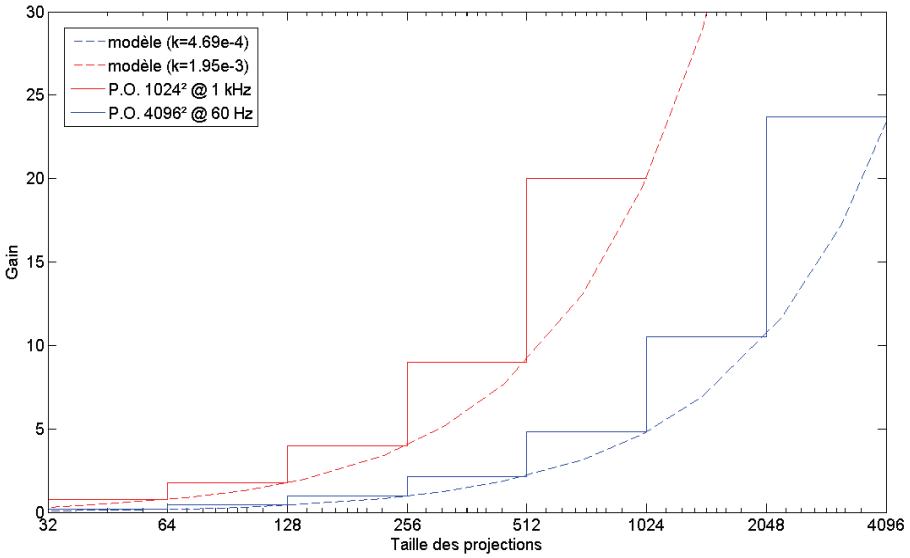


Fig. 7-3. Gain en temps de calcul en fonction de la taille des projections.

7.3. Simulations

Après l'accélération apportée par l'optique, il faut également mesurer la perte de qualité de traitement. Dans un premier temps, l'estimation sera faite à l'aide de simulations réalisées sous MATLAB et pour deux configurations classiques : la géométrie 2D parallèle et la géométrie 3D à faisceaux coniques. Les premiers résultats sont obtenus avec le modèle « quasi-idéal » du processeur optique. Celui-ci prend en compte toutes les

[2] Valeurs théoriques - Calculées avec des formules fournies par [TI] et [AD]
[3] Valeurs estimées à partir des benchmarks [FFT]
[4] Cas du processeur optique réalisé par Ewing et al. [EWI04] – mode burst
[5] Processeur optique accessible avec les limites des technologies actuelles (limitations intrinsèques et débits) – mode burst.
[6] Données classiques pour des scanners hélicoïdaux [SIE]
[7] Données classiques issues des scanners cone-beam du petit animal classique [BRA05,HAM]
[8] Avec un zéro-padding de 2

distorsions inhérentes au passage par voie optique mais exclut celles inhérentes à la réalisation du processeur optique (speckle, défauts d'alignements).

7.3.1. Mesures de la qualité de traitement

Différentes méthodes de mesure de la qualité entre deux images ont été exposées au chapitre 3. Dans ce chapitre, on utilise le plus souvent l'écart quadratique moyen (MSE), à condition que celui-ci ait un sens, c'est-à-dire lorsque les trois conditions suivantes sont vérifiées : l'histogramme de l'erreur doit avoir un profil gaussien, une distribution spatiale uniforme et la zone de calcul du MSE doit se limiter à la zone d'intérêt de l'image. Le MSE sera exprimé en pourcentage par rapport à la dynamique totale de l'image.

La qualité des images est mesurée juste après le filtrage, puis après application de l'opération de rétroprojection. La deuxième mesure est intéressante dans la mesure où, d'une part, elle donne la qualité du résultat final et d'autre part, elle permet de caractériser en partie le bruit introduit par filtrage. En effet, notons $P_f(\rho,\theta)$ les projections filtrées numériquement et $\widetilde{P_f}(\rho,\theta)$ celles filtrées optiquement. La distorsion introduite par l'optique peut être considérée comme une image de bruit $N(\rho,\theta)$:

$$\widetilde{P_f}(\rho,\theta) = P_f(\rho,\theta) + N_P(\rho,\theta) \tag{7-10}$$

Où $N(\rho,\theta)$ est la fonction de distorsion assimilable à un bruit.

Si on applique alors l'opération de rétroprojection (en notant respectivement $f(x,y)$ et $f'(x,y)$ les images reconstruites à partir des données numériques et optiques), on obtient :

$$\widetilde{f}(x,y) = f(x,y) + \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} N(x\cos\theta + y\sin\theta,\theta)d\theta \tag{7-11}$$

Soit en discrétisant :

$$\begin{aligned}\widetilde{f}(n_1,n_2) &= f(n_1,n_2) + \frac{1}{q}\sum_{\theta_k=0}^{q} N_P(\Delta x\cdot n_1\cos\theta_k + \Delta y\cdot n_2\cdot\sin\theta_k,\theta_k) \\ &= f(n_1,n_2) + N_f(n_1,n_2)\end{aligned} \tag{7-12}$$

D'après la théorie statistique sur l'accumulation des bruits (voir Annexe A), $\sigma_{N_f} \leq \sigma_{N_p}$. En particulier, si pour les différentes projections filtrées, le bruit est très corrélé, on a $\sigma_{N_f} \approx \sigma_{N_p}$. Si au contraire ce bruit est indépendant, on a $\sigma_{N_f} \approx \sigma_{N_p} \Big/ \sqrt{q}$. Le bruit après rétroprojection est donc systématiquement inférieur à celui sur les projections filtrées. C'est pour cette raison que l'on préfère utiliser la rétroprojection après filtrage.
Les résultats obtenus en simulation ou expérimentaux sont comparés aux images reconstruites par calcul numérique, même si dans les cas des données synthétisées on a connaissance de l'image initiale, afin de ne pas tenir compte des distorsions introduites par la méthode de reconstruction.

7.3.2. Modèles « quasi-idéal » du processeur optique

Le modèle quasi-idéal du processeur optique prend en compte les effets suivants :

- L'échantillonnage dans le plan d'entrée, de Fourier et de sortie. Ceci se fait de manière naturelle car le simulateur travaille avec des points discrets.
- La quantification des niveaux dans le plan d'entrée.
- La quantification des niveaux dans le plan de filtrage.
- La quantification des niveaux dans le plan de sortie
- L'acquisition quadratique dans le plan de sortie.

Il peut être schématisé par le diagramme de la figure 7-4, composé des blocs suivants :

① modélise l'affichage sur le SLM d'entrée. Les données, en virgule flottante, sont quantifiées sur n_{in} bits.

② est l'une des deux branches qui applique le filtre passe-bas associé au filtre rampe, apodisé ou non aux projections. Le filtre est codé sur des niveaux quantifiés n_{fil} bits.

③ modélise l'acquisition quadratique.

④ modélise la quantification des niveaux de gris sur la caméra. On supposera que la caméra puisse distinguer n_{out} bits.

⑤ modélise le calcul de la racine carrée sur l'image acquise. Comme on travaille avec des niveaux de gris discrets, on utilise une table de correspondance (ou *look-up table,* LUT) plutôt qu'un calcul analytique des racines carrées. Cette table prend en entrée une adresse, correspondant aux niveaux de gris acquis, codée sur n_{out} bits et retourne une valeur codée sur n_{sqrt} bits. Le choix de n_{sqrt} est discuté par la suite.

⑥ correspond au calcul de la différence entre l'image acquise non filtrée et l'image calculée avec le filtre le passe-bas associé au filtre rampe.

⑦ permet le calcul du sinogramme filtré numériquement. Les données sont échantillonnées mais les calculs sont effectués avec des nombres à virgule flottante.

⑧ est le premier point de comparaison entre les sinogrammes filtrés obtenus par voie optique et numériquement.

⑨ modélise la rétroprojection, calculée numériquement avec des nombres à virgule flottante.

⑩ est le second point de comparaison entre les images reconstruites à partir des sinogrammes filtrés optiquement et numériquement.

Le modèle quasi-idéal est complété afin de tenir compte du speckle, modélisé par un bruit multiplicatif [DAI75] :

$$f_{spe}(x,y) = N(x,y) \cdot f(x,y) \tag{7-13}$$

Où $N(x,y)$ est la fonction de speckle.

Des mesures expérimentales, dans la configuration du processeur optique que l'on a réalisé, ont montré que la distribution $N(x,y)$ peut être modélisée par une loi normale, centrée autour de 1 et d'écart type 0,1. La répartition spatiale du speckle peut être considérée comme fixe à condition de ne pas introduire de variation locale de phase dans le montage. Dans le cadre du processeur optique, l'image affichée par le SLM dans le plan de filtrage change entre l'image non-filtrée et l'image filtrée passe-bas. La phase reste fixe à condition d'utiliser un SLM sans couplage entre la phase et l'amplitude (ce qui n'est pas le cas de celui utilisé dans notre prototype). Dans ce cas, le calcul de la différence entre les deux images (assez proches en général) réduit naturellement ce bruit.

7.3.3. Cas 2D à faisceaux parallèles

Dans le cadre de la géométrie 2D à faisceaux parallèles, l'algorithme de transformée de Radon inverse par rétroprojections filtrées s'applique directement. Les paramètres utilisés pour la simulation de l'architecture correspondent aux possibilités qu'offrent les interfaces optoélectroniques actuelles : image et filtre générés codés sur 8 bits [BNS], image acquise codée sur 10 bits [MIC]).

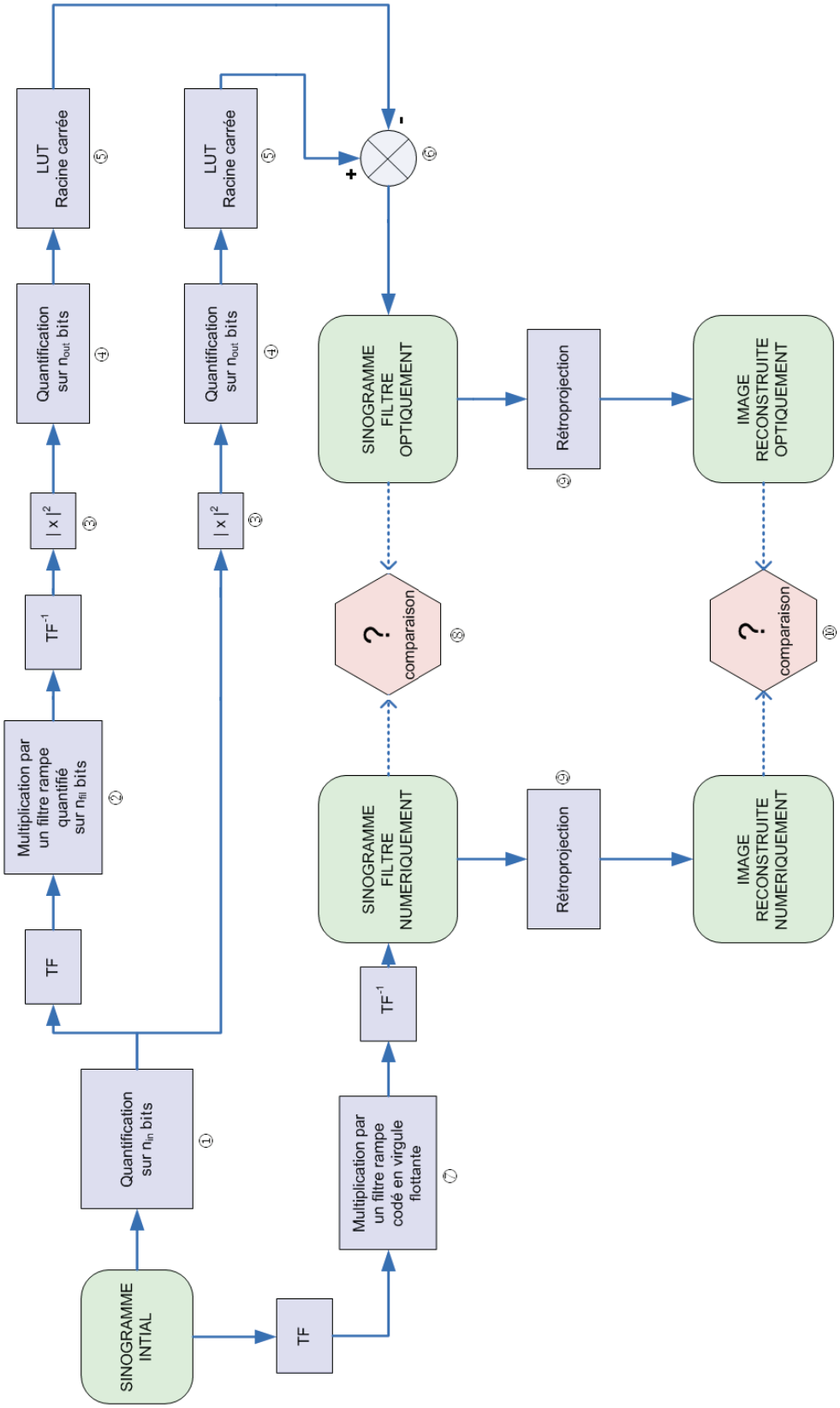


Fig. 7-4. Modèle « quasi-idéal » du processeur optique

Etude du filtrage seul

Pour cette partie, le jeu de données correspond à une image clinique réelle (Fig. 7-6a). Il s'agit d'une coupe abdominale d'un patient sur laquelle on distingue un certain nombre de tissus osseux (vertèbres et côtes) et une masse grise représentant le foie. Sur cette image, l'information médicale utile au praticien est la tâche sombre dans le foie qui témoigne de la présence d'une tumeur. La figure 7-5a correspond au sinogramme filtré par voie optique. Le niveau de gris moyen sur l'image (128) correspond aux valeurs nulles du sinogramme. Le contraste a été augmenté pour des raisons de visualisation et seuls les niveaux entre -64 et +64 sont représentés alors que la dynamique totale s'étend de –128 à +128. La figure 7-5b représente la distribution de l'écart absolu entre les images filtrées par voie optique et numérique. L'écart maximal observé est de 45 niveaux de gris (8,8 % de la dynamique totale) et l'écart quadratique moyen est de 4,23 niveaux (0,8% de la dynamique globale). L'histogramme de la différence a un profil gaussien. Si l'on se concentre sur la partie centrale du sinogramme (entre la bordure supérieure et la bordure inférieure pour lesquelles l'écart est très important), la distribution spatiale de l'erreur est quasi-uniforme. Dans cette zone (correspondant pour cette application à la zone d'intérêt), l'écart maximal tombe à 12 niveaux de gris et l'écart quadratique moyen à 1,3 niveaux. Le rapport signal à bruit (SNR) de l'image filtrée optiquement vaut donc 10,6 dB sur toute l'image et 20,3 dB dans la région d'intérêt. D'après la théorie de la quantification [OPP99], rappelée en Annexe A, le rapport entre le SNR et le nombre de bits équivalents sur une image est donné par :

$$SNR_{dB} = 6N + 10.8 - 20\log_{10}\left(\frac{D}{\sigma_x}\right) \tag{7-14}$$

Où 2^N est le nombre de niveaux séparables, D est la dynamique de l'image (nombre total de niveaux accessibles) et σ_x est l'écart-type des niveaux de gris de l'image.

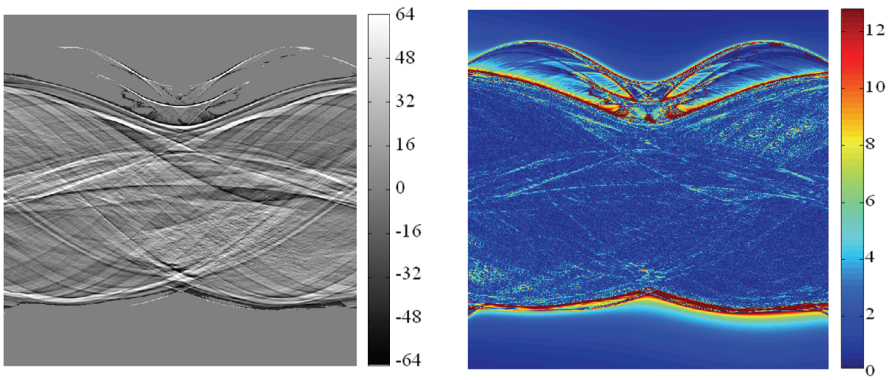


Fig. 7-5. Simulation du filtrage optique dans le cadre de l'algorithme FBP.

Dans notre cas, *N=6*, ce qui signifie que l'on dispose de 64 niveaux de gris accessibles sur l'image.

Etude après rétroprojection

La figure 7-6 représente les résultats de simulation après rétroprojection. Les mesures déduites de ces simulations sont consignées dans le tableau 7-2.

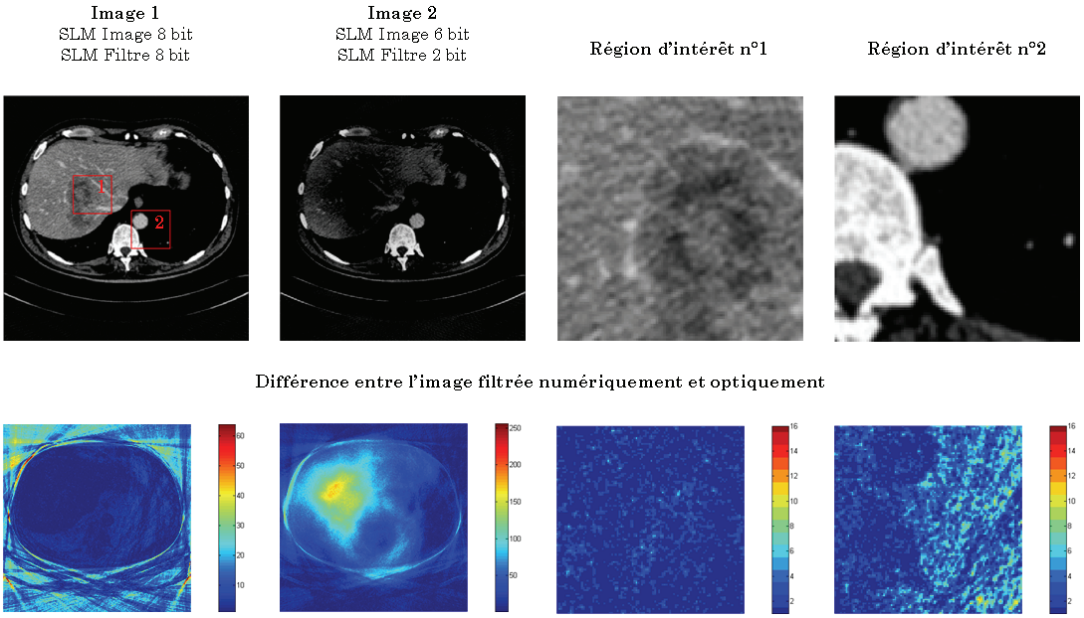


Fig. 7-6. Simulation de la reconstruction par FBP avec filtrage optique.

	Image 8bit – 8 bit	**Image 6 bit – 2 bit**	**ROI 1**	**ROI 2**
Ecart maximal (lsb)	92	240	7,8	9
Ecart quadratique moyen (lsb)	8,9	14,5	0,96	1,11
SNR_{dB}	15,2	11,0	29,1	36,1

Tab. 7-2. Etude statistique de la qualité de l'image dans le cadre de l'algorithme FBP optique.

L'approche statistique utilisée ici n'a de sens que si la distribution des pixels sur l'image peut s'apparenter à une variable aléatoire ajoutée au signal. En particulier, l'image de bruit ne doit pas être texturée. C'est le cas dans les deux zones d'intérêt. Dans les deux autres cas, l'estimateur statistique utilisé est biaisé. Comme prévu, la rétroprojection a permis d'augmenter d'un ordre de grandeur le rapport signal à bruit sur l'image. Le nombre de niveaux accessibles, au sens du bruit de quantification, n'a pour sa part pas augmenté (*N*=6.25 soit 75 niveaux accessibles). L'augmentation du SNR est

essentiellement due à l'augmentation de la puissance du signal de l'image. Quelques autres remarques s'imposent :

- L'utilisation d'un SLM à forte dynamique dans le plan d'entrée est indispensable. La dynamique dans le plan de filtrage semble cependant moins critique (Fig 7-7).
- En toute rigueur, si on souhaite conserver une échelle de niveaux de gris linéaire en sortie de la LUT calculant la racine carrée, il faudrait réduire de moitié le nombre de bits servant au codage des pixels ($n_{sqrt} = n_{out}/2$). En pratique on utilise plus de bits. Ceci a pour conséquences d'introduire, en bas de l'échelle de niveaux de gris, des plages fantômes (des valeurs de niveaux de gris qui ne seront jamais atteintes, Fig 7-11). En contrepartie, en haut de l'échelle, la résolution est améliorée. Il apparaît que pour notre cas, il est intéressant d'utiliser un codage sur 8 bits. Au-delà, le gain en terme de SNR devient négligeable (Fig 7-7).
- L'augmentation du nombre de projections permet d'améliorer le rapport signal à bruit mais le modèle en $\sqrt{k}$ n'est pas vérifié. Cela témoigne d'un certain degré de corrélation dans le bruit issu du filtrage optique (Fig 7-7).
- Si le speckle est spatialement fixe entre deux images, il s'élimine naturellement en quasi totalité lorsque l'on calcule la différence entre deux images car les niveaux de gris sont le plus souvent assez proches. En revanche, si la distribution spatiale est aléatoire, ce phénomène peut avoir des conséquences dramatiques (Fig 7-7).

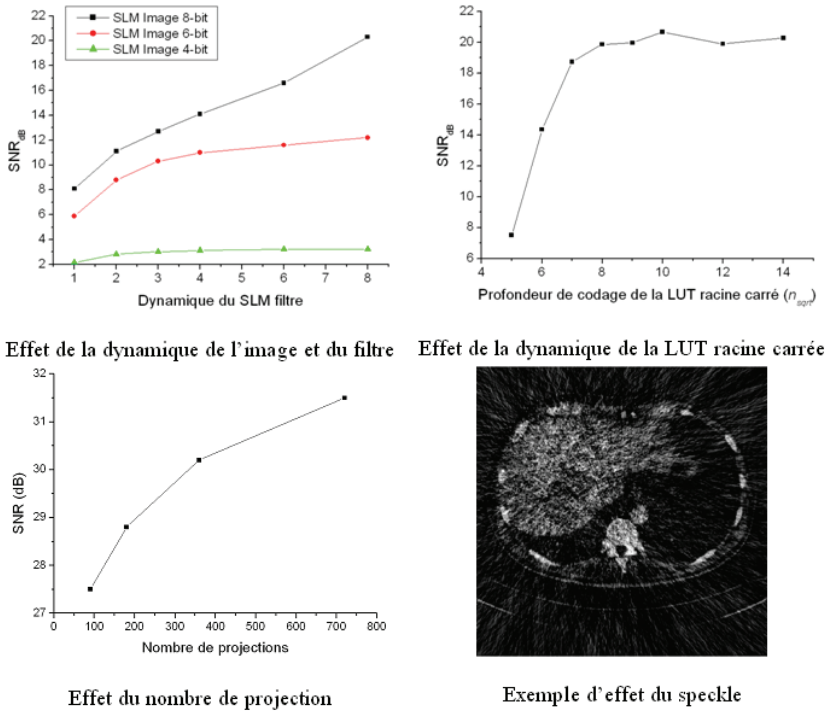


Fig. 7-7. Résultats complémentaires concernant la reconstruction par FBP avec filtrage optique.

7.3.4. Cas 3D à géométrie conique

Dans le cadre de la géométrie 3D à faisceau conique, on utilise des algorithmes plus complexes. L'algorithme FDK mis au point en 1984 et détaillé en annexe B reste encore le standard [BRA05]. On trouve deux différences par rapport à l'algorithme FBP : le filtrage est précédé d'une étape de pondération et la rétroprojection se fait dans un volume et non sur un plan. Le modèle quasi-idéal du système de filtrage optique reste valable. L'étude est effectuée sur deux fantômes de Shepp et Logan synthétisés [KAK01] dont quelques coupes sont données sur les figures 7-9 et 7-10 : les deux images possèdent la même structure mais le contraste varie. La qualité du traitement numérique est mesurée après filtrage par un critère statistique, puis après rétroprojection. Dans ce cas, l'analyse statistique sera complétée par une mesure contextuelle (recherche des textures de l'image initiale par segmentation puis mesure du taux d'erreur). Le volume de l'image initiale est limité à 128 x 120 x 100 voxels, réduisant ainsi le temps de calcul à 10 minutes par simulation. Le processeur optique est simulé dans sa configuration optimale : 8 bits dans le plan d'entrée, 8 dans le plan de filtrage, 10 en sortie et la LUT racine carrée est codée sur 10 bits également.

Etude après filtrage

L'image différence fait apparaître des écarts très faibles entre les données obtenues numériquement et optiquement. Le rapport signal à bruit, valable uniquement dans la région d'intérêt (ROI), c'est-à-dire dans le centre de l'image, est sensiblement le même que dans le cas 2D (env. 20dB).

Etude après rétroprojection

Les résultats après rétroprojection sont donnés sur la figure 9, dans le cas d'un fantôme de Shepp-Logan contrasté et sur la figure 10 dans le cas du fantôme original [KAK01]. On observe sur les reconstructions numériques les distorsions introduites par l'algorithme FDK. La qualité du filtrage est mesurée après segmentation. Les seuils sont adaptés à l'un ou l'autre cas. Pour le premier fantôme, le taux d'efficacité de segmentation entre les filtrages optiques et numériques est très proche de 1. L'erreur quadratique moyenne, dans la zone d'intérêt, est comprise entre 0,5% et 2% selon la coupe étudiée. Le rapport signal à bruit sur la zone centrale est sensiblement le même que celui après filtrage.

On constate une fois de plus que le maximum de l'erreur se trouve en bordure de la zone d'intérêt, dans les zones sombres de l'image. Le deuxième fantôme est intéressant dans

la mesure où il renseigne sur les capacités du processeur optique à distinguer de faibles variations de niveaux (typ. 1 niveau de gris sur 256 comme l'indique les profils verticaux de la figure 10).

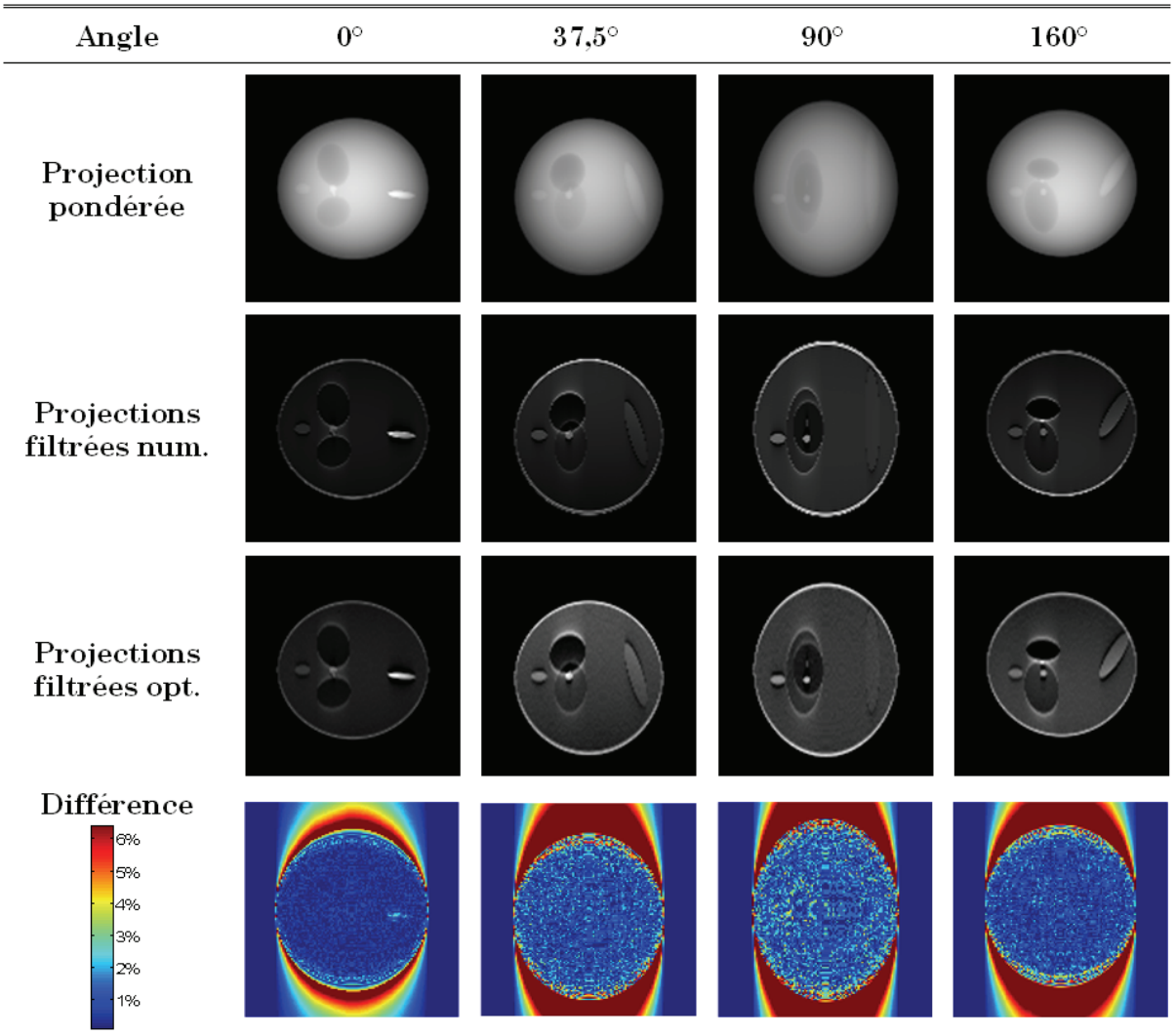


Fig. 7-8. Résultats de l'opération de filtrage de l'algorithme FDK avec filtrage optique dans le cas du fantôme de Shepp-Logan contrasté.

Le processeur optique donne des résultats sensiblement identiques au processeur électronique. La définition des seuils pour la segmentation est beaucoup plus délicate, cependant, les résultats sont proches de ceux obtenus avec le fantôme à fort contraste. Pour éviter de fausser le calcul du taux d'efficacité de segmentation, les valeurs à '0', c'est-à-dire l'extérieur de la zone d'intérêt, sont exclues.

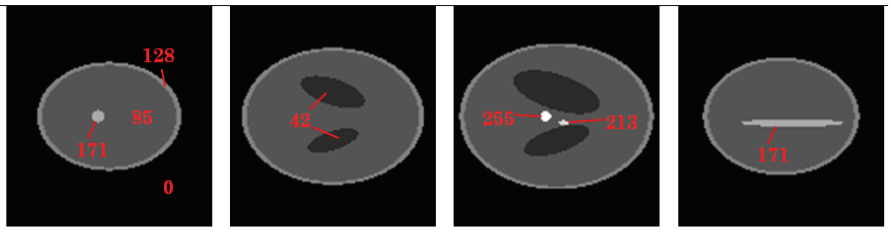
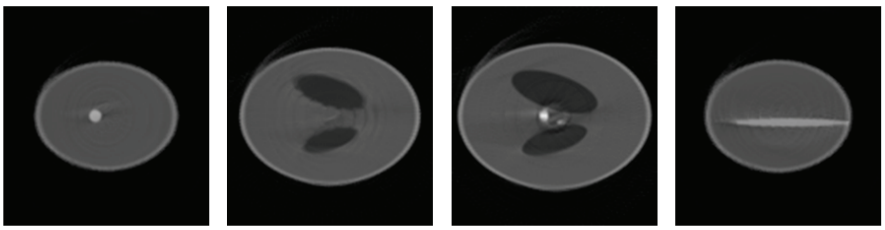
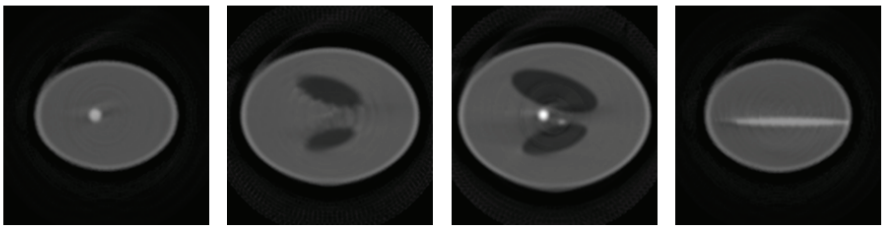
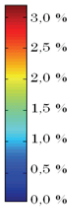
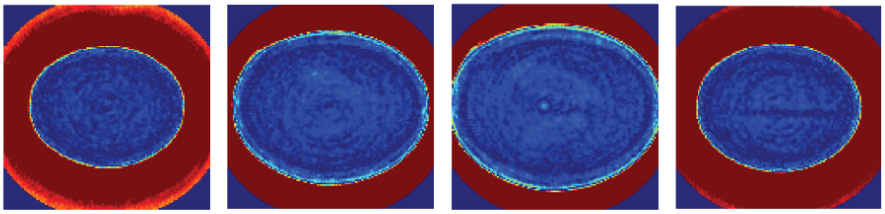
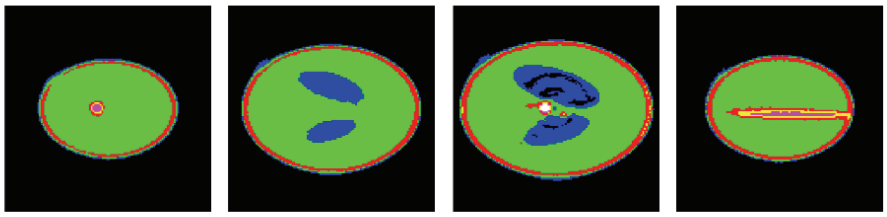
Coupe n°	19	31	38	79
Coupes synthétisées				
Coupes reconstruites avec filtrage num.				
Coupes reconstruites avec filtrage opt.				
Différence 				
Segmentation				
% d'erreur image – num.	96,0 %	93,9 %	92,8 %	93,8 %
% d'erreur image – opt.	95,9 %	91,2 %	88,6 %	94,0 %
% d'erreur opt. – num.	99,4 %	94,6 %	93,75 %	99,3 %
MSE	2,47 %	3,29 %	3,03 %	2,67 %
MSE (ROI)	0,59 %	1,00 %	1,55 %	1,05 %
SNR_{dB} (ROI)	27,37	23,30	19,56	22,73

Fig. 7-9. Résultats de l'opération de filtrage de l'algorithme FDK avec filtrage optique dans le cas du fantôme de Shepp-Logan original.

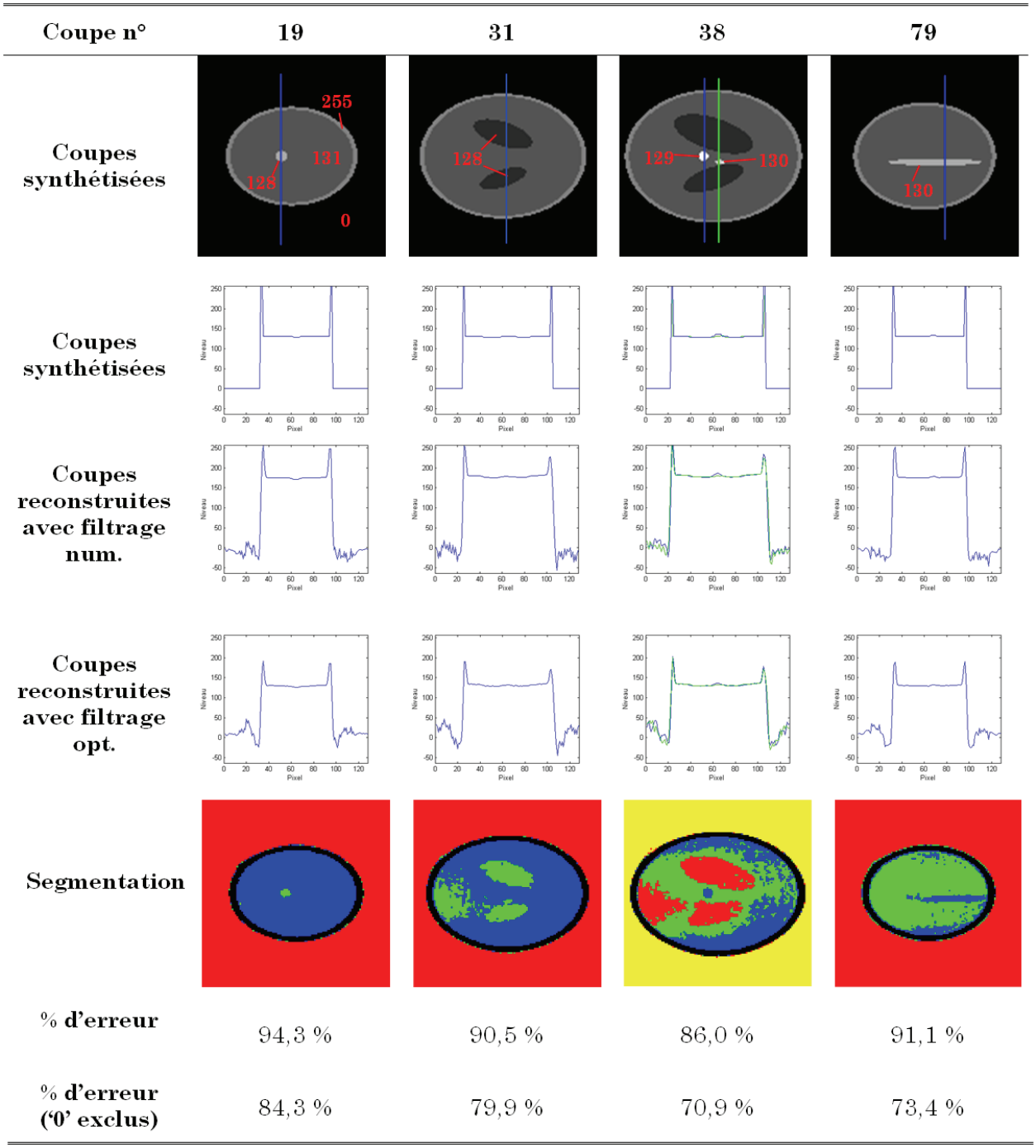


Fig. 7-10. Résultats de reconstruction par algorithme FDK avec filtrage optique.

L'efficacité de l'opération de segmentation appliquée à la reconstruction par voie optique atteint 75% contre 95% dans le cas du fantôme contrasté.

7.3.5. Bilan

Les simulations donnent des résultats encourageants. L'écart quadratique moyen entre le filtrage optique et le filtrage numérique est de l'ordre du pourcent. Sa répartition sur

l'image nécessite quelques commentaires : on remarque que l'erreur est importante dans les zones foncées de l'image autour de la zone d'intérêt.

Cet effet est dû à l'acquisition quadratique et s'explique par la mauvaise résolution de la LUT racine carrée pour les petites valeurs de niveau de gris. La figure 7-11 est explicite à ce sujet. Il est par exemple impossible d'atteindre la valeur 16 et un pixel se trouvant théoriquement à cette valeur sur l'image initiale sera rejeté soit à 0, soit à 32 sur l'image filtrée optiquement, ce qui engendre une erreur importante. Ceci n'apparaît pas pour les valeurs de niveaux de gris élevés où, inversement, il y a redondance des niveaux. Les résultats de simulation sur le système 3D ont montré que l'on arrivait à distinguer efficacement, après reconstruction, des zones à un niveau de gris de faible écart avec une bonne efficacité. Néanmoins, un certain nombre de défauts n'ont pas été pris en compte par le simulateur. Les validations expérimentales qui suivent permettent d'estimer les effets de ceux-ci.

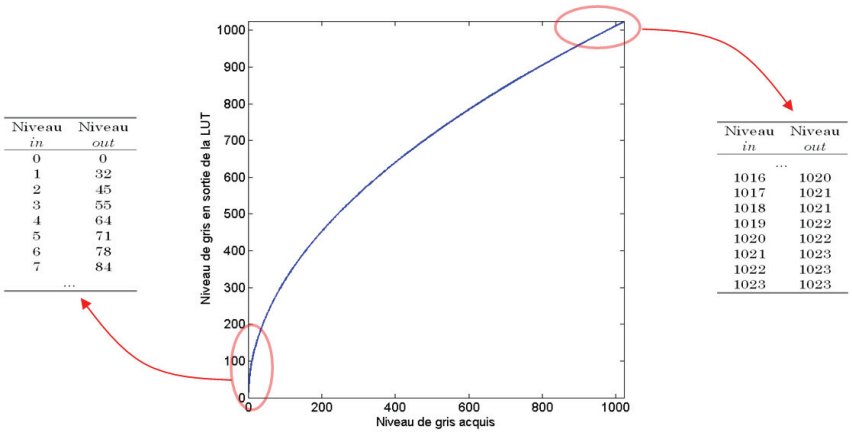


Fig. 7-11. Illustration du problème de niveaux fantômes sur la LUT racine carrée.

7.4. Résultats expérimentaux

7.4.1. Le montage

Le processeur optique réalisé est composé des éléments suivants (Fig. 12) :

- Une diode laser caractérisée au chapitre 4.
- Un SLM à cristaux liquides ferroélectriques analogiques [BNS] rapide mis à disposition par le groupe FOTI du laboratoire MIPS dont les résultats de caractérisation sont exposés au chapitre 5. Les améliorations présentées dans ce même chapitre ont été prises en compte.
- Un SLM à cristaux liquide nématique en transmission [CRL] mis à disposition par le Laboratoire des Systèmes Photoniques de Strasbourg dont la réponse a également été linéarisée.

- Une caméra rapide CAMRECORD600 prêtée par la société Optronis qui avait déjà servi à la caractérisation du SLM.

Le SLM rapide et la caméra étant chacun à mémoire tampon, le système ne fonctionne pas en continu. De plus, la puissance de la diode laser étant limitée à 5mW, la cadence de travail est réduite à 120 Hz de manière à disposer de suffisamment de puissance optique pour sensibiliser la caméra. Les propriétés du laser, du SLM d'entrée et de la caméra étant identiques à 120 Hz et à 1 kHz, les résultats devraient être équivalents.

	SLM 'Image' FLC Boulder	SLM 'Filtre' NLC CRL-Opto	Camera CAMRECORD
Résolution	512 x 512	800 x 600	1280 x 1024
Zone exploitée	512 x 512	512 x 512	800 x 600
Taille des pixels	15 µm	33 µm	12 µm
Dynamique	8 bits	8 bits	10 bits
Cadence	1015 Hz	60 Hz	500 Hz
Cadence exploitée	121 Hz	60 Hz	synchro. externe
Pilotage	propriétaire	VGA	IEEE 1394

Tab. 7-3. Caractéristiques des interfaces optoélectroniques utilisées.

