



**HAL**  
open science

# Convection thermique turbulente : Panaches et Fluctuations

Mathieu Gibert

► **To cite this version:**

Mathieu Gibert. Convection thermique turbulente : Panaches et Fluctuations. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Ecole normale supérieure de lyon - ENS LYON, 2007. Français. NNT : . tel-00268361

**HAL Id: tel-00268361**

**<https://theses.hal.science/tel-00268361v1>**

Submitted on 31 Mar 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

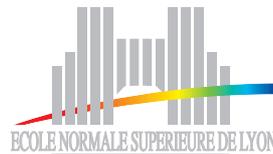
L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 421  
N° Bibliothèque : 07ENSLO 421

Année : 2007

# THÈSE

en vue d'obtenir le grade de  
**Docteur de l'Université de Lyon - École Normale Supérieure de  
Lyon**  
**Spécialité : Physique**  
**Laboratoire de Physique**  
**École doctorale de Physique et Astrophysique de Lyon**



Présentée et soutenue publiquement le 5 octobre 2007 par

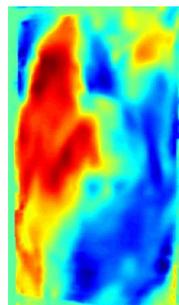
**MATHIEU GIBERT**

---

**CONVECTION THERMIQUE TURBULENTE :**

**PANACHES ET FLUCTUATIONS**

---



Sous la direction de **Bernard Castaing**

Après avis de la commission d'examen formée de :

<b>Jean-Pierre</b>	<b>Hulin</b>	Directeur de recherche	Rapporteur
<b>Patrice</b>	<b>Le Gal</b>	Directeur de recherche	Rapporteur
<b>Frédéric</b>	<b>Perrier</b>	Professeur des universités	Président
<b>Philippe</b>	<b>Roche</b>	Chargé de recherche	Examineur
<b>Bernard</b>	<b>Castaing</b>	Professeur des universités	Directeur
<b>Francesca</b>	<b>Chillà</b>	Maître de conférence	Directeur



La phrase la plus stimulante à entendre en science, celle qui annonce de grandes découvertes, n'est pas « eureka ! » mais « tiens, c'est drôle... ».

*Isaac Asimov*



---

## Remerciements

---

Mes premiers remerciements vont naturellement à mes directeurs de thèse, Francesca et Bernard. Au cours de ces trois années, leurs qualités humaines et scientifiques hors du commun ont mené et soutenu mon travail au quotidien. Ils ont sagement su alterner les périodes de travail collectif avec des périodes où ils m'ont laissé prendre de nombreuses initiatives tout en restant extrêmement disponibles. J'ai énormément appris à leurs côtés et ils ont su me montrer et me préparer avec beaucoup de talent au monde de la recherche auquel je me destine. Ces quelques lignes ne suffisent pas à réellement décrire la reconnaissance et la sympathie que j'ai à leur égard (ni à rendre à Bernard les deux horribles semaines d'août 2007 que je lui ai fait passer pour finir le manuscrit...), et pour tout ce qu'ils m'ont apporté, leur gentillesse au quotidien et leur incroyable enthousiasme, je les remercie chaleureusement une fois de plus.

Je tiens ensuite à remercier le professeur F. Perrier d'avoir accepté de présider mon jury de thèse et d'avoir éclairé mon travail sous un angle de géophysicien avec un grand intérêt et une fougue qui lui est propre. Je veux aussi exprimer ma profonde gratitude aux professeurs P. Le Gal et J.-P. Hulin qui ont accepté d'être les rapporteurs de ma thèse et qui ont exprimé un vif intérêt pour mes travaux lors de nos échanges fructueux qui m'ont beaucoup intéressé et dont je me suis inspiré pour améliorer mes résultats. Enfin, je remercie particulièrement le Dr. P. Roche, examinateur de mon travail de thèse, avec lequel j'ai eu la chance d'avoir des discussions scientifiques à plusieurs reprises tout au long de ma thèse et dont l'implication dans son travail et l'énergie qu'il emploie à transmettre ses résultats sont exemplaires.

Un GRAND « special thanks » à mes co-workers : Hervé, Bettina et Yoann (« le stagiaire ») qui ont tous souffert sur les différentes cellules, et contribué à l'avancée de ces travaux. Et bien sûr, je remercie chaleureusement J.-F Pinton, Woodrow, et Yoann (devenu « le thésard ») qui ont accepté de travailler avec moi et qui m'ont autorisé à jouer avec leur petit bijoux : « JOE » (« JOE on the water! tan, tan, tan!!! » - version modifiée de *Smoke on the water*, Deep Purple 1972, lors d'une série de mesures *tardives*).

Je remercie évidemment les équipes techniques (des ateliers de mécanique et d'électronique) ainsi que le secrétariat du laboratoire sans lesquels rien de ce travail n'aurait été possible. Ces remerciements s'étendent naturellement à l'ensemble du Laboratoire de Physique de l'ENS Lyon, dont la bonne ambiance et la richesse humaine et scientifique est très stimulante au quotidien.

Plus particulièrement, je remercie : Pete, Yoann (« le stagiaire » forever!), Fanfan, Florian, Nico<sup>2</sup>, Pierro, Gab, JC, Pierre, Stéphane, Ludo, Loïc, pour tous les

bon moments scientifiques ou non que nous avons passé ensemble. Je salue aussi toute l'équipe d'enseignants de la Prépa AGREG avec une mention spéciale pour Hervé et Jérôme!

Sur le plan personnel, j'embrasse très fort ma « bande » de Montpelliérains qui a toujours été là pour me rappeler qu'il y a autre chose que la physique ; longue vie à notre Amitié!

Encore à un autre niveau, et je ne pourrai certainement jamais assez les remercier : ma Maman et ma Soeurette et toute ma famille qui m'ont toujours aimé et soutenu sans limites dans tous mes choix.

Et pour finir, je t'embrasse Gaëlle, et je te remercie à l'infini pour le bonheur dont tu remplis tous mes jours, pour ton soutien et ton Amour.

À mon Papa,  
qui a toujours été là...



# Table des matières

<b>I</b>	<b>Une courte introduction à la convection thermique turbulente</b>	<b>13</b>
<b>1</b>	<b>La convection thermique dans la nature et les laboratoires</b>	<b>15</b>
1.1	La convection : un problème familier . . . . .	15
1.1.1	Première approche du problème et ses difficultés . . . . .	15
1.1.2	La convection dans la nature . . . . .	16
1.2	La convection dans les laboratoires . . . . .	17
1.2.1	La convection de Rayleigh Bénard (RB) . . . . .	17
1.2.2	Études expérimentales et numériques de la convection de RB dans le régime turbulent . . . . .	21
1.3	Le « vocabulaire » de la convection . . . . .	22
1.3.1	Couches limites et profil de température . . . . .	22
1.3.2	Écoulement moyen . . . . .	24
1.3.3	Panaches thermiques . . . . .	24
1.4	Mes objectifs . . . . .	25
<b>II</b>	<b>Convection Turbulente Inertielle dans un Canal Vertical</b>	<b>27</b>
<b>2</b>	<b>Introduction et Mesures des variables globales</b>	<b>29</b>
2.1	Introduction et concept de cette approche expérimentale . . . . .	30
2.1.1	Introduction et concept . . . . .	30
2.1.2	Du concept à l'expérience . . . . .	32
2.2	Protocole expérimental . . . . .	35
2.2.1	La mesure de flux de chaleur . . . . .	36
2.2.2	Premiers résultats - Influence de la structure sur le flux de chaleur global . . . . .	42
2.2.3	La mesure du gradient de température . . . . .	45
2.2.4	Précision, et automatisme . . . . .	56
2.3	Convection Thermique Turbulente dans un Canal Vertical. . . . .	63
2.3.1	L'approximation de Canal infini . . . . .	63
2.3.2	Exploitation des mesures . . . . .	68
2.3.3	Calcul des nombres sans dimensions . . . . .	70

---

2.3.4	Convection thermique turbulente inertielle - La longueur de corrélation . . . . .	73
2.3.5	La Longueur Naturelle . . . . .	75
2.3.6	Conclusions . . . . .	77
2.4	Le canal de rapport d'aspect $\Gamma = 4$ et extension des résultats . . . . .	78
2.4.1	Description du dispositif expérimental . . . . .	78
2.4.2	Protocole expérimental . . . . .	80
2.4.3	Profil vertical de gradient moyen de température . . . . .	82
2.4.4	Résultats et extension . . . . .	83
<b>3</b>	<b>Étude du champ de Vitesse</b>	<b>85</b>
3.1	Mesure de champs de vitesse par PIV . . . . .	86
3.1.1	Description du dispositif expérimental . . . . .	86
3.1.2	Protocole expérimental . . . . .	87
3.1.3	Première approche des mesures de vitesses . . . . .	91
3.2	Étude des champs de vitesse . . . . .	98
3.2.1	Les retournements de l'écoulement moyen . . . . .	98
3.2.2	Les écoulements moyens . . . . .	99
3.2.3	Fluctuations de vitesses et interprétation en terme de tenseur de Reynolds . . . . .	103
3.2.4	Mesures des fluctuations de vitesses . . . . .	106
3.3	Interprétation et modélisation à l'aide de modèles simples . . . . .	110
3.3.1	La modélisation des mesures . . . . .	110
3.3.2	Interprétation des résultats . . . . .	112
3.3.3	Fermeture des équations et confrontation aux résultats précédents . . . . .	115
3.4	Évolution des propriétés de l'écoulement extraites des mesures de vitesses avec le paramètre de contrôle et conclusions . . . . .	122
<b>4</b>	<b>Corrélation et Dynamique des signaux de température</b>	<b>127</b>
4.1	Corrélations croisées de sondes de températures distantes de $\delta z$ dans le canal . . . . .	127
4.1.1	Protocole expérimental . . . . .	128
4.1.2	Corrélation croisée des deux résistances . . . . .	131
4.1.3	Discussion et perspectives de cette mesure . . . . .	138
4.2	Aspects dynamiques . . . . .	138
4.2.1	Les spectres de puissance des mesures réalisées avec le pont de Wheatstone . . . . .	138
4.2.2	Les spectres de puissance des mesures de température avec les petites sondes . . . . .	141
4.2.3	Comparaison de ces deux signaux et discussion . . . . .	143

---

---

<b>III</b>	<b>Le cas classique de Rayleigh-Bénard</b>	<b>145</b>
<b>5</b>	<b>Suivi lagrangien d'une particule instrumentée dans un écoulement de Rayleigh-Bénard</b>	<b>147</b>
5.1	La particule instrumentée . . . . .	147
5.1.1	Vue d'ensemble de la particule . . . . .	148
5.1.2	Transmission RF . . . . .	148
5.1.3	Gestion de l'énergie . . . . .	150
5.1.4	Mesure de la température . . . . .	150
5.1.5	Mesure de la position de la particule . . . . .	151
5.2	Mesures de température, de vitesses et de flux de chaleur Lagrangiens dans la convection de RB . . . . .	151
5.2.1	Introduction . . . . .	151
5.2.2	La cellule de convection et le protocole expérimental . . . . .	152
5.2.3	Les mesures de vitesses et de températures . . . . .	155
5.2.4	Les mesures de flux de chaleur . . . . .	160
5.2.5	Discussion . . . . .	169
5.3	Conclusions et perspectives . . . . .	174
<b>IV</b>	<b>Conclusions et Perspectives</b>	<b>177</b>
<b>A</b>	<b>La Vélocimétrie par Imagerie de Particule (PIV)</b>	<b>183</b>
A.1	Principe de base de la mesure . . . . .	183
A.2	Protocole de mesure . . . . .	185
A.2.1	Ensemencement . . . . .	185
A.2.2	Éclairage . . . . .	186
A.2.3	Cadrer/Filmer . . . . .	187
A.2.4	Stocker . . . . .	187
A.2.5	Échantillonnage . . . . .	188
A.2.6	Quantification . . . . .	189
A.2.7	Optimisation . . . . .	189
A.2.8	Sélection de la zone d'intérêt . . . . .	189
A.2.9	Corrélation . . . . .	189
A.2.10	Estimation . . . . .	190
A.2.11	Validation . . . . .	190
A.2.12	Analyse . . . . .	190

---



# Table des figures

1.1	Exemples de phénomènes où la convection thermique joue un rôle crucial. . . . .	16
1.2	Schéma du cas idéal de l'expérience de Rayleigh-Bénard. . . . .	17
1.3	Ingrédients nécessaires à la construction du paramètre de contrôle : le nombre de Rayleigh. . . . .	18
1.4	Les différents régimes de la convection de RB. La dépendance en Prandtl. Version simplifiée du diagramme de Krishnamurti [1973]. . .	20
1.5	Les différents régimes de la convection de RB. . . . .	20
1.6	Approche qualitative de l'écoulement de RB en régime turbulent. . .	23
2.1	Le concept du canal infini . . . . .	31
2.2	Photo et représentation schématique de la cellule de convection. . . .	33
2.3	Schéma technique des plaques de cuivre et schéma de principe des circuits de chauffage et de refroidissement. . . . .	34
2.4	Représentation schématique de la cellule de convection ainsi que des flux de chaleur qui existent entre la plaque du bas et « le reste du monde » . . . . .	37
2.5	Mesure des pertes thermiques de la cellule de convection. . . . .	41
2.6	Mesure du nombre de Nusselt ( $Nu_{cell}$ ), en fonction du nombre de Rayleigh ( $Ra_{cell}$ ). Ces deux grandeurs sont calculées à partir des grandeurs relatives à cellule. Comparaison des mesures réalisées en configuration de RB (sans la structure à l'intérieur de la cellule) et des mesures avec la structure au sein de la cellule. . . . .	44
2.7	Schéma de principe du montage de déflexion laser. . . . .	46
2.8	Mesures de déflexion laser . . . . .	48
2.9	Étalonnage direct de rapport de thermistances . . . . .	49
2.10	Dispositif de mesure basé sur un pont de Wheatstone . . . . .	51
2.11	Test de la fiabilité de la chaîne de mesure du pont de Wheatstone . .	54
2.12	Étalonnage des thermistances qui constitueront le pont de mesure. . .	55
2.13	Étalonnage du dispositif de mesure basé sur un pont de Wheatstone de thermistances. . . . .	57

2.14	Exemple de mesure de différence de températures $\delta T$ en fonction du temps et de la puissance injectée dans les résistances de chauffage à une température moyenne de $30^\circ\text{C}$ . . . . .	58
2.15	Evolution de $\sigma(\delta T)$ en fonction de $P_{\text{utile}}$ . Seconde évaluation des pertes thermiques, protocole de mesure in-situ. . . . .	60
2.16	Évolution de $\sigma(\delta T)$ en fonction de $\delta T$ . Second protocole de mesure du « zéro » du pont. . . . .	61
2.17	Chaîne de mesure. . . . .	64
2.18	Gradient vertical de température en fonction de l'altitude . . . . .	65
2.19	Profil de température en fonction de l'altitude dans la cellule. . . . .	66
2.20	Série de mesure pour $Pr = 5.3$ . . . . .	69
2.21	Evolution de $Nu$ et de $RePr$ en fonction de $RaPr$ . . . . .	72
2.22	Evolution de $Nu$ et de $Re_nPr$ en fonction de $Ra_nPr$ . . . . .	75
2.23	Évolution de la longueur naturelle en fonction de $\log(Re_n)$ . . . . .	76
2.24	Montage expérimental du canal de rapport d'aspect $\Gamma = 4$ . . . . .	78
2.25	Spécificités de CellVISU. . . . .	79
2.26	Évolution de $\delta T$ en fonction du temps pour un $Pr = 6$ . . . . .	80
2.27	Détail du processus permettant d'obtenir le temps caractéristique $\tau$ . . . . .	81
2.28	Gradient de température en fonction de la position du centre du pont sur l'axe vertical de la cellule de convection. . . . .	82
2.29	Évolution de $Nu$ et de $Re_nPr$ en fonction de $Ra_nPr$ . Confrontation du montage de rapport d'aspect $\Gamma = 4$ à celui de $\Gamma = 2$ . . . . .	83
3.1	Photo du dispositif expérimental. . . . .	86
3.2	Illustration du protocole d'acquisition d'image mis en place pour l'analyse de l'écoulement moyen par PIV. . . . .	89
3.3	Exemples de champs de vitesses . . . . .	90
3.4	Moyenne selon la direction verticale de la composante verticale de la vitesse en fonction de la direction horizontale ( $x$ ) et du temps : $\overline{V_z(x, t_i)}^z$ . . . . .	92
3.5	Première tentative pour redresser l'écoulement moyen : définition des variables de retournement $\epsilon_g$ et $\epsilon_d$ . . . . .	93
3.6	Mesure de l'écoulement moyen : technique de redressement asymétrique. . . . .	94
3.7	Redressement de l'écoulement moyen : définition des variables de retournement. . . . .	95
3.8	Exemples de champs de vitesses à un temps ( $t_i$ ) . . . . .	96
3.9	Mesure de l'écoulement moyen : illustration de la méthode employée. . . . .	97
3.10	Étude de l'importance relative des différents écoulements identifiés dans le système ainsi que des propriétés temporelles des retournements constatés dans l'écoulement de type $\Phi$ . . . . .	98
3.11	Champ de vitesse moyen de l'écoulement $\Xi$ . . . . .	100
3.12	Champ de vitesse moyen de l'écoulement $\Phi$ . . . . .	101
3.13	Séquence possible des différents écoulements, ainsi qu'une spéculation sur leur dépendance selon la direction $y$ que nous ne sondons pas. . . . .	102

3.14	Illustration des deux types de contraintes (Pression, et cisaillement) qu'impose le tenseur de Reynolds (entre autre) à sur particule fluide.	106
3.15	Mesure des fluctuations de vitesses. Représentation dans le plan $Oxz$ , ainsi que leur moyennes selon la verticale. . . . .	107
3.16	Mesure du transfert de quantité de mouvement verticale dans la direction horizontale. . . . .	109
3.17	Modélisation des grandeurs mesurées par PIV hors couches limites. .	111
3.18	Valeur de la température moyenne $\langle \delta T \rangle = (\langle T \rangle - T_{moy})$ en tout point du plan d'étude (hors couches limites). . . . .	114
3.19	Description du transfert de chaleur convectif selon la verticale en terme de transfert « balistique ». . . . .	121
4.1	Schéma de principe du montage. . . . .	128
4.2	Exemple de mesure des deux résistances. . . . .	130
4.3	Corrélation croisée des deux signaux de résistances. . . . .	133
4.4	Vitesses que l'on peut extraire des maxima de corrélations croisées des deux capteurs séparés de $\delta z$ . . . . .	134
4.5	Mesure de la longueur de corrélation à l'aide de la valeur de $C_{\delta z}(\tau_{lag})$ en $\tau_{lag} = 0$ . . . . .	137
4.6	Spectres de puissance des mesures réalisées avec le pont de Wheatstone.	139
4.7	Temps et vitesses caractéristiques issus des spectres de puissance des mesures réalisées avec le pont de Wheatstone. . . . .	140
4.8	Spectres de puissance des mesures réalisées avec les petites résistances.	142
4.9	Spectres de puissance de la différence entre deux thermistances placées l'une au dessus de l'autre à une distance $\delta z$ . . . . .	143
5.1	Diagramme en bloc du système d'acquisition et Photo de la particule instrumentée. . . . .	149
5.2	La cellule de convection et le dispositif de mesure de la position de la particule instrumentée. . . . .	152
5.3	Évolution de la particule dans la cellule, la couleur des points code la température. . . . .	155
5.4	Évolution de la température et de la vitesse dans le plan ( $Oxz$ ) le long de la trajectoire de la particule. . . . .	156
5.5	Évolution de la température mesurée par la particule lors de son mouvement dans la cellule, ainsi que de la composante verticale de sa vitesse.	157
5.6	Évolution du flux de chaleur normalisé dans le plan ( $Oxz$ ) le long de la trajectoire de la particule et en représentation « Eulerienne ». . . .	162
5.7	Évolution du flux de chaleur mesuré par la particule dans la cellule. .	164
5.8	Comparaison des grandeurs Eulériennes obtenues en utilisant $\langle T(t) \rangle$ ou $T_0$ comme référence pour calculer la fluctuation de température $T'$ .	167
5.9	Distribution de probabilité de $Nu_x^L$ en fonction de $\frac{Nu_x^L}{\sigma(Nu_x^L)}$ comparée aux distributions de mesures Eulériennes en différents points de la cellule de convection (Shang <i>et al.</i> [2004]). . . . .	170

---

5.10	Distribution de probabilité de $Nu_z^L$ en fonction de $\frac{Nu_z^L}{\sigma(Nu_z^L)}$ comparée aux distributions de mesures Eulériennes proches des parois latérales de la cellule de RB (Shang <i>et al.</i> [2004]). . . . .	172
5.11	Flux de chaleur vertical associé aux panaches thermiques verticaux identifiés comme étant des portions de trajectoires de la particules compris entre $z(t) > H/8$ et $z(t) < 7H/8$ . Les barre d'erreur correspondent à l'écart type de $Nu_z^L(t)$ pendant cette trajectoire. . . . .	173
A.1	Schéma de principe d'une expérience de Vélocimétrie par Imagerie de Particules et illustration de l'algorithme de calcul du champ de vecteur.	184
A.2	De l'écoulement au résultat : méthodologie d'une mesure de PIV. . .	185
A.3	Particules utilisées pour ensemercer le fluide : SPHERICEL®110P8. .	186
A.4	Exemple d'une image du plan d'étude ayant un excellent contraste. .	186
A.5	Illustration du problème « d'accrochage de Pic » qui existe si la tâche lumineuse que fait une particule sur le capteur CCD est inférieure à un pixel. Il ne sera alors pas possible à l'algorithme de détecter des déplacement inférieur au pixel. . . . .	187
A.6	Critère de détection correcte des vecteurs vitesse. . . . .	188

---

# Liste des tableaux

2.1	Résultats de la campagne de mesures des pertes thermiques. . . . .	40
2.2	Coefficients de couplage de la cellule de convection corrigés grâce à une mesure in-situ faite avec le pont. . . . .	59
2.3	Paramètres du profil de température modèle. . . . .	67
3.1	Détail des trois séries de mesures de PIV effectuées dans le cas où notre système est à une température moyenne de 30 °C avec un $\Delta T$ global entre la plaque du bas et celle du haut de 9 °C (la puissance utile étant de 93 W). Le $\delta t$ entre deux images au sein d'un groupe est toujours de 50 ms. . . . .	91
3.2	Comparaisons des données obtenues à l'aide des mesures thermiques et de vélocimétries de deux séries de mesures : l'une avec une puissance injectée dans la cellule de $P = 90$ W (un Rayleigh de $Ra_n = 3.3537 \times 10^5$ ) et l'autre de $P = 180$ W (un Rayleigh de $Ra_n = 6.4402 \times 10^5$ ). . . . .	124
4.1	Données obtenues à l'aide des mesures thermiques de deux séries de mesures considérées pour les corrélations croisées : l'une avec une puissance injectée dans la cellule de $P = 23$ W (un Rayleigh de $Ra_n = 1.07 \times 10^5$ ) et l'autre de $P = 235$ W (un Rayleigh de $Ra_n = 8.06 \times 10^5$ ). . . . .	131
4.2	Résultat de l'analyse de décroissance des corrélations avec $\delta z$ (pour la série à $P = 23$ W et $P = 235$ W). Les longueurs sont données en [cm].	137
5.1	Moyennes des flux adimensionnés mesurés par la particule en fonction de la référence choisie pour exprimer la fluctuation de température. Les différences qui apparaissent donne un ordre de grandeur des incertitudes de ces mesures étant donné qu'elles sont non physiques (car idéalement $\langle v_{x,z} \rangle = 0$ et $\overline{v_{x,z}^E(x_i, z_i)^{xz}} = 0$ la particule ne sortant pas de la cellule). . . . .	168



## Première partie

# Une courte introduction à la convection thermique turbulente



# Chapitre 1

## La convection thermique dans la nature et les laboratoires

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>La convection : un problème familier . . . . .</b>	<b>15</b>
1.1.1	Première approche du problème et ses difficultés . . . . .	15
1.1.2	La convection dans la nature . . . . .	16
<b>1.2</b>	<b>La convection dans les laboratoires . . . . .</b>	<b>17</b>
1.2.1	La convection de Rayleigh Bénard (RB) . . . . .	17
1.2.2	Études expérimentales et numériques de la convection de RB dans le régime turbulent . . . . .	21
<b>1.3</b>	<b>Le « vocabulaire » de la convection . . . . .</b>	<b>22</b>
1.3.1	Couches limites et profil de température . . . . .	22
1.3.2	Écoulement moyen . . . . .	24
1.3.3	Panaches thermiques . . . . .	24
<b>1.4</b>	<b>Mes objectifs . . . . .</b>	<b>25</b>

---

Il va de soi qu'il est inimaginable de rassembler dans ce manuscrit l'intégralité des études qui ont été réalisées sur la convection thermique depuis que ce thème de recherche existe. Nous nous attachons ici à établir le contexte général de l'étude que j'ai menée pendant mes trois ans de thèse.

### 1.1 La convection : un problème familier

#### 1.1.1 Première approche du problème et ses difficultés

On parle de convection lorsqu'un fluide initialement au repos est mis en mouvement sous l'effet d'une force déstabilisante. Lorsque cette force est due à un gradient de température, on parle de *convection thermique*. L'expérience la plus simple pour laquelle un mouvement de convection thermique apparaît est lorsqu'un fluide est

## 16 Chapitre 1. La convection thermique dans la nature et les laboratoires

chauffé par le bas : la partie inférieure du fluide se dilate et devient moins dense que les couches qui la surplombent. La partie inférieure plus chaude et plus légère a tendance à s'élever tandis que la partie supérieure plus froide et dense a tendance à s'enfoncer, la force motrice étant la poussée d'Archimède.

On connaît ce phénomène depuis le XVIII<sup>e</sup> siècle. Alors, pourquoi ce problème n'a-t-il pas encore une bonne description quantitative ?

Pour mieux comprendre les difficultés mathématiques que pose la convection thermique, reprenons notre exemple : la force qui induit le mouvement convectif est la poussée d'Archimède, et l'intensité de cette force est déterminée par la différence de température entre le haut et le bas de la couche de fluide considérée. Toute la complexité du phénomène apparaît dans le fait que le champ de température est fortement modifié par le mouvement convectif lui-même, qui transporte la chaleur de bas en haut dans le système que l'on considère. Ainsi, la force qui produit le mouvement est modifiée par le mouvement lui-même. Ceci est caractéristique d'un système non-linéaire, qui est bien souvent synonyme de nombreuses difficultés.

### 1.1.2 La convection dans la nature

La convection est un phénomène physique très courant dans la nature qui se manifeste notamment par les bouillons qui troublent un potage chaud, les mouvements de l'air nécessaires au tirage d'une cheminée ou encore le miroitement de l'air chaud au-dessus d'une route goudronnée. Ce même phénomène convectif est responsable des courants océaniques et de la circulation atmosphérique ; à une plus grande échelle encore ce sont ces mouvements de convection qui donnent naissance aux mouvements de la photosphère du soleil. On pense aussi que la convection dans le manteau terrestre est la force motrice de la dérive des continents.

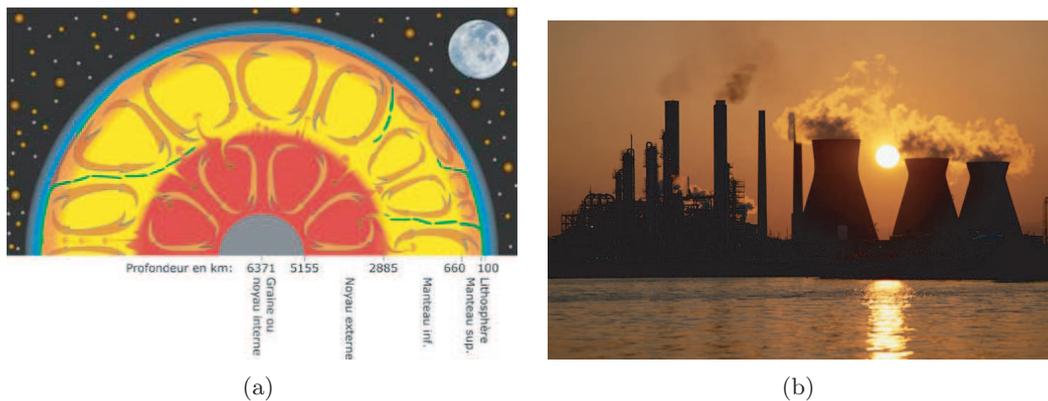


FIG. 1.1 – Exemples de phénomènes où la convection thermique joue un rôle crucial : (a) La convection dans le manteau terrestre (b) Circuits de refroidissement d'une centrale nucléaire (l'efficacité de la convection associée à la chaleur d'évaporation de l'eau particulièrement élevée sont nécessaire au bon fonctionnement des centrales).

## 1.2 La convection dans les laboratoires

### 1.2.1 La convection de Rayleigh Bénard (RB)

#### L'expérience modèle

Un phénomène physique tel que la convection thermique, ayant un champ d'application aussi vaste que celui que nous venons de décrire ainsi qu'un intérêt fondamental de premier ordre en physique non-linéaire, a motivé les travaux de nombreux groupes de chercheurs depuis maintenant plus d'un siècle. C'est aux alentours de 1900 que des recherches systématiques furent entreprises. Le travail expérimental le plus remarquable fut celui de Henri Bénard ; cependant Bénard étudiait un système convectif plus compliqué qu'il ne le pensait (avec une surface libre - la tension superficielle du fluide joue alors un rôle important). Au début du XX siècle, le théoricien de la convection fut Lord Rayleigh. Parmi ses derniers travaux figure un article sur la convection, publié en 1916 qui tente d'expliquer les résultats de Bénard. On sait maintenant que la théorie de Rayleigh ne s'applique pas au système étudié par Bénard ; néanmoins l'oeuvre de Rayleigh est le point de départ de la plupart des théories modernes sur la convection.

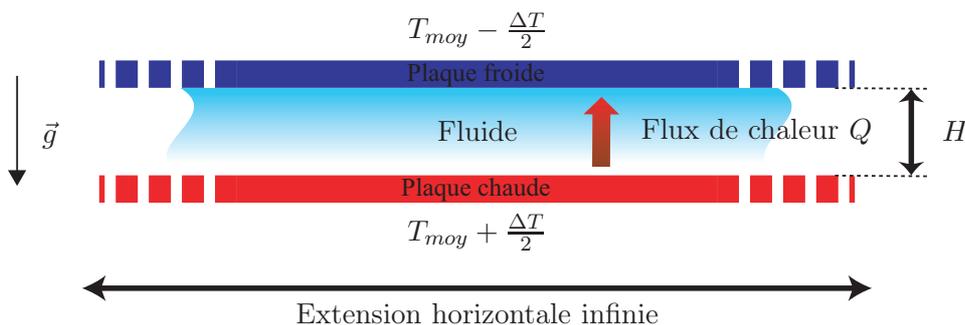


FIG. 1.2 – Schéma du cas idéal de l'expérience de Rayleigh-Bénard.

La situation expérimentale que ces deux scientifiques voulaient décrire est schématisée sur la figure 1.2. Il s'agit d'une couche de fluide confinée dans la direction verticale entre deux plaques (la hauteur de la cellule est notée  $H$ ) infinie selon les directions horizontales, dans le cadre du système idéal. La plaque du bas chauffe le fluide à une température  $T_{moy} + \frac{\Delta T}{2}$  et celle du bas refroidit le fluide à la température  $T_{moy} - \frac{\Delta T}{2}$ .

Nous pouvons à partir de cette description dégager les paramètres de ce système apparemment si simple :

- La différence de température  $\Delta T$  entre les plaques fixe le forçage que l'on applique au système.
- Le flux de chaleur  $Q$  représente la réponse du système dans cette description

## 18 Chapitre 1. La convection thermique dans la nature et les laboratoires

théorique du système (nous verrons plus tard dans ce manuscrit qu'expérimentalement la réponse et le forçage du système sont un peu différents).

- Le fluide a des propriétés qui lui sont propres : sa viscosité cinématique ( $\nu$ ) et sa diffusivité thermique ( $\kappa$ ).
- La hauteur de la cellule  $H$  semble jouer un rôle très important dans ce montage puisqu'elle est la seule longueur caractéristique que l'on peut extraire de la géométrie de celui-ci.

Mais pour décrire un tel système il est nécessaire de dégager les nombres sans dimension qui lui sont associés.

### La paramétrisation - Les nombres sans dimension

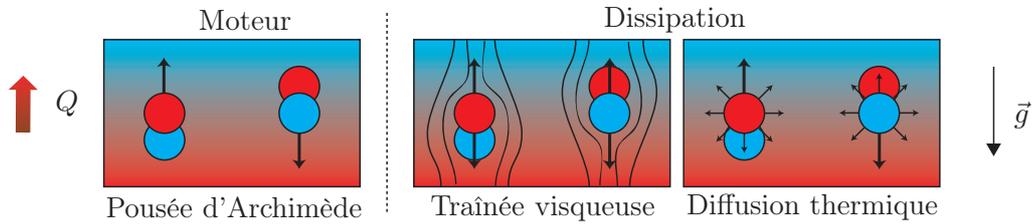


FIG. 1.3 – Ingrédients nécessaires à la construction du paramètre de contrôle : le nombre de Rayleigh.

Commençons par le paramètre de contrôle de ce type de systèmes. Nous avons bien compris que le moteur de la convection vient de la poussée d'Archimède. Cependant, il ne suffit pas de soumettre un fluide à un gradient de température instable pour déclencher la convection. Comme le rappelle la figure 1.3 deux phénomènes dissipatifs s'opposent à ce mouvement : les forces de traînées visqueuses et la diffusion thermique. La viscosité cinématique du fluide engendre une force qui s'oppose au mouvement d'une particule fluide et la diffusivité thermique tend à homogénéiser la température de celle-ci dans la couche considérée (réduisant ainsi l'intensité de la poussée d'Archimède). Donc si ces deux phénomènes prennent le pas sur la poussée d'Archimède aucun mouvement convectif ne peut naître. Il en résulte que ce phénomène a un seuil. En tenant compte de ces différents éléments, on construit le paramètre de contrôle de ce système baptisé *le nombre de Rayleigh* :

$$Ra = \frac{g\alpha\Delta TH^3}{\nu\kappa} \quad (1.1)$$

Où  $\alpha$  est le coefficient de dilatation thermique isobare du fluide ( $-\frac{\delta\rho}{\rho} = \frac{\delta V}{V} = \frac{1}{V}(\frac{\partial V}{\partial T})_P\delta T = \alpha\delta T$ ). Ce paramètre est donc très sensible à la hauteur  $H$  de la cellule considérée et à la différence de température que l'on applique entre les deux plaques.

Comme nous venons de le voir, les propriétés du fluide jouent un rôle très important dans la convection. On peut montrer en adimensionnant les équations qui régissent ce phénomène<sup>1</sup> que en dehors du nombre de Rayleigh, la viscosité cinématique et la diffusivité thermique n'interviennent qu'au travers de leur rapport qui porte le nom de *nombre de Prandtl* :

$$\boxed{Pr = \frac{\nu}{\kappa}} \quad (1.2)$$

Ce rapport sera lui aussi un paramètre de contrôle que l'on pourra faire varier soit en changeant de fluide, soit en jouant sur les propriétés du fluide en fonction de la température.

Il nous reste à évaluer le flux de chaleur qui traverse le fluide de façon adimensionnée. La façon la plus naturelle de réaliser cela est d'utiliser le flux de chaleur conductif ( $Q_0 = \frac{\lambda \Delta T}{H}$  où  $\lambda = \rho C_p \kappa$ ,  $\rho$  étant la densité et  $C_p$  la chaleur spécifique du fluide) pour normaliser le flux de chaleur effectif total ( $Q$ ). On définit ainsi le *nombre de Nusselt* :

$$\boxed{Nu = \frac{Q}{Q_0} = \frac{\text{flux de chaleur total}}{\text{flux de chaleur conductif}}} \quad (1.3)$$

Si le nombre de Rayleigh est trop faible pour déclencher des mouvements convectifs ( $Ra < Ra_c$ ), alors  $Q = Q_0$  et  $Nu = 1$ . Par suite, si  $Ra > Ra_c$ , on trouve :  $Nu > 1$ .

Comme on peut le constater, chacun de ces nombres sans dimensions fait intervenir une échelle de longueur et de température. Dans le cas de la convection de Rayleigh-Bénard (figure 1.2), ces échelles sont naturellement la hauteur de la couche de fluide considérée  $H$  et la différence de température  $\Delta T$  entre les deux plaques, chaude et froide. Je le souligne dès maintenant car il s'agit d'une différence fondamentale entre ce cas classique de RB et l'étude qui constitue le coeur de mon travail de thèse développé dans la Partie II.

### Les différents régimes de la convection de RB

Comme nous l'avons déjà établi qualitativement, il existe une valeur critique  $Ra_c$  pour laquelle la convection thermique va s'amorcer en prenant le pas sur les phénomènes dissipatifs dans le système. Dans le passé de nombreux auteurs ont étudié cette première transition, aussi bien théoriquement (par exemple Busse [1978]; Malkus [1954b]) qu'expérimentalement (Krishnamurti [1973]; Malkus [1954a]). Il s'agit de l'instabilité très connue des rouleaux de convection qui ont un rayon caractéristique de l'ordre de la hauteur de la cellule de convection.

---

<sup>1</sup>On peut écrire les équations du mouvement grâce aux variables adimensionnées ( $\underline{x}$ ) :  $\underline{v} = \frac{H}{\kappa} v$ ,  $\underline{x} = \frac{1}{H} x$ ,  $\underline{\theta} = \frac{1}{\Delta T} \theta$ ,  $\underline{t} = \frac{\kappa}{H^2} t$ ,  $\underline{p} = \frac{H^2}{\rho \kappa} p$ . Ce qui donne pour la conservation de l'impulsion (en simplifiant les notations  $\underline{x} \Leftrightarrow x$ ) :  $\frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla) v = Pr \nabla^2 v - \nabla p - Ra Pr \theta e_g$ .

---

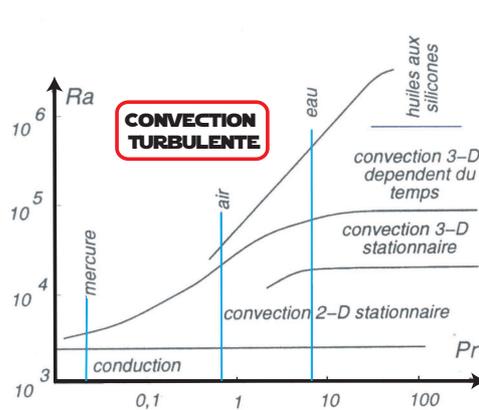


FIG. 1.4 – Les différents régimes de la convection de RB. La dépendance en Prandtl. Version simplifiée du diagramme de Krishnamurti [1973].

Mais il ne s’agit que du premier régime d’instabilité de la convection. Il en existe un grand nombre dont l’apparition est fonction des deux paramètres de contrôle de ce système :  $Ra$  et  $Pr$  (figure 1.4). Au cours de ma thèse, mon travail s’est concentré dans le régime *turbulent* de la convection. Comme nous pouvons le voir sur les figures 1.4 et 1.5, il s’agit de régimes que l’on atteint pour des nombres de Rayleigh élevés. Nous travaillerons avec de l’eau ( $4 < Pr < 7$ ) donc avec des nombres de Rayleigh  $Ra > 10^6$ . J’attire à ce point l’attention du lecteur sur le fait que dans la partie II nous ne travaillons pas dans la configuration dite de RB, mais on pourra tout de même parler de convection thermique turbulente.

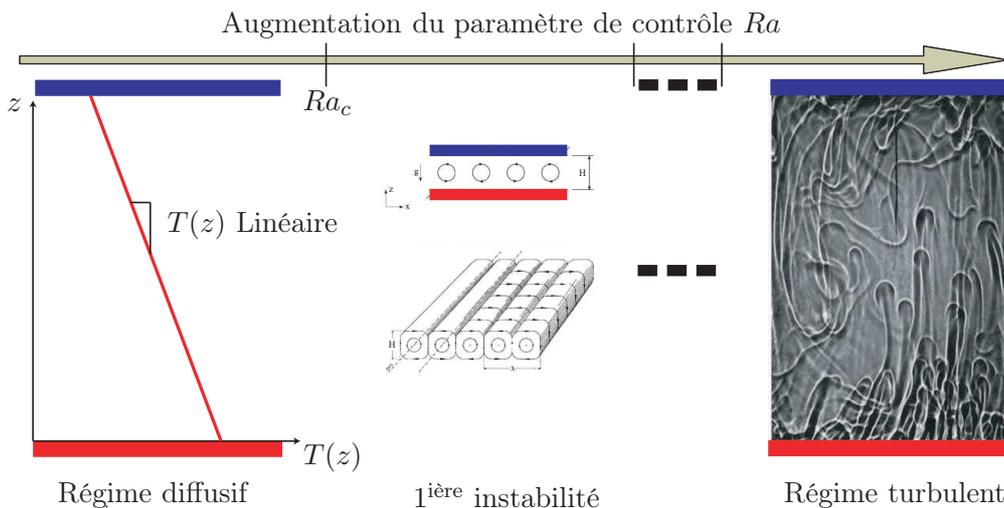


FIG. 1.5 – Les différents régimes de la convection de RB.

Sur la figure 1.5, le schéma représentant la convection thermique turbulente de RB (adapté de Zhang *et al.* [1997]) est une photo prise par ombroscopie d'une cellule de RB (remplie de glycerol). Elle nous permet de bien comprendre ce que l'on entend par *convection thermique turbulente*, on y découvre un mouvement désordonné, des structures thermiques ayant une cohérence spatiale, et on imagine facilement de fortes fluctuations de température et de vitesses dans ce contexte. Ce régime de la convection à de hauts nombres de Rayleigh est extrêmement intéressant puisqu'il correspond à de nombreux systèmes réels.

### 1.2.2 Études expérimentales et numériques de la convection de RB dans le régime turbulent

Pour réaliser expérimentalement ou numériquement le cas modèle de la convection de RB décrit sur la figure 1.2 il faut bien évidemment introduire des parois latérales. Ces parois sont adiabatiques de sorte que tout le flux de chaleur circule de la plaque chaude à la plaque froide à travers le fluide. L'extension horizontale finie de la cellule de convection réelle introduit dans ce problème un nouveau paramètre : le rapport d'aspect  $\Gamma$  qui est égal au rapport de la longueur caractéristique horizontale sur la hauteur de la cellule.

Il existe des cellules de convection de toutes les tailles dans différents laboratoires de la planète. Ces tailles vont de quelques centimètres à une dizaine de mètres (la plus grande étant en activité depuis peu en Allemagne : *Le baril d'Ilmenau*, Du Puits *et al.* [2007a]). De même, la variété de fluides utilisés est très grande : de l'hélium à très basse température (Chavanne *et al.* [2001]) au glycérol (Zhang *et al.* [1997]) en passant par l'air, l'eau et le mercure. Cette disparité de taille et de fluides a pour but d'explorer au mieux l'espace des paramètres de contrôle que nous avons définis :  $(Ra, Pr)$ .

#### Etude du flux de chaleur - Les lois d'échelle

Un des buts communs de toutes ces différentes expériences a été pendant les quinze dernières années de relier le flux de chaleur traversant la cellule ( $Nu$ ) à ces deux paramètres de contrôles  $(Ra, Pr)$ . Je ne vais pas rentrer dans le détail de ce sujet de recherche ici, car mon travail de thèse ne s'inscrit pas dans ce cadre, de plus de très bonnes revues existent aujourd'hui : Chavanne *et al.* [2001]; Cioni *et al.* [1997]; Grossmann et Lohse [2000]; Kadanoff [2001]; Siggia [1994].

Introduisons tout de même ce sujet qui reste le coeur de la convection de RB. Ce but commun a effectivement un grand intérêt puisqu'on sent bien qu'il va avoir des retombées technologiques et fondamentales. Un aspect important de l'analyse théorique est la recherche de lois universelles qui peuvent décrire l'évolution des variables globales de l'écoulement indépendamment des paramètres expérimentaux de l'écoulement tels que la hauteur de la couche de fluide, sa viscosité et ses autres paramètres propres.

Sachant que notre système est entièrement défini par le couple de paramètre  $(Ra, Pr)$

---

## 22 Chapitre 1. La convection thermique dans la nature et les laboratoires

et le paramètre géométrique  $\Gamma$ , nous pouvons écrire le flux de chaleur ( $Nu$ ) sous la forme :

$$Nu = f(Ra, Pr, \Gamma) \quad (1.4)$$

et dans le régime turbulent (pour de forts nombre de Rayleigh  $Ra > 10^6$ ), on cherche des lois asymptotiques sous la forme de lois de puissances :

$$\boxed{Nu \approx A(\Gamma) Ra^a Pr^b} \quad (1.5)$$

De ce point de départ naissent de nombreuses études théoriques qui mènent à différentes lois de puissances de la loi  $Nu \propto Ra^{1/3}$  de Malkus [1954b] (qui élimine la hauteur de la cellule  $H$  des équations), à la loi  $Nu \propto Ra^{2/7}$  introduite par le groupe de Chicago dans les années 90 (Castaing *et al.* [1989]; Heslot *et al.* [1987]) au régime ultime de la convection turbulente Kraichnan [1962] en  $Nu \propto Ra^{1/2}$  (qui fait disparaître la viscosité cinématique du problème), en passant par une nouvelle description de Grossmann et Lohse qui prône une superposition de différentes lois de puissance fonction du couple  $Ra, Pr$  (Grossmann et Lohse [2000, 2001, 2002]). Du côté des expérimentateurs, la transition vers le régime ultime de la convection reste encore un débat actuel, puisqu'elle a été observée dans certaines expériences (à Grenoble, Chavanne *et al.* [2001]; Roche *et al.* [2001]) mais pas dans d'autres comme l'expérience montée dans l'Oregon (Niemela *et al.* [2000]).

Ces différences de point de vue scientifique et de résultats expérimentaux ont poussé ces équipes et bien d'autres à aller voir au delà des variables globales ( $Nu, Ra, Pr$ ) et de s'intéresser aux différents éléments qui composent cet écoulement. Dans ce manuscrit (Partie III) nous apportons une pierre à cet édifice en rapportant les premières mesures Lagrangiennes de vitesses, températures et flux de chaleur dans une cellule de RB.

### 1.3 Le « vocabulaire » de la convection

La figure 1.6 rassemble trois images qui vont nous permettre de mieux comprendre les différentes composantes de la convection thermique turbulente. Le schéma 1.6 (c) met en valeur ces éléments.

#### 1.3.1 Couches limites et profil de température

La figure 1.6 (a) représente le champ de température au sein de la cellule de RB obtenu par simulation numérique directe (Verzicco [2003]). Comme on peut le lire dans la légende, le code couleurs utilisé ne représente que de très faibles variations autour de la moyenne arithmétique ( $T_{moy}$ ) entre la température de la plaque du bas et celle du haut (de l'ordre de  $\pm 2.5\%$  du  $\Delta T$  total appliqué entre les deux plaques). Comme on peut s'en convaincre, il existe deux petites zones proches de chacune des plaques où le gradient de température est très fort sur laquelle la

---

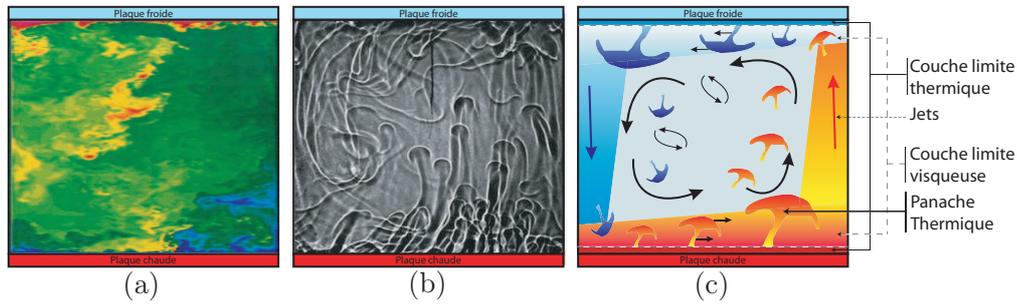


FIG. 1.6 – Approche qualitative de l'écoulement de RB en régime turbulent : (a) Extrait d'une simulation numérique (Verzicco et Camussi [2003]) représentant le champ de température à un instant donné dans une cellule de RB pour  $Ra = 2 \times 10^{11}$  et  $Pr = 0.7$ . La température de la plaque chaude étant égale à  $T_{hot} = 1$  et celle de la plaque froide à  $T_{cold} = 0$ , le codage couleur représente une variation de  $0.476 < T < 0.525$  du bleu au rouge en passant par le vert pour  $T = 0.5$ . (b) Extrait de Zhang *et al.* [1997] pour un  $Ra = 2 \times 10^8$  et un  $Pr > 10^2$ , on comprend bien sur ce cliché ce que l'on peut appeler panaches thermiques. (c) Vue schématique de la convection turbulente de RB (extraite de Kadanoff [2001]) qui met bien en valeur les différentes composantes de ce phénomène.

température du fluide passe de  $T_{moy} \pm \frac{\Delta T}{2}$  à  $T_{moy}$ . Cette zone s'appelle la *couche limite thermique*. Comme nous venons de le voir, elle concentre la majorité du gradient de température et le reste du fluide (la grande majorité) a une température moyenne égale à  $T_{moy}$ . Si l'on considère que cette couche limite est une zone où le transfert de chaleur se fait par conduction, on peut en estimer sa taille (par conservation du flux de chaleur) qui doit être de l'ordre de  $\lambda_\theta \approx \frac{H}{2Nu}$  (ce qui justifie la construction du « baril d'Ilmenau » qui a notamment pour but l'étude de cette couche limite thermique qui est très difficile à mener pour de petites hauteurs de cellule  $H$ , Du Puits *et al.* [2007b]).

Comme on peut le voir sur le schéma 1.6 (c), il existe aussi une couche limite visqueuse (dite de Blasius) en dessous de laquelle l'écoulement est laminaire (sa taille peut être estimée par  $\lambda_v = \frac{H}{Re^{1/2}}$  (Landau et Lifshitz [1959]) où  $Re$  est le nombre de Reynolds associé à l'écoulement grande échelle).

Il est bien évident que ces deux couches limites jouent un rôle essentiel dans la convection de RB. On pourra noter qu'elles sont un ingrédient essentiel de la théorie de Kraichnan [1962] et Grossmann et Lohse [2000], et que par ailleurs il a déjà été montré expérimentalement (Ciliberto et Laroche [1999]) et numériquement (Stringano *et al.* [2006]) que perturber ces couches limites par des rugosités a un effet significatif sur le flux de chaleur global. De plus, le rapport  $\lambda_v/\lambda_\theta$  est une fonction de  $Pr$ , pour  $Pr > 1$  (respectivement  $Pr < 1$ ), on s'attend à avoir  $\lambda_v/\lambda_\theta > 1$  (respectivement  $\lambda_v/\lambda_\theta < 1$ ). Ce qui engendre aussi de grandes différences entre les

écoulements à  $Pr > 1$  ou  $Pr < 1$ .

Tout ceci implique que pour appliquer les raisonnements et résultats obtenus dans le cadre de la convection de RB sur des systèmes réels, il faut être capable d'en établir proprement les conditions aux limites.

### 1.3.2 Écoulement moyen

Un autre résultat particulier et surprenant de la convection de RB est l'apparition d'un écoulement moyen aussi appelé « vent de la turbulence » dans la littérature. On peut le deviner sur la figure 1.6 (b) et il est schématisé en 1.6 (c) par des flèches. Cet écoulement moyen apparaît spontanément dans la cellule de RB. Ce vent de la turbulence a été très bien caractérisé grâce à des mesures de Vélocimétrie par Imagerie de Particules (Sun *et al.* [2005]; Xia *et al.* [2003]) pour sa composante moyenne. De plus, grâce à des mesures thermiques dans des cellules cylindriques, la dynamique de son orientation a été bien décrite de façon statistique et il a même été montré que la force de Coriolis pouvait induire une orientation et un sens privilégié pour cet écoulement grande échelle (Brown et Ahlers [2006a,b]; Niemela *et al.* [2001]).

Cet écoulement moyen est une fois de plus une particularité de la convection thermique turbulente de RB. En effet, il ne peut apparaître qu'à cause du confinement vertical *et* horizontal que ce type de système impose. Même si il a été montré expérimentalement (Ciliberto *et al.* [1996]) que cet écoulement à grande échelle n'a pas d'influence sur le transport de chaleur, il faudra garder à l'esprit qu'il s'agit d'une caractéristique particulière de ce type de systèmes. Les mesures Lagrangiennes rapportées dans la Partie III sont soumises à cet effet, et nous permettent de le caractériser en suivant les panaches thermiques qui le composent.

### 1.3.3 Panaches thermiques

Sur la figure 1.6 (b), qui est une image réalisée par ombroscopie d'un écoulement de RB dans du glycérol, on peut distinguer des structures cohérentes. Ces structures en formes de champignon sont ce que l'on appelle des *panaches thermiques*. Ce sont des objets très intéressants, car ils apparaissent dans la convection de RB, mais pas seulement. Il est parfois possible d'apercevoir le même type d'images à cause de la convection de l'air derrière une fenêtre en été. Il semblerait donc que ces objets soient l'une des briques fondamentales de la convection thermique turbulente.

Dans Grossmann et Lohse [2004], les auteurs considèrent ces panaches thermiques pour évaluer le taux de dissipation thermique dans le système, ingrédient essentiel à leur modèle, et font ainsi évoluer leur premier modèle, Grossmann et Lohse [2000]. De plus de nombreux travaux expérimentaux s'attachent à essayer de décrire au mieux ces objets généralement dans des cellules de RB. L'idée généralement admise à ce jour est que ces panaches prennent naissance dans les couches limites proches des plaques (nous sommes ici dans le cas classique de RB) sous forme de feuilles (« sheet-

---

like plumes ») où elles ont été visualisées, étudiées et caractérisées (Funfschilling et Ahlers [2004]; Gluckman *et al.* [1993]; Haramina et Tilgner [2004]; Puthenveetil et Arakeri [2005]; Vorobieff et Ecke [2002]; Zhou *et al.* [2007]; Zocchi *et al.* [1990]). Une fois sorties de cette zone où elles prennent naissance, elles coalescent pour former une structure qui prend une forme de champignon (« mushroomlike plumes »). Ces structures en forme de champignon sont elles aussi très étudiées (Du et Tong [1998]; Moses *et al.* [1991]; Xi *et al.* [2004]; Zhang *et al.* [1997]; Zhou *et al.* [2007]). Elles s'avèrent être nécessaires à l'interprétation des résultats présentés dans ce manuscrit.

## 1.4 Mes objectifs

Les questions qui ont piloté mon travail de thèse sont les suivantes : Comment aborder le problème de Rayleigh-Bénard (ou plus généralement la convection thermique turbulente) de façon innovante ? Comment aller plus loin que les nombreuses communications internationales autour des relations liant le flux de chaleur ( $Nu$ ) au paramètre de contrôle ( $Ra$ ) ?

Les réponses que je rapporte ici vont s'articuler autour de trois expériences menées en parallèle qui ont pour vocation d'explorer différentes pistes possibles :

- Mieux comprendre l'écoulement du coeur (« bulk ») d'une expérience de RB. Les différences de température dans ce domaine de l'écoulement sont extrêmement faibles ce qui rend l'étude du point de vue thermique très difficile à mener. De plus, comme nous venons de le voir, dans le cas classique de RB les couches limites et l'écoulement à grande échelle jouent un rôle très important dans cette zone. Le montage expérimental innovant que je propose pour explorer cette voie est inspiré de simulations numériques (Calzavarini *et al.* [2005]; Lohse et Toschi [2003]) ainsi que d'expériences menées sur des sites à échelle humaine par des Géophysiciens (Perrier *et al.* [2002]). Ce travail est développé dans la Partie II (chapitres 2, 3 et 4) et rassemble les résultats de deux expériences similaires nous permettant de couvrir une grande plage de variation pour les paramètres de contrôle de ce système.
  - Dans les expériences de RB, il est très difficile d'identifier et de caractériser les structures cohérentes qui composent l'écoulement, même si comme nous l'avons vu, de nombreuses études sont en cours sur ce sujet. Pour aller plus loin dans cette piste j'étudie le comportement d'une particule instrumentée dans un écoulement classique de RB (Partie III). La sonde est une sphère de 2 cm de diamètre qui a la même densité que le fluide que nous utilisons, équipée de thermomètres et d'un émetteur radio.
-



Deuxième partie

Convection Turbulente Inertielle  
dans un Canal Vertical



## Chapitre 2

# Introduction et Mesures des variables globales

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction et concept de cette approche expérimentale</b>	<b>30</b>
2.1.1	Introduction et concept . . . . .	30
2.1.2	Du concept à l'expérience . . . . .	32
<b>2.2</b>	<b>Protocole expérimental</b> . . . . .	<b>35</b>
2.2.1	La mesure de flux de chaleur . . . . .	36
2.2.2	Premiers résultats - Influence de la structure sur le flux de chaleur global . . . . .	42
2.2.3	La mesure du gradient de température . . . . .	45
2.2.4	Précision, et automatisme . . . . .	56
<b>2.3</b>	<b>Convection Thermique Turbulente dans un Canal Vertical.</b>	<b>63</b>
2.3.1	L'approximation de Canal infini . . . . .	63
2.3.2	Exploitation des mesures . . . . .	68
2.3.3	Calcul des nombres sans dimensions . . . . .	70
2.3.4	Convection thermique turbulente inertielle - La longueur de corrélation . . . . .	73
2.3.5	La Longueur Naturelle . . . . .	75
2.3.6	Conclusions . . . . .	77
<b>2.4</b>	<b>Le canal de rapport d'aspect <math>\Gamma = 4</math> et extension des résultats</b> . . . . .	<b>78</b>
2.4.1	Description du dispositif expérimental . . . . .	78
2.4.2	Protocole expérimental . . . . .	80
2.4.3	Profil vertical de gradient moyen de température . . . . .	82
2.4.4	Résultats et extension . . . . .	83

---

Dans ce chapitre, nous allons introduire l'approche originale que nous avons eu de la convection thermique turbulente : *la convection thermique turbulente dans un*

*canal vertical*. Il s'agit d'une approche très différente de la convection de RB. En effet, comme nous venons de le voir dans la section 1.3, dans une cellule de RB apparaît naturellement proche des plaques deux zones sur lesquelles le transport de chaleur se fait par conduction (les couches limites). Cette partie de l'écoulement a une forte influence sur le système tout entier. Dans le cas du canal vertical, qui constitue le coeur de mon travail de thèse, nous allons voir que le transport de chaleur selon la direction verticale est purement convectif, ce qui nous fait penser que le flux de chaleur pourrait être indépendant des diffusivités à suffisamment haut  $Ra$ .

C'est en effet ce que nous mesurons au regard des grandeurs globales auxquelles nous avons accès : *un régime de convection inertiel*. Pour arriver à cette conclusion, nous avons besoin d'introduire une longueur caractéristique verticale différente de la largeur du canal. Nos résultats couvrent trois décades de nombre de Rayleigh, grâce à des mesures effectuées sur deux expériences complémentaires. Elles suggèrent une relation linéaire entre les flux de quantité de mouvement ( $Re$ ) et de chaleur ( $Nu$ ) dans les systèmes en convection naturelle ce qui peut être extrêmement intéressant dans des domaines tels que la Géophysique ou l'Astrophysique où il est souvent bien plus facile d'avoir accès à des mesures de vitesses que de flux de chaleur.

Dans ce chapitre, nous détaillons les différentes techniques expérimentales qu'il a fallu mettre en place pour pouvoir mettre en oeuvre ce projet, les protocoles de mesures employés et finalement les résultats.

## 2.1 Introduction et concept de cette approche expérimentale

### 2.1.1 Introduction et concept

Comme nous l'avons vu dans la Partie I, la convection a été extrêmement étudiée depuis très longtemps aussi bien du point de vue théorique qu'expérimental. La configuration la plus étudiée en laboratoire est la convection de Rayleigh-Bénard. Toutefois, dans ce cas, les transferts thermiques sont majoritairement contrôlés par le voisinage des plaques où est concentré la majeure partie du gradient de température (partie 1.3). Cette particularité limite les applications des études de ce cas classique qui ne peut pas s'appliquer par exemple à la convection dans les étoiles, les planètes ou les océans pour lesquels le confinement vertical imposé par le cas RB n'existe pas. Dans mon travail de thèse, nous abordons un nouvel axe de recherche possible.

Le travail que je présente ici est la première étude expérimentale proposée par des physiciens d'un nouveau paradigme qui devrait mieux correspondre à certains type d'écoulements naturels :

*Transfert de chaleur dans un canal vertical infiniment long, sans flux de masse vertical (voir figure 2.1).*

---

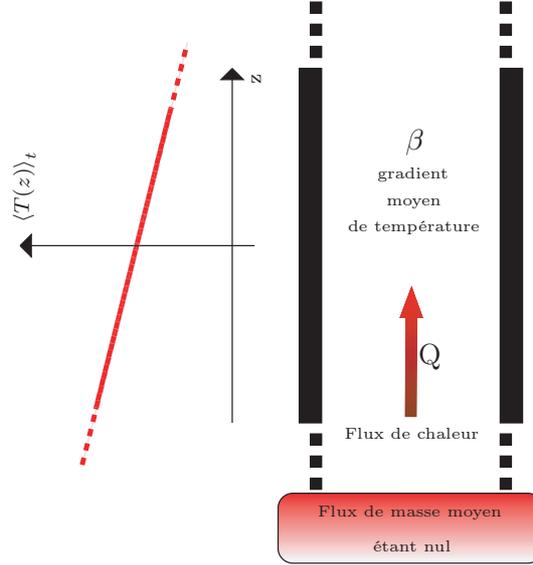


FIG. 2.1 – Le concept du canal infini

Si on compare le cas classique de RB au cas idéal du canal infini qui suppose implicitement une invariance par translation dans la direction verticale, il est nécessaire de modifier légèrement les définitions du nombre de Rayleigh ( $Ra$ ) et du nombre de Nusselt ( $Nu$ ). L'ingrédient essentiel pour reconstruire ces nombres sans dimension en accord avec le cas modèle que nous avons en tête est cette **invariance selon la direction verticale**. De ce fait, la grandeur qui vient naturellement quantifier les différences de température est directement le gradient moyen de température vertical noté  $\beta = \langle \partial_z T \rangle$  et la longueur caractéristique qui intervient dans ces nombres sans dimension peut être choisie comme étant la largeur du canal notée  $d$  qui reste la seule longueur à notre disposition dans ce contexte. Ce qui nous mène aux définitions suivantes :

$$\boxed{Ra = \frac{g\alpha\beta d^4}{\nu\kappa}}, \quad (2.1)$$

$$\boxed{Nu = \frac{Q}{\lambda\beta}}. \quad (2.2)$$

Cette nouvelle configuration expérimentale destinée à l'étude de la convection thermique turbulente nous a été inspirée par différents travaux expérimentaux tels que une étude d'avalanche d'air froid dans un puits de mine (Perrier *et al.* [2002]) ou encore des études de mélanges turbulent de fluides miscibles en milieux confiné (Debacq *et al.* [2001, 2003]; Séon *et al.* [2006]). Mais aussi par des simulations numériques de convection thermique. L'équipe de Lohse et Toschi (Lohse et Toschi [2003]) rapporte

un comportement inertiel de la convection thermique dans leur expérience numérique qui a attiré notre attention.

### 2.1.2 Du concept à l'expérience

L'étude de Lohse et Toschi utilise des conditions aux limites périodiques. Ceci est évidemment irréalisable dans la pratique mais compatible avec le concept de canal infini décrit dans la partie 2.1.1, à ceci près que dans le canal infini on introduit un confinement latéral et de la dissipation lié au frottement visqueux du fluide sur les parois. Ce concept de canal vertical infini définit un modèle idéal compatible avec cette expérience numérique qui peut être approché expérimentalement par un canal de longueur finie. Il faudra simplement s'assurer que les résultats obtenus sont insensibles à la taille finie du système réel, point sur lequel nous reviendrons plus loin dans ce manuscrit.

Pour réaliser un tel montage, nous avons introduit dans une cellule de RB une structure rigide (figure 2.2) qui délimite deux chambres, l'une chaude en bas, et l'autre froide en haut, reliées par un canal.

La cellule est rectangulaire de hauteur 40 cm et de section horizontale  $10 \times 40 \text{ cm}^2$ . Ses parois sont constituées de plaques de Plexiglas d'une épaisseur de 25 mm. Les plaques haute et basse qui vont fixer les conditions aux limites thermiques sont des plaques de cuivre (voir figure 2.3 (a)) d'une épaisseur de 13 mm recouvertes d'une fine couche de Nickel ( $50 \mu\text{m}$ ) pour les protéger de l'oxydation.

La plaque du haut est régulée en température grâce à un bain thermique JULABO®F33 dont la puissance de refroidissement à  $20^\circ\text{C}$  est de 500 W et qui garantit une stabilité en température de  $\pm 0.03^\circ\text{C}$  à sa sortie. Ce bain débite dans le circuit de refroidissement de la plaque froide (figure 2.3 (b-I)). Ce circuit d'une part crée un profil de température de faible longueur d'onde (ce qui améliore l'homogénéité de température sur la face inférieure de la plaque) et d'autre part, réalise l'adaptation d'impédance hydrodynamique entre les tuyaux venant du bain thermique et la plaque froide (ce qui optimise le transfert de chaleur entre le bain thermique et la plaque froide).

La plaque du bas est chauffée par effet Joule à l'aide de cinq résistances ( $R_i \approx 60 \Omega$ ) réparties tout le long de celle-ci. Ces résistances sont alimentées par une alimentation de puissance (modèle : AGILENT®6030A) avec une tension constante. Pour éviter que le chauffage soit inhomogène dans la plaque, les résistances de chauffage n'ayant pas exactement la même valeur, nous avons ajouté en série avec chacune d'elle une résistance hors de la plaque ( $r_i \approx 1 \Omega$ ) choisie pour assurer que la puissance dissipée par chacune des résistances dans la plaque soit la même (voir figure 2.3 (b-II)).

Les deux structures en forme de château de carte que l'on peut voir sur la figure 2.2 empêchent la convection d'avoir lieu dans près de 50% de la cellule. En effet les conditions aux limites de ces zones ne permettent pas au fluide de

---

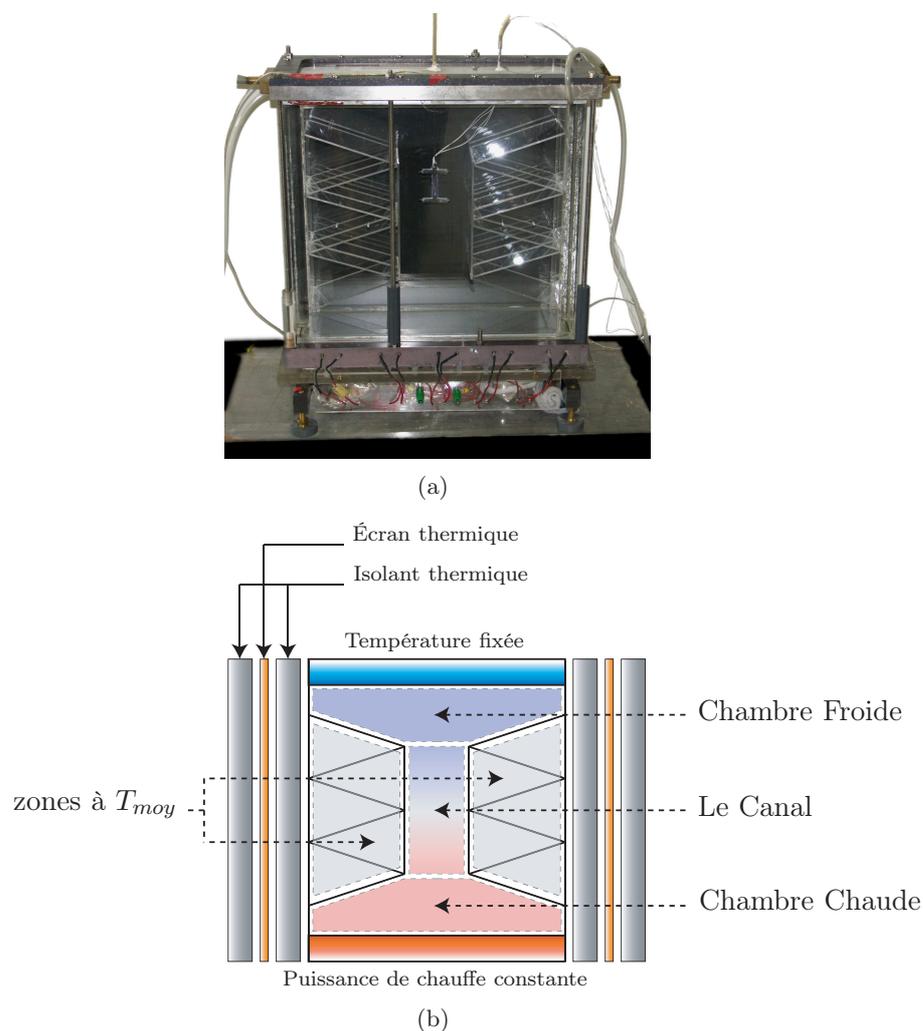


FIG. 2.2 – Photo et représentation schématique de la cellule de convection. (a) Photo de la cellule de convection sans son isolation thermique. (b) Vue schématique de la cellule. Les structures en château de cartes introduites dans la cellule définissent trois type de zones : Les deux zones à l’intérieur des structures en château de cartes qui sont remplie d’eau qui se thermalise à la température moyenne de la cellule  $T_{moy}$  (moyenne arithmétique de la température de la plaque chaude et de la plaque froide) ; cette eau ne convecte pas. Les chambres chaudes et froides respectivement proche de la plaque chaude et froide dans lesquelles le fluide convecte puisqu’il est en contact direct avec les plaques de cuivre. Pour finir la zone centrale, *le canal* qui met en contact thermique la chambre de convection chaude à la chambre de convection froide. Cette dernière zone de l’écoulement sera notre zone d’étude. Lorsque les mesures thermiques sont en cours, la cellule est complètement entourée d’un dispositif d’isolation thermique qui la protège des variations de températures extérieure (et ainsi des flux de chaleurs parasites), constitué d’une couche d’isolant thermique, d’un écran thermique en cuivre dont la température est fixée à  $T_{moy}$  et d’une dernière couche d’isolant thermique multicouche.

