



**HAL**  
open science

# Contours actifs paramétriques pour la segmentation d'images et vidéos

Frédéric Precioso

► **To cite this version:**

Frédéric Precioso. Contours actifs paramétriques pour la segmentation d'images et vidéos. Interface homme-machine [cs.HC]. Université Nice Sophia Antipolis, 2004. Français. NNT : . tel-00327411

**HAL Id: tel-00327411**

**<https://theses.hal.science/tel-00327411>**

Submitted on 8 Oct 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# UNIVERSITÉ DE NICE - SOPHIA ANTIPOLIS

Unité de Formation et de Recherche Sciences  
École doctorale : STIC

## THÈSE

pour obtenir le titre de :  
Docteur en Sciences  
de l'Université de Nice - Sophia Antipolis

Discipline :  
Automatique traitement du signal  
et des images

présentée et soutenue par :  
Frédéric PRECIOSO

---

### Contours actifs paramétriques pour la segmentation d'images et vidéos

---

Thèse dirigée par le Professeur Michel BARLAUD

soutenue publiquement au Laboratoire I3S  
le 24 septembre 2004 devant le jury :

<u>Rapporteurs</u>	M. Josep R. CASAS	Universitat Politècnica de Catalunya
	M. Janusz KONRAD	Boston University
(Président du jury)	M. Philippe RÉFRÉGIER	Université Aix-Marseille
<u>Directeur de thèse</u>	M. Michel BARLAUD	Université de Nice - Sophia Antipolis
<u>Examineurs</u>	M. Thierry BLU	Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
	M. Michael G. STRINTZIS	University of Thessaloniki
<u>Invités</u>	M. Luc ROBERT	RealViz
	M. Henri SAMSON	France Telecom R&D







À mes parents,  
À mes frères,  
À ma famille.







# Remerciements

Je tiens à mettre en garde le lecteur sur la longueur de ce "chapitre". Ils n'est peut-être pas très académique de s'étendre ainsi sur les remerciements que l'on adresse aux personnes qui ont, de près ou de loin, participé à l'aboutissement de la thèse. C'est cependant, justement parce que toutes les personnes cités ici ont apporté une contribution, leur contribution, à ces quatre années de travaux intenses, à ces quatre années d'expériences et de moments partagés que je voulais leur rendre hommage et leur témoigner ma reconnaissance.

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur Pierre Bernhard et Monsieur le Professeur Jean-Marc Fedou pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire I3S<sup>1</sup>, qu'ils ont successivement dirigé, afin d'y effectuer ma thèse. Je les remercie pour leur disponibilité et pour avoir toujours essayé de répondre à mes questions et à mes attentes.

Je remercie chaleureusement Monsieur le Professeur Michel Barlaud, responsable de l'équipe CReATive<sup>2</sup> pour avoir accepté de diriger ma thèse. Je tiens à le remercier pour son enthousiasme, sa disponibilité et sa confiance en mes compétences pour mener à bien ces travaux. Je tiens aussi à le remercier pour les nombreuses opportunités qu'il m'a offertes de faire connaître mes travaux en m'encourageant à participer à de nombreuses conférences et en me confiant le soin de l'assister dans la gestion du projet européen SCHEMA. Cette dernière collaboration m'a d'ailleurs permis d'obtenir le post-doc que j'effectue actuellement au sein du laboratoire ITI<sup>3</sup> à Thessalonique, en Grèce. Je lui suis très reconnaissant pour tout ce qu'il m'a apporté au cours des ces quatre années et demi.

Je souhaite remercier sincèrement chacun des membres du jury. Je remercie Monsieur le Professeur Philippe Réfrégier pour avoir été président de mon jury de thèse et pour avoir accepté d'être rapporteur de ce manuscrit, pour l'intérêt qu'il a manifesté à l'égard de mes travaux et pour les perspectives enrichissantes qu'il a

---

<sup>1</sup>acronyme de Informatique, Signaux, Systèmes de Sophia-Antipolis. C'est un laboratoire qui est une Unité Mixte de Recherche (UMR) entre l'Université de Nice - Sophia Antipolis et le CNRS, sous le numéro administratif 6070.

<sup>2</sup>acronyme de *Compression, REconstruction Adaptés au Traitement d'Images et à la Vidéo*, équipe, qui fait partie du groupe *Images Numériques et Vidéo* du laboratoire I3S.

<sup>3</sup>Institute of Telematics & Informatics

proposé. Je remercie Monsieur le Professeur Associé Josep R. Casas d'avoir accepté d'être rapporteur de cette thèse, de son intérêt pour mes travaux, de ses commentaires pertinents et constructifs sur ce manuscrit et de la sympathie qu'il m'a témoignée lors de nos nombreuses rencontres dans le cadre du projet européen SCHEMA. Je remercie Monsieur le Professeur Associé Janusz Konrad pour avoir accepté d'être rapporteur de cette thèse, pour son vif intérêt pour mes travaux tout au long de ma thèse et pour m'avoir accueilli chaleureusement au sein de son équipe de recherche à Boston University, lors de plusieurs séjours, afin d'initier la collaboration, actuellement en cours, entre nos deux laboratoires. Je les remercie tous les trois, pour leurs remarques et les suggestions pertinentes, les perspectives qu'ils ont proposées et leurs commentaires qui permettent d'enrichir ce manuscrit et d'en étendre les applications. Je tiens à remercier Monsieur le Professeur Michael G. Strintzis pour avoir accepté de faire partie de mon jury, pour l'intérêt qu'il a porté à mes travaux et pour m'accueillir actuellement au sein de son laboratoire et de son équipe de recherche pour y effectuer un post-doctorat. Je voudrais remercier tout particulièrement Monsieur Thierry Blu, non seulement pour avoir accepté de faire partie de mon jury de thèse mais aussi pour la part importante qu'il a prise dans les travaux présentés ici. Je lui suis très reconnaissant de l'enthousiasme avec lequel il a partagé son expertise des fonctions splines et contribué à la partie concernant les *smoothing splines*. Je le remercie pour sa disponibilité et pour sa sympathie. Je remercie Monsieur Henri Samson et Monsieur Luc Robert de l'intérêt qu'ils ont porté à mes travaux et pour avoir accepté d'être membres de mon jury de thèse. J'apprécie le regard différent, plus pragmatique, qu'ils ont apporté en tant qu'experts industriels du domaine et leurs commentaires très enrichissants.

Je remercie aussi chaleureusement Monsieur Abdol-Resa Mansouri pour l'intérêt qu'il a porté à mes travaux et pour la sympathie qu'il m'a témoignée.

De nombreuses autres personnes ont participé à l'aboutissement de ces travaux de recherche. Je crois qu'il serait illusoire de penser n'oublier personne, alors je prie, par avance, les personnes qui ne sont pas citées ici, comme il se devrait, de bien vouloir m'excuser.

Je voudrais remercier les personnes qui ont participé à ma formation d'enseignant. Elles savent ce que ce statut représente pour moi comme responsabilité, comme considération mais aussi comme plaisir. Je voudrais témoigner ici de la chance que j'estime avoir eu de travailler aux côtés de Monsieur Vincent Granet, Monsieur Pierre Mathieu, Monsieur Jérôme-Olivier Durand-Lose, Mademoiselle Diane Lingrand (nouvellement Montagnat :-). Je n'oublie pas non plus tous les autres enseignants avec qui j'ai enseigné et qui ont de ce fait contribué à ma formation.

Je remercie Monsieur le professeur Jérôme-Olivier Durand-Lose car il a le premier accepté d'être mon tuteur de monitorat et qu'il a assumé ce rôle avec tout le sérieux et l'enthousiasme qui le caractérisent. Ces conseils, nos fréquentes discussions sur le rôle d'un enseignant-chercheur et l'exemple qu'il a représenté pour moi en particulier dans sa gestion tant pédagogique qu'humaine de l'enseignement de

l'informatique à l'université de Nice-Sophia Antopolis, ont été autant d'encouragements à poursuivre dans cette voie.

Je remercie Monsieur Pierre Mathieu pour avoir accepté d'être mon tuteur de monitorat. Je lui suis très reconnaissant de m'avoir offert la chance de le suppléer dans les enseignements de Logique, au département GTR de l'IUT de Nice-Sophia Antipolis. Si cette expérience a été particulièrement enrichissante pour moi, je sais ce qu'elle a représenté comme investissement de sa part afin de me former, et de me guider pour gérer au mieux cette responsabilité. Je voudrais aussi lui témoigner du plaisir que j'ai eu de partager son soucis de l'avenir de ses étudiants. A titre plus personnel, j'ai beaucoup apprécié nos discussions tant techniques que "philosophiques" et je voudrais lui témoigner toute mon amitié pour son soutien dans les moments difficiles.

C'est aussi pour les rapports privilégiés qu'il a encouragé auprès de ses assistants d'enseignements (dont je faisais partie cette dernière année) que je voudrais remercier chaleureusement Monsieur Vincent Granet. L'année d'ATER que j'ai passé sous sa direction n'a pas été un plaisir seulement du point de vue de l'enseignement mais aussi du point de vue des rapports humains. Si mes relations avec les précédents enseignants avec qui j'ai "exercé" durant ma thèse ont été très bonnes et ont souvent dépassées le cadre strict du travail pour devenir amicales, c'est la cohésion, l'implication et l'adhésion au message pédagogique de la part de tous les intervenants qui ont donné tout son sens à l'expression "équipe enseignante". Je remercie aussi l'équipe dirigeante de l'Ecole Supérieure d'Ingénieurs de Nice-Sophia Antipolis pour sa disponibilité et son soucis permanent du devenir des étudiants. Plus que des remerciements, d'ailleurs, c'est mon amitié sincère que je voudrais témoigner à Messieurs Vincent Granet, Olivier Ponsini et Sylvain Schmitz pour avoir rendu cette année d'ATER si chaleureuse et si enthousiasmante.

Parmi les nombreux très bons enseignants avec qui j'ai eu la chance de travailler, je voudrais remercier Madame Diane Montagnat (ex-Lingrand). J'aurais aussi pu la citer dans le paragraphe dédié aux amis sincères rencontrés au cours de ces quatre années de thèse, mais je voulais la remercier ici de m'avoir proposé d'enseigner avec elle à l'Ecole Supérieure en Sciences Informatiques. Je la remercie pour sa disponibilité et la considération qu'elle a portée à mon implication. Sa conscience professionnelle représente aussi un exemple pour mon futur d'enseignant.

Je remercie aussi Fabien Mourgues, Christelle Nannini et Mathilde Vergnolle pour leur amitié sincère et pour avoir rendu plus agréables et plus intéressantes les nombreux séminaires auxquels nous avons dû assister en tant que moniteurs. Je les remercie aussi pour tous les bons moments passés ensembles hors des labos.

Je voudrais ici avoir une pensée particulière pour un de mes professeurs sans qui je n'aurais pas rédigé ce manuscrit ni réalisé ces travaux de recherche. Je remercie Monsieur Jean-Clarence Nosmas pour ses conseils avisés et pour sa sympathie. S'il n'avait pas, le premier, pressenti mes capacités à effectuer une thèse et s'il ne m'avait pas encouragé et soutenu dans les démarches pour candidater, je ne pourrais pas le remercier aujourd'hui. Je lui suis très reconnaissant de l'intérêt, du soucis,

qu'il a porté à mon avenir.

De nombreuses autres personnes ont participé à la réalisation de ces travaux et à l'écriture de ce manuscrit.

Je remercie Marc Antonini pour toutes les "discussions informatiques" que nous avons eu, pour sa sympathie, pour ses encouragements et pour ses précieux conseils.

Je remercie Madame Micheline Hagnéré, notre assistante de projet, pour sa disponibilité et sa gentillesse. Ce n'est pas seulement pour ses encouragements permanents, son aide au combien précieuse, sa bonne humeur ou son efficacité que je voulais la remercier ici mais aussi pour son affection envers tous "ses" doctorants et pour l'attention avec laquelle elle nous suit tout au long de nos années de thèse. Je la remercie pour la part qu'elle a prise dans l'aboutissement de cette thèse.

Je remercie aussi Madame Cécile Bernard, pour son soutien sans faille, pour nos longues discussions sur l'importance et le sens des choses. Sa faculté à relativiser dans les moments difficiles, sa capacité à ne toujours s'attacher qu'aux choses positives, son enthousiasme et son dynamisme ont été un rempart au découragement et à la démotivation. Qu'elle sache que son amitié m'est précieuse.

Un grand merci à Madame Viviane Rosello pour les nombreux coups de main, pour sa sympathie et pour sa bonne humeur. Son entente parfaite avec Micheline, a fait merveille en particulier à la fin de la thèse où sa présence a été d'un grand secours, qu'elle en soit remerciée ici.

J'associerai à ces remerciements Mesdames Zohra Kalafi, Corinne Julien-Haddad, Marie-Hélène Prosillico-Verocai, Edith Rocchi, Patricia Lachaume, pour les discussions conviviales lors des pauses déjeuner, pour leur sympathie et pour leur efficacité.

Je voudrais remercier aussi Messieurs Philippe Lahire et Luc Pronzato pour leur sympathie et pour leurs précieux conseils. Leur vision humaine du métier d'enseignant-chercheur et de chercheur ainsi que leur considération pour chacun des membres du laboratoire ont renforcé mon enthousiasme à embrasser cette carrière.

Je remercie aussi la "running team" de l'I3S : Sylvie Icart, Olivier Meste, Jérôme Lebrun et Laure Blanc-Ferraud, pour leur sympathie et pour leur enthousiasme à emmener de nouveaux éléments dans la découverte des bois de Sophia Antipolis.

Je voudrais remercier ici l'ensemble du personnel du centre de documentation de l'INRIA Sophia Antipolis - I3S. Si Monique Oger et Valérie François qui ont été des interlocutrices privilégiées, je remercie tous les membres de la documentation pour leur efficacité, leur gentillesse et leur disponibilité. J'ai pu mesurer pendant ces quatre années de recherche, et je mesure encore mieux maintenant que j'effectue mes recherches dans une autre structure, la chance inestimable d'avoir un centre de documentation géré par des personnes aussi compétentes. Qu'elles reçoivent ici mon plus profond respect et ma reconnaissance.

Enfin un laboratoire de recherche en informatique et en traitement des signaux ne serait rien sans une bonne équipe technique. J'adresse ici mes remerciements sincères aux administrateurs systèmes Messieurs Patrick Balestra et Lionel Bailler-

geau ainsi qu'à Monsieur Guy Teyssier. Je ne voudrais pas les remercier que pour leur sympathie et leur disponibilité, mais aussi pour la bonne humeur et la vie qu'ils apportent au sein du laboratoire.

J'espère sincèrement n'avoir oublié personne. Je remercie tous les autres membres du laboratoire I3S, tous les membres des différents départements dans lesquels j'ai enseigné pour les discussions et les pauses-café partagées.

Je n'ai pas enseigné avec les personnes citées par la suite, et la plupart de nos discussions n'ont pas concerné ces travaux de recherche, mais ces personnes représentent plus que de simples collègues et je voudrais profiter de l'occasion pour leur témoigner ma plus sincère amitié, qu'elles ne prêtent pas attention à l'ordre d'apparition dans ces remerciements, il n'est pas représentatif.

Je voudrais tout d'abord citer ici Frédéric Payan et Muriel Gastaud : "Ma petite famille" (ou le Team 126). Nous avons partagé pendant plus ou moins quatre ans le bureau 126 du laboratoire I3S. Nous avons été, tous trois, les témoins privilégiés des joies et des peines des deux autres. Nous avons vécu bon nombre d'aventures et nous avons découvert ensemble le monde de la recherche. Ce sont les deux personnes avec qui j'ai passé le plus de temps ces quatre dernières années, au labo et en dehors. Ils savent tous les deux que je les considère un peu comme des membres de ma famille mais je profite de l'occasion qui m'est donnée ici pour leur témoigner toute mon affection.

Je remercie Manuela Pereira, ma "grande soeur", pour son soutien permanent, pour ses encouragements et pour l'affection qu'elle me porte. Je la remercie, elle et sa petite famille Simão et Patricia, pour avoir été toujours présents, pour avoir partagé les bons moments et pour avoir embelli les moments plus difficiles. Qu'ils trouvent ici le témoignage de ma profonde affection.

Je remercie Eric Debreuve pour son soutien indéfectible et pour son aide, en particulier sur la fin de la thèse où sa grande connaissance du domaine et son recul m'ont permis d'approfondir et d'améliorer ma connaissance du contexte de ces travaux. Je suis heureux de le compter parmi mes amis et fier de compter au nombre des siens. J'associe Asuncion Valiente à ces remerciements pour son amitié et sa bonne humeur communicative.

Merci à Christophe Parisot pour son amitié sincère. Merci à lui pour m'avoir soutenu dans les périodes de doute et pour avoir rendu plus agréables les trois années que nous avons partagées au sein de l'équipe Creative. Merci pour sa confiance et pour ses conseils. Merci à sa famille pour leur sympathie et pour m'avoir fait découvrir les joies de la fabrication des chocolats. Je veux lui témoigner ici mon amitié.

Je remercie Lionel Brunel pour avoir partagé les soucis d'administration des ordinateurs de l'équipe, pour avoir été un soutien jovial et un ami chaleureux. Je tiens à le remercier aussi pour l'attention qu'il porte aux gens qui l'entourent, pour son implication dans la vie de l'équipe et du labo, pour m'avoir fait découvrir Carcès (joli et pittoresque village du var) et pour nos discussions techniques, politiques et

philosophiques toujours amicales.

Je voudrais remercier Johan Montagnat pour m'avoir initié aux subtilités de la programmation en C++, pour sa disponibilité et pour avoir été un soutien sans faille tout au long de cette thèse. Je n'oublie non plus qu'ils, avec sa femme Diane, m'ont fait découvrir le plaisir de la pratique du canyoning (et des sorbets "faits maison") lors de nombreuses excursions.

Je remercie Arnaud Charnoz, un autre membre de la "Team canyoning", un collègue compté et un ami sincère, pour son soutien, pour les échanges constructifs que nous avons eu sur nos travaux respectifs et pour tous les bons moments partagés que nous ne manqueront pas de renouveler, à Strasbourg ou ailleurs.

Merci à Ariane Herbulot pour ses encouragements quotidiens et pour les petits coups de main dans les coups de bourres. Merci pour avoir été une oreille attentive et attentionnée. Merci pour tous les moments partagés à crapahuter sur les via-ferrate ou à célébrer les anniversaires sur la plage d'Antibes. Merci pour les photos qui aident à se souvenir de tous ces bons moments tous ensembles.

Je remercie les deux volleyeurs de choc à savoir Thomas André et Valéry Valentin pour m'avoir fait goûter aux joies de ce sport. Je les remercie de ces moments passés sur les terrains de sport ou sur le sable des plages de la région avec un ballon de volley/foot/basket dans les mains/pieds. Je les remercie aussi pour leur soutien et pour leur amitié. Qu'ils sachent que cette dernière est réciproque.

Merci à Marco Cagnazzo pour avoir apporté sa bonne humeur dans l'équipe. Il est aussi associé dans mon esprit aux bons moments passés sur les terrains de foot, aux fêtes d'anniversaire mémorables et à une gentillesse rare.

Je remercie Stéphanie Jehan-Besson pour m'avoir encadré durant le stage de DEA et pour avoir participé à m'initier à la recherche. Je la remercie encore ainsi qu'Annabelle Gouze pour leurs encouragements et leur soutien.

Je remercie Olivier Amadiou qui est lui aussi resté un ami sincère après avoir quitté le laboratoire. Nos chemins ont divergé mais cela ne nous a pas empêché de conserver le même plaisir à nous retrouver, à partager de nouvelles expériences ou à nous remémorer le bon vieux temps des discussions du samedi après-midi au labo.

Merci à Joël Yung pour son amitié et pour ses conseils avisés. C'est avec plaisir que je le retrouve lors de conférence dans notre domaine. Une grand pensée à toute sa petite famille.

Merci aussi à Stéphane Tramini pour sa sympathie.

Je tiens à remercier aussi les étudiants ingénieurs avec qui j'ai eu l'occasion de travailler durant cette thèse. Ils ont tous joué un rôle non négligeable dans les travaux et les résultats présentés ici, à commencer par Christophe Vantighem qui m'a aidé à réaliser le code initial permettant d'obtenir mes premiers résultats. Merci aussi à Loïc Biancardini et à Tristan Roy pour leurs contributions souvent astucieuses et pertinentes. Merci à Audrey Moltisanti pour son implication dans ces travaux, pour la grande qualité de sa contribution. Je n'oublierai pas de remercier Annick Coquelle dont les compétence et l'enthousiasme ont représenté un apport conséquent. Sa bonne humeur permanente, ses propositions pour améliorer les résultats et la qualité de sa contribution théorique ont permis de rendre notre collabo-

ration des plus agréables et d'enrichir les travaux présentés dans ce manuscrit. Je les remercie tous pour leur amitié et leur témoigne ici mon amitié sincère. Ils n'ont pas directement travaillé avec moi mais je voulais les citer ici car nous avons partagé quelques mois pour certains, quasiment une année pour d'autres : Charles Boin, Tarek Makram, et Sami Abbadi. Merci à eux pour leur sympathie et leur bonne humeur. J'aurai ici une pensée particulière pour Federico Matta, avec qui j'ai pu partager la passion des randonnées en montagne et la pratique du football. Je le remercie, lui aussi, pour sa sympathie et pour sa bonne humeur.

Je souhaite citer aussi, les nouveaux thésards de l'équipe Creative avec qui je n'ai pu partager que de trop courts mois. Je suis cependant heureux que leur arrivée dans l'équipe m'ait permis de les rencontrer ou de faire plus ample connaissance. Dans les quelques derniers mois de ma thèse, j'ai pris beaucoup de plaisir à retrouver comme collègue, Vincent Garcia qui, après avoir été un étudiant très sympathique, est devenu un ami et j'ai été très heureux de rencontrer Sylvain Boltz.

Parmi les nombreuses personnes que ces quatre années et demi m'ont permis de rencontrer, je ne peux oublier de mentionner les liens d'amitié qui se sont tissés avec les doctorants des autres équipes du laboratoire ou des "laboratoires amis". Je ne peux pas, faute de temps et de place, m'étendre sur ce qui me lie à chacun d'eux comme j'aurais souhaité le faire mais qu'ils sachent la profonde affection que je porte à chacun d'entre eux et les sentiments sincères que m'inspire le souvenir de tout ce que nous avons partagé et de tout ce qu'ils m'ont apporté : André L. F. de ALMEIDA, Karim Ben Chehida, Hanene Ben Fradj, Sofiane Boudaoud, Mohamed Boulouird, Carlos Estêvão Rolim FERNANDES, Luis Garces-Erice, Fahkreddine Ghaffari, Patricia Guitton, Alain Kibangou, Balkine Khaddoumi, Anis Khouaja, Chan Leduc, Benoît Masson, Thi-Dieu-Thu NGUYEN, Thi-Anh-Le PHAM, Olivier Ponsini, Myriam Rajih, Stefen Rolfes, Ludwig Rota, Magali Sasso, Sylvain Schmitz, Stéphane Thiery, Sebastien Vérel, Eric Wolsztynski, Vicente Zarzoso...

Parce qu'elles ont aussi joué un rôle important dans la décision de faire cette thèse et dans la motivation, dans l'implication que j'ai pu avoir dans ces travaux. Je voudrais remercier Géraldine et Jessica. La première pour avoir cru en moi, pour m'avoir encouragé à suivre cette voie en me souhaitant heureux ainsi. La seconde pour son affection et pour avoir représenté la motivation intense qui m'a permis de m'investir totalement dans ces travaux.

Merci à Marie pour son soutien indéfectible, pour avoir traversé les nuits blanches, le stress, les doutes de la fin de thèse, sans fléchir. Nous allons pouvoir profiter ensemble de ce que la concrétisation de cette étape de ma vie, représente pour notre avenir. Merci aussi à toute sa famille pour leur soutien, leurs encouragements et l'attention qu'ils me portent.

Merci à mes parents pour leur confiance inconditionnelle, pour leur soutien de tous les instants et pour leurs encouragements. Merci à eux et à mes deux frères pour l'intérêt qu'ils ont manifesté pour mes travaux. Qu'ils sachent combien ils importants pour moi. Merci enfin à tous les membres de ma famille pour leur soutien durant ces quatre années et pour leur affection.

J'ai fait tout mon possible pour n'oublier personne dans ces remerciements. Si je n'ai pas réussi dans cette tâche, que les absents ne m'en veuillent pas et qu'ils sachent que le plaisir que j'ai eu à les rencontrer et à les connaître était réel et sincère.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>23</b>
« Qu'est-ce que la segmentation ? »	25
<b>Objectifs</b>	<b>33</b>
<b>Plan du mémoire</b>	<b>35</b>
<b>I Contexte</b>	<b>39</b>
<b>1 Segmentation par contours actifs basés régions</b>	<b>41</b>
1.1 Principe et objectifs . . . . .	41
1.2 Contours actifs basés contour et basés régions . . . . .	42
1.3 Énergie d'un contour actif basé régions . . . . .	43
1.4 Vitesse d'évolution . . . . .	44
1.5 Exemples d'énergies . . . . .	45
1.5.1 Critère décrivant les régions homogènes par des modèles statistiques paramétriques . . . . .	45
1.5.2 Critère décrivant les régions homogènes par modèles statistiques non paramétriques . . . . .	46
1.5.3 Critère de segmentation d'objets en mouvement . . . . .	47
<b>2 Modélisation du contour actif</b>	<b>49</b>
2.1 Approche implicite . . . . .	49
2.2 Approche explicite . . . . .	51
<b>II Un modèle de contour actif paramétrique rapide et évolutif : l'interpolation par B-splines cubiques</b>	<b>55</b>
<b>1 État de l'art</b>	<b>57</b>
<b>2 Spline d'interpolation : Définition et propriétés</b>	<b>59</b>
2.1 Définition des splines cubiques d'interpolation . . . . .	59
2.2 Propriétés des splines cubiques d'interpolation . . . . .	61

2.2.1	Régularité . . . . .	61
2.2.2	Propriété fondamentale . . . . .	62
2.2.3	Support local minimal et partition de l'unité . . . . .	62
2.2.4	Structure conservée par transformation affine . . . . .	62
2.3	Paramétrisation . . . . .	64
2.3.1	Paramétrisations non-uniformes . . . . .	64
2.3.2	Paramétrisation uniforme et ré-échantillonnage . . . . .	65
2.4	Une relation « constructive » . . . . .	67
2.5	Détail de la récursion et de l'initialisation de l'algorithme par modélisation B-splines cubiques . . . . .	68
2.5.1	Factorisation par filtres récursifs . . . . .	68
2.5.2	Initialisation . . . . .	69
<b>3</b>	<b>Segmentation et fonctionnalités étendues</b>	<b>71</b>
3.1	Résolution, Convergence, Évolution . . . . .	71
3.1.1	Multi-résolution . . . . .	71
3.1.2	Tests de convergence . . . . .	72
3.1.3	Lissage de la force d'évolution . . . . .	74
3.2	Gestion de la topologie . . . . .	75
3.2.1	Gestion de l'auto-intersection d'un contour . . . . .	75
3.2.2	Gestion de la fusion de plusieurs contours . . . . .	76
3.3	Cohérence temporelle . . . . .	77
<b>4</b>	<b>Algorithme de segmentation par splines d'interpolation : B-splines cubiques</b>	<b>79</b>
<b>5</b>	<b>Résultats</b>	<b>83</b>
5.1	Topologie . . . . .	83
5.2	Cohérence temporelle . . . . .	86
5.3	Temps réel . . . . .	86
<b>6</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>89</b>
6.1	Conclusions . . . . .	89
6.2	Perspectives . . . . .	90
<b>III</b>	<b>Un modèle de contour actif paramétrique rapide, évolutif et robuste : l'approximation par smoothing splines cubiques</b>	<b>93</b>
<b>1</b>	<b>État de l'art</b>	<b>95</b>
<b>2</b>	<b>Définition et propriétés</b>	<b>97</b>
2.1	Définition des smoothing splines cubiques d'approximation . . . . .	97
2.2	Propriétés des smoothing splines cubiques d'approximation . . . . .	98
2.2.1	Propriété fondamentale . . . . .	98

2.2.2	Régularité . . . . .	99
2.2.3	Structure conservée par transformation affine . . . . .	99
2.3	Paramétrisation . . . . .	100
2.4	Une relation « constructive » . . . . .	102
2.5	Détail de la récursion et de l'initialisation de l'algorithme smoothing splines . . . . .	104
2.5.1	Factorisation par filtres récursifs . . . . .	104
2.5.2	Initialisation . . . . .	106
<b>3</b>	<b>Algorithme de segmentation par splines d'approximation : Smoothing splines cubiques</b>	<b>109</b>
<b>4</b>	<b>Résultats : Segmentation d'images et de vidéos bruitées</b>	<b>113</b>
4.1	Segmentation de régions homogènes dans des images fixes en niveaux de gris . . . . .	113
4.1.1	Régularité . . . . .	114
4.1.2	Robustesse . . . . .	115
4.2	Régions homogènes dans une séquence vidéo en couleur . . . . .	117
4.3	Objets en mouvement dans une séquence vidéo . . . . .	117
<b>5</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>123</b>
5.1	Conclusions . . . . .	123
5.2	Perspectives . . . . .	124
	<b>Conclusion générale</b>	<b>127</b>
	<b>Glossaire</b>	<b>133</b>
	<b>Annexes</b>	<b>137</b>
<b>A</b>	<b>Construction et quelques propriétés des Catmull-Rom splines</b>	<b>139</b>
A.1	Construction . . . . .	139
A.2	Quelques propriétés . . . . .	141
<b>B</b>	<b>Critère de qualité de segmentation COST 211</b>	<b>143</b>



# Liste des figures

1	Séparer le visage d'une personne du reste de l'image . . . . .	25
2	Radiographie de hanche soumise à un diagnostic d'ostéoporose . . . . .	27
3	Validation par le praticien des méthodes de segmentation . . . . .	27
4	Séquence de test <i>Erik</i> . . . . .	28
5	Segmentation du fond et des objets dans la séquence de test : <i>Children</i>	28
6	Séquence de test <i>Children</i> . . . . .	29
7	Segmentation du fond et des objets dans la séquence de test : <i>Children</i>	29
8	Séquence de test <i>Akiyo</i> . . . . .	30
9	Séparation du fond et de la présentatrice dans la séquence de test : <i>Akiyo</i> . . . . .	30
1.1	Définition des domaines qui composent l'image . . . . .	43
2.1	Définition de 2 segments de courbe de Bézier cubique, interpolant 3 points de données $P_0$ , $P_1$ et $P_2$ . . . . .	53
2.2	Définition de 6 segments de spline Catmull-Rom cubique, définis- sant la même courbe que dans la figure concernant les courbes de Bézier . . . . .	54
2.1	Schéma de la structure d'un segment de spline . . . . .	59
2.2	On approche la spline par le polygone formé de ses points d'échan- tillonnage . . . . .	66
2.3	On déplace les points d'échantillonnage le long du polygone . . . . .	66
2.4	Fonction B-spline centrée de degré 3 . . . . .	67
3.1	On utilise l'approximation de la spline par le polygone que forment ses points d'échantillonnage . . . . .	75
3.2	Suppression puis reconstruction de segments . . . . .	76
3.3	ré-agencement des points et réorientation du contour . . . . .	76
3.4	Fusion : recherche d'intersection, ré-agencement des points de cha- cun des contours, fusion en un unique contour . . . . .	76
3.5	Ajout de splines temporelles . . . . .	78
4.1	Diagramme de notre algorithme pour une modélisation par B-splines cubiques du contour actif (sans cohérence temporelle) . . . . .	81

5.1	Gestion de la topologie : exemple sur la séquence <i>Children</i> de séparations et fusions de contours. . . . .	84
5.2	Gestion de la topologie : exemple sur la séquence <i>Children</i> de séparations et fusions de contours. . . . .	85
5.3	La cohérence temporelle illustrée sur la séquence <i>Akiyo</i> . . . . .	86
5.4	Amélioration sensible de la cohérence temporelle de la segmentation	87
5.5	Segmentation temps réel : Les résultats sur 100 frames de la séquence <i>Akiyo</i> . . . . .	87
5.6	Segmentation en temps réel : exemple sur la séquence <i>Akiyo</i> , pour $\alpha = 0,2$ et $\beta = 1,6$ . . . . .	88
2.1	Définition d'une smoothing spline approchant les 10 points de données $P_k$ . . . . .	98
2.2	Définition de l'angle $\Phi$ entre la tangente à la courbe au point $\mathcal{C}(t)$ et l'axe horizontal . . . . .	100
2.3	Évolution du spline cubique depuis la configuration d'interpolation ( $\lambda = 0$ ) jusqu'à la configuration d'approximation ( $\lambda = 0.7$ ) . . .	101
2.4	Évolution d'une smoothing spline dans le plan en fonction de son paramètre de lissage $\lambda$ . . . . .	102
2.5	Évolution d'une smoothing spline dans le plan en fonction de son paramètre de lissage $\lambda$ . . . . .	103
2.6	Évolution d'une smoothing spline dans le plan en fonction de son paramètre de lissage $\lambda$ . . . . .	104
2.7	La précision décroît <i>légèrement</i> avec $\lambda$ . . . . .	105
2.8	L'uniformité de l'échantillonnage croît avec $\lambda$ . . . . .	105
3.1	Diagramme de notre algorithme pour une modélisation par smoothing splines cubiques du contour actif . . . . .	112
4.1	Segmentation par spline d'interpolation avec $\lambda = 0$ et une pénalisation de la longueur $\beta = 10$ . . . . .	114
4.2	Segmentation par splines d'approximation (smoothing splines) avec $\lambda = 0.08$ et sans pénalisation sur la longueur $\beta = 0$ . . . . .	115
4.3	Robustesse du contour en fonction des variations du paramètre des smoothing splines, $\lambda$ . . . . .	116
4.4	Évolution de la segmentation au cours de la minimisation du critère (1.9) . . . . .	118
4.5	Résultats de segmentation extraits de la séquence . . . . .	119
4.6	Comparaison des modèles paramétriques d'interpolation : <i>B-splines cubiques</i> , et d'approximation : <i>smoothing splines cubiques</i> . . . . .	119
4.7	Un modèle basé sur des smoothing splines dans le cas de données bruitées . . . . .	120
4.8	Temps de calcul de la segmentation de la séquence <i>coastguard</i> . . .	121
B.1	Fonctions de pondération $w_{MF}$ et $w_{AB}$ . . . . .	144

# Introduction

---

**Objet :** Dans ce chapitre, nous expliquons tout d'abord en quoi consiste la segmentation d'images et de vidéos, quels en sont les enjeux et les difficultés. Nous présentons les objectifs que nous nous sommes fixés dans cette thèse. Nous précisons nos choix quant aux méthodes employées et décrivons l'organisation de ce document.

---



## « Qu'est-ce que la segmentation ? »

Voilà probablement la première question que l'on peut se poser en débutant la lecture de ce document, si l'on n'est pas un expert en traitement d'image.



FIG. 1 : Séparer le visage d'une personne du reste de l'image

Segmenter une image, c'est simplement séparer les différents objets qui composent cette image. Prenons l'exemple de l'image FIG.1, même un enfant sait dire qu'une personne est présente dans cette image et pour l'identifier s'il la connaît :

Le but de la segmentation d'image est de séparer, de déterminer, différentes *régions* de l'image en fonction de certains critères d'homogénéité. Dans la suite de ce manuscrit, nous emploierons le terme *objets* pour désigner ces régions. Toutefois, pour nous, le terme *objet* ne fait référence à aucune connaissance sémantique sur la région segmentée et peut donc apparaître comme un abus de langage. En effet, la segmentation d'objets sémantiques nécessite des traitements haut niveau que nous n'aborderons pas dans ce document. Le terme segmentation est ici synonyme d'extraction de régions homogènes.

Puisque un enfant peut réaliser une segmentation sans problème, on peut alors se poser la question : « *En quoi la segmentation est-elle difficile ?* »

En fait, pour mesurer l'ampleur de la tâche, il faut se rendre compte de toutes les connaissances de haut niveau que l'être humain met en jeu pour séparer des objets d'un fond, pour détecter ce qui l'intéresse dans l'image.

La machine ne peut pas, comme lui, chercher dans sa mémoire l'objet qui, par sa forme, sa couleur, son intensité lumineuse, ses caractéristiques (définies par l'expérience et l'apprentissage), se rapproche le plus de l'image, éventuellement après

des transformations multiples (rotation, étirement...), pour ensuite séparer l'objet du fond. Dans l'exemple, l'enfant sait définir quelle région de l'image (le visage) contient l'information nécessaire à l'identification de la personne présentée. Il sait ensuite extraire les différentes caractéristiques de cette région (forme globale du visage, forme des yeux, leur couleur, forme du nez...) qui lui permettent de faire correspondre ce visage qu'il voit dans l'image et le visage d'une personne qu'il connaît.

Pour l'ordinateur, l'image est un ensemble de points (pixels) ayant chacun un niveau de gris, voire un niveau de couleur (il s'agit alors généralement de 3 niveaux correspondants à la quantité de composante rouge, à celle de vert et à celle de bleu ou encore de 3 composantes intensité, teinte et saturation ...). Pour opérer une segmentation automatique par des traitements informatiques, on ne dispose généralement que de cette information locale.

#### « Pourquoi une segmentation automatique ? »

En effet, on peut imaginer que la meilleure solution soit de détourner « à la main » les objets que l'on cherche à extraire de l'image ou de la séquence vidéo considérée. De nombreuses applications médicales, ainsi que des applications de post-production cinématographique<sup>4</sup> utilisent d'ailleurs toujours cette solution nécessitant beaucoup de temps et de personnes mais garante d'une précision irréprochable.

Cependant, de nombreuses applications nécessitent le recours à une segmentation automatique comme l'illustrent les quelques exemples qui suivent :

**Evaluation médicale quantitative** : Dans le domaine de l'imagerie médicale, et du diagnostic en particulier, la précision est *vitale*. Cependant, si l'on considère la quantité d'information à traiter, et de clichés à observer, alors une aide automatique, proposant un premier diagnostic validant la possible présence de pathologie ou au contraire la bonne santé du patient, soulagerait d'autant le praticien spécialiste.