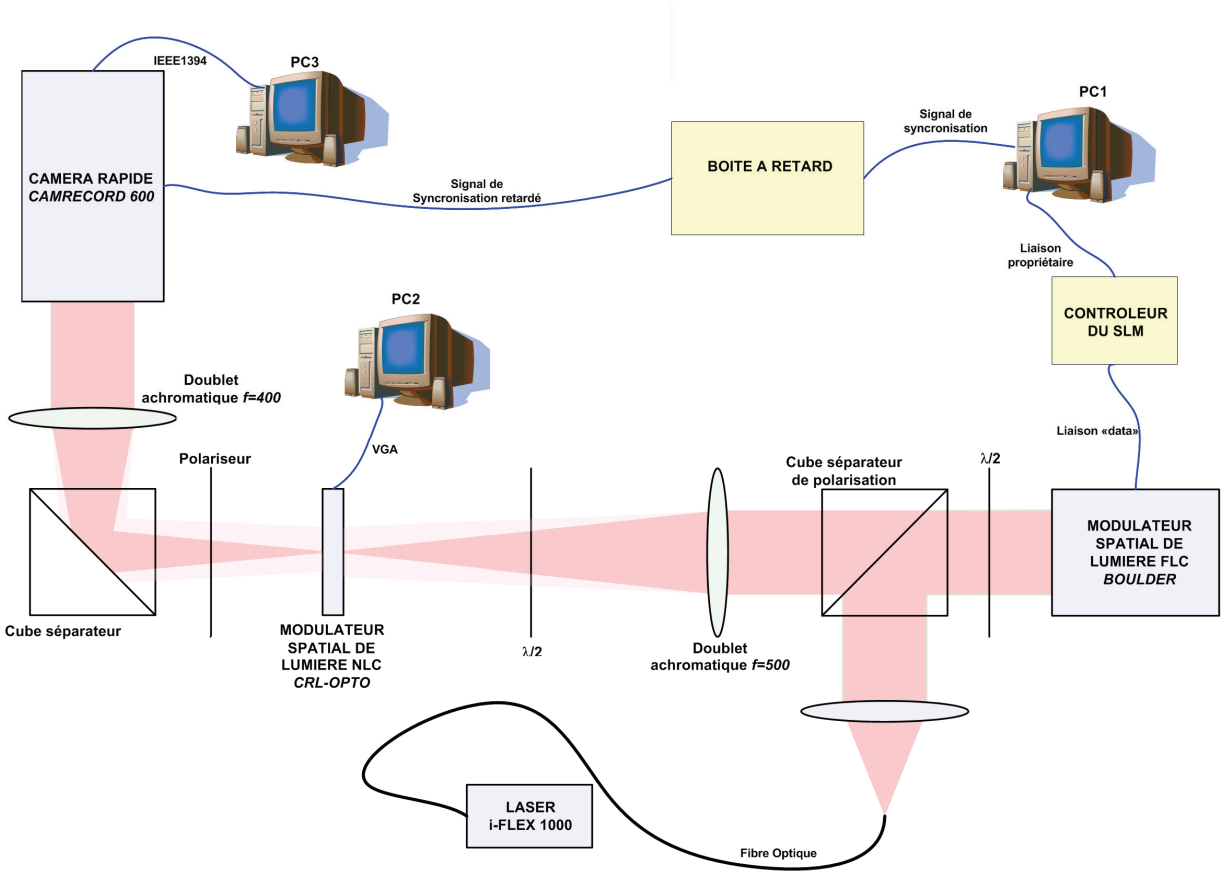


Fig. 7-12. Montage du processeur optique réalisé.

Dimensionnement

Les contraintes quant aux choix des lentilles sont $f_1 > 400$ mm, $f_2 > 320$ mm : on utilise des doublets achromatiques de 500 et 400 mm. La longueur de cohérence minimale dans ces conditions, 520 µm, est atteinte. Le grandissement de 0,8 doit permettre de faire correspondre les pixels de 15µm du SLM d'entrée aux pixels de 12µm du SLM de filtre.

Réglage du corrélateur optique

Les différents éléments du montage sont ajustés de la manière suivante :

- La lentille de collimation est ajustée de manière à obtenir un faisceau parallèle par une technique d'auto-collimation [PER96]. La fibre optique émet une lumière polarisée : l'orientation de celle-ci sera ajustée de manière à ce que le cube réfléchisse le maximum de lumière vers le SLM (réglage à l'aide d'une photodiode).
- La première lame demi-onde, entre le cube et le SLM BNS, sert à orienter la polarisation de la lumière selon l'un des deux axes rapides définis par les cristaux liquides du SLM afin d'obtenir une modulation en amplitude avec le maximum de contraste. L'axe de cette lame est également réglé à l'aide d'une photodiode.
- Les pixels blancs issus du SLM ont une polarisation à 90° de la polarisation incidente et traversent donc le cube. Les autres sont renvoyés vers la source. La première lentille est placée à 500 mm du SLM.
- La deuxième lame demi-onde sert à aligner la polarisation de la lumière sur l'orientation privilégiée du SLM nématique. En pratique, cet élément est optionnel car le SLM a été réalisé pour être attaqué avec une polarisation horizontale, ce qui est le cas de la lumière issue du cube.
- Le second SLM est placé, de manière approximative dans un premier temps, à environ 500 mm de la première lentille. Le réglage précis est décrit ci-après.
- La seconde lentille est placée à exactement 900 mm de la première lentille.
- La caméra positionnée de manière à ce qu'un texte affiché sur le SLM d'entrée soit au point sur la caméra.

Le SLM dans le plan de Fourier doit être ajusté selon les trois axes : *Ox, Oy* et *Oz* (resp. dans le plan perpendiculaire à l'axe optique et sur l'axe optique). L'alignement en *x* et *y* est réglé grâce à l'expérience de Abbé [PER96] : on affiche une grille sur le SLM d'entrée et une série de filtres lames (bandes horizontales ou verticales) de plus en plus sélectifs (voir Figure 7-13) sur le deuxième SLM.

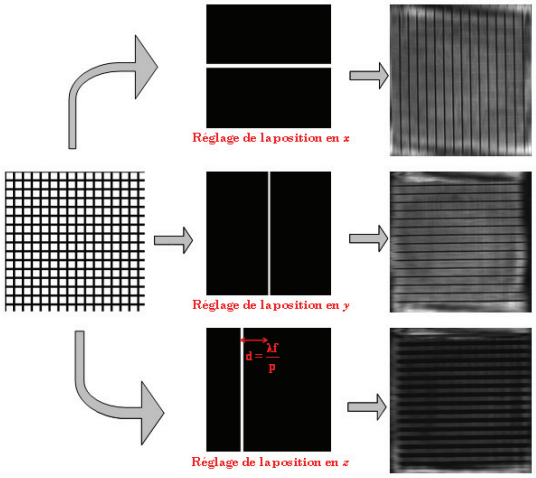


Fig. 7-13. Réglage du processeur optique par l'expérience de Abbé.

La profondeur est ensuite réglée, toujours avec la même figure, mais en appliquant des filtres lames décalés, visant à sélectionner l'ordre 1 de la figure de diffraction de la grille. Si celle-ci a pour pas p, les ordres 0 et 1 sont séparés par une distance fréquentielle de $1/p$. D'après les formules caractéristiques du montage (chap. 2), on a la relation suivante dans le plan de Fourier :

$$\nu_x = \frac{x_f}{\lambda f} \tag{7-15}$$

1 µm dans le plan de Fourier représente une fréquence spatiale de 346 m^{-1}. En plaçant la lame à une distance correspondant à une fréquence $1/p$, on peut régler la position du SLM de manière assez précise.

Principe de la mesure

La mesure s'effectue en deux temps. La séquence constituée des images à traiter passe une première fois alors que le filtre affiche une image uniformément blanche. Les résultats (*image1)* sont acquis par la caméra. La même séquence repasse ensuite tandis que le filtre associé au filtre rampe (apodisé ou non) est affiché sur le second SLM. Cette seconde séquence (*image2)* est soustraite à la première. La LUT spatiale (voir partie 4) est utilisée afin de linéariser et uniformiser la réponse du SLM image. De plus, pour que le calcul soit correct, le SLM doit afficher une transmittance permettant d'obtenir une distribution de champ électrique conforme à l'image et non une distribution d'intensité comme c'est le cas classiquement. La table de correction est donc utilisée de manière à conférer au SLM une réponse parabolique en intensité (réponse mesurée avec une caméra), donc une réponse linéaire en champ électrique à l'afficheur. L'image affichée

sur le SLM nématique en transmission subit également cette transformation. Enfin, malgré le soin apporté au montage optique, il est impossible d'obtenir un cadrage idéal de l'image du SLM sur la caméra. L'exploitation des données nécessite une précorrection géométrique constituée d'une rotation, d'une homothétie et d'une translation. Les corrections restent toutefois minimes : 2,5° de rotation, 1,008 de facteur d'échelle.

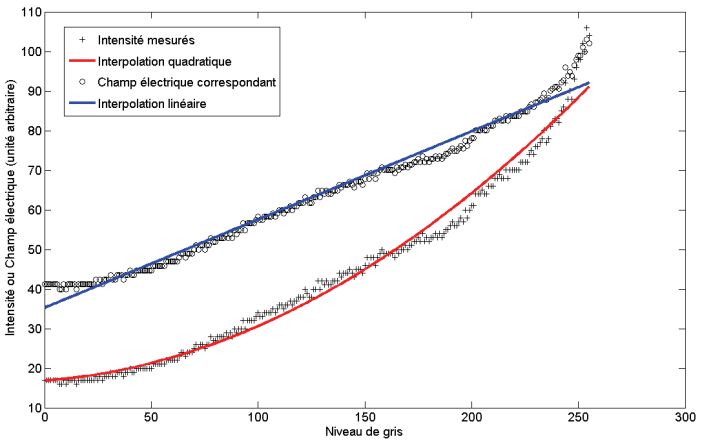


Fig. 7-14. Réponse du SLM permettant une modulation linéaire du champ électrique.

7.4.2. Cas de la reconstruction 2D à faisceaux parallèles

Etude sur une forme simple

La première image testée est un carré blanc (Fig. 7-15).

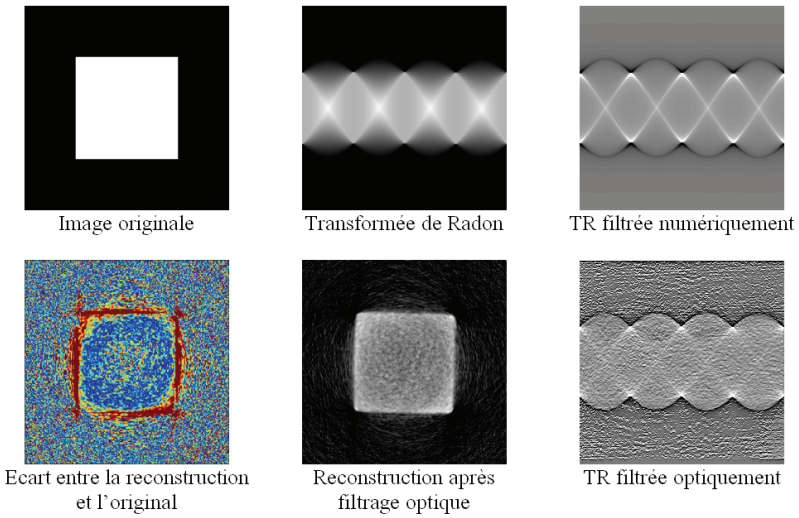


Fig. 7-15. Reconstruction, après filtrage par voie optique, sur un carré.

Deux inconvénients majeurs liés à l'utilisation d'un tel processeur optique apparaissent. Premièrement, les imperfections géométriques sur l'image traitée optiquement introduisent de fortes distorsions. En particulier, si le sinogramme filtré est décalé dans

le sens horizontal, les images reconstruites vont avoir tendance à se dédoubler. Deuxièmement, le speckle semble poser beaucoup de problèmes. Un pixel lumineux indésirable dans le sinogramme filtré conduit, dans l'image reconstruite, à l'apparition d'une droite à fort niveau de gris.

Amélioration

Si les problèmes de géométrie peuvent être limités en améliorant l'alignement du montage, celui du speckle reste entier. Un certain nombre de techniques de réduction du speckle [McK75] sont déjà utilisées : réduction de la cohérence de la source d'émission, utilisation d'éléments optiques à forte qualité de surface, travail dans, ou proche des conditions de Gauss, etc. D'autres méthodes existent. Une méthode expérimentale couramment employée consiste à introduire un élément diffusant mobile dans le montage permettant de générer des variations de phase et donc de superposer différentes figures de speckle, ce qui permet, par moyennage, de réduire le phénomène. Des systèmes en réflexion (le *SpeckleEater™* de Melles-Griot [MEL]) et en transmission (diffuseur tournant constitué d'une lame de verre dépolie) ont été testés et ont montré leur efficacité, mais ils introduisent en parallèle de fortes distorsions sur l'image (Fig. 7-16).

L'autre méthode consiste à traiter les images bruitées acquises afin d'extraire ou de réduire le speckle. Appliquer un post-traitement numérique à la sortie d'un processeur optique peut paraître paradoxal, sauf si le traitement est simple et peut être implanté à la volée. C'est le cas par exemple du filtre médian, qui est une application non linéaire consistant à remplacer la valeur d'un pixel par la valeur médiane d'un voisinage de n points (n étant l'ordre du filtre). Ce filtre est réputé très efficace en traitement d'images pour supprimer les bruits impulsionnels (bruit poivre et sel). Il peut être câblé de manière très efficace en *« hardware »* [OFL83,BAT99,FAH05]. La méthode que l'on utilise ne nécessite que deux étages élémentaires : une bascule D et une unité d'échange (un comparateur, deux bascules D et deux multiplexeurs) permettant de trier deux octets donnés en entrée [OFL83]. L'agencement de ces deux composants dans une structure pipeline (Fig 7-17) permet d'obtenir des calculs très rapides (Tab 7-4). Pour un filtre d'ordre n impair, la latence est de $n + (n-1)/2$ cycles d'horloge : le premier terme correspond à la latence du pipeline tandis que le second est dû à la non-causalité du filtre (il faut la connaissance des $(n-1)/2$ données suivantes pour calculer la réponse du filtre à un indice donné). Les performances obtenues (Tab. 7-5) sont compatibles avec les taux de transfert de données (≈ 1GO/s) de notre application.

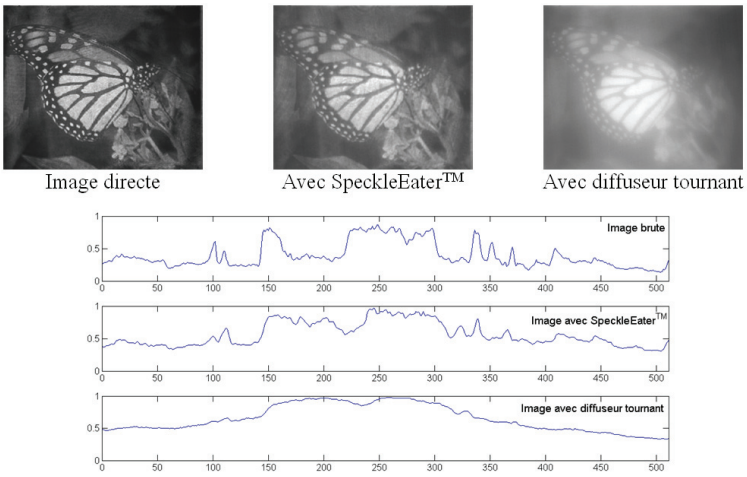


Fig. 7-16. Réduction du speckle par intégration temporelle

	Altera Cyclone EP1C20	Altera Stratix EP1S180	Altera Stratix 2 EP2S180
Vitesse maximale de fonctionnement du filtre d'ordre 3 (MHz)	252	255	381
Vitesse maximale de fonctionnement du filtre d'ordre 7 (MHz)	201	214	297
Nombre d'éléments logiques utilisés par filtre (ordre 3 / ordre 7)	75 / 346	75 / 346	75 / 346
Nombre d'entrées/sorties utilisées pour N filtres (quelque soit l'ordre)	16 N + 2	16 N + 2	16 N + 2
Nombre max. de filtres d'ordre synthétisable (quelque soit l'ordre[9])	18	75	73

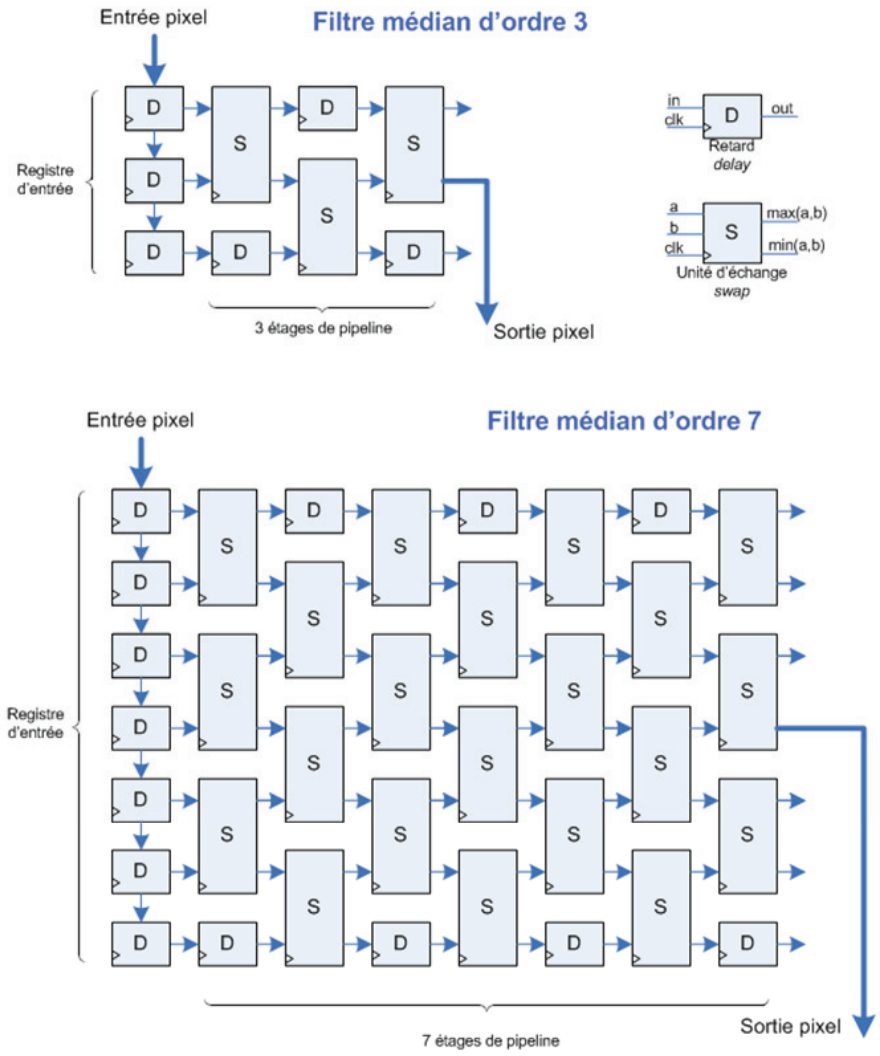
Tab. 7-4. Performances de l'implémentation d'un filtre médian sur une FPGA

Dans le cas présent, deux filtres médians radiaux (à θ constant sur le sinogramme) d'ordre respectif 3x1 et 7x1 sont utilisés. Nous constatons une amélioration nette de la qualité de reconstruction, sans pour autant perdre l'information sur les contours, comme cela aurait pu être le cas avec un filtre passe-bas linéaire. L'efficacité de segmentation passe de 95 % sans filtre à 98,5 % avec un filtre médian d'ordre 7.

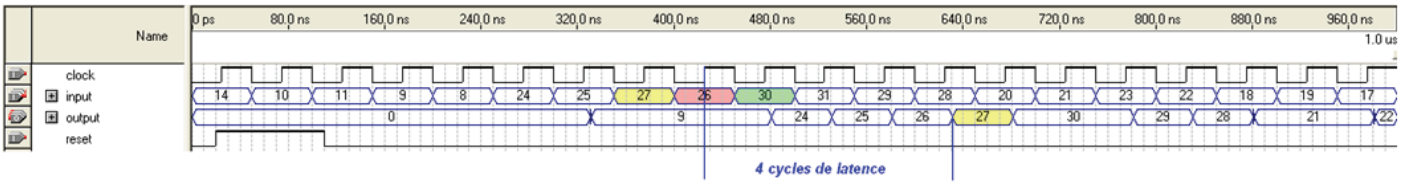
Etude sur un fantôme médical

La reconstruction est maintenant testée sur un fantôme médical. Les conditions sont les mêmes que précédemment. Un filtre médian est utilisé pour améliorer la qualité du traitement. Les résultats sont consignés sur la figure 7-19 et dans le tableau 7-6.

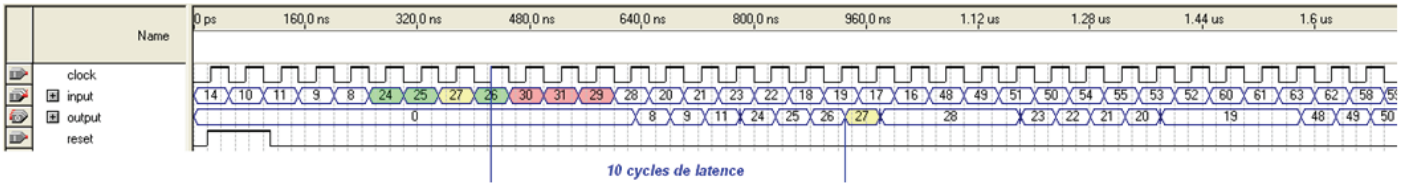
[9] Indépendant de la taille du filtre car le facteur limitant est le nombre d'I/O



Structure « pipeline » permettant l'implantation matérielle de filtres médians



Simulation dans le cas d'un filtre d'ordre 3



Simulation dans le cas d'un filtre d'ordre 7

Fig. 7-17. Implémentation électronique « à la volée » du filtre médian d'ordre 3 et 7

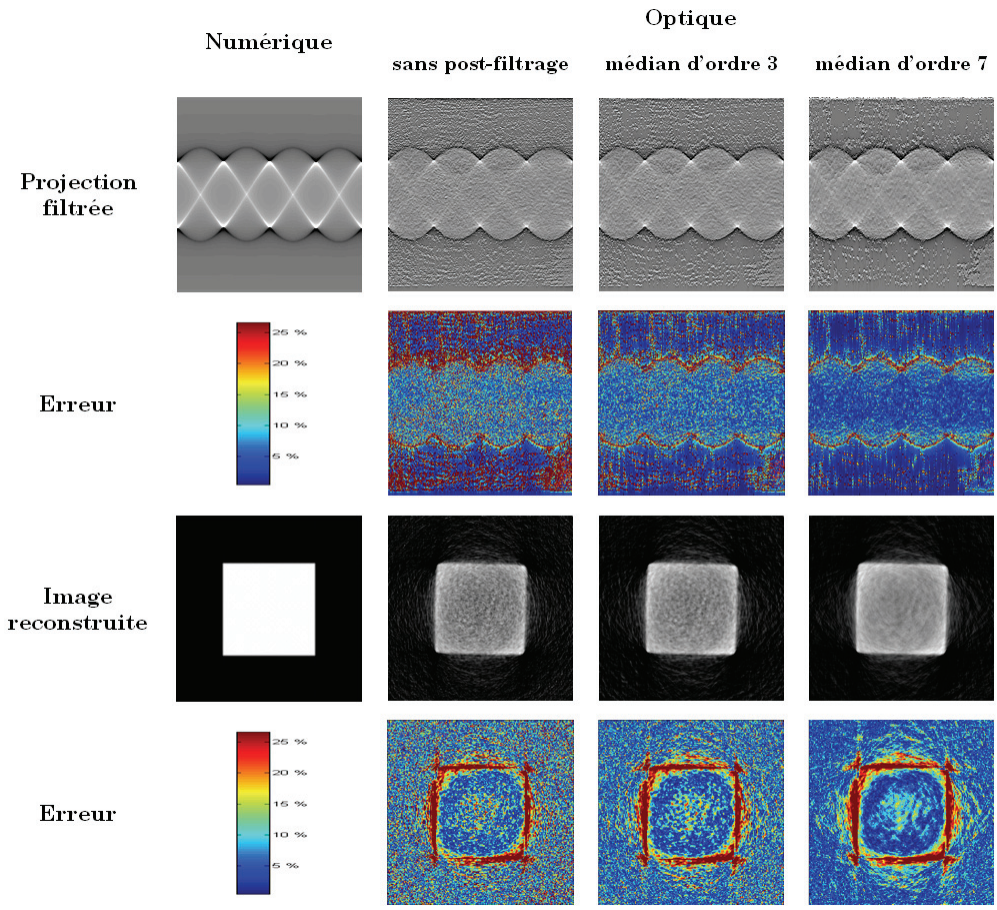


Fig. 7-18. Exemple de reconstruction d'un carré avec filtre médian

	Sans filtre	Filtre médian d'ordre 3	Filtre médian d'ordre 7
Projections filtrées			
MSE total	36,6 %	21,2 %	14,81 %
MSE sur la ROI	11,9 %	8,86 %	6,34 %
Reconstruction			
MSE total	31,2 %	18,2 %	12,7 %
MSE sur la ROI	6,4 %	4,7 %	3,4 %
Erreur de segmentation	4,72 %	2,14 %	1,49 %

Tab. 7-5. Mesure de la qualité de reconstruction d'un carré avec filtre médian

Outre le speckle, cet exemple met en avant d'autres problèmes. On remarque par exemple l'erreur engendrée par le recadrage de l'image enregistrée : on peut voir sur l'image d'erreur que le contour du fantôme présente plusieurs traits pour lesquels l'erreur est forte, indiquant une erreur d'ordre géométrique, et ce malgré les efforts fournis pour améliorer le recadrage. La correction linéaire employée montre ses limites dans ce cas et il faudrait envisager d'utiliser des méthodes plus pointues (champs de déformation). Encore une fois, ce sont des erreurs que l'on peut limiter en améliorant la réalisation du montage optique. En plus de ces erreurs géométriques viennent s'ajouter

les défauts propres au SLM, dont le problème de rémanence longue durée, non corrigé, et qui s'observe ici par la présence d'une barre diagonale. Cette image est une mire servant au recadrage et que l'on n'arrive pas à éliminer.

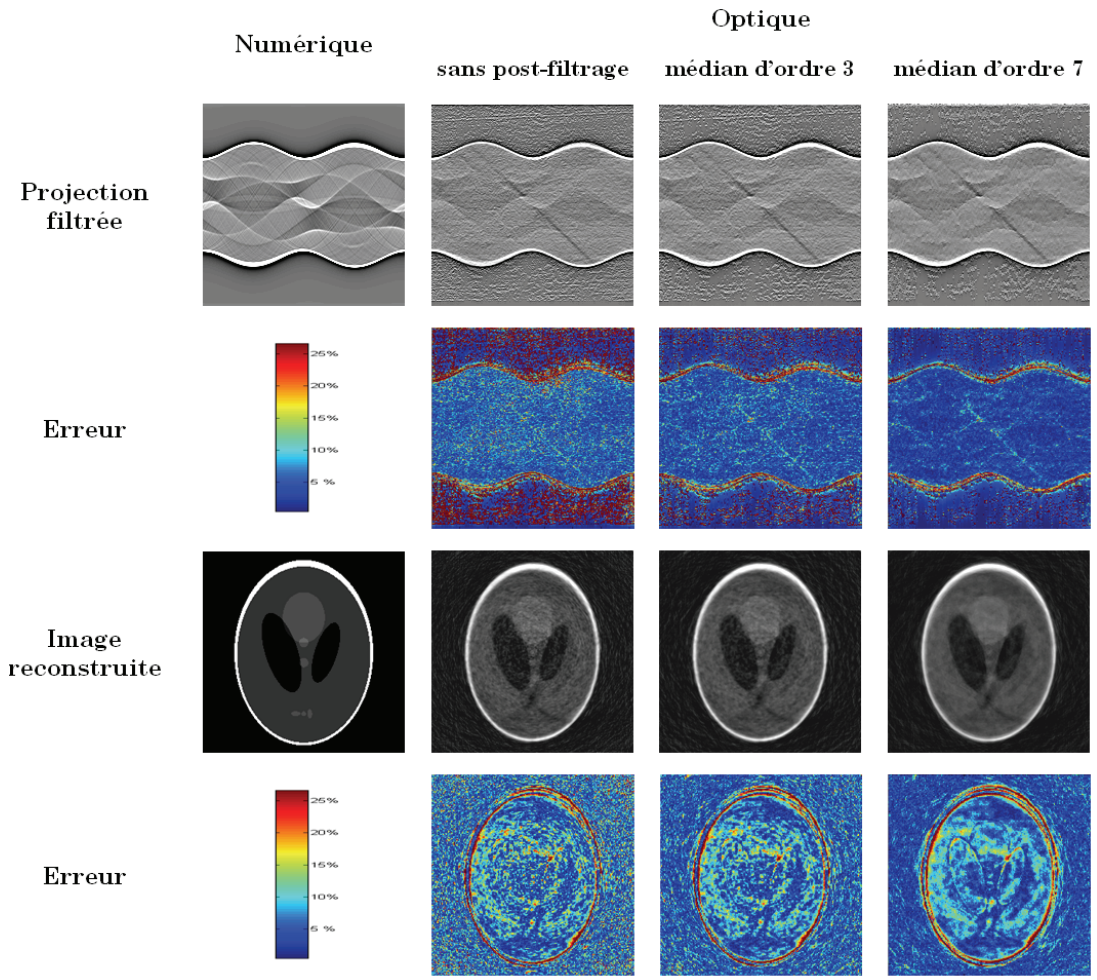


Fig. 7-19. Exemple de reconstruction d'un fantôme médical avec filtre médian

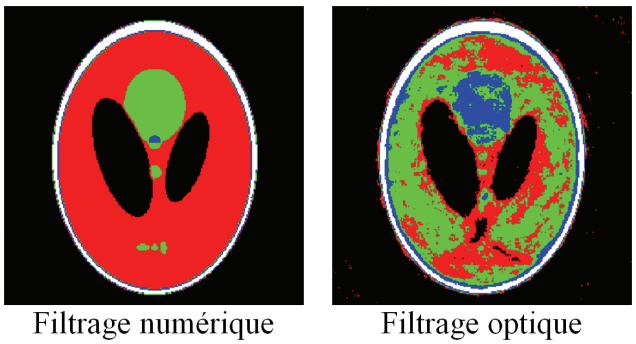


Fig. 7-20. Mise en évidence du manque de qualité de reconstruction par segmentation.

	Sans filtre	Filtre médian d'ordre 3	Filtre médian d'ordre 7
Projections filtrées			
MSE total	61,3 %	36,2 %	27,4 %
MSE sur la ROI	14,2 %	11,2 %	8,66 %
SNR sur la ROI	3,40	5,55	7,80
Reconstruction			
MSE total	52,2 %	45,9 %	45,0 %
MSE sur la ROI	11,1 %	9,96 %	8,48 %
SNR sur la ROI	12,45	13,4	14,8

Tab. 7-6. Mesure de la qualité de reconstruction d'un fantôme médical avec filtre médian

Malgré le bruit engendré par le traitement optique, le rapport signal à bruit sur l'image reconstruite reste supérieur à 10 dB, augmentant avec l'ordre du filtre médian appliqué. En revanche, la mesure de l'efficacité de segmentation montre un défaut de qualité de reconstruction (Fig. 7-20) : celle-ci n'est que de 75 % sur des niveaux pourtant séparés par plus de 20 niveaux de gris.

Exemples concrets

Les images de la figure 7-21 correspondent à des résultats obtenus sur des jeux de données réelles. Le jugement visuel suffit à conclure de la qualité moyenne des images (les contours sont présents mais les textures fines disparaissent). En particulier, une tumeur, que l'on peut identifier sur l'image reconstruite par voie numérique (à droite dans le cadre rouge), disparaît de l'image reconstruite après filtrage optique.

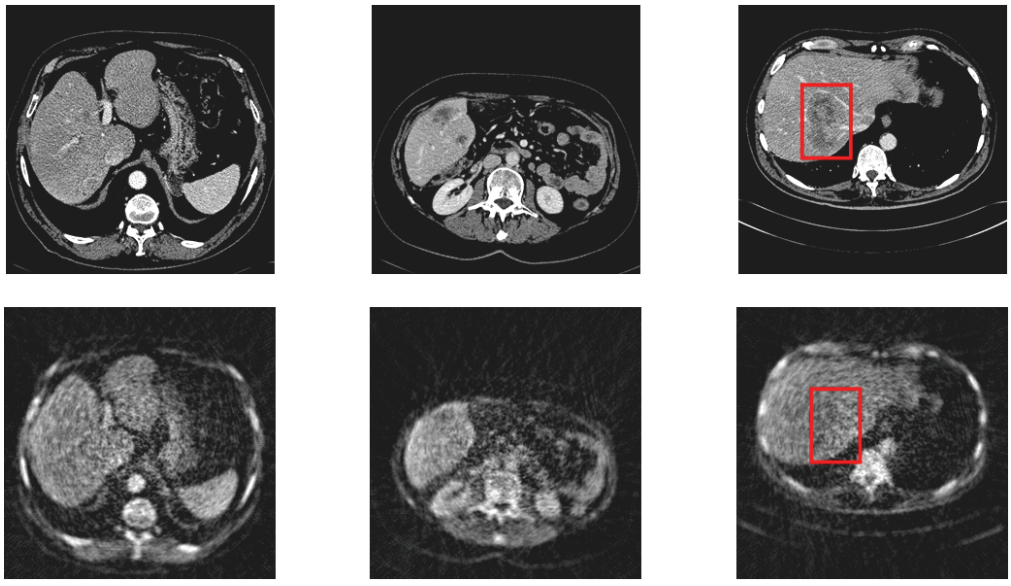


Fig. 7-21. Exemple de reconstruction sur des exemples concrets

7.4.3. Cas de la reconstruction 3D à faisceaux coniques

Le montage est le même que dans le cas 2D, seul l'algorithme de rétroprojection change. La qualité visuelle des résultats est assez proche de celle obtenues dans le cas 2D. L'effet du speckle semble encore plus spectaculaire sur cette géométrie. Contrairement au cas 2D où il se manifestait par des « droites parasites », dans cette géométrie, il crée des structures coniques perpendiculaires aux coupes (donc des cercles concentriques sur les coupes). L'efficacité de segmentation varie entre 70 % et 80 % selon les coupes et ce, malgré des nuances de gris séparées d'une quarantaine de niveaux. Le rapport signal à bruit reste largement inférieur à 10 dB.

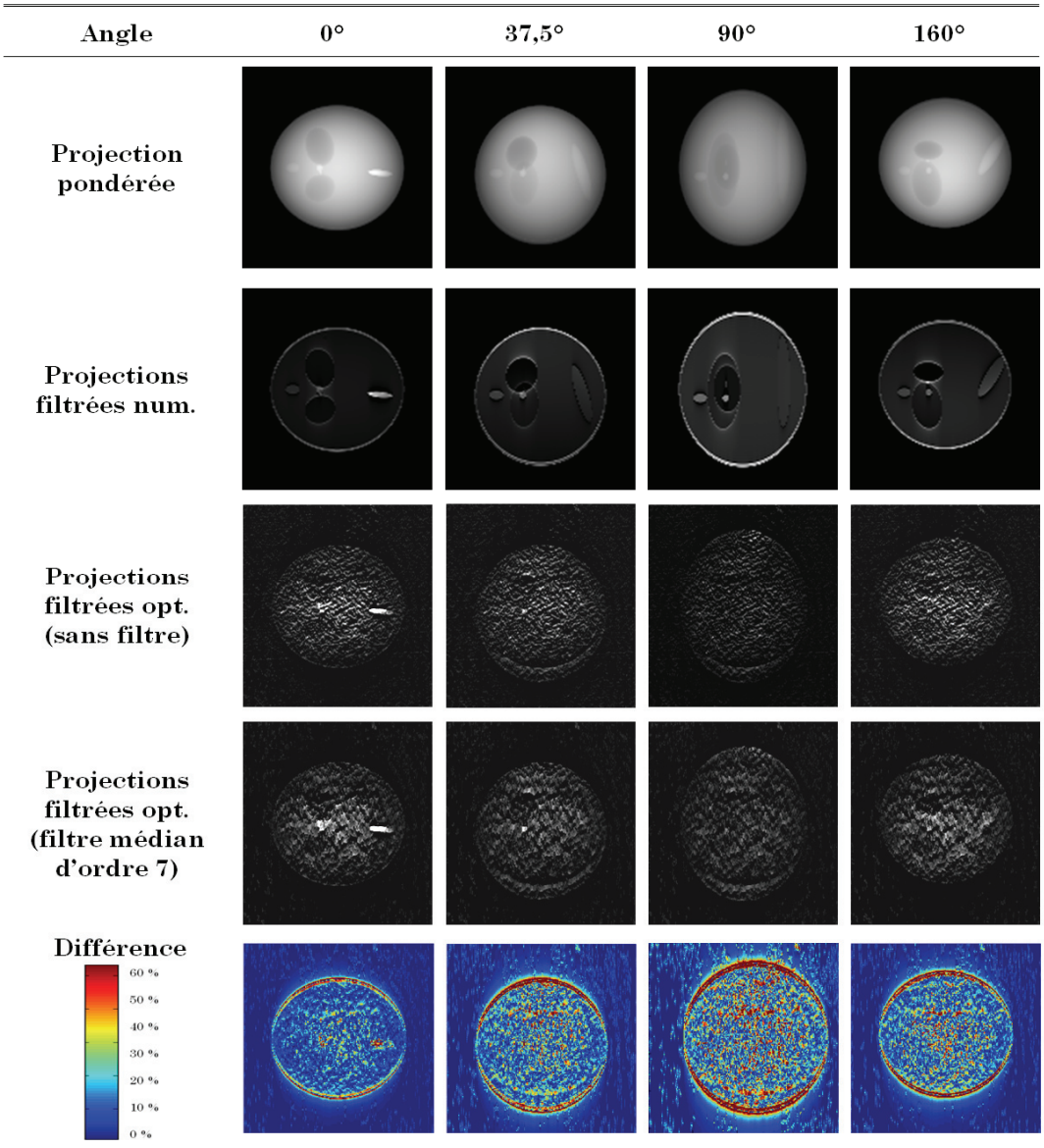


Fig. 7-22. Exemple du filtrage optique sur un fantôme 3D.

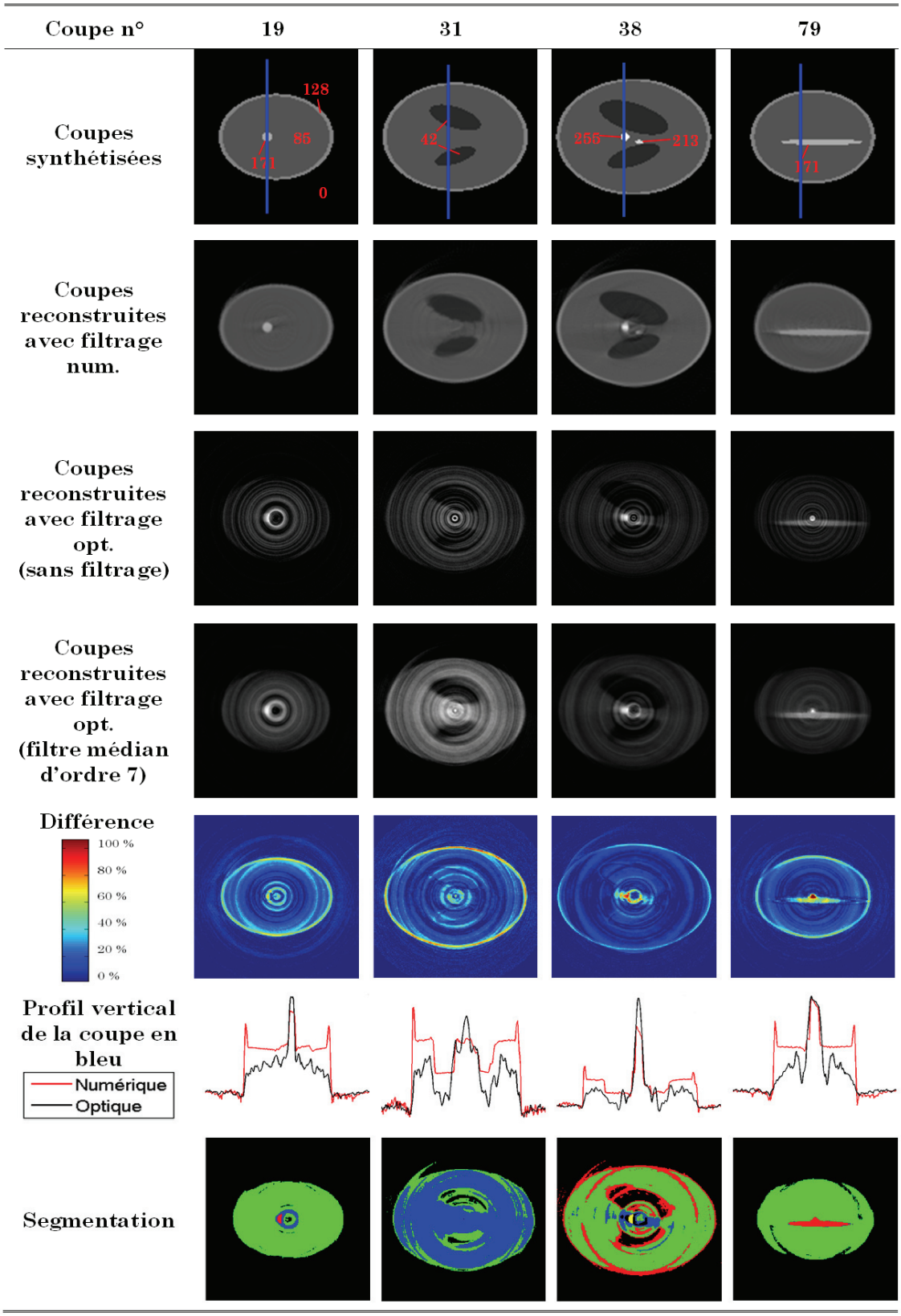


Fig. 7-23. Exemple reconstruction après filtrage optique sur un fantôme 3D.

Angle	0	37,5°	90°	160°
	Sans traitement			
MSE total	8,69 %	13,8 %	17,5 %	13,7 %
MSE sur la ROI	9,94 %	11,9 %	14,3 %	15,2 %
SNR sur la ROI (dB)	– 4,5	– 3,9	– 3,8	– 4,4
	Avec filtre médian d'ordre 7			
MSE total	16,0 %	26,3 %	30,7 %	25,2 %
MSE sur la ROI	11,8 %	20,8 %	43,2 %	18,9 %
SNR sur la ROI (dB)	– 0,3	1,9	2,5	0

Tab. 7-7. Mesure de la qualité du filtrage optique sur un fantôme 3D.