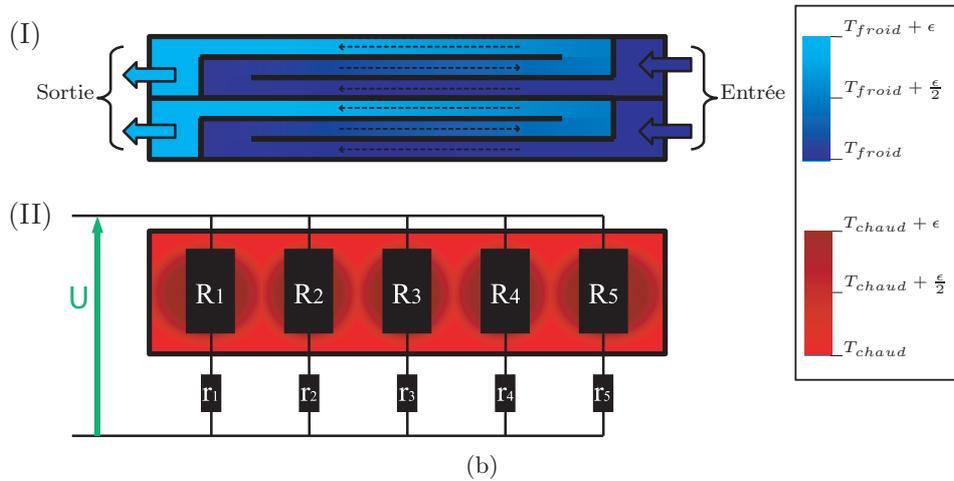
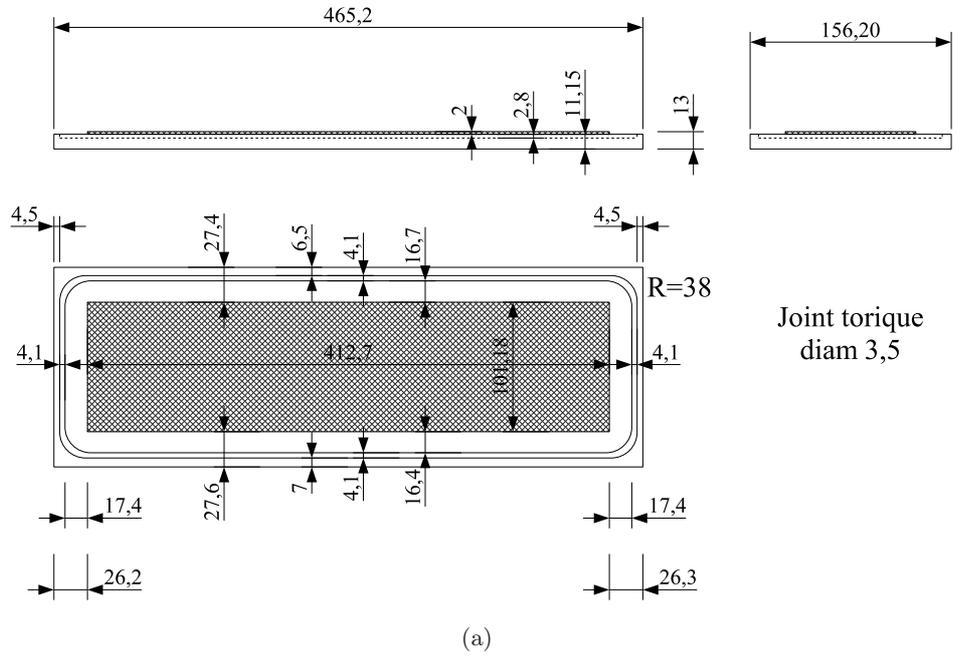


FIG. 2.3 – Schéma technique des plaques de cuivre et schéma de principe des circuits de chauffage et de refroidissement. (a) Plaques de cuivre utilisées pour la plaque chaude et froide. (b) Les inhomogénéités de chauffages/refroidissements notées  $\epsilon$  et codées par les couleurs sont filtrées par les plaques de cuivre, ce qui garantit l'homogénéité de la température des plaques au contact avec le fluide. (I) Schéma de principe du circuit de refroidissement. (II) Schéma de principe de la plaque chauffante, les  $r_i$  sont à l'extérieur de la plaque et permettent aux  $R_i$  de dissiper la même puissance et de ce fait garantissent un chauffage homogène.

convecter : le fluide ne peut pas passer au travers de ces structures et les différences de température le long de ses frontières sont très faibles car la convection thermique turbulente homogénéise la température dans les chambres chaude et froide<sup>1</sup> définies sur la figure 2.2. Les 50% restant, que nous appellerons « zone de convection », ont en leur centre *un canal* de section horizontale  $10 \times 10 \text{ cm}^2$  et une hauteur de 20 cm. Ce canal qui met en contact thermique les chambres chaude et froide est le système physique sur lequel se concentre toute notre étude.

Pour comprendre l'effet que va avoir ce rétrécissement de section horizontale sur l'écoulement, le mieux est de faire une petite analogie avec l'électrocinétique : Le canal peut être considéré comme une résistance (thermique) reliant deux bornes (les chambres) à deux potentiels (températures) différent(e)s. Il est donc le lieu d'un gradient de température. Si ce gradient de température est constant sur la hauteur du canal, il vérifie pleinement les conditions nécessaires à la réalisation expérimentale du cas modèle que nous nous proposons d'étudier.

## 2.2 Protocole expérimental

Dans le système que nous nous sommes attachés à décrire, nous pouvons dégager a priori au moins deux observables physiques qui vont être nécessaires à sa description :

**Le gradient de température**  $\beta = \langle \partial_z T \rangle$  au sein du canal : cette grandeur va jouer le rôle que joue la différence de température entre les plaques chaudes et froide dans le cas classique de RB.

**Le flux de chaleur**  $Q$  injecté dans notre système.

Ces deux observables sont les principales composantes des nombre de Rayleigh  $Ra$  et Nusselt  $Nu$  (équations (2.1) et (2.2)), or comme nous venons de le voir dans la section précédente, nous alimentons la plaque chaude avec une puissance constante, ce qui sous-entend que nous fixons le flux de chaleur. Puis, pour ce flux de chaleur fixé, nous devons mesurer le gradient de température  $\beta$ . Ce protocole expérimental permet ainsi une mesure du flux de chaleur précise et surtout non intrusive. Donc, en toute rigueur, la réponse de notre système est le gradient de température  $\beta$  et le paramètre de contrôle est la puissance injectée au système. Le paramètre de contrôle adimensionné devrait alors être le produit  $RaNu$  qui quantifie la puissance injectée au système. Mais par tradition, nous emploierons le nombre de Rayleigh  $Ra$  dans notre discours.

Intéressons nous à présent aux protocoles de mesure de ces deux grandeurs.

---

<sup>1</sup>En effet, nous verrons un peu plus loin que les chambres « chaude » et « froide » ont une température différente de  $T_{moy}$  de  $\pm 0.3 \text{ K}$  au maximum pour un  $\Delta T$  entre les plaques de 18 K.

---

### 2.2.1 La mesure de flux de chaleur

La mesure du flux de chaleur traversant le canal se décompose en plusieurs étapes : la mesure de la puissance fournie aux résistances de chauffage et l'estimation de la fraction de puissance fournie qui ne va pas dans le fluide mais qui est dissipée dans d'autres parties du montage. Cette estimation nécessite la mesure précise de la température de tous les composants du montage ainsi que celle des plaques et de la pièce dans laquelle se trouve la cellule de convection.

#### Mesure de la puissance fournie au système

Comme nous l'avons décrit précédemment, la plaque du bas est chauffée grâce à cinq résistances également espacées. Ces résistances sont alimentées par une alimentation de puissance (modèle : AGILENT®6030A) avec une tension constante. Ces résistances variant extrêmement peu avec la température<sup>2</sup> nous considérons dans la suite qu'elles sont alimentées à puissance constante. Cette puissance est directement mesurée à l'aide de l'alimentation de puissance elle-même.

La puissance dissipée par chacune des résistances est égale comme nous en avons discuté plus haut, ce qui garantit un chauffage homogène, mais toute la puissance électrique qui leur est fournie ne se transmet pas uniquement au fluide.

#### Estimation des pertes thermiques

Dans un premier temps, mon travail a été de chercher à minimiser les flux de chaleur parasites (ou pertes thermiques), puis de les quantifier de façon à avoir accès au flux de chaleur qui va effectivement être transféré au fluide. Ces pertes sont liées au contact qu'il peut y avoir entre la plaque chaude et son environnement.

- *Fuites thermique vers l'extérieur.* La cellule repose sur une table par l'intermédiaire de pieds. Ce contact va créer un flux de chaleur entre la source (les résistances chauffantes) et le thermostat que constitue la pièce dans laquelle l'expérience se situe.
- *Fuites vers l'écran thermique.* Bien évidemment, la cellule de convection est équipée d'une isolation thermique qui a pour but de minimiser les flux horizontaux. Cette isolation est constituée d'une épaisseur de papier isolant multicouche, un écran thermique de cuivre<sup>3</sup> et d'une dernière épaisseur de papier isolant multicouche voir la figure 2.4. La température de l'écran thermique est fixée à la température moyenne entre les plaques chaude et froide ( $T_{moy}$ ) de façon à limiter les pertes thermiques par les parois de la cellule, mais de ce fait un flux se crée entre la plaque chaude et l'écran.
- *Fuite thermique vers la plaque du haut.* Il reste un troisième type de perte thermique ayant lieu entre la plaque du bas et la plaque du haut mais n'ayant

---

<sup>2</sup>Les variations sont de l'ordre de  $0.1\Omega$  pour  $50^\circ\text{C}$ .

<sup>3</sup>Cet écran thermique est constitué de tôle de cuivre d'une épaisseur de 1 mm thermalisé grâce à un bain thermique JULABO®F25 dont la puissance de refroidissement à  $20^\circ\text{C}$  est de 100 W.

---

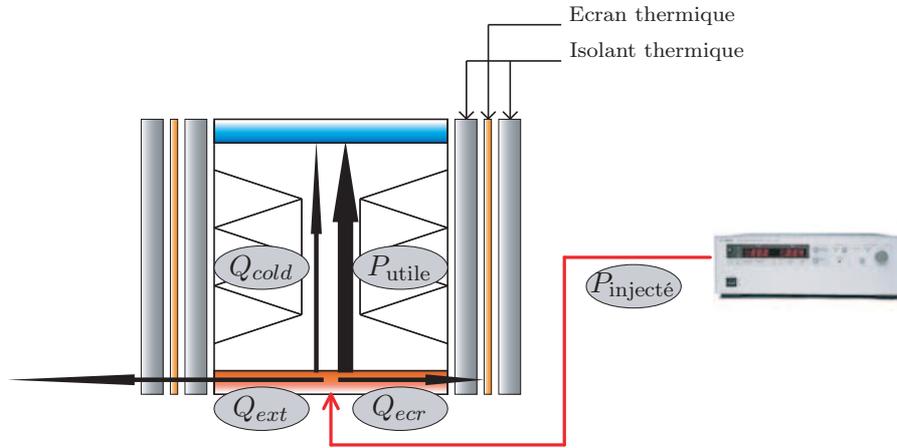


FIG. 2.4 – Représentation schématique de la cellule de convection ainsi que des flux de chaleur qui existent entre la plaque du bas et « le reste du monde » .

rien à voir avec le fluide en convection. Ce type de pertes correspond au flux de chaleur passant dans les parois en Plexiglas et par les visseries de serrage de l'étanchéité (par conduction thermique). La visserie mettant en contact thermique direct la plaque du haut (froide) à la plaque du bas (chaude) est en deux parties : la première en métal est en contact avec la plaque froide et vient se visser dans une pièce cylindrique solidaire de la plaque chaude constitué de Nylon renforcé à la fibre de verre 66. Ce matériau est d'une rigidité comparable à celle des métaux courants, mais a des propriétés thermiques très différentes. En effet, il conduit beaucoup moins bien la chaleur que les métaux, ce qui minimise les pertes thermiques dans cette direction.

Pour faire des mesures quantitatives de ces pertes, nous allons les modéliser à l'aide de conductivités apparentes que nous appellerons coefficients de couplage  $C_{app}$ , tels que  $Q[W] = C_{app}\Delta T$ . Trois coefficients seront donc nécessaires à la description :

- $C_{ext}$  pour le couplage plaque chaude avec l'extérieur  $Q_{ext} = C_{ext}(T_{hot} - T_{ext}) = C_{ext}\Delta T_{ext}$ .
- $C_{ecr}$  pour le couplage plaque chaude avec l'écran  $Q_{ecr} = C_{ecr}(T_{hot} - T_{ecr}) = C_{ecr}\Delta T_{ecr}$ .
- $C_{cold}$  pour le couplage plaque chaude avec la froide  $Q_{cold} = C_{cold}(T_{hot} - T_{cold}) = C_{cold}\Delta T_{cold}$ .

La figure 2.4 représente schématiquement ces différents flux parasites. Dans ce cadre on peut écrire :

$$P_{injecté} = P_{utile} + \sum_i C_i \Delta T_i \quad (2.3)$$

Cette équation permet d'estimer la puissance utile, effectivement transmise au fluide en convection, à partir de la puissance injectée fournie par l'alimentation et de la

mesure précise des différentes températures  $T_{hot}, T_{cold}, T_{ecr}, T_{ext}$ .

### Les mesures de température des différentes parties du montage

Ces mesures de température sont réalisées à l'aide de résistances de platine (PT100). Le principe de fonctionnement des résistances de platine repose sur la variation de la résistance du métal qui la compose avec la température. Ce métal étant un système cristallin, ce type de capteur ne présente qu'une faible hystérésis<sup>4</sup>. La conversion résistance/température classiquement employée est :

$$T = \frac{R - R_0}{\alpha}$$

avec  $R_0 = 100 \Omega$  la résistance de la PT100 à  $0^\circ\text{C}$  et  $\alpha = 0.385$ . Nous ne nous sommes pas contentés pas d'une telle relation, un étalonnage de grande précision est effectué selon le protocole décrit sur la figure 2.9 pour chacun des capteurs utilisés.

Pour mesurer la résistance des PT100, j'utilise un multiplexeur (AGILENT®34970A) réglé sur son calibre de  $1 \text{ k}\Omega$ . Cette mesure est réalisée en quatre fils de façon à pouvoir éliminer la résistance des fils. Le multiplexeur envoie un courant constant de  $1 \text{ mA}$  dans la résistance et mesure la tension pour obtenir la valeur de la résistance. Les PT100 ont une résistance de l'ordre de  $100 \Omega$  donc une puissance de quelques centaine de micro-watt est dissipée par effet Joule au cours de cette mesure ( $P_{elect} \approx 0.1 \text{ mW}$ ). Pour estimer l'échauffement du capteur que cette puissance peut créer, il faut considérer l'environnement et les dimensions de ce capteur. Le contact thermique entre le capteur et l'élément dont on veut mesurer la température est assuré grâce à de la graisse thermique qui a une conductivité thermique proche de celle de l'eau ( $\lambda_{graisse} = 0.6 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ). Les PT100 sont des cylindres de diamètre  $d = 1.5 \text{ mm}$  et de longueur  $l = 8 \text{ mm}$ . Le gradient de température existant entre le capteur et son environnement a lieu sur une distance de l'ordre du rayon de ce cylindre. A l'équilibre thermique, on peut donc évaluer l'écart de température  $\Delta T$  entre la température à mesurer et le capteur comme suit :

$$\Delta T = \frac{P_{elect}}{\lambda_{graisse} \times 2\pi l} \approx 3.3 \text{ mK} \quad (2.4)$$

Cette surchauffe peut être considérée comme une erreur de mesure raisonnable.

Il faut aussi considérer la puissance thermique amenée à la résistance par les fils de mesures. En effet, les plaques chaudes et froides auront des différences de températures de l'ordre de  $20^\circ\text{C}$  avec la pièce dans le cas le plus défavorable. Ce gradient de température crée un flux dans les fils qui peut chauffer ou refroidir les résistances et donc introduire une erreur de mesure. On peut calculer un ordre de grandeur de la puissance à considérer pour des fils de cuivre ( $\lambda_{cuivre} = 401 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ) classiques

---

<sup>4</sup>Cette faible hystérésis provient des contraintes mécaniques que peut subir le métal lors des variations de températures. En effet, ce métal est encapsulé dans un autre matériau et les coefficients de dilatation thermiques de ces deux parties du capteurs sont légèrement différentes. Nous utilisons des capteurs encapsulés de céramique ce qui minimise cet effet.

de  $d = 100 \mu\text{m}$  de diamètre. On va considérer pour cela le cas le plus défavorable avec un  $\Delta T = T_{ext} - T_{cold} = 20^\circ\text{C}$  et un gradient de température opérant sur une distance de  $l = 10 \text{ cm}$  qui est approximativement la distance point de mesure/extérieur :

$$Q_{fils(Cu)} = 4 \times \pi (d/2)^2 \frac{\lambda_{cuivre} \Delta T}{l} = 2.5 \text{ mW} \quad (2.5)$$

Cette puissance est 25 fois supérieure à celle que l'on s'est autorisé à dissiper par effet joule dans la PT100, elle va donc entraîner une erreur de mesure de l'ordre de 0.1 K, ce qui n'est pas acceptable. La solution est d'utiliser des fils de constitution différente (de même diamètre  $d = 100 \mu\text{m}$ ) : le Constantan (alliage de  $Cu55/Ni45$ ). Ce matériau a une résistance électrique bien plus élevée que le cuivre, mais comme nous réalisons une mesure en quatre fils cette résistance ne posera pas de problèmes. En revanche, sa conductivité thermique est vingt fois inférieure à celle du cuivre ( $\lambda_{constantan} = 19.5 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ), ce qui va réduire d'autant la puissance parasite ( $Q_{fils(Cu)}$ ) que nous venons d'estimer.

$$Q_{fils(Cu55/Ni45)} = \frac{Q_{fils(Cu)}}{20} = 0.125 \text{ mW} \quad (2.6)$$

Grâce à ces fils de Constantan, nous obtenons une puissance parasite transportée par les fils de l'ordre de celle que l'on dissipe dans la PT100 par effet Joule lors de la mesure de sa résistance. Le calcul précédent ((2.4)) nous assure alors que l'erreur de mesure engendrée ne dépassera pas quelques milliKelvin dans la pire des situations.

### Estimation des coefficients de couplage

Pour mesurer les  $C_i$  il faut connaître  $P_{utile}$ , or c'est la grandeur que nous cherchons à mesurer. La seule façon de la connaître précisément, est de la rendre négligeable devant les autres termes de l'équation (2.3). En utilisant comme fluide convectif de l'air on peut considérer que cette hypothèse est bien vérifiée. En effet, l'air conduit extrêmement mal la chaleur ( $\lambda_{air} = 2.5 \times 10^{-2} \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ ) et ses propriétés physiques ne permettent pas d'atteindre de hauts nombres de Rayleigh dans nos conditions expérimentales.

Nous avons donc utilisé ce protocole : la cellule est remplie d'air et on applique différentes températures à la plaque du haut ( $T_{cold}$ ), à l'écran thermique ( $T_{ecr}$ ) et différentes puissances sont injectées à la plaque du bas. On attend l'équilibre thermique tout en monitorant l'ensemble des températures du système. Dans ce protocole,  $T_{hot}$  constitue la réponse de ce système linéaire et  $T_{ext}$  est la température du thermostat extérieur sur laquelle nous ne pouvons pas agir (que nous mesurons, par conséquent). L'ensemble des conditions imposées au système ( $P_{injecté}$ ,  $T_{ecr}$  et  $T_{cold}$ ) est rassemblé dans la partie gauche du tableau 2.1, la réponse ( $T_{hot}$  à l'équilibre thermique) et la mesure de  $T_{ext}$ , dans la partie droite.

La figure 2.5 illustre une partie de la série d'expériences qui a été réalisée pour mesurer ces coefficients. Chaque expérience constituant cette série de mesures dure

$P_{\text{injecté}}$ en W	$T_{\text{ecr}}$ en °C	$T_{\text{cold}}$ en °C	$T_{\text{hot}}$ en °C	$T_{\text{ext}}$ en °C
0	60	59.7	37	23.2
0	25	59.7	26.1	23
0	50	25.1	30.9	23
10	60	59.7	53.2	24.2
20	25	59.7	56.9	21.5

TAB. 2.1 – Résultats de la campagne de mesures des pertes thermiques.

approximativement trois jours à cause des temps de réponse thermique de l'air qui sont extrêmement longs.

Pour extraire les  $C_i$  de cette campagne de mesures, sous l'hypothèse que  $P_{\text{utile}} = 0$ , on va chercher à minimiser :

$$\Psi(C_{\text{ext}}, C_{\text{ecr}}, C_{\text{cold}}) = \sum_{k \in \{\text{expériences}\}} \left( P_{\text{injecté},k} - \sum_i C_i \Delta T_{i,k} \right)^2 \quad (2.7)$$

En dérivant cette expression par rapport à  $C_i$  ( $\forall i \in \{\text{ext}, \text{ecr}, \text{cold}\}$ ) cette minimisation s'écrit :

$$\sum_k \Delta T_{i,k} P_{\text{injecté},k} = \sum_{j,k} C_j \Delta T_{i,k} \Delta T_{j,k} \quad (2.8)$$

Or, si on définit les matrices :

$$\Theta_{ij} = \sum_k \Delta T_{i,k} \Delta T_{j,k} \Leftrightarrow \Theta = \sum_k \Delta T_k \widetilde{\Delta T}_k$$

$$\Pi_i = \sum_k \Delta T_{i,k} P_{\text{injecté},k} \Leftrightarrow \Pi = \sum_k \Delta T_k P_{\text{injecté},k}$$

où  $\widetilde{X}$  est un vecteur ligne, alors, l'équation 2.8 s'écrit sous la forme :

$$\Pi = \Theta C$$

Ce qui nous donne directement :

$$C = \text{inv}(\Theta) \Pi \quad (2.9)$$

En utilisant les résultats de la campagne de mesures condensés dans le tableau 2.1 et en appliquant la technique de calcul décrite ci-dessus, on peut extraire les coefficients de couplage suivants :

$$\boxed{P_{\text{utile}} = P_{\text{injecté}} - 0.39 \Delta T_{\text{ext}} - 0.18 \Delta T_{\text{ecr}} - 0.05 \Delta T_{\text{cold}}} \quad (2.10)$$

Le premier commentaire que l'on peut faire sur ces couplages est qu'ils sont inquiétants. En effet, la plaque chaude paraît plus couplée avec la température extérieure (mal contrôlée) qu'avec l'écran thermique que nous avons mis en place. De

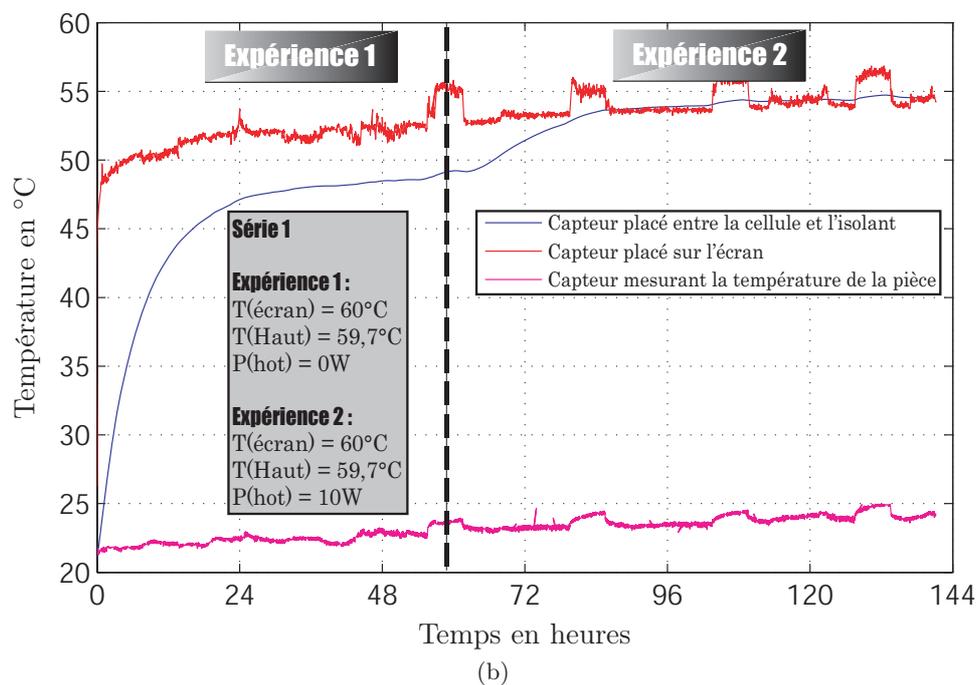
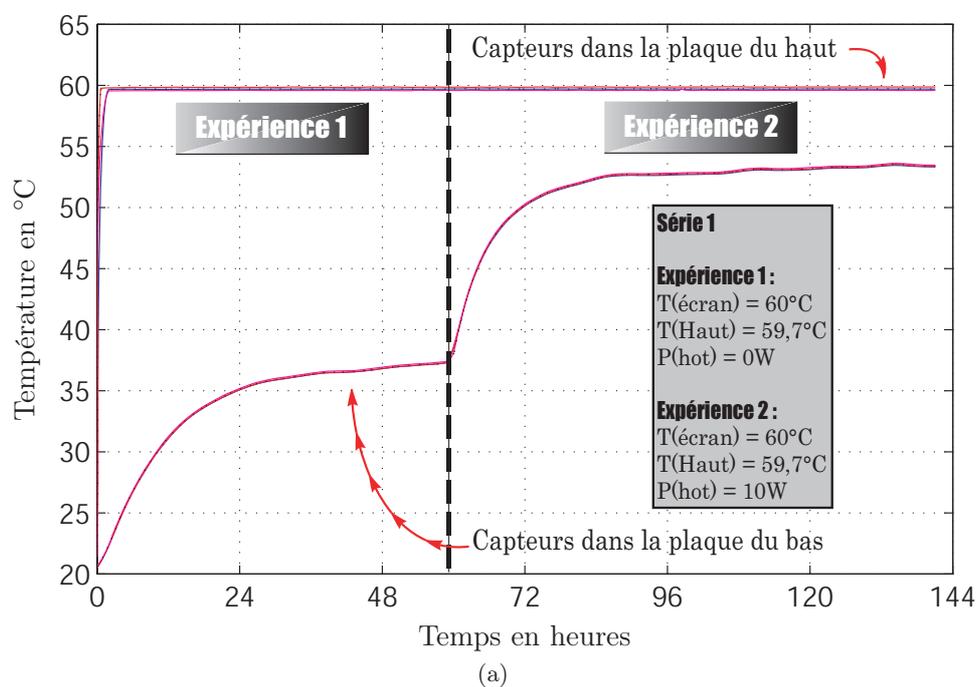


FIG. 2.5 – Mesure des pertes thermique de la cellule de convection. Ces différentes courbes représentent l'évolution temporelle de la température des différents composants du montage. On peut voir que au bout de trois jours le montage est à peu près à l'équilibre thermique. Les températures alors atteintes sont essentielles au calcul des coefficients de couplage. (a)  $T_{cold}$  et  $T_{hot}$ ; (b)  $T_{ecr}$  et  $T_{ext}$ .

plus, si l'on regarde bien la figure 2.5 on a du mal à se convaincre que l'équilibre thermique est bien atteint. C'est pour cela qu'il est illusoire de donner plus de chiffres significatifs que ceux que nous donnons dans l'équation (2.10). Toutefois les valeurs de ces couplages donnent un ordre de grandeur de  $0.5 \text{ W}/^\circ\text{C}$  que nous chercherons à raffiner par la suite.

L'un des plus gros défauts de ce montage en l'état sont ses « pieds » qui sont en dural et de ce fait conduisent bien la chaleur. On peut donc s'attendre à ce que cette partie du montage soit le vecteur principal du couplage plaque chaude/extérieur. Donc avant de passer aux mesures à proprement parler, nous avons remplacé ces pieds par des pieds de Nylon renforcé à la fibre de verre 66 qui a une résistance thermique bien plus grande pour une rigidité équivalente à celle des métaux (ce qui est nécessaire pour soutenir le poids de la cellule tout en assurant l'horizontalité de celle-ci). Le couplage entre la plaque chaude et froide est bien évalué et ne sera pas remis en question. Nous reviendrons sur le calcul de ces coefficients de pertes à l'aide d'une autre technique de mesure dans quelques lignes.

### 2.2.2 Premiers résultats - Influence de la structure sur le flux de chaleur global

A ce point, nous sommes capable de réaliser des mesures de flux thermiques transmis au fluide grâce à la relation (2.10) et de températures grâce aux capteurs que nous avons mis en place. Ce qui est suffisant pour avoir accès aux grandeurs relatives à la cellule. En effet, on peut avoir accès aux nombres de Rayleigh ( $Ra_{cell}$ ) et de Nusselt ( $Nu_{cell}$ ) définis grâce aux grandeurs relatives à la cellule (la différence de température entre les plaques  $\Delta T$ , la hauteur de la cellule  $H = 40 \text{ cm}$ ) :

$$Ra_{cell} = \frac{g\alpha\Delta TH^3}{\nu\kappa} \quad (2.11)$$

$$Nu_{cell} = \frac{P_{utile}/S_{plaque}}{\lambda\frac{\Delta T}{H}} \quad (2.12)$$

où  $S_{plaque}$  correspond à la surface de la plaque du bas.

Nous avons donc réalisé deux séries de mesures, l'une en configuration standard de RB et l'autre avec la structure qui crée le canal au centre de la cellule. Notre but premier était de calibrer le montage et d'étudier l'influence de la structure sur le transfert de chaleur global. En effet, étant donné que la structure bloque le mouvement du fluide sur près de 50% du volume de la cellule, on peut s'attendre à ce que le transfert de chaleur dans la direction verticale soit moins efficace et de ce fait constater une chute du nombre de Nusselt pour un même Rayleigh.

Le fluide que nous utilisons ici, et dans tout mon travail, sera de l'eau. Ce fluide est très intéressant car ses propriétés sont extrêmement bien connues. De plus on peut faire varier facilement le nombre de Prandtl en jouant simplement sur la température moyenne du fluide (une variation de température de  $20$  à  $40^\circ\text{C}$  fait varier le nombre de Prandtl de  $7$  à  $4$ ).

---

Le protocole de mesure que l'on utilise pour réaliser cette mesure est simple, nous fixons une puissance électrique fournie à la plaque du bas, et nous mesurons l'ensemble des températures des différents capteurs répartis sur tout le montage. Nous allons travailler à nombre de Prandtl constant, ce qui correspond à une température moyenne constante et égale à 30°C ( $Pr \approx 5$ ). Pour ce faire, il faudra ajuster la température du bain de refroidissement de la plaque du haut pour maintenir la moyenne arithmétique de la température de la plaque froide et chaude ( $T_{moy} = \frac{T_{cold} + T_{hot}}{2}$ ) égale à 30°C. La température de l'écran thermique sera fixée elle aussi à 30°C pour minimiser au maximum les flux latéraux et la température de la pièce est mesurée pendant toutes les acquisitions. Ses variations journalières restent de l'ordre de  $\pm 1^\circ\text{C}$  autour d'une température de 29°C.

Une fois la température moyenne ( $T_{moy}$ ) stabilisée autour de 30°C, on laisse tourner l'acquisition pendant un à deux jours. Une fois l'acquisition terminée nous avons accès aux valeurs moyennes des différentes grandeurs qui nous permettent de calculer les nombres sans dimensions définis par les équations (2.11) et (2.12).

Les deux séries de mesures sont rassemblées sur la figure 2.6 (a) et (b), les cercles représentant la série de mesure de type RB classique et les étoiles la série pour laquelle nous avons introduit la structure dans la cellule.

Le premier résultat très important que l'on peut voir sur les figures 2.6 (a) et (b), est que la structure n'a aucun effet sur le flux de chaleur. La figure 2.6 (c) chiffre l'écart relatif entre les nombres de Nusselt obtenus dans les deux cas :

$$\frac{\Delta Nu_{cell}}{Nu_{cell}} = \frac{Nu_{cell,RB} - Nu_{cell,canal}}{(Nu_{cell,RB} + Nu_{cell,canal})/2} \quad (2.13)$$

où  $Nu_{cell,RB}$  correspond au cas sans canal (les cercles dans les figure (a) et (b)) et  $Nu_{cell,canal}$  correspond au cas où la structure est dans le canal (les étoiles dans les figures (a) et (b)). On peut constater que cet écart relatif reste compris dans une fourchette de  $\pm 1\%$  avec une légère tendance qui donne  $Nu_{cell,RB} \gtrsim Nu_{cell,canal}$ . Mais comme nous venons de le voir dans la section 2.2.1, l'estimation des pertes thermiques et de ce fait la mesure du flux de chaleur effectivement transmise au fluide, n'est pas vraiment optimisée. On peut donc considérer que cet écart relatif correspond à une incertitude sur la mesure du flux et conclure que *la structure n'a aucune incidence sur le transfert de chaleur global entre les plaques chaude et froide*. Ce résultat est très intéressant car même s'il est connu que l'écoulement moyen (le rouleau de convection) qui apparaît dans la situation classique de RB (voir introduction 1.3) ne contribue pas au transfert de chaleur vertical (Ciliberto *et al.* [1996]), le cas présent est sensiblement différent puisque nous faisons plus que gêner l'écoulement grande échelle, nous interdisons au fluide de convecter dans près de 50% de la cellule. Ce résultat corrobore bien la vue schématique développée par Kadanoff [2001] (figure 1.6, la plus à droite) où l'auteur montre qu'une grande zone d'inactivité est présente dans le centre de la cellule de RB. Nous verrons plus loin dans cet exposé (Partie III), grâce à l'étude Lagrangienne que nous avons mené

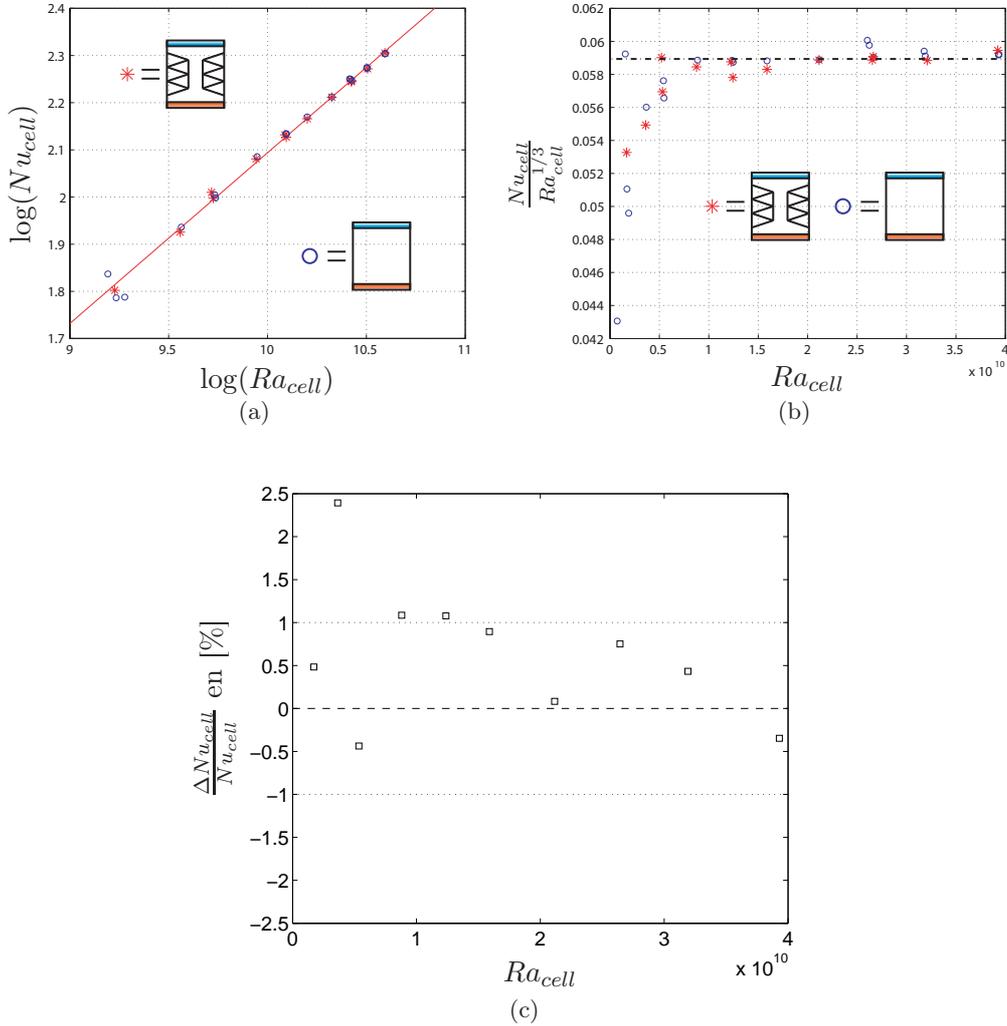


FIG. 2.6 – Mesure du Nusselt ( $Nu_{cell}$ ), en fonction du nombre de Rayleigh ( $Ra_{cell}$ ). Ces deux paramètres sont calculés à partir des grandeurs relatives à la cellule. La série de mesure représentée par des cercles correspond à des mesures réalisées en configuration de RB (sans la structure à l'intérieur de la cellule), les mesures représentés par des étoiles ont été réalisés avec la structure au sein de la cellule. (a) Tracé du logarithme de Nusselt en fonction du logarithme du Rayleigh, la droite que passe par les points a une pente de 0.36. (b) Tracé du Nusselt compensé par  $Ra_{cell}^{1/3}$ , la droite horizontale passant par les points de plus haut  $Ra_{cell}$  correspond à une loi d'évolution du Nusselt en :  $Nu_{cell} = 0.059Ra_{cell}^{1/3}$ . (c) Comparaison du flux de chaleur ( $Nu_{cell}$ ) obtenu pour un Rayleigh ( $Ra_{cell}$ ) donné entre la cellule classique de RB ( $Nu_{cell,RB}$ ) et le cas où nous avons introduit la structure en château de carte en son sein ( $Nu_{cell,canal}$ ). Sur l'axe des ordonnées on représente  $\frac{\Delta Nu_{cell}}{Nu_{cell}} = \frac{Nu_{cell,RB} - Nu_{cell,canal}}{(Nu_{cell,RB} - Nu_{cell,canal})/2}$ , donc si  $\frac{\Delta Nu_{cell}}{Nu_{cell}} > 0$ , on a alors  $Nu_{cell,RB} > Nu_{cell,canal}$ .

de cet écoulement de RB, que nous retrouvons quantitativement le fait que seule une petite partie de l'écoulement contribue au transport vertical de la chaleur dans une cellule de type RB. Ce résultat n'en est pas moins surprenant et intéressant. Ne serait-ce que d'un point de vue technologique il nous enseigne que l'on peut évacuer le même flux de chaleur par un canal de ce type plutôt que par un espace complètement dégagé.

Pour finir de détailler ces premiers résultats, intéressons nous rapidement à la loi asymptotique reliant le flux de chaleur au paramètre de contrôle que l'on peut extraire de ces mesures. Sur la figure 2.6 (a) où sont représentés les résultats dans un graphique log log, j'ai ajouté une droite qui semble bien rendre compte de ces mesures. La pente de cette droite est de 0.36 ce qui donne une évolution du Nusselt sous la forme  $Nu_{cell} \propto Ra_{cell}^{0.36}$ . C'est un résultat très surprenant pour de si faibles Rayleigh ( $Ra_{cell} \approx 10^{10}$ ), si l'on se réfère à la littérature (Grossmann et Lohse [2000] par exemple). C'est pour cette raison que sur la figure 2.6 (b), je représente l'évolution du rapport  $\frac{Nu_{cell}}{Ra_{cell}^{1/3}}$  en fonction de  $Ra_{cell}$ . Sur cette figure, on peut se rendre compte que les points de plus haut Rayleigh, qui sont ceux qui sont le moins touchés par les erreurs de mesures introduites par la mesure du flux de chaleur, sont tout à fait compatibles avec une loi asymptotique en  $Ra_{cell}^{1/3}$  et une dépendance de la forme :

$$Nu_{cell} = 0.059 Ra_{cell}^{\frac{1}{3}}. \quad (2.14)$$

Cette loi en  $Ra_{cell}^{1/3}$  est tout à fait satisfaisante et correspond bien à d'anciennes mesures réalisées dans cette même cellule (Ciliberto et Laroche [1999]). Nous verrons plus loin que cette relation nous servira à automatiser le système de mesure. En effet, connaissant cette relation, je peux déterminer la relation  $\Delta T = f(P_{utile})$  qui me permettra de fixer la température du bain thermique  $T_{cold} = T_{moy} + \frac{\Delta T}{2}$  à une température moyenne (et donc un nombre de Prandtl) donnée.

Revenons maintenant au sujet principal de cette partie et concentrons nous sur la réalisation expérimentale de la mesure du gradient de température dans le canal.

### 2.2.3 La mesure du gradient de température

La mesure du gradient de température est un élément essentiel du système que nous étudions. Une première série d'expériences a consisté à mesurer directement la température au centre du canal grâce à une thermistance se déplaçant selon la verticale. Les résultats de ces premières mesures nous ont permis de mettre un ordre de grandeur sur la quantité que nous cherchons à mesurer et de nous tourner vers des techniques de mesures différentielles de gradient plutôt que d'essayer de faire la différence de deux mesures de températures absolues. En effet, les différences de températures que nous voulons mesurer sont de l'ordre de 0.1 K entre l'entrée et la sortie du canal, donc pour obtenir des mesures de précision il est nécessaire de mettre en place une mesure différentielle.

---

La contrainte que nous fixons à notre mesure est la suivante :

*Être capable de mesurer une différence de température inférieure à 1 K avec une incertitude de l'ordre du milliKelvin, dans une gamme de température allant de 20 °C à 40 °C.*

Plusieurs dispositifs sont à même de réaliser cela :

- Dispositif optique non intrusif de déflexion d'un faisceau laser épuré
- Étalonner directement un rapport de thermistances
- Dispositif de mesure basé sur un pont de Wheatstone.

Décrivons brièvement les résultats obtenus par ces différentes techniques :

### Dispositif optique non intrusif de déflexion d'un faisceau laser épuré

L'indice optique de l'eau varie avec sa température. Or le trajet des rayons lumineux en milieu inhomogène est régi par la loi de Snell-Descartes généralisée, encore dite l'équation de l'eikonale

$$\vec{\nabla}n = \frac{d(n\vec{u})}{ds} \quad (2.15)$$

liant l'évolution du vecteur unitaire  $\vec{u}$  portant le rayon lumineux selon l'abscisse curviligne  $s$ , au gradient de l'indice optique présent dans le milieu. Dans l'écoulement considéré, l'indice optique varie selon les trois directions :  $n(x, y, z)$ , cet écoulement étant turbulent. Si on s'intéresse uniquement à la déflexion  $\alpha$  selon la verticale dans un milieu inhomogène ( $n(x, y, z)$ ), on peut écrire, avec  $\overline{X^y}$  représentant la moyenne de  $X$  selon  $y$  :

$$\alpha = \frac{l_y}{n} \frac{\partial \overline{n^y}}{\partial z} \propto \frac{\partial \overline{T^y}}{\partial z} \quad (2.16)$$

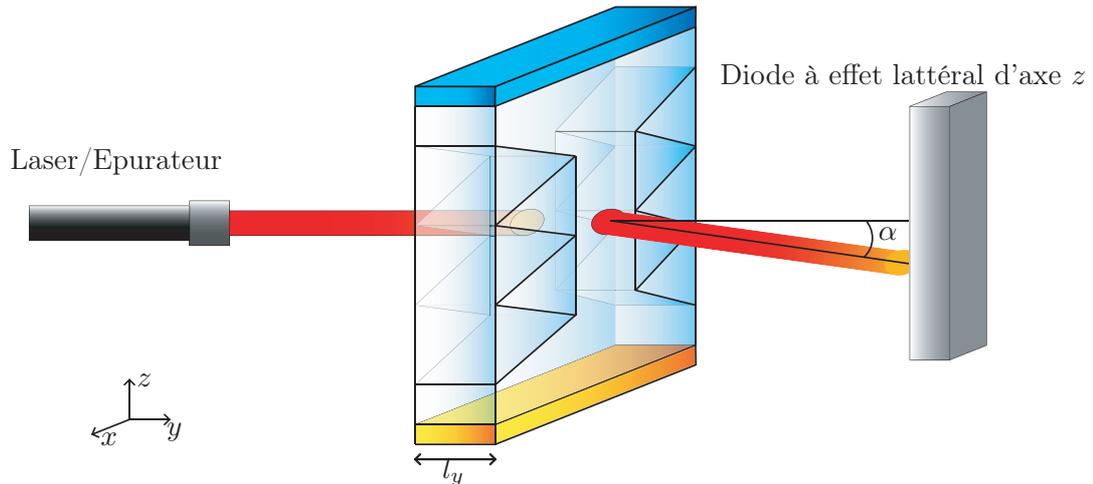


FIG. 2.7 – Schéma de principe du montage de déflexion laser.

Si l'on peut considérer que  $\frac{\partial n}{\partial z} = \frac{\partial n}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} \approx cte \times \frac{\partial T}{\partial z}$ . Hypothèse valable si on travaille autour d'une température moyenne bien définie et que les fluctuations de température sont assez faibles. Elle est donc valable dans notre cas, où les fluctuations de température ne dépassent pas 1 K. Le schéma de principe du montage utilisé est donné par la figure 2.7. Le principe de cette mesure est clair, les gradients de température dans l'écoulement vont engendrer des gradients de densité et donc des variations d'indice optique, ce qui va dévier le faisceau laser. En élargissant le faisceau laser à l'aide de l'épurateur, on obtient un large pinceau lumineux de diamètre 5 cm qui va traverser l'écoulement et moyennner spatialement dans le volume la mesure du gradient. Le capteur utilisé est une diode à effet latéral. Elle fournit une tension proportionnelle à la position du barycentre de la tache lumineuse reçue. Donc, après avoir repéré la position de la tache lumineuse en l'absence de gradient dans la cellule ( $\Delta T = 0$ ), ce qui sera notre référence, on peut mesurer les gradients de température à l'intérieur du fluide en mesurant la déviation  $\alpha$  du faisceau (équation 2.16).

Nous avons ajusté la puissance fournie à la plaque chaude de façon à obtenir un  $\Delta T \approx 0$  tout en gardant une température moyenne constante  $T_{moy} = 38^\circ\text{C}$  pour avoir une référence, puis réalisé une expérience avec un flux de chaleur non nul ( $P_{utile} = 280\text{ W}$  et  $\Delta T = T_{hot} - T_{cold} = 20^\circ\text{C}$ ). Cependant, comme on peut le voir sur la figure 2.8, il fut impossible de différencier notre référence d'un signal à étudier tant la différence entre le signal et la référence est faible face à leurs variations. En effet, tous les éléments du montage sont affectés par les variations de température extérieure, y compris notre mesure de déflexion (voir figure 2.8 (a) et (b)). Ce qui nous montre que les variations d'indice le long du trajet optique sont dominées par ce qu'il se passe dans le plexiglas. La variation d'indice optique due au gradient de température selon  $z$  dans l'eau est trop faible pour donner lieu à des déflexions supérieures à celles causées par les variations de température extérieure dans le plexiglas. On obtient un  $\frac{\partial T}{\partial z} \propto T_{ext}$  dû au profil de conduction, dans les parois de plexiglas, affecté par les variations de  $T_{hot}$  qui sont supérieures d'un ordre de grandeur à celle de  $T_{cold}$  qui est régulée en température comme on peut l'apprécier sur la figure 2.8 (b).

*Pour faire de telles mesures, il faudrait que les parois soient en verre qui a un coefficient de dilatation thermique bien inférieur à celui du plexiglas et de l'eau<sup>5</sup>.*

Cette méthode optique ne nous permet donc pas de remplir le cahier des charges que nous nous sommes fixé. De plus nous verrons bien plus loin (section 3.3.2) que le gradient de température horizontal ( $\langle \partial_x T \rangle$ ) est du même ordre que le gradient vertical ( $\beta = \langle \partial_z T \rangle$ ). De ce fait, la technique choisie consistant à élargir le faisceau pour obtenir une moyenne spatiale du gradient n'est pas du tout appropriée.

---

<sup>5</sup>Les ordres de grandeurs sont :  $\alpha_{plexi} \approx 80 \times 10^{-6} K^{-1}$ ,  $\alpha_{eau} \approx 300 \times 10^{-6} K^{-1}$ ,  $\alpha_{verre} \approx 5 \times 10^{-6} K^{-1}$ .

---

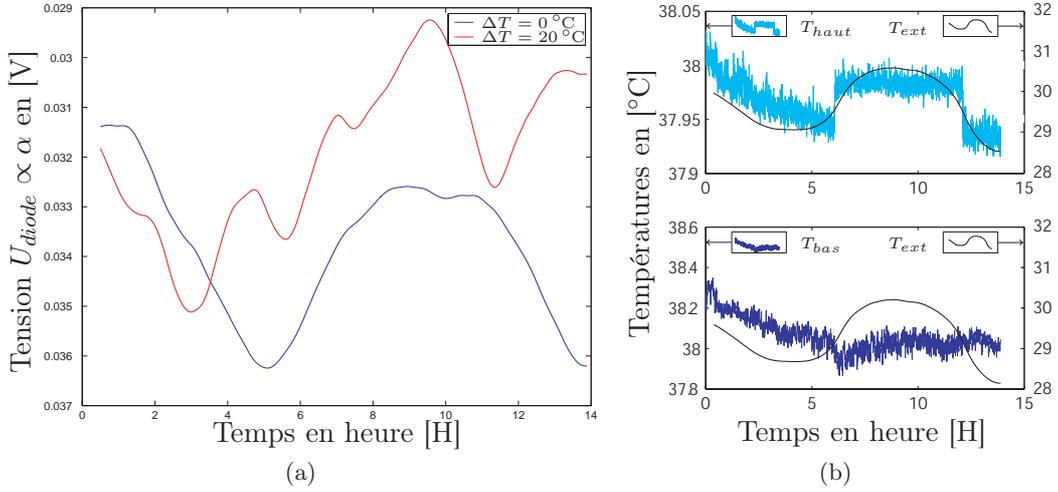


FIG. 2.8 – Mesures de déflexion laser. (a) Comparaison d’une mesure avec une différence de température de  $\Delta T = 0$  avec une mesure à  $\Delta T = 20$ , (b) Évolution temporelle des températures de la plaque du bas et de la plaque du haut ainsi que de la température extérieure (filtrée sur 1H). Ces mesures correspondent à au  $\Delta T$  nul de la figure (a).

### Étalonner directement un rapport des thermistances.

Nous allons chercher à mesurer un signal proportionnel à une différence de température (notée  $\Delta$ ) entre deux thermistances  $R_1$  et  $R_2$ . Si l’on calcule :

$$\ln \frac{R_2(T_{moy} + \Delta/2)}{R_1(T_{moy} - \Delta/2)} = \ln \frac{R_2(T_{moy})}{R_1(T_{moy})} + \frac{1}{R} \left( \frac{\partial R}{\partial T} \right)_{T=T_{moy}} \Delta$$

en considérant la caractéristique d’une thermistance  $R(T) = a \exp(b/T)$  (avec  $T$  la température absolue du capteur), on trouve au premier ordre en  $\Delta$  (ce qui est une bonne approximation, le deuxième ordre étant nul) :

$$\ln \frac{R_2(T_{moy} + \Delta/2)}{R_1(T_{moy} - \Delta/2)} = \ln \frac{R_2(T_{moy})}{R_1(T_{moy})} + \frac{-b}{T_{moy}^2} \Delta = f(T_{moy}) + \epsilon(T_{moy}) \Delta \quad (2.17)$$

On obtient donc un rapport qui s’exprime comme la somme d’un terme ne dépendant que de  $T_{moy}$  (à variations lentes) et d’un terme proportionnel à  $\Delta$  la quantité que nous cherchons à mesurer. Donc si on peut mesurer  $f(T_{moy})$  précisément pour  $\Delta = 0$ , on peut théoriquement remplir les objectifs que nous nous sommes fixés.

Pour réaliser ceci expérimentalement, les différentes thermistances sont placées au coeur d’un bloc de cuivre cylindrique. Ce bloc sera lui-même plongé dans un bain thermique qui nous permettra de fixer  $T_{moy}$ , comme on peut le voir sur la figure 2.9 (a). Le contact thermique entre les différents capteurs et le bloc de cuivre est assuré par de la graisse thermique dont la conductivité est de l’ordre de celle de l’eau ce

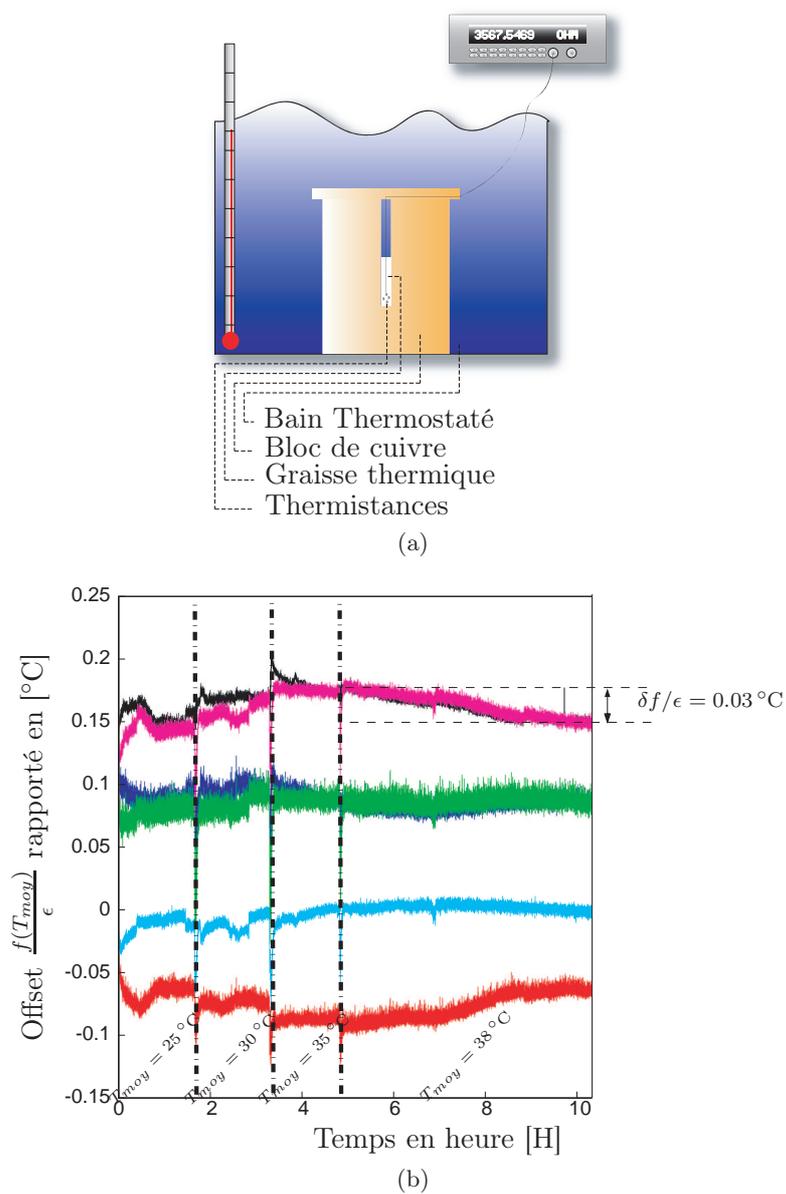


FIG. 2.9 – Étalonnage direct de rapport de thermistances. (a) Schéma de principe de la mesure, (b) Mesure de  $f_{ij}(T_{moy})/\epsilon(T_{moy}) = \ln \frac{R_i(T_{moy})}{R_j(T_{moy})}/\epsilon(T_{moy})$  en fonction du temps et pour différentes température moyennes  $T_{moy}$ .

qui permet d'assurer que tous les capteurs vont vivre la même histoire thermique et que la différence de température  $\Delta$  entre chaque capteur sera la plus proche de zéro possible. Le rôle du bloc de cuivre est de réduire et de filtrer les fluctuations temporelles et spatiales de la température de l'eau du bain dans lequel il est placé, de sorte que la température en son centre soit la plus constante et homogène possible.

Les résultats rapportés sur la figure 2.9 (b) sont assez décevants, puisque si l'on étudie les variations des  $f_{ij}(T_{moy})/\epsilon(T_{moy})$  on peut se rendre compte que ces signaux varient sur des échelles de temps de l'ordre de deux heures. Cette variation, notée  $\delta f/\epsilon$  sur la figure 2.9 (b) est de l'ordre de 0.03 K ce qui peut paraître petit, mais qui est bien supérieur aux contraintes que l'on s'est fixé. Ces dérives pourraient être dues au vieillissement des capteurs (je rappelle que les thermistances ne sont pas constituées d'un système cristallin comme le sont les résistances de platine mais d'un agglomérat de poudre d'oxydes de métal comme le nickel, le manganèse, le cobalt, le cuivre et le fer), mais ce genre de problèmes se résout en faisant vieillir les thermistances en leur imposant de nombreux et violents changements de température. Cependant, même après leur avoir fait décrire de nombreux cycles<sup>6</sup> de température les résultats rapportés sur la figure 2.9 (b) restent les meilleurs que nous avons pu obtenir avec cette technique.

Le problème principal de cette mesure réside dans le fait que pour des contraintes de gêne stérique, ces thermistances sont câblées en deux fils. Ces fils de cuivre reliant les thermistances au multiplexeur (AGILENT®34970A) qui effectue la mesure ne sont pas bien thermalisés sur toute leur longueur. Or le calcul du rapport de résistance n'intervient qu'après cette mesure (il ne s'agit pas d'une mesure différentielle à proprement parler) donc l'erreur que peuvent entraîner des variations de résistance de ces fils se reporte directement sur l'étalonnage que nous menons.

Cette dernière remarque nous mène naturellement au prochain système que nous avons étudié. Il s'agit d'un dispositif de mesure différentiel dont les fils reliant les différentes thermistances et pouvant avoir un effet sur la mesure seront placés dans un environnement thermique équivalent à celui des thermistances le composant.

### Dispositif de mesure basé sur un pont de Wheatstone

Le schéma de principe de la mesure que je vais développer ci-dessous est représenté sur la figure 2.10 (a). Il s'agit d'un pont de Wheaston réalisé avec quatre thermistances ( $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  et  $R_4$ ). Ces quatre thermistances CTN<sup>7</sup> proviennent d'un même lot de fabrication, leur constructeur garantit alors une marge d'interchangeabilité de 5%. Ce qui signifie que si ces quatre thermistances sont thermalisées à la même température la sortie du pont devrait être très proche de zéro car leurs dépendances en température sont très proches. La différence cruciale entre ce dispositif

<sup>6</sup>Dans mon cas un cycle classique est  $T \in \{15, 50, 15, 50, \dots\}$ .

<sup>7</sup>Coefficient de Température Négatif.

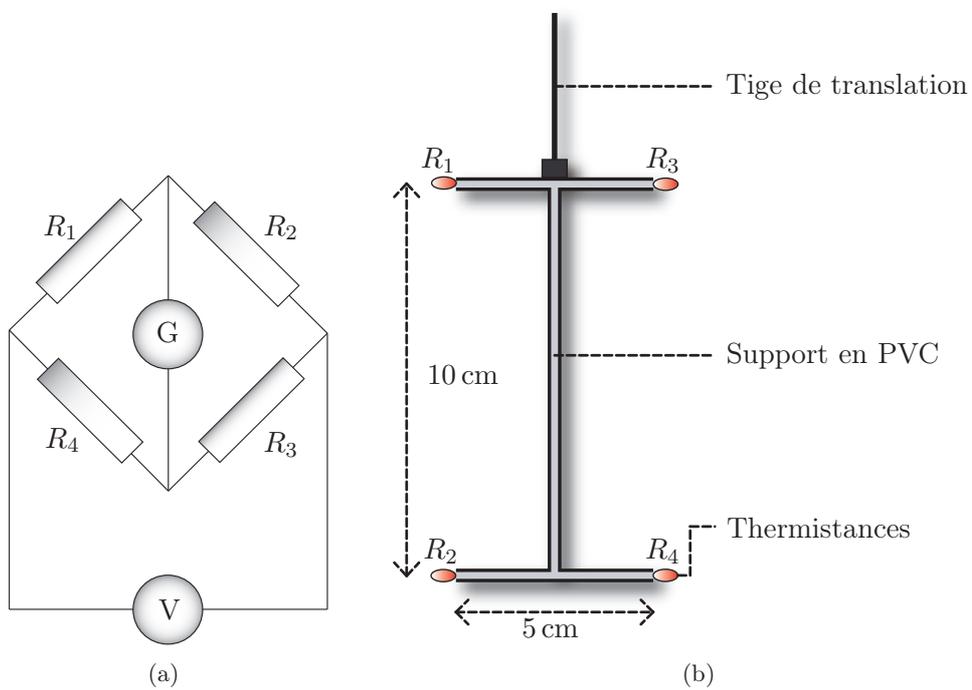


FIG. 2.10 – Dispositif de mesure basé sur un pont de Wheatstone. (a) Schéma de principe du pont de Wheatstone, (b) Schéma du capteur qui sera au centre du canal.

et le dispositif précédent est que cette mesure ne dépend ni de la résistance des fils d'alimentation du pont (ces fils apportent du courant au pont de mesure), ni de la résistance des fils de sortie du pont (qui sont des fils de mesure d'une tension dans lesquels ne circule aucun courant).

Étudions ce qui se passe si l'on déséquilibre le pont de Wheaston de façon symétrique, c'est-à-dire en augmentant (respectivement abaissant) la valeur de résistances  $R_1$  et  $R_3$  par rapport à  $R_2$  et  $R_4$  de  $\delta R \ll R_i$ , autrement dit en abaissant (respectivement augmentant) la température de  $R_1$  et  $R_3$  par rapport à  $R_2$  et  $R_4$  de  $\Delta \ll T_{moy}$ . Pour une tension d'alimentation  $U$  fixée. Un petit calcul d'électrocinétique nous donne :

$$V = U \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

En faisant un développement limité de  $V$  pour  $\delta R \ll R_i$ , on obtient :

$$V \approx U \frac{\delta R}{(2R)} = \frac{U}{2} \delta \ln R$$

Or comme nous l'avons déjà vu, pour une thermistance on a la relation :

$$R = a \exp(-b/T) \longrightarrow \delta \ln R = -\frac{b}{T_{moy}^2} \Delta$$

d'où,

$$V \approx \frac{Ub}{2T_{moy}^2} \Delta = \epsilon(T_{moy}) \Delta \quad (2.18)$$

$\epsilon(T_{moy}) \approx -2 \times 10^{-3}$  (pour  $U = 0.1$  V,  $b = 3500$  et  $T_{moy} = 300$  K qui sont de bons ordres de grandeur). Déséquilibrer le pont de façon symétrique nous permet d'obtenir une tension de sortie  $V$  proportionnelle à la différence de température moyenne  $\Delta$  entre les branches  $R_1$ ,  $R_3$  et  $R_2$ ,  $R_4$ . En réalisant un capteur ayant une forme d'un « I » comme schématisé sur la figure 2.10 (b) avec les capteurs  $R_2$ ,  $R_4$  à l'altitude  $z$  et  $R_1$ ,  $R_3$  à l'altitude  $z + \delta z$ , on obtient un capteur sensible au gradient moyen de température  $\beta$  entre  $z$  et  $z + \delta z$ .

$$\beta = \frac{\Delta}{\delta z} = \frac{V}{\epsilon(T_{moy}) \delta z} \quad (2.19)$$

Dans le calcul qui mène à l'équation 2.18 nous avons considéré que si le pont est à l'équilibre thermique alors toutes les résistances sont exactement égales et donc la tension  $V = 0$  V. Or, même si toutes les thermistances proviennent d'un même lot, on ne peut pas considérer qu'il en est ainsi compte tenu des exigences de la mesure que l'on se propose de faire. Il nous faut simplement récrire l'équation 2.18 sous la forme :

$$V = \epsilon(T_{moy}) \delta T + f(T_{moy}) \quad (2.20)$$

où  $f(T_{moy})$  représente l'offset en tension dû aux légères différences d'étalonnage des thermistances. Cet offset est a priori une fonction de  $T_{moy}$ . Comme dans le cas

---

précédent, l'étalonnage de ce capteur va essentiellement correspondre à la mesure de l'offset  $f(T_{moy})$ .

Nous travaillons avec des thermistances de 1 mm de diamètre dont la résistance a une valeur de l'ordre de  $\approx 3500 \Omega$  à  $20^\circ\text{C}$ , avec des sensibilités de l'ordre de  $-5\%/K$ . La tension d'alimentation du pont de thermistances va fixer la puissance que celles-ci vont dissiper. Pour éviter l'échauffement, nous travaillons avec une tension d'alimentation de  $U = 100 \text{ mV}$ . Si l'on considère que nos capteurs sont des sphères de  $r = 1 \text{ mm}$  de rayon, on peut estimer la différence de température entre le capteur et l'eau dont il doit sonder la température comme :

$$\Delta T = \frac{(U/2)^2/R}{4\pi r \lambda_{eau}} \approx 0.2 \text{ mK}$$

Pour améliorer le rapport signal sur bruit, la tension  $V$  est mesurée à l'aide d'une détection synchrone STANFORD RESEARCH SYSTEMS®SR830 DSP, ce qui nous rend insensible aux tensions thermocouples pouvant naître sur la chaîne de mesure. La tension d'alimentation de 100 mV est fournie par un générateur basse fréquence AGILENT®33220A. La fréquence choisie est de 34 Hz : suffisamment faible pour éviter les effets capacitifs, différente d'un multiple de 50 Hz et supérieure aux fréquences les plus élevées pour lesquelles les thermistances que nous utilisons sont capables de répondre.

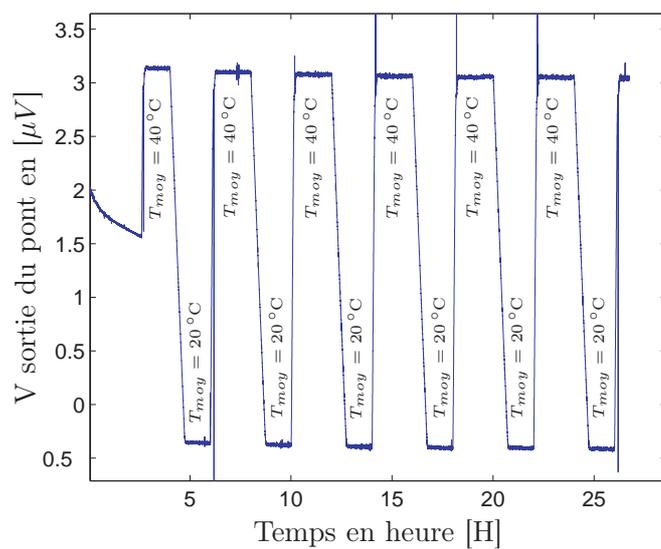
**Test de la chaîne de mesure.** Dans un premier temps, nous avons voulu tester la stabilité de la chaîne de mesure. Pour ce faire, nous avons monté un pont de Wheatstone avec quatre résistances standard qui ne varient pas avec la température ( $\frac{\partial R}{\partial T} \approx 0$ ). Ces résistances ont une valeur comparable aux thermistances que nous utiliserons par la suite ( $\approx 3500 \Omega$ ), et ont été soigneusement choisies pour que le pont soit équilibré au mieux, c'est-à-dire que

$$\forall (i, j) \in [1, 4] \frac{|R_i - R_j|}{\frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 R_k} \leq 5 \times 10^{-4} = 0,05\%.$$

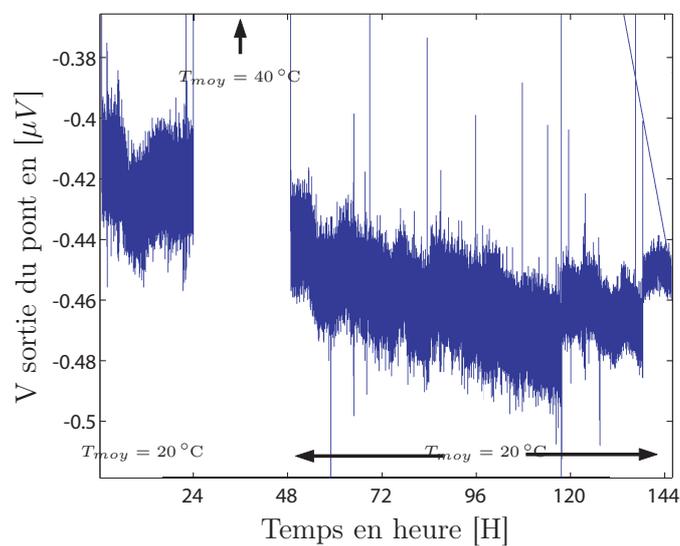
Les différences entre résistances sont de deux ordres de grandeur plus petites que ce à quoi on peut s'attendre sur les thermistances puisque l'interchangeabilité garantie par le constructeur est de  $|R_i - R_j| / \frac{1}{2}(R_i + R_j) \leq 5\%$ . Par conséquent, nous devrions mesurer des tensions  $f(T_{moy})$  (équation 2.20) elles aussi inférieures de deux ordres de grandeurs à celle que l'on aura à étalonner pour le pont de thermistances, ce qui va nous permettre de tester notre chaîne de mesure avec de grandes exigences et sans considérer la dépendance en température.

Pour effectuer ces mesures ainsi que celles du pont de thermistances qui vont suivre, nous avons procédé comme dans le cas précédent. Le protocole est schématisé sur la figure 2.9 (a). Les quatre résistances sont plongées au coeur d'un bloc de cuivre et mises en contact grâce à de la pâte thermique. Ce bloc de

cuivre est lui même placé dans un bain thermique qui nous servira à faire varier  $T_{moy}$ .



(a)



(b)

FIG. 2.11 – Test de la fiabilité de la chaîne de mesure du pont de Wheatstone. (a) Cycle de température imposé aux résistances, (b) Test sur des temps longs (6 jours de mesures).

La première série de mesures consiste à faire varier la température moyenne  $T_{moy}$  selon un cycle  $\{40, 20, 40, 20, 40, 20, \dots\}$  °C. Elle a pour but de vérifier qu'aucun composant de la chaîne de mesure ne peut vieillir dans de telles conditions (type soudures ou fils). Les résultats présentés en figure 2.11 (a) montrent très clairement que c'est le cas, puisque pour  $T_{moy} = cte$ , la sortie du pont,  $V$ , ne varie pas ou très peu avec le temps et l'avancement du cycle. Il n'y a pas de vieillissement des composants. Par contre, on pourra remarquer sur la figure 2.11 qu'au moins un composant du pont dépend de  $T_{moy}$  mais de façon extrêmement faible, il s'agit de variations de quelques  $3 \mu V$ .

La deuxième série consiste à étudier le comportement de la chaîne de mesure sur de longs temps. Une mesure a donc été réalisée en gardant  $T_{moy} = 20$  °C pendant une semaine. Comme on peut le voir sur la figure 2.11 (b) la mesure de  $V$  est stable à  $\pm 40$  nV près. Ce résultat montre la très grande stabilité de ce montage et nous permet de passer à l'étude du pont de thermistances avec beaucoup de confiance en notre chaîne de mesure.

**Étalonnage du pont de Thermistances** Dans un premier temps, nous avons étalonné les thermistances de façon à connaître leur caractéristique. Nous avons simplement utilisé le même protocole que celui schématisé sur la figure 2.9 (a), en ajoutant dans le bloc de cuivre un capteur étalonné de référence qui est une résistance de platine. La mesure des différentes résistances se fait avec un multiplexeur AGILENT®34970A.

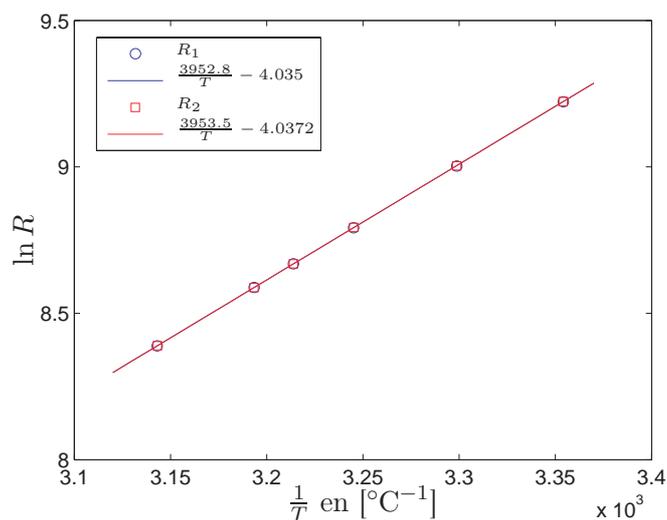


FIG. 2.12 – Étalonnage des thermistances qui constitueront le pont de mesure.