Par exemple, pour la détection d'ostéoporose de la hanche, une segmentation automatique suffisamment précise permet d'écarter rapidement la grande majorité des cas valides. Pour cela un médecin expert détermine les régions d'intérêt dans la radiographie FIG.2 et valide les résultats de la méthode de segmentation automatique sur un nombre de tests suffisamment important FIG.3.

Si le monde médical est de plus en plus favorable à l'aide au diagnostic et au prétraitement que peuvent représenter les méthodes de segmentation, pour le traitement de données vidéo le recourt à de telles approches.

**Compression vidéo sélective** : Si l'on considère l'exemple de la visioconférence, les améliorations techniques des réseaux et des matériels ont été considérables

---

<sup>4</sup>Cette méthode est appelée rotoscopie, et fut employée, par exemple, dans *Twister* pour détourner les cheveux blonds de l'actrice principale (*Helen Hunt*) qui court au milieu d'un champ de blé pour fuir la tornade menaçante, ou encore dans *Forrest Gump* pour simuler la conversation entre John Fitzgerald Kennedy et l'acteur principal (*Tom Hanks*)

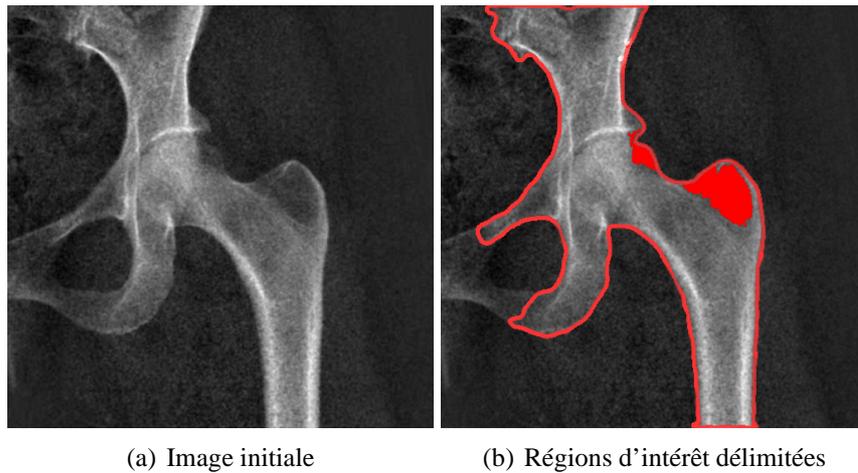


FIG. 2 : Radiographie de hanche soumise à un diagnostic d'ostéoporose



FIG. 3 : Validation par le praticien des méthodes de segmentation

ces dernières années. Malgré les progrès réalisés sur le plan matériel, la quantité d'information à transmettre par les réseaux augmente en permanence et les attentes quand au débit de ces réseaux dépassent toujours leurs possibilités. Il est donc encore nécessaire, à l'heure actuelle, de compresser les données afin de pouvoir augmenter le débit d'information transmise. Cependant, cette étape de compression, dans le processus général de transmission d'une séquence vidéo sur un réseau, dégrade ne serait-ce que légèrement la qualité de l'image. On parle dans ce domaine de compromis «débit-distortion».

Une segmentation efficace peut améliorer grandement la qualité.

Prenons l'exemple de la séquence *Erik*, FIG.4. L'étape de segmentation permet de séparer les zones d'intérêt de ce que nous appellerons « le fond ». Dans un cas de visioconférence, c'est en particulier le visage de l'interlocuteur qui est intéressant. En effet, détecter et extraire cette région de l'image, permet de ne transmettre que ponctuellement, de temps en temps, la région représentant

FIG. 4 : Séquence de test *Erik*

le fond dans la vidéo et d'autoriser une compression plus forte (qui dégrade donc plus la qualité de l'image) dans cette région, FIG.5. Par contre, la région du visage peut être transmise en permanence avec un taux de compression moins élevé qui favorise une meilleure qualité visuelle de cette région.



(a) Fond segmenté



(b) Objets segmentés

FIG. 5 : Segmentation du fond et des objets dans la séquence de test : *Children*

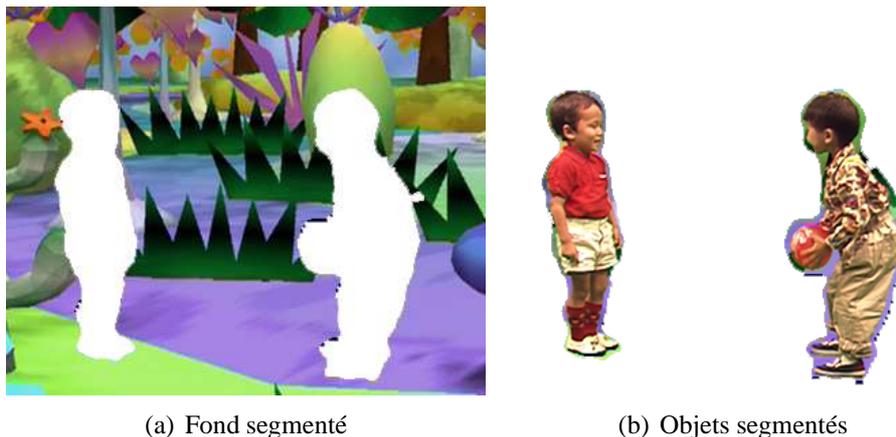
**Indexation** : Dans le domaine de l'indexation des séquences vidéo aussi, la segmentation joue un rôle primordial. Avec l'apparition des caméscopes numériques, l'amélioration de la restauration vidéo des films abimés ou encore les capacités de stockage grandissantes, la quantité de données vidéo croît à une vitesse vertigineuse. Un des domaines de recherche qui tente d'apporter une solution à la classification de toutes ces données est le domaine de l'indexation. Cependant pour pouvoir déterminer la présence de deux enfants bou-

geant dans la séquence *Children*, FIG.6, il faut au préalable les avoir détectés et isolés, en un mot segmentés. De plus, il faut pouvoir segmenter un nombre



FIG. 6 : Séquence de test *Children*

d'objets variable au cours de la séquence. Plus la méthode de segmentation est rapide et robuste, plus la quantité d'information traitée sera importante. Une fois cette étape de segmentation réalisée FIG.7, les algorithmes de classification, d'indexation, étiquetteront chacun des objets en fonction de caractéristiques, de critères, d'attributs, définis dans la norme *MPEG-7*.



(a) Fond segmenté

(b) Objets segmentés

FIG. 7 : Segmentation du fond et des objets dans la séquence de test : *Children*

**Multimédia** : Le vaste domaine des applications multimédia nous offre un autre exemple de l'utilité de la segmentation vidéo. Les différentes étapes de production tirent pleinement parti de la séparation en régions d'intérêt d'une séquence. Les DVD-vidéo et leurs menus, mais aussi la télévision interactive

de demain sont demandeurs de l'amélioration des méthodes de segmentation. En effet, l'ajout d'informations différentes en fonction de la localisation du spectateur, sans avoir recours à des techniques relativement lourdes telles celle du chromakey, est une application immédiate particulièrement étudiée. Si l'on peut dans une séquence de journal télévisée, du type de la séquence



FIG. 8 : Séquence de test *Akiyo*

*Akiyo*, FIG.8, séparer le personnage, la présentatrice du fond, alors on peut échanger ce fond FIG.9 avec un autre et placer l'objet dans un nouvel environnement. On peut aussi imaginer ajouter de l'information à l'objet. On

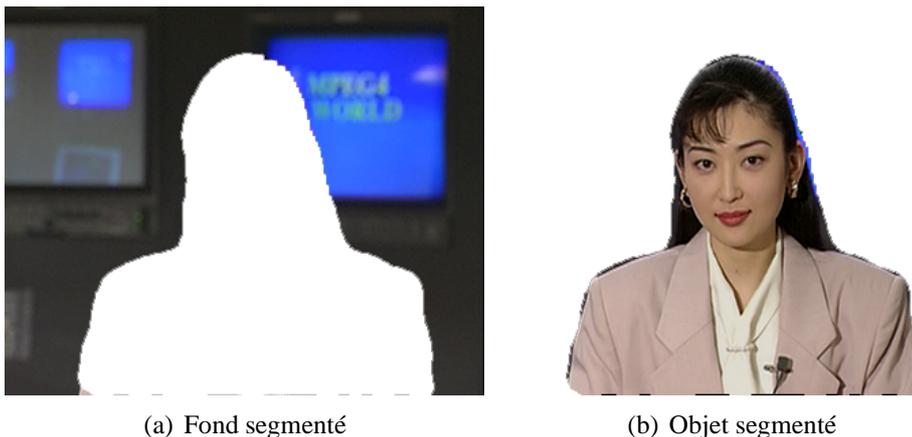


FIG. 9 : Séparation du fond et de la présentatrice dans la séquence de test : *Akiyo*

pourrait, par exemple, se servir de la segmentation d'un acteur dans une séquence de film pour lui associer des liens vers d'autres vidéos (prises dans sa filmographie), vers du texte (sa bibliographie) ou vers des pages Internet le concernant.

Ces quelques exemples ne représentent qu'une petite partie des possibilités qu'offrirait une méthode efficace de segmentation et ne dévoile que légèrement l'importance des attentes d'une telle méthode de la part de tous les professionnels du traitement des images et des vidéos.



# Objectifs

La première étape a consisté à définir nos objectifs face au problème de la segmentation d'images et de vidéos. Parmi les nombreuses méthodes efficaces déjà existantes, les approches par contour actifs apparaissent comme une technique de segmentation prometteuse. Plus particulièrement, les méthodes de segmentation par contours actifs basés régions définissent la segmentation comme un processus de séparation de régions de l'image, à l'opposé des approches basés contour qui elles ne considèrent que l'information des contours présents dans l'image. Les approches basées régions ont permis de définir un cadre de travail qui étend le champ des problèmes accessibles aux approches basées contour.

Si les méthodes de segmentation par contours actifs basés régions offraient des résultats probants, leur implémentation par ensembles de niveaux, une modélisation de contour émergente cette dernière décennie, laissait entrevoir quelques faiblesses, en particulier pour autoriser une segmentation en temps réel.

Nous avons développé un modèle de contour dont les propriétés intrinsèques améliorent la qualité et la rapidité de la segmentation d'objets.

Associé aux travaux sur les modèles d'objets déjà réalisés au sein de l'équipe, notre nouveau modèle de contour a permis de proposer des solutions, en temps réel, à de nombreux problèmes applicatifs, tout en préservant la qualité de la segmentation, et d'offrir un support robuste autorisant le développement des travaux de recherche sur les descripteurs de régions.

Nous nous sommes donc concentrés sur cette question : « comment réduire la quantité des données traitées dans les différents algorithmes de segmentation par contours actifs, pour proposer une solution en temps réel qui préserve la précision, la robustesse et l'adaptabilité de l'implémentation par ensembles de niveaux ? ».

Afin de réduire la quantité données impliquée dans l'évolution du contour actif, nous nous sommes orientés vers une implémentation paramétrique (ou explicite) du contour actif. Cependant, notre préoccupation n'a pas uniquement concerné la réduction de la quantité de données à traiter. Nous avons porté une attention particulière, lors de la conception de notre modèle paramétrique, aux propriétés intrinsèques du contour. De même que les propriétés intrinsèques, telle que la gestion automatique de la topologie, constituaient les atouts majeurs des modèles implicites de contour, nous avons introduit dans la modélisation du contour des contraintes de régularité et de précision.

Notre objectif a donc été la conception d'un modèle paramétrique de contour

dont les propriétés intrinsèques seraient exploitées au maximum.

Une recherche bibliographique approfondie des méthodes paramétriques existantes nous a permis de définir les caractéristiques principales d'un nouveau modèle de contour actif paramétrique :

- La majeure partie des modèles paramétriques de contours sont fondés sur une interpolation. Elle est linéaire dans le cas des polygones.
- Les fonctions B-splines proposent une solution optimale au problème de l'interpolation d'une courbe comme l'ont montré Thevenaz et al. [98] dans leur étude des méthodes d'interpolation.
- La plupart des critères d'énergie pour la segmentation par contours actifs font intervenir des termes incluant la courbure et le vecteur normal au contour. Ce sont des grandeurs géométriques nécessitant une régularité  $C^2$  du modèle de contour pour pouvoir déterminer leur expression analytique exacte.
- le contrôle, au niveau local, d'une courbe spline permet de minimiser les coûts de calcul, lorsqu'elle est modifiée en quelques points.

Nous avons là, les bases pour concevoir un modèle paramétrique de contour actif, fondé sur une courbe spline cubique construite par l'interpolation B-spline.

# Plan du mémoire

Ce manuscrit est organisé en trois parties. Dans la première partie, nous situons le problème dans son contexte général. Nous présentons dans la deuxième partie, un modèle de contour paramétrique rapide et évolutif fondé sur une interpolation de courbe à base de fonctions B-spline cubiques. Dans la troisième partie, nous étendons ce modèle par interpolation afin de le rendre robuste au bruit en proposant un modèle de contour d'approximation par *smoothing splines*.

L'objectif de cette thèse est de proposer un modèle de contour permettant une solution en temps réel pour la segmentation par contours actifs basés régions. Nous détaillons la problématique dans les deux chapitres qui composent la *première partie*.

**Chapitre 1 :** Nous présentons les principes et les objectifs généraux de la segmentation par contours actifs basée régions. Nous présentons un état de l'art, nous détaillons la méthode des gradients de forme, puis nous illustrons cette approche par trois exemples d'application.

**Chapitre 2 :** Ce chapitre est consacré aux modélisations de contour existantes. Nous présentons donc les modèles implicites et explicites de contours actifs.

Dans la *deuxième partie*, nous présentons notre premier modèle de contour actif paramétrique construit par une interpolation basée sur des B-splines cubiques. La description de ce modèle est organisée comme suit :

**Chapitre 1 :** Nous situons, tout d'abord, notre modélisation dans son contexte en effectuant un état de l'art des modèles à base d'interpolation par fonction spline.

**Chapitre 2 :** Nous présentons, dans ce chapitre, la définition et les propriétés des contours interpolés par des B-splines cubiques ; propriétés qui ont établies l'efficacité d'une telle approche. Nous proposons une paramétrisation uniforme du contour et détaillons un algorithme rapide de construction du contour qui permet de proposer une solution temps réel.

**Chapitre 3 :** Ce chapitre est consacré aux fonctionnalités supplémentaires, que nous avons introduites dans le modèle basé sur les B-splines cubiques, afin de rendre la gestion des changements de topologie automatique, d'améliorer

rer la cohérence temporelle de la segmentation, et de rendre ce modèle plus robuste au bruit.

**Chapitre 4 :** Dans ce chapitre, le schéma de l'algorithme de segmentation est détaillé et commenté.

**Chapitre 5 :** Plusieurs exemples illustrent, dans ce chapitre, les fonctionnalités décrites dans le chapitre 3 et démontrent l'efficacité de ce modèle de contour actif, en particulier pour la segmentation de séquences vidéos de visioconférence.

**Chapitre 6 :** Les conclusions de ce premier modèle de contour actif paramétrique sont présentées et des perspectives de développement et d'évolution sont proposées.

La *troisième partie* est consacrée au second modèle de contour actif paramétrique que nous avons proposé. Ce dernier offre l'avantage considérable de généraliser le modèle précédent. En effet, le contour n'est plus constitué d'une courbe d'interpolation par fonctions B-splines cubiques, qui passe par les points de données, mais par une courbe d'approximation composée d'une *smoothing spline cubique* qui approche les points de données. Pour améliorer encore la lisibilité et la clarté de ce document, nous avons, autant que faire se peut, suivi l'organisation du chapitre précédent consacré au modèle par B-splines cubiques :

**Chapitre 1 :** Le premier chapitre propose donc un état de l'art succinct de l'utilisation des *smoothing splines* pour le traitement des images et des vidéos, car ces fonctions n'ont que très peu été utilisées dans ce domaine. Des résultats, issus de la recherche en statistiques et des méthodes de régressions non paramétriques, sont présentés pour proposer des extensions possibles au modèle par *smoothing splines*.

**Chapitre 2 :** Comme pour la partie précédente, ce chapitre est consacré à la définition des courbes *smoothing splines* et à leurs propriétés de régularité et de robustesse au bruit. Un algorithme rapide de construction de telles courbes, utilisant une approche par filtrage comme pour le modèle de contour précédent, est détaillé. Les apports, du modèle par *smoothing splines*, du point de vue de l'uniformité de la paramétrisation et de la robustesse au bruit sont mis en perspective avec les propriétés du modèle par interpolation.

**Chapitre 3 :** Dans ce chapitre, le schéma de l'algorithme de segmentation est détaillé et commenté.

**Chapitre 4 :** Les exemples d'application, présentés dans ce chapitre, illustrent les qualités accrues du modèle par approximation par rapport au modèle par interpolation et démontrent les propriétés de régularité intrinsèques au modèle. Celui-ci s'affranchit ainsi des boucles pouvant apparaître sur le contour et de l'instabilité due à un échantillonnage non uniforme du contour. Sa robustesse

permet d'étendre le champ des applications à la segmentation d'images bruitées et de considérer de nouveaux descripteurs particulièrement sensibles au bruit des données comme les histogrammes.

**Chapitre 5 :** Ce quatrième chapitre présente quelques conclusions sur l'élaboration de ce modèle de contours actifs paramétriques basé sur une approximation par *smoothing spline*. Plusieurs pistes d'investigation sont proposées pour améliorer encore notre modèle et pour exploiter un peu plus ses nombreuses propriétés.

Nous terminons ce document en présentant des conclusions générales sur la conception d'un modèle paramétrique de contour actif et proposons quelques idées pour élaborer un modèle de contour actif qui pourrait s'adapter automatiquement au problème de segmentation posé.



# Première partie

## Contexte

---

**Objet :** Nous présentons le contexte dans lequel s'inscrit cette thèse. Dans un premier chapitre, nous détaillons les principes de la segmentation par contours actifs basés régions, que nous illustrons par quelques exemples d'applications. Dans un second chapitre, nous voyons les principales méthodes explicites et implicites de modélisation des contours actifs.

---



# Chapitre 1

## Segmentation par contours actifs basés régions

L'objectif de la segmentation est d'extraire des régions spécifiques d'une image, ou d'une vidéo, et que ces régions correspondent à des objets sémantiques de la scène. Parmi les nombreuses méthodes existantes pour résoudre ce problème, les contours actifs représentent une solution prometteuse.

### 1.1 Principe et objectifs

Le principe est de « faire » évoluer une courbe fermée, depuis une position initiale, choisie arbitrairement ou non, vers les contours de régions d'intérêt telles que des objets ou des personnages. L'évolution de cette courbe dynamique, communément appelé *contour actif*, est régie par une équation aux dérivées partielles de propagation.

Nous reformulons le problème sous une forme variationnelle et nous considérons l'équation de propagation, issue de la dérivation de l'énergie définie comme fonction du contour actif. Cette énergie doit être choisie de sorte que son minimum est atteint lorsque le contour délimite les objets que l'on souhaite segmenter.

Ainsi la définition de cette énergie, ou fonctionnelle, constitue une étape fondamentale dans le processus de segmentation par contours actifs. Elle consiste à exprimer sous forme objective les caractéristiques discriminantes des régions d'intérêt.

On détermine ainsi une énergie, ou critère, formée de termes décrivant la région extérieure à l'objet (souvent appelée le « fond »), l'objet (appelée région intérieure par opposition à la première), et le contour de l'objet.

Ces termes s'expriment sous forme d'intégrales définies sur les régions, intérieures et extérieure au contour, et sur le contour.

## 1.2 Contours actifs basés contour et basés régions

Les premières énergies, qui furent introduites par Kass et al. [60], ne s'attachaient qu'à caractériser les contours des objets à segmenter par des intégrales de contour. Caselles et al. [16] proposèrent les contours actifs géodésiques<sup>1</sup> comme amélioration des premiers modèles de contours actifs. Dans ce cas, la minimisation de la fonctionnelle est considérée comme la minimisation de la longueur du contour dans une métrique Riemannienne dépendant des caractéristiques de l'image. En effet une intégrale de contour, peut être vue comme une reformulation de la longueur Euclidienne du contour exprimée dans une métrique définie par l'intégrande.

D'autres approches contour ont consisté à introduire directement une équation de propagation sans lien avec une quelconque énergie. Caselles et al. [14] ont ainsi introduit les contours actifs géométriques.

Cohen et al. [25] et Ronfard et al. [87] effectuèrent les premiers travaux impliquant des contours actifs basés régions. Les premiers ont proposé une méthode de reconstruction de surface utilisant des contours actifs, le second a proposé, pour la première fois, que la force d'évolution appliquée au contour actif devait être proportionnelle à la différence des caractéristiques de la région des objets et de celles de la région du fond.

Chakraborty et al. [17] combinèrent ensuite, dans la même fonctionnelle, des termes de contour et des termes de régions pour la segmentation d'images médicales.

Chesnaud et al. [23], Chan et al. [19], Zhu et al. [108], Paragios et al. [77] et Debreuve et al. [33, 34] introduisirent, dans la fonctionnelle, des caractéristiques statistiques de chacune des régions pour la segmentation des images et des vidéos.

Jehan-Besson et al. [56, 59] proposèrent une méthode de minimisation de la fonctionnelle basée sur une approche de dérivation par rapport à un domaine qui autorise les termes basés régions (c'est-à-dire les intégrales sur les régions) à contenir des fonctions dépendant de caractéristiques de ces mêmes régions.

C'est dans ce cadre de travail que Gastaud et al. [42] ajoutèrent une contrainte géométrique aux descripteurs des régions. Cette méthode est fondée sur une approche variationnelle alors que les travaux précédents de Cremers et al. [28] faisant intervenir des contraintes géométriques avaient été basés sur des méthodes probabilistes et ceux de Chen et al. [22] sur des contraintes de déformations paramétriques (affine).

Gastaud et al. [42] introduisirent les contraintes géométriques par déformation dite de forme libre.

Nous allons maintenant détailler un peu plus l'expression de l'énergie et la méthode de minimisation de celle-ci.

---

<sup>1</sup>Une courbe géodésique est un chemin de distance minimale, dans une métrique adaptée, entre des points donnés.

### 1.3 Énergie d'un contour actif basé régions

Commençons par définir un critère général de segmentation de séquences vidéo.

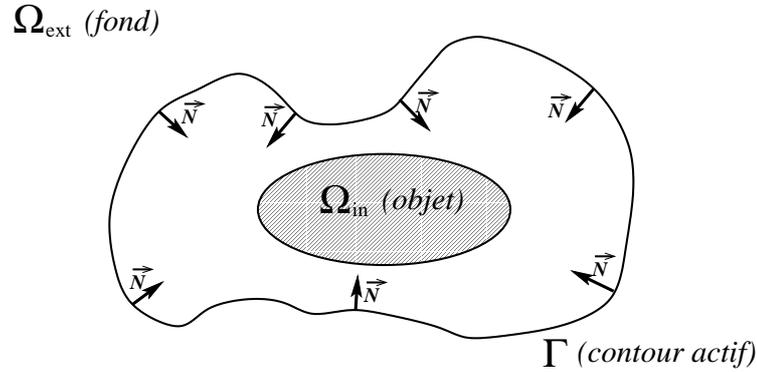


FIG. 1.1 : Définition des domaines qui composent l'image

Pour chaque image de la séquence, nous cherchons à déterminer la région du fond  $\Omega_{\text{ext}}$  et la région contenant les objets  $\Omega_{\text{in}}$ . Ces deux régions ont pour frontière commune le contour  $\Gamma$  (FIG. 1.1). Le critère inclut donc des termes basés régions et des termes basés contour :

$$\begin{aligned}
 J(\Omega_{\text{ext}}, \Omega_{\text{in}}, \Gamma) &= \underbrace{\int_{\Omega_{\text{ext}}} k_{\text{ext}}(\Omega_{\text{ext}}) d\sigma + \int_{\Omega_{\text{in}}} k_{\text{in}}(\Omega_{\text{in}}) d\sigma}_{\text{termes basés régions}} \\
 &+ \underbrace{\int_{\Gamma} \beta ds}_{\text{terme basé contour}} \quad (1.1)
 \end{aligned}$$

Dans ce critère,  $k_{\text{ext}}$  est un descripteur d'homogénéité du domaine inconnu définissant le fond  $\Omega_{\text{ext}}$ , et  $k_{\text{in}}$  est un descripteur du domaine inconnu définissant les objets  $\Omega_{\text{in}}$ .  $\beta$  représente une fonction de régularisation du contour par rapport aux deux termes de régions.

Nous voulons pouvoir considérer des descripteurs d'homogénéité faisant intervenir les caractéristiques des régions (pour  $k_{\text{in}}$  comme pour  $k_{\text{ext}}$ ) telles que la variance, la moyenne ou l'histogramme de la région. De nombreux descripteurs, tant paramétriques (variance, moyenne...) que non paramétriques (histogramme, entropie décrite par Jehan-Besson et al. [59], Kim et al. [61] ou encore Herbulot et al. [46]), sont donc globalement liés à la région  $\Omega_{\text{ext,in}}$  (Chesnaud et al. [23]).

La dérivation de critères comportant des descripteurs dépendant de la région n'est pas aisée. Jehan-Besson et al. [5] ont proposés une méthode générale pour effectuer le calcul.

Dans l'approche variationnelle eulérienne<sup>2</sup> proposée par Jehan-Besson et al. [59] pour la segmentation par contours actifs basés régions, les auteurs introduisent la méthode des gradients de forme pour dériver le critère.

Les régions deviennent continuellement dépendantes du paramètre d'évolution  $\tau$ .

Le critère  $J(\Omega_{\text{ext}}(\tau), \Omega_{\text{in}}(\tau), \Gamma(\tau))$  est alors noté  $J(\tau)$ .

Le calcul de la dérivée eulérienne a été alors exprimé sous la forme suivante par Jehan-Besson et al. [58] :

$$\begin{aligned}
 J'(\tau) = & \underbrace{\int_{\Gamma(\tau)} (k_{\text{ext}} - k_{\text{in}})(v \cdot \mathbf{N}) ds}_{(a)} + \underbrace{\int_{\Gamma(\tau)} (-\beta \cdot \kappa + \nabla \beta \cdot \mathbf{N})(v \cdot \mathbf{N}) ds}_{(b)} \\
 & + \underbrace{\int_{\Omega_{\text{ext}}(\tau)} \frac{\partial k_{\text{ext}}}{\partial \tau} d\sigma + \int_{\Omega_{\text{in}}(\tau)} \frac{\partial k_{\text{in}}}{\partial \tau} d\sigma}_{(c)} \quad (1.2)
 \end{aligned}$$

où  $\kappa$  est la courbure du contour,  $v$  est la vitesse de propagation de  $\Gamma(\tau)$  et  $\mathbf{N}$  représente le vecteur normal unitaire intérieur au contour  $\Gamma(\tau)$ .

Le terme (a) provient de la variation de la région elle-même et le terme classique (b) provient, quant à lui, de la dérivation, présentée par Caselles et al. [16], du terme de régularisation sur le contour dans le critère (1.1).

Les termes (c) représentent la variation des descripteurs avec la région. Ainsi, ces termes sont nuls dans le cas de descripteurs indépendant de la région. En revanche, dans le cas de descripteurs dépendant de la région, ils sont particulièrement importants pour une segmentation précise et robuste. De nombreux exemples, les calculs complets, ainsi que les démonstrations de ces résultats, sont détaillés dans plusieurs articles de Jehan-Besson et al. [56, 58, 59].

La dérivation du critère définit la vitesse d'évolution du contour actif. L'EDP de propagation associée fera décroître le critère d'énergie vers un minimum en utilisant la méthode de la plus grande pente.

## 1.4 Vitesse d'évolution

Le contour actif  $\Gamma(\tau)$  évolue depuis une position initiale  $\Gamma(0)$  vers l'objet avec une vitesse  $v$  dans la direction de  $\mathbf{N}$ , le vecteur normal unitaire intérieur au contour :

$$\begin{cases} \frac{\partial \Gamma(\tau)}{\partial \tau} = v \mathbf{N} \\ \Gamma(0) = \Gamma_0 \end{cases} \quad (1.3)$$

<sup>2</sup>Principalement, deux conceptions s'opposent pour la modélisation des contours actifs. La première, qualifiée de formulation lagrangienne, représente les contours actifs de manière explicite (ces contours sont le plus souvent paramétriques). La seconde, qualifiée de formulation eulérienne, représente les contours de manière implicite.

L'expression de la vitesse est déduite de la dérivée (1.2) :

$$v = \mathbf{A} + k_{\text{in}} - k_{\text{ext}} + \beta\kappa \quad (1.4)$$

Dans la suite du document,  $\beta$  est toujours la fonction constante, elle représente le poids de la régularisation par rapport aux autres termes.

Le terme  $\mathbf{A}$ , qui représente les termes globaux issus du terme (c) dans (1.2), est détaillé dans la section suivante, ainsi que l'expression de la vitesse  $v$  au travers de trois exemples d'application : la segmentation de régions homogènes en luminance, en couleur, et la segmentation d'objets en mouvement.

## 1.5 Exemples d'énergies

Nous présentons, dans ce paragraphe, trois exemples de critères d'énergie que nous implémentons par la suite pour réaliser les expérimentations de nos modèles paramétriques de contour actif.

### 1.5.1 Critère décrivant les régions homogènes par des modèles statistiques paramétriques

Le premier exemple concerne la segmentation des régions homogènes en luminance dans des images en niveaux de gris. Nous considérons la fonctionnelle (1.1) où  $k_{\text{ext}}$  et  $k_{\text{in}}$  sont des descripteurs de l'homogénéité des régions, extérieure et intérieure, au contour. L'homogénéité d'une région est caractérisée par une fonction,  $\Phi(r)$ , positive et  $C^1(\mathbb{R})$ , de la variance de l'intensité de l'image.  $\sigma_{\text{ext}}^2$  et  $\mu_{\text{ext}}$  représentent respectivement la variance et la moyenne de la région  $\Omega_{\text{ext}}(\tau)$ , tandis que  $\sigma_{\text{in}}^2$  et  $\mu_{\text{in}}$  représentent respectivement la variance et la moyenne de la région  $\Omega_{\text{in}}(\tau)$ .

Le critère à minimiser est donc :

$$J(\Omega_{\text{ext}}, \Omega_{\text{in}}, \Gamma) = \int_{\Omega_{\text{ext}}} \Phi(\sigma_{\text{ext}}^2) d\sigma + \int_{\Omega_{\text{in}}} \Phi(\sigma_{\text{in}}^2) d\sigma + \int_{\Gamma} \beta ds \quad (1.5)$$

Le poids de régularisation  $\beta$  est une constante positive.

En utilisant (1.2), nous en déduisons que la dérivée eulérienne de la fonctionnelle  $J$ , par rapport à  $\tau$ , est :

$$J'(\tau) = - \int_{\Gamma(\tau)} \left[ \Phi(\sigma_{\text{in}}^2) - \Phi(\sigma_{\text{ext}}^2) + \beta\kappa \right. \\ \left. + \Phi'(\sigma_{\text{in}}^2) [(I - \mu_{\text{in}})^2 - \sigma_{\text{in}}^2] \right. \\ \left. - \Phi'(\sigma_{\text{ext}}^2) [(I - \mu_{\text{ext}})^2 - \sigma_{\text{ext}}^2] \right] (v \cdot \mathbf{N}) ds \quad (1.6)$$

$\kappa$  représente la courbure du contour,  $\beta$  est une constante positive et on prend  $\Phi(r) = \log(1 + r^2)$  pour que le terme global  $\Phi(\sigma_{\text{in}}^2) - \Phi(\sigma_{\text{ext}}^2)$  soit prépondérant sur les

termes locaux lorsque la variance est élevée.

Le lecteur pourra trouver plus de détails et les preuves dans l'article de Jehan-Besson et al. [58]. De façon à trouver un extremum local du critère (1.5), en suivant la méthode proposée par les auteurs, nous faisons évoluer une courbe en utilisant une méthode de descente de plus grande pente. Ainsi, nous obtenons l'équation d'évolution suivante :

$$\frac{\partial \Gamma(\tau)}{\partial \tau} = v.N$$

Et nous en déduisons donc que l'expression (1.4) de la vitesse  $v$  est donnée par :

$$v = \Phi(\sigma_{\text{in}}^2) - \Phi(\sigma_{\text{ext}}^2) + \beta\kappa + \Phi'(\sigma_{\text{in}}^2) [(I - \mu_{\text{in}})^2 - \sigma_{\text{in}}^2] - \Phi'(\sigma_{\text{ext}}^2) [(I - \mu_{\text{ext}})^2 - \sigma_{\text{ext}}^2] \quad (1.7)$$

Cette vitesse fait évoluer le contour actif vers le minimum du critère d'énergie (1.5). Ainsi la compétition entre la région intérieure au contour  $\Omega_{\text{in}}(\tau)$  et la région extérieure  $\Omega_{\text{ext}}(\tau)$  tend à accroître l'homogénéité, de luminance, de chacune des régions.

Jehan-Besson et al., dans [58, 59], ont étendu ces modèles statistiques paramétriques aux images couleurs en reliant l'homogénéité dans une image en couleur au déterminant de la matrice de covariance des différentes composantes couleur, ceci si l'on fait l'hypothèse que l'intensité des pixels suit une distribution gaussienne dans chacune des régions.

## 1.5.2 Critère décrivant les régions homogènes par modèles statistiques non paramétriques

Yezzi et al. [61] et Herbulot et al. [46] se sont affranchis de toute hypothèse sur la nature de la distribution de l'intensité, en étendant le cadre de travail précédent au cas, plus général, des descripteurs de l'entropie sans a priori sur la distribution de l'intensité des pixels dans les régions d'intérêt.

Un exemple d'application des régions homogènes en couleur comme régions d'intérêt est la détection de visage dans une séquence vidéo.

Considérons que les images sont définies dans l'espace de couleur  $RGB$ . Ce choix est arbitraire et n'importe quel autre espace de couleur pourrait être utilisés sans réduire la généralité des définitions et des développements qui suivent.

Définissons alors la distribution de probabilités conjointes

$$q(I_R(x), I_G(x), I_B(x), x \in \Omega)$$

ainsi que l'entropie conjointe (des 3 composantes de l'image) sur le domaine  $\Omega$  :

$$H_{RGB}(\Omega) = - \int_{\Omega} q(I_R(x), I_G(x), I_B(x), x \in \Omega) \ln q(I_R(x), I_G(x), I_B(x), x \in \Omega) dx \quad (1.8)$$

La segmentation des régions homogènes dans une séquence vidéo couleur est obtenue en réalisant une compétition de régions entre le fond de la scène  $\Omega_{ext}$  et l'objet  $\Omega_{in}$ . Cette compétition minimise le critère d'énergie suivant :

$$J(\Omega_{in}, \Omega_{ext}, \Gamma) = H_{RGB}(\Omega_{in}) + H_{RGB}(\Omega_{ext}) + \int_{\Gamma} \beta ds \quad (1.9)$$

Par conséquent, en appliquant la méthode DREAM<sup>2</sup>S, de Jehan-Besson et al. [59], au critère précédent (1.9), l'équation d'évolution, basée sur les distributions de probabilités conjointes, présentée par Herbulot et al. [46, 47], est définie, en un point  $\tilde{x}$  du contour actif du point de vue de la région  $\Omega$  ( $\tilde{x}/\Omega$ ) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Gamma}{\partial \tau}(\tilde{x}/\Omega) = & \left[ -q(I_R(\tilde{x}), I_G(\tilde{x}), I_B(\tilde{x}), \Omega) \left( \ln q(I_R(\tilde{x}), I_G(\tilde{x}), I_B(\tilde{x}), \Omega) + 1 \right) \right. \\ & - \frac{1}{|\Omega|} \left( H_{RGB}(\Omega) - 1 + \int_{\Omega} K(I_R(x) - I_R(\tilde{x}), I_G(x) - I_G(\tilde{x}), I_B(x) - I_B(\tilde{x})) \right. \\ & \left. \left. \ln q(I_R(x), I_G(x), I_B(x), \Omega) dx \right) \right] \mathbf{N} \quad (1.10) \end{aligned}$$

où

$$K(x, y, z) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp -\frac{x^2 + y^2 + z^2}{2\sigma^2} \quad (1.11)$$

est le noyau Gaussien impliqué dans la méthode de fenêtre de Parzen.

L'équation précédente définit la force de propagation en un point  $\tilde{x}$  du contour du point de vue de la région de l'image  $\Omega$ . L'expression générale de la force d'évolution, prenant en compte toutes les régions définies par le contour actif, s'écrit donc :

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \tau}(\tilde{x}) = \frac{\partial \Gamma}{\partial \tau}(\tilde{x}/\Omega_{in}) - \frac{\partial \Gamma}{\partial \tau}(\tilde{x}/\Omega_{ext}) + \beta \kappa(\tilde{x}) \mathbf{N}(\tilde{x})$$

Puisqu'aucune hypothèse n'est faite sur les propriétés des distributions de probabilité des différentes composantes de l'image, la propagation du contour actif est basée sur l'analyse de l'évolution des histogrammes pour chacune de ces composantes. Cependant, bien que l'évaluation de ces histogrammes soit robuste au bruit dans l'image, l'évolution du contour est, elle, très sensible à ce bruit. Une fois encore, rendre le modèle, de contour actif, robuste aux données bruitées va constituer une de nos préoccupations principales.

### 1.5.3 Critère de segmentation d'objets en mouvement

Le troisième exemple concerne la segmentation d'objets en mouvement dans des séquences vidéo. Cette segmentation repose sur la détection du mouvement des objets présents dans la scène. Pour cela, nous considérons la fonctionnelle (1.1) dans laquelle  $k_{in}$  et  $k_{ext}$  représentent respectivement un descripteur des objets en mouvement et un descripteur du fond. Chacun de ces descripteurs doit prendre en compte le mouvement de la caméra dans la séquence. Nous considérons que le

mouvement de caméra peut être raisonnablement modélisé à partir d'un modèle affine à 6-paramètres. Ces 6 paramètres sont évalués par une estimation robuste des vecteurs mouvement, présentée par Charbonnier et al. [20]. Le champ de vecteurs mouvement est, quant à lui, calculé grâce à un algorithme classique de « mise en correspondance de blocs » entre les images  $I_n$  et  $I_{n-1}$ , détaillé par Jehan-Besson et al. [57]. Ainsi le critère que l'on doit minimiser est :

$$J(\Omega_{\text{ext}}, \Omega_{\text{in}}, \Gamma) = \int_{\Omega_{\text{ext}}} |I_n(\sigma) - \text{Proj}(I_{n-1}(\sigma))| d\sigma + \int_{\Omega_{\text{in}}} \alpha d\sigma + \int_{\Gamma} \beta ds \quad (1.12)$$

où  $\beta$  et  $\alpha$  représentent deux constantes positives et  $\text{Proj}(I_{n-1}(\sigma))$  est la projection, par la transformation affine, de l'image  $I_{n-1}$  dans le référentiel de l'image  $I_n$  afin de compenser le mouvement de la caméra.