Coupe[10]	38	62	75	160
	Sans traitement			
MSE total	14,8 %	18,9 %	9,4 %	13,5 %
MSE sur la ROI	14,5 %	15,1 %	7,1 %	12,7 %
SNR sur la ROI (dB)	3,26	5,87	6,99	4,80
	Avec filtre médian d'ordre 7			
MSE total	13,6 %	11,2 %	12,2 %	15,2 %
MSE sur la ROI	11,2 %	12,9 %	8,1 %	10,1 %
SNR sur la ROI (dB)	5,61	9,17	5,78	6,72
Segmentation	73 %	88 %	84 %	70 %

Tab. 7-8. Mesure de la qualité de reconstruction après filtrage optique sur un fantôme 3D.

7.5. Bilan

Bien que la qualité des reconstructions utilisant un filtrage par voie optique soit contestable, ces mesures ont permis de valider le fonctionnement du processeur optique pour les applications visées. Les conditions de réalisation du système pour ces essais n'ont pas été idéales : le processeur a été réalisé dans un environnement inadapté (présence de poussières, vibration, éléments montés sur pieds magnétiques, alignements manuels à l'œil) et avec un modulateur rapide dont on a démontré les défauts (le BNS512 caractérisé au chapitre 5). Les résultats mettent en évidence qu'une plus grande attention doit être portée à la réalisation d'un processeur optique. Il semble irréaliste d'obtenir de bons résultats avec un processeur optique « sur table ». Deux alternatives sont envisageables : la réalisation d'un processeur optique compact (« *solide state* »), pour lequel les éléments sont alignés puis coulés dans une résine neutre ou son intégration dans un composant mécano-opto-électronique (MOEMS). L'utilisation de systèmes automatisés d'alignement doit permettre de s'affranchir de l'étape de correction géométrique qui n'est pas viable. Le problème du speckle reste bien présent : bien que le fait de travailler sur un système « propre » permettra de le réduire partiellement, la composante due à la rugosité propre à la fabrication des composants optiques ($\lambda/10$ le plus souvent [THO]) ainsi que celle introduite par l'astigmatisme des lentilles sera

[10]Ces coupes correspondent aux coupes étudiées en simulation. Pour des raisons de temps de calcul, en simulation, le volume de données a été divisé par deux dans toutes les directions

toujours présente. Le filtre médian a montré son efficacité et sera peut-être suffisant pour contrer ce problème. On peut prévoir que la qualité de reconstruction avec l'utilisation d'un système optique compact ou intégré se situerait entre celle calculée en simulation et celle estimée sur les résultats expérimentaux. La réalisation d'un tel système est indispensable à la poursuite de cette étude.

Chapitre 8
Etude de la rétroprojection par voie optique

La deuxième application médicale du traitement optique de l'image présentée dans ce chapitre concerne la rétroprojection par voie optique, et dans un cadre plus général, la conception d'un processeur hybride embarquant un noyau de rétroprojection optique dédié à la reconstruction de données tomographiques issues d'un scanner hélicoïdal. L'algorithme de reconstruction utilisé pour cette géométrie est l'ASSR (*Advanced Single Slice Rebinning*), développé en 2001 par Kachelriess [KAC01] et détaillé en annexe B. Il s'agit d'une méthode de reconstruction par recombinaison d'un espace tridimensionnel vers des plans inclinés approchant la trajectoire hélicoïdale de la source de rayons X. Par conséquent il s'agit d'un algorithme approximatif : la principale source de distorsion vient de l'écart entre les trajectoires réelles et virtuelles de la source. Néanmoins, la qualité de reconstruction reste très bonne pour des ouvertures modérées de cône du faisceau du rayon X [BRU00]. Pour de plus larges ouvertures, l'EPBP, un autre algorithme dérivé de l'ASSR, est utilisé et donne de meilleurs résultats [KAC04]. Le principal inconvénient de l'ASSR est de n'utiliser qu'une faible partie de la dose de rayons X émis, même lorsque la géométrie de reconstruction est adaptée à la géométrie d'acquisition. Dans les produits commerciaux, l'AMPR (*Advanced Multiple Slice Reconstruction*), une variante corrigeant certains défauts de l'ASSR, est utilisée. Un autre algorithme, le SMPR (*Segmented Multiple Plane Reconstruction*) [STI02], utilise lui aussi le même principe mais les reconstructions ne sont plus faites sur des plans complets, mais sur des segments de plans pour lesquels l'écart entre les sources virtuelles et réelles est minime. Enfin, notons qu'il existe également des algorithmes similaires à l'ASSR dans le cas de scanners à émission : l'algorithme CB-SSMB par exemple [NOO99].

L'étude se limite au cas de l'ASSR. Cependant, tous les algorithmes précédemment cités peuvent être adaptés sur le processeur hybride conçu moyennant quelques modifications mineures.

Le processeur, nommé processeur ASSR dans la suite, sera décrit dans la première section du chapitre. Il est constitué d'une partie électronique permettant la recombinaison complétée par un noyau optique permettant le calcul de la rétroprojection. Deux alternatives sont envisagées, l'une incluant le filtrage dans l'opération de rétroprojection et la seconde pour laquelle le filtrage est effectué numériquement. Le principal atout de la deuxième méthode est de permettre le travail en lumière incohérente, gommant ainsi les difficultés liées au speckle que l'on a évoquées au chapitre 7. Comme précédemment, l'objectif du chapitre est de mettre en balance l'accélération offerte par le calcul optique et la perte de qualité de traitement. Pour cela, dans un premier temps la complexité de l'implantation numérique de l'algorithme ASSR est étudiée et, pour comparaison, un modèle en terme de temps de calcul du système conçu est établi. La qualité sera pour sa part analysée par une étude en simulation complétée par des résultats expérimentaux. Le système développé a fait l'objet d'un brevet déposé le 26 septembre 2006 (n° de brevet en cours).

8.1. Conception d'un processeur hybride dédié à l'algorithme ASSR

8.1.1. Principe de base de l'algorithme

L'algorithme ASSR est basé sur la recombinaison (ou *rebinning*) des données tomodensitométriques volumiques en série de données planaires. Il est décrit en détail en annexe B. Les principales phases sont rappelées ici. Les termes en italiques sont ceux utilisés dans la suite du document. Les symboles mathématiques sont définis dans le tableau 8-1.

0. Acquisitions – Le *jeu d'acquisition* est une série de N_α images de taille $N_u \times N_v$ issues du scanner. Un point du jeu d'acquisition est repéré par une coordonnée (α'_L, u, v), α'_L est la position du système au moment de l'acquisition, tandis que (u, v) désigne la position sur le capteur.
1. Calcul des plans – Calcul des coordonnées des *plans de reconstruction* P_z.
2. Reconstruction dans les plans – Dans chaque plan P_z,
   2.1. *Recombinaison* – On fabrique à l'aide des données du jeu d'acquisition un *sinogramme parallèle*, c'est-à-dire une matrice $N_\vartheta \times N_\xi$ qui correspond à celle que l'on aurait obtenue dans ce plan avec un système d'acquisition 2D à rayons parallèles. Chaque point du sinogramme

parallèle est repéré par sa coordonnée (ϑ, ξ). Sa valeur correspond à celle dont l'adresse est $(\alpha'_L(\vartheta,\xi), v(\vartheta,\xi), u(\vartheta,\xi))$ dans le jeu d'acquisition. Les valeurs de ces fonctions sont données en annexe B.

2.2. *Correction* – Multiplication des points du sinogramme par les coefficients correctifs $K(\vartheta,\xi)$ et $\cos\varepsilon(\vartheta,\xi)$ dont les expressions sont données en annexe.

2.3. *Filtrage des projections* – Filtrage du sinogramme parallèle par un filtre rampe classique ou apodisé.

2.4. *Rétroprojection* – Rétroprojection des projections filtrées dans le plan P_z.

Les étapes 2.3 et 2.4 forment ce que l'on appellera l'étape de *reconstruction planaire*, par opposition à la *reconstruction volumique* qui englobe le calcul complet.

3. *Interpolation en z* – Calcul par interpolation des valeurs des voxels dans le volume initial à partir des images reconstruites dans les plans inclinés.

Les principaux paramètres du scanner et de l'algorithme de reconstruction sont résumés dans le tableau 8-1. Les valeurs proposées sont celles correspondant aux jeux de données sur lesquelles les études ont été menées, c'est-à-dire celles des scanners commerciaux en 2003 (scanner Somatom Sensation 16 [SIE]).

8.1.2. Travaux antérieurs

Il n'existe que peu de traces des travaux à propos du calcul optique de transformée de Radon inverse. La première date de 1978 [NIC78a, NIC78b]. Le processeur utilise la formulation de la transformée de Radon inverse, basée sur la transformée de Hilbert. La complexité de mise en œuvre du processeur le rend aujourd'hui obsolète. La deuxième série de travaux date de 1991 [LUT91]. Le processeur proposé par T. Lu est composé de deux organes : un projecteur optique et un rétroprojecteur dont l'architecture se rapproche de celle que l'on utilise. Il est plutôt dédié aux méthodes itératives. Il a fait l'objet d'un brevet déposé en 1995 [LUT95]. Le processeur proposé ici est basé sur la méthode analytique des rétroprojections filtrées et est dédié aux scanners hélicoïdaux.

8.1.3. Description du processeur

Le processeur optique est composé de trois cœurs : un système électronique dédié à l'opération de recombinaison, un système optique, ou optoélectronique (système optique

+ DSP) de rétroprojection et un dernier système électronique pour l'interpolation. Le schéma de la figure 8-1 résume le principe de fonctionnement.

Notation	Définition	Valeur
	Paramètres d'acquisition	
N_u	Nombre de lignes sur le capteur	672
N_v	Nombre de barrettes sur le capteur[1]	16
N'_α	Nombre d'acquisitions par tour	1160
N_α	Nombre d'acquisitions totales	11216
d	Pas de l'hélice	18 mm
$\Delta\alpha$	Incrément angulaire	0,31°
D_{SO}	Distance source centre	570 mm
D_{SC}	Distance source capteur	1040 mm
FOV	Rayon de la zone explorée	250 mm
	Paramètres de reconstruction	
S_z	Résolution en z que l'on souhaite atteindre[2]	1 mm
$\Delta\alpha_r$	Incrément angulaire à la reconstruction[3]	9°
N_ϑ	Nombre de projections par sinogramme (résolution angulaire)	180
N_ξ	Nombre de points par projection (résolution radiale)	672
N_{α_r}	Nombre de coupes obliques reconstruites	360
N_x	Nombre de points dans le volume reconstruit dans la direction x	474
N_y	Nombre de points dans le volume reconstruit dans la direction y	474
N_z	Nombre de points dans le volume reconstruit dans la direction z	360

Tab. 8-1. Grandeurs classiques des scanners hélicoïdaux (en 2003)

Le noyau de recombinaison

Le noyau de recombinaison permet de faire correspondre à l'adresse d'un pixel dans un sinogramme parallèle virtuel celle du pixel équivalent dans le jeu d'acquisition. En pratique, les données sont discrètes : les notations α_L', u, v, ζ et ϑ sont respectivement remplacées par les notations discrètes *i, j, k, m* et *n.* On note *A(i,j,k)* le jeu d'acquisition complet et $S_p(m,n)$ le sinogramme parallèle dans le *p*-ième plan de reconstruction. La description de ce noyau est donnée sur la figure 8-2. Les équations de recombinaison montrent que les coordonnées *(i,j,k)* à atteindre dans la matrice d'acquisition *A* ne varient pas d'une recombinaison à l'autre (à l'exception de la variable angulaire α_L' qui est la somme d'une fonction fixe et de la position angulaire de départ α_R). Il en va de

[1] 64 en 2005 [SIE]
[2] Par choix
[3] Voir les calculs de ces paramètres en annexe B ou dans [KAC00]

même pour le coefficient de correction $c(m,n)$. Le calcul systématique à l'aide de table de correspondance est donc à privilégier. L'utilisation de calculateurs complexes est inutile dans le noyau de recombinaison. Le système est composé d'un composant programmable (ou éventuellement à terme d'un ASIC) associé à des bancs mémoires : une mémoire tampon (ou *buffer*) d'entrée contenant les acquisitions, des mémoires non-volatiles contenant les valeurs des fonctions $i(m,n)$, $j(m,n)$, $k(m,n)$ et $c(m,n)$, et un buffer de sortie contenant le sinogramme parallèle reconstitué.

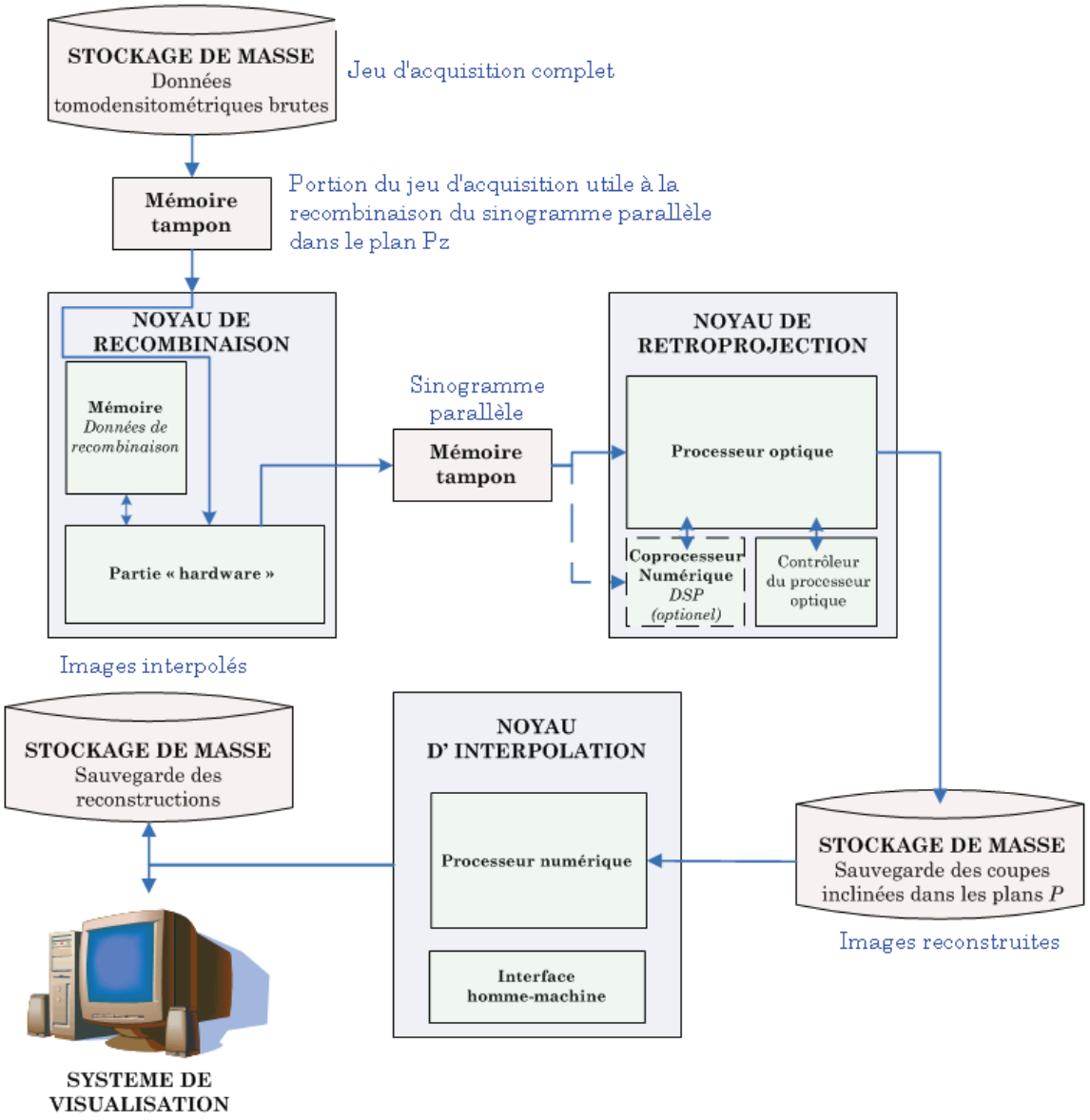


Fig. 8-1. Architecture globale du processeur ASSR proposé

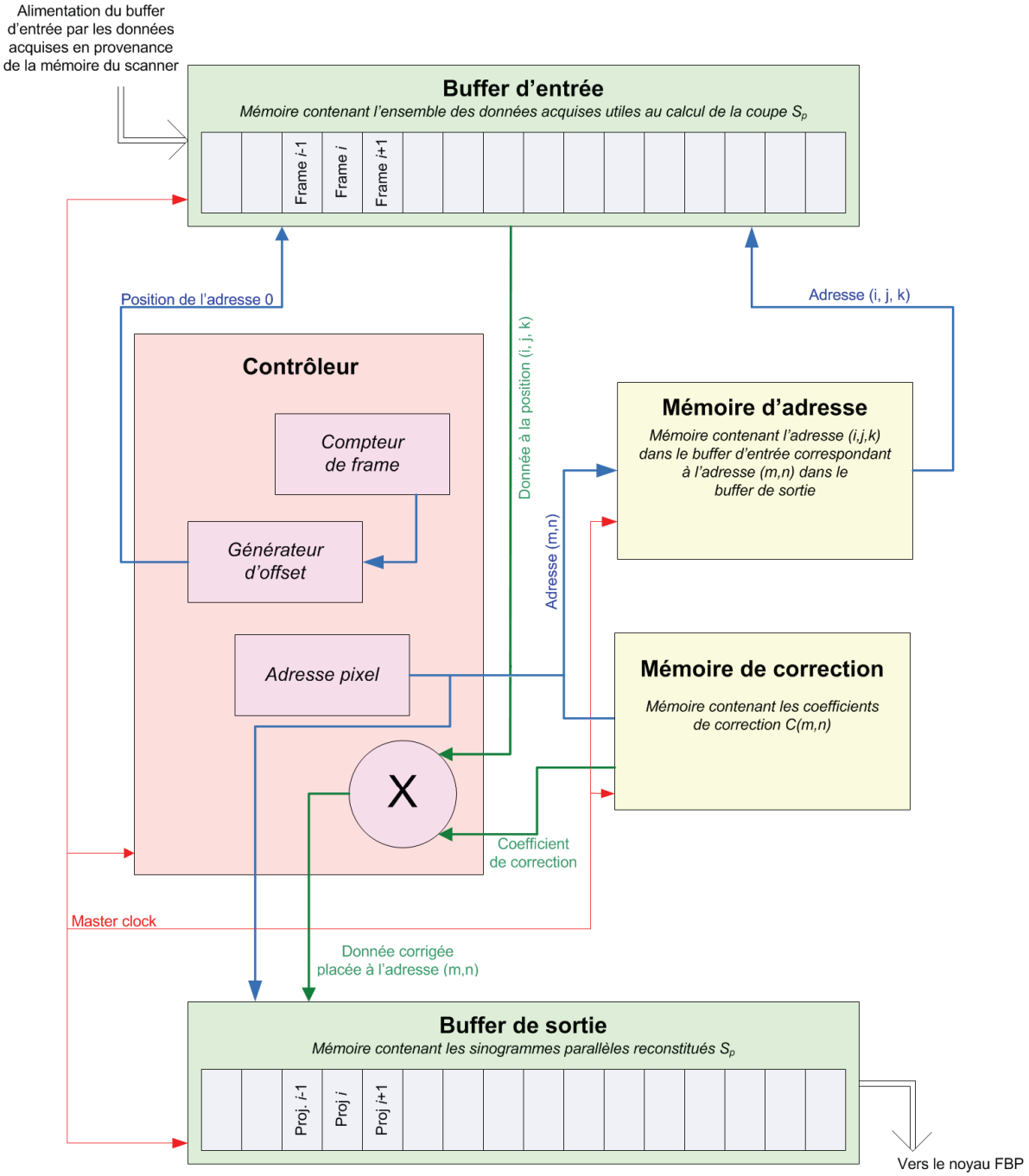


Fig. 8-2. Architecture du noyau de recombinaison du processeur ASSR

Le buffer d'entrée doit contenir au minimum le nombre d'acquisitions nécessaires à la reconstruction du sinogramme S_p. Kachelriess [KAC01] a démontré que pour un plan de reconstruction, la plage de variation de α_L' utile à une recombinaison vaut :

$$\alpha_R - f\pi - \arcsin\left(\frac{FOV}{D_{SO}}\right) \leq \alpha'_L \leq \alpha_R + f\pi + \arcsin\left(\frac{FOV}{D_{SO}}\right) \qquad (8\text{-}1)$$

La taille minimale du buffer d'entrée T_{bin} minimale est donc :

$$T_{bin} = 2\frac{f\pi + \arcsin\left(\frac{FOV}{D_{SO}}\right)}{\Delta\alpha_R} \cdot N_u N_v D_{in} \tag{8-2}$$

Où D_{in} est la profondeur de codage des données en entrée. Les angles sont exprimés en radians.

Le buffer d'entrée est alimenté en continu et de manière circulaire (quand le buffer est plein, on recommence à écrire au début) par la mémoire du scanner. La position qu'occupe l'acquisition la plus ancienne (ou « adresse zéro ») est fournie par le composant programmable. Avec les paramètres classiques, la taille du buffer d'entrée doit être au minimum de 980 acquisitions, ce qui représente une quantité de mémoire de 40 Mo, accessible par l'utilisation de plusieurs barrettes en parallèle.

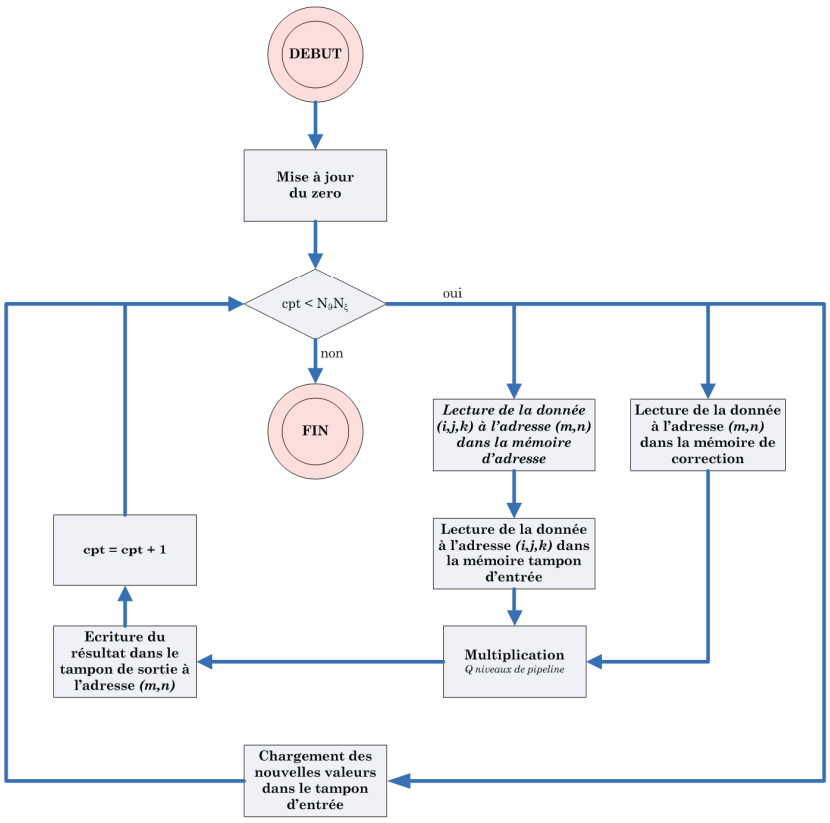


Fig. 8-3. Diagramme de fonctionnement de la partie recombinaison du processeur ASSR

Les mémoires non-volatiles (EEPROM, Flash ou SRAM non-volatiles) sont à proprement parler les tables de correction. Elles sont calculées pour un jeu de paramètres d'acquisition et un jeu de paramètres de reconstruction et doivent être mises à jour chaque fois que ceux-ci changent. La taille totale de mémoire nécessaire est :

$$T_{nv} = \underbrace{N_\vartheta N_\xi \log_2\left(S_{buf} / D_{in}\right)}_{\text{tables contenant i(m,n), j(m,n) et k(m,n)}} + \underbrace{\left(N_\vartheta N_\xi\right) \cdot D_{in}}_{\text{table de c(m,n)}} \tag{8-3}$$

Le buffer de sortie est rempli pixel par pixel par la donnée en provenance du buffer d'entrée. Sa taille minimale vaut :

$$T_{out} = N_\xi N_\vartheta D_{out} \tag{8-4}$$

Où D_{out} est la profondeur de codage des données en sortie.

Le composant programmable est constitué d'un compteur d'acquisitions, permettant de définir l'adresse zéro dans le buffer d'entrée, d'un compteur de pixels fournissant l'adresse (m,n) du sinogramme virtuel reconstitué et un multiplieur sur D_{in} bits en entrée, pipeliné sur suffisamment de niveaux pour que le temps de calcul ne soit pas limitant par rapport aux autres temps. Le diagramme « flot de données » du séquenceur est donné sur le figure 8-3. Afin de ne pas être limité par le temps de transfert initial des données, on supposera qu'avant le calcul, l'ensemble des données tomodensitométriques brutes sont contenues dans une mémoire de type DRAM qui peut être incluse soit dans le scanner, soit dans le processeur. Sa taille minimale est de $N_u N_v N_a D_{in}$ bits (512 Mo avec les données du Tab. 8-1, ce qui reste raisonnable pour ce type de mémoire).

Le noyau FBP

La deuxième partie du montage est un composant permettant le calcul de la rétroprojection filtrée sur les sinogrammes issus du composant de recombinaison. Trois alternatives sont envisageables pour ce système :

- Une architecture toute électronique composée d'un ou de plusieurs processeurs de calcul numérique pour effectuer l'opération de filtrage, puis de rétroprojection.
- Une architecture hybride composée d'un processeur électronique pour l'opération de filtrage et d'un processeur optique en lumière incohérente pour l'opération de rétroprojection
- Une architecture tout optique pour laquelle un filtrage par voie optique est inclus dans le système de rétroprojection, qui doit être doté du même coup d'une source de lumière cohérente.

Nous nous concentrerons sur les architectures 2 et 3. Le principe du filtrage optique est étudié au chapitre précédent, tandis que celui du calculateur optique de rétroprojection est exposé dans la prochaine section de ce chapitre.

Le noyau d'interpolation

Le calcul d'interpolation est plus complexe. Il peut être implanté simplement sur un système à microprocesseurs ou sur un système dédié (voir par la suite). Les contraintes relatives à cette troisième étape varient en fonction de l'application visée et plus précisément du nombre de coupes requises. Il est important de remarquer que le calcul d'une coupe transversale nécessite un certain nombre de reconstructions planaires, mais qu'en contrepartie, une reconstruction planaire peut servir au calcul de plusieurs coupes transversales. Ainsi, si le nombre de coupes à calculer est faible ou que celles-ci sont très éloignées les unes des autres, les contraintes sur le processeur d'interpolation sont beaucoup plus faibles que sur le processeur de reconstruction. Si au contraire, on a besoin d'un grand nombre de coupes (c'est le cas par exemple si on applique sur le volume reconstruit un post-traitement numérique complexe), le processeur d'interpolation doit être suffisamment rapide pour ne pas retirer le gain apporté par l'utilisation des architectures précédemment décrites. Un exemple de processeur rapide dédié à l'interpolation est proposé dans la suite.

8.1.4. Description de la partie optique

La partie optique gère la reconstruction. Comme le premier cœur fournit un sinogramme virtuel tel qu'il aurait été obtenu en géométrie parallèle, l'algorithme FBP suffit à la reconstruction. La partie « filtrage » a été étudiée en détail au chapitre précédent. Pour bien comprendre le fonctionnement du système de rétroprojection par voie optique, il faut bien comprendre la notion de rétroprojection. La figure 8-4 devrait être explicite à ce sujet : l'opération de rétroprojection consiste à accumuler une série d'images, chacune construite en étendant chaque projection (colonne du sinogramme) sur la largeur de l'image, puis en effectuant une rotation du même angle que celui auquel la projection a été mesurée. Le principe du processeur optique est résumé par la figure 8-5. La première partie, appelée « premier objectif », est constituée de 4 lentilles cylindriques constituant un système afocal permettant de faire l'image du plan de l'afficheur dans le plan de la caméra avec deux grandissements différents dans les deux directions. Le dimensionnement du montage se fait en considérant les condition sur le grandissement selon la direction x et en y et une équation assurant la mise au point selon les deux directions dans un même plan.

Une fois que l'image est étirée, on utilise un prisme de Dove (voir annexe C) pour faire une rotation de l'image de l'angle adéquat. L'accumulation se fait ensuite de manière

naturelle sur la caméra. Toutefois, afin d'augmenter la dynamique de l'image résultante, il peut être intéressant de n'additionner les rétroprojections que par petits paquets sur la caméra, puis d'utiliser en aval un calculateur numérique effectuant l'addition entre chaque paquet.

Enfin, l'interpolation entre les pixels étant naturelle avec un tel système (voir chap. 2 également), il est possible d'augmenter la résolution de l'image résultante sans engendrer de calculs supplémentaires.

Les sinogrammes filtrés présentent des valeurs positives et négatives, qui ne pourront être affichées optiquement. Il existe deux solutions basées sur le caractère additif de l'opération de rétroprojection permettant de parer à ce problème :

- Le codage des valeurs négatives par décalage : les valeurs des niveaux de gris sur les projections affichées sont décalées d'une demie dynamique. Sur l'image rétroprojetée, la valeur zéro est également située à la demie dynamique. Par décalage, on peut retrouver les bonnes valeurs. Cette méthode fait perdre la moitié de la dynamique de la caméra.
- Les projections sont séparées en deux jeux, l'un ne contenant que les pixels à valeurs positives et l'autre les pixels à valeurs négatives (les autres pixels étant à 0). Après rétroprojection de chaque jeu, on se retrouve avec une image « positive » et une image « négative » qu'il suffit de soustraire pour obtenir le résultat escompté. Cette méthode exploite la pleine dynamique de la caméra mais est deux fois plus lente que la précédente.

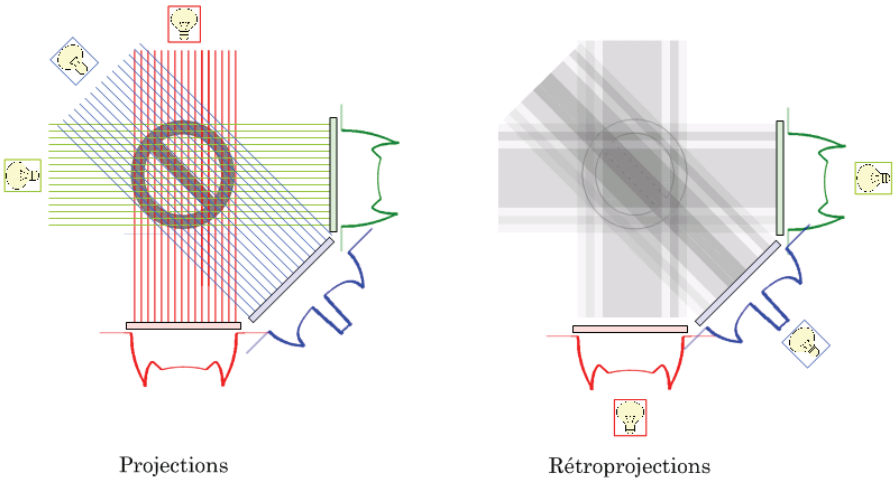


Fig. 8-4. Notion de projection et de rétroprojection

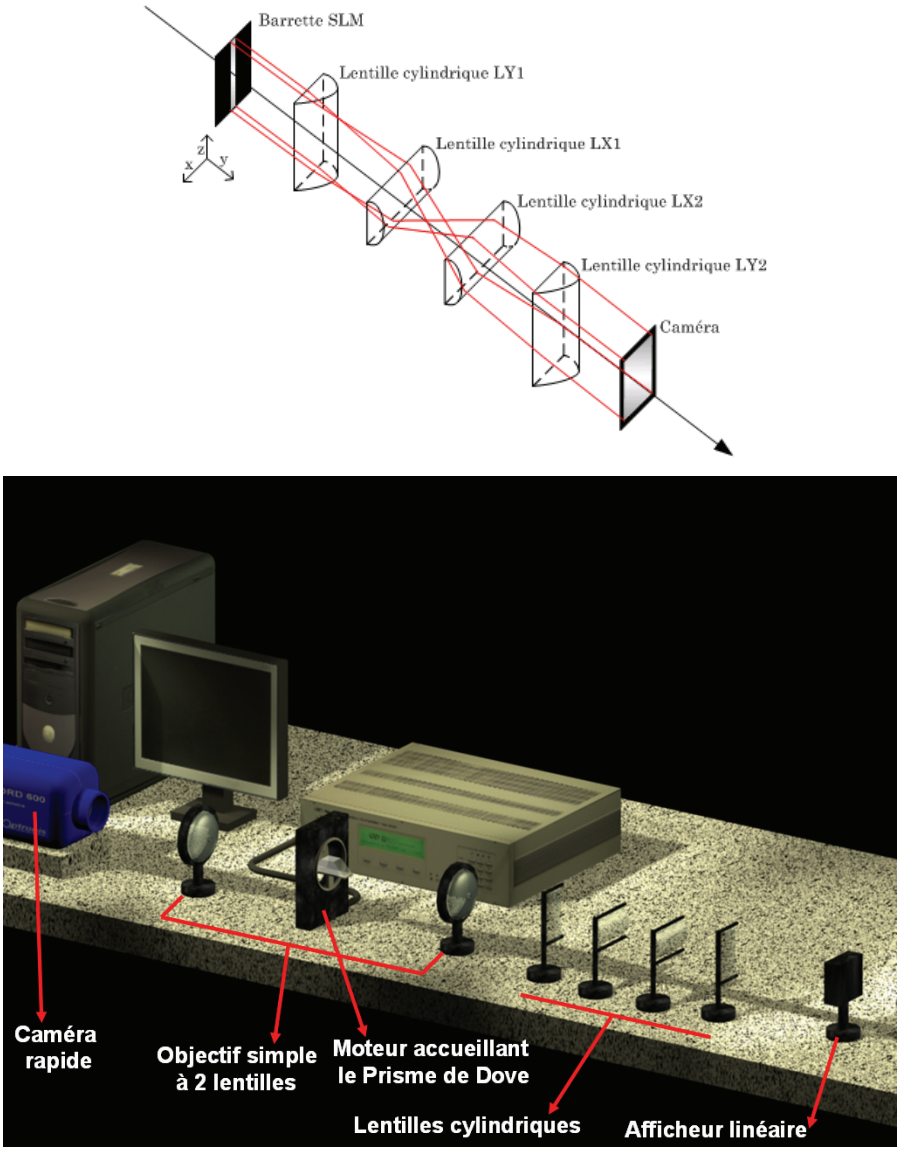


Fig. 8-5. Schéma de l'objectif à lentilles cylindriques (en haut) et du processeur optique de rétroprojection (en bas)

Sur la figure 8-5, le plan perpendiculaire situé LX1 et LX2 entre est, lorsque l'on travaille en lumière cohérente, un plan de Fourier pour la direction O_x. Il est donc possible d'introduire le filtrage dans la rétroprojection en ajoutant la transmittance du filtre rampe en ce point.

La partie purement électronique du noyau de recombinaison a été validée en simulation grâce aux modèles VHDL de mémoires SRAM et NVRAM fournies par Cypress [CYP]. Pour ce qui est de la partie optique, la méthode sera validée en simulation, puis expérimentalement. Cela fera l'objet des troisième et quatrième sections de ce chapitre.

8.2. Intérêt du processeur en terme de temps de calcul

8.2.1. Coût de la méthode sur un système numérique

Parmi les méthodes d'inversion de la transformée de Radon, l'algorithme FBP semble le plus efficace d'un point de vue temps de calcul [TOF96]. Il présente une complexité en $O(KMN)$, K étant le nombre d'angles de projection par sinogramme, M étant le nombre de lignes dans la matrice de reconstruction et N le nombre de colonnes dans cette même matrice, ou le plus souvent en $O(N^3)$ car M et K sont le plus souvent O(N). Le temps passé au filtrage (N vecteurs de N points), dont la complexité est $O(N^2 log_2 N)$, est donc négligeable devant de temps de calcul de la rétroprojection. Le nombre exact d'opérations varie en fonction de l'interpolation utilisée entre les pixels du sinogramme (plus proche voisin, bilinéaire, etc). L'implémentation classique de l'algorithme FBP est le suivant :

```
%% Filtrage
Pour k de 1 à Kmax,
   fftsino = fft(sino( :,k))
   sinofiltre = ifft(fftsino*abs(w))
Fin

%%% Rétroprojection
Pour n de 1 à Nmax,
   Pour m de 1 à Mmax,
      Somme = 0
      Pour k de 1 à Kmax,
         rho = (m-M/2)*cos(k) + (n-N/2)*sin(k)
         somme = somme + sinofiltre(rho,k)
      Fin
   Fin
Fin
```

Depuis déjà plusieurs années, des méthodes permettant le calcul de la rétroprojection en $O(N^2 \log_2 N)$ ont été démontrées. L'utilisation de linogrammes est une approche connue depuis 1987 [EDL87] mais qui n'a que rarement été appliquée dans des produits commerciaux. Des méthodes plus récentes basées sur la division du problème en sous problèmes indépendants donnent de très bons résultats sur de grandes matrices [BAS00,ROD02]. D'autres méthodes utilisent le principe de factorisation des calculs, similaire à celui de l'algorithme FFT, pour accélérer les reconstructions avec une perte de qualité négligeable [DAN97]. Enfin, une méthode basée sur la transformée en ondelettes a également été démontrée, avec à la clef un temps de calcul amélioré d'un facteur 5 par rapport à l'algorithme classique, mais en contrepartie, une erreur moyenne sur l'image de l'ordre de 5%. [ROD03]

8.2.2. Evaluation du temps de calcul sur les systèmes récents

Les imageurs médicaux actuels intègrent, au sein de leur architecture, leur propre système de reconstruction. Les performances de ceux-ci sont alignées sur les besoins de l'imagerie médicale actuelle, c'est-à-dire un temps de reconstruction de l'ordre de la seconde par coupe. A sa sortie, en 2001, l'algorithme ASSR, implémenté sur un PC standard, affichait un temps de reconstruction par coupe de l'ordre de 5 secondes [KAC01]. En 2004, un système commercial, *Syngo Explorer,* développé par Siemens [SIE] affichait une cadence de reconstruction de 2 coupes 512x512 par seconde [SEN04]. En 2005, V. Vlček propose une implémentation de ce calcul sur un PC standard en exploitant la puissance du processeur graphique (GPU). Il parvient à des temps de reconstruction de 808 ms pour une image 512x512 (pour toutes ces grandeurs le nombre de projections utilisées n'est pas précisé mais nous le supposerons égal au nombre de lignes de l'image reconstruite). En 2006, les constructeurs annoncent des temps de calcul pouvant aller jusqu'à 20 images par seconde (Siemens Sensation 64, [SIE]) sans plus de précision quant à la taille des images ni à la qualité de l'image reconstruite. Dans toute la suite, les travaux de Vlček seront pris comme référence car ce sont les seuls pour lesquels les conditions d'obtention sont clairement énoncées.

On peut prévoir que l'augmentation des volumes de données, avec notamment le passage imminent à des résolutions de 1024^2, entraînera une augmentation dramatique (plus d'un ordre de grandeur) des temps de calcul.

8.2.3. Modèle « temps de calcul » pour le processeur hybride

Examinons les temps d'une reconstruction volumique sur notre processeur hybride. Une opération est constituée de cinq étapes élémentaires :

- Lecture des données depuis la mémoire du scanner (temps : T_{read} par scan).
- Recombinaison (temps : T_{rec} par recombinaison).
- Rétroprojections filtrées (temps : T_{fbp} par rétroprojection).
- Interpolation (temps : T_{inter} par interpolation).
- Ecriture vers le support non-volatile de destination (temps : T_{write} par volume reconstruit).

Chacune de ces étapes se déroulant en parallèle et faisant appel à des unité de traitement différentes (pipeline), le temps de calcul global est déterminé par le plus lent des cinq, auquel s'additionne le temps de chargement T_{load} et de déchargement T_{disc} du pipeline.

$$T_{total} = \max\left(T_{read}, N_{\alpha_r} T_{rec}, N_{\alpha_r} T_{fbp}, N_z T_{inter}, T_{write}\right) + T_{load} + T_{disc} \quad (8\text{-}5)$$

Partie « recombinaison »

La partie recombinaison du processeur ASSR est principalement basée sur des opérations de transferts entre mémoires. Dans ce système, un pipeline de deuxième niveau est mis en place avec les opérations décrites sur la figure 8-3. Le temps de calcul est donc déterminé soit par l'élément dont le temps d'accès est le plus long, soit l'élément de calcul le plus lent.

$$T_{rec} = N_\vartheta N_\zeta \max\left(T_{r_MA}, T_{r_BE}, T_{r_MC}, T_{mult}, T_{w_BS}, T_{cont}\right) \quad (8\text{-}6)$$

Avec T_{r_MA} le temps d'accès à la mémoire d'adresse (EEPROM), T_{r_BE} le temps d'accès au buffer d'entrée (SRAM), T_{r_MC} le temps d'accès à la mémoire de correction (EEPROM), T_{mult} le temps de multiplication, T_{w_BS} le temps d'écriture sur le buffer de sortie (SRAM), T_{cont} le temps d'incrémentation du compteur adresse.

Partie « reconstruction »

La reconstruction se fait en deux étapes : filtrage (T_{filt}) et rétroprojection (T_{BP}). Intéressons nous dans un premier temps à la rétroprojection par voie optique. La vitesse de calcul est définie par les cadences de l'afficheur, du moteur utilisé pour tourner l'image et de la caméra. Les points suivants doivent être pris en considération :

- L'afficheur a une dynamique de codage des niveaux de gris D_{aff}. Il est possible d'augmenter celle-ci pour atteindre D_{in} par multiplexage temporel. Ceci implique l'affichage de $\lceil D_{in} / D_{aff} \rceil$[1] lignes, et donc une cadence effective divisée par ce facteur.
- Par tour de moteur, l'image derrière le prisme tourne de 720° alors que la plage exploitée par l'algorithme est de 180°. Toutefois, on peut être amené à dépasser souvent cette valeur pour limiter les effets de bords (« *overscan* », défini par un facteur f tel que si on utilise 180°, f=0,5). Par tour de moteur, il est donc possible de reconstruire $4/\lceil 2f \rceil$ images.
- Pour que le système soit « sans perte », le système d'acquisition devrait permettre de distinguer $N_{ACQ}\, 2^{Din}$ niveaux de gris. En pratique, aucun système d'acquisition

[1] La notation $\lceil x \rceil$ représente la fonction plafond (ou *ceiling*) du réel x. Il s'agit du plus petit nombre entier n supérieur ou égale à x.

ne dispose d'une telle dynamique. Toutefois, elle peut être obtenue artificiellement en choisissant d'effectuer les acquisitions par paquets, puis d'additionner ensuite les N_{acq} paquets pour obtenir le résultat attendu. En contrepartie, la cadence effective d'acquisition est réduite.