Comme on peut le voir sur la figure 2.12, les thermistances que nous utilisons

ont des caractéristiques extrêmement voisines comme on s'y attendait en considérant qu'elles sont toutes issues d'une même série de fabrication. Cette caractéristique nous donne

$$R = 0,0177 \exp \frac{3952.8}{T}$$

avec  $T$  exprimée en  $K$ . Elle va nous permettre de calculer la sensibilité de notre capteur (équation (2.18)) :

$$\epsilon(T_{moy}) = -\frac{Ub}{2T_{moy}^2} = -1.52 \times 10^{-3} \text{V}\cdot\text{K}^{-1} \quad (2.21)$$

en choisissant  $U = 0.1/\sqrt{2}\text{V}$  ( $\sqrt{2}$  est un facteur rajouté artificiellement par la détection synchrone) et  $T_{moy} = 303\text{K} = 30^\circ\text{C}$ . Nous sommes maintenant prêts à étudier l'offset de sortie du pont ( $f(T_{moy})$ ) dû aux légères différences de dépendance en température des thermistances constituant le pont de mesure.

Nous avons appliqué exactement le même protocole expérimental au pont de thermistances que celui décrit plus haut pour le pont de simple résistances. Comme on peut le voir sur la figure 2.13 (b), les tensions mesurées sont de l'ordre de quelques centaines de  $\mu\text{V}$  donc bien plus grandes que les éventuels problèmes dus à la chaîne de mesure que nous avons chiffrés pour être inférieurs au  $\mu\text{V}$ . Sur cette même figure, on peut voir que pour un  $T_{moy}$  donné, le signal de sortie du pont est stable à  $\pm 4 \times 10^{-7}\text{V}$  ce qui correspond à une variation de  $\pm \frac{\delta f(T_{moy})}{\epsilon(T_{moy})} \approx 10^{-4}\text{K}$ , sur plus de 40H de mesures !

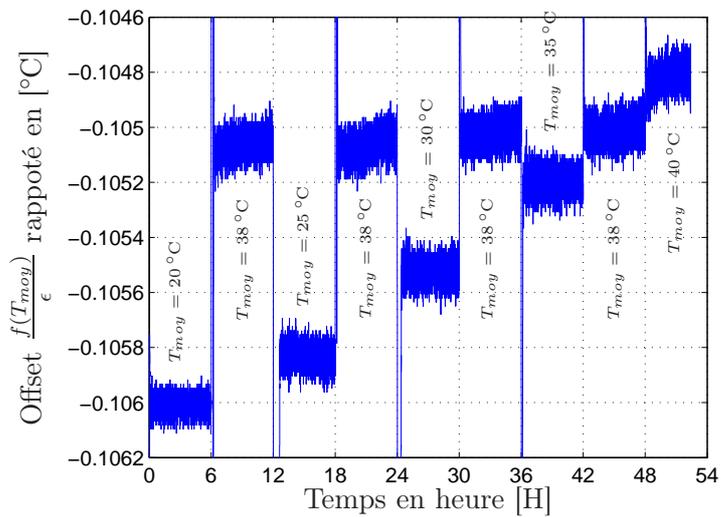
Cette extraordinaire stabilité fait de ce capteur un candidat idéal à notre application et nous rassure définitivement sur le vieillissement des thermistances qui restent stables. Sur la figure 2.13 (a) sont portées des mesures faites pour des  $T_{moy}$  qui varient de  $20^\circ\text{C}$  à  $40^\circ\text{C}$  avec un passage à  $38^\circ\text{C}$  pour tout changement de température. Les différentes séries de mesures à  $38^\circ\text{C}$  nous montrent que le capteur n'est pas sujet au vieillissement ni temporel, ni thermique (pour des variations comprises entre  $20^\circ\text{C}$  et  $40^\circ\text{C}$ ). Quant à la dépendance de  $f(T_{moy})$  avec  $T_{moy}$  que l'on peut chiffrer grâce à ces mesures, elle est extrêmement faible. Ce capteur sera dans la suite de mon travail utilisé dans la gamme de températures que l'on considère ici. On peut voir aussi sur cette figure que les variations maximales de cet offset sont de l'ordre de  $10^{-3}\text{K}$ , ce qui correspond à l'incertitude que l'on s'était fixé comme objectif à atteindre.

Le capteur étant choisi et mis au point, discutons maintenant de la précision et de l'automatisation de ces mesures.

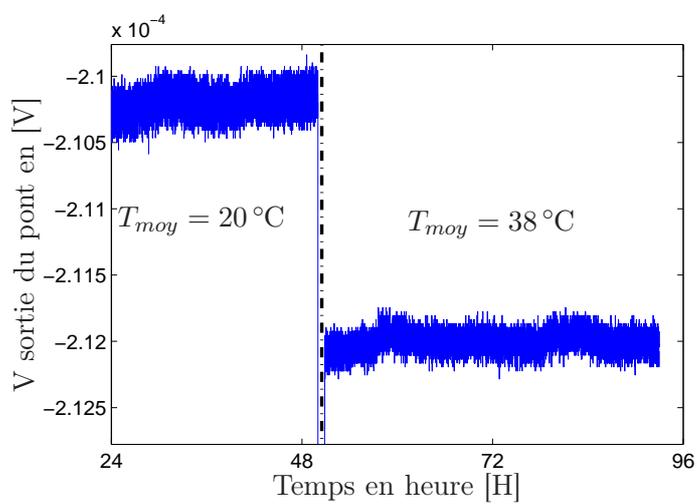
## 2.2.4 Précision, et automatisme

Les procédures d'étalonnage que nous venons de décrire sont longues et fastidieuses mais elles aboutissent à des résultats extrêmement fiables. Par exemple, sur les mesures de gradient de température, nous concluons clairement à une incertitude

---



(a)



(b)

FIG. 2.13 – Étalonnage du dispositif de mesure basé sur un pont de Wheatstone de thermistances. (a) Cyclage des résistances, et mesure de  $f(T_{moy})$ , (b) Test sur des temps longs.

inférieure à  $10^{-3}$  K. Il est en revanche plus difficile de quantifier cette incertitude pour la mesure des pertes thermiques. Nous avons donc mis au point un protocole de mesure basé sur la grande sensibilité du capteur de différence de température (appelé « le pont » dans la suite) qui va nous permettre de raffiner les mesures de pertes thermiques et d'en évaluer la précision.

### Etalonnage in-situ et précision de la mesure des pertes thermiques

Comme nous l'avons vu dans la partie 2.2.1, les résultats de la première mesure des pertes thermiques sont assez décevants. Notamment, le couplage entre la plaque chaude et l'extérieur est nettement plus élevé que les autres. Ceci nous a mené à changer le matériau des pieds de la cellule en un « plastique » ayant une résistance thermique plus élevée (tout en gardant une bonne rigidité). Il nous faut alors mesurer de nouveau ces pertes. Pour ce faire, pourquoi ne pas utiliser le capteur de différence de température extrêmement précis que nous venons de mettre au point ?

Le protocole que je vais décrire a pour avantage de pouvoir être mis en application in-situ, c'est-à-dire dans la cellule (avec le canal) assemblée comme sur la figure 2.2 et utilisant de l'eau comme fluide en convection. Nous avons placé le pont de mesure au centre du canal et fait varier la puissance fournie aux cinq résistances chauffantes de la plaque du bas. En jouant sur la température de la plaque du haut, nous faisons en sorte de travailler à température moyenne constante.

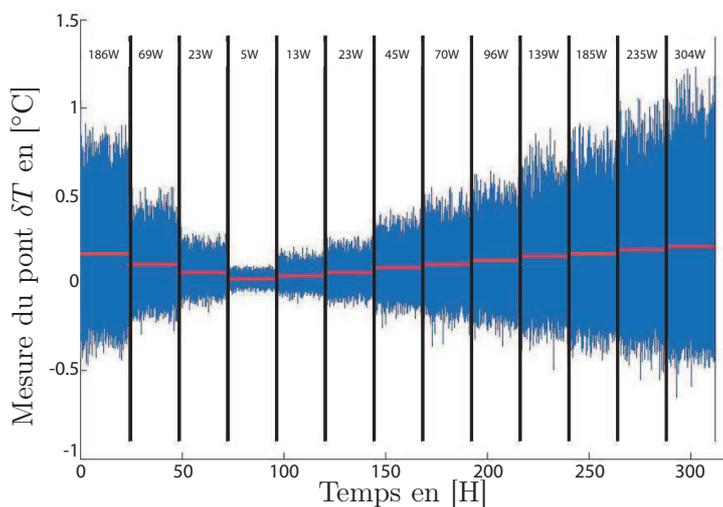


FIG. 2.14 – Exemple de mesure de différence de températures  $\delta T$  en fonction du temps et de la puissance injectée dans les résistances de chauffage à une température moyenne de  $30^\circ\text{C}$ .

Comme on peut le constater sur la figure 2.14 les fluctuations du signal de sortie

augmentent avec la puissance injectée au système. Nous allons utiliser cette dépendance pour raffiner notre mesure des pertes thermiques : si  $P_{\text{utile}}$  (fraction de la puissance de chauffe étant transmise au fluide) est nulle, on sait que le gradient de température, ainsi que ses fluctuations, mesurés par le pont doivent être nuls. De plus, idéalement on doit obtenir  $T_{\text{hot}} = T_{\text{cold}} = T_{\text{moy}} = T_{\text{ecr}}$ . Ce qui nous permet d'écrire l'équation 2.3 sous la forme

$$P_{\text{injecté}}(\sigma(\delta T) = 0) = Q_{\text{ext}} = C_{\text{ext}}(T_{\text{hot}} - T_{\text{ext}}) \quad (2.22)$$

où  $\sigma(\delta T)$  correspond à l'écart quadratique de  $\delta T$ . Cette valeur de  $P_{\text{injecté}}(\sigma(\delta T) = 0)$  peut être obtenue grâce aux mesures rapportées sur la figure 2.14. On peut en extraire la dépendance de  $\sigma(\delta T)$  en fonction de  $P_{\text{injecté}}$  et par une interpolation des points de mesures correspondant à de petites puissances, on peut remonter à la valeur de  $P_{\text{injecté}}$  pour des fluctuations de  $\delta T$  nulle.

Cette procédure nous permet de mesurer précisément  $C_{\text{ext}}$ . Le couplage avec la température extérieure est le seul à pouvoir entraîner des erreurs relatives conséquentes sur la mesure de  $P_{\text{utile}}$ . En effet, les pertes thermiques vont beaucoup compter lorsque  $P_{\text{injecté}} \rightarrow 0$  c'est-à-dire  $\Delta T \rightarrow 0$  et on peut remarquer que  $Q_{\text{ecr}}$  et  $Q_{\text{cold}}$  tendent vers zéro lorsque la différence de température ( $\Delta T$ ) entre les plaques tend vers zéro. Nous conservons les valeurs de  $C_{\text{ecr}}$  et  $C_{\text{cold}}$  obtenues avec la mesure détaillée dans la section 2.2.1 (qui n'ont pas de raison d'avoir changé). Les nouveaux coefficients de couplages, ainsi définis, sont plus proches de la réalité expérimentale puisque mesurés in-situ. Ils sont réunis dans le tableau 2.2.

$C_{\text{ext}}$ en $W/^\circ\text{C}$	0.23
$C_{\text{ecr}}$ en $W/^\circ\text{C}$	0.18
$C_{\text{cold}}$ en $W/^\circ\text{C}$	0.05

TAB. 2.2 – Coefficients de couplage de la cellule de convection corrigés grâce à une mesure in-situ faite avec le pont.

La figure 2.15 représente l'évolution de  $\sigma(\delta T)$  en fonction de  $P_{\text{utile}}$ , elle est très similaire à l'évolution de  $\sigma(\delta T)$  en fonction de  $P_{\text{injecté}}$  (la même aux pertes près), dans le zoom autour des petites puissances, on peut constater que après les corrections que nous venons de décrire  $P_{\text{utile}}(\sigma(\delta T) = 0)$  est bien nul.

Le principal atout de ce protocole est d'être réalisable in-situ et sur des temps raisonnables. On constate que le couplage avec l'extérieur a diminué grâce au nouveaux pieds que nous avons mis en place.

Malgré cette approche, nous ne pouvons pas prétendre à une incertitude inférieure à  $\pm 0.5 \text{ W}$  sur l'ensemble des pertes thermiques et donc sur la puissance utile, pour deux raisons : la température extérieure varie souvent de plusieurs degrés au cours d'une expérience, ce qui peut introduire une incertitude sur  $Q_{\text{ext}}$  de l'ordre de  $\pm 0.5 \text{ W}$  ; l'ancienne procédure d'étalonnage que nous avons décrite plus tôt ne peut

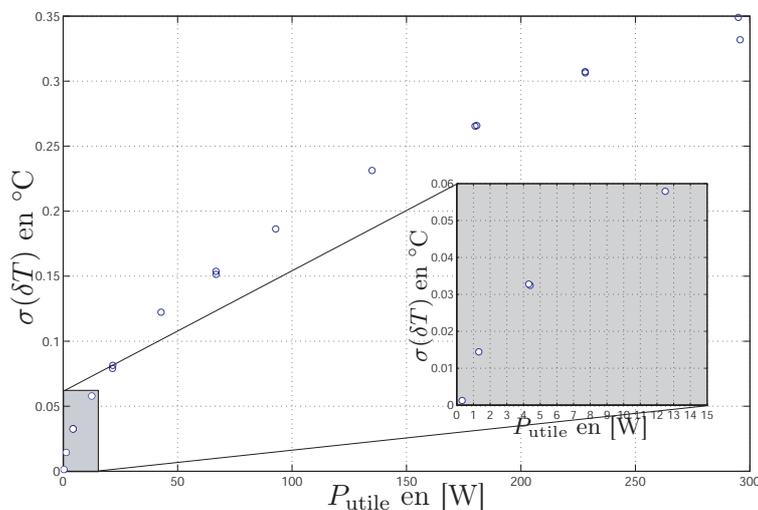


FIG. 2.15 – Evolution de  $\sigma(\delta T)$  en fonction de  $P_{\text{utile}}$ . Seconde évaluation des pertes thermiques, protocole de mesure in-situ.

pas non plus prétendre à une plus grande précision. En effet, les mesures rapportées dans la section 2.2.1 ont été extrêmement longues mais peut être pas encore assez, et dans ce cas aussi la variabilité de la température extérieure se faisait sentir.

### Mesure in-situ du « zéro » du pont

Les résultats rapportés dans la section 2.2.3 nous ont appris que :

1. Notre chaîne de mesure est stable sur des temps longs et capable de mesurer des tensions extrêmement faibles sans être perturbée par des événements extérieurs.
2. Le lot de thermistances avec lequel nous travaillons obéit bien à nos exigences, c'est-à-dire que les dépendances en température sont très proches d'une thermistance à une autre.
3. De plus, ces différences de loi de comportement entre thermistances sont faibles et le restent dans une gamme de températures qui correspond à la gamme de températures moyennes qui vont nous intéresser.

Donc, si on veut mettre au point un nouveau capteur la seule chose que nous avons besoin de connaître est l'offset associé à ses nouvelles thermistances ( $f(T_{\text{moy}})$ ). Une façon de le mesurer in-situ (avec toute la cellule montée), analogue à celle que nous venons de décrire sur les pertes thermiques, est d'extrapoler la décroissance de  $\sigma(\delta T)$  avec  $\delta T$ . En utilisant le même protocole que précédemment, on s'attend évidemment à avoir  $\delta T(\sigma(\delta T) = 0) = 0$ . Les données brutes à analyser sont représentées sur la figure 2.14 du paragraphe 2.2.3.

Sur la figure 2.16, on peut constater dans le zoom sur les faibles valeurs de  $\delta T$  que  $\sigma(\delta T)$  tend bien vers zéro quand  $\delta T$  va à zéro une fois la correction effectuée.

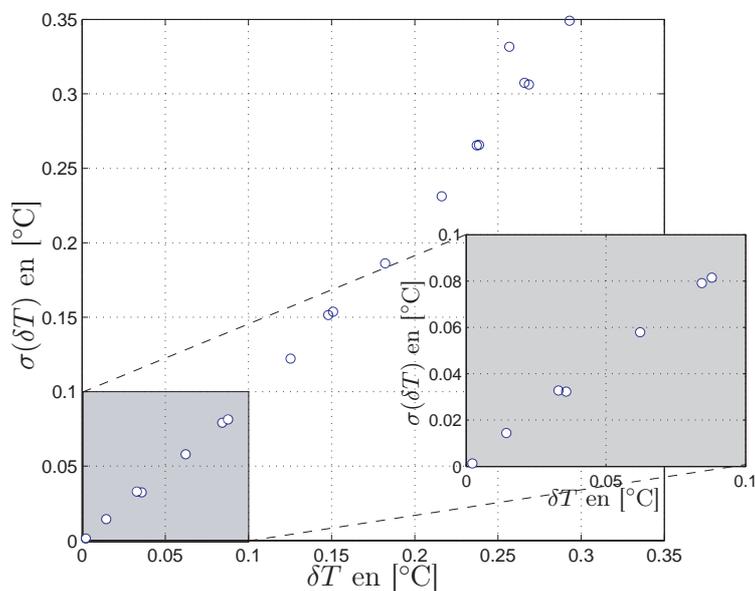


FIG. 2.16 – Évolution de  $\sigma(\delta T)$  en fonction de  $\delta T$ . Second protocole de mesure du « zéro » du pont. Ici la correction a été effectuée. L'offset dans ce cas est de  $+0.067^{\circ}\text{C}$ .

C'est cette propriété que nous utiliserons pour étalonner les différents ponts de Wheatstone de thermistances que j'utiliserai dans la suite.

### Automatisation des mesures

Toutes les expériences que je vais présenter dans ce manuscrit et que j'ai réalisées pendant ma thèse, ont été instrumentées de façon à être entièrement pilotables par ordinateur. La première raison est d'ordre pratique. En effet comme on peut le constater sur les quelques mesures que j'ai déjà présentées, les séries de mesure sont extrêmement longues, souvent plusieurs dizaines d'heures. Le fait de pouvoir piloter intégralement tous les éléments du montage permet de rentabiliser au mieux le temps fini dont je dispose pour réaliser cette étude. La deuxième raison est d'ordre scientifique. Le fait de tout piloter et automatiser permet de minimiser le nombre de degrés de liberté de la mesure que l'on cherche à réaliser (calibres, constantes de temps... des différents instruments utilisés). Ce qui minimise les paramètres à examiner lorsqu'une mesure donne un résultat inattendu. Pour les mêmes raisons ce mode de fonctionnement permet une grande reproductibilité des expériences. De plus, le fait de pouvoir suivre en temps réel les différentes mesures mises en place sur le montage sans pour autant être physiquement dans la pièce (grâce à un intranet) permet de minimiser les sources de perturbations des mesures en limitant l'accès à la salle de l'expérience. Le troisième et dernier argument est l'aspect sécurité du montage. Nous allons injecter quelques 300 W de puissance électrique sous un

volume d'eau de l'ordre de 15 L, il faut donc s'assurer qu'aucune fuite aussi bien de courant que d'eau ne puisse rendre le montage dangereux.

La chaîne de mesure s'organise en quatre grandes parties :

**Partie Commande.** L'ordinateur va piloter le bain thermique et l'alimentation de puissance qui vont fixer les températures de la plaque du haut et de la plaque du bas de la cellule. Pour ce faire, le programme de pilotage utilise le modèle de pertes thermiques que nous venons d'élaborer et la relation entre flux thermique et différence de température entre les deux plaques obtenue lors de mesures préliminaires en nous basant sur d'anciennes mesures réalisées par Claude Laroche, Simone Cioni et Sergio Ciliberto (Ciliberto et Laroche [1999]), de façon à pouvoir garder la température moyenne constante sur toute une gamme de puissance injectée (ces anciennes mesures réalisées en configuration de RB sont utilisables car nous avons remarqué dans la section 2.2.2 que la structure introduite dans la cellule n'influe pas sur le transfert de chaleur global). Cette commande nous permet de faire varier la température moyenne (paramètre intervenant fortement dans le nombre de Prandtl), la puissance injectée dans le fluide (paramètre essentiel dans la définition du nombre de Nusselt) et par conséquent la différence de température entre les deux plaques ainsi que celle qui devrait apparaître au sein du canal (paramètre de contrôle du système : le nombre de Rayleigh<sup>8</sup>).

**Partie électronique de mesure.** Le programme d'acquisition va configurer le générateur de fonction pour fournir une tension sinusoïdale de 100 mV à une fréquence de 34 Hz avec une impédance de sortie de 50  $\Omega$  à l'entrée du pont de mesure. Le filtre de la détection synchrone est configuré pour avoir une constante de temps de 100 ms et une pente de  $-18$  dB. Le mode de synchronisation de la détection synchrone est fixé pour être le trigger externe sur lequel est connecté la sortie TTL du générateur basse fréquence. Nous allons aussi mesurer la température des plaques du haut et du bas à l'aide de résistances de platine soigneusement étalonnées (procédure similaire à celle décrite dans la figure 2.9 (a)). Ces résistances de platine sont branchées en quatre fils de manière à ce que notre mesure ne soit pas entachée de la variation de la résistance des fils, de plus les fils utilisés sont des fils de constantan. La conductivité thermique du constantan à 23 °C est de  $19.5 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ , ce qui dans notre cas nous assure que la température du capteur n'est que très peu différente de la température à mesurer ( $\Delta T \approx 3 \text{ mK}$  comme nous en avons discuté dans plus tôt, voir l'équation (2.6)). Par conséquent, ceci nous assure que les résistances de platine se thermalisent bien à la température de la plaque de cuivre que nous souhaitons mesurer. L'appareil qui mesure ces résistances est un multi-

---

<sup>8</sup>Comme nous en avons discuté dans l'introduction, dans notre système le paramètre d'ordre stricto sensu devrait être le produit  $RaNu$  qui caractérise la puissance injectée dans le système. Mais pour adopter le langage classique dans ce type de problèmes nous utiliserons le nombre de Rayleigh ( $Ra$ ).

---

plexeur (34970A) configuré sur son calibre de  $1\text{ k}\Omega$  ce qui fixe son courant de test à  $1\text{ mA}$ . De plus nous utiliserons la fonction de compensation de l'offset de cet instrument, c'est à dire que pour obtenir une mesure de résistance, l'appareil va effectuer une mesure de tension avec la source de courant allumée et une autre avec la source de courant éteinte. Cette technique permet de s'affranchir de toute tension continue parasite du circuit (telles que des tensions thermocouples).

**Partie Récupération des données.** Chaque instrument met en forme ses données et les transfère vers l'ordinateur via le bus GPIB. La lenteur de ce type de communication n'est pas un réel problème car nous ne recherchons pas des fréquences d'acquisition très élevées (de l'ordre de  $1\text{ Hz}$ ). Le programme d'acquisition se contente de stocker ces données brutes et d'en afficher certaines soit en mode texte, soit grâce à une interface graphique pour qu'un opérateur puisse contrôler à tout instant l'état des « organes vitaux » de l'expérience. Ce monitoring est aussi accessible par intranet (par un accès sécurisé évidemment).

**Partie Sécurité.** Les instruments de la partie de contrôle et de mesure vont communiquer avec le programme d'acquisition. Si l'un des paramètres de retour sort des plages de bon fonctionnement que l'utilisateur s'est fixé (du type : le courant augmente fortement, le niveau d'eau dans le bain thermique est trop bas, la température de la plaque froide est trop haute,...), alors le programme d'acquisition peut arrêter toute l'expérience en cours. En option, il peut même m'envoyer un E-mail d'avertissement.

J'ai réalisé plusieurs générations de programmes d'acquisition pendant ma thèse certains sont des programmes C++ et d'autres sont entièrement en LABVIEW®8.0.

## 2.3 Convection Thermique Turbulente dans un Canal Vertical.

Dans les parties précédentes, nous avons défini les caractéristiques importantes de l'expérience que nous voulons monter, obtenu les ordres de grandeurs des observables à mesurer, et mis au point les dispositifs de mesures adéquats. Il nous faut maintenant nous focaliser sur notre système : *Le Canal*.

### 2.3.1 L'approximation de Canal infini

Comme nous en avons discuté dans la partie 2.1.2 nous considérons que notre canal de  $20\text{ cm}$  de hauteur est une bonne approximation d'un canal de hauteur infinie. De plus nous considérons aussi que notre dispositif de mesure de différence de température (le pont de  $10\text{ cm}$  de hauteur) est capable de mesurer une différence de température égale à celle qui serait créée dans un canal de hauteur infinie de même section transverse étant traversé par le même flux de chaleur. Pour vérifier cette hypothèse, nous avons construit un nouveau pont de hauteur  $5\text{ cm}$  identique à celui représenté sur la figure 2.10. Grâce à ce pont, nous allons pouvoir mesurer

---

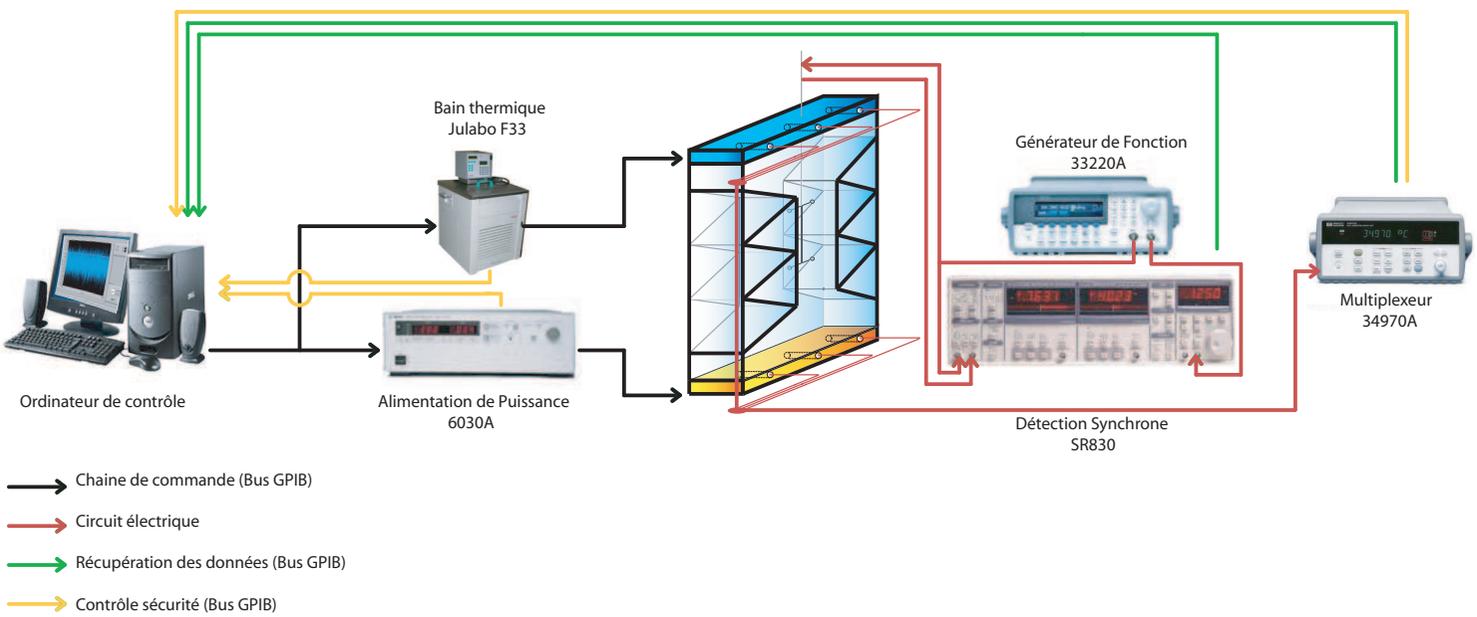


FIG. 2.17 – Chaîne de mesure.

une différence de température sur 5 cm qui nous donnera accès à un gradient de température « plus local » que celui que l'on peut atteindre à l'aide du pont de 10 cm de hauteur.

Nous allons grâce à ce capteur mesurer le gradient de température le long de l'axe vertical. Pour ce faire, nous allons travailler à flux et température moyenne fixés. La température moyenne est fixée à  $T_{moy} = 30\text{ °C}$  et la puissance que l'on dissipe dans les résistances de chauffe est de 200 W. Le choix de travailler à une puissance assez élevée se justifie par le fait que les gradients à mesurer seront eux aussi assez élevés et le fait d'utiliser un pont de 5 cm de hauteur (moins sensible par construction) ne sera pas un facteur gênant pour cette mesure.

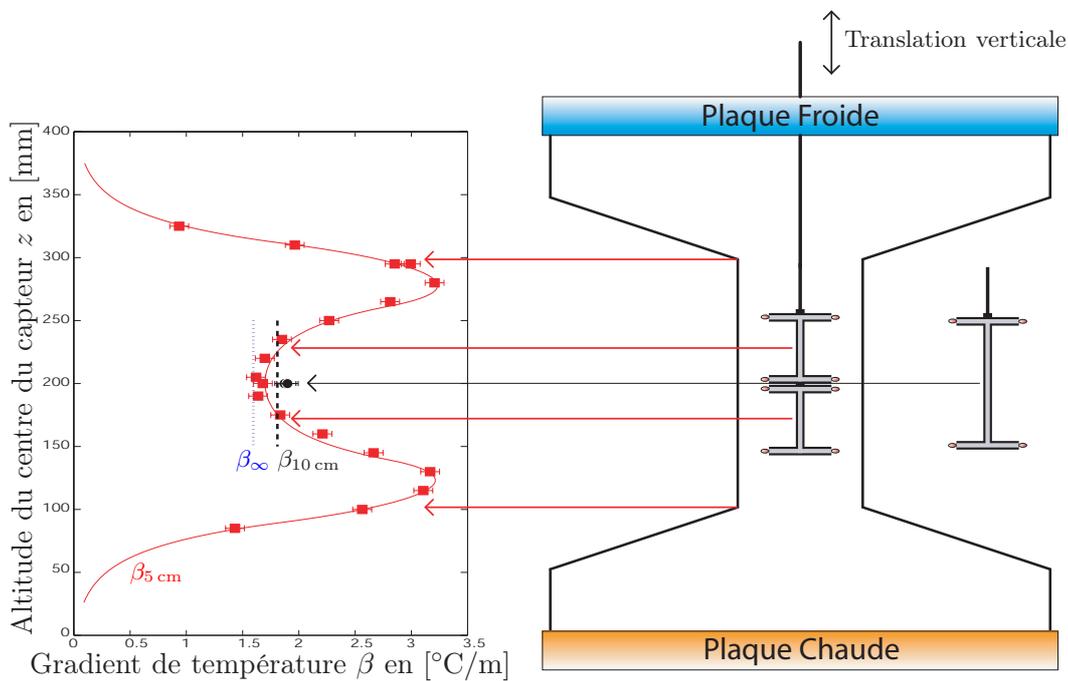


FIG. 2.18 – Gradient vertical de température en fonction de la hauteur du centre du capteur sur l'axe vertical. La puissance de chauffe est de 200 W et la température moyenne est de 30 °C. Les carrés rouges : mesures faites avec le pont de 5 cm. Les Cercles noirs : mesures faites avec le pont de 10 cm. La ligne continue rouge : ajustement sur les mesures obtenues avec les deux ponts du profil de température modèle. La ligne pointillée bleue : gradient de température obtenu dans le cas du canal infini au centre de la cellule dans le cadre de notre profil de température modèle (sans effets de bord). La ligne en tiret noire : cas de la différence de température obtenue sur une distance de 10 cm au centre de la cellule dans le cadre de notre profil de température modèle (sensible aux perturbations dues aux entrées du canal).

Les résultats de cette campagne de mesures sont représentés sur les figures 2.18 et 2.19. Chaque point de mesure correspond à une moyenne sur plus de 24 H d'une

acquisition réalisée à 1 Hz grâce à la chaîne de mesure décrite plus haut. Comme on peut le constater sur la figure 2.18 des sauts de température relativement importants ont lieu aux entrées du canal, mais en son centre on peut observer une zone sur laquelle le gradient de température est bien constant comme on s’y attendait. Pour quantifier l’écart de notre dispositif expérimental au cas idéal du canal infini, il nous faut maintenant modéliser le profil de température au sein de notre système et le comparer au cas du canal infini qui n’a pas d’effet de bord par construction.

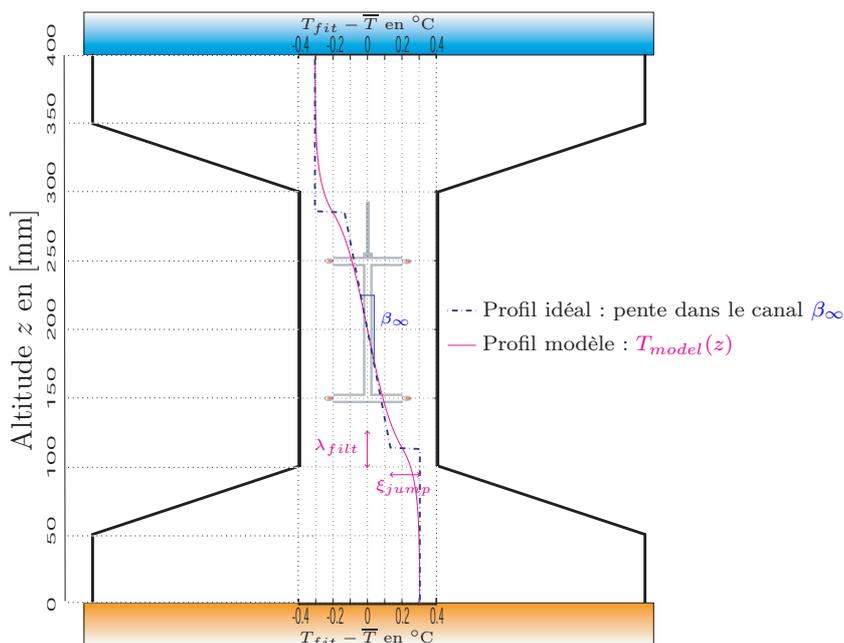


FIG. 2.19 – Profil de température en fonction de l’altitude dans la cellule. La ligne pointillée bleue représente le cas idéal où les phénomènes d’entrées dans canal perturbe le profil de température avec une extension spatiale nulle. La ligne continue magenta est le profil utilisé pour faire l’ajustement sur nos mesures et correspond simplement au profil de température idéal lissé avec un filtre du premier ordre de longueur caractéristique 22 mm.

Pour modéliser le profil de température dans la cellule, nous allons partir d’un profil « idéal » où les effets d’entrées du canal ont une extension spatiale nulle (voir la courbe en pointillé de la figure 2.19), ces effets d’entrée seront modélisés par des saut d’amplitude à déterminer noté  $\xi_{jump}$ . A l’extérieur du canal dans les réservoirs entre les plaques et le canal (chambres chaudes et froides), on considère dans le cas « idéal » que la température est constante puisque la turbulence générée par la convection n’est pas gênée et peut de ce fait homogénéiser le champ scalaire<sup>9</sup>. Dans

<sup>9</sup>Nous ne cherchons pas ici à décrire les couches limites thermique qui apparaissent à moins d’un millimètre des plaques de cuivre. La taille caractéristique des couches limites thermiques peut être

le canal, on considère un gradient de température constant, comme dans le cas du canal infini. Ce gradient de température une fois déterminé sera notre estimation du gradient du canal infini puisqu'il n'est pas sensible aux effets de bords qui sont jusqu'à maintenant absents du modèle (nous le noterons  $\beta_\infty$ ). Pour rendre compte du caractère non local des perturbations d'entrées du canal, le profil idéal que je viens de décrire sera lissé à l'aide d'un filtre spatial du premier ordre dont la longueur caractéristique  $\lambda_{filt}$  sera à définir pour que l'ajustement de ce modèle aux données soit le meilleur possible.

Pour réaliser cet ajustement, il faut comparer les mesures faites avec les deux ponts de 5 et 10 cm avec la différence de température que l'on peut construire sur 5 et 10 cm avec notre modèle, la courbe en trait plein rouge sur la figure 2.18 correspond au gradient de température que l'on peut construire comme étant égal à

$$\beta_h = \frac{T_{model}(z + h/2) - T_{model}(z - h/2)}{h}. \quad (2.23)$$

Avec  $h = 5$  cm. Une fois cet ajustement fait, nous obtenons les résultats rassemblés dans la table 2.3.

$\xi_{jump}$ en [°C]	0.17
$\beta_\infty$ en [°C/m]	1.554
$\lambda_{filt}$ en [mm]	22

TAB. 2.3 – Paramètres du profil de température modèle.

Comme on peut le constater sur la figure 2.18, le modèle que nous proposons ici est de très bonne qualité puisque le  $\beta_{5cm}$  défini dans l'équation 2.23 passe bien par tous nos points de mesures à l'erreur de mesure près. La barre d'erreur correspond ici à une incertitude sur la mesure de la différence de température égale à

$$\delta(\delta T) = \pm 4 \times 10^{-3} K$$

que nous avons estimée grâce aux mesures rapportées dans la section 2.2.3. On peut aussi remarquer que la valeur de  $\beta_{10cm}$  calculée au centre du canal (en noir sur la figure 2.18) est aussi compatible avec les mesures faites avec le pont de 10 cm au centre du canal.

Les paramètres choisis pour notre modèle nous donnent accès à  $\beta_\infty$  que nous assimilons à la valeur du gradient de température qui aurait lieu dans un canal infini traversé par le même flux de chaleur. On peut alors comparer cette valeur aux valeurs mesurées avec le pont de 10 cm ou avec le  $\beta_{10cm}$  (que l'on obtient grâce au profil de température modèle). Dans les deux cas on observe que sur une distance de 10 cm le gradient est de 10% supérieur au cas idéal du gradient infini. Ce qui se

---

estimée comme  $\lambda_\theta \approx \frac{H}{2Nu}$  où  $H$  est la hauteur de la cellule, ce qui dans notre cas correspond à  $\lambda_\theta \approx 1.2$  mm

---

traduira sur nos mesures du nombre de Nusselt par des valeurs inférieures de 10% à la valeur idéale, il serait donc plus avantageux de travailler avec un pont de faible hauteur  $h$ . Cependant, comme mentionné plus haut, notre principale incertitude est due à la mesure de la différence de température ( $\delta(\delta T) = \pm 4 \times 10^{-3} K$ ) qui se traduit sur la mesure du gradient par :  $\delta(\beta_h) = \frac{\delta(\delta T)}{h}$ , où  $h$  est la hauteur du pont. Donc pour une hauteur deux fois plus faible, l'incertitude sur la mesure du gradient sera doublée. Par conséquent, la mesure avec un pont de 10 cm reste le meilleur compromis entre les effets de taille finie de notre canal et la précision que l'on peut atteindre avec notre dispositif de mesure.

Dans la suite de cet exposé, les mesures qui vont être présentées seront effectuées avec un pont de 10 cm.

Grâce à cette mesure, nous avons obtenu le profil de température le long de l'axe vertical de la cellule de convection, ce profil présente bien en son centre une zone où le gradient de température reste constant et non nul comme l'avions pressenti. Nous sommes maintenant capables de définir notre système correctement comme étant la zone centrale du canal où le gradient de température reste constant à  $\pm 5\%$ . La suite de notre étude va donc se focaliser sur l'analyse de ce système.

### 2.3.2 Exploitation des mesures

Passons maintenant aux mesures principales, le pont utilisé est de 10 cm de haut et il est placé au centre du canal. Nous allons utiliser la chaîne de mesure décrite plus haut et acquérir le signal de sortie du pont à une fréquence de 1 Hz.

Un paramètre dont nous avons peu parlé jusqu'ici est le nombre de Prandtl  $Pr$ . Il est avec le nombre de Rayleigh  $Ra$  un paramètre de contrôle de notre système (voir partie 1.3). Il se définit comme le rapport de la viscosité cinématique sur la diffusivité thermique  $Pr = \frac{\nu}{\kappa}$ . Dans l'eau, il ne dépend que de la température. Pour mener à bien une étude complète sur ce type de système, il faut faire varier ces deux paramètres de contrôle :

**Le nombre de Prandtl.** Nous le ferons varier en imposant la température moyenne au système. En pratique, notre étude se concentre sur trois séries de mesures à trois différents  $Pr$  :  $Pr = 6.6$  ( $T_{moy} = 20^\circ C$ ),  $Pr = 5.3$  ( $T_{moy} = 30^\circ C$ ), et  $Pr = 4.1$  ( $T_{moy} = 40^\circ C$ ).

**Le nombre de Rayleigh.** Nous le ferons varier en imposant le flux de chaleur qui passe au sein du canal. En pratique, la puissance de chauffe de la plaque du bas évolue de quelques Watts à  $\approx 300$  W.

Sur la figure 2.20 (a) on peut voir une série de mesure pour un  $Pr = 5.3$ , il s'agit du signal de sortie du pont de mesure en bleu pour différentes sous-expériences (figure 2.20 (b)) pour lesquelles la puissance de chauffe injectée dans la plaque du bas varie. Nous pouvons extraire trois grandeurs de ce signal :

**Le gradient de température moyen  $\beta$ .** Il s'agit de la moyenne du signal de sortie du pont sur 24 heures divisé par la hauteur du pont  $h$  :  $\beta = \frac{\langle \delta T \rangle}{h}$ .

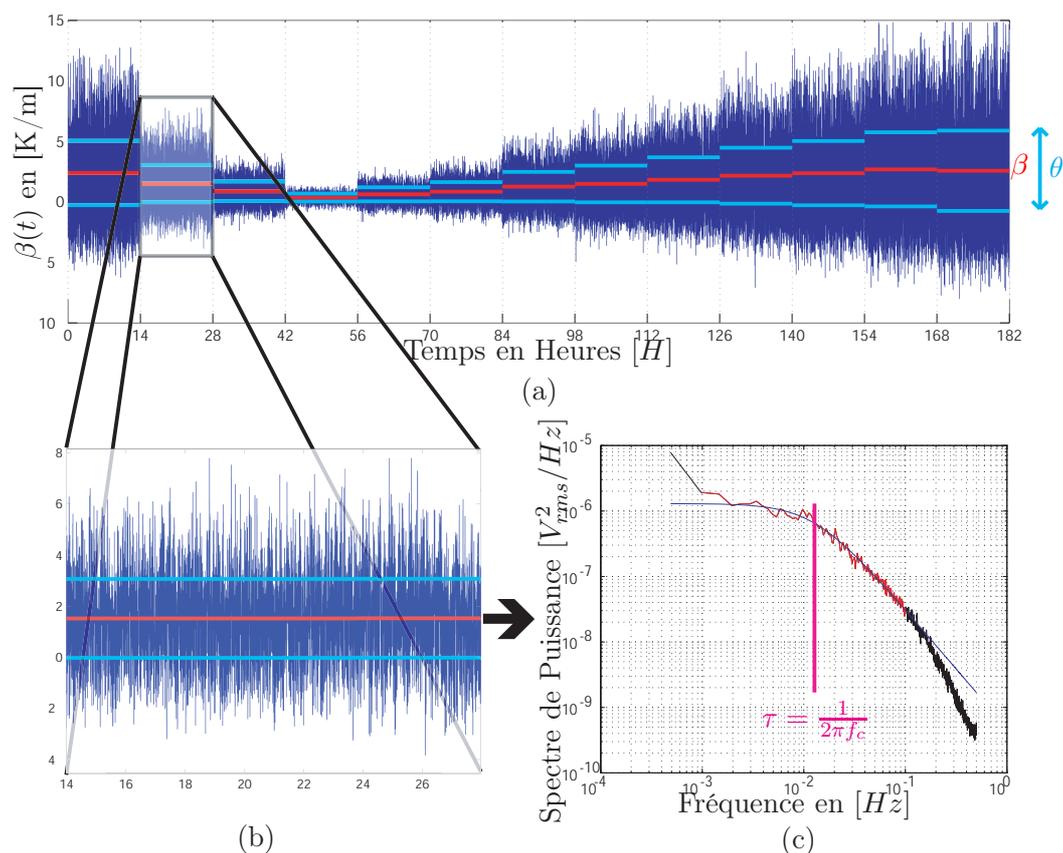


FIG. 2.20 – Série de mesure pour  $Pr = 5.3$  ( $T_{moy} = 30^\circ\text{C}$ ) : (a) Représente une partie de la série de mesure à  $T_{moy} = 30^\circ\text{C}$ . Chaque série de mesures se subdivise en sous-expériences entre lesquelles la seule différence est la puissance injectée dans le système. La courbe bleue est la sortie du pont de mesure, les paliers rouges correspondent à la moyenne du signal de sortie du pont, les paliers cyan matérialisent la déviation standard de ce même signal. La figure (b) est un zoom sur une sous-expérience de la série. La figure (c) est le spectre de puissance du signal représenté en (b).

**Les fluctuations du signal  $\theta$ .** Il s'agit ici de la déviation standard du signal de sortie du pont sur 24 heures :  $\theta = \sigma(\delta T) = \sqrt{\langle \delta T^2 \rangle - \langle \delta T \rangle^2}$ .

**Un temps caractéristique  $\tau$ .** Sur chacune de ces sous-expériences, on peut aussi calculer le spectre de puissance du signal de sortie du pont sur 24 heures (figure 2.20 (c)), noté  $S$ . Ce spectre fait apparaître une fréquence caractéristique de coupure  $f_c$  qui est reliée à un temps caractéristique  $\tau_c$  par la relation  $\tau_c = \frac{1}{2\pi f_c}$ . Pour mesurer ce temps nous modélisons le produit  $\omega S$  par la fonction :  $S_0 \frac{\omega \tau_0}{1 + (\omega \tau_0)^{\gamma_0}}$  où  $S_0$ ,  $\gamma_0$  et  $\tau_0 = \tau_c$  sont les paramètres ajustables. Sur la figure 2.20 (c), le résultat de l'ajustement de ce modèle à nos données est représenté par la courbe bleue, et la fréquence de coupure ainsi définie est représentée en magenta. Travailler sur le produit  $\omega S$  permet à l'ajustement d'être beaucoup plus sensible à la variable qui nous intéresse ( $\tau_c$ ), puisque cette technique va rendre très petites les contributions basse fréquence très sensibles à  $S_0$ . L'exposant  $\gamma_0$  est une variable de cet ajustement mais en réalité il varie peu ( $\gamma_0 = 1.8 \pm 0.1$ ) quelque soit la puissance fournie au système. De plus, si on choisit de le fixer à  $\gamma_0 = 1.8$  par exemple, les résultats obtenus pour la variable  $\tau_c$  seront très proches de celles obtenues dans le cas où  $\gamma_0$  est une variable de l'ajustement.

### 2.3.3 Calcul des nombres sans dimensions

Forts de nos mesures, nous devons maintenant construire les grandeurs pertinentes qui vont nous permettre d'analyser notre système : les nombres sans dimensions. Nous les avons déjà introduits dans la partie 1.3, il s'agit du nombre de Rayleigh  $Ra$  (qui traduit l'importance de la poussée d'Archimède face au phénomènes dissipatifs) et du nombre de Prandtl  $Pr$  qui sont les paramètres de contrôle ; le nombre de Nusselt (quantifiant le flux thermique) et le nombre de Reynolds (quantifiant le flux de chaleur) qui sont la réponse de ce système non-linéaire.

Pour construire ces nombres sans dimension, nous disposons de :

- $Q$  le flux de chaleur,
- $\beta$  le gradient de température moyen,
- $\theta$  la moyenne des fluctuations du signal de sortie du pont,
- $\tau$  le temps de corrélation.

Les « ingrédients » qui nous manquent sont donc : une longueur caractéristique (qui intervient dans le nombre de Rayleigh et le nombre de Reynolds), et une vitesse caractéristique (qui intervient dans le nombre de Reynolds).

Le choix de la longueur caractéristique est la clé de voûte de ce raisonnement. Pour faire ce choix, il faut bien prendre en compte le système que nous cherchons à caractériser : *Transfert de chaleur dans un canal vertical infiniment long, sans flux de masse vertical (voir figure 2.1)*. Dans ce cadre la largeur du canal  $d$  semble être une longueur caractéristique pertinente. Il nous reste alors à définir une vitesse pour exprimer le nombre de Reynolds.

---

Pour ce faire, il faut donner un sens au temps  $\tau$  que nous mesurons sur les spectres du signal de sortie du pont de mesure. La première interprétation possible est que ce temps correspond à *un temps de vol* d'une fluctuation de température d'une paire de résistance du pont à l'autre. Ces deux paires de capteurs étant séparées de  $h = 10 \text{ cm} = d$  (largeur du canal), nous obtenons une première définition du nombre de Reynolds possible en utilisant la vitesse de vol sur cette distance  $V = d/\tau$  :

$$Re = \frac{Vd}{\nu} = \frac{d^2}{\nu\tau}. \quad (2.24)$$

Une autre interprétation de  $\tau$  est de l'assimiler à un *temps de corrélation* associé aux fluctuations de températures. Pour définir une vitesse il faudra alors introduire une *longueur de corrélation* que nous n'avons pas à notre disposition à ce point. Nous resterons donc pour l'instant sur la définition de l'équation (2.24).

Les autres nombres sans dimension associés à notre système définis avec comme longueur caractéristique la largeur du canal  $d$ , s'écrivent :

$$Ra = \frac{\alpha g \beta d^4}{\nu \kappa} \quad (2.25)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\kappa} \quad (2.26)$$

$$Nu = \frac{Q}{\kappa C_p \beta} \quad (2.27)$$

Ces définitions diffèrent légèrement des définitions classiques de ces nombres sans dimensions. La raison principale de cette différence est que ces nombres sans dimension sont basés sur un gradient de température (et non une différence de température). Ce gradient de température a été introduit pour que ces définitions respectent la géométrie du système que l'on se propose d'étudier (qui suppose une invariance par translation verticale). Les deux principales différences résident dans le fait que le nombre de Rayleigh dépend de la longueur caractéristique à la puissance quatre ( $Ra \propto d^4$ ) et que le nombre de Nusselt ne dépend pas de cette longueur.

Pour analyser ces variables globales, nous allons étudier l'évolution du nombre de Nusselt et du nombre de Reynolds en fonction du paramètre de contrôle : le nombre de Rayleigh. Sur la figure 2.21 sont rassemblées ces informations pour toutes les séries de mesures réalisées. Les symboles pleins représentent le logarithme du nombre de  $Nu$ , les symboles vides le logarithme du produit du nombre de Reynolds par le nombre de Prandtl. Les cercles correspondent à un nombre de Prandtl de 6.6 ( $T_{moy} = 20^\circ\text{C}$ ), les triangles à  $Pr = 5.3$  ( $T_{moy} = 30^\circ\text{C}$ ), et les carrés à  $Pr = 4.1$  ( $T_{moy} = 40^\circ\text{C}$ ).

Si on se concentre sur l'évolution du produit  $RePr$  en fonction de  $RaPr$  (symboles vides), on se rend compte que quelque soit le nombre de  $Pr$ , les résultats convergent sur une unique droite de pente 1/2. Ce qui nous permet de dégager deux résultats essentiels :

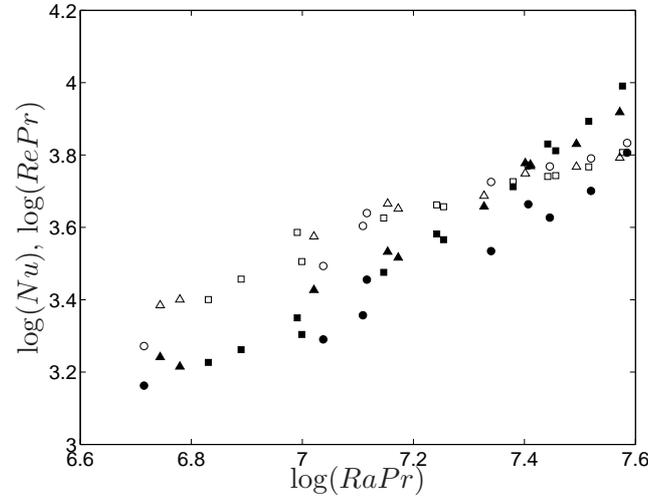


FIG. 2.21 – Evolution de  $Nu$  et de  $RePr$  en fonction de  $RaPr$  : Les symboles pleins représentent le nombre de  $Nu$ , les symboles vides le produit du nombre de Reynolds par le nombre de Prandtl. Les cercles correspondent à un nombre de Prandtl de 6.6 ( $T_{moy} = 20^\circ\text{C}$ ), les triangles à  $Pr = 5.3$  ( $T_{moy} = 30^\circ\text{C}$ ), et les carrés à  $Pr = 4.1$  ( $T_{moy} = 40^\circ\text{C}$ ).

- $RePr = f(RaPr)$  : le produit  $RePr$  est une fonction de  $RaPr$ ,
- $RePr \propto \sqrt{RaPr}$  ce qui nous fait penser à un comportement inertiel de la convection tel qu'il a été observé dans les expériences numériques de Calzavarini *et al.* [2005]; Lohse et Toschi [2003] qui ont principalement inspiré nos mesures.

On parle de comportement inertiel car, si on revient aux équations dimensionnées :

$$RePr \propto \sqrt{RaPr} \Leftrightarrow \frac{Vd\nu}{\nu\kappa} \propto \sqrt{\frac{\alpha g \beta d^4 \nu}{\nu \kappa \kappa}} \Leftrightarrow V \propto \sqrt{g \alpha \beta d^2} \quad (2.28)$$

On peut exprimer la vitesse caractéristique du système  $V$  en en fonction du paramètre de forçage dimensionné  $\beta$  sans que les coefficients dissipatifs (cinétique  $\nu$  et thermique  $\kappa$ ) n'interviennent.

Ces résultats sont très intéressants et correspondent à nos attentes, mais si maintenant on se tourne vers l'évolution du nombre de  $Nu$  en fonction de  $RaPr$  (les symboles plein), les conclusions sont toutes autres :

- $Nu \neq f(RaPr)$  : le nombre de  $Nu$  n'est pas une fonction de  $RaPr$ ,
- les pentes sont différentes de 0.5.

En effet les différentes séries de mesures aux différents  $Pr$  ne semblent pas converger sur une même courbe. De plus, il est important de noter que les plus franches différences se font sur les  $Nu$  élevés qui correspondent aux points où les incertitudes sont négligeables (les pertes thermique sont extrêmement petites par rapport à la puissance dissipée dans les résistances chauffantes).

Pour résumer, alors que l'évolution du produit  $RePr$  en fonction de  $RaPr$  nous ferait penser à un comportement inertiel de la convection que nous attendons, l'évolution du  $Nu$  semblerait nous indiquer qu'il n'en est rien.

Mais, comme je le disais au début de ce paragraphe, le choix de la longueur caractéristique est la clé de voûte de ce raisonnement et rien ne nous impose d'utiliser la largeur du canal  $d$  comme longueur caractéristique.

### 2.3.4 Convection thermique turbulente inertielle - La longueur de corrélation

Au vu de l'échec de la représentation choisie dans la section précédente, nous pouvons envisager que le temps  $\tau$  correspond à un temps de corrélation, et que la longueur pertinente dans cet écoulement devient naturellement la longueur de corrélation thermique verticale que nous devons identifier dans nos mesures.

Pour extraire une nouvelle longueur de nos données, nous devons faire deux hypothèses :

La première hypothèse consiste à dire que la longueur de corrélation thermique verticale est inférieure à la hauteur du pont de mesure ( $h = 10$  cm). Cela implique que les fluctuations du signal de sortie du pont ( $\theta$ ) correspondent à des fluctuations de température ( $[K]$ ) et non de gradient de température ( $[K/m]$ ). Cette fluctuation de température nous donne donc une échelle caractéristique de température en degrés Kelvin.

Grâce à cette échelle caractéristique de température on peut définir une échelle de longueur :

$$L = K \frac{\theta}{\beta} = K \frac{\sigma(T)}{\langle \partial_z T \rangle}. \quad (2.29)$$

où  $K$  est une constante. La deuxième hypothèse que l'on doit faire est d'identifier cette longueur  $L$  que nous venons de définir (à un coefficient près) à la longueur de corrélation verticale. Sous cette hypothèse, on peut définir une vitesse caractéristique grâce au temps de corrélation  $\tau$  (mesuré) :  $V = \frac{L}{\tau} = K \frac{\theta}{\beta\tau}$ . Cette vitesse va nous permettre de fixer la constante  $K$  qui intervient dans la définition de la longueur de corrélation  $L$ . En effet, grâce à des mesures du champ de vitesse au sein du canal réalisées avec un dispositif de Vélocimétrie par Imagerie de Particules<sup>10</sup> nous avons pu mesurer une échelle caractéristique de vitesse selon la direction verticale :  $v_{PIV} = \sqrt{\langle v_z^2 \rangle}$  (moyenne temporelle quadratique de la composante verticale de la vitesse du fluide sur un côté du canal). Cette mesure de vitesse a été réalisée sans écran thermique (puisque cette technique de mesure nécessite de visualiser le fluide), mais à une puissance de 200 W et à une température moyenne de 30 °C qui était très proche de la température ambiante à cette période de l'année. Les pertes thermiques étaient donc négligeables. Dans ces conditions, les mesures thermiques nous donnent :

---

<sup>10</sup>Noté PIV pour « Particle Imaging Velocimetry » en anglais. Nous reviendrons longuement sur ce dispositif dans la suite de ce manuscrit

$\frac{\theta}{\beta\tau} \approx 10^{-2}$ . Donc en écrivant :

$$V_\theta = \frac{L}{\tau} = K \frac{\theta}{\beta\tau} = v_{PIV} \approx 0.5 \text{ cm/s} \Rightarrow K \approx 1/2 \quad (2.30)$$

on obtient :

$$\boxed{L = \frac{\theta}{2\beta}}. \quad (2.31)$$

Nous baptisons cette longueur : « la longueur naturelle » , puisqu'elle semble être naturellement construite par l'écoulement.

A ce point il est nécessaire de signaler que les mesures de PIV utilisées ici et pour le travail rapporté dans dans Gibert *et al.* [2006] sont beaucoup moins abouties que celles que nous exposerons dans la chapitre 3 ce qui explique de légères différences dans la suite entre  $V_\theta$  et  $v_{PIV}$ . De plus cette longueur naturelle assimilée à la longueur de corrélation sera rediscutée dans la section 4.1 où nous mesurons directement la longueur de corrélation thermique verticale. Cette nouvelle mesure montrera que la valeur de la constante  $K$  présentée ici est un peu trop grande. Un lecteur averti considérera donc les résultats qui suivent en gardant à l'esprit que  $L$  reste définie à une constante près. Cependant la généralité de ces résultats n'est pas affectée par cette indétermination.

Utiliser cette longueur naturelle comme longueur caractéristique dans la définition des nombres sans dimension renormalise les nombres de Reynolds et Rayleigh qui prennent alors leur valeur « naturelle »  $Re_n$  et  $Ra_n$ , définie de la façon suivante :

$$Re_n = \frac{L^2}{\nu\tau} = Re \left( \frac{L}{d} \right)^2 = Re \left( \frac{\theta}{2\beta d} \right)^2 \quad (2.32)$$

$$Ra_n = \frac{g\alpha\beta L^4}{\nu\kappa} = Ra \left( \frac{L}{d} \right)^4 = Ra \left( \frac{\theta}{2\beta d} \right)^4 \quad (2.33)$$

Utiliser ces valeurs naturelles améliore fortement la convergence des trois différentes séries aux trois différentes valeurs de nombre de  $Pr$  considérées pour ce qui est de l'évolution de  $Nu$  en fonction de  $Ra_n Pr$ , comme on peut l'apprécier sur la figure 2.22. L'évolution de  $Re_n Pr$  converge toujours sur une droite maîtresse après cette renormalisation. On peut donc conclure que :

$$Re_n Pr = f(Ra_n Pr) \propto (Ra_n Pr)^{\gamma_1} \quad (2.34)$$

et,

$$Nu = g(Ra_n Pr) \propto (Ra_n Pr)^{\gamma_2}. \quad (2.35)$$

Sur la figure 2.22, la pente de la droite qui représente le  $\log(Re_n Pr)$  en fonction de  $\log(Ra_n Pr)$  est de  $\gamma_1 = 1/2$ , ce qui confirme nos attentes. La pente de la droite représentant le  $\log(Nu)$  en fonction de  $\log(Ra_n Pr)$  est quant à elle plus proche de 0.6 que de 1/2 mais cette différence ne peut pas être garantie compte tenu de

---

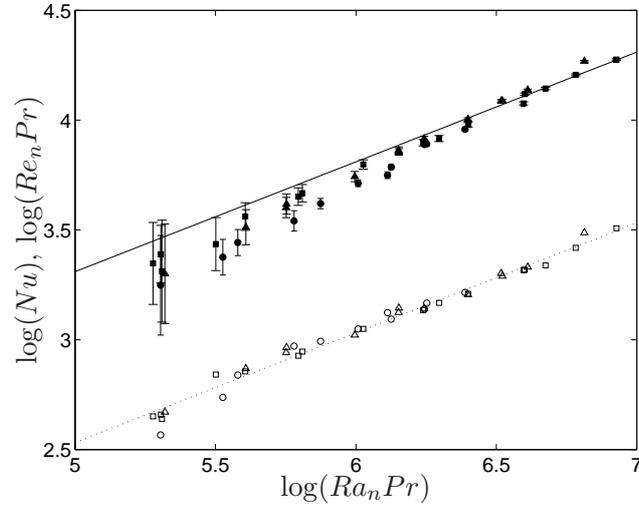


FIG. 2.22 – Evolution de  $Nu$  et de  $Re_n Pr$  en fonction de  $Ra_n Pr$  : Les symboles utilisés sont les même que dans la figure 2.21. Le  $Re_n$  et  $Ra_n$  sont basés sur la longueur caractéristique  $L = \theta/2\beta$ , les trois séries de mesures à différents Prandtl fusionnent sur des droites. La ligne pointillée correspond à  $Re_n Pr = 1.07\sqrt{Ra_n Pr}$ , et la ligne en trait plein à  $Nu = 6.46\sqrt{Ra_n Pr}$ .

nos barres d'erreurs qui correspondent à une incertitude de  $0.5 W$  sur les pertes thermiques. Sur cette figure est représentée en traits pleins la droite correspondant à  $Nu = 6.46\sqrt{Ra_n Pr}$  et en trait pointillé  $Re_n Pr = 1.07\sqrt{Ra_n Pr}$  :

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \frac{1}{2}.$$

On trouve bien ici *un comportement inertiel* :

$$Re_n Pr \propto \sqrt{Ra_n Pr} \Leftrightarrow \frac{VL\nu}{\nu\kappa} \propto \sqrt{\frac{\alpha g \beta L^4 \nu}{\nu\kappa} \frac{\nu}{\kappa}} \Leftrightarrow V \propto \sqrt{g\alpha\beta L^2} \quad (2.36)$$

$$Nu \propto \sqrt{Ra_n Pr} \Leftrightarrow \frac{Q}{\kappa C_p \beta} \propto \sqrt{\frac{\alpha g \beta L^4 \nu}{\nu\kappa} \frac{\nu}{\kappa}} \Leftrightarrow Q \propto C_p V \theta \quad (2.37)$$

Ce comportement très intéressant suggère que toute l'influence de la viscosité (par conséquent du nombre de Reynolds) est cachée dans l'évolution de la « longueur naturelle »  $L$  que nous venons d'introduire. Il semble donc très intéressant d'en étudier le comportement.

### 2.3.5 La Longueur Naturelle

Pour donner du sens aux variations de la « longueur naturelle », le nombre de Reynolds semble très approprié puisqu'il jauge l'influence de la partie non-linéaire de Navier Stokes par rapport au terme de diffusion de la quantité de mouvement

et que cette longueur semble capturer toute l'influence de la viscosité dans notre écoulement.

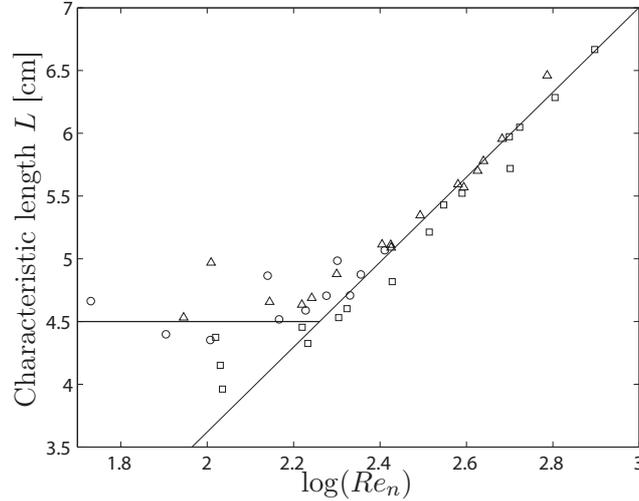


FIG. 2.23 – Évolution de la longueur naturelle en fonction de  $\log(Re_n)$  : Les symboles utilisés sont les mêmes que dans la figure 2.21. La ligne oblique correspond à  $L/d = 0.14 \ln(Re_n) - 0.3$ , la ligne horizontale à  $L/d \approx 2$ .

Comme on peut le voir sur la figure 2.23 une fois de plus les trois différentes séries de mesure semblent converger vers une courbe maîtresse. Cette courbe présente un seuil pour un nombre de Reynolds de l'ordre de  $Re_n \approx 250$ . Pour des nombres de Reynolds inférieurs à 250, la longueur  $L$  est à peu près constante et égale à la moitié de la largeur du canal. Puis, pour des nombres de Reynolds supérieurs à 250, elle a un comportement linéaire avec  $\ln(Re_n)$ . La droite en trait plein oblique représenté sur la figure 2.23 a pour équation  $L/d = 0.14 \ln(Re_n) - 0.3$ . Ce comportement en  $\ln(Re_n)$ , qui n'apparaît pas dans les simulations numériques de Lohse et Toschi [2003], nous a dans un premier temps fait penser à un effet dû au confinement latéral que nous imposons dans notre canal (Gibert *et al.* [2006]) est qui n'est pas présent dans les simulations numériques (qui ont des conditions aux limites périodiques). Le  $\ln(Re_n)$  pouvant venir de couches limites turbulentes sur les parois. Mais les mesures de champs de vitesses présentées dans la section 3 infirment catégoriquement ces affirmations. En effet, elles montrent que le transfert de quantité de mouvement vers les parois latérales est quasiment nul.

Revenons sur les équations (2.36) et (2.37) :

$$V \propto \sqrt{g\alpha\beta L^2} \quad (2.38)$$

$$Q \propto C_p V \theta \quad (2.39)$$

L'équation (2.39) est un résultat classique qui nous dit que l'énergie transporté par les fluctuations de température ( $C_p\theta$ ) se déplace à la vitesse caractéristique  $V$ . L'équa-

tion (2.38) quant à elle établit comme vitesse caractéristique  $V_{archi} = \sqrt{g\alpha\beta L^2}$ . La longueur de corrélation  $L$  correspond à la longueur sur laquelle les fluctuations positives de température (le fluide chaud) se mélangent aux fluctuations négatives (le fluide froid). Cette vitesse peut s'interpréter en définissant l'accélération due à la poussée d'Archimède qui intervient dans la zone de gradient de température constant  $\beta$  sur une distance  $L$  :  $a_{archi} = \alpha\delta Tg = \alpha\beta Lg$ . Puis en extrayant la vitesse caractéristique de cette accélération sur une distance  $L$  :  $V_{archi} = \sqrt{a_{archi} \times L}$ . Cette longueur correspond donc à celle sur laquelle un panache thermique (une structure thermique cohérente spatialement) est en chute libre dans un champ de gravité apparent de  $\alpha\beta Lg$ .

### 2.3.6 Conclusions

Le bon accord entre les résultats que nous venons d'exposer et le concept simple de convection inertielle passe par l'introduction de la « longueur naturelle » ( $L = \frac{\theta}{2\beta}$ ) qui contrôle la convection. Cette longueur caractéristique est le résultat central de cette étude. En effet elle diffère de la longueur horizontale que l'on impose au système et semble correspondre à la longueur de cohérence d'un panache thermique dans cet écoulement. Elle capture toute l'influence de la viscosité sur le système et fait apparaître un régime de transfert de chaleur qui apparaît dans la situation classique de RB pour des  $Pr < 1$  ( $Nu \nearrow$  quand  $Pr \nearrow$ ). Or nous travaillons à  $Pr > 1$ . Ceci peut laisser penser que la différence entre les systèmes ayant des nombres de Prandtl supérieurs ou inférieurs à 1, si claire dans le cas classique de RB, n'existe pas dans ce type de système (ce qui peut se justifier par l'absence de couches limites hautes et basses dans notre système<sup>11</sup>).

De plus, les relations suivantes

$$Re_n Pr \propto \sqrt{Ra_n Pr} \quad (2.40)$$

$$Nu \propto \sqrt{Ra_n Pr} \quad (2.41)$$

nous donnent immédiatement accès à une troisième relation :

$$Nu \propto Re_n Pr. \quad (2.42)$$

Cette relation lie très fortement le flux de chaleur au flux de quantité de mouvement, ce qui suggère que le flux de chaleur peut être estimé dans des situations hors laboratoire grâce à des mesures de vitesses et de longueur de corrélations qui sont généralement plus faciles à mettre en place.

---

<sup>11</sup>Dans le cas de RB les situations à  $Pr < 1$  (respectivement  $Pr > 1$ ) la couche limite thermique est plus petite (grande) que la couche limite visqueuse. Les différents régimes qui apparaissent dans ces deux cas sont principalement dus à cette inversion.

---

## 2.4 Le canal de rapport d'aspect $\Gamma = 4$ et extension des résultats

Les résultats que nous venons d'obtenir étant très intéressants, prometteurs et généraux, il paraît assez naturel de les confronter au test du rapport d'aspect. En effet, nous prétendons que notre canal de 20 cm de haut et de section horizontale de  $10 \times 10 \text{ cm}^2$ , pour lequel on peut définir un rapport d'aspect comme  $\Gamma = \frac{20 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 2$ , représente bien dans sa région centrale le cas du canal infini. Les résultats que nous avons obtenus devraient donc s'étendre à un autre rapport d'aspect ( $\Gamma = 4$ ).

### 2.4.1 Description du dispositif expérimental

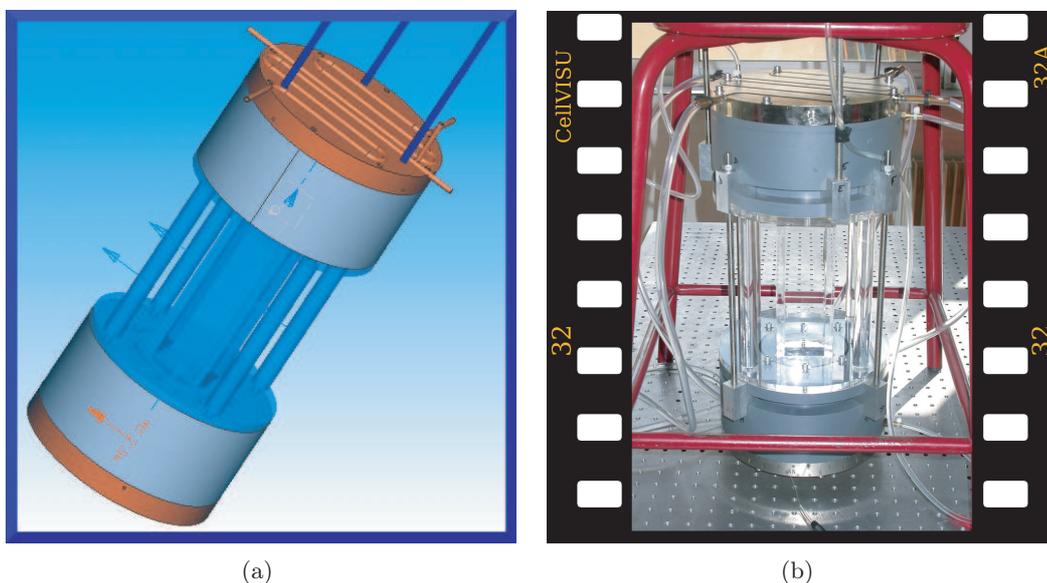


FIG. 2.24 – Montage expérimental du canal de rapport d'aspect  $\Gamma = 4$ . (a) Le Projet, (b) La réalisation : « CellVISU ».