Les descripteurs sont tous les deux indépendants des variations des régions qu'ils décrivent. Ainsi le terme global dans la différenciation (1.2) du critère disparaît et l'équation de la vitesse (1.4) se réduit à :

$$v = \alpha - |I_n(\sigma) - \text{Proj}(I_{n-1}(\sigma))| + \beta \kappa \quad (1.13)$$

Il faut cependant remarquer que le descripteur du fond  $k_{\text{ext}} = |I_n - \text{Proj}(I_{n-1})|$  est un gradient temporel. C'est donc un terme, défini localement, sensible au bruit présent dans les données. Il est donc intéressant que le modèle du contour actif paramétrique soit robuste dans le cas des données bruitées. D'autres modèles de segmentation des objets en mouvement dans une séquence vidéo ont été proposés, voir Mansouri et Konrad [70]

La segmentation par contours actifs basés régions est une méthode de segmentation particulièrement efficace. Les résultats des différents travaux réalisés dans ce domaine le prouvent. Cette approche représente d'ailleurs une solution de prédilection, depuis plusieurs années, dans les travaux sur le problème de la segmentation. Cependant la modélisation du contour actif tient pour une part importante dans les performances et les possibilités d'adaptation de la méthode de segmentation.

# Chapitre 2

## Modélisation du contour actif

Si la définition de l'énergie constitue une étape fondamentale des méthodes de segmentation par contours actifs, la conception du modèle de contour représente, elle aussi, un enjeu majeur quant à la précision, la rapidité et la stabilité de la méthode.

Ce chapitre présente un état de l'art succinct des modèles de contour actif. Nous concentrerons notre attention sur les approches qui ont orienté nos choix quant à la conception des deux modèles de contours actifs paramétriques présentés dans ce manuscrit.

La difficulté des méthodes de segmentation par recherche de contour, présentées dans le chapitre précédent, est que l'on ne sait pas intégrer l'EDP de propagation

$$\begin{cases} \frac{\partial \Gamma(\tau)}{\partial \tau} = v\mathbf{N} \\ \Gamma(0) = \Gamma_0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Les différentes approches proposées ont été fondées sur la propagation itérative d'un contour dynamique, ou contour actif. Cependant, comme le précise G.Sapiro dans son livre [89], de nombreux problèmes se posent lors de l'implémentation, par contour actif, des EDPs de propagation. La modélisation du contour doit apporter stabilité et précision. Ainsi, une simple approximation lagrangienne de l'équation d'évolution nécessite un pas très petit pour être stable, comme l'ont montré Sethian et al. [92].

Principalement, deux conceptions s'opposent pour la modélisation des contours actifs. La première, qualifiée de formulation lagrangienne, représente des contours actifs de manière explicite (ces contours sont le plus souvent paramétriques). La seconde, qualifiée de formulation eulérienne, représente les contours de manière implicite. Elles font chacune l'objet des deux sections qui suivent.

### 2.1 Approche implicite

Nombre des méthodes de segmentation par contours actifs, présentées dans le chapitre précédent, sont fondées sur une modélisation implicite du contour. Parmi les approches implicites, l'approche utilisant les ensembles de niveaux proposée

par Osher et al. [76] représente une méthode classique d'implémentation de la segmentation par contour actif. Son principal avantage est de permettre une gestion intrinsèque des changements de topologie.

En effet, le principe de la méthode de Osher et al. [76] consiste à considérer le contour actif comme le niveau 0 d'une fonction,  $y = U(x, \tau)$  de dimension supérieure. Des variations continues, mais inhomogènes, de  $U$  ( $U(x, \tau + d\tau) = U(x, \tau) + d\tau.v(x, \tau)$  où  $v$  est la vitesse de propagation) produisent l'évolution du contour actif qui peut changer subitement de topologie alors que celle de  $U$  reste la même.

Un choix classique pour cette fonction  $U$  est de l'identifier à la fonction distance signée au contour  $\Gamma$  (la fonction distance  $U$  vérifie  $|\nabla U| = 1$ , presque partout).

La méthode des ensembles de niveaux, proposée par Osher et Sethian [93], présente de nombreux avantages :

- La courbe  $\Gamma$  peut se diviser ou fusionner au cours de l'évolution de  $U$ . Les changements de topologie sont ainsi gérés automatiquement.
- Les résultats obtenus sont très précis.
- Les propriétés géométriques du contour actif, courbe de niveau 0 de  $U$ , comme la courbure ou le vecteur normal peuvent être estimées à partir de la fonction  $U$ .
- La formulation peut être aisément étendue à des dimensions plus élevées pour la segmentation de volumes, par exemple.

Les premiers travaux en analyse d'images utilisant cette approche ont été réalisés par Caselles et al. [15, 16, 14], puis par Malladi et al. [68, 69].

Le lecteur souhaitant obtenir plus de détails sur la méthode des ensembles de niveaux, qui n'est présentée que très succinctement ici, pourra considérer la lecture des premiers chapitres de la thèse de Stéphanie Jehan-Besson [53] qui présente dans le détail les méthodes de segmentation par contours actifs et leur implémentation par les ensembles de niveaux.

Cependant, le contour considéré comme la courbe de niveau 0 est défini par un ensemble de points agglomérés les uns aux autres. Cet ensemble ne possède pas de structure intrinsèque de contour. En particulier, il n'est pas trivial de convertir ce « contour » en un contour géométrique orienté.

De plus, cette méthode par ensemble de niveaux conduit au traitement d'un trop grand nombre de données pour permettre de proposer une solution en temps réel pour la segmentation, et cela malgré la mise en oeuvre de techniques réduisant considérablement la quantité des données, comme la méthode de la bande étroite (ou Narrowband en anglais) introduite par Chopp [29], puis par Malladi et al. [69] et Sethian et al. [93].

Ceci nous a incités à considérer les méthodes explicites comme une solution plus adaptée pour la conception d'un modèle de contour actif rapide.

Les modèles paramétriques de contours actifs répondant au seul critère de pro-

poser une structure suffisamment légère pour réduire de façon significative les temps de calcul sont nombreux. Cependant, les propriétés que nous avons définies, quant à la régularité et à la structure du modèle de contour actif paramétrique, éliminent une bonne partie de ces candidats. Dans la section suivante, nous nous limiterons donc à la présentation des modèles paramétriques de contour les plus couramment utilisés, dans les algorithmes de segmentation, et qui répondent, au moins en partie, à nos exigences de conception.

## 2.2 Approche explicite

Parmi les modèles paramétriques de contour actif, on peut considérer que les « Snakes » représentent le premier exemple de structure de contour actif dont les propriétés intrinsèques sont choisies et/ou modifiées pour améliorer la minimisation de l'énergie.

Ce modèle de courbes élastiques, introduit par Kass et al. [60], a pour propriété de se positionner autour des objets que l'on cherche dans l'image en minimisant une énergie potentielle par la dissipation de l'énergie cinétique du contour actif. Les courbes *snakes* utilisées par Kass sont définies comme des courbes polygonales soumises à différentes forces issues des énergies suivantes :

- $E_{potentielle}$  : l'énergie potentielle du contour.
- $E_{int}$  : l'énergie interne du contour formée par la tension et la torsion entre les points définissant la courbe.
- $E_{ext}$  : l'énergie des forces externes caractérisées chez Kass par des forces de répulsion et des forces d'attraction.

L'idée proposée par les *snakes* est séduisante, mais comme l'ont fait remarquer Leymarie et Levine [66], l'initialisation des différentes énergies internes (tension, torsion) d'un *snake* est un problème qui nécessite une solution adaptée à chaque problème de segmentation. Par ailleurs, le problème principal des contours actifs réside dans leur initialisation. En effet, si un contour actif est initialisé dans une zone où l'énergie potentielle  $E_{potentielle}$  qu'il doit minimiser ne varie pas, ce contour risque de ne jamais converger vers un minimum d'énergie potentielle et sera uniquement soumis à son énergie interne.

Ce type de modèle nécessite donc une initialisation à proximité immédiate des objets recherchés. Le modèle *snakes*, proposé par Kass et al. [60], peut être classé parmi les approches *contour* en ce sens que l'information utilisée est exclusivement une information *contour*. Les méthodes de segmentation basées régions s'affranchissent un peu plus de ces contraintes. En effet, l'évolution de la courbe élastique n'est plus directement reliée à des informations de contour dans l'image mais à des informations sur les régions que le contour définit (région intérieure au contour, région extérieure au contour et information le long du contour lui-même). Ainsi, l'initialisation de la propagation est plus robuste à la présence ou non d'information de contour à proximité de la courbe initiale.

De nombreux travaux, issus de la méthode proposée par Kass et al. [60], se sont orientés vers la modification du modèle *snakes* afin de contourner ces difficul-

tés. Par exemple, Neuenschwander et al. [101] ont tenté de résoudre les problèmes d'initialisation du contour en proposant les « Ziplock Snakes » (*i.e. Snakes fermeture éclair*), qui sont des courbes ouvertes dont la convergence s'opère à partir des extrémités vers le centre de la courbe et non plus globalement sur tous les points de la courbe en même temps. Auquel cas, seuls les points extrêmes du *snake* doivent se trouver à proximité immédiate de l'objet recherché. Ce modèle de contour a, par la suite, été amélioré et étendu encore récemment par Wang et al. [103].

D'autres approches, fondées elles aussi sur un modèle de contour polygonal, mais implémentant des méthodes de segmentation basées régions, ont montré l'efficacité d'une vision plus globale de l'information présente dans l'image, en particulier, dans des situations pour lesquelles il est difficile d'extraire les contours de l'objet. Plusieurs de ces approches basées régions, dont notamment Ronfard et al. [87] et Chesnaud et al. [23], introduisent les informations statistiques des régions d'intérêt de l'image pour propager le contour actif polygonal. Ces modèles polygonaux de contours actifs basés régions offrent une solution rapide pour la segmentation. Ces travaux ont été poursuivis par Ruch et al. [88] pour proposer une méthode permettant d'estimer automatiquement le nombre de points optimal définissant le contour actif polygonal.

Parallèlement, d'autres équipes de recherche ont proposé d'autres solutions aux problèmes posés par les *snakes*. Menet et al., les premiers, dans [74] ont introduit les « B-snakes » en étendant le modèle polygonal des *snakes*, à une structure de contour utilisant les fonctions de B-spline. Les propriétés de régularité de telles courbes permettaient de s'affranchir des problèmes liés à l'évaluation des grandeurs géométriques du contour actif. En effet, la formulation paramétrique de la courbe fournit, de façon immédiate, les expressions analytiques de ces grandeurs et en permet un calcul exact pour une complexité inférieure, comme l'ont exposé Precioso et al. dans [81].

Menet et al. ont utilisé ces *B-snakes* pour la détection de bâtiments dans les images aériennes. La flexibilité, la simplicité de modélisation et les bonnes propriétés de régularité de ces courbes ont rapidement entraîné un intérêt croissant pour ces contours, et ce, dans de nombreux domaines d'applications du traitement d'images, par exemple dans les travaux de Blake et al. [8] ou encore de Guézic et al. [45]. Cohen et al. [26, 25] ont proposés plusieurs améliorations, en particulier l'introduction d'une force ballon dans la propagation du contour actif, applicables à ce modèle de courbe.

Plusieurs travaux, dont ceux de Leitner et al. [65], ont par la suite étendu les fonctionnalités des contours *B-snakes* en définissant des contours déformables qui puissent changer de topologie. Robert et al. [86] ont combiné les résultats de segmentation dans plusieurs plans d'une même séquence vidéo (par projection dans un même plan) avec des informations 3D pour la stéréo-vision.

Plus récemment, une importante partie des travaux de Jacob, Blu, Unser et al. [100, 99, 11, 52, 98, 51], concernant les contours actifs, a été consacrée à l'approfondissement des connaissances des fonctions splines qui a découlé, en particulier, sur l'élaboration de modèles de contours actifs exploitant les propriétés intrinsèques

de ces courbes.

Nous nous sommes intéressés, au début de nos travaux, à différentes méthodes paramétriques de modélisation de contour. Nous avons ainsi étudié l'interpolation par courbes de Bézier, puis l'interpolation par Catmull-Rom spline [35]. Cette dernière modélisation de contour est utilisée dans les travaux de deRose et al. [6].

Une courbe de Bézier cubique, interpole deux points de donnés  $P_k$ , mais possède 4 points de contrôle  $Q_k$ . Les deux points de contrôle aux extrémités du segment de Bézier, sont confondus avec les points de donnés. Comme le montre la figure 2.1, les tangentes aux points interpolés  $P_k$  sont définies par les positions des points de contrôle intermédiaires. Les contraintes sur la continuité de la courbe, en particu-

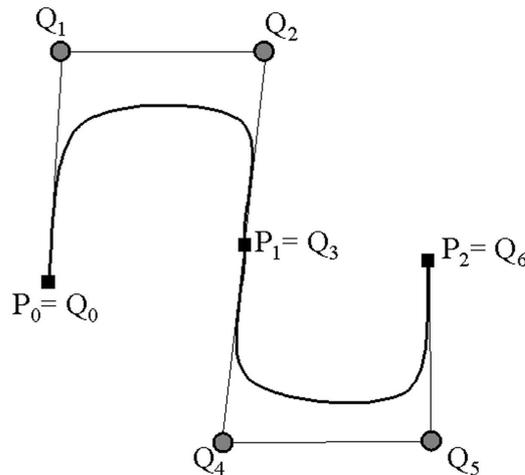


FIG. 2.1 : Définition de 2 segments de courbe de Bézier cubique, interpolant 3 points de données  $P_0, P_1$  et  $P_2$

lier aux points d'échantillonnage, imposent des contraintes trop importantes sur les points de contrôle pour que nous retenions cette famille de courbe dans la conception de notre modèle de contour. En effet, on peut maintenir une continuité  $C^k$  d'une courbe de Bézier et ce pour un ordre  $k$  quelconque. Cependant, plus l'ordre de régularité est grand plus les contraintes sur les points de contrôle sont importantes. Ces contraintes rendent le déplacement des points de contrôle du contour actif modélisé par des courbes de Bézier, et donc son évolution vers un minimum de l'énergie, difficile à implémenter.

Les splines Catmull-Rom ont l'avantage, par rapport aux courbes de Bézier, que leurs points de contrôle sont aussi leurs points d'interpolation (nous détaillons la construction de ces courbes et nous donnons leurs principales propriétés dans l'annexe A). Nous n'avons donc pas à considérer, à traiter, deux ensembles de points, mais un seul.

La figure 2.2 illustre le fait que, pour ce type de spline, les points d'échantillonnage et les points de contrôle sont les mêmes points : la courbe interpole les sommets de son polygone de contrôle (nous détaillons les méthodes de construction de cette famille de courbe et donnons quelques propriétés dans l'annexe A).

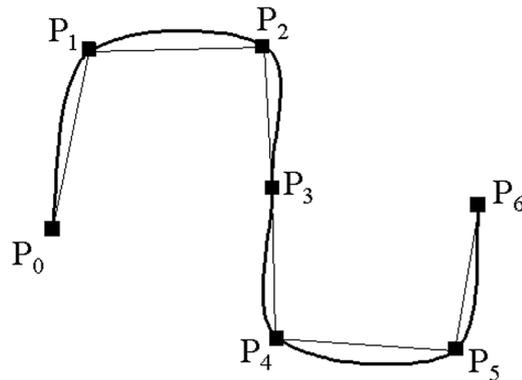


FIG. 2.2 : Définition de 6 segments de spline Catmull-Rom cubique, définissant la même courbe que dans la figure concernant les courbes de Bézier

Cependant, les Catmull-Rom splines ne possèdent qu'une continuité  $C^1$  aux points d'interpolation car la dérivée seconde est linéairement interpolée en ces points. Des grandeurs géométriques, telles que la courbure, ne peuvent donc pas être définies analytiquement en tout point de la courbe car celle-ci n'est pas  $C^2$ .

Les courbes splines fondées sur les fonctions B-splines correspondent aux critères que nous avons définis. Au contraire des courbes de Bézier, les points de contrôle d'une courbe B-spline peuvent être déplacés arbitrairement sans contrainte et tout en maintenant les mêmes propriétés de continuité. La régularité des courbes B-spline est d'ailleurs  $C^2$  en tout point et en particulier aux points d'échantillonnage du contour. Ce sont les raisons principales pour lesquelles nous nous sommes orientés vers l'interpolation spline par fonction B-spline cubique pour modéliser notre contour, en plus des nombreuses propriétés intéressantes de ces courbes que nous détaillons dans la partie suivante de ce document : invariance par transformation affine, contrôle local de la courbe, courbe d'interpolation minimisant la courbure, fonctions formant une partition de l'unité...

Dans la suite de ce document, nous présentons, les modèles paramétriques de contours actifs que nous avons élaborés avec l'objectif de proposer une méthode de segmentation basée régions exploitant les propriétés intrinsèques du modèle de contour.

# Deuxième partie

## Un modèle de contour actif paramétrique rapide et évolutif : l'interpolation par B-splines cubiques

---

**Objet :** Nous étudions l'élaboration de contour actif basé sur cette interpolation, ses propriétés les plus importantes, et les développements que nous avons apportés à ce modèle. Nous illustrons cette modélisation par des résultats en segmentation d'images ou de vidéos. Nous présentons enfin les conclusions tirées de l'élaboration de ce modèle et les nombreux développements qui pourraient être apportés.

d'un modèle de contour actif paramétrique rapide. Dans un premier temps, nous situons nos travaux en proposant un bref état de l'art sur les contours actifs paramétriques pour la segmentation d'images et de vidéos. Puis nous rappelons quelques définitions et propriétés, ainsi que le principe de l'interpolation, basée B-splines cubiques, d'une courbe. Nous proposons ensuite notre modèle

---



# Chapitre 1

## État de l'art

L'implémentation d'un contour actif par une courbe spline est une approche classique et l'on appelle, dans la littérature, *snake* un tel contour. Les *snakes*, en tant que spline minimisant une énergie, sont reconnus comme une approche performante et réellement utile dans des domaines tels que l'analyse d'imagerie médicale (Eviatar et al. [36], Klein et al. [62], Terzopoulos et al. [73] et Ranganath et al. [84]), le suivi de régions d'intérêt dans des séquences vidéo (Hoch et al. [49]), la reconnaissance d'objets 3D ou encore la mise en correspondance stéréo (Menet et al. [74] et Kass et al. [60]).

Les *snakes* ont été introduits, à l'origine, par Kass et al. [60]. Ces contours splines représentent le minimum d'une énergie atteint sous l'effet de forces extérieures et intérieures au contour. La force externe est définie par la caractérisation de la région d'intérêt que l'on veut extraire. Les forces intérieures sont elles déterminées seulement par la forme du contour et sont, le plus souvent, définies en termes de contraintes sur les dérivées première et seconde. Le *snake* propose une méthode élégante pour simuler une courbe déformable qui délimiterait dynamiquement les caractéristiques locales de l'image. Ce type de *snake* possède deux principales propriétés : un grand nombre de points de contrôle qui définissent la courbe ainsi qu'une formulation explicite de la contrainte de régularité. Cependant plusieurs problèmes ont été mis en lumière dans la littérature concernant ce modèle de contour actif :

- une vitesse de convergence dépendant du nombre de coefficients définissant la courbe paramétrique (nombre de coefficients qui peut être grand, comme par exemple avec les courbes de Bézier pour des contours complexes).
- la difficulté de déterminer les poids associés aux différentes contraintes de régularité.
- la description d'une courbe par un nombre fini de points.
- des dérivées plus ou moins précises le long de la courbe en fonction de la quantité de bruit présent dans les données.

Plusieurs solutions ont été proposées pour augmenter la stabilité du modèle *snake* et pour accroître la vitesse de convergence des algorithmes (Amini et al. [4], Lam et al. [64], Williams et al. [105] et Xu et al. [39]). Certains travaux se sont

basés sur des extensions ou des modifications du modèle *snake* comme l'introduction de la paramétrisation de Fourier (Scott et al. [91], l'application de contraintes de rigidité (Amini et al. [3]) ou encore l'incorporation au modèle d'une dynamique explicite (Terzopoulos et al. [97, 96]). Parmi toutes les méthodes alternatives, l'approche basée sur la représentation paramétrique par B-splines du contour actif devint prépondérante, car elle résout la plupart des problèmes du modèle *snake* classique. Cette approche, appelée « B-snake », fut tout d'abord introduite par (Menet et al. [74]) et (Cipolla et al. [24]), puis fut améliorée dans (Flickner et al [37], Liao et al. [67] et Wang et al. [102]. La formulation par B-spline du contour actif *snake* n'autorise pas seulement un contrôle local de la courbe en manipulant individuellement chaque point de contrôle, mais propose aussi une représentation compacte et possède surtout deux avantages majeurs par rapport au modèle *snake* classique : sa construction ne nécessite que peu de paramètres (le nombre de paramètres est égal à l'ordre de la spline  $- 1$ ) et sa régularité est intrinsèque à sa structure. Enfin, les dérivées sont définies en tout point de la courbe et ne dépendent que de l'ordre fixé pour la B-spline.

Mathews Jacob et Thierry Blu, dans leurs récents travaux [52, 51, 50], ont utilisé le modèle *B-snake* au travers de la méthode de Galerkin. Cette approche est basée sur le calcul de l'équation d'Euler dérivant du critère d'énergie. Il faut alors trouver la fonctionnelle, solution de cette équation aux dérivées partielles. Pour ce faire, on restreint la recherche de la solution à une famille de fonctions définies dans une certaine base : c'est la minimisation par la méthode de Galerkin. Dans le cas de la segmentation, le minimum du critère d'énergie définit les régions d'intérêt et l'équation d'Euler fournit l'équation de propagation du contour actif qui converge vers la solution.

M. Jacob et T. Blu [50] ont choisi la famille des fonctions splines comme ensemble de définition pour la fonction solution. Ceci induit que le contour doit conserver une structure de spline tout au long de l'évolution vers la convergence. À la différence des approches par contours actifs paramétriques classiques, on ne calcule plus la force d'évolution à partir d'informations décrivant les régions d'intérêt dans l'image et de la position du contour actif à l'étape précédente. Ce n'est plus une force, appliquée au contour, qui régit la propagation vers un minimum du critère d'énergie mais les variations des coefficients de la courbe spline qui font évoluer la structure même de la courbe pour atteindre ce minimum.

Les méthodes de segmentation et de tracking fondées sur un contour construit par une interpolation B-spline sont nombreuses. Mon souci est de citer ici, les articles qui ont guidé nos choix quant à la structure de notre modèle paramétrique.

Nous décrivons, dans le chapitre suivant, notre propre modèle de contour actif basé sur une représentation paramétrique par B-splines. Nous expliquons notre choix de ne considérer que des splines uniformes, en présentant les propriétés intrinsèques d'un tel modèle et les fonctionnalités que nous lui avons ajoutées pour en faire une solution de segmentation rapide et adaptable aux différentes applications.

## Chapitre 2

# Spline d'interpolation : Définition et propriétés

Nous rappelons, tout d'abord, le principe de l'interpolation par B-splines. Notre objectif est de construire une courbe paramétrique, qui soit  $C^2$  en tous ses points, et qui passe par une suite de points  $\{P_0, P_1, \dots, P_{n-1}\}$  donnés. Une solution pour la construction d'une telle courbe est l'interpolation par une spline cubique.

Pour cela nous allons interpoler cette suite de points par une série de  $n$  arcs de courbe de degré 3. Ces arcs sont définis à l'aide des fonctions B-splines cubiques, qui assurent une continuité  $C^2$ , et ce même aux points de jonction  $P$ .

### 2.1 Définition des splines cubiques d'interpolation

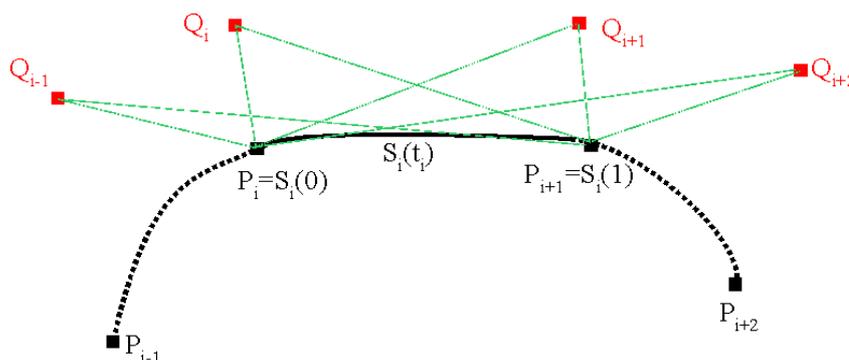


FIG. 2.1 : Schéma de la structure d'un segment de spline

Les courbes splines cubiques sont des courbes composites, constituées de l'assemblage de plusieurs arcs. Ce sont aussi des courbes paramétriques de degré fixe,  $S(t) = (x(t), y(t))$  où  $x(t)$  et  $y(t)$  sont des polynômes de même degré sur chacun des arcs. Dans notre modèle, le contour, interpolé par une cubique spline, est donc formé de  $n$  segments de courbe, paramétrés par  $t_0, t_1, \dots, t_{n-1}$ . Les valeurs  $t_k$ , que prend le paramètre de la courbe aux points  $P_k$ , sont appelées *noeuds*. Nous ne

considérons que des contours actifs fermés, ainsi nous définissons une *continuation périodique* de la suite des noeuds telle que  $t_n = t_0$ .

Sur chacun des  $n$  segments de courbe,  $t_k \leq t \leq t_{k+1}$ ,  $x(t)$  et  $y(t)$  sont des polynômes de degré 3 donc deux fois continûment dérivables. De plus, cette régularité de la courbe est préservée aux  $n$  points de jonction des segments, c'est-à-dire aux points d'interpolation  $P_k = S(t_k)$ .

Chaque segment  $t_k \leq t \leq t_{k+1}$  est exprimé sous la forme d'un polynôme de degré 3 (Bartels et al. [7]) :

$$S(t) = Q_{k-1}B_{k-2}^3(t) + Q_k B_{k-1}^3(t) + Q_{k+1}B_k^3(t) + Q_{k+2}B_{k+1}^3(t) \quad (2.1)$$

où les  $B_k^3(t)$  sont les fonctions B-spline cubiques non-uniformes ; les  $n$  paramètres du modèle sont les coefficients B-spline  $Q_k$ , appelés *points de contrôle*. Ces coefficients peuvent être déterminés en résolvant le système à  $n$  équations (nous ne considérons que des courbes fermées) qui met en relation les  $Q_k$  et les points  $S(t_k) = P_k$ .

Les fonctions B-spline cubiques,  $B_k^3(t)$ , sont des fonctions polynomiales de degré 3, définies par morceaux. On peut, dans le cas de l'interpolation de la suite de points  $\{P_0, P_1, \dots, P_{n-1}\}$ , en donner une construction simple basée sur la relation de récurrence, mise en évidence par C. de Boor [30], suivante :

$$\begin{aligned} B_k^0(t) &= \begin{cases} 1 & \text{si } t_k \leq t < t_{k+1} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, \\ B_k^1(t) &= \frac{t - t_k}{t_{k+1} - t_k} B_k^0(t) + \frac{t_{k+2} - t}{t_{k+2} - t_{k+1}} B_{k+1}^0(t), \\ B_k^2(t) &= \frac{t - t_k}{t_{k+2} - t_k} B_k^1(t) + \frac{t_{k+3} - t}{t_{k+3} - t_{k+1}} B_{k+1}^1(t), \\ B_k^3(t) &= \frac{t - t_k}{t_{k+3} - t_k} B_k^2(t) + \frac{t_{k+4} - t}{t_{k+4} - t_{k+1}} B_{k+1}^2(t). \end{aligned} \quad (2.2)$$

On remarque immédiatement que les fonctions B-splines, ainsi définies, dépendent des  $n$  valeurs,  $t_k$ , que prend le paramètre  $t$  de la courbe aux points d'échantillonnage  $P_k$ .

Pour calculer la courbe spline cubique  $S$  interpolant les points  $P_k$ , il nous faut donc déterminer les valeurs de son paramètre  $t$  en ces points. Or pour connaître les valeurs de son paramètre, il nous faudrait, bien sûr, connaître la courbe elle-même. Pour contourner ce problème, de nombreuses approches ont été proposées comme nous allons le voir dans le paragraphe suivant.

De plus, connaissant l'expression des fonctions B-splines cubiques, Nous pouvons maintenant expliciter la relation qui lie les  $n$  points de contrôle  $Q_k$  aux  $n$

points d'échantillonnage du contour  $P_k = S(t_k)$ , à partir de l'équation (2.1). Nous écrivons cette relation sous la forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \beta_0 & \gamma_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_0 \\ \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \alpha_{n-3} & \beta_{n-3} & \gamma_{n-3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{n-2} & \beta_{n-2} & \gamma_{n-2} \\ \gamma_{n-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{n-1} & \beta_{n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_0 \\ Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_{n-3} \\ Q_{n-2} \\ Q_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta_0 P_0 \\ \delta_1 P_1 \\ \delta_2 P_2 \\ \vdots \\ \delta_{n-3} P_{n-3} \\ \delta_{n-2} P_{n-2} \\ \delta_{n-2} P_{n-1} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

avec

$$\Delta_i = \Delta t_i, \quad \delta_i = \Delta_{i-1} + \Delta_i, \quad \alpha_i = \frac{\Delta_i^2}{\Delta_{i-2} + \Delta_{i-1} + \Delta_i},$$

$$\beta_i = \frac{\Delta_i (\Delta_{i-2} + \Delta_{i-1})}{\Delta_{i-2} + \Delta_{i-1} + \Delta_i} + \frac{\Delta_{i-1} (\Delta_i + \Delta_{i+1})}{\Delta_{i-1} + \Delta_i + \Delta_{i+1}}, \quad \gamma_i = \frac{\Delta_{i-1}^2}{\Delta_{i-1} + \Delta_i + \Delta_{i+1}}.$$

Pour calculer la courbe spline cubique  $S$  interpolant les points  $P_k$ , il nous faut donc déterminer ses coefficients  $Q_k$ . La matrice du système d'équations (2.3) étant creuse, à diagonale dominante, de nombreuses techniques permettent de résoudre ce système de façon efficace (sans forcément inverser la matrice). Le problème de l'évaluation des valeurs  $t_i$  du paramètre de la courbe  $t$  aux points d'échantillonnage  $P_k$  reste le même que pour le calcul des fonctions B-splines cubiques intervenant dans l'expression paramétrique de la spline cubique (2.1). Nous allons voir dans le paragraphe suivant que le choix, que nous avons fait pour la paramétrisation de la courbe, permet un calcul immédiat des fonctions B-splines cubiques et simplifie au maximum le système (2.3). Ce choix nous permet ainsi de détailler un algorithme rapide de construction de notre modèle de contour actif paramétrique.

## 2.2 Propriétés des splines cubiques d'interpolation

La grande précision de l'interpolation fournie par les splines cubiques et le très faible coût de calcul de leur implémentation en font une solution privilégiée au problème de l'interpolation de courbes, comme l'a montré l'étude des méthodes d'interpolation effectuée par Thévenaz et al. [98]. De plus, ces courbes ont plusieurs propriétés intéressantes que nous allons développer.

### 2.2.1 Régularité

Les splines cubiques sont des fonctions deux fois continûment dérivables, la courbe ainsi interpolée est  $C^2$ . Donc le vecteur normal qui apparaît dans l'expression de la force d'évolution ou encore la courbure issue de la pénalisation sur la longueur du contour, peuvent être calculés analytiquement, et donc exactement, en chaque point du contour, en particulier aux points d'échantillonnage.

### 2.2.2 Propriété fondamentale

Les courbes interpolées, par fonctions B-spline, possèdent une propriété de régularité, appelée *propriété fondamentale*. Elles minimisent le critère suivant :

$$\int_{\Gamma} \|\mathcal{C}''(t)\|^2 dt \quad (2.4)$$

sous la contrainte d'interpolation (I.J. Schoenberg [90]). Dans cette équation,  $\mathcal{C}(t) = (x(t), y(t))$  représente l'expression sous forme paramétrique de la courbe  $\Gamma$ , et  $\mathcal{C}''(t)$  la dérivée seconde de  $\mathcal{C}(t)$  par rapport à  $t$  ; Cette fonctionnelle est, en fait, très proche (du carré) de la courbure  $\kappa^2$  quand le paramètre  $t$  est proche de l'abscisse curviligne, comme démontré dans l'article de Jacob et al. [52].

Ceci permet de définir les splines, basées sur les fonctions B-splines, comme la solution, au problème de l'interpolation, qui minimise la courbure.

### 2.2.3 Support local minimal et partition de l'unité

Les B-splines (cubiques) sont des fonctions à *support local* :

$$B_k^3(t) \neq 0 \quad \text{seulement si} \quad t \in [t_{k-1}, t_{k+3}]$$

C'est-à-dire que sur chacun des intervalles  $[t_k, t_{k+1}]$ , il y a au plus 4 fonctions B-splines cubiques non identiquement nulles :  $B_{k-2}^3(t)$ ,  $B_{k-1}^3(t)$ ,  $B_k^3(t)$  et  $B_{k+1}^3(t)$ .

Ces 4 fonctions forment une *partition de l'unité* sur l'intervalle  $[t_k, t_{k+1}]$  :

$$\sum_{i=1}^4 B_{k-3+i}^3(t) = 1 \quad \text{pour} \quad t \in [t_k, t_{k+1}].$$

Or, d'après ce qui précède, les autres fonctions B-splines cubiques sont nulles sur cet intervalle. On en déduit donc que la base de fonctions B-splines cubiques forme une partition de l'unité sur chacun des intervalles  $[t_k, t_{k+1}]$  :

$$\sum_{i=0}^n B_i^3(t) = 1 \quad \text{pour} \quad t \in [t_k, t_{k+1}],$$

$n$  représente le nombre de points d'échantillonnage du contour.

### 2.2.4 Structure conservée par transformation affine

Cette propriété découle directement des deux propriétés précédentes. Nous allons présenter cette démonstration sous une forme matricielle dans le cas général des fonctions splines, respectant les deux propriétés précédentes.

Soit le point  $Q' = (q'_x, q'_y)$ , image du point  $Q = (q_x, q_y)$  par la transformation affine, de matrices  $A$  et  $B$ , suivante :

$$\begin{pmatrix} q'_x \\ q'_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_x \\ q_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{B} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

On peut réécrire cette relation sous la forme :

$$(q'_x, q'_y) = (q_x, q_y) \begin{pmatrix} \mathbf{A}^t \end{pmatrix} + (\mathbf{B}^t) \quad (2.6)$$

Pour toute fonction spline, on peut établir une relation entre le vecteur des points de contrôle,  $Q_k$ , est le vecteur des points d'échantillonnage de la spline,  $P_k$  :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_0 \\ Q_1 \\ \vdots \\ Q_{n-2} \\ Q_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_0 \\ P_1 \\ \vdots \\ P_{n-2} \\ P_{n-1} \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

On peut donc écrire :

$$\begin{pmatrix} P_0 \\ P_1 \\ \vdots \\ P_{n-2} \\ P_{n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A}^t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{B}^t \\ \mathbf{B}^t \\ \vdots \\ \mathbf{B}^t \\ \mathbf{B}^t \end{pmatrix} = \left( \begin{pmatrix} \mathbf{M} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_0 \\ Q_1 \\ \vdots \\ Q_{n-2} \\ Q_{n-1} \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \mathbf{A}^t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{B}^t \\ \mathbf{B}^t \\ \vdots \\ \mathbf{B}^t \\ \mathbf{B}^t \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Or la matrice  $M$  est composée des coefficients des fonctions splines de base. Ces fonctions forment une *partition de l'unité*. Ceci se traduit par la relation :

$$\forall j, \quad \sum_i M_{ij} = 1.$$

On peut alors écrire :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{B}^t \\ \mathbf{B}^t \\ \vdots \\ \mathbf{B}^t \\ \mathbf{B}^t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{M} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{B}^t \\ \mathbf{B}^t \\ \vdots \\ \mathbf{B}^t \\ \mathbf{B}^t \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Reportée dans (2.8), on en déduit la relation suivante, entre les points de contrôle

$Q'_k$  et les points d'échantillonnage  $P_k$  :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} P_0 \\ P_1 \\ \vdots \\ P_{n-2} \\ P_{n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B^t \\ B^t \\ \vdots \\ B^t \\ B^t \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_0 \\ Q_1 \\ \vdots \\ Q_{n-2} \\ Q_{n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B^t \\ B^t \\ \vdots \\ B^t \\ B^t \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q'_0 \\ Q'_1 \\ \vdots \\ Q'_{n-2} \\ Q'_{n-1} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.10)$$

On en déduit donc que, si l'on applique une transformation affine à une courbe spline, la courbe image est aussi une spline. De plus, les coefficients  $Q'_k$  de la spline image sont les images, par la même transformation affine, des coefficients  $Q_k$  de la spline initiale.

Dans le cas des B-splines cubiques uniformes, la matrice est :

$$\left(\frac{1}{6}\right) \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

On peut vérifier que la somme des coefficients sur chacune des lignes est égale à 1.

L'image d'une courbe spline, par une transformation affine, est donc encore une courbe spline. De plus, les coefficients de la courbe spline image sont les images, par la transformation affine, des coefficients de la courbe initiale.

## 2.3 Paramétrisation

Une paramétrisation non-uniforme de  $t$ , et donc un échantillonnage irrégulier des points  $P_k$ , semble intuitivement plus pertinent qu'une paramétrisation uniforme, lorsque l'on considère le processus de propagation du contour actif et les déplacements des points  $P_k$  sous l'effet de la force d'évolution.