- Selon la méthode choisie pour afficher les niveaux de gris négatifs, il est possible qu'il faille 2 opérations de rétroprojection complètes par reconstruction planaire.
- Le chargement de l'afficheur se fait simultanément à la lecture du capteur. Il faut également tenir compte du temps d'exposition T_{EXP}, bien que celui-ci doit pouvoir être rendu négligeable en augmentant la puissance de la source.

Dans ces conditions, le temps de calcul global pour une rétroprojection peut s'écrire.

$$T_{BP} = \max\left(2N_{ACQ}\widetilde{T_{AFF}}, \widetilde{T_{MOT}}, \widetilde{T_{ACQ}}\right) + T_{EXP} \tag{8-7}$$

Avec les temps effectifs d'affichage, d'acquisition et de positionnement du moteur égaux à :

$$\widetilde{T_{AFF}} = \left\lceil \frac{D_{in}}{D_{aff}} \right\rceil T_{AFF} \tag{8-8}$$

$$\widetilde{T_{ACQ}} = N_{ACQ}T_{ACQ} \tag{8-9}$$

$$\widetilde{T_{MOT}} = \begin{cases} T_{SET} & \text{moteur pas à pas} \\ 30\dfrac{\lceil 2\mathrm{f} \rceil}{V_{MOT}} & \text{moteur à courant continu} \end{cases} \tag{8-10}$$

Avec T_{AFF} le temps d'affichage d'une projection sur le SLM, T_{ACQ} le temps d'acquisition d'une image, T_{SET} le temps de déplacement moyen avec un moteur pas à pas et V_{ROT} la vitesse de rotation du moteur à courant continu (en tours par minute).

Si le filtrage est intégré dans la partie optique, le temps de calcul global ne change pas dans la mesure où le filtre affiché sur le second SLM est fixe. Si on choisit d'utiliser un filtrage numérique, il faut prendre en compte ce temps de calcul (T_{FBP}). Le filtrage des projections et leurs rétroprojections sont deux opérations mises en pipeline, donc on peut écrire :

$$T_{fbp} = \max\left(N_\vartheta T_{filt}, T_{bp}\right) \tag{8-11}$$

Avec T_{filt} le temps de filtrage d'une projection, égal à 0 en cas de filtrage optique.

Partie « interpolation »

L'interpolation est la partie pour laquelle le temps de calcul est le plus difficile à évaluer (voir §8.1.2). La complexité du calcul est en $O(N_x N_y N_z)$, donc à priori aussi complexe que l'opération de rétroprojection. Il faut donc en tenir compte. Pour le cas où celui-ci deviendrait critique, un système électronique permettant le traitement à la volée des images rétroprojetées en vue de leur interpolation est proposé (Fig 8-6). Ce système n'a pas été étudié en détail pour le moment mais les analyses préliminaires tendent à prouver qu'il serait capable d'assurer l'interpolation sans perte de temps par rapport au système de rétroprojection. Il s'insère à la sortie du système de rétroprojection et reçoit donc séquentiellement des pixels reconstruits. Il est composé d'une série de banc mémoire permettant chacun d'accueillir une coupe interpolée. Dans chaque matrice, le pixel est constitué de deux valeurs : sa valeur en niveau de gris $I_k(i,j)$ et la somme des coefficients d'interpolation $C_k(i,j)$. A chaque fois qu'un pixel $P(i,j)$ du plan incliné en cours de reconstruction est calculé par le processeur de rétroprojection, chaque calculateur effectue l'opération suivante (conformément au calcul d'interpolation tel qu'il est défini en annexe B) :

$$\begin{aligned} C &:= 1 - \left| z_P(i,j) - z_k \right| \\ I_k(i,j) &:= I_k(i,j) + C \times B(i,j) \\ C_k(i,j) &:= C_k(i,j) + C \end{aligned} \tag{8-12}$$

Où z_P est l'altitude z dans le plan de reconstruction à la position (i,j) (valeur calculée à partir de l'équation du plan) et z_k est l'altitude de la coupe que l'on calcule.

Dès lors que le calcul d'une coupe est terminé, (i.e. les nouvelles valeurs reconstruites n'interviennent plus dans le calcul d'interpolation de la coupe concernée), elle est évacuée vers une mémoire de stockage via un deuxième calculateur permettant de normaliser la valeur de chaque pixel et la mémoire locale est libérée pour la coupe suivante :

$$I_k(x,y) := I_k(x,y) / C_k(x,y) \tag{8-13}$$

La faisabilité et l'intérêt du système dépend en grande partie de la quantité de mémoire nécessaire. Les étapes de calculs élémentaires pouvant être facilement mises en pipeline, le temps de calcul doit permettre le traitement à la volée. L'intérêt, en terme de coût et de développement, dépend de l'application : dans certain cas (s'il y a peu de coupes à interpoler), un simple processeur peut suffire.

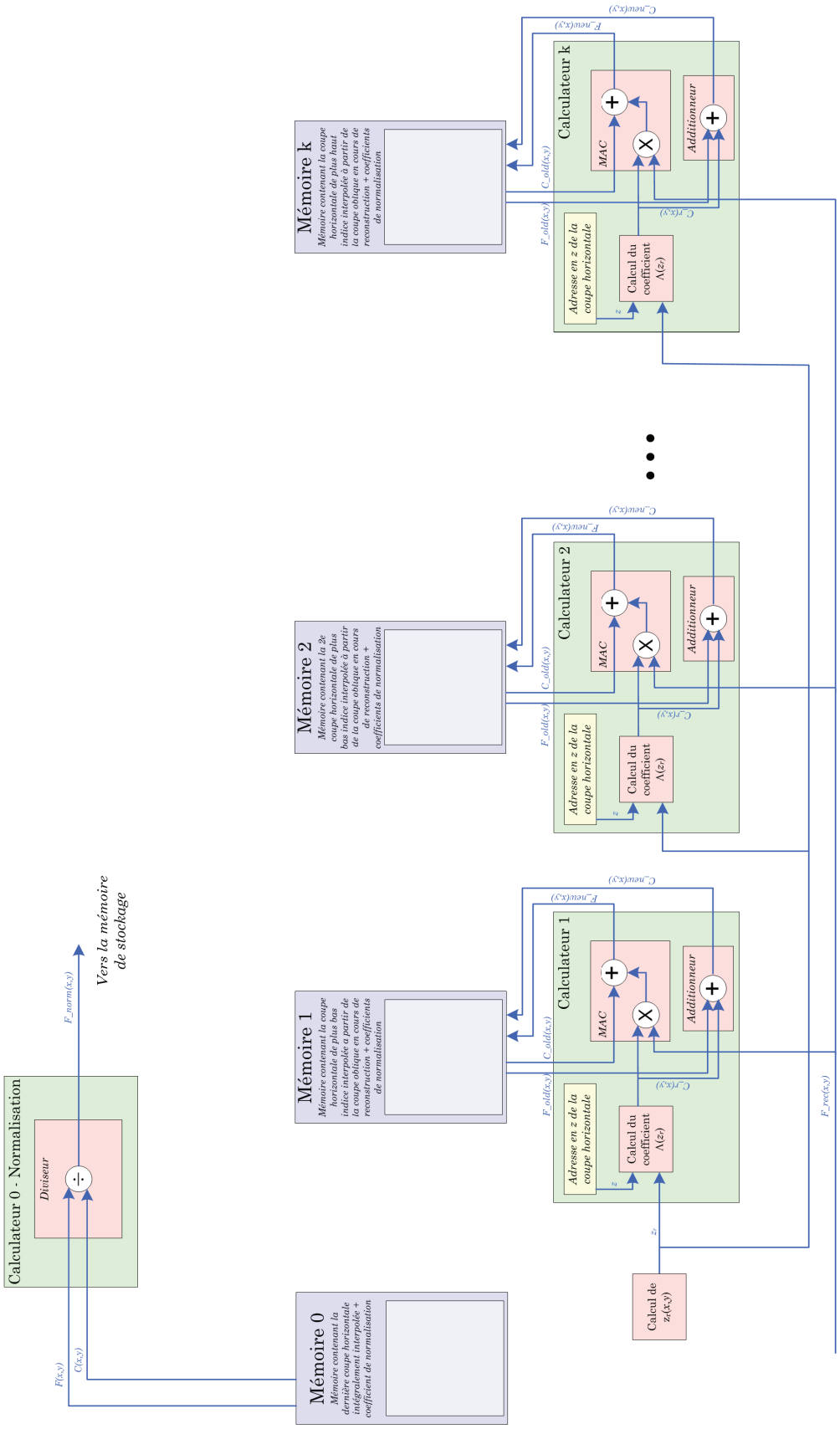


Fig. 8-6. Proposition de réalisation d'un interpolateur.

8.2.4. Bilan

Les performances actuelles des systèmes électroniques et optoélectroniques utilisés pour le processeur ASSR sont résumées dans les tableaux 8-2 (composants électroniques) et 8-3 (composants optoélectroniques). Compte tenu de ces chiffres, une étude comparative entre le processeur proposé et un processeur classique a été réalisée et les résultats sont reportés dans les tableaux 8-4 et 8-5. Les résultats mènent aux conclusions suivantes :

- Le système complet est limité par l'opération de reconstruction. Néanmoins, avec l'utilisation d'un processeur purement optique, l'écart entre le temps de recombinaison et le temps de reconstruction n'est pas critique.
- Les performances du système de recombinaison sont limitées par le temps de lecture des mémoires non-volatiles. Si ce point s'avérait critique, ces temps pourraient être abaissés en les remplaçant par des RAM statiques préchargées, au démarrage, par les données contenues dans les mémoires non-volatiles.
- Le processeur optique est conjointement limité par le capteur CMOS et le moteur.

Notation	Définition	Valeur	Constr.
T_{r_MA}	Temps d'accès à une mémoire de type EEPROM	70 ns	[STM]
T_{r_MA}	Temps d'accès à une mémoire de type Flash	45 ns	[ATM]
T_{r_MA}	Temps d'accès à une mémoire de type SRAM non-volatile	25 ns	[CYP]
T_{r_BE}	Temps d'accès à une mémoire de type SRAM simple	8 ns	[SAM]
T_{w_BS}	Temps d'écriture dans une mémoire de type SRAM	8 ns	[SAM]
T_{mult}	Temps d'une multiplication virgule flottante dans une FPGA[1]	7 ns	[ALT]
T_{cpt}	Période maximale d'horloge pour un compteur 24-bits sur une FPGA[2]	7 ns	[ALT]
T_{fil}	Temps de calcul pour le filtrage d'un vecteur de 2048 points	320 µs	[TI]
D_{r_scan}	Débit d'une DRAM en lecture[3]	6,4 Gbps	[SAM]

Tab. 8-2. Performances actuelles des composants électroniques utilisés pour le processeur ASSR.

Notation	Définition	Valeur	Constr.
T_{AFF}	Temps d'affichage d'un FLC SLM classique 1024 points	250 µs	[BNS]
T_{AFF}	Temps d'un afficheur de type « matrice de LED » (1024 points)	32 ns	[LEN]
V_{MOT}	Vitesse de rotation d'un moteur[4]	2400 tpm	[NEW]
T_{ACQ}	Temps d'acquisition et de lecture d'un capteur CMOS 512[2]	500 µs	[MIC]

Tab. 8-3. Performances actuelles des composants optoélectroniques utilisés pour le processeur.

[1]Simulé sur une Cyclone II. Multiplicateur à virgule flottante simple précision pipeliné sur 5 niveaux. Résultat équivalent avec un multiplieur à virgule fixe 32-bits pipeliné sur 5 niveaux.
[2]Simulé sur une Cyclone II
[3]6,4 Gbps pour la DDRII-800 dont la sortie est prévu pou l'été 2006. Ceci représente, pour des mots de 32 bits, un temps d'accès de 5 ns.
[4]Avec une précision du millième de degré : utilisation d'un moteur 720°/s avec un rapport de démultiplication de 20. Il est possible d'augmenter cette valeur en augmentant la démultiplication, ce qui réduira aussi la précision.

	Système 100% électronique[1]	Système 100% optique[2]	Système hybride
Filtrage pour une seule projection		0 ms	320 µs
Temps total de filtrage d'un sinogramme (N_g projections)		0 ms	58 ms
Temps total de rétroprojections d'une coupe oblique		12,5 ms	12,5 ms
Temps total de reconstruction planaire d'une coupe oblique	808 ms	12,5 ms	58 ms

Tab. 8-4. Comparatif du temps de rétroprojection pour un processeur numérique, un processeur optique et un processeur hybride.

- Le système hybride est 5 fois moins performant que le système optique pur. Néanmoins, il présente d'autres avantages non négligeables, notamment le travail en lumière incohérente. Le temps de calcul du système hybride est dominé par le temps de filtrage numérique. Celui-ci peut être abaissé par l'emploi de plusieurs processeurs en parallèle, ce qui pourrait permettre au processeur hybride d'approcher les performances de système 100% optique.
- Pour les systèmes actuels, l'accélération permise par le processeur optique est supérieure à un ordre de grandeur. De plus, le processeur est déjà « prêt » pour le passage aux images 1024^2, augmentant de deux ordres de grandeur l'écart par rapport aux systèmes numériques actuels.

	Système 100% électronique	Système 100% optique	Système hybride
Temps total de lecture de la mémoire du scanner	0,60 s	0,60 s	0,60 s
Temps total de recombination pour l'ensemble du jeu d'acquisition	1,18 s	1,18 s	1,18 s
Temps total de reconstruction planaire pour les sinogrammes parallèles	145 s	4,50 s	20,9 s
Temps total d'écriture vers la mémoire du scanner[3]	0,24 s	0,24 s	0,24 s
Temps de calcul total pour l'ensemble du volume	145 s	4,50 s	20,9 s

Tab. 8-5. Comparatif du temps de reconstruction pour un processeur numérique, un processeur optique et un processeur hybride.

- L'intérêt de travailler avec des grandes matrices est confirmé par le graphe de la figure 8-7.

[1]Références Vlček : [VLC05].
[2]Dans les conditions suivantes : $D_{IN} = D_{ACQ} = 8$ bits. Utilisation d'un moteur à courant continu, $f = 0{,}5$, $k = 180$, $N_{ACQ} = 25$.
[3]L'interpolation n'est pas prise en compte. On suppose que l'on écrit les données directement dans une mémoire e type DRAM.

- Si N_{ACQ} est fixé à la valeur limite telle que l'acquisition ne soit pas limitante, nous obtenons N_{ACQ} = 25, ce qui permet, avec une caméra 10-bit, d'atteindre une résolution maximale effective entre 15 bits et 16 bits.

Sans tenir compte de l'interpolation, le temps de reconstruction est inférieur au temps d'acquisition actuelle. On peut envisager de travailler en quasi « temps réel ».

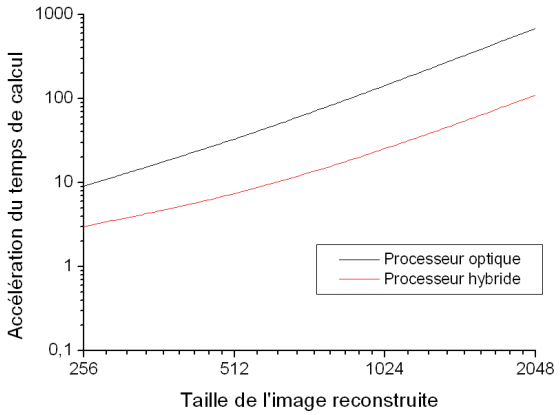


Fig. 8-7. Accélération du temps de calcul par traitement optique ou hybride en fonction de la taille des images à reconstruire.

8.3. Simulation du noyau optique

8.3.1. Le modèle utilisé

Le modèle de rétroprojecteur optique est composé de deux blocs : un pour le filtrage et l'autre pour la rétroprojection. Chacun d'entre eux est constitué de deux voies, l'une correspondant à l'opération par voie optique et l'autre par voie numérique. Le modèle de filtrage optique est le même que celui vu au chapitre précédent, à la différence près qu'il n'opère qu'en 1D. L'algorithme correspondant au modèle est basé sur celui de la transformée de Radon inverse modifiée pour tenir compte des spécificités de notre système :

```
%% Filtrage
...

%%% Rétroprojection
Reconstruct = 0 ;
Pour k de 1 à Kmax,                 %% K est l'angle de (retro)projection
   Pour rho de 1 à Rho_max,         %% Nombre de points par projections
      Pour i de 1 à Rho_max,
         Si sinogramme(rho,k)>0,
            Image_plus(i,rho) = sinogramme(rho,k)
            Image_moins(i,rho) = 0
         Sinon
            Image_plus(i,rho) = 0
            Image_moins(i,rho) = sinogramme(rho,k)
         Fin
      Fin
   Fin
```

```
      Imrot_plus = Rotation de Image_plus d'un angle k
      Resultat_plus = Resultat_plus + Imrot_plus
      Imrot_moins = Rotation de Image_moins d'un angle k
      Resultat_moins = Resultat_moins + Imrot_moins
   Fin
   Résultat = Résultat_plus - Résultat_moins
```

Ce modèle sera ensuite complété pour tenir compte des sources de distorsions suivantes :

- Bruits de quantification
  - Quantification des niveaux en entrée.
  - Quantification des niveaux sur la caméra.
- Bruits géométriques
  - Imprécision sur la vitesse de rotation ou dérive angulaire (moteur pas à pas).
  - Imprécision sur le positionnement (moteur pas à pas) ou gigue sur le déclenchement de l'acquisition.
  - Non-alignement de l'axe du prisme de Dove.

On parlera de modèle quasi-idéal quand seuls les bruits de quantification sont pris en compte. L'image reconstruite est comparée à l'image filtrée et rétroprojetée numériquement, afin d'écarter les distorsions introduites par l'algorithme FBP. Les critères de comparaison sont les mêmes qu'au chapitre précédent : écart quadratique moyen (MSE) et rapport signal à bruit (lorsqu'ils ont un sens) et distribution statistique et spatiale de l'erreur.

8.3.2. Simulation du rétroprojecteur optique simple

Les deux algorithmes de calcul (celui de notre modèle et l'algorithme classique de la FBP) sont totalement équivalents d'un point de vue mathématique. Ce résultat est vérifié au préalable en simulation.

Modèle quasi-idéal

Le modèle quasi-idéal permet principalement de mesurer les effets de la quantification dans le plan d'entrée et dans le plan image. La quantification dans le plan d'entrée ne semble pas critique. La figure 8-8 montre qu'un afficheur binaire peut suffire à obtenir une image visuellement acceptable. L'augmentation du nombre de niveaux affichables permet d'améliorer le rapport du signal à bruit de près de 6 dB par bit, ce qui correspond à la valeur prédite par la théorie de la quantification. Cette amélioration semble toutefois devoir s'estomper au-delà de 6 bits. De plus, l'algorithme de rétroprojection étant additif, il permet d'augmenter le rapport signal à bruit par rapport à celui des

rétroprojections filtrées initiales. L'augmentation est de l'ordre de 30 dB pour 180 projections. La répartition de l'erreur est totalement uniforme pour les grandes valeurs de dynamique.

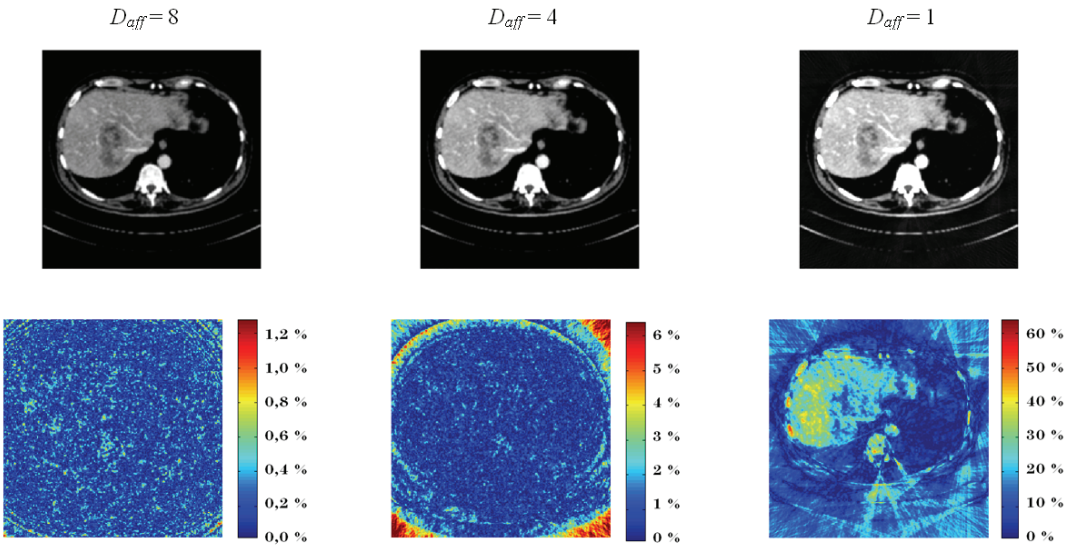


Fig. 8-8. Reconstruction d'images à l'aide du modèle quasi-idéal du processeur de rétroprojection. La sortie n'est pas quantifiée. D_{aff} est la dynamique de codage du SLM d'entrée.

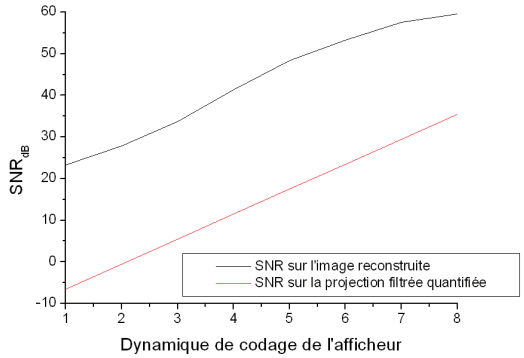


Fig. 8-9. Evolution de la qualité de reconstruction en fonction de la dynamique d'affichage.

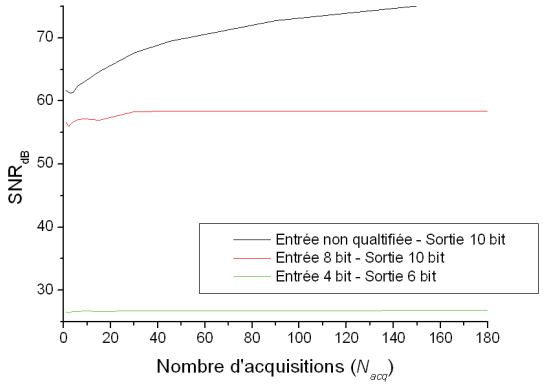


Fig. 8-10. Effet de la quantification en sortie en fonction du nombre d'acquisition par reconstruction.

La dynamique de caméra joue également un rôle très important. Dans le cas de l'image précédente, par exemple, le bruit de quantification fait que le rapport signal à bruit théorique maximal que l'on peut obtenir avec une caméra 10-bit est de 57 dB. Ce chiffre peut être amélioré en augmentant N_{ACQ}. (figure 8-10). Il apparaît toutefois que la quantification à l'entrée devient rapidement critique.

Modèle réaliste simple

Supposons dans un premier temps que le prisme soit bien aligné avec l'axe optique du système. Le positionnement angulaire du prisme doit être maîtrisé avec une grande précision afin que les angles de projections et de rétroprojection correspondent au mieux. Quelque soit le type de moteur employé, la position angulaire peut être modélisée par l'équation :

$$\theta(t) = t(V + \Delta\theta) + \delta\theta \qquad (8\text{-}14)$$

Avec V la vitesse de rotation du moteur (trs/min), $\Delta\theta$ une dérive angulaire, exprimée en °/tours et $\delta\theta$ un bruit angulaire.

L'interprétation des termes d'erreur varie selon la technologie de moteur privilégiée. Dans le cas d'un moteur pas à pas, le bruit angulaire traduit l'erreur de positionnement quant à la dérive, elle traduit un dérèglement à long terme du système. Dans le cas d'un moteur tournant en continu, la dérive est attribuée à une erreur sur la vitesse de rotation du système. La position du moteur au moment de chaque acquisition dépend du moment où l'exposition est déclanchée : le bruit angulaire représente donc la gigue sur le signal de déclenchement.

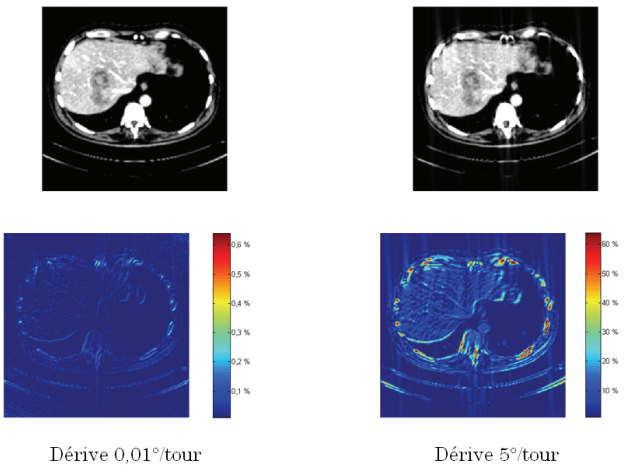
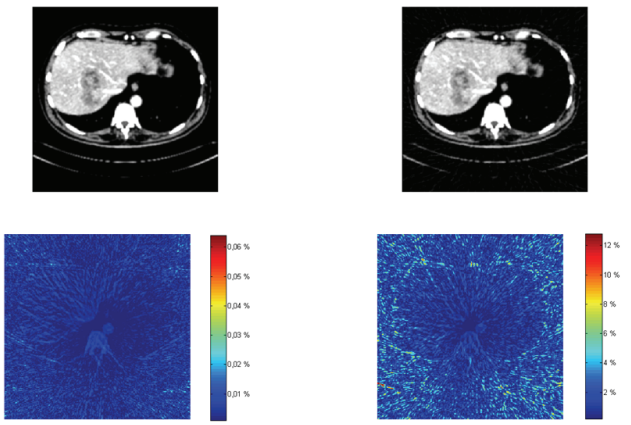
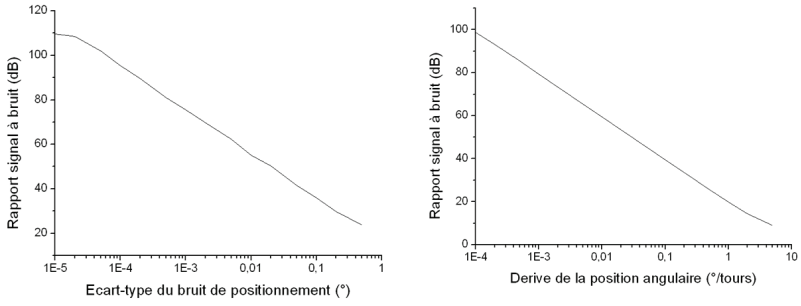


Fig. 8-11. Effet d'une dérive angulaire



Ecart type 0,001° Ecart type 0,5°

Fig. 8-12. Effet d'un bruit angulaire



SNR en fonction du bruit de positionnement SNR en fonction de la dérive de positionnement

Fig. 8-13. Rapport signal à bruit en fonction du bruit ou de la dérive angulaire

La modélisation de ces deux phénomènes fait apparaître, pour chacun un effet « premier ordre » : le rapport signal à bruit diminue de 20 dB chaque fois que le bruit augmente d'un ordre de grandeur. Les contraintes sur le moteur sont assez fortes puisqu'il faut atteindre une précision de 0,01° avec une dérive inférieure à 0,01° par tour, ce qui représente une précision de 20 ppm sur la vitesse de rotation. Ces performances restent toutefois abordables avec les technologies actuelles [NEW].

Modèle réaliste intégrant le prisme de Dove

Ce dernier modèle intègre les imperfections d'alignement du prisme de Dove. Il est décrit en annexe C. Il tient compte des degrés de liberté suivants : les décalages angulaires φ et ψ respectivement selon les axes *Ox* et *Oy* entre l'axe de rotation du moteur et l'axe central du prisme de Dove, les décalages radiaux *a* et *b* respectivement selon les axes *Ox* et *Oy* entre l'intersection de l'axe de rotation du moteur avec le plan d'entrée et l'origine

dans ce plan ainsi que les décalages radiaux *r* et *s* respectivement selon les axes *Ox* et *Oy* entre l'axe de rotation du moteur et l'axe du prisme dans le plan *z*=0 (voir figure 8-14). Le modèle est utilisé également pour calibrer le système expérimental à l'aide d'un faisceau laser. Pour cela, il doit en plus tenir compte de deux angles, α et β, respectivement selon les axes *Ox* et *Oy* entre l'axe de rotation du moteur et la direction du laser. Le modèle tel qu'il a été utilisé (version matricielle) n'est valable qu'aux petits angles.

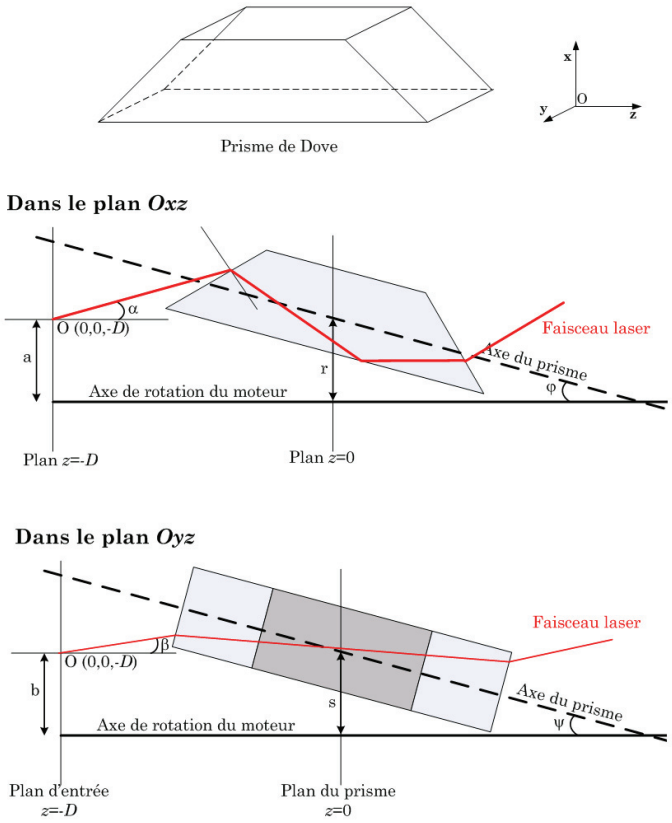
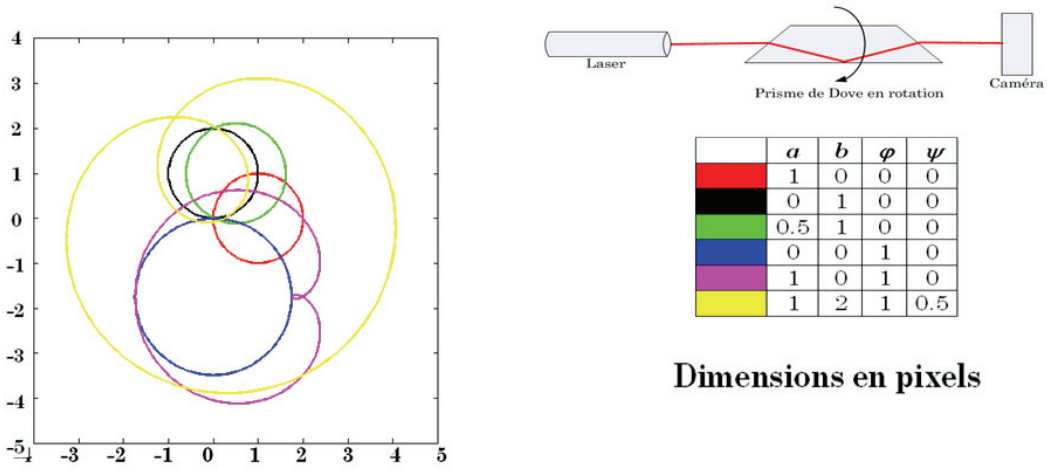


Fig. 8-14. Définition des paramètres du modèle optique du prisme de Dove

Les résultats de simulation sont donnés par les figures 8-15 et 8-16. La première, correspond au montage permettant d'aligner le prisme : un laser pointe sur la face d'entrée du cube tandis qu'une caméra permet d'observer la trajectoire du rayon émergent du prisme lorsque le moteur tourne. Quelques trajectoires sont représentées en fonction de certains paramètres. Si le montage était bien aligné (i.e. les paramètres sont tous nuls), la trajectoire de sortie serait un point. En pratique, on observe la plupart du temps une trajectoire trochoïde. Pour la seconde figure, on se place dans le cadre du processeur optique de rétroprojection. Les angles α et β n'interviennent plus. Pour chaque pixel de l'image, on calcule son image sur le plan d'acquisition à travers le prisme (500 mm entre le plan du prisme et le plan d'acquisition) . On mesure ensuite l'écart

entre l'image calculée dans le cas ou tous les paramètres sont nuls (cas idéal) et dans le cas où certains d'entre eux varient. On observe des variations du rapport signal à bruit du type premier ordre. De plus, ces simulations montrent que de très faibles variations angulaires entraînent un bruit conséquent (i.e. avec des variations angulaires de 0,01° et des variations radiales de l'ordre du pixel, le rapport signal à bruit chute en dessous de 20 dB). La dernière image est obtenue avec un processeur parfaitement aligné à l'exception de a que l'on place à 8 pixels (les autres paramètres étant nuls). La distorsion se manifeste par une trajectoire localement circulaire (on le voit très nettement sur les côtés). A la vue de ces simulations, il apparaît crucial d'apporter la plus grande application au montage du système.



	a	b	φ	ψ
	1	0	0	0
	0	1	0	0
	0.5	1	0	0
	0	0	1	0
	1	0	1	0
	1	2	1	0.5

Fig. 8-15. Trajectoire de l'axe optique en fonction de x, y, φ et ψ .

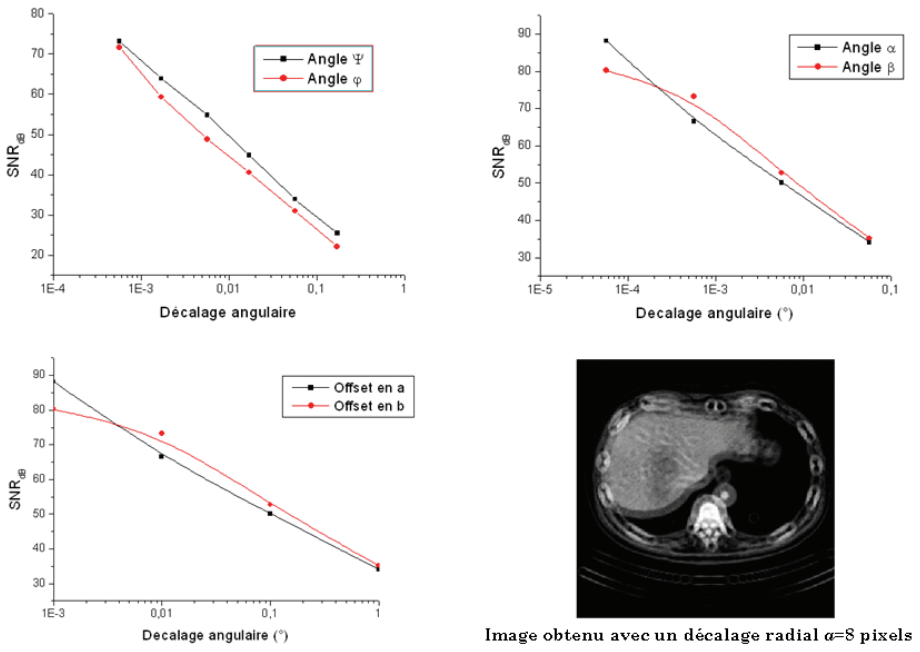


Fig. 8-16. Rapport signal à bruit sur l'image reconstruite en fonction des paramètres du modèle.

8.3.3. Simulation du rétroprojecteur optique avec filtrage

Le modèle du « rétroprojecteur filtreur » combine le modèle présenté dans ce chapitre avec le modèle de filtrage optique du chapitre précédent. Dans ces conditions, le nombre d'acquisitions par rétroprojection devient important. En effet, à cause de l'acquisition quadratique, la valeur mesurée à chaque acquisition est la somme au carré des rétroprojections filtrées, et non la somme simple. Ce phénomène est semblable à celui que l'on avait désigné par distorsion de phase dans l'étude du multiplexage temporel (chapitre 5).

Les résultats de simulation sont donnés sur les figures 8-17. Les résultats sont nettement moins bons qu'avec le rétroprojecteur simple et un filtrage numérique. Cette conclusion était prévisible en comparant les SNR obtenus du chapitre 7 et dans la section précédente : la distorsion principale provient donc du filtrage optique.

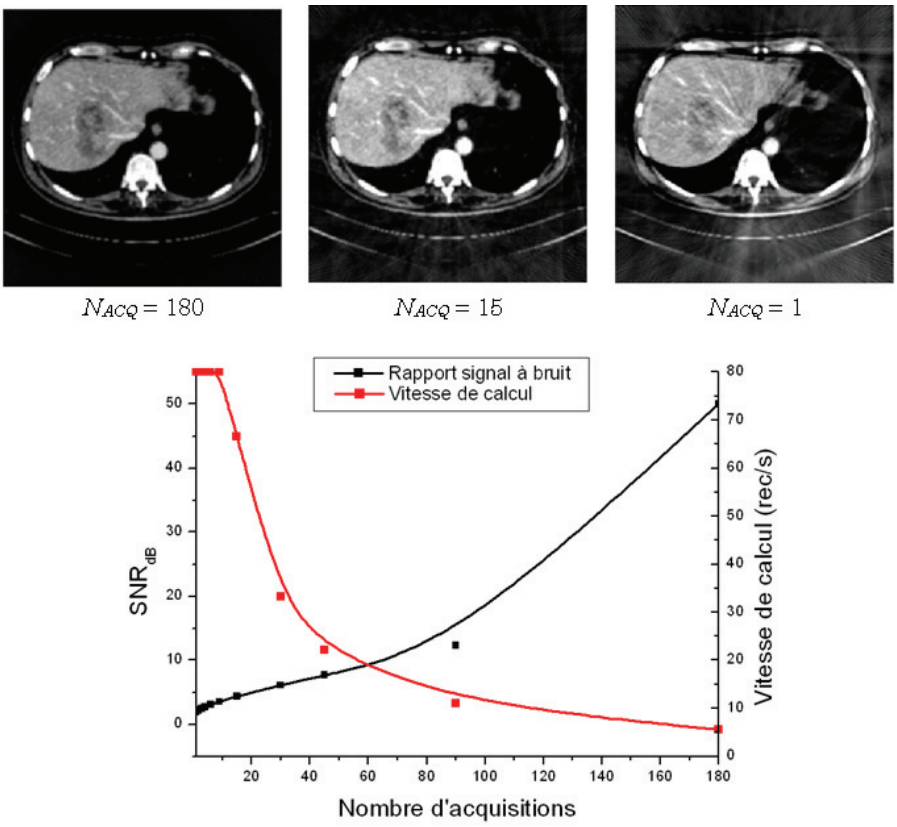


Fig. 8-17. Simulation de la reconstruction par rétroprojecteur filtreur.

Il semble donc plus propice d'utiliser un système composé d'un système de filtrage numérique associé à un rétroprojecteur optique. Le gain en terme de qualité d'images semble suffisant pour justifier la légère perte en temps de calcul.

8.3.4. Essai du système complet sur un jeu de données réelles

Replaçons-nous maintenant dans le cadre de l'algorithme ASSR. La recombinaison et l'interpolation seront calculées sous MATLAB . L'étape de reconstruction fait appel au modèle quasi-idéal du rétroprojecteur optique avec filtrage numérique.

Lecture du fichier de données

Les données issues du scanner se trouvent dans un fichier au format DICOM, composé d'un en-tête contenant l'ensemble des informations concernant l'acquisition (distances, pas de l'hélice, nombre de tours, nombre d'acquisitions par tour, …) et d'une plage de données. La lecture de ce fichier est relativement simple.

Recombinaison

La recombinaison a été réalisée à l'aide du jeu d'équations approprié. Les valeurs des coordonnées dans le jeu d'acquisition u, v, α_L ainsi que celle du coefficient de correction sont représentées en fonction des coordonnées dans le sinogramme parallèle ϑ et ζ sur la figure 8-18 (correspond aux équations décrits en annexe B).

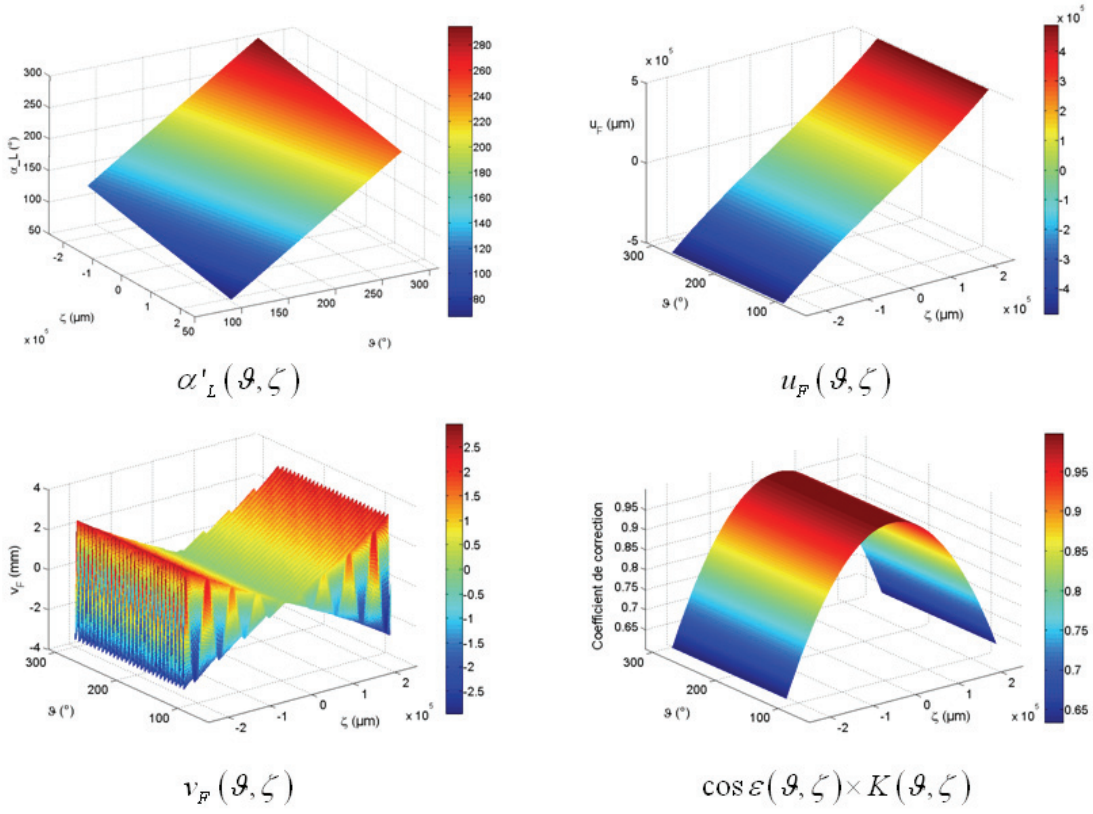


Fig. 8-18. u, v, α_L et ε en fonction de ϑ et ζ .