Le principe va rester le même, mais la réalisation sera un peu différente. Sur la figure 2.24 sont représentés le projet tel que je l'ai intégralement conçu et la réalisation de Florian Dumas technicien de l'atelier du laboratoire. Les plaques chaudes et froides sont toujours en cuivre nickelé (cylindre de diamètre 25 cm et 2 cm de haut), et la partie centrale en plexiglas. Mais, ce que l'on a appelé les « chambres de convection » (zones de convection entre une plaque et le canal) sont à géométrie cylindrique contrairement à la cellule précédente. Le canal quant à lui reste un parallélépipède. Sa section horizontale est de  $5 \times 5 \text{ cm}^2$  et sa hauteur est de 20 cm. C'est sur la base de ces dimensions que l'on peut définir un rapport d'aspect  $\Gamma = \frac{h}{d} = \frac{20 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = 4$ . La photo 2.24 (b) nous permet de voir que la cellule entière est suspendue sous un support (il s'agit d'un tabouret). La plaque chaude ne repose plus sur des pieds, ce

qui minimise grandement les pertes thermiques en direction de l'extérieur. Ceci est capital dans le cas de ce montage puisque cette cellule ne bénéficie pas d'écran thermique mais d'une simple isolation multi-couche de la plaque chaude<sup>12</sup>. Cette cellule de convection est baptisée « CellVISU ».

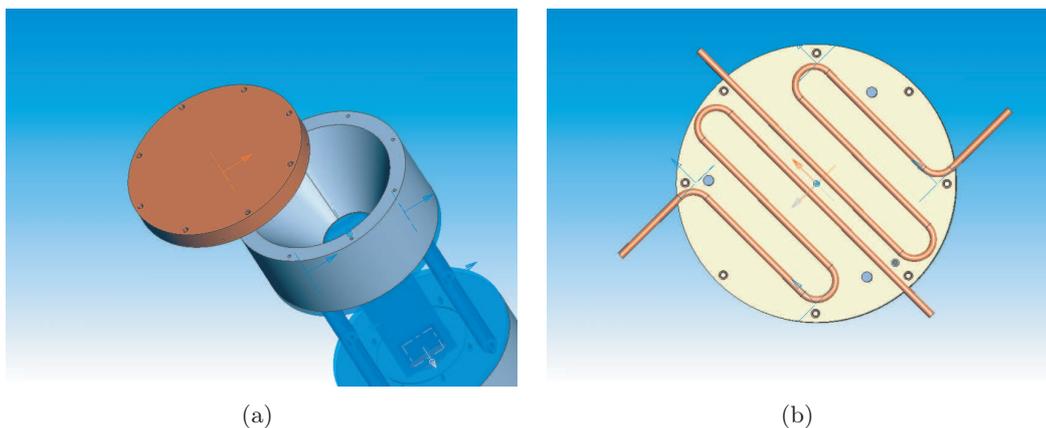


FIG. 2.25 – Spécificités de CellVISU. (a) Les chambres de convection avant l'entrée dans le canal sont à symétrie cylindrique, (b) Le circuit de refroidissement se décompose en deux « zigzag ». L'eau froide sortant directement du bain passe au centre du cylindre puis zigzague dans la plaque de cuivre jusqu'à l'extérieur. Le circuit de chauffage est assuré par une résistance linéaire de 1.5 m de long (de 1 mm de diamètre et de résistance totale de  $18.8 \Omega$ ) qui spirale avec un pas de 15 mm sur toute la surface extérieure de la plaque de cuivre.

La figure 2.25 (a) nous permet de décrire un peu plus les chambres de convection de ce montage. Comme on peut le constater, ces chambres ont une forme conique avec pour grand diamètre (proche de la plaque de cuivre)  $d_1 = 20$  cm et pour petit diamètre (à la jonction avec le canal)  $d_2 = 5 \times \sqrt{2}$  cm pour ajuster au mieux la géométrie cylindrique au canal. La hauteur de ces chambres de convection est de 10 cm.

Le chauffage se fait à l'aide d'une résistance linéaire de 1.5 m de long (de 1 mm de diamètre et de résistance totale de  $18.8 \Omega$ ) qui spirale avec un pas de 15 mm sur toute la surface extérieure de la plaque de cuivre. Le refroidissement quant à lui est assuré par des tuyaux de cuivre en forme de deux « zigzag » soudés dans la plaque (figure 2.25 (b)) dans lesquels va circuler de l'eau provenant d'un bain thermique qui va réguler la température de cette plaque. L'épaisseur des plaques de cuivre est de deux centimètres, ce qui garantit que les inhomogénéités de chauffage et de refroidissement aient disparu au contact du fluide.

---

<sup>12</sup>Cette cellule a été conçue pour privilégier la Vélocimétrie par Imagerie de Particules. Ce qui justifie aussi le canal parallélépipédique et non à géométrie cylindrique.

### 2.4.2 Protocole expérimental

Nous allons calquer le protocole de mesure sur celui du montage précédent. Un nouveau programme d'acquisition et de commande adéquat est mis en place. Un étalonnage des pertes thermiques est réalisé avec la cellule vide. La conception de cette cellule nous permet de ne considérer qu'un seul couplage, celui avec l'extérieur. On obtient la relation suivante :

$$P_{\text{utile}} = P_{\text{injecté}} - 0.19(T_{\text{hot}} - T_{\text{ext}})$$

Ce couplage de 0.19 W/K est bien plus faible que dans le montage précédent (voir table 2.2) comme nous l'attendions, cela s'explique par l'absence de pieds. Le calcul de ces pertes thermiques par la technique développée dans la partie 2.2.4 donne un résultat analogue.

Le dispositif de mesure de gradient de température est identique au précédent sauf que la dimension horizontale du support des thermistances est de 2.5 cm et la dimension verticale de 5 cm. Cette dimension verticale de 5 cm qui va intervenir dans la mesure du gradient n'est pas critique dans ce cas puisque l'on s'attend à des gradients de plus forte amplitude dans ce montage. L'étalonnage de ce nouveau pont est réalisé comme nous l'avons décrit dans la partie 2.2.4.

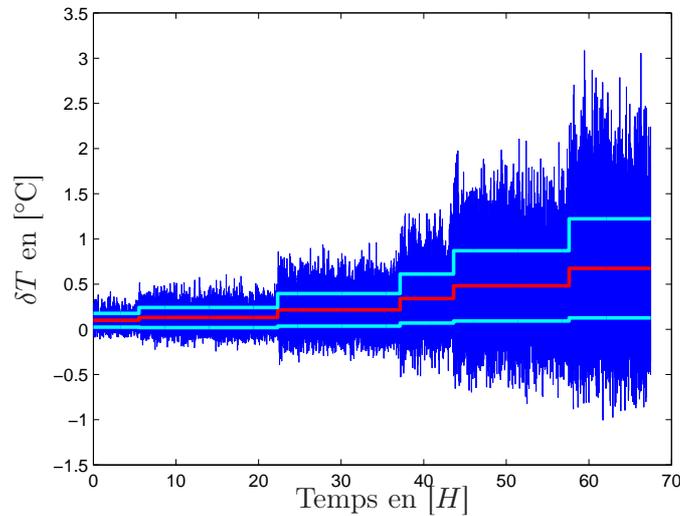


FIG. 2.26 – Évolution de  $\delta T$  en fonction du temps pour un  $Pr = 6$ . La courbe bleue est la sortie du pont de mesure, les paliers rouges correspondent à la moyenne du signal de sortie du pont, les paliers cyan matérialisent la déviation standard de ce même signal. La puissance injectée au système évolue par palier de  $\{3; 6; 12; 25; 50; 80\} W$ .

Une partie de la série de mesures que nous allons considérer est représentée sur la figure 2.26. Cette évolution temporelle de  $\beta = \frac{\delta T}{h}$  (avec  $h = 5$  cm la hauteur du

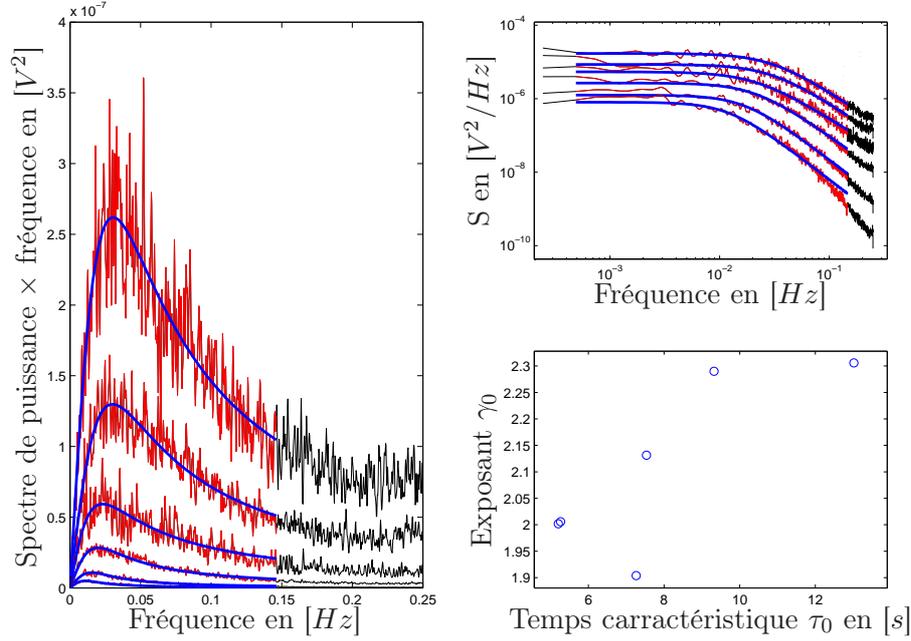


FIG. 2.27 – Détail du processus permettant d’obtenir le temps caractéristique  $\tau$ . La partie du spectre en rouge est celle qui est utilisée pour le fit du modèle en  $S_0 \frac{\omega \tau_0}{1 + (\omega \tau_0)^{\gamma_0}}$ . Les courbes en trait plein bleu correspondent aux ajustements réalisés.

pont) est très semblable à ce que l’on a vu avec le montage précédent. On pourra tout de même noter que les différences de températures sont bien plus fortes dans ce cas (pour atteindre une valeur maximale de  $\delta T_{max} = 1$  K dans le cas précédent il fallait une puissance de 300 W, ici il suffira de 25 W). Pour se fixer les idées, dans CellVISU pour une puissance de 80 W, on mesure un  $\beta = 13.5$  K/m et un  $\theta = 0.54$  K; alors que dans la cellule précédente pour une puissance équivalente ( $P = 95$  W), on mesure :  $\beta = 1.9$  K/m et  $\theta = 0.18$  K.

La figure 2.27 illustre le processus d’extraction du temps caractéristique  $\tau$  à l’aide du spectre de puissance des différents signaux de sortie du pont pour chaque sous-expériences. Comme on peut le voir, la puissance  $\gamma_0$  donnée par l’ajustement varie légèrement mais dans ce cas non autour de 1.8, mais autour 2. On peut remarquer que lorsque  $\gamma_0 = 2$ , l’ajustement que nous utilisons correspond exactement à un filtre passe bas du premier ordre. Pour mesurer  $\tau$  dans ce montage nous fixerons la valeur de  $\gamma_0$  à 2.

Nous venons de voir que nos techniques de mesure pouvaient parfaitement s’appliquer dans ce cas. Mais qu’en est-il de notre approximation de « canal infini » ? En effet, les nombreuses différences entre ce nouveau montage et le précédent ne garantissent pas que cette approximation reste valide.

### 2.4.3 Profil vertical de gradient moyen de température

Pour réaliser cette étude, comme dans le cas précédent, nous nous sommes concentrés sur l'étude d'un cas particulier où la puissance transmise au fluide est assez élevée (80 W). Puis nous avons translaté le pont de mesure selon l'axe vertical de la cellule.

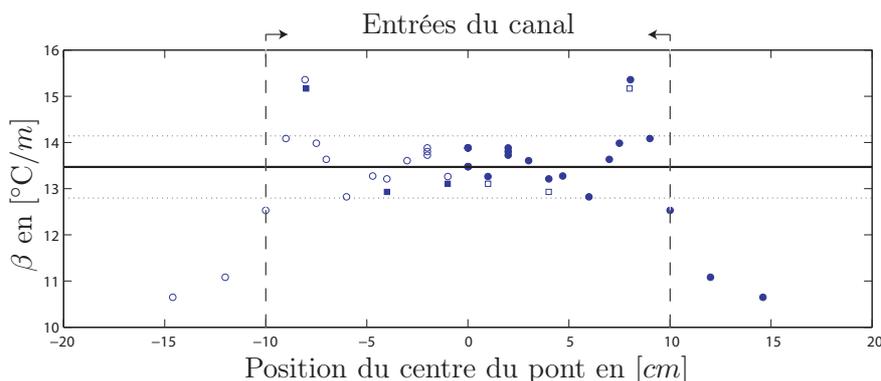


FIG. 2.28 – Gradient de température (mesuré sur 5 cm :  $\beta = \frac{\delta T}{0.05}$ ) en fonction de la position du centre du pont sur l'axe vertical de la cellule de convection. La position  $z = 0$  correspond au centre du canal. Les symboles pleins représentent la moyenne d'une acquisition réalisée à 0.5 Hz sur deux jours au minimum (les cercles ont été mesurés pour des  $z > 0$ , les carrés pour des  $z < 0$ ). Les symboles ouverts correspondent aux symétriques des symboles pleins par rapport à la position  $z = 0$ . Leur présence permet au lecteur de se faire une meilleure idée du profil de  $\beta$  en fonction de  $z$ . La droite horizontale matérialise la moyenne de  $\beta$  pour  $|z| < 7$  cm ( $\beta_{P=80\text{ W}} = 13.49$  °C/m comme on peut le voir sur la figure 2.26). Les deux droites en pointillé matérialisent les valeurs  $1.05\beta_{P=80\text{ W}}$  et  $0.95\beta_{P=80\text{ W}}$ .

Le résultat de cette campagne de mesure est présenté sur la figure 2.28. Comme on peut le constater, ce résultat est très semblable à la figure 2.18. Dans les chambres de convection le gradient est faible, puis augmente fortement sur les deux premiers centimètres du canal pour finalement diminuer et atteindre une valeur constante sur les quatorze centimètres centraux du canal. Cette extension spatiale, notée  $\lambda_\infty = 14$  cm, est définie comme dans le cas précédent par la zone où le gradient est homogène par translation verticale à  $\pm 5\%$ . En effet les phénomènes d'entrée dans le canal ont une influence plus limitée dans CellVISU, ce qui est dû au facteur deux sur la taille caractéristique du canal qui existe entre les deux montages que nous confrontons ici.

La longueur naturelle  $L = \frac{\theta}{2\beta}$  est de 2 cm dans CellVISU (figure 2.26), ce qui donne à  $\lambda_\infty = 14$  cm un grand intérêt. En effet, on obtient donc dans CellVISU un rapport d'échelles spatiales  $\frac{\lambda_\infty}{L} \approx 7$  alors que dans le montage précédent nous avons  $\frac{\lambda_\infty}{L} \approx 1.5$ . La longueur  $\lambda_\infty$  correspond à l'extension spatiale de la zone sur

laquelle le canal peut être considéré comme infini (c'est à dire à la taille de notre zone d'étude) et  $L$  est identifiée à la longueur caractéristique qui pilote ce système. Ce rapport de  $\frac{\lambda_{\infty}}{L} > 2$  atteint dans CellVISU permettra de réaliser des spectres de variations spatiales des champs de vitesses mesurés dans cette zone et d'obtenir des résultats sur des échelles spatiales dans une gamme de 0 à  $7L/2$  (de l'ordre et supérieur à la longueur caractéristique qui pilote ce système). Dans la cellule de rapport d'aspect  $\Gamma = 2$  une telle étude ne donne des résultats que pour des échelles inférieures à  $L$  ( $1.5L/2$ ).

Avec toutes ces acquisitions, ce protocole et cette première analyse, nous sommes armés pour construire les nombres sans dimension qui régissent le système que nous décrivons.

#### 2.4.4 Résultats et extension

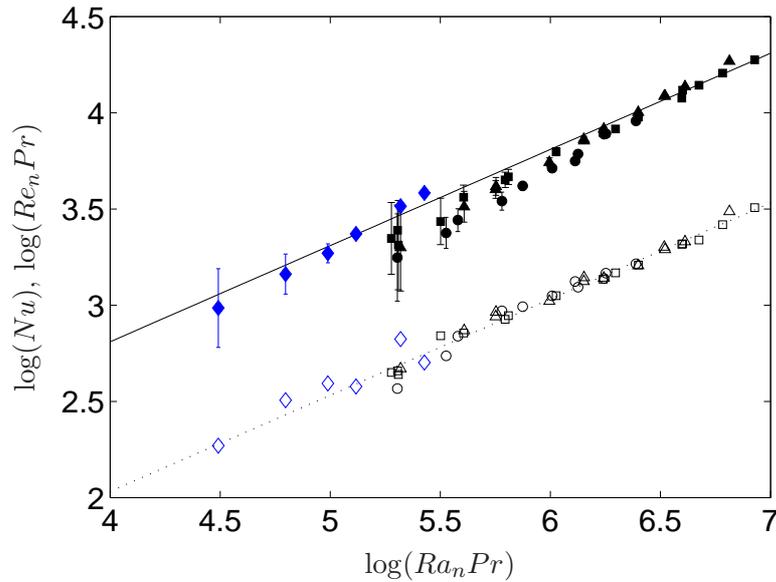


FIG. 2.29 – Évolution de  $Nu$  et de  $Re_n Pr$  en fonction de  $Ra_n Pr$ , confrontation du montage de rapport d'aspect  $\Gamma = 4$  à celui de  $\Gamma = 2$ . Les notations sont les mêmes que dans la figure 2.22. Les diamants représentent la série de mesures réalisée dans le canal de rapport d'aspect  $\Gamma = 4$  pour  $Pr = 6$ . Le  $Re_n$  et  $Ra_n$  sont basés sur la longueur caractéristique  $L = \theta/2\beta$ . La ligne pointillé correspond à  $Re_n Pr = 1.07\sqrt{Ra_n Pr}$ , et la ligne en trait plein à  $Nu = 6.46\sqrt{Ra_n Pr}$ .

Pour construire les nombres sans dimensions dont nous avons besoin pour décrire notre système, nous allons utiliser comme longueur caractéristique la longueur naturelle telle qu'elle a été définie plus tôt :  $L = \frac{\theta}{2\beta}$ . Dans cette série de mesures, la longueur naturelle  $L$  garde une valeur à peu près constante de  $2 \pm 0.1$  cm.

La figure 2.29 reprend les résultats représentés sur la figure 2.22 obtenus dans la cellule de rapport d'aspect  $\Gamma = 2$  où sont ajoutés les points correspondant à l'analyse que l'on vient de faire sur cette nouvelle cellule.

Le résultat est très satisfaisant, ils s'inscrivent bien dans la continuité des précédents. Les ajustements réalisés précédemment ( $Re_n Pr = 1.07\sqrt{Ra_n Pr}$  et  $Nu = 6.46\sqrt{Ra_n Pr}$ ) semblent rester valides. Une fois de plus, la pente de  $\log Nu$  en fonction de  $\log Ra_n Pr$  semble légèrement supérieure à  $1/2$ . Mais l'ajustement en  $Nu = 6.46\sqrt{Ra_n Pr}$  reste tout à fait recevable compte tenu de nos incertitudes expérimentales.

De plus, comme on peut le constater, le  $Re_n$  est plus petit dans cette nouvelle série de mesure. Il est donc inférieur au Reynolds critique ( $Re_n^c = 250$ ) que nous avons identifié dans notre premier montage ce qui est parfaitement compatible avec le fait de mesurer une longueur naturelle  $L$  quasiment constante :  $L = 2 \pm 0.1$  cm sur toute cette série.

Notre description de ce nouveau système est bien robuste. Les résultats que nous avons obtenus dans la première cellule s'étendent naturellement dans cette nouvelle configuration.

---

## Chapitre 3

# Étude du champ de Vitesse

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Mesure de champs de vitesse par PIV . . . . .</b>	<b>86</b>
3.1.1	Description du dispositif expérimental . . . . .	86
3.1.2	Protocole expérimental . . . . .	87
3.1.3	Première approche des mesures de vitesses . . . . .	91
<b>3.2</b>	<b>Étude des champs de vitesse . . . . .</b>	<b>98</b>
3.2.1	Les retournements de l'écoulement moyen . . . . .	98
3.2.2	Les écoulements moyens . . . . .	99
3.2.3	Fluctuations de vitesses et interprétation en terme de ten- seur de Reynolds . . . . .	103
3.2.4	Mesures des fluctuations de vitesses . . . . .	106
<b>3.3</b>	<b>Interprétation et modélisation à l'aide de modèles simples</b>	<b>110</b>
3.3.1	La modélisation des mesures . . . . .	110
3.3.2	Interprétation des résultats . . . . .	112
3.3.3	Fermeture des équations et confrontation aux résultats pré- cédents . . . . .	115
<b>3.4</b>	<b>Évolution des propriétés de l'écoulement extraites des mesures de vitesses avec le paramètre de contrôle et conclusions . . . . .</b>	<b>122</b>

---

Nous venons de mettre en évidence des phénomènes très intéressants grâce à des mesures thermiques. Nous avons pu dégager des ces mesures le comportement des grandeurs globales qui caractérisent l'écoulement. Les relations que nous venons de découvrir entre les nombres sans dimensions qui décrivent ce système nous ont montré que le transfert de chaleur vertical dans un canal infini ne fait pas intervenir les coefficients dissipatifs du système (convection inertielle) si l'on considère que la longueur caractéristique de cet écoulement est la longueur de cohérence d'un panache thermique ( $L = \frac{\theta}{2\beta} = \frac{\sigma(T)}{2(\partial_z T)}$ ). Ces conclusions nous ont mené à une relation forte entre le flux de chaleur et le flux de quantité de mouvement ( $Nu \propto Re_n Pr$ ). Cette

partie se concentre sur l'étude du champ de vitesse de cet écoulement très particulier qui nous donnera accès aux flux de quantité de mouvement.

### 3.1 Mesure de champs de vitesse par PIV

Dans cette section, nous décrivons le protocole expérimental utilisé pour avoir accès aux champs de vitesses dans notre système expérimental. Nous utilisons une mesure de Vélocimétrie par Imagerie de Particules (PIV<sup>1</sup>) dont les principes de base et le protocole à respecter pour effectuer une mesure de qualité sont exposés dans l'Annexe A. Nous ne détaillons donc que les paramètres expérimentaux relatifs à notre mesure dans cette section. Je commence par décrire le dispositif expérimental mis en place pour adapter cette technique à notre montage. Dans la deuxième section nous décrivons le protocole employé pour réaliser ces mesures et nous concluons cette partie par une première analyse de ces données.

#### 3.1.1 Description du dispositif expérimental

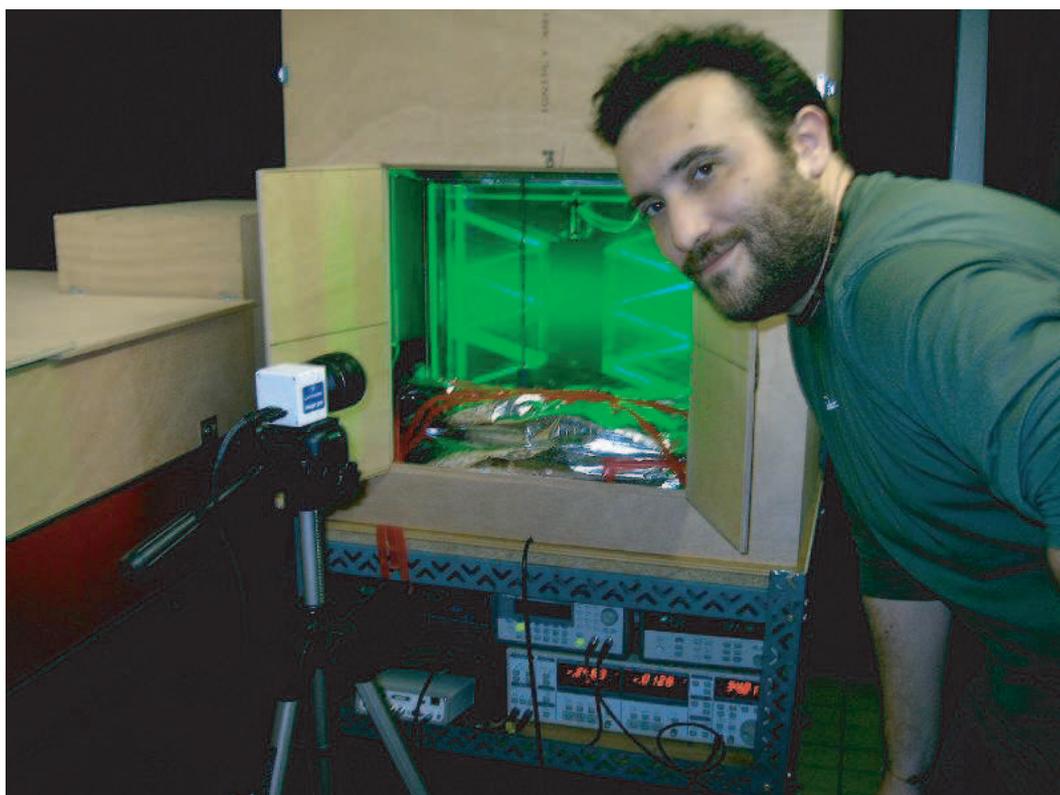


FIG. 3.1 – Photo du dispositif expérimental.

---

<sup>1</sup>Particle Imaging Velocimetry

---

Pour appliquer cette technique de mesure à notre cellule de convection (schématisée sur la figure 2.2) quelques problèmes sont à régler. En effet la PIV nécessite d'avoir une fenêtre de vision sur le fluide lui-même. Or, la cellule est entourée de deux couches d'isolant thermique séparées par un écran de cuivre thermostaté à la température moyenne de la cellule. Ces dispositifs limitent et contrôlent les pertes thermiques pouvant avoir lieu entre la plaque chaude alimentée à puissance constante et le monde extérieur, de façon à pouvoir mesurer avec une grande précision la puissance utile effectivement injectée dans le fluide en convection.

L'étude que nous menons ici ne demande pas une aussi grande précision sur la mesure de puissance que l'étude que nous venons de décrire. Nous nous séparons donc de ces écrans thermiques. Mais pour limiter au maximum les pertes thermiques, nous travaillons toujours au plus proche de la température de la pièce que nous essayons de garder constante et égale à  $30 \pm 1$  °C. La plaque du bas est encore isolée par une double épaisseur d'isolant thermique comme on peut le voir sur la figure 3.1. Toute la cellule s'insère dans une boîte en bois munie de plusieurs fenêtres de visualisation (figure 3.1). Cette boîte en bois a un double intérêt, le premier est une fois de plus thermique : le bois a une forte résistivité thermique et de ce fait, joue le rôle d'un écran passif en lissant les variations temporelles de la température extérieure ; son second rôle est d'assurer la sécurité de l'expérimentateur en évitant toute réflexion non désirée de la nappe laser dans la salle (ce bois étant bien entendu ignifugé).

La sécurité est un élément essentiel de ce montage car on travaille avec un laser de 1 W non pulsé qui est donc un laser de classe 4. Selon les normes NF EN 60825-1, CEI 825-1 et l'indice C 43-805 ce laser est toujours dangereux en vision directe ou diffuse, créant des lésions cutanées et oculaires. Il constitue aussi un danger d'incendie. Donc tout le montage optique est protégé par une boîte de bois ignifugé aussi bien sur la table optique qu'autour de la cellule de convection (figure 3.1). La zone dans laquelle se trouve cette table optique est elle-même entourée d'un rideau noir ignifugé qui est fermé lorsqu'un expérimentateur effectue le moindre réglage.

Le montage optique est très simple, il s'agit d'un périscope qui nous permet d'ajuster la hauteur de la nappe laser et d'une lentille cylindrique qui transforme le faisceau laser en une nappe laser de environ 1 mm d'épaisseur. Nous avons à notre disposition un jeu de lentilles cylindriques de différentes focales nous permettant d'ajuster l'angle d'ouverture de la nappe et ainsi optimiser l'éclairage de la zone de l'écoulement que nous souhaitons étudier.

Le montage étant opérationnel, passons à la mesure.

### 3.1.2 Protocole expérimental

Du point de vue thermique, notre étude va se focaliser sur des flux de chaleur relativement élevés de telle sorte que les pertes thermiques ne soient pas un paramètre gênant dans ces expériences. Dans un premier temps, nous allons étudier notre système à une température moyenne de 30 °C (sensiblement égale à la température

---

de la pièce) avec un  $\Delta T$  global entre la plaque du bas et celle du haut de  $9^\circ\text{C}$  (la puissance utile étant de  $93\text{ W}$ ). Les observables globales obtenues lors de l'étude précédente sont alors :

$$Nu = \frac{Q}{\lambda\beta} = 8240$$

$$Ra_n = \frac{\alpha g \beta L^4}{\nu \kappa} = 3.35 \times 10^5$$

$$Re_n = \frac{L^2}{\nu \tau} = 266$$

$$Pr = \frac{\nu}{\kappa} = 5.2$$

$$L = \frac{\theta}{2\beta} = 5.1 \text{ cm}$$

$$Nu_{cell} = \frac{Q}{\kappa C_p \frac{\Delta T}{H}} = 147$$

$$Ra_{cell} = \frac{\alpha g \Delta T H^3}{\nu \kappa} = 1.59 \times 10^{10}$$

Une fois la thermalisation effectuée, nous pouvons nous attacher à mettre en place les mesures de PIV. La première étape est l'ensemencement. Il s'agit de bien ajuster la quantité de particules à introduire pour satisfaire aux exigences que nous exposons dans l'Annexe A et de laisser le temps de sédimenter aux particules<sup>2</sup> dont la densité ne correspond pas au fluide que l'on veut sonder. Nous laissons donc entre 12 et 24 H entre l'insertion des particules dans la cellule et la première mesure. Pendant ce temps l'expérimentateur met en place la caméra et effectue l'étalonnage Pixel/millimètre. Puis, en respectant la sécurité des autres utilisateurs de la salle, les mesures peuvent commencer.

Pour filmer l'écoulement nous utilisons une caméra LA VISION®IMAGERPRO qui utilise  $12\text{bits}$  (= 4096) de niveaux de gris, qui a une résolution de  $1600 \times 1200$  pixels et dont la fréquence d'acquisition maximale est de  $30\text{ Hz}$ . Les champs de vitesses que nous allons présenter ont été mesurés en utilisant un algorithme de PIV à trois passes, la première avec des fenêtres d'interrogations de  $64 \times 64$  pixels et un recouvrement de  $50\%$  et les deux dernières avec des fenêtres d'interrogations de  $32 \times 32$  pixels et un recouvrement de  $87\%$ . Ce calcul est effectué par le logiciel commercial LA VISION®DAVIS 7.1. La quantité de particules à insérer dans la cellule a été soigneusement ajustée expérimentalement une fois pour toutes de façon à satisfaire ce type de calcul de corrélation et correspond à  $1\text{ g}$  de particules SPHERICEL®110P8.

Dans cette série de mesures, nous cherchons à caractériser l'écoulement moyen de notre système. De plus, nous ne nous intéressons qu'à la partie du canal sur laquelle notre système se comporte comme le système idéal que nous cherchons à

---

<sup>2</sup>Les particules que nous utilisons sont présentées sur la figure A.3.

décrire, c'est-à-dire à la zone dans laquelle le gradient de température est constant (voir figure 2.18). Il s'agit donc des 10 cm centraux du canal selon l'axe vertical. Nous avons aussi choisi de travailler uniquement dans le plan vertical parallèle aux faces de plus grande surface passant par le centre du canal, car la géométrie du système ainsi que des mesures préliminaires nous ont fait penser que ce plan capture bien toute la partie intéressante de l'écoulement. Ce plan est celui qui est éclairé sur la figure 3.1.

Il nous reste donc un plan de  $10 \times 10 \text{ cm}^2$  au centre du canal. Pour en extraire l'écoulement moyen, nous effectuons une acquisition par salves comme schématisée sur la figure 3.2.

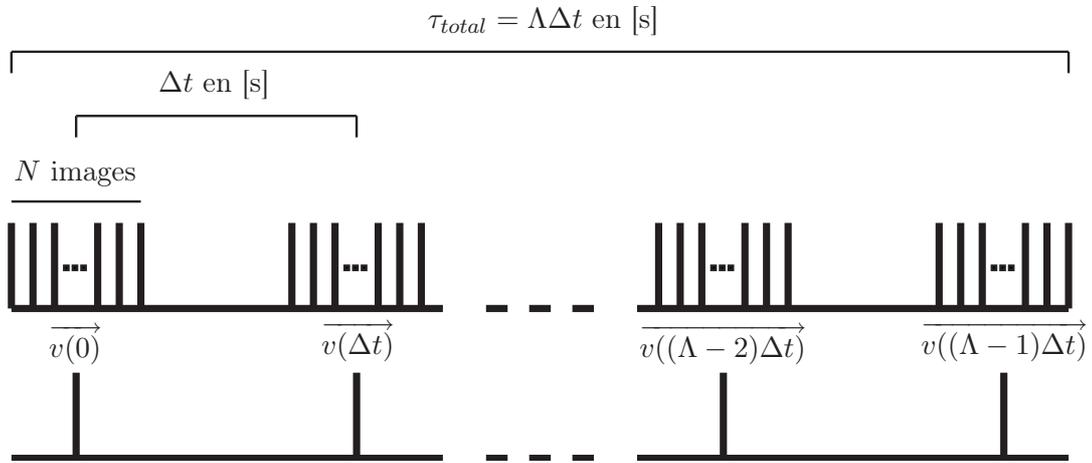


FIG. 3.2 – Illustration du protocole d'acquisition d'image mis en place pour l'analyse de l'écoulement moyen par PIV.

Cette acquisition se compose de  $\Lambda$  groupes de  $N$  images, séparés de  $\Delta t$ . Au sein d'un groupe d'images, deux images sont séparées de  $\delta t \ll \Delta t$ . Ce  $\delta t$  est, comme nous en discutons dans l'Annexe A, supposé être le plus petit possible. Il est en fait imposé par le mode de transfert de données utilisé entre la caméra et l'ordinateur qui pilote l'acquisition. En effet nous écrivons directement sur le disque de l'ordinateur, ce qui fixe  $\delta t = 50 \text{ ms}$ . Le  $i$ ème groupe de  $N$  images va nous permettre d'obtenir  $N - 1$  champs de vitesses au temps  $t_i = i\Delta t$ . La moyenne temporelle de ces  $N - 1$  champs de vitesses mesurés en un temps  $(N - 1)\delta t \ll \Delta t$  constitue la mesure du champ de vitesse que l'on considère à l'instant  $t_i = i\Delta t$ . Cette procédure nous permet d'obtenir des champs de vitesse très bien résolus, mais nous empêchera de faire une analyse sur des temps plus courts que  $(N - 1)\delta t$ . Notre premier but étant de caractériser l'écoulement moyen, cette contrainte n'est pas gênante. Nous avons donc :

$$v_k(t_i = i\Delta t) = \frac{1}{N - 1} \sum_{j=1}^{N-1} v_k(i\Delta t + j\delta t). \quad (3.1)$$

Nous nous intéressons aussi aux moyennes quadratiques de ces champs de vitesses qui sont calculées de la même manière :

$$v_k v_l(t_i = i\Delta t) = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^{N-1} v_k(i\Delta t + j\delta t) v_l(i\Delta t + j\delta t). \quad (3.2)$$

Ces grandeurs sont donc filtrées sur un temps de  $(N-1)\delta t \approx 1$  s, mais sont sensibles aux variations sur temps caractéristiques de  $\delta t = 50$  ms.

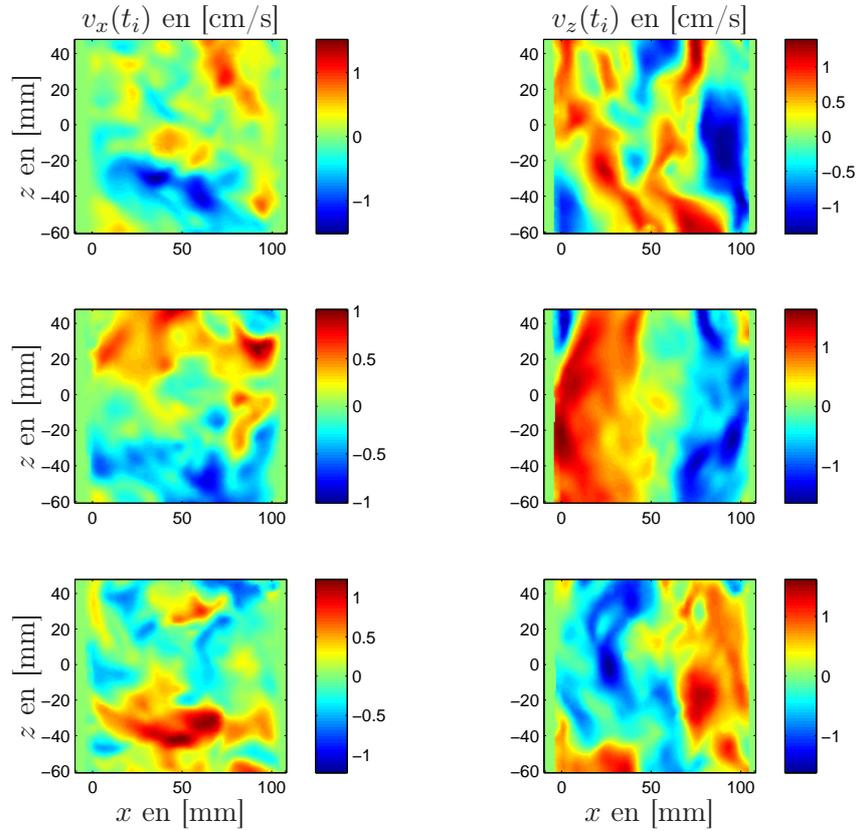


FIG. 3.3 – Exemples de champs de vitesses obtenus par la moyenne temporelle de  $N-1 = 19$  champs de vitesses ayant été mesurés en un temps  $(N-1)\delta t = 0.95$  s  $\approx 1$  s.

La figure 3.3 expose trois exemples de champs de vitesses obtenus par la moyenne temporelle de  $N-1 = 19$  champs de vitesses ayant été mesurés en un temps  $(N-1)\delta t = 0.95$  s  $\approx 1$  s.

L'étude décrite est basée sur trois séries de mesures dont les paramètres sont rassemblés dans le tableau 3.1.

Durée totale de l'enregistrement ( $\Lambda\Delta t$ )	2 H	4 H	10 H
Nombre d'images par groupe ( $N$ )	20	20	20
Nombre de groupe d'image ( $\Lambda$ )	80	80	80
$\Delta t$ entre deux groupes d'images	90 s	180 s	450 s
Nombre total d'images ( $\Lambda N$ )	1600	1600	1600

TAB. 3.1 – Détail des trois séries de mesures de PIV effectuées dans le cas où notre système est à une température moyenne de 30 °C avec un  $\Delta T$  global entre la plaque du bas et celle du haut de 9 °C (la puissance utile étant de 93 W). Le  $\delta t$  entre deux images au sein d'un groupe est toujours de 50 ms.

### 3.1.3 Première approche des mesures de vitesses

Comme la géométrie et le phénomène physique moteur du système que nous étudions le suggèrent, la composante principale de la vitesse est la composante verticale ( $v_z$ ). De plus, la zone sur laquelle nous réalisons cette étude cinétique correspond à la zone où nous avons pu vérifier que le gradient de température est constant. Il s'agit donc de la partie de l'écoulement pour laquelle l'hypothèse d'invariance par translation verticale est bien valable.

C'est pour cela, que la première étape de notre étude se focalise sur la composante verticale de la vitesse ( $v_z$ ) et plus particulièrement sur sa moyenne le long de l'axe vertical :  $\overline{v_z(x, t_i)^z}$ . Sur la figure 3.4 on peut voir l'évolution de cette grandeur en fonction de la coordonnée horizontale ( $x$ ) et du temps pour les différents échantillonnages temporels que nous avons à disposition (tableau 3.1). Ce qui est frappant dans cette figure c'est qu'il semblerait que l'écoulement au sein du canal s'organise naturellement en un fluide montant sur une moitié du canal et descendant sur l'autre. Cette configuration se retourne quasi-périodiquement avec une constante de temps de l'ordre de la demi-heure. Il va de soi que l'écoulement moyen ne peut alors être caractérisé par la simple moyenne temporelle :  $\langle \overline{v_z(x, t_i)^z} \rangle$ , qui est à peu près nulle. Il faut donc trouver un critère objectif permettant de « redresser » l'effet de retournement de l'écoulement moyen.

La solution naturelle à ce problème est de construire des variables  $\epsilon_g$  et  $\epsilon_d$  telles qu'elles sont définies sur la figure 3.5 pour redresser les retournements constatés dans l'écoulement, c'est-à-dire :

$$\epsilon_g(t_i) = \begin{cases} -1 & \text{si } \overline{v_z(x, t_i)^z, x \in [0;50]} \text{ est négatif} \\ 1 & \text{si } \overline{v_z(x, t_i)^z, x \in [0;50]} \text{ est positif} \end{cases} \quad (3.3)$$

qui correspond au signe de  $\overline{v_z(x, t_i)^z}$  moyennée sur la partie gauche de l'écoulement

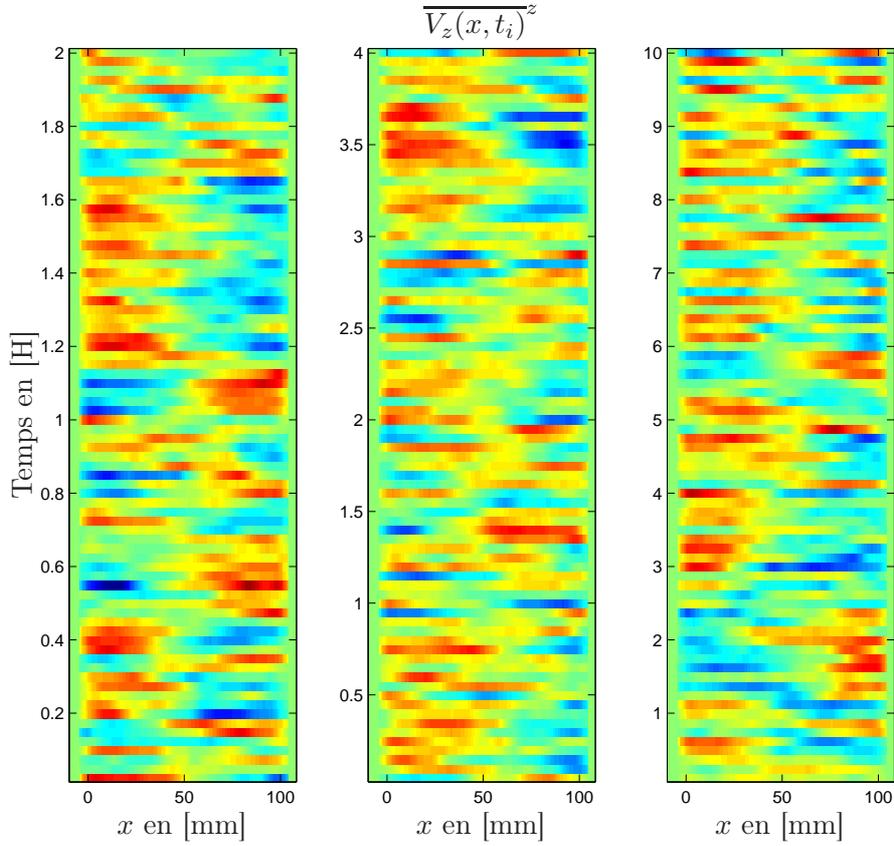


FIG. 3.4 – Moyenne selon la direction verticale de la composante verticale de la vitesse en fonction de la direction horizontale ( $x$ ) et du temps :  $\overline{V_z(x, t_i)}^z$ . Le code de couleur utilisé pour représenter la valeur de la vitesse est la représentation « jet » centrée sur 0 (vert). Donc, la couleur rouge signifie que  $\overline{V_z(x, t_i)}^z > 0$  (le fluide monte), le bleu signifie que  $\overline{V_z(x, t_i)}^z < 0$  (le fluide descend).

$x \in [0; 50]$ .

$$\epsilon_d(t_i) = \begin{cases} -1 & \text{si } \overline{v_z(x, t_i)}^{z, x \in [50; 100]} \text{ est positif} \\ 1 & \text{si } \overline{v_z(x, t_i)}^{z, x \in [50; 100]} \text{ est négatif} \end{cases} \quad (3.4)$$

qui correspond à l'opposé du signe de  $\overline{v_z(x, t_i)}^z$  moyennée sur la partie droite de l'écoulement  $x \in [50; 100]$ .

Une fois ces variables définies on peut construire les moyennes temporelles  $\langle \overline{\epsilon_g v_z^z} \rangle$  et  $\langle \overline{\epsilon_d v_z^z} \rangle$  représentées sur la figure 3.6. Ces moyennes temporelles correspondent à deux choix possibles de redressement des retournements de l'écoulement. Comme le montre la figure 3.5 associée aux équations (3.3) et (3.4),  $\langle \overline{\epsilon_g v_z^z} \rangle$  correspond à la

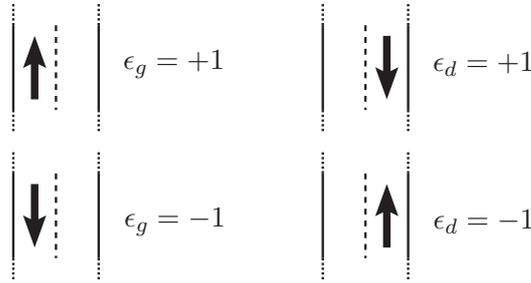


FIG. 3.5 – Première tentative pour redresser l'écoulement moyen : définition des variables de retournement  $\epsilon_g$  et  $\epsilon_d$ .

moyenne temporelle d'un écoulement fictif (« retourné ») tel que la moyenne spatiale de  $v_z(t_i)$  selon la direction  $z$  sur toute la hauteur de la zone considérée et  $x$  selon la moitié gauche du canal est toujours positive ( $\overline{v_z(x, t_i)}^{z, x \in [0; 50]} > 0$ ). En d'autres termes cet écoulement retourné est toujours montant en moyenne sur la partie gauche du canal.  $\langle \overline{\epsilon_g v_z^z} \rangle$  correspond quant à lui à un écoulement toujours descendant sur la partie droite du canal. Par conséquent, si ces deux moyennes temporelles se correspondent, cela signifie que l'écoulement peut se décomposer simplement en un premier écoulement montant à gauche et descendant à droite, et un second descendant à gauche et montant à droite.

Comme nous le montre la figure 3.6, la moyenne temporelle des écoulements redressés  $\overline{\epsilon_g v_z^z}$  et  $\overline{\epsilon_d v_z^z}$  ne sont pas égales. Ce résultat nous montre que notre première approche de l'écoulement était incomplète. En effet, si l'écoulement au sein du canal s'organisait exclusivement en un fluide montant sur une moitié du canal et descendant sur l'autre, alors les deux moyennes que nous venons de calculer devraient être égales. Il faut donc prendre des précautions supplémentaires pour traiter cet écoulement.

Sur la base des variables  $\epsilon_g$  et  $\epsilon_d$  déjà définies, on peut construire :

$$\chi = |\epsilon_g - \epsilon_d|/2 \quad (3.5)$$

$$\epsilon = (1 - \chi) \times \epsilon_g \quad (3.6)$$

$$\underline{\epsilon} = \chi \times \epsilon_g \quad (3.7)$$

La figure 3.7 permet de bien comprendre la construction des variables  $\epsilon$ , et  $\underline{\epsilon}$  ainsi que leur utilité.

Les variables  $\epsilon$  et  $\underline{\epsilon}$  permettent de différencier deux sous classes d'écoulements :

- Si  $\epsilon \neq 0$ , alors le signe de  $\overline{v_z(x, t_i)}^{z, x \in [0; 50]}$  est différent de celui de  $\overline{v_z(x, t_i)}^{z, x \in [50; 100]}$ . Dans la suite de cet exposé, il s'agit de la partie de l'écoulement qui nous intéresse plus particulièrement (elle est majoritaire).

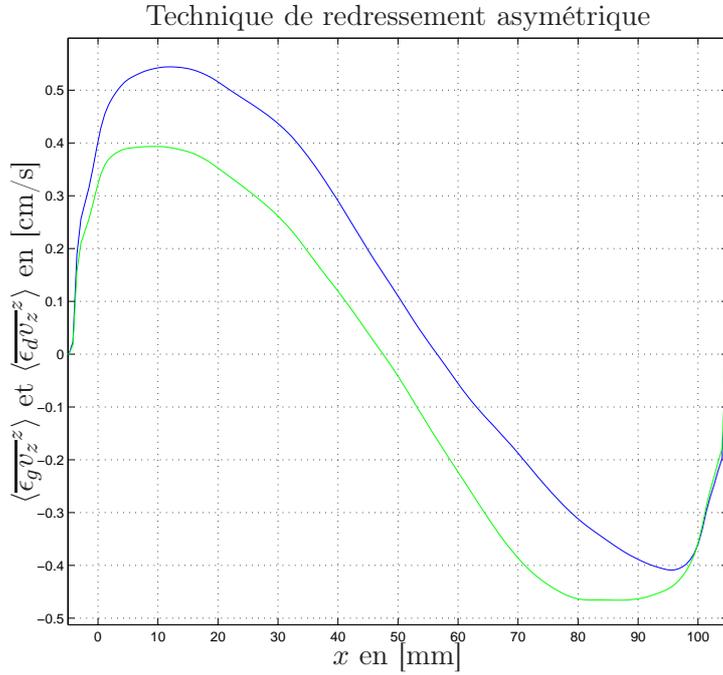


FIG. 3.6 – Mesure de l'écoulement moyen : technique de redressement asymétrique. La moyenne temporelle des deux écoulements redressés ( $\overline{\epsilon_g v_z^z}$  et  $\overline{\epsilon_d v_z^z}$ ) devraient être égale si l'écoulement pouvait se décomposer simplement en deux sous écoulements symétriques par rapport à l'axe vertical passant par le centre du canal.

- Si  $\epsilon \neq 0$ , alors le signe de  $\overline{v_z(x, t_i)}^{z, x \in [0; 50]}$  est le même que de celui de  $\overline{v_z(x, t_i)}^{z, x \in [50; 100]}$ . Cette partie de l'écoulement est celle qui a fait échouer notre première analyse. Nous la considérons assez peu dans la suite.

La figure 3.8 illustre ces différents sous-écoulements, les figures (a) et (b) appartenant au premier cas et les figures (c) au deuxième.

Grâce à ces variables, nous pouvons redresser l'effet des retournements successifs que nous avons pu observer dans notre première approche. La figure 3.9 illustre les différentes étapes de ce processus ainsi que son efficacité remarquable.

Forts de cette technique objective de traitement, nous pouvons passer à l'analyse du champ de vitesse moyen ainsi que de ses fluctuations.

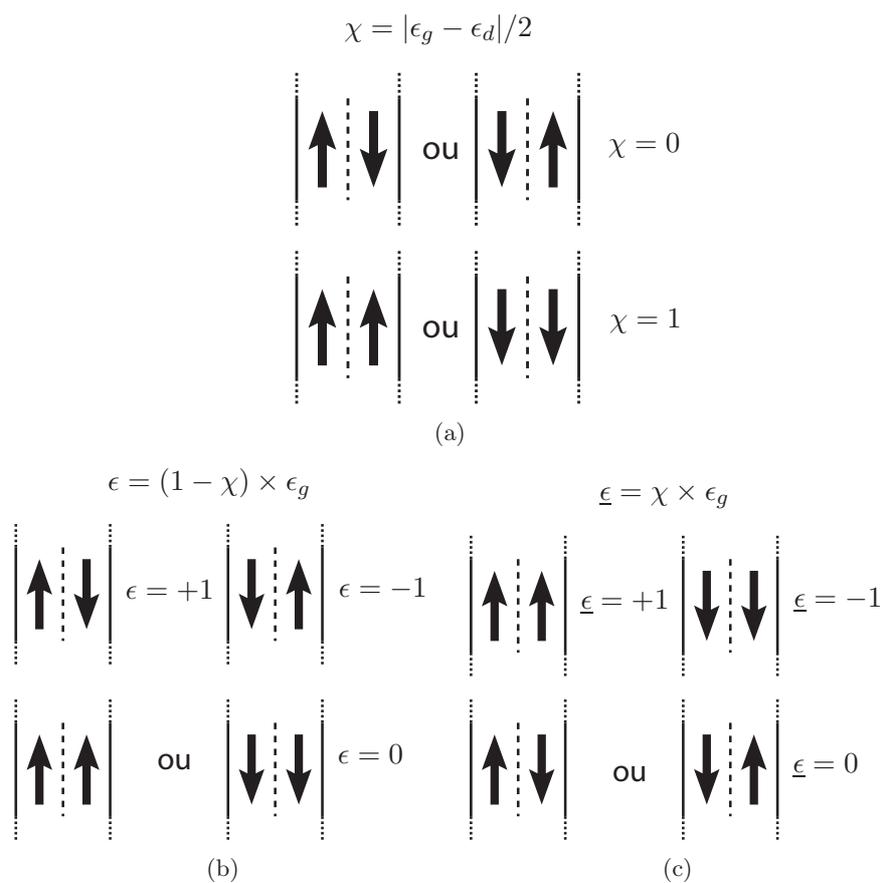


FIG. 3.7 – Redressement de l'écoulement moyen : définition des variables  $\chi$ ,  $\epsilon$ , et  $\underline{\epsilon}$ .  $\chi$  est une variable intermédiaire qui permet de définir proprement  $\epsilon$ , et  $\underline{\epsilon}$ .

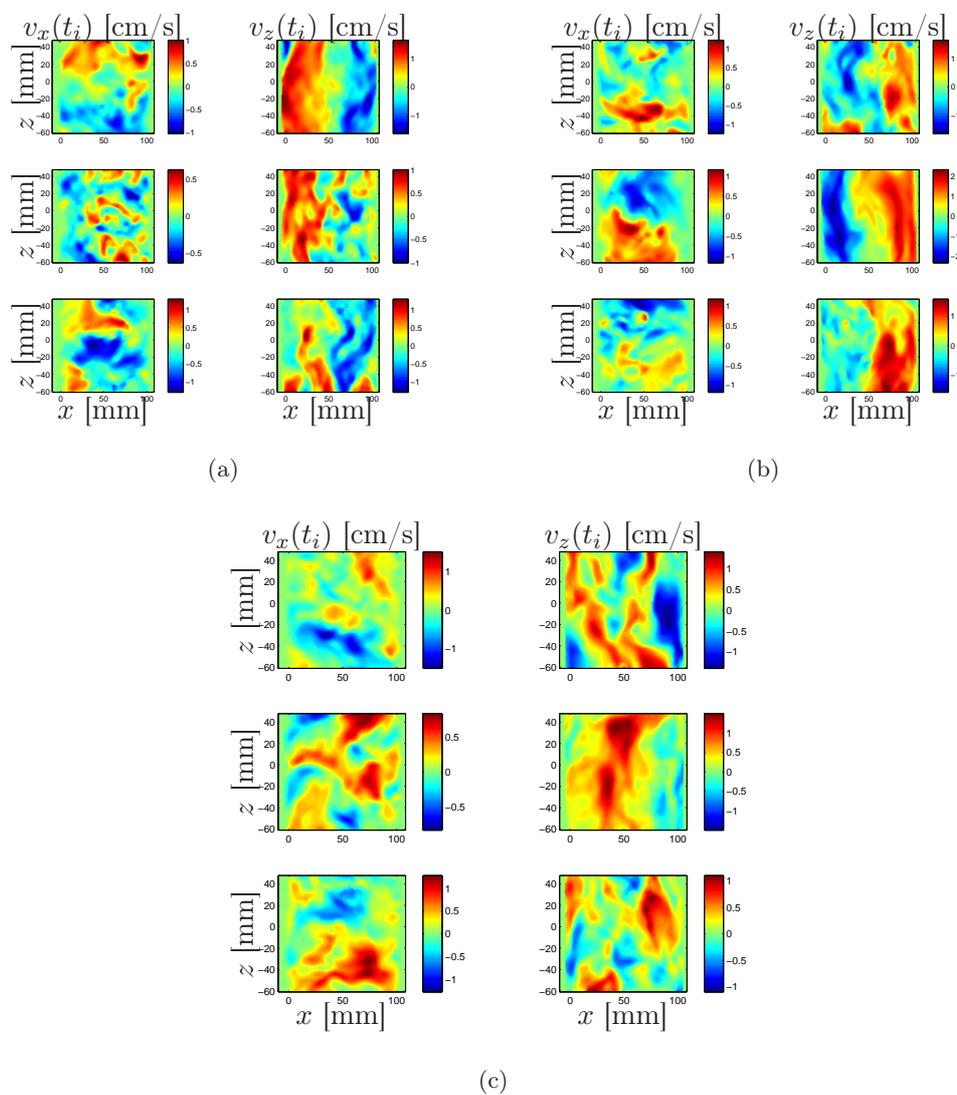


FIG. 3.8 – Exemples de champs de vitesses à un temps ( $t_i$ ) : (a) Voici des exemples où le flux de masse est majoritairement montant à gauche et descendant à droite, (b) exemples opposés du cas (a), (c) ici il s'agit de cas où il est impossible de définir de zones particulières (on pourra noter que le flux de masse y semble tout de même montant en moyenne).

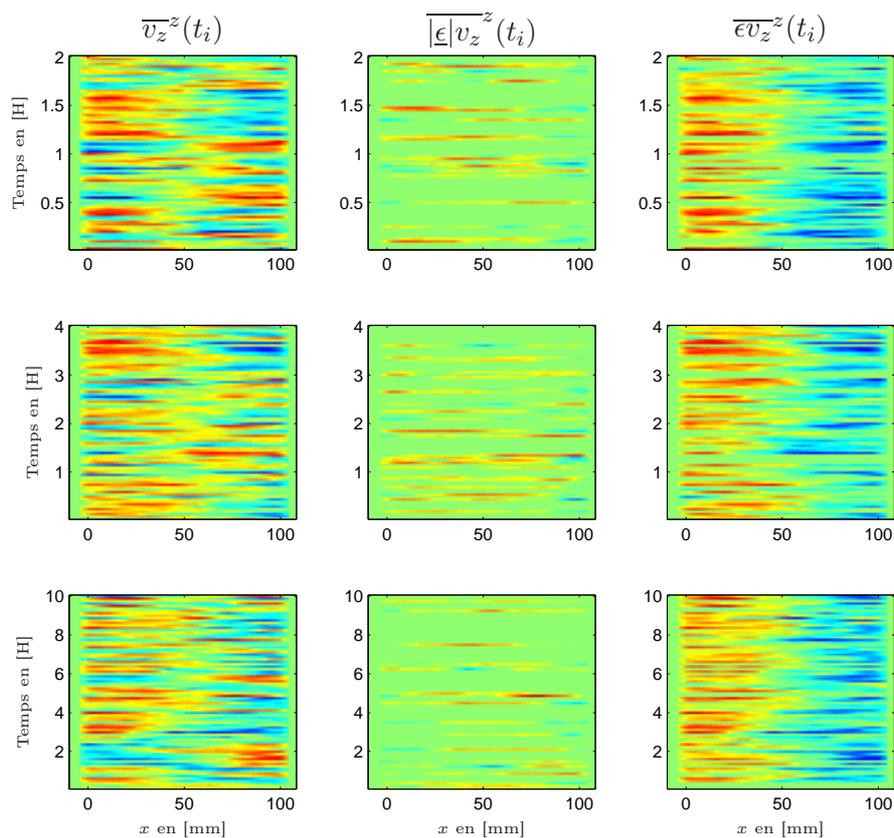


FIG. 3.9 – Mesure de l'écoulement moyen : illustration de la méthode employée. La première colonne correspond directement à la figure 3.4 ; la deuxième colonne met en évidence les temps ( $t_i$ ) pour lesquels l'écoulement a un comportement homogène selon la direction horizontale, ces évènements sont rares ; la troisième colonne met en évidence les temps ( $t_i$ ) pour lesquels le fluide semble monter sur une moitié du canal et descendre de l'autre. Cette dernière colonne tient compte du redressement  $\pm v_z$  effectué à l'aide de la variable  $\epsilon$ . Cette dernière sous-partie de l'écoulement, la plus souvent observable, est au coeur de notre analyse.

## 3.2 Étude des champs de vitesse

### 3.2.1 Les retournements de l'écoulement moyen

Nous venons de consacrer la dernière section à séparer l'écoulement en deux sous-écoulements. Le premier pouvant lui-même se décomposer en deux autres où le flux de masse est globalement montant sur une moitié du canal et descendant de l'autre. Pour la clarté de l'énoncé, cet écoulement sera baptisé écoulement  $\Phi$  et les deux sous écoulements le composant  $\Phi_g$  (pour un flux montant sur la partie gauche du canal et descendant à droite), et  $\Phi_d$  (pour un flux montant sur la partie droite du canal et descendant à gauche). Le deuxième écoulement, baptisé écoulement  $\Xi$ , correspond au cas où le flux de masse est globalement symétrique par rapport à l'axe vertical passant par le centre du canal.

Nous pouvons alors nous intéresser à l'importance relative de ces deux écoulements, à leurs caractéristiques propre, ainsi qu'à leurs relations. Pour ce faire nous allons nous concentrer sur l'acquisition ayant la meilleure résolution temporelle, c'est-à-dire l'acquisition faite sur un temps total de deux heures.

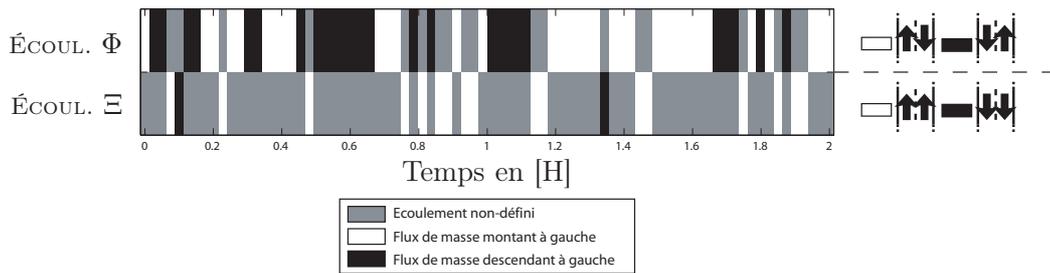


FIG. 3.10 – Étude de l'importance relative des différents écoulements identifiés dans le système ainsi que des propriétés temporelles des retournements constatés dans l'écoulement de type  $\Phi$  : chronogramme de l'état (sous-écoulement) dans lequel se trouve le système en fonction du temps.

La figure 3.10 est un chronogramme de l'état (sous-écoulement) dans lequel se trouve le système en fonction du temps. On y retrouve les écoulements dits  $\Phi$  et  $\Xi$  ainsi que leurs dérivés.

On peut constater sur cette figure que l'écoulement  $\Xi$  est bien de moindre importance que l'écoulement  $\Phi$ , il représente seulement 25% de l'acquisition temporelle à laquelle nous nous intéressons ici (ce chiffre reste valable sur la totalité de nos acquisitions - Table 3.1). On peut aussi constater qu'il est majoritairement constitué de sa composante positive, c'est-à-dire que le flux de masse est ascendant sur la totalité du plan de mesure (cette tendance s'amplifie dans les autres films, nous reviendrons sur ce point en traitant l'écoulement moyen de cet état).

L'écoulement  $\Phi$  se partage quant à lui à peu près équitablement entre sa composante  $\Phi_g$  et  $\Phi_d$ . Les alternances entre  $\Phi_g$  et  $\Phi_d$  ne sont pas très régulières et souvent ponctuées par un écoulement de type  $\Xi$  qui semble assurer la transition. Il est assez difficile d'extraire un temps caractéristique de ces retournements sur la base de cette simple acquisition, mais on peut l'estimer à une vingtaine de minutes. Les deux autres acquisitions étant moins bien résolues en temps, elles ne seront pas d'un grand secours ici. Cet axe de recherche reste donc à explorer plus en détail. Cette piste est très intéressante, car la constante de temps que nous venons de définir est très différente des temps caractéristiques que l'on peut extraire de ce système, soit de nos mesures, soit d'analyse dimensionnelle. Par exemple, le temps  $\tau$  que nous avons extrait de nos mesures thermiques et qui nous permet de construire le nombre de Reynolds est dans ces mêmes conditions égal à 12.7s. Ce temps caractéristique est donc créé par l'écoulement turbulent qui règne dans notre système. Nous suggérons dans la section 4 une technique de mesure permettant d'aborder cette problématique beaucoup moins coûteuse en terme de gestion de données et de temps de traitement. En effet même si la PIV nous a permis de bien quantifier et clarifier les différents écoulements qui jouent un rôle dans notre système, elle ne paraît pas très adaptée à l'étude de ce temps de retournement.

A ce point, nous pouvons maintenant nous recentrer sur les résultats pour lesquels la PIV est absolument nécessaire et très précise : l'étude des cartes de vitesses.

### 3.2.2 Les écoulements moyens

Dans cette section, nous nous intéressons aux deux classes d'écoulements définis ci-avant. Grâce aux variables  $\epsilon$  et  $\underline{\epsilon}$  définies sur la figure 3.7, nous pouvons séparer facilement ces deux types d'écoulements et redresser l'effet de retournement dans l'écoulement  $\Phi$  dont nous venons de discuter.

**L'écoulement  $\Xi$  :** Comme nous pouvons le constater sur la figure 3.10 et sur la colonne du milieu de la figure 3.9 la composante verticale de la vitesse dans cet écoulement est en permanence positive. Pour appuyer ces observations, la figure 3.11 représente  $\langle |\underline{\epsilon}|v_{x,z} \rangle$  où le signe de  $\underline{\epsilon}$  n'intervient pas. On apprécie très clairement que la moyenne temporelle de  $v_z$  pour cet écoulement est positive sur tout le plan d'étude. La moyenne temporelle de  $v_x$  quant à elle semble négative sur la partie gauche du canal et positive sur la partie droite quelque soit  $z$ . Mais la statistique de ce type d'écoulement n'est pas suffisante pour pousser plus loin cette analyse. En effet, nous disposons de 240 champs de vitesses au total dont seulement 61 concernent l'écoulement  $\Xi$  (soit 25% des mesures). Nous essaierons tout de même d'éclaircir le fait très marqué que la moyenne temporelle de  $v_z$  soit toujours positive à la lumière de l'analyse de l'écoulement  $\Phi$ .

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, il ne s'agit à priori que d'un écoulement de transition entre les deux écoulements  $\Phi_g$  et  $\Phi_d$  qui constituent le

---

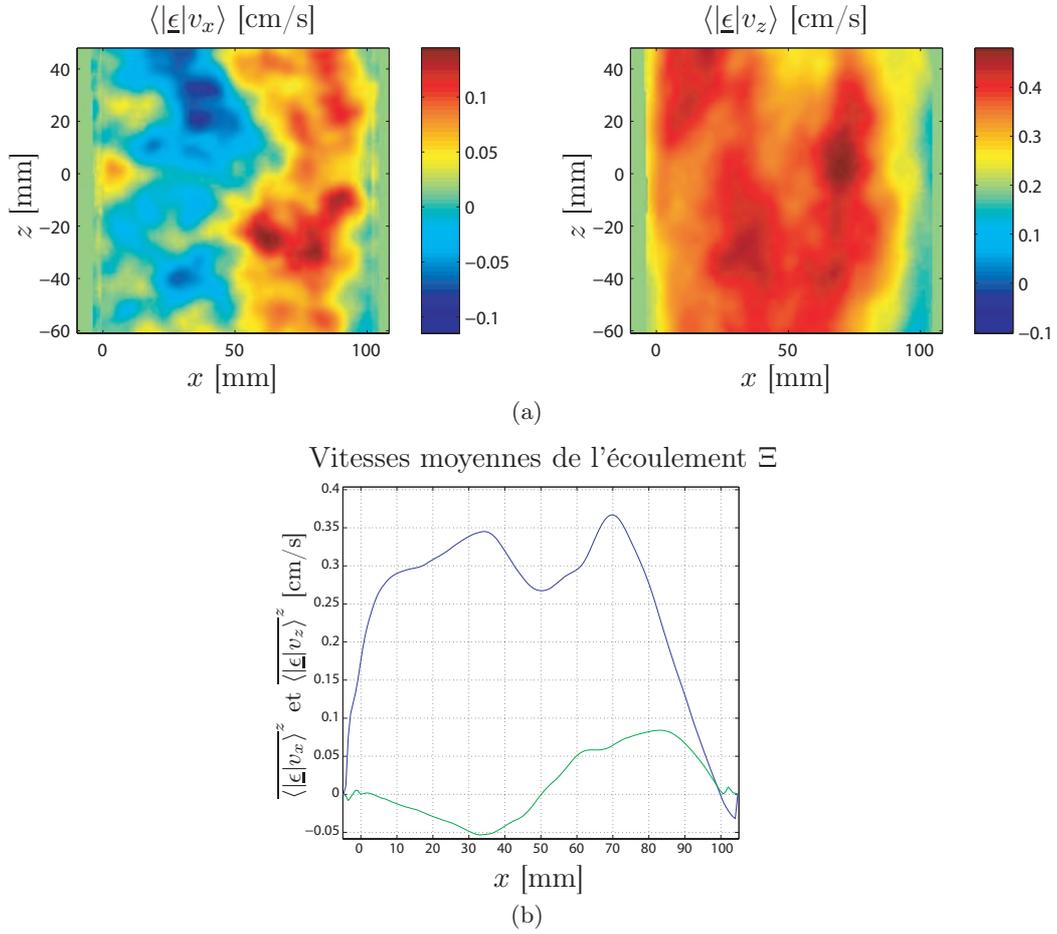


FIG. 3.11 – Champ de vitesse moyen de l'écoulement  $\Xi$  : (a) moyenne temporelle des composantes horizontale et verticale de la vitesse, (b) moyenne supplémentaire selon la direction verticale ( $\langle \epsilon v_x \rangle^z$  en vert, et  $\langle \epsilon v_z \rangle^z$  en bleu).

coeur de l'écoulement de notre système. L'étude qui suit se consacre exclusivement à l'étude de l'écoulement  $\Phi$ .