### 2.3.1 Paramétrisations non-uniformes

Dans leurs travaux récents, Pottmann et al. [79] et Yang et al. [106], proposent d'optimiser la paramétrisation de la courbe spline afin d'approcher au mieux une

courbe de référence. Cependant, une telle approche impose une contrainte de taille qui est de connaître à l'avance la géométrie de la courbe résultat, ce qui n'est pas notre cas. En effet, cela reviendrait à connaître la position du contour à convergence.

D'autres méthodes, plus classiques, permettent de prendre en compte la géométrie des points après chaque déplacement du contour actif. Ces approches sont fondées sur un choix arbitraire de paramétrisation :

- la *paramétrisation de longueur de corde* définie pour contraindre l'espacement entre les valeurs du paramètre de courbe à être proportionnel à la distance des points d'échantillonnage. Ceci se traduit par la relation suivante :

$$\frac{\Delta t_i}{\Delta t_{i+1}} = \frac{\|\Delta P_i\|}{\|\Delta P_{i+1}\|}.$$

- la *paramétrisation centripète*, donnée par la relation :

$$\frac{\Delta t_i}{\Delta t_{i+1}} = \left[ \frac{\|\Delta P_i\|}{\|\Delta P_{i+1}\|} \right]^{1/2},$$

repose sur le principe que le mouvement résultant d'un point sur la courbe, ainsi paramétrée, "lissera" les variations de la force centripète s'exerçant sur lui.

- nous pouvons aussi citer la paramétrisation développée par T. Foley [75].

Cependant, la construction d'une courbe spline non-uniforme requiert le calcul de  $n$  polynômes  $B_k^3$  différents et la résolution du système (2.3).

### 2.3.2 Paramétrisation uniforme et ré-échantillonnage

Pour résoudre ce problème, nous avons proposé une approche basée sur une paramétrisation uniforme (Precioso et al. [81]), i.e.  $t_k = k$ , afin de modéliser le contour actif en utilisant les fonctions B-spline uniformes. Pour maintenir une répartition uniforme des points d'échantillonnage,  $P_k$ , le long de la spline, l'approche présentée par Cremers et al. [28] semblait particulièrement élégante. En effet, les auteurs proposent de simplement rajouter le terme suivant au critère d'énergie :

$$\int C'(s)^2 ds. \quad (2.12)$$

La minimisation de ce terme, par rapport au contour spline quadratique  $C$ , conduit à l'équation d'Euler-Lagrange :

$$C''(s) = 0,$$

ce qui, exprimé en fonction des coefficients de la spline quadratique, revient à contraindre l'uniformité de l'échantillonnage. Cependant, dans le cas des courbes splines cubiques, la contrainte d'un échantillonnage uniforme ne correspond pas à un terme aussi « simple » que celui défini par l'équation (eq. 2.12). Nous proposons

donc une méthode de ré-échantillonnage pour préserver la régularité de la répartition des points de données,  $P_k$ , le long du contour.

Nous n'effectuons pas le ré-échantillonnage sur la courbe spline elle-même. La spline étant définie par des polynômes de degré 3 sur chacun de ses segments, il est plus rapide d'effectuer les calculs suivants sur le polygone formé par les points de jonction de ses segments. Cette approximation peut être rapprochée d'une paramétrisation par longueur de corde. On calcule alors la longueur du polygone et on

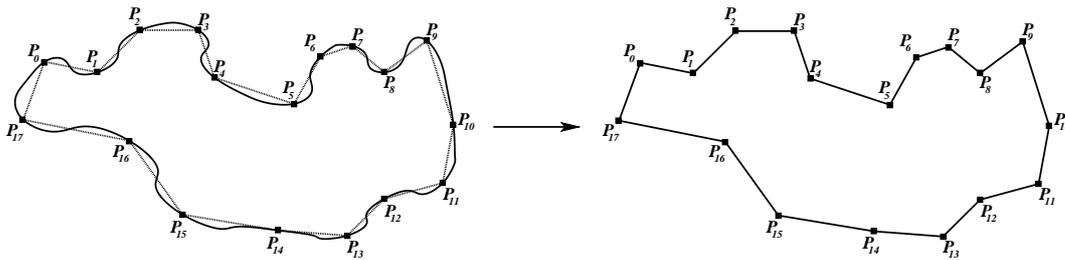


FIG. 2.2 : On approche la spline par le polygone formé de ses points d'échantillonnage

en déduit la valeur de longueur unitaire, de chaque segment, qui permet de retrouver la propriété d'uniformité. On déplace ensuite les points d'échantillonnage sur les

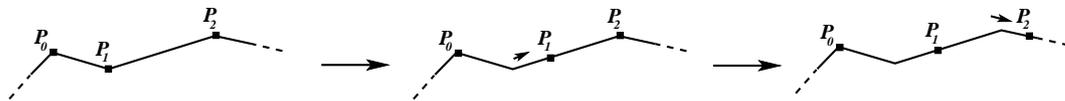


FIG. 2.3 : On déplace les points d'échantillonnage le long du polygone

segments de ce polygone pour les placer à égale distance les uns des autres. On recalcule la courbe spline qui interpole ces nouveaux points d'échantillonnage.

La courbe spline, échantillonnée régulièrement, respecte ainsi la paramétrisation uniforme. On peut alors reparamétriser, sur chaque arc, l'intervalle  $[t_i, t_{i+1}]$  en l'intervalle  $[0, 1]$ . Il en résulte que la fonction B-spline  $B_k^3(t)$  est indépendante du segment considéré sur la courbe. Nous pouvons écrire  $B_k^3(t) = \beta^3(t - k)$  où la fonction B-spline centrée de degré 3,  $\beta^3(t)$ , est une fonction symétrique, ayant une forme de courbe en cloche, comme le montre la figure FIG.2.4, et est définie par :

$$\beta^3(t) = \begin{cases} \frac{2}{3} - |t|^2 + \frac{|t|^3}{2} & , 0 \leq |t| < 1 \\ \frac{(2-|t|)^3}{6} & , 1 \leq |t| < 2 \\ 0 & , 2 \leq |t| \end{cases} \quad (2.13)$$

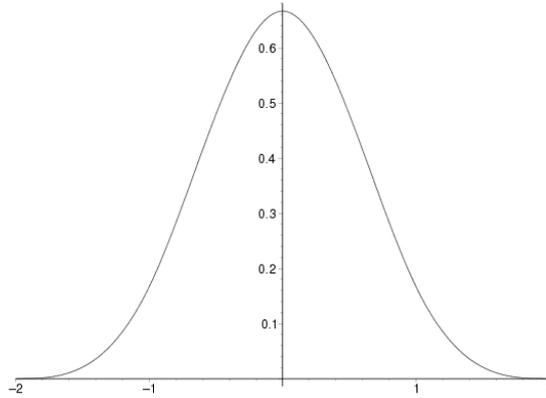


FIG. 2.4 : Fonction B-spline centrée de degré 3

## 2.4 Une relation « constructive »

Le choix de la paramétrisation uniforme simplifie le calcul de l'équation paramétrique de la spline cubique  $S$  interpolante. En effet, l'équation d'un arc (2.1), pour une spline paramétrée uniformément (2.13), devient (Bartels et al. [7]) :

$$\begin{aligned}
 S(t) &= \left( -\frac{1}{6} Q_{k-1} + \frac{1}{2} Q_k - \frac{1}{2} Q_{k+1} + \frac{1}{6} Q_{k+2} \right) t^3 \\
 &+ \left( \frac{1}{2} Q_{k-1} - Q_k + \frac{1}{2} Q_{k+1} \right) t^2 \\
 &+ \left( -\frac{1}{2} Q_{k-1} + \frac{1}{2} Q_{k+1} \right) t \\
 &+ \frac{1}{6} Q_{k-1} + \frac{2}{3} Q_k + \frac{1}{6} Q_{k+1}, \quad \text{for } t \in [k, k+1] \quad (2.14)
 \end{aligned}$$

De plus, quand la courbe est paramétrée uniformément, les points de contrôle  $Q_k$  peuvent être obtenus à partir des points d'échantillonnage  $P_k$  en appliquant un algorithme rapide de filtrage (dont l'initialisation de la récursion est détaillée dans la section suivante) car la matrice du système (2.3) devient alors circulante et symétrique.

En effet, chaque point interpolé  $P_k$  correspond à la valeur donnée par le polynôme  $S(t)$  quand  $t = k$ . De l'expression (2.14), nous pouvons déduire la relation entre les points d'échantillonnage  $P_k$  et les points de contrôle (les coefficients B-spline)  $Q_k$  :

$$S(k) = P_k = \frac{1}{6} (Q_{k-1} + 4Q_k + Q_{k+1}) \quad (2.15)$$

Cette relation peut s'écrire sous la forme d'une convolution :

$$Q_k = (B_1^3)^{-1} * P_k \quad (2.16)$$

où  $B_1^3$  est le noyau de convolution discret des B-spline cubiques.

L'opérateur inverse de convolution est défini par :

$$B_1^3(z)^{-1} = \frac{6}{z + 4 + z^{-1}} \quad (2.17)$$

En utilisant une approche par filtrage, présentée par Unser et al. [100], L'opérateur inverse de convolution  $(B_1^3)^{-1}$  est calculé efficacement par la mise en cascade d'un filtre causal et d'un filtre anticausal, tous deux récurrents et d'ordre 1. En effet, cet opérateur peut être factorisé en :

$$(B_1^3(z))^{-1} = \frac{6}{z + 4 + z^{-1}} = \left( \frac{-6z_1}{1 - z_1z} \right) \left( \frac{1}{1 - z_1z^{-1}} \right) \quad (2.18)$$

où  $z_1 = -2 + \sqrt{3}$ . Cette factorisation permet l'implémentation d'un algorithme rapide pour la construction de la courbe spline. Les points de contrôle  $Q_k$  sont alors déterminés à partir des points d'échantillonnage  $P_k$  par cet algorithme rapide de filtrage.

Il nous faut initialiser la récursion définissant l'algorithme ; ce qui fait l'objet de la section suivante.

## 2.5 Détail de la récursion et de l'initialisation de l'algorithme par modélisation B-splines cubiques

### 2.5.1 Factorisation par filtres récurrents

Si l'on fait l'hypothèse que les points d'échantillonnage  $P$  sont uniformément répartis le long du contour, le filtre représentant la spline cubique interpolante  $(B_1^3(z))^{-1}$ , défini dans (2.17), peut être factorisé en le produit d'un filtre causal par un filtre anticausal (Unser et al. [100]) :

$$(B_1^3(z))^{-1} = \frac{6}{z + 4 + z^{-1}} = \left( \frac{-6z_1}{1 - z_1z} \right) \left( \frac{1}{1 - z_1z^{-1}} \right) \quad (2.19)$$

où  $z_1 = -2 + \sqrt{3}$ .

Cette factorisation donne une mise en cascade d'un filtre causal et d'un filtre anticausal, tous deux récurrents et du premier ordre. Ainsi, à partir des points d'interpolation  $\{P(k)\}_{k=0,\dots,N-1}$ , le terme de droite de la factorisation définit les  $\{Q(k)\}_{k=0,\dots,N-1}$ , coefficients des splines cubiques interpolantes, comme résultat de l'algorithme récursif suivant :

$$\tilde{Q}(k) = z_1 \tilde{Q}(k-1) + P(k) \quad (2.20)$$

$$Q(k) = z_1 Q(k+1) - 6z_1 \tilde{Q}(k) \quad (2.21)$$

pour tout entier  $k$ , et où les  $\tilde{Q}(k)$  sont des coefficients intermédiaires du calcul.

Nous devons maintenant spécifier l'initialisation de chacune des récursions (causal et anticausal).

## 2.5.2 Initialisation

### Filtrage causal

La première récursion (2.20) détermine la relation suivante :

$$\begin{aligned}\tilde{Q}(N-k) &= P(N-k) + z_1 P(N-k-1) \\ &+ z_1^2 P(N-k-2) + \dots \\ &+ z_1^{N-1} P(N-k-(N-1)) + z_1^N \tilde{Q}(-k)\end{aligned}\quad (2.22)$$

Parce que le contour est une courbe fermée, les points d'échantillonnage sont  $N$ -périodiques, c'est à dire que l'on a la relation :  $P(N-k) = P(-k)$  pour tout entier  $k$ . De même, par les opérations de filtrage des  $P_k$ , les coefficients intermédiaires  $\tilde{Q}(k)$  et donc les  $Q(k)$  sont aussi  $N$ -périodiques.

Pour  $k = 0$  dans (2.22) et de part la  $N$ -périodicité des coefficients intermédiaires  $\tilde{Q}(k)$ , nous obtenons pour le premier coefficient,  $\tilde{Q}(0)$  :

$$\tilde{Q}(0) = \left( \frac{1}{1 - z_1^N} \right) \sum_{l=0}^{N-1} z_1^l P(N-l)\quad (2.23)$$

Nous déduisons alors les autres coefficients  $\tilde{Q}(1), \tilde{Q}(2), \dots, \tilde{Q}(N-1)$  par la relation d'induction (2.20) définie précédemment.

### Filtrage anticausal

Le filtrage anticausal, défini en (2.21), est ensuite appliqué aux coefficients  $\tilde{Q}(k)$ . Cependant, afin de pouvoir utiliser la relation de récursion, nous devons à nouveau en calculer l'initialisation de la récursion, c'est à dire déterminer la valeur du premier terme  $Q(N) = Q(0)$ .

De même que pour le filtrage causal, nous déduisons de la  $N$ -périodicité des coefficients  $Q(k)$ , l'expression suivante pour  $Q(0)$  :

$$Q(0) = Q(N) = - \left( \frac{6z_1}{1 - z_1^N} \right) \sum_{l=0}^{N-1} z_1^l \tilde{Q}(l)\quad (2.24)$$

Puis la règle d'induction (2.21) donne les coefficients :  $Q(N-1), Q(N-2) \dots Q(1)$ .

Nous avons donc déterminé les valeurs initiales des filtres causal et anticausal. Puis nous avons calculé les coefficients  $Q$  des splines cubiques en mettant en cascade ces deux filtres avec les points d'interpolation du contour  $P$ . L'algorithme récursif, ainsi défini, est numériquement stable, rapide et facile à implémenter.



# Chapitre 3

## Segmentation et fonctionnalités étendues

Aux propriétés classiques des fonctions splines que possède tout modèle de contour actif basé sur une interpolation B-spline, nous avons ajouté un certain nombre de fonctionnalités permettant de proposer une solution, rapide et évolutive, à la segmentation d'images et de vidéos par contour actif basé région.

### 3.1 Résolution, Convergence, Évolution

#### 3.1.1 Multi-résolution

Les modélisations paramétriques réduisent considérablement la quantité de points impliqués dans l'évolution du contour, par rapport aux modélisations implicites. De plus, le nombre de points d'échantillonnage du contour interpolé peut être contrôlé tout au long des itérations de l'algorithme. Ainsi pour réduire le coût calcul, on échantillonne le contour initial avec peu de points. Lorsque le contour est arrivé à convergence, on double le nombre de points et l'on propage le contour de nouveau. On répète le processus jusqu'à ce que la précision de segmentation, attendue, soit atteinte.

Un tel procédé est d'autant plus efficace que le critère ne comporte pas de termes faisant intervenir les moments (moyenne, variance, etc...) des régions intérieures et/ou extérieures au contour.

Si l'on considère, par exemple, un critère de segmentation des régions homogènes en luminance (critère détaillé dans la deuxième partie du manuscrit), la force d'évolution, appliquée au point d'échantillonnage  $P_k$ , est de la forme :

$$F_k = \left[ \Phi(\sigma_{\text{in}}^2) - \Phi(\sigma_{\text{ext}}^2) + \beta \kappa_k + \Phi'(\sigma_{\text{in}}^2) [(I_k - \mu_{\text{in}})^2 - \sigma_{\text{in}}^2] - \Phi'(\sigma_{\text{ext}}^2) [(I_k - \mu_{\text{ext}})^2 - \sigma_{\text{ext}}^2] \right] \mathbf{N}_k \quad (3.1)$$

Les termes associés à l'intensité moyenne  $\mu_{\text{in}}$  de la région intérieure au contour à l'instant courant, et à la variance  $\sigma_{\text{in}}$  de l'intensité dans cette région, sont indépendantes du point  $P_k$  d'évaluation de la force. Il en est de même pour les termes associés à la moyenne  $\mu_{\text{ext}}$  et à la variance  $\sigma_{\text{ext}}$  dans la région extérieure, au contour, à l'instant courant.

Ainsi, le calcul de ces termes n'est effectué qu'une seule fois à chaque itération.

Cependant, ce calcul nécessite un temps beaucoup plus important que celui nécessaire à l'évaluation des termes de la force dépendant de la position du point  $P_k$ .

Ainsi, le nombre de points d'échantillonnage n'a pas d'influence significative sur la rapidité de propagation.

En revanche, si la force d'évolution ne comporte que des termes liés à la position du point d'échantillonnage  $P_k$  ou si les termes globaux aux régions d'intérêt ne nécessitent qu'un temps d'évaluation très court. La rapidité de propagation du contour sera directement proportionnel au nombre de points d'échantillonnage.

Ce n'est donc, que dans le cas de critères répondant à ces dernières caractéristiques que le procédé de multi-résolution apportera une amélioration réelle au temps de calcul. On pourrait plutôt, dans ce cas là, appliquer les résultats de Chesnaud et al. [23] pour effectuer le calcul des moments statistiques des régions de façon rapide.

Enfin, comme le montrent les résultats de (Precioso et al. [80]), il faut trouver un compromis entre robustesse, peu de points d'échantillonnage mais le contour est alors (trop) lisse, et précision de la segmentation par augmentation du nombre de points d'échantillonnage ce qui accroît l'instabilité du contour.

### 3.1.2 Tests de convergence

Nous pouvons distinguer deux types de tests de convergence pour l'évolution du contour actif. Les tests *globaux* et les tests *locaux*.

- Un test *global* repose sur l'évaluation de la variation, à chaque itération, du critère d'énergie à minimiser. Si cette variation est suffisamment faible, on considère que la segmentation est réalisée.

De tels tests sont intéressants pour leur robustesse et donc la fiabilité de la convergence obtenue. Cependant, ils sont plus adaptés aux critères d'énergie qui comportent des termes faisant intervenir les moments des régions d'intérêt de l'image.

En effet, prenons l'exemple de la force d'évolution pour la segmentation des régions homogènes en couleur, détaillée dans la deuxième partie de ce document, appliquée au point  $P_k$  du contour :

$$F_k = \left[ -q(I_R(P_k), I_G(P_k), I_B(P_k), \Omega_k) \left( \ln q(I_R(P_k), I_G(P_k), I_B(P_k), \Omega_k) + 1 \right) - \frac{1}{|\Omega_k|} \left( H_{RGB}(\Omega_k) - 1 + \int_{\Omega_k} K(I_R(x) - I_R(P_k), I_G(x) - I_G(P_k), I_B(x) - I_B(P_k)) \ln q(I_R(x), I_G(x), I_B(x), \Omega_k) dx \right) \right] \mathbf{N}_k \quad (3.2)$$

où

$$K(x, y, z) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp -\frac{x^2 + y^2 + z^2}{2\sigma^2} \quad (3.3)$$

est le noyau Gaussien impliqué dans la méthode de fenêtre de Parzen<sup>1</sup> et  $\Omega_k$  représente la région d'intérêt à laquelle appartient le point  $P_k$ .

Le coût de calcul des termes  $|\Omega_k|$ , et  $H_{RGB}(\Omega_k)$  est très lourd mais n'est effectué qu'une seule fois par itération pour tous les points du contour appartenant à la région  $\Omega_k$  (c'est le même phénomène que pour la moyenne et la variance, dans la section précédente).

Le terme d'intégrale sur la région

$$\int_{\Omega_k} K(\dots)dx$$

représente, lui aussi, un calcul important puisqu'il somme la valeur de l'intégrande évaluée en chaque point de la région  $\Omega_k$  considérée.

De plus, ce terme dépend du point  $P_k$  du contour où l'on évalue la force d'évolution. Cette intégrale devra, donc, être ré-évaluée pour chaque point d'échantillonnage du contour.

Or, le temps de calcul consacré au test global de convergence, basé sur l'évaluation de la variation du critère d'énergie par rapport à l'itération précédente :

$$J(\Omega_{in}, \Omega_{ext}, \Gamma) = H_{RGB}(\Omega_{in}) + H_{RGB}(\Omega_{ext}) + \int_{\Gamma} \beta ds \quad (3.4)$$

est négligeable par rapport au temps nécessaire à évaluer la force d'évolution en chaque point du contour.

En effet, les termes  $H_{RGB}(\Omega_{in})$  et  $H_{RGB}(\Omega_{ext})$  auront déjà été évalués, lors du calcul de la force d'évolution, pour les points appartenant aux régions  $\Omega_{in}$  et  $\Omega_{ext}$ .

Ainsi, pour un tel critère, l'utilisation d'un test de convergence global ne pénalise pas la rapidité de l'algorithme.

Cependant, bien que plus robuste, un test global reste sensible aux effets de discrétisation du contour et aux effets d'approximation dus à l'étape de ré-échantillonnage.

Donc, pour augmenter encore la robustesse du test global de convergence, nous évaluons une variation moyenne du critère d'énergie sur plusieurs itérations de l'algorithme. Nous avons aussi essayé de filtrer l'ensemble de ces

<sup>1</sup>Etant donné un ensemble  $D = x_1, x_2, \dots, x_n$  de  $n$  échantillons d'une variable aléatoire  $x$  de  $\mathcal{R}^d$ , la densité de probabilité de  $x$  estimée par la méthode de la fenêtre de Parzen a pour expression  $\hat{p}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \phi(x - x_i, h)$  où  $\phi(\cdot)$  est la fonction de fenêtrage et  $h$  est le paramètre définissant la largeur de la fenêtre. Parzen a montré que  $\hat{p}(x)$  converge vers la densité de probabilité exacte lorsque  $n$  tend vers l'infini si  $\phi(\cdot)$  et  $h$  respectent certaines propriétés [78]. Deux fonctions de fenêtrage couramment employées sont la fonction créneau et la gaussienne.

variations au moyen de filtres transverses, gaussiens, avant d'analyser le comportement de la variation moyenne. Finalement, la convergence la plus stable a été obtenue en analysant le comportement de la pente de la droite de régression définie sur les  $n$  dernières valeurs du critère d'énergie.

Dans le cas de critères, beaucoup plus rapides à calculer, car ne comportant pas, ou très peu, de termes impliquant les moments des régions de l'image, les tests de convergence *globaux* sont moins adaptés. On préfère alors appliquer des tests de convergence *locaux*, beaucoup plus rapides, même si moins robustes.

- Un test *local* repose sur l'analyse de la variation de l'amplitude de la force d'évolution aux points d'échantillonnage du contour. Une telle approche réduit de beaucoup le coût en calcul de l'algorithme, tant que l'expression de la force ne comporte pas de terme impliquant les moments des régions d'intérêt, comme la moyenne ou la variance, qui sont les deux moments les plus courants dans les critères de segmentation. Cependant, si l'on gagne en temps de calcul, on perd beaucoup en robustesse, en fiabilité de la convergence.

Pour trouver un bon compromis entre la rapidité et la robustesse du test de convergence, nous avons augmenté la fiabilité et la précision de la force d'évolution en filtrant ses valeurs, évaluées aux points d'échantillonnage uniquement.

### 3.1.3 Lissage de la force d'évolution

Les tests de convergence *locaux* sont un atout supplémentaire qu'autorise un modèle paramétrique afin d'améliorer la rapidité de la propagation du contour actif. Cependant, le nombre de points d'échantillonnage nécessaires, à une bonne précision de la segmentation, peut être faible en regard de la longueur totale du contour actif et occasionner une analyse, plus qu'approximative du comportement des vecteurs de force le long du contour.

Pour contourner ce problème, on propose de rendre les variations, des vecteurs de la force d'évolution aux points d'échantillonnage, plus stables en lissant ces vecteurs. On diffuse ainsi le comportement d'un point d'échantillonnage sur le comportement de ses voisins par le biais du lissage de leur force d'évolution. Nous renforçons la cohérence, qu'apportait déjà l'interpolation par fonctions B-splines cubiques, de la propagation du contour actif.

Nous avons lissé les forces d'évolution aux points d'échantillonnage par des filtres linéaires et des filtres gaussiens, mais les résultats les plus stables ont été obtenus en lissant les forces par une B-spline cubique. La qualité de cette dernière solution est des plus logiques puisqu'elle s'approche d'une méthode robuste et efficace développée et décrite dans les nombreux travaux de Jacob et al. [52]. Nous analyserons succinctement, dans les perspectives de ce chapitre, les différences et les points communs des deux méthodes.

## 3.2 Gestion de la topologie

Le principal avantage des méthodes implicites est de fournir une gestion intrinsèque des changements de topologie. Pour les méthodes paramétriques, il faut implémenter cette gestion. Nous avons considéré la coupure d'un contour et la fusion de plusieurs contours comme les deux changements significatifs qui pouvaient s'opérer sur un contour actif. Pour le traitement des changements de topologie, on utilise une approximation de la spline par le polygone que forment ses points d'échantillonnage, comme nous le faisons lors du ré-échantillonnage (FIG.2.2).

### 3.2.1 Gestion de l'auto-intersection d'un contour

Les situations d'auto-intersection peuvent être la conséquence aussi bien d'un comportement instable, dû à un échantillonnage inadapté ou non régulier, que de la propagation naturelle d'un contour actif englobant plusieurs objets. Notre gestion de ce type de changement de topologie est indépendante de la cause de l'auto-intersection. De plus, la structure de données manipulée lors de ce traitement n'est en fait qu'une liste : la (les) liste(s) de points d'échantillonnage du (des) contour(s). Les figures FIG.3.1, 3.2 et 3.3 présentent les différentes étapes de ce processus. On

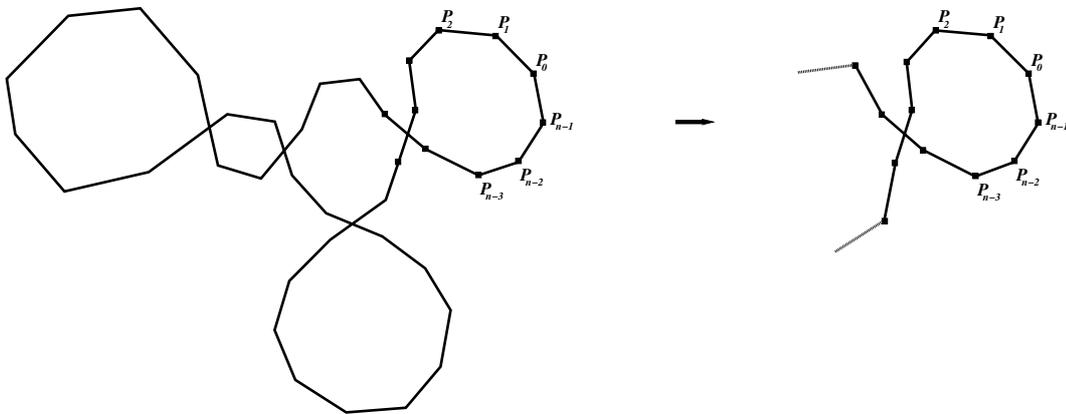


FIG. 3.1 : On utilise l'approximation de la spline par le polygone que forment ses points d'échantillonnage

cherche, tout d'abord, les intersections entre deux segments du polygone formé par les points d'échantillonnage du contour actif. On considère la première intersection trouvée à partir du point d'échantillonnage défini comme origine, et appelé  $P_0$ . Lorsque l'intersection est identifiée, on « supprime » les segments impliqués, puis on « reconstruit » deux nouveaux contours fermés. Il reste alors à réordonner les listes de points d'échantillonnage de chacun des contours splines construits, puis, à réorienter ces contours. En effet, ceux-ci doivent respecter une orientation fixe afin de conserver le vecteur normal vers l'intérieur du contour.

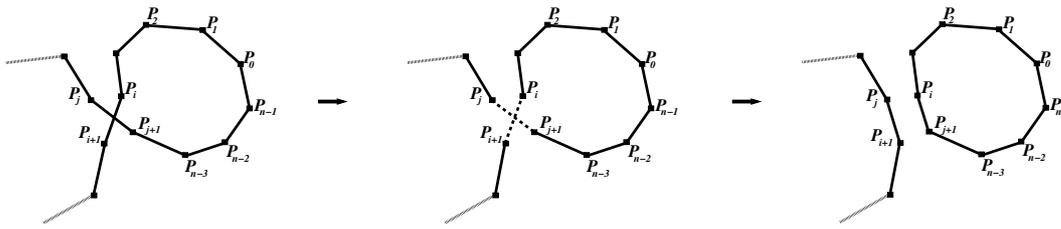


FIG. 3.2 : Suppression puis reconstruction de segments

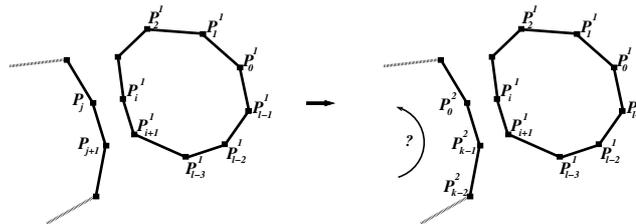


FIG. 3.3 : ré-agencement des points et réorientation du contour

### 3.2.2 Gestion de la fusion de plusieurs contours

Le deuxième cas de figure considéré, concerne la fusion de plusieurs contours. Cette situation peut se présenter, par exemple, lorsque lors de la segmentation d'objets en mouvement dans une séquence vidéo plusieurs objets se déplacent les uns vers les autres. Nous illustrons, d'ailleurs, cette situation par une segmentation de la séquence *Children* dans le chapitre Résultats de cette partie.

La première étape de ce processus, consiste en une recherche grossière des intersections possibles de contours, par l'analyse des intersections des boîtes englobantes de chacun des contours. Si une zone d'intersection contient des points de 2

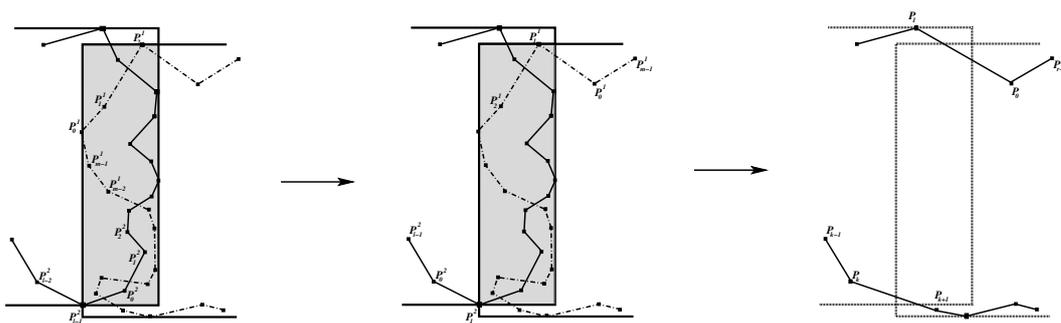


FIG. 3.4 : Fusion : recherche d'intersection, ré-agencement des points de chacun des contours, fusion en un unique contour

contours différents, on cherche alors les intersections de ces contours qui se trouvent aux extrémités de cette zone. On réordonne les contours de façon à positionner l'origine de chacun des contours au point précédent l'intersection. La reconstruction du contour fusionné, à partir des deux contours qui se coupent, en est simplifiée. En

effet, nous créons un contour unique à partir des portions hors de la zone d'intersection des deux contours précédents. On ré-échantillonne uniformément, ensuite, le contour fusionné.

Cette approche peut paraître un peu grossière mais il suffira de quelques itérations supplémentaires pour augmenter la précision de la segmentation finale.

Nous avons ajouté la gestion automatique et dynamique des changements de topologie à notre modèle paramétrique. Cependant, cette fonctionnalité augmente le coût de calcul de l'algorithme, et entraîne donc un compromis entre la rapidité de l'algorithme et l'évolutivité du contour.

### 3.3 Cohérence temporelle

La dernière fonctionnalité, que nous avons apportée au modèle de contour actif paramétrique reposant sur une interpolation à base de fonctions B-spline, tend à renforcer la cohérence temporelle de la segmentation. En effet, sans l'emploi de ce processus, la segmentation des images successives d'une séquence vidéo se fait indépendamment entre chaque image. Le seul lien que l'on peut relever entre les contours dans deux images successives est que la segmentation (le contour actif) de l'image  $n$  est utilisée comme initialisation pour l'évolution du contour actif dans l'image  $n + 1$ . Ceci nous permet de considérer, sans trop craindre d'incohérence, que le point  $P_i$  du contour dans la « première » image est relativement proche du point  $P_i$  du contour délimitant le même objet dans l'image suivante. Ainsi, on peut supposer que ces deux points définissent la même portion du contour du même objet.

Nous allons donc modifier le critère d'énergie et donc la force d'évolution définie pour segmenter les objets en mouvement, présents dans une image, indépendamment des images qui précèdent ou qui suivent :

$$\vec{F} = (k_{int} - k_{ext} + k_{contour} \kappa) \vec{N}_{int} \quad (3.5)$$

Nous proposons pour améliorer la cohérence temporelle de la segmentation tout au long de la séquence, de considérer un train d'image (un certain nombre d'images successives). Nous régularisons ensuite temporellement la segmentation spatiale obtenue pour chacune de ces images. Les contours actifs, ayant atteint la convergence de l'étape de segmentation spatiale, sont reliés entre eux par des splines ouvertes mettant en correspondance chaque point d'échantillonnage avec sa position dans l'image précédente et dans l'image suivante.

Un nouveau critère d'énergie est minimisé. La force d'évolution prend donc en compte un nouveau terme de régularisation qui pénalise la longueur des splines

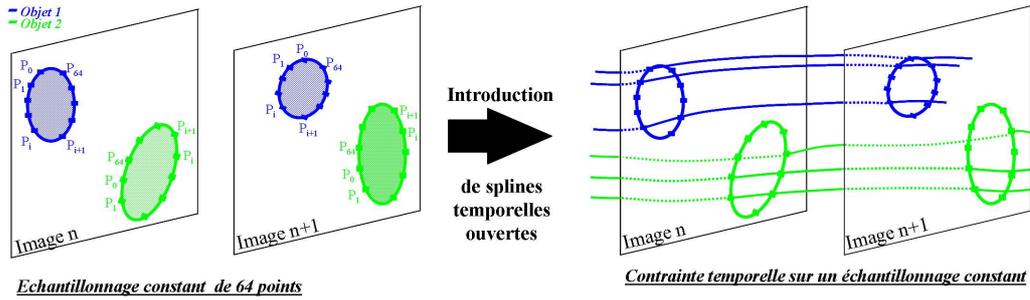


FIG. 3.5 : Ajout de splines temporelles

temporelles :

$$\vec{F} = (k_{int} - k_{ext} + k_{spatial} \kappa_{spatial}) \overrightarrow{N_{spatial}} + Proj_{image}(k_{temporal} \kappa_{temporal} \overrightarrow{N_{temporal}}) \quad (3.6)$$

On opère une projection de la contribution temporelle dans le plan de l'image. En effet, le contour actif se propage dans le plan de l'image, ainsi la régularisation sur la longueur des splines temporelles  $k_{temporal} \kappa_{temporal} \overrightarrow{N_{temporal}}$  détermine un vecteur qui se situe dans l'espace à 3 dimensions :  $2D + t$ . Seule la contribution dans le plan de l'image, de cette composante temporelle, modifie à la segmentation.

Nous pouvons alors ajouter les contributions des splines spatiales et des splines temporelles.

Le terme de régularisation temporelle a pour effet de réduire la longueur de chaque segment de splines ouvertes reliant les positions, dans un train d'images, d'un « même » point d'échantillonnage. Ainsi, la cohérence temporelle de la segmentation est renforcée et la qualité de la segmentation finale améliorée comme nous le montrerons dans le chapitre consacré aux résultats. Auparavant, nous allons détailler, dans le chapitre suivant, le déroulement de l'algorithme en présentant sur un diagramme ses différentes étapes. Par souci de clarté, nous avons cependant ignoré la partie concernant la cohérence temporelle. En effet, celle-ci surchargeait considérablement le schéma.

Cette méthode utilisant un tube spatio-temporel pour améliorer la cohérence de la segmentation peut être mise en oeuvre par des ensembles de niveaux (Ristivojevic et al. [63]).

## Chapitre 4

# Algorithme de segmentation par splines d'interpolation : B-splines cubiques

L'algorithme de segmentation par contours actifs modélisés par une spline cubique peut être décomposé en trois grandes phases :

1. L'initialisation
2. L'évolution
3. La convergence

La phase d'*initialisation* a été adaptée à différentes applications et différents environnements.

On peut, par exemple, utiliser un masque de segmentation (c'est une image dans laquelle les pixels appartenant à l'objet sont égaux à 1 et ceux appartenant au fond valent 0), pour initialiser le contour. Dans ce cas là, on détermine un certain nombre de points sur le contour de l'objet défini grâce au masque. Ces points sont alors utilisés comme échantillons de la première spline cubique uniforme.

On peut aussi directement choisir les points d'échantillonnage de la première spline cubique, à l'aide d'une interface, par exemple.

L'initialisation réalisée, l'algorithme passe dans la phase d'*évolution*.

Les points d'échantillonnage de la spline déterminée lors de l'initialisation ne sont, généralement, pas uniformément répartis le long du contour. L'évolution commence donc toujours par une opération de rééchantillonnage. La courbe spline cubique obtenue est uniforme. Nous calculons les termes liés aux propriétés géométriques du contour (courbure, vecteur normal,...), par des formules analytiques exactes qui, de plus, sont extrêmement rapides à évaluer.

Les autres termes, intervenant dans l'expression de la force d'évolution, sont aussi évalués aux points d'échantillonnage  $P_k$  et la force est appliquée en ces points. Comme nous l'avons expliqué dans le chapitre précédent, l'application de la force en seulement quelques points d'échantillonnage le long du contour, n'est pas toujours une approche suffisamment stable, si le problème de segmentation est complexe ou si les données sont bruitées. On peut alors, dans ce cas là, appliquer différentes techniques (détaillées dans le chapitre précédent) de lissages des forces en des points d'échantillonnage voisins.

Les points d'échantillonnage sont alors déplacés selon l'amplitude de la force d'évolution dans la direction du vecteur normal intérieur au contour.