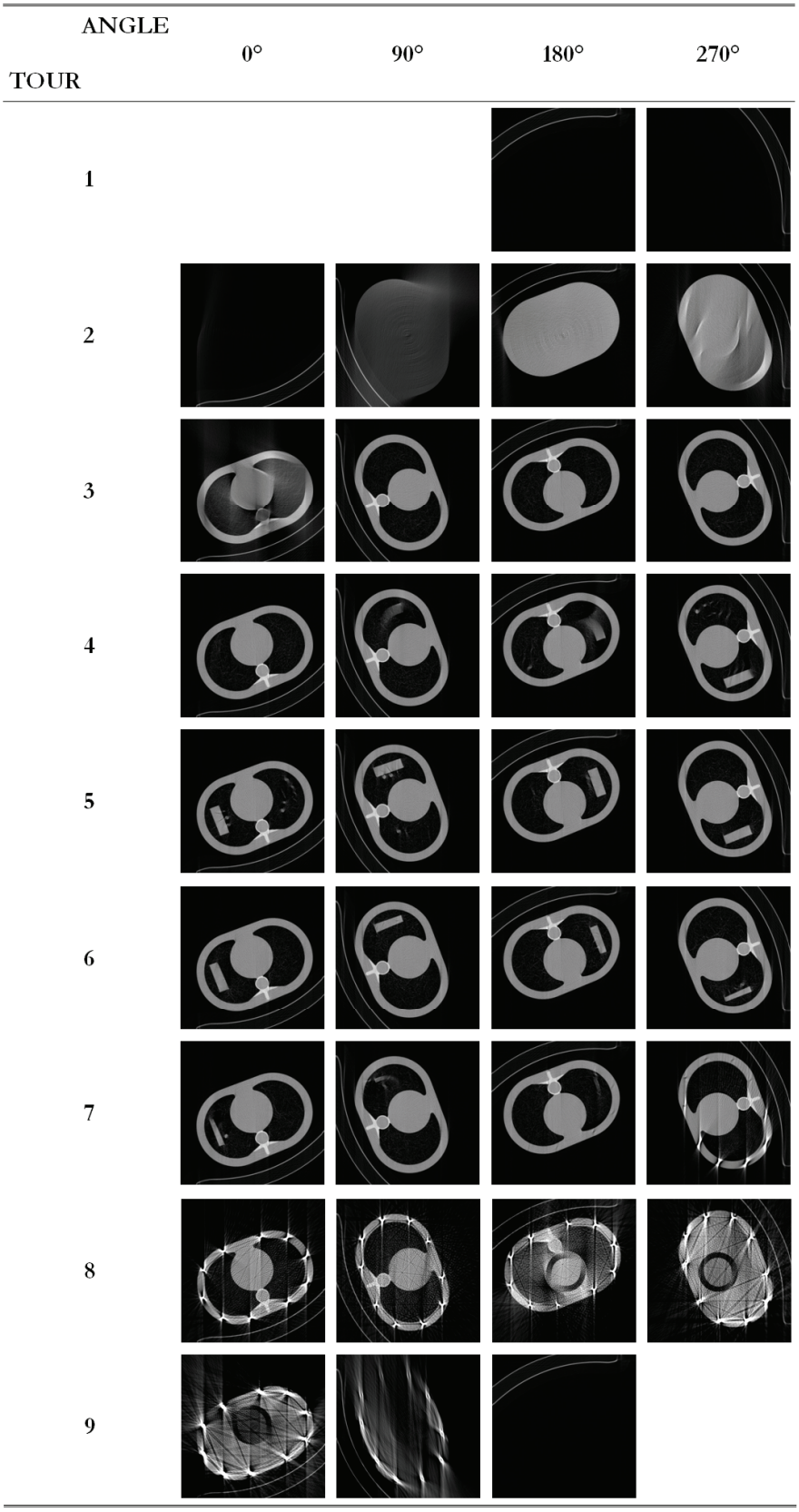


Fig. 8-19. Exemple de reconstruction dans les plans inclinés obtenu avec le modèle quasi-idéal.

Reconstruction

Le calcul de rétroprojection est effectué, d'une part numériquement, d'autre part à l'aide du modèle quasi-idéal du rétroprojecteur optique. Les résultats sont donnés sur la figure 8-19. Sans surprises, les conclusions que l'on peut tirer des résultats observés sont comparables à ceux obtenus avec la simple image 2D.

Interpolation en z

Un exemple d'interpolation en *z* est donné sur la figure 8-20. La coupe en question a été reconstruite à partir de 9 coupes obliques, permettant d'obtenir une résolution en *z* d'1 mm. L'opération d'interpolation modifie très peu le SNR. On observe toutefois une très légère augmentation due au moyennage. En comparaison de l'image fournie par Siemens, l'écart reste important. Ce type de distorsion est connu en tomographie à rayons X sous le nom de durcissement de faisceau (ou « *beam hardening* ») [KAK01,VAN02]. Ce phénomène provient de la nature polychromatique du faisceau utilisé pour les acquisitions. Il est encore plus flagrant sur les images du 8^{e} et 9^{e} tour sur la figure 8-19. Ces artefacts sont en général corrigés en amont du calcul de reconstruction. Ce point n'a pas été abordé.

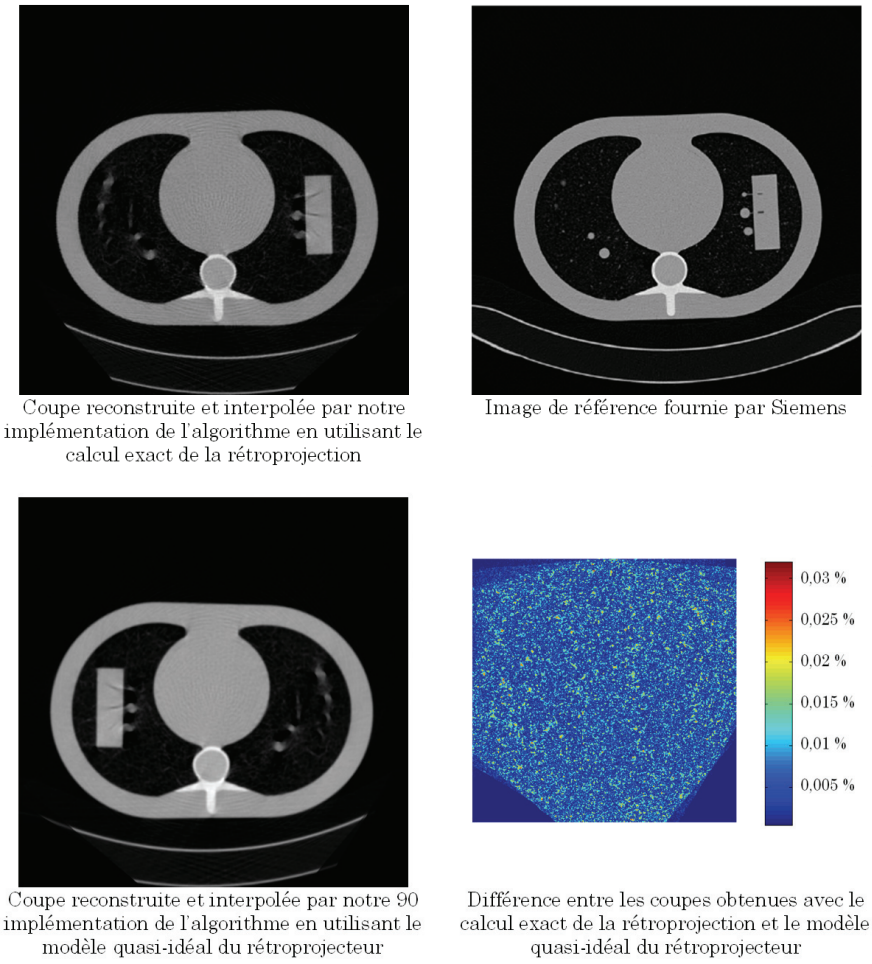
8.3.5. Bilan

Les résultats obtenus en simulations sont probants. Les rapports signal à bruit que l'on peut espérer sont beaucoup plus importants que dans le cas du processeur de filtrage. Une fois de plus, on a pu mettre en évidence l'absolue nécessité de réaliser le processeur avec le plus grand soin. Une optique compacte ou intégrée semble une nouvelle fois le meilleur moyen de parvenir à un résultat correct. Le prototype réalisé et présenté ci-après est un montage sur table permettant de valider le principe du fonctionnement du système.

Un système expérimental de rétroprojection a été réalisé. Comme dans le cadre du processeur de filtrage, le montage n'a pas été réalisé dans les meilleures conditions. D'une part, le montage est réalisé « sur table », avec tout les problèmes d'alignement que cela implique, et d'autre part, il a été réalisé avec les éléments optoélectroniques lents qui ne seraient pas ceux employés dans le cadre de la réalisation d'un prototype. Néanmoins, il permet de valider la méthode et d'observer des comportements intéressants. Comme précédemment, les résultats et les écarts mesurés avec ce système ne sont pas à prendre au stricte : un processeur du même type réalisé dans de bonnes

conditions conduirait à des résultats entre les ceux obtenus en simulations et ceux présentés dans cette section.

La réalisation du montage optique s'est déroulée en deux étapes. Dans un premier temps, l'effort est porté sur la partie rétroprojection avec un afficheur matriciel, puis le premier objectif à lentilles cylindriques est ajouté de manière à n'utiliser qu'une ligne du SLM.



Coupe reconstruite et interpolée par notre implémentation de l'algorithme en utilisant le calcul exact de la rétroprojection

Image de référence fournie par Siemens

Coupe reconstruite et interpolée par notre implémentation de l'algorithme en utilisant le modèle quasi-idéal du rétroprojecteur

Différence entre les coupes obtenues avec le calcul exact de la rétroprojection et le modèle quasi-idéal du rétroprojecteur

Fig. 8-20. Exemple d'interpolation en z (pour z = 90mm) et comparaison avec l'image originale

8.4. Résultats expérimentaux

8.4.1. Le montage réalisé

Montage rétroprojecteur avec afficheur matriciel

Le montage optique est décrit par les figures 8-21 et 8-24. La source de lumière est une LED rouge de haute puissance (1W) pulsée et focalisée dans une fibre optique. Ce montage est déporté. A la sortie de la fibre, le faisceau est collimaté puis éclaire un SLM nématique en transmission, et traverse un système afocal permettant de faire l'image du

SLM sur le capteur de la caméra. On introduit un moteur portant le prisme de Dove dans le montage. Le montage est intégralement automatisé et tous les éléments sont pilotés par LabView : allumage de la diode, affichage sur le SLM, rotation du moteur et synchronisation de la caméra (figure 8-22)

L'alignement du montage se fait en trois temps :

1. *Alignement de la source* – L'alignement de la source consiste à optimiser la focalisation dans la fibre optique afin de récupérer le maximum de puissance, mesurer l'uniformité du faisceau en sortie et colimater la sortie de fibre par auto-collimation
2. *Alignement du prisme* – L'alignement du prisme avec l'axe de rotation du moteur est réalisé à l'aide d'un pointeur laser et d'une mire. Le pointeur est tout d'abord aligné sur l'axe de rotation du moteur. On règle ensuite la position du prisme de manière à ce que quand celui-ci tourne, la trace du pointeur sur un écran reste fixe. Pour cette étape, le modèle de prisme de Dove dont on a discuté précédemment est très utile. A cause de l'axe de précession du moteur, il est impossible d'obtenir un alignement idéal sur 360°. Il est néanmoins possible, pour cette mesure, de n'utiliser qu'un quart de tour du prisme (représentant, on le rappelle, une rotation d'image de 180°) pour lequel la dérive est très faible.
3. *Alignement de l'afficheur et du capteur* – Le reste du montage est aligné de manière classique (mise au point avec un texte).

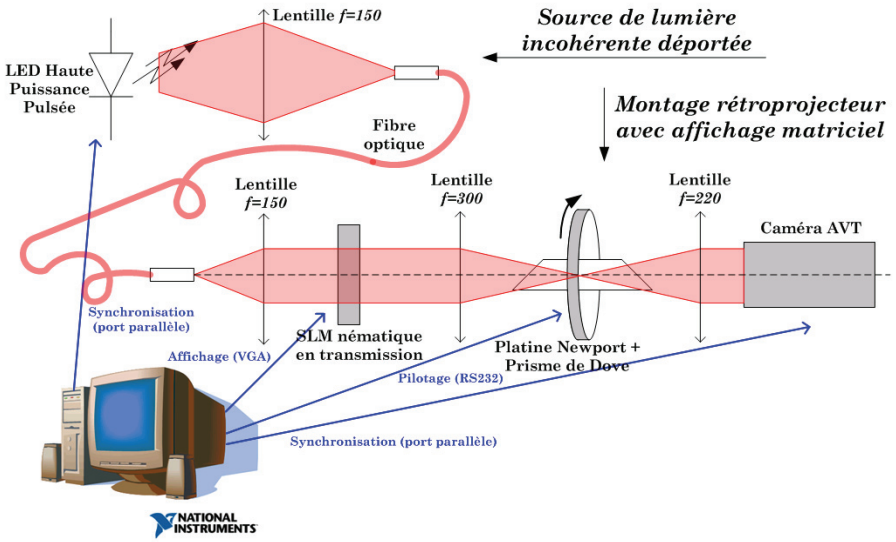


Fig. 8-21. Réalisation expérimentale du processeur de rétroprojection

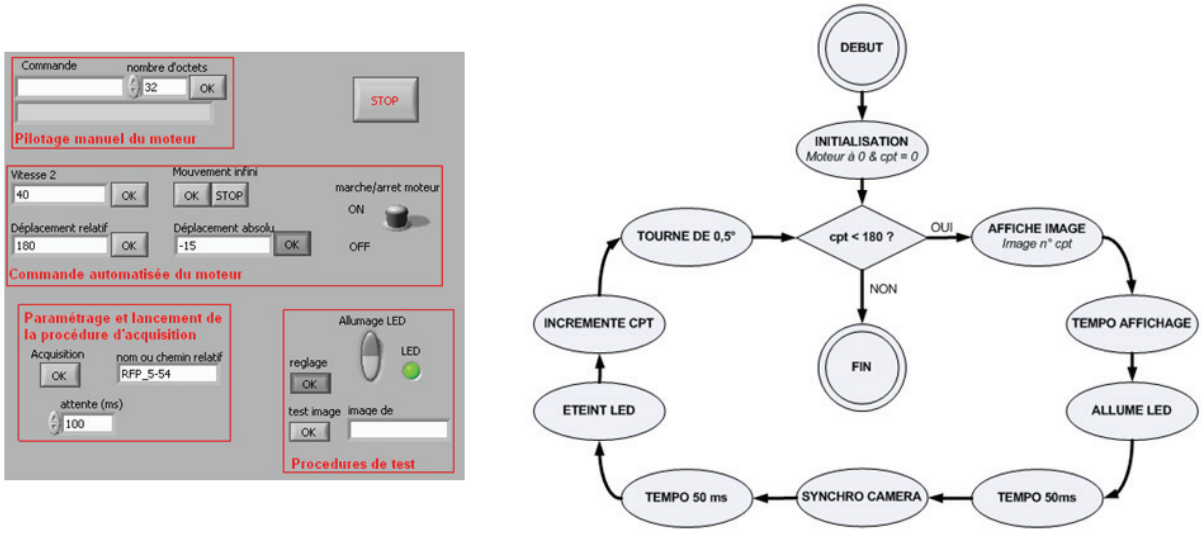


Fig. 8-22. Face-avant Labview et organigramme du logiciel de pilotage.

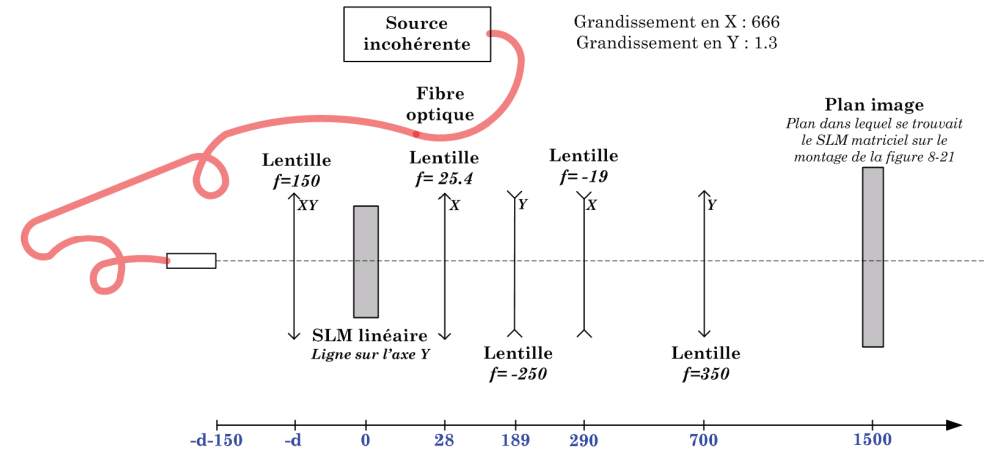


Fig. 8-23. Schéma du premier objectif du processeur optique.

Montage rétroprojecteur avec afficheur vectoriel

Le deuxième montage consiste à remplacer le SLM matriciel par un SLM vectoriel dont on étend l'image. Le montage est décrit par la figure 8-23. Ce montage se place en amont du système précédent : le plan dans lequel l'image étendue est au point remplace le plan de l'afficheur sur la figure 8-21.

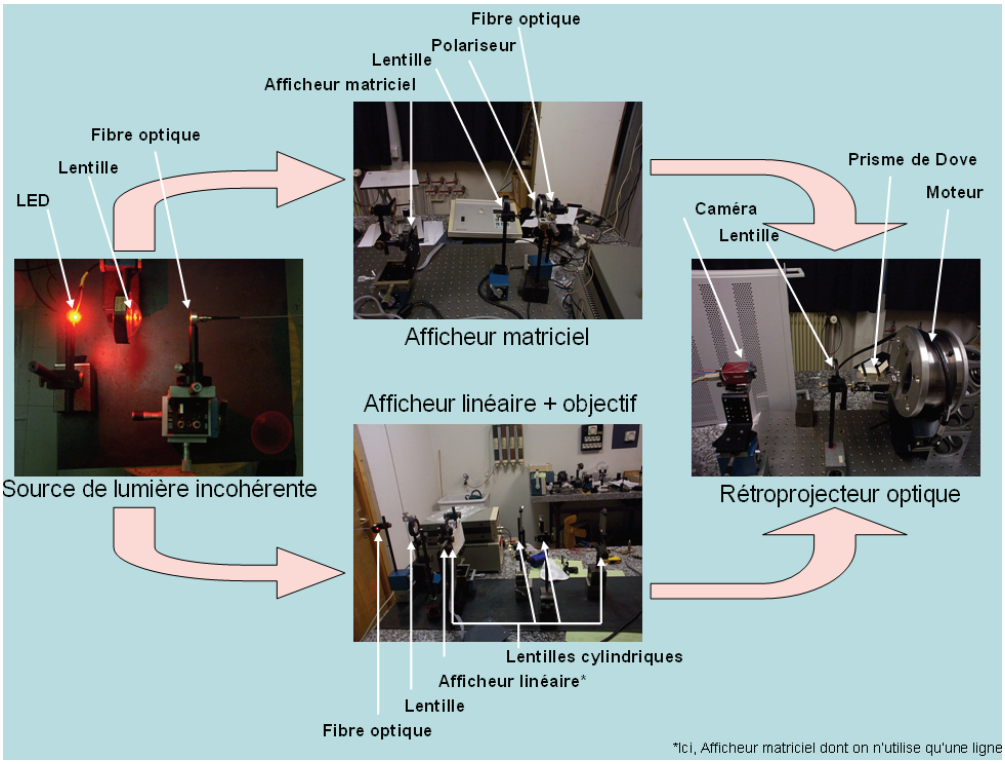


Fig. 8-24. Photo du montage du processeur de rétroprojection.

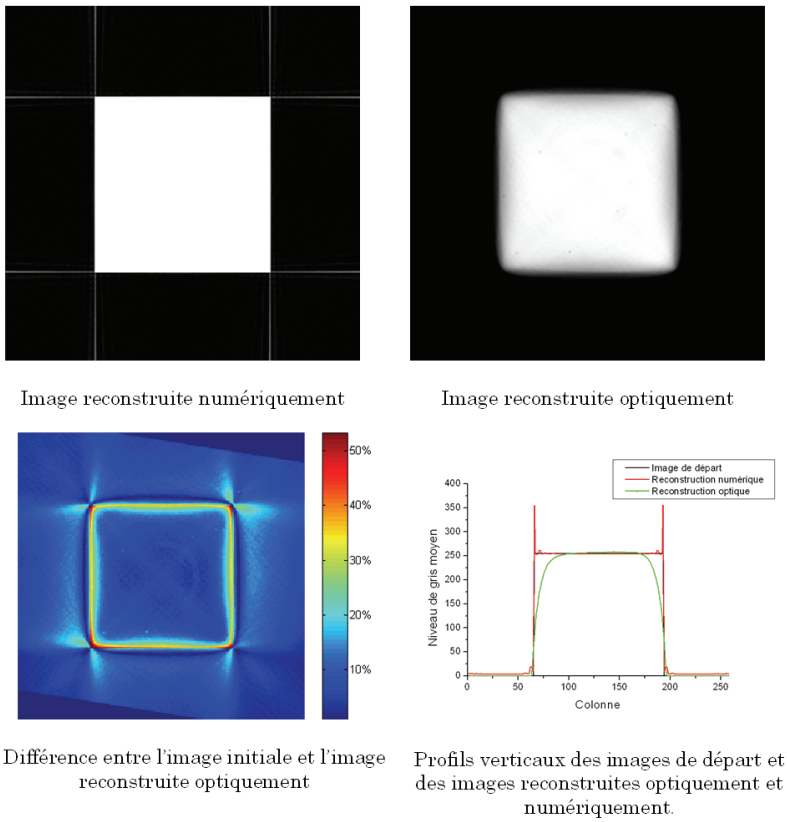


Fig. 8-25. Images obtenues avec le rétroprojecteur optique avec SLM matriciel (carré).

8.4.2. Résultats dans le cadre d'une reconstruction simple

Montage rétroprojecteur avec afficheur matriciel

Dans un premier temps, le montage avec le SLM matriciel est testé. Nous utilisons un afficheur matriciel dont toute la surface est exploitée. Les résultats sont exposés sur la figure 8-25.

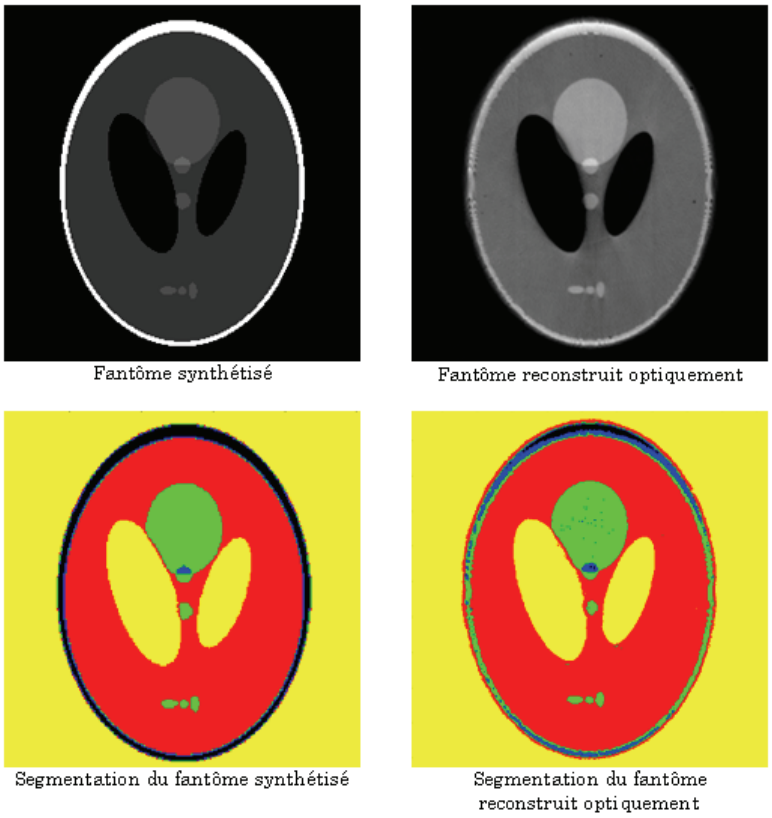


Fig. 8-26. Images obtenues avec le rétroprojecteur optique avec SLM matriciel (fantôme).

Les différences entre les images obtenues optiquement et numériquement sont de deux ordres : il existe des distorsions géométriques et des distorsions en terme de valeurs de niveaux de gris. Sur l'image du carré, le maximum d'erreur se trouve en bordure de l'image, ce qui témoigne d'erreurs d'ordre géométrique. Dans la partie centrale, l'écart quadratique moyen est de 1,4 %.

La figure 9-27 montre une reconstruction dans un cas réel. L'image reconstruite par voie optique est moins nette que l'image de référence. Cependant, toutes les informations pertinentes de l'image (tâches claires et sombres dans les zones d'intérêt) sont présentes et se distinguent par segmentation du fond gris.

Le fantôme synthétisé, dont on connaît l'expression mathématique des ellipses (tableau 8-6), va permettre de quantifier les deux sources d'erreurs. On observe des erreurs géométriques, qui restent toutefois inférieures au pourcent, et les erreurs concernant les

niveaux de gris. Celles-ci sont en partie dues à un effet de saturation des pixels blancs sur la caméra. Sur ce même fantôme, l'efficacité de segmentation est supérieure à 91 % sur toute l'image et 94 % si l'on ne considère que la partie centrale du fantôme (bordure exclue).

PHANTOM SYNTHETISE					FANTOME RECONSTRUIT OPTIQUEMENT			
Centre	Petit axe	Grand axe	Valeur	Angle	Centre	Petit Axe	Grand Axe	Valeur
(0 ; 0)	0.69	0.92	1	90	(0 ; 0)	0.71	0.88	1
(0 ; -0.018)	0.66	0.87	-0.8	90	(0 ; -0.010)	0.64	0.84	-0.752
(0 ; 0.35)	0.21	0.25	0.1	90	(-0.002 ; 0.332)	0.20	0.24	0.200
(0 ; 0.1)	0.046	0.046	0.1	0	(-0.008 ; 0.082)	0.043	0.043	0.98
(0 ; -0.1)	0.046	0.046	0.1	0	(-0.008 ; -0.104)	0.043	0.043	0.167
(-0.08 ; -0.605)	0.023	0.046	0.1	0	(-0.086 ; -0.604)	0.021	0.055	0.154
(0 ; -0.609)	0.023	0.023	0.1	0	(-0.004 ; -0.609)	0.021	0.022	0.159
(0.06 ; -0.598)	0.023	0.046	0.1	90	(0.047 ; -0.598)	0.039	0.032	0.163
(0 ; -0.22)	0.16	0.41	-0.2	72	(0 ; -0.228)	0.156	0.410	-0.258
(0 ; 0.22)	0.11	0.31	-0.2	108	(0 ; 0.218)	0.110	0.302	-0.253

Tab. 8-6. Comparatif du temps de reconstruction pour un processeur numérique, un processeur optique et un processeur hybride.

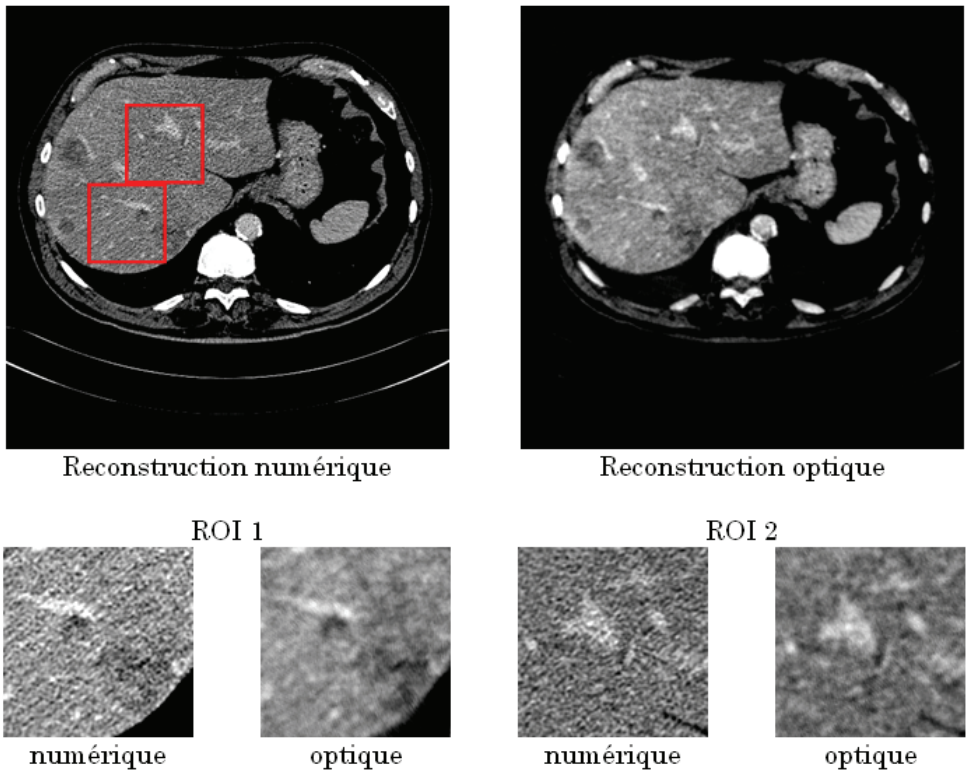


Fig. 8-27. Images obtenues avec le rétroprojecteur optique avec SLM matriciel (image réelle)

Montage rétroprojecteur avec afficheur vectoriel

Les essais du processeur optique n'ont pu être menés à terme à cause de difficultés matérielles. En l'absence d'une barrette SLM, nous avons utilisé le même SLM matriciel que précédemment en n'exploitant qu'une seule ligne. Les images formées par le système n'ont pu être exploitées car les pixels du SLM sont trop fins (32 microns) pour laisser

passer suffisamment de puissance optique. L'alternative consistant à simuler le SLM barrette par quelques colonnes du SLM matriciel n'est pas exploitable non plus car les pixels ne sont pas jointifs et l'espace interpixel provoque d'importants artefacts.

Cela ne remet cependant pas en cause la faisabilité du système. Il est possible par exemple d'augmenter la puissance optique de la source, ou encore de disposer d'un SLM barrette dont la ligne est plus épaisse. Cependant, si un SLM sur mesure devait être réalisé pour ce processeur, il pourrait être linéaire et à pixels rectangulaires de sorte à conserver une taille de matrice correcte tout en limitant le grandissement orthogonal nécessaire.

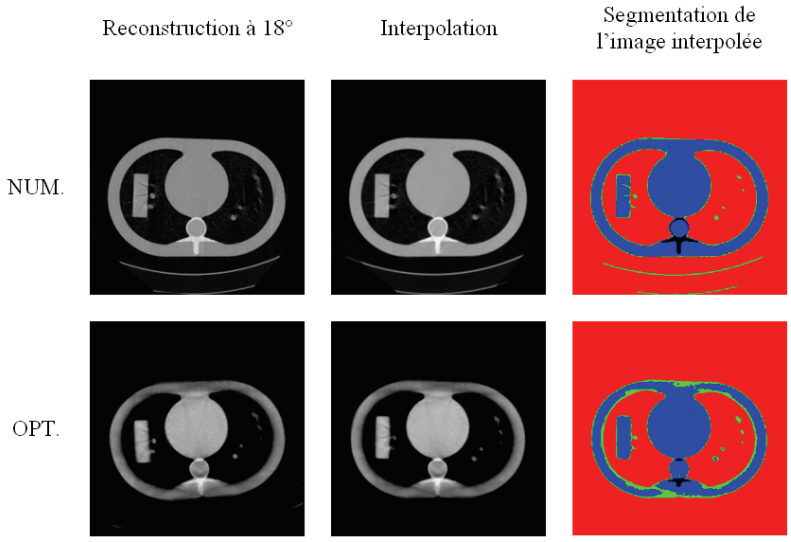


Fig. 8-28. Comparaison entre les images interpolées obtenues numériquement et optiquement avec le processeur de rétroprojection avec SLM matriciel.

8.4.3. Résultats dans le cadre de l'algorithme ASSR

Les résultats dans le contexte de l'algorithme ASSR sont donnés sur la figure 8-28. Pour l'image reconstruite, comme pour l'image interpolée, on observe les mêmes erreurs de calcul que sur les exemples précédents. L'information utile reste cependant visible dans l'image. L'efficacité de segmentation est de 93 % sur l'ensemble de l'image et 88% si on exclut le fond noir.

8.5. Bilan

Une fois de plus, bien que la qualité des images obtenues avec le processeur optique réalisé est contestable, les mesures effectuées ont permis de valider le fonctionnement du processeur optique pour les applications visées. Compte tenu des conditions de réalisation du montage, les résultats sont plutôt encourageants. En particulier, il n'y a

pas de bruit important et « invincible » tel que peut l'être le speckle dans le cadre du montage optique en lumière cohérente (bien que l'on ait pu observer quelques interférences malgré la faible longueur de cohérence de la LED). La réalisation d'un tel système compact ou intégré devrait permettre d'atteindre de très bons rapports signal à bruit (de l'ordre de 30 dB) comme le prévoit les simulations.

Conclusion

A l'heure du bilan, force est de constater que la dualité entre vitesse et qualité est plus que jamais d'actualité en traitement optique de l'information. L'objet du travail était de pouvoir répondre objectivement à deux questions : « Le traitement optique de l'information présente-t-il un intérêt ? » et « Un (co-)processeur optique est-il viable aujourd'hui en tant que système de reconstruction d'images médicales ? ». Nous avons en premier lieu dressé un état de l'art des performances des systèmes numériques afin d'avoir une base de comparaison. Puis, nous avons fait le point sur les capacités des interfaces optoélectroniques, capteurs et afficheurs (SLM), en insistant sur ces derniers qui nous paraissent les plus en retard par rapport aux performances que l'on attend. Ensuite, deux exemples ont été étudiés : un classique, le filtrage par voie optique utilisant les propriétés diffractives des lentilles minces, et un moins conventionnel, la rétroprojection par voie optique.

Nous avons apporté une réponse claire à la première question. L'étude conjointe des performances des processeurs numériques et de celle des interfaces optoélectroniques a mis en évidence le potentiel du traitement optique. Aujourd'hui, dans le cadre du filtrage, il apparaît qu'un processeur optique peut offrir un facteur d'accélération par rapport aux systèmes numériques classiques de l'ordre de 20 avec les tailles des images actuelles et pouvant aller jusqu'à deux ordres de grandeur si les tailles de ces images augmentent. Dans le cadre de la rétroprojection optique, on peut envisager avec les technologies actuelles des facteurs d'accélération du même ordre. En se basant sur la loi de Moore, prévoyant que la puissance de calcul des processeurs numériques double tous les deux ans, les processeurs optiques se situent aujourd'hui au niveau des processeurs de 2015, date à partir de laquelle la validité de cette loi devrait être remise en cause. De plus, d'ici là, les systèmes optoélectroniques pourront aussi profiter des mêmes améliorations que les processeurs numériques et leur puissance de calcul augmentera également. En particulier, ils tireront bénéfice :

- de l'augmentation de la densité d'intégration qui permettra d'augmenter les résolutions des matrices d'affichage et d'acquisition.
- de l'augmentation de la fréquence de fonctionnement des circuits. A l'heure actuelle alors que les processeurs les plus puissants fonctionnent au-delà du Ghz,

les cadences des systèmes d'interface sont limitées par les parties électroniques du composant (contrôle, conversion analogique numérique, etc) et non par les phénomènes optoélectroniques (effets photoélectriques pour les cameras, physique des cristaux liquides pour les modulateurs, etc). La cadence actuelle de ces systèmes n'est aujourd'hui que d'une centaine de mégahertz. Combinée à une meilleure intégration, l'augmentation de la fréquence de fonctionnement des circuits pourra permettre d'exploiter au mieux les performances intrinsèques de ces composants.

- de l'amélioration des débits des canaux de transfert. Les flux de données sont également un point limitant pour ces interfaces. Les bus, « Camera Link » par exemple, sont d'ores et déjà saturés par le débit des caméra rapides classiques. Il en va de même pour les afficheurs. Le parallélisme reste une alternative efficace mais qui pose également des problèmes. Pour que les composants optoélectroniques rapides puissent progresser, il faudra trouver de nouveaux medias de commutation plus rapides.
- de l'amélioration du flot de conception, permettant notamment l'étude approfondie de certains phénomènes physiques, l'interfaçage simple et efficace entre différents domaines (nous l'avons montré au chapitre 5 de ce document), et le prototypage efficace et à coût réduit de nouveaux composants.
- du développement dans le domaine des MOEMS (composants mécano-opto-électroniques intégrés sur silicium), qui pourrait permettre, à terme, la réalisation des processeurs optiques sur puce, avec les avantages que cela implique : compacité, précision de réalisation, fiabilité, production de masse, etc.

La réponse à la deuxième question est beaucoup moins catégorique. Tout d'abord, elle dépend de l'application et de la finalité du traitement (au sens médical du terme). On a par exemple pu constater que les résultats de certains calculs par voie optique étaient visuellement « acceptables », mais que leur utilisation dans des algorithmes de post-traitement conduisait à des erreurs de calcul graves. L'exemple le plus parlant est celui du filtrage optique des projections dans l'algorithme FBP : visuellement, la qualité du filtrage semble bonne mais insuffisante pour que la rétroprojection donne des résultats corrects. Les simulations et les essais expérimentaux qui ont été réalisés, dans les deux exemples étudiés, permettent néanmoins d'avancer les conclusions suivantes. Pour les deux méthodes, le principe du traitement par voie optique a pu être validé. Même si les résultats expérimentaux restent plutôt moyens, en partie à cause de la mise en œuvre

précaire des montages, ils sont conformes aux simulations qui, pour leur part, sont positives.

En particulier, la qualité de la rétroprojection par voie optique n'est limitée, dans le cas idéal, que par des effets de quantification. Avec les composants actuellement disponibles, il est possible d'atteindre un rapport signal à bruit supérieur à 50 dB. En introduisant les erreurs d'alignement dans le modèle développé, nous avons montré que le rapport signal à bruit reste supérieur à 30 dB si les positions sont réglées au micromètre près pour les distances et au centième de degré pour les angles.

La qualité du filtrage par voie optique a montré pour sa part des limites dès les simulations. En effet, le problème de l'acquisition quadratique, longuement évoquée au long des chapitres de ce mémoire, nous oblige à appliquer aux images un post-traitement qui amplifie le bruit de quantification, en particulier pour les faibles niveaux de gris. Les problèmes liés au « speckle » viennent de plus se greffer au bruit intrinsèque à la méthode, qui limite déjà le rapport signal à bruit à moins de 30 dB. Le « speckle » se manifeste de différentes manières en fonction de la géométrie avec laquelle on travaille (lignes dans le cas 2D, cercles dans le cas 3D). A cause de ce phénomène, les résultats obtenus avec le processeur optique expérimental sont quasi inexploitables dans le cadre médical. Le problème du « speckle » est un point clé qui rend très délicate l'exploitation du potentiel des processeurs en lumière cohérente (corrélateur de Vander Lugt, corrélateur à transformée jointe, etc).

Pour résumer, à l'heure actuelle, les processeurs optiques permettraient le calcul de reconstructions tomographiques rapides, répondant aux besoins à court terme de l'imagerie médicale et de la thérapie assistée par ordinateur. La qualité des résultats que peut fournir de tels processeurs semble suffisante pour l'analyse visuelle des images mais ne garantit pas que ces dernières n'engendreraient pas d'erreurs en cas de post-traitement numérique. Il serait intéressant d'étendre l'étude à l'exploitation effective de ces données afin d'évaluer l'impact réel de ces erreurs sur des processus (reconstruction puis interprétation) complets. En règle générale, les calculs d'interprétations sont au moins aussi complexes que les calculs de reconstruction. Ce domaine reste donc également à explorer : il faut mettre au point des algorithmes d'interprétation puissants et rapides afin de ne pas perdre les bénéfices de l'utilisation d'un processeur optique pour la reconstruction.

En terme de coût, le processeur optique se place entre les systèmes numériques classiques et les calculateurs massivement parallèles. Il reste toutefois faible comparé au coût d'un système « scanner ».

Le travail présenté s'insère dans un projet industriel en tant qu'étude de faisabilité. En ce sens, les résultats obtenus sont positifs. Cependant, un certain nombre de limitations ont été mises en avant. La poursuite du projet passe par l'étude approfondie des points critiques qui ont été mis en évidence par cette analyse.

Les performances des afficheurs sont pour le moment plutôt inadaptées à leur intégration dans les processeurs optiques. Ils sont pour la plupart rapides mais binaires, ou analogiques mais lents. Les méthodes d'augmentation de la dynamique ne fonctionnent pas dans tous les cas, en particulier pour les systèmes en lumière cohérente. La poursuite de l'étude sur les cristaux liquides ferroélectriques à l'aide du modèle développé, ou de technologies naissantes comme les matrices à cristaux liquides nématiques pilotés en champ tournant ou les matrices à puits quantiques, pourrait apporter des solutions intéressantes pour la réalisation d'afficheurs répondant à nos exigences. Le principal frein à ce développement est l'étroitesse du marché potentiel par manque d'application pour ce type de composants.

Une partie importante du travail consistera à la réalisation du système optique. Les deux architectures présentées sont complexes et le résultat obtenu est très sensible à la qualité du montage optique. Les méthodes de réalisation des blocs optiques doivent donc être étudiées en profondeur. Une alternative se dégage consistant à utiliser les MOEMS. Ce point suscite également notre intérêt.