**L'écoulement  $\Phi$  :** A l'aide de la variable  $\epsilon$  définie sur la figure 3.7, on peut effectuer le redressement de l'écoulement  $\Phi_d$  en  $\Phi_g$ , comme on peut l'apprécier sur la figure 3.9. Ce redressement nous permet d'obtenir le profil de vitesse de l'écoulement de type  $\Phi$  sans que les états  $\Phi_g$  et  $\Phi_d$  n'interfèrent de façon destructive lors de l'opération. Si on regarde de plus près la figure 3.8 (en comparant (a) et (b))<sup>3</sup>, on peut se rendre compte que l'anti-symétrie entre les écoulements  $\Phi_g$  et  $\Phi_d$  constatée sur  $v_z$  ( $v_z^{\Phi_g} = -v_z^{\Phi_d}$ ) semble s'appliquer aussi aux vitesses horizontales  $v_x$ . Il est donc naturel de calculer  $\langle \epsilon v_x \rangle$  et  $\langle \epsilon v_z \rangle$  pour obtenir le profil de vitesse global

<sup>3</sup>Pour finir de me convaincre, j'ai évidemment regardé les 240 champs de vitesses.

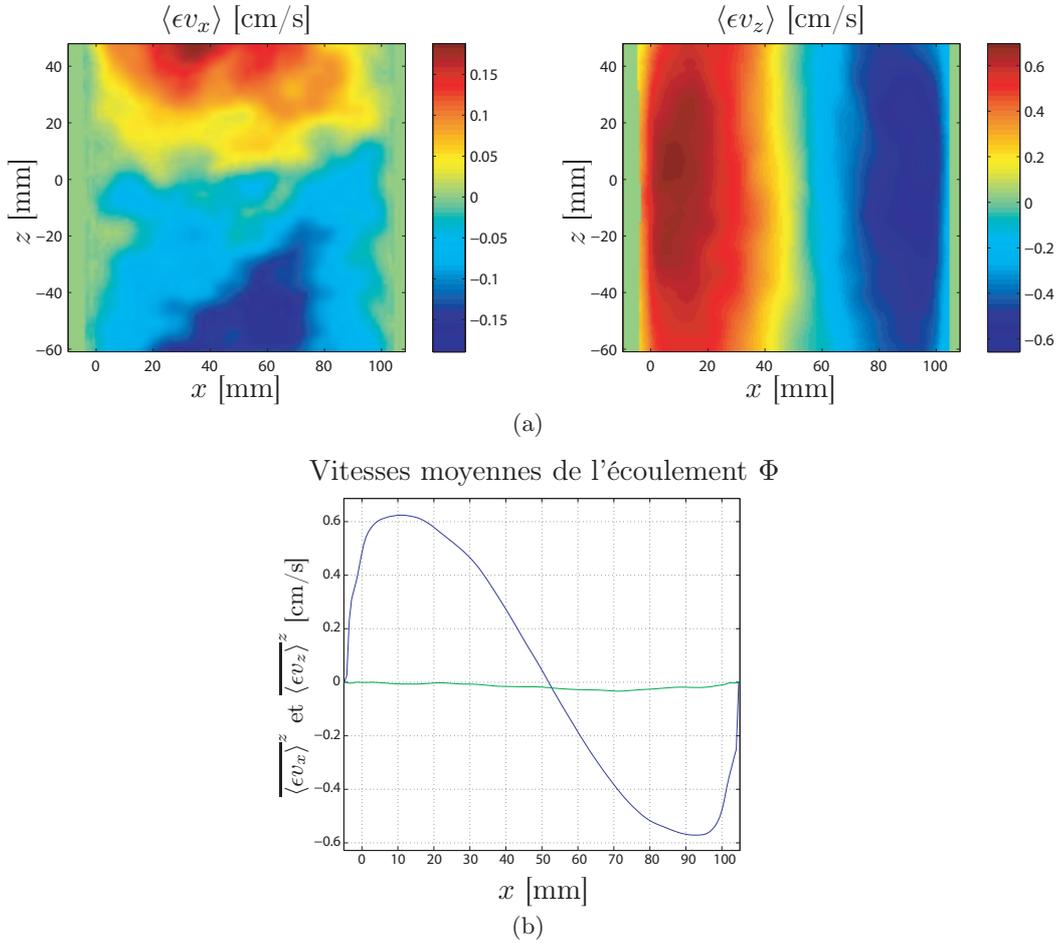


FIG. 3.12 – Champ de vitesse moyen de l'écoulement  $\Phi$  : (a) moyenne temporelle des composantes horizontale et verticale de la vitesse, (b) moyenne supplémentaire selon la direction verticale ( $\langle \epsilon v_x \rangle^z$  en vert, et  $\langle \epsilon v_z \rangle^z$  en bleu).

de l'écoulement  $\Phi$ .

Le résultat de cette analyse est présenté sur la figure 3.12. Comme on peut le constater, le profil de la composante verticale de la vitesse correspond bien à une colonne montante sur la partie gauche du canal et descendante à droite. Mais, en considérant la façon dont cet écoulement a été construit l'information cruciale que nous devons souligner ici est le fait que ce comportement est raisonnablement invariant par translation le long de l'axe vertical sur toute notre zone d'intérêt. Ce résultat est central puisqu'il appuie l'hypothèse de base de notre travail. On ne peut pas en dire autant de la composante horizontale de la vitesse, qui ne présente pas cette invariance. On peut tout de même noter que l'amplitude de variation de  $\langle \epsilon v_x \rangle$  est cinq fois plus petite que celle de  $\langle \epsilon v_z \rangle$ . De plus, de récentes mesures complètement équivalentes faites sur CellVISU (canal de rapport d'aspect  $\Gamma = 4$ )

montrent que cette valeur non nulle de  $\langle \epsilon v_x \rangle$  est en fait un effet d'entrée du canal. Si on regarde un peu plus au centre du canal (chose que l'on ne peut faire qu'avec CellVISU, ou ici sur les 2 cm centraux), alors cette valeur de  $\langle \epsilon v_x \rangle$  s'annule sur tout le plan de mesure. Cette analyse complémentaire faite sur CellVISU montre aussi que les valeurs moyennes selon  $z$  de toutes les grandeurs ne sont pas affectées de plus de 5% par la prise en considération ou non de cette zone.

En opérant une moyenne supplémentaire selon l'axe vertical, on obtient les courbes 3.12 (b). Le profil  $\overline{\langle \epsilon v_z \rangle^z}$  illustre un comportement très particulier sur lequel nous reviendrons.

Nous pouvons maintenant spéculer un peu sur les caractéristiques des différents écoulements que nous venons d'identifier dans la direction  $y$  (profondeur de la cellule) que nous ne mesurons pas. Ces spéculations sont rassemblées sur la figure

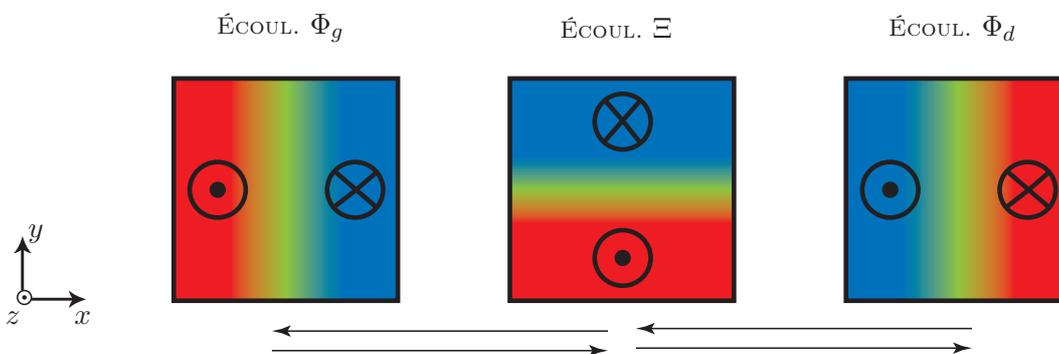


FIG. 3.13 – Séquence possible des différents écoulements, ainsi qu'une spéculation sur leur dépendance selon la direction  $y$  que nous ne sondons pas. La couleur rouge (respectivement bleue) symbolise un flux de matière dans la direction des  $z$  positifs (respectivement négatifs), le vert signifiant que ce même flux est nul. Cette représentation schématique ne prend pas en compte les couches limites.

### 3.13.

Pour les écoulements  $\Phi$ , on va simplement faire l'hypothèse d'une invariance selon la direction  $y$  (la vitesse s'annulant proche des parois).

L'écoulement  $\Xi$  est assez difficile à identifier par ombroscopie, mais nous savons par contre que notre écoulement est incompressible, donc l'invariance selon  $y$  n'est pas imaginable (puisqu'elle donnerait un flux de masse positif sur tout le volume du canal). L'hypothèse la plus probable est donc que l'écoulement  $\Xi$  est un écoulement  $\Phi_g$  tourné de  $90^\circ$  autour de l'axe vertical. Cette hypothèse peut expliquer les profils de vitesses mesurés (figure 3.11) si l'on considère que notre plan de mesure n'est pas exactement au centre du canal dans la direction  $y$ . Avec un profil selon  $y$  de l'écoulement  $\Xi$  identique à celui de l'écoulement  $\Phi_g$  selon  $x$  alors cela signifierait que la nappe laser est décalée de 1 cm vers les  $y$  négatifs par rapport au centre. En effet on peut voir sur les figures 3.11 (b) et 3.12 (b) que  $\overline{\langle \epsilon v_z \rangle^z}(x) = \overline{\langle |\underline{\epsilon} v_z \rangle^{xz}}$  pour  $x = 40$  mm. Ce décalage de 1 cm est trop grand pour être réel, expérimentalement

il pourrait être de  $0.4 \pm 0.1$  cm. Le fait que nous mesurons une valeur de  $\overline{\langle |\epsilon| v_z \rangle^{xz}}$  presque toujours positive (c'est-à-dire qu'il n'y aurait pas de retournement pour l'écoulement  $\Xi$ ) peut être dû à un défaut d'horizontalité de la cellule : le réglage dans cette direction est beaucoup plus délicat par construction.

Dans la suite de ce chapitre, nous nous focaliserons sur l'écoulement  $\Phi$  qui bénéficie de bien meilleures statistiques et qui semble capturer le comportement dominant de notre écoulement. Le passage d'un écoulement à un autre ( $\Phi_g \leftrightarrow \Xi \leftrightarrow \Phi_d$ ) étant rapide, et la fréquence de ces changements de configuration étant faible comparée aux fréquences caractéristiques du système, ces changements ne devraient pas jouer un rôle très important dans la dynamique de l'écoulement (l'intérêt que l'on peut porter à ces retournements discutés dans la partie 3.2.1 n'en est pas amoindrie). Nous utilisons la variable  $\epsilon$  (définie sur la figure 3.7) pour figer l'écoulement dans la configuration  $\Phi_g$ . Cet état  $\Phi_g$  nous permettra de dégager les caractéristiques globales de l'écoulement total.

Maintenant que nous avons caractérisé au mieux les écoulements moyens, passons aux fluctuations de vitesses, essentielles pour de tels écoulements turbulents.

### 3.2.3 Fluctuations de vitesses et interprétation en terme de tenseur de Reynolds

Comme on peut s'en convaincre en comparant la figure 3.3, qui représente des champs de vitesses instantanés, aux écoulements moyens que nous avons extraits de notre campagne de mesure (figures 3.11 et 3.12), notre écoulement présente d'importantes fluctuations de vitesses. Ces fluctuations jouent un rôle crucial dans la physique du phénomène que nous étudions. Nous introduisons donc dans les équations fondamentales qui régissent notre système la classique décomposition de Reynolds :

$$v_i = \langle v_i \rangle + v'_i \quad (3.8)$$

où  $v_i$  est la composante selon l'axe  $i$  de la vitesse,  $\langle v_i \rangle$  sa moyenne temporelle, et  $v'_i$  ses fluctuations.

Rappelons rapidement les équations qui régissent le mouvement d'un fluide visqueux incompressible dans un champ de pesanteur dans l'approximation de Boussinesq (les variations de densité ne sont prises en compte que dans le terme de flottaison  $f_i = -\alpha g T \delta_{iz}$ ).

**La conservation de la masse** ou équation de continuité

$$\partial_i v_i = 0 \quad (3.9)$$

**La conservation de la quantité de mouvement** ou équation fondamentale de la dynamique appliquée à une particule fluide

$$\partial_t(\rho v_i) = -\partial_j(\rho v_i v_j - \sigma_{ij}) + \rho f_i \quad (3.10)$$


---

où  $f_i$  est une force massique qui dans notre cas s'exprime sous la forme  $f_i = -\alpha g T \delta_{iz}$ . Cette force va assurer le couplage entre l'équation de la conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie. Le tenseur des contraintes  $\sigma_{ij}$  s'écrit sous la forme

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \rho\nu (\partial_j v_i + \partial_i v_j). \quad (3.11)$$

**La conservation de l'énergie** ou équation de Fourier

$$\partial_t(\rho C_p T) = -\partial_j (\rho C_p v_j T - \lambda \partial_j T) \quad (3.12)$$

Nous allons maintenant extraire de ces équations fondamentales le système d'équations qui régit l'évolution des grandeurs moyennes que nous avons définies dans l'équation 3.8. Ce travail est bien développé dans différents ouvrages de référence (pour n'en citer que deux Guyon *et al.* [2001] et Tennekes et Lumley [1972]). Nous nous contenterons donc ici d'énoncer les résultats de ce calcul.

Pour l'équation de la conservation de la masse, on peut facilement se convaincre qu'elle s'applique aussi bien de façon instantanée que sur la moyenne temporelle de la vitesse ce qui nous donne :

$$\boxed{\partial_i \langle v_i \rangle = 0 \text{ et } \partial_i v'_i = 0} \quad (3.13)$$

L'équation de conservation de la quantité de mouvement quant à elle peut se récrire sous la forme :

$$\boxed{\partial_t(\rho \langle v_i \rangle) = -\partial_j (\rho \langle v_i \rangle \langle v_j \rangle + \rho \langle v'_i v'_j \rangle - \langle \sigma_{ij} \rangle) + \rho f_i} \quad (3.14)$$

avec

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = -\langle p \rangle \delta_{ij} + \rho\nu (\partial_j \langle v_i \rangle + \partial_i \langle v_j \rangle). \quad (3.15)$$

Pour écrire l'équation de conservation de l'énergie il faut décomposer la température de la même manière que nous l'avons fait pour la vitesse ( $T = \langle T \rangle + T'$ ). On peut alors la récrire sous la forme :

$$\boxed{\partial_t(\rho C_p \langle T \rangle) = -\partial_j (\rho C_p \langle v_j \rangle \langle T \rangle + \rho C_p \langle v'_j T' \rangle - \lambda \partial_j \langle T \rangle)} \quad (3.16)$$

Il est extrêmement frappant de voir à quel point les équations (3.9)/(3.13), (3.10)/(3.14), et (3.12)/(3.16) sont similaires. En effet, dans le cas de la conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie, les seules différences, néanmoins fondamentales, résident dans la substitution des variables par leur valeur moyenne et dans les termes :

$$\tau_{ij} = \rho \langle v'_i v'_j \rangle \quad (3.17)$$

et

$$q_{Tj} = \rho C_p \langle v'_j T' \rangle. \quad (3.18)$$

Le tenseur  $\tau_{ij} = \rho \langle v'_i v'_j \rangle$  porte couramment le nom de *Tenseur de Reynolds*. Essayons de bien comprendre leurs significations physiques. Pour ce faire on peut remarquer que nous avons écrit les équations de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie sous la forme générique :

$$\partial_t A_i = -\partial_j J_{ij}^A + S_i^A \quad (3.19)$$

Cette équation écrite de façon locale s'interprète très facilement une fois intégrée sur un volume de contrôle fermé  $\mathcal{V}$ . En effet, il s'agit de la forme générale d'une équation de conservation de la grandeur  $A$ , où  $J^A$  correspond au flux de cette quantité  $A$  qui passe à travers la surface  $\partial\mathcal{V}$  (surface du volume fermé  $\mathcal{V}$ ), et  $S^A$  qui est un terme de source volumique de cette quantité  $A$  ( $S^A$  peut être une source de création ou d'annihilation). Le sens des tenseurs  $\tau_{ij}$  et respectivement  $q_{Tj}$  est alors très clair, ils correspondent à des flux de quantité de mouvement et respectivement d'énergie transportés par les fluctuations turbulentes. Comme nous l'avions pressenti, ils vont donc jouer un rôle crucial dans la dynamique de l'écoulement.

On peut aller encore un peu plus loin dans l'interprétation physique du tenseur de Reynolds en le développant sur la base orthogonale par exemple :

$$\tau_{ij} = \rho \begin{pmatrix} \langle v_x'^2 \rangle & \langle v_x' v_y' \rangle & \langle v_x' v_z' \rangle \\ \langle v_y' v_x' \rangle & \langle v_y'^2 \rangle & \langle v_y' v_z' \rangle \\ \langle v_z' v_x' \rangle & \langle v_z' v_y' \rangle & \langle v_z'^2 \rangle \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

Tout d'abord, on constate que ce tenseur est symétrique ( $\langle v'_i v'_j \rangle = \langle v'_j v'_i \rangle$ ) et donc qu'il n'a « que » six composantes indépendantes. Ensuite dans cette base de représentation, il est facile d'interpréter les différents termes de ce tenseur comme des contraintes, et ainsi de séparer les composantes de ce tenseur en deux catégories : les composantes diagonales, qui vont jouer un rôle du type force de pression et les composantes non-diagonales qui vont jouer le rôle de contraintes de cisaillement. Ces deux types de contraintes sont illustrées sur la figure 3.14.

Maintenant que nous avons bien compris l'enjeu et la signification de ces fluctuations de vitesses, essayons de raisonner sur notre écoulement. Nous avons émis l'hypothèse d'invariance selon l'axe  $y$  pour notre écoulement, cela signifie qu'il ne devrait pas y avoir de flux de quantité de mouvement dans cette direction puisqu'il créerait automatiquement des gradients et ainsi romprait cette invariance. Ceci annule ou du moins rend négligeables deux des six termes du tenseur de Reynolds ( $\langle v'_x v'_y \rangle = \langle v'_z v'_y \rangle = 0$ ). Il en va de même pour la température ( $\langle T' v'_y \rangle = 0$ ). Quant à la moyenne des fluctuations  $\langle v_y'^2 \rangle$ , la seule information dont nous disposons a priori est qu'elle ne dépendra que de  $x$ .

Nous disposons maintenant des outils nécessaires pour aborder les mesures de fluctuations.

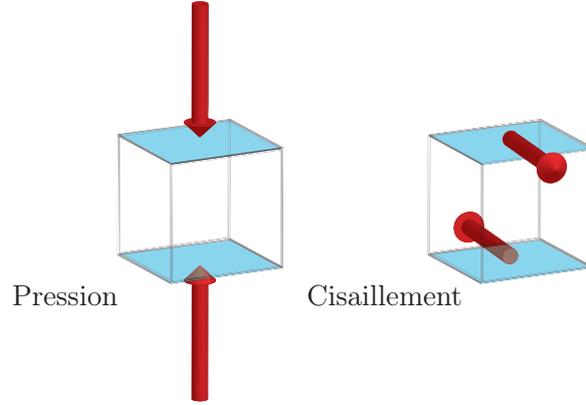


FIG. 3.14 – Illustration des deux types de contraintes (Pression, et cisaillement) qu'impose le tenseur de Reynolds (entre autre) sur une particule fluide.

### 3.2.4 Mesures des fluctuations de vitesses

#### Mesure des composantes diagonales du tenseur de Reynolds

Pour commencer, nous nous intéressons aux composantes diagonales du tenseur de Reynolds ( $\langle v_x'^2 \rangle$  et  $\langle v_z'^2 \rangle$ ). Comme nous en avons déjà discuté, nous avons décidé de figer l'écoulement dans la configuration  $\Phi_g$ . Pour ce faire, travaillons sur les variables  $\epsilon v_i$ , ce qui nous permet de définir :

$$\langle v_i'^2 \rangle = \langle (\epsilon v_i - \langle \epsilon v_i \rangle)^2 \rangle = \langle v_i^2 \rangle - \langle \epsilon v_i \rangle^2 \quad (3.21)$$

pour  $i = \{x, z\}$ , étant donné que  $\epsilon^2 = 1$ . Nous avons calculé et représenté ces grandeurs sur la figure 3.15 (a). La première remarque que l'on peut faire sur ces champs dans le plan  $Oxz$  est qu'ils sont tous raisonnablement invariants par translation selon la direction verticale. Ce qui est extrêmement satisfaisant puisque nous travaillons seulement sur la zone où le gradient de température est constant et de ce fait dans la zone que nous considérons comme « infinie » (i.e. invariante par translation verticale). Notre étude semble donc pouvoir se mener simplement sur les moyennes verticales de ces champs que nous représentons sur la figure 3.15 (b) et (c).

Sur la figure 3.15 (b), on voit que  $\overline{\langle v_z'^2 \rangle^z} \gg \overline{\langle v_x'^2 \rangle^z}$ . Mais, la figure 3.15 (c) nous montre que cette différence est en grande partie due à la différence de valeurs moyenne qu'il y a entre  $v_x$  et  $v_z$ . En effet, cette mesure des fluctuations à proprement parler ( $\overline{\langle v_z'^2 \rangle^z}$  et  $\overline{\langle v_x'^2 \rangle^z}$ ), nous révèle que celles-ci sont à peu près constantes sur toute la largeur du canal et qu'il existe tout de même un facteur deux entre les fluctuations de la composante horizontale et verticale de la vitesse :

$$\overline{\langle v_z'^2 \rangle^z} \approx 2 \times \overline{\langle v_x'^2 \rangle^z}. \quad (3.22)$$

Notre système est donc assez fortement anisotrope, ce qui n'est pas une grande surprise.

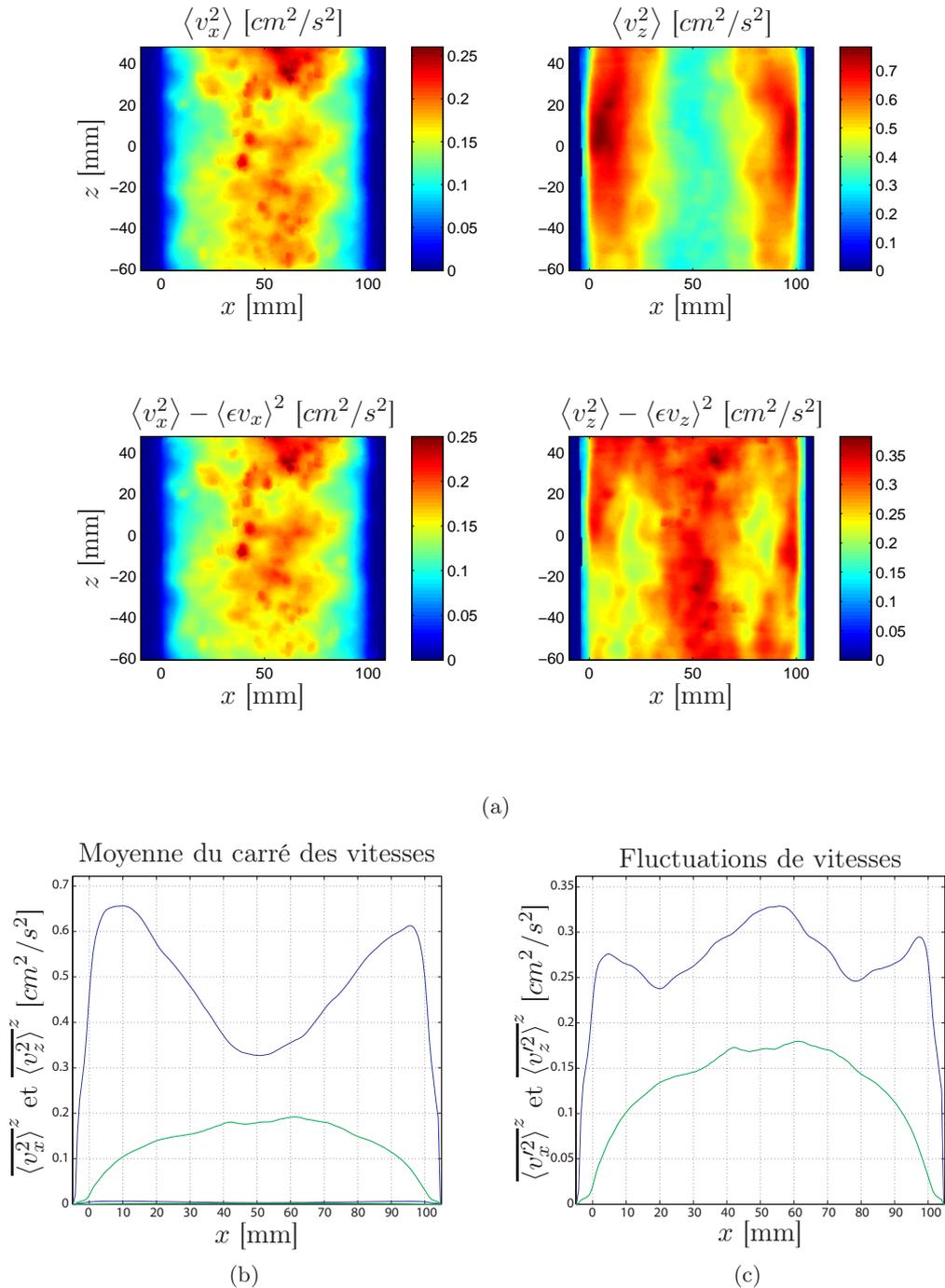


FIG. 3.15 – Mesure des fluctuations de vitesses. Représentation dans le plan  $Oxz$ , ainsi que leur moyennes selon la verticale : (a) représentation dans le plan  $Oxz$  de  $\langle v_{x,z}^2 \rangle$ ,  $\langle v_{x,z}^2 \rangle$ ; (b) moyenne du carré des vitesses selon la direction verticale; (c) moyenne des fluctuations de vitesses dans la direction verticale.

Le taux de turbulence ( $\frac{\sqrt{\langle v_z'^2 \rangle}}{|\langle v_z \rangle|}$ ) est au minimum de 80% autour des abscisses correspondant au  $\langle v_z \rangle$  maximum. Il faudra donc être vigilant dans l'application de certaines approximations classique de type « hypothèse de Taylor ».

### Mesure de la composante non-diagonale du tenseur de Reynolds

Comme nous venons de le voir dans la section 3.2.3, les termes non diagonaux du tenseur de Reynolds correspondent à des contraintes de type cisaillement ou, de façon équivalente, à des flux de quantité de mouvement. La composante  $xz$  de ce tenseur est la seule à laquelle nous ayons accès, mais aussi, semble-t'il, la seule composante pertinente dans notre écoulement (voir partie 3.2.2).

Pour construire cette grandeur il faut encore une fois tenir compte des différents écoulements présents dans notre montage. Si on compare les écoulements  $\Phi_g$  et  $\Phi_d$ , on peut dire qu'ils sont symétriques par rapport à l'axe vertical passant par le centre du canal. Ceci implique que si le flux de quantité de mouvement vertical dans la direction horizontale ( $\langle v_x' \times v_z' \rangle$ ) est positif dans l'écoulement  $\Phi_g$ , il sera automatiquement négatif dans l'écoulement  $\Phi_d$ . En effet, cette symétrie renverse uniquement l'axe  $Ox$ . Pour « figer » notre écoulement dans la configuration  $\Phi_g$ , il est donc naturel de calculer :

$$\begin{aligned} \langle v_x' \times v_z' \rangle &= \langle \epsilon(v_x - \langle v_x \rangle)(v_z - \langle v_z \rangle) \rangle \\ &= \langle \epsilon v_x \times v_z \rangle + \langle \epsilon \rangle \langle v_x \rangle \langle v_z \rangle - \langle \epsilon v_x \rangle \langle v_z \rangle - \langle v_x \rangle \langle \epsilon v_z \rangle. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Les différents termes de  $\langle v_x' \times v_z' \rangle$  sont représentés dans le plan  $Oxz$  sur la figure 3.16 (a). Comme on peut le constater le terme  $\langle \epsilon \rangle \langle v_x \rangle \langle v_z \rangle$  est de un ordre de grandeur inférieur aux trois autres, ce qui se comprend très bien vu que si notre mesure comportait un plus grand nombre de champs de vitesses on s'attendrait à avoir  $\langle \epsilon \rangle = 0$  (or ici,  $\langle \epsilon \rangle = 0.23$ ). La somme des différentes contributions à  $\langle v_x' \times v_z' \rangle$  est en fait dominée par  $\langle \epsilon v_x \times v_z \rangle$ . La figure 3.16 (b) représente cette somme (le transfert de quantité de mouvement) dans le plan  $Oxz$ .

Le premier résultat que l'on peut tirer de cette mesure est que comme dans les cas précédents, cette grandeur peut être considérée comme invariante par translation selon la verticale sur toute la zone d'étude. Nous représentons donc sur la figure 3.16 (c) sa moyenne selon la direction verticale qui devrait suffire à la description de notre système. Le deuxième résultat intéressant est qu'il n'y a pas de transfert de quantité de mouvement élevé en direction des parois latérales. Or on aurait pu s'attendre à voir cette zone de dissipation naturelle apparaître dans cette représentation. En revanche, on note un très grand échange de quantité de mouvement dans la zone centrale du canal. Ce qui correspond bien avec l'image que l'on se fait de la zone d'interaction entre la colonne de fluide montante et la colonne descendante.

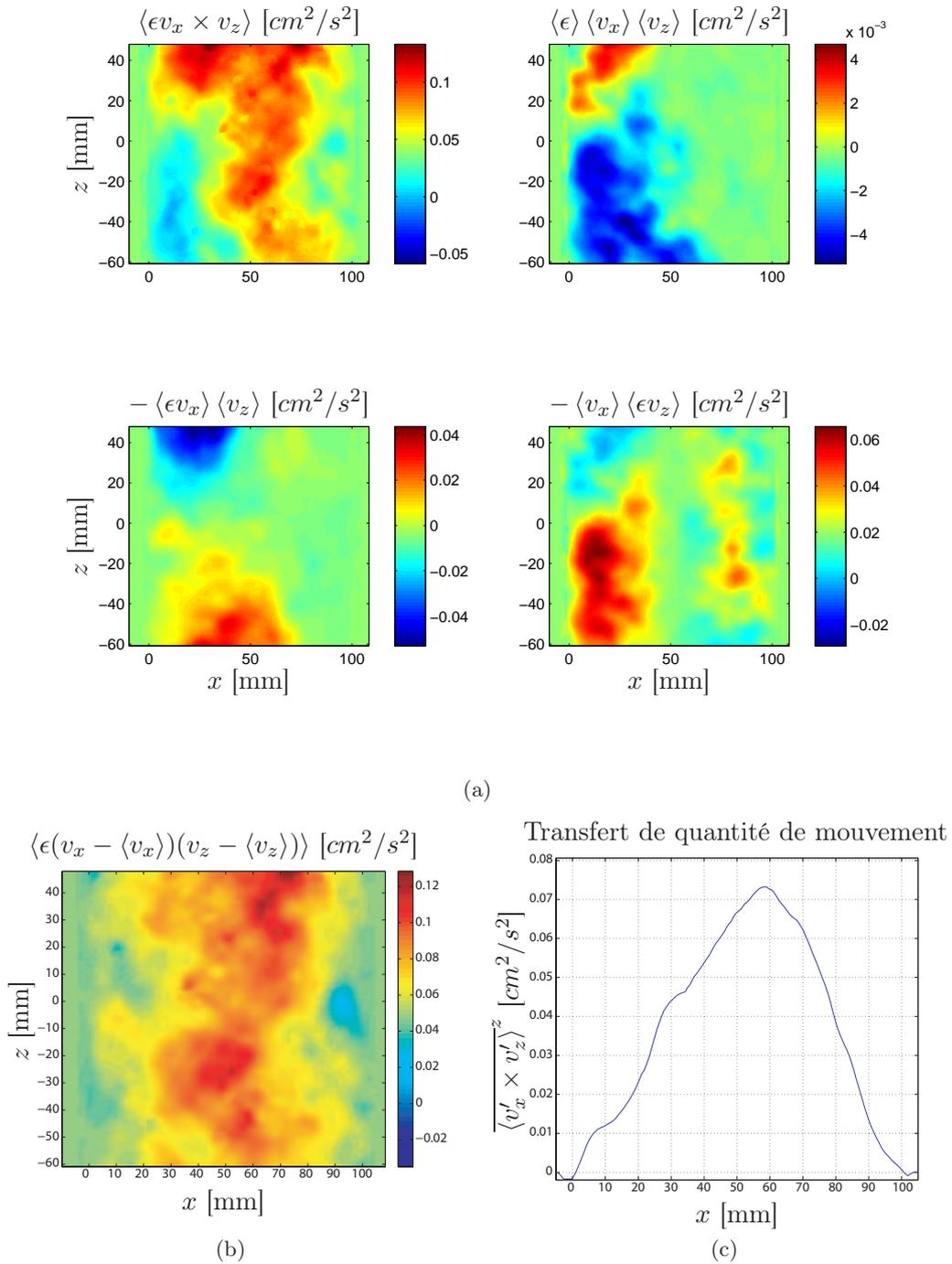


FIG. 3.16 – Mesure du transfert de quantité de mouvement verticale dans la direction horizontale : (a) représentation dans le plan  $Oxz$  des grandeurs composant la corrélation  $\langle v'_x \times v'_z \rangle$ ; (b) représentation dans le plan  $Oxz$  de  $\langle \epsilon (v_x - \langle v_x \rangle)(v_z - \langle v_z \rangle) \rangle$ ; (c) moyenne selon la verticale de cette même grandeur.

### 3.3 Interprétation et modélisation à l'aide de modèles simples

#### 3.3.1 La modélisation des mesures

Pour interpréter ces résultats de la façon la plus approfondie possible, nous allons les modéliser. C'est à dire que nous allons extraire le comportement dominant de chacune des mesures que nous venons de rapporter et le modéliser le plus simplement possible. Comme nous l'avons vu précédemment, les mesures que nous rapportons peuvent toutes être considérées comme invariantes par translation selon l'axe vertical dans la zone que nous considérons. Donc, pour simplifier les notations, nous n'utiliserons plus le symbole :  $\overline{X}^z$  (moyenne selon l'axe vertical de  $X$ ). Cette notation devient à ce point implicite :  $X \Leftrightarrow \overline{X}^z$ .

Pour commencer, concentrons nous sur les valeurs moyennes des vitesses (figure 3.12 (b)). En étudiant le comportement de  $\langle v_z \rangle$  en fonction de  $x$ , on peut facilement identifier les couches limites qui prennent naissance proche des parois. Ces zones apparaissent aux parois pour satisfaire la condition de non-glissement ( $\vec{V}(\text{paroi}) = 0$ ). Cependant, comme nous l'avons vu dans la partie précédente, le transfert de quantité de mouvement en direction des parois est quasiment nul (figure 3.16 (c)). Ce qui nous force à penser que cette zone de l'écoulement joue un rôle minime dans sa dynamique globale. C'est pour cette raison que nous allons modéliser notre écoulement hors de ces zones par un écoulement avec la condition de *glissement parfait* au bord. Nous définissons donc notre zone d'étude pour toutes les grandeurs mesurées entre le maximum ( $x_+$ ) et le minimum ( $x_-$ ) de  $\langle v_z \rangle$ . Sur la figure 3.17 sont rassemblées toutes les grandeurs auxquelles nous avons accès et sur chacune d'entre elles les zones grisées correspondent aux couches limites identifiées par le critère que nous venons de définir.

Attachons nous maintenant à modéliser nos mesures sur la zone considérée :

**La composante verticale de la vitesse**  $\langle v_z \rangle$  (figure 3.17 (a)). L'hypothèse la plus raisonnable semble être de modéliser cette vitesse par un cosinus de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \langle v_z \rangle (x) &= \langle v_z \rangle_{max} \cos \left( \pi \frac{x - x_+}{\tilde{d}} \right) \\ &= 6.24 \times 10^{-3} \cos \left( \pi \frac{x - 1.14}{8.16} \right) \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned} \quad (3.24)$$

avec  $\tilde{d} = x_- - x_+$  et les distances exprimées en *cm* ( $\tilde{d} = 8.16 \text{ cm}$ ).

**La composante horizontale de la vitesse**  $\langle v_x \rangle$  (figure 3.17 (a)). Comme nous l'avons vu précédemment, cette composante de la vitesse est faible dans le plan  $Oxz$  et de moyenne nulle selon la direction verticale. Donc nous la modéliserons par :

$$\langle v_x \rangle (x) = 0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \quad (3.25)$$

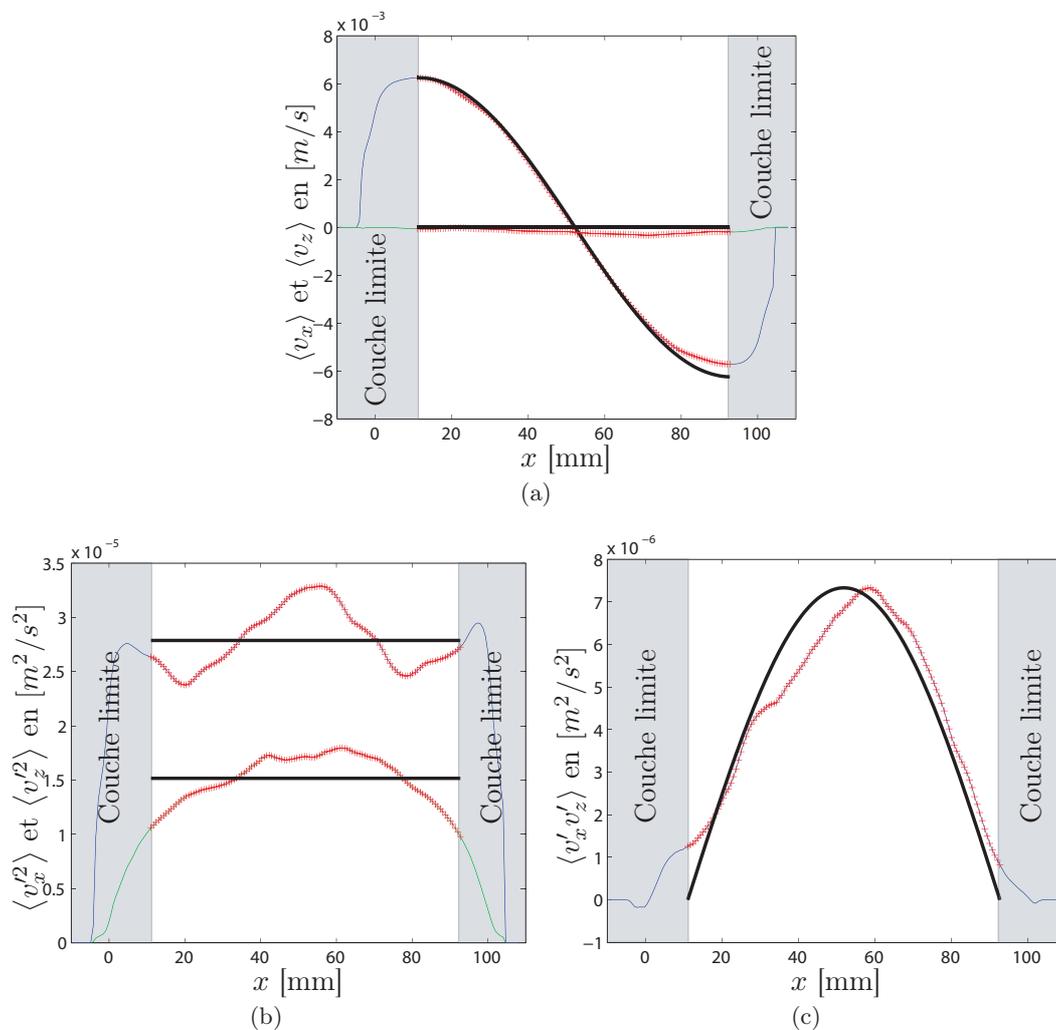


FIG. 3.17 – Modélisation des grandeurs mesurées par PIV hors couches limites : (a) La courbe verte correspond à  $\langle v_x \rangle$ , celle en bleu à  $\langle v_z \rangle$ ; (b) La courbe verte correspond à  $\langle v_x'^2 \rangle$ , celle en bleu à  $\langle v_z'^2 \rangle$ ; (c) La courbe en bleu représente  $\langle v_x' v_z' \rangle$ . Sur chacune de ces courbes, la partie représentée par des croix rouges correspond à la partie modélisée (hors couches limites), et la courbe noire représente la modélisation choisie.

**Les fluctuations de vitesse verticale**  $\langle v_z'^2 \rangle$  (figure 3.17 (b)). Dans la zone qui nous intéresse ici et en gardant dans l'idée que nous cherchons une description à l'ordre zéro de nos mesures, il paraît raisonnable de modéliser cette grandeur par une constante :

$$\langle v_z'^2 \rangle(x) = 2.79 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \quad (3.26)$$

**Les fluctuations de vitesse horizontale**  $\langle v_x'^2 \rangle$  (figure 3.17 (b)). En suivant la même idée que pour les fluctuations de  $v_z$  :

$$\langle v_x'^2 \rangle(x) = 1.52 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \quad (3.27)$$

**Le transfert de quantité de mouvement**  $\langle v_x' v_z' \rangle$  (figure 3.17 (c)). Toujours dans un souci de simplicité, la description qui s'impose ici est :

$$\begin{aligned} \langle v_x' v_z' \rangle(x) &= \langle v_x' v_z' \rangle_{max} \sin \left( \pi \frac{x - x_+}{\tilde{d}} \right) \\ &= 7.33 \times 10^{-6} \sin \left( \pi \frac{x - 1.14}{8.16} \right) \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Toutes les mesures ainsi que la description que nous venons d'en faire sont rassemblées sur la figure 3.17. Cette figure nous montre bien que malgré de très légères asymétrie gauche/droite dans nos mesures, nous reproduisons de façon très correcte l'ensemble de nos données par ces modélisations.

Forts de cette modélisation, nous pouvons maintenant interpréter de façon approfondie ces résultats en s'appuyant sur les équations de conservations établies dans la section 3.2.3.

### 3.3.2 Interprétation des résultats

Commençons cette analyse par une paramétrisation rigoureuse des grandeurs scalaires de notre problème. Pour ce qui est de la température, nous avons identifié expérimentalement (section 2) une dépendance linéaire avec l'altitude (le gradient  $\beta$  constant sur notre zone d'étude). Il est donc naturel d'écrire la température sous la forme :

$$\langle T \rangle(x, y, z) = T_{moy} - \beta z + T_x(x) \quad (3.29)$$

avec  $T_{moy}$  la température moyenne du fluide,  $\beta$  le gradient de température moyen selon la direction verticale et  $T_x(x)$  la dépendance de la température selon l'horizontale dont à priori nous pouvons simplement dire que  $\overline{T_x(x)}^{xy} = 0$  puisque  $\overline{\langle T \rangle(x, y, z)}^{xy} = T_{moy} - \beta z$  comme nous l'avons vu dans la section 2.

De la même manière, on peut décomposer la pression sous la forme :

$$\langle P \rangle(x, y, z) = P_0 + \int_z^{z_0} \bar{\rho}^{xy}(z) g dz + P_x(x) \quad (3.30)$$

où  $P_0$  est une référence de pression, l'intégrale de  $\overline{\rho^{xy}}(z)g$  selon  $z$  représente le poids du fluide sur la particule de fluide considérée à l'altitude  $z$  et  $P_x(x)$  la dépendance de la pression selon l'axe horizontal dont a priori on ne peut rien dire.

Appliquons maintenant les équations de conservation établies dans la section 3.2.3.

**La conservation de la quantité de mouvement projetée sur l'axe horizontal**

Si l'on projette l'équation (3.14) sur l'axe horizontal  $x$ , on trouve :

$$\partial_x \langle P \rangle = -\rho \partial_x \langle v_x'^2 \rangle \tag{3.31}$$

En effet, les termes venant de la non-linéarité de la dérivée particulaire ( $\langle v_j \rangle \partial_j \langle v_x \rangle$ ) ainsi que de la dissipation visqueuse ( $\nu \partial_j^2 \langle v_x \rangle$ ) s'annulent puisque  $\langle v_x \rangle$  est nulle et le terme de transport turbulent ( $\partial_z \langle v_x' v_z' \rangle$ ) est aussi nul puisqu'il ne dépend pas de  $z$  comme nous l'avons vu précédemment. Cette équation 3.31 nous permet alors de relier  $P_x(x)$  à  $\langle v_x'^2 \rangle$  en utilisant (3.30) et (3.27) :

$$\boxed{P_x(x) = -\rho \langle v_x'^2 \rangle = -1.52 \times 10^{-2} \text{ Pa}} \tag{3.32}$$

Cette relation nous permet de dire que quelles que soient les fluctuations de la composante horizontale de la vitesse, elles seront compensées par la pression. Nous avons ici une excellente illustration du comportement de type pression des termes diagonaux du tenseur de Reynolds dont nous parlions plus haut.

**La conservation de la quantité de mouvement projetée sur l'axe vertical**

Si l'on projette l'équation (3.14) sur l'axe vertical  $z$ , on trouve :

$$\alpha g \langle \delta T \rangle = \frac{1}{\rho} \partial_z \langle P \rangle + \partial_x \langle v_x' v_z' \rangle \tag{3.33}$$

avec  $\langle \delta T \rangle = (\langle T \rangle - T_{moy})$ . Car les termes  $\langle v_j \rangle \partial_j \langle v_z \rangle$  sont nuls puisque  $\langle v_x \rangle$  est nulle et  $\langle v_z \rangle$  ne dépend pas de  $z$ ,  $\partial_z \langle v_z'^2 \rangle$  est aussi nulle puisque  $\langle v_z' \rangle$  ne dépend pas de  $z$ , et le terme dissipatif en  $\nu \partial_x^2 \langle v_z \rangle$  est négligeable devant le terme de transport turbulent en dehors des couches limites. En effet,  $\nu \partial_x^2 \langle v_z \rangle \approx 10^{-5} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  alors que  $\partial_x \langle v_x' v_z' \rangle \approx \frac{\pi}{d} \langle v_x' v_z' \rangle_{max} \approx 3 \times 10^{-4} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

Si on regarde d'un peu plus près cette équation, on se rend compte que le terme de pression compense exactement le terme de poussée d'Archimède due au gradient moyen de température  $\beta$ . En effet, en utilisant (3.29) et (3.30) :

$$-\alpha g \beta z = \frac{1}{\rho} \partial_z \langle P \rangle = \frac{\delta \overline{\rho^{xy}}}{\rho} g = -\alpha g \overline{\delta T^{xy}} \tag{3.34}$$

puisque  $\frac{\delta\rho}{\rho} = -\frac{\delta V}{V} = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \delta T = \alpha \delta T$  (définition du coefficient d'expansion thermique  $\alpha$ ) et que la seule dépendance de  $\langle P \rangle$  avec  $z$  est dans le terme  $\int_z^{z_0} \bar{\rho}^{xy}(z) g dz$ . Ce qui nous laisse, en soustrayant (3.34) à (3.33) :

$$T_x(x) = \frac{\partial_x \langle v'_x v'_z \rangle}{\alpha g} \quad (3.35)$$

Ce qui grâce à l'équation (3.28) peut se mettre sous la forme :

$$T_x(x) = \theta_{PIV} \cos\left(\pi \frac{x - x_+}{\tilde{d}}\right) \quad (3.36)$$

avec

$$\theta_{PIV} = \frac{\langle v'_x v'_z \rangle_{max} \pi}{\alpha g \tilde{d}} = 0.095 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (3.37)$$

Donc grâce à ces équations, nous avons l'expression de la température moyenne en tout points du plan  $Oxz$  d'étude (hors couches limites). Nous avons représenté sur la

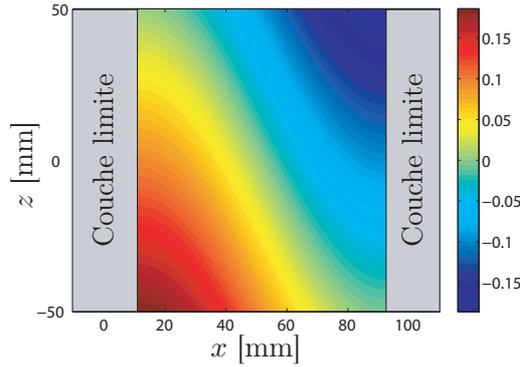


FIG. 3.18 – Valeur de la température moyenne  $\langle \delta T \rangle = (\langle T \rangle - T_{moy})$  en tout point du plan d'étude (hors couches limites). Les couleurs codent la température en [K].

figure 3.18 l'écart à la température moyenne  $\langle \delta T \rangle = (\langle T \rangle - T_{moy})$  dans tout le plan de mesure, dont l'expression est :

$$\langle \delta T \rangle (x, y, z) = \langle T \rangle (x, y, z) - T_{moy} = -\beta z + \theta_{PIV} \cos\left(\pi \frac{x - x_+}{\tilde{d}}\right). \quad (3.38)$$

On peut remarquer sur cette figure que la variation de température horizontale est de même amplitude que la variation verticale dans notre zone d'étude. En effet ici nous avons  $\beta \times 10 \text{ cm} = 0.182 \text{ K} \approx 2\theta_{PIV} = 0.19 \text{ K}$ .

### La conservation de l'énergie

L'équation de la chaleur quant à elle peut simplement s'écrire sous la forme :

$$\beta \langle v_z \rangle = \partial_x \langle v'_x T' \rangle \quad (3.39)$$

puisque comme dans les cas précédents toute dérivée par rapport à  $z$  est nulle par invariance par translation (sauf évidemment  $\partial_z \langle T \rangle = -\beta$ ) et de plus le terme diffusif ( $\kappa \partial_x^2 \langle T \rangle \approx 10^{-5} \text{ K}\cdot\text{s}^{-1}$ ) est très petit devant  $\langle v_z \rangle \beta \approx 10^{-2} \text{ K}\cdot\text{s}^{-1}$ . Nous sommes donc en mesure d'exprimer la dérivée du flux de chaleur horizontal créé par les fluctuations turbulentes sous la forme :

$$\begin{aligned} \partial_x \langle v'_x T' \rangle &= \beta \langle v_z \rangle_{max} \cos \left( \pi \frac{x - x_+}{\tilde{d}} \right) \\ &= 1.14 \times 10^{-2} \cos \left( \pi \frac{x - x_+}{\tilde{d}} \right) \text{ K}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned} \quad (3.40)$$

Nous pouvons donc exprimer ce flux par intégration mais seulement à une constante près. Donc pour aller plus loin dans cette analyse, il faut aussi aller plus loin dans la modélisation de notre écoulement.

### 3.3.3 Fermeture des équations et confrontation aux résultats précédents

Le système d'équations de conservation que nous utilisons pour décrire notre problème (3.13), (3.14), (3.16) fait intervenir plus d'inconnues que d'équations. En effet, aux cinq grandeurs moyennes classiques  $\langle v_i \rangle$ ,  $\langle P \rangle$ , et  $\langle T \rangle$ , viennent s'ajouter les six composantes du tenseur de Reynolds  $\tau_{ij} = \rho \langle v'_i v'_j \rangle$  ainsi que les trois composantes des flux de chaleur turbulents  $q_{Tj} = \rho C_p \langle v'_j T' \rangle$ . Comme nous le savons on peut obtenir des équations d'évolution vérifiées par  $\tau_{ij}$  et  $q_{Tj}$  en multipliant (3.14) et (3.16) par  $v'_j$  et en moyennant de nouveau sur le temps. Mais ces équations feraient intervenir des corrélations d'ordre plus élevées (type  $\langle v'_i v'_j v'_k \rangle$ ) qui elles-mêmes pourraient s'exprimer en fonction de corrélations d'ordre encore supérieur et ainsi de suite. Tout ceci réside dans la non-linéarité du terme en  $v_j \partial_j X$  de ces équations. La turbulence ne dispose donc pas d'un système d'équations « fermé » (autant d'équations que d'inconnues).

Pour palier ce problème, il faut proposer une forme de fermeture de ce système. La plus couramment employée consiste à exprimer le tenseur de Reynolds  $\tau_{ij}$  par analogie avec le tenseur des contraintes visqueuses  $\langle \Sigma_{ij} \rangle = \rho \nu (\partial_j \langle v_i \rangle + \partial_i \langle v_j \rangle)$  et pour les flux de chaleur turbulents d'utiliser une analogie avec le terme de dissipation en  $\rho C_p \kappa \partial_j \langle T \rangle$ . Pour ce faire, il faut introduire des termes de *viscosité turbulente*  $\nu_T$  et de *diffusivité turbulente*  $\kappa_T$  :

$$\boxed{\tau_{ij} = \rho \langle v'_i v'_j \rangle = -\rho \nu_T (\partial_j \langle v_i \rangle + \partial_i \langle v_j \rangle)} \quad (3.41)$$

$$\boxed{q_{Tj} = \rho C_p \langle v'_j T' \rangle = -\rho C_p \kappa_T \partial_j \langle T \rangle} \quad (3.42)$$

Le plus grand défaut de cette description réside dans le fait que ces coefficients ne dépendent pas du fluide mais surtout de l'écoulement que l'on décrit et peuvent

éventuellement même dépendre de la position considérée. Mais nous allons voir dans la suite que l'on peut aller un peu plus loin.

### Le transport de quantité de mouvement selon ( $Ox$ )

Pour ce qui est des composantes du tenseur de Reynolds, la seule composante à avoir de l'importance et qui peut être décrite par la relation (3.41) est la composante non-diagonale  $\langle v'_x v'_z \rangle$ . En effet  $\partial_x \langle v_x \rangle$  et  $\partial_z \langle v_z \rangle$  étant nulles, il est impossible de décrire  $\langle v_x'^2 \rangle$  et  $\langle v_z'^2 \rangle$  tel que le propose l'équation (3.41). On a donc :

$$\langle v'_x v'_z \rangle = -\nu_T \partial_x \langle v_z \rangle \quad (3.43)$$

ce qui nous donne accès à la valeur de  $\nu_T$  en utilisant les expressions (3.28) et (3.24) :

$$\nu_T = \frac{\tilde{d} \langle v'_x v'_z \rangle_{max}}{\pi \langle v_z \rangle_{max}} = 3.05 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}. \quad (3.44)$$

On peut remarquer que les dépendances en  $x$  de  $\langle v'_x v'_z \rangle$  et  $\partial_x \langle v_z \rangle$  nous permettent de modéliser cette viscosité turbulente par une constante sur toute la zone de mesure. Pour donner un sens à cette valeur de viscosité, il suffit de la comparer à la viscosité cinématique de l'eau à cette température  $\nu_{H_2O}(30^\circ\text{C}) = 8.02 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ . La viscosité turbulente  $\nu_T$  est donc de deux ordres de grandeur supérieure à la viscosité cinématique du fluide. Ce qui montre bien que le transport turbulent est extrêmement efficace.

### Transport d'énergie thermique selon ( $Ox$ )

Pour ce qui est des transferts thermiques, nous allons nous intéresser au transferts de chaleur horizontaux ( $Q_x$ ) et verticaux ( $Q_z$ ) dont on peut tirer l'expression de l'équation (3.16).

$$\frac{Q_x}{\rho C_p} = \langle v_x \rangle \langle T \rangle + \langle v'_x T' \rangle - \kappa \partial_x \langle T \rangle \approx \langle v'_x T' \rangle \quad (3.45)$$

Nous avons déjà vu que notre système n'est pas isotrope, donc nous allons utiliser la modélisation proposée par l'équation (3.42), mais en introduisant des diffusivités thermiques turbulentes différentes pour les transferts horizontaux ( $q_{Tx}$ ) et verticaux ( $q_{Tz}$ ). On pourra donc écrire  $q_{Tx}$  sous la forme :

$$\frac{q_{Tx}}{\rho C_p} = \langle v'_x T' \rangle = -\kappa_{Tx} \partial_x \langle T \rangle. \quad (3.46)$$

Cette nouvelle approche va nous permettre d'aller plus loin que l'analyse amorcée autour de l'équation (3.39), en la récrivant sous la forme :

$$\beta \langle v_z \rangle = -\kappa_{Tx} \partial_x^2 \langle T \rangle \quad (3.47)$$

ce qui nous donne accès à cette diffusivité turbulente  $\kappa_{Tx}$  qui une fois de plus peut s'exprimer comme une constante grâce aux dépendances selon la direction horizontale de notre problème qui sont cohérentes avec cette description :

$$\kappa_{Tx} = \frac{\beta}{\theta_{PIV}} \langle v_z \rangle_{max} \left( \frac{\tilde{d}}{\pi} \right)^2 = 8.09 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}. \quad (3.48)$$

Pour comparaison, on a  $\kappa_{H_2O}(30^\circ\text{C}) = 1.48 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ , c'est à dire plus de deux ordres de grandeur inférieure à la diffusivité turbulente que nous venons d'introduire.

### Définition d'un Nombre de Prandtl Turbulent transverse

A ce point, on peut définir un *Nombre de Prandtl Turbulent* transverse qui va jauger avec quelle efficacité la turbulence transporte la quantité de mouvement (composante verticale) par rapport à la chaleur selon l'axe horizontal.

$$Pr_{Tx} = \frac{\nu_T}{\kappa_{Tx}} = 0.38 \quad (3.49)$$

Ce Prandtl Turbulent transverse est de l'ordre de l'unité, mais tend quand même à nous dire que notre écoulement transporte mieux la chaleur que la composante verticale de la quantité de mouvement selon l'horizontale. Obtenir un Prandtl Turbulent transverse de l'ordre de un est un résultat très classique en turbulence, il est même assez largement utilisé à titre prédictif dans de nombreux cas. En général les expérimentateurs peuvent estimer la viscosité turbulente par des mesures de vitesses et se servent de cette approximation  $Pr_T \approx 1$  pour en déduire les transferts de chaleur.

### Transport d'énergie thermique selon ( $Oz$ )

$$\frac{Q_z}{\rho C_p} = \langle v_z \rangle \langle T \rangle + \langle v'_z T' \rangle - \kappa \partial_z \langle T \rangle \quad (3.50)$$

$$\frac{q_{Tz}}{\rho C_p} = \langle v'_z T' \rangle = -\kappa_{Tz} \partial_z \langle T \rangle \quad (3.51)$$

Intéressons nous à présent au transport de chaleur dans la direction verticale quantifiée dans l'équation (3.51) par la diffusivité turbulente  $\kappa_{Tz}$ . Par les mesures de vitesses et le système d'équations que nous considérons, nous n'avons aucun renseignement sur le terme de transport turbulent de chaleur  $\langle v'_z T' \rangle$ . Cependant, nous pouvons introduire ici les résultats thermiques que nous avons obtenus précédemment :

$$Nu = \frac{Q}{\lambda \beta} = 8250. \quad (3.52)$$

Grâce à l'équation (3.50), on peut écrire le nombre de Nusselt sous la forme :

$$Nu = \frac{\overline{Q_z}^{xy}}{\lambda\beta} = \frac{\overline{\langle v_z \rangle \langle T \rangle}^{xy}}{\kappa\beta} + \frac{\overline{\langle v'_z T' \rangle}^{xy}}{\kappa\beta} + 1. \quad (3.53)$$

Maintenant, on peut insérer dans cette expression les formes analytiques que nous avons établies pour  $\langle v_z \rangle$  et  $\langle T \rangle$  (équations (3.24) et (3.38)) ainsi que l'écriture du terme de transport turbulent à l'aide de la diffusivité turbulente  $\kappa_{Tz}$  (équation (3.51)) et effectuer la moyenne dans le plan horizontal ( $Oxy$ ) :

$$Nu = \frac{V\theta_{PIV}}{2\kappa\beta} + \frac{\kappa_{Tz}}{\kappa} + 1 \quad (3.54)$$

où  $V = \langle v_z \rangle_{max}$ . Le nombre de Nusselt se décompose donc naturellement en trois parties clairement identifiables et quantifiables :

**Transport par conduction :** le terme  $+1$ . Il est absolument négligeable face aux autres termes composant le nombre de Nusselt. En effet, il représente une contribution inférieure à 0.02% du flux total.

**Transport par l'écoulement moyen :** le terme  $\frac{V\theta_{PIV}}{2\kappa\beta} = 1100$ . Cette contribution de 13.5% au flux total n'est pas négligeable, mais ne suffit pas à expliquer le flux total.

**Transport par les fluctuations turbulentes :** le terme  $\frac{\kappa_{Tz}}{\kappa} = 7150$ . C'est donc sous ce terme que se cache 86.5% du transfert de chaleur vertical dans notre écoulement.

*Cette analyse nous permet de mettre en évidence très clairement que le transport de chaleur dans notre écoulement est assuré principalement par les fluctuations turbulentes (le terme  $\langle v'_z T' \rangle$ ) qui fournissent plus de 86% du flux total.*

### Analyse en terme de longueur de mélange

La théorie de longueur de mélange a été introduite par Prandtl en 1903. C'est une approche de la turbulence similaire à l'approche de la cinétique des gaz. Dans cette approche de la turbulence, on va définir une *Longueur de Mélange*  $L_m$  qui va jouer le rôle de libre parcours moyen et les fluctuations de vitesses ( $\sqrt{\langle v_x'^2 \rangle}$  et  $\sqrt{\langle v_z'^2 \rangle}$ ) le rôle de l'agitation thermique.

Pour bien comprendre cette modélisation, nous allons développer cette approximation dans notre cas : un gradient de température moyen constant dans la direction ( $Oz$ ). Nous allons chercher à exprimer le flux de chaleur turbulent selon cette direction :  $q_{Tz} = \rho C_p \langle v'_z T' \rangle$ . Écrivons la fluctuation de température que voit une particule fluide lorsqu'elle subit une fluctuation de vitesse positive ( $v'_z > 0$ ) :

$$T' \approx \langle T \rangle(z) - \langle T \rangle(z + \Delta z) \approx -\Delta z \partial_z \langle T \rangle \quad (3.55)$$

On peut alors exprimer le flux qui nous intéresse sous la forme :

$$\frac{q_{Tz}}{\rho C_p} = \langle v'_z T' \rangle = - \langle v'_z \Delta z \rangle \partial_z \langle T \rangle \quad (3.56)$$

Où  $\langle X \rangle$  correspond à une moyenne sur l'ensemble des trajectoires possibles que nous faisons correspondre par ergodicité à une moyenne temporelle. Il nous reste alors simplement à exprimer la corrélation  $\langle v'_z \Delta z \rangle$ . Pour estimer cette corrélation  $\langle v'_z \Delta z \rangle$ , nous introduisons une longueur  $L_m$ , dite *Longueur de mélange*, qui représente la distance moyenne sur laquelle la vitesse d'un particule fluide reste corrélée à sa valeur initiale et la fluctuation de vitesse  $\sqrt{\langle v'^2_z \rangle}$ . Ce qui nous permet d'écrire :

$$\langle v'_z \Delta z \rangle = \alpha_{Tz} L_m \sqrt{\langle v'^2_z \rangle} \quad (3.57)$$

où  $\alpha_{Tz}$  est une constante à déterminer. Par suite :

$$\boxed{\frac{q_{Tz}}{\rho C_p} = \langle v'_z T' \rangle = -\alpha_{Tz} L_m \sqrt{\langle v'^2_z \rangle} \partial_z \langle T \rangle}. \quad (3.58)$$

La longueur caractéristique (la *Longueur de mélange*  $L_m$ ) que fait intervenir ce modèle correspond au libre parcours moyen dans l'approche cinétique des gaz. On peut pousser le parallèle entre cette approche de cinétique des gaz et la turbulence en rapprochant l'équation (3.51) de l'équation (3.58), ce qui nous permet d'écrire :

$$\boxed{\kappa_{Tz} = \alpha_{Tz} L_m \sqrt{\langle v'^2_z \rangle}}. \quad (3.59)$$

On obtient donc une expression de la diffusivité turbulente  $\kappa_{Tz}$ , que nous avons estimée plus haut, en fonction de cette longueur de mélange.

Nous tenons quand même à signaler une critique possible à ce parallèle. En effet dans la théorie cinétique des gaz, il existe des ordres de grandeur d'écart entre le libre parcours moyen  $\xi_{air} \approx 7 \times 10^{-8} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  et l'échelle mésoscopique à laquelle s'applique l'équation de Navier-Stokes avec la forme en  $-\nu(\partial_j v_i + \partial_i v_j)$  du tenseur des contraintes (de l'ordre de la dizaine de micro-mètres). En turbulence, cette séparation d'échelle n'existe pas si la longueur de mélange est du même ordre ou supérieure à la longueur de corrélation de l'écoulement (dans notre cas  $L = \frac{\theta}{2\beta} = 5.11 \text{ cm}$ ). Nous allons voir dans la suite que nous sommes dans ce cas pour la direction considérée ici.

Si nous effectuons le même type de raisonnement sur  $q_{Tx}$  et  $\tau_{xz}$ , cela nous mène aux expressions suivantes :

$$\boxed{\kappa_{Tx} = \alpha_{Tx} L_m \sqrt{\langle v'^2_x \rangle}}. \quad (3.60)$$

$$\boxed{\nu_T = \alpha_{Vx} L_m \sqrt{\langle v'^2_x \rangle}}. \quad (3.61)$$

où  $\alpha_{Tx}$  et  $\alpha_{Vx}$  sont des constantes sans dimension à déterminer. La description que nous venons d'introduire fait intervenir des constantes qui doivent être de l'ordre de

---

l'unité. Plutôt que de raisonner sur des constantes sans dimension, nous préférons définir les longueurs qui leur sont associées selon l'équation (3.62).

$$\begin{cases} L_{Tz} = \alpha_{Tz} L_m = \frac{\kappa_{Tz}}{\sqrt{\langle v_z'^2 \rangle}} \\ L_{Tx} = \alpha_{Tx} L_m = \frac{\kappa_{Tx}}{\sqrt{\langle v_x'^2 \rangle}} \\ L_{Vx} = \alpha_{Vx} L_m = \frac{\nu_T}{\sqrt{\langle v_x'^2 \rangle}} \end{cases} \quad (3.62)$$

Nous pouvons alors calculer la valeur de ces longueurs de mélange :

$$\boxed{\begin{cases} L_{Tz} = 20 \text{ cm} \\ L_{Tx} = 2.08 \text{ cm} \\ L_{Vx} = 0.78 \text{ cm} \end{cases}} \quad (3.63)$$

A ce point, il paraît naturel de commenter séparément les transferts turbulents selon la direction horizontale et verticale.

En effet, comme on peut le constater selon la direction horizontale, les longueurs à considérer pour décrire notre problème grâce à ce modèle de longueur de mélange semblent acceptables. On obtient une hiérarchie d'échelle qui correspond bien aux hypothèses que nous avons faites :

$$L > L_{Vx} = Pr_T L_{Tx} > l \quad (3.64)$$

où  $L$  est la longueur naturelle (ou de corrélation) de notre système et  $l$  la taille caractéristique d'une particule fluide (échelle mésoscopique). Cette inéquation est l'exact équivalent de celle que l'on peut écrire en théorie cinétique des gaz :  $l \gg \xi \gg r$ , avec  $l$  l'échelle mésoscopique à laquelle s'applique la description en terme de viscosité cinématique,  $\xi$  le libre parcours des molécules considérées, et  $r$  la taille de ces molécules. On obtient donc bien le résultat espéré, à savoir une séparation d'échelle moins franche que dans le cas de la théorie cinétique des gaz, mais avec une hiérarchie d'échelles similaire. Le transfert de chaleur et de quantité de mouvement turbulent selon la direction horizontale dans notre montage représente en quelque sorte un cas d'école de ce type de représentation du transport turbulent.

Le transfert de chaleur turbulent selon la direction verticale quant à lui ne semble pas se prêter à cette description de longueur de mélange. En effet, la longueur de  $L_{Tz} = 20 \text{ cm}$  qui se dégage de cette analyse n'a pas de sens physique puisqu'elle est bien supérieure à toutes les longueurs présentes dans notre système et en particulier la longueur naturelle  $L = \frac{\theta}{2\beta} = 5.11 \text{ cm}$ . Cette longueur démesurément grande nous fait penser qu'il peut être raisonnable de décrire ce transfert de chaleur dans cette direction par un mécanisme de type balistique.

---

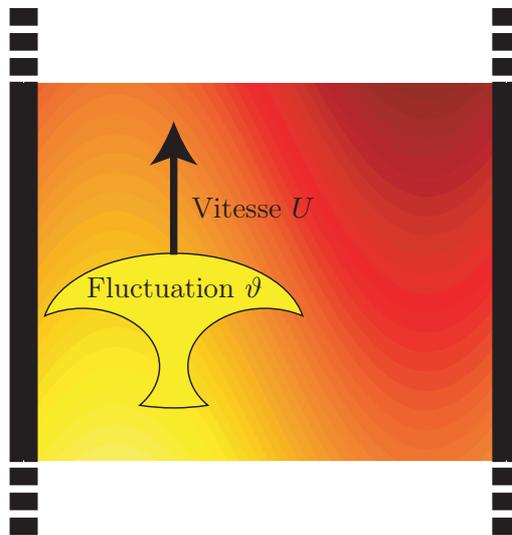


FIG. 3.19 – Description du transfert de chaleur convectif selon la verticale en terme de transfert « balistique ». Il s’agit de considérer des objets cohérents (ou *panaches thermiques*) qui traversent le canal avec une vitesse verticale notée  $U$  et une différence de température avec le milieu environnant notée  $\vartheta$ . La probabilité qu’un panache traverse le canal sera notée  $\tau_{plum}$ .

### Analyse en terme de transfert de chaleur balistique selon l’axe vertical - Les panaches thermiques

Le résultat que nous venons d’obtenir :  $L_{T_z} > L$ , nous montre simplement que la description que nous avons adoptée pour le transfert d’impulsion horizontal ne peut s’appliquer au transfert vertical. En effet, le résultat des mesures thermiques et des champs de vitesse que nous avons présentés (équation (3.53)) nous ont menés à la conclusion que  $\approx 86\%$  du flux de chaleur vertical vient des fluctuations turbulentes. Dès lors, c’est la description en terme de grandeur moyenne plus fluctuations qu’il faut remettre en question. En effet, une telle description n’apporte pas beaucoup à la compréhension physique du phénomène dans le cas présent. Une description plus appropriée dans ce cas, pourrait être une description de type « balistique » que peut nous inspirer cette longueur  $L_{T_z} > L$ .

Comme le présente la figure 3.19, il faut considérer des objets cohérents (qui correspondent à l’idée que l’on a des *panaches thermiques*) qui traversent le canal avec une vitesse verticale fixe notée  $U$  et une différence de température avec le milieu environnant que l’on note  $\vartheta$ . La probabilité qu’un tel objet traverse le canal est notée  $\tau_{plum}$ . Grâce à cette simple description, on peut avoir accès aux grandeurs moyennes

que nous avons mesurées :

$$\begin{cases} \langle v_z \rangle = \tau_{plum} U \\ \langle T \rangle = \tau_{plum} \vartheta \\ \frac{\langle Q_z \rangle}{\rho C_p} = \tau_{plum} U \vartheta (= \langle v_z T \rangle) \end{cases} \quad (3.65)$$

Comme on peut le voir sur ces relations les différentes grandeurs moyennes auxquelles nous avons accès reflètent principalement la probabilité de présence au sein du canal d'un « panache » ( $\tau_{plum}$ ). On peut aussi remarquer que en combinant ces relations à nos mesures nous pouvons avoir accès à cette probabilité :

$$\tau_{plum} = \frac{\langle v_z \rangle \langle T \rangle}{\langle Q_z \rangle / \rho C_p} \approx 14\%. \quad (3.66)$$

Selon cette description, ce taux de présence,  $\tau_{plum} = 14\%$ , correspond à un taux d'activité du transfert de chaleur vertical. Nous ne prétendons pas ici que cette description est formellement exacte et par la même que les panaches se déplacent dans le canal avec exactement une vitesse verticale constante et un écart de température constant avec la température moyenne. Cependant, il s'agit d'une description d'ordre zéro de nos résultats qui semble bien accorder les mesures de vitesses que nous venons de rapporter aux mesures thermiques réalisées ci-avant. De plus, cette description du flux de chaleur en terme de transferts de panaches (structures cohérentes spatialement) suscite depuis un certain temps un vif intérêt dans la communauté de la convection thermique turbulente (voir partie 1.3.3). Ces panaches ont déjà été identifiés pour être les acteurs majeurs du transfert de chaleur. Ces structures semblent bien correspondre à la description simplifiée que nous venons de faire du transfert de chaleur selon la direction verticale dans notre canal (d'où la représentation schématique utilisée sur la figure 3.19). Nous reviendrons sur cette notion de transport de chaleur par les panaches dans la partie III qui concerne les mesures Lagrangiennes que nous avons effectuées dans une cellule de RB classique et nous verrons que dans ce cas aussi, le transfert de chaleur selon la verticale semble pouvoir être décrit par la dynamique de structures cohérentes.