On calcule une nouvelle spline cubique, en déterminant ces coefficients.

Puisque l'on a déplacé les points, il se peut qu'une boucle soit apparue. De plus, si la situation de segmentation le permet (si la scène contient au moins deux objets), deux contours distincts peuvent se couper. On peut alors, si besoin, tester puis gérer les changements de topologie des contours. Cette gestion peut être effectuée automatiquement à chaque itération, mais elle ralentit l'algorithme.

L'algorithme entre alors dans sa dernière phase qui consiste à tester la *convergence* du contour. Pour valider la segmentation, plusieurs techniques peuvent être employées. La plus rapide repose sur un test de l'amplitude de la force en chacun des points d'échantillonnage, afin de détecter si les points ne se déplacent plus (la force a une amplitude inférieure à un seuil fixé) ou si les points oscillent (le signe de l'amplitude de la force change fréquemment pendant un certain laps d'itérations).

La technique la plus lente consiste à évaluer le critère d'énergie en fonction de la position du contour actif pour l'itération courante. Cette technique est aussi la plus robuste.

De nombreuses autres approches ont été implémentées et la plus efficace est fondée sur l'analyse des variations de la pente de régression obtenue à partir d'un nombre fini de valeurs de la dérivée du critère. Cette valeur de pente est ensuite comparée à un seuil fixé.

Si la convergence n'est pas atteinte, la courbe spline cubique est rééchantillonnée. Il en est de même si une approche multi-résolution a été adoptée pour réduire le temps de calcul. En effet, la spline cubique, obtenue à la fin de la phase d'évolution précédente, est rééchantillonnée uniformément en augmentant le nombre de points. On repasse alors en phase d'évolution jusqu'à obtenir la convergence.

Si la convergence est atteinte alors l'algorithme s'arrête. Le diagramme FIG.4.1 décrit les étapes de l'algorithme de segmentation utilisant des courbes splines cubiques. Nous avons introduit les fonctionnalités, détaillées dans le chapitre précédent, comme des options de l'algorithme car, appliquées à chaque itération, la gestion de la topologie, le lissage des forces d'évolution ou encore la gestion de la cohérence temporelle renforcent la robustesse et la stabilité de la segmentation mais augmentent le temps de calcul. On peut donc envisager de n'effectuer ces trai-

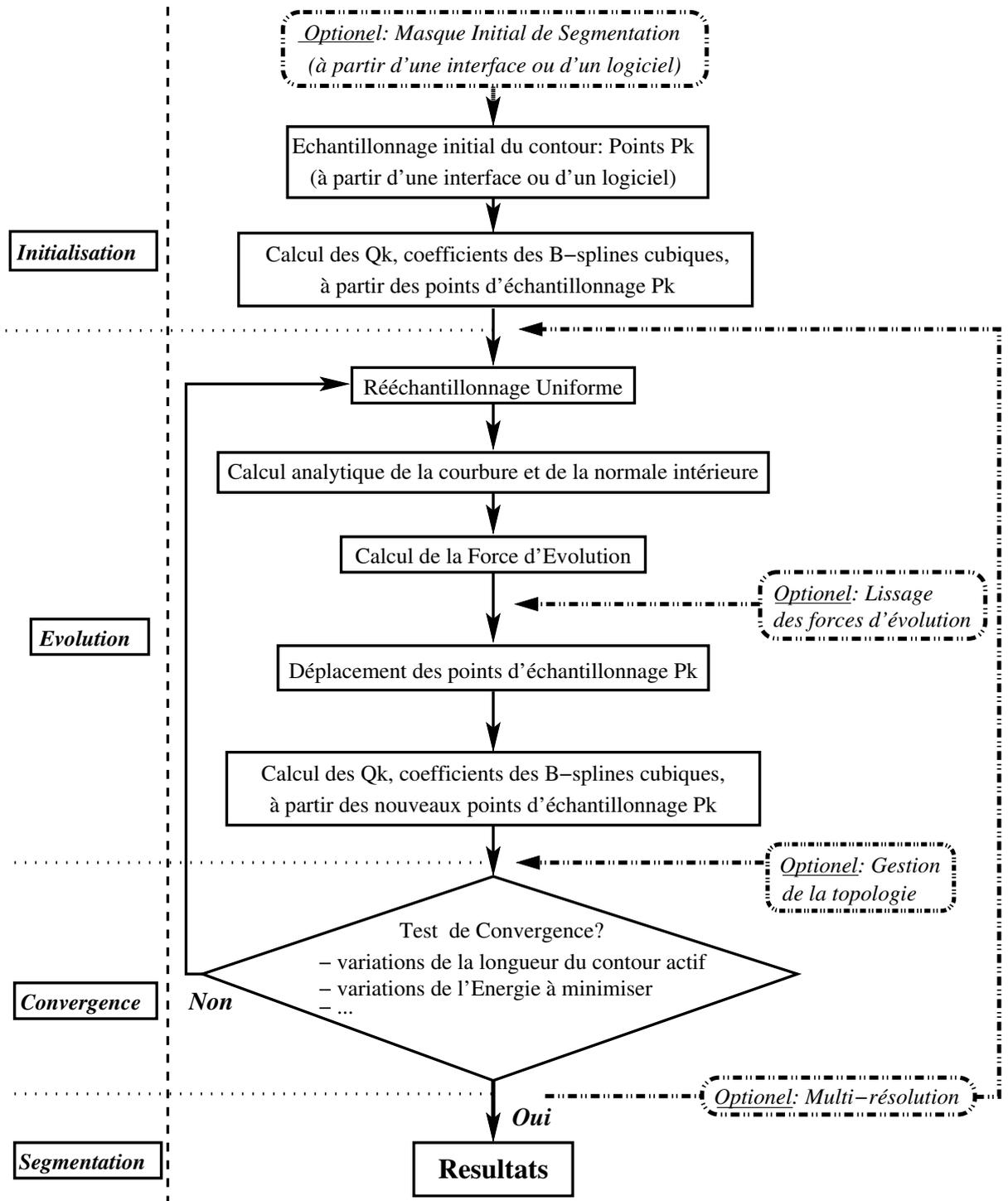


FIG. 4.1 : Diagramme de notre algorithme pour une modélisation par B-splines cubiques du contour actif (sans cohérence temporelle)

tements que toutes les 5, 10 ou 20 itérations.

Nous présentons, dans le chapitre suivant, des résultats de segmentation obtenus par cet algorithme et nous illustrons l'apport des fonctionnalités de gestion de la topologie et de la cohérence temporelle pour la segmentation de situations complexes.

# Chapitre 5

## Résultats

### 5.1 Topologie

Les figures FIG.5.1 et FIG.5.2 illustrent la prise en charge automatique et dynamique des changements de topologie du contour actif au travers de l'évolution de contours actifs sur la séquence de test *Children* (CIF, 352 x 288).

Dans cette séquence, on cherche à segmenter les objets en mouvement, c'est-à-dire, le ballon, les deux enfants et la bannière « MPEG » qui apparaît dans la scène.

On applique pour cela la force d'évolution définie dans la première partie de ce manuscrit (*Partie I, chapitre 1, section 5*) :

$$v = \alpha - |I_n(\sigma) - \text{Proj}(I_{n-1}(\sigma))| + \beta \kappa \quad (5.1)$$

Rappelons que  $\alpha$  et  $\beta$  sont des constantes. Dans le cas de la séquence *Children*, elles valent respectivement 0, 5 et 1, 6. L'initialisation est faite par un contour aux bords de l'image. La segmentation peut paraître relativement éloignée des objets. Cela est due au fait que le mouvement des objets est rapide et que nous décrivons pas le mouvement par les descripteurs de régions, mais nous détectons plutôt la présence ou non de mouvement, en utilisant la différence d'image à image  $|I_n(\sigma) - \text{Proj}(I_{n-1}(\sigma))|$ . Cette mesure est très rapide car locale, mais n'est pas très précise dans le cas de mouvements rapides.

(a) Frame 1 : *Initialisation*(b) Frame 1 : *itération 200*(c) Frame 1 : *itération 400*(d) Frame 1 : *convergence*(e) Frame 14 : *convergence*(f) Frame 15 : *séparation*

FIG. 5.1 : Gestion de la topologie : exemple sur la séquence *Children* de séparations et fusions de contours.

La première FIG.5.1 présente tout d'abord quelques itérations de l'évolution du contour actif depuis son initialisation jusqu'à sa convergence, puis une première séparation du contour initial en deux contours distincts autour de chacun des deux enfants de la séquence. Le contour actif segmentant l'enfant de droite est ensuite séparé en deux lorsque ce dernier lance le ballon qu'il tenait dans les mains. Nous

passons donc d'un unique contour à deux, puis trois dynamiquement.

(a) Frame 19 : *convergence*(b) Frame 20 : *fusion*(c) Frame 24 : *convergence*(d) Frame 26 : *séparation*(e) Frame 27 : *fusion*(f) Frame 29 : *convergence*

FIG. 5.2 : Gestion de la topologie : exemple sur la séquence *Children* de séparations et fusions de contours.

La deuxième figure FIG.5.2, illustre les étapes de séparation et de fusion de contours. En effet, lorsque le ballon, lancé par l'enfant de droite, sur la vidéo, atteint l'enfant situé à gauche, les contours de ce dernier et du ballon fusionnent. Le

même processus se produit lorsque le ballon, raté par l'enfant de gauche, retourne vers l'enfant de droite. Le nombre de contour varie, dynamiquement, au gré des séparations et des regroupements des objets en mouvement dans la séquence.

Cet exemple illustre les propriétés d'adaptation qu'apporte la gestion de la topologie, à notre modèle paramétrique.

## 5.2 Cohérence temporelle

Le principe de cette fonctionnalité du modèle paramétrique, décrit dans cette partie, est illustrée par la figure FIG.5.3 suivante. Puis, nous présentons sur la figure

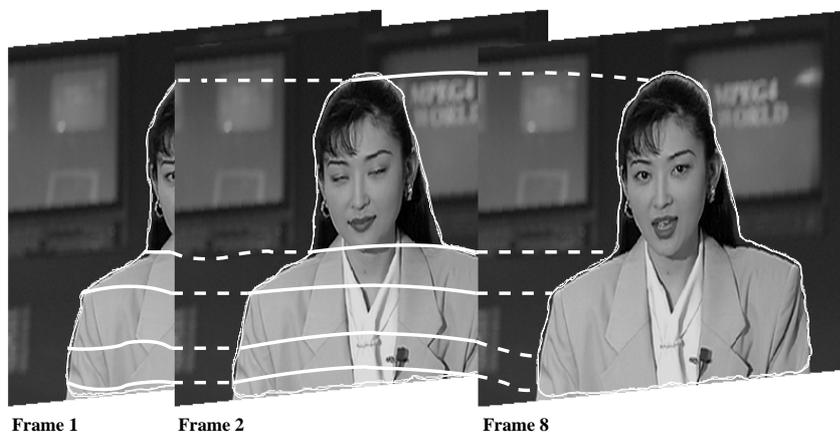


FIG. 5.3 : La cohérence temporelle illustrée sur la séquence *Akiyo*

FIG.5.4, l'amélioration de la qualité de la segmentation sur les 6 images centrales. Nous avons appliqué notre modèle de contour paramétrique temporel à 8 images successives de la séquence de test *Akiyo* (CIF, 352 x 288). En effet, les deux images aux extrémités du train d'images sont utilisées comme « point d'ancrage » du processus de régularisation temporelle. La précision de la segmentation a été mesurée à l'aide de la distance de qualité définie par le projet européen *COST 211*. On donne une définition de cette distance dans l'annexe (B).

Ces résultats montrent donc l'intérêt d'un modèle paramétrique sur un modèle non paramétrique. La structure de contour, intrinsèque au premier, permet de définir la régularisation temporelle appliquée dans cette section et d'améliorer ainsi la cohérence temporelle de la segmentation spatiale.

## 5.3 Temps réel

Si l'on considère qu'une séquence vidéo est diffusée au rythme de 25 images à la seconde et que l'on veut proposer une segmentation en temps réel, il faut pou-

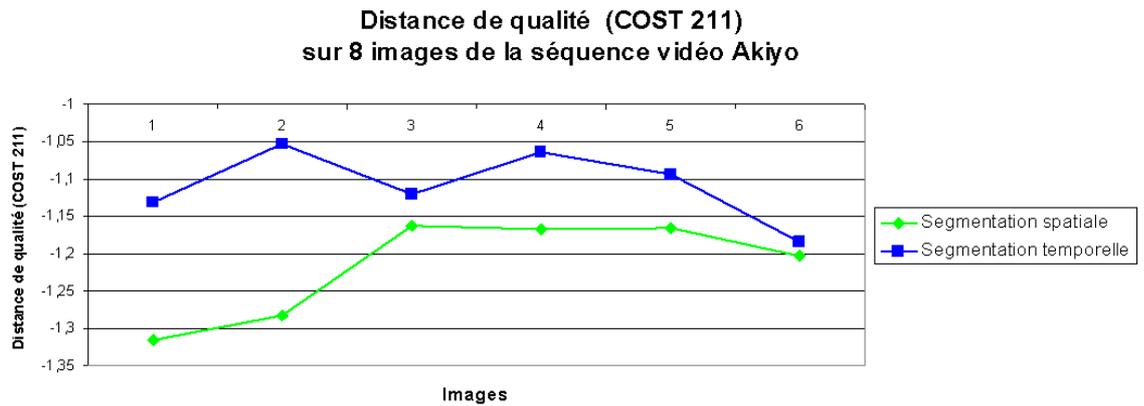


FIG. 5.4 : Amélioration sensible de la cohérence temporelle de la segmentation

voir mettre au plus 40 *ms* pour segmenter chaque image. C'est ce que nous avons réussi à faire, sur la séquence vidéo *Akiyo*, dans le cas d'une segmentation des objets en mouvement, comme le montre le graphe de la figure FIG.5.5. Nous voyons sur

### Temps de calcul pour la segmentation de la séquence vidéo Akiyo

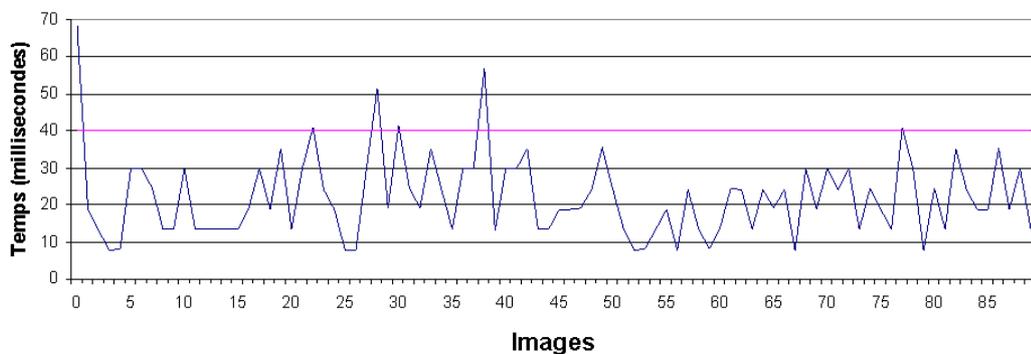


FIG. 5.5 : Segmentation temps réel : Les résultats sur 100 frames de la séquence *Akiyo*

cette courbe, que la segmentation de certaines images demande plus de temps que les 40 *ms* autorisés. Cependant, la segmentation est obtenue en beaucoup moins de temps pour la plupart des images. Il faudrait donc mettre en place une mémoire tampon suffisamment grande pour compenser le « retard ». Au vu des résultats que nous présentons, une mémoire tampon pouvant contenir 100 images serait suffisante.

Nous illustrons ce résultat numérique par les 3 images de la figure FIG.5.6. Ce résultat de segmentation d'objet en mouvement est obtenue pour  $\alpha = 0,2$  et  $\beta = 1,6$ . Nous avons donc réussi à proposer une solution en temps réel au pro-

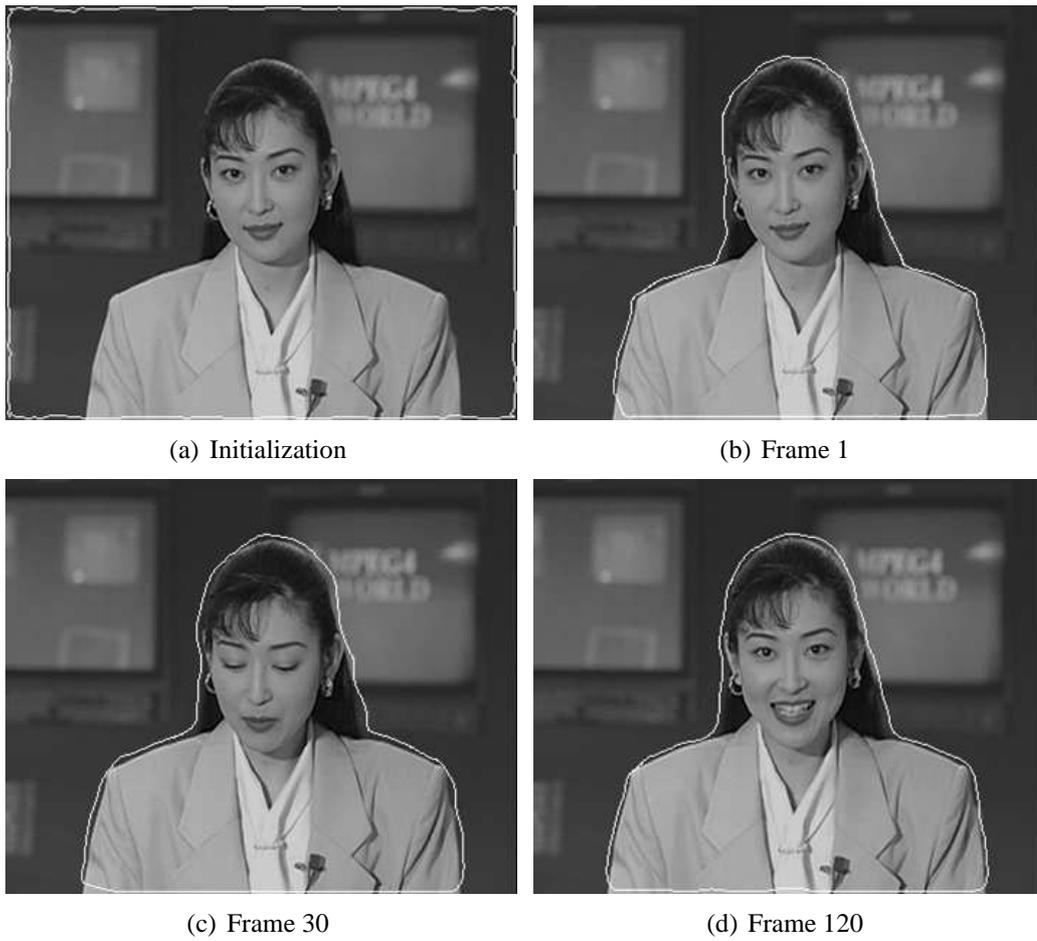


FIG. 5.6 : Segmentation en temps réel : exemple sur la séquence *Akiyo*, pour  $\alpha = 0,2$  et  $\beta = 1,6$

blème de la segmentation des objets en mouvement dans une situation type d'une visioconférence.

# Chapitre 6

## Conclusions et perspectives

### 6.1 Conclusions

L'objectif initial, de proposer un modèle de contour actif paramétrique permettant de segmenter les régions d'intérêt d'une image en des temps de calcul proches du temps réel, a été atteint.

Le modèle de contour actif spline, basé sur l'interpolation par fonctions B-spline cubiques, allie de nombreuses propriétés intéressantes. Celles-ci vont de la régularité  $C^2$  en tout point de la courbe à la stabilité par transformation affine, en passant par une réduction importante du nombre de points d'échantillonnage tout en préservant la précision de l'interpolation (et donc de la segmentation), ou encore une implémentation particulièrement rapide du calcul des coefficients splines basée sur la mise en cascade de deux filtres récurrents, causal et anticausal, d'ordre 1.

À ces propriétés classiques d'une courbe spline, nous avons ajouté quelques fonctionnalités spécifiques à un modèle de contour actif pour la segmentation d'images et de vidéos.

Tout d'abord, nous avons implémenté une gestion automatique des changements de topologie du contour. Ce dernier peut ainsi se séparer pour segmenter plusieurs objets ou fusionner pour regrouper deux objets qui se rejoignent. Cette fonctionnalité permet à notre modèle paramétrique de combler l'un des manques essentiels d'une implémentation paramétrique par rapport aux modèles implicites basés sur des ensembles de niveaux.

Nous avons aussi adapté, grâce à cette modélisation spline, les conditions de convergence de notre algorithme aux diverses situations de segmentation traitées et, en particulier, aux critères d'énergie définis pour réaliser ces segmentations.

Enfin, nous avons amélioré la cohérence temporelle de ce modèle en régularisant les segmentations obtenues pour un train d'images successives d'une séquence vidéo. En effet, nous avons rendu cohérente la segmentation d'un même objet au cours d'une séquence en contraignant la longueur d'un « tube temporel » reliant les segmentations spatiales de cet objet dans chacune des images considérées.

Ce modèle de contour a prouvé ses qualités dans les résultats que nous avons présentés précédemment et offre une solution au problème de la segmentation en

temps réel d'objets en mouvement dans une séquence vidéo.

Il faut reconnaître, malgré les qualités indéniables de ce modèle de contour actif, un certain manque de robustesse de la structure du contour dans certaines situations bien précises, en particulier, dans le cas de données bruitées ou d'une variation trop importante de l'uniformité de l'échantillonnage. Nous pouvons, cependant, « raser » le lecteur en précisant que le modèle de contour actif paramétrique présenté dans la partie suivante de cette thèse remédie, en grande partie, aux quelques faiblesses de ce premier modèle. Il n'est cependant plus basé sur une courbe spline d'interpolation par fonctions B-spline cubiques, mais par une spline cubique d'approximation.

## 6.2 Perspectives

Ce modèle de contour actif basé sur une spline d'interpolation mérite que l'on cherche à développer ses nombreuses possibilités. En effet, de nombreux travaux (Blake et Isard [9, 52]) sont basés sur la modélisation de contour actif constitué d'une spline d'interpolation et mettent en oeuvre des propriétés de cette implémentation qui n'ont pas été présentées ici. Nous pourrions, par exemple, envisager d'introduire les résultats des travaux de Jacob et al. [51] sur le calcul des moments de régions intérieures et extérieures à un contour modélisé par une spline dans des méthodes nécessitant le calcul itératif de ces moments tels que la segmentation avec a priori de formes, proposée par Foulonneau et al. [38], ou les approches de segmentations basées régions manipulant des histogrammes (Jehan-Besson et al. [5] et Herbulot et al. [46]). Ces méthodes étant indépendantes de la modélisation du contour actif, cela permettrait de réduire le temps de calcul des moments de l'image dans les régions internes et externes au contour, de façon considérable.

Ce type d'exemple prouve l'intérêt que peut apporter une connaissance approfondie des propriétés des splines interpolantes pour la conception d'un modèle de contour actif paramétrique.

C'est d'ailleurs, ce même souci d'approfondissement qui pousse plusieurs équipes de recherche à consacrer leurs travaux à l'étude des fonctions splines et de leurs propriétés. Cette connaissance pointue du domaine a permis au professeur T.Blu, lors de nos récentes collaborations, de mettre en lumière, par le biais de la méthode de Galerkin, le lien entre les travaux qu'il a réalisés avec Mathews Jacob [52, 51] et nos travaux. Leur approche du problème de la segmentation est quelque peu différente car le contour actif se propage vers le minimum du critère d'énergie, non pas sous l'effet d'une force d'évolution appliquée directement au contour, mais sous celui de variations des coefficients splines. C'est donc la structure même du contour qui évolue pour converger vers un minimum du critère d'énergie.

Il serait donc intéressant de développer ce point afin de comparer les deux approches et d'évaluer les possibilités de l'une et de l'autre. Une première observation nous permet de remarquer que si l'on ne considère que l'aspect « structure du contour », leur approche n'implique aucune approximation. En effet, leur contour actif reste une spline à tout instant, à toute itération, de la propagation. Cependant, le coût cal-

cul d'une telle méthode est trop important. Ainsi, si notre préoccupation concerne plus particulièrement le temps de calcul, alors la faible approximation que nous réalisons sur la structure spline du contour est non seulement acceptable, mais les résultats montrent qu'elle ne détériore pas la précision de la segmentation.

Enfin, dans de nombreux travaux, les splines à base de fonctions B-splines (cubiques ou pas) ont souvent été présentées comme une courbe d'approximation de leurs propres points de contrôle (les points  $Q_k$  dans ce manuscrit). Cette méthode se rapproche du modèle constitué de *smoothing splines* cubiques présenté dans la partie suivante. Il pourrait donc être intéressant de comparer ces deux modèles d'approximation (*smoothing spline* avec B-spline cubique), voire d'approfondir une implémentation permettant de passer de l'interpolation des points d'échantillonnage, à l'approximation des points de contrôle dans le cas de données bruitées (un modèle s'inspirant des X-splines, famille de courbes construite par Blanc et Schlick [10], mais n'utilisant que des B-splines cubiques). En effet, un contour actif basé sur les fonctions B-splines n'est pas assez robuste en présence de bruit car la contrainte d'interpolation est trop forte. Dans ce cas, la solution est donc de s'orienter vers une courbe d'approximation des données et non plus d'interpolation.

C'est pourquoi nous proposons une modélisation à base de *smoothing splines* cubiques, moins contraintes par la condition d'interpolation, et qui apporte une solution rapide et robuste à la segmentation de données bruitées, comme nous allons le voir.



# Troisième partie

## Un modèle de contour actif paramétrique rapide, évolutif et robuste : l'approximation par smoothing splines cubiques

---

**Objet :** Nous étudions dans cette partie, l'élaboration d'un modèle de contour actif paramétrique robuste. Dans la partie précédente, nous avons présenté un modèle de contour actif paramétrique fondé sur une interpolation par splines cubiques. Bien qu'offrant des propriétés particulièrement intéressantes, ce modèle souffre d'un manque de robustesse dans les situations de données bruitées. Nous présentons dans cette partie, un modèle de contour actif paramétrique reposant sur une approximation par *smoothing splines* cubiques. Les propriétés intrinsèques des fonctions *smoothing splines* améliorent la robustesse du contour vis à vis du ré-échantillonnage ou des boucles qui pouvaient apparaître avec le modèle précédent. Tout comme pour le modèle par interpolation, nous pouvons présenter un algorithme rapide mettant en cascade deux filtres récursifs d'ordre 2. Les résultats des segmentations de données bruitées, démontrent l'apport de cette approche et permettent d'entrevoir l'élaboration d'un modèle encore plus complet, à partir des évolutions réalisées pour le modèle par interpolation.

---



# Chapitre 1

## État de l'art

On pourrait considérer que le concept des *smoothing splines* date de 1923 puisque l'idée sur la façon de réaliser le compromis entre la précision et la régularité de la courbe approchant les données apparaît pour la première fois dans un article de Whittaker [104]. Cependant, il ne considère que le cas de points d'échantillonnage uniformément répartis le long de la courbe et la somme discrète des carrés des différences de degré  $m$  au lieu de l'intégrale (somme continue) de la dérivée  $m^{\text{ième}}$  au carré comme mesure de régularité.

Ce fut donc Schoenberg [90] qui étendit la solution proposée par Whittaker [104] en utilisant l'intégrale de la dérivée  $m^{\text{ième}}$  au carré comme mesure de la régularité de la fonction à mettre en balance avec sa précision (contrainte d'interpolation).

C.H. Reinsch [85], apparemment presque indépendamment des travaux de Schoenberg, proposa une approche similaire et travailla plus particulièrement au cas de régularisation par contrainte de la dérivée seconde de la fonction, c'est à dire au cas des *smoothing splines* cubiques. Il en a même proposé un algorithme de construction.

Ces fonctions n'ont que très peu été utilisées en traitement d'image, elles sont cependant communément employées dans des domaines tels que les statistiques comme des fonctions proposant une méthode robuste de régression non paramétrique. Leur notoriété s'est répandue grâce à la méthode proposée par Craven et Wahba [27], suggérant l'introduction d'une validation croisée généralisée, pour la détermination automatique du paramètre  $\lambda$  des *smoothing splines*.

Du point de vue du traitement du signal, les fonctions *smoothing splines* sont présentées dans le livre de Carl de Boor [30]. Leur utilisation pour l'approximation d'images, ainsi qu'une approche de leur formulation sous forme de filtres sont détaillés par Unser et al. [99, 100]. Plus récemment, P. Brigger et al [11] ont utilisé un modèle de B-spline snakes fondé sur des *smoothing splines* afin de détecter les contours dans une image. Enfin on peut encore citer les travaux de M. H. Chen et R. T. Chin [21] dans lesquels les auteurs déterminent le contour d'un objet comportant des angles aigus à partir de données bruitées en combinant une *smoothing spline* avec une fonction paramétrique décrivant les discontinuités du contour à trouver.

Nous détaillons la définition des *smoothing splines* cubiques dans le chapitre suivant et nous présentons un algorithme rapide de construction impliquant une

mise en cascade de deux filtres récursifs d'ordre 2.

# Chapitre 2

## Définition et propriétés

### 2.1 Définition des smoothing splines cubiques d'approximation

Une mesure classique, pour évaluer la « distance » d'une fonction  $g$  aux données  $Y_k$  est la somme, pour les valeurs  $t_k$  du paramètre de la courbe, des erreurs résiduelles au carré :

$$\sum_{k=0}^{N-1} (Y_k - g(t_k))^2 \quad (2.1)$$

Une fonction, qui interpole les données, rend cette distance nulle. Cependant une telle fonction n'est pas unique et peut, de plus, être trop irrégulière. L'interpolation par B-spline permet d'obtenir une fonction qui annule (2.1) et qui minimise :

$$\int_{\Gamma} (g^{(m)}(t))^2 dt, \quad (2.2)$$

terme définissant une pénalisation sur les variations locales de la fonction.

Le principe des *smoothing splines* est de relâcher la contrainte forte d'interpolation tout en minimisant le terme (2.2). Ainsi les *smoothing splines* sont définies implicitement, et c'est d'ailleurs là leur principale difficulté, comme l'unique solution sur l'intervalle  $[t_0, t_{N-1}]$ , au problème de minimisation de la fonctionnelle suivante :

$$\int_{\Gamma} (g^{(m)}(t))^2 dt + \frac{1}{\lambda} \sum_{k=0}^{N-1} (Y_k - g(t_k))^2 \quad (2.3)$$

où  $\lambda$  est le paramètre de la *smoothing spline*. Le paramètre positif  $\lambda$  quantifie le compromis entre l'erreur d'interpolation et la régularité. Pour  $\lambda = 0$ , aucune erreur d'interpolation n'est autorisée et donc, la fonction est une spline d'interpolation. Quand  $\lambda$  croît, une erreur d'interpolation plus importante est possible, ainsi la fonction est plus lisse.

FIG.2.1 présente une courbe *smoothing spline* approchant les 10 points de données  $P_k$ . Les points  $C_k$  sont les points de jonction des 10 segments de *smoothing spline*. La valeur du paramètre de lissage de la spline est 0,12.

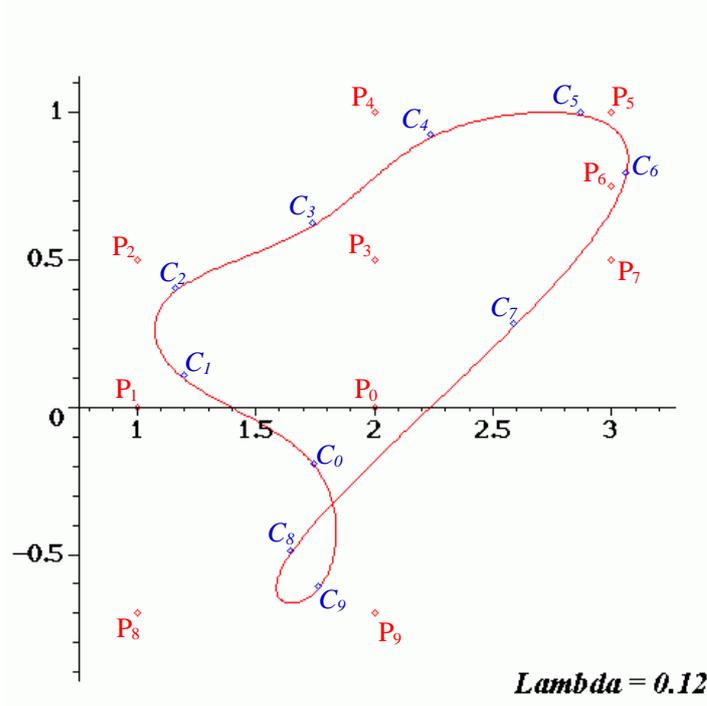


FIG. 2.1 : Définition d'une smoothing spline approchant les 10 points de données  $P_k$

## 2.2 Propriétés des smoothing splines cubiques d'approximation

### 2.2.1 Propriété fondamentale

Une *smoothing spline* cubique est donc une courbe d'approximation contrôlée par un paramètre réalisant un équilibre entre la minimisation de l'erreur d'interpolation et la régularité de la courbe. Elle fut définie comme telle pour la première fois par Reinsch [85]. Une telle courbe minimise le critère suivant :

$$\int_{\Gamma} \|C''(t)\|^2 dt + \frac{1}{\lambda} \sum (P_k - C_k)^2 \quad (2.4)$$

où les  $P_k$  sont les points représentant les données mesurées et les  $C_k$  sont les points, sur la courbe, de jonction des segments polynomiaux.

Le résultat est toujours une spline cubique, mais la courbe ainsi définie ne satisfait plus la condition d'interpolation. Le modèle, défini par les *smoothing splines*, met donc en balance la contrainte de régularité et l'erreur d'interpolation sur les

points d'échantillonnage du contour. Cette flexibilité permet ainsi de privilégier la précision ou la robustesse.

### 2.2.2 Régularité

Les *smoothing splines* cubiques sont des fonctions deux fois continûment dérivables en tout point (même aux points de jonction), la courbe ainsi construite est  $C^2$ . Donc le vecteur normal qui apparaît dans l'expression de la force d'évolution ou encore la courbure issue de la pénalisation sur la longueur du contour, peuvent être calculées analytiquement, et donc exactement, en chaque point du contour, en particulier aux points de jonction des segments de courbe.

### 2.2.3 Structure conservée par transformation affine

De même que pour le modèle précédent, cette propriété découle directement des propriétés de support local minimal et de partition de l'unité. Nous ne présentons pas à nouveau, dans cette section, les développements détaillés dans la partie concernant le modèle fondé sur les B-splines cubiques. Nous utilisons directement le résultat en exhibant la matrice, des *smoothing splines*, qui établit la relation entre les coefficients  $Q_k$  de la courbe paramétrique et les points de données  $P_k$  approchés par cette même courbe.

Dans le cas des *smoothing splines* cubiques, la matrice est :

$$\left(\frac{1}{6}\right) \begin{pmatrix} 4 + 36\lambda & 1 - 24\lambda & 6\lambda & 0 & 0 & 6\lambda & 1 - 24\lambda \\ 1 - 24\lambda & 4 + 36\lambda & 1 - 24\lambda & 6\lambda & 0 & 0 & 6\lambda \\ 6\lambda & 1 - 24\lambda & 4 + 36\lambda & 1 - 24\lambda & 6\lambda & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & 6\lambda & 1 - 24\lambda & 4 + 36\lambda & 1 - 24\lambda & 6\lambda \\ 6\lambda & 0 & 0 & 6\lambda & 1 - 24\lambda & 4 + 36\lambda & 1 - 24\lambda \\ 1 - 24\lambda & 6\lambda & 0 & 0 & 6\lambda & 1 - 24\lambda & 4 + 36\lambda \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

On peut vérifier que la somme des coefficients sur chacune des lignes est égale à 1 et ce quelle que soit la valeur du paramètre de lissage  $\lambda$ .

L'image d'une *smoothing spline*, par une transformation affine, est donc encore une *smoothing spline*. De plus, les coefficients de la *smoothing spline* image sont les images, par la transformation affine, des coefficients de la *smoothing spline* initiale.

## 2.3 Paramétrisation

Le premier terme de (2.4) peut être développé ainsi :

$$\begin{aligned}
 \|C''\|^2 &= \frac{|x'x'' + y'y''|^2}{x'^2 + y'^2} + \frac{|x'y'' - x''y'|^2}{x'^2 + y'^2} \\
 &= \left| \frac{d}{dt} \sqrt{x'^2 + y'^2} \right|^2 + (x'^2 + y'^2) \left| \frac{d}{dt} \arctan \left( \frac{y'}{x'} \right) \right|^2 \\
 &= s''^2 + s'^2 \phi'^2
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

où  $s$  est l'abscisse curviligne de la courbe  $\Gamma$ , et  $\phi(t)$  est l'angle entre la tangente à la courbe au point  $C(t)$  et l'axe horizontal (FIG.2.2). Ceci montre que le terme relatif

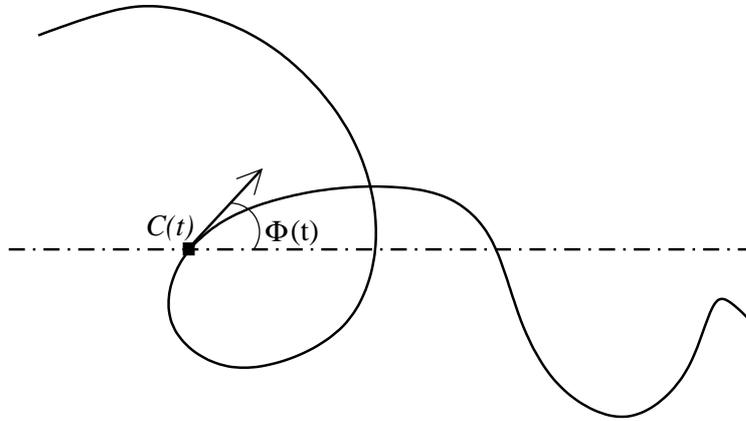


FIG. 2.2 : Définition de l'angle  $\Phi$  entre la tangente à la courbe au point  $C(t)$  et l'axe horizontal

au lissage dans l'équation (2.4) peut être ré-écrit comme une somme de deux termes positifs :

$$\int_{\Gamma} \|C''(t)\|^2 dt = \int_{\Gamma} s''^2(t) dt + \int_{\Gamma} s'^2(t) \phi'^2(t) dt \tag{2.7}$$

Donc lorsque  $\int_{\Gamma} \|C''(t)\|^2 dt$  décroît,  $\int_{\Gamma} s''^2(t) dt$  et  $\int_{\Gamma} s'^2(t) \phi'^2(t) dt$  aussi :

- Le premier terme de (2.7) représente la variation moyenne de l'abscisse curviligne. Par conséquent, une décroissance de ce terme tend à améliorer l'uniformisation de l'échantillonnage du contour ;
- quand l'échantillonnage est quasiment uniforme — i.e.,  $s'(t) \approx \text{constant}$ , ce qui est favorisé par la décroissance du premier terme — on peut montrer, en utilisant l'inégalité de Cauchy-Schwartz, que le second terme de (2.7) est supérieur au carré de

$$\frac{\text{longueur}(\Gamma)}{(\text{Nombre de points de contrôle})^{3/2}} \int_{\Gamma} |\phi'(t)| dt,$$

qui définit la variation moyenne, le long la courbe, de l'angle tangent. Il est intéressant de remarquer que contraindre cette quantité, à ne pas augmenter de façon trop importante, réduit les risques de voir apparaître des boucles sur le contour. En effet, la présence d'une boucle accroît  $\int_{\Gamma} |\phi'(t)| dt$  d'au moins  $\pi$ .