Pour le montage en lumière cohérente, le principal ennemi est le « speckle ». Il existe beaucoup de méthodes permettant de s'en affranchir, dont certaines ont déjà été utilisées et présentées ici. Le « speckle » peut également être diminué en améliorant la réalisation du processeur. En contrepartie, ce phénomène risque de s'amplifier avec l'augmentation de l'oblicité des faisceaux, de l'astigmatisme ainsi que des différences de marche sur des montages compacts. La compréhension fine de ce phénomène est indispensable pour pouvoir le combattre.

Une étude complémentaire de l'impact de la perte de qualité introduite par traitement optique sur les calculs de post-traitement pourrait permettre d'estimer de manière plus objective et plus catégorique la faisabilité du traitement optique. Ceci ne peut se faire que dans le cadre d'une application particulière, avec des algorithmes spécifiques.

Enfin, il nous parait important de poursuivre l'étude comparative en terme de temps de calcul entre les systèmes optiques et numériques. Ceci permettra de pouvoir situer l'intérêt du travail au fur et à mesure des progrès accomplis dans le domaine de l'électronique et de l'optoélectronique.

En conclusion, nous dirons que les processeurs optiques, étudiés ici dans le contexte de l'imagerie médicale, très gourmande en terme de puissance de calcul, ne sont encore à l'heure actuelle qu'une alternative prometteuse potentielle aux processeurs numériques, mais il reste encore du travail pour leur intégration au sein de systèmes commerciaux. Néanmoins, moyennant quelques études complémentaires, ils pourraient se révéler de puissants assistants aux processeurs électroniques pour des applications nécessitant d'importantes vitesses de calcul et pour lesquelles une baisse la qualité de traitement est acceptable.

Bibliographie

[ADA05] A. ADAMSKI, *« Thresholdless Switching in Ferro- and Antiferro-electric Liquid Crystal Displays »,* Doctoraatsproefschrift Faculteit Toegepaste Wetenschappen (PhD thesis), Promotor: K. Neyts, 2005.

[AMB86] P. AMBS, S. H. Lee, Q. Tian and Y. Fainman, *« Optical implementation of the Hough transform by a matrix of holograms »,* Applied Optics, Vol. 25, pp: 4039-4045, 1986.

[AMB01] P. AMBS, L. Bigué, *« Characterization of an analog ferroelectric spatial light modulator. Application to dynamic diffractive optical elements and optical information processing »,* Proceedings of the 4th Euro American Workshop on Optoelectronic Information Processing, Valence (Espagne), pp : 365-393, 2001.

[AMI06] C. AMIES, A. Bani-Hashemi, J. C. Celi, G. Grousset, F. Ghelmansari, D. Hristov, D. Lane, M. Mitschke, A. Singh, H. Shukla, J. Stein et M. Wofford, *« A multi-platform approach to image guided radiation therapy »,* Medical Dosimetry, vol. 31(1), pp : 12-19, 2006.

[AND84] A. H. ANDERSEN et A. C. Kak, *« Simultaneous algebraic reconstruction technique (SART): A superior implementation of the ART algorithm »,* Ultrason Imaging, Vol. 6, pp : 81-94, 1984.

[ANX92] X. AN, K. M. Geib, M. J. Hafich, L. M. Woods, S. A. Feld, F. R. Beyette Junior, G. Y. Robinson, C. W. Williams, *« Integrated optical NAND gate »,* Electronics Letters, vol. 28(16), pp : 1545-1546, 1992.

[BAS00] S. BASU, Y. Bresler, *« $O(N^2 \log_2 N)$ filtered backprojection reconstruction algorithm for tomography »,* IEEE Transaction in Image Processing, vol. 9, pp: 1760-1773, 2000.

[BAT97] G. L. BATES, S. Nooshabadi, *« FPGA Implementation of a Medial Filter»,* IEEE Proceedings of TENCON'97, 1997.

[BIG02] L. BIGUE, L. Jourdainne, P. Ambs, *« High speed ferroelectric grey-scale spatial light modulator for implementing diffractive optical elements »,* Diffractive Optics and Micro-optics, OSA TOPS 75, pp : 58-62, 2002.

[BOM98] B. W. BOMAR, « *Finite wordlength effect* », chapitre 3 de [MAD98].

[BOU04] A. BOUMEZZOUGH, A. Al Falou et C. Collet, *« Optical image compression based on filtering of redundant information in Fourier domain with a*

segmented amplitude mask (SAM) », CSIMTA-IEEE-SEE Complex Systems, Intelligence and Modern Technological Applications, pp : 655-570, 2004.

[BOX58] G. E. P. BOX, M. E. Muller, *« A note on the generation of random normal deviates »,* Annals of Mathematical Statistics, vol. 29, pp : 610-611, 1958.

[BOY70] W. S. BOYLE and G. E. Smith, « *Charge-coupled semiconductor device»*, Bell Systems Technical Journal, vol. 49, pp : 587, 1970.

[BRA67] R. N. BRACEWELL et A. C. Riddle, *« Inversion of fan-beam scans in radio astronomy »,* Astrophysics Journal, Vol. 150, pp : 427-434, 1967.

[BRA05] D. BRASSE, B. Humbert, C. Mathelin, M. C. Rio et J. L. Guyonnet, *« Towards an Inline Reconstruction Architecture for micro-CT Systems »,* Physics in Medicine and Biology, vol. 50, pp : 5799-5811, 2005.

[BRO97] M. BRO-NEILSEN, « *Rigid registration of CT, MR and Cryosection images using a GLCM framework »*, Proc. of CVRMed/MRCAS'97, Springer Lecture Notes in Computer Science, vol. 1205, pp : 171-180, 1997.

[BRO93] S. E. BROOMFIELD, M. A. A. Neil, E. G. S. Paige, *« Four-level, phase only, spatial light modulator »,* Electronics Letter, vol. 29(18), pp : 1661-1663, 1993.

[BRU00] H. BRUDER, M. Machelriess, S. Schaller, K. Stierstorfer, T. Flohr, *« Single-slice rebinning reconstruction in spiral cone-beam CT »,* IEEE Transactions on Medical Imaging, Vol. 19(9), pp : 873-887, 2000.

[BRY74] O. BRYNGDAHL, « *Geometrical transformations in optics »*, Journal of Optical Society of America, vol. 64(8), pp : 1092-1099, 1974.

[BUT03] S. BUTNER, M. Ghodoussi, *« Transforming a Surgical Robot for Human Telesurgery »,* IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 19(5), pp : 818-824, 2003.

[CAR98] D. T. CARROTT, G. Mallalley, R. B. Dydyk and S. A. Miller, « *Third generation miniaturized optical correlator (MROC) module »,* Proc. of SPIE, vol. 3386, pp : 38-44, 1998.

[CAS77] D. CASASENT, « *Sources of correlation degradation »*, Applied Optics, vol. 16, pp : 1652-1661, 1977

[CAS96] K. R. CASTELMAN, « *Digital Image Processing »,* ed. Prentice-Hall, 1996.

[CHA78a] P. CHAVEL, S. Lowenthal, « *Noise and coherence in optical image processing. I. The Callier effect and its influence on image contrast »*, Journal of Optical Society of America, vol. 68(5), pp : 559-568, 1978.

[CHA78b] P. CHAVEL, S. Lowenthal, « *Noise and coherence in optical image processing. II. Noise fluctuation* », Journal of Optical Sociery of America, vol. 68(6), pp : 721-732, 1978.

[CLA80] C. A. CLARK et S. T. Lagerwall, « *Submicrosecond Bistable Electro-Optic Switching in Liquid Crystals »,* Applied Physics Letter, Vol. 36, pp : 899, 1980.

[COL98] J. COLIN, H. Rajbenbach, V. Laude, S. Breugnot and J. P. Huignard, « *High-speed compact photoreflective joint transform correlator »,* Proc. Of SPIE, vol. 3466, pp : 136-145, 1998.

[COL89] N. COLLINGS, J. B. Sampsell, L. J. Hornbeck, J. M. Florence, P. A. Penz and M. T. Gatley, *« Deformable mirror device spatial light modulators and their applicability to optical neural networks »,* Applied Optics, Vol. 28(22), pp : 4900-4908, 1989.

[COO65] J. W. COOLEY et J. W. Tukey, « *An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series* », Mathematics of computation, Vol. 19, pp : 297-301, 1965.

[CUR66] L. J. CURTONA, E. N. Leith, L. J. Porcello, W. E. Vivian, « *On the application of coherent optical processing techniques to synthetic-aperture radar* », Proceedings of IEEE, vol. 54(8), pp : 1026-1032, 1966.

[DAI75] J. C. DAINTY, *« Laser Speckle and Related Phenomena »,* ed. Springler-Vergal, 1975.

[DAN98] D. DANGOISSE, D. Hennequin, V. Zehnlé-Dhaoui, « *Les Lasers »,* ed. Dunod, 1998.

[DAN97] P.E. DANIELSSON, M. Ingerhed, *« Backprojection in $O(N^2 \log_2 N)$ time »,* Proc. of IEEE Imaging Conference 1997, Albuquerque (NM, USA).

[DEF94] M. DEFRISE, R. Clack, *« A cone-beam reconstruction algorithm using shift-variant filtering and cone-beam backprojection »,* IEEE Transaction of Medical Imaging, 1994.

[DIS97] DISPLAYYTECH SLM developer kit user's manual (Displaytech Inc, 2602 Clover Basin Driver, Longmont, CO 80503-7603 chapter C.

[DUH98] R. DUHAMEL et M. Vetterli, « *Fast Fourier Transforms : A Tutorial Review and a State of the Art* », chapitre 7 de [MAD98].

[DUN03] J. S. DUNCAN et L. H. Staib, *« Image Processing and Analysis at IPAG »,* IEEE Transaction on medical imaging, vol. 20(12), pp : 1505-1518, 2003.

[DYD98] R. B. DYDYK, T. M. Burke, D. T. Carrott, « *Medical optical signal processing, enhancing the quality of care for the 21st century »,* Proc. of Medical Technology Symposium, pp : 376 – 383, 1998.

[EDH87] P. EDHOLM, G. Herman, *« Linograms in image reconstruction from projections »,* IEEE Transaction in Medical Imaging, vol. 6, pp : 301-307, 1987.

[EFR94] U. EFRON, « *Spatial Light Modulators Technology: Material, Devices and Applications »,* ed. CRC, 1994.

[ELS95] S. J. ELSTON, *« The optics of ferroelectric liquid crystals »,* Journal of Modern Optics, vol. 42, pp : 19-56, 1995.

[ESC88] C. ESCHER, T. Geelhaar et E. Böhm, *« Measurement of the rotational viscosity of ferroelectric liquid crystals based on a simple model »,* Liquid Crystals, vol. 3(4), pp : 469-484, 1988.

[ESS05] S. ESSDI, M. Manai, A. Gharbi, J.P. Marcerou et J. C. Rouillon, *« Electro-optical switching properties for measuring the parameters of a ferroelectric liquid crystal »,* Liquid Crystals, vol. 32(3), pp : 307-313, 2005.

[EWI04] T. EWING, S. Serati, K. Bauchert, « *Optical correlator using four kilohertz analog spatial light modulators »,* Proc. of SPIE, vol. 5437, pp : 123-133, 2004.

[FAH05] S. A. FAHMY, P. Y. K. Cheung, W. Luk *« Novel FPGA-based implementation of median and weighted median filters for image processing »,* IEEE Proceedings of the International Conference on Field Programmable Logic and Applications, 2005.

[FAS02] J. B. FASQUEL, « *Une méthode opto-informatique de détection et de reconnaissance d'objets d'intérêt : Application à la détection de lésions cancéreuses du foie et à la vérification en temps réel de signatures manuscrites »,* Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg I, Directeur de thèse : Michel Bruynooghe, 2002.

[FEL84] L. A. FELDKAMP, L. C. Davis et J. W. Kress, *« Practical cone-beam algorithm »,* Journal of Optical Society of America, Vol. 1, pp : 612-619, 1984.

[FES03] J. A. FESSLER et B. P. Sutton, *« Non-uniform fast Fourier transform using min-max interpolation »,* IEEE Transaction on Signal Processing, Vol. 51(2), pp : 560-574. 2003.

[FRE92] M. O. FREEMAN, T. A. Brown, D. M. Walba, *« Quantized complex ferroelectric liquid crystal spatial light modulators »,* Applied Optics, vol. 31(20), pp : 3917-1929, 1992.

[FUC00] T. FUCHS, J. Krause, S. Schaller, T. Flohr, W. A. Kalender, *« Spiral interpolation algorithm for multislice spiral CT. Part II: measurement and evaluation of slice sensitivity profiles and noise at a clinical multislice system »,* IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 19, pp : 835-847, 2000.

[FUK95] A. FUKUDA, « *Pretransitional effect in AF-F switching: to suppress it or to enhance it, that is the question about AFLCD's »,* Proceedings of the 15th IDRC Asia Display, 1995.

[FUK90] S. FUKUSHIMA, T. Kurokawa, S. Matuso, *« Bistable spatial light modulator using a ferroelectric liquid crystal »,* Optics Letter, Vol. 15(5), pp : 285-287, 1990.

[GAR79] A. D. GARA, « *Real-time tracking of moving objects by optical correlation»*, Applied Optics, vol. 18(2), pp : 172-174, 1979.

[GIA92] P.D. GIANINO et C.L. Woods, « *Effects of spatial light modulators opaque dead zones on optical correlation »*, Applied Optics, vol. 31(20), 1992.

[GIL72] P. GILBERT, *« Iterative methods for the reconstruction of three dimensional objects from their projections »,* Journal of Theoretical Biology, Vol. 36, pp : 105-117, 1972.

[GIL88] B. GILLAND, B. Tsui, W. McCartney, J. Perry, J. Berg, *« Determination of the optimum filter function for SPECT imaging »,* Journal of Nuclear Medicine, Vol. 29, pp : 643-650, 1988.

[GIN04] R. GINHOUX, J. Gangloff, M. de Mathelin, L. Soler, Mara M. Arenas Sanchez et J. Marescaux, *« Beating Heart Tracking in Robotic Surgery Using 500 Hz Visual Servoing Model Predictive Control and an Adaptive Observer »,* Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics & Automation, New Orleans, pp : 274-279, 2004.

[GON01] R. C. GONZALEZ, R. E. Woods, *« Digital image processing »,* 2nd edition, Prentice-Hall, 2001.

[GOO68] J. W. GOODMAN, *« Introduction to Fourier Optics »*, ed. McGraw-Hill, 1968.

[GOO75] J. W. GOODMAN, *« Statistical Properties of Laser Speckle Patterns »,* chapitre 2 de [DAI75].

[GOO77] J. W. GOODMAN, « *Operations achievable with coherent optical information processing systems* », Proceedings of IEEE, vol. 65(1), pp : 29-38, 1977.

[GOR70] R. GORDON, R. Bender et G. T. Herman, *« Algebraic reconstruction techniques (ART) for three dimensional electron microscopy and X-ray tomography »,* Journal of Theoretical Biology, Vol. 29, pp : 471-481, 1970.

[GOR05] W. GORDON, M. Slifstein, P. S Talbot et M. Laruelle, *« Neuroreceptor Imaging in Psychiatry: Theory and applications »,* Review of Neurobiology, vol. 67, pp : 386-440, 2005.

[GUI95] L. GUIBERT, G. Keryer, A. Servel, H. S. MacKenzie, P. Pellat-Finet and J. L. Bougrenet de la Tocnaye, « *On board optical joint transform correlator for real-time road sign recognition »,* Optical Engineering, vol. 34, pp : 135-143, 1995.

[HAL98] K. L. HALL, K. A. Rauschenbach, *« 100 Gbit/s bitwise logic »,* Optics Letters, vol. 23(16), pp : 1271-1273, 1998.

[HAR73] R. M. HARALICK, R. Shaumugan, I. Dinstein, « *Textural Feature for Image Classification* », IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, SMC-3, vol. 6, 1973.

[HEM05] K.S. HEMMERT, K.D. Underwood, « *An analysis of the double-precision floating-point FFT on FPGAs* », Proceedings of the 13th Annual IEEE symposium on Field-Programmable Custom Computing Machine, pp : 171-180, 2005.

[HER71] G. T. HERMAN et S. Rowland, *« Resolution in ART: An experimental investigation of the resolving power of an algebraic picture reconstruction »,* Journal of Theoretical Biology, Vol. 33, pp : 213-233, 1971.

[HER02] Y. HERVE, *« VHDL-AMS : applications et enjeux industriels »,* ed. Dunod, 2002.

[HOR84] L. J. HORNBECK, *« Deformable mirror light modulator »,* US Patent n°4441791, 1984.

[HOU72] G. N. HOUNSFIELD, *« A method of and apparatus for examination of a body by radiation such as X-ray or gamma radiation »,* US patent n°1283915, 1972.

[HUA94] S. HUARD, *« Polarisation de la lumière »*, ed. Masson, 1994.

[HUD89] T. D. HUDSON, D. W. Trivett, D. A. Gregory, J. C. Kirsch, *« Real time optical correlator architectures using a deformable mirror spatial light modulator »,* Applied Optics, Vol. 28(22), pp : 4653-4660, 1989.

[INU96] S. INUI, N. Iimura, T. Suzuki, H. Iwane, K. Miyachi, Y. Takanishi et A. Fukuda, *« Thresholdless antiferroelectricity in liquid crystals and its application to displays »,* Journal of Material in Chemistry, vol. 6, pp : 671-673, 1996.

[JAU04] A. JAULIN, E. Hueber, et L. Bigué *« Caractérisation de modulateurs spatiaux de lumière »,* Ve colloque Méthodes et Techniques pour l'Industrie, 15-19 novembre 2004, Saint-Etienne (France), pp : 319-324, 2004.

[JUN98] M. JUNG, « *Etude, réalisation et caractérisation d'une caméra CCD numérique rapide (1000 images par seconde) à mémoire intégrée et pilotable par lien SCSI »,* Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg I, Directeur de thèse : Bernard Cunin, 1998.

[KAC00] M. KACHELREISS, S. Schaller et W. A. Kalender, *« Advanced single-slice rebinning in cone-beam spiral CT »,* Medical Physics, Vol. 27(4), pp : 754-772, 2000.

[KAC01] M. KACHELREISS, T. Fuchs, S. Schaller et W. A. Kalender, *« Advances single-slice rebinning for tilted spiral cone-beam CT »,* Medical Physics, Vol. 28(6), pp : 1033-1041, 2001.

[KAC04] M. KACHELREISS, M. Knaupet W. A. Kalender, *« Extended parallel backprojection for standard three-dimensional and phase-correlated four-dimensional axial and spiral cone-beam CT with arbitrary pitch, arbitrary one-angle and 100% dose usage »,* Medical Physics, Vol. 31(6), pp : 1923-1641, 2004.

[KAK86] A. C. KAK, B. Roberts, *« Image reconstruction from projections »,* chapitre de [YOU86].

[KAK01] A. C. KAK et M. Slaney, *« Principles of Computerized Tomographic Imaging »,* Society of Industrial and Applied Mathematics, 2001.

[KIM06] J. Y.. KIM, J. M. Kang, T. Y. Kim, S. K. Han, *« 10 Gbit/s all-optical composite logic gate with XOR, NOR, OR and NAND functions using SOA-MZI structures »,* Electronics Letters, vol. 42(5), 2006.

[KRU03] A. KRUPA, J. Gangloff, C. Doignon, M. de Mathelin, J. Leroy, L. Soler, J. Marescaux, « *Autonomous 3D positioning of surgical instruments in*

robotized laparoscopic surgery using visual servoing », IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 19(5), pp : 842-853, 2003.

[KUO06] S. M. KUO, B. H. Lee, W. Tian, *« Real-Time Digital Signal Processing »,* Wiley Interscience, 2006.

[KWO88] Y. S. KWOH, J. Hou et E. A. Jonckheere, *« A robot with improved absolute positioning accuracy for CT-guided stereotactic brain surgery »,* IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 35, pp : 153-161, 1988.

[LAM00] C. LAMBERT-NEBOUT, C. Latry, G. Mouri, C. Parisot, M. Antonini et M. A. Barlaud, *« On board optical image compression for future high resolution remote sensing systems »,* Proc. Of SPIE, Vol. 4115, pp : 332-346, 2000.

[LED90] A. A. LEDESMA, J. M. Simon, « *Effects if the aberrations on a joint-transform correlator.* », Optik, vol. 84(1), pp : 11-16, 1990.

[LIA05] L. LIAO, D. Samara-Rubio, M. Morse, A. Liu, D. Fodge, D. Rubin, U. D. Keil and T. Franck, *«High speed silicon Mach-Zehnder modulator »,* Optics Express, vol. 13(8), pp : 3129, 2005.

[LIV94] G. LIVESCU, U. Efron, « *Multiple Quantum Well Spatial Light Modulator »,* chapitre 6 de [EFR94].

[LUT91] T. LU, S. S. Upda, L. Upda, *« Optoelectronic implementation of filtered backprojection tomography algorithm »,* Proc. of SPIE, Vol. 1564, pp : 704-713. San Diego, 1991.

[LUT95] T. LU, *« Optoelectronic system for implementation of iterative computer tomography algorithms »,* US patent number 5414623, 9 mai 1995.

[LUX90] X. J. LU, F. T. S. Yu, A. A. Gregory, « *Comparison of Vander Lugt and joint transform correlators* », Applied Physics B, vol. 51, pp : 153-164, 1990.

[MAD98] V. K. MADISETTI, D. B. Williams, « *The Digital Signal Processing Handbook*», ed. IEEE Press, 1998

[MAG92] M. MAGNUSSON, P. E. Danielsson, P. Edholm *« Artefacts and remedies in direct Fourier tomographic reconstruction »,* Conference record on the 1992 IEEE nuclear science symposium and medical imaging conference, pp : 1138-1140, 1992.

[MAR01] J. MARESCAUX, J. Leroy, M. Gagner, F. Rubino, D. Mutter, M. Vix, S. Butner et M. Smith, *« Transatlantic Robot-Assisted Telesurgery »,* Nature, vol. 4(13), pp : 379-408, 2001.

[MAS89] J. MASERJIAN, P. O. Andersson, B. R. Hancock, J. M. Iannelli, S. T. Eng, F. J. Grunthaner, K.-K. Law, P. O. Holtz, R. J. Simes, L. A. Coldren, A. C. Gossard, J. L. Lerz, *« Optically addressed spatial light modulator by MBE-grown nipi MDW structures »,* Applied Optics, Vol. 28(22), pp : 4801-4807. 1989.

[MAX91] B. MAXIMUS, E. De Ley, A. De Meyere, H. Pauwels, *« Ion transport in SSFLCD's »,* Ferroelectrics, vol. 121, pp : 103-112, 1991.

[McK94] D. J. McKNIGHT, K. M. Johnson, R. A. Serati, *« 256 x 256 liquid-crystal-on-silicon spatial light modulator »,* Applied Optics, Vol. 33(14), pp : 2775-2784, 1994.

[MEY01] U. MEYER-BAESE, *« Digital Signal Processing with Field Programmable Gate Arrays »,* Springer-Verlag, 2001.

[MIL82] T. MILLER, K. Sampathkumaran, *« Digital filtering in nuclear medicine »,* Journal of Nuclear Medicine, Vol. 23, pp : 66-72, 1982.

[MOD94] G. MODDEL, « *Ferroelectric Liquid Crystal Spatial Light Modulator »,* chapitre 6 de [EFR94].

[MOR98] H. MORAVEC, « *When will computer hardware match the human brain* », Journal of Evolution and Technology, vol. 1, 1998

[NAT86] F. NATTERER, *« The mathematics of Computerized Tomography »,* Wiley-Interscience. 1986.

[NIC78a] M. NISHIMURA, D. Casasent et F. Caimi, *« Optical inverse Radon transform »,* Optics Communications, Vol. 24(3), pp : 276-280, 1978.

[NIC78b] M. NISHIMURA, D. Psaltis, F. Caimi et D. Casasent, *« Implementation of the inverse Radon transform by optical convolution »,* Optics Communications, Vol. 25(3), pp : 301-304, 1978.

[NIK99] C. NIKOU, « *Contribution au recalage d'images médicales multimodales : approches par fonctions de similarité robustes et modèles déformables sous contraintes statistiques. »,* Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg I, Directeurs de thèse : F. Heitz et J. P. Armspach, 1999

[NOO99] F. NOO, M. Defrise, R. Clackdoyle, *« Single-slice rebinning method for helical cone-beam CT »,* Physics of Medicine and Biology, Vol. 44, pp : 561-570, 1999.

[OFL83] K. OFLAZER, *« Design and Implementation of a Single-Chip 1D median filter »,* IEEE Transactions on Acoustics and Signal Processing, vol. ASSP-31(5), 1983.

[ONE56] E. L. O'NEILL, « *Spatial filtering in optics* », IEE Transaction on Information Theory, vol. 1(2), pp : 56-65, 1956.

[OPP99] A. V. OPPENHEIM, R. W. Schafer, J. R Buck, *« Discrete-time signal processing »,* 2nd edition, Prentice-Hall, 1999.

[PAL99] K. J. PALANISWAMY, M. E. Rizkalla, A. C. Sinha, M. El-Sharkawy, P. Salama *« VHDL Implementation of 2D median filter »,* Proceedings of the 42nd symposium on Cricuits and Systems, Vol. 2, pp: 744-747, 1999.

[PAP91] A. PAPOULIS, *« Probability, Random Variable and Stochastic Processes »,* McGraw-Hill, 1991

[PAP94] D. R. PAPE, « *Acousto Optic Bragg Cell Modulator Devices »,* chapitre 9 de [EFR94].

[PAR88] S. K. PARK, K. W. Miller, *« Random Number Generators : Good ones are hard to find »,* Communications of the ACM, vol. 31(10), pp : 1192-1201, 1988.

[PAU01] H. PAUWELS, S.T. Lagerwall, *« Analytic approach to grey levels in ferroelectric liquid crystal displays »,* Liquid Crystal, vol. 28(4), 2001.

[PAU89] H. PAUWELS, G. De May, C. Reynaerts, F. Cuypers, *« One dimensional stationary states with constant electrical induction in ferroelectric liquid crystals »,* Liquid Crystal, vol. 4(5), 1989.

[PER96] J.-P. PEREZ, *« Optique, Fondements et applications »*, 6e édition, ed. Masson Sciences, 1996.

[PET96] T. PETERS, B. Davey, P. Munger, R. Comeau, A. Evans, et A. Olivier, *« Three-Dimensional Multimodal Image-Guidance for Neurosurgery »,* IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 15(2), pp : 121-128, 1996.

[PRA01] W. K. PRATT, *« Digital image processing »,* 3rd edition, Wiley Interscience, 2001.

[RAM98] P. R. RAMACHANDRAN, « *Quantization of discrete time signal* », chapitre 6 de [MAD98].

[RAM79] R. S. RAMAKRISHNAN, S. K. Mullick, R. K. S. Rathore et R. Surramanian, *« Orthogonalization, Bernstein polynomials and image reconstruction »,* Applied Optics, Vol. 18, pp : 464-468, 1979.

[REY91] C. REYNAERTS, J. Van Campenhout, F. Cuypers, *« Time integration grey scales for ferroelectric LCDs »,* Ferroelectrics, vol. 113, pp : 419-437, 1991.

[RIZ03] G. RIZZO, G. Arienti, I. Castiglioni, M. Cattaneo, P. Castellone, C. Landoni, G. Ceresoli, C. Messa, M.C. Gilardi, S. Cerruti et F. Fazio, *« Automatic integration of PET/CT images for clinical use in radiotherapy »,* Proceedings of the 25th annual international conference of the IEEE Engineering in Medical and Biology Society, vol. 1, pp : 603-606, 2003.

[ROD68] F. RODDIER, *« Distributions et transformations de Fourier »*, ed. Ediscience, 1971.

[ROD02] T. RODET, P. Grangeat, L. Desbat, *« Multichannel algorithm for fast reconstruction »,* Physics of Medicine and Biology, vol. 47(15), pp : 2659-2671, 2002.

[ROD03] T. RODET, P. Grangeat, L. Desbat, *« Algorithme rapide de reconstruction tomographique base sur la compression des calculs par ondelettes »,* 19e colloque GRETSI, Paris, 2003.

[ROS94] W. E. ROSS, J. A. Davis « *Magneto Optic Spatial Light Modulator »,* chapitre 7 de [EFR94].

[SAR00] D. SARRUT, « *Recalage multimodal et plate-forme d'imagerie médicale à accès distant »,* Thèse de Doctorat, Université Lumière, Lyon II, Directeur de thèse : Serge Miguet, 2000.

[SCH00] S. SCHALLER, T. Flohr, K. Klingenbeck, J. Krause, T. Fuchs, W. A. Kalender, *« Spiral interpolation algorithm for multislice spiral CT. Part I: theory »,* IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 19, pp : 822-834, 2000.

[SCH01] S. SCHALLER, K. Stierstorfer, H. Bruder, M. Kachelriess, T. Flohr, *« Novel approximate approach for high-quality image reconstruction in helical cone beam CT »,* Proc. Of SPIE, Vol. 4322, 2001.

[SEN04] D. A. SENNST, M. Kachelriess, C. Liedecker, B. Schmidt, O. Watzke, W. A. Kalender, *« An Extensible Software-based Platform for Reconstruction and Evaluation of CT Images »,* RadioGraphics, vol. 24, pp : 601-613, 2004.

[SER03] S. SERATI, X. Xia, O. Mughal, A. Linnenberger, *« High-resolution phase-only spatial light modulator with sub-millisecond response »,* Proc. of SPIE, vol. 5106, pp : 138-145, 2003.

[SHE92] Y. SHENG, D. Roberge et H. Szu, *« Optical wavelet transform »,* Optical Engineering, Vol. 31, pp : 1840-1845, 1992.

[SHE06] B. A. SHENOI, *« Introduction to digital signal processing and filter design »,* Wiley Interscience, 2006.

[SHI04] J. SHINAR, *« Organic Light-Emitting Devices: A Survey »,* ed. Springer-Verlag, 2004.

[SJO98] H. SJOBERG, B. Noharet, L. Wosinski and R. Hey, « *Compact optical correlator: pre-processing and filter encoding strategies applied to images with a varying illumination »,* Optical Engineering, vol. 37(4), pp : 1317-1324, 1998.

[SMI03] S. SMITH, A. J. Walton, I. Underwood, C. Miremont, D. G. Vass, W. J. Hossack, M. Birch, A. Maccartney et R. Nicol, *« An improved SPICE model for ferroelectric liquid crystal microdisplays »,* IEEE proceedings of 2003 International Conference on Microelectronic Test Structures, pp : 148-152, 2003.

[SOT99] H. SOTO, D. Erasme, G. Guekos, *« Cross-polarization modulation in semiconductor optical amplifiers »,* IEEE Photonics Technology Letters, vol. 11(8), pp : 970-972, 1999.

[SPR88] G. SPRUCE et R. D. Pringle, *« Measurement of the spontaneous polarization in ferroelectric smectic liquid crystals »,* Liquid Crystals, vol. 3(4), pp : 507-518, 1988.

[STE87] E. G. STEWART, *« Fourier Optics, an introduction »*, ed. Dover, First Edition, 1987.

[STI02] K. STIERSTORFER, T. Flohr, H. Bruder, *« Segmented multiple plane reconstruction: a novel approximate reconstruction for multi-slice spiral CT »,* Physics in Medicine and Biology, Vol. 47, pp : 2571-2581, 2002.

[TAY94] R. H. TAYLOR, H. A. Paul, P. Kazandzides, B. D. Mitelstadt, W. Hanson, J. F. Zuhars, B. Williamson, B. L. Mustis, E. Glassman et W. L. Bargar, *« An image-directed robotic system for precise orthopaedic surgery »,* IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 10, pp : 261-275, 1994.

[TAY03] R. H. TAYLOR et D. Stoianovici, *« Medical Robotics in Computer-Integrater Surgey »,* IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 19(5), pp : 765-781, 2003.

[TOF96] P. TOFT, *« The Radon Transform – Theory and Implementation »,* Ph.D. thesis. Department of Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, Directeurs de these : J. A. Sorensen et P. K. Moller, 1996.

[TRI95] J. L. TRIBILLON, « *Traitement optique de l'information & Reconnaissance de formes par voie optique* », ed. Teknea, 1995.

[TSU63] J. TSUJIUCHI, « *Correction of optical images by compensation of aberrations and by spatial frequency filtering* », Progress in Optics II, vol. 2, pp : 133-180, 1963

[UPA66] J. UPATNIEKS, A. Vander Lugt, E. Leith, « *Correction of lens aberrations by means of holograms* », Applied Optics, vol. 5(4), pp : 589-593, 1966.

[UZU05] I.S. UZUN, A. AMIRA, A. BOURIDANE, « *FPGA implementation of fast Fourier transforms for real-time signal and image-processing* », IEE Proceedings on Vision, Image and Signal, Vol. 152(3), pp : 283-296, 2005.

[VAN02] E. VAN DE CASTEELE, D. Van Dyck, J. Sijberg, E. Raman, *« An energy-based beam hardening model in tomography »,* Physics of Medicine and Biology, Vol. 47, pp : 4181-4190, 2002.

[VDL64] A. VANDER LUGT. *« Signal detection by complex spatial filtering »,* IEEE Transactions of Information Theory, vol. 10, pp : 139-145, 1964.

[VDL74] A. VANDER LUGT, « *Coherent Optical Processing* », Proceedings of IEEE, vol. 62(10), pp : 1300-1319, 1974.

[VDL92] A. VANDER LUGT, *« Optical Signal Processing »*, ed. Wiley-Interscience, New York, 1992.

[VLC04] V. V. VLČEK, *« Computation of Inverse Radon Transform on Graphic Cards »,* International Journal of Signal Processing, Vol. 1(1), pp : 1-12, 2004.

[VLC05] V. V. VLČEK, *« Computation of Filtered Backprojection on Graphic Cards »,* Proc. of WSEAS'05, Corfu, 2005.

[VSD06] VISION SYSTEM DESIGN, *2006 Buyers Guide*. Mars 2006.

[WAN05] G. WANG, S. Zhao, Y. Hengyong, C. A. Miller, P. J. Abbas, B. J. Granz, S. W. Lee et J. T. Rubinstein, *« Design, Analysis and Simulation for Development of the first clinical micro-CT Scanner »,* Academic Radiology, vol. 12(4), pp : 511-525, 2005.

[WEA66] C. S. WEAVER et J.W. Goodman, « A technique for optically convolving two functions », *Applied Optics*, vol. 5(7), pp : 1248-1249, 1966.

[WRE02] R. WREDE, *« Theory and Problems of Advanced Calculus »*, 2e édition, ed. McGraw-Hill, 2002.

[WUS94] S. T. WU, « *Nematic Liquid Crystals »,* chapitre 1 de [EFR94].

[YIN98] S. YIN, O. Leonov, F. T. S. Yu, V. V. Molotok, V. V. Kludzin *« Design and fabrication of a 24-channel acousto-optic spatial light modulator »,* Applied Optics, Vol. 37(32), pp : 7482-7489, 1998.

[YOU86] T. Y. YOUNG, K. S. Fu, *« Handbook of pattern recognition and image processing »,* Academic Press, 1986.

[YUF98] F. T. S. YU et S. Jutamulia, *« Optical Pattern Recognition »*, ed. Cambridge University Press, 1998.

[ZHA99] H. ZHANG, K. D'Havé, B. Verweire, V. Ferrara, *« Analogue grey level SSFLCD by varying surface anchoring »,* Molecular Crystals and Liquid Crystals, vol. 331, pp : 227-234, 1999.

[ZIN02] V. ZINT, *« Tomographie optique proche infrarouge, résolue en temps, des milieux diffusants »,* Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg I, Directeur de thèse : Patrick Poulet, 2002.

Webographie

[DVI] *Digital Display Working Group. Spécifications de la norme DVI 1.0.* http://www.ddwg.org/lib/dvi_10.pdf. 1999

[FFTW] *FFT Benchmarks*, www.fftw.org, 2006.

[FPO] *Bureau des brevets américain.* www.freepatentsonline.com

[GLD] *Revue de la défense américaine (Global Defence Review),* http://www.global-defence.com/1998/CompanyProfile/litton.htm

[ITRS] *International Technology Roadmap of Semiconducteurs*, http://public.itrs.net/, 2006.

[JPG] *Norme JPEG2000.* http://www.jpeg.org/jpeg2000/index.html

[PAS] *Purchasing and Supply Agency.* http://www.pasa.doh.gov.uk/evaluation/.

[TOP] *Supercomputers Top 500* , www.top500.org, 2006.

Fabricants

Modulateurs spatiaux de lumière

[BNS] BOULDER NONLINEAR SYSTEMS. www.bnonlinear.com

[BOS] BOSTON MICROMACHINES. www.bostonmicromachines.com

[CRL] CRL-OPTO. www.crlopto.com

[DIS] DISPLAYTECH. www.displaytech.com

[DLP] DIGITAL LIGHT PROCESSING, filliale de Texas Instruments. www.dlp.com

[HOL] HOLOEYE. www.holoeye.com

[LEN] LENSLET. www.lenslet.com

[LXD] LXD INC. www.lxdinc.com

Capteurs d'images et caméras

[ATM] ATMEL CCD. http://www.atmel.com/products/

[CAN] CANON. www.canon.fr

[CYP] CYPRESS. www.cypress.com

[DAL] DALSA PROFFESSIONAL IMAGING. http://www.dalsa.com/pi/index.asp

[E2V] E2V. http://e2v.com/

[HAM] HAMAMATSU IMAGE SENSORS. http://www.sales.hamamatsu.com/en/products/solid-state-division/image-sensors/ccd.php?source=ggl-adword

[KOD] KODAK IMAGE SENSOR. www.kodak.com/US/en/dpq/site/SENSORS/

[MIC] MICRON. www.micron.com

[OPT] OPTRONIS GmBH. www.optronis.com

[SIT] SITE INC. www.site-inc.com

[SON] SONY SEMICONDUCTEURS. http://products.sel.sony.com/semi/ccd.html

[VIR] VISION RESEARCH. http://visionresearch.com/

Autres composants optiques

[MEL] MELLES GRIOT. www.mellesgriot.fr

[PTS] POINT SOURCE. www.point-source.com

[THO] THORLABS. www.thorlabs.com

Composants électroniques

[AD] ANALOG DEVICES, www.analog.com

[ALT] ALTERA. www.altera.com

[AMD] AMD. www.amd.com

[ATM] ATMEL. www.atmel.com

[CYP] CYPRESS. www.cypress.com

[INT] INTEL. www.intel.com

[LUX] LUXEON. www.luxeon.com

[SAM] SAMSUNG SEMICONDUCTORS
http://www.samsung.com/products/semiconductor/

[STM] ST MICROELECTRONICS. www.st.com

[TI] TEXAS INSTRUMENTS, www.ti.com

[XIL] XILINX. www.xilinx.xom

Instruments médicaux

[GEL] GE HEALTHCARE
http://www.ge.com/en/product/business/healthcare.htm

[PHI] PHILIPS SYSTEMES MEDICAUX. http://www.medical.philips.com/fr/

[ROB] INTEGRATED SURGICAL SYSTEMS website, www.robodoc.com

[SIE] SIEMENS MEDICAL SYSTEMS, www.medical.siemens.com

[TOS] TOSHIBA MEDICAL SYSTEMS. http://www.toshiba-europe.com/medical

Glossaire

AMPR *Advanced Multiple-Plane Reconstruction* – Algorithme de reconstruction.
ART *Algebraic Reconstruction Technique* – Méthode de reconstruction itérative.
ASIC *Application-Specific Integrated Circuit* – Circuit intégré dédié à une application.
ASSR *Advanced Single-Slice Rebinning* – Algorithme de reconstruction dans le cadre d'un scanner hélicoïdal.
CCD *Charge Coupled Device* – Capteur d'images à transfert de charges.
CISC *Complex Instruction Set Computer* – Type de processeur possédant un jeu d'instructions complexes.
CMOS *Complementary Metal-Oxyde-Semiconductor* – Technologie de fabrication en microélectronique. Dans le cadre des capteurs d'images, CMOS désigne des capteurs fabriqués dans cette technologie.
DICOM *Digital Image and COmmunication in Medicine* – Norme integrant un format standard pour la presentation des images médicales.
DMD *Digital Micromirror Devices* – Matrices de micromiroirs
DRAM *Dynamic Random Access Memory* – Mémoire dynamique (qu'il faut rafraîchir) à accès aléatoire.
DSP *Digital Signal Processor* – Processeur dédié aux applications de traitement du signal.
EEPROM *Electronically Erasable and Programmable Read Only Memory* – Mémoire en lecture seule programmable et effaçable électroniquement.
EPBP *Extended Parallel BackProjection* – Algorithme de reconstruction.
FBP *Filtered BackProjection* – Algorithme d'inversion de la transformée de Radon. (rétroprojections filtrées)
FDK *Feldkamp-Kress-Davis* – Algorithme de reconstruction dans le cadre d'une géométrie 3D à rayons coniques.
FFT *Fast Fourier Transform* – Algorithme de calcul rapide de la transformée de Fourier.
FLC *Ferroelectric Liquid Crystals* – Cristaux liquides ferroélectriques.
FLOPS *FLoating-point Operations Per Second* – Unité de puissance de calcul (nombre d'opérations en virgule flottante par seconde).
FPGA *Field-Programmable Gate Array* – Matrice de portes logiques programmables in-situ.
FPN *Fixed Pattern Noise* – Bruit spatial fixe.
FSB *Front Side Bus* – Bus véhiculant les données entre le microprocesseur et les composants mémoire.
GPU *Graphic Processor Unit* – Processeur dédié aux opérations graphiques.
HU *Hounsfield Unit*. – Unité arbitraire utilisée en imagerie médicale pour la mesure de l'absorption des tissus.
IRM *Imagerie par résonance magnétique*. Technique d'imagerie.
ITO *Indium Tin Oxyde* – Oxyde d'indium dopé à l'étain (électrode transparente)
JTC *Joint-Transform Correlator*. – Corrélateur à transformée jointe.
LCD *Liquid Crystals Device* – Ecran à cristaux liquides.
LED *Light-Emitting Diode* – Semiconducteur émettant de la lumière
LUT *Look-Up Table* – Table de correspondance.
MAC *Mulplication Accumulation* – Opération de base en traitement du signal constituée d'une multiplication entre deux valeurs puis d'une addition.
MIMD *Multiple Instruction Multiple Data* – Désigne un système composé de processeurs en parallèle pour lesquels chaque processeur exécute une instruction en même temps sur plusieurs données.
MIPS *Millions of Instructions Per Second* – Unité de puissance de calcul (millions d'instructions par seconde).
MLM *Membrane Light Modulator* – Modulateur de phase de lumière utilisant une membrane réfléchissante.