Pour finir cette section, nous allons nous intéresser à l'évolution des propriétés de l'écoulement que nous venons de mettre à jour avec cette analyse en fonction du paramètre de contrôle du système : le nombre de Rayleigh.

### 3.4 Évolution des propriétés de l'écoulement extraites des mesures de vitesses avec le paramètre de contrôle et conclusions

#### Effet du nombre de Rayleigh

Une autre série de mesures de champs de vitesse a été réalisée avec une puissance injectée au système deux fois plus grande, ce qui correspond à une augmentation

### 3.4. Évolution des propriétés de l'écoulement extraites des mesures de vitesses avec le paramètre de contrôle et conclusions 123

relative du nombre de Rayleigh de 63%. Les paramètres de ce film sont équivalents à ceux des précédents films traités : la durée totale de l'enregistrement ( $\Lambda\Delta t$ ) est de 4 H, le nombre d'images par groupe ( $N$ ) est de 20 (groupe d'image duquel sont extraits les champs de vitesses et de moyennes quadratiques à l'instant  $t_i$ ), le nombre de groupes d'images ( $\Lambda$ ) est 80, deux groupes d'images sont séparés temporellement de  $\Delta t = 180$  s, et le nombre total d'images est de 1600.

Nous avons appliqué sur cette série de mesures la même analyse que celle que nous venons de développer sur les champs de vitesses obtenus à faible nombre de Rayleigh.

Le premier résultat est que la description que nous avons faite des données précédentes correspond très bien à ce lot de données :

- Les écoulements  $\Phi$  et  $\Xi$  sont toujours identifiables et gardent les mêmes propriétés. L'écoulement  $\Phi$  reste très majoritaire. Le temps de retournement reste lui aussi du même ordre de grandeur.
- L'invariance selon la direction verticale est toujours valide.
- La description des différentes mesures à l'aide de dépendances simples selon la direction horizontale ( $\sin(\frac{x}{d})$ , et  $\cos(\frac{x}{d})$ ) reste valide dans ce cas. Seules les amplitudes changent.

Le dernier point nous garantit que la description à l'aide des diffusivités et viscosités turbulentes reste valide. Par conséquent, nous pouvons appliquer la totalité du raisonnement précédent à cette mesure.

Le tableau 3.2 rassemble l'ensemble des résultats de cette analyse et les met en regard des résultats obtenus dans le cas de faible nombre de Rayleigh que nous avons traité précédemment. Ne disposant que de ces deux mesures, nous allons nous attacher à rechercher parmi ces mesures quels sont les paramètres qui semblent ne pas évoluer avec le nombre de Rayleigh.

Nous considérerons comme invariant les variations relatives inférieures à 5% :

- Le nombre de Prandtl transverse ( $Pr_{Tx}$ ) qui est le ratio de la viscosité turbulente issue du transport d'impulsion verticale dans la direction horizontale ( $\nu_T$ ) et de la diffusivité thermique turbulente transverse ( $\kappa_{Tx}$ ) qui vient du transport turbulent de chaleur selon l'axe horizontal.
- Les longueurs de mélange associées au transport turbulent transverse ( $L_{Tx}$  et  $L_{Vx}$ ), en effet,  $\nu_T$  et  $\kappa_{Tx}$  semblent croître proportionnellement à  $\sqrt{\langle v_x'^2 \rangle}$ .
- Le taux d'activité du transfert de chaleur vertical ( $\tau_{plum}$ ). Ce taux correspond à la probabilité de trouver un panache thermique traversant le canal dans la description simplifiée que nous faisons du transport de chaleur vertical. Mais il correspond aussi à la répartition de ce flux de chaleur entre sa partie issue de l'écoulement moyen ( $\langle v_z \rangle \langle T \rangle$ ) qui est égal à  $\tau_{plum}$  et la partie complémentaire ( $1 - \tau_{plum}$ ) issue des fluctuations ( $\langle v_z' T' \rangle$ ).

Au vu de ces résultats, on peut conclure que l'analyse que nous venons de faire de ces mesures de champs de vitesses mettent à jour des grandeurs pertinentes qui semblent décrire l'écoulement indépendamment de l'évolution du paramètre de contrôle du

---

	série 90 W	série 180 W	Écart ( $\frac{\Delta X}{\bar{X}}$ )
Valeurs Brutes			
$P$ Puissance [W]	92.8	180.7	64%
$\Delta T$ entre les plaques [K]	9.34	15.07	47%
$\delta T_z$ mesuré par le pont [K]	0.182	0.239	27%
$\theta$ fluctuations [K]	0.186	0.266	35%
$\tau$ Temps caractéristique [s]	12.7	10.4	-20%
$\beta = \frac{\delta T_z}{0.1}$ gradient [ $K.m^{-1}$ ]	1.82	2.39	27%
$L = \frac{\theta}{2\beta}$ Longueur naturelle [cm]	5.11	5.57	8.6%
$V_\theta = \frac{L}{\tau}$ Vitesse ( $Re_n$ ) [ $m.s^{-1}$ ]	$4.03 \times 10^{-3}$	$5.37 \times 10^{-3}$	29%
Nombres sans dimension associés			
$Nu = \frac{Q}{\lambda\beta}$	8250	12230	39%
$Ra_n = \frac{\alpha g \beta L^4}{\nu \kappa}$	$3.3537 \times 10^5$	$6.4402 \times 10^5$	63%
$Re_n = \frac{L^2 \nu \kappa}{\nu \tau}$	266	393	38%
$Pr = \frac{\nu}{\kappa}$	5.22	5.12	-2%
$Nu_{cell} = \frac{Q}{\lambda \frac{\Delta T}{H}}$	147	176	18%
$Ra_{cell} = \frac{\alpha g \Delta T H^3}{\nu \kappa}$	$1.588 \times 10^{10}$	$2.664 \times 10^{10}$	50%
Mesures de vitesses			
$\langle v_z \rangle_{max}$ en [ $m.s^{-1}$ ]	$6.24 \times 10^{-3}$	$8.45 \times 10^{-3}$	30%
$\langle v_x \rangle_{max}$ en [ $m.s^{-1}$ ]	0	0	-
$\langle v_z'^2 \rangle$ en [ $m^2.s^{-2}$ ]	$2.79 \times 10^{-5}$	$3.96 \times 10^{-5}$	35%
$\langle v_x'^2 \rangle$ en [ $m^2.s^{-2}$ ]	$1.52 \times 10^{-5}$	$2.18 \times 10^{-5}$	36%
$\langle v_x' v_z' \rangle$ en [ $m^2.s^{-2}$ ]	$7.33 \times 10^{-6}$	$11.31 \times 10^{-6}$	43%
Grandeurs issues des mesures de vitesses			
$P_x(x)$ en [Pa]	$-1.52 \times 10^{-2}$	$-2.19 \times 10^{-2}$	36%
$\theta_{PIV} = \frac{\delta T_x}{2}$ en [K]	0.095	0.144	40%
$\nu_T$ en [ $m^2.s^{-1}$ ]	$3.05 \times 10^{-5}$	$3.55 \times 10^{-5}$	15%
$\kappa_{Tx}$ en [ $m^2.s^{-1}$ ]	$8.09 \times 10^{-5}$	$9.89 \times 10^{-5}$	20%
$Pr_{Tx}$	0.38	0.36	-5%
$\kappa_{Tz}$ en [ $m^2.s^{-1}$ ]	$1.06 \times 10^{-3}$	$1.56 \times 10^{-3}$	38%
$\tau_{plum}$ en [%]	13.5	14	4%
Longueurs de mélange			
$L_{Tz}$ en [cm]	20	29.4	38%
$L_{Tx}$ en [cm]	2.08	2.12	2%
$L_{Vx}$ en [cm]	0.78	0.76	-2.6%

TAB. 3.2 – Comparaisons des données obtenues à l'aide des mesures thermiques et de vélocimétries de deux séries de mesures : l'une avec une puissance injectée dans la cellule de  $P = 90$  W (un Rayleigh de  $Ra_n = 3.3537 \times 10^5$ ) et l'autre de  $P = 180$  W (un Rayleigh de  $Ra_n = 6.4402 \times 10^5$ ).

système (le nombre de Rayleigh). Mais bien entendu ce résultat demande à être confirmé par une étude sur une plage de  $Ra$  plus conséquente.

On pourra aussi noter que de façon surprenante le gradient de température horizontal ( $\beta_x = \frac{\delta T_x}{d}$  où  $d$  est la largeur du canal) semble croître plus rapidement que le gradient vertical ( $\beta$ ). La vitesse que l'on utilise pour construire le nombre de Reynolds naturel ( $Re_n = \frac{LV_\theta}{\nu}$  avec  $V_\theta = \frac{L}{\tau}$ ) semble suivre l'évolution de la valeur maximale du profil de la composante verticale de vitesse ( $\langle v_z \rangle_{max}$ ), ce qui est bien cohérent avec l'étude thermique menée dans la section 2.

### Résumé des résultats et perspectives

**Résumé de la campagne de mesures.** Nous venons de mettre à jour un grand nombre de propriétés de cet écoulement :

Premièrement, nous avons découvert un écoulement très riche que nous avons réussi à décomposer en plusieurs types. L'écoulement majoritaire se compose d'une colonne de fluide chaud montant d'un côté du canal et d'une colonne froide descendante de l'autre. Cet écoulement présente une composante basse fréquence qui fait que cette configuration se retourne (la colonne chaude et montante devient froide et descendante et vice versa). Un temps caractéristique de ces retournements à été mis en évidence, mais nécessite une étude plus approfondie qui lui sera exclusivement consacrée.

Si l'on s'abstrait de ce mouvement basse fréquence, nous avons aussi montré que cet écoulement très particulier peut être décrit simplement par les variations horizontales des vitesses et fluctuations de vitesses que l'on peut extraire de nos mesures. En effet, dans la zone d'intérêt du canal (la zone sur laquelle nous avons mesuré un gradient de température vertical constant), ces différentes grandeurs sont invariantes par translations selon l'axe vertical, propriété que nous attendions d'un système qui se veut approcher le cas idéal d'un canal infini dans la direction verticale.

De plus, les dépendances horizontales de ces grandeurs sont cohérentes avec une description en termes de diffusivité et viscosité turbulente constantes sur tout le canal. Cette description nous a permis de quantifier le flux d'impulsion vertical selon la direction horizontale, et ainsi de montrer que ce flux est maximum à l'interface entre la colonne chaude montante et la colonne froide et descendante, et quasiment nul en direction des parois (et donc des couches limites). Le nombre de Prandtl turbulent transverse qui compare les transports de quantité de mouvement et de chaleur est de l'ordre de l'unité et semble insensible aux variations du paramètre de contrôle du système ( $Ra$ ).

Les mesures de flux d'impulsion verticale selon la direction horizontale nous ont donné accès au champ de température moyen qui a mis en évidence un gradient de température horizontal du même ordre de grandeur que le gradient vertical.

---

Ensuite par un raisonnement de longueur de mélange, nous avons pu évaluer des longueurs caractéristiques de ces échanges horizontaux de quantité de mouvement et de chaleur. Ces longueurs sont bien inférieures à la longueur de référence de notre système  $L$  ce qui justifie ce type de modèle.

Nous montrons aussi que pour décrire le transport de chaleur vertical il est nécessaire d'introduire la notion de transport balistique effectué par des panaches thermiques. Ces objets cohérents spatialement transportent leur vitesse et leur fluctuation de températures à travers le canal. La probabilité ( $\tau_{plum}$ ) qu'un tel panache traverse le canal a été évaluée grâce à nos mesures à l'aide d'un modèle très simple. Ce taux d'activité du transfert de chaleur vertical semble ne pas évoluer avec le nombre de Rayleigh.

**Perspectives.** Cette configuration très particulière d'interaction entre une colonne de fluide chaud montant au contact d'une colonne de fluide froid descendant dans un milieu confiné est très intéressante si l'on se place dans la perspective d'étudier le mélange turbulent de ces deux fluides. En effet, dans cette configuration nous sommes dans le cadre d'un régime permanent ce qui est difficile à réaliser dans des expériences de mélange turbulent classique où habituellement un fluide plus dense est placé au dessus d'un fluide moins dense et à l'instant  $t = 0$  on laisse évoluer le système sous l'influence de la gravité. Le résultat d'obtenir un nombre de Prandtl turbulent transverse constant est très prometteur et demande de plus amples recherches par exemple en faisant varier le confinement qu'impose la section horizontale du canal au fluide ou encore en inclinant le canal de sorte que la gravité ne soit plus colinéaire avec l'axe du canal (ceci devrait notamment avoir pour effet de supprimer les retournements que nous avons constatés en figeant la colonne montante du côté du canal où la paroi est la plus haute).

Ce type d'étude expérimentale pourrait trouver des applications en Géophysique, par exemple dans l'étude des zones de l'océan où des courants d'eau froide coulent vers les eaux profondes. En effet, les études de simulations numériques qui abordent ce type d'écoulement doivent modéliser les échanges turbulents (d'impulsion et de chaleur) ayant lieu à des échelles plus fines que le maillage qu'ils utilisent. Nos mesures pourraient fournir des informations précieuses dans ce contexte.

Nous avons à ce point une vision assez claire de l'écoulement. Pour finir cette partie sur la convection turbulente dans un canal infini, nous allons nous intéresser aux aspects dynamiques des mesures de températures au sein du canal.

---

## Chapitre 4

# Corrélation et Dynamique des signaux de température

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Corrélations croisées de sondes de températures distantes de <math>\delta z</math> dans le canal . . . . .</b>	<b>127</b>
4.1.1	Protocole expérimental . . . . .	128
4.1.2	Corrélation croisée des deux résistances . . . . .	131
4.1.3	Discussion et perspectives de cette mesure . . . . .	138
<b>4.2</b>	<b>Aspects dynamiques . . . . .</b>	<b>138</b>
4.2.1	Les spectres de puissance des mesures réalisées avec le pont de Wheatstone . . . . .	138
4.2.2	Les spectres de puissance des mesures de température avec les petites sondes . . . . .	141
4.2.3	Comparaison de ces deux signaux et discussion . . . . .	143

---

L'analyse des champs de vitesses que nous venons de mener nous a permis d'avoir une vision globale de notre écoulement. Elle nous a conduit à considérer l'existence de panaches thermiques pour assurer le transport vertical de chaleur. Ces objets sont définis par leur cohérence spatiale sur laquelle ils transportent leur vitesse verticale et leur fluctuation de température. Dans ce chapitre, nous allons étudier les propriétés dynamiques de l'écoulement pour essayer de trouver des signatures des différents résultats que nous avons obtenus par les techniques précédentes.

### 4.1 Corrélations croisées de sondes de températures distantes de $\delta z$ dans le canal

Avec cette mesure, nous allons chercher à mesurer directement la longueur de corrélation thermique verticale, pour la relier directement à la longueur naturelle  $L$  que nous avons identifiée dans le chapitre 2.

## 4.1.1 Protocole expérimental

## Le principe de la mesure

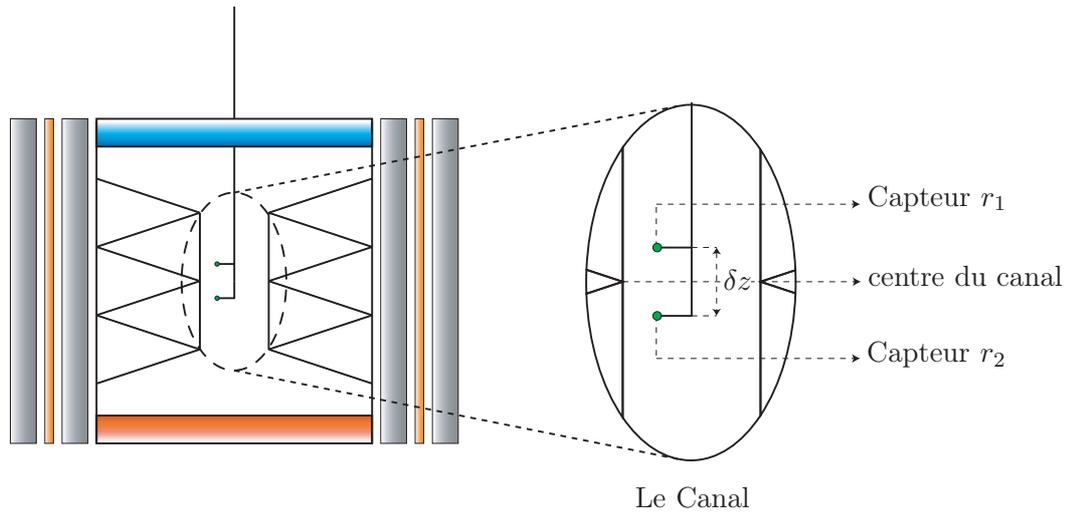


FIG. 4.1 – Schéma de principe du montage.

Les mesures de PIV nous ont montré que les panaches thermiques ont une importance considérable sur le transfert de chaleur vertical. Cette mesure de longueur de corrélation peut être l'occasion de mettre en évidence quelques caractéristiques de ces objets, comme par exemple leur probabilité de présence au sein du canal :  $\tau_{plum}$ . Ces mêmes mesures nous ont donné accès à la structure spatiale de l'écoulement moyen. Si l'on ne considère que l'écoulement principal (l'écoulement  $\Phi$ ), on sait que les vitesses verticales moyennes sont maximales en valeur absolue aux abscisses  $x_+$  et  $x_-$  (définies dans la section 3.3.1, voir figure 3.12). De plus nous savons que la vitesse horizontale moyenne est nulle (sinon très faible) dans la partie du canal que nous considérons dans notre étude. Nous plaçons donc les capteurs de température l'un au dessus de l'autre en  $x = x_+$  comme on peut le voir sur la vue schématique du montage sur la figure 4.1. C'est en effet dans cette zone que l'on s'attend à ce que le transport de chaleur vertical soit le plus efficace et par conséquent que l'on peut imaginer voir le plus grand nombre de ces panaches thermiques.

Ensuite, nous allons rajouter un degré de liberté à ce montage, en autorisant les deux capteurs à s'éloigner l'un par rapport à l'autre d'une distance  $\delta z$  tout en gardant le centre du canal au milieu de ces deux thermistances (voir figure 4.1). Ce décalage  $\delta z$  sera imposé de l'extérieur de la cellule à l'aide d'un système de double engrenage permettant de faire monter un des deux capteurs et descendre l'autre de la même distance  $\frac{\delta z}{2}$  (en restant l'un au dessus de l'autre), tout en mesurant ce déplacement à l'aide d'un système de pied à coulisse détourné. Ce dispositif nous permet de mesurer très précisément l'écart  $\delta z$  entre les deux capteurs et nous assure une grande reproductibilité du protocole.

Ensuite le principe est simple, on met le système dans une configuration thermique particulière, définie par un certain nombre de Rayleigh, et on acquiert une série de mesures des deux résistances à un décalage  $\delta z$  fixe. Puis on fait varier  $\delta z$  et on mesure une deuxième série et ainsi de suite. On peut faire varier le nombre de Rayleigh et recommencer ce processus.

### Les capteurs de température

Pour réaliser cette mesure dans les meilleures conditions, il faut se doter de capteurs de température qui ont un faible temps de réponse, pour être capable de calculer les corrélations entre les deux capteurs à des décalages temporels faibles. Cette propriété est bien évidemment couplée avec la taille du capteur : plus le capteur est petit et plus il répondra rapidement.

Nous avons donc opté pour des thermistances à coefficients négatifs (CTN) dont la partie sensible (la tête) est formée par un semi-conducteur recouvert de verre dont le diamètre est 0.4 mm. Les pattes de ces résistances en Platine-Iridium mesurent 1 cm de long et font  $40 \mu\text{m}$  de diamètre. Le temps de réponse dans l'eau est donné pour être inférieur à 0.1 s (soit une fréquence de coupure supérieure à 10 Hz). La valeur de la résistance à  $25^\circ\text{C}$  est de  $\approx 30 \Omega$ . Nous avons réalisé un étalonnage précis (procédure identique à celle décrite par la figure 2.9) :

$$R(T) = 30.86 e^{1427.8 \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{298} \right)} \quad (4.1)$$

Cela nous donne une sensibilité autour de  $25^\circ\text{C}$  de quelques  $-0.5 \Omega \cdot \text{K}^{-1}$  (ou  $-1.5 \text{ \%K}^{-1}$ ), relativement faible mais prévisible au vu de la faible résistance de cette thermistance. Cette faible résistance à  $25^\circ\text{C}$  ( $\approx 30 \Omega$ ) est un choix que nous avons fait et qui a pour but de limiter l'effet des courants de fuites (par l'eau) si il devait y en avoir. En effet ces résistances sont petites donc extrêmement<sup>1</sup> difficiles à équiper et notamment à isoler électriquement.

Leur petite taille est un avantage quand on considère leur temps de réponse, mais un inconvénient en ce qui concerne le courant de test que l'on peut leur appliquer pour les mesurer. En effet comme nous en avons déjà discuté dans ce manuscrit, il ne faut pas que la puissance dissipée par la résistance ne la chauffe elle même. Pour mesurer ces résistances nous utilisons le multiplexeur 34970A®AGILENT muni de sa carte de relais rapides, que nous sommes obligés de mettre sur son calibre de  $1 \text{ k}\Omega$  pour ne pas imposer de surchauffe au capteur. Cela réduit la résolution des mesures qui sont alors numérisées sur moins de trois digits.

La résistance du haut sera notée  $r_1$  et celle du bas  $r_2$ . Ces résistances sont câblées en deux fils, pour des raisons d'encombrement. Ce ne sera pas un problème puisque nous ne nous intéressons pas ici à la mesure absolue de la température de ces capteurs (dont nous avons déjà une bonne idée), mais aux fluctuations. Ces fluctuations étant assez faibles, on peut considérer la sensibilité comme un facteur de conversion :

$$\delta T = \left. \frac{dT}{dr_i} \right|_{T=T_{moy}} \delta r_i = -2\delta r_i.$$

---

<sup>1</sup>le mot est encore faible.

## L'acquisition des données

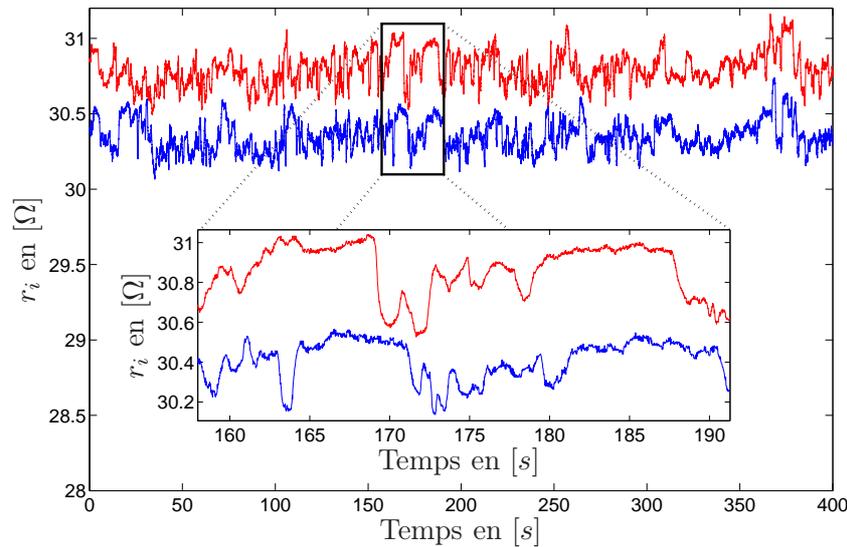


FIG. 4.2 – Exemple de mesure des deux résistances, la distance  $\delta z$  séparant les deux capteurs est de 2 cm.

Le multiplexeur 34970A®AGILENT muni de sa carte de relais rapides est capable de mesurer deux voies quasiment en simultané, à une fréquence de 50 Hz chacune. Mais le bus GPIB de transfert utilisé entre cet appareil de mesure et l'ordinateur qui pilote le montage est beaucoup trop lent pour transférer ce flot de données. Nous utilisons donc la mémoire de l'instrument qui peut enregistrer 20000 couples  $(t_1, r_1)$  et 20000 couples  $(t_2, r_2)$  (avec  $t_2 \approx t_1 + 4$  ms). Pendant l'acquisition l'ordinateur commence à lire les données et ne finira qu'une demi-heure après la fin de l'acquisition des 20000 points à 50 Hz qui correspondent à 400 s  $\approx$  7 min. Une fois ce transfert terminé une nouvelle salve de 400 s est lancée.

Nous réaliserons près de 100 séries de 400 s, telle que celle que l'on voit sur la figure 4.2, pour chaque  $\delta z$  considéré. Les résultats que je présente plus bas correspondent donc à approximativement deux mois de mesures en continu.

La figure 4.2 montre une série de 400 s de mesures de  $r_1$  et  $r_2$ , leurs valeurs de résistances sont légèrement différentes en moyenne car elles n'ont pas exactement la même longueur de fils (elles sont mesurées en deux fils donc on mesure  $r_i + r_{fils}$ ). La séparation  $\delta z$  entre les deux capteurs dans ce cas est de 2 cm. En regardant le zoom de cette figure, on peut se convaincre facilement que le maximum de corrélation entre ces deux signaux intervient pour un décalage temporel non nul. C'est ce que nous allons nous attacher à mesurer en introduisant la fonction de corrélation croisée.

### 4.1.2 Corrélation croisée des deux résistances

#### Les deux séries de mesures

Nous réalisons deux séries de mesures pour deux nombres de Rayleigh assez éloignés de sorte que la longueur naturelle  $L$  évolue sensiblement. Contrairement au cas de la PIV, nous pouvons réaliser ces expériences « en aveugle » puisque le réglage de  $\delta z$  se fait de l'extérieur du montage avec une grande précision. Nous pouvons donc remettre en place l'écran thermique et l'isolant (dont nous avons dû nous passer pour les mesures de PIV) et travailler à faible puissance injectée puisque nous pourrions évaluer les pertes thermiques avec précision. L'une des deux séries de mesures est réalisée à faible puissance injectée  $P_{\text{utile}} = 23 \text{ W}$  et l'autre à une puissance dix fois supérieure  $P_{\text{utile}} = 235 \text{ W}$ .

	série 23 W	série 235 W
Valeurs Brutes		
$P$ Puissance [W]	22.9	234.9
$\Delta T$ entre les plaques [K]	3.13	17.93
$\delta T_z$ mesuré par le pont [K]	0.088	0.269
$\theta$ fluctuations [K]	0.081	0.306
$\tau$ Temps caractéristique [s]	16.57	10.17
$\beta = \frac{\delta T_z}{0.1}$ gradient [ $K.m^{-1}$ ]	0.88	2.69
$L = \frac{\theta}{2\beta}$ Longueur naturelle [cm]	4.63	5.70
$V_\theta = \frac{L}{\tau}$ Vitesse ( $Re_n$ ) [ $m.s^{-1}$ ]	$2.8 \times 10^{-3}$	$5.61 \times 10^{-3}$
Nombres sans dimension associés		
$Nu = \frac{Q}{\lambda\beta}$	3998	13700
$Ra_n = \frac{\alpha g \beta L^4}{\nu \kappa}$	$1.071 \times 10^5$	$8.057 \times 10^5$
$Re_n = \frac{L^2}{\nu \tau}$	166	422
$Pr = \frac{\nu}{\kappa}$	5.3	5.1
$Nu_{\text{cell}} = \frac{Q}{\lambda \frac{\Delta T}{H}}$	102.3	187
$Ra_{\text{cell}} = \frac{\alpha g \Delta T H^3}{\nu \kappa}$	$0.521 \times 10^{10}$	$3.210 \times 10^{10}$

TAB. 4.1 – Données obtenues à l'aide des mesures thermiques de deux séries de mesures considérées pour les corrélations croisées : l'une avec une puissance injectée dans la cellule de  $P = 23 \text{ W}$  (un Rayleigh de  $Ra_n = 1.07 \times 10^5$ ) et l'autre de  $P = 235 \text{ W}$  (un Rayleigh de  $Ra_n = 8.06 \times 10^5$ ).

Les grandeurs obtenues à partir des mesures thermiques sont rassemblées dans le tableau 4.1. On peut y lire que la longueur naturelle  $L$  passe de 4.63 cm à 5.7 cm, soit une augmentation relative de 21%.

Il aurait été intéressant de faire cette étude sur toute la gamme de nombre de Rayleigh, mais comme je le signale plus haut, les mesures que je rapporte ici correspondent à deux mois de mesures en continu (ce qui en pratique représente plutôt

quatre mois). Il était donc impossible de pousser cette étude plus loin. Elle nous permet tout de même de bien fixer les idées et de poser les bases solides d'un futur montage.

### Les corrélations

Grâce à ces mesures, nous allons construire les fonctions de corrélations croisées des deux capteurs de température dans le canal,  $C_{\delta z}(\tau_{lag})$ . Pour chaque salve de 20000 points (400 s), on calcule :

$$c_{\delta z,k}(\tau_{lag}) = \frac{\langle \delta r_{1,k}(t + \tau_{lag}) \delta r_{2,k}(t) \rangle}{\sigma(\delta r_{1,k}) \sigma(\delta r_{2,k})} \quad \forall \tau_{lag} \in [-\tau_{MaxLag}; \tau_{MaxLag}] \quad (4.2)$$

où l'indice  $k$  correspond à la salve considérée pour cette acquisition (le nombre de salves  $k_{max}$  est de l'ordre de 100),  $\langle X \rangle$  correspond à la moyenne temporelle de  $X$  ( $\langle X \rangle = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N X(t)$  avec  $N = 20000 - N_{\tau_{lag}}$ ),  $\delta r_{i,k} = r_{i,k} - \langle r_{i,k} \rangle$  et  $\sigma(\delta r_{i,k}) = \sqrt{\langle \delta r_{i,k}^2 \rangle}$  est la déviation standard de  $\delta r_{i,k}$  ( $\langle \delta r_{i,k} \rangle = 0$ ). La normalisation choisie (le produit des déviations standard) implique que cette corrélation est comprise entre 1 ( $\delta r_{1,k} \propto \delta r_{2,k}$ ) et  $-1$  ( $\delta r_{1,k} \propto -\delta r_{2,k}$ ).

On définit alors  $C_{\delta z}(\tau_{lag})$  comme la moyenne des  $c_{\delta z,k}(\tau_{lag})$  sur le nombre de réalisations  $k_{max}$  :

$$C_{\delta z}(\tau_{lag}) = \frac{1}{k_{max}} \sum_{k=1}^{k_{max}} c_{\delta z,k}(\tau_{lag}) \quad (4.3)$$

Les résultats de cette analyse sont rassemblés sur la figure 4.3. Nous observons d'abord que les deux séries de mesures (à  $P = 23$  W et  $P = 235$  W) présentent les mêmes caractéristiques :

- Premièrement, la corrélation pour un décalage entre les capteurs de  $\delta z = 0.2$  cm (la courbe la plus foncée) présente un pic très proche du décalage nul ( $\tau_{lag} = 0$ ) dont la valeur maximale  $C_{0\text{cm}}(0) = 0.9$  dans les deux cas. Comme on pouvait s'y attendre, cette corrélation est proche de l'autocorrélation d'une seule des deux résistances (dans ce cas  $C^{\delta r_i}(0) = 1$ ).
- Deuxièmement, lorsque  $\delta z$  augmente, ce pic centré sur  $\tau_{lag} = 0$  se sépare en deux pics, l'un en  $\tau_{lag} = \tau_{lagPic}(\delta z)$  et l'autre en  $\tau_{lag} = -\tau_{lagPic}(\delta z)$ . Comme on peut le voir sur la figure 4.3, cette description est un peu idéalisée. En effet, il est rare que la corrélation croisée soit paire. Cette fonction en double pic reflète très bien les retournements que nous avons constatés dans le chapitre précédente. Les deux capteurs sont dans la partie gauche de l'écoulement, donc si l'écoulement est dans l'état  $\Phi_g$  (la colonne chaude et montante est à gauche), le signal mesuré par  $r_2$  est en avance sur celui mesuré par  $r_1$ . La corrélation croisée des deux signaux est maximale pour  $\tau_{lag} < 0$  ( $\tau_{lag} = -\tau_{lagPic}(\delta z)$  avec  $\tau_{lagPic}(\delta z) > 0$ ). Inversement pour l'état  $\Phi_d$ .

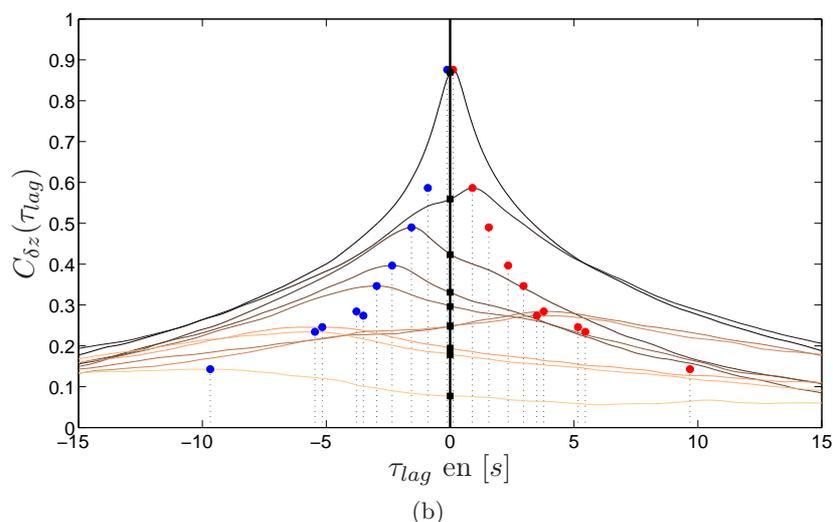
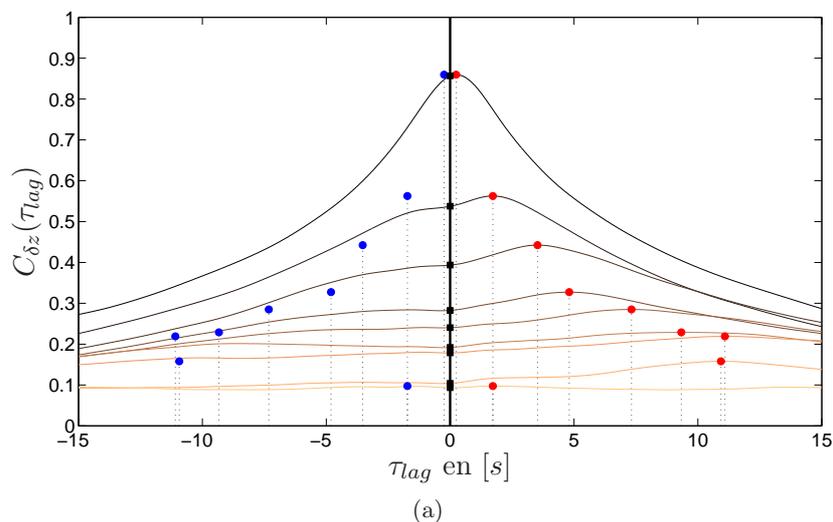


FIG. 4.3 – Corrélation croisée des deux signaux de résistances  $C_{\delta z}(\tau_{lag})$ . Les cercles correspondent aux maxima de cette corrélation et leurs symétriques par rapport à  $\tau_{lag} = 0$ , les carré noir correspondent à  $C_{\delta z}(\tau_{lag} = 0)$ . Les différentes courbes correspondent de la plus foncée à la plus claire à  $\delta z = 0.2$  cm,  $\delta z = 1$  cm,  $\delta z = 2$  cm,  $\delta z = 3$  cm,  $\delta z = 4$  cm,  $\delta z = 5$  cm,  $\delta z = 6$  cm,  $\delta z = 7$  cm et  $\delta z = 10$  cm. (a) Puissance injectée dans la cellule :  $P = 23$  W ( $Ra_n = 1.071 \times 10^5$ ) (b) Puissance injectée dans la cellule :  $P = 235$  W ( $Ra_n = 8.057 \times 10^5$ ).

Notre acquisition par salve ne nous a pas permis d'échantillonner le temps continûment. Comme on peut le constater sur la figure 4.3 certaines acquisitions sont principalement composées de l'état  $\Phi_g$  et présentent donc un fort pic de corrélation en  $\tau_{lag} < 0$  et d'autres de l'état  $\Phi_d$  ce qui entraîne un pic en  $\tau_{lag} > 0$ . Dans chacun de ces cas, j'ai replacé sur la figure le symétrique par rapport à  $\tau_{lag} = 0$  de ce maximum de corrélation, ceci permet d'apprécier le déséquilibre.

Passons à présent à l'analyse quantitative.

### Les maxima de la fonction de corrélation croisée

Les maxima que nous venons d'identifier en  $\tau_{lag} = \pm\tau_{lagPic}(\delta z)$  avec  $\tau_{lagPic}(\delta z) > 0$  correspondent à ce que l'on peut appeler *le temps de vol* d'une fluctuation de température du capteur  $r_1$  à  $r_2$  (ou  $r_2$  à  $r_1$ ), c'est-à-dire le temps qu'il faut à une fluctuation de température mesurée par  $r_1$  (respectivement  $r_2$ ) pour arriver sur  $r_2$  (respectivement  $r_1$ ). Or, l'espacement entre les capteurs est connu et fixé lors d'une mesure :  $\delta z$ . Il est donc facile d'en déduire une vitesse :

$$V_{vol}(\delta z) = \frac{\delta z}{\tau_{lagPic}(\delta z)} \quad (4.4)$$

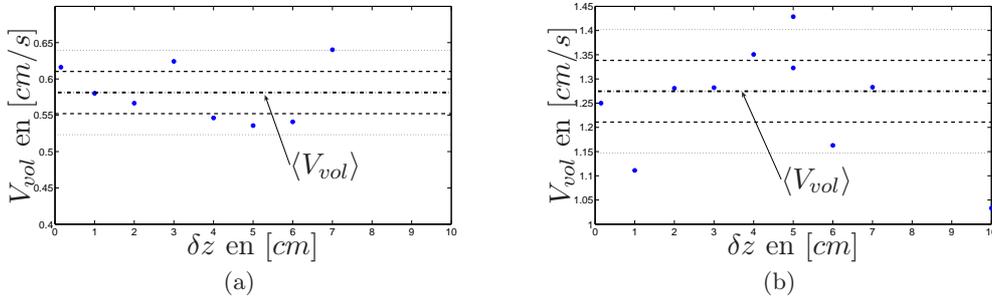


FIG. 4.4 – Vitesses que l'on peut extraire des maxima de corrélations croisées des deux capteurs séparés de  $\delta Z$ . Les lignes en pointillé correspondent à la moyenne de  $V_{vol}(\delta z) = \langle V_{vol} \rangle$  pour celle qui est fléchée puis en s'éloignant de cette valeur correspondent respectivement à  $\langle V_{vol} \rangle \pm 5\%$  et  $\langle V_{vol} \rangle \pm 10\%$ . (a) Puissance injectée dans la cellule :  $P = 23 \text{ W}$  ( $Ra_n = 1.071 \times 10^5$ ) (b) Puissance injectée dans la cellule :  $P = 235 \text{ W}$  ( $Ra_n = 8.057 \times 10^5$ ).

Comme on peut le voir sur la figure 4.4,  $\tau_{lagPic}(\delta z)$  est quasiment proportionnel à  $\delta z$  puisque dans les deux cas (faible et haute puissance),  $V_{vol}(\delta z)$  est constante à  $\pm 10\%$  près sans qu'une tendance en fonction de  $\delta z$  ne se dessine. Ceci est vrai à l'exception du point en  $\delta z = 10 \text{ cm}$  qui s'éloigne de la valeur moyenne de quelques 25% dans le cas de forte puissance et qu'il n'est même pas la peine de considérer dans le cas faible puissance. Comme on peut le voir sur la figure 4.3 la corrélation croisée des signaux pour  $\delta z = 10 \text{ cm}$  est noyée dans le bruit de cette mesure. En

effet, pour un  $|C_{\delta z}(\tau_{lag})| < 0.2$ , on peut considérer que la corrélation est perdue.

Les vitesses que nous venons de définir sont :

$$\langle V_{vol} \rangle_{P=23W} = 5.8 \times 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \quad (4.5)$$

et

$$\langle V_{vol} \rangle_{P=235W} = 12.7 \times 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}. \quad (4.6)$$

Cette vitesse est supérieure de 70% à celles que nous avons défini sur la base des mesures thermiques, notée  $V_\theta$  dans le tableau 4.1. Cependant, ces vitesses semblent croître de façon similaire (à la dispersion sur la mesure de  $\langle V_{vol} \rangle$  près). En effet  $\frac{\Delta V_\theta}{V_\theta} = 67\%$  et  $\frac{\Delta \langle V_{vol} \rangle}{\langle V_{vol} \rangle} \approx 74\%$ .

Cette mesure de vitesses, par construction, semble être appropriée pour donner accès aux vitesses caractéristiques des panaches thermiques que nous avons définis plus haut. Il ne s'agit ici que d'une première approche. En effet, cette technique de mesure considère l'intégralité du signal (d'une salve) pour le calcul de la corrélation et ne distingue pas les périodes d'inactivité du transfert de chaleur vertical entre les panaches thermiques. De plus, comme on peut le constater sur la figure 4.3, plus  $\delta z$  augmente et plus la largeur des pics de corrélation semble augmenter, ce qui sous-entend que les temps de vol d'un capteur à l'autre ont une distribution de plus en plus large, mais nous ne pouvons pas pousser plus loin l'analyse de ces données.

Pour conclure sur cette mesure, je dirais qu'elle doit se poursuivre par une étude sur toute la gamme du paramètre de contrôle, ce qui permettrait de comparer plus efficacement ces résultats à ceux obtenus grâce aux mesures effectuées avec le pont de Wheatstone. Pour ce faire, une acquisition en continu serait mieux adaptée pour plusieurs raisons. Elle permettrait d'abord de suivre l'évolution de l'état dans lequel se trouve l'écoulement en continu, et donc étudier avec précision les retournements détectés par les mesures de PIV (section 3.2.1). Ensuite, on pourrait faire varier la taille de la fenêtre d'interrogation des corrélations. Ceci nous permettrait éventuellement de détecter des phases d'activité/inactivité du transfert de chaleur et ainsi de caractériser le taux d'activité du transfert de chaleur vertical. En même temps on pourrait obtenir des informations sur des panaches individuels ce qui nous donnerait accès par exemple aux distributions de leurs temps de vol. Ce travail a déjà commencé à l'aide d'une collaboration au sein de l'équipe de traitement du signal du laboratoire (l'équipe SISYPHE) spécialiste de l'analyse temps-échelles (temps-fréquence), mais je n'en parlerai pas ici.

### La longueur de corrélation thermique verticale

La décroissance des corrélations croisées en fonction de  $\delta z$  nous donne accès à la *longueur de corrélation* thermique verticale. Cette longueur est celle à laquelle nous avons assimilé  $L$  pour définir la vitesse  $V_\theta = \frac{L}{\tau}$  (le rapport d'une longueur de corrélation sur un temps de corrélation). Par cette mesure directe, nous allons tester

cette hypothèse.

Nous avons vu sur la figure 4.3 que les corrélations croisées se composent de la somme des contributions dues aux écoulements  $\Phi_g$  et  $\Phi_d$ . Or ces deux contributions ne sont pas d'égales importance dans nos mesures. Si l'on ne considère que ces deux écoulements, on peut écrire  $C_{\delta z}(\tau_{lag})$  sous la forme :

$$C_{\delta z}(\tau_{lag}) = p_{\delta z} C_{\delta z}^{1pic}(\tau_{lag} - \tau_{lagPic}(\delta z)) + (1 - p_{\delta z}) C_{\delta z}^{1pic}(\tau_{lag} + \tau_{lagPic}(\delta z)) \quad (4.7)$$

avec  $p_{\delta z}$  compris entre 0 et 1 ( $p_{\delta z} = 0.5$  dans le cas symétrique où les contributions des deux écoulements sont égales).  $C_{\delta z}^{1pic}$  représente la corrélation que l'on obtiendrait si on se trouvait dans la configuration  $\Phi_g$  (ou  $\Phi_d$ ) exclusivement rapporté à un décalage temporel nul. Cette fonction est paire et présente un unique pic pour un décalage nul<sup>2</sup>. Comme nous l'avons déjà remarqué, cette corrélation  $C_{\delta z}^{1pic}$  est non triviale et dépend de  $\delta z$  puisqu'elle semble s'élargir lorsque  $\delta z$  augmente. Il est donc difficile d'extraire cette fonction de nos mesures.

Une valeur quelconque de  $C_{\delta z}(\tau_{lag})$  dépend de  $p_{\delta z}$  que nous ne connaissons pas a priori.

Il nous reste la solution d'étudier :

$$C_{\delta z}(0) = p_{\delta z} C_{\delta z}^{1pic}(-\tau_{lagPic}(\delta z)) + (1 - p_{\delta z}) C_{\delta z}^{1pic}(+\tau_{lagPic}(\delta z)) = C_{\delta z}^{1pic}(\tau_{lagPic}(\delta z)) \quad (4.8)$$

puisque  $C_{\delta z}^{1pic}$  est paire. Cette valeur en  $\tau_{lag} = 0$  est indépendante de la valeur de  $p_{\delta z}$ . Les valeurs de  $C_{\delta z}(0)$  correspondent aux carrés noirs sur la figure 4.3.

Pour mesurer la longueur de corrélation, nous allons faire l'hypothèse que  $C_{\delta z}(\tau_{lag} = 0)$  décroît exponentiellement avec  $\delta z$  :

$$C_{\delta z}(\tau_{lag} = 0) = C_0(\tau_{lag} = 0) e^{\frac{-\delta z}{L_C}} \quad (4.9)$$

où  $L_C$  correspond par définition à la longueur de corrélation recherchée.

Sur la figure 4.5, on représente  $C_{\delta z}(\tau_{lag} = 0)$  en fonction de  $\delta z$  sur des axes semilogarithmiques pour les deux jeux de données. L'ajustement au modèle proposé par l'équation (4.9) ne correspond pas parfaitement aux données. Cependant, on constate sans équivoque que les points bleus (correspondant à la série de mesure à faible puissance) sont toujours en dessous des points rouges (correspondant à la série de puissance élevée), ce qui montre que la longueur de corrélation  $L_C$  va croître avec la puissance injectée au système.

Il est difficile d'estimer une erreur sur cette mesure. Sur la série de mesure à  $P = 235$  W, pour  $\delta z = 5$  cm, nous avons réalisé deux séries de mesures indépendantes. On peut voir sur la figure 4.3 que les maxima ne se correspondent pas

---

<sup>2</sup>Nous faisons ici l'hypothèse implicite que les écoulements  $\Phi_g$  et  $\Phi_d$  sont parfaitement équivalents au signe de la vitesse près et qu'ils sont les seuls écoulements possibles.

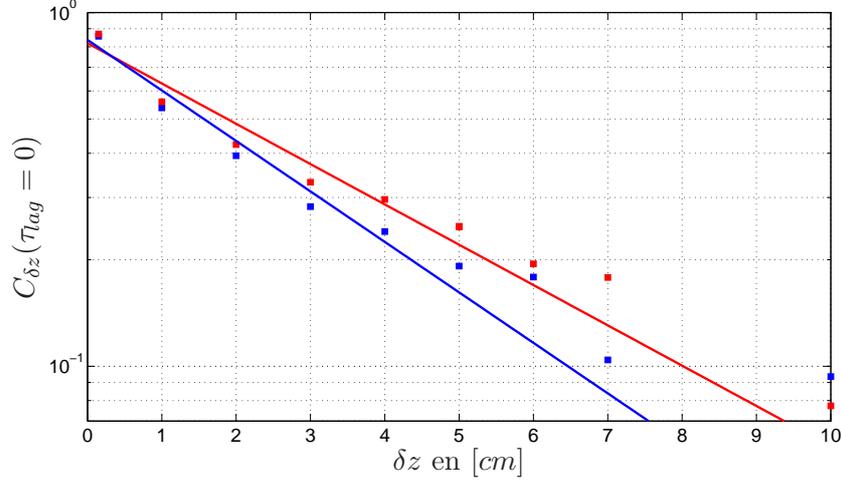


FIG. 4.5 – Mesure de la longueur de corrélation à l’aide de la valeur de  $C_{\delta z}(\tau_{lag})$  en  $\tau_{lag} = 0$ . Les points bleus et la droite bleue correspondent à la série à faible puissance injectée  $P = 23$  W et les points rouges et la droite rouge à la puissance élevée  $P = 235$  W.

exactement, toutefois la valeur de  $C_{\delta z}(\tau_{lag} = 0)$  est identique, donc les points équivalents sur la figure 4.5 sont indissociables.

	série 23 W	série 235 W
$C_0(\tau_{lag} = 0)$	0.84	0.82
$L_C$ en [cm]	3	3.8
$L = \frac{\theta}{2\beta}$ Longueur naturelle [cm]	4.63	5.7

TAB. 4.2 – Résultat de l’analyse de décroissance des corrélations avec  $\delta z$  (pour la série à  $P = 23$  W et  $P = 235$  W). Les longueurs sont données en [cm].

Les droites tracées sur la figure 4.5 correspondent à des ajustements réalisés pour  $\delta z < 7$  cm. Les valeurs de longueur de corrélation  $L_C$  que l’on obtient sont rassemblées dans la table 4.2 et mises en parallèle avec les longueurs naturelles  $L$  extraites des mesures thermiques. Comme nous l’avons vu qualitativement,  $L_C$  croît avec la puissance injectée tout comme  $L$ , mais ces deux longueurs ne sont pas égales comme nous en avons fait l’hypothèse. Cependant, on remarque que les variations relatives de ces deux longueurs lorsque la puissance injectée au système augmente sont du même ordre de grandeur :

$$\frac{\Delta L_C}{L_C} \approx \frac{\Delta L}{L} = 20\% \quad (4.10)$$

Ce résultat laisse penser que ces deux longueurs sont certainement proportionnelles :  $L \propto L_C$ .

### 4.1.3 Discussion et perspectives de cette mesure

Comme nous l'avons vu tout au long de ce chapitre, les relations avec les résultats précédents ne sont pas évidentes. Globalement les comportements sont ceux que l'on attend, mais il faut pousser l'analyse un peu plus loin. Une étude sur une plus large gamme de variation des paramètres de contrôle peut aider dans ce sens.

Pour aller plus loin, il serait intéressant de faire évoluer les techniques que nous venons de développer vers une analyse qui prend en compte la dépendance temporelle du phénomène. Je pense ici à une analyse de type temps/fréquence adaptée à notre problématique (corrélation-croisée/temps). Pour ce faire, une acquisition en continue des signaux de température est nécessaire. Une telle étude pourra nous renseigner sur les distributions de temps de vols, nous permettre d'obtenir des corrélations  $C_{\delta z}(\tau_{lag})$  mieux équilibrées et ainsi une étude plus fine de la longueur de corrélation.

Résumons les résultats que nous avons obtenus :

Nous avons mesuré une vitesse de temps de vols de fluctuations thermiques, que l'on peut assimiler en première approximation à la vitesse des panaches thermiques dans le canal. Cette vitesse est supérieure à la vitesse  $V_{\theta} = L/\tau$  mesurée avec le pont de Wheatstone (section 2.3.3), mais semble croître de la même façon avec le paramètre de contrôle du système.

La longueur de corrélation thermique verticale que nous avons mesurée directement,  $L_C$ , est légèrement inférieure à la longueur naturelle  $L$ , mais ces deux longueurs semblent proportionnelles. Ce résultat appuie expérimentalement notre hypothèse qui consistait à dire que la longueur naturelle est égale à une longueur de corrélation. De façon plus pragmatique, cette longueur de corrélation est bien inférieure à 10 cm quelque soit la valeur du paramètre de contrôle que nous utilisons, ce qui confirme définitivement le fait que les fluctuations du signal de sortie du pont de Wheatstone ( $\sigma(\delta T)$ ) sont bien des fluctuations de température  $\sigma(T)$  (car les résistances de la partie basse du pont sont bien décorrélatées de celles de la partie haute).

## 4.2 Aspects dynamiques

### 4.2.1 Les spectres de puissance des mesures réalisées avec le pont de Wheatstone

Nous avons déjà présenté ces données dans les parties 2.3.2 pour le canal de rapport d'aspect  $\Gamma = 2$  et 2.4.2 pour le canal de rapport d'aspect  $\Gamma = 4$ . Nous allons les discuter de nouveau ici brièvement pour introduire la comparaison avec les mesures effectuées avec un capteur de température isolé présentées dans la section 4.1.

Sur la figure 4.6 sont représentés tous les spectres ( $S$ ) de la série de mesures

---

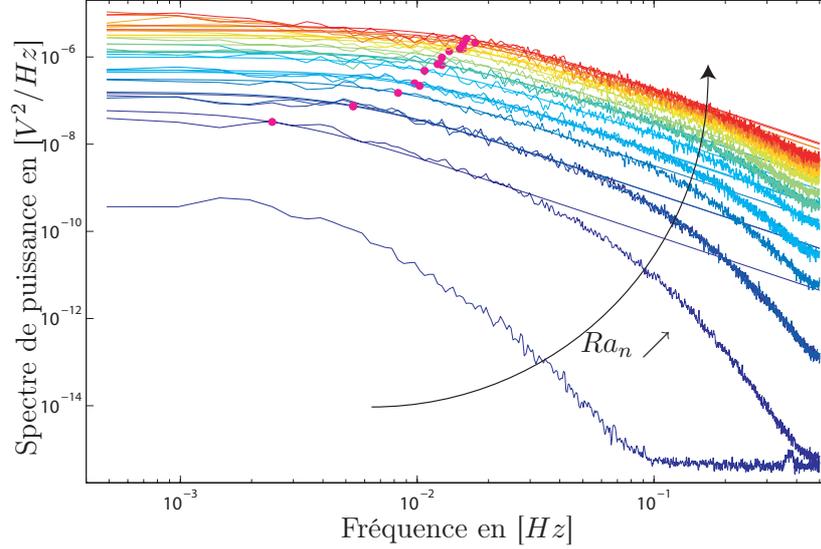


FIG. 4.6 – Spectres de puissance des mesures réalisées avec le pont de Wheatstone. La température moyenne de la cellule pour cette série est de  $30\text{ °C}$  ( $Pr = 5.3$ ). De la courbe bleue à la courbe rouge, le paramètre de contrôle augmente ( $7.7 \times 10^4 < Ra_n < 1.3 \times 10^6$ ). Les courbes lisses représentent les ajustements que nous avons réalisés et les points en magenta correspondent aux fréquences de coupure identifiées.

réalisées à une température moyenne de  $30\text{ °C}$  ( $Pr = 5.3$ ). Les séries temporelles équivalentes sont représentées sur la figure 2.20 (page 69). Les ajustements de chacun de ces spectres sont représentés de la même couleur que celui auquel il correspond. Rappelons que cet ajustement est réalisé en modélisant le produit  $\omega S$  par la fonction :

$$\omega S = S_0 \frac{\omega \tau_0}{1 + (\omega \tau_0)^{\gamma_0}} \quad (4.11)$$

où  $S_0$ ,  $\gamma_0$  et  $\tau_0 = \tau_c$  sont les paramètres ajustables.

Le paramètre  $\gamma_0$  donne la pente de ce spectre en  $\omega \rightarrow \infty$ , on le trouve égal à  $\gamma_0 = 1.8 \pm 0.1$ . La fréquence de coupure  $f_c = \frac{1}{2\pi\tau_c}$  est représentée sur cette figure par les points en magenta. Le spectre de plus basse amplitude nous permet de visualiser le niveau du bruit de cette acquisition qui se trouve vers quelques  $10^{-16} \text{V}^2/\text{Hz}$ .

On peut noter que les spectres de plus haute amplitude présentent aux basses fréquences une décroissance en  $f^{-0.5}$ , que l'équation (4.11) ne prend pas en compte. Cependant, comme nous ajustons  $\omega S$  (et non  $S$  directement), les basses fréquences ne perturberont pas la mesure de la fréquence de coupure.

Comme on peut le constater, plus le paramètre de contrôle ( $Ra_n$ ) augmente, plus la densité spectrale et la fréquence de coupure augmente (le temps caractéristique  $\tau = \tau_c$  diminue).

Cette acquisition est réalisée avec le pont de Wheatstone que nous avons décrit

dans la section 2.2.3 (page 50). Ce pont est constitué de thermistances qui sont assimilables à des sphères de rayon  $r = 1$  mm. Nous pouvons constater sur les spectres présentés sur la figure 4.6 que le temps de réponse de ces capteurs est inférieur au temps le plus court auquel nous avons accès ( $\tau_{min} = \frac{1}{0.5} = 2$  s) puisque les spectres que nous mesurons évoluent nettement avec le paramètre de contrôle du système.

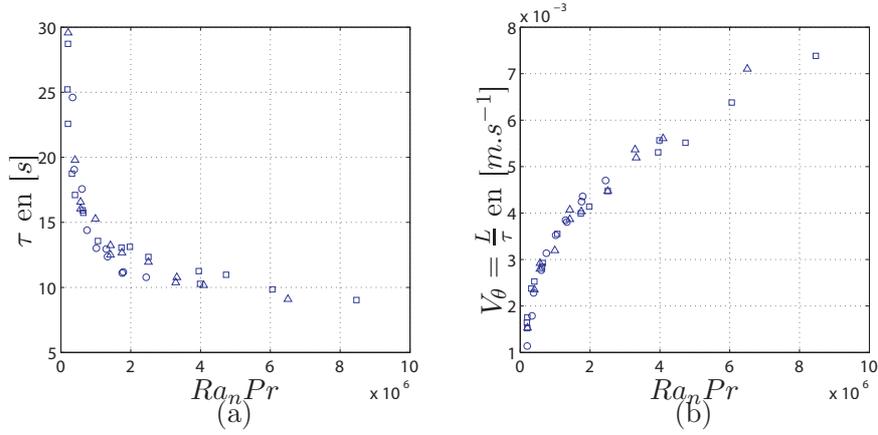


FIG. 4.7 – Temps et vitesses caractéristiques issus des spectres de puissance des mesures réalisées avec le pont de Wheatstone. Les cercles correspondent à  $Pr = 6.6$  ( $T_{moy} = 20^\circ C$ ), les triangles à  $Pr = 5.3$  ( $T_{moy} = 30^\circ C$ ) et les carrés à  $Pr = 4.1$  ( $T_{moy} = 40^\circ C$ ). (a) Temps caractéristiques  $\tau$  correspondant aux fréquences de coupure des spectres de puissance de  $\delta T$  (mesuré par le pont de Wheatstone). (b) Vitesses caractéristiques  $V_\theta = \frac{L}{\tau} = \frac{\theta}{2\beta\tau}$ .

Les mesures de fréquence de coupure nous donnent accès aux temps caractéristiques  $\tau = \frac{1}{2\pi f}$  qui sont présentés sur la figure 4.7 (a). Ils évoluent entre 30 et  $\approx 10$  s en décroissant quand le paramètre de contrôle augmente. Ces temps caractéristique ( $\tau$ ) nous permettent de définir la vitesse  $V_\theta = \frac{L}{\tau}$  qui intervient dans le nombre de Reynolds  $Re_n = \frac{LV_\theta}{\nu}$ . Comme nous l'avons vu tout au long de cette partie, ces grandeurs caractérisent très bien notre système.

Dans la section précédente, nous avons confirmé le fait que deux capteurs éloignés de 10 cm verticalement sont décorrélés dans notre écoulement. Il en résulte que les branches haute et basse du pont de Wheatstone sont décorrélées (ce qui était une de nos hypothèses de travail). Nous avons, par ailleurs, aussi vérifié que la corrélation est nulle entre deux capteurs placés à la même hauteur, mais de façon symétrique par rapport au centre du canal. Le pont mesure la différence entre la valeur moyenne des températures mesurées par les thermistances de la branche inférieure, et la valeur

moyenne des températures mesurées par les thermistances de la branche supérieure :

$$\left\langle \left( \frac{T_2 + T_4}{2} - \frac{T_1 + T_3}{2} \right)^2 \right\rangle = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \langle T_i^2 \rangle \pm \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \langle T_i T_j \rangle = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \langle T_i^2 \rangle \approx \langle T^2 \rangle \quad (4.12)$$

D'après ce calcul, le spectre de puissance du signal de sortie du pont doit correspondre au spectre de puissance d'un capteur de température isolé (une fois dans les bonnes unités). Or, nous venons de réaliser de telles mesures avec des capteurs bien plus petits, nous pouvons donc tester cette assertion.

### 4.2.2 Les spectres de puissance des mesures de température avec les petites sondes

Les données que nous allons traiter ici sont identiques à celles utilisées dans la section 4.1. Nous allons nous intéresser au spectre de puissance des capteurs de température de petite taille dans le canal. Nous disposons de toutes les acquisitions réalisées pour l'étude des corrélations de température, où les sondes se déplacent de 0 à  $\pm 5$  cm du centre du canal. Comme nous l'avons vu précédemment, la sensibilité de ces petites résistances est de  $-2 \text{ K}/\Omega$  donc pour calculer le spectre des fluctuations de température  $S_T$  à partir du spectre de puissance des valeurs des résistances en  $\Omega$  ( $S_\Omega$ ) on a :

$$S_T(\text{en } [K^2/Hz]) = 2^2 \times S_\Omega(\text{en } [\Omega^2/Hz]) \quad (4.13)$$

Nous étudierons cette grandeur,  $S_T$ , pour pouvoir comparer ces résultats aux résultats précédents.

Premièrement, nous avons pu constater que tous les spectres que l'on peut obtenir grâce aux mesures réalisées dans la partie 4.1 sont identiques, quelque soit la valeur de  $\delta z$  et quelque soit le capteur ( $r_1$  ou  $r_2$ ). Nous représentons sur la figure 4.8 en rouge et vert, deux spectres obtenus à l'aide des petites résistances placées au centre du canal selon la verticale et en  $x = x_+$  selon la direction horizontale. L'acquisition en vert nous permet de sonder principalement les hautes fréquences et celle en rouge nous permet de visualiser les basses.

Comme on peut le constater, ce signal a une dynamique très riche. En effet, aux basses fréquences, il exhibe une décroissance en  $f^{-0.5}$ , puis il passe dans un régime en  $f^{-1.1 \pm 0.1}$ , et transite vers une coupure probablement exponentielle aux hautes fréquences (qui correspond à la coupure du capteur) pour finalement arriver au niveau du bruit de la mesure.

Ce bruit correspond au bruit de quantification de la mesure. En effet, comme nous en avons parlé plus haut, pour effectuer cette mesure sans que la puissance que nous injectons dans ces capteurs ne vienne perturber la mesure de température, nous utilisons un calibre de  $1 \text{ k}\Omega$  (pour mesurer  $\approx 30 \Omega$ ). Le pas de quantification de la mesure  $q$  est dans ce cas de l'ordre de  $q \approx 4 \times 10^{-3} \Omega$  ce qui donne un niveau de bruit pour le spectre de température de l'ordre de  $\frac{(2q)^2}{12} \approx 5 \times 10^{-6} K^2/Hz$  ce qui

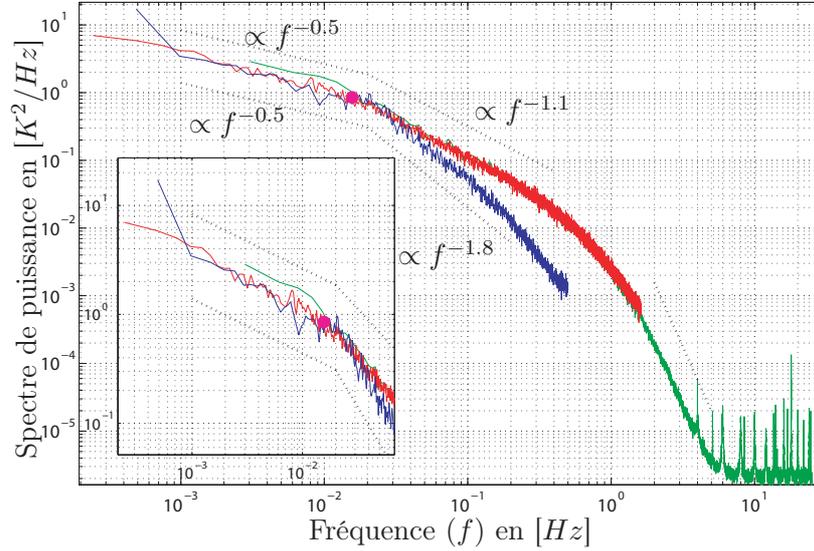


FIG. 4.8 – Spectres de puissance des mesures réalisées avec les petites résistances. Le spectre en vert est la moyenne de 100 spectres correspondant à des acquisitions faites à une fréquence de 50 Hz pendant 400 s de  $r_1$  placée en  $\delta z = 0$  cm, en rouge l’acquisition est faite à une fréquence de 4 Hz pendant 48 H, et le spectre en bleu correspond au mesures réalisées par le pont de Wheatstone dans les mêmes conditions. Le point magenta correspond à la fréquence de coupure identifiée dans le spectre du pont par la technique développée dans la section précédente.

est en bon accord avec le plateau observé aux hautes fréquences dans le spectre de la figure 4.8.

Les comportements en  $f^{-0.5}$  et  $f^{-1.1 \pm 0.1}$  sont plus délicats à interpréter. En effet, ces évolutions en  $f^{-a}$  sont très différentes du comportement observé dans la convection de RB de type Bolgiano-Obukhov en  $f^{-7/5}$  (Bolgiano [1959]; Obukhov [1959], pour une revue voir Monin et Iaglom [1975] ou pour de récents travaux sur la convection de RB, Ching [2007]).

Intéressons nous maintenant au spectre de la différence entre deux capteurs distants de  $\delta z$ . Ces spectres sont représentés sur la figure 4.9. Sur cette figure, nous avons représenté en rouge le même spectre que celui en rouge sur la figure 4.8 (une résistance seule au centre du canal) multiplié par un facteur 2 pour pouvoir le comparer aux spectres des différences. Ce spectre rouge correspond donc théoriquement au spectre de deux capteurs de température séparés de  $\delta z = \infty$ , ou encore, espacés d’une distance suffisante pour que ces deux capteurs soient décorrélés<sup>3</sup> ( $\langle T_1 T_2 \rangle = 0$ ). Comme on peut le constater, pour  $0 \text{ cm} < \delta z < 7 \text{ cm}$ , on voit apparaître dans le

---

<sup>3</sup> $\langle (T_2 - T_1)^2 \rangle = \langle T_1^2 \rangle + \langle T_2^2 \rangle - 2 \langle T_1 T_2 \rangle = \langle T_1^2 \rangle + \langle T_2^2 \rangle \approx 2 \langle T^2 \rangle$

---

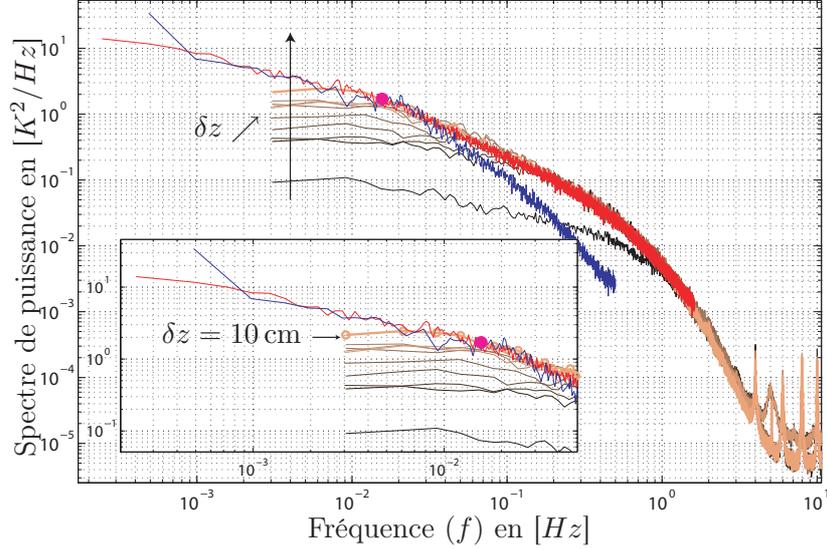


FIG. 4.9 – Spectres de puissance de la différence entre deux thermistances placées l'une au dessus de l'autre à une distance  $\delta z$ . La courbe la plus foncée correspond à  $\delta z \approx 0$  cm la plus claire à  $\delta z = 10$  cm. La courbe rouge correspond à  $2S_{r_1}$  quand  $r_1$  est centrée verticalement dans le canal, elle correspond théoriquement à  $S_{(r_1(\delta z/2)-r_2(-\delta z/2))}$  pour  $\delta z = \infty$ .

spectre une nouvelle fréquence de coupure qui diminue quand  $\delta z$  augmente. Cette différence entre le comportement de  $\langle (T_2 - T_1)^2 \rangle$  et  $2\langle T^2 \rangle$  est entièrement due à la corrélation  $\langle T_1 T_2 \rangle$  qui est différente de zéro pour  $0 \text{ cm} < \delta z < 7 \text{ cm}$  comme nous l'avons vu dans la section 4.1. Ce temps caractéristique qui apparaît ici correspond directement au temps de vols que nous avons identifiés sur les corrélations croisées des deux signaux ( $\tau_{lagPic}(\delta z)$ ). On peut constater dans le zoom sur les basses fréquences de cette figure que le spectre de la différence des deux sondes espacées de 10 cm se comporte comme le cas  $\delta z = \infty$ , comme nous l'attendions étant donné que les deux capteurs sont décorrélés à cette distance<sup>4</sup>.

### 4.2.3 Comparaison de ces deux signaux et discussion

Comparons maintenant ces différents spectres avec le spectre d'un signal acquis avec le pont de Wheatstone dans les mêmes conditions. Pour pouvoir effectuer cette comparaison, il faut considérer l'étalonnage du pont. Nous avons vu à la page 56 que :  $\delta T \propto ((T_2 + T_4)/2) - ((T_1 + T_3)/2) \propto \frac{V}{\epsilon}$ , donc pour exprimer les spectres de la

<sup>4</sup>Le seul point semblant s'écarter étant le point de plus basse fréquence qui reflète simplement le fait que nous avons enlevé la moyenne de la grandeur que nous étudions.

tension de sortie du pont en  $K^2/Hz$  on écrit :

$$S_T^{pont}(\text{en } [K^2/Hz]) = \frac{1}{\epsilon^2} \times S_V^{pont}(\text{en } [V^2/Hz]) = 4.2 \times 10^5 S_V^{pont}(\text{en } [V^2/Hz]) \quad (4.14)$$

C'est exactement cette grandeur que nous avons représentée sur la figure 4.8 en bleu et sur la figure 4.9 nous représentons  $2S_T^{pont}$ .