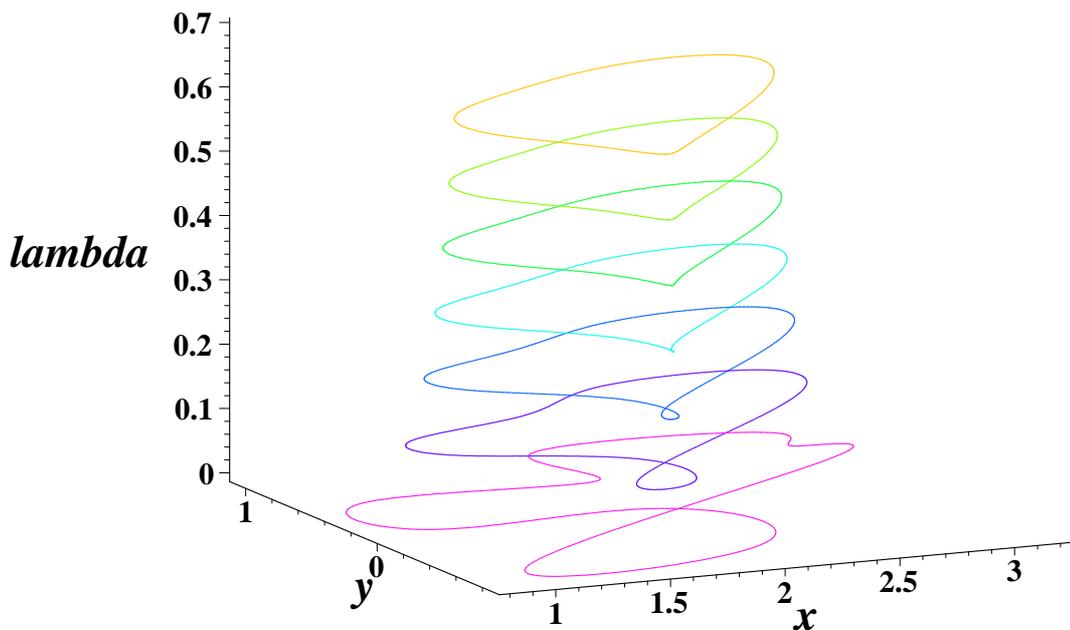


FIG. 2.3 : Évolution du spline cubique depuis la configuration d'interpolation ( $\lambda = 0$ ) jusqu'à la configuration d'approximation ( $\lambda = 0.7$ )

La figure 2.3 montre l'évolution de la spline cubique, construite à partir de 10 points d'échantillonnage, depuis une interpolation régulière (pour une valeur du paramètre  $\lambda = 0$ ) vers une approximation par *smoothing spline* (pour  $\lambda = 0.7$ ). Cette figure montre que les boucles sont évitées par l'accroissement de la valeur du paramètre de lissage  $\lambda$ .

La figure FIG. 2.4 présente l'évolution d'une courbe, définie à partir de points d'échantillonnage fixés, en fonctions de différentes valeurs de  $\lambda$  prises entre 0 et 1. Les points rouges représentent les points d'échantillonnage  $P_k$ , tandis que les points bleus représentent les points de jonction  $C_k$  des segments de *smoothing spline*.

Pour  $\lambda = 0$ , ces deux séries de points sont confondues. Dès que  $\lambda > 0$ , la courbe est une *smoothing spline*, elle ne passe plus par les points  $P_k$ .

On peut remarquer, sur les courbes de la figure FIG. 2.5, que lorsque la valeur de  $\lambda$  augmente, la taille de la boucle diminue jusqu'à disparaître. Cela confirme qu'accroître la valeur du paramètre de lissage, supprime les boucles le long de la *smoothing spline*.

À partir de  $\lambda = 0.32$ , FIG. 2.6(a), la courbe ne forme plus de boucle. Le paramètre  $\lambda$

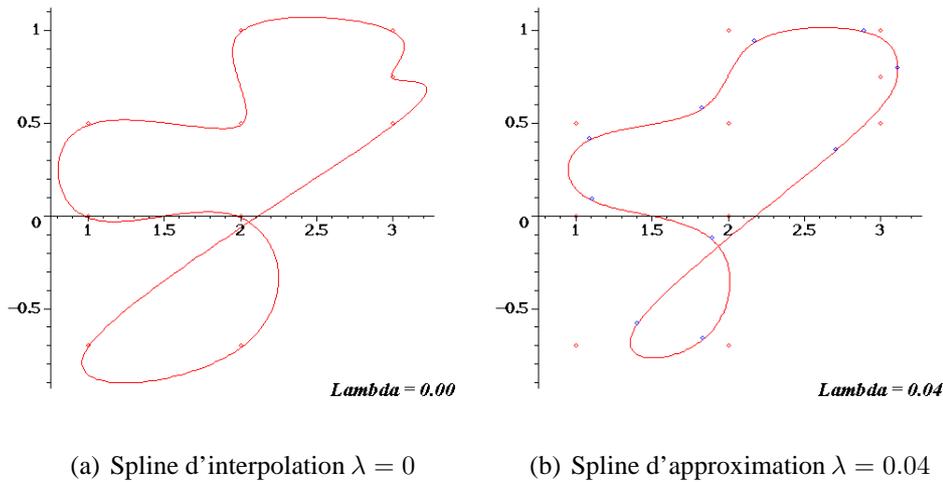


FIG. 2.4 : Évolution d'une smoothing spline dans le plan en fonction de son paramètre de lissage  $\lambda$

augmente encore, la courbe devient plus lisse mais n'évolue plus beaucoup. Elle est relativement loin des points de données de départ. Entre les deux dernières courbes de la figure FIG. 2.6(c) et FIG. 2.6(d), l'évolution de la *smoothing spline* est presque imperceptible alors que le paramètre  $\lambda$  passe de 0.64 à 1.

Ce comportement de la courbe en fonction des variations du paramètres  $\lambda$  est illustré par la courbe FIG. 2.7.

En effet, la figure FIG. 2.7 présente l'erreur d'interpolation des *smoothing splines* comme fonction du paramètre de lissage  $\lambda$ . Elle confirme que la précision décroît *légèrement* avec  $\lambda$ . En effet la quantité de pixels mal classés, entre la segmentation par *smoothing spline* et une segmentation de référence, croît avec  $\lambda$  mais seulement jusqu'à 1.6% de la taille de l'objet.

La courbe FIG. 2.8 montre que la variance de l'abscisse curviligne  $\int_{\Gamma} s''(t)^2 dt$  décroît avec l'accroissement de  $\lambda$ . Cela confirme bien l'uniformisation de l'échantillonnage le long de la *smoothing spline*, lorsque la valeur de  $\lambda$  augmente.

Les *smoothing splines* permettent ainsi de ne pas effectuer d'étape de ré-échantillonnage de la courbe à chaque itération. Plus le paramètre  $\lambda$  est grand, moins le processus de ré-échantillonnage est nécessaire.

## 2.4 Une relation « constructive »

Tout comme pour le modèle de contour actif basé sur une interpolation par B-splines cubiques, on peut définir un algorithme rapide de construction des coefficients de *smoothing splines*  $Q_k$  à partir des points de données  $P_k$ . La relation entre les points d'échantillonnage  $P_k$  et les points de contrôle  $Q_k$  (les coefficients spline)

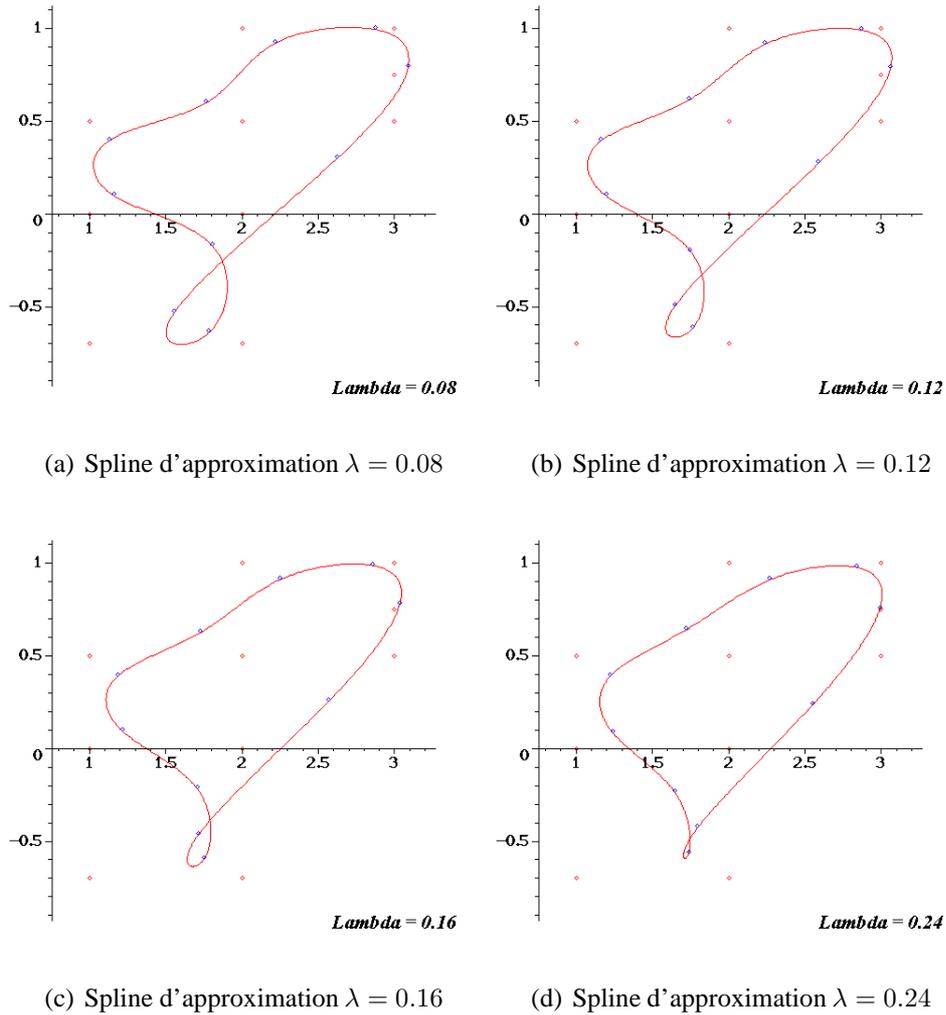


FIG. 2.5 : Évolution d'une smoothing spline dans le plan en fonction de son paramètre de lissage  $\lambda$

peut être écrite sous la forme d'une convolution :

$$Q_k = (S_\lambda^3)^{-1} * P_k \tag{2.8}$$

avec

$$S_\lambda^3(z)^{-1} = \frac{6}{z + 4 + z^{-1} + 6\lambda(z^{-2} - 4z^{-1} + 6 - 4z + z^2)} \tag{2.9}$$

La fonction de transfert est alors factorisable en le produit d'un filtre causal par un filtre anticausal :

$$\frac{b}{\lambda} \cdot \frac{1}{1 + az^{-1} + bz^{-2}} \cdot \frac{1}{1 + az + bz^2} \tag{2.10}$$

où  $a = -(z_0 + z_1)$  et  $b = z_0 z_1$  sont des réels obtenus à partir des deux pôles  $z_0$  et  $z_1$  de  $S_\lambda^3(z)^{-1}$  qui se trouvent à l'intérieur du cercle unité. Cette approche par

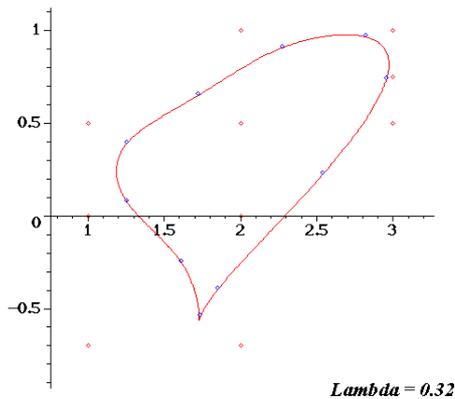
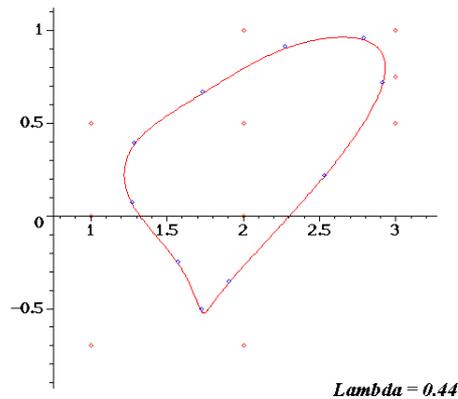
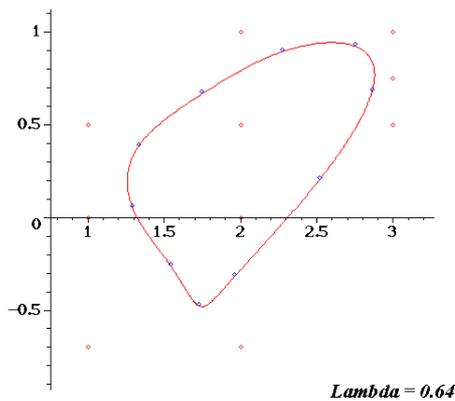
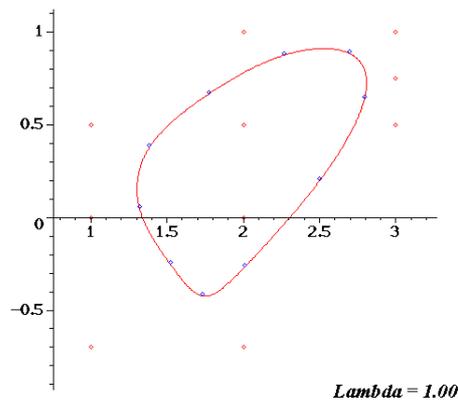
(a) Spline d'approximation  $\lambda = 0.32$ (b) Spline d'approximation  $\lambda = 0.44$ (c) Spline d'approximation  $\lambda = 0.64$ (d) Spline d'approximation  $\lambda = 1$ 

FIG. 2.6 : Évolution d'une smoothing spline dans le plan en fonction de son paramètre de lissage  $\lambda$

pré-filtrage définit un algorithme efficace pour le calcul des coefficients de *smoothing spline*. Nous allons détailler l'initialisation de la récursion constituant cet algorithme.

## 2.5 Détail de la récursion et de l'initialisation de l'algorithme smoothing splines

### 2.5.1 Factorisation par filtres récursifs

Si l'on fait l'hypothèse que les points d'échantillonnage  $P$  sont uniformément répartis le long du contour, le filtre représentant la *smoothing spline* cubique  $(S_\lambda^3(z))^{-1}$ , défini dans (2.9), peut être factorisé en le produit d'un filtre causal par un filtre an-

### Précision en fonction de $\lambda$

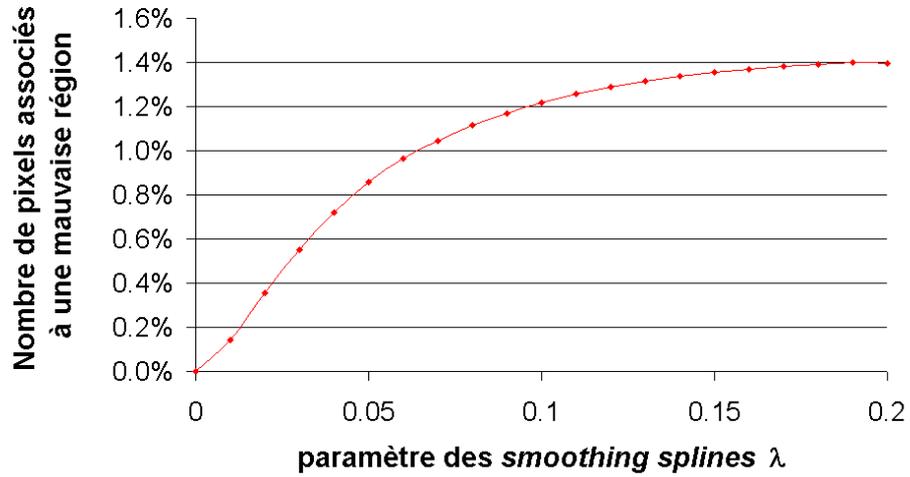


FIG. 2.7 : La précision décroît *légèrement* avec  $\lambda$

### Régularité en fonction de $\lambda$

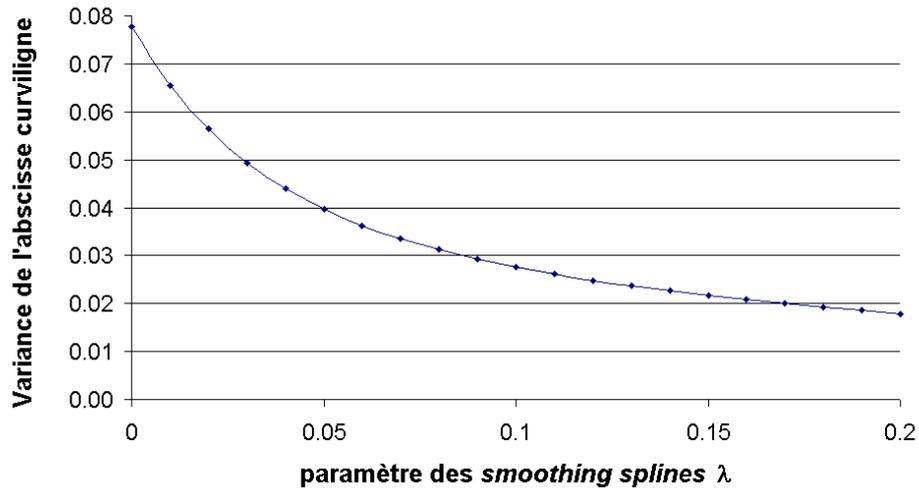


FIG. 2.8 : L'uniformité de l'échantillonnage croît avec  $\lambda$

ticausal.

Considérons le dénominateur de  $(S_\lambda^3(z))^{-1}$  :

$$D(z) = z + 4 + z^{-1} + 6\lambda(z^2 - 4z + 6 - 4z^{-1} + z^{-2}) \quad (2.11)$$

Ce polynôme peut être factorisé en :

$$D(z) = \frac{6\lambda}{b}(1 + az + bz^2)(1 + az^{-1} + bz^{-2}) = \frac{6\lambda}{b}S_1(z^{-1})S_1(z) \quad (2.12)$$

où  $a$  et  $b$  sont deux nombres réels. Cependant, puisque  $D(z)$  ne s'annule pas sur le cercle unité, les pôles de  $S_1(z)$  —qu'ils soient réels ou complexes— se trouvent à l'intérieur (strictement) du cercle unité. Ceci montre que le pré-filtre des *smoothing splines* peut être implémenté comme la mise en cascade d'un filtre causal et d'un filtre anticausal, tous deux récurrents et du second ordre :

$$S_\lambda^3(z) = \frac{b}{\lambda} \cdot \frac{1}{1 + az^{-1} + bz^{-2}} \cdot \frac{1}{1 + az + bz^2} \quad (2.13)$$

Remarquons que, en définissant  $x = z - 2 + z^{-1}$  nous pouvons ré-écrire le polynôme (2.11) sous la forme  $D(z) = 6\lambda x^2 + x + 6$ . Ses racines sont soit réelles, quand  $\lambda \leq 1/144$ , soit complexes, quand  $\lambda > 1/144$ . Ainsi, les pôles de  $S_1(z)$  sont donc soit réels, quand  $\lambda \leq 1/144$ , soit complexes, quand  $\lambda > 1/144$ . Le pôle est un pôle double de  $S_1(z)$  seulement quand  $\lambda = 1/144$ .

Soient  $\{P(k)\}_{k=0,\dots,N-1}$ , les points d'échantillonnage du contour, le terme de droite dans la factorisation de (2.13) définit ainsi l'algorithme récursif suivant pour le calcul des coefficients  $\{Q(k)\}_{k=0,\dots,N-1}$  de la *smoothing spline* cubique :

$$\tilde{Q}(k) = -a\tilde{Q}(k-1) - b\tilde{Q}(k-2) + P(k) \quad (2.14)$$

$$Q(k) = -aQ(k+1) - bQ(k+2) + \frac{b}{\lambda}\tilde{Q}(k) \quad (2.15)$$

Nous devons maintenant déterminer l'initialisation pour chacune de ces relations de récursion.

## 2.5.2 Initialisation

Afin de déterminer l'initialisation de l'algorithme de filtrage récursif, nous devons calculer la réponse impulsionnelle  $s_1(n)$  du filtre causal  $S_1(z)^{-1}$  défini par l'expression (2.13) :

- Quand  $\lambda = 1/144$ ,  $S_1(z) = (1 - z_0 z^{-1})^2$  avec  $z_0 = -5 + 2\sqrt{6}$ .  
Nous obtenons immédiatement

$$\frac{1}{S_1(z)} = \sum_{n \geq 0} (n+1) z_0^n z^{-n},$$

et nous en déduisons que la réponse impulsionnelle du filtre causal est définie par

$$s_1(n) = (n+1)z_0^n u(n)$$

.  $u(n)$  représente le pas discret de la suite  $s_1(n)$  et est défini par  $u(n) = 1$  pour  $n \geq 0$  et  $u(n) = 0$  sinon.

- Quand  $\lambda \neq 1/144$ , les deux pôles,  $z_0$  et  $z_1$  de  $S_1(z)$  sont distincts. Nous pouvons donc décomposer  $S_1(z)^{-1}$  en fractions simples :

$$\frac{1}{S_1(z)} = \frac{A}{1 - z_0 z^{-1}} + \frac{B}{1 - z_1 z^{-1}}$$

où  $A = (1 - z_1 z_0^{-1})^{-1}$  et  $B = (1 - z_0 z_1^{-1})^{-1}$ . Nous en déduisons que la réponse impulsionnelle de  $S_1(z)^{-1}$  est donnée par

$$s_1(n) = Az_0^n u(n) + Bz_1^n u(n).$$

On peut remarquer que la réponse impulsionnelle du filtre anticausal  $S_1(z^{-1})^{-1}$  (nécessaire à l'initialisation de la récursion anticausale) est donnée par  $s_1(-n)$ .

### Récursion causale

L'initialisation de (2.14) nécessite de déterminer  $\tilde{Q}(0)$  et  $\tilde{Q}(1)$ . En utilisant le résultat précédent de la réponse impulsionnelle de  $S_1(z)^{-1}$ , nous obtenons :

$$\begin{aligned}\tilde{Q}(0) &= \sum_{n \in \mathbb{Z}} s_1(-n)P(n), \\ \tilde{Q}(1) &= \sum_{n \in \mathbb{Z}} s_1(1-n)P(n),\end{aligned}$$

Ainsi, en utilisant la  $N$ -périodicité de la suite de points  $P(n)$  (propriété des courbes splines fermées), nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned}\tilde{Q}(0) &= \sum_{n_0=0}^{N-1} P(n_0) \sum_{n \in \mathbb{Z}} s_1(-n_0 + nN), \\ \tilde{Q}(1) &= \sum_{n_0=0}^{N-1} P(n_0) \sum_{n \in \mathbb{Z}} s_1(1 - n_0 + nN).\end{aligned}\tag{2.16}$$

Nous devons donc calculer une expression de la forme  $\sum_n s_1(k + nN)$ . Pour cela, considérons les fonctions

$$g_k(r) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} r^{k+nN} u(k + nN) \quad \text{avec } |r| < 1.$$

Puisque  $g_k(r)$  satisfait  $g_k(r) = g_{k+N}(r)$ , nous pouvons restreindre la définition de  $g$  à  $k \in \llbracket 0, N-1 \rrbracket$  et nous trouvons alors que

$$g_k(r) = \sum_{n \geq 0} r^{k+nN} = \frac{r^k}{1 - r^N}.$$

De part la propriété de  $N$ -périodicité,  $k$  doit être remplacé par  $(k \bmod N)$  dans cette expression quand  $k \notin \llbracket 0, N-1 \rrbracket$ . Cependant, en dérivant simplement  $g_{k+1}(r)$ , nous obtenons aussi que

$$\sum_{n \in \mathbb{Z}} (k + nN + 1) r^{k+nN} u(k + nN) = g'_{k+1}(r) = \frac{(k+1)r^k}{1 - r^N} + \frac{Nr^{N+k}}{(1 - r^N)^2}.\tag{2.17}$$

Nous pouvons donc en conclure que

– quand  $\lambda = 1/144$ ,

$$\sum_{n \in \mathbb{Z}} s_1(k + nN) = g'_{(k \bmod N)+1}(z_0); \quad (2.18)$$

– quand  $\lambda \neq 1/144$ ,

$$\sum_{n \in \mathbb{Z}} s_1(k + nN) = A g_{k \bmod N}(z_0) + B g_{k \bmod N}(z_1). \quad (2.19)$$

Ces expressions peuvent être reportées dans (2.16) pour permettre de définir les conditions initiales à la récursion causale (2.14).

### Récursion anticausale

L'initialisation de (2.15) requiert le calcul de  $Q(N-1)$  et de  $Q(N-2)$ . En utilisant  $s_1(-n)$  pour réponse impulsionnelle de  $S_1(z^{-1})^{-1}$ , nous obtenons :

$$\begin{aligned} Q(N-1) &= \frac{b}{\lambda} \sum_{n \in \mathbb{Z}} s_1(-(N-1-n)) \tilde{Q}(n), \\ Q(N-2) &= \frac{b}{\lambda} \sum_{n \in \mathbb{Z}} s_1(-(N-2-n)) \tilde{Q}(n), \end{aligned}$$

Alors, en utilisant la  $N$ -périodicité de  $\tilde{Q}(n)$  (propriété des courbes splines fermées)

$$\begin{aligned} Q(N-1) &= \frac{b}{\lambda} \sum_{n_0=0}^{N-1} \tilde{Q}(n_0) \sum_{n \in \mathbb{Z}} s_1(n_0 + 1 + nN), \\ Q(N-2) &= \frac{b}{\lambda} \sum_{n_0=0}^{N-1} \tilde{Q}(n_0) \sum_{n \in \mathbb{Z}} s_1(n_0 + 2 + nN). \end{aligned} \quad (2.20)$$

En reportant les expressions définies en (2.18 et (2.19) dans ces deux équations, (2.20) définit les conditions initiales à la récursion anticausale (2.15).

Pour résumer l'algorithme décrit ci-dessus, nous appliquons, en cascade, un filtre causal et un filtre anticausal aux points d'échantillonnage  $\{P(n)\}_{n=0 \dots N-1}$  pour calculer les coefficients  $\{Q(n)\}_{n=0 \dots N-1}$  des *smoothing splines* cubiques. De même que pour les splines d'interpolation, l'algorithme récursif de calcul des *smoothing splines* est stable numériquement, rapide et facile à implémenter.

## Chapitre 3

# Algorithme de segmentation par splines d'approximation : Smoothing splines cubiques

La principale difficulté conceptuelle de cet algorithme (et présentée dans le diagramme) réside dans la substitution, à chaque itération, du rôle des  $C_k$ , points de jonction des segments de *smoothing spline*, au rôle des  $P_k$ , points de données.

En effet, si la phase d'*initialisation* est identique que pour le modèle paramétrique basé sur les splines cubiques uniformes, nous allons voir que la phase d'*évolution* diffère quelque peu.

La phase d'*initialisation* a été adaptée à différentes applications et différents environnements.

On peut, par exemple, utiliser un masque de segmentation (c'est une image dans laquelle les pixels appartenant à l'objet sont égaux à 1 et ceux appartenant au fond valent 0), pour initialiser le contour. Dans ce cas là, on détermine un certain nombre de points sur le contour de l'objet défini grâce au masque. Ces points sont alors utilisés comme échantillons de la première spline cubique uniforme.

On peut aussi directement choisir les points d'échantillonnage de la première *smoothing spline* cubique, à l'aide d'une interface, par exemple.

L'algorithme passe ensuite à l'étape d'*évolution*.

Les points de données  $P_k$  de la *smoothing spline*, déterminée lors de l'*initialisation*, ne sont plus les points de jonction des segments de courbe. L'*évolution* commence donc toujours par la détermination de ces points de jonction  $C_k$ . La courbe *smoothing spline* cubique obtenue approche alors les points  $P_k$ .

Nous calculons, aux points  $C_k$  de la *smoothing splines*, les termes liés aux propriétés géométriques du contour (courbure, vecteur normal,...), par des formules analytiques exactes qui, de plus, sont extrêmement rapides à évaluer. Cela n'aurait

pas de sens d'évaluer ces grandeurs aux points  $P_k$  qui n'appartiennent plus à la spline.

Nous considérons, alors, les  $C_k$ , points de la *smoothing spline*, comme les nouveaux points de données. Ils se substituent donc aux points de données précédents,  $P_k$ . Nous calculons les autres termes composant la force d'évolution, aux points  $C_k$ .

Comme nous l'avons expliqué pour le modèle paramétrique par interpolation cubique B-spline, l'application de la force en seulement quelques points d'échantillonnage le long du contour, n'est pas toujours une approche suffisamment stable. On peut alors, dans ce cas là, appliquer différentes techniques (détaillées pour le modèle précédent basé B-splines cubiques) de lissages des forces en des points d'échantillonnage voisins. Cette étape est, cependant, moins importante dans le cas des *smoothing splines* car leur robustesse intrinsèque permet de parer à la plupart des situations d'instabilité.

Les points d'échantillonnage de la *smoothing spline* sont, ensuite, déplacés selon l'amplitude de la force d'évolution dans la direction du vecteur normal intérieur à la *smoothing spline*.

On calcule une nouvelle *smoothing spline* cubique, en déterminant ces coefficients.

Puisque l'on a déplacé les points, il se peut qu'une boucle soit apparue. Cependant, l'utilisation du modèle paramétrique de contour par *smoothing splines*, permet de réduire considérablement le nombre de situation où le contour s'auto-intersecte. La recherche et la gestion des boucles n'est alors pas effectué à chaque itération.

De plus, si la situation de segmentation le permet (si la scène contient au moins deux objets), deux contours distincts peuvent se couper. On peut alors, si besoin, tester puis gérer les changements de topologie des contours. Cette gestion peut être effectuée automatiquement à chaque itération, mais elle ralentit l'algorithme.

L'algorithme entre alors dans sa dernière phase qui consiste à tester la convergence du contour. Pour valider la segmentation, plusieurs techniques peuvent être employées. La plus rapide repose sur un test de l'amplitude de la force en chacun des points d'échantillonnage, afin de détecter si les points ne se déplacent plus (la force a une amplitude inférieure à un seuil fixé) ou si les points oscillent (le signe de l'amplitude de la force change fréquemment pendant un certain laps d'itérations).

La technique la plus lente consiste à évaluer le critère d'énergie en fonction de la position du contour actif pour l'itération courante. Cette technique est aussi la plus robuste.

De nombreuses autres approches ont été implémentées et la plus efficace est fondée sur l'analyse des variations de la pente de régression obtenue à partir d'un nombre fini de valeurs de la dérivée du critère. Cette valeur de pente est ensuite comparée à un seuil fixé.

Si la convergence n'est pas atteinte, le rôle des points  $C_k$  dans l'algorithme change à nouveau. En effet, une nouvelle itération de la phase d'évolution est effectuée, en déterminant une nouvelle *smoothing spline* d'approximation, qui ne passe

pas par les points  $C_k$ , mais qui les approche. Les  $C_k$  sont alors dans le rôle de points  $P_k$  approchés par la *smoothing spline*.

Il en est de même si une approche multi-résolution a été adoptée pour réduire le temps de calcul. En effet, la *smoothing spline*, obtenue à la fin de la phase d'évolution précédente, est rééchantillonnée en augmentant le nombre de points. On repasse alors en phase d'évolution jusqu'à obtenir la convergence.

Si la convergence est atteinte alors l'algorithme s'arrête.

Le diagramme FIG.3.1 décrit les étapes de l'algorithme de segmentation utilisant des courbes *smoothing splines* cubiques. Comme pour le diagramme de l'algorithme basé sur les splines cubiques d'interpolation, nous avons introduit la gestion de la topologie, le lissage des forces d'évolution et la multi-résolution, comme fonctionnalités optionnelles de l'algorithme.

Nous présentons, dans le chapitre suivant, des résultats de segmentation obtenus par cet algorithme et nous illustrons la robustesse structurelle du modèle par *smoothing splines*.

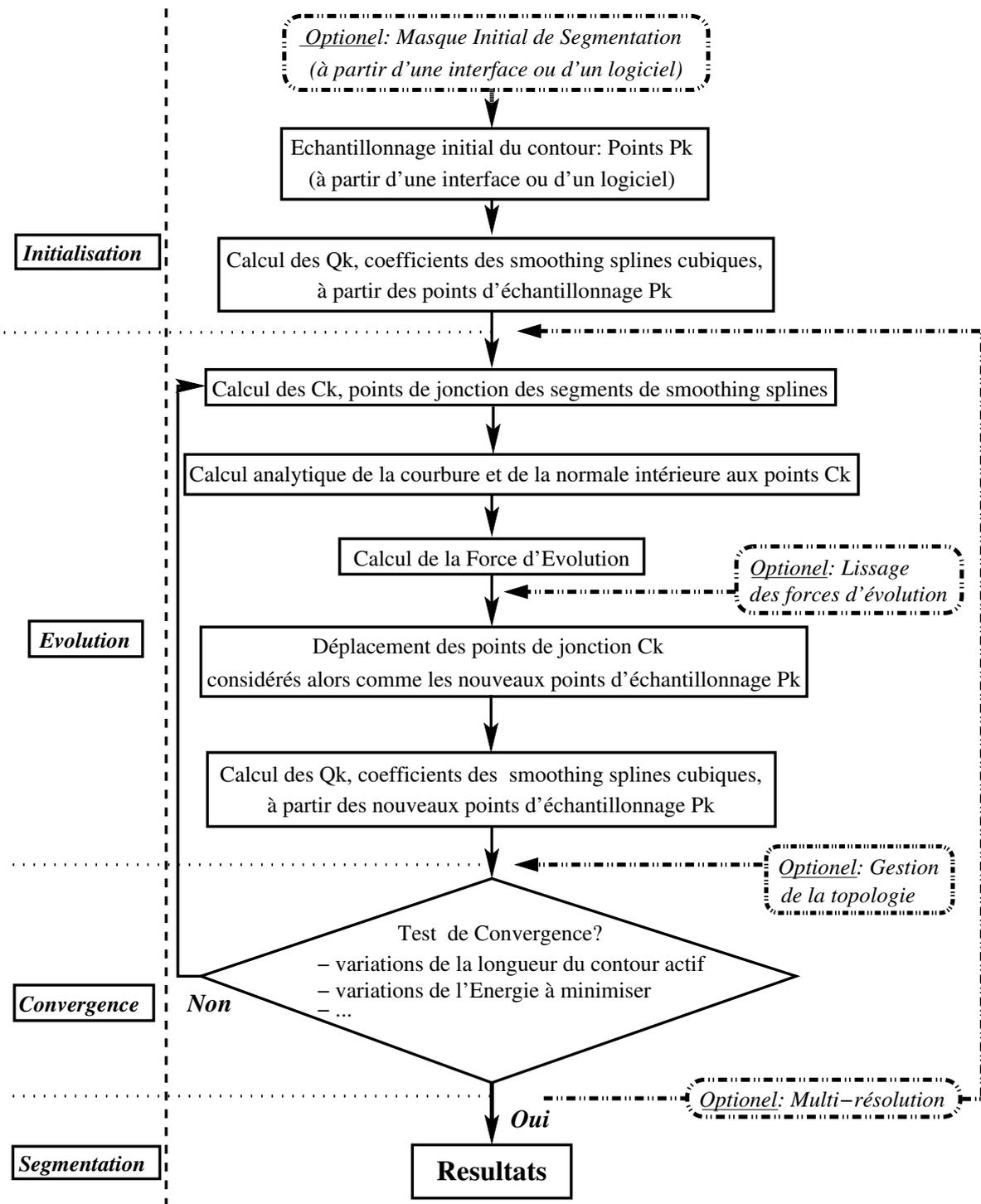


FIG. 3.1 : Diagramme de notre algorithme pour une modélisation par smoothing splines cubiques du contour actif

# Chapitre 4

## Résultats : Segmentation d'images et de vidéos bruitées

Nous présentons, dans ce chapitre, les résultats de la segmentation d'images fixes et la segmentation de séquences vidéo. Nous comparons les influences respectives, sur la qualité de la segmentation, du paramètre  $\lambda$  des *smoothing splines* et de  $\beta$  le poids appliqué au terme de régularisation classique pénalisant la longueur du contour. Nous présentons, tout d'abord, les résultats d'une segmentation basée sur un critère d'homogénéité. Tous les critères utilisés dans cette section sont détaillés dans le premier chapitre du manuscrit.