MOEMS *MicroOptoElectroMechanical Systems* – Microsystème combinant de l'optique, de l'électronique et de la mécanique

MOPS *Millions of Operations Per Second* – Unité de puissance de calcul (millions d'opérations par seconde).

MQW *Multiple Quantum Well* – Dispositifs semiconducteurs à puits quantiques multiples.

MSE *Mean Square Error* – Ecart quadratique moyen.

NLC *Nematic Liquid Crystals* – Cristaux liquides nématiques.

NVRAM *Non-Volative Random Access Memory* – Mémoire à accès aléatoire non-volatile.

OASLM *Optically Adressed Spatial Light Modulator* – Modulateur spatial de lumière adressé optiquement.

OLED *Organic Light Emitting Diode* – Semiconducteur organique émettant de la lumière

PBS *Polarization Beam Spliter* – Cube séparateur de polarisation.

PET *Positron Emission Tomography* – Tomographie à émission de positons

PIRT *Projection Iterative Reconstruction technique* – Algorithme de reconstruction itérative.

POEME *Processeur OptoElectronique pour le MEdical* – Nom du projet dans lequel d'inscrit la thèse.

PRNU *Photo Response Non-Uniformity* – Non-uniformité de la réponse d'un capteur photoélectrique.

PROPS *PROocessings Per Second* – Unité de puissance de calcul définie dans le cadre du traitement d'images (nombres de filtrage par transformée de Fourier d'images 1024^2 par seconde).

RAM *Random Access Memory* – Mémoire à accès aléatoire.

RIP *Réponse Impulsionelle Positive* – Filtres à réponse impulsionelle positive.

RISC *Reduced Instruction Set Computer* – Type de processeur possédant un jeu d'instructions réduit.

ROI *Region Of Interest* – Zone d'intérêt d'une image.

SIMD *Single Instruction Multiple Data* – Désigne les processeurs parallèles pour lesquels une instruction peut être exécutée en même temps sur plusieurs données.

SIRT *Simultaneous Iterative Reconstruction Technique* – Méthode de reconstruction itérative.

SISD *Single Instruction Single Data* – Désigne les processeurs pour lesquels une instruction est exécutée sur une seule donnée à chaque cycle.

SLM *Spatial Light Modulator* – Modulateur spatial de lumière (diapositive).

SMPR *Segmented Multiple-Plane Reconstruction* – Algorithme de reconstruction.

SNR *Signal-to-Noise Ratio* – Rapport signal à bruit.

SOA *Semiconductor Optical Amplifier* – Amplificateur optique à semi-conducteurs.

SPECT *Single-Photon Emission Computerized Tomography* – Tomographie à émission de photon unique.

SRAM *Static Random Access Memory* – Mémoire statique à accès aléatoire.

SSFLC *Surface-Stabilized Ferroelectric Liquid Crystals* – Cellule à cristaux liquides stabilisée en surface.

TDM *TomoDensitoMétrique* – Lié à la mesure de la densité locale d'un tissu.

TFD-nD *Transformée de Fourier discrète à N dimensions.*

TF-nD *Transformée de Fourier à N dimensions.*

TNLC *Twisted Nematic Liquid Crystals* – Cristaux liquides nématiques à structure en hélice.

VCSEL *Vertical Cavity Surface-Emitting Laser* – Diode laser à cavité verticale émettant par la surface.

VHDL-AMS *VHSIC (Very High Speed Integrated Circuits) Hardware Description Language Analog and Mixed Signals* – Language de description matérielle pour les signaux analogiques et mixtes.

WFBP *Weighted Filtred BackProjection* – Algorithme de reconstruction dans le cadre de la géométrie 2D à faisceaux coniques.

Liste des communications

Les résultats obtenus ont été décrits dans les publications et communications suivantes :

Colloques internationaux avec comité de lecture et actes publiés.

MADEC M., UHRING W., FASQUEL J.B., JOFFRE P., HERVÉ Y.
"FLC-SLM dynamic improvement with temporal multiplexing: Application to optical image processing",
Proc. SPIE 6183, 2006, pp. 390-399, *Photonics Europe 2006,* Strasbourg (France), April 3-7, 2006. Poster.

MADEC M., HERVÉ Y., UHRING W., ROLLAND O.,
*"VHDL-AMS models of FLC for spatial light modulator virtual prototyping"***,**
Proc. SPIE 6183, 2006, pp. 400-412, *Photonics Europe 2006,* Strasbourg (France), April 3-7, 2006. Poster

MADEC M., HERVÉ Y., UHRING W., ROLLAND O.,
"VHDL-AMS model of ferroelectric liquid crystal light modulators",
Proc. FDL'06, 2006, pp. 31-40, *Forum on Specification and Design Language 2006,* Darmstadt (Allemagne), September 19-22, 2006. Présentation orale et poster.

Colloques nationaux avec comité de lecture et actes publiés.

MADEC M., UHRING W., FASQUEL J.B., BOUAMAMA K., JOFFRE P., HERVÉ Y.,
« Amélioration de la dynamique des modulateurs spatiaux de lumière rapides à cristaux liquides par multiplexage temporel. Application à la corrélation optique »,
5ème Colloque Francophone du Club Contrôles et Mesures Optiques pour l'Industrie *(CMOI 2004),* Saint-Etienne (France), 15-19 Novembre 2004, pp. 312-318. Présentation orale. Papier sélectionné pour une publication dans Sup'Optique Avenir 2005.

BOUAMAMA K., FASQUEL J.B., JOFFRE P., MADEC M., UHRING W., HERVÉ Y.,
« Modulateurs spatiaux de lumière et filtrage optique rapide de données médicales »,
5ème Colloque Francophone du Club Contrôles et Mesures Optiques pour l'Industrie *(CMOI 2004),* Saint-Etienne (France), 15-19 Novembre 2004, pp. 570-576. Poster.

MADEC M., UHRING W., HERVE Y.,
« Commande analogique pour FLC-SLM binaires »,
Colloque IEEE TAISA 2006*,* Strasbourg (France), 19-20 Octobre 2006, pp : 145-150. Présentation orale.

MADEC M., FASQUEL J.B., UHRING W., HERVE Y.,
« La microélectronique et le traitement optique de l'information »,
Journées pédagogiques du CNFM 2006*,* Saint-Malo (France), 22-24 Novembre 2006. Papier invité.

Colloques nationaux avec comité de lecture.

FASQUEL J.B., MADEC M., UHRING W., BOUAMAMA K., JOFFRE P., HERVÉ Y.,
« Filtrage optique de données médicales »,
Colloque international OPTRO 2005, Paris (France), May 9-12, 2005. Poster.

Journées Nationales du Réseau des Doctorants en Microélectronique

MADEC M.
« Les modulateurs spatiaux de lumière. État de l'art et application à la corrélation optique »,
VIIIèmes Journées Nationales du Réseau Doctoral de Microélectronique (JNRDM'2005), Paris (France), 10-12 Mai 2005. Poster.

MADEC M., HERVE Y.
« La microélectronique et le traitement optique de l'information »,
IXèmes Journées Nationales du Réseau Doctoral de Microélectronique (JNRDM'2006), Rennes (France), 10-12 Mai 2006. Ce papier a obtenu l'un des trois prix récompensant les meilleures présentations orales.

Publication soumise

MADEC M., UHRING W., FASQUEL J.B., JOFFRE P., HERVÉ Y.,
« Compatibility of optical processing with temporal multiplexed spatial light modulators »,
Soumis le 18 mai 2006 à la revue Optics Communications. En cours de modification.

Annexes

Annexe A –
Démonstration de quelques formules utilisées dans le document

Annexe B –
Méthodes de reconstruction spécifiques

Annexe C –
Modèle optique du prisme de Dove

Table des matières des annexes

Annexe A – Démonstration de quelques formules utilisées dans le document ..... **XV**
A.1. Complexité du filtrage numérique d'image (ch. 3, page 44) XV
A.2. Equation du temps d'exposition en fonction des paramètres du système processeur (ch. 3, page 54) XVI
A.3. Caractère passe-bas d'un filtre à RIP (ch. 5, page 102) XVII
A.4. Somme des bruits (ch. 7, page 146) XVIII
A.5. Théorie du bruit de quantification (ch. 7, page 149) XX

Annexe B – Méthodes de reconstruction spécifiques ..... **XXIII**
B.1. Méthode de WFBP pour les scanners à faisceaux en éventail XXIII
B.1.1. Géométrie du système d'acquisition XXIII
B.1.2. Algorithme de reconstruction – première version XXIV
B.1.3. Algorithme de reconstruction – deuxième version XXVI
B.1.4. Implémentation XXVII
B.2. Méthode FDK pour les scanners à faisceaux coniques XXVIII
B.2.1. Géométrie du système d'acquisition XXVIII
B.2.2. Algorithme de reconstruction XXIX
B.2.3. Implémentation XXXI
B.3. Méthode ASSR pour les scanners hélicoïdaux XXXII
B.3.1. Géométrie du système d'acquisition XXXII
B.3.2. Calcul des plans de reconstruction XXXIV
B.3.3. Reconstruction dans le plan P XXXV
B.3.4. Interpolation en z XXXVII
B.3.5. Bilan – Implantation de l'algorithme XXXVII

Annexe C – Modèle optique du prisme de Dove ..... **XXXIX**
C.1. L'optique matricielle dans le plan XXXIX
C.2. Définitions du formalisme en 3D XL
C.3. Matrices de transformation géométrique XLI
C.3.1. Matrice de translation XLI
C.3.2. Matrice de rotation XLI
C.4. Matrices de transfert optique XLII
C.4.1. Matrice de transfert classique XLII
C.4.2. Matrice de transfert dans le prisme de Dove XLIII
C.5. Modèle global L

Index des figures des annexes

Annexe A – Démonstration de quelques formules utilisées dans le document ..... **XV**
Fig. A-1. Densité de probabilité du bruit de quantification ..... *XX*

Annexe B – Méthodes de reconstruction spécifiques ..... **XXIII**
Fig. B-1. Géométrie de projections dites « fan-beam ». ..... *XXIII*
Fig. B-2. Représentation du système de coordonnées ..... *XXV*
Fig. B-3. Géométrie de projections dites « cone-beam » ..... *XXIX*
Fig. B-4. Eventail incliné dans la géométrie « cone-beam » ..... *XXXI*
Fig. B-5. Géométrie du scanner. ..... *XXXIII*
Fig. B-6. Système de coordonnées dans un plan de reconstruction. ..... *XXXIII*
Fig. B-7 – Trajectoire de la source réelle et virtuelle ..... *XXXV*

Annexe C – Modèle optique du prisme de Dove ..... **XXXIX**
Fig. C-1. Optique matricielle en deux dimensions. ..... *XL*
Fig. C-2. Formalisme utilisé pour l'optique matricielle à trois dimensions. ..... *XL*
Fig. C-3. Prisme de Dove à plat. ..... *XLIII*
Fig. C-4. Géométrie à l'entrée et à la sortie du prisme. ..... *XLIX*
Fig. C-5. Géométrie du modèle complet. ..... *LI*

Index des tableaux des annexes

Annexe A – Démonstration de quelques formules utilisées dans le document ..... **XV**

Annexe B – Méthodes de reconstruction spécifiques ..... **XXIII**
Tab. B-1. Méthodes abordées dans ce chapitre. ..... *XXIII*

Annexe C – Modèle optique du prisme de Dove ..... **XXXIX**

Annexe A
Démonstration de quelques formules utilisées dans le document

A.1. Complexité du filtrage numérique d'images (ch. 3, page 44)

Le filtrage linéaire par transformée de Fourier d'une image de taille N^2 (N étant une puissance de 2) se fait en $20N^2\log_2 N + 6N^2$ opérations.

Démonstration :

La démonstration suivante n'est valable que pour des vecteurs de taille N avec N une puissance de 2. On admet que dans ce cas le temps de calcul de la transformée de Fourier 1D d'un vecteur de taille N prenne $N.\log_2 N$ additions complexes et $(N/2).\log_2 N$ multiplications complexes.

Une addition complexe représente 2 additions réelles tandis qu'une multiplication complexe représente 4 multiplications réelles et 2 additions réelles.

$$\underline{X} = \underline{A} + \underline{B} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \Re(X) = \Re(A) + \Re(B) \\ \Im(X) = \Im(A) + \Im(B) \end{cases} \tag{A-1}$$

$$\underline{X} = \underline{A} \times \underline{B} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \Re(X) = \Re(A) \times \Re(B) - \Im(A) \times \Im(B) \\ \Im(X) = \Re(A) \times \Im(B) + \Im(A) \times \Re(B) \end{cases} \tag{A-2}$$

Un TF1D représente donc $3N.\log_2 N$ additions réelles et $2N.\log_2 N$ multiplications réelles.

La TF2D d'une image N^2 se calcule en effectuant tout d'abord des TF1D colonne par colonne puis ligne par ligne. Une TF2D représente donc $2N$ TF1D, soit $6N^2.\log_2 N$ additions réelles et $4N^2.\log_2 N$ multiplications réelles.

Un filtrage est constitué de deux TF2D et d'une multiplication des spectres, c'est-à-dire N^2 multiplications complexes ou encore $2N^2$ additions réelles et $4N^2$ multiplications réelles.

Au final, un filtrage complet d'une image N^2 utilise :

$$12N^2 \log_2 N + 2N^2 \text{ additions réelles}$$

Et $8N^2 \log_2 N + 4N^2$ multiplications réelles

Soit $20N^2 \log_2 N + 6N^2$ opérations réelles

A.2. Equation du temps d'exposition en fonction des paramètres du système processeur (ch. 3, page 54)

Le temps d'exposition nécessaire à saturer les pixels du système d'acquisition d'un processeur optique est donné par :

$$T_{\exp} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{M_{pix} \cdot N}{T \cdot QE} \cdot \frac{hc}{P_{las} \cdot \lambda}$$

***T* est le coefficient de transmission maximal du système.**

***M*$_{pix}$ est la quantité de pixels sur la matrice d'acquisition.**

***N* est la capacité d'un pixel de la matrice d'acquisition (en électrons).**

***QE* est l'efficacité quantique de la matrice d'acquisition.**

***P*$_{las}$ est la puissance du laser.**

λ **est la longueur d'onde.**

<u>Démonstration</u> :

Le laser émet une puissance P_{las} sur une surface S. Ce qui représente un éclairement E ou une énergie Q :

$$E = \frac{P_{las}}{S} \qquad \left(W.m^{-2}\right) \tag{A-3}$$

$$Q = T_{exp} \frac{P_{las}}{S} \qquad \left(J.m^{-2}\right) \tag{A-4}$$

Le nombre de photos émis par le laser par unité de surface est :

$$N_{photons} = Q \frac{\lambda}{hc} \qquad \left(phot.m^{-2}\right) \tag{A-5}$$

L'efficacité quantique, c'est-à-dire le nombre d'électrons générés par photon incident du capteur est défini par :

$$QE = \frac{N_{e^-}}{N_{photons}} \tag{A-6}$$

L'ensemble des pixels du capteur est saturé lorsque :

$$N_{e^-} \cdot S_{capteur} = N \cdot M_{pix} \tag{A-7}$$

S est une surface circulaire dans laquelle la surface du capteur est inscrite. Si le capteur est carré,

$$S_{capteur} = \frac{2}{\pi} S \tag{A-8}$$

En reliant les équations (A-3) à (A-8),

$$\frac{N \cdot M_{pix}}{QE} = \frac{2}{\pi} T_{exp} \cdot P_{las} \cdot \frac{\lambda}{hc} \tag{A-9}$$

D'où,

$$T_{exp} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{N \cdot M_{pix}}{QE} \cdot \frac{hc}{P_{las} \cdot \lambda} \tag{A-10}$$

A.3. Caractère passe-bas d'un filtre à RIP (ch. 5, page 102)

Un filtre à réponse impulsionelle positive (RIP) est obligatoirement de type passe-bas.

<u>Démonstration par l'absurde</u> :

Supposons un filtre *h(x)* à RIP, de TF $H(\nu)$ et qui ne soit pas passe-bas. Par définition, on peut dire qu'il existe alors une fréquence ν_0 telle que

$$\left|H\left(\nu_0\right)\right| > \left|H\left(0\right)\right| \tag{A-11}$$

Soit, en exprimant la transformée de Fourier :

$$\left|\int_{-\infty}^{+\infty} h(x)\cdot e^{2j\pi\nu_0 x}dx\right| > \left|\int_{-\infty}^{+\infty} h(x)dx\right| \tag{A-12}$$

D'après une propriété classique des intégrales et en tenant compte de la positivité de *h*, on aboutit à une contradiction

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{+\infty} h(x) &= \int_{-\infty}^{+\infty} h(x)\left|e^{2j\pi\omega_0 x}\right|dx \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty}\left|h(x)\cdot e^{2j\pi\omega_0 x}\right|dx \\ &\geq \left|\int_{-\infty}^{+\infty} h(x)\cdot e^{2j\pi\omega_0 x}dx\right| \\ &> \left|\int_{-\infty}^{+\infty} h(x)\right| \\ &> \int_{-\infty}^{+\infty} h(x)\end{aligned} \tag{A-13}$$

A.4. Somme des bruits (ch. 7, page 146)

Soit $X_n(k)$ une famille de séquences aléatoire chacune de moyenne $\overline{X}$ et d'écart-type σ_x. La séquence moyenne $Y(k)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}X_n(k)$ a pour valeur moyenne $\overline{Y}=\overline{X}$ et pour écart-type $\sigma_y \leq \sigma_x$. En particulier, si les séquences $X_n(k)$ sont toutes indépendantes, $\sigma_y=\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$.

<u>Démonstration</u> :

Calcul de la moyenne :

$$\begin{aligned}\overline{Y} &= \frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1} Y(k) \\ &= \frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1}\left(\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} X_n(k)\right) \\ &= \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\left(\frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1} X_n(k)\right) \\ &= \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\overline{X} \\ &= \overline{X}\end{aligned} \tag{A-14}$$

Calcul de l'écart type.

$$\begin{aligned}\sigma_Y^2 &= \frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1} Y(k)^2 - \overline{Y}^2 \\ &= \frac{1}{KN^2}\sum_{k=0}^{K-1}\left(\sum_{n=0}^{N-1} X_n(k)\right)^2 - \overline{X}^2 \\ &= \frac{1}{KN^2}\sum_{k=0}^{K-1}\sum_{n=0}^{N-1} X_n(k)^2 + \frac{1}{KN^2}\sum_{k=0}^{K-1}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{\substack{m=0 \\ m\neq n}}^{N-1} X_n(k)X_m(k) - \overline{X}^2 \\ &= \frac{1}{N^2}\sum_{n=0}^{N-1}\sigma_{X_n}^2 + \frac{1}{N^2}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{\substack{m=0 \\ m\neq n}}^{N-1}\mathrm{Cov}\left(X_n, X_m\right)\end{aligned} \tag{A-15}$$

Où $\mathrm{Cov}(A,B)$ est la fonction de covariance de A et de B. D'après l'inégalité de Cauchy Schwartz :

$$\mathrm{Cov}\left(X_n, X_m\right) \leq \sigma_{X_n}\sigma_{X_m} \tag{A-16}$$

D'où :

$$\begin{aligned}\sigma_Y^2 &\leq \frac{1}{N^2}\sum_{n=0}^{N-1}\sigma_X^2 + \frac{1}{N^2}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{\substack{m=0 \\ m\neq n}}^{N-1}\sigma_X^2 \\ &\leq \frac{N+N(N-1)}{N^2}\sigma_X^2 \\ &\leq \sigma_X^2\end{aligned} \tag{A-17}$$

Par définition, si deux variables aléatoires sont indépendantes, leur covariance est nulle. Dans notre cas, si tous les vecteurs de la suite sont indépendants, on aura :

$$\sigma_Y^2 = \frac{\sigma_X^2}{N} \tag{A-18}$$

A.5. Théorie du bruit de quantification (ch. 7, page 149)

Le rapport signal à bruit après quantification sur *N* bits d'un signal *X* de dynamique *D* et de puissance σ_X vaut 6N + 10,6 – 20log$_{10}$(*D* / σ_X).

Démonstration :

Considérons une séquence *X(k)*. Nous nous limiterons au cas de la quantification linéaire par arrondi. La séquence quantifiée Xq (k*)* s'exprime ainsi :

$$X_q(k) = n \quad \text{tel que} \quad nq - \frac{q}{2} \le X(k) \le nq + \frac{q}{2} \tag{A-19}$$

Où *q* est de quantum défini par $q = D/2^N$. La quantification introduit un bruit *E(k)* dont la densité de probabilité est uniforme sur l'intervalle [-*q*/2 ; *q*/2[, la valeur moyenne est nulle et la variance est $q^2/12$.

$$\overline{E} = \int_{-q/2}^{q/2} \frac{1}{q} x dx = \frac{1}{q}\left[\frac{x^2}{2}\right]_{-q/2}^{q/2} = 0 \tag{A-20}$$

$$\sigma_E^2 = \int_{-q/2}^{q/2} \frac{1}{q} x^2 dx = \frac{1}{q}\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-q/2}^{q/2} = \frac{q^2}{12} \tag{A-21}$$

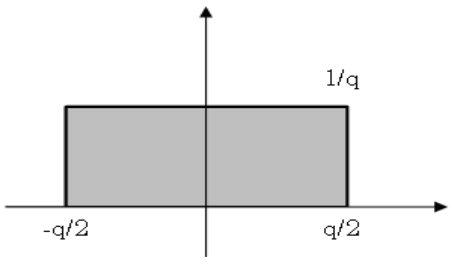


Fig. A-1. Densité de probabilité du bruit de quantification

Le rapport signal à bruit, défini comme le rapport entre les puissances (variance) du signal et du bruit, s'écrit :

$$SNR = \frac{\sigma_X^2}{\sigma_E^2} = 12\frac{\sigma_X^2}{q^2} \tag{A-22}$$

Soit en décibels :

$$\begin{aligned} SNR_{dB} &= 10\log_{10}\left(12\frac{\sigma_X^2}{q^2}\right) \\ &= 10\log_{10}(12) + 20\log_{10}(\sigma_X) - 20\log_{10}(q) \\ &= 10{,}8 + 20\log_{10}(\sigma_X) - 20\log_{10}(D) + 20\log_{10}(2^N) \\ &= 10{,}8 - 20\log_{10}\left(\frac{D}{\sigma_X}\right) + 20N\log_{10}(2) \\ &= 6{,}02N + 10{,}8 - 20\log_{10}\left(\frac{D}{\sigma_X}\right) \end{aligned} \tag{A-23}$$

Annexe B

Méthodes de reconstruction spécifiques

Nous présentons dans cette deuxième annexe les méthodes de reconstruction associées aux géométries particulières d'acquisition en tomographie.

Géométrie d'acquisition	Méthode de reconstruction	Référence	
2D parallèle	Rétroprojections filtrées (FBP)	[KAK01]	6-2
2D faisceaux divergents	Rétroprojections filtrées pondérées (WFBP)	[BRA67]	B-1
3D faisceaux coniques	Algorithme Feldkamp	[FEL84]	B-2
3D hélicoïdal	Algorithme ASSR	[KAC01]	B-3

Tab. B-1. Méthodes abordées dans ce chapitre.

B.1. Méthode de WFBP pour les scanners à faisceaux en éventail

La méthode WFPB (*weighted and filtred backprojections*) a été publiée par Bracewell en 1967 [BRA67]. Elle permet la reconstruction planaire de données tomographiques issues d'un scanner à géométrie en éventail.

B.1.1. Géométrie du système d'acquisition

La géométrie du système d'acquisition est la suivante :

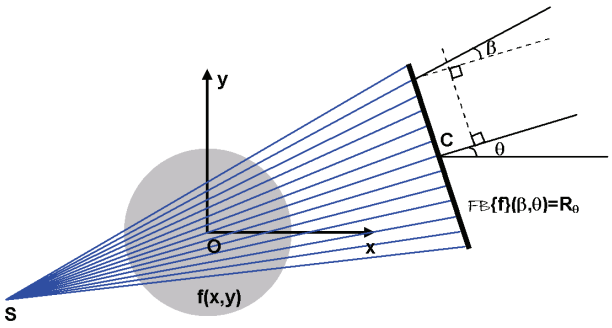


Fig. B-1. Géométrie de projections dites « fan-beam ».

La transformée à rayons divergents correspond à l'intégrale de la fonction *f(x,y)* le long d'un rayon (en bleu sur la figure) :

$$\mathcal{FB}\{f\}(\beta,\theta)=\int_S f(x,y)\cdot\delta\left(D_{SO}\sin\beta-x\cos(\theta+\beta)-y\sin(\theta+\beta)\right) \tag{B-1}$$

Le rayon peut être repéré soit par la coordonnée (β,θ), soit par la coordonnée (s,θ), où s est une coordonnée radiale correspondant au point d'arrivée du faisceau dans le plan virtuel d'acquisition, parallèle à celui du capteur mais passant par le centre de rotation. Selon, la méthode choisie, l'algorithme de reconstruction change.

B.1.2. Algorithme de reconstruction – première version

Nous partons de la formule de reconstruction dans le cas d'un système en géométrie parallèle (chap. 6) :

$$f(x,y)=\frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\left(\int_{-\infty}^{+\infty}\mathcal{F}\{R_{\theta'}\}(\nu_\rho)e^{2i\pi\nu_\rho\rho}|\nu_\rho|d\nu_\rho\right)\cdot d\theta' \tag{B-2}$$

Cette formule peut s'écrire également en introduisant le produit de convolution avec le filtre h dont la transformée de Fourier est le filtre rampe :

$$\begin{aligned} f(x,y)&=\frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\left(\int_{-\infty}^{+\infty}R_{\theta'}(\rho')h(\rho-\rho')d\rho'\right)d\theta' \\ &=\frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\left(\int_{-\infty}^{+\infty}R_{\theta'}(\rho')h(x\cos\theta'+y\sin\theta'-\rho')d\rho\right)d\theta' \end{aligned} \tag{B-3}$$

$$h(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}|\nu_x|e^{-2i\pi x\nu_x}d\nu_x \tag{B-4}$$

Exprimons maintenant les coordonnées du point M de reconstruction (fig. B-2) en coordonnées polaires (r,ϕ). $x=r\cos\phi$ et $y=r\sin\phi$ d'où :

$$f(r,\phi)=\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\beta}^{2\pi-\beta}\left(\int_{-\pi/2}^{\pi/2}R_{\theta'}(\rho')h\left(r\cos(\theta'-\phi)-\rho'\right)d\rho'\right)d\theta' \tag{B-5}$$

Par changement de variable, $\theta'=\theta+\beta$ et $\rho'=D_{SO}\sin\beta$, on a :

$$\begin{aligned} f(r,\phi)&=\frac{1}{4\pi^2}\int_{0}^{2\pi}\left(\int_{-\infty}^{+\infty}R_{\theta+\beta}(D_{SO}\sin\beta)\cdot h\left(r\cos(\beta+\theta-\phi)-D_{SO}\sin\beta\right)D_{SO}\cos\beta d\beta\right)d\theta \\ &=\frac{1}{4\pi^2}\int_{0}^{2\pi}\left(\int_{-\infty}^{+\infty}\widetilde{R}_{\theta}(\beta)\cdot h\left(r\cos(\beta+\theta-\phi)-D_{SO}\sin\beta\right)D_{SO}\cos\beta d\beta\right)d\theta \end{aligned} \tag{B-6}$$

Avec $\widetilde{R}_{\theta}(\beta)=\mathcal{FB}\{f(x,y)\}(\theta,\beta)$.

Concentrons nous sur l'argument de la fonction h.

$$\begin{aligned} r\cos(\beta+\theta-\phi)-D_{SO}\sin\beta &= r\cos(\theta-\phi)\cos\beta-\left[r\cos(\theta-\phi)+D_{SO}\right]\sin\beta \\ &= L\sin\gamma\cos\beta-L\cos\gamma\sin\beta \\ &= L\sin(\gamma-\beta) \end{aligned} \tag{B-7}$$

Avec L et γ définis comme sur la figure B-2.

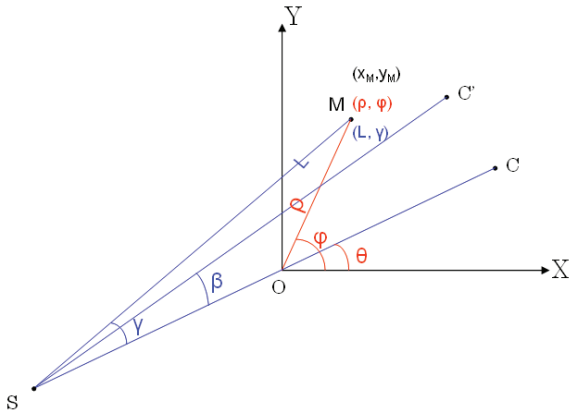


Fig. B-2. Représentation du système de coordonnées (L,γ)

L'équation (B-6) s'écrit maintenant :

$$f(r,\phi)=\frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\left(\int_{-\infty}^{+\infty}\widetilde{R}_\theta(D_{SO}\sin\beta)\cdot h\left(L\sin(\gamma-\beta)\right)D_{SO}\cos\beta d\beta\right)d\theta \quad \text{(B-8)}$$

Explicitons maintenant $h\left(L\sin(\gamma-\beta)\right)$. On utilise, dans l'expression de *h*, le changement de variable $\nu_x' = L\nu_x \sin\beta/\beta$:

$$\begin{aligned} h(L\sin\beta) &= \int_{-\infty}^{+\infty}|\nu_x|e^{-2i\pi L\sin\beta\nu_x}d\nu_x \\ &= \left(\frac{\beta}{L\sin\beta}\right)^2\int_{-\infty}^{+\infty}|\nu'_x|e^{-2i\pi\beta\nu'_x}d\nu'_x \\ &= \left(\frac{\beta}{L\sin\beta}\right)^2 h(\beta) \end{aligned} \quad \text{(B-9)}$$

L'équation (B-8) s'écrit finalement :

$$f(r,\phi)=\frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\frac{1}{L^2}\left(\int_0^{\pi}\widetilde{R}_\theta(\beta)\cdot g(\gamma-\beta)D_{SO}\cos\beta d\beta\right)d\theta \quad \text{(B-10)}$$

Avec $g(\beta)=\left(\frac{\beta}{L\sin\beta}\right)^2 h(\beta)$.

B.1.3. Algorithme de reconstruction – deuxième version

La démarche de calcul est identique à la première, sauf que le rayon est repéré par son deuxième jeu de coordonnées (s,θ). On a la relation $s = D_{SO}\tan\beta$. A partir de l'expression (B-5), on effectue le changement de variable $\theta' = \theta + \tan^{-1}\left(\frac{s}{D_{SO}}\right)$ et $\rho' = \frac{sD_{SO}}{\sqrt{s^2+{D_{SO}}^2}}$.

$$f(r,\phi)=\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\left(\int_{-\infty}^{+\infty}\widetilde{R}_\theta(s)\cdot h\left(r\cos\left(\theta-\phi+\tan^{-1}\left(\frac{s}{D_{SO}}\right)\right)-\frac{sD_{SO}}{\sqrt{S^2+{D_{SO}}^2}}\right)\frac{{D_{SO}}^3}{\left({D_{SO}}^2+s^2\right)^{\frac{3}{2}}}ds\right)d\theta \quad \text{(B-11)}$$

Concentrons nous sur l'argument de la fonction *h*. Nous introduisons deux fonctions *U* et *s'* définies par :

$$U(r,\phi,\theta) = \frac{D_{SO} + r\sin(\theta-\phi)}{D_{SO}} \tag{B-12}$$

$$s'(r,\phi,\theta) = D_{SO}\frac{r\cos(\theta-\phi)}{D_{SO} + r\sin(\theta-\phi)} \tag{B-13}$$

On peut alors écrire :

$$r\cos\left(\theta-\phi+\tan^{-1}\left(\frac{s}{D_{SO}}\right)\right) - \frac{sD_{SO}}{\sqrt{S^2+{D_{SO}}^2}} = \frac{UD_{SO}}{\sqrt{{D_{SO}}^2+s^2}}(s'-s) \tag{B-14}$$

Explicitons maintenant $h\left(\frac{UD_{SO}}{\sqrt{{D_{SO}}^2+s^2}}(s'-s)\right)$. On utilise, dans l'expression de *h*, le changement de variable $\nu_x' = \nu_x\frac{UD_{SO}}{\sqrt{{D_{SO}}^2+s^2}}$:

$$h\left(\frac{UD_{SO}}{\sqrt{{D_{SO}}^2+s^2}}(s'-s)\right) = \frac{{D_{SO}}^2+s^2}{{D_{SO}}^2U^2}h(s'-s) \tag{B-15}$$

L'équation (B-8) s'écrit finalement :

$$f(r,\phi) = \frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\frac{1}{2U^2}\left(\int_0^{\pi}\tilde{R}_\theta(s)\cdot h(s'-s)\frac{D_{SO}}{\sqrt{{D_{SO}}^2+s^2}}ds\right)d\theta \tag{B-16}$$

B.1.4. Implémentation

Les deux formules d'inversion sont équivalentes. La première sera privilégiée pour des détecteurs courbes ou compensés (l'angle β entre deux rayons discrets est constant), tandis que la deuxième est mieux adaptée dans le cas d'un détecteur plan. Nous proposons une implantation simple de l'algorithme de reconstruction basée sur sa deuxième version. Soit $R(\theta,s)$ les données acquises. L'implémentation de l'algorithme de reconstruction se déroule en trois étapes :

1. *Précorrection* – Calcul de la fonction $R'(\theta,s)=\frac{D_{SO}}{\sqrt{D_{SO}{}^2+s^2}}R(\theta,s)$.
2. *Filtrage* – Les vecteurs $R'(\theta,s)\big|_{\theta=\theta_i}$ sont filtrés par le filtre $h(s)$.
3. *Rétroprojection pondérée.* Les valeurs $R''(\theta,s)$ résultant du filtrage sont rétroprojetées, mais l'opérateur n'est pas exactement le même qu'en rayon parallèle. On parle de rétroprojection pondérée. L'opérateur s'écrit :

$$f(x,y)=\int_0^{2\pi}\frac{1}{U^2(x,y,\theta)}R''(\theta,s'(x,y,\theta))d\theta \tag{B-17}$$

Avec les fonctions $U^2(x,y,\theta)$ et $s'(x,y,\theta)$ respectivement définies par (B-12) et (B-13).

B.2. Méthode FDK pour les scanners à faisceaux coniques

La méthode FDK (Feldkamp, Davis, Kress) a été publiée en 1984 [FEL84]. Elle permet la reconstruction volumique de données tomographiques issues d'un scanner à géométrie conique.

B.2.1. Géométrie du système d'acquisition

La géométrie conique est représentée par la figure B-3. Les faisceaux, issus d'un point unique, traversent le volume et arrivent sur une matrice de détecteurs. Le rayon est repéré par trois coordonnées angulaires, θ (angle entre le rayon central et l'axe *Ox)*, α (angle entre le rayon central et la projection du rayon sur *Oxz)* et β (angle entre le rayon central et la projection du rayon sur *Oxy)*. L'expression de la transformée associée à cette géométrie est :

$$\mathcal{CB}\{f\}(\alpha,\beta,\theta)=\int_S f(x,y,z)\cdot\delta(E(\alpha,\beta,\theta)) \tag{B-18}$$

Où $E(\alpha,\beta,\theta)$ est l'équation de la droite supportant le rayon :

$$\mathrm{E}(\alpha,\beta,\theta) = D_{SO}\left(\sin^2\beta + \sin^2\alpha\right) - x\cos(\theta+\beta)\cos\alpha - y\sin(\theta+\beta)\cos\alpha \qquad \text{(B-19)}$$

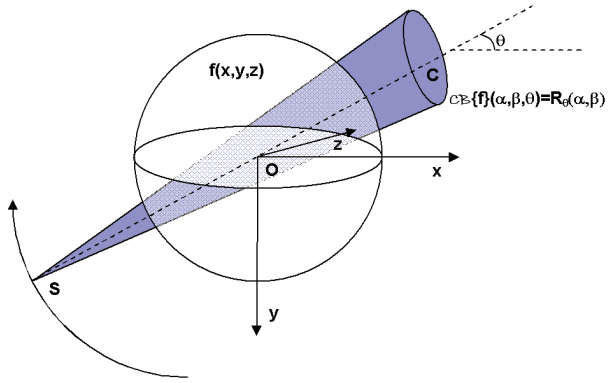


Fig. B-3. Géométrie de projections dites « cone-beam »

Une alternative consiste à repérer un rayon non plus par ses angles α et β mais par le point d'arrivée (υ,ζ) du faisceau sur le capteur.

$$\upsilon = D_{SC}\sin\alpha \qquad \text{(B-20)}$$

$$\zeta = D_{SC}\sin\beta \qquad \text{(B-21)}$$

Les reconstructions se font à z constant. Pour le cas particulier où $z = 0$ (coupe centrale), le système s'apparente à un système à faisceaux en éventail avec pour jeu de données $\mathcal{CB}\{f\}(\alpha,0,\theta)$.

B.2.2. Algorithme de reconstruction

Nous partons de la deuxième formulation de reconstruction dans le cas de la géométrie 2D à rayons divergents (B-16). Au lieu de travailler en coordonnées polaires, nous travaillerons dans le repère $\left(0,\vec{t},\vec{s},\vec{z}\right)$ obtenu par rotation du repère $\left(0,\vec{x},\vec{y},\vec{z}\right)$ d'un angle θ.

$$\begin{aligned} t &= x\cos\theta + y\sin\theta \\ &= r\cos\phi\cos\theta + r\sin\phi\sin\theta \\ &= r\cos(\theta-\phi) \end{aligned} \qquad \text{(B-22)}$$

$$\begin{aligned} s &= -x\sin\theta + y\cos\theta \\ &= -r\cos\phi\sin\theta + r\sin\phi\cos\theta \\ &= r\sin(\phi-\theta) \end{aligned} \tag{B-23}$$

Les expressions de $U(s,t)$ et $s'(s,t)$ deviennent :

$$U(s,t) = \frac{D_{SO} - s}{D_{SO}} \tag{B-24}$$

$$s'(s,t) = \frac{D_{SO}t}{D_{SO} - s} \tag{B-25}$$

Avec ces nouvelles notations, on trouve :

$$f(s,t) = \frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi} \frac{{D_{SO}}^2}{(D_{SO}-s)^2}\left(\int_0^{\pi} \tilde{R}_\theta(p)\cdot h\left(\frac{D_{SO}t}{D_{SO}-s} - p\right)\frac{D_{SO}}{\sqrt{{D_{SO}}^2 + p^2}}dp\right)d\theta \tag{B-26}$$

Ceci donne la reconstruction dans le plan $z = 0$. Lorsque l'on s'écarte de ce plan, les éventails sont inclinés et par conséquent, le système de coordonnées n'est plus le même (Fig. 4). On se place maintenant dans le système de coordonnées $(0,\vec{t}',\vec{s}',\vec{z}')$ pour lequel le plan contenant l'éventail est $(0,\vec{t}',\vec{s}')$. La distance entre la source et le centre de rotation virtuel des faisceaux *O'*, situé sur l'axe *z* s'écrit :

$${D_{SO'}}^2 = {D_{SO}}^2 + \left(\frac{D_{SO}}{D_{SC}}\right)^2 \zeta^2 \tag{B-27}$$

De plus, le changement de variable de θ et θ' dans l'intégrale implique :

$$D_{SO'}d\theta' = D_{SO}d\theta \quad \Rightarrow \quad d\theta' = \frac{D_{SO}}{D_{SO'}}d\theta \tag{B-28}$$

En remplaçant D_{SO} par $D_{SO'}$ et $d\theta$ par $d\theta'$ dans (B-16), on trouve l'expression de *f* dans ce nouveau repère pour une altitude ζ .

$$f(s',t',\zeta)=\frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\frac{{D_{SO'}}^2}{(D_{SO'}-s')^2}\left(\int_0^{\pi}\tilde{R}_\theta(p,\zeta)\cdot h\left(\frac{D_{SO'}t'}{D_{SO'}-s'}-p\right)\frac{D_{SO'}}{\sqrt{{D_{SO'}}^2+p^2}}dp\right)d\theta' \qquad \text{(B-29)}$$

Avec $t=t'$, $s=\frac{D_{SO}}{D_{SO'}}s'$, $z=\frac{D_{SO}-s}{D_{SO}}\zeta$ et $\tilde{R}_\theta(p,\zeta)=\mathcal{RB}\{f(x,y,z)\}(\theta,p,\zeta)$.

En réécrivant (B-29) dans le repère classique, on trouve :

$$f(s,t,z)=\frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\frac{{D_{SO}}^2}{(D_{SO}-s)^2}\left(\int_0^{\pi}\tilde{R}_\theta(p,\zeta)\cdot h\left(\frac{D_{SO}t}{D_{SO}-s}-p\right)\frac{D_{SO}}{\sqrt{{D_{SO}}^2+\zeta^2+s^2}}ds\right)d\theta \qquad \text{(B-30)}$$

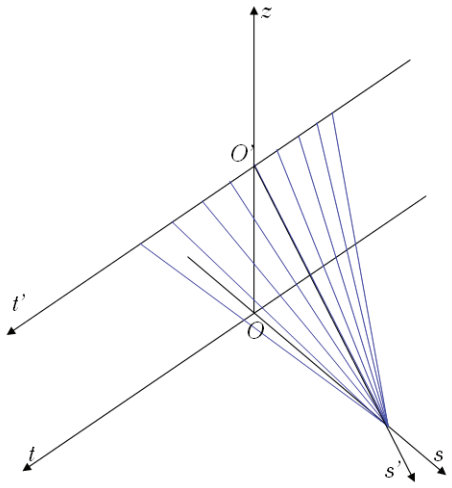


Fig. B-4. Eventail incliné dans la géométrie « cone-beam »

B.2.3. Implémentation

Nous proposons une implantation simple de l'algorithme de reconstruction. Soit $R(\theta,s,\zeta)$ les données acquises. L'implémentation de l'algorithme de reconstruction se déroule en trois étapes :

1. *Précorrection* – Calcul de la fonction $R'(\theta,s,\zeta)=\frac{D_{SO}}{\sqrt{{D_{SO}}^2+\zeta^2+s^2}}R(\theta,s,\zeta)$.
2. *Filtrage* – Les vecteurs $R'(\theta,s,\zeta)\big|_{\substack{\theta=\theta_i\\ \zeta=\zeta_j}}$ sont filtrés par le filtre $h(s)$.