Comme on peut le constater sur la figure 4.8, la dynamique de ces deux signaux est identique aux basses fréquences puis diverge autour de la fréquence de coupure identifiée sur le spectre  $S_T^{pont}$  par la technique décrite dans la section 4.2.1 (point en magenta). En effet, après cette fréquence de coupure le spectre d'une résistance montre une décroissance en  $f^{-1.1 \pm 0.1}$  alors que le pont décroît en  $f^{-1.8 \pm 0.1}$ .

Si on applique l'ajustement défini par l'équation (4.11) au spectre d'une résistance (pour  $0 < f < 4 \times 10^{-1}$ ), le temps caractéristique  $\tau_c$  que l'on trouve est équivalent à celui que l'on trouve dans le spectre du pont (l'ajustement donne  $\gamma_0 = 1.1 \pm 0.1$ ). Donc le temps de corrélation  $\tau$  est présent dans le spectre d'une résistance isolée.

Pour expliquer les différentes lois de décroissance des spectres, il faut évoquer la différence entre les deux capteurs utilisés. On peut remarquer qu'un capteur de température isolé est sensible aux retournements de l'écoulement moyen que nous avons découverts lors des mesures de PIV (section 3.2.1). Par contre, le pont y est insensible. En effet, le pont mesure un signal proportionnel à la différence de température entre la moyenne des températures des deux capteurs se trouvant sur la branche haute moins la moyenne des températures des deux capteurs se trouvant sur la branche basse ( $\delta T \propto ((T_2 + T_4)/2) - ((T_1 + T_3)/2)$ ). Cette mesure efface donc totalement l'effet du déséquilibre de température horizontal. Cependant, d'après les mesures de PIV, cette différence devrait apparaître à basse fréquence.

A ce point, la plus forte conclusion de cette étude est que le temps de corrélation  $\tau$  que nous avons identifié dans le spectre du pont de Wheatstone apparaît aussi dans le spectre d'un capteur de température isolé. Les décroissances en  $f^{-0.5}$  aux basses fréquences, et en  $f^{-1.8 \pm 0.1}$  ou  $f^{-1.1 \pm 0.1}$  aux hautes fréquences restent à élucider.

L'étude détaillée des retournements de l'écoulement devrait apporter de nouvelles informations pour éclairer ce problème. Nous avons vu qu'une telle étude est réalisable simplement à l'aide de capteurs de température placés les uns au dessus des autres dans le canal. Ce dispositif expérimental permet grâce aux mesures de corrélations croisées de ces différents capteurs de déterminer précisément dans quel état est l'écoulement.

Troisième partie

Le cas classique de  
Rayleigh-Bénard



## Chapitre 5

# Suivi lagrangien d'une particule instrumentée dans un écoulement de Rayleigh-Bénard

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>La particule instrumentée</b>	<b>147</b>
5.1.1	Vue d'ensemble de la particule	148
5.1.2	Transmission RF	148
5.1.3	Gestion de l'énergie	150
5.1.4	Mesure de la température	150
5.1.5	Mesure de la position de la particule	151
<b>5.2</b>	<b>Mesures de température, de vitesses et de flux de chaleur Lagrangiens dans la convection de RB</b>	<b>151</b>
5.2.1	Introduction	151
5.2.2	La cellule de convection et le protocole expérimental	152
5.2.3	Les mesures de vitesses et de températures	155
5.2.4	Les mesures de flux de chaleur	160
5.2.5	Discussion	169
<b>5.3</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>174</b>

---

## 5.1 La particule instrumentée

Le travail de conception de cet appareil de mesure a été réalisé par Woodrow L. Shew (durant son séjour post-doctoral au sein du Laboratoire de Physique de l'ENS-Lyon) sous la direction de Jean-François Pinton et avec l'aide précieuse de Pascal Metz (Shew *et al.* [2007]). A la suite de ce travail remarquable, j'ai pu me joindre à ce projet sur lequel j'ai principalement apporté mes connaissances expérimentales et fondamentales de l'écoulement de RB. Yoann Gasteuil

et moi-même, avons mis au point et réalisé le protocole expérimental des mesures présentées dans la section 5.2, tout en apportant notre contribution personnelle à ces mesures Lagrangiennes en mettant au point le dispositif de suivi vidéo de la particule.

Dans cette section nous décrivons le capteur innovant que nous avons utilisé pour mener cette expérience. Nous commençons par une vue d'ensemble de l'instrument où nous décrivons son diagramme bloc. Nous poursuivons en décrivant le transfert de données par radio fréquences (RF), puis nous parlons de la gestion de l'énergie de cet instrument. Pour finir, nous décrivons la mesure de température et de la position de la particule.

### 5.1.1 Vue d'ensemble de la particule

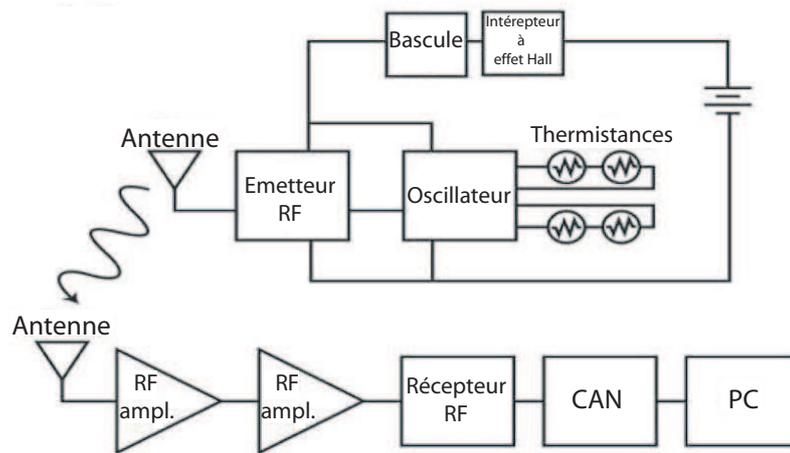
La particule instrumentée baptisée « particule intelligente » (« smart particle ») est une capsule cylindrique de diamètre  $D = 21$  mm qui contient des capteurs de température, un émetteur RF, une pile et un interrupteur magnétique comme on peut le voir sur la figure 5.1 (a) et (b). Nous utilisons un circuit oscillant contrôlé par une résistance pour créer un signal créneau dont la fréquence dépend de la température de plusieurs thermistances placées à l'extérieur de la capsule (figure 5.1 (b)). Ce signal de référence est directement utilisé pour moduler en amplitude le signal de porteuse généré par l'émetteur RF. Le circuit est alimenté par une pile bouton et peut être mis en veille (faible consommation énergétique) grâce à un interrupteur magnétique qui change d'état en présence d'un champ magnétique imposé.

Le dispositif de réception des signaux envoyés par la particule se compose d'une antenne, d'un module de réception RF, de deux étages d'amplification RF, d'une carte d'acquisition haute fréquence, et d'un ordinateur de bureau équipé de LABVIEW®. Les deux étages d'amplification large-bande amplifient le signal de 26 dB. Le module de réception RF est accordé sur la fréquence de la porteuse produite par l'émetteur, ce qui lui permet de démoduler l'information codée dans le signal reçu. En sortie de ce composant on récupère un signal créneau exactement identique à celui qui a été produit par le circuit oscillant à l'intérieur de la particule. La fréquence de ce signal (qui correspond à la température des thermistances de la particule) est récupérée à la volée par un algorithme LABVIEW®. De plus nous filmons l'évolution de cette particule dans l'écoulement dans lequel elle est plongée, ce qui nous permet de mesurer sa position au cours du temps. En synchronisant les mesures de position et de température nous avons accès à tout instant à la position, la vitesse et la température de la particule.

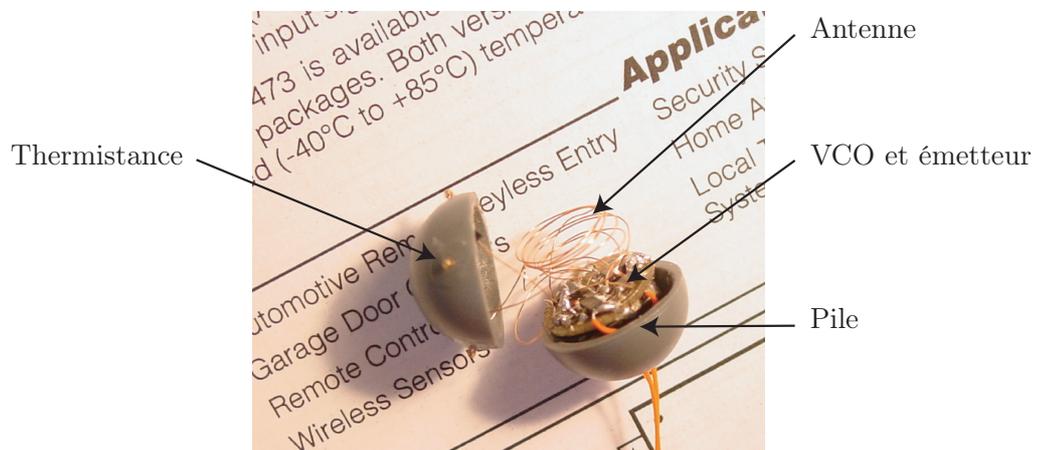
### 5.1.2 Transmission RF

L'émetteur radio fréquence est un MAX7044® MAXIM INTEGRATED PRODUCT qui utilise la modulation d'amplitude dite de « On-Off Keying » (OOK). Il s'agit

---



(a)



(b)

FIG. 5.1 – (a) Diagramme en bloc du système d'acquisition et (b) Photo de la particule instrumentée.

d'une modulation d'amplitude en tout ou rien du signal de la porteuse (le signal transmis est nul si le signal à transmettre est 0 ou égal à la porteuse si le signal à transmettre est 1). La fréquence de la porteuse est de 315 MHz. Le MAX7044® peut ainsi coder un signal digital (binaire) avec une fréquence pouvant aller de 0 à 100 kHz. L'antenne que nous utilisons est une bobine constituée de huit tours de diamètre 8 mm de fils de cuivre qui a une inductance de  $\approx 200$  nH et une résistance de  $4\ \Omega$ . Nous utilisons un montage à deux capacités (dit de « split capacitor ») pour adapter l'antenne au réseau, étant donné que le MAX7044® est optimisé pour une antenne de  $125\ \Omega$ . L'émetteur radio nécessite un courant de 5 mA et une tension de 2.1 – 3.6 V en mode de fonctionnement normal. L'émetteur consomme de 10 à 100 fois plus d'énergie que n'importe quel autre composant du circuit.

Du côté du module de réception, on utilise un MAX1473®SUPERHETERODYNE RECEIVER. Ce composant est conçu pour travailler avec le MAX7044® et démodule les signaux de type OOK. L'antenne de réception est une  $\lambda/4$  à 315 MHz (LINK TECHNOLOGIES®ANT-315-CW-HD). Entre cette antenne et le module de réception, sont placés deux étages d'amplification à bas bruit de 13 dB à 315 MHz chacun (MAX2640®).

### 5.1.3 Gestion de l'énergie

La gestion de l'énergie dans cette sonde est le point crucial. En effet, plus la particule sera petite et plus elle pourra sonder de petites échelles spatiales, mais elle aura toujours besoin d'énergie pour fonctionner. La taille de la pile est le facteur limitant de la taille de la particule. Ici, nous utilisons une CR1616®PANASONIC qui est une pile bouton au lithium de 16 mm de diamètre et 1.6 mm d'épaisseur. Cette pile fournit assez d'énergie pour que la particule effectue des mesures pendant une durée de 3H. Nous avons équipé la particule d'un interrupteur qui réagit au champ magnétique qui nous permet de mettre le circuit en veille quand nous ne sommes pas prêt à lancer une acquisition. Cet interrupteur change d'état lorsqu'on lui applique un champ magnétique, par exemple à l'aide d'un aimant permanent placé à plusieurs centimètres de la particule. Quand le système est en veille, il consomme moins de  $100\ \mu\text{A}$  et les deux composants de l'interrupteur (l'interrupteur à effet Hall et la bascule, voir figure 5.1 (a)) nécessitent une tension d'alimentation de 1.65 – 5.5 V.

### 5.1.4 Mesure de la température

Le montage que nous décrivons mesure la moyenne spatiale de la température autour de la particule. Pour ce faire nous utilisons quatre thermistances pour fixer la fréquence d'oscillation du circuit résonnant LMC555®NATIONAL SEMICONDUCTOR. Les thermistances dépassent de 0.5 mm à l'extérieur de la capsule et sont répartis de façon équidistante sur l'équateur de la particule. LMC555® fournit un signal créneau de niveaux logiques avec une période de  $1/f = (R_1 + R_2 + 2R_3 + 2R_4)C/1.44$  où les  $R_i$  correspondent aux résistances des quatre thermistances<sup>1</sup> et  $C$  est fixé à 47 pF.

---

<sup>1</sup> $R_1, R_2$  et  $R_3, R_4$  étant diamétralement opposées.

---

Les thermistances utilisées ont un diamètre de 0.8 mm et une valeur de 230 k $\Omega$  à 25 °C. Leur temps de réponse dans l'eau est de 0.06 s ce qui est suffisant pour étudier le phénomène qui va nous intéresser dans la suite. Sur une gamme de 26 – 34 °C, la fréquence de la modulante est de 22 – 26 kHz, ce qui nous donne une sensibilité de 513 Hz·K<sup>-1</sup>. La relation entre la température et la fréquence est linéaire à  $\pm 1\%$ .

Le module de réception RF décode la modulante de la porteuse, ce signal créneau est ensuite enregistré par un Convertisseur Analogique Numérique (CAN) haute fréquence de 14 bits (NI5621®PXI). L'acquisition est pilotée par un ordinateur utilisant LABVIEW® qui récupère à la volée la fréquence du signal créneau démodulé. La mesure de fréquence est moyennée pendant un temps de 100 ms soit environ 3000 périodes du signal créneau qui est acquis à une fréquence de 10 MHz par le CAN du PXI. Nous obtenons ainsi une résolution de  $\pm 2$  Hz ce qui correspond, une fois convertie en température, à  $\pm 4$  mK. Donc, la mesure de température a une fréquence d'acquisition de 10 Hz.

### 5.1.5 Mesure de la position de la particule

Pour obtenir la position de la particule à tout instant, nous utilisons une Web-Cam standard interfacée par MATLAB®. Nous créons un fond lumineux homogène en éclairant une plaque de verre dépolie. De cette façon la particule apparaît très contrastée sur le film. A l'aide de scripts MATLAB®, nous retranchons à chaque image une image de référence prise alors que la particule n'est pas dans le champ de vision, puis à l'aide d'un seuillage de l'image résultante il ne reste pour chaque image qu'une matrice identiquement nulle en tous points sauf à la position de la particule où l'image est égale à un, à quelques imperfections près. Pour corriger ces imperfections, nous étudions l'aire des zones où la matrice est différente de zéro. La particule correspond à l'aire la plus élevée. En conditionnant ce critère par une recherche de la particule autour de sa position à l'instant précédent, nous pouvons la localiser sans aucun problème. Pour définir sa position nous utilisons un algorithme de reconnaissance de forme qui nous donne le centre de la particule ainsi que son diamètre. Ce processus est réalisé à la volée, à une fréquence de 5 Hz. La résolution spatiale de la caméra étant de 640  $\times$  480 pixels<sup>2</sup>, on peut déterminer la position de la particule avec un pas de quantification de 0.1 mm.

## 5.2 Mesures de température, de vitesses et de flux de chaleur Lagrangiens dans la convection de RB

### 5.2.1 Introduction

Comme nous l'avons vu dans l'introduction (section 1.3), la convection thermique est un phénomène complexe qui met en jeu des objets cohérents à différentes échelles : il y a la circulation à grande échelle qui s'auto-organise dans un écoulement composé de couches limites thermiques et visqueuses desquelles s'échappent des objets

---

cohérents à petite échelle que nous appelons des panaches thermique. Dans notre expérience de convection thermique turbulente dans un canal vertical infini (Partie II), nous venons de déterminer que ces panaches peuvent jouer un rôle dominant dans le transfert de chaleur. Mais, nous avons aussi pu constater qu'il est difficile d'identifier ces objets et de les étudier individuellement. Il en est de même dans le cas de la convection de RB, et de nombreux efforts expérimentaux ont été faits dans ce sens (voir section 1.3.3). L'évolution de la particule Lagrangienne décrite plus haut va nous fournir un regard nouveau sur ce phénomène. Une telle approche est courante en Géophysique ou en Océanographie, mais rare dans un laboratoire de Physique. La particule instrumentée, qui joue ici le rôle d'un mini ballon sonde, va nous permettre d'étudier cet écoulement à une échelle comparable à sa taille caractéristique ( $D = 21$  mm). Ce traceur Lagrangien matérialise le concept de particule fluide sur cette échelle. Il voyage avec le fluide et par conséquent avec les panaches thermiques, au point que l'on peut confondre ce capteur avec les dits panaches lors de son évolution. De plus, nous verrons que sa taille  $D = 21$  mm ne lui permet pas de pénétrer dans les couches limites proches des plaques, donc nous ne sondons que la partie convective de l'écoulement où vivent ces panaches thermiques. Cette miniaturisation des ballons sondes est devenue possible grâce aux avancées spectaculaires des technologies de la micro électronique et des progrès des transferts RF principalement dus à leur démocratisation (WiFi, Bluetooth).

### 5.2.2 La cellule de convection et le protocole expérimental

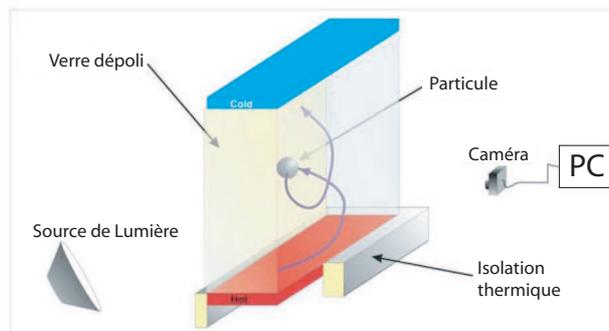


FIG. 5.2 – La cellule de convection et le dispositif de mesure de la position de la particule instrumentée.

Nous travaillons dans la cellule de convection décrite dans la section 2.1.2, sans la structure créant le canal à l'intérieur. Il s'agit donc d'une cellule de hauteur  $H = 40$  cm et de section horizontale  $40 \times 10$  cm<sup>2</sup>. Le fluide que nous utilisons est toujours de l'eau, les systèmes de refroidissement et de chauffage restent les mêmes que ceux décrits à la page 34. Les mesures de températures des différents éléments du montage sont aussi identiques. Comme le montre la figure 5.2, et comme dans le cas des mesures de PIV, nous isolerons simplement la plaque du bas de façon à garder la

visibilité sur l'intérieur de la cellule, pour pouvoir suivre la particule instrumentée en filmant son évolution.

Nous travaillons à une température moyenne de 29.1 °C, avec une puissance de chauffe de 230 W qui correspond à un  $\Delta T$  entre les plaques chaude et froide de 20.3 °C. Les nombres sans dimensions associés sont :

$$Ra = \frac{g\alpha\Delta TH^3}{\nu\kappa} = 3.07 \times 10^{10} \quad (5.1)$$

et

$$Nu = \frac{Q}{\lambda\frac{\Delta T}{H}} = 168. \quad (5.2)$$

Nous sommes donc bien dans un régime de convection thermique turbulente dans lequel l'écoulement global a la taille du système et une période de  $\approx 100$  s. On peut estimer la taille des couches limites par les formules classiques :

$$\lambda_\theta \approx \frac{1}{2}HNu^{-1} \approx 1.2 \text{ mm} \quad (5.3)$$

où  $\lambda_\theta$  est la taille caractéristique de la couche limite thermique.

$$\lambda_v \approx \lambda_\theta Pr^{1/3} \approx 2 \text{ mm} \quad (5.4)$$

où  $\lambda_v$  est la taille caractéristique de la couche limite visqueuse. Comme nous le voyons ici, la particule instrumentée ne pénètre jamais ces zones.

Il faut maintenant s'assurer que la particule instrumentée suive l'écoulement dans lequel elle est plongée. Intuitivement, on sent bien qu'il faut la rendre neutre vis-à-vis de la force de flottaison (poussée d'Archimède). Pour ce faire, nous procédons en trois étapes. Premièrement, nous ajustons la masse de la particule pour être égale à  $\frac{\pi D^3}{6}\rho_f \approx 4 \text{ g}$  où  $\rho_f$  est la densité de l'eau à la température considérée. Cet ajustement se fait avec du plomb de pêche que nous plaçons au pôle sud du capteur (rappelons que les thermistances sont à l'équateur). Ce réglage est réalisé avec une précision de  $\pm 1\%$ . On peut noter que le fait de mettre cette masse additionnelle ( $\approx 0.5 \text{ g}$ ) au pôle sud de la particule va empêcher les rotations de celle-ci (en créant un couple de rappel) autour de tout axe de rotation différent de l'axe « Nord-Sud » ( $Oz$ ). Expérimentalement, nous constatons par la suite que la particule ne tourne pas non plus autour de cet axe privilégié  $Oz$ , son mouvement est une pure translation.

Pour affiner ce premier réglage, nous plongeons le capteur dans un récipient contenant de l'eau à la température moyenne de la cellule (29.1 °C) et nous affinons la quantité de plomb en étudiant le mouvement de la particule lorsqu'on la place dans ce récipient. Une fois ce réglage fin effectué, on place la particule dans la cellule de convection et on ajuste la densité du fluide en y insérant une très petite quantité de glycérol pur ( $\approx 1000 \text{ ppm}$ ). Pour réaliser ce dernier réglage, nous observons le mouvement de la particule dans la cellule. Quand elle est vraiment trop lourde<sup>2</sup>,

<sup>2</sup>ce qui n'arrive normalement jamais, sauf si elle n'est pas étanche...

la particule reste bloquée sur la plaque chaude de la cellule car sa densité  $\rho_p$  est supérieure à  $\langle \rho_f \rangle + \delta \rho_f$  (où  $\delta \rho_f$  sont les fluctuations de densité dues aux fluctuations de température dans le coeur de l'écoulement). Si sa densité est de l'ordre de la densité du fluide utilisé à la température moyenne considérée ( $\rho_p \approx \langle \rho_f \rangle$ ), ce que garantissent les deux premières étapes de ce réglage, la particule commence alors à se mouvoir dans la cellule. Le mouvement de la particule va globalement suivre l'écoulement moyen que l'on peut visualiser par ombroscopie. Cependant, si la densité est encore très légèrement mal ajustée, la particule n'explore pas toute la cellule comme le montre la figure 5.3 (a). Dans ce cas, la particule passe beaucoup plus de temps dans le coin inférieur droit de la cellule comme le montrent les densités de probabilité des positions de la particule (figure 5.3 (c)).

Par des ajouts successifs de petites quantités de glycérol, ponctués de temps d'attente pour s'assurer qu'il s'est bien réparti dans toute la cellule, on arrive à influencer sur la trajectoire de la particule pour lui donner un mouvement compatible avec le l'écoulement grande échelle (le rouleau de convection). Dans ces conditions, la particule évolue dans le rouleau comme on peut le voir sur la figure 5.3 (b), avec des vitesses égales à celles des panaches thermiques que l'on suit très bien par ombroscopie. On pourra noter qu'elle n'explore que très peu la région centrale de la cellule, peu active. Les densités de probabilité de la position de la particule (5.3 (d)) sont alors compatibles avec celle d'un mouvement circulaire de rayon 18 cm (dont le centre correspond au centre de la cellule) avec un bruit sur la position de  $\pm 2$  cm.

Cependant, la particule est inévitablement plus légère que le fluide lorsqu'elle s'approche de la plaque du haut et inévitablement plus lourde que le fluide à l'approche de la plaque du bas (car on suppose que la densité de la particule ne change pas). Sa taille ne lui permettant pas de pénétrer les couches limites, elle ne se retrouve jamais piégée dans ces zones où règne un fort gradient de température. Comme nous venons de le voir sur les figures 5.3 (b) et (d), on ne peut pas constater de biais systématique conséquent sur la position de la particule dans la cellule une fois la densité correctement ajustée.

Si la statistique des positions semble correcte, il n'en reste pas moins que la relation entre la vitesse de la particule et la vitesse du fluide qui l'entoure n'est pas évidente. Il s'agit d'un sujet de recherche à part entière, dont Babiano *et al.* [2000] est une excellente référence. Les raisonnements simples que nous avons menés sur la base de ces travaux ne donnent pas de résultats clairs.

Cependant, nous avons comparé expérimentalement la vitesse de la particule aux vitesses des panaches thermiques évoluant autour d'elle (par ombroscopie). Ces deux vitesses sont en très bon accord, ce qui confère aux résultats qui vont suivre toute leur légitimité.

---

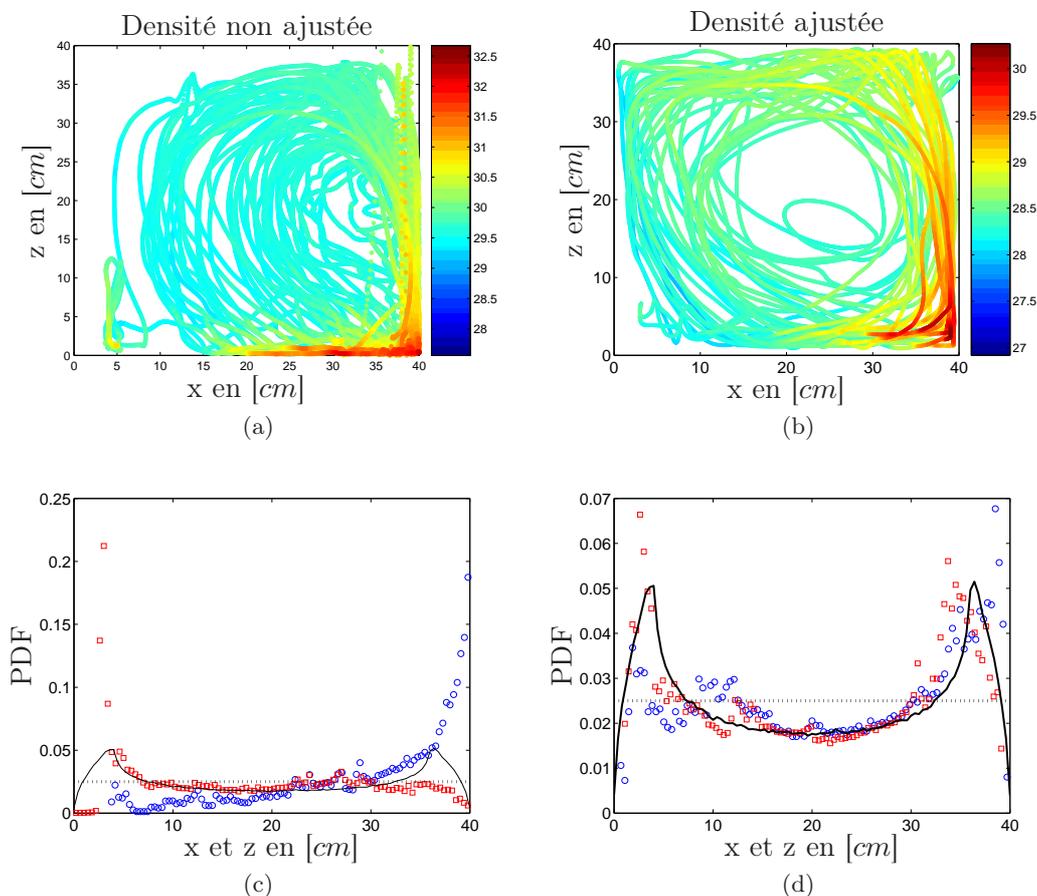


FIG. 5.3 – Évolution de la particule dans la cellule, la couleur des points code la température. (a) Position de la particule dans la cellule quand la densité est mal ajustée, (b) Position de la particule dans la cellule quand la densité est ajustée, (c) et (d) Distribution des positions de la particule au cours de son évolution les carrés rouges correspondent à la coordonnée sur l'axe vertical  $z$ , et les cercles bleus à la coordonnée selon l'axe horizontal  $x$ . La ligne en pointillé correspond à une équi-répartition dans la cellule, la ligne noire correspond aux distributions obtenues pour  $x$  et  $z$  dans le cas d'un mouvement circulaire de rayon 18 cm avec un bruit de  $\pm 2$  cm sur les deux directions.

### 5.2.3 Les mesures de vitesses et de températures

Sur la figure 5.4 sont représentées la température mesurée par la particule et les deux composantes accessibles de sa vitesse. Ce sont ces mesures que nous allons décrire dans cette section.

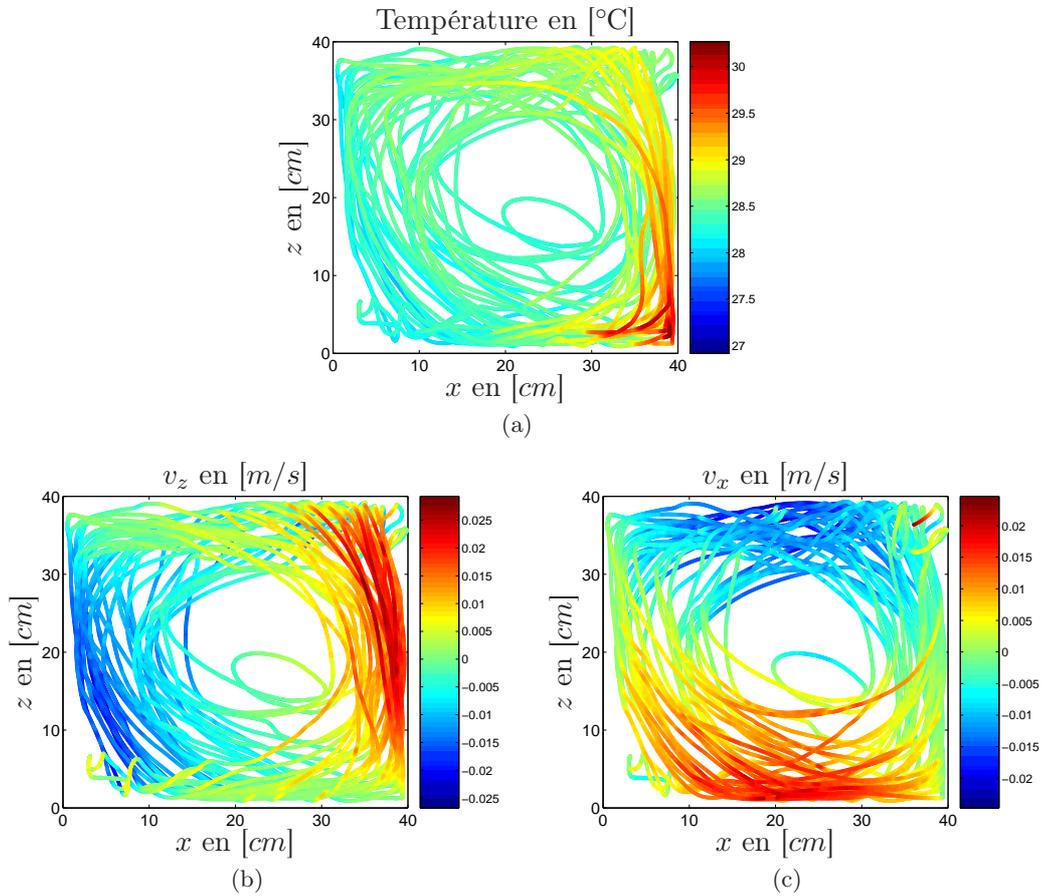


FIG. 5.4 – Évolution de la température et de la vitesse dans le plan  $(Oxz)$  le long de la trajectoire de la particule : (a) température mesurée par la particule, (b) composante verticale de la vitesse de la particule, (c) composante horizontale de la vitesse de la particule.

### Les mesures de température

Pour commencer, on peut constater sur la figure 5.4 (a) que les températures mesurées par la particule correspondent bien à nos attentes. Le rouleau de convection tourne en l'occurrence dans le sens trigonométrique (par rapport à la représentation choisie sur la figure 5.4). La particule mesure des températures de plus en plus chaudes lors de son trajet le long de la plaque du bas, pour finalement voyager jusqu'à la plaque du haut en mesurant des températures de plus en plus froides. Puis de façon symétrique, elle mesure des températures de plus en plus froides lors de son trajet horizontal le long de la plaque du haut, pour finalement se réchauffer lorsqu'elle redescend vers la plaque du bas.

D'après cette simple analyse des mesures, on s'attend à retrouver dans les

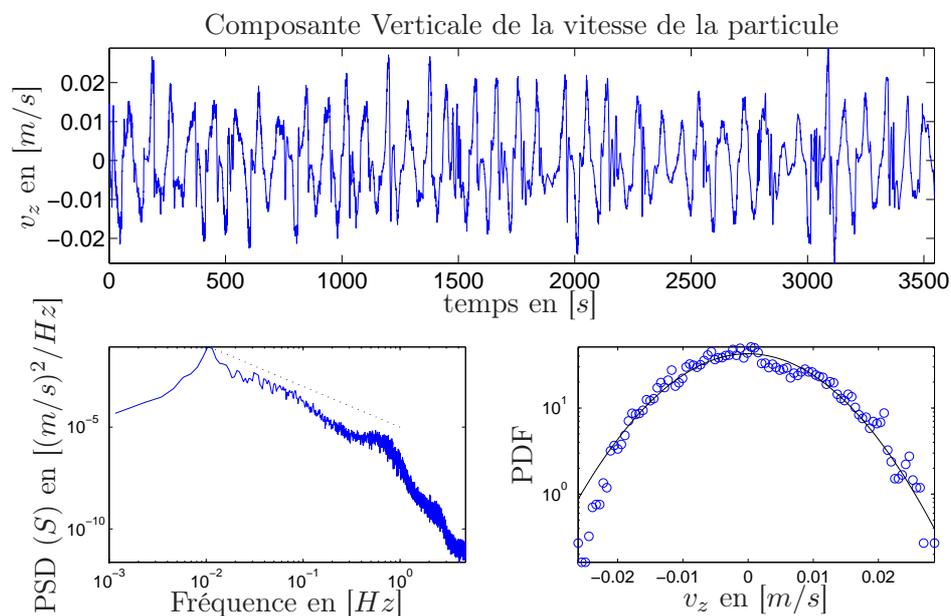
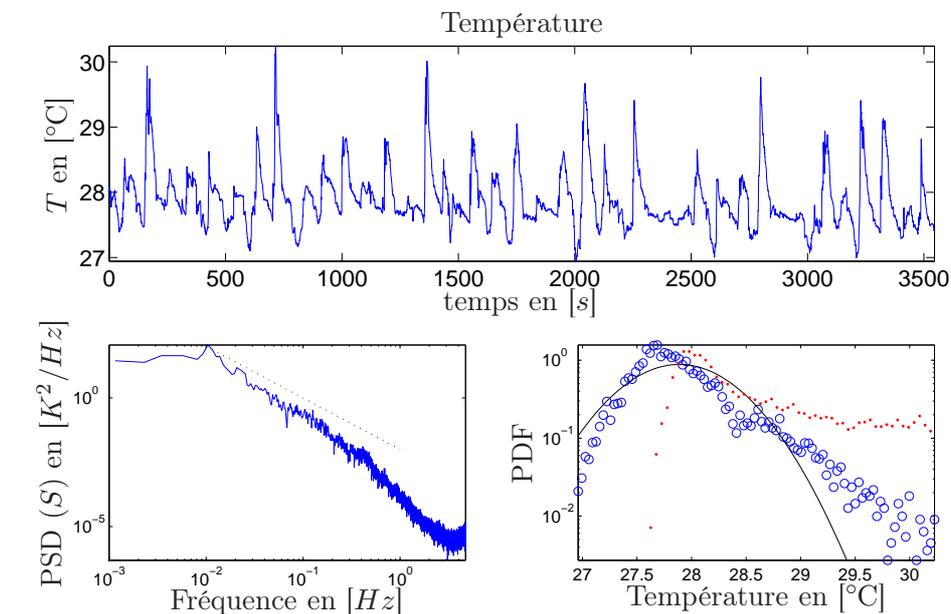


FIG. 5.5 – Évolution de la température mesurée par la particule lors de son mouvement, ainsi que de la composante verticale de sa vitesse ( $v_z$ ). (a) Les mesures de températures, (b) Les mesures de  $v_z$ . Pour chacune de ces grandeurs sont représentées leur évolution temporelle, leur densité spectrale et leur densité de probabilité.

mesures temporelles de température une signature de l'écoulement à grande échelle. C'est en effet ce que montre la figure 5.5 (a) où est représentée l'évolution temporelle de température. Sur le spectre de puissance de ce signal temporel (PSD<sup>3</sup> 5.5 (a)), on retrouve cette fréquence caractéristique  $f_R \approx 10^{-2}$  Hz ce qui confirme que la période du rouleau de convection est de  $\tau_R = 100$  s.

Sur cette densité spectrale, on peut aussi identifier une gamme de fréquences temporelles  $0.016 < f < 0.230$  Hz, sur laquelle le spectre présente une décroissance autosimilaire  $PSD(\delta T) \propto f^{-a}$  avec un exposant proche de  $-2$  (la ligne en pointillé sur la figure PSD 5.5 (a) correspond à cette décroissance en  $f^{-2}$ ). Ce résultat se rapproche de la décroissance que l'on observe dans les spectres de vitesses Lagrangiennes (et nous verrons que nos mesures de vitesses présentent cette particularité). Les mesures de températures Eulériennes dans une cellule de RB (Wu *et al.* [1990]) rapportent des exposants entre  $1.35 < a < 1.4 \equiv 7/5$  (compatibles avec la décroissance en  $f^{-7/5}$  de type Bolgiano-Obhukov dont nous avons déjà parlé), et les simulations numériques (Verzicco et Camussi [2003]) rapportent un exposant de  $-5/3$  proche des parois de la cellule et  $-7/5$  dans le centre de l'écoulement.

Une analyse dimensionnelle, analogue à celle que l'on peut faire pour extraire les décroissances en  $f^{-7/5}$  (qui correspond au cas où la température est considérée comme un scalaire actif) ou en  $f^{-5/3}$  (qui correspond au cas où la température est considérée comme un scalaire passif) de l'équation relative à l'énergie thermique, donne dans le cadre de mesures Lagrangiennes une décroissance en  $f^{-2}$ . En effet, dans les deux cas, on met en balance le terme de convection ( $\frac{v\theta^2}{r}$ ) avec le taux de dissipation d'énergie thermique moyen ( $\langle \epsilon_\theta \rangle$  en  $[K^2.s^{-1}]$ )<sup>4</sup>. On obtient alors, en exprimant  $r$  comme  $v\tau$  pour tenir compte de la description Lagrangienne du problème :  $\theta^2 \propto \langle \epsilon_\theta \rangle \tau$ . Soit en passant dans l'espace de fourrier :  $PSD(\delta T) \propto f^{-2}$ . Nos mesures sont en accord avec cette analyse sur la gamme de fréquences temporelles  $0.016 < f < 0.230$  Hz.

La fréquence de coupure qui apparaît au alentour de 0.3 Hz sera discutée sur le spectre de vitesse.

Pour finir sur ces mesures de température, on représente sur la figure PDF<sup>5</sup> 5.5 (a) la densité de probabilité de la variable  $T$ . Comme on peut le constater, cette distribution n'est pas Gaussienne, ce qui correspond aux résultats obtenus par des sondes Eulériennes dans une cellule de RB. Les larges ailes de cette distribution traduisent le fait que le signal temporel comporte quelques rares fluctuations extrêmes de température. On pourra noter que cette PDF n'est pas symétrique autour de la valeur de température la plus probable. Cette asymétrie vient du fait que la densité de la particule n'est pas encore parfaitement ajustée. En effet, si l'on étudie de plus

---

<sup>3</sup>« Power Spectrum Density », Densité de Puissance Spectrale, en anglais.

<sup>4</sup>où  $v, r$  et  $\theta$  sont des échelles de vitesse, longueur et de fluctuation de températures ( $\delta T$ ).

<sup>5</sup>« Probability Density Function », Fonction Densité de Probabilité, en anglais.

---

près la distribution 5.3 (d), on se rend compte que la particule passe un peu plus de temps proche de la plaque chaude ( $z \approx 0$ ) que de la plaque froide. Pour finir de se convaincre de cet effet, nous avons représenté en points rouges la distribution de probabilité de  $T(t)$  lorsque la densité n'est pas bien ajustée (acquisition correspondant aux figures 5.3 (b) et (d)), sur cette figure 5.5 (a). On peut alors se convaincre que cette asymétrie est bien due à un défaut dans l'ajustement de la densité de la particule par rapport au fluide.

### Les mesures de vitesse

Les mesures des composantes horizontale et verticale de la vitesse présentent des caractéristiques très similaires, le mouvement moyen étant un rouleau. On observe principalement un déphasage de  $\pi/2$  entre ces deux signaux (voir figure 5.4). Nous focaliserons donc notre attention sur la composante verticale pour cette analyse.

Comme le montre la figure 5.5 (b), la vitesse présente une évolution temporelle elle aussi marquée par le mouvement moyen. On trouve donc aussi une densité spectrale piquée en  $f = f_R = 10^{-2}$  Hz. Ce spectre, sur la plage de fréquences  $0.016 < f < 0.230$  Hz, présente une décroissance proche de  $f^{-2}$  comme dans les mesures de température. Cet aspect autosimilaire en  $f^{-2}$  du spectre de vitesse Lagrangien est un résultat attendu (Mordant *et al.* [2004, 2005]; Yeung [2002]) dans le régime inertiel d'un écoulement turbulent selon un raisonnement phénoménologique basé sur la théorie de Kolmogorov 41 ( $K41$ ). En effet, en suivant l'idée de  $K41$  pour des nombres de Reynolds suffisamment grands, les caractéristiques statistiques des vitesses relatives ne dépendent plus que du taux de dissipation moyen d'énergie  $\langle \epsilon_v \rangle$  ( $[m^2.s^{-3}]$ ) et de la viscosité cinématique du fluide  $\nu$  ( $[m^2.s^{-1}]$ ). Dans le régime inertiel<sup>6</sup>, on considère que  $\nu$  tend vers zéro avec  $\langle \epsilon_v \rangle$  qui tend vers une valeur finie non nulle. Alors, dans ce régime, on ne peut pas construire d'échelle de temps, de longueur ou de vitesse simplement avec  $\langle \epsilon_v \rangle$ . Les fonctions de structure de vitesses Lagrangienne :

$$S_v^p(\tau) = \langle |v(t + \tau) - v(t)|^p \rangle \quad (5.5)$$

doivent alors être autosimilaires, c'est-à-dire en  $\tau^a$  (n'ayant pas d'échelle privilégiée). A l'aide d'une analyse dimensionnelle, on montre que :

$$S_v^p(\tau) \propto (\langle \epsilon_v \rangle \tau)^{\frac{p}{2}} \quad (5.6)$$

ce qui correspond dans le cas  $p = 2$  à  $S_v^2(\tau) \propto \langle \epsilon_v \rangle \tau$ . Or la densité spectrale correspond à la transformée de Fourier de cette fonction de structure d'ordre deux<sup>7</sup>. Donc on trouve :

$$PSD(v) \propto TF(S_v^2(\tau)) \propto \langle \epsilon_v \rangle f^{-2} \quad (5.7)$$

<sup>6</sup>Défini par :  $\tau_R > \tau > \tau_\eta$  où  $\tau_R$  est l'échelle de temps du rouleau de convection macroscopique,  $\tau$  est l'échelle de temps considérée et  $\tau_\eta = (\nu / \langle \epsilon_v \rangle)^{\frac{1}{2}}$  le temps caractéristique en dessous duquel les effets de viscosité se font sentir.

<sup>7</sup>ceci est vrai à un facteur deux près et pour  $f \neq 0$ .

ce qui est en bon accord avec nos observations dans la plage de fréquences considérées. Cette description nous fait penser que la température agit comme un scalaire passif dans la partie de l'écoulement que la particule explore, ce qui est en accord avec Verzicco et Camussi [2003].

La coupure que l'on voit apparaître à haute fréquence ( $f_D \approx 0.4 \pm 0.1$  Hz) correspond au temps que met la particule à se déplacer d'une longueur égale à son diamètre ( $D = 2.1$  cm) à la vitesse moyenne de l'écoulement ( $1.1 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ ). Ce résultat traduit le fait que la particule filtre la dynamique du fluide sur une échelle spatiale correspondant à sa taille, ce qui est cohérent avec d'autres expériences de suivi Lagrangien de particules de même densité que le fluide dans lequel elles évoluent (Mordant *et al.* [2005]).

Pour finir, nous rapportons sur la figure 5.5 (b), la densité de probabilité de  $v_z$ . Cette distribution est bien symétrique autour de sa valeur moyenne  $v_z = 0$  (la particule n'est pas sortie de la cellule pendant la mesure). De plus elle est assez bien représentée par une gaussienne de variance  $0.9 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ . On peut pousser cette analyse statistique de la mesure de la vitesse de la particule en analysant les fonctions de structure que nous avons introduites dans l'équation (5.5). Ce travail est rapporté dans l'article Gasteuil *et al.* [2007] et montre avec le formalisme d'auto-similarité étendue (ESS, Benzi *et al.* [1993a,b]) des résultats similaires à d'autres mesures de particules Lagrangiennes plongées dans un écoulement turbulent.

Les mesures que nous venons de décrire nous donnent accès à une troisième grandeur, très intéressante dans le cadre de la convection thermique turbulente : *le flux de chaleur*.

#### 5.2.4 Les mesures de flux de chaleur

Si l'on considère que la particule instrumentée se comporte bien comme une particule Lagrangienne, c'est-à-dire qu'elle se déplace avec le fluide, alors il est naturel d'introduire le flux de chaleur instantané que mesure la particule. En se basant sur l'équation (3.53), ainsi que sur de récents travaux (Ching *et al.* [2004]; Grossmann et Lohse [2004]; Shang *et al.* [2003]), on introduit :

$$Nu_z^L(t) = 1 + \frac{H}{\kappa \Delta T} T'(t) v_z(t) \tag{5.8}$$

qui représente le flux de chaleur vertical adimensionné par le flux de chaleur conductif,  $H$  étant la hauteur de la cellule,  $\kappa$  la diffusivité thermique de l'eau à la température considérée,  $\Delta T$  la différence de température entre les plaques haute et basse de la cellule.  $T'(t) = T(t) - \langle T(t) \rangle$  correspond à la fluctuation de température mesurée par la particule ( $\langle T(t) \rangle$  étant la moyenne temporelle de la température mesurée par la particule) et pour finir  $v_z(t)$  est la composante verticale de la vitesse de la particule à l'instant  $t$ . Il sera intéressant de comparer la moyenne temporelle de cette grandeur

---

$\langle Nu_z^L(t) \rangle$  avec le nombre de Nusselt mesuré sur l'ensemble de la cellule :

$$Nu = \frac{Q}{\lambda \frac{\Delta T}{H}} = 168. \quad (5.9)$$

En suivant la même idée, on peut définir :

$$Nu_x^L(t) = 1 + \frac{H}{\kappa \Delta T} T'(t) v_x(t) \quad (5.10)$$

qui caractérise les flux de chaleur horizontaux ( $v_x(t)$  étant la composante horizontale de la vitesse de la particule). Pour cette variable, on s'attend à ce que sa moyenne soit nulle, étant donné que le flux de chaleur horizontal est nul dans notre système.

### Première approche des mesures

Sur la figure 5.6 est représentée l'évolution au cours du temps de  $Nu_z^L(t)$  (a) et  $Nu_x^L(t)$  (b) le long de la trajectoire de la particule dans la cellule. De plus, pour accroître la lisibilité de ces données, nous avons représenté sur les figures 5.6 (c) et (d) la version Eulérienne de cette mesure.

Nous avons découpé la cellule en petites surfaces carrés de côté  $\delta x \times \delta z$  à l'intérieur desquelles, nous calculons la valeur moyenne de  $Nu_z^L(t)$  et  $Nu_x^L(t)$  lorsque la particule est à l'intérieur de chacune de ces surfaces centrées en  $(x_i, z_i)$ . La taille des boîtes est égale au diamètre de la particule  $D$  :  $\delta x = \delta z = 2 \text{ cm} \approx D$ . Ce choix se justifie par le fait que, comme nous l'avons vu dans les spectres de vitesse et de température, cette taille caractéristique  $D$  entraîne une coupure à haute fréquence, ce qui signifie que la dynamique des signaux au-delà de cette fréquence ne représente plus la physique de l'écoulement. Spatialement, on peut s'attendre à un phénomène identique, il est donc inutile de s'intéresser aux échelles plus petites que  $D$ .

Nous définissons deux nouvelles variables Eulériennes qui vont dépendre de la position  $(x_i, z_i)$  (et non du temps) :

$$Nu_z^E(x_i, z_i) = \left\langle Nu_z^L(t) \left| x(t) - x_i < \frac{\delta x}{2} \cap |z(t) - z_i| < \frac{\delta z}{2} \right. \right\rangle (x_i, z_i) \quad (5.11)$$

et,

$$Nu_x^E(x_i, z_i) = \left\langle Nu_x^L(t) \left| x(t) - x_i < \frac{\delta x}{2} \cap |z(t) - z_i| < \frac{\delta z}{2} \right. \right\rangle (x_i, z_i) \quad (5.12)$$

où  $(x(t), z(t))$  correspondent aux coordonnées de la particule au temps  $t$ ,  $(x_i, z_i)$  aux coordonnées de la boîte  $i$ , et  $\langle X(t) | Y \rangle$  est la moyenne temporelle de  $X(t)$  sous la condition  $Y$ . Ces deux représentations, complémentaires, nous permettent de décrire le champ du flux de chaleur au sein de la cellule de RB.

Le flux de chaleur horizontal ( $Nu_x^L(t)$ ) prend des valeurs instantanées extrêmes pouvant aller jusqu'à  $\pm 2000$  fois le flux conductif de référence ( $Q_0 = \lambda \frac{\Delta T}{H}$ ).

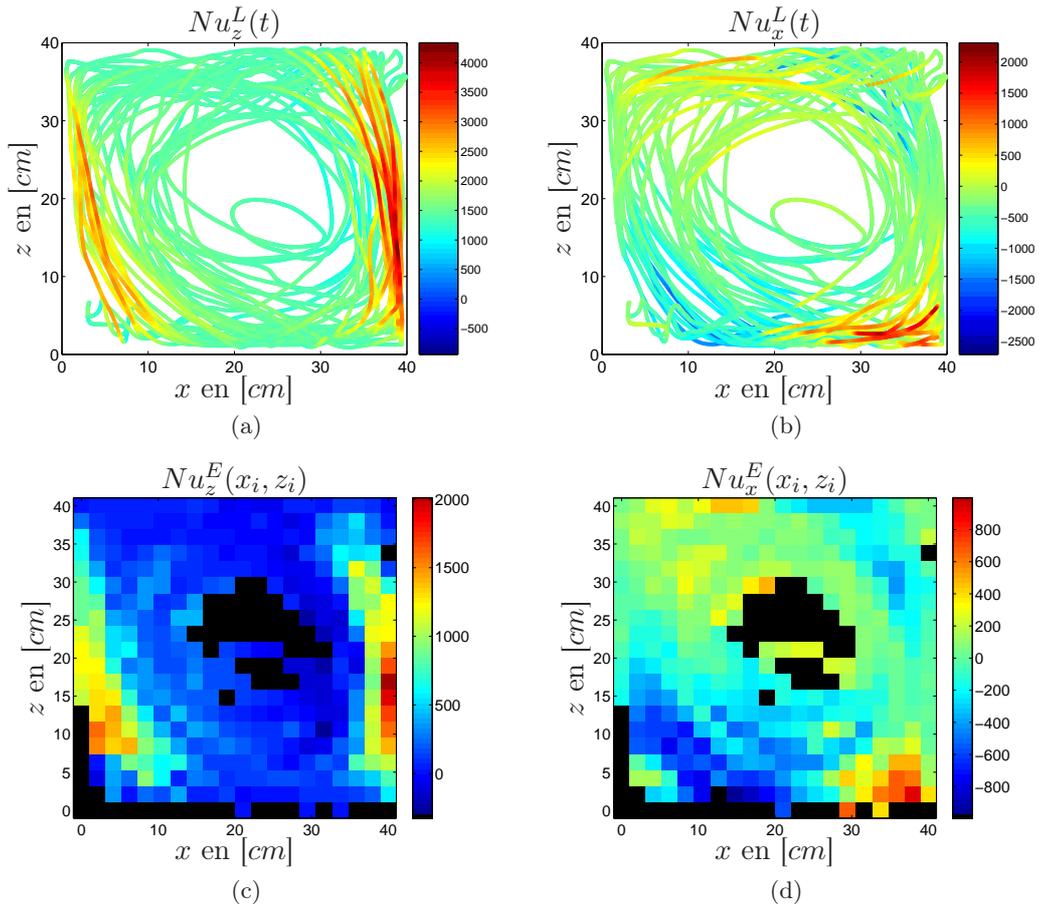


FIG. 5.6 – Évolution du flux de chaleur normalisé dans le plan  $(Oxz)$  le long de la trajectoire de la particule : (a) composante verticale ( $Nu_z^L(t)$ ), (b) composante horizontale ( $Nu_x^L(t)$ ), (c) représentation Eulérienne de la composante verticale ( $Nu_z^E(x_i, z_i)$ ), (d) représentation Eulérienne de la composante horizontale ( $Nu_x^E(x_i, z_i)$ ). Sur les figures (c) et (d) la couleur noire correspond à des positions où la particule ne passe jamais.

Ces valeurs instantanées semblent être réparties autour de la valeur moyenne que nous attendons pour cette grandeur :  $\langle Nu_x^L(t) \rangle = 0$ . L'analyse de la carte de  $Nu_x^E(x_i, z_i)$  conforte l'hypothèse que la particule instrumentée se comporte bien comme une particule fluide. En effet, comme on peut le voir dans le cadran inférieur gauche,  $Nu_x^E < 0$  ce qui correspond bien au fait que la particule suit des panaches froids qui tombent sur la plaque chaude. Dans ce cas, ces panaches sont tels que  $T' < 0$  et avec une vitesse horizontale  $v_x > 0$  (rappelons que dans cette représentation le rouleau de convection tourne dans le sens trigonométrique). Puis, dans le cadran inférieur droit, la particule continue d'évoluer avec des panaches ayant une vitesse  $v_x > 0$  dont la température a augmenté en longeant la plaque chaude,  $T' > 0$ , on observe donc un  $Nu_x^E > 0$  dans ce cadran. On peut obtenir des résultats cohérents avec ce raisonnement dans les deux cadrans supérieurs ( $v_x < 0$  et la particule se refroidit en voyageant le long de la plaque froide). Il ressort de ce raisonnement que  $Nu_x^E$  devrait être symétrique par rapport au centre de la cellule, or on constate que ce n'est pas le cas, il présente même une forte asymétrie haut/bas. Nous trouverons plus tard dans ce chapitre une justification à ce problème.

Le flux de chaleur vertical ( $Nu_z^L(t)$ ), quant à lui, exhibe des variations instantanées fortement biaisées vers les valeurs positives, pouvant atteindre 4000 soit près de 25 fois le nombre de Nusselt ( $Nu = 168$ ) qui caractérise le transport de chaleur global de la plaque du bas à la plaque du haut. On constate ici aussi que la particule suit bien l'écoulement qu'elle sonde. En effet, le moteur de la convection étant la poussée d'Archimède, le fluide chaud (peu dense) monte (sur le côté droit de la cellule dans cette représentation), et le fluide froid coule (sur le côté gauche). Dans les deux cas  $T'v_z > 0 \Leftrightarrow Nu_z^E > 0$  ce qui correspond aux mesures réalisées par la particule. On notera tout de même que la carte de  $Nu_z^E$  n'est pas symétrique par rapport à l'axe vertical passant par le centre de la cellule. On trouve même des zones où  $Nu_z^E \lesssim 0$  ce qui est a priori un résultat non physique pour cette mesure Eulérienne<sup>8</sup>, mais nous reviendrons sur ces points un peu plus loin.

Avant de nous intéresser à la moyenne spatiale de nos Nusselts Eulériens, concentrons nous sur la moyenne temporelle de nos Nusselts Lagrangiens (figure 5.7). On retrouve sur les évolutions temporelles des flux adimensionnés Lagrangiens, les variations extrêmes que nous avons identifiées plus tôt. Elles apparaissent par intermittence dans les signaux, sans fréquence caractéristique particulière. Sur ces deux courbes sont représentés en trait plein noir le flux nul et en pointillé la valeur moyenne de la série temporelle. On trouve :

$$\langle Nu_x^L(t) \rangle = -78 \pm 60 \quad (5.13)$$

et,

$$\langle Nu_z^L(t) \rangle = 328 \pm 80 \approx 2 \times Nu. \quad (5.14)$$

---

<sup>8</sup>De tels événements  $T'v_z < 0$  étant par ailleurs possibles de façon instantanée si la particule est entraînée par un vortex turbulent. Mais ces événements sont a priori beaucoup plus rares que ceux en  $T'v_z > 0$  qui sont le moteur de la convection.

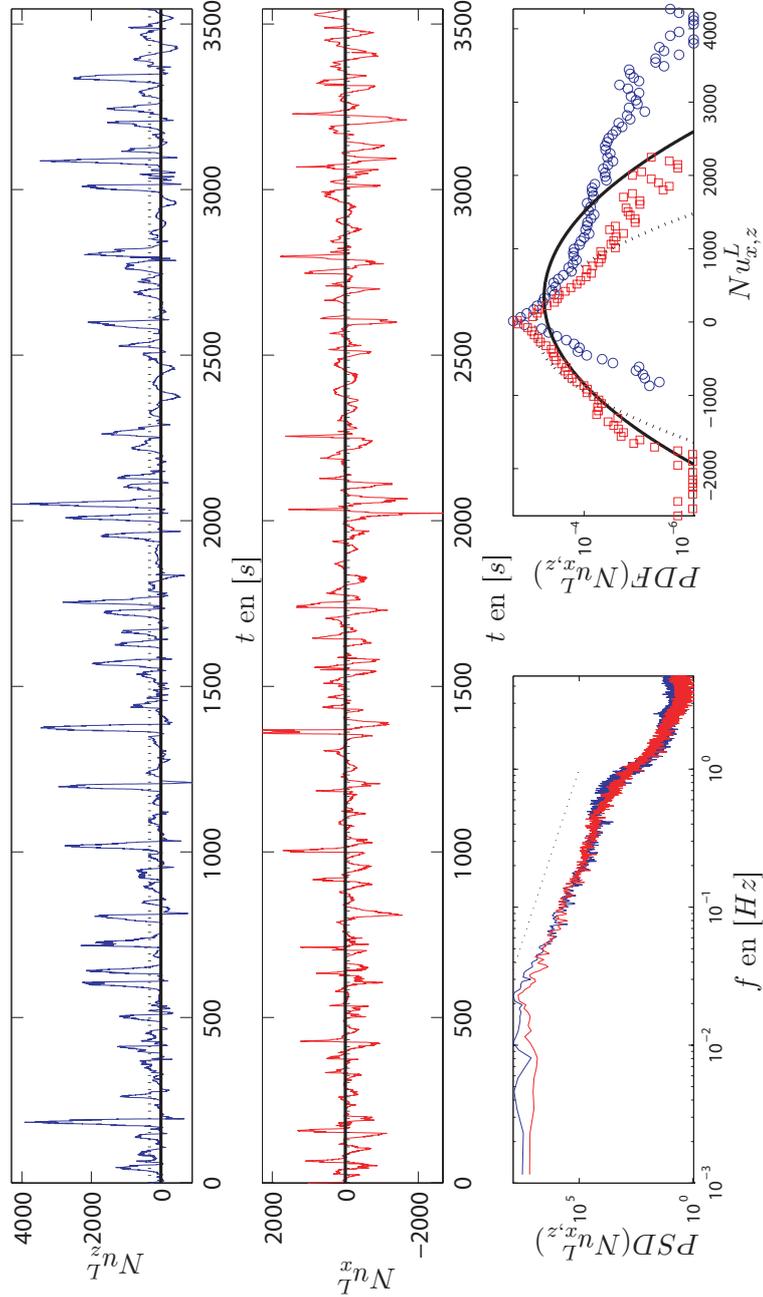


FIG. 5.7 – Évolution du flux de chaleur mesuré par la particule dans la cellule. (a) Évolution temporelle du flux de chaleur vertical normalisé ( $Nu_z^L(t)$ ), (b) évolution temporelle du flux de chaleur horizontal normalisé ( $Nu_x^L(t)$ ), (c) densité spectrale de  $Nu_x^L$  en rouge et de  $Nu_z^L$  en bleu, la droite en pointillés a une pente de  $-2$ , (d) densité de probabilité de  $Nu_x^L$  en carrés rouges et de  $Nu_z^L$  en cercles bleus, les courbes noires représentent des lois normales ayant la même valeur moyenne et écart type que  $Nu_x^L$  (pointillés) et  $Nu_z^L$  (trait plein).

Pour estimer les incertitudes, nous avons évalué l'écart quadratique de la moyenne glissante sur  $4\tau_R$  de ces grandeurs (la longueur totale de notre échantillon étant  $\approx 32\tau_R$ ). Ces moyennes temporelles sont au premier abord surprenantes puisque l'on s'attend à retrouver les valeurs globales des flux au travers de la cellule à savoir 0 pour le flux horizontal et  $Nu = 168$  pour le flux vertical. Cependant, ces différences sont principalement dues au fait que la particule ne sonde pas toute la cellule et encore moins de façon homogène comme on peut le voir sur la figure 5.6. Elle reste globalement dans la zone où le transport de chaleur est le plus actif. Or le flux global traversant la cellule considère le transport effectué par tout le fluide et non pas seulement la partie la plus active.

On peut alors penser que la représentation Eulérienne que nous avons introduite sur les figures 5.6 (c) et (d) est plus appropriée pour faire ces comparaisons. En effet, si l'on calcule  $\overline{Nu_{x,z}^E}^{xz}$ , on donne un poids équivalent à chaque surface élémentaire de taille  $D \times D$ . La particule n'explorant pas toute la cellule, nous attribuons de façon arbitraire un flux nul aux zones qu'elle n'explore pas en suivant l'idée qu'elle ne visite pas les zones inactives de l'écoulement. Ceci nous donne les résultats suivant :

$$\overline{Nu_x^E}^{xz} = -88 \quad (5.15)$$

et,

$$\overline{Nu_z^E}^{xz} = 267. \quad (5.16)$$

Comme on peut le voir ces grandeurs sont encore incompatibles avec nos attentes, mais s'en approchent un peu plus, au moins pour le transport vertical. Il faut souligner le fait que la statistique de ces moyennes locales ( $Nu_{x,z}^E$ ) n'est pas excellente. En effet, par endroit la particule ne passe qu'une seule fois (par exemple au centre) et la moyenne que nous obtenons sur cet unique trajet (de la taille de la particule  $D$ ) a le même poids statistique dans  $\overline{Nu_{x,z}^E}^{xz}$  que celui obtenu par la moyenne d'une quarantaine de trajectoires sur le côté droit de la cellule par exemple. Ce manque de statistique peut fausser la moyenne globale.

Les densités spectrales de ces deux flux Lagrangiens sont très similaires entre elles, mais diffèrent partiellement de celles de température et de vitesses (figure 5.4). On retrouve la décroissance du spectre en  $f^{-2}$  (ou un peu plus vite juste après la coupure basse fréquence). La coupure à haute fréquence due à la taille de la particule reste la même. Par contre aux basses fréquences, on voit que le pic à la fréquence  $f_R$  du rouleau de convection a disparu pour laisser la place à des fluctuations ayant une densité spectrale constante de  $f = 0$  Hz à  $f = 2f_R = 0.02$  Hz. Le fait que la basse fréquence caractéristique s'identifie à  $2f_R$  est cohérent avec les cartes de flux  $Nu_{x,z}^E$  (figure 5.6) qui nous montrent bien qu'au cours d'un tour de la cellule le flux (vertical et horizontal) a parcouru deux périodes de ses variations. Le bruit blanc observé dans cette large gamme de fréquences nous montre que le temps de cohérence du flux de chaleur Lagrangien est deux fois plus court que celui de la température ou de la vitesse.

Les distributions de probabilité (*PDF*) de  $Nu_{x,z}^L(t)$  présentées sur la figure 5.7 nous montrent que les fluctuations de ces grandeurs sont fortement non gaussiennes. La *PDF* de  $Nu_x^L(t)$  présente son maximum en  $Nu_{x,z}^L = 0$  et en première approximation semble symétrique (ce n'est pas exactement le cas puisque  $\langle Nu_x^L(t) \rangle = -78$ ). Cette distribution peut être décrite par une distribution en « exponentielle étirée » ( $\propto \exp\left(-a \left|\frac{Nu_x^L}{\sigma(Nu_x^L)}\right|^b\right)$ ), nous reviendrons sur ce point dans quelques lignes.

La distribution des valeurs de  $Nu_z^L(t)$  est quant à elle fortement asymétrique, avec des valeurs plus probables pour  $Nu_z^L > 0$ . La valeur la plus probable est 0 ce qui confirme que le flux de chaleur vertical dans le coeur de la cellule est principalement dû à quelques évènements rares et intenses.

### Retour sur la définition de $Nu_{x,z}^L(t)$

Nous avons défini le flux de chaleur adimensionné (équations (5.8) et (5.10)) en exprimant la fluctuation de température comme  $T' = T(t) - \langle T(t) \rangle$ . Or la distribution de température est légèrement asymétrique (biaisée vers les  $T' > 0$ , figure 5.5). Nous avons attribué ce biais à un petit défaut dans l'ajustement de densité de la particule. En effet si la particule explore la cellule de façon symétrique par rapport à la plaque chaude et froide, on s'attend à voir une distribution de température symétrique. Il est donc raisonnable de s'interroger sur la référence de température  $\langle T(t) \rangle$  que nous avons prise.

L'autre référence qui s'impose naturellement est la température la plus probable de notre mesure de température que nous notons  $T_0$ . Dans notre cas  $\langle T(t) \rangle - T_0 = 0.2$  K, soit une variation de moins de 1%, mais nous allons voir que ce petit écart a des conséquences. Dans le cas idéal d'une mesure Lagrangienne non biaisée, on devrait avoir  $\langle T(t) \rangle = T_0$ , ce qui n'est pas le cas puisque nous avons constaté que la particule reste légèrement plus de temps proche de la plaque chaude.

De récentes mesures Eulériennes de température dans des cellules de RB (Qiu et Tong [2001]; Shang *et al.* [2004]) ont montrées que la température la plus probable mesurée par un capteur fixe est la même en tous points de l'écoulement, hors couches limites (à de légères fluctuations près attribuées aux variations de température de l'environnement du montage sur de longs temps de mesures)<sup>9</sup>. Malgré notre biais de mesure, il est donc très probable que la température la plus probable que nous mesurons corresponde à celle que l'on peut mesurer sans biais.

La figure 5.8 compare ces deux définitions en mettant en regard les grandeurs Eulériennes auxquelles nous avons accès. On peut alors constater que la définition basée sur  $T'_0(t) = T(t) - T_0$  donne des résultats beaucoup plus satisfaisants. En effet la symétrie centrale attendue dans la mesure de l'intensité de  $Nu_x^E$  est bien meilleure (à un défaut clairement identifiable près dans le cadran en haut à gauche), et  $Nu_z^E$

---

<sup>9</sup>Ceci reste valable malgré le fait que la température moyenne locale peut varier de 1 K en passant du côté du rouleau de convection où les panaches froides descendent au côté où les panaches chaud montent.

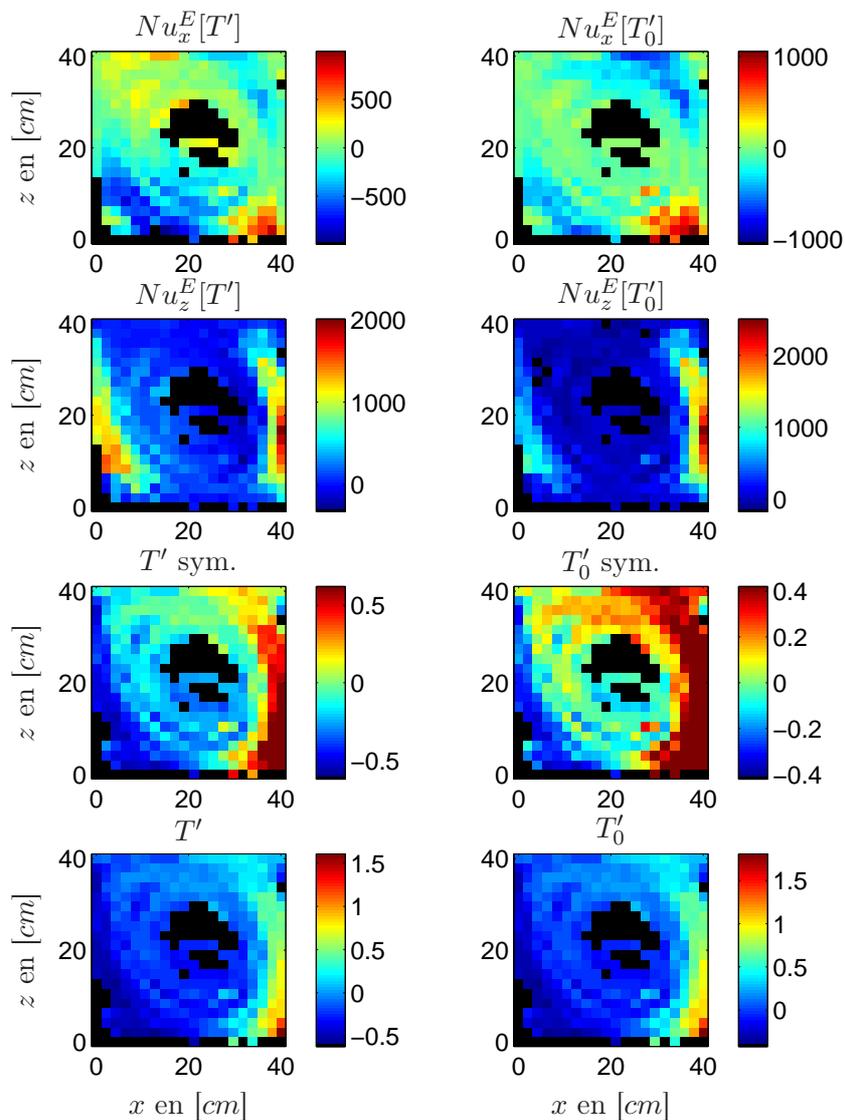


FIG. 5.8 – Comparaison des grandeurs Eulériennes obtenues en utilisant  $\langle T(t) \rangle$  ou  $T_0$  comme référence pour calculer la fluctuation de température  $T'$ . La colonne de gauche utilise  $T(t)' = T(t) - \langle T(t) \rangle$  et la colonne de droite utilise  $T_0'(t) = T(t) - T_0$ .  $T' \text{ sym.}$  et  $T_0' \text{ sym.}$  représentent la fluctuation de température avec un codage de couleurs symétrique par rapport à zéro, il sature donc pour les valeurs positives.

ne prend plus de valeurs inférieures à zéro (mais montre une asymétrie gauche/droite plus marquée).

Cette nouvelle représentation laisse aussi apparaître plus clairement les biais de notre mesure. Le fait que la particule soit légèrement trop lourde se voit sur la mesure de  $Nu_x^E$  qui nous montre que la particule n'explore pas de la même façon le coin supérieur gauche et le coin inférieur droit de la cellule. Cette constatation combinée à la figure représentant  $Nu_z^E$ , suggère que la particule descend peut-être plus à cause de son poids que parce qu'elle suit l'évolution de panaches froides. Cela entraîne des flux verticaux dans la partie descendante du rouleau inférieurs à ceux de la partie montante.