### 4.1 Segmentation de régions homogènes dans des images fixes en niveaux de gris

Dans cet exemple, les images sont des images médicales de cas d'ostéoporose. L'objectif est de segmenter les régions osseuses présentes dans l'image. Rappelons que dans ce type de segmentation, la vitesse  $v$  de propagation du contour actif, dont la définition (4.1) a été détaillée dans l'introduction de ce manuscrit, est donnée par :

$$v = \Phi(\sigma_{\text{in}}^2) - \Phi(\sigma_{\text{ext}}^2) + \beta\kappa + \Phi'(\sigma_{\text{in}}^2) [(I - \mu_{\text{in}})^2 - \sigma_{\text{in}}^2] - \Phi'(\sigma_{\text{ext}}^2) [(I - \mu_{\text{ext}})^2 - \sigma_{\text{ext}}^2] \quad (4.1)$$

Cette vitesse fait évoluer le contour actif, basé sur les B-splines, vers le minimum du critère d'énergie (1.5). Ainsi la compétition entre les régions intérieure et extérieure au contour tend à accroître l'homogénéité de chacune des régions. Cependant, la qualité des images d'ostéoporose est dégradée par le bruit d'acquisition et par le bruit que représentent les tissus non osseux (muscles, graisse, . . .) par rapport à une segmentation efficace des os.

### 4.1.1 Régularité

Un des principaux avantages du modèle paramétrique basé sur les *smoothing splines* est d'être robuste au bruit issu des données. La construction, de telles fonctions, permet de relâcher la contrainte sur l'interpolation des points de données, en les approximant et en augmentant la régularité de la courbe.

Les deux résultats suivants (FIG. 4.1 et FIG. 4.2) comparent l'effet des *smoothing splines* sur la régularité du contour en présence de données bruitées par rapport à l'introduction dans le critère d'énergie d'un terme classique de régularisation du contour, c'est à dire une pénalisation sur sa longueur. La qualité de la segmentation est définie par un médecin expert, qui détermine aussi les régions d'intérêt de l'image permettant de valider cette qualité.

Le contour initial, pour ces résultats, est défini par un cercle centré sur la région d'intérêt.

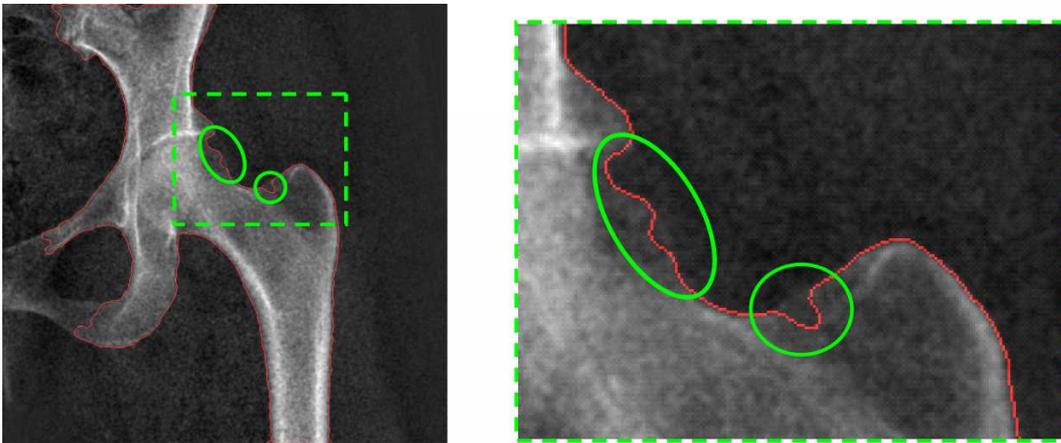


FIG. 4.1 : Segmentation par spline d'interpolation avec  $\lambda = 0$  et une pénalisation de la longueur  $\beta = 10$

La figure FIG. 4.1 présente la convergence de l'algorithme en utilisant un contour actif basé sur une interpolation par cubique spline avec une pénalisation de la longueur du contour. Cette pénalisation améliore la régularité de la courbe. Cependant le bruit d'acquisition détériore la qualité de la segmentation dans la région d'intérêt et gêne le diagnostic médical d'ostéoporose. Dans cet exemple ci, la régularité du contour n'est contrôlée que par le paramètre de pénalisation de longueur  $\beta$ .

La figure FIG. 4.2, quant à elle, illustre la robustesse du nouveau modèle paramétrique de courbe basé sur une structure par *smoothing splines*. La flexibilité des *smoothing splines* autorise une segmentation précise des tissus osseux. Le bruit des données ne dégrade plus les résultats, en particulier, dans les zones d'intérêt pour le diagnostic. La régularité du contour n'est plus contrôlée que par le paramètre des *smoothing splines*  $\lambda$ .

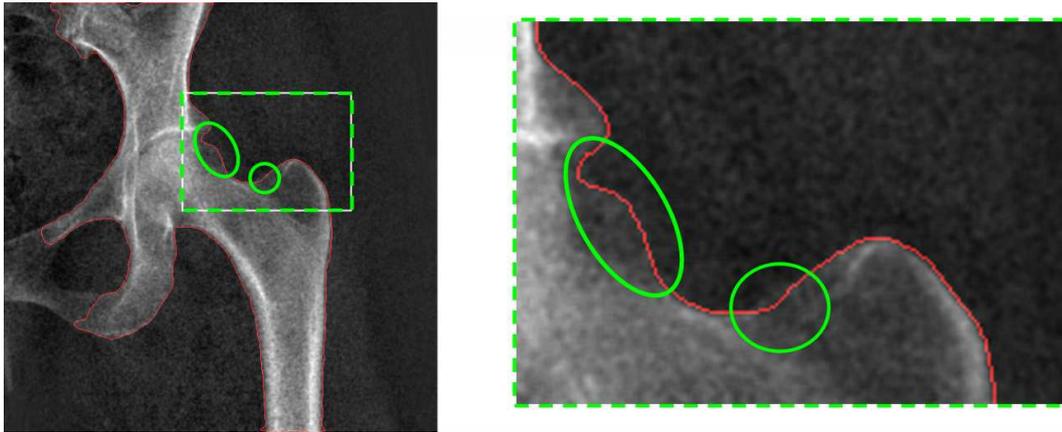


FIG. 4.2 : Segmentation par splines d'approximation (smoothing splines) avec  $\lambda = 0.08$  et sans pénalisation sur la longueur  $\beta = 0$

Le terme de pénalisation de la longueur du contour est très sensible aux variations de la courbure le long du contour. La régularisation de la courbe par l'addition de ce terme est donc difficile à maîtriser. Il est donc intéressant d'analyser le comportement de la propagation du contour en fonction du paramètre des *smoothing splines*  $\lambda$ .

#### 4.1.2 Robustesse

Nous présentons maintenant une brève analyse du comportement du contour actif, au cours de l'évolution, suivant la valeur attribuée au paramètre de régularité des *smoothing splines*,  $\lambda$ .

La figure FIG. 4.3 illustre la robustesse du nouveau modèle, basé sur les *smoothing splines*, en fonction des variations du paramètre  $\lambda$ . Sur la première ligne, entre les images de gauche et de droite, la valeur de  $\lambda$  passe seulement de 0 à 0.01 (FIG. 4.3(a) et FIG. 4.3(b)), alors que la précision de la segmentation est, elle, largement améliorée et que le résultat est proche d'une segmentation « parfaite ». Si nous multiplions  $\lambda$  par 10, ce qui le porte à la valeur de 0.1, (FIG. 4.3(d)), le contour est devenu un peu trop lisse mais la qualité visuelle de la segmentation reste très bonne. Renouveler l'opération précédente, (FIG. 4.3(c)), lisse le contour de façon trop importante mais la structure de ce dernier reste robuste. Des résultats supplémentaires pour  $\lambda = 10$  et 100 indiquent que, même si le contour est trop lisse pour préserver une précision suffisante, la structure du contour reste stable ce qui n'est pas le cas pour les mêmes variations appliquées à  $\beta$ , le poids sur la pénalisation de la longueur. Cette robustesse relative du contour actif aux variations de  $\lambda$  suggère que nous pouvons déterminer un intervalle standard de valeurs pour ce paramètre. Ce premier résultat définit un intervalle de  $[0.1, 1]$ .

Le contour est échantillonné avec 512 points et la taille de l'image est de  $512 \times$

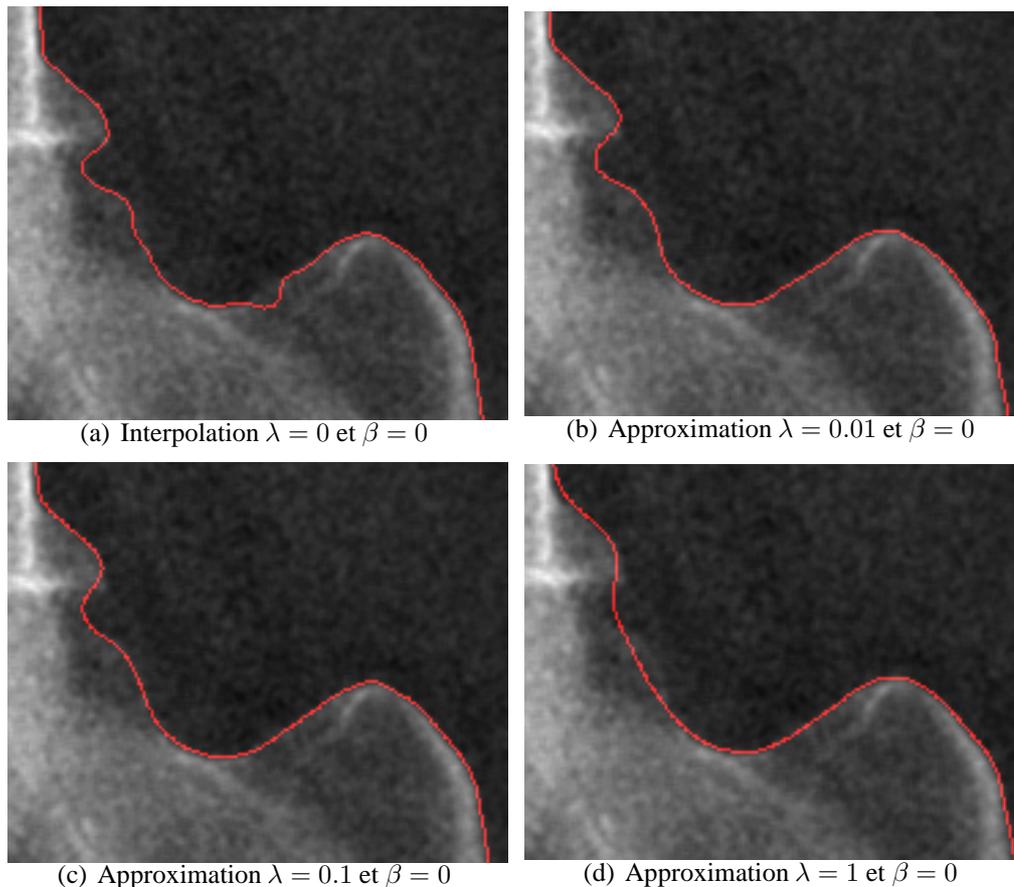


FIG. 4.3 : Robustesse du contour en fonction des variations du paramètre des smoothing splines,  $\lambda$

512. La segmentation est obtenue en 25 secondes avec un Pentium IV à 2.6 GHz. Il faut souligner que la majeure partie du temps d'exécution s'écoule lors de l'évaluation des variances des domaines de l'objet et du fond. En effet, la même segmentation avec moitié moins de points d'échantillonnage 256, puis 128, réalisée en 24 secondes, confirme que : le coût de la construction de la spline d'approximation ne représente qu'un faible pourcentage du calcul total.

Dans les perspectives de ce chapitre, nous proposerons des améliorations de l'algorithme dans le cas de critères d'énergie faisant intervenir les moments (moyenne, variance,...) de l'image.

## 4.2 Régions homogènes dans une séquence vidéo en couleur

Les résultats présentés, dans cette section, correspondent à la segmentation de régions, homogènes, en couleur. Nous les avons obtenus par minimisation du critère d'énergie (1.9).

La région d'intérêt, homogène en couleur, est définie par le visage dans la séquence *Erik* (CIF, 352 x 288). L'initialisation est définie par un cercle. Il n'y a pas de contrainte sur la longueur du contour.

Rappelons la définition de l'équation d'évolution basée sur les distributions de probabilités conjointes. Nous l'avons présentée ainsi que le critère d'énergie dont elle est issue, dans la partie d'introduction :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Gamma}{\partial \tau}(\tilde{x}/\Omega) = & \left[ -q(I_R(\tilde{x}), I_G(\tilde{x}), I_B(\tilde{x}), \Omega) \left( \ln q(I_R(\tilde{x}), I_G(\tilde{x}), I_B(\tilde{x}), \Omega) + 1 \right) \right. \\ & - \frac{1}{|\Omega|} \left( H_{RGB}(\Omega) - 1 + \int_{\Omega} K(I_R(x) - I_R(\tilde{x}), I_G(x) - I_G(\tilde{x}), I_B(x) - I_B(\tilde{x})) \right. \\ & \left. \left. \ln q(I_R(x), I_G(x), I_B(x), \Omega) dx \right) \right] \mathbf{N} \quad (4.2) \end{aligned}$$

où

$$K(x, y, z) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp -\frac{x^2 + y^2 + z^2}{2\sigma^2} \quad (4.3)$$

est le noyau Gaussien utilisé dans la méthode de fenêtre de Parzen.

Les données extraites de l'évolution de l'histogramme sont très sensibles au bruit. La modélisation du contour basée sur les *smoothing splines* permet de résoudre ce problème en offrant un très faible coût calcul et une robustesse globale au bruit présent dans les données. Le paramètre  $\lambda = 0.1$  est toujours dans l'intervalle standard de valeurs que nous avons déterminé pour les résultats précédents, i.e.,  $[0.1, 1]$ .

Les images FIG. 4.4, extraites de la séquence, montrent l'évolution de la courbe depuis son initialisation jusqu'à la convergence et les figures FIG. 4.5 présentent la segmentation de quelques images extraites de la séquence.

Nous pouvons illustrer la meilleure robustesse au bruit du modèle fondé sur les *smoothing splines* par rapport au modèle fondé sur des B-splines cubiques d'interpolation. La figure FIG. 4.6 montre le résultat de la segmentation sur la première image de la séquence *Erik*, bruitée artificiellement par un bruit gaussien de 85%.

## 4.3 Objets en mouvement dans une séquence vidéo

Dans ce dernier exemple d'application, l'équation de la vitesse est donnée par :

$$v = \alpha - |I_n(\sigma) - \text{Proj}(I_{n-1}(\sigma))| + \beta \kappa \quad (4.4)$$

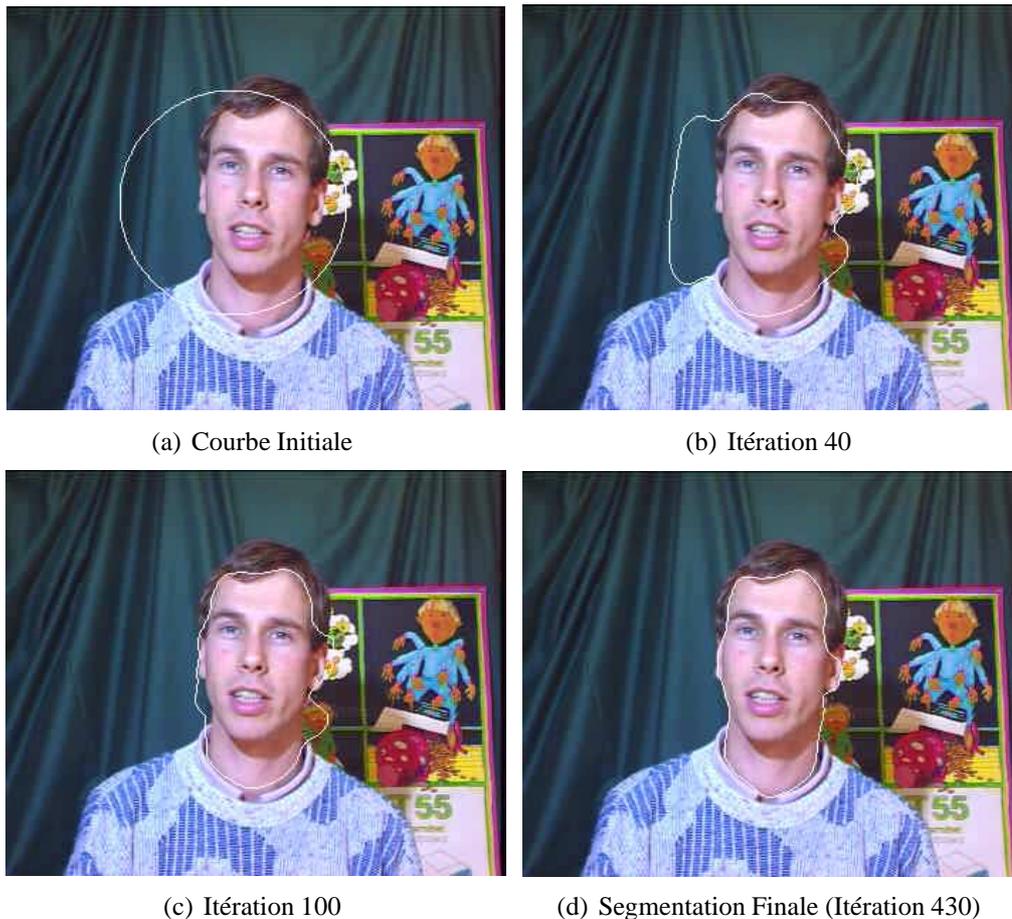


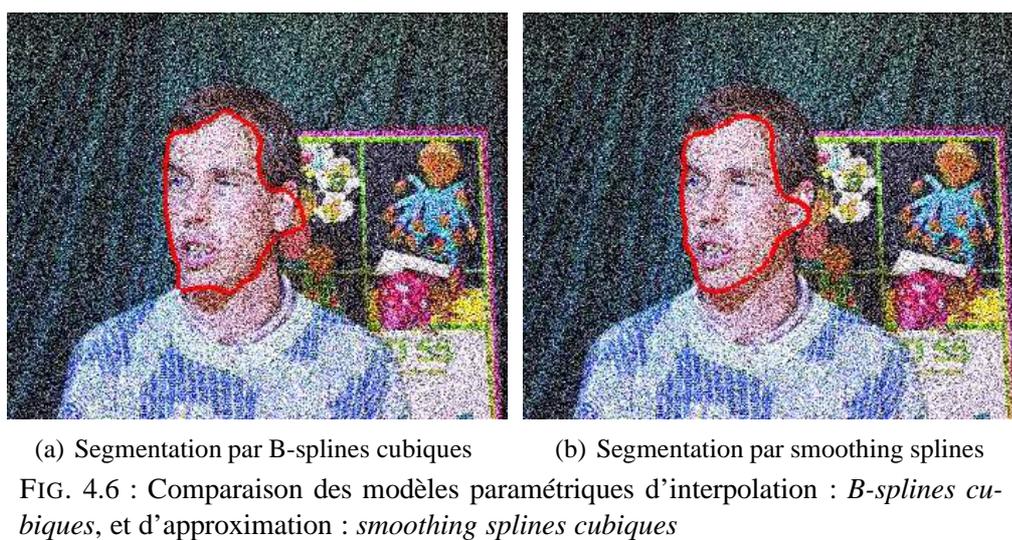
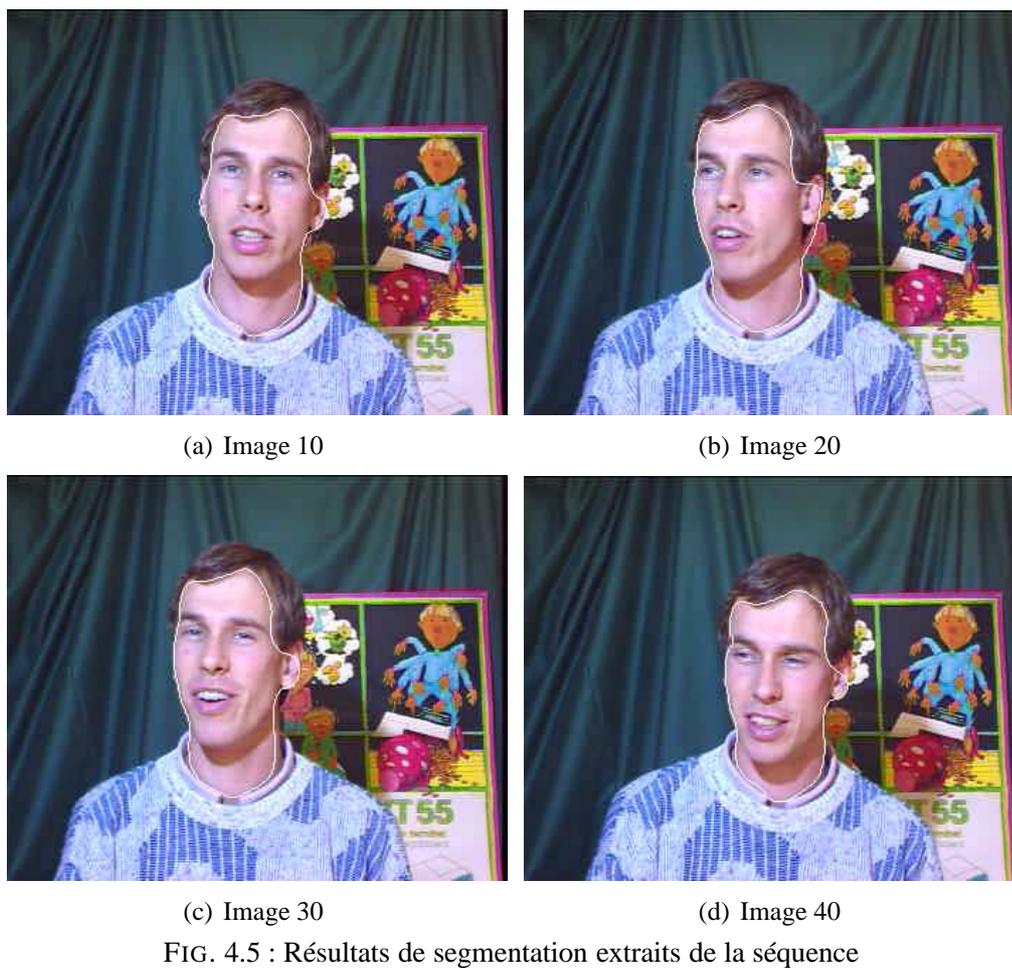
FIG. 4.4 : Évolution de la segmentation au cours de la minimisation du critère (1.9)

Il faut cependant remarquer que le descripteur du fond  $k_{\text{ext}} = |I_n - \text{Proj}(I_{n-1})|$  est un gradient temporel. C'est donc un terme défini localement, sensible au bruit des données. Il est donc intéressant que notre modèle de contour actif paramétrique soit robuste dans le cas des données bruitées.

Dans la séquence *coastguard* FIG. 4.7(a), le sillage du bateau agit comme une source de bruit pour le descripteur du fond  $k_{\text{ext}}$ . Donc l'évolution du contour est détériorée par la présence de ce « bruit ».

La figure FIG. 4.7(b) présente le résultat de la segmentation avec un contour actif modélisé par une interpolation cubique spline (Precioso et al. [81]). La régularité du contour dépend seulement de la pénalisation sur la longueur du contour de poids  $\beta$  dans le critère. Cependant, l'écume dans le sillage du bateau est considérée comme une partie de l'objet.

La figure FIG. 4.7(c) illustre la nouvelle méthode, fondée sur les *smoothing splines*, par le résultat obtenu pour la segmentation de la même séquence. La régularité du contour dépend maintenant seulement du paramètre des *smoothing splines*,  $\lambda$ . En relâchant la contrainte rigide d'interpolation, on apporte une amélioration vi-



sible : L'écume n'est plus considérée comme faisant partie de l'objet, tandis que l'objet est toujours raisonnablement bien segmenté.



(a) Séquence initiale

(b) Interpolation  $\lambda = 0$  et  $\beta = 20$ (c) Approximation  $\lambda = 0.3$  et  $\beta = 0$ 

FIG. 4.7 : Un modèle basé sur des smoothing splines dans le cas de données bruitées

Ce troisième exemple confirme l'intervalle de  $[0.1, 1]$ , que nous avons déterminé, comme les valeurs standards pour le paramètre  $\lambda$ .

La figure FIG. 4.8 présente les temps de calcul et la précision de la segmentation de la séquence *coastguard*, pour les 5 premières images. Le contour est échantillonné avec 64 points et la taille de l'image est de  $352 \times 288$ . Les résultats présentés sont réalisés sur un *Pentium IV* à 2.6 GHz. Le contour initial pour la première image est défini par les bords de l'image. Tandis que pour les images 2, 3, 4 et 5 l'initialisation est définie par le contour final obtenu dans l'image précédente. La segmentation du bateau dans la première image demande plus de temps car le contour initial est « loin » de l'objet. Pour les images suivantes, les temps de calcul sont suffisamment faibles pour envisager une segmentation en temps réel en optimisant la programmation de l'algorithme.



(a) Image 1 : 1,33 secondes

(b) Image 2 : 0,12 seconde



(c) Image 3 : 0,30 seconde

(d) Image 4 : 0,42 seconde



(e) Image 5 : 0,25 seconde

FIG. 4.8 : Temps de calcul de la segmentation de la séquence *coastguard*



# Chapitre 5

## Conclusions et perspectives

### 5.1 Conclusions

La première modélisation basée sur une interpolation par B-spline, bien que précise et très rapide, souffrait d'une trop grande sensibilité au bruit des données. Nous avons donc étendu le modèle précédent en remplaçant la courbe spline cubique d'interpolation par une courbe *smoothing spline* cubique d'approximation.

L'un des intérêts majeurs de ce modèle est de pouvoir parfaitement contrôler le compromis entre l'erreur d'interpolation et la régularité du contour, à l'aide du seul paramètre  $\lambda$ . Pour une valeur de  $\lambda$  nulle, le contour actif ainsi défini est le contour actif présenté dans la partie précédente, c'est à dire une cubique spline interpolant les données. Si le paramètre des *smoothing splines*  $\lambda$  n'est pas nul, alors le contour n'interpole plus les données mais les approche et devient plus régulier.

Un autre intérêt réside dans la possibilité de calculer les coefficients *smoothing splines*  $Q_k$  à partir des points de données  $P_k$  en utilisant un algorithme rapide basé sur la mise en cascade d'un filtre causal avec un filtre anticausal, tous deux, récurrents et du second ordre. Le temps réel n'est plus obtenu directement par notre algorithme, mais c'est un objectif aisément accessible en optimisant la programmation.

Toutes les fonctionnalités de gestion de la topologie ou d'amélioration de la cohérence temporelle de la segmentation, sont immédiatement transposables pour le nouveau modèle car seul change le calcul des coefficients de *smoothing splines* à partir des points de données.

Seule cette partie de l'algorithme change. Cependant, les propriétés intrinsèques des *smoothing splines* rendent le modèle précédent plus robuste. En effet, comme nous l'avons remarqué, le modèle basé sur une spline cubique d'interpolation était rapidement instable si l'uniformité de l'échantillonnage n'était pas respecté, certains comportements indésirables du contour (comme des boucles) pouvant alors apparaître. Le nouveau modèle, basé sur une *smoothing spline* cubique, relâche la contrainte d'interpolation et minimise ainsi un peu plus la valeur de  $\int_{\Gamma} \|C''(t)\|^2 dt$ . Ce terme permet de contrôler l'apparition de boucle le long du contour, ainsi que d'uniformiser l'échantillonnage des points de données, comme nous l'avons montré

dans le paragraphe 2.3.

Enfin, le principal problème du modèle par interpolation, quant à la segmentation de données bruitées, est résolu grâce au modèle paramétrique de contour actif par *smoothing splines*, comme le montre nos résultats sur des séquences vidéos et des images réelles.

La robustesse introduite dans ce modèle ouvre de nouvelles perspectives, comme la segmentation des régions homogènes dans des images en couleur à partir d'histogrammes.

## 5.2 Perspectives

Une première perspective apportant un résultat immédiat, serait d'appliquer les résultats, obtenus par Jacob et al. [51], concernant « le calcul exact des moments pour des régions définies par des courbes splines et des courbes ondelettes » aux modèles paramétriques de contour actif proposés dans ce document.

Le calcul des moments des régions internes et externes au contour est une des étapes clef dans de nombreux travaux utilisant des histogrammes (Jehan-Besson et al. [5] et Herbulot et al. [46]) ou considérant des a priori de formes (Foulonneau et al. [38]).

En utilisant les modèles paramétriques proposés, pour implémenter ces méthodes de segmentation, la réduction du coût calcul des moments représenterait donc une amélioration substantielle pour toutes ces approches de segmentation par contours actifs basés régions.

De plus, le modèle par *smoothing splines* a montré qu'une connaissance approfondie des fonctions d'interpolation et d'approximation permettait de proposer un modèle rapide, évolutif et robuste. Ces fonctions n'ont que très peu été utilisées en traitement des images et encore moins dans le domaine de la segmentation par contour actif. Elle sont cependant communément employées dans des domaines tels que les statistiques comme des fonctions proposant une méthode robuste de régression non-linéaire. Il semble donc pertinent d'étudier plus précisément les *smoothing splines* au travers des travaux et des résultats déjà obtenus dans d'autres domaines pour d'autres applications sous un point de vue différent, afin de tirer profit de toutes leurs propriétés.

Ainsi, les *smoothing splines pondérées* pourraient représenter une généralisation du modèle que nous avons proposé, basé sur les *smoothing splines* cubiques, et offrir une flexibilité locale que ne proposent pas ces dernières (de Boor [31]).

La détermination automatique du paramètre  $\lambda$  des *smoothing splines*, par la méthode proposée par Craven et Wahba [27] et basée sur l'introduction d'une validation croisée généralisée, ne peut être appliquée directement. En effet, le problème n'est pas le même, puisque dans ces travaux les données à approcher sont connues et représentent un nuage de points dont on veut extraire une courbe de régression non-linéaire. Dans le cas qui nous concerne, nous n'avons pas connaissance des points

formant le contour de référence, en l'occurrence le contour à convergence. De plus, la position de ces points variera justement en fonction de la valeur du paramètre  $\lambda$  puisque celui-ci est directement impliqué dans la construction de la *smoothing spline* et par là-même dans la propagation du contour actif. La méthode de validité croisée généralisée ne peut donc pas s'appliquer telle quelle. Il pourrait être intéressant cependant d'étudier cette approche et d'essayer d'établir une relation avec le bruit présent dans les images et les séquences vidéos. Le paramètre  $\lambda$  pourrait être évalué à chaque itération en considérant que les données bruitées à approcher sont définies par les points d'échantillonnage  $C_k$  que l'on a déplacés. Le coût d'une telle approche sur le temps de calcul total de l'algorithme serait alors à déterminer car il pourrait dégrader la rapidité de la segmentation.

Enfin, d'autres travaux pourraient aussi constituer une piste d'investigation intéressante, comme par exemple l'article de M. H. Chen et R. T. Chin [21] dans lequel, les auteurs déterminent le contour d'un objet comportant des angles aigus à partir de données bruitées en combinant une *smoothing spline* avec une fonction paramétrique décrivant les discontinuités du contour à trouver. Cette approche est elle aussi basée sur la méthode de validation croisée généralisée à partir des propriétés statistiques des données bruitées. Cette méthode consiste à retrouver un contour « de référence » et ne peut donc pas être utilisée directement dans notre problème de segmentation où nous ne connaissons pas les points correspondant au contour cible. Il pourrait cependant être intéressant d'étudier leur approche afin d'introduire dans notre propre modèle de l'information, a priori, sur des discontinuités connues de l'objet que l'on cherche à segmenter.



# Conclusion générale

---

**Objet :** Conclusions et Perspectives

---



Dans ce manuscrit, nous avons élaboré un modèle paramétrique de contour qui permet une implémentation rapide, adaptative et robuste des méthodes de segmentation d'images et de vidéos par contours actifs basés régions.

Dans un premier temps, nous avons conçu un modèle de contour rapide et évolutif, fondé sur l'interpolation de courbe par fonctions B-splines.

**Rapide** : dans sa construction fondée sur un algorithme de calcul des coefficients de la spline (représentant le contour) par filtrages récursifs d'ordre 1 ; par les tests locaux élaborés pour déterminer la convergence de la propagation ; dans sa propagation, comme l'ont illustré les résultats de segmentation, obtenus en temps réel, pour une application de visioconférence.

**Évolutif** : par la gestion automatisée des changements de topologie du contour qui autorise la segmentation de plusieurs objets et la gestion des fusions ou séparations de ces objets ; par l'introduction d'un modèle  $2D + T$  qui a permis l'amélioration de la cohérence temporelle mais peut aussi représenter un modèle de surface active pour la segmentation d'objets en  $3D$ .

Nous avons décrit les nombreuses propriétés intéressantes des courbes splines telles que la régularité  $C^2$  en tout point, la conservation de la structure spline par transformation affine, le faible nombre de points d'échantillonnage nécessaire à une interpolation précise et le contrôle local sur la courbe qui permet de ne modifier que localement le contour lorsque l'on déplace un point de contrôle.

Nous avons présenté les résultats impliquant la gestion de la topologie et la cohérence temporelle pour la segmentation de séquences vidéo réelles. Nous avons obtenus des résultats en temps réel, pour une application de notre méthode de segmentation à la visioconférence.

Cependant, malgré de probants résultats, la structure de ce premier modèle de contour actif, souffrait d'une trop grande sensibilité au bruit des données et d'instabilité pour de trop importantes variations dans l'uniformité de l'échantillonnage.

Nous avons donc étendu le premier modèle paramétrique de contour actif fondé sur une spline cubique d'interpolation, en un second modèle de contour actif fondé sur une *smoothing spline* cubique d'approximation.

Ce modèle paramétrique de contour actif est rapide, évolutif et robuste.

**Rapide** : dans sa construction fondée sur un algorithme de calcul des coefficients de la spline (représentant le contour) par filtrages récursifs d'ordre 2 ; par les tests locaux de convergence similaires à ceux élaborés pour le premier modèle.

**Évolutif** : car les fonctionnalités de gestion automatisée des changements de topologie et d'amélioration de la cohérence temporelle par une structure  $2D + T$  sont immédiatement transposables.

**Robuste** : par la résolution du problème d'instabilité du premier modèle dans le cas de variations trop importantes de l'uniformité de l'échantillonnage du

contour ; et par une structure robuste de contour dont la robustesse, aux données bruitées, est contrôlée par un paramètre.

Ce modèle de contour fondé sur les *smoothing splines* possède les propriétés de régularité et de stabilité par transformation affine déjà établies pour le modèle de contour actif par interpolation.

Nous avons ensuite présenté des résultats mettant en lumière l'apport de ce modèle de contour actif pour la segmentation d'images ou de vidéos bruitées.

Nous avons donc, dans un premier temps, conçu un modèle paramétrique de contour actif rapide et évolutif dont les résultats en qualité et en temps de calcul étaient tout à fait satisfaisants. Nous avons ensuite étendu cette approche en concevant un modèle rapide, évolutif et robuste. Le paramètre de lissage contrôlant la robustesse du contour permet de passer au premier modèle de contour, fondé sur les splines d'interpolation, lorsqu'il est nul et au second modèle de contour lorsqu'il est non nul.

## Perspectives

Ces travaux de recherche permettent d'envisager de nombreux développements :

- Une première perspective apportant un résultat immédiat, serait d'appliquer les résultats, obtenus par Jacob et al. [51], concernant « le calcul exact des moments pour des régions définies par des courbes splines et des courbes ondelettes » aux modèles paramétriques de contour actif proposés dans ce document.

Le calcul des moments des régions internes et externes au contour est une des étapes clef dans de nombreux travaux utilisant des histogrammes (Jehan-Besson et al. [5] et Heerbulot et al. [46]) ou considérant des a priori de formes (Foulonneau et al. [38]).

En utilisant les modèles paramétriques proposés, pour implémenter ces méthodes de segmentation, la réduction du coût calcul des moments représenterait donc une amélioration substantielle pour ces approches de segmentation par contours actifs basés régions.

- Une autre piste d'investigation, suggérée par le professeur Thierry Blu, serait d'approfondir le lien qui existe entre les travaux réalisés par Mathews Jacob et lui-même [52, 51] et les travaux présentés dans ce document. En effet, un lien peut être établi, par le biais de la méthode de Galerkin, entre nos deux approches. Leur approche du problème de la segmentation est quelque peu différente car le contour actif se propage vers le minimum du critère d'énergie, non pas sous l'effet d'une force d'évolution appliquée directement au contour, mais sous celui de variations appliquées aux coefficients splines. C'est donc la structure même du contour qui évolue pour converger vers un minimum du critère d'énergie. Leur méthode de segmentation correspond à une minimisation de l'énergie par la méthode de Galerkin.

Dans l'approche présentée dans ce manuscrit, la courbe ne conserve pas la

structure spline entre chaque itération. En effet, le fait d'appliquer la force aux points d'échantillonnage du contour et de les déplacer détruit la structure spline du contour actif. Nous reconstruisons d'ailleurs la spline interpolant les points de données à chaque itération. Ceci correspond à un cas particulier de la méthode de Galerkin : la méthode de collocation.

Il serait donc intéressant de développer ce point afin de comparer les deux approches et d'évaluer les possibilités de l'une et de l'autre.

- D'autres modèles pourraient être étudiés pour essayer d'augmenter encore l'adaptabilité de notre modèle de contour actif paramétrique. En effet, le paramètre des *smoothing splines* contrôle le compromis entre l'erreur d'interpolation et la régularité de la courbe de façon globale : un seul et même paramètre pour toute la courbe. Ainsi, les *smoothing splines pondérées* pourraient, peut-être, représenter une extension du modèle que nous avons proposé. Ces courbes pourraient offrir une plus grande flexibilité locale dans le sens où elles permettent d'appliquer des contraintes sur l'erreur d'interpolation localement par le biais de poids (de Boor [31]).