3. *Rétroprojection pondérée.* Les valeurs de $R''(\theta,s,\zeta)$ résultant du filtrage sont rétroprojetées. L'opérateur rétroprojection, dans cette géométrie, s'écrit :

$$f(x,y,z)=\int_0^{2\pi}\frac{D_{SO}}{\left(D_{SO}-s(x,y,z,\theta)\right)^2}R''\left(\theta,s'(x,y,z,\theta),\zeta(x,y,z,\theta)\right)d\theta \qquad \text{(B-31)}$$

Avec les fonctions $s(x,y,z,\theta)$, $s'(x,y,z,\theta)$ et $\zeta(x,y,z,\theta)$ respectivement définies par (B-23), (B-25) et (B-29).

B.3. Méthode ASSR pour les scanners hélicoïdaux

La méthode ASSR (Advanced Single-Slice Rebinning) a été publiée en 2001 par M. Kachelreiss [HAC01]. Elle permet la reconstruction volumique de données tomographiques issues d'un scanner hélicoïdal. Il s'agit d'une méthode de recombinaison : l'ensemble des projections d'une acquisition sont réordonnées de manière à reformer des sinogrammes qui approchent ceux que l'on aurait pu mesurer avec une géométrie parallèle.

B.3.1. Géométrie du système d'acquisition

La source de rayons X et le capteur matriciel sont simultanément animés de deux mouvements : un mouvement de rotation autour du patient et un mouvement de translation par rapport à la table. Vu du patient, le mouvement apparent est une hélice de pas *d* (figure B-5). Une projection est repérée soit par l'altitude *z* de la source au moment de l'acquisition, soit par l'angle α lorsqu'il n'y a pas ambiguïté. Ces deux valeurs sont liées par :

$$\alpha(z)=2\pi\frac{z}{d} \qquad \text{(B-32)}$$

Un rayon *R* quelconque est repéré par l'altitude *z* de la source dont il est issu et la coordonnée (u,v) à laquelle il arrive sur le capteur. Les autres grandeurs utiles pour la suite sont représentées sur les figures B-5 et B-6.

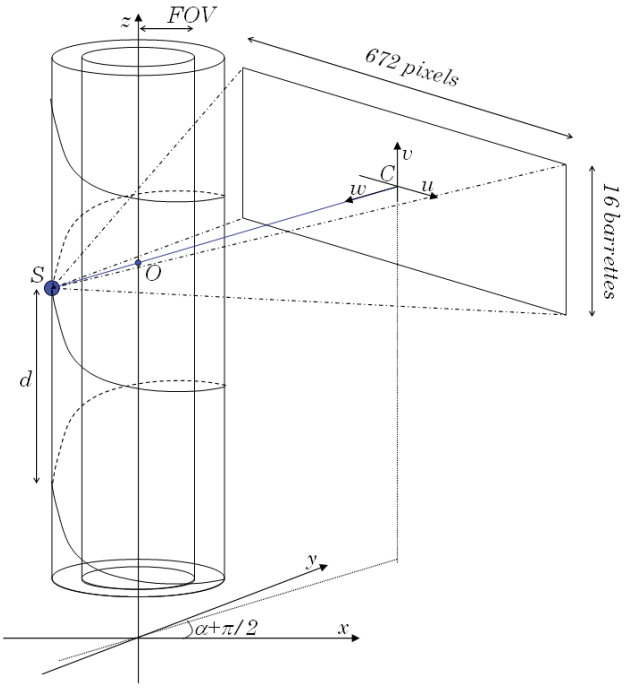


Fig. B-5. Géométrie du scanner.

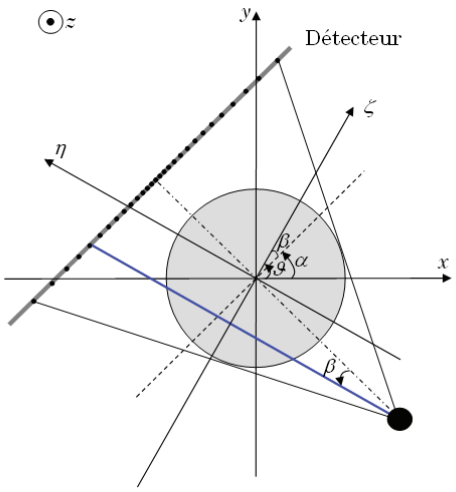


Fig. B-6. Système de coordonnées dans un plan de reconstruction.

Dans le repère du patient $\left(0,\vec{x},\vec{y},\vec{z}\right)$, les positions de la source *s(z)* et du capteur *r(u,v,z)* sont données par :

$$s(z) = \begin{pmatrix} R_F \sin(\alpha(z)) \\ -R_F cos(\alpha(z)) \\ z \end{pmatrix} \tag{B-33}$$

$$r(u,v,z) = \begin{pmatrix} -R_D \sin(\alpha(z)) \\ R_D cos(\alpha(z)) \\ z \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \\ 0 \end{pmatrix} + v \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{B-34}$$

Avec R_F la distance entre la source S et le centre de rotation O et R_D la distance entre le centre du détecteur C et le centre de rotation O.

B.3.2. Calcul des plans de reconstruction

Les coupes seront reconstruites dans un premier temps sur des plans inclinés. Chaque plan de reconstruction est référencé par l'altitude z_R. Le plan est orienté de sorte à former un angle γ avec le plan Oxy et que l'axe source - capteur appartienne au plan Oxy pour $z = z_r$. Nous cherchons son équation sous la forme $ax + by + z + c = 0$. Le système à résoudre est le suivant :

$$\begin{cases} R_F \sin\alpha_R a - R_F \cos\alpha_R b + z + c = 0 \\ R_D \sin\alpha_R a - R_D \cos\alpha_R b - z - c = 0 \\ \cos\gamma\sqrt{a^2 + b^2 + 1} = 1 \end{cases} \tag{B-35}$$

Les deux premières équations témoignent de l'appartenance de la source et du centre du capteur au plan pour l'angle $\alpha_R = \alpha(z_R)$. La troisième équation définit l'angle γ en fonction des coordonnées du plan. En résolvant ce système, on aboutit sur l'équation de plan suivante paramétrée par γ :

$$P : x\cos\alpha_R \tan\gamma + y\sin\alpha_R \tan\gamma - z + z_R = 0 \tag{B-36}$$

On définit une « source virtuelle » *e(z)* comme la trajectoire des points appartenant au plan *P* et situés à l'aplomb de la source réelle *s(z)*.

$$e(z)=\begin{pmatrix} R_F \sin(\alpha(z)) \\ -R_F \cos(\alpha(z)) \\ z_R + R_F \tan\gamma \sin(\alpha(z)-\alpha_R) \end{pmatrix} \tag{B-37}$$

L'angle γ est déterminé de sorte que la trajectoire virtuelle épouse au mieux la trajectoire réelle, c'est-à-dire en minimise l'intégrale de $|s(z)-e(z)|$ le long de la portion de trajectoire qui nous concerne. On peut montrer qu'elle est minimale pour :

$$\gamma = \arctan\left(\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}\frac{d}{R_F}\right) \tag{B-38}$$

Dans ce cas, l'écart moyen est de $d/72$ et les deux trajectoires se coupent en trois points : -60°, 0° et +60°.

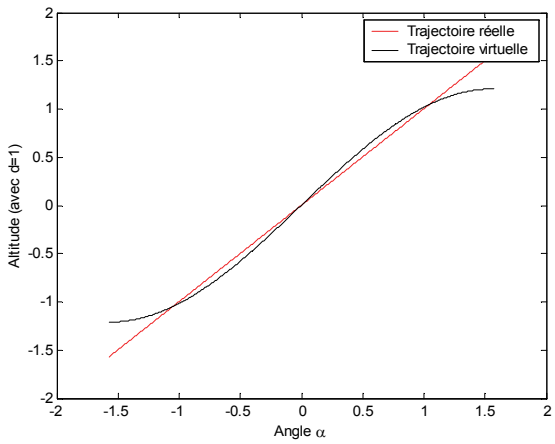


Fig. B-7 – Trajectoire de la source réelle et virtuelle.

B.3.3. Reconstruction dans le plan *P*

Dans chaque plan *P*, nous cherchons dans le jeu d'acquisition initial, une série de projections de manière à approcher le sinogramme que l'on aura obtenu en géométrie parallèle. Plusieurs méthodes d'approximation existent [KAC01]. Nous choisirons la méthode d'optimisation longitudinale. Pour chaque point du sinogramme virtuel (en géométrie parallèle), repéré par les coordonnées (ϑ,ξ), on calcule une position de source

α'_L ainsi qu'une coordonnée sur la matrice d'acquisition (u_F, v_F) de sorte que le rayon acquis en géométrie conique, repéré par le triplet (α'_L, u_F, v_F), approche au mieux le rayon virtuel en géométrie parallèle défini par (ϑ, ξ). Par des considérations géométriques, on montre que :

$$\alpha'_L(\vartheta,\xi) = \vartheta + \arcsin\left(\frac{\xi}{R_F}\right) \tag{B-39}$$

$$u_F(\vartheta,\xi) = \frac{R_D + R_F}{R_F}\frac{\xi}{\cos\left(\alpha'_L(\vartheta,\xi) - \vartheta\right)} = \frac{R_D + R_F}{R_F}\frac{\xi}{\sqrt{1-\left(\frac{\xi}{R_F}\right)^2}} \tag{B-40}$$

$$v_F(\vartheta,\xi) = \frac{R_D + R_F}{R_F}\left[\frac{\xi\cos\left(\alpha'_L(\vartheta,\xi)\right)\tan\gamma}{\cos\left(\alpha'_L(\vartheta,\xi) - \vartheta\right)} - d\frac{\alpha'_L(\vartheta,\xi)}{2\pi}\right] \tag{B-41}$$

Les rayons virtuels et réels n'ont pas exactement la même longueur. Pour compenser cette différence, nous définissons un facteur de correction $\cos\varepsilon(\vartheta,\xi)$, rapport inverse des longueurs du rayon réel et virtuel.

$$\cos\varepsilon = \frac{u_F\sin\left(\alpha'_L - \vartheta\right)\cos\gamma + \left(R_D + R_F\right)\cos\left(\alpha'_L - \vartheta\right)\cos\gamma - v_F\sin\vartheta\sin\gamma}{\sqrt{u_F^2 + v_F^2 + \left(R_D + R_F\right)^2}\sqrt{\sin^2\vartheta + \cos^2\gamma\cos^2\vartheta}} \tag{B-42}$$

La reconstruction se fait alors par inversion normale de la transformée de Radon.

$$f\left(x, y, z_R(x,y)\right) = \mathcal{R}^{-1}\left\{\cos\varepsilon(\vartheta,\xi)\cdot R\left(\alpha'(\vartheta,\xi), u(\vartheta,\xi), v(\vartheta,\xi)\right)\right\} \tag{B-43}$$

Après plusieurs reconstructions, on disposera alors d'un certain nombre de coupes non parallèles au plan $z = 0$. Lorsque l'on revient dans le système de coordonnées (x, y, z), une interpolation est nécessaire. Kachelriess [KAC01] a démontré que ce calcul pouvait être épargné à condition de pré-traiter les données par une seconde fonction de correction :

$$K(\xi) = \frac{\tan\gamma}{\sqrt{\sin^2\xi + \cos^2\gamma\cos^2\xi}} \tag{B-44}$$

B.3.4. Interpolation en *z*

Nous disposons maintenant d'une série de reconstruction planaires $f(x,y,z)\big|_{z=f(x,y)}$ en un nombre fini de points situés sur des plans inclinés. Par interpolation le long de la direction *Oz*, on va recalculer les valeurs de *f(x,y,z)* aux points correspondant à une grille cartésienne. On montre que pour atteindre une résolution spatiale en *z* égale à *S*, il faut effectuer au minimum une reconstruction tous les $\Delta\alpha_R$ avec :

$$\frac{\Delta\alpha_R}{2}+\frac{R_M}{R_F}\frac{\pi}{2\sqrt{3}}\sin\left(\frac{\Delta\alpha_R}{2}\right)\le\frac{\pi}{d}S-\frac{\pi R_M}{72R_F} \tag{B-45}$$

Soit au minimum $K=24Z\cdot\frac{3R_F+\pi\sqrt{3}R_M}{72SR_F-dR_M}$ reconstructions planaires pour reconstruire un volume de hauteur *Z* avec une résolution *S*. La valeur de chaque voxel, $\widetilde{f}(x,y,z)$ est déduite des valeurs calculées *f(x,y,z)* par interpolation linéaire (d'autres méthodes, telle que le plus proche voisin par exemple peuvent aussi être utilisées). Mathématiquement, on écrit :

$$\widetilde{f}(x,y,z)=\left.\frac{\sum_{\alpha_R}\Lambda_w\left(z-z_R\right)f(x,y,z)}{\sum_{\alpha_R}\Lambda_w\left(z-z_R\right)}\right|_{z=f(x,y,\alpha_R)} \tag{B-46}$$

Avec la fonction d'interpolation : $\Lambda_w(x)=\begin{cases}\dfrac{w-|x|}{w} & \text{si } |x|\le w\\ 0 & \text{ailleurs}\end{cases}$ (B-47)

On choisit en général $w=\min\left(\Delta(x,y),S\right)$ de manière à disposer d'au moins deux valeurs pour chaque interpolation tout en maintenant la résolution spatiale.

B.3.5. Bilan – Implantation de l'algorithme

Nous proposons une implantation simple de l'algorithme de reconstruction. Soit $R(z,u,v)$ les données acquises.

1. *Calcul des plans* – Calcul des coordonnées des plans P_z de reconstruction.
2. *Reconstruction dans les plans* – Pour chaque plan P_z,
   - 2.1. *Recombinaison* – Pour chaque point du sinogramme parallèle (ϑ,ξ), recherche du point le plus proche dans le sinogramme acquis à l'aide des équations (B-39), (B-40) et (B-41).
   - 2.2. *Correction* – Multiplication des points du sinogramme par les coefficients correctifs (équations (B-42) et (B-44).
   - 2.3. *Filtrage des projections* – Filtrage classique par un filtre rampe.
   - 2.4. *Rétroprojection* – Rétroprojection 2D classique.
3. *Interpolation en z* – Calcul par interpolation des voxels de la grille initiale selon l'équation (B-46).

Annexe C

Modèle optique du prisme de Dove

C.1. L'optique matricielle dans le plan

Considérons le schéma de la figure C-1. Dans le plan $z=z_0$, le rayon (V) se propageant dans un milieu d'indice n, peut être défini par deux coordonnées : l'altitude x et l'angle α. On définira ce rayon par un vecteur :

$$V = \begin{bmatrix} x \\ n\alpha \end{bmatrix} \tag{B-1}$$

Ce formalisme permet d'étudier des montages optiques simples par multiplications matricielles. Ceci implique que les équations de l'optique géométrique soient linéaires, ce qui n'est vrai que dans l'approximation des petits angles. Ainsi par exemple, dans le plan $z=z_1$, les coordonnées du « vecteur rayon » sont $x' = x + (z_1 - z_0)\tan\alpha \approx x + (z_1 - z_0)\alpha$ et α n'a pas changé. On peut alors écrire :

$$V' = M_{z_0 \to z_1} V = \begin{bmatrix} 1 & \dfrac{z_1 - z_0}{n} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ n\alpha \end{bmatrix} \tag{B-2}$$

$M_{z_0 \to z_1}$ est appelé « matrice de transfert ». Supposons maintenant qu'en z_1, le rayon rencontre un dioptre plan. Le nouveau rayon est défini par ses nouvelles coordonnées $x'' = x'$ et $n\sin\beta = \sin\alpha$, ou encore $\beta = \alpha / n$ aux petits angles. On peut écrire matriciellement :

$$V'' = T_R V' = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/n' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ n\alpha \end{bmatrix} \tag{B-3}$$

T_R est appelée « matrice de réfraction ».

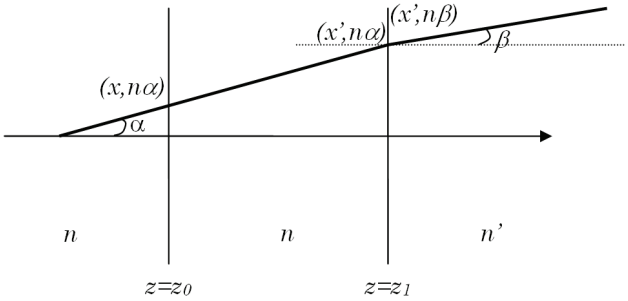


Fig. C-1. Optique matricielle en deux dimensions.

C.2. Définitions du formalisme en 3D

L'étude du prisme de Dove nécessite le travail dans un espace à trois dimensions. Nous allons adapter l'optique matricielle en 2D en définissant un formalisme particulier. Nous définissons un vecteur rayon à 6 composantes :

$$R = \begin{bmatrix} x & y & z & \alpha & \eta & 1 \end{bmatrix}^T \tag{B-4}$$

(x, y, z) est la coordonnée du vecteur dans un plan perpendiculaire à l'axe optique. α est l'angle formé par le rayon projeté sur le plan *Oxz* et l'axe *Oz* et η est l'angle formé par le rayon projeté sur le plan *Oyz* et l'axe *Oz* (figure C-2). Enfin, la dernière composante '1', est ajoutée par nécessité pour l'addition de constantes dans le calcul matriciel.

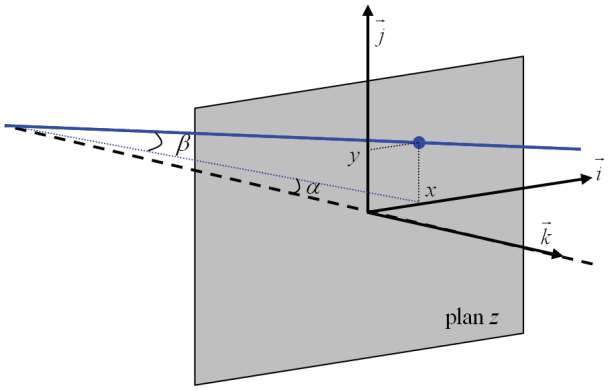


Fig. C-2. Formalisme utilisé pour l'optique matricielle à trois dimensions.

C.3. Matrices de transformation géométrique

Les matrices de transformation permettent de passer d'un repère *R* à un repère *R'* soit par rotation, soit par translation.

C.3.1. Matrice de translation

Considérons deux repères : le repère de référence $R=\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ et le repère $R'=\left(O,\vec{i}',\vec{j}',\vec{k}'\right)$ obtenu par translation du repère de référence *R* par un vecteur $\left(a,b,c\right)$. Un point de coordonnées $\left(x,y,z\right)$ dans R a pour coordonnées $\left(x-a,y-b,z-c\right)$ dans *R'*. Par contre, cette transformation n'affecte pas les angles. On notera $T\left(a,b,c\right)$ la matrice de translation définie par :

$$T(a,b,c)=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&-a\\0&1&0&0&0&-b\\0&0&1&0&0&-c\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix} \tag{B-5}$$

C.3.2. Matrice de rotation

Considérons deux repères : le repère de référence $R=\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ et le repère $R'=\left(O,\vec{i}',\vec{j}',\vec{k}'\right)$ obtenu par rotation du repère de référence *R* d'un angle ξ autour de l'axe *Ox,* ψ autour de l'axe *Oy* et/ou ζ autour de l'axe *Oz* . Un point de coordonnées $\left(x,y,z\right)$ dans R subit trois rotations que l'on exprime par des matrices de rotation classiques. De plus, l'angle α est affecté par la rotation autour de *Oy* et η celle autour de *Ox*. On notera $R\left(\xi,Ox\right)$, $R\left(\psi,Oy\right)$ et $R\left(\zeta,Oz\right)$ les matrices de rotation selon chacun des axes définies par :

$$R\left(\xi,Ox\right)=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&\cos\xi&\sin\xi&0&0&0\\0&-\sin\xi&\cos\xi&0&0&0\\0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&-\xi\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix} \tag{B-6}$$

$$R(\psi, Oy) = \begin{bmatrix} \cos\psi & 0 & \sin\psi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\psi & 0 & \cos\psi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\psi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{B-7}$$

$$R(\zeta, Oz) = \begin{bmatrix} \cos\zeta & \sin\zeta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\zeta & \cos\zeta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{B-8}$$

La matrice de rotation globale est le produit de ces trois matrices.

C.4. Matrices de transfert optique

C.4.1. Matrice de transfert classique

Considérons deux plans *A* et *B* perpendiculaires à l'axe *Oz* et séparés par une distance *D* dans un milieu d'indice *n*. Le rayon dont les coordonnées sont (x, y, z, α, η) dans le premier plan *A* aura pour coordonnées $(x + D\tan\alpha, y + D\tan\eta, z + D, \alpha, \eta)$ dans le plan *B*. La matrice de transfert correspondante vaut donc :

$$M_{A\to B}(D) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & D & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & D & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & D \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{B-9}$$

C.4.2. Matrice de transfert dans le prisme de Dove

Considérons le prisme de Dove « à plat » (figure C-3).

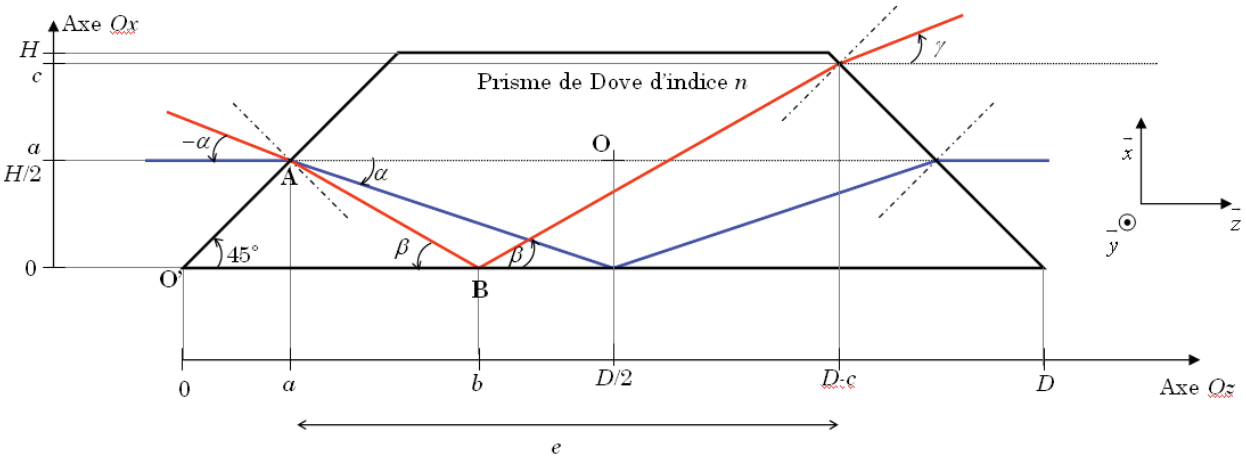


Fig. C-3. Prisme de Dove à plat.

On travaille dans un premier temps dans le repère $\left(O',\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. On suppose que le rayon entre par une face oblique et ressort par l'autre.

Dans le plan *O'yz*, la trajectoire du faisceau peut être modélisée par deux matrices de réfraction et une matrice de transfert dans le prisme. On est dans le plan, donc on travaille avec le formalisme 2D.

$$\begin{bmatrix} y' \\ \eta' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & e \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \eta \end{bmatrix} \tag{B-10}$$

Donc

$$\begin{aligned} y' &= y + \frac{e\eta}{n} \\ \eta' &= \eta \end{aligned} \tag{B-11}$$

Où *e* est l'épaisseur de verre traversé.

Dans le plan *O'xz*, on peut écrire les équations suivantes. Considérons le rayon pénétrant dans le prisme en $x = a$ avec un angle α par rapport à l'axe *O'z*. Les coordonnées du point d'entrée dans le repère $\left(O',\vec{z},\vec{x}\right)$ sont (*a* ; *a*). Le rayon est réfracté à l'entrée du prisme. Avec les angles et dimensions repérés sur la figure C-3, on peut écrire :

$$n \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \tag{B-12}$$

D'où :

$$\beta = \frac{\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)}{n}\right) \tag{B-13}$$

Le rayon se réfléchit alors sur la base du prisme puis arrive sur l'arête de sortie où il est à nouveau réfracté. Le rayon émergent du prisme est :

$$n \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}-\beta\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}-\gamma\right) \tag{B-14}$$

On déduit de (B-14) et (B-12) la première relation du prisme de Dove :

$$\gamma = -\alpha \tag{B-15}$$

De plus, l'équation de la droite (AB) s'écrit :

$$x = \tan(-\beta)\cdot(z-a)+a \tag{B-16}$$

Donc la coordonnée du point B est (b ; 0) avec

$$b = a\left(1+\frac{1}{\tan\beta}\right) \tag{B-17}$$

Enfin, l'équation de la droite (BC) s'écrit

$$x = \tan(\beta)\cdot(z-b) \tag{B-18}$$

Le point C appartenant à la fois à ce rayon et à l'arête de sortie dont l'équation $z = D - x$, ses coordonnées (D-c ; c) vérifient :

$$c = \tan(\beta)\cdot(D-c-b) \tag{B-19}$$

Donc :

$$c = \frac{\tan\beta\left(D-b\right)}{1+\tan\beta} \tag{B-20}$$

Et en introduisant l'expression de b (B-17) :

$$c = -a + \frac{D\tan\beta}{\tan\beta+1} \tag{B-21}$$

On se place dans l'approximation où le rayon incident est faiblement incliné par rapport à l'axe *O'z*, c'est-à-dire $\alpha \ll 1$. On peut alors approcher l'expression de β par son développement limité à l'ordre 1.

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(1+\alpha\right) + O\left(\alpha^2\right) \tag{B-22}$$

Donc,

$$\beta = \frac{\pi}{4} - \left[\arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{2n}\right) + \frac{\alpha}{\sqrt{2n^2-1}}\right] + O\left(\alpha^2\right) \tag{B-23}$$

L'expression de $\tan\beta$ dans cette approximation est :

$$\tan\beta = \tan\left(\frac{\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{2n}\right)\right) - \frac{1+\tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{2n}\right)\right)}{\sqrt{2n^2-1}}\alpha + O\left(\alpha^2\right) \tag{B-24}$$

On notera par la suite $K = \tan\left(\frac{\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{2n}\right)\right)$. Le développement limité de $\frac{1}{\tan\beta+1}$ est :

$$\frac{1}{\tan\beta+1} = \frac{1}{K+1} + \alpha\frac{1+K^2}{\left(K+1\right)^2\sqrt{2n^2-1}} + O\left(\alpha^2\right) \tag{B-25}$$

Donc le développement limité de c s'écrit :

$$\begin{aligned} c &= -a + D\left[K - \frac{1+K^2}{\sqrt{2n^2-1}}\alpha \right] \cdot \left[\frac{1}{K+1} + \frac{1+K^2}{(K+1)^2\sqrt{2n^2-1}}\alpha \right] + O\left(\alpha^2\right) \\ &= -a + D\left(\frac{K}{K+1} - \alpha \frac{1+K^2}{(K+1)^2\sqrt{2n^2-1}} \right) \end{aligned} \tag{B-26}$$

Si a augmente, le rayon est réfléchi plus tard sur la base du prisme et il ressort plus bas, donc c diminue. Si α augmente, l'angle d'attaque augmente, donc le rayon réfracté s'écarte plus de la normale. Il se réfléchit plus loin dans le prisme, ressort donc plus bas et c diminue. Ces deux propositions sont vérifiées par (B-26). On se replace maintenant dans le repère $\left(O, \vec{z}, \vec{x}\right)$ dont l'origine est le centre du système. On introduit la hauteur H du prisme. Les valeurs c' et a' dans ce nouveau repère sont obtenues par translation $c' = c + H/2$ et $a' = a + H/2$. On peut alors écrire :

$$c' = -a' + D\left(\frac{K}{K+1} - \alpha \frac{1+K^2}{(K+1)^2\sqrt{2n^2-1}} \right) - H + O\left(\alpha^2\right) \tag{B-27}$$

On se place maintenant dans le cas où $\alpha = 0$. Dans ce cas, par propriété du prisme, le faisceau qui entre dans le prisme en $a' = 0$ ressort de celui-ci en $c' = 0$ (rayon bleu sur la figure C-3). Donc :

$$H = \frac{DK}{K+1} \tag{B-28}$$

Et finalement :

$$c' = -a' - \alpha D \frac{1+K^2}{(K+1)^2\sqrt{2n^2-1}} + O\left(\alpha^2\right) \tag{B-29}$$

On peut vérifier la relation (B-28) à l'aide des dimensions du prisme utilisé pour les tests :

$$\begin{cases} D = 63.6mm \\ H = 15mm \end{cases} \Rightarrow \quad K = 0.386$$

$$\Rightarrow \quad \arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{2n}\right) = 0.486 \tag{B-30}$$

$$\Rightarrow \quad n = 1.5137$$

Ce qui correspond bien à l'indice de réfraction théorique du verre BK7 qui est de 1.514 à 650 nm.

La distance entre les plans perpendiculaires à l'axe z et contenant les points A et C, c'est-à-dire l'épaisseur de verre e traversée, vaut :

$$\begin{aligned} e &= D - H - \left(c' + a'\right) \\ &= D\frac{1}{1+K} - \left(c' + a'\right) \\ &= D\left(\frac{1}{1+K} + \alpha\frac{1+K^2}{\left(K+1\right)^2\sqrt{2n^2+1}}\right) \end{aligned} \tag{B-31}$$

A l'aide de l'équation (B-29), on peut écrire la matrice de transfert à travers le prisme de Dove :

$$D(\alpha) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -DQ & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \dfrac{D\left(\dfrac{1}{1+K} + \alpha Q\right)}{n} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & D\left(\dfrac{1}{1+K} + \alpha Q\right) \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{B-32}$$

Avec

$$Q = \frac{1+K^2}{\left(K+1\right)^2\sqrt{2n^2+1}} \tag{B-33}$$

Le prisme de Dove n'est donc pas un élément linéaire dans la mesure où les coefficients de la matrice dépendent du coefficient α du vecteur appliqué. De plus, il faut rajouter deux matrices de transfert pour obtenir la matrice de transfert globale : une permettant d'aller du plan objet, situé en z=-D/2, au plan d'entrée dans le prisme et l'autre permettant d'aller du plan de sortie au plan image, situé en z=D/2.

La distance entre le plan objet et le plan d'entrée peut se trouver à l'aide de l'équation de la droite (A'A). On se place dans le repère $\left(O', \vec{z}, \vec{x}\right)$. Avec les grandeurs de la figure

$$x = \tan(\alpha) \cdot z + s \tag{B-34}$$

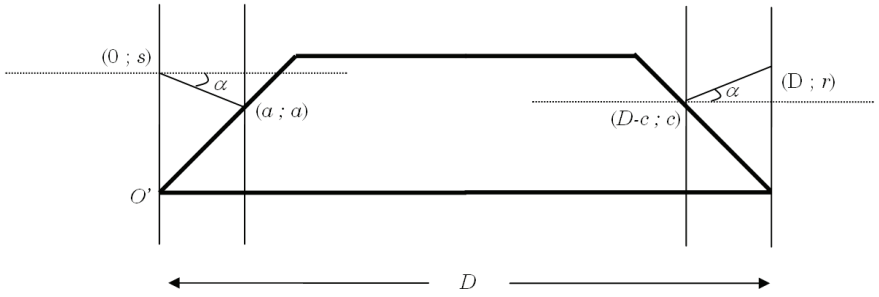


Fig. C-4. Géométrie à l'entrée et à la sortie du prisme.

Le faisceau pénètre dans le prisme en (a ; a). De plus, a est aussi directement l'espace entre les deux plans en question. A l'aide de l'équation (B-34), on peut écrire

$$\begin{aligned} a &= \frac{s}{1-\tan\alpha} \\ &= s + \alpha s + O\left(\alpha^2\right) \end{aligned} \tag{B-35}$$

A cause du produit αs, la matrice de transfert entre le plan d'entrée et le plan de sortie ne peut s'écrire de manière linéaire. Nous devons utiliser une matrice de transfert paramétrée par $D_I = s/(1-\tan\alpha)$ ou aux petits angles $D_I = s(1+\alpha)$.

$$T_{in}(D_I) = M_{obj \to in}\left(D_I, 1\right) \tag{B-36}$$

A la sortie, on utilise une deuxième matrice de transfert paramétrée. Cette fois-ci le paramètre se calcule facilement puis qu'il s'agit de la distance entre le plan de sortie et le plan objet, c'est-à-dire $D_0 = c$.

$$T_{in}(D_O) = M_{out \to ima}\left(D_O, 1\right) \tag{B-37}$$

La matrice globale de transfert du prisme de Dove est donc le produit des trois matrices précédentes.

C.5. Modèle global

On considère le montage suivant : le prisme de Dove se situe entre la sortie d'un système imageur *4f* et le plan d'acquisition. Le prisme, dont l'axe principale est noté Oz_P tourne autour d'un axe de rotation Oz_R qui n'est pas nécessairement confondu ni avec Oz_P, ni avec l'axe optique du système *Oz*. L'origine du repère *O* est prise au milieu du prisme. On considère que le plan image du prisme de Dove est situé à une distance d_1 de la sortie du système *4f* et que son plan objet est situé à une distance d_2 du plan d'observation. Le modèle tient compte des décalages suivants :

- Les angles α et η que fait l'axe optique avec l'axe de rotation du moteur respectivement dans les plans *Oxz* et *Oyz*.
- Les angles φ et ψ que fait l'axe principal du prisme avec l'axe de rotation du moteur respectivement dans les plans *Oxz* et *Oyz*.
- Les distances a et b entre l'axe principal du prisme et l'axe de rotation du moteur respectivement selon les axes *Ox* et *Oy*.
- La position x et y entre l'axe optique et l'axe de rotation du moteur respectivement selon les axes *Ox* et *Oy*

Le modèle se déroule ainsi :

0. Les décalages x, y, α et η correspondent, d'après le formalisme établi, aux paramètres du rayon que l'on observe. On travaillera donc avec le rayon $V_{in} = \begin{bmatrix} x & y & 0 & \alpha & \eta & 1 \end{bmatrix}^T$.
1. On applique une première matrice translation afin de compenser les déplacements a et b.
2. On applique ensuite trois matrices de rotation correspondant aux angles φ, ψ et θ.
3. Après ces transformations géométriques, on est dans un repère tel que le prisme est « à plat ». Le modèle développé précédemment est utilisable. On commence par

appliquer une matrice de translation de la sortie du système *4f* au plan objet du prisme.

4. On applique ensuite la matrice de transfert globale du prisme paramétrée par D_I et D_O et de α.
5. On applique alors la matrice de transfert entre le plan de sortie du prisme et le plan d'observation
6. pour finir, on se ramène dans le repère d'origine avec les matrices de rotation et de translation inverse.

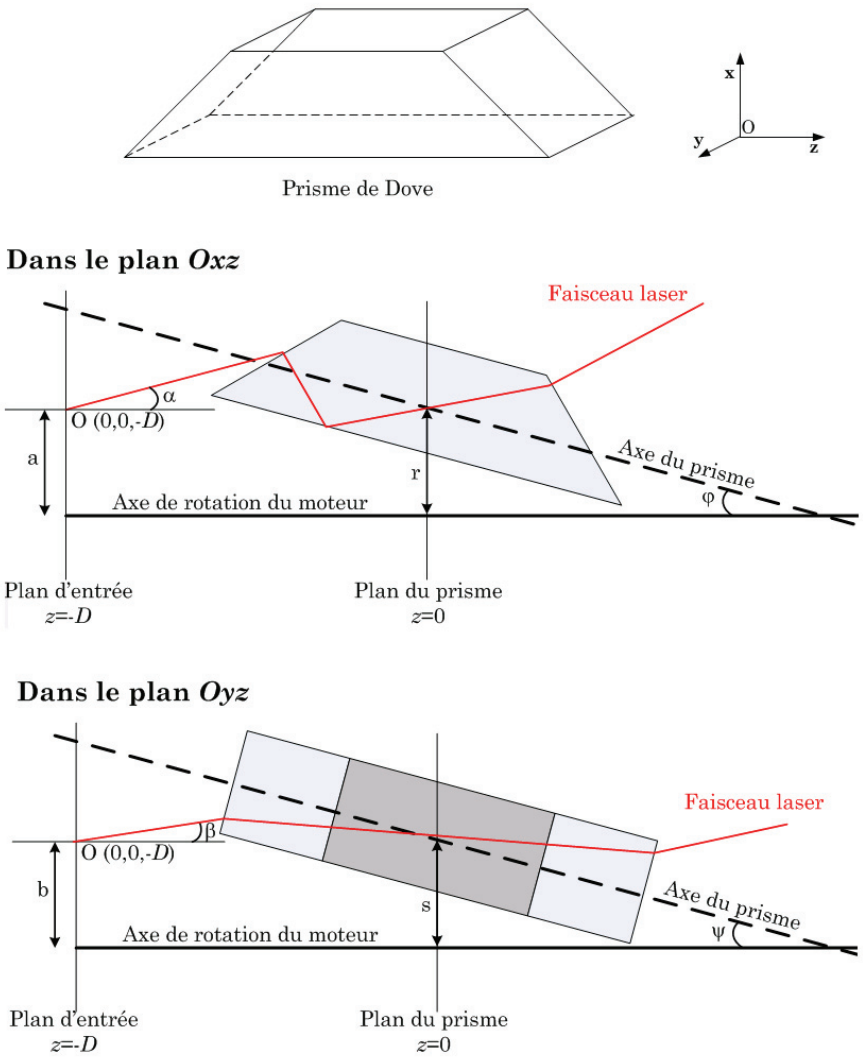


Fig. C-5. Géométrie du modèle complet.

A cause des non-linéarité, le calcul doit s'effectuer en trois fois pour permettre le calcul des paramètres D_I et D_O et de α dans la matrice du prisme de Dove.

$$
\begin{aligned}
V_1 &= M_{4f\to obj}\left(d_1,1\right)\cdot R\left(-\theta,Oz\right)\cdot R\left(\psi,Oy\right)\cdot R\left(\varphi,Ox\right)\cdot T\left(-a,-b,0\right)\cdot V \\
V_2 &= D\left(V_1\left[4\right]\right)\cdot M_{obj\to in}\left(V_1\left[1\right]\left(1+V_1\left[4\right]\right),1\right)\cdot V_1 \\
V_{out} &= T\left(a,b,0\right)\cdot R\left(-\varphi,Ox\right)\cdot R\left(-\psi,Oy\right)\cdot R\left(-\theta,Oz\right)\cdot M_{ima\to obs}\left(d_2,1\right)\cdot M_{out\to ima}\left(V_2\left[1\right],1\right)\cdot V_2
\end{aligned}
\qquad \text{(B-38)}
$$

Le vecteur de sortie contient les coordonnées de l'image du point d'entrée dans le plan d'observation et également la longueur du chemin optique parcouru (variable *z*).

Conception, simulation et réalisation d'un processeur optique pour la reconstruction d'images médicales

Résumé
Le traitement optique des données tomodensitométriques fournies par les systèmes d'exploration volumique pourrait permettre d'accélérer considérablement les algorithmes de génération d'images dans le but de répondre aux besoins des futurs systèmes de thérapie assistée. Dans ce document, deux architectures optiques, correspondant aux deux opérations de base dans ce domaine, sont présentées : un système de filtrage et un système de rétroprojection. Ils sont abordés sous l'aspect matériel, puis sous l'aspect algorithmique. Quelle que soit la fonction réalisée, un processeur optique est toujours constitué de sources de lumière, d'afficheurs et de capteur d'images. L'état de l'art de ces composants révèle une faiblesse au niveau des afficheurs (SLM). En particulier, les SLM à base de cristaux liquides ferroélectriques sont étudiés en détail (modélisation, simulation et caractérisation de produits existants). L'intérêt des systèmes optiques de traitement est examiné à la fois du point de vue du temps de calcul, en comparaison avec les technologies numériques classiques, et en terme de qualité de traitement. Pour cela, les deux systèmes sont étudiés, dans un premier temps en simulation à l'aide d'un modèle approprié, puis expérimentalement sur un prototype. Dans le cadre du processeur de filtrage, les résultats restent plutôt moyens. Le rapport signal à bruit (SNR) sur les images reconstruites est de l'ordre de 20 dB en simulation avec un modèle dans lequel la majorité des distorsions géométriques n'ont pas été prises en compte. Les résultats expérimentaux mettent encore mieux en avant les limites de la méthode. Le travail de la lumière cohérente semble être un obstacle important. En revanche, les résultats avec le processeur de rétroprojection sont plutôt encourageants. Le modèle, beaucoup plus complet, et les simulations montrent qu'il est possible d'obtenir des images de qualité comparable à celles obtenues par calcul numérique (plus de 50 dB de SNR), avec une accélération d'un à deux ordres de grandeur. Les résultats obtenus avec le prototype expérimental confirment le potentiel de cette architecture. Une extension de ce travail concernant la réalisation d'un processeur hybride dédié à des algorithmes plus complexes (ex : l'algorithme ASSR pour la reconstruction d'image des CT-scan) est également présentée à la fin de ce document.

Abstract
Optical processing can be used to speed up some algorithms of image reconstruction from tomodensitometric data provided by volume exploration systems. This may be of high interest in order to meet the needs of future assisted therapy systems. Two systems are described in this document, corresponding to the two main steps of the above mentioned algorithms: a filtering processor and a backprojection processor. They are first considered under a material point of view. Whatever function it may compute, an optical processor is made up of light sources, displays and cameras. Present state-of-the-art devices highlight a weakness in display performances. Special attention has been focused on ferroelectric liquid crystal spatial light modulators (modelling, simulations, and characterizations of commercial solutions). The potential of optical architectures is compared with electronic solutions, considering computation power and processed image quality. This study has been carried out for both systems first in simulation, with a reliable model of the architecture, and then with an experimental prototype. The optical filtering processor does not give accurate results: the signal to noise ratio on the reconstructed image is about 20 dB in simulation (the model used does not take into account the majority of geometrical distortions) and experimental measurements show strong limitation, especially when considering the problem of image formation with coherent lighting (speckle). On the other hand, results obtained with the optical backprojection processor are most encouraging. The model, more complete and accurate than the filtering processor, as well as the simulations, shows that processed image quality can be virtually equivalent to the one obtained by digital means (signal to noise ratio is over 50 dB) with two order of magnitude speed-up. Results obtained with the experimental prototype are in accordance with simulations and confirm the potential held by the architecture. As an extension, a hybrid processor involving the backprojection processor for the computation of more complex reconstruction algorithms, e.g. ASSR for helical CT-scan, is proposed in the last part of the document.

Mots-clés : *traitement optique de l'information, traitement de l'image, reconstruction d'images, tomographie, imagerie médicale, composants optoélectroniques, modulateurs spatiaux de lumière.*

Key-words: *optical data processing, image processing, tomography, image reconstruction, medical imaging, optoelectronic devices, spatial light modulators.*

Institut d'Electronique du Solide et des Systèmes – 23, rue du Loess, 67037 Strasbourg Cedex 2.
Micro Module SAS – 38, rue Jim Sévéllec, 29200 Brest.