Les figures représentant  $T'_0$  (dont le code de couleur est symétrisé par rapport à zéro ou non) mettent le doigt sur un autre biais de mesure possible. Une telle dissymétrie dans ce champ semble difficile à expliquer simplement par le poids de la particule. On peut y ajouter le fait que les capteurs de température embarqués sur la particule ne sont pas placés exactement sur « l'équateur » de celle-ci, mais à 2 mm en dessous (voir figure 5.1). Comme nous l'avons vu dans l'introduction, la particule est lestée de façon à ce qu'elle se déplace simplement en translation. Par conséquent, les capteurs restent toujours orientés vers le bas de la cellule. Les capteurs sont donc plus sensibles aux panaches chauds montants qui accompagnent la particule dans son ascension dans la partie droite de l'écoulement plutôt qu'aux panaches froids descendants qui arrivent sur la partie supérieure de la particule. La mesure de température peut donc être légèrement biaisée par cette asymétrie du capteur.

$T_0$  paraît donc être la référence à utiliser puisqu'elle est normalement insensible aux deux biais possibles que nous venons d'évoquer, ne dépendant pas de la position à laquelle on la mesure dans l'écoulement (Qiu et Tong [2001]; Shang *et al.* [2004]).

Fluctuation de Température	$T'(t) = T(t) - \langle T(t) \rangle$	$T'_0(t) = T(t) - T_0$
$\langle Nu_x^L(t) \rangle$	-78	-81
$\langle Nu_z^L(t) \rangle$	328	328
$\frac{Nu_x^E}{Nu_x^E}^{xz}$	-88	-77
$\frac{Nu_z^E}{Nu_z^E}^{xz}$	267	237

TAB. 5.1 – Moyennes des flux adimensionnés mesurés par la particule en fonction de la référence choisie pour exprimer la fluctuation de température. Les différences qui apparaissent donnent un ordre de grandeur des incertitudes de ces mesures étant donné qu'elles sont non physiques (car idéalement  $\langle v_{x,z} \rangle = 0$  et  $\overline{v_{x,z}^E(x_i, z_i)^{xz}} = 0$  la particule ne sortant pas de la cellule).

Comme on peut le voir dans le tableau 5.1, les valeurs moyennes spatiales pour les grandeurs Eulériennes et temporelles pour les grandeurs Lagrangiennes ne sont pas dramatiquement affectées par ce changement de référence. Les différences qui apparaissent donnent un ordre de grandeur des incertitudes de ces mesures étant donné qu'elles sont non physique (car idéalement  $\langle v_{x,z} \rangle = 0$  et  $\overline{v_{x,z}^E(x_i, z_i)^{xz}} = 0$ ,

---

la particule ne sortant pas de la cellule<sup>10</sup>). Il en est de même pour les évolutions temporelles, la densité spectrale et la densité de probabilité dont nous avons discuté plus haut. Le principal effet de ce changement de référence est une redistribution spatiale des valeurs de flux comme nous avons pu le voir sur la figure 5.8.

Dans la suite de l'exposé nous utiliserons par conséquent la référence  $T_0$  (température mesurée la plus probable).

### 5.2.5 Discussion

#### Comparaison des mesures Eulériennes et Lagrangiennes des flux de chaleur locaux

Il existe à ce jour peu de mesures de flux de chaleur instantanés au sein de l'écoulement de RB. Les plus gros efforts expérimentaux ont été menés par l'équipe de K.-Q. Xia à l'université de Hong Kong (Ching *et al.* [2004]; Shang *et al.* [2003, 2004]; Zhou *et al.* [2007]). Dans ces différents articles, les auteurs rapportent des mesures de flux de chaleur Eulériens effectuées à l'aide de mesures de vitesses et de températures simultanées en un point fixe de l'écoulement. Les mesures de températures sont réalisées à l'aide d'une thermistance similaire à celles embarquées sur la « smart particle », et les mesures de vitesses sont obtenues par un dispositif de Vélocimétrie Laser Doppler (LDV<sup>11</sup>) capable de mesurer deux composantes de la vitesse (Drain [1980]; Qiu et Tong [2001]). Cette équipe a concentré son étude en trois positions dans la cellule de RB :

- Une mesure au centre de la cellule, zone que notre particule instrumentée ne sonde pas.
- Une mesure à une distance  $\delta x$  telle que  $\delta x/H = 0.05$  (1 cm dans leur cas) de la paroi latérale dans le plan médian de la cellule de convection. Cette zone de l'écoulement correspond bien avec la zone où notre particule instrumentée mesure un flux de chaleur vertical maximum.
- Une mesure à 1.1 mm ( $\delta z/H = 0.005$ ) de la plaque chaude sur l'axe central de la cellule. La particule instrumentée n'a pas accès à cette zone qui est très proche des couches limites.

Ces mesures ont été menées dans des conditions très similaires aux nôtres dans une cellule remplie d'eau à un nombre de Prandtl  $Pr = 5.5$  (identique à notre étude), sur une plage de nombre de Rayleigh allant de  $10^9$  à  $3 \times 10^{10}$  (nos mesures sont faites à  $Ra = 3 \times 10^{10}$ ). Ils étudient les propriétés statistiques du flux de chaleur local (noté  $Xia Nu_{x,z}^E(t)$  à une position donnée) auxquelles nous n'avons pas accès dans notre étude par manque de statistique<sup>12</sup>. Le résultat principal de leur étude est une propriété très intéressante des distributions de probabilité de  $Xia Nu_{x,z}^E$ . En effet, ils affirment que ces distributions sont insensibles aux variations du nombre de

<sup>10</sup>Nous avons  $\overline{v_x^E(x_i, z_i)^{xz}} = 0.5 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$  et  $\overline{v_z^E(x_i, z_i)^{xz}} = -1 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ .

<sup>11</sup>LDV : Laser Doppler Velocimetry.

<sup>12</sup>Nous avons accès uniquement aux valeurs moyennes  $Nu_{x,z}^E(x_i, z_i)$  que nous avons longuement discuté dans la section précédente.

*Ra* si on les représente en fonction de  $\frac{X^{ia}Nu_{x,z}^E}{\sigma(X^{ia}Nu_{x,z}^E)}$  (où  $\sigma(X)$  représente l'écart type de  $X$ ).

Cependant ils constatent aussi que ces distributions varient en fonction de la position à laquelle ils prennent leurs mesures. Ces variations sont cohérentes avec nos mesures de  $Nu_{x,z}^E(x_i, z_i)$  et confirment le fait que les flux horizontaux sont concentrés près des plaques et les flux verticaux proche des parois latérales.

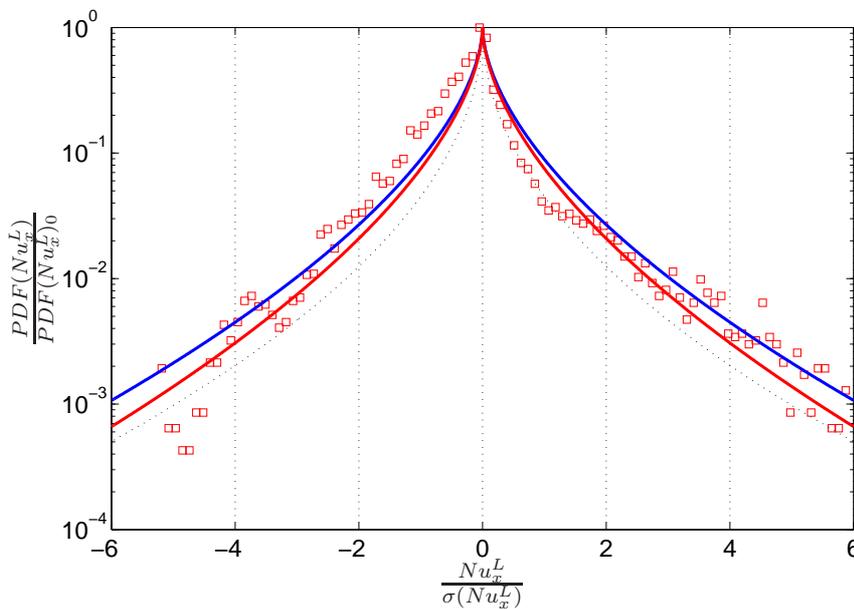


FIG. 5.9 – Distribution de probabilité de  $Nu_x^L$  en fonction de  $\frac{Nu_x^L}{\sigma(Nu_x^L)}$  comparée aux distributions de mesures Eulériennes en différents points de la cellule de convection (Shang *et al.* [2004]). Les carrés correspondent à nos mesures de  $Nu_x^L$ . Les courbes correspondent à des distributions en exponentielle étirée  $\exp\left(-a \left|\frac{Nu_x^L}{\sigma(Nu_x^L)}\right|^b\right)$  extraites des travaux de Shang *et al.* [2004]. La courbe en pointillés noir correspond aux mesures de  $X^{ia}Nu_x^E$  effectuées au centre de la cellule :  $a = 3.1$  et  $b = 0.5$ . La courbe en bleu correspond aux mesures de  $X^{ia}Nu_x^E$  effectuées proche des parois latérales de la cellule :  $a = 2.42$  et  $b = 0.58$ . La courbe en rouge correspond aux mesures de  $X^{ia}Nu_y^E$  effectuées proche de la plaque chaude de la cellule (dans la direction  $Oy$  c'est à dire perpendiculairement au rouleau de convection) :  $a = 2.59$  et  $b = 0.58$ .

La figure 5.9 représente la distribution de  $Nu_x^L$  en fonction de  $\frac{Nu_x^L}{\sigma(Nu_x^L)}$  (avec  $\sigma(Nu_x^L) = 425$ ). Nous avons aussi représenté sur cette figure les ajustements en exponentielles étirées réalisés par Shang *et al.* [2004] sur leur mesures Eulériennes en différents points de la cellule. Ces ajustements décrivent leur mesures pour un nombre de Rayleigh compris entre  $10^9$  et  $3 \times 10^{10}$ . Comme on peut le constater,

nos mesures sont compatibles avec ces ajustements si l'on corrige par la pensée leur dissymétrie par rapport à zéro. Expérimentalement, nous savons que notre particule n'explore ni le centre de la cellule, ni la zone très proche de la plaque chaude que les mesures de Shang *et al.* [2004] relatent. La seule comparaison raisonnable devient alors la courbe bleue sur la figure 5.9 (correspondant aux mesures proches de la paroi latérale) qui a pour équation :

$$PDF(Nu_x^L) = PDF(Nu_x^L)_0 \exp \left( -2.42 \left| \frac{Nu_x^L}{\sigma(Nu_x^L)} \right|^{0.58} \right). \quad (5.17)$$

Le caractère indépendant du nombre de Rayleigh de cette distribution découvert par l'équipe du Professeur K.-Q. Xia est un résultat très fort qui confère une certaine universalité à ces densités de probabilité et rend naturellement fondamentale l'étude de  $\sigma(Nu_x^L)$  et  $\sigma(Xia Nu_x^E)$ . Le fait que nos mesures, effectuées dans une cellule complètement différente<sup>13</sup> et avec une technique de mesure radicalement différente, donne un sens bien plus fort au caractère Universel de cette distribution. Cette piste de recherche semble à approfondir dans de futurs projets aussi bien expérimentaux que théoriques.

Nous allons voir que ce parallèle ne s'arrête pas au flux horizontal. La figure 5.10 représente la distribution de nos mesures de flux verticaux  $Nu_z^L$  en fonction de  $\frac{Nu_z^L}{\sigma(Nu_z^L)}$  (avec  $\sigma(Nu_z^L) = 694$ ). En suivant la même idée que dans le paragraphe, précédent nous comparons sur cette figure la *PDF* de  $Nu_z^L$  et de  $Xia Nu_z^E$  mesuré proche des parois latérales de la cellule. L'accord entre ces deux distributions obtenues par des mesures si différentes est absolument remarquable. Il s'agit d'un résultat majeur de cette étude.

Pour aller plus loin, il faut interpréter ces distributions de probabilité. Dans Shang *et al.* [2004], les auteurs proposent de décomposer  $PDF(Xia Nu_z^E)$  en deux distributions : une première qui prend en compte tous les événements négatifs de  $PDF(Xia Nu_z^E)$  ainsi que leurs symétriques du côté positif, la deuxième étant composée des événements restants (exclusivement positifs). Pour ces auteurs, la première distribution décrit des événements dits « passifs » (ou décorrélés) et la deuxième décrits les événement dits « actifs » (ou corrélés). Ils supposent dans la suite que les événements « actifs » correspondent exactement aux contributions des panaches thermiques et concluent ainsi que ces objets cohérents sont les acteurs uniques du transport de chaleur au sein de la cellule de RB. Une proposition mathématiquement mieux posée a été faite dans Ching *et al.* [2004] et les conclusions sont identiques. Nos mesures Lagrangiennes nous permettent d'apporter un nouvel angle de vue sur ces propositions. En effet la « smart particle » se déplace avec les panaches comme nous en avons discuté plus tôt. Nous pouvons assimiler sa trajectoire et le flux qu'elle

---

<sup>13</sup>Les expériences de Shang *et al.* [2004] sont réalisées dans une cellule cylindrique de hauteur 20 cm et de rapport d'aspect  $\Gamma = 1$ . Pour fixer le sens de rotation et la direction du rouleau de convection grande échelle, les auteurs inclinent très légèrement la cellule.

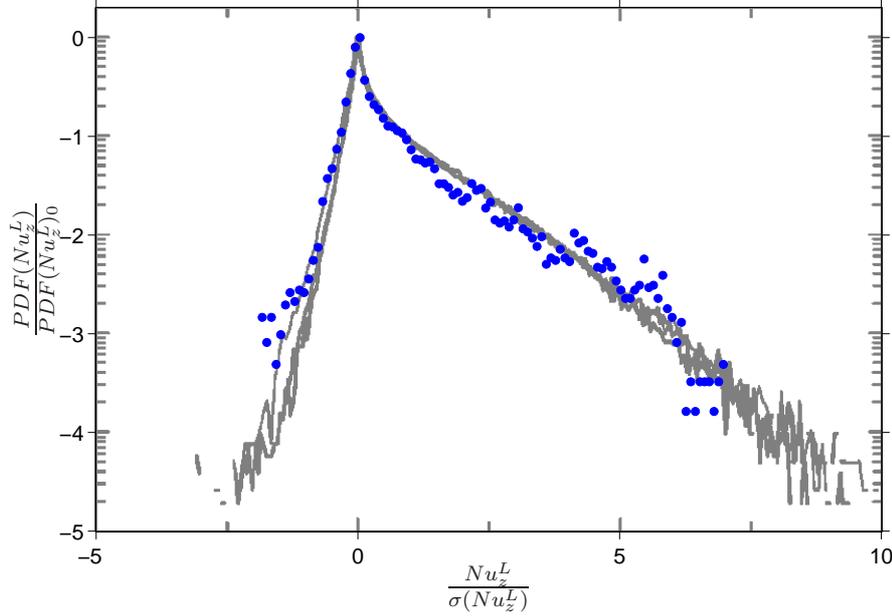


FIG. 5.10 – Distribution de probabilité de  $Nu_z^L$  en fonction de  $\frac{Nu_z^L}{\sigma(Nu_z^L)}$  comparée aux distributions de mesures Eulériennes proches des parois latérales de la cellule de RB (Shang *et al.* [2004]). Les cercles pleins représentent la PDF de  $Nu_z^L$ . Les différentes courbes noires représentées sous nos données correspondent à la figure 12 (b) de Shang *et al.* [2004], c'est-à-dire à  $\frac{PDF(X^{ia}Nu_z^E)}{PDF(X^{ia}Nu_z^E)_0}$  en fonction de  $\frac{X^{ia}Nu_z^E}{\sigma(X^{ia}Nu_z^E)}$  pour  $10^9 < Ra < 3 \times 10^{10}$ , proche de la paroi latérale de la cellule.

transporte à ceux de ces objets cohérents et ainsi caractériser ces objets individuellement.

### Analyse statistique du transport de chaleur par les panaches thermiques

En suivant l'idée que la particule instrumentée voyage « portée » par les panaches thermiques qui évoluent dans la cellule de RB, nous avons découpé l'acquisition temporelle de  $Nu_z^L$  (figure 5.7) en évènements indépendants correspondant aux temps où la position verticale  $z(t)$  de la particule est comprise entre  $H/8$  et  $7H/8$  ( $5 \text{ cm} < z(t) < 35 \text{ cm}$ ). Nous pouvons ainsi définir le flux de chaleur moyen porté par un panache voyageant de la plaque chaude à la plaque froide et inversement :

$$Nu_i^{pl} = \left\langle Nu_z^L(t) \left| \frac{H}{8} < z(t) < \frac{7H}{8} \right. \right\rangle_{t \in [t_{H/8,i}, t_{7H/8,i}]} \quad (5.18)$$

où  $t_{Z,i}$  correspond au temps où la particule passe en  $z(t) = Z$ . En ne considérant que ces évènements indépendants compris entre  $H/8$  et  $7H/8$ , nous cherchons à capturer seulement les panaches thermiques qui vont contribuer activement au transport de

chaleur de la plaque chaude à la plaque froide. Une fois isolés un à un, nous pouvons étudier ces objets.

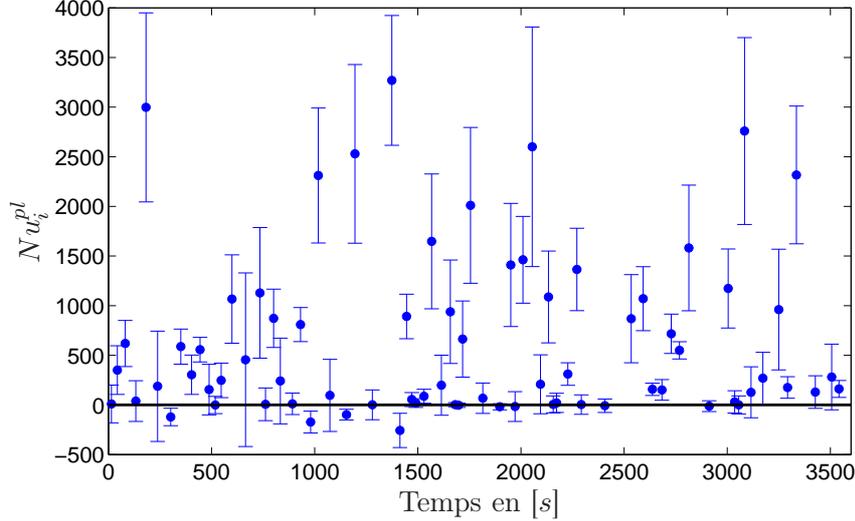


FIG. 5.11 – Flux de chaleur vertical associé aux panaches thermiques verticaux identifiés comme étant des portions de trajectoires de la particules compris entre  $z(t) > H/8$  et  $z(t) < 7H/8$ . Les barres d'erreur correspondent à l'écart type de  $Nu_z^L(t)$  pendant cette trajectoire.

L'évolution temporelle de  $Nu_i^{pl}$  est représentée sur la figure 5.11. On peut noter qu'il y a de grandes variations de  $Nu_i^{pl}$  d'un panache à l'autre et que extrêmement peu d'entre eux ont un  $Nu_i^{pl} < 0$ . La moyenne d'ensemble des  $Nu_i^{pl}$  est de 630 ce qui est de l'ordre de  $2 \langle Nu_z^L(t) \rangle = 2 \times 328$ . Cet apparent désaccord se justifie bien par le fait que nous avons supprimé du signal temporel  $Nu_z^L(t)$  les parties pour lesquelles la particule voyage le long des plaques chaudes et froides ( $z(t) < 5$  cm et  $z(t) > 35$  cm) sur lesquelles  $Nu_z^L(t) \approx 0$  (figure 5.8). Ce facteur deux correspond donc au fait que la particule passe quasiment autant de temps dans ces zones inactives que dans les zones considérées dans ce raisonnement (principalement le long des parois latérales). L'écart type de l'ensemble des  $Nu_i^{pl}$  est de 840, de l'ordre de la moyenne, ce qui quantifie la grande dispersion des flux moyens d'un panache à un autre. De plus, pour chaque panache identifié dans nos signaux, nous avons calculé l'écart type de  $Nu_z^L(t)$  (noté  $\sigma_i^{pl}$ ) qui est caractérisé sur la figure 5.11 par les barres d'erreurs. Cette grandeur  $\sigma_i^{pl}$  semble proportionnelle à la valeur de  $Nu_i^{pl}$ . On trouve :

$$\sigma_i^{pl} = \alpha Nu_i^{pl} \quad (5.19)$$

avec  $\alpha = 0.35 \pm 0.05$ .

A ce point, on peut conclure que les panaches que nous considérons ici, qui sont les principaux acteurs du transport de chaleur vertical dans la cellule, ont

des flux moyens qui leur sont associés tous positifs. Alors, il paraît clair que pour maximiser le transfert de chaleur entre la plaque du bas et la plaque du haut, on peut chercher à maximiser le nombre de panaches qui transitent d'une plaque à l'autre. Ce dernier point vient conforter les mesures de flux globaux effectués dans des cellules qui ont des plaques rugueuses et qui augmentent clairement la production de panaches thermiques (Ciliberto et Laroche [1999]; Stringano *et al.* [2006]).

### 5.3 Conclusions et perspectives

Avec cet instrument de mesure innovant (« smart particle »), nous avons apporté un regard nouveau sur la convection de RB et principalement sur la notion de panaches thermiques et de flux de chaleur locaux.

Nous avons matérialisé la notion de panaches thermiques grâce au fait que la trajectoire de la particule instrumentée est intimement liée aux mouvements de ces objets cohérents. Ceci nous a permis de caractériser ces objets et d'en dégager quelques propriétés. Par exemple, nous avons mis en évidence une grande dispersion de flux de chaleur vertical moyen d'un panache à un autre.

Les spectres de vitesses et de températures Lagrangiennes sont autosimilaires. Ils exhibent une plage de fréquences sur laquelle ils décroissent en  $f^{-2}$ . Cette décroissance est compatible avec une simple analyse dimensionnelle. Ce résultat nous fait penser que la température agit comme un scalaire passif dans la partie de l'écoulement sondé par la particule (le rouleau). Le comportement spectral des différents signaux nous a permis de montrer que la taille de la particule filtre la dynamique à hautes fréquences, mais n'affecte pas la mesure dans son ensemble.

Enfin, nous avons comparé nos mesures de flux de chaleur locaux Lagrangiens avec des mesures Eulériennes de cette même quantité. Les deux cellules de RB utilisées ont des géométries différentes (l'une est un pavé et l'autre est à géométrie cylindrique), et les techniques de mesures sont évidemment très différentes. En dépit de ces différences, nous trouvons que les densités de probabilité des flux de chaleur normalisés par leur écart quadratique sont identiques. Ce résultat extrêmement fort nous permet de relier directement des mesures Lagrangiennes à des mesures Eulériennes. C'est un résultat majeur de cette étude. En effet, il confère à ces distributions une universalité très intéressante, tant du point de vue expérimental que du point de vue théorique.

Sur la base de l'analyse que nous venons de présenter, il paraît intéressant de poursuivre cette étude expérimentale en plongeant la particule instrumentée dans une cellule de RB plus haute, de façon à augmenter fortement le nombre de Rayleigh. On peut alors espérer atteindre le régime ultime de la convection naturelle (qui apparaît lorsque la couche limite visqueuse devient turbulente). Dans ce régime, il sera très intéressant d'étudier les distributions de flux de chaleur locaux ainsi que les propriétés des panaches thermiques (qui prennent naissance dans les couches limites).

---

On peut en effet s'attendre à ce que les panaches thermiques qui évoluent dans le coeur de l'écoulement portent une signature de la déstabilisation des couches limites. Ces mêmes buts peuvent être poursuivis dans une cellule de RB munie de plaques rugueuses, dans laquelle le transfert de chaleur global augmente clairement lorsque la couche limite visqueuse devient plus petite que la taille caractéristique de la rugosité des plaques.

Les deux études proposées ci-dessus permettront aussi de tester précisément les lois avancées par Grossmann et Lohse [2004].

Nous espérons que cette étude pourra inspirer des travaux théoriques visant à établir l'universalité de la distribution des flux de chaleur locaux dans ce système modèle. E. Calzavarini, actuellement en post-doctorat dans le groupe du Professeur D. Lohse de l'Université de Twente au Pays-Bas, est actuellement en train de réaliser une simulation numérique ayant pour but de reproduire notre montage expérimental.

---



Quatrième partie

Conclusions et Perspectives



Ce travail de thèse à vocation expérimentale avait comme objectif principal d'aborder la convection thermique turbulente sous un nouvel angle. Pour mener à bien cet objectif, notre travail s'est organisé autour de deux grandes idées :

La première consiste à introduire une configuration expérimentale originale permettant de sonder des aspects de la convection thermique turbulente qu'une expérience classique de Rayleigh-Bénard ne peut pas mettre en évidence : *la convection thermique turbulente dans un canal vertical infini*. En effet, dans ce système idéal, que nous avons cherché à approcher expérimentalement, les transferts de chaleur et de quantité de mouvement sont purement convectifs (par opposition au cas de RB où les couches limites hautes et basses sont le lieu de transferts diffusifs et jouent un rôle important sur l'écoulement global). Par conséquent, nous avons pensé que cet écoulement pourrait être indépendant des coefficients de diffusivité du fluide en mouvement. Cet écoulement pourrait donc présenter un régime de convection thermique turbulente inertiel, qui est le mode le plus efficace de transfert de chaleur. De plus, ce système paraît mieux correspondre aux écoulements réels, par exemple en Géophysique et en Astrophysique, où le confinement vertical qu'impose la géométrie d'une cellule de RB n'a pas de réalité physique.

La deuxième idée s'inscrit dans le contexte de la convection thermique turbulente de RB. Il est aujourd'hui communément admis que, dans le régime turbulent, le transfert de chaleur dans une cellule de RB est dominé par le mouvement de petits objets spatialement cohérents (appelés *panaches thermiques*). Ces panaches sont facilement identifiables par des techniques simples de visualisation de type ombroscopie, mais leur propriétés physiques sont beaucoup plus difficiles à mesurer. Pour aborder cette problématique, nous avons effectué des mesures Lagrangiennes de vitesse et de température à l'aide d'un capteur innovant, développé au sein du Laboratoire de Physique de l'ENS-Lyon. Ces mesures Lagrangiennes nous donnent accès aux flux de chaleur locaux que mesure le capteur le long de sa trajectoire. Il est très difficile d'avoir accès à cette grandeur expérimentalement et il est clair que de telles mesures peuvent faire avancer la connaissance des flux de chaleurs globaux au travers d'un tel système.

### **La convection thermique turbulente dans un canal vertical infini**

L'originalité de cette étude, qui constitue le coeur de ma thèse, a entraîné un travail de recherche riche et complet. Dans un premier temps, il nous a fallu « prendre connaissance avec cet écoulement », obtenir les ordres de grandeurs des paramètres expérimentaux que nous jugeons pertinents. Nous avons développé ensuite les techniques expérimentales répondant aux exigences que nous avons identifiées. La mesure du gradient de température dans le canal a été la plus difficile à mettre en place. La solution finalement adoptée, *le pont de Wheatstone de thermistances*, est capable de mesurer des différences de température avec une

---

incertitude de l'ordre du milliKelvin. Ce dispositif de grande précision nous permet de calibrer la mesure du flux de chaleur global traversant notre système en même temps qu'il nous donne accès au gradient de température qui apparaît dans le canal. Une fois développées ces techniques de mesures, nous avons établi des protocoles nous permettant de répondre aux questions qui ont motivé ce travail. Nous les avons appliqués sur deux canaux ayant des rapports d'aspects différents ( $\Gamma = 2$  et  $\Gamma = 4$ ). Soucieux de donner une description aussi complète que possible de cette nouvelle approche de la convection thermique turbulente, nous avons réalisé une étude des champs de vitesses dans le canal. Cette étude nous donne accès aux flux de matière et de quantité de mouvement dans ce système, ce qui nous a permis de mieux comprendre cet écoulement.

*L'image claire qui ressort de nos mesures est celle d'un écoulement majoritairement inertiel où les coefficients dissipatifs (la viscosité en l'occurrence) n'interviennent que pour fixer une longueur de cohérence  $L$ . Cette longueur est celle sur laquelle les panaches thermiques peuvent être considérés comme en « chute libre ».*

*Cet écoulement s'organise naturellement en une colonne chaude montante d'un côté du canal et froide descendante de l'autre. Un gradient de température horizontal du même ordre de grandeur que le gradient vertical apparaît.*

*Le transport horizontal (d'impulsion et de chaleur) est entièrement dû aux fluctuations. Les viscosité et diffusivité turbulentes qui caractérisent ce transport sont constantes dans la zone où le canal peut être considéré comme infini. Les longueurs de mélange correspondantes semblent insensibles aux variations du paramètre de contrôle du système. Par contre, le transport de chaleur vertical est dû à des structures cohérentes, les panaches. Le taux d'activité du transport vertical n'évolue pas avec le nombre de Rayleigh.*

### **Suivi Lagrangien d'une particule instrumentée dans un écoulement de Rayleigh Bénard**

La conception de cet appareil de mesure ayant été réalisée par Woodrow L. Shew, mon premier travail a été de l'adapter au montage dans lequel nous l'avons plongé et d'établir un protocole de mesures approprié. Ensuite, une longue phase d'analyse a été nécessaire pour interpréter proprement ces données inédites.

*Nos mesures ont montré que ce capteur est très bien adapté à la caractérisation de cet écoulement. En effet, sa taille a pour seul effet de filtrer la dynamique des signaux aux hautes fréquences et des observations faites par ombroscopie montrent qu'il agit bien comme un traceur passif dans l'écoulement.*

*Son mouvement suit très bien les panaches, ce qui nous a permis de montrer une grande disparité du flux de chaleur vertical d'un panache à un autre. Aux basses fréquences, la dynamique des signaux de température et de vitesses est autosimilaire. Ce comportement étant compatible avec de simples analyses dimensionnelles.*

---

---

*La mesure de flux de chaleur local, que nous autorise ce capteur, nous a permis de mettre en regard une approche Eulérienne et Lagrangienne de cette grandeur. En dépit de la différence fondamentale entre ces deux approches, nous trouvons que les densités de probabilité des flux de chaleur normalisés par leurs écarts quadratiques sont identiques. Ce résultat extrêmement fort nous permet de relier directement des mesures Lagrangiennes à des mesures Eulériennes, c'est un résultat majeur de cette étude. En effet, il confère à ces distributions une universalité très intéressante, tant du point de vue expérimental que théorique.*

### Perspectives

Les deux études originales présentées dans ce manuscrit ont toutes deux remplies leur objectifs. La notion qui rassemble ces deux approches est celle des panaches thermiques qui dans les deux cas étudiés sont le vecteur principal du transport de chaleur. Les résultats obtenus nous permettent de dégager de nouvelles pistes de recherche :

- La vision claire que nous avons pu dégager de l'écoulement de convection thermique turbulente dans un canal infini fait apparaître un écoulement finalement assez simple. L'invariance selon la direction verticale qu'il présente donne accès à une zone sur laquelle les grandeurs caractérisant ce système évoluent simplement selon la direction horizontale. Cette propriété en fait un système expérimental modèle qui permet une étude des transferts turbulents de chaleur et d'impulsion. Cette étude peut trouver des applications en océanographie par exemple où le mélange d'un fluide froid, qui coule vers les fonds profonds, avec le fluide moins dense qui l'entoure est un sujet important pour mieux comprendre la circulation globale des courants océaniques.
  - Les retournements basses fréquences que nous constatons dans cet écoulement semblent aussi être un sujet de recherche intéressant du point de vue fondamental. Quels sont les mécanismes pouvant induire au sein d'un écoulement turbulent des variations de vitesses à grande échelle, sur des temps longs ?
  - La passerelle entre nos mesures Lagrangiennes et les mesures Eulériennes de flux de chaleur locaux dans une cellule de RB suggère que la distribution des fluctuations de cette grandeur est universelle. Cette distribution est donc une composante très intéressante de la modélisation du transfert de chaleur global au travers d'une cellule de RB. Expérimentalement, mesurer cette même distribution dans un régime de convection différent (à très haut Rayleigh ou avec des plaques rugueuses) est une piste à suivre pour confirmer (ou non) cette universalité.
-



## Annexe A

# La Vélocimétrie par Imagerie de Particule (PIV)

La Vélocimétrie par Imagerie de Particules est devenue en quelques années un outil incontournable dans le domaine de la mécanique des fluides expérimentale. Cette méthode est extrêmement attractive pour les expérimentateurs car elle est capable de fournir des champs de vitesses au sein d'un écoulement à différentes échelles, de quelques centimètres à plusieurs dizaines de mètres, dans un plan (2D-2C et 2D-3C)<sup>1</sup>, voire même dans un volume (3D-2C et 3D-3C)<sup>2</sup> et ce de façon non intrusive.

### A.1 Principe de base de la mesure

La figure A.1 nous rappelle brièvement le principe de cette technique de mesure : l'écoulement à étudier doit êtreensemencé de particules de petites tailles (par rapport à la plus petite échelle spatiale que l'expérimentateur espère sonder). Une nappe laser obtenue grâce à une lentille cylindrique vient illuminer le plan d'étude. Les particules ainsi éclairées diffusent dans toutes les directions la lumière qu'elles reçoivent lorsqu'elles passent dans le plan d'étude. Une (ou plusieurs) caméra(s) CCD est (sont) alors utilisée(s) pour filmer cet ensemble de points lumineux en mouvement. Dans un deuxième temps, un algorithme analyse ces images par paires (le traitement « à la volée » n'est pas à ce jour envisageable tant les calculs à effectuer sont lourds). Cette analyse consiste à découper les images en petits sous-ensembles contenant plusieurs particules (voir figure A.1 (b)) et d'effectuer les corrélations croisées entre l'instant  $t$  et l'instant  $t + dt$  pour chacune de ces sous-images. Pour chaque petite boîte, un

---

<sup>1</sup>2D-2C : analyse de l'écoulement faite dans un plan ayant pour résultat les deux composantes de la vitesse appartenant à ce plan. 2D-3C : analyse toujours effectuée dans un plan, mais donnant accès aux trois composantes de la vitesse des particules (cette technique tire partie du fait que la nappe laser utilisée pour illuminer le plan d'étude a une épaisseur finie non nulle).

<sup>2</sup>Ces techniques dérivent directement des deux précédemment énoncées où la nappe laser utilisée pour observer les particules se déplace au sein de l'écoulement étudié.

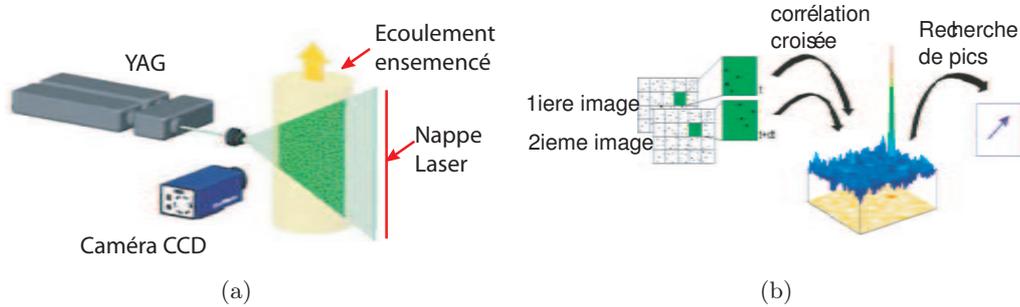


FIG. A.1 – Schéma de principe d'une expérience de Vélométrie par Imagerie de Particules et illustration de l'algorithme de calcul du champ de vecteur. (a) Montage classique d'une expérience de PIV, (b) schéma illustrant l'algorithme de calcul des vecteurs vitesse dans le cas d'une PIV 2D-2C (explications dans le texte).

maximum de corrélation sera obtenu pour un déplacement correspondant au déplacement moyen des particules appartenant à cette boîte ( $d\vec{l} = dx\vec{e}_x + dy\vec{e}_y$  en 2D-2C). Grâce à ce déplacement on peut estimer les vitesses en connaissant l'échantillonnage temporel du film étudié  $dt$  :

$$\vec{V} = \frac{d\vec{l}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{e}_x + \frac{dy}{dt}\vec{e}_y = v_x\vec{e}_x + v_y\vec{e}_y.$$

Grâce à l'obtention d'un contrat Émergence (Nb : 301491302) auprès de la Région Rhône Alpes nous avons pu nous doter d'un dispositif commercial de PIV chez LA VISION®. Il s'agit d'un dispositif 2D-2C (qui peut être amélioré en 2D-3C par le « simple » achat d'une deuxième caméra). Ce dispositif se prête très bien à notre système expérimental puisque celui-ci a un axe privilégié, la verticale, selon lequel on s'attend à voir les vitesses les plus significatives. Donc en plaçant notre plan d'étude selon la verticale, on peut s'attendre à capturer l'essentiel de la cinétique de notre écoulement modèle. Le logiciel LA VISION® DAVIS 7.1 est extrêmement puissant, il est capable de faire ses calculs en utilisant un ordinateur multi-processeurs et est assez convivial. Mais ce logiciel d'aussi grande qualité soit-il ne nous évitera pas de faire des erreurs lors du traitement de données (biais de mesure, faible résolution, calculs infaisables,...) si le protocole de mesures n'est pas réalisé avec un minimum de rigueur. En effet un tout petit défaut de cette technique de mesure est qu'elle a tendance à donner un résultat à peu près acceptable quelque soient les conditions expérimentales. Il faut donc travailler avec beaucoup de soin pour ne pas étudier des résultats qui pourraient n'être en fait que des artefacts de l'algorithme de calcul des vecteurs vitesse.

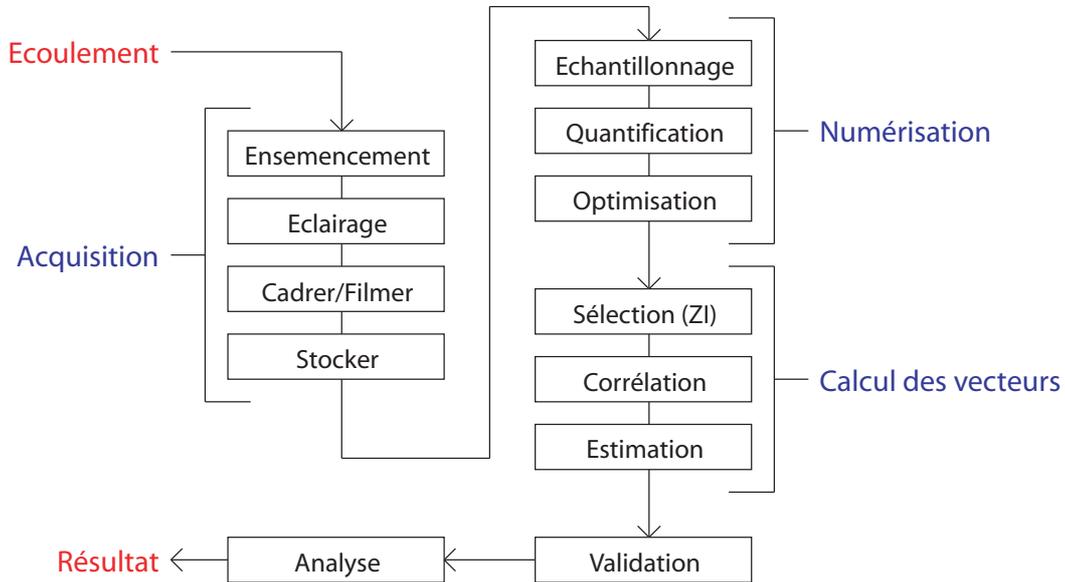


FIG. A.2 – De l'écoulement au résultat : méthodologie d'une mesure de PIV.

## A.2 Protocole de mesure

Sur la figure A.2 intitulée « De l'écoulement au résultat » sont schématisées les différentes étapes que l'expérimentateur doit effectuer sans précipitation pour obtenir des résultats de qualité avec la technique de PIV. Détaillons ce protocole rapidement :

### A.2.1 Ensemencement

Il s'agit d'introduire dans l'écoulement les particules qui vont nous permettre de calculer le champ de vitesses. Ces particules doivent bien évidemment se comporter comme des traceurs passifs de l'écoulement ce qui sous entend que la densité de ces particules doit être aussi proche que possible de celle du fluide dans lequel elles sont plongées pour éviter tout phénomène de sédimentation. Dans notre cas, nous utilisons les SPHERICEL®110P8 (voir figure A.3 (a)) qui sont des sphères de verre de borosilicate (plus connu sous le nom de « pirex ») remplies d'air. Ces particules sont évidemment non miscibles avec l'eau et résistent très bien aux fortes températures. Leur diamètre est de l'ordre de  $10\ \mu\text{m}$ , leur densité de  $1.1\ \text{g}/\text{cm}^3$ . La dispersion de taille (figure A.3 (b)) de ces particules nous garantit aussi une dispersion des densités. Il faudra donc bien tenir compte du fait qu'un certain nombre de particules vont sédimenter dans notre écoulement. Un temps de l'ordre de 12H entre l'introduction de ces particules et la première mesure sera donc nécessaire. La quantité de particules à introduire est aussi une variable très importante, comme on peut le voir sur la figure A.6 (a) pour obtenir une bonne résolution spatiale du champ de vitesses (cette résolution étant proportionnelle à  $d_I$  - taille de la fenêtre d'interrogation). Il faut privilégier des densités de particules élevées, sans dégrader pour autant l'éclairage.

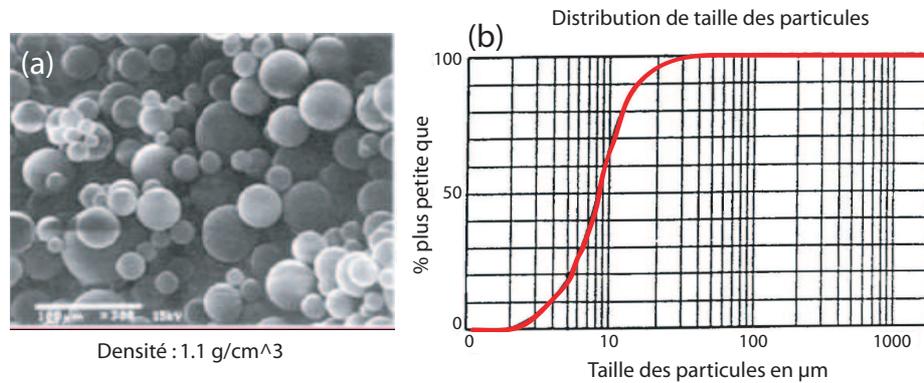


FIG. A.3 – Particules utilisées pour ensemercer le fluide : SPHERICEL®110P8.

### A.2.2 Éclairage

Pour créer la nappe laser nous nous sommes dotés d'un laser MELLES GRIOT®1W (non pulsé) ainsi que d'un jeu de lentilles cylindriques qui nous permettront d'adapter la taille de la nappe laser à la zone que nous souhaitons étudier. La puissance du laser a été choisie en considérant comme vitesse typique le centimètre par seconde (estimation faite grâce à des observations par ombroscopie de l'écoulement), une zone d'intérêt ayant une section de  $10 \times 10$  cm et une fréquence d'acquisition de 30 Hz. La figure A.4 illustre très bien la problématique de cette

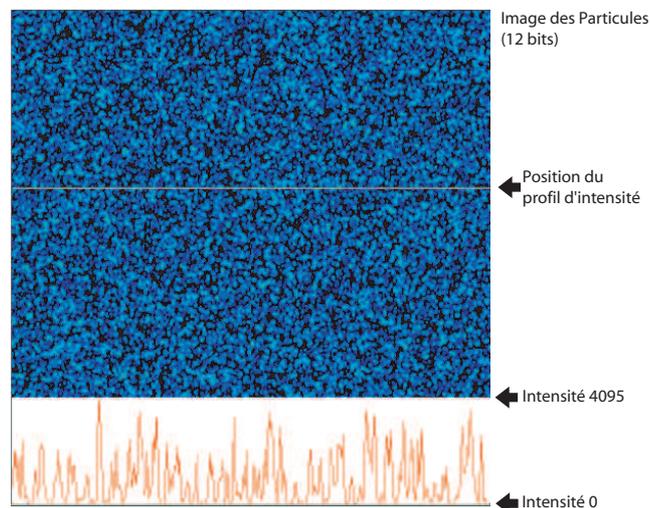


FIG. A.4 – Exemple d'une image du plan d'étude ayant un excellent contraste.

étape. L'expérimentateur devra à ce stade travailler très proprement de façon à obtenir des images très contrastées. Il faudra pour ce faire éliminer toute réflexion et lumière parasite, s'assurer de la limpidité du fluide étudié de sorte que la caméra

CCD placée à  $90^\circ$  du plan laser ne capte que la lumière diffusée par les particules passant dans ce plan.

### A.2.3 Cadrer/Filmer

Le cadrage doit évidemment maximiser le nombre de pixels du capteur CCD qui seront sensibles à la lumière diffusée par les particules appartenant à la zone que l'on se propose d'étudier. Il faudra aussi éviter de filmer des réflexions parasites qui peuvent faire saturer un grand nombre de pixels qui seront alors inutilisables pour l'analyse. La position de la camera doit être très stable et ne doit pas bouger pendant l'acquisition ainsi qu'entre deux acquisitions si l'expérimentateur souhaite tirer partie au maximum d'un étalonnage Pixel/mm de précision.

Il faudra aussi que la tâche lumineuse générée par une particule sur le capteur CCD dépasse le pixel (de deux à quatre pixels). Paradoxalement, la pondération par les niveaux de gris permet alors une précision sur la position de la particule meilleure que le pixel. De plus, le calcul de corrélation est lui aussi aidé par les interpolations possibles. Il faut donc essayer de se rapprocher du cas schématisé sur la figure A.5

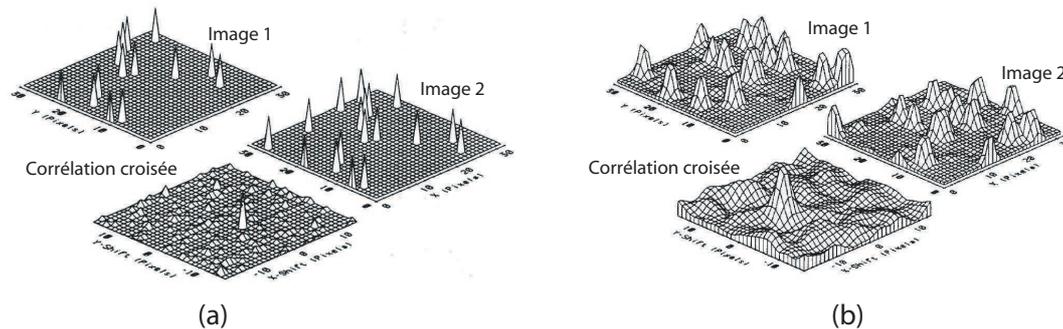


FIG. A.5 – Illustration du problème « d'accrochage de Pic » qui existe si la tâche lumineuse que fait une particule sur le capteur CCD est inférieure à un pixel. Il ne sera alors pas possible à l'algorithme de détecter des déplacements inférieurs au pixel.

(b) (par opposition à A.5 (a)), cas dans lequel les algorithmes de détection de pic permettent de détecter des déplacements jusqu'au dixième de pixel. Si le compromis entre le cadrage et cette contrainte est trop difficile une solution alternative consiste à défocaliser très légèrement l'objectif de la caméra de façon à obtenir des spots plus étalés.

### A.2.4 Stocker

Le stockage de toutes ces images est une nécessité car le traitement à la volée est inimaginable pour l'instant. Selon la fréquence d'acquisition du film, la mémoire vive de l'ordinateur (RAM) servira de tampon au transfert de données et le nombre d'images que l'utilisateur peut enregistrer devient alors limité par cette mémoire. Si

l'expérimentateur utilise toute la résolution de la caméra la fréquence d'acquisition maximale permettant d'écrire directement sur le disque est de 20 Hz. Nos acquisitions sont réalisées dans ce mode de fonctionnement, ce qui fixe la fréquence d'acquisition des images à  $f_{acq} = 20$  Hz.

### A.2.5 Échantillonnage

La fréquence d'échantillonnage du film est très importante. Comme le montre la figure A.6 (b) plus  $dt$  sera grand plus l'expérimentateur risque de perdre des particules. En effet, plus  $dt$  sera petit, plus le déplacement relatif ( $|dx|/d_I$ ) au sein

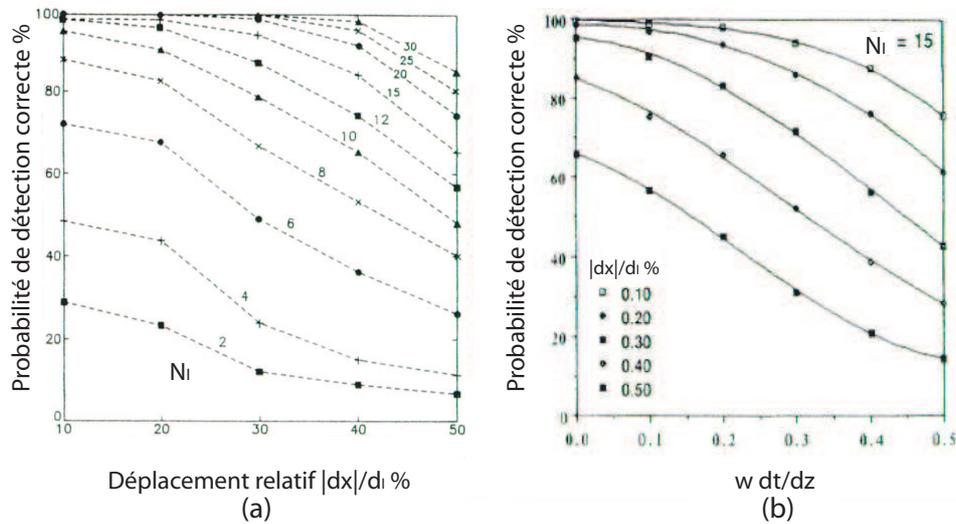


FIG. A.6 – Critère de détection correcte des vecteurs vitesse. (a) Il s'agit de la probabilité de détection correcte (en %) en fonction du déplacement relatif des particules au sein d'une boîte d'analyse de taille  $d_I$  dans le plan de la nappe laser ( $|dx|/d_I = |x(t + dt) - x(t)|/d_I$ ) ainsi que du nombre de particules  $N_I$  dans ces mêmes boîtes. On peut voir que pour un nombre de particules  $N_I = 10$  et un déplacement relatif de 30% la probabilité de bonne détection est déjà seulement de 80%. (b) Il s'agit de la probabilité de détection correcte (en %) en fonction du déplacement relatif dans le plan de la nappe laser ( $|dx|/d_I$ ) et du produit  $w dt/dz$  où  $w$  correspond à la vitesse transverse à la nappe laser,  $dt$  au pas d'échantillonnage en temps du film et  $dz$  l'épaisseur de la nappe.

d'une boîte d'analyse de taille  $d_I$  sera petit, et moins de particules entreront/sortiront de la nappe laser pendant un temps  $dt$  (ce que quantifie le produit  $w dt/dz$ ), facilitant ainsi le calcul des corrélations. L'utilisateur ne pourra pas rendre ce  $dt$  aussi petit qu'il le veut puisqu'il faut quand même récolter de la lumière et que le temps de pose est forcément plus petit que  $dt$  (le budget est aussi un problème non négligeable). Dans notre cas nous avons opté pour une caméra dont la fréquence d'acquisition maximale est de 30 Hz compte tenu des vitesses que nous avons pu estimer par

ombroscopie.

### A.2.6 Quantification

Le calcul de corrélation est très friand de niveaux de gris. En effet plus la différence entre le point le plus lumineux et le moins lumineux d'une boîte d'analyse (de taille  $d_I$ ) sera grande, plus le rapport signal sur bruit de la corrélation croisée entre l'image à  $t$  et celle à  $t + dt$  sera élevé. C'est pour cette même raison que nous avons optimisé le contraste optique plus haut. La résolution spatiale du champ de vitesse que l'on peut obtenir après traitement augmente avec la résolution en intensité de la caméra. Notre camera est le modèle LA VISION®IMAGERPRO qui utilise 12bits (= 4096) de niveaux de gris et qui a une résolution de  $1600 \times 1200$  pixels.

### A.2.7 Optimisation

Il s'agit de régler numériquement les problèmes n'ayant pu être évités par ailleurs. Un exemple simple consiste à retirer l'image moyenne du film à chaque image si un objet fixe était dans le champ de vue pour éviter des artefacts de calcul lors de l'extraction des vecteurs vitesses.

### A.2.8 Sélection de la zone d'intérêt

L'expérimentateur doit définir le plus précisément possible la zone sur laquelle il souhaite appliquer l'algorithme de PIV. La raison principale est de réduire autant que possible le temps de calcul qui atteint très facilement plusieurs jours pour un film de quelques minutes. Cette zone d'intérêt peut être constante tout au long d'un film (ce qui sera mon cas dans ce travail) ou encore définie dynamiquement selon différents critères objectifs définis au préalable.

### A.2.9 Corrélation

Nous voici au coeur de ce protocole, l'application de l'algorithme de PIV. Je ne décrirai pas ici la pléiade de paramètres sur lesquels l'utilisateur peut jouer mais je vais insister sur un paramètre critique : la taille de la boîte d'analyse (ou d'interrogation)  $d_I$ . Les figures A.6 (a) et (b) que nous avons discutées en illustrent bien l'intérêt : l'algorithme de PIV sera d'autant plus performant que le nombre de particules à l'intérieur de la boîte d'analyse sera grand. Le mouvement de ces particules doit évidemment rester cohérent spatialement. Il faut donc une fois de plus trouver le bon compromis entre la résolution spatiale de cet algorithme et sa capacité à mesurer les déplacements. Pour augmenter la résolution spatiale du champ de vecteur vitesse à taille de boîte d'analyse constante l'utilisateur pourra jouer sur un paramètre appelé recouvrement. Ce recouvrement chiffre en pourcentage (de  $d_I$ ) le recouvrement entre les boîtes d'analyse. Il suffira alors de choisir ce paramètre supérieur à zéro pour augmenter la résolution spatiale (dans ce cas les boîtes d'analyse ne seront pas

---

totale­ment distinctes). Bien évi­dem­ment ce paramètre aug­men­te la quan­ti­té de cal­culs et donc le temps de cal­cul de l’al­gorith­me. Le paramètre opti­mum est à dé­finir ex­pé­ri­men­ta­le­ment et dépend de l’écou­le­ment que l’on con­sidère.

### A.2.10 Estimation

L’esti­ma­tion du champ de vec­teurs vitesse se fait en réa­li­té en plu­sieurs éta­pes. Une pre­mière éta­pe con­siste à uti­li­ser des boîtes d’analyse assez grosses, ce qui nous donne une esti­ma­tion grossière du champ de vitesse. Puis le ré­sultat de cette pre­mière passe est uti­li­sé pour effectuer une deuxième passe avec des boîtes d’analyse plus fines. Une troisième passe est sou­vent utile pour obtenir une dé­tec­tion de grande qualité.

### A.2.11 Validation

Il s’agit de fixer un en­semble de critères objec­tifs per­met­tant à l’al­gorith­me d’éli­miner des solutions que l’uti­li­sa­teur juge « non-physiques ». Par exemple l’uti­li­sa­teur peut sug­gérer que la norme des vec­teurs trou­vés ne peut pas varier trop forte­ment d’un vec­teur à ses voi­sins. Ou en­core l’uti­li­sa­teur peut choisir de re­jeter des pics de cor­ré­la­tion dé­tec­tés par l’al­gorith­me n’ayant pas un facteur de qualité suf­fi­sant. Cette éta­pe n’est pas là simple­ment pour sup­primer des vec­teurs, mais elle peut per­mettre de choisir entre plu­sieurs pics de cor­ré­la­tion qui peuvent appa­raître lors de l’analyse. Avant de passer à l’éta­pe sui­vante, l’ex­pé­ri­men­ta­teur devra con­trô­ler fi­ne­ment l’effet de ce cette partie de code.

### A.2.12 Analyse

La section 3 y est en­tiè­re­ment dé­volue (il n’y a plus de règles gé­né­rales à cette éta­pe).

---

# Bibliographie

- BABIANO, A., CARTWRIGHT, J. H. E., PIRO, O. et PROVENZALE, A. (2000). Dynamics of a Small Neutrally Buoyant Sphere in a Fluid and Targeting in Hamiltonian Systems. *Physical Review Letters*, 84:5764–5767.
- BENZI, R., CILIBERTO, S., BAUDET, C., RUIZ CHAVARRIA, G. et TRIPICCIONE, R. (1993a). Extended self-similarity in the dissipation range of fully developed turbulence. *Europhysics Letters*, 24:275–+.
- BENZI, R., CILIBERTO, S., TRIPICCIONE, R., BAUDET, C., MASSAIOLI, F. et SUCCI, S. (1993b). Extended self-similarity in turbulent flows. *Phys. Rev. E*, 48:29–+.
- BOLGIANO, Jr., R. (1959). Turbulent spectra in a stably stratified atmosphere. *J. Geophys. Res.*, 64:2226–2229.
- BROWN, E. et AHLERS, G. (2006a). Effect of the Earth’s Coriolis force on the large-scale circulation of turbulent Rayleigh-Bénard convection. *Physics of Fluids*, 18:5108–+.
- BROWN, E. et AHLERS, G. (2006b). Rotations and cessations of the large-scale circulation in turbulent Rayleigh-Bénard convection. *Journal of Fluid Mechanics*, 568:351–386.
- BUSSE, F. H. (1978). Non-linear properties of thermal convection. *Reports of Progress in Physics*, 41:1929–1967.
- CALZAVARINI, E., LOHSE, D., TOSCHI, F. et TRIPICCIONE, R. (2005). Rayleigh and Prandtl number scaling in the bulk of Rayleigh-Bénard turbulence. *Physics of Fluids*, 17:5107–+.
- CASTAING, B., GUNARATNE, G., KADANOFF, L., LIBCHABER, A. et HESLOT, F. (1989). Scaling of hard thermal turbulence in Rayleigh-Benard convection. *Journal of Fluid Mechanics*, 204:1–30.
- CHAVANNE, X., CHILLÀ, F., CHABAUD, B., CASTAING, B. et HÉBRAL, B. (2001). Turbulent Rayleigh-Bénard convection in gaseous and liquid He. *Physics of Fluids*, 13:1300–1320.

- CHING, E. S., GUO, H., SHANG, X.-D., TONG, P., XIA et KE-QING (2004). Extraction of Plumes in Turbulent Thermal Convection. *Physical Review Letters*, 93(12):124501–+.
- CHING, E. S. C. (2007). Scaling laws in the central region of confined turbulent thermal convection. *Phys. Rev. E*, 75(5):056302–+.
- CILIBERTO, S., CIONI, S. et LAROCHE, C. (1996). Large-scale flow properties of turbulent thermal convection. *Phys. Rev. E*, 54:5901–+.
- CILIBERTO, S. et LAROCHE, C. (1999). Random Roughness of Boundary Increases the Turbulent Convection Scaling Exponent. *Physical Review Letters*, 82:3998–4001.
- CIONI, S., CILIBERTO, S. et SOMMERIA, J. (1997). Strongly turbulent Rayleigh Bénard convection in mercury : comparison with results at moderate Prandtl number. *Journal of Fluid Mechanics*, 335:111–140.
- DEBACQ, M., FANGUET, V., HULIN, J. P., SALIN, D. et PERRIN, B. (2001). Self-similar concentration profiles in buoyant mixing of miscible fluids in a vertical tube. *Physics of Fluids*, 13:3097–3100.
- DEBACQ, M., HULIN, J.-P., SALIN, D., PERRIN, B. et HINCH, E. J. (2003). Buoyant mixing of miscible fluids of varying viscosities in vertical tubes. *Physics of Fluids*, 15:3846–3855.
- DRAIN, L. E. (1980). *The laser Doppler techniques*. Chichester, Sussex, England and New York, Wiley-Interscience, 1980. 250 p.
- DU, Y.-B. et TONG, P. (1998). Enhanced Heat Transport in Turbulent Convection over a Rough Surface. *Physical Review Letters*, 81:987–990.
- DU PUIITS, R., RESAGK, C. et TRESS, A. (2007a). Breakdown of wind in turbulent thermal convection. *Phys. Rev. E*, 75(1):016302–+.
- DU PUIITS, R., RESAGK, C., TILGNER, A., BUSSE, F. H. et TRESS, A. (2007b). Structure of thermal boundary layers in turbulent Rayleigh-Bénard convection. *Journal of Fluid Mechanics*, 572:231–254.
- FUNFSCHILLING, D. et AHLERS, G. (2004). Plume Motion and Large-Scale Circulation in a Cylindrical Rayleigh-Bénard Cell. *Physical Review Letters*, 92(19):194502–+.
- GASTEUIL, Y., SHEW, W., GIBERT, M., CHILLA, F., CASTAING, B. et PINTON, J.-F. (2007). Lagrangian temperature, velocity and local heat flux measurement in rayleigh-benard convection. 4 pages PACS : 44.27.+g; 47.80.-v.
-

- GIBERT, M., PABIOU, H., CHILLÀ, F. et CASTAING, B. (2006). High-Rayleigh-Number Convection in a Vertical Channel. *Physical Review Letters*, 96(8):084501–+.
- GLUCKMAN, B. J., WILLAIME, H. et GOLLUB, J. P. (1993). Geometry of isothermal and isoconcentration surfaces in thermal turbulence. *Physics of Fluids*, 5:647–661.
- GROSSMANN, S. et LOHSE, D. (2000). Scaling in thermal convection : a unifying theory. *Journal of Fluid Mechanics*, 407:27–56.
- GROSSMANN, S. et LOHSE, D. (2001). Thermal Convection for Large Prandtl Numbers. *Physical Review Letters*, 86:3316–3319.
- GROSSMANN, S. et LOHSE, D. (2002). Prandtl and Rayleigh number dependence of the Reynolds number in turbulent thermal convection. *Phys. Rev. E*, 66(1):016305–+.
- GROSSMANN, S. et LOHSE, D. (2004). Fluctuations in turbulent Rayleigh-Bénard convection : The role of plumes. *Physics of Fluids*, 16:4462–4472.
- GUYON, E., HULIN, J. et PETIT, L. (2001). *Hydrodynamique physique*. Savoir Actuels. EDP Sciences ; CNRS Édition, Paris, France.
- HARAMINA, T. et TILGNER, A. (2004). Coherent structures in boundary layers of Rayleigh-Bénard convection. *Phys. Rev. E*, 69(5):056306–+.
- HESLOT, F., CASTAING, B. et LIBCHABER, A. (1987). Transitions to turbulence in helium gas. *Phys. Rev. A*, 36:5870–5873.
- KADANOFF, L. P. (2001). Turbulent heat flow : Structures and scaling. *Physics Today*, 54:34–39.
- KRAICHNAN, R. (1962). Turbulent thermal convection at arbitrary Prandtl numbers. *Phys. Fluids*, 5:1374.
- KRISHNAMURTI, R. (1973). Some further studies on the transition to turbulent convection. *Journal of Fluid Mechanics*, 60:285–303.
- LANDAU, L. et LIFSHITZ, E. (1959). *Fluid Mechanics*, volume 6 de *Course of Theoretical Physics*. Pergamon ; Addison-Wesley, London, U.K. ; Reading, U.S.A.
- LOHSE, D. et TOSCHI, F. (2003). Ultimate State of Thermal Convection. *Physical Review Letters*, 90(3):034502–+.
- MALKUS, W. V. R. (1954a). Discrete transitions in turbulent convection. *Proc. Roy. Soc. A*, 225:185–195.
- MALKUS, W. V. R. (1954b). The heat transport and spectrum of thermal turbulence. *Proc. Roy. Soc. A*, 225:196–212.
-

- MONIN, A. S. et IAGLOM, A. M. (1975). *Statistical fluid mechanics : Mechanics of turbulence. Volume 2 /revised and enlarged edition/*. Cambridge, Mass., MIT Press, 1975. 882 p.
- MORDANT, N., LÉVÊQUE, E. et PINTON, J.-F. (2004). Experimental and numerical study of the Lagrangian dynamics of high Reynolds turbulence. *New Journal of Physics*, 6:116–+.
- MORDANT, N., METZ, P., PINTON, J.-F. et MICHEL, O. (2005). Acoustical technique for Lagrangian velocity measurement. *Review of Scientific Instruments*, 76:5105–+.
- MOSES, E., ZOCCHI, G., PROCACCIA, I. et LIBCHABER, A. (1991). The dynamics and interaction of laminar thermal plumes. *Europhysics Letters*, 14:55–+.
- NIEMELA, J. J., SKRBEK, L., SREENIVASAN, K. R. et DONNELLY, R. J. (2000). Turbulent convection at very high Rayleigh numbers. *Nature*, 404:837–840.
- NIEMELA, J. J., SKRBEK, L., SREENIVASAN, K. R. et DONNELLY, R. J. (2001). The wind in confined thermal convection. *Journal of Fluid Mechanics*, 449:169–178.
- OBUKHOV, A. M. (1959). O vliyaniy arkhimedovykh sil na struktury temperaturnogo polya v turbulentnom potoke. *Dpkl. Akad. Nauk. SSSR*, 125:1246–+.
- PERRIER, F., MORAT, P. et LE MOUËL, J.-L. (2002). Dynamics of Air Avalanches in the Access Pit of an Underground Quarry. *Physical Review Letters*, 89(13):134501–+.
- PUTHENVEETIL, B. A. et ARAKERI, J. H. (2005). Plume structure in high-Rayleigh-number convection. *Journal of Fluid Mechanics*, 542:217–249.
- QIU, X.-L. et TONG, P. (2001). Large-scale velocity structures in turbulent thermal convection. *Phys. Rev. E*, 64(3):036304–+.
- ROCHE, P.-E., CASTAING, B., CHABAUD, B. et HÉBRAL, B. (2001). Observation of the 12 power law in Rayleigh-Bénard convection. *Phys. Rev. E*, 63(4):045303–+.
- SÉON, T., HULIN, J.-P., SALIN, D., PERRIN, B. et HINCH, E. J. (2006). From turbulent mixing to gravity currents in tilted tubes. *Physics of Fluids*, 18:1103–+.
- SHANG, X.-D., QIU, X.-L., TONG, P. et XIA, K.-Q. (2003). Measured Local Heat Transport in Turbulent Rayleigh-Bénard Convection. *Physical Review Letters*, 90(7):074501–+.
- SHANG, X.-D., QIU, X.-L., TONG, P. et XIA, K.-Q. (2004). Measurements of the local convective heat flux in turbulent Rayleigh-Bénard convection. *Phys. Rev. E*, 70(2):026308–+.
-

- SHEW, W. L., GASTEUIL, Y., GIBERT, M., METZ, P. et PINTON, J.-F. (2007). An instrumented tracer for Lagrangian measurements in Rayleigh-Bénard convection. *Review of Scientific Instruments*, 78:065105.
- SIGGIA, E. D. (1994). High Rayleigh number convection. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 26:137–168.
- STRINGANO, G., PASCAZIO, G. et VERZICCO, R. (2006). Turbulent thermal convection over grooved plates. *Journal of Fluid Mechanics*, 557:307–336.
- SUN, C., XIA, K.-Q. et TONG, P. (2005). Three-dimensional flow structures and dynamics of turbulent thermal convection in a cylindrical cell. *Phys. Rev. E*, 72(2):026302–+.
- TENNEKES, H. et LUMLEY, J. (1972). *A First Course in Turbulence*. The MIT Press, London, U.K. ; Cambridge, U.S.A.
- VERZICCO, R. (2003). Turbulent thermal convection in a closed domain : viscous boundary layer and mean flow effects. *European Physical Journal B*, 35:133–141.
- VERZICCO, R. et CAMUSSI, R. (2003). Numerical experiments on strongly turbulent thermal convection in a slender cylindrical cell. *Journal of Fluid Mechanics*, 477:19–49.
- VOROBIEFF, P. et ECKE, R. E. (2002). Turbulent rotating convection : an experimental study. *Journal of Fluid Mechanics*, 458:191–218.
- WU, X.-Z., KADANOFF, L., LIBCHABER, A. et SANO, M. (1990). Frequency power spectrum of temperature fluctuations in free convection. *Physical Review Letters*, 64:2140–2143.
- XI, H.-D., LAM, S. et XIA, K.-Q. (2004). From laminar plumes to organized flows : the onset of large-scale circulation in turbulent thermal convection. *Journal of Fluid Mechanics*, 503:47–56.
- XIA, K.-Q., SUN, C. et ZHOU, S.-Q. (2003). Particle image velocimetry measurement of the velocity field in turbulent thermal convection. *Phys. Rev. E*, 68(6):066303–+.
- YEUNG, P. K. (2002). Lagrangian investigations of turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 34:115–142.
- ZHANG, J., CHILDRESS, S. et LIBCHABER, A. (1997). Non-Boussinesq effect : Thermal convection with broken symmetry. *Physics of Fluids*, 9:1034–1042.
- ZHOU, Q., SUN, C. et XIA, K.-Q. (2007). Morphological Evolution of Thermal Plumes in Turbulent Rayleigh-Bénard Convection. *Physical Review Letters*, 98(7):074501–+.
-

ZOCCHI, G., MOSES, E. et LIBCHABER, A. (1990). Coherent structures in turbulent convection, an experimental study. *Physica A Statistical Mechanics and its Applications*, 166:387–407.

---

---

## Résumé

---

Dans ce travail, nous avons abordé le phénomène de la Convection Thermique Turbulente sous des angles nouveaux et innovants.

Le premier système que nous abordons expérimentalement est un Canal Vertical dit Infini au sein duquel règne un gradient de température moyen constant. Le flux de masse dans ce canal est nul. L'image qui se dégage de nos mesures est celle d'un écoulement majoritairement inertiel, où les coefficients dissipatifs (la viscosité en l'occurrence) n'interviennent que pour fixer une longueur de cohérence  $L$ . Cette longueur est celle sur laquelle les panaches thermiques peuvent être considérés comme en « chute libre ». Le transport horizontal (d'impulsion et de chaleur) est entièrement dû aux fluctuations. La « longueur de mélange » associée est petite devant la largeur du canal. Par contre, le transport de chaleur vertical est dû à des structures cohérentes, les panaches.

Ces panaches, nous les retrouvons dans une étude Lagrangienne de l'écoulement au centre d'une cellule de Rayleigh Bénard. La sonde est une sphère de 2 cm de diamètre qui a la même densité que le fluide que nous utilisons, équipée de thermomètres et d'un émetteur radio. Elle est transportée par les panaches, ce qui nous permet une étude statistique de ceux-ci.

---

## Abstract

---

In this study we investigate the phenomenon of thermal turbulent convection in new and unprecedented ways.

The first system we studied experimentally is an « infinite » vertical channel, where a constant vertical mean gradient of temperature exists. Inside this channel the average mass flux is null. The results obtained from our measurements reveal that the flow is mainly inertial ; indeed the dissipative coefficients (here the viscosity) play a role only to define a coherence length  $L$ . This length is the distance over which the thermal plumes can be considered as « free falling » objects. The horizontal transport, of heat and momentum, is entirely due to fluctuations. The associated « mixing length » is small compared to the channel width. In the other hand, the vertical heat transport is due to coherent structures : the heat plumes.

Those objects were also investigated in a Lagrangian study of the flow in the bulk of a Rayleigh-Bénard cell. The probe, which has the same density as the fluid used in this experiment, is a sphere of 2 cm in diameter with embarked thermometers and radio-emitter. The heat plumes transport it, which allows a statistical study of such objects.