# Glossaire

---

« Ce que l'on conçoit bien s'énonce clairement,  
Et les mots pour le dire arrivent aisément. »  
*L'art poétique*, Nicolas Boileau (1636 - 1711)

**Objet :** De la signification de...

---



**Pixel** : *Picture Element i.e.* le plus petit point (généralement de couleur) qui compose une image.

**Bézier (courbes de)** : méthode de modélisation vectorielle permettant une manipulation intuitive de lignes et de surfaces arrondies. Cette technique permet de tracer des courbes en utilisant des points comportant des tangentes d'inflexion. La position et le nombre de points, la longueur et l'orientation des tangentes déterminent précisément la forme des courbes. Cette technique a été mise au point par l'ingénieur français Pierre Bézier afin de modéliser les carrosseries automobiles [12, 13].

**vecteur mouvement** : c'est un vecteur dont les composantes représentent le mouvement du point, de la région ou de l'objet dont est issue son origine.

**COST 211** : de l'anglais *The European COST 211 Group - Research on Redundancy Reduction Techniques and Content Analysis for Multimedia Services*; c'est un groupe de recherche européen sur les techniques de réduction des redondances temporelles et l'analyse du contenu pour les services multimédias. Ce groupe utilise plusieurs séquences de travail dont les séquences Stefan Edberg, gardes-côtes (*Coast Guard*), Hall ou *Foreman*. Dans notre manuscrit, nous travaillons surtout sur ces séquences.

**EDP** : Équation aux Dérivées Partielles.

**Spline** : En mathématiques, ce sont des courbes polynomiales composites (courbes polynomiales par morceaux). Il existe des courbes *splines* cubiques, quadratiques, cela dépend du degré de dérivabilité. Les propriétés particulièrement intéressantes quant à la régularité de ces fonctions ont donné lieu à la naissance de nombreuses familles de fonctions splines : les smoothing splines, les X-splines, les T-splines, les  $\nu$ -splines, les  $\beta$ -splines, les thin-plate splines, et bien d'autres encore.

**basé régions, basé contour** : Ces expressions sont des anglicismes, des traductions mot à mot. Elles signifient que l'*objet*, qui est qualifié de « basé régions », est considéré au travers des informations issue de la région de l'image qui le définit (il en est de même pour un *sujet* basé contour).

Ainsi, une méthode de segmentation basée régions traite les informations extraites de l'image comme caractérisant des régions d'intérêt.



# Annexes

---

**Objet :** Dans la première annexe, nous développons les calculs prouvant que les splines d'interpolation, aussi bien que les *smoothing splines* (d'approximation), conservent leur structure par transformation affine. Dans l'annexe suivante, nous donnons la

définition de la distance de qualité établie par le projet européen COST 211 et que nous utilisons fréquemment dans l'évaluation de nos résultats pour comparer notre segmentation d'une séquence vidéo avec une segmentation de référence de cette même séquence.

---



# Annexe A

## Construction et quelques propriétés des Catmull-Rom splines

Les Catmull-Rom splines sont des courbes d'interpolation locale développées pour le graphique et le design. Elles ont été créées par messieurs Edwin Catmull et Raphael Rom (d'où leur nom). Leur utilisation initiale concernait la construction des courbes et des surfaces, mais plus récemment leurs applications ont été étendues. L'une des caractéristiques les plus intéressantes des Catmull-Rom splines est que la courbe obtenue passe par ses points de contrôle, ce qui n'est pas le cas, en général, des autres familles de fonctions splines.

La construction de ces courbes peut être réalisée de deux façons. La première approche utilise quatre points de contrôle mais pas d'information sur les tangentes, tandis que la seconde considère deux points de contrôle et l'information sur deux tangentes. Détaillons chacune des ces approches.

### A.1 Construction

Dans le cas de l'utilisation de deux points de contrôle et de deux tangentes, la forme matricielle des splines est définie à partir d'un simple argument géométrique qui tend à fixer les tangentes aux points de contrôle. Ainsi, le segment de courbe  $(P_i, P_{i+1})$  est défini par les points de contrôle  $P_i, P_{i+1}$  et par les tangentes en ces points. La tangente au point  $P_i$  est définie par  $\frac{P_{i+1}-P_{i-1}}{2}$  et la tangente au point  $P_{i+1}$  est définie par  $\frac{P_{i+2}-P_i}{2}$ .

Supposons que nous cherchons à définir le segment de Catmull-Rom spline qui passe par les deux points de contrôle  $P_i$  et  $P_{i+1}$  et que nous connaissons les tangentes au segment  $P'_i$  et  $P'_{i+1}$  en ces points. Cette courbe paramétrique cubique est de la forme :

$$P(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 \quad (\text{A.1})$$

et vérifie les relations :

$$\begin{aligned} P(i) &= a_0 \\ P(i+1) &= a_0 + a_1 + a_2 + a_3 \\ P'(i) &= a_1 \\ P'(i+1) &= a_1 + 2a_2 + 3a_3 \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

On résoud simultanément ces équations afin de déterminer les valeurs de  $a_0, a_1, a_2$  et  $a_3$ . On obtient ainsi :

$$a_0 = P(i) \quad (\text{A.3})$$

$$a_1 = P'(i) \quad (\text{A.4})$$

$$a_2 = 3[P(i+1) - P(i)] - 2P'(i) - P'(i+1) \quad (\text{A.5})$$

$$a_3 = 2[P(i) - P(i+1)] + P'(i) + P'(i+1) \quad (\text{A.6})$$

Si l'on reporte ces relations dans l'expression générale d'une courbe paramétrique cubique A.1, on en déduit la forme polynomiale du segment de Catmull-Rom spline qui interpole les points de contrôle  $P_i$  et  $P_{i+1}$  :

$$\begin{aligned} P(t) &= (1 - 3t^2 + 2t^3)P(i) \\ &+ (3t^2 - 2t^3)P(i+1) \\ &+ (t - 2t^2 + t^3)P'(i) \\ &+ (-t^2 + t^3)P'(i+1) \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

La définition polynomiale précédente, du segment de Catmull-Rom spline A.7 interpolant les points de contrôle  $P_i$  et  $P_{i+1}$ , peut être écrite dans une présentation plus classique des courbes splines par la relation matricielle suivante :

$$P(t) = \begin{pmatrix} 1 & t & t^2 & t^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_i \\ P_{i+1} \\ \frac{P_{i+1} - P_{i-1}}{2} \\ \frac{P_{i+2} - P_i}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

Cette relation matricielle permet de définir la première approche de construction d'une Catmull-Rom spline fermée proposant l'interpolation de  $n+1$  points  $\{P_0, P_1, \dots, P_n\}$  en itérant la construction de chaque segment.

Une deuxième approche permet de construire une telle courbe sans requérir d'information sur les tangentes aux points de contrôle. Cependant, cette méthode nécessite de faire l'hypothèse d'un échantillonnage uniforme des points  $P_i$  sur la courbe spline. Dans ce cas là, le segment de spline défini entre les points de contrôle  $P_i$  et  $P_{i+1}$  et interpolant les points  $P_{i-1}$ ,  $P_i$ ,  $P_{i+1}$  et  $P_{i+2}$  est défini par la relation matricielle :

$$P(t) = \left(\frac{1}{2}\right) \begin{pmatrix} 1 & t & t^2 & t^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -5 & 4 & -1 \\ -1 & 3 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{i-1} \\ P_i \\ P_{i+1} \\ P_{i+2} \end{pmatrix} \quad (\text{A.9})$$

Chacune des deux méthodes de construction d'une Catmull-Rom spline définissent une courbe ayant les mêmes propriétés.

## A.2 Quelques propriétés

Les propriétés principales d'une Catmull-Rom spline sont :

- la spline passe par tous ses points de contrôle.
- le contrôle sur la spline est local. C'est-à-dire que lorsque l'on déplace l'un des points de contrôle, cela n'affecte qu'une partie restreinte de la courbe spline.
- la structure d'une Catmull-Rom spline est invariante par transformation affine.
- la spline est  $C^1$ , et ne possède donc pas de discontinuités dans la direction des tangentes ou dans leur amplitude.
- la spline n'est pas  $C^2$ , car la dérivée seconde est linéairement interpolée au point d'interpolation.

Ces deux dernières propriétés de régularité nous ont orienté vers l'utilisation des B-splines cubiques pour modéliser notre contour car ce sont les seules fonctions splines qui permettent de définir une courbe par interpolation et qui soit  $C^2$  en chacun de ses points, en particulier aux points interpolés.



## Annexe B

# Critère de qualité de segmentation COST 211

Cette mesure est effectuée en comparant la segmentation estimée, calculée par un algorithme de segmentation, avec une segmentation de référence, obtenue manuellement. De cette comparaison résulte une erreur de segmentation, notée  $SE$ , qui prend en compte les deux types classiques d'erreur :

- Les pixels *Objet Manquant* (notés  $MF$  pour Missing Foreground) qui représentent des pixels appartenant à un objet de référence et qui ont été estimés comme appartenant au fond de l'image ;
- Les pixels de *Fond Ajoutés* (notés  $AB$  pour Added Background) qui, eux, représentent des pixels appartenant au fond de l'image et qui ont été estimés comme des pixels d'un objet de référence.

Dans [71], il est souligné que ces deux types d'erreur n'ont pas la même importance visuelle :

- Un pixel mal estimé a un effet visuel plus important s'il est localisé loin du bord d'un objet de référence ;
- Pour les erreurs très proches d'une frontière d'un objet de référence, les erreurs de type  $MF$  sont plus tolérables que des erreurs de type  $AB$  ;
- Plus loin d'une frontière de référence, les erreurs de type  $MF$  prennent de l'importance car une part non négligeable de l'objet devient manquante ;
- En ce qui concerne les erreurs de type  $AB$ , leur effet visuel augmente lorsque l'on s'éloigne des frontières de référence mais tend à se stabiliser avec la distance.

Ces considérations ont amené les auteurs de [71] à définir  $SE$  par :

$$SE = \sum_{d=1}^{D_{FG \max}} w_{MF}(d).Card(R_d \cap E^C) + \sum_{d=1}^{D_{BG \max}} w_{AB}(d).Card(R_d^C \cap E)$$

Où :

- $E$  désigne la segmentation estimée par l'algorithme évalué ;
- $R$  désigne la segmentation de référence ;
- $S^C$  désigne le complément de l'ensemble  $S$  ;

- $Card(S)$  désigne le cardinal de l'ensemble  $S$ , en l'occurrence le nombre de pixels contenus dans la région  $S$  ;
- $R_d$  désigne l'ensemble des pixels de la région  $R$  situés à une distance  $d$  du bord de  $R$  :

$$R_i = \{x/x \in R, d(x, R^C) = i\}$$

$$R_i^C = \{x/x \in R^C, d(x, R) = i\}$$

Les fonctions de pondération  $w_{MF}$  et  $w_{AB}$  sont illustrées sur la figure FIG.B.1.

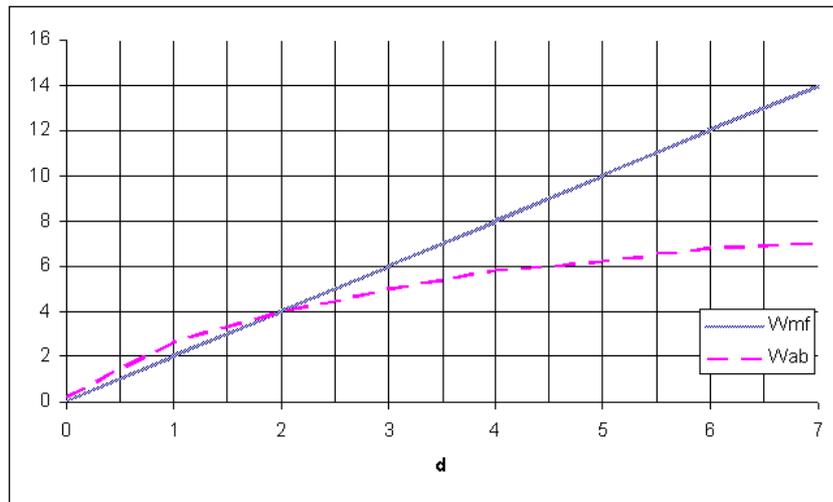


FIG. B.1 : Fonctions de pondération  $w_{MF}$  et  $w_{AB}$

Afin de normaliser la mesure  $SE$ , celle-ci est divisée par le nombre de pixels localisés dans l'objet de référence. Puis, la mesure est présentée de façon analogue à une quantité de type  $PSNR$ . Ainsi, on obtient une mesure d'erreur de segmentation, notée  $SQM$ , et définie par :

$$SQM = 10. \log \left( \frac{1}{1 + \frac{SE}{Card(R)}} \right)$$

De cette façon, une valeur  $SQM$  égale à zéro dénote une segmentation parfaite.

# Publications

## Revue internationale

**IP (à paraître), F. Precioso, M. Barlaud, T. Blu, M. Unser, "Robust real-time segmentation of images and videos using a Smoothing-Spline snake-based Algorithm", à paraître dans *IEEE Trans. on Image Processing*, 2005.**

**EURASIP'02, F. Precioso, M. Barlaud, "B-Spline Active Contour with Handling of Topological Changes for fast Video Segmentation", *EURASIP Journal on Applied Signal Processing, Special issue on Image Analysis for Multimedia Interactive Services - Part II*, vol.2002 (6) : 555-560, juin 2002.**

**APPLIED OPTICS : Information Processing (article collectif), S. Jehan-Besson, M. Gastaud, F. Precioso, M. Barlaud, G. Aubert, E. Debreuve, "From snakes to region-based active contours defined by region-dependent parameters", vol.43 (2) : 247-256, janvier, 2004.**

## Conférences internationales

**ICIP 2003, F. Precioso, M. Barlaud, T. Blu, M. Unser, "Smoothing B-Spline Active Contour for Fast and Robust Image and Video Segmentation", *International Conference on Image Processing*, Barcelone, Espagne, septembre 2003.**

**ICIP 2002, F. Precioso, M. Barlaud, "Regular Spatial B-Spline Active Contours for Fast Video Segmentation", *International Conference on Image Processing*, Rochester, NY, septembre 2002.**

**ICIP 2001, F. Precioso, M. Barlaud, "B-Spline Active Contour for Fast Video Segmentation", *International Conference on Image Processing*, Thessalonique, Grèce, octobre 2001.**

**WIAMIS 2001 F. Precioso, M. Barlaud, "B-Spline Active Contour for Fast Video Segmentation", *Workshop on Image Analysis for Multimedia Interactive Services*, Tampere, Finlande, mai 2001.**

## **Rapports de recherche**

**Rapport de D.E.A., F. Precioso, "Contribution à la segmentation d'objets vidéo pour la norme MPEG4", septembre 2000.**

# Bibliographie

- [1] D. Adalsteinsson, J.A. Sethian, “A fast level set method for propagating interfaces”, *Journal of Computational Physics*, vol. 118, 1995.
- [2] O. Amadiou, E. Debreuve, M. Barlaud, G. Aubert, “Inward and outward curve evolution using level set method”, *International Conference on Image Processing*, Kobe, Japan, 1999.
- [3] A. A. Amini, S. Tehrani, T. E. Weymouth, “Using dynamic programming for minimizing the energy of active contours in the presence of hard constraints”, Tampa, FL, December 1988, pp. 95–99.
- [4] A. A. Amini, T. E. Weymouth, R. C. Jain, “Using dynamic programming for solving variational problems in vision”, *IEEE Transactions Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 12, n° 9, pp. 855–867, September 1990.
- [5] G. Aubert, M. Barlaud, O. Faugeras, S. Jehan-Besson, “Image segmentation using active contours : calculus of variations or shape gradients?”, *SIAM*, 2003.
- [6] B. A. Barsky, T. D. DeRose, “Geometric continuity, shape parameters, and geometric constructions for catmull-rom splines”, *ACM Transactions on Graphics*, vol. 7, n° 1, Janvier 1988.
- [7] R.H Bartels, J.C Beatty, B.A Barsky, *An Introduction to splines for use in computer graphics and geometric modeling*, Morgan-Kaufmann, Los Altos, Californie, 1987.
- [8] A. Blake, R. Curwen, A. Zisserman, “A framework for spatiotemporal control in the tracking of visual contours”, *International Journal of Computer Vision*, vol. 11, n° 2, pp. 127–145, 1993.
- [9] A. Blake, M. Isard, *Active Contours*, Springer-Verlag, 1998.
- [10] C. Blanc, C. Schlick, “X-splines : a spline model designed for the end-user”, *SIGGRAPH’95*, 1995, pp. 377–386.
- [11] P. Brigger, J. Hoeg, M. Unser, “B-Spline snakes : A flexible tool for parametric contour detection”, *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 9, n° 9, pp. 1484–1496, September 2000.
- [12] P. Bézier, “Définition numérique des courbes et surfaces i”, *Automatisme*, vol. XI, pp. 625–632, 1966.
- [13] P. Bézier, “Définition numérique des courbes et surfaces ii”, *Automatisme*, vol. XII, pp. 17–21, 1967.

- [14] V. Caselles, F. Catte, T. Coll, F. Dibos, “A geometric model for active contours in image processing”, *Numerische Mathematik*, 1993, vol. 66, pp. 1–31.
- [15] V. Caselles, R. Kimmel, G. Sapiro, “Geodesic active contours”, *International Conference on Computer Vision*, Boston, USA, juin 1995, pp. 694–699.
- [16] V. Caselles, R. Kimmel, G. Sapiro, “Geodesic active contours”, *International Journal of Computer Vision*, vol. 22, n° 1, pp. 61–79, 1997.
- [17] A. Chakraborty, L. Staib, J. Duncan, “Deformable boundary finding in medical images by integrating gradient and region information”, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 15, pp. 859–870, dec. 1996.
- [18] T. Chan, L. Vese, “An active contour model without edges”, *Scale-Space Theories in Computer Vision*, Corfu Greece, september 1999.
- [19] T. Chan, L. Vese, “Active contours without edges”, *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 10, n° 2, pp. 266–277, 2001.
- [20] P. Charbonnier, L. Blanc-Féraud, G. Aubert, M. Barlaud, “Deterministic edge-preserving regularization in computed imaging”, *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 6, n° 2, pp. 298–311, Février 1997.
- [21] M. H. Chen, R. T. Chin, “Partial smoothing splines for noisy boundaries with corners”, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 15, n° 11, pp. 1208–1216, 1993.
- [22] Y. Chen, H.D. Tagare, S. Thiruvankadam, F. Huang, D. Wilson, K.S. Gopinath, R.W. Briggs, E.A. Geiser, “Using prior shapes in geometric active contours in a variational framework”, *International Journal of Computer Vision*, vol. 50, n° 3, pp. 315–328, 2002.
- [23] C. Chesnaud, P. Refregier, V. Boulet, “Statistical region snake-based segmentation adapted to different physical noise models”, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 21, n° 11, pp. 1145–1156, 1999.
- [24] R. Cipolla, A. Blake, “The dynamic analysis of apparent contours”, *International Conference on Computer Vision*, Osaka, Japan, 1990.
- [25] L. Cohen, E. Bardinet, N. Ayache, “Surface reconstruction using active contour models”, *SPIE Conference on Geometric Methods in Computer Vision*, San Diego, CA, 1993.
- [26] L.D. Cohen, “On active contour models and balloons”, *Computer Vision, Graphics and Image Processing : Image Understanding*, vol. 53, pp. 211–218, mars 1991.
- [27] P. Craven, G. Wahba, “Smoothing noisy data with spline functions”, *Numerische Mathematik*, vol. 31, pp. 377–403, 1979.
- [28] D. Cremers, C. Schnorr, J. Weickert, “Diffusion-snakes : Combining statistical shape knowledge and image information in a variational framework”, *Proceedings of 1st IEEE Workshop on Variational and Level Set Methods in Computer Vision*, Vancouver, B.C., Canada, 2001, pp. 137–144.

- [29] Chopp D., “Computing minimal surfaces via level set curvature flows,” Tech. Rep., Lawrence Berkeley Laboratory, University of Berkeley, CA, 1991.
- [30] C. de Boor, *A Practical Guide to Splines*, Springer-Verlag, 2000.
- [31] C. de Boor, “Calculation of the smoothing splines with weighted roughness measure”, *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, vol. 11, n° 1, pp. 33–41, February 2001.
- [32] E. Debreuve, M. Barlaud, G. Aubert, J. Darcourt, “Space time segmentation using level set active contours applied to myocardial gated SPECT”, *IEEE Medical Imaging Conference*, Seattle, WA, USA, Octobre 1999.
- [33] E. Debreuve, M. Barlaud, G. Aubert, J. Darcourt, “Space time segmentation using level set active contours applied to myocardial gated SPECT”, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 20, n° 7, pp. 643–659, juillet 2001.
- [34] E. Debreuve, M. Barlaud, G. Aubert, I. Laurette, J. Darcourt, “Non-parametric and non-rigid registration method applied to myocardial gated spect”, *IEEE Transactions on Nuclear Science*, June 2002.
- [35] Catmull E. E., R. J. Rom, “A class of local interpolating splines”, *Computer Aided Geometric Design*, pp. 317–326, 1974.
- [36] H. Eviatar, R. Somorjai, “A fast, simple active contour algorithm for biomedical images”, *Pattern Recognition Letters*, vol. 17, pp. 969–974, 1996.
- [37] M. Flickner, H. Sawhney, D. Pryor, J. Lotspiech, “Intelligent in-teractive image outlining using spline snakes”, *28th Asilomar Conference Signals, Systems, Computers*, 1994, vol. 1, pp. 731–735.
- [38] A. Foulonneau, P. Charbonnier, F. Heitz., “Geometric shape priors for region-based active contours”, *International Conference on Image Processing*, Barcelona, Spain, September 2003.
- [39] E. Segawa G. Xu, S. Tsuji, “Robust active contours with insensitive parameters”, *Pattern Recognition*, vol. 27, n° 7, pp. 879–884, 1994.
- [40] M. Gastaud, M. Barlaud, G. Aubert, “Tracking video objects using active contours”, *WMVC*, Orlando, FL, Dec 2002, pp. 90–95.
- [41] M. Gastaud, M. Barlaud, G. Aubert, “Tracking video objects using active contours and geometric priors”, *WIAMIS*, London, UK, April 2003, pp. 170–175.
- [42] M. Gastaud, M. Barlaud, G. Aubert, “Combining shape prior and statistical features for active contour segmentation”, *to appear in IEEE TCSVT special session on Audio and Video Analysis for Interactive Multimedia Services*, May 2004.
- [43] J. Gomes, O. Faugeras, “Reconciling distance functions and level-sets”, *Scale space workshop*, Berlin, 1999.
- [44] J. Gomes, O. Faugeras, “Reconciling distance functions and level sets”, *Journal of Visual Communication and Image Representation*, vol. 11, pp. 209–223, 2000.

- [45] A. Guéziec, N. Ayache, “Smoothing and matching of 3-d space curves”, *International Journal of Computer Vision*, pp. 79–104, Janvier 1994.
- [46] A. Herbulot, S. Jehan-Besson, M. Barlaud, G. Aubert, “Shape gradient for image segmentation using information theory”, *International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Montreal, Quebec, Canada, May 2004.
- [47] A. Herbulot, S. Jehan-Besson, M. Barlaud, G. Aubert, “Shape gradient for image segmentation using mutual information”, *International Conference on Image Processing*, Singapore, October 2004.
- [48] G. E. Hinton, C. K. I. Williams, M. D. Revow, “Adaptive elastic models for hand-printed character recognition”, *Advances in Neural Information Processing Systems*, John E. Moody, Steve J. Hanson, Richard P. Lippmann, Eds., 1992, vol. 4, pp. 512–519.
- [49] M. Hoch, P. Litwinowicz, “A semi-automatic system for edge tracking with snakes”, *Vis. Comput.*, vol. 12, pp. 75–83, 1996.
- [50] M. Jacob, *Parametric Shape Processing in Biomedical Imaging*, Thèse de doctorat, Swiss Federal Institute of Technology Lausanne, 2003.
- [51] M. Jacob, T. Blu, M. Unser, “An exact method for computing the area moments of wavelet and spline curves”, *PAMI*, vol. 23, n° 6, pp. 633–642, June 2001.
- [52] M. Jacob, T. Blu, M. Unser, “A unifying approach and interface for spline-based snakes”, San Diego CA, USA, February 2001, vol. 4322, pp. 340–347, Part I.
- [53] S. Jehan-Besson, *Modèles de contours actifs basés régions pour la segmentation d’images et de vidéos*, Thèse de doctorat, Université de Nice - Sophia Antipolis, Janvier 2003.
- [54] S. Jehan-Besson, M. Barlaud, G. Aubert, “Detection and tracking of moving objects using a new level set based method”, *International Conference on Pattern Recognition*, Barcelona, Spain, 2000.
- [55] S. Jehan-Besson, M. Barlaud, G. Aubert, “Segmentation spatio-temporelle d’objets en mouvement dans une séquence vidéo par contours actifs déformables”, *RFIA*, Paris, february 2000.
- [56] S. Jehan-Besson, M. Barlaud, G. Aubert, “Video object segmentation using Eulerian region-based active contours”, *International Conference on Computer Vision*, Vancouver, Canada, October 2001.
- [57] S. Jehan-Besson, M. Barlaud, G. Aubert, “A 3-step algorithm using region-based active contours for video objects detection”, *EURASIP Journal on Applied Signal Processing, Special issue on Image Analysis for Multimedia Interactive Services*, vol. 2002, n° 6, pp. 572–581, juin 2002.
- [58] S. Jehan-Besson, M. Barlaud, G. Aubert, “DREAM<sup>2</sup>S : Deformable regions driven by an Eulerian accurate minimization method for image and

- video segmentation. application to face detection in color video sequences”, *Proceedings of the European Conference on Computer Vision*, Copenhagen, Denmark, May 2002.
- [59] S. Jehan-Besson, M. Barlaud, G. Aubert, “DREAM<sup>2</sup>S : Deformable regions driven by an Eulerian accurate minimization method for image and video segmentation”, *International Journal of Computer Vision*, vol. 53, n° 1, pp. 45–70, June 2003.
- [60] M. Kass, A. Witkin, D. Terzopoulos, “Snakes : Active contour models”, *International Journal of Computer Vision*, vol. 1, pp. 321–332, 1988.
- [61] J. Kim, J.W. Fisher III, A. Yezzi, M. Cetin, A.S. Willsky, “Nonparametric methods for image segmentation using information theory and curve evolution”, *International Conference on Image Processing*, Rochester, NY, September 2002.
- [62] A. Klein, T. K. Egglin, J. S. Pollak, F. Lee, A.A. Amini, “Identifying vascular features with orientation specific filters and b-spline snakes”, *Comput. Cardiol.*, pp. 113–116, 1994.
- [63] J. Konrad, M. Ristivojevic, “Video segmentation and occlusion detection over multiple frames”, *Proceedings of SPIE Image and Video Communications and Processing*, Janvier 2003, vol. 5022, pp. 377–388.
- [64] K. Lam, H. Yan, “Fast greedy algorithm for active contours”, *Elec-tron. Lett.*, vol. 30, pp. 21–23, 1994.
- [65] F. Leitner, P. Cinquin, “From snake and splines to snake-splines”, *Workshop on Geometric Reasoning for Perception and Action*, Grenoble, France, 1993, vol. 708 of LNCS, pp. 264–281.
- [66] F. Leymarie, M. D. Levine, “Tracking deformable objects in the plane using an active contour model”, *PAMI*, vol. 15, n° 6, pp. 617–634, 1993.
- [67] C. W. Liao, G. Medioni, “Surface approximation of a cloud of 3d points”, *Graphic Models Image Processing*, vol. 57, n° 1, pp. 67–74, 1995.
- [68] R. Malladi, J.A. Sethian, B.C Vemuri, “Evolutionary fronts for topology-independent shape modeling and recovery”, *European Conference on Computer Vision*, J.O. Eklundh, Ed., Stockholm, Sweden, mai 1994, vol. 800 of *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 3–13.
- [69] R. Malladi, J.A. Sethian, B.C Vemuri, “Shape modeling with front propagation : a level set approach”, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 17, pp. 158–175, février 1995.
- [70] A.R. Mansouri, J. Konrad, “Motion segmentation with level sets”, *International Conference on Image Processing*, Kobe, Japon, 1999.
- [71] X. Marichal, P. Villegas, “Objective evaluation of segmentation masks in video sequences”, Tampere, Finland, September 2000, vol. volume IV, pp. pp. 2193–2196.

- [72] M. Maziere, F. Chassaing, “Segmentation and tracking of video objects : suited to content-based video indexing, interactive television and production systems”, *ICIP*, Vancouver Canada, 2000.
- [73] T. McInerney, D. Terzopoulos, “Topologically adaptable snakes”, *5th International Conference on Computer Vision*, 1995, pp. 840–845.
- [74] S. Menet, P. Saint-Marc, G. Medioni, “B-snakes : Implementation and application to stereo”, *Image Understanding Workshop*, September 1990, pp. 720–726.
- [75] G. Nielson, T. Foley, “A survey of applications of an affine invariant norm”, *Mathematical aspects in Computer Aided Geometric Design*, pp. 445–468, 1989.
- [76] S. Osher, J. Sethian, “Fronts propagating with curvature-dependent speed : Algorithms based on hamilton-jacobi formulation”, *Journal of computational physics*, 1988, vol. 79, pp. 12–49.
- [77] N. Paragios, R. Deriche, “Geodesic active regions and level set methods for supervised texture segmentation”, *International Journal of Computer Vision*, vol. 46, n° 3, pp. 223, 2002.
- [78] E. Parzen, “On estimation of a probability density function and mode”, *Annals Mathematical Statistics*, vol. 33, pp. 1065–1076, September 1962.
- [79] H. Pottmann, S. Leopoldseder, M. Hofer, “Approximation with active B-spline curves and surfaces”, *10th Pacific Conference on Computer Graphics Applications*, Beijing, CHINA, October 2002, pp. 8–24.
- [80] F. Precioso, M. Barlaud, “Regular B-spline active contours for fast video segmentation”, *International Conference on Image Processing*, Rochester, NY, September 2002.
- [81] F. Precioso, M. Barlaud, “B-spline active contours with handling of topology changes for fast video segmentation”, *Eurasip Special issue : Image analysis for multimedia interactive services - PART II*, vol. 2002, n° 6, pp. 555–560, June 2002.
- [82] F. Precioso, M. Barlaud, T. Blu, M. Unser, “Smoothing B-spline active contour for fast and robust image and video segmentation”, *International Conference on Image Processing*, Barcelona, Spain, September 2003.
- [83] F. Precioso, M. Barlaud, T. Blu, M. Unser, “Robust real-time segmentation of images and videos using a smoothing-spline snake-based algorithm”, *IEEE Transactions on Image Processing*, (to appear) 2004.
- [84] S. Ranganath, “Contour extraction from cardiac mri studies using snakes”, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 14, pp. 328–338, June 1995.
- [85] C.H. Reinsch, “Smoothing by spline functions”, *Numerische Mathematik*, vol. 10, pp. 177–183, 1967.
- [86] L. Robert, O.D. Faugeras, “Curve-based stereo : figural continuity and curvature”, *Computer Vision and Pattern Recognition*, Maui, HI, USA, Juin 1991, pp. 57–62.

- [87] R. Ronfard, "Region-based strategies for active contour models", *International Journal of Computer Vision*, vol. 13, n° 2, pp. 229–251, 1994.
- [88] O. Ruch, P. Réfrégier, "Minimal-complexity segmentation with a polygonal snake adapted to different optical noise models", *Optics Letters*, vol. 26, n° 13, pp. 977–979, July 2001.
- [89] G. Sapiro, *Geometric partial differential equations and image analysis*, Cambridge university press, 2001.
- [90] I. J. Schoenberg, "Spline functions and the problem of graduation", *Proceedings of the American Mathematical Society*, 1964.
- [91] G.L. Scott, "The alternative snake - and other animals", *Proceedings 3rd Alvey Vision Conference*, Cambridge, UK, 1987, pp. 341–347.
- [92] J.A. Sethian, "Numerical algorithms for propagating interfaces : Hamilton-jacobi equations and conservation laws", *Journal of Differential Geometry*, vol. 31, pp. 131–161, 1990.
- [93] J.A. Sethian, *Level Set Methods*, Cambridge Univ. Press, 1996.
- [94] J.A. Sethian, *Level Set Methods and Fast Marching Methods : Evolving interfaces in Computational Geometry, Fluid Mechanics, Computer Vision, and Materials Sciences*, Cambridge Univ. Press, 1999.
- [95] M. Sussman, P. Smereka, S. Osher, "A level set method for computing solutions of incompressible two-phase flows", *Journal of Computational Physics*, vol. 114, pp. 146–159, 1994.
- [96] D. Terzopoulos, R. Szeliski, "Tracking with kalman snakes", *Active Vision*, A. Blake, A. Yuille, Eds., Cambridge, MA, 1992, pp. Chapter 1, 3–20.
- [97] D. Terzopoulos, K. Waters, "Analysis of dynamic facial images using physical and anatomical models", *3rd International Conference on Computer Vision*, Osaka, Japan, December 1990, pp. 727–732.
- [98] P. Thévenaz, T. Blu, M. Unser, "Interpolation revisited", *IEEE Transactions on medical imaging*, vol. 19, n° 7, pp. 739–758, July 2000.
- [99] M. Unser, "Splines : A perfect fit for signal and image processing", *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 16, n° 6, pp. 22–38, November 1999.
- [100] M. Unser, A. Aldroubi, M. Eden, "B-spline signal processing : Part I-theory ; part II-efficient design and applications", *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 41, n° 2, pp. 821–848, february 1993.
- [101] G. Szekely W. Neuenschwander, P. Fua, O. Kubler, "Ziplock snakes", *International Journal of Computer Vision*, vol. 26, n° 3, pp. 191–201, December 1997.
- [102] J. Wang, F. Cohen, "Part ii : 3-d object recognition and shape estimation from image contours using b-splines, shape invariant matching, and neural networks", *IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence*, vol. 16, pp. 13–23, January 1994.

- [103] J. Wang, X. Li, “Guiding ziplock snakes with a priori information”, *IEEE Trans. on Image Processing*, vol. 12, n° 2, pp. 176–185, Février 2003.
- [104] E. T. Whittaker, “On a new method of graduation”, *Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society*, vol. 41, pp. 63–75, 1923.
- [105] D. Williams, M. Shah, “A fast algorithm for active contours and curvature estimation”, *Comput. Vis. Graph. Image Process.*, vol. 55, n° 1, pp. 14–26, 1992.
- [106] H. Yang, W. Wang, J. Sun, “Control point adjustment for B-spline curve approximation”, *Computer Aided-Design*, in print, 2004.
- [107] A. Yezzi, A. Tsai, A. Willsky, “A statistical approach to snakes for bimodal and trimodal imagery”, *International Conference on Image Processing*, Kobe Japan, 1999.
- [108] S. Zhu, A. Yuille, “Region competition : unifying snakes, region growing, and Bayes/MDL for multiband image segmentation”, *PAMI*, vol. 18, pp. 884–900, september 1996.



## Résumé : Contours actifs paramétriques pour la segmentation d'images et vidéos

Cette thèse s'inscrit dans le cadre des modèles de contours actifs. Il s'agit de méthodes dynamiques appliquées à la segmentation d'image, en image fixe et vidéo. L'image est représentée par des descripteurs régions et/ou contours. La segmentation est traitée comme un problème de minimisation d'une fonctionnelle. La recherche du minimum se fait via la propagation d'un contour actif dit basé régions. L'efficacité de ces méthodes réside surtout dans leur robustesse et leur rapidité. L'objectif de cette thèse est triple : le développement (i) d'une représentation paramétrique de courbes respectant certaines contraintes de régularités, (ii) les conditions nécessaires à une évolution stable de ces courbes et (iii) la réduction des coûts calcul afin de proposer une méthode adaptée aux applications nécessitant une réponse en temps réel.

Nous nous intéressons principalement aux contraintes de rigidité autorisant une plus grande robustesse vis-à-vis du bruit. Concernant l'évolution des contours actifs, nous étudions les problèmes d'application de la force de propagation, de la gestion de la topologie et des conditions de convergence. Nous avons fait le choix des courbes splines cubiques. Cette famille de courbes offre d'intéressantes propriétés de régularité, autorise le calcul exact des grandeurs différentielles qui interviennent dans la fonctionnelle et réduit considérablement le volume de données à traiter. En outre, nous avons étendu le modèle classique des splines d'interpolation à un modèle de splines d'approximation, dites *smoothing splines*. Ce dernier met en balance la contrainte de régularité et l'erreur d'interpolation sur les points d'échantillonnage du contour. Cette flexibilité permet ainsi de privilégier la précision ou la robustesse.

L'implémentation de ces modèles de splines a prouvé son efficacité dans diverses applications de segmentation.

**Mots clefs :** Traitement vidéo - segmentation par contour actif basé régions - modélisation de contour par interpolation B-splines - modélisation de contour par approximation smoothing splines - segmentation d'objets mobiles - segmentation de régions homogènes

## Abstract : Parametric active contours for image and video segmentation

Active contour modeling represents the main framework of this thesis. Active contours are dynamic methods applied to segmentation of still images and video. The goal is to extract image regions corresponding to semantic objects. Image and Video segmentation can be cast in a minimization framework by choosing a criterion which includes region and boundary functionals. This minimization is achieved through the propagation of a region-based active contour. The efficiency of these methods lies in their robustness and their accuracy. The aim of this thesis is triple : to develop (i) a model of parametric curve providing a smooth active contour, to precise (ii) conditions of stable evolution for such curves, and to reduce (iii) the computation cost of our algorithm in order to provide an efficient solution for real time applications.

We mainly consider constraints on contour regularity providing a better robustness regarding to noisy data. In the framework of active contour, we focus on stability of the propagation force, on handling topology changes and convergence conditions. We chose cubic spline curves. Such curves provide great properties of regularity, allow an exact computation for analytic expressions involved in the functional and reduce highly the computation cost. Furthermore, we extended the well-known model based on interpolating splines to an approximating model based smoothing splines. This latter converts the interpolation error into increased smoothness—smaller energy of the second derivative. The flexibility of this new model provide a tunable balance between accuracy and robustness.

The efficiency of implementing such parametric active contour spline-based models has been illustrated for several applications of segmentation process.

**Keywords :** moving object segmentation - homogeneous region segmentation - video processing - region-based active contours segmentation - contour modeling based on B-splines interpolation - contour modeling based on smoothing splines approximation - moving objects segmentation - homogeneous region segmentation